Paucker's Rechenbuch.

Erstes Heft.

Practisches
Rechenbuch,

für

inländische Verhältnisse.

Von

Dr. M. G. Paucker.
M[agnus] G[eorg].

Erstes Heft.

Allgemeine Regeln.

Mitau, 1834.
Gedruckt auf Kosten des Verf. bei J. F. Steffenhagen und Sohn.

Preis 75 Kop. S. M.

Der Druck wird gestattet,
mit der Anweisung, nach Vollendung desselben die gesetzliche Anzahl von Exemplaren hierher eingängig zu machen.

Riga, am 7ten September 1833.

Dr. C. E. Napiersky,
Censor.

Arithmetischer

Leitfaden

für

Schulen.

Von

Dr. Magnus Georg Paucker.

Mitau, 1834.

Gedruckt auf Kosten des Verf. bei J. F. Steffenhagen und Sohn.

Preis 75 Kop. S. M.

Der Druck wird gestattet,

mit der Anweisung, nach Vollendung desselben die gesetzliche Anzahl von Exemplaren hierher eingängig zu machen.

Riga, am 7ten September 1833.

Dr. C. E. Napiersky,
Censor.

Erklärungen.

Wenn man bei einer Menge von Dingen, welche von einerlei Art sind, auf ihre Beschaffenheit, Gröfse und andere Eigenschaften nicht Rücksicht nimmt, sondern nur ihre gröfsere oder geringere Menge vor Augen hat, so erhält man den Begriff einer ganzen Zahl. Jedes von diesen gleichartigen Dingen für sich genommen, heifst eine Einheit. Eine ganze Zahl ist also das Vielfache einer Einheit.

Rechnen heifst: aus gegebenen bestimmten Zahlen andere noch unbekannte Zahlen nach gegebenen Vorschriften und Regeln finden.

Wenn man eine unbekannte Zahl dadurch findet, dafs man alle ihre Einheiten, eine nach der andern, bemerkt, so heifst dieses zählen.

Alle Zahlen, sie mögen noch so grofs oder so klein seyn, werden mit Hülfe von zehn Zahlzeichen oder Zifern geschrieben.

Null.	Eins.	Zwei.	Drei.	Vier.	Fünf.	Sechs.	Sieben.	Acht.	Neun.
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Diese Zahlen heifsen Einer, das Zehnfache eines Einers heifst ein Zehner, das Zehnfache eines Zehners heifst ein Hunderter u. s. f. Bei einer mit mehrern Zifern geschriebenen Zahl, bedeutet die erste Stelle oder Zifer rechts die Einer, die Stelle oder Zifer unmittelbar links von den Einern die Zehner, die folgende links die Hunderter u. s. f.

Bei sehr grofsen Zahlen thut man wohl, nach jeder Periode von 6 Zifern oben ein Strichelchen anzubringen, um die Millionen, Billionen, Trillionen u. s. f. leichter zu übersehen.

$$3'845679$$
$$7'456840'321003$$
$$10'018326'327843'687286$$

Die höchste Zifer einer ganzen Zahl, welche links steht, heifst die Anfangszifer, die niedrigste, welche rechts steht, die Endzifer.

Grade und ungrade Zahlen.

Eine ganze Zahl heifst grade, wenn sie mit 2 aufgeht, wie 2, 4, 6, 8, 10, 12 u. s. w., und ungrade, wenn sie sich nicht mit 2 ohne Rest theilen läfst, wie 1, 3, 5, 7 u. s. w.

Rangzahlen.

Die Zahlen 10, 100, 1000, 10000 u. s. w., welche durch beständige Multiplikation von 10 mit sich selbst entstehen, heifsen Rangzahlen oder Potenzen von 10. Sie werden geschrieben, indem man an 1 rechts mehrere Nullen ansetzt. Hat eine andere Zahl mehrere Nullen rechts, so heifst sie eine vielfache Rangzahl, wie 20, 3000, 250 u. s. f.

Decimalzahlen.

Um Zahlen zu schreiben, die kleiner als eine ganze Zahl sind, denkt man sich die Einheit in Zehntel, Hundertel, Tausentel u. s. f. getheilt. Jeder einzelne Theil heifst eine Decimalstelle; alle zusammen ein Decimalbruch, und eine ganze Zahl mit einem Decimalbruch heifst eine Decimalzahl. Rechts von den Einern der ganzen Zahl setzt man ein Komma oder Decimalzeichen; man schreibt nun den Decimalbruch rechts vom Decimalzeichen, und zwar die Zehntel in die erste Stelle, die Hundertel in die zweite Stelle, u. s. f.

3,456
0,023456
17,929237825

Beim russischen Gelde wird der Rubel in 100 Kopeiken, beim russischen Längenmaafs der Zoll in 10 Linien, beim russischen Getränkmaafs der Wedro in 10 Stoof oder 100 Maafs (Tscharki), beim russischen Gewicht der Bérkowez in 10 Pud getheilt. Demnach schreibt man

15 Rubel	24 Kopeiken	15,24 R.
60 Rubel	8 Kopeiken	60,08 R.
125 Rubel	$35\frac{1}{3}$ Kopeiken	125,35333 . . . R.
8 Rubel	$6\frac{1}{4}$ Kopeiken	8,0625 R.
6 Zoll	7 Linien	6,7 Zoll.
12 Wedro	6 Stoof 7 Tscharok . . .	12,67 Wedro.
8 Bérkowez	$7\frac{1}{2}$ Pud	8,75 Bérk.

Die vier Species.

1. *Addition.*

Erklärungen.

Addiren heifst: zwei oder mehrere Zahlen zu einer einzigen Zahl vereinigen, welche alle jene zusammengenommen enthält. Das Zeichen der Addition ist ein Kreuz +, das sogenannte Pluszeichen, welches man besonders dann anwendet, wenn die zu addirenden Zahlen neben einander geschrieben werden.

Stellung der Zifern.

Man schreibt sie so unter einander, dafs die Einer unter die Einer zu stehen kommen. Dadurch erhalten auch alle übrigen Zifern von selbst die gehörigen Stellen, auch wenn Decimalstellen dabei sind. Die Addition fängt man bei der niedrigsten Stelle an. Ist in der Summe einer Columne aufser den Einern, die man unten hinschreibt, noch eine Anzahl von Zehnern oder Hundertern enthalten, so addirt man die Zehner zur zuerst folgenden Columne links, die Hunderter zur darauf folgenden u. s. f.

Beispiel.

87
293
578
639
798
399,50
793,66
887
1289
675,729
321
799
645,0842
898
1053
997,0371
11153,0103

Getheilte Addition.

Ist man bei einer grofsen Anzahl Posten über die Richtigkeit der Summe zweifelhaft, so thut man wohl, die Addition theilweise zu verrichten. Also im vorigen Beispiel:

87	798	1289	645,0842
293	399,50	675,729	898
578	793,66	321	1053
639	887	799	997,0371
1597	2878,16	3084,729	3593,1213

1597
2878,16
3084,729
3593,1213
11153,0103

Erleichterungen.

Um sich die Addition zu erleichtern, mufs man immer diejenigen Zahlen zusammen nehmen, deren Summe 10 beträgt, 1 und 9, 2 und 8, 3 und 7, 4 und 6, 5 und 5. Z. B.

24	35,74
79	6,36
86	75,28
31	25,21
25	84,61
245	227,20

Kommen in einer Columne mehrere gleiche Zifern vor, so addirt man diese auf einmal durch Multiplication. Z. B.

I.	II.	III.
79	53	88
69	46	78
68	56	77
69	43	87
38	43	88
323	241	418

Neunerprobe.

Die Neunerprobe macht man dadurch, dafs man alle Zifern, ohne Rücksicht auf die Stelle, wo sie stehen, wegläfst, wenn sie zusammen 9 oder ein Vielfaches von 9 ausmachen. Machen sie mehr als 9, so rechnet man nur das was drüber ist. Zuletzt bleibt eine Zahl übrig, die derjenigen gleich seyn mufs, welche man auf ähnliche Art durch Zusammenzählung der Zifern der Summe erhält. Z. B. in der obigen Addition I. kommt 3 mal 9 vor, welche weggelassen werden; ferner 3 mal 6 oder 18, welche weggelassen werden; ferner 7, 3, 8 zusammen 18, welche weggelassen werden. Zuletzt bleibt 8. Nun machen die Zifern 3, 2, 3 auch 8.

In der Addition II. hat man 5, 3, 4, 6, zusammen 18, — weg. Dann wieder 5, 6, 4, 3, zusammen 18, — weg. Zuletzt bleibt 4, 3, zusammen 7. Nun machen in der Summe 2, 4, 1, auch 7.

Besondere Art zu addiren.

Hat man nur zwei Reihen zu addiren, so ist es förderlich, sich daran zu gewöhnen, die Summe von der Linken zur Rechten, wie eine Schrift, hinzuschreiben, indem man in jeder Columne die Summe um 1 vermehrt, wenn man sieht, dafs die Zahlen der folgenden Columne mehr als 9 ausmachen.

137854009
278647192
―――――――――
416501201

Hier sagt man: 1, 2, giebt 4 (weil 3, 7, mehr als 9)
3, 7, giebt 11 (weil 7, 8, mehr als 9)
u. s. w.

Addition benannter Zahlen.

Bei der Addition benannter Zahlen, fängt man bei den kleinsten Einheiten, rechts, an.

			8		8	
I.	7	Tschetwert	5	Tschetwerik	6	Garnez.
	16	„	4	„	7	„
	28	„	4	„	5	„
	10	„	7	„	6	„
	1	„	6	„	4	„
	62	„	26	„	28	„
	65	Tschetwert	5	Tschetwerik	4	Garnez.

		500	7
II.	8 Werst	400 Saschen	6 Fuſs.
	9 „	312 „	4 „
	10 „	80 „	5 „
	5 „	399 „	5 „
	32 „	1191 „	20 „
	34 Werst	193 Saschen	6 Fuſs.

		3	16
III.	3 Saschen	2 Arschin	14 Werschok.
	5 „	1 „	12 „
	2 „	2 „	11 „
	5 „	2 „	15 „
	15 „	7 „	52 „
	18 Saschen	1 Arschin	4 Werschok.

		45	6
IV. rigisch.	7 Last	40 Loof	5 Külmit Roggen.
	11 „	22 „	4 „
	15 „	31 „	3 „
	33 „	93 „	12 „
	35 Last	5 Loof	0 Külmit.

		48
V. rigisch.	8 Last	47 Loof Waizen oder Gerste.
	7 „	23 „
	11 „	45 „
	3 „	30 „
	29 „	145 „
	32 Last	1 Loof

		40	96	96
VI.	8 Pud	35 Pfund	60 Solotnik	45 Dolei.
	5 „	27 „	89 „	90 „
	6 „	38 „	12 „	81 „
	9 „	12 „	90 „	95 „
	28 „	112 „	251 „	311 „
	30 Pud	34 Pfund	62 Solotnik	23 Dolei.

Das russische Rechenbret.

Das russische Rechenbret (чéпки) besteht aus mehrern parallel gezogenen in einen Rahmen gefaſsten Drähten, auf deren jedem 9 oder 10 Kugeln aufgereiht sind, die sich leicht hin und her schieben lassen. Die Kugeln auf dem niedrigsten Draht bedeuten Einer, auf dem nächst höhern Zehner, auf dem folgenden Hunderter. Bei der Addition werden die Kugeln von der Rechten zur Linken, beim Subtrahiren von der Linken zur Rechten geschoben. Das Resultat steht immer links. Der Grundsatz bei der Addition besteht darin, daſs, wenn die zu addirende Zahl zu groſs ist, so daſs sich auf der Rechten Seite nicht mehr so viel Kugeln finden, man statt dessen ihre Ergänzung zu 10 abzieht, die nächste Stelle aber um einen Einer vermehrt. Z. B. 7 und 6 zu addiren. Die Ergänzung von 6 zu 10 ist 4; man zieht also 4 von 7 ab, bleibt 3, setzt in die höhere Stelle dafür 1 zu, giebt 13.

8539	Man sagt hier:	1 von 9 bleibt 8
7989		2 von 4 bleibt 2
16528		1 von 6 bleibt 5
		3 von 9 bleibt 6

2. *Subtraction.*

Erklärungen.

Von einer gröſsern Zahl eine kleinere abziehen, wegnehmen, oder subtrahiren, heiſst: eine dritte Zahl finden, die mit der zweiten zusammengenommen die erste giebt.

Die erste oder gröſsere Zahl heiſst der Minuendus, die zweite oder kleinere Zahl der Subtrahendus, die dritte Zahl, welche aus der Subtraction entsteht, der Ueberschuſs, Unterschied, Rest oder die Differenz.

Wenn die Subtraction richtig gemacht ist, so müssen der Rest und der Subtrahendus zusammen addirt, den Minuendus geben. Man schreibt den Subtrahendus über oder unter den Minuendus, so daſs die Einer untereinander stehen, wodurch die übrigen Zifern von selbst in die gehörige Stellung kommen, auch wenn Decimalstellen bei den Zahlen sind. Vor den Subtrahendus links setzt man zum Unterschiede einen horizontalen Strich —, welcher das Minuszeichen heiſst.

Regeln.

Man fängt von der niedrigsten Stelle an und zieht jede Stelle des Subtrahendus von der gleichnamigen Stelle des Minuendus ab. Ist jene gröſser, als diese, so borgt man von der nächsten Stelle links eine Einheit, d. h. man vermindert sie um 1. Sind Nullen dazwischen, so verwandeln sich diese in Neuner. Zugleich vermehrt man diejenige Stelle des Minuendus, welche zu klein war, um 10, und zieht nun die Stelle des Subtrahendus ab.

$$\begin{array}{r} 2450013 \\ 1823789 \\ \hline 626224 \end{array}$$

Hier heiſst es: 9 von 3 geht nicht, also 9 von 13 bleibt 4; 8 von 0 geht nicht, also 8 von 10 bleibt 2; ferner 7 von 9 bleibt 2, 3 von 9 bleibt 6, 2 von 4 bleibt 2; 8 von 4 geht nicht, also 8 von 14 bleibt 6; 1 von 1 geht auf.

Subtraction auf dem Rechenbret.

Wenn die Stelle des Subtrahendus kleiner als die entsprechende Stelle des Minuendus ist, so hat die Subtraction keine Schwierigkeit. Ist sie aber gröſser, so zieht man sie von 10 ab und addirt diesen Rest, welcher ihre Ergänzung heiſst, zu der entsprechenden Stelle des Minuendus. Nun muſs aber auch die nächst höhere Stelle des Minuendus um 1 vermindert werden. Steht hier eine 0, so addirt man 9 und vermindert die folgende Stelle um 1. Steht hier wieder eine 0, so addirt man 9 und vermindert die folgende Stelle um 1 u. s. f.

$$\begin{array}{r} 3005 \\ 7 \\ \hline 2998 \end{array}$$

Da 7 gröſser als 5, und die Ergänzung von 7 3 ist, so addirt man 3 zu 5; zu den beiden 0 addirt man 9, und von 3 zieht man 1 ab.

Man soll von 583421 abziehen 97129. Die Rechnung wird auf folgende Art geführt.

$$\begin{array}{lr} & 583421 \\ 9\ \text{(1 addirt, 1 abgez.)} \ldots\ldots & 9 \\ \hline & 583412 \\ 20\ \text{(8 addirt, 1 abgez.)} \ldots\ldots & 2 \\ \hline & 583392 \\ 100\ \text{(1 abgezogen)} \ldots\ldots & 1 \\ \hline & 583292 \\ 7000\ \text{(3 addirt, 1 abgez.)} \ldots\ldots & 7 \\ \hline & 576292 \\ 90000\ \text{(1 addirt, 1 abgez.)} \ldots\ldots & 9 \\ \hline & 486292 \end{array}$$

Man kann auch die Subtraction mit der höchsten Stelle anfangen, indem man den Subtrahendus, je nachdem er 2, 3, 4 ... Zifern hat, zu den nächst höhern Rangzahlen 100, 1000, 10000 .... ergänzt, und nun zuerst diese Rangzahl abzieht, sodann aber die Ergänzung des Subtrahendus zum Minuendus addirt.

Soll man z. B. 365 abziehen, so zieht man 1000 ab, und addirt 635. Jede höhere Zifer des Subtrahendus wird nämlich von 9 und die niedrigste von 10 abgezogen.

$$\begin{array}{lr} \text{Subtr. } 365 \text{ von} \ldots\ldots & 3204 \\ 1000 \text{ ab} \ldots\ldots & 1 \\ \hline & 2204 \\ 600 \text{ addirt} \ldots\ldots & 6 \\ \hline & 2804 \\ 30 \text{ addirt} \ldots\ldots & 3 \\ \hline & 2834 \\ 5 \text{ addirt} \ldots\ldots & 5 \\ \hline & 2839 \end{array}$$

Subtraction bei Decimalstellen.

Sind Decimalstellen bei dem Subtrahendus, aber keine bei dem Minuendus, so vermindert man den Minuendus um 1, und denkt sich bei diesem, rechts vom Komma lauter 9, in der letzten Stelle aber 10. Z. B. 28 Rubel $27\frac{1}{2}$ Kopeiken von 50 Rubeln abzuziehen.

50	Hier heiſst es:	5 von 10 . . . 5
— 28,275		7 von 9 . . . 2
21,725		2 von 9 . . . 7
		8 von 9 . . . 1
oder 21 Rubel $72\frac{1}{2}$ Kop.		2 von 4 . . . 2

3	19,8
— 2,7368470	9,37836
0,2631530	10,42164

Neunerprobe.

Um die Neunerprobe anzuwenden, addirt man die Zifern im Minuendus, Subtrahendus und Rest, und läſst davon, so oft es angeht, 9 weg. Zuletzt müssen der Rest des Subtrahendus und der Rest des Rests zusammen dem Rest des Minuendus gleich seyn, oder ihn um 9 übertreffen.

84573	Rest 0
— 73684	Rest 1
10889	Rest 8

Vereinigung der Addition und Subtraction.

Häufig kommt der Fall vor, daſs man zwei oder mehrere Reihen zu addiren, andere zu subtrahiren hat. Dann thut man wohl, alle Reihen ohne Unterbrechung unter einander zu schreiben, und beide Rechnungen zu vereinigen.

893	Hier heiſst es:	3 u. 6, weniger 7 2
726		9 u. 2, weniger 5 6
— 357		8 u. 7, weniger 3 . . . 12
1262		

Verwandlung der Subtraction in Addition durch Ergänzung.

Hat man mehrere Summen zu addiren und mehrere andere davon abzuziehen, so thut man wohl, alles in eine Addition zu verwandeln, und zu dem Ende statt der Subtrahenden ihre Ergänzungen zu setzen. Die Ergänzung aber findet sich, wenn man die Einer von 10, alle übrigen Stellen aber von 9 abzieht, auch noch links so viel Mal 9 ansetzt, als man nöthig findet.

Dieses Verfahren läſst sich besonders in der Buchführung statt der gewöhnlichen Methode anwenden, nach welcher man die Einnahmen und Ausgaben auf besondere Blätter schreibt, von jeder die Summe zieht und dann eine Summe von der andern abzieht.

Einnahme.

	Rubel.	Kop.
1 Januar	18294	$17\frac{1}{2}$
1 Februar . . .	9275	$08\frac{3}{4}$
1 März	8289	$99\frac{1}{2}$
1 April	25664	11
Einnahme	61523	$36\frac{3}{4}$
Ausgabe .	52538	$47\frac{1}{2}$
Saldo	8984	$89\frac{1}{4}$

Ausgabe.

	Rubel.	Kop.
1 Januar	3526	$75\frac{1}{2}$
1 Februar . . .	10429	$38\frac{1}{4}$
1 März	8493	07
1 April	30089	$26\frac{3}{4}$
Ausgabe	52538	$47\frac{1}{2}$

Nach der obigen Methode wird alles auf folgende Art zusammengeschrieben.

		Rub.	Köp.
1 Jan.	Einnahme	18294	$17\frac{1}{2}$
1 Jan.	— 3526,75½.	996473	$24\frac{1}{2}$
1 Febr.	Einnahme	9275	$08\frac{3}{4}$
1 Febr.	— 10429,38¼.	989570	$61\frac{3}{4}$
1 März.	Einnahme	8289	$99\frac{1}{2}$
1 März	— 8493,07.	991506	93
1 April.	Einnahme	25664	11
1 April.	— 30089,26¾.	969910	$73\frac{1}{4}$
	Saldo Summe .	8984	$89\frac{1}{4}$

Saldo.

	Rub.	Kop.
1 Jan.	14767	42
1 Febr.	13613	$12\frac{1}{2}$
1 März	13410	05
1 April	8984	$89\frac{1}{4}$

Subtraction benannter Zahlen.

Bei der Subtraction benannter Zahlen verfährt man so, daſs man von der Rechten zur Linken, d. h. von den kleinern Benennungen zu den gröſsern fortschreitet. Wenn man eine Zahl von kleinerer Benennung von der gleichnamigen nicht abziehen kann, so borgt man von der Zahl der nächst höhern Benennung eine Einheit, verwandelt diese in die ihr entsprechende Zahl der kleinern Benennung, subtrahirt hiervon jene Zahl, und addirt hierzu die darüberstehende Zahl von gleichnamiger Benennung im Minuendus. Z. B.

Von	7 Pud	35 Pfund	21 Sol.
Sollen	3 „	39 „	50 „ abgezogen werden.
Rest	3 Pud	35 Pfund	67 Sol.

Hier sagt man: 50 Sol. von 21 Sol. geht nicht. Ich borge von den 35 Pf. 1 Pfund, giebt 34 Pf. 96 Sol. Ich ziehe 50 Sol. von 96 Sol. ab, bleibt 46 Sol. Addire hierzu 21 Sol., giebt 67 Sol. Ferner 39 Pf. von 34 Pf. geht nicht. Ich borge von den 7 Pud 1 Pud, giebt 6 Pud 40 Pf. Ich ziehe nun 39 Pf. von 40 Pf. ab, giebt 1 Pf., addire hierzu jene 34 Pf., giebt 35 Pf. Endlich ziehe ich 3 Pud von 6 Pud ab, bleibt 3 Pud.

3. *Multiplication.*

Erklärungen.

Die Abkürzung der mehrmals wiederholten Addition einer Zahl zu sich selbst, heiſst Multiplication. Das Ergebniſs der Multiplication heiſst Product. Die mehrmals zu sich selbst addirte Zahl heiſst der Multiplicandus. Die Anzahl der gleichen Summanden heiſst der Multiplicator. Z. B.

3, 3, 3, 3, addirt giebt 12; hier ist 3 der Multiplicandus, 4 der Multiplicator.

4, 4, 4, addirt giebt auch 12; hier ist 4 der Multiplicandus, 3 der Multiplicator.

Hieraus sieht man, daſs sich das nämliche Product ergiebt, wenn man den Multiplicandus zum Multiplicator, und den Multiplicator zum Multiplicandus macht. Man macht also zwischen ihnen lieber keinen Unterschied, und nennt beide die Factoren des Products.

Das Product bleibt das nämliche, in welcher Ordnung man auch dessen Factoren mit einander multiplicirt. Z. B. 3, 4, 5.

3 mal 4 giebt 12, 12 mal 5 giebt 60
3 mal 5 giebt 15, 15 mal 4 giebt 60
4 mal 3 giebt 12, 12 mal 5 giebt 60
4 mal 5 giebt 20, 20 mal 3 giebt 60
5 mal 3 giebt 15, 15 mal 4 giebt 60
5 mal 4 giebt 20, 20 mal 3 giebt 60

Das Zeichen der Multiplication ist ein liegendes Kreuz (×) oder ein Punkt (·).

Kleines und grofses Einmaleins.

Die Abkürzung, welche man in der Multiplication, statt der wiederholten Addition, anwendet, beruht erstlich darauf, dafs man das Einmaleins, d. h. die Producte aller Einer, auswendig wissen mufs; ferner auf dem Grundsatz, dafs das Product zweier zusammengesetzten Factoren gleich der Summe der Producte aller ihrer Theile ist. Eine Fertigkeit im Rechnen kann man aber nicht erlangen, wenn man nicht auch das grofse Einmaleins, d. h. die Producte aller Zahlen von 1 bis 20, auswendig weifs. Dieses ist besonders zum Kopfrechnen nothwendig.

Tafel des Einmaleins.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Tafel des Zehnmaleins.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Tafel des Zehnmalzehn.

	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
10	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Verschiedene Stellung der Zifern.

Wenn man bei der Multiplication mit der niedrigsten Stelle anfängt, so wird die Endzifer jeder folgenden Reihe eine Stelle weiter links gesetzt. Fängt man mit der höchsten Stelle an, so wird die Endzifer jeder folgenden Reihe eine Stelle weiter rechts gesetzt.

```
     I.             II.            III.
     853            853            756
     756            756            853
    ----           ----           ----
    5118           5971           5971
   4265            4265           4265
  5971              5118           5118
  ------         ------         ------
  644868         644868         644868
```

Neunerprobe.

Die Neunerprobe wird dadurch gemacht, daſs man den Rest des Multiplicandus und Multiplicators durch 9 nimmt, diese mit einander multiplicirt, und hiervon wieder den Rest durch 9 nimmt, welcher mit dem Reste des Products übereinstimmen muſs.

```
       453679 . . . . . . . Rest 7
         5786 . . . . . . . Rest 8
       ------               ------
      2722074 . . . . . . 6 × 7 . . 6
     3629432. . . . . . . 8 × 7 . . 2
    3175753   . . . . . . 7 × 7 . . 4
   2268395 . . . . . . . .5 × 7 . . 8
   ----------             ---------
   2624986694 . . . . . . 8 × 7 . . 2
```

Hier ist auch jede einzelne Zahlreihe durch die Neunerprobe geprüft. Wenn man nun die Zifern des Products zusammen addirt, und 9 so oft wegläſst, als es angeht, so bleibt ebenfalls der Rest 2.

Die Neunerprobe entscheidet nur dann nicht über die Richtigkeit der Multiplication, wenn die Fehler in einer oder mehrern Stellen des Products, 9 oder 18 oder 27 u. s. f. ausmachen, oder wenn die einzelnen Zahlreihen des Products unrichtig geordnet sind.

Neunundneunzigerprobe.

Man geht also sicherer, wenn man die Probe mit 99 macht. Man theilt nämlich eine Zahl von der Rechten zur Linken in Classen von 2 Stellen, und addirt diese. Enthält die Summe mehr als 2 Stellen, so verfährt man mit ihr eben so. Hierdurch ergiebt sich der Rest der Zahl bei einer Division durch 99.

Beispiel.

Man habe gefunden:

$$5385476 \times 798291 = 4299177921516$$

Reste durch 9 . . . 2 × 0 = 0

Hiernach wäre das Product richtig. Allein sucht man den Rest durch 99, so ist

5
38
54
76
———
173
1
———
Rest des 1. Fact. 74
Rest des 2. Fact. 54

79
82
91
———
252
2
———
Rest des 2. Fact. 54

Prod. d. Reste 3996
39
———
135
1
———
Rest d. wahr. Pr. 36

4
29
91
77
92
15
16
———
324
3
———
Rest d. angebl. Pr. 27
Rest d. wahr. Prd. 36
———
Unterschied 9

Der Fehler beträgt also hier grade 9, und zwar ist das angegebene Product in einer der graden Stellen (von der Rechten gerechnet) um 9 zu grofs. Denn alsdann erhält man statt 324, die Zahl 234, oder den Rest 36.

Andere Multiplicationsproben.

Als Probe der Multiplication kann man auch die rückwärts gehende Division anwenden, um die einzelnen Fehler zu entdecken, wobei man, um nicht dieselben Fehler zu wiederholen, den Multiplicator zum Divisor machen mufs. Im Dividendus zeigen die Punkte die fehlerhaften Stellen, und in der Division die Striche die Gröfse dieser Fehler an.

783569 × 8927 soll geben
6997971463

8927 | 6997971463 |
80343 | 9
———
89112
53562 . . 6
———
73555
44635 5
———
92892
26781 3
———
966111
71416‾ 8
———
625195
62489‾ 7
———
3

Wenn eine Zahl mit einer andern multiplicirt werden soll, die ein Product mehrerer Factoren ist, so kann man die Multiplication auch mit diesen Factoren nach und nach verrichten, und erhält dadurch eine Probe des Products.

```
  5793                    7) 5793
    56 = 7 × 8               -----
 ------                   8) 40551
  34758                      -----
  28965·                    324408
 ------
 324408
```

Wenn in dem Multiplicator eine Zifer das Vielfache einer anderen ist, wie 2 das Doppelte von 1, 4 das Doppelte von 2, 8 das Doppelte von 4, 6 das Doppelte von 3, oder das Dreifache von 2, 9 das Dreifache von 3 u. s. f., so giebt dieses eine Probe der Multiplication.

```
  5793        5793         5793
    36          48           39
 ------      ------       ------
  34758       23172        17379
 17379        46344        52137
 ------      ------       ------
 208548      278064       225927

 17379       23172        17379
     2           2            3
 ------      ------       ------
 34758       46344        52137
```

Wenn bei dem Multiplicator zwei Zifern zusammen so viel als eine oder zwei andere machen, so giebt dieses eine Probe.

```
        5793                5793
         325                3627
     ---------          ----------
   3 . . 17379          3 . . 17379
   2 . . . 11586        6 . . . 34758
   5 . . . . 28965      2 . . . . 11586
     ---------          7 . . . . . 40551
     1882725            ----------
                         21011211

 3 . . 17379      3 . . 17379      2 . . 11586
 2 . . 11586      6 . . 34758      7 . . 40551
 -----------      -----------      -----------
 5 . . 28965      9 . . 52137      9 . . 52137
```

Wenn bei dem Multiplicator zwei oder mehrere Zifern zusammen 10 machen, so mufs die Summe ihrer Zahlreihen den Multiplicandus mit einer angehängten 0 geben.

```
      5793            5793             5793
        37              46               91
   --------        --------        ---------
 3 . . 17379     4 . . 23172     9 . . 52137
 7 . . . 40551   6 . . . 34758   1 . . . . 5793
   --------        --------        ---------
   214341          266478           527163

 3 . . 17379     4 . . 23172     9 . . 52137
 7 . . 40551     6 . . 34758     1 . . 5793
 -----------     -----------     -----------
 10 . . 57930    10 . . 57930    10 . . 57930
```

Multiplication mit 9, 99, 999.

Man multiplicirt eine Zahl am bequemsten mit 9, wenn man sie von ihrem 10fachen abzieht. Zu diesem Ende denkt man sich an die Zahl rechts und links eine 0 angesetzt, und subtrahirt nun jede Zifer von der nächsten Zifer rechts. Z. B. 37852 mit 9 zu multipliciren.

378520	0378520
— 37852	2 von 0 oder 10 bleibt 8
340668	5 von 1 oder 11 bleibt 6
	8 von 4 oder 14 bleibt 6
	7 von 7 . . . . bleibt 0
	3 von 7 . . . . bleibt 4
	0 von 3 . . . . bleibt 3

Andere Art. Man zieht von der Endzifer des Multiplicandus 1 ab, setzt über diesen verminderten Multiplicandus 9, oder 99, oder 999 u. s. f. und noch den um 1 verminderten Multiplicandus, und bewerkstelligt nun die Subtraction. Z. B.

37852 mal 9	378519
	— 37851
Product	340668
37852 mal 99	3785199
	— 37851
Product . . .	3747348
37852 mal 99999 . . .	3785199999
	— 37851
Product .	3785162148
37852 mal 9999999	378519999999
	— 37851
Product	378519962148

Multiplication mit 11, 111, 111 . . . .

Man addirt die auf einander folgenden Stellen des Multiplicandus, jedoch höchstens so viel, als der Multiplicator Stellen hat. Die Addition läſst sich am besten von der Linken zur Rechten, oder indem man mit der höchsten Stelle anfängt, machen. Was im Sinne bleibt, legt man der nächst höhern Stelle zu. Hat z. B. der Multiplicator wie 1111, 4 Stellen, so addirt man, links anfangend,

zuerst	die	1	Stelle.
dann	die	1 u. 2. . . .	„
„	„	1, 2 u. 3 . .	„
„	„	1, 2, 3 u. 4	„
„	„	2, 3, 4 u. 5	„
„	„	3, 4, 5 u. 6	„
		u. s. f.	

Hat der Multiplicandus weniger Stellen als der Multiplicator, so wiederholt man die Addition aller Stellen des Multiplicandus noch so oft, als er weniger Stellen wie der Multiplicator hat. Man setze in Gedanken dem Multiplicandus rechts so viel Nullen an, dafs er mit dem Multiplicator gleich viel Stellen habe. Z. B.

5793 mit 111111 zu multipliciren.

Hier mufs die Addition der vier Stellen 5, 7, 9, 3, noch 2 Mal wiederholt werden.

5 5
5, 7 12
5, 7, 9 21
5, 7, 9, 3 24
5, 7, 9, 3 24
7, 9, 3 19
9, 3 12
3 3

Abgekürzt 5 7 9 3
5 2 1 4 4 4 9 2 3
Im Sinn behalten 1′2′2′2′2′1′1′
Product 6 4 3 6 6 6 0 2 3

67923 mit 111. 67923
6328453
Im Sinne 1211
Product 7539453

Multiplication mit 10, 100, 1000 u. s. f.

Um mit 10 zu multipliciren, setzt man an die Endzifer des Multiplicandus rechts eine 0 an. Hat der Multiplicandus Decimalstellen, so rückt man das Decimalzeichen eine Stelle weiter rechts.

10 mal 723 . . ist 7230
10 mal 723,54 ist 7235,4

Um mit 100 zu multipliciren, setzt man an die Endzifer des Multiplicandus rechts zwei Nullen an. Hat er Decimalstellen, so rückt man das Decimalzeichen zwei Stellen weiter rechts.

100 mal 723 . . ist 72300
100 mal 723,5 . ist 72350
100 mal 723,543 ist 72354,3

Auf ähnliche Art verfährt man, wenn der Multiplicator 1000, 10000 u. s. f. ist.

1000 mal 0,00754 ist 7,54
10000 mal 0,00754 ist 75,4

Multiplication mit 5, 25, 125 u. s. f.

Statt mit 5 zu multipliciren, multiplicirt man mit 10 und dividirt mit 2.

Statt mit 25 zu multipliciren, multiplicirt man mit 100 und dividirt mit 4.

Statt mit 125 zu multipliciren, multiplicirt man mit 1000 und dividirt mit 8.

5 mal 256 . . . 2) 2560 / 1280

5 mal 2,56 . . . . 2) 25,6 / 12,8 — 125 mal 256 . . 8) 256000 / 32000

25 mal 256 . . . 4) 25600 / 6400 — 125 mal 2,56 . . 8) 2560 / 320

25 mal 2,56 . . . . 4) 256 / 64

Multiplication mit einem Product.

Wenn der Multiplicator ein Product mehrerer Factoren ist, so kann man den Multiplicandus zuerst mit dem ersten Factor, dieses Product mit dem zweiten Factor, dieses Product mit dem dritten Factor, u. s. f. multipliciren.

Multiplicator 84 oder 3. 4. 7. . . 3) 596
4) 1788
7) 7152
50064

Multiplication vielfacher Rangzahlen.

Man multiplicirt sie zuerst ohne Rücksicht auf die Nullen, und setzt an das Product rechts so viele Nullen an, als beide Factoren zusammen haben.

```
   84000
  230000
  ------
   252
  168
  -----------
  19320000000
```

Hat einer der beiden Factoren Decimalstellen, so rechnet man so viel Nullen ab, als jener Decimalstellen hat.

```
        0,084
       230000
       ------
Product 19320
```

Multiplication der Decimalzahlen.

Man multiplicirt sie ohne Rücksicht auf das Decimalzeichen wie ganze Zahlen, und schneidet im Product von der Rechten zur Linken so viel Decimalstellen ab, als beide Factoren zusammen haben.

```
          0,084              8,04
          0,23               7,6
          -------            ------
Product 0,01932    Product 61,104
```

Wenn sich der Multiplicator in Einfache und Vielfache zerlegen läfst.

Z. B. der Multiplicator ist 36, oder 30 und 6. Hier ist 30 das 5fache von 6. Man multiplicirt also zuerst mit 6, und dieses Product mit 5, und addirt beides.

	2705
	36
6 . . .	16230
5 . . .	81150
	97380

Der Multiplicator sey 497 oder 490 und 7. Hier ist 490 das 70fache von 7.

2705
497
10820
24345
18935
1344385

497 mal 2705 . .	2705
7 . .	18935
70 .	1325450
	1344385

Zusammenziehung der Multiplication.

Man schreibt den Multiplicator mit den Zifern in umgekehrter Ordnung auf ein besonderes Blättchen, schiebt dieses mit der Anfangszifer zuerst unter die Endzifer des Multiplicandus, dann unter die zweite Zifer desselben u. s. f., bis zuletzt die Endzifer unter der Anfangszifer des Multiplicandus steht, multiplicirt jedesmal die übereinanderstehenden Stellen, addirt die Producte, und schreibt sie in der gehörigen Ordnung unter einander.

87592 mit 674 zu multipliciren.

. . . . 476	8
. . . 476	50
. . 476	95
. 476	117
476	111
476	98
476	48
Product	59037008

87592
674
525552
613144
350368
59037008

Anzahl der Stellen im Product, bei ganzen Zahlen.

Ein Product von 2 Factoren hat so viel Stellen, als beide Factoren zusammen haben, oder eine Stelle weniger.

Ein Product von 3 Factoren hat so viel Stellen, als alle drei Factoren zusammen haben, oder eine Stelle weniger, oder zwei Stellen weniger.

Ein Product von 4 Factoren hat so viel Stellen, als alle vier Factoren zusammen haben, oder eine Stelle weniger, oder zwei Stellen weniger, oder drei Stellen weniger.

Die gröfste Anzahl von Stellen, welche ein Product haben kann, ist immer gleich der Anzahl der Stellen aller Factoren. Die kleinste Anzahl findet man, wenn man von jedem Factor eine Stelle wegläſst, die übrigbleibenden Stellen zusammenzählt und eine Stelle hinzufügt.

Den Grund dieser Regeln sieht man leicht ein, wenn man überlegt, daſs die gröſsten Zahlen von 1, 2, 3, 4 ... Stellen 9, 99, 999, 9999 ..., und die kleinsten 1, 10, 100, 1000 u. s. w. sind.

Z. B. der eine Factor habe 2, der andere 5, der dritte 6 Stellen. Das Product von 10, 10000, 100000 hat eine Stelle mehr, als Nullen in allen Factoren, also 11 Stellen. Das Product von 99, 99999, 999999, hat eine Stelle weniger als das Product von 100, 100000, 1000000, also 13 Stellen. Folglich ist 11 die kleinste, 13 die gröſste Anzahl von Stellen des Products.

Multiplicationstafel.

Wenn eine Zahl sehr häufig als Multiplicator oder Multiplicandus gebraucht wird, so macht man sich eine Tafel von allen Vielfachen derselben, von 1fachen bis 9fachen, auch wohl vom 10fachen bis 100fachen, und wenn es nöthig ist, auch von aliquoten Theilen, und findet nun jedes Product, indem man den Multiplicator in solche Theile zerlegt, die in dieser Tafel vorkommen. Z. B. in Mitau ist bei einem hölzernen Hause der ersten Classe der Servicewerth jedes Quadratfadens 105 Rubel Silber. Hiernach bildet man folgende Tafel.

□ F.	Rub. S.	□ F.	Rub. S.	□ F.	Rub. S.
10	1050	1	105	$\frac{1}{2}$	52,5
20	2100	2	210		
30	3150	3	315	$\frac{1}{4}$	26,25
40	4200	4	420		
50	5250	5	525	$\frac{1}{8}$	13,125
60	6300	6	630		
70	7350	7	735	$\frac{1}{16}$	6,5625
80	8400	8	840		
90	9450	9	945	$\frac{1}{32}$	3,28125
100	10500	10	1050		

Nun sey der Servicewerth folgender Häuser im zweiten Quartier zu berechnen.

No. 108.
$121\frac{1}{4}$ □ F.

100 . . 10500
20 . . . 2100
1 105
$\frac{1}{4}$ 26

R. S. 12731

No. 109.
$55\frac{3}{4}$ □ F.

50 . . . 5250
5 525
$\frac{1}{2}$ 53
$\frac{1}{4}$ 26

R. S. 5854

No. 113.
$53\frac{3}{4}$ □ F.

50 . . . 5250
3 315
$\frac{1}{2}$ 53
$\frac{1}{4}$ 26

R. S. 5644

No. 209.
$156\frac{1}{4}$ □ F.

100 . . 10500
50 . . . 5250
6 . . . 630
$\frac{1}{4}$ 26

R. S. 16406

Multiplication mit 96.

Dieses kommt beim russischen Gewicht vor, da das Pfund 96 Solotnik, und der Solotnik 96 Dolei hat. Die Zahl 96 ist gleich 100 weniger 4. Hat man also Pfund in Solotnik zu verwandeln, so setzt man an die Zahl der Pfunde rechts zwei Nullen an, und zieht die mit 4 multiplicirte Zahl der Pfunde ab. Sind bei den Pfunden noch Solotnik, so setzt man diese statt der Nullen rechts an die Zahl der Pfunde, und verfährt im übrigen wie vorhin.

11 Pf. 90 Sol. 79 Dolei	1190
4 mal 11 Pf.	— 44
	114679
4 mal 1146 Sol.	— 4584
11 Pf. 90 Sol. 79 Dolei sind	110095 Dolei.
8 Pf. 7 Sol. 6 Dolei	807
4 mal 8 Pf.	— 32
	77506
4 mal 775 Dolei	— 3100
8 Pf. 7 Sol. 6 Dolei sind	74406 Dolei.

Multiplication durch Ergänzung der Factoren zu Rangzahlen.

Wenn beide Factoren kleiner als die nächste Rangzahl sind, so zieht man jeden Factor von seiner nächstgröfsern Rangzahl ab. Dieser Rest heifst die Ergänzung des Factors. Sind beide Rangzahlen gleich, so zieht man vom ersten Factor die Ergänzung des zweiten, oder vom zweiten die Ergänzung des ersten ab, den Rest multiplicirt man mit der Rangzahl. Oder man addirt beide Factoren, zieht von ihrer Summe die Rangzahl ab, und multiplicirt den Rest mit der Rangzahl. Dieses Product heifst die decadische Zahl.

Zu der decadischen Zahl addirt man das Product der Ergänzungen, und erhält dadurch das vollständige Product.

988 mit 991 zu multipliciren. Die Rangzahl ist 1000; die Ergänzungen sind 12, 9.

			988
	988	991	991
	— 9	— 12	— 1000
Decad. Zahl . .	979000	979000	979000
Product der Ergänz.	108	108	108
Vollst. Product	979108	979108	979108

9998 mit 9863; Rgz. 10000; Erg. 2,137.

	9863	9998
	— 2	— 137
Decad. Zahl	98610000	98610000
Prod. der Ergänz. .	274	274
Vollst. Prod.	98610274	98610274

Sind beide Rangzahlen verschieden, so dividirt man die gröfsere Rangzahl durch die kleinere; mit diesem Quotienten multiplicirt man entweder die Ergänzung des kleinern Factors, und zieht das Product vom gröſsern Factor ab. Oder man multiplicirt mit jenem Quotienten den kleinern Factor und zieht davon die Ergänzung des gröſsern Factors ab. Den Rest multiplicirt man in beiden Fällen mit der kleinern Rangzahl. Oder man multiplicirt den kleinern Factor mit der gröſsern Rangzahl, den gröſsern Factor mit der kleinern Rangzahl, addirt beides und zieht davon das Product der Rangzahlen ab. Zu dieser decadischen Zahl addirt man das Product der Ergänzungen.

98 mit 9997; Rgz. 100,10000; Ergz. 2,3.

			980000
	9800	9997	999700
	— 3	— 200	— 1000000
Decad. Zahl	979700	979700	979700
Prod. der Ergänz. .	6	6	6
Vollst. Prod.	979706	979706	979706

Ist jeder Factor etwas gröſser als eine Rangzahl, so zieht man von jedem Factor die nächst kleinere Rangzahl ab, und verfährt mit diesen Ueberschüssen wie vorhin.

109 mit 107; Rgz. 100; Uebersch. 9,7.

			109
	109	107	107
	+ 7	+ 9	— 100
Decad. Zahl .	11600	11600	11600
Prod. d. Uebersch.	63	63	63
Vollst. Prod.	11663	11663	11663

115 mit 1007; Rgz. 100,1000; Uebersch. 15,7.

			115000
	1150	1007	100700
	+ 7	+ 150	— 100000
Decad. Zahl .	115700	115700	115700
Prod. d. Uebersch.	105	105	105
Vollst. Prod.	115805	115805	115805

Ist der eine Factor etwas kleiner, der andere etwas gröſser, als die nächste Rangzahl, so wird die Ergänzung des einen mit dem Ueberschuſs des andern Factors multiplicirt, und dieses Product von der decadischen Zahl abgezogen.

108 mit 93; Rgz. 100; Uebersch. 8; Ergz. 7.

			108
	108	93	93
	— 7	+ 8	— 100
Decadische Zahl . .	10100	10100	10100
Prod. d. Erg. Ueb.	— 56	— 56	— 56
Vollst. Prod.	10044	10044	10044

10018 mit 97; Rgz. 10000,100; Uebersch. 18; Ergz. 3.

			1001800
	10018	9700	970000
	— 300	+ 18	— 1000000
Decad. Zahl . . .	971800	971800	971800
Pr. d. Ergz. Ueb.	— 54	— 54	— 54
Vollst. Prod.	971746	971746	971746

Der Grund dieses Verfahrens ist in folgendem allgemeinen Satz enthalten: Wenn man jeden von zwei Factoren in zwei beliebige Theile theilt, den ersten Factor mit dem ersten Theile des zweiten Factors, den zweiten Factor mit dem ersten Theile des ersten Factors multiplicirt, diese Producte zusammen addirt, hiervon das Product der beiden ersten Theile abzieht, dazu das Product der beiden zweiten Theile addirt, so bekommt man wieder das Product der beiden Factoren. Z. B.

Der erste Factor sey 9, seine Theile 5, 4.
Der andere Factor sey 8, seine Theile 6, 2.

multiplicirt	man	9 mit 6	so	kommt	54
„	„	8 mit 5	„	„	40
„	„	5 mit 6	„	„	— 30
„	„	4 mit 2	„	„	+ 8
multiplicirt	man	9 mit 8	so	kommt	72

Multiplication durch Ergänzung der Factoren zu Theilen einer Rangzahl.

Bezieht man beide Factoren auf dieselbe Zahl, so zieht man von dem einen Factor die Ergänzung des andern ab, oder man addirt den Ueberschufs desselben. Dieses multiplicirt man mit der Zahl, worauf beide bezogen wurden, und addirt das Product der Ergänzungen oder Ueberschüsse hinzu.

4998 mit 4989; bezogen auf 5000; Ergz. 2,11.

	4998	4989
	— 11	— 2
5000)	4987	4987
	24935000	
2·11	+ 22	
Product	24935022	

5002 mit 5011; auf 5000; Uebersch. 2,11.

	5002	5011
	+ 11	+ 2
5000)	5013	5013
	25065000	
2·11	+ 22	
Product	25065022	

68 mit 67; auf 70; Ergz. 2,3.

	68	67
	— 3	— 2
70)	65	65
	4550	
2.3	6	
	4556	

73 mit 77; bezogen auf 75; Ergz. 2; Uebersch. 2.

	73	77
	+ 2	— 2
	75	75
50	3750	
25	1875	
75	5625	
2.2	— 4	
	5621	

73 mit 77; bezogen auf 80; Ergz. 7,3.

	73	77
	— 3	— 7
80)	70	70
	5600	
3.7	21	
	5621	

Wenn die beiden Zahlen, auf welche man die Factoren bezieht, so beschaffen sind, daſs die gröſsere ein Vielfaches der kleinern ist, so bildet man den decadischen Theil dadurch, daſs man mit diesem Vielfachen die Ergänzung des gröſsern Factors dividirt, dieses vom kleinern Factor abzieht, oder wenn es ein Ueberschuſs ist, addirt, und dann mit der gröſsern Zahl multiplicirt. Oder man multiplicirt auch mit diesem Vielfachen die Ergänzung des kleinern Factors, zieht dieses vom gröſsern Factor ab, oder addirt es, wenn es ein Ueberschuſs ist, und multiplicirt dieses mit der kleinern Zahl.

249 mit 2488; auf 250,2500; Ergz. 1,12.

	249			2488
$\frac{1}{10}\cdot 12$ . . .	— 1,2		10.1	10
2500)	247,8		250)	2478
	61 9500			619500
1.12	+ 12			+ 12
	61 9512			619512

972 mit 495; auf 1000,500; Ergz. 28,5.

	495		972
$\frac{1}{2}\cdot 28$	$-$ 14	$2\cdot 5$	$-$ 10
1000)	481	500)	962
	481000		481000
$5\cdot 28$	$+$ 140	. . . . . .	$+$ 140
	481140		481140

984 mit 137; auf 1000,125; Ergz. 16; Uebersch. 12.

	137		984
$\frac{1}{8}\cdot 16$	$-$ 2	$8\cdot 12$ . . .	$+$ 96
1000)	135	125)	1080
	135000		135000
$16\cdot 12$	$-$ 192		$-$ 192
	134808		134808

87 mit 797; auf 90,900; Ergz. 3,103.

	87		797
$\frac{1}{10}\cdot 103$ . .	$-$ 10,3	$10\cdot 3$ . . .	$-$ 30
900)	76,7	90)	767
	69 030		69030
$3\cdot 103$ . . .	$+$ 309		$+$ 309
	69 339		69339

Anwendung auf die Bildung der Quadratzahlen.

Wenn man eine Zahl mit sich selbst multiplicirt, so heifst das Product die Quadratzahl. Wenn die gegebene Zahl wenig von einer Rangzahl, oder von dem Theile einer Rangzahl unterschieden ist, so kann man das Quadrat mit Anwendung der obigen Regeln auf eine leichtere Art, als durch gewöhnliche Multiplication, finden. Man zieht von der gegebenen Zahl die Ergänzung ab, oder addirt den Ueberschufs, multiplicirt dieses mit derjenigen Zahl, auf welche man die Ergänzung oder den Ueberschufs bezogen hat, und addirt das Quadrat der Ergänzung oder des Ueberschusses hinzu.

	98		83		986		9997
	$-$ 2		$-$ 17		$-$ 14		$-$ 3
	9600		6600		972000		99940000
2^2 . .	4	17^2 .	289	14^2 . .	196	3^2	9
Quadr.	9604		6889		972196		99940009

	118		1041		1005
	$+$ 18		$+$ 41		$+$ 5
	13600		1082000		1010000
18^2 .	324	41^2 . .	1681	5^2 . . .	25
	13924		1083681		1010025

482	1223	2629	129
— 18	— 27	+ 129	+ 4
500) 464	1250) 1196	2500) 2758	125) 133
232000	1495000	6895000	16625
18^2 . . 324	27^2 . . . 729	129^2 . 16641	4^2 . . 16
232324	1495729	6911641	16641

Abgekürzte Multiplication der Dezimalzahlen.

Die abgekürzte Multiplication wendet man dann an, wenn zur Genauigkeit des Products zweier Decimalzahlen weniger Decimalstellen erforderlich sind, als beide Factoren zusammen haben. Man fängt die Multiplication mit der höchsten Stelle des Multiplicators an, bezeichnet die Stelle des Multiplicandus, bei welcher man angefangen hat, oben mit einem Punct, auch giebt man gleich in der ersten Reihe die Stellung des Decimalzeichens an. Alle folgenden Multiplicationsreihen fangen immer in derselben verticalen Reihe des Products an, und man bildet zu dem Ende die Producte für die nächst niedrigere Stelle des Multiplicators bei der nächst höhern Stelle des Multiplicandus, welche man zur Linken fortschreitend jedesmal oben mit einem Punct bezeichnet. Der Genauigkeit wegen addirt man beim Anfange jeder Reihe immer die Zahl noch hinzu, welche aus der vorigen im Sinne behalten wurde.

Der Silbercours ist $27{,}24\frac{1}{4}$. Wie viel bekommt man für $496{,}78\frac{1}{2}$ Rub. B.

```
 • • • • • •
 27,2425
  4,96785
---------
108,970
 24,518
  1,634
    190
     21
      1
---------
135,334 oder 135 Rub. 33 Kop. S.
```

Der französische Meter hält 39,37079 engl. Zoll, wie viel Cubikzoll enthält der Cubikmeter?

```
  • • • • • • •
  39,37079
  39,37079
-----------
1181,1237
 354,3371
  11,8112
   2,7559
      275
       35
-----------
1 □Met. = 1550,0589 □Zoll.
genau . . 1550,0591   „
```

```
  • • • • • • • •
  1550,0589
    39,37079
-------------
46501,767
13950,530
  465,017
  108,503
    1,085
      139
-------------
1 Cub. Met. = 61027,041 Cub. Z.
genau . . . 61027,051   „
```

Multiplication eines periodischen Decimalbruchs,

Wenn hierbei eine Genauigkeit erlangt werden soll, so hat man zu beobachten, dafs zu dem Product der niedrigsten Stelle, in welcher der Bruch abbricht, so viel addirt werde, als man bei der Multiplication der folgenden Stellen der Periode im Sinne behält. Kommen lauter 9, so rechnet man die niedrigste derselben für 10 und damit auch alle folgenden.

	0,333	0,777	0,58585
	3	6	7
statt	0,999	4,662	4,10095
zu setzen	1,000	4,666	4,10101

7,83333	0,438888
325	796
2350,000	307,2222
156 666	39 5000
39 166	2 6333
2545,833	349,3555

Ein Meter hält 39,37079 engl. Zoll, oder 100 Meter halten 328,0899166 engl. Fufs, wie viel beträgt eine Hectare Landes oder 10000 Quadratmeter in engl. Quadratfufs?

. . . .
328,08991666
328,08991666
98426,975000
6561 798333
2624 719333
26 247193
2 952810
295281
3280
1968
196
19
1
107642,993414

Also 1 Hectare hält 107643 engl. Quadratfufs.

Multiplication benannter Zahlen.

Die Multiplication benannter Zahlen geschieht, indem man alle Theile des Multiplicandus multiplicirt und sodann jede kleinere Benennung, wenn ihre Zahl beträchtlich genug ist, auf die nächst gröfsere bringt.

		40		96		96	
	5 Pud		36 Pfund		40 Sol.		75 Dolei.
zu multipl. mit 32							
	160 „		1152 „		1280 „		2400 „
	189 Pud		5 Pfund		57 Sol.		0 Dolä.

Multiplication auf dem Rechenbrete.

Da das Rechenbret nur zur Erleichterung des Kopfrechnens dienen soll, so mufs man beide Factoren im Sinne behalten, und nur die Producte der einzelnen Stellen auf die entsprechenden Drähte mittelst der Kugeln hinsetzen. Dieses kann in jeder Ordnung geschehen, doch ist es am bequemsten, von den höchsten Stellen zu den niedrigsten hinabzugehen. Bei der Multiplication jeder niedrigern Stelle des Multiplicandus setzt man die Einer um eine Stelle niedriger. Bei der Multiplication mit einer niedrigern Stelle des Multiplicators setzt man die Einer um eine Stelle niedriger als bei der Multiplication mit der höhern Stelle.

89 mit 97		875 mit 629		
9.8 . . . 72		48	5250	54250
9.9 81		42	16	72
	801	522	5410	54970
7.8 56		30	14	63
	857	5250	5424	55033
7.9 63			10	45
Product	8633		54250	550375

Ein Pfund kostet 36 Kop.; was kosten 6 Pud 7 Pfund, d. h. 247 Pfund? Man sieht hier die Kopeiken als Decimalstellen der Rubel an, und trennt daher die beiden Drähte, welche die Einer und Zehntel, oder die Rubel und Griwnen enthalten, durch einen kenntlichen Zwischenraum, oder durch ein dazwischen gestecktes Blech.

			86,4 Rub.
200 Pf. zu 30 Kop. . .	60 Rub.	7 Pf. zu 30 Kop. . .	2,1
200 „ zu 6 „	12		88,5
	72, —	7 „ zu 6 „	42
40 „ zu 30 „	12	247 Pf. zu 36 Kop. .	88,92 Rub.
	84		
40 „ zu 6 „	2,4		
	86,4		

Oder durch Verwechselung der Factoren:

			74,1 Rub.
200 Pf. zu 30 Kop. . .	60 Rub.	200 Pf. zu 6 Kop. .	12,
40 „ „ „ „	12,		86,1
	72,	40 „ „ „ „	2,4
7 „ „ „ „	2,1		88,5
247 Pf. zu 30 Kop. . .	74,1 Rub.	7 „ „ „ „	42
			88,92 Rub.

Für 100 Rub. Banco bekommt man 27,75 Rub. Silb., wie viel für 375 Rub. Bco.? Hier ist 27,75 mit 3,75 zu multipliciren.

300 Rub.		70 Rub. .	83,25	5 Rub.	102,675
zu 20 Rub. . .	60	zu 20 Rub. .	14	zu 20 Rub. . .	1,0
„ 7 „	21		97,25		103,675
	81	„ 7 „	4,9	„ 7 „	35
zu 70 Kop. .	2,1		102,15		104,025
	83,1	zu 70 Kop. .	49	zu 70 Kop. . . .	35
„ 5 „	15		102,64		104,060
	83,25	„ 5 „	35	„ 5 „	25
			102,675		104,0625

Facit 104 Rub. $6\frac{1}{4}$ Kop. Silber.

4. *Division.*

Erklärungen.

Dividiren heifst eine Zahl finden, welche anzeigt, wie viel mal eine gegebene Zahl in einer andern gegebenen enthalten ist. Jene gesuchte Zahl heifst der Quotient, von den beiden gegebenen heifst diejenige, welche die andere in sich enthalten soll, der Dividendus, diejenige aber, welche im Dividendus enthalten ist, der Divisor. Diese Benennungen rühren von der Division ganzer Zahlen her, wo man sich den Dividendus auch in so viel Theile getheilt denken kann, als der Divisor Einheiten enthält. Der Quotient zeigt dann die Gröfse jedes Theiles an. Z. B. 36 dividirt durch 9, giebt zum Quotienten 4, weil 9 in 36 4 mal enthalten ist, oder weil sich 36 in 9 gleiche Theile theilen läfst, deren jeder gleich 4 ist.

Man kann also auch den Divisor und Quotienten verwechseln, und diesen zum Divisor nehmen, wodurch jener zum Quotienten wird. Z. B.

36 dividirt durch 9, giebt 4
36 dividirt durch 4, giebt 9

Um die Division anzuzeigen, setzt man entweder den Divisor rechts vom Dividendus und trennt sie durch das Verhältnifszeichen (zwei über einander stehende Puncte:) oder man schreibt den Divisor unter den Dividendus in Bruchform, und trennt sie durch einen Strich, also $^{36}/_{9}$ oder 36:9.

Verfahren.

Die Division geschieht dadurch, dafs man den Divisor vom Dividendus so oft abzieht, als es angeht. Zu diesem Ende nimmt man von den höhern Stellen des Dividendus so viele, als der Divisor Stellen hat; ist aber diese Zahl kleiner, als der Divisor, so nimmt man noch die nächst niedrigere Stelle des Dividendus dazu. Hiervon zieht man den Divisor so oft ab, als es angeht. Die Zahl, die solches anzeigt, giebt die höchste Stelle des Quotienten. Mit ihr wird der Divisor multiplicirt, und das Product abgezogen. Der Rest darf nie gröfser seyn, als der Divisor. An diesen Rest setzt man die folgende Stelle des Dividendus an, und macht eine neue Subtraction, um die folgende nächst niedrigere Stelle des Quotienten zu erhalten.

So fährt man bis ans Ende fort. Geht dann die Division auf, d. h. bleibt kein Rest übrig, so ist der Divisor in dem Dividendus vollständig enthalten. Bleibt ein Rest übrig, so setzt man diesen in Bruchform neben dem Quotienten.

Divisor.	Dividend.	Quotient.
9876	97531	$9\frac{8647}{9876}$
	88884	
	Rest 8647	

Statt den ganzen Divisor auf einmal zu multipliciren, kann man auch jede einzelne Stelle desselben multipliciren, und muſs sich gewöhnen, diese einzelnen Producte, nebst dem, was im Sinne blieb, von den entsprechenden Stellen des Dividendus sofort abzuziehen.

9876 | 97531 | 9

8647

9 mal 6, 54, 4 von 11 bleibt

9 mal 7, und 5, 68, 8 von 12 bleibt

9 mal 8, und 6, 78, 8 von 14 bleibt

9 mal 9, und 7, 88, 88 von 96 bleibt

Ist der Divisor eine kleine Zahl, 2, 3, bis etwa 20, so macht man die Multiplication und Subtraction in Gedanken, und schreibt bloſs den Quotienten und den letzten Rest hin.

2) 87693	3) 87693	4) 87693	8) 87693
43846	29231	21923	10961
Rest 1	Rest 0	Rest 1	Rest 5

Gewöhnliche Probe.

Man multiplicirt den Divisor mit dem Quotienten und addirt den Rest hinzu, so muſs die Summe den Dividendus geben. Man muſs aber hierbei immer den Divisor zum Multiplicator machen, um nicht die in der Division begangenen Fehler auch in der Multiplication zu begehen. Z. B.

975318246 mit 9876 zu dividiren.

Divisor 9876	975318246 Dividendus.
Quotient 98756	88884
592536	86478
691292	79008
790048	74702
888804	69132
3990	55704
975318246	49380
	63246
	59256
	3990

Neunerprobe.

Durch Addition der Zifern und indem man 9 so oft wegläfst, als es angeht, sucht man den Rest des Divisors und des Quotienten, multiplicirt sie, und addirt hiezu den Rest des Divisionsrests, wodurch sich der Rest des Dividendus ergeben muſs. In dem vorstehenden Beispiel ist:

Rest des Divisors . .	9876 . . .	3
Rest des Quotienten	98756 . . .	8
	Product	24
Rest des Divisionsrests	3990 . . .	3
		27 oder 0
Der Rest des Dividendus	975318246 . .	ist auch 0

Neunundneunzigerprobe.

Man sucht auf die früher erklärte Art vom Divisor, Quotient und Divisionsrest den Rest durch 99, und verfährt mit ihm eben so.

Divisor	98
9876	76
	174
	1
Rest d. Divisors	75

Quotient	9
98756 . . .	87
	56
	152
	1
Rest des Quotienten .	53
Rest des Divisors. . .	75
	265
	371
	3975
	39
	114
	1
Rest des Products . .	15
Rest des Divisionsrests	30
Rest des Dividendus .	45

Divisionsrest . .	39
3990 . . .	90
	129
	1
Rest des Rests .	30
Dividendus . . .	9
975318246 . .	75
	31
	82
	46
	243
	2
Rest d. Dividend.	45

Gesetzt aber, man habe bei der obigen Division den Quotienten 99647 und den Rest 9474 gefunden, so wäre

Rest des Divisors . .	9876 . . .	75
Rest des Quotienten	99647 . . .	53
Rest des Products . .	3975 . . .	15
Rest des Rests . . .	9474 . . .	69
	Summe	84
	Rest des Dividendus	45

Folglich ein Fehler in der Division.

Berichtigung des Fehlers in der Division.

Man multiplicirt den Divisor mit dem Quotienten und addirt den Rest hinzu.

$$
\begin{array}{lr}
99647 \times 9876 \;\ldots & 984113772 \\
\text{der Rest} \;\ldots & 9474 \\
\hline
 & 984123246 \\
\text{Der gegebene Dividendus} & 975318246 \\
\hline
\text{ist kleiner um} & 8805000
\end{array}
$$

Dividirt man diesen Ueberschufs durch den gegebenen Divisor 9876, so erhält man den Quotienten 891 und den Rest 5484. Nun geschieht die Berichtigung so:

$$
\begin{array}{lr}
\text{Angeblicher Quotient} & 99647 \\
\text{Verbesserung} \;\ldots\ldots & 891 \\
\hline
\text{Richtiger Quotient} \;\ldots & 98756
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lr}
\text{Angeblicher Rest} \;\ldots & 9474 \\
\text{Verbesserung} \;\ldots & 5484 \\
\hline
\text{Richtiger Rest} \;\ldots & 3990
\end{array}
$$

Division mit 5, 25, 125.

Mit 5 dividirt man, wenn man den ~~Divisor~~ Dividendus doppelt nimmt und eine Stelle rechts abschneidet, welche der doppelte Rest seyn wird.

$$
5)\,\frac{87693}{17538{,}6} \quad \text{Rest } 3
$$

Mit 25 dividirt man, wenn man den ~~Divisor~~ Dividendus mit 4 multiplicirt, und zwei Stellen rechts abschneidet; diese bilden den 4fachen Rest.

$$
25)\,\frac{87693}{3507{,}72} \quad \text{Rest } 18
$$

Mit 125 dividirt man, wenn man den Dividendus mit 8 multiplicirt, und rechts 3 Stellen abschneidet, welche den 8fachen Rest geben.

$$
\frac{87693}{701{,}544}
$$

Quotient 701 Rest 68

Division mit einer Rangzahl.

Mit 10, 100, 1000 u. s. f. dividirt man eine ganze Zahl, wenn man rechts von dem Dividendus so viel Stellen abschneidet, als der Divisor Nullen hat. Hat aber der Dividendus schon ohnehin Decimalstellen, so rückt man das Decimalzeichen so viel Stellen links, als die Rangzahl Nullen hat.

$$
1000)\,\frac{87693}{87{,}693} \qquad 1000)\,\frac{8769{,}3}{8{,}7693} \qquad 100)\,\frac{0{,}87693}{0{,}0087693}
$$

Division mit 6 und 8.

Mit 6 dividirt man, wenn man von der doppelten Zahl ihren dritten Theil abzieht, und den Rest mit 10 dividirt.

$$
\begin{array}{rl}
 & 185 \text{ div. mit } 6 \\
2) & 370 \\
\frac{1}{3} - & 61{,}66 \\
\hline
 & 30{,}833
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
 & 396 \text{ div. mit } 6 \\
2) & 792 \\
\frac{1}{3} - & 132 \\
\hline
 & 66{,}0
\end{array}
$$

Mit 8 dividirt man, wenn man zu der Zahl ihren 4ten Theil hinzufügt, und die Summe mit 10 dividirt.

$$
\begin{array}{rl}
 & 2578 \text{ div. mit } 8 \\
\frac{1}{4} + & 644{,}5 \\
\hline
 & 322{,}25 \text{ oder } 322\frac{1}{4}
\end{array}
$$

Division durch ein Product mehrerer Factoren.

Man dividirt den Dividendus mit einem der Factoren, diesen Quotienten mit einem der übrigen Factoren u. s. f. Der Quotient der letzten Division ist der gesuchte. Bei jeder Division bemerkt man den Rest. Um dann den wahren Divisionsrest zu erhalten, multiplicirt man den letzten Rest mit dem vorletzten Divisor, addirt hiezu den vorletzten Rest. Diese Summe multiplicirt man mit dem zweitletzten Divisor und addirt dazu den zweitletzten Rest, u. s. f. hinauf bis zum ersten Rest. Z. B. der Divisor sey 945, welcher aus den Factoren 3, 3, 3, 5, 7 besteht.

$$
\begin{array}{r}
945|859607|909 \\
8505 \\
\hline
9107 \\
8505 \\
\hline
602
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rl}
3) & 859607 \\
3) & 286535 \text{ Rest } 2 \\
3) & 95511 \text{ Rest } 2 \\
5) & 31837 \text{ Rest } 0 \\
7) & 6367 \text{ Rest } 2 \\
 & 909 \text{ Rest } 4
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
4 \text{ mal } 5 \text{ u. } 2 \ldots 22 \\
22 \text{ mal } 3 \text{ u. } 0 \ldots 66 \\
66 \text{ mal } 3 \text{ u. } 2 \ldots 200 \\
200 \text{ mal } 3 \text{ u. } 2 \ldots 602
\end{array}
$$

Der Quotient ist also 909 und der Rest 602.

Division, wenn der Divisor etwas kleiner ist, als eine Rangzahl.

Man sucht die Ergänzung des Divisors zur nächstgröſsern Rangzahl und schneidet vom Dividendus rechts so viel Stellen ab, als die Rangzahl Nullen hat. Den Theil links multiplicirt man mit der Ergänzung des Divisors und setzt das Product so unter den Dividendus, daſs die Endzifer des Products unter die Endzifer des Dividendus kommt. Von dieser zweiten Zahlreihe schneidet man rechts wieder eben so viel Stellen als vorhin ab, und fährt so fort, bis sich links keine Zahl mehr ergiebt. Dann addirt man alles, die abgeschnittenen Stellen mitgerechnet. Was sich nun links findet, ist der Quotient, rechts der Rest. Wenn bei der Addition der höchsten Stellen, die den Rest bildeten, eine Zahl im Sinne behalten und zur niedrigsten Stelle des Quotienten addirt wurde, so muſs diese ebenfalls noch mit der Ergänzung multiplicirt und dem Rest als Zuschuſs beigefügt werden.

Beispiele:

```
   9) 853768
      85376·8
       8537·6
        853·7
         85·3
          8·5
            8
Quotient 94862·7
            3
Rest       10
Oder Quotient 94863  Rest 1
```

```
  99) 853768
      8537·68
        85·37
           85
Quotient 8623·90
            1
Rest       91
```

```
 999) 853768
      853·768
          853
Quotient 854·621
            1
Rest      622
```

```
  98) 853768
      8537·68
       170·74
         3·40
            6
Quot. 8711·88
            2
Rest       90
```

```
 998) 853768
      853·768
        1·706
            2
Quot. 855·476
            2
Rest      478
```

```
  97) 853768
      8537·68
       256·11
         7·68
           21
Quot. 8801·68
            3
Rest.      71
```

```
 997) 853768
      853·768
        2·559
            6
Quot. 856·333
            3
Rest      336
```

```
  96) 853768
      8537·68
       341·48
        13·64
           52
Quot. 8893·32
            8
Rest       40
```

Besondere Division mit 9.

Diese ergiebt sich aus dem Vorstehenden. Man addirt alle Zifern des Dividendus, dividirt die Summe durch 9, der Rest ist dem Divisionsrest gleich, den Quotienten addirt man mit den Zifern des Dividendus von den Zehnern an gerechnet. Die Einer der Summe schreibt man unter die Zehner des Dividendus, die Zehner der Summe addirt man mit den Zifern des Dividendus, von den Hunderten an gerechnet, u. s. f. Dadurch erhält man nach und nach alle Stellen des Quotienten.

853768 mit 9 zu dividiren.

Die Summe der Zifern ist 37, mit 9 dividirt ist 1 der Divisionsrest, der Quotient 4. Nun ist die weitere Rechnung:

85376,8
94863

4, 6, 7, 3, 5, 8 ist 33
3, 7, 3, 5, 8 ist 26
2, 3, 5, 8 ist 18
1, 5, 8 ist 14
1, 8 ist 9

Besondere Division mit 96.

Sie kömmt beim russischen Münzgewichte häufig vor, wo das Pfund 96 Solotnik, der Solotnik 96 Dolei hat. Z. B.

Man soll 5468957 Dolei in Pfund und Solotnik verwandeln.

54689.57
2187.56
87.48
3.48
12
56968.21
2276 8
29 Dolei.
88
593.32
8
593.40
593 Pfund 40 Sol. 29 Dolei.

Zweite Art der Division, wenn der Divisor etwas kleiner, als eine Rangzahl.

Man schneidet vom Dividendus rechts so viel Stellen ab, als die nächste Rangzahl, zu welcher sich der Divisor ergänzt, Nullen hat. Hat nun der Theil links eben so viel Stellen, als der Divisor, so schreibt man die Ergänzung des Divisors darunter und addirt. Hat der Theil links mehr oder weniger Stellen, als der Divisor, so rückt man die Einer der Ergänzung um so viel Stellen weiter links oder rechts, und addirt. Der so vermehrte Theil links ist der vorläufige Quotient der Division. Man nimmt seine Ergänzung zur nächsten Rangzahl und multiplicirt sie mit der Ergänzung des Divisors. Ist dieses Product dem Theil rechts gleich, so ist der Divisonsrest 0, und der vorläufige Quotient ist der richtige. Ist das Product gröfser als der Theil rechts, so zieht man den Theil rechts davon ab. Wenn die übrigbleibende Zahl durch den Divisor aufgeht, so ist der Divisionsrest wiederum 0, und den neuen Quotienten zieht man von dem vorläufigen Quotienten ab. Wenn aber jene übrigbleibende Zahl nicht aufgeht, so zieht man sie vom nächst gröfsern Product des Divisors ab; dieser Rest ist dann der Divisionsrest, und der so gefundene Quotient, welcher um 1 gröfser ist, als der vorige, wird von dem genäherten Divisionsquotienten abgezogen. Ist das Product kleiner als der Theil rechts, so wird es von demselben abgezogen, um den Divisionsrest zu geben.

Divisor	89	Ergänz. 89 . . .	11
Dividendus . .	8633	Ergänz. 97	3
	8633	Product	33
Ergänz. 89 . .	11	Theil rechts . .	33
Quotient . . .	97	Rest	0

Divisor	997	Ergänz. 997 . . .	3
Dividendus	943162	Ergänz. 946 . .	54
	943.162	Product . . .	162
Ergänz. 997 .	3	Theil rechts .	162
Quotient .	946	Rest	0

Divisor	9989	Ergänz. 9989 . .	11
Dividendus	98521507	Ergänz. 9863 .	137
	9852.1507	Product . . .	1507
Ergänz. 9989	11	Theil rechts .	1507
Quotient .	9863	Rest	0

Divisor	9	Ergänz. 9	1
Dividendus . .	853767	Ergänz. 95376 .	4624
	85376.7	Product	4624
Ergänz. 9 . .	1	Theil rchts . .	— 7
Vorl. Quotient	95376		4617
	— 513	9 × 513. . . .	4617
Bericht. Quot. .	94863	Divisionsrest	0

Divisor 994	Ergänz. 994 6
Dividendus . . 480102	Ergänz. 486 . . . 514
480.102	Product 3084
Ergänz. 994 . . . 6	Theil rechts . . . 102
Vorl. Quotient 486	2982
— 3	994 × 3 2982
Bericht. Quot. . 483	Rest 0

Divisor 989	Ergänz. 989 11
Dividendus . . 532845	Ergänz. 543 . . . 457
532.845	Product 5027
Ergänz. 989 . . 11	Theil rechts . . — 845
Vorl. Quot. . . 543	4182
— 5	989 × 5 4945
Bericht. Quot. 538	Divisionsrest . . . 763

Divisor 89	Ergänz. 89 11
Dividendus . . . 87843	Ergänz. 988 12
878.43	Product 132
Ergänz. 89 . . . 11	Theil rechts . . . — 43
Vorl. Quot. . . . 988	89
— 1	89 × 1 89
Bericht. Quot. . 987	Divisionsrest 0

Divisor 999	Ergänz. 999 1
Dividendus . . 878569734	Ergänz. 879569 . 120431
878569.734	Product 120431
Ergänz. 999 . . 1	Theil rechts . . — 734
Vorl. Quot. . 879569	119697
— 120	999 × 120 . . . 119880
Bericht. Quot. 879449	Divisionsrest 183

Divisor 988	Ergänz. 988 12
Dividendus . . 845326	Ergänz. 857 143
845.326	Product 1716
Ergänz. 988 . 12	Theil rechts . — 326
Vorl. Quot. . . 857	1390
— 2	988 × 2 1976
Bericht. Quot. 855	Divisionsrest 586

Divisor 993
Dividendus . . 883163
. . . . . . 883.163
Ergänz. 993 . . . 7
Vorl. Quot. . . 890
— 1
Bericht. Quot. . 889

Ergänz. 993 7
Ergänz. 890 110
Product 770
Theil rechts . . — 163
607
993 × 1 993
Divisionsrest . . . 386

Divisor 8
Dividendus 776
. . . . . 77.6
Ergänz. 8 2
Quotient 97

Ergänz. 8 2
Ergänz. 97 3
Product 6
Theil rechts 6
Divisionsrest 0

Divisor 89
Dividendus. . . . 623
6.23
Ergänz. 89 . . . . 1.1
7.33
Quotient 7

Ergänz. 89 11
Ergänz. 7 3
Product 33
Theil rechts 33
Divisionsrest 0

Divisor 897
Dividendus . . . 79833
79.833
Ergänz. 897 . . 10.3
90.133
1
Bericht. Quot. . 89

Ergänz. 897 103
Ergänz. 90 10
Product 1030
Theil rechts . — 133
897
897 × 1 897
Divisionsrest 0

Divisor 991
Dividendus . . . 63876
63.876
Ergänz. 991 9
64.776
Quotient 64

Ergänz. 991 9
Ergänz. 64 36
Product 324
Theil rechts 776
Divisionsrest 452

Divisor	9	Ergänz. 9	1
Dividendus	8765	Ergänz. 976	24
	876·5	Product	24
Ergänz. 9	1	Theil rechts	— 5
Vorl. Quot.	976		19
	— 3	9 × 3	27
Bericht. Quot.	973	Divisionsrest	8

Divisor	9	Ergänz. 9	1
Dividendus	89987	Ergänz. 9998	2
	8998·7	Product	2
Ergänz. 9	1	Theil rechts	7
Quotient	9998	Divisionsrest	5

Divisor	9	Ergänz. 9	1
Dividendus	89927	Ergänz. 9992	8
	8992·7	Product	8
Ergänz. 9	1	Theil rechts	— 7
Vorl. Quot.	9992		1
	— 1	9 × 1	9
Bericht. Quot.	9991	Divisionsrest	8

Division, wenn der Divisor etwas gröſser als eine Rangzahl ist.

Das Verfahren ist dem obigen ähnlich, nur daſs, wo man dort die Ergänzung subtrahirt, man hier den Ueberschuſs addirt, und umgekehrt.

Divisor	109	Ueberschuſs 109	9
Dividendus	11663	Ueberschuſs 107	7
	116·63	Product	63
Uebersch. 109	— 9	Theil rechts	63
Quotient	107	Divisionsrest	0

Divisor	1124	Uebersch. 1124	124
Dividendus	1132992	Uebersch. 1008	8
	1132·992	Product	992
Uebersch. 1124	124	Theil rechts	992
Quotient	1008	Divisionsrest	0

Divisor	1157	Uebersch. 1157 . .	157
Dividendus . .	1169219	Uebersch. 1012 . . .	12
	1169.219	Product	1884
Uebersch. 1157	157	Theil rechts .	— 219
Vorl. Quot. . .	1012		1665
	— 2	1157 × 2	2314
Bericht. Quot.	1010		649

Divisor	109	Uebersch. 109 . . .	9
Dividendus . .	119647	Uebersch. 1106 . .	106
	1196.47	Product	954
Uebersch. 109 .	9	Theil rechts . .	— 47
Vorl. Quot. .	1106		907
	— 9	109 × 9	981
Bericht. Quot.	1097	Divisionsrest . . .	74

Divisor	108	Uebersch. 108 . . .	8
Dividendus . .	10044	Ergänz. 92 . . .	— 8
	100.44		64
Uebersch. 108	— 8	Theil rechts . .	+ 44
Vollst. Quot. . .	92		108
	+ 1	108 × 1	108
Bericht. Quot. .	93	Divisionsrest	0

Divisor	112	Uebersch. 112 . . .	12
Dividendus . .	14789	Uebersch. 135 . . .	35
	147.89	Product	420
Uebersch. 112 .	12	Theil rechts . .	— 89
Vorl. Quot. . .	135		331
	— 3	112 × 3	336
Bericht. Quot. .	132	Divisionsrest	5

Zerlegung des Divisors in bequeme Theile.

Es ereignet sich öfters, dafs der Divisor eine Zahl ist, welche wenig von einer andern, mit welcher die Division leicht von statten geht, unterschieden ist, wo man überdies den Rest nicht berücksichtigt, sondern nur den Quotienten bis zu einer gewissen Grenze haben will. Alsdann zerfällt man den Divisor in diese beiden Theile und drückt den zweiten Theil als einen Bruch des ersten Theils aus. Man dividirt nun den Dividendus mit dem ersten Theil, so erhält man den Haupttheil des Quotienten. Diesen multiplicirt man mit dem obigen Bruch, so erhält man die erste Ergänzung; diese multiplicirt man mit dem nämlichen Bruch, so ergiebt sich die zweite Ergänzung u. s. f. Man addirt alle Ergänzungen zum Hauptheil des Quotienten, wenn der Divisor in eine Differenz zerfällt wurde. Wenn aber der Divisor in eine Summe zerfällt wurde, so zieht man die erste Ergänzung ab, die zweite addirt man, die dritte zieht man wieder ab, und so abwechselnd weiter. Z. B. In der russischen Münzrechnung kommt sehr oft die Division mit 405 vor, da ein Rub. Sr. 405 Dolei fein Silber enthält. Hier ist 405 gleich 400 + 5, aber 5 ist gleich $1/_{80}$ von 400. Soll nun 538746 Dolei fein Silber durch 405 dividirt werden, so hat man folgende Rechnung:

405	538746
400	
Hauptttheil des Quot.	1346,865
1ste Ergänz. $\frac{1}{80}$ v. vorig.	— 16,836
	1330,029
2te Ergänz. $\frac{1}{80}$ v. d. vor.	+ 0,210
	1330,239
3te Ergänz. $\frac{1}{80}$ v. d. vor. . .	— 2
	1330,237 oder 1330 Rub. 24 Kop. S.

Dieselbe Zahl mit 395 = 400 — 5 dividirt, giebt:

395	538746
400	
	1346,865
	16,836
	0,210
	2
	1363,913

Ferner kommt die Division mit 27 vor, da ein Rubel Gold 27 Dolei fein Gold enthält. Hier ist 27 = 30 — 3, und 3 ist $1/_{10}$ von 30. Sollen nun 538746 Dolei fein Gold auf Rubel Gold gebracht werden, so ist die Rechnung:

27	538746 Dolei fein Gold.
$\frac{1}{30}$	17958,2
$\frac{1}{10}$ v. vor. .	1795,82
$\frac{1}{10}$ v. vor. .	179,582
	17,958
	1,796
	179
	18
	19953,55 Rubel Gold.

Division bei Decimalzahlen.

Hat der Divisor eben so viele Decimalstellen als der Dividendus, so löscht man in beiden das Decimalzeichen weg, und dividirt dann.

Wenn der Divisor mehrere Decimalstellen bei sich hat, der Dividendus aber keine oder weniger Decimalstellen als der Divisor, so setzt man dem Dividendus so viel Nullen rechts an, bis er eine gleiche Anzahl Stellen wie der Divisor hat, und läſst dann in beiden die Decimalzeichen weg. Hat aber der Dividendus mehr Decimalstellen als der Divisor, so rückt man sein Decimalzeichen so viel Stellen weiter rechts, als der Divisor hat, und läſst dann das Decimalzeichen im Divisor weg.

Divisor 32,75	3275	
Divid. 88,17	8817	2,6 .. Quotient.
	6550	
	22670	
	19650	

Divisor 32,75	3275	
Divid. 158	15800	4,8 . . . Quotient.
	13100	
	27000	
	26200	

Divisor 32,75	3275	
Divid. 358,3	35830	10,9 . . . Quotient.
	2275	
	30800	
	29475	

Divisor 32,75	3275	
Divid. 56,3307	5633,07	1,72 .. Quotient.
	3275	
	23580	
	22925	
	6557	
	6550	

Division mit einer vielfachen Rangzahl.

Man läſst alle Nullen weg und rückt im Dividendus das Decimalzeichen um so viel Stellen weiter links.

Divisor 32000	32	
Divid. 285526	285,526	8,92 .. Quotient.
	256	
	295	
	288	
	72	

Division eines Decimalbruchs mit einer ganzen Zahl.

Man setzt jede Zifer des Quotienten in diejenige Decimalstelle, welche der Decimalstelle des Dividendus, unter welche man das Product der Einer des Quotienten setzt, entspricht.

```
Divisor 859 | 0,000004408 . . Quotient.
Dividendus    0,003786542
                  3436
                  ----
                   3505
                   3436
                   ----
                     6942
                     6872
                     ----
```

Verwandlung eines Quotienten in einen Decimalbruch.

Will man bei der Division einer kleinern Zahl durch eine gröſsere ganze Zahl den Quotienten in Decimalstellen berechnen, so macht man, wenn der Dividendus keine Decimalstellen hat, rechts von den Einern desselben das Decimalzeichen, und setzt nun eine hinreichende Anzahl Nullen an. Hat der Dividendus ohnehin schon Decimalstellen, so setzt man denselben, wenn es nöthig ist, rechts noch Nullen an. In beiden Fällen befolgt man in Rücksicht der Decimalstellen des Quotienten die obige Regel.

```
Divisor 859 | 0,00349 . . . Quotient.
Dividend. 3 | 3,00000
            | 2577
            ------
              4230
              3436
              ----
               7940

Divisor 86  | 0,038 . . . Quotient.
Divid. 3,27 | 3,270 . .
            | 258
            -----
              690
              688
              ---
```

Wenn im Dividendus ein periodischer Decimalbruch ist.

Statt rechts Nullen anzusetzen, muſs man diejenigen Zahlen ansetzen, welche die Periode des Decimalbruchs bilden.

```
Divisor 86    | 0,0426 . . . Quotient.
Divid.  3 2/3 | 3,6666 . . .
              | 344
              -----
                226
                172
                ---
                 546
                 516
                 ---
```

Wenn im Divisor eine grade Decimalstelle vorkommt.

Hat der Divisor 2, 4, 6 oder 8 Zehntel bei sich, so verwandelt man ihn durch Multiplication mit 5 in eine ganze Zahl ohne Decimalbruch. Dann muſs auch der Dividendus mit 5 multiplicirt werden.

```
Divisor 8,4 | 42 . . . 0,357 . . . Quotient.
Divid.  3   | 15       15,00
                        126
                       -----
                        240
                        210
                       -----
```

Wenn im Divisor ein periodischer Decimalbruch vorkommt.

Hat der Divisor einen periodischen Decimalbruch bei sich, wo die 3 oder 6 immer wiederkehrt, so schafft man ihn durch Multiplication mit 3 weg. Kehrt eine andere Zifer wieder, z. B. 2, 4, 5, 7, 8, . . . so multiplicirt man mit 9. Kehrt die 9 immer wieder, so setzt man statt dieses periodischen Decimalbruchs ein Ganzes.

```
Divisor 4,333 . . . | 13 . . . 3,46 . . . Quotient.
Divid.  15          | 45       45
                               39
                              ----
                               60
                               52
                              ----
                               80

Divisor 5,666 . . . | 17 . . . 0,352 . . . Quotient.
Divid.  2           | 6        6,0
                                51
                               ----
                                90
                                85
                               ----
                                 5

Divisor 3,777 . . . | 34 . . . 2,11 . . . Quotient.
Divid.  8           | 72       72
                               68
                              ----
                               40
                               34
                              ----
                               60
```

Statt 3,999 . . . setzt man 4
Statt 5,999 . . . setzt man 6
Statt 0,1999 . . setzt man 0,2 u. s. f.

Kehrt in dem Decimalbruch eine Periode von 2, 3, oder mehr Stellen wieder, so schafft man ihn durch Multiplication mit 99,999 u. s. w. weg. Das Resultat ergiebt sich ganz einfach dadurch, dafs man den nichtperiodischen Theil und die erste Periode als eine ganze Zahl ansieht, und hiervon den nichtperiodischen Theil abzicht. Z. B.

3,5656 . . . giebt 356
— 3
also 3,565656 . . . mal 99 gleich 353

2,875875 . . . giebt 2875
— 2
also 2,875875875 . . . mal 999 gleich 2873

Kürzer ist es jedoch, einen solchen periodischen Decimalbruch im Divisor beizubehalten; auch eben so genau, wofern man nur die bei der Multiplication periodischer Decimalbrüche gegebenen Regeln befolgt.

Quotient 0,004034
Divisor 8,427427 . . .
Divid. 0,034
33709709 . . .
29029029 . . .
25282282 . . .
37467467
33709709
3757757

Abgekürzte Division mit einer Decimalzahl.

Wenn der Divisor viele Decimalstellen enthält, der Quotient aber nur auf eine bestimmte Anzahl von Decimalstellen berechnet werden soll, so kann man die verkürzte Division anwenden, wo man bei jeder neuen Multiplication mit einer höhern Stelle des Divisors anfängt. Z. B.

Wie viel französische Liter enthält ein russisches Tschetwert? In englischen Cubiczoll ausgedrückt ist

Der Divisor, 1 Liter, 61,0270515.
Der Divid., 1 Tschetw., 12800
1220541030 | 209,743
59458970
54924346
4534624
4271893
262731
244108
18623
18308

Das russische Tschetwert enthält also 209,743 französische Liter.

Division benannter Zahlen.

Wenn eine in benannten Zahlen ausgedrückte Grösse dividirt werden soll, so kann man entweder alles auf die kleinste Benennung bringen, und dann die Division machen, worauf man den Quotienten wieder auf die grössern Benennungen zu bringen hat; oder man kann auch zuerst die Zahl der grössten Benennung dividiren, den Rest zur nächst kleinern Benennung hinzufügen, dann diese Summe dividiren u. s. f. Z. B.

Was ist der 17te Theil des Kreisumfangs in Graden, Minuten, Secunden?

$360^\circ\ 0'\ 0''$
$21600'$
$17 | 1296000'' | 76235\frac{5}{17}$ Sec.
119
106
102
40
34
60
51
90
85
5

$1270'\ 35\frac{5}{17}''$
$21^\circ\ 10'\ 35\frac{5}{17}''$

Andere Art.

$17 | 360^\circ\ 0'\ 0''$
34
20
17
3
60
$180'$

$17 | 180'$
17
10
60
$600''$

$17 | 600''$
51
90
85
5

$21^\circ\ 10'\ 35\frac{5}{17}''$

21 Pud 38 Pfund 87 Solotnik 12löthiges Silber haben den Werth von 15000 Silberrubeln, das legirte Kupfer nicht gerechnet. wie viel solches Silber kann man für 1000 Silberrubel kaufen oder wie viel wiegen 1000 Silberrubel der Kaiserin Katharina II.?

15 | 21 Pud | 1 Pud.
15
6 Pud.
40) 240 Pfund.
38 „
278 „

15 | 278 Pf. | 18
128
8 Pf.
96) 768 Sol.
87 „
855 „

15 | 855 | 57
105
105

Facit 1 Pud 18 Pfund 57 Solotnik.

Division auf dem Rechenbret.

Man schreibt durch Kugeln den Dividendus auf die untern Drähte, den Quotienten auf die obern Drähte, den Divisor behält man im Sinn. Man multiplicirt nun mit der höchsten Stelle des Quotienten die höchste Stelle des Divisors, dann die nächst niedrigere, u. s. w., und zieht die jedesmaligen Producte ab. Eben so verfährt man mit den folgenden Stellen des Quotienten.

1 Pud 18 Pfund kostet 39,70 R. B., was kostet 1 Pfund? Hier ist der Divisor, den man im Sinn behält, 58 Pfund, der Dividendus, den man hinschreibt, 3970 Kop. Die Rechnung ist:

3970 | 68,4
6 mal 5 ist 30, bleibt 970
6 mal 8 ist 48, bleibt 490
8 mal 5 ist 40, bleibt 90
8 mal 8 ist 64, bleibt 260
4 mal 5 ist 20, bleibt 60
4 mal 8 ist 32, bleibt 28

Ein Pfund kostet also 68,4 Kop.

Der Silbercours ist 27,75, was ist der Bancocours?

1000000 | 360,36
3 mal 2 ist 6, bleibt 4000
3 mal 7 ist 21, bleibt 1900
3 mal 7 ist 21, bleibt 1690
3 mal 5 ist 15, bleibt 16750
6 mal 2 ist 12, bleibt 4750
6 mal 7 ist 42, bleibt 550
6 mal 7 ist 42, bleibt 130
6 mal 5 ist 30, bleibt 10000

Nun kehrt die vorige Rechnung wieder. Für 100 Rubel Silber erhält man also 360,36 Rubel Banco.

46535 mit 13 zu dividiren.

46535 | 3579
3 mal 1 ist 3, bleibt 16535
3 mal 3 ist 9, bleibt 7535
5 mal 1 ist 5, bleibt 2535
5 mal 3 ist 15, bleibt 1035
7 mal 1 ist 7, bleibt 335
7 mal 3 ist 21, bleibt 125
9 mal 1 ist 9, bleibt 35
9 mal 3 ist 27, bleibt 8

Der Quotient ist also 3597, und der Rest 8.

Einige Eigenschaften der ganzen Zahlen.

Kennzeichen der graden und ungraden Zahlen.

Eine ganze Zahl ist grade, d. h. sie läſst sich mit 2 ohne Rest theilen, wenn sich ihre Endzifer mit 2 ohne Rest theilen läſst, d. h. 0, 2, 4, 6, 8 ist. Z. B. 24,38.

Eine ganze Zahl ist ungrade, d. h. sie giebt mit 2 getheilt einen Rest, wenn ihre Endzifer ungrade, also 1, 3, 5, 7, 9 ist. Z. B. 79,85.

Theilbarkeit einer Zahl durch 5, 25, 125 u. s. f., oder durch 2, 4, 8 u. s. f.

Jede ganze Zahl, deren niedrigste Stelle 0 oder 5 ist, läſst sich mit 5 theilen, z. B. 15, 20 u. s. f. Alle übrigen lassen sich nicht durch 5 theilen.

Die Theilbarbeit einer ganzen Zahl durch 2 oder 5 hat also ein gemeinschaftliches Kennzeichen, nämlich, daſs sich die niedrigste Stelle durch 2 oder 5 theilen lassen muſs. Dieses beruht darauf, daſs 2 mal 5 zum Product 10 giebt.

Aus gleichem Grunde hat die Theilbarkeit durch 4 und 25 ein gemeinschaftliches Kennzeichen, nämlich daſs sich die aus den beiden niedrigsten Zifern bestehende Zahl durch 4 oder 25 theilen lassen muſs, also:

Durch 4, wenn die Endzifern 00, 04, 08, 12, 16, 20, 24, 28 ... sind.
Durch 25, wenn die Endzifern 00, 25, 50, 75 sind.

Eben so ist eine ganze Zahl durch 8 oder 125 theilbar, wenn die aus den drei Endzifern bestehende Zahl durch 8 oder 125 theilbar ist. Den Rest einer gröſsern durch 2 oder 5, 4 oder 25, 8 oder 125 zu theilenden Zahl erkennt man bloſs aus dem Rest, den im ersten Fall die Endzifer, im zweiten die beiden, im dritten die drei Endzifern geben u. s. f.

Primzahlen oder Stammzahlen.

Primzahlen sind solche ganze Zahlen, welche sich durch keine andern als durch sich selbst und durch 1 theilen lassen. Alle übrigen ganzen Zahlen sind theilbare Zahlen und entstehen aus der Multiplication von zwei oder mehreren gleichen oder ungleichen Primzahlen. Die ersten Primzahlen der Ordnung nach sind 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 u. s. f. Die Untersuchung der Eigenschaften der Primzahlen macht einen Gegenstand der höhern Arithmetik aus. Bis jetzt sind noch keine allgemeinen Kennzeichen aufgefunden worden, wodurch man mit Sicherheit bestimmen könnte, ob eine vorgegebene gröſsere Zahl eine Primzahl oder eine theilbare Zahl sey, sondern man muſs dieses durch unmittelbare Division mit kleinern Primzahlen entscheiden, wenn man nicht Tafeln oder Verzeichnisse von Primzahlen zur Hand hat. Vega hat bis 102000 sowohl die Primzahlen als auch die Factoren der theilbaren Zahlen, von 102000 bis 400000 die Primzahlen allein, berechnet. Chernac hat 1811 die Primzahlen bis 1'020000, und Burkhardt bis zur 3ten Million berechnet.

Theilbarkeit durch 3 und 9.

Eine Rangzahl mit 3 oder 9 dividirt giebt immer den Rest 1. Wenn also die Summe der Zifern einer Zahl durch 3 oder 9 theilbar ist, so ist die Zahl selbst auch durch 3 oder 9 theilbar. Giebt die Summe der Zifern durch 3 oder 9 einen Rest, so giebt die Zahl selbst den nämlichen Rest. Hierauf beruht die Dreiprobe und Neunerprobe: 27855, Summe der Zifern 27, geht auf mit 3 und 9. 26855, Summe der Zifern 26, also Rest mit 3 . . . 2, Rest mit 9 . . . 8.

Am kürzesten verfährt man bei dieser Addition, wenn man 3 oder 9 so oft wegläſst als es angeht. Z. B. 36745; hier sagt man 3 und 6 giebt 9, geht weg, 4 und 5 giebt 9, geht weg; also bleibt 7 als Divisionsrest durch 9.

Eine Zahl, die durch 3 oder 9 theilbar ist, bleibt es, wie man auch ihre Zifern vertauschen mag. Z. B. 765 ist durch 9 theilbar, also auch 567, 675 u. s. f.

Wenn zwei Zahlen aus den nämlichen Zifern, aber in beliebiger Versetzung bestehen, so ist ihr Unterschied durch 9 theilbar. Z. B. 35608 und 30856. Der Unterschied 4752 ist durch 9 theilbar.

Theilbarkeit durch 6.

Den Divisionsrest einer Zahl durch 6 erfährt man, wenn man alle höhere Zifern, mit Ausnahme der Endzifer, addirt, davon 6 so oft wegläſst als es angeht, die nachbleibende Zahl doppelt nimmt, hiervon wieder 6 so oft als es angeht wegläſst, was nachbleibt von der Endzifer abzieht, zu welcher man nöthigenfalls noch 6 addirt.

Z. B. 385679. — Die Zifern 3, 8, 5, 6, 7, addirt, geben 29, läſst man 24 weg, bleibt 5. Nimmt man diese Zahl doppelt, kommt 10, läſst man 6 weg, bleibt 4, zieht man 4 von der Endzifer 9 ab, bleibt 5 als Divisionsrest von 385679.

Eine jede Zahl, die durch 6 theilbar ist, bleibt es, wie man auch die Zifern, mit Ausnahme der Endzifer, vertauschen mag. Z. B. 385674 ist durch 6 theilbar, also 837654, 765384, u. s. f.

Theilbarkeit einer Zahl durch einen gegebenen Divisor.

Um die Regeln für die Theilbarkeit in Bezug auf einen gegebenen Divisor zu finden, verfährt man folgender Maaſsen. Man sucht die Reste, welche die Rangzahlen durch diesen Divisor geben. Mit diesen Resten multiplicirt man die Stellen des Dividendus, von der Endzifer angefangen, und addirt die Producte. Man kann auch mit den Ergänzungen der Reste zum Divisor multipliciren, und diese Producte abziehen.

Theilbarkeit durch 11 oder 99.

	. . . 1000	100	10	1
Reste durch 11 oder 99	 10	1	10	1
Ergänzung gegen 11	 1		1	

Um also die Theilbarkeit oder den Rest einer Zahl durch 11 oder 99 zu finden, theilt man sie in Klassen von 2 Stellen von der Rechten zur Linken ab, addirt diese Classen, verfährt mit den Summen ebenso, bis man zuletzt auf eine zweistellige Zahl kommt. Z. B.

$$
\begin{array}{lr}
 & 7 \\
73856782054 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . & 38 \\
 & 56 \\
 & 78 \\
 & 20 \\
 & 54 \\
\hline
 & 253 \\
 & 2 \\
\hline
 & 55
\end{array}
$$

Die obige Zahl durch 11 oder 99 dividirt, giebt also denselben Rest als 55, d. h. sie ist durch 11 theilbar, durch 99 aber giebt sie den Rest 55. Aus den obigen Ergänzungen findet sich für 11 noch folgende einfachere Regel. Man addirt, von der Endzifer an gerechnet, die ungraden Stellen für sich, und die graden Stellen für sich, wobei man 11, so oft es angeht, weglassen kann. Die zweite Summe zieht man von der ersten ab, so erhält man den Rest. In dem vorigen Beispiel ist die Summe der ungraden Stellen 33 oder 0,
Summe der graden Stellen . . . . 22 oder 0,
also die Zahl mit 11 theilbar.

Hieraus folgt die Theilbarkeit einer zweistelligen Zahl durch 11, wenn beide Zifern gleich sind; 22, 33, u. s. f.; einer dreistelligen, wenn die Summe der äufsern Zifern der mittleren Zifer gleich, oder um 11 gröfser ist; 352, 429 u. s. f.

Wenn die beiden äufsern Zifern einer Zahl einander gleich sind, und sich zwischen ihnen 2, 4, 6., .8... Nullen befinden, so ist diese Zahl durch 11 theilbar. Z. B. 4004, 800008 u. s. f.

Wenn zwei Zahlen, die eine grade Anzahl Zifern in umgekehrter Ordnung haben, addirt werden, so ist die Summe durch 11 theilbar. Z. B. 5487 und 7845, geben die Summe 13332, welche durch 11 theilbar ist.

Wenn bei zwei Zahlen, die eine ungrade Anzahl Stellen in umgekehrter Ordnung haben, die kleinere von der gröfseren subtrahirt wird, so ist der Rest durch 99 theilbar. Z. B. 54687 von 78645 bleibt 23958, welches durch 99 theilbar ist.

Theilbarkeit, wenn der Divisor aus mehrern 1 oder 9 besteht.

Man theilt die Zahl, deren Theilbarkeit durch solche Divisoren untersucht werden soll, von der Endzifer an gerechnet, in Classen, zu so viel Stellen als der Divisor Stellen hat, und addirt die Classen. Mit der Summe verfährt man ebenso und bringt dadurch die Untersuchung auf eine Zahl von so viel Stellen als der Divisor hat. Dadurch erhält man nun ein leichteres Mittel, die Theilbarkeit einer Zahl durch eine andere, die zu den Factoren von 111, 1111 u. s. f. gehört, zu erkennen. Es ist nämlich:

111 das Product von 3, 37
1111 . . . . 11, 101
11111 . . . . 41, 271
111111 . . . . 3, 7, 11, 13, 37.

Folglich erhält man hierdurch die Kennzeichen der Theilbarkeit einer Zahl durch 7, 13, 37, 41, 101, 271 u. s. f. Z. B.

Welchen Rest giebt 35892100579 durch 7?
Man addirt 35892

$$7)\ \frac{136471}{\text{Rest } 6}$$

Welchen Rest giebt 35892100579 durch 41?
Man addirt 58921
und 3

$$41)\ \frac{59503}{\text{Rest } 12}$$

Theilbarkeit einer Zahl durch 101, 1001, 10001 u. s. f.

Man theilt die Zahl von der Rechten zur Linken in Classen, deren jede eine Stelle weniger hat, als der Divisor, also 2 Stellen bei 101, 3 Stellen bei 1001, u. s. w., zieht die Summe der graden Classen von der Summe der ungraden ab, welche man nöthigenfalls um ein Vielfaches des Divisors vergröſsert. Z. B. die Reste von 356789723856 durch 101 und 1001 zu finden:

38	56	723	856
89	72	356	789
35	67	1079	1645
162	195		1079
	162	Durch 1001 : Rest 566	

Durch 101 : Rest 33

Oder man zieht jede Zifer, von der höchsten an gerechnet, bei 101 von der zweitfolgenden, bei 1001 von der drittfolgenden, u. s. f. ab.

356789723856	3 von 6 bleibt 3
3257152333	5 von 7 bleibt 2
Durch 101 : Rest 33	3 von 8 bleibt 5
	2 von 9 bleibt 7
356789723856	u. s. f.
433290566	
Durch 1001 : Rest 566	

Theilbarkeit durch 7, 13, u. s. w.

Da sich aus den Factoren 7, 11, 13, das Product 1001 bildet, folglich 1001 durch 7, 11, 13, 77, 91, 141, theilbar ist, so braucht man nur, um die Theilbarkeit einer Zahl durch einen der obengenannten Divisoren zu erfahren, auf die obige Art den Rest der Zahl durch 1001 zu bestimmen. Dieser Rest wird nicht mehr als drei Stellen haben, und kann nun leicht weiter untersucht werden. Z. B.

356789723856 giebt durch 1001 den Rest 566, also

durch	7	den Rest	6
„	11	„ „	5
„	13	„ „	7
„	77	„ „	27
„	91	„ „	20
„	141	„ „	2

98864197619187	619	187
	864	197
		98
	1483	482
	1001	
Summe der graden Classen . .	482	
Summe der ungraden Classen	482	
Durch 1001 : Rest	0	

Die Zahl 98864197619187 ist also durch 7, 11, 13, 77, 91, 141, theilbar.

125813 . . . . Summe der ungraden 813
Summe der graden . 125

7) 688

125813 giebt durch 7 den Rest 2

Wenn eine Zahl auf diese Weise auf eine andere von nicht mehr als drei Stellen gebracht ist, und in Bezug auf die Theilbarkeit durch 7 geprüft werden soll, so kann man auch, da die Reste von 1, 10, 100, durch 7 : 1, 3, 2, sind, die Endzifer mit 1, die zweite mit 3, die dritte mit 2 multipliciren, und die Producte addiren. Der Rest, den diese Summe durch 7 giebt, ist eben so grofs als der Rest der vorangebenen Zahl. Z. B. 895.

1 mal 5 ist 5
3 mal 9 oder 2 ist 6
2 mal 8 oder 1 ist 2

13
7

895 hat durch 7 den Rest 6

Es giebt noch eine andere Art, die Theilbarkeit einer Zahl durch 7 zu erkennen, welche darauf beruht, dafs die Ergänzung von 7 zu 10 3 ist. Man multiplicirt die Anfangszifer mit 3, und addirt die nächst niedrigere hinzu. Diese Summe multiplicirt man wieder mit drei und addirt die nächst niedrigere hinzu u. s. w. Es versteht sich, dafs man 7 so oft wegläfst, als es angeht.

Z. B. die Zahl 543 ist 540 und 3. Untersucht man 54, nämlich 50 und 4, so ist 10 gleich 7 und 3, also der Rest von 50 so grofs als der Rest von 5 mal 3, mithin der Rest von 54 gleich dem Rest von 5 mal 3, plus 4, also gleich 5. Folglich den Rest von 543 gleich dem Rest von 53 u. s. w.

125813. Hier heifst es: 3 mal 1, und 2, giebt 5
3 mal 5, und 5, ist 20, 14 ab . . . 6
3 mal 6, und 8, ist 26, 21 ab . . . 5
3 mal 5, und 1, ist 16, 14 ab . . . 2
3 mal 2, und 3, ist 9, 7 ab . . . 2

Der letzte Rest 2 ist der Rest von 125813 durch 7.

90005. Hier hat man nach der Reihe 27 oder 6, 18 oder 4, 12 oder 5, 20 oder 6, als letzten Rest.

Theilbarkeit einer Zahl durch 13, 17, 19.

Da diese Divisoren um 3, 7, 9, gröfser als 10 sind, so multiplicirt man die Anfangszifer der zu untersuchenden Zahl mit 3, 7, oder 9, zieht das Product vom nächstgröfsern Vielfachen 13, 17, oder 19 ab, addirt die folgende Zifer hinzu, u. s. w. Z. B.

493259. Den Rest durch 13 zu finden:

3 mal 4 ist 12, 12 von 13 ist 1, 1 und 9 ist . . . 10
3 mal 10 ist 30, 30 von 39 ist 9, 9 und 3 ist . . . 12
3 mal 12 ist 36, 36 von 39 ist 3, 3 und 2 ist 5
3 mal 5 ist 15, 13 und 5 ist 18, 15 von 18 ist . . . 3
3 mal 3 ist 9, 9 von 9 ist 0

Also ist die Zahl 493259 durch 13 theilbar.

Die Lehre von den Brüchen.

Jeder Bruch kann als eine nicht ausgeführte Division angesehen werden. In dieser Form wird der Divisor unter den Dividendus geschrieben und durch einen Strich getrennt. Z. B. 7 dividirt mit 4, heiſst $^7/_4$, 3 dividirt mit 8, heiſst $^3/_8$ u. s. f. Der Dividendus wird hier der Zähler und der Divisor der Nenner genannt. Wenn der Divisor oder Nenner gröſser als der Dividendus oder Zähler ist, so kann die Division überhaupt nur angezeigt werden; ein solcher Bruch heiſst ein ächter, wie $^3/_4$, $^5/_6$, u. s. f. Ist aber der Zähler gröſser als der Nenner, so kann die Division ausgeführt werden, und der unächte Bruch wird dann eine gemischte Zahl, die aus einer ganzen Zahl und einem ächten Bruch besteht, Z. B. $^{11}/_4$ ist so viel als $2^3/_4$.

Eine gemischte Zahl einzurichten.

Eine gemischte Zahl wird auf einen unächten Bruch gebracht, wenn man die ganze Zahl mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt, hierzu den Zähler addirt und diese Summe zum Zähler des unächten Bruchs macht. Der Nenner bleibt derselbe. Z. B. $3^5/_7$ ist so viel als $^{26}/_7$.

Reduction eines Bruchs.

Der Werth eines Bruchs bleibt unverändert, wenn man den Zähler und Nenner des Bruchs mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt. Dieses beruht darauf, daſs auch bei einer Division der Quotient unverändert bleibt, wenn man den Dividendus und Divisor mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt. Die Division des Zählers und Nenners mit ihrem gemeinschaftlichen Theiler, heiſst den Bruch aufheben, oder reduciren, auch wohl, aber unrichtig, verkleinern. So ist $^1/_2$ eben so viel als $^2/_4$, $^3/_6$, $^4/_8$, $^5/_{10}$, u. s. f., und $^2/_3$ so viel als $^4/_6$.

Addition und Subtraction der Brüche von gleichem Nenner.

In diesem Falle addirt oder subtrahirt man bloſs die Zähler der Brüche, und schreibt unter die Summe oder den Unterschied den gemeinschaftlichen Nenner.

$$\tfrac{4}{7},\ \tfrac{5}{7},\ \tfrac{2}{7},\ \text{machen } \tfrac{11}{7} \text{ oder } 1\tfrac{4}{7}.$$
$$\tfrac{5}{16} \text{ von } \tfrac{7}{16} \text{ bleiben } \tfrac{2}{16} \text{ oder } \tfrac{1}{8}.$$

Bestimmung des Generalnenners für zwei Brüche.

Wenn Brüche von ungleichen Nennern addirt oder subtrahirt werden sollen, so müssen sie auf gleichen Nenner gebracht werden, welcher der Generalnenner heiſst. Hierbei können mehrere Fälle vorkommen.

Geht ein Nenner in den andern auf, so ist dieser letztere der Generalnenner. Man dividirt den gröſsern Nenner mit dem kleinern Nenner, und mit diesem Quotienten multiplicirt man den Zähler und Nenner desjenigen Bruchs, welcher den kleinern Nenner hat.

$$\tfrac{3}{5},\ \tfrac{7}{75},\ \text{Generalnenner } 75, \text{ die Brüche sind } \tfrac{45}{75},\ \tfrac{7}{75}.$$

Haben zwei Nenner einen gemeinschaftlichen Theiler, so dividirt man jeden Nenner mit dem gröſsten gemeinschaftlichen Theiler, und multiplicirt mit jedem Quotienten den Zähler und Nenner des andern Bruchs. Der Generalnenner ist das Product beider Quotienten und des gröſsten gemeinschaftlichen Theilers.

$$\frac{5}{16},\quad \frac{7}{24},$$

Gröſster gemeinschaftlicher Theiler 8

Quotienten 2, 3

Generalnenner 48 . . . . $\frac{15}{48}$, $\frac{14}{48}$.

Haben zwei Nenner keinen gemeinschaftlichen Theiler, so ist ihr Product der Generalnenner. Jeder Bruch wird alsdann im Zähler und Nenner mit dem Nenner des andern Bruchs multiplicirt.

$$\frac{3}{4},\quad \frac{2}{5},$$

Generalnenner 20 . . . $\frac{15}{20}$, $\frac{8}{20}$.

Bestimmung des Generalnenners für mehrere Brüche.

Gehen alle Nenner in dem Nenner eines Bruchs auf, so ist dieser letztere der Generalnenner. Man dividirt ihn mit dem Nenner jedes Bruchs, und mit dem Quotienten multiplicirt man den Zähler und Nenner dieses Bruchs.

$$\frac{3}{4},\quad \frac{7}{8},\quad \frac{5}{6},\quad \frac{1}{12},\quad \frac{11}{24},$$

Generalnenner 24 . . . $\frac{18}{24}$, $\frac{21}{24}$, $\frac{20}{24}$, $\frac{2}{24}$, $\frac{11}{24}$.

Wenn einige Nenner einen gemeinschaftlichen Theiler haben, andere nicht, so verfährt man folgendermaſsen:

Man läſst diejenigen Nenner weg, die in einem der übrigen aufgehen. Von den übrigbleibenden dividirt man diejenigen, welche einen gemeinschaftlichen Theiler haben, mit demselben. Von den Quotienten läſst man wiederum diejenigen weg, die in einem derselben aufgehen, und die übrigen dividirt man mit ihrem gemeinschaftlichen Theiler. Damit fährt man so lange fort, bis man lauter Zahlen erhalten hat, die keinen gemeinschaftlichen Theiler mehr haben. Diese multiplicirt man mit einander und mit den Divisoren, das Product ist der Generalnenner. Diesen dividirt man mit dem Nenner jedes Bruchs, und mit dem Quotienten multiplicirt man den Zähler und Nenner dieses Bruchs.

$$\frac{5}{6},\quad \frac{7}{8},\quad \frac{4}{9},\quad \frac{7}{10},\quad \frac{11}{15},\quad \frac{13}{30},\quad \frac{17}{32}.$$

6 geht in 30, 8 in 32, 10 in 30, 15 in 30, auf, also läſst man 6, 8, 10, 15, weg.

	9,	30,	32
Divisor 3, . . .	3,	10,	32
Divisor 2, . . .	3,	5,	16

Das Product von 3, 2, 3, 5, 16, giebt den Generalnenner 1440. Nun ist die Reduction folgende:

Gegebener Nenner.	General-nenner.	Quotienten.	Gegebener Zähler.	Reducirter Zähler.
6	1440	240	5	1200
8	1440	180	7	1260
9	1440	160	4	640
10	1440	144	7	1008
15	1440	96	11	1056
30	1440	48	13	624
32	1440	45	17	765

Summe $\frac{6553}{1440} = 4\frac{793}{1440}$

Addition mehrerer Brüche durch einen beliebig gewählten Nenner.

Dieses thut man dann, wenn es erlaubt ist, etwas an Genauigkeit aufzuopfern, um eine leichtere Rechnung zu haben. Man wählt gewöhnlich die Nenner 8, 16, 32, oder 64. Mit diesem angenommenen Generalnenner multiplicirt man den Zähler jedes Bruchs, und dividirt das Product durch den Nenner des Bruchs. Wenn der Rest kleiner als der halbe Divisor, oder dem halben Divisor gleich ist, so behält man den Quotienten als reducirten Zähler bei. Ist der Rest gröſser als der halbe Divisor, so vergröſsert man den Quotienten um 1. Die hierdurch gebildeten Brüche heiſsen kaufmännische.

Gegebener Nenner.	Gegebener Zähler.	Gewählter Nenner.	Product.	Reducirter Zähler.
6	5	32	160	27
8	7	32	224	28
9	4	32	128	14
10	7	32	224	22
15	11	32	352	23
30	13	32	416	14
32	17	32	544	17

Summe $\frac{145}{32} = 4\frac{17}{32}$

Addition mehrerer Brüche durch den Nenner 100.

Hier ist die Reduction am bequemsten, weil man nur nöthig hat, an den Zähler zwei Nullen anzusetzen, und mit dem Nenner zu dividiren. Der Quotient ist der reducirte Zähler. Von der Summe derselben schneidet man zwei Decimalstellen rechts ab.

Gegebener Nenner.	Gegebener Zähler.	Multiplicirt mit 100.	Reducirter Zähler.
6	5	500	83
8	7	700	87
9	4	400	44
10	7	700	70
15	11	1100	73
30	13	1300	43
22	17	1700	53

Summe $\frac{453}{100} = 4{,}53$

Brüche zur Uebung im Addiren und Subtrahiren.

$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{12}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{17}{32}$
	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{5}{6}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{3}{32}$	$\frac{19}{32}$
			$\frac{3}{5}$		$\frac{3}{7}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{7}{20}$	$\frac{5}{32}$	$\frac{21}{32}$
			$\frac{4}{5}$		$\frac{4}{7}$	$\frac{7}{8}$	$\frac{5}{9}$	$\frac{9}{10}$	$\frac{11}{12}$	$\frac{7}{16}$	$\frac{9}{20}$	$\frac{7}{32}$	$\frac{23}{32}$
					$\frac{5}{7}$		$\frac{7}{9}$			$\frac{9}{16}$	$\frac{11}{20}$	$\frac{9}{32}$	$\frac{25}{32}$
					$\frac{6}{7}$		$\frac{8}{9}$			$\frac{11}{16}$	$\frac{13}{20}$	$\frac{11}{32}$	$\frac{27}{32}$
										$\frac{13}{16}$	$\frac{17}{20}$	$\frac{13}{32}$	$\frac{29}{32}$
										$\frac{15}{16}$	$\frac{19}{20}$	$\frac{15}{32}$	$\frac{31}{32}$

Uebungsfragen zur Reduction.

Man muſs sich die Fertigkeit verschaffen, Brüche im Kopfe schnell auf einen gegebenen Nenner zu bringen, und sich daher Fragen wie folgende vorlegen:

$\frac{1}{2}$ wie viel 4tel, 6tel, 24tel u. s. f.?

$\frac{2}{3}$ wie viel 6tel, 9tel, 12tel u. s. f.?

$\frac{5}{6}$ wie viel 12tel, 18tel, 24tel, 36tel u. s. f.?

Hierauf übt man sich, Brüche im Kopf zu addiren und zu subtrahiren, z. B. wie viel ist:

$\frac{1}{2}$ und $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$ und $\frac{3}{8}$ u. s. f.

indem man sagt:

$\frac{1}{2}$ ist $\frac{3}{6}$, $\frac{1}{3}$ ist $\frac{2}{6}$; Summe $\frac{5}{6}$.

$\frac{1}{3}$ ist $\frac{4}{12}$, $\frac{1}{4}$ ist $\frac{3}{12}$; Summe $\frac{7}{12}$.

$\frac{2}{3}$ ist $\frac{8}{12}$, $\frac{3}{4}$ ist $\frac{9}{12}$; Summe $1\frac{5}{12}$.

$\frac{5}{6}$ ist $\frac{20}{24}$, $\frac{3}{8}$ ist $\frac{9}{24}$; Summe $1\frac{5}{24}$.

Vergleichung der Brüche.

Die Gröſse zweier Brüche kann nur dadurch verglichen werden, daſs man sie auf gleiche Nenner bringt, dann verhalten sie sich wie ihre Zähler.

$\frac{2}{3}$ ist $\frac{8}{12}$; $\frac{3}{4}$ ist $\frac{9}{12}$; also verhält sich $\frac{2}{3}$ zu $\frac{3}{4}$ wie 8 zu 9, und $\frac{3}{4}$ ist um $\frac{1}{12}$ gröſser als $\frac{2}{3}$. —

$\frac{7}{8}$ ist $\frac{49}{56}$; $\frac{6}{7}$ ist $\frac{48}{56}$; also verhalten sie sich wie 49 zu 48, und $\frac{6}{7}$ ist um $\frac{1}{56}$ gröſser als $\frac{7}{8}$. —

Gemischte Zahlen zu addiren.

Man addirt die Brüche, und fügt die aus der Addition entspringende Zahl der Summe der übrigen ganzen Zahlen hinzu.

$3\frac{1}{2}$, $4\frac{2}{3}$, $6\frac{3}{4}$, macht $13\frac{23}{12}$ oder $14\frac{11}{12}$.

Gemischte Zahlen zu subtrahiren.

Man zieht den Bruch vom Bruch, und die ganze Zahl von der ganzen Zahl ab. Ist aber der Bruch des Subtrahendus gröſser als der Bruch des Minuendus, so borgt man bei der ganzen Zahl des Minuendus eine Einheit, verwandelt diese in einen Bruch von gleichem Nenner mit dem Bruch des Subtrahendus, zieht diesen letztern davon ab, und addirt zum Rest den Bruch des Minuendus.

Von 5 ziehe ab $3\frac{5}{6}$;

d. h. von $4\frac{6}{6}$ ziehe ab $3\frac{5}{6}$, bleibt $1\frac{1}{6}$.

Von $5\frac{1}{8}$ ziehe ab $3\frac{5}{6}$;

d. h. von $4\frac{6}{6}\frac{1}{8}$ ziehe ab $3\frac{5}{6}$, bleibt $1\frac{1}{6}\frac{1}{8}$, oder $1\frac{7}{24}$.

Wie sich ein Bruch durch Multiplication des Zählers und des Nenners verändert.

Ein Bruch wird bei unverändertem Nenner so viel mal gröſser oder kleiner, als sein Zähler gröſser oder kleiner wird.

Dieses beruht darauf, daſs bei der Division einer ganzen Zahl durch eine andere der Quotient bei unverändertem Divisor desto gröſser ist, je gröſser der Dividendus, und desto kleiner, je kleiner der Dividendus ist.

$\frac{4}{7}$ ist das 2fache von $\frac{2}{7}$; $\frac{6}{11}$ das 3fache von $\frac{2}{11}$; $\frac{3}{14}$ ist 3 mal kleiner als $\frac{9}{14}$, u. s. w.

Ein Bruch wird bei unverändertem Zähler so viel mal gröſser oder kleiner, als sein Nenner kleiner oder gröſser wird. Dieses beruht ebenfalls darauf, daſs bei der Division einer ganzen Zahl durch eine andere, wenn der Dividendus derselbe bleibt, ein kleinerer Divisor einen gröſsern Quotienten, ein gröſserer Divisor einen kleinern Quotienten giebt. So ist

$\frac{5}{8}$ die Hälfte von $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{12}$ der dritte Theil von $\frac{7}{4}$ u. s. w.

Multiplication eines Bruchs mit einer ganzen Zahl.

Man multiplicirt den Zähler des Bruchs mit der ganzen Zahl. Oder, wenn es angeht, dividirt man den Nenner des Bruchs mit dieser ganzen Zahl.

$\frac{2}{21}$ mal 7 ist entweder $\frac{14}{21}$ oder $\frac{2}{3}$

$\frac{5}{56}$ mal 8 ist entweder $\frac{40}{56}$ oder $\frac{5}{7}$

$\frac{43}{90}$ mal 2 ist entweder $\frac{86}{90}$ oder $\frac{43}{45}$

Wenn ein Bruch mit seinem eignen Nenner multiplicirt wird, so ist das Product dem Zähler gleich. Z. B.

7 mal $\frac{5}{7}$ ist 5

4 mal $\frac{3}{4}$ ist 3

8 mal $\frac{7}{8}$ ist 7

Division eines Bruchs mit einer ganzen Zahl.

Man multiplicirt den Nenner des Bruchs mit dieser ganzen Zahl. Man kann aber auch, wenn es angeht, dessen Zähler mit der ganzen Zahl dividiren.

$\frac{8}{15}$ dividirt mit 4 giebt entweder $\frac{8}{60}$ oder $\frac{2}{15}$

$\frac{12}{67}$ dividirt mit 3 giebt entweder $\frac{12}{201}$ oder $\frac{4}{67}$

$\frac{8}{11}$ dividirt mit 5 giebt . . . . . . $\frac{8}{55}$

Multiplication einer ganzen Zahl mit einem Bruch.

Eine ganze Zahl mit einem Bruch multipliciren, heiſst: diese Zahl so viel mal gröſser machen als der Zähler des Bruchs anzeigt, und so viel kleiner machen, als der Nenner anzeigt. Man multiplicirt also eine ganze Zahl mit einem Bruch, wenn man sie erst mit dem Zähler des Bruchs multiplicirt und dann das Product mit dem Nenner dividirt. Man kann aber auch, wenn es angeht, die ganze Zahl zuerst mit dem Nenner des Bruchs dividiren und alsdann den Quotienten mit dem Zähler des Bruchs multipliciren.

8 mal $\frac{3}{4}$ giebt 6

7 mal $\frac{6}{11}$ giebt $3\frac{9}{11}$

5 mal $\frac{7}{8}$ giebt $4\frac{3}{8}$

Das Resolviren eines gewöhnlichen Bruchs.

Diese Anwendung von der obigen Multiplication wird gemacht, wenn man den Bruch einer gröfsern Benennung auf kleinere Benennungen bringen will, welches auflösen oder resolviren heifst.

$\frac{7}{8}$ von einem Pud ist. . . . . . 35 Pfund.

$\frac{5}{6}$ von einem Tschetwert ist . . . 6 Tschetwerik $5\frac{1}{3}$ Garniz.

Dieser Fall kömmt allemal vor, wenn eine Zahl, die eine gröfsere Benennung anzeigt, dividirt worden ist, und sich ein Rest gezeigt hat. Dann mufs man diesen Rest mit der Zahl, welche anzeigt, wie viel mal die kleinere Benennung in der gröfsern enthalten ist, multipliciren, und mit demselben Divisor die Division fortsetzen. Z. B. 525 Bérkowez sollen mit 32 dividirt werden.

$32|525|16\frac{13}{32}$ Bérkowez.

$\underline{205}$

$10 \cdot 13 = 130|4\frac{2}{32}$ Pud.

$40 \cdot 2 = 80|2\frac{16}{32}$ Pfund.

$96 \cdot 16 = 1536|48$ Solotnik.

$\underline{256}$

0

Also der Quotient 16 Bérk. 4 Pud 2 Pfund 48 Sol.

Das Resolviren eines Decimalbruchs.

Wenn bei einer Berechnung die Zahl der gröfsern Benennung einen Decimalbruch bei sich führt, so multiplicirt man diesen mit der Zahl der nächst kleinern Benennung, den neuen Decimalbruch wiederum mit der Zahl der nächst kleinern Benennung u. s. f.

Z. B. eine Berechnung habe zum Quotienten gegeben 86,7346 Dessätinen, so ist die Rechnung folgende:

1 Dessätine = 2400 □ Saschen.
1 □ Saschen = 49 □ Fufs.
1 □ Fufs = 144 □ Zoll.

86,7346
2400
———
14692
29384
———
□ Saschen 1763,04
49
———
□ Fufs 1,96
144
———
384
384
———
□ Zoll 138,24

Also 86 Dessät. 1763 □ Saschen 1 □ Fufs $138\frac{6}{25}$ □ Zoll.

Multiplication eines Bruchs mit einem andern.

Man multiplicirt die beiden Zähler und die beiden Nenner mit einander. Denn wenn z. B. $^5/_6$ mit $^3/_4$ zu multipliciren ist, so heifst dieses so viel, dafs $^5/_6$ dreimal gröfser genommen werden und dieses Product sodann 4 mal kleiner gemacht oder mit 4 dividirt werden soll. Aus $^5/_6$ wird also durch die Multiplication mit 3 zuerst $^{15}/_6$; durch die Division mit 4 wird hieraus $^{15}/_{24}$.

Ehe man diese Multiplication beginnt, ist es zur Erlangung des einfachsten Resultats vortheilhaft, dafs man die Factoren des Zählers und Nenners vergleicht, und untersucht, ob sich nicht ein gemeinschaftlicher Theiler bei ihnen findet, der dann im Zähler und Nenner wegfällt und sich aufhebt. Z. B.

$$\tfrac{5}{6} \text{ mal } \tfrac{3}{4} \text{ giebt } \frac{5\cdot3}{6\cdot4} \text{ oder } \frac{5}{2\cdot4} \text{ oder } \tfrac{5}{8}$$

Bei der Kopfrechnung ist es in einem solchen Falle gut, die Zähler zu vertauschen, wodurch sich ein neuer Bruch ergiebt, dessen Vereinfachung sich dann sogleich bemerken läfst. Z. B.

$$\tfrac{5}{6} \text{ mal } \tfrac{3}{4} \text{ ist } \tfrac{5}{4} \text{ mal } \tfrac{3}{6}, \text{ oder } \tfrac{5}{4} \text{ mal } \tfrac{1}{2}, \text{ oder } \tfrac{5}{8}$$
$$\tfrac{17}{24} \text{ mal } \tfrac{8}{11} \text{ ist } \tfrac{8}{24} \text{ mal } \tfrac{17}{11}, \text{ oder } \tfrac{1}{3} \text{ mal } \tfrac{17}{11}, \text{ oder } \tfrac{17}{33}$$
$$\tfrac{5}{8} \text{ mal } \tfrac{4}{7} \text{ ist } \tfrac{4}{8} \text{ mal } \tfrac{5}{7}, \text{ oder } \tfrac{1}{2} \text{ mal } \tfrac{5}{7}, \text{ oder } \tfrac{5}{14}$$

Multiplication einer gemischten Zahl mit einer ganzen.

Man multiplicirt beide Theile der gemischten Zahl einzeln und addirt die Producte.

$$2\tfrac{1}{2} \text{ mal } 7, \text{ ist } 14 \text{ und } \tfrac{7}{2}, \text{ Summe } 17\tfrac{1}{2}$$
$$3\tfrac{2}{3} \text{ mal } 8, \text{ ist } 24 \text{ und } \tfrac{16}{3}, \text{ Summe } 29\tfrac{1}{3}$$

Man kann auch die gemischte Zahl auf einen unächten Bruch bringen, und dann die Multiplication verrichten. Also:

$$2\tfrac{1}{2} \text{ mal } 7, \text{ ist } \tfrac{5}{2} \text{ mal } 7, \text{ ist } \tfrac{35}{2} \text{ oder } 17\tfrac{1}{2}$$
$$3\tfrac{2}{3} \text{ mal } 8, \text{ ist } \tfrac{11}{3} \text{ mal } 8, \text{ ist } \tfrac{88}{3} \text{ oder } 29\tfrac{1}{3}$$

Multiplication einer gemischten Zahl mit einer gemischten Zahl.

Man multiplicirt beide ganze Zahlen mit einander, dann jede ganze Zahl mit dem Bruch der andern, und dann die beiden Brüche mit einander; hierauf addirt man alle Producte. Oder man bringt auch beide gemischten Zahlen auf unächte Brüche und multiplicirt ihren Zähler und Nenner.

$$\begin{array}{r} 24\tfrac{5}{6} \\ \text{mit } 30\tfrac{3}{8} \end{array} \left\{ \begin{array}{llll} 24 & \text{mal } 30 & \text{giebt} \ldots & 720 \\ 30 & \text{mal } \tfrac{5}{6} & \text{giebt} \ldots\ldots & 25 \\ 24 & \text{mal } \tfrac{3}{8} & \text{giebt} \ldots\ldots & 9 \\ \tfrac{5}{6} & \text{mal } \tfrac{3}{8} & \text{giebt} \ldots\ldots\ldots & \tfrac{5}{16} \\ \hline & & & 754\tfrac{5}{16} \end{array} \right.$$

Im letztern Falle ist das Schema der Rechnung:

$24\frac{5}{6}$	6	149	
$30\frac{3}{8}$	8	243	
	48	36207	$754\frac{5}{16}$
		336	
		260	
		240	
		207	
		192	
		$\frac{15}{48}$	$\frac{5}{16}$

Verhältnifs zweier Brüche.

Wenn zwei Brüche einerlei Nenner haben, so verhalten sie sich ihrer Gröfse nach, wie ihre Zähler: so viel mal der eine Zähler gröfser als der andere Zähler ist, so viel mal ist auch dieser Bruch gröfser als der andere Bruch; so viel mal der eine Zähler in dem andern enthalten ist, so viel mal ist auch dieser Bruch in dem andern Bruch enthalten.

$\frac{2}{3}$ ist das 2fache von $\frac{1}{3}$, weil 2 das 2fache von 1 ist.
$\frac{6}{7}$ ist das 3fache von $\frac{2}{7}$, weil 6 das 3fache von 2 ist.
$\frac{5}{9}$ ist das $2\frac{1}{2}$fache von $\frac{2}{9}$, weil 5 das $2\frac{1}{2}$fache von 2 ist.
$\frac{3}{7}$ ist die Hälfte von $\frac{6}{7}$, weil 3 die Hälfte von 6 ist.
$\frac{4}{15}$ ist ein Drittel von $\frac{12}{15}$, weil 4 ein Drittel von 12 ist.

Division einer ganzen Zahl oder eines Bruchs mit einem Bruch.

Man bringt beide, den Dividendus sowohl als den Divisor, auf einerlei Nenner, und dividirt dann den Zähler des Dividendus mit dem Zähler des Divisors, indem die beiden gleichen Nenner sich aufheben.

2 dividirt durch $\frac{1}{3}$ ist $\frac{6}{3} : \frac{1}{3}$ oder 6
9 dividirt durch $\frac{5}{6}$ ist $\frac{54}{6} : \frac{5}{6}$ oder $10\frac{4}{5}$
$\frac{2}{3}$ dividirt durch $\frac{1}{2}$ ist $\frac{4}{6} : \frac{3}{6}$ oder $4 : 3$ oder $1\frac{1}{3}$
$\frac{7}{8}$ dividirt durch $\frac{3}{4}$ ist $\frac{7}{8} : \frac{6}{8}$ oder $7 : 6$ oder $1\frac{1}{6}$
$\frac{5}{6}$ dividirt durch $\frac{8}{9}$ ist $\frac{15}{18} : \frac{16}{18}$ oder $\frac{15}{16}$

Man kann auch den Divisor umkehren, d. h. aus dem Zähler den Nenner, und aus dem Nenner den Zähler machen, und nun den Dividendus mit dem umgekehrten Divisor multipliciren. Vorher läfst man die gemeinschaftlichen Factoren des Zählers und Nenners weg.

$2 : \frac{1}{3}$ ist $2 \times \frac{3}{1}$ oder 6
$9 : \frac{5}{6}$ ist $9 \times \frac{6}{5}$ oder $\frac{54}{5}$ oder $10\frac{4}{5}$
$\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$ ist $\frac{2}{3} \times \frac{2}{1}$ oder $\frac{4}{3}$ oder $1\frac{1}{3}$
$\frac{7}{8} : \frac{3}{4}$ ist $\frac{7}{8} \times \frac{4}{3}$ oder $\frac{7}{6}$ oder $1\frac{1}{6}$
$\frac{5}{6} : \frac{8}{9}$ ist $\frac{5}{6} \times \frac{9}{8}$ oder $\frac{15}{16}$

Wenn es angeht, dividirt man auch wohl den Zähler des Dividendus mit dem Zähler des Divisors und den Nenner des Dividendus mit dem Nenner des Divisors.

$$\tfrac{8}{9} : \tfrac{2}{3} \text{ ist } \tfrac{4}{3} \text{ oder } 1\tfrac{1}{3}$$

$$\tfrac{15}{56} : \tfrac{5}{8} \text{ ist } \tfrac{3}{7}$$

Division mit einer gemischten Zahl.

Um mit einer gemischten Zahl zu dividiren, bringt man sie auf einen unächten Bruch, kehrt diesen um, und multiplicirt damit den Dividendus.

$$8 : 2\tfrac{1}{3} \text{ ist } 8 \times \tfrac{3}{7} \text{ oder } 3\tfrac{3}{7}$$

$$15 : 2\tfrac{1}{2} \text{ ist } 15 \times \tfrac{2}{5} \text{ oder } 6$$

$$3\tfrac{1}{2} : 2\tfrac{2}{5} \text{ ist } \tfrac{7}{2} \times \tfrac{5}{12} \text{ oder } 1\tfrac{11}{24}$$

$$5\tfrac{1}{4} : 7\tfrac{3}{8} \text{ ist } \tfrac{21}{4} \times \tfrac{8}{59} \text{ oder } \tfrac{42}{59}$$

Verwandlung eines gewöhnlichen Bruchs in einen Decimalbruch.

Man dividirt mit dem Nenner des Bruchs in den Zähler. Ist es ein ächter Bruch, so setzt man in dem Quotienten anstatt der ganzen Zahl eine Null, und rechts von demselben ein Komma als Decimalzeichen. Indem man nun an den Zähler des Bruchs eine Null ansetzt und mit dem Nenner dividirt, so giebt der Quotient die Zehntel als erste Decimalstelle. Setzt man an den Rest eine Null, und dividirt weiter, so erhält man die Hundertel als zweite Decimalstelle u. s. f.

$\tfrac{13}{17}$ zu verwandeln:

```
         0,764
    17 | 13,0
         119
        -----
         110
         102
        -----
           80
           68
          ----
           12
```

Also $\tfrac{13}{17} = 0{,}764 \ldots$

$\tfrac{1}{365}$ zu verwandeln:

```
          0,00273
    365 | 1,000
         -------
           2700
          ------
           1450
          ------
            355
```

Also $\tfrac{1}{365} = 0{,}00273$

Verwandlung der Brüche, deren Nenner 2, 4, 8.., in Decimalbrüche.

Man erspart sich die Division, indem man die Zähler mit 5, 25, 125... multiplicirt. Z. B.

$\frac{1}{2}$	0,50	$\frac{1}{8}$	0,125
$\frac{1}{4}$	0,25	$\frac{2}{8}$	0,250
$\frac{2}{4}$	0,50	$\frac{3}{8}$	0,375
$\frac{3}{4}$	0,75	$\frac{4}{8}$	0,500
		$\frac{5}{8}$	0,625
		$\frac{6}{8}$	0,750
		$\frac{7}{8}$	0,875

Verwandlung der Brüche, deren Nenner 5, 25, 125, in Decimalbrüche.

Man erspart sich die Divison, indem man die Zähler mit 2, 4, 8.. multiplicirt. Z. B.

$\frac{1}{5}$	0,2	$\frac{1}{25}$	0,04
$\frac{2}{5}$	0,4	$\frac{7}{25}$	0,28
$\frac{3}{5}$	0,6	$\frac{13}{25}$	0,52
$\frac{4}{5}$	0,8	u. s. f.	

$\frac{1}{125} = 0{,}008$ $\frac{14}{125}$ 0,112

$\frac{11}{125} = 0{,}088$ $\frac{19}{125}$ 0,152

Entstehung der periodischen Decimalbrüche.

Periodische Decimalbrüche, wo eine Zifer immer wiederkehrt, oder wo eine Reihe von Zifern immer nach derselben Ordnung wiederkehrt, entstehen häufig aus der Verwandlung gewöhnlicher Brüche. Z. B.

$\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots$ $\frac{1}{6} = 0{,}1666\ldots$

$\frac{2}{3} = 0{,}666\ldots$ $\frac{5}{6} = 0{,}8333\ldots$

Die 9tel geben periodische Decimalbrüche, wo gleich vom Anfang dieselbe Zifer immer wiederkehrt, nämlich:

$\frac{1}{9} = 0{,}111\ldots$ $\frac{4}{9} = 0{,}444\ldots$ $\frac{7}{9} = 0{,}777\ldots$

$\frac{2}{9} = 0{,}222\ldots$ $\frac{5}{9} = 0{,}555\ldots$ $\frac{8}{9} = 0{,}888\ldots$

$\frac{3}{9} = 0{,}333\ldots$ $\frac{6}{9} = 0{,}666\ldots$ $1 = 0{,}999\ldots$

Die 99tel geben Decimalbrüche von zweizifriger Periode, z. B.

$\frac{1}{99} = 0{,}010101\ldots$ $\frac{47}{99} = 0{,}4747\ldots$

$\frac{17}{99} = 0{,}171717\ldots$ $\frac{92}{99} = 0{,}9292\ldots$

Eben so geben die 999tel, die 9999tel u. s. f. Decimalbrüche von 3stelligen, 4stelligen u. s. f. Perioden.

Desgleichen geben die Brüche, deren Nenner Theiler von 99,999 u. s. f., oder deren Nenner 11, 111, 1111 u. s. f. sind, oder deren Nenner Theiler von 11, 111, 1111 u. s. f. sind, Decimalbrüche von 2stelliger, 3stelliger, 4stelliger Periode u. s. f. Die Perioden selbst findet man, wenn man diese Brüche auf die Nenner 99,999 . . . bringt. Z. B.

$\frac{1}{11}$ oder $\frac{9}{99}$ ist . . . 0,090909 . . .
$\frac{7}{11}$ oder $\frac{63}{99}$ ist . . . 0,636363 . . .
$\frac{1}{37}$ oder $\frac{27}{999}$ ist . . . 0,027027 . . .
$\frac{7}{37}$ oder $\frac{189}{999}$ ist . . . 0,189189 . . .

Verwandlung eines periodischen Decimalbruchs in einen gewöhnlichen Bruch.

Um einen periodischen Decimalbruch, oder eine Zahl, die einen solchen Bruch bei sich hat, in einen gewöhnlichen Bruch zu verwandeln, achtet man darauf, aus wie viel Zifern die Periode besteht; wenn sie aus einer Zifer besteht, so multiplicirt man die Decimalzahl mit 10; bei 2 Zifern mit 100, u. s. f. Man zieht nun die Decimalzahl von ihrem 10fachen, 100fachen u. s. f. ab, und dividirt den Rest mit 9, oder 99, oder 999 u. s. f.

Bruch	0,2666 . . .	Bruch	0,37878 . . .
10fach	2,6666 . . .	100fach . . .	37,87878 . . .
9fach	2,4	99fach . . .	37,5
Bruch	$\frac{24}{90} = \frac{4}{15}$	Bruch	$\frac{375}{990} = \frac{25}{66}$

Regel. Wenn die Periode nicht gleich in den ersten Stellen anfängt, so sieht man den nicht periodischen Theil nebst der ersten Periode als eine ganze Zahl an, zieht davon den nicht periodischen Theil ab, wodurch man den Zähler erhält, der Nenner hat so viele 9, als die Periode Stellen hat, und so viele 0, als der nicht periodische Theil Stellen hat. Z. B.

0,1237878 ist gleich $\frac{12255}{99000}$

Die Rechnung ist:

	12378
nicht periodischer Theil .	123
Zähler	12255
Nenner	99000

Brüche, deren Nenner 10 zur primitiven Wurzel haben.

Einige Nenner haben die Eigenschaft, dafs wenn man mit ihnen in die nach einander folgenden Rangzahlen dividirt, als Reste nach und nach alle Zahlen von 1 bis zu dem um 1 verminderten Divisor oder Nenner erscheinen. Solche Nenner sind, 7, 17, 19, 23, 29, 47, 49, 59, 61, 97 u. s. f. Z. B. wenn man mit 7 in 1, 10, 100, 1000 u. s. f. dividirt, so erhält man nach der Reihe die Reste

1, 3, 2, 6, 4, 5.

Wenn man mit 17 in 1, 10, 100, 1000 u. s. f. dividirt, so erhält man nach der Reihe die Reste

1, 10, 15, 14, 4, 6, 9, 5, 16, 7, 2, 3, 13, 11, 8, 12.

Man sagt in diesem Falle, daſs 10 eine primitive Wurzel dieser Nenner ist. Wenn Brüche, die solche Nenner haben, in Decimalbrüche verwandelt werden, so ist die Anzahl der Stellen in jeder Periode um 1 kleiner als der Nenner, und welches auch der Zähler des Bruchs seyn mag, so kehrt die Periode des Decimalbruchs immer in derselben Reihefolge der Zifern wieder. Z. B.

$\frac{1}{7}$ ist 0,142857 . . .

$\frac{2}{7}$ „ 0,285714 . . .

$\frac{3}{7}$ „ 0,428571 . . .

$\frac{4}{7}$ „ 0,571428 . . .

$\frac{5}{7}$ „ 0,714285 . . .

$\frac{6}{7}$ „ 0,857142 . . .

$\frac{1}{17}$ „ 0,0588235294117647$\dot{0}$

$\frac{2}{17}$ „ 0,1176470588235294$\dot{1}$

$\frac{3}{17}$ „ 0,1764705882352941$\dot{1}$

$\frac{15}{17}$ „ 0,8823529411764705$\dot{8}$

$\frac{16}{17}$ „ 0,9411764705882352$\dot{9}$

Die Zifern in der zweiten Hälfte der Periode sind immer die Ergänzungen der entsprechenden Zifern der ersten Periode.

Bei Rechnungen mit benannten Zahlen, als: Maaſs, Gewicht, Geld u. s. f., ist es sehr oft am vortheilhaftesten, die kleinern Benennungen in Decimalstellen der gröſsern zu verwandeln. Z. B.

Das Tschetwert hat 8 Tschetwerik, ein Tschetwerik 8 Garnez. Um also Tschetwerik und Garnez auf Decimalstellen des Tschetwert zu bringen, muſs man 8tel und 64tel schnell in Decimalbrüche verwandeln können. Kommen solche Verwandlungen häufig vor, so bedient man sich eines kleinen Täfelchens, wie folgendes:

Hülfstafel zur Verwandlung der Tschetwerik und Garnez in Decimalstellen des Tschetwert.

	Tschetwert		Tschetwert.
1 Tschetwerik ist	0,125	1 Garnez ist	0,015625
2 „ „	0,250	2 „ „	0,031250
3 „ „	0,375	3 „ „	0,046875
4 „ „	0,500	4 „ „	0,062500
5 „ „	0,625	5 „ „	0,078125
6 „ „	0,750	6 „ „	0,093750
7 „ „	0,875	7 „ „	0,109375

Man habe z. B. 7 Tschetwert 5 Tschetwerik 7 Garnez, so ist

7 Tschetwert . . .	7
5 Tschetwerik . .	0,625
7 Garnez	0,109375
	7,734375

Verwandlung der Saschen in Decimalstellen der Werst.

Da 100 Saschen eine Werst machen, so reducirt man die Saschen, indem man sie mit 2 multiplicirt, und dieses Product als Tausentel der Werst ansieht. Z. B.

347 Saschen sind 0,694 Werst.

Hülfstafel zur Verwandlung der Fuſs in Decimalstellen der Werst.

Da 3500 Fuſs eine Werst machen, so ist ein Fuſs gleich $\frac{1}{3500}$ oder $\frac{2}{7000}$ der Werst. Demnach ist:

1 Fuſs	0,000285714285714 . . .	Werst.
2 „	0,000571428571428 . . .	„
3 „	0,000857142857142 . . .	„
4 „	0,001142857142857 . . .	„
5 „	0,001428571428571 . . .	„
6 „	0,001714285714285 . . .	„
7 „	0,002000000000000 . . .	„

Z. B. 35 Werst 289 Saschen $6\frac{1}{2}$ Fuſs.

Werst . . .	35
289 Saschen	0,578
6 Fuſs	0,0017142 . .
$\frac{1}{2}$ Fuſs	0,0001428 . .
	35,579857 Werst.

Hülfstafel zur Verwandlung der Werschok in Decimalstellen der Arschin.

Da 16 Werschok eine Arschin machen, so ist:

	Arschin.		Arschin.
1 Werschok	0,0625	9 Werschok	0,5625
2 „	0,1250	10 „	0,6250
3 „	0,1875	11 „	0,6875
4 „	0,2500	12 „	0,7500
5 „	0,3125	13 „	0,8125
6 „	0,3750	14 „	0,8750
7 „	0,4375	15 „	0,9375
8 „	0,5000	16 „	1,0000

Hülfstafel zur Verwandlung der Zoll in Decimalstellen des Fufses.

Da 12 Zoll auf einen Fufs gehen, so ist:

	Fufs.		Fufs.
1 Zoll	0,0833..	7 Zoll	0,5833..
2 „	0,1666..	8 „	0,6666..
3 „	0,25	9 „	0,75
4 „	0,3333..	10 „	0,8333..
5 „	0,4166..	11 „	0,9166..
6 „	0,5	12 „	1

Verwandlung der Solotnik in Decimalstellen des Pfundes.

Da $1/96$ gleich 0,0104166..., so multiplicirt man die Solotnik mit 100, addirt hierzu das 4fache der Solotnik, und noch $1/6$ derselben. Die Summe giebt 10000tel des Pfundes. Eben so verwandelt man Doli in Decimalstellen des Solotniks.

42 Solotnik 0,4200
4 × 42 168
$\frac{1}{6}$ von 42 7

42 Solotnik = 0,4375 Pfund.
42 Doli = 0,4375 Solotnik.

$37\frac{1}{2}$ Solotnik 0,3750
4 × $37\frac{1}{2}$ 150
$\frac{1}{6}$ × $37\frac{1}{2}$ 625

$37\frac{1}{2}$ Solotnik = 0,390625 Pfund.

Verwandlung der Pfund in Decimalstellen des Pud.

Da 40 Pfund ein Pud machen, und $1/40 = 0{,}025$, so nimmt man die Pfund doppelt, und addirt die Hälfte der Pfund dazu, wodurch man 100tel erhält. Z. B.

38 Pfund 76
$\frac{1}{2}$ 19

38 Pfund gleich 0,95 Pud.

Verwandlung der Loth in Decimalstellen des Pfundes.

Beim Gewicht unsrer deutschen Provinzen verwandelt man die Pfund in Decimalstellen des Liespfundes, wenn man sie mit 5 multiplicirt und als 100tel rechnet; die Loth in Decimalstellen des Pfundes, wenn man sie mit 3 multiplicirt, $1/8$ der Loth addirt, und diese Summe als 100tel gelten läfst. Z. B.

17 Loth 0,51
$\frac{1}{8}$ 2125

17 Loth gleich 0,53125 Pfund.

Verwandlung der Loof oder Tonnen in Decimalstellen der Last.

Sind es rig. Loof Roggen, so nimmt man sie doppelt, addirt dazu den 9ten Theil des doppelten, und läſst diese Summe als 100tel der Last gelten.

28 Loof Roggen 56
$\frac{1}{9}$ von 56 . . . . 622 . .

28 Loof Roggen gleich 0,6222 . Last.

Sind es rig. Loof Weizen oder Gerste, so multiplicirt man sie mit 200, addirt dazu das 8fache der Loof und noch $\frac{1}{3}$ der Loof, und läſst die Summe als 10000tel der Last gelten. Z. B.

26 Loof 0,5200
8 × 26 208
$\frac{1}{3}$ von 26 . . . . 8666 . .

26 Loof Weiz. = 0,5416666 . . Last.

Sind es revalsche Tonnen, so multiplicirt man sie mit 4, addirt dazu $\frac{1}{6}$ der Tonnenzahl, und läſst diese Summe als 100tel der Last gelten. Z. B.

15 revalsche Tonnen.
4 · 15 60
$\frac{1}{6}$ von 15 25

15 rev. Tonnen = 0,625 Last.

Gewöhnliche Verwandlung der kleinern Benennungen in Decimalstellen der gröſsern.

Will man diese und ähnliche Abkürzungen bei der Verwandlung der kleinern Benennungen in Decimalstellen der gröſsern nicht anwenden, so muſs die Rechnung in jedem einzelnen Falle besonders vorgenommen werden. Da gewöhnlich die Zahl, welche die Menge der in der gröſsern Benennung enthaltenen kleinern Benennungen anzeigt, ein Product mehrerer einfacher Factoren ist, so thut man wohl, die Division mit den einzelnen Factoren besonders vorzunehmen, und den Quotienten in horizontaler Reihe unmittelbar hinzuschreiben. Hier folgen einige Beispiele.

Leipzig. 8 Thaler $\overset{24}{\smile}$ 15 Groschen $\overset{12}{\smile}$ 7 Pfennige.

4) ――――
1,75
3) ――――
15,5833 . . .
4) ――――
3,8958333 . . .
6) ――――
Thaler 8,6493055 . . .

Wien und Frankfurt a. M.

7 Gulden $\overset{60}{\smile}$ 45 Kreuzer $\overset{4}{\smile}$ $3\frac{1}{2}$ Pfennige.

4) ――――
45,875
60) ――――
Gulden 7,7645833 . .

Berlin. 22 Thaler $\overset{30}{\smile}$ 16 Silbergroschen $\overset{12}{\smile}$ 11 Pfennige.

4) ――――
2,75
3) ――――
16,91666 . .
30) ――――
Thaler 22,563888 . .

London. 8 Pfund $\overset{20}{\smile}$ 17 Schilling $\overset{12}{\smile}$ 10 Pence Sterl.

4) ――――
2,5
3) ――――
17,8333
20) ――――
£ Sterl. 8,89166 . . .

London. 25 Tonnen $\overset{20}{\smile}$ 15 Centner $\overset{4}{\smile}$ 3 Quarter $\overset{28}{\smile}$ 11 Pfund $\overset{16}{\smile}$

14 Unzen $\overset{16}{\smile}$ 9 Drachmen Avoirdüpoidsgewicht.

4) ――――
2,25
4) ――――
14,5625 Unz.
4) ――――
3,640625
4) ――――
11,91015625 Pfund.
4) ――――
2,9775390625
7) ――――
3,4253627232 . . Quarter.
4) ――――
15,8563406808 . . . Centner.
20) ――――
25,79281703404 . . . . Tonnen.

Rußland. 8 Tschetwert $\overset{8}{\smile}$ 7 Tschetwerik $\overset{8}{\smile}$ 5 Garnez.

8) ――――
7,625 Tschetwerik.
8) ――――
8,953125 Tschetwert.

2 Bérkowez $\overset{10}{\smile}$ 7 Pud $\overset{40}{\smile}$ 24 Pfund.

――――
7,6 Pud.
――――
2,76 Bérkowez.

24 Pfund $\overset{96}{\smile}$ 73 Solotnik $\overset{96}{\smile}$ 10 Dolei.

8) ――――

1,25

4) ――――

0,3125

3) ――――

73,104166 . . Solotnik.

8) ――――

9,138020833 . .

4) ――――

2,28450520833 . .

3) ――――

24,76150173611 . . Pfund.

Grenze der Decimalstellen.

Bei solchen Umwandlungen ist es zweckmäſsig, festzusetzen, bis zu welcher Grenze man die Decimalstellen angeben will. Z. B. in dem letzten Beispiel sey 1 Dolä dafür angenommen. Nun ist $1/96 = 0{,}0104\ldots$ und $1/9216 = 0{,}00001085\ldots$, folglich ist es hinreichend, bei der 3ten Decimalstelle der Solotnik oder bei der 6ten Decimalstelle der Pfunde stehen zu bleiben.

Verwandlung der kleinern Benennungen in einen gewöhnlichen Bruch der gröſsern.

In der Ausübung ist es zwar am vortheilhaftesten, die kleinern Benennungen einer benannten Zahl auf Decimalstellen der gröſsern Benennung zu bringen. Will man aber dieses nicht, so verwandelt man nach und nach alle gröſsern Benennungen in die kleinste, und dividirt diese Zahl mit der Zahl der kleinsten Benennungen, die in der gröſsern enthalten sind.

24 Pfund $\overset{96}{\smile}$ 73 Sol. $\overset{96}{\smile}$ 10 Dolei.

2473

4 . 24 . . . . . — 96

237710

4 . 2377 . . — 9508

9216 | 228202 | $24\frac{7018}{9216}$

18432

43882

36864

7018

Der Ausdruck der kleinern Benennungen als ein Bruch der gröſsten, ist nur dann vortheilhaft, wenn dieser Bruch einer beträchtlichen Reduction fähig ist.

8 Pud 20 Pfund . . . . $8\frac{1}{2}$ Pud.

8 Pud 25 Pfund . . . . $8\frac{5}{8}$ Pud.

9 Anker 15 Stoof . . . . $9\frac{1}{2}$ Anker.

11 Last 15 Loof rig. Roggen . . . . . $11\frac{1}{3}$ Last u. s. w.

5 Pfund 24 Solotnik . . . . $5\frac{1}{4}$ Pfund.

5 Saschen $2\frac{1}{3}$ Fuſs . . . . $5\frac{1}{3}$ Saschen.

Regel zur Aufsuchung des gröſsten gemeinschaftlichen Theilers zweier Zahlen.

Wenn der zur Aufhebung eines Bruchs dienende Theiler des Zählers und Nenners nicht sogleich bemerkt wird, so läſst sich derselbe auf folgende Art entdecken: Man dividirt mit der kleinern Zahl in die gröſseren, mit dem ersten Rest in den ersten Divisor, mit dem zweiten Rest in den zweiten Divisor, u. s. f. Wenn die Division endlich aufgeht, so ist der letzte Divisor der gröſste gemeinschaftliche Theiler. Geht die Division nicht auf, so ist 1 der letzte Divisor und der angenommene Bruch läſst sich nicht weiter aufheben. Z. B. der Bruch ist $^{24581}/_{50731}$.

```
24581 | 50731 | 2
        49162
        -----
         1569 | 24581 | 15
                 1569
                 ----
                 8891
                 7845
                 ----
                 1046 | 1569 | 1
                        1046
                        ----
                         523 | 1046 | 2
                               1046
                               ----
```

Oder kürzer:

24581	50731	2	erster Quotient.
1569	49162	15	2ter „
7845			
1046	1569	1	3ter „
1046	1046	2	4ter „
0	523		

Hier ist also 523 der letzte Divisor, folglich der gröſste gemeinschaftliche Theiler des Zählers und Nenners. Daher ist der einfachste Ausdruck des gegebenen Bruchs $^{24581}/_{50731} = {}^{47}/_{97}$.

Verwandlung eines Bruchs in einfachere Näherungsbrüche.

Mag sich nun auf solche Art ein gröſster gemeinschaftlicher Theiler finden oder nicht, so lassen sich die gefundenen Quotienten dazu anwenden, um eine Reihe von Brüchen zu finden, welche abwechselnd etwas gröſser oder kleiner als ein gegebener Bruch sind, aber den Vorzug haben, daſs sie durch einfachere Zahlen ausgedrückt sind. Der erste von diesen Näherungsbrüchen hat 1 zum Zähler und den ersten Quotienten zum Nenner. Dieser ist etwas zu groſs. Der zweite Näherungsbruch wird gefunden, wenn man den Zähler und Nenner des 1sten Bruchs mit dem zweiten Quotienten multiplicirt, und im Nenner 1 addirt. Dieser Bruch ist etwas zu klein, aber genauer als der vorige. Jeder folgende Bruch wird gefunden, indem man den Zähler und Nenner eines Bruchs mit dem folgenden Quotienten multiplicirt, und zum Product des Zählers den Zähler des vorigen Bruchs, zum Product des Nenners den Nenner des vorigen Bruchs addirt.

Die folgenden Brüche sind immer genauer als die vorigen; der letzte Bruch aber ist dem gegebenen ganz gleich. Im vorstehenden Beispiel ist

Quotienten	2	15	1	2
Näherungsbrüche .	$\frac{1}{2}$	$\frac{15}{31}$	$\frac{16}{33}$	$\frac{47}{97}$
	zu grofs.	zu klein.	zu grofs.	gleich.

Verwandlung eines Decimalbruchs in einen gewöhnlichen Bruch.

Auf diese Art lassen sich auch Decimalbrüche, oder Decimalzahlen, durch gewöhnliche Brüche ausdrücken. Z. B. 3,1415926.

10000000	31415926	3
9911482	30000000	7
88518	1415926	
	88518	15
88156	442590	1
362	88156	243
	724	
	1448	
190	1086	1
172	190	1
162	172	9
10	18	1

3	7	15	1
$\frac{3}{1}$	$\frac{22}{7}$	$\frac{333}{106}$	$\frac{355}{113}$

Also ist der gegebene Decimalbruch

$3\frac{1}{7}$ zu grofs.

$3\frac{15}{106}$ zu klein.

$3\frac{16}{113}$ zu grofs.

Diese Methode läfst sich auch bei Verhältnissen, welche durch einfachere Zahlen ausgedrückt werden sollen, mit Vortheil anwenden, wie weiter unten gezeigt werden wird.

Wälsche oder italienische Practik.

Erster Fall. *Das Gesuchte ist ein Vielfaches oder Aliquotes des Gegebenen.*

Eine Gröfse ist ein Aliquotes einer andern, wenn sie in der andern eine volle Anzahl Male enthalten ist. So ist 7 ein Aliquotes von 14, 21, 28, u. s. f.

Wenn der Preis einer Waare gegeben ist, und der Preis einer andern Waare gesucht wird, die von jener ein Aliquotes ist, so dividirt man jenen Preis mit dem Nenner des Aliquoten.

Enthält die zweite Waare noch Vielfache der ersten Waare; so multiplicirt man auch jenen Preis mit der vielfachen Zahl.

Ein Ballen Papier kostet 32 Rubel S., was kosten $2\frac{1}{2}$ Ries?

10 Ries . . . . 32 R. S.

4)

$2\frac{1}{2}$ Ries . . . . 8 R. S.

Ein Pud kostet 12,50 R. S., was kosten 5 Pfund?

40 Pfund . . . . . 12,50 R. S.
8)
5 Pfund . . . . . . $1,56\frac{1}{4}$ R. S.

Ein russisches Pfund 12löthiges Silber hat den innern Werth von $17,06\frac{2}{3}$ R. S., was kostet ein russisches Loth 12löthiges Silber.

32 Loth . . . . 17,066 . . . R. S.
4)
8 Loth . . . . 4,266 . . .
8)
1 Loth . . . . 0,533 . . . R. S.

Eine rigische Last Roggen kostet 42 R. S., was kosten 25 Loof?

45 Loof . . . . 42 R. S.
9)
5 Loof . . . . 4,666 . . .
5)
25 Loof . . . . 23,333 . . . R. S.

100 rigische Loof Weizen kosten 285 R. S., was kosten 325 Loof?

100 Loof . . . . 285 R. S.
3)
300 Loof 855
25 Loof . . . ($\frac{1}{4}$ v. 100) . 71,25
926,25 R. S.

Ein Liespfund Weizenmehl kostet $72\frac{1}{2}$ Kop. S., was kosten 5 Liespfund 5 Pfund?

1 Lspf. . . . . 0,725 R. S.
5)
5 Lspf. 3,625
$\frac{1}{4}$ Lspf. 0,18125
3,80625 R. S.

Ein Pud Stangeneisen kostet 3,75 R. Banko, was kosten 3 Pud 8 Pfund?

1 Pud . . . . 3,75 R. B.
3)
3 Pud 11,25
$\frac{1}{5}$ Pud 0,75
12,00 R. B.

100 rigische Loof Hafer kosten 55,40 R. S., was kostet eine Last, was ein Tschetwert?

100 Loof . . . . 55,40 R. S.
10 Loof 5,54
60 Loof oder 1 Last . . . 33,24 R. S.
1 Tschetwert oder 3 Loof . . 1,662 R. S.

$3\frac{1}{2}$ Liespfund Weizenmehl mittlerer Sorte kosten 2,45 R. S., das Loof Mehl zu 5 Liespfund gerechnet, was kostet ein Tschetwert?

$3\frac{1}{2}$ Lspf. . . . . 2,45 R. S.
2)
7 Lspf. 4,90
7)
1 Lspf. 0,70
1 Loof . . . . 3,50 R. S.
1 Tschetwert . . . . 10,50 R. S.

12 Loof Grütze kosten 21 R. S., was kostet 1 Loof?

12 Loof . . . . 21 R. S.
3)
4 Loof 7
4)
1 Loof . . . . 1,75 R. S.

Ein Pfund einer Waare kostet $8\frac{1}{2}$ Kop. S., was kosten 7 Pud 16 Pfund?

1 Pfund . . . . 0,085 R. S.
10 Pfund 0,85
1 Pud 3,40
7 Pud 23,80
10 Pfund 0,85
6 Pfund 0,51
25,16 R. S.

Ein Liespfund einer Waare kostet 2,15 R. S., was kosten 8 Lspf. 15 Pfund?

1 Lspf. oder 20 Pfund . . . . . 2,15 R. S.
8 Lspf. 17,20
10 Pfund 1,075
5 Pfund 0,5375
18,8125 R. S.

Für 12 R. S. bekommt man 7 Tschetwert Hafer, wie viel für 100 R. S.

12 R. S. . . . . . 7 Tschtwert.
8)
96 R. S. 56
4 R. S. . . . . . 2 — 2 — $5\frac{1}{3}$
58 Tschtw. 2 Tschtwk. $5\frac{1}{3}$ Garnez.

Ein Pud Kupfer kostet 8,25 R. S. was kosten $2\frac{1}{2}$ Pfund?

40 Pfund . . . . 8,25 R. S.
8)
5 Pfund . . . . $1{,}03\frac{1}{8}$
$2\frac{1}{2}$ Pfund . . . . $0{,}51\frac{9}{16}$ R. S.

100 Pfund kosten 76,38 R. S., was kosten $12\,^1\!/_2$ Pfund?

100 Pfund		76,38 R. S.
	2)	
50 „		38,19
	2)	
25 „		19,095
	2)	
$12\frac{1}{2}$ „		$9{,}54\frac{3}{4}$ R. S.

2 Pud 30 Pfund kosten 25 R. S., was kosten $27\,^1\!/_2$ Pfund?

110 Pfund	25 R. S.
55 „	12,50
$27\frac{1}{2}$ „	6,25 R. S.

Ein Pfund kostet 65 Kopeken, was kosten 17 Pfund 16 Loth?

1 Pfund	0,65 R.
10 „	6,50
7 „	4,55
$\frac{1}{2}$ „	0,325
	11,375 R.

100 Pfund kosten 14,25 Rubel, was kosten $512\,^1\!/_2$ Pfund?

100 Pfund		14,25 R.
	5)	
500 „		71,25
	8)	
$12\frac{1}{2}$ „		$1{,}78\frac{1}{8}$
		$73{,}03\frac{1}{8}$ R.

100 Pfund kosten 12 R. S., was kosten 775 Pfund?

100 Pfund		12 R. S.
	8)	
800 „		96
	4)	
— 25 „		— 3
		93 R. S.

Zweiter Fall. *Wenn ein Theil das Aliquote des andern Theils ist.*

Die Waare, deren Preis gegeben ist, läſst sich durch Addition oder Subtraction in mehrere Theile zerlegen, wovon jeder folgende ein Aliquotes oder Vielfaches der vorhergehenden ist.

100 rig. Loof Roggen kosten 115 R. S., was kosten 375 Loof?

100 Loof		115 R. S.
	3)	
300 „		345
	4)	
75 „		86,25
		431,25 R. S.

Ein Tschetwert Hafer kostet 1,70 R. S., was kosten 12 Tschetwert 3 Tschetwerik 5 Garnez?

10 Tchetw. . . . . 17 R. S.
5)
2 „ 3,40
8)
2 Tschwk. 0,425
2)
1 „ 0,2125
2)
4 Garnez 0,10625
4)
1 „ 0,0265625
21,17031 R. S.

Ein Bérkowez reiner Hanf kostet 21,25 R. S., was kosten 3 Bérkowez 7 Pud 25 Pfund?

1 Brkwz. . . . . 21,25 R. S.
3)
3 „ 63,75
10)
3 Pud 6,375
3 „ 6,375
3)
1 „ 2,125
2)
20 Pfund 1,0625
4)
5 „ 0,265625
79,953125 R. S.

Ein Pfund kostet 35 Kop., was kosten 6 Pfund 18 Loth?

1 Pfund . . . . 0,35 R.
6)
6 „ 2,10
8)
24 Loth 0,2625
4)
— 6 „ . . . . — 0,065625
2,296875 R.

3 Pfund kosten 1 R. S., was kosten 7 Pud 28 Pfund?

3 Pfund . . . . 1 R. S.
3)
1 „ . . . . 0,33 . . .
10)
10 „ . . . . 3,33 . . .
4)
1 Pud . . . . 13,33 . . .
7)
7 „ . . . . 93,33 . . .
10)
28 Pfund . . . . 9,33 . . .
102,66 . . . R. S.

Ein Pud Wachslicht kostet 8 R. S., was kosten 24 Pfund?

40 Pfund . . . . 8 R. S.
2)
20 „ 4
5)
4 „ 0,80
4,80 R. S.

12 rig. Last Weizen kosten 1400 R. S., was kostet eine Last?

12 Last . . . . 1400 R. S.
2)
6 „ 700
3)
4 „ . . . . 466,66 . . .
10 „ . . . . 1166,66 . . .
10)
1 „ . . . . 116,66 . . . R. S.

5 rig. Loof Roggen kosten 4,75 R. S., was kostet eine Last?

5 Loof . . . . 4,75 R. S.
10)
1 Last 5 Loof 47,50
1 Last . . . . 42,75 R. S.

4 rig. Loof Weizen kosten 9,80 R. S., was kostet die Last?

4 Loof . . . . 9,80 R. S.
10)
40 „ 98,00
5)
8 „ 19,60
117,60 R. S.

Dritter Fall. *Die Waare ist ein Aliquotes der Preisbenennungszahl.*

Die Waare, deren Preis gesucht wird, verglichen mit derjenigen, deren Preis in Kopeiken gegeben ist, beträgt ein Aliquotes von 100, und 100 Kopeiken machen einen Rubel, oder sie ist überhaupt ein Aliquotes von derjenigen Zahl, welche anzeigt, wie viel mal die kleinere gegebene Geldsorte in der gröſsern enthalten ist.

Ein rig. Loof Hafer kostet 65 Kop. S., was kostet 1 Last 6 Loof 4 Külmit, oder $66\frac{2}{3}$ Loof.

1 Loof . . . . 0,65 R. S.
100)
100 „ 65,00
2)
200 „ 130
3)
$66\frac{2}{3}$ „ . . . . $43{,}33\frac{1}{3}$ R. S.

Ein rig. Loof Weizen kostet $2{,}35\frac{1}{2}$ R. S., was kostet 1 Last 2 Loof?

1 Loof . . . . 2,355 R. S.
100 „ 235,50
2)
50 „ . . . . 117,75 R. S.

Ein Pud feiner Kaffe kostet 16,18$\frac{3}{4}$ R. S., was kosten 2 Pud 20 Pfund?

1 Pud	. . . .	16,18$\frac{3}{4}$ R. S.
	10)	
10 „	. . . .	161,875
	4)	
2 Pud 20 Pf.	. . .	40,46875 R. S.

Ein Oxhoft feiner französischer Rothwein kostet 165,28$\frac{3}{8}$ R. S., was kosten 3 Oxhoft 2 Anker?

1 Oxh.	. . . .	165,28375 R. S.
	10)	
10 „	. . . .	1652,8375
	3)	
3$\frac{1}{3}$ „	. . . .	550,94583 R. S.

Ein Tschetwert Roggen kostet 2,90 R. S., was kosten 12 Tschetwert 4 Tschetwerik?

1 Tschetw.	. . . . .	2,90 R. S.
100 „	. . .	290
	8)	
12,5 „	. . .	36,25 R. S.

Vierter Fall. *Vereinigung der ersten drei.*

Wenn der Preis der gegebenen Waare aus kleinern Sorten besteht, die sich leichter zerfällen lassen, so sieht man die Einheiten der Waare, deren Preis gesucht wird, als eben so viel Einheiten des Preises an, und zerfället nun die obige Zahl. Hierbei kann jeder der drei vorigen in Anwendung kommen.

Ein Pud gegossene Talglichte kosten 11,50 R. B., was kosten 4 Pud 35 Pfund?

4 Pd. 35 Pf. zu 1 R.	. . .	4,875 R. B.
	10)	
„ „ „ 10 R.	. .	48,75
	2)	
„ „ „ $\frac{1}{2}$ R.	. . .	2,4375
„ „ „ 11$\frac{1}{2}$ R.	. .	56,0625 R. B.

Ein Liespfund Zucker kostet 4,20 R. S., was kosten 6 Liespfund 17$\frac{1}{2}$ Pfund?

6 Lspf. 17$\frac{1}{2}$ Pf. zu 1 R.	. . . .	6,875 R. S.
	4)	
„ „ „ 4 R.	. . .	27,50
	5)	
„ „ „ 20 K.	. .	1,375
„ „ „ 4,20 R.	. .	28,875 R. S.

Ein Tschetwert Weizen kostet 6,75 R. S., was kosten 3 Rig. Last?

3 Last zu 1 R.	. . . .	48 R. S.
	6)	
„ „ 6 R.	. . . .	288
	8)	
„ „ 75 K.	. .	36
„ „ 6,75 R.	. .	324 R. S.

Ein Bérkowez 12köpfiger Flachs kostet 35,10 R. S., was kosten 5 Bérkowez 7 Pud 8 Pfund?

5 Bérk. zu 1 R.		5
	5)	
„ „ 5 R.		25
	7)	
„ „ 35 R.		175
	10)	
„ „ 10 K.		0,50
5 Bérk. zu 35,10 R. . . .		175,50
	10)	
5 Pud		17,55
	$^4/_{10}$)	
2 Pud		7,02
	10)	
8 Pfund		0,702
		200,772 R. S.

Ein Pud feinster Kaffee kostet 16,20 R. S., was kosten $12^1/_2$ Pfund?

1 Pud zu 1 R.		1
	4)	
10 Pf.		0,25
	4)	
$2\frac{1}{2}$ „		0,0625
$12\frac{1}{2}$ Pf. zu 1 R.		0,3125
	10)	
„ „ 10 R.		3,125
	$^6/_{10}$)	
„ „ 6 R.		1,875
	30)	
„ „ 20 K. . . .		0625
$12\frac{1}{2}$ Pf. zu 16,20 R. . . .		5,0625 R. S.

Verhältniſs und Proportion.

Erklärung des Verhältnisses.

Wenn zwei gleichartige Dinge in Rücksicht ihrer Gröſse mit einander verglichen werden, z. B. die Länge zweier Linien, zweier Stücke Ellenwaaren, die Ausdehnung zweier Flächen, oder Felder, der innere Raum zweier Korn- oder Getränkmaaſse, das Gewicht zweier gewogener Waaren u. s. w., so bedient man sich eines kleinern Maaſses oder einer Einheit, welche von derselben Art seyn muſs, wie die zu vergleichenden Dinge. Dieses Maaſs ist in jedem der beiden Gegenstände eine gewisse Anzahl Male enthalten, und diese Zahlen stellen das Gröſsenverhältniſs der verglichenen Gegenstände dar. So viel mal die erste Zahl in der zweiten enthalten ist, so viel mal ist auch die erste der beiden verglichenen Gröſsen in der andern enthalten. Ein Verhältniſs zeigt also an, wie viel mal eine Gröſse in einer andern von derselben Art enthalten ist. Eben dieses wird auch durch einen Divisionsquotienten oder durch eine Bruchzahl angezeigt. Mithin sind ursprünglich Verhältniſs, Quotient und Bruchzahl eins und dasselbe, nur in verschiedener Form dargestellt.

Die beiden Glieder des Verhältnisses, oder die verglichenen Gröſsen, werden neben einander gestellt, und zwischen sie wird das Divisionszeichen (:) geschrieben. Z. B. das Verhältniſs von 5 zu 4 wird geschrieben 5 : 4.

Um ein Verhältniſs als Quotienten oder Bruch zu schreiben, kann man das erste Glied zum Dividendus oder Zähler, das zweite Glied zum Divisor oder Nenner machen. So ist das Verhältniſs 5 : 4 gleich dem Bruch $^{5}/_{4}$ oder gleich dem Quotienten $1^{1}/_{4}$.

In sofern die Verhältnisse als Quotienten angesehen werden, kommen ihnen die Eigenschaften aller Zahlen überhaupt zu. In sofern sie als Brüche angesehen werden, haben sie dieselben Eigenschaften wie diese.

Erklärung und Bildung einer Proportion.

Die Gleicheit zweier Verhältnisse erkennt man daran, wenn die aus den Verhältnissen gebildeten Brüche einander gleich sind. Z. B. das Verhältniſs 12 : 54 ist dem Verhältniſs 18 : 81 gleich, weil die Brüche $^{12}/_{54}$, $^{18}/_{81}$, gleich sind.

Die Gleichheit zweier Verhältnisse heiſst eine **Proportion**. So geben jene gleichen Verhältnisse 12 : 54 und 18 : 81 die Proportion:

$$12 : 54 = 18 : 81$$

Ein Verhältniſs bleibt sich gleich, wenn man beide Glieder mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt. So kann man aus jedem Verhältniſs unzählige andere, durch Multiplication oder Division der Glieder mit einerlei Zahl, bilden, wodurch man eben so viele Proportionen erhält. Z. B.

$$\begin{array}{c} 6 \\ \smile \\ 12 : 54 = 2 : 9 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} 9 \\ \smile \\ 18 : 81 = 2 : 9 \end{array}$$

Wenn zwei Verhältnisse einem dritten gleich sind, so sind sie auch einander selbst gleich, und bilden eine richtige Proportion:

$$\begin{array}{rl} & 5 : 7 = 10 : 14 \\ & 5 : 7 = 15 : 21 \\ \hline \text{also} & 10 : 14 = 15 : 21 \end{array}$$

Vergröſserung oder Verkleinerung eines Verhältnisses.

Ein Verhältniſs wird so viel mal gröſser, als man das 1ste Glied gröſser oder das 2te kleiner macht. Es wird so viel mal kleiner, als man das 1ste Glied kleiner oder das zweite gröſser macht.

3 : 8 doppelt genommen, giebt 6 : 8 oder 3 : 4
3 : 8 dreimal kleiner gemacht, giebt 1 : 8 oder 3 : 24

Kennzeichen der Richtigkeit einer Proportion.

Eine Proportion ist richtig, wenn:

das 1ste Glied so viel mal im 2ten, als das 3te im 4ten enthalten ist,
oder das 2te Glied so viel mal im 1sten, als das 4te im 3ten enthalten ist,
oder das 1ste Glied so viel mal im 3ten, als das 2te im 4ten enthalten ist,
oder das 3te Glied so viel mal im 1sten, als das 4te im 2ten enthalten ist.

Z. B. $2:4 = 3:6$

$14:7 = 12:6$

$3:5 = 6:10$

$24:21 = 8:7$

Hauptsatz der Proportion.

Eine Proportion ist richtig, wenn das Product der äufsern Glieder gleich ist dem Producte der innern Glieder. Sowohl die beiden äufsern, als auch die beiden innern Glieder, führen die gemeinschaftliche Benennung der wechselnamigen Glieder. Man kann daher auch sagen: in jeder richtigen Proportion müssen die Producte der wechselnamigen Glieder gleich seyn. Dieser Satz wird bewiesen, indem man beide Verhältnisse in Brüche verwandelt und diese Brüche auf gleiche Nenner bringt. Z. B. wenn die Proportion $3:5 = 6:10$ richtig ist, so müssen die Brüche $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{10}$ gleich seyn. Bringt man beide auf den Nenner 50, so ist der erste Zähler 3×10, der andere Zähler 5×6. Da nun diese Producte gleich sind, so sind auch die Brüche $\frac{3}{5}$, $\frac{6}{10}$ gleich, also auch die Proportion $3:5 = 6:10$ richtig.

Veränderung der Proportion, unbeschadet ihrer Richtigkeit.

Eine Proportion bleibt richtig, wenn man die innern oder die äufsern, oder beide Paare von wechselnamigen Gliedern vertauscht. Dieses heifst die Alternation. Z. B.

	$3:5 = 6:10$
Versetzung der innern . .	$3:6 = 5:10$
Versetzung der äufsern . .	$10:5 = 6:3$
Versetzung beider Paare .	$10:6 = 5:3$

Eine Proportion bleibt richtig, wenn man beide ersten, und zugleich auch beide letzten Glieder vertauscht. Dieses heifst die Inversion. Z. B.

Aus $3:5 = 6:10$

wird $5:3 = 10:6$

Eine Proportion bleibt richtig, wenn man zwei gleichnamige Glieder mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt. Unter gleichnamigen Gliedern versteht man das 1ste und 2te, oder das 3te und 4te, oder das 1ste und 3te, oder das 2te und 4te. Man kann auch zwei gleichnamige Glieder mit einer, zwei andere gleichnamige Glieder mit einer andern Zahl multipliciren, ohne die Gültigkeit der Proportion aufzuheben.

Eine Proportion bleibt richtig, wenn man von zwei wechselnamigen, innern oder äufsern Gliedern, das eine mit einer gewissen Zahl multiplicirt, das andere mit der nämlichen Zahl dividirt. Z. B.

$12:54 = 18:81$, hieraus $12:9 = 108:81$

und $4:9 = 108:243$

Wegschaffung der Brüche aus einer Proportion.

Ein Bruch wird aus einem Gliede weggebracht, wenn man dieses Glied mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt, und nun entweder das gleichnamige Glied mit demselben Nenner multiplicirt, oder das wechselnamige Glied mit dem Nenner dividirt. Z. B.

	$5 : 7\frac{1}{2} = 2 : 3$	$5 : 3\frac{1}{3} = 3 : 2$
1ste und 2te mult.	$10 : 15 = 2 : 3$	$15 : 10 = 3 : 2$
2te und 4te mult. .	$5 : 15 = 2 : 6$	$5 : 10 = 3 : 6$
2te mult. / 3te div. }	$5 : 15 = 1 : 3$	$5 : 10 = 1 : 2$

Aus zwei gleichnamigen Gliedern einer Proportion werden die Brüche weggeschafft, wenn sie gleichen Nenner haben, indem man beide Glieder mit diesem Nenner multiplicirt; wenn sie verschiedene Nenner haben, indem man beide Glieder mit dem Generalnenner der Brüche multiplicirt.

mit 3) $\dfrac{5\frac{1}{3} : 7\frac{1}{3}}{16 : 22} \begin{array}{l} = 4 : 5\frac{1}{2} \\ = 4 : 5\frac{1}{2} \end{array}$ 6) $\dfrac{5\frac{1}{3} : 7\frac{1}{2}}{32 : 45} \begin{array}{l} = 8 : 11\frac{1}{4} \\ = 8 : 11\frac{1}{4} \end{array}$

12) $\dfrac{6\frac{3}{4} : 5\frac{5}{6}}{81 : 70} \begin{array}{l} = 9 : 7\frac{7}{9} \\ = 9 : 7\frac{7}{9} \end{array}$

Bildung einer Proportion aus zwei andern.

Wenn die unter einander stehenden Glieder zweier Proportionen mit einander multiplicirt werden, so bilden die Producte wiederum eine richtige Proportion. Z. B.

$$\begin{array}{rcl} 3 : 4 &=& 6 : 8 \\ 5 : 7 &=& 10 : 14 \\ \hline 15 : 28 &=& 60 : 112 \end{array}$$

Wenn hierbei die gegenüberstehenden Glieder gleich sind, so heben sich diese einander auf und fallen also weg. Dieser Schluſs heiſst: aus der Gleichheit (ex aequo). Z. B.

$$\begin{array}{rcl} 3 : 4 &=& 6 : 8 \\ 4 : 2 &=& 12 : 6 \\ \hline 3 : 2 &=& 12 : 8 \end{array}$$

Bildung neuer Proportionen durch Addition und Subtraction der Glieder.

Aus einer Proportion lassen sich durch Addition und Subtraction der gleichnamigen Glieder andere Proportionen nach folgenden Regeln bilden: das erste Glied verhält sich zur Summe oder zum Unterschied des 1sten und 2ten Gliedes, wie das dritte Glied zur Summe oder zum Unterschied des 3ten und 4ten Gliedes.

Aus $6 : 8 = 21 : 28$
wird $6 : 14 = 21 : 49$ Summe
und $6 : 2 = 21 : 7$ Unterschied.

Das zweite Glied verhält sich zur Summe oder zum Unterschiede des 1sten und 2ten Gliedes, wie das vierte Glied zur Summe oder zum Unterschiede des 3ten und 4ten Gliedes.

Aus $6 : 8 = 21 : 28$
wird $8 : 14 = 28 : 49$
und $8 : 2 = 28 : 7$

Die Summe oder der Unterschied des 1sten und 3ten Gliedes verhält sich zur Summe oder zum Unterschied des 2ten und 4ten Gliedes, wie das 1ste zum 2ten oder wie das 3te zum 4ten Gliede.

Aus $6 : 8 = 21 : 28$
wird $27 : 36 = 6 : 8$ und $27 : 36 = 21 : 28$
und $15 : 20 = 6 : 8$ und $15 : 20 = 21 : 28$

Die Summe oder der Unterschied des 1sten und 2ten Gliedes verhält sich zu der Summe oder zum Unterschied des 3ten oder 4ten Gliedes, wie das 1ste zum 3ten oder wie das 2te zum 4ten.

Aus $6 : 8 = 21 : 28$
wird $14 : 49 = 6 : 21$ und $14 : 49 = 8 : 28$
und $2 : 7 = 6 : 21$ und $2 : 7 = 8 : 28$

Die Summe und der Unterschied zweier gleichnamigen Glieder verhalten sich zu einander, wie die Summe und der Unterschied der beiden andern gleichnamigen Glieder.

Aus $6 : 8 = 21 : 28$
wird $14 : 2 = 49 : 7$
und $27 : 15 = 36 : 20$

Um diese Sätze zu beweisen, so bildet man aus der gegebenen Proportion zwei gleiche Brüche, so daſs diejenigen Glieder, welche addirt oder subtrahirt werden sollen, in den Zähler und Nenner desselben Bruchs kommen. Hierauf addirt man zu beiden Brüchen die Zahl 1, oder man subtrahirt von beiden die Zahl 1. Aus den neuen ebenfalls einander gleichen Brüchen bildet man nun wieder eine Proportion.

Durch ein ähnliches Verfahren lassen sich aus einer Proportion noch unzählig viele andere Proportionen ableiten, indem man die gleichnamigen Glieder mit beliebigen Zahlen multiplicirt oder dividirt und dann die Summen oder Unterschiede bildet.

Genäherte Verhältnisse.

Bei sehr scharfen Rechnungen erhält man öfters das Verhältniſs zwischen zwei Gröſsen durch Zahlen von vielen Stellen ausgedrückt, während es zu practischem Gebrauch hinreichend ist, ein genähertes Verhältniſs in einfachen Zahlen anzuwenden. Um solche genäherte Verhältnisse zu finden, sieht man die gegebenen Zahlen als Zähler und Nenner eines Bruchs an, und verfährt mit diesen, wie es oben angezeigt wurde, um eine Reihe von genäherten Brüchen zu finden. Man dividirt nämlich mit der kleinern Zahl in die gröſsere, mit dem Rest in den vorigen Divisor u. s. f. und erhält dadurch eine Reihe von Quotienten. Die Glieder des 1sten Verhältnisses sind nun 1 und der 1ste Quotient. Diese beiden multiplicirt man mit dem 2ten Quotienten, und addirt zum 2ten Product 1. Dadurch ergeben sich die Glieder des 2ten genäherten Verhältnisses. Diese beiden Glieder multiplicirt man mit dem 2ten Quotienten und addirt die Glieder des 1sten Verhältnisses dazu. Hierdurch erhält man die Glieder des 3ten Verhältnisses. Diese multiplicirt man mit dem 3ten Quotienten und addirt die Glieder des 2ten Verhältnisses dazu, u. s. f.

Will man die Rechnung nur bis zu einem gewissen Quotienten fortsetzen, so bleibt man bei demjenigen Quotienten stehen, auf welchem ein viel gröſserer folgt.

Beispiele.

1) Die ehemalige Loofstelle der Krongüter in Kurland hielt 225 Quadratstangen, jede Stange zu $7\frac{1}{2}$ rigischen Ellen, jede Elle zu $21\frac{1}{6}$ engl. Zoll, mithin die Stange $158\frac{3}{4}$ engl. Zoll, also die Loofstelle $5670351\frac{9}{16}$ engl. Quadratzoll oder 39377 Quadratfuſs $63\frac{9}{16}$ Quadratzoll.

Die russische Dessätine enthält 2400 Quadratsaschen, jede zu 49 engl. Quadratfuſs, mithin 117600 engl. Quadratfuſs. Welches sind die genäherten Verhältnisse zwischen der alten Loofstelle und der Dessätine?

25)

90′725625	270′950400	
3′629025	10′838016	2
3 579966	7 258050	
49059	3 579966	1
	3 43413	72
	145836	
47718	98118	1
1341	47718	35
	4023	
	7488	
783	6705	1
558	783	1
450	558	2
108	225	2
108	216	12
0	9	

Quotienten.	Verhältnisse.
2	1 : 2
1	1 : 3
72	73 : 218
1	74 : 221
35	2663 : 7953
1	2737 : 8174
1	5400 : 16127
2	13537 : 40428
2	32474 : 96983
12	403225 : 1204224

Nimmt man zum practischen Gebrauch das Verhältniſs 74:221, so ist die Loofstelle $117600 \times {}^{74}/_{221}$, d. i. 39377 engl. □ Fuſs.

Anmerkung. Die neue Loofstelle der liefl. und kurl. Krongüter ist 40000 engl. Quadratfuſs, und ihr genaues Verhältniſs zur Dessätine ist 50 : 147.

2) Das Meter hält 36,941328 par. Zoll und 39,37079 engl. Zoll. Welches sind die genäherten Verhältnisse beider Zoll- oder Fuſsmaaſse?

			Genäherte Verhältnisse.
36′941328	39′370790	1	1 : 1
24 29462	36 941328	15	15 : 16
12 147310	2 429462		
	1 997592	4	61 : 65
499398	431870	1	76 : 81
431870	405168	6	517 : 551
67528	26702	2	1110 : 1183
53404	14124	1	1627 : 1734
14124	12578	1	2737 : 2917
12578	12368	8	23523 : 25070
1546	210	7	167398 : 178407
1470	152	2	358319 : 381884
76	58	1	525717 : 560291
58	54	3	1935470 : 2062757
18	4	4	8267597 : 8811319
16	4	2	18470664 : 19685395
2			

Am bequemsten ist es, bei dem 8ten Quotienten stehen zu bleiben, welches das Verhältniſs 2737 : 2917 giebt.

Anmerkung. So die bisherige Annahme. Nach meiner neuesten Untersuchung (Dec. 1833) ist das Original-Meter:

zwischen 36,93960 u. 36,94104, im Mittel 36,94032 par. Zoll.
„ 39,3712 u. 39,3698, im Mittel 39,3705 engl. Zoll.

3) Wenn man den preuss. oder rheinl. Fuſs zu 139,13 par. Linien annimmt, so ist das genaue Verhältniſs des engl. Fuſses zum rheinl.

wie 265977′561600 : 273882′900635
oder wie 53195512320 : 54776580127

Hieraus die genäherten Verhältnisse zu finden:

265977561600	273882900635	1 . . . . 1 : 1
23716017105	265977561600	33 . . . . 33 : 34
28817390550	7905339035	
23716017105		
5101373445		
2803965590	5101373445	1 . . . . 34 : 34
2297407855	2803965590	1 . . . . 67 : 69
2026230940	2297407855	1 . . . 101 : 104
271176915	506557735	4 . . . 471 : 485
235380820	271176915	1 . . . 572 : 589
35796095	235380820	1 . . 1043 : 1074
20604250	214776570	6
15191845	20604250	1
	15191845	1
	5412405	

Demnach sind 101 rheinl. Fuſs gleich 104 engl., oder noch genauer 1043 rheinl. gleich 1074 engl.

4) Der russische Saschen von 7 engl. Fuſs verhält sich zum Faden von 6 rheinl. Fuſs, wie 7301 : 6444.

6444	7301	1 . . . . . 1 : 1
5999	6444	7 . . . . . 7 : 8
445	857	1 . . . . . 8 : 9
412	445	1 . . . . 15 : 17
33	412	12 . . . . 188 : 213
	33	
32	66	2 . . . . 391 : 443
1	16	16 . . . 6444 : 7301

Bleibt man beim 4ten Quotienten stehen, so sind 15 Saschen so viel als 17 Faden rheinl. Bleibt man beim 6ten stehen, so sind noch genauer 391 Saschen gleich 443 Faden rheinl.

5) Wenn der engl. Fuſs zum rheinl. wie 1043:1074, also der engl. Cubikfuſs zum rheinl. Cubikfuſs wie 1134626507:1238833224, welches sind die genäherten Verhältnisse?

1134626507	1238833224	1	. . . . 1 : 1
104206717	1134626507	10	. . . . 10 : 11
92559337	104206717	1	. . . . 11 : 12
81531660	92559337	7	. . . . 87 : 95
11027677	11647380	1	. . . . 98 : 107
619703	11027677	17	. . 1753 : 1914
4830647	619703		
4337921			
492726	492726	1	. . 1851 : 2021
380931			
	126977	3	. . 7306 : 7977
111795			
106274	111795	1	. . 9157 : 9998
5521	15182	7	

Hier kann man bei dem Verhältniſs von 98:107 stehen bleiben, welches den rheinl. Cubikfuſs nur um $\frac{1}{125}$ Cubikzoll zu klein giebt.

6) Eine Kugel verhält sich zum Cubus ihres Durchmessers wie 0,523598775598... zu 1. Welches sind die genäherten Verhältnisse?

523598775598	1000000000000	1	. . . . 1 : 1
476401224402	523598775598	1	. . . . 1 : 2
47197551196	476401224402	10	. . . . 11 : 21
4425712442	47197551196	10	. . . 111 : 212
2940426776	4425712442	1	. . . 122 : 233
1485285666	2940426776	1	. . . 233 : 445
1455141110	1485285666	1	. . . 355 : 678
120578224	1455141110	48	
249358870	30144556		
241156448	24607266	3	
8202422	5537290		

Das Verhältniſs von 355:678 giebt die Kugel nur um ein 22 Milliontel des Cubus des Durchmessers zu groſs. Denn

die Kugel ist vom Cubus des Durchmessers 0,523598775 . . .
der Bruch $\frac{355}{678}$ giebt in Decimalstellen . . 0,523598820 . . .
Unterschied . . . 0,000000045

Regel de tri.

Zweck der Regel de tri.

Diese Regel lehrt, aus drei gegebenen Gröſsen oder Zahlen eine vierte unbekannte Gröſse oder Zahl zu finden, die mit jenen drei in einer richtigen Proportion stehen soll. Es wird hierbei vorausgesetzt, daſs von den vier Gröſsen je zwei von gleicher Art und nur der Gröſse nach verschieden sind.

Kennzeichen der graden Regel de tri.

Die Regel de tri wird bei allen denjenigen Fragen angewendet, wo es heiſst: je mehr Dinge von der einen Art, desto mehr Dinge von der andern. Wenn eine Gröſse in demselben Verhältniſs zunimmt, wie eine andere, oder in demselben Verhältniſs abnimmt, wie eine andere, so steht jene mit dieser in gradem oder directem Verhältniſs, und die Berechnung geschieht durch die grade oder directe Regel de tri. Solche Aufgaben kommen besonders bei der Vergleichung von Waaren mit ihren Preisen vor, da für eine Waare von übrigens gleicher Güte desto mehr bezahlt wird, in je gröſserer Menge sie vorhanden ist.

Kennzeichen der verkehrten Regel de tri.

Wenn man sagen kann: je mehr Dinge von der einen Art, desto weniger Dinge von der andern, oder wenn eine Gröſse in demselben Verhältniſs zunimmt, wie eine andere abnimmt, so sagt man, daſs die Gröſse der einen Art mit der Gröſse der andern Art in verkehrtem, indirectem oder inversem Verhältniſs steht, und macht die Berechnung durch die verkehrte Regel de tri.

Die verkehrte Regel de tri kommt vor, wenn verschiedene zusammenwirkende Ursachen einerlei Wirkung hervorbringen. Z. B. Je mehr Arbeiter angestellt werden, in desto kürzerer Zeit werden sie die Arbeit bei gleichem Fleiſs vollenden. Je länger die Fläche, desto weniger breit ist sie bei gleichem Inhalt. Je höher der Körper, desto geringer sein Querschnitt bei gleichem innern Raum u. s. w.

Reduction der gleichartigen Glieder auf eine gemeinschaftliche Einheit.

Ehe die Berechnung angefangen werden kann, muſs man die beiden Gröſsen, welche von gleicher Art sind, auch auf eine gleiche Benennung, d. h. auf ein gemeinschaftliches Maaſs oder eine gemeinschaftliche Einheit bringen.

Z. B. Die eine Waare wiegt 5 Pfund, die andere 7 Pfund 4 Loth, so müssen entweder beide Quotienten auf Loth gebracht werden, also 160 Loth und 228 Loth; oder die Loth in der zweiten Waare müssen als Bruch eines Pfundes ausgedrückt werden, also: 5 Pfund und $7^1/_8$ Pfund.

Ansatz der graden Regel de tri durch Proportion.

Man schreibt die beiden Gröſsen, welche von einerlei Art sind, in das 1ste und 2te Glied eines Verhältnisses. Sind nun die Verhältnisse direct, so setzt man die beiden andern Gröſsen, wovon die eine gegeben ist, die andere gesucht wird, als 3tes und 4tes Glied der Proportion, so daſs sich das 3te Glied auf das 1ste und das 4te auf das zweite bezieht. Wenn z. B. die Waare im 1sten und 2ten Glied ist, so muſs der Preis der 1sten Waare in's 3te, der Preis der 2ten Waare in's 4te Glied, wenn aber die Preise im 1sten und 2ten Gliede stehen, so muſs die Waare des 1sten Preises in's 3te Glied, die Waare des 2ten Preises in's 4te Glied gesetzt werden.

Indessen ist es auch kein Fehler, die mittlern Glieder zu verwechseln, und daher in's 1ste Glied die Waare, in's 2te Glied ihren Preis, in's 3te Glied die andere Waare, in's 4te Glied ihren Preis zu schreiben; oder auch in's 1ste Glied einen Preis, in's 2te Glied dessen Waare, in's 3te Glied den andern Preis, in's 4te Glied dessen Waare zu schreiben. In diesem Falle sind das 1ste und 3te Glied gleichnamig, und eben so das 2te und 4te Glied; man hat dann nur dafür zu sorgen, daſs auch diese gleichnamigen Glieder auf einerlei Benennung oder Maaſs gebracht werden.

Wirkliche Berechnung.

Sind auf diese Weise die Glieder gehörig gestellt und die gleichnamigen auf einerlei Benennung oder Maaſs gebracht, so ist es so anzusehen, als ob sich dieses gemeinschaftliche Maaſs der gleichnamigen Glieder durch Division aufhebe. Man hat also nur noch mit einer Proportion von vier Zahlen zu rechnen, bei welcher man den obigen Satz anwendet, daſs das Product der äuſsern Glieder dem Product der innern gleich seyn muſs. Ist daher die gesuchte Zahl im 4ten oder im 1sten Gliede, so multiplicirt man die gegebenen innern Glieder mit einander, und dividirt mit dem gegebenen äuſsern, wodurch sich das gesuchte äuſsere Glied der Proportion ergiebt.

Ist aber dieses gesuchte Glied eines von den innern, so multiplicirt man die gegebenen äuſsern Glieder mit einander und dividirt mit dem gegebenen innern.

Reduction der Glieder auf den einfachsten Ausdruck.

Ehe man die Multiplication und Division anfängt, thut man wohl, die Brüche auf die so eben bei den Verhältnissen angezeigte Art wegzuschaffen, und die sich so ergebenden ganzen Zahlen auf ihren einfachsten Ausdruck zu bringen, indem man die in den gleichnamigen Gliedern enthaltenen, gemeinschaftlichen Factoren durch Division aufhebt.

Z. B. 5 Pfund kosten 1 Rub. 70 Kop., was kosten 7 Pfund 4 Loth? Hier kann man ansetzen:

$$5 \text{ ℔} : 7\tfrac{1}{8} \text{ ℔} = 1{,}70 \text{ R.} : x \text{ R.}$$

$$\text{oder } 7\tfrac{1}{8} \text{ ℔} : 5 \text{ ℔} = x \text{ R.} : 1{,}70 \text{ R.}$$

$$\text{oder } 1{,}70 \text{ R.} : x \text{ R.} = 5 \text{ ℔} : 7\tfrac{1}{8} \text{ ℔}$$

$$\text{oder } x \text{ R.} : 1{,}70 \text{ R.} = 7\tfrac{1}{8} \text{ ℔} : 5 \text{ ℔}$$

$$\text{oder } 5 \text{ ℔} : 1{,}70 \text{ R.} = 7\tfrac{1}{8} \text{ ℔} : x \text{ R.}$$

$$\text{oder } 7\tfrac{1}{8} \text{ ℔} : x \text{ R.} = 5 \text{ ℔} : 1{,}70 \text{ R.}$$

u. s. w.

In allen diesen Fällen ist immer die gesuchte Zahl gleich 1,70 multiplicirt mit $7\,{}^{1}/_{8}$, und dividirt mit 5, oder multiplicirt mit 57 und dividirt mit 40, also gleich $2{,}42\,{}^{1}/_{4}$ Rubel.

Ansatz der verkehrten Regel de tri durch die Proportion.

Man setzt wieder in das 1ste und 2te Glied diejenigen beiden gegebenen Gröſsen, welche von einerlei Art sind, und in das 3te und 4te Glied die beiden andern gleichartigen Gröſsen, wovon die eine gegeben ist, die andere gesucht wird; jedoch setzt man sie so, daſs sich das 3te Glied auf das 2te und das 4te Glied auf das 1ste bezieht. Dadurch erhält man eine richtige Proportion und befolgt nun dieselben Regeln, welche für die grade Regel de tri gegeben wurden.

Z. B. Ein Capital von 850 Rub. giebt in 6 Jahren 6 Monaten 276,25 Rub. Zinsen, in welcher Zeit werden 1000 Rub. dieselbe Summe von Zinsen liefern? Hier ist der Ansatz:

$$850 \text{ R.} : 1000 \text{ R.} = x \text{ J.} : 6\tfrac{1}{2} \text{ J.}$$
$$\text{oder } 1000 \text{ R.} : 850 \text{ R.} = 6\tfrac{1}{2} \text{ J.} : x \text{ J.}$$

u. s. f.

Die gesuchte Zahl von Jahren wird also gefunden, indem man $6\tfrac{1}{2}$ Jahr mit 850 multiplicirt und mit 1000 dividirt; sie ist also 5,525 Jahr oder 5 Jahr 6 Monat 9 Tage.

Ansatz der graden Regel de tri durch zwei Gleichungen oder einen Kettensatz.

Bei der graden Regel de tri setzt man irgend eine der gegebenen oder gesuchten Gröſsen hin, und ihr gegenüber ihren Werth, wodurch sich die eine Gleichung ergiebt. Die 2te Gleichung bildet man, indem man sie mit einer Gröſse anfängt, die mit derjenigen von gleicher Benennung ist, mit welcher die 1ste Gleichung geendigt wurde. Ihr gegenüber rechts schreibt man ihren Werth, der auch dieselbe Benennung haben muſs, wie diejenige Gröſse, mit welcher man die 1ste Gleichung anfing. Dadurch kommen nun in der Columne links dieselben Benennungen oder Einheiten vor, wie in der Columne rechts. Man multiplicirt nun in der Columne, welche der gesuchten Gröſse gegenüber steht, die unter einander stehenden Zahlen, und dividirt das Product durch die gegenüber stehende Gröſse, welche in der Columne der gesuchten sich befindet. Der hier befolgte Grundsatz ist der: wenn mehrere Gröſsen mehrern andern an Werth gleich sind, so müssen auch die Producte jener Gröſsen dem Product dieser Gröſsen an Werth gleich seyn.

Z. B. 5 Pfund kosten 1,70 Rub., was kosten 7 Pfund 4 Loth? wird so angesetzt:

$$\begin{array}{r|l} 5 \text{ Pf.} & 1{,}70 \text{ R.} \\ x \text{ R.} & 7\tfrac{1}{8} \text{ Pf.} \end{array}$$

$$\text{also } x = \frac{1{,}70 \times 7\tfrac{1}{8}}{5}$$

oder

$$\begin{array}{r|l} x \text{ R.} & 7\tfrac{1}{8} \text{ Pf.} \\ 5 \text{ Pf.} & 1{,}70 \text{ R.} \end{array}$$

$$x = \frac{1{,}70 \times 7\tfrac{1}{8}}{5}$$

oder

$$\begin{array}{r|l} 1{,}70 \text{ R.} & 5 \text{ Pf.} \\ 7\tfrac{1}{8} \text{ Pf.} & x \text{ R.} \end{array}$$

$$\frac{1{,}70 \times 7\tfrac{1}{8}}{5} = x$$

oder

$$\begin{array}{r|l} 7\tfrac{1}{8} \text{ Pf.} & x \text{ R.} \\ 1{,}70 \text{ R.} & 5 \text{ Pf.} \end{array}$$

$$\frac{1{,}70 \times 7\tfrac{1}{8}}{5} = x$$

Ansatz der verkehrten Regel de tri durch eine Gleichung.

Bei der verkehrten Regel de tri werden die Gröſsen, welche gemeinschaftlich eine Wirkung hervorbringen, als Factoren in eine Columne unter einander gesetzt; und die beiden andern Gröſsen, welche die nämliche Wirkung hervorbringen sollen, werden ihnen gegenüber ebenfalls in eine Columne unter einander geschrieben. Hier müssen ebenfalls auf der einen Seite dieselben Benennungen vorkommen, wie auf der andern, und die Producte der unter einander stehenden Zahlen in beiden Columnen einander gleich seyn.

Z. B. In welcher Zeit geben 1000 Rub. dieselbe Summe von Zinsen, als 850 Rubel in $6\frac{1}{2}$ Jahren?

Hier machen die Zinsen desto mehr aus, je gröſser das Capital ist, und je längere Zeit es auf Interessen steht. Mithin sieht man die Zinsen als Wirkung, Capital und Zeit als Ursachen an. Diese müssen demnach als Factoren unter einander geschrieben werden.

Der Ansatz ist also:

$$\left.\begin{array}{r}850\text{ R.}\\ 6\frac{1}{2}\text{ J.}\end{array}\right\}\left\{\begin{array}{l}1000\text{ R.}\\ \quad x\text{ J.}\end{array}\right.\qquad \frac{6\frac{1}{2}\cdot 850}{1000}=x$$

oder

$$\left.\begin{array}{r}1000\text{ R.}\\ x\text{ J.}\end{array}\right\}\left\{\begin{array}{l}850\text{ R.}\\ 6\frac{1}{2}\text{ J.}\end{array}\right.\qquad x=\frac{850\cdot 6\frac{1}{2}}{1000}$$

Ansatz nach der Reesischen Regel für beide Arten.

Diese Regel ist die nämliche, die Verhältnisse mögen grade oder verkehrt seyn.

Man nimmt aus den gegebenen Gröſsen diejenige, welche mit der gesuchten von gleicher Art ist, und schreibt sie hin. Nun überlegt man, ob nach dem Sinn der Frage die gesuchte Gröſse gröſser oder kleiner werden muſs, als die gegebene gleichartige Gröſse. Muſs die gesuchte gröſser seyn, so schreibt man unter sie die gröſsere von den beiden andern gegebenen als Multiplicator, die kleinere aber links als Divisor. Muſs die gesuchte Gröſse aber kleiner seyn, als die gegebene gleichartige, so schreibt man unter sie als Multiplicator die kleinere von den beiden andern gegebenen Gröſsen, die gröſsere aber rechts als Divisor.

Z. B. 5 Pfund kosten 1,70 Rub., was kosten $7\frac{1}{8}$ Pfund?

Hier werden Rub. gesucht, man schreibt also die gegebenen 1,70 Rub. hin. Da man für $7\frac{1}{8}$ Pf. offenbar mehr als für 5 Pf. erhält, so schreibt man unter 1,70 Rub. die gröſste Zahl $7\frac{1}{8}$, und links als Divisor die kleinere Zahl 5.

Nämlich:

$$\begin{array}{r|r}
 & 1{,}70\text{ R.}\\
5\text{ Pf.} & 7\frac{1}{8}\text{ Pf.}\\
\hline
 & 11{,}90\\
 & 0{,}2125\\
\hline
 & 12{,}1125\\
\hline
 & 2{,}4225\text{ R.}
\end{array}$$

In welcher Zeit geben 1000 Rub. dieselbe Summe von Zinsen, als 850 Rub. in $6\frac{1}{2}$ Jahren?

Hier werden Jahre gesucht, man schreibt also die gegebenen $6\frac{1}{2}$ Jahre hin. Nun bringen offenbar 1000 Rub. in kürzerer Zeit eine gewisse Zinsensumme, als 850 Rub. Folglich schreibt man die kleinere Zahl als Multiplicator, und die gröſsere Zahl 1000 als Divisor. Nämlich:

$$\begin{array}{r|r}
 & 6\frac{1}{2}\text{ J.}\\
1000\text{ R.} & 850\text{ R.}\\
\hline
 & 5100\\
 & 425\\
\hline
 & 5525\\
\hline
 & 5{,}525\text{ J.}
\end{array}$$

Beispiele zur graden und ungraden Regel de tri.

1) Für 17 Last 40 Loof Roggen rig. Maafs zahlt man 700 R. S., wieviel für 20 Last 30 Loof?

Facit 808,70 R. S.

2) Für 7 Last 28 Loof Weizen rig. Maafs zahlt man 900 R. S., was ist der Preis der Last?

Facit 118,68 R. S.

3) Für 8 Last 24 Loof rig. Maafs Weizen werden 1000 R. S. gezahlt, wieviel erhält man für 1275,50 R. S.?

	$8\frac{1}{2}$ Last.	0,84175
1000 R. S.	1275,50 R. S.	336700
	10204	6734
	637,75	40404

Facit 10,84175 Last oder 10 Last 40 Loof.

4) Für 7 Last 6 Loof 2 Külmet Hafer, rig. Maafs, zahlt man 230 R. S., wieviel für 6 Last 22 Loof?

	230
$426\frac{1}{3}$	382
	764
	1146
	87860
1279	263580

Facit 206,08 R. S.

5) Wenn das russ. Pfund 6318,5 Gran, das engl. Pfund 7000 Gran und der engl. Centner 112 engl. Pfund hat, wieviel russ. Pfund enthält er?

	112
6318,5	7000

Facit 124 russ. Pf.

6) Wenn 1 Pud Demidowsches Kupfer 32 R. B. kostet, wie hoch kommt ein Londoner Centner?

	32 R. B.
40 Pf.	124 Pf.

Facit 99,20 R. B.

7) Wenn am 1. März 1832 in St. Petersburg der Rub. Gold oder $^1/_5$ Halbimp. zu 3,82 R. B., der R. S. zu 3,67 R. B. stand, wie hoch stand der Halbimp. gegen Silb.?

Facit $5{,}20\frac{7}{16}$ R. S.

8) Wenn bei dem nämlichen Course der holländ. neue vollwichtige Ducaten zu 10,75 R. B., der gute gemischte Ducaten aber zu 10,65 R. B. stand, wie standen beide gegen Silb. und wie stand der Halbimperial gegen sie?

Facit.	Der vollwichtige Ducaten	$2{,}92\frac{15}{16}$ R. S.
	Der gemischte Ducaten .	$2{,}90\frac{3}{16}$ R. S.
	Der Halbimperial	1,7767 wicht. Ducaten.
	„ „	1,7934 gem. Ducaten.

9) Wenn 3 Pfund einer Waare 2 R. S. kosten, wieviel Loth erhält man für 80 K.S.?

	96 L.
2 R.S.	0,80 R.S.

Facit 38,4 Loth.

10) Ein Kaufmann zu St. Petersburg hat für Waaren in Amsterdam den 1. Juni 1832 die Summe von 1250 holl. Gulden zu zahlen. Wenn nun auf dem Courszettel vom 1. März, 3 Monat à dato, der Amsterdamer Cours mit $51\frac{1}{4}$ Cents notirt ist, wieviel hat er in Bankoassignationen zu zahlen?

(100 R. B. = $51\frac{1}{4}$ holl. Gulden.)

	1250 holl. G.
$51\frac{1}{4}$	100

Facit 2439,02 R. B.

11) Wenn nun dieser Kaufmann auf die genannte Summe 5 Procent gewinnen, d. h. statt 100 R.B. nur 95 zahlen will, welchen Cours muſs er abwarten?

	$51\frac{1}{4}$
95	100

Facit $53\frac{15}{16}$ Cents pr. Rubel.

12) Der Pari von St. Petersburg auf Amsterdam ist 187,16 holl. Cents für 1 R. S., wieviel macht dieses auf 1 R.B. aus, wenn der Bankocours 367 ist?

	187,16 Cents
367	100

Facit 50,997 oder sehr nahe 51 Cents.

13) Jemand, welcher täglich 40 Werst geht, legt einen gewissen Weg in 14 Tagen zurück, wieviel Zeit braucht ein anderer, welcher täglich 115 Werst fährt?

	14 T.
115 W.	40 W.

Facit $4\frac{20}{23}$ Tage.

14) Die rig. und rev. Elle hält $21\frac{1}{6}$ engl. Zoll, die russ. Arschin aber 28 engl. Zoll; wieviel miſst ein Stück Zeug von 60 Ellen in Arschinen?

	60 Ellen
28	$21\frac{1}{6}$

Facit 45 Arschin 6 Wersch.

15) Wieviel aber beträgt ein Stück Zeug von 100 Arschin in rev. oder rig. Ellen?

	100
$21\frac{1}{6}$	28

Facit $132\frac{1}{4}$ Ellen.

16) Wenn 1000 Arschinen grobe russ. Leinwand für 700 R. B. verkauft werden, wieviel macht dieser Preis für 1000 rig. Ellen?

	700
28	$21\frac{1}{6}$

Facit $529{,}16\frac{2}{3}$ R. B.

17) Wieviel macht der nämliche Preis für ein Stück Leinwand von 60 rig. Ellen?

$$\begin{array}{r|l} & 529{,}16\tfrac{2}{3}\ \text{R.B.} \\ 1000 & 60 \end{array}$$

Facit 31,75 R. B.

18) Wenn ein Stück Leinwand von 60 Ellen für 45 R. S. verkauft wird, wieviel Ellen bekömmt man für 100 R. S.?

$$\begin{array}{r|l} & 60 \\ 45 & 100 \end{array}$$

Facit $133\frac{1}{3}$ Ellen.

19) Wenn man für 100 R. S. $133\,^1/_3$ Ellen erhält, wieviel ist für 83 Ellen 2 Quartier zu bezahlen?

$$\begin{array}{r|l} & 100 \\ 133\tfrac{1}{3} & 83\tfrac{1}{2} \end{array}$$

Facit $62{,}62\frac{1}{2}$ R. S.

20) Jemand, welcher sonst täglich 11 Stunden arbeitete, kann sich jetzt nur 8 Stunden beschäftigen; in wieviel Tagen wird er nun so viel verdienen können, als sonst in 14 Tagen?

$$\begin{array}{r|l} & 14 \\ 8 & 11 \end{array}$$

Facit $19\frac{1}{4}$ Tage.

21) Zu einem Kleide werden 3 Ellen 2 Quartier Tuch erfordert, welches 11 Quartier breit ist, wieviel Ellen zu 9 Quartier Breite sind dazu erforderlich?

$$\begin{array}{r|l} & 3\tfrac{1}{2} \\ 9 & 11 \end{array}$$

Facit 4 Ellen 1 Quartier.

22) Als der Bérkowez Flachs am Ort mit 130 R. B. gekauft wurde, verkaufte man das Pfund zu 40 K. B. Wenn nun der Flachs auf 150 R. B. steigt, wie theuer muſs man das Pfund verkaufen?

$$\begin{array}{r|l} & 40 \\ 130 & 150 \end{array}$$

Facit $46\frac{2}{13}$ K. B.

23) Jemand hat für 32 Ellen Tuch 65,50 R. S. gegeben, was werden 102 Ellen 3 Quartier kosten?

$$\begin{array}{r|l} & 65{,}50 \\ 32 & 102{,}75 \end{array}$$

Facit 210,31 R. S.

24) Jemand tauschte für 15 Ellen Leinwand 7 Ellen 3 Quartier Tuch ein, wieviel Tuch wird er für 100 Ellen Leinwand erhalten?

$$\begin{array}{r|l} & 7{,}75 \\ 15 & 100 \end{array}$$

Facit $51\frac{2}{3}$ Ellen Tuch.

25) In St. Petersburg kostete am 1. März 1832 ein Pud des feinsten bengalischen Indigo 290 R. B. Jemand kaufte von dieser Waare 132 Pfund 18 Solotnik, verkaufte von seinem Einkauf 60 Pfund, das Pfund zu 8,50 R. B. Wie theuer mufste er den Rest verkaufen, um beim ganzen Handel 10 Procent zu gewinnen?

$$\begin{array}{r|l} & 2{,}90 \\ 40 & 132{,}1875 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & 958{,}36 \\ \text{10 Proc.} & 95{,}84 \\ \hline & 1054{,}20 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} & 8{,}50 \text{ R. B.} \\ 1 & 60 \\ \hline & 510 \text{ R. B.} \\ & 1054{,}20 \\ \hline 72{,}1875 & 544{,}20 \\ \hline \end{array}$$

Facit 7,54 R. B.

26) Jemand gewinnt bei einem Handel im Durchschnitt jährlich 1000 R. S., wieviel beträgt dieses in 2 Jahr 7 Monat?

$$\begin{array}{r|l} & 1000 \\ 12 & 31 \\ \hline \end{array}$$

Facit $2583{,}33\frac{1}{3}$ R. S.

27) Jemand ist verpflichtet, einem andern 1500 R. S. auf $9\frac{1}{2}$ Monat zum Gebrauch gegen Rückgabe des Capital's zu leihen; wie lange müfste er ihm 850 R. S. leihen?

$$\begin{array}{r|l} & 9{,}5 \\ 850 & 1500 \\ \hline \end{array}$$

Facit 16 Monat 23 Tage.

28) Ein Werk wird von 15 Arbeitern in 30 Tagen zu Stande gebracht; würde man statt derselben nur 8 Arbeiter anstellen, wieviel Zeit würden sie brauchen?

$$\begin{array}{r|l} & 30 \\ 8 & 15 \\ \hline \end{array}$$

Facit $56\frac{1}{4}$ Tage.

29) Eine Arbeit kann von 45 Menschen in 60 Tagen verfertigt werden. Zuerst arbeiten daran 40 Menschen während 50 Tagen; dann stellt man 35 Arbeiter an, in welcher Zeit werden sie fertig?

$$\begin{array}{r|l} & 60 \text{ Tage} \\ 1 & 45 \\ \hline & 2700 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 50 \\ 1 & 40 \\ \hline & 2000 \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 2700 \\ & 2000 \\ \hline & 700 \\ 35 & 1 \\ \hline \end{array}$$

Facit — 20 Tage.

30) Von Mitau nach Riga, auf eine Entfernung von 41 Werst, sollen Waaren, an Gewicht 130 Liespfund, transportirt werden, statt dessen ist die Fracht 208 Liespfund 10 Pfund; wie weit reicht dieselbe Bezahlung?

$$\begin{array}{r|l} & 41 \\ 208{,}5 & 130 \\ \hline \end{array}$$

Facit $25\frac{1}{2}$ Werst.

31) In Mitau werden 1500 Mann einquartirt, und erhalten Proviant auf 7 Monat. Nach 3 Monaten erhalten sie eine Verstärkung, mit welcher sie nur noch auf $2\frac{1}{2}$ Monat verproviantirt sind, wie groſs war die Verstärkung?

	1500
$2\frac{1}{2}$	4
	2400
	1500

Facit 900 Mann.

32) Die vier Wände eines Saals von 15 engl. Fuſs 1 Zoll Höhe, sollen mit Tuch ausgeschlagen werden, welches $1\frac{1}{2}$ Arschin breit, und wovon die Arschin 2,25 R. S. kostet. Die Länge des Saals ist 36 Fuſs 3 Zoll, die Breite 23 Fuſs 10 Zoll. Was ist der Betrag?

	72,5 Fuſs
	47,66 . . Fuſs
	120,166 . .
28	12
	51,5 Arschin

	51,5 Arschin
42	181
	221,94
1	2,25

Facit 499,36 R. S.

33) Ein St. Petersburger Kaufmann ist 1832 in Mitau 500 R. S. schuldig. Er liefert erst 4 Berkowez 7 Pud 12 Pfund weiſsen Havannah-Zucker, nach dem damaligen Preiscourant, das Pud zu 26,50 R. B. Für den Rest soll er zur Hälfte ordinären Kaffe zu 44 R. B., zur Hälfte feinen Kaffe zu 60 R. B., das Pud, liefern; wieviel von jedem, wenn der Bankocours 367 ist?

	500 R. S.
1	3,67
	1835 R. B.

	26,50 R. B.
1	47,3
44	1253,45 R. B.
60	1835
104	581,55

Facit 5 Pud $23\frac{2}{3}$ Pfund.

34) Von einer gewissen Summe leben 1500 Menschen 7 Monat; wie lange können 1200 Menschen davon leben?

	7
1200	1500

Facit $8\frac{3}{4}$ Monat.

35) Die gesetzliche Breite des Soldatentuchs ist 1 Arschin 14 Werschok, d. h. 30 Werschok. Es darf nicht breiter als 31, und nicht schmaler als 28 Werschok seyn. Tücher zwischen diesen Breiten müssen durch Berechnung auf die gesetzliche Breite reducirt werden. Von solchem Tuch braucht ein Regiment jährlich 7952 Arschin. Wieviel machen folgende Lieferungen in Tuch von gesetzlicher Breite?

						gesetzliche	
2520	Arschin	$30\frac{1}{2}$	werschokiges	Tuch	machen	2562	Arschin
3612	„	29	„	„	„	$3491\frac{18}{30}$	„
1050	„	$29\frac{1}{2}$	„	„	„	$1032\frac{15}{30}$	„
840	„	31	„	„	„	868	„

Die Lieferungen machen zusammen in Tuch von gesetzlicher Breite . . . . . . $7954\frac{3}{30}$ Ars.

Gesellschaftsrechnung.

Erklärung.

Hierunter versteht man die Vertheilung eines Gewinnes oder Verlustes unter mehrere Personen, nach dem Verhältniſs ihrer Einlagen oder Beiträge zu dem Capital. Die Regel ist folgende: wie sich die Summe aller Beiträge zu jedem einzelnen Beitrage verhält, so verhält sich die ganze zu vertheilende Gröſse zu dem Antheil, welcher jenem Beitrage angehört.

Regel bei einfachen Verhältnissen.

Man multiplicirt die zu vertheilende Gröſse mit dem einzelnen Beitrage, und dividirt das Product durch die Summe aller Beiträge, so ergiebt sich die entsprechende Quote.

Oder man dividirt die zu vertheilende Gröſse durch die Summe aller Beiträge, so ergiebt sich die der Einheit des Beitrags entsprechende Quote. Diese multiplicirt man mit jedem einzelnen Beitrage.

Regel bei zusammengesetzten Verhältnissen.

Wenn ausser dem Beitrage noch andere Bedingungen auf den Antheil Einfluſs haben, z. B. die Zeit, während deren der Beitrag im Handel gestanden hat, so multiplicirt man alle diejenigen Factoren, denen der Antheil einzeln proportionirt seyn soll, mit einander, und sieht dieses Product als diejenige Gröſse an, von welcher das Verhältniſs des Antheils abhängt. Man verfährt also nun mit diesem Producte, so wie es oben für die einzelnen Beiträge vorgeschrieben wurde.

Beispiele:

1) Drei Kaufleute haben 400, 600, 200 R. S. zu einem Handel beigetragen, und zusammen 270 R. S. gewonnen, welches sind die einzelnen Quoten?

400	12 | 270 |	
600	22,50 R. S. . .	Quote für 100
200	90,00	„ „ 400
1200	135,00	„ „ 600
	45,00	„ „ 200
	270	„ „ 1200

2) Vier Personen sollen sich in 4215 R. S. so theilen, daſs der zweite $2\frac{1}{2}$ mal so viel als der erste, der dritte $1\frac{2}{3}$ mal so viel als der zweite, der vierte $2\frac{3}{8}$ mal so viel als der dritte erhält; wieviel bekömmt jeder?

Das Product der Nenner der Brüche ist 48. Dieses sey also die Verhältniſszahl für den Beitrag des ersten, so ist

I. 48	843 | 4215 |	
II. 120	5	Quote von 1
III. 200	240	Quote von 48
IV. 475	600	„ „ 120
843	1000	„ „ 200
	2375	„ „ 475
	4215	„ „ 843

3) Vier Brüder und drei Schwestern sollen sich in eine Erbschaft von 30000 R. S. so theilen, daſs jede Schwester $1\frac{1}{2}$ mal so viel als jeder Bruder erhält. Wieviel kommt auf jeden Antheil?

Der Brud. 2 Theile	17 | 30000 |			
Die Schw. 3 „	1764,706	Quote von 1		
Vier Brüd. 8 Theile	3529,412	„ „ 2	ein Brud.	
Drei Schw. 9 „	5294,118	„ „ 3	eine Schw.	
17	14117,648	Quote von 8	vier Brüd.	
	15882,354	„ „ 9	drei Schw.	
	30000,002			

4) Die Glieder einer Behörde werden zu einer Geldstrafe von 1000 R. S. verurtheilt, welche nach Verhältniſs ihres Gehalts unter sie vertheilt werden soll. Ein Glied derselben hat 2000 R. S., sechs Glieder haben 1500 R. S., zwei Glieder haben 600 R. S., drei Glieder haben 400 R. S. Gehalt; wieviel muſs jeder beitragen?

1	2000	2000	134 | 1000 |	
6	1500	9000	7,4627	Quote von 100
2	600	1200	149,2540	„ „ 2000
3	400	1200	111,9405	„ „ 1500
		13400	44,7762	„ „ 600
			29,8508	„ „ 400
			149,2540	„ „ 2000
			671,6430	„ „ 9000
			89,5524	„ „ 1200
			89,5524	„ „ 1200
			1000,0018	„ „ 13400

5) Drei Personen vereinigen sich zu einer Unternehmung, zu welcher der erste 840, der zweite 900, der dritte 2100 R. S. hergiebt. Nach 5 Monaten tritt ein vierter hinzu, welcher 800 R. S. einlegt, und vier Monat später ein fünfter, welcher 1000 R. S. hergiebt. Fünf Monat nachher wird das Geschäft geendigt, und die Gesellschaft gewinnt 1400 R. S. Was ist der Antheil eines jeden?

I.	14 M.	840	11760	53360 | 1400 |	
II.	14 „	900	12600	0,262369	Quote von . 10
III.	14 „	1200	16800	I. 308,54	„ „ 11760
IV.	9 „	800	7200	II. 330,58	„ „ 12600
V.	5 „	1000	5000	III. 440,78	„ „ 16800
			53360	IV. 188,90	„ „ 7200
				V. 131,18	„ „ 5000
				1399,98	„ „ 53360

Kettenregel.

Erklärung.

Durch diese Regel findet man das Verhältniſs zweier Gröſsen, oder den Werth, welchen eine Anzahl Einheiten in Einheiten einer andern Art hat, wenn man eine hinreichende Anzahl von Zwischenvergleichungen kennt.

Ansatz durch Gleichungen.

Bei dem Ansatz der Kette fängt man gewöhnlich mit denjenigen Einheiten linker Hand an, deren Anzahl gefunden werden soll. Statt dieser gesuchten Zahl setzt man irgend ein Zeichen, ein x oder ein Fragezeichen (?). Rechts gegenüber setzt man die Zahl von Einheiten der zweiten Art, die den gesuchten Einheiten der ersten Art an Werth gleich seyn soll. Die zweite Gleichung fängt man mit einer Zahl von Einheiten der zweiten Art an, und schreibt rechts gegenüber eine ihr an Werth gleiche Zahl von Einheiten der dritten Art. So fährt man fort, indem man immer mit denjenigen Einheiten die neue Gleichung anfängt, womit man in der vorigen Gleichung aufgehört hat. In der letzten Gleichung muſs man mit denjenigen Einheiten schlieſsen, womit man in der ersten Gleichung angefangen hat. Die angegebene Reihe befolgt man indeſs nur, um Irrungen zu vermeiden, denn die Hauptsache besteht darin, daſs in der Columne links die nämlichen Einheiten vorkommen, wie in der Columne rechts, wenn auch in anderer Folge. Wenn diese Regel nur beobachtet wird, so können auch die Gleichungen versetzt verden.

Wirkliche Berechnung.

Wenn alle erforderlichen Gleichungen hingesetzt sind, so muſs das Product aller Zahlen links, dem Product aller Zahlen rechts gleich seyn, indem sich die gegenüberstehenden Einheiten von verschiedener Benennung aufheben. Man findet also die unbekannte Zahl, wenn man alle diejenigen Zahlen, welche in der gegenüberstehenden Columne vorkommen, mit einander multiplicirt, und ihr Product mit denjenigen Zahlen, welche sich in der Columne der unbekannten Zahl befinden, dividirt.

Reduction der Glieder.

Vor der Multiplication kann man jede Zahl der einen Columne in irgend eine Zahl der andern Columne aufgehen lassen, oder auch beide mit einem gemeinschaftlichen Theiler dividiren oder aufheben. Wenn auf der einen Seite ein Bruch allein oder eine gemischte Zahl vorkommt, so multiplicirt man dieses ganze Glied mit dem Nenner des Bruchs, wobei man irgend ein anderes Glied auf derselben Seite mit diesem Nenner dividiren oder irgend ein Glied auf der gegenüberstehenden Seite mit diesem Nenner multipliciren muſs.

Beispiel.

Wieviel Pfund feines Silber kauft man in St. Petersburg für ein Pfund feines Gold, wenn daselbst ein Solotnik Silber von der 84 Probe mit $72\frac{1}{2}$ Kop. B. A. bezahlt wird, Imperiale gegen Silber $4\frac{1}{2}$ Procent gewinnen, und der Bankocours $365\frac{5}{8}$ ist?

x Pfund fein Silber gleich .	1 Pfund fein Gold.
1 Pf. f. G.	9216 Doli f. G.
135 D. f. G.	1 Halbimperial.
1 H. Imp.	5 R. Gold.
100 R. Gold	$104\frac{1}{2}$ R. Silber.
1 R. S.	$365\frac{5}{8}$ K. B.
$0{,}72\frac{1}{2}$ K. B.	84 Doli fein Silber.
9216 D. f. S.	1 Pf. f. S.

Mit Weglassung der sich aufhebenden Zahlen hat man:

x	1
27	$365\frac{5}{8}$
100	$104\frac{1}{2}$
$72\frac{1}{2}$	84

Oder nach Wegschaffung der Brüche:

x	1
27	2925
800	209
145	84

Und nach nochmaliger Aufhebung:

x	1
9	117
40	209
29	7

10440 Pf. Gold = 171171 Pf. Silber.
1 Pf. Gold = 16,3956 Pf.

Das durch den Handel gebildete Werthverhältniſs des Goldes zum Silber in St. Petersburg ist also 16,3956 zu 1.

Anwendung der Kettenregel.

Die Kettenregel hat die ausgedehnteste Anwendung, nicht bloſs bei der Vergleichung von Geldsorten, sondern auch von Waaren verschiedner Art, ihren Preisen, bei allen kaufmännischen Rechnungen, die sich auf den Wechselcours, das Pari, Gewinn oder Verlust beim Kauf und Verkauf, Wechselreductionen etc. beziehen, ferner bei Vergleichungen von Längen und Flächen, Hohlmaaſsen, Gewichten verschiedener Staaten und überhaupt allemal da, wo eine Vergleichung sich auf mehrere einander folgende Zwischenvergleichungen gründet.

Uebungsbeispiele.

1) Ein mitauischer Kaufmann kauft Tuch in St. Petersburg, und bezahlt die Arschin mit 15 R. B. A. Nun ist der Bankocours 370, die Transportkosten betragen 10%, der Gewinn soll 20% ausmachen, für wieviel Silbermünze muſs der Kaufmann die rigische Elle verkaufen, welche $21\frac{1}{6}$ engl. Zoll miſst?

x R. S. gleich	$21\frac{1}{6}$ engl. Zoll.
28	15 R. B. A.
370	100 R. S.
100	110 mit Transport.
100	120 empfangen.

1036 in 4191 = $4{,}04\frac{1}{2}$ R. S.

2) Ein mitauischer Kaufmann verkauft 4 Loth französischen Grünspan für einen Fünfer oder $7\frac{1}{2}$ Kop. S., und hat das russische Pud, welches 39,11 rigische Pfund hält, mit 83,50 R. B. A. bezahlt; wieviel Procent gewinnt er dabei?

x R. S. Einnahme gleich 100 R. S. Ausgabe.
100 . . . . 370 R. B. A.
83,5 . . . . 39,11 Pf. rig.
1 . . . . 32 Loth.
4 . . . . $7\frac{1}{2}$ K. S. Einnahme.
100 . . . . 1 R. S.

334 in 347,2968 = 104

Also der Gewinn ist 4%.

3) Die ehemalige Loofstelle auf den Krongütern in Kurland war 15 Stangen lang und breit, jede Stange zu $7\frac{1}{2}$ rig. Ellen, die Elle zu $21\frac{1}{6}$ engl. Zoll. Die jetzige Loofstelle beträgt genau 40000 engl. Quadratfufs. Wieviel Procent gewinnt die neue gegen die alte, wieviel Procent verliert die alte gegen die neue?

1 neue Loofstelle gleich 40000 engl. □ Fufs.
1 . . . . 144 □ Zoll.
$448\frac{1}{36}$ . . . . 1 □ Elle.
$56\frac{1}{4}$ . . . . 1 □ Stange.
225 . . . . 1 alte Loofstelle.

16129 neue Lfst. gleich 16384 alte Lfst.

Die neue gewinnt gegen die alte 1,58%.

Die alte verliert gegen die neue 1,56%.

4) Wie verhält sich der rheinl. Faden Brennholz von 6 Fufs auf jeder Seite, zum russ. von 7 Fufs auf jeder Seite, wenn der rheinl. Längenfaden 74,14 engl. Zoll mifst?

x rheinl. Cbfaden gleich 100 russ. Cbfaden.
1 . . . . 592704 engl. Cbzoll.
407528 . . . . 1 rheinl. Cbfaden.

Der russ. gewinnt gegen den rheinl. 45,438%.

Regel de quinque und septem.

Welche Aufgaben darnach berechnet werden.

Diese Regel wird bei solchen Aufgaben angewendet, welche das Zusammentreffen mehrerer Ursachen zur Hervorbringung einer gemeinschaftlichen Wirkung zum Gegenstande haben.

So sind z. B. in der einfachen Zinsrechnung die Interessen desto gröfser, je gröfser das Capital, die Zeit der Verzinsung, und die jährlichen oder monatlichen Procente sind. Eben so wird eine zu leistende Arbeit desto gröfser seyn, je gröfser die Zahl der Arbeiter, der Arbeitstage, und der täglichen Arbeitsstunden ist. Hier nennt man Capital, Zeit und Procent die Ursachen, Interessen aber die Wirkungen; ebenso Arbeiter, Tage, und Arbeitsstunden, die Ursachen, und die Arbeit die Wirkung.

Wie die Ursachen von den Wirkungen zu unterscheiden sind.

Man unterscheidet die Ursachen von den Wirkungen dadurch, daſs die Wirkungen sich wie die einzelnen Ursachen, bei Gleichheit der übrigen Ursachen, verhalten. Z. B. Wenn die Capitalien und Procente dieselben bleiben, so verhalten sich die Interessen wie die Procente; wenn die Capitalien und Procente dieselben bleiben, so verhalten sich die Interessen wie die Zeiten; und wenn die Zeiten und Procente dieselben bleiben, so verhalten sich die Interessen wie die Capitalien.

Ausspruch des Satzes.

Man kann also solche Aufgaben dadurch berechnen, daſs man sie in zwei oder mehrere einzelne Regeldetrisätze auflöst. Bequemer ist es aber, alle Zahlen sogleich in eine einzige Proportion oder Gleichung zusammen zu stellen. Dann spricht sich der Satz, nach welchem sie aufgestellt werden müssen, so aus: Die Wirkungen verhalten sich wie die Producte der Ursachen.

Ansatz durch eine Proportion.

Man schreibt also die zusammengehörigen Ursachen des ersten Satzes unter einander in's erste Glied der Proportion, und ihre Wirkung in's zweite Glied; ferner die zusammengehörigen Ursachen des zweiten Satzes in's dritte Glied und ihre Wirkung in's vierte Glied. Man kann auch die mittlern Glieder vertauschen, die Zahlen der gleichnamigen Glieder gegen einander aufheben, die Brüche wegschaffen, wie bei jeder Proportion. Ist nun die unbekannte Zahl in einem der äuſsern Glieder, so multiplicirt man alle Zahlen der innern Glieder mit einander und dividirt das Product mit allen Zahlen der äuſsern Glieder.

Es trifft sich zuweilen, daſs die Wirkung selbst als ein Product mehrerer Ursachen gegeben ist, z. B. ein auszugrabender Kanal, dessen Inhalt durch das Product der Länge, Breite und Tiefe bestimmt wird. In diesem Falle setzt man in das Glied, wo die Wirkung stehen soll, die Factoren, deren Product die Wirkung vorstellt.

Ansatz durch zwei Gleichungen.

Statt eine Proportion anzuwenden, kann man solche Aufgaben auch nach der Kettenregel, durch eine Verbindung von zwei Gleichungen berechnen. In die erste Gleichung setzt man links die Ursachen des ersten Satzes unter einander, rechts ihre Wirkung oder die Factoren derselben. Die zweite Gleichung fängt man nun links mit der Wirkung des zweiten Satzes an, und schreibt gegenüber die entsprehenden Ursachen unter einander. Dann bildet man nach gehöriger Aufhebung der gegenüberstehenden Glieder das Product aller untereinanderstehenden Zahlen in der Columne, welche der unbekannten Zahl gegenübersteht, und dividirt dieses Product sodann durch diejenigen Zahlen, welche sich in der Columne der gesuchten Zahl befinden.

Zusammenhang zwischen der Regel de quinque und verkehrten Regel de tri.

Wenn in einer Aufgabe die Wirkung von zwei Ursachen abhängt, so kommen 5 gegebene Zahlen vor, aus denen die sechste berechnet wird. Dann gehört die Aufgabe zur Regel de quinque. Hängt die Wirkung von drei Ursachen ab, so hat man die Regel de septem, u. s. f. Sind die beiden Wirkungen gleich, so wird es eine Aufgabe der verkehrten Regel de tri.

Beispiel.

Wenn 8 Personen, welche täglich 9 Stunden arbeiten, in 6 Tagen 16 R. S. verdienen, wieviel werden 12 Arbeiter, bei täglicher Arbeit von $7\frac{1}{2}$ Stunden, in 20 Tagen verdienen?

Ansatz durch drei Regeldetrisätze.

$$\begin{array}{lcl} x \text{ R.S.} & \ldots\ldots\ldots & 12 \text{ Arbeiter} \\ 8 & \ldots\ldots\ldots\ldots & 16 \text{ R.S.} \\ \hline \end{array}$$

12 Arbeiter verdienen in 6 Tagen zu 9 Stunden 24 R. S.

$$\begin{array}{lcl} x \text{ R.S.} & \ldots\ldots\ldots\ldots & 20 \text{ Tage} \\ 6 & \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots & 24 \text{ R.S.} \\ \hline \end{array}$$

12 Arbeiter verdienen in 20 Tagen zu 9 Stunden 80 R. S.

$$\begin{array}{lcl} x \text{ R.S.} & \ldots\ldots\ldots & 7\frac{1}{2} \text{ Stunden} \\ 9 & \ldots\ldots\ldots\ldots & 80 \\ \hline \end{array}$$

12 Arbeiter verdienen in 20 Tagen zu $7\frac{1}{2}$ Stunden $66\frac{2}{3}$ R. S.

Ansatz durch eine Proportion.

$$\left.\begin{array}{l} 8 \text{ Arbeiter} \\ 9 \text{ Stunden} \\ 6 \text{ Tage} \end{array}\right\} : 16 \text{ R.S.} = \left.\begin{array}{l} 12 \text{ Arbeiter} \\ 20 \text{ Tage} \\ 7\frac{1}{2} \text{ Stunden} \end{array}\right\} : x \text{ R.S.}$$

$$432 : 16 = 1800 : x$$

$$x = 66\tfrac{2}{3} \text{ R.S.}$$

Ansatz durch zwei Gleichungen.

$$\left.\begin{array}{l} 8 \text{ Arbeiter} \\ 9 \text{ Stunden} \\ 6 \text{ Tage} \end{array}\right\} \ldots\ldots\ldots\ldots 16 \text{ R.S.}$$

$$x \ldots\ldots\ldots\ldots \left\{\begin{array}{l} 12 \text{ Arbeiter} \\ 7\frac{1}{2} \text{ Stunden} \\ 20 \text{ Tage} \end{array}\right.$$

$$432 \text{ in } 28800 = 66\tfrac{2}{3} \text{ R.S.}$$

Uebungsaufgaben.

1) An einem Graben von 32′ Länge, 24′ Breite, 12′ Tiefe arbeiten 4 Mann 28 Tage; wieviel Tage brauchen 8 Arbeiter zu einem Graben von 56′ Länge, 36′ Breite, 18′ Tiefe?

$$\left.\begin{array}{l} 32' \text{ L.} \\ 24' \text{ Br.} \\ 12' \text{ Tiefe} \end{array}\right\} \ldots\ldots \left\{\begin{array}{l} 4 \text{ M.} \\ 28 \text{ Tage} \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} 8 \text{ M.} \\ x \text{ T.} \end{array}\right\} \ldots\ldots \left\{\begin{array}{l} 56' \text{ L.} \\ 36' \text{ Br.} \\ 18' \text{ Ti.} \end{array}\right.$$

$$8 \text{ in } 441 = 55\tfrac{1}{8} \text{ Tage.}$$

2) Ein Graben, welcher 28′ Länge, 10′ Breite, 6′ Tiefe hat, wird von 3 Arbeitern, die täglich 8 Stunden arbeiten, in 5 Tagen verfertigt; wie lang wird ein Graben werden, welcher bei 14′ Breite und 8′ Tiefe, von 8 Arbeitern, die täglich 10 Stunden arbeiten, in 14 Tagen zu Stande gebracht werden soll?

$$\left.\begin{array}{r}28'\ \text{L.}\\ 10'\ \text{Br.}\\ 6'\ \text{Ti.}\end{array}\right\}\cdots\cdots\left\{\begin{array}{l}3\ \text{Ar.}\\ 8\ \text{St.}\\ 5\ \text{T.}\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{r}8\ \text{Ar.}\\ 10\ \text{St.}\\ 14\ \text{T.}\end{array}\right\}\cdots\cdots\left\{\begin{array}{l}x'\ \text{L.}\\ 14'\ \text{Br.}\\ 8'\ \text{Ti.}\end{array}\right.$$

$$x = 140'\ \text{Länge.}$$

3) Für 240 R. S., die zu 5 Procent ausgegeben sind, erhielt man in einer gewissen Zeit 94 R. S. Zinsen; wieviel Zinsen erhält man in der nämlichen Zeit für ein Capital von 1600 R. S. zu $4\frac{1}{2}$ Procent?

$$\left.\begin{array}{r}240\ \text{R. S.}\\ 5\ \text{Pr.}\end{array}\right\}\cdots\cdots\ 94\ \text{R. S.}$$

$$x\ \cdots\cdots\cdots\left\{\begin{array}{l}1600\\ 4\frac{1}{2}\ \text{Pr.}\end{array}\right.$$

$$x = 564\ \text{R. S.}$$

4) Ein Capital von 8000 R. S. bringt bei $4\frac{1}{2}$ % in 14 Jahren 5040 R. S. Zinsen, zu wieviel Procent muſs man 9500 R. S. ausgeben, wenn sie in 30 Jahren 14250 R. S. Zinsen bringen sollen?

$$\left.\begin{array}{lr}\text{Cap.} & 8000\\ \text{Zeit} & 14\\ \text{Pr.} & 4\frac{1}{2}\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\ 5040\ \text{Zinsen}$$

$$14250\ \cdots\cdots\cdots\left\{\begin{array}{ll}9500 & \text{Capital}\\ 30 & \text{Zeit}\\ x & \text{Procent}\end{array}\right.$$

$$x = 5\ \text{Procent.}$$

5) In einer Haushaltung sind 7 Oefen während der 7 Wintermonate zu beheizen. Man rechnet auf 8 Oefen während 6 Wintermonaten 5 Faden, zu 8 Fuſs auf jeder Seite, zum Preise von 12 R. S. Wie groſs ist die Consumtion in Faden, die 6 Fuſs auf jeder Seite haben?

$$\left.\begin{array}{r}8\ \text{O.}\\ 6\ \text{M.}\end{array}\right\}\cdots\cdots\left\{\begin{array}{l}5\ \text{Faden}\\ 512\ \text{Cubikfuſs}\end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{r}x\\ 216\end{array}\right\}\cdots\cdots\left\{\begin{array}{l}7\ \text{O.}\\ 7\ \text{M.}\end{array}\right.$$

$$12\tfrac{8}{81}\ \text{Faden.}$$

$$\left.\begin{array}{r}8\ \text{O.}\\ 6\ \text{M.}\end{array}\right\}\cdots\ 60\ \text{R. S.}$$

$$x\ \cdots\cdots\left\{\begin{array}{l}7\ \text{O.}\\ 7\ \text{M.}\end{array}\right.$$

$$\text{Preis}\ 61{,}25\ \text{R. S.}$$

Einfache Procente.

Erklärungen.

Der mit einer Summe Geldes oder mit einer Quantität Waare erhaltene Gewinn oder Verlust wird gewöhnlich in Procenten derselben angegeben. Man dividirt die zur Vergleichung angenommene Gröfse mit 100, und multiplicirt den Quotienten mit der Anzahl der Procente. Hierbei kann man bemerken:

5	Procent	ist	soviel	als	$\frac{1}{20}$	des	Ganzen
10	„	„	„	„	$\frac{1}{10}$	„	„
20	„	„	„	„	$\frac{1}{5}$	„	„
25	„	„	„	„	$\frac{1}{4}$	„	„
$33\frac{1}{3}$	„	„	„	„	$\frac{1}{3}$	„	„
$66\frac{2}{3}$	„	„	„	„	$\frac{2}{3}$	„	„
50	„	„	„	„	$\frac{1}{2}$	„	„
100	„	„	„	„	das Ganze		
200	„	„	„	„	das Doppelte u. s. f.		

Beispiele:

1) Jemand kauft eine Last Weizen, das Loof zu 2,50 R. S. Er verkauft sie wieder mit 7 Procent Gewinn. Wieviel hat er gewonnen?

48 Loof zu 2,50 R. S. sind 120 R. S.
7% . . . . 8,40 R. S.

2) Es werden 15625 R. S. in einem Handel angelegt und nach einem Jahr mit 15 Procent Gewinn wieder zurückgezogen; wie hoch beläuft sich der Gewinn?

100%	15625 R. S.
10%	1562,50 „
5%	781,25 „
15%	2343,75 R. S.

3) Ein Wechsler wechselt 1000 R. B. A., gegen Silber, ein, zum Silbercours von 27. Er verwechselt die Bankoassignationen wieder zum Bankocours von 364 $^1/_2$, wieviel Procent hat er gewonnen?

1000 R. B. Einnahme sind 270,00 R. S. Ausgabe
1000 R. B. Ausgabe sind 274,348 R. S. Einnahme

Gewinn auf 270 . . . 4,348
Gewinn auf 100 . . . 1,61 %

Procente auf 100 und in 100.

Eine häufige Anwendung von der Procentrechnung macht man bei Maafsen, Gewichten, Münzen, und andern Dingen von gleicher Art, aber von verschiedenem Werth, indem man ihren Unterschied in Procenten der einen oder der andern von beiden verglichenen Dingen angiebt.

Die Anzahl Einheiten der geringern Art, welche zu 100 Einheiten derselben Art hinzugefügt werden müssen, um 100 Einheiten der bessern Art zu geben, heifsen Procente auf 100, und soviel Procent gewinnt die bessere Sorte gegen die schlechtere.

Die Anzahl Einheiten der bessern Art, welche von 100 Einheiten derselben Art abgezogen werden müssen, um 100 Einheiten der geringern Art zu geben, heifsen Procente in 100, und soviel Procent verliert die schlechtere Sorte auf die bessere.

Den Ausdruck, dafs eine Gröfse um eine gewisse Anzahl Procente besser oder schlechter als eine andere sey, mufs man vermeiden, weil er eine Unbestimmtheit enthält. Denn es fehlt hier die Angabe, auf welche von beiden Gröfsen sich die Procente beziehen.

In den Courstabellen, bei der Vergleichung zweier Geldsorten, werden immer nur die Procente auf 100 angegeben.

Beispiele.

Hamburger Banko gewinnt auf hamb. Courant $23\frac{5}{8}$ %, d. h. 100 Thaler hamb. B. sind $123\frac{5}{8}$ Th. hamb. C.

Hamburger Banko gewinnt auf preussisch Courant $50\frac{1}{8}$ %, d. h. 100 Thaler hamb. B. sind $150\frac{1}{8}$ Th. pr. C.

Hamburger Banko gewinnt auf sächsisch Courant $46\frac{1}{4}$ %, d. h. 100 Thaler hamb. B. sind $146\frac{1}{4}$ Th. sächsisch C.

Hamburger Banko gewinnt auf Gold, den Louisdor oder Friedrichsdor zu 5 Thaler Gold gerechnet, $33\frac{1}{4}$ %, d. h. 100 Thaler hamb. B. sind $133\frac{1}{4}$ Th. in Golde, oder 500 Th. hamb. B. sind $133\frac{1}{4}$ Louisdor oder Friedrichsdor.

Dem innern Werthe nach gewinnt sächsisch Courant auf preussisch Courant 5 %, d. h. 100 Th. sächsisch C. sind 105 Th. preussisch C.

Russische Imperiale gewinnen auf Silbergeld 5 %, d. h. 20 Halbimperiale sind 105 Rubel Silber.

Berechnung einer Sorte aus der andern, durch Hülfe ihres Unterschiedes in Procenten.

Eine Anzahl Einheiten der bessern Art multiplicirt man mit den Procenten auf 100, dividirt dieses mit 100, und addirt den Quotienten zu jener Anzahl Einheiten, so hat man die ihr an Werth gleiche Anzahl Einheiten der schlechtern Art.

Die Procente auf 100 addirt man zu 100, und mit dieser Summe dividirt man in die 100fache Anzahl Einheiten der schlechtern Art, so hat man die ihr an Werth gleiche Anzahl Einheiten der bessern Art.

Die Anzahl Einheiten der schlechtern Art multiplicirt man mit den Procenten in 100, dividirt dieses mit 100, und zieht den Quotienten von jener Anzahl Einheiten ab, so hat man die ihr an Werth gleiche Anzahl Einheiten der bessern Art.

Die Procente in 100 zieht man von 100 ab, und mit dem Rest dividirt man in die 100fache Anzahl der Einheiten der bessern Art, so hat man die ihr an Werth gleiche Anzahl Einheiten der schlechtern Art.

Beispiele.

1) Wenn hamburger Banko auf Gold $33\,^1/_4$ % gewinnt, wieviel Louisdor sind 936 Th. hamb. B.?

		936 Th. hamb. B.
30 %	. . . . .	280,8
3 %	. . . . . .	28,08
$\frac{1}{4}$ %	. . . . .	2,34
Facit	. . . .	1247,22 Thaler in Gold
oder	. . .	249,444 Louisdor

2) Wieviel Thaler hamb. B. sind bei demselben Cours 250 Louisdor?

	1250
$133\frac{1}{4}$	100

Facit 938,09 Th. hamb. B.

Anders (24,95 % in 100)

		1250
20 %	. .	250
4	. . . . .	50
9	. . . .	11,25
5	. . . .	0,62
Facit	. . .	938,13

3) Das revalsche Pfund gewinnt $5\,^7/_{64}$ % gegen das russische. Wenn nun ein Bérkowez Reinhanf in St. Petersburg 83 R. S. kostet, wieviel wird dieses auf ein revalsches Schiffpfund ausmachen?

		83,00 R. B.
5 %	. . . .	+ 4,15
$\frac{1}{8}$	. . . .	+ 0,10
$\frac{1}{64}$	. . . .	− 0,01
Facit	. . . .	87,24 R. B.

4) Das rigische Pfund ist $2\,^{35}/_{128}$ % schwerer als das russische. Wenn nun ein rig. Schiffpf. Leinöl 50 R. S. kostet, wieviel macht das für ein russ. Bérkowez?

	50 R. S.
13091	12800

Facit 48,89 R. S.

Anders ($2\frac{2}{9}$ % in 100)

		50,00 R. S.
2 %	. .	1,00
$\frac{2}{9}$ %	. .	0,11
Facit		48,89 R. S.

5) Die rigische Last Roggen gewinnt gegen die revalsche 3,106 %. Wenn nun eine Last kurischer Roggen in Riga 61 R. S. kostet, was muſs eine revalsche Last nach Verhältniſs kosten?

	61 R. S.
103,106	100

Facit 59,16 R. S.

Anders ($3\frac{1}{80}$ % in 100)

		61,00 R. S.
3 %	. .	1,83
$\frac{1}{80}$ %	. .	0,01
Facit	.	59,16 R. S.

6) Das rigische Loof gewinnt 65 % gegen das revalsche; wenn nun ein Loof Roggen in Reval 75 K. S. kostet, was kostet ein rig. Loof Roggen?

	75 K. S.
60 %	450
5 %	375
Facit	$123\frac{3}{4}$ K. S.

7) Wenn aber ein Loof Roggen in Riga 115 K. S. kostet, wieviel beträgt dieses auf ein revalsches Loof Roggen?

	115 K. S.
165	100
Facit	69,69 K. S.

Anders

$\frac{6}{10}$)	115
	69,0
$\frac{1}{99}$ . . .	69
	69,69 K. S.

8) Wenn das rev. Faſs gegen das rig. 2 % verliert, und ein Faſs Brandwein in Reval 27 R. B. kostet, was ist hiernach der Preis eines rig. Fasses Brandwein von gleicher Qualität?

	27 R. B.
98	100
Facit	27,55 R. B.

Anders (2,04 % auf 100)

	27,00 R. B.
2 % . . .	54
04 . . .	1
	27,55 R. B.

9) Das rig. Stoof gewinnt gegen das russ. 5,35 %. Wenn nun ein Oxhoft (zu 180 Stoof) franz. rother Wein, nach russ. Maaſse 600 R. B. kostet, was wird der Preis eines rig. Oxhofts von demselben Wein seyn?

	600 R. B.
5 %	30,00
3	1,80
5	30
Facit	632,10 R. B.

10) Wenn ein Oxhoft feiner Chateau-Margot in Riga nach dasigem Maaſs 80 R. S. kostet, was wird der Preis eines Wedro seyn, wovon 18 ein russ. Oxhoft machen?

	80 R. S.
105,35	100
Oxhoft	75,93 R. S.
18)	
Wedro	4,22 R. S.

Anders (5,08 % in 100)

	80,00
5 % . . .	4,00
08	6
	75,93
18)	
	4,22 R. S.

Berechnung des Procentunterschiedes zweier Einheiten aus ihrem Verhältniſs.

Zwei Gröſsen seyen ihrem innern Werthe nach einander gleich, aber durch zwei verschiedene Einheiten oder Maaſse ausgedrückt, so muſs dieser Ausdruck von der kleinern Einheit eine gröſsere Zahl und von der gröſsern Einheit eine kleinere Zahl enthalten. Es können aber auch beide Einheiten durch eine dritte gemessen seyn, und dann enthält die gröſsere eine gröſsere, die kleinere eine kleinere Zahl von dieser dritten Einheit. In beiden Fällen dienen diese Zahlen, um das Verhältniſs der Einheiten, mithin auch ihren Unterschied in Procenten der einen oder der andern zu finden.

Man dividirt den 100fachen Unterschied der beiden Zahlen mit der kleinern, so erhält man die Procente auf 100, welche die gröſsere Einheit gegen die kleinere gewinnt.

Man dividirt den 100fachen Unterschied der beiden Zahlen mit der gröſsern Zahl, so erhält man die Procente in 100, welche die kleinere Einheit gegen die gröſsere verliert.

Sind zwei Einheiten mit einer dritten verglichen, und die beiderseitigen Procente auf 100 angegeben, so nimmt man den Unterschied dieser Procente, multiplicirt ihn mit 100, und dividirt mit der Summe von 100 und den kleinern oder gröſsern Procenten, je nachdem man Procente auf 100 oder Procente in 100 haben will.

Beispiele.

1) Wenn hamb. Banko auf hamb. Cour. $23\,{}^{5}/_{8}$ % gewinnt, wieviel verliert letzteres gegen ersteres?

$$123\tfrac{5}{8} \mid 23\tfrac{5}{8}$$
$$\text{oder } 989 \mid 18900$$
$$\text{Facit } 19{,}11\ \%$$

2) Wenn hamb. Banko auf preuss. Cour. $50\,{}^{1}/_{8}$ % gewinnt, wieviel verliert letzteres auf ersteres?

$$150\tfrac{1}{8} \mid 50\tfrac{1}{8}$$
$$\text{oder } 1201 \mid 40100$$
$$\text{Facit } 33{,}39$$

3) Wenn hamb. Banko auf sächsisch Courant $46\,{}^{1}/_{4}$ % gewinnt, wieviel verliert letzteres auf ersteres?

$$146\tfrac{1}{4} \mid 46\tfrac{1}{4}$$
$$\text{oder } 585 \mid 18500$$
$$\text{Facit } 31{,}62\ \%$$

4) Wenn hamb. Banko auf Gold $33\,{}^{1}/_{4}$ % gewinnt, wieviel verliert letzteres auf ersteres?

$$133\tfrac{1}{4} \mid 33\tfrac{1}{4}$$
$$\text{oder } 533 \mid 13300$$
$$\text{Facit } 24{,}95\ \%$$

5) Wenn russ. Imperiale auf Silberrubel 5 % gewinnen, wieviel verlieren letztere gegen erstere?

$$\begin{array}{r|l} 105 & 500 \\ \hline \end{array}$$
$$\text{Facit } 4{,}76\ \%$$

6) Wenn hamb. Banko auf preuss. Cour. $50\frac{1}{8}$ %, auf sächsisch Cour. $46\frac{1}{4}$ % gewinnt, wieviel gewinnt sächsisch Cour. auf preuss. Cour.?

$$\begin{array}{r|r} & 50\frac{1}{8} \\ & -46\frac{1}{4} \\ \hline 146\frac{1}{4} & 3\frac{7}{8} \\ \hline \text{oder } 1170 & 3100 \\ \hline \end{array}$$
$$\text{Facit } 2{,}649 \text{ oder } 2\tfrac{21}{32}\ \%$$

7) Und wieviel verliert preuss. Cour. gegen sächsisch Cour.?

$$\begin{array}{r|l} 150\frac{1}{8} & 3\frac{7}{8} \\ \hline \text{oder } 1201 & 3100 \\ \hline \end{array}$$
$$\text{Facit } 2{,}581 \text{ oder } 2\tfrac{19}{32}\ \%$$

8) Das rev. Pfund wiegt 9686,85 Doli, und das russ. Pfund 9216 Doli, wieviel Procent gewinnt das rev. Pf. auf das russ.?

$$\begin{array}{r|r} & 968685 \\ & 9216 \\ \hline 9216 & 47085 \\ \hline \end{array}$$
$$\text{Facit } 5{,}109 \text{ oder } 5\tfrac{7}{64}\ \%$$

9) Und wieviel Procent verliert das russ. Pfund auf das rev.?

$$\begin{array}{r|l} 9686{,}85 & 47085 \\ \hline \end{array}$$
$$\text{Facit } 4{,}86\ \%$$

10) Wenn aber nach gewöhnlicher Angabe 38 Pf. rev. auf ein russ. Pud von 40 Pfund gehen, wieviel Procent Gewinn und Verlust macht dieses?

$$\begin{array}{r|l} & 40 \\ & 38 \\ \hline 38 & 200 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 40 \\ & 38 \\ \hline 40 & 200 \\ \hline \end{array}$$
$$\text{Gewinn } 5{,}21\ \% \text{ oder } 5\tfrac{17}{64}\ \% \qquad \text{Verlust } 5\ \%$$

11) Wenn das rev. Handelspfund 6926,25 Gran nürnb. Med. Gew. und das dasige Kämmerei- oder Wagepfund 7098,18 Gran N. M. G. wiegt, wieviel Procent gewinnt das letztere auf das erstere?

$$\begin{array}{r|r} & 7098{,}18 \\ & -6926{,}25 \\ \hline 6926{,}25 & 171{,}93 \\ \hline \end{array}$$
$$\text{Facit } 2{,}482\ \%$$

12) Wenn aber nach der gewöhnlichen Angabe 38 rev. Handelspfund und 37 Kämmerei- oder Wagepfund auf ein russ. Pud gehen, wieviel Procent gewinnt das letztere auf das erstere?

| 38
| 37
37 | 100
Facit 2,702 %

13) Das rig. Pfund hält 9425,53 Doli, deren das russ. 9216 hat, wieviel Procent gewinnt das rig. auf das russ. Pfund?

| 9425,53
| 9216
9216 | 209,53
Facit 2,2735 %
oder $2\frac{35}{128}$ % Gewinn.
oder $2\frac{1}{4}\ \frac{1}{40}$ %

9425,53 | 20953
Facit 2,223 %
oder $2\frac{2}{9}$ % Verlust.

14) Das mitauische Pfund hält 9420,5 Doli, deren das russ. 9216 hat, wieviel Procent Gewinn und Verlust?

| 9420,5
| 9216
9216 | 20450
Facit 2,2219 oder $2\frac{2}{9}$ % Gewinn.

9420,5 | 20450
Facit 2,171 %
oder $2\frac{11}{64}$ % Verlust.

15) Die rev. Last Roggen enthält 24 Tonnen zu 7759 engl. Cubikzoll, die rig. Last Roggen aber 45 Loof zu 4266⅔ engl. Cubikzoll; wieviel Procent gewinnt die rig. Roggenlast gegen die rev.?

24) 7759
186216

45) $4266\frac{2}{3}$
192000
| 186216
186216 | 578400
Facit 3,106 % Gewinn.

192000 | 578400
Facit 3,0125 %
oder $3\frac{1}{80}$ % Verlust.

16) Das rev. Loof hält 2586⅓, das rig. 4266⅔ engl. Cubikzoll, wieviel Procent gewinnt das rig. Loof gegen das rev.?

| $4266\frac{2}{3}$
| $2586\frac{1}{3}$
$2586\frac{1}{3}$ | $1680\frac{1}{3}$
7759 | 504100
Facit 65 % Gewinn.

$4266\frac{2}{3}$ | $1680\frac{1}{3}$
12800 | 504100
Facit 39,38 % Verlust.

17) Das rev. Fafs Brandwein wird zu $12\,{}^1\!/_4$ Wedro und das rig. zu $12\,{}^1\!/_2$ Wedro gerechnet; wieviel Procent gewinnt das rig. gegen das rev.?

	$12\frac{1}{2}$
	$12\frac{1}{4}$
$12\frac{1}{4}$	$0\frac{1}{4}$
49	100

Facit 2,041 % Gewinn.

$12\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
50	100

Facit 2 % Verlust.

18) Das russ. Stoof enthält 75 engl. Cubikzoll, das rig. Loof von 54 Stoof enthält $4266\,{}^2\!/_3$ engl. Cubikzoll; wieviel Procent gewinnt das rig. Stoof gegen das russ.?

rig. Loof . .	$4266\frac{2}{3}$
54 . 75	4050
4050	$216\frac{2}{3}$
12150	65000

Facit 5,35 % Gewinn.

$4266\frac{2}{3}$	$216\frac{2}{3}$
12800	65000

Facit 5,08 % Verlust.

Berechnung der Procente auf und in 100, die einen aus den andern.

Die Procente in 100, mit 100 multiplicirt, und mit dem Ueberschufs von 100 über diese Procente dividirt, geben die Procente auf 100.

Die Procente auf 100, mit 100 multiplicirt, und mit der Summe von 100 und diesen Procenten dividirt, geben die Procente in 100.

Die Procente auf 100 sind immer gröfser als die Procente in 100. Als Rechnungsprobe dient der Satz, dafs ihr Unterschied gleich dem 100sten Theil ihres Products seyn mufs.

Beispiele:

1) Wenn die Procente auf 100, 8 sind, was sind die Procente in 100?

	8,000	7,407
108 | 800	7,407	0,08
Facit 7,407 %	Unt. . . . 0,593	Prod. . . . 0,5925

2) Wenn die Procente in 100, 8 sind, was sind die Procente auf 100?

	8,695	8,695
92 | 800	8,000	0,08
Facit 8,695 %	Unt. 0,695	Prod. . . . 0,6956

Reductionstafel für Procente auf und in 100

Procente			Procente		
auf 100	in 100		in 100	auf 100	
0,5	0,497	493	0,5	0,502	508
1	0,990	488	1	1,010	513
1,5	1,478	483	1,5	1,523	518
2	1,961	478	2	2,041	523
2,5	2,439	474	2,5	2,564	529
3	2,913	469	3	3,093	534
3,5	3,382	464	3,5	3,627	540
4	3,846	460	4	4,167	545
4,5	4,306	456	4,5	4,712	551
5	4,762	451	5	5,263	557
5,5	5,213	447	5,5	5,820	563
6	5,660	443	6	6,383	569
6,5	6,103	439	6,5	6,952	575
7	6,542	435	7	7,527	581
7,5	6,977	430	7,5	8,108	588
8	7,407	427	8	8,696	594
8,5	7,834	423	8,5	9,290	600
9	8,257	419	9	9,890	607
9,5	8,676	415	9,5	10,497	614
10	9,091	411	10	11,111	621
10,5	9,502	408	10,5	11,732	627
11	9,910	404	11	12,359	636
11,5	10,314	400	11,5	12,995	642
12	10,714	397	12	13,637	649
12,5	11,111	393	12,5	14,286	656
13	11,504	390	13	14,942	665
13,5	11,894	387	13,5	15,607	672
14	12,281	383	14	16,279	680
14,5	12,664	379	14,5	16,959	688
15	13,043	377	15	17,647	696
15,5	13,420	373	15,5	18,343	704
16	13,793	370	16	19,047	713
16,5	14,163	367	16,5	19,760	722
17	14,530	364	17	20,482	730
17,5	14,894	360	17,5	21,212	739
18	15,254		18	21,951	

Diese Tafel dient, um aus den Procenten auf 100, die Procente in 100, und umgekehrt, ohne Division, mit einem Blick zu finden. Auch solche Procente, die nicht unmittelbar in der Tafel angegeben sind, lassen sich leicht aus derselben durch Einschaltung, mit Hülfe der beigesetzten Differenzen, herleiten.

Gebrauch dieser Tafel.

1) Der Silbercours ist 27,25, wieviel machen 1235 R. S. in B. A.?

Man multiplicirt 27,25 mit 4, so kommt 109. Der angegebene Silbercours gewinnt also gegen den Silbercours von 25 R. S. 9 %. Die Tafel giebt für 9 % auf 100, 8,257 % in 100. Folglich verliert der Silbercours von 25 R. gegen den von 27,25 R. 8,257 %. Die Rechnung ist demnach:

4) 1235 R. S.

4940

8 % . . . — 395,20

2 . . . — 9,88

5 . . . — 2,47

7 . . — 34

Facit . . . . 4532,11 R. B.

2) Der Silbercours ist 27,30, wieviel machen 1235 R. S. in B. A.?

4) 27,30

109,2

9,0 geben 8,257

9,5 . . . 8,676

5 419

2 168

9,2 . . . 8,425

4) 1235 R. S.

4940

8 % . . . — 395,20

4 . . . . — 19,76

2 . . . — 0,99

5 . . . — 24

Facit . . . . 4523,81 R. B.

3) Der Bankocours ist 362 ½, wieviel machen 2560 R. B. in Silber?

4) 362,50

90,625

Verlust 9,375 %

oder $9\frac{3}{8}$ % in 100

9 giebt . . 9,890

$9\frac{1}{2}$ . . . 10,497

$\frac{1}{2}$ 607

$\frac{3}{8}$ 455

$9\frac{3}{8}$ in 100 10,345 auf 100

4) 2560 R. S.

640

10 64

3 1,92

4 26

5 3

Facit . . . . . 706,21 R. S.

4) Der Cours von Berlin auf Frankfurt am Main ist $102\frac{5}{8}$, d. h. $102\frac{5}{8}$ Kreuzer rh. für 1 Thl. pr. C. oder $102\frac{5}{8}$ Fl. rh. für 60 Thl. pr. C.; wieviel betragen 557 Fl. $32\frac{3}{4}$ Xr. in preussischen Thalern?

$2\frac{1}{2}$ % auf 100 . . . 2,439 in 100

3 2,913

$\frac{1}{2}$ 474

$\frac{1}{8}$ 119

$2\frac{5}{8}$ 2,558

$\frac{6}{10}$) 557 Fl. $32\frac{3}{4}$ Xr.

334,5275

2 % . . 6,6905

5 . . . 1,6726

5 . . . 1672

8 . . . 267

Facit . 325,97 Thl. pr. C.

oder . 325 Thl. 29 Sgr.

Probe . . . . 10) 325,97 Thl. pr. C.

6) 3259,7

543,28

2 % 10,86

$\frac{1}{2}$ 2,72

$\frac{1}{8}$ 0,68

557,54 Fl. rh.

5) Der Cours von St. Petersburg auf London ist $10\frac{5}{16}$ d. oder Pence Sterling für 1 R.B. Es sind dahin 705 L. 18 Sch. 10 d. St. zu remittiren, was ist der Betrag in B.A.?

1 R.B. . . $10\frac{5}{16}$ d.

10 . . . . . . $103\frac{1}{8}$ d.

$3\frac{1}{8}$ % auf 100

3 % auf 100 . . . 2,913 in 100

$3\frac{1}{2}$ 3,382

$\frac{1}{2}$ 469

$\frac{1}{8}$ 117

$3\frac{1}{8}$ 3,030

705 L. 18 Sch. 10 d.

14118 Sch. 10 d.

10) 169426 d.

16942,60

3 % — 508,28

0

3 — 5,08

Facit . 16429,24 R.B.

Probe.

16429,24 R.B.

10 . . 164292,40

$\frac{1}{4}$ . . . 4107,31

$\frac{1}{16}$ . . . 1026,83

169426,54 d.

6) Der Cours von St. Petersburg auf Hamburg ist $9\,{}^{11}/_{16}$ Schilling B. für 1 R.B. Es sind dahin 380 Mark 9 Sch. B. zu remittiren, was ist der Betrag in B.A.?

1 R.B. . . . $9\frac{11}{16}$ Sch. B.
10 . . . . . $96\frac{7}{8}$ „
$3\frac{1}{8}$ % in 100

3 % in 100 . . . 3,093 auf 100
$3\frac{1}{2}$ 3,627
$\frac{1}{2}$ 534
$\frac{1}{8}$ 133
$3\frac{1}{8}$ 3,226

380 Mark 9 Sch. B.
10) 6089 Sch. B.
608,90
3 % . . . 18 27
2 . . . . . 1 22
2 12
6 4
Facit . . . 628,55 R. B.

Probe.
628,55 R. B.
9 . . . 5656,95
$\frac{8}{16}$ 314,27
$\frac{2}{16}$ 78,57
$\frac{1}{16}$ 39,28
6089,07 Sch. B.

Coursberechnung

zwischen russischem Silber- und Bankogelde.

Erklärungen.

Der Assignations- oder Bankorubel hat gegen den Silberrubel einen veränderlichen Cours, welcher durch Handelsverhältnisse bestimmt wird. In den Grenzprovinzen, wo Silbermünze und Bankoassignationen neben einander im Umlaufe sind, ist es nöthig, mit Leichtigkeit jede Summe der einen Münzsorte auf die andere bringen zu können. Hierbei ist Folgendes zu bemerken:

Unter Silbercours versteht man die Summe von Silberrubeln, die man für 100 Rubel Banko erhält; unter Bankocours aber die Summe von Kopeiken in Bankoassignationen oder Kupfermünze, die man für einen Silberrubel erhält. Man erhält den einen Cours, indem man mit dem andern Cours in 10000 dividirt?

Bankocours	$384\frac{8}{13}$	$370\frac{10}{27}$	$357\frac{1}{7}$
Silbercours	26	27	28
	10000	10000	10000

Genäherte Regel, um aus dem Silbercours den Bankocours zu finden.

Für jede 10 Kopeiken, welche der Silbercours unter 27 ist, rechnet man $1\,{}^{3}/_{8}$ zum Bankocours $370\,{}^{3}/_{8}$ hinzu. Für jede 10 Kopeiken, welche der Silbercours über 27 ist, rechnet man $1\,{}^{3}/_{8}$ vom Bankocours $370\,{}^{3}/_{8}$ ab.

Genäherte Regel, um aus dem Bankocours den Silbercours zu finden.

Für jede 1, welche der Bankocours über 370 ist, rechnet man 7,3 Kopeiken vom Silbercours 27,03 R. ab.

Für jede 1, welche der Bankocours unter 370 ist, rechnet man 7,3 Kopeiken zum Silbercours 27,03 R. hinzu.

Silbercours	27	Bankocours	$370\frac{3}{8}$
	$-$ 0,70		$+$ $9\frac{5}{8}$
	$-$ 0,05		$+$ $\frac{5}{8}$
Silbercours	26,25	Bankocours	381
Silbercours	27	Bankocours	$370\frac{3}{8}$
	$+$ 0,20		$-$ $2\frac{6}{8}$
	$+$ 0,05		$-$ $\frac{5}{8}$
Silbercours	27,25	Bankocours	367
Bankocours	370	Silbercours	27,03
	$-$ 5		$+$ 0,37
Bankocours	365	Silbercours	27,40
Bankocours	370	Silbercours	27,03
	$+$ 4		$-$ 0,29
	$+$ $\frac{1}{2}$		$-$ 0,04
Bankocours	$374\frac{1}{2}$	Silbercours	26,70

Reduction einer Geldsorte in die andere.

Eine Summe von Bankorubeln bringt man auf Silberrubel, indem man mit dem Silbercours multiplicirt oder mit dem Bankocours dividirt.

Eine Summe von Silberrubeln bringt man auf Bankorubel, indem man mit dem Silbercours dividirt oder mit dem Bankocours multiplicirt.

In beiden Fällen muſs man aber in den Coursen das Decimalzeichen 2 Stellen weiter links rücken.

Beispiele.

1587,50 R. B. zum Silbercours 27,10 oder zum Bankocours 369,004 giebt:

$$1587{,}50 \times 0{,}271 \text{ oder } \frac{1587{,}50}{3{,}69004}, \text{ gleich } 430{,}21\tfrac{1}{4} \text{ R. S.}$$

1587,50 R. S. zum Silbercours 27,10 oder zum Bankocours 369,004 giebt:

$$1587{,}50 \times 3{,}69004 \text{ oder } \frac{1587{,}50}{0{,}271}, \text{ gleich } 5857{,}93 \text{ R. B.}$$

Specielle Fälle, wo diese Reduction leicht ist.

Wenn man zu jedem Silbercours den entsprechenden Bankocours kennt, erspart man in beiden Fällen die Division, statt deren man eine Multiplication mit dem andern Cours zu machen hat. Es giebt mehrere Fälle, wo diese Berechnung sehr leicht ist.

1) Wenn der Bankocours 400, mithin der Silbercours 25 ist. Dann wird die Summe der Silberrubel mit 4 multiplicirt, oder die Summe der Bankorubel mit 4 dividirt.

2) Wenn der Bankocours 375, mithin der Silbercours $26{,}66\,^2/_3$ ist. Ist dann die Summe von Silberrubeln gegeben, so multiplicirt man sie mit 4, und zieht davon $^1/_4$ der gegebenen Summe ab. Ist aber die Summe in Bankorubeln gegeben, so multiplicirt man sie mit 2, rückt das Decimalzeichen eine Stelle weiter links und addirt noch $^1/_3$ dieser Zahl dazu. Z. B.

1587,50 R.S. oder $5953{,}12\frac{1}{2}$ R.B.

4) 1587,50 R.S.	$\frac{2}{10}$) $5953{,}12\frac{1}{2}$ R.B.
6350,00	1190,6250
$\frac{1}{4}$ — 396,875	$\frac{1}{3}$ + 396,8750
5953,125 R.B.	1587,5000 R.S.

3) Wenn, wie bei dem Zollrubel, der Bankocours 360, der Silbercours $27{,}77\,^7/_9$ ist. Hier multiplicirt man die Silberrubel mit 4, und zieht $^1/_{10}$ der letzten Zahl ab. Oder man dividirt die Bankorubel mit 4 und addirt $^1/_9$ der letzten Zahl. Oder man addirt zu den Bankorubeln ihren 9ten Theil, und dividirt die Summe mit 4.

		oder
4) 255 R.S.	918 R.B.	918 R.B.
1020	$\frac{1}{4}$ 229,50	$\frac{1}{9}$ 102
$\frac{1}{10}$ — 102	$\frac{1}{9}$ + 25,50	1020
918	255	$\frac{1}{4}$) 255 R.S.

Reduction durch Ergänzung des Bankocourses.

Man kann auch bei andern Bankocoursen die Division der Bankorubel vermeiden, und auf eine Addition zurückführen, indem man die Ergänzung des Bankocourses zu 400 benutzt.

Man zieht den Bankocours von 400 ab, den Rest dividirt man mit 400 und erhält dadurch einen Decimalbruch als Multiplicator. Nun dividirt man zuerst die Summe von Bankoassignationen mit 4. Was heraus kommt, multiplicirt man mit jenem Multiplicator, und fügt das Product der Summe hinzu. Das letzte Product multiplicirt man wieder mit dem Multiplicator und fügt das Product hinzu, und so fährt man fort.

Wie viel betragen 1587,50 R.B. in Silber, wenn der Bankocours 368 ist?

Die Ergänzung zu 400 ist 32, diese mit 400 dividirt, giebt den Multiplicator 0,08.

	1587,50 R.B.
mit 4 dividirt	396,875
396,875 mit 0,08 multiplicirt . .	31,750
	428,625
31,750 mit 0,08 multiplicirt	2,540
	431,165
2,540 mit 0,08 multiplicirt	0,203
	431,368
0,203 mit 0,08 multiplicirt	0,016
	431,384

Reduction durch Procente auf und in 100.

Wenn man den Silbercours mit 4 multiplicirt und den Bankocours mit 4 dividirt, so erhält man das Verhältnifs des Courses zu dem von 4 R. B. für 1 R. S., in Procenten. Man dividirt also die Summe von Bankorubeln mit 4, oder man multiplicirt die Summe von Silberrubeln mit 4, und wendet hierauf die Procentrechnung an. Z. B. der Bankocours ist 368, mit 4 dividirt giebt 92, diese von 100 abgezogen, bleiben 8 % Verlust.

431,385 R. S.
4) ―――――
zu 400 1725,54
8 % . . . — 138,04
―――――
Facit . . . . . 1587,50 R. B.

Reduction mit Hülfe der Tabelle.

Hier folgt eine Tabelle, welche für alle Silbercourse von 25 R. S. bis 30 R. S., von 2 zu 2 K. S. fortschreitend, die entsprechenden Bankocourse angiebt, und welche auch umgekehrt aus einem gegebenen Bankocours den entsprechenden Silbercours durch Einschaltung finden läfst.

Z. B. Was ist der Silbercours, wenn der Bankocours 368 ist?

Die Tabelle giebt

für den B. C.	368,19	den S. C.		27,160
„ „ „	367,92	„	„	27,180
Unterschied . . .	27	„	„	20
„ . . .	19	„	„	14
Also für den B. C.	368,00	den S. C.		27,174

Wieviel betragen nun 1587,50 R. B., wenn der Bankocours 368 ist?

Aus der Tabelle fand sich der entsprechende Silbercours 27,174, statt also mit 368 zu dividiren, multiplicirt man mit 27,174.

1587,50
―――――
2 317,50
7 111,125
1 1,587
7 1,111
4 63
―――――
Facit . . . . 431,386 R. S.

(Hierbei eine Tabelle.)

Zu S. 120.

Tabelle des Silber- und Bankocourses,

von 25 *bis* 30 *R. S. für* 100 *R. B.*

S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.
25,00	400,0	25,72	388,80	26,44	378,21	27,16	368,19	27,88	358,68	28,60	349,65	29,32	341,06
25,02	399,68	25,74	388,50	26,46	377,93	27,18	367,92	27,90	358,42	28,62	349,41	29,34	340,83
25,04	399,36	25,76	388,19	26,48	377,65	27,20	367,65	27,92	358,17	28,64	349,16	29,36	340,60
25,06	399,04	25,78	387,89	26,50	377,36	27,22	367,38	27,94	357,91	28,66	348,92	29,38	340,37
25,08	398,72	25,80	387,59	26,52	377,07	27,24	367,11	27,96	357,65	28,68	348,68	29,40	340,14
25,10	398,40	25,82	387,30	26,54	376,79	27,26	366,84	27,98	357,40	28,70	348,43	29,42	339,90
25,12	398,08	25,84	387,00	26,56	376,50	27,28	366,57	28,00	357,14	28,72	348,19	29,44	339,67
25,14	397,77	25,86	386,70	26,58	376,22	27,30	366,30	28,02	356,89	28,74	347,95	29,46	339,44
25,16	397,45	25,88	386,40	26,60	375,94	27,32	366,03	28,04	356,63	28,76	347,71	29,48	339,21
25,18	397,14	25,90	386,10	26,62	375,66	27,34	365,77	28,06	356,38	28,78	347,46	29,50	338,98
25,20	396,82	25,92	385,80	26,64	375,38	27,36	365,50	28,08	356,13	28,80	347,22	29,52	338,75
25,22	396,51	25,94	385,50	26,66	375,09	27,38	365,23	28,10	355,87	28,82	346,98	29,54	338,52
25,24	396,19	25,96	385,21	26,68	374,81	27,40	364,96	28,12	355,62	28,84	346,74	29,56	338,29
25,26	395,88	25,98	384,91	26,70	374,53	27,42	364,70	28,14	355,37	28,86	346,50	29,58	338,07
25,28	395,57	26,00	384,62	26,72	374,25	27,44	364,43	28,16	355,11	28,88	346,26	29,60	337,84
25,30	395,25	26,02	384,32	26,74	373,97	27,46	364,17	28,18	354,86	28,90	346,02	29,62	337,61
25,32	394,94	26,04	384,02	26,76	373,69	27,48	363,90	28,20	354,61	28,92	345,77	29,64	337,38
25,34	394,63	26,06	383,73	26,78	373,41	27,50	363,63	28,22	354,36	28,94	345,54	29,66	337,15
25,36	394,32	26,08	383,44	26,80	373,13	27,52	363,36	28,24	354,11	28,96	345,31	29,68	336,93
25,38	394,01	26,10	383,14	26,82	372,86	27,54	363,11	28,26	353,85	28,98	345,07	29,70	336,70
25,40	393,70	26,12	382,85	26,84	372,58	27,56	362,85	28,28	353,61	29,00	344,83	29,72	336,47
25,42	393,39	26,14	382,55	26,86	372,30	27,58	362,58	28,30	353,36	29,02	344,59	29,74	336,25
25,44	393,08	26,16	382,26	26,88	372,02	27,60	362,32	28,32	353,11	29,04	344,35	29,76	336,02
25,46	392,77	26,18	381,97	26,90	371,74	27,62	362,05	28,34	352,86	29,06	344,12	29,78	335,80
25,48	392,46	26,20	381,68	26,92	371,47	27,64	361,80	28,36	352,61	29,08	343,88	29,80	335,57
25,50	392,15	26,22	381,39	26,94	371,20	27,66	361,53	28,38	352,36	29,10	343,64	29,82	335,35
25,52	391,85	26,24	381,09	26,96	370,92	27,68	361,27	28,40	352,11	29,12	343,41	29,84	335,12
25,54	391,54	26,26	380,81	26,98	370,64	27,70	361,01	28,42	351,87	29,14	343,17	29,86	334,90
25,56	391,23	26,28	380,52	27,00	370,37	27,72	360,75	28,44	351,62	29,16	342,94	29,88	334,67
25,58	390,92	26,30	380,23	27,02	370,10	27,74	360,49	28,46	351,37	29,18	342,70	29,90	334,45
25,60	390,62	26,32	379,94	27,04	369,82	27,76	360,23	28,48	351,12	29,20	342,47	29,92	334,22
25,62	390,32	26,34	379,65	27,06	369,55	27,78	359,97	28,50	350,88	29,22	342,23	29,94	334,00
25,64	390,01	26,36	379,36	27,08	369,28	27,80	359,70	28,52	350,63	29,24	342,00	29,96	333,78
25,66	389,71	26,38	379,08	27,10	369,00	27,82	359,45	28,54	350,39	29,26	341,76	29,98	333,56
25,68	389,40	26,40	378,79	27,12	368,73	27,84	359,20	28,56	350,14	29,28	341,53	30,00	333,33
25,70	389,10	26,42	378,50	27,14	368,46	27,86	358,94	28,58	349,90	29,30	341,30		

Ende des ersten Hefts.

In Gemäſsheit der Verordnungen über die Rechte der Schriftsteller vom 22sten April 1828 §. 12., und vom 8ten Januar 1830 §. 21., durch welche den Verfassern wissenschaftlicher Werke das ausschlieſsliche Recht, sie auch in der Uebersetzung in andern Sprachen in Ruſsland herauszugeben, ertheilt worden ist, behält es sich der Verfasser dieses Rechenbuchs vor, eine russische Uebersetzung davon selbst zu veranstalten.

Mitau, den 20sten Februar 1834.