

А. Касванд — Ю. Ланг. — О. Паас

Учебник математики

для начальных школ

6 класс



Tartu Eesti Kirjastus

Эп. А-11218

А. Касванд — Ю. Ланг — О. Паас

TARTU EESTI
KIRJASTUS
№ 57: 20

85

Учебник математики

для начальных школ

6 класс



Tartu Eesti Kirjastus

НИНТЭМЭТЭМ ХННДӨРҮ

РОНОД ХИНАЛСҮЭН РНД

СОЛОНГ

Korrektor V. Borovski.

47962999

AfV nr. I/007. Trükiarv 2150 eks. Paber: 56 × 79 cm, ETK paberivabrik, Tallinn.
Trükk ja brošeerimine: K. Mattieseni trükikoda, Tartu. Ilmunud detsembris 1943.
Hind Rmk. 1.80.

TARTU ÜLIKOOLI
RAAMATUKOGU

Повторение. (В качестве введения).

1. Задачи на все действия с целыми числами и десятичными дробями.

1. Ученик получил от отца на покупку учебных принадлежностей 10 марок. Из этих денег он издержал на книги 4 марки 80 пфеннигов и на письменные принадлежности 2 мк. 30 пф. Сколько денег у ученика осталось?

2. Жалованье дяди составляет 112,50 мк. в месяц. Из этой суммы 28 мк. он уплатил за квартиру, 25,65 мк. издержал на покупку платья, остаток жалованья он израсходовал на продовольствие своей семьи. Во что обошлось дяде продовольствие семьи?

3. Плотник работал в среднем 25 дней в месяц, зарабатывая по 350 пф. в день. Из заработанных денег 19 мк. он уплатил за квартиру, 36,50 мк. расходовал на покупку съестных припасов, а на остальные деньги купил себе и своей семье белье и платье. Сколько издержал плотник на покупку белья и платья?

4. Крестьянин продал 720 килограммов ржи по 14 пф. за килограмм. Из вырученных денег он уплатил 27,50 мк. волостных налогов и на 45,60 мк. приобрел сельскохозяйственных орудий. Сколько денег у него осталось?

5. Сумму чисел 14,85, 0,908 и 50,8 увеличить в 10 раз.

6. Уменьшаемое 4565, вычитаемое 3609. Найти разность.

7.	$40 - 2,65$	$2,82 - 1,9$	$95,2 - 18,365$
	$75 + 48,9$	$18,2 - 2,35$	$10,1 + 9,928$
	$82 - 16,56$	$5,32 + 4,685$	$12,6 - 3,452$
	$10,9 + 45,12$	$7,25 - 5,3$	$8,02 + 1,882$

8. Умножить на 10 следующие числа: 2,5; 0,8; 12,25; 0,07; 0,0095; 120.

9. Разделить на 10 следующие числа: 45; 86; 102; 2,6; 0,5; 0,045; 110.

10. Объясни, как умножить а также и разделить какое-либо число на 10, 100, 1000 и т. д.

11.	$10 \cdot 36,8$	$1000 \cdot 7,26$	$10 \cdot 0,204$
	$100 \cdot 0,752$	$100 \cdot 0,264$	$100 \cdot 8,452$
	$4,8 \cdot 100$	$0,96 \cdot 1000$	$3,2 \cdot 1000$
	$0,496 \cdot 10$	$10,4 \cdot 100$	$0,6 \cdot 100$

12.	$46 : 10$	$25,2 : 100$	$0,4 : 100$
	$125 : 10$	$0,19 : 100$	$7,56 : 10$
	$6,4 : 10$	$382 : 100$	$20 : 1000$
	$0,72 : 10$	$4,96 : 100$	$8,2 : 100$

13. 1) $10 \cdot (12,2 - 9,45) + 100 \cdot (0,2 - 0,148)$
2) $(78,2 - 16,52) : 10 - (8,4 - 5,64) : 100.$

14. Что сделается с произведением, если:

1) один из сомножителей умножить на 10, а другой на 100?

2) один из сомножителей умножить на 10, а другой разделить на 10?

3) один из сомножителей умножить на 10, а другой разделить на 1000?

15. Произвести умножение, предварительно изменив надлежащим образом сомножители:

$200 \cdot 0,125$	$125 \cdot 64$	$0,375 \cdot 200$
$4,5 \cdot 40$	$7,2 \cdot 25$	$0,48 \cdot 0,125$
$15,8 \cdot 20$	$0,125 \cdot 0,16$	$16,2 \cdot 0,25$
$500 \cdot 0,12$	$0,5 \cdot 9,8$	$400 \cdot 0,15$

Пример. $200 \cdot 0,125 = 2 \cdot (100 \cdot 0,125) = 2 \cdot 12,5 = \dots$

16. Что делается с частным, если:

1) делимое увеличить или уменьшить в несколько раз?

2) делитель увеличить или уменьшить в несколько раз?

3) делимое и делитель увеличить или уменьшить в одинаковое число раз?

17. Произвести деление, предварительно изменив надлежащим образом делимое и делитель:

$0,45 : 0,09$	$60 : 0,12$	$120 : 80$
$500 : 20$	$0,18 : 0,9$	$0,5 : 0,125$
$0,64 : 0,4$	$2,4 : 0,12$	$80,2 : 0,04$
$3,8 : 0,19$	$0,72 : 0,8$	$60 : 0,25$

Пример. $0,45 : 0,09 = 45 : 9 = \dots$

18. Найти произведение, предварительно изменив, где это возможно, сомножители:

$7,36 \cdot 4,2$	$49,2 \cdot 500$	$1,375 \cdot 240$
$5,09 \cdot 850$	$8,06 \cdot 450$	$6,46 \cdot 3,2$
$900 \cdot 4,05$	$50,2 \cdot 0,98$	$0,242 \cdot 4200$
$200 \cdot 56,8$	$4,56 \cdot 70,5$	$36,4 \cdot 5,25$

19. Решить примеры, продолжая деление, пока в остатке не получится 0:

$810 : 9$	$1290 : 30$	$84,18 : 7,32$
$546 : 0,6$	$7,28 : 0,8$	$0,0189 : 0,63$
$32,4 : 0,36$	$0,24 : 0,006$	$5,068 : 0,028$
$4,76 : 1,7$	$7,92 : 3,6$	$7200 : 0,576$

20. Произвести умножение и результат округлить так, чтобы ошибка не превышала 0,1:

$75,6 \cdot 0,98$	$260 \cdot 18,953$	$0,756 \cdot 3,4$
$8,65 \cdot 40,2$	$18,9 \cdot 0,84$	$0,896 \cdot 12,6$
$16,8 \cdot 0,36$	$7,5 \cdot 0,648$	$20,6 \cdot 5,09$
$9,48 \cdot 0,185$	$80,2 \cdot 6,72$	$9,08 \cdot 40,5$

21. Произвести умножение и произведение округлить так, чтобы ошибка была меньше 0,01:

$0,0075 \cdot 8,5$	$7,65 \cdot 0,921$	$0,175 \cdot 5,64$
$0,72 \cdot 36,76$	$8,47 \cdot 0,078$	$0,83 \cdot 0,74$
$6,406 \cdot 9,58$	$4,08 \cdot 5,67$	$25,6 \cdot 7,008$
$36,42 \cdot 0,75$	$10,52 \cdot 8,46$	$9,5 \cdot 0,037$

22. Выполнить деление с точностью до 0,1:

$750 : 24$	$0,78 : 0,9$	$3,45 : 0,178$
$400 : 37$	$0,38 : 2,4$	$4,36 : 0,957$
$520 : 12$	$0,56 : 2,8$	$2,64 : 0,136$
$75 : 17$	$4,65 : 1,5$	$7,42 : 2,607$

23. Определить частное с точностью до 0,01:

$850 : 340$	$95,2 : 30$	$0,128 : 1,46$
$290 : 170$	$36,8 : 40$	$0,238 : 7,58$
$142 : 365$	$18,3 : 70$	$0,082 : 0,67$
$48 : 906$	$84,5 : 40$	$0,108 : 0,38$

24. 0,8 кг масла стоят 1,4 мк. Сколько стоит один килограмм масла?

25. Служащий получает в месяц 126,50 мк. Найти средний дневной заработок служащего, считая в месяце 30 дней.

26. 3,25 ара земли стоят 75 мк. Найти стоимость одного квадратного метра этой земли.

27. 0,86 га земли стоили 348,50 марок. Сколько стоил 1 ар этой земли?

28. В $1\frac{1}{2}$ часа автомобиль проехал 56,4 км. Какое в среднем расстояние проезжал автомобиль в час?

29. В $\frac{3}{4}$ часа лошадь пробежала 6,8 км. Определить скорость этой лошади в час.

30. 1) $0,45 \cdot (7,28 - 2,9) + 0,125 \cdot (4,2 - 1,85) =$

2) $2,5 \cdot (4,2 - 0,15) - 0,36 \cdot (5,42 - 2,8) =$

31. 1) $(68,4 : 0,72) - (5,81 : 0,7) =$

2) $(120,05 : 0,35) + (2,76 : 0,092) =$

32. Сумму чисел 7,25 и 6,75 умножить на разность тех же чисел.

33. Разность чисел 1,625 и 0,875 разделить на сумму тех же чисел.

34. От частного чисел 0,36 и 0,25 отнять произведение тех же чисел.

35. С частным чисел 0,48 и 0,25 сложить произведение тех же чисел.

36. Превратить в километры: 1 м; 128 м; 68 м; 2056 м; 72 608 м; 40 м.

37. Раздробить в метры: 7 км; 0,6 км; 7,05 км; 10,009 км; 8,2 км.

38. Решить примеры, выразив результаты в метрах:

1) $0,45 \text{ м} + 78 \text{ см} - 1,8 \text{ дм}$

2) $3,2 \text{ м} - 1 \text{ м } 80 \text{ см} + 6,5 \text{ дм}$

39. Решить примеры, выразив результаты в килограммах:

1) $4,25 \text{ кг} + 360 \text{ г} - 2 \text{ кг } 800 \text{ г}$

2) $0,56 \text{ т} - 256 \text{ кг} + 2 \text{ т } 800 \text{ кг} + 0,25 \text{ центнера}$.

40. В одном году крестьяне продали правительству 61744 тонны ржи и 9412 т пшеницы. За килограмм ржи им платили 11 пф. и за килограмм пшеницы 15 пф. Сколько денег получили крестьяне от правительства за проданное зерно?

2. Действия с обыкновенными дробями.

1. Крестьянин получил с одного поля $42\frac{1}{2}$ гл зерна, с другого $38\frac{1}{3}$ гл и с третьего $28\frac{1}{4}$ гл. Из этого количества он продал 68 гл. Сколько зерна у него осталось?

2. У матери было $12\frac{3}{4}$ м материи. Из этой материи она дала сшить костюм одному сыну, на который пошло $2\frac{2}{3}$ м, затем другому сыну, на который пошло $2\frac{3}{8}$ м и, наконец, отцу, на который пошло $3\frac{1}{4}$ м. Сколько материи у матери осталось?

3.	$12 + 9\frac{8}{4}$	$8 - 5\frac{7}{8}$	$9 - 7\frac{3}{8}$
	$15\frac{1}{4} - 3\frac{2}{3}$	$20\frac{1}{5} + 13\frac{3}{4}$	$5\frac{1}{4} - 3\frac{3}{8}$
	$24 - 15\frac{1}{8}$	$27\frac{1}{8} + 16\frac{3}{5}$	$10\frac{4}{5} + 3\frac{1}{4}$
	$36\frac{1}{6} + 12\frac{1}{3}$	$19\frac{1}{2} - 12\frac{3}{5}$	$8\frac{4}{5} + 2\frac{3}{8}$

4.	$12\frac{1}{5} + 16\frac{2}{3} - 9\frac{3}{5}$	$5\frac{1}{3} - 2\frac{1}{4} + 3\frac{1}{2}$
	$18\frac{5}{6} - 12\frac{3}{4} + 9\frac{1}{3}$	$6\frac{1}{5} - 2\frac{1}{4} - 1\frac{1}{2}$
	$39\frac{4}{5} - 8\frac{1}{2} + 12\frac{3}{5}$	$7\frac{1}{3} + 2\frac{1}{4} - 3\frac{1}{2}$
	$30\frac{1}{8} + 14\frac{3}{5} - 21\frac{3}{4}$	$10\frac{1}{6} - 3\frac{2}{5} + 4\frac{3}{4}$

5. Ответить устно:

1) Как сложить и вычесть дроби с одинаковыми знаменателями?

2) Как сложить и вычесть дроби с разными знаменателями?

3) Как увеличить дробь в несколько раз?

4) Как уменьшить дробь в несколько раз?

5) Увеличить в 3 раза следующие дроби: $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{6}{7}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{9}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{5}{8}$; $1\frac{1}{2}$.

6) Уменьшить в 2 раза следующие дроби: $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{7}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{8}{9}$; $1\frac{2}{3}$; $\frac{1}{5}$; $\frac{4}{5}$; $1\frac{3}{5}$.

7) На каком свойстве дроби основывается сокращение дробей и приведение их к общему знаменателю?

8) Найти $\frac{1}{3}$ чисел: 15; 21; 0,12; 1,5; 0,42.

9) Найти $\frac{2}{3}$ чисел: 0,15; 1,2; 1,8; 0,36; 72.

10) Как умножить какое-либо число на обыкновенную дробь?

11) Какие числа делятся: а) на 3; б) на 9?

12) Назвать 3 числа, которые делятся на 2 и 5.

6. Мать купила $3\frac{1}{4}$ кг говядины по $\frac{3}{5}$ марки за килограмм и $1\frac{1}{2}$ кг свинины по $\frac{4}{5}$ марки за килограмм. Сколько понадобилось матери денег на покупку мяса?

7. Велосипедист $3\frac{1}{4}$ часа ехал по ровной дороге, делая в среднем по 10 км в час, и $\frac{3}{4}$ часа в гористой местности шел пешком, делая по $3\frac{1}{2}$ км в час. Какое расстояние покрыв велосипедист за все это время?

8. На штукатурку одного кв. метра стены одному рабочему требуется $\frac{1}{6}$ суток. Сколько времени потребуется тому же рабочему на штукатурку стены, высота которой $3\frac{3}{4}$ м и длина $5\frac{1}{2}$ метра?

9.	$\frac{3}{5} \cdot 5$	$3\frac{3}{5} \cdot 4\frac{2}{5}$	$2\frac{1}{2} \cdot 3$	$18\frac{1}{3} \cdot 6$
	$\frac{2}{3} \cdot 12$	$5\frac{5}{8} \cdot 3\frac{3}{7}$	$12 \cdot 5\frac{3}{4}$	$25 \cdot 3\frac{3}{5}$
	$18 \cdot \frac{5}{6}$	$6\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{8}$	$9\frac{1}{2} \cdot 2\frac{3}{3}$	$36\frac{3}{4} \cdot 3\frac{1}{3}$
	$2\frac{1}{2} \cdot 16$	$4\frac{5}{8} \cdot 2\frac{2}{5}$	$5\frac{1}{2} \cdot 3\frac{2}{3}$	$1\frac{5}{9} \cdot \frac{6}{7}$

10. Решить устно:

1) Во сколько раз:

$\frac{1}{3}$ больше $\frac{1}{10}$?

$\frac{2}{3}$ больше $\frac{1}{3}$?

$\frac{2}{7}$ меньше $\frac{4}{7}$?

$\frac{1}{8}$ меньше $\frac{1}{2}$?

2) Как велико целое число, если

$\frac{1}{4}$ его равна 3?

$\frac{1}{5}$ его равна 1,2?

$\frac{1}{8}$ " " 3,5?

$\frac{1}{10}$ " " 0,18?

3) Найти целое число, если

$\frac{3}{4}$ его равны 9.

$\frac{3}{5}$ его равны 3,6.

$\frac{2}{3}$ " " 0,1.

$\frac{2}{9}$ " " $\frac{2}{3}$.

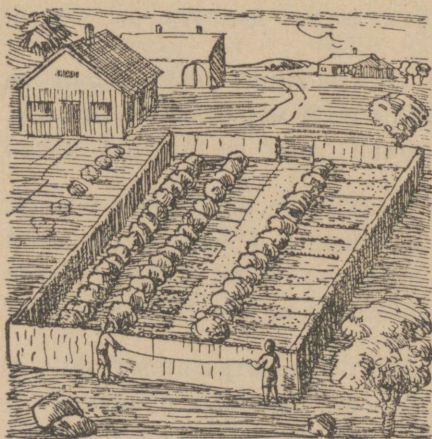
4) Как разделить число на обыкновенную дробь?

5) $3 : \frac{1}{2}$; $\frac{5}{6} : \frac{1}{2}$; $4\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$; $2\frac{1}{5} : 1\frac{1}{10}$.

11. Длина прямоугольника $20\frac{1}{5}$ м, ширина на $3\frac{1}{5}$ м короче. Найти площадь этого прямоугольника.

12. Длина прямоугольного огорода $36\frac{3}{4}$ м, ширина $25\frac{2}{3}$ м. Вычислить периметр огорода.

13. Длина прямоугольника $12\frac{1}{5}$ м, ширина на $3\frac{1}{2}$ метра короче. Найти периметр прямоугольника.



14.	$2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{3}{4} + \frac{5}{8} \cdot 12$	$12\frac{1}{5} \cdot 3 - 6 \cdot 3\frac{1}{3}$
	$\frac{1}{8} \cdot 12\frac{4}{5} + 2\frac{1}{2} \cdot 5\frac{1}{4}$	$9\frac{3}{4} \cdot 2\frac{1}{2} + 2 \cdot 7\frac{1}{2}$
	$3\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{4} - 6 \cdot \frac{5}{9}$	$6\frac{1}{3} \cdot 5 - 2\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{4}$
	$8\frac{1}{6} \cdot 1\frac{4}{5} - 2\frac{1}{6} \cdot 2\frac{1}{10}$	$10,5 \cdot 3\frac{1}{4} + 5\frac{1}{3} \cdot 9$

15. Пяти девочкам роздали поровну $\frac{3}{4}$ кг орехов. Сколько орехов получила каждая девочка?

16. Три яблока стоили $7\frac{1}{2}$ пф. Сколько стоят 8 таких яблок?

17. Треть урожая огурцов одного огородника составляет 450 огурцов. Как велик весь урожай?

18. Пешеход прошел 32 километра, что составляет $\frac{4}{5}$ всего маршрута. Скольким км равен весь маршрут?

19. На один жилет пошло $\frac{3}{4}$ м сукна. Сколько жилетов можно сшить из 9 метров такого же сукна?

20. стакан вмещает $\frac{2}{5}$ литра жидкости. Сколько стаканов содержат $2\frac{2}{5}$ литра?

21. Вычислить устно:

$\frac{1}{2} : 3$	$2 : 3$	$1 : \frac{1}{2}$	$3 : \frac{1}{6}$
$\frac{1}{4} : 2$	$2\frac{1}{2} : 5$	$5\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$	$\frac{2}{3} : \frac{1}{6}$
$\frac{1}{5} : 3$	$4\frac{1}{2} : 9$	$2\frac{1}{2} : \frac{1}{2}$	$1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{10}$
$\frac{2}{3} : 4$	$10 : 3$	$3\frac{1}{4} : \frac{1}{4}$	$1\frac{1}{4} : \frac{1}{8}$

22. Найти треть суммы чисел: $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{5}$.

23. Найти одну четверть разности чисел $\frac{4}{5}$ и $\frac{2}{3}$ и половину произведения чисел $\frac{4}{5}$ и $\frac{7}{8}$.

24. Вычислить, не превращая десятичных дробей в обыкновенные:

$\frac{2}{3} \cdot 0,18$	$\frac{3}{4} \cdot 2,4$	$0,7 \cdot \frac{2}{3}$	$6,4 \cdot \frac{1}{4}$
$\frac{1}{9} \cdot 0,27$	$\frac{2}{5} \cdot 0,8$	$15\frac{2}{3} : 2,5$	$6,4 : 3\frac{1}{5}$
$0,2 \cdot 2\frac{1}{2}$	$0,8 : \frac{2}{3}$	$24,5 : \frac{7}{9}$	$5,25 \cdot \frac{3}{7}$
$0,35 \cdot \frac{5}{8}$	$0,45 \cdot \frac{2}{3}$	$\frac{3}{8} : 0,125$	$3,375 \cdot 2\frac{1}{9}$

Запись решения производить так:

$$1) \quad \frac{3}{4} \cdot 0,16 = \frac{0,04}{\cancel{3 \cdot 0,16}} = 0,12.$$

$$2) \quad 2,8 : 1\frac{3}{4} = \frac{0,4}{\cancel{2,8 \cdot 4}} = 1,6.$$

25. На какое число надо умножить 0,3, чтобы получить 1; 0,75; 45?

26. На какое число надо умножить $\frac{2}{3}$, чтобы получить 1; $\frac{4}{3}$; $\frac{3}{4}$; 8; 0?

27. Отец заплатил за квартиру четверть своего месячного жалованья. Как велико месячное жалованье отца, если квартира стоит 37 марок в месяц?

28. Я истратил $\frac{4}{5}$ из своих денег, и теперь мне недостает 4 марок, чтобы купить сапоги стоимостью в 15 марок. Сколько было у меня денег?

29. Вычислить устно стоимость одного килограмма товара, если:

1) $\frac{1}{2}$ кг стоит 15 пф.; 20 пф.; 45 пф.; 0,30 мк.; 1,25 мк.

2) $\frac{3}{4}$ кг стоят 45 пф.; 60 пф.; 1,5 мк.; 0,75 мк.

3) $\frac{2}{3}$ кг стоят 0,20 мк.; 1,60 мк.; 2,40 мк.; 0,8 мк.

30. Купили $5\frac{1}{2}$ м сукна по 10,50 мк. за метр и $6\frac{3}{4}$ м по 8,80 мк. за метр. Во что обошлось все купленное сукно?

31. Метр сукна себестоимостью в $7\frac{3}{5}$ мк., торговец продавал по $8\frac{1}{2}$ мк. Сколько он заработал, продав 10,6 м сукна?

32. $100^{\circ} \text{C} = 80^{\circ} \text{R}$. Скольким градусам Реомюра соответствует 1°C и скольким градусам Цельсия соответствует 1°R ?

Заполнить следующую таблицу:

C	1°		$4,5^{\circ}$		$-12\frac{1}{2}^{\circ}$		90°	
R		1°		$10,4^{\circ}$		0°		80°

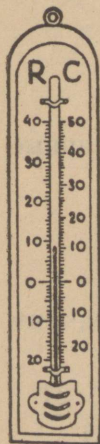
33. 1) $(\frac{3}{4} + 2\frac{1}{2}) \cdot (7,2 - 4\frac{4}{5}) =$

2) $(7\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2}) \cdot (3\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6}) =$

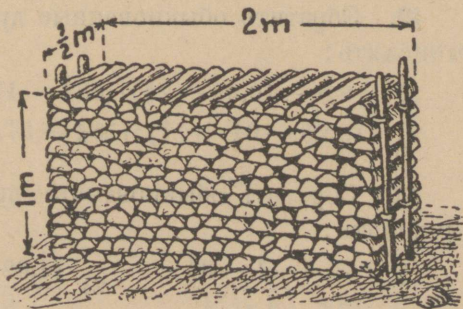
34. 1) $(4,5 - 3\frac{1}{4}) : \frac{3}{8} =$

2) $(7\frac{1}{5} - 3\frac{1}{2}) : (4,2 - 3\frac{3}{5}) =$

35. 1) $\frac{(2\frac{3}{4} + 5\frac{1}{3}) \cdot 2\frac{2}{5}}{2\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2}}$ 2) $\frac{(6\frac{1}{5} - 2\frac{1}{3}) \cdot 2\frac{1}{2}}{\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}}$



36. Сколько куб. метров дров содержится в поленнице, изображенной на следующем рисунке?



37. Один кв. метр березовых дров стоил $6\frac{1}{4}$ мк., а смешанных — $4\frac{3}{8}$ мк. Купили 6 кв. метров березовых и 4 кв. метра смешанных дров. Сколько пришлось уплатить за все эти дрова?

38. Купили 12 кв. метров березовых дров по $6\frac{1}{4}$ мк. за кв. метр. Сколько смешанных дров можно бы купить за те же деньги, если кв. метр смешанных дров стоил $4\frac{1}{2}$ мк?

39. Рабочий вырыл канаву некоторой длины в 5 дней, другой — канаву такой же длины в 6 дней. В какое время смогли бы вырыть эту канаву оба рабочих, работая вместе?

40. Обратить десятичные дроби в обыкновенные и вычислить:

- 1) $(4\frac{1}{2} - 2,75) : (5\frac{1}{3} + 2,25)$
- 2) $(9,6 - 2\frac{3}{8}) \cdot (2,625 + 4\frac{1}{2})$

41. Обратить десятичные дроби в обыкновенные и вычислить:

- 1) $(5\frac{4}{9} - 3,5) : (2\frac{1}{3} + 3,5)$
- 2) $(2\frac{5}{8} + 1,375) \cdot (12,8 - 5\frac{3}{5})$

42. Обратить обыкновенные дроби в десятичные и вычислить:

- 1) $(12,5 - 10,39 + 2\frac{3}{4}) \cdot (38\frac{1}{8} - 17\frac{5}{8})$
- 2) $(18,25 - 6\frac{3}{5} + 7\frac{1}{2}) : (75\frac{3}{5} - 37,3)$

43. Обратить обыкновенные дроби в десятичные и вычислить:

- 1) $\frac{1,15 + 2\frac{4}{5} - 3\frac{1}{3}}{(3\frac{3}{4} - 3,4) \cdot \frac{4}{5}}$
- 2) $\frac{(4,62 - 3\frac{1}{2} + 1\frac{1}{10}) : 2\frac{2}{5}}{4,6 - 3,65 + 2\frac{3}{4}}$

44. Какое число надо прибавить к произведению чисел $5\frac{1}{2}$ и $2\frac{3}{5}$, чтобы получить 15?

45. Найти частное суммы и разности чисел $4\frac{1}{6}$ и $3\frac{3}{4}$.

46. Из произведения чисел $7\frac{1}{2}$ и $6\frac{2}{3}$ вычесть разность тех же чисел.

47. Сколько надо прибавить к сумме чисел $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{10}$, чтобы получить 1?

48. Однажды из состава класса отсутствовала $\frac{1}{5}$ всех учащихся. Как велик состав класса, если всего в этот день было в классе 36 учащихся?

49. От деления какого числа на $\frac{3}{8}$ получим в частном $1\frac{1}{3}$?

50. Найти число, которое при делении на 36 дает в частном 4 и в остатке 18?

51. Длина шага ученика 65 см. Сколько времени понадобится ученику, чтобы прийти из школы домой, если он делает в минуту 90 шагов и расстояние между домом и школой $2\frac{1}{2}$ км?

Вычисление процентных денег с учетом времени.

3. Календарь. Задачи на вычисление времени.

Смешанные задачи на вычисление времени.

1. Решить устно:

1) Сколько часов в сутках? — В половине, в четверти, в шестой части суток?

2) Сколько минут содержат: 1 час; $\frac{1}{4}$ ч.; $\frac{3}{4}$ ч.; $\frac{1}{3}$ ч.; $\frac{2}{3}$ ч.; $\frac{1}{5}$ ч.; $\frac{4}{5}$ ч.; $\frac{5}{6}$ ч.?

3) $\frac{1}{2}$ часа + 20 мин.; $\frac{3}{4}$ ч. — 25 мин.; $1\frac{1}{4}$ ч. — 38 мин.

4) 45 мин. + 50 мин.; $\frac{3}{4}$ мин. + 20 сек.; 1,2 мин. — 48 сек.

5) 1 сутки — 2 часа 15 мин.; 15 час. 30 мин. + 20 ч. 40 мин.

6) Назвать по порядку все месяцы года.

7) Сколько дней в каждом из месяцев года?

8) Сколько лет составляют 12, 25, 38, 42 месяца?

9) Сколько месяцев содержат $1\frac{1}{2}$, $2\frac{3}{4}$, $1\frac{5}{8}$, $1\frac{5}{2}$ года?

10) Чем следует руководствоваться, чтобы запомнить, какой год содержит 365 дней и какой 366?

2. В Таллине 1-го января солнце восходит в 9 часов 18 мин. и заходит в 15 часов 31 мин. Найти длину дня в Таллине 1 января.

Решение. 15 час. 31 мин.
— 9 „ 18 „
—————

3. В Тарту 1-го января солнце восходит в 9 ч. 02 мин. и заходит в 15 ч. 32 мин. Найти длину дня 1-го января в Тарту.

4. По данным предыдущих задач найти длину ночи в Таллине и в Тарту.

5. Отыщи в календаре время восхода и захода солнца 1 марта и определи длину дня и ночи 1 марта.

6. Определи длину дня и ночи в начале лета, а именно, 22 июня.

7. Определить длину дня и ночи в начале зимы, т. е., 22 декабря.

8. Отец выехал из дому в 7 час. 50 мин. и возвратился домой в 5 часов 20 мин. после обеда. Как долго отец отсутствовал из дому?

9. Поезд вышел со станции в 8 часов 25 мин. утра и прибыл на место назначения в 2 ч. 25 мин. после обеда. Как долго пробыл поезд в пути?

10. Моторный поезд вышел со станции отправления в 20 ч. 15 м. и прибыл на станцию назначения через 3 часа 50 мин. Когда именно он прибыл?

11. Брат ушел из дому в 16 час. 25 мин. и вернулся через 8 час. 40 мин. Когда вернулся брат домой?

12. Отец вернулся домой в 20 час. 15 мин., пробыв в отсутствии 8 часов 30 мин. Когда отец вышел из дому?

13. Рабочий окончил работу в 18 час. 30 мин. Он работал 10 час. 40 мин. и отдыхал после обеда 1 час. Когда рабочий начал свою работу?

Вычисление календарного времени.

14. Вычислить устно:

1) Сколько времени находилось письмо в пути, если его отдали на почту 3 января, а адресат получил его 5 января?

2) Сколько времени пройдет:

от 1 января до 10 января?

„ 1 марта „ 1 апреля?

„ 1 февраля „ 15 апреля след. года?

„ 15 апр. „ 10 мая след. года?

3) Какое число месяца настанет, если

от 5 марта пройдет 6 дней?

„ 5 июня „ 20 „ ?

„ 1 сентября „ 2 мес. 10 дней?

„ 18 декабря „ 1 год 40 „

4) Какое число, какого месяца получили, если

от 1 февраля отсчитать обратно 4 дня?

„ 15 марта „ „ 20 дней?

„ 1 января „ „ 1 мес. 10 дней?

„ 10 февраля „ „ 1 год 55 „

5) Выразить в часах: 10 мин.; 20 мин.; 40 мин.; 15 мин.; 30 мин.; 45 мин.; 50 мин.

15. Сколько времени продолжались летние каникулы, если школьные занятия кончились весной 28 мая и начались осенью 1 сентября?

16. Пароход отошел от пристани 5 июня и вернулся через 27 суток. Когда вернулся пароход обратно?

17. Больной лег в больницу 15 апреля и вышел через 3 недели. Когда вышел больной из больницы?

18. Сенокос начался 25 июня и окончился через 2 недели 5 дней. Когда окончился сенокос?

19. Ане было 12 лет 11 месяцев, когда она окончила начальную школу. Скольких лет Аня поступила в школу, если она пробыла в ней 5 лет 9 месяцев?

20. При окончании начальной школы Васе было 13 лет 7 месяцев. Всего в школе он пробыл 5 лет 8 месяцев. В каком возрасте Вася поступил в начальную школу?

21. 1) 4 сут. 15 час. + 7 сут. 20 час.

2) 2 нед. 2 сут. — 1 нед. 5 сут.

3) 10 лет 2 мес. — 7 лет 6 мес.

22. 1) 5 сут. 18 час. — 2 сут. 20 час.

2) 3 нед. 5 сут. + 2 нед. 4 сут.

3) 12 лет 5 мес. + 7 лет 10 мес.

23. 1) 13 сут. 4 час. + 7 сут. 5 час. — 6 сут. 20 час.

2) 2 нед. 5 сут. — 1 нед. 6 сут. + 8 нед. 7 сут.

3) 15 лет 1 мес. — 3 года 10 мес. + 7 лет 5 мес.

24. Сколько дней от 1 января 1940 г. до 1 апреля того же года? до 21 июля? до 1 декабря?

25. Сколько месяцев и дней от начала года до 15 октября? до 10 июня?

26. Сколько месяцев и дней от 1 января 1942 г. до 15 октября того же года? до 20 ноября следующего года?

27. Найти число лет, месяцев и дней, прошедших от 1 января 1925 г. до 10 февраля 1937 г.

28. Брат родился 10 января 1930 г., сестра — 20 марта 1932 года. На сколько лет, месяцев и дней сестра моложе брата?

29. Вычисли, сколько тебе сегодня лет, месяцев и дней!

30. Некто родился 3 апреля 1913 года. Найти его возраст на сегодняшний день.

Задачи на вычисление промежутка времени при денежных операциях.

При денежных операциях для упрощения вычислений в году считают 360 дней и в месяце 30 дней.

31. Вычислить устно:

1) Сколько дней содержат $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$ года?

2) Какую часть года составляют 10, 20, 18, 36, 72, 180, 144, 120, 240 дней?

3) Какую часть года составляют 1, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{6}$ месяца?

4) Выразить в месяцах: 1, 2, 3, 6, 12, 24, 36, 40 и 75 дней.

5) Выразить в часах: 20 мин., 35 м., 5 м., 40 м., 1 ч. 30 м., 2 ч. 50 м., 3 ч. 45 м., 4 ч. 15 м.

6) 3 ч. 40 мин. · 2; 5 ч. 15 мин. · 3; 8 ч. 36 мин. · 4.

7) 4 ч. 24 мин. : 8; 42 мин. 20 сек. : 5; 1 ч. 12 мин. 16 сек. : 4.

При вычислении сроков хранения вкладов день, когда деньги вложены, в расчет не принимается, но день, когда деньги вынуты, сосчитывается.

32. Деньги внесены в сберегательную кассу 17 марта и вынуты 17 июня того-же года. Сколько времени были деньги на хранении?

33. Деньги внесены в сберегательную кассу 3 февраля и вынуты 18 апр. Сколько времени были деньги в кассе?

34. Найти сроки хранения денег в сберегательной кассе, если они:

- 1) внесены в кассу 1 июня и вынуты 7 августа,
- 2) " " " 15 марта " " 20 сентября,
- 3) " " " 6 августа " " 30 декабря,
- 4) " " " 3 января " " 15 июля.

35. Деньги сданы на хранение 5 ноября и вынуты 10 февраля следующего года. Сколько дней были деньги на хранении?

Указание. Сначала вычислить время до 1 января, потом от 1 января до 10 февраля.

36. Сколько времени деньги были на хранении в кассе, если они

Отданы на хранение	15 декабря	20 ноября	17 сент.	1 сент.
Взяты из кассы (в след. году)	1 марта	12 янв.	25 янв.	16 сент.

37. Вместо названий месяцев часто пишут римские цифры I—XII.

Найти время, в течение которого деньги были на хранении, если они

Сданы на хранение	4 I	11 VI	12 IV	1 XI	10 IX
Вынуты	25 XI	10 XII	5 VII	8 II	1 III

Для повторения.

- 1) Какова длина ночи и дня, если ночь короче дня в три раза?
- 2) $7\frac{1}{2}$ ч. — 45 мин.; $\frac{2}{3}$ мин. + 40 сек.; 2 ч. 48 мин. : 6.
- 3) $8\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{5}$; $2,75 + 3\frac{2}{3}$; $6\frac{1}{3} - 2,5 + 3\frac{2}{3}$.
- 4) $7\frac{1}{6} \cdot 12$; $5\frac{1}{3} : 4$; $15 \cdot (18 - 6\frac{2}{3})$.

- 5) $4 \cdot 2\frac{2}{3}$; $12 : 1\frac{1}{5}$; $(8\frac{1}{4} + 1\frac{5}{6}) : 11$.
 6) $8\frac{1}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$; $15\frac{1}{3} : 3\frac{5}{6}$; $(\frac{2}{3} - \frac{5}{8}) \cdot 3\frac{3}{5}$.
 7) $2,05 - 1,95$; $0,15 \cdot 7,8$; $0,3216 : 0,16$.
 8) 7 кг 50 г : 25; 40 м · 60 = ... км.

*9) Часы уходят вперед на 4 минуты в сутки. Через сколько суток они покажут снова правильное время?

Смешанные задачи с мерами времени.

38. В минуту мальчик пробежал 350 м. Во сколько минут он пробежит километр?

39. Р. Тоомсалу в 1933 году пробежал 200 метров в 22,9 секунды. Сколько метров пробегал Тоомсалу в секунду?

40. Лошадь пробежала в час 12,5 км. Сколько километров она пробегала в среднем в минуту?

41. В 1928 г. финн П. Нурми пробежал в час 19,21 км. Какое расстояние пробегал он в минуту?

42. В три секунды звук передается приблизительно на 1 км. На какое расстояние передается звук в 5 секунд?

43. Как далеко до леса, если эхо слышится через 5 секунд? (См. предыдущую задачу).

44. Расстояние между Солнцем и Землей свет проходит в $8\frac{1}{3}$ минуты. Скорость света 300 000 км в секунду. Как далеко находится Солнце от Земли?

45. Во сколько секунд свет пройдет от Луны до Земли, если известно, что расстояние Луны от Земли 384 400 км?

46. За четыре часа пешеход прошел 18 км. Сколько километров проходил он в час?

47. В три четверти часа поезд прошел 28,02 км. Сколько км проходил поезд в час?

48. В 40 мин. автомобиль прошел 52 км. Чему равна скорость этого автомобиля в час?

49. За три часа лодка проплыла 16 км. Какое расстояние проплывет эта же лодка за 5 часов?

50. За 3 часа рабочий вырыл 7 м канавы. Сколько метров канавы сможет он вырыть за 10 часов?

51. Один рабочий за 2 часа вырыл 5 метров канавы, другой — за 3 часа 7 метров такой же канавы. Который из них работал быстрее и на сколько?

52. Один пешеход за 5 часов прошел 24 км, другой — за 3 часа 16 км. Который из них ходит быстрее и на сколько?

53. Одна швея в два дня сшила 3 рубашки, другая — в три дня 4 рубашки. Которая из швей была опытнее и в какой мере?

54. Автомобиль прошел в 1 час 20 минут 80 километров. Найти среднюю часовую скорость этого автомобиля.

55. Поезд прошел в 50 минут 32 км. Найти среднюю часовую скорость этого поезда.

56. Пароход прошел в час одну морскую милю или 1852 м. Говорят при этом, что скорость парохода один узел. Какова скорость парохода в узлах, если он проходит в час 30 км?

57. Найди скорость парохода в узлах, если пароход в три часа прошел 72 км.

58. Пароход движется со скоростью 18 узлов. Сколько километров прошел этот пароход в час?

59. Пароход идет со скоростью 20,5 узлов. Сколько километров проходит этот пароход в час?

60. Поезд вышел со станции в 12.40 и прибыл на конечную станцию в 13.15. Найди среднюю скорость этого поезда, если известно, что расстояние между названными станциями 25 км.

61. Поезд вышел из Таллина в 23 ч. 20 м. и прибыл на станцию Тапа в 2 ч. 02 м. Как велика средняя скорость поезда, если известно, что расстояние от Таллина до Тапа 77,6 км?

62. Отец выехал из дому в 5 ч. 15 м. и прибыл в город в 11 ч. 10 м. С какой скоростью ехал отец, если известно, что от нашего дома до города 42 км?

4. Процентные вычисления.

Нахождение процентов от данного числа.

„Один процент“ означает 0,01 или $\frac{1}{100}$ и пишется:

$$1\% = 0,01 = \frac{1}{100}.$$

Поэтому $2\% = 0,02 = \frac{2}{100}$ и т. д.

Найти, например, 5% от 340 значит, найти 0,05 или $\frac{5}{100}$ числа 340, т. е. а) $340 \cdot 0,05 = 17$ или б) $340 \cdot \frac{5}{100} = \frac{340 \cdot 5}{100} = 17$.

1. Найти устно:

- 1) 1% чисел: 100; 200; 250; 32; 2400.
- 2) 10% или $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$ чисел: 30; 300; 3; 450.
- 3) 25% или $\frac{25}{100} = \frac{1}{4}$ чисел: 20; 200; 30; 300; 1000.
- 4) $12\frac{1}{2}\%$ или $\frac{25}{200} = \frac{1}{8}$ чисел: 16; 32; 40; 120; 2000.
- 5) 5% или $\frac{5}{100} = \frac{1}{20}$ чисел: 18; 5; 0,5; 1,6; 0,18; 25; 20.
- 6) 75% или $\frac{75}{100} = \frac{3}{4}$ чисел: 24; 36; $\frac{4}{5}$; $\frac{8}{5}$; 1,2.

2. Отец зарабатывал 120 марок в месяц. Из этих денег 20% он расходовал на уплату за квартиру, 9% на покупку топлива, 35% на приобретение съестных припасов, остальные деньги на прочие надобности. Какие суммы расходовал отец на все это в отдельности?

3. У крестьянина 52 га земли. 25% этой земли составляет лес, 10% — луга, 8% — пастбища, 20% — негодной земли и остальная земля под пашней. Сколько у крестьянина земли каждого рода?

4. В школе 300 учащихся, из них девочек 45%. Сколько в школе мальчиков и сколько девочек?

5. На 1 янв. 1938 года в Тарту было 60 104 жителя. Мужчины составляли от этого числа 42,9%. Сколько было на 1 янв. 1938 г. в Тарту мужчин и сколько женщин?

6. У торговца было в лавке 2 мешка сахару по 100 кг в каждом, по 44,5 пф. килограмм. Сколько заработает торговец, продавав этот сахар с прибылью в 3%?

7. В доме 2 квартиры. За одну квартиру платили 25 марок в месяц, за другую — 32 марки. Домохозяин понизил плату на 10%. Найти новый годовой доход домохозяйна!

8. Найти:

5,2% от 320	25,2% от 520	0,5% от 0,8
6,4% „ 180	7,9% „ 4900	0,9% „ 2,42
1,6% „ 200	80% „ 920	2,4% „ 120,60
9,5% „ 500	2,7% „ 9	12,5% „ 360,45

Округление результатов при вычислении процентов.

В ответах дальнейших задач десятые и более мелкие доли практического значения не имеют, поэтому их можно отбросить, округлив результат в целые, но надо помнить, что, если первая из отбрасываемых цифр равна или больше 5, то предыдущую цифру надо увеличить на единицу; в противном случае ее оставляют без изменений.

$$\begin{array}{r} \text{Пример: } 8,2\% \text{ от } 756 = 756 \cdot 0,082 \\ \hline 1512 \\ 6048 \\ \hline 61,992 \approx 62. \end{array}$$

9. Из класса, в котором по списку 45 учеников, однажды отсутствовало 17,8% всех учеников. Сколько учеников в этот день отсутствовало и сколько было в школе?

10. В 1897 г. в Таллине было 58 810 жителей; из них 68,7% составляли эстонцы, 17,5% — немцы и 10,2% — русские, остальные жители были других национальностей. Сколько было в то время в Таллине эстонцев, немцев и русских?

11. В 1934 г. в Таллине было уже 137 792 жителя; из них 85,8% эстонцев, 4,8% немцев и 5,8% русских. Сколько было в Таллине тогда эстонцев, немцев и русских?

12. Найти следующие проценты чисел, округляя результаты до десятых долей:

8,6% от 460	9,5% от 128	4,2% от 92
5,4% „ 365	0,6% „ 385	0,8% „ 5,8
0,9% „ 85	5,4% „ 36	6,4% „ 72
0,36% „ 9,84	0,18% „ 60	0,35% „ 40

Промилль.

Как „один процент“ означает одну сотую, так „одна промилль“ означает одну тысячную и пишут

$$1^0_{00} = 0,001 = \frac{1}{1000}.$$

Поэтому $2^0_{00} = 0,002 = \frac{2}{1000}$ и т. д.

Найти, например, 12^0_{00} от 1540, значит, найти 0,012 или $\frac{12}{1000}$ числа 1540, т. е.

$$\begin{array}{r} 1540 \cdot 0,012 \\ \hline 3080 \\ 1540 \\ \hline 18,480 \end{array}$$

Запомнить, что $\frac{12}{1000} = \frac{1,2}{100} = 1,2\%$, таким образом

$$12^0_{00} = 1,2^0_0.$$

13. Найти промили в следующих примерах:

15^0_{00} от 680	24^0_{00} от 540	245^0_{00} от 36
120^0_{00} „ 720	160^0_{00} „ 86	75^0_{00} „ 840
108^0_{00} „ 809	305^0_{00} „ 1360	$0,6^0_{00}$ „ 205
$0,7^0_{00}$ „ 1240	$0,2^0_{00}$ „ 75	14^0_{00} „ 2490

14. Средний уклон дороги составляет 15^0_{00} . На сколько один конец этой дороги выше или ниже другого конца, если известно, что длина всей этой дороги 2,5 км?

15. Уклон канавы $1,2^0_{00}$. На сколько дно верхнего конца этой канавы выше дна нижнего конца, если длина всей канавы 800 м?

Нахождение числа по данным его процентам.

1-ый пример.

Дом застрахован от пожара за 7200 марок, что составляет $\frac{3}{8}$ его действительной стоимости. Как велика действительная стоимость дома?

Решение.

$\frac{3}{8}$ действительной стоимости дома равны 7200 марок.

$\frac{1}{8}$ " " " " $\frac{7200}{3}$ "

$\frac{8}{8}$ или вся стоимость дома равна $\frac{7200 \cdot 8}{3} = 19\ 200$ мк.

Короче: $7200 : \frac{3}{8} = \dots$

Ответ: Действительная стоимость дома 19 200 марок.

2-ой пример.

Чистый доход с усадьбы составил 126 марок. Хозяин, зная стоимость усадьбы, нашел, что этот доход составляет 1,2% всей стоимости. Как велика стоимость усадьбы?

Решение.

1,2% стоимости усадьбы равны 126 мк.

1% " " " $\frac{126}{1,2}$ "

100% " " " $\frac{126 \cdot 100}{1,2} = 10\ 500$ мк.

Ответ: Стоимость усадьбы 10 500 марок.

16. Квартира одной семьи стоит 27,50 мк. в месяц, что составляет 21% месячного жалованья отца. Каково месячное жалованье отца?

17. Крестьянин сказал, что урожай ржи в нынешнем году составил только 75% с урожая прошлого года, причем в нынешнем году он собрал ржи только 34,5 гл. Сколько ржи собрал крестьянин в прошлом году?

18. Для упаковки товара взяли ящик весом в 7,5 кг. Вес этого ящика составлял 12,6% веса товара с упаковкой. Найти чистый вес товара в ящике.

19. Бутыль для керосину весит 800 граммов, что составляет 14% веса вмещающегося в ней керосину. Сколько весит керосин вместе с бутылью?

28. Продав товар за 135,24 мк., торговля понесла убыток в размере 8⁰/. Найти первоначальную стоимость этого товара.

29. От высыхания вес зерна в закроме в течение года уменьшился на 6⁰/. Сколько весило зерно первоначально, если в конце года вес его был 6110 кг?

30. При наличии скидки в 10⁰/, книгу продали за 2,70 марки. Какова первоначальная цена книги?

31. В 1934 году в городах Эстонии было 323 000 жителей, что на 16,6⁰/о превышало число их в 1922 году. Сколько жителей было в городах Эстонии в 1922 году?

32. С 1922 года по 1934 год число сельских жителей в Эстонии уменьшилось на 2,7⁰/. В 1934 году сельских жителей было 767 500. Сколько сельских жителей было в 1922 году?

33. Вес брутто — 50 кг, тара составляет 4⁰/о этого веса. Каков вес нетто?

34. Ящик содержит 190 кг яблок. Каков вес брутто этого ящика, если тара составляет 5⁰/о всего веса?

35. 15 одинаковых книг продали со скидкой в 12¹/₂⁰/о за 21 марку. Какова была номинальная цена книги?

Выражение частного в процентах и в промилях.

(Процентное отношение).

Частное от деления одного числа на другое иначе называется отношением этих чисел.

Частное или отношение двух чисел мы можем выразить в сотых долях или в процентах следующим образом :

а) $0,7 : 35 = 0,02 = 2\%$.

б) $\frac{4}{5} : 2\frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 9}{5 \cdot 20} = 9 : 25 = 0,36 = 36\%$.

Также и в тысячных долях или в промилях :

в) $0,16 : 7,2 = 1,6 : 72 = 0,022 = 22\%$.

36. Выразить в процентах следующие частные (отношения):

0,8 : 3,2	7,8 : 39	0,5 : 20
5,4 : 10,8	0,94 : 4,7	0,36 : 7,2
0,12 : 6	0,16 : 64	5,8 : 26
7,5 : 50	4,5 : 13,5	0,62 : 3,1

37. Выразить в промилях следующие частные:

4,5 : 16	0,6 : 2,5	0,04 : 2,5
0,7 : 2,5	7,2 : 36	8,4 : 120
90 : 125	0,56 : 12,4	32 : 890
0,36 : 1,8	60 : 1560	40 : 2800

38. Горожанка купила на рынке 20 яиц, среди которых оказалось 4 негодных. Сколько процентов убытку понесла горожанка?

39. От продажи товара, который ему самому стоил 340 мк., торговец понес убыток в 28 марок. Сколько процентов убытку понес торговец?

40. Товар, который стоил 10,40 марки, был продан с прибылью в 1,20 марки. Сколько процентов прибыли при этом получили?

41. Выразить в процентах следующие частные с точностью до 0,1%:

$1\frac{1}{2} : 3,25$	$0,75 : 2\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{3} : 2,5$
$7,2 : 20\frac{3}{4}$	$1\frac{1}{5} : 3,4$	$\frac{3}{7} : 3,8$
$\frac{3}{8} : 2\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4} : 2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2} : 5\frac{3}{4}$
$5\frac{1}{4} : 20,8$	$7\frac{1}{2} : 15,6$	$\frac{2}{5} : 1\frac{3}{4}$

42. В молочной лавке за литр молока брали 15 пф., между тем как самой лавке литр молока стоил 13 пф. Сколько процентов лавка зарабатывала?

43. Торговец продавал кило масла по 1,75 марки, сам он платил за кило 1,60 марки. Сколько процентов прибыли получил торговец?

44. По данным народной переписи 1922 года в Эстонии было 1 107 059 человек населения, в 1934 г. в Эстонии уже было 1 126 413 жителей. На сколько процентов увеличилось население Эстонии за эти 12 лет?

45. В течение года число учащихся в школе уменьшилось с 458 до 425. Выразить в процентах уменьшение числа учащихся в школе.

46. Заполнить в тетради следующую таблицу:

Обыкновенная дробь	$\frac{1}{4}$					$\frac{1}{3}$
Десятичная дробь		0,5			0,375	
Проценты			75		0,80	
Промили				125		

Для повторения.

- 1) Найти 25% от 16,2; $\frac{1}{2}$; 1 ара; 1 часа.
- 2) Найти число, 5% которого равны 12; 1,5; 0,15.
- 3) Найти 10% от: 12; 9,2; 420; 0,8; 48.
- 4) " 5% " — — — — —
- 5) " 15% " — — — — —
- 6) Сколько процентов составляет 1 от $2\frac{1}{2}$? 0,2 от 2? 0,36 от 72?
 $\frac{3}{5}$ от $7\frac{1}{2}$? 0,25 от 7,5?
- 7) Увеличить на 10% следующие числа: 12; 24; 32; 0,18; 420.
- 8) Уменьшить на 5% следующие числа: 18; 38; 70; 160; 2400; 8020.
- 9) Уменьшив число на 15%, мы получим: а) 17; б) 8,5; в) 425; г) 51. Найти первоначальное число.
- 10) Увеличив число на 50%, мы получим: а) $1\frac{1}{2}$; б) 7,5; в) 300; г) $4\frac{1}{2}$. Найти первоначальное число.

5. Вычисление процентных денег.

Вклады и процентные деньги.

Пример.

Гражданин отдал на хранение в сберегательную кассу 640 марок по 4% на 5 месяцев. Сколько ему выплатили за это время процентных денег?

Решение.

100 марок принесут в год 4 марки

1 марка " " " $\frac{4}{100}$ "

640 марок " " " $\frac{4 \cdot 640}{100}$ марки

640 " " в месяц $\frac{4 \cdot 640}{100 \cdot 12}$ марки

640 " " в 5 мес. $\frac{4 \cdot 640 \cdot 5}{100 \cdot 12} = 10,67$ мк.

Запомнить, что при вычислениях процентных денег в месяце считают 30 дней и в году $30 \cdot 12 = 360$ дней.

1. Сколько процентных денег получится с 1260 марок за 52 дня, если эти деньги были на хранении в сберегательной кассе по 6%?

2. Найти процентные деньги с капитала в 7200 марок, если этот капитал отдан в оборот на 162 дня по 5,75%.

3. Найти процентные деньги с 10 050 мк., если известно, что эта сумма отдана на 1 год 4 месяца по 6,5%.

Пример.

Капитал приносит в год 6% процентных денег. Вычислить процентные деньги со 100 марок за 1, 2, 3, ... 12 месяцев и записать полученные данные в таблицу (см. на стр. 35).

100 марок в 12 месяцев приносят 6 марок

100 " " 1 месяц " $\frac{6}{12}$ мк. = 0,50 мк.

100 " " 2 месяца " $\frac{6 \cdot 2}{12}$ мк. = 1,00 мк. ...

Время в месяцах	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Процентные деньги в мк.	0,50	1,00										

Проследить внимательно, как меняются процентные деньги с изменением сроков хранения в 2, 3, 4 и т. д. раз.

Для облегчения вычислений в банках пользуются особыми таблицами.

Составить одну из таких таблиц для вычисления, например, процентных денег по 4% годовых с 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90 и 100 марок за время от одного до 12 месяцев.

4. Приготовить следующую таблицу и заполнить ее вместе с соседом.

4⁰/₁₀₀.

Месяцы Мк.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
10												
20												
30												
40												
50			0,50									
60												
70												
80												
90												
100												

5. Пользуясь таблицей, вычислить процентные деньги, если:

- 1) 700 марок отданы на хранение по 4% на 3 мес.
- 2) 300 " " " " " " " 4 "
- 3) 120 " " " " " " " $\frac{3}{4}$ года
- 4) 560 " " " " " " " 1 г. 2 мес.

6. Вычислить процентные деньги:

- 1) с 75 марок по 5% за время от 1 февр. по 1 декабря.
- 2) " 20 " " 4% " " " 1 янв. " 16 авг.
- 3) " 150 " " 3% " " " 12 сент. " 24 окт.
- 4) " 125 " " 5% " " " 15 июля " 15 янв.

7. Найти, пользуясь таблицей, процентные деньги, если:

- 1) 400 мк. отданы по 4% на срок от 1 марта по 1 июня.
- 2) 640 " " " " " " " 15 февр. " 15 мая.
- 3) 860 " " " " " " " 10 дек. " 10 февр.
- 4) 1400 " " " " " " " 5 ноября " 5 янв.

Деньги можно отдать в банк или на *текущий* счет или на определенный *срок*. Если вкладчик желает деньги из банка скоро получить обратно, то он кладет их на *текущий* счет. За суммы, находящиеся на текущем счету, банк не может платить такие же высокие проценты, как за суммы, отданные на определенный срок. Почему? Суммы, положенные на определенный срок, банк выплачивает только по истечении этого срока. Эти деньги банк может смело использовать для других целей, пока не наступит срок выплаты.

Вкладчику банк или сберегательная касса выдает особую сберегательную книжку.

Ниже приведена страница из такой книжки.

Текущий счет ном. 101. Гражд. Ив. Петухова.

Число месяца	Наименование суммы и подписи	Отданы на хранение		Взяты из кассы		Сальдо	
		Мк.	пф.	Мк.	пф.	Мк.	пф.
1937	Сальдо на 1 янв. 1937 г.	16	00			16	00
1 июня	Мк. сто внесено на хра- нение	100	—			116	00
1 ноября	Взято из кассы			40	—	76	00
31 дек.	Процентные деньги за 1937 г.						
	Перенос						

8. Вкладчику текущего счета ном. 101 платили 4⁰/₀. Найти процентн. деньги за весь 1937 г. со всех сумм, которые внесены в книжку, воспользовавшись составленной раньше таблицей процентных денег.

9. В другую сберегательную книжку были внесены следующие суммы:

Сальдо на 1 янв. 1937 г. 50 мк.
1 марта внесено на хранение. . . 60 ”
1 июля выдано из кассы 30 ”

Найти процентные деньги на 1 января 1938 г. и заключительное сальдо.

10. Крестьянин продал 750 кг ржи по 14 пф. за килограмм. Вырученные деньги 10 октября он положил в банк на текущий счет, но 1 декабря должен был все свои деньги из банка вынуть. Сколько процентных денег он получил, если известно, что банк выплатил ему 3⁰/₀?

11. Служащий внес в банк на текущий счет 20 июня 120 марок по 4⁰/₁₀₀. 1 января к первоначальной сумме приписали процентные деньги. Сколько денег теперь у служащего на хранении?

12. В какую сумму обратится, считая по 5,5⁰/₁₀₀ годовых:

- 1) 520 марок через 2 года,
- 2) 680 " " 3 "
- 3) 1000 " " 4 "
- 4) 1260 " " 3 "

при условии, что процентные деньги приписывают к начальному капиталу в конце срока.

13. Во что обратится, считая по 6⁰/₁₀₀ годовых:

- 1) 420 марок через 2 года,
- 2) 180 " " 3 "
- 3) 240 " " 2 "
- 4) 160 " " 3 "

при условии, что процентные деньги приписывают к начальному капиталу в конце срока?

14. Вычислить процентные деньги и общую сумму, если процентные деньги приписывают к начальной сумме по истечении срока:

- 1) 400 марок по 5⁰/₁₀₀ на 1 год; 2 года; 6 лет.
- 2) 600 " " 4⁰/₁₀₀ " 1 " ; 3 " ; 4 мес.
- 3) 500 " " 6⁰/₁₀₀ " 1 " ; 4 " ; 2 "
- 4) 300 " " 8⁰/₁₀₀ " 6 мес.; 3 мес.; 4 "

15. Какую сумму надо внести в банк, чтобы погасить долг в 420 мк., при условии, что процентные деньги из расчета по 7,5⁰/₁₀₀ присчитываются к начальной сумме долга при уплате его и что долг был погашен через 2 года 48 дней?

16. Предприниматель купил участок земли прямоугольной формы по 180 марок за ар с условием, что $\frac{3}{4}$ стоимости этого участка будут уплачены при покупке, а остальная сумма вместе с процентными деньгами из расчета по 5,5% через 9 месяцев. Сколько должен был уплатить предприниматель в конце срока, если известно, что купленный участок земли имел в длину 68 м и в ширину 49 м?

Для повторения.

Выполнить указанные в таблице действия (сверху вниз!)

а	б	в	г	д
300% от 249	75% от 240	0,5% от 156	15% от 48	155% от 40
$\cdot \frac{1}{3}$	$+ 6\frac{1}{2}$	$\cdot 10$	$: 3$	$: 10$
$- 3$	$: \frac{5}{8}$	$\cdot \frac{1}{3}$	$\cdot \frac{1}{8}$	$\cdot 0,03$
$\cdot 12\frac{1}{2}$	$66\frac{2}{3}\%$	50%	$+ \frac{1}{2}$	$\cdot 100$
$+ 150$	$\cdot 0,6$	$\cdot 100$	25%	$- 6$
$\cdot \frac{3}{5}$	50%	$\cdot \frac{2}{5}$	0,1	$33\frac{1}{3}\%$

Заем и процентные деньги.

17. Для покрытия текущих расходов крестьянин занял от своего соседа 250 марок по 6% на 3 месяца, уплатив процентные деньги вперед. Сколько процентных денег должен был уплатить крестьянин?

18. В банке заняли 180 марок по 7% на 110 дней. Какую сумму выплатил банк, если известно, что процентные деньги при выдаче займа банк удерживает?

19. Сколько процентных денег нужно платить за заем в 40 марок, если заем сделан на 8 месяцев по 6% ?

20. 400 марок заняты по $6,5\%$ на 1 месяц 15 дней, причем процентные деньги при займе удержаны. Сколько денег получено на руки?

Для повторения.

- 1) Найти $\frac{3}{8}$ от: 20; 1,5; 0,2; $3\frac{1}{8}$; 1 км.
- 2) Найти 15% от: 70; 3,6; 280; 0,6; 1 час.
- 3) Найти целое, если
 - а) 12% его равны 3,6; б) $\frac{3}{4}$ его равны 1,8;
 - в) $0,6\%$ " " 30; г) $\frac{3}{5}$ " " 0,45?
- 4) Сколько процентов составляет: а) 2,5 от 10? б) 0,2 от 1; в) $\frac{3}{4}$ от 1,5; г) $\frac{3}{8}$ от $\frac{3}{4}$?
- 5) За 25 марок в полгода получили 0,5 марки процентных денег. По сколько процентов одолжены деньги?
- 6) Выразить в промилях: $\frac{1}{4}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{2}\frac{1}{5}$.
- 7) а) $8\frac{1}{4} - 3,5$; б) $2\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$; в) $3\frac{1}{3} : 1\frac{1}{5}$.
- 8) Торговец получил некоторое количество рыбных консервов, из которых 100% оказались испорченными. Какая часть консервов доставлена годной?
- 9) Во сколько месяцев будет погашен долг, если ежемесячно выплачивать 50% остающегося долга?

Пропорциональные и обратно-пропорциональные величины. Диаграммы.

6. Пропорциональные величины.

Что такое пропорциональность?

Килограмм муки стоит 20 пф., 2 кг — ...; 3 кг — ...; 4 кг — ...; $\frac{1}{2}$ кг — ...; $\frac{1}{4}$ кг — ...

1. Начерти по образцу нижеследующей таблицы такую же и заполни ее.

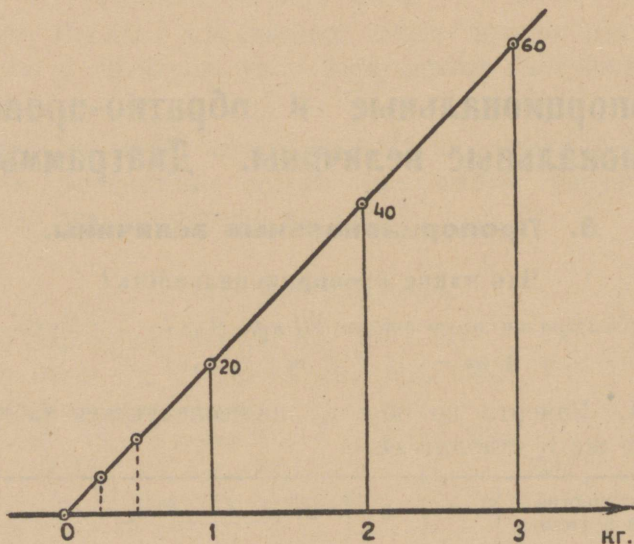
Количество муки в килогр.	1	2	3	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
Стоимость муки в пфенн.	20	40			

2. 1) Как изменяется стоимость муки, если количество ее увеличивается в 2, 3, 4 и т. д. раз?

2) Как изменяется стоимость муки, если количество ее уменьшается в 2, 3, 4 и т. д. раз?

Изменение стоимости товара полезно изображать наглядно на рисунке или диаграмме. Начертим в тетради горизонтальную прямую и отметим на ней на одинаковых расстояниях друг от друга точки 0; 1; 2; 3; ...; получим т. н. *числовую ось*. См. черт.! Далее восставим из отмеченных на числовой оси точек перпендикуляры и отложим на них в каком-либо масштабе, например, 1 пф. пусть соответствует 1 мм, стоимость товара. Приложив к полученным точкам линейку, увидим, что все эти точки расположены по прямой линии, причем эта прямая проходит через точку 0.

Найди также соответствующие точки для половины и четверти килограмма. Построение покажет, что и эти точки находятся на той же прямой.



Запомнить: Величины, которые связаны между собою так, что при увеличении (или уменьшении) одной из них в несколько раз, увеличивается (или уменьшается) и другая во столько же раз, называются пропорциональными величинами.

3. Пешеход проходит в час в среднем 5 километров. Сколько километров пройдет он в 2, 3, 4, 5 ... $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$ часа? Найденные числовые пары вписать в таблицу

Число часов	1	2	3	4	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
Пройденное расстояние в килом.	5					

4. Возьми лист миллиметровой или просто разлинованной на квадратики бумаги, проведи на ней две взаимно-перпендикулярные оси и, пользуясь таблицей задачи № 3, на горизонтальной оси отметь часы, а на вертикальной соответственно этим часам пройденные километры. Пересечения перпендикуляров, вставленных из этих точек, дадут точки графики пропорциональной зависимости.

5. Воспользовавшись графиком задачи № 4, найти, сколько километров соответствует часам, приведенным в следующей таблице:

Число часов	5	6	0,5	0,6	7	70	$1\frac{1}{2}$	$3\frac{1}{4}$
Число километров								

Проверить полученные результаты посредством вычислений.

6. Приготовить таблицу и заполнить ее, подобрав соответствующее число часов расстояниям в 40; 35; 25; 2,5; 4; 400; 350; 200 км.

Проверить полученные результаты вычислением.

7. За отданные на хранение суммы банк платит 5⁰/₀ годовых. Найти процентные деньги за год, если в банк положены следующие суммы: 100; 200; 300; 400; 500; 600; 700; 800; 900 и 1000 марок. Начертить по образцу предыдущих задач таблицу и диаграмму. Объясни затем, как изменяются процентные деньги при изменении капитала.

8. По диаграмме задачи № 7 найти процентные деньги за год со следующих сумм: 550; 620; 50; 920; 860; 2000 и 4500 марок. Для наглядности сделай соответствующую таблицу.

9. Найти отданные на хранение суммы, соответствующие процентным деньгам — 15; 28; 72; 6; 400; 720 мк., если известно, что банк выплачивал по 5⁰/₀. Решить задачу при помощи диаграммы и вычислением.

10. Сторона квадрата равна 1 дм; 2 дм; 4 дм; 0,2 дм и т. д. Найти периметры этих квадратов и выяснить, как изменяется этот периметр с увеличением стороны квадрата в 2, 3, 4 ... 10 раз.

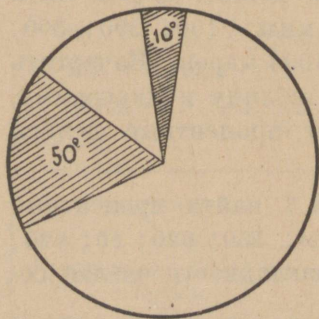
11. Радиус окружности r , длина окружности $C = 2\pi r$. Найди длину окружности, если $r = 1; 2; 4; 6; 0,4; 0,8; 1,2; 20$. Как зависит длина окружности от длины радиуса?

12. 10 литров молока стоят 1,20 марки. Сколько литров молока можно купить за 20; 40; 50; 60 пф.?

13. 3 рабочих могут вырыть в день 25 метров канавы. Во сколько дней они выроют 100 м; 125 м; 150 м такой же канавы?

14. Подняв 1 килограмм на высоту 1 метра, мы совершим работу в один килограммометр. Какую работу мы совершим, подняв ведро с водой весом в 12 килограммов на высоту в 2; 3; 5,2; 7,5 метра?

15. Основание прямоугольника 12 см, но высота его переменная величина, а именно: 1; 2; 3; 4; 5 см и т. д. Найти площади этих прямоугольников. Как



изменяется площадь прямоугольника с изменением его высоты при одном и том же основании?

16. Радиус круга 2 см. Найти площадь этого круга. Во сколько раз площадь сектора, соответствующего 1 градусу, меньше площади целого круга? Во сколько раз уве-

личивается площадь сектора, если мы соответствующий центральный угол увеличим в 2; 3; 4 и т. д. раз? Заполнить нижеследующую таблицу и выяснить, в какой зависимости находятся площадь сектора и соответствующий центральный угол.

Центр. угол	10°	20°	50°	5°	1°	45°	90°
Площадь сектора в кв. сантим. (радиус равен 2 см)							

17. Как изменяется площадь прямоугольника, если высота его остается постоянной (напр., 10 см), а основание изменяется (1, 2, ... 15 см)?

18. Зная цену одного килограмма некоторого товара, начертить и заполнить следующую таблицу.

Количество товара в кг.	1	2	3,6			0,36		72
Стоимость товара в марках	0,45			45	94,5		0,9	

Нахождение неизвестного четвертого члена при прямой пропорциональности.

Если из четырех пропорциональных величин три известны, то всегда можно найти и четвертую.

Пример. 5 гл ржи весили 392 кг. Сколько весили 7 гл ржи?

Решение.

5 гл ржи весили 392 кг.

1 " " весил $\frac{392}{5}$ " (в 5 раз меньше)

7 " " весили $\frac{392 \cdot 7}{5}$ кг (в 7 раз больше)

Итак, 7 гл ржи весили $\frac{392 \cdot 7}{5} = \dots$ кг.

19. Земледелец с 15 аров собрал 14,7 центнера картофеля. Сколько картофеля он мог бы получить со 100 аров или с 1 гектара, если предположить, что урожай картофеля был бы столь же хорош?

20. На 30 арах земли посеяли 7 кг клевера. Сколько клевера надо посеять на 2,1 га?

21. На 35 арах посеяли 60 кг ржи. Сколько ржи нужно посеять на прямоугольном участке земли, длина которого 145 м и ширина 92 м?

22. На 2 га посеяли 380 кг овса. Сколько овса надо посеять на прямоугольном участке земли, длина которого 80 м и ширина 63 м?

23. 3 куб. дециметра железа весят 23,4 кг. Сколько весит кусок железа, объем которого равен 8 куб. дециметрам?

24. 2 куб. дециметра древесины весят 1,3 кг. Сколько весит кусок древесины, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, размеры которого: 5 см, 2,5 см и 6 см?

25. 5 куб. сантиметров меди весят 44 г. Сколько весит кусок меди, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, размеры которого 5 мм, 10 см, 2,5 дм?

Пропорциональное деление.

Иногда нам известны сумма двух или нескольких чисел, а также частное (отношение) тех же чисел. В таких случаях мы можем найти и самые числа.

Пример.

Двое рабочих вместе заработали 48 марок. Один рабочий работал 3 дня, а другой — 5 дней. Сколько мк. из заработанных денег должен получить каждый из них, если дневной заработок рабочих одинаковый?

32. Товар вместе с упаковкой весил 3,63 центнера. Вес упаковки составлял 20% веса товара. Найти вес товара и упаковки.

33. Книга в переплете стоила 1,80 марки. Найти стоимость книги без переплета, зная, что переплет стоил 20% того, что стоила книга без переплета.

34. Разделить на 3 части:

а) 360 так, чтобы эти части были в отношении: 2:3:4;

б) 13 часов так, чтобы эти части относились друг к другу, как 3:5:7;

в) 1350 так, чтобы эти части относились друг к другу, как $3:4\frac{1}{2}:2\frac{1}{2}$;

г) 3,74 км так, чтобы части относились друг к другу, как $1:\frac{1}{2}:\frac{1}{3}$.

Замечание. Для облегчения вычислений дробные члены отношения обратить в целые, помножив их на общий знаменатель, напр. $3:4\frac{1}{2}:2\frac{1}{2} = 6:9:5$.

35. Острые углы прямоугольного треугольника относятся, как 1:2. Найти эти углы.

36. Углы треугольника относятся, как $2\frac{1}{2}:5:4\frac{1}{2}$. Найти все углы треугольника.

37. Торговец разделил 1540 марок на две части в отношении $3\frac{1}{2}$ к $7\frac{1}{2}$. Первую часть он поместил в предприятие, которое дало ему 8% дохода, вторую — в предприятие, которое дало 6,5% дохода. Найти общий доход торговца.

38. Два лица основали общее предприятие, в которое первый внес 4500 марок, второй — 3000 марок. Предприятие дало 1200 марок чистого дохода. Сколько из этого дохода должен получить каждый?

Решение.

В предприятие внесли:

I компаньон 4500 мк. или 3 части	1 часть капитала =
II " 3000 " " 2 "	= 1500 марок.

Вместе 5 частей дали доход в 1200 марок.

1 часть дала доход в $1200 : 5 = 240$ мк.

I компаньон получит $240 \cdot 3 = \dots$

II " " $240 \cdot 2 = \dots$

Вместе:

39. Три лица имели общую торговлю, которая дала 3840 марок дохода. Как разделить этот доход, если известно, что первый компаньон имел в торговле 2000, второй 4000 и третий 6000 марок?

40. Предприятие дало 1000 марок чистого дохода. Как разделить этот доход между тремя владельцами, если первый имел в предприятии 3000, второй 5000 и третий 12000 марок?

41. Два брата внесли в торговое предприятие 8400 марок. К концу года предприятие дало одному брату 200 марок и другому 500 марок чистого дохода. Как велики были пай каждого брата?

42. В общее предприятие двух торговцев было внесено 1428 марок. Предприятие дало одному торговцу 90 марок, второму 120 марок прибыли. Сколько марок имел в предприятии каждый?

43. Из двух капиталов в 450 марок и 600 марок первый был в обороте 3 месяца и второй — 2 месяца. Начинание принесло 76,50 марок прибыли. Сколько прибыли принес каждый капитал?

Указание. Первый капитал содержит 3 равных части по 150 марок, эти деньги находились в обороте 3 месяца, следовательно, из общей прибыли первому принадлежит $3 \cdot 3 = 9$ равных частей.

44. Брат и сестра имели вклады на общей сберегательной книжке; процентные деньги по вкладам составили 10,50 марки. Брат имел на сбережении 450 марок в течение двух месяцев, сестра имела 270 марок в течение 3 месяцев. Сколько из общих процентных денег принадлежит тому и другому?

45. Некто разделил свои 420 марок на две части, в отношении 5 к 7. Первую часть он положил на текущий счет по 4%, вторую поместил срочно по 5%. Сколько процентных денег получит он по истечении года?

Для повторения.

1) Какие величины называются пропорциональными? Приведи примеры пропорциональных величин?

2) Курьер проехал в час 60 км, в 2 часа 120 км, в 3 часа... Какое расстояние покроем курьер в $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; 0,8 часа?

3) Падающее тело проходит в первую секунду 5 м, во вторую — 15 м, в третью — 25 м. Будут ли эти расстояния пропорциональны соответствующим промежуткам времени?

4) Как изменяется величина дроби, если знаменатель дроби остается без изменения, а числитель увеличивается в 2, 3, 4 и т. д. раз?

5) $0,5 \cdot 12$; $0,25 \cdot 0,4$; 75% от 0,18; 12,5% от 0,16.

6) Увеличить на 10% следующие числа: 24; 3,6; 480; 9,2; 5,6; 0,8.

7) Уменьшить на 5% следующие числа: 40; 84; 32; 0,6; 72; 200; 460.

8) 780 марок даны на хранение в сберег. кассу по 6% на 45 дней. Сколько получают за это время процентных денег?

9) Разделить 120 на две части, из которых первая в три раза больше второй.

*10) Отбросив запятую у такой десятичной дроби, где после запятой только один десятичный знак, мы увеличим эту дробь на 5,4. Какова эта десятичная дробь?

7. Обратнo-пропорциональные величины.

Что такое обратная пропорциональность.

Пример.

Площадь прямоугольника $S = 18 \text{ см}^2$, его основание $a = 2 \text{ см}$. Найдите высоту этого прямоугольника.

Площадь прямоугольника = основание \times высота = $a \cdot b$.

$$\text{Высота} = \frac{\text{площадь}}{\text{основание}}; b = \frac{18}{a} = \frac{18}{2} = 9 \text{ см.}$$

1. Если длина основания прямоугольника изменяется, площадь же величина постоянная, то, очевидно, должна изменяться его высота, а именно с увеличением основания в 2, 3, 4 и т. д. раз высота уменьшается во столько же раз. Вставим значения высоты и основания в нижеследующую таблицу:

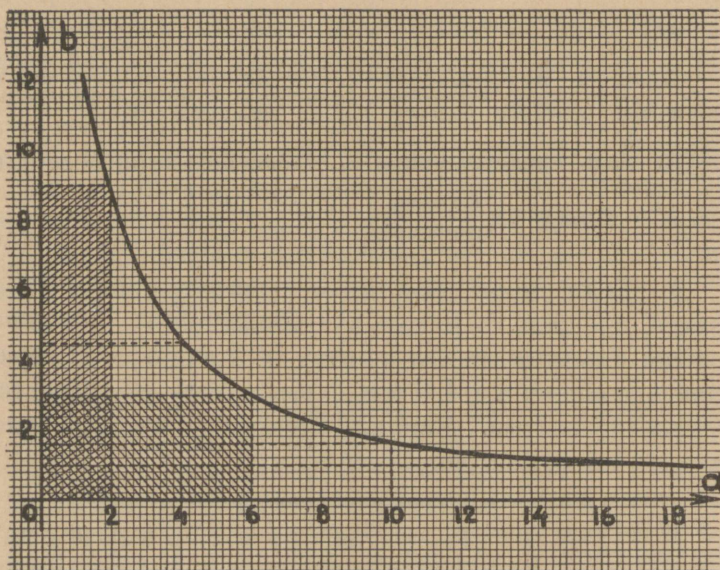
Основание прямоуг. a (см)	1	2	3	4	5	6	8	10	18
Высота прямо- уг. b (см)		9		4,5		3		1,8	1
Площадь прямоуг. (см ²)		18							

Начертить таблицу в тетради, заполнить и выяснить, как изменяется высота прямоугольника при увеличении или уменьшении основания в 2, 3, 4 и т. д. раз.

Запомнить: Величины, которые связаны между собою так, что с увеличением одной из них в 2, 3, 4... раза, другая уменьшается во столько же раз, называются обратнo-пропорциональными величинами.

Следовательно, основание и высота прямоугольника при постоянной площади величины обратнo-пропорциональные.

Проследить по чертежу за изменением формы прямоугольника при постоянной площади.



На горизонтальной оси чертежа отмечена длина основания и на вертикальной — длина высоты прямоугольника.

Обратить внимание, что свободные вершины прямоугольника перемещаются по кривой линии, а при графическом изображении прямой пропорциональности мы получали прямую.

2. 15 рабочих окончили рытье погреба в 4 дня. Во сколько дней окончат ту же работу 1, 2, 4, 5, 10, 20, 30, 40 рабочих?

Указание. При решении задачи принять во внимание, что одному рабочему понадобилось бы на эту работу $4 \cdot 15 = 60$ дней.

Число рабочих	1	2	4	5	10	20	30	40
Число дней	60							

Выяснить, как изменяется число рабочих дней при увеличении числа рабочих. Определить произведения числа рабочих на число рабочих дней!

3. Мотоциклист должен был проехать 150 км в t часов, двигаясь со скоростью v км в час. Принимая за продолжительность поездки последовательно 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10 часов, найти соответствующие средние скорости мотоциклиста.

Расположив найденные пары величин в таблице, выяснить, какова зависимость между средней скоростью и временем, потраченным на проезд.

4. Со 150 марок за 12 месяцев получили 6 марок процентных денег. За сколько месяцев при той же процентной таксе можно получить те же процентные деньги с 1) 50; 2) 25; 3) 30; 4) 300; 5) 450; 6) 600 марок?

Как изменяются сроки хранения с увеличением капитала в 2, 3, 4 и т. д. раз?

5. 120 марок дали в год 7,2 марки процентных денег. За сколько месяцев при той же процентной ставке можно получить те же процентные деньги с 60; 40; 30; 240; 180; 360 марок?

6. 250 марок по 5% в 3 месяца дают... марок процентных денег. Со скольких марок можно получить те же процентные деньги за 6, 12, 18 месяцев?

7. 760 марок при 4,5% в 4 месяца дают... марок процентных денег. Со скольких марок можно получить те же процентные деньги в 8, 2, 12 месяцев? в 1 год 4 месяца?

8. 480 марок в 6 месяцев принесли 26,40 марок процентных денег. Если сумма процентных денег не

меняется, то при уменьшении суммы вклада время сбережения увеличится. Заполнить таблицу:

Сумма сбережения в мк. (вклад)	480	120	80				720	96	
Время сбережения (в мес.)	6			12	2	18			2,4

На основании рассмотренных задач заключаем:

При постоянных процентных деньгах время сбережения и размеры вклада величины обратно-пропорциональные.

Нахождение неизвестного члена при обратной пропорциональной зависимости.

Пример.

12 рабочих окончили некоторую работу в 15 дней. Во сколько дней окончат ту же работу 18 рабочих?

Решение.

1 рабочий окончил бы работу в $15 \cdot 12$ дней

18 рабочих окончили бы " " $\frac{15 \cdot 12}{18}$ "

Ответ: 18 рабочих окончат работу в ... дней.

9. 25 рабочих вырыли канаву в 16 дней. Во сколько дней выроют такую же канаву 15 рабочих?

10. Прямоугольный участок земли имеет площадь в 42 ара; одна сторона этого участка равна 60 метрам. Найти длину другой стороны.

11. Площадь прямоугольного поля 0,28 га. Найти длину этого поля, если ширина его равна 43,1 м.

12. Площадь треугольника 7,2 дм², основание этого треугольника 5 дм. Найти его высоту.

13. Купили кусок холста, длина которого 1,8 м и ширина 72 см. Какова длина другого куска холста, площадь которого та же, но ширина равна 60 см?

14. Прямоугольный медный лист, длиною в 6,7 дм и шириною в 3,6 дм заменили другим листом, толщина и вес которого прежние, но длина равна 9,5 дм. Найти ширину этого другого листа.

15. Контролируя запасы корма для своего скота, земледелец нашел, что свои 12 коров он может прокормить в течение 150 дней. Опасаясь недостатка корма, он продал 2 коровы. На сколько времени хватит теперь корма?

16. Автомобиль проехал расстояние от посада до города в 4 часа 30 минут, двигаясь со скоростью 52 км в час. С какой скоростью должен ехать автомобиль чтобы покрыть это расстояние в 4 часа?

Для повторения.

1) Какие величины называются прямо-пропорциональными и какие обратно-пропорциональными?

2) На 9 человек требуется в день 3 кило хлеба. Сколько хлеба потребуется в день на 3, 4 и 6 человек?

3) Для 5 человек хлебного запаса хватит на 3 дня. На сколько дней хватит этого запаса для 1 человека? для 10 человек?

4) Разделить 4,5 марки пропорционально числам 4:5.

5) Ширина прямоугольника относится к его длине, как 2 к 3. Найти размеры этого прямоугольника, если периметр его 0,4 метра.

6) Найти число, 0,8% которого составляет 4.

7) В 1 час 15 мин. пешеход прошел 6,2 км. Сколько прошел он в час?

8) Продав товар за 3,45 марки, торговец получил 15% прибыли. Сколько стоил этот товар самому торговцу?

9) В виду частичной порчи товара цену его пришлось понизить с 250 пф. до 200 пф. Сколько % потерпели при этом убытка?

*10) Треть и четверть каких чисел дадут в сумме 28?

8. Графическое изображение статистических данных.

Прямоугольные диаграммы.

Для более ясного обзора статистических данных полезно эти данные представить при помощи чертежей или диаграмм.

Рассмотрим три вида диаграмм — прямоугольные, секторные и линейные.

Пример. Следующих 4 озера занимают площади:

- | | | |
|--------------------|---|--------------------------|
| 1. Ладожское озеро | — | 18 000 км ² . |
| 2. Онежское озеро | — | 9836 км ² . |
| 3. Пейпус | — | 3584 км ² . |
| 4. Вирц-ярв | — | 284,5 км ² . |

Начертить соответственно этим данным такие прямоугольники, которые дали бы нам площади этих озер во много раз уменьшенными.

Для этого примем 1 кв. сантиметр на диаграмме за площадь в 2000 кв. км; в таком случае

- | | | | |
|-----------------------------|-------------------------|--------------|------------------------|
| 1. Площадь Ладожского озера | 18000 км ² , | на диаграмме | 9 см ² . |
| 2. " Онежского озера | 9836 км ² , | " " | 4,92 см ² . |
| 3. " Пейпуса | 3584 км ² , | " " | 1,79 см ² . |
| 4. " Вирц-ярва | 284,5 км ² , | " " | 0,14 см ² . |

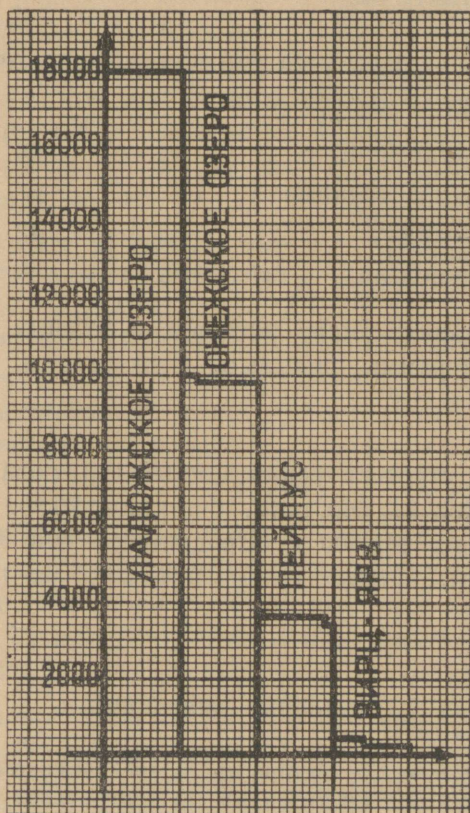
Начерти себе диаграмму означенных озер, приняв 1 кв. сантиметр на диаграмме за 2000 кв. километров.

1. Выписать по диаграмме площади озер следующим образом:

1) Ладожское озеро: на диаграмме 9 кв. см, площадь озера...

Из этого ясно, что диаграмма дает только приближенные значения площадей.

Площади четырех озер.



2. По данным 1939 года следующие европейские государства занимали площади (без колоний):

- 1) Великобритания 242 000 кв. км.
- 2) Франция 551 000 кв. км.
- 3) Голландия 34 200 кв. км.
- 4) Германия. 585 000 кв. км.

Представить эти площади в виде диаграммы, приняв 1 кв. сантиметр за 50 000 кв. км.

3. По данным 1939 года следующие государства имели жителей (без колоний):

1) Германия	80 милл.
2) Великобритания	47 милл.
3) Франция	42 милл.
4) Голландия	9 милл.

Представить число жителей названных государств в виде диаграммы, принимая 1 кв. сантим. за 10 миллионов жителей.

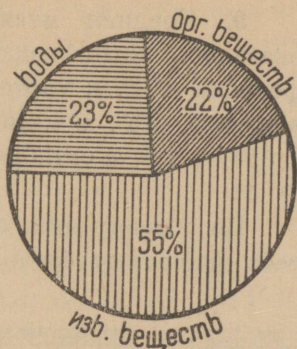
4. По статистическим данным 1937 года в Эстонии собрано ржи 211 500 тонн, пшеницы 75 800 т, ячменя 80 900 т, овса 139 000 т. Представить эти числа тонн диаграммой, приняв 1 кв. сантиметр за 10 000 тонн зерна.

Секторные диаграммы.

Так как площадь сектора круга увеличивается во столько же раз, во сколько мы увеличим его центральный угол, то статистические данные легко изображать при помощи секторов круга.

5. Человеческая кость содержит жиров и других органических веществ приблизительно 22%, воды 23%, известковых веществ 55%. Представить эти числа при помощи секторной диаграммы, принимая за 1% сектор, который равняется сотой доле площади круга, т. е. сектор, центральный угол которого $= \frac{360}{100} = 3,6^\circ$.

6. Измерить транспортиром на рядом расположенном рисунке центральные углы секторов, найти отношения этих углов к 360° и определить, сколько процентов составляет площадь каждого сектора от всей площади круга.



Указание. В тетради расположить вычисления следующим образом:

Центральные углы секторов для отдельных веществ:

Вода 84° , т. е. $84 : 360 = 0,23 = 23\%$ круга.

Орг. вещества

Известковые вещества

Вместе $\frac{\quad}{\quad} \%$ круга.

7. Представить при помощи секторной диаграммы а) численный состав своей школы по классам; б) распределение учащихся по их успешности в конце четверти; в) распределение жителей своего города по национальностям и т. д.

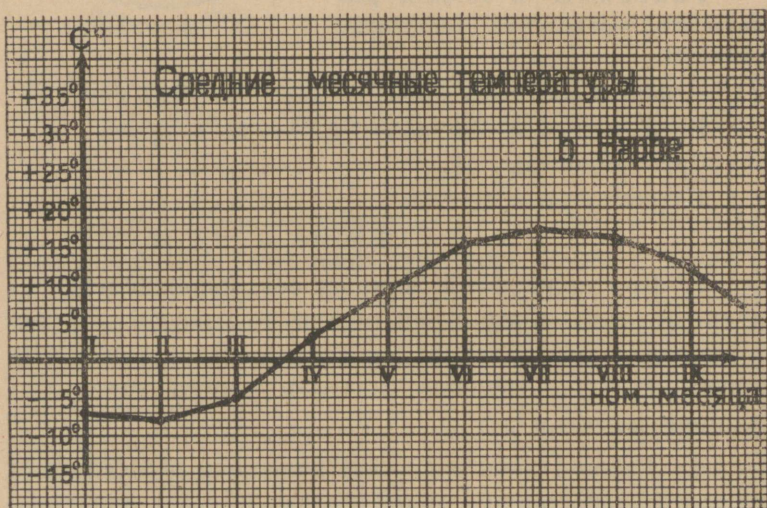
8. Ржаной хлеб содержит в среднем 8% белковых веществ, $0,5\%$ жиров, $50,5\%$ крахмала, $1,5\%$ минеральных солей, $1,5\%$ клетчатки и 38% воды. Представить состав хлеба при помощи секторной диаграммы.

Линейные диаграммы.

При представлении некоторых данных нет надобности принимать во внимание два измерения, довольно одного. Напр., нет надобности представлять при помощи площадей температуру, достаточно изобразить высоту температуры при помощи отрезка прямой или просто точкой на определенном расстоянии от оси. Для лучшего представления постепенного изменения температуры отдельные точки диаграммы соединяются линией.

9. Средняя месячная температура по Цельсию оказалась по наблюдениям в Нарве: в январе -7° , в феврале -8° , в марте -5° , в апреле $+3^{\circ}$, в мае $+9^{\circ}$, в июне $+15^{\circ}$, в июле $+17^{\circ}$, в августе $+16^{\circ}$, в сентябре $+12^{\circ}$, в октябре $+5^{\circ}$, в ноябре -1° и в декабре -5° .

По образцу нижеследующей диаграммы начертить себе диаграмму средних месячных температур в Нарве.



10. По диаграмме средних температур определить:
- 1) месяц с самой низкой средней температурой;
 - 2) месяц с самой высокой температурой;
 - 3) с каким месяцем совпадает или когда можно ожидать средней температуры в 0° ?

11. Приготовить диаграмму средних месячных температур города Таллинн, если известно, что средняя

температура в Таллинне: в январе — 6° , в феврале — 6° , в марте — 4° , в апреле $+ 2^{\circ}$, в мае $+ 9^{\circ}$, в июне $+ 15^{\circ}$, в июле $+ 17^{\circ}$, в августе $+ 16^{\circ}$, в сентябре $+ 12^{\circ}$, в октябре $+ 6^{\circ}$, в ноябре $+ 1^{\circ}$, в декабре — 3° .

Для повторения.

- 1) Найти 15% от 36; от 12; от 0,8; от 480.
- 2) Найти число, 75% которого равны $0,15$; $\frac{3}{5}$; 72; 1,8.
- 3) Разделить на 0,5 следующие числа: $1,5$; $2,6$; $1\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $7\frac{1}{2}$; $2\frac{3}{5}$!
- 4) Найти сумму, разность, произведение и частное чисел $1\frac{7}{8}$ и $\frac{3}{5}$!
- 5) Кило масла стоит 2 марки. Сколько стоит 400 г этого масла?
- 6) Разделить 24 пф. на такие две части, чтобы первая часть составляла $\frac{3}{5}$ второй.
- 7) Разделить 5 марок на две части таким образом, чтобы первая часть была на 50% больше второй.
- 8) С 750 марок получили за 3 месяца 9,40 марки процентных денег. По сколько процентов деньги были отданы?
- 9) Торговец при продаже некоторого товара понес убыток, равный $\frac{1}{3}$ стоимости всего товара. Выразить этот убыток в процентах.
- 10) Как высоко колесо, обод которого имеет в длину 1,75 м?

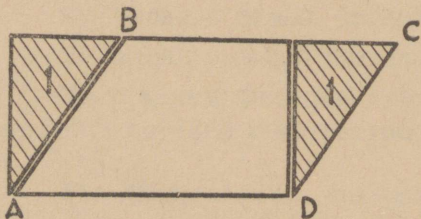
Задачи по геометрии. — Повторение и дополнения.

9. Параллелограмм, треугольник и трапеция.

Прямоугольник и квадрат.

1. Вычислить площадь пола класса.
2. Длина прямоугольника 8 м, ширина составляет 75% длины. Вычислить площадь этого прямоугольника в арах.
3. Длина прямоугольника 85 м, ширина 68 м. Вычислить площадь этого прямоугольника.
4. Сторона квадрата $\frac{3}{5}$ километра. Вычислить площадь этого квадрата в арах и гектарах.
5. Сторона квадрата составляет 12,5% от 1-го км. Вычислить площадь этого квадрата в арах и гектарах.

Параллелограмм и треугольник.



6. Начертить в тетради прямоугольник, измерить его длину и ширину и найти его площадь.

7. Вырезать прямоугольник из бумаги,

отрезать от него слева треугольник, как показано на чертеже, и приставить этот треугольник к противоположной стороне. Найти площадь образовавшегося параллелограмма $ABCD$.

Из построения следует:

1) Площади первоначального прямоугольника и образовавшегося из него параллелограмма равны, также равны их основания и высоты.

2) Площадь параллелограмма, также как и площадь прямоугольника, равна произведению его основания на высоту.

8. Начертить в тетради 2—3 прямоугольника, определить на глаз длину их оснований и высот и вычислить их площади. Измерить затем их основания и высоты линейкой (с точностью до 0,1 см) и вновь вычислить площади.

Если основание прямоугольника, а равно параллелограмма, обозначим буквой a , высоту буквой h , то площади их запишутся формулой:

$$S = a \cdot h.$$

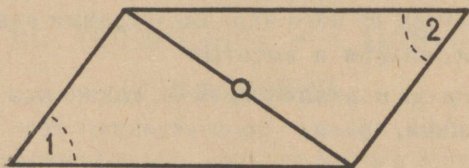
9. Начертить в тетради 2—3 параллелограмма и найти их площади, определив основания и высоты на глаз, потом вычислить эти же площади, произведя измерения линейкой (с точностью до 0,1 см).

Указание. Измерения должны быть выражены в мерах одного наименования.

10. Измерить транспортиром углы начерченных параллелограммов и записать полученные числа в измеренных углах. Найти затем суммы углов каждого параллелограмма.

11. Вырезать из бумаги параллелограмм и соединить прямой две противоположных вершины; параллелограмм разделится на два треугольника.

Отделить потом треугольники друг от друга и поворачивать один из них около середины диагонали до тех пор, пока они совпадут. Следовательно диагональ параллелограмма делит его на два равных треугольника.



12. Начертить треугольник, дополнить его до параллелограмма, пристроив к нему такой же треугольник. Вычислить затем площади параллелограмма и треугольника и записать правило, как находится площадь треугольника.

Площадь треугольника

$$S = \frac{1}{2} a \cdot h, \text{ где}$$

a — основание, h — высота треугольника.

13. Начертить параллелограмм, основание которого 8 см, боковая сторона 5 см и угол между ними 56° . Вычислить площадь этого параллелограмма.

14. Начертить параллелограмм, основание которого 7,5 см, боковая сторона 5,2 см и диагональ 10 см. Найти площадь этого параллелограмма.

15. Основание треугольника 9,6 см, углы при основании 72° и 64° . Начертить этот треугольник, определить его высоту и вычислить площадь.

16. Основание треугольника 6,8 см, одна из боковых сторон 5,4 см и угол между ними 48° . Начертить треугольник и вычислить его площадь.

17. Одна сторона треугольника $a = 9,4$ см, другая сторона $b = 6,9$ см, третья сторона $c = 10,2$ см. Начертить треугольник и вычислить его площадь.

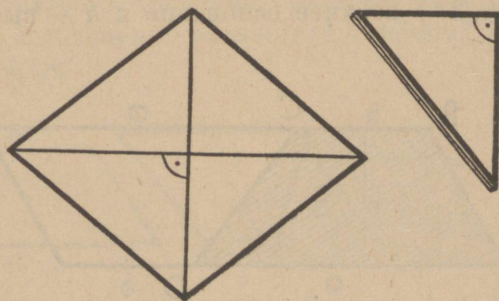
18. Периметр треугольника 24 см, стороны его относятся, как 3:4:5. Найти эти стороны.

19. Один из катетов прямоугольного треугольника 5 см, гипотенуза 8 см. Начертить этот треугольник и найти его площадь.

20. Гипотенуза прямоугольного треугольника 12 см, острый угол 52° . Начертить треугольник и найти его площадь.

21. Основание равнобедренного треугольника 6,2 см, угол при основании 62° . Найти площадь этого треугольника.

22. Начертить параллелограмм, все стороны которого равны. Такой параллелограмм называется ромбом. Перегнем этот ромб по диагоналям, чтобы противоположные вершины совпали; образуется 4 прямоугольных треугольника. Развернув ромб снова, мы увидим, что диагонали ромба взаимно-перпендикулярны. (См. чертеж.)



23. Вычислить площадь полученного ромба сначала так, как вычисляют площадь параллелограмма, а затем путем нахождения площади отдельных прямоугольных треугольников.

24. Диагонали ромба 8 см и 10 см. Начертить этот ромб и найти его площадь.

Трапеция.

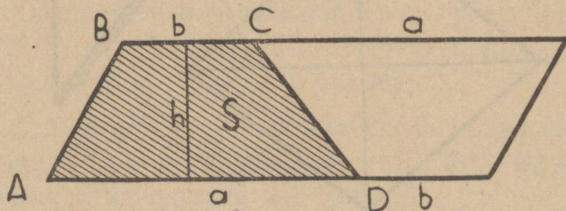
25. Начертить две параллельных и две непараллельных линии, из которых последние пересекали бы две первых.

Образованный четырехугольник называется трапецией. Следовательно, трапецией называют такой четырехугольник, две противоположные стороны которого параллельны.

26. Начертить трапецию на сложенном вдвое листе бумаги, вырезать эти трапеции и приложить их одну к другой, как показано на чертеже. Получится параллелограмм, составленный из двух равных трапеций. Вычислить площадь этого параллелограмма и показать, что площадь трапеции

$$S = \frac{(a+b) \cdot h}{2}, \text{ где}$$

a — нижнее, b — верхнее основание и h — высота трапеции.



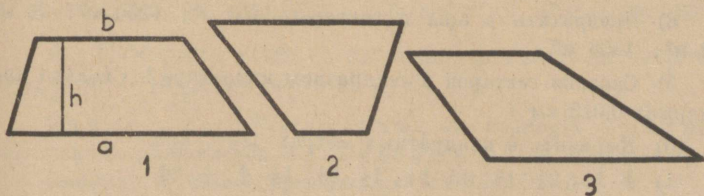
27. Основания трапеции 15 см и 13 см, высота 10 см. Вычислить площадь трапеции в квадратных дециметрах.

28. Длины параллельных сторон участка, имеющего форму трапеции, равны 92 м и 65 м, расстояние этих сторон друг от друга 42 м. Найти площадь этого участка в арах и гектарах.

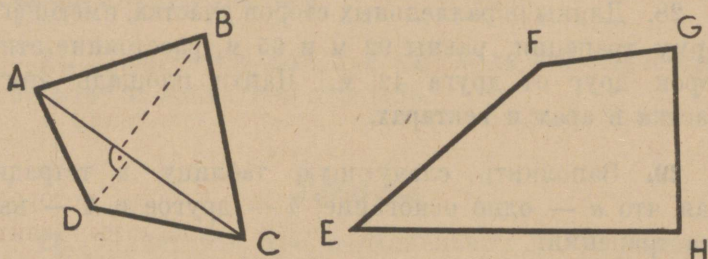
29. Заполнить следующую таблицу в тетради, зная, что a — одно основание, b — другое и h — высота трапеции.

№ упражнения	a	b	h	$a + b$	$\frac{(a + b) \cdot h}{2}$
1	24 м	15 м	12 м		
2	2 м 5 дм	1 м 8 дм	0,8 м		
3	90 м	78 м	64 м		
4	14,5 см	0,8 см	5 см		

30. Сделать нужные измерения и вычислить площади следующих трапеций. Данные измерений и результаты вычислений разместить в таблице, по примеру задачи № 29.



31. Разделить следующие четырехугольники на фигуры, площади которых мы умеем вычислять, сделать нужные измерения и найти их площади.



32. Начертить трапецию, нижнее основание которой 0,9 дм и углы при этом основании 75° и 60° ; высота трапеции 5,6 см. Вычислить ее площадь.

Для повторения.

- 1) Какой четырехугольник называется трапецией?
- 2) На сколько треугольников делит трапецию одна из ее диагоналей? Как велика сумма углов трапеции?
- 3) Один из катетов прямоугольного треугольника равен 20 см и составляет $\frac{3}{4}$ другого. Найти площадь этого треугольника.
- 4) Периметр прямоугольника 36 см. Как велики стороны этого прямоугольника, если отношение их равно 2:5?
- 5) Найти площадь предыдущего прямоугольника.
- 6) Выразить в квадратных сантиметрах: 1 дм²; 0,8 дм²; 0,02 м².
- 7) Выразить в квадратных метрах: 100 дм²; 120 дм²; 75 дм²; 9 дм².
- 8) Превратить в ары и гектары: 100 м²; 1200 м²; 75 м²; 345 м²; 1406 м².
- 9) Сколько гектаров в квадратном километре? Сколько аров содержат 0,012 км²?
- 10) Выразить в квадратных метрах $33\frac{1}{3}\%$ ара.
- 11) $\frac{1}{3} \cdot 12$; $2\frac{1}{2} \cdot 18$; $15 \cdot 1\frac{1}{3}$; $1\frac{1}{2} \cdot 24$; $1\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$; $\frac{1}{5} \cdot 20$.

12) $2:5$; $9:4$; $25:6$; $17\frac{1}{2}:5$; $\frac{2}{5}:2$; $\frac{7}{8}:28$; $\frac{5}{9}:5$.

13) $3:\frac{1}{2}$; $\frac{5}{8}:\frac{1}{2}$; $3\frac{1}{2}:\frac{1}{2}$; $4\frac{1}{2}:2\frac{1}{4}$; $2\frac{1}{3}:\frac{1}{6}$.

*14) Из двух ребят один на $2\frac{1}{2}$ года старше другого и на $30\frac{2}{3}$ года моложе отца. Сколько лет ребятам, если отцу $40\frac{1}{4}$ года?

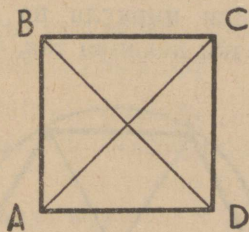
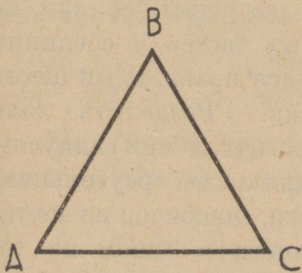
10. Правильный многоугольник. Окружность.

Правильный треугольник, четырехугольник и шестиугольник.

1. Начертить треугольник, все стороны которого равны. Найти высоту этого треугольника и вычислить его площадь. Каковы углы этого треугольника?

Запомнить: Треугольник, все стороны которого равны (углы его также равны), называется правильным.

2. Проверить, правильный ли изображенный ниже треугольник?



3. Начертить прямой угол, отложить на сторонах этого угла равные отрезки и дополнить чертеж так, чтоб получился квадрат. Провести в нем диагонали.

4. Измерить углы и стороны данного на чертеже квадрата и определить его площадь.

Запомнить: Многоугольник, все стороны и углы которого равны, называется правильным многоугольником.

Квадрат — также правильный многоугольник.

5. Начертить круг, разделить его диаметрами на 6 равных секторов (см. ниже чертеж). Как велики будут углы этих секторов?

Соединив концы диаметров между собой прямыми, получим внутри круга шестиугольник.

1) Каковы стороны этого шестиугольника? Сравни их с радиусом.

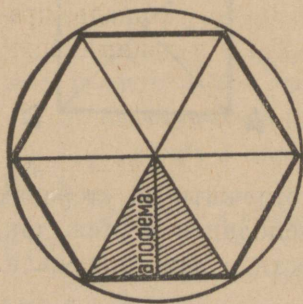
2) Каковы углы этого шестиугольника?

3) Из каких, следовательно, треугольников состоит полученный шестиугольник?

4) Каким образом при помощи циркуля легко разделить окружность на 6 равных частей?

5) Почему полученный шестиугольник можем назвать правильным шестиугольником?

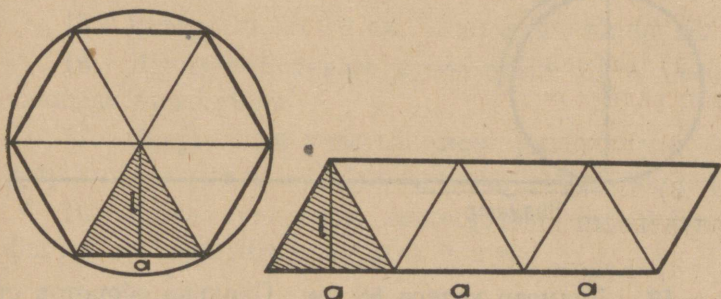
6. Начертить окружность, разделить ее при помощи циркуля на шесть равных частей и соединить точки деления так, чтоб получился правильный шестиугольник.



Разделить далее этот шестиугольник радиусами на правильные треугольники. Провести, наконец, из центра окружности в одном из треугольников высоту или апофему шестиугольника и вычислить сначала площадь отдельного треугольника, а затем площадь шестиугольника.

7. Начертить новую окружность, построить в ней правильный шестиугольник и разделить его на правильные треугольники. Вырезать эти треугольники

и расположить так, чтоб получился параллелограмм (см. чертеж). Определить площадь этого параллелограмма и вместе с тем и площадь правильного шестиугольника.



8. Из предыдущего следует правило вычисления площади правильного шестиугольника:

площадь правильного шестиугольника равна половине произведения его периметра на ...

9. Сторона правильного шестиугольника равна 4 см. Вычислить площадь этого шестиугольника.

10. Радиус круга 5,4 см. Найти площадь правильного шестиугольника, вписанного в данный круг.

Длина окружности и площадь круга.

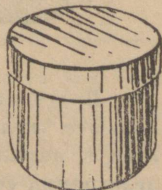
Измерить окружность и диаметр каких-либо цилиндрических тел и найти частное (отношение) от деления длины окружности на длину диаметра, т. е., число π :

$$\frac{\text{периметр}}{\text{диаметр}} = \pi; \quad \frac{C}{2r} = \pi,$$

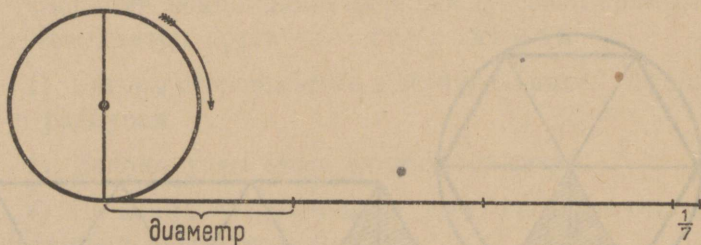
откуда

$$C = 2\pi r.$$

11. Диаметр окружности 15 см. Найти длину окружности.



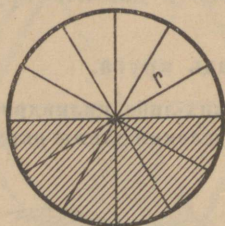
12. Диаметр колеса 0,6 м. На какое расстояние передвинется колесо при одном полном обороте? (См. ниже чертеж.)



13. Диаметр колеса 58 см. Сколько оборотов оно сделает на протяжении 1 км?

14. Длина минутной стрелки карманных часов 2 см. Какую линию и какой длины опишет конец этой стрелки в течение одного часа?

Начертить круг, разделить его на 12 равных секторов, и, вырезав, расположить эти секторы, как показано на чертеже.



Полученная фигура имеет вид параллелограмма. Чем на большее число секторов мы круг разделим, тем большее сходство с параллелограммом получим. Так как основание параллелограмма соответствует ..., высота соответствует ..., то

площадь круга равна половине длины окружности, помноженной на ...

Короче:

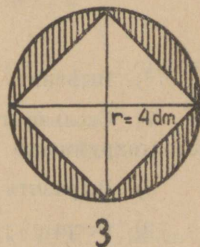
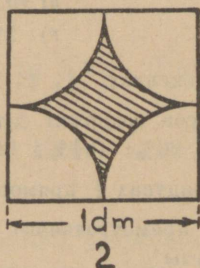
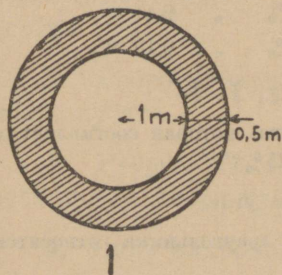
$$\text{площадь круга} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 2\pi r \cdot r = \pi r^2.$$

15. Радиус круга 10 см. Найти его площадь.

16. Диаметр круглого стола равен 1,2 м. Найти площадь этого стола.

17. Спортивный участок имеет форму круга, диаметр которого 18 м. Найти площадь этого участка.

18. Ниже приведены некоторые заштрихованные фигуры. Найти площади этих фигур.



19. Радиус круга 10 см. Найти сначала площадь целого круга, затем площадь сектора в 1° и, наконец, заполнить следующую таблицу:

Угол сектора	1°	2°	5°	10°	40°	90°	150°	180°
Площадь сектора (см^2)								

На основании данных предыдущей таблицы выяснить, как изменяется площадь сектора при увеличении центрального угла в 2, 3 и т. д. раз. Как называется такая зависимость между двумя величинами?

Для устного повторения.

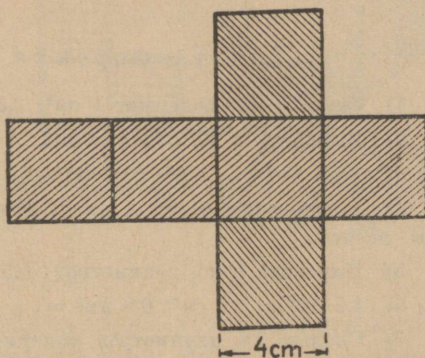
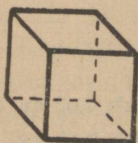
- 1) Окончить предложения:
 - а) π есть число, которое показывает . . .
 - б) Окружность длиннее своего диаметра в . . . раза.
 - в) Окружность длиннее своего радиуса в . . . раза.
- 2) Как велик угол между часовой и минутной стрелками в 6; в 13; в 14; в 15 часов?
- 3) Сколько аров содержит площадь круга, радиус которого 10 м?
- 4) Найти 15% чисел: 242; 32; 0,18; 400; 500; 1 дм².
- 5) Найти числа, от которых
 - а) 10% равны 0,08;
 - б) 25% „ 0,5;
 - в) 40% „ 0,4;
 - г) 5% „ 0,15 м².
- 6) Выразить в процентах: $\frac{3}{8}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$.
- 7) Сколько градусов содержит дуга, которая составляет от целой окружности 25%; 20%; $16\frac{2}{3}\%$; 125%?
- 8) Выразить в градусах $\frac{3}{4}$ прямого угла.
- 9) Острые углы прямоугольного треугольника относятся, как 1:2. Найти эти углы!
- 10) Один острый угол прямоугольного треугольника на 18° больше другого. Найти все углы этого треугольника.
- 11) Угол при вершине равнобедренного треугольника = 75°. Как велики другие углы этого треугольника?
- 12) 2 часа 12 мин. — 1 ч. 35 мин.
- 13) 2 ч. 15 мин. : 5; 12 мин. 15 сек. : 7.

11. Призма и цилиндр.

Как называются геометрические тела, которые со всех сторон ограничены прямоугольниками?

Как называются геом. тела, которые со всех сторон ограничены квадратными сантиметрами? квадратными дециметрами? квадратными метрами?

1. Начертить развертку поверхности куба, приняв за длину ребра куба, напр., 4 см (см. чертеж).

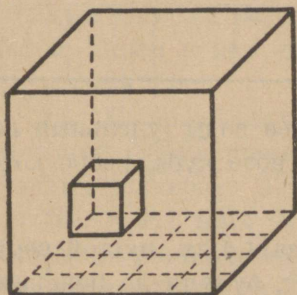


Какова будет площадь одной грани этого куба? Площадь всех граней? Склеить из этой развертки куб.

2. Ребро куба 1 дм 5 см. Найти полную поверхность куба.

3. Ребро куба a . Найти площадь одной грани и всей поверхности куба.

4. Ниже начерчен куб, ребро которого 4 см. Сколько кб. сантиметров можно поместить на основании этого куба? Сколько кб. сантиметров вмещает весь этот куб?



5. Ребро куба 5 см 2 мм. Найти объем этого куба сначала в кб. миллиметрах, затем в кб. сантиметрах. Как найти объем этого куба непосредственно в кубических сантиметрах?

Запомнить: Если ребро куба выражено составным именованным числом, то предварительно нужно превратить его в простое именованное число.

6. Ребро куба содержит a единиц; в таком случае объем куба

$$V = a \cdot a \cdot a = a^3.$$

Для повторения. (Устно).

- 1) Сколько мм³ содержит 1 см³; 2,5 см³; 0,8 см³; 0,02 см³?
- 2) Выразить в кб. сантиметрах: 1 дм³; 0,2 дм³; 0,15 дм³.
- 3) 1000 дм³ = ... м³; 0,07 м³ = ... дм³; 8,2 м³ = ... дм³.
- 4) 1 литр воды весит ... кг; 1 м³ воды весит ... кг; 0,078 м³ воды весят ...
- 5) Выразить в кб. дециметрах: 0,5 м³; 0,25 м³; 7,08 м³.
- 6) 1,2 дм³ = ... см³; 0,8 дм³ = ... см³; 0,15 дм³ = ... см³.
- 7) Сколько кб. дециметров содержит $\frac{1}{8}$ м³?
- 8) Найти 25% от 1 м³; 1 дм³; 1,2 см³.
- 9) Сколько вмещает куб, если 15% его объема равны 600 см³?
- 10) Заполнить следующую таблицу:

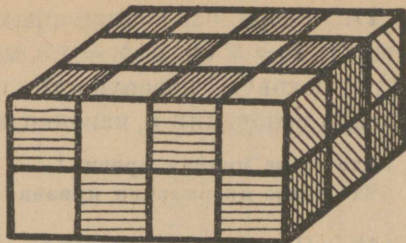
Ребро куба	6 см	4 см	5 дм	0,8 дм	3 см	0,2 дм	0,12 м
Объем куба (см ³)		64			27		
Объем куба (дм ³)							

7. Гранит в 2,5 раза тяжелее воды (удельный вес гранита 2,5). Найти вес гранитного куба, ребро которого равно 2 дм 3 см.

8. Ребро кубического сосуда 1,4 дм, пустой сосуд весит 0,25 кг. Сколько он весит, будучи до половины наполнен водой?

9. Медь в 8,8 раза тяжелее воды. Сколько весит сплошной медный кубик, ребро которого 3,2 см?

10. Направо дан чертеж прямоугольного параллелепипеда. Найти его объем и объяснить правило нахождения объема прямоугольного параллелепипеда.



11. Размеры прямоугольного параллелепипеда a , b и c линейных единиц. Составить формулу вычисления его объема:

$$V = \dots$$

12. Длина основания прямоугольного параллелепипеда 4,2 дм, ширина 3,4 дм и высота параллелепипеда 5,1 дм. Выразить все эти размеры в сантиметрах и найти в куб. сантиметрах его объем. Вычислить затем этот объем в куб. дециметрах.

13. Из древесины приготовлен прямоугольный параллелепипед, размеры которого 5,8 см; 2,4 см и 12 см. Вычислить объем параллелепипеда сначала в куб. миллиметрах, затем в куб. сантиметрах.

14. Кусок железа имеет форму прямоугольного параллелепипеда, размеры которого $\frac{5}{8}$ см, 3,2 см и 1 м. Найти объем и вес этого куска, зная, что удельный вес железа 7,8.

15. Сколько гектолитров зерна вмещает закром, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда следующих размеров: 3,8 м, 2,2 м и 1,7 м?

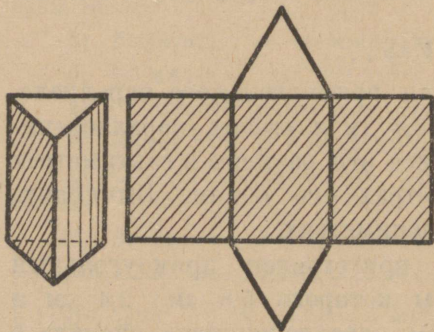
16. Взять лист бумаги и вырезать из него куски, которые точно покрывали бы боковые грани прямоугольного параллелепипеда. Расположить затем эти куски бумаги на столе, один к другому так, чтоб образовался прямоугольник. Чему равна боковая поверхность прямоугольного параллелепипеда?

17. Ребра основания прямоугольного параллелепипеда: $a = 3$ см и $b = 1,8$ м, высота его $H = 4$ см. Найти боковую поверхность параллелепипеда, затем площади оснований и, наконец, его полную поверхность.

Что такое прямая призма?

Что такое правильная призма?

18. Ниже дано изображение правильной трехугольной призмы и развертки ее поверхности. Вы-



вести и записать правило вычисления боковой поверхности этой прямой призмы.

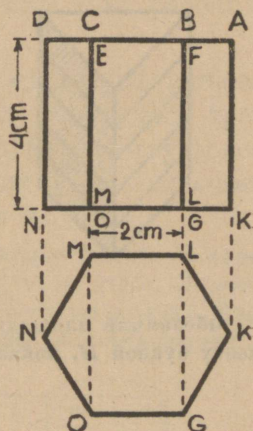
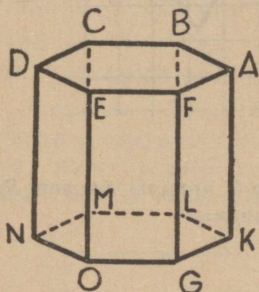
19. Начертить развертку поверхности какой-либо известной четырехугольной призмы и записать правило вычисления ее боковой поверхности.

20. Ребро основания правильной четырехугольной призмы 5,6 см, высота ее 10 см. Найти боковую и полную поверхность этой призмы.

21. Сделать из проволоки модель правильной шестиугольной призмы с ребром основания, напр., в 2 см и высотой 4 см. Спроектировать эту призму при помощи солнечных лучей на перпендикулярно этим лучам поставленный экран:

1) Поставив призму против солнца так, чтоб лучи падали перпендикулярно на основание призмы, мы получим основную (горизонтальную) проекцию призмы (см. чертеж).

2) Поставив далее призму, чтобы солнечные лучи падали перпендикулярно какой-либо боковой грани, получим вертикальную проекцию призмы (см. чертеж).



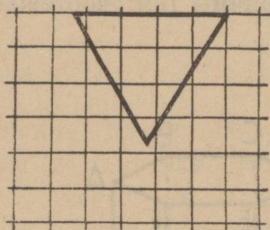
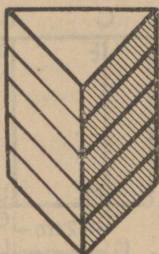
22. Вычислить боковую и полную поверхность начерченной правильной шестиугольной призмы.

23. Сделать развертку боковой поверхности прямой неправильной призмы, высота которой 8,4 см и ребра основания: $a = 5,2$ см; $b = 3,8$ см; $c = 4,5$ см и $d = 4,9$ см.

Запомнить: Боковая поверхность прямой призмы равна произведению периметра основания на высоту. Короче: $S_6 = P \cdot H$.

24. Взять какую-либо прямую призму, поставить ее на разграфленный на кв. см или кв. мм лист бумаги, очертить карандашом периметр ее основания (см. чертеж) и, удалив призму, подсчитать сколько кв. сантиметров или кв. миллиметров можно поместить на основание призмы. (Как узнать это проще?) Сколько

слоев в 1 см или 1 мм будет содержать призма? Как вычислить в таком случае ее объем.



Обозначив площадь основания прямой призмы буквой S_0 , высоту буквой H , показать что объем призмы

$$V = S_0 \cdot H.$$

25. Определив объем какой-либо полой прямой призмы вычислением (площадь основания умножив на высоту), проверить полученный результат, наполнив призму водой и измерив эту воду мензуркой.

26. Основанием прямой треугольной призмы служит прямоугольный треугольник с катетами 5,8 см и 6,4 см; высота призмы 12,4 см. Найти объем этой призмы.

27. Основанием четырехугольной прямой призмы является трапеция с основаниями $a = 8,4$ см и $b = 6,8$ см и с высотой $h = 5,4$ см. Найти объем призмы, если ее высота $H = 15,4$ см.

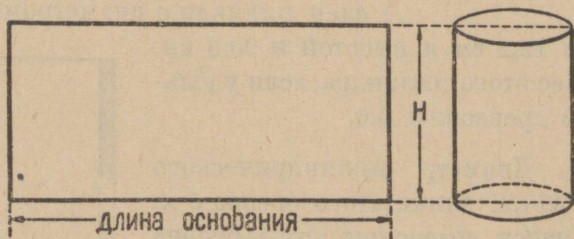
28. Ребро основания правильной шестиугольной призмы 3,2 см, высота призмы 15 см. Найти ее объем.

Указание: Сделать чертеж основания и по чертежу определить апофему основания.

29. Ширина канавы сверху 2,6 м, снизу 0,5 м, глубина канавы 1,1 м. Во что обойдется один погонный метр этой канавы, если за рытье 1 м³ рабочим платят 0,30 марки?

30. Стеклянная правильная треугольная призма имеет высоту в 20 см; основанием ее служит треугольник со стороной в 3 см. Определив высоту основания по чертежу, вычислить объем и вес призмы, если удельный вес стекла равняется 2,5.

Покрывать листом бумаги боковую поверхность какого-либо цилиндра, аккуратно обрезать и развернуть на столе. Какую форму имеет развертка боковой поверхности цилиндра? Как найти площадь основания цилиндра? Боковую поверхность?



Записать правила определения боковой поверхности и объема цилиндра:

Боковая поверхность цилиндра равна произведению периметра его основания на ...

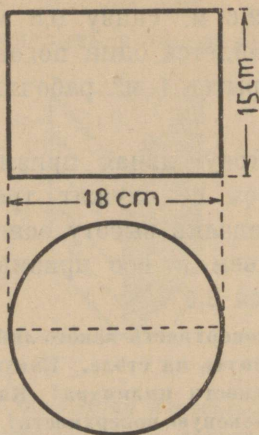
$$S_6 = P \cdot H.$$

Объем цилиндра равен произведению площади основания на ...

$$V = S_0 \cdot H.$$

31. Диаметр основания цилиндра 25 см, высота цилиндра 40 см. Найти боковую поверхность.

32. Диаметр основания цилиндрической коробки 22 см, высота 36 см. Сколько потребуется бумаги, чтобы оклеить боковую поверхность этой коробки?



33. На чертеже слева даны горизонтальная и вертикальная проекции цилиндра. Вычислить боковую и полную поверхность и объем этого цилиндра.

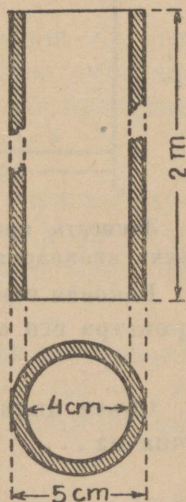
34. Радиус основания цилиндра 3,4 см, высота его 10 см. Начертить в тетради его горизонтальную (основную) и вертикальную проекции. Вычислить затем его полную поверхность и объем.

35. Из древесины приготовлен цилиндр с диаметром основания в 12,2 см и высотой в 20,5 см.

Найти вес этого цилиндра, если удельный вес древесины 0,6.

36. Диаметр цилиндрического бревна 20 см, длина этого бревна 5 м. Найти массу древесины этого бревна в кв. метрах и его стоимость, если известно, что 1 кубический метр древесины стоит 9,6 марки.

37. Найти вес цилиндрической железной трубы, горизонтальная и вертикальная проекции которой с обозначением размеров даны на чертеже справа.



Для повторения. (Устно).

- 1) Во сколько раз окружность длиннее своего диаметра?
- 2) Как велики углы треугольника, если известно, что один угол составляет $\frac{3}{8}$ второго, в то время как третий угол равен 59° ?

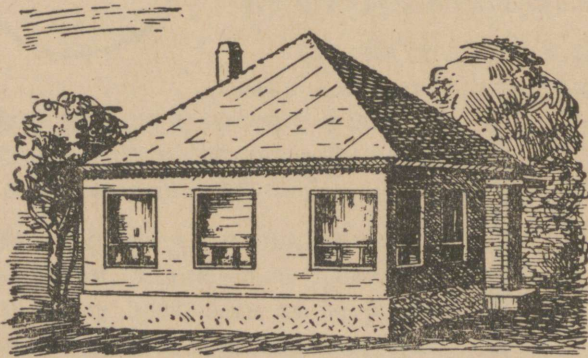
- 3) Удельный вес ртути 13,6. Сколько весит $\frac{1}{3}$ л ртути?
- 4) Сколько гектолитров вмещает куб, ребро которого 10 дм?
- 5) Найти 5% от 0,2; 25% от 8,12; $12\frac{1}{2}$ % от 0,24.
- 6) Найти $\frac{5}{8}$ от 24,16; 200% от 50; 0,5% от 500.
- 7) Автомобиль выехал из города в 7 ч. 15 м. и к 9 ч. проехал он 105 км. Найти среднюю скорость автомобиля.
- 8) 240 марок были в банке от 16 сентября по 1 ноября по 4% . Найти процентные деньги.

Пирамида и конус.

12. Пирамида.

Что такое пирамида?

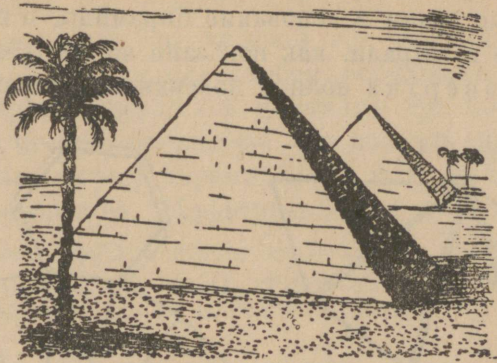
Рассмотри изображенный на рисунке дом. Что напоминает ограниченная стенами часть пространства (без крыши)?



Стены этого дома прямоугольники. Сколько их? Потолок и пол дома также прямоугольники, потому что смежные стены перпендикулярны друг другу.

Что представляет крыша дома вместе с пространством, которое ограничено с боков крышей и снизу потолком? Можно ли и ее назвать призмой. Боковые ребра призмы параллельны между собой, а в данном случае они ... Основание здесь многоугольник, а именно четырехугольник, боковые же стороны треугольники, имеющие общую вершину.

Такие многогранники, основанием которых служит какой-либо многоугольник, а боковыми гранями являются треугольники, имеющие общую вершину, называются пирамидами.

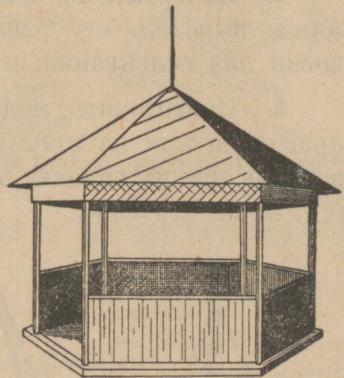


Рассмотреть на рисунке египетские пирамиды.

Если пирамида имеет четыре боковых стороны (грани), то она называется четырехугольной (четырёхгранной).

Если пирамида имеет только три боковых грани, то она называется трёхгранной и т. д.

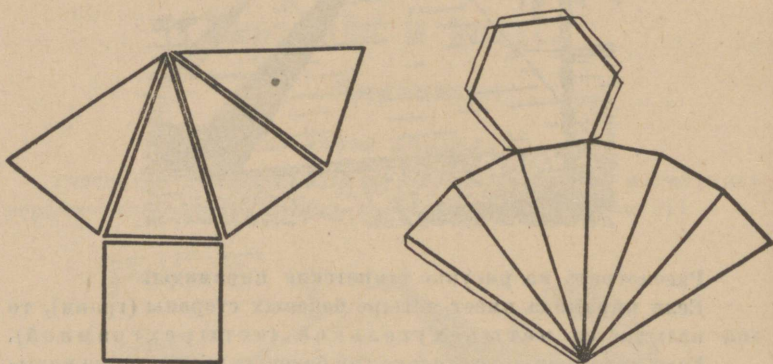
Какую пирамиду представляет крыша изображенной справа беседки? Какой многоугольник образуют нижние ребра крыши беседки? Сравнить углы и ребра оснований у каждой пирамиды. Углы оснований равны между собою, также равны ребра основания. Мы знаем, что многоугольники, стороны и углы которых равны между собою, называются правильными многоугольниками. Каковы в отношении друг друга боковые ребра пирамиды? Они также равны между собою.



Запомнить: Пирамида, боковые ребра которой равны и основанием служит правильный многоугольник, называется правильной.

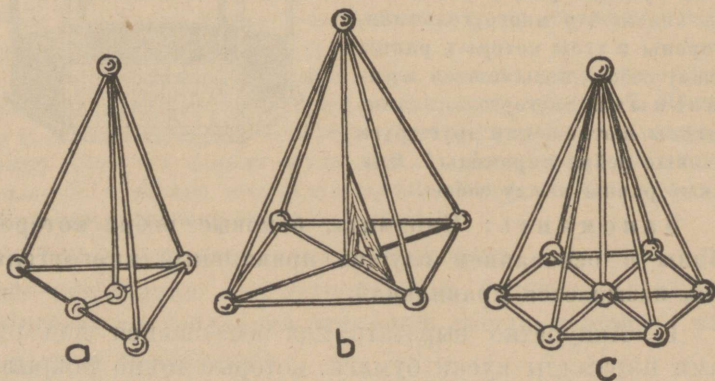
1. Аккуратно вырезать для имеющейся под руками пирамиды куски бумаги, которые точно покрыли

бы боковые грани и основание пирамиды, и приклеить эти куски в тетради, как показано на чертеже. Получится развертка полной поверхности пирамиды.



2. Начертить на тонком картоне развертку пирамиды, вырезать эту развертку, оставив по краям полосы для склеивания, и склеить пирамиду.

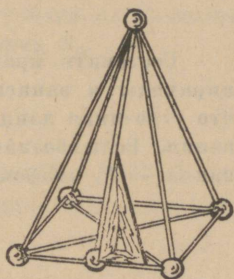
3. Приготовить модели правильных пирамид из проволоки или из тонких деревянных палочек (спиц), воткнув концы палочек в куски пробки или картофеля (см. ниже чертежи).



4. Найти на модели пирамиды центр ее основания, т. е. точку, от которой все вершины многоугольника будут на одинаковом расстоянии. Соединить эту точку с вершиной пирамиды при помощи палочки или кусочка проволоки. Эта палочка (проволока) представляет высоту пирамиды, так как она перпендикулярна основанию. (Проверить!)

Замечание. Чтобы получить представление о том, как нарисовать пирамиду на бумаге, спроектируй при помощи солнечных лучей пирамиду на экран (белую стену).

5. Соединив вершину модели какой-нибудь правильной пирамиды при помощи спицы с серединой ребра основания, получим апофему пирамиды. Чтобы убедиться, перпендикулярна ли эта спица к ребру основания, к углам, образованным апофемой и ребром основания, прикладываем наугольник. Эти углы должны быть прямыми.



Сколько апофем можно провести на трехгранной (треугольной), четырехгранной (четырёхугольной) пирамиде? Каковы апофемы одной и той же правильной пирамиды?

Поверхность пирамиды.

Пример.

Начертить развертку боковой поверхности пирамиды на бумаге. Провести на этом же чертеже апофему пирамиды. Перенумеровать затем грани пирамиды, измерить основания и апофемы этих граней и вычислить их площади.

Решение.

1	треугольник:	основание	1,4 см,	апоф.	3,1 см,	площ.	2,17 см ²
2	"	"	1,4 "	"	3,1 "	"	2,17 "
3	"	"	1,4 "	"	3,1 "	"	2,17 "

$$\text{Боковая поверхность} = 2,17 \cdot 3 = 6,51 \text{ см}^2 \approx 6,5 \text{ см}^2$$

Но можно сделать проще. Взять ребро основания пирамиды три раза, (пирамида трехгранная) помножить результат на апофему и разделить полученное произведение на 2, в результате получим боковую поверхность пирамиды:

$$S_6 = \frac{3 \cdot 1,4 \cdot 3,1}{2} = 6,51 \approx 6,5 \text{ см}^2.$$

Составить правило для вычисления боковой поверхности пирамиды и записать его в тетрадь. Принять во внимание, что утроенная длина стороны основания есть периметр основания. Если обозначить боковую поверхность S_6 , периметр основания — P , апофему L , то боковая поверхность пирамиды

$$S_6 = \frac{1}{2} P \cdot L.$$

Боковая поверхность правильной пирамиды равна половине произведения периметра основания на апофему боковой грани.

6. Измерить ребро основания и длину апофемы своей пирамиды и вычислить боковую поверхность этой пирамиды.

7. Ребро основания правильной четырехугольной пирамиды 5,6 см, апофема — 10,4 см. Найти боковую поверхность этой пирамиды.

8. Ребро основания правильной шестигранной пирамиды 4,5 см, апофема этой пирамиды 12,6 см. Найти боковую поверхность пирамиды.

9. Вычислить боковую поверхность пирамид, периметры оснований и апофемы которых даны в следующей таблице:

Периметр основания	2 см	$3\frac{1}{4}$ см	$4\frac{1}{4}$ см	$6\frac{1}{2}$ см	5,4 см	$6\frac{1}{8}$ см
Апофема	3,2 см	5,2 см	$6\frac{1}{2}$ см	8 см	$8\frac{1}{2}$ см	$10\frac{3}{8}$ см
Боковая поверхность						

Полная поверхность пирамиды $S_{\text{п}}$ получится, если сложить боковую поверхность $S_{\text{б}}$ и площадь основания $S_{\text{о}}$.

$$S_{\text{п}} = S_{\text{б}} + S_{\text{о}}$$

10. Вычислить полную поверхность правильной четырехугольной пирамиды, если ребро ее основания 5,2 см и апофема 8,5 см.

11. По данным следующей таблицы вычислить полную поверхность правильной четырехугольной пирамиды.

Ребро основания	4,2 см	3 дм	7 см 2 мм	0,8 м	0,2 м	9 дм 5 см
Боковая апофема	12 см	1,2 м	2 дм	2,4 м	10 дм	3,2 м
Площадь основания						
Боковая поверхность						
Полная поверхность						

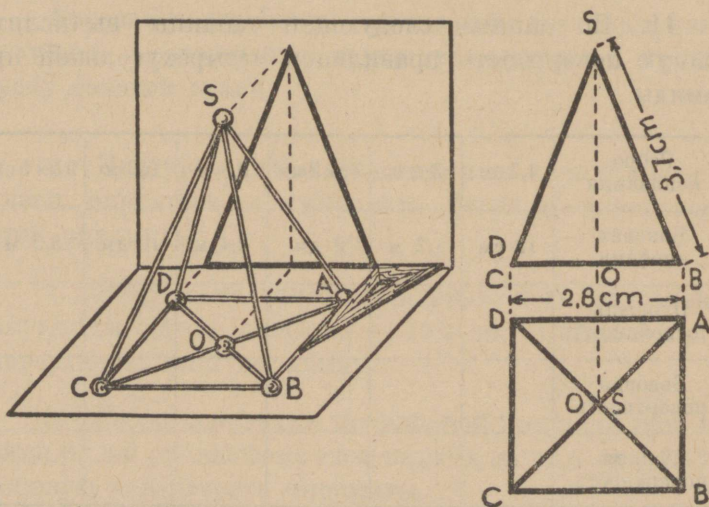
Черчение пирамиды.

Поставим какую-либо пирамиду основанием на лист бумаги и очертим основание ее в натуральную величину или в уменьшенном виде. Представим вместе с тем перпендикуляр из вершины пирамиды на плоскость чертежа. Соединив соответствующие пункты прямыми, получим основную проекцию пирамиды.

Для получения фронтальной или передней проекции пирамиды поместим за пирамидой перпендикулярно основанию лист картона и отметим на нем вершины пирамиды, вообразив перпендикуляры из вершин на плоскость картона. Мы можем, наконец, повернуть эту вертикальную плоскость так, чтоб она легла на горизонтальную (основную) плоскость; получим в результате основную и переднюю проекции пирамиды.

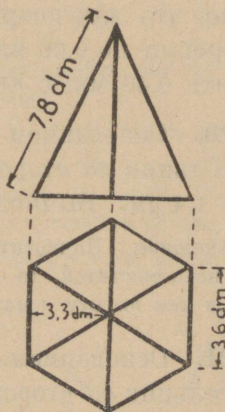
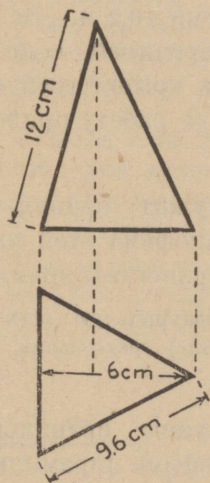
12. Спроектировать на бумагу и начертить основную и переднюю проекции пирамиды, сделанной из кусков проволоки или деревянных спиц.

13. Вычислить по данным чертежа справа боковую и полную поверхность пирамиды. — Обратит внимание, что 3,7 см есть длина апофемы.



14. Найти по данным приведенного ниже чертежа боковую и полную поверхность треугольной пирамиды.

15. Найти боковую и полную поверхность изображенной справа шестиугольной пирамиды.



16. Ребро основания правильной треугольной пирамиды 3 см, боковое ребро ее 8 см. Начертить этот треугольник на бумаге, измерить его высоту (апофему пирамиды) и вычислить площадь боковой грани и всей пирамиды.

17. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды 6,4 см, ребро основания 4,2 см. Начертить один из боковых треугольников пирамиды на бумаге, измерить его высоту (апофему пирамиды) и найти боковую поверхность пирамиды.

18. Нижний край крыши изображенного на стр. 84 дома имеет в длину 12,4 м, расстояние этого края от вершины крыши 9,8 м. Вычислить поверхность этой

крыши, представляющей собою боковую поверхность правильной четырехугольной пирамиды. Во сколько обойдется покраска этой крыши, зная, что покраска одного кв. метра стоит 0,60 мк.

19. Нижний край четырехгранной пирамидальной крыши имеет в длину 16,4 м, апофема 10,2 м. Во что обойдется покрытие этой крыши черепицей, если известно, что для покрытия 1 кв. метра крыши требуется 18 черепиц по 0,06 марки каждая и за работу придется платить 0,40 мк. с кв. метра.

20. Основанием пирамиды служит правильный треугольник со стороной в 0,8 дм, апофема этой пирамиды 1,4 дм. Вычисли полную поверхность пирамиды.

Указание. Начертить в тетради в натуральную величину (если не поместится, то в уменьшенном виде) треугольник, провести в нем высоту и измерить ее.

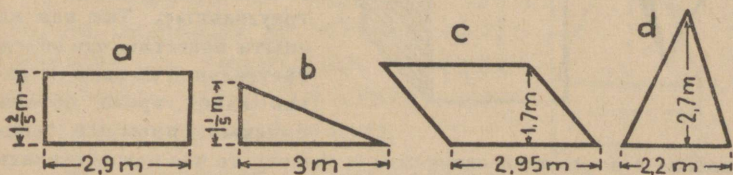
21. Основанием пирамиды служит правильный треугольник со стороной в 3,6 см, апофема пирамиды — 10 см. Найти полную поверхность пирамиды. (См. указание к задаче № 20.)

22. Вычисли по следующим данным площадь основания, боковую и полную поверхность пирамиды. При отсутствии некоторых данных найди их при помощи соответствующего чертежа.

№ упражнения	Название пирамиды	Ребро основ. (см)	Апофема (см)	Площадь основ. (см ²)	Боковая поверхн. (см ²)	Полная поверхн. (см ²)
1	Треугольная	6,2	10,5			
2	Четырехугольн.	5,8	12			
3	Треугольная	3,6	7,8			
4	Шестиугольная	3,6	7,2			
5	Четырехугольн.	2,4	10,4			

Для повторения.

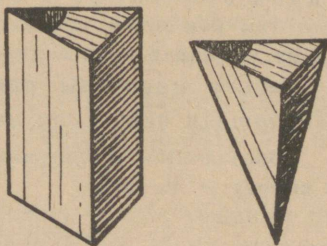
- 1) Какие многогранники называются пирамидами?
- 2) Какую пирамиду называют правильной?
- 3) Что такое апофема пирамиды? высота пирамиды?
- 4) Как вычислить боковую поверхность пирамиды?
- 5) Площадь основания пирамиды 72 см^2 и составляет $16\frac{2}{3}\%$ боковой поверхности. Найти боковую поверхность этой пирамиды.
- 6) 7% площади некоторой фигуры равны 154 см^2 . Найти площадь целой фигуры в арах.
- 7) Выразить в процентах следующие дроби: $\frac{3}{8}$; $\frac{4}{5}$; $1,25$; $\frac{1}{25}$; $\frac{3}{40}$.
- 8) Какой концентрации (в процентах) будет раствор соли, если 250 г соли растворить в $\frac{1}{2}$ литре воды?
- 9) $3\frac{1}{8} : 2,4$ $2,4 \cdot 3$ $3\frac{1}{2} : 1\frac{3}{4}$ 10% числа 25
 $4\frac{3}{4} : 38$ $42\frac{2}{5} : 4$ $6 \cdot \frac{5}{8}$ 7% „ $10,5$
- 10) Гражданин занял в банке на 3 месяца 490 марок. Процентных денег вычли 9 марок 8 пф. По сколько процентов сделан заем?
- 11) Вычислить площади следующих фигур в кв. метрах (м^2).



- 12) Найти число, $\frac{1}{8}$ и $\frac{2}{5}$ которого составляют в сумме 110 .
- *13) Из орехов, которые роздали трем ребятам, первый ребенок и второй получили вместе 72 ор., первый и третий 65 ор.; второй и третий 55 орехов. Сколько орехов получил каждый?

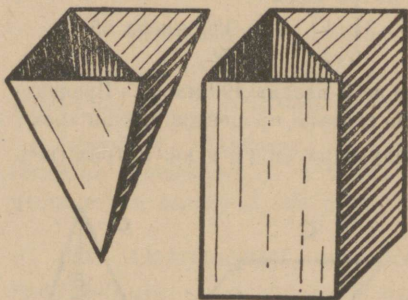
Объем пирамиды.

Приготовить из картона или фанеры треугольную призму и с таким же основанием и с такой же высотой пирамиду (см. рисунок). Чтобы эти тела можно-было наполнять и опо-



ражживать, оставить в их основаниях отверстия. Наполнив пирамиду песком, опорожнить ее, высыпав песок в призму. Повторять это до тех пор, пока призма не будет полной. Во сколько раз объем призмы больше объема пирамиды с таким же основанием и высотой? Этот опыт должны проделать все учащиеся класса, каждый со своими моделями.

Для проверки опыта наполнить оба тела одним и тем же веществом (песок, зерно, вода), и по возможности точно взвесить содержимое обоих тел. Мы увидим, что объем треугольной пирамиды равен одной трети объема призмы, которая имеет такое же основание и такую же высоту.



Взять затем какую-нибудь четырехугольную пирамиду и с таким же основанием и с такой же высотой четырехугольную призму. И ту и другую подходящим куском картона можно разделить на треугольные. Так как из опыта известно, что объем треугольной пирамиды равен одной трети объема призмы, имеющей одинаковые с пирамидой основание и высоту, то что можно сказать об объемах четырехугольной призмы и четырехугольной пирамиды, имеющих одинаковые основания и высоты.

Вообще, из подобных опытов следует:

Объем пирамиды равен одной трети объема призмы, которая имеет одинаковые с пирамидой основание и высоту.

Так как объем призмы получается, если площадь основания умножить на высоту, то

объем пирамиды равен одной трети произведения ее площади основания на высоту.

Обозначим объем пирамиды буквой V , площадь основания S_0 и высоту — H , тогда

$$V = \frac{S_0 \cdot H}{3} = \frac{1}{3} \cdot S_0 \cdot H.$$

Пример.

Ребро основания правильной четырехугольной пирамиды 4,5 см, высота 8 см. Найти объем этой пирамиды.

Решение.

Площадь основания пирамиды: $4,5 \cdot 4,5 \text{ см}^2$.

Объем пирамиды: $\frac{4,5 \cdot 4,5 \cdot 8}{3} = \dots \text{ см}^3$.

23. Ребро основания правильной четырехугольной пирамиды 12 см, высота 2,5 дм. Вычислить объем.

24. Сторона (ребро) основания правильной четырехугольной пирамиды 1,2 дм, высота 4,5 дм. Вычислить объем этой пирамиды и определить, сколько весит вода, которая наполняет эту пирамиду.

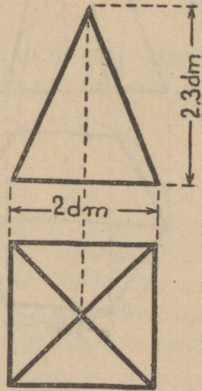
25. Приняв во внимание, что высота пирамиды на чертеже представлена в нормальном размере (см. чертеж), вычислить объем пирамиды, изображенной справа.

26. Вычислить объем четырехугольной пирамиды, размеры которой в 5 раз больше в сравнении с размерами, обозначенными на чертеже справа.

27. Найти объем правильной треугольной пирамиды, сторона основания которой 9,6 см и высота 11 см.

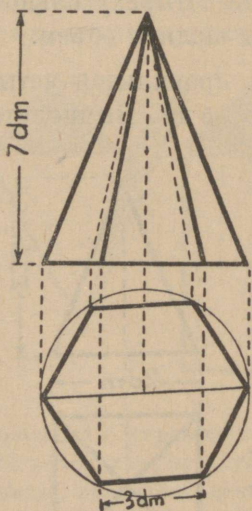
28. Сторона (ребро) основания правильной треугольной пирамиды 5,8 см, высота пирамиды 7,2 см. Найти объем пирамиды.

29. Найти объем правильной шестиугольной пирамиды по данным, обозначенным ниже на чертеже.



30. Сторона основания правильной шестиугольной пирамиды 3 см, высота пирамиды 5,2 см. Найти объем пирамиды.

31. Из древесины сделана правильная четырехугольная пирамида, сторона основания которой 4,5 см и высота 6,2 см. Найти вес этой пирамиды, если удельный вес древесины 0,6.



32. Определить вес камня пирамидальной формы, зная, что высота камня 1,25 м, а основанием его является треугольник со стороной в 0,90 м и высотой в 1,20 м. Удельный вес камня 2,5.

33. Пирамидальное изделие из меди имеет основанием правильный треугольник со стороной в 3,8 см; высота изделия 7,2 см. Найти вес изделия, зная, что удельный вес меди 8,9.

34. Найти объем и вес камня пирамидальной формы, высота которого 0,90 м, а основание имеет вид прямоугольника со сторонами в 0,80 м и 0,60 м.

35. Длина сарая 7 м, ширина 6 м, высота стен 4 м. Крыша сарая имеет пирамидальную форму, при чем вершина крыши удалена от плоскости потолка на 2 м 40 см. Найти объем всего сарая.

36. Длина сарая 12 м, ширина 8 м, высота стен 4,25 м. Вершина крыши пирамидальной формы и удалена от плоскости потолка на 3,6 м. Найти объем всего сарая.

37. Свинцовая правильная четырехугольная пирамида имеет высоту в 3 см и сторону основания в 2 см. Каков объем этого куска свинца и вес, если удельный вес свинца 11,3?

38. Сделанная из древесины пирамида имеет основанием правильный треугольник со стороной в 8 см, высота пирамиды — 12 см. Найти вес этой пирамиды, если удельный вес древесины 0,6.

39. Шатер имеет форму правильной шестиугольной пирамиды. Сторона основания этого шатра 1,8 м, высота 1,4 м. В шатре поместились три солдата. Сколько кубических метров пространства приходится на каждого солдата?

40. Все ребра правильной треугольной пирамиды по 3 см. Найти полную поверхность этой пирамиды.

Для повторения.

1) 3 кубических сантиметра одного вещества весят 7,8 г; другого 0,72 г; третьего 40,8 г; четвертого 15,15 г. Сколько весит 1 куб. сантиметр и 1 куб. дециметр каждого из этих веществ?

2) Найти отношение объема пирамиды к объему призмы, имеющей с пирамидой одинаковую площадь основания и высоту.

3) Как найти без взвешивания вес пирамидального тела, состоящего из однородного вещества?

4) Заполнить следующую таблицу:

a	2	0,3		$1\frac{1}{2}$		$1\frac{2}{5}$	
a^2			1,44			0,25	
a^3					$\frac{27}{81}$		0,064

5) Найти площадь трапеции, если a есть длина одного основания, b — длина другого основания и h — высота трапеции.

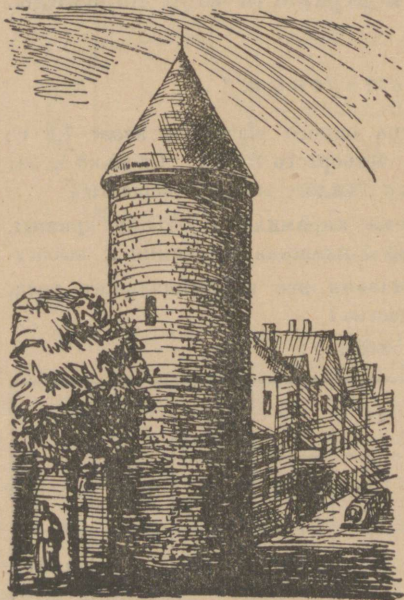
№ упражнения	Основание a	Основание b	Высота h	Сумма основ.	Пол-суммы	Площадь
1	$1\frac{1}{2}$ м	6 дм	5 дм			
2	$7\frac{1}{5}$ дм	$2\frac{3}{4}$ дм	$4\frac{1}{2}$ дм			
3	0,6 м	75 см	60 см			
4	12 см	1,1 дм	$7\frac{1}{2}$ см			

6) Товар стоимостью в 50 мк. продали за $57\frac{1}{2}$ марок. Сколько процентов при этом получили прибыли?

7) Радиус круга 10 см. Найти площадь этого круга. Как велика площадь сектора

этого круга с центральным углом в: 10° ; 20° ; 40° ; 60° ; 120° ; 180° ?

*8) Улитка передвигается в течение дня на 5 м вверх и ночью опускается на 4 м опять вниз. Через сколько дней достигнет улитка высоты в 10 метров?



13. Конус.

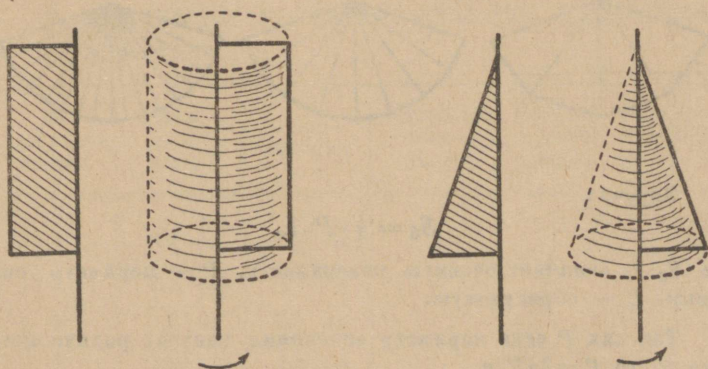
Что такое конус?

Рассмотреть верхнюю часть изображенной на рисунке башни. С каким геометрическим телом имеет она наибольшее сходство? Такое тело, как верхняя часть башни, как

заостренный машинкой конец карандаша и т. д., называется конусом.

Конус так же, как и цилиндр, тело вращения.

Приготовить из проволоки прямоугольник и прямоугольный треугольник (см. далее рисунки). Приведем эти модели во вращение — прямоугольник вокруг одной из сторон, треугольник вокруг одного из катетов. В первом случае мы получаем цилиндр, во втором — конус. Сторону, вокруг которой модель вращается, называют осью тела вращения, противоположную сторону, которая образует поверхность вращения, называют образующей.



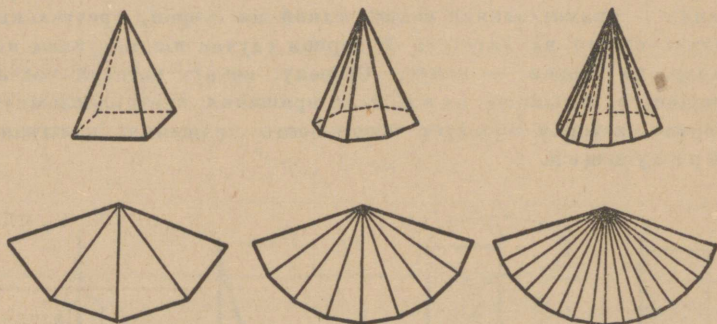
Боковая и полная поверхность конуса.

Сравним боковую поверхность конуса с боковой поверхностью пирамиды. Для этого будем брать пирамиды все с большим и большим числом сторон (граней) и развернем их боковые поверхности на бумаге. При увеличении числа сторон развертка пирамиды все больше и больше приближается к развертке конуса, в то же время, очевидно, боковая поверхность пирамиды приближается к боковой поверхности конуса (см. рисунки на стр. 100).

Объяснить относительно каждой из этих пирамид, как вычисляется ее боковая поверхность. Как, следовательно, вычислить боковую поверхность конуса?

Итак ясно, что

боковая поверхность конуса равна половине произведения периметра его основания на образующую.



Короче :

$$S_6 = \frac{1}{2} \cdot P \cdot L,$$

где S_6 — означает боковую поверхность, P — периметр основания, L — образующую.

Так как P есть периметр основания конуса, радиус которого R , то $P = 2\pi R$ и

$$S_6 = \frac{1}{2} \cdot 2\pi R \cdot L = \pi RL.$$

Полную поверхность конуса мы получим, если сложим площадь основания конуса с боковой поверхностью :

$$S_{\text{п}} = S_6 + S_0.$$

1. Вычислить боковую поверхность конуса, если образующая конуса $L = 12$ см, диаметр же основания 8 см.

2. Вычислить боковую поверхность конуса, диаметр основания которого 12,6 см и образующая 18,5 см.

3. Радиус основания конуса 6,4 дм, образующая 24,6 дм. Найти боковую поверхность и полную поверхность конуса.

4. Радиус основания конуса 4,8 см, образующая 8,2 см. Найти полную поверхность.

5. Радиус основания конуса 2,6 дм, образующая 6,7 дм. Вычислить давление воздуха на боковую поверхность этого конуса, зная, что давление воздуха на 1 см^2 есть 1,03 кг.

6. Вычислить полную поверхность конуса по следующим данным:

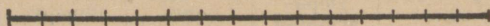
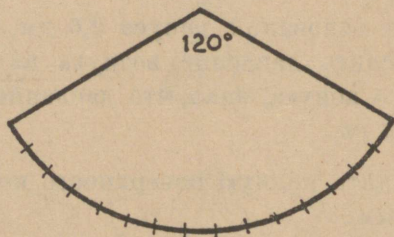
№. упражнения	Радиус основания	Образующая	Площадь основания	Боковая поверхность	Полная поверхность
1	3,2 см	5,6 см			
2	4,6 см	6,8 см			
3	1,2 дм	2,5 дм			
4	1,05 дм	1,88 дм			
5	22 см	4 дм			

7. Сколько квадратных метров холста потребуется для покрытия конусообразного шатра, диаметр основания которого 3,2 м и образующая 3,6 м?

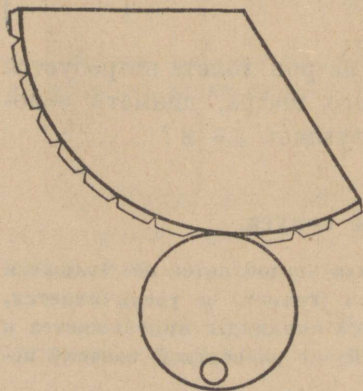
Изображение конуса.

Как мы уже видели, пирамида уподобляется все больше и больше конусу, если число сторон (граней) ее увеличивается, развертка же боковой поверхности пирамиды приближается к сектору круга. Сектор круга и будет разверткой боковой поверхности конуса.

Начертим сектор, центральный угол которого по возможности большой. Разделив дугу этого сектора при помощи циркуля на мелкие части, и отложив эти части на прямую, получим выпрямленную дугу сектора. Измерим теперь длину этой дуги и вычислим радиус окружности, длина которой равна длине дуги сектора.

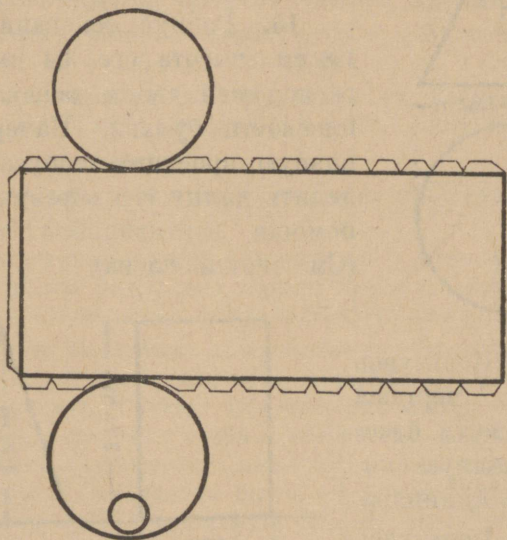


Если длина дуги сектора будет, например, 6,3 см, то диаметр основания конуса будет в 3,14 раза, а радиус в 6,28 раза короче. Итак, радиус основания конуса $r = 6,3 : 6,28 = 1$ см. Зная радиус основания конуса и развертку его боковой поверхности, мы узнаем и развертку всей поверхности конуса.



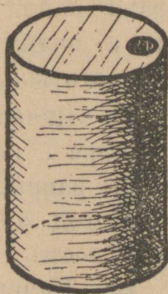
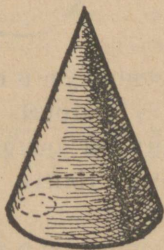
8. Приготовить развертку полной поверхности какого-либо конуса, оставив при вырезывании подходящие полоски для склеивания (см. чертеж). Сложить развертку в конус, сделав в основании отверстие.

9. Приготовить также цилиндр, основание и высота которого одинаковы с основанием и высотой конуса.



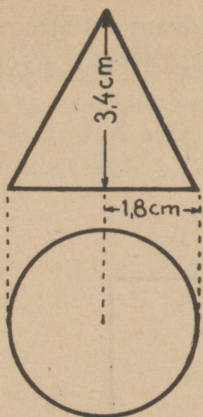
10. Найти боковую поверхность сделанных моделей конуса и цилиндра.

11. Периметр основания конуса 12,56 см. Вычислить диаметр и радиус основания конуса.



12. Периметр основания конуса 74,6 дм. Найти диаметр и радиус конуса.

13. Радиус основания конуса 4,2 см, образующая конуса 7,8 см. Найти высоту этого конуса.

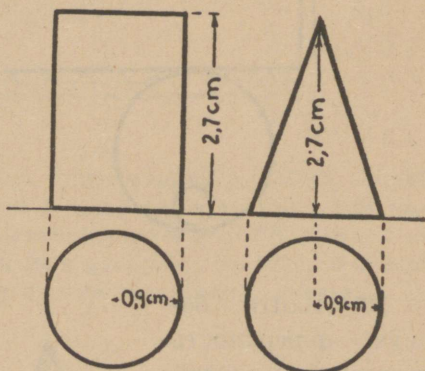


14. Диаметр основания конуса 5,4 см, образующая конуса 9,5 см. Найти высоту конуса.

15. Радиус основания конуса 1,8 см, высота его 3,4 см. Конус расположен своим основанием на плоскости бумаги. Начертить основную проекцию конуса и определить длину его образующей при помощи вертикальной проекции. (См. чертеж слева).

16. Пользуясь данными чертежа справа, найти боковую и полную поверхность цилиндра.

17. Пользуясь данными чертежа справа, найти боковую и полную поверхность конуса.



18. Начертить основную и вертикальную проекции цилиндра и конуса, у которых радиусы оснований и высоты равны. Радиусом основания взять $r = 2,6$ см и высотой $h = 8,2$ см. Найти их боковую и полную поверхности.

19. Начертить основную и вертикальную проекции конуса, радиус основания которого 3,2 см и высота 8 см. Определить по этой проекции образующую и найти полную поверхность конуса.

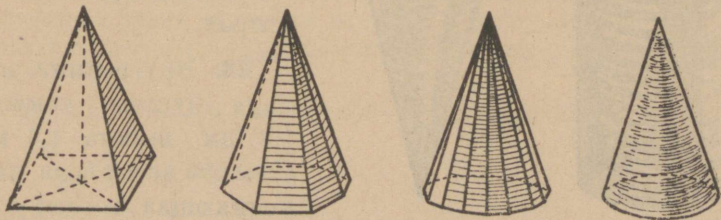
20. Решить подобную предыдущей задаче, если $r = 2,8$ см и $h = 7,4$ см.

Для повторения.

- 1) Что называется окружностью?
- 2) Сколько дуговых градусов содержит окружность?
- 3) Сколько градусов содержит дуга сектора, который составляет $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{9}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{24}$; $\frac{1}{36}$ круга?
- 4) Найти число градусов в дуге сектора, который составляет 1%; 5%; 10%; 25%; $33\frac{1}{3}\%$; $66\frac{2}{3}\%$; 75% целого круга?
- 5) Что показывает π ?
- 6) Вычислить длину окружности, если длина радиуса: 5 см; 10 см; 50 см; 100 см.
- 7) Радиус одного круга 3 см, другого — 6 см. Сколько процентов составляет окружность первого круга от окружности второго круга? То же, если радиус одного круга 2 см и другого 8 см?
- *8) Вокруг спортивного поля сделана круговая дорожка. Один из учеников пробегает целый круг по дорожке в 3 минуты, второй тот же самый путь в 5 мин. Оба мальчика начали бег из одной и той же точки дороги, в одном и том же направлении, в один и тот же момент и остановились лишь тогда, когда первый мальчик догнал второго, пробежав на целую окружность больше второго. Через сколько минут после начала бега это произошло?

Объем конуса.

Вспомним, как мы определили объем пирамиды и постараемся найти способ вычисления объема конуса. Рассматривая сначала четырехугольную, потом восьмиугольную и, наконец, шестнадцатигульную пирамиды (см. рисунок), мы видим, что пирамида приближается все больше и больше к конусообразному телу. Что можно отсюда заключить об объеме конуса?



Сравним между собой объемы цилиндра и конуса с одинаковыми высотами, наполняя, напр., конус песком и опоражнивая его в цилиндр. — Повторим это, пока цилиндр не будет полон. Что мы при этом заметим?

Итак, опыт показывает, что объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.

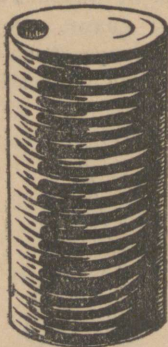
Короче :

$$V = \frac{1}{3} \cdot S_0 \cdot H,$$

где V — объем конуса, S_0 — площадь основания и H — высота.

21. Вычислить объем цилиндра и конуса по данным следующей таблицы :

№ упражнения	Радиус основания	Площадь основания	Высота	Объем цилиндра	Объем конуса
1	6 см		12 см		
2	0,8 дм		1,2 дм		
3	5 см		2,1 дм		
4	1,2 дм		2,8 дм		
5	1,2 см		4,6 см		
6	10 см		2,5 дм		



22. Вычислить объемы своих моделей цилиндра и конуса в куб. сантиметрах и в литрах.

23. Внутренний радиус пустого конуса 1,8 дм, высота 1,3 м. Сколько весит вода, наполняющая этот конус?

24. Конус, приготовленный из древесины, имеет основанием круг с радиусом в 10,4 см, высота конуса 1,7 дм. Сколько весит этот конус, если удельный вес древесины 0,6?

25. Радиус основания железного конуса 4 см, высота 6,5 см. Найти объем и вес этого конуса, если удельный вес железа 7,8.

Для повторения.

1) Сколько процентов составляет 4 от 5? 0,1 от 2? $\frac{1}{3}$ от $\frac{5}{8}$? 0,6 от 6?

2) Площадь квадрата 36 см²; 0,25 м²; 0,16 дм²; 2,25 дм²; 1,21 дм²; $\frac{9}{25}$ м? Найти сторону квадрата.

3) Основания трапеции: а) 2 м и 1,5 м; б) $\frac{3}{4}$ дм и $\frac{2}{3}$ дм; в) 1,8 дм и 8 см. Найти сумму оснований трапеции.

4) а) $\frac{4}{5} - \frac{2}{3}$; б) $2\frac{1}{2} + 3\frac{4}{5}$; в) $5\frac{1}{10} - 2\frac{3}{5}$; г) $6\frac{1}{8} + 2\frac{2}{3}$.

5) Выразить в процентах: $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{8}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{1}{3}$.

6) Выразить в десятичных дробях: 10%; 75%; 250%; 5,5%.

7) а) $100 \cdot 0,2$; б) $32 \cdot \frac{1}{100}$; в) $5,48 \cdot 0,1$; г) $25 \cdot 1,6$.

8) а) 24:10; б) $3,68 : \frac{1}{10}$; в) 36,12:12; г) $4\frac{1}{3} : 66$.

9) а) $2\frac{1}{2} : \frac{5}{8}$; б) $3\frac{1}{2} : 2$; в) $\frac{4}{5} : 3\frac{3}{5}$; г) $\frac{3}{5} : 5\frac{2}{5}$.

10) Как высоко колесо, обод которого длиною в 1,75 м?

11) У цилиндра и конуса одинаковые образующие и радиусы оснований. Одинаковы ли у них и боковые поверхности и объемы?

12) Радиус основания цилиндра 10 см, высота 20 см. Как велик объем конуса с такой же площадью основания и с такой же высотой?

13) Продали 4,5 га луга по 232 марки за гектар. Одну пятую полученных денег поместили в сберегательную кассу по $4\frac{1}{2}\%$, а остальные деньги по $5\frac{1}{4}\%$. Сколько процентных денег получили через 1 год?

*14) Написать год своего рождения римскими цифрами.

Применение свойства подобных фигур.

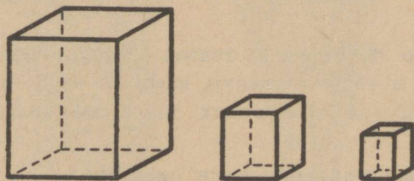
14. Ознакомление с подобными фигурами и черчение подобных фигур.

Что такое подобие?

Ученик сделал маленькую модель своего школьного здания, которая совсем походила на настоящее здание или, как говорят иначе, была подобна ему. Что это значит — „подобна“? Для одной вещи можно сделать модели разной величины, но все они могут быть подобны.

Когда художник собирается создать какой-нибудь памятник, он тоже prepares в маленьком масштабе модель и лишь после того берется за работу над памятником. Модель и памятник подобны друг другу. Они отличаются друг от друга только величиною. Можно строить по одной и той же модели

памятники различных величин. Назвать еще случаи, когда применяют вместо самих предметов их модели.

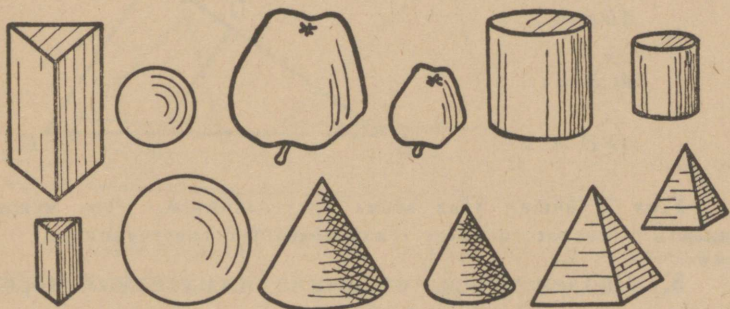


Три прямоугольных параллелепипеда слева также подобны друг другу. Подобны также между со-

бой все шары: земной шар, Луна, Солнце, мяч, глобус и т. д. Назвать еще тела, которые между собою подобны.

Рассмотреть нижеследующие рисунки и определить, какие из изображенных тел подобны.

Можно говорить не только о подобных телах, но и о подобных плоских фигурах.



1. Начертить в тетради пять кругов с различными радиусами. — Подобны ли они?

2. Начертить 5 квадратов, стороны которых соответственно 1, 2, 3, 4 и 5 см. Каковы эти квадраты по своей форме?

3. Разрешить этот вопрос относительно равно-сторонних треугольников.

4. Что в этом смысле можем сказать о правильных шестиугольниках? Вообще о правильных много-угольниках с одинаковым числом сторон? Начертить два правильных многоугольника с одинаковым числом сторон.

Черчение подобных фигур.

Начертим треугольник ABC и проведем в нем прямую DE , параллельную стороне BC (см. чертеж на стр. 110). Мы отделим меньший треугольник ADE , который подобен тре-угольнику ABC .

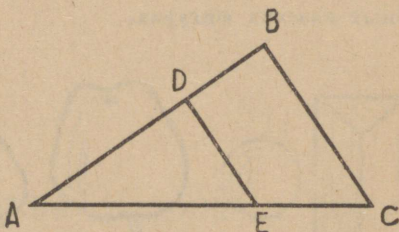
Сравнить соответственные углы треугольников ABC и ADE , измерив их при помощи транспортира.

$$\widehat{ABC} = \dots$$

$$\widehat{ADE} = \dots$$

$$\widehat{ACB} = \dots$$

$$\widehat{AED} = \dots$$



Угол A общий угол обоих треугольников. Что можно сказать о соответственных углах подобных треугольников?

5. Найдем теперь отношения сходственных сторон треугольников ABC и ADE .

Примечание. Сходственными сторонами в подобных фигурах называются стороны, которые лежат против равных углов.

Измерить все стороны обоих треугольников с точностью до 0,1 см и составить следующую схему:

$$\frac{AB}{AD} = \dots; \quad \frac{AC}{AE} = \dots; \quad \frac{BC}{DE} = \dots$$

Сравнить отношения сходственных сторон. Каковы эти отношения?

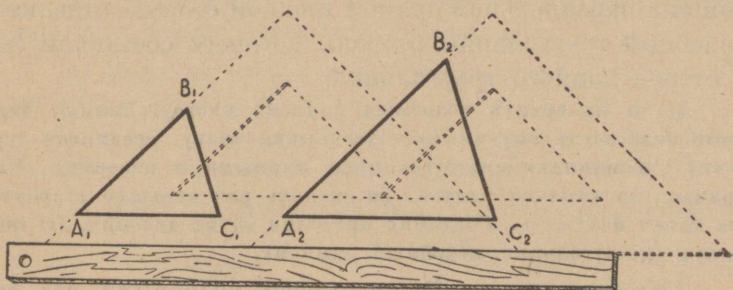
6. Начертить 2 подобных треугольника так, чтобы сходственные стороны одного треугольника получить от другого путем параллельного передвижения сторон (см. чертеж на стр. 111).

7. На чертеже (стр. 111) даны два треугольника, которые представляются подобными. Измерить их углы и сравнить их. Найти также отношения сходственных сторон.

Если треугольник $A_1B_1C_1$ подобен треугольнику $A_2B_2C_2$, то из этого следует

$$\frac{A_1B_1}{A_2B_2} = \frac{B_1C_1}{B_2C_2} = \frac{A_1C_1}{A_2C_2}$$

В таком случае говорят, что стороны треугольников пропорциональны.



Заключение. Углы подобных треугольников равны и сходственные стороны пропорциональны.

8. Начертить несколько подобных треугольников; стороны одного равны 4 см; 5 см; 6,8 см; а стороны другого

- 1) в 2 раза больше;
- 2) в $1\frac{1}{2}$ „ больше;
- 3) в 2 „ меньше.

9. Две стороны одного треугольника 5,2 см и 6,4 см, угол между этими сторонами 64° . Начертить новые треугольники, подобные первому, так, чтобы стороны новых треугольников

- 1) были в $1\frac{1}{2}$ раза больше;
- 2) составляли 75% сторон первого тр-ка.

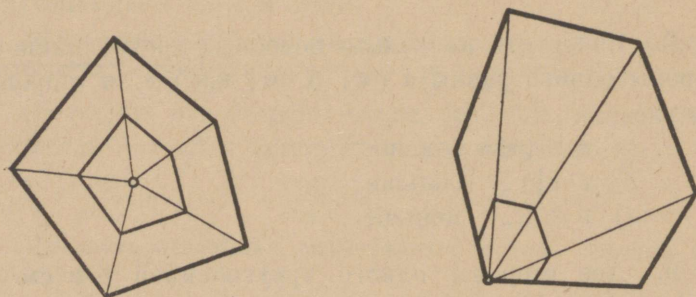
10. Сторона треугольника равна 9,5 см, прилежащие к ней углы 75° и 48° . Начертить подобные ему треугольники так, чтобы их стороны

- 1) составляли 0,8 сторон данного тр-ка;
- 2) „ $\frac{3}{5}$ „ „ „
- 3) „ 50% „ „ „

11. Начертить треугольник, у которого две стороны 7,2 см и 9,6 см, а угол между ними 52° . При помощи параллельной прямой к одной стороне отделить подобный треугольник, стороны которого составили бы $\frac{2}{3}$ сторон данного треугольника.

Легко начертить подобный данному многоугольник. Для этого надо взять внутри многоугольника точку, соединить эту точку с вершинами многоугольника прямыми и разделить эти прямые на столько частей, во сколько раз меньше стороны мы хотим получить. Соединив прямыми точки деления, мы получим многоугольник, подобный данному.

Заключение. Мы называем подобными все те многоугольники, соответственные углы и отношения сходственных сторон которых равны.



12. Найти отношения сходственных сторон выше-расположенных подобных многоугольников.

13. Объяснить, как получен на вышеприведенном чертеже уменьшенный подобный многоугольник, когда точка взята на одной из вершин многоугольника.

Для повторения.

- 1) Подобны ли
 - а) два неравных правильных треугольника?
 - б) два неравных квадрата?
 - в) два неравных правильных шестиугольника?

2) Один катет треугольника 80 м, другой 50 м. Найти площадь этого треугольника в арах.

3) Чему равен другой острый угол прямоугольного треугольника, если первый острый угол содержит 18° ?

4) Найти острые углы прямоугольного треугольника, если эти углы относятся, как 1:5.

5) Угол при вершине равнобедренного треугольника на 30° больше угла при основании. Найти углы треугольника.

6) Найти простейшие значения следующих отношений:

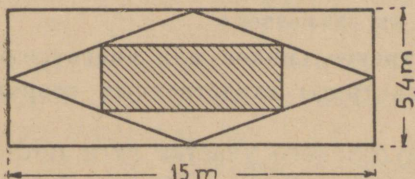
а) $\frac{0,6}{0,05}$; б) $\frac{3}{4} : \frac{1}{2}$; в) $0,1 : 10$; г) $\frac{2\frac{1}{2}}{0,75}$.

7) Вклад в 500 марок принес за 8 месяцев 20 марок процентных денег. По сколько процентов деньги отданы на сбережение?

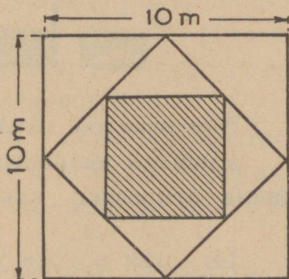
8) Найти πr^2 , если $\pi = 3\frac{1}{7}$ и $r = 1,4$ м.

9) Длина окружности $C = 7,56$ м. Найти длину радиуса этой окружности.

*10) Найти площади заштрихованных фигур в арах (см. чертеж).



1

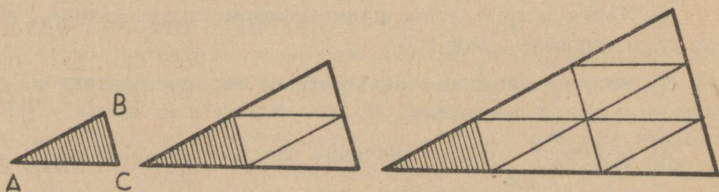


2

Отношение площадей подобных фигур.

Мы знаем, что площади кругов относятся, как квадраты их радиусов, площади квадратов относятся, как квадраты их сторон. Посмотрим теперь, как относятся площади других подобных фигур.

Для разрешения вопроса возьмем треугольник ABC (см. чертёж), начертим с ним рядом еще 2 подобных треугольника, стороны которых в 2 и 3 раза больше сторон первого треугольника.



Сравнить площадь треугольника ABC с площадями подобных ему треугольников и найти отношения их площадей.

Начертим затем 3 прямоугольника, из которых стороны двух последних в 2 и в 3 раза больше сторон первого (см. чертёж). Подобны ли эти прямоугольники? Как относятся их стороны и площади?



Рассуждая так дальше мы заключаем:

площади подобных треугольников или многоугольников относятся, как квадраты сходственных сторон.

14. Для покоса треугольного участка луга потребовалось 1,5 дня. Сколько дней понадобится для покоса других участков луга, которые подобны первому и стороны которых больше сторон первого в 2; 3; 4; 5 раз?

15. Стенное зеркало по своей форме подобно карманному зеркалу. Отношения сходственных сторон этих зеркал равно 12. Во сколько раз площадь стенового зеркала больше площади карманного?

16. Оконное стекло веранды подобно оконному стеклу комнаты, но сторона первого стекла в 2,5 раза меньше стороны второго. Во сколько раз площадь одного стекла меньше другого?

17. Из двух подобных конвертов сторона одного в 1,5 раза больше стороны другого. Во сколько раз больше бумаги понадобится на первый конверт в сравнении со вторым?

18. Дверь чердака подобна двери комнаты, но высота двери чердака 1,4 м, а высота двери комнаты 2,1 м. Во сколько раз площадь двери комнаты больше площади двери чердака?

19. Крыша конуры подобна крыше дома. Во сколько раз площадь одной крыши больше площади другой, если отношение их сходственных сторон $1:7$?

20. Поперечные разрезы двух канав подобны, но ширина одной канавы сверху 2,4 м, а другой 0,8 м; длина обеих канав одинакова. Во сколько раз из первой канавы будет выкопано земли больше, чем из второй?

21. Сколько 15-сантиметровых бревен так же тяжелы, как одно 30-сантиметровое бревно?

22. Подобные многоугольники можно разделить на подобные треугольники. Как относятся площади подобных многоугольников, если их сходственные стороны относятся, как $1:2$?

23. Сходственные стороны подобных многоугольников относятся, как $2:5$. Во сколько раз площадь второго многоугольника больше площади первого?

24. Радиусы двух кругов 2,5 см и 7,5 см. Как относятся их площади?

25. Основание треугольника 10,2 см, высота 8,6 см. Подобный ему треугольник имеет соответствующие измерения в 2 раза меньшие. Найти отношение их площадей.

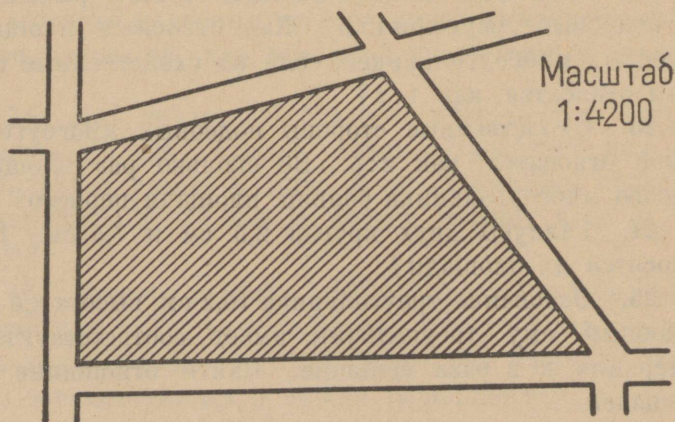
26. Сторона параллелограмма 8,5 см и высота 6 см. Соответствующие размеры подобного параллелограмма в 4 раза больше. Какую часть площади второго параллелограмма составляет площадь первого?

Определение длины и площадей по плану и по карте.

План и карта служат уже издавна известным способом изображения на бумаге различных предметов. При черчении планов и карт стараются дать по возможности наглядное представление об изображаемых предметах. Для этого с предметов делают уменьшенную основную проекцию. Мерой уменьшения служит масштаб, т. е. отношение отрезка изображения к соответствующему отрезку натуры. Если, напр., отрезок имеет действительную длину 1 м, на плане же он изображен длиной в 1 см, то масштаб этого плана будет $1 \text{ см} : 100 \text{ см} = 1 : 100$. Этот отрезок, следовательно, уменьшен на плане в 100 раз.

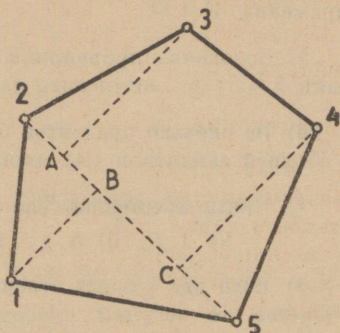
Изображение, которые уменьшены до 10 000 раз, называются п л а н а м и, изображения, которые уменьшены больше, чем в 10 000 раз, называются к а р т а м и.

27. Между четырьмя улицами в одном городе расположен участок, план которого дан ниже. Принимая во внимание масштаб этого плана, найти площадь этого участка в квадратных метрах, в арах и в гектарах.



28. На рисунке справа изображен план участка земли. Найти площадь этого многоугольника в квадратных сантиметрах и, принимая во внимание масштаб, найти площадь участка земли в квадратных метрах, в арах и в гектарах.

Масштаб 1:400



29. На планах отмечены следующие масштабы:

- 1) 1:500; 2) 1:2500; 3) 1:1300.

Во сколько раз уменьшены на планах площади?

30. Масштаб на карте 1:500 000. Какое протяжение на этой карте имеет река, длина которой 100 км? Какую площадь на этой карте имеет поверхность Эстонии (47 500 км²)?

31. Определить по стенной карте расстояния между городами Таллинн и Тарту, Нарва и Ямбург, Рига и Ковно.

Для повторения.

1) На карте отмечено, что 1 километру соответствует 5 см. Каков масштаб этой карты?

2) Квадратному сантиметру на плане соответствует 1 квадратный метр в натуре. Найти масштаб этого плана.

3) Стороны четырехугольника $4\frac{2}{3}$; $6\frac{2}{3}$; 5 и $7\frac{1}{2}$ метра. Стороны подобного четырехугольника составляют 80% сторон данного. Найти стороны и периметр подобного четырехугольника.

4) Вычислить значение выражения $(a + b) \cdot (a - b)$, если $a = 3\frac{1}{5}$ и $b = 2,25$. Сравнить полученный результат с значением выражения $a^2 - b^2$.

5) Основания трапеции $a = 8\frac{1}{5}$ м и $b = 6\frac{3}{8}$ м, высота трапеции $h = 5\frac{1}{2}$ м. Вычислить площадь трапеции.

6) По сколько процентов был сделан заем, если с 180 марок за 45 дней заплатили 1,44 марки процентных денег?

7) Найти простейшие значения следующих отношений:

а) $3:2$; б) $5:\frac{5}{4}$; в) $2\frac{1}{6}:2\frac{3}{8}$; г) $7\frac{1}{2}:0,25$.

8) Если два равных отношения соединим при помощи знака равенства, то получим пропорцию. Найти неизвестные члены следующих пропорций:

а) $x:3 = 2:1\frac{1}{2}$; б) $0,1:x = 2:5$; в) $12:3 = x:10$.

*9) О трех неизвестных числах известно, что сумма первого и второго равна 210, сумма первого и третьего — 273 и сумма второго и третьего равна 327. Найти эти числа.

Контрольное повторение.

1. Наибольшее пятизначное число сложить с числом 39 487.

2. Наименьшее четырехзначное число вычесть из числа 10 000.

3. Сложить $5\frac{1}{8}$ и $7\frac{7}{2}$, к полученной сумме прибавить снова $7\frac{7}{2}$ и т. д., пока не получится $65\frac{5}{8}$. Сколько раз пришлось прибавлять $7\frac{7}{2}$? Проверить результат умножением.

4. Сложить двумя способами (сначала превратив десятичные дроби в обыкновенные, потом наоборот): $12\frac{1}{2} + 18,75 + 16\frac{5}{8} + 24,675$ и сравнить результаты.

5. Из $21\frac{3}{4}$ вычесть $3\frac{5}{8}$, из остатка вычесть вновь $3\frac{5}{8}$ и т. д., пока не получится ноль. Сколько раз пришлось сделать вычитание? Проверить делением.

6. Умножить сумму чисел $4\frac{1}{2}$ и $2\frac{3}{4}$ на разность тех же чисел.

7. Сколько кг и г в $3\frac{7}{2}\frac{1}{5}$ кг?

8. Сколько га, а и м² в $25\frac{1}{3}$ га?

9. Делимое 0,056, делитель 0,0112. Найти частное.

10. Для приготовления $\frac{1}{4}$ кг масла требуется $5\frac{3}{8}$ л молока. Сколько молока потребуется для приготовления $2\frac{1}{4}$ кг масла?

11. а) $\frac{2\frac{1}{2} - \frac{5}{8}}{1\frac{3}{4} + 1\frac{1}{2}}$; б) $\frac{1\frac{3}{5} + 2\frac{1}{2}}{15 - 2\frac{3}{5}}$; в) $\frac{3\frac{1}{3} - 1\frac{3}{4}}{1\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2}}$.

12. Вычислить значения следующих выражений:

№ упражнения	a	b	$a + b$	$a - b$	$(a + b) \cdot (a - b)$	$\frac{a + b}{a - b}$
1	2	$1\frac{3}{4}$				
2	$1\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$				
3	$3\frac{1}{2}$	$1\frac{2}{3}$				

13. $\frac{3}{4}$ м материи стоят $2\frac{7}{10}$ марки. Сколько стоит 1 м этой материи?

14. Рабочий сделал $\frac{5}{12}$ своей работы и получил за это 21,50 марки. Сколько денег он получил бы за всю работу?

15. За 12 часов часы уходят вперед на 4 минуты. Через сколько суток они уйдут на целый час вперед?

16. Как далеко от леса находится мальчик, если свое эхо он услышит через 4 секунды? (Скорость распространения звука 330 м в секунду).

17. Земля движется вокруг Солнца со скоростью 30 км в секунду. Какое расстояние проходит Земля в один час?

18. Торговец купил за 18 марок $2\frac{1}{2}$ дюжины щеток. По какой цене должен торговец продавать каждую щетку, если он хочет получить от этой продажи 10% прибыли?

19. Книгу, цена которой 120 пф., книготорговец продал со скидкой в 10%. За сколько он продал книгу?

20. Месячное жалование служащего было 150 мк. Жалование уменьшили на 8%. Сколько получает служащий теперь?

21. 240 марок заняли по 6% с условием, что долг вместе с процентными деньгами будет уплачен через 2 года. Сколько придется тогда уплатить?

22. Торговец внес в банк 1 февраля 400 марок, 1 апр. 360 марок и 1 июля 320 марок. Сколько получит торговец к концу года процентных денег, если банк платит 4% годовых?

23. В банк внесли 240 марок, а через 120 дней получили обратно 244,80 марки. По сколько процентов были отданы деньги в банк?

24. По сколько процентов 1600 марок в $\frac{1}{2}$ года дадут 32 марки процентных денег?

25. Торговец, продав товар с убытком в 8% , выручил всего 135,24 марки. Сколько стоил ему самому товар?

26. Ребра прямоугольного параллелепипеда относятся, как $3:4:5$. Найти объем этого параллелепипеда, если наименьшее ребро его 1,2 дм.

27. Ребра прямоугольного параллелепипеда относятся, как $2:3:5$. Найти полную поверхность параллелепипеда, если наибольшее ребро его 0,8 дм.

28. Коровье молоко содержит в среднем $87,5\%$ воды, $3,7\%$ жиров, $3,5\%$ белков, $4,6\%$ сахара и $0,7\%$ солей. Если ребенок выпивает в день 1 кг молока, то сколько он получает с этим молоком каждого из этих веществ?

29. Атмосферный воздух содержит 21% кислорода и 79% азота. Ребенок делает в минуту 20 вдохов, каждый раз в среднем вдыхая по 300 см^3 воздуха. Сколько весит кислород, который проходит через легкие ребенка в течение 1 часа, если 1 литр кислорода весит 1,44 г?

30. Два класса предприняли совместную экскурсию на омнибусе. Сколько должен заплатить каждый класс, если поездка стоила 95 марок и если из одного класса приняло участие 20 и из другого 25 учеников?

31. В школьном саду 5 учеников вычистили дорожку в 25 минут. В какое время ту же работу сделают 7 учеников?

32. В общее предприятие *A* внес 1000 марок, *B* — 1130 марок, *C* — 1320 марок и *D* — 1450 марок. По сколько марок они получают из общей прибыли в 980 марок?

33. Пешеход шел 2 часа по 5 км в час и 3 часа по 4 километра в час. Найти среднюю скорость этого пешехода в час.

34. Смешано 30 см³ воды температурой в 15° и 40 см³ в 10°. Найти температуру смеси.

35. Смешали 4 кг кофе по 1,60 марки за килограмм и 3 кг по 2,40 марки. Найти стоимость килограмма смеси.

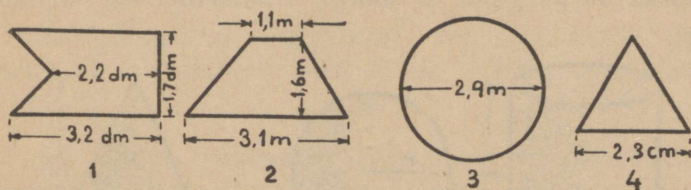
36. Из двух пунктов, расстояние между которыми 57 км, вышли навстречу друг другу два пешехода. Первый пешеход проходит в час 5 км, второй — 4½ км. Через сколько часов они встретятся?

37. В час самолет пролетает 180 км. Сколько километров он пролетит в 1 час 20 мин.?

38. Сторона одного квадрата 2,4 м, другого — 7,2 м. Во сколько раз площадь второго квадрата больше площади первого?

39. Площадь квадрата 1 ар. Найти длину стороны квадрата, площадь которого в 4 раза меньше.

40. Вычислить площади следующих фигур:



41. Вырыли яму в виде прямоугольного параллелепипеда, ширина которого 4 м, длина 6 м 2 дм и глубина 1,25 м. Во сколько обошлось рытье этой ямы, если за 1 м^3 платили 35 пф.?

42. 3 литра керосина весят 2,4 кг. Сколько кг керосина вмещает сосуд, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, размеры которого: 1,5 дм \times \times 1,2 дм \times 8 см.

43. Колесо мотоциклета при одном полном обороте продвигается вперед на 2,10 м. Найти диаметр колеса.

44. Полная поверхность куба $13,50 \text{ дм}^2$. Найти объем этого куба.

45. 10 см^3 некоторого металла весят 79 г. Найти удельный вес этого металла.

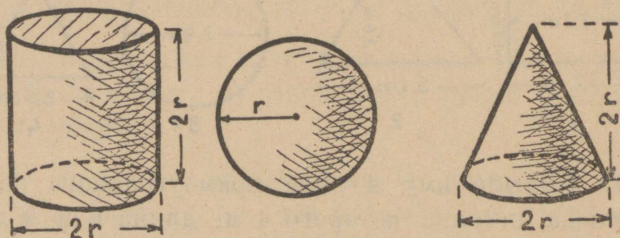
46. Сколько весит 1 м^3 пробки, удельный вес которой 0,25?

47. Из 10 литров воды после замерзания образуется 11 литров льда. Найти удельный вес льда.

48. Сколько гектолитров зерна вмещает заком, имеющий форму прямоугольного параллелепипеда, размеры которого $1,5 \text{ м} \times 0,7 \text{ м} \times 0,5 \text{ м}$?

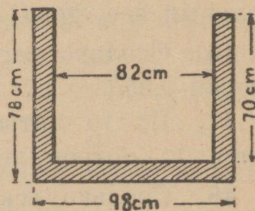
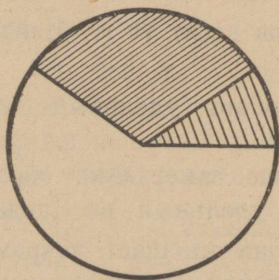
49. На какую высоту поднимется вода в сосуде, имеющем форму прямоугольного параллелепипеда, размеры основания которого $8 \text{ см} \times 6,4 \text{ см}$, если в него влить 1 л воды?

50. Вычислить объемы геометрических тел, изображенных на рисунке, и найти отношения их объемов.



51. Измерить при помощи транспортира углы секторов (нижний рис., слева) и определить, какую часть и сколько процентов целого круга составляет каждый из них в отдельности.

52. Размеры цилиндрического сосуда даны на следующем рисунке (справа). Сколько литров вмещает этот сосуд?



53. Вычислить полную поверхность конуса, диаметр основания которого 6 см и образующая 8 см .

54. Периметр основания конуса $31,4\text{ дм}$. Высота конуса 12 см . Вычислить объем конуса.

55. Диаметр литрового цилиндрического сосуда 10 см. Найти его высоту.

56. Периметр основания конусообразной кучи песку 7,5 м, высота кучи 80 см. Найти объем песка в куче.

57. Ребро основания правильной четырехугольной пирамиды 0,5 м, высота 1,8 м. Найти объем пирамиды.

58. Ребра правильной треугольной пирамиды равны 10 см. Найти полную поверхность этой пирамиды.

59. Чему равняется сумма всех углов четырехугольника?

60. Угол при вершине равнобедренного треугольника составляет $\frac{2}{3}$ угла при основании. Как велики эти углы?

61. Найти расстояние между концами ножек циркуля, при помощи которого начерчена окружность длиной в 88 см? ($\pi = 3\frac{1}{7}$).

62. Основания трапеции: $a = 3,6$ дм, $b = 2,8$ дм, высота трапеции $h = 3,2$ дм. Найти ее площадь.

63. Сумма оснований трапеции 14 см, разность их 2 см, высота же трапеции 5 см. Найти площадь трапеции и длину оснований.

64. Вычислить площадь круга, длина окружности которого 125,6 м.

65. Найти высоту цилиндра, боковая поверхность которого $2,24$ м² и радиус основания 0,25 м.

66. Найти площадь квадрата, периметр которого 16,12 дм.

67. Периметр растущего дерева 1,256 м. Найти площадь перпендикулярного сечения этого дерева. Сколько кубических метров древесины содержит отрезанное от этого дерева 5-метровое бревно?

68. Решить задачи, помещенные в нижеследующей таблице.

				$S = 1,21 \text{ га}$ Масштаб?

СОДЕРЖАНИЕ.

	Стр.
Повторение. (В качестве введения)	3
1. Задачи на все действия с целыми числами и десятичными дробями	3
2. Действия с обыкновенными дробями	8
Вычисление процентных денег с учетом времени	16
3. Календарь. Задачи на вычисление времени	16
4. Процентные вычисления	24
5. Вычисление процентных денег	34
Пропорциональные и обратно-пропорциональные величины.	
Диаграммы	41
6. Пропорциональные величины	41
7. Обратно-пропорциональные величины	51
8. Графическое изображение статистических данных	56
Задачи по геометрии. — Повторение и дополнение	62
9. Параллелограмм, треугольник и трапеция	62
10. Правильный многоугольник. Окружность	69
11. Призма и цилиндр	74
12. Пирамида	84
13. Конус	98
Применение свойства подобных фигур	108
14. Ознакомление с подобными фигурами и черчение подобных фигур	108
Контрольное повторение	119

Est. A - 11218

i 47962999