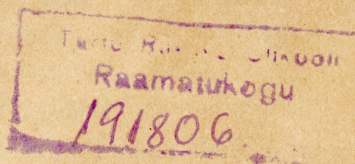


$$\frac{13}{10}$$

142

$$\frac{64}{9}$$


О наблюденіяхъ солнечныхъ пятенъ.

Способы наблюденій и вычисленій.

Г. Левицкаго.

Физическіе и химическіе процессы, совершающіеся на солнцѣ, приводятъ, между прочимъ, къ образованію такъ называемыхъ солнечныхъ пятенъ. Законы, по которымъ совершаются эти процессы, до сихъ поръ еще не достаточно извѣстны, и для ихъ нахожденія въ одинаковой мѣрѣ необходимы какъ теоретическія изысканія въ области аналитической механики, физики и химіи, такъ и непрерывныя наблюденія явленій, происходящихъ на солнечной поверхности. Явленія эти не только представляютъ чисто астрономическій интересъ, но и находятся въ несомнѣнной связи съ нѣкоторыми важными физическими явленіями на земной поверхности. Поэтому, наблюденія солнечныхъ пятенъ и тѣсно связанныхъ съ ними явленій солнечныхъ факеловъ и протуберанцевъ составляютъ и составляли одну изъ важнѣйшихъ задачъ практической астрономіи. Для производства такого рода наблюденій въ настоящее время имѣются весьма совершенные фотографическіе, спектральные и спектро-фотографическіе приборы. Употребленіе этихъ приборовъ представляетъ въ нѣкоторыхъ отношеніяхъ несомнѣнные и важныя преимущества по сравненію съ исключительно употреблявшимися въ прежнее время (до открытія фотографіи и спектральнаго анализа) обыкновенными (визуальными) астрономическими приборами—астрономическими трубами, снабженными гелио-

скопическими окулярами, проекціонными приборами, посеребрёнными объективами или просто цвѣтными стеклами.

Однако употребленіе фотографическихъ и спектральныхъ аппаратовъ не исключаетъ и въ настоящее время употребленія прежнихъ способовъ наблюденій. Нѣкоторые явленія, происходящія на солнцѣ, преимущественно явленія, представляемыя солнечными пятнами, могутъ быть подробно изучаемы съ помощью визуальныхъ наблюденій и, во всякомъ случаѣ, эти послѣднія наблюденія составляютъ и будутъ, вѣроятно, еще долгое время составлять весьма цѣнное дополненіе къ наблюденіямъ фотографическимъ и спектральнымъ. Поэтому и въ настоящее время на многихъ обсерваторіяхъ непрерывно продолжаютъ визуальныя наблюденія солнечныхъ пятенъ, иногда даже и въ тѣхъ случаяхъ, когда эти обсерваторіи производятъ сверхъ того и фотогелиографическія наблюденія.

Способы визуальныхъ наблюденій солнечныхъ пятенъ такъ просты и нѣкоторые изъ нихъ требуютъ столь несложныхъ и недорогихъ приспособленій, что подобныя наблюденія легко могутъ быть производимы на самыхъ небольшихъ обсерваторіяхъ. Способы эти не излагаются, однако, въ большинствѣ употребительнѣйшихъ учебниковъ практической астрономіи, почему для изученія ихъ необходимо обращаться къ различнымъ специальнымъ мемуарамъ и изданіямъ обсерваторій. Между тѣмъ было-бы весьма желательно, чтобы наблюденія солнечныхъ пятенъ производились у насъ въ Россіи въ большемъ числѣ, чѣмъ то имѣло мѣсто до сихъ поръ. Такъ какъ наблюденія эти, по своей сложности, доступны всякому, кто имѣетъ въ своемъ распоряженіи астрономическую трубу сколько-нибудь значительныхъ размѣровъ, — 3-хъ дюймовая труба уже достаточна для этой цѣли, — то мы считали небезполезнымъ изложить въ настоящей статьѣ способы наблюденій солнечныхъ пятенъ, съ цѣлью содѣйствовать этимъ увеличенію у насъ числа подобныхъ наблюденій.

Визуальныя наблюденія солнечныхъ пятенъ бываютъ двоякаго рода: 1) производится только счетъ пятенъ, видимыхъ на солнечной поверхности въ день наблюденій, и 2) производится опредѣленіе положенія этихъ пятенъ по отношенію къ той или другой системѣ координатъ. Переходомъ отъ наблюденій перваго къ наблюденіямъ втораго рода служить рисовка пятенъ. Для производства тѣхъ или другихъ наблюденій могутъ быть употребляемы одинаковыя приспособленія, и мы прежде всего рассмотримъ простѣйшія изъ нихъ.

§ 1.

Вслѣдствіе чрезвычайной яркости свѣта солнца послѣднее нельзя наблюдать непосредственно въ астрономическія трубы такъ, какъ наблюдаются всѣ другія свѣтила (кромѣ луны). Простѣйшее приспособленіе для наблюденій солнца представляютъ діафрагмы съ цвѣтными стеклами, надѣваемые на окуляръ. Нужно старательно выбрать цвѣтное стекло, чтобы не повредить глазъ при наблюденіяхъ. Наилучшій цвѣтъ стекла—темный дымчатый или такъ называемый *neutral-tint*. Красныя стекла пригодны менѣе всѣхъ другихъ.

Употребленіе стеколъ представляетъ однако нѣкоторыя существенныя неудобства. Во 1-хъ, мы видимъ явленія на солнцѣ окрашенными не въ ихъ натуральный цвѣтъ, а въ цвѣтъ употребленнаго нами стекла, и во 2-хъ, стекла эти весьма часто растрескиваются отъ слишкомъ сильнаго нагрѣванія ихъ солнцемъ. Въ особенности часто происходитъ растрескиваніе цвѣтныхъ стеколъ въ инструментахъ, съ отверстіемъ объектива, большимъ двухъ-трехъ дюймовъ. Поэтому при наблюденіяхъ солнца черезъ цвѣтныя стекла большими инструментами необходимо закрывать объективы послѣднихъ картонными колпаками, съ отверстіемъ всего около 3-хъ дюймовъ.

Упомянутыя неудобства вполне или въ весьма значительной степени устраняются при употребленіи такъ называемыхъ гелиоскопическихъ окуляровъ. Ослабленіе силы солнечнаго свѣта этими окулярами производится, или черезъ отраженіе свѣта отъ призмъ и частью поглощеніе послѣдними, или же дѣйствіемъ поляризаціи. Нѣкоторые изъ этихъ окуляровъ требуютъ всетаки употребленія цвѣтныхъ стеколъ, но уже весьма слабо окрашенныхъ, такъ что измѣненіе натурального цвѣта солнечнаго диска становится мало замѣтнымъ. Гелиоскопическіе окуляры представляютъ очень значительныя преимущества и удобства по сравненію съ цвѣтными стеклами. Особенно важны эти окуляры при изученіи структуры пятенъ и солнечной поверхности вообще. Къ сожалѣнію, такіе окуляры употребляются (отчасти вслѣдствіе ихъ нѣкоторой дороговизны) сравнительно рѣдко *).

*) Особого устройства солнечный окуляръ употреблялъ Dawes. Въ этомъ окулярѣ, на стекла одновременно попадаютъ лучи только отъ очень небольшой части солнечной поверх-



Весьма остроумное приспособленіе для ослабленія солнечнаго свѣта, притомъ съ полнымъ почти сохраненіемъ натуральной окраски солнечной поверхности, предложено французскимъ физикомъ Foucault, который совѣтуетъ покрывать наружную (обращенную къ солнцу) поверхность объектива тонкимъ слоемъ серебра путемъ химическаго серебренія. Слой этотъ отражаетъ и поглощаетъ значительную часть солнечныхъ лучей, такъ что изображеніе солнца разсматривается затѣмъ въ трубу безъ цвѣтныхъ стеколъ. Способъ Фуко представляетъ значительныя выгоды еще въ томъ отношеніи, что, какъ стекла объектива, такъ и воздухъ внутри трубы нагрѣваются значительно меньше, чѣмъ въ трубахъ съ непосеребрёнными объективами, но зато посеребрённая труба не можетъ быть употребляема ни для какихъ другихъ наблюденій, кромѣ солнечныхъ, *) и даже для производства этихъ послѣднихъ необходима вполне ясная погода. Въ легкой туманъ, при которомъ наблюденія солнца (напр. при прохожденіи Венеры или Меркурія) вполне возможны, они становятся невыполнимыми съ посеребрённымъ объективомъ. Упомянутыя сейчасъ невыгодныя стороны примѣненія способа Фуко, почти не идущія впрочемъ въ расчетъ въ томъ случаѣ, если труба предназначена исключительно для изученія солнечной поверхности, послужили причиною того, что серебрёніе объективовъ весьма рѣдко примѣнялось и примѣняется. Не приводя здѣсь изложенія способовъ серебрёнія стеколъ, считаемъ, однако, не бесполезнымъ указать, что изложеніе этихъ способовъ можно найти въ слѣдующихъ изданіяхъ: 1) Foucault, Oeuvres complètes, 2) Publicationen des Astrophysicalischen Observatoriums zu Potsdam, 4-er Band, II Theil, статья Lohse: Beschreibung des Heliographen, 3) Zeitschrift für Instrumentenkunde, 1895, Январь, статья F. L. O. Wadsworth: Bemerkungen über Versilberungsflüssigkeiten und Versilberung, а также 4) у Konkoly, Practische Anleitung zur Anstellung astronomischer Beobachtungen mit besonderer Rücksicht auf die Astrophysik, стр. 392 и

ности, чѣмъ устраняется сильное нагрѣваніе стеколъ. Въ общемъ фокусъ объектива находится мѣднй кружокъ, у периферіи котораго сдѣланъ рядъ круглыхъ отверстій малаго діаметра. Вращеніемъ кружка вокругъ оси, параллельной оси трубы, можно привести на средину поля зрѣнія послѣдней каждый кружокъ, черезъ который видна будетъ лишь небольшая часть солнечной поверхности, для ослабленія яркости свѣта которой, даже при трубѣ значительныхъ размѣровъ, безопасно употреблять обыкновенныя цвѣтныя стекла.

*) Замѣтимъ, впрочемъ, что, въ случаѣ нужды, слой серебра можетъ быть легко удаленъ съ объектива, безъ всякаго вреда для послѣдняго.

слѣд. (изданіе 1883 года) и 5) въ различныхъ сочиненіяхъ и курсахъ по технической химіи.

Разсматриваніе солнечной поверхности помощью всѣхъ вышеупомянутыхъ приспособленій представляется выгоднымъ при изученіи строенія солнечной поверхности вообще и солнечныхъ пятенъ въ особенности, однако для опредѣленія координатъ пятенъ всѣ эти приспособленія имѣютъ то неудобство, что при сколько-нибудь значительныхъ увеличеніяхъ, въ трубу видна одновременно лишь часть солнечной поверхности и притомъ тѣмъ меньшая, чѣмъ больше будетъ увеличеніе употребленнаго окуляра *). Малость поля зрѣнія представляетъ неудобства даже при простомъ счетѣ пятенъ. Поэтому, какъ счетъ пятенъ, такъ въ особенности опредѣленіе положеній пятенъ производится обыкновенно при помощи проекціонныхъ приборовъ. Устройство этихъ послѣднихъ основывается на слѣдующихъ соображеніяхъ.

При разсматриваніи черезъ трубу какого-нибудь предмета, изображеніе послѣдняго, доставляемое объективомъ, находится (для Рамсденовскаго окуляра) въ направленіи отъ объектива къ окуляру за главнымъ фокусомъ послѣдняго, въ очень небольшомъ отъ него разстояніи. Поэтому окуляръ даетъ прямое и мнимое изображеніе отъ изображенія, доставляемаго объективомъ.

Выдвинемъ немного окулярную трубку такъ, чтобы главный фокусъ окуляра находился дальше отъ объектива, чѣмъ доставляемое послѣднимъ изображеніе разсматриваемаго предмета. Тогда окуляръ дастъ на соотвѣтственно установленномъ экранѣ обратное и дѣйствительное изображеніе предмета, причѣмъ разстояніе изображенія отъ окуляра найдемъ по извѣстной приближенной оптической формулѣ для линзъ:

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d_1} = \frac{1}{f}, \quad (1)$$

гдѣ d есть разстояніе предмета, а d_1 —разстояніе его изображенія отъ оптическаго центра линзы съ фокуснымъ разстояніемъ f . Дѣлая $d = f + c$, изъ предыдущей формулы имѣемъ:

$$d_1 = f \left(\frac{f}{c} + 1 \right) \quad (2)$$

*) Въ солнечномъ окулярѣ Dawes'a поле зрѣнія будетъ очень мало даже при небольшихъ увеличеніяхъ.

Слѣдовательно, чѣмъ больше будетъ s , т. е. чѣмъ дальше мы отодвинемъ окуляръ отъ изображенія, доставляемаго объективомъ, тѣмъ ближе будетъ помѣщаться отъ окуляра доставляемое послѣднимъ изображеніе, и наоборотъ. Въ обратномъ порядкѣ будутъ измѣняться линейные размѣры изображенія, доставляемаго окуляромъ. Обозначимъ черезъ k и K соотвѣтственные линейныя измѣренія доставляемыхъ объективомъ и окуляромъ дѣйствительныхъ изображеній какого-нибудь предмета, тогда $\frac{K}{k}$ или линейное увеличеніе окуляра, которое обозначимъ черезъ v , будетъ равно:

$$\frac{K}{k} = v = \frac{f}{c} (3)$$

почему разстояніе изображенія отъ окуляра будетъ:

$$d_1 = f(v + 1) (4)$$

Возьмемъ для примѣра трубу съ фокуснымъ разстояніемъ объектива въ 1525 мм. Тогда линейный діаметръ доставляемаго этимъ объективомъ изображенія солнца (при угловомъ радіусѣ послѣдняго въ 16') будетъ около 14.2 мм. Если желаемъ получить въ проекціи діаметръ солнечнаго изображенія въ 305 мм. или почти въ одинъ футъ, то при фокусномъ разстояніи окуляра = 40 мм., s нужно сдѣлать равнымъ около 1.9 мм. Разстояніе изображенія отъ окуляра составитъ въ этомъ случаѣ около 900 мм. Если съ тѣмъ-же окуляромъ пожелаѣи бы получить діаметръ изображенія солнца равнымъ 152.5 мм., т. е. около полуфута, то s нужно взять равнымъ около 3.7 мм., и разстояніе изображенія отъ окуляра составитъ около 470 мм.

По приведеннымъ выше формуламъ легко заранѣе вычислить, въ какомъ, приблизительно, разстояніи отъ окуляра будетъ находиться желаемой величины изображеніе солнца.

Если фокусное разстояніе окуляра неизвѣстно, то разстояніе солнечнаго изображенія желаемыхъ размѣровъ нетрудно опредѣлить изъ опыта для окуляровъ съ значительнымъ полемъ зрѣнія. Для коротко-фокусныхъ окуляровъ такое опредѣленіе затруднительнѣе и можетъ быть достигнуто черезъ сравненіе разстояній между двумя какими-нибудь возможно удаленными другъ отъ друга солнечными пятнами на изображеніяхъ, доставляемыхъ коротко-фокуснымъ и длинно-фокуснымъ окулярами, если отъ послѣдняго получается на экранѣ изображеніе всей солнечной поверхности.

Замѣтимъ, что для проекціонныхъ изображеній солнца возможно и даже въ нѣкоторыхъ случаяхъ желательно употребленіе столь длинно-фокусныхъ окуляровъ (дающихъ малыя угловыя увеличенія трубы), какихъ нельзя было-бы примѣнять для обыкновенныхъ наблюденій, такъ какъ даже при діаметрѣ глазного круга большемъ, чѣмъ діаметръ зрачка, лучи, идущіе отъ всей поверхности объектива, будутъ попадать на проектированное изображение солнца *).

Полученное описаннымъ выше образомъ проекціонное изображеніе солнца должно быть принято, какъ уже упомянуто, на экранъ. Экраны различными наблюдателями устриваются различно. Carrington употреблялъ матовую стеклянную пластинку, покрытую желтоватой водяной краской. Другіе наблюдатели употребляютъ обыкновенно деревянную или картонную пластинку (первая удобнѣе), на которой наклеивается (въ смоченномъ состояніи) чертежная (ватманская) бумага.

Изъ формулы (4) видно, что при одномъ и томъ-же линейномъ увеличеніи v , разстояніе изображенія отъ окуляра будетъ тѣмъ меньше, чѣмъ меньше фокусное разстояніе послѣдняго. Но съ уменьшеніемъ фокуснаго разстоянія окуляра уменьшается также и поле зрѣнія трубы. Поэтому выборъ того или другаго окуляра зависитъ отъ характера производимыхъ наблюденій солнечныхъ пятенъ. Для опредѣленій координатъ пятенъ по изложенному ниже способу Carrington'a необходимо очень большое поле зрѣнія и слѣдовательно окуляръ съ возможно большимъ фокуснымъ разстояніемъ. Для другихъ способовъ наблюденій и для счета пятенъ можно употребить болѣе коротко-фокусные окуляры, хотя всегда желательно имѣть такой окуляръ, черезъ который можно сразу усматривать весь солнечный дискъ. Сообразно съ величиною фокуснаго разстоянія, экранъ удобно прикрѣплять или къ самой трубѣ (для коротко-фокусныхъ окуляровъ) или помѣщать на отдѣльномъ штативѣ, когда, для длиннофокусныхъ окуляровъ, желательно имѣть значительное линейное увеличеніе. Въ первомъ случаѣ на трубу надѣвается обоймица съ прикрѣпленными къ ней тремя металлическими прутами, на которые и надѣвается экранъ, устанавливая послѣдній возможно перпендикулярно къ оси трубы. Выгодно прутья эти

*) Наименьшее увеличеніе, которое при обыкновенныхъ (не проекціонныхъ) наблюденіяхъ можно еще съ пользой употребить для трубы, опредѣляется условіемъ, чтобы діаметръ глазного круга взятаго окуляра былъ меньше или равенъ діаметру отверстія зрачка. Если это условіе для даннаго окуляра не выполнено, то часть лучей, идущихъ отъ объектива, вовсе не попадетъ въ глазъ наблюдателя.

вблизи обоймицы согнуть такъ, чтобы они располагались по поверхности конуса, далѣе-же, послѣ новаго изгиба, шли по поверхности цилиндра. Тогда экранъ можно передвигать вдоль прутьевъ и получать такимъ образомъ различныя увеличенія отъ одного и того-же окуляра. Небольшими нажимательными винтами экранъ удерживается затѣмъ въ любомъ положеніи. Еще проще и удобнѣе соединяется экранъ съ трубою,—если то дозволяется устройствомъ послѣдней,—слѣдующимъ образомъ: къ трубѣ прикрѣпляется узкая деревянная дощечка, выступающая за окуляръ на такое разстояніе, на какое предполагается передвигать экранъ. На дощечку надѣвается обоймица съ зажимнымъ винтомъ и къ обоймицѣ прикрѣпляется экранъ. Дощечка и обоймица съ экраномъ должны быть такъ расположены по отношенію къ трубѣ, чтобы при всѣхъ передвиженіяхъ экрана, послѣдній оставался перпендикулярнымъ къ оси трубы.

Экранъ, укрѣпленный на отдѣльномъ штативѣ, можетъ быть сдѣланъ значительно большихъ размѣровъ, чѣмъ тотъ, который прикрѣпляется къ трубѣ. Но отдѣльно стоящій экранъ трудно установить достаточно перпендикулярно къ оси трубы, и притомъ необходимо постоянно перемѣнять эту установку. Въ Юрьевской обсерваторіи такой экранъ, состоящій изъ легкой деревянной круглой пластинки, діаметромъ въ 17 дюймовъ, имѣетъ вращеніе на шаровомъ вертлюгѣ, а этотъ послѣдній прикрѣпленъ къ концу деревяннаго стержня, входящаго въ соотвѣтствующій деревянный патронъ на треножникѣ. Вдвигая или выдвигая стержень изъ патрона и скрѣпляя его съ послѣднимъ помощью нажимательнаго винта, экранъ устанавливають на желаемой высотѣ. Передвигая затѣмъ весь приборъ и вращая въ вертлюгѣ экранъ, устанавливають послѣдній въ надлежащемъ положеніи относительно трубы.

Солнечные лучи и разсѣянный солнечный свѣтъ, попадающіе на экранъ непосредственно (не проходя черезъ трубу), дѣлають фонъ, на который проектируется изображеніе солнца, слишкомъ яркимъ, а потому и самое изображеніе недостаточно отчетливымъ. Простѣйшимъ образомъ доступъ солнечныхъ лучей (но не разсѣяннаго свѣта) на экранъ устраняется тѣмъ, что на оправу объектива трубы надѣвается картонный кругъ (конечно, оставляющій весь объективъ открытымъ) діаметра нѣсколько большаго, чѣмъ діаметръ экрана. Для возможнаго устраненія разсѣяннаго свѣта, на прикрѣпленной къ трубѣ проекціон-

ный приборъ, отъ окуляра до экрана, надѣвается сдѣланный изъ легкаго картона или черной чертежной бумаги колпакъ, съ неширокимъ отверстіемъ, черезъ которое разсматривается изображеніе солнца. При своихъ наблюденіяхъ Spörer помѣщалъ экранъ внутри большого легкаго картоннаго ящика установленнаго отдѣльно отъ трубы на особомъ штативѣ. Внутреннія стѣнки ящика были оклеены черной бумагой. Окуляръ трубы находился въ нѣкоторомъ разстояніи отъ ящика, передъ большимъ отверстіемъ, прикрытымъ однако картонной ширмой, прикрѣпленной къ трубѣ. Наблюдатель смотрѣлъ черезъ большое боковое отверстіе въ темное пространство ящика и въ случаѣ нужды могъ еще болѣе устранить посторонній свѣтъ, накрываясь сукномъ.

Описанныхъ приспособленій для задержанія посторонняго свѣта для большинства наблюденій бываетъ совершенно достаточно, однако проектированное на экранъ изображеніе солнца только въ томъ случаѣ пріобрѣтаетъ всю возможную степень ясности и отчетливости, когда на него не попадаетъ никакое постороннее освѣщеніе и если, сверхъ того, глаза наблюдателя также не дѣлаются менѣ чувствительными къ свѣту отъ того-же посторонняго освѣщенія. Такія условія будутъ выполнены, конечно, только въ томъ случаѣ, если обсерваторію на самомъ дѣлѣ превратимъ въ темную камеру (камеру-обскуру). Въ этомъ случаѣ область изслѣдованія поверхности солнца, какъ показали напр. наблюденія Секки, будетъ значительно расширена. Къ сожалѣнію темныя камеры для солнечныхъ наблюденій употреблялись сравнительно рѣдко, вѣроятно, вслѣдствіе нѣкоторыхъ трудностей ихъ устройства. Последнее можетъ быть выполнено различнымъ образомъ. Проще всего была устроена темная камера у Секки. Стѣны и потолокъ башни, въ которой производились имъ солнечныя наблюденія, были обтянуты черной матовой матеріей. Люкъ, черезъ который наблюдалось солнце, составлялъ отверстіе сдѣланнаго изъ такой-же матеріи мѣшка, который другимъ, узкимъ отверстіемъ своимъ надѣвался на объективъ трубы.

§ 2.

Простѣйшій родъ солнечныхъ наблюденій — это счетъ пятенъ. Прежде чѣмъ указать, какимъ образомъ производится счетъ пятенъ, намъ нужно сказать нѣсколько словъ о томъ, для какой цѣли онъ производится.

гдѣ k есть численный коэффициентъ, различный для каждого наблюдателя и инструмента.

Изъ сравненія одновременныхъ наблюденій нѣсколькихъ наблюдателей легко найти отношеніе между соотвѣтствующими имъ и употребляемымъ ими инструментамъ величинами k , причемъ, одно изъ этихъ k нужно принять за единицу. Такъ R. Wolf принялъ за единицу коэффициентъ k для тѣхъ наблюденій, которыя онъ производилъ четырехъ-футовымъ Фрауэнгоферовскимъ рефракторомъ, съ увеличеніемъ равнымъ 64.

Такимъ образомъ относительныя числа, полученные различными наблюдателями, выражаются въ одинаковыхъ единицахъ мѣры и всѣ составляютъ однородную систему чиселъ, пропорціональныхъ напряженности пятнообразовательной дѣятельности солнца. Въ этомъ сведеніи къ однородности различныхъ наблюденій и замѣчается важное значеніе относительныхъ чиселъ. Одновременныя наблюденія нѣсколькихъ наблюдателей, выраженные въ относительныхъ числахъ, служатъ дополненіемъ одни другимъ и при достаточномъ числѣ наблюдателей въ различныхъ мѣстахъ земного шара относительныя числа ими полученные выразятъ пятнообразовательную дѣятельность солнца непрерывно, день за днемъ.

Какъ извѣстно, R. Wolf'у удалось выразить въ относительныхъ числахъ наблюденія надъ пятнообразовательной дѣятельностью солнца, начиная съ 1610 до 1893 года *). Многочисленныя и тщательныя изслѣдованія R. Wolf'a окончательно установили періодичность въ явленіи солнечныхъ пятенъ, періодичность, существованіе которой предполагалъ еще Norrebow въ концѣ прошлаго и Schwabe въ сороковыхъ годахъ текущаго столѣтія. По изысканіямъ того-же R. Wolf'a, кромѣ главнаго періода въ $11\frac{1}{9}$ года, можно предполагать въ явленіяхъ солнечныхъ пятенъ еще нѣкоторые дополнительные періоды, которые однако не удалось еще точно опредѣлить изъ прежнихъ, менѣе надежныхъ, чѣмъ нынѣшнія, наблюденій **). Поэтому продолженіе счета солнечныхъ пятенъ и составленіе относительныхъ чиселъ чрезвычайно желательно для установленія дополнительныхъ періодовъ.

*) R. Wolf, директоръ обсерваторіи въ Цюрихѣ, скончался въ 1893 г., посвятивъ большую часть своей жизни изслѣдованію солнечныхъ пятенъ. Работы Wolf'a продолжаютъ его преемникомъ A. Wolf'омъ.

**) Наблюденіямъ до 1750 года R. Wolf придаетъ вѣсъ $\frac{1}{2}$, наблюденіямъ отъ 1750 до 1850 вѣсъ 1 и позднѣйшимъ наблюденіямъ вѣсъ 2.

Кромѣ того продолжительность главнаго періода опредѣлилась пока съ вѣроятной погрѣшностью до 0,4 года, почему дальнѣйшія наблюденія могутъ еще замѣтно измѣнить приведенную выше продолжительность этого періода.

Изъ сказаннаго выше о цѣли, съ которой производится счетъ пятенъ, слѣдуетъ, что при этомъ должны быть отдѣльно сосчитаны число группъ и число пятенъ. Опредѣленіе числа группъ представляетъ нѣкоторые затрудненія въ томъ случаѣ, если нѣсколько группъ слѣдуютъ близко одна за другой, такъ что является сомнѣніе въ томъ, слѣдуетъ-ли группы эти считать за одну или за нѣсколько. Общихъ указаній въ этомъ отношеніи дать нельзя. Въ иныхъ случаяхъ можно руководствоваться тѣмъ, что въ такой, соединенной изъ нѣсколькихъ, группѣ находится два или болѣе удаленныхъ одно отъ другаго большихъ пятна, составляющихъ отдѣльные центры процессовъ, вызвавшихъ образованіе группъ пятенъ, и слѣдовательно число группъ нужно будетъ приравнять числу большихъ пятенъ. Далѣе, основаніемъ для раздѣленія на группы можетъ служить полутѣнь, окружающая иногда многія пятна и выдѣляющая ихъ, такъ сказать, въ одну группу. Но наибольшія основанія для раздѣленія на группы мы получаемъ изъ сравненія наблюденій, сдѣланныхъ въ различные дни, такъ какъ вообще группы пятенъ, усматриваемыхъ въ данный моментъ, образуются одновременно и, по времени образованія пятенъ, вопросъ о раздѣленіи ихъ на группы во многихъ случаяхъ разрѣшится безъ всякаго сомнѣнія. Далѣе, каждый наблюдатель пріобрѣтаетъ вскорѣ, такъ сказать, свою индивидуальную схему раздѣленія пятенъ на группы, и эти индивидуальныя особенности опредѣляются затѣмъ при сравненіи наблюденій различныхъ лицъ.

Пятна бываютъ весьма различныхъ размѣровъ, отъ такихъ, при которыхъ пятно становится видимо невооруженному глазу (сквозь закопченное стекло или при восходѣ и закатѣ солнца), до такихъ, что пятно даже въ трубу представляется почти точкой, безъ измѣримой площади. Само собою понятно, что видимые размѣры пятенъ зависятъ отъ качествъ и увеличенія трубы. Для трубъ небольшихъ размѣровъ (отъ 2 до 6 дюймовъ), наблюденія съ которыми мы здѣсь имѣемъ въ виду, число весьма малыхъ пятенъ или такъ называемыхъ поръ будетъ по сравненію съ числомъ пятенъ, имѣющихъ замѣтную площадь, весьма велико. Видимость поръ въ чрезвычайной степени

зависитъ отъ состоянія атмосферы или качества изображеній (для одного и того-же наблюдателя и трубы). При весьма хорошихъ изображеніяхъ, количество усматриваемыхъ поръ можетъ увеличиваться въ нѣсколько разъ противъ того, которое усматривается при посредственныхъ изображеніяхъ. Поэтому, при счетѣ пятенъ нужно отдѣльно отмѣчать: 1) пятна, имѣющія замѣтную площадь, и 2) поры, отмѣчая также при этомъ и качество изображеній. Счетъ мелкихъ пятенъ необходимъ для характеристики пятнообразовательной дѣятельности солнца, но, для вывода относительныхъ чиселъ, поры можно не принимать во вниманіе, какъ потому, что число поръ для разнаго качества изображеній весьма различно, такъ и потому, что поры нерѣдко существуютъ очень недолго и указываютъ лишь на временное усиленіе пятнообразовательной дѣятельности солнца.

При счетѣ пятенъ не лишнее отмѣчать, какія изъ нихъ окружены полутѣнью. Если въ одной и той-же полутѣни находится нѣсколько пятенъ, то каждое изъ нихъ считается отдѣльно. Иногда, кромѣ опредѣленныхъ довольно рѣзко очерченныхъ пятенъ, усматриваются расплывчатые пятна, какъ бы полутѣнь безъ ядра. Это—либо исчезающее, либо вновь появляющееся пятно, которое, слѣдовательно, также должно быть сосчитано. Кромѣ того, по краямъ диска солнца и въ особенности вокругъ пятенъ по большей части бывають видны такъ называемые факелы, т. е. свѣтлыя самой разнообразной формы полосы и пятна. При счетѣ пятенъ слѣдуетъ отмѣчать, которыя изъ нихъ окружены факелами, а также, сколько группъ факеловъ вообще находится по краямъ солнца. Особенно внимательно слѣдуетъ осматривать группы факеловъ уже и потому, что посреди нихъ нерѣдко находятся пятна, не достаточно ясно видимыя на краю солнца. Вообще при счетѣ пятенъ выгодно поступать слѣдующимъ образомъ. Въ журналѣ наблюдений, на каждой страницѣ, удобно заранѣе нарисовать кругъ діаметромъ въ два или три дюйма. Во время наблюдений нанести прежде всего на глазъ возможно точно на этотъ кругъ всѣ видимыя группы пятенъ, обозначая только крупнѣйшіе изъ пятенъ каждой группы. Затѣмъ обозначить на этомъ чертежѣ каждую группу особеннымъ нумеромъ, начиная съ западнаго края солнца. Послѣ этого нарисовать каждую группу отдѣльно въ большемъ масштабѣ (такъ, какъ группа представляется на экранѣ), обозначая съ приближеніемъ до нѣсколькихъ минутъ время, когда произведенъ

чертежъ *). Нарисовавъ каждую группу, сосчитываютъ по чертежу число пятенъ и поръ, провѣривъ предварительно готовый уже чертежъ съ изображеніемъ группы на экранѣ. Такую провѣрку не лишнее дѣлать нѣсколько разъ и во время рисованія группы. Изображенія солнца рѣдко бываютъ совершенно спокойны, какъ вслѣдствіе недостаточной прозрачности атмосферы, такъ и вслѣдствіе нагрѣванія инструмента и находящагося въ немъ воздуха. Поэтому, подробности изображенія солнца бываютъ видны обыкновенно лишь въ теченіи короткихъ промежутковъ времени, раздѣляемыхъ болѣе продолжительными промежутками неспокойства изображеній. Отсюда очевидна необходимость провѣрять чертежъ многократнымъ разсматриваніемъ изображенія солнца.

На приложенномъ чертежѣ (стр. 88) помѣщена копія страницы журнала наблюденій солнечныхъ пятенъ, производимыхъ С. Б. Шарбе на астрономической обсерваторіи Юрьевскаго университета. Владѣя искусствомъ рисованія, г. Шарбе зарисовываетъ пятна тщательно, чѣмъ то необходимо для простаго ихъ счета, съ цѣлью воспользоваться затѣмъ рисунками для опредѣленія площади пятенъ. Зарисовываніе пятенъ вообще выгодно производить при постоянномъ угловомъ увеличеніи. Для этого нужно устанавливать экранъ каждый разъ на одномъ и томъ-же разстояніи отъ окуляра. Вслѣдствіе измѣненій видимаго (углового) діаметра солнца, линейный діаметръ его изображенія на экранѣ, находящемся въ постоянномъ разстояніи отъ окуляра, будетъ также соотвѣтственно измѣняться. Но такъ какъ измѣненія линейнаго діаметра въ этомъ случаѣ будутъ почти пропорціональны измѣненіямъ углового, то угловая цѣна линейной единицы мѣры на экранѣ останется постоянной.

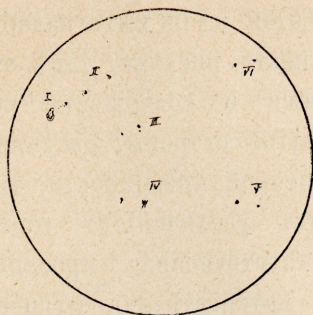
При непрерывныхъ наблюденіяхъ легко отождествлять пятна, наблюдавшіяся нѣсколько разъ подрядъ. Въ окончательномъ спискѣ наблюденныхъ пятенъ, такія неоднократно наблюденныя группы пятенъ удобно обозначать однимъ и тѣмъ же номеромъ.

§ 3.

Какъ мы видѣли, рисованіе пятенъ составляетъ вспомогательную

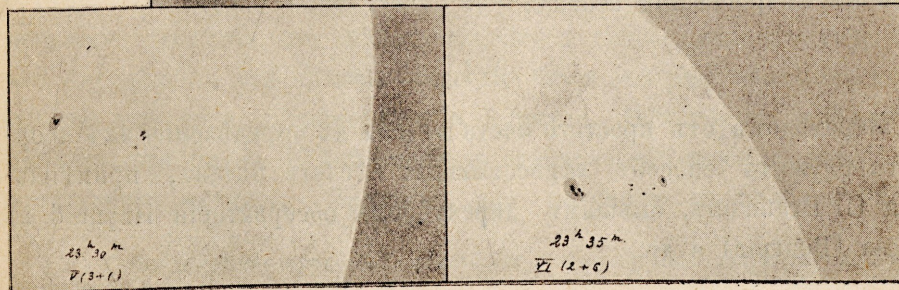
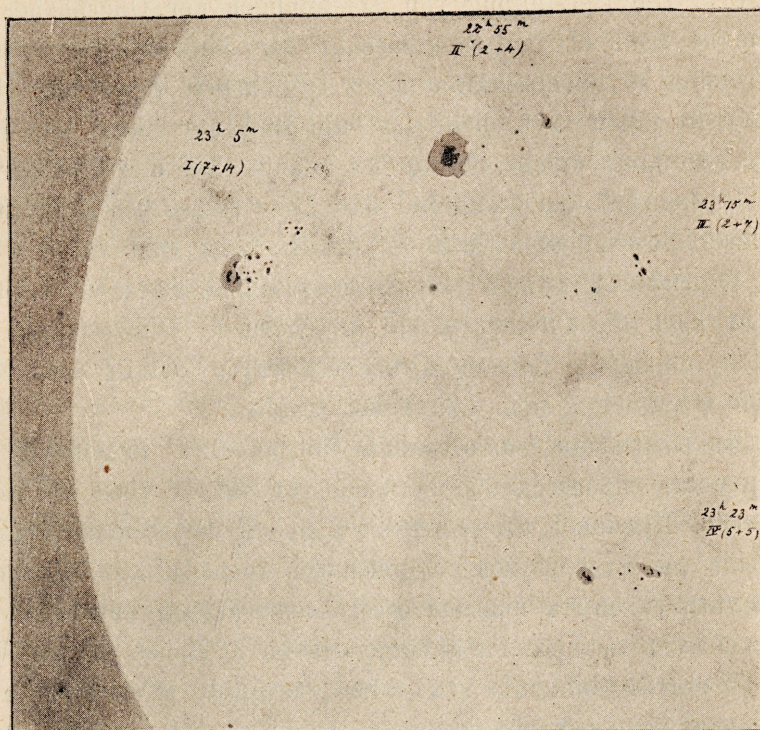
*) Для солнечныхъ наблюденій выгодно употреблять среднее солнечное время, считая начало сутокъ отъ полуночи и обозначая, сдѣлано-ли наблюденіе до или послѣ полудня.

27 IV 0 35



Изображенія, въ началѣ порядочныя, со временемъ ухудшаются.

<i>Sp.</i>	<i>fl.</i>	<i>n.</i>
I	7	14
II	2	4
III	3	7
IV	5	5
V	3	1
VI	2	6
<u>VI</u>	<u>21</u>	<u>37</u>



Примѣчаніе. На оригинальномъ рисункѣ поверхность солнца представляется совершенно бѣлой. Между тѣмъ на приложенномъ здѣсь рисункѣ, по требованіямъ техники, поверхность солнца оказалась слегка затушеванной.

операцію при счетѣ пятенъ. Для этой цѣли нѣтъ надобности ни въ изяществѣ, ни въ особой тщательности рисунка, такъ что его можетъ выполнить всякій наблюдатель, даже и совершенно незнакомый съ искусствомъ рисованія. Но, съ другой стороны, рисунки солнечныхъ пятенъ и другихъ явленій на солнечной поверхности, тщательно выполненные съ натуры при большихъ увеличеніяхъ (помощью гелиоскопическихъ окуляровъ или соотвѣтствующихъ проекціонныхъ приборовъ) доставляютъ драгоцѣнный матеріалъ для рѣшенія вопроса о строеніи солнца. Извѣстный астрофизикъ О. Lohse *) справедливо замѣчаетъ: Die Herstellung von Zeichnungen der Oberflächengebilde der Sonne ist trotz der auf dem Gebiete der Sonnenphotographie zu constatirenden Errungenschaften nicht entbehrlich geworden. Der Grund hierfür ist darin zu suchen, das die Luft nur selten jene hochgradige Ruhe annimmt, welche nöthig ist, damit auf der Photographie alle Details hervortreten, während das Auge selbst bei Luftzuständen von mittlerer Beschaffenheit sich ein detailreiches Bild aus den auf einander folgenden günstigen Momenten zusammensetzen vermag; ferner müssen auch die Photographien in enormen Dimensionen ausgeführt werden, damit die feinsten direct sichtbaren Details noch eine hinreichende Ausdehnung auf dem Bilde erhalten“.

Къ сожалѣнію, изготовленіе подробныхъ рисунковъ солнечной поверхности производится въ меньшемъ числѣ, чѣмъ то было бы желательно. Причиной этому служитъ преимущественно трудность изготовленія рисунковъ, удовлетворяющихъ требованіямъ. Выведенныя изъ многолѣтняго опыта правила изготовленія астрономическихъ рисунковъ изложены въ цитированной выше статьѣ г. Lohse, и мы обращаемъ на эту статью вниманіе тѣхъ лицъ, которые обладаютъ нѣкоторымъ навыкомъ въ рисованіи вообще.

§ 4.

Переходомъ отъ простаго счета пятенъ къ опредѣленію ихъ координатъ служить способъ зарисовыванія и счета пятенъ, примѣнявшійся С. Браунъомъ, бывшимъ директоромъ обсерваторіи Naunald въ Kalocsa (Венгрія) и др.

*) Abbildungen von Sonnenflecken, nebst Bemerkungen über astronomische Zeichnungen und deren Vervielfältigung. Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam. № 13. Dritten Bandes, fünftes Stück.

Наблюденія въ Kalocsa производились помощью 4-дюймового параллактически установленнаго рефрактора съ проекціоннымъ приборомъ слѣдующаго устройства. На окулярную трубку рефрактора надѣта металлическая обоймица, къ которой прикрѣплены двѣ металлическія же полосы, изогнутыя такимъ образомъ, что положенный на нихъ экранъ—или въ данномъ случаѣ легкая рисовальная доска,—располагается параллельно оптической оси трубы, въ разстояніи отъ нее около 45 сант. Это разстояніе можетъ быть въ небольшихъ предѣлахъ измѣняемо черезъ измѣненіе длины поддерживающихъ экранъ полосокъ. Для того, чтобы на расположенный такимъ образомъ экранъ могло попасть изображеніе солнца, къ окуляру трубки прикрѣпляется небольшое зеркало или призма изъ сильно преломляющаго флинтгласа, отбрасывающія, черезъ отраженіе или полное внутреннее отраженіе, изображеніе солнца на экранъ. Для каждаго дня наблюденій на экранъ накладывается новый листъ бумаги, на которомъ начерченъ кругъ опредѣленнаго діаметра (у Браунъ'a—22 сант.). Соотвѣтственными перемѣщеніями окуляра и экрана дѣлаютъ діаметръ изображенія солнца возможно точно равнымъ діаметру начерченного круга *). Затѣмъ, двигая трубу по прямому восхожденію, отмѣчаютъ карандашемъ на экранѣ два или нѣсколько удаленныхъ одно отъ другаго положеній какого-нибудь пятна, черезъ что получается направленіе суточной параллели, а слѣдовательно и круга склоненій, необходимыя для оріентировки рисунка **). Перемѣщая далѣе трубу непрерывно винтомъ по прямому восхожденію такъ, чтобы окружность диска солнца по возможности постоянно совпадала съ кругомъ, начерченнымъ на экранѣ, отмѣчаютъ на послѣднемъ карандашемъ какъ положенія, такъ и очертанія всѣхъ пятенъ. Такимъ образомъ получается возможно вѣрная копія изображенія солнца на экранѣ. Такъ какъ приэтомъ отмѣчается и направленіе суточного движенія, то не представляется далѣе никакихъ трудностей для опредѣленія угловъ положенія пятенъ и ихъ разстоянія отъ центра солнца, помощью транспортира и циркуля. Нѣкоторые особенно замѣчательныя пятна Браунъ рисовалъ отдѣльно, употребляя сильно увеличивающіе окуляры. Приэтомъ, для полученія масштаба и направ-

*) Такую установку нужно было дѣлать для того, чтобы легко удерживать изображенія солнца въ неизмѣнномъ положеніи на экранѣ и не зарисовывать каждый разъ снова окружность солнца.

**) Если экваторіальная установка рефрактора не точна, то направленіе суточной параллели опредѣляется движеніемъ пятна при закрѣпленной трубѣ.

ленія суточного движенія, труба закрѣплялась, и черезъ каждыя 5 секундъ по хронометру отмѣчалось карандашемъ на экранѣ 3 положенія какого-нибудь рѣзко очерченнаго пятна.

Вышеизложенный способъ рисованія пятенъ представляетъ многія выгоды и для рефрактора съ хорошимъ часовымъ движеніемъ можетъ давать точность опредѣленія положеній пятенъ лишь немногимъ меньшую той, какая получается по тѣмъ способамъ, какіе будутъ изложены ниже. Однако способъ этотъ, даже и при трубѣ съ часовымъ механизмомъ, требуетъ отъ наблюдателя довольно большой ловкости и осторожности при рисованіи пятенъ.

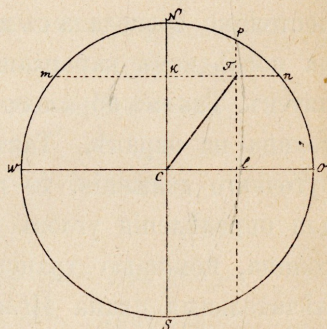
§ 5.

Наиболѣе длинные и полные ряды опредѣленій положеній пятенъ были произведены во второй половинѣ текущаго столѣтія Carrington'омъ и Spörer'омъ. Изложимъ здѣсь способы опредѣленій положеній пятенъ, употребленные названными учеными.

По способу Spörer'a, положенія пятенъ опредѣляются быстрѣе и проще, чѣмъ по всѣмъ другимъ способамъ, но при этомъ необходима хорошая экваторіальная установка инструмента съ часовымъ движеніемъ.

Измѣрительный приборъ въ способѣ Spörer'a состоитъ изъ помѣщенной въ фокусѣ объектива стеклянной пластинки, на которой начерчены двѣ системы взаимно перпендикулярныхъ тонкихъ равноотстоящихъ и параллельныхъ линій, причемъ сѣтка устанавливается такъ, чтобы линіи одной изъ системъ были приблизительно параллельны кругу склоненій. Изображенія этихъ линій, вмѣстѣ съ изображеніемъ солнца, проектируются на экранъ, устроенный, какъ указано въ § 1, и поставленный на отдѣльномъ отъ трубы штативѣ.

Пусть *NOSW* (чер. 1) есть проекція диска солнца на экранѣ, *NS* и *WO*—двѣ взаимно-перпендикулярныхъ оси, проведенныя соотвѣтственно параллельно нитямъ сѣтки черезъ центръ диска *C*, и *F*—положеніе пятна. Уголъ положенія пятна *NCF*, считаемый отъ *CN* въ направленіи



Чер. 1.

движенія часовой стрѣлки, обозначимъ черезъ p_1 , и разстояніе CF пятна отъ центра обозначимъ черезъ ρ_1 .

Пусть разстояніе Wl проекціи пятна l отъ западнаго края солнца измѣряется числомъ a промежутковъ между нитями одной системы сѣтки и разстояніе Ol отъ восточнаго края — числомъ b такихъ-же промежутковъ. Подобнымъ же образомъ, пусть разстоянія проекціи пятна k отъ южнаго и сѣвернаго краевъ солнца, въ величинахъ промежутковъ между нитями второй системы, будутъ $Sk = c$ и $Nk = d$. Обозначая черезъ δ склоненіе солнца, черезъ $\Delta\alpha$ — разстояніе Cl и $\Delta\delta$ разность склоненій пятна и центра солнца, (R) — видимый угловой радіусъ солнца, ω и ω' — угловыя значенія промежутковъ между чертами обѣихъ системъ сѣтки, съ достаточнымъ приближеніемъ имѣемъ.

$$(\Delta\alpha) = \frac{a-b}{2} \omega, (\Delta\delta) = \frac{c-d}{2} \omega', \dots \dots \dots (8)$$

причемъ, если солнце стоитъ достаточно высоко надъ горизонтомъ:

$$\frac{a+b}{2} \cdot \omega = \frac{c+d}{2} \cdot \omega' = (R) \dots \dots \dots (8a)$$

Для увеличенія точности результатовъ величины a , b , c и d отсчитывались для каждаго пятна два раза.

При низкомъ стояніи солнца $a+b$ и $c+d$ различаются между собою вслѣдствіе рефракціи. Для наблюденій вблизи меридіана можно и въ этомъ случаѣ принять $\frac{a+b}{2}$ равнымъ (R) *) и исправить отъ рефракціи только разность $c-d$. При наблюденіяхъ вдали отъ меридіана нужно производить исправленіе за рефракцію по болѣе сложнымъ формуламъ (формулы для исправленія наблюденій отъ рефракціи будутъ указаны дальше).

Изъ формулъ (8) и (8a) имѣемъ далѣе:

$$(\Delta\alpha) = \frac{a-b}{a+b} (R); (\Delta\delta) = \frac{c-d}{c+d} (R) \dots \dots \dots (9).$$

Отсюда находимъ:

$$\operatorname{tg} p_1 = \frac{(\Delta\alpha)}{(\Delta\delta)}; \rho_1 = \frac{(\Delta\alpha)}{\sin p_1} = \frac{(\Delta\delta)}{\cos p_1} \dots \dots \dots (10)$$

Полученный такимъ образомъ позиціонный уголъ p_1 считается отъ

*) Пренебрегая малой величиной, составляющей около $\frac{1}{4}''$ (сокращеніе горизонтальнаго радіуса солнца отъ рефракціи).

CN , вообще не совпадающаго съ направлениемъ круга склонений центра солнца. Для перехода къ обычному способу счета угловъ положений, къ углу p_1 надо придать двѣ поправки: 1) за наклонность линіи OW къ суточному пути центра солнца и 2) за наклонность суточного пути центра солнца къ параллели точки C .

Для опредѣленія первой поправки устанавливаютъ какое-нибудь рѣзко очерченное пятно на пересѣченіи двухъ чертъ сѣтки и закрѣпляютъ трубу по прямому восхожденію, остановивъ также часовой механизмъ. Вслѣдствіе непараллельности суточного пути пятна съ чертами сѣтки, пятно сойдетъ въ ту или другую сторону съ черты. Пусть на сотомъ промежуткѣ по горизонтальной чертѣ пятно поднялось надъ нею на n десятыхъ долей промежутка на вертикальной чертѣ. Тогда искомая поправка $(\Delta p)_1$ найдется изъ выраженія:

$$\operatorname{tg} (\Delta p)_1 = \frac{n}{10.100}$$

или съ достаточнымъ приближеніемъ (въ градусахъ):

$$(\Delta p)_1^0 = \frac{n}{1000} \frac{1}{\sin 1^\circ} = 0.057 \text{ } n. \text{ (11)}$$

Эта поправка будетъ отрицательной, если пятно поднималось надъ чертой и положительной въ противоположномъ случаѣ.

Формула для вычисленія второй поправки будетъ указана ниже, при разсмотрѣніи способа Carrington'a.

При опредѣленіи положенія пятенъ близкихъ къ краю солнца, Spörer пользовался отчетами на стеклянной пластинкѣ только для опредѣленія позиціонныхъ угловъ пятенъ, разстоянія же опредѣлялъ съ сильно увеличивающимъ окуляромъ помощью сѣтки съ болѣе мелкими промежутками между чертами, или помощью мелкораздѣленной скалы или наконецъ помощью филарнаго микрометра.

Konkoly на своей обсерваторіи въ O'Gyalla нѣсколько видоизмѣнилъ описанный способъ наблюденій Spörer'a, хотя это видоизмѣненіе нельзя считать особенно удачнымъ. Именно, вмѣсто чертъ на стеклянной пластинкѣ въ фокусѣ объектива, Konkoly нанесъ черты на экранѣ, причемъ число чертъ, параллельныхъ кругамъ склонений, равно семи, перпендикулярныя же къ нимъ черты составляютъ сѣть линій, проведенныхъ приблизительно въ разстояніи минуты дуги одна отъ другой. Черты нанесены карминомъ и голубой краской. Опредѣленіе

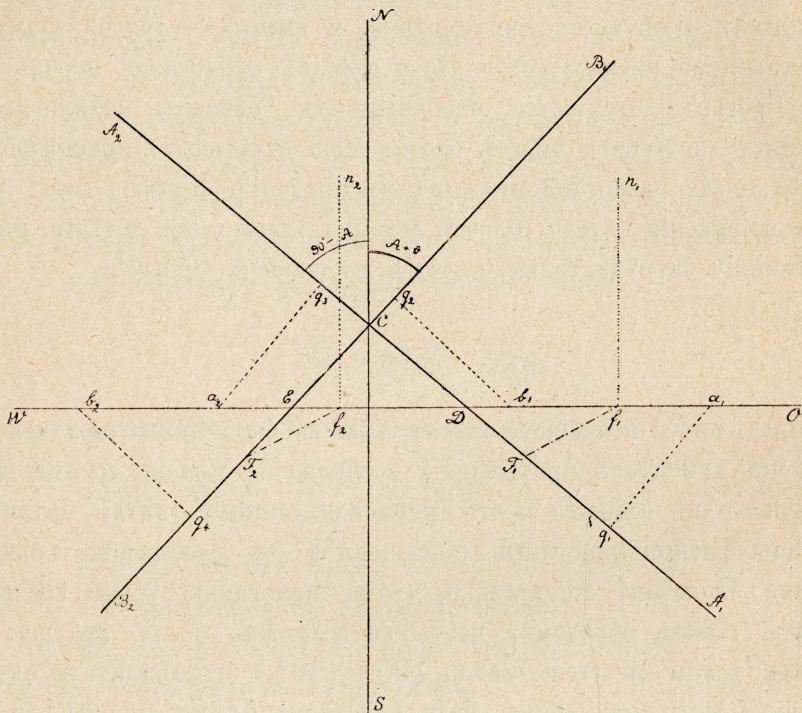
разностей склоненій пятна и центра солнца Konkoly производить такимъ-же образомъ, какъ и Spörer, но разности прямыхъ восхожденій тѣхъ-же точекъ опредѣляются черезъ замѣчаніе моментовъ прохожденій пятна и краевъ солнца черезъ первую систему нитей (обыкновенно только черезъ три изъ нихъ). Наблюденія производятся помощью хронографа съ двумя клавишами, причемъ прохожденія сѣверныхъ пятенъ отмѣчается всегда одной, а южныхъ — другой клавишей. Несущественное преимущество этого способа наблюденій передъ способомъ Spörer'a — отсутствіе необходимости часоваго механизма при рефракторѣ — исчезаетъ передъ сложностью остальныхъ приспособленій для наблюденія разностей прямыхъ восхожденій. Кромѣ того, опредѣленіе положеній пятенъ, близко лежащихъ одно отъ другаго, въ способѣ Konkoly затруднительнѣе, чѣмъ въ способѣ Spörer'a.

§ 6.

Опредѣленіе положеній пятенъ можетъ быть также получено изъ наблюденій моментовъ прохожденій изображеній краевъ солнца и пятенъ черезъ двѣ взаимно почти перпендикулярныя нити, натянутыя на кольцообразной пластинкѣ, помѣщенной въ фокальной плоскости объектива. Приэтомъ желательно, чтобы пластинка была соединена съ трубой такимъ образомъ, чтобы ее возможно было вращать вокругъ оси трубы на уголъ около $100-120^{\circ}$ и закрѣплять въ любомъ положеніи. Этого достигнемъ, если пластинка будетъ прикрѣплена къ короткой трубкѣ и въ трубѣ будутъ сдѣланы два узкихъ прорѣза въ 120° , лежащихъ на одной окружности. Двумя винтами (съ достаточно широкими головками), проходящими черезъ эти прорѣзы и завинченными въ трубку пластинки съ нитями, можно, какъ вращать эту трубку, такъ и скрѣплять ее съ трубою. Нити проектируются вмѣстѣ съ изображеніемъ солнца на экранъ, причемъ необходимо соотвѣтственнымъ передвиженіемъ окуляра относительно пластинки съ нитями достигнуть вполне отчетливаго изображенія послѣднихъ на экранѣ. Изображенія нитей на экранѣ будутъ обращенныя, изображеніе же солнца — прямымъ, но зеркальнымъ, т. е. движенію каковаго-нибудь радіуса солнца, видимаго простымъ глазомъ, въ направленіи движенія часовой стрѣлки, будетъ соотвѣтствовать на экранѣ движеніе того-же радіуса въ направленіи противоположномъ. Вращеніемъ

пластинки съ нитями расположимъ послѣднія такимъ образомъ, чтобы острые углы, образуемыя нитями съ суточною параллелью составляли около 45° .

Пусть на чертежѣ 2-мъ $A_1 A_2$ и $B_1 B_2$ суть изображенія нитей на экранѣ, OW часть суточной параллели центра солнца, описанная



Чер. 2.

послѣднимъ при закрѣпленной трубѣ, и NS проходящая черезъ крестъ нитей часть дуги большого круга, перпендикулярнаго къ OW . Замѣченныя по часамъ или хронометру моменты прохожденія краевъ солнца черезъ нить $A_1 A_2$ обозначимъ черезъ $t_1^{(a)}$, $t_2^{(a)}$, а черезъ нить $B_1 B_2$ — черезъ $t_1^{(b)}$, $t_2^{(b)}$, причемъ центръ солнца въ эти моменты будетъ соответственно находиться въ точкахъ a_1 , a_2 , b_1 , b_2 . Моменты прохожденія центра солнца черезъ тѣ-же нити будутъ *)

$$T_a = \frac{t_1^{(a)} + t_2^{(a)}}{2}, \quad T_b = \frac{t_1^{(b)} + t_2^{(b)}}{2}$$

*) Пренебрегая весьма незначительно въ теченіи немногихъ минутъ неравномѣрностью измѣненія часового угла солнца со временемъ.

Обозначимъ далѣе полуразности $\frac{t_2^{(a)} - t_1^{(a)}}{2}$ и $\frac{t_2^{(b)} - t_1^{(b)}}{2}$ черезъ U_a и U_b , а черезъ τ_a и τ_b моменты прохожденія какого-нибудь пятна черезъ нити A_1 A_2 и B_1 B_2 . Центръ солнца въ эти моменты пусть находится въ точкахъ f_1 и f_2 .

Съ достаточнымъ для нашей цѣли приближеніемъ мы можемъ разсматривать части дугъ большихъ и малыхъ круговъ, изображенныя на чертежѣ, какъ прямыя линіи.

Обозначимъ далѣе: склоненіе центра солнца черезъ δ , радіусъ солнца черезъ R , коэффициентъ для перевода промежутковъ времени по хронометру въ соотвѣтствующіе промежутки истиннаго солнечнаго времени черезъ f , уголъ A_2CN черезъ $90 - A$, уголъ B_1CN черезъ $A + \theta$.

Приэтомъ, согласно съ сказаннымъ выше, θ —малая величина и $90 - A$ мало отличается отъ $A + \theta$ и отъ 45° .

Тогда изъ треугольниковъ: a_1q_1D и b_1q_2E имѣемъ

$$\left. \begin{aligned} R &= 15 f U_a \cos \delta \sin A \\ R &= 15 f U_b \cos \delta \cos (A + \theta) \end{aligned} \right\} \dots \dots (12)$$

Проведемъ черезъ точку f_1 линію f_1n_1 параллельную NS и будемъ считать позиціонный уголъ p_1 пятна F_1 отъ этой линіи черезъ востокъ, югъ и западъ. Тогда изъ треугольника f_1F_1D , въ которомъ разстояніе f_1F_1 пятна отъ центра солнца обозначимъ черезъ ρ' , имѣемъ:

$$\left. \begin{aligned} \rho' &= 15 f (\tau_a - T_a) \frac{\sin A \cos \delta}{\cos (p_1 - A)} \\ \rho' &= 15 f (\tau_b - T_b) \frac{\cos (A + \theta) \cos \delta}{\sin \{p_1 - [A + \theta]\}} \end{aligned} \right\} \dots \dots (13)$$

Для опредѣленія угла A изъ равенствъ (12) имѣемъ:

$$\frac{\sin A}{\cos (A + \theta)} = \frac{U_b}{U_a} \dots \dots \dots (14)$$

Опредѣливъ вспомогательный уголъ A_1 изъ условія

$$\operatorname{tg} A_1 = \frac{U_b}{U_a} \dots \dots \dots (15)$$

и ограничиваясь первыми степенями малой величины θ , изъ (14) имѣемъ:

$$A = A_1 - \theta \sin^2 A_1 \dots \dots \dots (16)$$

рехода отъ позиціоннаго угла p_1 къ позиціонному углу p , считаему отъ сѣверной части круга склоненій, будетъ

$$i = \frac{d}{15 \cos \delta \cdot 60 \cdot 60 \cdot \sin 1''} \dots \dots \dots (21)$$

почему

$$p = p_1 + i = \alpha_1 + A_1 + i + \theta (1 - \sin^2 \alpha_1 - \sin^2 A_1) \dots (22)$$

Входящая въ эту формулу величина угла θ можетъ быть опредѣлена различными способами. Удобнѣе всего, однако, расположить наблюденія такимъ образомъ, чтобы вліяніе зависящихъ отъ θ членовъ въ формулѣ (22) исключалось въ окончательномъ результатѣ. Для этого нужно повернуть пластинку съ нитями почти на 90° и повторить опредѣленіе координатъ пятенъ при второмъ положеніи пластинки. Въ формулу (22) для этого втораго положенія пластинки, θ войдетъ съ противнымъ знакомъ и полусумма полученныхъ для каждаго положенія пластинки значеній позиціоннаго угла не будетъ зависѣть отъ θ . Подобнымъ-же образомъ, какъ увидимъ далѣе, будетъ исключаться вліяніе угла θ на величину $\frac{\rho}{R}$

Для опредѣленія разстоянія пятна ρ' отъ центра солнца, выраженного, принимая радіусъ солнца за единицу, изъ (12) и (13), имѣемъ:

$$\frac{\rho'}{R} = \frac{\tau_a - T_a}{U_a} \frac{1}{\cos \alpha} \text{ или } \frac{\rho'}{R} = \frac{\tau_b - T_b}{U_b} \frac{1}{\sin (\alpha - \theta)} \dots (23)$$

Наблюденія для опредѣленія положенія пятенъ по способу, только что разсмотрѣнному, можно производить двоякимъ образомъ.

1) Наблюдаютъ при одной установкѣ трубы на солнце прохожденія черезъ обѣ нити, какъ краевъ солнца, такъ и всѣхъ пятенъ, въ случаѣ, если число послѣднихъ не велико и они расположены притомъ такъ, что проходятъ черезъ нити не слишкомъ быстро одно за другимъ. Для большей точности результатовъ дѣлаютъ два или нѣсколько рядовъ такихъ наблюденій при каждомъ положеніи пластинки съ нитями.

2) Если число пятенъ значительно или расположеніе ихъ не даетъ возможности замѣтить всѣ прохожденія, то, при надежной и достаточно точной экваторіальной установкѣ трубы, наблюдаютъ прохожденія краевъ солнца и пятенъ черезъ одну только нить, затѣмъ, передвинувъ трубу, наблюдаютъ прохожденія черезъ вторую нить. Для увеличенія точности результатовъ повторяютъ эти наблюденія.

Если рядъ наблюдений черезъ одну нить назовемъ A и черезъ другую нить — B , то полный приемъ наблюдений будетъ:

A, B, A, B, A или
 $B, A, B, A, B,$

смотря потому, съ какой нити начать приемъ. Въ хорошо установленной трубѣ можно принять, въ теченіи всего приема наблюдений, небольшія измѣненія угла A пропорціональными времени, и среднія величины прохожденій для каждой изъ нитей при достаточной симметричности наблюдений будутъ близко соотвѣтствовать прохожденіямъ черезъ среднія положенія нитей.

Если, приэтомъ, поправкой за величину θ нельзя пренебречь вслѣдствіе ея малости, или если θ неизвѣстно изъ непосредственныхъ измѣреній, то весь приемъ наблюдений нужно повторить при второмъ положеніи пластинки съ нитями. Въ разсматриваемомъ случаѣ можно устанавливать трубу такъ, чтобы путь центра солнца OW (чер. 2) проходилъ черезъ точку C пересѣченія нитей. Въ предыдущемъ же случаѣ, нужно установить трубу такъ, чтобы этотъ путь пересѣкалъ нити къ сѣверу или къ югу отъ точки C . При неточной и ненадежной установкѣ трубы, нужно раздѣлить наблюдение пятенъ на нѣсколько приемовъ по первому способу, наблюдая каждый разъ различныя пятна.

Примѣръ. На астрономической обсерваторіи Юрьевского Университета, въ понедѣльникъ, 13 октября 1895 г., произведено опредѣленіе положеній солнечныхъ пятенъ по способу Carrington'a. Данныя наблюдений и вычисленіе изъ нихъ угловъ положеній и разстояній пятенъ приведены въ нижеслѣдующей таблицѣ.

Наблюденія производились съ помощью рефрактора съ отверстіемъ объектива въ 97 mm. Оптическія качества рефрактора—посредственныя. Кромѣ того, рефракторъ снабженъ весьма шаткимъ деревяннымъ штативомъ, установленнымъ на полу меридіаннаго зала обсерваторіи, передъ однимъ изъ оконъ. Поэтому, даже слабый вѣтеръ, а также всякое передвиженіе наблюдателя, производять замѣтное качаніе трубы. Тѣмъ не менѣе, результаты опредѣленій положеній пятенъ даже и такимъ инструментомъ, вообще удовлетворительны, если опредѣленіе положенія каждаго пятна произведено нѣсколько разъ и при двухъ положеніяхъ сѣтки нитей. Разница въ величинахъ угла положенія для одного и того-же пятна при двухъ положеніяхъ сѣтки нитей, зависитъ какъ отъ

	ПЕРВОЕ ПОЛОЖЕНИЕ СВЪТКИ НИТЕЙ.			ВТОРОЕ ПОЛОЖЕНИЕ СВЪТКИ НИТЕЙ.		
	Р я д ъ I.	Р я д ъ II.	Р я д ъ III.	Р я д ъ IV.	Р я д ъ V.	Р я д ъ VI.
<i>A</i>	22 ^h 54 ^m 27 ^s 7	23 ^h 0 ^m 0 ^s 2	23 ^h 4 ^m 48 ^s 8	23 ^h 10 ^m 38 ^s 9	23 ^h 15 ^m 42 ^s 8	23 ^h 20 ^m 34 ^s 0
<i>B</i>	45.0	9.8	5 1.7	48.8	55.8	44.0
1 <i>A</i>	55 11.9	44.6	32.1	11 23.5	16 27.4	21 19.2
2 <i>A</i>	18.7	51.4	39.0	29.9	33.9	25.5
1 <i>B</i>	46.4	1 10.5	6 2.3	48.5	55.3	43.7
2 <i>B</i>	56 16.8	41.1	32.8	12 18.7	17 25.7	22 14.4
3 <i>A</i>	31.6	2 4.4	52.0	43.2	46.7	38.6
3 <i>B</i>	57 11.5	35.5	7 27.5	13 13.7	18 20.5	23 9.4
<i>A</i>	28.3	3 1.5	48.6	41.0	45.1	36.8
<i>B</i>	50.7	14.6	8 7.0	52.6	59.3	48.2
<i>T_a</i>	22 55 58.00	23 1 30.85	23 6 18.70	23 12 9.95	23 17 13.95	23 22 5.4
<i>T_b</i>	56 17.85	1 42.20	6 34.35	12 20.70	17 27.55	22 16.1
<i>U_a</i>	90.30	90.65	89.90	91.05	91.15	91.40
<i>U_b</i>	92.85	92.40	92.65	91.90	91.75	92.10
Среднія { <i>U_a</i>		90 .28			91 .20	
значенія. { <i>U_b</i>		92 .63			91 .88	
<i>lg U_a</i>		1.9556			1.9600	
<i>lg U_b</i>		1.9667			1.9632	
<i>lg tg A₁</i>		0.0111			0.0032	
<i>A₁</i>		45° 44'.0			45° 12'.7	
№№ пятенъ	I	2	3	I	2	3
$\tau_a - T_a, \tau_b - T_b$ { I IV	-46 ^s 10 -31 ^s 45	-39 ^s .30 -1 ^s .05	+33 ^s .60 +53 ^s .65	-46 ^s 45 -32 ^s .20	-40 ^s .05 -2 ^s .00	+33 ^s .25 +53 ^s .00
II V	.25 .70	.45 .10	.55 .30	.55 .25	.05 -1.85	+32.75 +52.95
III VI	.60 -32.05	.70 .55	.30 .15	.20 .40	-39.90 .70	+33.20 +53.30
Среднія величины	-46.32 -31.73	-39.48 -1.23	+33.48 +53.37	-46.40 -32.27	-40.00 -1.85	+33.07 +53.08
<i>lg</i> (средн. велич.)	1n6658 1n5015	1n5964 0n0899	1.5247 1.7273	1n6665 1n5088	1n6021 0n2672	1.5194 1.7249
<i>lg</i> [($\tau_a - T_a$) : U_a] . . .	9n7102	9n6408	9.5691	1n7065	9n6421	9.5594
<i>lg</i> [($\tau_b - T_b$) : U_b] . . .	9n5348	8n1232	9.7606	9n5456	8n3040	9.7617
<i>lg Cos α_1 lg Sin α_1</i>	9n9199 9n7445	9n9998 8n4822	9.7333 9.9247	9n9154 9n7545	9n9995 8n6615	9.7255 9.9279
<i>lg tg α_1</i>	9.8246	8.4824	0.1915	9.8391	8.6619	0.2023
α_1	213° 44'.0	181° 44'.4	57° 14'.5	214° 37'.3	182° 37'.7	57° 53'.3
<i>lg</i> [$\rho' : R$]	9.7903	9.6410	9.8359	9.7911	9.6426	9.8338
ρ_1	259° 28'.0	227° 28'.4	102° 58'.5	259° 50'.0	227° 50'.4	103° 06'.0
$\rho' : R$	0.6170	0.4375	0.6853	0.6181	0.4391	0.6820

вліянія угла θ и погрѣшностей наблюденій, такъ и отъ собственнаго движенія пятна. Такая-же разница для разстояній зависитъ преимущественно (при маломъ θ) отъ погрѣшностей наблюденій и собственнаго движенія пятна.

§ 7.

Для вычисленія вліянія рефракціи на полученныя по изложеннымъ въ предыдущихъ параграфахъ формуламъ положенія солнечныхъ пятенъ, можно допустить, что рефракція по зенитному разстоянію δz равна

$$\delta z = \beta \operatorname{tg} \zeta$$

или въ дуговыхъ мѣрахъ:

$$(\delta z) = \beta \operatorname{Sin} 1'' \operatorname{tg} \zeta, \dots (24)$$

гдѣ ζ — зенитное разстояніе, не измѣненное отъ рефракціи, а для β можно принять постоянную величину для всѣхъ точекъ солнечнаго диска. Какъ извѣстно, β есть функція отъ зенитнаго разстоянія и для различныхъ значеній послѣдняго имѣетъ величины, приведенныя въ нижеслѣдующей таблицѣ:

$\zeta = 0^\circ - 45^\circ$	60°	75°	80°	85°
$\beta = 57''.7$	$57''.5$	$56''.6$	$55''.3$	$50''.0$

Такимъ образомъ, даже для весьма значительныхъ зенитныхъ разстояній въ $80 - 85^\circ$, средняя величина измѣненія β для различныхъ точекъ солнечнаго диска составляетъ лишь немного больше полусекунды. Слѣдовательно, погрѣшности поправокъ за рефракцію, найденныхъ въ сдѣланномъ выше допущеніи относительно β , будутъ, вообще, меньше неизбѣжныхъ погрѣшностей опредѣленія положеній пятенъ изъ наблюденій.

Пусть: r_s — радіусъ измѣненнаго отъ рефракціи диска солнца, направленный къ зениту.

r_h — радіусъ, перпендикулярный къ предыдущему и направленный къ западу.

r_1 — радіусъ, наклоненный къ r_h на уголъ φ_1 , считаемый отъ W черезъ N и O . Пусть далѣе:

r — радіусъ солнца, не измѣненный отъ рефракціи.

Тогда, какъ извѣстно,

$$\left. \begin{aligned} r_h &= r - r\beta \sin 1'' \\ r_v &= r - r\beta \sin 1'' \sec^2 \zeta \\ r_1 &= r - r\beta \sin 1'' (1 + \sin^2 \varphi_1 \operatorname{tg}^2 \zeta), \end{aligned} \right\} \dots (25)$$

гдѣ ζ истинное (не измѣненное отъ рефракціи) зенитное разстояніе центра солнца. Въ этихъ формулахъ $\beta \sin 1''$ есть малая величина, второй и высшими степенями которой мы можемъ пренебрегать. Пусть q_1 есть видимый (измѣненный отъ рефракціи) параллактический уголъ центра солнца *) и p_1 , по прежнему, видимый уголъ положенія. Тогда, согласно съ принятымъ способомъ счета величинъ φ_1 , p_1 и q_1 , имѣемъ вообще:

$$\varphi_1 = 90^\circ + p_1 + q_1 \dots (26)$$

Почему послѣдняя изъ предыдущихъ формулъ приметъ видъ

$$r_1 = r - r\beta \sin 1'' [1 + \cos^2 (p_1 + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta] \dots (27)$$

Разсмотримъ теперь формулы для вычисленія поправокъ положеній пятенъ отъ рефракціи при наблюденіяхъ по способу Carrington'a.

Ограничиваясь первыми степенями отъ малой величины $\beta \sin 1''$, какъ извѣстно, находимъ, что круговая фигура диска солнца превращается отъ дѣйствія рефракціи въ эллиптическую. Поэтому, уголъ между радіусомъ солнца, проведеннымъ къ точкѣ касанія его окружности съ нитью, и этой послѣдней не будетъ прямой, но будетъ отличаться отъ прямого на величину одного порядка съ $\beta \sin 1''$. Слѣдовательно, выведенныя нами раньше формулы для опредѣленія A сохранять свой видъ, съ тою разницею, что значенія видимыхъ радіусовъ солнца r_a и r_b , проведенныхъ къ точкамъ прикосновенія къ нитямъ A и B , будутъ различны. Именно, по формулѣ (27) получимъ:

$$\left. \begin{aligned} r_a &= r \{ 1 - \beta \sin 1'' [1 + \cos^2 (A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta] \} \\ r_b &= r \{ 1 - \beta \sin 1'' [1 + \sin^2 (A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta] \} \end{aligned} \right\} \dots (28)$$

Поэтому:

$$\frac{\sin A}{\cos (A + \theta)} = \frac{U_b}{U_a} \cdot \frac{r_a}{r_b} = \frac{U_b}{U_a} \left\{ \frac{1 - \beta \sin 1'' [1 + \cos^2 (A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta]}{1 - \beta \sin 1'' [1 + \sin^2 (A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta]} \right\}$$

или, съ приближеніемъ до 1-хъ степеней отъ $\beta \sin 1''$:

*) Уголъ этотъ будемъ считать положительнымъ, когда солнце находится къ востоку отъ меридіана и отрицательнымъ—къ западу.

$$\frac{\sin A}{\cos (A + \theta)} = \frac{U_b}{U_a} \left\{ 1 - \beta \sin i'' \cos 2(A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta \right\}.$$

Положимъ, по прежнему,

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_b}{U_a} &= \operatorname{tg} A_1 \\ \frac{\sin A}{\cos (A + \theta)} &= \operatorname{tg} A'' \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (*)$$

Тогда, въ нашей степени приближенія, изъ послѣднихъ двухъ формулъ имѣемъ:

$$A'' = A_1 - \frac{\beta}{2} \sin 2 A_1 \cos 2 (A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta.$$

Во второмъ членѣ правой части этого выраженія мы всегда можемъ принимать $A_1 = A = 45^\circ$, почему находимъ:

$$A'' = A_1 + \frac{\beta}{2} \sin 2 q_1 \operatorname{tg}^2 \zeta \dots \dots \dots (29)$$

Такъ какъ, затѣмъ, вторая изъ формулъ (*), по прежнему, даетъ:

$$A = A'' - \theta \sin^2 A_1,$$

то

$$A = A_1 + \frac{\beta}{2} \sin 2 q_1 \operatorname{tg}^2 \zeta - \theta \sin^2 A_1 \dots \dots \dots (30)$$

Раньше мы опредѣляли уголъ положенія пятна p_1 изъ выраженій

$$\frac{\rho'}{r_a} = \frac{\tau_a - T_a}{U_a} \frac{1}{\cos (p_1 - A)} \text{ и } \frac{\rho'}{r_b} = \frac{\tau_b - T_b}{U_b} \frac{1}{(\sin p_1 - A - \theta)},$$

приравнивая эти выраженія одно другому. Но, вслѣдствіе рефракціи, радіусы солнца r_a и r_b не равны между собою. Поэтому подставляя значенія r_a и r_b изъ формулы (28) и обозначая, по прежнему, $p_1 - A$ черезъ α , имѣемъ:

$$\frac{\sin (\alpha - \theta)}{\cos \alpha} = \left(\frac{\tau_a - T_b}{U_b} : \frac{\tau_a - T_a}{U_a} \right) \frac{1 - \beta \sin i'' [1 + \sin^2 (A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta]}{1 - \beta \sin i'' [1 + \cos^2 (A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta]}$$

Положимъ, по прежнему:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\tau_b - T_b}{U_b} : \frac{\tau_a - T_a}{U_a}$$

и кромѣ того:

$$\frac{\sin (\alpha - \theta)}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha_2$$

Тогда, ограничиваясь первыми степенями отъ θ , имѣемъ:

$$\alpha = \alpha_2 + \theta \cos^2 \alpha \dots \dots \dots (31)$$

и далѣе:

$$tg \alpha_2 = tg \alpha_1 \frac{1 - \beta \sin 1'' [1 + \sin^2 (A + q_1) tg^2 \zeta]}{1 - \beta \sin 1'' [1 + \cos^2 (A + q_1) tg^2 \zeta]}.$$

Отсюда, ограничиваясь первыми степенями отъ $\beta \sin 1''$, находимъ выраженіе:

$$tg \alpha_2 = tg \alpha_1 \left\{ 1 + \beta \sin 1'' \cos 2 (A + q_1) tg^2 \zeta \right\},$$

которое даетъ намъ съ достаточнымъ приближеніемъ:

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\beta}{2} \sin 2 \alpha_1 \cos 2 (A + q_1) tg^2 \zeta \quad . \quad . \quad . \quad (32).$$

Мы можемъ здѣсь, безъ чувствительной погрѣшности, принять во второмъ членѣ правой части:

$$\alpha_1 = p_1 - A = p_1 - 45^0, \quad A + q_1 = 45^0 + q_1;$$

тогда предыдущее выраженіе приметъ видъ:

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \frac{\beta}{2} \cos 2 p_1 \sin 2 q_1 tg^2 \zeta \quad . \quad . \quad . \quad (32 \text{ bis}).$$

Такимъ образомъ изъ формулъ (31) и (32 bis) имѣемъ:

$$\alpha = \alpha_1 + \frac{\beta}{2} \cos 2 p_1 \sin 2 q_1 tg^2 \zeta + \theta \cos^2 \alpha$$

или, подставляя значеніе α :

$$\alpha = p_1 - A = p_1 - A_1 - \frac{\beta}{2} \sin 2 q_1 tg^2 \zeta + \theta \sin^2 A_1,$$

имѣемъ:

$$p_1 = A_1 + \alpha_1 + \frac{\beta}{2} \sin 2 q_1 tg^2 \zeta (1 + \cos 2 p_1) + \theta (1 - \sin^2 A_1 - \sin^2 \alpha). \quad (33)$$

Полученная такимъ образомъ величина p_1 есть уголъ положенія пятна на солнечномъ дискѣ, измѣненномъ отъ рефракціи. Поправку Δp для перехода къ углу положенія пятна на не измѣненномъ дискѣ найдемъ слѣдующимъ образомъ. Пусть:

x, y, ρ, φ — прямоугольныя и полярныя координаты какой-либо точки не измѣненнаго отъ рефракціи диска солнца; и

$x_1, y_1, \rho_1, \varphi_1$ — координаты той-же точки на дискѣ, измѣненномъ рефракціей. Пусть, далѣе, ось y —овъ направлена къ

зениту, а ось x —овъ—въ западу. Тогда, какъ извѣстно:

$$\left. \begin{aligned} x &= \rho \cos \varphi = x_1 (1 + \beta \sin 1'') = \rho_1 \cos \varphi_1 (1 + \beta \sin 1'') \\ y &= \rho \sin \varphi = y_1 (1 + \beta \sin 1'' \sec^2 \zeta) = \rho_1 \sin \varphi_1 (1 + \beta \sin 1 \sec^2 \zeta) \end{aligned} \right\} \quad (33, a)$$

почему

$$tg\varphi = tg\varphi_1 (1 + \beta \sin 1'' tg^2 \zeta),$$

откуда, въ принятой степени приближенія:

$$\varphi - \varphi_1 = \frac{\beta}{2} \sin 2\varphi_1 tg^2 \zeta$$

или по формулѣ (26)

$$\varphi - \varphi_1 = -\frac{\beta}{2} \sin 2(p_1 + q_1) tg^2 \zeta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

Но $\Delta\varphi = \Delta p + \Delta q$, слѣдовательно:

$$\Delta p = -\frac{\beta}{2} \sin 2(p_1 + q_1) tg^2 \zeta - \Delta q. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (35)$$

Для нахожденія вліянія рефракціи на паралактическій уголъ (Δq) изъ сферическаго треугольника PSS' (чер. 3), въ которомъ S истинное и S' измѣненное отъ рефракціи положеніе центра солнца, $PS = 90 - \delta$, $SS' = \delta z$ и углы при S и S' равны q и $180 - q_1$, находимъ:

$$\sin \delta z tg \delta = \cos \delta z \cos q - \sin q \cotg q_1.$$

Ограничиваясь величинами перваго порядка отъ δz , изъ предыдущаго выраженія получаемъ:

$$\Delta q = q - q_1 = -\beta tg^2 \zeta tg \delta \sin q.$$

Подставляя это значеніе Δq въ формулу (35) имѣемъ:

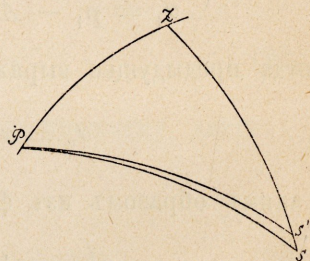
$$\Delta p = -\frac{\beta}{2} \sin 2(p_1 + q_1) tg^2 \zeta + \beta tg \delta \sin q_1 tg^2 \zeta \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Отъ вліянія рефракціи измѣняется также направленіе суточной параллели центра солнца. Отъ перпендикуляра-же къ этому послѣднему направленію мы вели счетъ не исправленныхъ угловъ положеній. Полагая въ формулѣ (36) $p = 90^\circ$, получимъ поправку (Δp), которую нужно будетъ вычитать изъ всѣхъ угловъ положеній

$$(\Delta p) = \frac{\beta}{2} \sin 2q_1 tg^2 \zeta + \beta tg \delta \sin q_1 tg^2 \zeta$$

Поэтому, вычитая (Δp) изъ Δp , даваемого формулой (36), получимъ общую поправку отъ рефракціи, которую нужно придавать къ углу p_1 , вычисленному по формулѣ (33), именно:

$$\Delta p - (\Delta p) = -\frac{\beta}{2} \sin 2(p_1 + q_1) tg^2 \zeta - \frac{\beta}{2} \sin 2q_1 tg^2 \zeta \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$



Чер. 3.

Обозначая через p исправленный отъ рефракціи уголъ положенія пятна получимъ, слѣдовательно, по формуламъ (33) и (37):

$$p = A_1 + \alpha_1 - \frac{\beta}{2} \sin 2p_1 \cos 2q_1 \operatorname{tg}^2 \zeta + \theta (1 - \sin^2 A_1 - \sin^2 \alpha) . \quad (38)$$

Для разстояній пятенъ отъ центра солнца, какъ и для угловъ положеній, поправки за рефракцію состоятъ изъ двухъ частей: 1) поправки за измѣненія радіусовъ солнца отъ рефракціи и 2) поправки за измѣненіе разстоянія пятна отъ той-же причины.

Для опредѣленія первой поправки обратимся снова къ выраженіямъ:

$$\frac{r'}{r_a} = \frac{\tau_a - T_a}{U_a} \frac{1}{\cos (p_1 - A)} ; \quad \frac{r'}{r_b} = \frac{\tau_b - T_b}{U_b} \frac{1}{\sin (p_1 - A - \theta)} \dots (*)$$

Далѣе, мы имѣли раньше на основаніи формулъ (31) и (32)

$$p_1 - A = \alpha = \alpha_1 + \frac{\beta}{2} \sin 2\alpha_1 \cos 2(A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta + \theta \cos^2 \alpha_1 \quad ^1)$$

Откуда:

$$p_1 - A - \theta = \alpha - \theta = \alpha_1 + \frac{\beta}{2} \sin 2\alpha_1 \cos 2(A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta - \theta \sin^2 \alpha_1$$

Обозначимъ для краткости:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{\beta}{2} \sin 2\alpha_1 \cos 2(A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta + \theta \cos^2 \alpha_1 \text{ через } m \text{ и} \\ \frac{\beta}{2} \sin 2\alpha_1 \cos 2(A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta - \theta \sin^2 \alpha_1 \text{ через } n; \end{array} \right\} \dots (**)$$

тогда:

$$\begin{aligned} p_1 - A &= \alpha_1 + m \\ p_1 - A - \theta &= \alpha_1 + n \end{aligned}$$

По малости m и n достаточно принять

$$\begin{aligned} \cos \alpha &= \cos \alpha_1 - m \sin 1'' \sin \alpha_1 \\ \sin (\alpha - \theta) &= \sin \alpha_1 + n \sin 1'' \cos \alpha_1; \end{aligned}$$

и также

$$\begin{aligned} \frac{1}{\cos \alpha} &= \frac{1}{\cos \alpha_1} \left\{ 1 + m \sin 1'' \operatorname{tg} \alpha_1 \right\} \\ \frac{1}{\sin (\alpha - \theta)} &= \frac{1}{\sin \alpha_1} \left\{ 1 - n \sin 1'' \operatorname{Cotg} \alpha_1 \right\} \end{aligned}$$

Изъ этихъ выраженій, а также изъ выраженій (*), въ которыхъ вмѣсто r_a и r_b подставимъ ихъ значенія изъ формулъ (28), находимъ:

¹⁾ Вслѣдствіе малости члена $\theta \cos^2 \alpha$ мы можемъ безразлично писать въ немъ α_1 или α .

$$\left. \begin{aligned} \frac{\rho'}{r} &= \frac{\tau_a - T_a}{U_a} \frac{1}{\cos \alpha_1} \left\{ 1 - \beta \sin 1'' [1 + \cos^2 (A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta] \right\} \times \\ &\quad \times \{1 + m \sin 1'' \operatorname{tg} \alpha_1\} \\ \frac{\rho'}{r} &= \frac{\tau_b - T_b}{U_b} \frac{1}{\sin \alpha_1} \left\{ 1 - \beta \sin 1'' [1 + \sin^2 (A + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta] \right\} \times \\ &\quad \times \{1 - n \sin 1'' \operatorname{Cotg} \alpha_1\} \end{aligned} \right\} \quad (39)$$

Такъ какъ по формуламъ (18)

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\tau_b - T_b}{U_b} : \frac{\tau_a - T_a}{U_a},$$

то величины

$$\frac{\tau_a - T_a}{U_a} \frac{1}{\cos \alpha_1} \text{ и } \frac{\tau_b - T_b}{U_b} \frac{1}{\sin \alpha_1}$$

равны между собою, и мы обозначимъ ихъ, для краткости, чрезъ $\left(\frac{\rho'}{r}\right)$. Тогда первое изъ выражений (39), послѣ подстановки значенія m изъ (**) и перемноженія множителей при $\left(\frac{\rho'}{r}\right)$, (при чемъ достаточно ограничиться первыми степенями отъ $\beta \sin 1''$ и $m \sin 1''$), приметъ видъ:

$$\frac{\rho'}{r} = \left(\frac{\rho'}{r}\right) \left\{ 1 - \beta \sin 1'' [1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \zeta (1 + \right. \\ \left. + \cos 2 (A + q_1) \cos 2 \alpha_1] + \frac{\theta}{2} \sin 2 \alpha_1 \right\} \quad \dots \quad (40)$$

Тотъ-же самый результатъ, послѣ соответствующихъ подстановокъ, получается, конечно, и изъ второго изъ выражений (39).

Вслѣдствіе малости $\beta \sin 1''$, мы можемъ всегда замѣнить въ множителяхъ при этой величинѣ $A + q_1$ черезъ $45^\circ + q_1$ и α_1 черезъ $p_1 - 45$. Поэтому вмѣсто выраженія (40) получаемъ:

$$\frac{\rho'}{r} = \left(\frac{\rho'}{r}\right) \left\{ 1 - \beta \sin 1'' [1 + \frac{1}{2} \operatorname{tg}^2 \zeta (1 - \right. \\ \left. - \sin 2 p_1 \sin 2 q_1)] + \frac{\theta}{2} \sin 2 \alpha_1 \right\} \quad \dots \quad (40 \text{ bis})$$

Полученное такимъ образомъ значеніе отношенія $\frac{\rho'}{r}$ должно быть затѣмъ исправлено отъ того сокращенія разстоянія ρ' , которое производится рефракціей. Для этого замѣтимъ, что для каждого концентрическаго съ окружностью солнца круга на солнечномъ дискѣ, вслѣдствіе дѣйствія рефракціи, имѣютъ мѣсто выраженія (25). Поэтому, если обозначимъ черезъ ρ истинное разстояніе пятна, соответствующее видимому ρ' , то по формулѣ (27), пренебрегая величинами втораго порядка отъ $\beta \sin 1''$, имѣемъ:

$$\rho = \rho' \{ 1 + \beta \sin 1'' [1 + \cos^2 (p_1 + q_1) \operatorname{tg}^2 \zeta] \} \quad \dots \quad (41)$$

Поэтому формулы (40 bis) и (41), послѣ сокращенія, даютъ:

$$\frac{\rho}{r} = \left(\frac{\rho'}{r}\right) \left\{ 1 + \frac{\beta \sin 1''}{2} \cos 2 p_1 \cos 2 q_1 \operatorname{tg}^2 \zeta + \frac{\theta}{2} \sin 2 \alpha_1 \right\} \quad \dots \quad (42)$$

Вліяніе угла θ на разстояніе удобнѣ всего исключимъ, опредѣляя мѣсто пятна при двухъ положеніяхъ сѣтки съ нитями. Поправку же за рефракцію получимъ удобно по формулѣ:

$$\lg \frac{\rho}{r} = \lg \left(\frac{\rho'}{r} \right) + \lg \left\{ 1 + \frac{\beta \sin 1''}{2} \cos 2 p_1 \cos 2 q_1 \operatorname{tg}^2 \zeta \right\},$$

откуда, ограничиваясь величинами первого порядка отъ $\beta \sin 1''$, имѣемъ:

$$\lg \frac{\rho}{r} = \lg \left(\frac{\rho'}{r} \right) + \frac{M \beta \sin 1''}{2} \cos 2 p_1 \cos 2 q_1 \operatorname{tg}^2 \zeta, \dots (42 \text{ bis}).$$

гдѣ M — модуль для перехода отъ неперовыхъ къ обыкновеннымъ логарифмамъ.

Вычисленіе поправокъ за рефракцію по формуламъ (38) и (42 bis) облегчается составленной извѣстнымъ образомъ таблицей вспомогательныхъ величинъ для полученія зенитнаго разстоянія и параллактическаго угла для мѣста наблюденій, а также нижеприведенными таблицами. Первая изъ этихъ послѣднихъ даетъ, по аргументу: истинное зенитное разстояніе, значеніе величинъ $\frac{\beta}{2} \operatorname{tg}^2 \zeta$ и $\frac{M \beta}{2} \sin 1'' \operatorname{tg}^2 \zeta$, причемъ $\frac{\beta}{2} \operatorname{tg}^2 \zeta$ выражено въ минутахъ дуги, а $\frac{M \beta}{2} \sin 1'' \operatorname{tg}^2 \zeta$ — въ единицахъ четвертаго десятичнаго знака. Вторая таблица даетъ, по аргументу: уголь ω , значенія $\sin 2 \omega$ и $\cos 2 \omega$ съ двумя десятичными знаками.

ТАБЛИЦА I.

ζ	$\frac{\beta}{2} \operatorname{tg}^2 \zeta$	$M \frac{\beta}{2} \sin 1'' \operatorname{tg}^2 \zeta$	ζ	$\frac{\beta}{2} \operatorname{tg}^2 \zeta$	$M \frac{\beta}{2} \sin 1'' \operatorname{tg}^2 \zeta$
40°	0'.3	0.0000.4	70	4'	0.0005
45	0.5	0.0000.6	71	4	0.0005
50	0.7	0.0000.9	72	4	0.0006
52	0.8	0.0001	73	5	0.0006
54	0.9	0.0001	74	6	0.0007
56	1	0.0001	75	7	0.0008
58	1	0.0002	76	8	0.0010
60	1	0.0002	77	9	0.0011
61	2	0.0002	78	10	0.0013
62	2	0.0002	79	12	0.0016
63	2	0.0002	80	15	0.0019
64	2	0.0003	81	18	0.0023
65	2	0.0003	82	23	0.0029
66	2	0.0003	83	29	0.0037
67	3	0.0003	84	39	0.0049
68	3	0.0004	85	54	0.0069
69	3	0.0004			
70	4	0.0005			

ТАБЛИЦА II.

ω		$\sin 2\omega$	$\cos 2\omega$	ω		$\sin 2\omega$	$\cos 2\omega$
0°	180°	0.00	+1.00	90°	270	0.00	—1.00
5	185	+0.17	+0.98	95	275	—0.17	—0.98
10	190	+0.34	+0.94	100	280	—0.34	—0.94
15	195	+0.50	+0.87	105	285	—0.50	—0.87
20	200	+0.64	+0.77	110	290	—0.64	—0.77
25	205	+0.77	+0.64	115	295	—0.77	—0.64
30	210	+0.87	+0.50	120	300	—0.87	—0.50
35	215	+0.94	+0.34	125	305	—0.94	—0.34
40	220	+0.98	+0.17	130	310	—0.98	—0.17
45	225	+1.00	0.00	135	315	—1.00	0.00
50	230	+0.98	—0.17	140	320	—0.98	+0.17
55	235	+0.94	—0.34	145	325	—0.94	+0.34
60	240	+0.87	—0.50	150	330	—0.87	+0.50
65	245	+0.77	—0.64	155	335	—0.77	+0.64
70	250	+0.64	—0.77	160	340	—0.64	+0.77
75	255	+0.50	—0.87	165	345	—0.50	+0.87
80	260	+0.34	—0.94	170	350	—0.34	+0.94
85	265	+0.17	—0.98	175	355	—0.17	+0.98
90	270	0.00	—1.00	180	360	0.00	+1.00

Поправки за рефракцію, при наблюденіяхъ по способу Spoerer'a, какъ упомянуто выше, производятся различно, смотря потому, сдѣлано ли наблюденіе вблизи или вдали отъ меридіана.

Въ первомъ случаѣ кругъ высотъ почти совпадаетъ съ кругомъ склоненій. Поэтому, для разсматриваемаго случая, экваторіальный и полярный радіусы r_1 и r_2 измѣннаго отъ рефракціи диска солнца могутъ быть выражены черезъ табличный радіусъ солнца, взятый изъ астрономическаго календаря, по формуламъ (25):

$$\left. \begin{aligned} (R) &= r_1 (1 + \beta \sin 1'') \\ (R) &= r_2 (1 + \beta \sin 1'' \sec^2 \zeta) \end{aligned} \right\} \dots \dots (43)$$

Поэтому находимъ (§ 5)

$$\left. \begin{aligned} \frac{a+b}{2} (1 + \beta \sin 1'') \omega &= (R) \\ \frac{c+d}{2} (1 + \beta \sin 1'' \sec^2 \zeta) \omega_1 &= (R) \end{aligned} \right\} \cdot \cdot \cdot (44)$$

Вслѣдствіе того-же близкаго совпаденія около меридіана круговъ высоты и склоненія, исправленныя за рефракцію прямолинейныя координаты $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ пятна, по формуламъ (8) и (33,а), будутъ:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= \frac{a-b}{2} \left\{ 1 + \beta \sin 1'' \right\} \omega \\ \Delta\delta &= \frac{c-d}{2} \left\{ 1 + \beta \sin 1'' \sec^2 \zeta \right\} \omega_1 \end{aligned} \right\} \cdot \cdot \cdot (45)$$

Поэтому, изъ формулъ (44) и (45) находимъ:

$$\left. \begin{aligned} \Delta\alpha &= \frac{a-b}{a+b} (R) \\ \Delta\delta &= \frac{c-d}{c+d} (R) \end{aligned} \right\} \cdot \cdot \cdot (46)$$

Т. е. вблизи меридіана, формулы для вычисленія $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ отъ рефракціи не измѣняются, а измѣняются лишь формулы (8) для вычисленія ω и ω_1 . Этотъ результатъ есть слѣдствіе допущеннаго выше постоянства величины β на всемъ пространствѣ видимаго солнечнаго диска.

При наблюденіяхъ вдали отъ меридіана, по формуламъ (25), для экваторіальнаго и полярнаго радіусовъ солнца r_1 и r_2 имѣемъ:

$$\left. \begin{aligned} (R) &= r_1 \left\{ 1 + \beta \sin 1'' [1 + tg^2 \zeta \sin^2 q] \right\} \\ (R) &= r_2 \left\{ 1 + \beta \sin 1'' [1 + tg^2 \zeta \cos^2 q] \right\} \end{aligned} \right\} \cdot \cdot \cdot (47)$$

Почему ω и ω_1 опредѣляются изъ выраженій:

$$\left. \begin{aligned} \frac{a+b}{2} \left\{ 1 + \beta \sin 1'' [1 + tg^2 \zeta \sin^2 q] \right\} \omega &= (R) \\ \frac{c+d}{2} \left\{ 1 + \beta \sin 1'' [1 + tg^2 \zeta \cos^2 q] \right\} \omega_1 &= (R) \end{aligned} \right\} \cdot \cdot \cdot (48)$$

Вычисливъ съ полученными такимъ образомъ значеніями ω и ω_1 координаты $\Delta\alpha$ и $\Delta\delta$ по формуламъ (8), найдемъ затѣмъ по формуламъ (10) позиціонный уголъ p_1 и разстояніе ρ' пятна, которые и исправимъ затѣмъ отъ рефракціи по выведеннымъ выше формуламъ (37) и (41).

$$\left. \begin{aligned} \Delta p &= - \beta tg^2 \zeta \left\{ \sin (p_1 + q_1) \cos (p_1 + q_1) + \sin q_1 \cos q_1 \right\} \\ \rho &= \rho' + \rho' \beta \sin 1'' \left\{ 1 + tg^2 \zeta \cos^2 (p_1 + q_1) \right\} \end{aligned} \right\} \cdot \cdot (49)$$

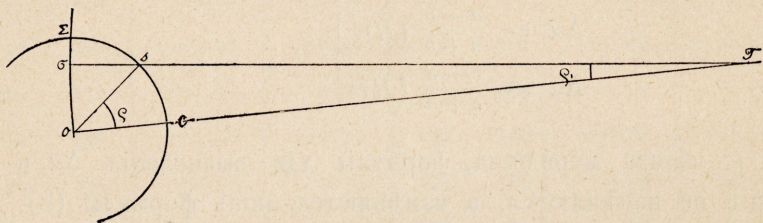
Если величины ω и ω_1 во время наблюдений можем считать известными, то для исправления за рефракцію нужно будет сдѣлать вычисленіе только по двумъ послѣднимъ формуламъ.

§ 8.

Обозначимъ черезъ (R) радіусъ солнца въ моментъ опредѣленія положенія пятна, выраженный въ дуговыхъ мѣрахъ, и черезъ ρ_1 — разстояніе пятна отъ центра солнца въ тѣхъ-же мѣрахъ. Тогда

$$\rho_1 = \frac{\rho'}{R} (R). \quad (50)$$

Пусть O (черт. 4) центръ солнца, T — земля и S — пятно на солнечной поверхности. Обозначимъ черезъ ρ угловое разстояніе пятна



Черт. 4.

$\cos$ отъ радіуса OC , направленнаго къ землѣ. Тогда уголь $\sigma SO = \rho + \rho_1$. Безъ чувствительной погрѣшности можемъ далѣе принять

$$O\sigma = OS \sin (\rho + \rho_1)$$

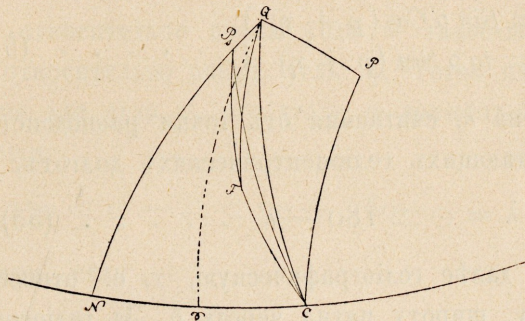
или, такъ какъ $O\sigma = \rho'$, $OS = O\Sigma = R$, то

$$\frac{\rho'}{R} = \sin (\rho + \rho_1) \quad (51)$$

Выразимъ теперъ положеніе пятна въ системахъ такъ называемыхъ геліоцентрическихъ и геліографическихъ координатъ. За полюсь первой системы возьмемъ сѣверный полюсь оси эклиптики, проведенной черезъ центръ солнца, а за полюсь второй — сѣверный полюсь оси солнечнаго экватора, проведеннаго черезъ ту-же точку.

Пусть C (черт. 5) есть точка пересѣченія сѣеры, описанной вкругъ центра солнца, съ линіей, проведенной отъ центра солнца къ центру земли; P , Q и P_s — сѣверные полюсы проведенныхъ черезъ центръ солнца осей земнаго экватора, эклиптики и солнечнаго экватора. Обозначимъ уголь QCP черезъ η и будемъ считать его отрицательнымъ, если дуга CP слѣдуетъ, въ направленіи движенія часовой

стрѣлки, за дугой CQ . Пусть F есть мѣсто солнечнаго пятна на нашей сферѣ. Тогда опредѣленный изъ наблюдений позиціонный уголъ этого пятна есть $PCF = p$. Уголъ же QCF , согласно сдѣланному условію относительно знака угла η , будетъ $p + \eta$.



Чер. 5.

Обозначая долготу солнца через $\odot$, имѣемъ долготу γC точки C равною $\odot \pm 180$. Слѣдовательно, въ треугольникѣ CQR уголъ $CQR = 90 - \odot \mp 180$ и кромѣ того дуга $QR = \varepsilon =$ наклонности экватора къ эклиптикѣ, а дуга $QC = 90$. Изъ этого треугольника находимъ:

$$\operatorname{tg} QCP = -\operatorname{Cos} \odot \operatorname{tg} \varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad (52)$$

По сдѣланному выше выбору знака для угла η , этотъ послѣдній будетъ отрицательнымъ, если долгота точки C , равная $\odot \pm 180$, заключается въ предѣлахъ

$$\begin{aligned} 270 < \odot \pm 180 < 90 + 360 \\ \text{или} \quad 90 < \odot < 270 \end{aligned}$$

Наоборотъ, уголъ η будетъ положительнымъ, если

$$\begin{aligned} 90 < \odot \pm 180 < 270 \\ \text{или} \quad 270 < \odot < 90 + 360 \end{aligned}$$

т. е. величина η отрицательна отъ времени лѣтнаго до времени зимняго солнцестоянія и положительна отъ зимняго до лѣтнаго. Поэтому, замѣняя въ формулѣ (52) QCP черезъ η , мы должны въ правой части той-же формулы взять знакъ плюсъ, т. е. получимъ

$$\operatorname{tg} \eta = \operatorname{Cos} \odot \operatorname{tg} \varepsilon \quad . \quad . \quad . \quad (53)$$

Обозначимъ теперь гелиоцентрическую широту пятна черезъ β и гелиоцентрическую долготу, считаемую отъ центра солнечнаго диска, т. е. отъ круга QC , черезъ λ' , тогда изъ треугольника QFC , въ которомъ $QF = 90 - \beta$, $CF = \rho$, уголъ $FQC = \lambda'$ и уголъ $QCF = p + \eta$, имѣемъ:

$$\left. \begin{aligned} \sin \beta &= \sin \rho \cos (p + \eta) \\ \operatorname{tg} \lambda' &= \operatorname{tg} \rho \sin (p + \eta) \end{aligned} \right\} \cdot \cdot \cdot \cdot (54)$$

Долгота пятна λ , считаемая отъ точки равноденствія Υ въ направленіи возрастающихъ гелиоцентрическихъ долготъ, будетъ:

$$\lambda = \odot \pm 180 - \lambda' \cdot \cdot \cdot \cdot (55)$$

Обозначимъ далѣе гелиографическую, т. е. отнесенную къ солнечному экватору, широту пятна черезъ b . За гелиографическую долготу l возьмемъ уголъ при P_s между большимъ кругомъ QP_sN и большимъ кругомъ PF .

Пусть $\varnothing$ есть долгота (считаемая по эклиптикѣ отъ точки Υ) восходящаго угла солнечнаго экватора и $P_sQ = J$ наклонность солнечнаго экватора къ эклиптикѣ. Тогда уголъ $P_sQ\Upsilon = 90 - \varnothing$. Обозначая этотъ послѣдній уголъ черезъ K , изъ треугольника P_sQF имѣемъ:

$$\left. \begin{aligned} \sin b &= \cos J \sin \beta + \sin J \cos \beta \cos (K + \lambda) \\ \sin (K + \lambda) \operatorname{Cotg} l &= \cos J \cos (K + \lambda) - \sin J \operatorname{tg} \beta \end{aligned} \right\} \cdot \cdot \cdot (56)$$

Эти формулы представимъ, черезъ введеніе вспомогательныхъ угловъ, въ другомъ видѣ. Для этого положимъ

$$\left. \begin{aligned} \sin \beta &= u \sin w \\ \cos \beta \cos (\lambda + K) &= u \cos w, \end{aligned} \right\}$$

тогда получимъ

$$\left. \begin{aligned} \sin b &= u \sin (J + w) = \sin \beta \frac{\sin (J + w)}{\sin w} = \\ &= \cos \beta \cos (\lambda + K) \frac{\sin (J + w)}{\cos w} \\ \operatorname{tg} l &= \operatorname{tg} (\lambda + K) \frac{\cos w}{\cos (J + w)}. \end{aligned} \right\} \cdot \cdot (57)$$

Для непосредственнаго перехода отъ разстоянія и угла положенія пятна къ его гелиографическимъ координатамъ, вмѣсто предыдущихъ, можно употребить слѣдующія формулы.

Обозначимъ (черт. 5) уголъ QCP_s черезъ ω , дугу P_sC черезъ $90 - D$ и уголъ NP_sC черезъ L .

Кромѣ того, уголъ P_sQC равенъ $\odot - \oslash - 90$, гдѣ $\oslash$ — долгота восходящаго узла солнечнаго экватора на эклиптикѣ.

Тогда имѣемъ изъ треугольника QP_sC :

$$tg P_sCQ = - \cos(\odot - \oslash) tg J. \quad . \quad . \quad . \quad (58)$$

Сдѣлаемъ относительно знака угла ω такое-же условіе, какое выше сдѣлано относительно знака угла η . Тогда находимъ, подобно тому, какъ выше для угла η , что уголъ ω долженъ быть положительнымъ при условіи:

$$270 < \odot - \oslash < 90 + 360$$

и отрицательнымъ, если

$$90 < \odot - \oslash < 270.$$

Поэтому замѣняя въ выраженіи (58) уголъ P_sCQ черезъ ω , мы должны въ правой части замѣнить знакъ — черезъ +, такъ что:

$$tg \omega = \cos(\odot - \oslash) tg J \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (59)$$

Для опредѣленія L и D имѣемъ изъ треугольника QP_sC ,

$$\left. \begin{aligned} \sin D &= \sin J \sin[\odot - \oslash] \\ \cotg L &= - \cos J \tg[\odot - \oslash] \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad (60)$$

Обозначая, далѣе, по прежнему, гелиографическую широту пятна черезъ b , а его гелиографическую долготу, считаемую отъ точки N , черезъ l , и называя, для краткости, уголъ $P_sCF = p + \eta + \omega$ черезъ χ изъ треугольника P_sFC находимъ:

$$\left. \begin{aligned} \sin b &= \sin D \cos p + \cos D \sin p \cos \chi \\ \sin(L - l) &= \sin p \sin \chi \sec b. \end{aligned} \right\} \quad . \quad . \quad . \quad (61)$$

§ 9.

Для упрощенія вычисленій гелиографическихъ координатъ по приведеннымъ выше формуламъ можно пользоваться вспомогательными таблицами, устройство употребительнѣйшихъ изъ которыхъ мы здѣсь разсмотримъ.

При вычисленіи угловъ положенія изъ наблюденій, въ которыхъ направленіе параллели опредѣлено по движенію центра солнечнаго

диска или одного изъ пятенъ, какъ мы видѣли, къ полученному изъ наблюдений углу положенія должна быть придаваема поправка

$$i = \frac{d}{15 \cos \delta \cdot 60.60 \cdot \sin 1''}$$

или, выражая какъ i , такъ и d въ минутахъ дуги:

$$i' = \frac{d'}{15 \cos \delta \cdot 60 \cdot \sin 1'}$$

Обозначая склоненіе солнца черезъ δ , а его долготу и наклонность экватора къ эклиптикѣ черезъ $\odot$ и ε , имѣемъ:

$$\sin \delta = \sin \odot \sin \varepsilon.$$

Дифференцируя это выраженіе, находимъ:

$$d\delta = \frac{\cos \odot \sin \varepsilon}{\cos \delta} d\odot$$

Вмѣсто $d\odot$ для нашей цѣли достаточно взять среднюю величину часового движенія по долготѣ, т. е. положимъ

$$d\odot = \frac{360^\circ}{T \cdot 24},$$

гдѣ T — продолжительность тропическаго года.

Поэтому часовая перемѣна склоненія солнца d будетъ:

$$d = \frac{\cos \odot \sin \varepsilon}{\cos \delta} \frac{360}{T \cdot 24}$$

и слѣдовательно:

$$i = \frac{\cos \odot \sin \varepsilon}{15 \cos^2 \delta} \frac{360}{T \cdot 24.60 \cdot \sin 1'}$$

или

$$i = \frac{\cos \odot \sin \varepsilon}{15 (1 - \sin^2 \odot \sin^2 \varepsilon)} \frac{360}{T \cdot 24.60 \cdot \sin 1'}$$

Обозначая черезъ k постоянный множитель:

$$\frac{360 \cdot \sin \varepsilon}{T \cdot 15.24 \cdot 60 \cdot \sin 1'}$$

съ достаточнымъ приближеніемъ имѣемъ:

$$i = k \cos \odot + k \cos \odot \sin^2 \odot \sin^2 \varepsilon \dots \quad (62)$$

причемъ $\log k = 0.5739$ для 1900 года

Наибольшая величина втораго члена правой части составляетъ около 0'.2.

По формулѣ (62) легко составить таблицу поправокъ i , причемъ значенія i достаточно дать черезъ каждые 10 дней года. Во многихъ случаяхъ достаточно будетъ вычислять поправку i съ болѣе грубымъ приближеніемъ, слѣдующимъ образомъ.

Мы имѣли раньше:

$$i' = \frac{d'}{15 \cos \delta 60 \cdot \sin 1'}$$

гдѣ i' и d' выражены въ минутахъ дуги и d' есть часовая перемѣна склоненія солнца. Означимъ суточную перемѣну склоненія, также въ минутахъ дуги, черезъ μ и поправку i , выраженную въ градусахъ, обозначимъ черезъ $i^{(o)}$, тогда изъ предыдущаго выраженія имѣемъ:

$$i^{(o)} = \frac{\mu}{15 \cdot 24 \cos \delta \cdot 60 \cdot \sin 1^{\circ}}$$

Примемъ $\cos \delta$ равнымъ единицѣ, тогда

$$i^{(o)} = \frac{\mu}{4 \cdot 90 \cdot 60 \sin 1^{\circ}} \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot (63)$$

Но $90.60 \cdot \sin 1^{\circ}$ немного отличается отъ 100 (около 94). Поэтому число сотыхъ долей градуса поправки i почти равно одной четверти числа, выражающаго въ минутахъ суточное измѣненіе склоненія солнца.

Поправка i должна быть придаваема съ положительнымъ знакомъ между моментами зимняго и лѣтняго солнцестояній, и со знакомъ отрицательнымъ—между моментами лѣтняго и зимняго солнцестояній. Наибольшихъ численныхъ значеній эта поправка достигаетъ въ концѣ марта (+0°.06) и въ концѣ сентября (—0°.06).

Время наблюденій солнечныхъ пятенъ нѣкоторые наблюдатели выражаютъ не по астрономическому, а по гражданскому счету чиселъ мѣсяца и часовъ дня, такъ какъ иначе не рѣдко встрѣчается надобность измѣнять числа мѣсяца въ теченіи одного и того-же наблюденія. Далѣе, такъ какъ свѣтъ употребляетъ на прохожденіе разстоянія отъ земли до солнца, въ среднемъ, около 8^м3, то наблюдаемыя нами на солнечной поверхности явленія въ дѣйствительности происходятъ на то-же число минутъ раньше, чѣмъ мы ихъ усматриваемъ. Поэтому, къ моментамъ наблюденія нужно придавать поправки:

- 8^м2 въ январѣ, февралѣ, ноябрѣ и декабрѣ
- 8.3 въ мартѣ, апрѣлѣ, сентябрѣ и октябрѣ
- 8.4 въ маѣ, іюнѣ, іюлѣ и августѣ.

Время наблюдений выражается затѣмъ въ тысячныхъ доляхъ сутокъ, для чего выгодно составить табличку для перехода отъ часовъ и минутъ средняго солнечнаго времени къ долямъ дня.

Для вычисленія ρ нужно помножить находимую непосредственно изъ наблюдений величину отношенія $\frac{\rho'}{R}$ на видимую величину солнечнаго радіуса въ моментъ наблюденія, выраженную въ минутахъ или въ доляхъ градуса, *) что даетъ величину ρ_1 , опредѣляемую формулой (50), послѣ чего изъ (51) находимъ ρ .

Величина η находится изъ таблицы, составленной по формулѣ (53) и расположенной по аргументу θ черезъ одинъ градусъ.

При дальнѣйшемъ вычисленіи по формуламъ (54) можно воспользоваться для нахождения $\sin \rho$ и $\operatorname{tg} \rho$ таблицами Warren de la Rue, причемъ вычисленіе по формуламъ (50) и (51) становится излишнимъ.

Найдя, по формуламъ (54) и (55) величины λ и β , гелиографическія координаты l и b пятна вычислимъ затѣмъ по формуламъ (56) или (57). Къ входящей въ эти формулы величинѣ $K = 90 - \angle$ должна быть придана процессія и нутація, для чего выгодно составить на время наблюдений таблицу, въ которой даны значенія K черезъ каждые 10 дней. Измѣненія величины J наклонности солнечнаго экватора къ эллиптикѣ, вслѣдствіе перемѣщенія послѣдней, по ихъ малости, во вниманіе не принимаются, равно какъ и происходящее отъ той-же причины небольшое перемѣщеніе круга QP_sN (черт. 5).

Вслѣдствіе малости величины J , а также вслѣдствіе того, что опредѣленія гелиографическихъ координатъ пятенъ не можетъ быть сдѣлано съ точностью до минуты дуги, вычисленіе по точнымъ формуламъ (56) и (57) можно замѣнить вычисленіемъ приближеннымъ. Приэтомъ мы пренебрежемъ вторыми и высшими степенями отъ J , вслѣдствіе чего погрѣшности приближенныхъ формулъ не превзойдутъ 2—3 минутъ дуги, нахожденіе же величинъ l и b по такимъ формуламъ можетъ быть значительно облегчено составленіемъ вспомогательныхъ таблицъ.

Для нахожденія такихъ формулъ, изъ третьяго изъ выраженій (57), полагая въ немъ $\sin J = J \sin 1^\circ$ и $\cos J = 1$, находимъ:

$$\sin b = \sin \beta [1 + J \operatorname{Cotg} w \sin 1^\circ].$$

*) Удобно всѣ угловыя величины въ этомъ и дальнѣйшихъ вычисленіяхъ выражать въ градусахъ, ограничиваясь сотыми долями послѣднихъ, если имѣются пятизначныя таблицы Бремера.

Положимъ $b = \beta + m$, гдѣ m — величина одного порядка съ J . По этому, приближенно

$$\sin b = \sin \beta + m \sin 1^\circ \cos \beta,$$

откуда, по сравненію съ предыдущимъ выраженіемъ,

$$m = J \operatorname{tg} \beta \operatorname{Cotg} w,$$

или, внося сюда значеніе $\operatorname{Cotg} w$ изъ (57):

$$m = J \cos (\lambda + K) (64)$$

Подобнымъ-же образомъ находимъ:

$$\operatorname{tg} l = \operatorname{tg} (\lambda + K) (1 + J \sin 1^\circ \operatorname{tg} w) . . . (65)$$

Положимъ далѣе:

$$l = \lambda + K + n,$$

гдѣ n одинаковаго порядка съ J ; тогда приближенно:

$$\operatorname{tg} l = \operatorname{tg} (\lambda + K + n) = \operatorname{tg} (\lambda + K) + n \sin 1^\circ \sec^2 (\lambda + K).$$

Сравнивая это выраженіе съ (65) и подставляя значеніе $\operatorname{tg} w$ изъ (57) имѣемъ:

$$n = J \sin (\lambda + K) \operatorname{tg} \beta (66)$$

Для величинъ m и n составляются по формуламъ (64) и (66) таблицы, для m съ однимъ, а для n съ двумя аргументами. Такія таблицы, вычисленныя Spörer'омъ, помѣщены въ сочиненіи его: Beobachtungen der Sonnenflecken zu Anclam (1874) и въ его же статьѣ: Beobachtungen der Sonnenflecken von Jan. 1874 bis Dec. 1879“, помѣщенной въ „Publicationen des Astrophysikalischen Observatoriums zu Potsdam, Zweiter Band.

§ 10.

Разсмотрѣнными сейчасъ формулами и таблицами, по примѣру Spörer'a, пользуются нѣмецкіе наблюдатели. Наблюдатели англійскіе, а также французскіе и американскіе пользуются формулами (59), (60) и (61) (формулы Carrington'a), употребляя для облегченія вычисле-

нѣй также различныя вспомогательныя таблицы *). Вспомогательныя таблицы для нахожденія угловъ η и ω , найденныхъ по формуламъ (53) и (59), даны въ сочиненіи Carrington'a: *Observations of the Spots on the Sun*. (1863), приче́мъ въ первой таблицѣ находится η по аргументу $\odot$ и во второй ω по аргументу $\odot - \Omega$. Подобныя-же таблицы ежегодно даются при журналѣ: „*Observatory*“ въ книжкѣ: „*The Companion on the Observatory*“. Въ тѣхъ-же сочиненіяхъ находятся вспомогательныя таблицы для нахожденія D и L_c , также по аргументу $\odot - \Omega$. Для нахожденія b и l изъ выраженій (61) выгодно затѣмъ воспользоваться таблицами Warren de la Rue (*Tables for the reduction of solar observations*, № 2), въ которыхъ, по аргументу $\frac{\rho'}{R}$, даны логариёмы $\sin \rho$ и $\cos \rho$. Таблицы эти вычислены по значеніямъ ρ , находимыхъ изъ выраженія $\frac{\rho'}{R} = \sin(\rho + \rho_1)$, приче́мъ значеніе $\rho_1 = \frac{\rho'}{R}(R)$ вычислялось, принимая для (R) величину, соотвѣтствующую среднему разстоянію земли отъ солнца. Для перехода отъ табличныхъ значеній логариёмовъ $\sin \rho$ и $\cos \rho$ къ тѣмъ, какіе соотвѣтствуютъ значенію (R) въ моментъ наблюденій, въ концѣ таблицъ Warren de la Rue даны небольшія поправки этихъ логариёмовъ для крайнихъ значеній логариёма разстоянія земли отъ солнца (9.992—0.008).

Для приближеннаго нахожденія величины l и b по даннымъ изъ таблицъ *The Companion of the Observatory* величинамъ L_c и D , Wilson'-омъ составлены (но не опубликованы) таблицы **), подобныя вышеупомянутымъ таблицамъ Spoerer'a для m и n .

Для нахожденія формулъ Wilson'a, дифференцируемъ формулы (черт. 5)

$$\left. \begin{aligned} \sin b &= \cos \rho \sin D + \sin \rho \cos D \cos \chi \\ \cos b \sin(L - l) &= \sin \rho \sin \chi \\ \cos b \cos(L - l) &= \cos \rho \cos D - \sin \rho \sin D \cos \chi \end{aligned} \right\} \quad . \quad (67)$$

*) Нужно замѣтить, что Carrington и другіе англійскіе ученые считаютъ гелиографическія долготы пятенъ отъ узла солнечнаго экватора на эклиптикѣ. Называя черезъ L_c и l_c долготы точки C (черт. 5) и пятна, считаемаыя отъ узла, имѣемъ $L_c = L - 90$, $l_c = l - 90$. Поэтому, вторая изъ формулъ (60) дастъ: $\operatorname{tg} L_c = \cos J \operatorname{tg} [\odot - \Omega]$. Остальныя формулы отъ замѣны L и l черезъ L_c и l_c не измѣнятся.

**) H. C. Wilson, *Sun Spot Observation at Goodsell Observatory, Astronomy and Astro-Physics*, 1894, April.

по b , $L-l$ и D , причемъ, пренебрегая вторыми степенями J , можемъ считать $dL = 0$. Тогда:

$$\left. \begin{aligned} \cos b \, db &= (\cos \rho \cos D - \sin \rho \sin D \cos \chi) \, dD \\ \cos b \cos (L-l) \, dl + \sin b \sin (L-l) \, db &= 0 \\ \cos b \sin (L-l) \, dl - \sin b \cos (L-l) \, db &= \\ &= -(\cos \rho \sin D + \sin \rho \cos D \cos \chi) \, dD \end{aligned} \right\} \dots (68)$$

Положимъ въ выраженіяхъ (67) $D = 0$ и обозначимъ черезъ b_0 и l_0 значенія b и l , соответствующія такому допущенію. Тогда имѣемъ

$$\left. \begin{aligned} \sin b_0 &= \sin \rho \cos \chi \\ \cos b_0 \sin (L-l_0) &= \sin \rho \sin \chi \\ \cos b_0 \cos (L-l_0) &= \cos \rho \end{aligned} \right\} \dots (69)$$

Положимъ также въ выраженіяхъ (68) $D = 0$ подъ знаками тригонометрическихъ функцій, а вмѣсто dD возьмемъ самое D . Тогда:

$$\left. \begin{aligned} \cos b_0 \, db &= \cos \rho \cdot D \\ \cos b_0 \cos (L-l_0) \, dl + \sin b_0 \sin (L-l_0) \, db &= 0 \\ \cos b_0 \sin (L-l_0) \, dl - \sin b_0 \cos (L-l_0) \, db &= -\sin \rho \cos \chi \cdot D \end{aligned} \right\} (70)$$

Изъ выраженій (69) и (70) находимъ:

$$\left. \begin{aligned} db &= \cos (L-l_0) \cdot D \\ dl &= -\operatorname{tg} b_0 \sin (L-l_0) \cdot D \end{aligned} \right\} \dots (71)$$

и слѣдовательно

$$\left. \begin{aligned} b &= b_0 + db \\ l &= L - (L-l_0) + dl \end{aligned} \right\} \dots (72)$$

Найденныя по тѣмъ или другимъ изъ вышеизложенныхъ формулъ долготы одного и того-же солнечнаго пятна, соответствующія различнымъ моментамъ времени, будутъ различаться между собою, потому что точка, отъ которой считаются гелиографическія долготы, не участвуетъ въ движеніи солнечной поверхности. Поэтому желательно считать долготы пятенъ отъ какого-нибудь неизмѣнно связаннаго съ солнцемъ меридіана. Такой первый меридіанъ, подобно тому, какъ и для земной поверхности, можно, конечно, выбрать по произволу; напр., англійскіе и американскіе ученые принимаютъ первый меридіанъ, избранный Carrington'омъ, нѣмецкіе—избранный Spörer'омъ.

Пусть E есть ближайшая передъ даннымъ наблюдениемъ эпоха, въ которую избранный первый меридіанъ солнца проходитъ черезъ принятый раньше для счета долготы l первый меридіанъ, не вращающійся вмѣстѣ съ солнцемъ.

Пусть далѣе ξ есть угловая скорость вращенія солнца. Тогда долгота пятна l_n , считаемая отъ неподвижнаго на солнцѣ меридіана, или такъ называемая нормальная долгота пятна въ моментъ наблюденія τ будетъ:

$$l_n = l - \xi (\tau - E). \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

По одной какой-нибудь эпохѣ E получатся всѣ послѣдующія черезъ послѣдовательное прибавленіе къ ней продолжительности T оборота солнца вокругъ своей оси. Таблицы этихъ эпохъ, вмѣстѣ съ таблицей произведеній $\xi (\tau - E)$ для различныхъ значеній $\tau - E$ меньшихъ T , облегчаютъ вычисленіе нормальныхъ долготъ по формулѣ (73).

Различныя наблюденія приводятъ къ различнымъ величинамъ T . Spörer принимаетъ:

$$T = 25^c. 234 = 25^c 5'' 37''' \text{ средн. солн. времени,}$$

почему:

$$\xi = \frac{360^\circ}{25.234} = 14.^0 2665$$

Carrington принимаетъ $T = 25^c. 38$.