

TARTU ÜLIKOOL
LOODUS- JA TEHNOLOOGIATEADUSKOND
Füüsika Instituut

Jaagup Repän

**SUURE NUMBRILISE APERTUURIGA VALGUSVÄLJA
LEVIMINE FOOTONKRISTALLKIUS**

Bakalaureusetöö

Juhendajad:
TÜ FI vanemteadur Heli Lukner
TÜ FI teadur Peeter Piksarv

Tartu 2015

Sisukord

1	Sissejuhatus	4
2	Valdkonna ülevaade	6
2.1	Optiline kiud	6
2.2	Footonkristall	6
2.3	Footonkristallkiud	7
3	Optilise kiu moodi leidmine multipool-meetodiga	10
3.1	Tähistused	10
3.2	Fourier-Besseli rida	11
3.3	Wijngaardi rittaarendus	11
3.4	Võrrand kordajate leidmiseks	12
3.5	Koordinaatteisendus	13
3.6	Peegeldumine õõnsuste servadelt	13
3.7	Maatriksvõrrand	14
3.8	Kius leviva moodi leidmise algoritm	15
3.9	Kius leviva elektromagnetvälja leidmine	16
3.10	Tarkvara <i>CUDOS MOF Utilities</i>	16
4	Kiu mõõtmete leidmine	19
4.1	Esialgset mõõtmel mikrokoobi pildilt	19
4.2	Mõõtmete täpsustamine arvutuse teel	20
4.3	Saadud mõõtmete kontroll	21
5	Mõõdetava elektromagnetvälja numbriline simuleerimine	24
5.1	Kiu otsale langeva valguse kirjeldamine	24
5.2	Sidustumisefektiivsus	25

6	Analüüs	27
7	Kokkuvõte	30
	Propagation of light field with high numerical aperture in photonic crystal fibre	31
	Kirjandus	32
	Lihtlitsents	34

1 Sissejuhatus

Tänapäeval kasutatakse järjest enam teabe edastamiseks valgusjuhet ehk optilist kiudu. Kõige levinum kiu tüüp on astmelise murdumisnäitajaga kiud, mis koosneb läbipaistvatest südamikust ja kattekihist, kusjuures esimese murdumisnäitaja on natuke suurem. Seega tekib südamiku ja kattekihi piirpinnal täielik sisepeegeldumine, mis ei lase valgusel kiust välja levida. [1]

Selles töös uuritakse lähemalt footonkristallkiude [2]. Need põhinevad footonkristallidel ehk perioodilistel struktuuridel, kus footonitele on analoogsed keelutsoonid nagu pooljuhtkristallides elektronidele [3]. Üks footonkristallkiudude eelistest võrreldes tavaliste optiliste kiududega on võimalus tekitada ühemoodilisust (s.t. kius leviv valgus ei jagune mitmeks eri kiirusega levivaks komponendiks ehk moodiks) palju laiemas spektrivahemikus [4].

Käesolevas töös uurime footonkristallkiude, mis leiavad rakendust ülilühikeste impulsside ja optiliste elementide ajalisruumilise koste iseloomustamiseks kasutatavas SEA TADPOLE tüüpi spektraalse lahutusega interferomeetris [5]. Mitmemoodilises kius lahkneksid eri moodid ajaliselt ning põhjustaksid interferomeetri spektromeetri sensoril segavaid topeltkujutisi. Ühemoodilised kiud aitavad seda liiki moonutusi vältida ja kannavad signaali- ja võrdlusimpulsside spektrid muutumatul kujul mõõteseadmesse. [6]

Impulssi ruumilise intensiivsusaotuse mõõtmiseks skaneeritakse huvipakkuv tasand kiu otsaga läbi, registreerides igas punktis kiusse sidustunud intensiivsus. Seejuures on oluline, et kiusse sidustuv valguse intensiivsus on võrdeline valguse intensiivsusega mõõdetavas punktis. Kuna kiu vastuvõtlikkus on nurgast sõltuv, siis see tingimus ei ole suure nurga all kiu otsale koonduva valguse puhul täidetud. Eksperimendis, kus mõõdeti peegeldavalt mikroskoobi objektiivilt lähtuvat valgust, langeski valgus kiu numbrilisest apertuurist suurema nurga all ning fookustasandi skaneerimisel ei registreeritud objektiivilt lähtuva valguse intensiivsusaotust. Ootuspärase umbes mikromeetrise läbimõõduga fookustäpi [7] asemel nähti eri punktides mõõdetud intensiivsustest kokku pandud graafikul hoopis kiu ristlõike

struktuuri meenutavat pilti. Lisaks blokeeris objektiivis asuv peegel väikeste nurkade all levivad valguskomponendid ning seega oligi näha vaid suurte nurkade all leviva valguse panus.

Antud bakalaureusetöös oli minu eesmärk kirjeldada mikroskoobi objektiivist lähtuvat valgust, simuleerida numbriliselt selle levik kius ja võrrelda arvutusi eksperimendi tulemusega.

Peatükis 2 antakse lühiülevaade fotonkristallkiududest. Peatükis 3 kirjeldatakse kius leviva moodi leidmise algoritmi, mida kasutatakse peatükis 4 kiu mõõtmete täpseks hindamiseks ning peatükis 5 mõõtmistulemuse numbriliseks simuleerimiseks. Peatükis 6 analüüsitakse saadud tulemusi.

2 Valdkonna ülevaade

2.1 Optiline kiud

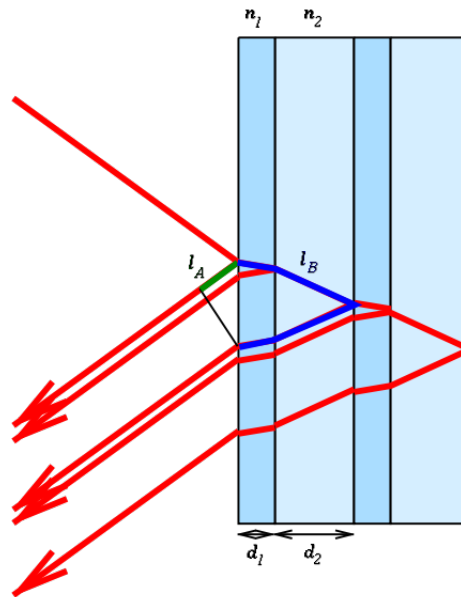
Optiline kiud ehk valgusjuhe on juuspeenike klaasist või plastikust kiud, mis juhib valgust. Ajalooliselt esimeses ning enim rakendust leidvas kius on silindriline südamik ja seda ümbritsev kattedkiht. Südamiku murdumisnäitaja on kattedkihi omast suurem ning valgus levib kius täieliku sisepeegeldumise tõttu. Sellistes kiududes on eri sagedustega komponentide jaoks levimise kiirus erinev iga moodi jaoks ehk kiud on disperseerivad südamiku materjali optiliste omaduste ja moodistruktuuri tõttu. Seetõttu femtosekundi suurusjärgus kestvusega ülilühikeste impulsside, mille spekter on vastavalt määramatusrelatsioonile lai, ajaline käik muutub. See aga on probleem, kui on oluline valgusimpulsside levik minimaalsete moonutustega. [1] Järgnevalt tutvustame footonkristalle ning neil põhinevaid uudseid optilise kiude.

2.2 Footonkristall

Footonkristall on perioodiline dielektriline keskkond, mille mõju footonitele saab kirjeldada väga sarnaselt pooljuhtkristallide mõjuga elektronidele. Kõige tähelepanuväärsem näide on footonite keelutsoonid, mis on väga sarnased elektronide keelutsoonidele pooljuhtkristallides, ehk teatud vahemikus olevate sagedustega valgus kindlas suunas ei levi. [3]

Footonkristallide tööpõhimõtte mõistmiseks vaatame kõige lihtsamat näidet: Braggi peeglit. Selles vahelduvad kaks eri murdumisnäitajaga kihti, seega esineb diskreetne nihkesümmeetria: esineb teatav pikkus, mille võrra kogu struktuuri edasi nihutades aine struktuur kordub. Sellist pikkust nimetatakse võrekonstandiks ning Braggi peegli puhul on see mõlema kihi paksuste summa. Teised footonkristallid käituvad analoogselt Braggi peegliga. [3]

Vaatleme olukorda, kus paljudest kihtidest koosnevale peeglile langeb monokromaatne ehk ühevärviline valgus. Iga kihi pinnalt peegeldub mingi osa valgusest tagasi, nagu näha jooniselt 1. Järjestikustelt pindadelt peegeldunud



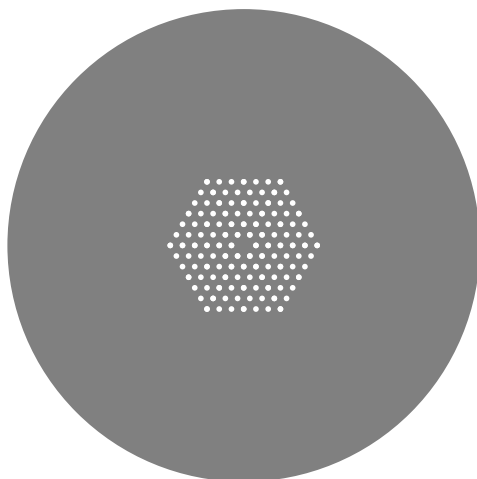
Joonis 1: Braggi peegel. Välimiselt ja sisemiselt pinnalt peegeldunud valguste vahel tekib faasivahe, mis tuleneb teepikkuste erinevusest. [8]

lainete vahel tekib faasivahe, mis on võrdne pindadevahelise kihi kahekordse paksuse ja murdumisnäitaja korrutisega. Väiksema murdumisnäitajaga piirkonnas tekib peegeldumisel täiendav faasihüpe pool lainepikkust, mille kompenseerimiseks tehakse väiksema murdumisnäitajaga piirkond õhukesem. Kahekordne on paksus sellepärast, et valgus läbib kihi ühes suunas, peegeldub ning läbib materjalikihi veelkord. Kui pealelangeva valguse lainepikkus on võrdne ainekihi kahekordse läbimise optilise teepikkusega, toimub pealelangeva ja peegeldunud valguse vahel konstruktiivne interferents. Tulemusena peegeldub piisavalt suure kihtide arvu korral praktiliselt kogu valgus tagasi. Seda nimetataksegi optiliseks keelutsooniks. Üldine tähelepanek footonkristallide kohta on asjaolu, et keelutsoon on võimalik luua perioodilise struktuuri abil. [1, 3]

2.3 Footonkristallkiud

Footonkristalli keelutsoone ära kasutades on võimalik luua optilisi kiudusid. Kius valguse lõksustumise saavutamiseks ümbritsetakse südamik

foonkristalliga, kus antud sagedustele on levimine keelatud ning seega levib valgus vaid kiu südamikus [3]. Nende tööpõhimõte ei ole piiratud täieliku sisepeegeldumise tingimusega ning seeläbi on võimalik välja töötada väga erinevate omadustega valgusjuhte. Näiteks on võimalus teha klaasist südamikuga kiudu, kus eksisteerib vaid üks mood ja isegi väga laia spektriga ehk nn valge valgusimpulss levib mitmemoodilisusest tulenevate moonutusteta [1]. Teine näide on kiud, kus tahke südamiku asemel on õõnsus ning seega ei esine klaasi dispersiooni ega pea arvestama materjali energiataluvuse lävega. Õõnsuses levimist ei ole võimalik saavutada täieliku sisepeegeldumisega, vaid selleks tuleb kasutada foonkristalli keelutsoone. Õõnsa südamiku täitmisel erinevate gaasidega on võimalik muuta kiu dispersioonikõverat ja keskkonna mittelineaarseid omadusi [2, 9].



Joonis 2: Käesolevas töös kasutatud foonkristallkiu NKT Photonics LMA-5 struktuur. Tume osa on klaas ning valge – õhuga täidetud õõnsused. Kiu diameeter on $125\ \mu\text{m}$ ning õõnsused on umbes mikromeetrise läbimõõduga [10].

Käesolevas töös uuritava kiu ristlõige on selline, kus klaasis on kärjestruktuuris õhuga täidetud õõnsused ning südamiku saamiseks on struktuuri sisse viidud pikisuunaline defekt ehk keskelt üks õõnsus ära jäetud, nagu näha jooniselt 2. Kuigi foonkristallide teooria on üles ehitatud lähtudes lõpmatu ulatusega diskreetsest nihkesümmeetriast, siis praktikas saavutatakse hea valguse lõksustumine juba mõne õõnsuste ringiga südamiku

ümber. [1]

Ka footonkristallide jaoks on võimalik teatud ulatuses üle kanda täieliku sisepeegeldumise mudel: kattekihis on efektiivne murdumisnäitaja klaasi ja õhu "keskmine" murdumisnäitaja ning seega on antud kiud analoogne tavalisele valgusjuhtmele. Kohandatud täieliku sisepeegeldumise mudeli abil on võimalik rakendada mitmeid varem tuntud valemeid ka footonkristallkiududele. Samas on see lihtsustatud mudel ning ei suuda seletada näiteks õhust südamikuga kiudusid, sest seal on südamiku murdumisnäitaja kattekihi omast väiksem ja seega täielikku sisepeegeldumist ei saa olla. Samuti ei ole keskmine murdumisnäitaja sugugi keskmine, vaid tuleneb footonkristalli struktuurist, ning seega on parem termin "efektiivne murdumisnäitaja". [1] Lihtne näide on, et ühe õõnsusega kattekiht võiks olla küll väiksema murdumisnäitajaga kui südamik, kuid ilmselgelt selline struktuur valgust ei juhi.

3 Optilise kiu moodi leidmine multipool-meetodiga

Selles peatükis uurime footonkristallkiu moodide väljaarvutamist multipool-meetodiga. Moodid on elektromagnetvälja kindlad konfiguratsioonid, mis levivad praktiliselt muutumatuna kius edasi. Multipool-meetod eeldab optilist kiudu, kus ühtlases materjalis on silindrikujulised erineva murdumisnäitajaga piirkonnad. Kõige ümber võib olla veel kattekiht, kuid siin töös seda eraldi ei vaadelda. Eeldatakse pikisuunas muutumatut lõpmatu pikkusega kiudu.

Siin peatükis refereerime Boris T. Kuhlmei doktoritööd aastast 2004 "Theoretical and Numerical Investigation of the Physics of Microstructured Optical Fibres" [1], mille raames on footonkristallkiude põhjalikult käsitletud ning töötatud välja multipool-meetod kiu moodi(de) leidmiseks. Seal on esitatud ka põhjalikud matemaatilised tuletuskäigud.

Järgnevas kahes peatükis tutvustatakse kahte kius leviva elektromagnetvälja matemaatilist esitust. Edasi kirjeldatakse meetodi tuletuskäiku, mille põhiidee on kahe mainitud esituse samaväärsusest võrrandi koostamine. See on võimalik, kuna nad kirjeldavad sama füüsikalist olukorda. Saadud võrrand viiakse seejärel koordinaatteisendust kasutades sobivale kujule ning lõpuks lahendatakse maatriksvõrrandina.

3.1 Tähistused

k_{\perp}^M	lainvektori ristkomponent fiibris
k_{\perp}^i	lainvektori ristkomponent õõnsuses
J_m	m -järku Besseli funktsioon
$H_m^{(1)}$	1. tüüpi m -järku Hankeli funktsioon
r_l, θ_l	polaarkoordinaadid õõnsuse l keskme suhtes
r_{lj}, θ_{lj}	õõnsuse j polaarkoordinaadid õõnsuse l suhtes
E_z, H_z	vastavalt elektri- ja magnetvälja kiu sihiline komponent
A_m^{El}, A_m^{Hl}	õõnsuse l kordaja m -järku Besseli funktsioonile
B_m^{El}, B_m^{Hl}	õõnsuse l kordaja m -järku Hankeli funktsioonile

3.2 Fourier-Besseli rida

Vaatleme esmalt olukorda, kus kius leviv elektromagnetväli saadakse aukudes ja aukude ümber levivate väljade summana ehk Fourier-Besseli reana. Selles on analoogselt Fourier' reas esinevatele koosinustele ja siinustele analoogsed vastavalt Besseli ja 1. tüüpi Hankeli funktsioonid. Kui Fourier' reas summeeritakse erinevate sagedustega siinused ja koosinused, siis Fourier-Besseli reas summeeritakse eri järku Besseli ja Hankeli funktsioonid. Avaldised elektri- ja magnetvälja kohta õõnsuse l vahetus ümbruses (ala õõnsuse servast kuni naaberõõnsuse servani) on järgmised:

$$E_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (A_m^{El} J_m(k_{\perp}^M r_l) + B_m^{El} H_m^{(1)}(k_{\perp}^M r_l)) e^{im\theta_l}, \quad (1a)$$

$$H_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (A_m^{Hl} J_m(k_{\perp}^M r_l) + B_m^{Hl} H_m^{(1)}(k_{\perp}^M r_l)) e^{im\theta_l}. \quad (1b)$$

Besseli funktsioonid kirjeldavad välju, mille allikad on piirkonnast väljaspool ning Hankeli funktsioonid välju, mille allikad on piirkonnast seespool. Piltlik seletus allikatele on, et väli peegeldub õõnsuse servalt ning seega justkui õõnsuse keskpunktis oleks allikas.

Arvutuslikult lõpmatuseni summeerida ei saa. Sageli piisabki suhteliselt väiksest arvust summa liikmetest. Hinnang, mitmest liikmest piisab, tehakse peatükis 4.2.

3.3 Wijngaardi rittaarendus

Lisaks Fourier-Besseli reale on võimalik kasutada Wijngaardi rittaarendust, kus summeeritakse kõikide õõnsuste keskpunktis olevate allikate poolt

tekitatud väljad:

$$E_z = \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m^{Ej} H_m^{(1)}(k_{\perp}^M r_j) e^{im\theta_j}, \quad (2a)$$

$$H_z = \sum_{j=1}^{N_i} \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m^{Hj} H_m^{(1)}(k_{\perp}^M r_j) e^{im\theta_j}. \quad (2b)$$

See valem aga ei tööta õõnsuste piirkonnas. Seal kehtib Wijngaardi rittaarendus kujul [11]:

$$E_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^{Ej} J_m(k_{\perp}^i r_j) e^{im\theta_j}, \quad (3a)$$

$$H_z = \sum_{m=-\infty}^{\infty} A_m^{Hj} J_m(k_{\perp}^i r_j) e^{im\theta_j}. \quad (3b)$$

Siinkohal on lihtsuse mõttes ära jäetud kattekihi tekitatud väli. Selle mõju on oluliselt väiksem kui õõnsuste oma. Allikas [1] on toodud tuletuskäik kattekihti arvestades.

3.4 Võrrand kordajate leidmiseks

Selles peatükis saadakse võrrand Wijngaardi rittaarenduses olevate kordajate ja seeläbi elektromagnetvälja leidmiseks. Selleks pannakse võrduma sama füüsikalist olukorda kirjeldavad valemid (1a) ja (2a). Seejärel taandatakse mõlemalt poolt ühine liidetav, mis annab järgmise võrrandi:

$$\sum_m A_m^{El} J_m(k_{\perp}^M r_l) e^{im\theta_l} = \sum_{j \neq l} \sum_m B_m^{Ej} H_m^{(1)}(k_{\perp}^M r_j) e^{im\theta_j}, \quad (4)$$

mis kehtib iga õõnsuse jaoks.

Magnetvälja jaoks on valem ja edasine arutuluskäik analoogne, seetõttu ei hakka seda eraldi välja tooma.

3.5 Koordinaatteisendus

Fourier-Besseli rea ja Wijngaardi rittaarenduse puhul kasutatakse erinevaid koordinaatsüsteeme. Lahendamiseks viime need kõigepealt omavahel kooskõlla koordinaatteisenduse abil.

Selgub, et mingilt õõnsuselt j lähtuvat välja on võimalik asendada õõnsusele l saabuva väljaga ehk

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n^{Elj} J_n(k_{\perp}^M r_j) e^{in\theta_j} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} B_m^{Ej} H_m^{(1)}(k_{\perp}^M r_j) e^{im\theta_j}, \quad (5)$$

kusjuures selle kordaja avaldub kus

$$A_n^{Elj} = \sum_m \mathcal{H}_{nm}^{lj} B_m^{Ej} \quad (6)$$

ja

$$\mathcal{H}_{nm}^{lj} = H_{n-m}^{(1)}(k_{\perp}^M r_{lj}) e^{im\theta_{lj}}. \quad (7)$$

Seega valemist (4) saab:

$$\sum_n A_n^{El} J_n(k_{\perp}^M r_l) e^{in\theta_l} = \sum_{j \neq l} \sum_n A_n^{Elj} J_n(k_{\perp}^M r_l) e^{in\theta_l}. \quad (8)$$

Pannes võrduma J_n ees olevad kordajad, saame iga n kohta:

$$A_n^{El} = \sum_{j \neq l} A_n^{Elj} = \sum_{j \neq l} \sum_m \mathcal{H}_{nm}^{lj} B_m^{Ej}. \quad (9)$$

Selle võrrandi lahendades saame kordajad kätte ja seega ka elektri- ja magnetväljade avaldised.

3.6 Peegeldumine õõnsuste servadelt

On jäänud veel viimane mure: viimases võrrandis esinevad nii A_m^{Ej} -d kui ka B_m^{Ej} -d. See tähendab, et tundmatuid on iga õõnsuse kohta 2, aga võrrandeid 1. Tagamaks, et tundmatuid ei oleks rohkem kui võrrandeid, tuleb kasutada peegeldumisseoseid.

Väljade ristkomponentide pidevusest saab tuletada peegeldumisseosed kordajatele:

$$B_n^{El} = R_n^{EEl} A_n^{El} + R_n^{EHL} A_n^{Hl}, \quad (10a)$$

$$B_n^{Hl} = R_n^{HEl} A_n^{Hl} + R_n^{HHl} A_n^{Hl}. \quad (10b)$$

Kordajad R on konstandid. Nende väärtused ning tuletus on toodud allika [1] lisas D.

Asendades valemi (9) ja sellega analoogse valemi magnetvälja kohta valemitesse (10), saame

$$B_n^{El} = R_n^{EEl} \sum_{j \neq l} \sum_m \mathcal{H}_{nm}^{lj} B_m^{Ej} + R_n^{EHL} \sum_{j \neq l} \sum_m \mathcal{H}_{nm}^{lj} B_m^{Hj}, \quad (11a)$$

$$B_n^{Hl} = R_n^{HEl} \sum_{j \neq l} \sum_m \mathcal{H}_{nm}^{lj} B_m^{Ej} + R_n^{HHl} \sum_{j \neq l} \sum_m \mathcal{H}_{nm}^{lj} B_m^{Hj}. \quad (11b)$$

Seega on meil iga õõnsuse ja iga järgu jaoks 2 võrrandit ning 2 tundmatut (B_n^{El} ja B_n^{Hl}), seega täiesti lahendatav võrrandisüsteem.

3.7 Maatriksvõrrand

Võrrandisüsteemi lihtsaks lahendamiseks on otstarbekas viia see maatrikskujule. Kui enne olid B_n^{El} indeksid puhtalt nimeindeksid, siis nüüd teeme maatriksi \mathbf{B} , kus nad tõesti ongi maatriksi indeksid.

Esimese sammuna võtame indeksid E ja H . Seega teeme kaheliikmelise vektori \mathbf{B}_n^l , kus esimene liige on elektrivälja kordaja ning teine magnetvälja kordaja. Ehk teisiti öeldes \mathbf{B} liige indeksiga E_n^l on lihtsalt B_n^{El} . Analoogselt saab käitume \mathbf{R} -ga. Seega saame:

$$\mathbf{B}_n^l = \mathbf{R}_n^l \sum_{j \neq l} \sum_m \mathcal{H}_{nm}^{lj} \mathbf{B}_m^j. \quad (12)$$

Järgmisena likvideerime indeksi n kombineerides n võrrandit üheks maatriksvõrrandiks. Seega pole enam võrrandid iga \mathbf{B}_n^l jaoks eraldi, vaid

on ainult üks võrrand \mathbf{B}^l jaoks:

$$\mathbf{B}^l = \mathbf{R}^l \sum_{j \neq l} \mathcal{H}^{lj} \mathbf{B}^j. \quad (13)$$

Viimasena likvideerime l . Siinkohal teeme \mathbf{R} -st diagonaalmaatriksi, kus \mathbf{R}^{ll} on võrdne varasema tähistuse järgi \mathbf{R}^l . \mathcal{H} juures tuleb eraldi märkida, et liikmed, kus $l = j$, on nullid. Kokkuvõttes:

$$\mathbf{B} = \mathbf{R}\mathcal{H}\mathbf{B}. \quad (14)$$

Viime liikmed ühele poole ning saame:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{R}\mathcal{H})\mathbf{B} \equiv \mathbf{M}\mathbf{B} = 0, \quad (15)$$

kus \mathbf{I} on ühikmaatriks.

Lahendades selle võrrandi, kus \mathbf{B} on otsitav, saamegi kordajad ja seega otsitavad elektri- ja magnetväljad kätte.

Kui kattedekihti ka arvestada, siis tekib lihtsalt \mathbf{M} avaldisse üks liidetav juurde, kuid põhimõte ei muutu.

Meetodi tööpõhimõttele toetudes on võimalik ka seletada footonkristallkius valguse juhtimist. Nimelt eksisteerivad teatud elektri- ja magnetvälja konfiguratsioonid ehk moodid, mis õõnsuste servadelt tagasipeegeldudes ennast taastoodavad ja seega praktiliselt muutumatult kius edasi levivad.

3.8 Kius leviva moodi leidmise algoritm

Kui lainepikkus on määratud ja kiu struktuur teada, siis valemis (15) defineeritud \mathbf{M} sõltub ainult levikukonstandist (inglise keeles *propagation constant*) β , mis on sisuliselt lainevektori pikisuunaline komponent. Näiteks \mathcal{H} avaldises sisalduv lainevektori ristkomponent avaldub levikukonstandi,

klaasi murdumisnäitaja n_m ja lainepikkuse λ kaudu kujul:

$$k_{\perp}^M = \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}n_m\right)^2 - \beta^2}. \quad (16)$$

Võrrandil (15) leiduvad lahendid ainult siis, kui \mathbf{M} determinant on 0. See tähendab, et esimese sammuna leitakse kasutatava lainepikkuse jaoks lubatud levikukonstandid, mille korral lahend ehk mood leidub. Sellest järeldub, et efektiivne murdumisnäitaja on moodi määrav parameeter ning lubatud on vaid teatud efektiivsed murdumisnäitajad ja moodid.

Seejärel leitakse igale lubatud levikukonstandile vastav \mathbf{B} , lahendades võrrandi (15). See tähendab, et kordajad B_n^{El} ja B_n^{Hl} on leitud. Nende kaudu saab leida ka A_n^{El} ja A_n^{Hl} , kasutades valemit (9).

3.9 Kius leviva elektromagnetvälja leidmine

Pikikomponendid saab kordajatest leida kasutades valemeid (2) ning (3).

Ristkomponendid saab leida Maxwelli võrranditest tuletatud valemitega [12]:

$$\mathbf{E}_{\perp} = \frac{i}{k^2 n^2 - \beta^2} \left(\beta \nabla_{\perp} E_z - \left(\frac{\mu_0}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{2}} k \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_{\perp} H_z \right), \quad (17)$$

$$\mathbf{H}_{\perp} = \frac{i}{k^2 n^2 - \beta^2} \left(\beta \nabla_{\perp} H_z - \left(\frac{\epsilon_0}{\mu_0} \right)^{\frac{1}{2}} k n^2 \hat{\mathbf{z}} \times \nabla_{\perp} E_z \right), \quad (18)$$

kus n on murdumisnäitaja vaadeldavas punktis ning k on lainearv vaakumis.

3.10 Tarkvara *CUDOS MOF Utilities*

Moodi leidmiseks kasutati vabavaralist programmi *CUDOS MOF Utilities* [13]. See programm on loodud allika [1] autori Boris T. Kuhlmei poolt. Programmi põhiosa tegeleb peatükis 3.8 kirjeldatud moodi leidmisega. Kaasas on ka programm peatükis 3.9 kirjeldatud väljade leidmiseks, kuid mugavamaks kasutamiseks ning paremaks integreerituseks ülejäänud bakalaureusetöö tarvis kirjutatud koodiga oli mõistlik see osa ise kirjutada.

Sisend

Sisendiks on kolm faili: parameetrite fail, struktuurifail ning sümmeetriafail [14]. Kuna sisendis on kirjas lainepikkus, siis tuleb sisendfail iga lainepikkuse jaoks uuesti genereerida.

Parameetrite failis on kirjas lainepikkus, struktuurifaili asukoht efektiivse murdumisnäitaja otsimisvahemik, mis on lastud programmil ise määrata, ning käsk tööle asuda.

Struktuurifailis on kirjas kiu struktuur: materjali murdumisnäitaja ning õõnsuste asukohad, suurused ning murdumisnäitajad. Materjali murdumisnäitajat oskab programm ise määrata, seega seda pole vaja ise arvutada sõltuvalt lainepikkusest. Lisaks on siin veel kirjas kasutatavad Fourier-Besseli rea järgud ning sümmeetriajärk. Struktuurifaili kasutamine pole kohustuslik, vaid kõiki siin esinevaid parameetreid on võimalik kirjeldada ka parameetritefailis, aga parem on seda teha ikkagi struktuurifaili kasutades.

Sümmeetriafailid on programmiga endaga kaasas. Kuna siin töös kasutatava kiu sümmeetriajärk on 6, siis kasutati faili `c6v.txt`.

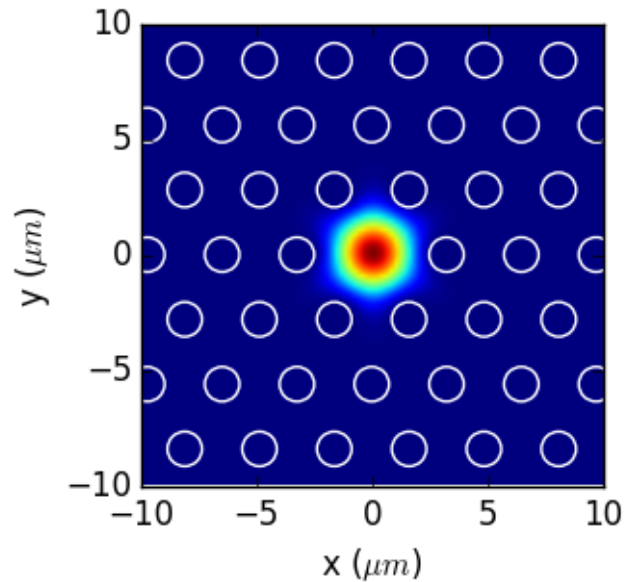
Väljundfail

Programm teeb iga leitud moodi jaoks kaks väljundfaili, mis mõlemad kannavad edasi sama informatsiooni. Üks on tekstina ning seega sobib kasutajal endal uurimiseks. Teine on binaarformaad, mis on mõeldud kasutamaks kaasatuleva välja vaatamisprogrammiga. [14] Siin töös kasutati neist ainult esimest.

Väljundfailis on kirjas moodi number, efektiivne murdumisnäitaja, kasutatud lainepikkus ning õõnsuste asukohad, suurused ja murdumisnäitajad. Põhiline on aga valemite (1) ja (2) jaoks välja arvutatud kordajad, mille põhjal saab arvutada väljad, nagu toodud peatükis 3.9.

Leitud mood

Leitud mood antud töös kasutatud kiu jaoks on toodud joonisel 3.



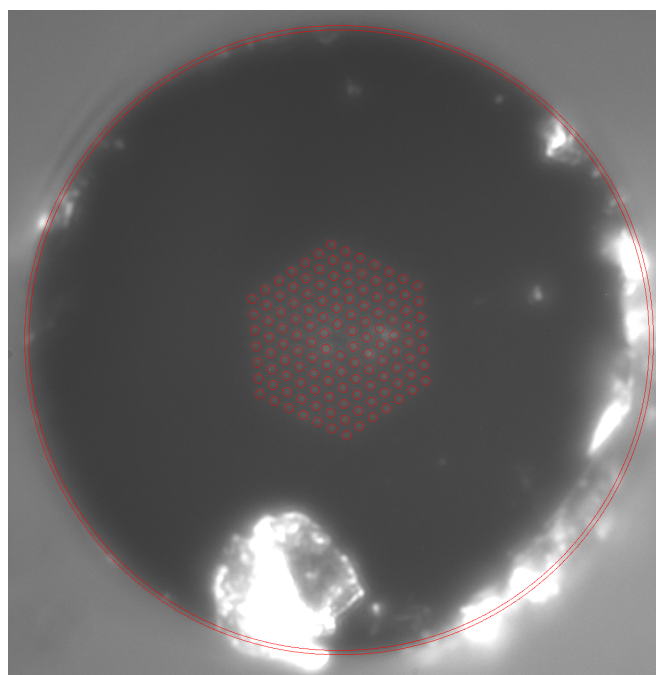
Joonis 3: Kiu moodi intensiivsus lainepikkusel 1000 nm. Valgete ringidega on suuruste näitlikumistamiseks lisatud kiu struktuur. Teistel lainepikkustel on intensiivsusjaotus väga sarnane. Ainuke muutus on skaala: väiksematel lainepikkustel on kiu moodi laius natuke väiksem. Täpne moodi laiuse sõltuvus lainepikkusest on hiljem toodud graafikul 8.

4 Kiu mõõtmete leidmine

Arvutamaks välja konkreetse kiu mood, on vaja teada kiu struktuuri. Töös kasutatud kuusnurkse struktuuriga kiudu iseloomustavad mõõtmed on õõnsuste omavahelised kaugused ning õõnsuste raadiused. Kiu dokumentatsioonis [10] ei ole need suurused täpselt defineeritud, seega hindasime nende väärtusi eksperimentaalselt.

4.1 Esialgsed mõõtmed mikroskoobi pildilt

Ligikaudsed mõõtmeid hindasime kiu otsast mikroskoobi objektiivi kasutades tehtud suurendusega pildilt (joonis 4).



Joonis 4: Mikroskoobiga saadud pilt kiu otsast. Punasega on struktuur, mille parameetreid muutes olen sobitanud mikroskoobi pildiga kokku. Välised 2 ringi on fiibri diameetri ülemine ja alumine hinnang.

Mõõtmete teada saamiseks sobitati pildiga kohakuti struktuur (pildil punasega). Teades, et kiu tegelik diameeter on $125(2) \mu\text{m}$, on võimalik suure punase ringi diameetri järgi avaldada otsitavad parameetrid. Kõigile suuruste

jaoks hinnati sobitamise teel vahemik, kuhu mõõde kindlasti jääb. Diameetri puhul on vahemik toodud joonisel ka näha.

Pildilt saadud hinnangud on, et silindrite vahekaugus on vahemikus 3,09 μm kuni 3,30 μm ning raadius 0,62 μm kuni 1,31 μm . Vahemikhinnang arvestab nii pildi töötlemise ebatäpsust kui ka kiu diameetri määramatust.

4.2 Mõõtmete täpsustamine arvutuse teel

Eelmises peatükis leitud mõõtmete täpsustamiseks arvutati numbriline apertuur (NA) ja moodi laius (MFD, *mode field diameter*) lainepikkuse $\lambda = 1064 \text{ nm}$ jaoks erinevate parameetrite korral hinnangute määramatuse piires ning valiti välja dokumentatsiooniga kõige paremini kattunud mõõtmed.

Moodi laiuse w saamiseks sobitasime Gaussi funktsiooniga moodi Poyntingi vektori z -komponenti ning leiti laius, kus väärtus on vähenenud e^2 korda:

$$Ae^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} = Ae^{-2} \Rightarrow w = 2r = 4\sigma. \quad (19)$$

Numbriline apertuur leiti valemiga [15]:

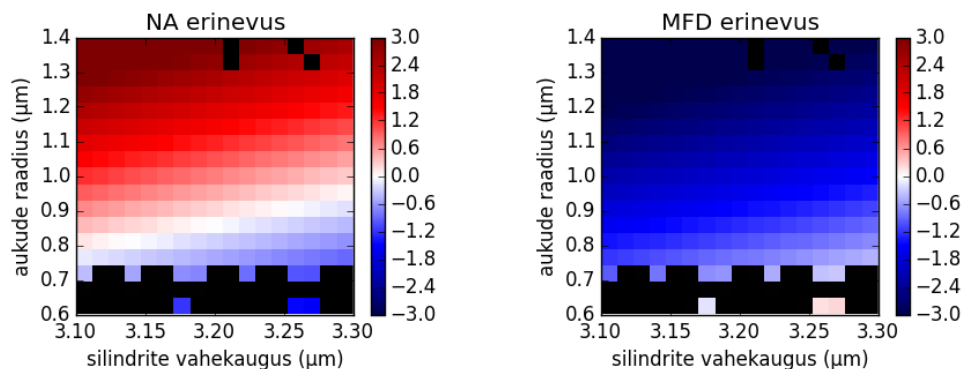
$$NA = \sin \theta_{5\%} = \sin \arctan \left(\sqrt{\frac{\ln 20}{2}} \frac{\lambda}{\pi r} \right), \quad (20)$$

kus r on moodile sobitatud Gaussi kimbu raadius. Selles töös kasutatud numbriline apertuur väljendab nurka, mille all levivast valgusest sidustub kiudu 5%.

Valemitest on näha, et tegelikult sõltuvad mõlemad arvutatud parameetrid ainult moodi laiusest r , seega nendes sisalduv info on paljuski korduv, aga kuna dokumentatsioonis on vastavad näitajad antud ümardatult, kasutati suurema täpsuse jaoks siiski mõlemat.

Joonisel 5 on toodud numbrilise apertuuri ja moodi laiuse suhtelised erinevused kiu dokumentatsioonis toodust. Kiu struktuuri valimiseks kombineeriti mõlema parameetri suhtelised erinevused (Δ_{NA} ja Δ_{MFD}) ühele graafikule, nagu on näha joonisel 6 kasutades valemit $\sqrt{\Delta_{NA}^2 + \Delta_{MFD}^2}$. Kombineeritud erinevuste graafikult leiti minimaalse väärtusega punkt

ning hinnati kiudu paremini iseloomustavateks väärtusteks õõnsuse raadius $0,75\ \mu\text{m}$ ning omavaheline kaugus $3,2375\ \mu\text{m}$. Saadud väärtused jäävad hinnatud vahemike sisse.

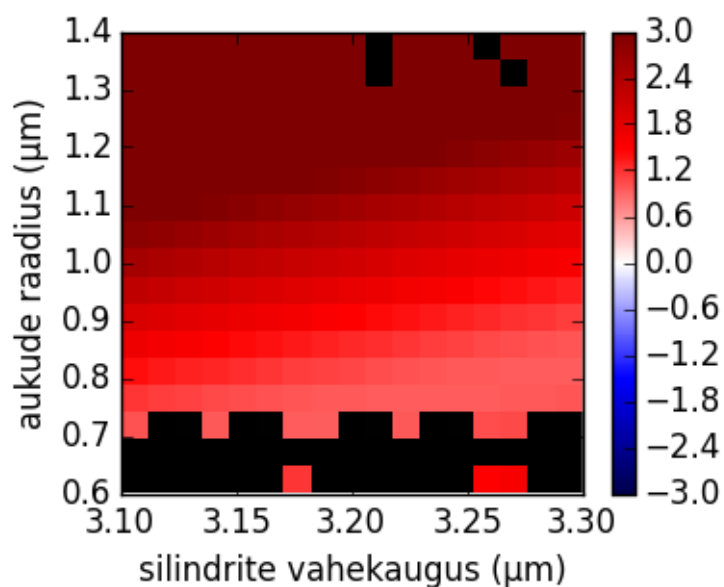


Joonis 5: Vastavalt arvatatud numbrilise apertuuri ja moodi laiuse erinevused oodatuga jagatuna dokumentatsioonis toodud väärtuste vahemiku laiusega (edaspidi lihtsalt erinevus). Must tähistab mõõtmeid, kus moodi ei leitud või ei ole kiud ühemoodiline.

Jooniste 5 ja 6 arvutamise juures kasutati Fourier-Besseli rida 3. liikmeni (vaata peatükki 3.2). Veendumaks, et see on rakendatav ka suure numbrilise apertuuriga valguse kiudu sidustumise arvutustes, tehti graafik nii numbrilise apertuuri kui ka moodi laiuse erinevuse kohta sõltuvalt Fourier-Besseli rea liikmete arvust, mida on näha joonisel 7. Kuna mõlemad graafikud on koondunud, siis pole 3. järgust kõrgemat järku liikmeid vaja arvestada.

4.3 Saadud mõõtmete kontroll

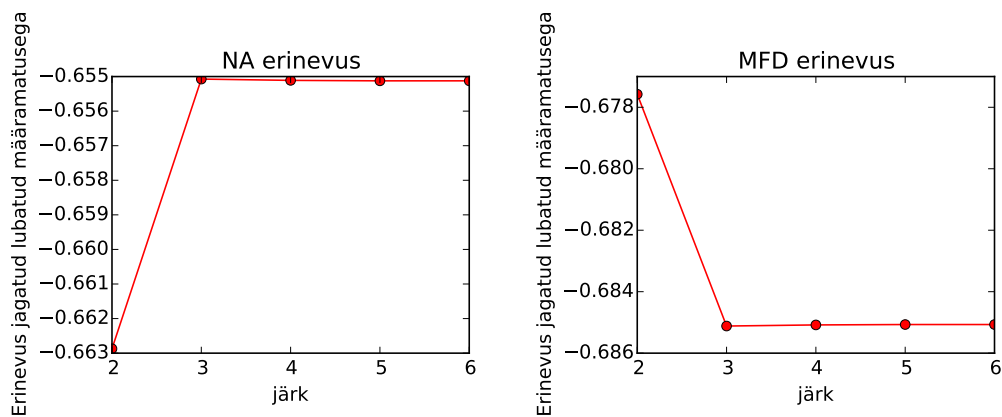
Kontrollimaks leitud parameetrite vastavust reaalse kiu omadele arvutati numbrilise apertuuri ja moodi laiuse graafikud, mida on näha joonisel 8. Esitame arvatud ja dokumentatsioonis toodud parameetrite võrdluse:



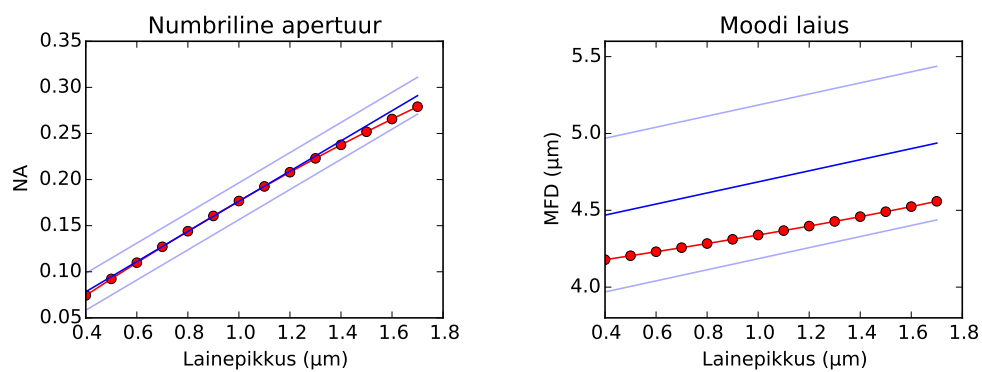
Joonis 6: Kombineeritud erinevus. Must tähistab mõõtmeid, kus moodi ei leidu või ei ole kiud ühemoodiline.

Suurus	Lainepikkus (μm)	Saadud tulemus (μm)	Vaste dokumentatsioonis (μm)
Numbriline apertuur	1,064	0,187	0,20(2)
Moodi laius	1,064	4,36	4,7(5)
Moodi laius	0,532	4,21	4,5(5)

Jooniselt 8 ja eelnevast tabelist on näha, et hinnangud kiu mõõtmetele langevad määramatuse piirides kokku spetsifikatsioonis sätestatutega.



Joonis 7: Vastavalt arvatud numbrilise apertuuri ja moodi laiuse suhtelised erinevused kiu spetsifikatsioonis toodust sõltuvana Fourier-Besseli rea järgust.

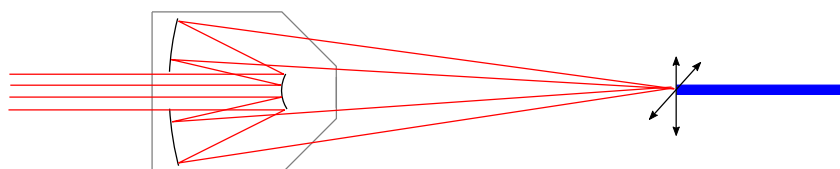


Joonis 8: Vastavalt arvatud numbriline apertuuri ja moodi laiuse väärtused sõltuvana lainepikkusest. Punasega on arvutuslikult saadud ning sinisega dokumentatsioonis toodud väärtuste vahemik.

5 Mõõdetava elektromagnetvälja numbriline simuleerimine

Sidustumine on valguse levik õhust optilisse kiudu. Antud töö eesmärk oli välja arvutada peegeldava mikroskoobi objektiivi fookustasandit kiuga skaneerides saadud pilt. Selleks on vaja teada moodi elektrivälja tugevust E_f , mille saab valemiga (17), ning pealelangeva valguse elektrivälja tugevust E_i .

5.1 Kiu otsale langeva valguse kirjeldamine



Joonis 9: Eksperimendiskeem. Pealelangev tasalaine koondatakse mikroskoobis kahe peegli abil fookuspunkti. Fookustasandit skaneeritakse kiu otsaga.

Eksperimendiskeem on toodud joonisel 9. Laserist lähtuv valgus fokuseeritakse peegeldava mikroskoobi objektiiviga. Mikroskoobi objektiiv koosneb kahest sfäärilisest peeglist. Peeglite kasutamine tingib selle, et fookustasandipoolne peegel varjab teljelähedase osa koondatavast valgusest ja seega väikeste nurkade all valgus ei levi. Nurka, millest väiksema levimisnurgaga valgus mikroskoobi objektiivi poolt blokeeritakse, nimetatakse pimenurgaks.

Mõõtmine SEA TADPOLE interferomeetriga, mille sisendina footonkristallkiudu kasutatakse, toimub järgmiselt: kiu otsa liigutatakse fookustasandis ning igas punktis mõõdetakse kiudu sidustunud valguse intensiivsus. Interferomeetris lahutatakse mõõte- ja võrdlusõlalt lähtuvate väljade interferentspilt spektraalselt ning saadud jäljest on võimalik rekonstrueerida nii valguse spekter, kui ka mõõteõlal olnud välja spektraalne faas võrdlusimpulsi valguse suhtes.

Optilist välja mikroskoobi objektiivi fookuses, mis on SEA TADPOLE interferomeetri sisendiks, saab kirjeldada, vaadates peegeldavat mikroskoobi objektiivi kui rõngasavade allikate superpositsiooni, kusjuures fookuses on kõikidest allikatest lähtuv valgus faasis. Rõngasavadest lähtuv valgus kirjeldub 0. järgu Besseli funktsioon ning seega

$$E_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \propto \int_{\phi_0}^{\phi_1} G(f \tan \phi) J_0(k_r |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) d\phi, \quad (21)$$

kus f on fookuskaugus, $G(f \tan \phi)$ on Gaussi funktsioon (laserkiire täislaiusel pooltel laiusel on võetud 10 mm), $k_r = k \sin \phi$ ristsuunaline lainevektori komponent ning nurgad ϕ_0 ja ϕ_1 vastavalt sisemine ja välimine objektiivi apertuur. \mathbf{r} on ruumikoordinaat ning \mathbf{r}_0 näitab fiibri otsa asukohta.

Pimenurk ϕ_0 ehk objektiivist difrageeruva valguse minimaalne nurk optilise peatelje ja valguse leviku suuna vahel on määratud väikse peegli raadiusega r , mis on leitud tehniliselt jooniselt, ja fookuskauguse f , mis on kirjas objektiivi kodulehel [16], kaudu

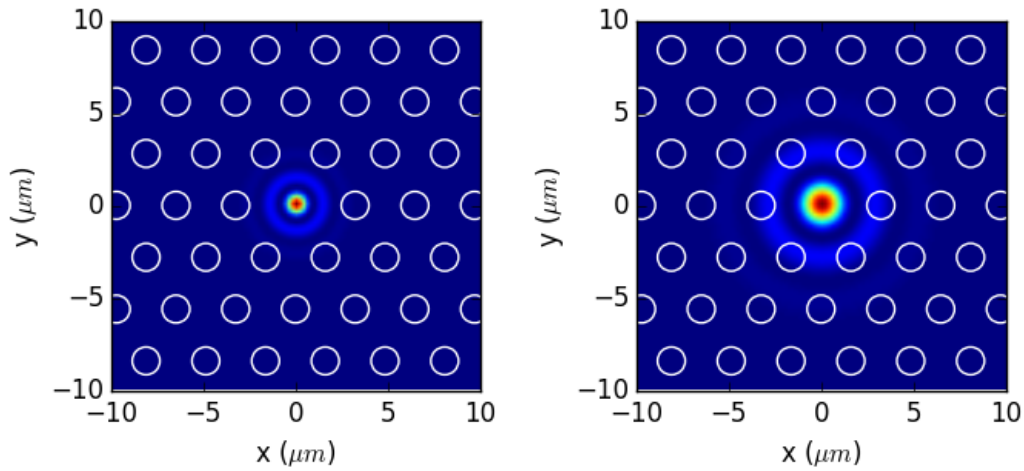
$$\phi_0 = \arctan \frac{r}{f}$$

ning ϕ_1 objektiivi numbrilise apertuuri kaudu

$$\phi_1 = \arcsin \text{NA}.$$

5.2 Sidustumisefektiivsus

Eksperimendis registreeritakse intensiivsuse sõltuvust kiu asukohast. Seega tuleb sama graafik arvutada välja numbrilises simulatsioonis. Kuna mikroskoobi objektiivilt lähtuva valguse koguintensiivsus on jääv, siis piisab, kui arvutada sidustunud valguse intensiivsus ühikulise pealelangeva valguse intensiivsuse kohta ehk sidustumisefektiivsuse graafik sõltuvana kiu otsa asukohast fookustasandis simuleerib eksperimendis SEA TADPOLE interferomeetriga registreeritud intensiivsuse jaotust ruumis. Sidustumisefektiivsus näitab, kui suur osa pealelangevast valgusest sidustub



Joonis 10: Pealelangeva valguse intensiivsused lainepikkustel vastavalt 500 nm ja 1000 nm. Valgete ringidega on suuruste näitlikumistamiseks lisatud kiu struktuur.

kiudu.

See avaldub kui [17]

$$\rho(\mathbf{r}_0) = \frac{|\int_A \mathbf{E}_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \mathbf{E}_f^*(\mathbf{r}) dA|^2}{\int_A |\mathbf{E}_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)|^2 \int_A |\mathbf{E}_f(\mathbf{r})|^2}. \quad (22)$$

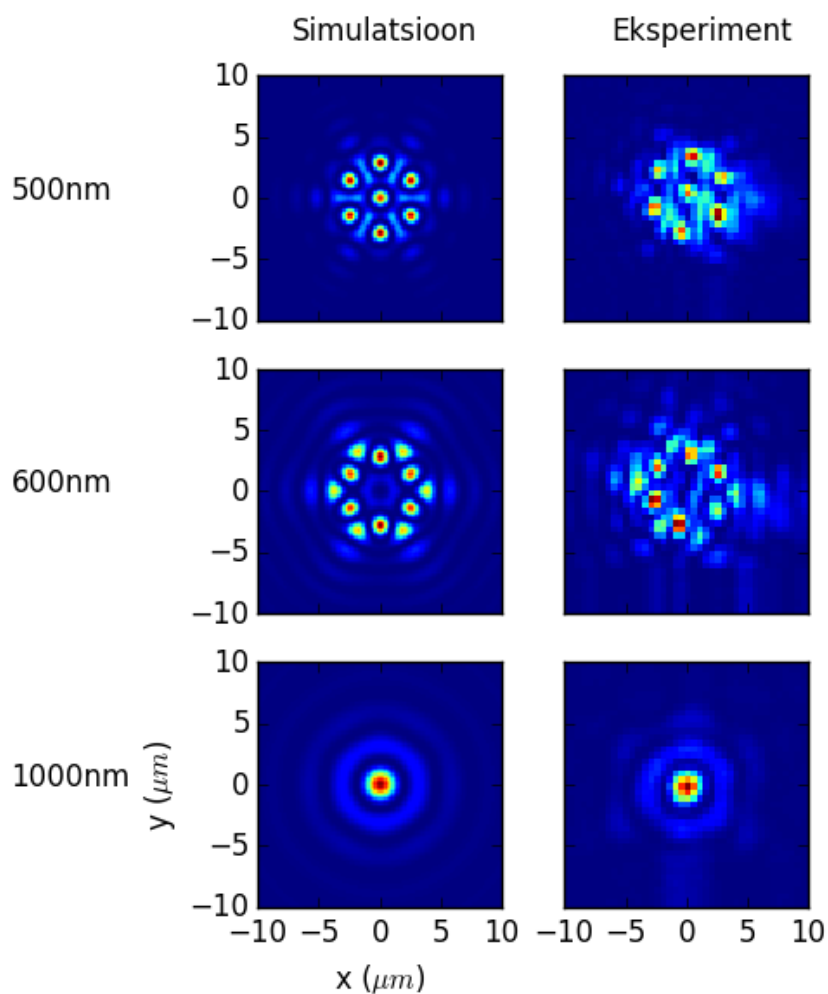
Kuna oluline on ainult pikslite omavaheline intensiivsuste jaotus, siis ei ole konstandid sidustumisefektiivsuse avaldises olulised. Samuti võib võtta elektrivälja tugevuse vektorite asemel skalaarid, sest tegemist on polariseerimata valgusega. Seega kirjeldub kui otsaga skaneerimise teel registreeritud väli valemiga:

$$\rho(\mathbf{r}_0) \propto \left| \int_A E_i(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) E_f^*(\mathbf{r}) dA \right|^2 = |E_i * E_f|^2, \quad (23)$$

mille graafik ongi kiuga skaneerides saadud graafik.

6 Analüüs

Eelnevates peatükkides leidsime kiu mõõtmed ning moodi. Seejärel leidsime kiu otsaga skaneerimise teel registreeritud välja arvutuslikult. Selles peatükis analüüsime saadud tulemusi ning võrdleme neid eksperimendiga.



Joonis 11: Peggeldava mikroskoobi objektiivi fookustasandit kiu otsaga skaneerides saadud intensiivsusaotus. Vasakus veerus on arvutatud ning paremal pool eksperimendi käigus saadud tulemused. Ridades on toodud lainepikkused.

Kuigi SEA TADPOLE interferomeeter mõõdab praktiliselt pidevat spektrit lainepikkuste vahemikus ca 450 kuni 1000 nm, oleme valinud

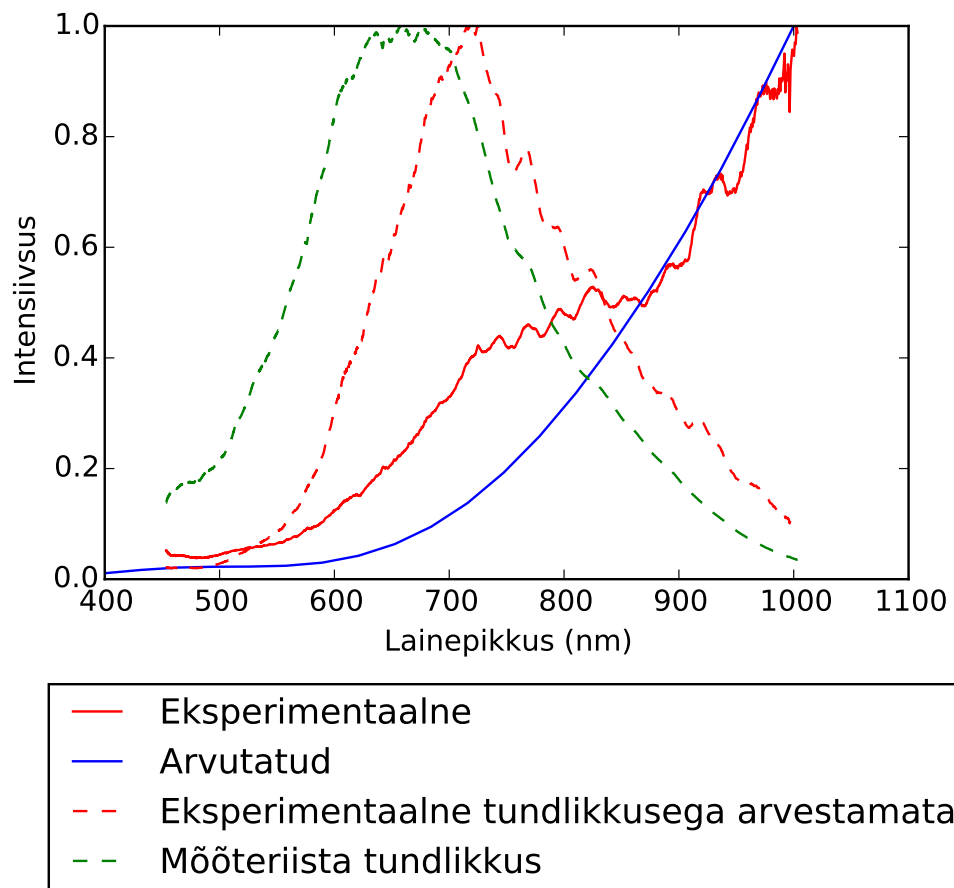
joonisele 11 tulemused kolme lainepikkuse jaoks. Arvutuste ja eksperimentitulemuste vahel on märgata head kooskõla.

Lühematel lainepikkustel on kiu numbriline apertuur väiksem peegeldava mikroskoobi objektiivi numbrilisest apertuurist. Seega kiudu sidestumise efektiivsuses on nurgasõltuvus märgatavam. Skaneerimise teel saadud mõõtmistulemus sarnaneb rohkem kasutatud footonkristallkiu struktuuriga: joonisel 11 on lainepikkustel 500 nm ja 600 nm ringil asuvad 6 maksimumi kohtades, kus üks kiu õõnsustest on kohakuti pealelangeva valguse keskpunktiga. Seega nimetatud maksimumide omavaheline paiknemine meenutab kiu struktuuris (joonis 2) sisemist õõnsuste ringi.

Lainepikkusel 600 nm on saame jälgida huvitavat olukorda, kus kiud, mille ots on koordinaatide keskpunktis, välja ei registreeri. Selle lainepikkuse jaoks kattub mõõdetava kahemõõtmelise Besseli funktsiooni meenutava välja esimese ringi raadius kiu moodi profiiliga. Peamaksimumi ja esimese ringi koguenergiaad on võrreldavad, aga faasid on vastupidised. Seega kustutavad peamaksimum ja esimene ring teineteist ning me ei registreeri seal maksimumi.

Väiksemate lainepikkuste kui 800 nm korral langeb on kogu pealelangeva valguse numbriline apertuur suurem kiu omast. Numbrilise apertuuri definitsioon on nurk, kus sidestub 5% valgusest, siis see tähendab, et 95% valgusest tuleb liiga suure nurga all, et kiudu sidestuda. Valemit 23 kasutades leitud sidestunud intensiivsuse sõltuvus lainepikkusest on graafikul 12.

Töö käigus prooviti ka mõõtmistulemustest taastada mikroskoobi objektiivist lähtuv valgusväli kasutades Wieneri algoritmi sidumsumma pöördtehte sooritamiseks, kuid paraku ei olnud eksperimentiandmete lahutusvõime piisav selleks, et välja piisava täpsusega taastada. Alternatiivne lahendus, sooritada pöördtehte polaarkoordinaatides [18], paistis paljulubav. Seda põhjusel, et kiu mood on valemis valemit (2a) esitatud Besseli ja Hankeli funktsioonide kaudu ning pöördtehte sooritamiseks tuleks võtta Hankeli ehk Fourier-Besseli integraal. Paraku ei leidunud integraalide tabelis sobilikku teisendusvalemit ning idee matemaatiline teostus jääb väljaspoole antud töö raame.



Joonis 12: Kiudu sidustunud valguse intensiivsuse sõltuvus lainepikkusest. Kuna 700 nm juures oli kaameras üleküllastus ning servades on väikeste arvude jagamisest tekkiv viga suur, siis eksperimendis saadud intensiivsuse graafik on suure määramatusega.

7 Kokkuvõte

Käesoleva bakalaureusetöö eesmärk on arvutuslikult simuleerida suure numbrilise apertuuriga valguse sidustamist footonkristallkiudu. Numbrilisi arvutusi võrreldi eksperimentitulemustega ning rakendati edukalt viimaste interpreteerimiseks. Selleks toimiti järgmiselt:

- Tehti suure suurendusega pilt kiu otsast ning hinnati sellelt struktuuri parameetrite väärtusi. Kuna pilt ei olnud ideaalselt terav, siis mõõtmed täpsustati arvutades välja moodi laius ja numbriline apertuur ning võrreldi neid kiu dokumentatsioonis tooduga.
- Arvutati välja kiu moodiprofiil iga lainepikkuse jaoks. Selleks kasutati multipool-meetodil põhinevat tarkvara *CUDOS MOF Utilities*, mille väljund loeti sisse töö autori poolt kirjutatud programmi, mis simuleeris suure numbrilise apertuuriga valguse sidustamist footonkristallkiudu.
- Suure numbrilise apertuuriga valgusväli saadi peegeldava mikroskoobi objektiivi abil. Kirjeldamaks analüütiliselt elektromagnetvälja fookustasandis vaadeldi objektiivilt lähtuvat valgust kui rõngakujulistelt allikatelt lähtuvate väljade superpositsiooni, seega elektrivälja tugevus avaldub 0. järku Besseli funktsioonide integraalina.
- Eksperimentitulemuste rekonstrueerimiseks leiti sidumsumma kiu moodi ja pealelangeva valguse elektrivälja tugevuste amplituudide vahel. Eksperiment ja simulatsioon on heas kooskõlas. Õnnestus selgitada eksperimentis mõõdetud iseäralikku intensiivsusaotust.

Propagation of light field with high numerical aperture in photonic crystal fibre

The purpose of this thesis is to calculate the coupling of light with high numerical aperture into photonic crystal fibre with the help of computer simulation. The simulations were compared to and utilized for interpreting previously done experiment. Following results were obtained:

- The end of the fibre was imaged with large magnification in order to define the structural parameters of the fibre. Since the image was not ideally sharp, the parameters had to be corrected by comparing the calculated numerical aperture and mode field diameter to those described in fibre specification.
- Mode of the fibre was calculated using application called *CUDOS MOF Utilities* that used the multipole method. The output file of said software was read by a program written by the author of this thesis that simulated the coupling of high numerical aperture light into photonic crystal fibre.
- Field with high numerical aperture was obtained using reflective microscope objective. Field in focal plane of the microscope was described analytically. The focused light was described as superposition of fields emitted from circular slit sources. Thus the field in focal plane can be described as an integral of 0th order Bessel functions.
- Experimental results were reconstructed by finding convolution of electric fields of fibre's mode and incident light. Experiment and computer simulation are in good agreement and intensity profile of experiment was successfully interpreted.

Kirjandus

- [1] Boris T. Kuhlmeiy. *Theoretical and Numerical Investigation of the Physics of Microstructured Optical Fibres*. PhD thesis, The University of Sydney, June 2004. <http://www.physics.usyd.edu.au/~borisk/physics/thesis.pdf>.
- [2] Philip St.J. Russell. Photonic-crystal fibers. *J. Lightwave Technol.*, 24(12):4729–4749, Dec 2006.
- [3] John D. Joannopoulos, Steven G. Johnson, Joshua N. Winn, and Robert D. Meade. *Photonic crystals: Molding the flow of light*. Princeton University Press, second edition, 2008.
- [4] T. A. Birks, J. C. Knight, and P. St. J. Russell. Endlessly single-mode photonic crystal fiber. *Opt. Lett.*, 22(13):961–963, Jul 1997.
- [5] Pamela Bowlan, Pablo Gabolde, Aparna Shreenath, Kristan McGresham, Rick Trebino, and Selcuk Akturk. Crossed-beam spectral interferometry: a simple, high-spectral-resolution method for completely characterizing complex ultrashort pulses in real time. *Opt. Express*, 14(24):11892–11900, Nov 2006.
- [6] Peeter Piksarv, Heli Valtna-Lukner, Andreas Valdmann, Madis Lõhmus, Roland Matt, and Peeter Saari. Temporal focusing of ultrashort pulsed Bessel beams into Airy&Bessel light bullets. *Opt. Express*, 20(15):17220–17229, Jul 2012.
- [7] B. Piglosiewicz, D. Sadiq, M. Mascheck, S. Schmidt, M. Silies, P. Vasa, and C. Lienau. Ultrasmall bullets of light – focusing few-cycle light

- pulses to the diffraction limit. *Opt. Express*, 19(15):14451–14463, Jul 2011.
- [8] Wikimedia Commons: Dielectric mirror diagram. https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Dielectric_mirror_diagram.svg.
- [9] John M. Dudley and J. Roy Taylor. Ten years of nonlinear optics in photonic crystal fibre. *Nat Photon*, 3(2):85–90, Feb 2009.
- [10] LMA-5 Single mode 5 μm core fiber. <http://www.nktphotonics.com/files/files/LMA-5.pdf>.
- [11] W. Wijngaard. Guided normal modes of two parallel circular dielectric rods. *J. Opt. Soc. Am.*, 63(8):944–950, Aug 1973.
- [12] Allan W. Snyder and John D. Love. *Optical Waveguide Theory*, page 592. Chapman and Hall Ltd, 1983.
- [13] CUDOS MOF Utilities. <http://sydney.edu.au/science/physics/cudos/research/mofsoftware.shtml>.
- [14] CUDOS MOF Utilites kasutusjuhend. <http://sydney.edu.au/science/physics/cudos/docs/research/UsingFibre.pdf>.
- [15] Niels Asger Mortensen, J.R. Folken, P. M W Skovgaard, and J. Broeng. Numerical aperture of single-mode photonic crystal fibers. *Photonics Technology Letters, IEEE*, 14(8):1094–1096, Aug 2002.
- [16] 15X/0.28NA HP ReflX, Infinite Conjugate, UV Coating. <http://www.edmundoptics.com/microscopy/reflective-objectives/high-performance-reflx-objectives/59886/>.
- [17] Jason Corbett and Jeremy Allington-Smith. Coupling starlight into single-mode photonic crystal fiber using a field lens. *Opt. Express*, 13(17):6527–6540, Aug 2005.
- [18] Natalie Baddour. Two-Dimensional Fourier Transforms in Polar Coordinates. *Advances in Imaging and Electron Physics*, 165:1–45, 2011.

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Jaagup Repän,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

“Suure numbrilise apertuuriga valgusvälja levimine foononkristallkius”

mille juhendajad on Heli Lukner ja Peeter Piksarv

- (a) reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
 - (b) üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile;
 3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartus, **26.05.2015**