Elektron relativistliku elektrodünaamika vaatenurgast

Näide arvuti kasutamisest teoreetilises füüsikas

Ülo Uder

II osa

Sissejuhatus

I osas kasutasime Fourier rida. Seda sai seal tehtud mitte eriti targalt. Reas kasutatavate perioodide Tr ja Tz määramine ei olnud kuigi täpne. Kui laiendada põhi-vaatevälja nii, et reaga lähendatavad funktsioonid kahanevad laienduse lõpus täpselt nulliks, siis võib määrata Tr ja Tz täpselt ja neid ei ole tarvis keeruliste programmidega ligikaudselt hinnata. Laiendamine on ka vajalik seetõttu, et mitteperioodilise funktsiooni lõpplikku lõiku lühikese reaga lähendades tekivad lõigu otstel olulised vead. Muuseas, I trükitud osas on kopeerimisel tekkinud viga lk 35 kahe viimase joonise ees. Kaduma on läinud valem (muidugi omistamismärgiga):

$$VZz_{i,33-ka} = -VZz_{i,ka}$$

VZz märgid on poolel väljal valed. Sellest tulenevalt on lk 37 tabelis toodud hälvetesummad mujaltoodutest tublisti suuremad.

Selle töö käigus leidsin, et veelgi edukamaks osutub **silindriliste funktsioonide kasutamine lähendusreas**. Lihtsamad neist on Besseli funktsioonid J_0 ja J_1. Neid kasutame nii, et sätime nende 0-kohad just laiendusala piirile, kus ka lähendatav funktsioon peab nullistuma. Seejuures kasutame funktsioonide nullkohtade tabelit, tähistatud massiividena O0 ja O1. Besseli funktsioonid ja nende tuletised koordinaadi x järgi on antavad integraalidega (m = 0 ja 1):

$$Ji(m,x) := \frac{1}{\pi}\cdot\int_0^{\pi} \cos(m\cdot t - x\cdot\sin(t))\,dt \qquad Jix(m,x) := \frac{1}{\pi}\cdot\int_0^{\pi} \sin(m\cdot t - x\cdot\sin(t))\cdot\sin(t)\,dt$$

2.40482555769577	3.83170597020746
5.52007811028631	7.01558666981562
8.65372791291101	10.1734681350627
11.7915344390143	13.3236919363155
14.9309177084878	16.4706300508776
18.0710639679109	19.6158585104682
21.211636629879 3	22.7600843805928
24.3524715307493	25.9036720876184
27.4934791320403	29.0468285349169
30.634606468432	32.1896799109744
33.7758202135667	35.3323075500839
36.917098353664	38.4747662347716
40.0584257646283	41.6170942128145
43.1997917131769	44.7593189976528
46.341188371662	47.9014608871857
49.4826098973968	51.0435351835717
52.624051841115	54.1855536410613
55.76551075502	57.327525437901
58.9069839260809	60.4694578453475
62.0484691902272	63.6113566984812
65.1899648002069	66.7532267340986
68.3314693298569	69.8950718374958

Laiendamine toimub r ja z kasvu suunas. Põhi-välja koordinaadid muutusid nii:

$\Delta r := 0.048783531336088$

$i := 0..33 \quad r_i := \Delta r \cdot i$

$r_{33} = 1.60985653409092$

$\Delta z := 0.097567062672177$

$k := 0..33 \quad z_k := \Delta z \cdot k - r_{33}$

Kummaski suunas lisame 16 väljapunkti. Saame nn lähendusala, kus koordinaatide indeksid on il ja kl ning koordinaadid rl ja zl (teine täht on kõigil el).

$il := 0..49 \quad rl_{il} := il \cdot \Delta r$

$kl := 0..32 \quad zl_{kl} := z_{17} + \Delta z \cdot kl$

zl = 0 kohal, kus z = 0.

Saadud koordinaadid rl ja zl asendame koordinaatidega x ja y, mis omandavad laienduse piiril väär-

$$O0 := \begin{pmatrix} 71.4729816035937 \\ 74.6145006437018 \\ 77.7560256303881 \\ 80.8975558711376 \\ 84.0390907769382 \\ 87.1806298436412 \\ 90.3221726372105 \\ 93.4637187819449 \\ 96.6052679509968 \\ 99.7468198586806 \\ 102.888374254195 \\ 106.029930916452 \\ 109.171489649805 \\ 112.313050280495 \\ 115.454612653667 \\ 118.596176630873 \\ 121.73774208795 \\ 124.879308913233 \\ 128.020877006008 \\ 131.162446275214 \\ 134.304016638305 \\ 137.445588020284 \\ 140.587160352854 \end{pmatrix} \quad O1 := \begin{pmatrix} 73.0368952255731 \\ 76.1786995846415 \\ 79.3204871754763 \\ 82.4622599143735 \\ 85.6040194363502 \\ 88.7457671449264 \\ 91.8875042516951 \\ 95.0292318080447 \\ 98.1709507307911 \\ 101.31266182303 9 \\ 104.454365791283 \\ 107.596063259504 \\ 110.737754780899 \\ 113.879440847595 \\ 117.021121898892 \\ 120.162798328149 \\ 123.304470488636 \\ 126.446138698517 \\ 129.587803245297 \\ 132.72946438851 \\ 135.871122364789 \\ 139.01277738866 \\ 142.154429655859 \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{rows}(O0) = 45 \qquad \mathrm{rows}(O1) = 45$$

tuse 1:

$$x_{il} := \frac{rl_{il}}{rl_{49}} \qquad y_{kl} := \frac{zl_{kl}}{zl_{32}}$$

Siis $\Delta x := x_1 \qquad \Delta y := y_1 - y_0$

$$dr = drl \qquad dz = dzl$$

$$dx = \frac{drl}{rl_{49}} = \frac{dr}{rl_{49}} \qquad dy = \frac{dzl}{zl_{32}} = \frac{dz}{zl_{32}}$$

Näiteks $v\rho u$ diferentsiaalvõrrand

$$v\rho \cdot \frac{d}{dr} v\rho u + vz \cdot \frac{d}{dz} v\rho u = va\rho$$

$vab = va\rho \cdot 10^{-4}$ omandab kuju:

$$\frac{v\rho}{rl_{49}} \cdot \frac{d}{dx} v\rho u + \frac{vz}{zl_{32}} \cdot \frac{d}{dy} v\rho u = vab \qquad (1)$$

$va\rho$ määramist vt I osast.

Võrrandile otsime **üldlahendit** kujul:

$$v\rho u = UR \cdot Rf(x, y, nr, nz, \mu r, \mu z, C) \qquad (2)$$

kus UR esitab "ääretingimusi" ja Rf() on rida:

$$Rf(x, y, nr, nz, \mu r, \mu z, C) = \sum_{j=0}^{jm} \sum_{t=0}^{tm} C_{j+(jm+1)\cdot t} \cdot Ji(nr, \mu r_j \cdot x) \cdot Ji(nz, \mu z_t \cdot y)$$

nr ja nz on 0 või 1, Besseli funktsioonide J_0 ja J_1 indeksid. μr ja μz nende nullkohad O0 ja O1. Sellisel juhul on Besseli funktsioonide Ji() väärtused laienduse piiril x=1 või y=1 alati nullid. Rida sobib funktsioonidele, mis muudavad lähendusalas märki (tunnus **tu=1**). Osutub, et juhtudel, kui funktsioon on kasutusalas ühemärgiline, sobib paremini positiivsete funktsioonidega rida (tunnus **tu=2**):

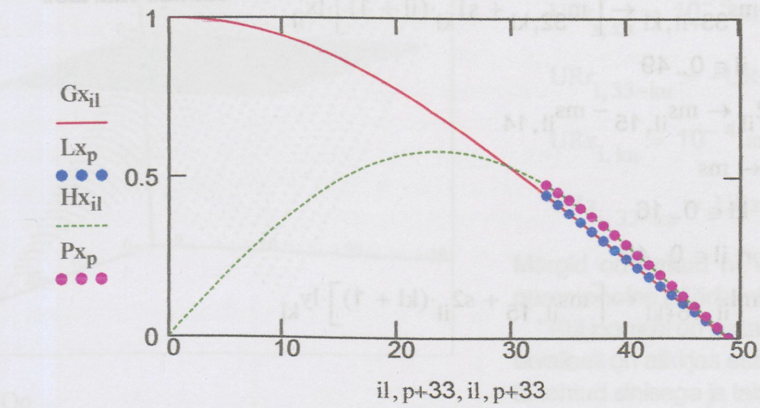
$$Rf(x, y, nr, nz, \mu r, \mu z, C) = \sum_{j=0}^{jm} \sum_{t=0}^{tm} C_{j+(jm+1)\cdot t} \cdot \left|Ji(nr, \mu r_j \cdot x)\right| \cdot \left|Ji(nz, \mu z_t \cdot y)\right|$$

Rea kordajate määramine lõpeb lineaarse võrrandsüsteemi lahendamisega. Et käesolevas ülesandes on kõik kahemõõtmelised funktsioonid sümmeetrilised või assümmeetrilised z = 0 tasandi suhtes, ei saa võrrandite lahendamisel kasutada mõlemat poolt – lineaarselt üksteisest sõltuvate võrrandite vältimise mõttes. Kasutame ainult z>0 poolt, kl = 0..32. Selles pooles määratud suurused on teisele poolele ülekantavad sümmeetria järgi.

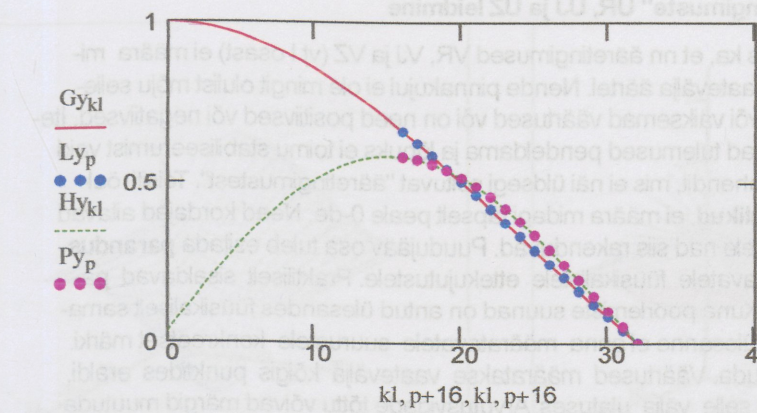
Laiendamistegevus on võetud kokku programmis LAI(m,nx,ny). m on laiendatav 34x17 massiiv. Piiril i= 33 arvutame 32. ja 31. põhiväljas saadud rea väärtuste vahe, mis näitab laiendatava funktsiooni kasvu kiirust. Sellega alustame laiendamist, lisades kahandava teguri, mille valib nx (=0 või 1). See viib fuktsiooni väärtuse 0-ni laiendamisala lõpus – 49. punktis. Piiril kl = 16 arvutame 15. ja 14. veeru vahe, lisades ny (=0 või1) valikuga kordava teguri, mis 32. punktis muutub nulliks. i=33 rida ja k=33 veerg põhiväljas jääb laienduse alla ja jääb kasutusest välja – seal on tihti suured arvutusvead. nx ja ny poolt määratavad tegurid leiame J_0- või J_1-st saadavat joont kasutades:

$Gx_{il} := Ji(0, O0_0 \cdot x_{il})$ $Gy_{kl} := Ji(0, O0_0 \cdot y_{kl})$ $Hx_{il} := Ji(1, O1_0 \cdot x_{il})$ $Hy_{kl} := Ji(1, O1_0 \cdot y_{kl})$

$p := 0..16$ $Lx_p := Gx_{p+33}$ $Ly_p := Gy_{p+16}$ $Px_p := Hx_{p+33}$ $Py_p := Hy_{p+16}$



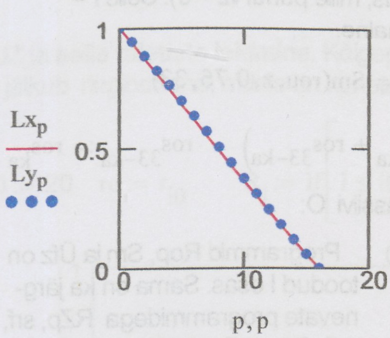
r või x suunas, nx määrab Lx või Px

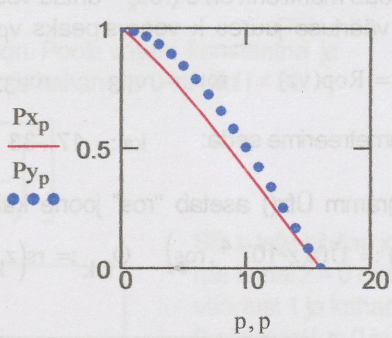


z või y suunas, ny määrab Ly või Py

Kasutatavad punkt-jooned tandame nii, et maximumis oleks väärtus 1:

$Lx_p := \frac{1}{Gx_{33}} \cdot Gx_{p+33}$ $Ly_p := \frac{1}{Gy_{16}} \cdot Gy_{p+16}$ $Px_p := \frac{1}{Hx_{33}} \cdot Hx_{p+33}$ $Py_p := \frac{1}{Hy_{16}} \cdot Hy_{p+16}$





Laiendusprogramm on siis (nx ja ny valime laiendatava funktsiooni järgi, olenevalt sellest, kuidas see käitub lähendusala piiril r=0 või z=0, kas 0 või 1) :

$$LAI(m, nx, ny) := \left| \begin{array}{l} lx \leftarrow if(nx = 0, Lx, Px) \\ ly \leftarrow if(ny = 0, Ly, Py) \\ \text{for } kl \in 0..16 \\ \quad s1_{kl} \leftarrow m_{32,kl} - m_{31,kl} \end{array} \right.$$

Laiendatud ala kasutatakse selleks, et saada põhivälja osale $r < r_{33}$ ja $z > 0$ parem lähendus reaga Rf(). **Kõigi füüsi-**

$$
\begin{aligned}
&ms \leftarrow m\\
&\text{for } kl \in 0..16\\
&\quad \text{for } il \in 0..16\\
&\quad\quad ms_{33+il,kl} \leftarrow \left[m_{32,kl} + s1_{kl}\cdot(il+1)\right]\cdot lx_{il}\\
&\text{for } il \in 0..49\\
&\quad s2_{il} \leftarrow ms_{il,15} - ms_{il,14}\\
&ml \leftarrow ms\\
&\text{for } kl \in 0..16\\
&\quad \text{for } il \in 0..49\\
&\quad\quad ml_{il,16+kl} \leftarrow \left[ms_{il,15} + s2_{il}\cdot(kl+1)\right]\cdot ly_{kl}\\
&ml
\end{aligned}
$$

kaliste suuruste arvutamisel kasutatake ainult põhi-välja alas saadud väärtusi.

"Ääretingimuste" UR, UJ ja UZ leidmine

Uutel arvutustel selgus ka, et nn ääretingimused VR, VJ ja VZ (vt I osast) ei määra midagi muud kui 0 väärtusi vaatevälja äärtel. Nende pinnakujul ei ole mingit olulist mõju sellele, kus tekivad suuremad või väiksemad väärtused või on need positiivsed või negatiivsed. Iteratsioonide käigus hakkavad tulemused pendeldama ja lõpuks ei toimu stabiliseerumist vaid tekib 2 - 3 erinevat tüüpi lahendit, mis ei näi üldsegi sõltuvat "ääretingimustest". Teisiti öeldes **tingimused on puudulikud**, ei määra midagi täpselt peale 0-de. Need kordajad aitavad ainult leida üldlahendit, millele nad siis rakenduvad. Puudujääv osa tuleb esitada **parandustega**, mis vastavad esitatavatele füüsikalistele ettekujutustele. Praktiliselt sisaldavad parandused märgimuutusi. Kuna pöörlemiste suunad on antud ülesandes füüsikaliselt samaväärsed, siis ka miinimumülesanne ei anna määratavatele suurustele konkreetset märki. Märk võib juhuslikult muutuda. Väärtused määratakse vaatevälja kõigis punktides eraldi, et saada kujundeid kogu selle välja ulatuses. Arvutusvigade tõttu võivad märgid muutuda juhuslikult.

Esitame "ääretingimuste" saamisviisid siin uuesti väikeste muutustega. Tähistame need UR, UJ ja UZ.

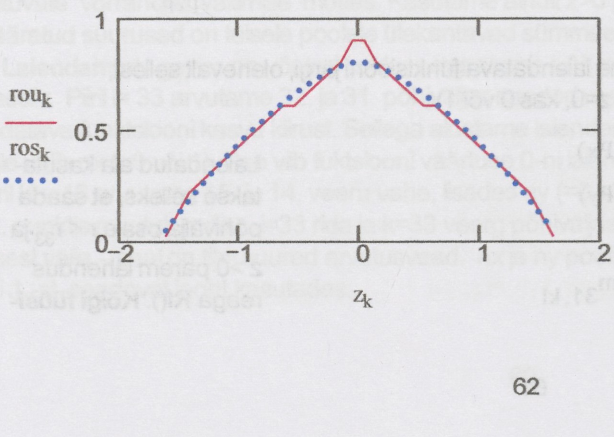
UR ja selle osatuletiste leidmine. Selleks on kõigepealt tarvis teada joont, kus vz muudab märki ehk on 0 (ros_k – antud veeru k juures r väärtus, mille puhul vz = 0). Selle r = ros_k väärtuse juures k veerus peaks vρu olema maksimaalne.

$rop := Rop(vz)$ $\quad rou := rop_3$ $\quad rou_{33} := rou_0$ $\quad ros := Sm(rou, z, 0.75, 33)$

Sümmetreerime seda: $\quad ka := 17..33 \quad ros_{ka} := \frac{1}{2}\cdot\left(ros_{ka} + ros_{33-ka}\right) \quad ros_{33-ka} := ros_{ka}$

Programm Üfz() asetab "ros" joone kahemõõtmelisse massiivi O:

$rs(z) := Üfz\left(z\cdot 10^{-4}, ros\right) \quad O_{i,k} := rs\left(z_k\right) - r_i \quad Oo_{i,k} := 0$



Programmid Rop, Sm ja Üfz on toodud I osas. Sama on ka järgnevate programmidega RZp, srf, szf, Smrv, Sü ja As.

$Rz := -RZp(ros)_0$

$Rz_{i,33-ka} := Rz_{i,ka}$

$$Z_k := \left[1 - \frac{\left(z_k\right)^2}{\left(z_{33}\right)^2} - 1\right]^2$$

$UR_{i,ka} := Rz_{i,ka} \cdot Z_{ka} \qquad UR_{i,33-ka} := -UR_{i,ka}$

UR tuletised r ja z järgi (märgib 3. täht):

$URr_{i,ka} := 10^{-4} \cdot srf(\rho 1_i, \zeta 1_{ka}, UR)$

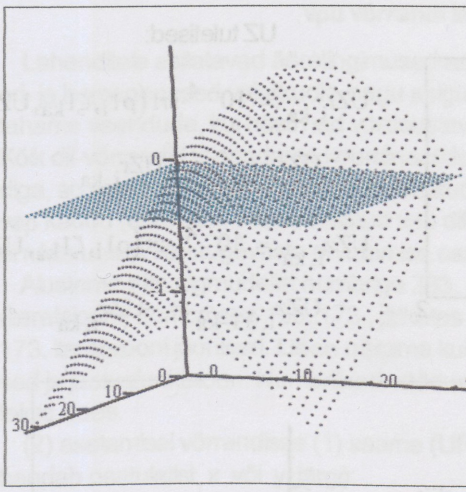
$URr_{i,33-ka} := -URr_{i,ka}$

$URz_{i,ka} := 10^{-4} \cdot szf(\rho 1_i, \zeta 1_{ka}, UR)$

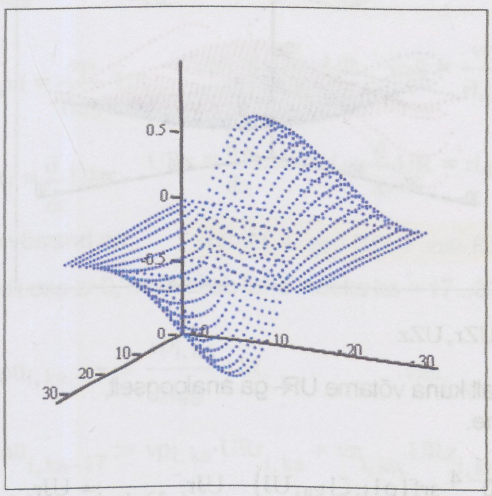
$URz_{i,33-ka} := URz_{i,ka}$

Märgid on valitud nii, et r,z-tasandil tekiks parempoolne pöörlemine.

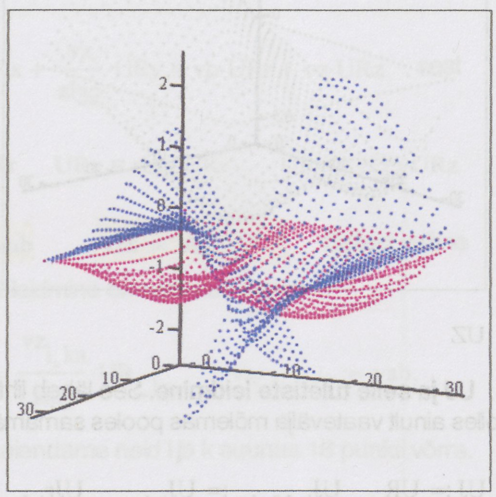
Kui joonisel on esitatud 2 funktsiooni, siis tavaliselt on allkirjas esimese tähisega märgitu tehtud sinisega ja teine punasega.



O, Oo



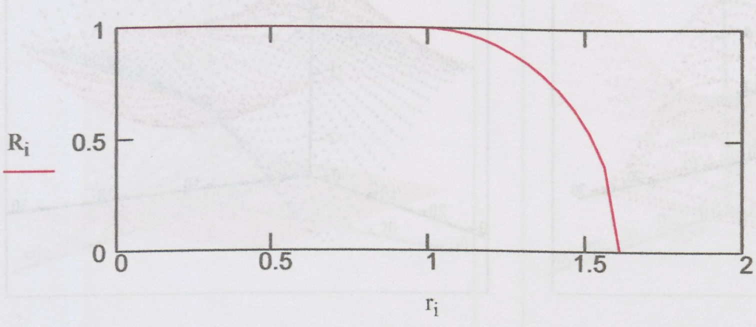
UR



URr, URz

UZ ja selle tuletiste leidmine. Kõigepealt r-suunaline joon. Poole väljani konstantne ja siis jätkub ringjoonena, millele on konstantne puutujaks ja mis kahaneks 0-ks piiril i = 33:

$i0 := 20 \qquad ro := r_{i0} \qquad R_i := \mathrm{if}\left[i \le i0, 1, \sqrt{1 - \left(\frac{r_i - ro}{r_{33} - ro}\right)^2} \right]$

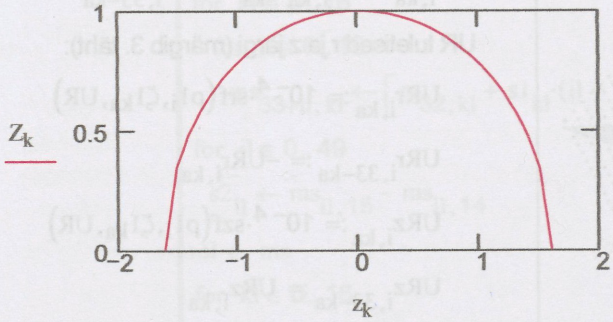


Siis z-telje sihiline joon, mis kohal z = 0 omab väärtust 1 ja kahaneb 0-ni piiridel k = 0 ja 33.

$$Z_k := \sqrt{1 - \left(\frac{z_k}{z_{33}}\right)^2}$$

$\min(Z) = 0$

$RZ_{i,k} := R_i \cdot Z_k \qquad UZ_{i,k} := RZ_{i,k} \cdot O_{i,k} \qquad UZ := Sü(UZ)$



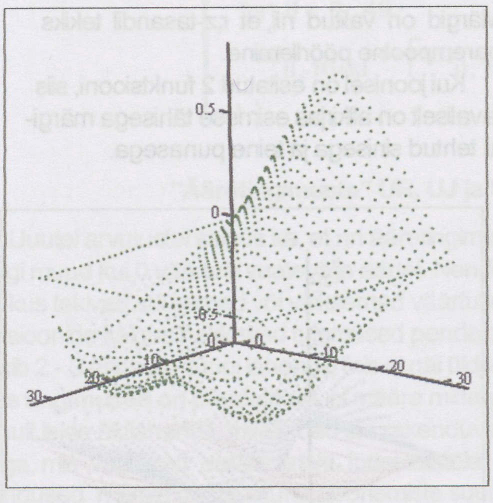
UZ tuletised:

$$UZr_{i,ka} := 10^{-4}\cdot srf\left(\rho 1_i, \zeta 1_{ka}, UZ\right)$$

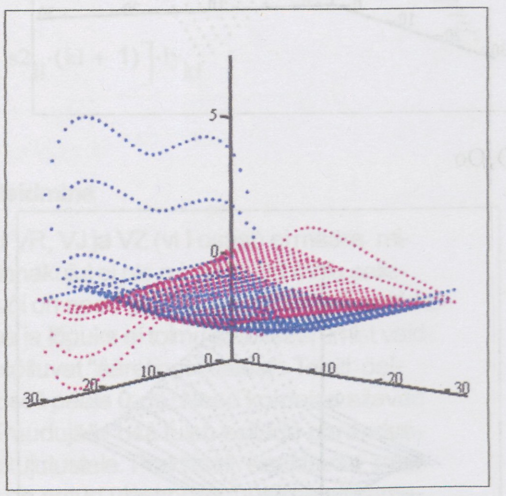
$$UZr_{i,33-ka} := UZr_{i,ka}$$

$$UZz_{i,ka} := 10^{-4}\cdot szf\left(\rho 1_i, \zeta 1_{ka}, UZ\right)$$

$$UZz_{i,33-ka} := -UZz_{i,ka}$$



UZ

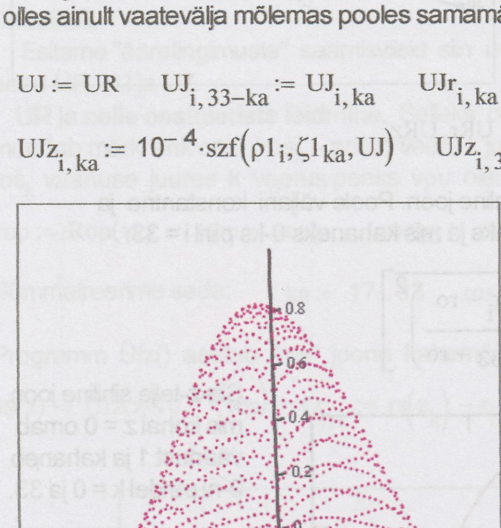


UZr, UZz

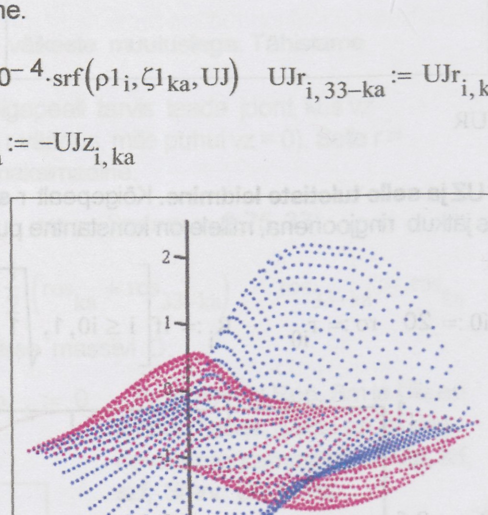
UJ ja selle tuletiste leidmine. See läheb lihtsamalt kuna võtame UR- ga analoogselt, olles ainult vaatevälja mõlemas pooles samamärgiline.

$UJ := UR \quad UJ_{i,33-ka} := UJ_{i,ka} \quad UJr_{i,ka} := 10^{-4}\cdot srf\left(\rho 1_i, \zeta 1_{ka}, UJ\right) \quad UJr_{i,33-ka} := UJr_{i,ka}$

$UJz_{i,ka} := 10^{-4}\cdot szf\left(\rho 1_i, \zeta 1_{ka}, UJ\right) \quad UJz_{i,33-ka} := -UJz_{i,ka}$



UJ



UJr, UJz

vρu võrrandi lahendamine

Lahenditele esitatavad ääretingimused esitame üldlahenditele. Nende saamiseks ei ole eri- ja homogeensed vajalikudki, nagu selgus I osas. Erilahendeid määrame ainult siis, kui tahame veenduda, kui hästi nad võrdsustavad dif-võrrandite vaba liiget võrrandi teise poolega. Kõik dif-võrrandid teisendame koordinaatidessse x,y. Ülevalpool sai seda tehtud vρu võrrandiga, so valem **(1)** ja üldlahend on avaldatud UR ja rea Rf() korrutisega **(2)**. Vaba liige arvutub **vaρ** kaudu (arvutatud I osas esitatud vρu dif-võrrandi vaba liikme valemiga). Selles osas me ei näita uuesti väljatugevuste arvutamise osa ja nende kaudu vabade liikmete arvutamist.

Alustame ikka algmudelist numbriga 363., nagu esimeses osas ja sooritame 18 kordust (iteratsiooni) numbritega 156..173., jätkates I osa numeratsiooni lõpust. Allpool ongi trükitud 173. iteratsiooni joonised. **Lisas** näitame kuidas varieerusid kõigi iteratsioonide sisendkiirused ja jaotusfunktsioon. Numbrilised väärtused on toodud tabelina kõigi iteratsioonide puhul teksti sees.

(2) asetamisel võrrandisse (1) saame (UR ja Rf tähisele liituv kolmas täht x või y tähendab osatuletist x või y järgi):

$$\left(\frac{v\rho}{rl_{49}}\cdot URx + \frac{vz}{zl_{32}}\cdot URy\right)\cdot Rf + \frac{v\rho}{rl_{49}}\cdot UR\cdot Rfx + \frac{vz}{zl_{32}}\cdot UR\cdot Rfy = vab$$

Tähistame tekkinud kordajad:

$$v\rho ü = \frac{v\rho}{rl_{49}}\cdot UR \qquad vzü = \frac{vz}{zl_{32}}\cdot UR \qquad voü = \frac{v\rho}{rl_{49}}\cdot URx + \frac{vz}{zl_{32}}\cdot URy = v\rho\cdot URr + vz\cdot URz$$

, sest

$$URr = \frac{d}{dr}UR \qquad URx = \frac{d}{dx}UR = rl_{49}\cdot\frac{d}{dr}UR = rl_{49}\cdot URr \qquad URx = rl_{49}\cdot URr \qquad URy = zl_{32}\cdot URz$$

Siis võrrand on: $voü\cdot Rf + v\rho ü\cdot Rfx + vzü\cdot Rfy = vab$ $\quad vab := va\rho\cdot 10^{-4}$ Sellest valime ainult osa z>0, mida aitab teha indeks ka = 17...33. UR leidmine on näidatud üleval.

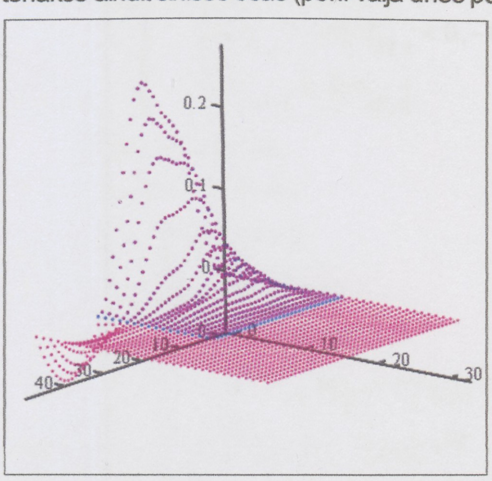
$$v\rho ü_{i,ka-17} := \frac{v\rho_{i,ka}}{rl_{49}}\cdot UR_{i,ka} \qquad vzü_{i,ka-17} := \frac{vz_{i,ka}}{zl_{32}}\cdot UR_{i,ka} \qquad va_{i,ka-17} := vab_{i,ka}$$

$$voü_{i,ka-17} := v\rho_{i,ka}\cdot URr_{i,ka} + vz_{i,ka}\cdot URz_{i,ka}$$

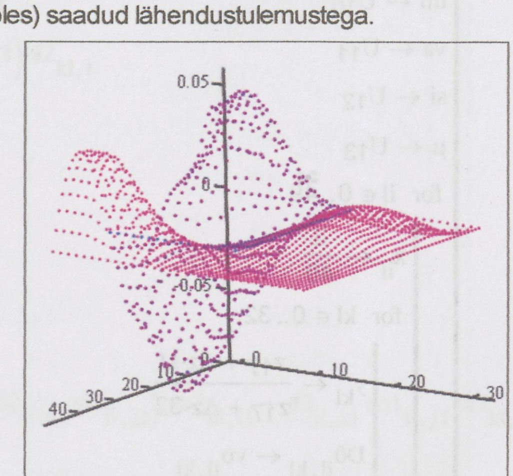
Laiendame neid i ja k suunas 16 punkti võrra.

$$v\rho l := LAI(v\rho ü, 1, 0) \qquad vzl := LAI(vzü, 1, 0) \qquad vol := LAI(voü, 1, 0) \qquad val := LAI(va, 1, 0)$$

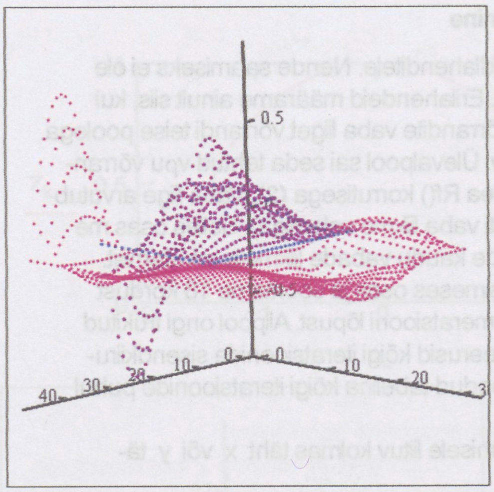
Joonistel on siniste puktidega esitatud laiendatavad massiivid vρü, vzü, voü ja vaba liige "va" ning punastega laiendused. Summaarses väljas käib lähendamine Besseli funktsioonidest moodustatud reaga tunnusega tu = 1 või 2. Hilisemad füüsikaliste suuruste arvutused tehakse ainult sinises osas (põhi-välja ühes pooles) saadud lähendustulemustega.

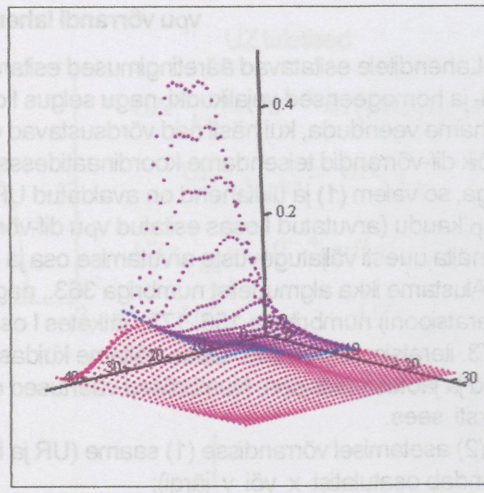


vρü, vρl



vzü, vzl





voü, vol va, val

Rea kordajate ja teiste lähendust iseloomustavate suuruste arvutamise programm on:

$$x_{il} := \frac{il}{49} \qquad y_{kl} := \frac{z_{17} + \Delta z \cdot kl}{z_{17} + \Delta z \cdot 32}$$

```
W(U) :=  | tu ← U0
         | vρ ← U1
         | vz ← U2
         | vo ← U3
         | nr ← U4
         | nz ← U5
         | μr ← U6
         | μz ← U7
         | ko ← U8
         | jm ← U9
         | tm ← U10
         | va ← U11
         | si ← U12
         | μ ← U13
         | for il ∈ 0..49
         |   | x_il ← il/49
         |   | for kl ∈ 0..32
         |   |   | y_kl ← (z17 + Δz·kl)/(z17 + Δz·32)
         |   |   | D0_il,kl ← vo_il,kl
         |   |   | D1_il,kl ← vρ_il,kl
```

```
D2_{il,kl} ← vz_{il,kl}
d0_{il,kl} ← D0_{il,kl}·va_{il,kl}
d1_{il,kl} ← D1_{il,kl}·va_{il,kl}
d2_{il,kl} ← D2_{il,kl}·va_{il,kl}
if tu = 1
  for il ∈ 0..49
    for j ∈ 0..jm
      co1_{il,j} ← Ji(nr, μr_j·x_il)
      si1_{il,j} ← μr_j·Jix(nr, μr_j·x_il)
  for kl ∈ 0..32
    for t ∈ 0..tm
      co2_{kl,t} ← Ji(nz, μz_t·y_kl)
      si2_{kl,t} ← μz_t·Jix(nz, μz_t·y_kl)
otherwise
  for il ∈ 0..49
    for j ∈ 0..jm
      c1_{il,j} ← Ji(nr, μr_j·x_il)
      s1_{il,j} ← μr_j·Jix(nr, μr_j·x_il)
      si1_{il,j} ← if(c1_{il,j} < 0,−1,1)·s1_{il,j}
      co1_{il,j} ← |c1_{il,j}|
  for kl ∈ 0..32
    for t ∈ 0..tm
      c2_{kl,t} ← Ji(nz, μz_t·y_kl)
      s2_{kl,t} ← μz_t·Jix(nz, μz_t·y_kl)
      si2_{kl,t} ← if(c2_{kl,t} < 0,−1,1)·s2_{kl,t}
      co2_{kl,t} ← |c2_{kl,t}|
for j1 ∈ 0..jm
  for t1 ∈ 0..tm
    V_{j1,t1} ← 0
    for il ∈ 0..49
      for kl ∈ 0..32
        s1 ← (d0_{il,kl}·co1_{il,j1} + d1_{il,kl}·si1_{il,j1})·co2_{kl,t1} + d2_{il,kl}·co1_{il,j1}·si2_{kl,t1}
        V_{j1,t1} ← V_{j1,t1} + s1
    Vv_{j1+(jm+1)·t1} ← V_{j1,t1}
```

```
for j ∈ 0..jm
  for t ∈ 0..tm
    | for il ∈ 0..49
    |   for kl ∈ 0..32
    |     F[il,kl] ← (D0[il,kl]·co1[il,j] + D1[il,kl]·si1[il,j])·co2[kl,t] + D2[il,kl]·co1[il,j]·si2[kl,t]
    | FF[j,t] ← F
for j ∈ 0..jm
  for t ∈ 0..tm
    for j1 ∈ 0..jm
      for t1 ∈ 0..tm
        M[j1+(jm+1)·t1, j+(jm+1)·t] ← Σ(il=0..49) Σ(kl=0..32) (FF[j,t])[il,kl]·(FF[j1,t1])[il,kl]
pm ← jm + (jm + 1)·tm
if Vv[0] = 0
  | for p3 ∈ 0..pm − 1
  |   | val[p3] ← Vv[p3+1]
  |   | for p4 ∈ 0..pm − 1
  |   |   M1[p3,p4] ← M[p3+1,p4+1]
  | pm1 ← pm − 1
otherwise
  | M1 ← M
  | val ← Vv
  | pm1 ← pm
D ← |ko·M1|
for p2 ∈ 0..pm1
  | for p1 ∈ 0..pm1
  |   for p3 ∈ 0..pm1
  |     b[p1,p3] ← M1[p1,p3]
  | for p1 ∈ 0..pm1
  |   b[p1,p2] ← val[p1]
  | C1[p2] ← |ko·b| / D
for p2 ∈ 0..pm                              if Vv[0] = 0
  Ch[p2] ← if(p2 = 0, 0, C1[p2−1])
Ch ← C1   otherwise
for il ∈ 0..49
  | for kl ∈ 0..32
  |        jm    tm
```

$$\mathrm{vas}_{il,kl} \leftarrow \sum_{j=0}^{jm} \sum_{t=0}^{tm} \mathrm{Ch}_{j+(jm+1)\cdot t}\left(\mathrm{FF}_{j,t}\right)_{il,kl}$$

$$\text{if } si = 1$$

$$\quad \text{for } kl \in 0..32$$

$$\quad\quad f_{kl} \leftarrow \mathrm{vas}_{il,kl}$$

$$\quad\quad \psi_{kl} \leftarrow y_{kl}$$

$$\quad \mathrm{vass} \leftarrow \mathrm{Sm}(f, \psi, \mu, 32)$$

$$\quad \text{for } kl \in 0..32$$

$$\quad\quad \mathrm{vas}_{il,kl} \leftarrow \mathrm{vass}_{kl}$$

$$\mathrm{vas} \leftarrow \mathrm{vas} \quad \text{otherwise}$$

$$\text{for } kl \in 0..32$$

$$\quad \text{if } si = 1$$

$$\quad\quad \text{for } il \in 0..49$$

$$\quad\quad\quad f_{il} \leftarrow \mathrm{vas}_{il,kl}$$

$$\quad\quad\quad \xi_{il} \leftarrow x_{il}$$

$$\quad\quad \mathrm{vass} \leftarrow \mathrm{Sm}(f, \xi, \mu, 49)$$

$$\quad\quad \text{for } il \in 0..49$$

$$\quad\quad\quad \mathrm{vas}_{il,kl} \leftarrow \mathrm{vass}_{il}$$

$$\quad \mathrm{vas} \leftarrow \mathrm{vas} \quad \text{otherwise}$$

$$\text{for } i \in 0..33$$

$$\quad \text{for } k \in 0..16$$

$$\quad\quad \mathrm{rf}_{i,k} \leftarrow \sum_{j=0}^{jm} \sum_{t=0}^{tm} \mathrm{Ch}_{j+(jm+1)\cdot t} \cdot \mathrm{co1}_{i,j} \cdot \mathrm{co2}_{k,t}$$

$$\mathrm{ja} \leftarrow 34 \cdot 17 \cdot (34 \cdot 17 - 1)$$

$$\mathrm{Su} \leftarrow \sqrt{\frac{1}{\mathrm{ja}} \cdot \sum_{i=0}^{33} \sum_{k=0}^{16} \left(\mathrm{vas}_{i,k} - \mathrm{va}_{i,k}\right)^2}$$

$$\mathrm{v\ddot{a}}_0 \leftarrow \mathrm{Ch}$$

$$\mathrm{v\ddot{a}}_1 \leftarrow \mathrm{vas}$$

$$\mathrm{v\ddot{a}}_2 \leftarrow \mathrm{Su}$$

$$\mathrm{v\ddot{a}}_3 \leftarrow D$$

$$\mathrm{v\ddot{a}}_4 \leftarrow \mathrm{M1}$$

$$\mathrm{v\ddot{a}}_5 \leftarrow \mathrm{rf}$$

$$\mathrm{v\ddot{a}}$$

Metoodikast täpsemalt. Algsed iteratsioonid teeme lühikeste ridadega – väikese **jm**- ja **tm**-ga. Rea pikkus on pm+1. See ei tohhi ületada "eksperimentaalsete" punktide arvu, mis on 50 x 33 = 1650. Kui lähendatav funktsioon ei sobi väga hästi Besseli funktsioonidega, tuleb rea pikkusega jääda kaugele näidatud rvust – lähemal hälvetesumma väärtus kasvab piiramatult – lähendus on halb. r suunas piirab arv 50, z-suunas 33. jm suurust piirab ka O0 ja O1 massiivis antud 0-kohtade arv (45). Piirab ka arvutusaeg – võrrandsüsteemi **maatriksi mõõtmed on (pm+1) x (pm+1)** ! pm ei saa olla suur. jm võtame poole võrra suuremana tm-st.

1) Algmudeliga 363 arvutamise lõpus (esimene iteratsioon) tõstame kogukiiruse mooduli relativistlike väärtuste alasse, näiteks 0.99999986, ja valime selle niisuguse, mis iteratsiooni lõpus viib süsteemi impulsimomendi ja elektroni spinni ($h/4\pi$) suhte 1 lähedale.

2) Kõigis järgnevates iteratsioonides viime uute kiiruskomponentide maksimaalväärtused sisendkiiruste omadega samale tasemele, niikaua kui kiiruskomponentide kujundid enamvähem stabiliseeruvad. Samuti hoolitseme iga iteratsiooni lõpus selle eest, et $v\rho u$ ja vzu ekstreemumid oleks võrdsed nagu ühtlasel pöörlemiselgi r,z-tasamdil.

3) Järgmisena suurendame kogukiiruse moodulit, lähendades seda 1-le, kuni kogu ipulsimomendi väärtus ei ole veel võrdsustunud elektroni spinniga.

4) Iga iteratsiooni ja määratava suuruse $v\rho u$, $v\varphi u$, vzu ning jaotusfunktsiooni τ logaritmi $L\tau$ puhul valime oma lähendusrea Rj pikkuse, mis annaks parima (oodatava) kujundi, mitte ajades taga väikseimat vastava dif-võrrandi poolte erinevust kirjeldavat hälvetesummat. Siiski, et omavaheline võrdlus oleks silmaga nähtavam oleme käesoleval juhul võtnud kõigil sama pika rea. Hälvetesumma võib rea pikenemisel veelgi väheneda, kuid vastavasse kujundisse võivad tekkida arvutusvigade tõttu juhuslikult hajuvad punktid. Lõpuks tekib selliste punktide pilv ja kujund kaob. Tavaliselt on selle põhjuseks juhuslikud märgimuutused, sest põhimõtteliselt on kõik pöörlemissuunad samaväärsed. Märke korrigeerides, võib pilvest tekkida ka vajalik kujund. Võrrandit lahendatakse kõigi väljapunktide jaoks eraldi ja märk antud punktis võib olla ka naaberpunktides saadust erinev. Nii tekibki hajus väärtustepilv.

5) Selles II osas kasutatakse I osa Su ehk suhtelise hälvetesumma asemel **hälvete ruutkeskmist** sama tähistusega Su.

6) **ko** valime sellise, et **determinandi D suurusjärk oleks 1.** Kui süsteemi determinant annab ületäitumise, tuleb kogu võrrandsüsteemi kordajaid vähendada teguriga **"ko"**. Liialt väikese puhul determinant = 0 ja rea kordajad C jäävad määramata – tuleb **ko** suurendada.

Mathcad annab omistamisel suurusele väärtuse 0 kui see on < 10^{-15}. Mälus on sellest palju väiksemad nullist erinevad.

7) Besseli funktsioonide indeksid 0 või 1 valime UR, UJ, UZ ja LT (τ logaritmile $L\tau$ esitava tingimuse) järgi. 0 või 1 määrame nii:

1) r ehk x suunas – kui teljel i=0 peab olema suur väärtus, siis **0**, väike või 0, siis **1.**

2) z ehk y suunas – kui teljel z=0 peab olema suur väärtus, siis **0**, väikse või 0 puhul **1**.

UR puhul: $nr := 1$ $\quad \mu r := O1$ $\quad nz := 0$ $\quad \mu z := O0$

Kui rea korrutis ääretingimusega annab vale märgi, sätime märdgid õigeks **paranduste** osas.

Jätkame $v\rho u$ võrrandi lahendamist (sooritatakse 18. iteratsioon, tulemused 173).

$ko := 9.247$ $\quad jm := 30$ $\quad tm := \mathrm{trunc}\left(\frac{2}{3}\cdot jm\right)$ $\quad tm = 20$ $\quad pm := jm + (jm+1)\cdot tm$ $\quad pm = 650$

$p := 0..pm$ on rea kordajate C indeksite vahemik. $\quad si := 1$ $\quad \mu := 0.5$ si – siluda ridu ja veerge, kui si = 1. $\quad tu := 2$ See valib kumba lähendusrida Rj() kasutatakse – "val">0 lähndusalas.

Pakime W argumendid ühte mssiivi U: $\quad U_0 := tu$ $\quad U_1 := v\rho l$ $\quad U_2 := vzl$ $\quad U_3 := vol$ $\quad U_4 := nr$

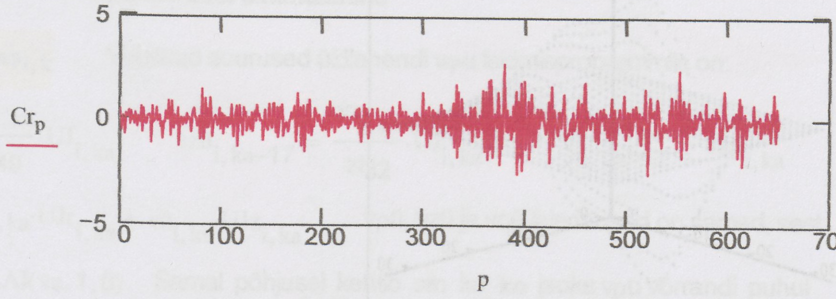
$U_5 := nz$ $\quad U_6 := \mu r$ $\quad U_7 := \mu z$ $\quad U_8 := ko$ $\quad U_9 := jm$ $\quad U_{10} := tm$ $\quad U_{11} := val$ $\quad U_{12} := si$ $\quad U_{13} := \mu$

$wp := W(U)$ $\quad Cr := wp_0$ $\quad vas := wp_1$ $\quad Su := wp_2$ $\quad D := wp_3$ $\quad M1 := wp_4$ $\quad rf := wp_5$

$D = 1.05851852177292$ $\quad$ ko valimiseks: $\quad kop := 9.247$ $\quad |kop\cdot M1| = 1.05851852177292$

$vau_{i,ka} := vas_{i,ka-17}$ $\quad vau_{i,33-ka} := vau_{i,ka}$ $\quad$ "vas" on programmi väljundis indeksitega 0..49

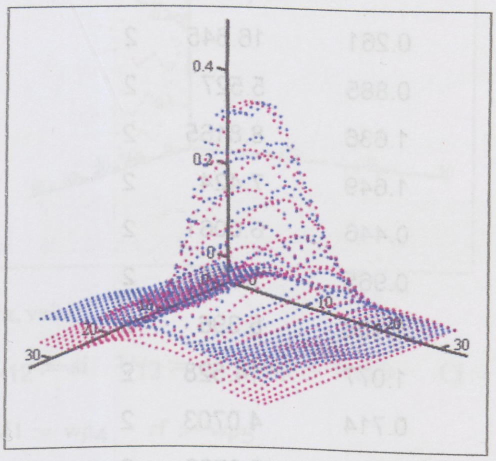
ja 0..32, st hõlmab kogu lähendusala. Füüsikaliste suuruste arvutamisel kasutame sellest ainult reaalset vaatevälja osa 0..33 ja 0..16 (k=ka, ka=17..33). Teine pool 0..16 määratakse sümmeetria järgi.



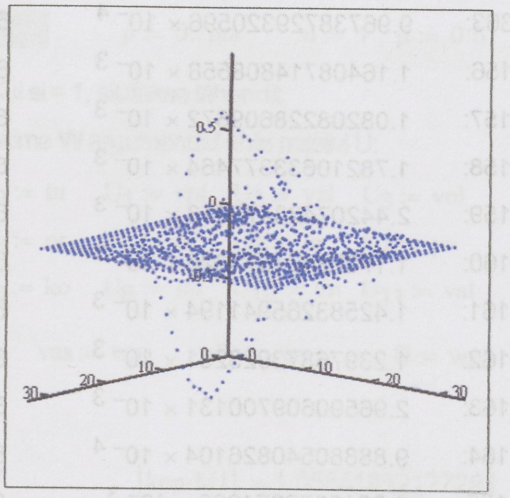
$Cr_0 = 0.50402633661216$ $\qquad Cr_{pm} = 0.088810409015193$

Lahend on: $v\rho u_{i,ka} := UR_{i,ka} \cdot rf_{i,ka-17}$ $\qquad v\rho u_{i,33-ka} := -v\rho u_{i,ka}$ $\qquad$ Määrame kiiruse muutuse **mu** sisendkiirusega võrreldes:

$$mu := \frac{\max(v\rho) - \min(v\rho)}{\max(v\rho u) - \min(v\rho u)} \qquad mu = 0.73021133$$



vab, vau



$v\rho u$

parandused ja silumine:

$v\rho u_{i,k} := \mathrm{if}(v\rho u_{i,k} < 0, -v\rho u_{i,k}, v\rho u_{i,k})$ $\qquad v\rho u := \mathrm{Smrv}(v\rho u, 0.5, 0.5)$ $\qquad v\rho u_{i,33-ka} := -v\rho u_{i,ka}$

$v\rho u_{33,k} := 0 \quad v\rho u_{i,0} := 0 \quad v\rho u_{i,33} := 0 \quad v\rho u_{0,k} := 0$

Säilitame sisendkiiruse maksimaalväärtuse.

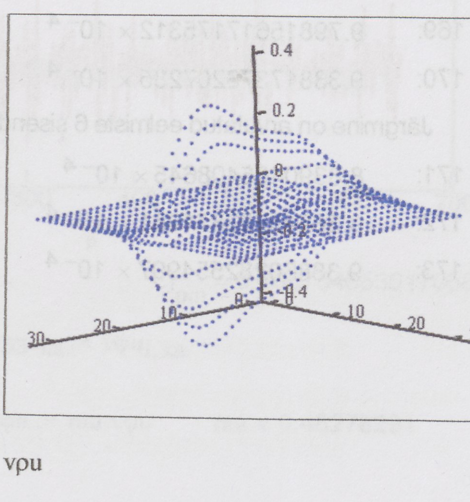
$$v\rho u := \frac{\max(v\rho)}{\max(v\rho u)} \cdot v\rho u \qquad v\rho u := \mathrm{As}(v\rho u)$$

Alates 271. arvutame keskmise sisendväärtusega, et vähendada juhuslikke muutusi.

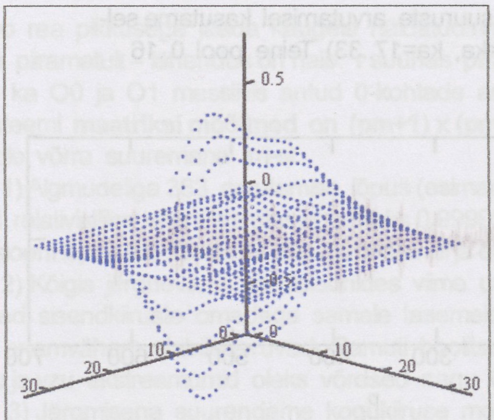
$$v\rho u := \frac{1}{2} \cdot (v\rho u + v\rho)$$

$\max(v\rho u) = 0.707245069853942$

$\min(v\rho u) = -0.707245069853942$



$v\rho u$



vpu

$Su = 9.38860282554907 \times 10^{-4}$ $pm = 650$ $mu = 0.73$ $ko = 9.247$ $tu = 2$ $(1,0)$

363:	$9.96738729320596 \times 10^{-4}$	650	0.261	16.645	2
156:	$1.16408714808558 \times 10^{-3}$	650	0.885	5.527	2
157:	$1.08208228609672 \times 10^{-3}$	650	1.636	8.8165	2
158:	$1.78210633377464 \times 10^{-3}$	650	1.649	7.424	2
159:	$2.44207423479913 \times 10^{-3}$	650	0.446	6.0061	2
160:	$1.17022471871326 \times 10^{-3}$	650	0.965	11.95	2
161:	$1.42583265941194 \times 10^{-3}$	650	1.108	5.396	2
162:	$1.23976873923231 \times 10^{-3}$	650	1.077	14.528	2
163:	$2.96590609700131 \times 10^{-3}$	650	0.714	4.0703	2
164:	$9.88880540826104 \times 10^{-4}$	650	0.552	15.3703	2
165:	$1.2610378671966 \times 10^{-3}$	650	0.622	5.7655	2
166:	$8.61309897163798 \times 10^{-4}$	650	0.459	35.22	2
167:	$1.15690148711122 \times 10^{-3}$	650	0.737	4.675	2
168:	$9.42816225218403 \times 10^{-4}$	650	1.035	14.412	2
169:	$9.79815617175312 \times 10^{-4}$	650	0.52	7.752	2
170:	$9.33817376207285 \times 10^{-4}$	650	1.348	10.707	2

Järgmine on arvutatud eelmiste 6 sisendandmete keskmisega.

171:	$8.8390405408645 \times 10^{-4}$	650	0.594	8.58	2
172:	$9.38848782871251 \times 10^{-4}$	650	0.661	8.8	2
173:	$9.38860282554907 \times 10^{-4}$	650	0.762	9.247	2

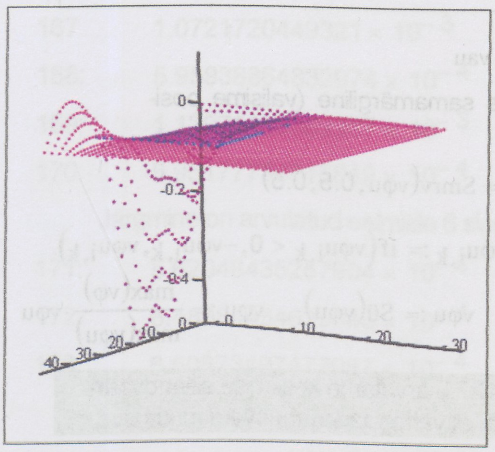
vφu võrrandi lahendamine

$vab_{i,k} := 10^{-4} \cdot va\varphi_{i,k}$ Vajalikud suurused üldlahendi vφu leidmisprogrammile on:

$v\rho \ddot{u}_{i,ka-17} := \frac{v\rho_{i,ka}}{rl_{49}} \cdot UJ_{i,ka}$ $vz\ddot{u}_{i,ka-17} := \frac{vz_{i,ka}}{zl_{32}} \cdot UJ_{i,ka}$ $va_{i,ka-17} := vab_{i,ka}$

$vo\ddot{u}_{i,ka-17} := v\rho_{i,ka} \cdot UJr_{i,ka} + vz_{i,ka} \cdot UJz_{i,ka}$ vρü, vzü ja voü laiendused on samad, sest

UJ =UR $val := LAI(va, 1, 0)$ Samal põhjusel kehtib siin ka **ko** jaoks vρu võrrandi puhul kasutatatud väärtus, kui **jm** ja **tm** on samad.



va, val

UJ puhul: $nr := 1$ $\mu r := O1$ $nz := 0$ $\mu z := O0$

$ko := 9.247$ $jm := 30$ $tm := trunc\left(\frac{2}{3} \cdot jm\right)$

$tm = 20$ $pm := jm + (jm + 1) \cdot tm$ $pm = 650$

$tu := 2$ $p := 0..pm$ $si := 1$ $\mu := 0.5$

Kui si = 1, silutakse lähendit.

Pakime W argumendid ühte mssiivi U:

$U_0 := tu$ $U_1 := v\rho l$ $U_2 := vzl$ $U_3 := vol$

$U_4 := nr$ $U_5 := nz$ $U_6 := \mu r$ $U_7 := \mu z$

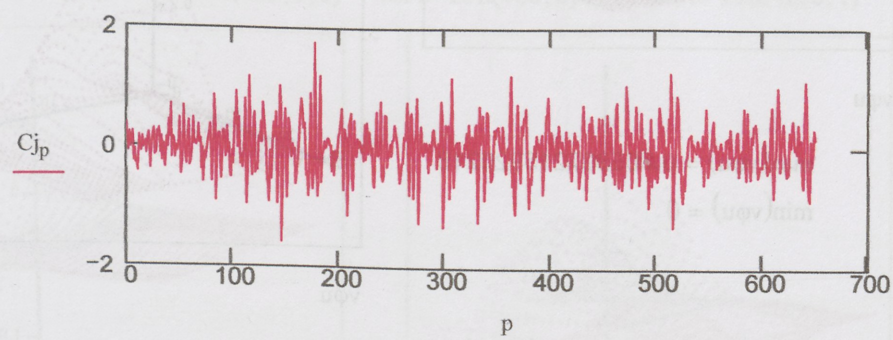
$U_8 := ko$ $U_9 := jm$ $U_{10} := tm$ $U_{11} := val$

$U_{12} := si$ $U_{13} := \mu$ $wp := W(U)$ $Cj := wp_0$ $vas := wp_1$ $Su := wp_2$ $D := wp_3$

$M1 := wp_4$ $rf := wp_5$

$D = 1.05851852177292$ $kop := 9.247$ $|kop \cdot M1| = 1.05851852177292$

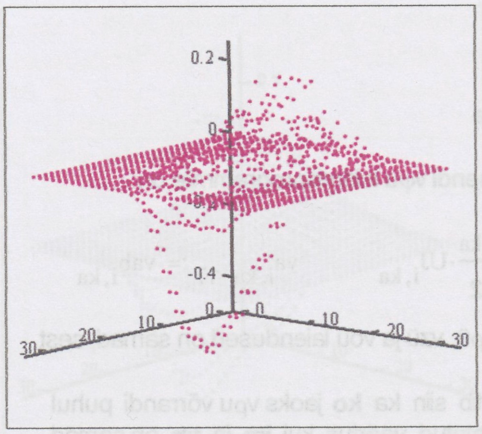
$vau_{i,ka} := vas_{i,ka-17}$ $vau_{i,33-ka} := -vau_{i,ka}$



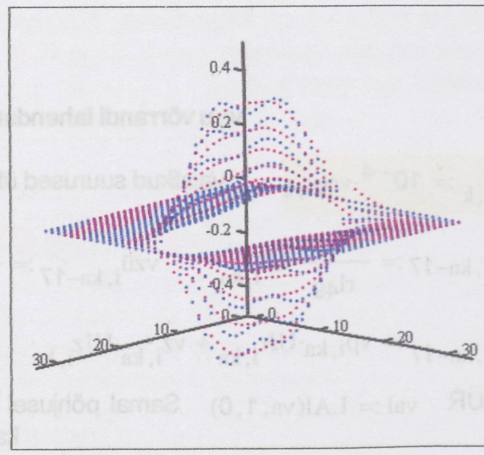
$Cj_0 = 0.372909506511899$ $Cj_{pm} = 0.165754653617068$

Lahend on: $v\varphi u_{i,ka} := UJ_{i,ka} \cdot rf_{i,ka-17}$ $v\varphi u_{i,33-ka} := v\varphi u_{i,ka}$

$v\varphi u_{0,k} := 0$ $mu := \frac{\max(v\varphi) - \min(v\varphi)}{\max(v\varphi u) - \min(v\varphi u)}$ $v\varphi u := mu \cdot v\varphi u$ $mu = 0.46278291$



$v\varphi u$



vab, vau

parandused ja silumine: vφu peaks olema kogu väljas samamärgiline (valisime positiivse ja äärtel 0):

$v\varphi u_{i,k} := \mathrm{if}\left(v\varphi u_{i,k} < 0, -v\varphi u_{i,k}, v\varphi u_{i,k}\right)$ $\qquad v\varphi u := \mathrm{Smrv}\left(v\varphi u, 0.5, 0.5\right)$

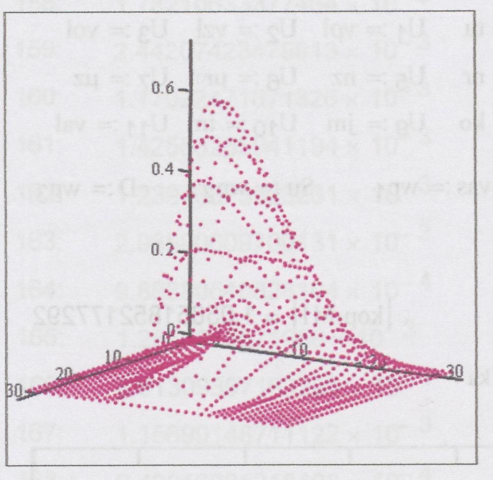
Märgi muutmine oleneb pöörlemissuuna valikust.

$v\varphi u_{i,k} := \mathrm{if}\left(v\varphi u_{i,k} < 0, -v\varphi u_{i,k}, v\varphi u_{i,k}\right)$

$v\varphi u_{0,k} := 0 \quad v\varphi u_{33,k} := 0 \quad v\varphi u_{i,0} := 0 \quad v\varphi u_{i,33} := 0 \quad v\varphi u := \mathrm{S\ddot{u}}\left(v\varphi u\right) \quad v\varphi u := \frac{\max\left(v\varphi\right)}{\max\left(v\varphi u\right)} \cdot v\varphi u$

Alares 271. arvutame keskmise sisendväärtusega, et vähendada juhuslikke muutusi.

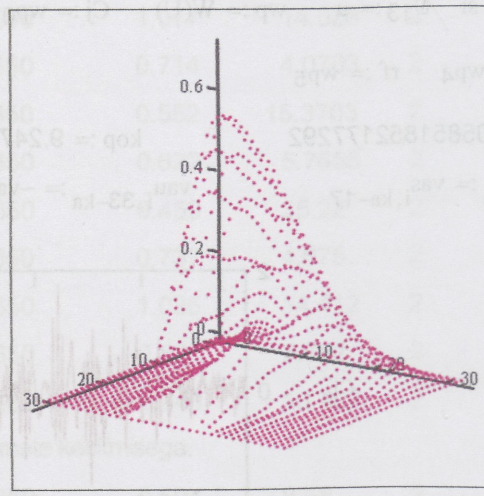
$$v\varphi u := \frac{1}{2}\cdot\left(v\varphi u + v\varphi\right)$$



$v\varphi u$

$\max\left(v\varphi u\right) = 0.705897215920218$

$\min\left(v\varphi u\right) = 0$



$v\varphi u$

$Su = 6.50673497477957 \times 10^{-4}$		$pm = 650$	$mu = 0.463$	$ko = 9.247$	$tu = 2$	$(1,0)$
363:	$6.97622514672565 \times 10^{-4}$	650	0.364	16.645	2	
156:	$9.6713200160865 \times 10^{-4}$	650	1.384	5.527	2	
157:	$6.43621773133276 \times 10^{-4}$	650	1.765	8.8165	2	

158:	$1.71230630893553 \times 10^{-3}$	650	1.236	7.424	2
159:	$1.59285600593975 \times 10^{-3}$	650	0.379	6.0061	2
160:	$9.14710539543588 \times 10^{-4}$	650	0.448	11.95	2
161:	$1.09253705211672 \times 10^{-3}$	650	0.828	5.396	2
162:	$9.15119446760642 \times 10^{-4}$	650	0.486	14.528	2
163:	$2.329464286368 \times 10^{-3}$	650	0.479	4.0703	2
164:	$8.43229634285269 \times 10^{-4}$	650	0.272	15.3703	2
165:	$8.30524164589756 \times 10^{-4}$	650	0.361	5.7655	2
166:	$6.93658020410444 \times 10^{-4}$	650	0.3	35.22	2
167	$1.0721720449321 \times 10^{-3}$	650	0.454	4.675	2
168:	$5.95938864832974 \times 10^{-4}$	650	0.468	14.412	2
169:	$1.12971139562287 \times 10^{-3}$	650	0.372	7.752	2
170:	$5.95177734815849 \times 10^{-4}$	1079	1.102	65.74	2
Järgmine on arvutatud eelmiste 6 sisendandmete keskmisega.					
171:	$5.62048435257904 \times 10^{-4}$	850	0.385	8.58	2
172:	$6.48384454629043 \times 10^{-4}$	850	0.426	8.58	2
173:	$6.50673497477957 \times 10^{-4}$	850	0.463	9.247	2

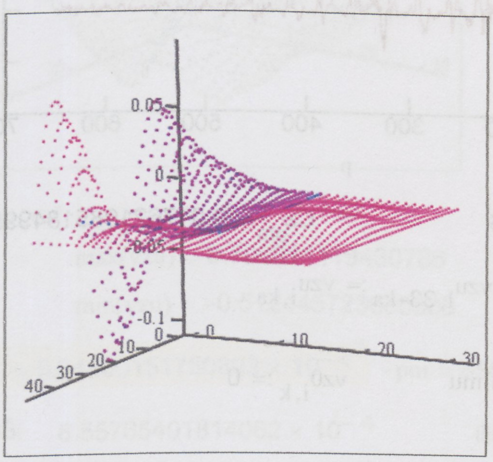
vzu võrrandi lahendamine

$vab_{i,k} := 10^{-4} \cdot vaz_{i,k}$ Vajalikud suurused üldlahendi vzu leidmisprogrammile on:

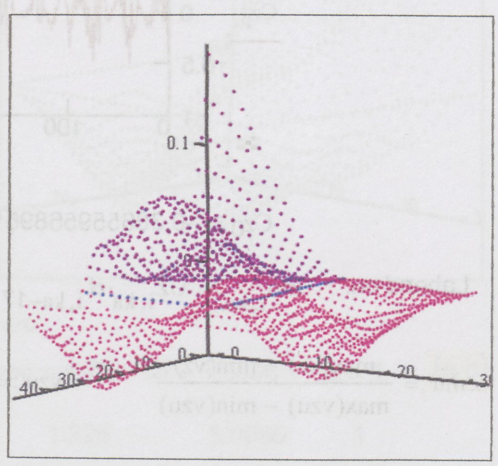
$v\rho ü_{i,ka-17} := \frac{v\rho_{i,ka}}{rl_{49}} \cdot UZ_{i,ka}$ $vzü_{i,ka-17} := \frac{vz_{i,ka}}{zl_{32}} \cdot UZ_{i,ka}$ $va_{i,ka-17} := vab_{i,ka}$

$voü_{i,ka-17} := v\rho_{i,ka} \cdot UZr_{i,ka} + vz_{i,ka} \cdot UZz_{i,ka}$

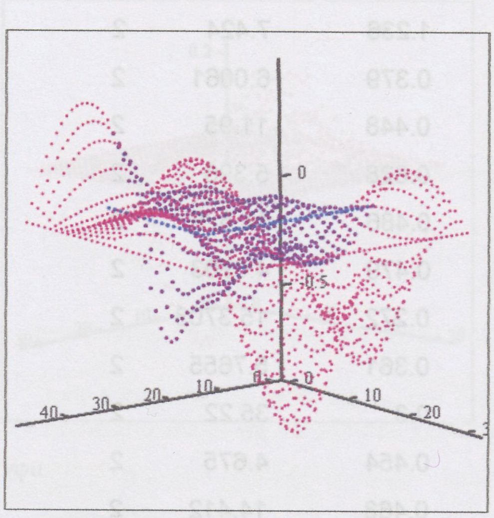
$v\rho l := LAI(v\rho ü, 1, 0)$ $vzl := LAI(vzü, 0, 0)$ $vol := LAI(voü, 0, 0)$ $val := LAI(va, 0, 1)$



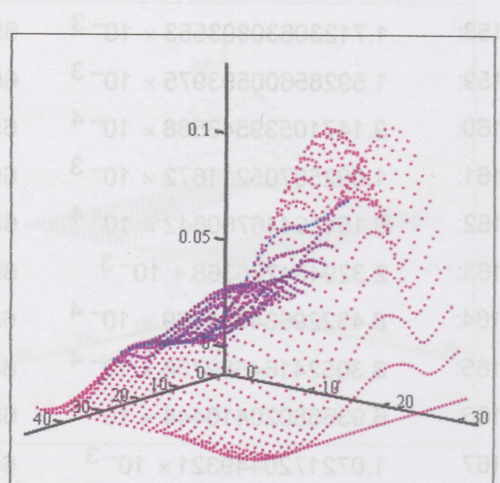
vρü, vρl



vzü, vzl



voü, vol



va, val

Määrame funktsioonide indeksid UZ järgi. $nr := 0$ $\mu r := O0$ $nz := 0$ $\mu z := O0$

$ko := 1.5896$ $jm := 30$ $tm := \mathrm{trunc}\left(\frac{2}{3}\cdot jm\right)$ $tm = 20$ $pm := jm + (jm + 1)\cdot tm$ $pm = 650$

$tu := 1$ "val" ei ole ühemärgiline $si := 1$ $\mu := 0.5$ si – siluda ridu ja veerge, kui si = 1

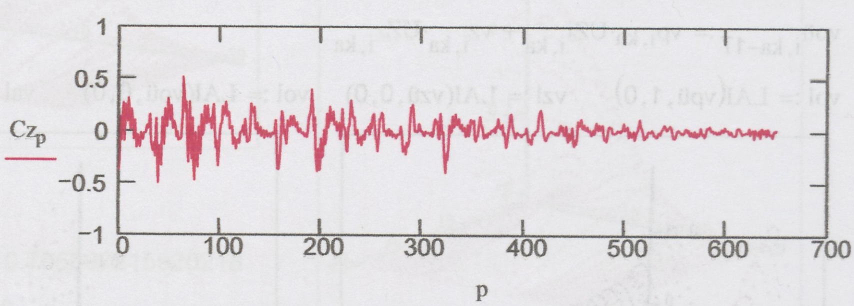
Pakime W argumendid ühte mssiivi U: $U_0 := tu$ $U_1 := v\rho l$ $U_2 := vzl$ $U_3 := vol$ $U_4 := nr$

$U_5 := nz$ $U_6 := \mu r$ $U_7 := \mu z$ $U_8 := ko$ $U_9 := jm$ $U_{10} := tm$ $U_{11} := val$ $U_{12} := si$ $U_{13} := \mu$

$wp := W(U)$ $Cz := wp_0$ $vas := wp_1$ $Su := wp_2$ $D := wp_3$ $M1 := wp_4$ $rf := wp_5$

$D = 1.04286648181492$ $kop := 1.5896$ $|kop\cdot M1| = 1.04286648181492$

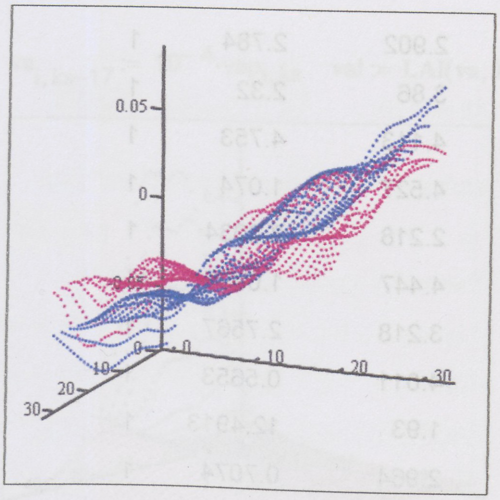
$vau_{i,ka} := vas_{i,ka-17}$ $vau_{i,33-ka} := -vau_{i,ka}$ $p := 0..pm$



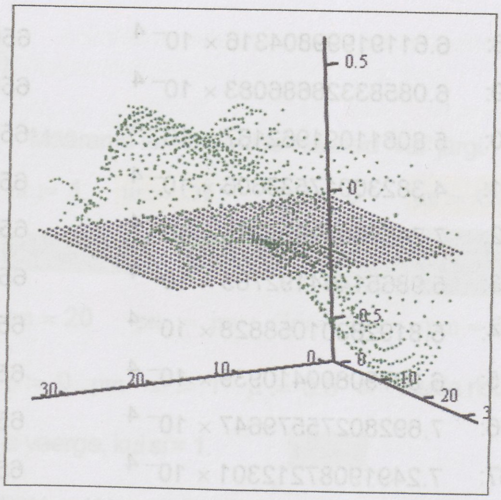
$Cz_0 = -0.386559568961756$ $Cz_{pm} = 0.017621985184995$

Lahend on: $vzu_{i,ka} := UZ_{i,ka}\cdot rf_{i,ka-17}$ $vzu_{i,33-ka} := vzu_{i,ka}$

$mu := \frac{\max(vz) - \min(vz)}{\max(vzu) - \min(vzu)}$ $vzu := vzu\cdot mu$ $vz0_{i,k} := 0$



vab, vau



vzu, vz0

parandused:

363: ei ole veel "ros" olemas: $vzu = -vzu$ Edaspidi aga järgmised parandused:

$vzu_{i,k} := \mathrm{if}\left(vzu_{i,k} < 0 \wedge r_i < ros_k, -vzu_{i,k}, vzu_{i,k}\right)$

$vzu_{i,k} := \mathrm{if}\left(vzu_{i,k} > 0 \wedge r_i > ros_k, -vzu_{i,k}, vzu_{i,k}\right)$ $vzu := \mathrm{Smrv}(vzu, 0.5, 0.5)$

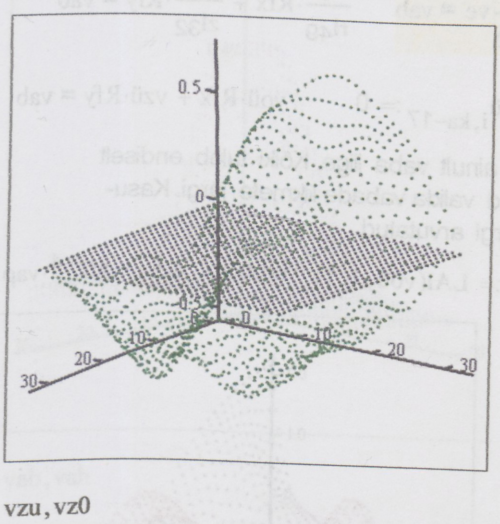
$vzu_{i,0} := 0$ $vzu_{i,33} := 0$ $vzu_{33,k} := 0$ $mx := \mathrm{if}(\max(vzu) \ge -\min(vzu), \max(vzu), -\min(vzu))$

$mxa := \mathrm{if}(\max(vz) \ge -\min(vz), \max(vz), -\min(vz))$ $vzu := \mathrm{Sü}(vzu)$ $vzu := vzu \cdot \frac{mxa}{mx}$

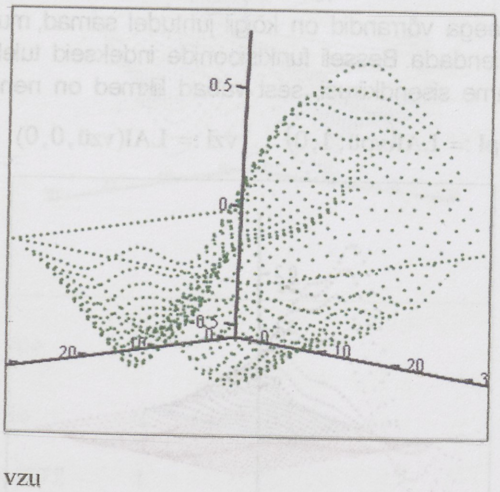
$mx = 0.697332692020835$ $mxa = 0.707245069853942$

Alates 271. arvutame keskmise sisendväärtusega, et vähendada juhuslikke muutusi.

$vzu := \frac{1}{2} \cdot (vzu + vz)$



vzu, vz0



vzu

$\max(vzu) = 0.706911119430786$

$\min(vzu) = -0.512445723635538$

$Su = 5.64400151750803 \times 10^{-4}$ $pm = 650$ $mu = 4.77$ $ko = 1.5896$ $tu = 1$ (0.0)

363:	$6.55765401814062 \times 10^{-4}$	650	1.226	3.0095	1
156:	$9.24962152584505 \times 10^{-4}$	650	2.829	3.525	1
157:	$5.76886280302587 \times 10^{-4}$	650	3.139	1.3175	1

158:	$6.61191999804316 \times 10^{-4}$	650	2.902	2.784	1
159:	$6.08583328686083 \times 10^{-4}$	650	3.86	2.32	1
160:	$5.8061109196216 7\times 10^{-4}$	650	4.113	4.753	1
161:	$4.38230017533606 \times 10^{-4}$	650	4.527	1.074	1
162:	$7.7457602999431 5\times 10^{-4}$	650	2.218	3.2034	1
163:	$5.98651464192783 \times 10^{-4}$	650	4.447	1.0995	1
164:	$5.81928301058828 \times 10^{-4}$	650	3.218	2.7567	1
165:	$6.38790800410939 \times 10^{-4}$	650	4.011	0.5653	1
166:	$7.69280275579647 \times 10^{-4}$	650	1.93	12.4913	1
167:	$7.24919087212301 \times 10^{-4}$	650	2.964	0.7074	1
168:	$6.7150463180506 \times 10^{-4}$	650	2.625	3.508	1
169:	$6.28642312964146 \times 10^{-4}$	650	4.166	1.854	1
170:	$4.5905795257939 \times 10^{-4}$ 39 + 26	1079	3.211	2.908	1

Järgmine on arvutatud eelmiste 6 sisendandmete keskmisega.

171:	$5.68430458932646 \times 10^{-4}$	650	3.609	1.5343	1
172:	$5.7821377058607 \times 10^{-4}$	650	4.503	1.50613	1
173:	$5.64400151750803 \times 10^{-4}$	650	4.77	1.5896	1

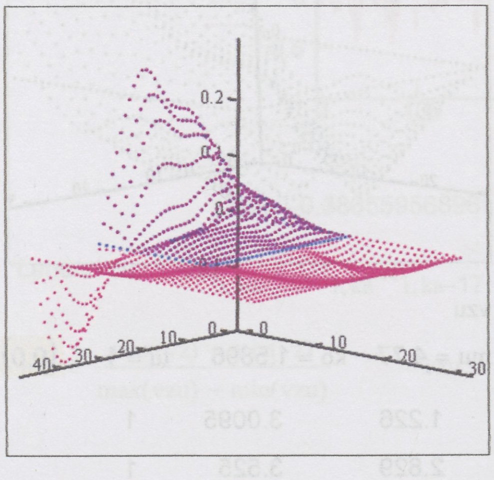
Kui kiiruste ja jaotuse kujundid on enavähem stabiliseerunud, leiame ka **erilahendid, mille juures näeme kui hästi saadud lahendid rahuldavad dif-võrrandeid.**

$ve = Rf(x, y, nr, nz, \mu r, \mu z, C)$ $\quad \frac{v\rho}{rl_{49}} \cdot \frac{d}{dx} ve + \frac{vz}{zl_{32}} \cdot \frac{d}{dy} ve = vab$ $\quad \frac{v\rho}{rl_{49}} \cdot Rfx + \frac{vz}{zl_{32}} \cdot Rfy = vab$

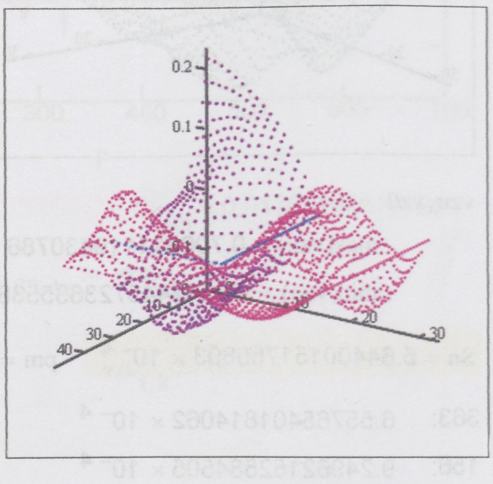
$v\rho ü_{i, ka-17} := \frac{v\rho_{i, ka}}{rl_{49}}$ $\quad vzü_{i, ka-17} := \frac{vz_{i, ka}}{zl_{32}}$ $\quad voü_{i, ka-17} := 0$ $\quad v\rho ü \cdot Rfx + vzü \cdot Rfy = vab$

Seega võrrandid on kõigil juhtudel samad, muutub ainult vaba liige. Kõiki tuleb endiselt laiendada. Besseli funktsioonide indekseid tuleb nüüd valida vabade liikmete järgi. Kasutame sisendkiirusi, sest vabad liikmed on nende järgi arvutatud.

$v\rho l := LAI(v\rho ü, 1, 0)$ $\quad vzl := LAI(vzü, 0, 0)$ $\quad vol := LAI(voü, 1, 1)$ on 0 $\quad vab := 10^{-4} \cdot va\rho$

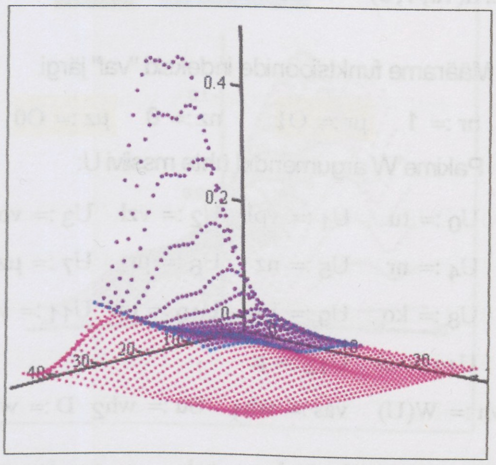


$v\rho ü, v\rho l$



$vzü, vzl$

$va_{i,ka-17} := 10^{-4} \cdot vap_{i,ka}$ $\quad val := LAI(va, 1, 0)$



va, val

Määrame funktsioonide indeksid "val" järgi.

$nr := 1 \quad \mu r := O1 \quad nz := 0 \quad \mu z := O0$

$ko := 0.3752 \quad jm := 30 \quad tm := \mathrm{trunc}\left(\frac{2}{3} \cdot jm\right)$

$tm = 20 \quad pm := jm + (jm + 1) \cdot tm \quad pm = 650$

$p := 0..pm \quad si := 1 \quad \mu := 0.5$ si – siluda ridu

ja veerge, kui si = 1. $\quad tu := 1$

Pakime W argumendid ühte mssiivi U:

$U_0 := tu \quad U_1 := v\rho l \quad U_2 := vzl \quad U_3 := vol$

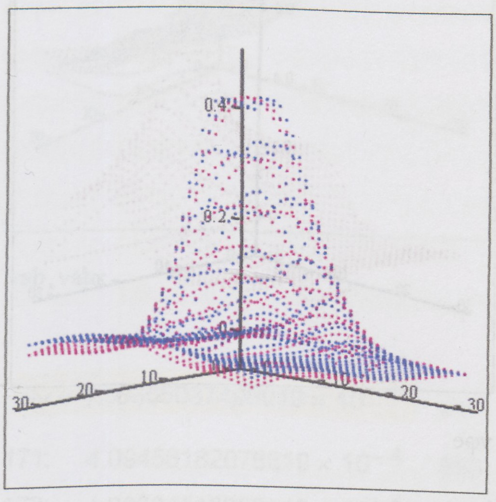
$U_4 := nr \quad U_5 := nz \quad U_6 := \mu r \quad U_7 := \mu z$

$U_8 := ko \quad U_9 := jm \quad U_{10} := tm \quad U_{11} := val \quad U_{12} := si \quad U_{13} := \mu \quad wh := W(U)$

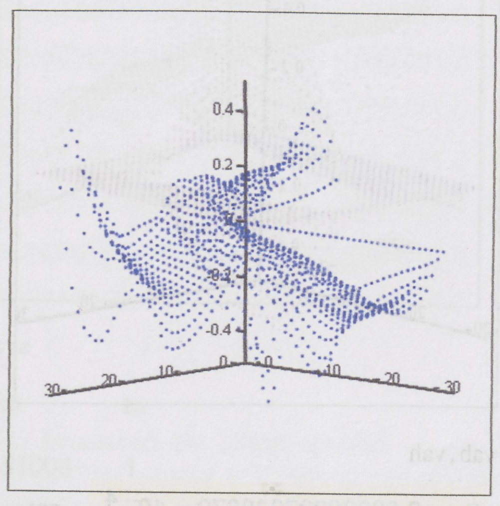
$vas := wh_1 \quad Su := wh_2 \quad D := wh_3 \quad M1 := wh_4 \quad rf := wh_5 \quad vah_{i,ka} := vas_{i,ka-17}$

$D = 1.13468162009263 \quad kop := 0.3752 \quad |kop \cdot M1| = 1.13468162009263$

$vah_{i,33-ka} := vah_{i,ka}$ $\quad$ Lahend on: $\quad v\rho e_{i,ka} := rf_{i,ka-17} \quad v\rho e_{i,33-ka} := -v\rho e_{i,ka}$



vab, vah



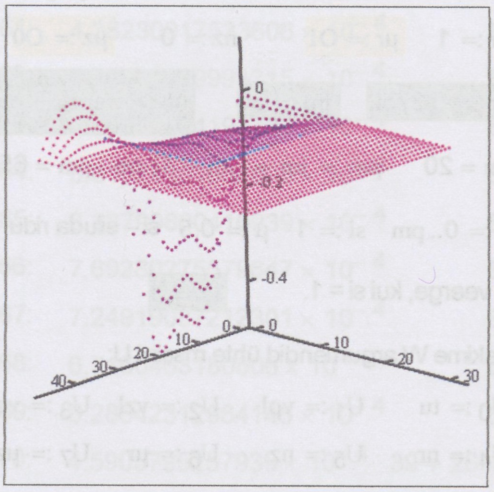
vρe

$Su = 6.26942548420125 \times 10^{-4}$

		pm	ko	tu
171:	$5.85361992717661 \times 10^{-4}$	650	0.4872	1
172:	$6.22086592300411 \times 10^{-4}$	650	0.4013	1
173:	$6.26942548420125 \times 10^{-4}$	650	0.3752	1

Järgmisena $v\varphi u$ võrrandi erilahendi leidmine

$vab := 10^{-4} \cdot va\varphi$ $\quad va_{i,ka-17} := vab_{i,ka}$ $\quad val := LAI(va, 1, 0)$ $\quad ko := 0.3752$ $\quad tu := 1$



va, val

Määrame funktsioonide indeksid "val" järgi.

$nr := 1$ $\quad \mu r := O1$ $\quad nz := 0$ $\quad \mu z := O0$

Pakime W argumendid ühte mssiivi U:

$U_0 := tu$ $\quad U_1 := v\rho l$ $\quad U_2 := vzl$ $\quad U_3 := vol$

$U_4 := nr$ $\quad U_5 := nz$ $\quad U_6 := \mu r$ $\quad U_7 := \mu z$

$U_8 := ko$ $\quad U_9 := jm$ $\quad U_{10} := tm$ $\quad U_{11} := val$

$U_{12} := si$ $\quad U_{13} := \mu$

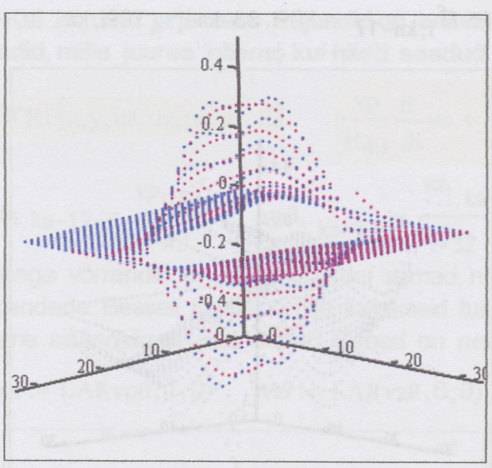
$wh := W(U)$ $\quad vas := wh_1$ $\quad Su := wh_2$ $\quad D := wh_3$

$M1 := wh_4$ $\quad rf := wh_5$ $\quad vah_{i,ka} := vas_{i,ka-17}$

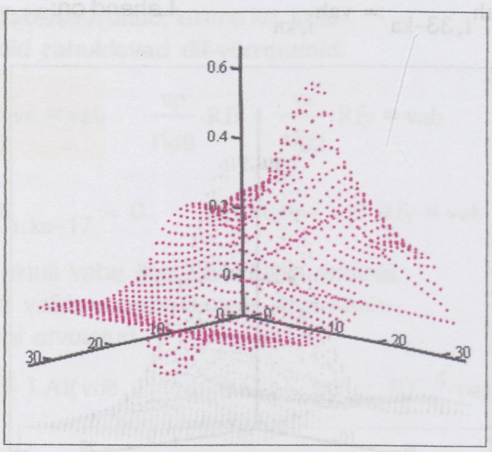
$vah_{i,33-ka} := -vah_{i,ka}$

$kop := 0.3752$ $\quad D = 1.13468162009263$

Lahend on: $v\varphi e_{i,ka} := rf_{i,ka-17}$ $\quad v\varphi e_{i,33-ka} := v\varphi e_{i,ka}$ $\quad |kop \cdot M1| = 1.13468162009263$



vab, vah

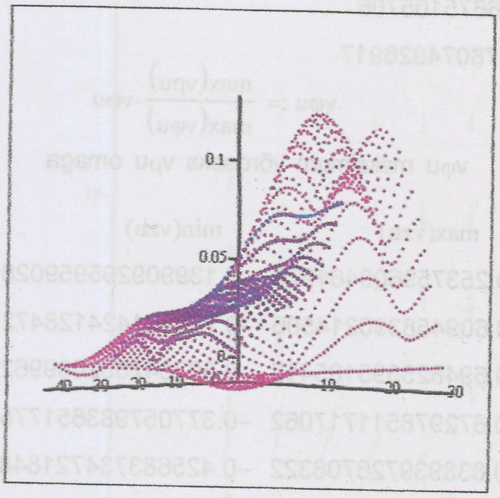


$v\varphi e$

$Su = 6.96920397638879 \times 10^{-4}$	pm	ko	tu
171: $5.74940161566798 \times 10^{-4}$	650	0.4872	1
172: $6.77445069920448 \times 10^{-4}$	650	0.4013	1
173: $6.96920397638879 \times 10^{-4}$	650	0.3752	1

Nüüd vzu võrrandi erilahendi leidmine. $\quad vab := 10^{-4} \cdot vaz$

$va_{i,ka-17} := vab_{i,ka}$ $\quad val := LAI(va, 0, 1)$ $\quad ko := 0.3869$ $\quad tu := 1$ $\quad$ "val"-il on ka < 0 osa.



va, val

Määrame funktsioonide indeksid "val" järgi.

$nr := 0 \quad \mu r := O0 \quad nz := 1 \quad \mu z := O1$

Pakime W argumendid ühte mssiivi U:

$U_0 := tu \quad U_1 := v\rho l \quad U_2 := vzl \quad U_3 := vol$

$U_4 := nr \quad U_5 := nz \quad U_6 := \mu r \quad U_7 := \mu z$

$U_8 := ko \quad U_9 := jm \quad U_{10} := tm \quad U_{11} := val$

$U_{12} := si \quad U_{13} := \mu$

$wh := W(U) \quad vas := wh_1 \quad Su := wh_2 \quad D := wh_3$

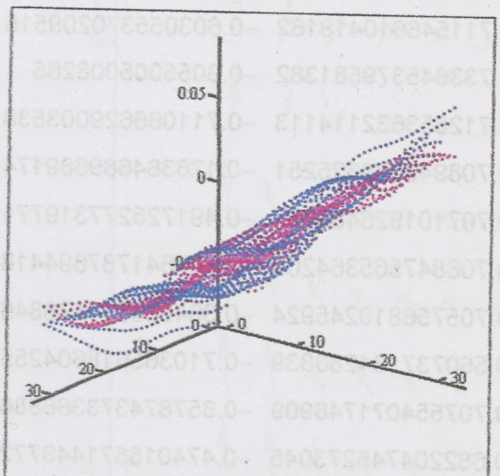
$M1 := wh_4 \quad rf := wh_5 \quad vah_{i,ka} := vas_{i,ka-17}$

$vah_{i,33-ka} := -vah_{i,ka} \quad kop := 0.3869$

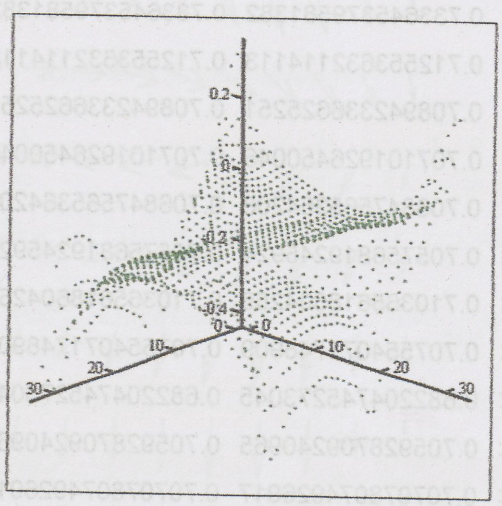
$D = 1.10911985865741$

$|kop \cdot M1| = 1.10911985865741$ Lahend on:

$vze_{i,ka} := rf_{i,ka-17} \quad vze_{i,33-ka} := vze_{i,ka}$



vab, vah



vze

$Su = 4.36605037496019 \times 10^{-4}$

		pm	ko	tu
171:	$4.09456182076619 \times 10^{-4}$	650	0.51008	1
172:	$4.60334510263118 \times 10^{-4}$	650	0.4148	1
173:	$4.36605037496019 \times 10^{-4}$	650	0.3869	1

Kokkuvõte kiirustte aplituudide muutmisest

Siin võrdsustatakse ka vρu ja vzu maksimumid, kui millegipärast need eespool sellisteks ei kujunenud. Samasuguse maximumi anname ka vφu-le.

$miz := \min(vzu) \quad maz := \max(vzu) \quad ez := \mathrm{if}(maz > |miz|, maz, |miz|) \quad ma := \max(v\rho u)$

$miz = -0.512445723635538 \quad maz = 0.706911119430786 \quad ma = 0.707245069853942$

$s := \sqrt{\dfrac{ez}{ma}} \quad tr := s \quad v\rho u := tr \cdot v\rho u \quad tz := \dfrac{1}{s} \quad vzu := tz \cdot vzu \quad tz = 1.00023617607864$

$\max(vzu) = 0.707078074926917$ ı$(vzu) = -0.51256675105706$

$\max(v\rho u) = 0.707078074926917$ ı$(v\rho u) = -0.707078074926917$

$\max(v\varphi u) = 0.705897215920218$ $(v\varphi u) = 0$

$$v\varphi u := \frac{\max(v\rho u)}{\max(v\varphi u)} \cdot v\varphi u$$

$\max(v\varphi u) = 0.707078074926917$ ı$(v\varphi u) = 0$

vφu maksimum võrdseks vρu omaga

	vρu	vφu	max(vzu)	min(vzu)
363:	0.253759609461276	0.253759609461276	0.253759609461276	−0.139909295959028
156:	0.766321424128471	0.766321424128471	0.609458390214506	−0.766321424128472
157:	0.694825595185415	0.694825595185415	0.694825595185415	−0.392047852089962
158:	0.672978511717061	0.672978511717061	0.672978511717062	−0.377057983651775
159:	0.838939726706322	0.838939726706322	0.838939726706322	−0.425683734721848
160:	0.706918861316164	0.706918861316164	0.706918861316164	−0.696360964686827
161:	0.705980707805101	0.705980707805101	0.705980707805101	−0.284033758381735
162:	0.711546610418162	0.711546610418162	0.711546610418162	−0.603055370209515
163:	0.733645379581382	0.733645379581382	0.733645379581382	−0.3055005008265
164:	0.712553632114113	0.712553632114113	0.712553632114113	−0.711066629003538
165:	0.708942336625251	0.708942336625251	0.708942336625251	−0.176364689689174
166:	0.707101926450046	0.707101926450046	0.707101926450047	−0.491725277319771
167:	0.706847565364208	0.706847565364208	0.706847565364208	−0.507641787694418
168:	0.705756819245924	0.705756819245924	0.705756819245924	−0.364886684478846
169:	0.710365618604255	0.710365618604255	0.560737134286839	−0.710365618604255
170:	0.707554071748909	0.707554071748909	0.707554071748909	−0.657874373366886
171:	0.682204745273045	0.682204745273045	0.682204745273045	−0.474015571443772
172:	0.705928709240965	0.705928709240965	0.705928709240965	−0.497792803522422
173:	0.707078074926917	0.707078074926917	0.707078074926917	−0.51256675105706

Kiirusvektorite pilt r,z-tasandi ühel poolel

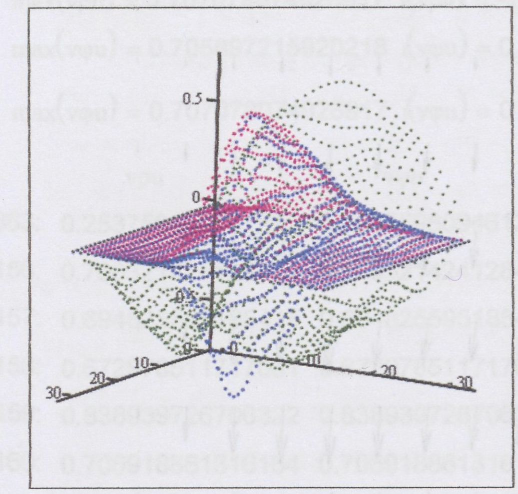
Seda tuleks peegeldada vasaku vertikaali ehk z-telje suhtes vasakule, siis same kogu pildi sellel tasandil. vφu on tasandiga risti suuunaga tasandisse, kui see on positiivne. Kiirusvektorid ei ole joonistatud kõigis arvutatud väljapunktides.

$p := 1..16 \quad t := 1..16 \quad Gr_{p,t} := v\rho u_{p\cdot 2,\, t\cdot 2} \quad Gz_{p,t} := vzu_{p\cdot 2,\, t\cdot 2}$

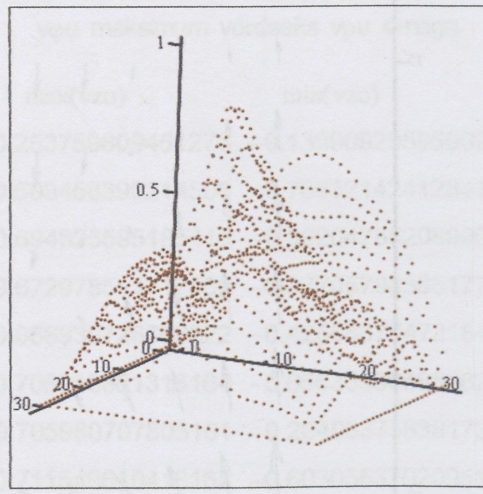
(Gr, Gz)

Kiiruse komponentide ja mooduli jaotus r,z-tasandi ühel poolel 173. iteratsioonil. r-telg on suunatud vaataja poole, z-telg paremale.

$$vm_{i,k} := \sqrt{\left(v\rho u_{i,k}\right)^2 + \left(v\varphi u_{i,k}\right)^2 + \left(vzu_{i,k}\right)^2}$$



$v\rho u, v\varphi u, vzu$



vm

Edasi lahendada τ võrrandi.

$$v\rho u \cdot \frac{d}{dr} \ln(\tau) + vzu \cdot \frac{d}{dz} \ln(\tau) = va\tau \qquad va\tau = \frac{d}{dr} v\rho u - \frac{d}{dz} vzu - \frac{v\rho u}{r}$$

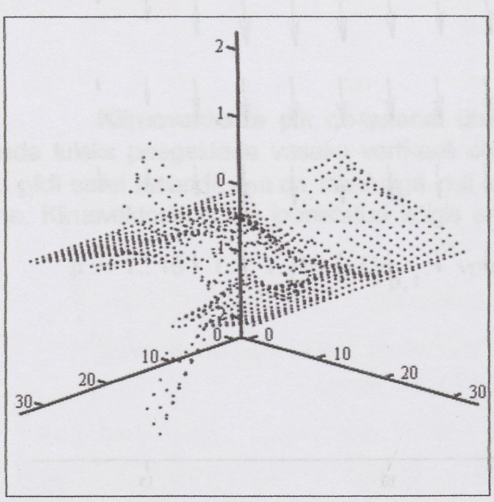
kõik liidetavad on assümmeetrilised.

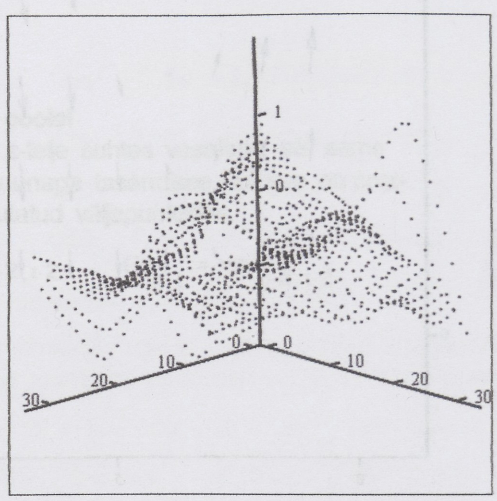
$v\rho ur_{i,ka} := 10$ on error $10^{-4} \cdot srf\left(\rho 1_i, \zeta 1_{ka}, v\rho u\right)$ $\quad v\rho ur_{i,33-ka} := -v\rho ur_{i,ka}$

$vzuz_{i,ka} := 0$ on error $10^{-4} \cdot szf\left(\rho 1_i, \zeta 1_{ka}, vzu\right)$ $\quad vzuz_{i,33-ka} := -vzuz_{i,ka}$ $\quad v\rho j_{i1,k} := \dfrac{v\rho u_{i1,k}}{r_{i1}}$

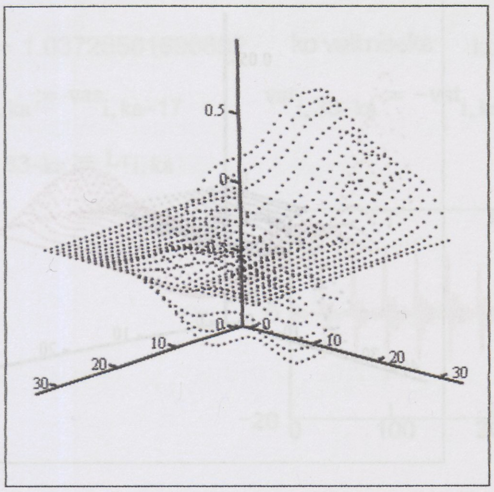
$v\rho j := Ex(v\rho j)$ $\quad va\tau_{i,k} := -v\rho ur_{i,k} - vzuz_{i,k} - v\rho j_{i,k}$ $\quad$ Silume saadud vaba liiget.

$va\tau_{i,ka} := va\tau_{i,33-ka}$ $\quad va\tau := Smrv(va\tau, 0.75, 0.75)$ $\quad va\tau_{i,ka} := -va\tau_{i,33-ka}$

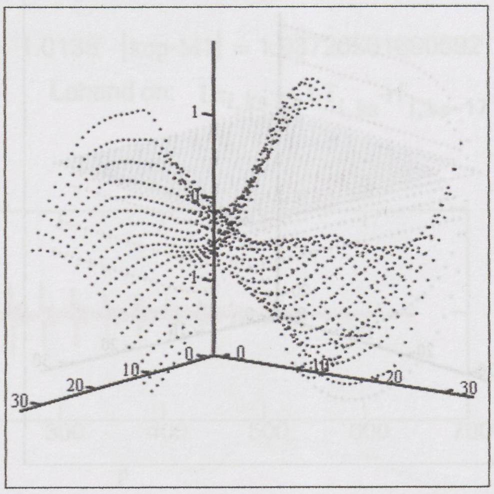




$v\rho ur$ $\qquad$ $vzuz$



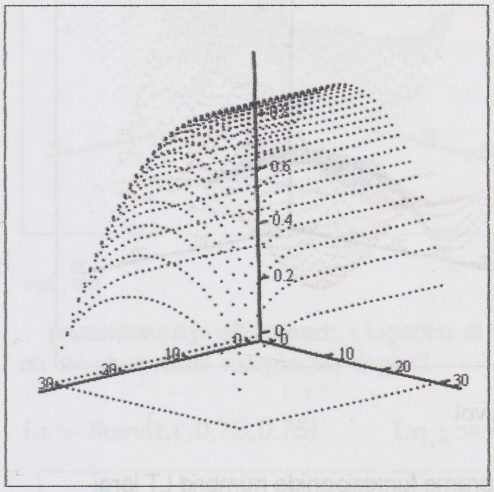
vρj



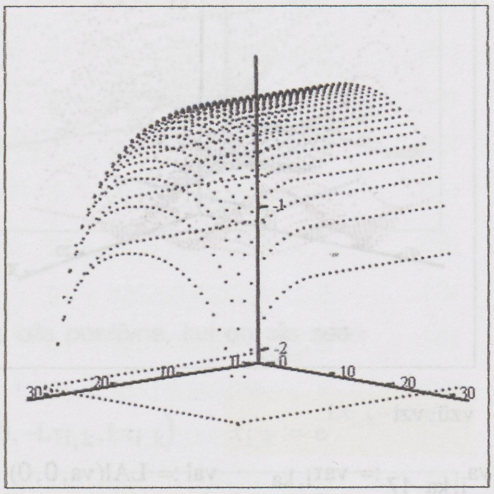
vaτ

Lτ-le ääretingimusi annme τ ääretingimuse RZ logaritmiga. Kuna 0 logaritm on määramatu, asendame selle mingi sobiva negatiivse arvuga. Sobivamaks osutus -2.

$LT_{i,k} := -2 \text{ on error } \ln\left(RZ_{i,k}\right)$



RZ



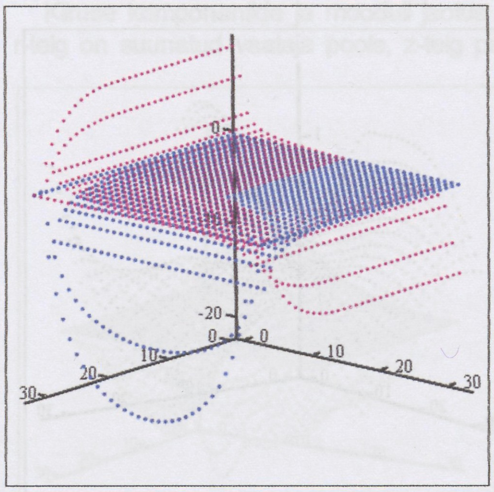
LT

$v\rho \cdot Vsr + vz \cdot Vsz = -va\tau$ $\quad$ $L\tau = LT \cdot Rf$ $\quad$ Lτ **üldlahend,** mis rahuldab "äreväärtusi" LT.

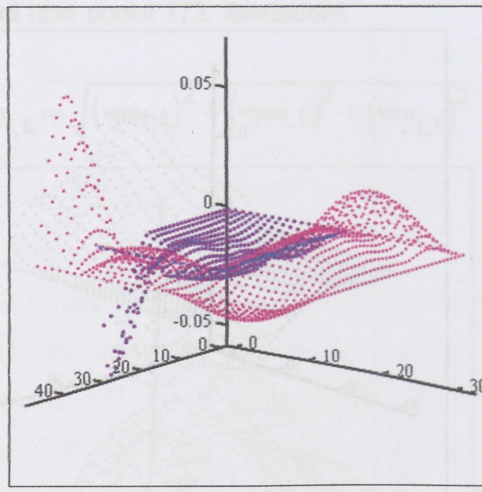
$LTr_{i,ka} := 10^{-4} \cdot srf\left(\rho 1_i, \zeta 1_{ka}, LT\right)$ $\quad$ $LTr_{i,33-ka} := LTr_{i,ka}$ $\quad$ $LTz_{i,ka} := 10^{-4} \cdot szf\left(\rho 1_i, \zeta 1_{ka}, LT\right)$

$LTz_{i,33-ka} := -LTz_{i,ka}$ $\quad$ $v\rho \ddot{u}_{i,ka-17} := \frac{v\rho u_{i,ka}}{rl_{49}} \cdot LT_{i,ka}$ $\quad$ $vz\ddot{u}_{i,ka-17} := \frac{vzu_{i,ka}}{zl_{32}} \cdot LT_{i,ka}$

$vo\ddot{u}_{i,ka-17} := v\rho u_{i,ka} \cdot LTr_{i,ka} + vzu_{i,ka} \cdot LTz_{i,ka}$ $\quad$ Laiendused: $\quad$ $v\rho l := LAI\left(v\rho\ddot{u}, 1, 0\right)$

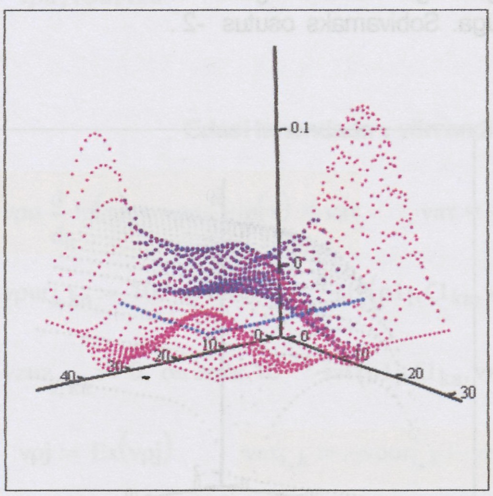


LTr, LTz

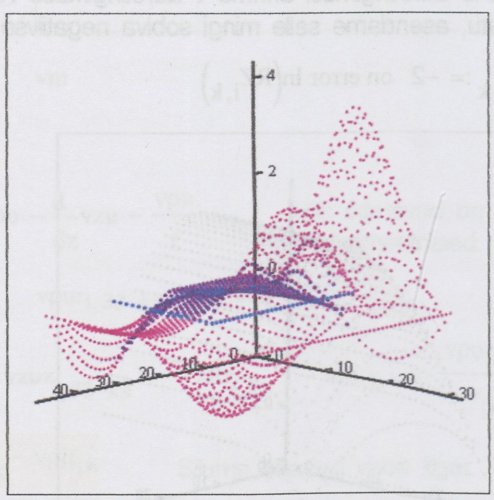


vρü, vρl

$vzl := LAI(vzü, 0, 0)$ $\quad$ $vol := LAI(voü, 0, 0)$

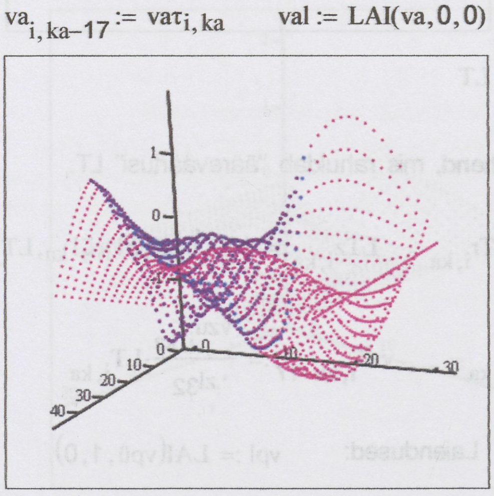


vzü, vzl



voü, vol

$va_{i, ka-17} := va\tau_{i, ka}$ $\quad$ $val := LAI(va, 0, 0)$



va, val

Määrame funktsioonide numbrid LT järgi

$nr := 0$ $\quad$ $\mu r := O0$ $\quad$ $nz := 0$ $\quad$ $\mu z := O0$

$ko := 1.0135$ $\quad$ $jm := 30$ $\quad$ $tm := trunc\left(\frac{2}{3} \cdot jm\right)$

$tm = 20$ $\quad$ $pm := jm + (jm + 1) \cdot tm$ $\quad$ $pm = 650$

$p := 0..pm$ $\quad$ $si := 1$ $\quad$ $\mu := 0.5$ $\quad$ si – siluda ridu ja veerge, kui si = 1. $\quad$ $tu := 1$ "val" järgi

Pakime W argumendid ühte mssiivi U:

$U_0 := tu$ $\quad$ $U_1 := v\rho l$ $\quad$ $U_2 := vzl$ $\quad$ $U_3 := vol$

$U_4 := nr$ $\quad$ $U_5 := nz$ $\quad$ $U_6 := \mu r$ $\quad$ $U_7 := \mu z$

$U_8 := ko$ $\quad$ $U_9 := jm$ $\quad$ $U_{10} := tm$ $\quad$ $U_{11} := val$

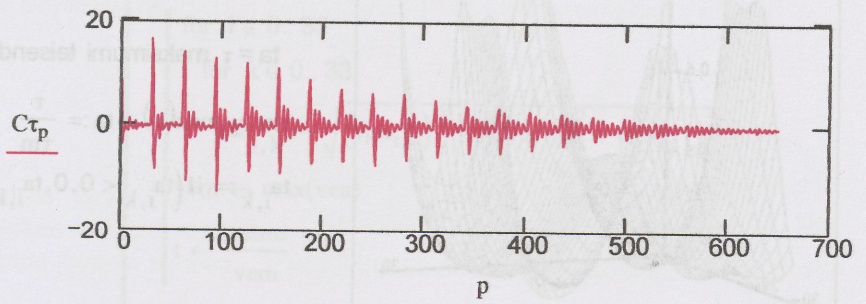
$U_{12} := si$ $\quad$ $U_{13} := \mu$ $\quad$ $wp := W(U)$

$C\tau := wp_0 \qquad vas := wp_1 \qquad Su := wp_2 \qquad D := wp_3 \qquad M1 := wp_4 \qquad rf := wp_5$

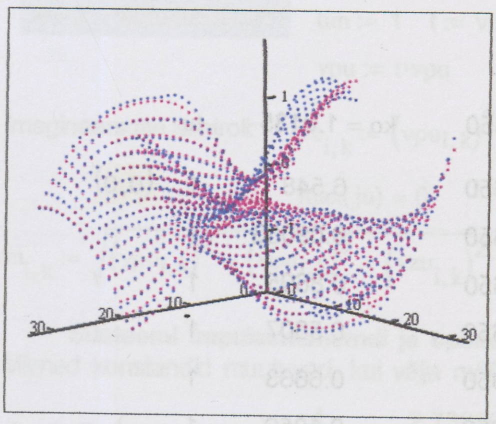
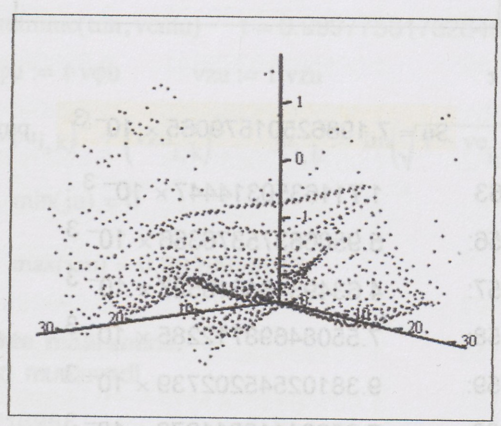
$D = 1.03726561690692$ ko valimiseks: $kop := 1.0135 \quad |kop \cdot M1| = 1.03726561690692$

$vat_{i,ka} := vas_{i,ka-17} \qquad vat_{i,33-ka} := -vat_{i,ka}$ Lahend on: $L\tau_{i,ka} := LT_{i,ka} \cdot rf_{i,ka-17}$

$L\tau_{i,33-ka} := L\tau_{i,ka}$



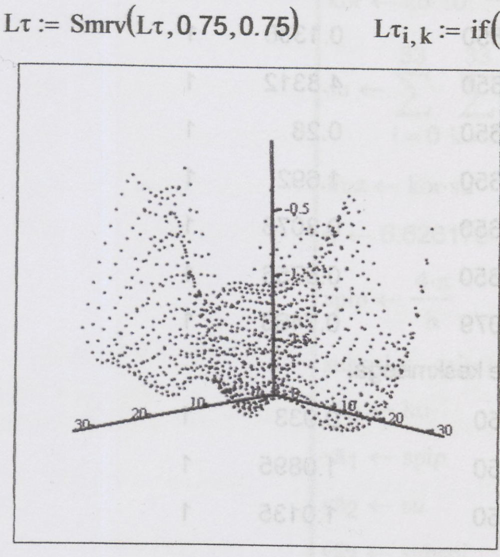
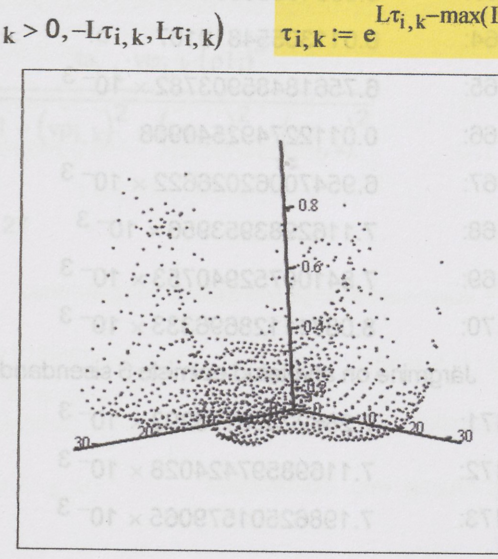
$C\tau_0 = 7.4706313057706 \qquad C\tau_{pm} = 0.02577162092642$

$va\tau, vat \qquad L\tau$

parandused ja silumised: τ logaritm ei saa kunagi olla positiivne, kui on siis see on arvutusprotssi märgiveast tingitud.

$L\tau := \mathrm{Smrv}(L\tau, 0.75, 0.75) \qquad L\tau_{i,k} := \mathrm{if}(L\tau_{i,k} > 0, -L\tau_{i,k}, L\tau_{i,k}) \qquad \tau_{i,k} := e^{L\tau_{i,k} - \max(L\tau)}$

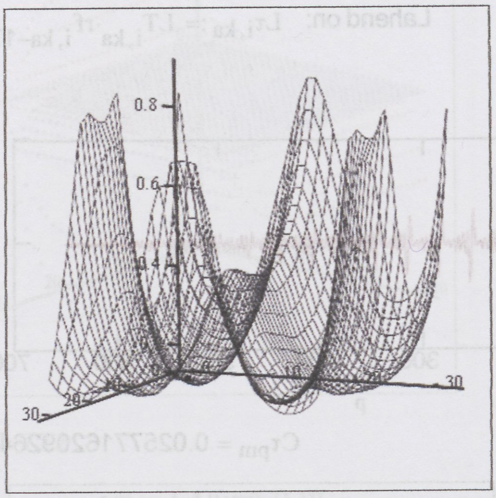



$L\tau \qquad \tau$

$\tau := \text{Sü}(\tau)$

Alares 271. arvutame keskmise sisendväärtusega, et vähendada juhuslikke muutusi.

$\tau := \frac{1}{2}\cdot(\tau + \tau a)$



τ

$\max(\tau) = 0.899107083172714$

$\min(\tau) = 0.157436711812284$

ta = τ maksimumi teisendamine 1-le:

$\tau m := \max(\tau) \quad ta := \frac{\tau}{\tau m}$

$ta_{i,k} := \text{if}(ta_{i,k} < 0, 0, ta_{i,k}) \quad \max(ta) = 1$

$Su = 7.19862501579065 \times 10^{-3}$ pm = 650 ko = 1.0135 tu

363	$1.7116350314447 \times 10^{-3}$	650	6.548	1	(0,0)
156:	$5.95066375376366 \times 10^{-3}$	650	0.09063	1	
157:	$4.63493164618527 \times 10^{-3}$	650	0.8695	1	
158:	$7.55084698712285 \times 10^{-3}$	650	0.5307	1	
159:	$9.38102545202739 \times 10^{-3}$	650	0.6663	1	
160:	$7.35231113311279 \times 10^{-3}$	650	0.1059	1	
161:	$5.21505290725268 \times 10^{-3}$	650	1.1605	1	
162:	$8.27074665977837 \times 10^{-3}$	659	0.20695	1	
163:	$8.39346568091466 \times 10^{-3}$	650	0.9683	1	
164:	0.01130554819107 o!	650	0.1336	1	
165:	$6.75618485903782 \times 10^{-3}$	650	4.8312	1	
166:	0.011227492540908	650	0.28	1	
167:	$6.95470062026622 \times 10^{-3}$	650	1.692	1	
168:	$7.1162983953956 \times 10^{-3}$	650	0.3078	1	
169:	$7.84100752940753 \times 10^{-3}$	650	0.5756	1	
170:	$8.08711128696333 \times 10^{-3}$	1079	0.7460	1	

Järgmine on arvutatud eelmiste 6 sisendandmete keskmisega.

171:	$7.28622398178293 \times 10^{-3}$	650	0.933	1
172:	$7.11698597424028 \times 10^{-3}$	650	1.0895	1
173:	$7.19862501579065 \times 10^{-3}$	650	1.0135	1

Kiiruse mooduli muutmine, et saada spinni tegurile 1 lähedane väärtus. Kui tun = 0, siis muutmist ei toimu, muul juhul toimub. **vemu muudetakse käsitsi,** viimaseid kümnendkohti sättides ja **võrdlus()-programmi** tulemusi allpool jälgides.

$$
\mathrm{veaMuutmine}(tun, vemu) := \left|
\begin{array}{l}
t \leftarrow 1 \ \text{ if } \ tun = 0 \\
\text{otherwise} \\
\quad \left| \begin{array}{l}
\text{for } i \in 0..33 \\
\quad \text{for } k \in 0..33 \\
\qquad vea_{i,k} \leftarrow \sqrt{\left(v\rho u_{i,k}\right)^2 + \left(v\varphi u_{i,k}\right)^2 + \left(vzu_{i,k}\right)^2} \\
vem \leftarrow \max(vea) \\
t \leftarrow \dfrac{vemu}{vem}
\end{array} \right. \\
t
\end{array}
\right.
$$

$vemu := 0.9999999917$ $\quad tun := 1 \quad t := \mathrm{veaMuutmine}(tun, vemu) \quad t = 0.99775817626466$

$v\rho u := t \cdot v\rho u \qquad v\varphi u := t \cdot v\varphi u \qquad vzu := t \cdot vzu$

Imaginaarsuse kontroll: $\quad ve_{i,k} := \left(v\rho u_{i,k}\right)^2 + \left(v\varphi u_{i,k}\right)^2 + \left(vzu_{i,k}\right)^2 \qquad ju_{i,k} := \mathrm{Im}\left(\sqrt{1 - ve_{i,k}}\right)$

$\max(ju) = 0 \qquad \min(ju) = 0$

$vm_{i,k} := \sqrt{\left(v\rho u_{i,k}\right)^2 + \left(v\varphi u_{i,k}\right)^2 + \left(vzu_{i,k}\right)^2} \qquad \max(vm) = 0.9999999917$

Süsteemi impulsimomemdi ja spinni suhte määramine.
Mitmed konstandid muutuvad, kui välja mõõtmed muutuvad!

$$
\mathrm{võrdlus}(ta, v\rho, v\varphi, vz) := \left|
\begin{array}{l}
ko \leftarrow \dfrac{2.730969971695}{\displaystyle\sum_{i=0}^{33} \sum_{k=0}^{33} ta_{i,k} \cdot \rho 1_i} \\
kor \leftarrow ko \cdot 10^{-25} \\
su \leftarrow \displaystyle\sum_{i=0}^{33} \sum_{k=0}^{33} \frac{ta_{i,k} \cdot v\varphi_{i,k} \cdot \left(\rho 1_i\right)^2}{\sqrt{1 - \left(v\rho_{i,k}\right)^2 - \left(v\varphi_{i,k}\right)^2 - \left(vz_{i,k}\right)^2}} \\
Imz \leftarrow kor \cdot su \\
h \leftarrow 6.626176 \cdot 10^{-27} \\
spip \leftarrow \dfrac{4 \cdot \pi}{h} \\
suhspi \leftarrow spip \cdot Imz \\
vä_0 \leftarrow ko \\
vä_1 \leftarrow spip \\
vä_2 \leftarrow su \\
vä_3 \leftarrow suhspi \\
vä
\end{array}
\right.
$$

$vä := \text{võrdlus}(ta, v\rho u, v\varphi u, vzu)$

$$vä = \begin{pmatrix} 77.8611102083563 \\ 1.89647401674196 \times 10^{27} \\ 6.80643150705292 \times 10^{-5} \\ 1.00504837893334 \end{pmatrix}$$

kor ilma astmeta 10^{-25}.

spip, spinni pöördväärtus

su, kahekordne summa

suhspi juhul, kui tegu on käesoleva läbijooksu kiiruste ja jaotusega.

	suhspi	vm
363:	1.00477024539799	0.9999999969
156:	1.00424895825075	0.999999994
157:	1.00904962981433	0.99999999947
158:	1.00107157846311	0.9999999867
159:	1.01004823038176	0.9999999961
160:	1.00556366375941	0.999999982
161:	1.00573015468493	0.9999999848
162:	1.00200628680479	0.9999999915
163:	1.00547554965942	0.99999999725
164:	1.00773742169126	0.9999999794
165:	1.00429801419941	0.9999999926
166:	1.0019059595279	0.999999974
167:	1.00166558741018	0.9999999937
168:	1.00200686763347	0.9999999857
169:	1.00343001128921	0.99999999625
170:	1.00580762697091	0.9999999964

kiiruse moodul on reguleeritud selliselt, et **suhspi** muutuks 1 lähedaseks. Täpsmal reguleerimisel ei ole kaudse lahendi puhul mingit mõtet.

Järgmine on arvutatud eelmiste 6 sisendandmete keskmisega.

171:	1.00957659107341	0.999999987
172:	1.00204914602438	0.999999989
173:	1.00504837893334	0.9999999917

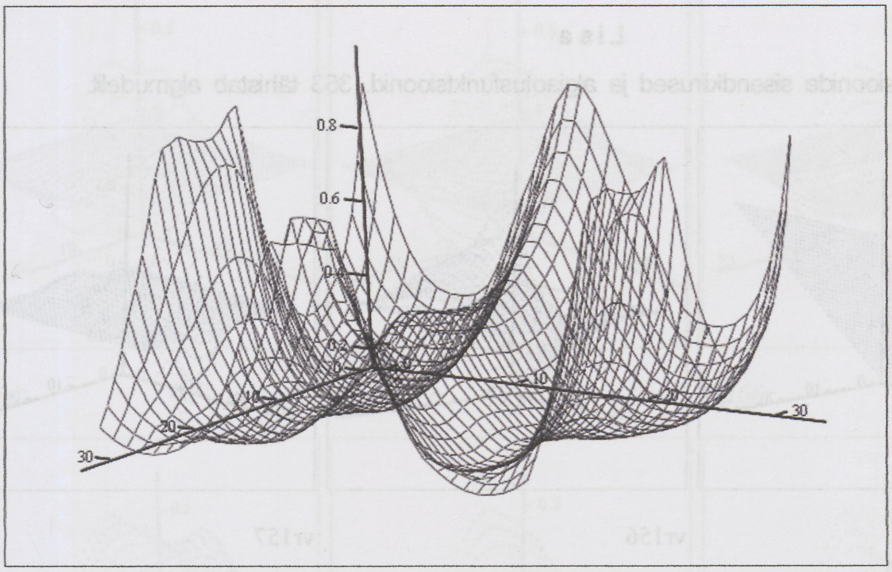
τ normeerimine ja tulemuste väljaviimine.

$I\tau := Jn\tau(ta)$ $\quad A\tau := \dfrac{10^{24}}{I\tau}$ $\quad I\tau = 9.59250424801504 \times 10^{-12}$ Nii on siis nüüd $\tau(\rho,\zeta)$

valemiks: $\quad \tau(\rho,\zeta) = A\tau \cdot \text{Gfu}(\rho,\zeta,ta,im,km)$ $\quad A\tau = 1.04248064336998 \times 10^{35}$

Arvutame ilma üldkordajata $\quad \tau u_{i,k} := \text{Gfu}(\rho 1_i, \zeta 1_k, ta, im, km)$ $\quad \min(\tau u) = 0.1751$

$\max(\tau u) = 1$



τu

$A\tau \cdot Jn\tau(\tau u) = 1 \times 10^{24}$

Seejärel läheme uuele programmi "läbijooksule" ehk iteratsioonile. $v\rho u$, $v\varphi u$, vzu, ta salvestame failidesse **vru156, vju156, vzu156, tu156** ja **$A\tau$** väärtuse kanname programmi algusesse käsitsi.

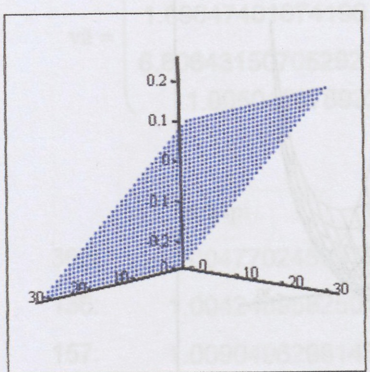
	$A\tau$		$A\tau$
156:	$1.92142667712642 \times 10^{35}$	167:	$2.38112437669682 \times 10^{35}$
157:	$1.2927256364167 \times 10^{35}$	168:	$1.44325216032816 \times 10^{35}$
158:	$1.16418126485127 \times 10^{35}$	169:	$1.80512976928702 \times 10^{35}$
159:	$2.46542477852867 \times 10^{35}$	170:	$7.50008568776361 \times 10^{34}$
160:	$1.60611328979012 \times 10^{35}$	171:	$2.87143501856213 \times 10^{35}$
161:	$1.39010246988541 \times 10^{35}$		Järgmine on arvutatud eelmiste 6 sisendandmete keskmisega.
162:	$2.2675756149803 \times 10^{35}$		
163:	$1.39074478895333 \times 10^{35}$	172:	$1.49037947996171 \times 10^{35}$
164:	$1.52593222806551 \times 10^{35}$	173:	$1.28671839058339 \times 10^{35}$
165:	$2.49092615265122 \times 10^{35}$	174:	$1.04248064336998 \times 10^{35}$
166	$3.01704760313457 \times 10^{35}$		

Kokkuvõtteks

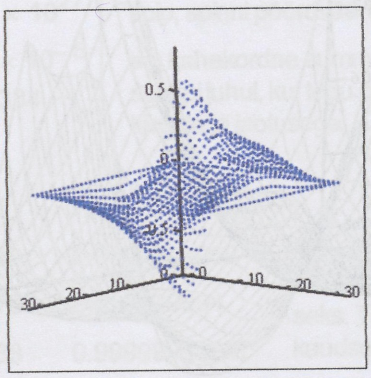
Kuna enamvähem korralike tulemuste jaoks on tarvis kasutada niivõrd pikki ridu (650 liidetavat), siis see tähendab, et ka Besseli funktsioonid J_0 ja J_1 ei ole saadud funktsioonide jaoks just kõige paremad lähendajad.

Lisa

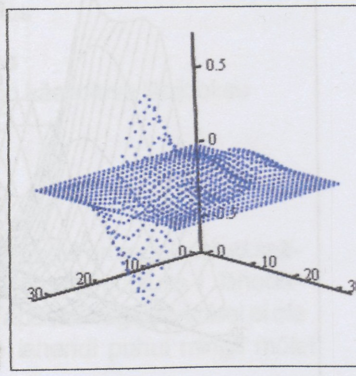
Kõigi iteratsioonide sisendkiirused ja algjaotusfunktsioonid. 363 tähistab algmudelit.



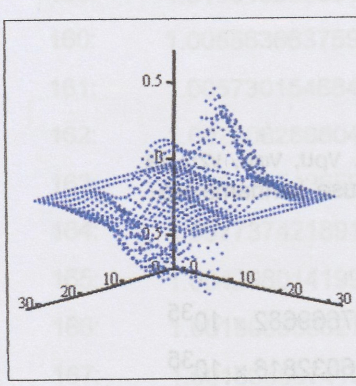
vr363



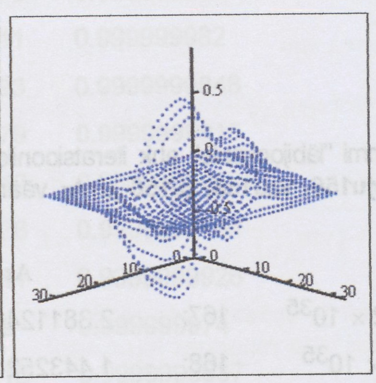
vr156



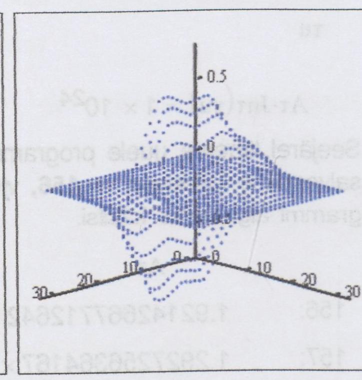
vr157



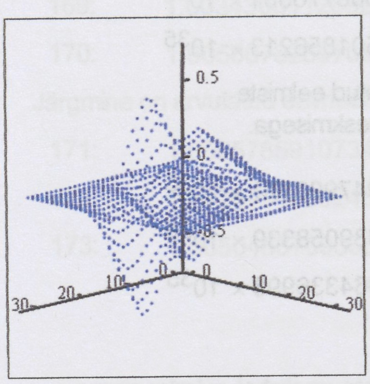
vr158



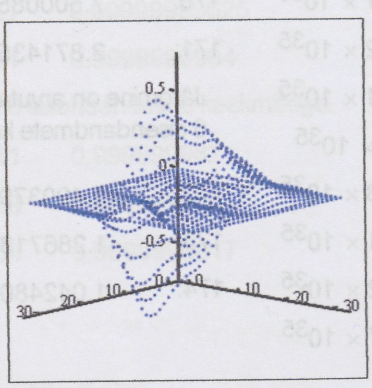
vr159



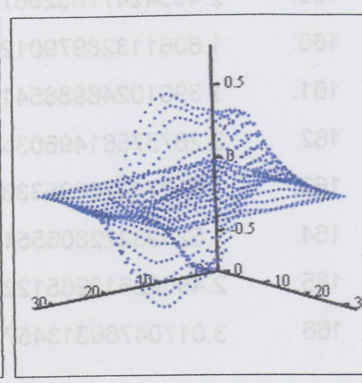
vr160



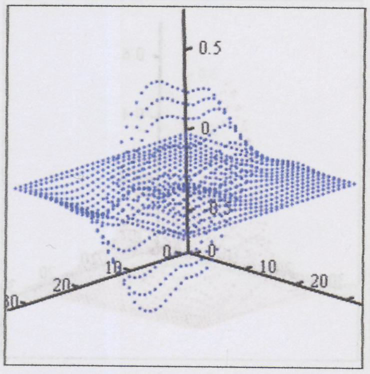
vr161



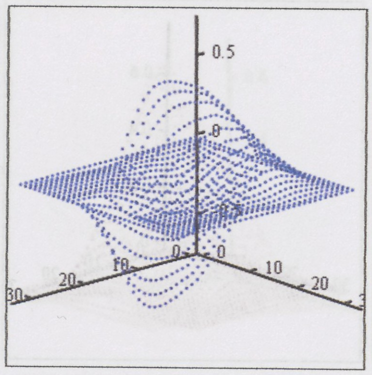
vr162



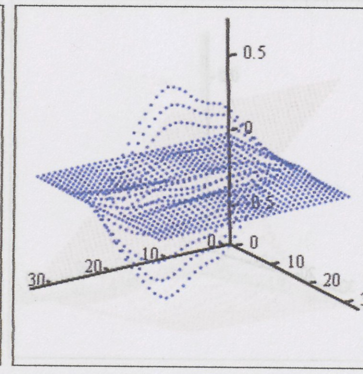
vr163



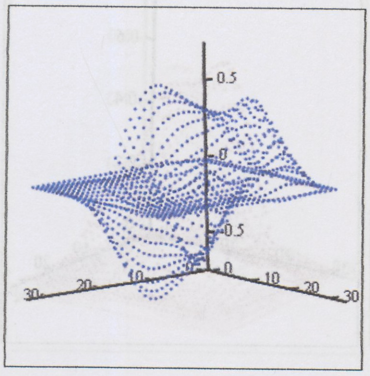
vr164



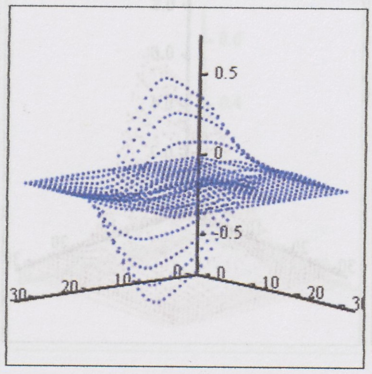
vr165



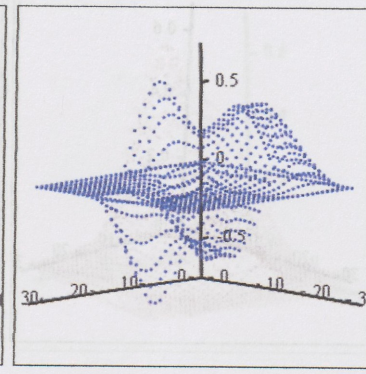
vr166



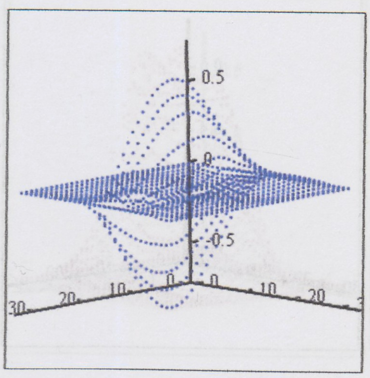
vr167



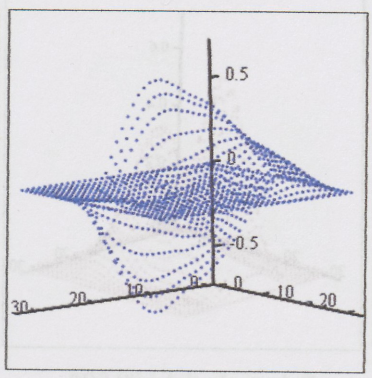
vr168



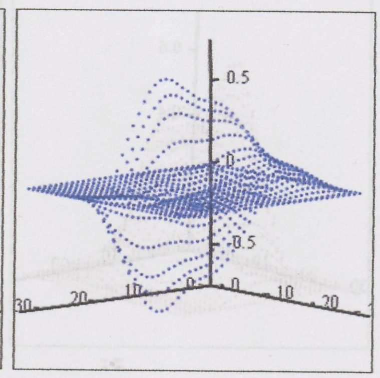
vr169



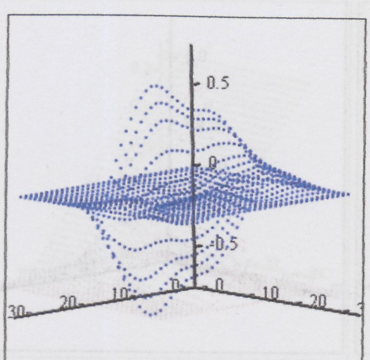
vr170



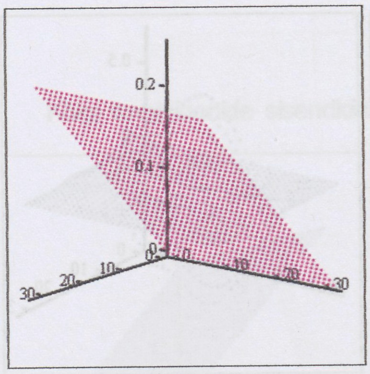
vr171



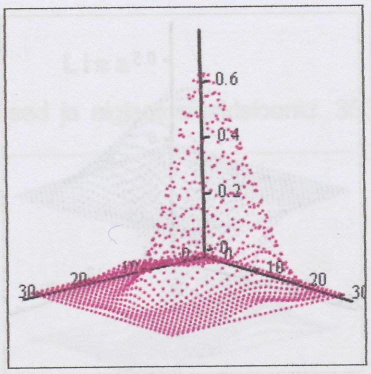
vr172



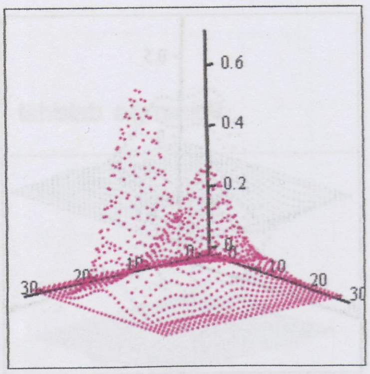
vr173



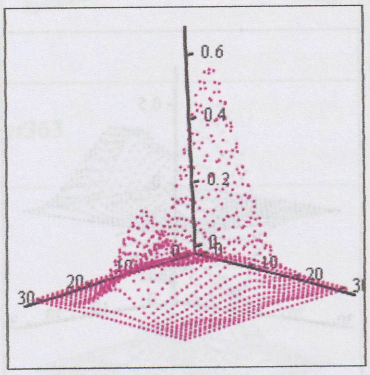
vφ363



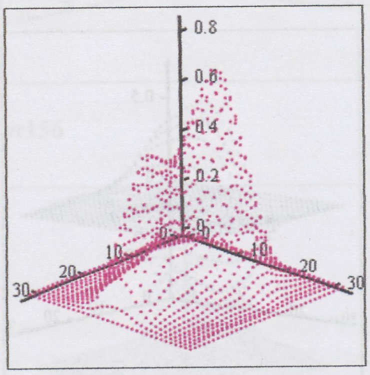
vφ156



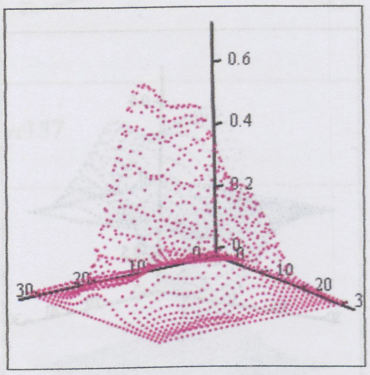
vφ157



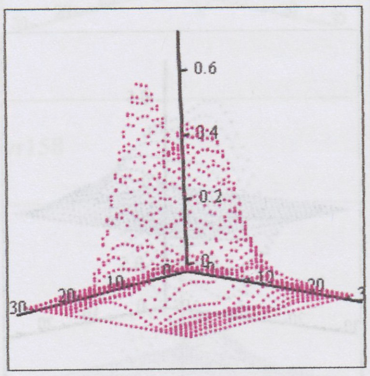
vφ158



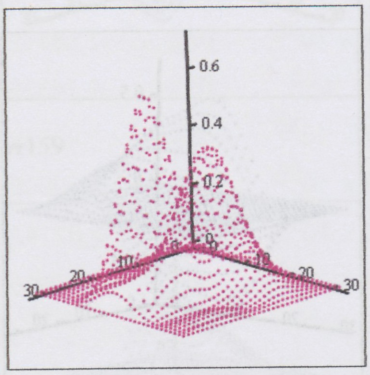
vφ159



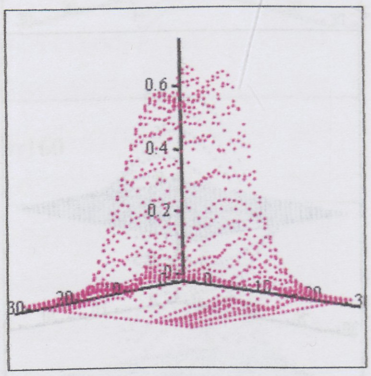
vφ160



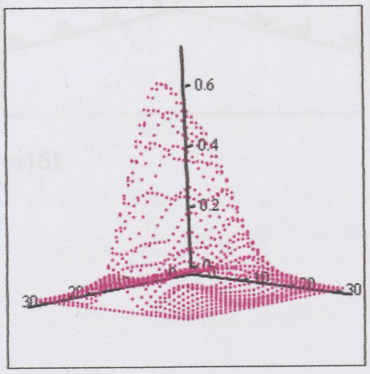
vφ161



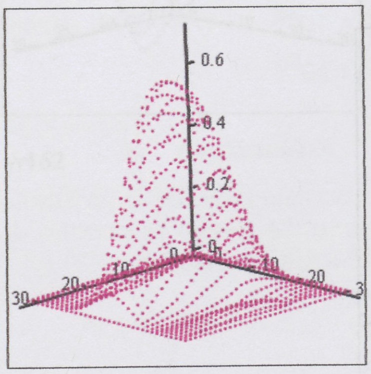
vφ162



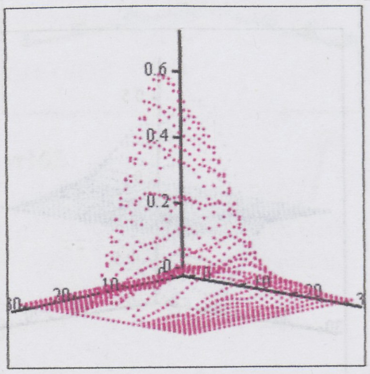
vφ163



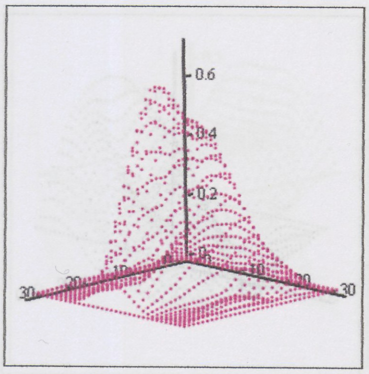
vφ164

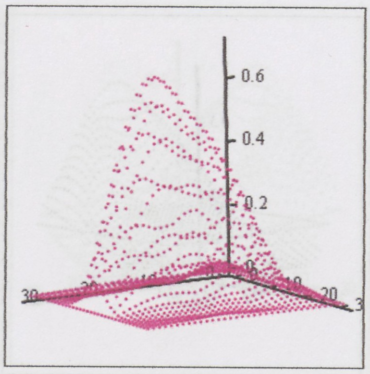


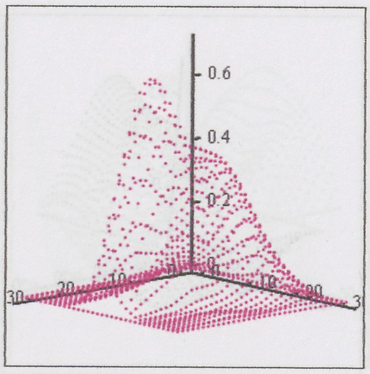
vφ165



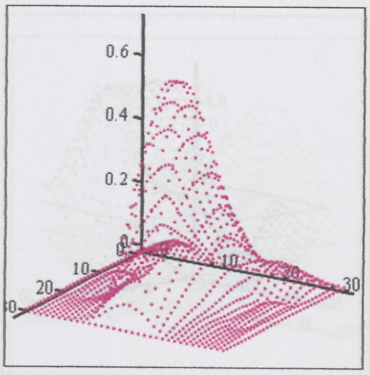
vφ166

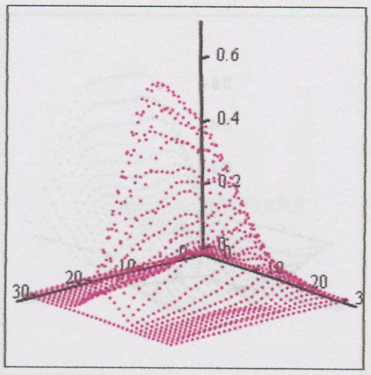


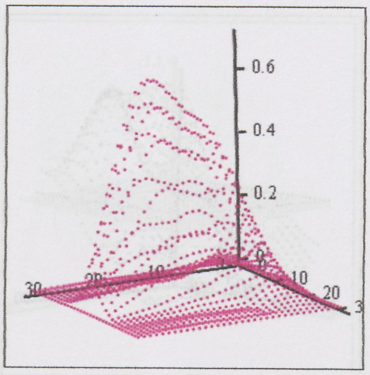




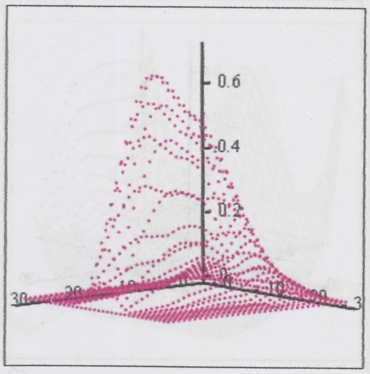
vφ167 vφ168 vφ169





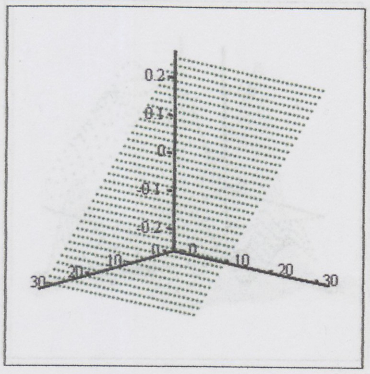


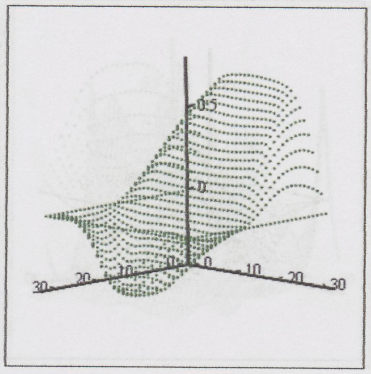
vφ170 vφ171 vφ172

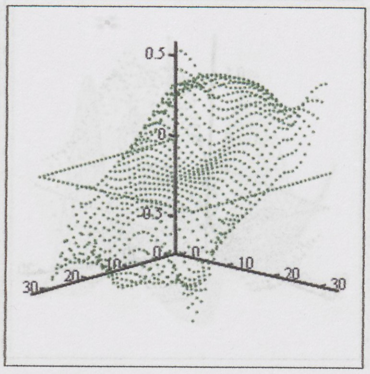


vφ173

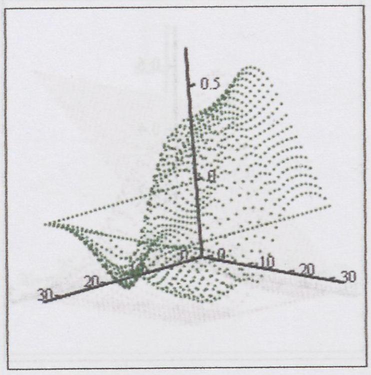
363 tähistab algmudelit.



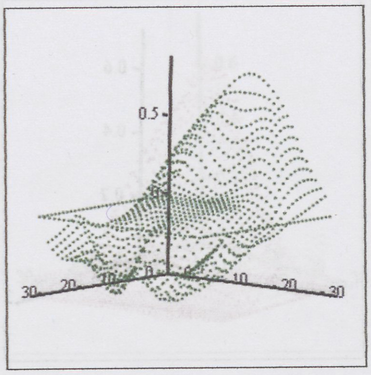




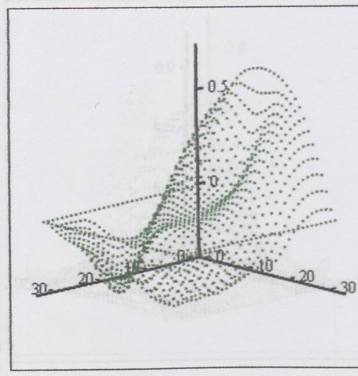
vz363 vz156 vz157



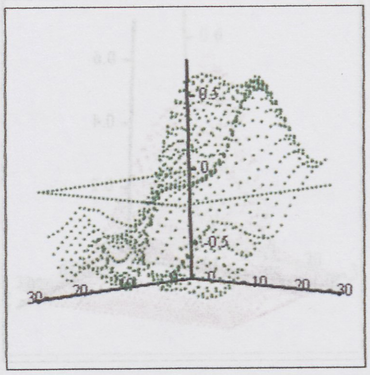
vz158



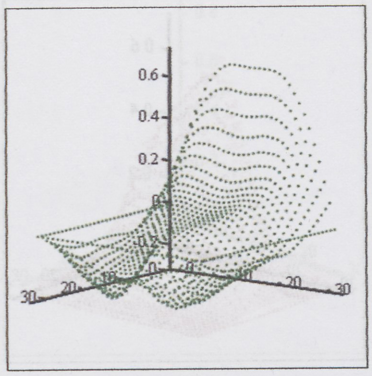
vz159



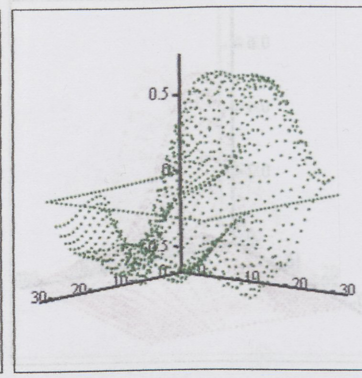
vz160



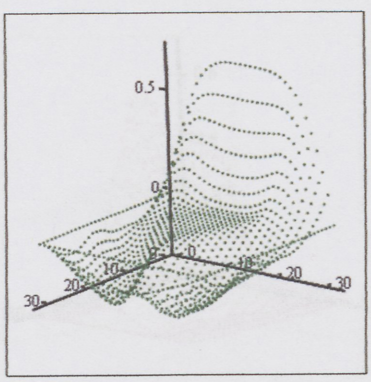
vz161



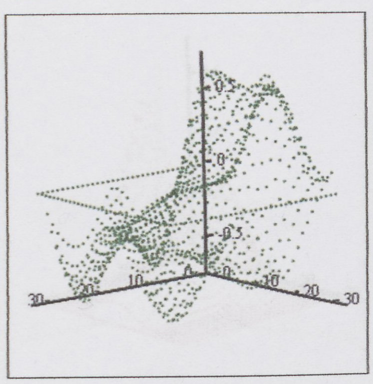
vz162



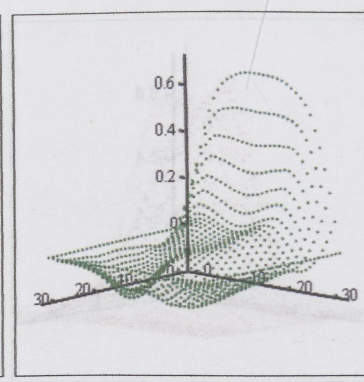
vz163



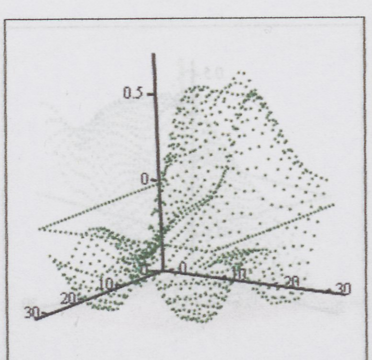
vz164



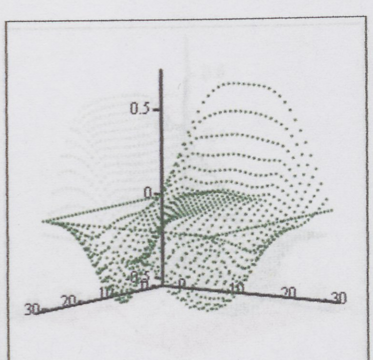
vz165



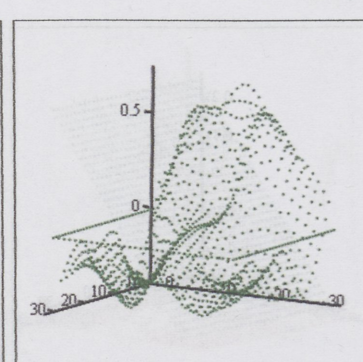
vz166



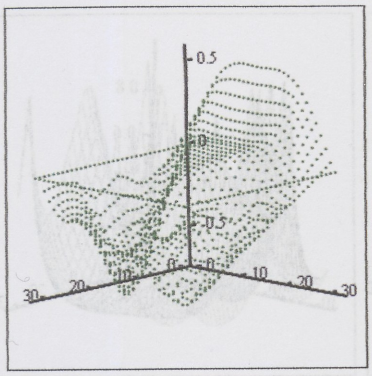
vz167



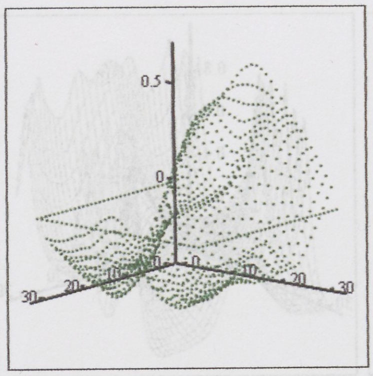
vz168



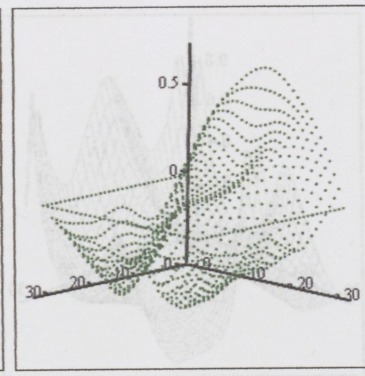
vz169



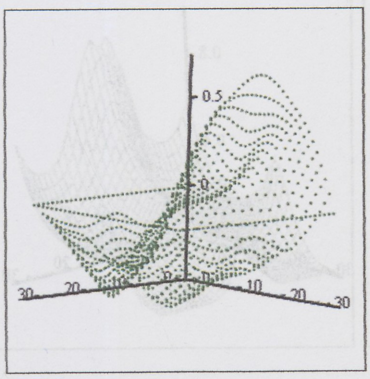
vz170



vz171

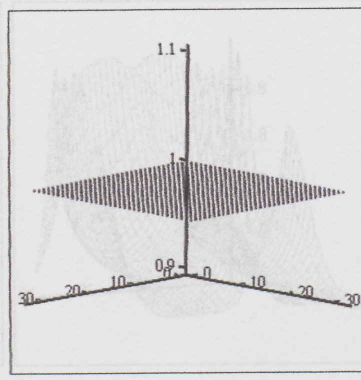


vz172

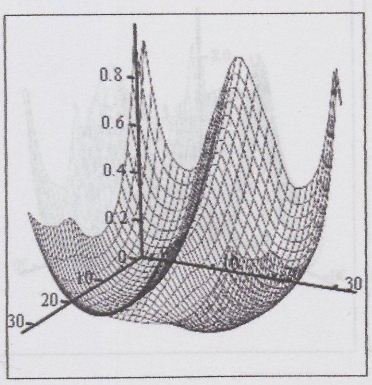


vz173

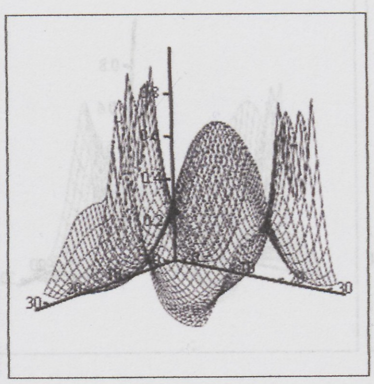
Algmudel:



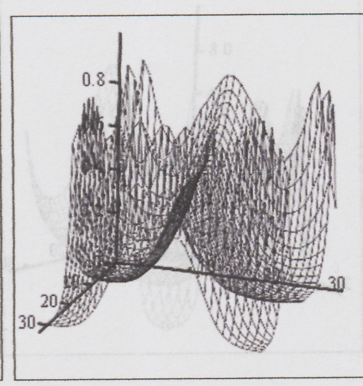
τa363



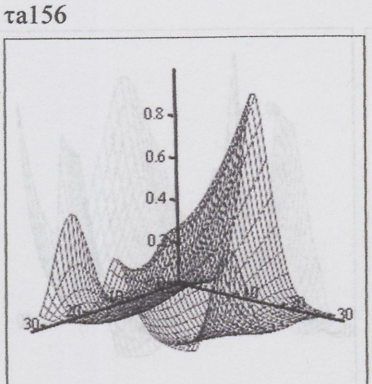
τa156



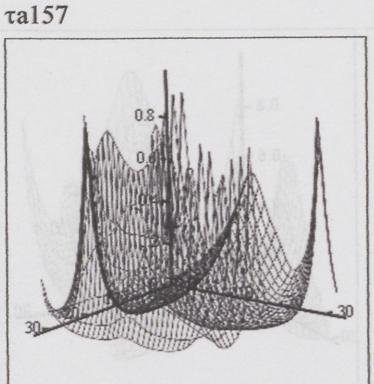
τa157



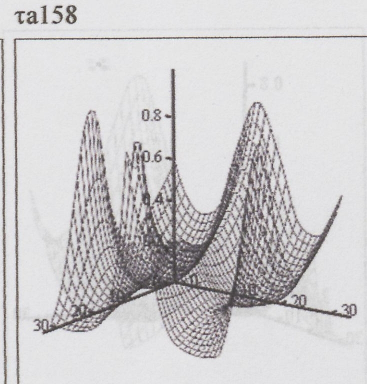
τa158



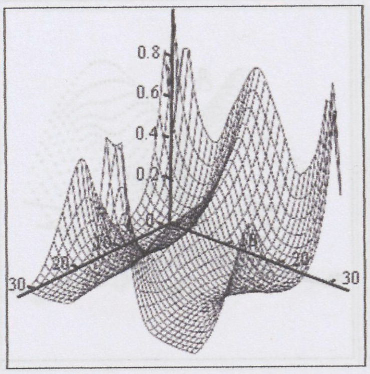
τa159



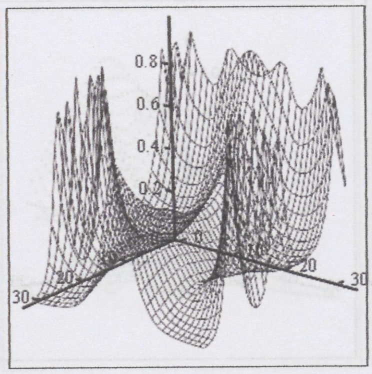
τa160



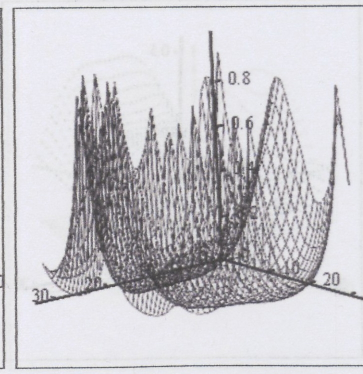
τa161



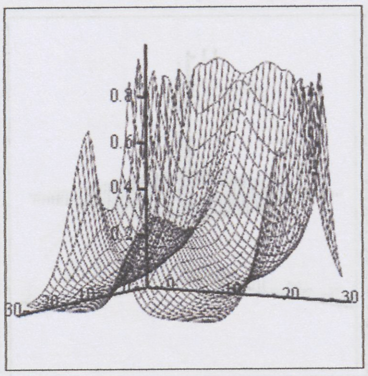
τa162



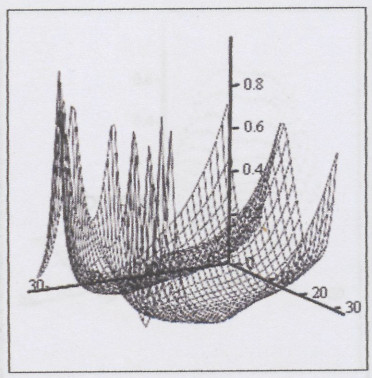
τa163



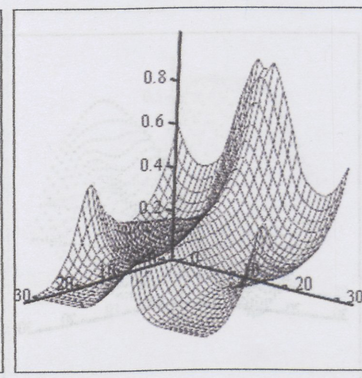
τa164



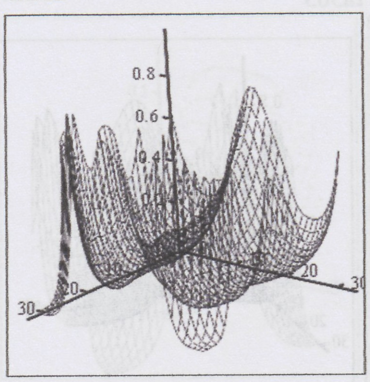
τa165



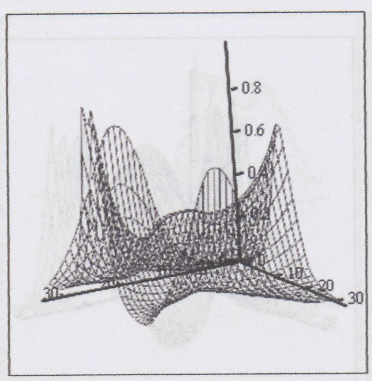
τa166



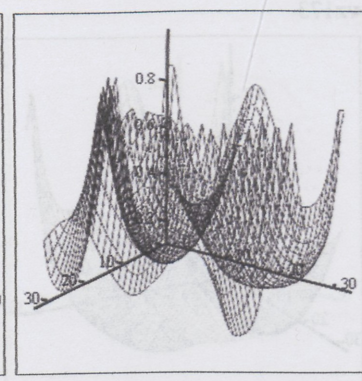
τa167



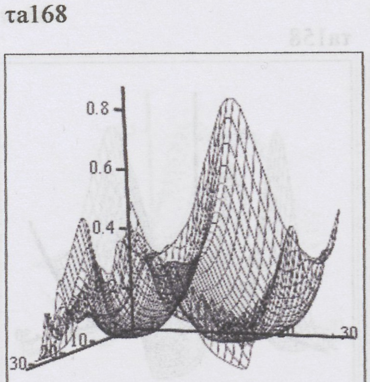
τa168



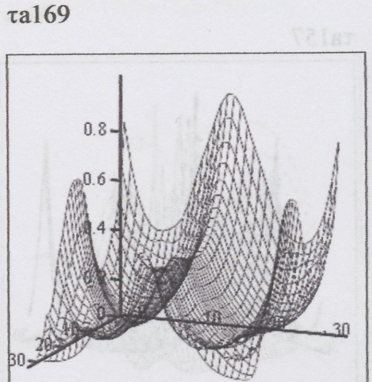
τa169



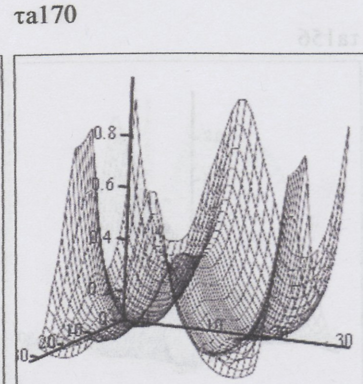
τa170



τa171



τa172



τa173