

TARTU ÜLIKOOL
Füüsika Instituut
Füüsikalise optika labor

Füüsika eriala
BAKALAUREUSETÖÖ (12 EAP)

Ühemoodilise optilise kiu lahutusvõime uurimine kiireneva Besseli kimbu abil

Autor:
Valle MOREL

Juhendajad:
Heli LUKNER, PhD
Sandhra-Mirella VALDMA, MSc



Tartu 2017

Ühemoodilise optilise kiu lahutusvõime uurimine kiireneva Besseli kimbu abil

Käesolev bakalaureusetöö seisnes i) monokromaatse kiireneva Besseli kimbu tekitamises koondava läätse ja koonilise läätse ehk aksikoni ning rõngakujuliste võrejoontega difraktsioonivõre ehk ringvõre abil; ii) loodud välja täpses kirjeldamises suurendava optilise süsteemi abil ning iii) tekkiva välja skaneerimises optilise kiuga, mille lahutusvõimet uurime. Leidsin, et kiuga suudan tuvastada $1,68\ \mu\text{m}$ suuruseid objekte (täislaius kõrgusel $1/e^2$), mis on väiksem kui antud kiu mood ($4,0\ \mu\text{m}$, samuti täislaius kõrgusel $1/e^2$).

Edasiarendusena on võimalus uurida kõrgemat järku Besseli kimpe ning mitmemoodulist astmelise/muutuva murdumisnäitajaga või footonkristallkiu lahutusvõimet.

Märksõnad: Besseli funktsioon, optiline kiud, mood, murdumisnäitaja, aksikon, ringvõre

CERCS: P200 (Elektromagnetism, optika, akustika)

Finding resolution of single mode optical fiber using accelerating Bessel beam

In this thesis, i) monochromatic accelerating Bessel beam was generated by using focusing lens and conic lens aka axicon or annular diffraction grating; ii) generated field was described using magnification system iii) resolution of single mode optical fiber was studied using accelerating Bessel beam. It was found that optical fiber can detect objects at size $1.68\ \mu\text{m}$ (at height $1/e^2$). Those objects are smaller than mode of current fiber ($4.0\ \mu\text{m}$ at height $1/e^2$).

For further research it is possible to research high-order Bessel beams and resolution of multi-mode step/graded index optical fibers or photonic-crystal fiber.

Keywords: Bessel function, optical fiber, mode, refractive index, axicon, annular diffraction grating

CERCS: P200 (Electromagnetism, optics, acoustics)

Sisukord

Sissejuhatus	1
1 Teoreetiline taust	3
1.1 Optilised kiud	3
1.1.1 Moodid	3
1.1.2 Valguse sidustamine	4
1.1.3 Astmelise murdumisnäitajaga optilised kiud	4
1.1.4 Muutuva indeksiga optilised kiud	5
1.1.5 Footonkristallkiud	6
1.1.6 Optiliste kiudude kirjeldamine	6
1.1.7 Kaod optilises kius	7
1.2 Besseli kimp	7
1.2.1 0-järku Besseli kimbu moodustamine	9
1.2.2 Kiirenev Besseli kimp	12
2 Meetodid	15
2.1 Besseli kimbu moodustamine aksikoniga	15
2.2 Besseli kimbu moodustamine ringvõrega	17
2.3 Kiireneva Besseli kimbu skaneerimine optilise kiu abil	18
3 Tulemused ja analüüs	20
3.1 Aksikoniga moodustatud Besseli kimbu mõõtmised	20
3.2 Ringvõrega moodustatud Besseli kimbu mõõtmised	23
3.3 Ringvõrega moodustatud kiireneva Besseli kimbu mõõtmised optilise kiuga	25
Kokkuvõte	28
Tänuavaldused	29
Kirjandus	30
Lihtlitsents	32

Sissejuhatus

John Tyndall viis 1854. aastal läbi katse näitlikustamaks, et valguskiirt on võimalik juhtida voolavas veejoas kõverjooneliselt liikuma. Ta suunas valguse läbi veega täidetud läbi paistva anuma seina, milles paiknevast avast voolas välja veejuga. Kuna vee murdumisnäitaja on suurem kui õhul, siis toimub veejoas, vee ja õhu piirpinnal täielik sisepeegeldumine, mille tõttu jääb valgus kaarduva veejoa sisse justkui lõksu. Sarnastel põhimõtetel on võimalik valgust edasi kanda optilistest kiududes ehk klaasfiibrites. Esimesed optilised kiud valmistati alles 1950-ndatel [1–5].

Optilised kiud leiavad kasutust näiteks infotehnoloogias, telekommunikatsioonis, meditsiinis ning sensorikas. Lihtsaim optiline kiud koosneb piki kiudu jooksvast südamikust, seda ümbritsevast kattedkihtist ja neid katvast plastikust kaitsekihtist, mis annab kiule tugevuse. Sellist kiudu nimetatakse astmelise murdumisnäitajaga optiliseks kiuks. Lisaks on olemas ka näiteks muutuva murdumisnäitajaga optilised kiud ja footonkristallkiud, milles valguse levimine toimub teistel põhimõtetel.

Kiude kirjeldav füüsikaline suurus, mida käesolevas töös uurin, on lahutusvõime. See näitab kui peeneid optilise välja struktuure antud kiud suudab eristada. Üldiselt on kiu lahutusvõime määratud tema moodi laiusel. Astmelise murdumisnäitajaga kiudude korral kirjeldab põhimoodi heas lähenduses Gaussi funktsioon [6]. On märgatud [7] ja näidatud [8], et teatud omadustega optilistes väljades on võimalik eristada peenemaid struktuure, kui kiu moodi laius.

Besseli kimp omab levimisteljega ristuvast tasandis intensiivset maksimumi, mille mõõtmel on lainepikkuse suurusjärgus ning seda ümbritsevad perioodilised kontsentreeritud madala intensiivsusega rõngad. Besseli välja profiil levimisteljega ristuvast tasandis ei sõltu levimiskoordinaadist ehk on levi-invariantne (nn mitte-difrageruv) ja seda kirjeldab esimest tüüpi nullindat järku (J_0) Besseli funktsioon.[9]

Käesoleva töö eesmärk on uurida, millist lahutusvõimet on võimalik saavutada astmelise murdumisnäitajaga kiu abil. Kiu lahutusvõime uurimiseks tekitan Besseli kimbu, mille peamaksimumi läbimõõt ja rõngaste periood sõltuvad levimiskoordinaadist z . Seda nimetatakse kiirenevaks Besseli kimbuks.

Töö koosneb kolmest osast: teoreetilisest taustast, teoreetilistest ja eksperimentaalsetest meetoditest ning tulemustest ja analüüsist. Esimeses osas ülevaate erinevatest optilistest kiududest, neid kirjeldavatest füüsikalistest parameetritest, Besseli kimpudest ning nende moodustamisest. Teises osas käsitlem erinevaid töös kasutatavaid teoreetilisi ja eksperimentaalseid meetodeid kiu lahutusvõime uurimisel Besseli kimpude abil. Kolmandas

osas toon välja eksperimendi tulemused ning analüüsin neid. Teoreetilistest arvutustest saadud tulemused kõrvutan eksperimentaalselt saadud ühemoodilise kiu lahutusvõimega.

1 Teoreetiline taust

Antud peatüki esimeses osas käsitletakse optilise kiu tööpõhimõtet, liigitust ning kadusid kius. Teises osas käsitletakse Besseli kimbu moodustumist ja omadusi.

1.1 Optilised kiud

Tänapäeval osatakse valmistada mitmeid erineva struktuuri, omaduste ja funktsioonidega kiude. Levinuimad neist on astmelise, muutuva murdumisnäitajaga ja footonkristallkiud. Käesolevas töös keskendume astmelise murdumisnäitaja indeksiga kiududele ehk astmelise indeksiga kiududele.

1.1.1 Moodid

Laine levimist kirjeldav lainefunktsioon peab rahuldama lainevõrrandit. Moodid on lainevõrrandi lahendid antud ääretingimuste korral. Lainejuhis jagunevad lahendid Hermite-Gaussi ja Laguerre-Gaussi moodideks. Mõlema moodide klassi lihtsaimaks juhiks on Gaussi kimp. [10]

Ühtsaimaks lainejuhiks on optiline kiud. Kiud koosneb südamikust, kattekihist ja kaitsekihist. Optilised kiud jagatakse omakorda ühe- ja mitmemoodiliseks parameetri V alusel:

$$V = k_0 a \sqrt{n_1^2 - n_2^2}, \quad (1.1)$$

kus $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}$ on lainearv, λ_0 on valguse lainepikkus vaakumis, a on kiu südamiku läbimõõt ning n_1 ja n_2 on vastavalt südamiku ja kattekihi murdumisnäitajad ($n_1 > n_2$). Kui $V < 2,405$ saab levida kius ainult üks mood ning kui $V > 2,405$ saab kius levida mitu moodi. [6]

Ühemoodilises optilises kius saab levib ainult üks mood ja levimine toimub suures osas südamikus (moodide „sabad“ ulatuvad kattekihti), ülejäänud moodid kiirguvad kattekihist. Moodi laius kõrgusel $1/e^2$ on suurem kiu südamiku läbimõõdust (näiteks astmelise murdumisnäitajaga kiul südamiku läbimõõduga $3,5 \mu\text{m}$ on moodi laius $4,0 \mu\text{m}$). Mitmemoodilistes kiududes saab levida rohkem kui üks mood. [6]

Moodid saab jagada ka levivateks ning kiirguvateks. Levivad moodid on ostsillatoorsed südamikus ning sumbuvad kestab. Kiirguvad moodid on ostsillatoorsed südamikus ja kestab ning sellest tulevalt kiirguvad kiust välja. [10]

Kui kehtib levikonstant β jaoks seos

$$k_0^2 n_1^2 > \beta^2 > k_0^2 n_2^2, \quad (1.2)$$

nimetatakse levikonstandiga β kirjeldatavaid elektromagnetvälju levivateks moodideks. [10]

Kui levikonstant β rahuldab seost

$$\beta^2 < k_0^2 n_2^2, \quad (1.3)$$

nimetatakse levikonstandiga β kirjeldatavaid elektromagnetvälju kiirgivateks moodideks. [10]

1.1.2 Valguse sidustamine

Valguse lainejuhti suunamist nimetatakse valguse sidustamiseks. Ühemoodilises astmelise murdumisnäitajaga optilises kius kui lainejuhis levib põhimood, mida kirjeldab võrlemisi heas lähenduses Gaussi funktsioon. Optilise kiuga saab skaneerida optilist välja, so kiud saab käituda sondeeriva elemendina. Ainult positiivseid väärtusi omavate funktsioonide $f(x)$ ja $g(x)$ korral on sidum alati laiem laiemast funktsioonist. Rangelt võttes kehtib see alati, kuid kui üks funktsioonidest on ostsilleeruv ja bipolaarne, nagu näiteks 1. tüüpi 0. järku Besseli funktsioon J_0 , võib sidumi peamaksimum osutada kitsamaks teisest jao-
tusfunktsioonist, mis antud töös on Gaussi funktsioon. See võimaldab kiu abil tuvastada bipolaarse välja struktuure peenema lahtusega kui seda on kiu moodi laius. [11]

Valguse kiudu kandumise efektiivsus c kirjeldab sidum ehk kattuvusintegraal antud kujul :

$$c = \left| \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f(x,y)} g(x,y) dx dy \right|, \quad (1.4)$$

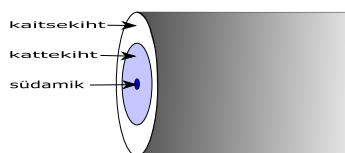
kus $\overline{f(x,y)}$ on funktsiooni $f(x,y)$ kaaskompleks ja $f(x,y)$ ning $g(x,y)$ on funktsioonid mille sidumit leitakse. [6]

1.1.3 Astmelise murdumisnäitajaga optilised kiud

Esmased astmelise murdumisnäitajaga optilised kiud koosnesid vaid südamikust, milles levis valgus. Kattekihi puudumise tõttu hajus sellistes kiududes osa valgust kiust välja ning kui kiud asusid koos ühes kimbus, võis valgus levida ühest kiust teise ja põhjustada müra. Selle vältimiseks kaetakse kiu südamik piisavalt jämeda kattekihiga. [6]

Tänapäevastes astmelise murdumisnäitajaga optilistes kiududes toimub valguse edasikandumine dielektrikust (tihtilugu klaasist) südamikus (joonis 1.1). Südamikku ümbritseb

kattekiht (samuti klaasist), mille murdumisnäitaja on ca 1% väiksem südamiku murdumisnäitajast (näiteks, kui südamiku murdumisnäitaja on 1,48, siis kattekihi murdumisnäitaja oleks 1,46). Väga väike murdumisnäitajate vahe soodustab täielikku sisepeegeldumist. Kattekihti ümbritseb kaitsekiht, mis on tihtilugu plastikust. Kaitsekihi eesmärgiks on kaitsta kiudu mehaaniliste vigastuste eest ning anda kiule paindetugevuse. [6]

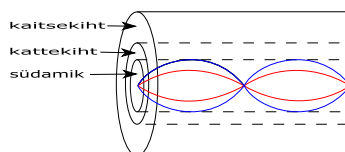


JOONIS 1.1: Optiline kiud koosneb südamikust, kattekihist ja kaitsekihist. Ühemoodilise astmelise murdumisnäitajaga kiu korral on südamiku läbimõõt suurusjärgus $3 - 10\mu\text{m}$, kaitsekihi läbimõõt $125\mu\text{m}$ ja kaitsekiht läbimõõduga $245\mu\text{m}$.

Optilised kiud jaotatakse levivate moodide arvu järgi, mis on tihedas seoses südamiku läbimõõduga kaheks: ühe- ja mitmemoodiliseks. Ühemoodilises kius, mille südamiku läbimõõt on 3 kuni 10 mikromeetrit, levib nagu nimigi ütleb vaid üks mood. Suurema südamiku läbimõõduga (ca $50\mu\text{m}$) kiududes saavad peale põhimoodi levida ka kõrgemad moodid. Südamikke ümbritseb ca $125\mu\text{m}$ läbimõõduga kattekiht. [6]

1.1.4 Muutuva indeksiga optilised kiud

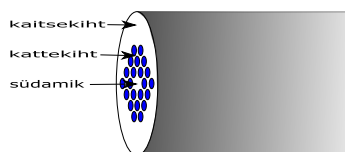
Muutuva murdumisnäitajaga optiline kiud on oma ehituselt astmelise murdumisnäitajaga optilise kiuga vägagi sarnane (joonis 1.2). Erinevuseks on südamiku murdumisnäitaja muutumine sujuvalt levimisteljest kaugenedes. Tööpõhimõtte selgitamiseks eeldan lihtsuse mõttes, et südamik koosneb lõpmata paljudest lõpmata õhukestest kihtidest. Iga järgnev südamiku kiht on eelmisest väiksema murdumisnäitajaga, kuid murdumisnäitajate vahe on lõpmata väike. Valgus murdub tihedamast keskkonnast hõredamasse, liikudes pinnanormaalist eemale ning niiviisi igal järgneval kihil. Kaugusel r_s on valguskiir piirpinna suhtes kriitilise nurga all ning toimub täielik sisepeegeldus. Seejärel toimub taas murdumine igal kihil, seekord pinnanormaali poole. Kui ühe südamiku kihi paksus $\Delta x \rightarrow 0$ ehk tegemist on muutuva indeksiga optilise kiuga, kirjeldab valguskiire levimist kius siinusfunktsioon. Südamiku paksus määrab ära lainepikkused ning moodid, mis saavad kius levida. [10]



JOONIS 1.2: Muutuva murdumisnäitajaga optiline kiud: Erinevus astmelise murdumisnäitajaga optilisest kiust esineb südamiku murdumisnäitajas - astmelise indeksiga kiul on kogu südamik konstantse murdumisnäitajaga, kuid muutuva murdumisnäitajaga optilise kiu puhul väheneb murdumisnäitaja radiaalselt kattekihi suunas liikudes sujuvalt.

1.1.5 Footonkristallkiud

Footonkristallkius on ühtlase murdumisnäitajaga ainek südamik ning kattekiht. Kattekihiks loetakse perioodiliste avadega ala kius, mille efektiivne murdumisnäitaja avade tõttu on väiksem südamiku omast. Kattekihti ja südamikku ümbritseb kaitsekiht (joonis 1.3).[12]



JOONIS 1.3: Footonkristallkiud: Südamik ja kattekiht on samast materjalist, kuid kattekihis olevate perioodiliste aukude tõttu on kattekihi murdumisnäitaja südamikust väiksem ning südamikus saavad vaid soovitud moodid levida.

1.1.6 Optiliste kiudude kirjeldamine

Optiliste kiudude puhul on iseloomustavateks suurusteks kriitiline nurk (φ_c) ning numbriline ava (NA). Neist esimene näitab, kui suur on maksimaalne nurk, mille all veel toimub täielik sisepeegeldus. See on antud valemiga

$$\varphi_c = \sin^{-1} \left(\frac{n_2}{n_1} \right), \quad (1.5)$$

kus n_1 ja n_2 tähistavad vastavalt südamiku ja kattekihi murdumisnäitajat.

Numbriline ava (NA) on võrdne nurga (α) siinusega, mille all valgus veel kiudu sidustub. See on leitav valemiga:

$$\text{NA} = \sin(\alpha) = \sqrt{n_1^2 - n_2^2}. \quad (1.6)$$

Numrilise ava abil on võimalik välja arvutada ruuminurk Ω_c , kust valgus kiudud sidustub:

$$\Omega_c = \pi \text{NA}^2 \quad (1.7)$$

Südamiku ristlõike pindala S_c :

$$S_c = \pi r_c^2, \quad (1.8)$$

kus r_c on kiu südamiku raadius.

1.1.7 Kaod optilises kius

Üks optilist kiudu kirjeldav füüsikaline parameeter on sumbumine. See määrab võimendi (seade, millega võimandatakse signaali) vahekaugused fiiberoptilises kommunikatsioonis. On lihtne näha, et väiksem sumbumine võimaldab suuremat võimendite vahekaugust ning seega odavamat kommunikatsiooni. Sumbumine (α) on leitav valemiga

$$\alpha = 10 \ln \left(\frac{P_1}{P_2} \right), \quad (1.9)$$

kus P_1 ning P_2 on vastavalt alg- ja lõppvõimsus. Sumbumist mõõdetakse detsibellides (dB). Sumbumise allikaid võib olla kaks: neeldumine ja kiirguslik sumbumine.[6]

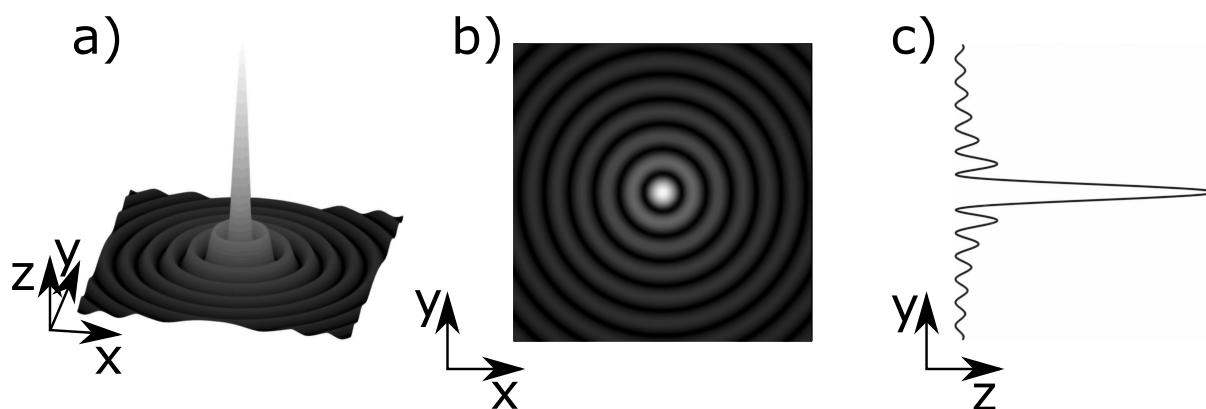
Neeldumise saab täiendavalt jagada sisemiseks ning välimiseks. Sisemise neeldumise puhul interakteerub valguslaine aatomiga (näiteks SiO_2 neelab infrapunast valgust). Kui aatomit ergastada tema omavõnkesagedusel, tekib aatomis resonants ning vastava sagedusega laine neelatakse.[6]

Väline neeldumine on tingitud klaasis olevatest lisandainetest (nt Fe^{2+} , Cu^{2+} jne) või lahustunud OH^- -ioonidest. Seda on võimalik vähendada kasutades väga puhtaid materjale. [6]

Kiirguslik sumbumine tekib valguse hajumisel kattedekihti. Põhiliselt on see tingitud Rayleigh hajumisest, mis on põhjustatud lainepikkusest palju väiksemas suurusjärgus mittehomogeensustest, mis tekivad „kiu tõmbamisel“ ning põhjustavad fluktuatsioone koostises ja tiheduses. Rayleigh hajumine on võrdeline λ_0^{-4} , kus λ_0 on leviva valguse lainepikkus. Seega suurematel lainepikkustel on hajumine väikem. Lisandained (nt GeO_2 ja P_2O_5), millega saavutatakse südamikujuga ja kattedekihi soovitud murdumisnäitaja, suurendavad Rayleigh hajumisest põhjustatud sumbumist. [6]

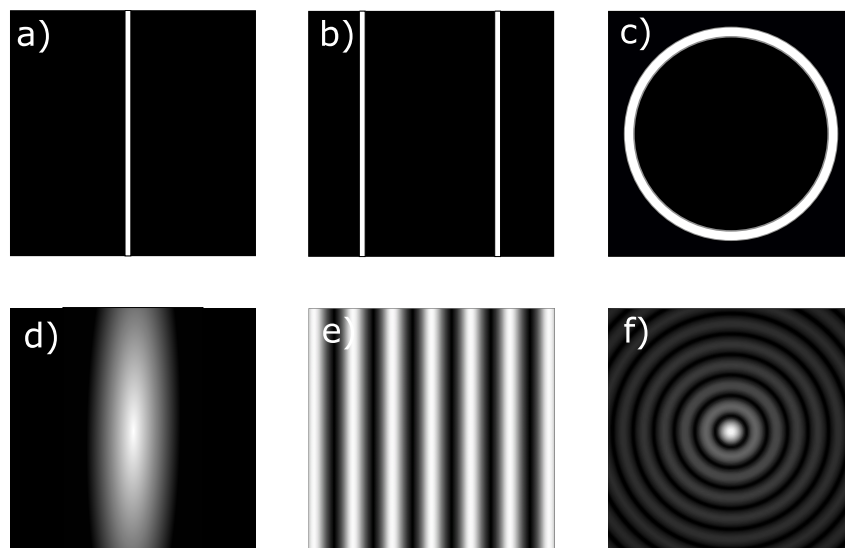
1.2 Besseli kimp

Käesolevas töös vaatlen Besseli kimpu, mille välja jaotust levimisteljega ristuv tasandis kirjeldab esimest tüüpi 0-järku Besseli funktsioon (J_0). Besseli kimbust on välja jaotus levimisteljega ristuv tasandis (xy) kontsentriiliste rõngastega ümbritsetud peen maksimum, mille mõõtmed on lainepikkuse suurusjärgus [joonis 1.4a) ja 1.4b)]. Antud joonistel on x- ja y-teljele kantud levimisteljega ristsuunalised koordinaadid ning z-teljele intensiivsus. Tehes xy-tasandist läbilõike y-telge mööda, saame yz-tasandis Besseli kimbu intensiivsusaotuse, kus intensiivsuseprofiil on kirjeldatav funktsiooniga $I(y) = (J_0(y))^2$. Antud joonisel on y-teljele kantud koordinaat ja z-teljele intensiivsus [joonis 1.4c)]. Besseli kimbu levimisteljega ristuv tasandis on kõik rõngad võrdse energiaga, kuid rõngaste erineva raadiuse tõttu on rõngaste intensiivsuste gradient suunatud telje suunas. [9]



JOONIS 1.4: a) Besseli kimbu intensiivsuseprofiil 3D-s, b) Besseli kimbu intensiivsuseprofiili läbilõige xy -tasandis. Graafik on hallskaalas, kus heledam värv väljendab suuremat intensiivsust. c) Besseli kimbu läbilõige yz -tasandis, kus y -teljel on koordinaat ning z -teljele on kantud intensiivsus.

Lainete liitumise superpositsiooniprintsiibile tuginedes saan öelda, et Besseli kimp on interferentsimuster. Selle saamist võib vaadelda järgmiselt. Olgu läbipaistmatu mask, millele langeb valgus ja maski taha on asetatud ekraan. Maskis on algselt pilu, mille laius on mõnevõrra, kuid mitte oluliselt suurem pealangeva valguse lainepikkusest (joonis 1.5a). Kui valgus pilu läbib, tekib ekraanile difraktsiooni tõttu valgusriba, mille laius on suurem maskis oleva pilu omast. Mida kitsam on maskis olev pilu, seda laiem riba ekraanile tekib. Nüüd lisan maskile ühe pilu veel juurde. Ekraani keskel, avasid ühendava sirgega ristuvatel teljel saame jälgida suure ühe riba asemel triibulist pilti, sest Huygensi-Fresneli printsiibi tõttu difrageerunud tasalained interfereeruvad ning ekraanil olevad heledad triibud on konstruktiivse ning mustad triibud destruktiiivse interferentsi tulemus. Pilude omavahelise kauguse vähenemisel, suureneb triipude periood ning vastupidi. Besseli kimbu saamiseks peame pilusid integreerima üle nurga θ . Sedasi moodustub rõngakujuline pilu, nn rõngaspilu. Rõngaspilu korral on muster silindersümmeetriline ehk triipude asemel moodustub ere maksimum tsentrisse ning seda ümbritsevad rõngad, mille intensiivsus mustri tsentrist eemaldudes väheneb (tegelikuses asub rõngaspilu koondava läätse esimeses fookuses ning selle tulemusena muudab difrageerunud kiired tasaparalleelseks). [9]



JOONIS 1.5: a) - c) väljendavad maske, millele langeb valgus, d) - f) kaugväljas ekraanile tekkivat intensiivsuspilti. Ühe pilu korral [a)] tekib ekraanile laiem tsentraalne maksimum. Mida kitsam on maskil olev pilu, seda laiem on ekraanil [d)] olev tsentraalne maksimum. b) väljendab kahe pilu interferentsi teljelähedases piirkonnas. Joonisel e) tekib ekraanile perioodiline muster, kus heledad triibud märgivad interferentsipildi maksimume ning tumedad miinimume. Joonisel c) on kaks pilu asendatud rõngaga, mille tulemusena tekib interferentspilt, mida tuntakse Besseli kimbu nime all (tegelikus asub rõngaspilu koondava läätse esimeses fookuses ning selle tulemusena muudab difrageerunud kiired tasaparalleelseks). Matemaatiliselt on tegu Fourie pöördega.

1.2.1 0-järku Besseli kimbu moodustamine

Käesolevas alapeatükis vaatleme kolme erinevat meetodit monokromaatse Besseli kimbu moodustamiseks eksperimentis: aksikoni ehk koonilise läätse, läätse fokaaltasandisse asetatud rõngaspilu või ringvõre ehk radiaalsümmetriliste võrejoontega difrageeriva elemendi abil.

Aksikoniga

Vaatlen Besseli kimbu tekitamist koonilise läätse ehk aksikoni abil. Läätsele langeb tasalaine (nt. laseri valgus), mis murtakse läätse telje suhtes nurga θ_a alla (joonis 1.6). Nurk θ_a on leitav valemiga

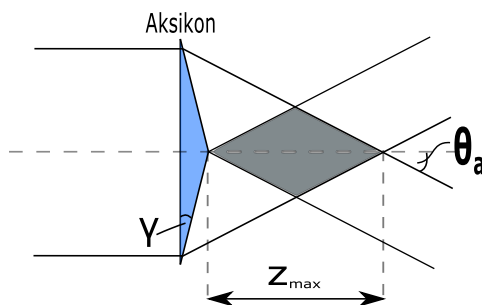
$$\theta_a = \gamma(n - 1), \quad (1.10)$$

kus γ on aksikoni nurk (sileda põhjapinna ja koonust moodustava pinna vahel vt joonis 1.6) ning n aksikoni murdumisnäitaja. Tasalainete interferentsi tulemusena tekib aksikoni taha Besseli kimp, mis on jälgitav ruumi piirkonnas z_{max} . Besseli kimbu maksimaalne

levimisulatuse määrab pealelangeva kimbu laius valemiga

$$z_{max} = \frac{k}{k_r} w_0 = \frac{w_0}{\tan(\theta_a)}, \quad (1.11)$$

kus k tähistab lainevektori pikkust, k_r lainevektori radiaalkomponenti, w_0 Gaussi kimbu laiust ja θ_a nurka tasalaine ja optilise telje vahel. [9, 13] +

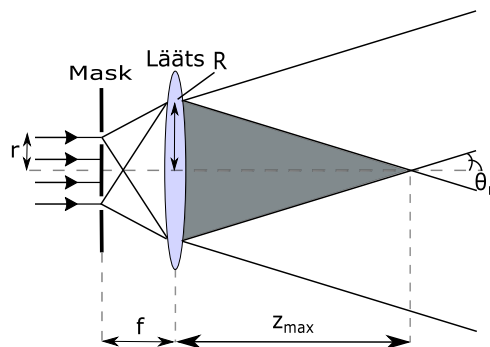


JOONIS 1.6: Aksikonile langeb tasalaine, mis murtakse nurga θ_a alla optilise telje suhtes. Alas, kus tasalained lõikuvad (z_{max}), moodustub Besseli kimp.

Rõngaspiluga

Besseli kimpu saab tekitada asetades läätses esimesse fokaaltasandisse rõngaspilu (joonis 1.7). Antud meetodit kasutas J. Durnin Besseli kimbu esmakordsel jälgimisel [14]. Maskile, milles on rõngaspilu raadiusega r , suunatakse tasalaine. Pilu läbides valgus diffrageerub ja langeb maskist fookuskauguse f kaugusel asuvale koondav läätsesele. Koondav lääts muudab valguskiired tasaparalleelseks, sel moel saadakse läätses telje suhtes nurga θ_r all levivad silindersümmeetrilised tasalained. Antud nurk on leitav valemiga $\theta_r = \arctan \frac{r}{f}$. Nende tasalainete interfereerumisel saadakse Besseli kimp, mida on võimalik vaadelda ruumipiirkonnas z_{max} . Besseli kimbu maksimaalne levimiskaugus on leitav valemiga $z_{max} = \frac{R}{\tan \theta_r}$, kus R on koondava läätses apertuur (läätses valgustatud osa). [9]

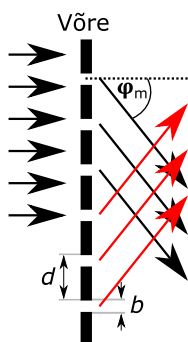
Olgugi, et kimbu intensiivsusaotus jääb ruumis levides samaks (rõngastega pilt on jälgitav kogu levimispiirkonna ulatuses), muutub tsentraalse täpi maksimumintensiivsus sõltuvalt levikusuunalisest koordinaadist z . Suurendades ava raadiust, suureneb levimiskaugus ning väheneb tsentraalse täpi maksimumintensiivsuse hälve ruumis levides.[15]



JOONIS 1.7: Maskis on tsentrist võrdsetel kaugustel pilud. Vasakult langeb maskile tasalaine, mis piludel difrageerub ning täidab laia ruumipiirkonna. Maskist kaugusel f asub koondav lääts, mis muudab pilust tulnud valguskiired tasaparalleelseks. Erinevatest piludest tulevate parallesete valguskiirte interferentspildina saame Besseli kimbu, mis levib ruumipiirkonnas z_{max} .

Ringvõreaga

Viimasena vaatleme Besseli kimbu moodustamist ringvõre abil. Ringvõre on difrageeriv element, millel olevad võrejooned on kontsentrilised rõngad. Rõngaste raadiused kasvavad tsentrist eemaldudes, kuid vagude ja harjade periood on konstantne. Ringvõre võib olla nii amplituud-, kui ka faasivõre. Antud peatükis vaatleme lihtsuse mõttes amplituudvõre, kuid edasises töös kasutame faasivõret. Esmalt vaatleme ringvõre läbilõiget, mis on heas lähenduses difraktsioonivõre (vt joonist 1.8). Valgus langeb piludega võrele. Pilud astsevad teineteisest kaugusel d , mida nimetatakse võre perioodiks ja ühe pilu laius on b . Valgus difrageerub läbides pilusid. [10]



JOONIS 1.8: Võres on pilud laiusega b . Pilude omavaheline kaugus ehk võre periood on d . Vasakult langeb võrele tasalaine, mis piludel difrageerub ning murdub nurga φ_m alla.

Lainete interferentsi puhul on tekkiva väljaprofilili kirjeldamisel oluline miinimumi tingimus

$$d \sin \varphi = m\lambda, \quad (1.12)$$

kus φ on nurk piludega võre ja murdunud kiire vahel, m on järgu number ja λ on lainepikkus. Sellest on võimalik leida tasalaine nurk kiire ja pinnanormaali vahel. Ringvõres on pilud paigutatud silindersümmeetriliselt ning seetõttu tekib tasalainete interferentsist Besseli kimp. Teades ringvõre raadiust, saab leida konkreetse järgu m poolt moodustatud Besseli kimbu maksimaalse levimiskauguse $z_{m,max}$ valemist

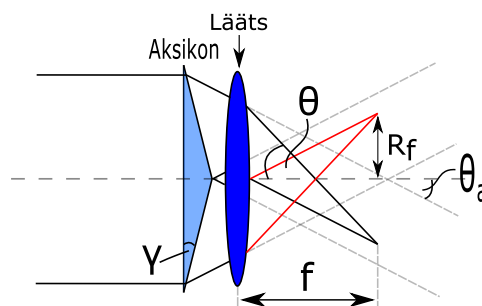
$$z_{m,max} = \frac{R}{\tan \varphi_m}, \quad (1.13)$$

kus R on ringvõre raadius ning φ_m on konkreetse järgu m juhul nurk tasalaine ja pinnanormaali vahel. Mida kõrgem on järk m , seda suurem on konstantse lainepikkuse juures nurk φ_m , seega kõrgema järgu levimisulatus on lühem madalama järgu omast ning järgu $m = 1$ poolt moodustunud Besseli kimbu levimisulatus on kõige pikem. Erinevate järkude poolt moodustunud Besseli kimbud interfereeruvad omavahel ning seetõttu on ringvõre taga jälgitav keerukas lainemuster, mille läbilõiget ei saa üheainsa Besseli funktsiooniga kirjeldada. Levimistelje suunas liikudes, kaovad kõrgemad järjed ära ning lõpuks on jälgitavad difraktsioonijärgu $m = 1$ poolt moodustunud Besseli kimp. [10]

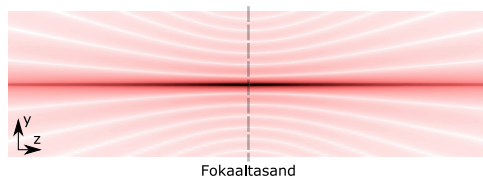
Kolme toodud meetodi võrlduses saab kõige intensiivsema Besseli välja aksikoni abiga, kus kogu pealelangev valgus moodustab Besseli kimbu. Ringvõre efektiivsus on määratud sobivasse järku difrakteeruva valguse hulgaga ning ringvõret läbib vaid väike osa pealelangevast valgusest.

1.2.2 Kiirenev Besseli kimp

Besseli kimpu, kus välja ristlõikeprofiil levimissihiga ristuv tasandis järgib Besseli funktsiooni kuju, kuid mille modulatsiooniperiood sõltub vaatluspunkti asukohast levimisteljel, nimetatakse kiirenevaks Besseli kimbuks [6, 16]. Seda on võimalik moodustada läätse paigutamiselega levi-invariantssesse Besseli välja (joonis 1.9). Kiireneva Besseli kimbu läbilõige yz-tasandis on kujutatud joonisel 1.10.



JOONIS 1.9: f - läätse fookuskaugus
 R_f - Fourier' rõnga raadius
 θ - tasalaine nurk optilise teljega
 θ_a - tasalaine nurk optilise teljega läätseta juhul



JOONIS 1.10: Kiireneva Besseli kimbu läbilõige yz-tasandis: Besseli kimbu rõngaste raadius väheneb levides z-telje sihis kuni fookustasandini ning sealt alates suureneb rõngaste raadius z-telje sihis levides (nimetatakse aeglustuvaks Besseli kimbuks).[17]

Kui nn mitte-difrageeruv Besseli kimbus on tasalainete levimise nurk θ_a või θ_r optilise telje suhtes konstantne, siis nn kiirenevas Besseli kimbus sõltub tasalaine nurk optilise teljega kaugusest z valemiga

$$\theta(z) = \arctan\left(\frac{f}{f-z} \tan \theta_a\right) = \arctan\left(\frac{R_f}{f-z}\right) \quad (1.14)$$

alusel, kus f on fookuskaugus, θ on tasalaine nurk optilise teljega, θ_a on tasalaine nurk optilise teljega aksikoniga juhul ja R_f on Fourier' rõnga raadius läätse fookustasandis.

Järgnevas tuletame tasalaine levimismurga ja z-koordinaadi vahelise sõltuvuse avaldise. Läätsse fookuskaugus f , tasalaine nurk optilise teljega θ ja Fourier' rõnga raadius R_f on omavahel seotud valemiga

$$\tan \theta = \frac{R_f}{f-z}. \quad (1.15)$$

Kiireneva Besseli kimbu puhul sõltub tasalaine nurk optilise teljega kaugusest z-teljel. Kaugusel $z = 0$ sõltub tasalaine nurk vaid aksikonist, seega $\theta = \theta_a$ ning valem saab kuju:

$$\tan \theta_a = \frac{R_f}{f} \Rightarrow R_f = f \tan \theta_a. \quad (1.16)$$

Asendan saadud tulemuse valemisse 1.15

$$\tan \theta = \frac{f}{f-z} \tan \theta_a. \quad (1.17)$$

Besseli kimbu tsentrist lugedes esimese tumeda rõnga ehk esimese miinimumi raadius on leitav valemiga

$$r = \frac{2,405 \cdot \lambda}{2\pi \sin \theta}, \quad (1.18)$$

kus θ on nurk tasalaine ning optilise telje vahel, λ valguse lainepikkus ning r Besseli kimbu tsentrist lugedes esimese tumeda rõnga raadius. [6]

Fourier' rõngas

Kui läätle langeb nurga θ_a all tasaparalleelne kiirtekimp, koondub kiirtekimp läätle tagumises fokaaltasandis ühte ruumipunkti (joonis 1.9). Kui kiirekimbud on silindersümmeetrilised, tekib läätle tagumisse fokaaltasandisse rõngas. Seda rõngast nimetatakse Fourier' rõngaks. Rõnga raadius on leitav valemiga

$$R_f = f \cdot \tan(\theta_a), \quad (1.19)$$

kus f on läätle fookuskaugus ja θ_a nurk optilise telje ja läätle langeva kiire vahel.

2 Meetodid

Käesolevas peatükis käsitletakse kiu lahutusvõime uurimiseks koostatud katseskeeme. Katsete tegemiseks valisin He-Ne laseri tema monokromaatselt ning kvaliteetse kiire tõttu (kiire ristlõiget kirjeldab heas lähenduses Gaussi funktsioon). Besseli kimbu moodustamiseks kasutasin esialgu aksikoni ning hiljem ringvõret. Mõlemaga uurisin ka kiirenevat Besseli kimpu ning katsetasin selle moodustamiseks sobivaimat koondavat optilist elementi.

Järgnev peatükk on jaotatud kolmeks osaks. Kahes esimeses alampeatükis kirjeldan aksikoni ja ringvõrega koostatud katseskeeme, kus ma mõõtsin teostasin kaameraga ning viimases peatükis valisin välja sobivaima katseskeemi ning teostas selle kiu lahutusvõime mõõtmised.

2.1 Besseli kimbu moodustamine aksikoniga

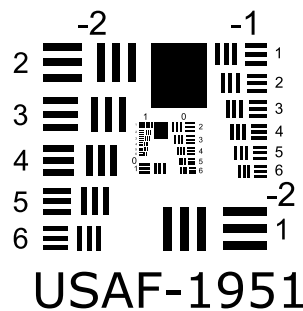
Katsetes kasutan Besseli kimbu tekitamiseks He-Ne laserit (Thorlabs HRP050) lainepikkusega $\lambda = 632,8 \text{ nm}$, 20-kordse suurendusega kiirelaiendajat ja 2,54 cm läbimõõduga kvartsklaasist aksikoni tipunurgaga 175° (joonis 2.2). Laseri Gaussi kimbu läbimõõt kõrgusel ($1/e^2$) on $d_{Gauss} = 0,80 \text{ mm}$ ja kimbu dispersiooninurk $\Theta = 1,01 \cdot 10^{-3}$. Aksikon asub laserist $L = 1,5 \text{ m}$ kaugusel. Kiire laiuseks d_{HeNe} aksikoni tasandil on $d_{HeNe} = L \tan(\Theta) + d_{Gauss} = 2,3 \text{ mm}$. Sellest tulenevalt on 20-kordse suurendusega kiirelaiendaja läbimise järel kimbu läbimõõt piisav, et valgustada aksikoni sisendava kogu ulatuses. Aksikoni murdumisnäitaja on lainepikkusest, kuid antud töös kasutan vaid monokromaatselt valgust lainepikkusega 632,8 nm, sellest tulenevalt on aksikoni murdumisnäitaja $n = 1,4570$ ja levimisenurk optilise telje suhtes $1,1^\circ$.

Besseli kimbu maksimaalse levimiskauguse ning peamaksimumi laiuse määrab aksikon. Valemite (1.10) ja (1.18) alusel on Besseli kimbu läbimõõduks

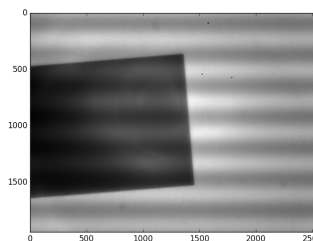
$$d_0 = 2r = \frac{2,405 \cdot \lambda}{\pi \sin \theta} = \frac{2,405 \lambda}{\pi \sin[\gamma(n-1)]} = \frac{2,405 \cdot 632,8 \text{ nm}}{\pi \sin[2,5^\circ(1,4570-1)]} = 24,30 \mu\text{m} \quad (2.1)$$

ja maksimaalseks levimiskauguseks valemi (1.11) alusel

$$z_{max} = \frac{w_0}{\tan(\theta_a)} = \frac{w_0}{\tan[\gamma(n-1)]} = \frac{1,27 \text{ cm}}{\tan[2,5^\circ(1,4570-1)]} = 63,68 \text{ cm}. \quad (2.2)$$



(A) Mikromeeterskaala [18]



(B) Grupp 2 joon 1

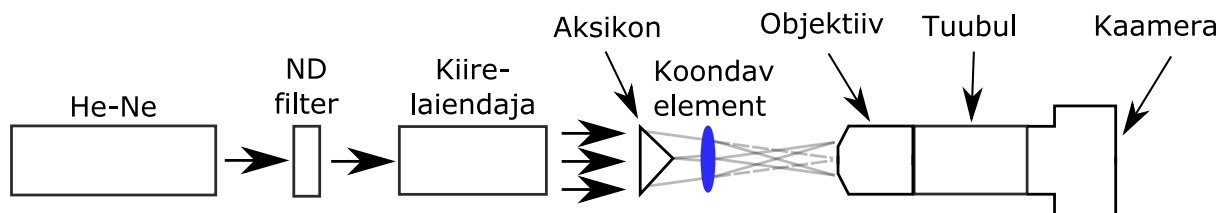
JOONIS 2.1: Mikromeeterskaala. Teades skaala iga kriipsu paksust ning mõõtes joone laiust kaameral, on võimalik leida objektiivist ja tuubulist koosneva süsteemi suuren-duse.

Besseli kimbu jäädvustamiseks kasutan viie megapikslist Allied Vision Guppy PRO F-503 kaamerat ning valguse intensiivsuse reguleerimiseks optilisi filtreid. Mõõtmiste teostamiseks kinnitasin kaamera nihutile, mis võimaldas seda liigiutada z-teljes Besselit moodustavast elemendist eemale ning võtta mõõtmisi erinevatel kaugustel. Kaamera ühe piksli suurus on $2,2 \mu\text{m}$, seega on tarvis kasutada objektiivist ja tuubulist koosnevat suurendavat süsteemi, mis kohaldaks Besseli kimbu mõõtmeid, tagamaks sensori pinna maksimaalset kasutamist. Oma töös kasutasin Besseli kimbu mõõtmistel kaamera ees 20-kordse suurendusega objektiivi (erandiks üks esimesi kiireneva Besseli mõõtmisi 50 mm läätsesega, kus kasutasin kaamera ees 14-kordse suurendusega objektiivi).

Suurenduse leidmiseks on kaks võimalust: geomeetrilise optika kaudu või kasutades mikromeeterskaalat. Geomeetriline optika võimaldab läätses fookuskaugust ning objekti ja ekraani asukohti teades määrata suurendust. Neid suurusi on raske täpselt määrata, seetõttu kasutan suurenduse leidmiseks mikromeeterskaalat USAF 1951 (joonis 2.1a). Fikseerisin objektiivi kaamera ette ning asetasin klaasplaadile tehtud mikromeeterskaala antud süsteemi kujutise tasandisse, kus sellest tekkis terav kujutis (joonis 2.1b). Joonisel olev triibuline taust on põhjustatud taustavalgusest ning ei oma antud töö juures tähtsust. Jagades kaameraga saadud joone laiuse reaalse joone laiusega, sain vastava süsteemi suurenduse.

Skaneeriva suurendusega kaamera kaugust aksikonist määrasin joonlaua abil, millega on võimalik saada täpsus 1 mm. Täiendavalt muudab kauguse määramise keerukamaks vajadus mõõtmisi teha ilma aksikoni puutumata.

Kiireneva Besseli kimbu moodustamiseks kasutasin erinevaid koondavaid elemente: 50 mm, 30 mm ja 10 mm fookuskaugusega läätsesid ning 3,8-; 8- ja 14-kordse suurendusega objektiive (joonis 2.2). Selle käigus soovisin leida koondava elemendi, mille korral kiireneva Besseli kimbu peamaksimumi läbimõõt oleks minimaalne kaamera skaneerimisel mööda z-telge.



JOONIS 2.2: Katseskeem: He-Ne laserist lähtuv kiir läbib optilist filtrit ning seejärel langeb 20-kordse suurensusega kiirelaiendale. Kui laserkiir on laiemaks tehtud, läbib laiendatud laserkiir aksikoni, mille tulemusena tekib Besseli kimp. Besseli kimpu skaneerin kaamerast, objektiivist ning tuubulist koosneva süsteemi abil. Kiireneva Besseli kimbu tekitamiseks lisan süsteemi aksikoni ja objektiivi vahele koondava elemendi.

2.2 Besseli kimbu moodustamine ringvõrega

Võrreldes aksikoniga katseskeemiga (joonis 2.2) vahetasin 20-kordse suurendusega kiirelaiendaja 10-kordse suurendusega kiirelaiendaja vastu ja aksikoni asemele panin 1 cm läbimõõduga ringvõre võreperioodiga $d = 20 \mu\text{m}$ (joonis 2.3). Otsustasin kasutada 10-kordse suurendusega kiirelaiendajat, kuna seda oli võimalik täpsemalt reguleerida ning ringvõre diameeter oli ca 2,5 korda aksikoni diameetrist väiksem. Sarnaselt aksikoniga katseskeemile on ringvõrega tekitatud Besseli kimbu kaameraga vaatlemiseks tarvis objektiivist ja tuubulist koosnevat suurendavat elementi.

Valemitest (1.12) ja (1.18) lähtuvalt on ringvõrega saadud Besseli kimbu peamaksimumi läbimõõt

$$d_0 = 2r = \frac{2,405\lambda d}{\pi m \lambda} = \frac{2,405d}{\pi m} = \frac{2,405 \cdot 20 \mu\text{m}}{\pi} = 15,31 \mu\text{m}, \quad (2.3)$$

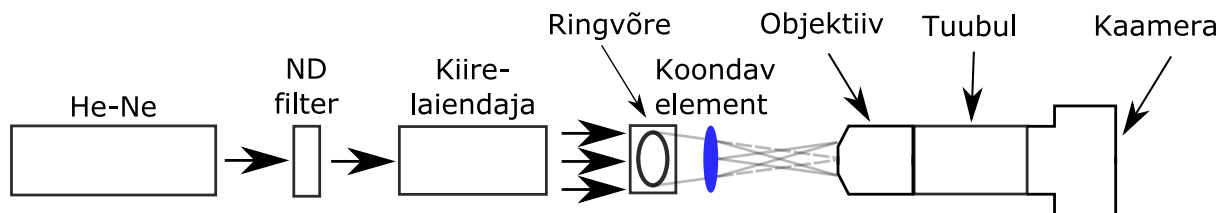
kus $m = 1$ on difraktsioonijärk, mida vaatleme ja valemi (1.13) alusel maksimaalne levimiskaugus

$$z_{max} = \frac{R}{\tan(\varphi)} = \frac{R}{\tan[\sin^{-1}(\frac{m\lambda}{d})]} = \frac{0,5 \text{ cm}}{\tan[\sin^{-1}(\frac{632,8 \text{ nm}}{20 \mu\text{m}})]} = 15,8 \text{ cm} \quad (2.4)$$

kus $R = \frac{1 \text{ cm}}{2} = 0,5 \text{ cm}$ on võre raadius.

Besseli kimbu mõõtmisi teostasid vaid kolmel z- telje kaugusel (tabel 3.2 ja joonis 3.4), sest erinevalt aksikoniga saadud Besseli kimbust, oli antud väljajaotus aberatsioonidevaba.

Kiirenevat Besseli kimbu uurimiseks valisin parima suurendusega koondava elemendi, milleks oli 14-kordse suurendusega objektiiv (joonis 2.3). Katsetes aksikoniga andsid küll 10 mm fookuskaugusega lääts ning 14-kordse suurendusega objektiiv sama tulemuse, aga objektiivi justeerimise kasutamismugavuse tõttu valisin mõõtmiste tegemiseks selle.



JOONIS 2.3: Katseskeem: He-Ne laserkiir läbib optilist filtrit ning seejärel langeb 10-kordse suurendusega kiirelaiendajale. Kui laserkiir on laiemaks tehtud, läbib laiendatud laserkiir ringvõre, mille tulemusena tekib Besseli kimp. Besseli kimpu skaneerin kaamerast, objektiivist ning tuubulist koosneva süsteemi abil. Kiireneva Besseli kimbu tarbeks lisan ringvõre ja objektiivi vahele 14-kordse suurendusega objektiivi.

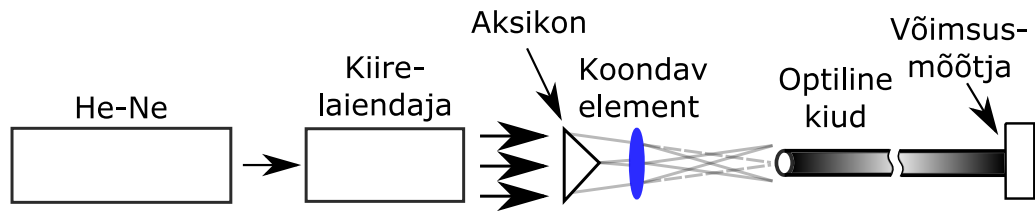
2.3 Kiireneva Besseli kimbu skaneerimine optilise kiu abil

Kiireneva Besseli kimbu skaneerimiseks optilise kiuuga kasutan astmelise murdumisnäitajaga ühemoodilist optilist kiudu põhimoodi laiusega (kõrgusel $1/e^2$) $4,0 \mu\text{m}$ (Thorlabs 630-HP). Katseskeem sarnaneb ringvõrega katseskeemiga (joonis 2.3), kuid kaamera asemele on asetatud optiline kiud ning vajaduse puudumisel pole süsteemi lisatud ND filtrit (joonis 2.4). Kiu otsaga optilise välja skaneerimiseks kasutan nihutit Newport LTA-HS. Kiusse sidustatud valguse võimsust mõõdan võimsusmõõtjaga Thorlabs PM100D. Nihutid on arvutiga juhitavad ning võimsusmõõtja on võimalik samuti arvutiga ühendada, et saada maatriks valguse võimsustega erinevatel x- ja y-telje punktidel. Sarnaselt eelmiste mõõtmistega, võtan mõõtmisi erinevatel z-telje kaugustel, et leida kasutatava kiu lahutusvõime piir kasutades kiirenevat Besselit mõõteobjektina.

Mõõtsin 14- ja 20-kordse suurendusega objektiividega moodustatud Besseli kimpu.

Mõõtmised 20-kordse suurendusega objektiiviga olid raskendatud lühikese ($f = 1,9 \text{ mm}$) fookuskauguse tõttu. Teostasin mõõtmisi fokaaltasandist kaugemal, kus on võimalik vaadelda aeglustuvat Besseli kimpu. Töö eesmärgiks on kiu lahutusvõime uurimine, seega sobivad aeglustuva Besseli kimbu rõngad samaväärselt.

20-kordse suurendusega objektiiviga saadud aeglustuv Besseli kimp on ekvivalentne läätsesega fookuskaugusega $f = -10 \text{ mm}$. Lihtsustamaks võrdlemist teiste objektiividega, määrin kauguseks $z = 0$ koha, kus aeglustuv Besseli kimp on võrdne rõngasvõrega saadud Besseli kimbu peamaksimumi läbimõõduga ning z väärtused suurenevad objektiivi suunas.



JOONIS 2.4: Katseskeem: Antud katseskeem sarnaneb joonisel 2.3 toodud katseskeemiga. Erinevuseks on suurendusega kaamera asendamine optilise kiuga, mille küljes on võimsusmõõtja. Suuremate võimsuste saamiseks on ND filter eemaldatud.

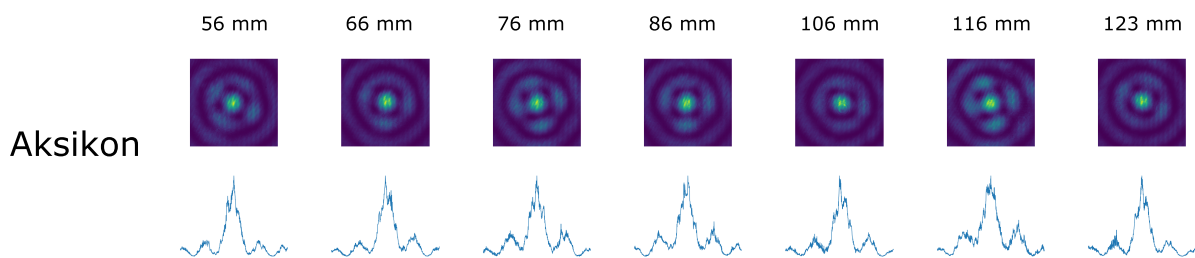
3 Tulemused ja analüüs

Selles peatükis toon välja eelmises peatükis kirjeldatud katseskeemidega teostatud mõõtmiste tulemused ning võrdlen neid teoreetiliste arvutustega. Sarnaselt eelmisele peatükile on ka käesolev peatükk jaotatud kolmeks põhiliseks osaks, kus esimeses kirjeldatan aksikoniga ja teises ringvõrega moodustatud Besseli kimbu mõõtmisi kaameraga. Kolmandas osas teen ülevaate ringvõre ning esimese kahe osa mõõtmiste tulemuste baasil valitud sobivaima koondava elemendiga moodustatud kiireneva Besseli kimbu mõõtmistest optilise kiuga. Parima koondava elemendi valin Besseli peamaksimumi minimaalse saavutatava laiuse järgi. Viimaseks analüüsin tulemuste baasil kasutatava optilise kiu lahutusvõime piiri ning võrdlen seda kiu moodi suurusega.

3.1 Aksikoniga moodustatud Besseli kimbu mõõtmised

Esimestes mõõtmistes moodustasin Besseli kimbu aksikoniga vastavalt katseskeemile 2.2 peatükis 2.1, et uurida selle peamaksimumi laiuse vastavust teooriaga. Vastavalt valemile (2.1) sain Besseli kimbu peamaksimumi suuruseks ehk esimeste miinimumide vahekaugus teooria kohaselt $24,3\ \mu\text{m}$. Mõõtmistest (joonis 3.1 ja tabel 3.1) sain keskmiseks peamaksimumi läbimõõduks $26,6\ \mu\text{m}$, mis on 9 % suurem teoorias arvutatud läbimõõdust. Teooriast erinev tulemus võib olla põhjustatud aberatsioonidest, mille tõttu Besseli kimp laiali vajuks ning valguse mitmekordse aksikonis peegeldumise tõttu tekkis täiendav interferents, mis raskendas miinimumkohtade määramist (joonis 3.1). Aksikoni spetsifikatsioon on kirjas, et tipunurga täpsus on $\pm 0,2^\circ$, millest tulenevalt võib Besseli kimbu peamaksimumi läbimõõt varieeruda $\pm 1\ \mu\text{m}$. Kaameraga saadud pildid ning läbilõiked peamaksimumi kohalt on toodud joonisel 3.1. Läbilõigetest arvutatud peamaksimumi läbimõõdud on toodud tabelis 3.1.

Aksikoni kehva nurgakvaliteedi tõttu oli võimalik Besseli kimbu levimist jälgida kaugusvahemikus 56 - 123 mm (teoreetiline maksimaalne levimiskaugus on valemi (2.2) kohaselt $z_{max} = 636\ \text{mm}$) (joonis 3.1).



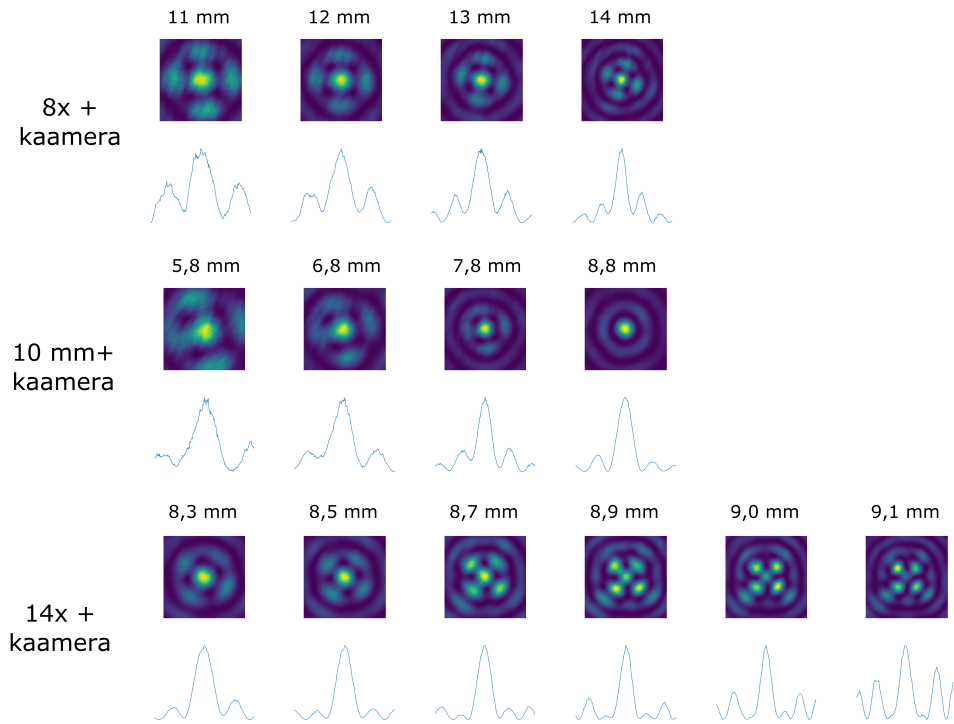
JOONIS 3.1: Joonisel on kaamera salvestatud välja profiilid ning läbilõiked Besseli kimburst. Kaugused on aksikoni tasandist. Kujutise mõõtmed on $86,4 \times 86,4 \mu\text{m}$.

TABEL 3.1: Aksikoniga moodustatud Besseli peamaksimumi läbimõõdud erinevatel z-telje punktidel

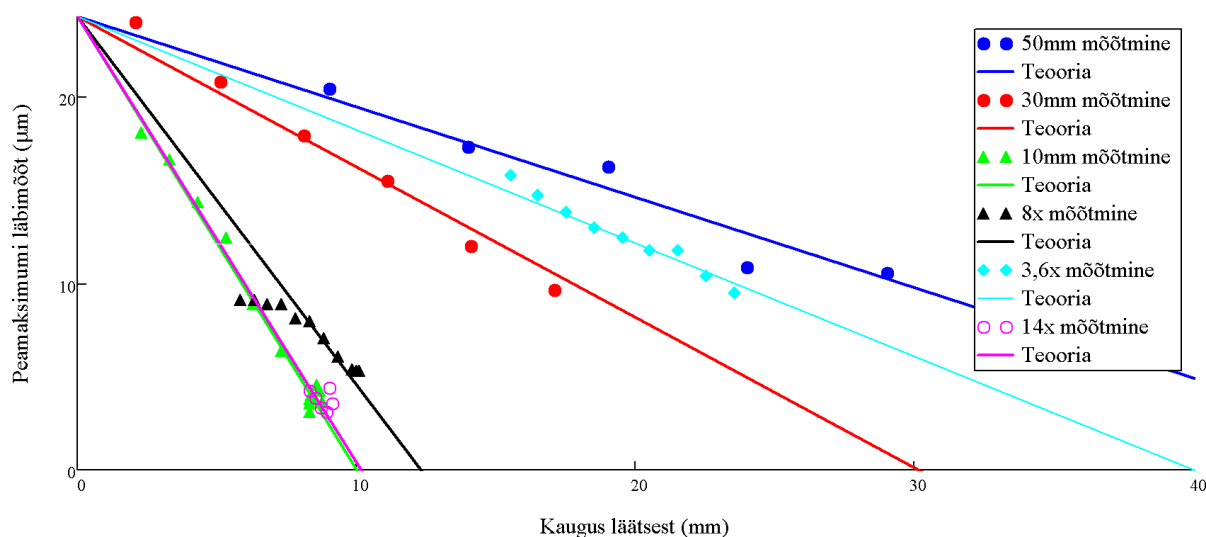
Kaugused	56 mm	66 mm	76 mm	86 mm	106 mm	116 mm	123 mm
Läbimõõdud	27,6 μm	27,9 μm	27,2 μm	25,8 μm	25,4 μm	25,7 μm	26,9 μm
Keskmine	26,6 μm						

Järgnevalt pärast aksikoniga moodustatud Besseli kimbu mõõtmisi, katsetasin erinevaid koondavaid elemente, mis on pikemalt kirjeldatud peatükis 2.1, kiireneva Besseli kimbu moodustamiseks.

Kiireneva Besseli kimbu mõõtmised on toodud joonisel (3.2). Erinevate koondavate elementidega moodustatud peamaksimumide läbimõõdu sõltuvus mõõtmispunkti kaugusest on toodud joonisel 3.3. Väikseim saavutatud Besseli kimbu peamaksimumi läbimõõt oli $3,13 \mu\text{m}$. Antud piirväärtuse saavutasin nii 10 mm läätse kui ka 14-kordse suurendusega objektiivi puhul. Tehes mõõtmisi suurematel kaugustel, sain tekkivate aberatsioonide tõttu laiema peamaksimumi. Aksikoniga saadud Besseli peamaksimumi läbimõõt ei ole piisavalt väike kiu lahutusvõime uurimiseks (kiu moodi suurus on $4,0 \mu\text{m}$, kuid lahutusvõime piiri saavutamist antud tulemusega kindlustada ei saa).



JOONIS 3.2: Joonisel on kiireneva Besseli kimbuga tehtud mõõtmised, kus kasutasin aksikoni. Antud joonisel on kaameraga salvestatud välja kujutised ning läbilõiked Besseli kimbust. Kaugused on kiirenevat Besseli kimpu tekitava elemendi tasandist. Kujutise mõõtmised on 14-kordse objektiivi jaoks $10,8 \times 10,8 \mu\text{m}$. 10 mm lääts ja 8-kordse suurendusega objektiivi jaoks $21,6 \times 21,6 \mu\text{m}$. 10 mm läätsel on kaugusel 8,8 mm kujutise suurus $10,8 \times 10,8 \mu\text{m}$, et saaks 14-korde suurendusega objektiiviga tulemusi võrrelda.



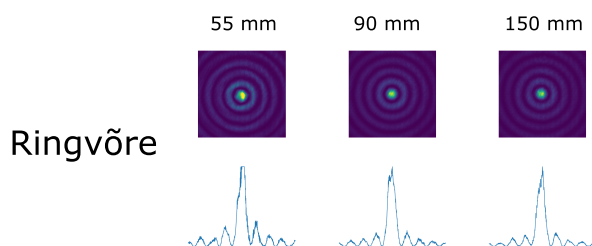
JOONIS 3.3: Kiireneva Besseli kimbu peamaksimumi laiuse sõltuvus kaugusest läätsest. Graafikul on toodud CMOS kaamera mõõdetud peamaksimumi laiuste ning teooriast leitud peamaksimumi laiuse muutumine sõltuvalt kaugusest. Eksperimendist ning teooriast saadud tulemused on 50 mm, 30 mm ja 10 mm läätse ning 14-, 8- ja 3,6-kordse suurendusega objektiivi puhul.

3.2 Ringvõrega moodustatud Besseli kimbu mõõtmised

Lähtudes aksikoniga tehtud mõõtmistest, otsustasin katsetada Besseli moodustamiseks teist lähenemist ringvõre näol vastavalt katseskeemile 2.3 peatükis 2.2. Ringvõrel on väiksem teoreetiline Besseli kimbu peamaksimumi läbimõõt ja eeldatavalt väiksemad aberratsioonid kui aksikoniga moodustatud kimbul, aga ringvõre kasutamisel tekivad ringvõre järel ka kõrgematest difraktsioonijärkudest moodustunud Besseli kimbud, mistõttu antud välja ühe Besseli funktsiooni abil kirjeldada pole võimalik ning tuleb teha mõõtmisi kaugusel, kus vaid $m = 1$ järgu poolt moodustunud Besseli kimp levib.

Ringvõrega tekitatud Besseli kimbu peamaksimumi läbimõõt valemi (2.3) kohaselt $15,31 \mu\text{m}$. Mõõtmistest sain peamaksimumi läbimõõduks $15,9 \mu\text{m}$, mis on $3,7\%$ teooriast suurem. Kaameraga saadud pildid ja peamaksimumi kohalt tehtud läbilõiked on toodud joonisel 3.4. Läbilõigetest arvatud peamaksimumi läbimõõdud on tabelis 3.2.

Ringvõre on optimeeritud ca 800 nm lainepikkusele, seega kasutades He-Ne laserit ($632,8 \text{ nm}$) lisandub põhimoodist tekitatud Besseli kimbule kõrgematest moodidest tulenevaid taust, mis rõngaste perioodi ei mõjuta. Ringvõrest 50 mm kaugusel olles kadusid kõrgemad järkid ära ning Besseli kimp oli jälgitav kogu ($z_{max} = 158 \text{ mm}$ valemist (2.4)) levimiskauguse ulatuses (joonis 3.4).



JOONIS 3.4: Joonisel on kaameraga salvestatud välja kujutis ning läbilõiked Besseli kimbust. Kaugused on ringvõre tasandist. Kujutise mõõtmed on $86,4 \times 86,4 \mu\text{m}$.

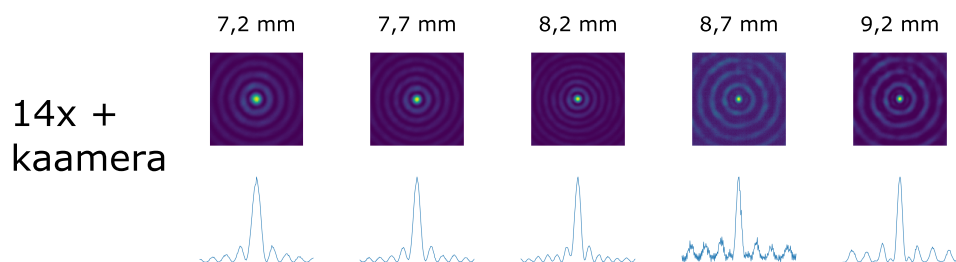
TABEL 3.2: Ringvõrega moodustatud Besseli peamaksimumi läbimõõdud erinevatel z- telje punktidel

Ringvõre			
Kaugused	55 mm	90 mm	150 mm
Läbimõõdud	15,9 μm	15,6 μm	16,2 μm
Keskmine	15,9 μm		

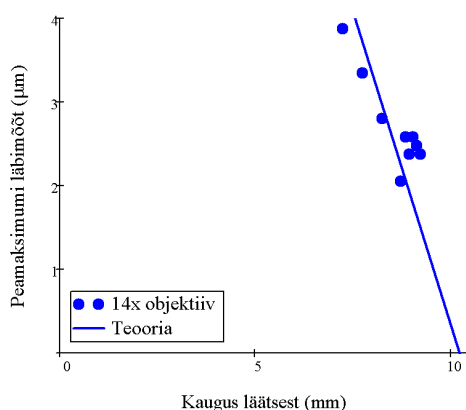
Tulenevalt eelmises peatükis teostatud koondavate elementide võrdlusest valisin kiirendava Besseli kimbu saamiseks 14-kordse suurendusega objektiivi, sest kasutades aksikoni sain antud objektiivil 10mm läätselga võrdse peamaksimumi läbimõõdu ning 14-kordse suurendusega objektiivi oli mugavam justeerida.

Kiireneva Besseli kimbu mõõtmised on toodud joonisel 3.5. Besseli kimbu läbilõigetest arvatud peamaksimumi läbimõõtude arvulised väärtused on kantud graafikule joonisel 3.6. Vähimaks Besseli kimbu peamaksimumi väärtuseks sain 2,05 μm .

Seejärel hindan Besseli kimbu esimese miinimumi läbimõõdu kimbu laiuseks $1/e^2$ kõrgusel, nagu mõõdetakse kiu moodi laiust. Besseli funktsiooni korral moodustab peamaksimumi täislaiusest $1/e^2$ kõrgusel 70% 1. miinimumi laiusest. Kiireneva Besseli kimbu peamaksimumi laiuseks kõrgusel $1/e^2$ 1,435 μm , mis on ca 2,8 korda väiksem kui uuritava kiu moodi laius. Antud peamaksimumi laius on piisav, et uurida kiu lahutusvõimet.



JOONIS 3.5: Joonisel on kaameraga salvestatud välja kujutis ning läbilõiked Besseli kim bust. Kaugused on kiirendavat Besselit tekitava objektiivvi tasandist. Kujutise mõõtmed on $10,8 \times 10,8 \mu\text{m}$.



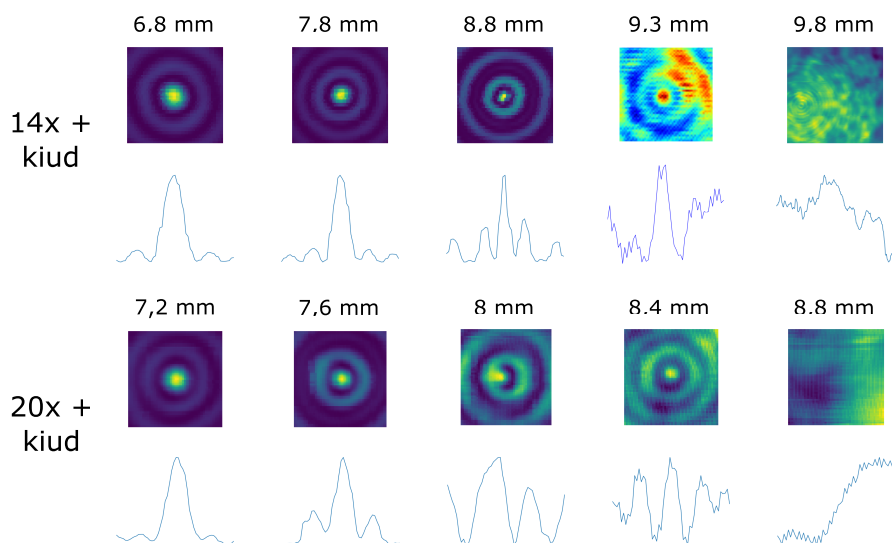
JOONIS 3.6: Joonisel on ringvõrega saadud kiireneva Besseli kimbu peamaksimumide läbimõõdu võrdlus kiireneva Besseli kimbu peamaksimumi vähenemist matemaatiliselt kirjeldava sirgega.

3.3 Ringvõrega moodustatud kiireneva Besseli kimbu mõõtmised optilise kiuga

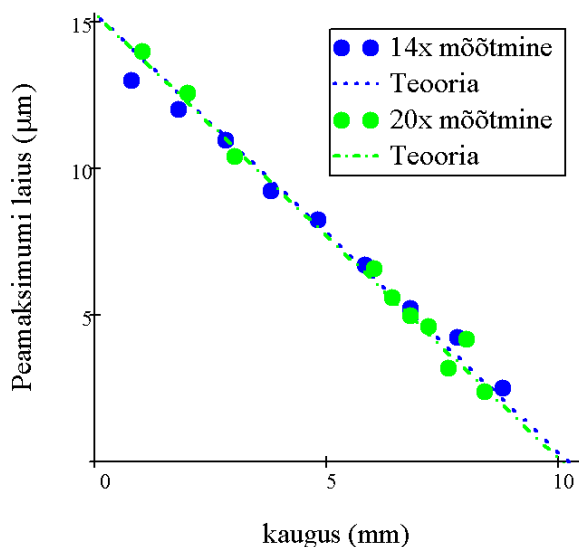
Kiu lahutusvõime uurimiseks otsustasin kasutada ringvõre ning 14-kordse suurendusega objektiivvi, sest saadud kiireneva Besseli kimbu minimaalne peamaksimumi laius oli vähim, mida suutsin tekitada. Kuna mõõtmisi ei teostatud enam kaameraga oli võimalik kiireneva Besseli kimbu moodustamiseks lisaks 14-kordse suurendusega objektiivile kasutada ja 20-kordse suurendusega objektiivvi. Järgnevalt kirjeldangi saadud tulemusi.

14-kordse suurendusega objektiiviga tekitatud kiireneva Besseli kimbu puhul sain kaugusel 8,8 mm vähimaks peamaksimumi läbimõõduks $2,5 \mu\text{m}$ (joonis 3.7 ja 3.8).

20-kordse suurendusega objektiiviga tekitatud kiireneva Besseli kimbu puhul sain vähimaks peamaksimumi läbimõõduks kaugusel 8,4 mm $2,4 \mu\text{m}$ (joonis 3.7 ja 3.8). Fokaaltasandile lähedasematel kaugustel ($z = 8,8 \text{ mm}$) kadus Besseli kimp (joonis 3.7).



JOONIS 3.7: Joonisel on kiuga skaneeritud välja kujutis ning läbilõiked Besseli kimburst. Kaugused on kiirendavat Besselit tekitava objektiivvi tasandist. Kujutise mõõtmed on $10,8 \times 10,8 \mu\text{m}$.



JOONIS 3.8: Teostasin kiireneva Besseli kimbu mõõtmisi optilise kiuga kasutades kiireneva Besseli kimbu tekitamiseks 14- ja 20-kordse suurendusega objektiive. Minimaalne peamaksimumi läbimõõt oli vastavalt 2,5 ja 2,4 μm .

Võrreldes kaameraga tehtud mõõtmistega, sain optilise kiuga skaneerimisel vähimaks Besseli kimbu peamaksimumi läbimõõduks suurema väärtuse. See on tingitud skaneeritavat välja kirjeldava Besseli funktsiooni ning kiu põhimoodi sidumist, mille tulemusena on sidum laiem kui esialgne funktsioon. Mõlema objektiiviga sain samad tulemused, sest

20-kordse suurendusega objektiivihul mõõtsin aeglustuvat Besseli kimpu ja nagu kirjeldasin peatükis 2.3 oli lääts fookuskaugus liialt lühike, et sooritada mõõtmisi objektiivihul ja fokaaltasandi vahel ilma, et kiuga objektiivihul vastu puutuksin ja kiu otsa vigastaksin. Aeglustuva Besseli kimpu puhul oli väli identne 10mm läätsuga moodustatud kiireneva Besseli kimbuga ja seetõttu langesid 14- ja 20-kordse suurendusega objektiivihul fookuskau- gused kokku.

Töö eesmärgiks oli disainida ja ehitada katseskeem, millega oleks võimalik tekitada soovitud valgusväli. Loodud katseskeeme oli kaks aksikoniga ning ringvõrega, mida kirjeldasin ka eelnevas peatükis. Järgnevalt tekitada monokromaatse valgusallika abil Besseli kimp ning seda uurida kaamera abil. Kaameraga tehtud mõõtmiste alusel järeldus, et ringvõre- ga on võimalik saavutada kvaliteetsem ja väiksema peamaksimumi laiusega Besseli kimp. Sobiliku kiireneva Besseli kimpu leidmiseks katsetasin erinevaid koondavaid elemente. Parima tulemuse sain ringvõre ja 14-kordse suurendusega objektiivihuliga. Sellest tulenevalt kasutasin töö viimase eesmärgi saavutamiseks, kiu lahutusvõime uurimiseks, antud kiire- nevat Besseli kimpu. Leidsin, et optilise kiuga on võimalik eristada väiksemaid objekte, kui on selle südamikul läbimõõt. Saades vähimaks eristatud Besseli peamaksimumi läbi- mõõduks kõrgusel $1/e^2$ $1,68 \mu\text{m}$ on kõik töö eesmärgid saavutatud.

Kokkuvõte

Antud töö eesmärk on uurida astmelise murdumisnäitajaga optilise kiu lahutusvõimet. Selleks moodustati spetsiifilne, hästi kirjeldatud valgusmuster - kiirenev Besseli kimp ning skaneeriti seda kiu otsa kui sondiga. Sellest tulenevalt jagunes töö kolmeks osaks i) aksikoniga moodustatud J_0 -järku (kiireneva) Besseli kimbu skaneerimine kaameraga; ii) ringvõrega moodustatud J_0 -järku (kiireneva) Besseli kimbu skaneerimine kaameraga; iii) ringvõrega moodustatud kiireneva Besseli kimbu skaneerimine optilise kiu abil.

Kiu lahutusvõime uurimiseks tekitasin aksikoni ehk koonilise läätse abil mitte-difrageeruva ehk levi-invariantse J_0 -järku Besseli kimbu. Teooriaga kokkulangemise kontrollimiseks ja eksperimentaalsete piiride välja selgitamiseks, salvestasin kaameraga välja suurendatud kujutist levimisteljel erinevates asukohtades. Kiu lahutusvõime piiri väljaselgitamiseks, tekitasin koondava elemendi abil kiireneva Besseli kimbu, kus tsentraalse maksimumi läbimõõt ja rõngaste raadiused muutuvad kontrollitud viisil. Seega, eri z-telje punktides välja jaotust, milleks on kiirenev Besseli kimp, muutes saan hinnata kiu kui sondi lahutusvõimet. Seejärel skaneerisin erinevate koondavate elementidega saavutatud kiirenevat Besseli kimpu z-telje erinevatel kaugustel, et leida minimaalne detekteeritav Besseli kimbu peamaksimumi suurus.

Ringvõrega sain peamaksimumi laiuseks $15,9\ \mu\text{m}$, mis on $3,7\ \%$ suurem teooriast. Väikseimaks kiireneva Besseli kimbu maksimumi läbimõõduks ehk esimeste miinimumide vahekauguseks sain $2,05\ \mu\text{m}$.

Kiuga mõõtmisel saavutasin vähimaks kiuga skaneeritavaks Besseli kimbu läbimõõduks $1/e^2$ kõrgusel $1,68\ \mu\text{m}$, samal ajal kui antud kiu moodi suurus on $4,0\ \mu\text{m}$. Kui 0-ndat järku Besseli funktsioon on kitsam sondeerivast Gaussi funktsioonist (kiu põhimood), on antud funktsioonide sidumi laius väiksem Gaussi laiusest. Täpselt sama põhjusel saab kiuga eristada põhimoodist kitsamaid välju.

Töö edasiarendusena saab uurida kõrgemat järku Besseli väljade lahutamist optilise kiuga ning mitmemoodilist astmelise/muutuva murdumisnäitajaga optilise kiu või footonkristallkiu lahutusvõimet uurida.

Tänuavaldused

Tahaksin tänada oma juhendajaid Heli Lukner'i ja Sandhra-Mirella Valdma'd, kes võtsid vaevaks minu bakalaureusetööd juhendada. Samuti tänan kursusekaaslast, kellega on üheskoos põnevad õpingud olnud. Eriline tänu Karl Reinkubjas'le, kellega on laboris olnud huvitav mõõtmisi teha. Andreas Valdmann'i soovin tänada abi eest katsete tegemisel ning programmeerimisega seotud küsimustes. Viimasena tahan tänada perekonda ja sõpru, kes on õpingute ajal toeks olnud.

Valle Morel

Kirjandus

- [1] HAROLD H HOPKINS and NARINDERŠ KAPANY. A flexible fibrescope, using static scanning. 1954.
- [2] Abraham CS van Heel. A new method of transporting optical images without aberrations. 1954.
- [3] HH Hopkins and NS Kapany. Transparent fibres for the transmission of optical images. *Journal of Modern Optics*, 1(4):164–170, 1955.
- [4] N.Š. Kapany. A Light Funnel for Stellar Spectrograph. In Z. Kopal, editor, *Astronomical Optics and Related Subjects*, page 288, 1956.
- [5] N.Š. Kapany. Fiber optics. part i. optical properties of certain dielectric cylinders*. *J. Opt. Soc. Am.*, 47(5):413–422, May 1957. doi: 10.1364/JOSA.47.000413. URL <http://www.osapublishing.org/abstract.cfm?URI=josa-47-5-413>.
- [6] Ajoy Ghatak and K Thyagarajan. *An introduction to fiber optics*. Cambridge university press, 1998.
- [7] Pamela Bowlan, Pablo Gabolde, Matthew A Coughlan, Rick Trebino, and Robert J Levis. Measuring the spatiotemporal electric field of ultrashort pulses with high spatial and spectral resolution. *JOSA B*, 25(6):A81–A92, 2008.
- [8] Heli Valtna-Lukner, Jaagup Repän, Sandhra-Mirella Valdma, and Peeter Piksarv. Endlessly single-mode photonic crystal fiber as a high resolution probe. *Applied Optics*, 55(33):9407–9411, 2016.
- [9] D McGloin and K Dholakia. Bessel beams: diffraction in a new light. *Contemporary Physics*, 46(1):15–28, 2005.
- [10] Malvin Carl Teich Bahaa E. A.Šaleh. *Fundamentals of Photonics*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley-Interscience, 2 edition, 2007. ISBN 9780471358329,0471358320.
- [11] Monson H Hayes. *Schaum's outline of digital signal processing*. McGraw-Hill, Inc., 1998.
- [12] Boris T Kuhlmeiy. Theoretical and numerical investigation of the physics of microstructured optical fibres. 2004.
- [13] Guy Indebetouw. Nondiffracting optical fields: some remarks on their analysis and synthesis. *JOSA A*, 6(1):150–152, 1989.

-
- [14] JI Durnin, JJ Miceli Jr, and JH Eberly. Diffraction-free beams. *Physical review letters*, 58(15):1499, 1987.
- [15] J Durnin. Exact solutions for nondiffracting beams. i. the scalar theory. *JOSA A*, 4(4):651–654, 1987.
- [16] Matteo Clerici, Daniele Faccio, Antonio Lotti, Eleonora Rubino, Ottavia Jedrkiewicz, Jens Biegert, and Paolo Di Trapani. Finite-energy, accelerating besell pulses. *Optics express*, 16(24):19807–19811, 2008.
- [17] Heli Lukner. Valguskuulid. ettekanne Loodusteaduste doktorantide konverents-koolitusel, Võrumaal Haanjamehe talus, 11.- 12. mai 2010.
- [18] Wikipedia, the free encyclopedia. By setreset - own work, cc by-sa 3.0, 2013. URL <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=29490439>. [16. mai 2013].

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Valle Morel,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

Ühemoodilise optilise kiu lahutusvõime uurimine kiireneva Besseli kimbu abil,

mille juhendajad on Heli Lukner ja Sandhra - Mirella Valdma,

- (a) reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
 - (b) üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
 3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartu, 26. mai 2017. a.