

Tartu Ülikool
Sotsiaalteaduste valdkond
Haridusteaduste instituut
Põhikooli mitme aine õpetaja õppekava

Marje Olsen
GEOMEETRIA MÕISTETE OMANDAMINE II KOOLIASTMES
Magistritöö

Juhendaja: dotsent Anu Palu

Tartu 2019

Geomeetria mõistete omandamine II kooliastmes

Resümee

Rahvusvahelise uuringu PISA testid ja varasemad uurimused on näidanud, et eesti õpilaste matemaatika teadmised on tagasihoidlikumad geomeetrias. Geomeetria ülesannete lahendamist takistab mõistete tundmine. Matemaatika õpetaja ülesandeks on õpetada vajalikku geomeetria sõnavara, et õpilane mõistaks õpetaja selgitusi ja oskaks geomeetria ülesandeid lahendada. Selle uuringu ülesandeks oli selgitada, millist tähtsust riiklik õppekava omistab geomeetria mõistete õpetamisele ja kuidas põhikooli II kooliastme õpilased on omandanud geomeetria mõisteid. Riikliku õppekava puhul kasutati tekstianalüüsi. Õpilaste teadmiste hindamiseks testiti 87 7.klassi õpilast ja selgitati välja, millised mõiste tundmise oskused olid paremini omandatud ja millised halvemini, kasutades van Hiele ja Kaasik, Lepmanni mõistete tundmise klassifikatsiooni. Võrreldi mõistete tundmist erinevate kujundite võrdluses.

Uuringu tulemusel selgus, et riiklik õppekava võimaldab piisavas mahus ja mitmekesiste õpetamistegevuste kaudu geomeetria mõisteid õpetada. Õpilaste mõisteliste teadmiste hindamisel selgus, et õpilased on head kujundite tundmises ja nende omaduste kirjeldamisel. Kehvemaid tulemusi saavutati mõistetest ühtse süsteemi loomisel, defineerimisel ja ebatüüpilises asendis kujundite tundmises. Õpilased juhinduvad mõistete mõistmises esmalt visuaalsest ettekujutusest. Mõistetest ühtse süsteemi loomine nõuab esmalt mitteteaduslike matemaatilisel korrektsete mõistete kasutamist.

Märksõnad: geomeetria mõisted, II kooliaste, van Hiele mõtlemise tasemed, matemaatika riiklik õppekava

Secondary School Students Knowledges About Geometrical Concepts

Abstract

Programme for International Student Assessment (*PISA*) tests and previous research has indicates that Estonian student knowledge in mathematics are not very good in geometry. Poor results are caused by misunderstanding of professional terminology. Math teachers teach math vocabulary so that students can communicate with teachers and solve geometrical problems. The aim of this research is to investigate what state math curriculum guidelines are needed to teach geometrical concepts to secondary school students, and to measure student knowledge about geometrical concepts. The text analyzing method was used to investigate the state math curriculum. The subjects of this investigation were 87 7th grade students whose knowledge of geometrical concepts were measured by a written test. By test results analysis explained the level of van Hiele geometrical thinking students have mastered and what knowledge concept were better established according to the Kaasik, Leppmann classification system. A comparison of different shapes concepts also was given.

Research results indicate that the state curriculum guidelines for geometrical concept teaching is adequate and allows teachers to use different teaching activities in the classroom. This research indicates that student conceptual geometrical knowledge is satisfactory in describing different shapes and shape properties. Results suggests that students have difficulties understanding the hierarchical classification of geometric shapes using accurate vocabulary to describe and recognize shapes with different orientation. Understanding the geometrical concepts is influenced by visual image used during instruction. To master and improve geometrical shapes classification, students first must to use unprofessional but mathematically correct definitions.

Keywords: geometrical concepts, middle school students, van Hiele levels of geometrical thinking, state curriculum of mathematics

Sisukord

Sissejuhatus	5
Mõiste ja sellele esitatavad nõuded	5
Mõistete omandamine.....	7
Geomeetria mõistete omandamine erinevatel tasemetel.....	9
Teise kooliastme geomeetria mõistete omandatus	10
Uuringu eesmärk ja uurimisküsimused	11
Metoodika.....	12
Valim ja protseduur	12
Mõõtevahendid	12
Andmetöötlus.....	14
Tulemused	17
Teise kooliastme õpitulemused matemaatika ainekavas	17
Õpilaste oskused geomeetria ülesannete lahendamisel van Hiele tasemetel.....	18
Geomeetria mõistete omandatuse tase.....	22
Arutelu.....	23
Uuringu piirangud ja soovitused.....	26
Tänu sõnad	26
Autorsuse kinnitus.....	27
Kirjandus	28
Lisa. Õpilase test	

Sissejuhatus

Rahvusvahelisest uuringust PISA 2015 järeldub, et Eesti kooliõpilaste matemaatika teadmised on väga head. Samal ajal on Eesti õpilaste teadmised võrreldes teiste OECD riikide õpilastega PISA 2012 tulemuste võrdluses madalamad geomeetria valdkonnas (PISA 2012). Ka riiklikud matemaatika tasemetööd 3. ja 6. klassis näitavad, et geomeetria ülesandeid lahendatakse võrreldes teiste ülesannetega halvemini (Afanasjev, 2004; Lepmann, 2000; Jukk, 2004; Kaasik, 2004; Post, 2017). K. Kalda (2018) magistritöö näitas, et puudujäägid geomeetria mõistete omandamisel saavad alguse juba I kooliastmes. Õpilased, kes sooritasid testi II kooliastme alguses, lahendasid erinevate I kooliastme matemaatika valdkondade võrdluses kõige kehvemini geomeetria ülesandeid.

Sageli jäävad geomeetriaülesanded lahendamata või lahendatakse valesti just mõistete halva tundmise või mittetundmise tõttu. Ülesannete lahendamisoskus mõjutab see, millisel tasemel on mõiste omandatud. I kooliastme matemaatikateadmiste uurimisel selgus, et õpilastel olid geomeetria mõisted selged küll äratundmise tasemel, kuid mitte mõistmise tasemel (Kalda, 2018). See oli ka põhjus, miks jäid lahendamata geomeetria mõistete rakendamise ülesanded.

Teise kooliastme matemaatikaõpetuses on oluline osa geomeetria mõiste kujundamisel. Selleks, et toetada õpilaste arengut ja edendada geomeetriaõpetust, on tarvis teada, millised on vajakajäämised õpilaste geomeetriaalastes teadmistes. Magistritöö eesmärgiks on hinnata II kooliastme õpilaste geomeetria mõistete tundmist erinevatel tasemetel. Lisaks on eesmärgiks teada saada, kuidas riiklik matemaatika õppekava reguleerib geomeetria mõistete õpetamist II kooliastmes.

Mõiste ja sellele esitatavad nõuded

Mõistete õpetamist üldiselt käsitleb terminiõpetus, mis kuulub keeleteaduse alla. Vajame oskuskeelt selleks, et oma erialast rääkida selges ja ladusas keeles. Terminioõpetuse mõte on erialamõistete keeleliseks tähistamiseks tarvilike põhimõtete väljaselgitamine ja juhatuste andmine (Erelt, 2007). Seega laienevad minu poolt uuritavatele geomeetria mõistetele terminiõpetusest tulenevad nõuded.

Me säilitame korrastatud info pikaajalises mälus mõistetena. Mõiste kirjeldab objekti, andes talle kindlad tunnused ja seostab selle teiste objektidega. **Mõiste** on abstraktse mõtlemise vorm, mis peegeldab tegelikke esemeid ja nähtusi nende oluliste tunnuste, seoste ja

suhete kaudu. Mõistesüsteem on mõistete hulk, mis on struktureeritud vastavalt mõistete suhetele (Erelt, 2007; Kikas, 2008).

Mõistesuhete hulgas on terminoloogias olulisim hierarhiasuhe, eriti selle alaliik **soo-liigisuhe** (Erelt, 2007). Standard määratleb, et soo-liigisuhe on kahe mõiste suhe, milles ühe mõiste sisu sisaldab teise mõiste sisu ja vähemalt üht lisa-eristustunnust. Terminoloog peab valdama oskust määrata lähim soo-liigimõiste (nt *romb* on nii- ja niisugune *nelinurk*; *kuup* on nii- ja niisugune *risttahukas*) (Erelt, 2007).

Definitsioon on mõiste kirjeldus tuntud mõistete kaudu. Definitsioone on tarvis keele täpsustamiseks suhtluses ja teaduslike süsteemide ehitamisel. Definitsiooni täpsusaste ja ülesehitus sõltuvad sellest, kellele definitsioon on mõeldud. Defineerides õpitakse tundma objektide sarnasusi ja erinevusi (Erelt, 2007). Mõistes iseloomustatakse objekti selle iseloomulike tunnuste abil ehk **defineeritakse**. Defineerivad tunnused on tarvilikud ja piisavad, kui objekti on võimalik üheselt nende põhjal ära tunda (Kikas, 2008).

Klassikalises mõttes lähtub definitsioon teadaolevast lähimast **soomõistest** ning toob välja kõik olulised tunnused, millega kõnesolev mõiste eristub naabermõistetest. Näiteks: *ruut on võrdsete külgedega ristkülik*. Selle definitsiooniga märgitakse, et ruudud kuuluvad ristkülikute hulka – lähim soomõiste on ristkülik. Ruudud erinevad ülejäänud ristkülikutest selle poolest, et nende küljed on võrdsed, see ongi liigitunnus ehk liigierisus. Teeksime vea, kui eelmises näites kirjutaksime *ristküliku* asemele *nelinurk* või *hulknurk* – need ei ole lähimad soomõisted. Sootunnus peab tingimata osutama lähima soomõiste peale. Peale soo-liigisuhte võivad definitsioonid väljendada osa-terviku suhet. Mõiste kogu sisu definitsioon avada ei suuda, ta vaid näitab lühidalt, mis on mõistes kõige olulisem (Erelt, 2007; Kaasik & Lepmann, 2002).

Definitsioonile esitatavad **sisu- ja loogikanõuded** on järgmised (Erelt, 2007; Kaasik & Lepmann, 2002; Morgan, 2005).

1. Definitsioon peab mõistet adekvaatselt kirjeldama, nii et oleks valitud lähim soomõiste ja esitatud kõik tarvilikud, ent samal ajal ka piisavad tunnused (s.o et ei pakutaks ebaolulist).
2. Definitsioon ei tohi olla ei liiga kitsas ega liiga lai. Mõistest kitsamaks jääb ta siis, kui sisudefinitsioonis ei ole liigierisused piisavalt loetletud. Mõistest laiema definitsiooniga on tegu siis, kui definitsioonis on sees küll lähimat soomõistet iseloomustav tunnus aga puuduvad mõistet ennast määratlevad tunnused.
3. Definitsioonis ei tohi tekkida ringi, kus mõistet seletatakse tema enda kaudu. Ringi tuleb vältida ka sama mõisterühma definitsioonide piires.

Lisaks sisu- ja loogikanõuetele, esitatakse definitsioonidele rida **keelelisi nõudeid**. Loetleme siin ainult mõningaid, mis antud uurimistöö kontekstis on olulised: 1) liigitunnuseid võib väljendada nii lauselühendite kui ka kõrvallausetega; 2) definitsioon ei tohiks olla üleni eitav: ta antakse selgituseks, mida määratletav objekt on, mitte mida see ei ole. Eitust võib kasutada ühe olulise tunnuse väljendamiseks, nt *paralleelsed sirged on kaks sirget a ja a' , mis on ühel tasandil ja ei lõiku nende lõpmatul pikendamisel mõlemas suunas*, selles näites esimene tunnus on keeleliselt jaatavas ja teine eitavas vormis (Erelt, 2007). Kokkuvõtteks võib öelda, et mõiste defineerimine õnnestub, kui oleme: 1) kindlaks määranud mõiste olulised tunnused, 2) selgitanud mõiste suhted teiste mõistetega, 3) kindlaks teinud mõiste koha mõistete erialasüsteemis, 4) andnud heade keeletavade kohase sõnastuse (Erelt, 2007).

Pikaajalised tähelepanekud töös õpilastega on näidanud, et põhilised ebakohad geomeetria mõistete sõnastamisel on järgmised (Kaasik & Lepmann, 2002):

1. Ei eristata olulisi ja mitteolulisi tunnuseid definitsioonis. Nt *ristkülik on nelinurk, millel on 2 lühemat ja 2 pikemat külge*.
2. Defineerimisel kasutatakse valet soomõistet. Nt *romb on ruut, mille vastasküljed on paralleelsed ja kaldu*.
3. Defineerimisel kasutatakse valesid mõisteid, mis tulenevad valest keelepruugist tavakeeles. Nt. *nurk on kahe ristuva sirge vaheline osa*.
4. Väärdefinitsiooni põhjuseks on asjaolu, et kujundit on nähtud valdavalt mingis kindlas asendis, kusjuures mõiste defineerimisel kasutatakse omakorda valesid mõisteid. Nt *täisnurga moodustavad horisontaalne ja vertikaalne sirge*.
5. Mõiste maht on avatud vaid osaliselt. Nt *kolmnurga alus on kolmnurga alumine külge*.
6. Definitsioon on ebamäärane, sest liigitunnuseid pole piisavalt. Nt *kolmnurga kõrgus on lõik, mis on tõmmatud alusega risti*.

Mõistete omandamine

Mõistetel on oluline osa matemaatikast arusaamisel, aga nende sõnastamine ja kasutamine erineb tavakeelest. Tavakeeles mõiste kirjeldab üksikuid näiteid, aga teadusmõiste kuulub hierahilisse mõistete süsteemi (Edwards & Ward, 2004). Esimesena eristas õppimisprotsessis **tava-** ja **teadusmõisteid** Vögotski 1934.aastal. Tavamõiste puhul lähtuvad lapsed asjade liigitamisel nende välistest, silmaga nähtavatest sarnasustest. Lapsed omandavad tavamõisteid vahetu isikliku kogemuse kaudu. Täiskasvanutelt kuulevad lapsed sõnu, millega objekte nimetada. Lapsed liigitavad objekte täiskasvanutest erinevalt ning nende mõisted on

täiskasvanute omadest erinevad. Teadusmõistetele eelnevad tavamõisted. Teadusmõisted luuakse tavamõistetest, süstematiseerides objektide omadusi lisaks nähtavale pildile ka sõnaliselt. Kikas (2008) rõhutab, et I kooliastmes õpitakse tavamõistete tasemel, kuid hakatakse ka tavamõisteid teadvustama, luues nii aluse teadusmõistete arengule. I kooliastmes õpitakse kujundeid ja nende üksikuid omadusi. Kujundeid omaduste järgi hierarhiliselt liigitama asutakse II kooliastmes.

II kooliastmel uuritakse kujundite omadusi ja määratakse iga kujundi asend teiste õpitud geomeetriliste kujundite seas. Nt *Kahe punkti vahele tõmmatakse sirglõik, sirglõik on sirge osa, sirglõikudest saame moodustada murdjooni* (Kaasik & Lepmann, 2002). Geomeetria mõisteid peaks õpetama läbi tegevuste, mis näitavad seoseid. On oht, et õpilased saavad küllalt piiratud teadmised geomeetriast, sest praktilisi tunde on raske organiseerida (Johnston-Wilder, Pimm & Westwell, 1999).

Keiser (2004) lasi 6.kl õpilastel läbi praktilise tegevuse ise *nurga* mõiste konstrueerida, ilma mõiste eelneva tutvustusega. Tund viidi läbi tegevustena, kus nurga olemust avastati läbi tegevuste, kolmel erineval moel: 1) nurk kui pööre ümber punkti - dünaamiline mõiste 2) nurk kui sektor – staatiline mõiste ja 3) nurk, mis tekib kahe kiire lõikumiskohta. Saadud nurga mõiste, milleni õpilased ise jõudsid, oli pigem kirjeldav, mitte osa teaduslikust mõistete süsteemist. Me näeme, et geomeetrias on võimalik ühte mõistet mitut moodi defineerida (Keiser, 2004).

Kuna defineerimine eeldab üldistamise oskust, ei ole igasuguste mõistete defineerimine veel II kooliastmes jõukohane. II kooliastme õpikutes on mõned mõisted defineeritud vastavalt terminiõpetusest tulenevatele nõuetele. Mõiste defineerimisega tutvuvad õpilased lähemalt alles 8.klassis. Seetõttu ei ole II kooliastmel defineerimise oskuse kujundamine veel eesmärk omaette. Küll aga tuleks selleks teha eeltööd: tuleb osata välja tuua teatud objektide kõiki ühiseid omadusi ja nende alusel objekte liigitada. Õpilased peavad tundma ühiste omadustega objektide nimetust ja oskama kirjeldada kujundite omadusi (liigitunnuseid). Õpilased võivad moodustada oma definitsioone, mis ei pea tingimata rahuldama kõiki terminiõpetuse nõudeid (Kaasik & Lepmann, 2002).

Kuigi II kooliastme matemaatikaõpikud kasutavad vaid ühte modaalsust mõiste sõnastamisel, tuleks mõistest parema arusaamise kujundamiseks käsitleda mõistet mitmes erinevas tähenduses. Hiljem kui me oleme õpetanud näiteks vaid ühte nurga mõistet kasutama, on õpilastel raskusi mõistevälja laiendamisel. Nt nurga siinus defineeritakse algselt staatiliselt täisnurkses kolmnurgas, kuid hiljem kui mistahes nurga siinus pöördena ehk dünaamiliselt (Keiser, 2004).

Rahvusvahelistes uuringutes on uuritud, kuidas matemaatika õpetajad ise mõistavad matemaatilisi mõisteid ja jõutud järeldusele, et osade matemaatika õpetajate defineerimisoskus on tavamõistete tasemel (Edwards & Ward, 2004; Hill, Roewan & Hillenberg-Ball, 2005; McLemore Salinas, Lynch-Davis, Mawhinney & Crocer, 2014; Morgan, 2005). See väljendub peamiselt õpetaja enda defineerimisoskuse puudulikkuses ja mõistete hierarhilise struktuuri teadvustamata jätmises. Selle asemel, et ise koos õpilastega mõistet defineerida, usaldatakse õpiku definitsiooni ja vajadusel juhatatakse õpilane usaldusväärse allika juurde, kust mõistet järele vaadata. McLemore Salinas jt. (2014) leidsid, et õpetajad 1) eelistavad definitsioonide mitmekesisusele ainult ühte „õiget“ definitsiooni, 2) ei defineerinud mõistet piisavate ja minimaalsete tunnuste kaudu, vaid moodustasid liiga pikki definitsioone, 3) ei pööranud tähelepanu mõistete hierarhilisele ülesehitusele, et üles ehitada ühtset mõistevälja.

Geomeetria mõistete omandamine erinevatel tasemetel

Geomeetria mõistete omandatuse uurimisel on rahvusvaheliselt kõige enam kasutusel Taani matemaatika õpetajate Pierre ja Dina van Hiele tasemete süsteem. Alates van Hiele teooria kaitsmisest Utrecht'i ülikoolis 1957, võeti see kasutusele geomeetria õppe kavandamisel 1960'ndatel Nõukogude Liidus ja 1970'ndatel Ameerikas. See oli algselt 5 astmeline, kuid hiljem kasutatud ka 3 astmelisena, kuna uurimused ei suutnud eristada kahte viimast taset. (Teppo, 1991; Usiskin & Senk, 1990; Vojkuvkova, 2012)

Pierre ja Dina van Hiele panid tähele, et nende õpilastele valmistas raskusi geomeetria mõistetest aru saamine. Õpilased ei mõistnud õpetaja selgitusi, sest nad ei saanud aru keelest, milles õpetaja rääkis. Igale van Hiele tasemele on omane oma keel. Keelel on oluline osa õppimisel. Van Hiele erinevad tasemed kirjeldavad erinevat keelt, milles antakse edasi kujundite omadusi ja seoseid (Teppo, 1991; Vojkuvkova, 2012).

Van Hiele esmane tase kujundite mõistmisel on **visuaalne** tase. Sel tasemel õpilane vaatab silmadega kujundit ja otsustab välise visuaalse kuju järgi, mis kujundiga on tegemist. See tase ei kasuta sõnalis-tekstilisi kirjeldusi. Teine tase on **kirjeldav**, kus õpilane kirjeldab ja liigitab kujundeid, algul ühe omaduse, edasi juba mitme omaduse alusel. Õpilane kasutab keelt, et kirjeldada kujundi omadusi või tuua näide antud omaduse esinemise kohta. Kolmas tase on **teoreetiline**, kus õpilane võrdleb kujundite rühmade omavahelisi omadusi ja kasutab deduktiivset põhjendamist, tõestades geomeetrilistes kujundites olevaid seoseid. Mina oma uurimuses, mis hõlmab põhikooli II astet kasutan ainult van Hiele esimest ja teist taset.

Van Hiele teooria kasutamist geomeetria õppekava koostamiseks on uurinud Usiskin ja Senk (1990); Anne Teppo (1991) Ameerikas ning Vojkuvkova (2012) Tšehhis. Usiskin ja Senk (1990) proovisid koostada testi, mille alusel saaks õpilasi jagada erinevate tasemete vahel, et jagada õpilasi vastavalt taseme rühmadesse. Pikaajalisele uurimisele vaatamata ei ole olemas testi, mille alusel saaks õpilasi jagada van Hiele tasemete vahel. Van Hiele tasemed on pigem arusaamist kirjeldavad ning kui õpetaja jälgib õpilast ja esitab talle küsimusi, siis saab õpetaja aru, millisel tasandil õpilane arutleb. Van Hiele tasemete süsteem sarnaneb paljuski tava- ja teadusmõistete kujunemise süsteemiga. Esimene tase on visuaalne ja konkreetne tegevus kujunditega, kus omadusi märgatakse objekte isiklikult ja vahetult tajudes. Teiseks areneb objektide omaduste sõnaline kirjeldamine, kõigepealt ühe, siis mitme tunnuse alusel liigitamine ning viimaks konstrueeritakse teadaolevatest omadustest ühtne süsteem. Kolme van Hiele taset on iseloomustatud kui visuaalne, tavamõistete ja teadusmõistete tase (Teppo, 1991).

Mõistete omandatuse hindamiseks eesti koolimatemaatikas on kasutatud erinevaid klassifikatsioone. On 1980'ndatel eesti koolimatemaatikas kasutatud klassifikatsioon, kus mõiste omandatuse taset mõõdeti 4 astmel: identifitseerib, reprodutseerib, oskab kasutada tüüpülesande lahendamisel, oskab kasutada uudses situatsioonis. K. Kaasik ja L. Lepmann (2002) eristasid mõistete omandatuse uurimisel järgnevatid oskusi: 1) defineerimisoskus, 2) definitsiooni täiendamise oskus (lünktekst), 3) äratundmisoskus, 4) nimetuse andmise oskus, 5) näite toomise oskus ja 6) mõiste mõistmise oskus (nt *Põhjenda, miks...*).

Teise kooliastme geomeetria mõistete omandatus

Rahvusvahelised uurijad toovad välja, et geomeetria mõistete õppimisel tekitavad õpilastel peamiselt raskusi ära tunda geomeetrilisi kujundeid ebatavalises asendis, sõnastada täpseid ja täielikke definitsioone ning mõista kujundite liigituse hierahiat (Elia & Gagatsis, 2003 viidatud Berenger, Barkatsas & Seah, 2017).

1998. a 6.klassi matemaatika riiklikus tasemetöös hinnati, kuidas meie õpilased oskavad kasutada kolmnurgaga seotud mõisteid. 2/3 õpilastest tundsid ära joonisel olevate kolmnurkade seast samaliigilised kolmnurgad. 1/4 õpilastest ei pidanud võrdkülgset kolmnurka võrdhaarseks. Õpilasi ajavad sageli segadusse piasjad, mis häirivad joonisel oleva kujundi äratundmist või vajalike mõõtmiste teostamist. Näiteks, ei olnud tasemetöös võrdhaarse kolmnurga alus joonestatud paralleelselt vihikulehe alumise servaga, täisnurkse kolmnurga kaated ei olnud paralleelsed paberilehe servadega, kolmnurga kõrguse joonestamisel ei tulnud see paralleelne lehe külgservaga jne. Õpilastele on olnud tunduvalt raskem mõõta ja joonestada nürinurka kui teravnurka. Ka joonisel antud nurga haarade pikkused võivad mõjutada nurga mõõtmistulemust. Kui haarad olid nurga mõõtmiseks piisavalt pikad

(ulatusid mallini), siis õpilased mõõtsid nurka õigesti (80%), seevastu teised, kes pidid nurga haarasid pikendama, saavutasid õige tulemuse vaid 65% juhtudest. (Jukk, 2004)

2000. a matemaatika riiklik tasemetö 6.klassis kontrollis mõistete võrdhaarne kolmnurk, risttahukas, paralleelsed ja ristuvad sirged, lõigu keskristsirge, nurga poolitaja ja pindala omandatust. Selleks kasutati äratundmis-, konstrueerimis- ja rakendusülesandeid. Mõistete võrdhaarne kolmnurk ja risttahukas korral huvitas töö koostajaid, kuivõrd täpselt orienteeruvad õpilased mõistete soo-liigi hierarhias. (...) Risttahuka puhul vastas korrektselt 59% vastanutest ja võrdhaarse kolmnurga puhul 54% vastanutest. Tüüpeksimuseks on see, et mõiste alla kuuluvaks ei loeta vastavat soo-liigi kitsamat mõistet: 15% vastanutest ei pidanud kuupi risttahukaks ja 26% ei pidanud võrdkülgset kolmnurka võrdhaarseks. Kitsama mõiste kasuks otsustas 9% vastanutest (võrdkülgne kolmnurk on ainus võrdhaarne kolmnurk) ja 4% arvas, et kuup on ainus risttahukas. Õpilased tajusid mõistetevahelisi soo-liigi erinevusi paremini risttahuka kui võrdkülgse kolmnurga korral. Ootamatult raske oli mõistetele vastava objekti konstrueerimine. 68% õpilastest suutis joonestada paralleelseid ja ristuvaid sirgeid silma järgi. Tüüpilised konstrueerimise ülesanded lahendati suhteliselt hästi. (Lepmann, 2000)

2002. a 6.klassi riiklikus tasemetöös kontrolliti õpilaste nurga mõõtmise, nurga joonestamise, nurga tähistamise, kolmnurga kõrguse joonestamise ja geomeetriliste konstruktsioonülesannete lahendamise oskusi. Tuli välja, et eesti õppekeelela koolides oli eriti halb nurga tähistamise oskus (63,8% oskas nurka tähistada) (Jukk, 2004).

2004. a 6.kl. matemaatika tasemetö geomeetria osa kontrollis võrdhaarse ning täisnurkse kolmnurga elementide leidmise, tähistamise ja eristamise oskust ja kolmnurkse püstprisma kujundi osade nimetamise oskust. Tulemuste analüüsis selgus, et paremini tundsid õpilased täisnurkset kolmnurka ja kehvemini võrdhaarset kolmnurka. Kolmnurkse püstprisma terminoloogiat ei vullanud $\frac{1}{4}$ vastanutest, seega ei suutnud nad jooniselt lugeda prisma tahkude ja servade arvu (Afanasjev, 2004).

2017. a tasemetöös oli 2 geomeetria ülesannet. Üks ülesanne kontrollis ringi ümbermõõdu arvutamist. 57% õpilastest oskas ringi ümbermõõtu arvutada, kusjuures valemit tundis 65% (Post, 2017). Teine ülesanne oli kolmnurga pindala, omaduste ja sisenurkade summa tundmisest. Kolmnurga omadusi teati väga hästi, kolmnurga sisenurkade summat oskas arvutada 54% õpilastest (Post, 2017).

Uuringu eesmärk ja uurimisküsimused

Magistritö eesmärgiks on hinnata II kooliastme lõpuks õpilaste poolt omandatud geomeetria mõistete sisulist mõistmist erinevatel tasemetel ning teada saada, kuidas riiklik õppekava kirjeldab geomeetria mõistete õpetamist II kooliastmes. Eesmärgi saavutamiseks püstitati järgmised uurimisküsimused.

1. Milliste tegevuste kaudu ja millises mahus põhikooli riiklik õppekava näeb ette geomeetria mõistete õpetamist II kooliastmes?
2. Millised on õpilaste oskused geomeetria ülesannete lahendamisel van Hiele 1. ja 2. tasemel (Teppo, 1991).
3. Milline on õpilaste geomeetriamõistete omandatuse tase?

Metoodika

Valim ja protseduur

Valimi moodustasid 87 õpilast kolme Võru-, Valga- ja Viljandimaa kooli 7. klassidest. Tegemist oli mugavusvalimiga. Kaks neist olid koolid, kus uurija sooritas õpetajapraktikat. Kirjutasin eelnevalt koolide matemaatikaõpetajatele oma uurimistööst ja sain neilt nõusoleku testi läbiviimiseks. Kahte kooli viisin paljundatud testid ise kohale ja sain hiljem koolist testid kätte. Ühte kooli saatsin testi e-kirjaga, kus õpetajad paljundasid testid ja ma käisin testidel ise järel. Matemaatikatestid viisid läbi 7. kl õpilaste matemaatikaõpetajad, eelnevalt teemasid meelde tuletamata. Õpilased lahendasid ülesanded iseseisvalt.

Mõõtevahendid

Teadmaks milliste tegevuste kaudu ja millises mahus põhikooli riiklik õppekava näeb ette geomeetria mõistete õpetamist II kooliastmes, kasutasin mõõtevahendina matemaatika ainekavas (Põhikooli riiklik õppekava. Lisa 3, 2011) esitatud geomeetria õpitulemuste loetelu.

Õpilaste geomeetriaeadmisi hinnati testiga (Lisa), mille koostamisel abistas mind magistritöö juhendaja Anu Palu. Ülesannete valikul lähtusin riiklikus õppekavas esitatud geomeetriliste kujundite õppesisust II kooliastmes (Põhikooli riiklik õppekava, 2011), riiklike matemaatika tasemetööde analüüsist (Afanasjev, 2004; Jukk, 2004; Kaasik, 2004; Lepmann, 2000; Post, 2017), geomeetria mõistete omandamise tasemetöde uuringutest van Hiele teooria järgi (Berenger, Barkatsas & Seah, 2017; Burger & Schaughnessy, 1986; Sandt & Nieuwoudt, 2003) ja mõiste omandatuse varasematest uuringutest Eesti matemaatika didaktikute poolt (Kaasik & Lepmann, 2002). Juhendaja ettepanekul valisime välja 9 ülesannet ja vormistasime ülesanded nii, et need mahuksid väljatrukkimisel A4 formaadis kahele lehele.

Mõõtevahendi usalduse kontrolliks viisin läbi piloottestimise ühes koolis, kus matemaatikaõpetaja viis läbi eeltestimise nelja 7. klassi õpilasega. Lisaks sellele lasin ise

eeltesti täita ühel 6.klassi õpilasel. Selle käigus hindasin, et tal kulus testi tegemiseks 20 minutit. Mõõtevahendi katsetamise järgselt kohtusin koolis ekspertõpetajaga ja tema hindas, et ülesannete sisu oli õpilastele jõukohane ning II kooliastme õppekavale vastav. Tööjuhendid olid vormistatud õpilasele arusaadavalt, välja arvatud paar tähistust joonistel ja üks sõnastus, mille parandasin.

Kokku on testis 9 ülesannet, milles hinnati 29 vastust. Testi ülesannete jaotus vastavalt van Hiele tasemetele on esitatud tabelis 1.

Tabel 1. Mõõtevahendi ülesannete jaotus van Hiele tasemete järgi

	Oskus	Ülesande number
Tase 1	Nimetuse andmine	1.1, 2.1, 3.2, 4.1, 6.1 ja 6.3
	Omaduste kirjeldamine	1.2, 2.2 ja 4.2
Tase 2	Omaduste järgi kujundi tundmine	5, 6.5 ja 8
	Liigituse hierahia	3.1, 7.1 ja 7.3
	Seosed	6.2, 6.4, 7.2, 7.4 ja 9

Tabel 2 annab ülesannete jaotuse vastavalt mõistete omandatuse erinevatele oskustele (Kaasik & Lepmann, 2002).

Tabel 2. Mõõtevahendi ülesannete jaotus mõistete omandatuse osaoskuste vahel

Mõiste omandatuse oskus	Ülesande number
Nimetuse andmise oskus	3.2
Objektide äratundmise oskus	3.1, 4.1, 6.1, 6.3, 6.5
Näite toomise oskus	1.1, 2.1
Mõiste mõistmise oskus	1.2, 2.2, 6.2, 6.4, 7 ja 8
Definitsiooni täiendamise oskus	5.1, 5.2, 5.3
Defineerimise oskus	4.2

Ülesanded on koostatud nii, et saan neid analüüsida ka kujundite tundmise kaupa, et võrrelda, milliseid kujundeid tunnevad õpilased paremini, milliseid halvemini. Joonte kohta on esitatud ülesanded 1 ja 4, nurkade kohta ülesanded 6.1, 6.2, 6.3, 6.4, kolmnurkade kohta ülesanded 5, 6.5, 7.1, 8 ja 9. Nelinurkade tundmist mõõdavad ülesanded 2, 3 ja 5. Ringi tundmist näitavad ülesanded 7.2 ja 9. Ruumiliste kujundite tundmist eeldavad ülesanded 3.2a, 5 ja 7.3.

Testi reliaabluse leidmiseks arvutati Cronbachi alfa, mille väärtuseks saadi 0,82. Seega on test usaldusväärne.

Andmetöötlus

Matemaatika ainekava geomeetria õpitulemuste analüüsiks kasutasin kvalitatiivset andmetöötlust. Arvandmete töötlemiseks ja visualiseerimiseks kasutasin tabelarvutustarkvara MS Excel. Selleks, et teada saada, kui suure osa moodustab II kooliastme matemaatika ainekava geomeetria õpiväljunditest mõistete tundmine, jagasin geomeetria oskust iseloomustavad tegusõnad nelja kategooriasse (tabel 2): 1) mõistete tundmine, 2) joonestamine, 3) arvutamine ja 4) muu.

Kategooria *mõistete tundmine* alla paigutasin tegusõnad, mis viitavad nimetuste andmisele, liigitamisele, eristamisele, näidete toomisele ja tähenduste selgitamisele. *Joonestamise* alla kuulub konstrueerimine, tähistamine ja märkimine. *Arvutada* tuleb pikkust, nurga suurust, übermõõtu, pindala ja ruumala. Arvutamise alla paigutasin ka valemi tundmise, sest ilma valemiga ei saa antud suurusi arvutada. Mõõtühikutega seonduva temaatika, tekstülesannete lahendamise ja graafikult info lugemise, paigutasin kategooriasse *muud* oskused. Vastavad tegusõnade esinemise sagedused on esitatud tabelis 3. Kaaskodeerijaks oli töö juhendaja.

Tabel 3. Õpiväljundeid iseloomustavate tegusõnade jaotus kategooriate vahel

Kategooriad	Mõistete tundmine	Joonestamine	Arvutab...	Muud oskused
Tegusõnad	näitab	konstrueerib	... pikkust	mõõtühikute teisendamine
	nimetab	mõõdab	... nurka	
	liigitab	tähistab	... übermõõtu	
	eristab	märgib	...pindala	tekstülesannete lahendamine
	toob näiteid		...ruumala	
	teab ja selgitab tähendust		teab arvutamise valemeid	graafikult info lugemine

Õpilaste testi analüüsimiseks kasutasin nii kvalitatiivset kui kvantitatiivset andmetöötlust. Testi avatud küsimuste korral, kus vastaja sai oma sõnastuses vastuse kirjutada, kasutasin kvalitatiivset andmetöötlust. Moodustasin kategooriad vastavalt sarnaste vastuste esinemissagedusele. Kontrolliks kordasin jagamist kategooriatesse ja loendasin uuesti tulemuste sageduse. Arvaandmete töötlemiseks kasutasin kvantitatiivset andmetöötlust ja arvutitarkvara MS Excel ning SPSS Statistics. Uuringu autorina hindasin õpilaste testide vastuseid, kasutades hindamiseks 3 pallilist süsteemi. Kui ülesanne oli lahendamata või valesti lahendatud, siis hindasin vastust 0 punktiga, kui mõistet oli osaliselt mõistetud, siis 1 punktiga ja korrektset vastust 2 punktiga.

Järgnevalt kirjeldan andmetabelisse testi põhjal kogutud andmeid, vastavalt ülesande numbrile ja geomeetria oskusele. Vastuste hindamisel lähtusin Sandth ja Neiuwodt (2003) hindamise metoodikast, kus oskuste tasemete hindamisel tuleb anda vastuse hindele kaal, vastavalt vastuse täpsusele.

Ülesandes 1.1 pidi õpilane joonestama lõikuvad lõigu ja sirge ning tähistama joonisel olevad objektid. Juhul kui sirge oli jäänud tähistamata, siis hindasin oskust 1 punktiga. Korrektset joonist, millel kõik objektid olid nõutavalt joonestatud ja tähistatud, hindasin 2 punktiga. Kui kujundeid polnud joonestatud, siis andsin 0 punkti.

Ülesandes 1.2 pidi õpilane kirjeldama lõigu ja sirge sarnasust. Vastuste kategooriate leidmiseks liigitasin tüüpvastused. Vastuseid sirge ja lõik *on sirged jooned*, lugesin korrektseteks. Vastused *jooned*, lugesin poolkorrektseteks, hinnates 1 punktiga, sest õpilane jättis joone kuju *sirged* kirjeldamata, aga kirjutas õige soomõiste *jooned*, mille alla mõlemad kuuluvad. Vastust *neil on ühine lõikepunkt*, tõlgendasin pooleldi korrektseks kuna see on lõikumise tunnus, aga pole joone liigitamise tunnus. Vastuseid *neid tähistatakse erinevalt*, lugesin väärarusaamaks. Õigesti tähistada on oluline ja tähistamisoskust tuleb positiivselt tunnustada, kuid see on kõrvalise tähtsusega, juhul kui me arutleme kujundi omaduste üle. Ülejäänud erinevaid vastused, liigitasin kui *muu* ja hindasin 0 punktiga. Lõigu ja sirge erinevuse kirjeldamisel olid vastuste kategooriateks, et *sirge on lõpmatu, lõigul on algus- ja lõpp-punktid* või *mõlemad eelmised väited koos* hindasin 2 punktiga, kuid *tähistus on erinev* või *vastus puudus*, hindasin 0 punktiga.

Ülesandes 2.1 tuli õpilasel joonestada erinevad nelinurgad. Kui kaks äratuntavat nelinurka olid joonestatud ja erinesid kasvõi ühe tunnuse alusel, siis hindasin vastust 2 punktiga, kui kujundid ei olnud nelinurgad või olid jäetud joonestamata, siis andsin 0 punkti. Lisasin kirje, millist liiki nelinurgad õpilane joonestas, vastavalt: *ruut, ristkülik, rööpkülik, romb, trapets, erikülgne nelinurk*.

Ülesandes 2.2 pidid õpilased kirjutama nelinurga omadusi. Vastused jagunesid järgmisteks kategooriateks: *4 nurka, 4 külge, 4 tippu, sisenurkade summa 360 kraadi, pindala ja ümbermõõt, nelinurkade suurus, kõik nurgad on täisnurgad* või *muu*. Esimesed neli vastust lugesin korrektseteks nelinurga omadusteks, hinnates 2 punktiga. Viimased neli kategooriat lugesin väärarusaamadeks.

Ülesanne 3.1 vastuse põhjal sai teada, kas õpilane peab ruutu ristkülikuks. Õigeks peeti vastust ainult siis, kui kõik ruudud olid loetud ristkülikuteks. Ülesandes 3.2 esitatud kujundite nimetuse lugesin õigeks (2 punkti), kui see oli täpne liigimõiste. Kui valitud kujundi mõiste oli kaugem kuid hierarhiasse kuuluv, hindasin seda 1 punktiga. Näiteks kui nelinurga puhul

vastati *hulknurk*, siis hindasin vastust 1 punktiga. Ülesande 4.1 vastused hindasin kolmes valdkonnas dihhotoomselt (õige, vale 0 punkti). Valdkonnad olid, kas õpilane tunneb lahtist murdjoont, kas tunneb kinnist murdjoont ja kas õpilane teab, et murdjoon ei sisalda kõveraid jooni. Ülesande 4.2 vastuste kategooriate kirjeldamisel ja hindamisel lähtusin õige soomõiste *joon* nimetamisest. Seejärel hindasin, kuidas õpilased kirjeldasid murdjoone koosnemist lõikudest, nende sõnastuses esinesid mõisted *lõigud*, *lülid* ja *punktid*. Osad vastused, mis piirasid liigselt murdjoone mõistet, sõnaga peab olema *lahtine* või *otspunktid on ühendamata*, jättes välja kinnise murdjoone, hindasin 1 punktiga.

Ülesande 5.1 vastust hindasin 1 punktiga, kui oli kasutatud laiemat liigimõistet nagu *ristkülik*, *nelinurk*, sest ruut kuulub ristkülikute hulka, mis omakorda on nelinurk. Ülesande 5.2 vastuse hindasin 1 punktiga, kui õpilane oli jätnud täpsustamata kolmnurga liigi. Ülesande 5.3 puhul hindasin 1 punktiga vastust *kuup*, mis on risttahuka eriliik, kuna õpilane oli aru saanud, et tegu on ruumilise kujundiga ja võrdsed ruudud on samal ajal ka võrdsed ristkülikud.

Ülesannete 6.1–6.4 ja 7 vastused hindasin dihhotoomselt (õige 1, vale 0 punkti). Kui õpilane tegi kõrvunurga arvutamisel arvutusvea, siis lugesin tulemuse valeks. Õpilaste põhjendused ülesandes 6.5 jagunesid järgnevalt: märgitud *lõik on risti kolmnurga külje pikendusega* (korrektne vastus) ja väärarusaamad (*kõrgus peab olema tõmmatud ainult otse alumisele küljele, kõrgus ei saa asuda väljaspool kolmnurka ja kolmnurga kõrgus ei saa olla kolmnurgast kõrgem*).

Ülesandes 8 pidi õpilane eristama, millised omadused on ainult täisnurksel kolmnurgal. Õigeks lugesin vastuse, et täisnurkses kolmnurgas on üks kaatet samal ajal kolmnurga kõrguseks ja teiseks õigeks valikuks, et kahe nurga summa on 90 kraadi. Kui õpilane oli valinud mõlemad variandid, siis andsin 2 punkti, kui ainult ühe, siis 1 punkti.

Ülesandes 9 hindasin arvutuskäigu järgi, kas õpilane oskas rakendada seoseid ringi ja võrdhaarse kolmnurga vahel ning teadis kolmnurga sisenurkade summa valemit. Eraldi hindasin oskusena, kas õpilane oskas teha korrektselt vajalikud arvutused ja jõuda õige tulemuseni.

Koostasin andmetabeli, kuhu kirjutasin iga vastuse eest antud hindepunktid. Saadud andmeid analüüsisin kvantitatiivsete andmeanalüüsi meetoditega, kasutades kirjeldava statistika näitajaid.

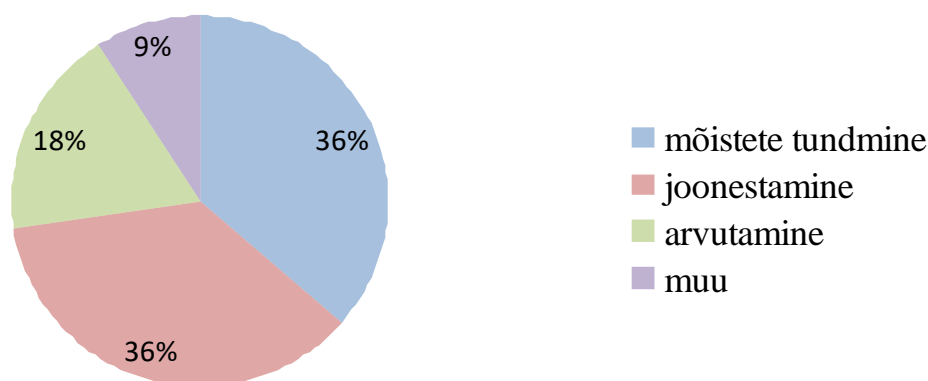
Tulemused

Teise kooliastme õpitulemused matemaatika ainekavas

Esiteks selgitasin välja, milliste tegevuste kaudu ja millises mahus põhikooli riiklik õppekava näeb ette geomeetria mõistete õpetamist II kooliastmes. Teise kooliastme geomeetria õpiväljundite esinemissagedust vastavates kategooriates kirjeldab tabel 4 ja selle põhjal koostatud joonis 1.

Tabel 4. II kooliastme geomeetria õpiväljundite tegusõnade kategooriad ja esinemissagedus

Kategooriad	Tegusõnade esinemise sagedus
4.kl	
Mõistete tundmine	5
Joonestamine	2
Arvutamine	5
Muud oskused	2
5.kl	
Mõistete tundmine	5
Joonestamine	12
Arvutamine	3
Muud oskused	3
6.kl	
Mõistete tundmine	14
Joonestamine	10
Arvutamine	4
Muud oskused	1



Joonis 1. Geomeetria õpiväljundid II kooliastmes kategooriate kaupa

Õpilaste oskused geomeetria ülesannete lahendamisel van Hiele tasemetel

Kogu testi ülesannete lahendatus õpilase kohta oli keskmiselt 63%. Ülesannete lahendatust van Hiele tasemetel kirjeldab tabel 5. Ootuspäraselt on tulemused paremad esimesel tasemel, kuna tase iseloomustab elemetaaroskusi ja selle lahendatus on 69%. Järelikult on minu valimis ligikaudu 1/3 õpilasi, kellel on raske anda kujunditele korrektseid nimetusi või kirjeldada oma sõnadega nende omadusi.

Tabel 5. Ülesannete lahendatus van Hiele tasemetel 1 ja 2 jaotuses

	Oskuse kirjeldus	Lahendatus	Taseme keskmine lahendatus
Tase 1	Nimetuse andmine	70%	69%
	Omaduste kirjeldamine	68%	
Tase 2	Omaduste järgi kujundi tundmine	59%	57%
	Liigituse hierahia	52%	
	Seosed	60%	

Tase 2 eeldab üleminekut abstraktsele mõtlemisele ja sellel tasemel on lahendatus 57%. Seega veidi üle poole uuritutest on võimelised arutlema geomeetrias tasemel, kus visuaalne ettekujutus hakkab taanduma abstraktse mõtlemise ees. Teise taseme oskustest sarnased tulemused on sõnaliste kirjelduste järgi kujundite äratundmine ja seoste tundmine, lahendatus vastavalt 59% ja 60%. Kõige halvemini tuntakse kujundite liigituse hierahiat.

Van Hiele esimese taseme lihtsaimaks ülesandeks osutus erinevate nelinurkade joonestamine (tabel 6): selle ülesande lahendas 83 õpilast 87st (lahendatus 95%). Õpilased joonestasid erinevaid nelinurki järgmise sagedusega: *ruut* 50 korda, *erikülgne nelinurk* 35 korda, *trapets* 24 korda, *ristkülik* 17 korda, *rööpkülik* 15 korda, *romb* 4 korda, nelinurgad jättis joonestamata 2 õpilast ja viisnurgad joonestas 1 õpilane. Väga hästi tundsid õpilased lahtist murdjoont (lahendatus 93%). Teine lugu oli kinnise murdjoonega (lahendatus 45%). Küsimusele, kas õpilane tunneb lahtist murdjoont, sain vastuseks, et 80 õpilast tundis, 6 õpilast ei tundnud ja 1 õpilane tundis ära vaid mitmest lõigust koosneva murdjoone kuid ei tundnud kahest lõigust koosnevat murdjoont. Üks õpilane oli segamini ajanud sarnase kõlaga mõisted *murdjoon* ja *murrujoon*, tema valis jooniselt välja ainult sirge. Lisaks uurisin, kas õpilane teab, et murdjoon ei sisalda kaartest lülisid? 36 õpilast vastas ekslikult, et murdjoon võib koosneda ka kaartest, kusjuures valdav enamus (30 õpilast) valesti vastanutest tundis ära lahtise murdjoone. Ainult 39 õpilast tundis ära kinnise murdjoone, 48 õpilast ei tundnud,

kuşjuures 43 neist tundis lahtist murdjoont. Seega standardjoonist murdjoonest tunti hästi, aga erinevaid võimalusi märksa halvemini.

Tabel 6. Van Hiele taseme 1 oskuste õige kasutamine ülesannete lahendamisel

Oskus	Õigeid vastuseid
Nimetuse andmine	
Erinevate nelinurkade joonestamine	95%
Tunneb lahtist murdjoont	93%
Joonestab lõigu ja sirge, tähistab korrektselt	81%
Õpilane nimetab risttahukat	78%
Tunneb kõrvunurki	67%
Teab, murdjoon ei sisalda kaart	59%
Tunneb erikülgset nelinurka	57%
Tunneb tippnurki	53%
Tunneb nürinurgaga nelinurka	52%
Tunneb kinnist murdjoont	45%
Omaduste kirjeldamine	
Õpilane kirjeldab sirge ja lõigu erinevust	78%
Nimetab nelinurkade omadusi	77%
Õpilane kirjeldab sirge ja lõigu sarnasust	63%
Õpilane teab murdjoone mõistet	54%

Küsimusele, kas õpilane tunneb joonise järgi risttahukat, saadi vastuseks 60 korral *risttahukas*, 11 korda *kuup*, 9 korral *vastamata*, 2 korral *ristkülik*, 5 korda *muu*. Küsimusele, kas õpilane tunneb nürinurgaga nelinurka, sain tulemuseks, et 40 õpilast tunneb, 29 õpilast jättis vastamata, 13 õpilast vastas laiemä mõistega, näiteks *murdjoon*, 8 õpilast vastas vale liigimõistega, millega antud kujundil on teatud visuaalne sarnasus, nagu *kolmnurk* või *viisnurk*. Küsimusele, kas õpilane tunneb erikülgset nelinurka, saadi vastuseks, et 44 õpilast tunneb, 27 õpilast ei osanud vastata, 11 õpilast vastas laiemä mõistega, 5 õpilast vastas vale soomõistega, nagu *ristkülik*, *trapets*, *rööpkülik* või *romb*.

Tippnurki tunneb 47 õpilast, 40 ei tunne. 20 korral neist, oli joonisele tippnurga asemel märgitud nurk ise, 5 korral oli märgitud tippnurga asemel kõrvunurk ja 2 korda nurga tipp. Kõrvunurka tunneb 57 õpilast, 30 ei tunne. Neist 6 korral on märgitud nurk ise ja 3 korral tippnurk.

Omaduste kirjeldamise ülesanne nõudis, et õpilane leiaks, mille pooldest on sirge ja lõik sarnased. Vastused jagunesid kategooriatesse järgmiselt: *mõlemad on sirged* jooned esines 37 korda, *mõlemad on jooned* 12 korda, neil on *ühine lõikepunkt* 8 korda, *mõlemad tähistatakse tähtedega* 3 korda, *muu* 7 korda ja *vastus puudus* 20 korral. Samas ülesandes õpilane kirjeldab

lõigu ja sirge erinevust, vastusteks olid kategooriate kaupa: *sirge on lõpmatu, lõik lõppeb ära* 40 korral; *lõigul on algus- ja lõpp-punktid, sirgel need puuduvad* 21 korral; *mõlemad eelmised väited koos* 7 korral; *tähistus on erinev* 3 korda; vastus puudus 16 õpilasel.

Ülesanne, kus õpilased kirjutasid nelinurga omadusi, jagunesid vastused järgmiselt: *4-nurka* 66 korda, *4-külge* 29 korda, *4-tippu* 19 korda, *sisenurkade summa 360 kraadi* 11 korda, *pindala ja ümbermõõt* 3 korda, erijuhtumeid nagu *vastasküljed on paralleelsed ja võrdsed* või *kõik nurgad täisnurgad* nimetati kokku 10 korral. Erijuhtumite nimetamisel 9 korral õpilase poolt joonestatud erinevate nelinurkade vastasküljed olidki paralleelsed või kõik nurgad olidki täisnurgad. Seega läks omaduste kirjeldus kokku nende tehtud joonisega. 12 korral õpilased joonestasid nelinurkadena ruudu koos ristkülikuga.

Kui küsisin murdjoone mõistet, siis õige liigimõistega *joon* vastas 48 õpilast, enamlevinud teised mõisted mida pakuti olid 10 korda *lõigud* ja 3 korda *sirge*, 14 õpilast ei osanud murdjoone omaduste kohta midagi kirjutada. Teiseks vaatasin kuidas õpilased kirjeldasid murdjoone koosnemist mitmest lõigust, nende sõnastuses esinesid mõisted *lõigud* või *lülid* 26 korda ja *punktid* 19 korda. Osad vastused, mis piirasid liigselt murdjoone mõistet, sõnaga peab olema *lahtine* või *otspunktid on ühendamata*, esines 4 korral, kõik need õpilased ei tundnud samal ajal kinnist murdjoont. Esines 7 korda kirjeldusi, mis ei vasta murdjoone mõistele, nagu näiteks murdjoon on *lõpmatu joon*, *murdjoon koosneb erineva pikkusega sirgetest*, *täiesti sirge joon*, *murdjoone nurgad on võrdsed* või *murdjoon on kõver joon*.

Van Hiele teise taseme ülesanded lasevad arvata kujundi nimetust sõnaliste omaduste alusel, liigitada kujundeid hierarhiasuhete põhjal ja kasutavad kujundites leiduvaid seoseid. Omaduste alusel kujundi nimetamine varieerus ülesannete kaupa (tabel 7). Hästi tunti nürinurkset kolmnurka (82%) ja ruutu (79%). Ruudu asemel pakkusid 12 õpilast laiema mõiste - *nelinurk* ja 2 õpilast *ristkülik*. Ruumilist kujundit, risttahukat, tunti oluliselt halvemini (lahendus 64%) kui tasapinnalisi kujundeid, ruutu ja kolmnurka.

Üsna halvasti tunti täisnurkse kolmnurga omadusi. Seda, et täisnurkses kolmnurgas on kõrgus kaatetik, teadis vaid 35 õpilast 87st (40%) ja 38 õpilast (44%) teadis, et täisnurkses kolmnurgas on kahe ülejäänud nurga summa 90° . 21 õpilast teadis mõlemat täisnurkse kolmnurga omadust, 45 õpilast teadsid ühte omadust, kusjuures paremini teati, et kahe ülejäänud nurga summa on 90° . Ühtegi õiget täisnurkse kolmnurga omadust ei märkinud 21 õpilast.

Tabel 7. Van Hiele taseme 2 oskuste õige kasutamine ülesannete lahendamisel

Oskus	Õigeid vastuseid
Omaduste järgi kujundi tundmine	
Tunneb nürinurkset kolmnurka omaduste järgi	82%
Tunneb ruutu omaduste järgi	79%
Tunneb risttahukat omaduste järgi	64%
Teab, et täisnurkse 3-nurga kahe nurga summa on 90°	44%
Teab, et täisnurkse kolmnurga kõrgus on kaatet	40%
Leiab nürinurkse kolmnurga kõrguse	33%
Liigituste hierarhia	
Peab võrdkulgset kolmnurka võrdhaarseks	65%
Teab, et kuup on risttahukas	59%
Õpilane peab ruutu ristkülikuks	31%
Seosed	
Õpilane teab, et ringi raadiused on võrdsed lõigud	78%
Teab, et tippnurgad on võrdsed	69%
Oskab arvutada võrdkulgse kolmnurga alusnurka	69%
Arvutab kõrvunurga suuruse	57%
Teab, ringi ümbermõõt on π korda diameeter	48%
Teab, et ristküliku diagonaalid on võrdsed	41%

Paljudele õpilastele oli keeruline aru saada, kuidas kolmnurga kõrgus võib asuda väljaspool kolmnurka, seda teadis 29 õpilast 87st (33%). Palusin avatud küsimusena arvamust põhjendada. Levinumad vastused olid kategooriate kaupa: *kõrgus on risti külje pikendusega* (22 korda, neist 2 õpilast oskab õigesti põhjendada kuid ei tunne siiski joonisel kõrgust ära), *kõrgus peab olema tõmmatud ainult otse alumisele küljele* (14 korda), *kõrgus ei saa asuda väljaspool kolmnurka* (8 korda) ja *kolmnurga kõrgus ei saa olla kolmnurgast kõrgem* (6 korda), 31 õpilast jätsid põhjenduse kirjutamata, neist 6 vastas eelmisele küsimusele õigesti. Kõik õpilased, kelle põhjendus kuulub valesse kategooriasse, ei oska kolmnurga õiget kõrgust ära tunda.

Kujundite hierarhiat tunti halvasti. Ruutu liigitas ristkülikuks vaid 27 õpilast 87st (lahendus 31%). Võrdkulgset kolmnurka peab võrdhaarseks 57 õpilast (lahendus 65%). Kuupi peab risttahukaks 51 õpilast (lahendus 59%).

Van Hiele teisel tasemel tunni kõige paremini kujundites olevaid seoseid. Hästi tunni tippnurga suurust, seda teadis 60 õpilast, 27 ei teadnud. Neist 16 ei oska tippnurka joonisel märkida, aga nad teavad et tippnurgad on omavahel võrdsed ja kirjutavad õige nurga suuruse. Kõrvunurga suurust oskab arvutada 47 õpilast, 38 ei oska. Nendest 28 ei tea, mis on kõrvunurk, 6 õpilast teevad arvutamisel vea, aga nad tunnevad kõrvunurka. Hindasin

arvutuskäigu järgi, kas õpilane oskab rakendada seoseid ringi raadiuste ja võrdhaarse kolmnurga vahel ning teab kolmnurga sisenurkade summa valemit. 68 õpilast oskab, 19 ei oska. Eraldi hindasin oskuse, kas õpilane oskab arvutada võrdhaarse kolmnurga ühe alusnurga suuruse, kui tipunurk oli antud. 60 oskas, 27 ei osanud. 18 neist ei osanud vastata ka eelmisele küsimusele. Tüüpveaks oli 9 korral, et viimane tehe jäi tegemata ning vastuseks saadi 30° asemel 60° . Alla poole õpilastest teab, et ringi ümbermõõt on π korda diameetrist pikem (48%) ja et ristküliku diagonaalid on võrdse pikkusega lõigud (41%).

Geomeetriamõistete omandatuse tase

Vaatan omandatust oskuste kaupa. Selgus, et kõige paremini osati tuua näiteid mõistetele sirge, lõik ja nelinurk (tabel 8).

Tabel 8. Ülesannete lahendatus Kaasik, Lepmann (2002) oskuste lõikes

Oskus	Lahendatus
Näite toomine	88%
Definitsiooni täiendamine	74%
Kujundi äratundmine	69%
Nimetuse andmine	62%
Mõiste mõistmine	60%
Defineerimine	54%

Hästi osati definitsiooni täiendada ehk kirjutada omaduste järgi kujundi (kolmnurk, ruut, risttahukas) õiget nimetust. Kõige kehvemad olid defineerimis- ja mõiste mõistmise oskused. Defineerimisoskust mõõtis ülesanne, kus õpilased kirjutasi oma sõnadega murdjoone mõiste. Oma sõnadega matemaatiliselt korrektseid murdjoone omadusi olid võimelised kirjutama veidi üle poole vastanutest. Mõiste mõistmist mõõtsid mitmesugused ülesanded, kus oli vaja kirjeldada omadusi, teada seoseid ja arvutada vastavalt seostele nurkade suurust. Äratundmise ülesannetes (ristkülik, murdjoon, kolmnurga kõrgus, tipp- ja kõrvunurgad) esines joonistel ebatüüpilisi näiteid, mis tegi ülesande keerulisemaks ja tulemused olid keskpärased. Keskpärased olid tulemused ka nimetuse andmisel, mis põhines joonestatud nelinurkadele ja risttahukale nimetuse kirjutamises.

Eraldi analüüsisin kujundite tundmist Selgus, et kujundite võrdluses nende tundmises olulist vahet ei ole. Kujundite tundmise keskmine lahendatus on 63%. Joonte, nelinurkade ja ruumiliste kujundite ülesanded on kõik lahendatud 67% ulatuses, ringi tundmine 63% ning nurkade ja kolmnurkade ülesanded 61% ulatuses.

Arutelu

Antud magistritöö eesmärgiks oli teada saada, kuidas riiklik õppekava näeb ette geomeetria mõistete õpetamist II kooliastmes, ja teiseks hinnata selle kooliastme geomeetria mõistete tundmist. Õpilaste geomeetria mõistete tundmist mõõtsin kolmes variandis: esiteks rahvusvahelistes uuringutes sageli kasutatavas van Hiele tasemel, Kaasiku ja Lepmanni (2002) esitatud oskuste jaotuses ja erinevate kujundite tundmise võrdluses.

Uuringust selgus, et geomeetria mõistete õpetamisele pöörab riiklik õppekava piisavalt tähelepanu ja sellega seotud õpitegevused moodustavad umbes 1/3 geomeetria õpiväljunditest. Mõistete tundmine käib käsikäes joonestamisega, mille osatähtsus on sama suur kui mõistete õpetamine. Joonestamisel kujutatakse mõistetega tähistatavat objekti visuaalselt. Nendele kahele oskusele toetub arvutusoskus, kus on vaja leida konkreetsete kujundite pikkust, nurga suurust, übermõõtu, pindala ja ruumala. Mida vanemaks saab õpilane, seda enam tuleb juurde õppida mõisteid. Kui 4. ja 5. klassis kokku on õpitavaid mõisteid 10, siis 6. klassis on neid juba 12. Seega võime vastata esimesele uurimisküsimusele, kui palju riiklik õppekava pöörab tähelepanu geomeetria mõistete õpetamisele, et see on piisav. Tervelt 1/3 geomeetria õpiväljunditest tegeleb mõisteliste arusaamade kujundamisega. Seejuures kirjeldatakse mõistete õpetamist mitmekesiste tegevuste kaudu, nagu nimetamine, liigitamine ja selgitamine.

Uurides, millised on õpilaste oskused II kooliastme geomeetriast, selgus, et kõige paremini on omandatud kujundile *nime andmise* (*äratundmise*), kujundi *omaduste nimetamise ja ka näite toomise oskus*. Millised oskused geomeetria mõistmisel on omandatud halvemini? Siin hakkab kohe silma kujundite hierarhilise liigituse mittetundmine, mille lahendatust mõõtis van Hiele 2. tase. Võrdlen oma uurimuse tulemusi riiklike tasemetööde tulemustega antud valdkonnas. Võrdkulgse kolmnurga võrdhaarseks pidamine on minu uuringu põhjal 1/10 võrra parem kui 2000.a. tasemetöö vastav tulemus ja 1/10 võrra halvem, kui 1998. a. vastav näitaja. Siinkohal tuleb meeles pidada, et minu valim (87 õpilast) on oluliselt väiksem, kui riiklikus tasemetöös osalenud õpilaste arv. Kuubi arvamine risttahukaks on 2000. a. tasemetööde põhjal sama, mis minu uuringu andmetel. Selle põhjal võib arvata, et ruumiliste kujundite hierarhilises liigituses õpilaste tulemused on jäänud samaks. Kui nende kujundite hierarhiasuhte tundmisega võib rahule jääda, siis ruudu ristküliku suhte mittetundmine viib selle kategooria näitaja alla, kuna 2/3 õpilastest ei näe seost ruudu ja ristküliku vahel.

Rahvusvahelised uurijad toovad esile sama probleemi, küsides miks õpilased ei pea ruutu ristkülikuks. Peamise puudusena nähakse siin õpetaja tegevust, kes ei tähtsusta õpetamisel kujundite hierarhilist mõistete süsteemi (Berenger et al., 2017; McLamore Salinas et al., 2014). Owens & Outhred (2006) panid tähele, et kui õpetati ristkülikut defineerima läbi 4 täisnurga ja paralleelsete külgede, siis oli tõenäoline, et õpilane arvas ka ruudu ristkülikuks. Kui ristkülikut defineeriti läbi kahe pikema ja kahe lühema külje, siis ruutu ristkülikuks ei peetud. Seega on oluline, millistele omaduste kaudu me algklassides kujundeid defineerime, et hiljem saaks õpilasel tekkida mõistetest ühtne süsteem. Kuna õpilasel puudub vajadus hakata mõistetest ühtset süsteemi looma, siis esitab selle õpetaja (Kikas, 2008). Panin vastuseid hinnates tähele, et ühes klassis, kus 2 õpilast kirjutasid testis vabatahtlikult vastusele *ruut täienduse, võrdsete külgedega ristkülik*, teadsid õpilased õiget liigitust, kuna nad mõtlesid liigitamisel kujundi mõiste peale. Õigeid soo-liigimõisteid oskas kasutada veidi üle poolte õpilastest. Õpilased oskasid paremini tuua välja kujundite (sirge ja lõik) erinevusi ja halvemini samade kujundite sarnasusi. Seega leidsin, et õpilane märkab paremini seda, mis on erinev ja halvemini seda, mis on ühesugune.

Mõistete õppimisel on oma koht ka definitsioonidel, sest neis kajastuvad kujundite olulised omadused ja kujundite omavahelised seosed (Berenger et al. 2017). Kõige nõrgemaks osutus õpilaste *defineerimisoskus*. Samas, definitsiooni täiendamisoskus oli oluliselt parem. Defineerimist hakatakse õpetama alles III kooliastmes, kuid selleks peavad I ja II kooliastmes õpetajad tegema eeltööd, kasutades õpilasele arusaadavat keelt, rõhutades õigeid hierahiasuhteid, lastes õpilastel sõnastada kujundite omadusi ja joonistades mõistekaarte. Sõna defineerima võiks ümber sõnastada õpilasele arusaadavasse keelde. Näiteks sõnastasin ümber piloottestimise järgselt testis sõna *defineeri*, sest see oleks olnud õpilastele arusaamatu ja seetõttu ma oleksin saanud vähem vastuseid. Antud uuringus ma ei vaadanud, kuidas kasutatav õppekirjandus mõjutab geomeetria mõistete õpetamist. Kuigi uurimisteema mitmekülgsemaks käsitluseks oleks see vajalik. Mis puutub definitsioonide päheõppimisse, siis õpilaste poolt antud vastuste põhjal võin väita, et seda ei tehta, kuna õpilased vastasid avatud küsimustele oma sõnadega. Rahvusvaheline uuring kinnitab, et õpetajad lasevad õpilastel definitsioone pähe õppida, kuid arusaamist see ei süvenda (Berenger et al., 2017). Teise probleemina mõistete defineerimisel toovad rahvusvahelised uurijad välja õpetajate enda defineerimisoskuse. Tuuakse välja, et õpetaja tihti teab vaid ühte teaduslikult laitmatut definitsiooni (Morgan, 2005; Keiser, 2004), kuid see ei ava veel mõiste kogu sisu. Minu uuringus tuli välja, et isegi kui õpilane oskas murdjoont defineerida, siis see ei taganud, et ta oleks tundnud ära kinnise murdjoone. Kuna murdjoone definitsioonist on raske välja lugeda,

et murdjoone algus ja lõpp-punkt võib olla üks ja sama punkt. Üks õpilane kirjutas murdjoone definitsiooni täienduse, *võib olla kinnine või lahtine*, see aitas tal ära tunda kinnist murdjoont. Mõiste mõistmise eesmärgil tuleks sama mõistet defineerida mitut moodi ning ühe “õige” mõiste omaksvõtmine õpetaja poolt tekitab liiga kitsa mõistevälja (Keiser, 2004).

Van Hiele tasemete süsteem kirjeldab, kuidas areneb õpilaste geomeetriliste kujundite mõistmine. Uuringu tulemusena tuleb kahjuks välja, et pea 1/3 uuritud õpilastest, ei osanud lahendada esmatasandil olevaid ülesandeid. Seega on loomulik, et nad ei saa aru veel keerulisematest ülesannetest. Uuring näitas, et abstraktse mõistmise tase (van Hiele tase 2) on jõukohane vaid veidi enam kui pooltele õpilastele. Nemad suudavad sellel tasemel tunnis kaasa mõelda ja saavad aru, mida õpetaja räägib. Õpetajale on see väljakutse, kuna tal tuleb samal ajal õpetada erinevatel tasemetel. See toob omakorda kaasa vajaduse õpetust diferentseerida. Õpilaste arusaamine on erinev õpetaja omast ja see võib nende vahel kommunikatsiooni takistada. Seda selgitavad van Hiele geomeetrilise mõtlemise tasemed. Esmatasandit iseloomustab visuaalne mõtlemine.

Visuaalse mõtlemise domineerimist sõnalis-tekstilise mõtlemise üle näeme nelinurkade omaduste kirjeldusest, kus kõikide nelinurkade omadustena kirjeldati erijuhtumeid, nagu *vastasküljed on paralleelsed ja võrdsed* või *kõik nurgad on täisnurgad*. Õnneks enamuses õpilasi ei lasknud end erijuhtumitest eksitada ning mõtlesid laiemalt kõikide nelinurkade peale. Nelinurki joonestades kujutasid õpilased lisaks kõige sagedamini esinevale ruudule piisavalt erinevaid nelinurki. Tüüpjoonise mõju arusaamisele ilmnes murdjoone ülesandes, kus lahtise murdjoone äratundmine oli üks paremini lahendatud ülesandeid, aga kui murdjoon sisaldas kaari või oli kinnine kujund, siis tekitas see väärmõistmist.

Nii rahvusvahelised uuringud kui eesti tasemetööde tulemused kinnitavad, et õpilastele valmistab raskusi ära tunda kujundit ebatüüpilises asendis (Berenger et al., 2017; Jukk, 2004). Uurisin, kuivõrd häiris õpilasi see, et kolmnurga kõrgus asus väljaspool kolmnurka ja oli joonestatud paberi suhtes kolmnurga ülemisele küljele. Tulemuseks on, et veerandit õpilastest see häirib, nendest veidi üle poolte põhjendas oma sõnadega, miks nad ei usu, et see lõik on kolmnurga kõrgus. Sealjuures tuleb õpilaste põhjendustest välja nägemise mõju mõtlemisele, *kõrgus peab olema tõmmatud ainult otse alumisele küljele* (vastatud 14 korda), *kõrgus ei saa asuda väljaspool kolmnurka* (vastatud 8 korda) ja *kolmnurga kõrgus ei saa olla kolmnurgast kõrgem* (vastatud 6 korda) ja see *ei näe seda moodi välja* (vastatud 2 korda).

Nurkade tundmise ülesandeid lahendasid õpilased keskpäraselt. Paremini osati märkida joonisele kõrvunurka kui tippnurka. Kuna tippnurgad on suurselt võrdsed, siis peeti sageli nurka ennast tippnurgaks või märgiti nurga asemel tippu. Et seda viga vältida, tuleks nurka

õpetada läbi nurga konstrueerimise tegevuste (Keiser, 2004), näidates nurka kui tasandi osa, mitte kui punkti. Tippnurga suurust teati paremini, kui oli selle märkimisoskus. Kõrvunurga puhul oli märkimisoskus veidi parem kui suuruse leidmine. Nurga halba märkimisoskust on välja toodud ka varasemates tasemetöodes (Jukk, 2004).

Kesine oli täisnurkse kolmnurga omaduste tundmine. 2004.a. riikliku tasemetöö tulemusena leiti, et parem oli täisnurkse kolmnurga tundmine ja kehvem võrdhaarse kolmnurga tundmine (Afanasjev, 2004). Minu sain vastupidised tulemused, et võrdhaarse kolmnurga ülesandeid lahendati paremini kui täisnurkse kolmnurga ülesandeid. Ringi übermõõdu arvutamisoskus 2017.a. tasemetöös oli 10% parem, kui minu uuringu põhjal. Kuid ma küsisin vaid übermõõdu ja diameetri suhet. Kui ma oleksin küsinud ka arvutuse valemit, siis me ei tea seda, võib olla oleks sellele küsimusele tulnud enam õigeid vastuseid?

Kokkuvõtteks võib öelda, et II kooliastme õpilaste geomeetria mõistete teadmised võiksid olla paremad. Riiklik õppekava pöörab piisavalt tähelepanu antud oskuste kujundamisele. Erinevate kujundite tundmises vahet pole. Kujundite nimetamisega saavad õpilased hakkama. Vaja oleks tuua rohkem näiteid erinevatest olukordadest ja kasutada defineerimist tavamõistetega, et õpilaste mõistmist süvendada. Liigitamise hierarhia peale peaks mõtlema juba algklassides. Selleks, et väljendada ennast õpilasele arusaadavalt, on vaja õpetajal teadvustada, millisel tasemel õpilane mõtleb.

Uuringu piirangud ja soovitused

Kuna uurija kogus andmeid väikse mugavusvalimi piires, siis ei ole uurimistöö andmed üldistatavad kogu eesti II kooliastme õpilaste geomeetriaoskuste tundmisele. Minu uuringu tulemused kehtivad antud valimi kohta. Kuna test oli koostatud ühes variandis, siis ei saa välistada, et mõned õpilased kirjutasid pinginaabri pealt vastuseid maha. Edaspidiseks on soovitatav analüüsida õppekirjandust, et teada kuidas õppekirjandus suunab geomeetria mõistete õpetamist, nii et lõpuks tekiks terviklik teadusmõistete süsteem.

Tänuõnad

Täna uuringus osalenud matemaatikaõpetajaid, kes pühendasid aega ankeedi täitmisele. Lisaks täna ka oma lähedasi, kelle kriitika ning soovitused aitasid muuta tööd paremaks.

Autorsuse kinnitus

Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva lõputöö ning toonud korrekselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

Marje Olsen

/allkirjastatud digitaalselt/ 21. mai 2019

Kirjandus

- Afanasjev, J. (2004). 6.klassi matemaatika tasemetöö. *Üleriigilised tasemetööd 2004*. Riiklik Eksami- ja Kvalifikatsioonikeskus.
- Berenger, A., Barkatsas, T., & Seah, R. (2017). Problems associated with learning to represent and define quadrilaterals. *Proceeding of the 54th annual conference of Mathematical Association of Victoria*, (7–17).
- Blencove, J. (2017). The use of hands on materials in the teaching of mathematics. *Proceeding of the 54th annual conference of Mathematical Association of Victoria*, (70–77).
- Burger, W. F. & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele Levels of Development in Geometry. *Journal for Research in Mathematical Education*. 17(1), 3–48.
- Edwards, B. S. & Ward B. (2004) Surprises from mathematics education research: Student (mis)use of mathematical definitions. *The American Mathematics Monthly*. 111(5), 411–424.
- Erelt, T. (2007). *Terminiõpetus*. Tartu Ülikooli Kirjastus. Tartu
- Hill, H.C, Rowan, B & Loewenberg-Ball, D. (2005) Effects of Teachers' Mathematical Knowledge for Teaching on Student Achievement. *American Educational Research Journal*; Summer 2005; Vol 42, No 2; pg. 371–406.
- Johnston-Wilder, S and P., Pimm, D. & Westwell, J. (1999). *Learning to Teach Mathematics in the Secondary School*. Routledge.
- Jukk, H. (2004). Matemaatika õpetamisest koolis. *Üleriigilistest 6. klassi matemaatika tasemetöödest aastatel 1997–2003*. Riiklik Eksami ja Kvalifikatsioonikeskus. Kirjastus Argo. Tallinn.
- Kaasik, K. (2004). Matemaatika õpetamisest koolis. *Kokkuvõtteid ning järeldusi üleriigilistest 3.klassi matemaatika tasemetöödest aastatel 1998–2003*. Riiklik Eksami ja Kvalifikatsioonikeskus. Tallinn, Kirjastus Argo.
- Kaasik, K. & Lepmann, L. (2002). *Väike metoodikaraamat II kooliastme matemaatikaõpetajale*. Avita
- Kalda, K. (2018). *Neljanda klassi õpilaste matemaatikateadmised erinevates valdkondades ja nende valdkondade vahelised seosed*. Publitseerimata magistr töö. Tartu Ülikool.

- Keiser, J. M. (2004): Struggles With Developing the Concept of Angle: Comparing Sixth-Grade Students' Discourse to the History of the Angle Concept. *Mathematical Thinking and Learning*. 6:3, 285–306.
- Kikas, E. (Toim.). (2008). Tunnetusprotsesside areng. *Õppimine ja õpetamine koolieelses eas*. Tartu: TÜ Kirjastus.
- Kuzniak A. & Rauscher, J. C. (2011). How do teachers' approaches to geometric work relate to geometry students' learning difficulties? *Educational Studies in Mathematics*. 77(1), 129–147.
- Lepmann, T. (2000). 6.klassi matemaatika tasemetööd. K. Mere (Toim.). *Tasemetööd 2000*. Haridusministeerium. Tallinn.
- McLemore Salinas T., Lynch-Davis, K., Mawhinney, K. J. & Crocer, D. A. (2014). Exploring quadrilaterals to reveal teachers' use of definitions: Results and implications. *Australian Senior Mathematics Journal*. 28(2), 50–59.
- Morgan, C. (2005). *What is a Definition for in School Mathematics?* Külastatud aadressil https://www.researchgate.net/publication/267387817_WHAT_IS_A_DEFINITION_FOR_IN_SCHOOL_MATHEMATICS
- Owens, K. & Outhred, L. (2006). The Complexity of Learning Geometry and Measurement. A. Gutierrez, P. Boero (eds.). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future*. 83–115.
- PISA 2012 Eesti tulemused*. (2012) Lepmann, T. & Jukk, H. Tire, G. (Toim.). Eesti 15-aastaste õpilaste teadmised ja oskused, matemaatikas, funktsionaalses lugemises ja loodusteadustes. lk 35. SA Innove. Külastatud aadressil http://issuu.com/innove/docs/pisa_2012_eesti_tulemused_2?e=2411359/5896292 .
- Post, P. (2017). *Üleriigiline 6.klassi matemaatika tasemetöö 2017, lühikokkuvõte*. Innove. Külastatud aadressil <https://www.innove.ee/wp-content/uploads/2018/04/6.-klassi-matemaatika-e-tasemet%C3%B6%C3%B6st-2017.pdf>
- Põhikooli riiklik õppekava, lisa 3*. (2011). Riigi Teataja I, 29.08.2014. Külastatud aadressil <https://www.riigiteataja.ee/aktilisa/1290/8201/4020/1m%20lisa3.pdf#>
- Sandt, S. & Nieuwodt, H. D. (2003). Grade 7 teachers' and prospective teachers' content knowledge of geometry. *South African Journal of Education*. 23(3) 199–205
- Teppo, A. (1991). Van Hiele Levels of Geometric Thought Revisited. *Magazine of National Council of Mathematical Teachers*. 84(3), 210–220.
- Usiskin, Z. & Senk, S. (1990). Evaluating a Test of van Hiele Levels: A response to Crowley and Wilson. *Journal for Research in Mathematics Education*. 21(3), 242–245.

Vojkuvkova, I. (2012). The van Hiele Model of Geometric Thinking. WDS'12. *Proceedings of Contributed Papers, Part I*, 72–75.

Lisa. Õpilase test

Nimi

GEOMEETRIA ÜLESANDED

Ülesanne 1

- 1) Joonesta *sirge* a ja *lõik* AB , nii et sirge a lõikub lõiguga AB punktis O . **Tähista** joonisel olevad objektid.



- 2) Võrdle sirget ja lõiku. Kirjuta oma sõnadega üks sirge ja lõigu ühine omadus. Kirjuta ka üks omadus, mille poolest sirge ja lõik omavahel erinevad .

Sarnane omadus

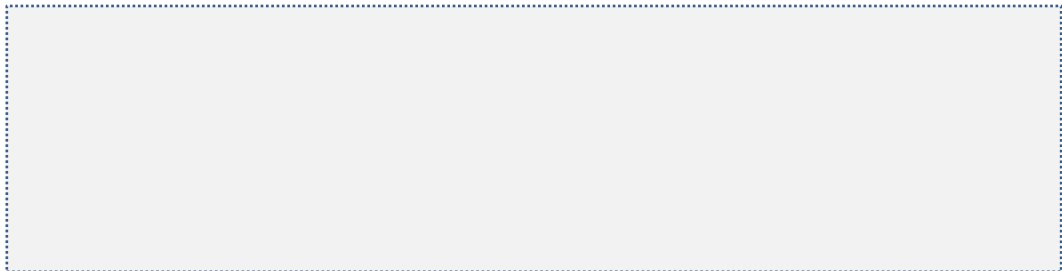
.....

Erinev omadus

.....

Ülesanne 2

- 1) Joonesta 2 üksteisest võimalikult erinevat *nelinurka*.



- 2) Kirjuta omadused, mis esinevad kõikidel nelinurkadel.

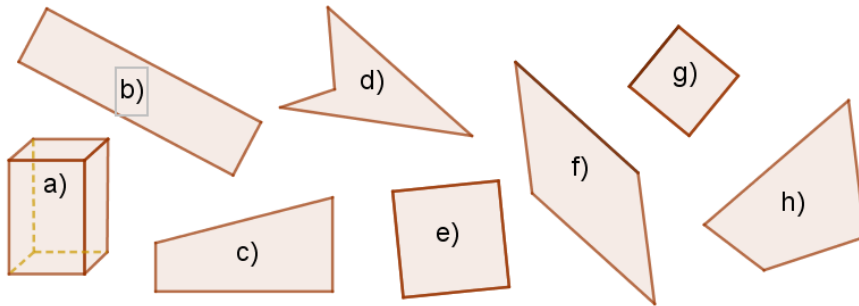
.....

.....

.....

Ülesanne 3

1) Leia jooniselt kõik ristkülikud? Viiruta ristkülikud seestpoolt.

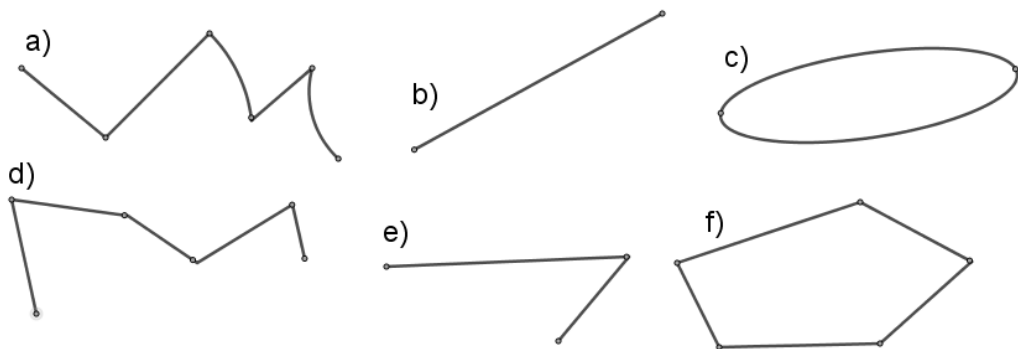


2) Kirjuta tabelisse kujundite tähistele nende nimetused.

- | | |
|----------|----------|
| a) | e) |
| b) | f) |
| c) | g) |
| d) | h) |

Ülesanne 4

1) Leia jooniselt kõik murdjooned. Tõmba murdjoonte tähistele ring ümber.



2) Kirjuta, mis on murdjoon.

Murdjooneks nimetatakse

.....

.....

.....

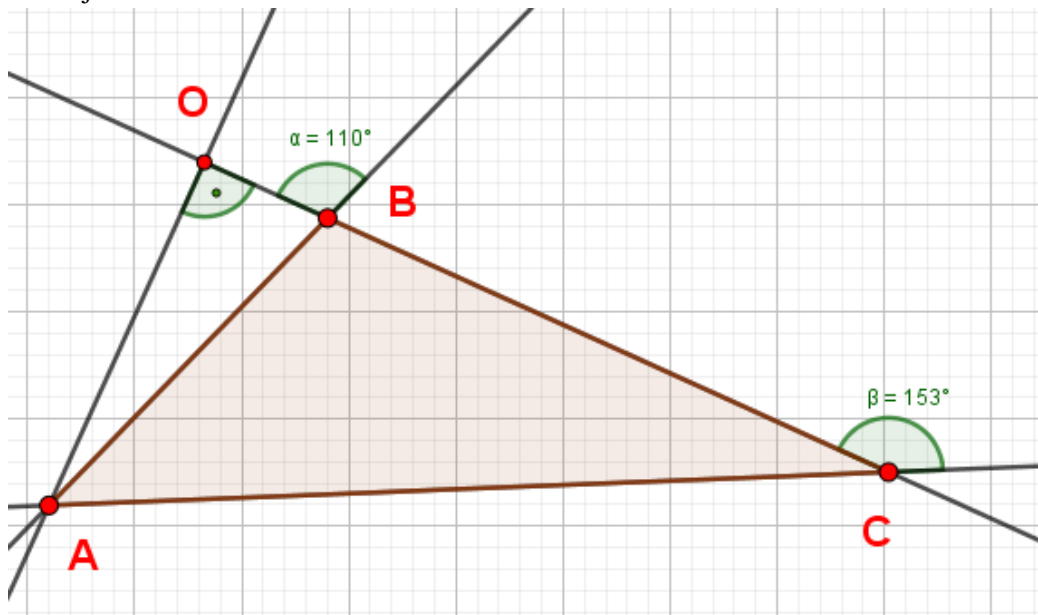
Ülesanne 5

Mis kujund ma olen? Lõpeta laused.

- 1) Mul on 4 tippu, üks nurkadest on täisnurk.
Minu küljed on võrdse pikkusega. Olen
- 2) Mind piirab kinnine murdjoon,
millel on 3 tippu, üks neist on nürinurk. Olen
- 3) Mul on 8 tippu ja 6 tahku,
minu vastastahud on võrdsed ristkülikud. Olen

Ülesanne 6

Vaata joonist.



- 1) Leia jooniselt nurga $\alpha=110^\circ$ tippnurk ja tähista see tähega x.
- 2) Kirjuta, kui suur on nurga x väärtus kraadides:
- 3) Leia jooniselt nurga $\beta=153^\circ$ kõrvunurk, mis on samal ajal kolmnurga ABC sisenurk ja tähista see tähega y.
- 4) Arvuta, kui suur on nurga y väärtus kraadides:
- 5) Otsusta, kas lõik AO on kolmnurga ABC kõrgus või ei ole.
Tõmba õigele vastusele ring ümber ja kirjuta, miks sa nii arvad.
Jah, sest.....
Ei, sest

Ülesanne 7

Otsusta, kas väide on tõene või väär. Kirjuta kasti vastavalt täht t või v .

- 1) Iga võrdkülgne kolmnurk on alati võrdhaarne.
- 2) Iga ringi übermõõt on selle diameetrist π korda pikem.
- 3) Kuup ei ole risttahukas.
- 4) Kui nelinurga diagonaalid on võrdse pikkusega, siis on see nelinurk ristkülik.

Ülesanne 8

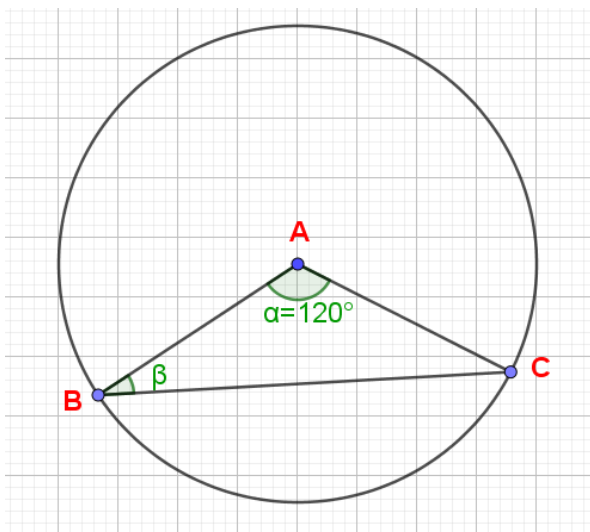
Milliste väidete puhul saame kindlalt öelda, et tegemist on täisnurkse kolmnurgaga?

Tõmba vastavatele väidetele ring ümber.

- a) 2 nurka on teravnurgad
- b) sisenurkade summa on 180°
- c) kolmnurga kõrgus on samal ajal üks kaatetitest
- d) kahe nurga summa on 90°

Ülesanne 9

Meil on antud ring keskpunktiga A, ringi raadius on AB. Kahe raadiuse vahele jääb nurk $\alpha=120^\circ$. Arvuta nurk β .



Arvuta siin:

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina Marje Olsen

(sünnikuupäev: 7. jaanuar 1971)

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

Geomeetria mõistete omandamine II kooliastmes,

mille juhendaja on Anu Palu,

1.1. reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;

1.2. üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.

2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartus, 21. mai 2019.