

TARTU ÜLIKOOL  
LOODUS- JA TÄPPISTEADUSTE VALDKOND  
MATEMAATIKA JA STATISTIKA INSTITUUT

Kersti Kivi

**Probleemülesannete lahendamine III kooliastmes Peter  
Liljedahli mõtlema klassiruumi kujundamise ideele tuginedes**

Matemaatika- ja informaatikaõpetaja

Magistritöö (15 EAP)

Juhendaja: MSc Hannes Jukk

TARTU 2024

# **Probleemülesannete lahendamine III kooliastmes Peter Liljedahli mõtleava klassiruumi kujundamise idee tuginedes**

Master's Thesis

Kersti Kivi

## **Lühikokkuvõte**

Käesolevas magistritöös antakse ülevaade probleemülesannete olemusest ja matemaatikaärevusest, tuuakse välja probleemülesannete lahendamise murekohad ja kuidas saaks matemaatikaärevust vähendada. Töös vaadeldakse õpilaste suhtumist matemaatikasse ja uuritakse, kuidas juhulikes rühmades probleemülesandeid lahendades õpilaste ärevus ja motivatsioon ning suhtumine matemaatikasse muutub. Töös katsetati kahe kuu vältel regulaarselt uut probleemülesannete lahendamise, mõtleava klassiruumi, võimalust. Töö autor koostas tegevusi 18 tunniks ja andis tagasisidet antud perioodi tundidele, tuginedes vaatlusele. Uuringus osales ühe Eesti kooli seitsmes klass. Töö eesmärgiks oli selgitada välja, kuidas mõtleava klassiruumi süsteemne kasutamine aitab õpilasi rohkem tunnis kaasa mõtlema panna ning kuidas see mõjutab nende motivatsiooni ja ärevust. Lisaks loodi praktiline õppematerjal, mis sisaldab nii õpetaja kui ka õpilaste tagasisidet tundidest. Uuring viidi läbi ühes Eesti kooli seitsmendal klassis, kus kahe kuu vältel lahendati regulaarselt probleemülesandeid mõtleava klassiruumi metoodikat järgides. Valimiks oli autorile tuttav klass, kus töö autor sai oma loodud materjali rakendada ja õpilaste probleemilahendusoskust parandada. Õpilased said paremini aru matemaatilistest probleemidest ja olid rohkem motiveeritud tunnis aktiivselt kaasa töötama. Uuringu käigus loodud õppematerjal ja saadud tagasiside pakuvad väärtuslikku infot edaspidisteks sarnasteks uuringuteks ja praktiliseks rakenduseks. Liljedahli mõtleava klassiruumi metoodika rakendamine III kooliastmes aitab õpilasi matemaatika tundides rohkem mõtlema panna, vähendab nende ärevust ja tõstab motivatsiooni. Õppematerjalide praktiline läbiviimine ja saadud tagasiside kinnitavad metoodika efektiivsust ja pakuvad väärtuslikku materjali edaspidiseks kasutamiseks.

**CERCS teaduseriala:** S270 pedagoogika ja didaktika

**Märksõnad:** probleemülesanne, matemaatikaärevus, mõtleav klassiruum

# **Solving Problem in the Third School Level Based on Peter Liljedahl's Building Thinking Classroom Idea**

Magistritöö

Kersti Kivi

## **Abstract**

This master's thesis provides an overview of the nature of problem-solving tasks and math anxiety, highlighting the challenges in solving these tasks and how math anxiety can be reduced. The thesis examines students' attitudes towards mathematics and investigates how solving problem tasks in random groups affects their anxiety, motivation, and attitude towards mathematics. Over two months, the new problem-solving approach, the Thinking Classroom, was regularly tested. The author designed activities for 18 lessons and provided feedback based on observations. The study involved a seventh-grade class from an Estonian school. The aim of the study was to determine how the systematic use of the Thinking Classroom approach helps students engage more in class and how it affects their motivation and anxiety. Additionally, practical teaching materials were created, including feedback from both teachers and students. The study was conducted in a seventh-grade class in an Estonian school, where problem-solving tasks were regularly tackled following the Thinking Classroom methodology over two months. The sample consisted of a class familiar to the author, allowing the author to apply the created materials and improve students' problem-solving skills. The results showed that students' attitudes towards mathematics, their motivation, and their anxiety improved. Students gained a better understanding of mathematical problems and were more motivated to actively participate in class. The teaching materials created during the study and the feedback received provide valuable information for future similar studies and practical applications. The implementation of Liljedahl's Thinking Classroom methodology in the third stage of school helps students think more in math classes, reduces their anxiety, and increases their motivation. The practical application of the teaching materials and the feedback obtained confirm the effectiveness of the methodology and offer valuable material for future use.

**CERCS reasearch specialization:** S270 Pedagogy and didactics

**Märksõnad:** probleem-solving task, math anxiety, thinking classroom

# Sisukord

Sissejuhatus.....	6
Mis on probleemülesanne? .....	7
Mis on matemaatikaärevus? .....	8
Probleemülesannete lahendamise õpetus vajab uut lähenemist .....	8
Murekohad ja järjest kehvemad tulemused matemaatikas .....	11
Kuidas käib töö mõtlevas klassiruumis? .....	11
Liljedahli liigendus .....	12
Kuidas võib mõtleva klassiruumi kasutamine mõjutada õpilase matemaatikaärevust?.....	14
Uurimistöö eesmärk ja uurimisküsimused .....	16
Metoodika .....	16
Valim .....	16
Mõõtevahendid.....	16
Andmetöötlus .....	17
Tulemused.....	18
Õpilaste küsimustikest.....	18
<i>Õpilaste jaotumine Liljedahli liigenduse järgi.....</i>	<i>22</i>
Kirjeldus ja tagasiside kahele mõtleva klassiruumi perioodi tunnile..	24
<i>Tund 2.....</i>	<i>24</i>
<i>Õpetaja hinnang teisele tunnile.....</i>	<i>25</i>
<i>Õpilaste tagasiside väljapääsupiletilt.....</i>	<i>26</i>
<i>Tund 15 – Tähtavaldiste lihtsustamine .....</i>	<i>26</i>
<i>Õpetaja tagasiside tunnivaatluse põhjal.....</i>	<i>27</i>
<i>Õpilaste tagasiside väljapääsupiletilt.....</i>	<i>28</i>

Arutelu .....	28
<b>Kokkuvõte.....</b>	<b>30</b>
Tänuõnad .....	31
Autorsuse kinnitus .....	31
<b>Lisad .....</b>	<b>36</b>
<b>Lisa 1 .....</b>	<b>36</b>
<b>Lisa 2 .....</b>	<b>52</b>

## Sissejuhatus

Põhikooli lõpetajatele seatud ootused on 21. sajandil muutunud nii Eestis kui ka mujal maailmas. Õpilastelt ei oodata pelgalt faktide meeldejätmist. Oluline on arendada oskusi, mis hõlmavad kriitilist mõtlemist, probleemilahendust, suhtlemisoskust, koostööd, digitaalset kirjaoskust ja eneseregulatsiooni (OECD, 2018).

Põhikooli riiklik õppekavas tuuakse õpilastes kujundatavate pädevustena välja suhtluspädevus ehk suutlikkus end selgelt ja asjakohaselt väljendada ning oma seisukohti esitada ja põhjendada, suutlikkus kasutada matemaatikale omast keelt, sümboleid, meetodeid nii koolis kui ka igapäevaelus, suutlikkus kirjeldada ümbritsevat maailma loodusteaduslike mudelite ja mõõtevahendite abil ning teha tõenduspõhiseid otsuseid (Põhikooli riiklik õppekava, 2011).

Põhikooli riiklik õppekava eeldab kujundavat hindamist ehk õpilane saab õppetunni vältel suulist või kirjalikku tagasisidet õppeainet ja ainevaldkonda puudutavate teadmiste ja oskuste kohta, et toetada õpilase käitumise, hoiakute ja väärtushinnangute kujunemist; õpilane kaasatakse enese ja kaaslaste hindamisse, et arendada tema eesmärkide seadmise oskust ning õpilases seeläbi oma õppimist ja käitumist eesmärkide põhjal analüüsida, samuti õpimotivatsiooni tõstmiseks.

Muutunud on ka matemaatika õppimine – lisaks arvutamisoskusele rõhutatakse nüüd matemaatilise mõtlemise olulisust ja probleemide lahendamist (Devlin, 2021). Õpilastelt oodatakse võimet analüüsida matemaatilisi probleeme, leida seoseid erinevate matemaatiliste kontseptsioonide vahel ning kasutada matemaatikat teistes valdkondades ja igapäevaelus (Põhikooli riiklik õppekava, lisa 5, 2011). Tuuakse välja sotsiaalse pädevuse olulisus ehk suutlikkus teha koostööd teiste inimestega erinevates situatsioonides, arvestada inimeste ja nende väärtushinnangute erinevusi suhtlemisel (Põhikooli riiklik õppekava, 2011). Oluline on matemaatikatunnis arendada õpilastevahelist koostööd nii sotsiaalse pädevuse kui ka matemaatika mõtestatud õppimise aspektist (Lepmann, 2011).

Kokkuvõtvalt võib öelda, et 21. sajandi ootused õpilastele on mitmekesisemad ja oluliseks on muutunud oskused, mis aitavad edukalt toime tulla kiiresti muutuvast maailmast. Matemaatika õppimisel peetakse olulisimaks matemaatilise mõtlemise arendamist ja praktilist rakendamist. Oluline on leida tõhusaid õppemeetodeid järjest muutuvast maailmast matemaatika õppimiseks.

## Mis on probleemülesanne?

Eesti õigekeelsussõnaraamatu (2018) järgi on probleem ehk uurimisülesanne lahendust nõudev keerukas küsimus.

Üks tuntuimaid probleemülesannete käsitlejaid Polya tõlgendab probleemülesannet kui matemaatilist ülesannet või küsimust, mille eesmärk on õpilastel rakendada matemaatilisi kontseptsioone, oskusi ja strateegiaid keerukate probleemide või situatsioonide lahendamiseks. Ta jagas probleemide lahendamise neljaks järjestikuseks etapiks: probleemist aru saamine, lahendusplaani koostamine ehk strateegia valimine, lahendusplaani elluviimine ja tagasivaatamine ning kontroll. (Polya, 2001)

Probleemülesanne on olukord, kus õpilasele antakse ülesanne, kuid lahendamiseks ei ole ette antud ühtegi võimalikku lahenduskäiku (Posamentier & Krulik, 2015). Polya (2001) toob samuti välja, et probleemülesanne võib olla avatud ülesanne, millel võib olla rohkem kui üks lahendus. Heaks probleemülesandeks peetakse ülesannet, mida saab lahendada erinevaid strateegiaid koos kasutades (Pedaste, Palts, Kraav, & Orav-Puurand, 2021; Kutsestandardid: Õpetaja, tase 7, 2020).

Probleemiga (probleemülesandega) on tegemist siis, kui õpilasel ei ole selle lahendamiseks teada mingit valmis reeglit, vaid ta peab lahendamiseks oma teadmisi kombineerima mingil uuel viisil. See, kas ülesanne on probleem või mitte, sõltub eeskätt lahendajast. Üks ja sama ülesanne võib olla ühele probleemülesanne, teisele mitte. (Lepmann, 2011)

Probleemülesande tõlgendusena tuuakse välja, et probleemülesanne on sageli tekstülesanne, kuid iga tekstülesanne ei ole probleemülesanne (Meola, 2023). Pedoski (2019) sõnul on koolimatemaatikas probleemülesandeks enamasti tekstülesanne.

Probleemülesandeid tõlgendatakse ka kui mitterutiinseid ülesandeid, nõudes õpilaselt oma teadmiste kasutamist tavapärasest erineval moel. (Liljedahl, 2021)

Probleemülesandel ei ole ühest definitsiooni, kuid erinevatest tõlgendustest ilmneb, et probleemülesandeks saab liigitada ülesande, millel ei ole kindlat lahendusviisi ette antud ega õpilasele teada, sealjuures nõuab probleemülesande lahendamine õpilaselt matemaatilist mõtlemist, pingutust, mõtlemist, erinevate lahendusviiside katsetamist ja arutelu. Probleemülesande lahendamiseks kasutatakse koos erinevaid matemaatika valdkondi ning lahendus tuleb õpilasel endal välja mõelda. Probleemülesanne võib olla avatud ülesanne, kus vastusest olulisemaks peetakse loovat lähenemist. Probleemide lahendamisoskus tähendab sobivate lahendusstrateegiatega leidmist ja nende rakendamist uudsetes olukordades.

## **Mis on matemaatikaärevus?**

Mõistet matemaatikaärevus on tuntud veidi üle viiekümne aasta, kuid sisulist poolt on maailmas uuritud üle saja aasta, Eestis siiani väga vähe uuritud (Sai, 2022).

Ashcrafti (2002) definitsiooni kohaselt on matemaatikaärevus pinge- ja hirmutunde esinemine matemaatikaülesannete lahendamise eel ja ajal. Matemaatikaärevust võib kirjeldada kui ebaratsionaalset hirmu matemaatiliste olukordade ees, mis takistab ajul matemaatikaga tõhusalt tegelemist ning mis mõjutab ka tulevast karjäärivalikut (Marshall, Wilson, & Mann, 2017). Matemaatikaärevus ei ole pelgalt vastumeelsus matemaatika vastu, kuna see mõjutab õpilaste tulemusi matemaatikas ja pikemas perspektiivis valikuid elus (Wani, 2020). Matemaatikaärevus hõlmab pinge- ja ärevustunnet, mis segab arvudega tegelemist ja matemaatikaprobleemide lahendamist nii tavaelus kui akadeemilistes olukordades (Richardson & Suinn, 1972).

Matemaatikaärevust võib põhjustada üldine ärevus, enesekindluse puudumine, hirm ebaõnnestumise ees, õpetamisstiilid, ebatõhusad õppimistavad, õpilaste mittekaasamine ja õpetajate negatiivne käitumine (Marshall, Wilson, & Mann, 2017) või õpetaja enda hirm matemaatikasse, vanemate mõju, suhtumine ja vaatamine matemaatikat kui keerulist õppeainet, matemaatikatestide aja peale sooritamine, hirm avaliku piinlikkuse ees (Wani, 2020).

Matemaatikaärevuse parem mõistmine mõjutab kõiki matemaatikat õppivaid õpilasi ja õpetajaid (Finlayson, 2014). Peaaegu iga õpilane tunneb matemaatika õppimise ajal mingil hetkel matemaatikaärevust (Posamentier & Poole, 2020). Viimase uuringu (2023) järgi on tõusnud matemaatikaülesannete lahendamisel närvi minevate õpilaste hulk.

Matemaatikaärevatel inimestel on tugev kalduvus matemaatikat vältida, mille tulemusel langeb nende õpilaste matemaatikapädevus. Ka häirib matemaatikaärevus kognitiivset mõtlemist, kahjustades sellega töömälu pidevat tegevust. (Ashcraft, 2002) (Marshall, Wilson, & Mann, 2017)

PISA uuringu kokkuvõte viitab Seligmani mõttele, et end koolis paremini tundvad õpilased on suurema tõenäosusega ka motiveeritumad õppijad (Tire, et al., 2023).

Kokkuvõtvalt võib öelda, et matemaatikaärevusega on tegemist siis, kui hirm matemaatika ees ei lase ajul matemaatikaga tegeleda.

## **Probleemülesannete lahendamise õpetus vajab uut lähenemist**

Nõudlus kõrge kvalifikatsiooniga töötajate järgi kasvab pidevalt, kuna uute tehnoloogiliste vahendite väljatöötamine ning nende kasutamine eeldab heade oskustega inimesi, mistõttu on

uuring võtnud fookuseks tippsooritajate osakaalu (Tire, et al., 2023). Eesti elukestva õppe strateegia (Haridus- ja Teadusministeerium, 2014) üheks põhieesmärgiks oli tõsta matemaatilist kirjaoskust ja tippsooritajate osakaalu 2020. aastaks. Samas pole Eesti laste matemaatikatumemus uuringus iial varem olnud nii madal kui 2022. aastal, samuti on vähenenud õpilaste püsivus viimase 10 aastaga. Eesti õpilaste koht teiste riikidega võrreldes on üsna sama, kui võtta aluseks tulemused matemaatiliste mõistete, faktide või meetodite rakendamise seisukohast, aga ollakse suhteliselt nõrgemad arutlemise ülesannetes. (Tire, et al., 2023)

Palju on õpilasi, kes õpivad ainult hinnete pärast, saavutades häid tulemusi. Nad mäletavad valemeid ja lahenduskäike ja rakendavad neid ülesannete lahendamiseks, sisulise arusaamiseta. Neile ei meeldi mitterutiinseid ülesandeid lahendada. Selliste õpilaste motivatsiooni võib aidata tõsta teistsugune lähenemine matemaatika õpetamiseks. Hästi õppivate õpilaste motivatsiooni tõstmine võib aidata jõuda kõrgemate saavutustasemeteni. (Yeo, 2022)

Tugevaim matemaatika alampädevus on protseduuriline pädevus, mis viitab sellele, et matemaematikatundides tegeletakse suurel määral mehaaniliselt ülesannete lahendamisega, kus olulisem on pigem õige vastuse saamine, kui arusaamine, kuidas ülesanne ja vastus kooskõlas on (Pöder, 2023). Protseduuriliste pädevuste enim tegemisele matemaematikatundides viitab ka tasemetööde kõrgeim tulemus just protseduurilistele teadmistele tuginevate ülesannete lahendamisel (Piht, 2023). Teadlik protseduuriliste oskuste harjutamine on samuti vajalik, kuid matemaatika traditsioonilisel viisil õppimisel kaasneb neli probleemi: raisatud aeg, arusaamise puudumine õpilaste seas, arusaamise puudumine hilisemas elus, negatiivne suhtumine matemaatikasse (Devlin, 2021).

Pöder (2023) viitab oma uurimistöös Maharani mõttele, kirjutades, et matemaatika õpetamisel tuleks vältida traditsiooniliste õppemeetodite kasutamist, kui need viivad olukorrani, kus õpilased mäletavad ainult matemaatilisi teoreeme ja reegleid probleemide lahendamiseks, aga neid rakendada ei osata. Kui õpilased ei keskendu vaid rutiinsete operatsioonide läbiviimisele ja kiirelt vastuste saamisele, vaid peavad olulisemaks lahenduse samme, on võimalik põhjendamise ning analüüsini jõuda ja seeläbi kõrgema taseme ülesandeid lahendada (Kippar, 2022). Kõrgema kognitiivse taseme ülesannete lahendamine tunnis võib suurendada tippsooritajate hulka.

Matemaatikas üks olulisemaid edasiantavaid väärtusi on püüdlemine arusaamise poole (Lepmann, 2011). Probleemülesannete lahendamine arendab üldist õpipädevust, sh arenevad analüüsi- ja üldistamisoskus ja õpitu üle kandmise oskus uude konteksti (Lepmann, 2011).

Tänapäevases õpikäsituses on faktiteadmistest olulisem arusaamine ja probleemide lahendamine, kuna see on vajalik igapäevaelus esinevate probleemide lahendamiseks, ning üheks peamiseks võimaluseks probleemilahendusoskust parandada, on õpetajatele ja õpilastele seda õpetada (Pedosk, 2019). Õpilasi tuleks probleemilahendusoskuse parandamiseks suunata nägema ülesande erinevaid esitusviise (Kerikmäe, 2012). Sisuline arusaam ja selle vajalikkuse teadvustamine õpilastele võib aidata matemaatikaärevust vähendada ja motivatsiooni tõsta, mille tulemusel võib saada suurendada ka kõrgemal saavutustasemetel olevate õpilaste hulka.

Teistsugust lähenemist on vaja õpilaste motiveerimiseks, et nad tunneksid raske probleemi lahendamisega hakkama saamisel võidurõõmu, sest kui õpetaja kulutab tunde vaid rutiinsete operatsioonide drillimisele, pidurdab ta sellega laste vaimset arengut ja loomulikku huvi matemaatika vastu (Polya, 2001). Matemaatika annab õpilasele võimaluse tunda eduelamust, mis on isiksuse kujunemisel oluline väärtus (Lepmann, 2011). Eduelamuse saamiseks erineva võimekusega õpilastel aitab erineva raskusastmega avatud ülesannete kasutamine (Lepmann & Lepmann, Teeme ise matemaatikat, 1995).

Matemaatikast huvitatud õpilased saavutavad tavaliselt häid tulemusi ning mitte nii entusiastlikud matemaatikaõppurid ei saa üldiselt nii hästi hakkama. See on põhjus, leidmaks võimalusi, kuidas õpetajad saavad õpilasi motiveerida, kes ei ole ainst huvitatud, et neile matemaatika meeldiks ja nad hästi hakkama saaksid (Yeo, 2022). Matemaatika õppimisest on kasu erinevatel tegevusaladel töötades ja elulistest probleemides, mistõttu tuleb õpetajal kaasata ja motiveerida pidevalt ka vähemmotiveeritud õpilasi (Kukk, 2023). Lepmanni (2011) sõnul õpetab ühele ülesandele erinevate lahenduste otsimine matemaatikas samasuguse mõtteviisi ülekandumist elulistesse kontekstidesse, näiteks näha oma käitumist kaaslaste vaatenurgast, ning matemaatikaga tegelemine arendab mitmeid isiksuse omadusi, eelkõige järjekindlust, täpsust, püsivust ja ausust. Matemaatikaõpetuse kasulikkust tulevases elus rõhutab ka Pedosk (2019) oma uurimustöös, öeldes, et mittematemaatiliste probleemide lahendamisel kasutatakse matemaatikatunnis õpitud oskusi ja reegleid.

Kuna matemaatika õppimine arendab inimeses püsivust (Lepmann, 2011), siis on oluline anda õpilastele võimalus lahendada mõtlema haaravaid ülesandeid, et nad tahaksid matemaatikaga tegeleda (Liljedahl, 2021). Samas viimase kümne aastaga on vähenenud õpilaste püsivus (Tire, et al., 2023). See viitab sellele, et meil on vaja efektiivseid, vähem aega nõudvaid kaasahaaravaid ülesandeid, mis paneksid õpilasi mõtlema.

Üks tõhus viis õppimiseks on üksteise õpetamine ning rühmatöö on hea võimalus üksteiselt õppida ja üksteist õpetada. Selle käigus areneb Põhikooli riiklikus õppekavas taodeldav sotsiaalne pädevus, mille alla kuulub koostöö- ja eneseväljenduse oskus ning

eneseregulatsioon (Salumaa & Talvik, 2010). raportist (2023) selgub, et Eesti koolides ei soosita vastastikust õppimist ja õpetamist. Rühmatöö annab ka õpetajale võimaluse märgata, tunnustada ja innustada õppijat tema väikeste edusammude põhjal, mis on Õpetaja Kutsestandardi läbiv kompetents (Kutsestandardid: Õpetaja, tase 7, 2020).

Matemaatika on vaja õpilaste jaoks muuta huvitavaks ja sellele aitab kaasa eluliste ülesannete lahendamine. Õpetamise peamine eesmärk on muuta matemaatika huvitavaks, et õpilased naudiksid matemaatika õppimist, avastaksid sealjuures uusi nippe ja meetodeid ning veel olulisem, et nad oskaksid seostada matemaatilisi probleeme või õpiku ülesandeid igapäevaeluga (Saxena, Shrivastava, & Bhardwaj, 2016). Igapäevaeluliste ülesannete lahendamine aitab muuta oluliselt õpilaste suhtumist matemaatikasse, nähes, et matemaatikat on päriselt vaja (Arthur, Owusu, Asiedu-Addo, & Arhin, 2018). Sama autor (2018) toob välja, et üle poolte õpilastest arvab, et matemaatikat õpetatakse abstraktselt, ning et õpetajate oskus siduda matemaatikat erinevate valdkondade reaalse probleemidega on õpilaste matemaatikahuvi tekitamiseks ülioluline. Samas tuuakse PISA uuringu põhjal välja, et õpetaja ei pea igas tunnis pingutama matemaatikale elulise rakenduse leidmiseks ning teema vajab kindlasti edasist uurimist (Tire, et al., 2023).

### **Murekohad ja järjest kehvemad tulemused matemaatikas**

2022 raportist selgub, et Eesti õpilaste tulemused matemaatikas on langenud, kusjuures suurenenud on nõrkade õpilaste osakaal ja vähenenud tippsooritajate hulk (2023).

Palu (2010) sõnul ei teki matemaatika probleemülesannete lahendamise oskused iseenesest, vaid need vajavad süstemaatilist arendamist. Probleemülesannete lahendamist on põhjalikult käsitletud Polya, kelle 4-etapiline meetod (ülesandega tutvumine, lahenduse otsimine, lahendamine, lahenduse hindamine) on ka Eesti õpikutesse jõudnud. Probleemülesannete lahendamisoskuse kujundamise takistustena on õpetajad välja toonud ülesannete lahendamise suure ajakulu ja vajaliku õppematerjali puudumise (Pedosk, 2019). Selleks, et õpilased tunneksid hästi probleemilahendamise etappe ja lahendusstrateegiaid ning kasutaksid neid teadlikult, on vajalik ainekavasse sisse tuua vastav õpetus (Pedosk, 2019). Ridlon (2009) leidis, et integreerides matemaatika õppekava probleemõppe põhiselt, paraneb õpilaste saavutusvõime ja suhtumine matemaatikasse.

### **Kuidas käib töö mõtlevas klassiruumis?**

Magistritöö inspiratsiooniallikaks sai Peter Liljedahli (2021) raamat „Building thinking classrooms in mathematics grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning“.

Järgnevas peatükis refereeritakse seda raamatut, kuidas kujundada mõtlevat klassiruumi. Antud meetodil toimuvaid tunde nimetab töö autor „mõtlevaks klassiruumiks“ või „mõtleva klassiruumi kujundamiseks“.

Liljedahli põhiidee oli muuta matemaatikatunni olemust, eesmärgiga saada õpilasi rohkem tunnis kaasa mõtlema. Selleks on ta aastatepikkuse uurimistöo viljana esitanud efektiivsema meetodi. Raamatus on mitmeid näiteid ülesannetest, mis soodustavad matemaatilist mõtlemist probleemülesannete lahendamisel. Mõtlevasse klassiruumi sobivad kaasahaaravad ülesanded, et õpilased ei suuda ülesande lahendamisele vastu panna.

Raamatu autor vaatles Kanada 40 erinevat klassi täiesti erineva taustaga õpilastega koolides. Tema vaadeldud koolide hulgas oli nii madalama kui kõrgema sotsiaalmajandusliku taustaga koole, riiklikke ja erakoole, erineva õppekeelega koole. Ta märkas kõigis vaadeldud koolides sama – õpilased ei mõtle ja õpetajad kavandavad oma tunde eeldusel, et õpilased ei oska või ei taha mõelda. Ta sai aru, et mittemõtlevate õpilaste probleem ei ole õpetajas või koolis, vaid süsteemis, kuidas tavapäraselt matemaatika õpetamine koolis korraldatud on.

Liljedahl tegi kümne erineva klassi õpilaste vaatluse põhjal oma liigenduse tunnis olevatest õpilastest vastavalt sellele, mida õpilased matemaatikatunnis teevad. Vaatluse ajaks oli õpilastele antud probleemülesanne ise lahendamiseks.

Liljedahl märkas tunde vaadeldes, et õpilased ei mõtle tunnis ise. Ometi saavad õpilased aru, et matemaatikatunnis peab palju õppima (Kippar, 2022). Põhjusena tõi Liljedahl välja tavapärase matemaatikatunni olemuse, kus õpetaja näitab teooria ja näiteülesanded tahvlil ette, sellele järgneb õpilaste iseseisev lahendamine ja nelja-viie minuti pärast jagab õpilastega lahenduskäiku. Antakse uus ülesanne ja kordub sama muster. Õpilastel ei teki sisulist arusaama, mistõttu tuleb matemaatikatundides rohkem tähelepanu pöörata sisulisele mõistmisele (Kippar, 2022).

## **Liljedahli liigendus**

### 1) Oleskleja.

Õpilane, kes isegi ei ürita ülesandeid lahendada. Nad veetsid aega nutitelefonides, vestlesid klassikaaslastega või passisid niisama. Neilt tunni kohta küsides, ei teadnud nad, mis tunnis toimub või ei hoolinud sellest. Nad ise võivad oma huvipuudust väljendada nii: „Ma ei saa aru, mu eraõpetaja aitab mind hiljem või ma olen väsinud.“

### 2) Viivitaja.

Õpilane on sarnane olesklejale ehk tegemist on õpilasega, kes ei ürita ülesandeid lahendada. Õppimise asemel tegeleb ta kõrvaliste asjadega, nt teritab pliiatsit, joob vett, otsib

kotist asju või käib tualetis. Õpetaja õpetamise aeg on tema jaoks puhkepaus. Neilt tunni kohta küsides, ütlesid nad, et nad ei teadnud, kuidas ülesannet teha, või teadsid, et paar minutit oodates saavad õpetajalt lahenduse nagunii.

### 3) Teeskleja.

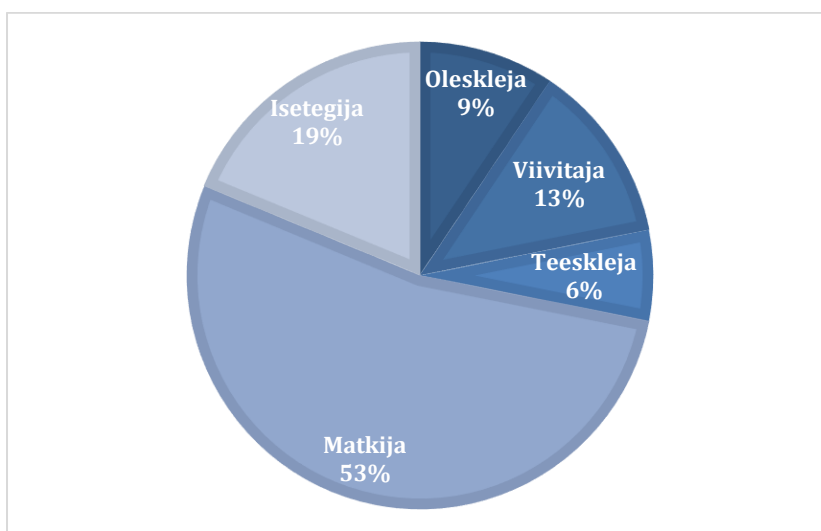
Õpilane, kes teeskleb ülesannete lahendamist, kuid ei tee seda päriselt. Lahendamise asemel vaatas teeskleja tahvlit, lappas õpiku lehti, teeskles vihikusse kirjutamist vms. Erinevalt olesklejast ja viivitajast tegeleb teeskleja nõ tunnis lubatud kõrvaliste tegevustega. Teeskleja ei tea, kuidas ülesannet lahendada. Temalt küsides tunnitegevuse kohta, võib ta vastata järgnevalt: „Ma ei taha oma märkmeid sassi ajada, saan õpetajalt nagunii õige vastuse.“

### 4) Matkija.

Õpilane, kes lahendab ülesandeid, järgides õpetaja antud lahendusskeemi. Kui etteantud muster ei tööta, jääb matkija hätta. Sellesse gruppi kuulub õpilane otsib abi oma märkmetest ja õpetaja toodud näidetest. Nad teevad tunnis seda, mida õpetaja soovib.

### 5) Isetegija.

Õpilane, kes proovib lahendada ülesandeid oma teadmisi kasutades. Isetegija mõistab hästi matemaatilisi seoseid, ei kopeeri varasemaid näiteid rida realt ja otsib minimaalselt abi varasematest näidetest. Oluliseks peavad nad ka õpetaja selgitusi ja näiteid.



Joonis 1. Liljedahli liigendus õpilaste jaotumisest tunnis

Oma vaatluste tulemusena järeldas Liljedahl, et esimesed kolm õpilase tüüpi ei saavuta tunnis midagi ja neid on tema arvates klassis ligi kolmkümmend protsenti. Üle viiekümne protsenti õpilastest matkisid ehk püüdsid ülesandeid lahendada õpetaja ettenäidatu põhjal. Iseseisvalt ülesandeid lahendab vaid kaksikümmend protsenti õpilastest.

Mõtleva klassiruumi kujundamise põhiline idee on õpilasi tunnis ise mõtlema saada. Selleks töötavad õpilased 3-liikmelistes juhuslikult loositud rühmades. Lahendusi kirjutatakse valgetele vertikaalsetele tahvlitele. Nii töötamise eelis on võimalus kustutada ehk õpilased ei pea kartma eksida. Seda peab raamatu autor ka heaks võimaluseks suhelda, sealjuures on kõigil rühmaliikmetel tehtud tööle hea nähtavus ja kõik teevad. Õpetajal on lihtne iga õpilast märgata ja vajadusel vihjeid jagada või suunavaid küsimusi esitada. Töö tegemiseks on rühma peale üks kirjutusvahend, mis liigub õpilaste vahel käest kätte. Markerit järgmisele õpilasele andmiseks võib kokku leppida reegli.

Ülesanded mõtlevas klassiruumis peavad olema õpilaste mõtlemist ergutavad, pigem keerulised probleemülesanded, kuid ülesanne peab õpilase jaoks olema atraktiivne, et ta tahaks seda lahendada. Sarnaseid ülesandeid leiab palju, kuid neid on vaja kohendada Eesti õppekavaga. Käesolevas töös oli üks eesmärk luua just õppekavakohaseid ülesandeid. Mõtlevasse klassiruumi sobivad väga kaasahaaravad mõtlemisülesanded. Tavapärasest matemaatikatunnist soodustatakse matkimist ehk ülesannet lahendatakse pärast seda, kui õpetaja on ette näidanud skeemi, kuidas lahendada. Sama ülesannet saab teha mõtlemist arendavalt, kui anda ülesanne õpilasele lahendamiseks enne, kui õpetaja teemat õpetab, nõ avastusõppena.

### **Kuidas võib mõtleva klassiruumi kasutamine mõjutada õpilase matemaatikaärevust?**

Matemaatikaärevus on õpitud emotsionaalne reaktsioon ning teadlikkus oma matemaatikaärevusest ja selle mõjust ajule võib aidata seda vähendada (Marshall, Wilson, & Mann, 2017). Matemaatikaärevust on võimalik ennetada või leevendada (Orgmets, 2014).

Viimases raportis (2023) toodi välja, et õpilasi toetav matemaatika õpetamine vähendab õpilaste matemaatikast tingitud ärevust ning suurendab õpilaste sisemist motivatsiooni matemaatikat õppida. Õpetajal on matemaatikaärevuse vähendamisel oluline roll, kui ta näitab õpilastele, et talle meeldib matemaatika (Wani, 2020).

Varasemad uuringud on näidanud, et ärevust aitavad vähendada füüsiliselt aktiivsed matemaatikatunnid (Watson, Timperio, Brown, Best, & Hesketh, 2017). Lindal (2021) uuris oma magistratöös välja liikumistegevuste positiivse mõju õpiärevusele 3. klassi matemaatikatundides. Ta toob välja, et pärast liikumistegevusi langes kogu klassi pingetunne ja pärast liikumistegevusi süvenes terve klass rahulikult õppetöösse.

Tõstes õpilaste teadlikkust matemaatikaärevusest, arutledes õpilastega matemaatikaärevuse teemat ja selle mõju õppimisele, saavad õpetajad vähendada õpilastes ärevust ja matemaatika vältimist (Marshall, Wilson, & Mann, 2017).

Peter Liljedahli mõtlev klassiruum on küll eesmärgiga õpilasi ise mõtlema saada ja iseseisvalt tegutsema suunata, kuid antud meetodi juures õpilane teab, et õpetaja saab olla abiks oma vihjete või suunavate küsimustega, mis võib olla abiks ärevuse vähendamisel. Õpilane on mõtlevas klassiruumis rohkem märgatav nii õpetajale kui kaasõpilastele (Liljedahl, 2021).

Wani (2020) toob ärevust vähendada võivate strateegiatena välja palju erinevaid tegureid, mida saavad õpetajad oma tunnis teha. Siin on välja valitud need, mida võimaldab Liljedahli mõtleva klassiruumi kasutamine matemaatikatunnis:

- 1) Kujundada õpilastes tugevaid oskusi ja positiivset suhtumist matemaatikasse;
- 2) Seostada matemaatika teemasid reaalses elus lahendada vajavate ülesannetega;
- 3) Julgustada õpilasi kriitiliselt mõtlema;
- 4) Julgustada õpilasi aktiivselt õppima;
- 5) Pöörata õppimise algfaasis vähem rõhku vastuste õigsusele ja lahendamise kiirusele;
- 6) Panna õpilased töötama rühmades, kuna nii toimub maksimaalne õppimine;
- 7) Julgustada õpilasi aktiivselt õppima, pakkudes vajadusel tuge;
- 8) Vältida õpilastes piinlikkust esile kutsuvaid tegevusi.

Koostöö tegemise oskus on ka Põhikooli riikliku õppekava (2011) üks üldpädevusi ning töötamine erinevates väikestes gruppides arendab just koostöö oskust.

Matemaatikat õpetatakse sageli nii, et tähtis on saada õige vastus ning vastuse saamiseni on ainult üks lahendustee (Orgmets, 2014). Mõtleva klassiruumi idee kasutamine tundides võib õpilastele näidata, et olulisem vastusest on tahtmine teha ja jõuda oma valitud lahendamismeetodiga ülesandega lõpuni (ja vastus on ainult üks väike osa tervikust). Rõhudes vähem õigele ja valele vastusele ning rohkem protsessile, saavad õpetajad vähendada õpilaste ärevust matemaatikas, nii hakkavad õpilased leidma algoritme, mis töötavad (Orgmets, 2014).

Matemaatikaärevuse vähendamiseks tuleb matemaatikasse suhtuda positiivselt kõigil, nii õpetajal kui ka õpilastel, kuna praeguses ühiskonnas on matemaatika järele suurem vajadus. Tuleb kasutada kaasaegseid õpimeetodeid, kuna varem kasutuses olnud, traditsioonilised õppemeetodid, ei sobi 21. sajandi õppuriga. (Wani, 2020)

## **Uurimistöö eesmärk ja uurimisküsimused**

Kehvemini lahendavad Eesti õpilased mõtlemist nõudvaid ülesandeid. Probleemilahenduse oskuse parandamiseks on vaja uut lähenemist. Kuna III kooliastme lõpuks taodeldakse, et õpilane koostab ja lahendab probleemülesandeid, mõistab ja kasutab probleemülesannete lahendamisel erinevaid strateegiaid ning oskab analüüsida nende erinevusi, koostab erinevate eluvaldkondade probleemide lahendamiseks sobivaid matemaatilisi mudeleid, lahendab neid ja üldistab saadud tulemusi, on teadlik õppija, kes hindab oma arengut matemaatiliste teadmiste ja oskuste omandamisel, tahab oma matemaatilist mõtlemist arendada ning mõistab oma matemaatikateadmiste väärtust edasist tegevust kavandades, siis on oluline välja toodud arendada (Põhikooli riiklik õppekava, lisa 5, 2011).

Magistritöö eesmärk oli välja selgitada, kuidas aitab mõtlema klassiruumi süsteemne kasutamine III kooliastmes õpilasi tunnis rohkem kaasa mõtlema ning kuidas on antud õppeperioodi järel muutunud õpilaste motivatsioon ja ärevus. Kuna sarnast uurimistööd Liljedahli ideele tuginedes ei ole varem Eestis tehtud ning uut moodi tundide välja mõtlemine on ajamahukas, siis oli teiseks eesmärgiks luua õppematerjal, mis on praktiliselt läbi tehtud ning mis sisaldab nii õpetaja kui ka õpilaste tagasisidet loodud õppematerjalidele ja kogemustele tundidest.

## **Metoodika**

### **Valim**

Käesoleva magistritöö raames katsetati ühes Eesti kooli 7. klassis kahe kuu vältel regulaarselt (3-4 korda nädalas) probleemülesannete lahendamist Peter Liljedahli ideele tuginevat mõtlema klassiruumi kujundades. Uuritavate valimisel lähtuti sellest, et töö autor saaks ise oma õpilastega oma loodud materjali läbi viia ja parandada seeläbi nende probleemilahendusoskust, st kasutati mugavusvalimit. Uurimisküsimustest lähtuvalt oli oluline, et uuritavad õpiksid III kooliastmes ja et uuringu läbiviija saaks läbi viia ja vaadelda igat tundi.

### **Mõõtevahendid**

Uuring viidi läbi kooli arendusjuhi ja lapsevanemate nõusolekul ning eksperiment toimus veebruarist aprillini 2024. aastal.

Töö autor otsis ja koostas ise ülesandeid (Lisa 1), tuginedes Liljedahli kirjeldusele mõtlema klassiruumi kujundamisest, kohandades neid Eesti põhikooli riiklikule õppekavale.

Valmis ülesandeid 18 tunniks koos õpetaja tähelepanekute ja õpilaste tagasisidega. Ülesanded said valitud ühe õppeperioodi jaoks III kooliastmes, hõlmates teemasid ühtlane liikumine ja kiirusühikud, lineaarne ja pöördvõrdeline seos ning funktsioon, tähtavaldiste lihtsustamine ja lineaarvõrrand. Probleemülesannete valikul lähtuti matemaatika ainekavast ja teiste õpetajate kogemustest üle maailma, kes on mõtleva klassiruumi stiilis tunde teinud. Ülesandeks mõeldud aeg varieerus - mõned ülesanded said lahendatud 15-20 minutiga, mõnikord oli ülesande lahendamiseks mõeldud terve ainetund.

Praktilisele osale eelnes küsimustik (Lisa 2), millele vastasid õppeperioodil osalenud õpilased enne ja pärast mõtleva klassiruumi kujundamise perioodi. Küsimustiku koostamisel saadi inspiratsiooni testis õpilastele esitatud küsimustikest. Küsimustik sisaldas 45 väidet seoses õhkkonnaga matemaatikatunnis, matemaatikaärevusega ja õpilaste motivatsiooniga. Küsimustikku täitsid õpilased matemaatikatunnis õpetaja juuresolekul. Õpilased pidid iga väite puhul hindama, kuivõrd ta antud väitega nõustub. Iga väite puhul anti hinnanguid Likerti 6-pallisel skaalal 6-pallisel skaalal, kus 1 - ei nõustu üldse ja 6 - nõustun täielikult. Küsimustikule vastas 24 õpilast. Pärast praktilist perioodi vastasid need samad 24 õpilast küsimustikule uuesti. Küsimustele vastamine oli anonüümne. Küsimustiku läbiviimiseks kasutati Google Forms keskkonda. Iga väite puhul seati hüpoteesiks „Õpilased vastavad enne ja pärast mõtleva klassiruumi perioodi samamoodi.“

Tunnis kasutati rühmade moodustamiseks keamk.com keskkonda, kuhu olid õpetajal eelnevalt sisestatud klassinimekiri ja iga õpilase tase skaalal 1-5. Keamk.com keskkonnas saab rühmi moodustada vastavalt tasemele, mis oli hea võimalus saada igasse gruppi üks „isemõtletaja“. Rühmad loositi igaks tunniks uuesti.

## **Andmetöötlus**

Andmete töötlemiseks kasutati tabelarvutusprogrammi MS Excel ja statistikaprogrammi JASP 0.18.3.0. Kõiki kogutud andmeid analüüsiti kvantitatiivselt.

Iga küsimuse vastuste enne ja pärast vahelise seose leidmiseks kasutati Spearmani astakorrelatsioonikordajat. Spearmani korrelatsioonikordajaga saab mõõta seoseid pikema skaalaga järjestustunnuse vahel. Vastavalt igale õpilasele esitatud väitele, mida Likerti skaalal hinnati, arvutati Spearmani kordaja ja p-väärtus. Statistiliselt oluliseks hinnati kordaja, kui p-väärtus rahuldab tingimust  $p < 0,1$ .

Spearmani astakorrelatsiooni leidmiseks kasutati töös MS Excelit. Esiteks leiti Likerti skaala igale punktile vastavad sagedused. Seejärel järjestati Likerti skaala punktid sageduste alusel. Igale sagedusele vastavale väärtusele anti järjekorranumbrid kahel ajahetkel (enne ja

pärast mõtleva klassiruumi õppeperioodi). Siis sisestati tabelarvutusprogrammi valem  $r_s = 1 - \frac{6 \sum d_i^2}{n(n^2-1)}$ , kus  $n$  on Likerti skaala punktide arv (6) ja  $d_i$  oli astakute vahe vastavalt  $i$ -ndale väärtusele Likerti skaalal (skaalal väärtused 1, ..., 6). Järgnevalt uuriti, kas saadakse kummutada 0-hüpotees. Selleks arvutati t-teststatistik valemiga  $T = \frac{r_s}{\sqrt{1-r_s^2}} \cdot \sqrt{n-2}$ .

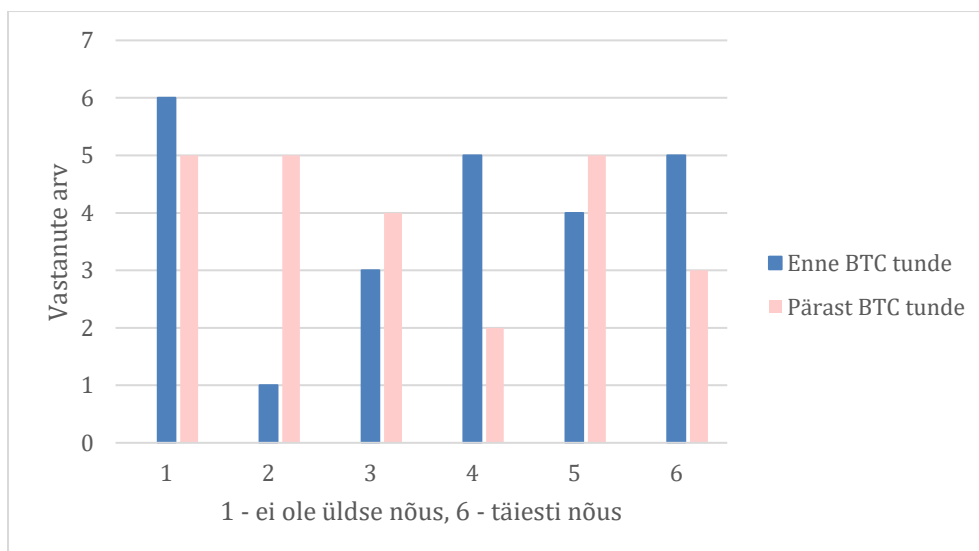
Järgmisena leiti p-väärtus vastavalt teststatistikule t-jaotuse täiendkvantiilide tabelist, kus vabadusastmete arvuks oli  $df = n - 2$ . (Iversen & Gergen, 1997)

Samade andmetega viidi läbi ka Mann-Whitney U test. Antud test viiakse läbi kahe sõltumatu valimi erinevuste võrdlemiseks, kui tegemist pole normaaljaotusega ja valimite mahud on väiksed ( $n < 30$ ) (Tooding, 2007). Antud töös olid täidetud Mann-Whitney U testiks vajalikud tingimused ehk väike valim, muutujad järjestustunnusega, küsimustikule vastati sõltumatult kahel ajahetkel (Tooding, 2007). Eeldati, et mõlemal korral on sama küsimuse vastused sarnase jaotusega. Andmetöötlusprogrammiga JASP arvutati Mann-Whitney U parameeter  $W$  ning sellele vastav p-väärtus. Statistiliselt oluliseks loeti väited, kus  $p < 0,05$ . Kui p väärtus rahuldab tingimust  $p < 0,2$ , siis uuriti õpilaste vastuseid väitele lähemalt.

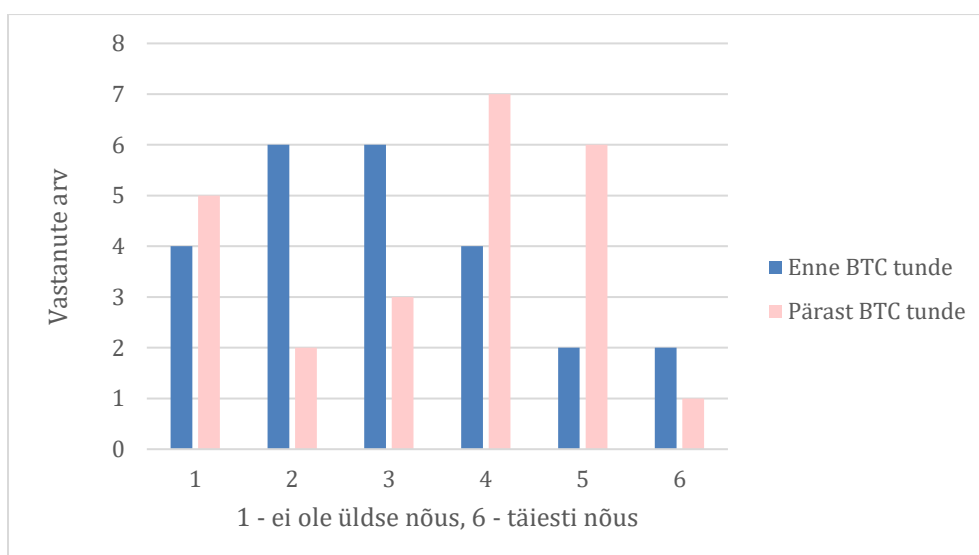
## Tulemused

### Õpilaste küsimustikest

Õpilaste vastuseid enne ja pärast võrreldi esmalt Spearmani astakkorrelatsiooni abil. Huvi loeti negatiivse korrelatsiooniga väited, kuna negatiivne korrelatsioon näitab, et õpilaste arvamus antud väite puhul on võrreldes varasemaga kindlasti erinev. Negatiivne Spearmani kordaja oli kahel väitel: „Õpetaja palub meil keeruliste ülesannete lahendamisel leida oma lahendusideed.“ (Spearmani kordaja -0,07,  $p=0,89$ ) ja „Ma ei ole matemaatikas eriti tugev.“ (Spearmani kordaja -0,15,  $p=0,77$ ). Ülejäänud küsimuste vastustes enne ja pärast mõtleva klassiruumi perioodi ei olnud ei olnud statistiliselt olulist erinevust, kasutades Spearmani astakkorrelatsiooni. Need kaks väidet koos õpilaste vastuste esinemissagedustega on toodud joonistel 2 ja 3.



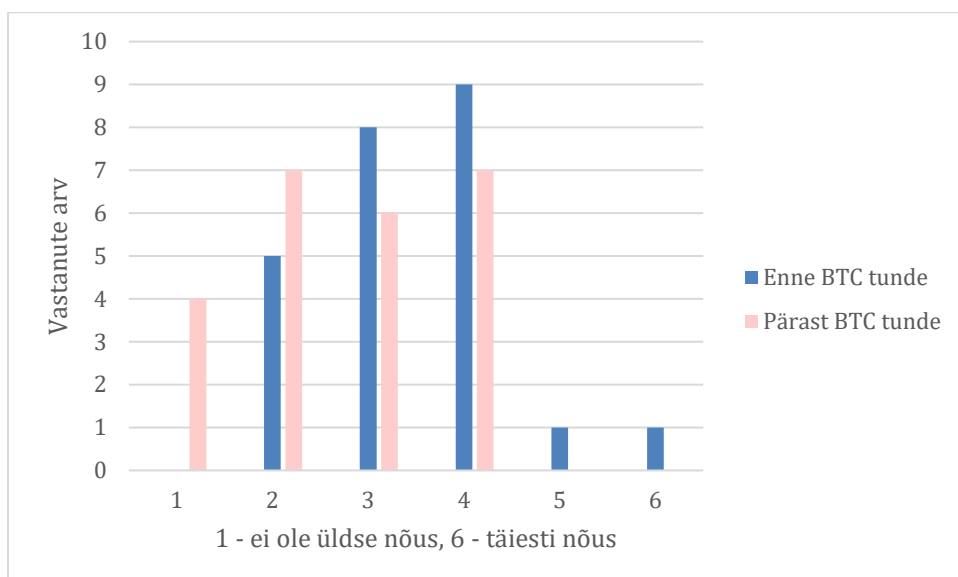
Joonis 2. Õpilaste vastused küsimusele „Ma ei ole matemaatikas eriti tugev.“ enne ja pärast mõtleva klassiruumi perioodi



Joonis 3. Õpilaste vastused küsimusele „Õpetaja palub meil keeruliste ülesannete lahendamisel leida oma lahendusideed.“ enne ja pärast mõtleva klassiruumi perioodi

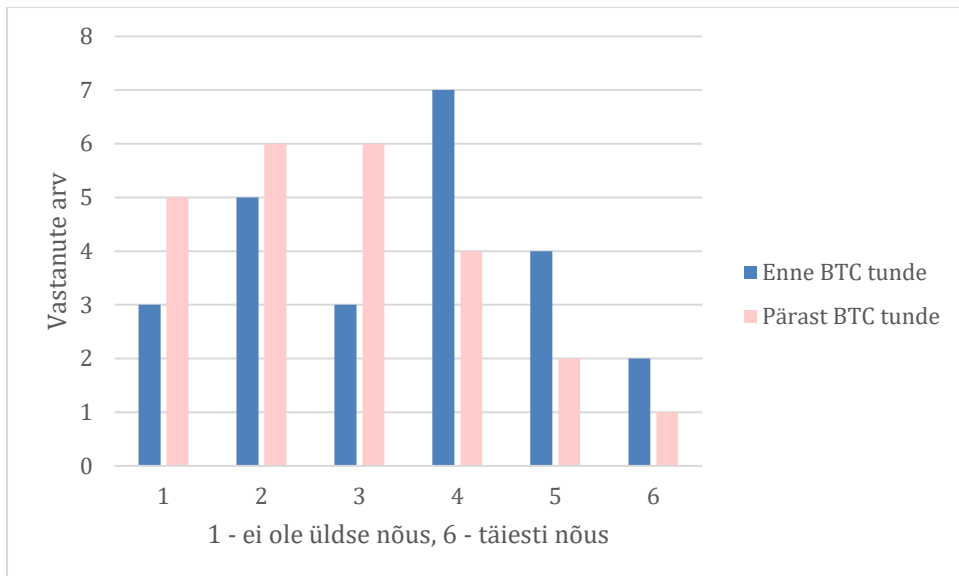
Edasi vaadati tulemusi Mann-Whitney U testi põhjal ja leiti statistiliselt oluline erinevus ( $p < 0.05$ ) ühe väite vastuste jaotumisele, mistõttu vaadati ka tulemusi, kus p-väärtus rahuldab tingimust  $p < 0.2$ . Antud juhul oli mõistlik vaadata suuremat usaldusvahemikku, kuna valim oli väike.

Statistiliselt oluliseks loeti väide „Õpetaja jätkab õpetamist nii kaua, kuni õpilased saavad aru.“ ( $p = 0,045$ ,  $W = 0,326$ ). See väide koos õpilaste vastuste esinemissagedustega on toodud joonisel 4.

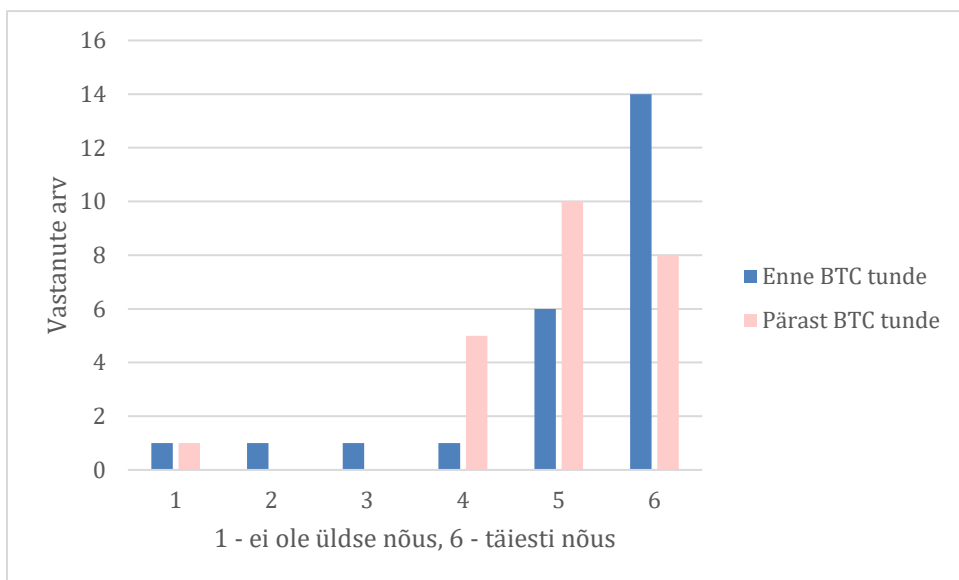


Joonis 4. Õpilaste vastused küsimusele „Õpetaja jätkab õpetamist nii kaua, kuni õpilased saavad aru“ enne ja pärast mõtleva klassiruumi perioodi

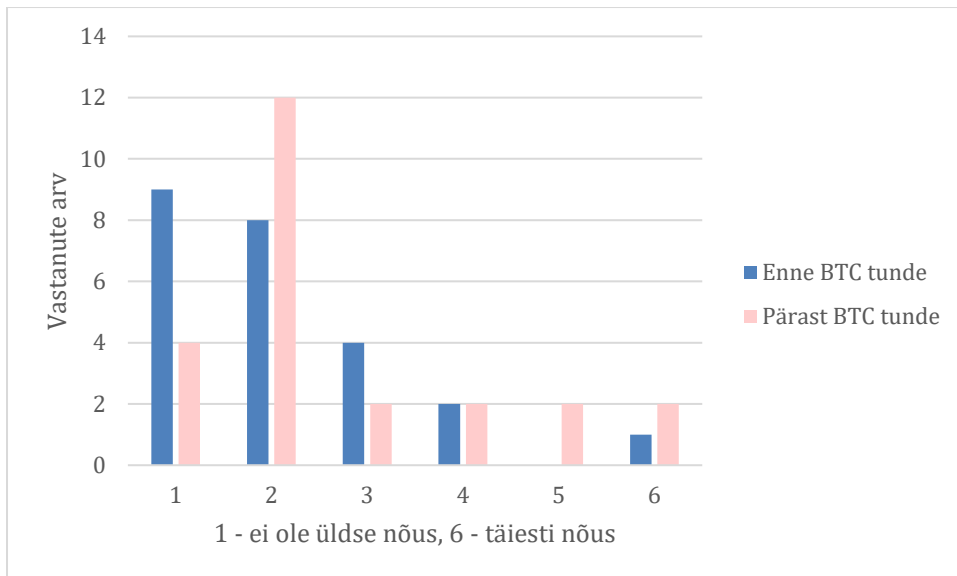
Statistiliselt olulisena otsustati välja tuua veel järgnevad väited „Matemaatikaülesannete lahendamisel tunnen end abitult“ ( $p=0,147$ , Rank-Biserial korrelatsioonikordaja 0,241), „Õpetaja palub meil selgitada oma lahenduskäiku.“ ( $p=0,159$ , Rank-Biserial korrelatsioonikordaja 0,222), „Ma lähen väga pingesse, kui pean matemaatika kodutööd tegema.“ ( $p=0,190$ , Rank-Biserial korrelatsioonikordaja -0,212) ja „Õpetaja tunneb huvi iga õpilase õppimise vastu.“ ( $p=0,199$ , Rank-Biserial korrelatsioonikordaja 0,212). Need neli väidet koos õpilaste vastuste esinemissagedustega on toodud joonistel 5, 6, 7 ja 8.



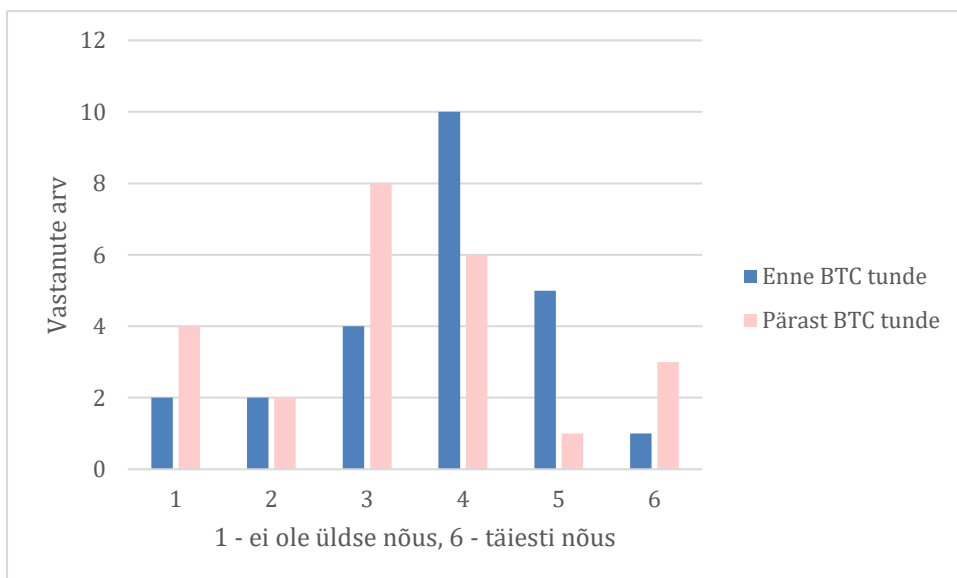
Joonis 5. Õpilaste vastused küsimusele „Matematikaülesannete lahendamisel tunnen end abitud.“ enne ja pärast mõtleva klassiruumi perioodi



Joonis 6. Õpilaste vastused küsimusele „Õpetaja palub meil selgitada oma lahenduskäiku.“ enne ja pärast mõtleva klassiruumi perioodi



Joonis 7. Õpilaste vastused küsimusele „Ma lähen väga pingesse, kui pean matemaatika kodutööd tegema.“ enne ja pärast mõtleva klassiruumi perioodi



Joonis 8. Õpilaste vastused küsimusele „Õpetaja tunneb huvi iga õpilase õppimise vastu“ enne ja pärast mõtleva klassiruumi perioodi

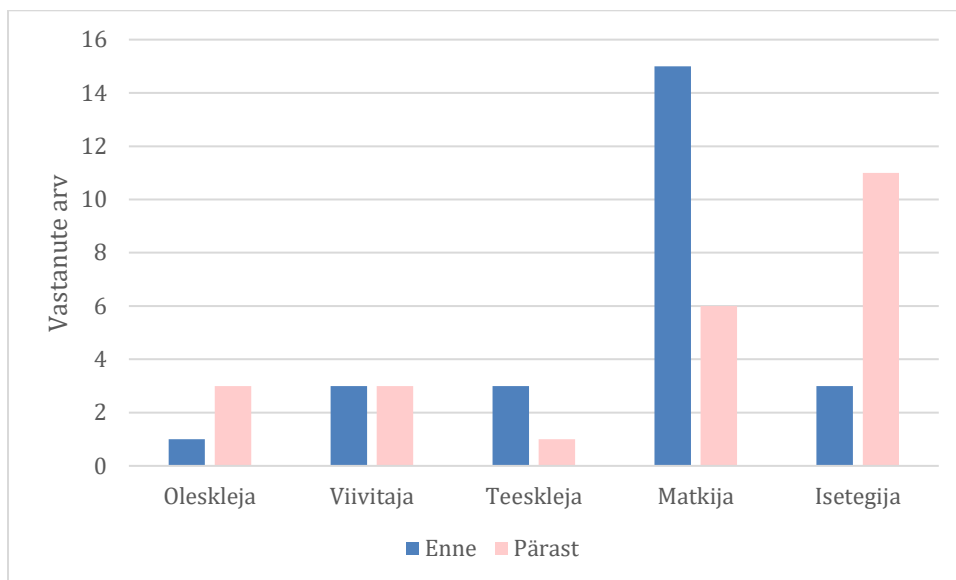
### ***Õpilaste jaotumine Liljedahli liigenduse järgi***

Antud peatükis välja toodu tugineb töö autori ehk tunde andnud õpetaja vaatlustele tema läbi viidud tundides, kus kasutati mõtlevat klassiruumi kujundamise ideed.

Töö autor paigutas enne mõtleva klassiruumi perioodi õpilased Liljedahli liigenduse järgi ja võib öelda, et matemaatikaga tegelejad ja mittetegelejad jagunesid sarnaselt

Liljedahliga. Olesklejaid-viivitajaid-teesklejaid oli kokku 29%. Matkijaid oli natuke rohkem ehk 60% ja isetegijaid vähem ehk 12%.

Õpetaja vaatles õpilasi kogu perioodi vältel ja tegi samasuguse grupeerimise uuesti selle perioodi põhjal, mil õpilased mõtlema klassiruumi ülesandeid lahendasid. Tulemuste võrdlus enne ja pärast antud perioodi on välja toodud joonisel 9.



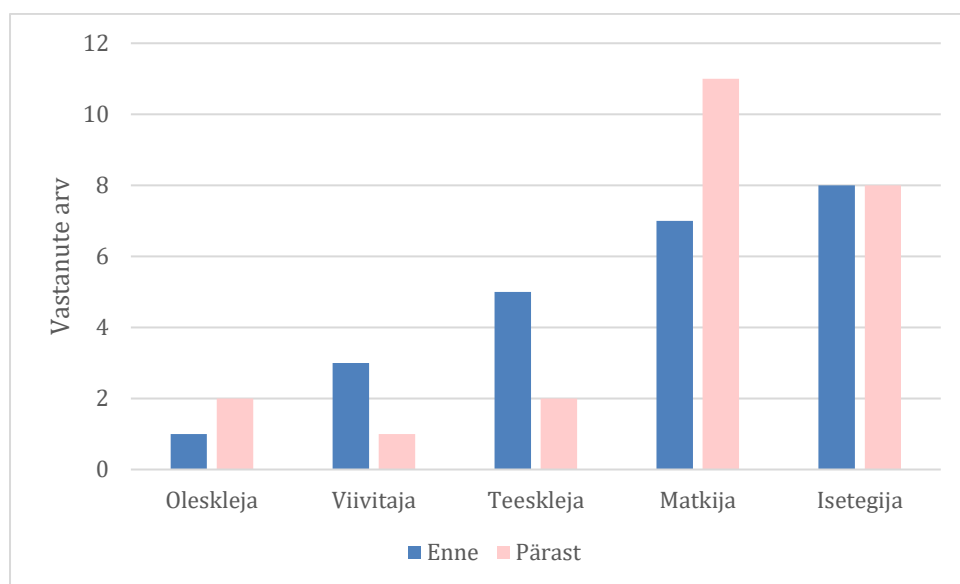
Joonis 9. Töö autori õpilaste liigendamise Liljedahli skaala järgi enne ja pärast mõtlema klassiruumi perioodi

Suhtumises töösse oli näha erinevusi, võrreldes varasemaga. Kui olesklejaid oli õpetaja hinnangul varasemates tundides vaid üks, siis rühmatöö andis võimaluse olesklemiseks veel kahele õpilasele. Need kaks õpilast olid varasemates tundides õpetaja silmis teesklejate rollis. Viivitajate arv ei muutunud. Olesklejad nägid rühmatöö tunni ajal võimalust mitte matemaatikaga tegeleda. Nad kõndisid klassis ringi ja segasid nii oma kui ka teiste rühmade tööd. Rühmatööd andsid võimaluse olesklejatel-viivitajatel-teesklejatel ühineda ning nende jaoks muutus matemaatikatund veel mugavamaks, kuna töö tehti rühmas nende eest ära. Positiivne muutus toimus töö autori silmis matemaatikaga tegelejate hulgas. Mõned õpilased, kes varem lahendasid meelsasti tüüpülesandeid ja otsisid oma materjalidest sobivaid lahendusviise, asusid matkijatest isetegijate ridadesse. Õpilased olid rohkem haaratud ja huvitatud ise tegemisest. Õpetaja oli saavutanud, mida oli antud perioodil soovinud.

Ka õpilastel paluti ennast liigitada vastavalt Liljedahli klassifikatsioonile nii enne kui ka pärast mõtlema klassiruumi katsetamist. Huvitav on see, et õpilaste enda liigituse järgi on olesklejaid-viivitajaid-teesklejaid oluliselt rohkem, peaaegu 40%. Samas ka isetegijateks peab

end kolmandik klassist, mis on nii Liljedahli kui töö autori liigendusest erinev. Samas see erinevus võis olla tingitud ka sellest, et õpilased ei saanud liigitusest samamoodi aru.

Õpilased vastasid samale küsimustikule vahetult pärast viimast mõtleva klassiruumi kujundamise tundi. Üks oleskleja lisandus ka õpilaste enda hinnangul antud perioodi vältel. Positiivne muutus on toimunud matkijate grupis. Alumistelt tasemetelt ehk mittetegijate hulgast on õpilasi lisandunud matkijate ridadesse. See näitab, et õpilased, kes varem enda hinnangul ei teinud tunnis matemaatikat, nüüd vähemalt püüavad ülesandeid lahendada. Õpilaste enda liigendus enne ja pärast mõtleva klassiruumi perioodi on toodud joonisel 10.



Joonis 10. Õpilaste iseenda paigutamise võrdlus Liljedahli liigenduse järgi enne ja pärast mõtleva klassiruumi perioodi

## **Kirjeldus ja tagasiside kahele mõtleva klassiruumi perioodi tunnile**

### ***Tund 2***

Sellesse tundi tulid õpilased suure õhinaga. Õpetajal olid eelnevalt maha märgitud erineva pikkusega rajad ning kaasa võetud tunniks vajalikud vahendid: kiled seintele, markerid, kilede puhastamiseks vahendid, stopperid aja mõõtmiseks, mõõdulindid ja teip radade maha märkimiseks. Õpetaja loosis juhuslikud rühmad. Tunni lõpus täitsid õpilased väljapääsupileti (joonisel 11).

Tunniülesanne oli järgmine:

Ü1. Nimeta ühikuid, millega mõõdetakse kiirust.

Ü1 2. Too iga ühiku juurde vähemalt üks näide, mille/kelle kiirust on mõistlik väljendada antud ühikuga.

Ü1 3. Maha on märgitud kindlad vahemaad. Hinnake iga vahemaa pikkust võimalikult täpselt.

Teostage järgmised mõõtmised:

I raja läbimiseks kuluv aeg.

II raja läbimiseks kuluv aeg.

III raja läbimiseks kuluv aeg.

IV raja läbimiseks kuluv aeg.

Piisab, kui üks rühmaliige mõõdab aega (sealjuures ütleb start ja stopp).

Ü1 4. Kirjuta iga vahemaa läbimise kiirus ning lisa vastav ühik. Kui see osa on tehtud, saad õpetajalt teada täpsed radade mõõtmed.

Ü1 5. Teisenda saadud kiirused ühikutesse m/s. Mida sul selleks veel vaja läheb?

Ü1 6. Teisenda kõik saadud kiirused ühikuisse km/h.

Ü1 7. Hinda saadud vastuste õigsust. Vajadusel tee parandused.

### VÄLJAPÄÄSUPILET

Mis sulle tänase tunni juures meeldis?

Mida uut õppisid tänases tunnis?

Kuidas sa tundsid end tänases tunnis?



Joonis 11. Näide väljapääsupiletist, mida täitis iga õpilane individuaalselt

### *Õpetaja hinnang teisele tunnile*

Algselt planeeriti, et õpilased mõõdavad vahemaad esmalt sammudes ja siis mõõdavad hiljem sama vahemaa uuesti mõõdulindiga. Kuid tunni planeerimise käigus saadi aru, et sellisel viisil mõõtmine võtaks tunni ajast liiga palju, mistõttu muudeti ülesannet nii, et põrandale oli vahemaa ära märgitud ja õpilased pidid hindama etteantud radade pikkuseid.

Suur osa klassist töötas kaasa. Üks õpilane püüdis õpetajaga täiesti muudel teemadel rääkida ja tööd kaasa ei teinud. Üldiselt toimus töö gruppides ilusti ja ka kõige raskema osa ehk

ühiku meetrit/sekundis ühikusse kilomeetrit/tunnis teisendamise mõtlesid õpilased üldiselt ise välja. Mõned rühmad vajasisid veidi suunamist. Rühmatöök oli planeeritud umbes 30 minutit ja see aeg ka kulus. Kui rühmatööd tehti kenasti kaasa, siis keerulisem ülesanne oli õpilasi tavapärase tunnitöö juurde tagasi suunata.

Esimene punkt, kus õpilased pidid ütlema kiirusühikuid, nimetati vaid m/s ja km/h, samas ülesandes 2 küsitud näiteid toodi piisavalt.

### ***Õpilaste tagasiside väljapääsupiletilt***

Kui enamus õpilasi vastas väljapääsupileti esimesele küsimusele, mis tänases tunnis meeldis, et meeldis grupitöö (sealhulgas oma konkreetne grupp), vabadus, koostöö tegemine, kõndimine, siis üks õpilane ei suutnud midagi meeldivat välja tuua. Teisele küsimusele, mida uut tänases tunnis õppisid, vastati, et kuidas ühikut m/s teisendada km/h ja lihtsalt kiirusühikute teisendamist. Hinnates oma enesetunnet 6-palli skaalal, saadi keskmiseks tulemuseks 4,6, kusjuures kõrgeim tulemus 6 ja madalaim 2, mis esinesid mõlemad vaid ühe korra.

### ***Tund 15 – Tähtvaldiste lihtsustamine***

Mida tund edasi, seda suuremat pettumust oli näha õpilaste nägudes, et jälle tuleb rühmatööd teha. Õpilased olid oma varasemast mugavustsoonist väljas ning nad olid aru saanud, et rühmatöodes antud ülesanded on pingutust nõudvamad.

Õpilased said tunniülesanded kätte kolmes erinevas osas, vastavalt ülesande raskusastmele. Igas ülesandes tuli joonestada etteantud andmetega ristkülik ja leida selle ristküliku ümbermõõt lihtsustatud kujul. Kui kerge tase osutus liiga lihtsaks, said õpilased jätkata keskmise taseme ülesande lahendamisega ning sealt edasi raske taseme juurde liikuda. Lahendada tuli igast veerust vähemalt üks ülesanne. Tunni lõpus täitsid õpilased väljapääsupileti seekord Google Forms keskkonnas.

Ülesandes tuleb joonestada etteantud andmetega ristkülik ja leida selle ristküliku ümbermõõt lihtsustatud kujul.

Kerge. Lahendage igast veerust vähemalt 1 ülesanne.

Pikkus: $4x + 2$ Laius: 6	Pikkus: $3x^2 + 5x$ Laius: $4x$	Pikkus: $3x^2 + 2x - 6$ Laius: $4x$
Pikkus: $10x - 1$ Laius: 5	Pikkus: $8x^2 - 3x$ Laius: $2x$	Pikkus: $5x^2 - x + 7$ Laius: $2x$
Pikkus: $12x - 4$ Laius: 3	Pikkus: $8x^2 - 9x$ Laius: $3x$	Pikkus: $4x^2 + 3x - 1$ Laius: $5x$

Keskmine. Lahendage igast veerust vähemalt 1 ülesanne.

Pikkus: $x + 4$ Laius: $x + 2$	Pikkus: $x - 6$ Laius: $x + 2$	Pikkus: $2x + 5$ Laius: $3x + 4$
Pikkus: $x + 3$ Laius: $x + 1$	Pikkus: $x + 3$ Laius: $x - 5$	Pikkus: $4x - 8$ Laius: $6x + 2$

Raske. Lahendage igast veerust vähemalt 1 ülesanne.

Pikkus: $2x^2 + 4x$ Laius: $5x - 1$	Pikkus: $8x^2 - 6x$ Laius: $5x^2 + 4$	Pikkus: $10x^2 + 2x$ Laius: $3x^2 - 4$
Pikkus: $6x^2 - 7x$ Laius: $3x + 2$	Pikkus: $7x^2 + 2x$ Laius: $3x^2 + 9$	Pikkus: $6x^2 - 7x$ Laius: $5x^2 - 5$

### *Õpetaja tagasiside tunnivaatluse põhjal*

Selles tunnis oli teine õhkkond. Kuna ülesanded olid valitud erineva raskusastmega, siis tegid tööd ka varasemad olesklejad-viivitajad-teesklejad. Oli rühmi, kes alustasid lahendamisega kohe ülesandeid kätte saades, kui ka neid, kes ootasid ikkagi õpetaja korraldusi. Ülesandeks planeeriti aega 20 minutit ja sellega said õpilased valmis. Ülesandeid lahendades selgus, et mitmed õpilased kas ei loe tööjuhiseid või ei tea sõna „veerg“ tähendust.

### *Õpilaste tagasiside väljapääsupiletilt*

Küsimusele „Mis sulle tänases tunnis meeldis?“ sai valida kolme vastusevariandi osas:

- 1) Teema oli lihtne;
- 2) Ülesanded olid huvitavad;
- 3) Rühmatöö sujus hästi.

Enim ehk 60% vastas, et rühmatöö sujus hästi, 53% pidas teemat lihtsaks ja 40% arvas, et ülesanded olid huvitavad.

Küsimusele „Kuidas sa end tänases tunnis tundsid?“ sai vastata 6-palli skaalal, kus arvule 1 vastas „väga kehvasti“ ja 6 „suurepärase“. Klassi keskmine enesetunne tunnis vastas 6-palli skaalal hindele 4,9, kusjuures madalamatele tasemetele 1 ja 2 ei hinnanud oma enesetunnet üksi õpilane.

### **Arutelu**

Magistritöö üheks eesmärgiks oli välja selgitada, kuidas aitab mõtlema klassiruumi süsteemne kasutamine III kooliastmes õpilasi tunnis rohkem kaasa mõtlema saada ning kuidas on antud õppeperioodi järel muutunud õpilaste motivatsioon ja ärevus. Teiseks eesmärgiks oli luua õppematerjal, see tundides läbi teha ning anda nii õpetaja kui ka õpilaste tagasisidet antud perioodile.

Praktilise osaga taheti õpilaste probleemülesannete lahendamise oskust parandada ning sealjuures vaadata ärevuse ja motivatsiooni muutumist matemaatikatunnis.

Uuringust selgus, et õpilaste enda hinnangul suurt muutust ei toimunud. Hinnangud väidetele enne ja pärast suures osas ei muutunud. Põhjus võib olla selles, et katsetamisperiood oli lühike. Ka Liljedahl (2021) toob välja, et mõtlevat klassiruumi ei saa tekitada hetkega, vaid luua sammhaaval. Olulist muutust võib mitte näha põhjusel, et valim oli väike või ülesanded ei olnud sobivad.

Tulemused näitasid, et õpilased on aru saanud, et tundides oodatakse oma lahendusideid ning oluline on ka lahenduskäigu näitamine. Kui varem tavapärares matemaatikatundides tahtsid õpilased pigem lahendada nii nagu õpetaja just klassi ees ette näitas, siis siit saab välja lugeda, et õpilased on aru saanud, mida matemaatikatundides õpilastelt oodatakse. Isegi kui õpilased kõike välja ei kirjutanud, siis nendes tundides selgitasid nad oma lahenduskäiku omavahel, arendades nii omavahelist suhtlust ja koostööd. Samuti on õpilasteni jõudnud teadmine, et õpetaja ei õpeta seni, kuni kõik saavad aru. Matemaatikatunnis on oluline ise

õppida ja avastada ja mõtlema klassiruumi stiilis tund seda õpilasele võimaldab (Liljedahl, 2021).

Õpilased, kes ennast varem eriti tugevana matemaatikas ei tundnud, on vähenenud, ja end tugevamana tundvaid õpilasi on juurde tulnud. See võib näidata, et oleme matkijaid saanud isetegijate ridadesse juurde ning see omakorda võib suurendada tippsooritajate hulka.

Muutunud on olukord end matemaatikatunnis abitult tundvate õpilaste osas, kui abitult tundvate õpilaste hulk on vähenenud. Õpilased ei lähe matemaatika kodutööde pärast pingesse ning pärast mõtlema klassiruumi tundide perioodi on pingesse minevate õpilaste arv vähenenud.

Teiseks eesmärgiks oli luua õppematerjal vastavalt Põhikooli riiklikule õppekavale tuginedes, seda tundides kasutada ning lisada õppematerjalile õpetaja ja õpilaste tagasiside.

Uue lähenemise kasutamine tunnis on õpetaja kutsestandardi läbiv kompetents – õpetajale peab hoidma end kursis valdkondlike uuendustega ja parimate praktikatega, arvestades sealjuures õppekavast tulenevaid nõudeid, samuti tuleb õppesisu edastada õppijatele kõige tõhusamal viisil (Kutsestandardid: Õpetaja, tase 7, 2020).

Iga tund Liljedahli mõtlema klassiruumi stiilis algab õpilaste rühmadeks jaotamisega. Rühmatöö annab võimaluse toetada õpilaste sotsiaalsete oskuste ja koostööoskuste arengut. See on oluline tänapäeva õppijat arvestades, koostöö- ja sotsiaalsete oskuste arendamise vajalikkust nõuab ka Põhikooli riiklik õppekava (2011). Samas viimasest PISA uuringu analüüsist (Tire, et al., 2023) ilmneb, et Eesti koolides ei soosita vastastikust õppimist ja õpetamist. Rühmadeks jaotamine toimus õpilase taseme järgi. Õpetaja kutsestandard näeb ette, et õpetaja arvestab õpilase individuaalseid õpivajadusi (sh teistest võimekam õppija). Enne rühmadesse jagunemist loiid õpilased koos õpetajaga reeglid, millega rühmatöö tegemisel tuleb arvestada. Õpetaja töötab koos õppijatega välja ühistel väärtustel põhinevad kokkulepped, suunab õppijaid üksteisega arvestama ja üksteist toetama. (Kutsestandardid: Õpetaja, tase 7, 2020)

Töö rühmas toimus püsti seistes, õpilastel oli võimalus liikuda ning teha mõttetööst lühikesi pause. Liikumise olulisust rõhutab Eestis aktiivselt tegutsev Liikuma Kutsuv Kool, kus tuuakse lisaks liikumise heale mõjule füüsilisele tervisele välja ka mõju vaimsele tervisele ning et pikalt sundasendis istumine (tüüpiline matemaatikatund) vähendab sooritusvõimet (Liikuma Kutsuv Kool). Ka haridusvaldkonna arengukava järgi tuleb nüüdisaegses õpikäsitusel luua liikumist soodustav õpikeskkond, samal ajal toetades õppeprotsessis osalejaid. Liikumisel on varasemate uuringute põhjal hea mõju ärevuse vähendamisel, kuid Eestis pole sarnaseid uuringuid liikumise ja ärevuse seoste uurimiseks 3.kooliastmes tehtud. Lindal (2021) uuris oma magistritöös liikumise mõju ärevusele I kooliastmes ning kuigi

õpilased kogesid liikumise ajal ja järel positiivseid emotsioone, siis ärevust see pigem suurendas.

Ülesannete lahendamiseks näeb Liljedahl (2021) ette valgete vertikaalsete tahvlite kasutamist ja kustutatavaid markereid, mis liiguvad õpilaselt õpilasele. Antud uuringus kasutati asendusena staatilisi kilesid seintel ehk töö toimus sarnaselt, kirjutades vertikaalsele pinnale. Õpilastel oli rühma peale üks marker. Vaadeldes tunde ja erinevate rühmade koostööd, tegid õpilased markerivahetusi endale sobival viisil. Üldiselt õpetaja märguande peale marker edasi anda seda tehti. Liljedahli mõtlevas klassiruumi seisukohast on kustutatavate tahvlite kasutamine hea just selle poolest, et saab kustutada ja õpilased saavad julgelt katsetada. Julgustamisel oli oluline osa õpetajal, kuna õpilased ei olnud nii varmad erinevaid viise proovima, vaid ootasid õpetaja antavaid suunitlusi. Mida tund edasi, seda selgemaks sai teadmine, et õpetajalt on oodata ainult vihjeid ja suunavaid küsimusi.

Liljedahli seisukohalt on tunni alguses haarava ülesande kasutamine justkui hoogne start tunnile. Tunnid läksid käima tõesti hästi, kuna õpetaja sai tunni sissejuhatuse teha lühidalt ning õpilased olid teadlikud, et algab nendepoolne osa.

Probleemilahendust tuleb teadlikult õpetada (Polya, 2001). Algselt planeeritud mõtleva klassiruumi ülesanded olid mõeldud kuu aega järjest, igas tunnis tegemiseks. Töö käigus ilmnes, et ülesanded võtavad rohkem aega, kui planeeritud ning see võib tuua esile uue probleemi. Ainult probleemilahendust õppides saavad õpilased küll probleemilahendamise paremini selgeks, kuid jäävad õppekava teemades maha (Bostic, Pape, & Jacobbe, 2016). Samas võib oletada, et antud perioodi käigus said õpilased probleemilahendamiseks vajalikke oskusi.

## **Kokkuvõte**

Kokkuvõtvalt võib öelda, et mõtleva klassiruumi süsteemne kasutamine III kooliastmes õpilaste enda arvates tunnis rohkem kaasa mõtlema ei pane ning ärevust ei vähenda. Õpetaja vaatluste põhjal oli näha väikest muutust ülesannete lahendamises. Iseseisvalt lahendavalt soovivate õpilaste osakaal suurenes. Õpilased alustavad üldiselt kohe tunni alguses ülesannete lahendamist ja ei oota, et neile vastused või lahenduskäigud ette öeldaks.

Loodud õppematerjal sobis tundidesse, aga kindlasti tasub ülesandeid veel paremaks teha, luua rohkem sarnast materjali ja uurida sama teemat põhjalikumalt ja suurema valimi korral.

## **Tänuõnad**

Suur tänu läheb juhendaja Hannes Jukkile, kes tutvustas Liljedahli raamatut ja pakkus välja idee seda meetodit katsetada ja töö kirjutamise ajal heade nõuannete eest.

Tänu läheb veel õpilastele ja nende vanematele ning kooli juhtkonnale, kes antud uuringut võimaldasid.

Aitäh kursusekaaslastele, kellega koos veedetud reeded ja laupäevad õpingute perioodil veel toredamaks muutusid.

Autor tänab ka oma abikaasat, kes oli töö tegemise perioodil igati toeks ja oli sel ajal rohkem kodu ja lastega tegelemas.

## **Autorsuse kinnitus**

Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva kõputöö ning toonud korrektselt välja teiste autorite panuse. Töö on koostatud, lähtudes Tartu Ülikooli matemaatika ja statistika instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

Kersti Kivi

/allkirjastatud digitaalselt/

22.05.2014

## Kasutatud kirjandus

- Arthur, Y. D., Owusu, E. K., Asiedu-Addo, S., & Arhin, A. K. (2018). Connecting Mathematics To Real Life Problems: A Teaching Quality That Improves Students' Mathematics Interest. *IOSR Journal of Research & Method in Education (IOSR-JRME)*, 8(4), lk 65-71.
- Ashcraft, M. H. (2002). Math Anxiety: Personal, Educational, and Cognitive Consequences. *Current Directions in Psychological Science*, 11(5), lk 181–185. doi:<https://doi.org/10.1111/1467-8721.00196>
- Bostic, J. D., Pape, S. J., & Jacobbe, T. (2016). Encouraging Sixth-Grade Students' Problem-Solving Performance by Teaching through Problem Solving. *Investigations in Mathematics Learning*, 8(3), lk 30-58. doi:<https://doi.org/10.1080/24727466.2016.11790353>
- Devlin, K. (2021). Matemaatikat tuleks õpetada kui mõtteviisi, mitte kui arvutamist. *Eesti Haridusteaduste Ajakiri*, 9(1), lk 6-32.
- Eesti õigekeelsussõnaraamat. (2018). Allikas: <https://www.eki.ee/dict/qs/qs.html>
- Finlayson, M. (2014). Addressing math anxiety in the classroom. *Improving Schools*, 17(1), lk 99-115.
- Haridus- ja Teadusministeerium. (2014). Kasutamise kuupäev: 12. 05 2024. a., allikas Eesti elukestva õppe strateegia 2020.: [https://www.haridusfoorum.ee/images/haridusstrateegia/Eesti\\_elukestva\\_oppe\\_strateegia\\_loplik.pdf](https://www.haridusfoorum.ee/images/haridusstrateegia/Eesti_elukestva_oppe_strateegia_loplik.pdf)
- Haridusvaldkonna arengukava 2021-2035. (2020). Kasutamise kuupäev: 12. 05 2024. a., allikas [https://www.hm.ee/sites/default/files/eesti\\_haridusvaldkonna\\_arengukava\\_2035\\_seisuga\\_2020.03.27.pdf](https://www.hm.ee/sites/default/files/eesti_haridusvaldkonna_arengukava_2035_seisuga_2020.03.27.pdf)
- Iversen, G. R., & Gergen, M. (1997). *Statistics: the conceptual approach*. Springer-Verlag.
- Kerikmäe, I. (2012). *Teises kooliastmes saavutatud matemaatikapädevus ja õpetajate arvamused pädevuse parandamise võimalustest*. Tartu Ülikool. Allikas: <https://dspace.ut.ee/server/api/core/bitstreams/7df91b46-f2a7-43a5-86a7-36e9bf26d858/content>
- Kippar, K. (2022). *Viimsi Gümnaasiumi projekt „Matemaatika 2.0“ ja selle mõju*. Tartu Ülikool. Allikas: <https://dspace.ut.ee/server/api/core/bitstreams/9d5de705-6857-45fc-99ef-38f761428fdb/content>

- Kukk, E. (2023). *Probleemülesannete lahendamine kolmandas kooliastmes*. Tartu Ülikool.  
Allikas: <https://dspace.ut.ee/server/api/core/bitstreams/91fe1df0-1467-4ec6-a0bf-6a1e3e265d6f/content>
- Kutsestandardid: Õpetaja, tase 7. (2020). Kasutamise kuupäev: 11. 05 2024. a., allikas  
Kutsekoda:  
[https://www.kutseregister.ee/ctrl/et/Standardid/vaata/10824233?from=viimati\\_kinnitatud](https://www.kutseregister.ee/ctrl/et/Standardid/vaata/10824233?from=viimati_kinnitatud)
- Lepmann, L. (2011). *Õppekava üldosa taotluste realiseerimine gümnaasiumi matemaatikakursuses*. Allikas: [https://oppekava.ee/wp-content/uploads/2016/10/LLepmann\\_yldosa.pdf](https://oppekava.ee/wp-content/uploads/2016/10/LLepmann_yldosa.pdf)
- Lepmann, L., & Lepmann, T. (1995). *Teeme ise matemaatikat*. Avita.
- Liikuma Kutsuv Kool. (kuupäev puudub). *Tartu Ülikooli liikumislabor*. Kasutamise kuupäev: 11. 05 2024. a., allikas <https://www.liikumakutsuvkool.ee/>
- Liljedahl, P. (2021). *Building thinking classrooms in mathematics grades K-12: 14 teaching practices for enhancing learning*. Corwin.
- Lindal, K. (2021). *Liikumistegevuste mõju õpiärevusele 3.klassi matemaatika tundides*. Tartu Ülikool. Allikas: <https://dspace.ut.ee/server/api/core/bitstreams/2781be55-9c17-4d26-a369-fb3717f63503/content>
- Marshall, E. M., Wilson, D. A., & Mann, V. E. (2017). *Evaluating the effectiveness of maths anxiety awareness workshops*. Journal of Learning Development in Higher Education.
- Meola, M. (2023). *Probleemid matemaatika tekstülesannete lahendamisel ja võimalikud lahendused*. Tartu Ülikool. Allikas: <https://dspace.ut.ee/server/api/core/bitstreams/217de1d3-99c8-4fd5-8a63-caa9aa05dd9b/content>
- Nutrition and Physical Activity. (2017). *14*(114). Kasutamise kuupäev: 11. 05 2024. a., allikas <https://link.springer.com/article/10.1186/s12966-017-0569-9>
- OECD. (2018). *Future of Education and Skills 2030: Conceptual Learning Framework*. Allikas: OECD: <https://www.oecd.org/education/2030/E2030-CONCEPTUAL-FRAMEWORK-KEY-COMPETENCIES-FOR-2030.pdf>
- Orgmets, K. (2014). *Matemaatika ärevus. Näiteid tasemeuuringust Pisa 2012*. Tartu Ülikool.
- Palu, A. (2010). Õppimine ja õpetamine esimeses ja teises kooliastmes. (E. Kikas, Toim.) 243-261.
- Pedaste, M., Palts, T., Kraav, T., & Orav-Puurand, K. (2021). Komplekssete probleemide lahendamise oskus ning selle hindamine ja arendamine gümnaasiumis. lk 138-161.

Allikas: Eesti Haridusteaduste ajakiri, nr 9:  
<https://www.etis.ee/Portal/Publications/Display/a6e8c4c9-97c4-4d27-9425-e878979ee7eb>

Pedosk, O. (2019). *Kuuenda klassi õpilaste matemaatiliste probleemide lahendamisoskus ning õpetajate teadmised ja arvamused selle kujundamisest ühe kooli näitel*. Tartu Ülikool.

Allikas: <https://dspace.ut.ee/server/api/core/bitstreams/8a48be39-c53a-4362-b9df-8c330b751537/content>

Piht, S. (2023). Aruanne 2023/2024. Õppeaasta II kooliastme matemaatika tasemetöö tulemustest.

Allikas: <https://projektid.edu.ee/pages/viewpage.action?pageId=184849387>

Pöder, M. (2023). *Eesti õpilaste probleemi lahendamise oskus matemaatikas*. Tartu Ülikool.

Allikas: <https://dspace.ut.ee/server/api/core/bitstreams/fa20e4ed-0bf9-495b-ac65-13c7ef754271/content>

Põhikooli riiklik õppekava. (2011). Allikas: Riigi teataja I:  
<https://www.riigiteataja.ee/akt/129082014020>

*Põhikooli riiklik õppekava, lisa 5*. (2011). Kasutamise kuupäev: 16. 5 2024. a., allikas  
[https://www.riigiteataja.ee/akt/lisa/1080/3202/3005/18m\\_pohi\\_lisa5.pdf](https://www.riigiteataja.ee/akt/lisa/1080/3202/3005/18m_pohi_lisa5.pdf)

Polya, G. (2001). *Kuidas seda lahendada?* (Ü. Kaasik, Tõlk.) Tallinn: Valgus.

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2009). *Problem Solving in Mathematics Grades 3-6. Powerful Strategies to Deepen Understanding*. Corwin.

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2015). *Problem-Solving strategies in mathematics: From common approaches to exemplary strategies. Problem Solving in Mathematics and Beyond*. Singapore: World Scientific Publishing Co.

Posamentier, A. S., & Poole, P. (2020). *Understanding mathematics through problem solving*. Singapore: Corwin.

Richardson, F. C., & Suinn, R. M. (1972). The Mathematics Anxiety Rating Scale: Psychometric data. *Journal of Counseling Psychology*, 19(6), lk 551-554.

Ridlon, C. L. (2009). Learning Mathematics via a Problem-Centered Approach: A Two-Year Study. *Taylor & Fancis Online*, lk 188-225.

Sai, H. (2022). *Matemaatikaärevuse seos testiärevuse ja sotsiaalärevusega*. Tartu Ülikool.  
Allikas: <https://dspace.ut.ee/server/api/core/bitstreams/8489040f-347d-4fcd-a81b-3c7e6d709932/content>

Salumaa, T., & Talvik, M. (2010). Aktiivõppe meetodid III. *Merlecons ja Ko*.

- Saxena, R., Shrivastava, K., & Bhardwaj, R. (2016). Teaching Mathematical Modeling in Mathematics Education. *Journal of Education and Practice*, 34-44.
- Tire, G., Puksand, H., Kraav, T., Jukk, H., Henno, I., Lindemann, . . . Kitsing, M. (2023). *PISA 2022 Eesti tulemused*. Allikas: [https://harno.ee/sites/default/files/documents/2023-12/Pisa\\_tulemused\\_2022\\_veebi.pdf](https://harno.ee/sites/default/files/documents/2023-12/Pisa_tulemused_2022_veebi.pdf)
- Tooding, L.-M. (2007). *Andmete analüüs ja tõlgendamine sotsiaalteadustes*. Tartu Ülikooli Kirjastus.
- Wani, U. I. (2020). *Math Anxiety: Causes, Symptoms and Strategies to Reduce*. University of Kashmir.
- Watson, A., Timperio, A., Brown, H., Best, K., & Hesketh, K. D. (2017). Effect of classroom-based physical activity interventions on academic and physical activity outcomes: A systematic review and meta-analysis. *International Journal of Behavioral*, 14(114).
- Yeo, J. B. (2022). Motivating mathematics students and cultivating the joy of learning mathematics. (A. o. Educators, Toim.) *The Mathematician Educator*, 3(1), lk 41-61.

## Lisad

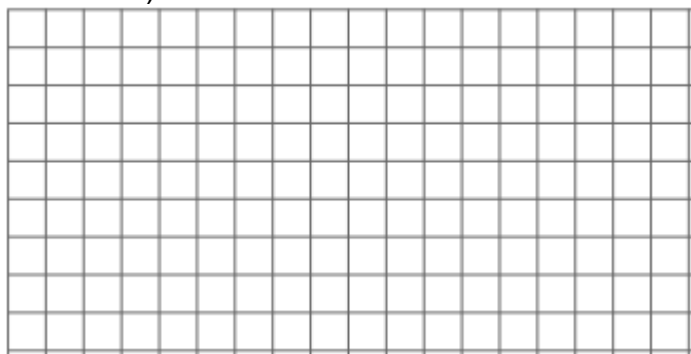
### Lisa 1

#### Tund 1. Ühtlase liikumise graafik. Liikumise kiirus

1. Oletame, et maratonijooksja jookseb 1 kilomeetrit keskmiselt 6 minutit.

Aeg (minutites)	6	12	18	24
Vahemaa (km)	1	2	3	4

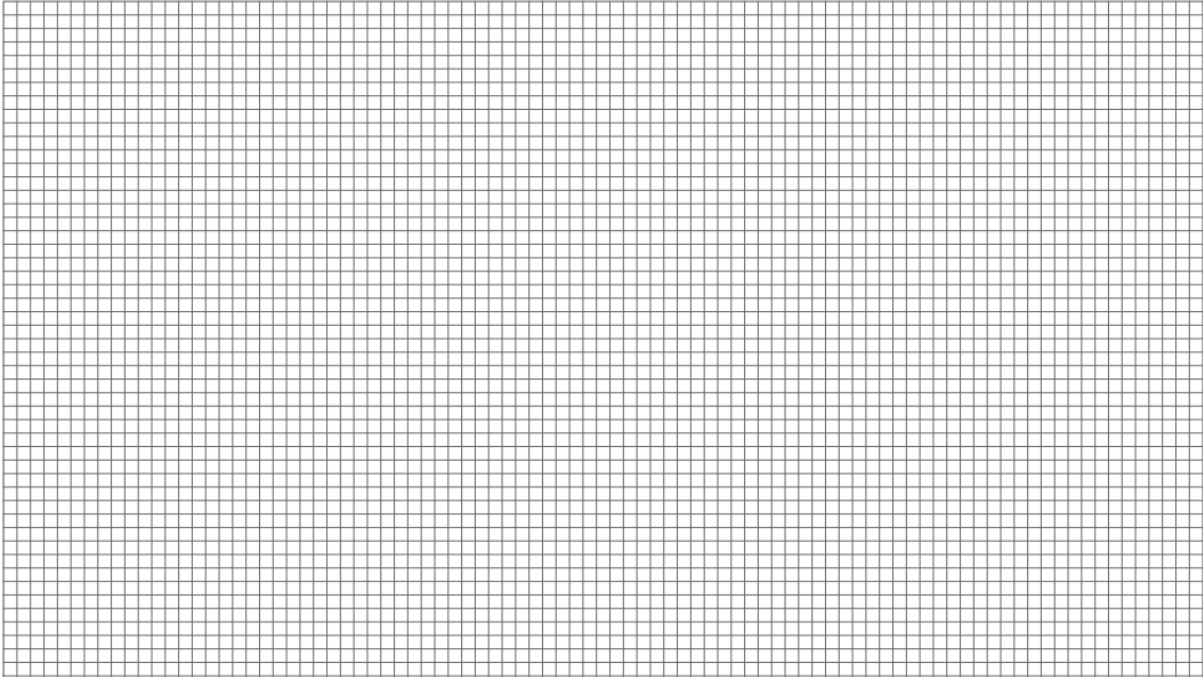
Joonesta tabeli põhjal liikumise graafik. (Vihje: x-teljele pane aeg ja y-teljele läbitud vahemaa.)



Vastake koos küsimustele:

1. Missugune joon on ühtlase liikumise graafikuks? Kas see on alati nii?

Tõestamiseks joonestage graafik kogu maratonidistantsi suhtes, arvestades keskmist kiirust. Maratoni kogupikkuseks on 42,195 km.



- 2) Arvutage, kui kaua kulub jooksjal maratoni läbimiseks aega?
- 3) Mis on maratoni jooksja tunni kiirus, kasutades ühikut km/h?
- 4) Joonestage ühele ja samale teljestikule auto, jalgratturi ja maratoni jooksja liikumise graafikud. Auto ja jalgratturi kiirus vali ise, kuid auto kiirus peab olema suurim ja jooksja kiirus väikseim ning need kiirused ei tohi olla omavahel võrdsed.
- 5) Vaadeldes kolme graafikut, mida märkad? Leidke erinevaid lähenemisnurki...
- 6) Kokkuvõtteks:
  - a) mis on ühtlane liikumine?
  - b) mis on ühtlase liikumise graafikuks?

## **Tund 2. Kiirusühikute teisendamine**

### **Ü1**

Nimeta ühikuid, millega mõõdetakse kiirust.

### **Ü2**

Too iga ühiku juurde vähemalt üks näide, mille/kelle kiirust on mõistlik väljendada antud ühikuga.

### **Ü3**

Maha on märgitud kindlad vahemaad. Hinnake iga vahemaa pikkust võimalikult täpselt.

Teostage järgmised mõõtmised:

1. I raja läbimiseks kuluv aeg.
2. II raja läbimiseks kuluv aeg.
3. III raja läbimiseks kuluv aeg.
4. IV raja läbimiseks kuluv aeg.

Piisab, kui üks rühmaliige mõõdab aega (sealjuures ütleb start ja stopp)

#### ÜI 4

Kirjuta iga vahemaa läbimise kiirus ning lisa vastav ühik.

*Kui see osa on tehtud, saad õpetajalt teada täpsed radade mõõtmed.*

#### ÜI 5

Teisenda saadud kiirused ühikutesse m/s. Mida sul selleks veel vaja läheb?

#### ÜI 6

Teisenda kõik saadud kiirused ühikusse km/h.

#### ÜI 7

Hinda saadud vastuse õigsust. Vajadusel tee parandused.

### Tund 3. Kiirusühikute teisendamine

Tunni alguses arutelu ja videote vaatamine. Kiirust ei mõõdeta üksnes jalakäija või sõiduki liikumisel. Mille kiirust võime veel mõõta?

Vaatame videoid, kus näeb erinevaid kiirusi:

Lume sadamise kiirus: <https://www.youtube.com/watch?v=3nekekRjWYy>

Jäätumise kiirus: <https://www.youtube.com/watch?v=xFRu2mt6SqQ>

Järgneb õpilastele rühmatöö ülesanne.

Leia siit kõik ühikud, millega saab mõõta kiirust.

m/s	min/m	km/h	km/s	m/min	m <sup>3</sup> /s
cm <sup>3</sup> /min	g/s	km/kg	mm/s	m <sup>m</sup> /h	
m <sup>3</sup> /päevas	miili/tunnis	km/päevas	s/min	min/mm <sup>3</sup>	

Iga ühiku juures arutlege, mille kiirust saab vastava ühikuga mõõta, tooge näited.

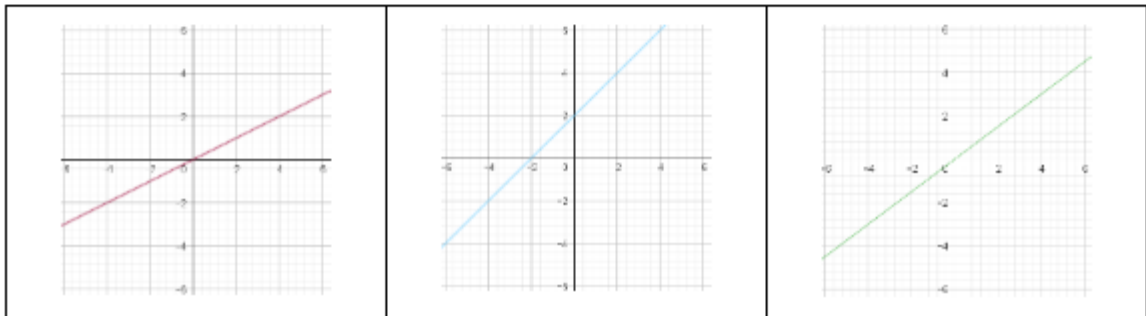
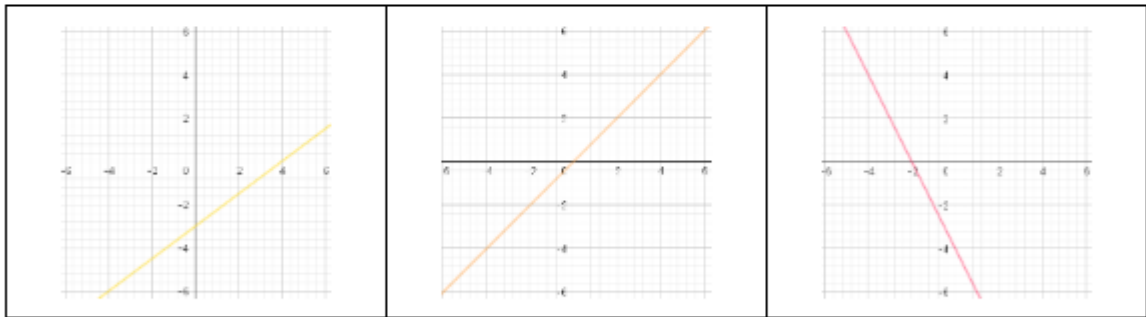
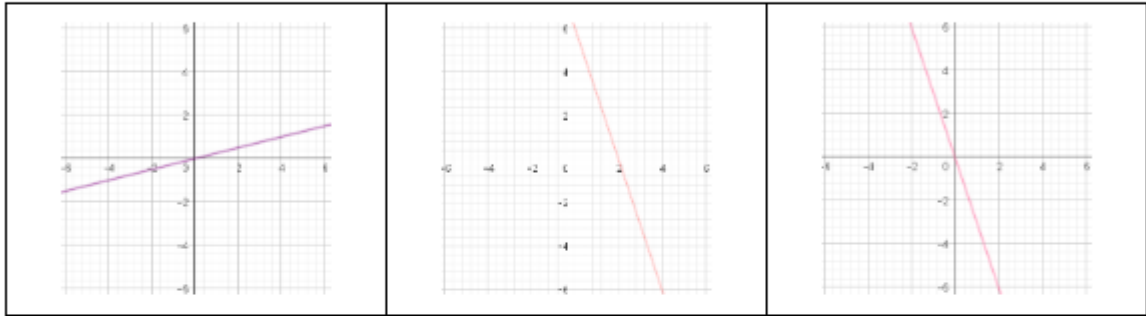
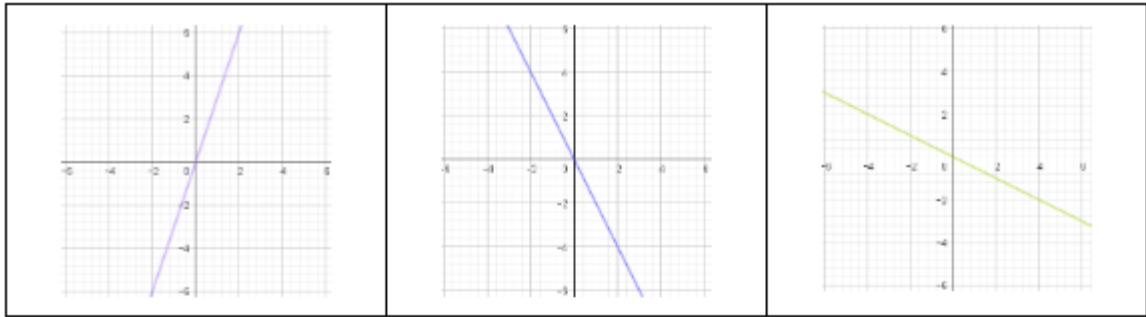
Mõelge sarnaseid spetsiifilisemaid ühikuid kiiruse mõõtmiseks veel 3-5 tk. Olge valmis neid teistele tutvustama.

## Tund 4. Linearfunktsioon - eeskirja ja graafiku ühendamine

Sulle on antud erinevad eeskirjad. Otsi iga eeskirja juurde õige graafik.

Eeskiri	$y = 3x$	$y = -2x$	$y = -0.5x$																		
Tabel	<table border="1"> <tbody> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>0</td> <td>6</td> </tr> </tbody> </table>	x	0	2	y	0	6	<table border="1"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>							<table border="1"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>						
x	0	2																			
y	0	6																			
Graafik			▼																		
Eeskiri	$y = -\frac{1}{2}x$	$y = -3x + 6$	$y = -3x$																		
Tabel	<table border="1"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>							<table border="1"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>							<table border="1"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>						
Graafik																					
Eeskiri	$y = \frac{3}{4}x - 3$	$y = x$	$y = -2x - 4$																		
Tabel	<table border="1"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>							<table border="1"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>							<table border="1"> <tbody> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>						

Graafik																					
Eeskiri	$y = 0,5x$	$y = x + 2$	$y = \frac{3}{4}x$																		
Tabel	<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>							<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>							<table border="1"> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> <tr><td></td><td></td><td></td></tr> </table>						
Graafik																					



## Tund 5. Linearfunktsiooni graafiku koostamine

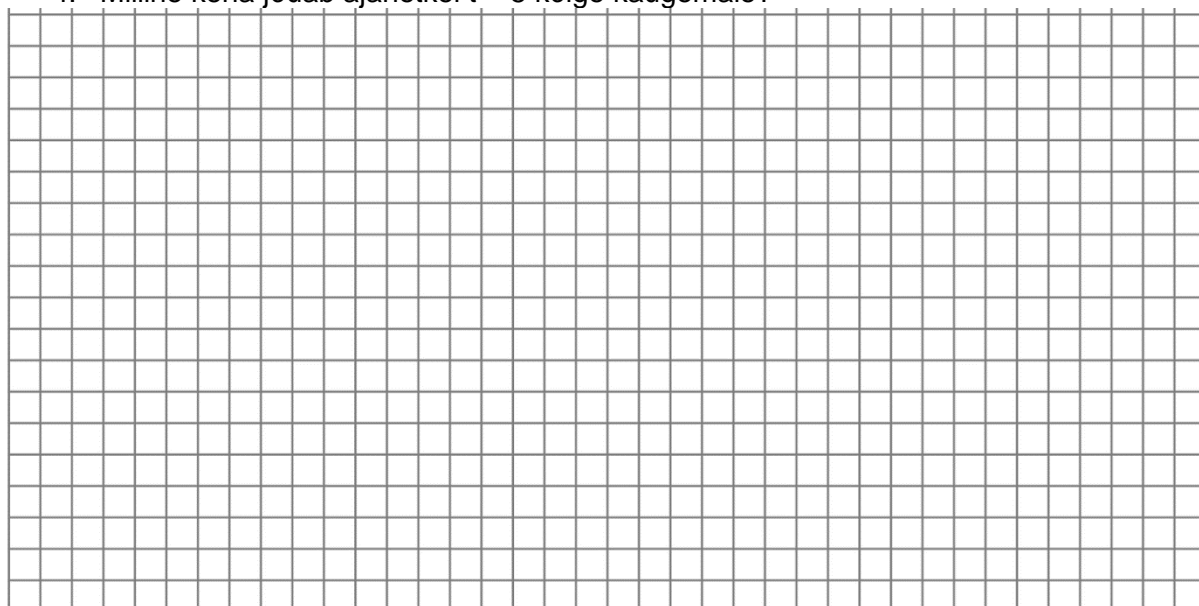
Kolm keha liiguvad ühtlaselt ning läbitud tee sõltub ajast järgmiselt:

t	0	2
s	0	2

t	0	2
s	2	3

t	2	3
s	0	2

1. Joonesta antud seosed sirgetena.
2. Koosta nende sirgete võrrandid (nende seoste valemid/eeskirjad).
3. Millisel ajahetkel need kehad kohtuvad?
4. Milline keha jõuab ajahetkel  $t = 5$  kõige kaugemale?



## Tund 6. Linearfunktsiooni graafiku koostamine

Sulle on antud tabel 5 erineva taksohinna kohta Tallinnas (andmed pärinevad leheküljelt: <https://www.taksod.net/taksode-hinnad>, 20.02.2024).

Taksofirma nimi	Sõidu alustamise hind eurodes	1 km sõidu hind eurodes
Euro Takso	1,98	0,48
Yes Takso	1,99	0,49
Magellan Takso	2	0,4
Q-Takso (mikrobuss)	3	0,75

Pere Takso (mikrobuss)	4,8	0,95
------------------------	-----	------

Esita iga taksofirma taksosõidu maksumus lineaarfunktsioonina.

Kui palju maksab 2 km, 5 km ja 12 km sõit nende taksodega?

Missuguse taksofirmaga tuleb hind ühe reisija kohta soodsaim 5 km sõidul? Arvesta, et tavataks reisijate arv on maksimaalselt 4 ja mikrobussis maksimaalselt 8 reisijat.

## Tund 7. Mängime klotsidega - lineaarne seos

**Ülesanne 1.** Mitu klotsi on selles kujundis?

1. Ehita seest tühi ruut, mille küljepikkuseks on 3 klotsi. Mitu klotsi on selles kujundis?
2. Suurenda külje pikkust 1 klotsi võrra ja ehita seest tühi ruut. Mitu klotsi on selles kujundis?
3. Korda punkti 2 nii mitu korda, kui vaja, et avastada seaduspära. Võta küljepikkuseks  $n=4$ ,  $n=5$  ja  $n=6$ . Kui sellest ei piisa, siis jätk. Kanna tulemused tabelisse, nii et  $n$  on külje pikkus klotsides ja  $S$  on klotside kogusumma.
4. Pane seaduspära kirja lineaarse seosena.

**Ülesanne 2.** Mitu auku on eelmises ülesandes moodustatud ruutudes?

1. Loe, mitu auku (ehk neid külgi kuubikutes, mis ei ole teise kuubi küljega ühenduses) on igas sinu ehitatud ruudus. Saad tabelit täiendada ühe rea/veeru lisamisega.
2. Vali aukude arv  $n$  ja  $A$  ja koosta seose võrrand.

## Tund 8. Lineaarne seos

Sulle on antud järgmised funktsioonid:

$$\begin{array}{llll}
 y = 2x - 1 & y = -4x + 3 & y = 0,5x + 4 & y = 14x - 0,5 \\
 y = 1,5x + 3 & y = 6x + 6 & y = 0,9 - 3x & y = 2x + 0,5 \\
 y = 3x + 6 & y = -3x + 1 & y = -0,5x - 1,5 & y = 37x - 5
 \end{array}$$

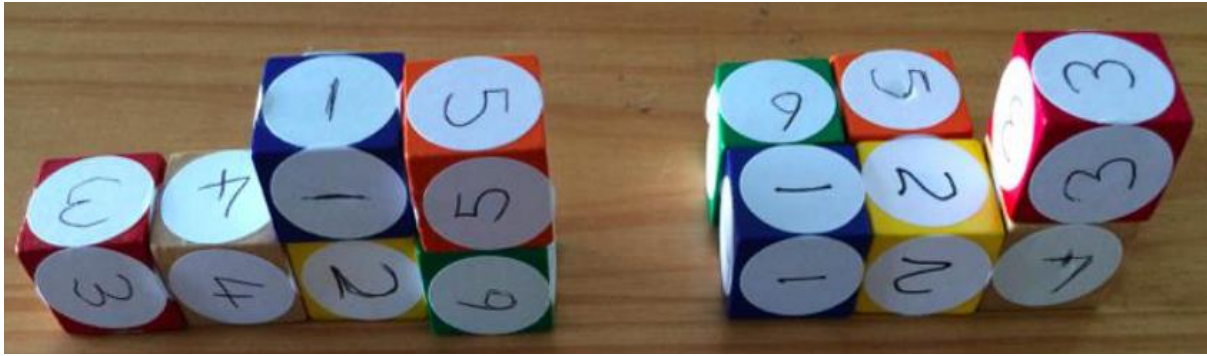
**Ülesanne 1.** Leia antud sirgete seast võrdsete tõusudega sirgeid.

**Ülesanne 2.** Leia antud sirgete seast sirgeid, mis lõikuvad  $y$ -teljel samas punktis.

## Tund 9-10. Kuus kuubikut

Ülesande eesmärk on leida kõigi kuubikutel nähtavate numbrite summa.

Kasutame kuut kuubikut. Igal kuubil on kuus sama arvuga tahku. Et mitte kuubikuid nummerdada, siis anna igale värvile üks number, nt sinine on 1, punane 2 jne.



Kuju, mille me teeme, peab olema ainult ühe kuubi paksune. Vasakpoolne kujund on ehitatud õigesti, kuid parempoolne kujund mitte, kuna see on kohati kahe klotsi paksune. Vasakpoolse kujundi kogusumma on 70. Kas näete, miks?

### VÄLJAKUTSE 1

Alustage trepi kuju tegemisest. Näide on näidatud allpool:



- Mis on suurim kogusumma, mida saate seda trepi kuju kasutades?
- Mis on väikseim kogusumma, mida saate seda trepi kuju kasutades?
- Kuidas arvutasite ülaltoodud punktide a ja b kogusummad? Miks valisite sellise(d) meetodi(d), mida valisite?
- Proovige teha trepi kuju abil kokku 75.

### VÄLJAKUTSE 2

Kui kasutate mis tahes kujuga ühe kuubiku paksust, milline on väikseim kogusumma, mida saate teha?

Kuidas saate olla kindel, et see on väikseim summa, olenemata kujust? Kas väikseima summa võib leida mitmel viisil? Põhjenda oma vastust.

### VÄLJAKUTSE 3

Kui teete mis tahes ühe kuubiku paksuse kuju, milline on suurim kogusumma, mida saate teha?

Kuidas saate olla kindel, et see on suurim summa, olenemata kujust?

Kas suurimat kogusummat saab leida rohkem kui ühel viisil? Põhjenda oma vastust.

#### VÄLJAKUTSE 4

Tõestage loogilise arutluskäigu, mitte vastuste arvutamise abil järgmist:

Kui kuubikud on paigutatud ühte vertikaalsesse torni (niimoodi)



, siis olenemata kuubikute järjestusest ei saa kogusumma olla 80.

## Tund 11. Seosed

Õpilased ühendavad pöördvõrdelise ja lineaarse seose graafikuid, väärtuste tabelleid ja seose võrrandeid (Avita töövihikust ül 219 põhjal)

## Tund 12. Lineaarne seos elulises ülesandes



Kas hambaid pestes jätab kraanist hambapesu ajaks vee jooksuma?

Järgnevaid ülesandeid lahendades kujutle, et hambapesu ajal kraanist vesi jookseb.

Kui palju kulub sul nii vett päevas? Ühes kuus? Ühes aastas? Kui palju kulub 4-liikmelisel perel nii vett aastas? Kui palju kulub sinu perel? Sinu grupil?



Kirjuta vee kulu ühe inimese kohta lineaarse seosena ja kujuta seda graafikul.

Selgita klassis välja, kui palju teie klassi õpilastest jätab kraanist vee jooksma, kui peseb hambaid?

Kui palju vett kulub ühe klassikaaslase hambapesu ajal.

## **Tund 13. Värvide segamine**

**Üi 1.** Dekoraator saab osta roosat värvi kahelt erinevalt tootjalt.

Värv A on valmistatud punasest ja valgest värvist vahekorras 1 : 3.

Värv B on valmistatud punasest ja valgest värvist vahekorras 1 : 7.

Dekoraator võib neid kahte värvi segada, et saada erinevaid roosasid toone.

Kui värv A ja värv B on sama suurusega purkides, siis kui palju vajab dekoraator mõlemat värvi kõige vähem, et toota roosat värvi järgmistes vahekordades?

1 : 4

1 : 5

1 : 6

**Üi 2.** Dekoraator saab osta roosat värvi kahelt erinevalt tootjalt.

Värv C on valmistatud punasest ja valgest värvist vahekorras 1 : 4.

Värv D on valmistatud punasest ja valgest värvist vahekorras 1 : 9.

Mis on väikseim võimalik kogus C ja D värvipurke, mida dekoraator vajab roosa värvi tootmiseks, mis sisaldab punast ja valget järgmistes vahekordades?

1 : 5

1 : 6

1 : 7

1 : 8

**Kas alati on võimalik ühendada kaks värvi, mis on valmistatud suhtes 1 : x ja 1 : y ja muuta need värviks suhtes 1 : z, kus  $x < z < y$ ?**

## Tund 14. Tähtavaldiste lihtsustamine

Ülesandes tuleb joonestada etteantud andmetega ristkülik ja leida selle ristküliku ümbermõõt lihtsustatud kujul.

**Kerge.** Lahendage igast veerust vähemalt 1 ülesanne.

Pikkus: $4x + 2$ Laius: 6	Pikkus: $3x^2 + 5x$ Laius: $4x$	Pikkus: $3x^2 + 2x - 6$ Laius: $4x$
Pikkus: $10x - 1$ Laius: 5	Pikkus: $8x^2 - 3x$ Laius: $2x$	Pikkus: $5x^2 - x + 7$ Laius: $2x$
Pikkus: $12x - 4$ Laius: 3	Pikkus: $8x^2 - 9x$ Laius: $3x$	Pikkus: $4x^2 + 3x - 1$ Laius: $5x$

Ülesandes tuleb joonestada etteantud andmetega ristkülik ja leida selle ristküliku ümbermõõt lihtsustatud kujul.

**Keskmine.** Lahendage igast veerust vähemalt 1 ülesanne.

Pikkus: $x + 4$ Laius: $x + 2$	Pikkus: $x - 6$ Laius: $x + 2$	Pikkus: $2x + 5$ Laius: $3x + 4$
Pikkus: $x + 3$ Laius: $x + 1$	Pikkus: $x + 3$ Laius: $x - 5$	Pikkus: $4x - 8$ Laius: $6x + 2$

Ülesandes tuleb joonestada etteantud andmetega ristkülik ja leida selle ristküliku ümbermõõt lihtsustatud kujul.

**Raske.** Lahendage igast veerust vähemalt 1 ülesanne.

Pikkus: $2x^2 + 4x$ Laius: $5x - 1$	Pikkus: $8x^2 - 6x$ Laius: $5x^2 + 4$	Pikkus: $10x^2 + 2x$ Laius: $3x^2 - 4$
Pikkus: $6x^2 - 7x$ Laius: $3x + 2$	Pikkus: $7x^2 + 2x$ Laius: $3x^2 + 9$	Pikkus: $6x^2 - 7x$ Laius: $5x^2 - 5$

## Tund 15. Võrrandi lahendamine

Vaadake esimest näidet ja täitke selle põhjal ülejäänud tabel.

Võrrand	Mida see tähendab?	Kuidas kasutate lahendamiseks pöördtehteid?	Lahenda. Näita lahenduskäiku.
$3x - 5 = 22$	Kui sa korrutad arvu $x$ kolmega ja lahutad arvu 5, siis vastus on 22.	Liida 22-le arv 5 ja jaga saadud tulemust 3-ga.	$3x - 5 = 22$ $+5 = +5$ $3x = 27$ $:3 = :3$ $x = 9$
$2n + 6 = 22$			
	Kui sa korrutad $x$ -i arvuga 6, siis lahutad arvu 4 ja vastus on 32.		
$\frac{1}{2}x + 9 = 5$		Lahuta arvust 5 arv 9, seejärel jaga $\frac{1}{2}$ -ga (või korruta $\frac{1}{2}$ pöördarvuga)	
	Kui sa korrutad arvu $x$ 1,25-ga, siis liidad 2,3 ja vastus on 9,5.		$1,25x + 2,3 = 9$
		Lahuta 7, seejärel jaga 2-ga.	

## Tund 16. Sarnasuste ja erinevuste leidmine - mis ei kuulu gruppi?

Selles ülesandes peate otsima neljas võrrandis (a, b, c, d) sarnasusi ja erinevusi.

Kolm võrrandit on millegi poolest sarnased ja neljas erineb ülejäänud kolmest. Leidke võimalikult palju sarnasusi/erinevusi iga ülesande kohta. Põhjendage. Igaüks rühmas saab tuua välja oma sarnasused-erinevused.

$2x + 5 = 15$	$3x - 7 = 8$
<b>a</b>	<b>b</b>
<b>c</b>	<b>d</b>
$4x + 9 = 6$	$5x - 3 = 2$

$x = 3y$	$2x - 5y = 10$
<b>a</b>	<b>b</b>
<b>c</b>	<b>d</b>
$4x + 7y = 14$	$y = -2x + 8$

$x = y$	$x + y = 9$
<b>a</b>	<b>b</b>
<b>c</b>	<b>d</b>
$5x + 3y = 10$	$y = x^2 + 5$

$2x = 7$	$-3x = 7$
<b>a</b>	<b>b</b>
<b>c</b>	<b>d</b>
$0,5x = 7$	$2x = 7 - x$

$1 - x = 1$	$2 - 4x = -2$
<b>a</b>	<b>b</b>
<b>c</b>	<b>d</b>
$2 - 2x = 2$	$x = 0$

$\frac{x}{2} = 25$	$\frac{x}{7} = 15$
<b>a</b>	<b>b</b>
<b>c</b>	<b>d</b>
$\frac{x}{3} = 75$	$\frac{x}{4} = 25$

## Tund 17-18. Lineaarvõrrand ja lineaarne seos

(B) – Lihtne tase (~2 punkti)    (I) – Keskmine tase (~3 punkti)    (A) – Raske tase (~4 punkti)

1. Lahenda võrrandid. Näita lahenduskäiku.

a)  $2x + 1 = 3x - 5$     (B)    b)  $2(x + 3) = 4x - 4$     (I)    c)  $\frac{2}{3}x - 3 = \frac{5}{3}x + \frac{3}{4}$     (A)

2. Tehke kindlaks, kas allolevad seosed on lineaarsed või mitte. Põhjendage oma arvamust.

a)  $y = 2x^2 + 4$     (B)

b)    (I)

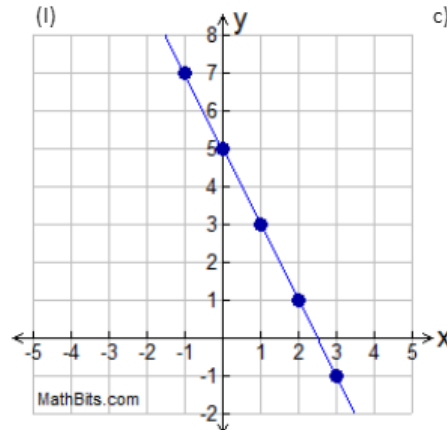
x	Y
2	4
3	-1
4	-6
5	-11

3. Määrake iga ülesande tõus ja algordinaat.

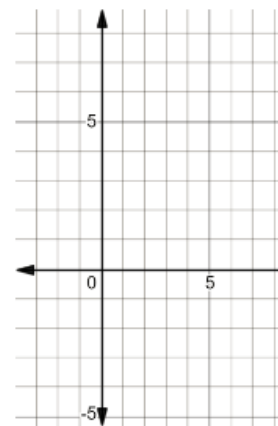
a)  $y = 3x - 5$     (B)

b)    (I)

c)  $2x - 3y = 6$     (A)



4. Määrake punkte  $(-1, 2)$  ja  $(2, 8)$  läbiva sirge võrrand.  
Abiks võib olla koordinaatteljestiku kasutamine. (A)



## Lisa 2

### Õpilaste suhtumine matemaatikasse

Küsimustik 7. klassile.

Küsimustik sisaldab küsimusi õhkkonna kohta matemaatikatunnis, matemaatikaärevuse ja õpilaste motivatsiooniga seotud küsimusi. Küsimustikule eelnes praktiline osa 18 matemaatikatunnis, mille eesmärgiks on õpilaste probleemülesannete oskuste parandamine. Küsimustikku ja praktilise osa analüüsi kasutab Kersti Kivi oma magistritööks.

Küsimustikust leiab küsimusi, mis puudutavad

- matemaatikaõpet koolis;
- sinu suhtumist matemaatikasse;
- sinu motivatsiooni matemaatikatunnis;
- sinu õppimisharjumusi matemaatikas.

Selles küsimustikus ei ole õigeid ega valesid vastuseid. Vali enda jaoks sobivad vastused. Loe hoolikalt iga küsimust. Kui sa ei ole küsimusest arusaamises kindel, küsi õpetajalt.

Sinu ja sinu klassikaaslaste vastuste põhjal saadakse uuringu üldtulemused.

**Kõik isikud ja vastused jäävad salastatuks.**

Oled sa \*

Tüdruk

Poiss

#### Kodused tööd matemaatikas

*Järgnevad küsimused puudutavad sinu matemaatikatundi. Vali skaalal endale sobivaim variant.*

*6-palli skaalal nr 1 tähendab, et sa ei ole selle väitega üldse nõus, ja nr 6, et nõustud täielikult. Teised väärtused jäävad sina vahele. Vali endale sobivaim variant.*

Ma teen oma matemaatika kodutöid alati. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma näen matemaatika kodutöödega palju vaeva. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma õpin seni, kuni saan matemaatika õppematerjalist aru. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma pingutaksin kodutööde tegemisel rohkem, kui selle eest saaksin hinde. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

### Õhkkond

Järgnevad küsimused on õhkkonna kohta klassis.

Õpetaja on sõbralik. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma kuulan tähelepanelikult matemaatikatundides. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma väldin teadlikult tähelepanu hajumist matemaatikatundides. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma õpin matemaatikat, kuna see on mulle vajalik tulevikus. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma õpin matemaatikat, kuna minu vanemad peavad matemaatikat oluliseks õppeaineks. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Õpetaja tunneb huvi iga õpilase õppimise vastu. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Õpetaja abistab õpilast individuaalselt, kui õpilane seda vajab. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Õpetaja abistab õpilasi ülesannete lahendamisel. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Õpetaja jätkab õpetamist nii kaua, kuni õpilased saavad aru. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

...

Õpetaja annab võimaluse õpilastel väljendada oma arvamust. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Õpetaja küsib küsimusi, mis panevad meid ülesande üle mõtisklema. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Õpetaja palub meil keeruliste ülesannete lahendamisel leida oma lahendusideed. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Õpetaja annab meile ülesandeid, millel ei ole kohest lahendust. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Õpetaja palub meil selgitada oma lahenduskäiku. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Õpetaja annab meile ülesandeid, mis nõuavad õpitu rakendamist uutes olukordades. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Õpetaja annab meile ülesandeid, mida on võimalik lahendada mitmel eri viisil. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Õpetaja küsib tunnis ka neid õpilasi, kes ei ole avaldanud soovi vastata. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

### Oskused

*Kui sa oled hindelises töös/tunnikontrollis saanud halva tulemuse, püüad sa selgusele jõuda, miks see nii oli. Kui tõenäoliselt on sul selles olukorras järgmises mõtted? Järgnevates küsimustikes asub skaala vasakul pool väide "täiesti ebatõenäoline" ja paremal pool "väga tõenäoline".*

Ma ei ole matemaatikaülesannete lahendamises eriti tugev. \*

	1	2	3	4	5	6	
Täiesti ebatõenäoline	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga tõenäoline

Õppematerjal on liiga raske. \*

	1	2	3	4	5	6	
Täiesti ebatõenäoline	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga tõenäoline

Õpetaja ei äratanud õpilastes õpitava materjali vastu huvi. \*

	1	2	3	4	5	6	
Täiesti ebatõenäoline	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga tõenäoline

Ma ei ole matemaatikaülesannetes eriti tugev. \*

	1	2	3	4	5	6	
Täiesti ebatõenäoline	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga tõenäoline

Õpetaja ei selgitanud teemat eriti hästi. \*

	1	2	3	4	5	6	
Täiesti ebatõenäoline	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga tõenäoline

Ma ei pingutanud piisavalt. \*

	1	2	3	4	5	6	
Täiesti ebatõenäoline	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga tõenäoline

Mul lihtsalt ei vedanud ülesannetega. \*

	1	2	3	4	5	6	
Täiesti ebatõenäoline	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga tõenäoline

### Kogemused probleemülesannete lahendamisel

*Probleemülesanded on ülesanded, mille lahendamiseks ei ole sulle ette antud kindlat lahendusviisi, vaid lahendus tuleb endal välja mõelda.*

*Kui sageli tabavad sind sarnaste ülesannete lahendamisel järgmised väited?*

*Skaala vasakus ääres nr 1-le vastab "üldse mitte minu moodi" ja paremas ääres nr 6-le "väga minu moodi".*

Ootan, et õpetaja ütleks, kuidas ülesannet lahendada. \*

	1	2	3	4	5	6	
Üldse mitte minu moodi	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga minu moodi

Rasked probleemid lükkavad edasi. \*

	1	2	3	4	5	6	
Üldse mitte minu moodi	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga minu moodi

Ma tunnen püsivalt huvi ülesannete vastu, millega alustan. \*

	1	2	3	4	5	6	
Üldse mitte minu moodi	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga minu moodi

Ma olen valmis ülesande lahendamise kallal töötama seni, kuni kõik on täiuslik. \*

	1	2	3	4	5	6	
Üldse mitte minu moodi	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga minu moodi

Probleemiga kokku puutudes teen ma rohkemgi, kui minult oodatakse. \*

	1	2	3	4	5	6	
Üldse mitte minu moodi	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Väga minu moodi

### Ärevus

*Kui sa mõtled matemaatika õppimisele, siis mil määral nõustud järgmiste väidetega.?*

*Vali skaalal endale sobivaim variant.*

*6-palli skaalal nr 1 tähendab, et sa ei ole selle väitega üldse nõus, ja nr 6, et nõustud täielikult. Teised väärtused jäävad sina vahele. Vali endale sobivaim variant.*

Mulle meeldib matemaatika, kui oleme just alustanud uue teemaga. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma muretsen sageli, et mul on matemaatikatundides raske. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma ei ole matemaatikas eriti tugev. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma lähen väga pingesse, kui pean matemaatika kodutööd tegema. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma saan matemaatikas üldiselt häid hindeid. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma õpin matemaatikat kiiresti. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Matemaatika on üks mu paremaid õppeaineid. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Matemaatikaülesannete lahendamisel tunnen end abitud. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Matemaatikatunnis saan aru isegi kõige keerulisematest lahenduskäikudest. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Ma muretsen halbade hinnete pärast matemaatikas. \*

	1	2	3	4	5	6	
Ei nõustu üldse	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	Nõustun täielikult

Peter Liljedahl läbi viidud uuringu põhjal liigitab ta õpilasi viite gruppi, võttes aluseks tunnis töötamise, kui esmalt on õpetaja selgitanud teemat ja teinud näiteid tahvlile.

\*

Vali variant, mis sind tavapärases matemaatikatunnis kõige rohkem iseloomustab.

- Oleskleja - õpilane, kes isegi ei ürita ülesandeid lahendada. Õppimise asemel vaatad pigem nutitelefoni, ajad juttu ega tee midagi. Oleskleja on mittemotiveeritud õpilane, kes võib oma huvipuudust väljendada nii: "Ma ei saa aru, mu eraõpetaja aitab mind hiljem või ma olen väsinud."
- Viivitaja - sarnane olesklejale ehk õpilane, kes ei ürita ülesandeid lahendada. Õppimise asemel tegelevad nad kõrvaliste asjadega, nt pliiatsi teritamine, vee joomine, tualetis käimine või kotist asjade otsimine. Õpetaja õpetamise osa tunnist võtab viivitaja kui puhkepausi.
- Teeskleja - õpilane, kes teeskleb ülesannete lahendamist, kuid ei lahenda päriselt. Lahendamise asemel vaatab teeskleja tahvlit, lappab õpiku lehti, teeskleb vihikusse kirjutamist vms ehk erinevalt olesklejast ja viivitajast tegeleb nõ lubatud kõrvaliste tegevustega. Teeskleja ei tea, kuidas ülesannet lahendada. Ta võib nt vastata nii: "Ma ei taha oma märkmeid sassi ajada, saan õpetajalt nagunii õige vastuse."
- Matkija - õpilane, kes lahendab ülesandeid, järgides õpetaja antud lahenduskeemi. Kui lahendamiseks etteantud skeem ei tööta, jääb matkija hätta. Elle grupi õpilane otsib abi oma märkmetest ja õpetaja toodud näidetest. Nad teevad, mida õpetaja soovib.
- Isetegija - õpilane, kes proovib oma teadmisi kasutades ülesandeid lahendada. Isetegija mõistab hästi matemaatilisi seoseid, ei kopeeri varasemaid näiteid rida realt ja otsib minimaalselt abi varasematest näidetest. Õpetaja selgitused ja näited on neile samuti olulised.

**Aitäh küsimustele vastamast!**

## **Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks**

Mina, Kersti Kivi,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose „Probleemülesannete lahendamise III kooliastmes Peter Liljedahli mõtleva klassiruumi kujundamise idee teuginedes“, mille juhendaja on Hannes Jukk, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 4.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Kersti Kivi

22.05.2024