


TARTU RIIGLIK ÜLIKOOL

HARJUTUSTE KOGUMIK



FÜÜSIKA,
KEEMIA
JA
MATEMAATIKA
ALALT

TARTU 1962

A-24546

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

**HARJUTUSTE
KOGUMIK
FÜÜSIKA, KEEMIA
JA MATEMAATIKA
ALALT**

TARTU ÜLIKOOLI
RAAMATUKOGU

TARTU 1962

Тартуский государственный университет
ЭССР, г. Тарту, ул. Юликооли, 18

СБОРНИК УПРАЖНЕНИЙ ПО ФИЗИКЕ,
ХИМИИ И МАТЕМАТИКЕ

На эстонском языке

TARTU ÜLIKOOLI
RAAMATUKOGU

Vastutav toimetaja A. Mitt
Korrektor E. Võhandu

=====
TRÜ rotaprint 1962. Trükipoognaid 3,9.
Tir. 1500 eks. MB 02826. Tell. nr.696.

Hind 12 kop.

Eessõna

Üleliidulises kõrgematesse koolidesse sisseastumiseksamite läbiviimise üldjuhendis on otseselt märgitud, et matemaatika, füüsika ja keemia eksamil peavad eksamineeritavad üles näitama kindlaid oskusi programmi materjali kohaste ülesannete lahendamises. Vastavalt sellele nõudele on igas eksamipiletis füüsika ja keemia alal ette nähtud küsimused teoreetiliste teadmiste valdkonnast ja üks ülesanne. Kuid põhiliseks raskuseks Tartu Riikliku Ülikooli sisseastumiseksameil füüsikas ja osaliselt ka keemias on aastast aastasse olnud just puudulik ülesannete lahendamise oskus, mida peamiselt on põhjustanud vastavate ülesannete kogude puudumine. Eksami sooritajad on harjunud lahendama põhimiselt neid ülesandeid, mis esinevad koolis kasutatud õpikutes. Selle lünga kõrvaldamiseks ongi ette nähtud käesolev näidisülesannete kogumik, mis on koostatud viimastel aastatel sisseastumiseksamitel kasutatud ülesannetest füüsika ja keemia alal. Analoogiliste ülesannete lahendamise oskust nõutakse kõigilt TRÜ Arstiteaduskonda ja Füüsika-Matemaatikateaduskonda astujailt, kellel on sisseastumiseksamite üldjuhendis ette nähtud eksamite sooritamine füüsika ja keemia alal.

Käesolevasse kogumikku on sisse võetud ka valimik matemaatika ülesandeid, mida kasutati matemaatika kirjallikel eksameil füüsika- ja matemaatikaosakonda astujaile.

Ülesannete valik vastab täiesti vastavate sisseastumiseksamite programmidele ja nende lahendamine peaks andma ettekujutuse nõudeist, mis esitatakse Tartu Riiklikus Ülikoolis füüsika, keemia ja matemaatika ülesannete lahen-

damise oskuse suhtes sisseastumiseksameil.

Käesolevas kogumikus, võrreldes varem ilmunud kogumikuga, on ligi $\frac{1}{3}$ uusi - 1961.a. sisseastumiseksameil kasutatud ülesandeid.

Et hõlbustada iseseisvat tööd ülesannete lahendamisel, on iga ala lõppu paigutatud vastused, mis võimaldavad lahendajal kontrollida oma iseseisva töö tulemusi. Raskemate matemaatiliste ülesannete puhul on antud ka nende lahenduskäik.

Füüsika ülesandeid

Mehhaanika

1. Keha visatakse vertikaalselt üles algkiirusega 15 m/sek. Millal on keha 10 m kõrgusel viskekohast?
2. Kaks keha hakkavad vabalt langema võrdset kõrguselt, üks 0,5 sek enne teist. Mitme sekundi pärast on kehade vahekaugus 13 m?
3. 19,6 m kõrgusest katuseräästast langevad võrdsete ajavahemike järel veetilgad nii, et esimene tilk jõuab maapinnale parajasti siis, kui neljas tilk hakkab langema. Arvutada teise ja kolmanda tilga vaheline kaugus momendil, kui esimene tilk jõuab maapinnani.
4. Kaks 3 kg massiga keha ripuvad võrdset kõrgusel tasakaalus üle seisva ploki oleva nööri otstes. Ühele kehale lisati koormus 2 kG. Mitme sekundi pärast on kehade vahekaugus 3 m?
5. Eelmine ülesanne, kuid küsimus:
Kui suur on kehade vahekaugus 2 sek. pärast liikumise algust?
6. Eelmine ülesanne, kuid küsimus:
Mitu meetrit on langenud lisakoormusega keha 2 sek. pärast?
7. Sekundipendli pikkus taevakehal on 10 cm. Leida raskuskiirendus taevakehal.
8. Jõe laius on 32 m, voolu kiirus 0,6 m/sek, ujuja kiirus seisvas vees 0,8 m/sek. Kui pika tee läbib ujuja minimaalse ajaga üle jõe ujudes?

9. Jõe laius on 32 m, voolu kiirus 0,6 m/sek, ujuja kiirus seisvas vees 1,0 m/sek. Kui palju aega kulub ujujal ristisihis üle jõe ujumiseks?
10. Uks, mille kõrgus on 2 m, laius 1 m ja kaal 32 kG, on kinnitatud kahe hingega, millest üks asub ülemisest ja teine alumisest ukseäärest 20 cm kaugusel. Millise jõuga tõmbab üks ülemist hinge horisontaalsuunas?
11. Rakett, mille kaal Maa peal on 10 tonni, laskub taevakehale ühtlase kiirusega. Kui suur pidurdav jõud tonnides mõjub raketile, kui raskuskiirendus sel taevakehal on 30 m/sek²?
12. Kui suur peab olema lennukimootori võimsus, et tõsta 3000 kG raskust lennukit 1 minutiga 1 km kõrgusele?
13. Üks 5 kG ja üks 3 kG viht on kinnitatud üle ploki viidud nõõri otstesse. Kergem asub raskemast 1 m võrra madalamal. Laseme vihtidel nende endi raskuse mõjul liikuma hakata. Millise aja pärast on nad samal kõrgusel?
14. Puitklots asetseb kaldpinnal. Millise jõuga on vaja suruda klotsi kaldpinna vastu, et ta ei hakkaks liikuma? Klotsi kaal on 2 kG. Kaldpinna pikkus on 1 m ja kõrgus 60 cm. Hõõrdetegur $k = 0,4$.
15. Horisontaalsel 90 cm kõrgusel laual veereb pall kiirusega 3 m/sek ja kukub üle laua serva maha. Kui kaugel on kukumiskoht laua servast?
16. Keha libiseb ilma hõõrdumiseta piki kaldpinda alla. Kaldpinna kõrgus on 5 m ning keha libisemine ülalt alla kestab 15 sek. Milline on kaldpinna pikkus?
17. Kangi kahele õlale mõjuvad samasuunalised jõud P ja Q, kusjuures $Q = 15 P$. Jõudude rakenduspunktide vaheline kaugus on 4 m. Kuhu tuleb asetada toetuspunkt, et kang oleks tasakaalus?

18. 50 kg koormus on tõstetud kõie abil 2 sekundiga püstsuunas 10 m kõrgusele. Määrata kõie pingsus, kui koormuse liikumine oli ühtlaselt kiirenev.
19. Veduri veoratta läbimõõt on 1,6 m, ratas teeb 120 pööret minutis. Mitu km tunnis sõidab vedur?
20. Jalgratta ratta läbimõõt on 72 cm. Jalgrattur sõidab kiirusega 36 km/h. Millise nurkkiirusega pöörlevad rattad?
21. Jalgrattur sõidab mäkke konstantse kiirusega. Määrata jalgratturi võimsus, kui pedaalil õla pikkus on 25 cm, sõtkumise kiirus 0,5 ringi sekundis ja rattur surub pedaalile 15 kg jõuga.
22. Leida sputniku kiirus, mis liigub 1500 km kõrgusel ringorbiidil. Silmas pidada raskuskiirendust 1500 km kõrgusel. Maa raadius $r \approx 6400$ km.
23. Missuguse nurkkiirusega saab vertikaaltasandis tiirutada 50 cm pikkuse niidi otsa riputatud 25-grammist keha, kui niit katkeb 300 G tõmbel?
Kui suur on sel puhul tiirutamise sagedus?
24. Milline on atmosfääri normaalrõhk väljendatult G/cm^2 , kG/cm^2 , dyn/cm^2 , torrides?
25. Auto sõidab üle kumera silla kiirusega 50 km/h. Kui suur on silla kõverusraadius, kui auto ei avalda silla keskkohale mingit rõhumist?
26. Lainete levimiskiirus on 1200 km/h. Määrata vönkeperiood, kui lainepikkus on 30 cm.
27. Korgitükk kaalub 50 G. Millist jõudu on tarvis korgitüki "uputamiseks" vees? petrooleumis?
Korgi $e = 0,2 G/cm^3$. Petrooleumi $e = 0,8 G/cm^3$.
28. Seest õõnes vaskkera kaalub õhus 264 G ja vees 221 G. Arvutada õõne ruumala. Vase erikaal on $8,8 G/cm^3$.

29. Arvutada laeva süvis merevees erikaaluga $1,03 \text{ G/cm}^3$, kui magedas vees laeva süvis on 3 meetrit.
30. Keha kaalub õhus 2 korda rohkem kui vees. Kui suur on keha erikaal?

Soojus

31. Seatinatüki ruumala 20° temperatuuril on 100 cm^3 ja 120°C temperatuuril $100,87 \text{ cm}^3$. Leida seatina joonpaisumiskoeffitsient.
32. Kui suur on vase temperatuur, kui tema tihedus sel temperatuuril on $8,83 \text{ g/cm}^3$ ja 0°C juures $8,9 \text{ g/cm}^3$? Vase joonpaisumiskoeffitsient on $0,000017 \text{ kr}^{-1}$.
33. Kui palju soojust kulub 5 m^3 lume sulatamiseks, kui lume tihedus on $0,3 \text{ g/cm}^3$ ja selle algtemperatuur -15°C ?
34. Kui palju -10° -st jääd kulub 10 l keeva vee jahutamiseks 20° -ni?
35. Kolvivee temperatuur on 0°C . Pärast seda kui õhk kolvist pumpamise teel eemaldati, muutus osa veest auruks, mistõttu järelejäänud veehulk jäätus. Milline osa veehulgast aurustus, kui soojusvahetus väliskeskkonnaga puudus ning vee aurustumissoojus 0°C juures on 607 cal/g ?
36. Tullisesse alumiiniumnõusse, mille mass on 729 g (erisoojus $0,21 \text{ cal/g kr}$), valatakse 0,5 liitrit petrooleumi, mille temperatuur on 20°C (erisoojus $0,5 \text{ cal/g kr}$). Petrooleumi temperatuur tõuseb 50° -ni. Kui suur on alumiiniumnõu algtemperatuur?
37. Basseinis on 400 m^3 vett, mis öö jooksul jahtub 5°C võrra. Mitmele kWh-le seejuures vabanenud soojushulk vastab?
38. Kivisöe kütteväärtus on 7000 kcal/kg . Kui palju vett algtemperatuuriga 5°C võib keema ajada ja seejärel

aurustada soojusega, mis tekib 20 kg kivisöe ärapõlemisel? Vee keemissoojus on 540 kcal/kg.

39. Diiselmootor, mille võimsus on 60 hj, tarvitab tunnis 12 kg naftat kütteväärtusega 11 000 kcal/kg. Leida kasutegur.
40. Kui suur on 85 hj sisepõlemismootori kasutegur, kui ta kulutab tunnis 25 kg kütteainet, mille kütteväärtus on 11 000 kcal/kg?
41. Kui suur on 60 hj sisepõlemismootori kasutegur, kui ta kulutab tunnis 15 kg kütteainet, mille kütteväärtus on 10 000 kcal/kg?
42. Kiirusega 60 km/h sõitev rong massiga 3000 tonni peatatakse pidurite abil. Kui palju soojust eraldub pidurites, eeldades, et rongi kogu kineetiline energia muutub soojuseks?
43. 10 kg massiga püssikuul tungib seina kiirusega 500 m/sek. Kui palju soojust vabaneb eeldusel, et kogu kuuli kineetiline energia muutub soojuseks?
44. Seatinast püssikuul tungib märklauda kiirusega 366 m/sek ja peatub seal. Eeldades, et pool vabanenud energiast kulub püssikuuli soojendamiseks, leida mitme kraadi võrra ta soojenes. Seatina erissoojus on 0,032 cal/g kr.
45. Kui suur oli 500-tonnise raskusega rongi kiirus, kui tema pidurdamisel tekkis 9000 kcal soojust?
46. Mis tahes gaasi ühes kuupsentimeetris on normaaltingimustes $2,7 \cdot 10^{19}$ molekuli. Mitu õhu molekuli jääb 2-liitrisse klaaskolbi, kui selles alandada rõhku 10^{-6} mmHg-ni (0°C juures).
47. 2 cm²-lise avaga kolb suleti normaalrõhul ja temperatuuril 20°C kindlalt korgiga. Leida korgile mõjuv jõud, kui kolb on kuumutatud 200°C -ni. Kolvi enda soojuspaismist mitte arvestada.

48. 3-liitrise mahuga kolvis on 5 kg õhku temperatuuril -20°C . Leida õhurõhk kolvis.
Õhu tihedus normaaltingimustes on $0,0013 \text{ g/cm}^3$.
49. Õhu temperatuur on 27°C , rõhk 740 mmHg. Milline on 20 l niisuguse õhu ruumala normaaltingimustes?
50. Õhu tihedus normaaltingimustes on $0,0013 \text{ g/cm}^3$. Milline on õhu rõhk mäe tipus, kui temperatuur seal on -30°C ja 1 l õhku kaalub 0,5 G?
51. Balloon sisaldab vesinikku 20°C temperatuuril 200 at rõhul. Mitmendik osa vesinikust on jäänud ballooni, kui rõhk on langenud tühjendamisel 10 at-ni ja temperatuur -50°C -ni?

Elekter

52. Kaks punktlaengut, millest üks on teisest 3 korda suurem, mõjuvad vastastikku 0,02 mG jõuga 15 m kaugusel teineteisest. Leida laengute suurused kulonites.
53. Laeng pluss $5 \cdot 10^{-7} \text{ C}$ on $4 \cdot 10^8$ millimikroni kaugusel laengust miinus 800 lü. Arvutada elektrivälja tugevus laenguid ühendava sirglõigu keskpunktis.
54. Laengu 10^{-5} kuloni viimisel elektrivälja tehti 600 ergi tööd. Leida potentsiaal välja punktis, kuhu viidi laeng.
55. Kaks laengut mõjutavad teineteist õhus 6 cm kauguselt 12-düünilise jõuga, eetris aga 10 cm kaugusel jõuga 1 düün. Määrata eetri dielektriline konstant.
56. Kahe samas punktis kinnitatud 1 m pikkuse kaproonniidi otsas ripub kaks ühesugust 0,5 G raskust kuulikest. Võrdsete laengute saamisel eemalduvad kuulikesed teineteisest 4 cm kaugusele. Milline on kummagi kuulikese laeng?
57. 50 cm raadiusega kera on laetud potentsiaalini 600 V. Kui palju soojust vabaneb juhtmes, mille abil see kera maandatakse?

58. Homogeenses elektriväljas mõjub laengule $1,6 \cdot 10^{-4}$ C jõud $1,48 \cdot 10^6$ dyn. Milline on elektrivälja tugevus?
59. Kaks ühesugust õhkdielektrikuga kondensaatorit on ühendatud paralleelselt ning laetud pingeni U. Kui ühe kondensaatori plaatide vahemik täideti paberikihiga, teist kondensaatorit aga ei muudetud, siis vähenes ühendatud kondensaatoritel pinge 1,5 korda. Kui suur on paberi dielektriline konstant?
60. Kahele kondensaatorile anti võrdsed laengud, mille tagajärjel nad omandasid pinged vastavalt 5 V ja 10 V. Seejärel ühendati kondensaatorid paralleelselt. Milliseks kujunes pinge kondensaatoreil?
61. Kui suur on 2 kg alumiiniumtraadi takistus, kui tema diameeter on 2 mm?
Alumiiniumi eritakistus on $0,029 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ja erikaal $2,7 \text{ G/cm}^3$.
62. Horisontaalsete plaatide vahelises homogeenses elektriväljas asetseb 10^{-6} G raskune tolmuterake. Plaatidevaheline kaugus on 2 cm ja potentsiaalide vahe nendel on 60 V. Milline on tolmuterakese laeng, kui terakesele mõjuvad jõud on tasakaalustatud?
63. 100 cm^3 -st platinasulandist eritakistusega $0,1 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ valmistati traati, mille kogutakistuseks saadi 1000 oomi. Millise ristlõikepindalaga ning pikkusega traat valmistati?
64. Takistus 15 oomi tuleb paralleellülituse abil teise takistusega viia 10 oomini. Kui suur peab olema teine takistus?
65. Vool, mille tugevus on 3 A, haruneb kaheks. Leida voolutugevus kummaski harus, kui harude juhtmed erinevad ainult läbimõõdu poolest, mis on vastavalt 2 mm ja 1 mm.

66. Kui pikka kroomnikkeltraati (eritakistus $1 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$), mille ristlõikepindala on $0,2 \text{ mm}^2$, on tarvis, et valmistada spiraali 220-voldisele elektripliidile võimsusega 880 W?
67. Kui suur peab olema eeltakistus, et võiks 220 V pingega võrku lülitada elektrileeklambi, mille toitmiseks on vaja pinget 40 V ja voolutugevust 5 A?
68. Mitu meetrit vasktraati on poolis, milles 5-voldine pinge tekitab 0,025 mA tugevuse voolu? Traadi läbimõõt on 20 mikronit ja vase eritakistus $0,0178 \cdot 10^{-4} \text{ oom.cm}$.
69. Galvaani elementide patarei annab 10-oomise välistakistuse puhul voolu tugevusega 250 mA, 30-oomise takistuse korral aga 150 mA. Milline on patarei sisetakistus ja emj?
70. Galvaani element, mille emj on 1,1 V ja sisetakistus 1 oom, on lülitatud vooluringis galvanomeetriga, mille takistus on 1200 oomi. Kui tugev vool läbib galvanomeetri, kui sellega on ühendatud šunt, mille takistus on 3 oomi?
71. Juhtme otstele rakendatud pinge 4,18 V eraldas selles 1 koal soojust. Milline laenguhulk läbis juhet?
72. Elektrihõõglambi normaalne tööiga on 1000 tundi. Mitu kulonit elektrit läbib selle aja jooksul lampi, mille võimsus on 40 W ja tööpinge 110 V?
73. Kolm galvaani elementi elektromotoorse jõuga 1,5 V ning sisetakistusega 2 oomi moodustavad patarei. Milline elementide omavaheline ühendus, kas järjestikune või paralleelne tekitab vooluringis tugevama voolu, kui ahela välistakistus on 3 oomi?
74. Vooluring koosneb 50 järjestikku ühendatud elemendist ja välistakistusest 36 oomi. Ühe elemendi sisetakistus on 0,2 oomi. Kui suur takistus tuleb lülitada välistakistusega paralleelselt, et voolutugevus kogu vooluringis suureneks 2 korda?

75. Vooluallikaga on ühendatud paralleelselt 3 takistust. Voolu võimsus on neis vastavalt 800 W, 1000 W ja 250 W. Esimeses neist on voolutugevus 8 A. Leida takistite suurus oomides.
76. 120 W võimsusega jootekolb on kohandatud pingele 110 V. Kolvi kasutamiseks 220 V elektrivõrgus tuleb temaga järjestikku lülitada reostaat. Kui pikk tuleb võtta nikeliintraat selle valmistamiseks, kui traadi läbimõõt on 0,4 mm? Nikeliini eritakistus on $0,4 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.
77. Normaalselt helenduva taskulambi pirnikese hõõgniidi takistus 3,5-voldise toitepinge puhul on 12,5 oomi. Pirnikene lülitati järjestikku suurema hõõglambi vooluringi ning viimasega koos 220 V elektrivõrku, mille tagajärjel hakkas pirnike normaalselt helendama. Missuguse võimsusega oli suurem hõõglamp?
78. Elektrienergia ülekandeliini takistus transformaatori alajaamade vahel on 10 oomi. Võimsuskadude vähendamise eesmärgil transformeeriti ülekandeliinile antavat pinget kaks korda kõrgemaks, mille tulemusena vähenes liinil võimsuskadu 75 kW võrra. Missuguse tugevusega voolu anti mööda liini enne ja pärast pinget tõstmist?
79. Keevitustransformaatori sekundaarmähise ning lühistatud elektrodide takistus kokku on 0,001 oomi. Voolutugevus sekundaarmähises ulatub lühise puhul kuni 2000 A-ni. Millise tugevusega vool läbib sel puhul transformaatori primaarmähist, mida toidetakse 220 V elektrivõrgust? (Transformaatori kasutegur lugeda $\approx 100\%$).
80. Elektrihõõglampi, mille normaalne tööpinge peab olema 120 V, soovitakse lülitada reostaadiga järjestikku 220 V elektrivõrku. Millise takistusega reostaati tuleb kasutada, kui hõõglambi võimsus normaalselt töötades on 60 W?

81. Tunni jooksul läbis hõõglampi 1440 kulonit elektrit. Pinge oli 220 V. Mitu kilodžauli tööd seejuures tehti ja kui suur oli voolutugevus? Mitme vatine on lamp?
82. Vool, mille tugevus on 10 A, haruneb kolmeks. Leida voolutugevus igas harus, kui harude juhtmed erinevad ainult läbimõõdu poolest, mis on vastavalt 1 mm, 0,8 mm ja 0,6 mm.
83. Kui palju paralleelselt lülitatud elektrilampe, mis on arvestatud pingele 100 V, võivad põleda normaalselt, kui neid toidetakse akumulaatorpatareist elektromotoorse jõuga $E = 120$ V ja sisetakistusega $R = 10$ oomi? Iga lambi võimsus on 50 W.
84. Vooluallika sisetakistus on 1 oom. Voolutugevus vooluringis on 2,5 A, välistakistuse kolmekordistumisel aga 0,9 A. Leida vooluallika elektromotoorne jõud.
85. Generaatorist, mille võimsus välisahelas on 36 hj, toidetakse 300 paralleelselt ühendatud hõõglampi. Iga hõõglambi takistus on 600 oomi. Leida generaatori klemmipinge.
86. Vooluring koosneb kahest paralleelselt ühendatud takistist R_1 ja R_2 ja nendega järjestikku ühendatud takistist R_3 . Vooluringi toidavad kaks paralleelselt ühendatud elementi. Ühe elemendi klemmipinge on 1,4 V, vool ringis on 1 A, takisti $R_1 = 2$ oomi, $R_3 = 1,0$ oomi. Leida takisti R_2 suurus.
87. Lift kaaluga 1 tonn tõuseb ühtlaselt 10 m kõrgusele 20 sekundiga. Lifti mootor töötab pingel 220 V. Milline on mootori poolt tarvitata voolutugevus, kui lifti kasutegur on 90%?
88. 220 V elektripliidi küttekeha on valmistatud 570 cm pikkusega ja 0,3 mm läbimõõduga kroonnikeltraadist. Arvutada, kui palju maksab selle pliidi kasutamine

1 kuu (30 päeva) jooksul, kui pliiti kasutatakse keskmiselt 3 tundi päevas ja elektrienergia hind on 4 kop. kilovatt-tunni eest. Kroomnikli eritakistus on $1 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.

89. Elektrivõrgu alajaamast liinidele antav pinge on 220 V. Alajaamast tarbijani on liinide takistus 2 oomi. Tarbija takistus on 20 oomi. Milline on pinge tarbimiskohal? Milline oleks pinge tarbimiskohal, kui liini juhtmed asendada kaks korda suurema läbimõõduga, kuid samast materjalist juhtmetega?
90. Normaalse võrgupinge puhul läheb keedukannus vesi keema 10 minutiga. Millise ajaga läheb vesi keema, kui võrgupinge on 10% võrra normaalsest madalam? (Eeldatakse, et keedukannu kasutegur ei muutu.)
91. Alalisvoolugeneraator toidab magistraaljuhtme kaudu paralleelselt lülitatud tarbijaid, mille takistused on 15 oomi, 30 oomi ja 40 oomi. Magistraaljuhtme takistus on 1,8 oomi, generaatori mähiste takistus 0,2 oomi. Milline on generaatori poolt tekitatav elektromotoorne jõud voltides, kui magistraaljuhtmes on voolutugevus 22 A?
92. Kaks ühesugust akumulaatorit on ühendatud järjestikku ja annavad voolutugevuse 1,74 A, kui välistakistus on 1,9 oomi. Paralleelselt ühendatuna annavad needsamad akumulaatorid sama välistakistuse puhul voolutugevuse 1 A. Määrata nende akumulaatorite elektromotoorne jõud ja sisetakistus.
93. Kui elemendi välisahelas on takistus 2 oomi, siis elemendist võetava voolu tugevus on 0,5 A. Kui aga lülitada välistakistusele paralleelselt takistus 0,66 oomi, siis kasvab voolutugevus kahekordseks. Kui suur on elemendi elektromotoorne jõud ja sisetakistus?
94. Korteris elektrisiseseade koosneb 5 lambist à 100 vatti, 3 lambist à 40 vatti ja 2 lambist à 25 vatti ning elekt-

ripliidist 600 vatti. Kui palju tuleb tasuda kuus elektri eest, kui lampe tarvitatakse keskmiselt 6 tundi päeva kohta ja elektripliiti 2 tundi päevas? 1 kWh maksab 4 kop.

95. Mitu kg vaske vajatakse 5 km pikkuseks kahejuhtmeliseks liiniks, mille takistus peab olema 5 oomi? Vase erikaal on $8,5 \text{ G/cm}^3$ ja eritakistus $0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.
96. Galvanomeetri skaalal on 100 jaotist, igale jaotisele vastav voolutugevus on 10^{-3} A ja sisetakistus $R_g = 200 \text{ oomi}$. Galvanomeetrist ehitatakse a) ampermeeter mõõdupiirkonnaga 150 A. Leida šundi takistus; b) voltmeeter mõõdupiirkonnaga 200 V. Leida eeltakistus.
97. Kui suure takistusega spiraali läheb vaja elektripliidile, mis annaks $4,8 \text{ kcal/min}$, kui pinget on 100 V?
98. Vooluringi on järjestikku lülitatud ampermeeter ja elektrolüüt. Ampermeeter näitab voolu 1,5 A. Millise paranduse peame tegema ampermeetri lugemile, kui elektrolüüdist on 10 min. jooksul eraldunud $0,316 \text{ g}$ vaske ($k = 0,33 \text{ mg/C}$)?
99. Kui palju vaske saab elektrolüüsil eraldada vasevitrioli lahusest, kasutades vooluallikana patareid mahtuvusega 0,5 ampertundi?
100. Kaks võrdse takistusega järjestikku lülitatud küttekeha annavad 110 V võrgupinge puhul $120 \text{ cal/sek. soojust}$. Kui neidsamu küttekehi paralleelselt ühendatuna toita samast elektrivõrgust, milline on siis tarvitatav võimsus vattides? Milline on kummagi küttekeha takistus?
101. Määrata küttekeha traadi eritakistus, kui $0,5 \text{ mm}^2$ ristlõikega ning 12 m pikkusest traadist eraldub 60 V toitepinge puhul $2,16 \text{ kcal soojust minutis}$.
102. Kui toitepinget tõsteti 10% võrra, siis küttekehast sekundis eralduv soojushulk kasvas 12 cal võrra. Kütte-

- keha takistus on 42 oomi. Milline oli toitepinge algul?
103. Kui kaua soojeneb 2 l vett 20 kraadilt 100 kraadini 220 V pingega võrku lülitatud elektriteekannus, mille kasutegur on 75% ja takistus 80 oomi?
 104. Elektrikeetjas, mille kasutegur $\eta = 70\%$, on 0,5 kg jääd 0°C . Kui palju maksab selle jäätüki sulatamine ja jääst saadud vee aurutamine, kui 1 kWh maksab 4 kop.?
 105. Elektrikeetja soojendab 10 minutiga 1,25 l vett toatemperatuurilt (20°C) keemispunktini. Leida keetja kasutegur, kui võrgupinge on 220 V ja keetja küttekeha takistus 60,5 oomi.
 106. Rauda eritakistus on 7 korda suurem kui vasel. Kaks võrdse ristlõikega ning võrdse pikkusega raud- ja vasktraati on ühendatud kord järjestikku, kord paralleelselt pingeallika klemmidele. Kummal juhul on traatidest summaarselt eralduv soojushulk suurem ja mitu korda?
 107. Vasktraat ja raudtraat (pikkuselt ja ristlõikelt ühesugused) lülitatakse elektrivõrku kord järjestikku, kord paralleelselt. Kummal traadil eraldub enam soojust ühel ja teisel korral ja mitu korda?
 108. Kui elektripliidi küttekeha normaalset pikkust 10% võrra vähendada, siis kasvaks minutis eralduv soojushulk 660 cal võrra. Millise võimsusega (vattides) on küttekeha normaalselt?
 109. 600 W võimsusega elektripliidil aetakse keema 1,5 l 10-kraadist vett 45 min. kestel. Kui palju vett seejuures aurustus, kui elektripliidi kasutegur on 45%?
 110. Elektrikeetjal on 2 küttekeha. Ühe keha sisselülitamisel hakkab vesi keetjas keema 10 min, teise keha sisselülitamisel 20 min pärast. Millise aja pärast hakkab vesi keetjas keema mõlema küttekeha üheaegsel sisselülitamisel: a) kehade järjestikuse, b) paralleelse ühenduse puhul?

(Pinge, kasutegur, vee hulk ja selle algtemperatuur on samad kõikidel juhtudel.)

111. Metallisolatusahju takistus on 0,0005 oomi ja pinge 6 V. Leida voolutugevus, võimsus ja ühes tunnis eraldunud soojuse hulk kcal-tes.
112. Mitu džauli tööd teeb vool taskulambis, kui see põleb 5 minutit pingega 4 V ja voolutugevusega 0,25 A? Kui palju soojust seejuures eraldub?
113. Välk lõi piksevardasse, mille takistus on 0,1 oomi. 0,001 sek.kestel läbivoolanud elektri hulk oli 100 kulonit. Kui palju soojust (kcal) tekitas välk piksevardas?
114. Katoodkiirte kimp, läbides kondensaatori plaatide vahel 5 cm pikkuse tee, kaldub kõrvale 1 mm võrra. Määra elektronide kiirus ja energia antud katoodkiirtes. Elektrivälja tugevus kondensaatori plaatide vahel on 150 V/cm, elektroni laeng $4,8 \cdot 10^{-10}$ CGSE üh. ja ta mass $9,1 \cdot 10^{-28}$ g.
115. Millisele lainepikkusele on häälestatud vastuvõtja, kui ta võnkeringi omainduksioon on 0,003 henrit ja mahtuvus 300 cm?
116. Võnkekonturit induktiivsusega 10 H on vaja häälestada 50 Hz sagedusele. Kui suur on selle võnkekonturi mahtuvus?

Valgus

117. Projektsiooniaparaadis on 1000-küünlane kaarlamp. 10 cm kaugusel elektrikaare kraatrist asetseb aparadi kondensator, selle taga aga kondensatori poolt valgustatud pinda kahekümnekordses suurenduses ekraanile projekteeriv objektiiv. Arvutada ekraani valgustustugevus ta keskkohas, arvestades, et umbes 50% valgusest läheb kaduma aparadi optilise süsteemi läbimisel.

118. 25-küünlane lamp asetseb 40 cm kõrgusel laua kohal. Leida laua pinna valgustustugevus kohas, mis asetseb 50 cm kaugusel lambist.
119. Kaks lampi, 49 ja 64 küünalt, asetsevad teineteisest 180 cm kaugusel. Kuhu tuleb paigutada nende vahele fotomeetri ekraan, et ta valgustustugevus mõlemal pool oleks võrdne?
120. Kerapinnal raadiusega 5 dm on piiratud 1 m^2 pinnaosa. Leida sellele pinnale vastav ruuminurk, mille tipp asub kera keskpunktis.
121. 50-küünlane lamp on 30 cm lauast kõrgemal. Kui suur on 60 cm lambist eemal laua peal oleva raamatu valgustustugevus?
122. 100-küünlane lamp on 1,5 m kaugusel raamatust. Raamatu pinnavalgustus on 20 lx. Kui suure nurga all langeb valgus raamatule? Kui kõrgel lauast asetseb lamp?
123. Piirituse täieliku sisepeegelduse piirnurk on $47^{\circ}25'$. Arvutada piirituse murdumisnäitaja.
124. Missuguse fookusekaugusega lääts annab esemest 10 korra vähendatud tõelise kujutise 30 cm kaugusel läätest?
125. Esemee kõrgus on 10 cm, tema kujutis läätest 5,6 m kaugusel asuval ekraanil on 2,5 m kõrge. Kui suur on lääts fookusekaugus?
126. Küünla leegi kõrgus on 4 cm. Lääts abil saadakse temast ekraanil terav kujutis, mille kõrgus on 12 cm. Jättes lääts paigale, nihutati küünal 2 cm lähemale. Siis, et saada uuesti teravat kujutist, nihutati ekraani, millel saadi nüüd 20 cm kõrgune leegi kujutis. Leida lääts fookusekaugus.
127. Kui pikk on laine, kui talle vastav kvant kannab energiat 10^{-11} ergi? Millisesse spektri ossa kuulub see laine pikkus?

128. Kui palju footoneid väljub sekundis 100-vatise pirni hõõgniidist, kui kiirguse keskmine sagedus on $3 \cdot 10^{14}$ Hz ja pirni kasutegur on 4%?
129. Naatriumi hõõgav aur kiirgab valgust lainepikkusega 0,589 μ . Mitu vastava suurusega kvanti moodustavad summaarse energia 1 erg?
130. Vastu berülliumi tuuma põrkab α -osake ja jääb temas- se, lüües välja neutroni. Kirjutada tuumareaktsioon.
131. 3 m kõrgusel maapinnast ripub kaks lampi valgustuge- vustega kumbki 1000 rk. Lampidevaheline kaugus on 4 m. Arvutada pinnavalgustus maapinnal otse lampide all.
132. 5 m kõrgusel ripub 200 rk tugevune punktikujuline val- gusallikas. Kõige tugevamini on valgustatud lambialune pind. Määrata ringi pindala, mille ulatuses pinnaval- gustus ei ole väiksem kui üks luks.
133. Vertikaalse telje külge kinnitatud peeglike pöördus 5° võrra. Kui palju nihkub peeglile juhitud valgus- kiire kujutis oma esialgse asendi suhtes ringskaalal raadiusega 1 m, mille tsentris asetseb peeglike?
134. Millise nurga võrra tuleb pöörata valgustatavat tasa- pinda prožektorist tulevate kiirte suhtes, et vähen- dada valgustustugevust 4 korda võrreldes maksimaalsega?
135. Klaasplaadile murdumisnäitajaga 1,5 langeb valguskiir, mis keskkondade lahtuspieril osaliselt murdub, osali- selt aga peegeldub. Milline on kiire langemisnurk, kui murdunud ja peegeldunud kiire vaheline nurk on 90° ?
136. 100-küünlasest lambist 3 m kaugusel asetseb fotoapa- raat. Milline on objektiivi diameeter, kui sellele langev valgusvoog on 0,03 lm?
137. Gaas kiirgab valgust lainepikkusega 650 millimikronit. Määrata, mitu sellisele lainepikkusele vastavat ener- giakvanti vastavad energiale 300 eV.

138. Milline on luubi optiline tugevus, mis normaalse silma korral annab 5-kordse suurenduse?
139. Projektsiooniaparaadi objektiivi fookusekaugus on 5 cm. Objektiivist 5,1 cm kaugusel asetsev diapositiiv pindalaga 10 cm^2 laseb läbi valgusvoo 10 lm. Määrata diapositiivi kujutise pinnavalgustus ekraanil.
140. Projektsiooniaparaadi objektiivi peafookuse kaugus on 15 cm. Ekraani kaugus objektiivist on 4,65 m. Milline on aparadi lineaarsuurendus?
141. Boori aatomi tuuma poolt haarati aeglane neutron, mille tagajärjel kiirati α -osake. Kirjutada toimunud tuumareaktsioon.
142. Naatriumi aurud kiirgavad valgust lainepikkusega 589 millimikronit. Arvutada, mitu sellisele lainepikkusele vastavat footonit annavad energia 2 ergi.
143. Mitu korda on vesiniku aatomi tuuma ja põhiorbiidil asetseva elektroni vaheline elektrostaatiline külgetõmbejõud suurem nendevahelisest gravitatsioonijõust?

Vastused[Ⓜ]

1. $t_1 = 1$ sek; $t_2 = 2$ sek.
2. 2,9 sek.
3. 6,54 m.
4. 1,11 sek.
5. 9,8 m.
6. 4,9 m.
7. 98,6 cm/sek².
8. 40 m.
9. 40 sek.
10. 10 kG.
11. 30,6 T.
12. ~ 670 hj.
13. 0,64 sek.
14. 1,4 kG.
15. 1,28 m.
16. ~ 75 m.
17. 3,75 m jõust P.
18. 75,5 kG.
19. 36,2 km/h.
20. 27,8 rad/sek.
21. ~ 11,8 kGm/sek.
22. 7,2 km/sek.
23. 14,7 rad/sek; 2,34 pööret/sek.
24. 1033 G/cm²; 1,033 kG/cm²; 1013000 dyn/cm²; 760 torri.

[Ⓜ] g väärtus ülesannete lahendamisel võib võtta kas 9,8 m/sek² või 10 m/sek².

25. 19,7 m.
26. 0,0009 sek.
27. 200 G; 150 G.
28. 13 cm³.
29. ~ 2,91 m.
30. 2 G/cm³.
31. 0,000029 kraad⁻¹.
32. 155°C.
33. 131250 kcal.
34. 7,62 kg.
35. 0,115.
36. 89,2°C.
37. ~ 2320 kWh.
38. 220 kg.
39. 29%.
40. 19,5%.
41. 25,3%.
42. 10⁵ kcal.
43. 0,3 kcal.
44. 250°C.
45. 44,3 km/h.
46. ~ 7,1 · 10¹³ molekuli.
47. 3,3 kG.
48. 1188 atm.
49. ~ 17,7 l.
50. 260 mmHg.
51. 0,066.
52. 4 · 10⁻⁸C ja 12,1 · 10⁻⁸C.
53. 5,75 dyn/lü.
54. 6 V.
55. 4,32.
56. 12,5 lü.
57. 2,4 · 10⁻⁶ cal.
58. ~ 3,1 dyn/lü.

59. 2.
60. 6,67 V.
61. 2,18 Ω.
62. $9,8 \cdot 10^{-3}$ lü.
63. $0,1 \text{ mm}^2$; 1 km.
64. 30 Ω.
65. 2,4 A; 0,6 A.
66. 11 m.
67. 36 Ω.
68. 3528 m.
69. 20 Ω; 7,5 V.
70. 0,7 mA.
71. ~1000 C.
72. $1,31 \cdot 10^6$ C.
73. Paralleelsel ühendamisel I suurem.
74. 20,4 Ω.
75. 12,5 Ω; 10 Ω; 40 Ω.
76. 31,7 m.
77. ~60 W.
78. 100 A; 50 A.
79. 18,2 A.
80. 200 Ω.
81. 316,8 kJ; 0,4 A; 88 W.
82. 5 A; 3,2 A; 1,8 A.
83. 4 lampi.
84. 22,5 V.
85. 230 V.
86. 0,5 Ω.
87. 24,7 A.
88. 2 rbl. 16 kop.
89. 200 V; 215 V.
90. ~12,3 min.
91. 220 V.
92. 2 V; 0,2 Ω.

93. 1,5 V; 1 Ω.
94. 6 rbl. 26 kop.
95. 2890 kG.
96. 0,133 Ω; 1800 Ω.
97. 30 Ω.
98. +0,1 A (I = 1,6 A).
99. ~0,6 g.
100. 2000 W; 12,1 Ω.
101. $1 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}$.
102. 100 V.
103. 24,5 min.
104. 2,4 kop.
105. 87%.
106. Järjestikusel ühendamisel 9,14 korda rohkem.
107. Järjestikusel ühendamisel raudtraadil 7 korda rohkem, paralleelsel -vasktraadil 7 korda rohkem.
108. 412 W.
109. 74 g.
110. 30 min; 6 min. 40 sek.
111. 12 000 A; 72 kW; 62 200 kcal.
112. 300 dž; 72 cal.
113. 240 kcal.
114. ~57 000 km/sek; ~1,5 · 10⁻⁸ ergi.
115. 1884 m.
116. ~1 μF.
117. 125 lx.
118. 80 lx.
119. 84 cm kaugusele nõrgemast lambist.
120. 4 sterrad.
121. 27,8 lx.
122. 63°; 67,5 cm.
123. 1,36.
124. 125 lx.
125. 21,5 cm.

126. 15 cm.
127. 200 m μ - ultraviolett.
128. $\sim 2 \cdot 10^{19}$ footonit.
129. $\sim 3 \cdot 10^{11}$ kvanti.
130. ${}_4\text{Be}^9 + {}_2\text{He}^4 = {}_6\text{C}^{12} + {}_0\text{n}^1$.
131. ~ 135 lx.
132. ~ 236 m 2 .
133. 17,4 cm.
134. $\sim 76^\circ$.
135. $\sim 56^\circ$.
136. $\sim 5,8$ cm.
137. ~ 160 footonit.
138. 20 dioptriat.
139. ~ 4 lx.
140. ~ 31 korda.
141. ${}_5\text{B}^{10} + {}_0\text{n}^1 = {}_2\text{He}^4 + {}_3\text{Li}^7$.
142. $\sim 0,6 \cdot 10^{12}$ footonit.
143. $\sim 2,3 \cdot 10^{39}$ korda.

Keemia ülesandeid

1. Kui palju kaalub 1 l kloorvesinikku normaalsetes tingimustes, kui ta sisaldab 5 ruumala-protsenti vesinikku?
2. Valgustusgaasi koostis on:
vesinikku 45%
metaani 25%
lämmastikku 5%
süsinikoksüüdi 10%
süsihappegaasi 5%
hapnikku 10%.
Leida 1 m³ gaasi kaal kg-des (normaalsetes tingimustes).
3. Arvutada valgustusgaasi tihedus vesiniku suhtes. Gaas sisaldab ruumalaliselt:
vesinikku 45%
metaani 25%
lämmastikku 5%
süsinikoksüüdi 10%
süsihappegaasi 5%
hapnikku 10%.
4. Tuletage gaasi molekuli valem järgmiste andmete põhjal: c - 80%, H - 20%; tihedus vesiniku suhtes $D_H = 15$.
5. Tuletage molekuli valem järgmiste andmete põhjal: C - 92,3%, H - 7,7%. Ühe liitri kaal normaalsetes tingimustes 1,16 G.
6. Mitu m³ hapnikku kulub 1 kg kütuse põlemiseks, kui kütus sisaldab 60% C, 20% H ja 20% mittepõlevaid lisandeid?
7. Mitu g joodi tõrjutakse välja 0,90 l kloori (norm. ting.) toimel naatriumjodiidisse?
8. Mitu liitrit süsihappegaasi (norm. ting.) tekib 100 g magneesiumkarbonaadi hõõgutamisel?

9. Mitu liitrit kloori (norm. ting.) reageeris kaaliumjodiidiga, kui seejuures tekkis 50,8 g joodi?
10. Mitu liitrit hapnikku kulub 25 g glütseriini täielikuks põlemiseks ja mitu liitrit süsihappegaasi (norm. ting.) saadakse põlemisel?
11. Mitu grammi kaalub normaalsetes tingimustes gaaside segu, mis koosneb 5,6 liitrist kloorist ja 4,48 liitrist hapnikust?
12. Mitu g hapnikku on vaja 448 l (normaaltingimustes) metaani täielikuks põlemiseks?
13. Mitu l vesinikku (normaalsetes tingimustes) tekib 90 g vee elektrolüüsil?
14. Mitme grammi bensooli täielikul põlemisel saadakse 5,6 l süsihappegaasi (normaalsetes tingimustes)?
15. Süsihappegaasi juhtimisel läbi lubjavee sadenes 312 g CaCO_3 . Mitu l süsihappegaasi (normaalsetes tingimustes) oli vaja sellise hulga CaCO_3 tekkimiseks?
16. Kui palju 20%-list soolhapet kulub 880 liitri süsihappegaasi (möödetuna normaaltingimustes) saamiseks marmorist?
17. 32,2 g-st glaubrisoolast ja 67,8 g-st veest on valmistatud lahus. Kui suur on Na_2SO_4 sisaldus %-des selles lahuses?
18. Süstimislahusena kasutatakse 10%-list glükoosilahust. Arvutada 1) kui palju glükoosilahust on võimalik valmistada 250 g glükoosist? 2) Kui palju glükoosi viiakse verre 50 g lahuse süstimisel?
19. Kui palju on 1 liitris 70%-lises äädikhappes vett, kui äädikhappe erikaal on 1,06?
20. Kui palju on 2 liitris 50% lämmastikhappes vett, kui lämmastikhappe erikaal on 1,31?

21. Mitu g-molekuli lämmastikhapet on ühes liitris 40%-lises lahuses, mille erikaal on 1,25.
22. KOH-lahus sisaldab 5 g-molekuli KOH ühes liitris lahuses ($d = 1,2$). Mitme %-line on lahus?
23. Lämmastikhappelahus sisaldab 3 g-molekuli HNO_3 500 ml lahuse ($d = 1,2$) kohta. Mitme %-line on see lahus?
24. 1 l vees lahustub 594 l ammoniaaki. Leida mitme %-line on saadud lahus ja mitu g-molekuli sisaldub 1 l lahuses (lahuse erikaal on 0,89).
25. 0,5 l vees lahustati 125 g ortofosforhapet. Leida
 - 1) mitme %-line on saadud lahus,
 - 2) mitu g-molekuli ortofosforhapet on 1 liitris lahuses, kui lahuse erikaal on 1,113.
26. Mitu grammi vett tuleb lisada 120 g 25%-lise H_2SO_4 lahusele, et saada 5%-line lahus?
27. Kui palju tuleb võtta 20%-list lahust ja vett, et saada 1000 g 5%-list lahust?
28. Mitu ml 50%-list KOH-lahust erikaaluga 1,51 on tarvis 500 ml 5%-lise KOH-lahuse ($d = 1,05$) valmistamiseks?
29. Mitme %-line on lahus, mis on saadud 100 ml 20%-lise ($d = 1,03$) ja 300 ml 1%-lise ($d = 1,00$) lahuste segamisel?
30. Mitu ml 40%-list NaOH-lahust erikaaluga 1,43 on tarvis 200 ml 10%-lise NaOH lahuse ($d = 1,11$) valmistamiseks?
31. Kui palju 20%-list soolhapet on võimalik saada lähtudes 100 g NaCl-st?
32. Mitu kg väävlit tuleb võtta 4,000 t 75%-lise väävelhappe saamiseks?

33. 196 g 20%-lise väävelhappelahuse neutraliseerimiseks kulutati 320 g NaOH-lahust. Mitme %-line oli kasutatav NaOH-lahus?
34. Mitu g BaCO_3 saab lahustada 10 ml 20%-lise soolhappe ($d = 1,10$) toimel?
35. Mitme ml 60%-lise H_2SO_4 ($e = 1,5$) reageerimisel BaCl_2 -lahusega tekib 10 g baariumsulfaati?
36. Mitu ml 60%-list H_2SO_4 ($e = 1,5$) on vajalik 100 g 10%-lise NaOH-lahuse neutraliseerimiseks?
37. Mitu g 25%-list väävelhapet kulub lahuse neutraliseerimiseks, mis sisaldab 10 g baariumhüdrosüüdi ja 10 g kaaliumhüdrosüüdi?
38. 500 grammi väävelhappe neutraliseerimiseks kulus 50 g naatriumhüdrosüüdi. Kui suur oli väävelhappe protsendiline sisaldus antud lahuses?
39. Mitu ml 20%-list soolhapet ($e = 1,1$) on vaja hõbeda sadestamiseks 250 ml lahusest, mille ühes liitris on 2,5 g-molekuli hõbenitraati?
40. Mitu g-molekuli kloorvesinikku saadakse NaCl-st 200 g 98%-lise H_2SO_4 toimel?
41. Mitu liitrit kloori (normaaltingimustes) tekib 146 g 36,5%-lise soolhappe reageerimisel mangaandioksüüdiga?
42. Mitu g-molekuli kustutatud lupja saab neutraliseerida 291 g 65%-lise lämmastikhappega?
43. Lahus sisaldab 0,5 gramm-molekuli/l naatriumjodiidi. Mitu liitrit kloori (normaaltingimustes) on vaja joodi väljatõrjumiseks 500 ml-st sellisest lahusest?
44. Mitu gramm-aatomit alumiiniumi tuleb võtta, et saada magnetiidist 250 g rauda?
45. Mitu grammi süsihappegaasi moodustub 20 g süsivesiniku põlemisel, kui süsivesinik sisaldab 25% H ja 75%

süsinikku?

46. Kui palju väheneb 46 g dolomiidi ($\text{CaCO}_3 \cdot \text{MgCO}_3$) kaal, kui teda kuumutada süsihappegaasi eraldumise lõpuni?
47. Soolhappe neutraliseerimiseks lisati sellele algul 56 g kaaliumhüdroksüüdi ning lahuse lõplikuks neutraliseerimiseks 85,6 g baariumhüdroksüüdi. Mitu g kloorvesinikku sisaldas neutraliseeritav lahus?
48. Kui palju tuleb võtta süsivesinikku, mis sisaldab 25% vesinikku ja 75% süsinikku, et viimase põlemisel tekiks 45 g vett.
49. Vaskpüriidi (CuFeS_2) maak sisaldab 30% aherainet. Mitu kilogrammi vaske ja väävlit sisaldab 1 tonn maaki?
50. Kivisüsi sisaldab 85,4% süsinikku. Mitu liitrit süsihappegaasi (normaalsetes tingimustes) saadakse 150 g sellise kivisöe täielikul põlemisel?
51. Vaskpüriidi (CuFeS_2) maak sisaldab 56% aherainet. Kui palju vaske ja rauda on võimalik saada 1 tonnist maagist?
52. 4,4 g punase rauamaagi analüüsil leiti 2,2 g rauda. Milline on Fe_2O_3 sisaldus maagis?
53. Vasksulfaadi ($\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$) kasutamisel mikrovaetisena saadi tunduv kanepisaagi tõus.
Kui palju vaske viiakse mulda 10 kg vasksulfaadiga, arvestades, et lisandite sisaldus on 4%.
54. 200 g lubjakivi kuumutamisel saadi 82 g süsihappegaasi. Mitu protsenti kaltsiumkarbonaati sisaldas lubjakivi?
55. 3,5 g punase rauamaagi analüüsil leiti 1,5 g rauda. Mitu protsenti lisandeid sisaldab antud rauamaak?
56. 0,5 kg tehnilisest kaltsiumkarbiidist saadi 150 liitrit atsetüleeni (normaalsetes tingimustes). Mitu protsenti kaltsiumkarbiidi sisaldus tehnilises produktis?

57. Mitu liitrit vesinikku (normaaltingimustes) saadakse 20 grammi malmi lahustamisel soolhappes, kui malm sisaldab 4,5% happes lahustumatuid lisandeid?
58. Mitu liitrit (normaalsetes tingimustes) süsihappegaasi saadi 51,8 g 90%-lise CaCO_3 sisaldusega lubjakivi lagundamisel?
59. Kui palju 90%-lise CaCO_3 sisaldusega lubjakivi tuleb võtta selleks, et viimase lagundamisel saada 20 liitrit süsihappegaasi (normaalsetes tingimustes)?
60. Mitu l H_2 (normaalsetes tingimustes) tekib 50 g Na reageerimisel veega, kui naatrium sisaldab 8% naatrium-oksüüdi?
61. 2,5 grammi malmi proovi põletamisel hapniku voolus tekkis 0,2 liitrit süsihappegaasi (mõõdetud normaaltingimustes). Mitu protsenti süsinikku sisaldab võetud malmi proov?
62. Mitu l SO_2 (normaalsetes tingimustes) tekib 50 g väävli põlemisel, kui väävli on 4% lisandeid?
63. Mitu l vingugaasi (normaalsetes tingimustes) kulub 20 g punase rauamaagi redutseerimiseks rauani, kui maak sisaldab 10% lisandeid?
64. Kui palju marmorit, mis sisaldab 5% lisandeid ja 38%-list soolhapet, kulub 440 l süsihappegaasi (normaaltingimustes) saamiseks?
65. Ühele hektarile anti 1 t kaaliväetist, milles oli 35% kaaliumkloriidi. Kui palju tuleks anda laudasõnnikut, mis sisaldab 0,6% K_2O , et selle kogus oleks kaaliumi sisalduse poolest samaväärne 1 t kaaliväetisega.
66. Kui palju püriiti, mis sisaldab 45% väävli, on vaja ühe tonni 100-protsendilise väävelhappe saamiseks, kui väävli kadu tootmisel on 5%?
67. Fosforiit sisaldab peale kaltsiumfosfaadi 58% mitme-

suguseid lisandeid. Mitu protsenti fosforit sisaldab selline fosforiit?

68. Kui palju on tarvis võtta fosforiiti, mis sisaldab 60% kaltsiumfosfaati, et saada 1 tonn fosforit, arvestades tootmisel esinevat fosfori kadu 3%?
69. Lahusele, mis sisaldas 9,8 g väävelhapet, lisati 0,98 magneesiumhüdroksüüdi. Mitu grammi soola tekkis?
70. Mitu g HCl moodustub 8,96 l vesiniku reageerimisel 17,92 l klooriga?
71. Lahusesse, mis sisaldas 9,8 grammi väävelhapet, juhitakse 2,24 l ammoniaaki (normaalsetes tingimustes). Mitu grammi on saadud soolalahuses vaba väävelhapet?
72. 1 g-molekuli H_2 põlemisel eraldub 58,1 kcal soojust, 1 g-molekuli CO põlemisel 69 kcal. Kui palju eraldub soojust 1 m³ (normaalsetes tingimustes) gaaside segu põlemisel, kui segu koostis on 12% H_2 , 40% CO ja 48% N_2 (mahuprotsentides).

Vastused

1. 1,55 g.
2. 0,647 kg.
3. $D_H = 7,3$.
4. C_2H_6 .
5. C_2H_2 .
6. 2,24 m³.
7. 10,2 g.
8. 26,7 l.
9. 4,48 l.
10. 21,3 l O₂; 18,3 l CO₂.
11. 23,9 g.
12. 1280 g.
13. 112 l.
14. 3,25 g.
15. 69,89 l.
16. 14,34 kg.
17. 14,2%.
18. 1) 2500 g; 2) 5 g.
19. 318 g.
20. 1310 g.
21. 7,94 g-molekuli.
22. 23,3%.
23. 31,5%.
24. 31,1%; 16,28 g-molekuli.
25. 1) 20%; 2) 2,27 g-molekuli.
26. 480 g.
27. 250 g lahust; 750 g vett.
28. 34,8 ml.
29. 5,85%.
30. 38,8 ml.
31. 312 g.

32. 979,6 kg.
33. 10%.
34. 5,94 g.
35. 4,67 ml.
36. 13,6 ml.
37. 57,92 g.
38. 12,25%.
39. 103,6 ml.
40. 4 g-molekuli.
41. 8,176 l.
42. 1,5 g-molekuli.
43. 2,8 l.
44. 3,97 g-aatomit.
45. 55 g.
46. 22 g.
47. 73 g.
48. 20 g.
49. 243,5 kg Cu; 243,5 kg S.
50. 239,12 l.
51. 153 kg Cu; 133,9 kg Fe.
52. 71,4%.
53. 2,458 kg.
54. 93,2%.
55. 38,8%.
56. 85,7%.
57. 7,64 l.
58. 10,44 l.
59. 99,2 g.
60. 22,4 l.
61. 4,4%.
62. 33,6 l.
63. 7,56 l.
64. 2,068 kg marmorit, 3,773 kg HCl.
65. 37,05 t.

66. 763,8 kg.

67. 8,4%.

68. 8,7 t.

69. 2,03 g.

70. 29,2 g.

71. 4,9 g.

72. 1543,4 kcal.

Matemaatika ülesandeid^{***}

1. Arvutada

$$\frac{(58\frac{4}{15} - 56\frac{7}{24}) : 0,8 + 2\frac{1}{9} \cdot 0,225}{8\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}}$$

2. Lihtsustada avaldis

$$\sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} - \frac{2 + 2\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{\sqrt{3} - 1}$$

3. Arvutada

$$\frac{[3(\sqrt{0,5})^2 - 4\frac{1}{2}] : 0,015}{[(3\frac{1}{20} - 2,55) : \frac{5}{20}] : \frac{5}{9}}$$

4. Arvutada

$$\frac{[(\frac{3}{4})^0]^{-0,5} - 7,5(4^{-\frac{3}{4}})^2}{3,(3) - 3\frac{1}{7}}$$

5. Lihtsustada avaldis

$$\frac{1}{x^{1,5} - 1} : \frac{x^{\frac{1}{2}} + 1}{x + 1 + x^{\frac{1}{2}}}$$

^{***} Ülesannete vastused on antud käesoleva osa lõpus;

^{**} märgitud ülesannetele on antud lahendused või lahendamist hõlbustavad näpunäited.

6. Lihtsustada avaldis

$$\frac{2b\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}-x},$$

$$\text{kui } x = \frac{1}{2}(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}), \quad a > 0, \quad b > 0.$$

7. Lihtsustada avaldis

$$\frac{2a(\sqrt{1+x^2}-x)}{b(\sqrt{1+x^2}+x)},$$

$$\text{kui } x = \frac{1}{2}(\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}), \quad a > 0, \quad b > 0.$$

8. Lihtsustada avaldis

$$\left(\frac{a-b}{\sqrt{b}}x^2 - 2ax + a\sqrt{b}\right) : \left(\frac{a+b}{\sqrt{a}}x - \sqrt{ab}\right),$$

$$\text{kui } x = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}.$$

9. Tõestada, et

$$\frac{a^2 + (a-c)^2}{b^2 + (b-c)^2} = \frac{a-c}{b-c},$$

$$\text{kui } a^2 + b^2 = (a+b-c)^2.$$

10. Milliste m väärtuste puhul on võrrandi

$$x^2 + 2(m-1)x + 3m^2 + 5 = 0$$

lahendid reaalsed?

11. Milliste a väärtuste puhul on hulkliige

$$(a^2 - 1)x^2 + 2(a-1)x + 2$$

positiivne iga x väärtuse puhul (a ja x on reaalarvud)?

12. Ruutvõrrandi $x^2 + px + q = 0$ lahendid on x_1 ja x_2 .
Võrrandit lahendamata avaldada $(x_1 - x_2)^2$.

13. Lahendada võrratus

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 8} > 0.$$

14. Tõestada võrratus

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 6, \text{ kui } a > 0, b > 0, c > 0.$$

15. Lahendada võrrand

$$9^x - 6^x = 2 \cdot 4^x.$$

16. Lahendada võrrand

$$(\sqrt{2 - \sqrt{3}})^x + (\sqrt{2 + \sqrt{3}})^x = 4.$$

17. Arvutada logaritmade tabelit kasutamata

$$\log 5 \cdot \log 20 + \log^2 2.$$

18. Lahendada võrrand

$$\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{4x} 2.$$

19. Lahendada võrrand

$$\log 2 + \log (4^{x-2} + 9) = 1 + \log (2^{x-2} + 1).$$

20. Kolme arvu, mille summa on 114, võib vaadelda kui järjestikuseid geomeetrilise progressiooni liikmeid või kui esimest, neljandat ja kahekümne viiendat aritmeetilise progressiooni liiget. Leida need arvud.

21. Aritmeetilise progressiooni n -es liige on $\frac{1}{m}$ ja m -es liige $\frac{1}{n}$. Leida mn liikme summa.

22. Aednik tellis endale 20 haruldase taime seemet. Ta külvas kevadel kõik seemned maha ja sai sügisel igalt

taimelt 10 seemet. Oletades, et ükski seeme ei lähe kaduma, leida, mitmendal aastal saab aednik 5 kg seemeid, kui ühes grammis on 40 seemet.

23. Täisnurkse kolmnurga lühim kaatet $a = 2,5$ cm. Kolmnurga küljed moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida kolmnurga pindala.
24. Tööline teenindab 16 kudumismasinat, mis töötavad automaatselt. Kudumismasina jõudlus on $a \frac{\text{meetrit}}{\text{tunnis}}$. Tööline laseb esimese masina käiku kell 8, iga järgmise 5 min. hiljem. Kui palju riiet toodetakse esimese kahe tunni jooksul?
25. Geomeetrilise progressiooni kolme järjestikuse liikme summa on 62 ning nende kümnendlogaritmid summa 3. Leida see progressioon.
26. Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa on 9, tema liikmete ruutude summa on $40\frac{1}{2}$. Leida progressiooni esimene liige ja tegur.
27. $[8,9(29) + 2,(6) - 7,(35)] \cdot x : \frac{35}{36} = 2$. Leida x .
28. Tööliste brigaad oleks ettenähtud töö sooritanud 7 tunniga, kui kõik töölised oleksid tööle asunud üheaegselt. Nad asusid aga tööle üksteise järel võrdsete ajavahemike möödudes ning töötasid kõik kuni töö lõpetamiseni. Esimesena tööle asunud tööline töötas 10 tundi. Mitu korda kauem ta töötas viimasena tööle asunud töolisest?
29. Üks õmblusvabrik pidi õmblema 810 ülikonda, teine 900; esimene täitis plaani 3 päeva enne tähtaega, teine 6 päeva. On teada, et teine vabrik valmistab päevas 4 ülikonda rohkem. Mitu ülikonda tegi kumbki vabrik päevas?
30. Foto, mõõtmetega 12 cm x 18 cm, on asetatud ühtlase laiusuga raami. Leida raami laius, kui raami pindala on võrdne foto pindalaga.

31. Hoone ehitamiseks tuli välja kaevata 8000 m^3 pinnast teatud tähtajaks. Kuna iga päev ületati plaani 50 m^3 võrra, siis lõpetati töö 8 päeva enne tähtaega. Mitme protsendiliselt täideti päevas plaani?
32. Tööliste brigaad oleks ettenähtud töö sooritanud 6 tunniga, kui kõik töölised oleksid tööle asunud üheaegselt. Nad asusid aga tööle üksteise järel võrdsete ajavahemike möödudes ning töötasid kuni töö lõpuni. Mitu tundi töötas esimesena tööle asunud tööline, kui on teada, et viimasena tööle asunud tööline töötas temast viis korda lühema aja vältel?
33. Metsatööliste brigaad pidi valmistama 216 m^3 puid. Kolm esimest päeva töötas brigaad plaanikohaselt, siis aga valmistati iga päev 8 m^3 rohkem plaanilisest. Nii oli brigaadil juba üks päev enne tähtaega valmistatud 232 m^3 puid. Milline oli päevaülesanne?
34. Linnade A ja B vaheline kaugus on 9 km. Tee linnast A linna B kulgeb algul märke, siis tasaselt ning lõpuks allamäge. Jalakäijal, kes väljub linnast A, kulub minnekuks linna B ja sealt tagasitulekuks linna A kokku 3 tundi 41 minutit. Jalakäija liigub vastumäge kiirusega $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, tasasel teosal $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ning allamäge $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Leida tasase teeosa pikkus.
35. Kahuripauk oli kuulda 2,5 km kaugusele pärituult 7,5 sek. järel ja vastutuult 7,8 sek. järel pärast lasku. Leida hääle levimise ja tuule kiirus.
36. Kahele töölisel anti sooritada teatud töö. Kui esimese tööline oli töötanud 7 tundi ja teine 4 tundi, selgus, et oli tehtud kokku $\frac{5}{9}$ tööst. Nüüd töötasid nad koos veel 4 tundi ja kogu tööst jäi teha $\frac{1}{18}$. Mitme tunniga oleks kumbki tööline eraldi selle töö lõpetanud?

37. Kahe artelli töölised, töötades samaaegselt koos, lõpetaksid töö 8 päevaga. Kui töötaks 2/3 esimese artelli töolistest ja 4/5 teise artelli töolistest, siis lõpetataks töö $11\frac{1}{4}$ päevaga. Mitme päevaga teostaks selle töö kumbki artell eraldi?
38. Kaks kohtade A ja B vahel sõitvat marsruuttaksot lähtuvad samaaegselt teineteisele vastu. Peale kohtumist jääb ühel sõita 2 tundi ja teisel 9/8 tundi. Leida kummagi takso kiirus, kui A ja B vaheline kaugus on 210 km.
39. Kahe naturaalarvu korrutamisel, kus üks tegur on teisest 94 võrra suurem, õpilane eksis, saades tulemuseks arvu, milles kümneliste arv oli nelja võrra väiksem võrreldes õige korrutisega. Jagades saadud korrutist suurema teguriga, sai ta jagatiseks 52 ja jäägiks 107. Milliseid arve õpilane korrutas?
40. On antud kaks erineva vase sisalduvusega sulami tükki, mis kaaluvad m ja n kg. Mõlemast lõigatakse ära ühesuguse kaaluga tükid. Kumbki äralõigatud tükkidest sulatatakse kokku järelejäänud osaga teisest tükist. Pärast seda osutub, et mõlemas saadud sulamis on vase protsent ühesugune. Kui palju kaalub kumbki äralõigatud tükk?
41. Merevesi sisaldab 5% soola (kaalu järgi). Mitu kg magedat vett tuleb lisada 40 kg mereveele, et tema soolasisaldus väheneks 2%-le?
42. Töölise palka tõsteti kaks korda, kummalgi korral sama protsendi võrra. Selle tagajärjel tõusis ta palk 100 rublalt 125 rubla 44 kopikale. Mitme protsendi võrra tõsteti kummalgi korral palka?
43. Lahendada süsteem

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2} + 1. \end{cases}$$

44. Lahendada süsteem

$$\begin{cases} \frac{3x}{x+y} - 2 + \frac{x+y}{3x} = 0 \\ xy - 54 = x + y \end{cases}$$

45. Võrdhaarse kolmnurga alus on 30 cm, kõrgus 20 cm. Leida haarale tõmmatud kõrguse pikkus.
46. Ristküliku ABCD tipust diagonaalile tõmmatud ristlõik jagab täisnurga osadeks, mis suhtuvad nagu 3 : 1. Leida nurk selle ristlõigu ja teise diagonaali vahel.
47. Kahe sarnase kolmnurga pindalade vahe on 60 cm^2 ja nende kolmnurkade vastavate külgede suhe $3/2$. Arvutada nende kolmnurkade pindalad.
48. Kolmnurga küljed on 4 cm, 5 cm ja 6 cm. Leida suurimat nurka poolitava lõigu pikkus.
49. Missugune on normaalformaadis lõigatud paberilehtede mõõtmete suhe, kui on teada, et iga järgmine formaat saadakse eelmise poolitamise teel ja et kõik normaalformaadis lõigatud paberilehed on üksteisega sarnased?
50. On antud täisnurkne kolmnurk kaatetitega 3 cm ja 4 cm. Ringjoon läbib lühema kaateti keskpunkti ning puutub hüpotenuusi selle keskpunktis. Leida ringjoone raadius.
51. On antud täisnurkne kolmnurk kaatetitega $AC = 3$ ja $BC = 4$. Ringjoon, mille keskpunkt asub hüpotenuusil, puudutab kaatetit BC ning läbib tippu A. Leida ringjoone raadius.
52. Trapetsi alused on 1 ja 7. Leida sellise lõigu pikkus, mis on paralleelne alustega ja jagab trapetsi pindala pooleks.
53. Kolmnurga alusega paralleelne sirge jaotab küljed osadeks, mis suhtuvad tipust lugedes nagu 1 : 2. Kuidas suhtuvad nende osade pindalad, milledeks see sirge jaotab kolmnurga?

54. Kolmnurga ABC küljepoolitajal AD on võetud punkt E. Tõestada, et kolmnurgad ABE ja ACE on pindvõrdsed.
55. Tõestada, et kahe võrdse mediaaniga kolmnurk on võrdhaarne.
56. Tõestada, et kolmnurga ABC tipust A tõmmatud nurgapoolitaja ja ümberringjoone lõikepunkt asub külje BC keskristsirgel.
57. Nurga üheks haaraks on ringjoone diameeter, teiseks diameetri otspunktist ringjoone vabalt valitud puutujale tõmmatud ristsirge. Tõestada, et nurga tippu ja puutepunkti läbiv sirge on selle nurga poolitajaks.
58. Täisnurkse kolmnurga ühe kaateti keskpunktist on joonestatud ristsirge hüpotenuusile. Näidata, et hüpotenuusil tekkinud lõikude ruutude vahe võrdub teise kaateti ruuduga.
59. Tõestada, et trapetsi haarade keskpunktid ning diagonaalide keskpunktid asuvad ühel sirgel.
60. Tõestada, et trapetsi diagonaalide keskpunkte ühendav lõik on võrdne poolega aluste vahest.
61. Võrdhaarse kolmnurga ABC alusel AC on vabalt võetud punkt M ja ühendatud tipuga B. Tõestada, et
- $$BC^2 - BM^2 = AM \cdot CM.$$
62. Kolmnurga ABC tipud asetsevad ringjoonel. Läbi punkti A on joonestatud ringjoonele puutuja. Läbi punkti B on joonestatud puutujaga paralleelne sirge, mis lõikab sirget AC punktis D. Näidata, et lõik AB on lõikude AC ja AD geomeetriliseks keskmiseks.
63. Tõestada, et mis tahes kumera nelinurga pindala on võrdne tema diagonaalide ja nendevahelise nurga siinuse poole korrutisega.
64. Koonuse moodustaja ja põhja vaheline nurk on α . Leida põhja raadius, kui koonuse ruumala on V.

65. Koonuse telglõikeks on kolmnurk pindalaga P . Leida koonuse ruumala, kui tema moodustaja ja põhja vaheline nurk on α .
66. Püramiidi põhjaks on ristkülik. Kaks külgtahku on risti põhjaga, ülejäänud kaks moodustavad põhjaga nurgad α ja β . Leida püramiidi ruumala, kui kõrgus on h . Arvutada ruumala juhul, kui $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ ja $h = 3$ dm.
67. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja serv $a = 8$ cm, külgtahu tipunurk $\psi = 90^\circ$. Leida püramiidi ruumala ja täispindala.
68. Korrapärase kuusnurkse püramiidi apoteem on m . Kahe tahuline nurk põhja serva juures on α . Leida püramiidi täispindala.
69. Kolmnurk, milles 60° -se nurga lähisküljed on 8 cm ja 15 cm, pöörleb selle nurga suurema lähiskülje ümber. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala.
70. Täisnurkne kolmnurk kaatetitega 5 dm ja 12 dm pöörleb väljaspool kolmnurka asuva telje ümber, mis on paralleelne suurema kaatetiga ja asub sellest 3 dm kaugusel. Leida pöördkeha ruumala ja pindala.
71. On antud romb ABCD, mille külge $AB = a$ ja $\angle BAD = \alpha$. Romb pöörleb ümber sirge, mis läbib tippu C ja on risti diagonaaliga AC. Leida tekkiva pöördkeha ruumala.
72. Ruut küljega a pöörleb telje ümber, mis läbib ruudu üht tippu. Telg moodustab ruudu ühe küljega nurga α . Leida tekkiva pöördkeha ruumala.
73. Puust tüvikoonus (erikaaluga 0,58), mille kõrgus $h = 48$ cm ning põhjade läbimõõdud $d_1 = 44$ cm ja $d_2 = 32$ cm, on silindriliselt läbi puuritud nii, et silindri ja koonuse teljed ühtivad. Silindri läbimõõt $d = 10$ cm. Läbipuuritud osa on täidetud rauaga (erikaal 7,5). Leida niiviisi saadud keha erikaal.

74. Tasapinnal asetsevad kolm võrdse raadiusega kera (raadiusega R), puudutades üksteist. Leida kera raadius, mis puudutab tasapinda ning kõiki kolme kera.

75. Korrapärasesse kolmnurksesse püramiidi, mille külgtahk moodustab põhjaga nurga α , on kujundatud kera. Leida püramiidi täispindala, kui kera keskpunkt on kaugusel a püramiidi tipust.

76. Kerra raadiusega r on kujundatud püramiid, mille põhjaks on romb. Rombi teravnurk on α . Püramiidi külgtahud moodustavad põhjaga nurga φ . Leida püramiidi ruumala.

77. Kera ümber on kujundatud korrapärane kolmetahune prisma, selle ümber omakorda kera. Leida nende kerade pindalade suhe.

78. Lahendada võrrand $\sin(x - 60^\circ) = \cos(x + 30^\circ)$.

79. Lahendada võrrand $1 + \cos x = \cot \frac{x}{2}$.

80. Lahendada võrrand

$$(1 + \cos 5x) \cdot \tan\left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2}\right) = 0.$$

81. Lahendada võrrand

$$\tan x = 2 \cos \frac{x}{2}.$$

Millised erilahendid asuvad piirkonnas 0° -st 360° -ni?

82. Lahendada võrrand

$$\cos x + \sin x = \frac{\cos x}{1 - \sin 2x}.$$

83. Lahendada võrrand

$$\sin^3 x \cdot \cos x + \cos^3 x \cdot \sin x = \frac{1}{4}.$$

84. Lahendada võrrand

$$\sin 2x + \tan x = 2.$$

85. Tõestada võrdus:

$$16 \sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ \cdot \sin 90^\circ = 1.$$

86. Tõestada samasus:

$$1 - \frac{\sin^2 \varphi}{1 + \cot \varphi} - \frac{\cos^2 \varphi}{1 + \tan \varphi} = \frac{1}{2} \sin 2 \varphi.$$

87. Tõestada samasus:

$$\frac{\cos 2 \alpha}{\cot^2 \alpha - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{4} \sin^2 2 \alpha.$$

88. Tõestada, et $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma = 2 \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma$, kui $\alpha + \beta + \gamma = \pi$.

89. Tõestada, et

$$\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2},$$
$$\text{kui } \alpha + \beta + \gamma - 180^\circ = \pi.$$

90. Kolmnurga kaks külge on b ja c , kolmnurga pindala on $S = \frac{2}{5} bc$. Leida kolmas külg.

*91. Leida täisnurkse kolmnurga nurgad, kui kolmnurga hüpotenuus on 4 korda pikem sellele langetatud kõrgusest.

92. Nurga sees, mille suurus on 60° , asetseb punkt kaugusel a ja b nurga haaradest. Leida selle punkti kaugus nurga tipust.

*93. Tõestada, et kui kolmnurga külgede a , b ja c vahel kehtib seos $a^2 = b^2 + bc$, siis $\alpha = 2 \beta$.

Vastused. Lahendusi

1. $\frac{157}{280}$.
2. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.
3. $\frac{250}{9}$.
4. $\frac{21}{64}$.
5. $\frac{1}{x-1}$.
6. $a + b$.
7. 2.
8. 0.
10. Võrrandil pole ühegi m väärtuse korral reaalseid lahendeid.
11. $a \gg 1$ ja $a < -3$. Märkus: Ruutkolmliige on iga x väärtuse puhul positiivne siis, kui tema diskriminant on negatiivne ning x^2 kordaja positiivne. Juhud, kus mõned kordajatest on võrdsed nulliga, nõuavad täiendavat uurimist.
12. $p^2 - 4q$.
13. $x < -3$ ja $x > 1$. Näpunäide: lugejas seisev kolmliige on iga x väärtuse puhul positiivne, seega murru märk on sama, mis tema nimetaja märk.
14. Lahendus: $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} = \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = \frac{a^2+c^2}{ca} + \frac{b^2+c^2}{bc} + \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{(a-c)^2+2ac}{ac} +$

$$+ \frac{(b-c)^2 + 2bc}{bc} + \frac{(a-b)^2 + 2ab}{ab} \gg \frac{2ac}{ac} + \frac{2bc}{bc} + \frac{2ab}{ab} = 6.$$

15. Lahendus: Jagame võrrandi mõlemad pooli 4^x -ga:

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x - \left(\frac{6}{4}\right)^x = 2;$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2.$$

Tähistades $\left(\frac{3}{2}\right)^x = y$, saame $y^2 - y - 2 = 0$, millest
 $y_1 = 2$ (teine lahend $y_2 = -1$ ei kõlba). Seega $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 2$,
 millest logaritmime teel saame

$$x = \frac{\log 2}{\log 3 - \log 2}.$$

16. Lahendus: Kuna

$$(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1,$$

siis

$$\sqrt{2 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}} = 1.$$

Kui me tähistame nüüd

$$\sqrt{2 - \sqrt{3}} = a,$$

siis järelikult

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \frac{1}{a} = a^{-1},$$

ning antud võrrand omandab seega kuju

$$a^x + \frac{1}{a^x} = 4.$$

Siit

$$(a^x)^2 - 4a^x + 1 = 0,$$

$$a^x = 2 \pm \sqrt{3}.$$

Me saame kaks juhtu:

$$1) a^x = (a^{-1})^2 = a^{-2}, \quad x = -2,$$

$$2) a^x = a^2; \quad x = 2.$$

Järelikult on antud võrrandil kaks lahendit:

$$x_1 = -2; \quad x_2 = 2.$$

17. Lahendus: $\log 20 = \log (2 \cdot 2 \cdot 5) = \log 2 + \log 2 + \log 5$. Asendades selle tulemuse antud avaldisesse, saame

$$\log 5 (\log 2 + \log 2 + \log 5) + \log^2 2 =$$

$$= \log 2 (\log 5 + \log 2) + \log 5 (\log 2 + \log 5) =$$

$$= (\log 2 + \log 5)^2 = (\log 10)^2 = 1.$$

18. $x_1 = 2^{\sqrt{2}}$, $x_2 = 2^{-\sqrt{2}}$. Märkus: Ülesande lahendamisel läh-tuda seosest $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

19. $x_1 = 4$, $x_2 = 2$.

20. Otsitavad arvud on 2, 14 ja 98.

21. $\frac{mn + 1}{2}$.

22. 4-ndal aastal.

23. $4\frac{1}{6}$ (cm²).

24. 22 a (meetrit).

25. On olemas kaks jada, mis rahuldavad antud ülesande tingimusi, nimelt 2; 10; 50 ja 50; 10; 2.

26. $a_1 = 6$, $q = \frac{1}{3}$.

27. $\frac{11}{24}$.

28. $2\frac{1}{2}$ korda.

29. 20 ja 24.

30. 3 cm.

31. 125%.

32. 10 tundi.

33. 24 (m³).

34. Lahendus: Olgu tasase teeosa pikkus x km; siis ülejäänud osa on $9 - x$ km. Edasi-tagasi teekonnal kulub tasase teeosa katmiseks aega

$$2 \cdot \frac{x}{5} \text{ tundi;}$$

ülejäänud teeosa katmiseks, mis läbitakse üks kord üles-, teine kord allamäge

$$\frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6} \text{ tundi.}$$

Kokku kulub aega (tundides)

$$2 \cdot \frac{x}{5} + \frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6} = 3\frac{41}{60}.$$

Saadud võrrandist leiame

$$x = 4.$$

35. Hääl levib kiirusega $326\frac{12}{13} \frac{\text{m}}{\text{sek}}$ ning tuul $6\frac{16}{39} \frac{\text{m}}{\text{sek}}$.
36. Esimene tööline lõpetaks kogu töö 18 tunniga, teine 24 tunniga.
37. Esimene artell sooritaks töö 12 päevaga, teine 24 päevaga.
38. Punktist A väljuva takso kiirus oli $80 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ja punktist B väljuva takso kiirus oli $60 \frac{\text{km}}{\text{t}}$.
39. 147 ja 53.
40. Lahendus:

I sulami tükk kaalub m kg, selles on vaske $x\%$;

II " " " n " " " " $y\%$.

Olgu äralõigatud tükikese kaal z kg. Siis

I tükist jääb järele $m - z$ kg, see sisaldab vaske

$\frac{(m-z)x}{100}$ kg; II tükist jääb järele $n - z$ kg, see sisal-

dab vaske $\frac{(n-z)y}{100}$ kg.

I tükist äralõigatud osa z kg sisaldab $\frac{z \cdot x}{100}$ kg vaske;

II " " " z " " " $\frac{z \cdot y}{100}$ kg vaske.

I tüki jääk + teisest äralõigatud osa sulam kaalub m kg ja sisaldab vaske $\frac{(m-z)x + yz}{100}$ kg;

II tüki jääk + I tükist äralõigatud osa sulam kaalub n kg ja sisaldab vaske $\frac{(n-z)y + xz}{100}$ kg.

Kuna uute tükide sulamite % peab olema sama, siis

$$\frac{(y \cdot z + mx - xz)}{100 \cdot m} = \frac{xz + ny - zy}{100 \cdot n}$$

ehk

$$(y - x)(-nm + nz + mz) = 0.$$

Ülesande tingimuste põhjal $y - x \neq 0$; seega

$$-nm + nz + mz = 0,$$

millest

$$z = \frac{nm}{n + m}.$$

41. 60 kg.

42. 12%.

43. Lahendus: Tähistame

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = z;$$

siis esimesest võrrandist saame

$$z + \frac{1}{z} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

ehk

$$z^2 - \frac{3}{\sqrt{2}}z + 1 = 0.$$

Selle ruutvõrrandi lahenditeks on

$$z_1 = \sqrt{2}, \quad z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Järelikult kas 1) $\sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{2}$, s.t. $x = \sqrt{2} \cdot \sqrt{y}$, või

$$2) \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ s.t. } y = \sqrt{2} \sqrt{x}.$$

Kuna x ja y esinevad süsteemis samaväärselt, siis võime teise juhu taandada x ja y tähiste vahetamisega esimesele juhule.

Teisest võrrandist saame nüüd:

$$(\sqrt{2} + 1)\sqrt{y} = \sqrt{2} + 1;$$

järelikult $y = 1$, mistõttu $x = 2$. Süsteemil on seega kaks lahendit

$$1) x = 2, y = 1,$$

$$2) x = 1, y = 2.$$

44. Lahendus: Tähistades $\sqrt{\frac{3x}{x+y}} = z$, viime süsteemi esimese võrrandi kujule

$$(z - \frac{1}{z})^2 = 0,$$

sellest leiame, et

$$z_1 = z_2 = 1 \text{ ning } y = 2x.$$

Asendades teises võrrandis $y = 2x$, saame

$$2x^2 - 3x - 54 = 0,$$

sellest leiame

$$x_1 = 6; \quad x_2 = -\frac{9}{2}.$$

Järelikult süsteemi lahendid on

$$\begin{cases} x_1 = 6 \\ y_1 = 12 \end{cases} \quad \text{ja} \quad \begin{cases} x_2 = -\frac{9}{2} \\ y_2 = -9 \end{cases}$$

45. 24 cm.

46. 45° .

47. $S_1 = 108$ ja $S_2 = 48$.

48. $3\frac{1}{3}$ (cm).

49. $\sqrt{2}$.

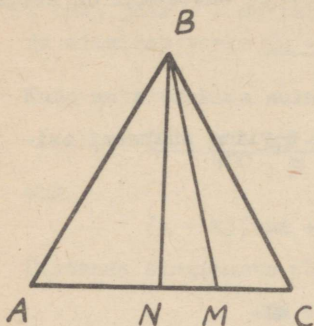
50. $\frac{5}{3}$ cm.

51. $\frac{15}{8}$.

52. 5.

53. $\frac{1}{8}$.

61. Lahendus: Tõmbame kõrguse BN ja ühendame valitud punkti M tipuga B. Kolmnurkadest NBM ja NBC leiame Pythagorase teoreemi põhjal



Joonis 1.

$$BM^2 = BN^2 + NM^2$$

$$CN^2 = CB^2 - BN^2.$$

Omakorda aga $NM = NC - MC$ ja $2NC = AC$. Asendame esimeses võrduses NM vahega $NC - MC$:

$$BM^2 = BN^2 + NC^2 - 2NC \cdot MC + MC^2.$$

Teisest seosest lõikude pikkuste ruutude vahel leiame

$$BN^2 = CB^2 - CN^2,$$

mille asendamisel eelmisesse avaldisse saame

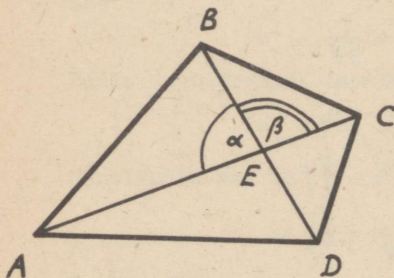
$$BM^2 = CB^2 - CN^2 + NC^2 - 2NC \cdot MC + MC^2,$$

$$CB^2 - BM^2 = (2NC - MC) \cdot MC,$$

kust järeldubki joonise põhjal

$$CB^2 - BM^2 = AM \cdot CM.$$

63. Lahendus: Olgu antud kumer nelinurk ABCD. Kolmnurga pindala valemi järgi $S_{ABE} =$



Joonis 2.

$= \frac{1}{2} AE \cdot BE \cdot \sin \alpha$. Analoogiliselt saame teiste kolmnurkade pindalad. Kuna

$$S_{ABCD} = S_{ABE} + S_{BCE} + S_{CDE} + S_{DAE}, \text{ siis}$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AE \cdot BE \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} BE \cdot CE \cdot \sin B + \frac{1}{2} CE \cdot DE \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} DE \cdot AE \cdot \sin B.$$

Et aga $\sin \alpha = \sin \beta$, siis

$$\begin{aligned} S_{ABCD} &= \frac{1}{2} [AE(BE + DE) + CE(BE + DE)] \sin \alpha = \\ &= \frac{1}{2} (AE \cdot BD + CE \cdot BD) \sin \alpha = \\ &= \frac{1}{2} BD (AE + CE) \sin \alpha = \\ &= \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin \alpha . \end{aligned}$$

64. $r = \sqrt[3]{\frac{3V}{\pi \tan \alpha}}$.

65. $V = \frac{1}{3} \pi P \sqrt{P \cot \alpha}$.

66. $V = 3 \sqrt{3} \text{ (dm}^3\text{)}$.

67. $V = \frac{64\sqrt{2}}{3} \text{ (cm}^3\text{)}$ $S = 16(3 + \sqrt{3}) \text{ (cm}^2\text{)}$.

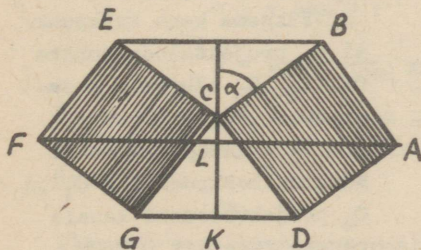
68. $2 \sqrt{3} \text{ m}^2 \cos \alpha (1 + \cos \alpha)$.

69. $V = 240 \pi \text{ (cm}^3\text{)}$, $S = 84 \sqrt{3} \pi \text{ (cm}^2\text{)}$.

70. $280 \pi \text{ (dm}^3\text{)}$, $270 \pi \text{ (dm}^2\text{)}$.

71. $V = 2 \pi a^3 \sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2}$.

72. Lahendus: Tekkiva pöördkeha telglõige on joonisel



Joonis 3.

viirutatud. Otsitava ruumala V leiame tüvikoonuste $AFGD$ ja $ABEF$ ruumalade summast koonuste BCE ja GCD ruumalad lahutades:

$$V = V_{AFGD} + V_{ABEF} - V_{BCE} - V_{GCD}.$$

Kuid:

$$V_{AFGD} = \frac{\pi}{3} \cdot KL \cdot (AL^2 + KD^2 + AL \cdot KD),$$

$$V_{ABEF} = \frac{\pi}{3} \cdot LH \cdot (AL^2 + HB^2 + AL \cdot HB),$$

$$V_{BCE} = \frac{\pi}{3} \cdot BC \cdot HB^2,$$

$$V_{GCD} = \frac{\pi}{3} \cdot KC \cdot KD^2.$$

Arvestades, et

$$LH = KC = HB = a \cdot \sin \alpha$$

$$KL = KD = HC = a \cdot \cos \alpha$$

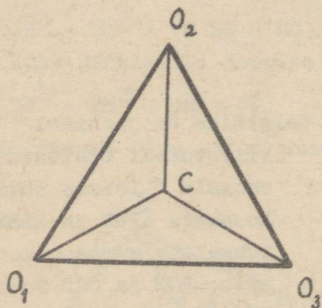
$$AL = a \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha),$$

saame:

$$V = \pi a^3 (\sin \alpha + \cos \alpha).$$

$$73. \quad e = \frac{e_p (d_1^2 + d_2^2 + d_1 d_2 - 3d^2) + 3 \cdot e_r d^2}{d_1^2 + d_2^2 + d_1 d_2} = 1,05 \left(\frac{R}{\text{cm}^3} \right).$$

74. Lahendus: Märgime otsitava kera raadiuse r . Kolme suurema kera keskpunkte ühendavad sirglõigud moodustavad võrdkülgse kolmnurga küljega $2R$. Väiksema kera kesk-



Joonis 4.

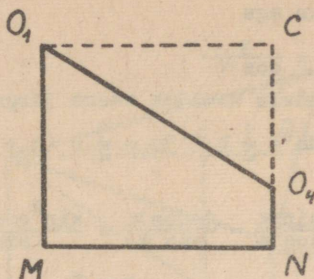
punkt asub võrdsele kaugusel kolme kera keskpunktist ning allpool tasapinda, mis läbib kolme antud kera keskpunkti.

Väiksema kera keskpunkti O_4 projektsioon punkte O_1, O_2, O_3 läbivale tasapinnale langeb kokku $\Delta O_1 O_2 O_3$ keskpunktiga C . Märgime keskpunktide O_1 ja O_4 projektsioonid lauale

vastavalt M ja N . Vaatleme täisnurkset trapetsit $O_1 O_4 N M$.

Siin

$$\begin{aligned} O_1 M &= R, & O_4 N &= r, \\ O_1 O_4 &= R + r, & MN &= O_1 C = \frac{2\sqrt{3}}{3} R. \end{aligned}$$



Joonis 5.

Pythagorase lause kohaselt saame täisnurksest kolmnurkast O_1O_4C

$$(R + r)^2 = (R - r)^2 + \frac{4}{3} R^2.$$

Lahendades selle võrrandi r suhtes, saame

$$r = \frac{1}{3} R.$$

75. Lahendus: Püramiidi tipud C ja D , külje AB keskpunkt E , kera ja püramiidi tahkude puutepunktid F ja G ning kera keskpunkt O asuvad ilmselt ühel tasandil, mis on risti küljega AB . Seetõttu $\angle DEF = \alpha$, $\angle OEF = \frac{\alpha}{2}$. Tähistame $OF = x$, $EF = y$. Sel korral täisnurksetest kolmnurkadest DEF ja OEF saame

$$\frac{a + x}{y} = \tan \alpha, \quad \frac{x}{y} = \tan \frac{\alpha}{2}.$$

Sellest süsteemist määrame suuruse y :

$$x = y \tan \frac{\alpha}{2};$$

$$y = \frac{a}{\tan \alpha - \tan \frac{\alpha}{2}}.$$

Kuna puutepunkt F on põhja raskuskeskmeks, siis ta jagab põhja kõrguse CE osadeks, mis suhtuvad nagu $2 : 1$. Seetõttu

$$CE = 3y.$$

Põhjaserva pikkuseks on

$$b = \frac{3y}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{3} y,$$

külgtahtu kõrguseks aga

$$h = \frac{y}{\cos \alpha}.$$

Püramiidi täispindala avaldub seega järgmiselt:

$$S = 3 \cdot \frac{1}{2} bh + \frac{1}{2} b \cdot 3y = \frac{3}{2} b (h + y).$$

Kuna

$$\begin{aligned} \tan \alpha - \tan \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \\ &= \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\tan \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}, \end{aligned}$$

siis

$$y = a \cos \alpha \cot \frac{\alpha}{2}.$$

Järelikult

$$S = \frac{3}{2} \cdot 2 \sqrt{3} y \left(\frac{y}{\cos \alpha} + y \right) = 3 \sqrt{3} (a^2 \cos^2 \alpha \cot^2 \frac{\alpha}{2} \frac{1 + \cos \alpha}{\cos \alpha})$$

ehk

$$S = \frac{3}{2} \sqrt{3} a^2 \sin 2\alpha \cot^3 \frac{\alpha}{2}.$$

$$76. \quad v = \frac{16}{3} r^3 \frac{\tan \frac{\alpha}{2} \cdot \sin^4 \frac{\alpha}{2} \cdot \tan^4 \varphi}{(1 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \tan^2 \varphi)^3}.$$

77. Lahendus: Kui O on kerade ühine keskpunkt, siis ümberjoonestatud kera raadius

$$R = AO,$$

sissejoonestatud kera raadius

$$r = EO.$$

Kuna E on $\triangle ABC$ mediaanide lõikepunkt, siis

$$AE = 2ED;$$

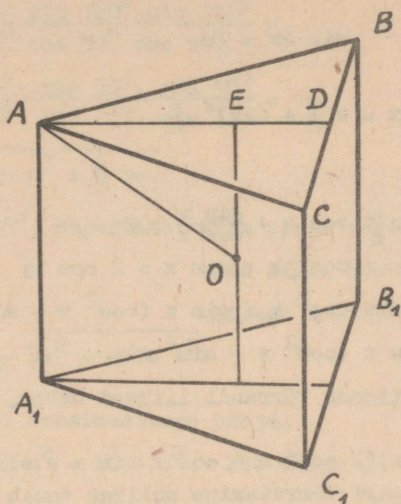
$$ED = EO = r,$$

seega

$$AE = 2r.$$

Kolmnurgast AEO

$$AO^2 = AE^2 + EO^2$$



Joonis 6.

ehk

$$R^2 = 5r^2.$$

Kerade pindalad suhtuvad nagu nende raadiuste ruudud, seega otsitav suhe on 5.

78. $x = 60^\circ + k \cdot 180^\circ$.

79. $x_1 = (2k + 1)\pi$, $x_2 = \frac{2k + 1}{2}\pi$.

80. $x_1 = \frac{1}{5}(2k + 1)\pi$; $x_2 = \frac{2}{3}(3k + 1)\pi$.

81. $x_1 = \pi + 2k\pi$, $x_2 = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi$, piirkonnas $0^\circ - 360^\circ$ asuvad erilahendid $x_1 = \pi$, $x_2 = \frac{\pi}{3}$.

82. $x_1 = \frac{4k - 1}{4}\pi$, $x_2 = 2k\pi$, $x_3 = \frac{4k - 1}{2}\pi$.

83. Lahendus: Teisendades antud võrrandit, saame

$$\sin^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + \cos^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{4}$$

ehk

$$\sin 2x = \frac{1}{2},$$

seega

$$x = k \frac{\pi}{2} + (-1)^k \frac{\pi}{12}.$$

84. Lahendus:

$$2 \sin x \cos x + \frac{\sin x}{\cos x} = 2;$$

$$2 \sin x \cos^2 x + \sin x = 2 \cos x;$$

$$\begin{aligned} 2 \sin x \cos^2 x + \sin x (\cos^2 x + \sin^2 x) &= \\ = 2 \cos x (\cos^2 x + \sin^2 x); \end{aligned}$$

grupeerides viimase võrrandi liikmed ümber, viime ta kujule

$$(\sin x - \cos x)(2 \cos^2 x - \cos x \sin x + \sin^2 x) = 0.$$

1. Esimese teguri võrrutamine nulliga annab võrrandi

$$\sin x = \cos x,$$

mille lahendamisel leiame

$$x = \frac{(1 + 4k)\pi}{4}.$$

2. Teise teguri võrrutamine nulliga annab võrrandi

$$2 \cos^2 x - \cos x \sin x + \sin^2 x = 0;$$

ehk

$$\tan^2 x - \tan x + 2 = 0,$$

millel pole reaalseid lahendeid.

Vastus:

$$x = \frac{(1 + 4k)\pi}{4}.$$

85. Lahendus:

$$16 \sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ \cdot \sin 90^\circ =$$

$$= 8 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ =$$

$$= \frac{8 \sin 10^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ \cdot \cos 10^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ}{\cos 10^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ}$$

$$= \frac{\sin 20^\circ \sin 100^\circ \sin 140^\circ}{\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ} =$$

$$= \frac{\sin 20^\circ \cdot \sin 80^\circ \cdot \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 20^\circ} = 1.$$

90. $a = \sqrt{b^2 + c^2 \pm \frac{6}{5} bc}$.

91. 15° ja 75° . Näpunäide: Kuna $\sin \alpha = \frac{h}{b}$, $\cos \alpha = \frac{b}{c}$,
 siis $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{h}{c} = \frac{1}{4}$,
 millest $\alpha = 15^\circ$.

92. $x = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{a^2 + ab + b^2}$.

93. Lahendus. Koosinuslause põhjal

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha,$$

kuna

$$a^2 = b^2 + bc,$$

siis vaadeldaval juhul

$$c^2 - 2bc \cos \alpha = bc$$

ning

$$\frac{c}{b} = 1 + 2 \cos \alpha.$$

Siinuslause põhjal

$$\frac{c}{b} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta},$$

seega

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = 1 + 2 \cos \alpha;$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \beta + 2 \cos \alpha \sin \beta;$$

$$\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha = \sin \beta;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \beta,$$

millest

$$\alpha = 2\beta.$$

Sisukord.

Eessõna	3
Füüsika ülesandeid	5
Vastused	22
Keemia ülesandeid	27
Vastused	34
Matemaatika ülesandeid	37
Vastused. Lahendusi	48

Hind 12 kop.

A

24546

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 01041125 6