

Tartu Ülikool
Sotsiaalteaduste valdkond
Haridusteaduste instituut
Õpetajahariduse õppekava

Maarja Peinar-Järve

AVASTUSÕPE III KOOLIASTME MATEMAATIKAS VOLTIMISE JA
GEOGEBRA ABIL

Vastutav juhendaja: matemaatikahariduse lektor Tiina Kraav

Juhendaja: matemaatika didaktika nooremlektor Maarja Sõrmus

Tartu 2022

Kokkuvõte**Avastusõpe III kooliastme matemaatikas voltimise ja GeoGebra abil**

Käesoleva uurimistöö käigus koostati voltimisel põhinev ja dünaamilise platvormi GeoGebra juhistega õppematerjal, millega õpetada, kinnistada ja meelde tuletada eelkõige III kooliastme tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid. Uuriti õpetajate tagasisidet koostatud õppematerjalidele, kas need vastavad etteantud kriteeriumitele ning millised on parandus- ja täiendusettepanekud.

Õpilaste jaoks on voltimine kasulik, sest arendab matemaatilist sõnavara, käelist osavust, tasapinnalist ja ruumist mõtlemist, mis omakorda on teadusnähtuste mõistmise ja arutlemise aluseks. Voltimine annab õpilasele uurija kogemuse, kus avastamiste ja eksimistega jõutakse ülesannete lahendusteni. Käesoleva töö käigus koostatud töölehed ja juhised suunavad õpetajaid kasutama voltimisel põhinevat avastusõppelist materjali, et läbi selle avaldada mõju õpetamiskvaliteedile ja õpilaste arengule.

Tulemustest selgus, et koostatud õppematerjal vastab etteantud kriteeriumitele ning aitab õpetada, meelde tuletada ja kinnistada tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid.

Võtmesõnad: voltimine, GeoGebra, matemaatika, õppematerjal.

Abstract**Discovery learning through paper folding and GeoGebra**

During the course of this research, educational materials based on paper folding were created and supplied with instructions for the dynamic GeoGebra platform, which can be used to teach, consolidate and recall plane geometry terms and mathematical relationships. Teachers' feedback to the educational materials, their compliance with predetermined criteria, and suggestions for improvement were examined.

Folding is beneficial for students because it develops their mathematical vocabulary, manual dexterity, and spatial thinking skills.

Folding enables the student to obtain research experience through discovery and error. The worksheets and instructions were created for teachers in using discovery learning materials based on folding.

The results show that the educational materials help to teach, recall and consolidate plane geometry terms and mathematical relationships.

Keywords: folding, GeoGebra, mathematics, educational materials.

SISUKORD

SISSEJUHATUS.....	4
1. TEOREETILINE ÜLEVAADE.....	6
1.1. Õppimise keskkond ja matemaatiline mõtlemine.....	6
1.2. Voltimine kui avastusõpe	8
1.3. Voltimiseks kasutatav materjal.....	10
1.4. Eksponentsiaalne kasv A4 paberi abil	11
1.5. Voltimisega seotud eestikeelseid ülesandeid ja õppematerjale	12
1.6. Varasemad pabervoltimisega seotud uuringud, teadustööd ning arengud	17
2. METOODIKA	19
2.1. Õppematerjali koostamine.....	19
2.2. Valim	20
2.3. Andmekogumine	21
2.4. Andmeanalüüs	22
3. TULEMUSED	22
4. ARUTELU.....	28
TÄNUSÕNAD	32
AUTORSUSE KINNITUS	32
KASUTATUD KIRJANDUS	33
LISAD	37
Lisa 1. Paberi voltimisega tekkiv eksponentsiaalne kasv.....	37
Lisa 2. Tagasiside küsimustik.....	38

SISSEJUHATUS

Lihtne paberi pooleks või sellele diagonaali voltimine on matemaatiline ülesanne, millega saab illustreerida poole või diagonaali mõistet (Budinski *et al.*, 2019). Ühest küljest on voltimine mänguline, kuna see on meeldiv, meelelahutuslik ja põnev ning emotsioone esile kutsuv tegevus, kuid teisalt hariv ning on abiks matemaatikaga seotud akadeemiliste eesmärkide saavutamiseks (Budinski *et al.*, 2019).

Kuigi voltimise seostamine hariduse ja eriti matemaatikaga võib alguses tunduda veider, on see siiski kohane, sest see meetod sisaldab visuaalseid, kuulmis- ja kinesteetilisi tegevusi (Karadeniz, 2017). Matemaatikas saab voltimise abiga selgitada näiteks tasandigeomeetrias kasutatavaid mõisteid (Lepmann & Lepmann, 1995). Voltimise abil saab mõisted muuta käegakatsutavaks, samuti on voltimine abiks ruumigeomeetria ülesannete lahendamisel. Lisaks pakub voltimine lõiminguvõimalusi kunsti ja disainiga ning näitab matemaatika seost erinevate elualadega. Voltimise tulemusena saavad selgeks matemaatilised mõisted ja teadmised, areneb sõrmede peenmotoorika, loomingulisus ning ruumiline pädevus. Pädevus on teadmiste, oskuste ja hoiakute kogum, mis tagab suutlikkuse teatud tegevusalal või -valdkonnas loovalt, ettevõtlikult ja paindlikult toimida (Põhikooli riiklik õppekava, 2011).

Matemaatikatunnis voltimise meetodil tehtavad tegevused peavad olema suunatud eelkõige matemaatiliste mõistete ja seoste õpetamisele, sest vastupidisel juhul võib paberi voltimist käsitleda vaid mõnusa ajaveetmisena. Lisaks on matemaatikatundides vaja luua õpikeskkond, kus õpilased on keskendunud aktiivsele osalemisele (Karadeniz, 2017). Üks peamisi põhjuseid kasutada matemaatika õpetamisel voltimist on, et see nõuab praktilist osalemist (Hull, 2006). Voltimist peetakse õpilaste visuaalsete ning ruumiliste oskuste arendamisel tõhusaks vahendiks ja õpilastel on voltimise teel sageli lihtsam püstitatud ülesannete lahendusteni jõuda (Gürbüz *et al.*, 2018). Voltimine arendab mõistmist ja aitab õpilastel mõistetest paremini aru saada. Lisaks arendab see kriitilist mõtlemist, loovust probleemide lahendamisel, arutlusvõimet, enesekindlust, motivatsiooni, aitab kaasa kognitiivsele arengule ja vähendab õpilaste ärevust matemaatika õppimisel (Atnafu, 2018).

Voltimisele võib läheneda ka kui meelelahutuslikule matemaatikale. Juba 17.-18. sajandil lõimiti voltimine meelelahutuslikku matemaatikasse ning seda mitte ainult uudishimu äratamiseks, vaid ka matemaatikateadmiste edastamiseks. Näiteks võimaldas salvrätikute voltimine juba varasemal ajal, kui inimestel oli kehvem ligipääs haridusele, edasi anda geometrilisi teadmisi (Friedman & Rougetet, 2017).

Käesoleva magistr töö eesmärk on koostada voltimisel põhinev ja dünaamilise platvormi GeoGebra juhistega õppematerjal, mille abil õpetada, kinnistada ja meelde tuletada eelkõige III kooliastme tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid. III kooliastme õppe- ja kasvatusesmärgid toetavad erinevate õppeviiside kasutamist ja sõnastavad, et õpilane kasutab matemaatiliste seoste uurimisel arvutiprogramme ja muid abivahendeid (HARNO, *s.a.*). Õpilaste arusaamise täiendamaks toetamiseks võib kasutada mõnda geomeetria dünaamilist tarkvara, näiteks GeoGebra (Duatepe-Paksu, 2017). Voltimise ja GeoGebra omavahelisele kombineerimisele tuleks pöörata rohkem tähelepanu, kuna see ei ole veel väga levinud hariduspraktika (Budinski *et al.*, 2018). Käesoleva magistr töö raames valmib geomeetria õpetamise, meelde tuletamise ja kinnistamise abimaterjal III kooliastmele ning töös uuritakse voltimise võimalikku kasutamist matemaatika õpetamisel.

1. TEOREETILINE ÜLEVAADE

1.1. Õppimise keskkond ja matemaatiline mõtlemine

Muutuvas maailmas on oluline pakkuda õpilasele erinevaid võimalusi õppimiseks. Põhikooli riikliku õppekava kohaselt kujundatakse õppetegevus ja tulemused tervikuks lõimingu kaudu ning see toetab õpilaste üld- ja valdkonnapädevuste kujundamist (Põhikooli riiklik õppekava, 2011). Põhikooli riiklik õppekava on sidunud üheks terviklikuks pädevuseks matemaatika-, loodusteaduste- ja tehnoloogiaalase pädevuse. Samas on rõhutatud, et tasapinnalist geomeetriat õpetatakse tavaliselt liigse rõhuga tehnikatele ja vormilistele tõestustele ning suures osas on õppimise rõhk suutlikkusel reprodutseerida verbaalseid ja numbrilisi valemeid (Budinski *et al.*, 2019).

Põhiharidusest eraldiseisvana on 2019. aastast Eestis ellu kutsutud MATIK-õpe ehk matemaatika, teaduse, tehnoloogia, inseneeria ja kunstide lõiming (MATIK, *s.a.*). Sõna MATIK on kasutusel inglise keelse akronüümi STEAM ehk *Science, Technology, Engineering, Art & Mathematics* asendusena. MATIK-õppe kesksel kohal on loovus, probleemide lahendamine ja koostöö. Selline lõimitud õppeviis on eelduseks haridusele, mis aitab hakkama saada tuleviku töökohtadel, mida praegu ei pruugi veel eksisteeridagi. Neile õpilastele, kes on huvitatud MATIK-õppe erialadel töötamisest, parandab ruumilise mõtlemise arendamine nende erialade tulemusi (Gagnier *et al.*, 2022). Swedbank viis 2018. aastal läbi uuringu, milles selgus, et 69% Eesti inimestest usub, et tehnoloogia kasutuselevõtuga kaovad mitmed ametikohad (Swedbank, 2018). Tulevikus teevad arvutid ära rutiinse töö ja vaja läheb eelkõige matemaatilistelt mõtlejaid ja probleemide lahendajaid, kes sooritavad tegevusi, mida masinad ei suuda (Devlin, 2021). Gagnier jt kinnitavad oma uurimuses, et ruumiline mõtlemine on teadusnähtuste mõistmise ja nende üle arutlemise aluseks (Gagnier *et al.*, 2022). Paberi voltimise käigus toimub alati varjatud matemaatikaõpe ning see on aluseks õpilastele kogemuste saamiseks (Hull, 2006). Voltimise kasutamine aitab matemaatikat lõimida nii kunsti, disaini kui ka tehnoloogiaga ning voltimise meetod on mugav vahend matemaatiliste mõistete õpetamiseks ja õpitud mõistete säilitamiseks (Karadeniz, 2017).

Budinski jt (2018) järgi on voltimine matemaatika õpetamisel kasulik, kuna:

- voltimine seob erinevatel voltimise etappidel matemaatilise sõnavara;
- soodustab koostööl põhinevat õppimist ja meeskondade loomist;
- arendab tasapinnalist ja ruumilist mõtlemist;

- võimaldab õpilastel luua ja töödelda põhilisi geomeetrilisi kujundeid;
- võimaldab õpilased tunda rahuolu tehtud loomingust;
- aitab kaasa kognitiivsele arengule.

Piaget' järgi võib kognitiivse arengu jagada kolme etappi (Bruner, 1999):

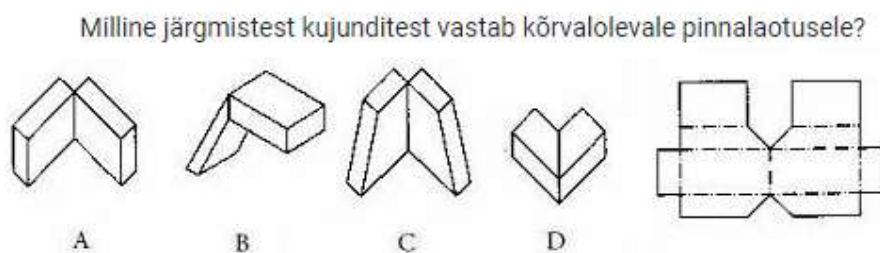
- 1) operatsioonide-eelne etapp, mis lõpeb üldjuhul 6.-7. elusaastal. Selles etapis toimub lapse areng peamiselt kogemuse ja tegevuse vaheliste suhete loomisega. Peamiseks saavutuseks on see, et laps õpib kujutama välismaailma sümbolite abil, kuid ei tee selget vahet sisemiste motiivide ja tunnete ning teiselt poolt välise reaalsuse vahel. Kui laps mõnes tegevuses ebaõnnestub, teeb ta korrektiivse pigem intuiitselt katse-eksituse meetodil kui mõtlemise tulemusena. Selles arenguetapis puudub lapsel võime omandada erinevaid mõisteid ning arendada loogilist arutelu;
- 2) konkreetsete operatsioonide etapp, mis kestab ca 12. eluaastani. Selles etapis tekib lapsel oskus orienteeruda erinevate lahenduste vahel, viib valiku läbi oma peas ning ei pea tegelema probleemide lahendamisel katse-eksitusmeetodiga. Selles vanuses hakkab vähenema enesekesksus ning hakatakse mõistma teiste arusaamisi, mõtteid ja vaateid;
- 3) formaalsete operatsioonide etapp, kuhu sisenetakse alates 10. eluaastast ning mis kestab ligikaudu 16. eluaastani. Selles etapis põhineb lapse intellektuaalne tegevus võimel tegutseda hüpoteetiliste väidetega ning mitte olla piiratud sellega, mida ta on kogunud või mis on tema ees. Sellel perioodil areneb võime loogiliselt mõelda nii hetkeolukordades, kui ka hüpoteetiliselt. Laps saab aru erinevatest muutujatest, tekivad seosed, mida hiljem saab katse või vaatlusega kontrollida (Bruner, 1999).

Oluline on aru saada, et mõistete õpetamisel tuleb liikuda lapse arenguastmeti konkreetsetelt mõtlemiselt adekvaatsemate mõtteviiside kasutamisele. Tuleb mõista, et lapse areng ei ole konkreetne sündmuste jada, vaid seda mõjutavad nii elu- kui koolikeskkond. Seega ei pea õpetamisel jälgima ainult lapse arengut, vaid talle võib pakkuda erinevaid väljakutseid oma arengus edasi liikumiseks. Kogemused on näidanud, et lapsele tasub anda pingutust nõudvaid väljakutseid liikumaks järgmisesse arengufaasi (Bruner, 1999).

Lisaks kognitiivsele pingutusele saab oluliseks kognitiivne paindlikkus. See on oskus kohaneda uudse ja muutuva keskkonnaga ning vastavalt sellele korrigeerida oma vaatenurka või probleemide lahendusviisi (Rahayuningsih *et al.*, 2021). Klassiõppes vajavad õpilased matemaatilist kognitiivset paindlikkust, et nad suudaksid lahendada matemaatilisi probleeme erinevate ideedega. Probleemide lahendamiseks peavad nad suutma probleemist aru saada, näha seda erinevatest vaatenurkadest ning ei tohiks olla jäigalt seotud ühe lahendusmeetodiga

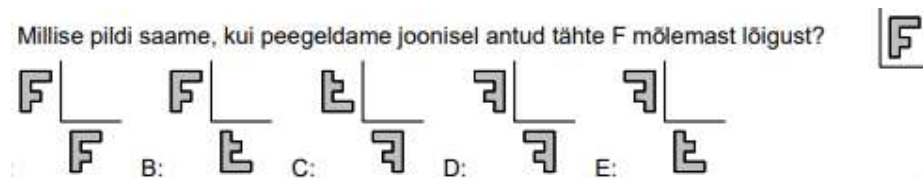
(Rahayuningsih *et al.*, 2021). Kognitiivsete oskuste – mõtlemine, tajumine, probleemide lahendamine – ja paindlikkuse aluseks on vaimne võimekus ehk intelligentsus ehk arukus. Saab eristada vähemalt üheksat intelligentsuse tüüpi, muu hulgas loogilis-matemaatiline- ja visuaal-ruumiline intelligentsus (Gardner, 2006).

Visuaal-ruumiline intelligentsus on võime kujutada tajutavat kolmemõõtmelisena ehk ruumilises suhtes (Intelligentsuse tüübid, *s.a.*). Personaliotsingu ettevõtted kasutavad juhtivtöötajate värbamisel tihti vaimse võimekuse ja isiksuse teste, mis muuhulgas sisaldavad visuaal-ruumilisi ülesandeid (Tripod, *s.a.*). Erinevad testid aitavad hinnata kognitiivset võimekust. Joonisel 1 on välja toodud värbamisel kasutatud näidisülesanne.



Joonis 1. Värbamisfirma näidisülesanne (Tripod, *s.a.*).

Matemaatikavõistluse Känguru ülesannete seast võib leida visuaal-ruumilisi ülesandeid. Joonisel 2 on 2020. aasta Benjamini (5.-6. klass) ülesanne objekti peegeldamise tulemuse väljaselgitamisest.



Joonis 2. Känguru matemaatikavõistluse näidisülesanne (Tartu Ülikool Teaduskool, 2020a).

1.2. Voltimine kui avastusõpe

Voltimist tuntakse pigem nimetuse origami kaudu. Sõna origami pärineb jaapani keelest, kus „ori” tähendab voltimist, murdmist ja „kami” paberit („Origami”, 2021). Origami määratlus eeldab, et paberit tuleks voltida ilma kääre ja liimi kasutamata (Budinski *et al.*, 2018). Asjaolu tõttu, et voltimine ehk origami on oma olemuselt praktiline nn käed-küljes tegevus ning selle abil on õpilastel lihtsam jõuda ülesannete lahendusteni (Gürbüz *et al.*, 2018), võib voltimist käsitleda kui avastusõpet. Bruneri (1999) järgi eeldab avastusõppe kontseptsioon kui oma olemuselt konstruktivistilik lähenemine, et õpilased loovad oma teadmised ise. Õpetaja roll

seejuures ei tohiks olla ettevalmistatud info edasiandmine, vaid õppe- ja mõtteprotsessi hõlbustamine (Bruner, 1999). Selline lähenemine eeldab õpetajalt koolitunnis teistsugust lähenemist kui harjumuspärane loengu vormis info edastamine. Uuringu kohaselt on Eesti matemaatikaõpetajad valmis kasutama avastusõppe kontseptsiooni, kuid tunnistavad, et puudub piisavalt õppematerjali (Lepik & Kislenko, 2014).

TALIS (*The Teaching and Learning International Survey*), mis on OECD (*Organisation for Economic Co-operation and Development*) rahvusvaheline õpetamise ja õppimise uuring ning mille fookuses on õpilaste õppimist mõjutavad aspektid, toob oma 2018. aasta aruandes välja, et õpetajad pööravad suurt tähelepanu õpetamise selgusele ja arusaadavusele, kuid kasutavad õppetunnis harvem tegevusi, mis on suunatud õpilaste kognitiivse arengu toetamisele ja nõuavad rohkem aega. Põhjuseks võib olla see, et õpilaste kognitiivne aktiveerimine on kompleksne ja ajamahukas protsess (Taimalu *et al.*, 2019). Eestis läbi viidud uuringu kohaselt väärtustavad alustavad õpetajad konstruktivistlikke õpetamismeetodeid, kuid need kaotavad populaarsust peale ca 5 aasta pikkust õpetamiskogemust. Sealt edasi hakkavad need uuesti kasvama (Lepik & Kislenko, 2014). Doruk (2014) on oma uuringus välja toonud, et isegi kui alustav õpetaja on valmis rakendama konstruktivistlikke õpetamismeetodeid, kaldub ta tagasi traditsioonilisele meetodile tulenevalt kolleegide mõjust, kogemuse puudumisest või lihtsama vastupanu teed minekust. Kui algaja õpetaja alustab, on ta täis entusiasmi ja idealistlikke ideid, kuid reaalsusšokk seab õpetamise võimalustele piirangud (Lepik & Kislenko, 2014). Hiljem kohanedes ja enesekindluse kasvuga teadvustatakse kogemustele tuginedes erinevaid õppemeetodeid ning konstruktivistlikud ideed hakkavad taas pinnale kerkima (Lepik & Kislenko, 2014).

Voltimise kui avastusõppe lähenemisviisi kasutamise väärtus on see, et annab õpilastele matemaatika uurija kogemuse (Hull, 2006). Sama autor on ka välja toonud, et õpilasest matemaatikauurija võib eksida ning see on loomulik osa õppeprotsessist. Voltimine kui avastusõppe meetod ei pruugi igale õpetajale sobida. Voltimine nõuab ettevalmistust ja harjutamist, kuid alati tasub proovida ja kombineerida nõo tavalise loengu vormis õpetamisega (Hull, 2006). TALIS uuringu järgi hindavad õpetajad ennast IKT (info- ja kommunikatsioonitehnoloogia) kasutamise kaudu õpilaste õpet toetava meetmena neljast enesetõhususe aspektist kõige madalamalt. Samas alla kolmandiku õpetajatest tundis, et nende ettevalmistus IKT-vahendite kasutamiseks on hea. Õpetajate ettevalmistus avaldab olulist mõju õpetamiskvaliteedile ja õpilaste õppimisele. TALIS uuring soovib pöörata rohkem tähelepanu selliste õpetamistegevuste kasutamisele, mis sobivad õpilaste mõtlemise aktiveerimiseks ning toetavad kognitiivset arengut (Taimalu *et al.*, 2019). Eesmärk on jõuda

põhikooli riiklikus õppekavas toodud pädevuseni, kus III kooliastme lõpuks oskab õpilane lahendada igapäevaelu erinevates valdkondades tekkivaid küsimusi, mis nõuavad matemaatiliste mõttemetodite sh. loogika ja ruumilise mõtlemise ning esitlusviiside kasutamist (Põhikooli riiklik õppekava, 2011).

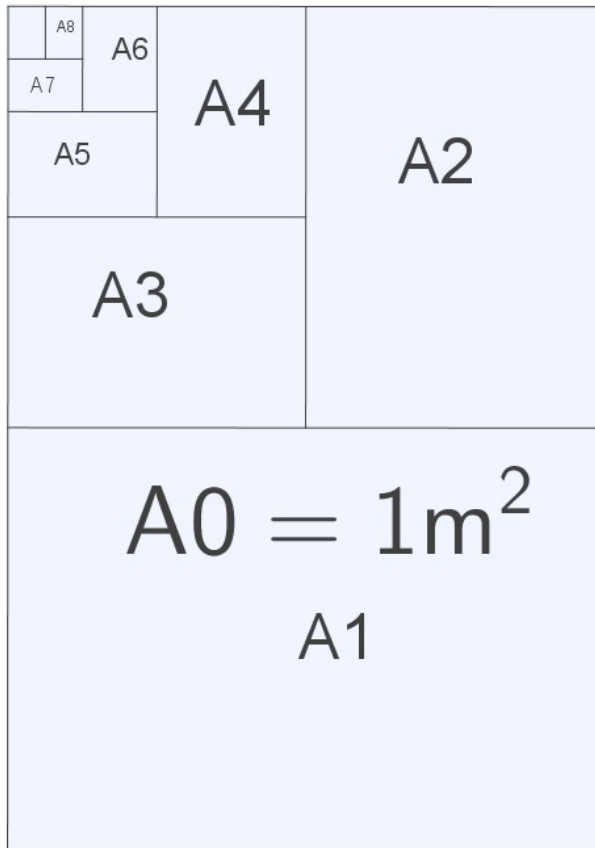
1.3. Voltimiseks kasutatav materjal

Hoolimata sellest, et paljud õpetajad ei kasuta matemaatika õpetamisel voltimist, on nad valmista seda kasutama, kui suudaksid ületada mõned väljakutsed: mahukas ettevalmistusaeg ja töökoormus, motivatsioonipuudus, oskused ja teadmised paberi voltimisest (Atnafu, 2018). Atnafu uuringu tulemus näitas, et selles osalenud õpetajad olid motiveeritud ja eelil matemaatika õpetamisest läbi voltimise. Samas näitas see, et lisaks suurele töökoormusele tuleks pakkuda õpetajatele voltimise koolitust, et parandada nende teadmisi ja oskusi voltimise rakendamiseks matemaatika õpetamisel (Atnafu, 2018).

Voltimise õppematerjali jaoks sobib näiteks ruudu või ristkülikukujuline volditav paber. Ühte paberit või mitut paberit koos neid teineteisele lisades peaks saama voltida ilma kääre ja liimi kasutamata (Karadeniz, 2017). Käesoleva töö autor on töö praktilises osas kasutanud enamlevinut paberiformaati A4, sest seda formaati saab kasutada nii ristküliku kui ruudu kujul ning paberi konkreetne külgede suhe – $1:\sqrt{2}$ – annab võimalusi erinevate arvutuste jaoks.

Paberiformaat on paberipoogna pikkuse ja laiusega määratud suurus ja kuju. Paberiformaadid on kehtestatud Euroopa standardiga EN ISO 216, mis põhineb Saksa Standardiorganisatsiooni (DIN – *Deutsches Institut für Normung*) poolt 1922. aastal vastuvõetud standardile DIN 476. Standard määrab kindlaks neli seeriat. Poogna küljepikkuste suhe on kõigis seeriates $\sqrt{2}$, mis on ligikaudu 1,4142. Niisuguse suhte korral on ka poolitamisel saadud poogen sellesama külgede suhtega. Iga järgmine formaat on pool elmisest, seega on formaadid igas reas omavahel geomeetriliselt sarnased. Formaadi number näitab, mitu korda baasformaati 0 on poolitatud. Selline suhe on ainuke võimalik, mille korral tingimus – lehe külgede suhe on sama – algformaadi poolitamisel kehtib. A-seeria formaadi A0 mõõdud on 841 mm·1189 mm, mis teeb pindala suuruseks 1 m^2 . A4 formaati nimetatakse veerandpoognaks ja tema mõõdud on 210 mm·297 mm („Paberiformaat”, 2021).

Joonisel 3 on toodud A0 mõõdus paberi jaotus.



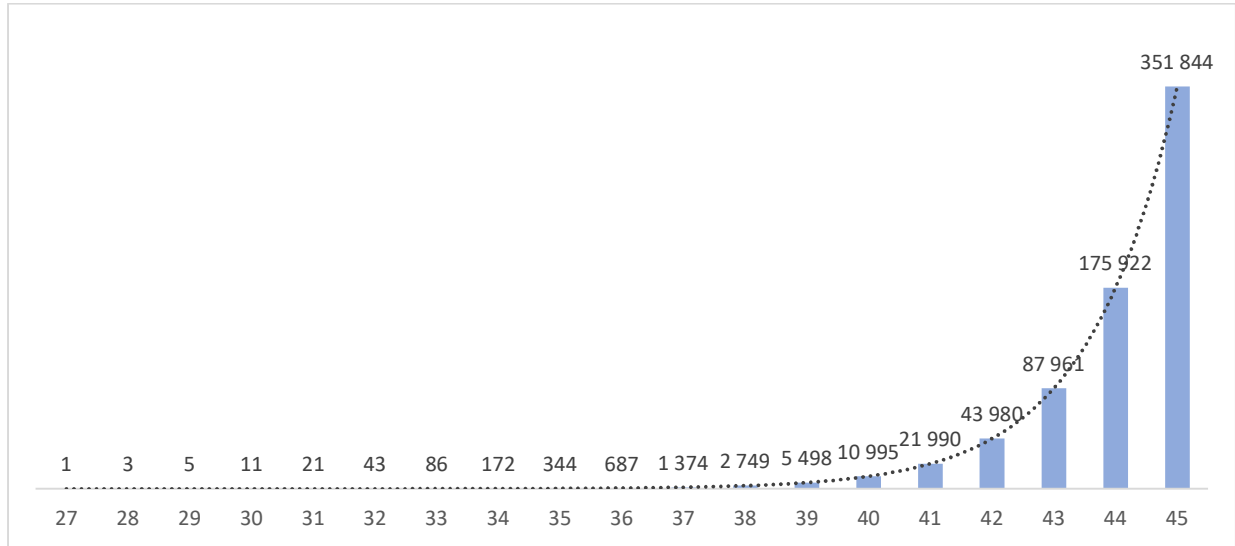
Joonis 3. Paberi formaadi A0 poogna jaotus. Autori joonis.

1.4. Eksponentsiaalne kasv A4 paberi abil

Nii Adrian Paenza (TED-Ed, 2012) kui ka Neville de Mestre (2007) kirjeldavad paberi voltimise abil eksponentsiaalset kasvu. Tabelis (vt lisa 1) on toodud tavapärase A4 suuruses printerpaberi, mille paksus on ligikaudu 0,001 cm, voltimiste arv, voltimiste arvu kahe astmena ja paberi paksus peale voltimist.

Paberi esmakordsel pooleks voltimisel saame paberi paksuseks 0,002 cm. Voltides veel korra, saame paksuseks 0,004 cm. Iga pooleks voltimisega kahekordistame eelmist tulemust. Lähenedes voltimisele teoreetiliselt, siis olles voltinud paberit 25 korda, on paberi kõrguseks ligikaudu 336 m. Võrdluseks, et Tallinna teletorni kõrgus on 314 m ja Suure Munamäe kõrgus on 318 m. Olles voltinud 45 korda, on paberi matemaatiline kõrgus ligikaudu 351 844 km, millega jõuaksime Maalt Kuule. Lõpetuseks, voltides ühe korra veel, saaksime Maa peale tagasi.

Joonisel 4 on näidatud eksponentsiaalne kasv graafiku kujul, kus on näha, kuidas iga voltimisega kahekordistame eelmist tulemust ning kui kiiresti toimub kasv.



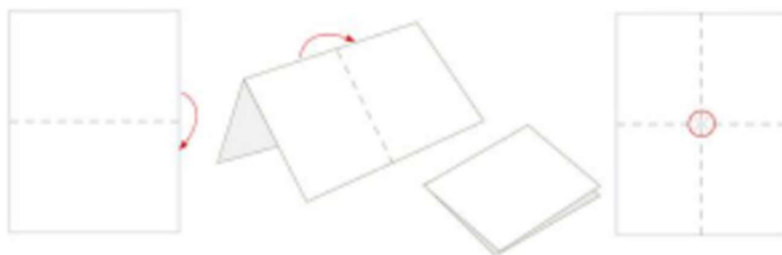
Joonis 4. Eksponentsiaalne kasv. Autori joonis.

Joonisel 4 on toodud voltimiskordade vahemik 27 – 45 ning kõrgus kilomeetrites. Selline voltimisest tekkiv kasv näib mõneti uskumatu, kuid teoreetiliselt on võimalik jõuda paberi voltimisega näiteks Kuuni ja tagasi. Tegelikult on A4 suuruse printeripaberi voltimine üsna keeruline ja peale kuuendat-seitsmendat voltimist on juba raske jätkata.

1.5. Voltimisega seotud eestikeelseid ülesandeid ja õppematerjale

Selles peatükis on välja toodud Eestis hetkel kasutusel olevatest õpikutes esine voltimisega seotud teematika, näited ülesannetest ning allikad, kust lisaks õpikutele võib leida vastava teema ülesandeid.

Opiq.ee keskkonnast (Opiq, s.a.), mis on Avita ja Koolibri kirjastuste õppekirjanduse keskkond, võib leida voltimisülesande 2. klassile nagu on näidatud joonisel 5. Selles õpetatakse täisnurga voltimist ja selle tähistust.



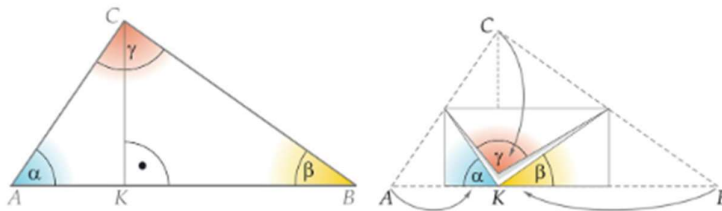
Joonis 5. Täisnurga voltimise õpetus 2. klassile (Opiq, s.a.).

Joonisel 5 on näidatud, kuidas voltida paber kaks korda pooleks nii, et tekiks täisnurk. Pööratakse tähelepanu täisnurga tähistamisele kaare keskele täpi märkimisega. Peale voltimist saab täisnurkse paberi abil tuvastada, kas klassruumis olevad asjad ja esemed on põranda või seina suhtes täisnurga all.

2. klassi murdude õppimisel on kasutatud küll voltimist, kuid enne pooleks ja veerandiks jagamist tuleb paberile joonestada ruut ja see välja lõigata. Töö autori arvates võiks kasutada mõnda olemasolevat paberit ja anda lastele ruudu voltimise ülesanne ning vajadusel kasutada selleks õpetaja abi. Peale ruudu voltimist saab edasi tegeleda murdudega.

5. klass õpib voltimise abil märkama paralleelseid ja ristuvaid sirgeid. Volditud paberiga tuleb kirjeldada matemaatiliste sümbolite abil tasandil olevate lõikude vastastikuseid asendeid. Nurkade liigitamise peatükis kasutatakse täisnurga voltimiseks samasuguseid võtteid nagu 2. klassi õppevaramus. Murdarvude peatükis tuleb enne voltimist lõigata paberist välja ruut ning peale seda antakse ülesanne voltida pool ja neljandik tervikust.

6. klass õpib Avita kirjastuse matemaatika õpiku abil paberilehega voltima paralleelseid jooni ja nende ristsirgeid, ristkülikukujulise paberi voltimisega selgitatakse murdude põhiomadusi (Kaasik, 2013). Tõestatakse kolmnurga pindala valemi õigsust ja nurgale volditud sümmeetriatelje abil saadakse selgeks nurgapoolitaja mõiste ning selgitatakse võrdhaarse kolmnurga omadusi. Samuti volditakse kolmnurkadele kõrgusi ning põhjendatakse, miks ei saa kõikidele paberist lõigatud kolmnurkadele kõrgusi voltida. Joonisel 6 toodud voltimisskeemi abil tõestatakse, et kolmnurga sisenukade summa on 180° .



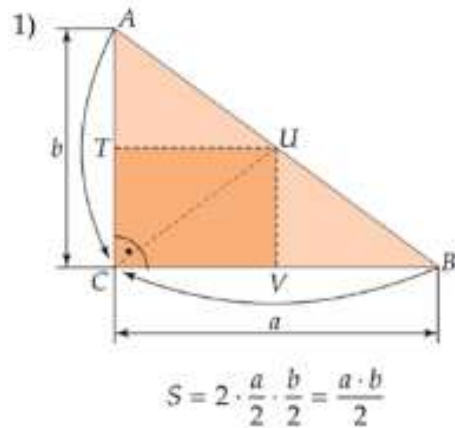
Joonis 6. Kolmnurga sisenukade summa tõestamine (Opiq, s.a.).

Joonisel 6 näidatud kolmnurga abil saab tõestada, et sisenukade summa on alati 180° . Selleks tõmmatakse kolmnurga tipust C ristlõik küljele AB ning lõikepunkt tähistatakse tähega K . Edasi volditakse kõik kolmnurga tipud kokku punkti K . Kõik nurgad kokku moodustavad sirgnurgale.

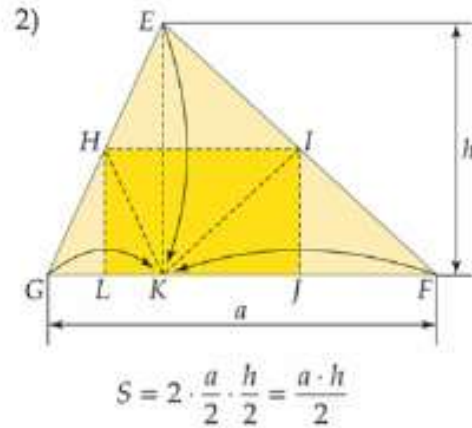
Lisaks on Avita kirjastuse õpiku 2. osas kolmnurga pindala valemini jõudmiseks järgmine ülesanne, mis suunab õpilast käelise tegevuse läbi aktiivselt mõtlema ning tulemusi põhjendama.

Ülesanne 569. Uuri alljärgnevaid jooniseid (vt joonis 7) ja selgita, kuidas kolmnurki sobivalt voltides jõuda kolmnurga pindala valemini.

Voldi täisnurkset kolmnurka



Voldi mistahes kolmnurka



Joonis 7. Kolmnurga pindala valemi tuletamine (Kaasik, 2013, lk 48).

Joonisel 7 toodud kolmnurkade kohta esitatakse järgmised küsimused:

1. Millega võrdub voltimisel tekkinud ristküliku pikkus ja laius?
2. Mida saame arvutada avaldistega $\frac{a}{2} \cdot \frac{b}{2}$ ja $\frac{a}{2} \cdot \frac{h}{2}$
3. Miks tuleb kolmnurga pindala arvutamiseks korrutada voltimisel tekkinud ristküliku pindala kahega?

7. klassi õpikutes suunatakse küll viitamisi õpilasi ruumiliste kujundite teema juures nende pinnalaotusi uurima ning pinnalaotusest kujundit kokku panema, kuid head võimalust voltimise abil ja seejuures joonlauda, kääre ja liimi kasutamata, kujundite konstrueerimisega tegeleda ära kasutatud ei ole.

8. klassi Koolibri kirjastuse õpiku 1. osa suunab õpilasi mitmete algebra abivalemite kehtivust näitama paberist välja lõigatud ruutude ning ristkülikute abil, kuid otseselt voltimisega siin tegemist ei ole. GeoGebra kasutamisele õpik aga suunab ning annab täpseid juhendeid programmi kasutamiseks vastavate ekraanipiltide abil. Teine osa aga kasutab voltimise võimalusi ära kolmnurga sisenurkade summa avastamiseks, kolmnurga kesklõigu kohta käiva teoreemi õigsuses veendumises ning trapetsiga seotud mõistete ja seoste tuletamiseks. Avita õpikutes voltimisele otsesed viited puuduvad.

9. klassi Koolibri kirjastuse õpikutes on voltimisega kontakte loodud seoses lõigu keskristsirge ja parabooli mõistete näitlikustamisega, lisaks nurga mõõtmise peatükis kirjeldatud ühte võimalust korrapärase viisnurga voltimiseks. GeoGebra kasutamisele suunatakse samuti erinevate teemade juures, selleks on spetsiaalsed ülesanded märksõnaga

„Arvutil”. Avita kirjastuse õpikutes suunatakse õpilasi küll GeoGebra kasutamise juurde ülesannete lahendamisel, voltimise võimalustele on aga vaid põgus viide ühes püramiidiga seotud ülesandes.

Alljärgnevalt on välja toodud õpikust leitud ülesanded.

Ülesanne 215. Aseta ristkülikukujulise paberilehe vastastipud A ja B kohakuti ja voldi paber. Mis jooneks osutub saadud murdejoon lõigule AB ? (Lepmann *et al.*, 2013, lk 57).

Ülesanne 216. Võta ristkülikukujuline paberileht ja märgi selle alaserva lähedal punkt F (Joonis 8). Märgi paberi teisel pool alaservale punktid umbes iga poole cm tagant. Paiguta üks viimati märgitud punktidest kohakuti punktiga F ja voldi paber. Korda sama toimingut kõigi märgitud punktide korral. Millise joone kujundavad murdejooned? Miks? (Lepmann *et al.*, 2013, lk 57).



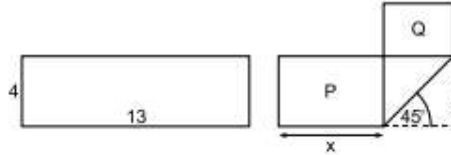
Joonis 8. Parabooli konstrueerimine voltimise abil (Opiq, *s.a.*).

Ülesanne 543. Lõika A4 paberi pikemast äärest riba laiussega 2 cm. Seo see riba ettevaatlikult sõlme nii, et riba ei jääks kusagilt kaardu ega ka kortsu. Seejärel suru sõlm lapikuks. Riba ülearused otsad lõika ära või nii palju lühemaks, et järelejäänud otsad mahuvad kujundil tekkinud trapetsi alla. Said korrapärase viisnurga, mis koosneb trapetsist ja selle all/kohal olevast kolmnurgast. Leia trapetsi ja kolmnurga nurgad (Lepmann *et al.*, 2014, lk 22).

Ülesanne 621. Rööpküliliku küljed on 6 cm ja 3 cm ning nendevaheline nurk 60 (kraadi). Rööpkülik on jaotatud neljaks võrdseks kolmnurgaks. Kuidas saab sellest ribast voltida püramiidi? Kui suur on selle püramiidi põhja pindala ja kui suur külgpindala? (Kaldmäe *et al.*, 2014, lk 55).

Kuigi õppematerjalide hulgas on voltimisega seotud ülesandeid pigem vähe ning üldjuhul eeldavad ülesanded kujundi eelnevat väljalõikamist, siis võib neid leida nuputamisevõistluste ülesannete hulgast. Joonisel 9 on näidatud Känguru matemaatikavõistluse Kadettide vanuseastme ülesanne 2021. aasast.

18. Ristkülikukujuline riba mõõtmetega 4×13 volditi joonisel näidatud viisil. Tekkinud ristkülikute pindalad olid P ja Q ning $P = 2 \cdot Q$. Leia tähega x märgitud lõigu pikkus.

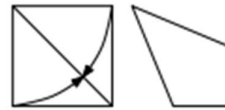


Joonis 9. Känguru ülesande joonis (Tartu Ülikooli Teaduskool, 2021).

Joonisel 10 on toodud näide Känguru matemaatikavõistluse 2020. aasta Kadett vanuseklassi ülesandest, kus ülesande tekst juba soosib, et lahenduskäiku hakatakse otsima voltimise abiga.

22. Ruudukujulise paberilehe voltimise tulemusena asusid ruudu kaks tippu diagonaali ühes punktis (vt. joonist). Leia nii saadud nelinurga suurima nurga suurus.

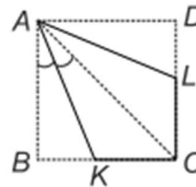
A: $112,5^\circ$ B: 115° C: 120° D: $122,5^\circ$ E: 125°



Joonis 10. Känguru ülesande joonis (Tartu Ülikool Teaduskool, 2020b).

Joonisel 11 on toodud voltimistehnikaga lahenduskäik. Kuigi ülesande tekst räägib voltimisest, siis õpilased ei kasuta üldjuhul lahendamiseks voltimist. Ühest küljest sellepärast, et Känguru matemaatikavõistlusel on ajalimiit ning teisalt sellepärast, et õpilastel puudub harjumus ja kogemus.

22. (A) Sümmeetria tõttu jaotab ruudu diagonaal AC voltimise tulemusena saadud nelinurga $AKCL$ kaheks võrdseks kolmnurgaks, kus suuremad ja ka võrdsed on nurgad AKC ja ALC . Murdejoon AK jaotab nurga BAC suurusega 45° pooleks ja seetõttu $\angle BAK = 22,5^\circ$. Nurk AKC on kolmnurga ABK välisnurk ja järelikult $\angle AKC = \angle BAK + \angle ABK = 22,5^\circ + 90^\circ = 112,5^\circ$.



Joonis 11. Ülesande lahendus (Tartu Ülikool Teaduskool, 2020b).

Eestikeelsetest õppematerjalidest, mis pakub avatud ülesannete kontekstis muuhulgas ka voltimisülesandeid, on “Teeme ise matemaikat” (Lepmann & Lepmann, 1995). See sisaldab seitset voltimisülesannet, mis avatud ülesannetena esitatuna annavad võimaluse erineval tasemel õpilastel liikuda vastavalt võimetele omas tempos lahenduste ja teadmiste suunas.

Töö autori arvates ei peaks eelpool nimetatud Känguru matemaatikavõistluse ülesanded olema vaid nendele õpilastele, kes võtavad osa olümpiaadidest või teistest nutikatele mõeldud võistlustest, vaid voltimise abil saab õpetada matemaatika ja eriti geomeetria põhitõdesid. Kuigi origami võimaldab teha keerukaid mudeleid, ei ole pabervoltimise kasutamise eesmärk matemaikatunnis voltimine kui protsess, vaid võimalus arutleda geomeetriliste mudelite üle (Gürbüz *et al.*, 2018).

1.6. Varasemad pabervoltimisega seotud uuringud, teadustööd ning arengud

Voltimise seostamise matemaatikaõppega ei ole Eestis väga levinud praktika. Küll on leitavad mitmed magistritööd eelkooliõpilastele, kus voltimine ei ole seotud matemaatikaga, vaid kunsti ja käsitööga ning eesmärk on peenmotoorika ja loovuse arendamine. Sellest tulenevalt on töö autor leidnud kaks voltimise uurimustööd-õppematerjali. Tartu Riiklikus Ülikoolis on Heljo Lõbus'a poolt kaitstud diplomitöö aastast 1958 teemal „Paberi voltimine meetoodilise vahendina matemaatika õpetamisel”. Lõbus toob välja voltimise, kui näitlikustamise vahendi matemaatika õpetamisel. Voltimise abil saab õpilane valmistada ise samm-sammult vajalikud kujundid ning näeb nende loomisprotsessi, mida valmiskujundi puhul ei näe. Töös on keskendunud hulknurkade voltimisele, ringjoonele ning voltimise abil lahenduvatele konstruktsiooniülesannetele (Lõbus, 1958).

Teine voltimise töö on Merge Palmiste 2005. aastal Tartu Ülikoolis koostatud õpetajakutse lõputöö teemal „Geomeetriliste kujundite omaduste avastamine voltimise abil” Tiit Lepmanni juhendamisel. Töös kajastamist leidnud teemad on kolmnurga, korrapäraste hulknurkade, rööpküliku ja trapetsi voltimine. Antud lõputöö on lisamaterjali kogum matemaatikaõpetajale toetamaks planimeetria õpetamist. Voltimise oskuslikul rakendamine soodustab voltimine avastusõpet ning arendab iseseisva mõtlemise ja analüüsi oskusi (Palmiste, 2005).

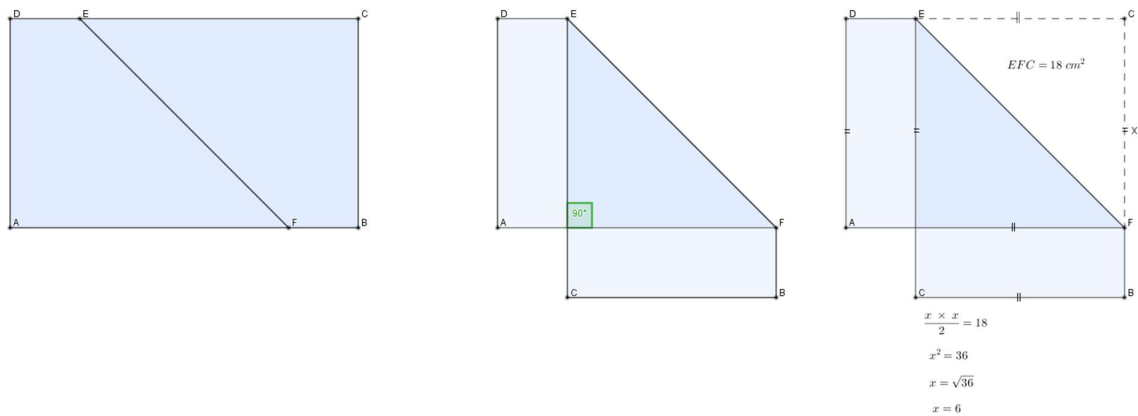
Kui eelnimetatud töödes volditakse erinevad kujundid paberi peale kasutades ette määratud punkte ja voltides sirgeid, siis käesolevas töös volditakse erinevad kujundid A4 paberist.

Väljaspool Eestit on mõned Türgi ja Iisraeli ülikoolid lisanud matemaatikaõpetajale mõeldud valikkursuse „Matemaatika õpetamine paberi voltimise teel”. Õppekava määratleb seda kursust kui arengu ja haridusliku kasuteguriga tegevusena õpilaste kahe- ja kolmemõõtmeliste probleemide lahendamise oskuste arendamisel (Karadeniz, 2017).

Voltimise ja GeoGebra ühendamine õppeprotsessi ei ole väga tavaline. Siiski võib positiivseid näiteid leida Serbia koolidest (Fenyvesi *et al.*, 2014). Fenyvesi jt (2014) annavad põhjaliku

tunnikava Delia probleemi käsitlemiseks III kooliastme lõpu või IV kooliastme õpilastele. Budisnki jt (2018) pakuvad välja origami ja GeoGebra kombineerimise meetoodilise materjali platooniliste kehade uurimisprotsessile matemaatika raames. Eelnimetatud materjalid on üldjuhul üles ehitatud sellise tunni või tundide jaoks, kus on tegemist probleemipõhise õppega ja GeoGebra aitab IKT vahendina voltimise teel püstitatud hüpoteese kontrollida.

Veel on Gürbüz jt on oma uuringus kasutanud joonisel 11 välja toodud ülesannet, kus joonisel oleva esimese kujundi pindala on 18 cm^2 suurem kui teise kujundi oma. Arvutada palutakse külg AD (Gürbüz *et al.*, 2018).



Joonis 11. Gürbüz ülesande ja lahenduskäigu järgi autori joonis.

Gürbüzi jt (2018) uuringus kasutatud voltimine on tööriist, mis toetab ja arendab nii geomeetrilisi kui ka visuaal-ruumiliste oskuste arendamist. Oma uuringu kokkuvõtteks tõdetakse, et pabervoltimise harjutused võivad pakkuda geomeetriaõpetusele uut hingamist, sest õpilased on nii füüsiliselt kui ka vaimselt aktiivsed ning õppeprotsess on tõhus.

Tulenevalt eeltoodust, on käesoleva magistritöö eesmärk koostada III kooliastme jaoks voltimisel põhinev ja dünaamilise platvormi GeoGebra juhistega õppematerjal, mille abil õpetada, meelde tuletada ja kinnistada eelkõige tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid.

Eesmärgist lähtuvalt on töö autor püstitanud järgmised uurimisküsimused:

- 1) Kuidas ja kas aitavad koostatud õppematerjalid õpetada, meele tuletada ja kinnistada tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid?
- 2) Kas õppematerjal vastab etteantud kriteeriumitele?
- 3) Milline on õpetajate hinnang õppematerjalide kohta ja millised on parendus- ning täiendustepanekud?

2. METOODIKA

2.1. Õppematerjali koostamine

Õppematerjali loomisel on järgitud üldtuntud kvaliteedipõhimõtteid, et seeläbi tõsta õppetöö kvaliteeti ja lisada õppetöö läbiviimiseks eriilmelisi võimalusi (Aluoja *et al.*, 2015). Lisaks on arvestatud vastavalt Masisi ja Otsheleng'ile (2005), et loodav õppematerjal oleks kooskõlas kehtiva õppekavaga, toetaks õpiväljundeid, sisaldaks eakohast sõnavara ning oleks õpilaste jaoks relevantne. On arvestatud, et õppematerjal ei läheks vastuollu autorikaitseadusega ja kasutatud materjal oleks viidatud.

Et uuringutele tuginedes on üheks peamistest põhjustest, miks õpetajad voltimist matemaatikatunni rikastamiseks ei kasuta, õpetajate töökoormuse, nende oskuste ja materjalide nappuse kõrval voltimise tundi integreerimise ajakulukus (Atnafu, 2018), siis valiti ülesanded antud töö raames koostatavasse komplekti sellised, et voltimise protsess toimuks tunnis võimalikult aega säästvalt, st kasutada poleks vaja kääre ega liimi. Seega on kõigi voltimisülesannete ainsaks vajalikuks materjaliks A4 suuruses paber. Arvestades koolide erinevaid võimalusi, siis võib kasutada ka muud ristkülikukujulist paberit. Sellisel juhul tuleb meeles pidada, et mõne muu paberi kasutamisel ei saa arvestada A4 formaadis paberi omadust, kus külgede suhe on võrdne $\sqrt{2}$.

Voltimisega seotud ülesannete valikul lähtuti paberi voltimisest tulenevate võimaluste ja piirangutega. Otstarbekas oli voltida neid kujundeid, mis võimaldavad õppida enim tasandigeomeetriaga seotud matemaatilisi mõisteid ja seoseid.

Ülesannete valikuga peeti silmas põhikooli riiklikus õppekavas taotletavaid pädevusi, mis muuhulgas sisaldavad igapäevaelu erinevates valdkondades tekkivate küsimuste lahendamist, mis nõuavad matemaatiliste mõttemetodite, sealhulgas loogika ja ruumilise mõtlemise kasutamist (Põhikooli riiklik õppekava, 2011). Arvestati ka matemaatika ainekava õppe- ja kasvatusesmärke, mis muuhulgas sätestavad, et III kooliastme lõpetaja kasutab matemaatiliste seoste uurimisel arvutiprogramme ja muid abivahendeid (HARNO, *s.a.*).

Õppematerjali koostamise käigus on töö autor kokku pannud GeoGebra platvormi aadressil <https://www.geogebra.org/m/rtxca6yr> asuva raamatu, mis aitab õpetada, kinnistada ja meelde tuletada eelkõige III kooliastme tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid. Ülesannete aluseks on võetud Chris Chambré voltimise konstrueerimise idee kui visuaalselt kõige paremini jälgitav lahendus (Chambre, *s.a.*). Töö autor on ise koostanud GeoGebra võrdhaarse kolmnurga voltimise ja nurkade konstruktsiooni protokollid. Ülejäänud

töölehtede jaoks on käesoleva töö autoril olemas kirjalik luba nende kasutamiseks, tõlkimiseks ja toimetamiseks. Voltimisülesannete komplekti kuulub neli alapeatükki:

- võrdhaarne kolmnurk;
- romb;
- võrdhaarne kolmnurk;
- kuusnurk ehk heksagoon.

Lisaks GeoGebra dünaamilistele töölehtedele on töö autor koostanud eraldi töölehed, kus lisaks voltimise juhendile on täiendavad küsimused arutelu jaoks.

Töö käigus koostati GeoGebra keskkonnas õppematerjali kogumik ning Google Drive keskkonnas töölehed. Tagasiside küsimustik koostati Google Forms abil ning küsimustiku link saadeti suunatult matemaatikaõpetajatele.

Töö eesmärgist ja uurimisküsimustest lähtuvalt on töö uurimismeetodiks valitud kvalitatiivne uurimismeetod. Samas ei saa Õunapuu (2014) järgi kvalitatiivset ja kvantitatiivset uurimistööd rangelt eristada, pigem tuleks teha seda tinglikult. Uuringut saab pidada kvalitatiivseks juhul, kui valim on väike, uuritakse inimeste mõtteid ja tundmuseid, kasutatakse avatuid küsimusi, intervjuusid (Õunapuu, 2014).

2.2. Valim

Käesoleva töö autor kasutas uuringu läbiviimisel mugavusvalimit. Õunapuu (2014) järgi kaastakse mugavusvalimisse lähtuvalt kättesaadavuse, leitavuse, tutvuse ja uuritavate koostöövalmiduse põhimõttest (Õunapuu, 2014). Vastajate kriteeriumiks oli, et nad pidid olema matemaatikaõpetajad. Valimisse kuulunud õpetajatele saadeti elektrooniliselt Google Forms abil koostatud küsimustik, millesse omakorda olid lisatud lingid GeoGebra raamatusse ning Google Drive'is olevatele töölehtedele. Uuringu eetilise tagamiseks tutvustas töö autor küsimustiku alguses uuringu eesmärgi. Ankeet saadeti suunatult, kuid vastamine oli vabatahtlik ning anonüümne. Tulemused kajastati üldistatult ning neid ei olnud võimalik ühegi vastajaga seostada.

Valimisse kuulus üheksa matemaatikaõpetajast vastajat. Anonüümsusest lähtudes on töö autor vastajaid nimetanud Vastaja 1, Vastaja 2 jne. Tabelis 1 on toodud vastajate taustandmetena küsitud matemaatikaõpetaja tööstaaž ja haridustase.

Tabel 1. Valimisse kuulunud vastajate taustaandmed.

Vastaja	Matemaatikaõpetaja staaž	Haridustase
Vastaja 1	üle 8 aasta	Magister
Vastaja 2	4 – 5 aastat	Magister
Vastaja 3	üle 8 aasta	Magister
Vastaja 4	4 – 5 aastat	Magister
Vastaja 5	üle 8 aasta	Magister
Vastaja 6	alla 1 aasta	Magister
Vastaja 7	6 – 8 aastat	Bakalaureus
Vastaja 8	üle 8 aasta	Doktor
Vastaja 9	4 – 5 aastat	Magister

2.3. Andmekogumine

Andmete kogumiseks koostas töö autor tagasiside küsimustiku. Valiidsuse tagamiseks viidi juhendajaga läbi prooviintervjuu hindamaks küsimustiku küsimuste toimivust ning arusaadavust. Peale prooviintervjuud tehti küsimustikku arutelu käigus tekkinud täiendused ja parandused. Küsimustik koosnes kolmest osast, kokku 10 küsimusest ja 6 avatud vastusega küsimusest. Esimese osa küsimused 1-2 olid seotud taustandmetega ning nendel oli üks võimalik vastusevariant. Küsimused 3-4 olid seotud voltimise ning IKT vahendite kasutamisega ja neile sai vastata mitme vastusevariandiga. Järgnes Likerti 4-pallise skaalaga väidete plokk matemaatikaga seotud väidete kohta. Skaala koosnes väidetest 1 = „nõustun”, 2 = „pigem nõustun”, 3 = „pigem ei nõustu” ja 4 = „ei nõustu üldse”. Esimese osa lõpetas avatud vastusega küsimus eelnevalt nimetatud matemaatikaga seotud väidete kohta.

Küsimustiku teine osa jagunes omakorda neljaks küsimuseks, kattes ära iga GeoGebra raamatus oleva alapeatüki. Iga nelja alapeatüki lõppu oli jäetud avatud vastusega küsimus, kuhu vastaja sai jätta kommentaari, tähelepaneku, täienduse või parandusettepaneku. See osa küsimustikust oli märgitud kohustuslikuks.

Teise osa küsimustikuga seati eesmärgiks saada teada, millisel määral vastab koostatud õppematerjal etteseatud kriteeriumitele. Töö autor seadis eesmärgiks järgmised kriteeriumid:

- matemaatiline korrektsus,
- keeleline korrektsus,
- vastavus õppekavale,

- tugi geomeetria õpetamisel,
- eakohasus,
- eesmärgipärasus,
- toetus õpioskuste arendamisel,
- terviklikkus,
- õppimise iseseisvus.

Kolmanda küsimustiku osaga soovis töö autor saada tagasisidet õppematerjalile tervikuna. Likerti 4-pallise skaalaga sai anda hinnangu, kas koostatud õppematerjal aitab õpetada, meelde tuletada ja kinnistada tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid. Skaala koosnes väidetest 1 = „nõustun”, 2 = „pigem nõustun”, 3 = „pigem ei nõustu” ning 4 = „ei nõustu üldse”. Küsimustiku lõpetas avatud vastusega küsimus õppematerjali kui terviku kohta.

2.4. Andmeanalüüs

Tagasisidena saadud tulemusi analüüsiti kvantitatiivselt ja kvalitatiivselt. Kvantitatiivselt analüüsiti vastajate hinnanguid koostatud õppematerjalile ning selle kaasa aitamisele tasandigeomeetria mõistete ja teadmiste õpetamisele, meelde tuletamisele ja kinnistamisele. Kvalitatiivselt analüüsiti vastajate kommentaare ja tähelepanekuid. Andmeanalüüsiks kasutati MS Exceli tabelitöötlusprogrammi.

3. TULEMUSED

Analüüsiga seostus kolm uurimisküsimust. Ühe uurimisküsimusena soovis töö autor teada, kas koostatud õppematerjalide iga alapeatüki osa vastab etteantud kriteeriumitele. Töö autor seadis ette järgmised kriteeriumid: matemaatiline korrektsus, keeleline korrektsus, vastavus õppekavale, tugi geomeetria õpetamisel, eakohasus, eesmärgipärasus, toetus õpioskuste arendamisel, terviklikkus ja õppimise iseseisvus.

Ülevaade võrdhaarse kolmnurga õppematerjali kohta. Võrdhaarse kolmnurga kohta on GeoGebra raamatus viis alalõiku – voltimine, tipunurga ja alusnurkade arvutamine, mediaanide ja nurgapoolitaja voltimine ning kolmnurga aluse ja kõrguse arvutamine lähtuvalt A4 paberi külgede suhtest $\sqrt{2}$. Tabelis 2 on ülevaatlikult välja toodud, kuidas hinnati õppematerjali vastavust etteantud kriteeriumitele.

Tabel 2. Võrdhaarse kolmnurga õppematerjali vastavus kriteeriumitele.

	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu	Kokku
Matemaatiline korrektsus	4	5	-	-	9
Keeleline korrektsus	4	5	-	-	9
Vastavus õppekavale	5	2	2	-	9
Pakub tuge geomeetria õpetamisel	7	1	1	-	9
Eakohasus	6	1	2	-	9
Eesmärgipärasus	6	2	1	-	9
Toetus õpioskuste arendamisel	7	1	1	-	9
Terviklikkus	5	1	3	-	9
Õppimise iseseisvus	6	1	2	-	9

Võrdhaarse kolmnurga õppematerjali kohta antud tagasiside põhjal on Vastajate 1 ja 8 jaoks, kellest viimane kasutas tagasiside andmiseks sülearvutit, töölehe kiri liiga väike ning Vastaja 8 lisab, et matemaatiliselt on tööleht korrektne, kuid juhib tähelepanu tähistusele.

Lõikude pikkuste tähistused: piisab $AB = \dots$. Pole tarvidust kriipsu nii peale kui ette ja taha panna (Vastaja 8).

Vastaja 3 jaoks jäi segaseks, mis on täpsemalt asja eesmärk. Vastaja 7 kinnitab töö autori eesmärki kasutada õppematerjali III kooliastmes vastates, et need on põnevad ülesanded ja seda materjali saab kasutada erinevates klassides. Töö autor on voltimise jaoks kasutanud A4 suurusega paberit eesmärgiga laiendada erinevaid arvutusvõimalusi, kuid tagasisidena arvas Vastaja 1, et see muutub nõrgematele õpilastele keeruliseks.

Võrdhaarse kolmnurga aluse ja kõrguse töölehel on kasutatud ruutjuuri. See võib olla põhikooli õpilasele keeruline (eriti nõrgematele). Teemat õpetades valiksin pigem täisarvud, mille abil külgi ja kõrgusi arvutada, sest ruutjuurtest omakorda juuri võtta ei ole põhikooli õpilasele sugugi kerge ülesanne ja siis võib selle teema seletamisel minna suurem rõhk just selle arvutamise seletamisele mitte sisu seletamisele (Vastaja 1).

Arvestades vastanud õpetajate erinevat GeoGebra kasutuskogemust, siis märkis Vastaja 2 oma tagasisides vajadust täiendavate juhiste järgi.

Esmapilgul ei saa aru, kuidas asi töötab, võiks olla viide juures liuguri kasutamise kohta (Vastaja 2).

Vastaja 2 jaoks jäid arusaamatuks, miks on vaja eraldi töölehti, kuid Vastaja 9 viitas töölehtedel olevatele küsimuste kasulikkusele.

Milleks aga eraldi töölehed veel selle sama asja kohta? Need paberkujul ei oma minu jaoks mingit ekstra väärtust (Vastaja 2).

Joonised on iseseisvaks tegemiseks piisavalt arusaadavad. Töölehel olevad arutelu küsimused võimaldavad algatada dialoogi antud teema kohta (Vastaja 9).

Ülevaade rombi õppematerjali kohta. Rombi kohta on GeoGebra raamatus kolm alalõiku – voltimine, diagonaalide ja külgede omadused ning rombi nurkade omaduse lähtudes A4 paberi suuruselt. Tabelis 3 on näidatud rombi õppematerjalile antud hinnangud vastavalt etteantud kriteeriumitele.

Tabel 3. Rombi õppematerjali vastavus kriteeriumitele.

	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu	Kokku
Matemaatiline korrektsus	6	3	-	-	9
Keeleline korrektsus	8	1	-	-	9
Vastavus õppekavale	6	3	-	-	9
Pakub tuge geomeetria õpetamisel	7	2	-	-	9
Eakohasus	7	2	-	-	9
Eesmärgipärasus	6	2	1	-	9
Toetus õpioskuste arendamisel	7	-	2	-	9
Terviklikkus	4	4	1	-	9
Õppimise iseseisvus	4	3	2	-	9

Rombi tagasisidena arvas Vastaja 1, et rombi GeoGebra voltimisega kaasas olnud tööleht lihtsustab iseseisvat õpet.

Meeldivad töölehe lõpus olevad arutlevad küsimused. GeoGebra materjal toetab visuaalselt, kuidas voltima peab, mis aitab õpilastel ka iseseisvalt paremini hakkama saada kui tekstist arusaamine on keeruline (Vastaja 1).

Vastaja 2 jaoks jääb arusaamatuks, milleks rombi voltida.

See ei anna matemaatiliselt mingisugust teadmist rombi kohta. Rombi omadused tulevad faktidena. Seda saaks ja võiks kõike kuidagi voltides seletada hoopis. Arutlemisküsimus on kena küll, aga selleni võiks taaskord voltimine viia, st näidata voltimise teel, et see nii on, mitte lihtsalt ei peaks seda aimama (Vastaja 2).

Vastaja 6, kes viitab oma eelmisele tagasisidele, kus ta ütleb, et GeoGebra joonised on iseseisvaks tegemiseks piisavalt arusaadavad ja töölehel olevad arutelu küsimused võimaldavad algatada dialoogi antud teema kohta, märgib ära voltimisega tekkinud põnevuse.

Põnev on jälgida, kuidas ristkülikust saab romb. Tekkis juba küsimus, kas rombi saab voltida igast paberist? (Vastaja 6).

Ülevaade võrdkülgse kolmnurga õppematerjali kohta. Võrdkülgse kolmnurga GeoGebra raamatus on kaks alalõiku – voltimine ja omadused nurkade, mediaanide, külje

keskristsirgete kohta. Tabelis 4 on näidatud võrdkulgse kolmnurga õppematerjalile antud hinnangud vastavalt etteantud kriteeriumitele.

Tabel 4. Võrdkulgse kolmnurga õppematerjali vastavus kriteeriumitele.

	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu	Kokku
Matemaatiline korrektsus	7	1	1	-	9
Keeleline korrektsus	5	4	-	-	9
Vastavus õppekavale	7	1	1	-	9
Pakub tuge geomeetria õpetamisel	7	-	2	-	9
Eakohasus	7	-	2	-	9
Eesmärgipärasus	6	2	1	-	9
Toetus õpioskuste arendamisel	7	-	2	-	9
Terviklikkus	5	2	2	-	9
Õppimise iseseisvus	3	4	2	-	9

Võrdkulgse kolmnurga õppematerjali kohta arwab Vastaja 2, et võrdkulgse kolmnurga voltimist ei ole vaja, kuigi töö autori teadmisel peab III kooliastmes käsitleb igat liiki kolmnurki.

Milleks eraldi võrdkulgne kolmnurk? Seda eraldi teemana III kooliastmes ei käsitleta. Sisuliselt õpetab see tööleht vaid konkreetset kujundit voltima (kas see on niivõrd vajalik?). Minu meelest oleks mõistlik voltimist kasutada selleks, et praktiliselt näidata konkreetse kujundi juures olulisi omadusi jms, mida III kooliastme geomeetria konkreetselt käsitleb (Vastaja 2).

Vastaja 6, kelles eelnevad voltimised on tekitanud elevust ning kes tagasiside põhjal on esimese ettejuhtuva paberiga alustanud voltimist arwab, et voltimine on põnev.

Selline voltimine on täitsa põnev. Jõudsin enne sellele küsimusele vastamist rombi ära proovida taskus olnud poetšekist. Täitsa töötas! (Vastaja 6).

Vastaja 3 arwab, et voltimine võib teatud juhtudel olla kasulik.

Võimalik, et nt teatud õpilastel aitab see voltimine asjast paremini aru saada, aga ma ei ole kindel, et see on antud teema(de) õpetamiseks efektiivsem kõige viis (Vastaja 3).

Vastaja 8 annab tagasisidet, kuidas GeoGebra ja töölehte omavahel paremini ühildada.

Tulevikuks: paberikandjal õpilasele antavate töölehtede lingid võiksid olla leitavad GG töölehe juurest või siis töölehe all kohe küsimusi esitatud. Muidu on lehele sattujal ainult klõpsamise vaev, kaasa mõtlema ei pea üldse. Tahaks veel selliseid küsimusi juurde, et kas see võrdkulgne kolmnurk on volditav ainult A4 abil või et kas sobib suvaline paberist ristikulik. Mingisuguseid edasi mõtlema innustavaid küsimusi, mis õpilasi aju kasutama intrigeeriks, tahaks juurde (Vastaja 8).

Ülevaade kuusnurga ehk heksagooni õppematerjali kohta. Kuusnurga kohta on GeoGebra raamatus kolm eraldi alalõiku – voltimine, nurgad ja omadused. Tabelis 5 on toodud kuusnurga ehk heksagooni õppematerjalile antud hinnangud vastavalt etteantud kriteeriumitele.

Tabel 5. Kuusnurga ehk heksagooni õppematerjali vastavus kriteeriumitele.

	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu	Kokku
Matemaatiline korrektsus	5	3	1	-	9
Keeleline korrektsus	5	3	1	-	9
Vastavus õppekavale	7	2	-	-	9
Pakub tuge geomeetria õpetamisel	7	1	1	-	9
Eakohasus	7	1	1	-	9
Eesmärgipärasus	7	1	1	-	9
Toetus õpioskuste arendamisel	8	1	-	-	9
Terviklikkus	5	3	1	-	9
Õppimise iseseisvus	6	2	1	-	9

Kuusnurga ehk heksagooni õppematerjali kohta toob Vastaja 2 välja, et III kooliastmes ei oluline voltimine, vaid erinevate kujundite omadused ning soovib lisada täiendavaid küsimusi töölehtedele.

Taaskord ka siin on GeoGebra dünaamiliste lehtede juures kõige sisukam ja olulisem viimane osa, kus juhuslikult tekivad kujundi omadused jms informatsioon. See, kuidas seda kujundit voltida, see ei ole oskus, mida III kooliastme matemaatika õpetab. Õpetatakse omadusi, mida saab voltimisega illustreerida. Niimoodi oleksid materjalid olulised kasulikumad ja kasutatavamad. Töölehega võiks midagi veel juurde küsida! Et sellega kauem õpilase aega kulutada, aga ka tema aju töös hoida (Vastaja 2).

Vastaja 6 arvates on voltimine tore, kuid ajamahukas ja võib määrada lauda.

Väliringjoone tegemine volditud paberile võib osutuda keeruliseks, sest määrab lauda, muidu igati vahva materjal. Kokkuvõttes on väga vahva voltimine ja ma arvan, et kasutan mõnda elementi oma tunnis. Arvestada tuleb muidugi sellega, et õppekava on tihe, õpilased ei ole harjunud voltima ja kõik see võib võtta rohkem aega, kui ma sooviksin (Vastaja 6).

Saamaks teada, milliseks kujunes vastajate hinnang nelja erineva alapeatüki kohta kokku on töö autor liitnud kokku kõik vastavate alapeatükkide kriteeriumite hinnangud ja saanud tabelis 6 märgitud tulemused.

Tabel 6. Nelja GeoGebra raamatu alapeatüki kriteeriumite summa.

	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu	Kokku
Matemaatiline korrektsus	22	12	2	-	36
Keeleline korrektsus	22	13	1	-	36
Vastavus õppekavale	25	8	3	-	36
Pakub tuge geomeetria õpetamisel	28	4	4	-	36
Eakohasus	27	4	5	-	36
Eesmärgipärasus	25	7	4	-	36
Toetus õpioskuste arendamisel	29	2	5	-	36
Terviklikkus	19	10	7	-	36
Õppimise iseseisvus	19	10	7	-	36

Teise uurimisküsimusena soovis töö autor teada saada, kas ja kuidas aitavad koostatud õppematerjalid õpetada, meelde tuletada ja kinnistada tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid. Tabelis 7 on vastuse andnud õpetajate tulemused.

Tabel 7. Vastajate hinnang küsimusele kas koostatud õppematerjal aitab õpetada, meelde tuletada ja kinnistada tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid.

	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu	Kokku
Aitab õpetada	7	1	1	-	9
Aitab meelde tuletada	8	-	1	-	9
Aitab kinnistada	7	1	1	-	9

Vastajate hinnangu järgi oldi üldjuhul nõus, et koostatud õppematerjal aitab tasandigeomeetriat ja sellega seotud matemaatilisi seoseid õppida, kinnistada ja meelde tuletada. Vastaja 2 arvates võiks aja kokkuhoiu mõttes kujundid kodus valmis voltida, vastaja 5 kasutakse töö autori poolt kokku pandud ülesandeid valikuliselt ja Vastaja 3 on ülesannete suhtes skeptiline. Vastaja 6 arvab, et ülesanded tasuvad proovimist ning töölehed on lihtsad ja elegantsed, samas selgitavad teemat väga kenasti.

Selline voltimine on põnev ja annaksin kodutööks voltida GeoGebra juhendi järgi võrdhaarne kolmnurk, et tunnis edasi voltida (mediaani nt). Tunni aega ei tahaks voltimisele ära kulutada (Vastaja 2).

Kõik pakutud voltimised ei sobi minu arvates III kooliastmesse. Kasutaksin materjali valikuliselt oma olemasolevas ja töötavas tunnikavas (Vastaja 5).

Õpikutes on tihti mõni ülesanne voltimise kohta või siis joonis. Mille poolest on Teie variant parem? (Vastaja 3).

Ma ilmselt proovin neid materjale oma tunnis kasutada. Kasvõi juba sellepärast, et võib olla mõnele õpilasele sobib selline lähenemine paremini ja ta saab teema

paremini selgeks. Alati on vaja ühte klõpsu, mis käiks, et teema selgeks saada (Vastaja 6)

Töö autor küsis lisaks kolmele uurimisküsimusele ka õpetaja üldist suhtumist erinevate matemaatikat puudutavate väidete kohta ning nende kogemust GeoGebra ja voltimise kasutamise kohta.

Väitega, et voltimine on avastusõpe, oli täiesti nõus viis ja pigem nõus neli vastajat. Väitega, et matemaatikat saab õpetada ka teisiti, kui õpiku ja vihikuga nõustus kuus vastajat ning kolm olid pigem nõus. Vastanutest seitse olid nõus ja kaks pigem nõus väitega, et õpetajana olen valmis katsetama uute õpetamise ideedega. Töö autori väitega, et õpilased on altd ise proovima ja avastama oli nõus üks vastaja, pigem nõus kuus vastajat ja kaks vastajat pigem ei nõustunud. Vastaja 9 tõi välja, et õpilasel peab olema eelkõige huvi teemaga tegeleda.

Õpilased proovivad ja avastavad siis, kui see neile huvi pakub. Muidu on lihtsalt tühi töö ja vaeva nägemine. Ei ole õpilastele voltimist pakkunud, aga mulle tundub, et see võiks nendel huvi pakkuda. Natuke midagi teistmoodi (Vastaja 9).

Küsimusele milline on õpetajate GeoGebra kasutuskogemus töölehtede koostamise kohta, vastas neli, et on loonud ise töölehti, kuus on kasutanud teiste koostatud töölehti ja kaks ei ole üldse kasutanud. Samas tõi vastaja 2 välja, et:

GeoGebrat saab kasutada edukalt õppetöös ka nii, et töölehti selleks ei kasuta, nt graafikute joonistamiseks, erinevate protsesside näitlikustamiseks jne. Seda saavad teha nii õpetajad kui ka õpilased ise. Vastasin hetkel, et ma ei ole kasutanud (küsimuse suunis oli töölehtedele ja neid ma tõesti pole oma praktikas veel kasutanud), kuid see ei tähenda, et ma GeoGebrat ennast pole oma töös kasutanud (Vastaja 2).

Küsimusele milline on õpetajate voltimise kasutamise kogemuse III kooliastmes, vastas neli õpetajat, et on kasutanud voltimist, kolm on voltimise kasutamisest teadlikud, kuid ei ole ise kasutanud ning kaks ei ole kasutanud.

4. ARUTELU

Käesoleva uurimistöö eesmärk oli koostada voltimisel põhinev ja dünaamilise platvormi GeoGebra juhistega õppematerjal, mille abil õpetada, kinnistada ja tuletada meelde eelkõige III kooliastme tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid. Eesmärgist lähtuvalt uuris töö autor: 1) kuidas ja kas aitavad koostatud õppematerjalid õpetada, meelde tuletada ja kinnistada tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid; 2) kas koostatud õppematerjal vastab etteantud kriteeriumitele ja 3) milline on õpetajate hinnang õppematerjalide kohta ning millised on parendus- ja täiendusettepanekud. Antud peatükis

tuuakse välja sarnasused ja erinevused saadud tulemuste ja töö teooria osa kirjanduses esitatud tulemuste vahel.

Esimese uurimisküsimusega – kuidas ja kas aitavad koostatud õppematerjalid õpetada, meelde tuletada ja kinnistada tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid – nõustused vastajaid, et voltimine aitab kaasa ning ühel juhul kaasa aitamisega pigem ei nõustatud. Kuigi voltimine võib Budinski jt (2019) järgi olla mänguline, kaasnevad sellega Karadeniz'i (2017) kohaselt siiski visuaalsed, kuulmis- ja kinesteetilised tegevused, mis Lepmann ja Lepmann (1995) järgi aitavad selgitada tasandigeomeetria mõisteid. Vaatamata sellele, et vastajate arvates on voltimine õppimist abistav meede ning voltimise kasulikkust kinnitab ka Budinski (2018), on seda kasutanud õppetegevuses neli vastajat. Vastajate arvates on peamiseks voltimise kasutamise murekohaks ajakulu, millele viitab ka Atnafu (2018) kes lisab ajakulule veel õpetajate töökoormuse ja oskuste ning materjalide nappuse.

Ühe vastaja arvates võiks voltimisega tegeleda siis, kui on aega ja soovitavalt kunstitunnis. Kui kunstitunni voltimine siduda matemaatikaga, siis sellist integreerimist soosibki just MATIK-õpe, mis on matemaatika, teaduse, tehnoloogia, inseneeria ja kunstide lõiming ning mille kesksel kohal on loovus, probleemide lahendamine ja koostöö. Ühe vastaja arvates on õpikutes tihti voltimisega seotud ülesandeid, kuid vastupidist kinnitab töö autori poolt tehtud Eesti õppevaramu analüüs, kus III kooliastmes olevaid ülesandeid on vähe ning need on juhuslikud. Näiteks 7. klassi õppevaramu ei sisalda ühtegi voltimisega seotud ülesannet, 8. klassi õppevaramu suunab matemaatilisi kehtivusi näitama paberist lõigatud ruutude ja ristkülikute abil, kuid ei ole otseselt seotud voltimisega. 9. klassi ülesannete hulgast leidis töö autor neli ülesannet (Opiq, *s.a.*).

Vastaja, kelle tööstaaž jäi alla ühe aasta ehk ta töötab koolis esimest aastat, innustus voltimisest ja see näis talle põnev. Lepik ja Kislenko (2014) on oma uurimuses jõudnud samale tulemusele, kus algaja õpetaja on täis entusiasmi ja idealistlikke ideid, kuid nad võivad Doruki (2014) kohaselt kalduda tagasi traditsioonilistele meetoditele tulenevalt näiteks kolleegide mõjust või reaalsusšokist. Seda kinnitab ka vastaja, kes kasutaks töö autori poolt koostatud õppematerjali valikuliselt ning püüdes seda võimalusel lülitada oma olemasoleva tunnikava sisse. Lepik ja Kislenko (2014) toovad veel välja, et õpetajana kohanedes ja enesekindluse kasvuga teadvustatakse erinevaid õppemeetodeid, kuid vastajate tagasiside järgi ei olda varmad oma olemasolevat ja hästi töötavat tunnikava ülesehitust muutma. Kuna õpetajad kasutavad tagasiside järgi voltimist pigem vähe, siis võib see tuleneda tõsiasjast, et voltimine kui avastusõppe meetod ei pruugi igale õpetajale sobida, kuid alati tasub proovida ja kombineerida vahelduseks loengu vormis õpetamisega (Hull, 2006).

Teise uurimisküsimusega – kas koostatud õppematerjal vastab etteantud kriteeriumitele – nõustus enamuse vastajaid. Kõige kõrgemalt hinnati töö autori poolt kokku pandud materjalides õpioskuste toetamise arendamise kriteeriumit. Sellele järgnes vastajate hinnang, et materjal pakub tuge geomeetria õpetamisel. Kuigi üks vastaja ei ole kindel voltimise kui õppemeetodi efektiivsuses, arvas ta siiski, et voltimine aitab teatud õpilastel teemast paremini aru saada. Gürbüz (2018) kinnitab samuti, et pabervoltimise harjutused pakuvad tuge geomeetria õpetamisele ning voltimise teel on sageli lihtsam püstitatud ülesannete lahendusteni jõuda. Eakohasuse kriteeriumist arvas üks vastaja, et antud ülesandeid saab kasutada erinevates klassides, teisalt tõi üks vastaja välja, et A4 suuruse paberi külgede suhte $\sqrt{2}$ -ga arvutamine võib mõnele nõrgemale õpilasele osutada keerukaks. Bruneri (1999) kohaselt tasuks lapsele siiski anda pingutust nõudvaid väljakutseid, et toimuks kognitiivne areng. Taimalu jt (2019) on TALIS uuringust toonud välja, et õpetajad kasutavad õppetunnis harvem tegevusi, mis on suunatud õpilaste kognitiivse arengu toetamiseks, kuna õpilaste kognitiivne aktiveerimine on kompleksne ja ajamahukas protsess.

Järgmistest kriteeriumistest on võrdselt hinnatud õppekavale vastavust ja loodud õppematerjali eesmärgipärasust. Põhikooli riiklik õppekava (2011) on üheks tervikpädevuseks sidunud matemaatika-, loodusteaduste- ja tehnoloogiaalase pädevuse. Kui siia juurde lisada veel inseneria ja kunsti, oleme jõudnud MATIK-õppeni, kus selline lõimitud õppeviis on eelduseks haridusele, mis aitab hakkama saada tuleviku töökohtadel (MATIK, *s.a.*).

Võrdselt hinnati matemaatilist ja keelelist korrektsust. Üks vastaja tõi välja, et GeoGebra töölehed on lihtsad ja elegantsed, samas selgitavad teemat väga kenasti. Korrektsuse vajadust kinnitas TALIS 2018. aasta uuring, mis tõdeb, et õpetajad pööravad suurt tähelepanu õpetamise selgusele ja arusaadavusele. Selle üheks aluseks on matemaatilisel ja keeleliselt korrektsed ning visuaalselt esteetiliselt koostatud õppematerjalid (Taimalu *et al.*, 2019).

Iseseisva õppimise kriteeriumi kohta arvas üks vastaja, et GeoGebra materjal toetab visuaalselt, kuidas voltima peab, mis aitab õpilastel ka iseseisvalt paremini hakkama saada, juhuks kui tekstist arusaamine on keeruline. Duatepe-Paksu (2017) arvates võib õpilaste arusaamise täiendavaks toetamiseks kasutada geomeetria dünaamilist tarkvara ja selleks sobib GeoGebra suurepäraselt. Budinski jt (2018) on samal seisukohal, et voltimise ja GeoGebra omavahelisele kombineerimisele tuleks pöörata rohkem tähelepanu, kuna see ei ole väga levinud hariduspraktika.

Kolmanda uurimisküsimusega paluti tagasisidet õppematerjali kohta ning millised on parendus- ja täiendustepanekud. Tagasiside põhjal oli korduvaks probleemiks liiga väike

kiri. Ühe vastaja ettepanek üle vaadata tähistus, mis otseselt ei olnud matemaatiliselt ebakorrekne, kuid osaliselt liigne. Vastajate hinnangul on nad valmis katsetama uute õpetamise ideedega ning matemaatikat saab õpetada ka teisiti, kui õpiku ja vihikuga. Vaatamata sellele, et vastajad ei olnud oma hinnanguid andes üksmeelel, siis saadud tagasiside põhjal sobib koostatud õppematerjal kasutamiseks III kooliastmes.

Käesoleva uuringu piiranguks võib pidada seda, et õppematerjali hindas kokku üheksa õpetajat. Ei saa panna pahaks õpetajate suurt töökoormust ning töö autor on väga tänulik kõigile, kes võtsid vaevaks õppematerjaliga tutvuda ja tagasisidet anda. Piiranguna saab välja tuua ka seda, et õppematerjale ei olnud võimalik realses tunnisituatsioonis õpilastega katsetada. See jääb edaspidiseks tööks ja vastavad tulemused edaspidise uuringu tulemusteks.

Uuringu tugevuseks saab pidada eestikeelse õppematerjali koostamist, mille senist hulka ei pea õpetajad Lepik ja Kislenko (2014) järgi piisavaks. Koostatud õppematerjali aadressil <https://www.geogebra.org/m/rtxca6yr> saab kasutada tervikuna või osade kaupa matemaatikatunni huvitavamaks muutmiseks III kooliastmes ning seeläbi õppida, meelde tuletada ja kinnistada tasandigeomeetria mõisteid. Uuringu tugevuseks on ka see, et töö raames koostatud õppematerjali kasutamine arendab õpilastes käelist osavust, mis IKT vahendite kasutusele võtuga jääb järjest tahaplaanile. Käesoleva töö õppematerjal pakub võimalust, kuidas pöörata IKT-st tulenev oht hoopis käelise tegevuse osakaalu suurendamiseks.

Magistritöö edasiarendusena saab uurida õpilaste hinnangut töö autori poolt koostatud õppematerjali kohta ja võrrelda seda käesolevas töös saadud õpetajate hinnanguga. Samuti saab edasiarendusena teha klassis kontrollrühmad, kus ühele rühmale õpetakse tasandigeomeetria mõisteid tavapärasele õppimismeetodile lisaks ka voltimise abil. Selle alusel saab välja tuua õpitulemuste erinevused kahel kontrollrühmal ning tulemusi saab võrrelda käesoleva töö teooria osas viidatud uuringute tulemustega. Kuna voltimise võimalused on piiramatud, saab tasandigeomeetriast edasi minna ruumilisele geomeetria ning voltida näiteks igavesti pöörleva korrapärase heksaedri, mille abil saab ühendada kuusnurga, rombi ja võrdkülgse kolmnurga seoste ja omaduste õppimise.

TÄNUSÕNAD

Tänan oma juhendajaid Tiina Kraav'i ja Maarja Sõrmus't inspireerimast, julgustamast, toetamast. Suur tänu kõigile uuringus osalejatele. Tänan oma perekonda kannatliku meele ja armastuse eest. Aitäh, Johanna.

AUTORSUSE KINNITUS

Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva lõputöö ning toonud korrektselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

Maarja Peinar-Järve

/allkirjastatud digitaalselt/ 24. mai 2022

KASUTATUD KIRJANDUS

- Aluoja, L., Kusmin, M., Naulainen, M.-M., Pilt, L., Rogalevitš, V., Tokko, U., & Villems, A. (2015). *Digitaalse õppematerjali loomise soovitused. Juhend digitaalse õppematerjali autorile*. <https://oppevara.edu.ee/kvaliteet/#eessona>
- Atnafu, M. (2018). Mathematics Teachers' Responses and Perceptions in Paper Folding Activities in Teaching Mathematics. *Bulgarian Journal of Science and Education Policy, 12*(1), 101–122.
- Bruner, J. S. (1999). *The Process of Education* (First Edition). Harvard University Press. <https://ebookcentral.proquest.com/lib/nlibee-ebooks/detail.action?docID=3300117>
- Budinski, N., Lavicza, Z., & Fenyvesi, K. (2018). Ideas for using GeoGebra and Origami in Teaching Regular Polyhedrons Lessons. *K-12 STEM Education, 4*(1), 297–303.
- Budinski, N., Zsolt, L., Fenyvesi, K., & Milinković, D. (2019). Developing Primary School Students' Formal Geometric Definitions Knowledge by Connecting Origami and Technology. *International Electronic Journal of Mathematics Education, 15*(2). <https://doi.org/10.29333/iejme/6266>
- Chambre, C. (s.a.). *Geogebra*. GeoGebra. [https://www.geogebra.org/search/chris cambré](https://www.geogebra.org/search/chris%20cambr%C3%A9)
- de Mestre, N. (2007). Paper Sizes and Mathematics. *Australian Mathematics Teacher, 63*(1), 26–27.
- Devlin, K. (2021). Teaching mathematics as a way of thinking – not calculating. *Eesti Haridusteaduste Ajakiri. Estonian Journal of Education, 9*(1), 6–32. <https://doi.org/10.12697/eha.2021.9.1.02a>
- Duatepe-Paksu, A. (2017). Constructing a Rhombus through Paper Folding. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, 48*(5), 763–767.
- Fenyvesi, K., Budinski, N., & Lavicza, Z. (2014). *Two Solutions to an Unsolvable Problem: Connecting Origami and GeoGebra in a Serbian High School*. 8.

- Friedman, M., & Rougetet, L. (2017). Folding in Recreational Mathematics during the 17th-18th Centuries: Between Geometry and Entertainment. *Acta Baltica Historiae et Philosophiae Scientiarum*, 5(2), 5–34. <https://doi.org/10.11590/abhps.2017.2.01>
- Gagnier, K. M., Holochwost, S. J., & Fisher, K. R. (2022). Spatial thinking in science, technology, engineering, and mathematics: Elementary teachers' beliefs, perceptions, and self-efficacy. *Journal of Research in Science Teaching*, 59(1), 95–126. <https://doi.org/10.1002/tea.21722>
- Gardner, H. (2006). *Multiple intelligences: New horizons*. Basic Books. <https://www.pdfdrive.com/multiple-intelligences-new-horizons-d184587040.html>
- Gürbüz, M. Ç., Ağsu, M., & Güler, H. K. (2018). Investigating Geometric Habits of Mind by Using Paper Folding. *Acta Didactica Napocensia*, 11(3–4), 157–174. <https://doi.org/10.24193/adn.11.3-4.12>
- HARNO. (s.a.). <https://oppekava.ee/matemaatika-ainekavad/>
- Hull, T. (2006). *Project Origami: Activities for exploring mathematics*. A K Peters/CRC Press.
- Intelligentsuse tüübid*. (s.a.). Õppija iseärasused ja nende arvestamine õppeprotsessis. <http://erinevadoppijad.weebly.com/6-intelligentsuse-tuumluumlbid.html>
- Kaasik, K. (2013). *Matemaatika õpik 6. Klassile, II osa*. Avita.
- Kaldmäe, K., Kontson, A., Matiisen, K., & Pais, E. (2014). *Matemaatika õpik 9. Klassile, II osa*. Avita.
- Karadeniz, M. H. (2017). Kâğıt Katlama Yöntemi İle Matematik Öğretimi. *İlköğretim Online*, 16(2), 663–663. <https://doi.org/10.17051/ilkonline.2017.304726>
- Lepik, M., & Kislenko, K. (2014). *Estonian Mathematics Teachers' Beliefs about Teaching and Their Self-Reported Practices*. 23.
- Lepmann, L., & Lepmann, T. (1995). *Teeme ise matemaatikat*. Avita.

- Lepmann, L., Lepmann, T., Telgmaa, A., & Undusk, A. (2013). *Matemaatika 9. Klassile, 1. Osa*. Koolibri.
- Lepmann, L., Lepmann, T., Telgmaa, A., & Undusk, A. (2014). *Matemaatika 9. Klassile, 2. Osa*. Koolibri.
- Lõbus, H. (1958). *Paberi voltimine metoodilise vahendina matemaatika õpetamisel*. Tartu Riiklik Ülikool.
- Masisi, R. G., & Otsheleng, V. (2005). *Guidelines for developing learning materials*. Botswana Training Authority. <https://www.saide.org.za/resources/Library/Bota.pdf>
- MATIK. (s.a.). <https://matik.insplay.ee/>
- Opiq. (s.a.). <https://www.opiq.ee>
- Paberiformaat. (2021). *Vikipeedia*. <https://et.wikipedia.org/w/index.php?title=Paberiformaat&oldid=6008811>
- Palmiste, M. (2005). *Geomeetriliste kujundite omaduste avastamine voltimise abil*. Põhikooli riiklik õppekava. (2011). Riigi Teataja I. <https://www.riigiteataja.ee/akt/123042021010?leiaKehtiv>
- Rahayuningsih, S., Sirajuddin, S., & Nasrun, N. (2021). Cognitive Flexibility: Exploring Students' Problem-Solving in Elementary School Mathematics Learning. *Journal of Research and Advances in Mathematics Education*, 6(1), 59–70.
- Swedbank. (2018). *Tehnoloogia areng ja selle mõju tööturule*. Swedbank. <https://www.swedbank.ee/about/privatefinances/about/archive#newsId=20190703103148002>
- Taimalu, M., Uibu, K., Luik, P., & Leijen, Ä. (2019). *Õpetajad ja koolijuhid elukestvate õppijatena. OECS rahvusvahelise õpetamise ja õppimise uuringu TALIS 2018 tulemused. 1. Osa*. http://www.hm.ee/sites/default/files/talis_eeesti_raporti_i_osa_0.pdf

Tartu Ülikool Teaduskool. (2020a).

https://www.teaduskool.ut.ee/sites/default/files/teaduskool/ainevoistlused/kanguru_2019_20_ylesanded_benjamin_ee.pdf

Tartu Ülikool Teaduskool. (2020b).

https://www.teaduskool.ut.ee/sites/default/files/teaduskool/ainevoistlused/kanguru_2019_20_ylesanded_kadett_ee.pdf

Tartu Ülikooli Teaduskool. (2021).

https://www.teaduskool.ut.ee/sites/default/files/teaduskool/ainevoistlused/kanguru_2020_21_ylesanded_kadett_ee.pdf

TED-Ed. (2012, aprill 19). *Exponential Growth: How Folding Paper Can Get You to the*

Moon. <https://www.youtube.com/watch?v=AmFMJC45f1Q>

Tripod. (s.a.). Tripod: värbamine ja sihtotsing. <https://tripod.ee/>

Õunapuu, L. (2014). *Kvalitatiivne ja kvantitatiivne uurimisviis sotsiaalteadustes.* Tartu

Ülikooli Kirjastus.

LISAD

Lisa 1. Paberi voltimisega tekkiv eksponentsiaalne kasv

Voltimiste arv	Paberi kihtide arv	Saadud paberi paksus
1	2^1	0,002 cm
2	2^2	0,004 cm
3	2^3	0,008 cm
4	2^4	0,016 cm
6	2^6	0,064 cm
8	2^8	0,256 cm
10	2^{10}	1,024 cm
12	2^{12}	4,096 cm
15	2^{15}	32,768 cm
17	2^{17}	131 cm \approx 1,3 m
20	2^{20}	1 049 cm \approx 10,5 m
23	2^{23}	8 389 cm \approx 83,9 m
25	2^{25}	33 554 cm \approx 336 m
27	2^{27}	134 218 cm \approx 1 342 m
30	2^{30}	1 073 742 cm \approx 10 737 m
37	2^{37}	137 438 953 cm \approx 1 374 km
43	2^{43}	8 796 093 022 cm \approx 87 961 km
45	2^{45}	35 184 372 088 cm \approx 351 844 km

Lisa 2. Tagasiside küsimustik

Küsimustik on koostatud Google Forms'is.

Pabervoltimine III kooliastmes

Saadetud küsimustikuga soovin saada arvamust oma magistritöö jaoks ettevalmistatud voltimise töölehtedele ja voltimist toetavatele GeoGebra abimaterjalidele.

Küsimustik on anonüümne ning saadud tulemusi kasutan magistritöös üldistatud kujul ning töölehtede ja GeoGebra raamatu parendamiseks.

Kui Teil tekib küsimusi, siis palun võtke minuga ühendust maarjapeinar@hotmail.com

Olen tänulik teiepoolse tagasiside ja kommentaaride eest.

Maarja Peinar-Järve

Õpetajahariduse magistrant

Taustainfo

1. Kui pikk on Teie (matemaatika)õpetaja staaž? Märkide ainult üks ovaal.
 - alla 1 aasta
 - 1 – 3 aastat
 - 4 – 5 aastat
 - 6 – 8 aastat
 - üle 8 aasta
2. Milline on Teie haridustase? Märkige ainult üks ovaal.
 - Bakalaureus (või sellega võrdsustatud haridus)
 - Magister (või sellega võrdsustatud haridus)
 - Doktor (või sellega võrdustatud haridus)
 - Muu
3. Teie kogemus voltimisega III kooliastmes. Märkige kõik sobivad.
 - Olen loonud ise töölehti
 - Olen kasutanud teiste koostatud töölehti
 - Olen vaadanud töölehti, kuid ei ole kasutanud
 - Ei ole kasutanud

4. Teie kogemus GeoGebra kasutamisega Märkige kõik sobivad.
- Olen loonud ise töölehti
 - Olen kasutanud teiste koostatud töölehti
 - Olen vaadanud töölehti, kuid ei ole kasutanud
 - Ei ole kasutanud

5. Väited matemaatika kohta

	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu
Voltimine on avastusõpe Matemaatikat saab õpetada ka teisiti, kui õpiku ja vihikuga Õpetajana olen valmis katsetama uute õpetamise ideedega Õpilased on aldis ise proovima ja avastama				

6. Kommnetaarid ülaltoodud väidete kohta

7. Õppematerjal - võrdhaarne kolmnurk

GeoGebra materjal on leitav siit <https://www.geogebra.org/m/rtxca6yr#chapter/778985>

Tööleht on leitav siit [https://drive.google.com/drive/folders/12rddT-](https://drive.google.com/drive/folders/12rddT-NESspIIc1iPHZWZfggE3yhFE4p?usp=sharing)

[NESspIIc1iPHZWZfggE3yhFE4p?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/12rddT-NESspIIc1iPHZWZfggE3yhFE4p?usp=sharing)

Võrdhaarse kolmnurga õppematerjal	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu
on matemaatiliselt korrektne on keeleliselt korrektne vastab õppekavale pakub tuge geomeetria õpetamisel on eakohane on loodud kindla eesmärgiga toetab õpioskuste arendamist moodustab terviku soosib iseseisvat õppimist				

8. Kommentaarid, täiendused, tähelepanekud võrdhaarse kolmnurga õppematerjali kohta.

9. Õppematerjal – romb

GeoGebra materjal on leitav siit <https://www.geogebra.org/m/rtxca6yr#chapter/790335>

Tööleht on leitav siit

<https://drive.google.com/drive/folders/1SHzgleJQgGGyb82b9MR7cqh89AJkwD-4?usp=sharing>

Rombi õppematerjal	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu
on matemaatiliselt korrektne				
on keeleliselt korrektne				
vastab õppekavale				
pakub tuge geomeetria õpetamisel				
on eakohane				
on loodud kindla eesmärgiga				
toetab õpioskuste arendamist				
moodustab terviku				
soosib iseseisvat õppimist				

10. Kommentaarid, täiendused, tähelepanekud rombi õppematerjali kohta.

11. Õppematerjal – võrdkülgne kolmnurk

GeoGebra materjal on leitav siit <https://www.geogebra.org/m/rtxca6yr#chapter/793496>

Tööleht on leitav siit

<https://drive.google.com/drive/folders/1t07W2OePy61OhtoAbNyzjUim5xsaeQVp?usp=sharing>

Võrdkülgse kolmnurga õppematerjal	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu
on matemaatiliselt korrektne				
on keeleliselt korrektne				
vastab õppekavale				
pakub tuge geomeetria õpetamisel				
on eakohane				
on loodud kindla eesmärgiga				
toetab õpioskuste arendamist				
moodustab terviku				
soosib iseseisvat õppimist				

12. Kommentaarid, täiendused, tähelepanekud võrdkülgse kolmnurga õppematerjali kohta.

13. Õppematerjal – kuusnurk ehk heksagoon

GeoGebra materjal on leitav siit <https://www.geogebra.org/m/rtxca6yr#chapter/802261>

Tööleht on leitav siit

<https://drive.google.com/drive/folders/1pr7hcyTScvLdUHI1wFgouGwj8YuFyVS?usp=sharing>

Kuusnurga ehk heksagooni õppematerjal	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu
on matemaatiliselt korrektne				
on keeleliselt korrektne				
vastab õppekavale				
pakub tuge geomeetria õpetamisel				
on eakohane				
on loodud kindla eesmärgiga				
toetab õpioskuste arendamist				
moodustab terviku				
soosib iseseisvat õppimist				

14. Kommentaarid, täiendused, tähelepanekud kuusnurga ehk heksagooni õppematerjali kohta

15. Tagasiside õppematerjalile tervikuna.

GeoGebra raamat on leitav siit <https://www.geogebra.org/m/rtxca6yr>

Palun hinnake koostatud õppematerjali tervikuna, kas koostatud õppematerjal aitab õpetada, meelde tuletada ja kinnistada tasandigeomeetria mõisteid ning matemaatilisi seoseid?	Nõustun	Pigem nõustun	Pigem ei nõustu	Ei nõustu
aitab õpetada				
aitab meelde tuletada				
aitab kinnistada				

16. Kommentaarid, täiendused, tähelepanekud kuusnurga ehk heksagooni õppematerjali kohta

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Maarja Peinar-Järve,

- 1) annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose „Avastusõpe III kooliastme matemaatikas voltimise ja GeoGebra abil”, mille juhendajateks on Tiina Kraav ja Maarja Sõrmus reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni;
- 2) annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni;
- 3) olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile;
- 4) kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Maarja Peinar-Järve

24.05.2022