

P. Pavlitšev

ALGEBRA

ÜLESANNETE
KOGU

X-XI
KLASSILE

A-24379π P. LARITŠEV

ALGEBRA ÜLESANNETE KOGU

X—XI KLASSILE

EESTI RIIKLIK KIRJASTUS
TALLINN 1962

Originaali tiitel:

П. А. Ларичев. Сборник задач по алгебре
для 10 класса средней школы.

Утверждён

Министерством просвещения РСФСР.

Учпедгиз 1960.

Kaanekeujundus V. Vare

Tõlkinud A. Kiitam

Tõlge kinnitatud Eesti NSV Haridusministeeriumi poolt.

2



I (VIII) PEATÜKK.

ASTENDA JA MÕISTE ÜLDISTUS.

§ 1. (35.) Negatiivne astendaja ja astendaja null.

Arvutada (1—7 peast!):

1. (982¹.) 1) 2^{-2} ; 2) 3^{-2} ; 3) 2^{-3} ; 4) 8^{-1} .
 2. (983.) 1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$; 3) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-4}$; 4) $(0,3)^{-3}$.
 3. (984.) 1) $(-8)^{-2}$; 2) $\left(-\frac{1}{12}\right)^{-1}$; 3) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^{-3}$; 4) $(-1)^{-6}$.
 4. (985.) 1) $(-156)^0$; 2) $\left(\frac{4}{9}\right)^0$; 3) $(-0,15)^0$; 4) $(1,5)^0$.
 5. (986.) 1) -5^{-1} ; 2) -10^{-2} ; 3) -5^{-3} ; 4) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$.
 6. (987.) 1) $-0,25^{-1}$; 2) $8 \cdot 4^{-2}$; 3) $25 \cdot 5^{-3}$; 4) $32 \cdot 4^{-4}$.
 7. (988.) 1) $4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; 2) $4^{-2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; 3) $5^{-5} \cdot (0,1)^{-4}$;
4) $\left[5 - 3 \cdot \left(\frac{4}{15}\right)^0\right]^{-2}$.
 8. (989.) 1) $\left[\frac{3}{4} - \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^{-1}$; 2) $\frac{5^2 \cdot 5^{-1} - 8^0}{2^{-2}}$;
3) $\frac{4^{-1} - 3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{5 - \left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}$; 4) $\frac{2^{-3} - \left(\frac{3}{4}\right)^{-4} \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^2}{10^{-1} + \left(-\frac{1}{8}\right)^0}$.
 9. (990.) Joonestada järgmiste funktsioonide graafikud:
1) $y = x^0$; 2) $y = x^{-2}$; 3) $y = (x - 1)^{-2}$; 4) $y = 2x^{-1}$.
- Kasutades negatiivseid astendajaid, esitada järgmised murrud täisavaldiste kujul:
10. (991.) 1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{1}{27}$; 3) $\frac{1}{64}$; 4) $\frac{1}{625}$.

¹ Sulgudes antud numbrid viitavad vastavale ülesandele P. Laritševi õpikust «Älgebra ülesannete kogu» VIII—XI kl. (1955. a. ja eelnevate aastate väljaanded.)

11. (992.) 1) 0,01; 2) 0,0001; 3) 0,000001; 4) 0,000000001.
 12. (993.) 1) $\frac{5}{128}$; 2) $\frac{3}{125}$; 3) $\frac{8}{243}$; 4) $5\frac{3}{32}$.
 13. (994.) 1) 0,00015; 2) 0,0000023; 3) 0,00000124; 4) 2,000003.
 14. (995.) 1) $\frac{1}{x^2}$; 2) $\frac{2}{x^5}$; 3) $\frac{a^2}{b^3}$; 4) $\frac{x^3}{y^2}$.
 15. (996.) 1) $\frac{1}{a^3}$; 2) $\frac{1}{a^n}$; 3) $\frac{x^3}{y^5}$; 4) $\frac{a^n}{b^m}$.
 16. (997.) 1) $\frac{2n}{3m^2}$; 2) $4x \cdot \frac{1}{y^6}$; 3) $\frac{2}{(a+b)^2}$; 4) $\frac{5xy}{2(x-y)^4}$.
 17. (998.) 1) $\frac{a+b}{a-b}$; 2) $\frac{1}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$; 3) $\frac{\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^3}}{\frac{1}{m} - \frac{1}{n}}$; 4) $\frac{\left(\frac{1}{x^5} - \frac{1}{y^4}\right)^3}{\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^4}\right)^4}$.

Esitada järgmised murrud täisavaldiste kujul:

18. (999.) 1) $\frac{ab}{c^{-2}}$; 2) $\frac{5x^2}{a^{-3}}$; 3) $\frac{a^2b^{-3}}{cd^{-1}}$; 4) $\frac{1}{2a^{-3}b^{-1}c^2}$.
 19. (1000.) 1) $\frac{5}{(a-b)^{-2}}$; 2) $\frac{3xy}{7(x-y)^{-3}}$; 3) $\frac{2^{-1}(x+y)}{5^{-1}a^{-2}(x-y)^{-2}}$.
 20. (1001.) 1) $\frac{1}{a^{-n}b^{-m}}$; 2) $\frac{9}{5^{-1}x^3y^{-k}z^{-1}}$; 3) $\frac{5a}{3^{-4}(a-b)^{-n}(a+b)^m}$.

Teisendada järgmised avaldised nii, et neis ei esineks negatiivseid astendajaid:

21. (1002.) 1) $\frac{2a^{-3}}{b^{-1}}$; 2) $\frac{5^{-1}xy^{-2}}{2^{-3}ab^{-4}}$; 3) $\frac{4a^{-2}b^{-1}}{5x^{-2}y}$; 4) $\frac{m^{-1}n^2}{a^{-3}b}$.
 22. (1003.) 1) $\frac{3(a-b)^{-2}}{4^{-1}(a+b)^{-1}}$; 2) $\left(\frac{x+y}{x-1}\right)^{-1}$; 3) $\frac{5a(a-b)^{-4}}{b^{-2}(x-y)^{-2}}$.

Teostada tehted:

23. (1004.) 1) $a^3 \cdot a^{-2}$; 2) $x^4 \cdot x^{-1}$; 3) $a^5 : a^{-1}$; 4) $a^{-3} : a^{-2}$.
 24. (1005.) 1) $5a^{-5} \cdot 4a^4$; 2) $\frac{3}{2}ab^{-3} \cdot 6a^{-2}b$; 3) $\frac{3}{4}m^{-2}n^4 \cdot 8m^3n^{-2}$.
 25. (1006.) 1) $6c^2d^4 : 3c^{-1}d^{-2}$; 2) $\frac{1}{2}p^{-1}q^{-3} : \frac{3}{8}p^{-2}q^{-4}$;
 3) $5a^n : \frac{1}{3}a^{-n}$; 4) $0,8x^{-1} : 0,4x^{n-1}$.
 26. (1007.) 1) $(x^{-4} - x^2 + x^{-1}) : x^{-1}$;
 2) $(ax^2 + bx) \cdot x^{-2}$; 3) $(ax^{-3} - bx^{-1}) : x^{-4}$;
 4) $(a^{-4} + a^{-2}b^{-1} + ab^{-2} - a^0b^{-3}) \cdot a^4b^{-4}$.
 27. (1008.) 1) $(2x + 3x^{-1})(3x - 2x^{-1})$;
 2) $(3m - 2n^{-1})(4m^3 - 5n^{-2})$;

- 3) $(a^{-2} + a^{-1} + 1)(a^{-2} + a)$;
 4) $(3p^{-2} - 2p^{-1} - p^0)(-4p^2 + p^{-1})$.

28. (1009.) 1) $(x^2 - y^2) : (x^{-1} + y^{-1})$;
 2) $(x^{-3} + x^{-2} - x^0 - x) : (x^{-2} + x^{-1} + x^0)$;
 3) $(6a^2 - 10a - 6 + 4a^{-1}) : (3a + 1 - a^{-1})$;
 4) $(8m - 22 + 31m^{-1} - 20m^{-2}) : (2m - 3 + 4m^{-1})$.

29. (1010.) 1) $(-a^2)^{-3}$; 2) $(-1)^{2n}$; 3) $(-1)^{2n-1}$.

30. (1011.) 1) $\left(\frac{3x^{-1}}{5a^{-2}}\right)^{-1}$; 2) $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}$;
 3) $\left[\left(-\frac{m}{n}\right)^{-3}\right]^{-1}$; 4) $\left(-\frac{5a^{n+1}}{3b^n}\right)^{-2}$.

31. (1012.) 1) $(a^{-2} + b^{-1})^2$; 2) $(x^{-2} + a^{-3})(x^{-2} - a^{-3})$;
 3) $[m - (1 - m)^{-1}] \cdot \frac{m(m-2) + m^0}{\frac{1}{m-2} - m + 1}$;
 4) $\frac{a^{-2}b^{-1} + a^{-1}b^{-2}}{a^{-2} - b^{-2}} + a^3(a^2 - 2ab + b^2)^{-2}$.

32. (1013.) 1) $\sqrt[5]{x^{-10}}$; 2) $\sqrt{a^{-4}b^{-6}}$;
 3) $\sqrt[n]{x^{-3n}y^{2n}}$; 4) $(\sqrt[3]{16})^{-2}$.

§ 2. (36.) Astmed ja juured murruliste astendajatega.

33. (1014.) (*Peast!*) Asendada juured avaldistega, mil murrulised astendajad:

- 1) $\sqrt{a}$; 2) $\sqrt[3]{x^2}$; 3) $\sqrt[4]{a^3}$;
 4) $\sqrt[5]{a^4}$; 5) $\sqrt[n]{a^m}$; 6) $\sqrt[n]{a}$.

34. (1015.) 1) $\sqrt[3]{a^{-2}}$; 2) $\sqrt{a^{-1}}$; 3) $\sqrt[4]{a^{-3}}$;
 4) $\sqrt{(a+b)^{-1}}$; 5) $\sqrt[3]{(x-y)^{-2}}$; 6) $\sqrt[5]{(m-n)^{-3}}$.

Asendada murruliste astendajatega avaldised juurtega (*peast!*):

35. (1016.) 1) $x^{\frac{1}{3}}$; 2) $a^{\frac{1}{2}}$; 3) $m^{\frac{2}{3}}$; 4) $n^{\frac{3}{4}}$.
 36. (1017.) 1) $c^{\frac{2}{5}}$; 2) $a^{\frac{1}{n}}$; 3) $c^{\frac{n}{2}}$; 4) $a^{-\frac{1}{2}}$.

37. (1018.) 1) $a^{-\frac{2}{3}}$; 2) $b^{-0,5}$; 3) $x^{-0,3}$; 4) $m^{-0,75}$.

38. (1019.) 1) $a^{-2,5}$; 2) $m^{-1,5}$; 3) $(a+b)^{\frac{1}{2}}$; 4) $(x+y)^{\frac{1}{3}}$.

39. (1020.) 1) $(x-y)^{\frac{2}{3}}$; 2) $(x^2+y^2)^{\frac{3}{4}}$; 3) $(a-b)^{-\frac{1}{2}}$.
4) $(p+q)^{-\frac{m}{n}}$.

40. (1021.) 1) $x^{\frac{n}{2}} - y^{\frac{n}{2}}$; 2) $(a^{\frac{1}{n}} + b^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{3}}$;
3) $(a^{\frac{2k}{3}} + a^{-\frac{2k}{3}})^{-1}$; 4) $\left[\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{3b^{-\frac{1}{4}}} \right)^4 \right]^{\frac{1}{2}}$.

41. (1022.) Joonestada järgmiste funktsioonide graafikud:

1) $y = x^{\frac{1}{2}}$; 2) $y = 2x^{\frac{1}{3}}$; 3) $y = x^{-\frac{1}{2}}$; 4) $y = (x-1)^{\frac{1}{2}}$.

Arvutada:

42. (1023.) (Peast!)

1) $25^{\frac{1}{2}}$; 2) $8^{\frac{1}{3}}$; 3) $5 \cdot 16^{\frac{1}{4}}$;

4) $3 \cdot 8^{\frac{2}{3}}$; 5) $-2 \cdot 27^{\frac{1}{3}}$; 6) $2^{-2} \cdot 64^{\frac{1}{2}}$.

43. (1024.) 1) $2^{-1} \cdot 64^{\frac{2}{3}}$; 2) $3^{-2} \cdot 81^{\frac{1}{4}}$; 3) $100^{-\frac{1}{2}}$;

4) $81^{-\frac{3}{4}}$; 5) $64^{-\frac{2}{3}}$; 6) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

44. (1025.) 1) $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$; 2) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$; 3) $(0,008)^{-\frac{2}{3}}$.

45. (1026.) 1) $(-0,0001)^{-\frac{4}{3}}$; 2) $3^{\frac{4}{3}} \cdot 9^2 \cdot 27^{-\frac{5}{6}} \cdot 3^{-\frac{3}{2}}$;

3) $5^{\frac{4}{5}} \cdot 125 \cdot 25^{-0,4} \cdot 5^{\frac{1}{2}}$.

Teostada tehted:

46. (1027.) (Peast!)

1) $a^{\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{1}{3}}$; 2) $a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{\frac{1}{6}}$;

3) $x^{\frac{1}{2}} : x^{-\frac{1}{2}}$; 4) $m \cdot m^{\frac{2}{3}}$.

47. (1028.) 1) $n : n^{\frac{1}{2}}$; 2) $a : a^{-\frac{3}{4}}$; 3) $(x^2y^4)^{\frac{5}{2}}$; 4) $(x^5y^{10})^{\frac{3}{5}}$.

$$48. (1029.) \quad 1) x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}}; \quad 2) a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{4}}; \quad 3) x^{\frac{2}{3}} : \sqrt[3]{x}.$$

$$49. (1030.) \quad 1) \sqrt[3]{x} : x^{-\frac{2}{3}}; \quad 2) \sqrt[4]{x} : x^{-\frac{1}{4}}; \quad 3) a^{\frac{3}{4}} : \sqrt[4]{a}.$$

$$50. (1031.) \quad 1) a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{1}{2}} c^{\frac{3}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} c^{-\frac{3}{2}}; \quad 2) a^{\frac{2}{3}} b^{-\frac{1}{3}} c^{\frac{5}{6}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} c^{-\frac{2}{3}}; \\ 3) \left(\frac{9x^2}{4y^{-2}} \right)^{-\frac{1}{2}}; \quad 4) \left(\frac{8a^{-3}}{27b^6} \right)^{-\frac{1}{3}}.$$

$$51. (1032.) \quad 1) \sqrt[5]{a^{-3}\sqrt{a^3}}; \quad 2) \sqrt{x^{-3}y^2} \sqrt{xy}; \\ 3) \sqrt[3]{a^{-\frac{1}{2}} b^{-1} \cdot a^{\frac{5}{6}} b^{\frac{1}{2}}} \sqrt[2]{a^{-1} b^{\frac{2}{3}}}; \\ 4) \left[8b^{-\frac{1}{3}} \sqrt[4]{x^{-\frac{1}{3}} b \sqrt{x^{\frac{4}{3}}}} \right]^{\frac{1}{3}}.$$

$$52. (1033.) \quad 1) \sqrt[3]{a\sqrt{b}} : \sqrt[3]{b^{-1}\sqrt{a^3}}; \quad 2) \sqrt{12a^{-4}b^3} : \left[\left(\frac{a^5}{3b^4} \right)^2 \right]^{\frac{1}{4}}; \\ 3) \left[\left(\frac{1}{x^{m-n}} \right)^{m-\frac{n^2}{m}} \right]^{\frac{m}{m+n}}; \\ 4) \left(-\sqrt[3]{x^{0,4}} \right)^5 + \left(-2\sqrt[5]{x^{0,1}} \right)^4 - x^{-1} \left(\frac{-3x^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{x^{-0,5}}} \right)^2.$$

$$53. (1034.) \quad 1) \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right)^2; \quad 2) \left(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}} \right)^2; \\ 3) \left(m^{-\frac{1}{3}} - n^{\frac{2}{3}} \right)^2; \quad 4) \left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}} \right)^2.$$

$$54. (1035.) \quad 1) \left(2x^{\frac{1}{2}} + y^{-\frac{1}{4}} \right) \left(2x^{\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{4}} \right); \\ 2) \left(a^{\frac{2}{3}} - 3b^{-1} \right) \left(a^{\frac{2}{3}} + 3b^{-1} \right); \\ 3) \left(a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{7}{12}} \right) \left(a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{12}} \right); \\ 4) \left(x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{6}} \right) \left(x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{6}} \right).$$

$$55. (1036.) \quad 1) \left(x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}} \right) : \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}} \right); \quad 2) \left(m^{\frac{3}{2}} + n^{\frac{3}{2}} \right) : \left(m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}} \right); \\ 3) \left(15a - 3a^{\frac{1}{3}} - 2a^{-\frac{1}{3}} + 8a^{-1} \right) : \left(5a^{\frac{2}{3}} + 4 \right);$$

$$4) \left(4x^{\frac{2}{3}} - 8x^{\frac{1}{3}} - 5 + 10x^{-\frac{1}{3}} + 3x^{-\frac{2}{3}} \right) : \left(2x^{\frac{5}{12}} - x^{\frac{1}{12}} - 3x^{-\frac{1}{4}} \right).$$

$$56. (1037.) \quad 1) \frac{m-n}{m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}} - \frac{m^{\frac{3}{2}} - n^{\frac{3}{2}}}{m-n};$$

$$2) \frac{1-a^{-\frac{1}{2}}}{1+a^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}}{a-1}; \quad 3) \frac{a-b}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}} - \frac{a+b}{a^{\frac{1}{3}} + a^{\frac{1}{3}}}.$$

Arvutada:

$$57. (1038.) \quad 1) \left[4^{-\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{2^{-\frac{3}{2}}} \right)^{-\frac{4}{3}} \right] \left[4^{-0,25} - (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}} \right];$$

$$2) \left[\left(a^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{1}{3}} \right)^{-1} \cdot (a-x) - \frac{a+x}{a^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}} \right] \cdot 2(ax)^{-\frac{1}{3}};$$

$$3) \left[\left(\frac{3}{4} \right)^0 \right]^{-0,5} - 0,75 \left(\frac{-\frac{4}{3}}{\sqrt{4}} \right)^2 - (-2)^{-4} + 81^{0,25};$$

$$4) 0,027^{-\frac{1}{3}} - \left(-\frac{1}{6} \right)^{-2} + 256^{0,75} - 3^{-1} + 5,5^0.$$

Lihtsustada:

$$58. (1039.) \quad 1) \left[\frac{\left(a^{\frac{3}{4}} - b^{\frac{3}{4}} \right) \left(a^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{3}{4}} \right)}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \sqrt{ab} \right] \cdot \frac{2\sqrt{2,5}(a+b)^{-1}}{\sqrt{10}};$$

$$2) \left[x(1-x)^{-\frac{2}{3}} + \frac{x^2}{(1-x)^{\frac{5}{3}}} \right] : [(1-x)^{\frac{1}{3}} \cdot (1-2x+x^2)^{-1}];$$

$$3) \left\{ 1 - [x(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}]^2 \right\}^{-1} \cdot (1+x^2)^{-1} \cdot [x^0(1+x^2)^{\frac{1}{2}} - x^2(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}];$$

$$4) \left[\frac{(a-1)^{-1}}{a^{-3}} - (1-a)^{-1} \right] \cdot \frac{a^0 + a(a-2)}{\frac{1}{a-2} - a + 1} : \sqrt{\frac{1}{(a+1)^{-2}}}.$$

59. (1040.) Lihtsustada avaldis $\left(1 + \frac{x^{-n} + y^{-n}}{x^{-n} - y^{-n}}\right)^{-2}$ ja arvutada selle arvuline väärtus, kui $x = 3$; $y = 0,75$; $n = \frac{1}{2}$.

60. (1041.) Lihtsustada avaldis $\frac{a-b}{a^{\frac{3}{4}} + a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{4}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}} + b^{\frac{1}{4}}}$ ja arvutada selle arvuline väärtus, kui $a = \frac{1}{16}$; $b = \frac{1}{81}$.

61. (1042.) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{a + 2a + 3a + \dots + na}{n^2 - 2n - 3} - \left(\sqrt{ab} - \frac{ab}{a + \sqrt{ab}} \right) : \frac{2 \left[(ab)^{\frac{1}{2}} - b \right]}{a - b}.$$

62. (1043.) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{a + (a+1) + (a+2) + \dots + 2a}{a^2 + 3a + 2} + \frac{3 \left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}} \right)}{(a-b)^{0,6}(a+2)} : \left[\left(a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}} \right) \cdot (a-b)^{-\frac{2}{5}} \right]^{-1}.$$

63. (1044.) Tõestada samasus:

$$\left\{ \left(1 + \frac{4}{a-2} \right) (a - 4 + 4a^{-1}) - \sqrt{3} \left[1 + \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} + \left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}} \right)^2 + \dots \right] \right\} : \frac{a^{-\frac{1}{2}} - 2a^{-1}}{(\sqrt{a} + 2)^{-1}} = a + 1.$$

64. (1045.) Tõestada samasus:

$$\left\{ a^{\frac{3}{2}} (1 - \sqrt{a})^{-1} + \left[a + \frac{a}{1 + \sqrt{a}} + \frac{a}{(1 + \sqrt{a})^2} + \frac{a}{(1 + \sqrt{a})^3} + \dots \right] \right\} : \left(\frac{a+3}{a^2 + 2a - 3} - 1 + \frac{2-2a}{a^2 - 2a + 1} \right) = \frac{\sqrt{a} + a}{a}.$$

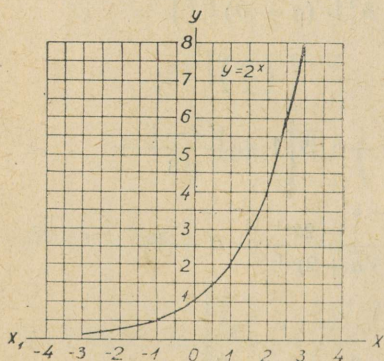
II (IX) PEATÜKK.

LOGARITMID.

§ 3. (37.) Logaritmade põhiomadused.

65. (1046.) Joonisel 1 on kujutatud funktsiooni $y = 2^x$ graafik.

1) Leida graafiku järgi funktsiooni y väärtused x järgmiste väärtuste puhul: -3 ; -2 ; -1 ; $-\frac{1}{2}$; 0 ; $\frac{1}{2}$; 1 ; 2 ; 3 ning kontrollida tulemused arvutamise teel.



Joon. 1.

2) Tõestada, et:

a) x mistahes väärtuse puhul funktsioon $y > 0$;

b) kui $x = 0$, siis $y = 1$;

c) kui $x > 0$, siis $y > 1$;

d) kui $x < 0$, siis $y < 1$;

e) x muutumisel $-\infty$ kuni $+\infty$ funktsioon $y = 2^x$ kasvab 0 -st kuni $+\infty$.

66. (1047.) Kasutades funktsiooni $y = a^x$ üldisi omadusi,

1) joonestada ühel joonisel funktsioonide $y = 3^x$ ja $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ graafikud, andes x -le järgmised väärtused:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y = 3^x$							
$y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$							

- 2) kirjeldada: a) kummagi funktsiooni üldisi omadusi;
 b) funktsioonide $y = 3^x$ ja $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ omaduste erinevust;
 3) joonestada graafikud: $y = 2^{-x}$; $y = 2^{2x}$; $y = 2^{x-1}$.

67. (1048.) 1) Missugused järgmistest astmetest

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{4}}; \quad \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{2}{3}}; \quad \left(\frac{2}{5}\right)^{-\frac{7}{8}}; \quad \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{5}{6}}; \quad (2,36)^0; \quad (0,12)^{0,2}$$

on ühest suuremad, võrduvad ühega või on ühest väiksemad?

2) Mida võib ütelda arvude m ja n kohta, kui:

a) $\left(\frac{4}{5}\right)^m < \left(\frac{4}{5}\right)^n$; b) $(1,5)^m < (1,5)^n$; c) $(0,3)^m > (0,3)^n$; d) $\left(\frac{8}{3}\right)^m > \left(\frac{8}{3}\right)^n$?

3) Mida võib ütelda astendaja m kohta, kui:

a) $10^m = 7$; b) $\left(\frac{5}{6}\right)^m = \frac{3}{4}$; c) $\left(\frac{2}{3}\right)^m = \frac{5}{2}$; d) $\left(\frac{7}{4}\right)^m = 0,6$?

4) Mida võib ütelda positiivse aluse a kohta, kui:

a) $a^{\frac{3}{5}} < a^{\frac{5}{4}}$; b) $a^{\frac{2}{3}} > a^{\frac{4}{3}}$; c) $a^{-\frac{5}{6}} > a^{\frac{7}{6}}$?

5) Missugused väärtused võivad argumendil x olla järgmiste funktsioonide puhul:

a) $y = a^{\frac{2}{x}}$; b) $y = a^{\sqrt[3]{x}}$; c) $y = a^{\sqrt{x}}$; d) $y = a^{\frac{5}{2-x}}$?

68. (1049.) Kirjutada järgmised võrdused logaritmi märgi abil, näiteks $5^2 = 25$; $\log_5 25 = 2$:

1) $2^3 = 8$; 2) $6^2 = 36$; 3) $2^4 = 16$;

4) $3^4 = 81$; 5) $4^3 = 64$; 6) $2^5 = 32$;

7) $2^{-1} = \frac{1}{2}$; 8) $3^{-2} = \frac{1}{9}$; 9) $4^{\frac{1}{2}} = 2$; 10) $27^{\frac{1}{3}} = 3$.

69. (1050.) (Peast!) Logaritmi definitsiooni põhjal kontrollida järgmiste võrduste õigsust:

1) $\log_3 9 = 2$; 2) $\log_4 16 = 2$; 3) $\log_5 125 = 3$;

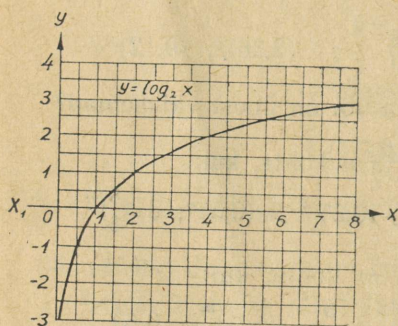
4) $\log_7 49 = 2$; 5) $\log_2 \frac{1}{4} = -2$; 6) $\log_2 \frac{1}{8} = -3$;

7) $\log_3 \frac{1}{81} = -4$; 8) $\log_5 \frac{1}{125} = -3$.

70. (1051.) Joonisel 2 on kujutatud funktsiooni $y = \log_2 x$ graafik.

1) Leida funktsiooni y väärtused x järgmiste väärtuste puhul:

$$8, 4, 2, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, 1\frac{1}{2}, 5, 6, 7.$$



Joon. 2.

2) Selgitada graafiku abil, et: a) igal positiivsel arvul on logaritm ja seejuures ainult üks; b) negatiivsetel arvudel ja nullil ei ole logaritme; c) arvu 1 logaritm on 0; d) arvust 1 suuremate arvude logaritmid on positiivsed ja arvust 1 väiksemate arvude logaritmid on negatiivsed; e) arvu piiramatul kasvamisel 0-st kuni $+\infty$ selle logaritm kasvab $-\infty$ kuni $+\infty$.

71. (1052.) 1) Joonestada ühel ja samal joonisel funktsioonide $y = \log_3 x$ ja $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ graafikud, andes x -le järgmised väärtused:

x	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$
$y = \log_3 x$						
$y = \log_{\frac{1}{3}} x$						

Määrata: a) omadused, mis on ühised mõlemale funktsioonile; b) erinevus funktsioonide $y = \log_3 x$ ja $y = \log_{\frac{1}{3}} x$ omadustes.

2) Missuguseid väärtusi võib omada argument x järgmiste funktsioonide puhul:

a) $y = \log_a(-x)$; b) $y = \log_a(1 - x^2)$; c) $y = \log_a(1 - x)$; d) $y = \log_a x^2$; e) $y = \log_a(1 + x^2)$; f) $y = \log_a \sqrt{x}$?

3) Mis võib ütelda logaritmitavate arvude m ja n kohta, kui: a) $\log_5 m < \log_5 n$; b) $\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n$; c) $\log_{0,2} m < \log_{0,2} n$?

4) Mis võib ütelda logaritmitava arvu m kohta, kui:

a) $\log_2 m = -0,32$; b) $\log_{\frac{1}{3}} m = \frac{5}{4}$; c) $\log_{\frac{1}{2}} m = -5\frac{3}{4}$?

5) Mis võib ütelda logaritmi aluse a kohta, kui:

a) $\log_a 8 = 0,3$; b) $\log_a 3 = -\frac{1}{5}$; c) $\log_a 5 < \log_a 3$;

d) $\log_a \frac{3}{4} > \log_a \frac{3}{5}$?

72. (1053.) (Peast!) Lähtudes logaritmi definitsioonist, lahendada järgmised ülesanded:

1) Missuguse arvu logaritm alusel 7 on 2?

2) Missuguse arvu logaritm alusel 4 on 3?

3) Leida arvu 100 logaritm alusel 10.

4) Leida arvu 125 logaritm alusel 5.

5) Missuguse aluse puhul on arvu 16 logaritm 4?

6) Missuguse aluse puhul on arvu 1000 logaritm 3?

73. (1054.) Leida: 1) $\log_6 36$; 2) $\log_2 \frac{1}{8}$; 3) $\log_{10} 0,01$; 4) $\log_{\frac{1}{2}} 4$.

74. (1055.) Leida arv x , kui: 1) $\log_2 x = 5$; 2) $\log_{10} x = -1$;
3) $\log_{\frac{1}{2}} x = -3$; 4) $\log_{\sqrt{2}} x = 4$.

75. (1056.) Leida alus x , kui: 1) $\log_x 216 = 3$; 2) $\log_x \frac{1}{81} = 4$;
3) $\log_x \frac{1}{64} = -3$; 4) $\log_x \sqrt{8} = \frac{3}{4}$.

76. (1057.) Leida arv x , kui: 1) $\log_5 x = 0$; 2) $\log_3 x = 1$;
3) $\log_{\frac{1}{3}} x = -1$; 4) $\log_{0,1} x = -1$.

77. (1058.) 1) Missuguse aluse puhul on arvu 10 logaritm 10?
2) $\log_x 2 = 2$? 3) $\log_x \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$? 4) $\log_x n = n$?

Samasuse $a^{\log_a n} = n$ põhjal leida:

78. (1059.) 1) $2^{\log_2 8}$; 2) $3^{\log_3 9}$; 3) $2^{\log_2 5}$; 4) $3^{\log_3 7}$.

79. (1060.) 1) $36^{\log_6 2}$; 2) $25^{\log_5 3}$; 3) $81^{0,5 \log_3 7}$; 4) $81^{0,5 \log_3 7}$;
5) $5^{\log_5 10-1}$; 6) $2^{\log_2 5+1}$.

80. (1061.) 1) Leida, missuguste täisarvude vahel on järgmised logaritmid:

1) $\log_2 7$; 2) $\log_{10} 27$; 3) $\log_{10} 0,46$; 4) $\log_2 \frac{1}{5}$.

Logaritmifunktsiooni omaduste põhjal leida, kumb on suurem:

81. (1062.) (Peast!) 1) $\log_2 5$ või $\log_2 7$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} 6$ või $\log_{\frac{1}{2}} 7$;
3) $\log_7 8$ või $\log_5 8$; 4) $\log_{\frac{1}{2}} 7$ või $\log_{\frac{1}{3}} 7$.

82. (1063.) 1) $\log_8 9$ või $\log_9 8$; 2) $\log_4 1$ või $\log_5 1$; 3) $\log_5 5$ või $\log_6 6$; 4) $\log_{0,15} 0,15$ või $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}$.

Leida x , kui:

83. (1064.) 1) $\log_x \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$; 2) $\log_x \frac{1}{27} = -2$; 3) $\log_{\frac{3}{3\sqrt{3}}} x = -\frac{3}{2}$.

84. (1065.) 1) $\log_{0,045} 5 = x$; 2) $\log_{\frac{1}{3\sqrt{3}}} \frac{1}{27} = x$;

3) $\log_x 0,125 = -2$; 4) $\log_{\frac{3}{3\sqrt{3}}} x = -\frac{2}{3}$.

85. (1066.) 1) $\log_{\frac{3}{2\sqrt{2}}} \frac{1}{16} = x$; 2) $\log_{\frac{3}{4\sqrt{4}}} x = -\frac{3}{4}$;

3) $\log_{\frac{3}{2\sqrt{5}}} x = -6$; 4) $\log_{\frac{1}{2\sqrt{2}}} \frac{1}{64} = x$;

5) $\log_{\frac{1}{2\sqrt{2}}} \frac{1}{8} = x$; 6) $\log_{0,32} \left(\frac{2}{5} \sqrt{2} \right) = x$.

Arvutada:

86. (1067.) 1) $2 \log_5 25 + 3 \log_2 64$; 2) $\log_2 \log_2 16$; 3) $5 \cdot 3^{\log_2 2}$;
4) $3^{1-\log_3 7}$; 5) $5^{\log_5 8+1}$; 6) $2,4^{\log_{2,4} 10+1}$.

87. (1068.) 1) $(3^{\log_3 5})^2$; 2) $5^{2 \log_5 3}$; 3) $4^{3 \log_4 2}$; 4) $3^{2-\log_3 10}$.

Leida x võrrandeist:

88. (1069.) 1) $2 \log_3 x = 3 \log_3 x - 2$;
2) $5 \log_2 x - 3 \log_7 49 = 2 \log_2 x$;
3) $(\log_3 x)^2 - 3 \log_3 x + 2 = 0$;
4) $(\log_2 x)^2 - \log_2 x - 2 = 0$.

§ 4. (38.) Logaritmimine ja potentseerimine.

89. (1070.) Kasutades samasust $n = a^{\log_a n}$, tõestada järgmiste valemite õigsust:

1) $\log_a (nm) = \log_a n + \log_a m$; 2) $\log_a \frac{n}{m} = \log_a n - \log_a m$;

3) $\log_a n^k = k \log_a n$; 4) $\log_a \sqrt[k]{n} = \frac{\log_a n}{k}$.

90. (1071.) Teades, et alusel $10 \log 2 = 0,3010$, $\log 3 = 0,4771$ ja $\log 5 = 0,6990$, leida samal alusel:

$$\log 6; \log 4; \log 12; \log 15; \log 16; \log 20; \log 30; \log 32; \log_5^3;$$

$$\log \frac{8}{15}; \log 1\frac{2}{3}; \log 4\frac{4}{5}; \log 0,6; \log 0,12; \log 0,08.$$

91. (1072.) (Peast!) Kuidas muutub antud arvu logaritm, kui, muutmata alust:

- 1) arv tõsta kaheksa korda?
- 2) arv tõsta kuubi?
- 3) võtta ruutjuur antud arvust?
- 4) arvu suurendada 2 korda?
- 5) arvu vähendada 5 korda?

Logaritmid ja järgmised avaldised¹:

92. (1073.) 1) $x = abc$; 2) $x = 3cd$; 3) $x = 2(a - b)$;
4) $x = 5(a^2 - b^2)$.

93. (1074.) 1) $x = \frac{3mn}{5}$; 2) $x = \frac{4cd}{3a}$; 3) $x = \frac{5(a+b)}{a(a-b)}$;
4) $x = \frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{4abc}$.

94. (1075.) 1) $x = 5a^2$; 2) $x = 3c^2d$; 3) $x = 13c^4d^3kl^2$.

95. (1076.) 1) $x = \frac{2r^2}{3(r^2-1)}$; 2) $x = \frac{p^3 \tan \alpha}{abc}$; 3) $x = \frac{10(a^2 - b^2)}{3c^3d^4}$.

96. (1077.) 1) $x = a\sqrt{b}$; 2) $x = m\sqrt[3]{n}$; 3) $x = 3a\sqrt[3]{3b^2}$.

97. (1078.) 1) $x = \sqrt[3]{\frac{a}{b}}$; 2) $x = \sqrt[4]{\frac{a^3}{b}}$;
3) $x = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$;
4) $x = 3a\sqrt[5]{a^3(a+b)^2}$.

98. (1079.) 1) $x = 15p^2\sqrt[4]{2p^2(p-q)^3}$; 2) $x = \frac{3mn^2}{4\sqrt[5]{5mn}}$;
3) $x = \frac{6a\sqrt{2(a-b)c}}{5(a-b)^2}$; 4) $x = \left(\sqrt[5]{\frac{a}{2b}}\right)^3$.

¹ Harjutustes (92—113) tähtsised avaldised tähistavad positiivseid arve.

$$99. (1080.) \quad 1) \quad x = \left(\frac{\sqrt[4]{ab}}{\sqrt{3b}} \right)^3; \quad 2) \quad x = \frac{a^2 \sqrt{\sin \alpha}}{b^3 \sqrt[4]{c}};$$

$$3) \quad x = m^{-2} n^{-3}; \quad 4) \quad x = 5p^{-2} \sqrt{\cos 2\alpha}.$$

$$100. (1081.) \quad 1) \quad x = 3a^{-1} b^{-2} c; \quad 2) \quad x = \frac{1}{2} m^{-4} \sqrt{2 \tan \alpha};$$

$$3) \quad x = a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{2}{3}}; \quad 4) \quad x = \frac{5}{6} s^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{\sin \alpha}{2}}.$$

$$101. (1082.) \quad 1) \quad x = 5p^{-\frac{3}{4}} q^{-\frac{1}{3}} \sqrt{\frac{2 \cos^2 \alpha}{2}};$$

$$2) \quad x = \frac{m^{-1} \sqrt{5 \tan^3 \alpha}}{2a^2 b}; \quad 3) \quad x = \frac{n^{-2} \sqrt[3]{2 \sin^2 \alpha}}{5m^3 n^2}.$$

$$102. (1083.) \quad 1) \quad x = \sqrt[4]{\frac{1}{a^3}} \cdot \sqrt[3]{\frac{1}{b^2}}; \quad 2) \quad x = \frac{1}{3} \sqrt{a \sqrt{b}};$$

$$3) \quad x = \frac{2}{5} \sqrt[3]{m \sqrt{n}}; \quad 4) \quad x = \frac{\sqrt[3]{a \sqrt{a \sqrt{a}}}}{\sqrt[3]{a \sqrt[3]{o}}}.$$

$$103. (1084.) \quad 1) \quad x = \frac{a \sqrt[5]{b \sqrt{a \sqrt{b}}}}{b \sqrt[5]{a \sqrt[3]{b \sqrt{a}}}}; \quad 2) \quad x = \sqrt[5]{\left(\frac{1}{a^3 b^3 \sqrt[4]{c^3}} \right)^3};$$

$$3) \quad x = \sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{ab}}} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}}; \quad 4) \quad x = \sqrt[5]{\frac{3a^2}{\sqrt[3]{\left(\frac{a^2}{b}\right)^2}}}.$$

$$104. (1085.) \quad 1) \quad x = \sqrt[6]{\frac{5m^3}{3 \sqrt[3]{\left(\frac{m}{n^2}\right)^2}}}; \quad 2) \quad x = \sqrt[n]{a^{12} \sqrt[3]{b^3}};$$

$$3) \quad x = \sqrt[{-2}]{\frac{\sqrt{ab}}{a^{-1}} \cdot \sqrt[{-3}]{a^{-1} b^{-2}}};$$

$$4) \quad x = \sqrt[{-3}]{\frac{\sqrt{a^{-1}}}{b^{-2}} \cdot \sqrt[{-2}]{a^{-1} b^{-3}}}.$$

105. (1086.) 1) $x = \sqrt[n+1]{a^m \sqrt[n]{b^{-1}}}$; 2) $\sqrt{a} \sqrt[n]{a}$;
 3) $x = 3 \sqrt[5]{4}$; 4) $x = 0,5 \sqrt[3]{0,4}$.
 106. (1087.) 1) $x = 0,8 \sqrt[4]{0,5}$; 2) $x = \log(a^2)$;
 3) $x = \log\left(5 \sqrt[3]{4}\right)$; 4) $x = \log\left(\sqrt[3]{3} \sqrt[3]{3}\right)$.
 107. (1088.) 1) $x = \log\left(1,6 \sqrt[3]{1,2}\right)$; 2) $x = \frac{5 \log m}{\log(m^3)}$;
 3) $x = \log \sqrt{\log 3}$; 4) $x = \log \sqrt{(a+b)^{\log(a+b)}}$.

Leida x tema antud logaritmi järgi:

108. (1089.) 1) $\log x = \log b + \log c$;
 2) $\log x = \log m - \log n$;
 3) $\log x = 5 \log a$;
 4) $\log x = 2 \log a + 3 \log b$.
 109. (1090.) 1) $\log x = 3 \log m - 4 \log n$;
 2) $\log x = \frac{1}{2} \log a$; 3) $\log x = \frac{1}{2} (\log m + \log n)$;
 4) $\log x = 2 \log a + 3 \log b - 5 \log c$.
 110. (1091.) 1) $\log x = 3 \log(a+b) - 2 \log(a-b)$;
 2) $\log x = \frac{1}{2} \log(m-n) - \frac{1}{3} \log(m+n)$;
 3) $\log x = \frac{2}{3} \log a + \frac{8}{5} \log b$;
 4) $\log x = \frac{3 \log a}{2} - \frac{4 \log b}{3}$;
 5) $\log x = \frac{2 \log m}{5} - \frac{3 \log n}{4}$.
 111. (1092.) 1) $\log x = 2 \log(a+b) - \frac{2}{3} \log(a-b) + \frac{1}{2} \log a$;
 2) $\log x = \frac{1}{2} \log(a-b) - \frac{2}{5} \log(a+b) - \frac{2}{3} \log a$;
 3) $\log x = \frac{2}{3} (\log a + \log b)$;
 4) $\log x = \frac{3}{4} (\log m - \log n)$.

112. (1093.) 1) $\log x = \log(a - b) + \frac{1}{3}(2 \log a + 3 \log b)$;
 2) $\log x = \log(c + d) - \frac{3}{4}(3 \log c - 2 \log d)$;
 3) $\log x = \log a + n \log(a + b) - \frac{1}{n} \log(a - b)$;
 4) $\log x = \log b - \frac{1}{m} \log(b - c) + m \log(b + c)$.
113. (1094.) 1) $\log x = 5 \log m + \frac{1}{2}[\log(m + n) + \frac{1}{3} \log(m - n) - \log m - \log n]$;
 2) $\log x = \frac{2}{3}[\log k + \frac{4}{3} \log(k + l) - 2 \log(k - l)] - \frac{1}{2} \log l$;
 3) $\log x = -\frac{1}{2} \log a + \frac{1}{4}[\log b - \frac{2}{3} \log a + \frac{2}{3} \log(a - b) - \frac{1}{2} \log(a + b)]$;
 4) $\log x = -\log(a + b) + \frac{2}{5}[2 \log a + \frac{1}{2} \log b - \frac{1}{3}(\log a - \log b) - \log a]$.

§ 5. (39.) Kümnnendlogaritmid.

114. (1095.) (*Peast!*) Leida järgmiste arvude logaritmid:
 1) 0,1; 2) 0,01; 3) 0,001; 4) 0,0001; 5) 0,00001.
115. (1096.) (*Peast!*) Teades, et $\log 2 = 0,3010$, leida arvude logaritmid:
 1) 20; 2) 200; 3) 2000; 4) 20 000; 5) 2 000 000;
 6) 0,2; 7) 0,02; 8) 0,002; 9) 0,0002; 10) 0,00002.
116. (1097.) Väljendada järgmised logaritmid negatiivsete arvudega:
 1) $\overline{1,3235}$; 2) $\overline{2,5638}$; 3) $\overline{1,8436}$; 4) $\overline{2,4957}$;
 5) $\overline{3,6472}$; 6) $\overline{4,9879}$; 7) $\overline{1,8978}$; 8) $\overline{5,4989}$.
117. (1098.) Väljendada poolnegatiivsel kujul logaritmid:
 1) $-0,3678$; 2) $-0,5763$; 3) $-0,7459$; 4) $-1,5297$;
 5) $-1,8394$; 6) $-2,5878$; 7) $-3,0251$; 8) $-4,3001$;
 9) $-0,2310$; 10) $-0,0840$; 11) $-2,0900$; 12) $-1,0101$.
118. (1099.) Leida arvude logaritmid (tabeli järgi):
 1) 5; 2) 7; 3) 13; 4) 78; 5) 125; 6) 240; 7) 509;
 8) 646; 9) 749; 10) 989.

119. (1100.) Leida arvude logaritmid:

- 1) 0,7; 2) 0,015; 3) 2,4; 4) 25,6; 5) 0,146;
6) 0,497; 7) 0,0084; 8) 0,0567; 9) 1,02; 10) 4,09;
11) 0,208; 12) 0,0000496; 13) 0,0000809.

120. (1101.) Leida arvude logaritmid:

- 1) 5 436; 2) 7 132; 3) 1 508; 4) 8 091; 5) 24,16;
6) 342,3; 7) 2,197; 8) 1,674; 9) 0,5379; 10) 0,9032;
11) 0,04635; 12) 0,06483; 13) 0,001528;
14) 0,0006384.

121. (1102.) Leida arvude logaritmid:

- 1) 24 868; 2) 57 384; 3) 28,157; 4) 152,59;
5) 1,7384; 6) 0,49276; 7) 893,75; 8) 0,063815;
9) 1,0053; 10) 237 628; 11) 236,743; 12) 32,15475;
13) 1,067476; 14) 0,547963; 15) 0,0152396.

122. (1103.) Leida arvud, mille logaritmid on:

- 1) 1,7482; 2) 0,4362; 3) $\overline{1,6415}$; 4) $\overline{2,6149}$;
5) 3,2648; 6) $\overline{2,8176}$; 7) $\overline{3,9340}$; 8) $\overline{4,7267}$;
9) 0,9236; 10) $\overline{1,1015}$; 11) $\overline{2,6995}$; 12) 1,5419.

123. (1104.) Teostada logaritmidega järgmised tehted:

- 1) $\overline{1,5436} + 2,3892$; 2) $\overline{1,1546} + \overline{2,9835}$;
3) $0,7658 - 1,3456$; 4) $\overline{1,2396} - 0,7459$;
5) $0,1518 - \overline{1,2836}$; 6) $0,3215 - \overline{2,9217}$;
7) $\overline{1,1631} - \overline{1,9448}$; 8) $\overline{2,1271} - 3,2348$;
9) $0,2911 - 2,3662$; 10) $\overline{1,2117} + 2,5279$;
11) $1 - \overline{1,2812}$; 12) $2 - \overline{2,1534}$.

124. (1105.) Teostada logaritmidega järgmised tehted:

- 1) $\overline{1,2432} \cdot 3$; 2) $\overline{1,9272} \cdot 2$; 3) $0,1546 \cdot (-2)$;
4) $\overline{1,7638} \cdot (-3)$; 5) $\overline{1,2932} \cdot (-0,3)$;
6) $2,5416 \cdot (-1,2)$; 7) $2,1562 \cdot \frac{2}{3}$; 8) $1,5678 \cdot \frac{3}{4}$.

125. (1106.) 1) $\overline{2,2817} : 2$; 2) $\overline{1,2462} : 2$; 3) $\overline{1,1536} : 3$;

- 4) $\overline{2,6483} : 3$; 5) $\overline{1,7235} : 4$; 6) $\overline{2,8478} : 4$;
7) $\overline{1,3243} : (-2)$; 8) $\overline{1,6274} : (-3)$;
9) $\overline{1,8236} : (-0,2)$; 10) $\overline{2,6548} : (-0,3)$.

126. (1107.) Missuguste x väärtuste puhul on kehtivad võrratused:

- 1) $\log x > 3$; 2) $\log(-x) > 3$;
3) $\log(x^2) > 3$; 4) $\log^2 x > 3$;
5) $\log x < 2 \log x$; 6) $\log x > 2 \log x$?

127. (1108.) (*Peast!*) Mida võib ütelda kahe arvu kohta, mille kümnendlogaritmid

1) karakteristikud on võrdsed? 2) mantissid on võrdsed?

128. (1109.) On antud $\log 2$ ja $\log 3$. Missuguste arvude logaritme 1-st kuni 100-ni on võimalik arvutada ilma tabelita?

129. (1110.) Leida arvu 2^{100} numbrite arv, kui on teada, et $\log 2 = 0,3010$.

130. (1111.) Missugustel arvudel ei oleks olnud kümnendlogaritme, kui me oleksime tundnud ainult positiivsete astendajatega astmeid?

131. (1112.) Missuguse rea moodustavad geomeetrilise progressiooni järjestikuste liikmete logaritmid?

132. (1113.) Leida viga järgmistes teisendustes.

On antud samasus: $\log \frac{1}{3} = \log \frac{1}{3}$. Korrutanud vasaku poole 2-ga ja jätnud parema poole muutmata, saame:

$$2 \log \frac{1}{3} > \log \frac{1}{3}; \log \left(\frac{1}{3}\right)^2 > \log \frac{1}{3}; \frac{1}{9} > \frac{1}{3}. \text{ Kus on viga?}$$

Arvutada logaritmid tabeli abil:

133. (1114.) 1) $24,5 \cdot 1,57$; 2) $0,046 \cdot 2,86$; 3) $4,134 : 0,1548$;
4) $12,78 : 3,392$; 5) $8,576^3$; 6) $2,036^4$.

134. (1115.) 1) $\sqrt[3]{15,36}$; 2) $\sqrt[3]{2,376}$; 3) $\frac{154,8 \cdot 5,436}{12,72}$;
4) $\frac{54,83 \cdot 1,367}{2,832}$.

135. (1116.) 1) $\frac{103,8 \cdot 20,97}{5,174 \cdot 13,62}$; 2) $\frac{9,738 \cdot 21,09}{48,72 \cdot 0,8478}$;
3) $3 \cdot \sqrt[4]{273,5}$; 4) $0,156 \cdot \sqrt[5]{85,74}$.

136. (1117.) 1) $\frac{92,17^2 \cdot 5,14^3}{2,184^4 \cdot 0,5836^2}$; 2) $\frac{1,894^4 \cdot 23,4^3}{44,15^2 \cdot 0,9647}$;
3) $\sqrt[3]{5862^2}$; 4) $\sqrt[5]{13,76^3}$.

137. (1118.) 1) $\sqrt[3]{\frac{0,1532^2}{2,74}}$; 2) $\sqrt[4]{\frac{674,2}{2,73^3}}$;
3) $\frac{8,15^2 \cdot \sqrt[3]{14,36}}{24,38 \cdot \sqrt[3]{8,734}}$; 4) $\frac{12,48^3 \cdot \sqrt[4]{5,76}}{1,842 \cdot \sqrt[3]{673,8}}$.

$$138. (1119.) \quad 1) \frac{2,934^3 \cdot \sqrt[3]{123,4^2}}{1,124^2 \cdot \sqrt{0,084}};$$

$$2) \frac{0,897^2 \cdot \sqrt[4]{0,0792}}{2,15^3 \cdot \sqrt[3]{12,76^2}};$$

$$3) \sqrt[4]{\frac{1,56^3 \cdot \sqrt[5]{0,14}}{0,8942}};$$

$$4) \sqrt[5]{\frac{2,591^4 \cdot \sqrt[3]{0,0836}}{1,147^2}}.$$

$$139. (1120.) \quad 1) (0,461)^{0,461};$$

$$2) (0,171)^{1,163};$$

$$3) (0,273)^{1,573};$$

$$4) \left(\frac{1}{3}\right)^{0,2073}.$$

$$140. (1121.) \quad 1) \sqrt[3]{-18,34};$$

$$2) \sqrt[5]{-0,249};$$

$$3) (-5,32)^3 \cdot \sqrt[4]{0,0294};$$

$$4) \frac{3,89 \cdot 2 \cdot \sqrt[3]{-0,1536}}{0,924^2};$$

$$5) \frac{0,01 \cdot 3 \cdot \sqrt[2]{2,72}}{\sqrt[5]{-2,963}};$$

$$6) \sqrt[3]{\frac{-0,415 \cdot 2}{\sqrt{5,48}}}.$$

Arvutada järgmised avaldised ositi logaritmimise teel:

$$141. (1122.) \quad 1) \sqrt[3]{0,836} + \sqrt[4]{2,324}; \quad 2) \sqrt[3]{79,836 + \sqrt{156,374}};$$

$$3) \frac{1,592^2}{\sqrt[3]{0,382}} + \frac{\sqrt[4]{0,08964}}{0,5348^3}; \quad 4) \sqrt[5]{\frac{12,4 + 0,6 \cdot \sqrt[3]{0,0548}}{0,3897^2}}.$$

$$142. (1123.) \quad 1) \frac{\sqrt{5} - \sqrt[3]{5}}{1 - 0,1845^2};$$

$$2) \frac{\sqrt{236,46^2 - 132,34^2}}{\sqrt[3]{4 + \sqrt[5]{3}}};$$

$$3) \frac{4 - 0,0186^2}{\sqrt{0,1 - \sqrt{10}}};$$

$$4) \sqrt[3]{1 - 4,2013 \cdot \sqrt[3]{0,1}}.$$

$$143. (1124.) \quad 1) \sqrt[10]{10 + \sqrt[10]{10}};$$

$$2) \sqrt[5]{1 - 7,002 \cdot \sqrt[3]{0,1}};$$

$$3) 1 - (\sqrt[6]{0,6})^{3,3};$$

$$4) \sqrt[5]{\frac{25 - \sqrt[7]{-136}}{0,00034}}.$$

$$144. (1125.) \quad 1) \sqrt[3]{\log 0,8}; \quad 2) 144,4 + \sqrt[3]{\log 0,2 - \log \sqrt{0,1}};$$

$$3) (1 + \sqrt[5]{\log 2})^{\frac{3}{0,2}}; \quad 4) (1 + \sqrt[3]{\log 3})^{\frac{2}{0,5}}.$$

Lahendada ülesanded.

145. (1126.) 1) Leida ringi pindala, kui raadius $R = 15,62$ cm.

2) Arvutada ringjoone pikkus, kui ringi pindala on $0,5676$ m².

3) Püstprisma põhjaks on ruut, mille külg on $0,567$ m. Leida selle prisma ruumala, kui kõrgus võrdub $4,098$ m.

4) Arvutada rõnga pindala, mille seesmine diameeter on $5,208$ m ja välimine diameeter $7,302$ m.

146. (1127.) 1) Arvutada kolmnurga pindala, kui küljed on $897,5$ m; $786,3$ m; $645,6$ m.

2) Leida kuubi serv, kui ruumala $V = 12,4$ cm³.

3) Leida kuubi serv, kui tema ruumala on 5 korda suurem niisuguse kuubi ruumalast, mille külg on $24,3$ cm.

4) Kasutades ühtlaselt kiireneva liikumise valemit $s = \frac{gt^2}{2}$, leida keha poolt 15 sekundiga läbitud tee pikkus s , kui kiirendus $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$.

147. (1128.) 1) Leida kera ruumala valemi $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ järgi, kui $R = 12,46$ cm.

2) Teades, et silindri ruumala V arvutatakse valemi $V = \pi R^2 H$ järgi, kus R on põhja raadius, H — silindri kõrgus, arvutada 1000 m pikkuse vasktraadi kaal (erikaal $8,55 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$), kui traadi läbimõõt on 2 mm.

3) Viht terastraati, mille läbimõõt on 2,5 mm, kaalub 15,8 kg. Leida selle traadi pikkus, kui terase erikaal on $7,96 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$.

4) Õõnsa silindri ruumala V arvutatakse valemi $V = \pi(R^2 - r^2)H$ järgi, kus R on silindri põhja välimine raadius, r — seesmine raadius, H — silindri kõrgus.

Arvutada seatinast toru kaal, kui toru pikkus on 4,375 m ja tema välimine ja sisemine diameeter on vastavalt 13,6 cm ja 12,5 cm ning seatina erikaal võrdub $11,3 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$.

148. (1129.) Arvutada järgmised avaldised:

$$1) \frac{3a^2}{8 \sin \frac{\alpha}{2}} \sqrt{\sin \left(60^\circ + \frac{\alpha}{2} \right) \cos \left(60^\circ - \frac{\alpha}{2} \right)},$$

kui $a = 3,892$, $\alpha = 12^\circ 16'$;

$$2) \ 2\pi(R^2 - r^2) \tan^2\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right),$$

kui $R = 1,425$, $r = 0,182$, $\alpha = 62^\circ 15'$,
 $\beta = 48^\circ 45'$;

$$3) \ \pi(m + n)^3 \sin^2 \alpha \sqrt{\cos \frac{\alpha}{2}},$$

kui $m = 8,315$, $n = 3,812$, $\alpha = 52^\circ 32'$;

$$4) \ 4r^2 h \frac{\cos^2\left(45^\circ - \frac{\alpha}{2}\right)}{\sqrt{\sin \alpha}},$$

kui $r = 15,431$, $h = 8,735$, $\alpha = 64^\circ 24'$.

149. (1130.) Leida logaritmid tabeli abil x , kui:

- 1) $\log_2 x = \overline{1},1459$; 2) $\log_5 x = \overline{1},1236$;
 3) $\log_{100} x = \overline{1},0492$; 4) $\log_{0,1} x = 2,67$.

150. (1131.) Arvutada kümnendlogaritmid tabeli abil:

- 1) $\log_4 0,015$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} 1000$; 3) $\log_{\frac{1}{2}} 0,001$;
 4) $\log_{0,002} 0,02$.

151. (1132*.) 1) Tõestada, et arvu logaritm «uue aluse» järgi võrdub selle arvu «vana aluse» järgi võetud logaritmi ja «vana aluse» järgi võetud «uue aluse» logaritmi jagatisega, s. o.

$$\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}.$$

2) Tõestada, et mistahes alusel võetud kahe antud arvu logaritmid suhted on võrdsed, s. o. $\frac{\log_a N}{\log_a M} = \frac{\log_b N}{\log_b M}$.

3) Tõestada, et $\log_b a = \frac{1}{\log_a b}$.

4) Tõestada, et $\log_a^k N = \frac{\log_a N}{k}$.

152. (1133*.) Kasutades kümnendlogaritmid tabelit ja eelmises ülesandes antud valemeid, arvutada:

- 1) $\log_2 15$; 2) $\log_{100} 25$;
 3) $\ln 8^1$; 4) $\ln 24$.

¹ $\ln$ — naturaallogaritm alusel $e \approx 2,7183$.

§ 6. (40.) Eksponentvõrrandid ja logaritmivõrrandid.

Lahendada eksponentvõrrandid:

153. (1134.) 1) $5^x = 625$; 2) $3^x = 243$; 3) $2^{-x} = 16$;
4) $3^{-x} = 81$; 5) $8^x = 32$; 6) $9^x = 27$.

154. (1135.) 1) $25^x = \frac{1}{5}$; 2) $49^x = \frac{1}{7}$; 3) $2^{x+1} = 32$;

4) $3^{2x-1} = 81$; 5) $\sqrt{5^x} = \sqrt[3]{25}$; 6) $\sqrt[4]{7^x} = \sqrt[5]{343}$.

155. (1136.) 1) $\sqrt[4]{a^{x+1}} = \sqrt[3]{a^{x-2}}$; 2) $\left(\frac{3}{4}\right)^x = \left(\frac{4}{3}\right)^5$;

3) $\left(\frac{4}{9}\right)^x = \left(\frac{3}{2}\right)^8$; 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \left(\frac{9}{8}\right)^x = \frac{27}{64}$.

156. (1137.) 1) $2^{x-2} = 1$; 2) $3^{2x-1} = 1$;
3) $a^{(x-2)(x-3)} = 1$; 4) $a^{(x-1)(x+2)} = 1$.

157. (1138.) 1) $1000 \cdot \sqrt[0]{0,1} = 100^x$; 2) $\sqrt[2]{27^{2x-1}} = \sqrt[9]{9^{2x-1}}$;
3) $4^{\sqrt{x+1}} = 64 \cdot 2^{\sqrt{x+1}}$; 4) $(0,25)^{2-x} = \frac{256}{2^{x+3}}$.

158. (1139.) 1) $16 \sqrt[5]{(0,25)^{5-\frac{x}{4}}} = 2^{\sqrt{x+1}}$;

2) $\left(\frac{4}{9}\right)^x \cdot \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} = \frac{2}{3}$; 3) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$;

4) $2^x \cdot 5^x = 0,1 \cdot (10^{x-1})^5$; 5) $\sqrt{2^x} \cdot \sqrt{3^x} = 36$.

159. (1140*.) 1) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2^{3x-1}}} - \sqrt[3]{8^{x-3}} = 0$;

2) $\sqrt[5]{5^{x-0,5+1}} \cdot \sqrt[5]{25} - 5^{\frac{x-1}{5}} = 0$.

160. (1141.) Lahendada logaritmid tabeli abil järgmised eksponentvõrrandid:

1) $10^x = 300$; 2) $3^x = 12$; 3) $2^x = 10$;
4) $10^{4x} = 5,75$.

161. (1142.) Ehitada eksponentfunktsiooni $y = 2^x$ graafik ja lahendada graafiku abil võrrandid:

1) $2^x = 3$; 2) $2^x = 5$; 3) $2^x = 0,5$; 4) $2^x = 2,5$.

Lahendada eksponentvõrrandid teguri sulgude ette toomisega:

162. (1143.) 1) $3^{x+1} + 3^x = 108$; 2) $2^{x+2} - 2^x = 96$;
3) $7^x - 7^{x-1} = 6$; 4) $2^x - 2^{x-2} = 3$.

163. (1144.) 1) $3^{x+2} + 3^{x-1} = 28$; 2) $5^{x+1} - 5^{x-1} = 24$;
 3) $3^{2x-1} + 3^{2x-2} - 3^{2x-4} = 315$;
 4) $2^{x-1} + 2^{x-2} + 2^{x-3} = 448$.

164. (1145.) 1) $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} = 140$;
 2) $7^{x+2} + 2 \cdot 7^{x-1} = 345$;
 3) $2^{x+1} + 3 \cdot 2^{x-1} - 5 \cdot 2^x + 6 = 0$;
 4) $5 \cdot 3^{2x-1} - 9^{x-0,5} = 9^x + 4 \cdot 3^{2x-2}$.

165. (1146.) 1) $3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2}$;
 2) $2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 7^x + 7^{x-1} + 7^{x-2}$.

Lahendada eksponentvõrrandid, andes neile kuju:

$$a^{2x} + a^x = b.$$

166. (1147.) 1) $3^{2x} - 3^x = 702$; 2) $7^{2x} - 6 \cdot 7^x + 5 = 0$;
 3) $3^{2x} - 5 \cdot 3^x + 6 = 0$;
 4) $2 \cdot 3^{2x} - 5 \cdot 3^x - 1323 = 0$.

167. (1148.) 1) $4^x + 2^{x+1} = 80$; 2) $2^{2x+1} + 2^{x+2} = 16$;
 3) $3^{x+2} + 9^{x+1} - 810 = 0$; 4) $3^{2x+5} = 3^{x+2} + 2$.

168. (1149.) 1) $2^{2x-3} - 3 \cdot 2^{x-2} + 1 = 0$;
 2) $3^{4\sqrt{x}} - 4 \cdot 3^{2\sqrt{x}} + 3 = 0$.

Lahendada logaritmivõrrandid:

169. (1150.) 1) $\log x = 2 - \log 5$;
 2) $\log(x+6) - \frac{1}{2} \log(2x-3) = 2 - \log 25$;

3) $\frac{2 \log x}{\log(5x-4)} = 1$; 4) $\frac{\log x}{1 - \log 2} = 2$.

170. (1151.) 1) $\log_{x-1}(x^2 - 5x + 10) = 2$;
 2) $\log\left(\frac{1}{2} + x\right) = \log \frac{1}{2} - \log x$;

3) $\frac{1}{12} \log^2 x = \frac{1}{3} - \frac{1}{4} \log x$;
 4) $2 \log x = -\log(6 - x^2)$.

171. (1152.) 1) $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{2}{1 + \log x} = 1$;
 2) $0,5 \log(2x-1) + \log \sqrt{x-9} = 1$;
 3) $\log \log \log x = 0$; 4) $\log_2 \log_3 \log_4 x = 0$.

Lahendada võrrandid:

172. (1153.) 1) $x^x = x$; 2) $x^{\log x} = 10$; 3) $x^{\log x+2} = 1000$;
 4) $x^{1 - \frac{\log x}{4}} = 10$; 5) $x^{\frac{2 - \log x}{2}} = 100$.

$$173. (1154.) \quad 1) \log x^{\log x} = 1; \quad 2) 100^{\log(x+20)} = 10\,000;$$

$$3) 0,1x^{\log x-2} = 100; \quad 4) (0,1)^{-(x^2-5x+8)} = 100.$$

$$174. (1155.) \quad 1) \log 9^{-1} + x \log \sqrt[3]{3^{5x-7}} = 0;$$

$$2) x^{1-0,25\log x} = 10; \quad 3) \log \left(3 \sqrt{\frac{x(x-4)}{x-3}} + 1 \right) = 1;$$

$$4) \log 10^{\log(x^2+21)} - 1 = \log x.$$

175. (1156*.) Kasutades ülemineku valemit ühest logaritmidest süsteemist teise, nimelt $\log_b N = \frac{\log_a N}{\log_a b}$, lahendada võrrandid:

$$1) \log_3 x + \log_{\sqrt{x}} x - \log_{\frac{1}{3}} x = 6;$$

$$2) 2 \log_4 x + 2 \log_x 4 = 5;$$

$$3) 2 \log_x 25 - 3 \log_{25} x = 1;$$

$$4) \log_2(x-1)^2 - \log_{0,5}(x-1) = 9;$$

$$5) \log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7.$$

Lahendada võrrandsüsteemid:

$$176. (1157.) \quad 1) \begin{cases} 9^{x+y} = 729 \\ 3^{x-y-1} = 1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x - y = 90 \\ \log x + \log y = 3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \log x + \log y = 5 \\ \log x - \log y = 3 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x^y - y^x = 0 \\ x^2 - y^3 = 0 \end{cases}$$

$$177. (1158.) \quad 1) \begin{cases} 14^x - 63y = 0 \\ 17^x - 87y = 0 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x^{x+y} - y^{12} = 0 \\ y^{x+y} - x^3 = 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^{\sqrt{y}} = y \\ y^{\sqrt{y}} = x^4 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} 2^{\sqrt{x} + \sqrt{y}} = 512 \\ \log \sqrt{xy} = 1 + \log 2 \end{cases}$$

$$178. (1159.) \quad 1) \begin{cases} \log_x \log_2 \log_x y = 0 \\ \log_y 9 = 1 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} xy = 40 \\ x^{\log y} = 4 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2^{\frac{x-y}{2}} - 2^{\frac{x-y}{4}} = 12 \\ 3^{\log(2y-x)} = 1 \end{cases} \quad 4) \begin{cases} \sqrt{x+y} = 23 \\ (x+y) \cdot 2^{y-x} = 3 \end{cases}$$

§ 7. (41.) Liitprotsendid.

179. (1160.) Leida liitprotsendi valemi järgi tundmatud suurused järgmises tabelis:

N ^o	<i>a</i>	<i>p</i>	<i>t</i>	<i>A</i>	N ^o	<i>a</i>	<i>p</i>	<i>t</i>	<i>A</i>
1	100	5	20	?	3	250 rbl.	5	?	519 rbl. 72 kop.
2	?	6	18	1141 rbl. 74 kop.	4	24 800	?	15	51 558

180. (1161.) Kui suureks kasvab hoius 500 rbl., mis on pandud hoiukassasse 10 aastaks 5%-ga?

181. (1162.) Kui palju tuleb paigutada hoiukassasse, kus makstakse 5% aastas, et 20 aasta pärast omada 10 000 rbl?

182. (1163.) Metsalangil arvatakse olevat 6 500 m³ puitu. Kui palju on puitu sellel metsalangil 10 aasta pärast, kui iga-aastane juurdekasv moodustab keskmiselt 2%?

183. (1164.) Linnas on käesoleval ajal 85 tuhat elanikku. Mitu elanikku on linnas 5 aasta pärast, kui iga-aastane juurdekasv moodustab keskmiselt 3%?

184. (1165.) 1935. a. saadi NSV Liidus 5,5 miljardit puuda teravilja, 1937. a. aga 7 miljardit puuda. Leida iga-aastane keskmine viljasaagi kasvu protsent NSV Liidus nimetatud aastail.

185. (1166.) NSV Liidus moodustas tööstustöölise keskmine töötasu kuus 1930. a. 991 rbl., 1933. a. aga 1 519 rbl. Mitme protsendi võrra tõusis NSV Liidus töölise töötasu iga aasta keskmiselt nimetatud aastail?

186. (1167.) Sisseseade väärtus väheneb iga aastaga *p* protsenti. Leida, kui palju maksab sisseseade 5 aasta pärast, kui selle algsumma on 160 tuhat rubla ja iga-aastane amortisatsiooni protsent on 2.

187. (1168.) Töökoja sisseseade väärtus on 500 tuhat rubla. On teada, et 10 aasta pärast amortiseerumise tõttu selle sisse-seade väärtus on 200 tuhat rubla. Leida sisseseade iga-aastane amortisatsiooni protsent.

188. (1169.) On teada, et raadiumi iga gramm kaotab 1600 aasta jooksul poole oma kaalust. Avaldada raadiumi aastane kaalu kaotamise protsent.

III (X) PEATÜKK.

ÜLESANDEID IX KLASSI KURSUSE KORDAMISEKS.

189. (1170.) Kirjutada geomeetrilise progressiooni 8 esimest liiget, kui tema kahe esimese liikme korrutis on $\left(-\frac{1}{8}\right)$ ning esimese ja viienda liikme korrutis $\frac{1}{64}$.

190. (1171.) Viieliikmelise geomeetrilise progressiooni nelja esimese liikme summa on 13 ja nelja viimase liikme summa 195. Arvutada progressiooni äärmised liikmed.

191. (1172.) Leida geomeetrilise progressiooni kuue liikme summa, kui selle esimese ja kolmanda liikme korrutis on $\frac{1}{144}$ ning kolmanda ja neljanda liikme summa 1.

192. (1173.) Geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summa on 28 ja järgmise kolme liikme summa $3\frac{1}{2}$. Leida progressiooni kaheksas liige.

193. (1174.) Leida aritmeetilise progressiooni üheksa liikme summa, kui selle kuues liige on 5 ning kolmanda ja kaheksanda liikme summa samuti 5.

194. (1175.) Leida arvud, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, teades, et selle nelja esimese liikme summa võrdub 26, nelja viimase liikme summa on 110 ja kõigi liikmete summa 187.

195. (1176.) Leida rea

$$1 + \frac{3}{2} + \frac{5}{4} + \frac{9}{8} + \dots$$

n liikme summa.

196. (1177.) Leida järjendi $a, 2a^2, 3a^3, 4a^4, \dots$ n liikme summa, kui $0 < a < 1$ ja n piiramatult kasvab.

197. (1178.) Leida rea

$$7 + 77 + 777 + \dots$$

n liikme summa.

198. (1179.) Tõestada, et kui kolm arvu x, y, z moodustavad geomeetrilise progressiooni, siis

$$(x + y + z)(x - y + z) = x^2 + y^2 + z^2.$$

199. (1180.) Ehitada järgmiste funktsioonide graafikud:

1) $y = 2 \cdot 3^x$; 2) $y = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$; 3) $y = 2^{x^2}$; 4) $y = \frac{1}{2} \log x$;

5) $y = \log(2 - x)$.

200. (1181.) Mida võib ütelda arvude m ja n kohta, kui

1) $2,5^m < 2,5^n$; 2) $\left(\frac{3}{4}\right)^m < \left(\frac{3}{4}\right)^n$; 3) $\log_2 m > \log_2 n$;

4) $\log_{\frac{1}{2}} m > \log_{\frac{1}{2}} n$; 5) $\log_m 5,4 < \log_n 5,4$; 6) $\log_m \frac{1}{4} > \log_n \frac{1}{4}$.

201. (1182.) Mida võib ütelda arvu m kohta, kui

1) $\log_5 m = -0,2$; 2) $\log_{0,2} m = 1\frac{1}{4}$; 3) $\log_m 4 = 0,5$;

4) $\log_m 0,5 = 2$; 5) $m^{\frac{3}{4}} < m^{\frac{5}{4}}$; 6) $m^{-\frac{5}{6}} > m^{-\frac{7}{6}}$?

202. (1183.) On antud: $\log_{10} 3 = a$; $\log_{10} 2 = b$.

Tõestada, et $\log_5 6 = \frac{a+b}{1-b}$.

203. (1184.) On antud: $\log_5 4 = a$; $\log_5 3 = b$.

Tõestada, et $\log_{25} 12 = \frac{a+b}{2}$.

204. (1185.) Leida $\log_6 16$ teades, et $\log_{12} 27 = a$.
Lahendada võrrandid:

205. (1186.) 1) $4 + \frac{2}{3^x - 1} = \frac{5}{3^{x-1}}$; 2) $x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}$;

3) $x^{3 - \log \frac{x}{3}} = 900$; 4) $\frac{1}{5 - \log x} + \frac{1}{1 + \log x} = 1$.

206. (1187.) 1) $\log(152 + x^3) - 3 \log(x + 2) = 0$;

2) $\log_7 \log_2 \log_{13} x = 0$; 3) $\log_5 \log_4 \log_3 x = 0$.

207. (1188.) Lahendada võrrandisüsteemid:

$$1) \begin{cases} x^y = y^x \\ x^p = y^q \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 648 \\ 3^x \cdot 2^y = 432 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \sqrt[x]{5x^2} = 25^y \sqrt[y]{125^x} \\ \sqrt[x]{64} \cdot \sqrt[y]{8} = \sqrt[y]{2^x} \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 2^x - 2^y = 768 \\ 2^{x-1} + 2^{y-1} = 640 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} \log x + \log y = \log 11 + \log 9 \\ \log(x+y) - \log(x-y) = 1 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} xy = 1000 \\ x^{\log y} = 100 \end{cases}$$

208. (1189.) 1) Aritmeetilise progressiooni neljas liige on 9 ja üheksas liige (—6). Mitu progressiooni liiget tuleb võtta, et nende summa võrdub 54?

2) Leida geomeetrilise progressiooni kuues liige, kui teine liige on 20 ja kolme esimese liikme summa 70.

3) On antud lõpmatu arvujärjend: 2, 5, 10, 17, ... Kirjutada antud järjendi üldliikme valem ja leida, missugune järjekorranumber on arvul 18 497, mis on selle järjendi liikmeks.

209. (1190.) 1) Kolme arvu, mille summa on 217, võib vaadelda kui geomeetrilise progressiooni kolme järjestikust liiget või kui aritmeetilise progressiooni 2-st, 9-ndat ja 44-ndat liiget. Mitu selle aritmeetilise progressiooni liiget tuleb võtta, et nende summa on 820?

2) Leida geomeetrilise progressiooni viies liige, kui teine liige on 16 ja kolme esimese liikme summa 56.

3) On antud lõpmatu arvujärjend: 3, 6, 11, 18, ... Kirjutada antud järjendi üldliikme valem ja leida selle järjendi liikmeks oleva arvu 16 131 järjekorranumber.

210. (1191.) 1) Positiivsete liikmetega geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summa on 221. Selle progressiooni kolmas liige on esimesest liikmest 136 võrra suurem. Leida antud progressiooni kuue liikme summa.

2) Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa on 6 ja selle nelja esimese liikme summa $5\frac{5}{8}$. Leida selle progressiooni esimene liige.

3) Kirjutada lõpmatu arvujärjendi $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17}, \dots$ üldliikme valem ja leida antud järjendi selle liikme järjekorranumber, millest alates antud järjendi kõik liikmed on väiksemad kui 0,001.

211. (1192.) 1) Leida kasvava geomeetrilise progressiooni ja kasvava aritmeetilise progressiooni kümne liikme summa, kui on

teada, et kummagi esimene liige võrdub 2, nende kolmandad liikmed on omavahel võrdsed ja aritmeetilise progressiooni viies liige on 10 võrra suurem geomeetrilise progressiooni teisest liikmest.

2) Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa on $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ja teine liige $\sqrt{\frac{2}{3}}$. Leida selle progressiooni esimene liige.

3) Kirjutada lõpmatu arvujärjendi $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}, \dots$ üldliikme valem ja tõestada, et antud järjendi piirväärtuseks on 1.

212. (1193.) 1) Aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni esimesed liikmed on võrdsed, nimelt kumbki neist on 3. Progressioonide teised liikmed on samuti võrdsed. Geomeetrilise progressiooni kolmas liige suhtub aritmeetilise progressiooni kolmanda liikmega nagu 9:5. Leida mõlemad progressioonid.

2) Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni

$$\frac{15}{64}(3 - \sqrt{3}), \quad \frac{15}{64}(\sqrt{3} - 1), \dots$$

liikmete summa.

3) Kirjutada lõpmatu arvujärjendi $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5}, \dots$ üldliikme valem ja tõestada, et selle arvujärjendi piirväärtuseks on 1.

213. (1194.) 1) Positiivsete liikmetega geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summa on 156. Progressiooni esimene liige on kolmandast liikmest 96 võrra väiksem. Leida selle progressiooni viie liikme summa.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left(\frac{a^{\frac{3}{2}} + b^{\frac{3}{2}}}{a - b} - \frac{a}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} - \frac{b}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} \right) : \left[a^{\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} (a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}})^{-1} \right].$$

3) Tõestada, et kui $x = \frac{1}{a-1}$, siis avaldise

$$\frac{1 + (a+x)^{-1}}{1 - (a+x)^{-1}} \cdot \left[1 - \frac{1 - (a^2 + x^2)}{2ax} \right]$$

väärtuseks on $\frac{a^3}{2(a-1)}$.

214. (1195.) 1) Leida seitsmest liikmest koosnev geomeetriline progressioon, kui selle kolme esimese liikme summa on 26 ja kolme viimase liikme summa 2106.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{(a^{-1} + b^{-1}) \cdot (a + b)^{-1}}{6 \sqrt[5]{a^4 \sqrt{a^{-2}}}}.$$

3) Tõestada samasus:

$$\frac{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{2}{3}}} - \frac{1}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}} = \frac{3 \sqrt[3]{ab}}{a + b}.$$

215. (1196.) 1) Aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni esimesed liikmed võrduvad 5, nende kolmandad liikmed on võrdsed ja aritmeetilise progressiooni teine liige on 10 võrra suurem geomeetrilise progressiooni teisest liikmest. Leida need progressioonid.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \frac{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}} \right)^2 \cdot \left(\frac{a^{\frac{1}{2}} + 1}{a^{\frac{1}{2}} - 1} + \frac{a^{\frac{1}{2}} - 1}{a^{\frac{1}{2}} + 1} - \frac{4}{a - 1} \right)^{-1}.$$

3) Tõestada, et avaldise $(a + 1)^{-1} + (b + 1)^{-1}$ väärtuseks on 1, kui $a = (2 + \sqrt{3})^{-1}$, $b = (2 - \sqrt{3})^{-1}$.

216. (1197.) 1) Kaks keha liiguvad üheaegselt teineteisele vastu kahest punktist, mille vahemaa on 555 cm. Mitme sekundi pärast nad kohtuvad, kui esimene keha läbib esimeses sekundis 30 cm ja igas järgmises 5 cm rohkem kui eelmises; teine keha aga läbib esimeses sekundis 60 cm ja igas järgmises 4 cm vähem kui eelmises?

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{94,56^3 \cdot 0,00364^2 \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{7}}}{4,657^2 \cdot \sqrt{0,0467}}.$$

3) Lahendada võrrand $6^{2x+4} = 2^{x+8} \cdot 3^{3x}$.

217. (1198.) 1) Kolme arvu summa, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, on 75. Kui teist arvu vähendada 5 võrra, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{\frac{5,205^2 - \sqrt[3]{5,205}}{3}}{\sqrt[3]{29,21 \cdot \sqrt{0,09158}}}$$

3) Lahendada võrrand:

$$\log \sqrt{8x + 8} - \frac{1}{2} \log (x - 13) = 3 \log 2.$$

218. (1199.) 1) Punktidest A ja B , mille vahemaa on 25 cm, alustasid üheaegselt liikumist ühes ja samas suunas kaks keha, kusjuures esimene keha, mis väljus punktist A , liigub teisele järele. Esimene keha läbib esimeses sekundis 7 cm ja igas järgmises 2 cm rohkem kui eelmises; teine keha aga läbib esimeses sekundis 4 cm ja igas järgmises 1 cm võrra rohkem kui eelmises. Missuguse aja jooksul esimene keha jõuab teisele järele?

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \sqrt[3]{\frac{0,453^2 + 0,42 \cdot \sqrt{0,0186}}{10,35^{-3}}}$$

3) Lahendada võrrand:

$$1 - \frac{1}{2} \log (2x - 1) = \frac{1}{2} \log (x - 9).$$

219. (1200.) 1) Kolme arvu summa, mis moodustavad kasvava aritmeetilise progressiooni, on 15. Kui selle progressiooni kahest esimesest liikmest lahutada 1 ja kolmandaga liita 1, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida aritmeetilise progressiooni kuue liikme summa.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \sqrt[4]{\frac{0,456^3 + 0,848 \cdot \sqrt{0,0562}}{2,384^{-3}}}$$

3) Lahendada võrrand:

$$x^{1+\log x} = (0,1)^{-2}.$$

220. (1201.) 1) Leida aritmeetilise progressiooni liikmete arv, kui selle progressiooni kõigi liikmete summa on 81, esimese liikme ja progressiooni vahe korrutis on 5 ning neljanda ja kuuenda liikme summa 42.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{783^3 \cdot \sqrt[5]{0,0387 \cdot 0,865}}{0,586^2 \cdot 387 \frac{1}{2} \cdot 9 \frac{5}{8}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{1}{2} \log(3^{\sqrt[0,5]{x}} + 73) + \log 10 = 2.$$

221. (1202.) 1) Kolm arvu, mille summa on 21, moodustavad aritmeetilise progressiooni. Kui teisest arvust lahutada 1 ja kolmandaga liita 1, siis need arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{\sqrt[3]{43,08^2}}{0,518^3 \cdot \sqrt[4]{0,0372^3}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$0,0625^{\frac{1}{\log_{0,5} x}} = 0,5.$$

222. (1203.) 1) Aritmeetilise progressiooni esimese liikme ja vahe korrutis on 12, selle progressiooni viienda ja seitsmenda liikme summa võrdub 38. Leida antud aritmeetilise progressiooni liikmete arv, kui nende summa on 116.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{5207^{13} \cdot \sqrt[3]{0,000734^3}}{255\,600^8 \cdot 0,896^2 \cdot \sqrt[3]{0,951}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{1}{2} [2 + \log(x + 1) + \log 0,25] = \log 20 - \log \sqrt{x + 1}.$$

223. (1204.) 1) Kolme arvu summa, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, on 90. Kui esimese arvuga liita 1, teisega 3 ja kolmandaga 49, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida arvud, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni.

2) Arvutada logaritmid tabeli abil:

$$x = \frac{\sqrt[3]{535,2^2}}{\sqrt[5]{0,4613^3 \cdot \sqrt{0,00712}}}$$

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1} \cdot \sqrt{x^2-1} = 1.$$

224. (1205.) 1) Positiivsete liikmetega geomeetrilise progressiooni esimese ja kolmanda liikme summa on 25 ning viienda ja esimese liikme vahe 75. Leida selle progressiooni liikmete summa, kui selle liikmete arv võrdub lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni

$$\div \sqrt{3}, \quad \frac{354}{33 + 121\sqrt{3}}, \dots$$

summa piirväärtusega.

2) Arvutada logaritmid tabeli abil:

$$x = \frac{\left(6\sqrt[7]{34} - 2\sqrt[5]{10}\right)^7}{0,853^3 \cdot \sqrt[5]{587 \cdot 0,975}}$$

3) Lahendada võrrand:

$$x \cdot (1 - \log 5) = \log (2^x + x - 1).$$

225. (1206.) 1) Kolm arvu, mille summa on 28, moodustavad geomeetrilise progressiooni. Kui suurim neist arvudest oleks olnud 4 võrra väiksem, siis need arvud oleksid moodustanud aritmeetilise progressiooni. Leida need arvud.

2) Arvutada logaritmid tabeli abil:

$$x = 12,05^2 \sqrt{\frac{0,3783}{4,523 \cdot \sqrt[3]{0,002834}}}$$

3) Lahendada võrrand:

$$3^{x^2-7,2x+3,9} - 9\sqrt{3} = 0.$$

226. (1207.) 1) Leida kasvava geomeetrilise progressiooni liikmete summa, kui progressiooni esimese ja kolmanda liikme

summa on 65 ja nende korrutis on 676. Progressiooni liikmete arv võrdub lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni

$$\div \sqrt{2}, \frac{1}{1 + \sqrt{2}}, \dots$$

summa piirväärtuse kuubiga.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{(30 + 1,268^3)^3}{0,0271^3 \cdot \sqrt{0,87^2}}$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{1}{4} \cdot \log(9984 + 2^{\sqrt{0,5x}}) + \log 100 = 3.$$

227. (1208.) 1) Kolme niisuguse arvu summa, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, on 45. Kui nendest arvudest lahutada vastavalt 2, 9 ja 8, siis saame kolm arvu, mis moodustavad kasvava geomeetrilise progressiooni. Leida saadud geomeetrilise progressiooni 9 liikme summa.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \left(\frac{\sqrt[5]{32,41^2 + 24,7^{0,4}}}{0,805} \right)^{\frac{2}{3}}$$

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt{x^{\log \sqrt{x}}} = 10.$$

228. (1209.) 1) Temperatuuri meteoroloogilistel vaatlustel ilmnas, et alates 8. juunist kuni 19. juunini näitas termomeeter igal hommikul temperatuuri tõusu $\frac{1}{2}$ kraadi võrra ja et selle aja kestel keskmine hommikune temperatuur oli $18\frac{3}{4}$ kraadi. Mitu kraadi näitas termomeeter 8. juunil?

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{\sqrt[3]{0,275^2} \cdot \sqrt[4]{7,385}}{\sqrt{\frac{128}{9667}}}$$

3) Lahendada graafiliselt võrrand:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x = \frac{x}{2}.$$

229. (1210.) 1) Temperatuuri meteoroloogilistel vaatlustel ilmnes, et alates 5. augustist kuni 16. augustini näitas termomeeter igal hommikul temperatuuri langust $\frac{1}{2}$ kraadi võrra ja et keskmine hommikune temperatuur selle aja kestel oli $17\frac{1}{4}$ kraadi. Mitu kraadi näitas termomeeter 5. augustil?

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{\frac{37,26}{28,75} \cdot \sqrt{48,36}}{10 \cdot \sqrt{\left(\frac{2503}{7506}\right)^3}}.$$

3) Lahendada graafiliselt võrrand:

$$\log_2 x = \frac{1}{2} x.$$

230. (1211.) 1) Jaotada arv 700 neljaks osaks nii, et need osad moodustavad geomeetrilise progressiooni, mille äärmiste liikmete vahe suhtuks keskmiste liikmete vahesse nagu 37 : 12.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \sqrt[3]{\frac{4,795^2}{575,72 \cdot \sqrt{0,09431}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$1 - \log(x + 3) = \log x.$$

231. (1212.) 1) Leida geomeetrilise progressiooni neljas liige, mille kolme esimese paaritu liikme summa on 84 ja kolme esimese paarisliikme summa 168.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{\frac{4}{\sqrt{0,06407^3}}}{0,0894 \cdot \sqrt[3]{0,00972}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\log 5 + \frac{1}{2} \log(x + 5) = \log 3 + \log(x + 1).$$

232. (1213.) 1) Geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summa moodustab 0,125 kolme järgmise liikme summast. Leida geomeetriline progressioon, kui selle esimene liige on 3.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = 64,4 + 15,65 \cdot \sqrt[3]{\frac{2,008^{9,2}}{0,3423}}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 4^{x+y} = 128 \\ 5^{3x-2y-3} = 1 \end{cases}$$

233. (1214.) 1) Aritmeetilise progressiooni viie esimese liikme summa moodustab $\frac{8}{23}$ viie järgmise liikme summast. Leida kõigi 10 liikme summa, kui progressiooni esimene liige on 2.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = 300,8 - 23,47 \cdot \sqrt[4]{\frac{6,003^3}{0,05915}}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 2x^2 + y = 75 \\ 2 \log x - \log y = 2 \log 2 + \log 3 \end{cases}$$

234. (1215.) 1) Aritmeetilise progressiooni kuue liikme summa on 48. Leida geomeetrilise progressiooni liikmete arv, mille esimene liige võrdub antud aritmeetilise progressiooni äärmiste liikmete summaga, tegur on 2 ja kõigi liikmete summa 1008.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \log_{0,4} 5.$$

3) Lahendada võrrand:

$$17^{3x^2+x-2} = 1.$$

235. (1216.) 1) Kolm positiivset arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni, mille esimese ja kolmanda liikme korrutis on 36. Leida aritmeetilise progressiooni liikmete arv, mille esimene liige võrdub antud geomeetrilise progressiooni teise liikmega, vahe on 4 ja kõigi liikmete summa 510.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{3,707^2}{107,4} \cdot \sqrt[4]{\frac{259,2 \cdot 0,9543}{0,08024}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$4^{3x^2+2x} = 2^{6-x}.$$

236. (1217.) 1) Leida neli arvu, millest kolm esimest moodustavad aritmeetilise progressiooni ja kolm viimast geomeetrilise progressiooni, kusjuures esimese ja neljanda arvu summa on 66 ning teise ja kolmanda arvu summa 60.

2) Arvutada logaritmid tabeli abil:

$$x = \sqrt[4]{0,47 \cdot \sqrt[3]{\frac{19,1}{0,034^{0,2}}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$1 - \log 2 = \log \left(6 + \frac{x}{2} \right).$$

237. (1218.) 1) Leida neli arvu, millest kolm esimest moodustavad geomeetrilise progressiooni ja kolm viimast aritmeetilise progressiooni, kusjuures esimese ja neljanda arvu summa on 42 ning teise ja kolmanda arvu summa 36.

2) Arvutada logaritmid tabeli abil:

$$x = \sqrt[4]{0,093 \cdot \sqrt[3]{\frac{29,9}{0,047 \cdot \sqrt{0,0678}}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\log(x-5) - \log(3x-20)^{\frac{1}{2}} = \log 2.$$

238. (1219.) 1) Neli arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni; kui teise arvuga liita 4 ja kolmandaga 5, siis saadud neli arvu moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida arvud, mis moodustavad geomeetrilise progressiooni.

2) Arvutada logaritmid tabeli abil:

$$x = 3,525 \cdot \sqrt{15,07^{1,2} - \sqrt[3]{\frac{258,4}{0,07288^{1,5}}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{1}{2} (\log x - \log 5) = \log 2 - \frac{1}{2} \log(9-x).$$

239. (1220.) 1) Neli arvu moodustavad aritmeetilise progressiooni; kui kolmanda arvuga liita 4 ja neljandaga liita 16, siis saadud neli arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida arvud, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni.

2) Arvutada logaritmid tabeli abil:

$$x = 5,387 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt{533,6}}{0,08157} - 9,318^2}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$5^{\log x} - 3^{\log x-1} = 3^{\log x+1} - 5^{\log x-1}.$$

240. (1221.) 1) Mitu kahaneva aritmeetilise progressiooni 100, 96, 92, ... liiget tuleb võtta, et nende summa võrduks lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni liikmete summaga, mille kaks esimest liiget võrduvad vastavalt antud aritmeetilise progressiooni kaheksanda ja üheksanda liikmega?

2) Arvutada logaritmid tabeli abil:

$$x = \sqrt[7]{2,3 + \frac{3,45}{0,19 \cdot \sqrt[3]{0,07031}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$2^3 \log x \cdot 5^{\log x} = 1600.$$

IV (XI) PEATÜKK.

ÜHENDID JA NEWTONI BINOOM.

§ 8. (42.) Ühendid.

241. (1222.) Koostada kõik permutatsioonid: 1) kolmest tähest a, b, c ; 2) neljast numbrist 5, 4, 3, 2.

242. (1223.) Koostada kõik variatsioonid: 1) viiest tähest a, b, c, d, e kolmekaup (korduvate elementideta); 2) neljast numbrist 1, 3, 5, 7 kolmekaup.

243. (1224.) Koostada kõik kombinatsioonid viiest tähest a, b, c, d, e kolmekaup.

244. (1225.) Koostada kõik võimalikud permutatsioonid sõna «rahu» tähtedest.

245. (1226.) Arvutada:

$$1) A_6^3; \quad 2) A_7^4; \quad 3) A_8^5; \quad 4) \frac{A_6^3}{A_5^2}; \quad 5) \frac{A_8^3 + A_7^4}{A_6^3}; \quad 6) \frac{A_{10}^6 - A_{10}^5}{A_9^5 - A_9^4}.$$

246. (1227.) Arvutada:

$$1) P_4; \quad 2) P_6; \quad 3) P_9; \quad 4) \frac{P_8}{P_6}; \quad 5) \frac{P_5 + P_4}{P_3}; \quad 6) \frac{P_6 - P_4}{P_3}.$$

247. (1228.) Arvutada:

$$1) \frac{P_8 - P_7}{7P_7}; \quad 2) \frac{P_8}{A_7^2}; \quad 3) \frac{A_7^4 - P_5}{A_5^2}; \quad 4) \frac{2P_3 + 3A_4^2}{5P_5 - P_3}; \quad 5) 6!.$$

248. (1229.) Arvutada:

$$1) C_6^2; \quad 2) C_8^3; \quad 3) C_{11}^4; \quad 4) C_{12}^7; \quad 5) C_{100}^{98}; \quad 6) C_{20}^{17}; \quad 7) C_{40}^{38}; \quad 8) C_{54}^{52}.$$

249. (1230.) Kontrollida võrdused:

$$1) C_{15}^{10} = \frac{A_{15}^5}{P_5}; \quad 2) C_m^8 = \frac{A_m^{m-8}}{P_{m-8}}.$$

250. (1231.) Mitmel viisil võivad 4 reisijat võtta kohad nelja-kohalises kajutis?

251. (1232.) Reisirongis on 10 vagunit. Mitmel viisil võib ümber paigutada neid vaguneid rongi koostamisel?

252. (1233.) Mitmel viisil võib paigutada 6 inimest ühele pingile?

253. (1234.) 16 inimest tervitasid kohtumisel üksteist käepigistusega. Mitu käepigistust seejuures tehti?

254. (1235.) 30 õpilast soovis vahetada üksteisega fotosid. Mitu fotot on selleks tarvis?

255. (1236.) Kooliõpilased õpivad kümmet erinevat õppeainet. Mitmel viisil võib üheks päevaks koostada tunniplaani, et selles oleks 5 erinevat õppeainet?

256. (1237.) Mitu permutatsiooni võib koostada sõna «Moskva» tähtedest?

257. (1238.) Brigadir peab saatma tööle 5-liikmelise brigaadi. Mitu 5-liikmelist brigaadi võib koostada 12 inimesest?

258. (1239.) Mitmel erineval viisil võib valida 3-liikmelise delegatsiooni 15 inimesest?

259. (1240.) Mitmel erineval viisil 40 koosolekust osavõtjat võivad valida endi hulgast koosoleku juhataja, tema asetäitja ja sekretäri?

260. (1241.) Mitu sirgjoont saab tõmmata läbi 8 punkti, millest ükski kolmest ei asetse ühel sirgjoonel?

261. (1242.) Mitu erinevat viiekohalist arvu võib kirjutada numbrite 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 abil (numbreid kordamata)?

262. (1243.) Leida korrapärase: a) viisnurga; b) kaheksanurga; c) 12-nurga; d) 15-nurga kõigi diagonaalide arv.

263. (1244.) Mitu erinevat kolmevärvilist lippu võib valmistada, kasutades sinist, punast ja valget värvi?

264. (1245.) Kastist, kus on 15 nummerdatud kuuli (1-st kuni 15-ni), on vaja võtta 3 kuuli. Leida seejuures numbrite kombinatsioonide arv.

265. (1246.) Mitu erinevat tasapinda saab tõmmata läbi 10 punkti, kui ükski kolmest ei asetse ühel sirgjoonel ja ükski neljast punktist ei asetse ühel tasapinnal?

266. (1247.) Leida:

- 1) variatsioonide arv $n + 1$ elemendist kolmekaupaga;
- 2) variatsioonide arv $n + 1$ elemendist $(k - 1)$ kaupaga;
- 3) variatsioonide arv $m + n$ elemendist $(m - n + 1)$ kaupaga;
- 4) variatsioonide arv $m - n$ elemendist $(m - 2n - 1)$ kaupaga.

267. (1248.) Leida:

- 1) permutatsioonide arv $k + 1$ elemendist;
- 2) permutatsioonide arv $m + n$ elemendist;
- 3) permutatsioonide arv $m + 2$ elemendist;
- 4) permutatsioonide arv $2n + 2$ elemendist.

268. (1249.) Leida:

- 1) kombinatsioonide arv m elemendist $(n + 1)$ kaupa;
- 2) C_{m+1}^{n-1} ; 3) C_{m+1}^{n+1} ; 4) C_{m-n}^{n+1} ; 5) C_{m+2}^{n-2} ;
- 6) C_{m+2}^n ; 7) C_m^{n-1} ; 8) C_{n+2}^{k-1} ; 9) C_{n-1}^{k+2} .

269. (1250.) Leida:

- 1) $\frac{A_m^5 + A_m^4}{A_m^3}$; 2) $\frac{A_m^{n+2} + A_m^{n+1}}{A_m^n}$;
- 3) $\frac{A_{m+n}^{n+2} + A_{m+n}^{n+1}}{A_{m+n}^n}$; 4) $\frac{A_{m+n}^{m-n+2} + A_{m+n}^{m-n+1}}{A_{m+n}^{m-n}}$;
- 5) $\frac{A_{m-1}^{n-1} \cdot P_{m-n}}{P_{m-1}}$; 6) $\frac{A_m^n \cdot P_{m-n}}{P_{m-1}}$.

270. (1251.) Kontrollida vördused:

- 1) $C_{m+1}^7 = C_{m+1}^{m-6}$; 2) $C_m^9 + C_m^8 = C_{m+1}^9$;
- 3) $C_m^n + C_m^{n-1} = C_{m+1}^n$.

271. (1252.) Lihtsustada:

- 1) $\frac{(n+1)!}{n}$; 2) $\frac{n!}{n(n-1)}$; 3) $\frac{(n+1)!}{(n-1)!}$; 4) $\frac{(2n+1)!}{(2n-1)!}$;
- 5) $\frac{(2n)!}{n!}$; 6) $\frac{n!}{(n-2)!}$; 7) $\frac{1}{n!} - \frac{1}{(n+1)!}$; 8) $\frac{1}{(k-1)!} - \frac{1}{k!}$.

272. (1253.) Mitu elementi tuleb võtta, et variatsioonide arv nendest neljakaupa oleks 12 korda suurem kui variatsioonide arv neist kahekaupa?

273. (1254.) Mitmest elemendist saab koostada 56 variatsiooni, kui igas variatsioonis on 2 elementi?

274. (1255.) Variatsioonide arv n elemendist 2-kaupa on 7 korda suurem kui variatsioonide arv $n - 4$ elemendist 2-kaupa. Leida n .

275. (1256.) Leida elementide arv n , kui $A_{2n}^3 = 20A_n^2$.

276. (1257.) Leida elementide arv m , kui $A_{m-4}^2 + A_{m-3}^2 + A_{m-2}^2 = 20$.

277. (1258.) Leida elementide arv n , kui on teada, et kombinatsioonide arv $n + 2$ elemendist 4-kaupa on 11 korda suurem kui kombinatsioonide arv n elemendist 2-kaupa.

Lahendada võrrandid:

278. (1259.) 1) $A_x^2 = 42$;

2) $A_x^3 = 56x$;

3) $A_{x+1}^2 = 30$;

4) $5C_x^3 = C_{x+2}^4$.

279. (1260.) 1) $C_{x-3}^2 = 21$;

2) $C_x^3 = \frac{5x(x-3)}{4}$;

3) $C_x^3 + C_x^2 = 15(x-1)$;

4) $C_x^4 = \frac{15A_x^2}{4}$.

280. (1261.) 1) $\frac{A_x^5 + A_x^3}{A_x^3} = 43$;

2) $\frac{A_x^7 - A_x^5}{A_x^5} = 89$;

3) $12C_x^1 + C_{x+4}^2 = 162$;

4) $C_{x+1}^5 = \frac{3A_x^3}{8}$.

281. (1262.) 1) $\frac{A_x^4 \cdot P_{x-4}}{P_{x-2}} = 42$;

2) $\frac{A_{x+1}^{n+1} \cdot P_{x-n}}{P_{x-1}} = 90$;

3) $\frac{P_{x+2}}{A_x^n \cdot P_{x-n}} = 132$;

4) $\frac{A_{x+2}^{n+2} \cdot P_{x-n}}{P_x} = 110$.

282. (1263.) 1) Leida C_n^{19} , kui on teada, et $C_n^{12} = C_n^8$;

2) leida C_8^x , kui $C_{18}^x = C_{18}^{x+2}$.

283. (1264.) Leida elementide arv n , kui on teada, et kombinatsioonide arv $2n$ elemendist $(n+1)$ kaupa suhtub kombinatsioonide arvuksse $2n+1$ elemendist $(n-1)$ kaupa nagu 3 : 5.

284. (1265.) Lahendada võrrandisüsteemid:

1) $\begin{cases} A_x^y : A_x^{y-1} = 10 \\ C_x^y : C_x^{y-1} = \frac{5}{3} \end{cases}$

2) $\begin{cases} C_x^{y+1} = 2,5x \\ C_{x-1}^y = 10 \end{cases}$

3) $\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2} \\ C_x^2 = 153 \end{cases}$

4) $\begin{cases} A_x^y : A_x^{y-1} = 8 \\ C_x^y : C_x^{y-1} = 1,6 \end{cases}$

285. (1266.) Mitu erinevat viiekohalist arvu võib kirjutada numbrite 0, 1, 3, 5, 7 abil?

286. (1267.) Leida kõigi viiekohaliste arvude numbrite summa, mis on kirjutatud numbrite 1, 4, 6, 7, 8 abil.

287. (1268.) Mitu numbritest 1, 2, 3, 4, 5 koostatud permutatsiooni on niisugused, mis ei alga 5-ga? 12-ga? 123-ga?

288. (1269.) Mitu kombinatsiooni 10 tähest $a, b, c \dots$ 4-kaupa on niisugused, milles ei esine tähte a ? tähti a ja b ?

289. (1270.) Mitu variatsiooni 12 tähest $a, b, c \dots$ 5-kaupa on niisugused, milles ei esine tähte a ? tähti a ja b ?

290. (1271.) Mitu kombinatsiooni m tähest n -kaupa on niisugused, milles esineb k ettenähtud tähte?

291. (1272.) Mitu variatsiooni m tähest n -kaupa on niisugused, milles esineb k ettenähtud tähte?

292. (1273.) Mitmel erineval viisil võib paigutada kahte taskusse 7 erineva väärtusega münti?

293. (1274.) Mitmel viisil võib koostada 80 soldatist ja 3 ohvitserist patrulli, mis koosneb kolmest soldatist ja ühest ohvitserist?

294. (1275.) Mitmel viisil võib jagada 6 erinevat eset kolme isiku vahel nii, et igaüks saaks 2 eset?

295. (1276.) Mitu juhtumit võib olla kahe pliiatsi ja kolme sullepea valikul viiest erinevast pliiatsist ja viiest erinevast sullepeast?

Ülesandeid kordamiseks.

296. (1277.) 1) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{P_{2x+1}}{A_{2x-1}^{n-1} \cdot P_{2x-n}}.$$

2) Lahendada võrrand:

$$30C_{x-3}^{x-9} = 19A_{x-4}^4.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_{2n}^{3x} \cdot A_{2n}^{3x-1} = 8 \\ C_{2n}^{3x} \cdot C_{2n}^{3x-1} = \frac{8}{9} \end{cases}$$

4) Mitu erinevat vahet võib koostada arvudest 50, 17, 48, 32, 20, 11, kui vahe koostamiseks võtta kaks arvu?

297. (1278.) 1) Lihtsustada:

$$\frac{P_{m-n} \cdot A_m^n}{P_{m+1}}.$$

2) Lahendada võrrand:

$$12C_{x+3}^{x-1} = 55A_{x+1}^2.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_x^{n-3} : A_x^{n-2} = 1 : 8 \\ C_x^{n-3} : C_x^{n-2} = 5 : 8 \end{cases}$$

4) Mitu erinevat liigmurdu võib koostada arvudest 3, 5, 7, 11, 13, 17 nii, et igasse murdu kuulusid kaks arvu?

298. (1279.) 1) Kontrollida võrdus:

$$C_{m+1}^4 - C_m^3 = C_m^4.$$

2) Lahendada võrrand:

$$C_{2x+3}^{2(x-1)} = 4A_{2(x+1)}^3.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_{2x}^{n-2} : A_{2x}^{n-3} = 8 \\ C_{2x}^{n-2} : C_{2x}^{n-3} = 2\frac{2}{3} \end{cases}$$

4) Mitu erinevat murdu võib koostada arvudest 3, 5, 7, 11, 13, 16 nii, et igasse murdu kuulusid kaks arvu?

299. (1280.) 1) Kontrollida võrdus:

$$C_m^8 - C_{m+1}^8 + C_m^7 = 0.$$

2) Lahendada võrrand:

$$C_{x+1}^{x-4} = \frac{7}{15} A_{x+1}^3.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_m^n : A_m^{n-1} = 9 \\ C_m^n : C_m^{n-1} = 3 : 2 \end{cases}$$

4) Tasapinnal on võetud 10 punkti nii, et kolm neist asetsevad ühel sirgel, aga ülejäänuid ükski kolm ei ole ühel sirgel. Mitu erinevat sirgjoont saab tõmmata läbi nende punktide?

300. (1281.) 1) Lihtsustada:

$$\frac{A_{m-1}^{n-1} \cdot P_{m-n}}{10P_{m-1}}.$$

2) Lahendada võrrand:

$$C_{4x+9}^{4(x+1)} = 5A_{4x+7}^3.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_{5x}^{n-3} : A_{5x}^{n-2} = 1 : 7 \\ C_{5x}^{n-2} : C_{5x}^{n-3} = 7 : 4 \end{cases}$$

4) Mitu erinevat paarisarvulist jagajat omab arv 3570?

301. (1282.) 1) Lihtsustada:

$$\frac{A_{10}^n \cdot P_{10-n}}{P_9}.$$

2) Lahendada võrrand:

$$C_{x+8}^{x+3} = 5A_{x+6}^3.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_{m-2}^n : A_{m-2}^{n-1} = 8 \\ C_{m-2}^n : C_{m-2}^{n-1} = 1,6 \end{cases}$$

4) Mitu erinevat korrutist võib koostada arvudest 7, 2, 11, 9, 5, 3, mis on kordsed 10-ga?

§ 9. (43.) Newtoni binoom.

Leida lühendatult binoomide korrutis:

302. (1283.) 1) $(a+1)(a+2)(a+3)(a+4)$;
 2) $(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)$;
 3) $(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)$;
 4) $(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)(k+5)$;
 5) $(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)$;
 6) $(x-1)(x-2)(x+3)(x+4)(x-5)$.

Arendada binoomid:

303. (1284.) 1) $(x+a)^6$; 2) $(x+c)^9$;
 3) $(x+2)^5$; 4) $(1+a)^{12}$.

304. (1285.) 1) $(x-a)^7$; 2) $(x^2-a)^6$;
 3) $(a^2+1)^8$; 4) $(a+\sqrt{b})^{11}$.

305. (1286.) 1) $(\sqrt{m}-n)^5$; 2) $(x-2y)^5$;
 3) $(3x+2y)^4$; 4) $(2a^2-3a)^5$; 5) $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^6$.

306. (1287.) 1) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^6$; 2) $(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})^{10}$;
 3) $(\sqrt{2x}-\sqrt{3y})^7$; 4) $(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b})^8$.

307. (1288.) 1) $(1-\sqrt{2})^6$; 2) $(\sqrt{3}-2)^4$;
 3) $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^6$; 4) $(2\sqrt[5]{x}-4\sqrt{x})^4$.

308. (1289.) 1) $(\sqrt{a+1} - \sqrt{a-1})^4$;
 2) $(\sqrt{a^2-1} + a)^6 + (a - \sqrt{a^2-1})^6$;
 3) $(1 + \sqrt{a})^7 - (1 - \sqrt{a})^7$;
 4) $(\sqrt{x} + \sqrt{y})^5 + (\sqrt{x} - \sqrt{y})^5$.

309. (1290.) Leida:

- 1) $(a+3)^7$ arendi neljas liige;
 2) $(a + \sqrt{b})^{12}$ arendi üheksas liige;
 3) $(a^2 + b^3)^{13}$ arendi kuues liige;
 4) $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^8$ arendi keskmine liige;
 5) $(x\sqrt{x} - 1)^{14}$ arendi keskmine liige;
 6) $(\sqrt{a} - \sqrt[3]{b})^{13}$ arendi kaks keskmist liiget;
 7) $(\sqrt[3]{a} - 2x\sqrt{x})^{19}$ arendi kaks keskmist liiget;
 8) $\left(\sqrt[4]{2\sqrt{\frac{2}{11}}} - \sqrt[4]{\frac{1}{3}}\right)^{12}$ arendi viies liige.

310. (1291.) Leida:

- 1) $(x+y)^9$ arendi liige, milles esineb x^7 ;
 2) $(\sqrt{a} + b)^9$ arendi liige, milles esineb a^3 ;
 3) $(\sqrt{a} + \sqrt[4]{a})^{20}$ arendi liige, milles esineb a^7 ;
 4) $(\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[5]{x^8})^{12}$ arendi liige, milles esineb $x^{\frac{22}{3}}$;
 5) $\left(\frac{\sqrt{x}}{b} + \frac{b}{\sqrt{x}}\right)^{18}$ arendi liige, milles esineb x^4 ;
 6) $\left(\frac{\sqrt{x}}{b} + \frac{b}{\sqrt{x}}\right)^{18}$ arendi liige, milles esineb x^{-1} .

311. (1292.) Leida:

- 1) $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$ arendi liige, milles a ei esine;
 2) $\left(\sqrt[3]{a} - \frac{1}{\sqrt{a}}\right)^{15}$ arendi liige, milles a ei esine;

3) $\left(\sqrt[9]{\frac{1}{z^8}} + \sqrt[3]{z^2}\right)^7$ arendi liige, milles z ei esine;

4) $\left(z\sqrt{z^{-1}} + \frac{1}{\sqrt{z^2}}\right)^{10}$ arendi liige, milles z ei esine;

5) $\left(\frac{2x}{y} - \frac{\sqrt{y}}{2x}\right)^{12}$ arendi liige, milles x ei esine;

6) $\left(\sqrt[3]{c^2} + \sqrt[5]{c^3}\right)^{20}$ arendi liige, milles c ei esine.

312. (1293.) Leida binoomi astendaja, kui:

1) $(\sqrt[3]{a^2} + a^{-1})^n$ arendi kolmas liige sisaldab a^0 ;

2) $(1+x)^{n+1}$ arendi neljanda ja kuuenda liikme kordajad on võrdsed;

3) arendi neljanda ja kuuenda liikme kordajad on vastavalt 120 ja 252.

313. (1294.) Leida binoomi astendaja, kui:

1) $\left(\sqrt[30]{a} + \sqrt[5]{a}\right)^n$ arendi kuues liige ei sisalda tähte a ;

2) $\left(\sqrt[3]{2} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^n$ arendi seitsmenda liikme ja lõpust seitsmenda liikme suhe on $0,1(6)$;

3) $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}} - \sqrt[5]{a^3}\right)^n$ arendi kuuendas liikmes a ei esine.

314. (1295.) $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x^2}}\right)^n$ arendi viienda liikme kordaja suhtub

kolmanda liikme kordajasse nagu $7:2$. Leida see liige, milles täht x esineb esimeses astmes.

315. (1296.) $\left(\frac{1}{z} + \sqrt{z}\right)^n$ arendi neljanda liikme kordaja suhtub kuuenda liikme kordajasse nagu $5:18$. Leida liige, milles z ei esine.

316. (1297.) $\left(\sqrt[7]{z^{-1}} + \sqrt[3]{z^2}\right)^n$ arendi lõpust kolmanda liikme kordaja on 45. Leida see liige, milles z esineb esimeses astmes.

317. (1298.) Leida $\left(a\sqrt[2]{a} - \sqrt[5]{\frac{a^{-2}}{\sqrt{a}}}\right)^n$ arendi keskmine liige, kui

on teada, et viienda liikme kordaja suhtub kolmanda liikme kordajasse nagu 14 : 3.

318. (1299.) Leida $\left(z\sqrt{z} + \frac{1}{\sqrt{z}}\right)^m$ arendi see liige, milles pärast

lihtsustamist esineb z^5 , kui binoomikordajate summa on 128.

319. (1300.) Leida x , kui binoomi $(\sqrt{x} + x^{-1})^6$ arendi viies liige on $\frac{5}{9}$.

320. (1301.) Leida z , kui binoomi $(z + \sqrt{5})^6$ arendi viienda ja kolmanda liikme vahe on 300.

321. (1302.) Leida x , kui binoomi $(x + x^{\log x})^5$ arendi kolmas liige on 1 000 000.

322. (1303.) Leida binoomide

$$\begin{array}{ll} 1) (\sqrt{x} - \sqrt[4]{x})^5, & 2) (\sqrt{2} + \sqrt{3})^{10}, \\ 3) (1 + \sqrt[4]{2})^{15}, & 4) (\sqrt{5} - \sqrt{2})^8 \end{array}$$

arendi ratsionaalsed liikmed.

323. (1304.) Tõestada, et ligikaudsed võrdused

$$1) (1 + a)^n \approx 1 + na; \quad 2) (1 - a)^n \approx 1 - na$$

on õiged, kui a on küllalt väike suurus.

324. (1305.) Arvutada ligikaudsuse valemite järgi: 1) $(1,01)^5$; 2) $(0,998)^8$; 3) $(1,002)^{10}$; 4) $(0,9999)^5$.

325. (1306.) On antud hulkliige $x(1 - x)^{10} + x^2(1 - 2x)^{20} + x^3(1 - 3x)^{30}$.

Leida liikme kordaja, milles pärast kõigi tehete teostamist esineb x^4 .

326. (1307.) On antud hulkliige

$$x(2 - 3x)^5 + x^3(1 + 2x^2)^7 - x^4(3 + 2x^3)^9.$$

Leida liikme kordaja, milles pärast kõigi tehete teostamist esineb x^5 .

327. (1308*.) Leida kahe $(1 + x)^7 \cdot (1 - x)^4$ arendi korrutises liikme kordaja, milles esineb x^3 .

328. (1309.) Leida x , y ja z , kui on teada, et $(x + y)^z$ arendi teiseks, kolmandaks ja neljandaks liikmeks on vastavalt arvud 240, 720 ja 1080.

329. (1310.) Leida binoomi $(\sqrt[3]{2} - \sqrt{2^{-1}})^n$ arendi viies liige, kui selle viimane liige on $\left(\frac{1}{3\sqrt{9}}\right)^{\log_3 8}$.

330. (1311.) Tõestada täieliku matemaatilise induktsiooni meetodiga järgmiste võrduste õigsus:

1) $1 + 3 + 5 + 7 + \dots + (2n - 1) = n^2$;

2) $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;

3) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$;

4) $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{1}{3} n(n+1)(n+2)$;

5) $1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2) = \frac{1}{4} n(n+1)(n+2)(n+3)$.

331. (1312*.) On antud, et $a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1}$ ja $a_0 = 2$; $a_1 = 3$. Tõestada, et $a_n = 2^n + 1$.

332. (1313*.) On antud, et $a_{n+1} = 3a_n - 2a_{n-1}$ ja $a_0 = 0$; $a_1 = 1$. Tõestada, et $a_n = 2^n - 1$.

333. (1314*.) Koostada arvujärjendi üldliikme valem, kui on antud, et:

1) $a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1}$ ja $a_1 = 1$; $a_2 = d$;

2) $a_{n+1} \cdot a_{n-1} = a_n^2$ ja $a_1 = 1$; $a_2 = q$;

3) $a_{n+1} = 2a_n - a_{n-1} + 2$ ja $a_1 = 1$; $a_2 = 4$.

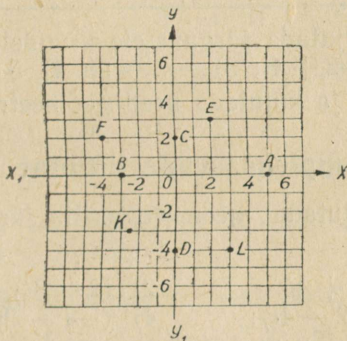
V (XII) PEATÜKK.

KOMPLEKSARVUD.

§ 10. (44.) Kompleksarvude geomeetriline kujutamine.

334. (1315.) Kasutades ristkoordinaatide teljestikku, joonestada punktid, mis vastavad arvudele:

- 1) 3; 2) -4 ; 3) $2i$; 4) $-3i$; 5) $2,5i$; 6) $-0,8$; 7) $2 + 3i$;
8) $2 - 3i$; 9) $-2 + 3i$; 10) $-2 - 3i$; 11) $1 + i$; 12) $-1 - i$.



Joon. 3.

335. (1316.) Kirjutada arvud, mis vastavad tasapinna XOY (joon. 3) punktidele A, B, C, D, E, F, K, L .

336. (1317.) Teostada vektoriga OA , mille pikkus on 1, kaks operatsiooni: 1) venitada kahekordseks ja 2) pöörata nurga $\frac{\pi}{2}$ võrra. Ehitada saadud vektor ja leida sellele vastav kompleksarv.

337. (1318.) 1) Ehitada vektor, mis vastab tabelis antud arvule; 2) teostada tabelis näidatud venitamise- ja pöördeoperat-

sioonid; 3) ehitada saadud vektor; 4) kirjutada vektorile vastav arv:

Nr.	Antud vektor	Operatsioon		Saadud arv
		Venitamine	Pöördenurk	
1	-2	3	$\frac{\pi}{2}$	
2	i	2	$\frac{\pi}{2}$	
3	$2i$	1,5	π	
4	$-4i$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	
5	3	$\frac{2}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	
6	-4	$\frac{3}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	

338. (1319.) Kirjutada järgmistele arvudele:

1) $2 + 3i$; 2) $-2 + 4i$; 3) $-3 - 2i$; 4) $5 - i$; 5) $4i$; 6) $-3i$
kaaskompleksarvud ja kujutada need geomeetriliselt.

§ 11. (45.) Kompleksarvude liitmine ja lahutamine.

339. (1320.) Kujutada geomeetriliselt järgmised arvud ja liita need:

- 1) $(3 + 2i) + (2 + 4i)$; 2) $(2 - 3i) + (1 + 2i)$;
3) $(-3 + i) + (2 - 4i)$; 4) $(-1 - 2i) + (-3 - i)$.

Liita (võimaluse piirides peast!):

340. (1321.) 1) $(5 + 4i) + (3 - 7i)$;
2) $(2 - 8i) + (5 - i)$;
3) $(2 + 5i) + (-2 - 2i)$;
4) $(4 + 3i) + (-4 + 3i)$.

341. (1322.) 1) $(2 - 4i) + (-2 + 4i)$;
2) $(1 + i) + (2 + i) + (3 + i)$;
3) $(0,5 - 3,2i) + (1,5 - 0,8i) + (-4 - i)$;
4) $2 + (3 + 4i) + 2i + (-6 - 7i)$.

342. (1323.) 1) $(1\frac{3}{4} + \frac{2}{3}i) + (1\frac{1}{2} - \frac{5}{6}i) + (-\frac{3}{4} - 2i)$;
2) $(0,12 - 1,4i) + (1,08 + 0,4i) + (2,5 - 0,2i)$;
3) $(a + bi) + (c + di)$;
4) $(3x - 4yi) + (-x + 2yi)$.

343. (1324.) Ehitada ja arvutada arvude vahe:

- 1) $(5 + 3i) - (2 + i)$; 2) $(-2 + 4i) - (2 + i)$;
 3) $(1 + i) - (5 + 3i)$; 4) $(2 - 3i) - (2 + 3i)$.

Teostada tehted:

344. (1325.) 1) $(5 + 4i) - (2 - 3i)$;
 2) $(2 + i) + (3 - 6i) - (1 - i)$;
 3) $\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}i\right) - \left(\frac{3}{5} + \frac{2}{3}i\right) + \left(\frac{3}{4} - \frac{5}{6}i\right)$;
 4) $(0,8 - 0,2i) + (0,1 - 1,3i) - (1,5 + 0,7i) - (2,3 - 0,6i)$.
 345. (1326.) 1) $(2a - 3bi) + (-a - bi) + (4a + 2bi) - (2a - 5bi)$;
 2) $(5x - 3yi) + (-2x + 8yi) - [(2x - yi) - (7x - 2yi)]$;
 3) $(2c - 8di) - [(5c - 2di) + (c - di) - (-4c + 3di)]$;
 4) $(m - ni) + (3m - 2ni) - [(-m - ni) - (5m + 10ni)]$.

§ 12. (46.) Kompleksarvu trigonomeetriline kuju.

Avaldada trigonomeetrilisel kujul järgmised arvud ning kujutada need geomeetriliselt:

346. (1327.) 1) 1; -1; 2) i ; $-i$; 3) $\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

347. (1328.) 1) $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $4 + 3i$;
 4) $4 - 3i$.

348. (1329.) 1) $1 + i$; 2) $1 - i$; 3) $\sqrt{2} + i\sqrt{2}$; 4) $1 - i\sqrt{3}$.

349. (1330.) 1) $-2 - 2i\sqrt{3}$; 2) $5 + 12i$; 3) $-\sqrt{3} + i$;
 4) $-3 + 2i$.

350. (1331.) Avaldada algebralisel kujul arvud:

1) $4\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right)$; 2) $6(\cos 0 + i \sin 0)$;
 3) $8\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$; 4) $4\left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}\right)$.

351. (1332*.) Kujutada geomeetriliselt tegurid ja korrutis:

1) $3 \cdot i$; 2) $4i \cdot i$; 3) $(\cos 0^\circ + i \sin 0^\circ) \cdot i$;
 4) $2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) \cdot i$; 5) $(3 + 4i)(4 + 3i)$;
 6) $(3 + 4i)(3 - 4i)$.

352. (1333*.) Korrutada:

1) $5\left(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6}\right) \cdot 2\left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4}\right)$;
 2) $2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ) \cdot 3(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$;
 3) $4(\cos 18^\circ + i \sin 18^\circ) \cdot 2(\cos 72^\circ + i \sin 72^\circ)$;

- 4) $5(\cos 20^\circ + i \sin 20^\circ) \cdot 3(\cos 25^\circ + i \sin 25^\circ)$;
 5) $\sqrt{2}(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$;
 6) $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos 150^\circ + i \sin 150^\circ) \cdot \sqrt{3}(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$.

Korrutada (võimaluse korral peast!):

353. (1334.) 1) $2i \cdot 3i$; 2) $4i \cdot 2i\sqrt{2}$; 3) $5i \cdot (-4i)$;
 4) $2,5i \cdot 4i$; 5) $-ai \cdot 5i$; 6) $mi \cdot ni$.

354. (1335.) 1) $(3 + 5i) \cdot 2$; 2) $(1 - i)(-4)$;
 3) $(-2 - 3i) \cdot 5$; 4) $(-3 + 4i) \cdot 2i$;
 5) $(-8 - 7i)(-3i)$.

355. (1336.) 1) $(2 - 3i)(4 - i)$; 2) $(1 - 2i)(5 - i)$;
 3) $(0,5 + 0,2i)(2 + 3i)$;
 4) $(\sqrt{2} - i)(\sqrt{3} + i\sqrt{2})$; 5) $(5 + i)(5 - i)$;
 6) $(1 - i)(1 - i)$.

356. (1337.) 1) $(3 + 2i)(3 - 2i)$; 2) $(5 + i\sqrt{3})(5 - i\sqrt{3})$;
 3) $(c + di)(c - di)$; 4) $(m - ni)(m + ni)$;
 5) $(\sqrt{a} + i\sqrt{b})(\sqrt{a} - i\sqrt{b})$;
 6) $(\sqrt{k} + i\sqrt{n})(\sqrt{k} - i\sqrt{n})$.

Lahutada kompleksseiks tegureiks:

357. (1338.) 1) $a^2 + b^2$; 2) $a^2 + 4b^2$; 3) $4m^2 + 9n^2$;
 4) $a^2 + 4$; 5) $c^2 + 1$; 6) $16 + 25$.

358. (1339.) 1) $a + b$; 2) $a + 2$; 3) $a + 1$;
 4) $4 + 3$; 5) $5 + 9$; 6) $2 + 3$.

359. (1340*.) Jagada trigonomeetrilisel kujul antud kompleksarvud:

- 1) $(\cos 75^\circ + i \sin 75^\circ) : (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$;
 2) $(\cos 90^\circ + i \sin 90^\circ) : (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)$;
 3) $6(\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ) : 2(\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)$;
 4) $4(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ) : 2(\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)$.

Jagada algebralisel kujul antud kompleksarvud:

360. (1341.) 1) $4i : 2$; 2) $8i : 4$; 3) $6i : 2i$; 4) $10i : 5i$.
 361. (1342.) 1) $2i : (-3i)$; 2) $7i : (-0,5i)$; 3) $\frac{2+i}{i}$; 4) $\frac{1+i}{i}$.
 362. (1343.) 1) $\frac{3}{5i}$; 2) $\frac{4}{3i}$; 3) $\frac{5}{1+2i}$; 4) $\frac{4}{1-2i}$.
 363. (1344.) 1) $\frac{2i}{1-i}$; 2) $\frac{5i}{2-3i}$; 3) $\frac{1+i}{1-i}$; 4) $\frac{1-i}{1+i}$.

$$364. (1345.) \quad 1) \frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}; \quad 2) \frac{5-i\sqrt{2}}{1+i\sqrt{2}}; \quad 3) \frac{5+2i}{1-2i}; \quad 4) \frac{7-3i}{1+3i}.$$

$$365. (1346.) \quad 1) \frac{\sqrt{6}-i}{\sqrt{6}-2i}; \quad 2) \frac{-\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{-1+i\sqrt{3}}; \quad 3) \frac{-2\sqrt{3}+1}{1+2i\sqrt{3}}; \quad 4) \frac{m}{i\sqrt{m}}.$$

$$366. (1347.) \quad 1) \frac{a}{a+bi}; \quad 2) \frac{\sqrt{a}}{a+2i\sqrt{a}}; \quad 3) \frac{a+i\sqrt{n}}{a-i\sqrt{n}}; \quad 4) \frac{a-bi}{b+ai}.$$

Teostada tehted:

$$367. (1348.) \quad (Peast!) \quad 1) i^6; \quad 2) i^{15}; \quad 3) i^{36}; \quad 4) (-i)^3.$$

$$368. (1349.) \quad (Peast!) \quad 1) (-i)^{10}; \quad 2) (-i)^{21}; \quad 3) -i^3; \quad 4) -i^{19}.$$

$$369. (1350.) \quad 1) (1+i)^2; \quad 2) (1-i)^2; \quad 3) (3+2i)^2; \\ 4) (5-2i)^2.$$

$$370. (1351.) \quad 1) (1+2ai)^2; \quad 2) (2+bi)^2; \quad 3) (a+5bi)^2; \\ 4) (c-2di)^2.$$

$$371. (1352.) \quad 1) (1+i)^3; \quad 2) (1-i)^3; \quad 3) (2+i\sqrt{3})^3; \\ 4) (3-i\sqrt{3})^3.$$

$$372. (1353.) \quad 1) \left(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2; \quad 2) \left(\frac{1}{2} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2; \quad 3) \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3.$$

$$373. (1354.) \quad 1) (1+i)^4; \quad 2) (1-i)^4; \quad 3) (1-i)^8; \\ 4) (a+bi)^6.$$

$$374. (1355.) \quad 1) (1+i)^{10} - (1-i)^{10}; \\ 2) (2+i\sqrt{3})^5 + (2-i\sqrt{3})^5; \\ 3) (3+i\sqrt{2})^8 - (3-i\sqrt{2})^8; \\ 4) \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^6 + \left(\frac{i-\sqrt{3}}{2}\right)^6.$$

375. (1356*.) Kasutades Moivre'i valemit, arvutada:

$$1) (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)^9; \quad 2) (\cos 15^\circ + i \sin 15^\circ)^{10};$$

$$3) [2(\cos 12^\circ + i \sin 12^\circ)]^5; \quad 4) \left[3\left(\cos \frac{\pi}{4} - i \sin \frac{\pi}{4}\right)\right]^6.$$

Teha järgmised harjutused (nr. 376 ja nr. 377) kahel viisil, avaldades kompleksarvud:

1) trigonomeetrilisel kujul; 2) algebralisel kujul. Näidata, et teostatud tehete tulemused on võrdsed.

$$376. (1357*.) \quad 1) (\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)^5; \quad 2) (\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ)^8; \\ 3) (\cos 30^\circ + i \sin 30^\circ)^{10}; \quad 4) [2(\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ)]^6.$$

$$377. (1358*.) \quad 1) (1+i)^{16}; \quad 2) (-2+2i)^8; \\ 3) \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^9; \quad 4) \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{12}.$$

378. (1359*.) Teostada tehted:

- 1) $\sqrt{3+4i}$; 2) $\sqrt{-3+4i}$; 3) $\sqrt{4-3i}$;
 4) $\sqrt[3]{1+i\sqrt{3}}$; 5) $\sqrt[3]{7+i\sqrt{15}}$; 6) $\sqrt[3]{5-i\sqrt{11}}$.

379. (1360*.) Leida antud juurte kõik väärtused ja kujutada need geomeetriliselt:

- 1) $\sqrt[3]{\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ}$; 2) $\sqrt[4]{\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ}$;
 3) $\sqrt[5]{\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ}$; 4) $\sqrt[6]{\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ}$.

380. (1361*.) Lahendada võrrand $x^3 - 1 = 0$ kahel viisil:

- 1) lahutada vasak pool tegureiks;
 2) avaldada arv 1 trigonomeetrilisel kujul ning leida sellest kuupjuur.

Leida juure kõik väärtused:

381. (1362*.) 1) $\sqrt[3]{-1}$; 2) $\sqrt[3]{8}$; 3) $\sqrt[3]{-8}$; 4) $\sqrt[3]{27}$.

382. (1363*.) 1) $\sqrt[4]{1}$; 2) $\sqrt[4]{-1}$; 3) $\sqrt[4]{-16}$; 4) $\sqrt[3]{-2+2i}$.

383. (1364*.) 1) $\sqrt[4]{-7-24i}$; 2) $\sqrt[6]{1}$; 3) $\sqrt[4]{-2-2i\sqrt{3}}$;
 4) $\sqrt[4]{-i}$.

§ 13. (47.) Harjutusi kordamiseks.

384. (1365.) Teostada tehted:

1) $\frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$; 2) $\frac{a+bi}{c+di} - \frac{a+bi}{c-di}$;

3) $\frac{\sqrt{1+m} + i\sqrt{1-m}}{\sqrt{1+m} - i\sqrt{1-m}} - \frac{\sqrt{1-m} + i\sqrt{1+m}}{\sqrt{1-m} - i\sqrt{1+m}}$;

4) $(1+i)^8 + (1-i)^8$;

5) $\left(\frac{1+i\sqrt{7}}{2}\right)^4 + \left(\frac{1-i\sqrt{7}}{2}\right)^4$; 6) $\frac{(a+i)^3 - (a-i)^3}{(a+i)^2 - (a-i)^2}$.

385. (1366.) Koostada ruutvõrrand selle lahendite järgi:

1) $x_1 = \frac{-1+4i\sqrt{5}}{3}$; $x_2 = \frac{-1-4i\sqrt{5}}{3}$;

2) $x_1 = 3 - \frac{1}{2}i$; $x_2 = 3 + \frac{1}{2}i$;

3) $x_1 = 2 - i$; $x_2 = 3 - 2i$;

4) $x_1 = \frac{2-i}{1+i}$; $x_2 = 1 + i$.

386. (1367*.) Lahendada võrrandid:

- 1) $2x^2 - (5 - i)x + 6 = 0$;
- 2) $(7 + i)x^2 - 5ix - 1 = 0$;
- 3) $x^2 - (4 - 6i)x + (10 - 20i) = 0$;
- 4) $(1 + i)x^2 - (2 + i)x + (3 + i) = 0$.

387. (1368.) Kompleksarvude võrduse tingimuse põhjal leida x ja y :

- 1) $2 + 5ix - 3iy = 14i + 3x - 5y$;
- 2) $\frac{8i}{x} + iy - 2 = 7i - \frac{10}{x} + y$;
- 3) $\frac{i}{x} + \frac{i}{y} + \frac{1}{6} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} + \frac{5i}{y}$;
- 4) $aix + biy - a = i - a^2x - b^2y$.

388. (1369*.) 1) Kontrollida võrdus:

$$\sqrt[3]{2 + 11i} + \sqrt[3]{2 - 11i} = 4.$$

2) Näidata, et kui n on kordne 3-ga, siis

$$\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}\right)^n = 2,$$

ja kui n ei jagu 3-ga, siis

$$\left(\frac{-1 + i\sqrt{3}}{2}\right)^n + \left(\frac{-1 - i\sqrt{3}}{2}\right)^n = -1.$$

3) Näidata, et kui n on paarisarv, siis summa

$$\left(\frac{1 + i}{\sqrt{2}}\right)^n + \left(\frac{1 - i}{\sqrt{2}}\right)^n$$

on kas ± 2 või 0, ja kui n on paaritu arv, siis see summa on $\pm \sqrt{2}$.

4) Näidata, et kui $x = \frac{-1 + 3i}{2}$ ja $y = \frac{-1 - 3i}{2}$,

siis

$$\sqrt[3]{x^3 + y^3 - 3xy} = \sqrt{-1}.$$

389. (1370.) 1) Kirjutada kaks kompleksarvu, millel on see omadus, et: a) nende summa, b) nende korrutis, c) nende summa ja korrutis on reaalarvud.

2) Leida tarvilik ning piisav tingimus selleks, et kahe kompleksarvu $a + bi$ ja $c + di$ korrutis oleks: a) reaalarv, b) imaginaararv.

390. (1371.) Näidata, et arvu ruut, mis kujutab enesest kahe naturaalarvu ruutude summat, võrdub samuti kahe arvu ruutude summaga.

391. (1372*.) Näidata, et võrrandite: $x^3 = 1$; $x^6 = 1$; $x^{12} = 1$ jne. lahendite graafiline kujutamine on seotud ringjoonesse joonestatud korrapärase hulknurga külgede arvu kahekordistamisega.

392. (1373*.) Kasutades Moivre'i valemit ja Newtoni binoomivalemit avaldise $(\cos \varphi + i \sin \varphi)^n$ astendamiseks täisarvulise positiivse astendajaga, avaldada $\sin \varphi$ ja $\cos \varphi$ kaudu:

- | | | | |
|----------------------|----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $\sin 2\varphi$; | 3) $\sin 3\varphi$; | 5) $\sin 4\varphi$; | 7) $\sin 5\varphi$; |
| 2) $\cos 2\varphi$; | 4) $\cos 3\varphi$; | 6) $\cos 4\varphi$; | 8) $\cos 5\varphi$. |

393. (1374.) Näidata, et kui a_1 , a_2 ja a_3 on võrrandi $x^3 = 1$ lahendid, siis on õiged järgmised võrdused:

- 1) $a_1 + a_2 + a_3 = 0$; 2) $a_1 \cdot a_2 \cdot a_3 = 1$.

394. (1375.) On antud kompleksarv

$$z = x + iy = r(\cos \varphi + i \sin \varphi).$$

Leida punktid tasapinnal, kui:

- | | | |
|----------------|--------------------|-------------------|
| 1) $ z = 1$; | 2) $ z < 1$; | 3) $ z \leq 1$; |
| 4) $ z > 1$; | 5) $1 < z < 2$. | |
-

VI (XIII) PEATÜKK.

VÕRRATUSED JA VÕRRANDITE UURIMINE.

§ 14. (48.) Ühe tundmatuga esimese astme võrratused.

395. (1376.) Liita võrratused.

- | | | | |
|-----------------------|-----------|-----------------------|------------|
| 1) $18 > 15;$ | $1 > -3;$ | 2) $4 < 6;$ | $-5 < -2;$ |
| 3) $5a + 1 > 2a - 7;$ | | 4) $5a + b < 2a + 1;$ | |
| $a - 4 > 3 - a;$ | | $3b - 2a < 15 - 4a.$ | |

396. (1377.) Järgnevais harjutustes lahutada teine võrratus esimesest:

- | | | | |
|--------------|------------|---------------|------------|
| 1) $10 > 4;$ | $8 < 2;$ | 2) $-3 > -5;$ | $2 < 4;$ |
| 3) $5 < 10;$ | $-1 > -3;$ | 4) $5x > 10;$ | $3x < 15.$ |

397. (1378.) Korrutada liikmeti võrratused:

- | | | | |
|--------------|------------|---------------|-----------|
| 1) $4 > 3;$ | $5 > 2;$ | 2) $+4 > -5;$ | $3 > 2;$ |
| 3) $2 > -4;$ | $-4 > -6;$ | 4) $-5 < 3;$ | $-6 < 2.$ |

398. (1379.) 1) Kui $a > b$ ja $c = d$, kas siis alati $ac > bd$?
2) Kui $a > b$, kas siis alati $a^m > b^m$?

399. (1380.) Mida võib ütelda arvude a ja b kohta, kui on teada, et

- 1) $ab > 0;$ 2) $ab < 0?$

400. (1381.) Leida, missuguste x väärtuste puhul funktsioon $y = x + 2$ omab: a) negatiivseid väärtusi; b) positiivseid väärtusi; c) väärtuse 0.

401. (1382.) Joonestada järgmiste funktsioonide graafikud:

- | | | |
|------------------|------------------|------------------|
| 1) $y = x - 3;$ | 2) $y = x + 5;$ | 3) $y = 2x - 3;$ |
| 4) $y = -x + 2;$ | 5) $y = -x - 1.$ | |

Leida, missuguste x väärtuste puhul funktsioonil y on:
 a) positiivsed väärtused; b) negatiivsed väärtused; c) väärtus null. Kontrollida tulemusi vastavate võrratuste lahendamise teel.

402. (1383.) On antud kaks funktsiooni: $y = x + 1$ ja $y_1 = 5 - x$. On teada, et x omandab väärtusi -4 kuni 3 ($-4 < x < 3$). Leida, missuguste x väärtuste puhul selles vahemikus:

$$1) y > y_1; \quad 2) y < y_1; \quad 3) y = y_1.$$

Lahendada võrratused:

$$403. (1384.) \quad 1) 9x + 8 < 15 + 7x; \quad 2) -3(x + 20) < -20;$$

$$3) -\frac{x}{2} < 3x - \frac{3+2x}{4};$$

$$4) \frac{x-1}{3} - 2(1-4x) > \frac{1}{4}x - \frac{7-52x}{6}.$$

$$404. (1385.) \quad 1) 3\frac{1}{3}x - \frac{x-8}{6} > \frac{5x+2}{9} - \frac{2x+11}{6};$$

$$2) \frac{1}{2}(3x-1) + \frac{x}{5} < 7x + 10,1;$$

$$3) \frac{2}{3}x + \frac{3}{2} < \frac{3x-2}{4} - 1; \quad 4) \frac{3-2x}{5} + 8 > \frac{5x+2}{2} - x.$$

$$405. (1386.) \quad 1) 5 - \frac{x}{3} < 3\frac{1}{2} - \frac{4x+1}{8}; \quad 2) 3 - \frac{3x}{2} > \frac{5}{8} - \frac{4x-3}{6};$$

$$3) 5(x-1) - x(7-x) < x^2;$$

$$4) (x+1)^2 < (x-1)^2.$$

$$406. (1387.) \quad 1) x - \frac{x-1}{2} > \frac{x-3}{4} - \frac{x-2}{3};$$

$$2) \frac{5x-1}{4} - \frac{3x-13}{10} > \frac{5x+1}{3};$$

$$3) |x-3| > 5; \quad 4) |x+2| < 8.$$

Lahendada võrratusesüsteemid:

$$407. (1388.) \quad 1) \begin{cases} 5(x+1) + 6(x+2) > 9(x+3) \\ 7x - 3(2x+3) > 2(x-18) \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (x-3)(x-4) < (x+1)(x+2) \\ x(x+1) + x(x+2) > (2x-1)(x+3) \end{cases}$$

$$408. (1389.) \quad 1) \begin{cases} 2 - \frac{5+x}{7} < 1 - \frac{9-x}{14} \\ 12 - \frac{1}{3}\left(47 - \frac{60}{x}\right) > 3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \frac{7-x}{2} - 3 < \frac{3+4x}{5} - 4 \\ \frac{5}{3}x + 5(4-x) < 2(4-x) \end{cases}$$

$$409. (1390.) \quad 1) \begin{cases} \frac{3x+5}{7} + \frac{10-3x}{5} > \frac{2x+7}{3} - 8 \\ \frac{7x}{3} - \frac{11(x+3)}{6} > \frac{3x-1}{5} - \frac{13-x}{2} \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3 - \frac{3-7x}{10} + \frac{x+1}{2} > 4 - \frac{7-3x}{5} \\ 7(3x-6) + 4(17-x) > 11 - 5(x-3) \end{cases}$$

410. (1391.) Leida järgmiste võrratusesüsteemide täisarvulised lahendid:

$$1) \begin{cases} 3x - 10 > 0 \\ 5\frac{1}{3}x - 51 < 6x \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 1 - \frac{3x-88}{7} > 5x \\ 4x + 5 - \frac{1}{6} \left((25x + 29\frac{1}{2}) \right) < 0 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} \frac{2x-11}{4} + \frac{19-2x}{2} < 2x \\ \frac{2x+15}{9} > \frac{1}{5}(x-1) + \frac{x}{3} \end{cases} \quad 4) \begin{cases} x + 2 < \frac{2x-8}{6} - \frac{18-4x}{3} \\ 9 - \left(\frac{x-2}{4} + \frac{2}{3} \right) > x \end{cases}$$

Lahendada võrratused:

$$411. (1392.) \quad 1) (x+3)(x+2) > 0; \quad 2) (x-4)(x+3) > 0; \\ 3) (x+1)(x-5) < 0; \quad 4) (x-5)(x-3) < 0.$$

$$412. (1393.) \quad 1) (x-2)(x-4) > 0; \quad 2) \left(x - \frac{1}{2}\right)(x-4) > 0; \\ 3) (x-3)(x-7) < 5(x-3); \\ 4) (3x-1)(4-x)(2x-3)^2 < 0.$$

$$413. (1394.) \quad 1) \frac{4-2x}{1+3x} > 0; \quad 2) \frac{3a+7}{2-6a} > 0; \\ 3) \frac{5-2a}{8+5a} > 0; \quad 4) \frac{5x-8}{2x+4} < 0.$$

$$414. (1395.) \quad 1) \frac{9-2y}{4y+1} < 0; \quad 2) \frac{15-4a}{7+3a} < 0; \\ 3) \frac{2x+1}{x+2} > 1; \quad 4) \frac{x-1}{x+3} > 2.$$

$$415. (1396.) \quad 1) \frac{3x-2}{x+1} < 1; \quad 2) \frac{5x-1}{x+6} < 1; \\ 3) |x-2| < 5; \quad 4) |x+4| > 9.$$

416. (1397.) On antud kaks funktsiooni: $y = x + 3$ ja $y = -x + 2$. Joonestada ühel ja samal joonisel nende funktsioonide graafikud ning leida joonise järgi x need väärtused, mille puhul mõlemal funktsioonil on positiivsed väärtused.

417. (1398.) Kolmnurga üks külg on 3 cm ja kahe teise külje vahe on 1 cm. Leida selle kolmnurga küljed, kui need väljenduvad täisarvudega.

418. (1399.) Kahekohalise arvu kümneliste number on üheliste numbrist 2 võrra väiksem. Leida see arv, teades, et ta on suurem kui 21 ja väiksem kui 38.

419. (1400.) Murru lugeja on nimetajast 1 võrra väiksem; kui selle murru lugeja ja nimetajaga liita 1, siis murru väärtus on suurem kui $\frac{1}{2}$; kui aga lugejast ja nimetajast lahutada 1, siis murru väärtus on väiksem kui $\frac{6}{7}$. Leida need murrud.

420. (1401.) Kui antud kahekohalise arvuga liita pool temast, siis saame arvu, suurema kui 128, kuid väiksema kui 130. Leida see arv.

421. (1402.) Kui turist oleks sõitnud päevas 20 km rohkem sellest, mis ta tegelikult sõitis, siis oleks ta 8 päevaga sõitnud 900 km enam; kui ta aga oleks iga päev sõitnud 12 km vähem, siis poleks ta kümne päevagagi jõudnud ära sõita 900 km. Mitu kilomeetrit sõitis turist päevas?

422. (1403.) Aurik sõitis a kilomeetrit mööda jõge päri voolu ja pöördus tagasi. Auriku kiirus on v km tunnis, jõe voolu kiirus v_1 km tunnis ($v > v_1$). Tõestada, et aurikul edasi-tagasi sõiduks kuluv aeg on alati suurem ajast, mis kuluks sama vahemaa läbimiseks seisvas vees.

423. (1404.) Tõestada, et kahe erineva positiivse arvu aritmeetiline keskmine on suurem kui nende geomeetriline keskmine.

424. (1405.) Tõestada, et positiivne lihtmurd suureneb, kui tema lugeja ja nimetajaga liita mingi üks ja sama positiivne arv, liigmurd aga — väheneb.

425. (1406.) Tõestada, et iga kolmnurga pool ümbermõõtu on suurem kui selle kolmnurga mistahes külge.

426. (1407.) Tõestada, et kui a , b , c on kolmnurga kolme külje pikkused, siis on kehtiv võrratus

$$a^2 + b^2 + c^2 < 2(ab + ac + bc).$$

Sõnastada kolmnurga külgede omadus selle võrratuse alusel.

427. (1408.) Tõestada, et kõigist antud ümbermõõduga ristkülikuist on ruudul suurim pindala.

428. (1409.) Tõestada, et igas täisnurkses kolmnurgas, mis ei ole võrdhaarne, on hüpotenuusile tõmmatud kõrgus väiksem kui pool hüpotenuusi.

429. (1410.) Tõestada, et igas täisnurkses kolmnurgas hüpotenuusile tõmmatud kahekordse kõrguse ruut on väiksem kui hüpotenuusi ruudu ja kaatetite kahekordse korrutise summa.

Tõestada võrratused:

430. (1411.) 1) $k + \frac{1}{k} \geq 2$; $k > 0$; 2) $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \geq 2$, $a > 0$, $b > 0$;

3) $\frac{2a}{1+a^2} \leq 1$; 4) $(a+b)\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \geq 4$, $a > 0$, $b > 0$.

431. (1412.) 1) $(a+b)(b+c)(a+c) > 8abc$ (a , b ja c on positiivsed arvud);

2) $a^3 + b^3 \geq a^2b + ab^2$, $a > 0$, $b > 0$;

3) $x^5 + y^5 - x^4y - xy^4 \geq 0$, kui $x > 0$, $y > 0$.

432. (1413.) 1) $\sqrt{(a+c)(b+d)} \geq \sqrt{ab} + \sqrt{cd}$, kus a , b , c ja $d > 0$;

2) $\frac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{xyz}$.

433. (1414.) Missugune võrratusemärk ($>$ või $<$) tuleb panna järgmiste avaldiste vahele:

1) $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ ja $\sqrt{7}$;

2) $\sqrt{5} + \sqrt{3}$ ja $\sqrt{6} + \sqrt{2}$;

3) $\sqrt{11} - \sqrt{2}$ ja $\sqrt{5} + 1$; 4) $\frac{5\sqrt{2} + 3\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$ ja 6;

5) $\sqrt{8 - \sqrt{15}}$ ja $\frac{1}{2}(\sqrt{30} - \sqrt{2})$.

§ 15. (49.) Ühe tundmatuga esimese astme võrrandite uurimine.

434. (1415.) Leida, missuguste t väärtuste puhul on järgmistel võrranditel positiivsed lahendid:

1) $4x = 3t - 15$; 2) $2x - 1 = 4 + 5t$; 3) $3(2 - x) = 4(t - 2x)$;

4) $\frac{t}{4} = \frac{3}{x}$; 5) $\frac{7}{1+x} = \frac{t}{x}$; 6) $4 - t = \frac{2}{x-1}$.

435. (1416.) Leida, missuguste k väärtuste puhul on järgmistel võrranditel negatiivsed lahendid:

1) $\frac{5}{2x-k} = \frac{3}{4-kx}$; 2) $\frac{1}{x+1} = 1 - k$; 3) $k - 2 = \frac{3x+1}{x+1}$;

4) $\frac{k(x+2) - 3(k-1)}{x+1} = 1$; 5) $\frac{4x-1}{x-1} = k + 3$;

6) $\frac{5}{3x-k} = \frac{3}{kx-4}$; 7) $\frac{4x+3k}{3} = \frac{5x-2k}{4}$.

436. (1417.) Uurida, missuguste parameetrite (võrrandis esinevate tähtede) väärtuste puhul on alljärgnevalt võrrandil:
 a) positiivne lahend; b) negatiivne lahend; c) nulline lahend;
 d) lõpmatu arv lahendeid; e) üldse ei ole lahendeid:

1) $ax - a = 3x - 5$;

2) $2mx + 3 = 2m - x$;

3) $ab + bx - b = 3ax$;

4) $\frac{a}{3a+x} = \frac{2}{b+x}$;

5) $mx = (a+x)n$;

6) $nx - bmn + m(a-x) = 0$.

437. (1418.) Leida, missuguste parameetri a väärtuste puhul võrrandil $3(x+1) = 4 + ax$ on lahend suurem kui -1 .

Lahendada ülesanded ja uurida saadud lahendi valemit. Lahendi uurimisel kindlaks teha:

1) missuguste parameetrite väärtuste ja milliste nende vaheliste seoste puhul on ülesandel mõte;

2) missuguseid väärtusi võib omada tundmatu, et see rahuldaks ülesande tingimust;

3) missugused lahendid rahuldavad neid tingimusi.

438. (1419.) Ühes laos on a tonni sütt, teises b tonni. Iga päev saabub kumbagi lattu d tonni sütt. Mitme päeva pärast on esimeses laos sütt n korda rohkem kui teises?

439. (1420.) Basseini on juhitud kaks toru; esimese toru kaudu täitub basseini a tunniga, teise kaudu täis basseini tühjeneb b tunniga. Mitme tunniga täitub tühi basseini mõlema toru koostöötamisel?

440. (1421.) Üks tööline valmistab päevas a detaili, teine b detaili. Mitme päeva pärast peale seda, kui esimene oli valmistanud p ja teine q detaili, kummagi töölise poolt valmistatud detailide arvud on võrdsed?

441. (1422.) Ühes linnas on a elanikku, teises b elanikku. Esimese linna elanike arv kasvab iga aastaga m inimese võrra, teise arv kasvab n inimese võrra. Mitme aasta pärast on mõlemas linnas elanikke ühepalju?

442. (1423.) m liitrit merevett sisaldab n grammi soola. Mitu liitrit tuleb lisada puhast vett, et m liitrit lahust sisaldaks q grammi soola?

443. (1424.) Vankri esiratta ümbermõõt on m meetrit, tagaratta ümbermõõt n meetrit. Missugusel vahemaal teeb vankri esiratas 10 pööret rohkem kui tagaratas?

444. (1425.) Trapetsi $ABCD$ alus $BC = a$, alus $AD = 8$ ja haar $AB = 3$. Kui palju tuleb pikendada haara AB , et see lõikuks haara CD pikendusega?

445. (1426.) Trapetsi $ABCD$ alus $BC = a$, alus $AD = 8$ ja haar $AB = c$. Kui palju tuleb pikendada haara AB , et see lõikuks haara CD pikendusega?

446. (1427.) Kahele ringjoonele, mille raadiused on R ja r ning keskpunktidevaheline kaugus d , on tõmmatud ühine väline puutuja. Leida puutuja ja ringjoonte keskpunkte ühendava sirgjoone lõikepunkt.

447. (1428.) Kaks autot väljuvad üheaegselt linnadest A ja B ning sõidavad ühes ja samas suunas. Esimese auto kiirus on a kilomeetrit tunnis, teise kiirus b kilomeetrit. Mitme tunni pärast jõuab esimene auto teisele järele, kui linnade A ja B vahemaa on d kilomeetrit?

§ 16. (50.) Kahe tundmatuga esimese astme võrrandisüsteemide uurimine.

448. (1429.) Järgnevaid võrrandisüsteeme lahendamata leida, kas antud süsteemil on: a) üks lahend, b) lõpmatu arv lahendeid või c) ei ole lahendeid:

$$1) \begin{cases} 2x + y = 11 \\ x + 3y = 18 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 4x + 6y = 8 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 5x + 3y = 15 \\ 10x - 6y = 0 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 3x + 10y = 16 \\ 6x + 20y = 32 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} 6x - 9y = 4 \\ 4x - 6y = 9 \end{cases}$$

$$6) \begin{cases} 4x + 10y = 12 \\ 6x + 15y = 18 \end{cases}$$

Uurida alljärgnevate võrrandisüsteemide lahendeid ja tõlgendada graafiliselt saadud tulemused, leides punkti, kus lõikuvad kaks sirget, mida määravad süsteemi võrrandid:

$$449. (1430.) \quad 1) \begin{cases} x + y = 2 \\ 4x - y = 3 \end{cases} \quad 2) \begin{cases} x - y = 1 \\ y - 2x = 1 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + y = 2 \\ 3x + 2y = 6 \end{cases}$$

$$450. (1431.) \quad 1) \begin{cases} 3x + y = 4 \\ 4 - y = 5x \end{cases} \quad 2) \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 4x + 6y = 8 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} x + y = 4 \\ 2x + 2y = 8 \end{cases}$$

451. (1432.) Leida, missuguste m väärtuste puhul on võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} 3x + 7y = m \\ 2x + 5y = 20 \end{cases}$$

lahendid positiivsed, s. o. $x > 0$ ja $y > 0$.

452. (1433.) Leida, missuguste k väärtuste puhul on võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} 3x - 6y = 1 \\ 5x - ky = 2 \end{cases}$$

lahendid negatiivsed, s. o. $x < 0$ ja $y < 0$.

453. (1434.) Leida, missuguste m ja n väärtuste puhul on järgmistel võrrandisüsteemidel lõpmatu arv lahendeid:

$$1) \begin{cases} mx + ny = 8 \\ 5x + 3y = 4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} mx + (n-1)y = 2 \\ 3x + 10y = -1 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ mx + y = n \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} 6x + y = 10 \\ (n+1)x + \frac{1}{n}y = n^2 + m \end{cases}$$

454. (1435.) Leida, missuguste a väärtuste puhul ei ole lahendeid järgmistel võrrandisüsteemidel:

$$1) \begin{cases} 4x + 3y = 12 \\ 2x + ay = 5 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} 3x + 8y = 10 \\ x - ay = 7 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} ax - 5y = 9 \\ 2x - 3y = 15 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x + 2ay = 1 \\ (3a-1)x - ay = 1 \end{cases}$$

455. (1436.) On antud kahe tundmatuga x ja y kahe võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} (3+m)x + 4y = 5-3m \\ 2x + (5+m)y = 8 \end{cases}$$

Leida, missuguste m väärtuste puhul sel süsteemil: a) on lõpmatu arv lahendeid; b) ei ole lahendeid.

Leida, missuguste m väärtuste puhul on järgmistel süsteemidel
1) lõpmatu arv lahendeid; 2) ei ole lahendeid:

$$456. (1437.) \quad 1) \begin{cases} (m+5)x + (2m+3)y = 3m+2 \\ (3m+10)x + (5m+6)y = 2m+4 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (m-1)x + 2my + 2 = 0 \\ 2mx + (m-1)y - (m-1) = 0 \end{cases}$$

$$457. (1438.) \quad 1) \begin{cases} x + my - 1 = 0 \\ mx - 3my - (2m + 3) = 0 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (2m - 3)x - my - (3m - 2) = 0 \\ -5x + (2m + 3)y + 5 = 0 \end{cases}$$

$$458. (1439.) \quad 1) \begin{cases} (m - 1)x + (m + 1)y = 2(m^2 - 1) \\ (m^2 - 1)x + (m^2 + 1)y = 2(m^3 - 1) \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} (m - 1)^2x + (m^2 - 1)y = (m + 1)^2 \\ (2m - 1)x + (m + 1)y = (m^2 - 1) \end{cases}$$

Lahendada järgmised ülesanded ja uurida nende lahendeid.

459. (1440.) Segati kaht sorti kompvekke: a rubla ja b rubla kilogramm ja saadi m kilogrammi segu, hinnaga c rubla kilogramm. Mitu kilogrammi kompvekke võeti kummastki sordist?

460. (1441.) Maja kütmiseks varuti sütt, millest iga päev tarvitatakse ühepalju kilogramme. m päeva möödumisel oli sellest tagavarast järel a kilogrammi, n päeva möödumisel aga oli järel b kilogrammi. Kui suur oli söetagavara ja mitu kilogrammi tarvitati iga päev?

461. (1442.) Vee temperatuur nõus soojendamisel h minuti jooksul tõusis t kraadini, h_1 minuti pärast t_1 kraadini. Leida vee temperatuur enne soojendamist ja mitu kraadi tõusis see igas minutis, kui soojenemine toimus ühtlaselt.

462. (1443.) Kaks autot väljuvad punktist A ning sõidavad ühtlase kiirusega mööda maanteed ühes ning samas suunas. Teatud momendil oli esimene auto m kilomeetrit, teine n kilomeetrit kaugel punktist A . Mitme tunni pärast peale seda ja kui kaugel punktist A jõuab teine auto esimesele järele, kui esimese kiirus on a kilomeetrit tunnis, teise kiirus b kilomeetrit tunnis?

463. (1444.) k rubla eest osteti m kilogrammi kaht sorti jahu, esimese sordi jahu kilogramm maksis a rubla, teise kilogramm b rubla. Mitu kilogrammi jahu osteti kumbagi sorti?

464. (1445.) Üks tarbija ostis a meetrit sitsi ja b meetrit sataani, makstes kogu riide eest d rubla; teine tarbija ostis sama hinnaga m meetrit sitsi ja n meetrit sataani ning maksis samuti d rubla. Kui palju maksis meeter sataani ja kui palju meeter sitsi?

465. (1446.) Kui segada a liitrit esimest sorti piiritust ja b liitrit teist sorti, saame piirituse, mille kangus on k kraadi; kui aga segada b liitrit esimest sorti piiritust ja a liitrit teist sorti, saame piirituse, mille kangus on t kraadi. Leida kummagi sordi piirituse kangus.

§ 17. (51.) Teise astme võrratused.

Lahendada võrratused:

$$466. (1447.) \quad \begin{array}{ll} 1) x^2 - 14x + 45 > 0; & 2) x^2 + 2x > 6x - 15; \\ 3) x^2 - 11x + 30 > 0; & 4) x^2 - 4x + 3 > 0. \end{array}$$

$$467. (1448.) \quad \begin{array}{ll} 1) x^2 + 105 > 22x; & 2) x^2 - 5x + 4 < 0; \\ 3) x^2 - 6x + 9 < 0; & 4) x^2 - 8x + 7 > 0. \end{array}$$

$$468. (1449.) \quad \begin{array}{ll} 1) 3x^2 - 5x - 2 > 0; & 2) 5x^2 - 7x + 2 < 0; \\ 3) 3x^2 - 7x - 6 < 0; & 4) 3x^2 - 2x + 5 > 0. \end{array}$$

$$469. (1450.) \quad \begin{array}{ll} 1) 2x^2 - 3x + 7 < 0; & 2) 3x^2 - 4x + 5 < 0; \\ 3) 3x^2 - 11x - 4 < 0; & 4) 5x^2 - 8x - 4 < 0. \end{array}$$

$$470. (1451.) \quad \begin{array}{ll} 1) -2 + x - 3x^2 < 0; & 2) -5 + 4x - 3x^2 > 0; \\ 3) 2x^2 - 3x + 4 > x^2 + 2x - 2; & \\ 4) 2x^2 - 2x - 7 > x^2 + 5x - 17. & \end{array}$$

$$471. (1452.) \quad 1) \frac{(x-1)(x-2)}{x-3} > 0; \quad 2) \frac{(x-3)(x-5)}{x-2} > 0;$$

$$3) \frac{x-1}{x^2+4x+2} < 0; \quad 4) \frac{x^2-6x+18}{x-4} > 0.$$

$$472. (1453.) \quad 1) \frac{x^2+2x-3}{x^2-2x+8} > 0; \quad 2) \frac{x^2+5x+4}{x^2-5x-6} < 0;$$

$$3) 2 - \frac{x-3}{x-2} > \frac{x-2}{x-1}; \quad 4) 3 - \frac{2x-17}{x-5} > \frac{x-5}{x+2}.$$

473. (1454.) Missuguste x väärtuste puhul ei ole mõtet järgmistel avaldistel:

$$\begin{array}{ll} 1) \log(x^2 - 6x + 9); & 2) \log(x^2 - 5x + 6); \\ 3) \log(3x^2 - 4x + 5); & 4) \log(5x^2 - 8x - 4). \end{array}$$

Missuguste m väärtuste puhul x mistahes väärtused rahuldavad järgmisi võrratusi:

$$474. (1455.) \quad \begin{array}{ll} 1) x^2 + 2x + m > 0; & 2) x^2 - 5x - m > 0; \\ 3) x^2 + 6x + (5m-1)(m-1) > 0; & \\ 4) x^2 + 2x + m > 10. & \end{array}$$

$$475. (1456.) \quad \begin{array}{ll} 1) mx^2 + 12x - 5 < 0; & \\ 2) (m+3)x^2 - 5x - 4 < 0; & \\ 3) x^2 + (m+2)x + 8m + 1 > 0; & \\ 4) x^2 + 2(m+1)x + 9m - 5 > 0. & \end{array}$$

476. (1457.) 1) $(m+1)x^2 - 2(m-1)x + 3m - 3 < 0$;
 2) $(5-m)x^2 - 2(1-m)x + 2(1-m) < 0$;
 3) $(m-2)x^2 + 2(2m-3)x + 5m - 6 > 0$;
 4) $(4-m)x^2 - 3x + m + 4 > 0$;
 5) $(m^2 + 4m - 5)x^2 - 2(m+1)x + 3 > 0$;
 6) $(m^2 + 6m - 4)x^2 - 2(m-1)x + 2 < 0$.

477. (1458.) Missuguste m väärtuste puhul järgmised ruutkolmliikmed kujutavad endast täisruutu:

- 1) $(4m-3)x^2 - 3(m+1)x + 2(m+1)$;
 2) $(6m-5)x^2 - 5(m-1)x + 2m-6$;
 3) $(m-1)x^2 + 2mx + 3m-2$;
 4) $3(m+6)x^2 - 3(m+3)x + 2m-3$.

478. (1459.) On antud ruutkolmliige: $y = ax^2 + bx + c$.

1) Leida kolmliikme diskriminant ja näidata, missuguste diskriminandi väärtuste puhul funktsioonil: a) on kaks erinevat juurt; b) on kaks võrdset juurt; c) ei ole ühtki juurt (reaalset).

2) Anda kolmliikmele $y = ax^2 + bx + c$ kuju $y = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right]$ ja tõestada, et: a) kui esimese liikme kordaja $a > 0$, siis funktsioonil on vähim väärtus (miinimum) $\left(-\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$, kui $x = -\frac{b}{2a}$;

b) kui kordaja $a < 0$, siis funktsioon omab suurima väärtuse (maksimum) $\left(-\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$, kui $x = -\frac{b}{2a}$.

479. (1460.) On antud funktsioonid:

- 1) $y = 4x^2 - 8x + 4$; 2) $y = 6x^2 - 3x - 3$;
 3) $y = -4x^2 - 6x + 1$; 4) $y = -3x^2 + 18x - 15$.

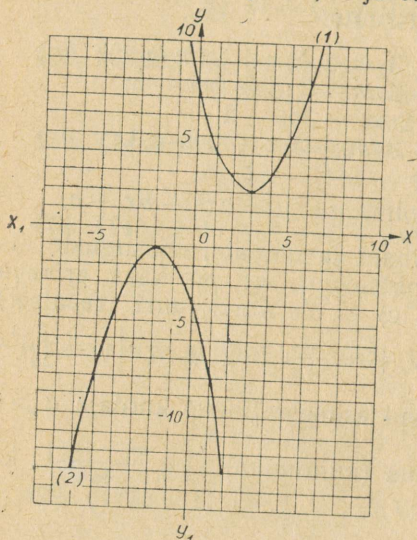
1) Leida iga funktsiooni jaoks, missuguste x väärtuste puhul funktsioon y : a) muutub nulliks; b) omab suurima või vähima väärtuse; c) kahaneb või kasvab; d) omab positiivseid või negatiivseid väärtusi.

2) Joonestada skemaatiliselt graafik, mis näitab funktsiooni y muutumist sõltuvalt x muutumisest.

480. (1461.) Leida kolmliikme $ax^2 + bx + c$ kordajad, teades, et kolmliige muutub nulliks, kui $x = 6$, ja ta omab vähima väärtuse (-8) , kui $x = 4$.

481. (1462.) On teada, et kolmliige $ax^2 + bx + c$ omab suurima väärtuse 25, kui $x = \frac{1}{2}$, ja väärtuse 24, kui $x = 0$. Leida selle kolmliikme kordajad.

482. (1463.) Parabool $y = ax^2 + bx + c$ tipu koordinaatideks on: $x = 6$ ja $y = -12$. Teades, et parabooli harud on suunatud x -teljest ülespoole ja et üks harudest lõikub x -teljega punktis $(8; 0)$, leida kordajad a , b ja c .



Joon. 4.

483. (1464.) Parabool $y = ax^2 + bx + c$ lõikub y -teljega punktis, mille ordinaat on 15. Teades, et parabooli harud on suunatud x -teljest ülespoole ja et parabooli tipu koordinaatideks on $(-2; 7)$, leida kordajad a , b ja c .

484. (1465.) Kirjutada joonisel 4 kujutatud paraboolide võrrandid.

485. (1466.) Missuguste x väärtuste puhul funktsioonid:

- 1) $y = bx - x^2$;
- 2) $y = bx - 2x^2$

omavad suurima väärtuse ja missuguse nimelt?

486. (1467.) Leida täisnurkse kolmnurga suurim pindala ja kaated, teades, et kaatetite summa on 10 cm.

487. (1468.) Tõestada, et võrdsete übermõõtudega ristkülikuist suurim pindala on ruudul.

488. (1469.) Tõestada, et kahe positiivse arvu korrutis, mille summa on $2a$, omab suurima väärtuse a^2 võrdsete tegurite puhul.

489. (1470.) Ringi sektori pindala arvutatakse valemi $S = \frac{rl}{2}$ järgi, kus S on sektori pindala, r — tema raadius ja l — sektori kaare pikkus. Leida ringi sektori suurim pindala, mille übermõõt on $2p$, ja tõestada, et selle sektori raadius on kaks korda väiksem kaare pikkusest.

490. (1471.) Aknal on ristküliku ja sellele asetatud poolringi kuju (normandia aken). Missugused peavad olema selle kujundi mõõted, et antud übermõõdu puhul akent läbiks suurim valguse hulk?

§ 18. (52.) Ruutvõrrandite uurimine.

491. (1472.) Leida, missuguste m väärtuste puhul järgmiste võrrandite lahendid on reaalsed ning erinevad, reaalsed ning võrdsed, imaginaarsed ning erinevad:

- 1) $(5m + 1)x^2 + (7m + 3)x + 3m = 0$;
- 2) $mx^2 - (1 - 2m)x + m = 0$;
- 3) $(m - 1)x^2 - 2(m + 1)x + m - 2 = 0$;
- 4) $x^2 + 2(m - 4)x + m^2 + 6m = 0$;
- 5) $(3 + m)x^2 - 3(6 - m)x + 5 - 18m = 0$;
- 6) $(m - 2)x^2 - (3m + 6)x + 6m = 0$;
- 7) $x^2 + 2(m - 1)x + 3m^2 + 5 = 0$.

Lahendada ülesanded (492—515) ja uurida lahendit:

1) missuguste parameetrite väärtuste ja nende vaheliste seoste puhul on ülesandel mõte;

2) missugune peab olema lahend (positiivne, negatiivne, nulline), et see rahuldaks ülesande tingimust;

3) missugune võrrandi lahend rahuldab neid tingimusi.

492. (1473.) Vahemaa S kilomeetrit läbimiseks kulutab kolmetonnine veoauto a liitrit bensiini rohkem kui poolteisetonnine. Mitu liitrit bensiini kulutab kumbki veoauto selle vahemaa läbimiseks, kui poolteisetonnine auto sõidab ühe liitri bensiiniga b meetrit rohkem kui kolmetonnine?

493. (1474.) Ühe tonni kauba vedu punktist M punkti N raudteel maksab b kopikat rohkem kui veeteel. Mitu tonni kaupa võib transportida punktist M punkti N raudteel S rubla eest, kui veeteel võib sama summa eest transportida k tonni rohkem kui raudteel?

494. (1475.) Selleks et ujuda jões S meetrit päriveroolu, peab ujuja kulutama t minutit vähem kui ujudes sama vahemaa seisvas vees. Missugune on ujuja kiirus seisvas vees, kui jõe voolu kiirus on v meetrit tunnis?

495. (1476.) Kaks lennukit startisid üheaegselt lennuks punktist A punkti B , mille vahemaa on S kilomeetrit. Et esimese lennuki tunnikiirus on m kilomeetri võrra väiksem, siis saabub ta punkti B n tundi hiljem. Leida esimese lennuki kiirus ja aeg, mis kulub tal lennuks punktist A punkti B .

496. (1477.) Teeolude tõttu tuli jalgratturil jätkata sõitu tunnis n kilomeetrit väiksema kiirusega, kui ta sõitis alguses, mistõttu ta hilines sihtpunkti saabumisega a tundi. Kui teeolud oleksid halvenenud b kilomeetri võrra kaugemal, siis oleks ta hilinenud ainult c tunni võrra. Mitu kilomeetrit tunnis sõitis jalgrattur alguses?

497. (1478.) Keha A liigub punktist M punkti N suunas sirgjoont mööda kiirusega a meetrit sekundis. Kui ta oli läbinud c meetrit, alustas punktist N liikumist keha B , mis läbis igas sekundis $\frac{1}{k}$ vahemaast MN ja kohtus kehaga A nii mitme sekundi möödumisel, kui mitu meetrit läbis sekundis keha B . Leida vahemaa MN .

498. (1479.) Linnast A linna B , mis on A -st b kilomeetri kaugusel, väljus jalakäija. Tund hiljem väljus sama teed mööda teine jalakäija, kes käis tunnis a kilomeetrit rohkem kui esimene. Jõudes esimesele järele, pöördus ta tagasi ning saabus linna A samal ajal kui esimene linna B . Mitu kilomeetrit käis kumbki jalakäija tunnis?

499. (1480.) Punktist A punkti B suunas alustas liikumist keha. t minutit hiljem alustas samast punktist A liikumist teine keha. Jõudes esimesele järele, pöördus ta tagasi ja jõudis punkti A samal momendil, kui esimene jõudis punkti B . Leida esimese keha kiirus, kui on teada, et teise keha liikumise kiirus on v meetrit sekundis ja vahemaa AB on d meetrit.

500. (1481.) Punktidest A ja B väljusid üheaegselt sõiduks punkti C kaks jalgratturit. Esimene saabus punkti C a tunni pärast, teine aga, et jõuda punkti C ühel ajal esimesega, pidi sõitma iga kilomeetri c tunni võrra kiiremini kui esimene, sest B ja C vahemaa on b kilomeetrit pikem kui A ja C vahemaa. Leida A ja C vahemaa.

501. (1482.) Kahest punktist A ja B väljusid üheaegselt teineteisele vastu kaks rongi. Kohtumisel osutus, et esimene rong oli sõitnud a kilomeetrit rohkem teisest. Jätkates sõitu sama kiirusega, saabus esimene rong punkti B m tundi ja teine rong punkti A n tundi pärast nende kohtumist. Mitu kilomeetrit sõitis kumbki rong kohtumiseni?

502. (1483.) Kahe linna vahemaa on a kilomeetrit. Kaks autot, sõites nendest linnadest teineteisele vastu, kohtuksid poolel teel, kui esimene väljuks t tundi varem teisest. Kui nad aga väljuksid üheaegselt, kohtuksid nad $2t$ tunni pärast. Mitu kilomeetrit sõidab kumbki auto tunnis?

503. (1484.) Kahest jaamast, mille vahemaa on d kilomeetrit, lähetati teineteisele vastu kaks rongi, mis kohtusid poolel teel. Leida kummagi rongi tunnikiirus, kui esimene rong väljus a tundi hiljem teisest ning sõitis b kilomeetrit tunnis vähem kui teine rong.

504. (1485.) Traktor künnab n tunniga p hektarit rohkem kui hobune. Mitu hektarit künnab hobune n tunniga ja mitu hektarit sama ajaga traktor, kui traktor künnab 1 ha t tundi kiiremini hobusest?

505. (1486.) Veetee süvendamiseks on rakendatud tööle kolm ekskavaatorit. Kui seda tööd hakkaks tegema esimene üksi, siis lõpetaks ta töö a päeva hiljem kui kõik kolm ekskavaatorit koos. Kui aga seda tööd hakkaks tegema ainult teine üksi, siis lõpetaks ta töö b päeva hiljem kui kõik koos. Kolmandal üksi kuluks aga c korda rohkem aega kui kõigil kolmel kokku. Kui palju aega kuluks igal ekskavaatoril kogu töö sooritamiseks üksi?

506. (1487.) A võib lõpetada teatud töö a päeva võrra pikema ajaga kui B ja b päeva võrra pikema ajaga kui C . A ja B koos töötades lõpetavad selle töö sama ajaga kui C üksi. Leida, misuguse ajaga võib kogu töö lõpetada igaüks neist üksi?

507. (1488.) Saalis on n tooli, mis on asetatud ridadesse nii, et igas reas on neid ühepalju. Kui igasse ritta lisada p tooli ja ridade arvu vähendada m võrra, siis üldine kohtade arv saalis jääb samaks. Mitu rida toole on saalis ja mitu tooli igas reas?

508. (1489.) Kaks töolist koos võivad teatud töö lõpetada a päevaga. Kui algul esimene neist oleks teinud $\frac{3}{5}$ tööst ja siis teine ülejäänud osa, oleks kulunud kogu töö lõpetamiseks b tundi. Mitme tunniga kumbki neist üksi oleks võinud kogu töö lõpetada?

509. (1490.) Kaks punkti A ja B , mille vahemaa on d meetrit, liiguvad mööda täisnurga haarasid tipu poole. Esimese kiirus on a meetrit sekundis, teise kiirus b meetrit. Punkt B jõuab nurga tippu t sekundit varem kui A . Leida, kui kaua aega liikus punkt A .

510. (1491.) Kaks punkti A ja B liiguvad täisnurga haarasid mööda. Esimese kiirus on a meetrit sekundis, teise kiirus b meetrit. Antud momendil lähenevad punktid nurga tipule, kusjuures A on m sentimeetri kaugusel sellest, B n sentimeetri kaugusel. Mitme sekundi pärast peale seda momenti on nad d sentimeetri kaugusel teineteisest?

511. (1492.) Kaks töolist on palgatud tööle üheks ning samaks ajaks, kuid erineva tasu eest. Esimene töötas a päeva vähem ettenähtud ajast ja sai b rubla; teine aga töötas a päeva kauem ette-

nähtud ajast ja sai c rubla. Kui esimene oleks töötanud nii mitu päeva, kui töötas teine, ja teine nii mitu päeva, kui töötas esimene, siis oleksid nad saanud raha ühepalju. Leida, mitmeks päevaks olid palgatud töölised.

512. (1493.) Kaks brigaadi teenisid ühepalju raha. Esimeses brigaadis oli a töolist vähem kui teises, mistõttu teise brigaadi iga tööline sai b rubla vähem kui esimese brigaadi tööline. Kumbki brigaad teenis c rubla rohkem, kui oli töölisi mõlemas brigaadis kokku. Mitu töolist oli kummaski brigaadis?

513. (1494.) Punktidest M ja N , mille vahemaa on d meetrit, hakkasid üheaegselt liikuma teineteisele vastu kaks keha ning kohtusid siis, kui esimene keha oli läbinud a meetrit. Leida kummagi keha kiirus, teades, et meetrite arv, mis väljendab esimese ja teise keha kiiruste vahet, on võrdne sekundite arvuga, mis on möödunud kehade liikumise algusest kuni kohtumiseni.

514. (1495.) Linnade A ja B vahemaa on a kilomeetrit. Linnast A väljusid üht ja sama teed mööda ühel ajal kaks turisti, kes pidid saabuma linna B samuti üheaegselt. Kuid esimene saabus linna B b tundi varem ettenähtust, teine aga hilines c tundi, sest sõitis igas tunnis k kilomeetrit vähem esimesest. Leida kummagi turisti kiirus.

515. (1496.) Vanni on juhitud kaks kraani. Esimene neist, töötades üksi, täidab vanni a minuti võrra kiiremini kui teine. Et täita vann, avati algul esimene kraan b minutiks, ja siis mõlemad koos lõpetasid vanni täitmise c minutiga. Mitme minutiga võib täita vanni kumbki kraan üksi töötades?

HULKLIKME JAGUVUS.

Jagamist teostamata leida jagamisel tekkiv jääk:

516. (1497.) 1) $(3x^4 - 2x^3 + 5x^2 - x + 2):(x - 1)$;
 2) $(x^5 + x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x - 6):(x + 1)$;
 3) $(2x^4 + x^3 - 3x^2 + 7x - 5):(x - 2)$;
 4) $(x^6 - x^5 - x^4 + 3x^3 - 2x^2 + 5x - 4):(x + 2)$.

517. (1498.) 1) $(x^4 + 2x^3 + x^2 - 4x + 6):\left(x - \frac{1}{2}\right)$;
 2) $(9x^3 - 3x^2 + 6x - 15):\left(x + \frac{1}{3}\right)$;
 3) $(x^5 - x^4 - 2x^3 + x^2 - x - 2):\left(x + \frac{3}{5}\right)$;
 4) $(2x^4 + 3x^3 - 46x^2 + 6x + 8):(x - 3,4)$.

518. (1499.) 1) $\left(25x^4 - \frac{2}{3}x - \frac{11}{15}\right):(5x - 2)$;
 2) $(x^3 + 6x^2 - 4x - 2):(2x + 1)$;
 3) $(2x^4 - 6x^3 + 4x^2 + 8x - 2):(2x - 3)$;
 4) $(3x^5 + 6x^3 - 12x + 1):(3x + 6)$.

519. (1500.) 1) Leida, missuguse a väärtuse puhul hulkliikme $2x^5 - 3x^3 + 11x^2 - x + a$ jagamisel $(x + 2)$ -ga tekib jääk 3?

2) Missuguse a väärtuse puhul hulkliikme $x^3 - 3x^2 + 5x + a$ jagamisel $(x - 1)$ -ga tekib jääk 4? 5?

3) Missuguse k väärtuse puhul hulkliikme $2x^3 - 3x^2 + kx - 6$ jagamisel $(x - 2)$ -ga tekib jääk 6? 8?

4) On antud hulkliige $2x^3 - 3x^2 - ax + b$. Missugused peavad olema a ja b väärtused, et hulkliikme jagamisel $(x + 1)$ -ga tekiks jääk 7 ja jagamisel $(x - 1)$ -ga tekiks jääk 5?

520. (1501.) 1) Leida, missuguse k väärtuse puhul hulkliige $x^4 - 4x^3 + kx^2 - 13x + 6$ jagub $(x - 2)$ -ga.

2) Missuguse k väärtuse puhul kolmliige $4x^3 - 6x + k$ jagub $(x + 3)$ -ga?

3) Missuguse k väärtuse puhul hulkliige $x^3 - 5x^2 + 7x + k - 5$ jagub $(x + 4)$ -ga?

521. (1502.) 1) Missuguste a ja b väärtuste puhul hulkliige $x^4 - 3x^3 + bx^2 + ax + b$ jagub $(x^2 - 1)$ -ga?

2) Missuguste a ja b väärtuste puhul hulkliige $ax^3 + bx^2 - 73x + 102$ jagub kolmliikmega $x^2 - 5x + 6$?

3) Missuguste a ja b väärtuste puhul hulkliige $ax^3 + bx^2 - 37x + 14$ jagub kolmliikmega $x^2 + x - 2$?

4) Tõestada, et hulkliige $x^6 - 2x^5 - 4x^4 + 3x^3 - 3x^2 + 11x - 6$ jagub korrutisega $(x - 1)(x + 2)(x - 3)$.

522. (1503.) 1) On antud murd $\frac{x^4 + 2x^2 - 3}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$. Kasutades Bezout' teoreemi, teha kindlaks, kas saab taandada seda murdu: a) vahega $x - 1$; b) summaga $x + 1$; c) summaga $x + 2$; d) vahega $x - 2$; e) summaga $x + 3$; f) vahega $x - 3$.

2) On antud murd $\frac{3x^4 - 4x^3 + 1}{x^3 - 3x - 2}$. Teha kindlaks, kas saab seda murdu taandada avaldistega: a) $x - 2$; b) $x + 1$; c) $x - 1$; d) $x + 2$.

3) On antud murd $\frac{x^5 + x^4 - 5x^3 - 5x^2 + 4x + x}{x^4 + 5x^3 + 5x^2 - 5x - 6}$. Teha kindlaks, kas saab seda murdu taandada avaldistega: a) $x - 1$; b) $x + 1$; c) $x + 2$; d) $x - 2$; e) $x + 3$; f) $x - 3$.

Lahutada tegureiks:

523. (1504.) 1) $x^3 - 7x^2 + 16x - 12$; 2) $16x^3 - 16x^2 - x + 1$;
3) $x^3 - 4x^2 + x + 6$; 4) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8$.

524. (1505.) 1) $5x^4 - 6x^3 + 6x - 5$;
2) $x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 8x + 4$;
3) $x^4 - 5x^3 + 2x^2 + 20x - 24$;
4) $x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$.

Lahendada järgmised võrrandid:

525. (1506.) 1) $x^3 - 8x^2 + 13x - 6 = 0$;
2) $x^3 - 4x^2 + x + 6 = 0$;
3) $x^3 - 6x^2 + 11x - 6 = 0$;
4) $x^3 - 7x^2 + 16x - 12 = 0$.

526. (1507.) 1) $x^3 - 3x^2 + 5x - 6 = 0$;
2) $x^3 + 2x^2 - 4x - 8 = 0$;
3) $x^3 - x^2 - 8x + 12 = 0$;
4) $x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 8x + 4 = 0$.

527. (1508.) 1) $x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2 = 0$;
 2) $x^4 - 3x^3 - 8x^2 + 12x + 16 = 0$;
 3) $x^5 - x^4 - 3x^3 + 5x^2 - 2x = 0$;
 4) $x^5 + 2x^4 + 2x^3 + 2x^2 + x = 0$.

Koostada ratsionaalsete kordajatega väikseima astme võrrand, mille lahendeiks on:

528. (1509.) 1) 1; 2; (-2) ; 2) 1; 3; (-1) ;
 3) 2; (-3) ; (-4) ; 4) 3; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$.

529. (1510.) 1) 2; $i\sqrt{3}$; $-i\sqrt{3}$; 2) 1; $1 + 2i$; $1 - 2i$;
 3) -1 ; $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$; 4) -2 ; $1 + i$; $1 - i$.

530. (1511.) 1) 2; 1; (-1) ; 3; 2) (-1) ; (-2) ; 2; (-3) ;
 3) 2; -2 ; i ; $-i$; 4) 1; 2; $1 + i$; $1 - i$;
 5) $1 + i$; $1 - i$; $1 - 2i$; $1 + 2i$;
 6) $2 + i$; $2 - i$; $1 + 2i$; $1 - 2i$.

531. (1512.) 1) Koostada reaalsete kordajatega kolmanda astme võrrand, kui on antud tema kaks lahendit: $x_1 = 2$ ja $x_2 = -i$.

2) Koostada reaalsete kordajatega neljanda astme võrrand, kui on antud tema kaks lahendit: $x_1 = 1 - i$ ja $x_2 = 3 + i$.

3) Koostada reaalsete kordajatega neljanda astme võrrand, kui on antud tema kolm lahendit: $x_1 = 2$, $x_2 = -2$ ja $x_3 = 1 - i$.

4) Koostada reaalsete kordajatega viienda astme võrrand, kui on antud tema neli lahendit: $x_1 = x_2 = x_3 = 1$; $x_4 = 1 - i$.

532. (1513.) 1) Teades, et võrrand $x^4 - 6x^3 + 15x^2 - 18x + 10 = 0$ omab lahendit $1 - i$, leida tema ülejäänud lahendid.

2) On teada, et võrrandi $x^4 - 2x^3 + 3x^2 - 2x + 2 = 0$ üheks lahendiks on i . Leida selle võrrandi ülejäänud lahendid.

3) Teades, et võrrandi $x^4 + x^3 + 4x^2 + x + 3 = 0$ üheks lahendiks on i , leida tema ülejäänud lahendid.

4) On teada, et võrrandi $3x^4 - 5x^3 + 3x^2 + 4x - 2 = 0$ üheks lahendiks on $1 + i$. Leida selle võrrandi ülejäänud lahendid.

533. (1514.) 1) Teostamata arvutusi, teha kindlaks, kas summa $(x^5 - 1)^4 + (x^2 - 1)^3$ jagub vahega $x - 1$.

2) Teostamata arvutusi, teha kindlaks, kas hulkliikmete korutis $(x^4 - 16)(x^2 + 3x - 5)$ jagub kaksliikmega $x - 2$.

Lahendada järgmised kaheliikmelised võrrandid:

534. (1515.) 1) $x^3 + 27 = 0$; 2) $x^3 - 27 = 0$;
 3) $8x^3 + 1 = 0$; 4) $8x^3 - 1 = 0$;
 5) $27x^3 - 125 = 0$; 6) $8x^3 - 3 = 0$.

$$535. (1516.) \quad \begin{array}{ll} 1) x^4 - 16 = 0; & 2) x^4 + 16 = 0; \\ 3) x^4 + 625 = 0; & 4) x^4 - 81 = 0; \\ 5) x^6 - 1 = 0; & 6) x^6 - 64 = 0. \end{array}$$

$$536. (1517.) \quad \begin{array}{ll} 1) 16x^4 - 9 = 0; & 2) 81x^4 - 25 = 0; \\ 3) 4x^4 = 25; & 4) 3x^4 = 16. \end{array}$$

Lahendada järgmised kolmeliikmelised võrrandid:

$$537. (1518.) \quad \begin{array}{l} 1) (3x - 8)^2 + 5(3x - 8) - 150 = 0; \\ 2) (5x + 4)^2 - 5(5x + 4) - 36 = 0; \\ 3) x^6 - 9x^3 + 8 = 0; \\ 4) y^6 - 2y^3 + 1 = 0. \end{array}$$

$$538. (1519.) \quad \begin{array}{l} 1) 8x^6 - 9x^3 + 1 = 0; \\ 2) 16z^8 - 257z^4 + 16 = 0; \\ 3) (x + 3)^6 - 9(x + 3)^3 + 8 = 0; \\ 4) 8(3x + 7)^6 - 217(3x + 7)^3 + 27 = 0. \end{array}$$

$$539. (1520.) \quad \begin{array}{ll} 1) \sqrt[3]{x} + 2\sqrt[3]{x^2} - 3 = 0; & 2) 2\sqrt[3]{x^2} - \sqrt[3]{x} = 6; \\ 3) (x - \sqrt{3})^4 - 5(x - \sqrt{3})^2 + 4 = 0; & \\ 4) \sqrt{x^2 + 8} - (x^2 + 8) = -12. & \end{array}$$

$$540. (1521.) \quad \begin{array}{ll} 1) x^{\frac{1}{2}} - 3x + 30 = 0; & 2) 5x^{\frac{1}{2}} + 3x - 22 = 0; \\ 3) (x - 3)^{\frac{1}{2}} - 5(x - 3)^{\frac{1}{4}} + 6 = 0; & \\ 4) (1 + 3x)^{\frac{1}{2}} - 3(1 + 3x)^{\frac{1}{4}} = 4. & \end{array}$$

VIII (XV) PEATÜKK.

ÜLESANDEID ALGEBRA KOGU KURSUSEST.

Koolides eksameil, vastuvõttueksameil kõrgemaisse õppeasutustesse, matemaatika olümpiaadidel jt. antud ülesandeid.

541. (1522.) Näidata, et võrrandil

$$(a^2 + b^2 + c^2)x^2 + 2(a + b + c)x + 3 = 0$$

ei saa olla reaalseid lahendeid, kui a, b, c ei ole isekeskis võrdsed.

542. (1523.) Leida m väärtus nii, et võrrandi

$$2x^2 - (2m + 1)x + m^2 - 9m + 39 = 0$$

üks lahend on kaks korda suurem teisest, ja lahendada see võrrand m leitud väärtusel.

543. (1524.) Aritmeetilise progressiooni kolmas liige on 35, viies liige 55. Missuguse arvuga tuleb jagada selle progressiooni viie liikme summat, et saada jagatis, mis on 7 ühelise võrra väiksem jagajast, ja jääk, mis võrdub poole jagatisega?

544. (1525.) Tõestada, et kolm erinevat arvu ei saa moodustada üheaegselt aritmeetilist ja geomeetrilist progressiooni.

545. (1526.) 1) Tõestada võrratus:

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} > 6$$

(a, b ja c on omavahel mittevõrdsed positiivsed arvud).

2) Tõestada võrratus:

$$(a+1)(b+1)(a+c)(b+c) > 16abc, \text{ kui } a > 1, b > 1, c > 1.$$

546. (1527.) Tõestada, et arvu 7 mistahes paarituarvuline aste, suurendatud ühe võrra, jagub 8-ga.

547. (1528*.) Joonestada järgmiste funktsioonide graafikud:

$$1) y = |x|; \quad 2) y = \frac{|x|}{x}; \quad 3) y = x^4 + 2x^2 + 2;$$

$$4) y = \log(1 + x^2); \quad 5) y = \log(1 - x^2); \quad 6) y = 2^{|x|}.$$

Revolutsioonieelseis gümnaasiumides küpsuseksameil antud ülesandeid (548—556).

548. (1529.) Aritmeetilise progressiooni teise ja viienda liikme summa on $a + 29$, kolmanda ja kuuenda liikme summa $b - 2$. Leida progressioon, kui a võrdub binoomi

$$\left(\frac{2^{-1}}{\sqrt[3]{x^{-1}}} - \sqrt[5]{x} \right)^8$$

arendi selle liikme kordajaga, milles x ei esine, ja b määratakse võrrandist

$$\log_{\sqrt[16]{b}} b = 2,5.$$

549. (1530.) Kaks kandemüüjat müüsid erineva arvu õunu, kuid said ühepalju raha. Kui esimene oleks müünud oma õunad sama hinnaga mis teine, siis oleks ta saanud 80 kop. Kui teine oleks müünud aga oma õunad hinnaga mis esimene, siis oleks ta saanud 1 rbl. 25 kop. Mitu õuna müüs kumbki, kui teine müüs rohkem nii mitu õuna, kui mitu ühelist on võrrandi $x^{\sqrt{x}} = (\sqrt{x})^x$ kolmekordses suuremas lahendis?

550. (1531.) Koostada ruutvõrrand, mille lahendite ruutude summa oleks $\frac{125}{p}$, kus p on võrrandi

$$\sqrt[p-65]{32^{2p-60}} = \sqrt[p-66]{4^{3p+40}}$$

suurem lahend, kusjuures selle ruutvõrrandi lahendite kuupide vahe ja nende esimeste astmete vahe jagatis võrduks lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni liikmete summaga, mille esimene liige on $\frac{3}{2}$ ja tegur $\frac{1}{7}$.

551. (1532.) Kahele tööliste brigaadile maksti nii mitu rubla, kui mitu ühelist on binoomi $\left(a^{-\frac{2}{3}} + a^{\frac{3}{5}} \right)^{13}$ selle liikme kordajas, milles esineb a^4 . Esimese brigaadi iga tööline sai nii mitu rubla, kui mitu liiget on aritmeetilises progressioonis, mille liikmete

summa $s = 462$, $a_6 = 27$ ja $a_{10} = 43$. Teise brigaadi iga töölise poolt saadud rublade arv võrdub võrrandi

$$\log 10 + \frac{1}{3} \log (3^2 \sqrt{x} + 271) = 2$$

lahendiga. Mitu töolist oli kummaski brigaadis, kui esimeses brigaadis oli 4 inimest rohkem kui teises?

552. (1533.) Osteti 10 kg kaht sorti kaupa. Esimese sordi eest maksti nii mitu rubla, kui mitu liiget on aritmeetilises progressioonis, mille esimene liige $a = 6$, vahe $d = 2$ ja kõigi liikmete summa $s = 266$. Teise sordi eest makstud rublade arv rahuldab võrrandit $\sqrt{x+4} - \sqrt{x-7} = 1$. Kui palju maksis kauba kummagi sordi kilogramm, kui esimese sordi 1 kg maksis nii mitu rubla, kui mitu ühelist on avaldises

$$\left[\frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt[{-2}]{3}}{\sqrt{30}} \right]^{-1} ?$$

553. (1534.) Neli positiivset arvu moodustavad aritmeetilise progressiooni. Esimese ja neljanda arvu korrutis võrdub võrrandi $x^{1+\log x} = (0,001)^{-\frac{2}{3}}$ lahendiga, teise ja kolmanda arvu ruutude summa on 5 korda suurem kui $\left[\frac{1}{\sqrt[4]{x}} + x^{0,1(6)} \right]^{20}$ arendi selle liikme number, milles x ei esine. Leida need arvud.

554. (1535.) Kaks töolist A ja B kohustusid lõpetama teatud töö päevade arvuga, mis võrdub niisuguse aritmeetilise progressiooni viimase liikmega, mille liikmete arv on võrdne võrrandi $x^2 - 7x + \sqrt{x^2 - 7x + 18} = 24$ positiivse lahendiga, esimene liige on 8 ja progressiooni vahe 1. Pärast seda, kui nad olid koos töötanud neli päeva, loobus A tööst ja B lõpetas töö üksi 36 päevaga. Mitme päevaga kumbki üksi töötades oleks võinud selle töö lõpetada?

555. (1536.) Lahendada võrrand $ax^4 + bx^2 + c = 0$, mille kordaja a leitakse tingimusest $0,2^{\sqrt{a}} = 0,008$, kordaja b määratakse võrrandiga

$$\log(2b + 6) + \log 5 = 3 - \log 2 \frac{1}{2}$$

ja kordaja c on 5 korda väiksem binoomi $\left(z + \frac{1}{z}\right)^6$ arendi keskmisest liikmest.

556. (1537.) Leida kahaneva aritmeetilise progressiooni liikmete arv järgmistel tingimustel:

1) progressiooni vahe rahuldab võrrandit

$$\sqrt[5]{8^{3x^2-7x+0,4}} = \sqrt[5]{4^{39}},$$

2) progressiooni esimene liige võrdub võrrandi

$$\log 3 + \log(y-1) = \log 2 + \frac{1}{2} \log(7y+1)$$

lahendiga;

3) progressiooni liikmete summa on 42 võrra väiksem binoomi

$$(\sqrt[5]{x^3} + x^{-3} \cdot \sqrt{x^{-1}})^p$$

astendajast p , mille arendi seitsmendas liikmes esineb täht x ühek-
sandas astmes.

Keskooli kümnendais klassides antud ülesandeid (557–570).

557. (1538.) 1) a tonni terade mahalaadimiseks palgati teatud hulk töölisi. Et tööle ilmus b inimest rohkem kui palgati, siis tuli igal töölisel maha laadida c tonni vähem. Mitu töölist töötas terade mahalaadimisel?

2) Binoomi $(x^2 - 1)^n$ arendi kolmanda liikme kordaja on 496. Leida arendi kaheksas liige.

3) Missuguse a väärtuse puhul võrrandi $(a+3)x^2 + (2a+3)x + a+5 = 0$ lahendid on kompleksed?

4) Teostada näidatud tehted:

$$\frac{\left(3\frac{1}{3} \cdot 6,6 + 2 : 12,75\right) : \left(\frac{2}{3} + \frac{16}{17} + \frac{31}{51}\right)}{\left(75 : 4\frac{1}{6} - 3\frac{9}{23} \cdot 3\right) : \left(\frac{5}{18} + \frac{4}{15} + 0,35\right)} + \frac{9\frac{1}{3} : \frac{28}{33}}{1,25 \cdot 5,6}.$$

558. (1539.) 1) Kaks brigaadi ehtasid linnade A ja B vahelist raudteed, mille pikkus on S kilomeetrit. Esimene brigaad algas tööd linnast A ja ehtas päevas teed m kilomeetrit rohkem teisest, kes algas tööd linnast B . Töö lõpetamisel osutus, et mõlemad brigaadid olid ehitanud ühepalju. Mitu kilomeetrit teed ehtas kumbki brigaad päevas, kui teine brigaad töötas t päeva rohkem esimesest?

2) Missuguste x reaalsete väärtuste puhul murd $\frac{2x^2 - 3x - 459}{x^2 + 1}$ on suurem kui 1?

3) Arvutada:

$$\left(\sqrt{-4} + \frac{1}{\sqrt{-9}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{-4}} + \sqrt{-9}\right)^2.$$

4) Teostada näidatud tehted:

$$\frac{2605,665 : 81,3 - \left(8\frac{37}{72} + 6\frac{41}{96} + 2\frac{3}{8} \cdot 6,125 \right) : 23\frac{85}{144}}{\left(18,9 - 16\frac{13}{20} \right) \cdot \frac{8}{9} + 54549 : 418 - 90\frac{3}{5} \cdot 1,25}$$

ja veenduda, et saadud tulemus on väiksem kui $\sqrt{2,581}$.

559. (1540.) 1) Töökoda valmistas S rubla eest teatud hulga ühesuguseid detaile. Kui ühe detaili omahinda alandada p kopika võrra, siis sama summa eest valmistaks töökoda n detaili rohkem kui varem. Mitu detaili valmistas töökoda?

2) Binoomi $\left(x\sqrt{x} + x^{-\frac{1}{2}} \right)^m$ arendis leida liige, milles esineb x^3 , kui arendi paarituurvulistel kohtadel seisvate liikmete korrajate summa on 128.

3) Missuguste m väärtuste puhul võrrandi $(2m - 5)x^2 - 4(m - 1)x + 3m = 0$ lahendid on reaalsed ning võrdsed?

4) Teostada näidatud tehted:

$$\frac{\left(6\frac{4}{15} + 2\frac{8}{21} : 13\frac{8}{9} - 3\frac{2}{5} \cdot 1\frac{3}{4} \right) \cdot 1\frac{1}{41}}{432,377 : 25,3 + 2,582 - 4,03 \cdot 2\frac{2}{5}} + \left(\frac{18}{25} - 0,39 \right) : \frac{33}{50}.$$

560. (1541.) 1) Kaks elevaatorit võtavad vastu teri. Esimene suudab vastu võtta tunnis k tonni rohkem teisest. Leida, mitu tonni teri võtab tunnis vastu kumbki elevaator, kui m tonni terade vastuvõtuks kulub esimesel t tundi vähem kui teisel.

2) Lahendada võrrand:

$$\log \sqrt{5x - 4} + \log \sqrt{x + 1} = 2 + \log 0,18.$$

3) Lahendada võrratusesüsteem:

$$\begin{cases} 9 + \frac{4x - 11}{7} < \frac{x - 3}{5} \\ (2 + x)^2 + 8x^2 < (3x - 1)^2 - 12 \end{cases}$$

4) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} y^{x^2 + 7x + 12} = 1 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

561. (1542.) 1) Kahest linnast väljusid kaks rongi. Esimene rong sõitis n kilomeetrit, teine m kilomeetrit. Esimese rongi kiirus

on a kilomeetrit tunnis suurem teise kiirusest. Leida kummagi rongi kiirus, kui esimene rong kulutas oma tee läbimiseks t tundi vähem teisest.

2) Binoomi $\left(\sqrt[7]{a^{-1}} - a^{-\frac{2}{35}} \sqrt[5]{a^2}\right)^m$ arendi kolmanda liikme kordaja on 35 võrra suurem arendi teise liikme kordajast. Leida arendi liige, milles a esineb esimesel astmel.

3) Leida, missuguste k väärtuste puhul võrrandisüsteemil

$$\begin{cases} 2x - 1,5y = 3 \\ -5x + ky = 8 \end{cases}$$

on negatiivsed lahendid?

4) Teostada näidatud tehted:

$$\frac{\left(13\frac{1}{42} - 7\frac{11}{18} + 2\frac{5}{6} : 1\frac{2}{15}\right) \cdot 2\frac{22}{997} - 403,138 : 33,4}{1\frac{5}{8} + 16,175 - \left(0,652 + 7\frac{1}{5} \cdot 2,34\right)}.$$

562. (1543.) 1) Kolhoosis saadi ühelt maatükilt a tsentnerit nisu. Nisusaak teiselt maatükilt oli kõrgem, ja seepärast saadi nii-sama palju nisu pindalalt, mis oli m ha väiksem esimesest maatükist. Mitu tsentnerit nisu saadi kummagi maatüki 1 hektarilt, kui saak teise maatüki igalt hektarilt oli b tsentnerit suurem kui esimese maatüki igalt hektarilt?

2) Lahendada võrratusesüsteem:

$$\begin{cases} 8(3x - 2) - 7x - 5(12 - 3x) < 13x \\ 20 < \frac{2}{3}(7x - 10) - \frac{1}{2}(50 - x) \end{cases}$$

3) Leida h nii, et jagamine $(x^5 + 2x + h) : (x - 3)$ oleks teostatav jäägita.

4) Lahendada võrrand:

$$x^6 - 1 = 0.$$

563. (1544.) 1) Kahest linnast, mille vahemaa on S kilomeetrit, liiguvad ühtlaselt teineteisele vastu kaks autot. Esimene auto väljus a tundi hiljem teisest, ja nad kohtusid poolel teel. Mitu kilomeetrit sõitis tunnis kumbki auto, kui on teada, et esimene sõitis tunnis b kilomeetrit rohkem kui teine?

2) Leida binoomi $\left(\frac{x}{\sqrt{x}} + \sqrt[4]{\frac{1}{x^3}}\right)^n$ arendi liige, mis sisaldab $x^{6,5}$, kui arendi kümnendal liikmel on suurim kordaja.

3) Lahendada võrratus:

$$2x^2 - 7x - 49 > 0.$$

4) Teostada näidatud tehted:

$$\left[\left(31\frac{163}{275} \cdot 1\frac{7}{48} - 29,5 \right) - \left(101\frac{37}{175} : 17,28 + 213\frac{34}{35} : 1497,8 \right) \right] \cdot 0,01 + 7,08 \cdot 8,05 - 3,6 : 0,45.$$

564. (1545.) 1) Kaks turisti väljuvad üheaegselt teineteisele vastu linnadest A ja B ning kohtuvad t tunni pärast peale nende väljumist. Mis ajaga kumbki turist võib ära käia vahemaa AB , kui punktist B väljuval turistil kulub selleks a tundi vähem kui punktist A väljuval turistil?

2) Leida, missuguste a väärtuste puhul võrrandil $\frac{4}{3x-a} = \frac{5}{ax-2}$ on positiivne lahend.

3) Leida hulkliikme $2x^4 - 5x^3 + px^2 - 6x + 8$ kordaja p nii, et selle hulkliikme jagamisel summaga $x + 2$ tekiks jääk 12.

4) Missuguste x ja y reaalsete väärtuste puhul kehtib järgmine võrdus:

$$\frac{x-2}{1-i} + \frac{y-3}{1+i} = 1 - 3i?$$

565. (1546.) 1) Punktide A ja B vaheline kaugus on S kilomeetrit, kusjuures $\frac{2}{3}$ sellest vahemaast moodustab asfalteeritud maantee. Viimasel on auto kiirus tunnis v kilomeetrit suurem kui ülejäänud teel, mis on sillutamata. Leida auto kiirus asfalteeritud maanteel ja sillutamata teel, kui kogu vahemaa AB auto sõidab t tunniiga.

2) Tõestada, et

$$\left(\frac{-1 + \sqrt{-3}}{2} \right)^3 + \left(\frac{-1 - \sqrt{-3}}{2} \right)^3 = 2.$$

3) Lahendada võrratusesüsteem:

$$\begin{cases} \frac{3x-1}{5} - \frac{13-x}{2} > \frac{7x}{3} - \frac{11(x+3)}{6} \\ \frac{2x+7}{3} < \frac{3x+5}{7} + 8 + \frac{10-3x}{5} \end{cases}$$

4) Arvutada:

$$\left[9^{-\frac{1}{4}} + (3\sqrt{3})^{-\frac{4}{3}} \right] \cdot \left[9^{-\frac{1}{4}} - (3\sqrt{3})^{-\frac{4}{3}} \right].$$

566. (1547.) 1) Kaks turisti väljuvad üheaegselt teineteisele vastu, esimene kohast A ja teine kohast B , ning pärast kohtumist

jatkavad teekonda sama kiirusega. Teise turisti kiirus tunnis on a kilomeetrit suurem esimese omast. Esimene turist saabub kohta B m tunni pärast ja teine kohta A n tunni pärast peale nende kohtumist. Leida kummagi turisti kiirus.

2) Lahendada graafiliselt võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 2y - x = 5 \\ xy = 12 \end{cases}$$

3) Tõestada, et ühe võrra suurendatud nelja järjestikuse täisarvu korrutis on alati mingi täisarvu ruut.

4) Lahutada tegureiks:

$$x^3 + 5x^2 + 3x - 9.$$

567. (1548.) 1) Kaks tööliste brigaadi pidid tegema teatud töö. Esimene brigaad algas tööd üksi ja töötas n päeva, misjärel teine brigaad lõpetas ülejäänud osa tööst m päevaga. Mitme päevaga kumbki brigaad üksi töötades võiks teha kogu töö, kui teisel brigaadil kulub selleks t päeva rohkem kui esimesel?

2) Tõestada samasus:

$$\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{2n+1} \right).$$

3) On antud hulkliige $3x^3 - 2x^2 - ax + b$. Missugused peavad olema a ja b arvulised väärtused, et hulkliikme jagamisel summaga $x+1$ tekiks jääk 6 ja jagamisel vahega $x-1$ tekiks jääk (-2) ?

4) Lahendada võrrand:

$$x^6 - 28x^3 + 27 = 0.$$

568. (1549.) 1) Olemasoleva summa n rubla eest võib osta teatud hulga kilogramme esimest sorti kaupa. Kui selle sordi kauba asemel osta teist sorti kaupa, hinnaga b rubla odavamalt kilogramm, siis saab seda osta a kilogrammi rohkem, kusjuures olemasolevast summast jääb kulutamata c rubla. Mitu kilogrammi esimest sorti kaupa saab osta n rubla eest?

2) Teostada näidatud tehted:

$$\left(\frac{1 - \sqrt{-1}}{2 + \sqrt{-1}} - \frac{4 + \sqrt{-4}}{2 - \sqrt{-4}} + \frac{9 - \sqrt{-9}}{3 + \sqrt{-9}} \right) \cdot (1,4 + 8,2i).$$

3) Missuguste x väärtuste puhul murd $\frac{3x^2 - x - 4}{x^2 + 1}$ on väiksem kui 2?

4) Missuguse k väärtuse puhul hulkliige $x^2 + 2(k - 9)x + k^2 + 3k + 4$ on täisruut?

569. (1550.) 1) Mootorpaat sõitis mööda jõge punktist A punkti B päri voolu S kilomeetrit ja pöördus tagasi punkti A , p kilomeetrit enne punkti A jõudmist paat peatus. Sõiduks punktist A punkti B ja tagasi kuni peatuseni kulus tal t tundi. Leida paadi omakiirus (kiirus seisvas vees), kui jõe voolu kiirus on a kilomeetrit tunnis.

2) Leida, missuguste a väärtuste puhul võrrandil

$$\frac{2a + x}{3} = \frac{5ax + 1}{4}$$

on negatiivne lahend.

3) Kombinatsioonide arv n elemendist kolmekaupaga suhtub variatsioonide arvusse $n + 2$ elemendist neljakaupa nagu 1 : 90. Leida n .

4) Leida x , kui

$$\frac{(17,125 + 19,38 : x) \cdot 0,2 + 3\frac{1}{12} : 2\frac{1}{18}}{\left(5\frac{17}{32} - 4\frac{11}{27} : 2 + 2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{3}{8}\right) : 27,74 + \frac{7}{9}} = 6,48.$$

570. (1551.) 1) Kaks tööliste brigaadi paigutasid raudteetammil liipreid kohale. Esimene brigaad töötas t päeva rohkem kui teine ning pani liipreid paigale S kilomeetri pikkusel raudteetammil. Teine brigaad pani päevas liipreid kohale m kilomeetrit rohkem kui esimene. Kogu tööaja kestel asetaski teine brigaad liipreid kohale n kilomeetri võrra vähem kui esimene. Kui pikale teostas liipreid kumbki brigaad päevas?

2) Leida hulkliikme $3x^5 - 4x^3 + 5x^2 + 7x + a$ vabaliige a nii, et see hulkliige jaguks summaga $x + 1$.

3) Leida, missuguste a väärtuste puhul murd $\frac{5a - 4}{6 - a}$ on suurem kui 1.

4) Leida x võrdest:

$$(2\sqrt[3]{7 - x}) : \left(0,6 \sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right) = (10\sqrt[4]{1,5}) : \left(0,25 \sqrt[4]{216\sqrt[3]{9}}\right).$$

NSV Liidu kõrgemais õppeasutustes vastuvõtueksameil antud ülesandeid (571—602).

571. (1552.) 1) Leida kaks arvu, kui on teada, et esimese arvu jagamisel 3-ga ja teise arvu jagamisel 5-ga saadud jagatiste vahe

on 6; kui esimene arv jagada teisega, siis saame jagatiseks teise arvu viiendiku ja jäägi 4.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{\sqrt[3]{x \sqrt[4]{x^2 \sqrt{x^8}}}}{4 \sqrt[3]{x^3 \sqrt{x^2 \sqrt{x}}}} \cdot \sqrt[4]{\frac{-2}{\sqrt[3]{x^{-1}}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{\sqrt[3]{x\sqrt{x}-1}}{\sqrt{x^2-1}} - \frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{\sqrt{x+1}} = 4.$$

572. (1553.) 1) Leida geomeetiline ahelvõrre, teades, et selle äärmiste liikmete summa on ühe võrra suurem keskmiste liikmete korrutisest ja võrdetegur on $\frac{1}{3}$.

2) Lahendada võrrand:

$$9^{\log_{25} x^2} + \log_{\sqrt{2}} 2\sqrt{2} = \frac{1}{2} (9^{\log_{25} x+1} - 9^{\log_{25} x}).$$

3) Lihtsustada:

$$\frac{b^{\frac{1}{2}}}{1+a^{\frac{1}{2}}} : \left[\frac{\sqrt{b} - \frac{a}{(ab)^{-0,5}}}{1-a} - \sqrt{ab} \right] + \frac{a}{b} \left(-3\frac{3}{8} \right)^{-\frac{1}{3}}.$$

573. (1554.) 1) Kell 13.00 väljus rong jaamast A jaama B poole. Kell 19.00 pidi ta peatuma, sest tee oli lume tõttu ummistunud. Kahe tunniga õnnestus tee puhastada, ja et tasa teha hilinemist, suurendas vedurijuht ülejäänud teosal rongi kiirust 20% võrra, mistõttu rong saabus jaama B ainult ühetunnilise hilinemisega.

Järgmisel päeval rong, mis sõitis jaamast A jaama B sama sõiduplaani järgi, sattus lumeummistusse 150 kilomeetrit kaugemal jaamast A kui esimene rong. Seisnud kaks tundi, sõitis ta edasi samuti 20% suurema kiirusega kuni peatuseni, kuid hilines $1\frac{1}{2}$ tundi. Kui pikk on A ja B vahemaa?

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log x + \log y = 2 \\ x - y = 15 \end{cases}$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{\sqrt{a+x} + \sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x} - \sqrt{a-x}} = \sqrt{b}.$$

574. (1555.) 1) Kaks keha, liikudes ühes ja samas suunas ringjoont mööda, kohtuvad iga 56 minuti pärast. Kui nad liiguksid sama kiirusega vastupidises suunas, kohtuksid nad iga 8 minuti pärast.

Kui vastassuunas liikumise puhul mingil ajamomendil kehade vaheline kaugus mööda ringjoont on 40 m, siis 24 sekundi pärast on see vahemaa 26 m. Mitu meetrit läbib kumbki keha minutis ja milline on ringjoone pikkus?

2) Leida x , kui

$$\log_a 100 = 4 \log_x 10.$$

3) Võrrandi $x^2 - 3ax + a^2 = 0$ lahendid x_1 ja x_2 rahuldavad seost $x_1^2 + x_2^2 = 1,75$. Leida a suurus.

575. (1556.) 1) Kaks punkti A ja B liiguvad mööda ringjoont, mille pikkus on 3 m. Punkt A läbib 3 m tunnis ja punkt B 1 m tunnis. Punkt B liigub kogu aja ühes ja samas suunas, punkt A aga, niipea kui läheneb punktile B 1 m kauguseni, muudab oma liikumise suuna vastupidiseks. On teada, et mõlemad punktid väljusid üheaegselt ringi diameetri erinevaist otspunktidest ja algasid liikumist ühes ning samas suunas. Leida, mitme tunni pärast, arvates liikumise algusest, jõuab punkt A esimest korda oma esialgsesse asendisse ja mitme tunni pärast teistkordselt.

2) Arvutada logaritmide tabeli abita: $x = 100^{1-\log \frac{5}{2}}$.

3) Ruutvõrrandi $x^2 + px + 12 = 0$ lahendid x_1 ja x_2 rahuldavad seost $x_1 - x_2 = 1$. Leida kordaja p .

576. (1557.) 1) Tööpingi A tootlikkus on m korda väiksem kui tööpinkide B ja C tootlikkus kokku. Tööpingi B tootlikkus on n korda väiksem tööpinkide A ja C summaarsest tootlikkusest. Leida, mitu korda tööpingi C tootlikkus on väiksem tööpinkide A ja B tootlikkusest kokku.

2) Lahendada võrrand:

$$\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{5}{2} xy \\ x - y = \frac{1}{4} xy \end{cases}$$

577. (1558.) 1) Postiljon, minnes punktist A läbi punkti B punkti C , käis punktist A punkti B 3,5 km tunnis ja punktist B punkti C 4 km tunnis. Et jõuda sama teed mööda punktist C tagasi punkti A sama ajaga, oleks pidanud ta käima 3,75 km tunnis. Kuid jõudnud tagasiteel punkti B , peatus ta selles punktis 14 minutit ja seepärast, et jõuda ettenähtud ajaks tagasi punkti A , tuli tal käia punktist B punkti A 4 km tunnis. Leida A ja B ning B ja C vaheline kaugus.

2) Lahendada võrrand:

$$\log_a x - \log_{a^2} x + \log_{a^3} x = \frac{3}{4}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 3x^2 - 2xy + 5y^2 - 35 = 0 \\ 5x^2 - 10y^2 - 5 = 0 \end{cases}$$

578. (1559.) 1) Kolm positiivset arvu, mille summa on 15, moodustavad aritmeetilise progressiooni. Kui nende arvudega liita vastavalt 1, 4 ja 19, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

2) Lahendada võrrand:

$$\log_{z^2}(x^2 - 2ab) + \log_z(x^2 - 2ab) = 3,$$

kui $z = \sqrt{a^2 + b^2}$.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 6y^2} = 2 + x \\ 3x + 4y = 23 \end{cases}$$

579. (1560.) 1) Et n päevaga valmistada m detaili, tuleks nende valmistamiseks rakendada kas a kõrge kvalifikatsiooniga töolist või b keskmise kvalifikatsiooniga töolist. p päevaga q detaili valmistamiseks oli võimalik rakendada ainult c kõrge kvalifikatsiooniga töolist. Mitu keskmise kvalifikatsiooniga töolist tuleb veel rakendada, et lõpetada töö nõutavaks ajaks?

2) Lahendada võrrand:

$$\log(3x - 4)^2 + \log(2x - 4)^2 = 2.$$

3) Leida võrrandisüsteemi kõik lahendid:

$$\begin{cases} x^2 + 3 = 2xy \\ 6x^2 - 11y^2 = 10 \end{cases}$$

580. (1561.) 1) Tee punktist A punkti B tõuseb algul 3 km mäge, siis on 5 km tasast teed ja lõpuks 6 km allamäge. Kaskjalg väljus punktist A punkti B ja, käinud pool teed, leidis, et ta on maha unustanud ühe saadetise. Ta pöördus kohe tagasi ja jõudis 3 tunni 36 minuti pärast peale oma väljumist tagasi punkti A . Nüüd, väljunud punktist A teistkordselt, käis ta kogu tee punktini B 3 tunni 27 minutiga ja tagasi punkti A 3 tunni 51 minutiga. Missuguse kiirusega liikus kaskjalg mäge, tasast teed mööda ja allamäge, kui lugeda need kiirused jäävaiks?

2) Leida x võrrandist

$$a^{b^{x^c}} = A.$$

3) Mitu aritmeetilise progressiooni 5, 9, 13, 17, ... liiget tuleb võtta, et saada summa 10 877?

581. (1562.) 1) Tee punktist A punkti B , mille pikkus on 11,5 km, tõuseb algul mäge, siis on tasane ja lõpuks läheb pärimäge. Jalakäija, käies punktist A punkti B , läbis kogu tee 2 tunni 54 minutiga ja tagasitee 3 tunni 6 minutiga. Mäge käis ta 3 km tunnis, tasast teed mööda 4 km tunnis ja pärimäge 5 km tunnis. Kui pikk on tee tasane osa?

2) Lahendada võrrand:

$$\log_a \{a \log_b [b \log_c x]\} = 1.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19(x - y) \\ x^3 + y^3 = 7(x + y) \end{cases}$$

582. (1563.) 1) Arv a on mingi kolme arvu aritmeetiline keskmine, b — nende ruutude aritmeetiline keskmine. Avaldada a ja b kaudu nende arvude kahekaupa koostatud korrutiste aritmeetiline keskmine.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0 \end{cases}$$

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x + a - b} = \sqrt{b}.$$

583. (1564.) 1) Tähistanud mingi aritmeetilise progressiooni esimese n_1 liikme, esimese n_2 liikme ja esimese n_3 liikme summa vastavalt tähtedega s_1 , s_2 ja s_3 , näidata, et

$$\frac{s_1}{n_1} (n_2 - n_3) + \frac{s_2}{n_2} (n_3 - n_1) + \frac{s_3}{n_3} (n_1 - n_2) = 0.$$

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_a x + \log_a y + \log_a 4 = 2 + \log_a 9 \\ x + y - 5a = 0 \end{cases}$$

3) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{\frac{1}{2} [(1 + \sqrt{p})^5 + (1 - \sqrt{p})^5] - (p\sqrt{5} - 1)^2}{2p}.$$

584. (1565.) 1) Paaritute arvude rida 1, 3, 5, 7, ... on jaotatud rühmadesse järgmiselt: esimeses rühmas on arv 1; teises rühmas kaks järgmist (3 ja 5), kolmandas rühmas kolm järgmist (7, 9 ja 11) jne. Tõestada, et iga rühma arvude summa võrdub selle rühma järjekorranumbrit kandva arvu kuubiga, näiteks, kolmanda rühma arvude summa on $7 + 9 + 11 = 27 = 3^3$.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_a \left(1 + \frac{x}{y} \right) = 2 - \log_a y \\ \log_b x + \log_b y = 4 \end{cases}$$

3) Geomeetrilises progressioonis on antud: $a_{m+n} = A$ ja $a_{m-n} = B$. Leida a_m ja a_n .

585. (1566.) 1) Tõestada, et antud arvude a ja b aritmeetilise keskmise ja geomeetrilise keskmise vahe on väiksem kui antud arvude vahe ruudu ja kahekordse väikseima arvu jagatis.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_2 x + \log_4 y + \log_4 z = 2 \\ \log_3 y + \log_9 z + \log_9 x = 2 \\ \log_4 z + \log_{16} x + \log_{16} y = 2 \end{cases}$$

3) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{\frac{1}{a+b} + \frac{1}{a-b}}{2 - \frac{a+b}{a-b}} \cdot \frac{1 - \frac{2b}{a+b}}{1 + \frac{a-b}{a+b}}.$$

586. (1567.) 1) Leida kaks arvu, mille summa, korrutis ja ruutude vahe on omavahel võrdsed.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_a x + \log_{a^2} y = \frac{3}{2} \\ \log_{b^2} x - \log_{b^2} y = 1 \end{cases}$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{x-4}{\sqrt{x}+2} = x-8.$$

587. (1568.) 1) Leida niisuguse üheksast liikmest koosneva geomeetrilise progressiooni esimene liige ja tegur, mille kahe äärmise liikme korrutis on 2304 ning neljanda ja kuuenda liikme summa on 120.

Lahendada võrrandisüsteemid:

$$2) \begin{cases} \log_a t - \log_{a^2} s = 1 \\ \log_{b^2} t - \log_{b^2} s = 1 \end{cases} \quad 3) \begin{cases} \left(\frac{x}{a}\right)^m \cdot \left(\frac{y}{b}\right)^n = c \\ \left(\frac{x}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{y}{a}\right)^m = d \end{cases}$$

588. (1569.) 1) Kahest punktist, mille vahemaa on d meetrit, liiguvad teineteisele vastu kaks keha. Kui esimene keha alustaks liikumist a minutit varem teisest, siis kohtuksid nad p minuti pärast peale teise liikumise algust. Kui aga teine alustab liikumist b minutit varem esimesest, siis kohtuksid nad q minuti pärast peale esimese liikumise algust. Leida kehade liikumiskiirused.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_a x + \log_{a^2} y = \frac{3}{2} \\ \log_{b^2} x + \log_{b^2} y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

3) Leida aritmeetilise progressiooni

$$(a+x)^2, (a^2+x^2), (a-x)^2, \dots$$

n liikme summa.

589. (1570.) 1) Kahest sadamast, mille vahet on $2l$ meetrit, sõitsid teineteisele vastu kaks paati. Esimene väljus a minutit varem teisest ja läbis minutis b meetrit vähem kui teine. Paadid kohtusid poolel teel. Leida, mitu meetrit minutis sõitis teine paat ja kui kaua aja pärast peale väljumist kohtus ta esimesega?

2) Lahendada võrrand:

$$\log_a \{1 + n \log_b [k - m \log_c x]\} = 0.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 2(x+y) = xy \\ xy + yz + zx = 108 \\ xyz = 180 \end{cases}$$

590. (1571.) 1) Linnad A ja B on teineteisest l kilomeetri kaugusel. Tonn sütt linnas A maksab a rubla, linnas B on ta aga p protsenti kallim. Söetoni vedu maksab q kopikat kilomeetrilt. Missuguses A ja B vahelises punktis on ühtviisi kasulik osta sütt nii linnast A kui linnast B ?

2) Lahendada võrrand:

$$\log_a \{a \log_b [1 + k \log_c (1 + m \log_a x)]\} = 1.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} a^3 + a^2x + ay + z = 0 \\ b^3 + b^2x + by + z = 0 \\ c^3 + c^2x + cy + z = 0 \end{cases}$$

591. (1572.) 1) Kaks keha, mis on teineteisest d meetrit kaugel, hakkavad (ühtlane liikumine) üheaegselt liikuma teineteisele vastu ja kohtuvad a sekundi pärast. Kui nad aga oleksid üheaegselt hakanud ühtlaselt liikuma niisama kiiresti kui enne, kuid ühes ja samas suunas, siis oleksid nad kohtunud b sekundi pärast. Leida kummagi keha kiirus.

2) Lahendada võrrand:

$$\log_4 \{2 \log_3 [1 + \log_2 (1 + 3 \log_2 x)]\} = \frac{1}{2}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ ax + by + cz = d \\ a^2x + b^2y + c^2z = d^2 \end{cases}$$

592. (1573.) 1) Meteoroloogijaama andmeil tõusis ööpäeva keskmine temperatuur ajavahemikul 8. kuni 19. juunini iga päev $0,5^\circ$. Keskmiseks temperatuuriks (s. o. kõigi 12 vaatluse aritmeetiline keskmine) sel ajavahemikul oli $18,75^\circ$. Missugune oli ööpäeva keskmine temperatuur 15. juunil?

2) Lahendada võrrand:

$$\log_a\{1 + \log_b[1 + \log_c(1 + \log_p x)]\} = 0.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = z^2 \\ xy + yz + zx = 47 \\ (z - x)(z - y) = 2 \end{cases}$$

593. (1574.) 1) Punktidest A ja B väljuvad üheaegselt teineteisele vastu kaks rongi. Nad kohtuvad punktis C , mis on a kilomeetrit punktile A lähemal kui punktile B . Rong, mis sõidab punktist A , saabub pärast nende kohtumist p tunni järel punkti B , ja rong, mis sõidab punktist B , saabub punkti A pärast nende kohtumist q tunni järel. Leida punktide A ja B vahemaa.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_x ay = p \\ \log_y bx = q \end{cases}$$

3) Kirjutada $\left(y^2 + \frac{c^3}{y}\right)^{14}$ arendi selle liikme kordaja, milles y esineb esimeses astmes.

594. (1575.) 1) On olemas kolm sulamit: esimeses tuleb iga 3 g kulla kohta 2 g hõbedat ja 1 g vaske, teises on samad metallid segatud suhtes 4 : 3 : 5, kolmas sisaldab kulda kaalult kaks korda rohkem kui hõbedat ja vaske kokku. Mitu grammi tuleb võtta iga sulamit, et saada sulamitükk, milles oleks 12 g kulda, 7 g hõbedat ja 5 g vaske?

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_{xy}(x - y) = 1 \\ \log_{xy}(x + y) = 0 \end{cases}$$

3) Leida geomeetrilise progressiooni liige a_p , kui on teada, et $a_m = M$ ja $a_n = N$.

595. (1576.) 1) Tehase A tootlikkus moodustab 40,96% tehase B tootlikkusest. Tehase A aastatoodangu juurdekasvu protsentide arv on 30 võrra suurem tehase B toodangu juurdekasvu protsendi arvust. Kui suur on tehase A aastatoodangu juurdekasvu protsent, kui tehas A toodab neljandal töötamisaastal niisama palju kui tehas B ?

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left(x^{\frac{1}{m}} + x^{\frac{1}{n}}\right)^2 - 4a^2x^{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}},$$

kui

$$x = \left(a + \sqrt{a^2 - 1}\right)^{\frac{2mn}{m-n}}.$$

3) Lahendada võrrand $C_x^4 = 5$, kus C_n^m tähendab kombinatsioonide arvu n elemendist m -kaupa.

596. (1577.) 1) Pesemata «kullaliiv» sisaldab k protsenti puhast kulda. Pärast «kullaliiva» iga pesemist eemaldub sellest p protsenti temas sisalduvaist segudest ja läheb kaotsi q protsenti liivas olevast kullast. Mitu pesemist tuleb toimetada, et «kullaliivas» sisalduva puhta kulla protsent ei oleks väiksem kui r ?

2) Lihtsustada avaldis:

$$(x^{-1} + a^{-1})(x + a)^{\frac{1}{n}} - b^{-1}x^{\frac{1}{n}},$$

kui

$$x = ab^{\frac{n}{n+1}} \left(a^{\frac{n}{n+1}} - b^{\frac{n}{n+1}}\right)^{-1}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} xy + xz = a^2 \\ yz + yx = b^2 \\ zx + zy = c^2 \end{cases}$$

597. (1578.) 1) Jääva rõhu all olev gaas, mille hulk on a kuupmeetrit, juhatakse järjest läbi n filtri, millest igaüks neelab gaasis sisalduvaid lisandeid p protsenti (filtrisse juhitava) gaasi üldmahust. Hiljem juhatakse gaas reservuaari, milles on b kuupmeetrit gaasi (sama rõhu all), mis sisaldab g protsenti (mahu järgi) lisandeid. Missugune gaasi lisandite protsent on lubatav enne selle puhastamist, kui reservuaaris saadav gaasisegu võib sisaldada kuni r protsenti lisandeid?

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left[\frac{(x^2 + a^2)^{-\frac{1}{2}} + (x^2 - a^2)^{-\frac{1}{2}}}{(x^2 + a^2)^{-\frac{1}{2}} - (x^2 - a^2)^{-\frac{1}{2}}} \right]^{-2},$$

kui

$$x = a \left(\frac{m^2 + n^2}{2mn} \right)^{\frac{1}{2}},$$

kusjuures $a > 0$, $n > m > 0$.

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt[n]{a^k x^{n-k}} + \sqrt[n]{a^{n-k} x^k} = 2\sqrt{bx}, \text{ kus } n > k > 0.$$

598. (1579.) 1) Elanikkonna juurdekasvu keskmine protsent aastast aastasse jääb muutumatuks. Kui aastane juurdekasvu protsent suureneks k võrra, siis n aasta pärast oleks elanikkonna arv kaks korda suurem kui normaalseil tingimustel. Leida elanikkonna aastase juurdekasvu protsent.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left(x^{-2} + a^{-\frac{2}{3}} x^{-\frac{4}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}} + \left(a^{-2} + a^{-\frac{4}{3}} x^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

kui

$$x = \left(b^{\frac{2}{3}} - a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt[n]{(x+1)^2} + \sqrt[n]{(x-1)^2} = 4\sqrt[n]{x^2-1}.$$

599. (1580.) 1) Reservuaari, milles on A liitrit vett, valati toru kaudu algul a liitrit p -protsendilist (mahult) piirituselahust, segati ja valati siis teise toru kaudu välja niisama palju (s. o. a liitrit) tekkinud segu. Mitu korda tuleb korrata seda operatsiooni, et reservuaari saaks piirituse segu, mille kangus on mitte väiksem kui q protsenti (mahult)?

2) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{(m+x)^{\frac{1}{2}} + (m-x)^{\frac{1}{2}}}{(m+x)^{\frac{1}{2}} - (m-x)^{\frac{1}{2}}},$$

kui $x = \frac{2mn}{n^2+1}$, kusjuures $m > 0$, $0 < n < 1$.

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt[n]{x^n + \sqrt[n+1]{a^n x^{n^2}}} + \sqrt[n]{a^n + \sqrt[n+1]{a^{n^2} x^n}} = b.$$

600. (1581.) 1) Võrrandi

$$x^3 - 6x^2 + ax - 6 = 0,$$

millega kordaja a on teadmata, üks lahend on 3. Leida selle võrrandi kaks teist lahendit.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left[\frac{(a+x)^{-\frac{1}{2}} (x+b)^{-\frac{1}{2}} + (a-x)^{-\frac{1}{2}} (x-b)^{-\frac{1}{2}}}{(a+x)^{-\frac{1}{2}} (x+b)^{-\frac{1}{2}} - (a-x)^{-\frac{1}{2}} (x-b)^{-\frac{1}{2}}} \right]^{-2},$$

kui $x = \sqrt{ab}$, kusjuures $a > b > 0$.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x + y = 10 \\ \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{y} = 2,5 \sqrt[6]{xy} \end{cases}$$

601. (1582.) 1) Tõestada, et võrrandil $\frac{a^2}{x} + \frac{b^2}{x-1} = 1$ (kus a ja b on reaalarvud, mis ei võrdu üheaegselt nulliga) on ainult reaalsed lahendid.

2) Leida avaldise

$$(1 - x^{-1})^{-2} + (1 - x^{-1})^{-2}$$

väärtus, kui $x = (1 - n^{-1})^{\frac{1}{2}} (1 + n^{-1})^{-\frac{1}{2}}$, kus $n > 1$.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^a = y^b \\ \log_c \frac{x}{y} = \frac{\log_c x}{\log_c y} \end{cases}$$

602. (1583.) 1) Kolvis on algmomensil N bakterit. Iga tunni lõpuks suureneb bakterite arv p protsenti, võrreldes nende hulgaga tunni algul; peale selle võetakse iga tunni lõpul kolvist annus, mis sisaldab n ($n < N$) bakterit. Mitme tunni pärast bakterite arv kolvis ületab (pärast vastava annuse äravõtmist) kaks korda nende esialgse hulga? Selgitada tingimused, mille puhul ülesandel on lahend.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} (x-y)(x^2-y^2) = 16 \\ (x+y)(x^2+y^2) = 40 \end{cases}$$

3) Mitu ratsionaalset liiget on $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$ arendis?

VASTUSEID.

I (VIII) peatükk.

Astendaja mõiste üldistus.

31. 4) $\frac{b(3a^2 - 3ab + b^2)}{(a - b)^4}$. 45. 3) $125\sqrt{5}$. 51. 3) $\sqrt[6]{ab^3}$; 4) $2\sqrt[18]{b}$.
 52. 3) x ; 4) $6\sqrt[3]{x^2}$. 56. 3) $2\sqrt[3]{ab}$. 57. 2) 4; 4) 32. 58. 1) 10;
 3) $\frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x^2}$. 59. $\frac{1}{2}$. 60. $\frac{2}{27}$. 61. $\frac{3a}{2(n-3)}$. 62. 1,5.

II (IX) peatükk.

Logaritmid.

77. 1) $\sqrt[10]{10}$; 4) $\sqrt[n]{n}$. 79. 1) 4; 3) 7; 5) 2. 84. 1) $-\frac{1}{2}$; 3) $2\sqrt{2}$.
 85. 2) $\frac{1}{4}$; 4) -4 ; 6) $\frac{1}{2}$. 86. 1) 22; 6) 24. 87. 3) 8. 88. 1) 9; 3) 9; 3.
 102. 4) $\frac{31}{72} \log a$. 103. 1) $\frac{5}{8} (\log a - \log b)$; 3) $\frac{1}{3} (\log a - \log b)$.
 104. 1) $\frac{1}{18} (3 \log 5 + 7 \log m + 4 \log n)$. 105. 1) $\frac{n \log a}{n+1} - \frac{\log b}{m(n+1)}$;
 3) $\sqrt[5]{4} \log 3$. 106. 1) $\sqrt[4]{0,5} \log 0,8$.
 107. 1) $\log x = \frac{1}{3} \log 1,2 + \log \log 1,6$. 111. 3) $\sqrt[3]{(ab)^2}$; 4) $\sqrt[4]{\left(\frac{m}{n}\right)^3}$.
 112. 3) $\frac{a(a+b)^n}{\sqrt[n]{a-b}}$. 133. 1) 38,47; 3) 26,71; 5) 630,8. 134. 1) 2,486; 3) 66,16.
 135. 1) 30,89; 2) 4,972; 3) 12,20; 4) 0,3799. 136. 1) 148 900; 2) 87,7; 4) 4,822.
 137. 1) 0,2046; 3) 2,242; 4) 186,5. 138. 2) 0,007868; 3) 1,301; 4) 1,718.
 139. 1) 0,6998; 3) 0,1297. 140. 1) $-2,637$; 3) $-62,34$; 5) $-487\,900$.
 141. 2) 4,52; 3) 7,072; 4) 2,422. 142. 1) 0,5449; 3) $-1,406$; 4) $-0,9831$.
 143. 1) 1,272; 2) $-0,8734$. 144. 1) $-0,4593$.

145. 1) 766,5 cm²; 2) 2,671 m.
 146. 1) 247 200 m²; 3) 41,55 cm. 147. 2) 26,86 kg; 3) 404,6 m; 4) 111,5 kg.
 148. 1) 151,9; 2) 26,57; 3) 3346; 4) 8332.
 149. 1) 0,5533; 2) 0,2428; 3) 0,01254; 4) 0,002138.
 150. 1) -3,029; 2) -9,967; 3) 9,967; 4) 0,6294.
 156. 3) 2; 3. 157. 1) $\frac{1}{2}$; 1; 3) 35; 4) 3. 158. 1) 24; 5) 4.
 162. 2) 5; 3) 1. 163. 1) 1; 2) 1; 4) 9. 164. 2) 1; 4) ei ole lahendeid.
 165. 1) $\approx -1,701$; 2) $\approx 0,3258$. 166. 1) 3; 4) 3. 167. 2) 1; 4) -2.
 168. 1) 2; 1; 2) 0; $\frac{1}{4}$. 169. 1) 20; 3) 4. 170. 1) 3; 3) 10; 0,0001.
 171. 2) 13; 3) 10¹⁰; 4) 64. 172. 1) 1; 2) 10; 0,1; 3) 10; 0,001; 4) 100; 5) 100.
 173. 1) 10; 0,1; 3) 1000; 0,1; 4) 2; 3. 174. 1) 2; 2) 100; 0,01; 3) 6; 2; 4) 7; 3.
 175. 1) 9; 4) 9. 176. 1) (2; 1); 3) (10 000; 10). 177. 1) ($\approx 1,662$; $\approx 1,276$);
 2) (9; 3); (4; 2); 3) (2; 4); 4) (16; 25); (25; 16).
 178. 1) (3; 9); 2) (10; 4); (4; 10); 3) (17; 9); 4) ($\approx 0,7931$; $\approx 0,3433$).
 179. 1) ≈ 265 rbl.; 2) ≈ 400 rbl.; 3) ≈ 15 ; 4) $\approx 5\%$. 180. 814 rbl. 70 kop.
 181. 3767 rbl. 182. 7923 m³. 183. 98 490 inimest. 184. $\approx 12,8\%$. 185. 15%.
 186. 144 500 rbl. 187. 8,75%.

III (X) peatükk.

Ülesanded IX klassi kursuse kordamiseks.

189. $a_1 = \pm \frac{1}{2}$; $q = -\frac{1}{2}$. 192. $\frac{1}{8}$. 194. 2; 5; 8
 195. $n + 1 - \frac{2}{2^{n-1}}$. 196. $\frac{a}{(1-a)^2}$. 197. $\frac{7}{81} (10^{n+1} - 10 - 9n)$.
 204. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. 205. 2) 1; 4; 4) 100; 1000. 206. 1) 4; 3) 81.
 207. 2) (3; 4); 4) (10; 8); 6) (10; 100); (100; 10).
 208. 1) 9; 4; 2) 320 või $1\frac{1}{4}$; 3) $n^2 + 1$; 136.
 209. 1) 20; 2) 128; 2; 3) $n^2 + 2$; 127.
 210. 1) 6188; 2) 3; 3) $\frac{n}{n^2 + 1}$; 1001. 211. 1) 155; 2046;
 2) $\sqrt{6}$ või $\frac{\sqrt{6}}{2}$; 3) $\frac{2n-1}{2n+1}$; 212. 1) 3, 9, 15; 3, 9, 27;
 2) $\frac{45}{64}$; 3) $\frac{n+2}{n+1}$. 213. 1) 1452; 2) 1.
 214. 1) 2, 6, 18... või $\frac{26}{7}$, $-\frac{78}{7}$, $\frac{234}{7}$...; 2) $\frac{5\sqrt{a^2}}{a^2b}$.
 215. 1) 5, 25, 45; 5, 15, 45; 2) $\frac{8ab}{(a-b)^2}$.
 217. 1) 10, 25, 40 või 40, 25, 10; 2) 12,27; 3) 15.

219. 1) 48; 2) 1,544; 3) 10; 0,01. 221. 1) 12; 7; 2 vōi 3; 7; 11; 2) 1044;
 3) 0,0625. 223. 1) 10; 30; 50 vōi 98; 30; —38; 2) 1243; 3) $-1\frac{1}{5}$; 0.
 225. 1) 4; 8; 16 vōi 16; 8; 4; 2) 111,6; 3) 7 ja 0,2. 227. 1) 19 682;
 2) 4,477; 3) 100; 0,01. 229. 1) 20°; 2) 12,55; 3) 4. 231. 1) 32;
 2) 6,676; 3) 4. 233. 1) 155; 2) 118,3; 3) 6; 3. 235. 1) 15; 2) 0,9532;
 3) $\frac{2}{3}$; $-\frac{3}{2}$. 237. 1) 6; 12; 24; 36 vōi 37,5; 22,5; 13,5; 4,5; 2) 1,058;
 3) 15; 7. 239. 1) 4; 8; 12; 16; 2) 31,31; 3) 100. 240. 1) 27 vōi 24;
 2) 1,729; 3) 100.

IV (XI) peatükk.

Ühendid ja Newtoni binoom.

257. 792 brigaadi. 258. 455. 259. 59 280. 260. 28. 261. 15 120. 269. 1) $(m-3)^2$;
 3) m^2 ; 5) 1. 271. 2) $(n-2)!$; 4) $2n(2n+1)$; 5) $(n+1)(n+2) \dots 2n$;
 8) $\frac{3}{(k-2)!k}$. 272. 6. 273. 8. 274. 7. 275. 3. 276. 6. 277. 10.
 278. 3) 5; 4) 14; 3. 279. 2) 7; 3) 9. 280. 1) 10; 3) 8; 4) 8. 281. 1) 7.
 282. 1) 20. 283. 7. 284. 2) 6; 3. 285. 96. 286. 3120. 287. 96; 114; 118.
 288. 126; 70. 293. 246 480. 294. 90. 295. 100. 296. 1) $2x(2x+1)$.
 297. 2) 8. 298. 2) 10,5; 4) 30. 299. 3) 6; 14. 300. 2) 4; 4) 16.
 301. 1) 10; 3) 14; 5. 309. 1) $945a^4$; 2) $495a^4b^4$; 3) $1287a^{16}b^{15}$; 4) $70a^2b^2$;
 5) $-3432x^{10}\sqrt{x}$; 6) $1716a^3b^2\sqrt{a}$; $-1716a^3b^2\sqrt{b}$. 310. 1) $36x^7y^2$;
 2) $84a^3b^3$; 3) $125970a^7$; 4) ei; 5) $18564b^{-6}x^4$; 6) $18564b^6x^{-1}$.
 311. 1) C_{17}^8 ; 2) C_{15}^6 ; 3) C_7^4 ; 4) 120; 5) $C_{12}^6 y^{-3}$; 6) ei. 312. 1) 5; 2) 8;
 3) 10. 313. 1) 35; 2) 9; 3) 9. 314. $84x$. 315. 495. 316. 120z.
 317. —252. 318. $35z^5$. 319. 3. 320. ± 2 ; ± 1 . 321. 10; $\frac{1}{\sqrt{100\,000}}$.
 322. 1) $10x^2$; 2) 32; 2160; 15 120; 22 680; 7290; 243; 3) 1; 2730; 25 740;
 3640; 4) 625; 7000; 7000; 1120; 16. 324. 1) 1,05; 2) 0,984; 3) 1,02;
 4) 0,9995. 325. 550. 326. 824. 327. —11. 328. 2; 3; 5.

V (XII) peatükk.

Kompleksarvud.

346. 1) $\cos 0 + i \sin 0$; $\cos \pi + i \sin \pi$; 3) $\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3}$.
 347. 2) $\cos \frac{4\pi}{3} + i \sin \frac{4\pi}{3}$; 3) $\approx 5(\cos 36^\circ 52' + i \sin 36^\circ 52')$.
 348. 2) $\sqrt{2} \left(\cos \frac{7\pi}{4} + i \sin \frac{7\pi}{4} \right)$; 4) $2 \left(\cos \frac{5\pi}{3} + i \sin \frac{5\pi}{3} \right)$.

349. 3) $2 \left(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6} \right)$; 4) $\approx \sqrt{13}(\cos 146^\circ 18' + i \sin 146^\circ 18')$.
350. 2) 6; 4) $2 + 2i\sqrt{3}$. 352. 1) $10 \left(\cos \frac{5\pi}{12} + i \sin \frac{5\pi}{12} \right)$; 3) $8i$; 5) -1 .
355. 2) $3 - 11i$; 6) $-2i$. 356. 2) 28; 6) $k + n$. 357. 1) $(a + bi)(a - bi)$; 6) $(4 + 5i)(4 - 5i)$. 358. 2) $(\sqrt{a} + i\sqrt{2})(\sqrt{a} - i\sqrt{2})$;
- 4) $(2 + i\sqrt{3})(2 - i\sqrt{3})$. 359. 1) $\cos 45^\circ + i \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$;
- 4) $2i$. 361. 4) $1 - i$. 362. 3) $1 - 2i$. 363. 1) $-1 + i$; 3) i .
364. 2) $1 - 2i\sqrt{2}$. 365. 2) $\sqrt{2}$; 4) $-i\sqrt{m}$. 366. 3) $\frac{a^2 - n}{a^2 + n} + \frac{2a\sqrt{n}}{a^2 + n}i$.
370. 1) $(1 - 4a^2) + 4ai$; 2) $(4 - b^2) + 4bi$. 371. 1) $-2 + 2i$; 3) $-10 + 9i\sqrt{3}$.
372. 1) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. 373. 1) -4 . 374. 4) -2 . 375. 1) $-i$;
- 3) $16 + 16i\sqrt{3}$. 376. 2) 1. 377. 4) 1. 378. 1) $\pm(2 + i)$;
- 5) $\pm \left(\frac{\sqrt{30}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{3}i \right)$. 379. 1) $\alpha_1 = \cos 45^\circ + i \sin 45^\circ$;
- $\alpha_2 = \cos 165^\circ + i \sin 165^\circ$; $\alpha_3 = \cos 285^\circ + i \sin 285^\circ$;
- 2) $\alpha_1 = \cos 30^\circ + i \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$; $\alpha_2 = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ$;
- $\alpha_3 = \cos 210^\circ + i \sin 210^\circ$; $\alpha_4 = \cos 300^\circ + i \sin 300^\circ$;
- 3) $\alpha_1 = \cos 45^\circ + i \sin 45^\circ$; $\alpha_2 = \cos 117^\circ + i \sin 117^\circ$;
- $\alpha_3 = \cos 189^\circ + i \sin 189^\circ$; $\alpha_4 = \cos 261^\circ + i \sin 261^\circ$;
- $\alpha_5 = \cos 333^\circ + i \sin 333^\circ$; 4) $\alpha_1 = \cos 10^\circ + i \sin 10^\circ$;
- $\alpha_6 = \cos 310^\circ + i \sin 310^\circ$. 380. 1; $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$; $-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$.
381. 2) 2; $-1 \pm i\sqrt{3}$; 3) -2 ; $1 \pm i\sqrt{3}$. 382. 1) ± 1 ; $\pm i$;
- 3) $\pm(\sqrt{2} \pm i\sqrt{2})$. 383. 1) $\pm(2 - i)$; $\pm(1 + 2i)$; 2) ± 1 ;
- $\pm \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$; $\pm \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} \right)$. 384. 1) 0; 3) $2m$; 5) 1.
385. 1) $3x^2 + 2x + 27 = 0$; 3) $x^2 - (5 - 3i)x + (4 - 7i) = 0$.
386. 1) $\frac{3}{2} - \frac{3}{2}i$; $1 + i$. 387. 1) 4; 2) 4; 4) $\frac{1}{a}$; 0. 392. 1) $2 \sin \varphi \cos \varphi$;
- 2) $\cos^2 \varphi - \sin^2 \varphi$; 3) $3 \sin \varphi - 4 \sin^3 \varphi$; 4) $4 \cos^3 \varphi - 3 \cos \varphi$;
- 5) $4 \sin \varphi \cos \varphi (1 - 2 \sin \varphi)$; 6) $8 \cos^4 \varphi - 8 \cos^2 \varphi + 1$;
- 7) $5 \sin \varphi \cos^4 \varphi - 10 \sin \varphi \cos^2 \varphi + \sin^5 \varphi$;
- 8) $\cos^5 \varphi - 10 \cos^3 \varphi \sin^2 \varphi + 5 \cos \varphi \sin^4 \varphi$.

VI (XIII) peatükk.

Võrratused ja võrrandite uurimine.

403. 4) $x < -2$. 404. 2) $x > -2$; 4) $x < 4$. 405. 2) $x < 2\frac{1}{4}$.
407. 1) $5 < x < 27$; 2) $1 < x < \frac{3}{4}$. 408. 2) $x > 9$. 409. 2) $x > 0$.

410. 1) 4; 5; 6...; 3) 3; 4; 5. 411. 3) $-1 < x < 5$; 4) $3 < x < 5$.
413. 1) $-\frac{1}{3} < x < 2$; 2) $-2\frac{1}{3} < a < \frac{1}{3}$. 414. 3) $x > 1$; $x < -2$;
4) $-7 < x < -3$. 415. 3) $-3 < x < 7$; 4) $x > 5$; $x < -13$.
418. 24; 35. 419. $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{6}{7}$. 420. 86.
421. $92,5 < x < 102$. 434. 1) $t > 5$; 2) $t > -1$; 4) $t > 0$; 6) $t < 4$; $t > 6$.
435. 2) $k < 0$; $k > 1$; 3) $k > 5$; $k < 3$; 4) $1 < k < 2$, välja arvatud $k = 1,5$;
5) $-2 < k < 1$.
437. $a < 3$; $a > 4$. 438. $\frac{a-bn}{d(n-1)}$ päeva pärast. 439. $\frac{ab}{b-a}$ tunniga.
440. $\frac{q-p}{a-b}$ päeva pärast. 441. $\frac{b-a}{m-n}$ aasta pärast. 442. $\frac{m(n-q)}{q}$ l.
443. $\frac{10mn}{n-m}$ m. 444. $\frac{3a}{8-a}$. 445. $\frac{ac}{8-a}$. 446. $\frac{dR}{R-r}$. 447. $\frac{d}{a-b}$ tunni pärast.
451. $28 < m < 30$. 452. $10 < k < 12$. 453. 1) 10; 6. 454. 1) $\frac{3}{2}$.
459. $\frac{m(c-b)}{a-b}$ kg; $\frac{m(a-c)}{a-b}$ kg. 460. $\frac{an-bm}{n-m}$ kg; $\frac{a-b}{n-m}$ kg.
461. $\frac{th_1-ht_1}{h_1-h}$ kraadi; $\frac{t_1-t}{h_1-h}$ kraadi. 462. $\frac{n-m}{a-b}$ tunni pärast; $\frac{an-bm}{a-b}$ km.
463. $\frac{k-bm}{a-b}$ kg; $\frac{am-k}{a-b}$ kg. 464. $\frac{d(a-m)}{an-bm}$ rbl; $\frac{d(n-b)}{an-bm}$ rbl.
465. $\frac{ak-bt}{a-b}$ kraadi; $\frac{at-bk}{a-b}$ kraadi.
466. 2) Mistahes reaalarv; 4) $x > 3$; $x < 1$.
467. 1) $x > 15$; $x < 7$; 2) $1 < x < 4$; 3) ei ole lahendeid.
468. 1) $x > 2$; $x < -\frac{1}{3}$; 4) mistahes reaalarv.
469. 1) Ei ole lahendeid; 4) $-\frac{2}{5} < x < 2$.
470. 1) Mistahes reaalarv; 2) ei ole lahendeid; 3) $x > 3$; $x < 2$.
471. 1) $1 < x < 2$; $x > 3$.
472. 1) $x < -3$; $x > 1$; 3) $1 < x < 1,5$; $x > 2$. 474. 1) $m > 1$;
4) $m > 11$. 475. 1) $\overline{m < -7,2}$; 3) $0 < m < 28$. 476. 2) $m > 9$;
4) $-\frac{\sqrt{55}}{2} < m < \frac{\sqrt{55}}{2}$.
477. 1) $\frac{33}{22}$; 3) 2; $\frac{1}{2}$. 480. 2; -16; 24. 481. -4; 4; 24.
482. 3; -36; 96. 483. 2; 8; 15. 485. 1) $\frac{b}{2}$; $\frac{b^2}{4}$; 2) $\frac{b}{4}$; $\frac{b^2}{8}$.
486. 12,5 cm²; 5 cm. 489. $\frac{p^2}{4}$. 490. $\frac{2p}{4+\pi}$; $\frac{p}{4+\pi}$.
492. $\frac{ab + \sqrt{a^2b^2 + 4000abs}}{2b}$ l; $\frac{-ab + \sqrt{a^2b^2 + 4000abs}}{2b}$ l.
494. $\frac{-tv + \sqrt{t^2v^2 + 240stv}}{120t}$ m/min. 498. $\frac{-a + \sqrt{a^2 + 8ab}}{4}$ km/t.

500. $\frac{-bc + \sqrt{b^2c^2 + 4abc}}{2c}$ km. 502. $\frac{a(\sqrt{5}-1)}{4t}$ $\frac{\text{km}}{t}$; $\frac{a(3-\sqrt{5})}{4t}$ $\frac{\text{km}}{t}$.
504. $\frac{\pm pt + \sqrt{p^2t^2 + 4npt}}{2t}$ ha. 506. $b + \sqrt{b^2 - ab}$ päevaga.
507. $\frac{mp + \sqrt{m^2p^2 + 4mnp}}{2p}$; $\frac{-mp + \sqrt{m^2p^2 + 4mnp}}{2m}$.
509. $\frac{b^2t + \sqrt{b^2d^2 + a^2(d^2 - b^2t^2)}}{a^2 + b^2}$ sekundit.
510. $\frac{am + bn \pm \sqrt{(am + bn)^2 - (a^2 + b^2)(m^2 + n^2 - d^2)}}{a^2 + b^2}$ sekundi pärast.
511. $\frac{a(\sqrt{c} + \sqrt{b})}{\sqrt{c} - \sqrt{b}}$ päevaks.
513. $\frac{a\sqrt{2a-d}}{2a-d}$ $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$; $\frac{(d-a)\sqrt{2a-d}}{2a-d}$ $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$.
515. $\frac{b+2c+a+\sqrt{(b+2c-a)^2+4ac}}{2}$ minutiga;
 $\frac{b+2c-a+\sqrt{(b+2c-a)^2+4ac}}{2}$ minutiga.

VII (XIV) peatükk.

Hulkliikme jaguvus.

516. 1) 7. 517. 1) 4 $\frac{9}{16}$. 518. 1) $-\frac{9}{25}$. 519. 1) -3 . 520. 1) 9.
521. 1) 3; $-\frac{1}{2}$. 525. 1) 1; 1; 6; 2) 1; 2; 3; 3) 1; 2; 3; 4) 2; 2; 3.
526. 1) 2; $\frac{1 \pm i\sqrt{11}}{2}$; 2) 2; -2 ; -2 ; 3) 2; 2; -3 ; 4) 1; 1; $\pm 2i$.
527. 1) 1; 2; ± 1 ; 2) 4; ± 2 ; -1 ; 3) 0; 1; 1; 1; -2 ; 4) 0; -1 ; -1 ; $\pm i$.
530. 4) $x^4 - 5x^3 + 10x^2 - 10x + 4 = 0$. 532. 1) $1+i$; $2 \pm i$; 2) $1 \pm i$; $-i$.
534. 5) $\frac{5}{3}$; $\frac{5(-1 \pm i\sqrt{3})}{6}$. 535. 1) ± 2 ; $\pm 2i$; 4) ± 3 ; $\pm 3i$.
536. 2) $\pm \frac{\sqrt{5}}{3}$; $\pm \frac{\sqrt{5}}{3} i$. 537. 1) 6; $-\frac{7}{3}$; 3) 1; 2; $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$;
 $-1 \pm i\sqrt{3}$. 539. 1) 1; $-\frac{27}{8}$; 3) $\sqrt{3} \pm 2$; $\sqrt{3} \pm 1$; 4) $\pm 2\sqrt{2}$.
540. 2) 4; 3) 19; 84; 4) 85.

Ülesanded algebra kogu kursusest.

542. 10; 7. 543. 17. 548. 1, 5, 9, ... 549. 48; 60. 550. 1) $2x^2 + 3x + 1 = 0$;
 2) $2x^2 - 3x + 1 = 0$. 551. 14 töölist; 10 töölist. 552. 7 rbl.; 4 rbl.
 553. 1) 1; 4; 7; 10; 2) 10; 7; 4; 1. 554. 24 päevaga; 48 päevaga. 555. $\pm 2i$;
 $\pm \frac{1}{3} i$. 556. 4; 7. 557. 1) $\frac{bc + \sqrt{b^2c^2 + 4abc}}{2c}$ töölist; 2) $-C_{32}^7 x^{50}$.
 3) $a > -\frac{51}{20}$; 4) 3.
 558. 1) $\frac{tm + \sqrt{t^2m^2 + 2tms}}{2t}$ km; $\frac{-tm + \sqrt{t^2m^2 + 2tms}}{2t}$ km.
 559. 1) $\frac{-pn + \sqrt{p^2n^2 + 400nps}}{2p}$ detaili; 2) $70x^3$;
 3) $m_1 = 4$; $m_2 = -\frac{1}{2}$; 4) $\frac{11}{20}$.
 560. 1) $\frac{\pm tk + \sqrt{t^2k^2 + 4tmk}}{2t}$ tonni; 3) $x < -21 \frac{8}{13}$.
 561. 1) $\frac{n - m - at + \sqrt{(n - m - at)^2 + 4ant}}{2t}$ $\frac{\text{km}}{t}$; 2) $-C_{10}^5 a$; 4) 13,1.
 562. 1) $\frac{bm + \sqrt{b^2m^2 + 4abm}}{2b}$ ts; 3) -249.
 563. 1) $\frac{ab + \sqrt{a^2b^2 + 2abs}}{2a}$ $\frac{\text{km}}{t}$; 2) $153x^{6,5}$;
 3) $x > 7$; $x < -3,5$; 4) 49,001.
 564. 1) $\frac{2t \pm a + \sqrt{(2t - a)^2 + 4at}}{2}$ tunniga; 2) $1,6 < a < 3,75$; 3) -20.
 565. 1) $\frac{3(s \pm tv) + \sqrt{9(s - tv)^2 + 12stv}}{6t}$ $\frac{\text{km}}{t}$; 3) $2 < x < 10$.
 566. 1) $\frac{a\sqrt{n}}{\sqrt{m} - \sqrt{n}}$ $\frac{\text{km}}{t}$; $\frac{a\sqrt{m}}{\sqrt{m} - \sqrt{n}}$ $\frac{\text{km}}{t}$.
 567. 1) $\frac{n + m \mp t + \sqrt{(n + m - t)^2 + 4nt}}{2}$ päevaga; 3) 7; 4.
 568. 1) $\frac{-(ab - c) + \sqrt{(ab - c)^2 + 4abn}}{2b}$ kg; 2) 34,6.
 569. 1) $\frac{(2s - p) + \sqrt{(2s - p)^2 + 4t(a^2t - ap)}}{2t}$ $\frac{\text{km}}{t}$;
 2) $\frac{4}{15} < a < \frac{3}{8}$; 3) 8; 4) 2,4.
 570. 1) $\frac{(n \mp mt) + \sqrt{(n - mt)^2 + 4mts}}{2t}$ km; 2) 1; 3) $1 \frac{2}{3} < a < 6$.
 571. 1) 24; 10; 2) $\sqrt[12]{x}$; 3) 8.

572. 1) $1:3=3:9$ või $\frac{1}{9}:\frac{1}{3}=\frac{1}{3}:1$; 2) 1; 5; 3) $\frac{3b-2a}{3b}$.
573. 1) 600 km; 2) 20; 5; 3) $\frac{2a\sqrt{b}}{1+b}$.
574. 1) $20 \frac{\text{m}}{\text{min}}$; $15 \frac{\text{m}}{\text{min}}$; 280 m.
575. 1) $\frac{1}{2}$ tunni pärast; $2\frac{1}{2}$ tunni pärast; 2) 16; 3) ± 7 .
576. 1) $\frac{mn-1}{m+n+2}$; 2) 16; 3) (0; 0); (4; 2); (-2; -4).
577. 1) 14 km; 16 km; 2) a ;
3) (3; 2); (-3; -2); $\left(-\frac{25}{\sqrt{113}}; \frac{16}{\sqrt{113}}\right)$; $\left(\frac{25}{\sqrt{113}}; -\frac{16}{\sqrt{113}}\right)$.
578. 1) 2; 5; 8; 2) $\pm(a+b)$; 3) (5; 2); $\left(\frac{311}{27}; -\frac{26}{9}\right)$.
579. 1) $\frac{abnq-bcmp}{amp}$ töölist; 2) 3; $\frac{1}{3}$;
3) (3; 2); (-3; -2); $\left(-\frac{11i}{\sqrt{143}}; \frac{14i}{\sqrt{143}}\right)$; $\left(\frac{11i}{\sqrt{143}}; -\frac{14i}{\sqrt{143}}\right)$.
580. 1) $3\frac{\text{km}}{\text{t}}$; $4\frac{\text{km}}{\text{t}}$; $5\frac{\text{km}}{\text{t}}$;
2) $\int \frac{\sqrt{\log\left(\frac{\log A}{\log a}\right)}}{\log b} dx$; 3) 73.
581. 1) 4 km; 2) c ; 3) $(\pm 3; \pm 2)$; $(\pm 2; \pm 3)$; (0; 0);
 $(\pm \sqrt{7}; \pm \sqrt{7})$; $(\pm \sqrt{19}; \mp \sqrt{19})$.
582. 1) $\frac{3a^2-b}{2}$; 2) (4; 2); (1; 1); 3) b .
583. 2) $\left(4,5a; \frac{a}{2}\right)$; $\left(\frac{a}{2}; 4,5a\right)$; 3) $5+\sqrt{5}$.
584. 2) $\left(\frac{a^2+\sqrt{a^4-4b^4}}{2}; \frac{a^2-\sqrt{a^4-4b^4}}{2}\right)$;
 $\left(\frac{a^2-\sqrt{a^4-4b^4}}{2}; \frac{a^2+\sqrt{a^4-4b^4}}{2}\right)$; 3) $\sqrt{AB}$; $A\sqrt{\left(\frac{B}{A}\right)^m}$.
585. 2) $\frac{2}{3}$; $3\frac{3}{8}$; $10\frac{2}{3}$; 3) $\frac{a-b}{(a+b)(a-3b)}$.
586. 1) $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}; \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$; $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2}; \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$; (0; 0);
2) $\frac{ab}{\sqrt{b}}$; $\frac{a}{b\sqrt{b}}$; 3) 9.

$$587. 1) a_1 = \pm 3; q = \pm 2 \text{ või } a_1 = \pm 768; q = \pm \frac{1}{2}; \quad 2) \frac{a\sqrt[3]{ab}}{b}; \frac{\sqrt[3]{a^2b^2}}{b^2}.$$

$$588. 1) \frac{d(q+b-p)}{aq+bp+ab} \frac{m}{\min}; \quad \frac{d(p+a-q)}{bp+ab+aq} \frac{m}{\min};$$

$$2) \frac{a^2}{b}; \quad \frac{b^2}{a}; \quad 3) [(a+x)^2 - ax(n-1)]n.$$

$$589. 1) \frac{ab + \sqrt{a^2b^2 + 4abl}}{2a} \frac{m}{\min}; \quad \frac{-ab + \sqrt{a^2b^2 + 4abl}}{2b} \min;$$

$$2) \sqrt[m]{c^{k-1}}; \quad 3) (6; 3; 10); (3; 6; 10).$$

$$590. 1) \left(\frac{l}{2} + \frac{ap}{2q} \right) \text{ km punktist } A; \quad 2) a \frac{c \frac{b-1}{k} - 1}{m};$$

$$3) [-(a+b+c); \quad ab+ac+bc; \quad -abc].$$

$$591. 1) \frac{d(a+b)}{2ab} \frac{m}{\text{sek}}; \quad \frac{d(b-a)}{2ab} \frac{m}{\text{sek}};$$

$$2) 2; \quad 3) \left[\frac{(d-c)(d-b)}{(a-c)(a-b)}; \quad \frac{(d-c)(a-d)}{(b-c)(a-b)}; \quad \frac{(a-d)(b-d)}{(a-c)(b-c)} \right].$$

$$592. 1) 19.5^\circ; \quad 2) 1; \quad 3) (4; 3; 5); (3; 4; 5); (4; 3; -5); (3; 4; -5);$$

$$\left(\frac{7 \pm \sqrt{113}}{2}; \quad \frac{7 \mp \sqrt{113}}{2}; \quad 9 \right); \quad \left(\frac{7 \pm \sqrt{113}}{2}; \quad \frac{7 \mp \sqrt{113}}{2}; \quad -9 \right).$$

$$593. 1) \frac{a(\sqrt{p} + \sqrt{q})}{\sqrt{p} - \sqrt{q}}; \quad 2) \sqrt[pq-1]{a^qb}; \quad \sqrt[pq-1]{ab^p}; \quad 3) 2002.$$

$$594. 1) \text{ Üks lahendeist on: } 8 \text{ g; } 8 \text{ g; } 8 \text{ g;}$$

$$2) \frac{\sqrt{5}-1}{2}, \quad \frac{3-\sqrt{5}}{2}; \quad 3) \sqrt[m-n]{M^{p-n}N^{m-p}}.$$

$$595. 1) 50\%; \quad 2) 0; \quad 3) 5.$$

$$596. 1) n \leq \frac{\log \frac{r(100-k)}{k(100-r)}}{\log \frac{100-q}{100-p}}, \quad \text{kui } q > p; \quad 2) 0;$$

$$3) x = \pm \frac{\sqrt{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}}{(a^2+b^2-c^2)\sqrt{2}};$$

$$y = \pm \frac{\sqrt{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}}{(b^2+c^2-a^2)\sqrt{2}};$$

$$z = \pm \frac{\sqrt{(b^2+c^2-a^2)(c^2+a^2-b^2)(a^2+b^2-c^2)}}{(a^2+c^2-b^2)\sqrt{2}}.$$

$$597. x \leq \frac{(a+b)r - bq}{a \left[\left(1 - \frac{r}{100}\right) \left(1 - \frac{p}{100}\right)^n + \frac{r}{100} \right]}; \quad 2) \frac{m^2}{n^2};$$

$$3) 0; \frac{(\sqrt{b} \pm \sqrt{b-a})^{\frac{2n}{n-2k}}}{a^{\frac{2k}{n-2k}}}.$$

$$598. 1) \frac{k}{\sqrt[n]{2}-1} - 100; 2) \sqrt[3]{ab} \cdot \sqrt[3]{\frac{3}{\sqrt{b^2}-\sqrt{a^2}}};$$

$$3) \frac{(2 \pm \sqrt{3})^n + 1}{(2 \pm \sqrt{3})^n - 1}.$$

$$599. 1) n \geq \frac{\log \frac{p}{p-q}}{\log \frac{A+a}{A}}; 2) \frac{1}{n}; 3) \left(b^{\frac{n}{n+1}} - a^{\frac{n}{n+1}} \right)^{\frac{n+1}{n}}.$$

$$600. 1) 2; 1; 2) \frac{b}{a}; 3) \left(\frac{128}{13}; \frac{2}{13} \right); \left(\frac{2}{13}; \frac{128}{13} \right).$$

$$601. 2) n(n-1); 3) c^{\frac{b^2}{a(b-a)}}; c^{\frac{b}{b-a}}.$$

$$602. 1) x \geq \frac{\log \frac{2Np-100n}{Np-100n}}{\log \left(1 + \frac{p}{100} \right)}; 2) (3; 1); (1; 3); 3) 26.$$

SISUKORD.

I (VIII) peatükk. Astendaja mõiste üldistus.

§	1.	(35.) Negatiivne astendaja ja astendaja null	3
§	2.	(36.) Astmed ja juured murruliste astendajatega	5

II (IX) peatükk. Logaritmid.

§	3.	(37.) Logaritmide põhiomadused	10
§	4.	(38.) Logaritmimine ja potentseerimine	14
§	5.	(39.) Kümnenlogaritmid	18
§	6.	(40.) Eksponentvõrrandid ja logaritmivõrrandid	24
§	7.	(41.) Liitprotsendid	27

III (X) peatükk. Ülesandeid IX klassi kursuse kordamiseks. 29

IV (XI) peatükk. Ühendid ja Newtoni binoom.

§	8.	(42.) Ühendid	42
§	9.	(43.) Newtoni binoom	48

V (XII) peatükk. Kompleksarvud.

§	10.	(44.) Kompleksarvude geomeetriline kujutamine	53
§	11.	(45.) Kompleksarvude liitmine ja lahutamine	54
§	12.	(46.) Kompleksarvu trigonomeetriline kuju	55
§	13.	(47.) Harjutusi kordamiseks	58

VI (XIII) peatükk. Võrratused ja võrrandite uurimine.

§	14.	(48.) Ühe tundmatuga esimese astme võrratused	61
§	15.	(49.) Ühe tundmatuga esimese astme võrrandite uurimine	65
§	16.	(50.) Kahe tundmatuga esimese astme võrrandisüsteemide uurimine	67
§	17.	(51.) Teise astme võrratused	70
§	18.	(52.) Ruutvõrrandite uurimine	73

VII (XIV) peatükk. Hulkliikme jaguvus. 77

VIII (XV) peatükk. Ülesandeid algebra kogu kursusest. 81

Vastuseid	101
---------------------	-----

Павел Афанасьевич Ларичев
СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АЛГЕБРЕ
Для X—XI классов средней школы

На эстонском языке

Обложка В. Варе

Эстонское Государственное Издательство
Таллин, Пярнуское шоссе, 10

*

Toimetaja K. Kallaste
Kunstiline toimetaja H. Keigo
Tehniline toimetaja Ü. Laul
Korrektorid P. Hiie ja V. Leibak

Ladumisele antud 22. XII 1961. Trük-
kimisele antud 1. II 1962. Paber
60 × 90, $\frac{1}{16}$. Trükipoognaid 7. Arvu-
tuspoognaid 5,51. Trükiarv 5000. Tell-
mise nr. 11229. Hans Heidemanni nim.
trükikoda, Tartu, Ülikooli 17/19. II

Hind 12 kop.

6—6



12 kop.

A-24379

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00358362 4