

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

E. JÕGI JA K. VELSKER

ELEMENTAARMATEMAATIKA
ÜLESANDEID

II

TARTU 1961

TARTU RIIKLIK ÜLIKOO

TEOREETILISE MEHHAANIKA KATEEDER

E. JÕGI JA K. VELSKER

ELEMENTAARMATEMAATIKA
ÜLESANDEID

II

TARTU 1961

Тартуский государственный университет
ЭССР, г. Тарту, ул. Юликооли, 18
Э. Иьги и К. Велскер
ЗАДАЧИ ПО ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКЕ II
На эстонском языке

2



Vastutav toimetaja K. Soonets
Korrektor E. Oja

TRÜ rotaprint 1961. Trükipoognaid 2,25.
Tir. 300 eks. MB 03076. Tell. nr. 506.

Hind 7 kop.

1. Logaritm- ja eksponentvõrrandid.

1. Missugused väärtused võivad olla argumendil x järgmiste funktsioonide puhul:

1) $y = \log_a (-x)$;

2) $y = \log_a (1 - x^2)$;

3) $y = \log_a (1 + x^2)$;

4) $y = \log_a \sqrt{x}$.

2. Leida x :

1) $\log_{\sqrt{2}} x = 4$; 2) $\log_x \frac{1}{81} = 4$;

3) $\log \frac{1}{2} 4 = x$; 4) $\log \frac{1}{3} x = -1$;

5) $\log_x n = n$; 6) $\log_2 \log_x \log_x x^2 = 0$.

3. Arvutada:

1) $\log_2 \log_2 16$; 2) $5 \cdot 3 \log_2 2$;

3) $3^{1-\log_3 7}$; 4) $5^{\log_5 8 + 1}$;

5) $(3^{\log_3 5})^2$; 6) $5^{2\log_5 3}$;

4. Arvutada:

1) $2^{\log_2 8}$; 2) $36^{\log_6 2}$; 3) $81^{0,5 \log_9 7}$;

4) $81^{0,5 \log_3 7}$; 5) $5^{\log_5 10} - 1$;

6) $2^{\log_2 5} + 1$?

5. Kumb on suurem, kas $\log_a 2$ või $\log_a 3$?
6. Kumb on suurem, kas $\log_4 3$ või $\log_{16} 9$?
7. Kumb on suurem, kas $\log_8 9$ või $\log_9 8$?
8. Kumb on suurem, kas $\log_2 8$ või $\log 8$?
9. Leida $\log_{9,8}$, kui on teada, et $\log 2 = a$ ja $\log 7 = b$.
10. Tabeleid kasutamata leida $\log 2$ ja $\log 5$, kui $\log 2 \cdot \log 5 = 0,2104$.
11. Arvutada $\log_{abc\dots k} x$, kui teada on $\log_a x$, $\log_b x$, $\log_c x$, ..., $\log_k x$ ja $x \neq 1$.

Näidata, et:

$$12. \log_{ab} N = \frac{\log_a N}{1 + \log_a b} .$$

$$13. \frac{\log_a N_1}{\log_a N_2} = \frac{\log_b N_1}{\log_b N_2} .$$

$$14. \log_{a^2} N = \frac{\log_a N}{2} .$$

$$15. \log_{\sqrt{a}} N = 2 \log_a N .$$

$$16. \log_{\frac{1}{a}} N = -\log_a N .$$

$$17. \log_{bn} a^n = \frac{\log_b a + \log_b n}{1 + \log_b n} .$$

$$18. \log_b^n a^n = \log_b a.$$

$$19. \log_a^k a^n = \frac{n}{k}.$$

$$20. \log 2 = \log_3 2 \cdot \log_4 3 \cdot \log_5 4 \cdot \dots \cdot \log_{10} 9.$$

$$21. \log_2 10 = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5.$$

Lahendada võrrandid:

$$22. \log_2 (9 - 2^x) = 3 - x.$$

$$23. \log_a \left\{ 1 + \log_b \left[1 + \log_c (1 + \log_p x) \right] \right\} = 0.$$

$$24. \log_2 \sqrt{x^2} = 1.$$

$$25. \log_4 \left\{ 2 \log_3 \left[1 + \log_2 (1 + 3 \log_2 x) \right] \right\} = \frac{1}{2}.$$

$$26. \log_4 \log_3 \log_2 x = 0.$$

$$27. \log_2 (x + 14) + \log_2 (x + 2) = 6.$$

$$28. \frac{\log 2x}{\log (4x - 15)} = 2.$$

$$29. \log_{10} \log (x^2 + 21) - 1 = \log x.$$

$$30. 2 \log_{\log_2 x} 2 = 1.$$

$$31. \frac{1}{5 - \log_2 x} + \frac{2}{1 + \log_2 x} = 1.$$

$$32. \log_7 2 + \log_{49} x = \log_{\frac{4}{7}} \sqrt{3}.$$

$$33. 2 \log_5 3 + 4 \log_{25} 7 = \log_5 x.$$

$$34. \log_4 (x + 12) \cdot \log_x 2 = 1.$$

$$35. 2 \log_x 3 \cdot \log_{3x} 3 = \log_{9\sqrt{x}} 3.$$

$$36. (\log_5 x)^2 + \log_5 7 \cdot \log_7 x = 2.$$

$$37. \log_a x \cdot \log_b x = \log_a b.$$

$$38. 10^{\log_a (x^2 - 3x + 5)} = 3^{\log_a 10}$$

$$39. a^{\log_a 4} = x^{\log_x (x^2 - x)}.$$

$$40. \log_{10} [3 + 2 \log_{10} (1 + x)] = 0.$$

$$41. \log_2 (9^x - 1 + 7) = 2 + \log_2 (3^x - 1 + 1).$$

$$42. 3 \log_{x^a} x + \frac{1}{2} \log_{\frac{x}{\sqrt{a}}} x = 2.$$

$$43. 15^{\log_5 3} \cdot x^{\log_5 9x + 1} = 1.$$

$$44. \log_2 (x + 1)^2 + \log_2 (x + 1) = 6.$$

$$45. \log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7.$$

$$46. \log_a x - \log_a x + \log_a x = \frac{3}{4}.$$

$$47. \log_{3x} 3 = (\log_3 3x)^2$$

$$48. \log_2^2 (x - 1)^2 - \log_{0.5} (x - 1) = 5.$$

$$49. \log_a y + \log_a (y + 5) + \log_a 0,02 = 0.$$

$$50. \log_3 x + \log_{\sqrt{3}} x + \log_{\frac{1}{3}} x = 6.$$

$$51. \log_{a^2} x + \log_{x^2} a = 1.$$

$$52. \frac{\log (35 - x^3)}{\log (5 - x)} = 3.$$

$$53. \log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{4x} 2.$$

$$54. \log_{3x} \frac{3}{x} + \log_3^3 x = 1.$$

$$55. 2^{\log_3 (x^2 - 6x + 9)} = 3^2 \log_x \sqrt{x} - 1$$

$$56. \log_x 2 \cdot \log_{\frac{x}{16}} 2 = \log_{\frac{x}{64}} 2.$$

$$57. \frac{2 \log 2 + \log (x - 3)}{\log (7x + 1) + \log (x - 6) + \log 3} = \frac{1}{2}.$$

$$58. \left(\frac{1}{9}\right)^{\log_3 \sqrt{x+1} - \frac{1}{2} \log_3 (x^2 - 1)} = \sqrt{2(x-1)}.$$

$$59. \log_x 10 + \log_{x^2} 10 = 6.$$

$$60. (0,4)^{\log^2 x + 1} = (6,25)^2 - \log x^3$$

$$61. 3\sqrt{\log x} + 2 \log \sqrt{\frac{1}{x}} = 2.$$

$$62. \frac{\log_2 x - 1}{\log_2 \frac{x}{2}} - 2 \log_2 \sqrt{x} + \log_2^2 x = 3.$$

$$63. \log \sqrt{1+x} + 3 \log \sqrt{1-x} = \log \sqrt{1-x^2} + 2.$$

$$64. (\log_x \sqrt{5})^2 - \log_x 5 \sqrt{5} + 1,25 = 0.$$

$$65. \sqrt{\log_x 5 \sqrt{5} + \log \sqrt{5^5 \sqrt{5}}} \cdot \log \sqrt{5} x = -\sqrt{6}.$$

$$66. \sqrt{\log_a^4 \sqrt{ax} + \log_x^4 \sqrt{ax}} + \sqrt{\log_a^4 \sqrt{\frac{x}{a}} + \log_x^4 \sqrt{\frac{a}{x}}} = a.$$

$$67. \sqrt{\log_x \sqrt{5x}} \log_5 x = -1.$$

$$68. 2^x + 2 - 2^x = 96.$$

$$69. 7^x + 2 + 2 \cdot 7^x - 1 = 345.$$

$$70. 2^x - 1 + 2^x - 2 + 2^x - 3 = 448.$$

$$71. 4\sqrt{x-3} : 2 - \sqrt[3]{0,5^{1-x}} = 0.$$

$$72. \left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7} = \left(\frac{2}{3}\right)^{7x-3}$$

$$73. 3^x \cdot 4^x = 5^x$$

$$74. 2 \cdot 4^{2x} - 17 \cdot 4^x + 8 = 0.$$

$$75. 5^{2x+1} + 5^{x+1} = 250.$$

$$76. 2^x + 2^{x-1} + 2^{x-2} = 7^x + 7^{x-1} + 7^{x-2}.$$

$$77. 5^x + 5^{x+1} + 5^{x+2} = 3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2}$$

$$78. \left(\frac{3}{4}\right)^x - 1 = \sqrt[x]{\frac{4}{3}} = \frac{9}{16}.$$

$$79. 0,125 \cdot 4^{2x-3} = \left(\frac{\sqrt{2}}{8}\right)^{-x}.$$

$$80. \left[2(2^{\sqrt{x}} + 3)^{\frac{1}{2\sqrt{x}}}\right]^{\frac{2}{\sqrt{x}-1}} = 4.$$

$$81. 32^{\frac{x+5}{x-7}} = 0,25 \cdot 128^{\frac{x+17}{x-3}}.$$

$$82. 7 \cdot 3^{x+1} - 5^{x+2} = 3^{x+4} - 5^{x+3}.$$

$$83. 4^{-\frac{1}{x}} + 6^{-\frac{1}{x}} = 9^{-\frac{1}{x}}.$$

$$84. 2^x + 3 - 3^{x^2-2} = 3^{x^2+1} - 2^x - 1.$$

$$85. 0,5^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = 64^{41}.$$

$$86. 4^x - 3^x - \frac{1}{2} = 3^x + \frac{1}{2} - 2^{2x-1}.$$

$$87. 3\sqrt[x]{81} - 10\sqrt[x]{9} + 3 = 0.$$

$$88. 2(2\sqrt{x} + 3)^2 x^{-1} \sqrt{x-1} \sqrt{4^2} = 0.$$

$$89. 9^x - 2^x + \frac{1}{2} = 2^x + \frac{7}{2} - 3^{2x} - 1.$$

$$90. x^{2-1} \sqrt{a^3} \quad 2^{x-2} \sqrt{a} \quad 4 \sqrt{a^{-1}} = 1.$$

$$91. x^{\sqrt{x}} = \sqrt{x^x}.$$

$$92. x^x = x.$$

$$93. (\sqrt{2 + \sqrt{3}})^x + (\sqrt{2 - \sqrt{3}})^x = 4.$$

$$94. 4^x + \sqrt{x^2 - 2} = 5. \quad 2^x - 1 + \sqrt{x^2 - 2} = 6.$$

$$95. (\sqrt{3})^{\log x} = 3^{\log 2} \cdot 9^{\log(\sqrt{x} - 1)}.$$

$$96. x^{\log x} = 100 x.$$

$$97. \left(\frac{4}{9}\right)^x \left(\frac{27}{8}\right)^x - 1 = \frac{\log 4}{\log 8}.$$

$$98. x^{\log_x(x-2)^2} = 9.$$

$$99. (3 \log x)^{\log^2 x} + 2 \log x^2 + 5 = \log x^3.$$

$$100. \sqrt{x^{\log \sqrt{x}}} = 10.$$

$$101. x^{\log_{\sqrt{x}}(x-2)} = 9.$$

$$102. x^{2(\log x)^3} - \frac{3}{2} \log x = \sqrt{10}.$$

$$103. x^{\frac{\log x + 7}{4}} = 10^{\log x + 1}.$$

$$104. \log (64 \sqrt[24]{2^{x^2 - 40x}}) = 0.$$

$$105. (\sqrt{x})^{\log_5 x - 1} = 5.$$

$$106. x^{2 \cdot \log^3 x} - 1,5 \log x = \sqrt{10}.$$

$$107. 2 (\log 2 - 1) + \log (5^{\sqrt{x}} + 1) = \log (5^{1 - \sqrt{x}} + 5).$$

$$108. \log (4^{-1} \cdot 2^{\sqrt{x}} - 1) - 1 = \log (\sqrt{2^{\sqrt{x}-2}} + 2) - 2 \log 2.$$

Lahendada süsteemid:

$$109. \begin{cases} \log_{xy} (x - y) = 1 \\ \log_{xy} (x + y) = 0 \end{cases}$$

$$110. \begin{cases} \log (x^2 + y^2) - 1 = \log 13 \\ \log (x + y) - \log (x - y) = 3 \log 2 \end{cases}$$

$$111. \begin{cases} \log x + \log y = \log a \\ 2 (\log x - \log y) = \log b \end{cases}$$

$$112. \begin{cases} \log_a (1 + \frac{x}{y}) = 2 - \log_a y \\ \log_b x + \log_b y = 4 \end{cases}$$

$$113. \begin{cases} \log_a x + \log_a y = 2 \\ \log_b x - \log_b y = 4 \end{cases}$$

$$114. \begin{cases} \log_a x + \log_a 2^y = \frac{3}{2} \\ \log_b 2^x - \log_b 2^y = 1 \end{cases}$$

$$115. \begin{cases} \log_x ay = p \\ \log_y bx = q \end{cases}$$

$$116. \begin{cases} \log_a x + \log_a 2^y = \frac{3}{2} \\ \log_b 2^x + \log_b y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

$$117. \begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 12 \\ 2^y \cdot 3^x = 18 \end{cases}$$

$$118. \begin{cases} 8^x = 10y \\ 2^x = 5y \end{cases}$$

$$119. \begin{cases} 8^{2x} + 1 = 32 \cdot 2^{4y} - 1 \\ 5 \cdot 5^x - y = \sqrt{25^{2y} + 1} \end{cases}$$

$$120. \begin{cases} x^y = y^x & (x > 0) \\ x^m = y^n & (y > 0) \end{cases}$$

$$121. \begin{cases} \sqrt[y]{4^x} = 32 \sqrt[x]{8^y} \\ \sqrt[y]{3^x} = 3 \sqrt[y]{9^{1-y}} \end{cases}$$

$$122. \begin{cases} x^x + y = y^{12} \\ y^x + y = x^3 \end{cases} \quad (x > 0, y > 0)$$

$$123. \begin{cases} x^x + y = y^x - y \\ x^2 y = 1 \end{cases}$$

$$124. \begin{cases} a^{2x} + a^{2y} = 2b \\ a^x + y = c \end{cases}$$

$$125. \begin{cases} \sqrt{x-y} \sqrt{x+y} = 2\sqrt{3} \\ (x+y) 2^y - x = 3 \end{cases}$$

$$126. \begin{cases} \log_5 x + 3 \log_3 y = 7 \\ x^y = 5^{12} \end{cases}$$

$$127. \begin{cases} 3^x \cdot 2^y = 576 \\ \log_{\sqrt{2}} (y - x) = 4 \end{cases}$$

$$128. \begin{cases} \frac{1}{2} \log x + \frac{1}{2} \log y - \log (4 - \sqrt{x}) = 0 \\ (25^{\sqrt{x}})^{\sqrt{y}} - 125 \cdot 5^{\sqrt{y}} = 0 \end{cases}$$

$$129. \begin{cases} 9^{-1} \sqrt[y]{9^x} - 27 \sqrt[x]{27^y} = 0 \\ \log (x - 1) - \log (1 - y) = 0 \end{cases}$$

$$130. \begin{cases} xy = 40 \\ x^{\log y} = 4 \end{cases}$$

2. Võrratused ja võrrandite uurimine.

Lahendada võrratused:

131. $24 - x > - (13 + x)$.

132. $3 - \frac{3x}{2} > \frac{5}{8} - \frac{4x - 3}{6}$.

133. $\frac{1}{x} < 1$.

134. $\frac{4 - 2x}{1 + 3x} > 0$.

135. $\frac{5 - 2a}{8 + 5a} < 0$.

136. $3x^2 - 5x + 2 > 0$.

137. $x^2 - 9x + 14 < 0$.

138. $-x^2 + 4x - 4 < 0$.

139. $3x^2 - 2x + 5 > 0$.

140. $2x^2 - 3x + 7 < 0$.

141. $(x + 1)^2 < (x - 1)^2$.

142. $-x^2 + 6x - 9 < 0$.

143. $\frac{x^2 + 5x + 4}{x^2 - 5x - 6} < 0$.

144. $\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 8} > 0$.

$$145. \frac{(x-1)(x-2)}{x-3} > 0.$$

$$146. \frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 8} > 0.$$

$$147. 2 - \frac{x-3}{x-2} > \frac{x-2}{x-1}.$$

$$148. 3 - \frac{2x-17}{x-5} > \frac{x-5}{x+2}.$$

$$149. (x+3)(x-7) > (x-7).$$

$$150. (x-3)(x-7) < 5(x-3).$$

$$151. (3x-1)(4-x)(2x-3)^2 < 0.$$

$$152. (2x+1)^2 \cdot (x-5)(x^2+3)^5(3x-4) < 0.$$

$$153. (-3x+2)(x+1)^3(4x-5)^2(4x^2+2) > 0.$$

$$154. (+3x^2+8)(x+3)^3(2x-1) < 0.$$

$$155. \frac{x(x^2+2)^3}{x^2-1} > 0.$$

$$156. \frac{-2x+3}{(3x+1)^4(x^2-4)} < 0.$$

$$157. \frac{(x-3)^3(2x+5)}{(x-2)^2(5x+1)^5} < 0.$$

$$158. \frac{(4x^2 - 1)(x + 2)^2}{x^3(x + 1)(x - 2)^5} > 0.$$

$$159. (x - 1)(x + 2)(x - 3)(x + 4)(x - 5) < 0.$$

$$160. x^4 - 17x^2 + 16 < 0.$$

$$161. |(x - 3)| > 5.$$

$$162. \left| \frac{5x + 2}{2x - 3} \right| > 3.$$

$$163. \left| \frac{x - 3}{1 - x} \right| > 1.$$

$$164. |(5x + 3)| > x^2 + 2x + 3.$$

$$165. |(5x + 7)| < x^2 + 2x + 3.$$

$$166. x^2 + 4x + 2(2 - x) > 3.$$

$$167. [x + 30] - x < 5 - x^2.$$

$$168. x^2 + 4x - 3 + 2[6 + x] < 0.$$

Missuguste m väärtuste puhul x mis tahes väärtused rahuldavad võrratusi:

$$169. x^2 + 2x + m > 0.$$

$$170. x^2 - 5x - m > 0.$$

$$171. x^2 + 6x + (5m - 1)(m - 1) > 0.$$

$$172. x^2 + 2(m + 1)x + 9m - 5 > 0.$$

Lahendada x suhtes parameetrilised võrratused:

173. $ax + b > 0$.

174. $(16 - b)x + 4 > 0$.

175. $(b^2 + 2)x + c < 0$.

176. $(b^2 - 4)x - 8 > 0$.

177. $\frac{2x - 1}{m + 1} - \frac{x + 2}{3} > \frac{2x - 5}{2(m + 1)}$.

178. $\frac{x}{m} + \frac{1 - 3x}{2} > \frac{x + 2}{4m}$.

179. $\frac{mx}{m - 2} - \frac{x - 1}{3} < \frac{2x + 3}{4}$.

180. $(a^2 - 2a - 3)x + a + 1 > 0$.

181. Missuguste parameetri t reaalarvuliste väärtuste puhul võrrandil

$$4 - t = \frac{2}{x - 1}$$

on positiivne lahend?

182. Missuguste parameetri a reaalarvuliste väärtuste puhul on võrrandil

$$\frac{a - x}{a - 1} - \frac{x - 1}{a + 1} = \frac{2a}{a^2 - 1}$$

mittenegatiivne lahend?

183. Missuguste parameetri a reaalarvuliste väärtuste puhul võrrandi

$5x - 2a = ax - 4 - x$ lahend on vahemikust $(2; 10)$?

184. Missuguste parameetri m reaalarvuliste väärtuste puhul on võrrandi

$$m(x - 3) + 3 = m^2x \quad \text{lahend suurem kahest?}$$

185. Missuguste parameetri b reaalarvuliste väärtuste puhul on võrrandil

$$b^2x - 4 + b(3 + 2x) = 0 \quad \text{negatiivne lahend?}$$

186. Missuguste parameetri a reaalarvuliste väärtuste puhul on võrrandil

$$\frac{2ax - 5}{a - 2} = \frac{2 - x}{3} + 1 \quad \text{mittenegatiivne lahend?}$$

187. Missuguste t väärtuste puhul on võrranditel

$$1) \quad 2x - 1 = 4 + 5t$$

$$2) \quad 4 - t = \frac{2}{x - 1}$$

positiivsed lahendid?

188. Missuguste k väärtuste puhul on võrranditel

$$1) \quad k - 2 = \frac{3x + 1}{x + 1}$$

$$2) \quad \frac{k(x + 2) - 3(k - 1)}{x + 1} = 1$$

negatiivsed lahendid?

189. Missuguste parameetri m väärtuste puhul on võrrandil

$$2mx + 3 = 2m - x$$

a) positiivne lahend; b) negatiivne lahend;

c) nulline lahend; d) lõpmatu arv lahendeid;

e) ei ole üldse lahendeid?

190. Missuguste m väärtuste puhul on võrrandite

$$1) x^2 + 2(m - 4)x + m^2 + 6m = 0$$

$$2) (3 + m)x^2 - 3(6 - m)x + 5 - 18m = 0$$

lahendid: a) reaalsed ning erinevad;

b) reaalsed ning võrdsed; c) imaginaarsed?

191. Missuguste m väärtuste puhul on ruutkolmliige $mx^2 + (m - 1)x + m - 1$ x mis tahes reaalarvuliste väärtuste puhul negatiivne?

192. Missuguste m väärtuste puhul on ruutkolmliige $x^2 + 2x + m - 10$ positiivne x mis tahes reaalarvuliste väärtuste puhul?

193. Missuguste m väärtuste puhul on süsteemil

$$\begin{cases} (3 + m)x + 4y = 5 - 3m \\ 2x + (5 + m)y = 8 \end{cases}$$

a) lõpmatu arv lahendeid; b) ei ole lahendeid?

194. Missuguste parameetri a reaalarvuliste väärtuste puhul on süsteemil

$$\begin{cases} 3x + 4y = 3 \\ ax + (a - 1)y = 5 \end{cases}$$

positiivne lahend?

195. Missuguste parameetri m väärtuste puhul on võrrandisüsteem

$$\begin{cases} (m + 2)x + 3y = 9 + 3m \\ x + (m + 4)y = 2 \end{cases}$$

1) määratud, 2) määramatu, 3) ühtelangev.

3. Progressioonid.

196. Aritmeetilise progressiooni kõigi liikmete summa on 28, kolmas liige 8, neljas 5. Leida äärmised liikmed ja liikmete arv.
197. Leida aritmeetilise progressiooni viimane liige, kui $a_1 = 8$; $d = 5$; $n = 15$.
198. Leida aritmeetiline progressioon, kui $a_7 = 19$; $a_4 = 10$.
199. Leida kõigi paaritute arvude summa alates 13 kuni 81 (kaasa arvatud).
200. Leida kõigi kahekohaliste arvude summa.
201. Leida kõigi naturaalarvude summa alates 1 kuni 100.
202. Mitu lööki lööb kell öö-päevas, kui ta lööb ainult täistunde kuni 12 ?
203. Mitu lööki lööb Tartu raekoja kell öö-päeva jooksul ?
204. Vaguni lehtvedru koosneb 10-st üksteisele asetatud teraslehest. Vedru ülemise lehe pikkus on 105 cm, iga järgneva lehe pikkus on eelmisest 9 cm võrra lühem. Leida selle vedru valmistamiseks vajatava teraslehe pikkus, kui vedrus on lehti 10.
205. Isa kinkis igale pojale sünnipäeval, alates viiendast eluaastast, nii mitu raamatut, kui mitu aastat sai poeg vanaks. Viie poja vanused moodustavad aritmeetilise progressiooni, mille vahe on 3. Kui vana oli iga poeg, kui nende raamatukogusse kogunes 325 raamatut?

206. Arvude 7 ja 35 vahele paigutada 6 arvu nii, et need koos antud arvudega moodustaksid aritmeetilise progressiooni.
207. Leida aritmeetilise progressiooni $m + n$ liikme summa, kui m -es liige on n ja n -es liige on m .
208. Eeldatakse, et Maa sisemuses tõuseb temperatuur 1°C iga 30,5 m kohta. Kui temperatuur maapinnal on 10°C , siis:
- 1) milline on temperatuur 1000 m sügavuses?
 - 2) kui sügaval tõuseb temperatuur vee keemispunktini?
209. Aritmeetilise progressiooni nelja esimese liikme summa on 26. Samade liikmete korrutis on 880. Leida aritmeetiline progressioon.
210. Leida neli järjestikust paaritud arvu nii, et nende ruutude summa oleks 48 võrra suurem nende arvude vahel asetsevate paarisarvude ruutude summast.
211. Kirjutada aritmeetiline progressioon, mille esimene liige on üks; viie esimese liikme summa võrdub ühe neljandikuga viie järgneva liikme summast.
212. Aritmeetilises progressioonis on 20 liiget. Arvud, mis seisavad paarisarvulistel kohtadel, annavad summaks 250 ja arvud, mis seisavad paarituuravulistel kohtadel, annavad 220. Leida progressiooni kaks keskmist liiget.
213. Kas täisnurkse kolmnurga küljed võivad moodustada aritmeetilise progressiooni?

214. Ühe aritmeetilise progressiooni liikmetest lahutada teise aritmeetilise progressiooni vastavad liikmed. Kas tekkinud arvjärjend kujutab endast aritmeetilist progressiooni?
215. Näidata, et kui aritmeetilise progressiooni teine liige on esimese ja neljanda liikme keskmiseks võrdeliseks, siis kuues liige on neljanda ja üheksanda liikme keskmiseks võrdeliseks.
216. Näidata, et kui a , b , c on aritmeetilise progressiooni 3 järjestikulist liiget, siis $a + c = 2b$.
217. Näidata, et kui a , b , c on aritmeetilise progressiooni kolm järjestikulist liiget, siis
- $$a^2 + 8bc = (2b + c)^2.$$
218. Leida geomeetriline progressioon, kui $a_3 - a_1 = 9$; $a_5 - a_3 = 36$.
219. Leida geomeetriline progressioon, kui
- $$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 31$$
- $$a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 62.$$
220. Leida geomeetriline progressioon, kui $a_1 + a_4 = 27$; $a_2 \cdot a_3 = 72$.

221. Leida geomeetriline progressioon, kui

$$a_1 + a_4 = 35 ; \quad a_2 + a_3 = 30.$$

222. Leida geomeetriline progressioon, kui

$$a_1 + a_2 + a_3 = 126 ; \quad a_1 a_2 a_3 = 13824.$$

223. Leida geomeetriline progressioon, kui

$$a_2 + a_5 - a_4 = 10$$

$$a_3 + a_6 - a_5 = 20.$$

224. Leida kolm arvu, mis moodustavad geomeetrilise progressiooni, kui esimese ja kolmanda liikme summa võrdub 52 ning teise liikme ruut on loo.

225. Šahti kukkuv kivi jõudis põhja 5 sekundi pärast. Leida šahti sügavus.

226. Aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni esimesed liikmed on võrdsed kolmega. Võrdsed on ka kolmandad liikmed. Leida need progressioonid, kui aritmeetilise progressiooni teine liige on 6 võrra suurem geomeetrilise progressiooni teisest liikmest.

227. Kolme arvu, mis moodustavad geomeetrilise progressiooni, summa on 93. Samas moodustavad nad aritmeetilise progressiooni esimese, teise ja seitsmenda liikme. Leida need kolm arvu.

228. Aritmeetilise progressiooni kolme liikme summa on 15. Kui neile liita vastavalt 1, 4 ja 19, saame geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.
229. Kas kolm arvu võivad moodustada samaaegselt aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni?
230. Teisendada iga järgnev perioodiline kümnendmurd harilikuks murruks:
- 1) 0,444 ... ; 2) 0,131313 ;
3) 0,523523523 ... ; 4) 15,666
231. On antud ruut, mille diagonaal on 5 cm. Selle ruudu külge võetakse teise ruudu diagonaalsiks, teise ruudu külge - uue ruudu diagonaalsiks jne. lõpmatult. Leida kõigi ruutude pindalade summa piirväärtus.
232. On antud korrapärase kolmnurk, mille külge on a. Kolmnurka on ehitatud ring, ringi jälle kolmnurk, kolmnurka ring jne. lõpmatult. Leida kõigi ringide pindalade ja ringjoonte pikkuste summa piirväärtus.

4. Ühendid ja Newtoni binoom.

Leida:

233.
$$\frac{A_m^5 + A_m^4}{A_m^3} .$$

234.
$$\frac{A_m^n \cdot P_{m-n}}{P_{m-1}} .$$

$$235. \frac{A_m^{n+2} + A_m^{n+1}}{A_{m+n}^n} .$$

$$236. \frac{A_m^{n-1} \cdot P_{m-n}}{P_{m-1}} .$$

Näidata, et:

$$237. \frac{A_n^n + 3}{(n+2) \cdot A_{n+1}^{n-2}} - 3 = n .$$

$$238. \frac{A_n^2 + 2 \cdot P_n}{P_{n+1}} - 2 = n .$$

$$239. \frac{C_{m+3}^n}{C_{m-3}^n} = \frac{A_{m+3}^n}{A_{m-3}^n} .$$

$$240. \frac{A_n^{n-3} \cdot P_3}{P_n} = 1 .$$

$$241. A_n^k - 1 = A_n^k - k A_{n-1}^{k-1} .$$

$$242. k \cdot C_m^k = m C_{m-1}^{k-1} .$$

$$243. \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+2)}{(k-1)!} + \\ + \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+3)}{(k-2)!} = \\ = \frac{(n+1)!}{(k-1)!(n-k+2)!} .$$

$$244. \frac{n(n-1)(n-2) \dots (n-k+1)}{k!} = \frac{n}{k!(n-k)!} .$$

$$245. \frac{(2m)!}{2^m m!} = 1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2n-1) .$$

Lahendada võrrandid:

$$246. 5C_x^3 = C_x^4 + 2 .$$

$$247. C_x^3 + C_x^2 = 15(x-1) .$$

$$248. C_x^4 = \frac{15A_x^2}{4} .$$

$$249. \frac{A_x^7 - A_x^5}{A_x^5} = 89 .$$

$$250. \frac{A_{x+2}^{n+2} \cdot P_{x-n}}{P_x} = 110.$$

$$251. \frac{A_{x+m}^{n+1} \cdot P_{x+m-n-1}}{P_{x+m-1}} = m + 5.$$

$$252. A_7^x = x A_7^{x-1}.$$

$$253. C_x^{x-3} : A_{x-2}^2 = 2.$$

Leida m ja n , teades, et

$$254. C_{n+1}^{m+1} : C_{n+1}^m : C_{n+1}^{m-1} = 5:5:3.$$

255. Leida $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^8$ arendi keskmine liige.

256. Leida $(\sqrt{a} + \sqrt[4]{a})^{20}$ arendi liige, milles esineb a^7 .

257. Leida $\left(\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}} + \sqrt[4]{a^3}\right)^{15}$ arendi liige, milles a ei esine.

258. Arvutada ligikaudse valemiga $(1 \pm \alpha)^n = 1 \pm n\alpha$ ja leida viga

1) $(0,975)^3$; 2) $(0,824)^4$; 3) $(1,05)^5$.

259. Leida x , kui binoomi $(\sqrt{x} + x^{-1})^6$ arendi viies liige on $\frac{5}{9}$.

260. Leida binoomi $(\sqrt{x} - \sqrt[4]{x})^5$ arendi ratsionaalsed liikmed.

Vastused.

1. 1) $-\infty < x < 0$; 2) $-1 < x < 1$; 3) $-\infty < x < +\infty$;
4) $x > 0$.
2. 1) 4; 2) $\frac{1}{3}$; 3) -2; 4) 3; 5) $\sqrt[n]{n}$; 6) 2.
3. 1) 2; 2) 15; 3) $\frac{3}{7}$; 4) 40; 5) 25; 6) 9.
4. 1) 8; 2) 4; 3) 7; 4) 49; 5) 2; 6) 10.
5. Kui $a > 1$, siis $\log_a 3 > \log_a 2$; kui $a < 1$, siis $\log_a 2 > \log_a 3$. 6. Võrdsed. 7. $\log_8 9 > \log_9 8$.
8. $\log_2 8 > \log 8$. 9. $\frac{2b + a - 1}{3a}$.
11. $\frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x} + \dots + \frac{1}{\log_k x}}$. 22. 0; 3. 23. 1.
24. ± 2 . 25. 2. 26. 8. 27. 2. 28. 4,5. 29. 3; 7.
30. 16. 31. 4; 8. 32. $\frac{1}{12}$. 33. 441. 34. 4.
35. $\frac{1}{9}$; 9. 36. 5; $\frac{1}{25}$. 37. b ; $\frac{1}{b}$. 38. 1; 2.
39. 2. 40. -0,9. 41. $\frac{1}{4}$; 2. 42. a ; $\sqrt[3]{a^4}$.
43. $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{15}$. 44. 3; -5. 45. 16. 46. a . 47. 1.
48. 3; $1 + \frac{1}{4}\sqrt{2}$. 49. 10. 50. 27. 51. a . 52. 2; 3.
53. $2^{\sqrt{2}}$; $2^{-\sqrt{2}}$. 54. 1; 3. 55. 2; 4. 56. 4; 8.
57. 9. 58. 3. 59. $\sqrt[4]{10}$. 60. 10 ; 10^5 . 61. 10 ;
 10^4 . 62. 4; 0,5. 63. Lahendeid ei ole. 64. 5; $\sqrt[5]{5}$.
65. $\frac{1}{5}$. 66. a^{a^2} ; $a^{\frac{1}{a^2}}$. 67. 0,04. 68. 5. 69. 1.
70. 9. 71. 4; 28. 72. 1. 73. 0. 74. 1,5; -0,5.

75. 2. 76. $2 + \frac{\log 7 - \log 57}{\log 7 - \log 2}$.

77. $\frac{\log 13 - \log 31}{\log 5 - \log 3}$. 78. $\frac{3 \pm \sqrt{13}}{2}$. 79. 6.

80. 9. 81. 10. 82. -1. 83. $\frac{\log 3 - \log 2}{\log(\sqrt{5}-1) - \log 2}$.

84. $\log_3 \sqrt{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{\log_3^2 2 - 4 \log_3 \frac{56}{153}}$. 85. 4; -2.

86. 1,5. 87. ± 2 . 88. 9. 89. 1,5. 90. 5; -3.

91. 1; 4. 92. 1. 93. ± 2 . 94. 1,5. 95. 4.

96. 0,1; 100. 97. 2. 98. 5. 99. 0,01.

100. 0,01; 100. 101. 5. 102. 0,1; 10.

103. 0,0001; 10. 104. 4; 36. 105. 0,2; 25. 106. 0,1;

10. 107. 9. 108. 36. 109. $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$; $\frac{3 - \sqrt{5}}{2}$.

110. (9; 7). 111. $(\sqrt{a} \sqrt[4]{b}; \sqrt{a} \sqrt[4]{b^{-1}})$.

112. $\left(\frac{a^2 \pm \sqrt{a^4 - 4b^4}}{2}; \frac{a^2 \mp \sqrt{a^4 - 4b^4}}{2} \right)$.

113. $(ab^2; ab^{-2})$. 114. $a\sqrt[3]{b^2}; a\sqrt[3]{b^{-4}}$.

115. $\left(pq\sqrt{a^q b}; pq\sqrt{b^p a} \right)$. 116. $\left(\frac{a^2}{b}; \frac{b^2}{a} \right)$.

117. (2; 1). 118. $\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{2}}{5} \right)$. 119. $\left(\frac{3}{14}; \frac{1}{14} \right)$.

120. $\left(\left(\frac{m}{n} \right)^{\frac{n}{m-n}}; \left(\frac{m}{n} \right)^{\frac{n}{m-n}} \right)$. 121. (-2; 4);

(1,5; 0,5). 122. (1; 1); (4; 2). 123. (± 1 ; 1);

- $(\sqrt[3]{3^{-1}}; \sqrt[3]{9})$. 124. $(\log_a \frac{\sqrt{b+c} \pm \sqrt{b-c}}{\sqrt{2}};$
 $\log_a \frac{\sqrt{b+c} \mp \sqrt{b-c}}{\sqrt{2}})$. 125. (7 ; 5).
 126. (125 ; 4) ; (625 ; 3). 127. (2 ; 6).
 128. (4 ; 1) ; (1 ; 9). 129. (1,5 ; 0,5).
 130. (4 ; 10) ; (10 ; 4). 131. $(-\infty, +\infty)$.
 132. $(-\infty, \frac{1}{4})$. 133. $(-\infty, 0)$; (1, $+\infty$).
 134. $(-\frac{1}{3}, 2)$. 135. $(-\infty, -1\frac{3}{5})$; $(2\frac{1}{2}, +\infty)$.
 136. $(-\infty, \frac{2}{3})$; (1, $+\infty$). 137. (2,7).
 138. $(-\infty, 2)$; (2, $+\infty$). 139. $(-\infty, +\infty)$.
 140. Lahendit ei ole. 141. $(-\infty, 0)$.
 142. $(-\infty, +\infty)$. 143. (-4, -1) ; (-1,6).
 144. $(-\infty, -3)$; (1, $+\infty$). 145. (1,2) ;
 (3, $+\infty$). 146. $(-\infty, -3)$; (1, $+\infty$).
 147. (1 ; 1,5) ; (2, $+\infty$). 148. (-2,3) ;
 (5, $+\infty$). 149. $(-\infty, -2)$; (7 ; $+\infty$).
 150. (3,12). 151. $(-\infty, \frac{1}{3})$; (4, $+\infty$).
 152. $(1\frac{1}{3}, 5)$. 153. $(-1, \frac{2}{3})$. 154. $(-3, \frac{1}{2})$.
 155. (-1,0) ; (1, $+\infty$). 156. $(-\infty, -2)$;
 (1,5 ; 2). 157. $(-\infty, -2\frac{1}{2})$; $(-\frac{1}{5}, 2)$;
 (2,3). 158. $(-1, -\frac{1}{2})$; $(0, \frac{1}{2})$; (2, $+\infty$).
 159. $(-\infty, -4)$; (-2,1) ; (3,5). 160. (-4, -1) ; (1,4).

161. $(-\infty, -2)$; $(8, +\infty)$. 162. $(\frac{7}{11}, 1\frac{1}{2})$;
 $(1\frac{1}{2}, 11)$. 163. $(-\infty, 1)$; $(1, 2)$. 164. $(-6, -1)$;
 $(0, 3)$. 165. $(-\infty, -5)$; $(-2 ; -1)$; $(4, +\infty)$.
166. $(-\infty, -1)$; $(-1, +\infty)$. 167. Lahendit ei
ole. 168. Lahendit ei ole. 169. $(1, +\infty)$.
170. $(-\infty, -6\frac{1}{4})$. 171. $(-\infty, -9)$; $(17, +\infty)$.
172. $(1, 6)$. 173. $x > -\frac{b}{a}$, kui $a > 0$; $x < -\frac{b}{a}$,
kui $a < 0$.
174. $x > \frac{4}{b-16}$, kui $b < 16$; $x < \frac{4}{b-16}$,
kui $b > 16$. 175. $x < \frac{6}{b^2+2}$.
176. $x > \frac{8}{b^2-4}$, kui $|b| > 4$; $x < \frac{8}{b^2-4}$,
kui $|b| < 4$. 177. $x < \frac{4m-5}{2(2-m)}$, kui $m < -1$ või $m > 2$;
 $x > \frac{4m-5}{2(2-m)}$, kui $-1 < m < 2$. 178. $x < -\frac{2(m-1)}{3(1-2m)}$,
kui $m < 0$ või $m > \frac{1}{2}$; $x > -\frac{2(m-1)}{3(1-2m)}$, kui $0 < m < \frac{1}{2}$.
179. $x < \frac{5(m-2)}{2(m+10)}$, kui $m < -10$ või $m > 2$;
 $x > \frac{5(m-2)}{2(m+10)}$, kui $-10 < m < 2$.
180. $x > \frac{1}{3-a}$, kui $a < -1$ või $a > 3$; $x < \frac{1}{3-a}$,
kui $-1 < a < 3$.

181. $x = \frac{6-t}{4-t} > 0$, kui $t < 4$ või $t > 6$.

182. $x = \frac{a^2-1}{2a} > 0$, kui $a > 1$ või $-1 < a < 0$.

Nulllahend puudub.

183. $x = \frac{2a-4}{6-a}$, kui $4 < a < 5 \frac{1}{2}$.

184. $x = -\frac{3}{m} > 2$, kui $-1,5 < m < 0$.

185. $x = \frac{4-3b}{b(b+2)} < 0$, kui $-2 < b < 0$ või $b > 1 \frac{1}{3}$.

186. $x = \frac{5(a+1)}{7a-2} = \begin{cases} > 0, & \text{kui } a > \frac{2}{7}; \\ = 0, & \text{kui } a = -1. \end{cases}$ $a \neq 2$ või $a < -1$

187. 1) $t > -1$; 2) $t < 4$; $t > 6$. 188. 1) $k < 0$; $k > 1$;

2) $1 < k < 2$; $k \neq 1,5$. 189. $x = \frac{2m-3}{2m+1}$,

kui $2m+1 \neq 0$; $x > 0$, kui $m > 1 \frac{1}{2}$ või $m < -\frac{1}{2}$;

$x < 0$ kui $-\frac{1}{2} < m < 1 \frac{1}{2}$; $x = 0$, kui $m = 1 \frac{1}{2}$;

lahendit ei ole, kui $m = -\frac{1}{2}$. 190. 1) $m < 1 \frac{1}{7}$;

$m = 1 \frac{1}{7}$; $m > 1 \frac{1}{7}$; 2) reaalsed ning erinevad

mis tahes m puhul. 191. $m < -\frac{1}{3}$. 192. $m > 11$.

193. a) $m = -1$; b) $m = -7$. 194. $5 < a < 7 \frac{2}{3}$.

195. 1) $m \neq -5$; $m \neq 1$; 2) $m = -5$; 3) $m = -1$.

196. 14; -7; 8. 197. 78. 198. 1,4,....

199. 1645. 200. 4905. 201. 5050. 202. 156.

203. 396. 204. 645. 205. 5, 8, 11, 14, 17.

206. 11, 15, 19, 23, 27, 31. 207. $\frac{(m+n-1)(m+n)}{2}$

208. 41° ; 2745 m. 209. Ulesandel on neli lahendit:

1) 2, 5, 8, 11, 14, ... ; 2) 11, 8, 5, 2, -1 ... ;

3) $\frac{13 - \sqrt{1609}}{2}$, $\frac{39 - \sqrt{1609}}{6}$, $\frac{39 + \sqrt{1609}}{6}$, ... ;

4) $\frac{13 + \sqrt{1609}}{2}$, $\frac{39 + \sqrt{1609}}{6}$, $\frac{39 - \sqrt{1609}}{6}$,

210. 1) 3, 5, 7, 9 ; 2) -9, -7, -5, -3.

211. 1, -2, -5, -8. 212. $a_{10} = 22$; $a_{11} = 25$.

218. 1) 3, 6, 12, 24, ... ; 2) 3, -6, 12, -24,

219. 1, 2, 4, 8. 220. 1) 3, 6, 12, 24 ;

2) 24, 12, 6, 3. 221. 1) 8 ; 12 ; 18 ; 27 ;

40, 5 ; 2) 27, 18, 12, 8, $5\frac{1}{2}$. 222. 6, 24, 96.

223. 1, 2, 4. 224. 1) 50, 10, 2 ; 2) 50, -10, 2 ;

3) 2, 10, 50 ; 4) 2, -10, 50. 225. 122, 5.

226. 1) 3, 15, 27 ... ; 2) 3, 3, 3 ... ;

3) 3, 9, 27, ... ; 4) 3, -3, 3, -3, ...

227. 1) 3, 15, 75 ; 2) 31, 31, 31. 228. 1) 2, 5, 8 ;

2) 26, 5, -16. 229. Võib, kui need arvud on võrdsed.

230. 1) $\frac{4}{9}$; 2) $\frac{13}{99}$; 3) $\frac{523}{999}$; 4) $15\frac{2}{3}$.

231. 25. 232. $\frac{\pi a^2}{9}$; $\frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}$. 233. $(m - 3)^2$.

234. m . 235. m^2 . 236. 1. 246. 14 ; 3.

247. 7. 248. 12. 249. 15. 250. 9. 251. 5.

252. 4. 253. 9 ; 4. 254. $m = 3$; $n = 6$.

255. $70 a^2 b^2$. 256. $125970 a^7$. 257. C_{17}^8 .

259. 3. 260. $10 x^2$.

SISUKORD.

	Lk.
1. Logaritm- ja eksponentvõrrandid	3
2. Võrratused ja võrrandite uurimine ..	14
3. Progressioonid	20
4. Ühendid ja Newtoni binoom	24
VASTUSED	29

Hind 7 kop.

A-23479

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00329045 1