Die Feldmeßkunst.

Bearbeitet

von

G. H. Blaese,

Oberlehrer der Mathematik und Naturwissenschaften an den Forstklassen des Mitauschen Gouv. Gymnasiums, Candidat der Philosophie, Mitglied der Kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst.

Fünfte Lieferung.

Mit zwei lithographirten Figurentafeln.

Mitau und Leipzig,

G. A. Reyher's Verlagsbuchhandlung.

1852.

Der Druck wird unter der Bedingung gestattet, daß nach Beendigung desselben die vorschriftmäßige Anzahl von Exemplaren dem Censur-Comité eingesandt werde.

Riga, den 5ten Juli 1852.

(L. S.) C. Alexandrow, Censor.

Gedruckt bei J. F. Steffenhagen und Sohn in Mitau. 1852.

VIII.

Der Meßtisch.

Die Erfindung des Meßtisches (der Mensel) fällt in den Anfang des 17. Jahrhunderts; sie wurde durch den Professor Johann Prätorius (mensula praetoriana, das Tischlein des Prätorius) zu Altorf gemacht. Seit seiner Erfindung hat der Meßtisch vielfache Aenderungen und Verbesserungen erfahren, ist jedoch in so fern dasselbe Instrument geblieben, als vermittelst desselben die zwischen gewissen Objekten auf der Erdoberfläche gelegenen Horizontalwinkel graphisch gefunden werden, wie bereits in Cap. VI. pag. 88 angeführt wurde.

Durch den Meßtisch erhält man also den geometrischen Grundriß einer nicht zu großen Oertlichkeit (siehe Lief. 1, pag. 5 u. 6) sogleich verzeichnet, und hat nicht erst nöthig noch besonders einen Plan zu entwerfen, wie es bei den übrigen winkelmessenden Instrumenten der Fall ist, indem man nämlich die in Graden, Minuten, Sekunden, also in den verschiedenen Einheiten des Winkelmaaßes gefundenen Winkel und die gemessenen Längen dazu benutzt. Aus diesem Grunde ist der Meßtisch denn auch ein so allgemein gebrauchtes, wichtiges Instrument der Feldmesser geworden.

An einem jeden Meßtische lassen sich zwei Hauptttheile unterscheiden: a) das Stativ, b) die quadratische Meßtisch- oder Menselplatte, oder das Meßtischblatt.

Soll der Meßtisch seinem Zwecke vollkommen entsprechen, so muß 1) die wohlgeebnete obere Fläche der Meßtischplatte leicht und schnell in die horizontale Lage gebracht werden können, und in dieser Lage während der Meßung beharren; 2) muß man der Meßtischplatte um ihren Mittelpunkt sowohl eine grobe Drehung mit der Hand, ohne Hülfe einer Schraube, wie auch eine feine Drehung vermittelst der Schraube ohne Ende oder der Mikrometerschraube ertheilen können.

Im nachfolgenden §. geben wir die Einrichtung eines Meßtisches, wie ihn der hiesige Mechanikus Franz angefertigt hat und glauben, daß er den so eben angeführten Anforderungen vollkommen entspricht.

§. 1. Einrichtung, Prüfung und Berichtigung des Meßtisches.

An dem hölzernen, scheibenförmigen Stativkopfe k, Fig. 1, nimmt man zunächst auf der untern Fläche desselben drei der Krümmung des obern Endes der ebenfalls hölzernen Stativfüße f, f, f anpassende cylindrische Vertiefungen wahr. In der Mitte einer jeden Vertiefung mündet sich eine durch den Stativkopf durchgehende und auf der obern Fläche desselben senkrecht stehende Bohrung, welche den messingenen Bolzen g der Stativfüße, Fig. 2, aufnimmt. Der Bolzen g endigt in eine Schraube und ist mit der durch das obere Ende des Stativfußes gehenden messingenen Drehungsaxe ab des letztern fest verbunden. Durch Anziehen der messingenen Schraubenmuttern u, u, u, Fig. 1, welche auf das Schraubenende der Bolzen g aufgeschraubt werden, preßt man die Stativfüße an den Stativkopf und hemmt dadurch offenbar die Bewegung der Füße um die Drehungsaxe ab, Fig. 3. Die Stativfüße sind an ihrem freiem Ende mit einer eisernen Spitze und einem kleinen Absatze versehen, um sie leichter und bequemer in die Erde treiben zu können. s, s, s Fig. 1, sind drei starke, senkrecht gegen den Stativkopf gerichtete messingene Schrauben, sogenannte Stellschrauben, welche sich in entsprechenden, im Stativkopfe angebrachten messingenen Muttern bewegen. Diese Stellschrauben endigen an ihrem obern Ende in eine kegelförmige Spitze, auf welche eine kleine kreisförmige Messingscheibe, von etwa 7 Lin. Durchmesser und 2 Lin. Höhe, mit der an einer ihrer beiden Flächen eingegrabenen kegelförmig gestalteten Vertiefung aufgesetzt werden kann. Die kegelförmige Vertiefung ist so weit, daß sich die kleine Messingscheibe nm., Fig. 4, nach allen Seiten hin auf der Spitze der Stellschraube um Einiges neigen läßt. Der abgestumpfte Kegel ccdd, Fig. 1, dessen oberer Durchmesser cc nur um ein Geringes größer ist als der untere dd, ist massiv von Messing gefertigt; nach unten endigt er mit einer Kugel, einer Nuß n, welche nebst den übrigen Theilen in Fig. 5 besonders abgebildet ist; die Nuß ist von einer messingenen kugelförmigen Hülse hh umschlossen; in der Hülse ist die Nuß beweglich. Die kugelförmige Hülse läuft nach unten in einen messingenen cylindrischen Zapfen z aus, welcher mit einer Schraube t endigt. Die Nuß mit der Hülse und der größte Theil des Zapfens z sind in Fig. 1 nicht sichtbar, weil sie im Stativkopfe k liegen. ccdd ist der abgestumpfte Kegel, n die Nuß, hh ist die Hülse, z der Zapfen, t die Schraube, ee ein in seiner Axe durchbohrtes Zwischenstück, zwischen dem Zapfen z und der beweglichen Schraubenmutter m. Zieht man die Schraube t vermittelst der Schraubenmutter m an, so wird dadurch nicht allein die Hülse in dem Stativkopfe, sondern offenbar auch die Nuß in der Hülse unbeweglich gemacht. Schraubt man die Schraubenmutter m ab, so fällt nicht allein das Zwischenstück ee herunter, sondern man kann auch die Hülse mit der Nuß ganz aus dem Stativkopfe herausheben. Am andern Ende des abgestumpften Kegels ccdd ist eine kreisförmige, messingene Scheibe gg so befestigt, daß der Mittelpunkt der Scheibe mit dem Endpunkte der ideellen Axe des abgestumpften Kegels zusammenfällt; auf der obern Fläche der Scheibe gg ist in ihrer Mitte ein messingener cylindrischer Zapfen v befestigt, dessen ideelle Achse senkrecht auf der Scheibe gg steht. Nicht allein die Nuß n, der abgestumpfte Kegel ccdd und die Scheibe gg, sondern auch der Zapfen v stehen mit einander in fester Verbindung.

Auf den Zapfen v läßt sich die auf denselben genau passende, messingene, cylindrische, oben und unten offene Hülse oo Fig. 1 schieben; an dem untern Rande der Hülse oo ist eine kreisförmige, messingene, an ihrem Umfange gezahnte Scheibe rr befestigt; diese letztere hat mit der Scheibe gg gleichen Durchmesser, steht auf der ideellen Achse der Hülse oo senkrecht, und ist in der Mitte kreisförmig durchbrochen, so daß also, wenn man die cylindrische Hülse oo auf den Zapfen v schiebt, die beiden Scheiben gg und rr sich einander genau decken. In Fig. 6 ist die Vertikal-, in Fig. 7 die Horizontalprojektion der Hülse oo mit der an ihr befestigten Scheibe rr versinnlicht. In Fig. 1 ist aus einem leicht einzusehenden Grunde der Zapfen v nicht sichtbar. — An dem obern Rande der cylindrischen Hülse oo ist ebenfalls eine Messingscheibe pp, Fig. 8, befestigt, welche gleichfalls auf der ideellen Achse der Hülse oo senkrecht steht und in der Mitte kreisförmig durchbrochen ist, so daß das Ende des Zapfens v von oben auf die Scheibe pp gesehen, sichtbar wird, und man auf dasselbe, da es in eine Schraube ausläuft, eine kleine Schraubenmutter aufschrauben kann. Die kleine Schraubenmutter, welche, wenn sie aufgeschraubt ist, mit ihrer obern Fläche ganz in die Ebene der Messingscheibe pp fällt *), verhindert das Abziehen der Hülse oo, nebst den mit ihr fest verbundenen Messingscheiben rr und pp, so wie auch der von Holz gefertigten und durch drei Schrauben w, w, w (von denen in Fig. 8 nur zwei abgebildet sind) an die Messingscheibe pp angeschraubten wohlgeebneten Meßtischplatte ll vom Zapfen v, und ist somit ein nicht unwesentliches Stück des Meßtisches, indem es den Hauptheilen des letztern mehr Zusammenhang und dadurch dem ganzen Instrumente eine größere Festigkeit verleiht, ohne deßhalb auch nur im Geringsten die freie Umdrehung der Hülse oo um den Zapfen v als Drehungsaxe zu hindern.

An der Scheibe gg, Fig. 1, ist eine Schraube xx angebracht, deren Schraubengänge in die Zahnung (die Mutter) der Scheibe rr eingreifen; eine solche Vorrichtung nennt man, wie wir bereits aus Cap. VII. §. 1 wissen, eine Schraube ohne Ende. Begreiflich ist nun, daß, wenn der verkürzte Kegel ccdd, und also auch die Scheibe gg und die an diese festangeschraubte Schraube xx unbeweglich sind, man der Scheibe rr und allen mit ihr fest verbundenen Theilen, also auch der Meßtischplatte mittelst der Schraube xx eine feine Bewegung um den Zapfen v zu ertheilen im Stande ist; um nun aber auch der Scheibe rr und den mit ihr fest verbundenen Theilen eine grobe Bewegung, also eine größere Drehung um den Zapfen v schneller, und zwar

---

*) Auf der obern Fläche der Messingscheibe pp ist zu diesem Zwecke an der durchbrochenen Stelle rundherum ein Messingstreifen in einer der Größe der kleinen Schraubenmutter entsprechenden Höhe und Breite ausgeschnitten.

mit der bloßen Hand geben zu können, läßt sich die Schraube xx durch eine besondere Vorrichtung von der Scheibe rr entfernen, so daß die Schraubengänge nicht mehr in die gezahnte Scheibe rr eingreifen. Die Schraube xx und die Zahnung der Scheibe rr sind mit die wichtigsten Stücke des Meßtisches; daher sind sie vor Beschädigung sehr in Acht zu nehmen, und der Geometer muß nie eine grobe Bewegung der Meßtischplatte eher ausführen, bevor er nicht die Schraube xx von der Scheibe rr abgezogen hat.

Die Aufstellung des von uns im Vorhergehenden beschriebenen Meßtisches geschieht nun auf folgende Weise: Man giebt der obern ebenen Fläche des Stativkopfes k nach Augenmaß eine horizontale und zugleich feste Lage, indem man die Stativfüße f, f, f gehörig verrückt, sie durch Auftreten auf ihren Absatz mehr oder weniger tief in die Erde treibt, und die Schraubenmuttern u, u, u der Stativfüße anzieht; man setzt ein, nöthigenfalls zuvor berichtigtes Dosenniveau auf die Meßtischplatte, löst die Schraubenmutter m, bewirkt mit Hülfe der Stellschrauben s, s, s das genaue Einspielen der Luftblase in die Mitte des Niveaus, und zieht die Schraubenmutter m wieder an, so ist die Meßtischplatte mit aller hier erforderlichen Genauigkeit horizontal gestellt. Die Stellschrauben bringen nämlich, indem man dieselben, je nach Erforderniß, entweder tiefer in den Stativkopf hinein, oder mehr aus demselben herausschraubt, die Scheibe gg, gegen welche sie mittelbar durch die in Fig. 4 abgebildeten Messingscheibchen *) drücken, nach und nach in die horizontale Lage;

---

*) Stellschrauben, die sich an ihrem obern Ende mit einer Ebene endigen sind wegen des ungleichmäßigen Druckes gar nicht statthaft; auch Stellschrauben, die sich mit einer Kugel endigen, sind weniger zu empfehlen, als die oben beschriebenen, weil sie nämlich die Scheibe gg nur in 3 Punkten, nicht in 3 Flächen unterstützen.

was eben nur dadurch möglich wird, daß die Scheibe gg durch den Theil ccdd mit einer Nuß n in fester Verbindung steht, die sich in ihrer Hülse nach allen Seiten hin um Einiges wenden läßt. Da ferner der cylindrische Zapfen v mit der Scheibe gg fest verbunden ist, und auf ihr senkrecht steht, so erhält er, indem man die Scheibe gg horizontal stellt, eine vertikale und offenbar also, wenn die Hülse oo nebst den mit ihr fest verbundenen Messingscheiben rr, pp auf den Zapfen v geschoben ist, sowohl die Scheibe pp, als auch die an letztere angeschraubte hölzerne Meßtischplatte ll eine horizontale Lage. Während des Arbeitens mit dem Meßtische auf einem und demselben Punkte muß nun die Meßtischplatte fortwährend die horizontale Lage beibehalten, was bei einem gut gearbeiteten Meßtische auch so lange der Fall sein wird, als weder die Füße des Stativs noch auch die Stellschrauben aus der ihnen zuerst gegebenen Lage und Stellung gerührt werden.

Um der Meßtischplatte, nachdem sie horizontal gestellt worden, eine bestimmte Lage in der Horizontalebene zu geben, entfernt man die Schraube xx von der gezahnten Scheibe rr, wodurch es möglich wird die in Rede stehende Meßtischplatte um den Zapfen v als Drehungsaxe mit der bloßen Hand zu drehen, und so derselben zuerst nur annäherungsweise, dann aber, nachdem man die Schraube xx in die Zahnung der Scheibe rr wieder eingreifen läßt, mit völliger Schärfe die verlangte Lage zu geben, in welcher sie so lange beharren wird, als die Schraube xx in die Zahnung eingreift und dabei nicht gedreht wird; läßt sich ungeachtet dessen die Meßtischplatte ein wenig hin- und herschieben, so hat die Schraube ohne Ende einen t o d t e n G a n g, was, wie wir aus Cap. VII. §. 1 *) wissen, für genauere Arbeiten nicht allein

*) In Cap. VII. §. 1 ist noch ein anderes, genaueres Verfahren angegeben, um die Güte der feinen Bewegung zu beurtheilen.

zeitraubend ist, sondern auch nicht selten deren Ausführung ganz unmöglich macht.

Was die Richtigkeit und Brauchbarkeit der einzelnen Stücke des Stativs anlangt, so geschieht die Prüfung hierüber offenbar bei der jedesmaligen Aufstellung des Meßtisches.

Ob die Meßtischplatte eine vollkommene Ebene ist, ermittelt man durch Aufsetzen eines zuvor sorgfältig geprüften Lineals auf die Meßtischplatte, nämlich so, daß die Ebene des Lineals senkrecht zur Ebene der Meßtischplatte gerichtet ist, und die Schärfe des Lineals ihrer Länge nach auf der zu prüfenden Ebene aufliegt; schimmert an der Schärfe des Lineals nirgends Licht durch, wo man auch das Lineal auf die Meßtischplatte in der so eben beschriebenen Weise aufsetzen mag, so ist die Meßtischplatte eben, nimmt man jedoch ein Durchschimmern von Licht wahr, so schließt sich die Schärfe des Lineals nicht nach allen möglichen Richtungen genau an die Meßtischplatte an, die letztere ist uneben und muß vor dem Gebrauch und Ueberspannen mit Papier durch einen geschickten Tischler geebnet werden. Man prüft wohl auch die Meßtischplatte, ob sie eben ist, indem man dieselbe horizontal stellt und nun untersucht, ob die Luftblase des Niveau's, wo auch das letztere auf der Meßtischplatte aufgesetzt werden mag, beständig in die Mitte einspielt. Da die Meßtischplatte, nachdem sie horizontal gestellt worden, fortwährend die horizontale Lage beibehalten muß, welche Stellung man ihr auch in der Horizontalebene geben mag, so muß die Ebene der Meßtischplatte genau senkrecht zur Axe des Zapfens v gerichtet sein. Ob solches der Fall ist, prüft man, indem man die Meßtischplatte horizontal stellt, sie mit Hülfe der Schraube ohne Ende eine ganze Umdrehung machen läßt, und dabei beobachtet, ob die Luftblase des auf der Meßtischplatte gesetzten Niveau's fortwährend in die Mitte einspielt, denn nur wenn dieses zutrifft, hat die Meßtischplatte die zur Zapfenaxe richtige Lage.

Ehe wir die übrigen Instrumente in Betrachtung ziehen, welche zu den Arbeiten mit dem Meßtische durchaus erforderlich sind, dürfte es am Orte sein, zuvor anzugeben, wie man am zweckmäßigsten die Meßtischplatte mit Papier überspannt, um zu verhüten, daß das Papier während des Arbeitens bei feuchter Witterung nicht Blasen werfe, und sich beim Losschneiden von der Meßtischplatte nach vollendeter Zeichnung nicht zusammenziehe, weil dadurch bedeutende Fehler entstehen können.

Man schlägt in einer Schale Eiweis mittelst einer Gabel zu Schaum, läßt den Eiweisschaum in der Schale so lange ruhig stehen, bis er sich vollständig wieder in eine tropfbare Flüßigkeit verwandelt hat, und gießt von dieser den obern klaren Theil vorsichtig ab. Mit der abgegossenen klaren Flüßigkeit bestreicht man jetzt möglichst gleichmäßig die eine Seite eines Bogens Velin- oder Royalpapier, welcher sowohl in der Länge als auch in der Breite um das Doppelte der Dicke der Meßtischplatte größer ist, als die obere Fläche der letztern *); legt den Bogen mit der bestrichenen Seite auf die Meßtischplatte so auf, daß er an den vier Kanten der Meßtischplatte um die Dicke der Meßtischplatte überragt; streicht mit zwei zusammengeballten reinen Tüchern den Bogen von der Mitte nach den Rändern zu auf die Meßtischplatte nieder, bis er überall glatt aufliegt und fest klebt; endlich biegt man die überstehenden Ränder des Bogens um, und leimt sie

*) Gut ist es, wenn man diejenige Seite des Papiers, welche mit Eiweis bestrichen werden soll, vorher gleichmäßig und ziemlich stark mit Wasser anfeuchtet und das Papier hierauf trocken werden läßt.

mit Mundleim an den schmalen Seitenflächen der Meßtischplatte fest.

Das Papier läßt sich, wenn man die angeleimten Ränder abgeschnitten hat, leicht mittelst eines etwas breiten Messers von der Tischplatte lösen. Die Meßtischplatte muß, bevor man sie von Neuem mit Papier überspannt, sorgfältig durch Abwaschen des Eiweis gereinigt werden.

Um während einer Arbeit nicht aufgehalten zu werden, wenn der auf die Meßtischplatte gespannte Bogen vollgezeichnet ist, oder zufällig unbrauchbar werden sollte, muß der Feldmesser noch immer eine zweite mit Papier überspannte Meßtischplatte vorräthig haben.

Die Meßtischplatte wird während des Transportes vor Regen und Staub durch einen sogenannten Tischmantel geschützt, der gewöhnlich von Wachsleinwand oder von Leder gefertigt und mit einer Fütterung von Leinwand versehen ist.

§. 2. Von den übrigen Instrumenten und Geräthschaften, welche zu einem Meßtische gehören.

Außer einem guten Dosenniveau sind, um mit dem Meßtische sowohl einzelne geodäsische Aufgaben lösen, als auch eine ganze Gegend aufnehmen zu können, noch folgende Instrumente und Geräthschaften unentbehrlich: 1) ein Diopterlineal, oder besser eine Kippregel; 2) eine Lothgabel oder Einlothzange; 3) eine Orientirboussole.

Ueber die Röhrenlibelle, wie über das Dosenniveau ist bereits in Lieferung 1 pag. 17 bis 22 und in Lieferung 4 §. 3 das Nöthige gesagt worden, so daß wir hier weiter nichts über dieselben zu bemerken haben.

1) Das Diopterlineal, Fig. 9, besteht aus einem gut gearbeiteten, hinreichend starken, messingenen Lineale L, das etwa so lang als die Diagonale der Meßtischplatte ist, und an jedem Ende eine, vermittelst eines Charniers niederzuklappende messingene Lamelle trägt. Auf der Lamelle M sind Okularlöchelchen m, m, m . . . . angebracht; auf der Lamelle N ist in einem fensterartigen Ausschnitt ein metallener, feiner Objektivfaden n ausgespannt; kurz das Lineal L ist mit Okular- und Objektivdioptern versehen, die wir bereits bei Beschreibung des Winkelkreuzes, welches eigentlich nur aus zwei im rechten Winkel mit einander verbundenen Diopterlinealen besteht, in Lieferung 2 §. 1 kennen gelernt haben. Die Okularlöchelchen, der Objektivfaden und die Kante k k′ des Lineals L, welche wir die Visirkante nennen wollen, liegen in einer und derselben zur untern Fläche des Lineals senkrechten Ebene, der Visirebene. Legt man nun das Diopterlineal mit seiner untern Fläche auf eine horizontale Ebene, z. B. auf die horizontal gestellte Meßtischplatte, so ist die Visirebene vertikal, und eine feine an der Visirkante*) des Lineals mit einem nicht zu weichen, keilförmig zugespitzten Bleistift auf der mit Papier überzogenen Meßtischplatte gezogene Linie gibt die jedesmalige Visirrichtung an.

Der Kürze wegen werden wir im Nachfolgenden die feine an der Visirkante des Diopterlineals sowohl als der Kippregel gezogene Linie Rayon nennen.

---

*) Die Visirkante, wie es bei einem gewöhnlichen Lineale geschieht, abschrägen zu lassen, ist zu widerrathen; auch wollen wir annehmen, daß es bei dem in Rede stehenden Diopterlineale, so wie bei dem Lineale der noch zu beschreibenden Kippregel nicht geschehen ist.

Das Diopterlineal ist also richtig, wenn

a) Objektivfaden und Okularlöchelchen in derselben Ebene liegen,

b) die Visirebene auf der untern Linealebene senkrecht steht, und

c) die Kante des Lineals in der Visirebene liegt.

Zu a und b. Man stellt die Meßtischplatte horizontal, legt auf dieselbe das Diopterlineal, und richtet den Objektivfaden des letztern auf den Faden eines frei und ruhig hängenden Lothes, oder auf eine deutlich sichtbare, vertikale Kante eines Gebäudes, oder am Besten auf eine vertikale, schwarze, an einer entfernten hellen Wand gezogene Linie, indem man, durch irgend eines der Okularlöchelchen sehend, dem Diopterlineale theils unmittelbar mit der Hand, theils mittelbar durch Drehung der Meßtischplatte mit Hülfe der Schraube ohne Ende allmälig die entsprechende Lage gibt; streift nun der Objektifaden seiner ganzen Länge nach die vertikale anvisirte Linie, so liegt der Objektivfaden und das in Rede stehende Okularlöchelchen in derselben vertikalen, also auf der untern Linealebene senkrecht stehenden Ebene. Um sich auch zu überzeugen, daß die übrigen Okularlöchelchen ebenfalls in derselben Ebene liegen, braucht man nur nach und nach durch alle Okularlöchelchen zu visiren, wobei der Objektivfaden beständig die vertikale Linie der ganzen Länge nach streifen muß, wenn die in a) und b) gestellten Bedingungen erfüllt sind.

Streift der Objektivfaden nicht seiner ganzen Länge nach die vertikale Linie, sondern kreuzt er sie, wenn man, durch eines der Okularlöchelchen sehend, die Visur auf selbige einstellt, so ist der Objektivfaden nicht senkrecht zur Linealebene; um ihn in die senkrechte Lage zu bringen, zieht man die kleinen Holzstiftchen bei o und r, Fig. 9, durch welche er auf der Lamelle

N befestigt ist, heraus, und klemmt das eine Ende desselben mehr nach rechts, das andere mehr nach links, oder umgekehrt, mittelst der kleinen Holzstiftchen ein; dieses wiederholt man so lange, bis der Objectivfaden die richtige Lage hat. Findet man jetzt, daß der Objektivfaden nicht beständig die vertikale Linie der ganzen Länge nach streift, wenn man auch durch die andern Okularlöchelchen sieht, so steht die durch die Mitte der Okularlöchelchen gedachte gerade Verbindungslinie nicht auf der untern Linealebene senkrecht; dieser Fehler wird korrigirt, wenn man die Schrauben s, s, durch welche die Okularlamelle **M** an das Lineal **L** befestigt ist, ein wenig lüftet, und durch Unterlegen von Papier die Lamelle **M** etwas nach rechts oder links, je nach Erforderniß, neigt, bis die ideelle Verbindungslinie der Okularlöchelchen die richtige Lage erhalten hat.

Zu c. Wenn die Visirkante kk' des Lineals, wie es in c) ausgesprochen ist, in der Visirebene liegen soll, so muß zunächst geprüft werden, ob sie geradlinig ist, welches folgendermaßen geschieht. Man legt das Diopterlineal auf die nur ohngefähr horizontal gestellte Meßtischplatte, und zieht an der Visirkante den Rayon ll', hierauf setzt man das Diopterlineal so um, daß die Visirkante an der andern Seite des Rayons ll' anliegt, *) und nur wenn dieses vollständig sich bewerkstelligen läßt, ist die Visirkante geradlinig; im entgegengesetzten Falle ist das Diopterlineal gänzlich unbrauchbar.

Nachdem man sich von der geradlinigen Beschaffenheit der Visirkante überzeugt hat, legt man das Diopterlineal wiederum auf die horizontale Meßtischplatte, läßt in der Richtung der Visir-

*) Hiebei bediene man sich einer Loupe.

ebene einen Stab vertikal in die Erde stecken, oder richtet wohl auch den Objektivfaden, wie oben, auf die vertikale Kante eines Gebäudes, oder auf den Faden eines frei und ruhig hängenden Lothes und zieht den Rayon ll'; setzt man jetzt das Diopterlineal auf der untern Fläche *) der Meßtischplatte mit der Visirkante genau an, oder vielmehr vertikal unter den auf der obern Fläche gezogenen Rayon ll' an, siehe Fig. 10, so muß der ausgesteckte Stab, oder die Kante des Gebäudes, oder der Lothfaden wiederum genau mit dem Objektivfaden des Diopterlineals zusammen fallen, wenn das Instrument, was die Visirkante anlangt, in Ordnung ist; erscheint dagegen der Objektivfaden des Diopterlineals entweder rechts oder links von den so eben genannten anvisirten Gegenständen, so liegt die Visirkante nicht in der Visirebene, wie leicht aus Fig. 11 hervorgeht, und der Winkel vuw welchen die Visirebene in der ersten Lage uv mit der Visirebene in der zweiten Lage uw bildet, ist offenbar das Doppelte des Winkels vul', um welchen nämlich die Visirebene von der durch die Kante ll' des Lineals gedachten Vertikalebene, also von der richtigen Lage abweicht. Die Berichtigung dieses Fehlers geschieht durch den Mechanikus.

Befinden sich auf den Lamellen M und N, Fig. 12, zwei Paar korrespondirende Diopter, wie man es meist findet, so muß jedes Paar geprüft, und im Falle es fehlerhaft ist, berichtigt werden.

In Kap. VII., §. 5 haben wir bereits über das Lehmannsche Diopterlineal, welches, außer zum Höhenmessen auch zum Visiren in bergigten Gegenden dient, das Wesentlichste angeführt.

---

*) Man hätte also auch zu prüfen, ob die untere Meßtischplatte vollkommen eben und der obern Fläche der Meßtischplatte parallel ist.

Was wir in Lieferung 3 pag. 99 über die Weite der Okularritze und der Okularlöchelchen und über die Größe des parallaktischen Winkels gesagt haben, gilt auch bei dem Diopterlineal, so daß also, wenn die Okularlöchelchen eine Weite zwischen den Grenzwerthen 0,20‴ und 0,37‴ haben, weil das Auge von selbst die Mitte der Okularöffnung sucht, weder Undeutlichkeit des Objekts, noch auch eine Parallaxe im Visiren, d. h. eine Unsicherheit im Einstellen der Visur in dieser Beziehung zu befürchten ist. Wenn nun aber auch das Auge die Mitte der Okularöffnung einnimmt, so wird doch gewöhnlich, wie aus Cap. VII. §. 4 hervorgeht, beim Einstellen der Visur mit bloßem Auge ein Winkelfehler gemacht, der, wenn der anzuvisirende Gegenstand dicker als der Objektivfaden eines Diopterlineals ist, im Mittel auf 10 Sekunden angeschlagen werden kann. Dieses gilt von allen Instrumenten mit Diopteru, und diesem zufolge liegen möglicherweise die längs der Visirkante des Diopterlineals gezogenen Rayons um 10 Sekunden fehlerhaft. Erscheint der Objektivfaden aber dicker als der anzuvisirende Gegenstand, so wird die Visur auf die Weise eingestellt, daß man die eine Seitenkante des Objektivfadens, z. B. die rechtsliegende mit der rechtsliegenden vertikalen Seitenkante, wenn der anzuvisirende Gegenstand z. B. ein Absteckstab ist, zusammenfallen läßt; der Winkelfehler φ, der hierbei begangen wird, ist offenbar durch die Gleichung $\varphi = \text{Arc. tang}\,\frac{d}{2\,l} - \text{Arc. tang}\,\frac{\delta}{2\lambda}$ *)

*) **Arc. tang** heißt: **Arcus** oder Bogen dessen Tangente. — δ darf, wie aus Kap. **VII.**, §. 2 hervorgeht, in keinem Falle kleiner als $\frac{\lambda}{7000}$, womöglich aber nicht kleiner als $\frac{\lambda}{4000}$ sein; ebenso darf auch **d** nicht kleiner als $\frac{1}{7000}$ sein.

gegeben, wo d die Dicke des Objektivfadens, l die Entfernung der beiden korrespondirenden Diopter von einander, δ die Dicke des Absteckstabes und λ den Abstand des Absteckstabes vom Standpunkte des Beobachters bedeutet. — Wird $l = 24$ Zoll, $d = 0{,}1$ Linie, $\lambda = 80$ Faden und $\delta = 1{,}5$ Zoll angenommen, so ist $\varphi = \text{Arc. tang} \dfrac{1}{4800} - \text{Arc. tang} \dfrac{1}{8960} = 42{,}9$ Sekunden weniger 23 Sekunden = 19,9 Sekunden. In diesem Falle würde also der Winkelfehler 19,9 Sek. betragen können; ein an der Visirkante des Diopterlineals gezogener Rayon würde also von der richtigen auf der Meßtischplatte zu ziehenden Linie möglicherweise um 19,9 Sek. abweichen.

Die Kippregel. Diese besteht aus einem messingenen Lineale (Regel) L, Fig. 13, von mindestens 1,75 Zoll Breite und höchstens 1,5 Linien Dicke, auf welchem, wenn die Kippregel ihrem Zwecke entsprechen soll, ein Träger T so befestigt sein muß, daß 1) die optische Axe eines an demselben angebrachten und um die Axe xx′ beweglichen astronomischen, mit einem Fadenkreuze versehenen Fernrohres FF′ beim Auf- und Abbewegen (Kippen) eine Ebene, die Visirebene beschreibt, welche durch eine der Kanten des Lineals, die Kante kk′ z. B. geht, und 2) daß die Visirebene auf der untern Linealebene senkrecht steht. Der Träger ist so hoch, daß man das Fernrohr durch- oder umschlagen kann, wodurch man in den Stand gesetzt wird, nicht allein in der Richtung von k nach k′, sondern auch, ohne das Lineal oder seine Unterlage, das Meßtischblatt, zu rühren, in der entgegengesetzten Richtung, d. h. von k′ nach k zu visiren.

Durch die Schraube s, Fig. 13, wird die Bewegung des Fernrohrs um die Axe xx' gehemmt.

Ein an der Visirkante kk' des Lineals gezogener Rayon liegt offenbar in der Visirebene, und giebt also auch die jedesmalige Visirrichtung an.

Soll die Kippregel den in 1) und 2) ausgesprochenen Bedingungen Genüge leisten, so muß geprüft werden, ob

a) die optische Axe des Fernrohrs auf der Drehungsaxe xx' senkrecht steht;

b) die Drehungsaxe xx' der untern Linealebene parallel ist;

c) die Visirebene durch die Visirkante geht.

Zu a. Man stellt die Meßtischplatte horizontal, legt die Kippregel auf dieselbe, richtet den Mittelpunkt des Fadenkreuzes auf einen so weit als möglich entfernten Punkt, z. B. auf die Giebelspitze eines entfernten Hauses, auf eine Thurmspitze, oder auf irgend ein anderes geeignetes Objekt, und zieht den entsprechenden Rayon. Hierauf schlägt man das Fernrohr um, und legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau an die andere Seite des Rayons an, wobei man sich einer kleinen Lupe bedienen mag. Läßt sich nun der Mittelpunkt des Fadenkreuzes durch alleinige Drehung des Fernrohrs um seine Drehungsaxe wieder genau auf den anvisirten Punkt einstellen, so ist die optische Axe auf der Drehunsaxe senkrecht; hat dagegen der Mittelpunkt des Fadenkreuzes einen gewissen Abstand von dem in Rede stehenden Punkte, so hat die optische Axe nicht senkrechte Lage zur Drehunsaxe. Man berichtigt die Lage der optischen Axe gegen die Drehungsaxe dadurch, daß man den Mittelpunkt des Fadenkreuzes so lange mit Hülfe der Korrektionsschrauben a, a, von denen in Fig. 13 nur eine sichtbar ist, um ein Weniges verschiebt, bis er mit dem Halbirungspunkte des in Rede stehenden Abstandes zusammenfällt. Selten möchte solches auf das erste Mal gelingen, und es muß daher das so eben beschriebene Verfahren so lange wiederholt werden, bis der Mittelpunkt des Fadenkreuzes, nach dem Durchschlagen oder Umlegen des Fernrohrs und Wiederanlegen der Visirkante an den zuletzt gezogenen Rayon, genau mit dem fraglichen Objekt zusammenfällt. Man erspart sich das wiederholte Ziehen von Rayons *), und braucht die Visirkante des Lineals der Kippregel nur immer an eine und dieselbe Linie, nämlich an den zu Anfange, nach dem ersten Einstellen der Visur, gezogenen Rayon anzulegen, wenn man den Mittelpunkt des Fadenkreuzes, nachdem er auf die Hälfte des Abstandes vermittelst der Korrektionsschrauben a, a gebracht worden ist, durch Drehung der Meßtischplatte vermittelst der Schraube ohne Ende, also ohne die Kippregel selbst aus ihrer Lage zu rühren, von Neuem genau mit dem anvisirten Punkt zusammenfallen macht.

Wir haben angenommen, daß das Fernrohr der Kippregel durchgeschlagen werden kann, wie es auch bei den Kippregeln der neuern Zeit der Fall ist; sollte sich nun aber das Fernrohr nicht durchschlagen lassen, so kann folgendermaßen geprüft werden, ob die optische Axe richtige Lage hat. Man stellt die Meßtischplatte horizontal, richtet den Mittelpunkt des Fadenkreuzes der auf die Meßtischplatte gesetzten Kippregel auf einen beliebigen Punkt s eines deutlich sichtbaren Objekts, und zieht den zugehörigen Rayon. Hierauf gibt man der Kippregel eine solche Lage, daß das Lineal auf der andern Seite des Rayons, und zugleich die Visirkante vertikal unterhalb des letztern sich befindet,

*) Diese kommen auch zuletzt, wo der Abstand des Mittelpunktes des Fadenkreuzes vom anvisirten Punkt, nach dem Durchschlagen des Fernrohres, immer kleiner und kleiner wird, so nahe an einander zu liegen, daß das genaue Anlegen der Visirkante nicht gut ausführbar wird.

indem man die untere Fläche des Lineals der Kippregel mit den Händen gegen die untere Fläche der Meßtischplatte drückt — wobei natürlich auch das Fernrohr unterhalb der Meßtischplatte zu liegen kommt — und sieht nun zu, ob der Mittelpunkt des Fadenkreuzes wieder genau auf den Punkt s fällt. Ist dieses nicht der Fall, so bringt man, wie oben, den Mittelpunkt des Fadenkreuzes durch Verschieben des letztern zuerst auf die Hälfte des Abstandes, und dann wieder mittelst der Schraube ohne Ende auf den Punkt s; jetzt legt man die Visirkante wieder an den in Rede stehenden Rayon genau an, und sieht zu, ob u. s. w. — Man wiederholt dieses Verfahren so lange, bis endlich der Mittelpunkt des Fadenkreuzes nach dem Umstellen der Kippregel genau auf den in Rede stehenden Punkt s fällt.

Ein drittes Prüfungsverfahren, welches ebenfalls für den Fall geeignet wäre, wo das Fernrohr nicht durchzuschlagen ist, ließe sich leicht aus dem Prüfungsverfahren herleiten, welches in Lief. 3, pag. 114 und 115 von uns angegeben ist, um sich von der richtigen Lage der optischen Axe gegen die Drehungsaxe des Fernrohrs der Boussole zu überzeugen.

Zu b. Ist die Drehungsaxe des Fernrohrs der untern Linealebene parallel, so muß, wenn man die letztere in die horizontale Lage bringt, indem man die Kippregel auf die horizontale Meßtischplatte aufsetzt, die optische Axe, da sie auf der Drehungsaxe senkrecht steht, offenbar bei der Bewegung des Fernrohrs eine Vertikalebene beschreiben, und der Mittelpunkt des Fadenkreuzes also beim Auf- und Abbewegen des Fernrohres sich beständig auf einer anvisirten so weit als möglich entfernten Vertikallinie, z. B. auf dem Faden eines freihängenden Lothes, bewegen. Ist solches nicht der Fall, so hat man vor dem Gebrauch der Kippregel zuerst die Drehungsaxe in die richtige Lage zu bringen, welches durch die Korrektionsschraube p geschieht. Der Träger T des Fernrohrs, Fig. 13, ist nämlich zu diesem Zwecke durch drei Schrauben m, n, o, welche durch die Fußplatte P des Trägers gehen und ihre Muttern in dem Lineale L haben, auf dem letztern befestigt; an den Stellen, wo die drei Schrauben m, n, o durch die Fußplatte durchgehen, ist die letztere bogig ausgeschnitten, damit die Schraubenspindeln einen kleinen Spielraum haben *); die Schraube p hat ihre Mutter in der Fußplatte, geht durch diese durch, und ruht mit ihrer Spitze auf der obern Linealfläche. Wird nun die Schraube p angezogen oder gelüftet, nachdem die Schrauben m, n, o ein wenig gelüftet worden sind, so wird dadurch offenbar die Fußplatte P um ein Weniges gehoben oder gesenkt, also der Träger T dabei etwas nach dieser oder jener Seite hin geneigt, und durch diese Einrichtung die Möglichkeit geboten die Drehunsaxe des Fernrohrs in die richtige Lage zu bringen. Bei den gewöhnlichern Kippregeln finden sich übrigens nur selten Mittel die Lage der Drehungsaxe gegen die Ebene des Lineals zu corrigiren, und man ist genöthigt das Instrument zur Beseitigung eines derartigen Fehlers einem geschickten Mechanikus zu übergeben.

Zu c. Man steckt in die horizontal gestellte Meßtischplatte, senkrecht zu derselben, zwei feine englische Nähnadeln, möglichst entfernt von einander, also etwa in der Richtung der Diagonale der Meßtischplatte, ein, und gibt durch Drehung mit der bloßen

---

*) Die Ausschnitte für die drei Schrauben m, n, o brauchten, um die Lage der Drehungsaxe berichtigen zu können, nur fensterartig gestaltet zu sein, weil die Fußplatte P hierbei nur gesenkt und gehoben wird, soll aber auch die Lage der Visirebene berichtigt werden können, so muß sich die Fußplatte ein wenig in der Horizontalebene drehen lassen, und dazu sind bogiggestaltete Ausschnitte erforderlich.

Hand und mit Hülfe der Schraube ohne Ende der Meßtischplatte eine solche Lage, daß die Visur längs den beiden Nadeln genau durch einen entfernten, deutlich sichtbaren Punkt geht. Hierauf legt man die Visirkante des Lineals der Kippregel vorsichtig an die beiden Nadeln an, und sieht zu, ob sich der Mittelpunkt des Fadenkreuzes, ohne das Lineal der Kippregel oder die Meßtischplatte zu rühren, durch alleinige Drehung des Fernrohrs um seine Drehungsaxe genau auf den in Rede stehenden Punkt führen läßt. Ist dieses der Fall, so geht die Visirebene durch die Visirkante des Lineals, im entgegengesetzten Falle muß der dadurch angezeigte Fehler beseitigt werden, welches durch die beiden Correctionsschrauben q und r geschieht, deren Muttern in der Fußplatte P liegen. Die Schraubenspindel der beiden Schrauben wirken nämlich einander diametral gegenüber auf die Seitenfläche eines cylindrischen Ansatzes des Lineals der Kippregel, um welchen herum die Fußplatte P fensterartig ausgeschnitten ist; wird eine der beiden Schrauben gelüftet, während man die andere anzieht, so wird dadurch die Fußplatte P ein wenig, entweder nach dieser oder jener Richtung, um die Spindel der Schraube m gedreht, und dadurch die fehlerhaft gelegene Visirebene berichtigt. Die Schrauben m, n, o müssen ebenfalls ein wenig gelüftet werden. Nachdem Drehungsaxe und Visirlinie corrigirt sind, werden die Schrauben m, n, o fest angezogen.

Da das Lineal des Diopterlineals so wie auch das der Kippregel von Messing ist, und beim Gebrauche auf der Meßtischplatte viel hin- und hergeschoben wird, so beklebt man die untere Fläche desselben mit sogenanntem geglättetem Papier, um zu verhüten, daß das auf der Meßtischplatte ausgespannte Papier beschmutzt werde.

Zweckmäßig und sehr anzurathen ist es den einen Faden des Fadenkreuzes der Kippregel senkrecht zur untern Fläche des Lineals zu stellen; der andere Faden erhält dann eine zur untern Fläche des Lineals parallele Lage. Ist solches nun wirklich geschehen, so kann man nicht allein vertikale, sondern auch horizontale Richtungen angeben, indem man die Kippregel auf die horizontale Meßtischplatte setzt, und im erstern Falle einen Absteckestab so in die Erde stecken läßt, daß er von dem vertikalen Faden des Fadenkreuzes bisecirt wird; im zweiten Falle Pflöcke so tief in die Erde treiben läßt, daß ihr äußerstes Ende von dem horizontalen Faden des Fadenkreuzes nur eben berührt wird. Die Mittellinie des in Rede stehenden Absteckestabes ist dann offenbar vertikal, die äußersten Enden der Pflöcke aber liegen in einer Horizontalebene. Der eine Faden des Fadenkreuzes wird zur untern Fläche des Lineals der Kippregel senkrecht gestellt, indem man die Kippregel auf die horizontale Meßtischplatte setzt, und mittelst der Correctionsschrauben die Lage des in Rede stehenden Fadens so lange verändert, bis er genau mit dem Lothfaden eines frei und ruhig hängenden Lothes, oder mit einer feinen weißen, auf einer entfernten dunklen Wand gezogenen Linie zusammenfällt.

Wenn man mit dem Fernrohre der Kippregel nach vertikalen Absteckestäben visirt, so muß man stets die Visur so einstellen, daß der vertikale Faden des Fadenkreuzes den Stab bisecirt.

Bei manchen Kippregeln ist ausnahmsweise ein Gradbogen angebracht, um kleine Höhenwinkel messen zu können. In Fig. 14 ist **BB** der Gradbogen, dessen Mittelpunkt **C** in der ideellen Axe der Drehungsaxe des Fernrohres **FF** liegt; **O** ist das Okular, **O'** das Objectiv des Fernrohres. Mit dem Fernrohre zugleich bewegt sich um den Mittelpunkt **C** und auf dem Gradbogen **BB** der Zeiger **Z** herum, welcher an seinem Ende mit einem Nonius, der etwa 2 Minuten angibt, versehen ist. Wenn die Kippregel auf die horizontale Meßtischplatte gesetzt ist, und die optische Axe horizontal liegt, so fällt der Nullstrich des Nonius mit dem in der Mitte des Gradbogens befindlichen Nullstrich der Gradeintheilung zusammen; die Prüfung, ob solches wirklich der Fall, ist aus Cap. VII., §. 4 zu entnehmen.

Wir haben in Cap. VII., §. 4 bereits angegeben, daß der Visurfehler beim Gebrauch eines guten achromatischen Fernrohrs auf $\frac{10}{w}$ Sekunden im Mittel anzuschlagen ist, wo w die Vergrößerung des Fernrohrs bedeutet; dieses hat offenbar auch hier Geltung, so daß also die an der Visirkante des Lineals der Kippregel gezogenen Rayons möglicher Weise um $\frac{10}{w}$ Sek. von der richtigen Lage abweichen.

2. Die Lothgabel oder Einlothzange. Diese wird am zweckmäßigsten von Messing gefertigt und hat gewöhnlich die durch Fig. 15 versinnlichte Gestalt und Einrichtung. Die Entfernung der beiden Zinken z, z' der Lothgabel ist etwas größer als die Dicke der Meßtischplatte; die Länge der Zinke z von dem Endpunkte der Spitze p bis zur Schraube s, welche letztere dazu dient die Lothgabel an die Meßtischplatte zu klemmen, ist gleich der halben Länge der Seitenkante der Meßtischplatte; der Endpunkt der Spitze p liegt, wenn die Lothgabel an die horizontal gestellte Meßtischplatte geklemmt worden ist, in der Richtung der Vertikalen, welche durch ein an der Zinke z' befestigtes Loth angegeben wird.

Die Lothgabel dient dazu, 1) um denjenigen Punkt auf der Meßtischplatte zu finden, welcher vertikal über einem bestimmten Punkte auf der Erde liegt; 2) denjenigen Punkt auf der Erde anzugeben, welcher sich in vertikaler Richtung unter einem bestimmten Punkte der Meßtischplatte befindet; 3) einen bestimmten

Punkt a der Meßtischplatte vertikal über einen bestimmten Punkt A des Erdbodens zu stellen. Das Verfahren in den beiden ersten Fällen ist so einfach, daß wir es besonders noch zu beschreiben nicht für nöthig erachten. Im dritten Falle klemmt man die Lothgabel an die Meßtischplatte der Art fest, daß der Endpunkt der Spitze p mit dem Punkte a der Meßtischplatte zusammenfällt, und gibt der letztern theils durch Verrücken der Füße des Stativs, theils durch Drehen der Meßtischplatte um den bekannten Zapfen v mit der bloßen Hand und mit Hülfe der Schraube ohne Ende eine solche Lage, daß die Spitze des Lothes l genau über dem Punkte A schwebt, dann befindet sich, wie verlangt wurde, der Punkt a in vertikaler Richtung über dem Punkte A.

Die Prüfung der Lothgabel, was ihre Richtigkeit anlangt, geschieht auf folgende Weise: Man stellt die Meßtischplatte horizontal, klemmt die Lothgabel an die Meßtischplatte fest, und bezeichnet sowohl den Punkt a der letztern, welcher mit dem Endpunkte der Spitze p der Lothgabel zusammenfällt, als auch den Punkt A des Erdbodens über welchem die Spitze des Lothes l schwebt. Hierauf klemmt man die Lothgabel genau in entgegengesetzter Lage so an die Meßtischplatte fest, daß der Endpunkt der Lothgabelspitze p wieder genau mit dem Punkte a zusammenfällt, dann muß offenbar auch wieder, wenn die Lothgabel richtig ist, die Spitze des Lothes l genau über dem Punkte A schweben. Ist dieses nicht der Fall, sondern liegt die Spitze des Lothes l vertikal über dem Punkte A' des Erdbodens, so befindet sich der Endpunkt der Lothgabelspitze p, wenn man die Lothgabel an die horizontale Meßtischplatte angeklemmt hat, nicht in der durch den Faden f des Lothes angegebenen vertikalen Richtung, wie es doch sein sollte, sondern liegt in horizontaler Richtung von seinem richtigen Orte offenbar um die halbe Entfernung der Punkte A und

A' von einander ab. Dieser Fehler der Lothgabel muß korrigirt werden, und zwar könnte zu diesem Zwecke auf der Zinke z' eine verschiebbare Oese, welche den Lothfaden f aufnimmt, angebracht werden.

3. Die Orientirboussole. Von der Einrichtung der Orientirboussole und ihrer Anwendung zur Auffindung von Punkten und Linien einer Oertlichkeit, wenn die entsprechenden Punkte und Linien im Plane gegeben sind (Wir nannten dieses: sich orientiren), haben wir bereits in Lief. 3, §. 4 gesprochen. Wir haben daselbst gesehen, daß man zu dem Zwecke eine den magnetischen Meridian repräsentirende Linie des in Rede stehenden Planes in die Richtung des magnetischen Meridians bringen muß, und daß dadurch alle Linien des Planes eine den entsprechenden Linien der Oertlichkeit parallele Lage erhalten *). Jetzt wollen wir noch die folgenden drei Aufgaben mit Hülfe des Meßtisches und der Orientirboussole lösen: 1) der Meßtischplatte eine solche Lage zu geben, daß sich eine ihrer Kanten in der Richtung des magnetischen oder des astronomischen Meridians befindet; 2) die Größe des Winkels zu bestimmen, welchen eine in der Oertlichen abgesteckte Linie mit dem magnetischen Meridian bildet; 3) Eine Linie abzustecken, welche durch einen bestimmten Punkt P der Oertlichkeit geht, und mit dem magnetischen Meridian einen Winkel von gegebener Größe bildet.

Zu 1. Das Verfahren bleibt im Allgemeinen dasselbe, wie wir es in Lief. 3, pag. 141 gegeben haben, wir glauben aber

---

*) Wir werden bald sehen, daß es beim sogenannten Orientiren des Meßtisches auch auf das Letztere hinansläuft.

gut zu thun, wenn wir es hier nochmals etwas ausführlicher geben. Man stellt die Meßtischplatte horizontal, setzt die Orientirboussole auf die Meßtischplatte so auf, daß die eine von den beiden Kanten der quadratisch gestalteten, messingenen Bodenplatte der Orientirboussole, welche dem durch 0° und 180° gehenden Durchmesser des Limbus parallel sind, entweder genau mit der Kante der Meßtischplatte zusammenfällt oder derselben parallel ist, und gibt hierauf der Meßtischplatte mit der bloßen Hand und mit Hülfe der Schraube ohne Ende eine solche Lage, daß die Magnetnadel der Orientirboussole entweder genau in die Richtung des die Punkte 0° und 180° des Limbus verbindenden Durchmessers fällt, oder von dem letztern um den Winkel der magnetischen Deklination nach Ost oder West abweicht; im erstern Falle befindet sich die Kante der Meßtischplatte im magnetischen, im letztern im astronomischen Meridian. Man pflegt zu sagen, wenn eine der Kanten der Meßtischplatte in die Richtung des astronomischen Meridians oder, was dasselbe ist, der Mittagslinie gebracht worden ist: der Meßtisch ist nach den Weltgegenden orientirt.

Zu 2. Man bringt mit Hülfe der Einlothzange einen beliebigen Punkt c der horizontalen Meßtischplatte vertikal über einen beliebigen Punkt C der in der Oertlichkeit gegebenen Linie; legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch den Punkt c und bringt durch sanftes Drehen der Kippregel um den Punkt c, so daß die Visirkante des Lineals beständig genau durch c geht, den Mittelpunkt des Fadenkreuzes des Fernrohrs der Kippregel genau auf einen entfernten Punkt P der in Rede stehenden Linie, oder läßt vielmehr den vertikalen Faden des Fadenkreuzes einen vertikal in dem entfernten Punkte P der gegebenen Linie eingesteckten Absteckestab bisectiren; hierauf legt man die Orientirboussole mit einer der beiden Kanten ihrer Bodenplatte, welche dem durch 0° und 180° gehenden Durchmesser des Limbus parallel sind, genau an die Visirkante des Lineals der Kippregel an, und macht auf dem Limbus der Boussole am Nordende der Magnetnadel die zugehörige Ablösung; werden nun die Grade des gesuchten Winkels von der gegebenen Linie aus in derselben Richtung gezählt, in der die Gradeintheilung des Limbus der Orientirboussole verläuft, so ist der gesuchte Winkel $= \varphi^{\circ}$, wenn $\varphi < 180^{\circ}$ und $= \varphi^{\circ} - 180^{\circ}$, wenn $\varphi > 180^{\circ}$.

Zu 3. Man stellt den Meßtisch in dem gegebenen Punkte P so auf, daß die Meßtischplatte horizontal und ein beliebig gewählter Punkt p derselben vertikal über dem gegebenen Punkte liegt. Hierauf legt man die Orientirboussole so auf die Meßtischplatte, daß eine der beiden Kanten der Bodenplatte, welche dem durch 0° und 180° gehenden Durchmesser des Limbus parallel sind, genau durch den Punkt p der Meßtischplatte geht, und dreht die Orientirboussole um diesen Punkt so lange, bis der durch 0° und 180° gehende Durchmesser des Limbus mit der Magnetnadel der Orientirboussole den verlangten Winkel bildet. Schiebt man nun vorsichtig die Kippregel so an die Orientirboussole an, daß die Visirkante des Lineals genau an der durch den Punkt p gehenden Kante der Bodenplatte der Orientirboussole anliegt, und läßt in der Richtung der optischen Axe des Fernrohrs der Kippregel einen Punkt Q bezeichnen, so giebt dieser und der Standpunkt P die Richtung der abzusteckenden Linie an.

Schließlich bemerken wir, daß sich die in Lief. 3 gegebenen und mittelst der Boussole gelösten Aufgaben auch leicht mit Hülfe des Meßtisches, der Orientirboussole und der Kippregel lösen lassen.

§. 3. Anwendung des Meßtisches.

Wir nehmen für das Künftige an, daß ein jedes zum Meßtische gehörende Instrument vor dem Gebrauche zuvor geprüft und verificirt worden ist, und bringen nochmals in Erinnerung, daß 1) die Meßtischplatte stets beim Gebrauch horizontal liegen muß; daß 2) alle in der Oertlichkeit (im Felde) auszuführenden Längenmessungen und Längenabtragungen in der Horizontalebene geschehen müssen, es sei denn, daß ausdrücklich das Gegentheil verlangt wird.

1. Aufgabe. Es sind drei Punkte A, B, C in der Oertlichkeit gegeben, man soll die Horizontalprojektion des Winkels A C B, welcher entsteht, wenn man den Punkt C mit den beiden Punkten A und B durch gerade Linien verbunden denkt, durch Verzeichnung finden.

Auflösung. Denkt man sich sowohl durch den Schenkel A C, als auch durch den Schenkel B C des Winkels A C B eine Vertikalebene gelegt, so schneiden sich die beiden Vertikalebenen in der durch den Punkt C gehenden Vertikallinie. Eine durch einen beliebigen Punkt der Vertikallinie gedachte Horizontalebene schneidet die Vertikalebenen in zwei geraden, offenbar horizontal liegenden Linien, welche mit einander einen Winkel bilden, dessen Scheitel in der Vertikallinie liegt, und den man bekanntlich die Horizontalprojektion des Winkels A C B nennt; um die Verzeichnung dieses Winkels auf der Meßtischplatte handelt es sich. Man stellt zu diesem Zwecke den Meßtisch auf bekannte Weise in dem Punkte C in der Oertlichkeit so auf, daß ein beliebig gewählter Punkt c der Meßtischplatte, wenn nicht ein Punkt bereits gegeben ist, der als Scheitelpunkt des zu verzeichnenden

Winkels dienen soll, vertikal über dem Punkte C liegt, legt durch den Punkt c *) der Meßtischplatte die Visirkante des Lineals der Kippregel, richtet die Visur, indem man vorsichtig die Kippregel mit der Hand um den Punkt c dreht, genau auf den Punkt A der Oertlichkeit, und zieht an der Visirkante den durch c gehenden Rayon cm, hierauf richtet man die Visur, durch abermaliges vorsichtiges Drehen der Kippregel mit der Hand um dem Punkt c, genau auf den Punkt B der Oertlichkeit, und zieht den Rayon cn, dann erhält man auf der Meßtischplatte einen Winkel mcn, dessen Scheitel c sich offenbar in der durch den Punkt C gedachten Vertikallinie befindet, und dessen Schenkel cm und cn nicht allein horizontal, sondern auch resp. in den durch die Schenkel CA und CB gedachten Veritikalebenen liegen; folglich ist der besagte Winkel gleich der Horizontalprojection des in der Oertlichkeit gegebenen Winkels ACB.

Nimmt man an, daß bei der Aufnahme eines Winkels mit dem Meßtische die Rayons so fein als möglich gezogen worden sind, daß sie vollkommen genau an der Visirkante anliegen, und dabei genau durch den Scheitelpunkt c gehen, daß ferner der Punkt c genau lothrecht über dem Punkte C der Oertlichkeit aufgestellt worden ist (Wenn solches nicht der Fall ist, so wissen wir bereits aus Cap. VII. §. 3 welchen Einfluß dieses auf den gemessenen Winkel hat), und daß endlich die größte Sorgfalt auf das Einstellen der Visuren verwandt wurde, so ist der in Rede stehende Winkel — vorausgesetzt, daß entweder die nach links oder die nach rechts gelegene Seite der Rayons **), wenn man sich in den Scheitelpunkt c versetzt denkt, der Visirkante des Lineals entsprechen — um $2 \times \frac{10}{w}$ Sekunden unsicher, denn die Lage jedes einzelnen Rayons ist, wie aus §. 2 zu ersehen, um $\frac{10}{w}$ Sekun-

---

*) Dieser ist so klein als möglich zu machen.

**) Im günstigsten Falle beträgt die Dicke der Rayons $1/_{100}$ Linie; gewöhnlich ist sie bedeutender.

den unsicher, wo w die Vergrößerung des Fernrohrs der Kippregel bedeutet.

Ist es unbekannt welche Seite der Rayons die der Visirkante entsprechende ist, so nimmt die Unsicherheit noch um $2 \times \frac{\delta}{\varrho} \cdot \frac{180.\,60.\,60}{\pi}$ d. i. um $\frac{2\,\delta}{\varrho} \cdot 206265$ Sekunden zu, wo δ die Dicke der Rayons, ϱ die Länge vorstellt, denn jeder einzelne Rayon verdeckt offenbar $\frac{\delta}{\varrho} \cdot 206265$ Sekunden von dem aus dem Scheitel des Winkels als Mittelpunkt beschriebenen Kreisbogen. Der Winkel würde also in diesem letztern Falle um $\frac{20}{w}$ Sek. $+ \frac{2\delta}{\varrho}$ 206265 Sek. unsicher sein.

Für $\delta = \frac{1}{100}$ Linie, $\varrho = 20$ Zoll giebt die Formel $\frac{2\delta}{\varrho} \cdot$ 206265, 20,6265 Sekunden; für $\delta = \frac{1}{100}$ Linie $\varrho = 10$ Zoll, 41,2530 Sekunden; für $\delta = \frac{1}{100}$ Linie, $\varrho = 1$ Zoll, 412,530 Sekunden oder 6 Minuten 52,530 Sek. Aus diesem ersieht man, daß die Unsicherheit in demselben Maaße zunimmt, als die Rayons an Länge abnehmen; sie steht mit ϱ in umgekehrtem, mit δ offenbar in geradem Verhältniß.

Wo die Rayons eine nur geringe Länge haben können, muß man die Dicke derselben auf ein Kleinstes zu bringen suchen; **überhaupt aber, wo es angeht, die Rayons so lang und so fein wie möglich ziehen.**

Ist die Vergrößerung des Fernrohres der Kippregel 8, so sind im Allgemeinen die auf dem Meßtische graphisch erhaltenen Winkel, wenn alle oben erwähnten Bedingungen erfüllt wurden und man $\delta = \frac{2}{100}$ Linie, $\varrho = 5$ Zoll annimmt, um $\frac{20}{8}$ Sek. + 165,012 Sek. d. i. um 2 Minuten 47,512 Sek. unsicher. Alle oben namhaft gemachten Bedingungen gleichzeitig zu erfüllen, bleibt immer eine schwer zu erfüllende Aufgabe, und man wird daher zugeben müssen, daß beim Ziehen der Rayons im Allgemeinen leicht ein Fehler begangen werden kann, der das Doppelte des durch die Formel $\frac{2\delta}{\varrho} \cdot 206265$ angegebenen beträgt; im letzlern Beispiele würden also bei dieser Annahme die Winkel mit einem Fehler von 2,5 Sek. + 2 × 165,012 Sek. d. i. von 5 Min. 32,524 Sek. behaftet sein können *).

Gewöhnlich sind Dreiecke und Vielecke mit dem Meßtische aufzunehmen, selten die Größe einzelner von einander unabhängiger Winkel durch Verzeichnung zu finden; wir lassen daher die zweite Aufgabe folgen, welche eigentlich nur ein specieller Fall der ersten Aufgabe ist, sich aber bei allen Operationen mit dem Meßtische wiederholt, und daher mit Recht als die Grundlage für alle übrigen Aufgaben besonders aufgeführt zu werden verdient.

2. Aufgabe. Es ist in der Oertlichkeit ein Winkel ACB durch die drei Punkte A, B, C — wenn man nämlich den Punkt C mit den Punkten A und B durch gerade Linien verbunden denkt —, auf dem Meßtische der dem Punkte C entsprechende Punkt c, und, von diesem ausgehend eine Linie ca gegeben. Man soll auf der Meßtischplatte einen der horizontalen Projektion des Winkels ACB gleichen Winkel verzeichnen, so daß sein Scheitel in dem Punkte c liegt, der eine Schenkel desselben mit der Linie ca zusammenfällt, und der andere Schenkel cb, wenn man sich vorstellt, daß der Punkt c vertikal über den Punkt C, die Meßtischplatte in die horizontale Lage, und die Linie ca in die Richtung des Schenkels CA gebracht ist, gegen ca genau dieselbe Lage hat, wie der Schenkel CB gegen CA.

---

*) Was wir in Cap. **VII.** §. 3 über den Einfluß fehlerhafter Meßungsresultate auf die daraus hergeleiteten Größen gesagt haben, gilt nicht allein für die mit dem Theodoliten bewerkstelligten Aufnahmen, sondern allgemein, findet also auch auf die Aufnahmen mit dem Meßtisch Anwendung.

Auflösung. Man klemmt die Lothgabel mittelst der Schraube ss, Fig. 15, so an die Meßtischplatte an, daß der Endpunkt der Spitze p genau mit dem Punkte c zusammenfällt, trägt den Meßtisch über den Punkt C, und stellt ihn so auf, daß die Spitze des Lothes der Lothgabel genau über dem Punkte C schwebt, zugleich aber die Meßtischplatte so genau als es nach Augenmaaß zu bewerkstelligen ist, horizontal und die auf der Meßtischplatte gegebene Linie ca in der Richtung von CA liegt, welche drei Bedingungen man theils durch zweckmäßige Verrückung der Füße des Meßtisches, theils durch Drehung der Meßtischplatte um den Zapfen v, Fig. 5, und durch Visiren mit dem unbewaffneten Auge über die Linie ca auf A hin nach einiger Uebung immer leicht zu erfüllen im Stande sein wird. Hat man hierauf die Füße des Meßtisches durch Anziehen der Schrauben u, u, u festgestellt, und die Lothgabel von der Meßtischplatte entfernt, so stellt man letztere mit Hülfe des auf dieselbe gesetzten Dosenniveaus auf bekannte Weise völlig genau horizontal, legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau an die Linie ca an, und richtet durch feine Drehung der Meßtischplatte mittelst der Schraube ohne Ende den Mittelpunkt des Fadenkreuzes des Fernrohrs genau auf den Punkt A *), dann liegt ca offenbar

---

*) Hierbei wird nun freilich der in vertikaler Richtung über dem Punkte C befindliche Punkt c der Meßtischplatte ein wenig verrückt, so lange aber die Spitze des Lothes der Lothgabel, wenn man die letztere wiederum an den Punkt c der Meßtischplatte anklemmt, nicht mehr als um 1—2 Zoll abweicht — was übrigens bei einiger Sorgfalt im Aufstellen des Meßtisches wohl kaum der Fall sein möchte — so bleibt solches noch ohne wahrnehmbaren Einfluß, wenn die Entfernung des anzuvisirenden Punktes nicht zu gering ist. Sollte der Punkt c nach der Drehung der Meßtischplatte dennoch um mehr als 2 Zoll abweichen, so wird die Lage von c über C berichtigt, und das beschriebene Verfahren nochmals vorgenommen.

in der durch den Schenkel CA des Winkels ACB gedachten Vertikalebene, und der Meßtisch ist, wie man zu sagen pflegt, mitelst der Linie ca nach A orientirt *). Endlich hebt man die Kippregel auf, legt die Visirkante des Lineals derselben durch den Punkt c, so daß nach dem Augenmaaße die optische Axe des Fernrohrs sich in der Richtung des Schenkels CB befindet, richtet, indem man die Kippregel mit der Hand vorsichtig und sanft um den Punkt c dreht, wobei die Visirtkante des Lineals beständig durch den Punkt c gehen muß, die Visur genau auf den Punkt B, und zieht an der Visirkante des Lineals den Rayon cb, so erhält man auf der Meßtischplatte einen Winkel acb, welcher der verlangte ist.

Anzurathen ist es jetzt abermals die Visirkante des Lineals der Kippregel genau an die Linie ca anzulegen, um, wenn die optische Axe des Fernrohrs sich noch in der Richtung von CA befindet, versichert zu sein, daß die Meßtischplatte während der Ausführung der so eben beschriebenen Operation ihre Lage nicht geändert hat, was ein nothwendiges Erforderniß ist.

3. Aufgabe. Es seien A, B, C, Fig. 16, drei Punkte auf dem Felde, c sei der dem Punkte C entsprechende Punkt der Meßtischplatte; man soll die gegenseitige Lage der drei Punkte des Feldes im verjüngten Maaße darstellen, oder mit andern Worten: Es soll das Dreieck ACB der Oertlichkeit aufgenommen werden, wenn der dem Punkte C der Oertlichkeit entsprechende Punkt c der Meßtischplatte gegeben ist, und man sich mit dem Meßtische nur über C aufstellen kann.

---

*) Siehe Lieferung 3 pag. 139 und 140; auf pag. 140 ist das Orientiren des Meßtisches mittelst der Boussole beschrieben.

Auflösung. Man stellt den Meßtisch in C so auf, daß c vertikal über C liegt, visirt, indem man die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch c legt, nach A und B, und zieht die zugehörigen Rayons cm und cn; mit andern Worten: man verzeichnet nach Aufg. 1 auf der Meßtischplatte einen der Horizontalprojektion des Winkels ACB gleichen Winkel acb, der seinen Scheitel in dem gegebenen Punkte c hat. Hierauf mißt man die Entfernung der Punkte C und A und C und B von einander, und trägt sie im gegebenen verjüngten Maaße resp. auf cm und cn von c aus auf, dann erhält man auf cm und cn resp. die Punkte a und b, welche den Punkten A und B entsprechen; denn da $\angle abc = \angle ACB$, $ac = \frac{AC}{\mu}$, $bc = \frac{BC}{\mu}$, also $ac : bc = \frac{AC}{\mu} : \frac{BC}{\mu} = AC : BC$ ist, so sind, nach dem Satze der ebenen Geometrie „Zwei Dreiecke sind einander ähnlich, wenn sie einen Winkel gegenseitig gleich haben, und die Seiten, welche die gleichen Winkel einschließen, proportional sind" die Dreiecke acb und ACB einander ähnlich, und durch die Punkte a, b, c auf der Meßtischplatte also die gegenseitige Lage der entsprechenden Punkte A, B, C der Oertlichkeit dargestellt. Da sich auch verhält $ac : ab = AC : AB$, und da $ac = \frac{AC}{\mu}$ ist, so hat man $\frac{AC}{\mu} : ab = AC : AB$ oder $\frac{1}{\mu} : ab = 1 : AB$, woraus $ab = \frac{AB}{\mu}$ folgt.

Es ist für sich klar, daß das Verfahren für mehr als drei Punkte dasselbe sein wird. Dieses Verfahren, die Lage dreier und mehrerer Punkte einer Oertlichkeit von einem Standpunkte des Meßtisches aus graphisch zu bestimmen, ist den Feldmessern unter der Benennung „das Rayoniren und Messen" bekannt.

Das in der vierten Lieferung bei der Aufnahme eines Vielecks mittelst des Theodoliten oder Astrolabiums in Anwendung gebrachte Verfahren, welches Diagonalisiren genannt wurde, ist, wie man sieht, diesem ganz analog.

Wäre außer dem Punkte c auch noch, von diesem ausgehend, eine Linie cm auf der Meßtischplatte gegeben, so würde man den Meßtisch mit c vertikal über C stellen, und, nach Aufg. 2, den Meßtisch mittelst cm nach A orientiren, sonst aber wie im Vorhergehenden verfahren.

4. Aufgabe. Es seien die drei Punkte A, B, C in der Oertlichkeit, auf der Meßtischplatte aber die beiden Punkte a und b, welche resp. A und B entsprechen, gegeben, es soll die Lage des dritten dem Punkte C entsprechenden Punktes c auf der Meßtischplatte angegeben werden, oder anders: ABC ist ein auf dem Felde gegebenes Dreieck, man soll, wenn die Linie ab der Meßtischplatte der Linie AB des Feldes entspricht, das Dreieck ABC aufnehmen d. h. ein demselben, oder vielmehr seiner horizontalen Projection ähnliches Dreieck abc über der Linie ab verzeichnen.

Auflösung. Hier sind vier Fälle zu unterscheiden:

α) der Meßtisch kann in A und B aufgestellt werden;

β) der Meßtisch kann nur in einem der Punkte A und B und außerdem noch in dem der Lage nach zu bestimmenden Punkte C aufgestellt werden;

γ) der Meßtisch kann weder in A noch in B, wohl aber in einem zwischen den Punkten A und B auf der Verbindungslinie AB beliebig gelegenen Punkte M und außerderdem noch in C aufgestellt werden;

δ) Der Meßtisch kann weder in A und B, noch in irgend einem Punkte der Geraden AB oder ihrer Verlängerung, sondern nur in C und in einem beliebigen andern Punkte außerhalb des Dreiecks ABC aufgestellt werden.

Zu α. Man stellt den Meßtisch mit a vertikal über A, orientirt gleichzeitig mittelst ab nach A, legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch den Punkt a, stellt durch vorsichtiges Drehen der Kippregel um a die Visur genau auf C ein, wobei die Visirkante genau durch a gehen muß, und zieht an der Visirkante den Rayon am, Fig. 17; hierauf bringt man den Meßtisch nach B, stellt b vertikal über B und orientirt gleichzeitig mittelst ba nach A, legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch b, stellt durch Drehen der Kippregel um b die Visur genau auf C ein, wobei die Visirkante genau durch b gehen muß, und zieht an der Visirkante den Rayon bn, so schneidet dieser den Rayon am in einem Punkte c, welcher dem Punkte C entspricht, und es haben die drei Punkte a, b, c der Meßtischplatte dieselbe gegenseitige Lage, wie die ihnen entsprechenden drei Punkte A, B, C der Oertlichkeit; denn offenbar ist $\angle mab = \angle CAB$ und $\angle nba = \angle CBA$, folglich $\triangle abc \sim \triangle ABC$; folglich verhalten sich $ab : ac : bc = AB : AC : BC$, und es ist $\frac{AB}{ab} = \frac{AC}{ac} = \frac{BC}{bc} = \mu$; die Zahl μ aber gibt die Größe der Verjüngung an.

Wenn die Lage der Punkte A und B nicht verzeichnet ist, so stellt man einen beliebigen Punkt a der Meßtischplatte, welcher aber doch so gewählt sein muß, daß die den Längen AB, AC entsprechenden und zu verzeichnenden verjüngten Längen ab, ac nicht über die Meßtischplatte hinausreichen, vertikal über A, visirt, die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch den auf der Meßtischplatte beliebig angenommenen Punkt a legend, nach B und C, zieht die zugehörigen Rayons ar und am, Fig. 17, mißt die Entfernung der Punkte A und B von einander *), und trägt ihre Verjüngung, also $\frac{AB}{\mu}$, auf ar von a nach r hin ab, so erhält man den Punkt b, welcher dem Punkte B im Felde entspricht; das weitere Verfahren bleibt ungeändert das obige.

Das im Vorhergehenden beschriebene und in Ausführung gebrachte Verfahren nennen die Feldmesser das Vorwärtsabschneiden oder Vorwärtseinschneiden. Die an der Visirkante des Lineals der Kippregel zuerst gezogene Linie am wird von ihnen vorzugsweise der Rayon, die andere, zuletzt gezogene, bn der Schnitt genannt. Je spitzer oder je stumpfer der Winkel acb ist, unter welchem sich der Rayon und der Schnitt schneiden, um so schwerer fällt es offenbar den Ort des Punktes c anzugeben; der günstigste Fall ist der, wo der in Rede stehende Winkel ein Rechter ist. Solche Fälle, wo der Winkel acb entweder kleiner als 35°, oder größer als 145° ist, müssen stets vermieden werden.

Am besten prüft man, ob das Dreieck ABC richtig aufgenommen worden ist, wenn man eine der beiden Seiten AC und BC des Dreiecks, etwa die Seite AC, mit der Kette oder einem andern Längenmaaße ausmißt, und nun auch die Länge der der Seite AC entsprechenden Seite ac des Dreiecks abc mittelst des zu Grunde gelegten Maaßstabes bestimmt. Stimmen die auf solche Weise erhaltenen numerischen Resultate miteinander völlig oder doch nahe zu überein, so ist kein Fehler bei der Aufnahme begangen worden, differiren sie jedoch um mehr, als bei der zu erzielenden

---

*) Wo möglich messe man die Länge AB zu wiederholten Malen aus und nehme das arithmetische Mittel.

Genauigkeit zulässig ist, so muß die Aufnahme von Neuem geschehen.

Die Prüfung kann auch auf die Weise gemacht werden, daß man, falls solches möglich, den erhaltenen Punkt c vertikal über C stellt, mittelst ca den Meßtisch nach A orientirt, und nun zusieht, ob cb genau in die Richtung von CB fällt, denn nur wenn dieses der Fall ist, kann man überzeugt sein, daß die Aufnahme ohne Fehler ausgeführt worden, das erhaltene Dreieck abc also das verlangte ist.

Wenn außer C noch die Punkte D, E, F, . . ., Fig. 18, ihrer Lage nach bestimmt werden sollen, die ebenfalls von A und B aus sichtbar sind, so muß man im Standpunkte A nicht allein von a nach C, sondern auch nach jenen in Rede stehenden Punkten visiren, und die entsprechenden Rayons ziehen; ebenso im Standpunkte B von b nach allen der Lage nach zu bestimmenden Punkten, also nach C, D, E, F, . . . visiren, und die zugehörigen Schnittlinien oder Schnitte ziehen; man erhält dann in den Durchschnittspunkten der Rayons und der zugehörigen Schnitte die Punkte c, d, e, f, ... auf der Meßtischplatte, welche den Punkten C, D, E, F, ... im Felde entsprechen, so daß also die erstern dieselbe gegenseitige Lage haben, wie die letztern, und mithin die verlangten sind.

Zu β. Angenommen der Meßtisch kann in dem Punkte A aufgestellt werden. Man stellt den Meßtisch mit a vertikal über A, orientirt zugleich mittelst ab nach B, legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch a, visirt nach C, und zieht an der Visirkante den Rayon am, Fig. 19. Hierauf begibt man sich mit dem Meßtische nach C hin, stellt ihn hier so auf, daß, da der dem Punkte C entsprechende Punkt c der Linie am noch nicht bekannt ist, ein nach Augenmaaß statt des Punktes c in der Linie am, also ein nur vorläufig gewählter Punkt c′ lothrecht über C liegt, und orientirt den Meßtisch mittelst c′a nach A, dann ist offenbar die Linie ab der Meßtischplatte der Linie AB des Feldes parallel. Legt man jetzt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch b, visirt nach B, und zieht an der Visirkante den Rayon bn nach sich zu, also rückwärts, so durchschneidet derselben den Rayon am im Punkte c, welcher der verlangte, dem Punkte C entsprechende ist. Genau genommen ist der durch das so eben beschriebene und ausgeführte Verfahren, welches die Feldmesser das Seitwärtsabschneiden oder Seitwärtseinschneiden nennen, erhaltene Punkt c, da er lothrecht über C′ und nicht über C liegt, eigentlich nicht der richtige; jedenfalls aber kann er dafür angenommen werden, wenn man, wegen der geringen Entfernung der Punkte C und C′ berechtigt ist, den letztern für den erstern gelten zu lassen. Wird C′ statt C genommen, so ist offenbar $\angle bac = \angle BAC'$, $\angle abc = \angle ABC'$ und $\angle acb = \angle AC'B$, folglich $\triangle abc \sim \triangle ABC'$, und mithin verhalten sich $AB : AC' : BC' = ab : ac : bc$; es haben also die Punkte a, b, c der Meßtischplatte dieselbe gegenseitige Lage, wie die Punkte A, B, C′ oder A, B, C im Felde.

Ist der Abstand des Punktes C′ vom Punkte C so groß, daß man nicht C′ für C substituiren, und folglich auch nicht den lothrecht über C′ auf der Meßtischplatte durch Rückwärtsabschneiden gefundenen Punkt c für den dem Punkte C entsprechenden gelten lassen kann, so bringt man den gefundenen Punkt c vertikal über C, indem man den Meßtisch ein wenig verrückt, wobei letzterer, wie zuvor, mittelst ca nach A orientirt wird, legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch b, indem man die Visur auf B richtet, und zieht nach sich zu den Rayon bn′; dieser schneidet den Rayon am in einem jedenfalls sehr nahe an c gelegenen Punkte c′, welcher der richtige dem Punkte C entsprechende ist.

Wenn außer C noch die Punkte D, E, F ... ihrer Lage nach zu bestimmen sind, so verfährt man wie bei der Bestimmung des Punktes C. Man wird also im Standpunkt A nicht allein nach C, sondern auch nach D, E, F ...., visiren, und die zugehörigen Rayons am, am′, am″, am‴ ziehen; hierauf den Meßtisch sowohl in C als auch in D, E, F, ... auf die vorhin erwähnte Weise aufstellen, so also, daß der Meßtisch in C mittelst am, in D mittelst am′, in E mittelst am″, in F mittelst am‴.... nach A orientirt ist, und endlich in jedem einzelnen der Standpunkte C, D, E, F..... den entsprechenden Rayon durch die entsprechende über b nach B gerichtete Visirlinie schneiden. Bezeichnet man die in den Standpunkten C, D, E, F, ... über b nach B gerichteten Visirlinien resp. durch bn, bn′, bn″, bn‴, so wird man also in C am durch bn, in D am′ durch bn′, in E am″ durch bn″, in F am‴ durch bn‴...... schneiden, wodurch auf der Meßtischplatte die Punkte c, d, e, f, ... erhalten werden, welche den Punkten C, D, E, F, ... im Felde entsprechen.

Man übersieht leicht, daß die Lage derjenigen Punkte der Oertlichkeit, welche von C aus sichtbar sind, bequemer und schneller durch Vorwärtseinschneiden bestimmt wird.

Zu γ. Man nimmt zwischen A und B auf der Linie AB einen Punkt M, Fig. 20, beliebig an, stellt, da man den ihm entsprechenden Punkt der Meßtischplatte nicht kennt, einen nach Augenmaaß zwischen a und b auf ab gewählten Punkt m′ der Meßtischplatte vertikal über M, orientirt den Meßtisch zugleich mittelst ab nach A oder B, legt die Visirkante der Kippregel genau durch m′, indem man die Visur auf C richtet, und zieht den zugehörigen Rayon m′n. Hierauf begibt man sich mit dem Meßtische nach C hin, stellt ihn hier mit einem im Rayon m′n beiläufig gewählten Punkte c′ vertikal über C, und orientirt gleichzeitig den Meßtisch mittelst c′m′ nach M, so ist dadurch die ab der AB parallel gestellt. Legt man nun das eine Mal die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch a, das andere Mal genau durch b, richtet die Visur im ersten Falle auf A, im zweiten auf B, und zieht die entsprechenden Rayons von a und b aus nach sich zu, so erhält man einen Durchschnittspunkt c, welchem der vertikal unter ihm befindliche Punkt C′ des Erdbodens entspricht, denn die Dreiecke ABC′ und abc sind offenbar einander ähnlich. Den Punkt C′ kann man, so lange seine Entfernung vom Punkte C nur gering ist, für letztern beibehalten, also auch auf der Meßtischplatte den Punkt c für den richtigen dem Punkte C entsprechenden gelten lassen. Liegt aber C′ merklich von C ab, oder soll C aus besondern Gründen unverändert beibehalten werden, so wird auf ähnliche Weise verfahren wie in β).

Soll man den richtigen dem Punkte M entsprechenden Punkt m in der Linie ab finden, so braucht man nur, indem man die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch c legt, nach M zu visiren, und den zugehörigen Rayon zu ziehen; der Durchschnittspunkt des letztern mit ab ist der verlangte Punkt m. Daß das Verfahren dasselbe bleibt, wenn man sich mit dem Meßtische nicht auf der Linie AB selbst, sondern nur in ihrer Verlängerung aufstellen kann, versteht sich ohne Weiteres.

Wenn ausser C auch noch die Punkte D, E, F, ... ihrer Lage nach bestimmt werden sollen, so visirt man zuerst im Standpunkte C von c nach D, E, F, ..., und zieht die zugehörigen Rayons cr, cr′, cr″, ...; hierauf begibt man sich mit dem Meßtische nach einem der Punkte D, E, F, ... hin, und bestimmt seine Lage gegen C und A oder C und B durch Seitwärtsabschneiden, wie wir solches in β gelernt haben; die Lage der übrigen Punkte des Feldes aber bestimmt man von dem zuletzt eingenommenen Standpunkte aus durch Vorwärtsabschneiden, welches in α) erläutert wurde.

Zu δ. Nachdem man im Felde einen beliebigen Punkt D und auf der Meßtischplatte den Punkt d angenommen hat, welcher ungefähr gegen ab ebenso gelegen ist, wie D gegen AB, begibt man sich mit dem Meßtische nach D hin, stellt ihn hier so auf, daß d lothrecht über D liegt und die gegebene Linie ab beiläufig der AB parallel ist; visirt sodann, indem man die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch d legt, nach A, B, C, und zieht die zugehörigen Rayons dm, dm', dm'', Fig. 21. Jetzt bringt man den Meßtisch nach C, stellt den nach Augenmaaß gewählten Punkt c' des Rayons dm' lothrecht über C, indem man zugleich den Meßtisch mittelst dm'' nach D orientirt, visirt auf bekannte Weise von c' nach A und B, und zieht die zugehörigen Rayons c'n und c'n', so erhält man durch den Durchschnitt der letztern resp. mit den Rayons dm und dm' die Punkte a' und b', deren Verbindungslinie a'b' mit AB parallel ist *). Hierauf legt

*) Es ist nämlich $\triangle$ b'c'd $\sim \triangle$ BCD, weil $\angle$ b'c'd $= \angle$ BCD und $\angle$ b'dc' oder $\angle$ m'dm'' $= \angle$ BDC; ebenso ist auch $\triangle$ a'c'd $\sim \triangle$ ACD, weil $\angle$ a'c'd $= \angle$ ACD und $\angle$ a'dc' oder $\angle$ m'dm'' $= \angle$ ADC. Aus der Aehnlichkeit der beiden erstern Dreiecke folgert man die Proportion c'b' : c'd = CB : CD; aus der Aehnlichkeit der beiden letztern Dreiecke ergibt sich die Proportion c'a' : c'd = CA : CD. Hält man die beiden Proportionen gegen einander, so resultirt diese: c'b' : c'a' = CB : CA; da nun aber die zwischen den proportionalen Seiten c'b', c'a' und CB, CA eingeschlossenen Winkel b'c'a' und BCA einander gleich sind, so ist nach einem bekannten Satze der ebenen Geometrie $\triangle$ b'c'a' $\sim \triangle$ BCA, und folglich a'b' parallel AB.

man die Visirkante des Lineals der Kippregel genau an a′b′ an, und läßt genau in der Visirebene, etwa 300 Schritte vom Standpunkte, im Punkte P einen Stab vertikal in die Erde stecken, so ist durch letztern und den lothrecht unter a′ befindlichen mittelst der Lothgabel ermittelten Punkt A′ eine Richtungslinie angegeben, welche der AB parallel ist. Endlich stellt man den Punkt a, Fig. 22 (die andern Linien sind, da sie nicht mehr gebraucht werden und der Deutlichkeit Eintrag thun möchten, weggelassen), vertikal über A′, orientirt zugleich den Meßtisch mittelst ab nach P, dann ist ab parallel AB, und man erhält durch den gegenseitigen Durchschnitt der den beiden Visuren von a nach A und von b nach B zugehörigen Rayons, also durch Rückwärtseinschneiden, einen Punkt c″, welchen man für den verlangten, dem gegebenen Punkte C entsprechenden Punkt c gelten lassen kann, wenn nämlich der lothrecht unter c″ befindliche Punkt C′ des Erdbodens nur um ein Geringes vom Punkte C abweicht; im entgegengesetzten Falle aber muß weiter, um den richtigen Punkt c zu erhalten, wie in β) verfahren werden.

Bei weniger wichtigen Arbeiten bedient man sich zum Einstellen der Visuren, namentlich wenn man mehrere Visuren von einem Punkte aus einzustellen hat, feiner, englischer Nähnadeln, welche man Anschlagnadeln nennt; an ihrem Oehrende sind letztere gewöhnlich mit einem Köpfchen von Siegellack versehen, um sie bequemer fassen und besser in die Meßtischplatte stechen zu können. Man sticht nämlich in dem in Rede stehenden Punkte, senkrecht in die Meßtischplatte, eine solche Anschlagnadel, und benutzt diese als Drehungspunkt für die Kippregel. Wenn einerseits nicht geleugnet werden kann, daß mit Hülfe der Anschlagnadeln ein schnelleres Einstellen der Visuren möglich wird, so muß andererseits darauf aufmerksam gemacht werden, daß auch leicht nicht zu übersehende Fehler sich einschleichen können, und daher sollten die Anschlagnadeln lieber ganz und gar außer Gebrauch gesetzt, wenigstens aber nie bei wichtigen Arbeiten benutzt werden, wie z. B. beim Trianguliren, wo es auf eine genaue Bestimmung solcher Punkte ankommt, welche für die weitern Operationen Anhaltspunkte abgeben müssen, — und zwar aus zwei Gründen: 1) weil beim Anlegen der Kippregel an, und beim Drehen derselben um die Nadel, auch bei der größten Vorsicht, doch die Nadel, wenn auch nur um ein Geringes, geneigt, und dadurch nicht allein der Plan verdorben wird, sondern auch der Ort des Punktes, in welchem die Nadel eingesteckt wurde, nicht mehr mit Sicherheit angegeben werden kann; 2) weil ein jeder an der Visirkante des Lineals der Kippregel gezogene Rayon die Nadel tangirt, während er doch eigentlich durch ihre ideelle Axe gehen sollte, da der gegebene Punkt in derselben liegt.

Nachstehende analytische Betrachtung mag unsern oben ausgesprochenen Wunsch rechtfertigen.

Es seien **A**, **B**, **C** drei Punkte in der Oertlichkeit und **c**, Fig. 23, der dem Punkte **C** entsprechende Punkt der Meßtischplatte, welcher sich durch den gegenseitigen Durchschnitt der den Visuren von **A** nach **C** und von **B** nach **C** entsprechenden Rayons **am** und **bn** ergibt, wenn man sich bei dem Einstellen der Visuren keiner Anschlagnadeln bedient hat. Sticht man jetzt in den gegebenen Punkten **a** und **b**, welche resp. den Punkten **A** und **B** entsprechen, senkrecht in die Meßtischplatte je eine Anschlagnadel ein, legt, sowohl beim Visiren von **A** nach **C**, als auch bei dem von **B** nach **C**, die Visirkante des Lineals der Kippregel genau resp. an die Nadeln in **a** und **b** an, und zwar an ihre rechte und an ihre linke Seite, und zieht die zugehörigen Rayons, so geben diese durch ihren gegenseitigen Durchschnitt die beiden Punkte **c'** und **c''**, von denen man entweder den einen oder den andern für den dem Punkte **C** in der Oertlichkeit entsprechenden gelten lassen muß. Da nun im Allgemeinen die Dimensionen des Meßtisches im Vergleich zu denen der Oertlichkeit sehr klein sind, so kann angenommen werden, daß $a'c' \parallel ac$, $b'c' \parallel bc$, und daher $\sphericalangle acb$ $\sphericalangle cdc'$; da ferner die von c' auf ac senkrecht gezogene Linie $c'e$ gleich der halben Nadeldicke, $= \delta$ ist, so erhält man leicht

$$cc' = \frac{\delta}{\sin dcc'};$$

nun ist $\sphericalangle dcc' = \sphericalangle cc'd$ (wegen $c'd = cd$), also $\sphericalangle dcc'$ $= \frac{180^\circ - \sphericalangle cdc'}{2} = \frac{180^\circ - \sphericalangle acb}{2}$, und wenn $\sphericalangle acb$ $= \gamma$ gesetzt wird, $\sphericalangle dcc' = \frac{180^\circ - \gamma}{2}$, folglich

$$cc' = \frac{\delta}{\sin\left(\frac{180 - \gamma}{2}\right)} = \frac{\delta}{\sin\left(90^\circ - \frac{\gamma}{2}\right)} = \frac{\delta}{\cos\frac{\gamma}{2}}.$$

Denselben Ausdruck erhält man auch für cc''. Aus dieser letztern Formel ersieht man, daß, weil $\cos\frac{\gamma}{2}$ immer kleiner als 1 ist, sowohl der Punkt c' als auch der Punkt c'', der eine links der andere rechts, immer um mehr, als die halbe Dicke der Anschlagnadel beträgt, vom wahren Punkte c abliegen, und der Fehler sehr schnell wachsen wird, wenn $\gamma > 90^\circ$ ist; denn für $\gamma = 90^\circ$ ist $cc' = 1{,}41 \,.\, \delta$, für $\gamma = 120^\circ$ ist $cc' = 2\,\delta$, für $\gamma = 150^\circ$ ist cc' schon $3{,}82 \,.\, \delta$, also beinahe vier mal so groß als δ. Nimmt man $\delta = 0{,}05'''$ an, und setzt $\gamma = 35^\circ$ an, so ist $cc' = \frac{0{,}05}{0{,}9537} = 0{,}052'''$; für $\gamma = 145^\circ$ ist $cc' = \frac{0{,}05}{0{,}3007} =$ $0{,}166'''$. Wenn nun der zu Grund gelegte verjüngte Maaßstab $^1/_{2100}$ ist, d. h. wenn 1 Linie im Plane = 2,5 Faden im Felde ist, so entspricht der auf der Meßtischplatte erhaltene Punkt c' nicht dem Punkte C in der Oertlichkeit, sondern einem Punkte C', welcher für $\gamma = 35^\circ$ um $0{,}052 \times 2{,}5$ Faden, d. i. um 0,13 Faden, für $\gamma = 145^\circ$ um $0{,}166 \times 2{,}5$ Faden, d. i. um 0,415 Faden, vom Punkte C abliegt. Bei den verjüngten Maaßstäben $^1/_{4200}$, $^1/_{8400}$, $^1/_{16800}$ würde der auf der Meßtischplatte erhaltene Punkt c' einem Punkte C' entsprechen, welcher für $\gamma = 35^\circ$ und $\gamma = 145^\circ$ resp. um 0,26 Faden und 0,83 Faden, um 0,52 Faden und 1,66 Faden, um 1,04 Faden und 3,32 Faden vom Punkte C abliegt.

5. **Aufgabe.** Man soll die Entfernung zweier im Felde gegebenen Punkte A und B von einan-

der bestimmen, oder, was dasselbe ist, die Länge einer in der Oertlichkeit gegebenen geraden Linie AB ermitteln, wenn man von A nach B hin nicht unmittelbar mit einem Längenmaaße messen kann.

Auflösung. Die Aufgabe umfaßt offenbar die drei Fälle:

α) beide Punkte A und B sind zugänglich;

β) nur einer der Punkte A und B ist zugänglich;

γ) keiner der beiden genannten Punkte ist zugänglich.

Zu α. Man wählt in der Oertlichkeit nach Augenmaaß einen Punkt C, der so liegt, daß die Seiten AC und BC des zwischen den Punkten A, B, C gelegenen Dreiecks ABC nahe zu einander gleich sind, daß der Winkel bei C ein rechter ist, und daß man ungehindert von C nach einem der genannten beiden Punkte, etwa nach A hin messen kann. Nachdem man CA wirklich gemessen und auf der Meßtischplatte eine beliebig gelegene Linie ca von solcher Länge gezogen hat, daß dieselbe sich zu der zum Grunde gelegten verjüngten Längeneinheit ebenso verhält wie CA zur entsprechenden wirklichen Längeneinheit, so bestimmt man, da man sich mit dem Meßtische in C und A aufstellen kann, nach Aufgabe 4, α, durch Vorwärtsabschneiden die Lage des Punktes B, oder, mit andern Worten: man verzeichnet über ca ein dem Dreieck BAC ähnliches Dreieck bac. Mißt man jetzt die Länge der Seite ab des verjüngten Dreiecks bac nach dem zum Grunde gelegten verjüngten Maaßstabe, so gibt der für ab in verjüngten Längeneinheiten erhaltene numerische Ausdruck die Länge der Seite AB in wirklichen Längeneinheiten. Dieser Fall ließe sich auch ganz zweckmäßig, nach Aufgabe 4, durch Rayoniren und

Messen lösen, nur müßte man dann von C aus nach beiden Punkten A und B hin messen *).

Zu β. Die Auflösung für diesen Fall ist mit der so eben in α gegebenen durch Vorwärtsabschneiden übereinstimmend.

Zu γ. Man mißt mit der größten Genauigkeit eine Standlinie oder Basis CD, Fig. 24, ab, welche der ihrer Länge nach zu bestimmenden Linie AB ungefähr gleich und parallel ist, welche nicht zu weit von letzterer entfernt ist, und von deren beiden Endpunkten C und D aus sich ungehindert nach A und B visiren läßt. Hierauf zieht man auf der Meßtischplatte eine gerade Linie cd, welche sich zu der zu Grunde gelegten verjüngten Längeneinheit ebenso verhält, wie CD zu der entsprechenden wirklichen Längeneinheit, trägt nach Aufg. 2, indem man sich mit dem Meßtische nach den Punkten C und D hinbegiebt, in C an cd und den Punkt c als Scheitel zwei den Horizontalprojektionen der Winkel ACD und BCD resp. gleiche Winkel acd und bcd, in D an cd und den Punkt d als Scheitel zwei den Horizontalprojectionen der Winkel BDC und ADC gleiche Winkel bdc und adc an, so erhält man zwei Dreiecke acd und bdc über cd verzeichnet, welche offenbar resp. den Horizontalprojektionen der beiden Dreiecke ACD und BDC ähnlich sind, und ähnlich gegen einander liegen. Wird jetzt die Entfernung der Spitzen a und b der beiden verjüngten Dreiecke acd und bdc von einander mit der zum Grunde gelegten verjüngten Längeneinheit gemessen, so ergibt sich dadurch zugleich die zu findende Länge der Linie AB in wirklichen Längeneinheiten, denn es ist, wie leicht gezeigt werden kann, auch

---

*) Die zu α gehörigen Figuren sind leicht zu entwerfen; wir haben sie, um Raum zu ersparen, daher nicht gezeichnet, sondern überlassen das Zeichnen derselben dem Leser und bitten ihn dieses überall vorzunehmen, wo er Figuren vermissen sollte.

Dreieck adb ähnlich der Horizontalprojektion des Dreiecks ADB, folglich ab proportional AB, d. h. $\mu \times ab = AB$, wo $\frac{1}{\mu}$ der gegebene verjüngte Maaßstab ist. Daß auch Viereck abdc ähnlich Viereck ABDC sein muß, kann leicht gezeigt werden.

Aufgabe. Es ist in der Oertlichkeit eine Linie AB gegeben, welche unzugänglich ist, und in deren Richtung auch nicht visirt werden kann, man soll einen Punkt P bestimmen, der in der Verlängerung von AB liegt.

Auflösung. Man mißt eine Standlinie CD ab, und verfährt, um das dem Vierecke ABDC ähnliche Viereck abdc auf der Meßtischplatte zu erhalten, ganz wie in Aufgabe 5, γ. Hat man abdc verzeichnet, so zieht man, ohne die Meßtischplatte aus der ihr zuletzt ertheilten Lage zu rühren, durch d, welcher Punkt vertikal über D liegt, weil man sich mit dem Meßtische zuerst in C und dann in D stellt, nach der Seite hin nach welcher der Punkt P liegen soll, eine grade Linie dm, welche die verlängerte ab in p schneidet, mißt dp mittelst des verjüngten Maaßstabes, dessen man sich beim Abtragen der der Länge CD proportionalen Länge cd auf der Meßtischplatte bediente, legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau an die Linie dp der fortwährend unverrückt gebliebenen Meßtischplatte an, und läßt in der Visirrichtung einen Absteckestab in einer Entfernung von D einstecken, welche so viele wirkliche Längeneinheiten enthält, als in der gemessenen Linie dp verjüngte Längeneinheiten enthalten sind, dann gibt der in Rede stehende Absteckestab einen Punkt auf dem Erdboden an, welcher der verlangte Punkt P ist.

Aufgabe. Es ist in der Oertlichkeit eine gerade Linie AB gegeben, man soll vom Punkte C der Oertlichkeit eine Senkrechte auf AB fällen.

Auflösung. Es sind zwei Fälle zu unterscheiden:

α) A und B sind zugänglich, C ist unzugänglich;

β) A sowohl als auch B und überhaupt die Linie AB und ihre Verlängerungen sind unzugänglich, C ist dagegen zugänglich.

Zu α. Man verzeichnet nach Aufg. 4, α, indem man sich mit dem Meßtische in A und B aufstellt, ein dem Dreieck ABC ähnliches Dreieck abc, zu welchem Zwecke man zuerst die Linie AB messen und ihre einem beliebigen verjüngten Maaßstabe entsprechende Verjüngung ab auf die Meßtischplatte auftragen muß; und zieht hierauf von der Spitze c des auf der Meßtischplatte erhaltenen Dreiecks abc auf die Gegenseite ab die Senkrechte cd. Mißt man jetzt mit der Längeneinheit des zum Grunde gelegten verjüngten Maaßstabes das Stück ad der Grundlinie ab, so gibt der für ad erhaltene numerische Ausdruck die Länge des entsprechenden Stückes AD der Oertlichkeit in wirklichen Längeneinheiten an, d. i. die Entfernung des Fußpunktes D der aus C auf AB zu fällenden Senkrechten von dem Punkte A, und man erhält nun durch Abtragen der in Rede stehenden Länge von A nach B hin die Lage des Fußpunktes D und mithin die Lage der Senkrechten CD.

Daß das Verfahren dasselbe bleibt, wenn anstatt der Punkte A und B irgend zwei andere Punkte E und F in der Geraden AB oder in ihren Verlängerungen zugänglich sind, bedarf kaum einer Erwähnung.

Zu β. Man mißt von C aus eine Standlinie CD ab, welche die in Aufg. 5, γ gestellten Bedingungen erfüllt, und verzeichnet nach Aufg. 5, γ, nachdem man die Verjüngung von

CD, nämlich cd, nach einem zum Grunde gelegten beliebigen verjüngten Maaßstabe auf die Meßtischplatte getragen hat, über cd ein dem Viereck ABCD im Felde ähnliches Viereck abcd, wobei man den Meßtisch zuerst in D und dann in dem gegebenen Punkte C aufstellt. Hat man nun abcd auf der Meßtischplatte erhalten, so zieht man, ohne letztere aus der ihr zuletzt gegebenen Lage zu rühren, von c eine Senkrechte cm auf ab, legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau an cm an und läßt in der Richtung der optischen Axe der Kippregel einen Punkt P bezeichnen, so ist die durch den Standpunkt C und den Punkt P bestimmte Grade CP gegen AB, wie verlangt wurde, senkrecht gerichtet.

Soll in einem Punkte C einer auf dem Felde gegebenen Geraden AB eine Senkrechte auf letztere errichtet werden, so zieht man auf der Meßtischplatte eine gerade Linie ab und errichtet auf derselben in irgend einem Punkte c eine Senkrechte cd. Hierauf stellt man den Punkt c vertikal über C, bringt ab genau in die Richtung von AB, legt die Visirkante des Lineals der Kippregel an cd an und läßt einen Absteckestab so in die Erde stecken, daß er durch den vertikalen Faden des Fadenkreuzes des Fernrohrs der Kippregel bisecirt wird, dann ist durch den Absteckestab und den Punkt C die verlangte Senkrechte bestimmt. Sollte man auf dem Felde eine Linie abstecken müssen, welche mit der gegebenen Linie AB einen gewissen Winkel bildet, und durch den Punkt C der AB geht, so würde man den gegebenen Winkel zuerst mittelst des hunderttheiligen Maaßstabes auf der Meßtischplatte verzeichnen, hierauf den Scheitelpunkt des verzeichneten Winkels vertikal über C stellen, den einen Schenkel des verzeichneten Winkels in die Richtung von AB bringen, und in der Richtung des andern Schenkels einen Punkt bezeichnen lassen; dieser bestimmt dann in Gemeinschaft mit C die Richtung der abzusteckenden Linie.

8. Aufgabe. Es ist auf dem Felde die Linie AB gegeben, man soll eine Parallellinie mit derselben abstecken, welche durch den Punkt C geht.

Auflösung. Ist sowohl C als auch AB zugänglich, so nimmt man in AB beliebig einen Punkt P an, verzeichnet nach Aufg. 1 einen Winkel apc, welcher dem zwischen den Punkten A, C, P am Punkte P als Scheitel liegenden Winkel APC gleich ist, begibt sich hierauf mit dem Meßtische nach C hin, stellt den Scheitelpunkt p des verzeichneten Winkels vertikal über C, orientirt mittelst des Schenkels pc, welcher der Linie PC im Felde entspricht, nach P, und läßt in der Richtung des andern Schenkels pa einen Punkt D bezeichnen, so bestimmt dieser in Gemeinschaft mit C eine Linie DC, welche die verlangte Richtung hat.

Wenn C nicht aber AB zugänglich ist, so mißt man von C aus eine Standlinie CD ab, welche die in Aufg. 5, γ gestellten Bedingungen erfüllt; verzeichnet hierauf nach Aufg. 5, γ ein dem Viereck ABDC ähnliches Viereck abdc, wobei man sich zuerst mit dem Meßtische in D und dann in C aufstellt, und zieht endlich durch den Punkt c auf der Meßtischplatte, welcher dem Punkte C im Felde entspricht, eine Parallele cm mit der Seite ab des Vierecks abdc. Legt man jetzt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau an cm an, ohne die Meßtischplatte aus der Lage zu rühren, welche sie in C erhalten hatte, und läßt in der Richtung der optischen Axe des Fernrohrs der Kippregel einen Punkt P durch Einstecken eines Absteckestabes in den Erdboden bezeichnen, so giebt der Punkt P in Gemeinschaft mit dem Punkt C die Richtung der mit AB abzusteckenden Parallellinie an.

9. Aufgabe. Es sind auf dem Felde die Punkte A, B, C, D, Fig. 25, a, gegeben, man soll die Lage

des dem Punkte D entsprechenden Punktes d der Meßtischplatte bestimmen, wenn auf letzterer die den Punkten A, B, C entsprechenden Punkte a, b, c, Fig. 25, b, ihrer Lage nach bekannt sind, und man sich mit dem Meßtische nur in D aufstellen will oder kann.

Daß von D aus A, B und C sichtbar sind, wird vorausgesetzt.

Diese Aufgabe, nur in anderer Weise gefaßt, haben wir unter dem Namen des Pothenotschen Problems oder des Problems der vier Punkte durch Rechnung bereits in Lief. 4, §. 5 gelöst. Es wäre nun leicht mit Hülfe der dort gegebenen und berechneten Größen die gegenseitige Lage der Punkte A, B, C, D durch eine Zeichnung im verjüngten Maaße darzustellen, da das gewöhnliche Instrument der Feldmesser aber der Meßtisch ist, und da auch nicht immer Instrumente, welche die Winkel in Graden, Minuten, überhaupt in den verschiedenen Einheiten des Winkelmaaßes geben, zu Gebote stehen, so sind Auflösungen der obigen Aufgabe mit Hülfe des Meßtisches, also graphische Auflösungen, nicht allein wünschenswerth, sondern unerläßlich. Ehe wir jedoch die Auflösungen geben, bringen wir die nachfolgenden beiden geometrischen Sätze in Erinnerung, auf welche sich die erstern stützen, und deren Beweis aus jedem Handbuch der Geometrie entnommen werden kann.

Satz 1. Alle Peripheriewinkel eines und desselben Kreises, welche dieselbe Sehne zwischen ihren Schenkeln fassen, sind einander gleich. Die Winkel acb, adb, aeb, afb 2c. Fig. 26 sind also einander gleich, weil ein und dieselbe Sehne ab von ihren Schenkeln begrenzt wird.

Satz 2. Zieht man in einem Kreise eine Sehne und durch einen der beiden Endpunkte der letztern eine Berührungslinie an den in Rede stehenden Kreis, so bildet die Berührungslinie mit der Sehne zwei Nebenwinkel, von denen im Allgemeinen der eine spitz, der andere stumpf ist; der spitze Winkel ist nun gleich einem jeden einzelnen von den über der in Rede stehenden Sehne in dem größern Kreisabschnitte beschriebenen Peripheriewinkeln, der stumpfe aber gleich einem jeden einzelnen von den über derselben Sehne in dem kleineren Kreisabschnitte beschriebenen Peripheriewinkeln. Es ist also, Fig. 27, der spitze Winkel abm $= \angle acb = \angle adb = \angle aeb$ 2c. im größern Kreisabschnitte aBb, und der stumpfe Winkel abn $=$ $\angle afb = \angle agb = \angle ahb$ 2c. in dem kleineren Kreisabschnitte aCb.

Soll über einer gegebenen Linie ab, Fig. 28, ein Kreisabschnitt aBb beschrieben werden, so daß jeder in demselben über ab als Sehne verzeichnete Peripheriewinkel einem gegebenen Winkel φ gleich ist, so trägt man letztern im Punkte a oder b als Scheitelpunkt an ab so an, daß der mit ab nicht zusammenfallende Schenkel bm des in Rede stehenden Winkels unterhalb ab sich befindet, da der Kreisabschnitt aBb oberhalb ab liegen soll. Hierauf errichtet man, sowohl auf bm im Punkte b, als auch auf der gegebenen Linie ab in ihrem Halbirungspunkte d eine Senkrechte; die beiden Senkrechten schneiden sich in einem Punkte c, welcher der Mittelpunkt des mit dem Radius cb=ca zu beschreibenden Kreises ist, welchem der fragliche Kreisabschnitt angehört; bm ist offenbar eine Tangente, ab eine Sehne des Kreises aBbC, und jeder einzelne

Peripheriewinkel, welcher auf der Sehne ab in dem Kreisabschnitte aBb ruht, ist dem Winkel abm, also auch dem gegebenen Winkel φ gleich. Lassen wir jetzt die Auflösungen der Aufg. 9 folgen.

1. Auflösung. Man stellt einen beliebigen Punkt δ, Fig. 29, a, der Meßtischplatte vertikal über D, visirt auf bekannte Weise mittelst der Kippregel über δ nach A, C und B, und zieht die entsprechenden Rayons $\delta\alpha$, $\delta\gamma$, $\delta\beta$, so erhält man auf der Meßtischplatte die beiden Winkel $\alpha\delta\gamma$ und $\beta\delta\gamma$, welche resp. den Horizontalprojektionen der beiden Winkel ADC und BDC, die zwischen den Punkten A, B, C, D der Oertlichkeit an dem Punkt D als Spitze liegen, gleich sind. Trägt man nun den Winkel $\alpha\delta\gamma$ an die Seite ac, Fig. 29, b, des auf der Meßtischplatte durch die drei Punkte a, b, c bestimmten Dreiecks abc an, so daß $< \text{mac} = < \alpha\delta\gamma$, und verzeichnet nach dem vorausgeschickten 2ten Satze einen Kreisabschnitt über ac, so sind alle auf ac als Sehne ruhenden Peripheriewinkel desselben einzeln genommen dem Winkel $\alpha\delta\gamma$ gleich; verfährt man auf ähnliche Weise mit dem Winkel $\beta\delta\gamma$ und der Seite bc, so sind alle auf bc als Sehne ruhenden Peripheriewinkel einzeln genommen dem Winkel $\beta\delta\gamma$ gleich. Die Kreisabschnitte über ac und bc durchschneiden sich aber außer in c noch in einem zweiten Punkte d, welcher der verlangte dem Punkte D entsprechende ist, denn die von d nach a, b, c gezogenen Linien bilden die beiden Winkel adc und bdc, welche resp. den Winkeln $\alpha\delta\gamma$ und $\beta\delta\gamma$, also auch den Horizontalprojektionen der Winkel ADC und BDC gleich sind, und ähnlich liegen, und daher ist Viereck acbd $\sim$ Viereck ACBD, und folglich haben d, a, b, c auf der Meßtischplatte dieselbe gegenseitige Lage, wie die entsprechenden Punkte D, A, B, C im Felde.

Es läßt sich leicht prüfen, ob d der richtige, dem Punkte D entsprechende Punkt ist; man stellt nämlich d vertikal über D, orientirt mittelst db, weil sie hier die längste Linie auf der Meßtischplatte ist, nach B, so müssen die beiden andern Linien da und dc genau auf die in A und C vertikal in die Erde eingesteckten Absteckestäbe gerichtet sein, also gleichzeitig die Visuren über dc, da, db resp. auf C, A und B treffen. Die Aufgabe bleibt unbestimmt, wenn die beiden über ac und bc, Fig. 30, beschriebenen Kreisabschnitte in einen zusammenfallen, was zutreffen wird, wenn D und die Punkte A, B, C auf der Peripherie eines Kreises liegen; es entspricht nämlich in diesem Falle ein jeder Punkt des vorerwähnten Kreisabschnittes den Anforderungen der Aufgabe, so daß also die von einem beliebigen Punkte d' des Kreisabschnittes nach a, c, b gezogenen Linien jedesmal zwei Winkel a d' c und b d' c bilden, welche resp. den Horizontalprojektionen der Winkel ADC und BDC gleich sind. Wenn A, B, C, D auf der Peripherie desselben Kreises liegen, so beträgt die Summe der Winkel ACB, ADC und BDC 180°. Daß D mit A, B, C auch nicht in einer Geraden liegen darf, wenn anders die Aufgabe nicht unbestimmt bleiben soll, erhellet ebenfalls leicht; eine gerade Linie kann nämlich als eine Kreislinie betrachtet werden, welche mit einem unendlich großen Halbmesser beschrieben worden ist.

2. Auflösung. Man stellt den Meßtisch, auf dessen Meßtischplatte die Punkte a, b, c gegeben sind, über D auf, befestigt auf der Meßtischplatte mittelst dreier Anschlagnadeln ein mit Wachs durchscheinend gemachtes Papier, bezeichnet auf demselben den Punkt δ, Fig. 31, welcher vertikal über D liegt, visirt, ohne die Meßtischplatte aus der ihr zu Anfange beliebig gegebenen Lage in der Horizontalebene zu rühren, über δ nach A, C, B, und zieht die entsprechenden Rayons $\delta\alpha$, $\delta\gamma$, $\delta\beta$, so erhält man auf dem mit Wachs durchscheinend gemachten Papiere zwei Winkel $\alpha\delta\gamma$

und $\beta\delta\gamma$, welche resp. den Horizontalprojektionen der beiden Winkel ADC und BDC gleich sind, die zwischen den Punkten A, B, C, D der Oertlichkeit an dem Punkte D als Spitze liegen. Hierauf zieht man die Anschlagnadeln aus und verschiebt das mit Wachs getränkte Papier so, daß die auf demselben gezogenen Rayons $\delta\alpha$, $\delta\gamma$, $\delta\beta$ genau durch die Punkte a, b, c gehen, der Punkt δ gibt dann auf der Meßtischplatte einen Punkt d an, welcher aus denselben Gründen wie in Aufl. 1 der verlangte ist. PPP, Fig. 31, ist das mit Wachs durchscheinend gemachte Papier.

3. Auflösung. Nachdem man, wie in den vorhergehenden beiden Auflösungen geschehen ist, die den Horizontalprojektionen der beiden Winkel ADC und BDC resp. gleichen Winkel $\alpha\delta\gamma$ und $\beta\delta\gamma$, Fig. 32, a, graphisch bestimmt hat, macht man, Fig. 32, b, $\angle$ bam $= \angle\ \beta\delta\gamma$ und $\angle$ abn $= \angle\ \alpha\delta\gamma$, verlängert am und bn bis sie sich im Punkte o durchschneiden, und legt durch die Punkte a, b, o eine Kreislinie, so gibt der Durchschnitt der letztern mit der verlängerten co den verlangten Punkt d, denn es ist, wenn man die Hülfslinien da und db zieht, nach Satz 1 $\angle$ bdc $= \angle$ bam $= \angle\ \beta\delta\gamma = \angle$ BDC und $\angle$ adc $= \angle$ abn $= \angle\ \alpha\delta\gamma = \angle$ ADC, also ist, da $\triangle$ abc $\sim \triangle$ ABC, auch Viereck acbd $\sim$ Viereck ACBD, und folglich haben d, a, b, c auf der Meßtischplatte dieselbe gegenseitige Lage, wie die ihnen entsprechenden Punkte D, A, B, C im Felde. Wenn die Punkte A, C, B, D auf der Peripherie eines und desselben Kreises liegen, die Aufgabe also unbestimmt bleibt, so gibt sich solches bei dieser Auflösungsmethode dadurch kund, daß die Punkte c und o zusammenfallen.

4. Auflösung. In der ersten und dritten Auflösung mußte der Feldmesser mit Hülfe des Zirkels und des hundert-

theiligen Maaßstabes Kreislinien beschreiben und graphisch gefundene Winkel an gegebene Linien antragen, was für die Praxis mit dem Meßtische unbequem und zeitraubend ist; diese Unbequemlichkeiten fallen bei dem in dieser vierten Auflösung zu gebenden Verfahren weg, daher es vor allen übrigen direkten Methoden *) unbedingt den Vorzug verdient. Man begibt sich nämlich mit dem Meßtische nach D hin, bringt a vertikal über D, und orientirt den Meßtisch mittelst ab nach B; dreht dann die Kippregel vorsichtig um a, bis der im Punkte C befindliche Absteckestab vom Vertikalfaden des Fernrohres der Kippregel bisecirt wird, wobei gleichzeitig die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch den Punkt a gehen muß, und zieht auf der Meßtischplatte den Rayon am. Hierauf stellt man b vertikal über D, orientirt den Meßtisch mittelst ba nach A, dreht die Kippregel vorsichtig um b, bis der im Punkte C in die Erde gesteckte Absteckestab vom Vertikalfaden des Fernrohres der Kippregel bisecirt wird, wobei gleichzeitig die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch b gehen muß, und zieht den Rayon bn. Schneiden sich nun die durch a und b gezogenen Rayons am und bn, wenn man sie genugsam verlängert, in einem Punkte o, so ist durch diesen und den Punkt c eine Linie co auf der Meßtischplatte bestimmt, in deren Verlängerung der gesuchte dem Punkte D entsprechende Punkt d liegt; denn durch das so eben beschriebene Verfahren sind offenbar an ab in den Punkten a und b resp. die den Horizontalprojektionen der beiden Winkel BDC und ADC, Fig. 32, a und b, gleichen Winkel bam und abn angetragen worden, wie solches auch in der vorhergehenden Auflösung

*) Eine indirekte Auflösung des Pothenotschen Problems werden wir nach dieser 4ten Auflösung folgen lassen.

geschehen ist — nur mit dem Unterschiede, daß dort, wie bereits erwähnt wurde, der Zirkel und der hunderttheilige verjüngte Maaßstab gebraucht worden ist, und das Antragen der in Rede stehenden beiden Winkel an die Linie ab daher kein unmittelbares war; — dadurch aber hat man auch ohne Weiteres in dem Punkte o den mit dem Punkte o in der 3ten Auflösung identischen Punkt, und in oc die mit oc in derselben Auflösung identische Linie, in welcher der fragliche Punkt d liegen muß, erhalten. Die durch c und d gehende Linie oc ist offenbar dieselbe, welche man erhalten haben würde, wenn man sich mit dem Meßtische in C entsprechend hätte aufstellen, von C nach D visiren, und die zugehörigen Rayons ziehen können. Da nun die Linie oc, zu Folge des so eben Angeführten, zum Orientiren des Meßtisches von D aus nach C dienen kann, weil sie der Linie CD im Felde entspricht, so findet man den Punkt d durch Seitwärtsabschneiden, indem man nach Aufg. 4, β einen in der Verlängerung von oc gelegenen, nur beiläufig dem Punkte D entsprechenden Punkt d' der Meßtischplatte vertikal über D stellt, den Meßtisch mittelst ocd' nach C orientirt, und über a nach A, oder über b nach B visirend, den zugehörigen Rayon zieht, dieser schneidet die Verlängerung von oc in dem fraglichen Punkte d.

Wenn die beschriebene und in Ausführung gebrachte Operation ohne Fehler vor sich gegangen ist, so müssen die den Visuren über a nach A und über b nach B zugehörigen Rayons (Schnittlinien) die Orientirungslinie oc in einem und demselben Punkte d schneiden.

Zum Schluß dieser vierten Auflösung noch die folgenden Bemerkungen: 1) Das Verfahren, welches so eben beispielsweise an einem der Fälle *), welche in der gegenseitigen Lage der Punkte A, B, C und des Punktes D möglich sind, gegeben und ausgeführt worden ist, bleibt im Allgemeinen dasselbe, wie auch die Punkte A, B, C und der Punkt D gegen einander gelegen sein mögen, und wird genügen, um sich in jedem andern Falle helfen zu können. 2) Die Fälle, welche den in Aufl. 1 dieser Aufgabe erwähnten Ausnahmsfällen nahe kommen, sind durchaus zu vermeiden, weil die Orientirungslinie oc zu kurz ausfällt, und daher eine zuverläßliche Orientirung unmöglich wird. 3) Fälle, wo die Linien am und bn sich unter einem sehr spitzen oder sehr stumpfen Winkel schneiden würden, müssen ebenfalls vermieden werden. 4) Die gegebene 4te Auflösung wird unbrauchbar, wenn der Punkt o außerhalb der Tisch-

*) Die verschiedenen Fälle sind: 1) Der Punkt D befindet sich innerhalb des durch die drei Punkte A, B, C bestimmten Dreiecks ABC. 2) Der Punkt D liegt in einer der Seiten des Dreiecks ABC oder deren Verlängerung. 3) Der Punkt D befindet sich außerhalb des Dreiecks ABC, aber innerhalb der durch die Punkte A, B, C gedachten Kreisperipherie. 4) Der Punkt D liegt in der erwähnten Kreisperipherie. 5) Der Punkt D liegt außerhalb der Kreisperipherie und zwar einer Seite des Dreiecks ABC gegenüber. 6) Der Punkt D ist außerhalb der Kreisperipherie gelegen, zwischen den Verlängerungen zweier Seiten des Dreiecks ABC nach einer und derselben Richtung hin. Die von uns gegebene 4te Auflösung läßt sich ohne Abänderung auf alle Fälle anwenden, mit Ausnahme des Falles 1) welcher leichter nach Aufg. 4, γ zu lösen ist; im Falle 4) ist die Aufgabe, wie wir wissen, unbestimmt. Die günstigsten Fälle sind der 1ste, 2te und 6te, weil hier, wie man sich leicht durch Entwerfung von Zeichnungen für die verschiedenen Fälle überzeugen kann, die Orientirungslinie oc am längsten ausfällt.

platte fällt. Man sucht sich hier durch Ziehen von Parallellinien zu helfen, wie solches aus Fig. 33 auch ohne weitere Erklärung verständlich sein wird, dieses kann jedoch im Allgemeinen nicht gestattet werden, weil das genaue Ziehen von Parallellinien, namentlich wenn die Linien kurz sind, immer eine mißliche Sache bleibt, und ohne großen Zeitaufwand nie zu bewerkstelligen ist, zumal bei ungünstiger Witterung; die Orientirung ist daher in der Regel in diesem Falle unzuverläßlich. In dem so eben besprochenen vierten Falle, so wie überhaupt in allen Fällen, wo der Punkt d nicht zuverläßlich durch das obige Verfahren bestimmt wird, ist die sogleich zu gebende und schon oben vorläufig erwähnte indirekte oder Approximations-Methode in Anwendung zu bringen.

5. Auflösung. Indirekte Methode. Man nimmt auf der Meßtischplatte nach Augenmaaß einen Punkt d' an, welcher gegen die Punkte a, b, c der Meßtischplatte dieselbe Lage hat, wie der auf dem Felde gegebene Punkt D gegen die gleichfalls bekannten Punkte des Feldes A, B, C. Hierauf stellt man den Meßtisch mit d' vertikal über D, indem man ihn gleichzeitig mittelst d'c nach C orientirt, und zieht die den Visuren über a nach A, und über b nach B entsprechenden Rayons; schneiden sich nun diese letztern und die zur Orientirung benutzte Linie cd', oder ihre Verlängerung in einem und demselben Punkte d, so sind die Seiten des Dreiecks abc den Seiten des Dreiecks ABC genau parallel gestellt worden, und der Punkt d ist gegen a, b, c ebenso gelegen, wie der vertikal unter ihm befindliche Punkt D' des Erdbodens gegen A, B, C. Ist man berechtigt D' für den gegebenen Punkt D gelten zu lassen, was in der Regel der Fall sein wird, da die Dimensionen der Meßtischplatte gegen die Entfer-

nungen des Feldes als im Allgemeinen verschwindend anzunehmen sind, so ist der in Rede stehende Punkt d der verlangte. Schneiden sich die den Visuren über a nach A und über b nach B, entsprechenden Rayons und die Orientirungslinie cd′ aber nicht in einem Punkte, sondern entsteht ein kleines Dreieck, ein sogenanntes fehlerzeigendes Dreieck, oder Fehlerdreieck mno, Fig. 34, so sind die Seiten des Meßtischdreiecks abc den resp. Seiten des ähnlichen auf dem Felde gegebenen Dreiecks ABC nicht parallel, also entspricht weder der Punkt d′, noch irgend einer der drei durch den gegenseitigen Durchschnitt der Orientirungslinie cd′ und der beiden Rayons erhaltenen Punkte m, n und o dem Punkte D; je kleiner aber das fehlerzeigende Dreieck mno ist, um so näher liegt der zu findende Punkt d dem nach Augenmaaß angenommenen Punkte d′. Der dem Punkte D entsprechende Punkt d wird nun folgendermaaßen gefunden: Da die Seiten AC und BC des Dreiecks ABC, von den Punkten m und n, Fig. 34, aus betrachtet, unter den Winkeln amc und bnc erscheinen, m und n aber dem Punkte d′ so nahe liegen, daß ihre Entfernung von letzterem gegen die Dimensionen des Feldes ohne merklichen Fehler = Null gesetzt werden kann, so kann man die genannten auf der Meßtischplatte graphisch erhaltenen Winkel resp. für die Horizontalprojektionen der in den frühern Auflösungen erwähnten Winkel ADC und BDC gelten lassen. Legt man nun eine Kreisperipherie durch die Punkte a, m, c, eine andere durch die Punkte b, n, c, so schneiden sich die beiden Kreisperipherien außer in dem Punkte c, noch in dem Punkte d, und dieser ist offenbar der verlangte dem Punkte D entsprechende. Das genaue Ermitteln der Mittelpunkte der zu beschreibenden Kreisperipherien, und das Beschreiben der Kreisperipherien selbst taugt aber für die Praxis nicht, man verfährt daher wie folgt: man ermittelt nach Augenmaaß so genau als möglich die Mittelpunkte der in Rede stehenden Kreisperipherien, beschreibt die letztern in Gedanken, und bestimmt ebenfalls nach Augenmaaß ihren gegenseitigen Durchschnittspunkt d″ (der eine Durchschnittspunkt ist nämlich der Punkt c); dieser ist nun in der Regel freilich nicht der richtige Punkt d, offenbar aber liegt er demselben näher, als der zu Anfange nach Augenmaaß gewählte Punkt d′. Widerholt man nun das eben beschriebene Verfahren, indem man, wie vorhin von dem Punkte d′, so jetzt von dem Punkte d″ ausgehend, zuerst d″ vertikal über D stellt, hierauf den Meßtisch mittelst cd″ nach C orientirt, und die den Visuren über a nach A und über b nach B entsprechenden Rayons zieht, und überhaupt weiter wie vorhin verfährt, so erhält man einen Punkt d‴, welcher dem zu findenden Punkte d näher liegt, als d″. Man übersieht leicht, daß man auf diese Weise nach und nach die Punkte d ($^{\text{IV}}$), d ($^{\text{V}}$), d ($^{\text{VI}}$), ..., und endlich einen Punkt d (^{n}) erhalten wird, der so gelegen ist, daß, nachdem man ihn vertikal über D gestellt, und gleichzeitig den Meßtisch mittelst d (^{n}) c nach C orientirt hat, die den Visuren über a nach A und über b nach B zugehörigen Rayons genau durch denselben gehen; der Punkt d (^{n}) ist dann der verlangte Punkt d. Ohne uns auf die Erläuterung noch anderer indirekten Methoden einzulassen, bemerken wir schlüßlich, daß man, falls bei dem in der 4ten Aufl. gegebenen direkten Verfahren ein fehlerzeigendes Dreieck erhalten wird, zur Auffindung des richtigen Punktes d nicht etwa das ganze Verfahren zu wiederholen, sondern weiter nach unserer Approximatiosmethode zu verfahren hat.

10. Aufgabe. Es ist in der Oertlichkeit ein geradliniges Vieleck ABCD ..... gegeben, man soll dasselbe nach einem gegebenen verjüngten Maaßstabe ($\frac{1}{\mu}$) aufnehmen.

1. Auflösung. Aufnahme des Vielecks durch Rayoniren und Messen. Sind alle Punkte des gegebenen Vielecks ABCD..... von einem Punkte M, Fig. 35, aus, welcher sowohl außerhalb als innerhalb des Vielecks liegen, auch ein Eckpunkt des Vielecks sein kann, sichtbar, so ist das Verfahren das bereits in Aufg. 3 beschriebene. Der dem Punkte M entsprechende Punkt m der Meßtischplatte kann sonst beliebig angenommen werden, nur müssen alle durch Rayoniren und Messen erhaltenen, den Punkten A, B, C,..... H resp. entsprechenden Punkte a, b, c,..... h noch auf die Meßtischplatte zu liegen kommen. Sollte sich, bis auf die Länge MA, keine der Längen MB, MC, MD,..... MH unmittelbar messen lassen, so kann man, um die Punkte a, b, c,..... h zu erhalten, folgendermaaßen verfahren: man mißt MA und die Seiten des Vielecks AB, BC, CD,..... HA, trägt die Verjüngung von MA, also $\frac{MA}{\mu}$, auf den entsprechenden Rayon, also auf $m\alpha$ von m aus ab, wodurch der dem Punkte A entsprechende Punkt a erhalten wird, und beschreibt aus a als Mittelpunkt mit einem Radius, welcher der Verjüngung von AB, also $\frac{AB}{\mu}$, gleich ist, einen Kreisbogen *), so durchschneidet dieser den Rayon $m\beta$ in einem Punkte b, welcher der dem Punkte B des aufzunehmenden Vielecks entsprechende ist; von b aus beschreibt man nun abermals einen Kreisbogen mit einem Radius, welcher der Verjün-

*) Da die Kreisbögen die Rayons in zwei Punkten schneiden, so entsteht die Frage, welcher von dem letztern ist der rechte? Die Ungewißheit hört auf, wenn man weiß, ob die Winkel, welche von den Seiten AB, BC, CD..... des Vielecks und den entsprechenden Transversalen MB, MC, MD, gebildet werden, spitz oder stumpf sind; — man unterlasse daher nicht die Beschaffenheit der Winkel zu untersuchen.

gung von BC, also $\frac{BC}{\mu}$, gleich ist, so erhält man einen Durchschnittspunkt c im dem Rayon mγ, der dem Punkte C entspricht; auf diese Weise wird fortgefahren, bis alle Punkte a, b, c, d, e, ... h gefunden sind. Enthält die in der Oertlichkeit gemessene letzte Seite H A des aufzunehmenden Vielecks eben so viele wirkliche Längeneinheiten, als sich in der Seite ha des erhaltenen verjüngten Vielecks a b c d ..... verjüngte Längeneinheiten finden, so hat man allen Grund anzunehmen, daß kein Fehler begangen worden ist.

Die im Vorhergehenden gegebene Methode ist, wie wir auch schon beim Theodoliten bemerkt haben, bei der Aufnahme kleiner Oertlichkeiten die passendste, wenn sie sonst ausführbar ist. Bei der Aufnahme größerer Terrains sind jedoch die in den nachfolgenden Auflösungen enthaltenen Methoden in Anwendung zu bringen.

2. Auflösung. Aufnahme eines Vielecks durch Basiren. Sind alle Punkte des aufzunehmenden Vielecks von zwei Punkten M und N aus sichtbar, so ist zur Bestimmung der Lage der Punkte A, B, C, D, ... das bereits in Aufg. 4, α beschriebene Verfahren des Vorwärtseinschneidens in Anwendung zu bringen; die Punkte A, B, C, D, ... müssen aber gegen M und N günstig gelegen sein, d. h. so, daß die auf der Meßtischplatte gezogenen Rayons sich nicht unter zu spitzen oder zu stumpfen Winkeln schneiden. Alle solche Punkte G, H, I des Vielecks ABCD ...., welche ungünstig liegen, werden, nachdem man ihre zugehörigen Rayons vom Standpunkte M oder von N aus gezogen hat, von einem beliebigen andern Punkte, z. B. von B aus, durch Vorwärtseinschneiden, oder auch durch Seitwärtsabschneiden, nach Aufg. 4, β, indem man sich mit dem

Meßtische in den in Rede stehenden Punkten G, H, I selbst aufstellt, oder auf irgend eine andere Weise bestimmt. Die Prüfung kann bei dieser Methode in der Weise gemacht werden, daß man sich mit irgend einem der auf der Meßtischplatte erhaltenen Punkte, etwa mit dem Punkte e, vertikal über den entsprechenden Punkt E in der Oertlichkeit stellt, hierauf den Meßtisch nach einem der beiden Standpunkte M, N orientirt, und dann untersucht, ob der Mittelpunkt des Fadenkreuzes genau auf die vom Punkte E aus sichtbaren Eckpunkte des gegebenen Vielecks, also z. B. auf die Punkte A, B, G, I trifft, wenn man die Visirkante des Lineals der Kippregel resp. durch die Punkte e und a, e und b, e und g, e und i legt.

3. Auflösung. Aufnahme eines Vielecks durch Trianguliren. Man zerlegt zuerst das in der Oertlichkeit gegebene Vieleck ABCDE . . . . ., Fig. 36, auf eine zweckmäßige *) Weise in Dreiecke, durch Annahme von Punkten O, P, ... in den Seiten des Vielecks und innerhalb desselben. Hierauf beginnt man die Aufnahme des Vielecks mit der Aufnahme irgend eines der Dreiecke, z. B. des Dreiecks ABC; zu dem Zwecke bestimmt man zunächst die Länge der Seite AC des in Rede stehenden Dreiecks entweder durch unmittelbare Messung mit dem Fadenmaaße oder mit der Meßkette, oder mit irgend einem andern zweckmäßigen Längenmaaße, oder, wenn solches nicht angeht, durch mittelbare Messung, nach Aufg. 5, auf das Genaueste. Bei der mittelbaren Messung wird die Verjüngung von AC sogleich auf der Meßtischplatte erhalten; hat man die Länge der Seite AC aber durch unmittelbare Messung bestimmt, so trägt man ihre nach dem zum

---

*) So daß die Dreiecke gleichschenklig und zugleich rechtwinklig, oder dieses doch wenigstens nach Möglichkeit nahe zu sind (Siehe Cap. VII. §. 3).

Grunde gelegten Maaßstabe berechnete Verjüngung, also $\frac{AC}{\mu}$ auf die Meßtischplatte auf, wodurch man die den beiden Punkten A und C entsprechenden Punkte a und c erhält, und verzeichnet jetzt über ac, nach Aufg. 4, durch Vorwärtseinschneiden das dem Dreiecke ABC ähnliche Dreieck abc. Durch die Aufnahme des Dreiecks ABC erhält man auf der Meßtischplatte den Punkt b, welcher dem Punkte B in der Oertlichkeit entspricht, und dadurch wird man in den Stand gesetzt ferner von den Standlinien AB und BC in der Oertlichkeit aus die Dreiecke ABO und BCD aufzunehmen. Durch die Aufnahme der Dreiecke ABO und BCD erhält man die den Punkten D und O entsprechenden Punkte d und o auf der Meßtischplatte, und kann jetzt wieder von den Standlinien BD und BO in der Oertlichkeit aus die Dreiecke BPD und OMB aufnehmen, wodurch die den Punkten P und M entsprechenden Punkte p und m auf der Meßtischplatte erhalten werden. Es ist ersichtlich, daß durch Fortsetzung dieses Verfahrens endlich nach und nach alle Punkte des aufzunehmenden Vielecks verzeichnet werden.

Die Prüfung geschieht auf die Weise, daß man einige der Punkte, wie z. B. den Punkt L in der Oertlichkeit, auf doppelte Weise bestimmt, indem man das eine Mal der Reihe nach die Dreiecke ABC, AOB, OMB, MLB, das andere Mal der Reihe nach die Dreiecke ABC, BDC, BPD, BLP aufnimmt. Je vollständiger die erhaltenen beiden Resultate übereinstimmen, mit desto größerer Genauigkeit ist dann die Aufnahme geschehen. Wir wissen bereits, daß die Gesammtheit der Dreiecke in welche eine Oertlichkeit, behufs ihrer Aufnahme durch Trianguliren, zerlegt wird, ein Dreiecksnetz, oder schlechtweg Netz genannt wird.

4. Auflösung. Aufnahme durch Anwendung des Pothenotschen Problems. Das Wesen der in der vorhergehenden Auflösung gegebenen Methode besteht, wie wir so eben gesehen haben, darin, daß man zuerst irgend eines der Dreiecke,

in welches das Vieleck zerlegt wurde, aufnimmt, hierauf ein zweites Dreieck, welches mit dem erstern eine Seite gemeinschaftlich hat, dann ein drittes Dreieck, welches mit dem zweiten Dreieck eine Seite gemeinschaftlich hat, und auf diese Weise mit der Aufnahme so lange fortfährt, bis man alle Dreiecke des Vielecks, und somit das gegebene Vieleck selbst auf der Meßtischplatte verzeichnet hat. Man übersieht leicht, daß, gleichwie bei der Aufnahme mittelst des Theodoliten, so auch bei der mittelst des Meßtisches ein zweimaliges Aufstellen des Instrumentes in fast jedem der Punkte A, B, C, ... O, P nöthig wird, wobei der Geometer viel mit dem Instrumente hin und hergehen muß, und daher viel Zeit verbraucht wird. Diese Uebelstände werden nun durch Anwendung der Aufl. 5 und 6 der 9ten Aufgabe, also durch Anwendung des Pothenotschen Problems beseitigt, da man dann nur ein Mal den Meßtisch in jedem der Punkte A, B, C . . . . aufzustellen braucht, vorausgesetzt daß man zuvor eines der Dreiecke des Dreiecksnetzes auf der Meßtischplatte verzeichnet hat. Man begibt sich nämlich mit dem Meßtische, nachdem man zuvor z. B. das Dreieck AOB, Fig. 36, aufgenommen hat, etwa nach M hin, und bestimmt die Lage des dem Punkt M entsprechenden Punktes m auf der Meßtischplatte mit Benutzung des Dreiecks AOB in der Oertlichkeit und des ihm ähnlichen Dreiecks acb auf der Meßtischplatte nach Aufg. 9, Aufl. 5 oder 6. Hierauf trägt man den Meßtisch nach N, und bestimmt auf dieselbe Weise die Lage des dem Punkte N entsprechenden Punktes n mit Benutzung der Dreiecke OMB und omb, welches letztere man durch Bestimmung des Punktes m auf der Meßtischplatte erhalten hat. Jetzt stellt man sich mit dem Meßtische in L auf, und bestimmt, ebenso wie vorher, die Lage des dem Punkte L entsprechenden Punktes l auf der Meßtischplatte, indem man dazu entweder die Dreiecke AOB und aob, oder OMB und omb, oder ONM und onm benutzt, denn in allen drei Fällen muß das Resultat dasselbe sein, wenn man ohne Fehler operirt hat *). Auf die obige Weise wird nun fortgefahren, bis man sich nach und nach in allen Punkten des aufzunehmenden Vielecks mit dem Meßtische aufgestellt und die Lage der entsprechenden Punkte auf der Meßtischplatte ermittelt hat. Daß man bei dieser Auflösungsmethode immer sorgfältig die Fälle vermeiden muß, wo das Pothenotsche Problem unbestimmt bleibt, oder wo man ein nicht zuverläßliches Resultat erhalten würde, und welche wir gehörigen Orts namhaft gemacht haben, versteht sich von selbst.

5. Auflösung. Aufnahme eines Vielecks durch Peripherisiren. Man nimmt einen beliebigen Punkt a auf der Meßtischplatte an, zieht von diesem aus nach einer beliebigen Richtung eine gerade Linie, mißt die Seite AB, Fig. 37, des gegebenen Vielecks ABCD....., und trägt von a aus auf der auf der Meßtischplatte gezogenen Linie mit Hülfe des zu Grunde gelegten verjüngten Maaßstabes eben so viele verjüngte Längeneinheiten ab, als die Linie AB wirkliche Längeneinheiten enthält, so erhält man dadurch den Punkt b, welcher dem Punke B in der Oertlichkeit entspricht. Hierauf begibt man sich mit dem Meßtische nach B hin, stellt den Punkt b vertikal über B, indem man gleichzeitig den Meßtisch mittelst ba nach A orientirt, legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch b, dreht die Kippregel vorsichtig so lange um b, bis der in C eingesteckte Absteckestab durch den vertikalen Faden des Fadenkreuzes des Fernrohrs der

*) Man thut gut, wenn man mehrere Punkte des aufzunehmenden Vielecks auf wenigstens zwei verschiedenen Wegen bestimmt, weil diese verschiedenen Bestimmungen Controllen für die Richtigkeit der Messungen abgeben.

Kippregel genau bisecirt wird, zieht an der Visirkante den entsprechenden Rayon, mißt BC, und trägt die Verjüngung von BC von b aus auf den so eben gezogenen Rayon ab, so erhält man dadurch den Punkt c, welcher dem Punkte C entspricht. Jetzt stellt man den Meßtisch in C so auf, daß c vertikal über C liegt, orientirt gleichzeitig den Meßtisch mittelst cb nach B, legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch c, stellt die Visur auf D ein, zieht an der Visirkante des Lineals der Kippregel die zugehörige Visirlinie, mißt CD und trägt von c aus in der entsprechenden Richtung auf erstere die Verjüngung von CD ab, so erhält man auf diese Weise den Punkt d welcher dem Punkte D entspricht. Auf diese Weise wird fortgefahren bis man zuletzt alle Punkte des aufzunehmenden Vielecks ABCD ..... verzeichnet, und somit das dem Vielecke ABCD ...... ähnliche, im verlangten Sinne verjüngte Vieleck abcd ..... auf der Meßtischplatte erhalten hat. Man brauchte sich im letzten Punkte K des Vielecks mit dem Meßtische eigentlich nicht aufzustellen, wenn dieses nicht der Prüfung wegen nöthig wäre, denn der dem Punkte K entsprechende Punkt k wird, wie alle vorhergehenden Punkte erhalten, wenn man — nachdem durch Aufstellung des Meßtisches in I, durch Visiren nach K, und Rayoniren die dem Punkte K zugehörige Visirlinie auf der Meßtischplatte bestimmt worden ist — von i aus auf der in Rede stehenden Visirlinie eben so viele verjüngte Längeneinheiten abträgt, als die gemessene Linie IK wirkliche Längeneinheiten enthält. Die Prüfung kann auf folgende doppelte Weise geschehen: a) Man stellt den Meßtisch mit dem Punkte k vertikal über K, orientirt ihn mittelst ki nach I, legt die Visirkante des Lineals der Kippregel genau durch k und a, so muß der vertikale Faden des Fadenkreuzes des Fernrohrs der Kippregel den in A vertikal eingesteckten Absteckestab genau biseciren, trifft dieses nicht zu, so ist bei der Aufnahme irgend wo ein Fehler begangen worden. b) Man mißt ka mit der zu Grunde gelegten verjüngten Längeneinheit und KA mit der wirklichen Längeneinheit aus, so müssen die beiden auf diese Weise sich ergebenden Zahlwerthe einander gleich sein, ist dieses nicht der Fall, so hat man bei der Aufnahme des Vielecks irgend wo einen Fehler gemacht. Bemerkt muß besonders werden, daß, wenn auch die Prüfung zutrifft, doch nicht nothwendig die auf der Meßtischplatte erhaltene Figur richtig zu sein braucht, also doch sehr wohl irgend wo Fehler bei der Messung vorgefallen sein können. Ueberhaupt bleibt die genaue Aufnahme einer Figur aus dem Umfange immer eine schwierige Sache, und die nach dieser Methode auf der Meßtischplatte erhaltenen Figuren schließen nur selten, daher wendet man auch diese Methode nur im äußersten Nothfalle, wenn keine andere ausführbar ist, an, also z. B. bei der Aufnahme eines Waldes, eines im Walde gelegenen Weges, oder Flußes, und in ähnlichen Fällen. Ist das Peripherisiren nicht zu umgehen, so unterlasse man nie die folgenden praktischen Regeln zu beobachten, um sich durch Befolgung derselben so viel als möglich vor Begehung größerer Fehler zu sichern: 1) Die Seiten AB, BC, CD,..... des gegebenen Vielecks müssen so genau als möglich ausgemessen, und die in den Punkten A, B, C, D,..... eingesteckten Absteckestäbe recht genau vertikal gestellt werden. 2) Die Meßtischplatte ist mit aller Strenge horizontal zu stellen; auch muß darauf geachtet werden, daß die Punkte a, b, c, d,.... der Meßtischplatte beim Aufstellen des Meßtisches in den entsprechenden Punkten A, B, C, D,.... genau vertikal über den letztern sich befinden. 3) Die Linien ab, bc, cd, ... ziehe man so lang als möglich aus, um mit desto größerer Genauigkeit den Meßtisch orientiren zu können. 4) Wenn von irgend einem der aufzunehmenden Punkte des gegebenen Vielecks, etwa vom Punkte D aus, abgesehen von den beiden ihm benachbarten Punkten C und E, von denen es sich von selbst versteht, daß sie von D aus sichtbar sind, irgend ein bereits verzeichneter Punkt A, oder mehrere, also z. B. auch B, zu sehen sind, so unterlasse man nie, nachdem man sich in D mit dem Meßtische gehörig aufgestellt hat, die Visirkante der Kippregel genau durch die Punkte d und a der Meßtischplatte, welche resp. den Punkten D und A der Oertlichkeit entsprechen, und hierauf auch durch die Punkte d und b, von denen der letztere dem Punkte B entspricht, zu legen, dann muß, wenn kein Fehler bei der Aufnahme begangen worden ist, der Mittelpunkt des Fadenkreuzes des Fernrohrs der Kippregel im ersten Falle genau auf den Punkt A, im zweiten auf den Punkt B treffen. 5) Endlich nehme man das gegebene Vieleck nie, obgleich es oben, aber doch nur vorläufig, um die Methode verständlicher zu machen, gelehrt worden ist, in der Weise auf, daß man mit einem Punkte, etwa dem Punkte B, beginnend sich der Reihe nach in den übrigen Punkten C, D, E, F, G, H, I, K mit dem Meßtische aufstellt, und das Vieleck also nur nach einer Richtung ABCDEFGHIK umgeht, sondern bestimme die Lage der Vieleckspunkte des gegebenen

Vielecks ABCD......., indem man die eine Hälfte derselben, also die Punkte A, B, C, D, E, F, in der Richtung ABCDEF, die andere Hälfte, also die Punkte K, I, H, G, F in der entgegengesetzten Richtung, also in der Richtung AKIHGF aufnimmt *). Der Punkt F wird offenbar doppelt bestimmt; geben beide Bestimmungen dasselbe Resultat, so hat man allen Grund anzunehmen, daß bei der Aufnahme keine Fehler vorgefallen sind.

Daß nach den fünf gegebenen Methoden zur Aufnahme eines Vielecks auch Theile eines Vielecks und Punkte, die in keinem weitern Zusammenhange mit einander stehen, aufgenommen werden können, bedarf kaum noch einer besondern Erwähnung.

11. Aufgabe. Es ist in der Oertlichkeit eine krumme Linie gegeben, man soll dieselbe aufnehmen.

---

*) Der Punkt a und eine durch ihn gehende Linie wurde, wie wir gesehen haben, beliebig gewählt, woher die Aufstellung des Meßtisches im Punkte A, da das gegebene Vieleck nach einer Richtung, nämlich nach der Richtung ABCDEFGHIK hin aufgenommen wurde, nicht erforderlich war; hier jedoch ist die Aufstellung des Meßtisches im Punkte A durchaus nöthig; man thut daher gut nur den Punkt a beliebig anzunehmen, und sich sodann mit diesem gleich beim Beginn der Aufnahme, vertikal über A zu stellen, und von A sowohl nach B als nach K zu visiren und zu rayoniren. Hierauf wird AB gemessen, wenn man die Hälfte der Vieleckspunkte zuerst in der Richtung ABCDEF aufnehmen will, und die Verjüngung von AB, also $\frac{AB}{\mu}$, auf den zugehörigen Rayon von a aus nach der Seite von B hin abgetragen, wodurch man den Punkt b erhält, welcher B entspricht; im Uebrigen bleibt das Verfahren dasselbe. Daß auch AK gemessen und ihre Verjüngung auf den zugehörigen Rayon von a aus entsprechend abgetragen werden muß, wenn man die andere Hälfte der Vieleckspunkte in der Richtung AKIHGF aufzunehmen anfängt, versteht sich von selbst.

Auflösung. Nachdem man in der krummen Linie eine Anzahl von Punkten so gewählt hat, daß, wenn man diese durch gerade Linien mit einander verbunden denkt, man eine sogenannte gebrochene Linie erhält d. h. einen Theil eines geradlinigen Vielecks, welcher sich der gegebenen krummen Linie so nahe als möglich anschließt, so nimmt man zuerst die gebrochene Linie nach einer der im Vorhergehenden gegebenen Methoden zur Aufnahme eines Vielecks, mit Berücksichtigung des gegebenen verjüngten Maaßstabes auf, und verzeichnet hierauf die aufzunehmende krumme Linie, indem man dieselbe als aus einzelnen Bogenstücken bestehend ansieht, deren Sehnen die Seiten des abgesteckten geradlinigen Vielecks sind, nach der in Lief. 2, pag. 73 und 74 ausführlich beschriebenen Coordinatenmethode.

Das Verfahren bleibt natürlich dasselbe bei geschlossenen krummen Linien.

Nichtgeschlossene krumme Linien sind bekanntlich: Wegränder, Flußufer ꝛc.; geschlossene krumme Linien: Waldumfänge, Umfänge von Seen, Teichen, Morrästen ꝛc.

§. 4. Allgemeine Darstellung des bei der Aufnahme eines ausgedehntern Theiles der Erdoberfläche anzuwendenden Verfahrens.

Wenn ein ausgedehnterer Theil der Erdoberfläche aufzunehmen ist, z. B. eine ganze Provinz oder ein Gouvernement, so überzieht man denselben zunächst mit einem Netze gutgebildeter, d. h. zur genauen Aufnahme geeigneter Dreiecke, indem man Punkte, welche man sich durch gerade Linien verbunden denkt, in der aufzunehmenden Oertlichkeit auswählt, und zweckmäßig bezeichnet. Die Dreiecke des Netzes (sie selbst nahe zu von gleicher Größe angenommen) müssen so groß, oder vielmehr die in Rede stehenden Punkte so gelegen sein, daß von einem jeden einzelnen derselben wenigstens zwei der übrigen Punkte deutlich gesehen werden können, und daß auf eine Fläche in der Oertlichkeit, welche dieselbe Gestalt hat, wie die Meßtischplatte, oder vielmehr wie ein gewisser Theil derselben, und welche nach dem wirklichen Maaße auch eben so groß ist, wie die Meßtischplatte, oder wie ein gewisser Theil derselben nach dem verjüngten Maaßstabe, welchen letztern man bei der später erfolgenden Detailaufnahme mittelst des Meßtisches, als des hierzu geeignetsten Instrumentes, zu Grunde zu legen beabsichtigt, wo möglich drei, wenigstens aber zwei von den in Rede stehenden Punkten kommen. Soll die Arbeit später keinen Aufenthalt erfahren, so muß der mit der Aufnahme beauftragte Geodät zur Ermittelung derartig gelegener Punkte eine genaue Recognoscirung der ganzen Oertlichkeit, in Begleitung von Personen, welche mit der Gegend hinlänglich bekannt sind, vornehmen.

Zu einander so nahe gelegenen Punkten, oder zu so kleinen Dreiecken gelangt man gewöhnlich nicht mit einem Male, sondern successive. Zuerst werden nämlich bei der Netzlegung Dreiecke von so großen Dimensionen gebildet, als möglich; man nennt sie Dreiecke 1ster Ordnung. Innerhalb der Dreicke 1ster Ordnung werden hierauf von Neuem Punkte angenommen, und bezeichnet, die, durch gerade Linien verbunden gedacht, Dreiecke 2ter Ordnung darstellen. Das Netz der Dreiecke 2ter Ordnung ist also in dem Netze der Dreiecke 1ster Ordnung enthalten, so daß jeder Dreieckspunkt der Dreiecke 1ster Ordnung auch ein Dreieckspunkt der Dreiecke 2ter Ordnung ist. Haben die Dreiecke 2ter Ordnung nicht die verlangte Größe, so werden jetzt innerhalb der Dreiecke 2ter Ordnung Punkte angenommen, welche

Dreiecke 3ter Ordnung geben. Das Netz der Dreiecke 3ter Ordnung ist in dem Netze der Dreiecke 2ter Ordnung enthalten, so daß jeder Dreieckspunkt der Dreiecke 2ter Ordnung auch ein Dreieckspunkt der Dreiecke 3ter Ordnung ist. Selten wird es nöthig bis auf Dreiecke 4ter Ordnung zu gehen. Im Dreiecke ABF, Fig. 38, welches ein Dreieck 1ster Ordnung des Dreiecksnetzes ABCDEFA vorstellen mag, liegen die Dreiecke 2ter Ordnung Aad, Aae, acd, abc, abe, bcf, Bbe, Bbf, Fcd, Fcf. In dem Dreiecke 2ter Ordnung acd liegen die Dreiecke 3ter Ordnung $a\alpha\gamma$, $a\alpha\delta$, $\alpha\beta\delta$, $\alpha\beta\varepsilon$, $c\beta\delta$, $c\beta\varepsilon$, $d\alpha\gamma$, $d\alpha\varepsilon$.

Die Aufnahme des Dreiecksnetzes, bestehend aus Dreiecken 1ster, 2ter und 3ter Ordnung, geschieht gewöhnlich mittelst des Theodoliten oder auch des Astrolabiums in der Weise, daß man — stets die Regel im Auge behaltend (soweit es irgend ausführbar ist) nie aus dem Kleinen in's Große, sondern aus dem Großen in's Kleine zu arbeiten, um zu verhüten, daß kleine, nie ganz zu vermeidende Fehler sich fortpflanzen und anhäufen, und dadurch bedeutende Fehler entstehen — mit den Dreiecken 1ster Ordnung den Anfang macht, hierauf die Dreiecke 2ter und endlich die 3ter Ordnung folgen läßt. Das Verfahren bei der Aufnahme ist aus Lief. 4, §. 5, I. bekannt, kann also hier füglich übergangen werden.

Um zu erfahren, welchen Grad der Genauigkeit man bei der Aufnahme des Dreiecksnetzes erreicht hat, messe man sorgfältig am Schlusse der Aufnahme, in möglichst großer Entfernung von der Basis, auf der die Aufnahme angefangen wurde, eine gerade Linie, die sogenannte Verifikationsbasis aus, und ermittele ihre Länge auch durch Rechnung aus den Größen, welche sich bei der Aufnahme ergeben haben; je kleiner nun der Unterschied der erhaltenen beiden numerischen Resultate ist, mit desto größerer Genauigkeit wurde die ganze Aufnahme bewerkstelligt.

Nach beendigter Aufnahme des Dreiecksnetzes wird zur Berechnung der rechtwinkligen Coordinaten (Siehe Lief. 4, §. 5, I.) der Eckpunkte der Dreiecke geschritten, wobei man in der Regel die Mittagslinie der Oertlichkeit als Abscissenaxe (Axe der X), die in einem gewissen Punkte, dem Anfangspunkte, auf selbige errichtete Senkrechte als Ordinatenaxe (Axe der Y) annimmt, und auf der südlichen Hälfte der Axe der X die positiven Abscissen, auf der westlichen Hälfte der Axe der Y die positiven Ordinaten abträgt, so daß, wenn

die Abscisse +, die Ordinate + ist, der fragliche Punkt im Winkelraum Süd-West,
" " + " " − " " " " " " Süd-Ost,
" " − " " + " " " " " " Nord-West,
" " − " " − " " " " " " Nord-Ost

liegt.

Sind die Coordinaten der Eckpunkte der Dreiecke des Netzes in Bezug auf das erwähnte Axensystem berechnet, so zieht man auf Papier zuerst zwei auf einander senkrechte Linien, ns und ow, Fig. 39, von denen ns die Mittagslinie, n Norden, s Süden, ow die auf der Mittagslinie Senkrechte, a den Anfangspunkt der Coordinaten, o Osten, w Westen bedeutet, und entwirft sodann, durch gehöriges Abtragen der nach dem zu Grunde gelegten verjüngten Maaßstabe *) verjüngten Abscissen und Ordinaten, ein dem Dreiecksnetze in der Oertlichkeit ähnliches, verjüngtes Dreiecksnetz, welches man ein trigonometrisches

*) Der verjüngte Maaßstab, nach welchem eine dem Dreiecksnetze der Oertlichkeit ähnliche, verjüngte Zeichnung entworfen wird, braucht gerade nicht derselbe zu sein, welchen man bei der Detailaufnahme mittelst des Meßtisches zu Grunde zu legen beabsichtigt, sondern kann beliebig gewählt werden.

nennt, weil dem Entwurfe eine trigonometrische Rechnung vorausgeht. Die entworfene Zeichnung wird hierauf durch Ziehen zweier Systeme von Linien, von denen das eine der Abscissenaxe, das andere der Ordinatenaxe parallel läuft, in lauter einander congruente Quadrate von solcher Größe getheilt, daß jedes einzelne Quadrat nach dem verjüngten Maaßstabe, welchen man bei der Detailaufnahme zu Grunde zu legen beabsichtigt, sich auf der Meßtischplatte verzeichnen läßt, und dabei noch ein breiter Rand rund umher freibleibt. Die einzelnen Quadrate, welche man nach einer bestimmten Reihenfolge numerirt, werden Sektionen genannt. Endlich verzeichnet man nach dem verjüngten Maaßstabe der mit dem Meßtische auszuführenden Detailaufnahme auf besondern Meßtischplatten, mit der größten Genauigkeit, die einzelnen Sektionen mit den resp. in ihnen gelegenen Eckpunkten des verjüngten Dreiecksnetzes, und übergibt die Meßtischplatten den Geometern, welche mit der Detailaufnahme der den Sektionen auf den Meßtischplatten entsprechenden Oertlichkeiten beauftragt worden sind. In jede Sektion fallen nach der zu Anfange gemachten Annahme wo möglich drei, wenigstens aber zwei Eckpunkte, und auf diese Fixpunkte haben die Geometer die Detailaufnahme der ihren Sektionen entsprechenden Oertlichkeiten zu gründen, worüber eine besondere Anleitung nicht gegeben zu werden braucht, da in dem Frühern, namentlich aber in den Aufgaben 10 und 11 dieser 5ten Lief., alles dazu Erforderliche enthalten ist.

Wünschenswerth erscheint es also drei trigonometrisch bestimmte Fixpunkte in jeder der Sektionen zu haben, weil dann nicht allein eine größere Genauigkeit bei der Detailaufnahme erzielt werden kann, sondern auch an Zeit gewonnen wird, indem der Geometer sogleich zur Bestimmung anderer wichtiger Punkte mit Hülfe des Pothenotschen Problems schreiten kann. Enthält nun aber eine Sektion z. B. mnop, Fig. 40, nur zwei Fixpunkte, so wird der Geometer am besten thun, folgendermaßen zu verfahren, um noch mehrere Fixpunkte zu erhalten. rstu, Fig. 41, sei diejenige Sektion, welche unmittelbar über der Sektion mnop zu liegen kommt, so daß die Seite rs der Sektion rstu mit der Seite op der Sektion mnop zusammenfällt, wenn alle Sektionen zu einer Karte der aufzunehmenden Oertlichkeit gehörig, d. h. so zusammengefügt werden, daß man dadurch eine der in Rede stehenden Oertlichkeit verjüngte, ähnliche Zeichnung erhält. Mit MNOP werde das der Sektion mnop entsprechende Stück der Oertlichkeit, mit RSTU das der Sektion rstu entsprechende Stück der Oertlichkeit bezeichnet. Der Geometer wähle in der Nähe der Seite RS, welche der Seite rs der Sektion rstu entspricht, oder, was dasselbe ist, in der Nähe der Seite OP der Oertlichkeit, welche der Seite op der Sektion mnop entspricht, einige Punkte I, K, L, und bezeichne sie zweckmäßig. Die Punkte I, K, L können innerhalb oder außerhalb von RSTU gelegen sein, jedoch müssen sie im erstern Falle, wenn man nach dem verjüngten Maaßstabe der Detailaufnahme sie zu Papier bringt, noch auf die Meßtischplatte, auf welcher die Sektion mnop verzeichnet ist, fallen, daher wurde auch von uns im Vorhergehenden verlangt, daß um die Sektionen herum noch ein breiter Rand der Meßtischplatte frei bleibt. Eine zweite Bedingung, was die Lage der Punkte I, K, L anlangt, ist die, daß sie von der Seite RS aus sichtbar sind. Von den Punkten I, K, L fälle der Geometer mit der größten Genauigkeit mittelst der Kreuzscheibe, oder anderer einfacher Instrumente, auf RS die Perpendikel IF, KG, LH, welche in Bezug auf RS, als Abscissenaxe, und den Punkt R, als Anfangspunkt, die Ordinaten der Punkte I, K, L, gleich wie RF, RG, RH resp. deren Abscissen sind. Die in Rede stehenden Ordinaten und Abscissen werden jetzt gemessen, und durch gehöriges Abtragen ihrer nach dem bei der Detailaufnahme angenommenen verjüngten Maaßstabe berechneten Verjüngung, die den Punkten I, K, L entsprechenden Punkte i, k, l auf der die Sektion mnop enthaltenden Meßtischplatte ermittelt, wobei man nicht vergessen darf, daß die den innerhalb RSTU gelegenen Punkten I und L entsprechenden Punkte i und l der Meßtischplatte außerhalb der Sektion mnop, also auf dem die Sektion umgebenden Rande zu liegen kommen müssen, der dem außerhalb RSTU gelegenen Punkte K entsprechende Punkt k aber in die Sektion mnop einzutragen ist. Die in Bezug auf die Seite op, als Abscissenaxe, und den Punkt p, als Anfangspunkt, gefundenen Punkte i, k, l dienen nun dem Geometer, welcher mit der Aufnahme der der Sektion mnop entsprechenden Oertlichkeit MNOP beauftragt ist, als eben so viele Fixpunkte.

Sollte der Geometer, welcher die Aufnahme der der Sektion rstu entsprechenden Oertlichkeit RSTU zu bewerkstelligen hat, schon mehrere Punkte seiner Sektion in der Nähe der Linie RS aufgenommen haben, so können ohne Weiteres diese mit Hülfe des Zirkels auf die Sektion mnop übergetragen werden und als Fixpunkte dienen.

Es versteht sich von selbst, daß man, wenn ein Punkt des Dreiecksnetzes in der Nähe von RS liegt, diesen vorzugsweise zur Erlangung von Fixpunkten für die Sektion mnop benutzen wird.

Zur Vermeidung von Verwechselungen, und zur Verhütung von Irrungen müssen in allen einzelnen Punkten, die bei der Aufnahme gebraucht werden, je nach Erforderniß Pflöcke, oder Pfähle eingeschlagen, oder Signale errichtet werden, die mit fortlaufenden Nummern beschrieben sind.

Sind auf einer dem Geometer übergebenen Sektion nur die in selbige fallenden Dreieckspunkte eingetragen, nicht aber die Umfangslinien der Sektion gezogen, und ist aus diesem Grunde also auch nicht die Richtung der Mittagslinie bekannt, so muß der Geometer letztere auf der Meßtischplatte ziehen, um die Lage der Sektion gegen die Mittagslinie anzugeben, welches auf folgende Weise geschieht: Es sei ab eine beliebige, jedoch möglichst lange Linie der Sektion, welche der Linie AB in der Oertlichkeit entspricht. Man stellt den Meßtisch etwa in A auf, so daß a vertikal über A liegt, orientirt den Meßtisch mittelst ab genau nach B, und stellt die Meßtischplatte fest. Hierauf legt man die Orientirboussole auf die Meßtischplatte und dreht erstere so lange herum, bis die Nordspitze der Magnetnadel genau um den Winkel der magnetischen Deklination von dem durch 0° und 180° gehenden Durchmesser des Limbus der Boussole nach Westen oder Osten, je nachdem die Deklination westlich oder östlich ist, abweicht. Endlich zieht man an einer der beiden dem durch die Punkte 0° und 180° gehenden Durchmesser parallelen Kanten der quadratischen Bodenplatte der Boussole eine feine Linie mit Bleistift auf der Meßtischplatte, und bezeichnet das nach Norden gerichtete Ende der Linie mit N, das andere nach Süden gerichtete Ende mit S, so hat man in der Linie NS die verlangte Mittagslinie.

Soll die Aufnahme einer ausgedehntern Oertlichkeit nicht mit dem Theodoliten oder Astrolabium, sondern nur mit dem Meßtische und den zu selbigem gehörenden anderweitigen Instrumenten bewerkstelligt werden, so wird man auch in diesem Falle, durch zweckmäßiges Ausstecken von Meßfahnen und Errichten von Signalen, die ganze Oertlichkeit zuerst mit einem Netze gut gebildeter Dreiecke bedecken. Ist das Dreiecksnetz in der aufzunehmenden Oertlichkeit construirt, so mißt man die Basis, von welcher aus die Aufnahme des in Rede stehenden Dreiecksnetzes begangen werden soll, und welche AB heißen mag, mit der möglichst größten Genauigkeit aus. Dann stellt man den Meßtisch in dem einen Endpunkte der Basis AB, etwa in A, so auf, daß ein auf der Meßtischplatte zweckmäßig, übrigens beliebig gelegener Punkt a vertikal über A liegt, orientirt, wie in Lief. 5, pag. 269 und 270 gelehrt worden ist, den Meßtisch nach den Weltgegenden — indem man dabei nicht vergesse auf dem auf der Meßtischplatte ausgespannten Papiere durch Ziehen einer geraden Linie die Richtung der Mittagslinie anzugeben, und das Nordende mit N das Südende mit S zu bezeichnen — stellt, bei unverrückter Meßtischplatte, die Visur genau auf den Punkt B ein, indem man die Visirkante der Kippregel genau durch den Punkt a legt, und um diesen als Drehungspunkt die Kippregel langsam und vorsichtig bewegt, bis der Mittelpunkt des Fadenkreuzes des Fernrohrs auf den Punkt B trifft, zieht den entsprechenden Rayon, und trägt auf diesen von a aus, in der Richtung nach B hin, die Verjüngung von AB, also $\frac{AB}{\mu}$, nach dem bei der Aufnahme des in Rede stehenden Dreiecksnetzes zu Grunde gelegten zweckmäßigen, jedoch immer nur kleinen verjüngten Maaßstabe $\frac{1}{\mu}$ ab, so erhält man dadurch den Punkt b, welcher dem Punkte B entspricht.

Hat man auf solche Weise die der Basis AB entsprechende Linie ab erhalten, die also gegen die auf der Meßtischplatte gezogene, die Mittagslinie repräsentirende Linie ebenso gelegen sein wird, als die Linie AB gegen die wirkliche Mittagslinie der Oertlichkeit gelegen ist, so kann man jetzt auf bekannte Weise zur Verzeichnung der übrigen Punkte des Dreiecksnetzes schreiten.

Sollte die Oertlichkeit so groß sein, daß man, obgleich ein kleiner verjüngter Maaßstab gewählt wurde, dennoch mit einem Ueberzuge der Meßtichplatte nicht ausreicht, so muß die Aufnahme auf einer neuen Meßtischplatte fortgesetzt werden, hierbei muß auf folgende Weise verfahren werden: Man wählt zwei

Punkte m und n unter den auf dem Meßtischüberzuge erhaltenen Punkten aus, die möglichst entfernt von einander und möglichst nahe dem Umfange liegen, so daß also auch die gegenseitige Entfernung der ihnen entsprechenden Punkte M und N der Oertlichkeit eine möglichst große ist, und die Lage derselben in die Nähe des Ortes fällt, wo man die Verzeichnung der Punkte des Dreiecksnetzes der Oertlichkeit auf der ersten Meßtischplatte, weil sie vollgezeichnet, nicht weiter fortsetzen konnte. Die Entfernung der Punkte m und n von einander, oder die Länge der Linie mn wird nun mit dem zu Grunde gelegten verjüngten Maaßstabe auf's genaueste gemessen. Hierauf stellt man einen zweckmäßig gewählten Punkt m' einer zweiten, statt der vollgearbeiteten Meßtischplatte auf das Stativ befestigten Meßtischplatte vertikal über den entsprechenden Punkt M der Oertlichkeit auf, orientirt den Meßtisch nach den Weltgegenden, Lief. 5 pag. 269 und 270, stellt die Visur genau auf N ein, indem man die Visirkante des Lineals der Kippregel durch m' legt, und letztere vorsichtig um m' als Drehungspunkt bewegt, bis die optische Axe des Fernrohres auf den Punkt N trifft, zieht den entsprechenden Rayon, und trägt auf diesen von m' aus in der Richtung nach N hin die gemessene Länge der Linie mn ab, so erhält man dadurch auf der zweiten Meßtischplatte einen Punkt n', welcher dem Punkte N der Oertlichkeit entspricht, und mithin also auch eine Linie m'n', welche der Linie MN entspricht. Von der Linie MN als Basis wird jetzt die weitere Aufnahme des Dreiecksnetzes in bekannter Weise bewerkstelligt, und stets so verfahren, wie wir so eben gelehrt haben, wenn man genöthigt ist die Aufnahme auf einer neuen Meßtischplatte fortzusetzen.

Ist die Aufnahme des Dreiecksnetzes der Oertlichkeit auf diese Weise durch sogenannte geometrische Triangulation bewerkstelligt, und hat man ein demselben ähnliches, verjüngtes, sogenanntes geometrisches Dreiecksnetz auf der Meßtischplatte erhalten, so wird dasselbe, wie bei der Entwerfung des trigonometrischen Dreiecksnetzes geschah, in Sektionen getheilt, von denen eine jede nach dem verjüngten Maaßstabe, welchen man bei der Detailaufnahme zu Grunde zu legen beabsichtigt, die Größe einer gewöhnlichen Meßtischplatte hat. Jede einzelne Sektion wird hierauf mit den in ihr gelegenen Punkten des Netzes nach einem größern verjüngten Maaßstabe, als der ist, welcher bei der Aufnahme des Dreiecksnetzes zu Grunde gelegt worden ist, auf eine besondere Meßtischplatte gezeichnet, und diese letztere nun weiter zur Detailaufnahme der der Sektion entsprechenden Oertlichkeit benutzt.

Die aufzunehmende Oertlichkeit sei 12 Werst oder 6000 Faden lang und 11 Werst oder 5500 Faden breit; nach dem verjüngten Maaßstabe $^1/_{8400}$, welchen man bei der Detailaufnahme zu Grunde zu legen beabsichtigt, läßt sich dieselbe nicht auf eine Meßtischplatte bringen, deren Seite, nach Abrechnung eines Randes von 1 Zoll Breite, 22 Zoll beträgt, weil 22 Zoll auf der Meßtischplatte nach dem verjüngten Maaßstabe $^1/_{8400}$ nur 2200 Faden in der Oertlichkeit betragen; der verjüngte Maaßstab müßte, um die in Rede stehende Oertlichkeit auf einer Meßtischplatte verzeichnen zu können, $= {}^1/_{25200}$, d. h. 1 Zoll auf der Meßtischplatte = 300 Faden im Felde sein. Hat man nun das Dreiecksnetz nach dem verjüngten Maaßstabe $^1/_{25200}$ aufgenommen, so muß man die erhaltene Zeichnung durch 2 Parallellinien, welche man mit der Mittagslinie zieht, und durch 2 Parallellinien, welche senkrecht gegen die Mittagslinie gerichtet sind, in 9 gleich große Sektionen theilen, weil der verjüngte Maaßstab für die Detailaufnahme, nämlich $^1/_{8400}$, drei mal größer ist, als der verjüngte Maaßstab $^1/_{25200}$, und daher auch jede Linie der nach dem verjüngten Maaßstabe $^1/_{8400}$ entworfenen Zeichnung 3 mal größer ausfallen wird, als die entsprechende Linie der nach dem verjüngten Maaßstabe $^1/_{25200}$ entworfenen Zeichnung, und folglich auch die nach dem verjüngten Maaßstabe $^1/_{8400}$ entworfene Zeichnung einen 3 mal 3, d. h. 9 mal größern Raum bedecken wird, als die nach dem verjüngten Maaßstabe $^1/_{25200}$ entworfene Zeichnung. Die 9 Sektionen werden jetzt nach dem verjüngten Maaßstabe $^1/_{8400}$ auf 9 Meßtischplatten kopirt, und dann die Detailaufnahme der den Sektionen entsprechenden Oertlichkeiten begonnen.

Daß man beim Copiren die größte Genauigkeit zu beobachten hat, weil ein jeder Fehler in der Längendimension sich verdreifacht, braucht wohl kaum in Erinnerung gebracht zu werden.

Man kann eine Oertlichkeit auch ohne vorhergegangene geometrische Triangulation aufnehmen. Zu dem Zwecke wird die aufzunehmende Oertlichkeit durch Abstecken zweier Systeme von Linien, von denen das erste der Mittagslinie parallell läuft, das andere senkrecht gegen das erste System gerichtet ist, in lauter unter einander gleiche Quadrate von solcher Größe getheilt, daß ein jedes sich nach dem zu Grunde gelegten verjüngten Maaßstabe für die Detailaufnahme bequem auf eine Meßtischplatte bringen läßt. Ein jeder der quadratischen Flächenräume wird jetzt besonders, unabhängig von den andern, aufgenommen, indem man in jedem der in Rede stehenden Quadrate eine besondere, zweckmäßig gelegene Basis absteckt, von welcher aus die Aufnahme angefangen wird, und diese Basis mit der größten Genauigkeit ausmißt.

Um die der Basis entsprechende Linie auf der Meßtischplatte zu erhalten kann man folgendermaaßen verfahren: $\frac{1}{\mu}$ sei der bei der Aufnahme zu Grunde zu legende verjüngte Maaßstab; **abcd**,

Fig. 42, das dem Quadrate ABCD in der Oertlichkeit entsprechende Quadrat auf der Meßtischplatte; die Seite ad des Quadrates der Meßtischplatte sei den Kanten mn und op der Meßtischplatte parallel, und stelle die Mittagslinie vor; IK sei die in dem Quadrate ABCD, Fig. 43, abgesteckte Basis. Man bestimmt so genau als möglich den Durchschnittspunkt L, Fig. 43, der Basis IK mit der der Mittagslinie der aufzunehmenden Oertlichkeit parallelen Linie AD, und mißt LD und LK; trägt nach dem zu Grunde gelegten verjüngten Maaßstabe die Verjüngung von LD, also $\frac{LD}{\mu}$ von d aus auf da ab, wodurch man den Punkt l auf der Meßtischplatte erhält, welcher dem Punkte L in der Oertlichkeit entspricht, stellt den Meßtisch mit l vertikal über L, orientirt ihn nach den Weltgegenden, richtet die Visur genau auf I, indem man die Visirkante des Lineals der Kippregel durch l legt, und die Kippregel vorsichtig um den Punkt l als Drehungspunkt bewegt, bis die optische Axe des Fernrohres auf den Punkt I trifft, und zieht den zugehörigen Rayon lr. Hierauf trägt man von l aus auf lr die Verjüngung von LK, also $\frac{LK}{\mu}$, ab, wodurch man den Punkt k auf der Meßtischplatte erhält, welcher dem Punkte K in der Oertlichkeit entspricht, und endlich trägt man von k aus auf lr nach r hin die Verjüngung von IK, also $\frac{IK}{\mu}$, ab, so erhält man dadurch den Punkt i der Meßtischplatte, welcher dem Punkte I der Oertlichkeit entspricht, und somit auch die der Basis IK in der Oertlichkeit entsprechende Linie ik auf der Meßtischplatte.

Dieses ist jedoch nicht die einzige Methode, um die der Basis in der Oertlichkeit entsprechende Linie auf der Meßtischplatte zu erhalten, man kann auch, wenn es angeht, die Coordinaten der Endpunkte der Basis bestimmen, und diese auf bekannte Weise dazu benutzen, oder sonst irgend wie verfahren.

Ist nun die Verjüngung ik der Basis IK aufgetragen, so wird auch hier zunächst das geometrische Trianguliren, um noch andere Fixpunkte außer i und k zu erhalten, am zweckmäßigsten sein, wodurch man eine Anzahl von Dreiecken erhält, welche klein genug sind, um in selbige das in ihnen befindliche Detail, entweder wieder durch Trianguliren oder durch andere aus dem Vorhergehenden bekannte Methoden, wie z. B. durch Peripheristren, durch Ausmessung von Coordinaten, insbesondere bei krummen Linien, durch Anwendung des Pothenotschen Problems u. s. w. eintragen zu können, wozu eine specielle Anleitung nicht gegeben werden kann, weil die Zahl und Mannigfaltigkeit der in der Praxis vorkommenden möglichen Fälle so außerordentlich groß ist, und daher die Auswahl der bei der Aufnahme anzuwendenden Methoden lediglich dem Geometer überlassen bleiben muß.

Diese so eben beschriebene zweite Methode der Aufnahme mittelst des Meßtisches hat vor der ersten den Vorzug, daß ein an irgend einer Stelle begangener Fehler nur auf die Punkte des entsprechenden Quadrats, was deren gegenseitige Lage anlangt, Einfluß haben kann, und sich nicht weiter auch durch die übrigen Quadrate fortpflanzt, was bei der ersten Methode, obgleich sie weniger umständlich, der Fall ist, wenn nicht mit der größten Genauigkeit, also mit steter Berücksichtigung der auf pag. 314 und 315 aufgeführten Punkte gearbeitet wird.

§. 5. Ueber die Flächeninhaltsbestimmung einer Oertlichkeit aus dem geometrischen Grundrisse derselben.

Wir haben bereits in der dritten Lieferung, Aufg. 8, einige Methoden zur Bestimmung des Flächeninhalts eines geradlinigen in der Oertlichkeit gegebenen Vielecks aus der entsprechenden verjüngten Zeichnung gegeben, glauben aber nachträglich noch die folgenden drei praktischen Methoden aufführen, und überhaupt noch einige hierher gehörige Bemerkungen machen zu müssen.

1. Methode. Man copirt den auf Papier verzeichneten geometrischen Grundriß der Oertlichkeit deren Flächeninhalt man bestimmen soll auf Zinnfolie (Stanniol), und schneidet die Copie mit einem scharfen Federmesser genau aus. Auf einer Zinnfolie von der nämlichen Dicke *) verzeichnet man hierauf ein Quadrat von bestimmter Seitenlänge, also eine Figur, deren Flächeninhalt sich leicht finden läßt, bestimmt den Flächeninhalt des Quadrats, und schneidet letzteres aus der Zinnfolie ebenfalls aus. Jetzt wägt man auf einer empfindlichen medicinischen Wage die beiden ausgeschnittenen Figuren, also die dem Flächeninhalt nach zu bestimmende Figur und das Quadrat auf das genaueste. Ist nun der Flächeninhalt des Quadrats $= f$, und hat man das Gewicht desselben $= g$, das der ausgeschnittenen Figur $= G$ gefunden, so ist der fragliche Flächeninhalt der letztern, den wir mit $\mathfrak{F}$ bezeichnen wollen, $= \frac{Gf}{g}$, denn offenbar verhält sich $f : \mathfrak{F} = g : G$. Um den Flächeninhalt F der entsprechenden Figur in der Ortlichkeit zu erhalten, braucht man nur, wenn $\frac{1}{\mu}$ der zu Grunde gelegte verjüngte Maaßstab ist, $\mathfrak{F}$ mit der zweitem Potenz von μ zu multipliciren, so daß also $F = \mathfrak{F} . \mu^2$ ist.

Der verjüngte Maaßstab der Copie und des Quadrats sei $1/4200$; f sei $= 4 \square''$, $g = 32$ Gran und $G = 318$ Gran, dann findet man $\mathfrak{F} = \frac{318.4}{32} \square''$ und $F = \frac{318.4}{32} (4200)^2 \square'' = \frac{318.4}{32.2400} \left(\frac{4200}{84}\right)^2$ Deßätinen $= 41$ Deß. $975 \square^{\circ}$.

*) Ob eine Zinnfolie dieselbe Dicke hat, als eine andere, erfährt man, wenn man gleich große Stücke von den Zinnfolien wägt; sind die Gewichte gleich, so ist auch ihre Dicke die nämliche.

Lassen sich mit der Wage die Gewichte bis auf einen **halben** Gran genau bestimmen, so kann der so eben berechnete Flächeninhalt von 41 Dess. 976 □° möglicher Weise um $1682\frac{9}{13}$ □° zu klein sein, denn die Grenzwerthe von F sind 40 Dess. $1692\frac{4}{13}$ □° und 42 Dess. $311\frac{1}{9}$ □°; sie ergeben sich, wenn man ein Mal für 318, $317\frac{1}{2}$ und gleichzeitig für 32, $32\frac{1}{2}$, das andere Mal für 318, $318\frac{1}{2}$ und gleichzeitig für 32, $31\frac{1}{2}$ in die Gleichung $F = \frac{318.4}{32.2400}\left(\frac{4200}{84}\right)^2$ Dess. setzt.

Der verjüngte Maaßstab und der Werth von f sei derselbe, aber $g = 15$ Gran und $G = 640$ Gran, so ist $\mathfrak{F} = \frac{640.4}{15}$ □" und $F = \frac{640.4}{15}(4200)^2$ □" $= \frac{640.4}{15.2400}\left(\frac{4200}{84}\right)^2$ Dessätinen, also $= 177$ Dess. $1866\frac{2}{3}$ □°. Die Grenzwerthe von F sind für dieses Beispiel 172 Dess. $748\frac{12}{31}$ □° und 183 Dess. $1834\frac{14}{29}$ □°.

Man findet leicht, daß bei'm ersten Beispiele der mögliche Fehler nahe zu zwischen den Grenzen $\frac{1}{57}$ und $\frac{1}{59}$, beim zweiten Beispiele nahe zu zwischen den Grenzen $\frac{1}{28}$ und $\frac{1}{33}$ des berechneten Flächeninhaltes liegt; der mögliche Fehler wird also, wie man aus diesen Beispielen zu schließen berechtigt ist, bei demselben verjüngten Maaßstabe in demselben Grade größer, als die Zinnfolie an Dicke abnimmt; daher wähle man, um genauere Resultate zu erhalten, eine wo möglich dicke Zinnfolie, welche aber doch nicht zu dick sein darf, damit das Ausschneiden nicht beschwerlich falle. Daß wiederum der Fehler in demselben Verhältnisse geringer wird, als der verjüngte Maaßstab zunimmt, läßt sich ebenfalls leicht übersehen; man copire daher, wenn der verjüngte Maaßstab klein ist, die aufgenommene Figur auf das genaueste nach einem größern verjüngten Maaßstabe auf Stanniol, wobei man sich mit Vortheil eines sogenannten **Reduktionszirkels** bedienen kann.

Die im Vorhergehenden gegebene Methode den Flächeninhalt zu bestimmen, welche sich namentlich für Figuren mit vielen Krümmungen eignen möchte, und auch mit Vortheil da in Anwendung gebracht werden kann, wo ein Grundriß viele einzelne krummlinige Figuren enthält, gewährt, wie man sieht, immer nur einen geringen Grad von Genauigkeit, selbst bei der möglichst größten Aufmerksamkeit.

Papier in Stelle der Zinnfolie zu brauchen, ist wegen der ungleichen Dicke 2c. des Papiers durchaus nicht statthaft.

Der Reduktionszirkel ist, was seine Einrichtung anlangt, wohl schon Jedem aus Fig. 44 klar, jedoch möge noch besonders hervorgehoben werden, daß der Zirkelkopf K verschiebbar, und nach einer auf den Schenkeln des Zirkels angebrachten Theilung so zu stellen ist, daß die Länge der Schenkel sK und SK, so wie pK und PK in einem bestimmten Verhältnisse zu einander stehen.

Wenn nun $sK : SK = pK : PK = m : n$, so folgt, daß, weil die beiden Dreiecke spK und SPK einander ähnlich sind, sich auch verhält $sp : SP = m : n$, und somit ist $sp = \frac{m}{n} \times SP$. Aus dieser letztern Gleichung ergibt sich nun ohne Weiteres Zweck und Anwendung des Reduktionszirkels. Hat man eine in der Oertlichkeit gemessene Länge nach einem bestimmten verjüngten Maaßstabe abzutragen, besitzt jedoch den in Rede stehenden Verjüngungsmaaßstab nicht, wohl aber einen andern, — oder hat man einen schon fertigen Plan nach einem andern verjüngten Maaßstabe zu copiren, so leistet der Reduktionszirkel wesentliche Dienste. Es sei z. B. ein Plan zu copiren nach einem verjüngten Maaßstabe, welcher drei mal so groß ist, als der des zu copirenden Planes, so stellt man K so, daß sich verhält sK : SK, $=$ pK : PK, dann verhält sich auch sp : SP $= 1 : 3$, und es ist jede zwischen die Zirkelspitzen s und p gefaßte Länge $1/3$ von der durch die Zirkelspitzen S und P angegebenen Länge; man wird also jede Linie des Planes mit den Zirkelspitzen s und p faßen, und mit den Zirkelspitzen S und P abtragen.

2. Methode. Man verzeichnet auf einer durchsichtigen Hornlamelle, oder auf einem mit einem Ueberzuge von Lackfirniß durchsichtig gemachten Papiere ein Rechteck ABCD Fig. 45, dessen Seite AB, wenn der verjüngte Maaßstab $1/4200$ ist, eine Länge von 8×5 Linien, d. i. 4 Zoll, und dessen Seite AD eine Länge von 12×5 Linien d. i. 6 Zoll hat. Dann construirt man zuerst ein Netz von kleineren Rechtecken, wie aBce innerhalb des großen Rechtecks ABCD, indem man mit den Seiten BC und AD des letztern die Parallellinien ab, a_1b_1, a_2b_2, ... in einer Entfernung von 8 zu 8 Linien, mit den Seiten AB und CD die Parallellinien cd, c_1d_1, c_2d_2, ... in einer Entfernung von 12 zu 12 Linien zieht. Hierauf zertheilt man die kleineren Rechtecke durch Parallellinien, die man gleichfalls mit den Seiten BC, AD und AB, CD des großen Rechtecks in einer Entfernung von 1 zu 1''' zieht, in kleine Quadrate. Die Parallellinien ab, a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3, ... und cd, c_1d_1, c_2d_2, ... werden etwas dicker gemacht, als die übrigen Parallellinien, damit die kleinern Rechtecke wahrnehmbarer seien.

Nach dem Vorhergehenden hat das große Rechteck ABCD 24 □'' Flächenraum; jedes der kleinern Rechtecke deckt 96 □''', und jedes der kleinen Quadrate 1 □'''. Man übersieht leicht, daß bei dem Maaßstabe $1/4200$ ein jedes kleine Quadrat einem Flächenraume von 25 □°, ein jedes der kleineren Rechtecke einem Flächenraume von 2400 □° oder 1 Deßätine, und das große Rechteck 25 Deßätinen in der Oertlichkeit entspricht.

Ueber den Gebrauch des so eben beschriebenen sogenannten Quadratennetzes bleibt nur wenig zu sagen übrig. Man legt dasselbe auf die gegebene Figur, zählt zuerst die ganz innerhalb des Umfangs der letzteren gelegenen kleinern Rechtecke, und merkt sich ihre Anzahl, diese sei s; hierauf zählt man auch die noch außerdem innerhalb des in Rede stehenden Umfanges sich befindenden kleinen Quadrate, ihre Anzahl betrage t; endlich bestimmt man wie viel die innerhalb an der Umfangslinie liegenden Theile von kleinen Quadraten in ganzen kleinen Quadraten ausmachen, wenn man je 2 oder 3, oder nach Erforderniß noch mehr von ihnen nach Augenmaaß vereinigt denkt; ihre Anzahl sei u. Jetzt bildet man die Summe von t und u, und dividirt, falls $t+u$ größer ist als 96 durch 96; der Quotient q wird zu s addirt, der Rest r mit 25 multiplicirt; die Summe $q+s$ gibt die zu findende Anzahl Deſſätinen der Oertlichkeit, das Produkt r.25 die Anzahl Quadratfaden. F ist hiernach also $= \left(\frac{t+u}{96} + s\right)$ Deſſätinen $= (q+s)$ Deſſätinen und r.25 $\square^{o}$.

Es sei z. B. $s = 14$, $t = 76$ und $u = 27$, dann ist $F = \left(\frac{76+27}{96} + 14\right)$ Deſſ. $= 15\frac{7}{96}$ Deſſ. $= 15$ Deſſ. $175\ \square^{o}$.

Ein jedes der kleinen Quadrate bezeichnet man beim Nachzählen, um es nicht doppelt zu zählen, mit einem kleinen Punkte, den man mit Tinte macht. Die Tinte läßt sich nach geschehener Flächeninhaltsbestimmung leicht von der Hornlamelle wegwaschen.

Ist der verjüngte Maaßstab des gegebenen Grundrisses nicht $\frac{1}{4200}$, sondern irgend ein anderer, also allgemein $\frac{1}{\mu}$ so kann man die für den verjüngten Maaßstab $\frac{1}{4200}$ eingerichtete Hornlamelle auch in diesem Falle brauchen, indem man ganz wie oben verfährt, schließlich aber noch die gefundene Anzahl Deſſätinen und Quadratfaden mit $\left(\frac{\mu}{4200}\right)^2$ multiplicirt. $\frac{1}{\mu}$ sei $\frac{1}{2100}$, und man habe mit dem Quadratennetz 12 Dessätinen 116 □° gefunden, so muß man sowohl 12 als auch 116 mit $\left(\frac{2100}{4200}\right)^2$ d. i. mit $\frac{1}{4}$ multipliciren; man erhält 3 Dessätinen 29 □° für den zu findenden Flächeninhalt.

Daß diese zweite Methode der Flächeninhaltsbestimmung in der Regel einen noch geringern Grad der Genauigkeit gewährt, als die erste, und daß, wenn der verjüngte Maaßstab kleiner wird auch der Fehler zunimmt, ist leicht zu übersehen; daher wendet man das Quadratennetz nur bei der Flächeninhaltsbestimmung ganzer Länder an, weil der Fehler hier verhältnißmäßig gering wird, und die Flächeninhaltsbestimmung mittelst des Quadratennetzes sich bei einiger Uebung schnell bewerkstelligen läßt.

3. Methode. Diese liefert unter den praktischen Methoden, wie man sich durch direkte Versuche überzeugen kann, die genauesten Resultate.

Man verzeichnet auf einem Bogen festen Postpapiers ein Rechteck von 1 bis 2 Fuß Länge und genau 2 Zoll Breite; bringt auf der einen der beiden Längenseiten AB und DC des Rechtecks ABCD, Fig. 46, also etwa auf der Seite AB, eine Theilung an, so daß je zwei benachbarte Theilungspunkte um $\frac{24}{100}$ eines Zolles, also um 24 Zehntellinien von einander abstehen; setzt bei dem ersten Theilungspunkte die Ziffer 0, bei dem zweiten die Ziffer 1, bei dem dritten 2 u. s. w., und zieht durch die ganze Länge des Rechtecks, parallel mit den Längenseiten desselben, die beiden Linien MN und M′N′, so daß die erstere $\frac{1}{4}$ von den beiden Breitenseiten AD und BC des Rechtecks, also $\frac{1}{2}$ Zoll abschneidet, die letztere dieselben halbirt. Schließlich wird das Rechteck, um es durchsichtig zu machen, in seiner ganzen Ausdehnung lackirt.

Ein auf solche Weise behufs der Flächeninhaltsbestimmung eingerichtetes Vieleck wird **Agrometer** genannt. Der Gebrauch des Agrometers ist höchst einfach, und man ist im Stande mittelst desselben ohne Weiteres und sehr schnell den Flächeninhalt aller geradlinigen Dreiecke eines Grundrisses, welcher nach dem verjüngten Maaßstabe $^1/_{8400}$ *) verzeichnet ist, nach Dessätinen anzugeben. Hier folgt das Verfahren:

Man zieht zuerst durch die Spitze des auf der Meßtischplatte gegebenen Dreiecks eine Parallellinie mit dessen Grundlinie; wenn nun a) **letztere größer als 2 Zoll ist**, so legt man das Rechteck so auf das gegebene Dreieck pqr Fig. 47, daß der Nullpunkt der Theilung auf der Seite AB mit dem Eckpunkte p genau zusammenfällt, der Eckpunkt r aber genau in die Längenseite DC zu liegen kommt; man liest jetzt die Zahl z ab, welche bei dem Theilungspunkte steht, in welchem die Längenseite AB des Rechtecks von der durch die Spitze q des Dreiecks pqr gezogenen Parallellinie qs geschnitten wird; z drückt dann die Anzahl Dessätinen aus, welche das dem verjüngten Dreiecke pqr entsprechende Dreieck PQR der Oertlichkeit enthält, so daß, wenn wir wiederum mit F den Flächeninhalt des Dreiecks PQR bezeichnen, $F = z$ ist. Aus Fig. 47 ergiebt sich für z die Zahl 10 und für das Dreieck PQR also der Flächeninhalt 10 Dessätinen.

Wenn b) **die Grundlinie pr des gegebenen Dreiecks pqr kleiner als 2 Zoll, aber größer als 1 Zoll ist**, so bleibt das Verfahren im Uebrigen das so eben beschriebene, nur muß das Rechteck ABCD dann so gelegt werden, daß der Eckpunkt r des Dreiecks nicht in die Längenseite DC, sondern

*) Dieser verjüngte Maaßstab wird bei uns am häufigsten gebraucht.

in die Parallellinie M'N' fällt; z giebt in diesem Falle aber nicht ganze, sondern nur halbe Dessätinen an, so daß also $F = \frac{z}{2}$ Dessätinen ist.

Wenn c) die Grundlinie pr kleiner als 1 Zoll, aber größer als ½ Zoll ist, so bleibt das Verfahren im Uebrigen gleichfalls ganz dasselbe, nur muß dem Rechteck ABCD eine solche Lage gegeben werden, daß der Eckpunkt r des Dreiecks in die Linie MN fällt; z giebt hier aber nur Vierteldessätinen an, so daß also $F = \frac{z}{4}$ Dessätinen ist.

Was die beiden letztern Fälle anlangt, so muß bemerkt werden, daß, wenn man die Grundlinie pr des gegebenen Dreiecks pqr n mal größer macht, so daß $pr \times n > 2$ Zoll ist, man ganz wie im Falle a) verfahren kann, und der Linien MN und M'N' gar nicht bedarf, dann aber ist nicht z, sondern $\frac{z}{n}$ die Anzahl Dessätinen, welche das Dreieck PQR der Oertlichkeit enthält. Immer jedoch ist es zweckmäßiger, wenn $pr > ½$ Zoll aber < 2 Zoll ist, wegen des beim Abtragen der Länge $pr \times n$ möglicher Weise sich einschleichenden Fehlers, so wie im Falle b) oder c) zu verfahren.

Wenn d) die Grundlinie pr des Dreiecks pqr kleiner als ½ Zoll ist, so ist das in der so eben gemachten Bemerkung angedeutete Verfahren nicht zu umgehen, man thut dann aber gut n nur so groß zu nehmen, daß $pr \times n > ½$ Zoll aber < 1 Zoll ist. Nachdem man die Grundlinie pr des gegebenen Dreiecks pqr n mal größer gemacht und dadurch einen Punkt r' Fig. 48 erhalten hat, wird das Rechteck ABCD so auf das n mal größer gemachte Dreieck pqr, also auf das Dreieck pqr' gelegt, daß der Nullpunkt der Theilung mit dem Endpunkt p zusammenfällt, die Linie MN des Rechtecks aber genau durch den Endpunkt r′ geht; die abgelesene Zahl z muß man dann offenbar noch durch 4 n dividiren, um den Flächeninhalt des Dreiecks PQR der Oertlichkeit in Dessätinen zu erhalten, und es ist also $F = \frac{z}{4n}$ Dessätinen.

Der Beweis für den Fall a) ist leicht geführt: Der Flächeninhalt $\mathfrak{F}$ des Dreiecks pqr ist gleich dem Flächeninhalt des Dreiecks pur Fig. 47, denn die Dreiecke pqr und pur haben die Grundlinie pr gemeinschaftlich, und ihre Spitzen q und u liegen in derselben zur Grundlinie pr parallelen Linie qus. Der Flächeninhalt des Dreiecks pur aber ist gleich dem Produkt von pu und der halben Breite $\frac{\beta}{2}$ des Rechtecks ABCD, also $\mathfrak{F} = pu \frac{\beta}{2}$; oder weil $pu = {}^{24}/_{100} \times z$ Zoll, $\frac{\beta}{2} = 1$ Zoll, so ist $\mathfrak{F} = {}^{24}/_{100} \times z$ Quadratzoll. Da nun der verjüngte Maaßstab nach der Annahme $^1/_{8400}$ ist, also 1 Zoll in der Zeichnung 100 Faden in der Oertlichkeit und 1 Quadratzoll in der Zeichnung 10000 Quadratfaden in der Oertlichkeit beträgt, so ist der Flächeninhalt des dem Dreiecke pqr in der Zeichnung entsprechenden Dreiecks PQR in der Oertlichkeit, d. i. $F = {}^{24}/_{100} \times z \times 10000$ Quadratfaden, oder weil $2400 \,\square^{\circ} = 1$ Dessätine,

$$F = \frac{\frac{24\,z.\,10000}{100}}{2400} \text{ Dessätinen d. i. } = z \text{ Dessätinen.}$$

Die Beweise für die Fälle b) c) und d) werden auf ganz analoge Weise geführt. Aus dem so eben gegebenen Beweise geht hervor, daß z keine ganze Zahl, wie wir bisher angenommen haben, zu sein braucht, sondern daß z eben so gut auch eine gemischte Zahl, also eine ganze Zahl und ein Bruch sein kann. Wenn nun z eine ganze Zahl und ein Bruch ist, was der Fall sein wird, wenn die durch die Spitze q des gegebenen Dreiecks pqr gezogene Parrallellinie qs die Seite AB des Rechtecks

ABCD nicht in einem Theilungspunkte, wie in den vier Fällen a), b), c), d) angenommen worden ist, sondern in irgend einem andern Punkte u schneidet, so schätzt man das Stückchen vom Punkte u bis zu dem ihm nächst vorhergehenden Theilungspunkte nicht nach Augenmaaß ab, sondern bestimmt dessen Länge mit Hülfe eines sogenannten Proportionaldreiecks, das folgende Einrichtung hat: abc, Fig. 49, ist ein rechtwinkliges Dreieck; die Kathete bc ist $= {}^{24}/_{100}$ Zoll, also so groß, wie der Abstand zweier benachbarten Theilungspunkte des Rechtecks ABCD; die Kathete ab hat eine beliebige Länge, und ist in 60 *) gleiche Theile getheilt; durch die Theilungspunkte $m, m_1, m_2, m_3, \ldots$ der Kathete ab sind Parallellinien mit der Kathete bc gezogen, so daß dadurch 60 ähnliche Dreiecke amn, am_1n_1, am_2n_2, $am_3n_3, \ldots.$ entstehen. Die Bestimmung des in Rede stehenden Stückchens geschieht nun auf die Weise, daß man dasselbe mit den Spitzen eines Zirkels faßt, und untersucht, welche von den Parallellinien des Proportionaldreiecks ihm gleich ist; ist dieses z. B. die $v$te, wenn der Punkt a mit 0, die ihm benachbarte Parallellinie mit 1, die zweite Parallellinie von a mit 2 u. s. w. bezeichnet wird, so ist das Stückchen offenbar $= \frac{v}{60}$ von bc; d. h. das Stückchen gibt $\frac{v}{60}$ Dessätinen an, weil bc oder, was dasselbe ist, ein Theil der Linie AB des Rechtecks ABCD eine Dessätine angiebt. Da ${}^{1}/_{60}$ Dessätine $= 40\ \square^{\circ}$, so sind $\frac{v}{60}$ Dessätinen $= v \times 40\ \square^{\circ}$.

Wenn sonst keine Fehler vorgefallen sind, so findet man den Flächeninhalt mit Hülfe eines solchen Proportionaldreiecks, dessen Seite ab in 60 gleiche Theile eingetheilt ist, bis auf 40 Quadratfaden genau.

---

*) Je größer die Anzahl der Theile ist, in welche ab getheilt ist, um so genauer kann offenbar z und somit auch F bestimmt werden.

Ist der verjüngte Maaßstab $\frac{1}{\mu}$ statt $\frac{1}{8400}$, und verhält sich $8400 : \mu = 1 : p$, so bleibt das Verfahren in den vier Fällen im Uebrigen ganz das nämliche, nur muß man die sich ergebende Anzahl Dessätinen schließlich mit p^2 multipliciren, so daß also im Falle a) das dem Dreiecke pqr der Zeichnung entsprechende Dreieck PQR der Oertlichkeit nicht z, sondern zp^2, im Falle b) nicht $\frac{z}{2}$, sondern $\frac{z}{2} \cdot p^2$, im Falle c) nicht $\frac{z}{4}$, sondern $\frac{z}{4} \cdot p^2$, im Falle d) endlich nicht $\frac{z}{4n}$, sondern $\frac{z}{4n} \cdot p^2$ Dessätinen Flächeninhalt hat. Man habe z. B. mit Hülfe des Agrometers bei vier den vier Fällen a), b), c), d) entsprechenden Dreiecken resp. die Resultate 8 Dess. 840 □°, 2 Dess. 1080 □°, 1240 □°, 280 □° erhalten; der verjüngte Maaßstab, nach welchem die vier Dreiecke verzeichnet worden sind, sei $\frac{1}{4200}$, also $\mu = 4200$ und $p = \frac{1}{2}$, so muß man die vier Resultate noch mit $\frac{1}{4}$ multipliciren, oder durch 4 dividiren; man erhält also resp.: 2 Dess. 210 □°, 1470 □°, 310 □°, 70 □°. Die Richtigkeit der obigen Behauptung läßt sich leicht mit Hülfe des Satzes der Planimetrie darthun. „Aehnliche Figuren verhalten sich dem Flächeninhalte nach wie die Quadrate ihrer gleichnamigen Seiten."

Hat man den Flächeninhalt eines geradlinigen Vielecks mittelst des Agrometers zu bestimmen, so zerlege man das Vieleck in Dreiecke, bestimme den Flächeninhalt jedes einzelnen Dreiecks und summire die einzelnen Resultate. Man kann auch das Vieleck in ein gleich großes Dreieck verwandeln, wie die Planimetrie lehrt, und dann den Flächeninhalt des letztern bestimmen, jedoch gibt solches, wie man sich durch direkte Versuche überzeugen kann, in der Regel ein weniger genaues Resultat.

Die Bestimmung des Flächeninhaltes von krummlinigen Figuren einer Oertlichkeit, also von Wäldern, Wegen, Seen, Flüssen 2c., aus dem geometrischen Grundrisse derselben, kann nach den beiden ersten Methoden ohne Weiteres bewerkstelligt werden; wünscht man aber eine größere Genauigkeit, so muß auf analoge Weise verfahren werden, wie bei der unmittelbaren Bestimmung des Flächeninhalts von Ackerstücken mittelst der Kreuzscheibe in Lief. 2, pag. 82 und 83 verfahren wurde. Da das in der angeführten Stelle gegebene Verfahren durchaus keine Schwierigkeiten hat, was seine Anwendung auf Figuren eines Planes, behufs der Flächeninhaltsbestimmung derselben anlangt, so ist desselben in der dritten Lieferung von uns auch nicht erwähnt worden; hier jedoch glauben wir es, da wir der Bestimmung des Flächeninhaltes der Figuren einen besondern §. gewidmet haben, nicht vorenthalten zu können.

Man berechnet zuerst nach irgend einer der von uns in Lief. 3, pag. 136 und 137 und in dieser 5ten Lief. pag. 331—341 gegebenen Methoden den Flächeninhalt $\mathcal{F}$ der geradlinigen Figur abcdefga des Grundrisses, Fig. 50, welche der bei der Aufnahme der gegebenen krummlinigen Figur (Siehe Lief. 5, pag. 317) zu Grunde gelegten geradlinigen Figur ABCDEFGA der Oertlichkeit entspricht. Dann ermittelt man auch den Flächeninhalt jedes einzelnen der krummlinigen Segmente, amb, bm_1c, cm_2d, dm_3e, em_4f, fm_5g, gm_6a, und addirt hierauf zu $\mathcal{F}$ die Summe der Flächeninhalte aller derjenigen Segmente, welche außerhalb der geradlinigen Figur abcdefga liegen, wie z. B. das Segment amb, und subtrahirt die Summe der Flächeninhalte aller derjenigen Segmente, welche innerhalb liegen, wie z. B. cm_2d, so erhält man dadurch den Flächeninhalt F_1 der gegebenen krummlinigen Figur des Grundrisses. Der Flächeninhalt eines Segmentes wie amb, Fig. 50, welches in Fig. 51 vergrößert dargestellt ist, wird gefunden, wenn man den Flächeninhalt der Dreiecke aa_1b_1 und ba_7a_7 und der Trapeze $a_1b_1b_2a_2$, $a_2b_2b_3a_3$, $a_3b_3b_4a_4$, $a_4b_4b_5a_5$, $a_5b_5b_6a_6$, $a_6b_6b_7a_7$ berechnet, welche durch die auf die entsprechende Sehne ab des Segmentes amba von der krummen Umfangslinie amb des letztern gefällten Perpendikel (Ordinaten) a_1b_1, a_2b_2, a_3b_3, a_4b_4, a_5b_5, a_6b_5, a_7b_7 gebildet werden, und hierauf alle Resultate summirt. Je größer die Anzahl der Ordinaten, also auch die der Trapeze ist, um so genauer wird man den Flächeninhalt des entsprechenden Segmentes finden. Der doppelte Flächeninhalt des Segm. amba d. i. 2f ist $= aa_1 . a_1b_1 + a_1a_2 (a_1b_1 + a_2b_2) + a_2a_3 (a_2b_2 + a_3b_3) + a_3a_4 (a_3b_3 + a_4b_4) + a_4 a_5 (a_4b_4 + a_5b_5) + a_5a_6 (a_5b_5 + a_6b_6) + a_6a_7 (a_6b_6 + a_7b_7) + a_7b\ a_7\ b_7$. Ist $aa_1 = a_1a_2 = a_2a_3 = a_3a_4 = a_4a_5 = a_5a_6 = a_6a_7 = a_7b = \delta$, so findet man leicht $f = \delta (a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 + a_4b_4 + a_5b_5 + a_6b_6 + a_7b_7)$.

Aus dem Flächeninhalt $\mathfrak{F}_1$ der gegebenen krummlinigen Figur des Grundrisses erhält man bekanntlich den Flächeninhalt **F** der entsprechenden Figur der Oertlichkeit, wenn man $\mathfrak{F}_1$ mit der zweiten Potenz des Nenners μ des zu Grunde gelegten verjüngten Maaßstabes $\frac{1}{\mu}$ multiplicirt, so daß also $F = \mathfrak{F}_1 . \mu^2$ ist.

Schlüßlich wäre noch zu bemerken, daß der Geometer sich bei der Flächeninhaltsbestimmung oder Ausmessung der Grundstücke, Wiesen und Felder nicht um die Quadratzolle, auch selten um die Quadratfuße zu bekümmern hat; dies sind bei der Mehrzahl der Fälle nicht zu achtende Kleinigkeiten, und es ist von Seiten des Geometers Pedanterie, und zeugt von zu großer Zuversicht zu sich selbst, wenn er den Flächeninhalt ausgedehnterer Oertlichkeiten bis auf Quadratfuße angeben will; — der Billigkeit gemäß wird man hier im Allgemeinen einen Fehler von 24 Quadratfaden auf die Dessätine, d. h. also einen Fehler, der $1/_{100}$ von dem berechneten Flächeninhalte beträgt, nicht beachten.

Daß bei Ausmessung von Linien die Zolle nicht jederzeit zu vernachlässigen sind, und noch weniger die Fuße, daß man also die Linien behufs der Flächeninhaltsbestimmung möglichst genau, d. h. wo möglich bis auf $1/_{1000}$ ihrer Länge ausmißt, da diese nach Beschaffenheit der Figur oft einen bedeutenden Einfluß auf den Flächeninhalt derselben haben kann, braucht wohl kaum nochmals angeführt zu werden.

§. 6. Von der Theilung der Figuren.

Wir haben im Vorhergehenden die Einrichtung und Verifikation der Meßinstrumente kennen gelernt, und gesehen, wie man eine Oertlichkeit aufnimmt, verzeichnet und ihren Flächeninhalt berechnet. Der Oekonom, er mag nun selbst messen oder messen lassen, verlangt aber nicht bloß einen richtigen Grundriß und eine genaue Flächeninhaltsberechnung seiner Grundstücke, Wiesen, Felder 2c., sondern er wünscht auch eine zweckmäßige Eintheilung der neben einander liegenden Oertlichkeiten, und bei Grenzführungen, daß er nicht übervortheilt werde. Es soll daher in diesem §. gezeigt werden, wie eine Oertlichkeit, entweder direkt, oder indirekt, indem man die Eintheilung zuerst an dem entsprechenden Grundrisse ausführt, in Theile zerlegt werden kann, die dem Flächeninhalte nach ein bestimmtes Verhältniß zu einander haben sollen. Es versteht sich von selbst, daß es unmöglich ist alle möglichen Fälle durchzunehmen, welche in der Praxis vorkommen können; wir beschränken uns also auf die am häufigsten vorkommenden, und assen diese in einzelnen Aufgaben folgen.

Kenntniß der Gesellschaftsrechnung wird vorausgesetzt.

1. Aufgabe. Es ist ein Dreieck ABC, Fig. 52, in der Oertlichkeit gegeben, man soll dasselbe durch gerade Linien CM, CN, CO, ..., welche vom Eckpunkt C ausgehen in n gleiche Theile theilen.

Auflösung. n sei z. B. = 7. Man theile die dem Eckpunkte C gegenüberliegende Seite AB des gegebenen Dreiecks in 7 gleiche Theile AM, MN, NO, OP, PQ, QR, RB, und stecke durch die 6 Theilungspunkte M, N, O, P, Q, R und den Eckpunkt C gerade Linien ab, so ist die Aufgabe gelöst.

Wollte man bei der Theilung der Seite AB in 7 gleiche Theile auf die Weise verfahren, daß man, etwa von A aus, $\frac{1}{7}$AB auf AB mittelst der Meßkette abträgt, wodurch man den Theilungspunkt M erhält, dann von M aus auf AB abermals $\frac{1}{7}$AB abträgt, wodurch man den Theilungspunkt N erhält, hierauf von N aus auf AB wiederum $\frac{1}{7}$AB abträgt, wodurch man den Theilungspunkt O erhält, und auf diese Weise fortfährt, bis der letzte Theilungspunkt R gefunden ist, so würde die Theilung fast nie die nöthige Genauigkeit haben, weil immer kleine Fehler gemacht werden. Wenn z. B. bei der Abtragung der Länge $\frac{1}{7}$AB jedes Mal ein Fehler von 1 Fuß begangen wird so würde der letzte Theilungspunkt entweder um 6 Fuß zu weit nach B hin, oder um eben so viel zu weit nach A zurück liegen, im ersten Falle würde der letzte Dreiecksthei zu klein, im andern zu groß ausfallen. Man verfahre daher bei der Theilung der Linie AB auf die Weise, daß man von A oder B aus auf AB die Längen $\frac{1}{7}$AB, $\frac{2}{7}$AB, $\frac{3}{7}$AB, $\frac{4}{7}$AB, $\frac{5}{7}$AB; $\frac{6}{7}$AB abträgt, wodurch man resp. die 6 Theilungspunkte M, N, O, P, Q, R mit der möglichst größten Genauigkeit erhält.

Auf diese Weise muß stets bei der Theilung der Linien in mehrere Theile verfahren werden.

Sollte das Dreieck ABC durch die Linien CM, CN, CO, CP, ... in Theile zerlegt werden, die nicht einander gleich sind, aber zu einander, was den Flächeninhalt betrifft, in einem gegebenen Verhältnisse stehen; sollte also z. B. das Dreieck ABC in die 5 ungleichen Dreiecke ACM, MCN, NCO, OCP, PCB zerlegt werden, welche sich zu einander verhalten wie 1 : 2 : 3 : 4 : 5, so würde man, wie leicht zu übersehen ist, von A aus auf AB die Längen $\frac{1}{15}$AB, $\frac{3}{15}$AB, $\frac{6}{15}$AB, $\frac{10}{15}$AB abtragen müssen, um resp. die Theilungspunkte M, N, O, P zu erhalten. 15 ist die Summe der Verhältnißzahlen 1, 2, 3, 4, 5. — Wäre z. B. AB = 240°, so fände man nach dem Obigen AM = 16°, AN = 48°, AO = 96°, AP = 160°, und erhielte durch Abtragen der in Rede stehenden Längen von A aus auf AB die Theile AM = 16°, MN = 32°, NO = 48°, OP = 64°, PB = 80°, welche die Grundlinien der verlangten 5 Dreiecke sind; denn letztere verhalten sich wirklich, weil sie alle gleiche Höhe haben, zu einander, wie ihre Grundlinien, mithin wie die Zahlen 16, 32, 48, 64, 80, oder, da diese durch 16 theilbar sind, wie 1 : 2 : 3 : 4 : 5.

2. Aufgabe. **Es ist ein Dreieck ABC, Fig. 53, in der Oertlichkeit gegeben, man soll dasselbe durch die Linien MN, OP, QR, ..., welche mit der Seite AB parallel laufen, in n unter einander gleiche Theile theilen.**

Auflösung. Es sei n z. B. = 5. Man stelle sich vor, daß die Parallellinien MN, OP, QR, ST bereits abgesteckt seien. Die durch selbige gebildeten Dreiecke CNM, CPO, CRQ, CTS, CBA verhalten sich dem Flächeninhalte nach, weil sie einander ähnlich sind, offenbar wie die Quadrate der Seiten CN, CP, CR, CT, CB. Da das Dreieck CNM und die Trapeze MNPO, OPRQ, QRTS, STBA unter einander gleich sind, so verhalten sich die zuerst genannten Dreiecke dem Flächeninhalte nach auch resp. wie 1 : 2 : 3 : 4 : 5. Hieraus folgt die Proportion $(CN)^2 : (CP)^2 : (CR)^2 : (CT)^2 : (CB)^2 = 1 : 2 : 3 : 4 : 5$, aus der sich ergibt: $CN : CP : CR : CT : CB = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \sqrt{4} : \sqrt{5}$, so daß $CN = CB\sqrt{1/5}$, $CP = CB\sqrt{2/5}$, $CR = CB\sqrt{3/5}$, $CT = CB\sqrt{4/5}$ ist.

Wenn man also CB mißt, ihren Zahlwerth in die letztern Gleichungen setzt, die Längen von CN, CP, CR, CT berechnet, und dieselben von C aus auf CB abträgt, so erhält man die Punkte N, P, R, T, welche so liegen, daß die durch selbige mit AB parallel abgesteckten Linien das gegebene Dreieck ABC, wie verlangt wurde, in 5 einander gleiche Theile theilen, jedes der Theile also $1/5 \cdot \triangle ABC$ Flächeninhalt besitzt.

Man kann auch, anstatt direkt durch die Punkte N, P, R, T Parallellinien mit AB abzustecken, auf der Seite CA, von C aus, die Längen $CM = CA\sqrt{1/5}$, $CO = CA\sqrt{2/5}$, $CQ = CA\sqrt{3/5}$, $CS = CA\sqrt{4/5}$ abtragen, wodurch man die Punkte M, O, Q, S erhält, und dann durch diese und die Punkte N, P, R, T die Linien MN, OP, QR, ST abstecken, so wird man gleichfalls die Aufgabe gelöst haben.

Daß man auch beliebige zwei andere Linien CV und CW, welche durch C gehen, statt CB und CA benutzen kann, um die Lage der einander parallelen Theilungslinien MN, OP, QR, ST zu erhalten, übersieht man leicht; man wird CV und CW messen, die Längen $CV\sqrt{1/5}$, $CV\sqrt{2/5}$, $CV\sqrt{3/5}$, $CV\sqrt{4/5}$ und $CW\sqrt{1/5}$, $CW\sqrt{2/5}$, $CW\sqrt{3/5}$, $CW\sqrt{4/5}$ berechnen, und die 4 erstern auf CV, die 4 letztern auf CW von C aus abtragen; durch die auf solche Weise sich ergebenden Punkte aber wird man, eben so wie oben, gerade Linien abstecken. Das Verfahren für einen andern Werth von n bleibt im Allgemeinen das nämliche, nur wird man für n z. B. = 8 auch die Quadratwurzeln aus $\frac{1}{8}$, $\frac{2}{8}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{4}{8}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{7}{8}$ zu ziehen haben.

Es sei CB = 160°, CA = 138°, der Flächeninhalt des Dreiecks ABC = 4 Dess. 192 □° und n = 4, so muß jeder Theil 1 Dess. 48□° Flächeninhalt besitzen. Die Punkte N, P, R auf der Seite CB werden erhalten, wenn man resp. die Längen $160\sqrt{\frac{1}{4}}$, $160\sqrt{\frac{2}{4}}$, $160\sqrt{\frac{3}{4}}$; die Punkte M, O, Q auf der Seite CA, wenn man resp. die Längen $138\sqrt{\frac{1}{4}}$, $138\sqrt{\frac{2}{4}}$, $138\sqrt{\frac{3}{4}}$ von C aus abträgt. Man findet, da die Quadratwurzeln aus 2 und 3 resp. 1,414 und 1,732 sind, CN = 80°, CP = 113,12°, CR = 138,56; CM = 69°, CO = 97,566°, CQ = 119,508°.

Sollte das Dreieck ABC durch die Parallellinien MN, OP, QR, ST, Fig. 54, anstatt in gleich große Theile zerlegt zu werden, in ungleich große Theile zerlegt werden, die zu einander ein gegebenes Verhältniß haben, sollte das Dreieck ABC z. B. in die 4 ungleichen Theile CNM, MNPO, OPRQ, QRBA zerlegt werden, die sich zu einander verhalten resp. wie die Zahlen 3, 4, 5, 6, so würde man auch in diesem Falle zuerst die Längen CN, CP, CR und CM, CO, CQ berechnen, und sie resp. auf CB und CA von C aus abtragen müssen, um die Punkte N, P, R und M, O, Q zu erhalten, und hierauf durch M und N, durch O und P, durch Q und R gerade Linien abstecken. Die Längen CN, CP, CR und CM, CO, CQ werden folgendermaßen gefunden: Die ähnlichen Dreiecke CNM, CPO, CRQ, CBA verhalten sich dem Flächeninhalte nach zu einander offenbar resp.

wie die Zahlenwerthe $3, 3 + 4, 3 + 4 + 5, 3 + 4 + 5 + 6$ d. i. wie $3 : 7 : 12 : 18$; da sich die in Rede stehenden Dreiecke zu einander aber auch verhalten wie $(CN)^2 : (CP)^2 : (CR)^2 : (CB)^2$, so muß sich auch verhalten $(CN)^2 : (CP)^2 : (CR)^2 : (CB)^2 = 3 : 7 : 12 : 18$, oder $CN : CP : CR : CB = \sqrt{3} : \sqrt{7} : \sqrt{12} : \sqrt{18}$, woraus sich ergibt $CN = CB \sqrt{3/18}$, $CP = CB \sqrt{7/18}$, $CR = CB \sqrt{12/18}$. Eben so findet man leicht $CM = CA \sqrt{3/18}$, $CO = CA \sqrt{7/18}$, $CQ = CA \sqrt{12/18}$. Also auch in diesem Falle ist eine genaue Ausmessung der beiden Seiten CB und CA des gegebenen Dreiecks ABC nöthig, deren Zahlwerthe man in die letztern Gleichungen zu substituiren hat.

Wenn wie vorhin $CB = 160^\circ$ und $CA = 138^\circ$ gemessen worden ist, so findet man, weil $\sqrt{3/18} = \sqrt{1/6} = 0{,}40824$, $\sqrt{7/18} = 0{,}62360$, und $\sqrt{12/18} = \sqrt{2/3} = 0{,}81649$ ist, $CN = 160 \times 0{,}40824, = 65{,}38^\circ$ $CP = 160 \times 0{,}62360 = 99{,}78^\circ$, $CR = 160 \times 0{,}81649 = 130{,}64^\circ$ und $CM = 138 \times 0{,}40824 = 56{,}34^\circ$, $CO = 138 \times 0{,}62360 = 86{,}06^\circ$, $CQ = 138 \times 0{,}81649 = 112{,}68^\circ$.

Die vorhergehenden Aufgaben kann man auch, wenn die den Dreiecken ABC, Fig. 52, 53 und 54, der Oertlichkeit ähnlichen Zeichnungen, oder mit andern Worten die geometrischen Grundrisse der Dreiecke ABC und der verjüngte Maaßstab der Grundrisse gegeben sind, zuerst an den letztern auf ähnliche Weise lösen, wie solches an den entsprechenden Dreiecken der Oertlichkeit geschah, und hierauf die graphisch ausgeführten Auflösungen dazu benutzen, um aus ihnen diejenigen Größen zu entnehmen, welche zur Bestimmung der Lage der zu findenden Theilungslinien der Dreiecke ABC der Oertlichkeit, nämlich CM, CN, CO,...., Fig. 52, und MN, OP, QR,...., Fig. 53 und 54, dienen.

Die nachfolgenden Aufgaben über die Theilung der Figuren einer Oertlichkeit werden wir an den Figuren des entsprechenden geometrischen Grundrisses lösen, und diese Auflösungen dann dazu benutzen, um die verlangte Theilung in der Oertlichkeit auszuführen.

3. Aufgabe. ABCD, Fig. 55, sei ein Viereck in der Oertlichkeit, abcd, Fig. 56, das ihm entsprechende des zugehörigen geometrischen Grundrisses, $\frac{1}{\mu}$ der verjüngte Maaßstab des letztern. Man soll ABCD durch eine Linie MN, welche durch den gegebenen Punkt M geht, in 2 Theile P und Q zerlegen, welche sich zu einander dem Flächeninhalte nach resp. wie die Zahlen v und w verhalten.

Auflösung. Wenn der dem Punkte M der Oertlichkeit entsprechende Punkt m in der Seite cd des Grundrisses nicht bekannt sein sollte, so mißt man etwa DM, und trägt die Verjüngung von DM, also $\frac{DM}{\mu}$, von d aus auf dc ab, dann erhält man einen Punkt, welcher der dem Punkte M entsprechende Punkt m ist. Hierauf bestimmt man auf bekannte Weise den Flächeninhalt des Vierecks abcd in Quadratzehntellinien, er sei F. Bezeichnet man dann der Kürze wegen die beiden den Theilen P und Q des Vierecks ABCD entsprechenden Theile des Vierecks abcd mit p und q und ihren Flächeninhalt resp. mit f_1 und f_2, so daß (1) $F = f_1 + f_2$ ist, so soll sich nach der Aufgabe verhalten $f_1 : f_2 = v : w$, d. h. es muß sein (2) $f_1 . w = f_2 . v$, und man erhält aus den beiden Gleichungen (1) und (2) für f_1 und f_2 resp. die Werthe $\frac{v . F}{v + w}$ und $\frac{w . F}{v + w}$. Jetzt wird im Vierecke abcd von m aus eine beliebige gerade Linie ms gezogen, und der Flächeninhalt eines der beiden Theile mcbs und mdas, etwa des Theiles mcbs in Quadratzehntellinien berechnet, er sei $= f_2$. Ist nun $f_2 < \mathrm{f}_2$, so ist mcbs um $\mathrm{f}_2 - f_2$ Quadratzehntellinien kleiner, als der zu findende Theil q, und mdas daher um eben so viel größer als der andere Theil p; ist hingegen $f_2 > \mathrm{f}_2$, so ist mcbs um $f_2 - \mathrm{f}_2$ Quadratzehntellinien größer, als der zu findende Theil q, und mdas um eben so viel kleiner, als der Theil p. Es handelt sich nun darum, wenn $f_2 < \mathrm{f}_2$ zu mcbs ein Dreieck msn von $\mathrm{f}_2 - f_2$ Quadratzehntellinien Flächeninhalt hinzuzulegen, wenn $f_2 > \mathrm{f}_2$ ein Dreieck msn von $f_2 - \mathrm{f}_2$ Quadratzehntellinien Flächeninhalt von mcbs wegzunehmen. Die Seite mn des entweder zuzulegenden oder wegzunehmenden Dreiecks msn wird offenbar die zu findende Theilungslinie des Vierecks abcd des Grundrisses sein. Um die Lage der Linie mn zu erhalten, braucht man nur die Lage des Punktes n in der Seite ab des Vierecks abcd, oder die Länge der Seite ns des Dreiecks msn zu kennen. Man fällt zu diesem Zwecke aus m das Perpendikel mk auf ab, und mißt mk nach Zehntellinien mittelst des hunderttheiligen verjüngten Maaßstabes aus; man finde mk $=$ h Zehntellinien, dann ist offenbar $\triangle$ msn $= \frac{h}{2} \times$ ns $= \mathrm{f}_2 - f_2$*) und also ns $= \frac{2\,(\mathrm{f}_2 - f_2)}{h}$ Zehntellinien. Wird jetzt vom Punkte s aus auf ab entweder nach a oder nach b hin die Länge $\frac{2\,(\mathrm{f}_2 - f_2)}{h}$, je nachdem $\mathrm{f}_2 > f_2$ oder $\mathrm{f}_2 < f_2$ ist, abgetragen, so erhält man dadurch den Punkt n und folglich auch die Lage der Theilungslinie mn.

Um die Lage der der Linie mn des Grundrisses entsprechenden Linie MN in der Oertlichkeit zu finden, hat man nur nöthig entweder die Entfernung e_1 der Punkte a und n, oder die Entfernung e_2 der Punkte b und n des Grundrisses in Zehntellinien

*) Es handelt sich hier nur um den absoluten Zahlenwerth.

mittelst des hunderttheiligen verjüngten Maaßstabes zu ermitteln, und von A aus auf AB in der Oertlichkeit eine Länge von $\frac{e_1 . \mu}{8400}$ Faden, oder von B aus auf AB eine Länge von $\frac{e_2 . \mu}{8400}$ Faden abzutragen, denn man erhält dadurch in beiden Fällen den Punkt N in der Oertlichkeit, welcher dem Punkte n im Grundrisse entspricht.

Es sei $F = 234528$ Quadratzehntellinien, also der Flächeninhalt des Vierecks ABCD, wenn der verjüngte Maaßstab des Grundrisses $= \frac{1}{2100}$ ist, $= 234528 \times \frac{1}{16}$ Quadratfaden d. i. 14658 Quadratfaden, oder $\frac{14658}{2400}$ Dess. oder 6 Dess. 258 Quadratfaden; es sei ferner $v = 3$, $w = 5$, so daß also sich zu einander verhalten sollen dem Flächeninhalte nach P und Q, also auch p und q resp. wie $3 : 5$, so daß $f_1 : f_2 = 3 : 5$, dann findet man $f_1 = \frac{3 \times 234528}{3 + 5} = 87948$ Quadratzehntellinien und $f_2 = \frac{5 \times 234528}{3 + 5} = 146580$ Quadratzehntellinien. Der Flächeninhalt f_2 des durch das Ziehen der Linie ms erhaltenen Theiles mcbs des Vierecks abcd betrage 144110 Quadratzehntellinien, so daß also $f_2 > f_2$ und $f_2 - f_2 = 2470$ Quadratzehntellinien ist; das vom Punkte m auf ab gefällte Perpendikel h habe eine Länge von 130 Zehntellinien, so ergibt sich für sn, da es $= \frac{2 (f_2 - f_2)}{h}$ ist, der Werth $\frac{2 \times 2470}{130}$ d. i. 38 Zehntellinien. Hat man sn von s nach a hin auf ab abgetragen, und findet man die Entfernung e_1 der Punkte a und n 116 Zehntellinien, so liegt N von A auf der Linie AB um $\frac{116 \times 2100}{8400}$ Faden d. i. um 29 Faden ab.

Der Punkt M braucht nicht nothwendig in einer der Seiten des Vierecks zu liegen, er kann sich eben so gut auch innerhalb des letztern befinden. Die so eben gegebene Methode kann auch in dem Falle in Anwendung gebracht werden, wo von einer in der Oertlichkeit gegebenen Figur, durch Ziehen einer geraden Linie, ein Stück von gegebenem Flächeninhalte abgeschnitten werden soll.

Wäre die Forderung gestellt, es solle MN, anstatt durch den Punkt M zu gehen, mit irgend einer der Richtung nach gegebenen Linie, also z. B. mit der Seite BC des Vierecks ABCD, Fig. 57, parallel laufen, so ziehe man zuerst im Grundrisse abcd mit der Seite bc, Fig. 58, welche der Seite BC entspricht, eine Parallellinie gi, welche das Viereck abcd in zwei Theile cigb und agid theilt, die sich zu einander nur ohngefähr wie die gegebenen Zahlen v und w verhalten. Hierauf berechne man den Flächeninhalt von cigb oder von agid nach Quadratzehntellinien, also etwa von cigb; findet man ihn nun entweder um γ Quadratzehntellinien kleiner oder um eben so viel größer, als er nach der Berechnung sein sollte, so messe man in beiden Fällen die der Seite bc parallele, nach Gutdünken gezogene Linie gi nach Zehntellinien mittelst des hunderttheiligen verjüngten Maaßstabes aus — ihre Länge sei l — und dividire γ durch l, dann erhält man in dem Quotienten eine Zahl, welche angibt, um wie viel Zehntellinien die Linie gi, der Seite bc fortwährend parallel bleibend, nach a hin weiter zu rücken ist, wenn cigb zu klein, und nach b hin zu rücken ist, wenn cigb zu groß ist, damit sie die richtige Lage mn einnehme, oder mit andern Worten: der Quotient gibt den Abstand der zu ziehenden richtig gelegenen Linie mn von der zu Anfange nach Gutdünken gezogenen Linie gi, also die Länge der auf gi errichteten Senkrechten tu in Zehntellinien. Es wird nämlich der Flächeninhalt des fehlenden Stückes ngim, wenn man dasselbe als Rechteck betrachtet, wozu man im Allgemeinen berechtigt sein wird, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, gefunden, indem man das Produkt von gi und tu bildet; nun ist aber der Flächeninhalt dieses fehlenden Stückes $= \gamma$ Quadratzehntellinien, also $\gamma = \text{gi} \times \text{tu}$, und folglich $\text{tu} = \frac{\gamma}{\text{gi}}$.

Zuletzt zieht man die mit gi parallele Theilungslinie mn im Grundrisse, wodurch abcd in die beiden Theile anmd und bnmc getheilt wird, welche sich, wie verlangt wurde, zu einander verhalten $= \text{v} : \text{w}$.

Man kann ngim so lange als Rechteck gelten lassen, ohne einen merklichen Fehler zu begehen, als die beiden Seiten ab und cd eine nur geringe Neigung gegen einander haben. Sind jedoch ab und cd gegen einander stark geneigt, so wird die so eben gezogene Theilungslinie mn nicht die richtige sein. Man verfahre nun, um die Lage dieser letztern kennen zu lernen, im Allgemeinen wie vorher; man bestimme also zuerst den Flächeninhalt des durch Ziehen von mn erhaltenen Trapezes ngim, er sei $= \delta$; hierauf messe man mn nach Zehntellinien, und dividire dann $\gamma - \delta$ oder $\delta - \gamma$, je nachdem γ größer als δ oder δ größer als γ ist, durch den Zahlenwerth von mn; man erhält dadurch eine Zahl, welche in Zehntellinien angibt, um wie viel mn, indem sie fortwährend der bc parallel bleibt, nach a oder b hin gerückt werden muß, um die richtige Lage zu erhalten, offenbar würde mn nach a hin gerückt werden müssen, wenn $\gamma > \delta$, nach b hin, wenn $\gamma < \delta$.

Die Lage der Theilungslinie MN des Vierecks ABCD in der Oertlichkeit, welche der Theilungslinie mn des Grundrisses entspricht, wird, nachdem man die richtige Theilungslinie mn gezogen hat, ganz auf dieselbe Weise bestimmt wie bei dem frühern Falle pag. 351, wo die Theilungslinie durch den Punkt M gehen sollte.

Die so eben gegebene Methode ein Viereck durch eine gerade Linie in zwei, oder überhaupt durch n gerade Linien in $n + 1$ Theile zu theilen, welche zu einander ein gegebenes Verhältniß haben, besteht freilich nur in einer Reihe von Versuchen, ist also keine elegante geometrische Auflösung, jedenfalls aber ist sie wegen ihrer Einfachheit, und weil sie überall, wo es sich um die Theilung von Figuren handelt, angewandt werden kann, die empfehlungswertheste.

4. Aufgabe. Es ist ein Vieleck ABCDEFA, Fig. 59, in der Oertlichkeit gegeben, man soll dasselbe durch drei Theilungslinien, welche von einem Punkte M, innerhalb des Vielecks, ausgehen, in drei Theile P, Q, R zerlegen, welche sich dem Flächeninhalte nach zu einander resp. wie u : v : w verhalten. Der Grundriß von ABCDEFA d. i. abcdefa, Fig. 60, mit dem Punkte m, welcher dem Punkte M entspricht, so wie der verjüngte Maßstab $\frac{1}{\mu}$ des Grundrisses sind gleichfalls gegeben.

Auflösung. Die den Theilen P, Q, R des Vielecks ABCDEFA entsprechenden Theile des Vielecks abcdefa seien p, q, r, ihre Flächeninhalte in Quadratzehntellinien resp. f_1, f_2, f_3, so daß also die Summe der Flächeninhalte der drei Theile p, q, r d. i. $f_1 + f_2 + f_3 =$ dem Flächeninhalte F des Vielecks abcdefa ist. Da sich dem Flächeninhalte nach verhalten sollen $P : Q : R = u : v : w$, so müssen sich auch verhalten $f_1 : f_2 : f_3 = u : v : w$. Aus der Gleichung $f_1 + f_2 + f_3 = F$ und der Proportion $f_1 : f_2 : f_3 = u : v : w$ findet man leicht

$$f_1 = \frac{F.\,u}{u + v + w},\quad f_2 = \frac{F.\,v}{u + v + w},\quad f_3 = \frac{F.\,w}{u + v + w}.$$

Weil, was die Lage der drei Theilungslinien des Vielecks ABCDEFA anlangt, keine besonderen Bedingungen gestellt sind, so kann eine der Theilungslinien beliebig angenommen werden. Man lasse also eine derselben etwa durch A gehen, dann wird die ihr entsprechende Theilungslinie des Vielecks abcdefa durch a gehen müssen. Im Vielecke abcdefa ziehe man die Theilungslinie ma und auch die Linie mb, und bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks amb in Quadratzehntellinien, er sei $= f$. Ist nun $f > f_1$, so muß vom Dreiecke amb ein Dreieck bmn abgeschnitten werden, dessen Flächeninhalt $= f - f_1$ ist, ist dagegen $f < f_1$, so muß zum Dreiecke amb ein Dreieck bmn hinzugelegt werden, dessen Flächeninhalt $f_1 - f$ ist. Man ermittele zu diesem Zwecke, indem vorausgesetzt wird, daß $f < f_1$ ist, den Abstand h des Punktes m von der Linie bc, also die Länge des Perpendikels mg in Zehntellinien, und dividire $2(f_1 - f)$ durch h, dann gibt der Quotient in Zehntellinien die Länge der Seite bn, also wenn man erstere von b aus auf bc abträgt, den Punkt n, durch welchen die zweite Theilungslinie gehen muß. Der Beweis ergibt sich nach dem was in Aufg. 3 gegeben worden ist von selbst. Das Verfahren, welches zu beobachten ist, um die Lage der der Theilungslinie mn entsprechenden Theilungslinie MN des Vielecks ABCDEFA zu erhalten, ist gleichfalls aus Aufg. 3 zu entnehmen. Ganz auf dieselbe Weise, wie so eben verfahren worden ist, wird verfahren, um die Lage der dritten Theilungslinie mo des Vielecks abcdefa und der ihr entsprechenden Theilungslinie MO des Vielecks ABCDEFA kennen zu lernen.

Wäre die Lage einer der drei Theilungslinien schon durch die Aufgabe bestimmt, so würde man doch im Allgemeinen ganz wie im Vorhergehenden verfahren müssen.

Ein Vieleck läßt sich auch auf folgende bemerkenswerthe Art, wo man nicht nöthig hat zuerst den Flächeninhalt zu berechnen, in Theile zerlegen, z. B. in 3 Theile P, Q, R, welche sich dem Flächeninhalte nach zu einander verhalten mögen resp. wie u : v : w. Das zu theilende Vieleck sei ABCDEFGA, Fig. 61; man ziehe zuerst durch die Eckpunkte C, A, G, D die vier mit der Seite EF des gegebenen Vielecks parallelen Linien CC_1, AA_1, GG_1, DD_1, und messe dieselben; ihre Längen seien resp. λ_1, λ_2, λ_3, λ_4. Hierauf mache man $C_1a = \frac{\lambda . u}{u+v+w}$, $ab = \frac{\lambda . v}{u+v+w}$, $bC = \frac{\lambda . w}{u+v+w}$, theile jede der 3 übrigen Parallellinien AA_1, GG_1, DD_1 auch nach demselben Verhältnisse in 3 Theile, und verbinde endlich den Punkt B und die Theilungspunkte a, c, e, g, i, und den Punkt B und die Theilungspunkte b, d, f, h, k durch gerade Linien, wie solches in Fig. 61 geschehen ist, dann verhält sich, wie leicht gezeigt werden kann, das Vieleck BacegiFGAB, d. i. Figur PPPP, zum Vieleck BbdfhkigecaB, das ist QQQQ, zum Vieleck BCDEkhfdbB, d. i. RRRR, = u : v : w.

Die Methoden, die wir bisher bei der Theilung der Figuren befolgt haben, bleiben die nämlichen für krummlinige Figuren, nur mit dem Unterschiede, daß bei diesen letztern die Ermittelung des Flächeninhalts schwieriger ist, und, wie wir wissen, nur annäherungsweise geschehen kann.

5. Aufgabe. Man soll eine Oertlichkeit **FHIKMNOLF**, Fig. 62, welche von der einen Seite durch einen Fluß FL begrenzt ist, in den sich drei Flüßchen AB, CD, EG ergießen, so unter vier Participienten vertheilen, daß die Antheile P, Q, R, S sich dem Flächeninhalte nach zu einander resp. wie t : u : v : w verhalten, und sowohl an

dem Fluße FL als auch ihrer ganzen Länge nach an einem der Flüßchen liegen, und zwar der Antheil P zwischen der Seite FH und dem Flüßchen AB, der Antheil Q zwischen den beiden Flüßchen AB und CD, der Antheil R zwischen den beiden Flüßchen CD und EG, der Antheil S zwischen dem Flüßchen EG und der Seite LO. Der Grundriß der Oertlichkeit FHIKMNOLF, d. i. fhikmnolf, Fig. 63, so wie der verjüngte Maaßstab $\frac{1}{\mu}$ des Grundrisses sind gegeben.

Auflösung. Wir wollen der Kürze wegen nur für einen der Antheile, etwa für den Antheil P, die Grenzführung machen. Nachdem man zuerst den Flächeninhalt F des Grundrisses in Quadratzehntellinien mit Hülfe uns bereits bekannter Methoden und mittelst des zu Grunde gelegten verjüngten Maaßstabes bestimmt hat, berechnet man die Flächeninhalte f_1, f_2, f_3, f_4 der den Antheilen P, Q, R, S entsprechenden Antheile p, q, r, s des Grundrisses aus den Gleichungen $f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = F$, und $f_1.u = f_2.t$, $f_2.v = f_3.u$, $f_3.w = f_4.v$; man findet leicht $f_1 = \frac{F.t}{t+u+v+w}$, $f_2 = \frac{F.u}{t+u+v+w}$, $f_3 = \frac{F.v.}{t+u+v+w}$, $f_4 = \frac{F.w}{t+u+v+w}$. Hierauf zieht man von dem Punkte a, Fig. 63, welcher dem Punkte A in der Oertlichkeit entspricht, eine beliebige gerade Linie $a\alpha$, und berechnet den Flächeninhalt f_1 von $fba\alpha$; mag derselbe nun kleiner oder größer als f_1 sein, so mißt man die Länge λ der von a auf die Seite fh gefällten Senkrechten nach Zehntellinien, und dividirt $2(f_1 - \mathit{f}_1)$ oder $2(\mathit{f}_1 - f_1)$, durch λ, je nachdem $f_1 > \mathit{f}_1$ oder $f_1 < \mathit{f}_1$ ist; der Quotient gibt eine Länge in Zehntellinien an, welche auf fh von α entweder nach h oder nach f hin abgetragen, je nachdem $f_1 > f_1$ oder $f_1 < f_1$ ist, den Punkt β bestimmt, durch welchen die zu findende Grenzlinie $a\beta$ des Antheils p gehen muß. Das Weitere wird Jeder nach den vorhergehenden Aufgaben anzugeben und auszuführen im Stande sein.

6. Aufgabe. Man soll anstatt der krummen Grenzlinie ABCDEFGHIL, Fig. 64, zweier benachbarten Besitzlichkeiten eine gerade Grenzlinie durch den Punkt A so ziehen, daß keiner der Besitzer, was seine Besitzlichkeit anlangt, an Flächenraum verliere.

Auflösung. Man stecke von dem Punkte A aus in der Oertlichkeit eine beliebig gelegene Linie AI ab, welche jedoch die krumme Grenzlinie durchschneidet, und bestimme den Flächeninhalt der dadurch entstehenden Segmente ABC, CDE, EFG, GHI am zweckmäßigsten mit Hülfe des Winkelkreuzes; man finde resp. die Werthe F_1, F_2, F_3, F_4. Wenn nun zufällig $F_1 + F_3 = F_2 + F_4$ ist, so würde offenbar AI die verlangte gerade Grenzlinie sein; wenn aber $F_1 + F_3$ entweder kleiner oder größer als $F_2 + F_4$ ist, so würde die richtige Grenzlinie im ersten Falle oberhalb AI, d. h. nach M hin, im zweiten Falle unterhalb AI, d. h. nach N hin, liegen müssen. Die Lage der richtigen Grenzlinie wird nun folgendermaßen gefunden: Es sei $F_1 + F_3 < F_2 + F_4$, $(F_1 + F_3) - (F_2 + F_4) = \boldsymbol{D}$, die Länge der Linie $AI = \boldsymbol{L}$; man dividire $\boldsymbol{D}$ durch $\frac{1}{2}\boldsymbol{L}$, dann gibt der Quotient die Höhe eines Dreiecks, dessen Flächeninhalt $= \boldsymbol{D}$ ist. Errichtet man also auf AI im Punkte I nach M hin ein Perpendikel $IK = \frac{\boldsymbol{D}}{\frac{1}{2}\boldsymbol{L}}$, so ist der Flächeninhalt des Dreiecks $AIK = \boldsymbol{D}$ und die Linie AK offenbar die verlangte gerade Grenzlinie.

Wäre $F_1 + F_3 > F_2 + F_3$, so würde der ganze Unterschied in dem Verfahren darin bestehen, daß man das Perpendikel IK nach N hin errichtet. Wünschte man, daß die Grenzlinie AK nicht so plötzlich nach I hin abbiege, sondern sich mehr der krummen Grenzlinie anschmiege, so brauchte man nur durch K mit AI die Parallellinie KO abzustecken und die Verbindungslinie der Punkte L und I zu verlängern, bis sie die Parallellinie im Punkte P schneidet, und hierauf eine gerade Linie von A nach P abzustecken, dann wäre die gebrochene Linie API die gewünschte Grenzlinie.

Das so eben gegebene Verfahren kann auch ganz zweckmäßig da angewendet werden, wo man statt einer gebrochenen Theilungslinie eine gerade zu haben wünscht, wie solches z. B., was die Theilungslinien Bacegi und Bbdfhk, Fig. 61, Aufg. 4, anlangt, der Fall sein kann.

Daß die in dieser sechsten Aufgabe gegebenen Auflösungen auch zuerst am Grundrisse, wenn derselbe gegeben ist, gemacht, und hierauf Grenzlinien in der Oertlichkeit abgesteckt werden können, welche den erhaltenen verjüngten Grenzlinien des Grundrisses entsprechen, versteht sich von selbst.

Wir haben bisher nur allein auf die Größe des zu theilenden Flächenraumes Rücksicht genommen, ohne auch zugleich die Beschaffenheit des Bodens und die Lage der Aecker, Wiesen, Weiden ꝛc. einer Oertlichkeit in ökonomischer Hinsicht, kurz die Bonität der letztern, wie man sich ausdrückt, in Betracht zu ziehen, in sofern nämlich daraus ein größerer Ertrag erwächst. Wir wollen nun zum Schluß dieses §. und dieser fünften Lieferung auch die Bonität des Bodens bei der Theilung einer Oertlichkeit unter mehrere Interessenten nach deren resp. Ansprüchen in Rechnung bringen. Ehe wir uns aber an eine specielle Aufgabe machen, wollen wir einiges Allgemeine vorausschicken, ohne auf die Principien selbst, nach welchen ein Boden bonitirt*) wird, einzugehen. Wir setzen für das Nachfolgende voraus, daß von der zu theilenden Oertlichkeit ein genauer Grundriß angefertigt sei.

1. Wenn eine Oertlichkeit, welche aus Ackerland, Wiesenland und Buschland besteht, wo das Ackerland sowohl, als auch das Wiesenland und Buschland, ein jedes in seiner ganzen Ausdehnung, gleiche Güte oder Bonität besitzt, unter mehrere Interessenten so getheilt werden soll, daß die resp. Theile, was ihren Ertrag in landwirthschaftlicher Hinsicht anlangt, ein bestimmtes Verhältniß zu einander haben, so wird der Flächeninhalt des Ackerlandes, des Wiesenlandes, überhaupt jedes einzelnen Landes besonders ermittelt, und hierauf das fragliche Ackerland, das Wiesenland und Buschland unter die Interessenten nach den in den vorhergehenden Aufgaben dieses §. gegebenen Methoden getheilt, ohne daß man bei der Theilung auf deren Bonität, sondern nur allein auf deren Flächenraum Rücksicht zu nehmen hat.

2. Wenn eine zu theilende Oertlichkeit Ackerland von ungleicher Güte oder Bonität, ebenso Garten-, Wiesenland ꝛc. enthält, welches einen ungleichen Ertrag gibt, so wird a) die Oertlichkeit zuerst bonitirt und klassificirt; b) hierauf wird der Flächeninhalt einer jeden Boden-

*) Das Bonitiren und Klassificiren eines Bodens geschieht nach den für die Vegetation mehr oder minder günstigen physischen und chemischen Eigenschaften desselben. Man unterscheidet Ackerland (Brustäcker und Gärten), Buschland und Heuschläge oder Wiesenland. Ein jedes Land wird nach der Güte des Bodens in 4 Klassen oder Grade getheilt.

klasse, sowohl des Ackerlandes, als auch des Wiesen- und Buschlandes bestimmt; c) wird der Werth einer jeden Bodenklasse in Geld ausgerechnet, und werden die Geldwerthe der Bodenklassen eines jeden einzelnen Landes, also des Acker-, Wiesen- und Buschlandes summirt, wodurch man den Geldwerth des Acker-, Wiesen- und Buschlandes der zu theilenden Oertlichkeit erhält; d) wird mit Hülfe der Gesellschaftsrechnung der einem jeden Interessenten nach dessen Anrechte zufallende Geldantheil ermittelt; e) werden im Grundrisse nach Augenmaaß Theilungslinien gezogen, welche die Verjüngung der gegebenen Oertlichkeit in Theile theilen, die sich zu einander ohngefähr verhalten, wie die zu findenden, den Ansprüchen der Interessenten entsprechenden Theile in der Oertlichkeit, und wird so nicht allein mit dem Ackerlande, sondern auch mit dem Wiesen- und Buschlande verfahren; f) wird der wahre Geldwerth der durch die nur nach Augenmaaß gezogenen Theilungslinien gebildeten Theile berechnet; g) wird, weil nur höchst selten die nach Augenmaaß gezogenen Theilungslinien die richtige Lage haben möchten, letztere verbessert, und das dabei zu befolgende und in der nachfolgenden siebenten Aufgabe zu gebende Verfahren mehre Male wiederholt, um die möglichst größte Genauigkeit zu erlangen. Endlich werden h) die den gefundenen richtigen Theilungslinien im Grundrisse entsprechenden Theilungslinien in der Oertlichkeit abgesteckt.

3. Den Geldwerth V eines Stückes Land, dessen Bonität oder Bodengüte durchweg dieselbe ist, erhält man offenbar, wenn man den Flächeninhalt f des in Rede stehenden Landes, in Dessätinen berechnet, mit dem Geldwerthe v einer Dessätine desselben

multiplicirt, so daß also $V = f.v$ ist. Den Geldwerth V eines Stückes Land, dessen Bonität nicht durchweg dieselbe ist, sondern welches Boden 1sten, 2ten, 3ten und 4ten Grades enthält, findet man, wenn man die Flächeninhalte f_1, f_2, f_3, f_4 der vier Bodenklassen mit den resp. Geldwerthen v_1, v_2, v_3, v_4 einer Dessätine des entsprechenden Bodens multiplicirt, und hierauf die vier erhaltenen Produkte summirt; es ist also $V = f_1.v_1 + f_2.v_2 + f_3.v_3 + f_4.v_4$. Es enthalte z. B. ein Stück Ackerland von 50 Dessätinen: 12 Dess. Boden 1sten Grades, wo die Dessätine 110 Rub. S. koste; 16 Dess. Boden 2ten Grades, wo die Dessätine 90 Rub. S. koste; 8 Dess. Boden 3ten Grades, wo die Dessätine 60 Rub. S. koste; 14 Dess. Boden 4ten Grades, wo die Dessätine 45 Rub. S. koste, so ist der Geldwerth V des Ackerlandes $= 12.110 + 16.90 + 8.60 + 14.45 = 1320 + 1440 + 480 + 630 = 3870$ Rub. S.

Kennt man den Flächeninhalt f eines Stückes Land von durchweg gleicher Bonität, den Geldwerth v einer Dessätine dieses Landes und den Geldwerth v_1 einer Dessätine eines andern Stückes Land, wo die Bonität ebenfalls durchweg dieselbe ist, so findet man den Flächeninhalt f_1 des letztern Stückes, dessen Geldwerth oder Ertrag eben so groß sein soll, wie der des erstern, wenn man das Produkt von f und v bildet, d. h. den Geldwerth oder Ertrag des erstern Landstückes berechnet, und durch v dividirt, so daß also $f_1 = f.\frac{v}{v_1}$ ist. Aus dieser Gleichung ergibt sich die Proportion $f : f_1 = v_1 : v$, aus der ohne weiteres der Satz gefolgert wird „die Flächeninhalte zweier Ländereien, deren Ertrag derselbe ist, verhalten sich zu einander umgekehrt wie die Geldwerthe einer Dessätine derselben.“ Ist $f = 136$ Dess., $v = 80$ Rub. S.,

$v_1 = 90$ Rub. S., so findet man $f_1 = \frac{136.80}{90} = 112$ Dess., d. h. ein Stück Land von 136 Dessätinen, wo die Dessätine 80 Rub. S. kostet, gibt einen eben so großen Ertrag, ist also eben so viel werth, wie ein Stück Land von 112 Dess., wo die Dessätine 90 Rub. S. kostet, oder eine Dessätine des erstern Landes ist eben so viel werth, wie $^{112}/_{136}$ oder $^{14}/_{17}$ Dessätinen des letztern.

Oben fanden wird den Geldwerth V eines Ackerlandes = 3870 Rub. S.; sollte letzteres unter 5 Interessenten zu gleichen Theilen getheilt werden, so würde ein Jeder von ihnen ein Stück Ackerland bekommen müssen, das $^{3870}/_5$ d. i. 774 Rub. S. werth ist. Wenn man also dem ersten Interessenten ein Stück vom Boden 1sten Grades des in Rede stehenden Ackerlandes zutheilt, dessen Flächeninhalt $^{774}/_{110}$ Dess. d. i. $7^2/_{55}$ Dess. beträgt, weil 1 Dess. nach dem Obigen 110 Rub. S. und $7^2/_{55}$ Dess. 774 Rub. S. kosten, so würde man dem zweiten Interessenten, wenn man ihm $1^{53}/_{55}$ Dess. vom Boden 1sten Grades zutheilte, noch, etwa vom Boden 2ten Grades, $6^4/_{45}$ Dess. geben müssen, denn der Geldwerth von $1^{53}/_{55}$ Dess. des Bodens 1sten Grades ist $1^{53}/_{55} \times 110$ d. i. 226 Rub. S., also muß er noch vom Boden 2ten Grades $\frac{774-226}{90} = 6^4/_{45}$ Dess. erhalten. Man könnte dem zweiten Interessenten auch 1 Dess. vom Boden 1sten Grades, 8 Dess. vom Boden 3ten Grades und $4^4/_{45}$ Dess. vom Boden 4ten Grades zutheilen, denn $1 \times 110 + 8 \times 60 + 4^4/_{45} \times 45$ macht 774. Man wird hiernach nicht allein leicht die Antheile des dritten und vierten Interessenten finden, sondern sich auch eine allgemeine Regel für alle Fälle ableiten können.

7. Aufgabe. Es soll die Oertlichkeit ABCDEFGHA, Fig. 65, welche 11860 Dessätinen Ackerland von

dreierlei Bonität enthält, und zwar 3850 Dess. Ackerland 1sten Grades, wo die Dessätine 100 Rb. S. kostet, 5280 Dess. Ackerland 2ten Grades, wo die Dessätine 85 Rub. S. kostet, 2730 Dess. Ackerland 3ten Grades, wo die Dessätine 70 Rub. S. kostet, — unter 3 Interessenten A, B, C durch zwei gerade Linien so getheilt werden, daß sich die Geldwerthe der Theile zu einander verhalten resp. wie 2 : 3 : 5, und die in Rede stehenden Linien durch die beiden Punkte M und N gehen. Die krummen Lenien KLK_1 und LL_1L_2 theilen die Oertlichkeit ABCDEFGHA in die drei Theile P, Q, R von denen P den besagten Boden 1sten Grades, Q den 2ten Grades und R den 3ten Grades enthält.

Auflösung. Der Grundriß der zu theilenden Oertlichkeit ABCDEFGHA sei abcdefgha, Fig. 66; die Theile p, q, r des Grundrisses, welche durch die krummen Linien klk_1 und ll_1l_2 gebildet werden, mögen den Theilen P, Q, R der Oertlichkeit entsprechen. Die Geldwerthe *) der Theile P, Q, R berechnen sich zu Folge der Aufgabe nach den dieser Aufgabe vorausgeschickten Bemerkungen resp. auf 3850×100 Rub. S., 5280×85 Rub. S., 2730×70 Rub. S. d. i. resp. auf 385000 Rub. S. 448800 Rub. S. 191100 Rub. S., was die Summe von 1024900 Rub. S. gibt. Mit Hülfe der Gesellschaftsrechnung findet man, daß der Antheil des A $= \frac{1024900 \times 2}{10}$ Rub. S., der des B $= \frac{1024900 \times 3}{10}$ Rub. S., der des C $= \frac{1024900 \times 5}{10}$ Rub. S. ist, d. h. also, daß A ein Stück Ackerland

*) Man vergleiche, indem man diese Auflösung liest, die in (2) unter a), b), c) ꝛc. gegebenen Punkte.

erhalten muß, welches 204980 Rub. S., B. eins, das 307470 Rub. S. und C eins, das 512450 Rub. S. werth ist. Man zieht jetzt im Grundrisse, Fig. 66, nach Gutdünken eine gerade Linie mm_1, welche das Stück $ahmm_1a$ abschneidet; ermittelt auf bekannte Weise an den Figuren $ahmi_1k_1$ und $i_1m_1k_1$ des Grundrisses die Flächeninhalte der entsprechenden Figuren der Oertlichkeit — sie mögen resp. 2005 Dess. und 60 Dess. betragen; — berechnet ihre Geldwerthe — man findet resp. 2005 $\times$ 100 Rub. S., d. i. 200500 Rub. S., und 60 $\times$ 70 Rub. S., d. i. 4200 Rub. S., weil nämlich $ahmi_1k_1$ im Theile p, $i_1m_1k_1$ im Theile r liegt, — und summirt die beiden Geldwerthe, so gibt die Summe den Geldwerth des dem Theile $ahmm_1a$ des Grundrisses entsprechenden Theiles $AHMM_1A$ der Oertlichkeit, d. i. 204700 Rub. S. Hierauf bildet man die Differenz zwischen dem Antheile des A und dem Geldwerthe der Figur $AHMM_1A$, d. h. also zwischen den Zahlen 204980 Rub S. und 204700 Rub. S., und folgert, weil sie nicht = 0, sondern = 280 Rub. S. ist, daß die gerade Linie mm_1 nicht die richtige Theilungslinie ist; A muß also noch ein Stückchen Land zugetheilt erhalten, dessen Geldwerth 280 Rub. S. beträgt. Zu diesem Zwecke muß man offenbar also von dem größern Theile $mgfedcbm_1m$ des Grundrisses durch Ziehen einer geraden Linie mo noch ein Dreieck m_1mo abschneiden.

Die Lage der Linie mo kann nicht mit einem Male vollkommen genau, sondern nur nach und nach durch Annäherung ermittelt werden, und zwar läßt sich solches auf nachfolgende Weise bewerkstelligen: Man nehme an, daß der Boden des zum Theile $AHMM_1A$ der Oertlichkeit, Fig. 65, noch hinzuzufügenden, dem Dreiecke m_1mo des Grundrisses ähnlichen Dreiecks M_1MO, dessen Geldwerth 280 Rubel S. betragen soll, durchweg gleiche

Bonität besitze *), und daß eine Deßsätine dieses Bodens so viel koste, als das arithmetische Mittel zwischen den Geldwerthen einer Deßsätine eines jeden der beiden Stücke $\mathrm{IMI_1}$ und $\mathrm{IOM_1I_1}$ beträgt, d. i. also $\frac{100+70}{2}$ R. S. oder 85 R. S., — dann folgt, daß das Dreieck $\mathrm{M_1MO}$ $^{280}/_{85}$ Deßsätinen, also das Dreieck $\mathrm{m_1mo}$ des Grundrisses $\frac{^{280}/_{85} \times 2400}{\left(\frac{\mu}{840}\right)^2}$ d. i. $\frac{280 \times 2400 \times 840 \times 840}{85 \times \mu^2}$ Quadratlinien Flächeninhalt enthält. Jetzt braucht man nur im Grundrisse nach Aufg. 3, pag. 350 die gerade Linie mo zu ziehen, welche ein Dreieck von dem besagten Flächeninhalte abschneidet, um eine erste Annäherung, was die Lage der Linie mo anlangt, zu erhalten. Bei dieser ersten Annäherung wird man es bewenden lassen können, wenn jene Differenz, von der oben die Rede war, gering ist. Ist die Differenz aber bedeutender, so muß zu einer zweiten Annäherung, was die Lage der Linie mo anlangt, geschritten werden; welches auf folgende Weise geschieht: Man ermittelt an den Figuren $\mathrm{imi_1}$ und $\mathrm{iom_1i_1}$ des Grundrisses auf bekannte Weise den Flächeninhalt der ihnen entsprechenden Figuren $\mathrm{IMI_1}$ und $\mathrm{IOM_1I_1}$ der Oertlichkeit in Deßsätinen; hierauf multiplicirt man die gefundenen Flächeninhalte mit den Geldwerthen für eine Deßsätine der entsprechenden Bodensorte, und summirt die beiden Produkte; die Summe gibt eine Zahl, welche offenbar kleiner sein wird, als die früher erwähnte, erste Differenz, also in unserem Falle kleiner, als 280 Rub. S., wenn $\mathrm{imi_1} < \mathrm{iom_1i_1}$, und größer, wenn $\mathrm{imi_1} > \mathrm{iom_1i_1}$ ist; immer aber wird auch wenn

*) In der That besitzt es Boden 1sten und 3ten Grades zu resp. 100 R. S. und 70 Rub. S. die Deßsätine.

$imi_1 > iom_1i_1$, die zweite Differenz, die man findet, wenn man die erste Differenz und die in Rede stehende Summe von einander subtrahirt, kleiner sein, als die erste Differenz. Mit der zweiten Differenz verfährt man jetzt ebenso, wie mit der ersten, und erhält dadurch eine zweite Annäherung, was die Lage der Linie mo anlangt. Wie man zu verfahren hat um eine dritte, vierte Annäherung u. s. w., wenn es nöthig sein sollte, zu erhalten, wird Jeder leicht angeben können.

Ist die richtige Lage der Theilungslinie mo des Grundrisses nach der von uns so eben gegebenen Annäherungsmethode ermittelt worden, so kann die Lage der Theilungslinie MO der Oertlichkeit, welche der erstern entspricht, auf ähnliche Weise bestimmt werden, wie solches in Aufg. 3, pag. 351 mit der Linie MN der Oertlichkeit geschehen ist.

Um die Lage der durch den Punkt N gehenden Theilungslinie NT der Oerlichkeit, Fig. 65, zu erhalten, verfährt man ganz nach derselben Methode, welche von uns so eben in Anwendung gebracht worden ist, um die Lage der Theilungslinie MO zu erhalten.

Wenn der verjüngte Maaßstab des Grundrisses z. B. $^1/_{4200}$, also $\mu = 4200$ ist, so beträgt, bei der Annahme, daß der Boden durchweg gleiche Bonität besitzt, und eine Deßätine desselben 85 Rub. S. kostet, der Flächeninhalt des zum Theile $ahmm_1a$ hinzuzufügenden Dreiecks mom 316,23 Quadratlinien oder 31623 Quadratzehntellinien. Ist nun die erste Annäherung der Theilungslinie mo, was deren Lage anlangt, gefunden, und die gerade Linie mo gezogen, so werden die Flächeninhalte von imi_1 und iom_1i_1 ermittelt; sie seien resp. 18513 Quadratzehntellinien und 13110 Quadratzehntellinien, so daß die Flächeninhalte der entsprechenden Theile IMI_1 und IOM_1I_1 der Oertlichkeit resp. 1,928 Dess. und 1,365 Dess. betragen. Hirauf berechnet man die Geldwerthe der letztern Theile, man findet sie resp. = 192,8 Rub. S. und = 95,55 Rub. S.; die Summe beider Theile ist 288,35 Rub. S. Weil der Unterschied zwischen 288,35 Rub. S. und 280 Rub. S. 8,35 Rub. S. beträgt, so würde, wenn man die erste Annäherung der Theilungslinie mo, was deren Lage anlangt, für die richtige Theilungslinie mo gelten lassen wollte, A durch Ziehen der der Linie mo entsprechenden Theilungslinie MO der Oertlichkeit ein Stück Land erhalten, dessen Werth 8,35 Rub. S. höher wäre, als er in der That sein sollte. Es muß demnach vom Dreiecke MOM_1 der Oertlichkeit ein Stück Land weggenommen werden, welches $\frac{8{,}35}{85}$ Dess. Flächeninhalt besitzt; vom Grundrisse muß man also, um eine zweite Annäherung der Linie mo, was deren Lage anlangt, zu erhalten, ein Dreieck abschneiden, welches $\frac{8{,}35 \times 2400 \times (8400)^2}{85 \times (4200)^2}$ Quadratzehntellinien, d. i. beinahe genau 943 Quadratzehntellinien Flächeninhalt mißt. Nach Auf. 3, pag. 351 findet man jetzt leicht die zweite Annäherung der Theilungslinie mo, was deren Lage anlangt, welche man auch in der Regel als die zu findende richtige Theilungslinie mo wird ansehen können.

Dieses Beispiel mag genügen, um dem Anfänger die von uns im Vorhergehenden gegebene Annäherungsmethode verständlicher zu machen.

Wenn anstatt des Geldwerthes für je eine Dessätine einer zu theilenden, verschiedene Bodensorten enthaltenden Oertlichkeit ein Zahlenverhältniß gegeben ist, welches die relative Bonität der verschiedenen Bodensorten ausdrückt, so nehme man an, daß die Zahlen des gegebenen Zahlenverhältnisses die Geldwerthe für je eine Dessätine der entsprechenden Bodensorten seien, dann kann ganz so wie in der vorhergehenden Aufgabe verfahren werden. Die Rechtfertigung dieser Annahme wird jeder nach einigem Nachdenken leicht geben können. Wenn z. B. ein Ackerland zu theilen wäre, welches Boden von dreierlei Bonität besitzt, und wo die drei Bodensorten sich ihrer Güte nach zu einander verhalten, wie die Zahlen 5 : 6 : 7, so wird angenommen, daß die Dessätine der drei Bodensorten je 5 Rub., 6 Rub., 7 Rub. kostet.

Druckfehler in Lief. 5.

Seite 254 Zeile 9 v. u. lies geodätische statt geodäsische.
„ 260 „ 8 „ o. streiche das Wort „können".
„ 260 „ 10 u. 11 v. o. streiche das Wort „möglicherweise".
„ 264 „ 15 v. o. lies Drehungsaxe statt Drehunsaxe.
„ 273 „ 6 u. 5 „ u. lies entspricht statt entsprechen.
„ 280 „ 6 „ o. „ **B** statt **A**.
„ 286 „ 16 „ o. setze **dm"** statt **dm'**.
„ 289 „ 1 „ o. setze hinter $<$ **acb** das Zeichen $=$.
„ 290 „ 1 „ u. lies 3 statt 4.
„ 292 „ 5 „ o. „ 6. Aufgabe statt Aufgabe.
„ 292 „ 3 „ u. „ 7. Aufgabe statt Aufgabe.
„ 300 „ 6 „ o. setze **a, c, b** statt **a, b, c.**
„ 310 „ 1 „ o. lies verjüngten Maaßstabe statt Maaßstabe.
„ 311 „ 7 „ u. streiche hinter Aufl. 5 „oder 6".
„ 311 „ 8 „ u. lies **aob** statt **acb**.
„ 324 „ 2 „ u. „ begonnen statt begangen.
„ 332 „ 3 „ o. „ 975 statt 976.
„ 332 „ 3 „ o. füge hinter $1682\frac{9}{13}$ □° noch hinzu „zu groß, oder um $1736\frac{1}{9}$ □°".
„ 334 „ 1 „ o. streiche das Komma hinter **SK**, und schalte hinter **PK** Zeile 2 ein „$= 1 : 3$".

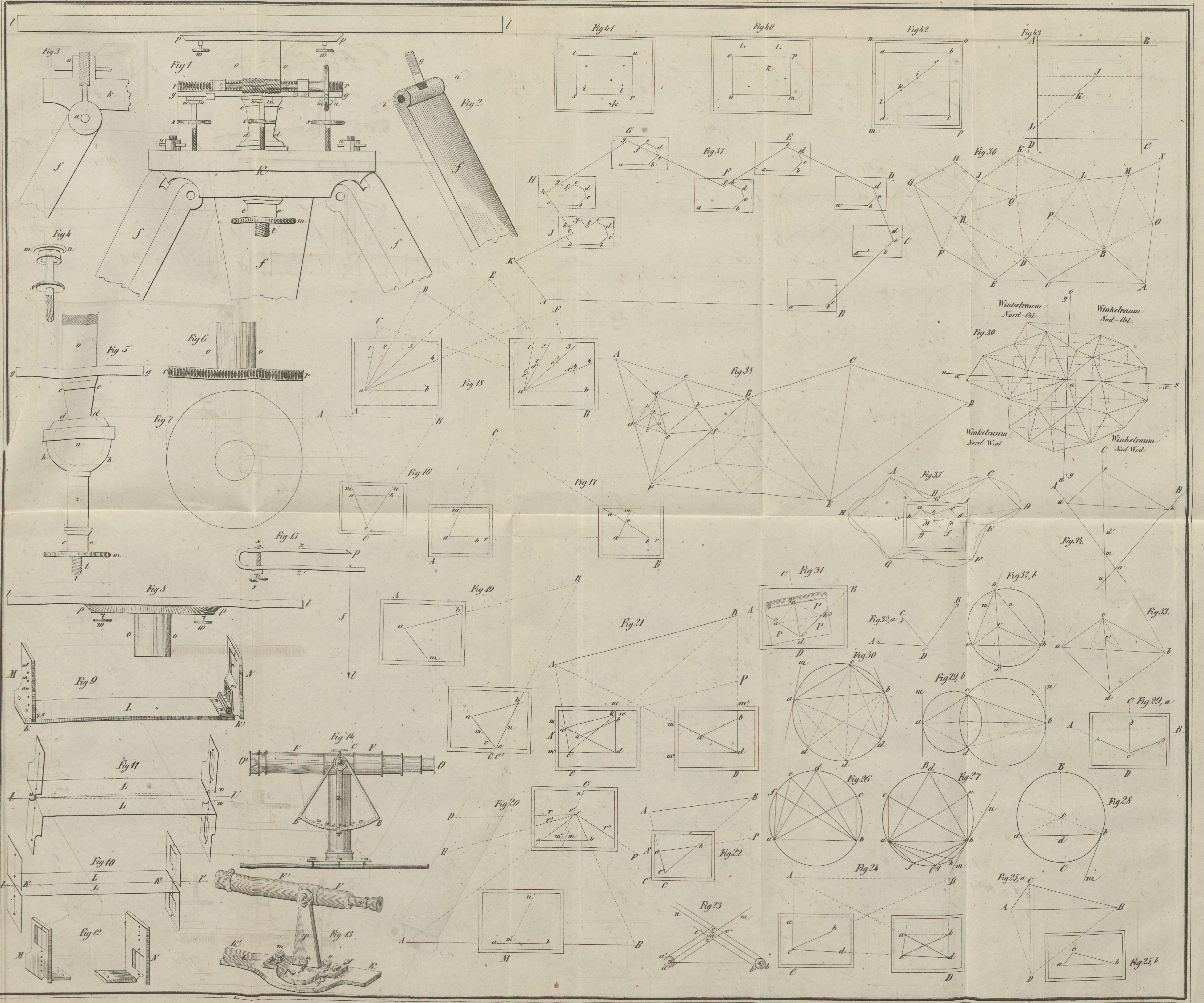

Fig 1
Fig 2
Fig 3
Fig 4
Fig 5
Fig 6
Fig 7
Fig 8
Fig 9
Fig 10
Fig 11
Fig 12
Fig 13
Fig 14
Fig 15
Fig 16
Fig 17
Fig 18
Fig 19
Fig 20
Fig 21
Fig 22
Fig 23
Fig 24
Fig 25, a
Fig 25, b
Fig 26
Fig 27
Fig 28
Fig 29, a
Fig 29, b
Fig 30
Fig 31
Fig 32, a
Fig 32, b
Fig 33
Fig 34
Fig 35
Fig 36
Fig 37
Fig 38
Fig 39
Winkelraum Nord-Ost
Winkelraum Süd-Ost
Winkelraum Nord-West
Winkelraum Süd-West
Fig 40
Fig 41
Fig 42
Fig 43

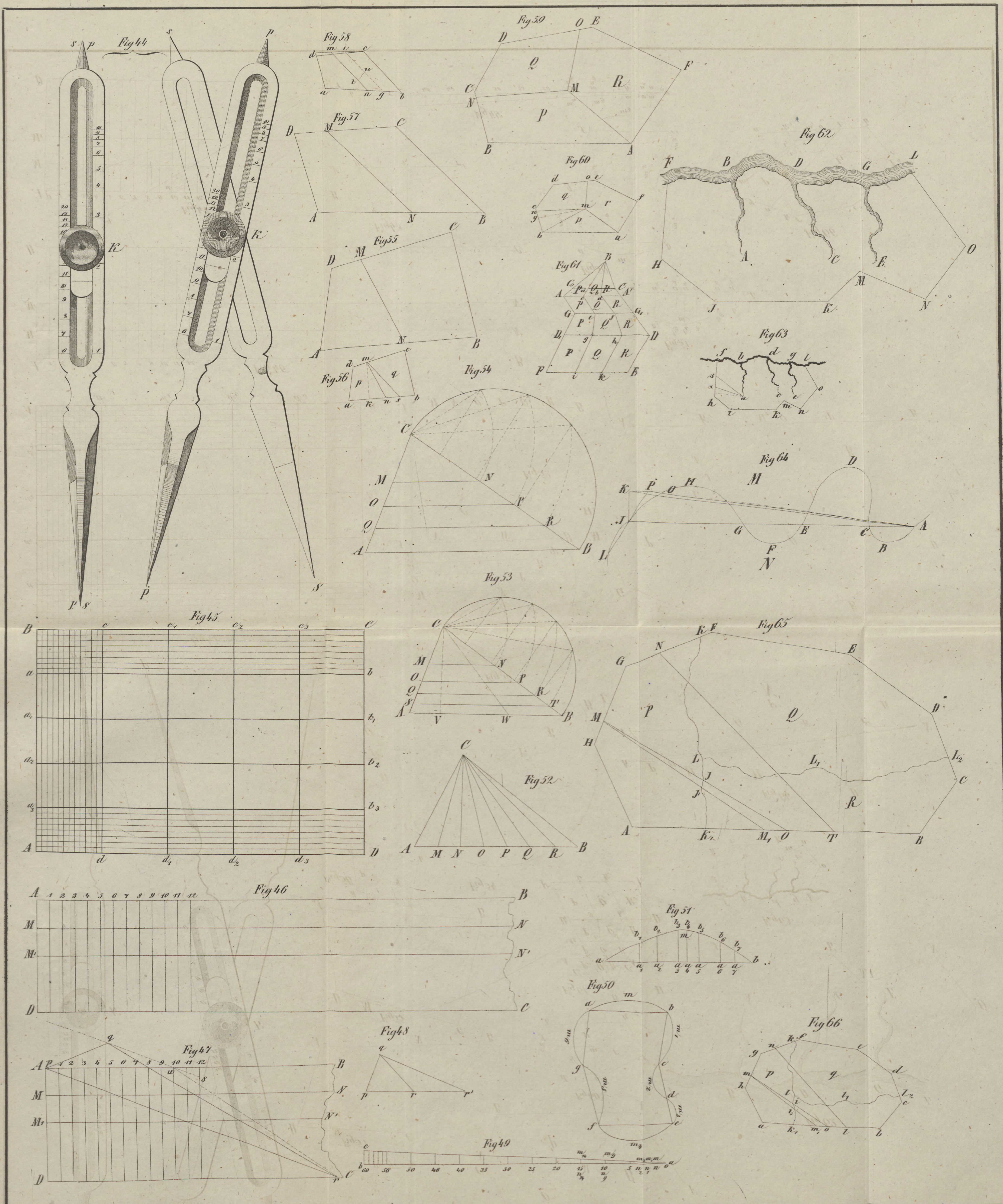
Fig 44
Fig 45
Fig 46
Fig 47
Fig 48
Fig 49
Fig 50
Fig 51
Fig 52
Fig 53
Fig 54
Fig 55
Fig 56
Fig 57
Fig 58
Fig 59
Fig 60
Fig 61
Fig 62
Fig 63
Fig 64
Fig 65
Fig 66