ARC DU MÉRIDIEN.

SECONDE SECTION.

ARC SEPTENTRIONAL. OPÉRATIONS GÉODÉSIQUES.

XII 792 s

II 3 S. 320
3504 v

ARC DU MÉRIDIEN

DE 25° 20′

ENTRE

LE DANUBE ET LA MER GLACIALE,

MESURÉ,

DEPUIS 1816 JUSQU'EN 1855,

SOUS LA DIRECTION

DE

C. DE TENNER,
GÉNÉRAL D'INFANTERIE DE L'ÉTAT-MAJOR IMPÉRIAL DE RUSSIE,

CHR. HANSTEEN,
DIRECTEUR DU DÉPARTEMENT GÉOGRAPHIQUE ROYAL DE NORVÈGE,

N. H. SELANDER,
DIRECTEUR DE L'OBSERVATOIRE ROYAL DE STOCKHOLM,

F. G. W. STRUVE,
DIRECTEUR DE L'OBSERVATOIRE-CENTRAL-NICOLAS DE RUSSIE

OUVRAGE COMPOSÉ SUR LES DIFFÉRENTS MATÉRIAUX ET RÉDIGÉ

PAR

F. G. W. STRUVE.

PUBLIÉ PAR L'ACADÉMIE DES SCIENCES DE ST. PÉTERSBOURG.

TOME SECOND,

OPÉRATIONS GÉODÉSIQUES ENTRE LE GOLFE DE FINLANDE ET LA MER GLACIALE.

ST. PÉTERSBOURG, 1857.

Commissionnaires de l'Académie Impériale des sciences:

à St.-Pétersbourg
MM. Eggers et Cie,

à Riga
M. Samuel Schmidt,

à Leipzig
M. Léopold Voss.

Prix des deux volumes avec atlas de 26 planches: 10 Roub. arg. = 11 Thlr. 3 Ngr.

SV

N 53

52 | I - 8

Imprimé par ordre de l'Académie.

Décembre 1860.

C. Vessélofski, Secrétaire perpétuel.

TARTU ÜLIKOOLI
RAAMATUKOGU

i 460922 13

Imprimerie de l'Académie Impériale des sciences.

TABLE DES MATIÈRES.

TOME SECOND.

ARC SEPTENTRIONAL. OPÉRATIONS GÉODÉSIQUES ENTRE LE GOLFE DE FINLANDE ET LA MER GLACIALE.

Page.

CHAP. I. Terrain. Forme et dimensions des triangles. Comparaison des triangles des deux arcs, méridional et septentrional ..... 1 à 10

§ 69. Notices générales 1

§ 70. Le terrain entre le Golfe de Finlande et la Mer Glaciale ..... 4 à 9

a. Région des triangles de Finlande, 645 verstes 4

b. » » » de Laponie, 336 verstes 6

c. » » » du Finmarken, 183 verstes 7

§ 71. Comparaison des triangles des 4 régions de l'arc méridional et des 3 régions de l'arc septentrional 9

CHAP. II. Les signaux ..... 11 et 12

§ 72. Les signaux de Finlande 11

§ 73. Les signaux de Laponie et du Finmarken 12

CHAP. III. Instruments employés à la mesure des angles terrestres ..... 13 à 16

§ 74. Instruments employés dans les opérations de Finlande 13

§ 75. Instrument employé dans les opérations de Laponie 15

§ 76. Instrument employé dans les opérations du Finmarken 15

CHAP. IV. § 77. Valeurs définitives des quatre bases de l'arc septentrional, réduites au niveau de la mer 17

CHAP. V. § 78. Finlande. Méthodes d'observation, employées pour la mesure des angles 20

CHAP. VI. Finlande. Calcul des deux côtés fondamentaux, Mustila — Korsmalm et Sarvi-kangas — Linnunsilmä ..... 23 à 32

§ 79. Jonction entre la base d'Elimä et le côté fondamental Mustila — Korsmalm 23

§ 80. Jonction entre la base d'Uleaborg et le côté fondamental Sarvi-kangas — Linnunsilmä 29

CHAP. VII. Finlande. Triangles de continuation primitifs, déduits des journaux d'observation ..... 33 à 58

§ 81. Dispositions 33

§ 82. Tableau K. A. des 7 triangles excédants, au sud du côté fondamental L^{VII} 34

§ 83. Tableau K. B. des 54 triangles principaux de Finlande entre L^{VII} et L^{VIII}. (Comparaison entre les côtés fondamentaux L^{VII} et L^{VIII}.) 36

§ 84. Tableau K. C. des 9 triangles principaux au nord du côté fondamental L^{VIII}, (jusqu'au côté commun avec les triangles de Laponie) 46

§ 85. Analyse des triangles compensés des tableaux K. B. et K. C. ..... 48 à 56

1. Les triangles No. 177, 178 et 179 48

2. Les triangles No. 183 et 184 48

3. Le triangle No. 224. (Comparaison du côté Tornea — Kemi, d'après les opérations de Svanberg et les nôtres.) 49

4. Le triangle No. 225 52

a. Triangulation auxiliaire 52

b. Le triangle No. 225 54

Page.

§ 86. Exactitude des mesures angulaires en Finlande. (Comparaison avec les mesures de l'arc Baltique.) 56

CHAP. VIII. Laponie. Communications de M. Selander ..... 59 à 74

§ 87. Notices générales..... 59

§ 88. Première communication de M. Selander, datée du 27 juillet 1853. Directions observées sur les différentes stations de Laponie..... 60

1. Directions moyennes observées pour la jonction de la base d'Öfver-Tornea avec le côté de triangle Avasaksa — Pullinki..... 60

2. Directions moyennes observées sur les stations des triangles principaux..... 62

§ 89. Seconde communication de M. Selander, datée du 10 août 1855. Résultats des opérations de Laponie 65

1. Renseignements donnés par M. Selander 65

2. La base (d'Öfver-Torneå)..... 66

3. Directions observées et compensées, et logarithmes des distances entre les stations des triangles principaux 67

4. Distance des deux points astronomiques, (Torneå et Stuor-oivi), et direction de la ligne géodésique qui les joint 72

5. Détermination de la latitude de Stuor-oivi 73

6. Observations de l'azimut à Stuor-oivi 74

CHAP. IX. Laponie. Détermination du côté fondamental, Avasaksa — Pullinki..... 75 à 80

§ 90. Notices préliminaires..... 75

§ 91. Résultats du calcul de M. Lindhagen 76

§ 92. Comparaison des deux résultats obtenus, pour le côté fondamental Avasaksa — Pullinki, par les calculs de MM. Selander et Lindhagen. Résultat adopté 79

CHAP. X. Laponie. Les triangles principaux, depuis Tornea jusqu'à Atjik et Bäljatz-vaara..... 81 à 98

§ 93. Notices préliminaires..... 81

§ 94. Tableau des résultats obtenus, pour les triangles principaux, par les calculs de compensation de MM. Selander et Lindhagen 82

§ 95. Considérations sur le tableau du paragraphe précédent..... 88

§ 96. Motifs pour faire un autre calcul des triangles principaux de Laponie, en partant des angles de la plus courte durée comme données primitives..... 91

§ 97. Tableau L. A. des 5 triangles de continuation situés entre le dernier côté des triangles de Finlande et le côté fondamental L^{IX}. (Comparaison entre les côtés fondamentaux L^{VIII} et L^{IX}) 93

§ 98. Tableau L. B. des 17 triangles principaux de Laponie, depuis le côté fondamental L^{IX} jusqu'au côté Bäljatz-vaara — Atjik 95

CHAP. XI. § 99. Finmarken. Introduction ..... 99 et 100

CHAP. XII. Finmarken. Détermination du côté fondamental, Lohdizhjokki — Nuppi-vaara..... 101 à 106

§ 100. Résultats obtenus par le calcul de M. Lindhagen 101

§ 101. Résultat pour le côté fondamental L^{X} 105

CHAP. XIII. Finmarken. Triangles de continuation depuis Atjik jusqu'au point extrême septentrional Fuglenaes..... 107 à 118

§ 102. Calcul de compensation de M. Lindhagen..... 107

§ 103. Tableau M. A. des 5 triangles principaux, entre le dernier côté des triangles de Laponie et le côté fondamental L^{X} (Comparaison entre les côtés fondamentaux L^{IX} et L^{X}) 113

§ 104. Tableau M. B. des 7 triangles de continuation excédants, au nord du côté fondamental L^{X} 115

§ 105. Exactitude des mesures angulaires du Finmarken. Conséquences..... 116

Page.

CHAP. XIV. Calcul de compensation pour les 89 triangles principaux No. 163 à No. 251, en dépendance des quatre côtés fondamentaux L^{VII} à L^{X} ..... 119 à 132

§ 106. Formation et résolution des trois équations finales qui déterminent les coefficients indéterminés x^{VII}, x^{VIII}, x^{IX} 119

§ 107. Bases et côtés fondamentaux, compensés 120

§ 108. Compensation des triangles principaux des tableaux § 83, § 84 et 97, § 98 et 103 121

1. Calcul de compensation pour les triangles entre L^{VII} et L^{VIII} 121
2. Calcul de compensation pour les triangles entre L^{VIII} et L^{IX} 128
3. Calcul de compensation pour les triangles entre L^{IX} et L^{X} 130

CHAP. XV. § 109. Tableau des angles et des côtés définitifs, des 103 triangles qui produisent la jonction entre les 5 points astronomiques de l'arc septentrional, compris entre le Golfe de Finlande et la Mer Glaciale ..... 133 à 148

CHAP. XVI. Les azimuts observés ..... 149 à 164

§ 110. Latitudes des 5 points astronomiques. Instruments et méthodes d'observation 149

§ 111. Les 5 azimuts déterminés 150

1. Azimut à Mäki-päälys, déduit des azimuts observés par M. Woldstedt à Ristisaari et à Kokko-vuori 150
   a. Azimut déterminé à Ristisaari par M. Woldstedt, 1843 150
   b. Azimut déterminé à Kokko-vuori, par M. Woldstedt, 1843 151
   c. Transport des azimuts observés à Ristisaari et à Kokko-vuori sur Mäki-päälys 152
2. Azimut observé à Kilpi-mäki par M. Fedorenko, 1852 154
3. Azimut à Tornea, (église du district), déduit de l'azimut observé par M. Wagner à Kokko-mäki, 1851 156
4. Azimut observé à Stuor-oivi par M. Selander, 1851 161
5. Azimut observé à Fuglenaes par M. Lindhagen, 1850 161

§ 112. Azimuts et distances des stations voisines des points astronomiques 164

CHAP. XVII. Triangles polaires et coordonnées polaires dans les différents arcs partiels ..... 165 à 200

§ 113. Triangles polaires et coordonnées polaires depuis Mäki-päälys jusqu'à Kilpi-mäki 165

§ 114. Triangles polaires et coordonnées polaires depuis Kilpi-mäki jusqu'à Tornea 178

§ 115. Triangles polaires et coordonnées polaires depuis Tornea jusqu'à Stuor-oivi 189

§ 116. Triangles polaires et coordonnées polaires depuis Stuor-oivi jusqu'à Fuglenaes .. 196

CHAP. XVIII. Longueurs des différents arcs partiels. Azimuts déterminés aux deux points extrêmes de chaque arc. Comparaison et compensation des deux azimuts ..... 201 à 206

§ 117. Longueurs des lignes géodésiques entre les couples de points extrêmes des 4 arcs partiels. Azimuts de ces lignes géodésiques, déterminés aux points extrêmes 201

§ 118. Comparaison des azimuts déterminés aux deux points extrêmes de chaque arc partiel 203

§ 119. Compensation des azimuts déterminés aux points extrêmes des arcs partiels. (Tableau des azimuts compensés et des distances définitives) 205

CHAP. XIX. Distances des parallèles pour les quatre arcs partiels ..... 207 à 210

§ 120. Calcul des distances des parallèles 207

§ 121. Résultats que donne le calcul des distances des parallèles. (Distances définitives entre les parallèles des 5 points astronomiques de l'arc compris entre l'île de Hogland et Fuglenaes 209

§ 122. Résumé des deux arcs. (Distances définitives entre les parallèles des 13 points astronomiques de l'arc total, compris entre le Danube et la Mer Glaciale) 210

PIÈCES JUSTIFICATIVES RELATIVES A L'ARC SEPTENTRIONAL.

Page.

I. Angles horizontaux et verticaux observés en Finlande ..... 211 à 323
Avant-propos 215
I. Description des stations trigonométriques 215
II. Altitudes au-dessus de la Mer Baltique, directement déterminées 227
III. Mesure des angles horizontaux 228
IV. Mesure des angles verticaux 230
V. Arrangement du tableau 233
VI. Tableau des angles mesurés 234
II. Journal des opérations géodésiques exécutées, par ordre du gouvernement Norvégien, au Finmarken et sur les îles de la Mer Glaciale ..... 325 à 483
A. Journal des opérations du Finmarken ..... 327 à 389
Avant-propos ..... 329 à 336
I. Notices générales. (Contrôle de la base d'Alten) 329
II. Explication du journal imprimé 333
Tableaux des mesures angulaires horizontales ..... 337 à 377
Mesures angulaires verticales ..... 378 à 389
B. Études relatives aux mesures angulaires horizontales du Finmarken etc. Par W. Struve 391 à 422
1. Mesure des angles horizontaux en 1846, 47; exactitude individuelle 393
2. Mesure des angles horizontaux en 1850; exactitude individuelle 398
3. Exactitude linéaire des divisions et des lectures 401
4. Comparaison de l'exactitude individuelle des mesures faites en 1846, 1847 et en 1850 402
5. Promptitude de la mesure des angles horizontaux 403
6. Exactitude des angles observés, déduite des écarts que présentent les déterminations multiples ..... 405 à 412
a. Écarts dans les angles mesurés en 1846 et 1847 405
b. » » » » » en 1850 407
c. Différences entre les valeurs des angles obtenus, en 1850, par les mouvements opposés de l'instrument 411
7. Comparaison entre l'erreur probable d'un angle déterminé par 12 mises, et les erreurs probables indiquées par les écarts 412
8. Exactitude des angles observés, déduite à l'aide des corrections que fournit le calcul de compensation ..... 413 à 415
a. Les triangles de continuation, mesurés en 1846, 47 413
b. Les triangles de rattachement, mesurés en 1850 414
c. Comparaison des erreurs probables des angles minimes de 1846, 47 et de 1850 415
9. Résumé et conclusions ..... 415 à 422
C. (Mémoire de M. Lindhagen sur la partie géodésique des opérations du Finmarken) Über den geodätischen Theil der norwegischen Gradmessungs-Operationen. Von D. G. Lindhagen 423 à 483
Erste Abtheilung. Bestimmung der absoluten Länge der Hauptdreiecksseite Nuppi-vaara — Lohdizhjokki 425
Zweite Abtheilung. Ausgleichung des Hauptdreiecksnetzes 454
Anhang. Höhen der Norwegischen Dreieckspunkte über der Meeresfläche .... 479 à 483
Höhen der Dreieckspunkte im Hauptdreiecksnetze 480
Höhen der Dreieckspunkte im Verbindungsdreiecksnetze 482

CHAPITRE I.

TERRAIN. FORME ET DIMENSIONS DES TRIANGLES. COMPARAISON DES TRIANGLES DES DEUX ARCS, MÉRIDIONAL ET SEPTENTRIONAL. LES SIGNAUX.

---

§ 69. Notices générales.

Notre arc septentrional est compris entre MÄKI-PÄÄLYS, sur l'île de Hogland, $\varphi = 60° 4' 29''$, et FUGLENAES, $\varphi = 70° 40' 11''$, sur l'île de Kval-öe dans la Mer Glaciale. Il s'étend sur $10° 35' 42''$ de latitude et forme, entre ses points extrêmes, une ligne de 1113 verstes de long. Cette longueur est de 429 verstes plus courte que celle de l'arc méridional qui contient, entre STARO-NEKRASSOWKA et MÄKI-PÄÄLYS, une ligne de 1542 verstes.

Les deux arcs, l'arc septentrional et l'arc méridional, se rencontrent au point MÄKI-PÄÄLYS qui forme le sommet commun des triangles No. 155 et No. 156, sans qu'il existe une jonction complète entre ces deux triangles, par un côté commun. Des opérations exécutées plus tard, pour la levée trigonométrique du Golfe de Finlande, par M. le général W. de Wrangell, mon ancien collaborateur dans la mesure de l'arc Baltique, présentent bien une telle jonction, dans des triangles qui, en traversant le Golfe, ont l'île de Hogland pour centre commun. Mais cette jonction n'a pu être effectuée que par un nombre considérable de triangles, en partie de forme très-désavantageuse, et dans lesquels la mesure des angles était sujette à des difficultés graves, par la petite élévation des sommets des triangles situés sur de bas îlots; sans compter l'accès difficile et le désagrément d'un séjour prolongé sur ces îlots. Il fallait

être marin et avoir en vue l'intérêt hydrographique, pour vaincre tous ces obstacles, comme M. de Wrangell l'a fait. L'exécution d'une telle opération était d'autant moins dans l'intérêt de la mesure de l'arc du méridien, qu'il n'y avait que 6 triangles de continuation excédants au nord de la base de SIMONIS en Ehstonie, et 7 triangles au sud de la base d'ELIMÄ en Finlande, pour atteindre, des deux côtés, le point commun sur Hogland. En outre, j'avais à considérer le sacrifice de temps qu'aurait réclamé cette opération.

1) *Triangles de Finlande.* Ces triangles s'étendent depuis le point méridional MÄKI-PÄÄLYS, sur Hogland, jusqu'au côté TORNEA—KAAKAMA-VAARA, en Laponie. La distance des points extrêmes est de 645 verstes. Les opérations de Finlande commencèrent, en 1830, par la reconnaissance du terrain pour le choix des stations trigonométriques; mais ce ne fut qu'en 1845 que la mesure des angles atteignit TORNEA. Le dernier triangle boréal, formé par les trois stations TORNEA, KIVALO et KAAKAMA-VAARA fut ajouté en 1851, pour produire la jonction géodésique des triangles de Finlande et de Laponie, par le côté commun TORNEA—KAAKAMA-VAARA. Les triangles de Finlande ont été mesurés sous ma direction et d'après mes instructions détaillées. Deux officiers distingués de l'État-major Impérial, Melan et Oberg, actuellement décédés, qui avaient été préparés pour ces travaux par le cours de haute géodésie, tenu à cette époque à l'Observatoire de Dorpat pour des officiers de l'État-major et de la Flotte, travaillèrent à ces mesures pendant les années 1832 à 1835. Depuis, ces officiers étant appelés à diriger eux-mêmes des travaux géodésiques à l'intérieur de l'Empire, je chargeai de la continuation des opérations M. Fr. Woldstedt, élève de M. Argelander, et alors adjoint de l'Observatoire de Helsingfors dont il est aujourd'hui le digne directeur. M. Woldstedt eut pour assistants, dans ses travaux, le géodésiste M. Hällström et d'autres. La mesure des deux bases finlandaises se fit en 1844 et 1845, en commun par MM. Sabler, astronome de Poulkova, et Woldstedt.

2) *Triangles de Laponie.* Ces triangles vont depuis TORNEA jusqu'à BÄLJATZ-WAARA, point situé dans le Finmarken norvégien, par une étendue de 336 verstes. C'est M. Selander, membre de l'Académie des sciences de Suède et directeur de l'Observatoire de Stockholm, qui, avec l'autorisation Royale, avait été chargé par l'Académie de Stockholm de la direction des travaux géodésiques de l'arc de Laponie, et qui les exécuta personnellement, assisté dans cette tâche par M. Skogman, officier de la marine Royale, et par M. Agardh, professeur d'astronomie à l'Université de Lund. La reconnaissance du terrain avait été faite par MM. les académiciens Baron Wrede et Selander en 1845. La mesure des angles, commencée en 1846, fut terminée en 1852. La base, située sur le terrain des triangles de Laponie, fut mesurée par M. Selander, en 1851, à l'aide de l'appareil de Poulkova, et avec l'assistance de nos astronomes, MM. Lindhagen et Wagner.

3) *Triangles du Finmarken norvégien.* Ces triangles s'étendent à 185 verstes, depuis le point le plus méridional ATJIK jusqu'à FUGLENAES, la station la plus septentrionale de notre arc entier. Cette station, située sur l'île de Kval-öe, est à une distance d'à peu près deux verstes au nord-ouest de la ville de Hammerfest, la plus septentrionale des villes de la Terre. FUGLENAES se trouve de l'autre côté de la baie qui forme l'excellent port de cette ville commerçante. Les opérations norvégiennes ont été dirigées par M. Hansteen, directeur du Dépôt géographique de Norvège et de l'Observatoire Royal de Christiania. Il chargea MM. Klouman et Lundh, officiers du génie norvégien, de l'exécution des opérations du Finmarken. Ces deux officiers entreprirent en commun la reconnaissance du terrain, en 1845, simultanément avec celle du terrain de Laponie de la part des géomètres suédois. Il commencèrent la mesure des angles en 1846. M. Klouman ayant terminé, en 1847, les angles qui appartenaient aux triangles principaux, cette partie des opérations fut achevée dans le courant des années 1846 et 1847, malgré la courte durée de la saison qui n'est que de deux à trois mois dans ces régions arctiques. La mesure de la base fut exécutée en 1850, sur les bords de l'Alten-fiord, près d'Alten et de Bosekop, en commun par MM. Lindhagen et Klouman, opération terminée par l'observation des angles terrestres, dans les triangles qui devaient effectuer la jonction entre la dite base et un des grands côtés d'un triangle de continuation.

Les opérations de l'arc septentrional se distinguent, quant à la mesure des angles, de celles de l'arc méridional, en ce que les angles de toutes les stations, à l'exception de quatre, ont pu être mesurés, le statif de l'instrument étant établi directement sur le sol. En effet, les forêts qui, sur la majeure partie du terrain de l'arc méridional, avaient opposé des obstacles presque insurmontables à l'établissement des triangles, diminuent à mesure que l'on avance, du litoral septentrional du Golfe de Finlande, vers le nord. En Finlande il y a bien encore de vastes forêts, mais elles occupent par préférence les bas-fonds, et n'atteignent guères les sommets des rochers granitiques, choisis pour stations de triangles. En tout cas, s'il y a sur ces sommets des arbres, ayant leurs racines dans les crevasses des rochers, ils ne forment plus une forêt épaisse, mais un bois tellement clair, qu'il suffit d'abattre un petit nombre d'arbres, pour avoir l'horizon libre. Au nord de TORNEA, dès qu'on dépasse le cercle polaire, la végétation disparaît sur les points dominants, et nous y avons des rochers nus, ou tout au plus couverts de quelques buissons rabougris épars et de mousses. Cependant, en Finlande, M. Woldstedt a été forcé, sur deux des stations continentales, STRÖMFORS et REVONPESÄMAA, et sur deux des îles basses du Golfe Bothnique, à ULKOGRUNNI et à HYPEN-MÄKI, de donner à son instrument une élévation de 2 à 6 toises au-dessus du sol, à l'aide de fortes poutres, réunies en un statif colossal, entouré d'une galerie isolée du statif. Nous rencontrons encore, parmi les stations de Finlande, trois églises, dont les flèches ou plutôt les barres de fer qui sortaient des flèches, ont servi de points de mire. Ce sont les églises de KEMBELE, de TORNEA et

*

de KEMI. L'instrument cependant avait été établi à KEMBELE et à TORNEA sur le sol. A KEMI, M. Woldstedt n'a point fait d'observations. Mais cette église, étant visible et observée de plusieurs des stations voisines des triangles de continuation, présentait par là une vérification pour ces triangles. KEMI avait été en outre une des stations des opérations de Svanberg en 1802.

Il y a, sur l'arc septentrional, en tout 5 points astronomiques, auxquels la latitude et l'azimut ont été déterminés par l'observation. L'arc septentrional se subdivise par conséquent en 4 arcs partiels.

1. *L'arc de la Finlande méridionale,* depuis MÄKI-PÄÄLYS jusqu'à KILPI-MÄKI,
$\varphi^{IX} = 60° 4' 29''$, $\varphi^{X} = 62° 38' 5''$; donc de $2° 33' 36''$.
2. *L'arc de la Finlande septentrionale,* depuis KILPI-MÄKI jusqu'à TORNEA,
$\varphi^{X} = 62° 38' 5''$, $\varphi^{XI} = 65° 49' 45''$, donc de $3° 11' 40''$.
3. *L'arc de Laponie,* depuis TORNEA jusqu'à STUOR-OIWI,
$\varphi^{XI} = 65° 49' 45''$, $\varphi^{XII} = 68° 40' 58''$, donc de $2° 51' 13''$.
4. *L'arc du Finmarken,* depuis STUOR-OIWI jusqu'à FUGLENAES,
$\varphi^{XII} = 68° 40' 58''$, $\varphi^{XIII} = 70° 40' 11''$, donc de $1° 59' 13''$.

§ 70. Le terrain entre le Golfe de Finlande et la Mer Glaciale.

a. Région des triangles de Finlande entre Mäki-päälys et Kaakama-vaara, depuis 60° 4′ jusqu'à 66° 9′; 645 verstes.

Le terrain des triangles de Finlande est très-varié. Le point initial, le rocher MÄKI-PÄÄLYS, est élevé de $h = 64{,}7$ toises au-dessus du Golfe. Entre ce point et la terre ferme de Finlande la distance est d'environ 40 verstes. Les îlots RISTISAARI et SVARTVIRA, situés à une distance de 25 verstes au nord de Hogland, quoique très-bas, présentaient cependant des stations de triangle convenables. A partir de ces îles, les triangles, en passant par la station TUSKAS sur l'île de Mogenpört-öe, atteignaient le continent dans les deux côtés formés par les stations KOKKO-VUORI, STRÖMFORS et LOVISA. En partant des bords du Golfe vers le nord, le sol de la Finlande s'élève graduellement, et présente une multitude de plaines, plus ou moins grandes, interposées entre un nombre immense de rochers de granit. Les plus grandes de ces plaines contiennent cette multitude de nappes d'eau qui, en couvrant une grande partie des bas-fonds, distinguent la Finlande des autres pays de l'Europe. A 70 verstes au nord de LOVISA, nos opérations rencontrent la suite de lacs qui se prolongent, dans la direction de la méridienne, presque sans interruption depuis 61° 0′ jusqu'à 63° 40′. Parmi ces lacs, le PÄJJÄNE est le plus considérable. Les stations trigonométriques sont placées ici sur les rocs dominants, des deux côtés des lacs; et l'on conçoit

que l'établissement des triangles a dû être favorisé par cette nature du terrain, quant aux vues libres, quoiqu'entravé assez souvent par la difficulté des communications. En quittant les bords de ces lacs, les triangles traversent, au sud de la ville de Kajane, $\varphi = 64° 14'$, un espace de peu d'étendue moins riche en eau. Au nord de cette ville nos triangles franchissent le grand lac Ulea-träsk et atteignent, à la station TEIRI-HARJU la plus grande altitude $h = 171$ toises. La chaîne des triangles établie entre MÄKI-PÄÄLYS et TEIRI-HARJU suit d'assez près la direction de la méridienne de DORPAT, quoique déclinant d'abord du côté occidental, mais puis revenant et coupant cette méridienne près de KILPI-MÄKI, point astronomique central de Finlande, sous 62° 38'. A partir de TEIRI-HARJU, par le côté TEIRI-HARJU—KIVES-VAARA, les triangles prennent, dans une étendue de 110 verstes, jusqu'au milieu du côté LATON-MÄKI—SARVI-KANGAS, une direction inclinée au méridien de près de 70°. Dans des deux points notre opération gagne les bords septentrionaux du Golfe Bothnique, près de la ville d'Uleaborg, $\varphi = 65° 0'$. Entre TEIRI-HARJU et LATON-MÄKI le terrain descend rapidement, car il y a, entre les deux points, une différence du niveau de 158 toises, LATON-MÄKI n'étant qu'à 13 toises au-dessus du Golfe. Sur ce court espace de 110 verstes l'établissement des triangles avait présenté les plus grandes difficultés; et c'est un mérite distingué de M. Woldstedt d'avoir pénétré, par sa persévérance dans les reconnaissances, et à l'aide de percées quelquefois très-longues, à travers les immenses forêts qui couvrent un terrain sans points dominants. Ses triangles sont établis ici des deux côtés de la rivière Ulea-elf, par laquelle les eaux de l'Ulea-träsk s'écoulent dans le Golfe Bothnique. A partir de LATON-MÄKI, les stations se trouvent sur les îles du Golfe. Deux de ces îles, Karl-öe et Ajos, s'élèvent bien encore à 15 et 12 toises au-dessus de la mer, mais RONTTI et ULKOGRUNNI ne sont qu'à une hauteur de 1,2 et 3,2 toises. C'est ce manque de points dominants, qui a rendu l'exécution de la mesure des angles, sur cette partie du Golfe, extrêmement difficile. M. Woldstedt a dû très-souvent profiter des réfractions extraordinaires pour atteindre son but; aussi voyons nous, dans ses journaux, que pour achever les observations d'une seule de ces stations, ULKOGRUNNI, il a dû faire un séjour de près de deux mois sur cette île déserte. Par ces circonstances les travaux géodésiques, entre ULEABORG et TORNEA, ont exigé un travail de trois saisons entières, des années 1840 à 1842, et d'une partie de la saison de 1844 *).

*) Les difficultés indiquées avaient fait renoncer Maupertuis et ses collaborateurs à leur plan primitif d'une mesure de l'arc sur les îles du Golfe, en 1735. Voici ce que dit l'académicien de Paris, dans son ouvrage *Figure de la terre*. Paris 1738, p. 9. «Notre espérance avait toujours été de faire nos opérations sur les côtes du Golfe de Bottnie. La facilité de nous rendre par Mer aux différentes stations, d'y transporter les instruments dans des chaloupes, l'avantage des points de vûë, que nous promettoient les Isles du Golfe, marquées en quantité sur toutes les cartes; tout cela avait fixé nos idées sur ces côtes et sur ces Isles. Nous allâmes aussi-tôt avec impatience les reconnaître; mais toutes nos navigations nous apprirent qu'il falloit renoncer à notre premier dessein. Ces Isles qui

L'élévation moyenne du sol des stations de Finlande est de 79,4 toises, la plus grande étant $h = 171$ toises pour TEIRI-HARJU, la plus petite $h = 1{,}2$ toises pour RONTTI.

Les 70 triangles de continuation de la Finlande présentent, à côté des 3 angles mesurés dans chaque triangle, deux directions diagonales observées, et dans le triangle No. 224 un surplus de mesures angulaires, fourni par une station intermédiaire et par un point accessoire vu des quatre stations. Abstraction faite de ce surplus, nous trouvons, pour les dits 70 triangles, la longueur moyenne d'un côté de triangle de 12846 toises = 23,4 verstes. Le progrès moyen, dans le sens de la méridienne, pour un triangle de Finlande, est $F = 4956$ toises = 9,0 verstes.

Pour la forme des triangles nous avons $\mathfrak{S} = 32273$, donc le $\mathfrak{S}$ moyen = 461,0, et le poids de continuation moyen $\rho = \frac{295{,}5}{461{,}0} = 0{,}641$. Le poids géométrique se trouve $\sigma = \frac{4956}{7500}\rho = 0{,}424$, voir T. I, p. **2** et p. **11**.

b. Région des triangles de Laponie, entre Tornea et Bäljatz-vaara, depuis 65° 50′ jusqu'à 69° 2′; 336 verstes.

La rivière Tornea-elf et son grand affluent le Muonio-elf forment la frontière entre la Russie et la Suède, depuis 65° 50′ jusqu'à 68° 40′. Des deux côtés de ces fleuves se trouvent 19 des triangles de Laponie mesurés par M. Selander. Les deux triangles les plus septentrionaux, et qui ne sont point coupés par la rivière, entrent déjà sur le terrain du Finmarken norvégien. Il y a ici en tout 14 stations situées en Russie, 7 en Suède et 2 en Norvège. Une ligne géodésique tirée entre TORNEA et BÄLJATZ-VAARA tombe entièrement à l'intérieur des triangles, et fait à Tornea un angle de 7° avec le méridien, vers l'ouest.

Nous n'avons pas à nous occuper ici en détail de la nature du terrain de ces triangles; car M. Selander prépare, sur ses opérations, un ouvrage séparé que publiera l'Académie de Stockholm. On voit cependant, par la direction uniforme des triangles et par leurs dimensions, que le terrain a singulièrement favorisé l'établissement des triangles de Laponie, en offrant partout des points dominants de hauteur considérable. L'élévation moyenne des stations de Laponie est certainement plus grande que celle des stations de Finlande. Au moins les triangles de Laponie se terminent, du côté septentrional, aux

---

bordent les côtes du Golfe, et les côtes du Golfe même, que nous nous étions représentées comme des Promontoires, qu'on pourroit apercevoir de très-loin et d'où l'on en pourroit apercevoir d'autres aussi éloignées, toutes ces Isles étaient à fleur d'eau; par conséquent bien-tôt cachées par la rondeur de la Terre; elles se cachoient même l'une l'autre vers les bords du Golfe etc. Après nous être opiniâtrés dans plusieurs navigations à chercher dans ces Isles ce que nous n'y pouvions trouver, il fallut perdre l'espérance et les abandonner».

stations ATJIK et BÄLJATZ-VAARA, élevées de 310 et de 290 toises au-dessus de la Mer Glaciale, le point extrême méridional TORNEA se trouvant à peu de toises au-dessus du Golfe Bothnique. Nous pouvons par conséquent regarder 150 toises comme une valeur approximative de la hauteur moyenne des stations de Laponie, chiffre qui est près du double de la hauteur moyenne = 79,4 toises des stations de Finlande.

Les opérations de M. Selander présentent 21 triangles principaux qui forment la jonction directe la plus avantageuse des points extrêmes. En sus des 86 directions propres à ces triangles, il y a encore 11 directions diagonales observées sur 7 des stations. En négligeant ces diagonales, nous trouvons la longueur moyenne d'un côté de triangle de 17254 toises = 31,5 verstes, donc de 2254 toises = 4,1 verstes plus grande que la longueur adoptée = 15000 toises pour le triangle normal, voyez T. I, p. **2**.

Le progrès moyen dans le sens de la méridienne, produit par un triangle de Laponie, est $F = 8721$ toises = 15,9 verstes.

Pour la forme des triangles, nous trouvons $\mathfrak{S} = 11036$, et le $\mathfrak{S}$ moyen = 525,5, d'où se déduit le poids de continuation moyen $\rho = \frac{295,5}{525,5} = 0,562$, et le poids géométrique $\sigma = \frac{8721}{7500}\rho = 0,653$.

c. Région des triangles du Finmarken, entre Atjik et Fuglenaes, depuis 68° 57′ jusqu'à 70° 4′; 183 verstes.

Notre carte générale, pl. I, nous présente entre les églises de Muonioniska, $\varphi = 68° 0'$, et de Kautokeino, $\varphi = 68° 57'$, un terrain d'où découlent les eaux dans deux directions opposées. Le Muonio-elf descend du versant méridional de ce terrain et jette ses eaux, mêlées à celles du Tornea-elf dans le Golfe Bothnique. La rivière Alten-elv qui descend du versant septentrional, dans une direction opposée, porte ses eaux au Golfe de la Mer Glaciale, nommé Alten-fiord. Les triangles du Finmarken suivent le cours de l'Alten-elv jusqu'à son embouchure, sous $\varphi = 69° 58'$. Puis ils continuent jusqu'à FUGLENAES, $\varphi = 70° 40'$, par plusieurs stations intermédiaires dont trois sont situées sur les îles Seiland, Kval-öe et Haajen. Les deux premiers points trigonométriques du Finmarken, identiques avec les deux dernières stations de Laponie, sont, comme nous l'avons déjà indiqué, à une hauteur de 300 toises au-dessus du niveau de l'océan; le point extrême FUGLENAES ne s'élève qu'à $h = 7$ toises.

L'Alten-elv elle-même parcourt un terrain incliné vers le nord, et qui présente de grandes plaines marécageuses, couvertes de mousse et de quelques broussailles de bouleaux nains, mais presque désertes et même inhabitables. Un grand nombre de lacs se sont formés dans les endroits les plus bas de ces marais, lacs qui sont presque tous en communication avec l'Alten-elv, par un grand nombre de petites

rivières qui s'étendent d'un lac à l'autre et jusqu'à la rivière principale. De ces plaines marécageuses s'élèvent, en grand nombre, des rochers d'une hauteur considérable, et qui fournissaient aux géomètres norvégiens la possibilité d'un établissement avantageux des triangles. Les bords de l'Alten-fiord et les îles situées au nord du fiord offraient également des montagnes dominantes. Pour ces stations voisines de la mer, il y avait une communication facile en chaloupe, au moins jusqu'aux pieds des rochers. Mais il n'en était point ainsi pour les stations de l'intérieur du pays. La seule voie de communication était ici en caravane, à pied et à cheval, caravane qui avait à transporter les hommes, les instruments, les tentes et même les bois pour la construction des signaux. Toujours cette caravane ne pouvait conduire qu'aux pieds des rochers, dont l'ascension présentait partout de grandes difficultés, soit à l'intérieur du pays, soit aux bords de la mer. En effet, l'élévation des stations trigonométriques ne diminuait point à mesure que l'on approchait de la mer, mais elle augmentait plutôt, et sur l'île de Seiland la station JEDKI, éloignée à peu près de 1800 toises = 3,2 verstes de la mer, était sur un roc élevé de 552 toises, ce qui donne un angle moyen d'élévation de 17°. Pour les 13 stations situées au sud de FUGLENAES, la hauteur moyenne est de 369 toises, chiffre qui n'est que de 90 toises plus petit que la hauteur de la limite inférieure des neiges perpétuelles sous $\varphi = 69° 45'$, déterminée par Buch et Wahlenberg dans ces régions mêmes à 458 toises. Trois des stations occidentales en Finmarken dépassaient même la ligne des neiges perpétuelles, savoir HALDI, $h = 464$ toises, KAAVEN, $h = 490$ toises, et JEDKI, $h = 552$ toises.

Les difficultés indiquées du transport avaient engagé M. Hansteen à choisir, pour la mesure des angles en Norvège, un instrument de dimensions plus petites que celles des instruments employés de la part des géomètres russes et suédois; et ce choix a essentiellement contribué au succès des travaux de MM. Klouman et Lundh. La mesure des triangles du Finmarken a certainement été une des opérations les plus difficiles, que présentent les annales de la géodésie. MM. Klouman et Lundh, n'ayant point reculé, ni devant les difficultés multipliées, ni devant les privations que leur imposait ce travail, se sont acquis le mérite d'avoir rendu possible la prolongation de notre arc jusqu'à l'extrémité septentrionale de l'Europe.

Les 12 triangles qui forment la jonction directe entre ATJIK et FUGLENAES contiennent 50 directions. Il y a en sus 14 directions diagonales observées, et 6 directions relatives à la station supplémentaire HAAJEN. Abstraction faite de ces 20 directions accessoires, nous avons, dans les dits 12 triangles, la longueur moyenne d'un côté de 16050 toises = 29,3 verstes, de 1050 toises = 1,9 verste plus forte que la longueur du triangle normal adopté.

Le progrès moyen, dans le sens de la méridienne, produit par un de ces triangles, est $F = 8200$ toises = 15,0 verstes.

La forme des triangles s'énonce par $\mathfrak{S} = 6703$, d'où le $\mathfrak{S}$ moyen $= 558{,}6$, et le poids moyen de continuation $\rho = \frac{295{,}5}{558{,}6} = 0{,}529$. Le poids géométrique se trouve $\sigma = \frac{8200}{7500}\rho = 0{,}578$.

D'après une recherche analogue à celle du Chap. X, T. I, p. **144** à **156**, et qui sera détaillée plus tard, nous avons pour les triangles des trois régions de l'arc boréal, tels qu'ils sont effectivement employés dans cette seconde section, les τ suivants. Voir T. I, p. **11**.

Poids moyen trigonométrique, ou poids de la mesure des angles :

triangles :	de Finlande	de Laponie	du Finmarken
$\tau =$	1,312	0,639	0,242.

Dans le τ du Finmarken, l'augmentation du poids qu'a effectuée l'observation des diagonales, est introduite.

Ces τ combinés aux σ nous conduisent enfin aux

poids généraux des triangles

	de Finlande	de Laponie	du Finmarken
$p =$	0,556	0,417	0,140.

Sur l'unité de ces poids voyez T. I, p. **12**.

§ 71. Comparaison des triangles des 4 régions de l'arc méridional et des 3 régions de l'arc septentrional.

Le tableau ci-joint réunit les différentes quantités, T. I, p. **4** à **11** et T. II, p. **4** à **9**, qui se rapportent aux qualités des triangles des 7 régions, situées entre le Danube et la Mer Glaciale. Il nous donne ainsi un certain coup-d'oeil comparatif sur les qualités moyennes des triangles de ces régions.

Tableau des qualités moyennes dans les triangles des 7 régions.

Région.	Étendue.	Nombre des triangles.	Hauteur moyenne *h*.	Longueur moyenne d'un côté de triangle.	Progrès moyen d'un triangle.	Poids de contin. ρ.	Poids géométr. σ.	Poids trigonom. τ.	Poids général *p*.
	verstes.		toises.	toises.	toises.				
1. Bessarabie.....	335	43	107	11967 (21,9 verstes.)	4505 (8,2 verstes.)	0,670	0,402	0,938	0,378
2. Volynie.....	356	33	146	13975 (25,5 verstes.)	5423 (10,0 verstes.)	0,766	0,554	0,632	0,350
3. Lithuanie.....	482	49	99	13583 (24,8 verstes.)	5380 (9,8 verstes.)	0,697	0,500	0,749	0,374
4. Prov. Baltiques	384	28	80	15318 (28,0 verstes.)	7315 (13,4 verstes.)	0,400	0,390	3,040	1,186
5. Finlande.....	645	70	79	12846 (23,4 verstes.)	4956 (9,0 verstes).	0,641	0,424	1,312	0,556
6. Laponie.....	336	21	150?	17254 (31,5 verstes.)	8721 (15,9 verstes).	0,562	0,653	0,639	0,417
7. Finmarken.....	183	12	343	16050 (29,3 verstes.)	8200 (15,0 verstes.)	0,529	0,578	0,242	0,140.

Nous voyons : ρ est un *maximum*, en Volynie un *minimum* dans les prov. Balt.
σ » » » » Laponie » » » » » »
τ » » » dans les prov. Balt. » » en Finmarken
p » » » » » » » » » » » .

Dès que nous nous rappelons que l'unité du poids p se rapporte, T. I, p. **12**, à un triangle équilatéral de 15000 toises de côté, placé avec un des côtés dans la méridienne, et dans lequel la mesure des angles est sujette à une erreur moyenne de 1″,0; ces p nous font juger des qualités moyennes des triangles dans nos 7 régions, et nous avons à placer :

en première ligne les triangles Baltiques,
» seconde » » » de Finlande,
» troisième » » » de Laponie,
» quatrième » » » de la Russie méridionale,
» cinquième » » » du Finmarken.

Mais ce jugement ne suffit pas pour apprécier les exactitudes relatives dans les différents résultats à déduire des opérations partielles, tels que les longueurs des lignes géodésiques entre les points astronomiques successifs, ou les distances des parallèles voisins. Cette appréciation ne peut être gagnée qu'en considérant l'exactitude et la dépendance de toutes les quantités données par l'observation, nommément encore l'exactitude de la mesure des bases, la jonction des bases aux triangles de continuation et la disposition des bases sur la ligne des opérations. Par une recherche, qui comprend tous ces points, les erreurs probables des distances entre les parallèles de l'arc méridional, ont été trouvées, T. I, § 68, et une seconde recherche nous donnera pareillement les erreurs probables dans les distances des parallèles de l'arc septentrional. Par conséquent, le jugement général sur les qualités des triangles ne conduit guères à une détermination de l'exactitude des résultats d'une opération achevée. Mais celui qui exécute une opération géodésique, pourra tirer profit des considérations qui nous ont conduits à la détermination des quantités moyennes ρ, σ, τ, p. Supposons p. e. qu'entre deux stations éloignées la jonction puisse se faire par deux différentes chaînes de triangles et qu'il faille choisir l'une des deux. La question ne sera pas toujours décidée par l'inspection des deux figures. Néanmoins la décision est simple, car celle des deux jonctions sera préférable, dans laquelle le $[\mathfrak{S}]$ c. à d. la somme des différents $\beta^2 + \gamma^2 + (\beta + \gamma)^2$, T. I, p. **2**, est plus petite.

CHAPITRE II.

LES SIGNAUX.

---

§ 72. Les signaux de Finlande.

Ces signaux sont analogues à ceux des provinces Baltiques, représentés planche XX, fig. 3 et 4. Voyez § 6. Seulement les signaux de Finlande ont été plus petits, la hauteur moyenne n'étant que de 12 pieds. La poutre du milieu était travaillée, dans la partie qui sortait des contrefiches, en forme de cylindre, de 4 pieds de haut sur 7 pouces de diamètre. Tous les signaux étaient peints en noir. Il y avait cependant un petit nombre de signaux de plus grandes dimensions, sur les stations où il fallait élever l'instrument au-dessus du sol, pour voir les objets. Ces signaux plus élevés servaient plutôt de statifs pour l'instrument et pour l'emplacement d'un héliotrope, que pour objets de pointé. Les journaux des opérations de Finlande indiquent, que l'héliotrope a été assez souvent employé, pour rendre visibles, soit les stations très-lointaines, soit celles des stations qui ne se projetaient pas sur le ciel, mais sur le terrain foncé. Dans ces derniers cas, nous voyons qu'à côté de l'emploi de l'héliotrope, nos géomètres ont fait usage de tables verticales, peintes en blanc à la chaux, et placées derrière les signaux, surtout si la distance n'était pas trop grande. Les 70 triangles principaux de Finlande présentent 282 directions. Pour 37 de ces directions l'héliotrope a été employé. Aussi la mesure des triangles sur le Golfe Bothnique, depuis Laton-mäki jusqu'à Tornea, n'aurait-elle guères réussi, sans l'application de ce puissant moyen de rendre visibles les stations les plus éloignées, même à travers les brouillards couchés à la surface de la mer.

§ 73. Les signaux de Laponie et du Finmarken.

Nous attendons des notices détaillées sur les signaux de Laponie dans l'ouvrage de M. Selander. Pour effectuer la jonction entre les triangles de Finlande et de Laponie, par le côté commun TORNEA—KAAKAMA-VAARA, les astronomes russes ont observé, de la station près de TORNEA et sur KIVALO, le signal construit par M. Selander à KAAKAMA-VAARA. Ce signal consistait en un arbre vertical, arrêté par des contrefiches, et qui portait à son bout supérieur un tonneau cylindrique, solidement fixé dans cette place. L'héliotrope n'a pas été employé dans les opérations de Laponie.

En Finmarken, l'érection des signaux présentait de grandes difficultés. Il fallait, comme il a déjà été dit, transporter le bois nécessaire du district d'Alten, où se trouve la forêt de sapins la plus septentrionale en Europe ; car sur le reste du terrain norvégien que notre arc traverse, il n'existe que des arbres rabougris et des bouleaux nains. Naturellement MM. Klouman et Lundh ont dû donner à leurs signaux une construction des plus simples. Un poteau rond, de 12 pieds de long et de 4 pouces de diamètre, était placé sur le roc en position verticale, et retenu dans cette position par trois contrefiches et surtout par un amas de pierres qui s'élevait en cylindre jusqu'à la demi-hauteur du poteau. Les signaux qui devaient être vus d'une très-grande distance, portaient à leur extrémité supérieure un demi-tonneau, placé concentriquement à l'axe du poteau et bien affermi dans cette position. Ce demi-tonneau avait 3 pieds de diamètre sur 2 pieds de haut, et un pied de la hauteur était peint en blanc, l'autre en noir. Cette diversité de couleur était nécessaire, parce que les signaux des stations orientales, vues des stations occidentales considérablement plus élevées en général, se projetaient assez souvent sur le terrain. Les tonneaux furent composés sur les lieux, à l'aide de douves préparées à Alten ; car le transport des tonneaux composés aurait été impossible. Ce que je viens de dire se rapporte aux signaux des triangles principaux.

La jonction entre la base d'ALTEN et le côté fondamental NUPPI-VAARA—LOHDIZHJOKKI a été faite à l'aide de 10 stations auxiliaires. Sur toutes ces stations des signaux furent placés d'une construction soignée et dont la charpente avait été faite à Altengaard. Plusieurs de ces signaux portaient des tonneaux. Le transport des bois de charpente sur les 10 stations n'était sujet qu'à des difficultés moins graves, tant par les petites distances des stations, que par leurs élévations moins considérables. La distance d'Altengaard à la station auxiliaire la plus éloignée, VUOSGOL-VAARA, n'est que de 20 verstes en ligne droite, et l'élévation moyenne des 6 stations intermédiaires entre la base et le côté fondamental est de 125 toises au-dessus du terrain de la base.

CHAPITRE III.

INSTRUMENTS EMPLOYÉS A LA MESURE DES ANGLES TERRESTRES.

---

§ 74. Instruments employés dans les opérations de Finlande.

Le même instrument universel, dont je m'étais servi dans la mesure de l'arc des provinces Baltiques, voyez T. I, p. 17, a été employé sur la plupart des stations de Finlande. Je le désigne ici par A^I. A côté de ce A^I, deux autres instruments universels, construits également dans les ateliers de Munich, par M. Ertel, et que je nomme A^{II} et A^{III}, ont été employés. Un renfort de moyens d'observation devint indispensable, en 1835, pour faire marcher les opérations de cette année d'un pas plus rapide. MM. Oberg et Melan qui, auparavant, avaient observé avec un seul instrument qui réclamait deux observateurs, l'un à la lunette supérieure, l'autre à la lunette inférieure, furent chargés, cette année, de travailler séparément, chacun ayant obtenu son instrument et un aide pour l'observation dans la lunette de vérification. Plus tard, après 1835, M. Woldstedt étant le seul dirigeant de la mesure des angles, l'observation simultanée sur différentes stations, à l'aide de deux instruments, n'eut plus lieu, à l'exception d'une seule fois, en 1845, à l'occasion du rattachement de la base d'Uleaborg, pour lequel M. Sabler exécuta la mesure des angles à Kembele.

En tout il y a en Finlande 83 stations trigonométriques, y compris les triangles de rattachement entre les bases et les triangles principaux. Une énumération fait voir que :

l'instrument A^I a servi sur 64 stations,
» A^{II} » » » 9 »
» A^{III} » » » 10 » .

Les trois instruments, de mêmes dimensions, d'égale force optique et construits sur les mêmes principes, ne différaient que dans quelques détails peu essentiels d'arrangement et d'exécution. Aussi l'expérience n'a-t-elle guères donné à l'un des instruments une supériorité décidée. L'instrument A^{II}, qui était un peu moins commode pour l'usage que les deux autres, n'a été employé qu'en 1835 par Melan. En 1841 et 1842 M. Woldstedt fit usage de A^{III}. Il revint cependant en 1843 à son ancien instrument A^I, qu'il préférait par suite d'une longue habitude, et parce qu'il était un peu moins pesant que l'autre, et par là plus facile à manier pour l'emplacement. Plus tard, l'instrument A^{III} a fait avec M. Lindhagen le trajet de Pétersbourg en Finmarken, où il fut employé, en 1850, pour la mesure des angles aux trois premières stations de rattachement de la base d'Alten, et pour l'observation de l'azimut à Fuglenaes. En 1851 le même instrument A^{III} servit à la mesure des angles dans les triangles de jonction entre les opérations de Finlande et de Laponie, ainsi qu'à la détermination de l'azimut à Tornea. L'instrument A^I fit sa dernière campagne en 1852, voyez T. I, p. 17, à l'intérieur de Finlande, où M. Fedorenko l'employa, à Kilpi-mäki, pour une détermination de l'azimut. Tous les trois instruments sont actuellement, en état d'excellente conservation, dans la collection d'instruments géodésiques de l'Observatoire-Nicolas. Même l'instrument A^I, dont j'avais fait l'acquisition en 1820, est si bien conservé, malgré un usage peu interrompu pendant 35 ans, et malgré les longs transports dans les expéditions successives, qu'il peut servir encore aujourd'hui aux opérations géodésiques les plus exactes.

Je crois devoir mentionner ici le statif, que j'ai donné à cet instrument et qui a contribué essentiellement à le bien conserver. Trois pieds de bois dur, de $3^1/_2$ pieds de haut, réunis en bas et en haut par de forts triangles de fer, en forment le corps essentiel, et l'instrument se place sur les bouts de ces trois pièces. Le triangle en fer d'en bas, couvert de petites planches, recevait des pierres pour augmenter la stabilité du statif avec l'instrument dessus. Le triangle en fer d'en haut portait une assiette carrée, en bois solide, sur laquelle on pouvait placer, dans des rainures voisines de la périphérie, 4 cadres doublés à l'intérieur de toile forte, à l'extérieur de toile cirée et qui, joints à rainures, formaient un coffre fermé d'en haut par une table solide également à rainures. Des courroies réunissaient la table et l'assiette. Ce coffre, aisément soit placé, soit ôté pour l'observation, renfermait l'instrument pendant tout le temps, où les observations cessaient, et le mettait alors à couvert d'humidité et de poussière. C'est que l'instrument sur son statif se trouvait au milieu d'une tente à double toit, pourvue de parois verticales

en toile, de 6 pieds de haut, qui se prêtaient, dans la hauteur des lunettes, à des ouvertures convenables pour l'observation des objets terrestres. L'instrument, une fois établi, restait en sa place jusqu'à ce que les observations fussent entièrement achevées. La tente offrait l'avantage d'abriter l'instrument, pendant l'observation, contre les rayons solaires et contre le vent. Dans les observations de l'azimut, pour voir l'étoile polaire, le toit supérieur fut soulevé au besoin, et dans le toit intérieur une petite ouverture fut coupée, chaque fois recousue après l'usage. L'emploi de cette tente a contribué, soit à la conservation de l'instrument, soit surtout à l'exactitude des observations.

§ 75. Instrument employé dans les opérations de Laponie.

C'est un théodolite construit par M. Littmann à Stockholm, semblable à celui dont Bessel avait fait usage dans la mesure du degré de Prusse. La division avait un diamètre de 12 pouces. La lecture des divisions se faisait les premières années par 4 verniers, plus tard par autant de microscopes. Le même changement avait été fait, après l'achèvement de la mesure du degré de Prusse, dans l'instrument de Bessel. Voyez *Bayer, die Küstenvermessung*, Berlin 1849, p. 50. Pour apprécier l'instrument, il suffit de savoir que M. Littmann est élève de l'école de Munich, et qu'il est pourvu d'une machine à diviser d'Ertel, dont la division est une copie de la division-mère, tracée par Reichenbach sur sa grande machine à diviser qui est encore aujourd'hui la pièce la plus précieuse de l'atelier de M. Ertel.

Nous espérons trouver une description détaillée de ce théodolite dans l'ouvrage de M. Selander, et nous n'avons qu'à mentionner que cet instrument, comme celui de Bessel, n'avait point de lunette de vérification.

§ 76. Instrument employé dans les opérations du Finmarken.

M. Hansteen destina à la mesure des angles terrestres en Finmarken, un instrument universel de Repsold de la collection des instruments de l'Observatoire Royal de Christiania. Cet instrument, également propre pour la mesure des angles terrestres soit horizontaux, soit verticaux, avait deux cercles, le cercle horizontal de 7 pouces, le cercle vertical de 6 pouces de diamètre, chacun divisé immédiatement de 10′ à 10′. Deux microscopes à micromètre, pour chaque cercle, placés aux deux extrémités d'un diamètre, donnaient les subdivisions, le tambour de chaque micromètre étant divisé en 60 parties, dont chacune valait 10″. L'estime des dixièmes donnait la seconde. La lunette avait une ouverture de 12,5 lignes et 12 pouces de longueur focale; le grossissement en était de 25 à 30 fois. Une lunette infé-

rieure, pour vérifier l'invariabilité du porte-microscope, pendant le mouvement azimutal de la lunette supérieure avec le cercle divisé, n'existe pas dans cet instrument qui, abstraction faite de ce manque, était de cette perfection d'exécution qui distingue tous les instruments des frères Repsold. Un statif de construction très-solide, en bois de chêne, servait à l'établissement de l'instrument sur le lieu d'observation.

Sur les extrémités *A* et *B* de la base d'Alten, et sur le point voisin *C*, pl. XIX, l'observation des angles a été faite à l'aide de l'instrument universel A^{III} de l'Observatoire-central-Nicolas.

CHAPITRE IV.

VALEURS DÉFINITIVES DES QUATRE BASES DE L'ARC SEPTENTRIONAL, RÉDUITES AU NIVEAU DE LA MER.

---

§ 77.

J'ai donné, T. I, p. **61**, les longueurs définitives des quatre bases, entre les points extrêmes sur le terrain, et T. I, p. **67**, les erreurs probables auxquelles ces longueurs sont sujettes. Voici le tableau de ces chiffres, auxquels j'ai ajouté les hauteurs moyennes H de ces bases, au-dessus de la mer, et les erreurs probables δH.

Base de	Longueur entre les points extrêmes, $K =$	Erreur probable $\frac{\delta K}{K} =$	$H =$ δH
ELIMÄ	1348,75014 toises	$\mp$ 0,793 µ.	$+$ 10,72 $\mp$ 0,5 toises
ULEABORG.....	1505,31781 »	$\mp$ 0,789 µ.	$+$ 0,71 $\mp$ 0,5 »
ÖFVER-TORNEA	1519,85006 »	$\mp$ 0,729 µ.	$+$ 24,63 $\mp$ 0,5 »
ALTEN	1154,74458 »	$\mp$ 0,793 µ.	$+$ 1,84 $\mp$ 0,5 »

Comme antérieurement, µ. indique un millionième. Les H', ou hauteurs moyennes des deux extrémités, et les réductions dH', pour avoir $H = H' + dH'$, T. I, p. **75**, les latitudes φ et les azimuts des bases,

ENSV Teaduste Akadeemia
Tartu Astronoomia Observatoorium
No

les rayons de courbure correspondants R, les réductions ψ au niveau de la mer et les erreurs probables $\mathfrak{d}\psi$ des réductions sont :

	Elimä.	Uleaborg.	Öfver-Tornea.	Alten.
$H' =$	+ 11,13	+ 1,46	+ 24,43	+ 3,16 toises
$dH' =$	— 0,41	— 0,75	+ 0,20	— 1,32 »
$H =$	+ 10,72	+ 0,71	+ 24,63	+ 1,84 »
$\varphi =$	60° 50′	65° 0′	66° 22′	69° 55′
$\alpha =$	12°,5	40°,0	23°,0	84°,0
$\lg R =$	6,51527	6,51568	6,51564	6,51610
réductions $\psi =$	— 0,00441	— 0,00032	— 0,01142	— 0,00065 toise
erreur prob. $\mathfrak{d}\psi =$	$\mp$ 0,00021	$\mp$ 0,00023	$\mp$ 0,00023	$\mp$ 0,00018 »
$\frac{\mathfrak{d}\psi}{K} =$	$\mp$ 0,153 μ	$\mp$ 0,153 μ	$\mp$ 0,153 μ	$\mp$ 0,153 μ
et $\frac{\mathfrak{d}K}{K} \mp \frac{\mathfrak{d}\psi}{K} = \frac{\mathfrak{D}K}{K} =$	$\mp$ 0,808 μ	$\mp$ 0,804 μ	$\mp$ 0,745 μ	$\mp$ 0,808 μ

Deux de nos bases se trouvaient dans la proximité de la mer, celle d'Uleaborg près du Golfe Bothnique, et celle d'Alten tout près de la Mer Glaciale. La détermination des $H' = \frac{h + h''}{2}$, voyez T. I, p. 75, se fit ici par une voie très-simple, et ces deux H' ne sont sujettes qu'à la petite incertitude dans le niveau de la mer, produite par l'effet accidentel du vent, vu que l'effet de la marée à Alten pouvait être aisément éliminé par une comparaison de la haute et de la basse mer. Les deux autres bases sont, celle d'Elimä à 22 verstes du Golfe de Finlande, et celle d'Öfver-Tornea à 65 verstes du Golfe Bothnique. Dans ces Golfes la marée n'existe pas. Pour les distances indiquées, l'erreur probable de la hauteur des termes des bases, comme l'indiquent les déterminations multiples de ces hauteurs, devait être au-dessous de 0,5 toise. En mettant pour les 4 bases $\mathfrak{d}H = \mp$ 0,5 toise, nous avons déjà pris un chiffre trop fort. Le terrain de la base d'Öfver-Tornea, mesurée par M. Selander, est à peu près identique avec celui des mesures de Maupertuis et de Svanberg. Maupertuis paraît avoir négligé la hauteur de sa base. Svanberg attribue, *Exposition des opérations* etc. Stockholm. 1805, p. 22, à sa base une hauteur de 48,58 mètres = 25,13 toises, sans cependant indiquer, comment ce chiffre a été trouvé; car il n'y a nulle part, dans son ouvrage un calcul hypsométrique détaillé, sur les distances des signaux au zénith indiquées en tête de chaque station, p. 44 à 89, et qui lui ont servi pour réduire à l'horizon les angles inclinés, observés à l'aide du cercle de Borda. L'altitude = 25,13 toises ne diffère de celle trouvée par M. Selander = 24,63 que de 0,5 toise.

En ajoutant les ψ aux K, et en remplaçant les μ par leurs valeurs linéaires en fraction de toise, nous parvenons aux :

Valeurs définitives K^{VII} à K^{X} des 4 bases de l'arc septentrional réduites au niveau de la mer.

Base de	Erreur prob.	Erreur prob.	Carré de l'erreur moyenne en lg K.
ELIMÄ.....	$K^{VII} = 1348{,}74573 \mp 0{,}00109$ toises	$\lg K^{VII} = 3{,}1299300.82 \mp 3{,}15$	$E^{VII} = 27{,}1$
ULEABORG.....	$K^{VIII} = 1505{,}31749 \mp 0{,}00121$ »	$\lg K^{VIII} = 3{,}1776281.08 \mp 3{,}49$	$E^{VIII} = 26{,}7$
ÖFVER-TORNEA..	$K^{IX} = 1519{,}83864 \mp 0{,}00113$ »	$\lg K^{IX} = 3{,}1817974.82 \mp 3{,}23$	$E^{IX} = 22{,}8$
ALTEN.....	$K^{X} = 1154{,}74393 \mp 0{,}00093$ »	$\lg K^{X} = 3{,}0624856.88 \mp 3{,}51$	$E^{X} = 27{,}1$

*

CHAPITRE V.

FINLANDE.

MÉTHODES D'OBSERVATION, EMPLOYÉES POUR LA MESURE DES ANGLES.

---

§ 78.

Pour toute l'étendue de l'arc septentrional, la mesure des angles horizontaux a été faite par réitération des angles simples. Voyez T. I, § 12 et suiv. La répétition ne s'y trouve plus. J'ai donné, T. I, p. 33, les détails qui concernent l'application de la méthode de réitération dans les triangles de l'arc Baltique. L'instruction que j'avais dressée pour les travaux de Finlande, ne contient aucun changement essentiel dans la méthode d'observation. Seulement je remplaçai les 6 mises, adoptées pour l'arc Baltique, par 5 mises, distantes de 18° à 18° sur le limbe, chaque mise étant partagée en deux moitiés, relatives aux deux positions de l'axe horizontal, le cercle vertical étant ou à l'est, ou à l'ouest. Dans ces moitiés chaque objet fut observé deux fois de suite, par les deux mouvements opposés de la vis de rappel. Pour quatre objets *A*, *B*, *C*, *D*, la succession des pointés était celle-ci.

Mise I.

cercle à l'est : *A*, *B*, *C*, *D*; cercle à l'ouest : *D*, *C*, *B*, *A*.

Mise II.

cercle à l'ouest : *A*, *B*, *C*, *D*; cercle à l'est : *D*, *C*, *B*, *A*.

etc.

Par cette disposition les observations deviennent de très-près simultanées pour les différents objets, et par conséquent indépendantes des changements dans l'instrument qui sont proportionnels au temps. Si la première mise avait, pour l'objet *A*, le point de départ 0° 0′ 0″, la suite des départs dans les 5 mises devait être :

I, 0° 0′ 0″; II, 18° 1′ 0″; III, 36° 2′ 0″; IV, 54° 3′ 0″; V, 72° 4′ 0″.

Enfin l'instruction fixait, que toute observation était inadmissible, si les images des objets étaient indistinctes ou trop ondulantes.

Cette instruction a été suivie en Finlande à telle rigueur, qu'il ne se trouve que deux cas, où un objet manque entièrement dans une des mises à faire. Cependant les journaux présentent des mises d'abord incomplètes, l'un et l'autre des objets étant invisible pour le moment. Mais ces mises furent complétées, dès que l'objet redevint visible, par des observations supplémentaires entre l'objet et les deux objets voisins *).

L'arrangement des observations en Finlande présente quelques avantages sur celui dans l'arc Baltique. En Finlande, chaque objet était pointé 4 fois dans chaque mise, donc en tout 20 fois, au lieu de 12 fois dans la mesure Baltique. Dans celle-ci il y avait eu 3 mises, le cercle vertical étant à droite, et 3 mises, le cercle vertical étant à gauche. En Finlande, l'observation de chaque objet dans les deux positions de l'axe horizontal, pour chaque mise, élimine, comme dans l'autre cas, l'effet d'un défaut des images produit par un objectif imparfaitement centré, défaut qui peut être sensible pour un angle entre deux objets d'un éclat très-différent, héliotrope et signal. Mais, en outre, le procédé employé en Finlande double, en quelque sorte, par l'effet d'une petite collimation dans l'axe optique, le nombre des points de départ, en tant qu'ils se rapportent aux verniers.

Tous les angles de Finlande ont été mesurés excentriquement, l'instrument étant placé, sous sa tente, à une distance de quelques toises du centre de la station. Cette distance soigneusement mesurée, et la direction du centre, comparée aux directions des points trigonométriques, fournissaient les données complètes pour trouver la réduction au centre à appliquer à chaque direction observée. Dans les cas, où le point de mire ne coïncidait pas avec le centre de la station, nous trouvons dans les journaux les données requises pour cette seconde réduction. Les calculs définitifs de réduction, qui ne pouvaient se faire qu'après la mesure d'une des bases, furent remises jusqu'à la fin des opérations trigonométriques en

*) Dans ce cas il faut faire un petit calcul de compensation. Car si nous avons les trois données, d'un poids égal, $x = a$, $y = b$ et $x + y = a + b + c$, les valeurs compensées seront $x = a + \frac{1}{3}c$, $y = b + \frac{1}{3}c$.

1845. C'est alors que M. Woldstedt se chargea de ce travail et l'exécuta avec cette précision qui est propre à tous ses calculs. La réduction d'une direction montant assez souvent à une minute et au delà, les observateurs eux-mêmes étaient, pendant et après l'exécution des mesures angulaires, dans une complète ignorance sur l'accord entre la somme des trois angles et 180° + l'excès.

M. Woldstedt ayant achevé en 1846 le calcul des réductions au centre, les appliqua aux directions relatives moyennes, obtenues par les 5 mises, et me fournit ainsi le tableau complet des angles moyens, déterminés sur les différentes stations de Finlande, tous réduits au centre. Ce tableau des *angles observés réduits* a servi de base aux calculs ultérieurs relatifs aux opérations géodésiques de Finlande.

CHAPITRE VI.

FINLANDE.

CALCUL DES DEUX COTÉS FONDAMENTAUX, MUSTILA—KORSMALM ET SARVI-KANGAS—LINNUNSILMÄ.

---

§ 79. Jonction entre la base d'Elimä et le côté fondamental Mustila—Korsmalm.

Pl. XV, fig. 1.

La longueur définitive de la base d'Elimä, réduite au niveau de la mer, se trouve, p. **19** :

$$K^{VII} = 1348{,}74573 \mp 0{,}00109 \text{ toises, } \lg K^{VII} = 3{,}1299300.8 \mp 3.2;\ E^{VII} = 27{,}1.$$

La première figure de la planche XV représente les 7 stations qui produisent la jonction entre la base d'Elimä = *AB* et le côté fondamental *FG* = Mustila—Korsmalm, côté transversal des deux triangles No. 162 et 163, pl. XI. Le tableau sus-mentionné de M. Woldstedt contient les directions moyennes, déterminées aux centres des 7 stations. Le rapport entre *AB* et *FG* étant plus que déterminé par ces directions, il s'agit d'un calcul de compensation pour trouver la valeur la plus probable du côté *FG*. Ce calcul peut être fait dans deux hypothèses. Si les directions observées sur chaque station ont cette qualité, que l'angle compris entre deux directions quelconques jouit toujours de la même précision, nous avons à résoudre le problème de sorte, que la somme des carrés des corrections, à porter sur les différentes directions primitives, devienne un *minimum*. Mais cette qualité n'existe pas en toute rigueur; car l'angle

compris entre deux objets, pointés dans l'espace de peu de minutes, est plus exactement déterminé que l'angle formé par deux directions dont l'observation est séparée par un plus long intervalle de temps. Cela nous conduirait à regarder les *angles de la plus courte durée*, et ce sont ici sans exception les angles entre les objets voisins, comme les données primitives. Dans cette seconde hypothèse, le calcul de compensation aurait pour but, de rendre un *minimum* la somme des carrés des corrections à porter sur ces angles. Donc, en désignant par $a, b, c, d\ldots$ les corrections à porter sur les directions $A, B, C, D\ldots$, nous aurions

$$\text{dans la première hypothèse,} \quad a^2 + b^2 + c^2 + d^2 + \ldots = \textit{minimum},$$
$$\text{» » seconde » ,} \quad (b-a)^2 + (c-b)^2 + (d-c)^2 + \ldots = \textit{minimum}.$$

Or, ni l'une ni l'autre des deux hypothèses ne correspond entièrement aux observations effectives; mais, en tout cas, les compensations faites dans les deux hypothèses s'écartent dans des sens opposés, du résultat que fournirait une solution rigoureuse du problème. Par cette considération on se sent engagé, à résoudre le problème dans les deux hypothèses, et à regarder la moyenne des deux valeurs de l'inconnue *FG* qu'elles fournissent, comme le résultat définitif. Ce procédé se justifie encore de ce que la solution rigoureuse du problème est à peu près impossible, car nous manquons de toute expression analytique pour le changement probable dans l'état de l'instrument pendant la durée d'une mise, changement qui sera même très-variable dans les différentes mises. En outre, les deux calculs donnent des résultats tellement rapprochés l'un de l'autre, que la différence en est inférieure à l'erreur probable, à laquelle chaque résultat est sujet.

Les voies par lesquelles les compensations des deux espèces s'achèvent, étant connues, j'omettrai ici les détails des calculs et je ne présenterai que les données complètes de départ et les résultats principaux des calculs. M. Peters s'était chargé du calcul de compensation qui part des directions; M. Woldstedt a fait les calculs de compensation relatifs aux angles de la plus courte durée. Dans les deux tableaux suivants, les corrections déduites de l'opération de compensation sont placées à côté des quantités observées.

1. Directions observées, et corrections c de ces direction.

A. Terme sept. de la base.

Objet.	Observ.	Corr. c.
B	0° 0′ 0″,000	— 0″,629
D	23 41 1,918	— 0,259
C	79 42 10,982	+ 0,888

B. Terme mérid. de la base.

D	0″ 0′ 0″,000	— 0″,044
C	103 6 16,063	— 0,625
A	139 18 6,382	+ 0,669

C. Linnan-kallio.

A	0° 0′ 0″,000	— 0″,943
B	64 5 54,429	+ 0,529
D	107 40 43,819	+ 0,212
G	148 26 54,234	— 0,286
E	186 16 2,482	— 0,414
F	233 42 16,468	+ 0,900

D. Brefberg.

Objet.	Observ.	Corr. c.
G	0° 0′ 0″,000	+ 0″,121
E	74 50 43,986	— 0,397
F	90 54 11,972	— 0,206
C	124 49 35,144	— 0,070
A	141 7 39,596	+ 0,316
B	158 8 30,309	+ 0,237

E. Lähdet-kallio.

F	0° 0′ 0″,000	— 0″,248
C	95 47 9,702	+ 0,330
D	147 13 0,406	+ 0,167
G	224 35 35,633	— 0,250

F. Mustila.

C	0° 0′ 0″,000	— 0″,419
D	20 3 3,127	— 0,106
E	36 46 34,202	— 0,128
G	67 36 31,521	+ 0,654

G. Korsmalm.

Objet.	Observ.	Corr. c.
F	0° 0′ 0″,000	+ 0″,164
E	13 45 38,436	— 0,595
C	27 8 4,119	+ 0,380
D	41 42 19,720	+ 0,052

2. Angles observés entre les objets voisins et corrections k et k′ de ces angles.

Les corrections k' de ce second tableau sont celles qu'a fournies le calcul de compensation qui part des angles. A côté de ces corrections k' j'ai placé les corrections k que donne, pour les mêmes angles, la compensation des directions du tableau précédent. Ces k sont les différences des couples de c successifs du premier tableau, et la correction k du premier des angles *BAD* p. e. s'est trouvée par $k = +\ 0''{,}629 - 0''{,}259 = +\ 0''{,}370$.

A. Terme sept. de la base.

Angle.	Observ.	Corr. k'.	Corr. k.
BAD	23° 41′ 1″,918	+ 0″,774	+ 0″,370
DAC	56 1 9,064	+ 1,327	+ 1,147

B. Terme mérid. de la base.

DBC	103° 6′ 16″,063	— 0″,379	— 0″,581
CBA	36 11 50,319	+ 0,890	+ 1,294

C. Linnan-kallio.

ACB	64° 5′ 54″,429	+ 1″,291	+ 1″,472
BCD	43 34 49,390	+ 0,106	— 0,317
DCG	40 46 10,415	— 0,199	— 0,498
GCE	37 49 8,248	— 0,054	— 0,128
ECF	47 26 13,986	+ 1,045	+ 1,314

D. Brefberg.

Angle.	Observ.	Corr. k'.	Corr. k.
GDE	74° 50′ 43″,986	— 0″,535	— 0″,518
EDF	16 3 27,986	+ 0,080	+ 0,191
FDC	33 55 23,172	— 0,128	+ 0,136
CDA	16 18 4,452	— 0,037	+ 0,386
ADB	17 0 50,713	— 0,282	— 0,079

E. Lähdet-kallio.

FEC	95° 47′ 9″,702	+ 0″,455	+ 0″,578
CED	51 25 50,704	— 0,161	— 0,163
DEG	77 22 35,227	— 0,441	— 0,417

F. Mustila.

CFD	20° 3′ 3″,127	+ 0″,474	+ 0″,313
DFE	16 43 31,075	+ 0,212	— 0,022
EFG	30 49 57,319	+ 0,866	+ 0,782

G. Korsmalm.

Angle.	Observ.	Corr. k'.	Corr. k.
FGE	13° 45′ 38″,436	— 0″,990	— 0″,759
EGC	13 22 25,683	+ 0,923	+ 0,975
CGD	14 24 15,601	— 0,236	— 0,328.

Les différences $k' - k$ entre les corrections des angles, trouvées par les deux compensations, vont depuis 0″,000 jusqu'à $\mp$ 0″,423. La somme des $(k' - k)^2 = 1{,}257$ conduit à une différence probable $(k' - k) = \mp$ 0″,158, qui est de beaucoup inférieure à l'erreur probable à laquelle reste sujet l'angle, après avoir été compensé, erreur dont le montant se trouve entre 0″,5 et 0″,6.

Si nous ajoutons maintenant les corrections k et k' aux angles observés du second tableau, nous parvenons à deux systèmes d'angles compensés, qui effectuent la jonction définitive entre la base *AB* et le côté fondamental *FG*. Le tableau qui suit contient ces deux systèmes I et II, relatifs aux corrections k et k'.

3. Angles définitifs dans les deux systèmes I et II.

A. Terme sept. de la base.

		I.	II.
BAD	23° 41′	2″,288	2″,692
DAC	56 1	10,211	10,391

B. Terme mérid. de la base.

		I.	II.
DBC	103° 6′	15″,482	15″,684
CBA	36 11	51,613	51,209

C. Linnan-kallio.

		I.	II.
ACB	64° 5′	55″,901	55″,720
BCD	43 34	49,073	49,496
DCG	40 46	9,917	10,216
GCE	37 49	8,120	8,194
ECF	47 26	15,300	15,031

D. Brefberg.

		I.	II.
GDE	74° 50′	43″,468	43″,451
EDF	16 3	28,177	28,066
FDC	33 55	23,308	23,044
CDA	16 18	4,838	4,415
ADB	17 0	50,634	50,431

E. Lähdet-kallio.

		I.	II.
FEC	95° 47	10″,280	10″,157
CED	51 25	50,541	50,543
DEG	77 22	34,810	34,786

F. Mustila.

		I.	II.
CFD	20° 3′	3″,440	3″,601
DFE	16 43	31,053	31,287
EFG	30 49	58,101	58,185

G. Korsmalm.

		I.	II.
FGE	13° 45′	37″,677	37″,446
EGC	13 22	26,658	26,606
CGD	14 24	15,273	15,365.

*

Dans chacun des deux systèmes, les angles jouissent de cette qualité, que les différentes combinaisons possibles et qui forment une suite de triangles, depuis la base *AB* jusqu'au côté *FG*, donnent le même rapport *AB* : *FG*, ou des valeurs identiques de *FG* en partant de *AB*, abstraction faite des petites inexactitudes que produit l'accumulation des erreurs tabulaires. Cette identité sert de contrôle pour l'exactitude de l'opération de compensation. Des dites combinaisons, j'ai choisi deux, pour lesquelles le calcul était le plus avantageux, et j'ai regardé, dans chaque système, la moyenne des deux valeurs obtenues comme la valeur finale de *FG*. Les corrections k et k' conduisent encore à la détermination de l'erreur probable d'une direction observée pour le système I, et d'un angle observé pour le système II. Cette recherche a donné :

dans le système I, l'erreur probable d'une direction observée $= 0''{,}458$
» » » II, » » d'un angle observé $= 0{,}586$.

Nous déduisons du premier chiffre l'erreur probable d'un angle observé quelconque $0{,}458\sqrt{2} = 0''{,}648 > 0''{,}586$. Par conséquent l'expérience a confirmé, ce qui a été dit T. II, p. **24**, que les angles entre deux objets voisins sont un peu plus exacts que les angles formés par deux directions quelconques.

L'opération de compensation fournit a côté de la valeur définitive de *FG* encore la détermination de l'erreur probable de cette quantité, en tant qu'elle dépend de l'imperfection de la mesure angulaire.

Par ces voies sont obtenus les chiffres suivants relatifs à la longueur du côté $FG = L^{VII}$, dans les deux systèmes.

	err. pr.		err. pr.
Système I, L^{VII}	$= 9304{,}2264 \mp 0{,}0526$ toises;	$\lg L^{VII}$	$= 3{,}9686802.7 \mp 24.5$
» II,	$= 9304{,}2626 \mp 0.0520$ »		$= 3{,}9686819.6 \mp 24.3$
Différence	0,0382 toise		0,0000016.9.

Nous prenons à présent la moyenne des deux valeurs, et à cette moyenne nous attribuons également une erreur probable moyenne entre les deux, quoiqu'elle doive être tant soit peu plus petite que cette moyenne. Cette erreur moyenne doit être combinée avec l'erreur probable de la base elle-même, T. II, p. **19**. C'est ainsi que nous parvenons au résultat que voici :

Longueur du côté fondamental.

Mustila—Korsmalm ..... $L^{VII} = 9304{,}2445 \mp 0{,}0529$ toises;
$\lg L^{VII} = 3{,}9686811.2 \mp 24.7.$
Carré de l'err. moy. en $\lg L^{VII}$: $F^{VII} = 1310{,}2 + 27{,}1 = 1337{,}3.$

§ 80. Jonction entre la base d'Uleaborg et le côté fondamental Sarvi-kangas—Linnunsilmä.

Planche XV, fig. 2.

Il y a dans cette jonction également 7 stations *A* à *G*. Mais les angles du dernier triangle *EFG* ont été mesurés séparément, et le calcul de compensation ne s'étend que de la base *AB* jusqu'au côté *EF*. Le tableau 1. ne contiendra par conséquent que les directions observées, relatives à cette compensation. Les trois angles du triangle *EFG* rentreront dans les tableaux 2 et 3, et les corrections des angles de ce triangle seront identiques dans les deux systèmes I et II. Les calculs de compensation ont été faits, pour cette jonction, également par MM. Peters et Woldstedt.

La valeur définitive de la base d'Uleaborg, *AB*, réduite au niveau de la mer est donnée T. II, p. 19 :

$K^{VIII} = 1505{,}31749 \mp 0{,}00121$ toises; $\lg K^{VIII} = 3{,}1776281.1 \mp 3.5$; $E^{VIII} = 26{,}7$.

1. Directions observées et corrections c de ces directions.

A. Oritkaari.

Objet.	Observ.	Corr. *c.*
D	0° 0′ 0″,000	+ 0″,184
C	76 49 3,432	+ 0,605
B	91 55 23,493	+ 0,448
F	120 23 3,881	— 1,237

B. Klemola.

F	0° 0′ 0″,000	— 0″,258
A	139 17 50,270	— 0,173
C	224 4 10,273	+ 0,429

C. Länkisen-kangas.

F	0° 0′ 0″,000	+ 0″,184
B	39 45 12,400	— 0,358
A	119 52 32,037	— 0,501
D	175 16 0,639	— 0,286
E	238 7 0,873	+ 0,962

D. Intion-kangas.

Objet.	Observ.	Corr. *c.*
E	0° 0′ 0″,000	— 0″,551
C	80 56 52,343	+ 0,289
F	84 0 52,481	+ 0,706
A	128 44 20,423	— 0,444

E. Sarvi-kangas.

F	0° 0′ 0″,000	+ 0″,078
C	30 34 42,078	— 0,296
D	66 46 46,954	+ 0,219

F. Kembele.

A	0° 0′ 0″,000	— 0″,101
B	12 14 29,739	+ 1,142
D	14 53 30,743	— 0,024
C	16 33 30,141	— 0,153
E	44 5 50,905	— 0,866

2. Angles entre les objets voisins observés et corrections k et k′ de ces angles.

A. Oritkaari.

Angle.	Observ.	Corr. k'.	Corr. k.
DAC	76° 49′ 3″,432	— 0″,025	+ 0″,421
CAB	15 6 20,061	— 0,449	— 0,157
BAF	28 27 40,388	— 1,445	— 1,685

B. Klemola.

FBA	139° 17′ 50″,270	+ 0″,154	+ 0″,085
ABC	84 46 20,003	+ 0,587	+ 0,602

C. Länkisen-kangas.

FCB	39° 45′ 12″,400	— 0″,281	— 0″,542
BCA	80 7 19,637	+ 0,167	— 0,143
ACD	55 23 28,602	+ 0,484	+ 0,215
DCE	62 51 0,234	+ 1,122	+ 1,248

D. Intion-kangas.

EDC	80° 56′ 52″,343	+ 1″,041	+ 0″,840
CDF	3 4 0,138	— 0,079	+ 0,417
FDA	44 43 27,942	— 0,469	— 1,150

E. Sarvi-kangas.

Angle.	Observ.	Corr. k'.	Corr. k.
FEC	30° 34′ 42″,078	+ 0″,520	— 0″,374
CED	36 12 4,876	+ 0,441	+ 0,515
GEF	44 1 53,097	— 0″,785	

F. Kembele.

AFB	12° 14′ 29″,739	+ 0″,927	+ 1″,243
BFD	2 39 1,004	— 1,039	— 1,166
DFC	1 39 59,398	— 0,460	— 0,129
CFE	27 32 20,764	— 0,897	— 0,713
EFG	92 56 19,762	— 0,785	

G. Linnunsilmä.

FGE	43° 1′ 49″,864	— 0″,785

Les 18 différences $k' - k$ sont ici en général plus fortes que celles dans l'opération relative à la base d'Elimä, T. II, p. **26**. La somme des $(k' - k)^2 = 2{,}413$ donne la montant probable d'un $(k' - k)$ égal à $\mp 0''{,}247$, qui était $\mp 0''{,}158$ pour l'autre opération. Ce $(k' - k) = \mp 0''{,}247$ est cependant bien inférieur à l'erreur probable d'un angle compensé, qui est $0''{,}70$ dans le système I, et $0''{,}55$ dans le système II.

3. Angles définitifs dans les deux systèmes I et II.

A. Oritkaari.

		I.	II.
DAC	76° 49′	3″,853	3″,407
CAB	15 6	19,904	19,612
BAF	28 27	38,703	38,943

B. Klemola.

		I.	II.
FBA	139° 17′	50″,355	50″,424
ABC	84 46	20,605	20,590

C. Länkisen-kangas.

		I.	II.
FCB	39° 45′	11″,858	12″,119
BCA	80 7	19,494	19,804
ACD	55 23	28,817	29,086
DCE	62 51	1,282	1,356

D. Intion-kangas.

		I.	II.
EDC	80° 56′	53″,183	53″,384
CDF	3 4	0,555	0,059
FDA	44 43	26,792	27,473

E. Sarvi-kangas.

		I.	II.
FEC	30° 34′	41″,704	42″,598
CED	36 12	5,391	5,317
GEF	44 1	52″,312	

F. Kembele.

		I.	II.
AFB	12° 14′	30″,982	30″,666
BFD	2 38	59,838	59,965
DFC	1 39	59,269	58,938
CFE	27 32	20,051	19,867
EFG	92 56	18″,977	

G. Linnunsilmä.

		I et II.
FGE	43° 1′	49″,079

Voici maintenant les résultats des calculs de compensation, obtenus par la voie indiquée T. II, p. **28**.

Système I, erreur probable d'une direction observée $= 0''{,}570$
» II, » » d'un angle observé $= 0{,}640$.

Le premier chiffre donne l'erreur pr. d'un angle observé quelconque $= 0{,}570\sqrt{2} = 0''{,}806 > 0''{,}640$. L'expérience énonce ici une seconde fois, que les angles entre deux objets voisins sont plus exacts, que les angles formés par deux directions quelconques.

		err. pr.		err. pr.
Système I,	$L^{VIII} = 8989{,}0112$	$\mp 0{,}0509$ toises;	$\lg L^{VIII} = 3{,}9537119.1$	∓ 24.6
» II,	$= 8989{,}0379$	$\mp 0{,}0491$ »	$= 3{,}9537132.1$	∓ 23.7
Différence	$0{,}0267$		$0{,}0000013.0$	

La moyenne des deux valeurs, eu égard pour l'erreur probable à l'incertitude de la base elle-même, se trouve enfin :

Longueur du côté fondamental

LINNUNSILMÄ — SARVI-KANGAS.. $L^{VIII} = 8989{,}0245 \mp 0{,}505$ toises
$\lg L^{VIII} = 3{,}9537125.6 \mp 24{,}4$
Carré de l'err. moy. en $\lg L^{VIII}$: $F^{VIII} = 1283{,}0 + 26{,}7 = 1309{,}7$.

CHAPITRE VII.

FINLANDE.

TRIANGLES DE CONTINUATION PRIMITIFS, DÉDUITS DES JOURNAUX D'OBSERVATION.

---

§ 81. Dispositions.

Le tableau des angles primitifs composé par M. Woldstedt, et dont j'ai fait mention à la fin du § 78, T. II, p. 22, a fourni pour chacun des triangles les trois angles observés. La série des 70 triangles de continuation en Finlande forme les trois tableaux différents.

Tableau K. A, contenant les 7 triangles de continuation excédants, No. 156 à No. 162, pl. XI, situés au sud du côté fondamental MUSTILA—KORSMALM, jusqu'à MÄKI-PÄÄLYS.

Tableau K. B, contenant les 54 triangles principaux, No. 163 à No. 216, pl. XI à XIV, situés entre les deux côtés fondamentaux de Finlande MUSTILA—KORSMALM et SARVI-KANGAS—LINNUNSILMÄ.

Tableau K. C, qui contient les 9 triangles principaux, No. 217 à No. 225, pl. XIV, situés au nord du côté SARVI-KANGAS—LINNUNSILMÄ jusqu'au côté TORNEA—KAAKAMA-VAARA, commun aux opérations de Finlande et de Laponie.

Dans les triangles du tableau K. B, pl. XII, nous rencontrons deux diagonales observées, une entre WILJAMIN-VUORI et TAMMI-MÄKI, l'autre entre WATER-VUORI et LAJA-VUORI. Nous avons pris ces dia-

gonales en considération, et les triangles No. 177, 178, 179 et No. 183 et 184 ont été dûment compensés pour ce surplus de données. Des compensations pareilles ont eu lieu dans les triangles No. 224 et No. 225. Les quatre notes du § 85 donneront l'analyse de ces compensations.

Pour l'explication des colonnes que contiennent les tableaux suivants, voyez T. I, p. **95** et p. **112**.

§ 82. Tableau K. a. des 7 triangles de continuation excédants, au sud du côté fondamental L^{VII}.

Les triangles partent du côté fondamental Mustila—Korsmalm = L^{VII}, T. II, p. **28**,

$L^{VII} = 9304{,}2445 \mp 0{,}0529$ toises.

$\lg L^{VII} = 3{,}9686811.2$, avec le carré de l'erreur moyenne $F^{VII} = 1337{,}3$.

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K. a. 1.	STRÖMFORS.....	52° 0′ 42″,38	42″,24	3,9686811.2	
No. 162.	KORSMALM.....	86 58 7,64	7,49	4,0714714.6	$\mathfrak{S} = 836{,}2$
	MUSTILA.....	41 1 10,42	10,27	3,8891925.6	$\Omega = 0{,}762$
	Somme	180 0 0,44	0,00		$\mathfrak{T} = 637{,}1$
		Corr. + 0,25	0,691 Exc.		
K. a. 2.	LOVISA.....	60 41 4,27	3,35	3,8891925.6	
No. 161.	STRÖMFORS.....	66 13 37,42	36,51	3,9102000.5	$\mathfrak{S} = 384{,}4$
	KORSMALM.....	53 5 21,06	20,14	3,8515642.6	$\Omega = 0{,}762$
	Somme	180 0 2,75	0,00		$\mathfrak{T} = 292{,}9$
		Corr. — 2,27	0,484 Exc.		
K. a. 3.	TUSKAS.....	44 41 5,97	6,22	3,8515642.6	
No. 160.	STRÖMFORS.....	76 5 12,72	12,98	3,9915474.9	$\mathfrak{S} = 584{,}6$
	LOVISA.....	59 13 40,55	40,80	3,9385789.4	$\Omega = 0{,}762$
	Somme	180 0 —0,76	0,00		$\mathfrak{T} = 445{,}3$
		Corr. + 1,34	0,575 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K. A. 4.	KOKKO-VUORI	51° 59′ 0″,60	0″,28	3,9385789.4	
No. 159.	TUSKAS	79 56 24,82	24,50	4,0354162.6	$\mathfrak{S} = 626,5$
	STRÖMFORS.....	48 4 35,54	35,22	3,9137395.8	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 0,96	0,00		$\mathfrak{T} = 477,4$
		Corr. — 0,29	0,673 Exc.		
K. A. 5.	RISTISAARI	58 28 3,42	3,11	3,9137395.8	
No. 158.	TUSKAS	61 16 40,46	40,14	3,9261046.1	$\mathfrak{S} = 311,5$
	KOKKO-VUORI	60 15 17,06	16,75	3,9217640.4	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 0,94	0,00		$\mathfrak{T} = 237,4$
		Corr. — 0,36	0,576 Exc.		
K. A. 6.	SVARTVIRA	83 15 37,85	37,04	3,9217640.4	
No. 157.	RISTISAARI	47 41 26,75	25,93	3,7937255.0	$\mathfrak{S} = 257,3$
	TUSKAS	49 2 57,85	57,03	3,8028791.9	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 2,45	0,00		$\mathfrak{T} = 196,0$
		Corr. — 2,07	0,376 Exc.		
K. A. 7.	MÄKI-PÄÄLYS	24 3 8,32	8,57	3,8028791.9	
No. 156.	SVARTVIRA	67 42 17,32	17,57	4,1589305.7	$\mathfrak{S} = 1504,1$
	RISTISAARI	88 14 33,62	33,86	4,1924709.1	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 —0,74	0,00		$\mathfrak{T} = 1146,1$
		Corr. + 1,62	0,879 Exc.		

§ 83. Tableau K.B. des 54 triangles principaux de Finlande entre L^{VII} et L^{VIII}.

L^{VII} = MUSTILA—KORSMALM = 9304,2445 $\mp$ 0,0529 toise, p. 28.

Lg L^{VII} = 3,9686811.2, avec le carré de l'erreur moyenne F^{VII} = 1337,3.

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K.B. 1. No. 163.	PORLOM I.	59° 29′ 48″,56	49″,04	3,9686811.2	$\mathfrak{S}$ = 205,0 Ω = 0,762 $\mathfrak{T}$ = 156,2
	MUSTILA.	50 28 48,14	48,61	3,9206564.7	
	KORSMALM	70 1 21,88	22,35	4,0064232.5	
	Somme	180 0 —1,42	0,00		
		Corr. + 2,12	0,699 Exc.		
K.B. 2. No. 164.	PORLOM II	91 1 22,44	22,38	4,0064232.5	$\mathfrak{S}$ = 0,4 Ω = 0,762 $\mathfrak{T}$ = 0,3
	MUSTILA.	1 23 22,42	22,35	2,3911988.3	
	PORLOM I.	87 35 15,33	15,27	4,0061073.8	
	Somme	180 0 0,19	0,00		
		Corr. — 0,17	0,024 Exc.		
K.B. 3. No. 165.	PERHENIEMI.	66 20 52,26	51,79	4,0061073.8	$\mathfrak{S}$ = 204,1 Ω = 0,762 $\mathfrak{T}$ = 155,5
	PORLOM II	51 8 39,18	38,72	3,9355980.1	
	MUSTILA.	62 30 29,96	29,49	3,9921745.3	
	Somme	180 0 1,40	0,00		
		Corr. — 0,65	0,745 Exc.		
K.B. 4. No. 166.	WILLIKKALA.	93 40 25,79	26,78	3,9921745.3	$\mathfrak{S}$ = 232,9 Ω = 0,762 $\mathfrak{T}$ = 177,5
	PERHENIEMI.	38 53 14,17	15,17	3,7908851.5	
	PORLOM II	47 26 17,05	18,05	3,8602702.9	
	Somme	180 0 —2,99	0,00		
		Corr. + 3,42	0,429 Exc.		
K.B. 5. No. 167.	HUHTMAR	65 59 47,19	46,92	3,8602702.9	$\mathfrak{S}$ = 332,1 Ω = 0,762 $\mathfrak{T}$ = 253,1
	WILLIKKALA	61 24 16,78	16,51	3,8430574.3	
	PERHENIEMI.	52 35 56,84	56,57	3,7995940.8	
	Somme	180 0 0,81	0,00		
		Corr. — 0,43	0,385 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K. B. 6.	ÄMMÄNÄURÄS.....	36° 22′ 20″,75	20″,08	3,7995940.8	
No. 168.	HUHTMAR.....	31 26 15,35	14,68	3,7438282.3	$\mathfrak{S} = 430,4$
	WILLIKKALA.....	112 11 25,91	25,24	3,9930984.3	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 2,01	0,00		$\mathfrak{T} = 328,0$
		Corr. — 1,70	0,311 Exc.		
K. B. 7.	MESSILÄ.....	41 35 35,23	35,28	3,9930984.3	
No. 169.	HUHTMAR.....	71 1 7,32	7,37	4,1467561.2	$\mathfrak{S} = 565,1$
	ÄMMÄNÄURÄS.....	67 23 17,30	17,35	4,1363004.8	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 —0,15	0,00		$\mathfrak{T} = 430,6$
		Corr. + 1,37	1,223 Exc.		
K. B. 8.	WAHTERISTO.....	86 14 35,54	35,31	4,1363004.8	
No. 170.	MESSILÄ.....	46 10 21,06	20,82	3,9954273.7	$\mathfrak{S} = 265,7$
	HUHTMAR.....	47 35 4,10	3,87	4,0054510.0	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 0,70	0,00		$\mathfrak{T} = 202,5$
		Corr. + 0,26	0,960 Exc.		
K. B. 9.	WESIVEHMAIS.....	75 13 54,54	53,70	4,0054510.0	
No. 171.	MESSILÄ.....	37 19 15,07	14,24	3,8027101.3	$\mathfrak{S} = 104,0$
	WAHTERISTO.....	67 26 52,89	52,06	3,9854919.3	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 2,50	0,00		$\mathfrak{T} = 79,2$
		Corr. — 1,93	0,570 Exc.		
K. B. 10.	KURHILA.....	53 54 2,30	2,51	3,9854919.3	
No. 172.	WESIVEHMAIS.....	81 16 10,54	10,75	4,0730208.9	$\mathfrak{S} = 673,3$
	MESSILÄ.....	44 49 46,53	46,74	3,9262721.2	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 —0,63	0,00		$\mathfrak{T} = 513,0$
		Corr. + 1,40	0,774 Exc.		
K. B. 11.	SOITIN-KALLIO.....	41 20 24,24	23,94	3,9262721.2	
No. 173.	KURHILA.....	65 55 46,19	45,88	4,0668739.4	$\mathfrak{S} = 514,9$
	WESIVEHMAIS.....	72 43 50,48	50,18	4,0863490.9	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 0,91	0,00		$\mathfrak{T} = 392,3$
		Corr. — 0,01	0,903 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K. B. 12.	WIRMALA	55° 12′ 2″,68	2″,40	4,0863490.9	
No. 174.	SOITIN-KALLIO	72 33 24,76	24,49	4,1514785.3	$\mathfrak{S} = 479,0$
	KURHILA	52 14 33,38	33,11	4,0698856.7	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 0,82	0,00		$\mathfrak{T} = 365,0$
		Corr. + 0,49	1,312 Exc.		
K. B. 13.	WILJAMIN-VUORI	46 17 40,42	39,88	4,0698856.7	
No. 175.	WIRMALA	56 12 8,85	8,31	4,1304122.4	$\mathfrak{S} = 347,3$
	SOITIN-KALLIO	77 30 12,34	11,81	4,2003946.1	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 1,61	0,00		$\mathfrak{T} = 264,7$
		Corr. — 0,13	1,486 Exc.		
K. B. 14.	KYLMÄ-KANGAS	93 18 35,73	35,52	4,2003946.1	
No. 176.	WILJAMIN-VUORI	40 31 26,26	26,04	4,0138760.6	$\mathfrak{S} = 257,1$
	WIRMALA	46 9 58,66	58,44	4,0592670.4	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 0,65	0,00		$\mathfrak{T} = 195,9$
		Corr. + 0,48	1,134 Exc.		
K. B. 15.	KAMMIO	90 48 34,31	34,10	4,0592670.4	
No. 177.	KYLMÄ-KANGAS	37 49 43,56	43,36	3,8469854.2	$\mathfrak{S} = 185,5$
Tr. compensé.	WILJAMIN-VUORI	51 21 42,74	42,54	3,9520194.7	$\Omega = 0,623$
	Somme	180 0 0,61	0,00		$\mathfrak{T} = 115,6$
			0,604 Exc.		
K. B. 16.	RAPPU-VUORI	51 49 45,32	45,05	3,9520194.7	
No. 178.	KAMMIO	68 14 56,06	55,80	4,0244252.3	$\mathfrak{S} = 416,1$
Tr. compensé.	KYLMÄ-KANGAS	59 55 19,41	19,15	3,9936907.7	$\Omega = 0,623$
	Somme	180 0 0,79	0,00		$\mathfrak{T} = 259,2$
			0,787 Exc.		
K. B. 17.	TAMMI-MÄKI	39 34 38,29	37,94	3,9936907.7	
No. 179.	RAPPU-VUORI	46 11 35,76	35,41	4,0478146.4	$\mathfrak{S} = 408,1$
Tr. compensé.	KAMMIO	94 13 47,00	46,65	4,1882868.9	$\Omega = 0,623$
	Somme	180 0 1,05	0,00		$\mathfrak{T} = 254,2$
			1,053 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K. B. 18.	PUOLAKKA.	90° 39′ 12″,84	12″,45	4,1882868.9	
No. 180.	TAMMI-MÄKI.	28 0 35,92	35,53	3,8600651.0	$\mathfrak{S} = 86,5$
	RAPPU-VUORI	61 20 12,41	12,02	4,1315391.5	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 1,17	0,00		$\mathfrak{T} = 65,9$
		Corr. — 0,23	0,941 Exc.		
K. B. 19.	WAATER-VUORI	57 45 0,02	0,25	4,1315391.5	
No. 181.	PUOLAKKA	59 10 45,91	46,15	4,1381884.1	$\mathfrak{S} = 288,4$
	TAMMI-MÄKI	63 4 13,37	13,60	4,1544607.9	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 —0,70	0,00		$\mathfrak{T} = 219,8$
		Corr. + 2,29	1,592 Exc.		
K. B. 20.	JYVÄSKYLÄ	56 47 3,08	2,24	4,1544607.9	
No. 182.	WAATER-VUORI	85 1 1,57	0,72	4,2302926.2	$\mathfrak{S} = 849,8$
	PUOLAKKA	38 11 57,88	57,04	4,0232046.6	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 2,53	0,00		$\mathfrak{T} = 647,6$
		Corr. — 1,09	1,439 Exc.		
K. B. 21.	RUUHI-MÄKI	55 3 56,64	56,31	4,0232046.6	
No. 183.	JYVÄSKYLÄ	48 49 5,94	5,61	3,9970598.6	$\mathfrak{S} = 226,9$
Tr. compensé.	WAATER-VUORI	78 6 58,41	58,08	4,1110721.0	$\Omega = 0,623$
	Somme	180 0 0,99	0,00		$\mathfrak{T} = 141,8$
			0,984 Exc.		
K. B. 22.	LAAJA-VUORI.	69 27 39,86	39,75	4,1110721.0	
No. 184.	RUUHI-MÄKI	10 48 37,66	37,56	3,4127356.6	$\mathfrak{S} = 31,2$
Tr. compensé.	JYVÄSKYLÄ	99 43 42,80	42,69	4,1333042.9	$\Omega = 0,623$
	Somme	180 0 0,32	0,00		$\mathfrak{T} = 19,5$
			0,316 Exc.		
K. B. 23.	MULTA-MÄKI.	53 17 35,64	34,65	4,1333042.9	
No. 185.	RUUHI-MÄKI	48 6 34,36	33,37	4,1011090.5	$\mathfrak{S} = 220,9$
	LAAJA-VUORI	78 35 52,97	51,98	4,2206340.4	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 2,97	0,00		$\mathfrak{T} = 168,4$
		Corr. — 1,36	1,613 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K. B. 24. No. 186.	OHI-MÄKI.....	72° 43′ 52″,34	52″,56	4,2206340.4	$\mathfrak{S} = 581,2$
	MULTA-MÄKI.....	67 56 18,07	18,28	4,2076426.5	$\Omega = 0,762$
	RUUHI-MÄKI.....	39 19 48,95	49,16	4,0426113.2	$\mathfrak{T} = 442,9$
	Somme	180 0 —0,64	0,00		
		Corr. + 2,27	1,630 Exc.		
K. B. 25. No. 187.	SILMUT-MÄKI.....	41 9 49,90	49,80	4,0426113.2	$\mathfrak{S} = 314,7$
	MULTA-MÄKI.....	32 58 10,32	10,22	3,9599965.5	$\Omega = 0,762$
	OHI-MÄKI.....	105 51 60,07	59,98	4,2073741.3	$\mathfrak{T} = 239,8$
	Somme	180 0 0,29	0,00		
		Corr. + 0,64	0,929 Exc.		
K. B. 26. No. 188.	ILA-MÄKI.....	69 23 37,02	36,00	4,2073741.3	$\mathfrak{S} = 269,5$
	SILMUT-MÄKI.....	55 57 36,08	35,06	4,1544578.2	$\Omega = 0,762$
	MULTA-MÄKI.....	54 38 49,96	48,94	4,1475679.4	$\mathfrak{T} = 205,3$
	Somme	180 0 3,06	0,00		
		Corr. — 1,26	1,800 Exc.		
K. B. 27. No. 189.	LISTON-MÄKI.....	68 52 5,07	5,29	4,1475679.4	$\mathfrak{S} = 196,2$
	SILMUT-MÄKI.....	49 55 50,03	50,25	4,0616133.6	$\Omega = 0,762$
	ILA-MÄKI.....	61 12 4,24	4,46	4,1204625.2	$\mathfrak{T} = 149,5$
	Somme	180 0 —0,66	0,00		
		Corr. + 2,02	1,361 Exc.		
K. B. 28. No. 190.	WESA-MÄKI.....	52 59 33,42	32,64	4,1204625.2	$\mathfrak{S} = 183,8$
	SILMUT-MÄKI.....	40 44 59,77	58,98	4,0329081.5	$\Omega = 0,762$
	LISTON-MÄKI.....	86 15 29,17	28,38	4,2172303.4	$\mathfrak{T} = 140,0$
	Somme	180 0 2,36	0,00		
		Corr. — 1,00	1,363 Exc.		
K. B. 29. No. 191.	KILPI-MÄKI.....	61 18 21,49	21,14	4,2172303.4	$\mathfrak{S} = 128,9$
	WESA-MÄKI.....	39 15 45,14	44,79	4,0754508.7	$\Omega = 0,762$
	SILMUT-MÄKI.....	79 25 54,41	54,07	4,2667038.2	$\mathfrak{T} = 98,2$
	Somme	180 0 1,04	0,00		
		Corr. + 0,81	1,851 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K. B. 30. No. 192.	HONKA-MÄKI	58° 49′ 42″,62	41″,47	4,2667038.2	$\mathfrak{S} = 480,3$
	WESA-MÄKI.	71 50 58,30	57,16	4,3122567.2	$\Omega = 0,762$
	KILPI-MÄKI	49 19 22,52	21,37	4,2143168.8	$\mathfrak{T} = 366,0$
	Somme	180 0 3,44	0,00		
		Corr. — 0,68	2,760 Exc.		
K. B. 31. No. 193.	LEHTO-MÄKI	45 7 30,30	28,23	4,2143168.8	$\mathfrak{S} = 311,4$
	HONKA-MÄKI.	48 17 35,52	33,46	4,2369505.7	$\Omega = 0,762$
	WESA-MÄKI.	86 34 60,37	58,31	4,3631173.3	$\mathfrak{T} = 237,3$
	Somme	180 0 6,19	0,00		
		Corr. — 3,48	2,707 Exc.		
K. B. 32. No. 194.	PÖLLÖ-MÄKI	62 51 23,17	21,52	4,3631173.3	$\mathfrak{S} = 442,1$
	LEHTO-MÄKI	68 36 5,47	3,82	4,3827732.7	$\Omega = 0,762$
	HONKA-MÄKI	48 32 36,32	34,66	4,2885384.6	$\mathfrak{T} = 336,9$
	Somme	180 0 4,96	0,00		
		Corr. — 0,96	4,005 Exc.		
K. B. 33. No. 195.	PIHLAJAN-MÄKI	64 53 12,78	11,87	4,2885384.6	$\mathfrak{S} = 167,4$
	PÖLLÖ-MÄKI	46 53 24,72	23,81	4,1950125.3	$\Omega = 0,762$
	LEHTO-MÄKI	68 13 25,23	24,32	4,2995107.5	$\mathfrak{T} = 127,5$
	Somme	180 0 2,73	0,00		
		Corr. — 0,02	2,712 Exc.		
K. B. 34. No. 196.	II-MÄKI	73 5 32,24	31,42	4,2995107.5	$\mathfrak{S} = 448,6$
	PÖLLÖ-MÄKI	63 21 1,72	0,91	4,2699251.0	$\Omega = 0,762$
	PIHLAJAN-MÄKI	43 33 28,49	27,67	4,1569741.7	$\mathfrak{T} = 341,8$
	Somme	180 0 2,45	0,00		
		Corr. 0,00	2,453 Exc.		
K. B. 35. No. 197.	KIVI-MÄKI	54 41 11,12	10,33	4,1569741.7	$\mathfrak{S} = 2033,2$
	II-MÄKI	100 49 49,24	48,45	4,2374797.9	$\Omega = 0,762$
	PÖLLÖ-MÄKI	24 29 2,02	1,22	3,8627401.8	$\mathfrak{T} = 1549,3$
	Somme	180 0 2,38	0,00		
		Corr. — 1,39	0,986 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K. B. 36. No. 198.	SALLISEN-MÄKI	36° 29′ 0″,44	1″,33	3,8627401.8	$\mathfrak{S} = 1133,7$
	KIVI-MÄKI	95 18 8,93	9,82	4,0866569.0	$\Omega = 0,762$
	II-MÄKI	48 12 47,96	48,85	3,9610451.7	$\mathfrak{T} = 863,8$
	Somme	180 0 —2,67	0,00		
		Corr. + 3,31	0,637 Exc.		
K. B. 37. No. 199.	KULVEN-MÄKI	57 25 51,21	51,39	3,9610451.7	$\mathfrak{S} = 302,7$
	SALLISEN-MÄKI	60 25 5,92	6,09	3,9746960.3	$\Omega = 0,762$
	KIVI-MÄKI	62 9 2,35	2,52	3,9818902.9	$\mathfrak{T} = 230,7$
	Somme	180 0 —0,52	0,00		
		Corr. + 1,25	0,732 Exc.		
K. B. 38. No. 200.	NAARAS-MÄKI	39 15 44,02	43,63	3,9818902.9	$\mathfrak{S} = 399,8$
	SALLISEN-MÄKI	43 11 42,53	42,13	4,0159396.4	$\Omega = 0,762$
	KULVEN-MÄKI	97 32 34,64	34,24	4,1768020.8	$\mathfrak{T} = 304,6$
	Somme	180 0 1,19	0,00		
		Corr. — 0,24	0,946 Exc.		
K. B. 39. No. 201.	MURTO-MÄKI	86 11 4,88	4,45	4,1768020.8	$\mathfrak{S} = 231,4$
	NAARAS-MÄKI	44 10 27,15	26,72	4,0208993.2	$\Omega = 0,762$
	SALLISEN-MÄKI	49 38 29,26	28,83	4,0597240.3	$\mathfrak{T} = 176,3$
	Somme	180 0 1,29	0,00		
		Corr. — 0,14	1,152 Exc.		
K. B. 40. No. 202.	LEHTO-VAARA	76 3 10,75	9,78	4,0597240.3	$\mathfrak{S} = 263,2$
	MURTO-MÄKI	52 25 3,55	2,57	3,9717058.7	$\Omega = 0,762$
	NAARAS-MÄKI	51 31 48,62	47,65	3,9664450.6	$\mathfrak{T} = 200,5$
	Somme	180 0 2,92	0,00		
		Corr. — 2,11	— 0,807 Exc.		
K. B. 41. No. 203.	OTAN-MÄKI	35 54 3,89	4,02	3,9664450.6	$\mathfrak{S} = 477,9$
	LEHTO-VAARA	39 35 44,89	45,02	4,0026501.5	$\Omega = 0,762$
	MURTO-MÄKI	104 30 10,83	10,96	4,1841955.2	$\mathfrak{T} = 364,2$
	Somme	180 0 —0,39	0,00		
		Corr. + 1,26	0,865 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K. B. 42. No. 204.	KIVES-VAARA.....	40° 23′ 48″,30	47″,32	4,1841955.2	$\mathfrak{S} = 599,9$
	LEHTO-VAARA.....	71 50 23,79	22,81	4,3503810.9	$\Omega = 0,762$
	OTAN-MÄKI.....	67 45 50,85	49,87	4,3390099.0	$\mathfrak{T} = 457,1$
	Somme	180 0 2,94	0,00		
		Corr. + 0,10	3,041 Exc.		
K. B. 43. No. 205.	RUPUKKA-VAARA.....	105 8 26,06	25,65	4,3390099.0	$\mathfrak{S} = 222,3$
	KIVES-VAARA.....	29 0 16,18	15,77	4,0399839.2	$\Omega = 0,762$
	LEHTO-VAARA.....	45 51 18,99	18,58	4,2102240.1	$\mathfrak{T} = 169,4$
	Somme	180 0 1,23	0,00		
		Corr. + 0,42	1,647 Exc.		
K. B. 44. No. 206.	SAUKKO-VAARA.....	65 5 33,16	32,83	4,2102240.1	$\mathfrak{S} = 174,8$
	KIVES-VAARA.....	47 50 14,25	13,91	4,1225813.1	$\Omega = 0,762$
	RUPUKKA-VAARA.....	67 4 13,60	13,26	4,2168742.1	$\mathfrak{T} = 133,2$
	Somme	180 0 1,01	0,00		
		Corr. + 0,89	1,901 Exc.		
K. B. 45. No. 207.	TEIRI-HARJU.....	64 38 48,01	47,87	4,2168742.1	$\mathfrak{S} = 214,1$
	KIVES-VAARA.....	52 18 20,35	20,20	4,1591895.8	$\Omega = 0,762$
	SAUKKO-VAARA.....	63 2 52,08	51,93	4,2109226.6	$\mathfrak{T} = 163,2$
	Somme	180 0 0,44	0,00		
		Corr. + 1,59	2,032 Exc.		
K. B. 46. No. 208.	PUOKIO-VAARA.....	58 59 34,83	33,70	4,2109226.6	$\mathfrak{S} = 256,0$
	KIVES-VAARA.....	56 12 60,35	59,22	4,1975666.8	$\Omega = 0,762$
	TEIRI-HARJU.....	64 47 28,21	27,08	4,2344233.3	$\mathfrak{T} = 195,0$
	Somme	180 0 3,39	0,00		
		Corr. — 1,17	2,223 Exc.		
K. B. 47. No. 209.	ROKUA-VAARA.....	39 42 5,99	5,65	4,2344233.3	$\mathfrak{S} = 731,4$
	PUOKIO-VAARA.....	80 14 8,28	7,94	4,4227284.9	$\Omega = 0,762$
	KIVES-VAARA.....	60 3 46,75	46,41	4,3668715.0	$\mathfrak{T} = 557,3$
	Somme	180 0 1,02	0,00		
		Corr. + 2,76	3,775 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K. B. 48.	PALO-VAARA	101° 17′ 17″,44	16″,80	4,3668715.0	
No. 210.	ROKUA-VAARA	28 31 40,40	39,77	4,0544045.2	$\mathfrak{S} = 167,9$
	PUOKIO-VAARA	50 11 4,07	3,43	4,2607771.9	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 1,91	0,00		$\mathfrak{T} = 128,0$
		Corr. + 0,03	1,943 Exc.		
K. B. 49.	REVONPESÄMAA	107 39 28,72	27,65	4,2607771.9	
No. 211.	ROKUA-VAARA	18 17 50,30	49,23	3,7785870.0	$\mathfrak{S} = 117,2$
	PALO-VAARA	54 2 44,20	43,12	4,1899433.3	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 3,22	0,00		$\mathfrak{T} = 89,3$
		Corr. — 2,37	0,850 Exc.		
K. B. 50.	REPO-KANGAS	63 50 34,16	33,75	4,1899433.3	
No. 212.	ROKUA-VAARA	46 15 3,44	3,04	4,0956288.6	$\mathfrak{S} = 163,9$
	REVONPESÄMAA	69 54 23,61	23,21	4,2095937.5	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 1,21	0,00		$\mathfrak{T} = 124,9$
		Corr. + 0,53	1,739 Exc.		
K. B. 51.	HALOSEN-VAARA	68 1 8,24	7,72	4,2095937.5	
No. 213.	REPO-KANGAS	84 25 51,66	51,15	4,2403155.3	$\mathfrak{S} = 1362,2$
	ROKUA-VAARA	27 33 1,64	1,13	3,9075077.2	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 1,54	0,00		$\mathfrak{T} = 1038,0$
		Corr. — 0,29	1,250 Exc.		
K. B. 52.	PITKÄSELKÄ	44 14 58,11	57,86	3,9075077.2	
No. 214.	HALOSEN-VAARA	49 6 51,83	51,59	3,9423189.9	$\mathfrak{S} = 330,3$
	REPO-KANGAS	86 38 10,80	10,55	4,0630384.9	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 0,74	0,00		$\mathfrak{T} = 251,7$
		Corr. — 0,06	0,678 Exc.		
K. B. 53.	LINNUNSILMÄ	92 48 42,98	42,25	4,0630384.9	
No. 215.	PITKÄSELKÄ	49 15 29,10	28,36	3,9430329.6	$\mathfrak{S} = 468,9$
	HALOSEN-VAARA	37 55 50,12	49,39	3,8522273.6	$\Omega = 0,762$
	Somme	180 0 2,20	0,00		$\mathfrak{T} = 357,2$
		Corr. — 1,60	0,598 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
K. B. 54.	SARVI-KANGAS.....	47° 6′ 56″,93	56″,10	3,8522273.6	$\mathfrak{S} = 416,7$
No. 216.	LINNUNSILMÄ.....	65 7 25,62	24,79	3,9449957.5	$\Omega = 0,762$
	PITKÄSELKÄ.....	67 45 39,94	39,11	3,9537136.6	$\mathfrak{T} = 317,6$
	Somme	180 0 2,49	0,00		
		Corr. — 1,93	0,557 Exc.		

Comparaison entre les côtés fondamentaux L^{VII} et L^{VIII}.

La jonction entre ces deux lignes a été effectuée par 54 triangles. Le dernier côté du triangle No. 216, dans le tableau précédent, est la valeur du côté L^{VIII} calculée sur la valeur effective de L^{VII}. Nous avons :

Valeur calculée de $L^{VIII} = 8989,0472$ toises; lg $= 3,9537136.6$

» effective » » $= 8989,0245$ » » $= 3,9537125.6$, avec $F^{VIII} = 1309,7$

Correction de la longueur calculée $= -0,0227$ » » $U^{VII} = -11.0$

$(U^{VII})^2 = 121,0.$

Somme des carrés des erreurs moyennes :

$$\Sigma^{VII} = F^{VII} + (\mathfrak{T}1 + \mathfrak{T}2 + \ldots\ldots + \mathfrak{T}54) + F^{VIII} = 18409,3.$$

§ 84. Tableau K.c, des 9 triangles principaux de Finlande, au nord du côté fondamental L^{VIII}.

L^{VIII} = SARVI-KANGAS—LINNUNSILMÄ; $\lg L^{VIII} = 3{,}9537125.6$, avec le carré de l'erreur moyenne $F^{VIII} = 1309{,}7$.

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
No. 217.	LATON-MÄKI	35° 59′ 25″,58	25″,55	3,9537125.6	$\mathfrak{S} = 599{,}4$
	SARVI-KANGAS	59 8 29,40	29,36	4,1183019.3	$\Omega = 0{,}762$
	LINNUNSILMÄ	84 52 5,12	5,09	4,1828493.8	$\mathfrak{T} = 456{,}7$
	Somme	180 0 0,10	0,00		
		Corr. + 1,03	1,128 Exc.		
No. 218.	HYYPÄN-MÄKI	48 15 11,19	10,56	4,1828493.8	$\mathfrak{S} = 292{,}9$
	SARVI-KANGAS	52 2 15,63	14,99	4,2068114.0	$\Omega = 0{,}762$
	LATON-MÄKI	79 42 35,08	34,45	4,3030148.6	$\mathfrak{T} = 223{,}2$
	Somme	180 0 1,90	0,00		
		Corr. + 0,41	2,314 Exc.		
No. 219.	ISONIEMI	108 23 44,56	43,93	4,3030148.6	$\mathfrak{S} = 524{,}3$
	HYYPÄN-MÄKI	37 18 27,56	26,94	4,1083328.5	$\Omega = 0{,}762$
	SARVI-KANGAS	34 17 49,75	49,13	4,0766745.1	$\mathfrak{T} = 399{,}5$
	Somme	180 0 1,87	0,00		
		Corr. — 0,48	1,393 Exc.		
No. 220.	ULKOGRUNNI	39 21 20,67	20,72	4,0766745.1	$\mathfrak{S} = 766{,}6$
	ISONIEMI	81 53 5,67	5,73	4,2701230.6	$\Omega = 0{,}762$
	HYYPÄN-MÄKI	58 45 33,50	33,55	4,2064579.6	$\mathfrak{T} = 584{,}2$
	Somme	180 0 —0,16	0,00		
		Corr. + 1,98	1,823 Exc.		
No. 221.	RONTTI	103 28 43,50	43,10	4,2064579.6	$\mathfrak{S} = 432{,}6$
	ULKOGRUNNI	39 11 44,70	44,31	4,0192843.2	$\Omega = 0{,}762$
	ISONIEMI	37 19 32,99	32,59	4,0013077.0	$\mathfrak{T} = 329{,}6$
	Somme	180 0 1,19	0,00		
		Corr. — 0,21	0,978 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
No. 222.	KIVALO.....	20° 57′ 39″,16	37″,51	4,0013077.0	$\mathfrak{S} = 2465,9$
	ULKOGRUNNI.....	95 16 52,26	50,62	4,4459136.8	$\Omega = 0,762$
	RONTTI.....	63 45 33,51	31,87	4,4005247.7	$\mathfrak{T} = 1879,0$
	Somme	180 0 4,93	0,00		
		Corr. — 2,52	2,409 Exc.		
No. 223.	AJOS.....	106 51 16,69	17,06	4,4005247.7	$\mathfrak{S} = 645,0$
	KIVALO.....	41 13 23,20	23,57	4,2384749.8	$\Omega = 0,762$
	ULKOGRUNNI.....	31 55 18,99	19,37	4,1428559.7	$\mathfrak{T} = 491,5$
	Somme	180 0 —1,12	0,00		
		Corr. + 3,33	2,208 Exc.		
No. 224. Tr. compensé.	TORNEA.....	43 59 15,05	14,47	4,1428559.7	$\mathfrak{S} = 292,9$
	KIVALO.....	41 6 1,02	0,44	4,1189983.8	$\Omega = 0,653$
	AJOS.....	94 54 45,67	45,09	4,2995856.7	$\mathfrak{T} = 191,3$
	Somme	180 0 1,74	0,00		
			1,746 Exc.		
No. 225. Tr. compensé.	KAAKAMA-VAARA.....	49 29 51,46	50,33	4,2995856.7	$\mathfrak{S} = 832,8$
	TORNEA.....	87 41 36,20	35,06	4,4182054.9	$\Omega = 0,508$
	KIVALO.....	42 48 35,74	34,61	4,2507881.8	$\mathfrak{T} = 423,1$
	Somme	180 0 3,40	0,00		
			3,402 Exc.		

§ 85. Analyse des triangles compensés des tableaux K. B. et K. C.

1. Les triangles No. 177, 178 et 179, p. **38**. Planche XII.

Dans ces trois triangles, nous avons les angles observés, réduits au centre, que voici.

	No. 177.			Corr.	No. 178.			Corr.	No. 179.			Corr.
	90°	48′	34″,43	— 0″,12	51°	49′	45″,67	— 0″,35	39°	34′	38″,73	— 0″,44
	37	49	43,65	— 0,09	68	14	56,49	— 0,43	46	11	36,03	— 0,27
	51	21	42,65	+ 0,09	59	55	19,64	— 0,23	94	13	47,49	— 0,49
Somme	180	0	0,73	— 0,12	180	0	1,80	— 1,01	180	0	2,25	— 1,20
Excès			0,604				0,787				1,053	

Les journaux d'observation présentaient, en outre, les deux angles formés par la diagonale Wiljamin-vuori—Tammi-mäki avec les côtés voisins des triangles No. 177 et 179, ou :

dans le triangle	les angles observés			Corr.	Angles compensés.		
Wiljamin-vuori	46°	14′	9″,38	+ 0″,06	46°	14′	9″,44
Kammio					106	42	42,63
Tammi-mäki . . .	27	3	8,34	+ 0,31	27	3	8,65
				Somme	180	0	0,72
				Excès			0,722

Il y avait, par conséquent, pour la détermination des triangles No. 177 à 179, onze angles à la place de neuf angles mesurés. Le calcul de compensation a conduit aux corrections qui sont placées à côté des angles observés, et les angles ainsi compensés sont entrés dans le tableau p. **38**. La compensation ayant dû augmenter l'exactitude des trois triangles de continuation, j'ai remplacé le $\Omega = 0{,}762$, qui convient aux triangles non compensés, par $\Omega = \frac{9}{11} . 0{,}762 = 0{,}623$; approximation plus que suffisante pour l'emploi que nous avons à faire des Ω, dans le calcul qui fait concourir toutes les bases à la détermination définitive des triangles.

2. Les triangles No. 183 et 184, p. **39**. Planche XII.

La diagonale Water-vuori—Laaja-vuori, observée a ses deux extrémités, fournit ici le surplus de données. Voici les angles observés.

	No. 183.	Corr.	No. 184.	Corr.	Triangle accessoire.	Corr.
	53° 3′ 55″,76	+ 0″,88	69° 27′ 40″,74	— 0″,88	LAAJA-VUORI. 44° 2′ 53″,33	+ 0″,10
	48 49 5,89	+ 0,05	10 48 38,54	— 0,88	RUUHI-MÄKI.. 63 52 34,30	+ 0,00
	78 6 56,04	+ 2,37	99 43 43,47	— 0,67	WATER-VUORI. 72 4 32,72	+ 0,71
Somme	180 0	−2,31 + 3,30	180 0	2,75 — 2,43	180 0	0,35 + 0,81
Excès		0,984		0,316		1,163

La compensation a été faite en prenant les angles entre les objets voisins pour données primitives. Les angles corrigés des deux triangles No. 183 et No. 184 se trouvent dans le tableau p. **39**. J'ai attribué à ces triangles le même $\Omega = 0{,}623$, que j'avais donné aux triangles No. 177 à 179.

3. LE TRIANGLE No. 224, p. 47.

Pl. XIV et XVI, fig. 1.

Ce triangle formé entre les stations principaux AJOS, KIVALO et TORNEA est représenté pl. XVI, fig. 1. Il y a deux églises qui portent le nom de Tornea. L'une, construite en bois, appartient à la ville de Tornea (*Torneå-Stadskyrkan*). L'autre (*Torneå-Landskyrkan*), construite en pierres, se trouve au sud de la ville et appartient au grand district de Neder-Tornea. C'est notre point *T*. La circonstance d'une plus grande solidité a fait choisir la tour de l'église *T* pour point principal; aussi est-elle une station commune aux opérations de Maupertuis, de Svanberg et aux nôtres. La tour se termine en une piramide en bois, qui a présenté, sur les différentes stations voisines ou plus éloignées, un point de mire propre à une observation précise. Quoiqu'il ait été possible d'établir l'instrument, pour la mesure des angles terrestres, sur la maçonnerie de la tour, comme M. Selander l'a fait, M. Woldstedt préféra cependant de placer l'instrument sur la colline de KOKKO-MÄKI, station auxiliaire, éloignée de *T* d'au-delà d'une verste, où il fit construire un signal. Nous trouvons dans notre figure encore deux autres points auxiliaires, savoir

1) un signal en *E*, sur la colline de KALLIN-KANGAS près de l'église de KEMI;
2) l'église de KEMI elle-même.

KALLIN-KANGAS et KEMI sont encore d'anciennes stations de l'opération de Svanberg, en 1802; mais il a été impossible de retrouver l'endroit exact du signal antérieur de KALLIN-KANGAS. Sur KEMI il n'y avait aucune incertitude, de sorte que le côté TORNEA-KEMI est commun aux opérations de Svanberg et aux nôtres. M. Woldstedt ayant fait, sur chacune des stations *B*, *C*, *D*, *E*, l'observation des autres points visibles, le triangle No. 224, *TDC*, qui a le côté *DC* en commun avec le triangle No. 223, est

plus que déterminé. Voici les angles observés, avec les corrections à porter sur les angles par suite du calcul de compensation, basé sur ces angles comme données primitives.

D. Ajos.

	Angles observés.	Corr.
BDT	0° 16′ 19″,896	+ 0″,163
TDE	40 18 49,485	— 0,087
EDF	3 26 54,411	— 0,367
FDC	51 9 2,336	— 0,106

B. Kokko-mäki.

TBE	130° 48′ 9″,205	+ 0″,012
EBF	2 12 34,790	— 0,134
FBD	41 0 3,877	— 0,100

C. Kivalo.

DCF	36° 28′ 59″,522	— 0″,115
FCE	1 56 30,996	+ 0,383
ECT	2 40 30,724	— 0,487

E. Kallin-kangas.

CEF	35° 20′ 56″,753	+ 0″,078
FED	51 37 36,938	+ 0,110
DEB	96 12 12,679	+ 0,109
BET	3 0 56,946	+ 0,200.

Dans les triangles *CDE* et *EDB* les trois angles ont été observés, et ces triangles conduisent immédiatement à *DB*, en partant de *DC*. Quant au triangle principal *TDC*, il n'y a que les deux angles en *C* et *D* directement observés. Mais la relation entre les points *T* et *B* est abondamment déterminée par les angles entre *T* et *B* mesurés en *D*, *C* et *E*, et par les angles, observés en *B*, que forme la ligne *BT* avec les directions des autres objets. Un renfort de détermination se trouve encore dans l'observation de *F* faite en *B*, *D*, *C* et *E*. Les angles sphériques en *C* et *D* du triangle No. 224, p. **47**, sont directement les angles corrigés de notre tableau. Le troisième de ces angles se trouve à l'aide de la somme des trois angles $= 180° 0′ 1″,746$. J'ai attribué au triangle No. 224 un $\Omega = \frac{6}{7}.0,762 = 0,653$.

L'église de Kemi étant un des points trigonométriques de Svanberg, il me parut intéressant de comparer la distance Tornea-Kemi selon Svanberg, avec la valeur que présente notre opération. En partant de la ligne *TD* comme connue, $\lg TD = 4,1189927.5$, d'après la détermination définitive par le triangle No. 224, § 109, nous avons, pour parvenir à la distance *TF* de notre figure, à résoudre les trois triangles *DTE*, *DEF* et *TEF*, pour lesquels notre tableau des angles observés et corrigés contient les données requises.

Triangle *TDE*; excès 0″,707.

	Angles sphériques compensés.	Angles plans.	Log. des distances.
E	99° 13′ 9″,93	9″,70	Lg *TD* = 4,1189927.5
D	40 18 49,40	49,16	lg *TE* = 3,9355246.3
T	40 28 1,38	1,14	lg *DE* = 3,9368906.7.
Somme	180 0 0,71	0,00	

Triangle *DEF*; excès 0″,041.

F	124° 55′ 28″,95	28″,94	lg *DE* = 3,9368906.7
E	51 37 37″,05	37,03	lg *DF* = 3,9174351.3
D	3 26 54,04	54,03	lg *EF* = 2,8023525.3
Somme	180 0 0,04	0,00	

Triangle *TEF*; excès 0″,025.

Les deux côtés *TE* et *EF*, avec l'angle sphérique compris *TEF* = 150° 50′ 46″,98, conduisent à lg *TF* = 3,9628221.8, et à l'angle sphérique *ETF* = 1° 55′ 45″,50. L'azimut de la ligne *TD*, en *T*, se trouvera, § 112, égal à 134° 42′ 22″,27. Donc l'azimut, en *T*, de *TF* = 134° 42′ 22″,27 — 40° 28′ 1″,38 + 1° 55′ 45″,50 = 96° 10′ 6″,4.

Comparaison du *TF* de Svanberg.

Nous avons par nos opérations..... *TF* = 9179,566 toises;
laquelle distance a été trouvée par Svanberg = 9178,960 »
Correction + 0,606 » .

Voyez Svanberg, *Exposition des opérations faites en Laponie*, Stockholm 1805, p. 100, où cette ligne est désignée par *θq*.

Une autre distance qui présente un intérêt particulier, est celle de Tornea à Kokko-mäki, ou la ligne *TB*. Nous avons dans

le triangle *ETB*, excès 0″,036,

B	130° 48′ 9″,22	9″,21	lg *TE* = 3,9355246.3
T	46 10 53,67	53,66	
E	3 0 57,14	57,13	lg *TB* = 2,7775375.1
Somme	180 0 0,03	0,00	

TB = 599,153 toises.

TARTU ÜLIKOOLI
RAAMATUKOGU

La résolution du triangle *TBD* nous donne encore l'angle *DTB* = 5° 42′ 52″,10. Donc, en employant l'azimut, en *T*, de la ligne *TD* égal à 134° 42′ 22″,27, nous avons

en *T*, distance *TB* = 599,153 toises, sous un azimut de 140° 25′ 14″,4.

4. Le triangle No. 225, p. 47.

Pl. XIV et XVI, fig. 2 et 3.

Ce triangle a été mesuré par MM. Lindhagen et Wagner, en 1851. M. Lindhagen choisit, comme l'avait fait antérieurement M. Woldstedt, la colline de Kokko-mäki pour y établir ses instruments, tant pour la mesure des angles terrestres, que pour les observations astronomiques. L'ancien signal de M. Woldstedt, bâti en 1842, n'existait plus; mais le centre s'en retrouva, marqué sur une pierre enfouie dans le terrain. M. Lindhagen fit construire un nouveau signal, plus haut que celui de 1842, afin qu'il pût être vu de Kivalo et de Kaakama-vaara. Ce signal n'était point exactement au-dessus du centre marqué de l'ancien signal. Cependant ce centre resta toujours en vigueur, et toutes les directions, dans lesquelles Kokko-mäki a été pointé, ou qui ont été observées à Kokko-mäki, ont été réduites à ce centre primitif. Sur le terrain de la colline de Kokko-mäki la mesure d'une petite base et une triangulation auxiliaire furent exécutées.

a. *Triangulation auxiliaire.* Pl. XVI, fig. 2.

Le but de cette triangulation était de fournir les relations exactes entre les différents points voisins de Tornea, sans qu'elles fussent en dépendance des côtés des triangles de continuation.

Dans notre figure,

T est l'église du district de Tornea,

T′ l'église de la ville,

B est le centre du signal sur Kokko-mäki,

A et *M* sont les extrémités de la petite base *AM*,

N est un point auxiliaire.

Mais *A* est en même temps l'endroit où fut placé le centre de l'instrument universel, à l'aide duquel les observations azimutales furent exécutées par M. Wagner.

La base *AM* a été mesurée à deux reprises. La longueur horizontale en fut trouvée :

1851, le 12 juillet, *AB* = 87,1657 toises

» » 14 » = 87,1617 »

Moyenne = 87,1637 » ; lg = 1,9403359.

La hauteur de *A* n'étant que de 13 toises au-dessus du niveau du Golfe Bothnique, la réduction de la base au niveau de la mer = — 0,0003 toise a été negligée comme entièrement insignifiante. L'inspection et l'examen des journaux prouvent que les deux mesures de cette base ont été exécutées avec un soin et une précision distingués. Une échelle à traits, en fer, étalonnée à Poulkova, servait d'unité linéaire. L'opération de la mesure se fit par deux règles en bois de sapin, de 3,5 toises de long, et qui furent étalonnées sur l'échelle en fer, avant et après chaque mesure de la base.

Les angles observés à l'aide de l'instrument universel d'Ertel, en *A*, *M*, *N* et *B*, fournissent une détermination abondante pour la jonction entre la base *AM* et les points *N*, *T*, *B*, *T'*. Je donne ici les différentes directions observées, réduites aux centres, les corrections des directions observées et les distances de chaque station aux différents points visibles; lesquelles, corrections et distances, sont provenues du calcul de compensation fait par M. Lindhagen, en partant des directions comme données primitives.

Objets.	Directions observées.	Corrections.	Directions compensées.	Log. des distances.	Distances en toises.
	A. Station astronomique et terme de la base.				
T	0° 0′ 0″,00		0° 0′ 0″,00	2,1559799	143,2122
M	1 58 18,08	0″,00	1 58 18,08	1,9403359	87,1637
T'	5 16 16,83	— 0,04	5 16 16,79	3,1260035	1336,6062
N	79 21 1,95	+ 0,09	79 21 2,04	2,2755823	188,6177
B	156 25 6,83	— 0,34	156 25 6,49	2,6676140	465,1724
	M. Terme de la base.				
N	0° 0′ 0″,00		0° 0′ 0″,00	2,2780878	189,7090
A	75 58 57,94	— 0″,11	75 58 57,83	1,9403359	87,1637
	N. Point auxiliaire.				
B	0° 0′ 0″,00		0° 0′ 0″,00	2,6638739	461,1836
A	79 26 26,44	— 0″,14	79 26 26,30	2,2755823	188,6177
M	106 4 44,52	— 0,02	106 4 44,50	2,2780878	189,7090
T	120 23 53,15	+ 0,08	120 23 53,23	2,3318628	214,7152
T'	177 19 33,86	+ 0,27	177 19 34,13	3,1131431	1297,6069
	B. Kokko-mäki.				
A	0° 0′ 0″,00		0° 0′ 0″,00	2,6676140	465,1724
T	5 29 13,98	— 0″,80	5 29 13,18	2,7775506	599,1707
T'	21 31 7,96	— 0,83	21 31 7,13	3,2451169	1758,3968
N	23 29 29,57	— 0,31	23 29 29,26	2,6638739	461,1836

L'azimut, en *A*, de la ligne *AT* étant déterminé = 338° 31′ 2″,0, comme nous le verrons dans un article suivant, § 111, nous avons en partant du point *A* les trois relations directes que voici.

A = STATION ASTRONOMIQUE.

	Distance.	Azimut.
T = tour de l'église du district de TORNEA	143,212 toises	338° 31′ 2″,0
T′ = tour de l'église de la ville » »	1336,606 »	343 47 18,8
B = signal de KOKKO-MÄKI.....	465,172 »	134 56 8,5.

De ces chiffres se déduisent, pour

T = TORNEA, ÉGLISE DU DISTRICT.

T′ = tour de l'église de la ville.....	1194,072 toises	344° 25′ 4″,2
A = station astronomique.....	143,212 »	158 30 54,6
B = signal de KOKKO-MÄKI	599,172 »	140 25 14,3
D'après les mesures de M. Woldstedt.....	599,153 »	140 25 14,4, T. II, p. **52**.

L'accord des deux résultats pour *TB* ne laisse rien à désirer, surtout si l'on considère que pour la partie terrestre, des distances et des angles, les deux opérations sont entièrement indépendantes l'une de l'autre. La distance *TT′*, entre les tours des deux églises, ne peut être aussi exacte que *TB*, à cause du petit angle sous lequel les deux lignes *AT′* et *NT′* se coupent, qui n'est que de 8° 2′ 7″. Cependant l'erreur de *TT′* ne s'élévera point à 0,1 toise.

b. *Le triangle* No. 225. Pl. XVI, fig. 3.

Dans le pentagone formé par les points *C*, *K*, *T*, *A*, *B*, l'observation des objets terrestres a été faite sur les quatre points *K*, *C*, *B* et *A*, mais non pas en *T*. Déjà par ces mesures angulaires il y avait un surplus de données pour la détermination du triangle No. 225 = *KTC*, la distance *TC* étant donnée dans le triangle No. 224, p. **47**, par $\lg TC = 4{,}2995856.7$. En outre, la longueur de la ligne *TA* est connue par $\lg TA = 2{,}1559799$, trouvé plus haut. M. Lindhagen a fait le calcul de compensation, en regardant les directions observées sur les quatre stations comme données primitives, et sous la condition que le $\lg \frac{TA}{TC} = 7{,}8563942$ ne fût sujet à aucune altération. Voici les directions observées, réduites aux centres, pour les 4 stations, et les corrections à porter sur ces directions, par suite du calcul de compensation. Dans ce calcul un poids plus petit a été attribué aux directions de courte distance, *BA*, *BT* et *AB*, *AT*,

qui n'avaient été déterminées que par un petit nombre d'observations, mais toujours suffisant, en considération de ce que, par suite de la proximité des objets, une observation plus précise n'en était guères possible.

C. KIVALO.

Objets.	Directions observées.	Corr.
B. KOKKO-MÄKI...	0° 0′ 0″,000	— 0″,855
T. TORNEA.....	1 20 20,284	+ 0,780
K. KAAKAMA-VAARA	44 8 57,053	— 0,245

B. KOKKO-MÄKI.

K. KAAKAMA-VAARA	0° 0′ 0″,000	— 0″,139
C. KIVALO	87 37 37,555	— 1,091
A.	313 10 49,417	+ 1,535
T. TORNEA.....	318 40 1,879	+ 0,925

K. KAAKAMA-VAARA.

Objets.	Directions observées.	Corr.
C. KIVALO	0° 0′ 0″,000	+ 0″,239
T. TORNEA.....	49 29 51,938	— 0,239

A. STATION ASTRONOMIQUE.

K. KAAKAMA-VAARA	0° 0′ 0″,000	+ 0″,369
C. KIVALO	87 30 3,216	+ 0,484
B. KOKKO-MÄKI...	132 5 54,642	— 2,569
T. TORNEA.....	335 40 47,812	— 0,845

Par les directions corrigées nous avons, dans le triangle *KTC* = No. 225,

l'angle à KAAKAMA-VAARA ou *K* = 49° 29′ 51″,460
à KIVALO *C* = 42 48 35,744

Pour satisfaire à a somme des trois angles = 180° + l'excès = 180° 0′ 3″,402, nous trouvons l'angle à TORNEA *T* = 87° 41′ 36″,198.

Ce sont les trois angles du triangle No. 225, reçus dans le tableau p. 47. J'ai attribué à ce triangle $\Omega = \frac{6}{9}.0{,}762 = 0{,}508$, en considérant que, abstraction faite des réductions, les observations présentent, au lieu des 6 directions indispensables pour les trois angles, en tout 9 directions principales, savoir deux directions observées en *K*, trois en *C*, deux en *B* et deux en *A*.

Pour avoir un contrôle, j'ai calculé, en partant du côté connu *TC* et des directions corrigées de M. Lindhagen, à l'aide du triangle *CTB*, la distance *TB*, qui se trouve $c = 599{,}220$ toises. Cette distance a été déterminée indépendamment, par la triangulation auxiliaire, $c' = 599{,}172$. La différence $c - c' = 0{,}048$ toise = 3,5 pouces, est assez petite pour le c déterminé par l'angle *C* de 1° 20′, observé a Kivalo dans une distance de près de 20000 toises. Nous voyons cependant que la compensation de notre triangle No. 225 aurait pu, et même dû se faire, en supposant non seulement *TA*, comme il a été fait par M. Lindhagen, mais également *TB* exactement connu. J'ai fait le calcul de

compensation dans cette seconde supposition. Ce calcul conduit aux trois angles suivants de No. 225, que je compare avec les angles trouvés par M. Lindhagen.

Triangle No. 225.

D'après le calcul de compensation de

	Struve.	Lindhagen.	$S - L$
Kaakama-vaara	49° 29′ 51″,38	51″,46	— 0″,08
Tornea	87 41 36,27	36,20	+ 0,07
Kivalo	42 48 35,75	35,74	+ 0,01.

Les différences des deux calculs étant des centièmes de seconde, donc indifférentes vis-à-vis des erreurs probables de ces angles, j'ai retenu les résultats du calcul de M. Lindhagen.

§ 86. Exactitude des mesures angulaires en Finlande.

Il s'agit ici de l'exactitude de la mesure des angles qui appartiennent aux 70 triangles de continuation No. 156 à No. 225; car l'exactitude des angles qui appartiennent aux triangles de rattachement entre les deux bases de Finlande et les côtés fondamentaux, a déjà été discutée, T. II, Chap. VI, p. **28** et **32**.

Les motifs qui m'avaient autorisé à baser, dans les triangles Baltiques, T. I, p. **145** et p. **91**, la détermination de l'exactitude de la mesure angulaire sur les écarts entre les sommes des trois angles et 180° + l'excès, sont également valables pour les opérations de Finlande. Voyez T. II, p. **22**. La somme des carrés de ces écarts, donnés pour les 70 triangles de continuation T. II, p. **34** à **47**, étant 160,03, nous obtenons :

le carré de l'erreur moyenne d'un triangle = 2,286
» » » » » » angle observé = 0,762
l'erreur moyenne » » » = 0″,873
» probable » » » = 0,589.

Nous rencontrons par conséquent $\Omega = 0{,}762$ inscrit dans la colonne des quantités auxiliaires, pour tous les triangles des tableau T. II, p. **34** à **47**, à l'exception des triangles compensés No. 177 à 179, No. 183, 184, No. 224 et No. 225. Pour ces 7 triangles, Ω doit être, par suite de la compensation faite, plus petit que 0,762. Les Ω attribués à ces triangles sont motivés § 85.

Chaque angle ayant été déterminé par 5 mises, on peut encore évaluer l'exactitude des angles observés par l'accord des différentes valeurs données, pour chaque angle, par les 5 mises. Les 210 angles à 5 mises auraient dû donner 1050 mises à comparer avec 210 moyennes. De ce nombre j'ai employé 965 mises à 193 moyennes, en omettant les angles dans lesquels l'objet d'observation n'était pas identique dans toutes les cinq mises, tantôt le signal tantôt l'héliotrope ayant été pointé. La somme des carrés des écarts entre les mises isolées et leurs moyennes respectives s'est trouvée 1421,9. Ce chiffre divisé par $965 - 193 = 772$ donne :

le carré de l'erreur moyenne d'une mise isolée	$= 1,842$
» » » » » pour 5 mises	$= 0,368$
l'erreur moyenne d'un angle observé par une mise	$= 1''357$
» probable » » » » » »	$= 0''915$
» » » » » par 5 mises, ou de l'angle moyen	$= 0''409.$

Cette erreur probable d'un angle moyen, déduit par 5 mises avec 20 pointages, $\lambda = \mp 0''409$ est de près identique avec l'erreur $\lambda = \mp 0''390$ trouvée, dans les triangles Baltiques, pour 6 mises avec 12 pointages, T. I, p. **147**. Il se manifeste cependant ici une autre différence notable. Nous avons :

	l'erreur probable d'un angle moyen	
	par l'écart de la somme des 3 angles	par l'accord des mises
dans les triangles Baltiques..	$0''387$	$0''390$
» » » de Finlande	0,589	0,409.

Les triangles Baltiques présentent ici un accord en dedans de l'incertitude des deux chiffres, tandis que dans les angles de Finlande nous sommes forcés à supposer une perturbation des angles, en dehors de l'observateur et de l'instrument, dont le montant probable est $= \sqrt{(0''589^2 - 0''409^2)} = \mp 0''424$, ou de $0''424 : \sqrt{2} = \mp 0''300$ pour chacune des deux directions qui renferment l'angle. Cette perturbation ne peut avoir été produite que par deux causes, savoir une imperfection dans la forme des signaux et une centration de l'instrument, relativement moins précise en Finlande. Voyez aussi T. I, p. **148**.

J'ai encore examiné les angles de l'arc Baltique et de Finlande sous un point de vue qui n'a pas été considéré jusqu'ici. Il s'agit de savoir si ces angles sont en général trop petits ou trop grands. En cherchant les moyennes des écarts relatifs à 180° + l'excès, eu égard aux signes, nous trouvons :

pour les 31 triangles de l'arc Baltique

la correction moy. d'un triangle observé $= +0'',062 \mp 0'',068$

» » » » angle » $= +0,021 \mp 0,023$;

pour les 68 triangles de Finlande

la correction moy. d'un triangle observé $= +0'',053 \mp 0'',071$

» » » » angle » $= +0,018 \mp 0,024$.

Ces corrections moyennes trouvées sont tout à fait insignifiantes, parce qu'elles sont inférieures à leurs erreurs probables; d'où suit que l'instrument universel, employé dans ces mesures, donne des angles exempts de toute erreur d'un sens constant.

CHAPITRE VIII.

LAPONIE.

COMMUNICATIONS DE M. SELANDER.

§ 87. Notices générales.

Planches XVII et XVIII.

La planche XVIII représente la jonction entre la base d'Öfver-Tornea et le côté fondamental Avasaksa—Pullinki. Elle nous fait voir qu'il y a une jonction abondante entre la base *AB* et les deux côtés *GI* et *GF* des deux triangles *IGH* et *FGH*, à l'aide desquels le point *H* se détermine par l'intersection des trois lignes *GH*, *IH* et *FH*.

La planche XVII contient la chaîne des 21 triangles, No. 226 à No. 246, qui font la jonction entre Tornea et le côté Bäljatz-vaara—Atjik, qui est le côté commun des triangles de Laponie et du Finmarken norvégien. Dans ces triangles il y a plusieurs diagonales observées. La détermination des trois angles, pour chacun des 21 triangles, aurait exigé 86 directions observées. A ce nombre sont survenues:

pour la diagonale	Tornea—Huitaperi	2	direct.
» » »	Tornea—Avasaksa.....	1	»
» » »	Kaakama-vaara—Niemi-vaara	2	»
» » »	Ollos-vaara—Kerrojupukka .	1	»
» » »	Kuivaskero—Pessinki	2	»
» » »	Kuivaskero—Ounas-tunturi..	2	»
» » »	Ounas-tunturi—Stuor-oivi..	2	»
» » »	Kersti-vaara—Atjik.....	2	»
	Somme	14	directions.

Il y a par conséquent en tout 100 directions observées.

*

L'exposé suivant, sur les opérations de Laponie, est basé sur deux communications que m'a faites M. Selander.

Je reçus la première communication le 27 juillet 1853, à Stockholm où je m'étais rendu pour consulter avec MM. Hansteen et Selander, sur la publication de l'ouvrage qui devait contenir l'exposé général des opérations, exécutées pour la mesure de l'arc du méridien compris entre le Danube et la Mer Glaciale. Ce document contenait le tableau des directions relatives moyennes, observées

1) sur les 9 stations qui servent à rattacher la base d'Öfver-Tornea aux triangles de continuation,
2) sur les 23 stations des 21 triangles de continuation No. 226 à No. 246.

La seconde communication me parvint deux ans plus tard, le 24 août 1855, ayant été expédiée de Stockholm le 10 août. Dans cet envoi M. Selander me fit part des résultats de ses calculs relatifs aux triangles de Laponie. Il avait ajouté les résultats obtenus pour la latitude du point astronomique Stuor-oivi, et l'azimut du côté Stuor-oivi—Pajtas-vaara déterminé à Stuor-oivi.

Ces deux documents sont exactement rendus dans les deux paragraphes suivants § 88 et § 89.

§ 88. Première communication de M. Selander, datée du 27 juillet 1853. Directions observées sur les différentes stations de Laponie, réduites aux centres des stations.

1. Directions moyennes observées pour la jonction de la base d'Öfver-Tornea avec le côté de triangle Avasaksa—Pullinki.

Planche XVIII.

B. Keski-rahta,

TERME MÉRIDIONAL DE LA BASE.

Objet.	Direction.		
C. Särkä-vaara..	0°	0′	1″,766
D. Hiiri-vaara...	24	37	32,963
A. Ivari	65	59	11,351
E. Lammi-vaara..	66	42	56,505
I. Avasaksa	156	1	42,040

A. Ivari,

TERME SEPTENTRIONAL DE LA BASE.

Objet.	Direction.		
I. Avasaksa	0°	0′	3″,964
B. Keski-rahta...	30	54	16,415
C. Särkä-vaara..	66	28	38,242
D. Hiiri-vaara...	142	26	45,454
E. Lammi-vaara..	212	1	44,400
F. Himo-vaara...	270	23	21,227

I. Avasaksa.

Objet.	Direction.
B. Keski-rahta...	0° 0′ 19″,847
C. Särkä-vaara..	11 56 23,896
D. Hiiri-vaara...	38 9 49,923
A. Ivari.....	59 3 35,340
G. Kuora-vaara..	70 14 34,007
E. Lammi-vaara..	78 46 59,053
F. Himo-vaara...	117 9 15,491
H. Pullinki.....	118 43 6,821

C. Särkä-vaara.

Objet.	Direction.
D. Hiiri-vaara...	0° 1′ 7″,065
G. Kuora-vaara..	25 25 52,062
E. Lammi-vaara..	44 33 10,224
A. Ivari	67 35 58,115
F. Himo-vaara...	83 33 30,831
I. Avasaksa.....	134 0 9,483
B. Keski-rahta...	146 2 26,097

D. Hiiri-vaara.

E. Lammi-vaara..	0° 0′ 43″,485
F. Himo-vaara...	35 35 26,867
A. Ivari.....	65 1 12,724
I. Avasaksa.....	81 40 41,982
B. Keski-rahta ..	92 7 5,257
C. Särkä-vaara..	101 28 12,564

E. Lammi-vaara.

F. Himo-vaara...	0° 0′ −9″,269
I. Avasaksa.....	48 41 9,372
B. Keski-rahta ..	60 35 45,742
A. Ivari	60 59 28,573
C. Särkä-vaara..	72 23 35,983
D. Hiiri-vaara...	106 24 4,922
G. Kuora-vaara..	207 59 22,971

F. Himo-vaara.

I. Avasaksa.....	0° 0′ 44″,513
C. Särkä-vaara..	24 21 9,741
A. Ivari	32 18 23,005
D. Hiiri-vaara...	54 55 59,972
E. Lammi-vaara..	92 57 3,957
G. Kuora-vaara..	107 50 51,180
H. Pullinki.....	182 2 59,779

G. Kuora-vaara.

H. Pullinki.....	0° 0′ 10″,566
F. Himo-vaara...	75 40 16,797
E. Lammi-vaara..	88 46 0,957
I. Avasaksa.....	100 55 23,854
C. Särkä-vaara..	114 2 57,102

H. Pullinki.

I. Avasaksa.....	0° 0′ −3″,955
F. Himo-vaara...	0 28 20,629
G. Kuora-vaara..	30 36 6,024

2. *Directions moyennes observées sur les stations des triangles principaux.*

Planche XVII.

1. Torneå, landskyrkan.

Objet.	Direction.		
Perra-vaara	0°	0′	0″,000
Huitaperi.....	7	4	3,087
Kaakama-vaara..	29	54	30,691

2. Perra-vaara.

Objet.	Direction.		
Huitaperi.....	0°	0′	0″,000
Kaakama-vaara..	55	53	45,318
Torneå.....	166	38	41,093

3. Kaakama-vaara.

Torneå.....	0°	0′	0″,000
Perra-vaara	39	20	33,820
Huitaperi.....	119	46	34,187
Horrilankero....	163	31	42,343
Niemi-vaara	173	13	15,891

4. Huitaperi.

Avasaksa	0°	0′	0″,000
Horrilankero ...	30	58	6,145
Kaakama-vaara..	131	12	50,767
Torneå.....	168	35	50,068
Perra-vaara	174	53	8,193

5. Horrilankero.

Avasaksa	0°	0′	0″,000
Pullinki.....	94	56	51,623
Niemi-vaara.....	144	8	38,889
Kaakama-vaara..	287	16	29,153
Huitaperi.....	323	16	38,534

6. Avasaksa.

Pullinki.....	0°	0′	0″,000
Horrilankero ...	53	42	34,239
Torneå.....	157	30	8,077
Huitaperi.....	166	1	9,958

7. Pullinki.

Kittis-vaara	0°	0′	0″,000
Niemi-vaara.....	87	49	52,403
Horrilankero....	125	14	20,829
Avasaksa	156	34	53,668
Paljukka-vaara..	304	28	18,193
Ollos-vaara	354	50	33,747

8. Niemi-vaara.

Horrilankero....	0°	0′	0″,000
Pullinki.....	93	23	41,894
Kittis-vaara	145	19	55,211
Kaakama-vaara..	332	49	19,640

9. Kittis-vaara.

Objet.	Direction.		
Niemi-vaara.....	0°	0′	0″,000
Pullinki.....	40	13	56,765
Paljukka-vaara..	133	46	31,188

10. Paljukka-vaara.

Objet.	Direction.		
Kerrojupukka ...	0°	0′	0″,000
Ylinen-vaara ...	54	29	36,824
Ollos-vaara	98	11	9,642
Kittis-vaara....	130	25	6,600
Pullinki.....	161	20	56,739

11. Ollos-vaara.

Pullinki.....	0°	0′	0″,000
Paljukka-vaara..	66	27	58,226
Kerrojupukka ...	107	55	57,410
Ylinen-vaara ...	133	37	18,464

12. Ylinen-vaara.

Ollos-vaara	0°	0′	0″,000
Paljukka-vaara..	69	9	7,733
Kerrojupukka ...	133	56	13,258
Kuivaskero.....	196	31	21,981

13. Kerrojupukka.

Lumi-vaara.....	0°	0′	0″,000
Kuivaskero.....	51	21	36,103
Ylinen-vaara ...	124	11	33,456
Paljukka-vaara..	184	54	53,171

14. Kuivaskero.

Lumi-vaara.....	0°	0′	0″,000
Pessinki.....	41	52	2,389
Ollos-tunturi...	90	31	8,447
Ounas-tunturi...	91	9	38,055
Ylinen-vaara ...	264	15	50,114
Kerrojupukka ...	308	50	49,685

15. Lumi-vaara.

Pessinki.....	0°	0′	0″,000
Ollos-tunturi...	56	33	55,307
Kuivaskero.....	108	39	45,517
Kerrojupukka ...	186	9	1,049

16. Ollos-tunturi.

Pessinki.....	0°	0′	0″,000
Ounas-tunturi...	92	29	20,054
Kuivaskero.....	271	5	8,683
Lumi-vaara.....	308	28	13,626

17. Pessinki.

Objet.	Direction.
Pajtas-vaara....	0° 0′ 0″,000
Ounas-tunturi...	35 45 58,988
Ollos-tunturi...	71 56 57,370
Kuivaskero.....	114 23 5,568
Lumi-vaara	143 51 21,947

18. Ounas-tunturi.

Objet.	Direction.
Ollos-tunturi...	0° 0′ 0″,000
Pessinki	51 19 42,359
Pajtas-vaara....	92 54 29,302
Stuor-oivi.....	137 37 33,185
Kersti-vaara....	172 53 0,743
Kuivaskero.....	359 14 15,031

19. Pajtas-vaara.

Stuor-oivi.....	0° 0′ 0″,000
Kersti-vaara....	45 15 49,776
Ounas-tunturi...	104 51 13,964
Pessinki	207 30 33,674

20. Kersti-vaara.

Ounas-tunturi ..	0° 0′ 0″,000
Pajtas-vaara....	40 26 7,966
Stuor-oivi.....	101 43 24,928
Atjik	136 0 0,263
Bäljatz-vaara ..	164 53 46,411

21. Stuor-oivi.

Atjik	0° 0′ 0″,000
Bäljatz-vaara...	30 13 26,324
Kersti-vaara....	95 9 56,113
Ounas-tunturi...	138 11 3,713
Pajtas-vaara....	168 36 51,626

22. Bäljatz-vaara.

Kersti-vaara....	0° 0′ 0″,000
Stuor-oivi.....	51 53 15,157
Atjik.....	87 57 8,757

23. Atjik.

Objet.	Direction.
Bäljatz-vaara...	0° 0′ 0″,000
Kersti-vaara....	63 9 10,748
Stuor-oivi.....	113 42 39,453

§ 89. Seconde communication de M. Selander, datée du 10 août 1855. Résultats des opérations de Laponie.

1. Renseignements donnés par M. Selander *).

«Tous les calculs ont été faits par moi-même, à l'exception de ceux qui sont relatifs aux observa-«tions de latitude faites par M. le professeur Agardh, lesquels ont été exécutés par lui.»

«Les directions ont été observées à l'aide d'un théodolite de 12 pouces, sur lequel la lecture se «faisait, pendant les premières années par des verniers, mais plus tard par des microscopes. Les détermi-«nations de latitude sont déduites des distances zénithales observées de l'étoile polaire. M. le professeur «Agardh a employé pour ses observations un bel instrument universel de Repsold, de la nouvelle «construction, pourvu d'un cercle vertical de $9^1/_2$ pouces. Moi, j'ai fait usage d'un instrument des passages, «également de Repsold, auquel M. Littmann avait ajouté un cercle vertical de 12 pouces. La lecture se «faisait sur les deux instruments à l'aide de microscopes. Les observations sont très-régulièrement distri-«buées, soit au-dessus soit au-dessous du pôle. L'éphéméride de Berlin a été employée dans le calcul. La «différence des deux (latitudes) moyennes me paraît plus grande, qu'on n'aurait dû l'attendre d'après «l'accord des déterminations isolées. Probablement cette différence est produite par les erreurs de division «que je n'ai point eu l'occasion d'examiner. Mais j'ai tâché d'en diminuer les effets au possible, en obser-«vant l'étoile polaire presque sur tous les points entre ses deux culminations. Je ne puis croire que la «différence soit produite par une flexion des tubes, car nous avons fait des essais pour déterminer les «distances zénithales d'un objet situé dans l'horizon, ayant ajouté un poids à l'objectif, et sans ce poids. «Aucune différence n'a été trouvée dans ces deux cas. J'ai cru devoir attribuer aux deux séries d'obser-«vations le même poids, vu que la préférence des microscopes sur l'instrument de M. Agardh compensait «le rayon plus grand de mon instrument. L'étoile polaire a été également employée pour l'azimut. Ces «observations ont été faites par le dit instrument universel, dont le cercle azimutal était également pourvu «de microscopes.»

---

*) Ces renseignements sont tirés et verbalement traduits de la lettre de M. Selander qui accompagnait sa communication.

2. *La base (d'Öfver-Torneå).*

La longueur de la base a été trouvée :

	journal de M. Selander	journal de M. Lindhagen
par la première mesure	1519,85097 toises	1519,85092
» » seconde »	1519,84940 »	1519,84892
Moyenne	1519,85018 »	1519,84992

Moyenne des deux 1519,85005 toises [1]).

Des distances au zénith, réciproques et simultanées, observées à Torneå, Perra-vaara, Huitaperi et Avasaksa ont donné

la hauteur d'Avasaksa au-dessus du niveau de la mer.. = 123,595 toises.

Par des distances au zénith observées à Avasaksa et aux deux extrémités de la base, j'ai obtenu :

Avasaksa est au-dessus de l'extrémité sept..... 99,163 »
» » » » » mérid..... 99,172 »

Donc, la hauteur de l'extrémité septentr. au-dessus du niveau de la mer..... = 24,432 »
la hauteur de l'extrémité mérid. au-dessus du niveau de la mer..... = 24,423 »
Moyenne = 24,427 »

La hauteur moyenne de la base au-dessus de la hauteur moyenne des deux extrémités a été dans la première mesure..... = 0,174
» » seconde » ..... = 0,232
Moyenne = 0,203 »

La hauteur moyenne de la base au-dessus du niveau du Golfe Bothnique est par conséquent..... = 24,63 » [2]).

D'où se déduit la réduction de la base mesurée au niveau de la mer = 0,01142 toise, et finalement

la longueur de la base réduite au niveau de la mer = 1519,83863 toises [3]).

3. Directions observées et compensées, et logarithmes des distances entre les stations des triangles principaux [4]).

Objets.	Directions observées.	Corrections.	Directions compensées.	Log. des distances.
	1. Torneå.			
PERRA-VAARA	0° 0′ 0″,000	+ 0″,623	0° 0′ +0″,623	4,0819581.8
HUITAPERI	7 4 3,087	— 1,441	7 4 1,646	4,4059958.3
KAAKAMA-VAARA . . .	29 54 30,691	+ 0,240	29 54 30,931	4,2507750.2
	2. Perra-vaara.			
HUITAPERI.	0° 0′ 0″,000	+ 0″,859	0° 0′ +0″,859	4,1324022.2
KAAKAMA-VAARA . . .	55 53 45,318	— 0,751	55 53 44,567	3,9776616.6
TORNEÅ	166 38 41,093	— 0,109	166 38 40,984	4,0819581.8
	3. Kaakama-vaara.			
TORNEÅ	0° 0′ 0″,000	+ 0″,020	0° 0′ +0″,020	4,2507750.2
PERRA-VAARA	39 20 33,820	+ 0,504	39 20 34,324	3,9776616.6
HUITAPERI.	119 46 34,187	+ 0,094	119 46 34,281	4,0565228.1
HORRILANKERO	163 31 42,343	+ 0,313	163 31 42,657	4,2802988.5
NIEMI-VAARA.	173 13 15,891	— 1,260	173 13 14,631	4,3987703.1
	4. Huitaperi.			
AVASAKSA	0° 0′ 0″,000	+ 0″,894	0° 0′ +0″,894	3,9375431.2
HORRILANKERO	30 58 6,145	+ 0,470	30 58 6,615	4,1270973.0
KAAKAMA-VAARA . . .	131 12 50,767	— 0,046	131 12 50,721	4,0565228.1
TORNEÅ	168 35 50,068	— 1,202	168 35 48,866	4,4059958.3
PERRA-VAARA	174 53 8,193	— 0,113	174 53 8,080	4,1324022.2
	5. Horrilankero.			
AVASAKSA	0° 0′ 0″,000	— 0″,790	0° 0′ —0″,790	3,8723242.0
PULLINKI	94 56 51,623	+ 0,088	94 56 51,711	4,0625450.1
NIEMI-VAARA.	144 8 38,889	+ 0,867	144 8 39,756	3,8468456.7
KAAKAMA-VAARA . . .	287 16 29,153	+ 0,152	287 16 29,305	4,2802988.5
HUITAPERI	323 16 38,534	— 0,269	323 16 38,265	4,1270973.0

*

Objets.	Directions observées.	Corrections.	Directions compensées.	Log. des distances.
6. Avasaksa.				
PULLINKI	0° 0′ 0″,000	— 0″,341	0° 0′ —0″,341	4,1545729.9
HORRILANKERO	53 42 34,239	+ 0,779	53 42 35,018	3,8723242.0
TORNEÅ	157 30 8,077	+ 0,648	157 30 8,725	4,5314884.1
HUITAPERI	166 1 9,958	— 1,033	166 1 8,925	3,9375431.2
7. Pullinki.				
KITTIS	0° 0′ 0″,000	— 0″,784	0° 0′ —0″,784	4,0283769.3
NIEMI-VAARA	87 49 52,403	— 0,856	87 49 51,547	3,9423789.5
HORRILANKERO	125 14 20,829	+ 0,027	125 14 20,856	4,0625450.1
AVASAKSA	156 34 53,668	+ 0,150	156 34 53,818	4,1545729.9
PALJUKKA-VAARA	304 28 18,193	+ 0,254	304 28 18,447	4,3165886.3
OLLOS-VAARA	354 50 33,747	+ 1,414	354 50 35,161	4,3048107.0
8. Niemi-vaara.				
HORRILANKERO	0° 0′ 0″,000	— 0″,478	0° 0′ —0″,478	3,8468456.7
PULLINKI	93 23 41,894	+ 0,863	93 23 42,757	3,9423789.5
KITTIS	145 19 55,211	— 0,668	145 19 54,543	4,1319098.9
KAAKAMA-VAARA	332 49 19,640	+ 0,635	332 49 20,275	4,3987703.1
9. Kittis.				
NIEMI-VAARA	0° 0′ 0″,000	+ 0″,938	0° 0′ +0″,938	4,1319098.9
PULLINKI	40 13 56,765	+ 0,953	40 13 57,718	4,0283769.3
PALJUKKA-VAARA	133 46 31,188	— 1,891	133 46 29,297	4,2335576.1
10. Paljukka-vaara.				
KERROJUPUKKA	0° 0′ 0″,000	— 0″,241	0° 0′ —0″,241	4,2506987.7
YLINEN-VAARA	54 29 36,824	— 0,505	54 29 36,319	4,2348330.7
OLLOS-VAARA	98 11 9,642	— 0,464	98 11 9,178	4,2409011.2
KITTIS	130 25 6,600	+ 0,718	130 25 7,318	4,2335576.1
PULLINKI	161 20 56,739	— 0,020	161 20 56,719	4,3165886.3

Objets.	Directions observées.	Corrections.	Directions compensées.	Log. des distances.
11. Ollos-vaara.				
PULLINKI	0° 0′ 0″,000	— 0″,930	0° 0′ —0″,930	4,3048107.0
PALJUKKA-VAARA . . .	66 27 58,226	— 0,323	66 27 57,903	4,2409011.2
KERROJUPUKKA.	107 55 57,410	+ 3,030	107 56 0,440	4,4252688.9
YLINEN-VAARA.	133 37 18,464	+ 0,212	133 37 18,676	4,1096510.5
12. Ylinen-vaara.				
OLLOS-VAARA	0° 0′ 0″,000	— 0″,391	0° 0′ —0″,391	4,1096510.5
PALJUKKA-VAARA . . .	69 9 7,733	+ 0,465	69 9 8,198	4,2348330.7
KERROJUPUKKA.	133 56 13,258	+ 0,369	133 56 13,627	4,2048377.0
KUIVASKERO	196 31 21,981	— 0,273	196 31 21,708	4,3387446.0
13. Kerrojupukka.				
LUMI-VAARA	0° 0′ 0″,000	+ 0″,155	0° 0′ +0″,155	4,2086822.1
KUIVASKERO	51 21 36,103	+ 0,318	51 21 36,421	4,3068043.9
YLINEN-VAARA.	124 11 33,456	— 0,591	124 11 32,865	4,2048377.0
PALJUKKA-VAARA . . .	184 54 53,171	+ 0,091	184 54 53,262	4,2506987.7
14. Kuivaskero.				
LUMI-VAARA	0° 0′ 0″,000	+ 0″,300	0° 0′ +0″,300	4,2099413.9
PESSINKI.	41 52 2,389	— 1,763	41 52 0,626	4,4945297.3
OLLOS-TUNTURI	90 31 8,447	+ 0,338	90 31 8,785	4,3237475.5
OUNAS-TUNTURI	91 9 38,055	— 1,136	91 9 36,919	4,5888377.5
YLINEN-VAARA.	264 15 50,114	+ 0,777	264 15 50,891	4,3387446.0
KERROJUPUKKA.	308 50 49,685	— 0,344	308 50 49,341	4,3068043.9
15. Lumi-vaara.				
PESSINKI.	0° 0′ 0″,000	+ 0″,763	0° 0′ +0″,763	4,3423703.0
OLLOS-TUNTURI	56 33 55,307	— 0,487	56 33 54,820	4,4266235.7
KUIVASKERO.	108 39 45,517	— 0,042	108 39 45,475	4,2099413.9
KERROJUPUKKA.	186 9 1,049	— 0,345	186 9 0,704	4,2086822.1

Objets.	Directions observées.	Corrections.	Directions compensées.	Log. des distances.
16. Ollos-tunturi.				
PESSINKI.....	0° 0′ 0″,000	+ 0″,110	0° 0′ + 0″,110	4,3700793.7
OUNAS-TUNTURI....	92 29 20,054	+ 0,389	92 29 20,443	4,2486940.1
KUIVASKERO	271 5 8,683	+ 0,137	271 5 8,820	4,3237475.5
LUMI-VAARA	308 28 13,626	— 0,670	308 28 12,956	4,4266235.7
17. Pessinki.				
PAJTAS-VAARA.....	0° 0′ 0″,000	+ 0″,599	0° 0′ + 0″,599	4,3097868.1
OUNAS-TUNTURI....	35 45 58,988	— 0,503	35 45 58,485	4,4771629.6
OLLOS-TUNTURI....	71 56 57,370	+ 1,158	71 56 58,528	4,3700793.7
KUIVASKERO	114 23 5,568	— 1,755	114 23 3,813	4,4945297.3
LUMI-VAARA	143 51 21,947	+ 0,069	143 51 22,016	4,3423703.0
18. Ounas-tunturi.				
OLLOS-TUNTURI....	0° 0′ 0″,000	— 0″,608	0° 0′ — 0″,608	4,2486940.1
PESSINKI.....	51 19 42,359	+ 0,638	51 19 42,997	4,4771629.6
PAJTAS-VAARA.....	92 54 29,302	+ 0,480	92 54 29,782	4,2546077.9
STUOR-OIVI.....	137 37 33,185	— 2,571	137 37 30,614	4,5352804.6
KERSTI-VAARA.....	172 53 0,743	+ 1,262	172 53 2,005	4,3783654.9
KUIVASKERO	359 14 15,031	+ 0,784	359 14 15,815	4,5888377.5
19. Pajtas-vaara.				
STUOR-OIVI.....	0° 0′ 0″,000	+ 0″,677	0° 0′ + 0″,677	4,3973661.1
KERSTI-VAARA.....	45 15 49,776	— 0,859	45 15 48,917	4,4359620.0
OUNAS-TUNTURI....	104 51 13,964	+ 0,552	104 51 14,516	4,2546077.9
PESSINKI.....	207 30 33,674	— 0,399	207 30 33,275	4,3097868.1

Objets.	Directions observées.	Corrections.	Directions compensées.	Log. des distances.
20. KERSTI-VAARA.				
OUNAS-TUNTURI....	0° 0′ 0″,000	— 0″,482	0° 0′ —0″,482	4,3783654.9
PAJTAS-VAARA.....	40 26 7,966	— 2,220	40 26 5,746	4,4359620.0
STUOR-OIVI.....	101 43 24,928	+ 1,577	101 43 26,505	4,3058103.4
ATJIK	136 0 0,263	+ 1,454	136 0 1,717	4,4162734.0
BÄLJATZ-VAARA....	164 53 46,411	+ 0,341	164 53 46,752	4,3670184.3
21. STUOR-OIVI.				
ATJIK	0° 0′ 0″,000	— 0″,377	0° 0′ —0″,377	4,1686900.5
BÄLJATZ-VAARA....	30 13 26,324	+ 0,165	30 13 26,489	4,3604927.1
KERSTI-VAARA.....	95 9 56,113	+ 0,561	95 9 56,674	4,3058103.4
OUNAS-TUNTURI....	138 11 3,713	— 0,886	138 11 2,827	4,5352804.6
PAJTAS-VAARA.....	168 36 51,626	+ 0,688	168 36 52,314	4,3973661.1
22. BÄLJATZ-VAARA.				
KERSTI-VAARA.....	0° 0′ 0″,000	+ 0″,704	0° 0′ +0″,704	4,3670184.3
STUOR-OIVI.....	51 53 15,157	— 0,859	51 53 14,298	4,3604927.1
ATJIK	87 57 8,757	+ 0,144	87 57 8,901	4,1006912.0
23. ATJIK.				
BÄLJATZ-VAARA....	0° 0′ 0″,000	+ 0″,128	0° 0′ +0″,128	4,1006912.0
KERSTI-VAARA.....	63 9 10,748	— 1,041	63 9 9,707	4,4162734.0
STUOR-OIVI.....	113 42 39,453	+ 0,838	113 42 40,291	4,1686900.5

4. *Distance des deux points astronomiques (Torneå et Stuor-oivi) et direction de la ligne géodésique qui les joint.*

La distance entre Torneå et Stuor-oivi a été calculée par moi, pour avoir un contrôle, par deux voies différentes, savoir une fois en allant par les stations occidentales, Torneå, Avasaksa, Pullinki, Paljukka-vaara etc., une autre fois par les stations orientales, Torneå, Kaakama-vaara, Niemi-vaara etc. J'ai trouvé :

	par les stations occidentales.	par les stations orientales.
la distance entre Torneå et Stuor-oivi....	166173,1199 toises	166173,1180 toises
l'angle à Torneå entre Perra-vaara et Stuor-oivi..	16° 41′ 44″,491	16° 41′ 44″,465
l'angle à Stuor-oivi entre Pajtas-vaara et Torneå.....	0 7 47,631	0 7 47,625.

La moyenne des résultats obtenus par les deux voies est :

distance entre Torneå et Stuor-oivi..... = 166173,119 toises

l'angle à Torneå entre Perra-vaara et Stuor-oivi.. = 16° 41′ 44″,478

l'angle à Stuor-oivi entre Pajtas-vaara et Torneå..... = 0 7 47,628.

5. *Détermination de la latitude de* Stuor-oivi.

Observations de Selander faites avec un cercle méridien de 12 pouces.		Observations de M. Agardh faites avec un cercle de 9½ pouces.	
1850. Juillet 11.	$\varphi = 68° 40' 59''71$	1850. Juillet 11.	$\varphi = 68° 40' 60''15$
12.	57,08		58,64
	58,09		57,70
	57,48	12.	60,19
14.	57,35		59,92
	57,08		57,72
	57,13		60,29
15.	56,36		57,96
	56,66	14.	56,67
	57,59		56,31
	56,01	15.	58,40
	58,20		57,79
	58,88		59,95
	59,06		57,82
	60,56		56,78
	59,65		58,10
	56,00		57,73
	56,35		58,23
16.	57,35		61,35
	58,94		60,96
	56,99	16.	56,24
	57,81		58,94
	57,51		58,48
	58,51		59,05
	57,57		59,87
	57,86		58,05
	59,73	21.	59,65
18.	58,38		59,00
	56,94		59,51
19.	58,11		57,45
21.	57,79		59,75
	56,21		58,47
	57,11		59,02
	57,62		58,40
	56,93		57,49
	58,25		58,35
	57,09		58,24
	56,01		59,94
	56,28		60,35
	58,04		59,63
	58,97		59,63
	58,84		59,30
	59,36		59,85
	58,45		59,69
22.	57,78		60,48
	56,46	22.	56,39
23.	58,78		59,97
	57,94		58,65
	56,98		59,22
	56,94		59,24
	59,67		
	60,17		
Moyenne	68° 40' 57''813	Moyenne	68° 40' 58''818
Réduction au centre de la station	+ 0,066		+ 0,101
	$\varphi = 68° 40' 57''879$		$\varphi = 68° 40' 58''919$

Moyenne des deux $\varphi = 68° 40' 58''399$.

Chaque latitude est la moyenne de 10 observations dont 5 ont été faites le cercle étant à l'ouest, et 5 le cercle étant à l'est.

6. Observations de l'azimut à Stuor-oivi, *faites à l'aide de l'instrument universel de Repsold.*

Azimut de la mire.	Angle entre Pajtas-vaara et la mire.
179° 57′ 42″,73	11° 34′ 48″,83
43,86	50,99
40,60	52,57
41,68	48,62
39,69	44,88
39,69	44,19
51,73	44,97
46,61	44,73
45,94	47,25
47,55	51,42
47,89	47,82
42,86	47,91
42,49	46,68
41,55	44,23
42,20	48,89
46,33	48,25
45,33	48,20
41,00	45,20
42,81	47,15
43,61	50,15
47,42	45,63
42,44	50,66
49,39	48,40
44,41	48,45
47,55	48,86
46,92	50,56
43,80	51,56
43,14	48,00
42,74	48,94
42,74	
Moyenne = 179° 57′ 44″,223	Moyenne = 11° 34′ 48″,069

Azimut de la mire	= 179 57 44,223
Donc, du lieu de l'instrument, azimut de Pajtas-vaara	= 168° 22′ 56″,154
Réduction au centre de la station	+ 3,236
Du centre de la station, azimut de Pajtas-vaara	= 168° 22′ 59″,390
Plus haut, l'angle Pajtas-vaara — Stuor-oivi — Torneå	= 0 7 47,628
Donc enfin azimut de Torneå à Stuor-oivi	= 168° 30′ 47″,018.

Chaque azimut donné est la moyenne de deux observations, faites une fois le cercle étant à l'ouest l'autre fois le cercle à l'est.

Remarques de Struve.

1) *Ce chiffre de M. Selander est identique, à 0,00001 toise près, avec celui que j'ai donné T. II, p.* **17**.
2) *J'ai fait usage de ce chiffre T. II, p.* **17**.
3) *Cette longueur s'est trouvée, par mon calcul, K^{IX} = 1519,83864 toises, T. II, p.* **19**; *les deux logarithmes de ces chiffres :*

log. du chiffre de M. Selander 3,1817974.78
» » » de Struve 3,1817974.82

sont identiques dans la huitième place décimale.
4) *Les chiffres de la seconde colonne, avec l'inscription directions observées, sont identiques avec les chiffres du § 88, T. II, p.* **62** *à* **64**.

CHAPITRE IX.

LAPONIE.

DÉTERMINATION DU CÔTÉ FONDAMENTAL AVASAKSA—PULLINKI.

§ 90. Notices préliminaires.

En printemps 1854, je chargeai M. Lindhagen qui venait d'achever ses calculs relatifs aux opérations exécutées dans le Finmarken norvégien, de s'occuper également du calcul des triangles de Laponie, en partant de la longueur connue de la base d'Öfver-Tornea, qu'il avait mesurée avec M. Selander en 1851, et des directions, observées sur les différentes stations de Laponie, que nous avait communiquées M. Selander en 1853, § 88, T. II, p. 60 à 64. Pour les parties du calcul, surtout d'élimination, qui réclamaient un contrôle suivi, j'avais adjoint à M. Lindhagen un aide habile, dans la personne de M. Hübner, astronome cadet surnuméraire de l'Observatoire.

M. Lindhagen me remit en automne 1854 un mémoire détaillé sur les résultats de ses calculs, divisé en deux sections distinctes, dont

la première était relative à la jonction entre la base d'Öfver-Torneå et le côté fondamental Avasaksa—Pullinki;

la seconde avait pour objet le calcul des triangles principaux depuis Torneå jusqu'à Bäljatz-vaara et Atjik, en regardant le côté fondamental Avasaksa—Pullinki comme connu.

*

Le vaste travail de M. Lindhagen est un calcul rigoureux de compensation, d'après la méthode des moindres carrés, fait en deux sections, pour les deux systèmes de directions, § 88, 1 et § 88, 2, T. II, p. **60** à p. **64**. Dans chacun de ces systèmes, une exactitude égale fut attribuée à toutes les directions données, supposition qui était de nécessité, parce que les deux tableaux de M. Selander ne contenaient aucune indication, relative à une différence de poids dans les directions.

Le § 91 contiendra les résultats de la première section du mémoire de M. Lindhagen.

§ 91. Résultats du calcul de M. Lindhagen.

M. Lindhagen dans ses calculs n'avait fait usage de la longueur de la base que pour la détermination des différents excès sphériques. Il exprima par conséquent les différentes distances géodésiques en chiffres, pour lesquels l'unité est égale à la longueur de la base, réduite au niveau de la mer. $\mathrm{Lg}\, K^{IX}$ étant $= 3{,}1817974.8$, T. II, p. **19**, j'ai ajouté ce chiffre constant aux logarithmes des distances trouvés par M. Lindhagen, pour avoir les logarithmes des distances exprimées en toises. Le tableau suivant contient, pour chaque station mise en tête, quatre colonnes.

La première colonne donne les objets observés.

» *seconde* » contient les directions observées. Les chiffres de cette colonne sont déduits du tableau § 88, 1, en mettant $0^\circ\ 0'\ 0''{,}000$ pour la première direction.

» *troisième* » présente les corrections à appliquer aux directions observées, par suite de l'opération de compensation. La somme des chiffres de cette colonne doit être $0''{,}0000$, pour chaque station à part, vu que le même poids a été attribué à toutes les directions observées.

» *quatrième* » donne les logarithmes des distances exprimées en toises, comme l'inscription l'indique. Ces logarithmes ont été trouvés par la résolution des triangles compensés, formés successivement entre les 9 différentes stations. Chaque logarithme se trouve deux fois dans le tableau.

Objet.	Direction observée.	Correction.	Log. de la distance en toises.
	B. Keskirahta.		
C	0° 0′ 0″,000	—0″,2739	lg *BC* = 2,9554221.1
D	24 37 31,197	—0,3206	lg *BD* = 3,4918559.1
A	65 59 9,585	+0,3483	lg *BA* = 3,1817974.8
E	66 42 54,739	+0,5357	lg *BE* = 3,6360653.5
J	156 1 40,274	—0,2896	lg *BJ* = 2,9591061.4
	Somme	—0,0001	
	J. Avasaksa.		
B	0° 0′ 0″,000	—0″,4469	lg *JB* = 2,9591061.4
C	11 56 4,049	—0,3316	lg *JC* = 3,2487250.3
D	38 9 30,076	+0,3839	lg *JD* = 3,5760884.3
A	59 3 15,493	+0,5793	lg *JA* = 3,2484834.5
G	70 14 14,160	—1,4205	lg *JG* = 3,8692986.8
E	78 46 39,206	—0,2578	lg *JE* = 3,6444186.1
F	117 8 55,644	+0,1942	lg *JF* = 3,5207129.6
H	118 42 46,974	+1,2993	lg *JH* = 4,1545707.0
	Somme	—0,0001	
	D. Hiiri-vaara.		
E	0° 0′ 0″,000	—0″,0429	lg *DE* = 3,4626268.4
F	35 34 43,382	+0,9980	lg *DF* = 3,6550708.6
A	65 0 29,239	—0,6216	lg *DA* = 3,3433717.0
J	81 39 58,497	+1,3710	lg *DJ* = 3,5760884.3
B	92 6 21,772	—1,8974	lg *DB* = 3,4918559.1
C	101 27 29,079	+0,1928	lg *DC* = 3,3643476.6
	Somme	—0,0001	
	F. Himo-vaara.		
J	0° 0′ 0″,000	—1″,8721	lg *FJ* = 3,5207129.6
C	24 20 25,228	+0,2892	lg *FC* = 3,6181584.1
A	32 17 38,492	—0,5574	lg *FA* = 3,4495895.6
D	54 55 15,459	+1,9203	lg *FD* = 3,6550708.6
E	92 56 19,444	—0,3636	lg *FE* = 3,4379110.4
G	107 50 6,667	+0,9355	lg *FG* = 3,7541944.6
H	182 2 15,266	—0,3522	lg *FH* = 4,0397979.1
	Somme	—0,0003	

Objet.	Direction observée.	Correction.	Log. de la distance en toises.
	A. Ivari.		
J	0° 0′ 0″,000	—1″,0467	lg *AJ* = 3,2484834.5
B	30 54 12,451	—0,0542	lg *AB* = 3,1817974.8
C	66 28 34,278	+0,0751	lg *AC* = 3,1513793.2
D	142 26 41,490	+0,6233	lg *AD* = 3,3433717.0
E	212 1 40,436	—0,8127	lg *AE* = 3,4481093.5
F	270 23 17,263	+1,2152	lg *AF* = 3,4495895.6
	Somme	0,0000	
	C. Särkä-vaara.		
D	0° 0′ 0″,000	—0″,4838	lg *CD* = 3,3643476.6
G	25 24 44,997	+0,6061	lg *CG* = 3,8223689.1
E	44 32 3,159	—0,2169	lg *CE* = 3,6079579.8
A	67 34 51,050	+0,0805	lg *CA* = 3,1513793.2
F	83 32 23,766	—0,9123	lg *CF* = 3,6181584.1
J	133 59 2,418	+0,9789	lg *CJ* = 3,2487250.3
B	146 1 19,032	—0,0526	lg *CB* = 2,9554221.1
	Somme	—0,0001	
	E. Lammi-vaara.		
F	0° 0′ 0″,000	—1″,5841	lg *EF* = 3,4379110.4
J	48 41 18,641	+2,0178	lg *EJ* = 3,6444186.1
B	60 35 55,011	+1,5826	lg *EB* = 3,6360653.5
A	60 59 37,842	+0,6383	lg *EA* = 3,4481093.5
C	72 23 45,252	—0,2090	lg *EC* = 3,6079579.8
D	106 24 14,191	—1,8259	lg *ED* = 3,4626268.4
G	207 59 32,240	—0,6198	lg *EG* = 3,4927576.9
	Somme	—0,0001	
	G. Kuora-vaara.		
H	0° 0′ 0″,000	—0″,7011	lg *GH* = 4,0368057.3
F	75 40 6,231	—0,2469	lg *GJ* = 3,7541944.6
E	88 45 50,391	+0,3150	lg *GE* = 3,4927576.9
J	100 55 13,288	+0,2946	lg *GC* = 3,8692986.8
C	114 2 46,536	+0,3384	lg *GJ* = 3,8223689.1
	Somme	0,0000	
	H. Pullinki.		
J	0° 0′ 0″,000	—0″,2467	lg *HJ* = 4,1545707.0
F	0 28 24,584	—0,4676	lg *HF* = 4,0397979.1
G	30 36 9,979	+0,7143	lg *HG* = 4,0368057.3
	Somme	0,0000	

Le chiffre $\lg HJ = 4{,}1545707.0$ est le résultat principal du tableau précédent. J'ai contrôlé ce chiffre par un nouveau calcul, en passant, du côté *AB* donné au côté *HJ* cherché,

une fois par les triangles compensés *JAB*, *FJA*, *GJF* et *HJG*,

la seconde » » » » » *CAB*, *DCA*, *FCD*, *GFC*, *HGF* et *JHG*.

Ces deux suites de triangles donnent les calculs les plus favorables pour la jonction entre *AB* et *HJ*, vu qu'ils présentent les plus petites valeurs $\mathfrak{S} = \frac{1}{3}\left(\beta^2 + \gamma^2 + (\beta + \gamma)^2\right)$, parmi les différentes combinaisons possibles. Elles ont conduit à deux valeurs identiques du $\lg HJ = 4{,}1545707.6$, donc $HJ = 14274{,}8240$ toises; et je regarde ces chiffres comme le résultat définitif du travail de compensation exécuté par M. Lindhagen. Aussi ce $\lg HJ$ ne diffère-t-il du chiffre trouvé par M. Lindhagen lui-même, $\lg HJ = 4{,}1545707.0$, que de $\overset{-7}{0.6}$.

La fin du mémoire de M. Lindhagen est vouée à la détermination de l'exactitude du résultat obtenu. La somme des carrés des corrections données dans notre tableau est 41,866. Le nombre des directions observées étant 54, celui des directions indispensables, pour la résolution du problème relatif aux 9 stations, étant $2(9 - 2) + 9 = 23$, M. Lindhagen donne :

le carré de l'erreur moyenne d'une direction observée $= \frac{41{,}866}{54 - 23} = 1{,}3505$

l'erreur moyenne » » » $= \mp 1''{,}1621$

» probable » » » $= \mp 0''{,}7838.$

De ce dernier chiffre M. Lindhagen a déduit, par un calcul particulier relatif au poids du $\lg HJ$,

l'erreur probable du $\lg HJ = \mp 0{,}7838.\sqrt{2615{,}45} = \mp \overset{-7}{40.09}$.

Avec ce chiffre il faut encore combiner l'incertitude dans le log. de la base K^{IX} elle-même exprimée par $\partial K^{IX} = \mp 3.23$, T. II, p. **19**, et c'est ainsi que nous parvenons à

$$\lg HJ = 4{,}1545707.60 \mp 40.21$$

$$HJ = 14274{,}8240 \mp 0{,}1322 \text{ toises.}$$

§ 92. Comparaison des deux résultats obtenus, pour le côté fondamental Avasaksa—Pullinki, par les calculs de MM. Selander et Lindhagen. Résultat adopté.

Dans la communication faite par M. Selander en août 1853, nous rencontrons la longueur de la base réduite au niveau de la mer, T. II, p. 66. Cette longueur est identique avec celle qui est employée pour le calcul de M. Lindhagen, voyez T. II, p. 74, note 3. Le même document nous présente, T. II, p. 68, la valeur du côté fondamental *HJ* = Avasaksa—Pullinki, trouvée par M. Selander, mais sans indication sur la voie par laquelle elle a été déduite de la base, et sur l'erreur probable à laquelle elle est sujette. Le calcul de compensation, exécuté par M. Lindhagen, était par conséquent de nécessité, parce qu'il s'agissait de me procurer les données, analogues à celles que j'avais employées dans l'investigation de l'arc méridional, et qui étaient indispensables pour faire concourir toutes les bases mesurées à la détermination finale des arcs partiels, et pour en fixer le degré de précision. Le travail de M. Lindhagen me portait encore un second avantage celui d'un contrôle de calcul, au moins approximatif. En effet comme les deux calculs partaient des mêmes données, les deux résultats auraient dû être identiques, si les deux savants avaient employé les mêmes principes de compensation. Voici maintenant la comparaison de ces résultats:

Avasaksa—Pullinki

d'après M. Selander	$S = 14274{,}8973$ toises	; $\lg S = 4{,}1545729.9.$
» M. Lindhagen	$L = 14274{,}8240 \mp 0{,}1322$ toises;	$\lg L = 4{,}1545707.6 \mp 40.2$
Différence	$S - L = +0{,}0733$ toises	$\lg S - \lg L = +22{,}3.$

Les deux valeurs ne sont pas entièrement identiques; mais vu qu'elles ne diffèrent que d'une quantité qui s'élève seulement à 0,55 de l'erreur probable qu'attribue le second calcul au résultat, j'ai regardé la moyenne des deux valeurs *S* et *L* comme le résultat final, en lui attribuant l'erreur probable que présente le calcul fait à Poulkova. C'est ainsi que nous avons:

Longueur du côté fondamental Avasaksa—Pullinki:

$$L^{IX} = 14274{,}8607 \mp 0{,}1322 \text{ toises}$$

$$\lg L^{IX} = 4{,}1545718.8 \mp 40.2.$$

Carré de l'erreur moyenne en $\lg L^{IX}$, $F^{IX} = 3555.4.$

La différence entre les valeurs S et L s'explique par la circonstance, que M. Lindhagen a dû assigner à toutes les directions données un même poids, tandis que M. Selander a attribué à chaque direction un poids correspondant au nombre d'observations qui l'avaient déterminée. Sous ce point de vue la valeur S est préférable à L. On peut cependant contester l'exactitude parfaite du principe d'après lequel le poids d'une direction serait proportionnel au nombre d'observations. Car si dans des observations il y a, pour chaque objet, une source d'erreurs particulières, le principe n'est plus rigoureux et, dans ce cas, le vrai poids relatif se trouve entre le poids égal et le poids proportionnel au nombre d'observations. C'est cette considération qui m'a engagé à choisir la moyenne de S et L pour le L^{IX} final qui, en outre, ne s'éloigne de S, que d'une quantité à peu près insensible, vis-à-vis de l'erreur probable en L^{IX}. J'ai dû enfin mettre l'erreur probable $\mathfrak{d}L^{IX} = \mathfrak{d}L$, faute de renseignements sur $\mathfrak{d}S$. Cependant $\mathfrak{d}S$ à dû être plus petit que $\mathfrak{d}L$, mais d'une quantité minime, de sorte qu'en faisant $\mathfrak{d}L^{IX} = \mathfrak{d}L$ au lieu de $\frac{1}{2}(\mathfrak{d}S + \mathfrak{d}L)$, l'inexactitude est à peu près évanouissante, et, si elle existe, j'ai agi conformément au principe maintenu partout, d'attribuer aux quantités déterminées plutôt une erreur trop forte que trop faible.

CHAPITRE X.

LAPONIE.

LES TRIANGLES PRINCIPAUX, DEPUIS TORNEA JUSQU'A ATJIK ET BÄLJATZ-VAARA.

---

§ 93. Notices préliminaires.

La seconde communication de M. Selander, T. II, p. **65** à **72**, comprend les résultats du vaste calul de compensation qu'il a exécuté, en regardant comme données primitives les 100 directions, observées aux 23 stations des 21 triangles principaux, depuis TORNEA jusqu'à BÄLJATZ-VAARA, et en prenant $\lg L^{IX} = 4{,}1545729.9$. J'ai changé les logarithmes des distances donnés par M. Selander, en ajoutant -11.1, pour les faire répondre au logarithme du côté fondamental $\lg L^{IX} = 4{,}1545718.8$, que j'ai adopté, T. II, p. **79**. Les logarithmes des distances ainsi changés se trouvent placés dans la sixième colonne verticale du § 94.

Les raisons qui avaient occasionné le calcul séparé de M. Lindhagen sur les triangles de rattachement entre la base et le côté fondamental, firent naître un travail semblable, sur les triangles principaux des opérations de Laponie, dont s'est chargé encore M. Lindhagen, assisté de M. Huebner. J'avais en outre senti une espèce de conscience, de faire usage des communications précieuses que j'attendais de la part du géomètre suédois, sans pouvoir, non pas les contrôler, mais au moins en constater en termes généraux l'exactitude, ce que l'immensité des calculs d'élimination rendait désirable. Le calcul de M. Lindhagen, relatif aux triangles principaux, fut encore exécuté, en supposant pour toutes les directions le même

poids. Si cette supposition n'était point rigoureuse, certaines différences des résultats devaient paraître, mais probablement peu considérables, et j'avais dans ce cas, pour persévérer dans les principes énoncés T. II, p. 80, à prendre un résultat moyen entre les résultats obtenus par les deux savants.

Le tableau du § 94 donne les deux résultats. Voici le contenu des différentes colonnes verticales I à VIII dont il est composé.

La colonne I contient les *noms des objets* pointés de la station en tête. Dans cette colonne j'ai ajouté un *astérisque* aux noms des stations qui forment avec la station en tête une diagonale ; et je distingue ainsi les *directions diagonales* des autres qui seront nommés *directions principales.*

» » II donne les *directions observées* par M. Selander. Les chiffres qui s'y trouvent sont identiques avec ceux du tableau T. II, p. 67 et suivantes.

Les colonnes III, IV et V présentent les *corrections* s et l des directions observées, d'après les deux calculs de compensation, et les *différences* $s - l$.

» » VI, VII et VIII donnent les *logarithmes des distances* S et L, déduits des deux calculs et leurs différences $\lg S - \lg L$.

§ 94. Tableau des résultats obtenus, pour les triangles principaux, par les calculs de compensation de MM. Selander et Lindhagen.

Objets.	Directions observées par M. Selander.	Corrections des directions		$s - l$.	Logarithmes des distances		$\lg S - \lg L$.
		Selander $s =$	Lindhagen $l =$		Selander $\lg S =$	Lindhagen $\lg L =$	
1. Tornea.							
PERRA-VAARA	0° 0′ 0″,000	+ 0″,623	+ 0″,868	— 0″,245	4,0819570.7	583.5	— 12.8
* HUITAPÄRI	7 4 3,087	— 1,441	— 1,187	— 0,254	4,4059947.2	952.4	— 5.2
KAAKAMA-VAARA . .	29 54 30,691	+ 0,240	+ 0,319	— 0,079	4,2507739.1	747.6	— 8.5
	Sommes	— 0,578	0,000	— 0,578			
2. Perra-vaara.							
HUITAPERI	0° 0′ 0″,000	+ 0″,859	+ 0″,928	— 0″,069	4,1324011.1	010.0	+ 1.1
KAAKAMA-VAARA . .	55 53 45,318	— 0,751	— 0,786	+ 0,035	3,9776605.5	608.1	— 2.6
TORNEA	166 38 41,093	— 0,109	— 0,142	+ 0,033	4,0819570.7	583.5	— 12.8
	Sommes	— 0,001	0,000	— 0,001			

Objets.	Directions observées par M. Selander.	Corrections des directions		$s-l$.	Logarithmes des distances		$\lg S - \lg L$.
		Selander $s=$	Lindhagen $l=$		Selander $\lg S=$	Lindhagen $\lg L=$	
3. KAAKAMA-VAARA.							
TORNEA	0° 0′ 0″,000	+ 0″,020	— 0″,022	+ 0″,042	4,2507739,1	747.6	— 8.5
PERRA-VAARA	39 20 33,820	+ 0,504	+ 0,626	— 0,122	3,9776605.5	608.1	— 2.6
HUITAPERI	119 46 34,187	+ 0,094	+ 0,171	— 0,077	4,0565217.0	214.6	+ 2.4
HORRILANKERO . . .	163 31 42,343	+ 0,313	+ 0,388	— 0,075	4,2802977.4	974.1	+ 3.3
* NIEMI-VAARA. . . .	173 13 15,891	— 1,260	— 1,163	— 0,097	4,3987692.0	690.8	+ 1.2
	Sommes	— 0,329	0,000	— 0,329			
4. HUITAPERI.							
AVASAKSA	0° 0′ 0″,000	+ 0″,894	+ 0″,827	+ 0″,067	3,9375420.1	416.4	+ 3.7
HORRILANKERO. . . .	30 58 6,145	+ 0,470	+ 0,461	+ 0,009	4,1270961.9	958.3	+ 3.6
KAAKAMA-VAARA . .	131 12 50,767	— 0,046	— 0,089	+ 0,043	4,0565217.0	214.6	+ 2.4
* TORNEA	168 35 50,068	— 1,202	— 1,192	— 0,010	4,4059947.2	952.4	— 5.2
PERRA-VAARA	174 53 8,193	— 0,113	— 0,008	— 0,105	4,1324011.1	010.0	+ 1.1
	Sommes	+ 0,003	— 0,001	+ 0,004			
5. HORRILANKERO.							
AVASAKSA	0° 0′ 0″,000	— 0″,790	— 0″,785	— 0″,005	3,8723230.9	228.5	+ 2.4
PULLINKI	94 56 51,623	+ 0,088	+ 0,168	— 0,080	4,0625439.0	438.7	+ 0.3
NIEMI-VAARA.	144 8 38,889	+ 0,867	+ 0,786	+ 0,081	3,8468445.6	447.7	— 2.1
KAAKAMA-VAARA . .	287 16 29,153	+ 0,152	+ 0,108	+ 0,044	4,2802977.4	974.1	+ 3.3
HUITAPERI	323 16 38,534	— 0,269	— 0,278	+ 0,009	4,1270961.9	958.3	+ 3.6
	Sommes	+ 0,048	— 0,001	+ 0,049			
6. AVASAKSA.							
PULLINKI	0° 0′ 0″,000	— 0″,341	— 0″,320	— 0″,021	4,1545718.8	718.8.	0.0
HORRILANKERO . . .	53 42 34,239	+ 0,779	+ 0,789	— 0,010	3,8723230.9	228.5	+ 2.4
* TORNEA	157 30 8,077	+ 0,648	+ 0,626	+ 0,022	4,5314873.0	876.1	— 3.1
HUITAPERI	166 1 9,958	— 1,033	— 1,095	+ 0,062	3,9375420.1	416.4	+ 3.7
	Sommes	+ 0,053	0,000	+ 0,053			

*

Objets.	Directions observées par M. Selander.	Corrections des directions		$s - l$.	Logarithmes des distances		$\mathrm{Lg}S - \mathrm{lg}L$.
		Selander $s =$	Lindhagen $l =$		Selander $\mathrm{lg}\,S =$	Lindhagen $\mathrm{lg}\,L =$	
7. Pullinki.							
KITTIS-VAARA	0° 0′ 0″,000	—0″,784	—0″,738	—0″,046	4,0283758.2	755.5	+ 2.7
NIEMI-VAARA	87 49 52,403	—0,856	—0,890	+0,034	3,9423778.4	775.3	+ 3.1
HORRILANKERO. . . .	125 14 20,829	+0,027	+0,069	—0,042	4,0625439.0	438.7	+ 0.3
AVASAKSA.	156 34 53,668	+0,150	+0,129	+0,021	4,1545718.8	718.8	0,0
PALJUKKA-VAARA. .	304 28 18,193	+0,254	+0,140	+0,114	4,3165875.2	900.3	—25.1
OLLOS-VAARA	354 50 33,747	+1,414	+1,291	+0,123	4,3048095.9	114.4	—18.5
	Sommes	+0,205	+0,001	+0,204			
8. Niemi-vaara.							
HORRILANKERO. . . .	0° 0′ 0″,000	—0″,478	—0″,635	+0″,157	3,8468445.6	447.7	— 2.1
PULLINKI	93 23 41,894	+0,863	+0,790	+0,073	3,9423778.4	775.3	+ 3.1
KITTIS-VAARA	145 19 55,211	—0,668	—0,693	+0,025	4,1319087.8	084.5	+ 3.3
* KAAKAMA-VAARA. .	332 49 19,640	+0,635	+0,537	+0,098	4,3987692.0	690.8	+ 1.2
	Sommes	+0,352	—0,001	+0,353			
9. Kittis-vaara.							
NIEMI-VAARA.	0° 0′ 0″,000	+0″,938	+0″,693	+0″,245	4,1319087.8	084.5	+ 3.3
PULLINKI	40 13 56,765	+0,953	+0,738	+0,215	4,0283758.2	755.5	+ 2.7
PALJUKKA-VAARA. .	133 46 31,188	—1,891	—1,431	—0,460	4,2335565.0	593.4	—28.4
	Sommes	0,000	0,000	0,000			
10. Paljukka-vaara.							
KERROJUPUKKA . . .	0° 0′ 0″,000	—0″,241	—0″,745	+0″,504	4,2506976.6	974.9	+ 1.7
YLINEN-VAARA . . .	54 29 36,824	—0,505	—0,261	—0,244	4,2348319.6	332.3	—12.7
OLLOS-VAARA	98 11 9,642	—0,464	—0,285	—0,179	4,2409000.1	022.2	—22.1
KITTIS-VAARA	130 25 6,600	+0,718	+1,431	—0,713	4,2335565.0	593.4	—28.4
PULLINKI	161 20 56,739	—0,020	—0,140	+0,120	4,3165875.2	900.3	—25.1
	Sommes	—0,512	0,000	—0,512			

Objets.	Directions observées par M. Selander.	Corrections des directions		$s-l$.	Logarithmes des distances		$\lg S - \lg L$.
		Selander $s=$	Lindhagen $l=$		Selander $\lg S=$	Lindhagen $\lg L=$	
11. Ollos-vaara.							
PULLINKI	0° 0′ 0″,000	—0″,930	—1″,291	+0″,361	4,3048095.9	114.4	—18.5
PALJUKKA-VAARA . .	66 27 58,226	—0,323	—0,374	+0,051	4,2409000.1	022.2	—22.1
* KERROJUPUKKA . .	107 55 57,410	+3,030	+2,140	+0,890	4,4252677.8	694.0	—16.2
YLINEN-VAARA . . .	133 37 18,464	+0,212	—0,476	+0,688	4,1096499.4	517.0	—17.6
	Sommes	+1,989	—0,001	+1,990			
12. Ylinen-vaara.							
OLLOS-VAARA	0° 0′ 0″,000	—0″,391	—0″,268	—0″,123	4,1096499.4	517.0	—17,6
PALJUKKA-VAARA . .	69 9 7,733	+0,465	+1,050	—0,585	4,2348319.6	332.3	—12.7
KERROJUPUKKA . . .	133 56 13,258	+0,369	—0,120	+0,489	4,2048365.9	386.0	—20.1
KUIVASKERO	196 31 21,981	—0,273	—0,662	+0,389	4,3387434.9	450.4	—15.5
	Sommes	+0,170	0,000	+0,170			
13. Kerrojupukka.							
LUMI-VAARA	0° 0′ 0″,000	+0″,155	+0″,346	—0″,191	4,2086811.0	837.5	—26,5
KUIVASKERO	51 21 36,103	+0,318	+0,316	+0,002	4,3068032.8	050.9	—18.1
YLINEN-VAARA	124 11 33,456	—0,591	—0,835	+0,244	4,2048365.9	386.0	—20.1
PALJUKKA-VAARA . .	184 54 53,171	+0,091	+0,173	—0,082	4,2506976.6	974.9	+1.7
	Sommes	—0,027	0,000	—0,027			
14. Kuivaskero.							
LUMI-VAARA	0° 0′ 0″,000	+0″,300	+0″,758	—0″,458	4,2099402.8	419.0	—16.2
* PESSINKI.	41 52 2,389	—1,763	—1,094	—0,669	4,4945286.2	305.5	—19.3
OLLOS-TUNTURI . . .	90 31 8,447	+0,338	+0,744	—0,406	4,3237464.4	497.9	—33.5
* OUNAS-TUNTURI . .	91 9 38,055	—1,136	—0,754	—0,382	4,5888366.4	389.4	—23.0
YLINEN-VAARA	264 15 50,114	+0,777	+0,662	+0,115	4,3387434.9	450.4	—15.5
KERROJUPUKKA . . .	308 50 49,685	—0,344	—0,316	—0,028	4,3068032.8	050.9	—18.1
	Sommes	—1,828	0,000	—1,828			

Objets.	Directions observées par M. Selander.	Corrections des directions		$s - l$	Logarithmes des distances		$\lg S - \lg L$.
		Selander $s =$	Lindhagen $l =$		Selander $\lg S =$	Lindhagen $\lg L =$	
15. LUMI-VAARA.							
PESSINKI	0° 0′ 0″,000	+ 0″,763	+ 0″,970	— 0″,207	4,3423691.9	716.3	—24.4
OLLOS-TUNTURI . . .	56 33 55,307	— 0,487	— 0,815	+ 0,328	4,4266224.6	248.7	—24.1
KUIVASKERO	108 39 45,517	— 0,042	+ 0,192	— 0,234	4,2099402.8	419.0	—16.2
KERROJUPUKKA . . .	186 9 1,049	— 0,345	— 0,347	+ 0,002	4,2086811.0	837.5	—26.5
	Sommes	— 0,111	0,000	— 0,111			
16. OLLOS-TUNTURI.							
PESSINKI.	0° 0′ 0″,000	+ 0″,110	— 0″,016	+ 0″,126	4,3700782.6	797.1	—14,5
OUNAS-TUNTURI . . .	92 29 20,054	+ 0,389	+ 0,618	— 0,229	4,2486929.0	939.5	—10.5
KUIVASKERO	271 5 8,683	+ 0,137	+ 0,357	— 0,220	4,3237464.4	497.9	—33.5
LUMI-VAARA	308 28 13,626	— 0,670	— 0,959	+ 0,289	4,4266224.6	248.7	—24.1
	Sommes	— 0,034	0,000	— 0,034			
17. PESSINKI.							
PAJTAS-VAARA. . . .	0° 0′ 0″,000	+ 0″,599	+ 0″,618	— 0″,019	4,3097857.0	877.2	—20.2
OUNAS-TUNTURI . . .	35 45 58,988	— 0,503	— 0,488	— 0,015	4,4771618.5	634.7	—16.2
OLLOS-TUNTURI . . .	71 56 57,370	+ 1,158	+ 0,962	+ 0,196	4,3700782.6	797.1	—14.5
* KUIVASKERO	114 23 5,568	— 1,755	— 1,339	— 0,416	4,4945286.2	305.5	—19.3
LUMI-VAARA	143 51 21,947	+ 0,069	+ 0,247	— 0,178	4,3423691.9	716.3	—24.4
	Sommes	— 0,432	0,000	— 0,432			
18. OUNAS-TUNTURI.							
OLLOS-TUNTURI . . .	0° 0′ 0″,000	— 0″,608	— 0″,614	+ 0″,006	4,2486929.0	939.5	—10.5
PESSINKI.	51 19 42,359	+ 0,638	+ 0,488	+ 0,150	4,4771618.5	634.7	—16.2
PAJTAS-VAARA. . . .	92 54 29,302	+ 0,480	+ 0,538	— 0,058	4,2546066.8	081.6	—14.8
* STUOR-OIVI.	137 37 33,185	— 2,571	— 2,777	+ 0,206	4,5352793.5	798.5	— 5.0
KERSTI-VAARA	172 53 0,743	+ 1,262	+ 1,620	— 0,358	4,3783643.8	655.3	—11.5
* KUIVASKERO	359 14 15,031	+ 0,784	+ 0,744	+ 0,040	4,5888366.4	389.4	—23.0
	Sommes	— 0,015	— 0,001	— 0,014			

Objets.	Directions observées par M. Selander.	Corrections des directions		$s - l$.	Logarithmes des distances		$\lg S - \lg L$.
		Selander $s =$	Lindhagen $l =$		Selander $\lg S =$	Lindhagen $\lg L =$	
19. PAJTAS-VAARA.							
STUOR-OIVI.....	0° 0′ 0″,000	+ 0″,677	+ 0″,676	+ 0″,001	4,3973650.0	648.6	+ 1.4
KERSTI-VAARA....	45 15 49,776	— 0,859	— 0,592	— 0,267	4,4359608.9	625.1	—16.2
OUNAS-TUNTURI...	104 51 13,964	+ 0,552	+ 0,535	+ 0,017	4,2546066.8	081.6	—14,8
PESSINKI.....	207 30 33,674	— 0,399	— 0,618	+ 0,219	4,3097857.0	877.2	—20.2
	Sommes	— 0,029	+ 0,001	— 0,030			
20. KERSTI-VAARA.							
OUNAS-TUNTURI...	0° 0′ 0″,000	— 0″,482	+ 0″,121	— 0″,603	4,3783643.8	655.3	—11.5
PAJTAS-VAARA....	40 26 7,966	— 2,220	— 1,627	— 0,593	4,4359608.9	625.1	—16.2
STUOR-OIVI.....	101 43 24,928	+ 1,577	+ 1,108	+ 0,469	4,3058092.3	108.9	—16.6
* ATJIK	136 0 0,263	+ 1,454	+ 0,654	+ 0,800	4,4162722.9	733.2	—10.3
BÄLJATZ-VAARA...	164 53 46,411	+ 0,341	— 0,256	+ 0,597	4,3670173.2	180.9	— 7.7
	Sommes	+ 0,670	0,000	+ 0,670			
21. STUOR-OIVI.							
ATJIK	0° 0′ 0″,000	— 0″,377	— 0″,712	+ 0″,335	4,1686889.4	889.4	0.0
BÄLJATZ-VAARA...	30 13 26,324	+ 0,165	+ 0,081	+ 0,084	4,3604916.0	924.8	— 8.8
KERSTI-VAARA....	95 9 56,113	+ 0,561	+ 0,213	+ 0,348	4,3058092.3	108.9	—16.6
* OUNAS-TUNTURI..	138 11 3,713	— 0,886	— 0,719	— 0,167	4,5352793.5	798.5	— 5.0
PAJTAS-VAARA....	168 36 51,626	+ 0,688	+ 1,136	— 0,448	4,3973650.0	648.6	+ 1.4
	Sommes	+ 0,151	— 0,001	+ 0,152			
22. BÄLJATZ-VAARA.							
KERSTI-VAARA....	0° 0′ 0″,000	+ 0″,704	+ 0″,567	+ 0″,137	4,3670173.2	180.9	— 7.7
STUOR-OIVI.....	51 53 15,157	— 0,859	— 0,602	— 0,257	4,3604916.0	924.8	— 8.8
ATJIK	87 57 8,757	+ 0,144	+ 0,035	+ 0,109	4,1006900.9	918.3	—17.4
	Sommes	— 0,011	0,000	— 0,011			
23. ATJIK.							
BÄLJATZ-VAARA...	0° 0′ 0″,000	+ 0″,128	+ 0″,191	— 0″,063	4,1006900.9	918.3	—17.4
* KERSTI-VAARA...	63 9 10,748	— 1,041	— 1,207	+ 0,166	4,4162722.9	733.2	—10.3
STUOR-OIVI.....	113 42 39,453	+ 0,838	+ 1,016	— 0,178	4,1686889.4	889.4	0.0
	Sommes	— 0,075	0,000	— 0,075			

§ 95. Considérations sur le tableau du paragraphe précédent.

1. Sur chacune des 23 stations, la somme des corrections l est zéro, comme elle doit l'être pour des poids supposés égaux des directions.

2. La somme des corrections s n'est zéro que deux fois, stations 2 et 9. Mais il saute aux yeux, que cette somme s'écarte de zéro par préférence dans les stations, où des directions diagonales ont été observées. Car nous trouvons, abstraction faite du signe,

l'écart moyen de zéro = 0″,104, pour une des 11 stations sans diagonales,
» » » » = 0,540 » » » 12 » avec des » .

Ces deux chiffres nous montrent qu'en général les diagonales n'ont été observées qu'exceptionnellement, ou plutôt que l'observation en a dû être très-souvent entravée, par la difficulté d'apercevoir les objets éloignés.

3. La somme des carrés des corrections se trouve

pour la compensation de M. Selander $[s^2] = 72{,}86$
» » » » » Lindhagen $[l^2] = 64{,}80$.

C'est conforme à la théorie que $[s^2]$ est plus grand que $[l^2]$; car pour avoir la juste somme $[s^2]$, il aurait fallu multiplier les différents s^2 par leurs poids respectifs, et ces poids des directions diagonales doivent avoir été en moyenne inférieurs à l'unité, attribuée au poids moyen des directions principales. En séparant les directions diagonales des principales, nous trouvons pour les 14 directions diagonales

$$[s^{*2}] = 33{,}78 \quad \text{et} \quad [l^{*2}] = 23{,}66;$$

et en soustrayant ces chiffres des $[s^2]$ et $[l^2]$, nous parvenons pour les 86 directions principales à

$$[s'^2] = 39{,}08 \quad \text{et} \quad [l'^2] = 41{,}14.$$

Ici $[l'^2]$ est un peu plus grand que $[s'^2]$, et c'est encore conforme à la théorie, de sorte que nous avons, dans les relations des s et l, une confirmation intrinséque de l'exactitude des deux calculs de compensation.

La différence $[l'^2] - [s'^2] = 2{,}06$ n'étant que d'un vingtième de ces sommes, il s'en suit que l'identité des poids existe de très-près pour les directions principales. De l'autre côté, une

diversité notable s'énonce, dès que nous comparons les corrections des directions diagonales avec celles des directions principales, ou soit les s^* avec les s', soit les l^* avec les l'. En effet les chiffres,

$$[s'^2] = 39{,}08 \quad \text{et} \quad [l'^2] = 41{,}14 \text{ pour les } 86 \text{ directions principales,}$$
$$[s^{*2}] = 33{,}78 \;\; » \;\; [l^{*2}] = 23{,}66 \;\; » \;\; » \;\; 14 \;\; » \;\; \text{diagonales,}$$

nous donnent

le carré de l'erreur moyenne

			par les s	par les l	moyenne
pour les 100 directions indistinctement,				$\Lambda = \frac{64{,}80}{100-65} = 1{,}851$	
dans » 86 »	principales,	$\Sigma' = \frac{39{,}08}{86} \cdot \frac{100}{35} = 1{,}298$		$\Lambda' = \frac{41{,}14}{86} \cdot \frac{100}{35} = 1{,}367$	1,333
» » 14 »	diagonales,	$\Sigma^* = \frac{33{,}78}{14} \cdot \frac{100}{35} = 6{,}894$		$\Lambda^* = \frac{23{,}66}{14} \cdot \frac{100}{35} = 4{,}829.$	

Donc, en attribuant aux directions principales observées le poids $p' = 1$, nous trouvons

le poids d'une direction diagonale

par les s^*, $p^* = 0{,}188$
» » l^*, $q^* = 0{,}283.$

Le $p^* = 0{,}188$ nous indique que, pour les directions diagonales, le nombre d'observations n'est pas même un cinquième du nombre d'observations pour les directions principales; ce qui prouve encore que les diagonales n'ont été observées par M. Selander que très-exceptionnellement. En outre $\frac{q^*}{p^*} = 1{,}5$ met en évidence que les poids réels ne sont pas proportionnels au nombre d'observations, mais que l'expérience attribue à un nombre plus petit d'observations, réunies en une direction moyenne, un poids plus fort que ne l'indique ce nombre. Nous avons enfin

l'erreur probable

	par les s,	par les l,
d'une direction observée, indistinctement,		0″,918
» » principale observée	0″,768	0,789
» » diagonale »	1,771	1,483.

4. L'inspection de la colonne VIII du § 94 nous fait voir, que les distances linéaires données par le calcul de M. Lindhagen sont en général un peu plus grandes que celles du calcul de M. Selander. En excluant les 14 distances diagonales qui, en effet, ne sont que des combi-

naisons de deux ou de trois distances principales, le nombre des distances principales distinctes de notre tableau est $\frac{1}{2}.86 = 43$. Parmi les 43 différences $\lg S - \lg L$ il y a deux = zéro, dont une est le côté fondamental, 12 sont positives et 29 négatives. Les extrêmes se trouvent $+ 3.7$ et $- 33.5$. La moyenne arithmétique de tous les $\lg S - \lg L$, qui est $= - 10.5$, correspond à $\frac{1}{400000}$ de la longueur. Pour mieux juger de la signification de ces différences, examinons la valeur que donne l'un ou l'autre des calculs à la longueur de la ligne géodésique qui joint les deux points astronomiques de l'arc de Laponie, TORNEA et STUOROIVI. Nous avons, T. II, p. **72**, d'après le calcul primitif de M. Selander, cette distance $D = 166173{,}119$ toises, $\lg D = 5{,}2205607.7$. De ce logarithme il font retrancher 11.1, T. II, p. **81**, pour avoir $\lg D$, de la distance selon M. Selander, en partant de $\lg L^{IX} = 4{,}1545718.8$, T. II, p. **79**. Maintenant il s'agit de trouver le changement de ce logarithme que produisent les $l - s$ et les $\lg L - \lg S$ de notre tableau § 94. En désignant par D' la distance que donne le calcul de M. Lindhagen, un calcul très-simple m'a donné $\lg D' - \lg D = + 11.6$. Par conséquent

$\lg D = 5{,}2205596.6$, $D = 166172{,}694$ toises selon M. Selander
$\lg D' = 5{,}2205608.2$, $D' = 166173{,}138$ » » » Lindhagen .

Différence $D' - D = 0{,}444$ toises.

Cette différence n'est pas même un tiers de l'incertitude que produit sur D la seule inexactitude du côté fondamental dont le logarithme est sujet à une erreur probable de 40.2, T. II, p. **79**, incertitude qui s'exprime par une erreur probable de $\mp 1{,}54$ toises en D. Elle est encore plus insignifiante, si nous considérons l'erreur complète δD, produite par l'action réunie du défaut de la base et du défaut qu'engendre l'imperfection de la mesure angulaire, et qui est de $\mp 2{,}2$ toises.

5. En conservant à présent le principe énoncé, T. II, p. **80**, à l'occasion de la valeur finale de L^{IX}, nous serions autorisés à regarder les corrections moyennes $\frac{s+l}{2}$ et les distances moyennes $\frac{S+L}{2}$ comme résultats définitifs du calcul des triangles principaux de Laponie, si ce calcul devait partir des directions observées comme données primitives. Pour le rattachement de la base K^{IX} au côté fondamental L^{IX}, il était de nécessité pour nous de regarder les directions comme données primitives, parce que la complexité des opérations le rendait impossible de

distinguer les diagonales des directions principales. Mais cette distinction s'étant aisément opérée dans les triangles principaux de Laponie, je me vis en état d'examiner, si effectivement les directions présentent les données primitives les plus avantageuses pour le calcul de compensation à faire.

§ 96. Motifs pour faire un autre calcul des triangles principaux de Laponie, en partant des angles de la plus courte durée comme données primitives.

J'ai énoncé, T. I, p. **89** et, avec plus de détail, T. II, p. **24**, que l'angle entre deux objets pointés dans l'espace de peu de minutes, jouit nécessairement d'une plus grande exactitude que l'angle formé par deux directions dont l'observation est séparée par un plus long intervalle de temps. Cet axiome m'avait engagé, dans les opérations de l'arc méridional et de Finlande, où l'instrument universel avait été employé, à prendre, non pas les directions elles-mêmes, mais les angles entre les objets voisins, ou les *angles de la plus courte durée* pour données de départ. Si cet axiome est valable déjà dans des mesures exécutées à l'aide d'un instrument pourvu de la lunette de vérification, tel que l'instrument universel, il doit être encore plus valable pour tout instrument qui n'est point pourvu d'une telle lunette, et dans lequel l'invariabilité du cercle divisé n'est pas vérifiée dans chaque observation des différentes directions *).

Par suite des considérations précédentes, j'ai recherché d'abord, pour les 21 triangles de Laponie, les erreurs dans les sommes des trois angles, en formant ces angles, d'après les données de M. Selander, par les couples de directions voisines réunies en angles, et en rejetant entièrement les diagonales. Voici le tableau de ces erreurs.

---

*) A ce que j'ai dit sur cette matière, T. I, p. **29** et **33**, j'ajoute la remarque suivante. Dans des opérations de grande étendue sur un pays presque inhabité, la construction de piliers solides en pierres ou en briques, sur toutes les stations, devient impossible et, pour placer l'instrument, il faut employer un statif transportable. Quelque ferme que soit un tel statif, il est sujet à une tension variable durant l'observation, et à un dérangement, produit par le changement de position de l'observateur dont le poids agit sur le sol, et par là sur le statif. On se plaît bien à regarder comme une preuve de la constance de l'instrument, qu'en revenant une seconde fois à la première direction observée, on retrouve de très-près l'ancienne indication des verniers ou microscopes. Mais cette preuve n'est point rigoureuse. Car si la pression, exercée sur le sol par l'observateur, agit sur la position de l'instrument, l'identité de deux directions observées n'est qu'une suite de l'identité de la position de l'observateur, et rien ne documente que le limbe de l'instrument ait conservé sa position pour les directions intermédiaires.

*

Corrections à 180° + l'excès.

Triangle.	Correction.	Triangle.	Correction.	Triangle.	Correction.
No. 226	+ 0″,74	No. 233	— 4″,62	No. 240	— 1″,56
227	— 2,09	234	+ 2,21	241	+ 3,19
228	— 0,72	235	+ 1,19	242	— 2,21
229	— 2,76	236	+ 0,32	243	+ 0,46
230	+ 2,12	237	— 2,67	244	+ 2,39
231	+ 3,00	238	+ 0,50	245	— 2,40
232	— 1,59	239	— 0,32	246	+ 2,26

La somme des carrés de ces 21 corrections étant 98,57, nous avons:

le carré de l'erreur moyenne d'un triangle = 4,693
» » » » » d'un angle observé = 1,564
l'erreur moyenne d'un angle observé = 1″,250
» probable » » » = 0″,843.

Nous avons trouvé, T. II, p. 89, dans l'hypothèse de l'exactitude égale entre deux directions quelconques, le carré de l'erreur moyenne d'une direction principale = 1,333, d'où se déduit le carré de l'erreur moyenne pour un angle quelconque, renfermé par deux de ces directions = 2,665. Ce chiffre comparé au carré 1,564, qu'a donné, pour un angle, l'examen des sommes des angles dans les 21 triangles, met en évidence, que non pas les directions, mais les angles entre les objets voisins sont les données primitives les plus avantageuses, pour former les triangles de Laponie. Je me sentis par conséquent obligé à faire le calcul définitif de ces triangles, en partant des angles formés entre les directions principales voisines. En outre je me crus autorisé à exclure entièrement les directions diagonales observées, dont le poids moyen relatif était seulement de 0,188 du poids moyen des directions principales, voir T. II, p. 89, quoique j'eusse considéré, en Finlande, le petit nombre de directions diagonales, mais qui avaient été déterminées en commun avec les autres directions, et toujours par le nombre complet de mises stipulées.

Les paragraphes suivants § 97 et § 98 donneront deux tableaux des triangles de Laponie, formés en partant des angles, savoir

le tableau L. A., contenant les 5 triangles de continuation No. 226 à No. 230, qui vont du côté TORNEA—KAAKAMA-VAARA, commun aux triangles de Finlande et de Laponie, jusqu'au côté fondamental AVASAKSA—PULLINKI.

» » L. B., qui contient les 17 triangles de Laponie depuis le dit côté fondamental jusqu'au côté BÄLJATZ-VAARA—ATJIK, commun aux opérations de Laponie et du Finmarken.

Pour tous ces triangles nous avons, dans la colonne des quantités auxiliaires, $\Omega = 1{,}564$.

§ 97. Tableau L. A. des 5 triangles de continuation situés entre le dernier côté des triangles de Finlande et le côté fondamental L^{IX}.

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
Les triangles suivants partent de la longueur du côté TORNEA—KAAKAMA-VAARA, donnée dans le triangle No. 225, T. II, p. 47, par son logarithme = 4,2507881.8. Ils forment la continuation des triangles K. c., T. II, p. 46 et 47.					
L. A. 1. (K. C. 10.) No. 226.	PERRA-VAARA	110° 44′ 55″,78	55″,68	4,2507881.8	$\mathfrak{S} = 741{,}3$ $\Omega = 1{,}564$ $\mathfrak{T} = 1159{,}4$
	KAAKAMA-VAARA	39 20 33,82	33,72	4,0819703.9	
	TORNEA	29 54 30,69	30,60	3,9776768.4	
	Somme	180 0 0,29	0,00		
		Corr. + 0,74	1,029 Exc.		
L. A. 2. (K. C. 11.) No. 227.	HUITAPERI	43 40 17,42	16,39	3,9776768.4	$\mathfrak{S} = 669{,}3$ $\Omega = 1{,}564$ $\mathfrak{T} = 1046{,}8$
	KAAKAMA-VAARA	80 25 60,37	59,33	4,1324186.8	
	PERRA-VAARA	55 53 45,32	44,28	4,0565406.7	
	Somme	180 0 3,11	0,00		
		Corr. — 2,09	1,023 Exc.		
L. A. 3. (K. C. 12.) No. 228.	HORRILANKERO	36 0 9,38	8,66	4,0565406.7	$\mathfrak{S} = 1307{,}1$ $\Omega = 1{,}564$ $\mathfrak{T} = 2044{,}3$
	HUITAPERI	100 14 44,62	43,90	4,2803160.9	
	KAAKAMA-VAARA	43 45 8,16	7,44	4,1271136.3	
	Somme	180 0 2,16	0,00		
		Corr. — 0,72	1,440 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
L. A. 4. (K. C. 13.) No. 229.	AVASAKSA	112° 18′ 35″,72	34″,61	4,1271136.3	$\mathfrak{S} = 668,5$
	HORRILANKERO	36 43 21,47	20,36	3,9375591.3	$\Omega = 1,564$
	HUITAPERI	30 58 6,14	5,03	3,8723395.2	$\mathfrak{T} = 1045,5$
	Somme	180 0 3,33	0,00		
		Corr. — 2,76	0,573 Exc.		
L. A. 5. (K. C. 14.) No. 230.	PULLINKI	31 20 32,84	33,27	3,8723395.2	$\mathfrak{S} = 757,2$
	AVASAKSA	53 42 34,24	34,67	4,0625576.8	$\Omega = 1,564$
	HORRILANKERO	94 56 51,62	52,06	4,1545863.7	$\mathfrak{T} = 1184,2$
	Somme	180 0 —1,30	0,00		
		Corr. + 2,12	0,822 Exc.		

Comparaison entre les côtés fondamentaux L^{VIII} et L^{IX}.

La jonction entre ces deux lignes a été effectuée par 14 triangles. Le dernier côté du triangle No. 230 dans le tableau précédent est la valeur du côté L^{IX} calculée sur la valeur effective de L^{VIII}. Nous avons :

Valeur calculée de L^{IX} = 14275,3371 toises; lg = 4,1545863.7

» effective » » = 14274,8607 » » = 4,1545718.8

Correction de la longueur calculée = — 0,4764 » U^{VIII} = — 144.9

$(U^{VIII})^2$ = 20996,0.

Somme des carrés des erreurs moyennes :

$$\Sigma^{VIII} = F^{VIII} + (\mathfrak{T}1 + \mathfrak{T}2 + \ldots + \mathfrak{T}14) + F^{IX} = 16323,4.$$

§ 98. Tableau L. B. des 17 triangles principaux de Laponie, depuis le côté fondamental L^{IX} jusqu'au côté Bäljatz-vaara – Atjik.

L^{IX} = Avasaksa-Pullinki = 14274,8607 ∓ 0,1322 toises, T. II, p. 74

$\lg L^{IX} = 4{,}1545718.8$, avec le carré de son erreur moyenne $F^{IX} = 3555{,}4$.

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
L. B. 1. = L. A. 5.	HORRILANKERO.....	94° 56′	52″,06	4,1545718.8	$\mathfrak{S} = 142{,}9$
	PULLINKI	31 20	33,27	3,8723250.3	$\Omega = 1{,}564$
	AVASAKSA.....	53 42	34,67	4,0625431.9	$\mathfrak{T} = 223{,}5$
	Somme	180 0	0,00		
L. B. 2. No. 231.	NIEMI-VAARA.....	93 23 41,89	42,70	4,0625431.9	$\mathfrak{S} = 206{,}2$
	PULLINKI	37 24 28,43	29,23	3,8468441.8	$\Omega = 1{,}564$
	HORRILANKERO.....	49 11 47,27	48,07	3,9423774.9	$\mathfrak{T} = 322{,}5$
	Somme	180 0 —2,41	0,00		
		Corr. + 3,00	0,589 Exc.		
L. B. 3. No. 232.	KITTIS-VAARA	40 13 56,77	55,94	3,9423774.9	$\mathfrak{S} = 867{,}9$
	PULLINKI	87 49 52,40	51,57	4,1319098.0	$\Omega = 1{,}564$
	NIEMI-VAARA.....	51 56 13,32	12,49	4,0283785.2	$\mathfrak{T} = 1357{,}4$
	Somme	180 0 2,49	0,00		
		Corr. — 1,59	0,896 Exc.		
L. B. 4. No. 233.	PALJUKKA-VAARA.....	30 55 50,14	48,02	4,0283785.2	$\mathfrak{S} = 794{,}3$
	PULLINKI	55 31 41,81	39,68	4,2335612.0	$\Omega = 1{,}564$
	KITTIS-VAARA	93 32 34,42	32,30	4,3165928.2	$\mathfrak{T} = 1242{,}3$
	Somme	180 0 6,37	0,00		
		Corr. — 4,62	1,749 Exc.		
L. B. 5. No. 234.	OLLOS-VAARA	66 27 58,23	57,93	4,3165928.2	$\mathfrak{S} = 365{,}2$
	PALJUKKA-VAARA.....	63 9 47,10	46,81	4,3048150.7	$\Omega = 1{,}564$
	PULLINKI	50 22 15,55	15,26	4,2409044.5	$\mathfrak{T} = 571{,}2$
	Somme	180 0 0,88	0,00		
		Corr. + 2,21	3,089 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
L. B. 6. No. 235.	YLINEN-VAARA.....	69° 9′ 7″,73	7″,47	4,2409044.5	$\mathfrak{S} = 142,8$
	PALJUKKA-VAARA.....	43 41 32,82	32,55	4,1096555.8	$\Omega = 1,564$
	OLLOS-VAARA.....	67 9 20,24	19,98	4,2348366.5	$\mathfrak{T} = 223,3$
	Somme	180 0 0,79	0,00		
		Corr. + 1,19	1,981 Exc.		
L. B. 7. No. 236.	KERROJUPUKKA.....	60 43 19,72	19,03	4,2348366.5	$\mathfrak{S} = 364,1$
	YLINEN-VAARA.....	64 47 5,53	4,84	4,2507032.5	$\Omega = 1,564$
	PALJUKKA-VAARA.....	54 29 36,82	36,13	4,2048425.1	$\mathfrak{T} = 565,2$
	Somme	180 0 2,07	0,00		
		Corr. + 0,32	2,387 Exc.		
L. B. 8. No. 237.	KUIVASKERO.....	44 34 59,57	57,69	4,2048425.1	$\mathfrak{S} = 539,5$
	KERROJUPUKKA.....	72 49 57,35	55,47	4,3387489.2	$\Omega = 1,564$
	YLINEN-VAARA.....	62 35 8,72	6,84	4,3068084.1	$\mathfrak{T} = 843,8$
	Somme	180 0 5,64	0,00		
		Corr. — 2,67	2,976 Exc.		
L. B. 9. No. 238.	LUMI-VAARA.....	77 29 15,53	14,88	4,3068084.1	$\mathfrak{S} = 255,8$
	KUIVASKERO.....	51 9 10,32	9,67	4,2086852.1	$\Omega = 1,564$
	KERROJUPUKKA.....	51 21 36,10	35,45	4,2099451.9	$\mathfrak{T} = 400,1$
	Somme	180 0 1,95	0,00		
		Corr. + 0,50	2,454 Exc.		
L. B. 10. No. 239.	OLLOS-TUNTURI.....	37 23 4,94	3,74	4,2099451.9	$\mathfrak{S} = 502,5$
	LUMI-VAARA.....	52 5 50,21	49,01	4,3237479.4	$\Omega = 1,564$
	KUIVASKERO.....	90 31 8,45	7,25	4,4266248.2	$\mathfrak{T} = 785,9$
	Somme	180 0 3,60	0,00		
		Corr. — 0,32	3,276 Exc.		
L. B. 11. No. 240.	PESSINKI.....	71 54 24,58	22,49	4,4266248.2	$\mathfrak{S} = 224,3$
	OLLOS-TUNTURI.....	51 31 46,37	44,29	4,3423690.4	$\Omega = 1,564$
	LUMI-VAARA.....	56 33 55,31	53,22	4,3700812.9	$\mathfrak{T} = 350,8$
	Somme	180 0 6,26	0,00		
		Corr. — 1,56	4,700 Exc.		

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles plans.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
L. B. 12. No. 241.	OUNAS-TUNTURI.....	51° 19′ 42″,36	42″,09	4,3700812.9	$\mathfrak{S} = 179,7$ $\Omega = 1,564$ $\mathfrak{T} = 281,0$
	PESSINKI.....	36 10 58,38	58,12	4,2486945.0	
	OLLOS-TUNTURI.....	92 29 20,05	19,79	4,4771650.7	
	Somme	180 0 0,79	0,00		
		Corr. + 3,19	3,982 Exc.		
L. B. 13. No. 242.	PAJTAS-VAARA.....	102 39 19,71	17,83	4,4771650.7	$\mathfrak{S} = 492,7$ $\Omega = 1,564$ $\mathfrak{T} = 770,6$
	OUNAS-TUNTURI.....	41 34 46,94	45,06	4,3097876.3	
	PESSINKI.....	35 45 58,99	57,11	4,2546110.2	
	Somme	180 0 5,64	0,00		
		Corr. — 2,21	3,431 Exc.		
L. B. 14. No. 243.	KERSTI-VAARA.....	40 26 7,97	6,77	4,2546110.2	$\mathfrak{S} = 477,2$ $\Omega = 1,564$ $\mathfrak{T} = 746,3$
	PAJTAS-VAARA.....	59 35 24,19	22,99	4,3783624.9	
	OUNAS-TUNTURI.....	79 58 31,44	30,24	4,4359603.0	
	Somme	180 0 3,60	0,00		
		Corr. + 0,46	4,055 Exc.		
L. B. 15. No. 244.	STUOR-OIVI.....	73 26 55,51	54,76	4,4359603.0	$\mathfrak{S} = 403,6$ $\Omega = 1,564$ $\mathfrak{T} = 631,2$
	KERSTI-VAARA.....	61 17 16,96	16,21	4,3973604.9	
	PAJTAS-VAARA.....	45 15 49,78	49,03	4,3058131.0	
	Somme	180 0 2,25	0,00		
		Corr. + 2,39	4,639 Exc.		
L. B. 16. No. 245.	BÄLJATZ-VAARA.....	51 53 15,16	13,01	4,3058131.0	$\mathfrak{S} = 374,8$ $\Omega = 1,564$ $\mathfrak{T} = 586,2$
	STUOR-OIVI.....	64 56 29,79	27,65	4,3670187.3	
	KERSTI-VAARA.....	63 10 21,48	19,34	4,3604946.5	
	Somme	180 0 6,43	0,00		
		Corr. — 2,40	4,028 Exc.		
L. B. 17. No. 246.	ATJIK.....	113 42 39,45	39,66	4,3604946.5	$\mathfrak{S} = 704,9$ $\Omega = 1,564$ $\mathfrak{T} = 1102,5$
	BÄLJATZ-VAARA.....	36 3 53,60	53,81	4,1686912.9	
	STUOR-OIVI.....	30 13 26,32	26,53	4,1006939.5	
	Somme	180 0 —0,63	0,00		
		Corr. + 2,26	1,632 Exc.		

Il paraît intéressant de comparer les trois différentes résolutions des triangles de Laponie, dans le résultat qu'elles présentent pour la ligne géodésique entre TORNEA et STUOR-OIVI; voir T. II, p. 90. Nous avons, en partant, dans les trois calculs, de la même valeur du côté fondamental L^{IX}, donnée, T. II, p. 79, par $\lg L^{IX} = 4{,}1545718.8$, pour

TORNEA à STUOR-OIVI:

log. de la distance	= 5,2205596.6;	distance	= 166172,69,	calcul de Selander
» » » »	= 5,2205608.2	»	= 166173,14	» » Lindhagen
» » » »	= 5,2205612.4	»	= 166173,30	» » Struve.

CHAPITRE XI.

FINMARKEN.

INTRODUCTION.

---

§ 99.

L'Observatoire-central-Nicolas étant en possession de tous les documents originaux qui se rapportent à la prolongation de l'arc du méridien à travers le Finmarken norvégien, j'engageai M. Lindhagen qui avait pris, en 1850, une part active très-importante à ces opérations, à s'occuper successivement du calcul des matériaux que présentaient ces documents. Dans ce travail, il eut un aide dans la personne de M. Lindelöf de Helsingfors, pour les calculs d'élimination, lesquels ont été conduits indépendamment par les deux savants, pour fournir les contrôles continuels indispensables. L'exposé suivant est basé sur un mémoire détaillé de M. Lindhagen, achevé au printemps 1854, et qui était divisé en deux sections. La première de ces sections discute la jonction entre la base et le côté fondamental, la seconde a pour objet le calcul des mesures angulaires, exécutées sur les 15 stations principales, depuis Atjik jusqu'au point extrême septentrional de notre arc, Fuglenaes. Une addition donne les déterminations hypsométriques.

Notre planche XIX représente du côté droit la jonction entre la base d'Alten = *AB* et le côté fondamental *LM* = Lohdizhjokki — Nuppi-vaara. Nous y voyons que cette jonction se fait le plus simplement par les 10 triangles consécutifs *CAB, DAC, EDA, FED, GFE, HFG, IHF, KIH, MKI* et *LMK*, pour lesquels tous les angles seraient donnés par 42 directions observées sur les 12 stations. Mais la

*

figure indique en tout 68 directions observées, et présente une détermination abondante du rapport recherché $AB : LM$, par 26 diagonales ajoutées qui traversent les triangles cités.

Du côté gauche de la planche est représentée la chaîne des 12 triangles principaux No. 247 à 258, qui, en partant du côté commun avec les triangles de Laponie, conduisent les opérations jusqu'au point extrême, FUGLENAES.

Tous ces triangles sont, à l'exception d'un seul, No. 257, coupés par des diagonales, et il y a encore une station accessoire HAAJEN, qui donne, indépendamment du triangle No. 258, une seconde jonction du point extrême FUGLENAES avec le côté JEDKI-TYVEN. Les trois angles des 12 triangles principaux réclament 50 directions observées sur les 14 stations, mais le nombre des directions observées sur les 15 stations, y compris HAAJEN, est 72.

L'addition d'un si grand nombre de directions diagonales observées est un mérite particulier des opérations du Finmarken, vu qu'il était important d'augmenter au possible l'exactitude de résultats qui étaient obtenus par un instrument de petites dimensions, employé sous des circonstances quelquefois des plus défavorables.

Le mémoire de M. Lindhagen est écrit en allemand. L'importance de ce travail distingué m'a engagé à l'annexer, dans sa rédaction primitive, comme pièce justificative, aux autres documents que contiendra l'Appendice joint à ce second volume. Il s'y trouvera en avant du journal des mesures angulaires faites au Finmarken. Quant à la méthode d'observation, il suffit ici de dire, que le principe de la mesure par réitération, sans répétition, a été employé partout en Finmarken, et que toutes les mesures ont été faites dans une position excentrique de l'instrument. Pour la réduction au centre, les journaux présentent des données précises. Le premier travail de M. Lindhagen fut celui de calculer les réductions au centre pour toutes les directions observées. Les directions ou angles qui se trouvent dans le mémoire de M. Lindhagen et également dans mon exposé suivant, sont ces directions ou angles réduits au centre. Le journal des opérations norvégiennes lui-même, que je donnerai dans l'Appendice, contiendra les directions primitivement observées, les quantités linéaires et angulaires qui servent à faire les réductions aux centres des stations, et ces réductions elles-mêmes.

CHAPITRE XII.

FINMARKEN.

DÉTERMINATION DU CÔTÉ FONDAMENTAL LOHDIZHJOKKI—NUPPI-VAARA.

---

§ 100. Tableau des résultats obtenus par le calcul de M. Lindhagen.

Les directions ont été observées sur les trois stations *A*, *B*, *C* par M. Lindhagen, à l'aide de l'instrument universel de Poulkova. M. Klouman a employé sur les 9 autres stations, *D* à *M*, le petit instrument de Repsold appartenant à l'observatoire de Christiania, voyez T. II, p. **15**. Par l'accord des différentes mises, observées à l'aide de ces deux instruments, M. Lindhagen avait trouvé qu'il fallait attribuer à une direction isolée, observée par l'instrument de Poulkova, le poids 2,5, en attribuant l'unité à une direction isolée observée à l'aide de l'instrument de Christiania. C'est avec cette supposition que le calcul de compensation a été fait. Dans ce calcul, M. Lindhagen a regardé les directions observées comme données primitives, en leur attribuant des poids relatifs correspondants au nombre des pointages qu'indique la troisième colonne du tableau suivant. La quatrième colonne du tableau contient les corrections qui, d'après le calcul de compensation, sont à ajouter aux directions observées, pour parvenir aux directions compensées, corrections qui font la somme de leurs carrés, multipliés par les poids respectifs, un *minimum*, en satisfaisant en même temps aux conditions géométriques de la figure. La dernière colonne du tableau contient les logarithmes des distances, en toises, entre chaque station, en tête, et les points visibles de cette station. Ces logarithmes ont été trouvés, en partant du logarithme de la base, $\lg K^{x} = 3{,}0624857$, T. II, p. **19**, par l'emploi des angles, formés entre les directions corrigées de l'avant-dernière colonne.

Objets.	Directions observées.	Nombre des pointages.	Corrections.	Directions compensées.	Log. des distances.
		A. Elvebakken.			
E	0° 0′ 0″,000	12	+ 0″,435	0° 0′ 0″,435	lg *AE* = 3,3433104
G	9 30 15,261	12	— 0,895	9 30 14,366	lg *AG* = 3,6492789
B	77 54 45,463	12	+ 0,687	77 54 46,150	lg *AB* = 3,0624857
D	93 44 21,906	12	+ 0,082	93 44 21,988	lg *AD* = 3,2781633
C	168 22 16,937	12	— 0,308	168 22 16,629	lg *AC* = 3,3947218
	Somme		+ 0,001		
		B. Bugten.			
D	0° 0′ 0″,000	16	+ 0″,916	0° 0′ 0″,916	lg *BD* = 2,9279669
C	77 40 50,939	16	— 0,346	77 40 50,593	lg *BC* = 3,4386093
A	142 21 1,287	16	— 0,569	142 21 0,718	lg *BA* = 3,0624857
	Somme		+ 0,001		
		C. Rafsholmen.			
A	0° 0′ 0″,000	12	+ 0″,155	0° 0′ 0″,155	lg *CA* = 3,3947218
E	5 28 10,617	12	— 0,310	5 28 10,307	lg *CE* = 3,6685742
G	13 36 32,279	12	+ 0,500	13 36 32,779	lg *CG* = 3,8346054
B	24 52 19,012	12	+ 0,568	24 52 19,580	lg *CB* = 3,4386093
D	42 45 28,748	12	— 0,915	42 45 27,833	lg *CD* = 3,4305444
	Somme		— 0,002		
		D. Kongshavn-fjeld.			
C	0° 0′ 0″,000	12	+ 1″,913	0° 0′ 1″,913	lg *DC* = 3,4305444
A	62 36 39,482	12	+ 0,155	62 36 39,637	lg *DA* = 3,2781633
B	84 26 7,180	12	— 3,176	84 26 4,004	lg *DB* = 2,9279669
E	109 45 9,758	12	+ 0,831	109 45 10,589	lg *DE* = 3,4772567
G	134 31 8,047	11	+ 0,311	134 31 8,358	lg *DG* = 3,6690980
H	144 50 2,934	12	— 0,270	144 50 2,664	lg *DH* = 3,8946596
F	184 21 33,586	10	+ 0,313	184 21 33,899	lg *DF* = 3,5871256
	Somme		+ 0,077		

Objets.	Directions observées.	Nombre des pointages.	Corrections.	Directions compensées.	Log. des distances.
	E. Lille-Reipas.				
G	0° 0′ 0″,000	12	— 0″,757	0° 0′ −0″,757	lg *EG* = 3,3643613
F	60 15 6,858	12	+ 2,618	60 15 9,476	lg *EF* = 3,6250256
D	122 19 37,676	12	— 1,019	122 19 36,657	lg *ED* = 3,4772567
C	155 17 10,152	12	+ 0,376	155 17 10,528	lg *EC* = 3,6685742
A	161 26 45,412	12	— 1,220	161 26 44,192	lg *EA* = 3,3433104
	Somme		— 0,002		
	F. Skuodde-vaara.				
D	0° 0′ 0″,000	12	— 0″,620	0° 0′ −0″,620	lg *FD* = 3,5871256
E	43 19 11,424	12	— 2,426	43 19 8,998	lg *FE* = 3,6250256
G	76 31 42,086	12	+ 0,537	76 31 42,623	lg *FG* = 3,5644505
K	111 16 8,717	12	+ 0,112	111 16 8,829	lg *FK* = 3,9660398
H	113 39 16,752	12	+ 1,504	113 39 18,256	lg *FH* = 3,7365186
I	151 37 21,098	22	+ 0,488	151 37 21,586	lg *FI* = 3,9397870
	Somme		— 0,405		
	G. Store-Reipas.				
L	0° 0′ 0″,000	12	+ 2″,498	0° 0′ 2″,498	lg *GL* = 4,1715691
K	17 44 56,988	12	+ 0,203	17 44 57,191	lg *GK* = 3,8178754
H	42 49 16,768	12	+ 0,287	42 49 17,055	lg *GH* = 3,5262900
M	57 49 8,535	12	— 2,753	57 49 5,782	lg *GM* = 4,1586245
I	64 6 39,776	12	— 3,273	64 6 36,503	lg *GI* = 3,9310975
F	144 28 13,612	12	— 0,643	144 28 12,969	lg *GF* = 3,5644505
D	198 6 3,414	12	+ 0,902	198 6 4,316	lg *GD* = 3,6690980
C	214 26 2,381	12	+ 0,521	214 26 2,902	lg *GC* = 3,8346054
A	221 57 26,015	12	+ 2,035	221 57 28,050	lg *GA* = 3,6492789
E	231 0 28,965	12	+ 0,223	231 0 29,188	lg *GE* = 3,3643613
	Somme		0,000		

Objets.	Directions observées.	Nombre des pointages.	Corrections.	Directions compensées.	Log. des distances.
	H. Peska-vaara.				
I	0° 0′ 0″,000	12	— 0″,343	0° 0′ −0″,343	lg *HI* = 3,7433948
F	104 45 51,178	18	— 1,333	104 45 49,845	lg *HF* = 3,7365186
D	131 35 2,165	12	— 2,245	131 34 59,920	lg *HD* = 3,8946596
G	145 59 17,933	18	+ 0,477	145 59 18,410	lg *HG* = 3,5262900
K	278 57 37,968	12	+ 1,482	278 57 39,450	lg *HK* = 3,5806733
I	359 59 57,267	12	+ 2,390	359 59 59,657	
	Somme		+ 0,428		
	I. Vuosgol-vaara.				
M	0° 0′ 0″,000	12	— 1″,216	0° 0′ −1″,216	lg *IM* = 3,7781869
F	170 42 39,921	12	+ 1,609	170 42 41,530	lg *IF* = 3,9397870
G	195 15 25,602	12	+ 0,793	195 15 26,395	lg *IG* = 3,9310975
H	207 58 49,150	12	— 0,855	207 58 48,295	lg *IH* = 3,7433948
K	245 14 7,630	12	— 0,004	245 14 7,626	lg *IK* = 3,7933200
L	276 31 35,350	12	— 0,108	276 31 35,242	lg *IL* = 4,1306946
M	359 59 59,000	12	— 0,216	359 59 58,784	
	Somme		+ 0,003		
	K. Rautas-vaara.				
L	0° 0′ 0″,000	12	+ 0″,774	0° 0′ 0″,774	lg *KL* = 3,9451613
M	95 15 5,652	12	+ 2,721	95 15 8,373	lg *KM* = 4,0123349
I	127 13 52,316	12	+ 1,125	127 13 53,441	lg *KI* = 3,7933200
H	188 56 15,992	12	— 1,898	188 56 14,094	lg *KH* = 3,5806733
F	192 21 16,208	12	— 1,123	192 21 15,085	lg *KF* = 3,9660398
G	210 53 33,307	12	— 0,022	210 53 33,285	lg *KG* = 3,8178754
L	360 0 2,350	12	— 1,576	360 0 0,774	
	Somme		+ 0,001		

Objets.	Directions observées.	Nombre des pointages.	Corrections.	Directions compensées.	Log. des distances.
		L. Lohdizhjokki.			
M	0° 0′ 0″,000	12	+ 1″,703	0° 0′ 1″,703	lg *LM* = 4,1506537
I	24 55 29,289	12	— 1,257	24 55 28,032	lg *LI* = 4,1306946
K	46 24 8,615	12	— 0,447	46 24 8,168	lg *LK* = 3,9451613
	Somme		— 0,001		
		M. Nuppi-vaara.			
I	0° 0′ 0″,000	16	+ 1″,543	0° 0′ 1″,543	lg *MI* = 3,7781869
G	8 57 53,439	7	+ 5,121	8 57 58,560	lg *MG* = 4,1586245
K	33 15 29,148	16	— 3,505	33 15 25,643	lg *MK* = 4,0123349
L	71 36 12,726	16	— 0,279	71 36 12,447	lg *ML* = 4,1506537
	Somme		+ 2,880		

§ 101. Résultat pour le côté fondamental L^X.

Dans le calcul des distances M. Lindhagen est parti de lg *AB* = 3,0624857, et a fait usage des tables de Bagay. Il trouva lg *LM* = 4,1506537. Pour avoir une vérification, soit du calcul, soit des tables, j'ai déduit de nouveau lg *LM* en prenant lg *AB* = 3,0624856.9, T. II, p. 19. Dans ce calcul j'ai contrôlé tous les logarithmes tabulaires par la comparaison des tables de Taylor et de Bagay, comme je l'ai fait partout ailleurs, et j'ai retenu la huitième décimale donnée par l'interpolation. En passant de *AB* par les triangles *CAB*, *DAC*, *EDA*, *FED* et *GFE*, j'ai trouvé d'abord lg *FG* = 3,5644504.6. Puis en partant de ce lg *FG*, j'ai fait deux combinaisons,

l'une par les 5 triangles *HFG*, *IHF*, *KIH*, *MKI*, et *LMK*, qui conduisit à lg *LM* = 4,1506534.6,

l'autre par les 3 triangles *IGF*, *LIG* et *MLI*, d'où provint lg *LM* = 4,1506534.5.

Je regarde par conséquent lg *LM* = 4,1506534.6 comme le résultat définitif de la jonction entre la base et le côté fondamental.

La somme des carrés des corrections, dans notre tableau, multipliés par leurs poids, est 1851,88. Le nombre des directions observées étant 68, celui des inconnues, pour la résolution du problème de

compensation relatif aux 12 stations, étant $2(12-2)+12=32$ et $\frac{1851,88}{68-32}$ étant $=51,44$, M. Lindhagen parvient aux chiffres suivants :

carré de l'erreur moyenne d'une direction observée p fois

avec l'instrument de Repsold $= \frac{51,44}{p}$

erreur moyenne » » » » $= \mp \frac{7'',172}{\sqrt{p}}$

erreur probable » » » » $= \mp \frac{4'',838}{\sqrt{p}}$.

Par un calcul spécial d'élimination, relatif au poids de $\lg LM$, M. Lindhagen a trouvé

l'erreur probable du $\lg LM = \mp 4,838.\sqrt{343,2} = \mp 89.6.$ -7

Avec cette erreur il faut combiner celle du logarithme de la base K^X qui est ∓ 3.51, T. II, p. 19; ce qui donne $\flat \lg LM = \mp 89.7$. Enfin nous avons pour la

longueur du côté fondamental LOHDIZHJOKKI — NUPPI-VAARA

$L^X = 14146,6453 \mp 0,2922$ toises

$\lg L^X = 4,1506534.6 \mp 89.7$

Carré de l'erreur moyenne en L^X, $F^X = 17663,0$.

CHAPITRE XIII.

FINMARKEN.

TRIANGLES DE CONTINUATION DEPUIS ATJIK JUSQU'AU POINT EXTRÊME SEPTENTRIONAL FUGLENAES.

---

§ 102. Calcul de compensation de M. Lindhagen.

Les observations exécutées au Finmarken, en 1846 et 1847, fournissant des données abondantes, il s'agissait, pour les opérations comprises entre Atjik et Fuglenaes, encore d'un calcul de compensation. Ce calcul est l'objet de la seconde section du mémoire de M. Lindhagen, mentionné T. II, p. 99. De graves motifs, exposés dans le mémoire, l'engagèrent à abandonner cette fois les directions et à prendre les angles entre deux objets observés l'un immédiatement après l'autre, ou les *angles de la plus courte durée*, pour données primitives. Si sur une station il y a n objets observés, il se forme $n-1$ angles des objets voisins. Pour les 15 stations il y a 57 de ces angles, observés en tout par 653 mises, ou chacun en moyenne 11,46 fois. Mais sur 8 des stations, 15 angles accessoires entre deux objets non voisins ont été mesurés comme angles de la plus courte durée, l'un ou l'autre des objets intermédiaires ayant été quelquefois invisible. Quoique le nombre des mises, pour ces angles accessoires, ne monte qu'a 30, ou en moyenne à 2,0 pour un angle, cependant ces angles n'ont pu être négligés, et ils ont été employés à renforcer la détermination des autres angles dont ils formaient des sommes, en les réunissant à ces angles par un calcul spécial de compensation. C'est ainsi que nous avons en tout 57 *angles fon-*

*

damentaux, déterminés par 683 mises, donc chacun en moyenne par 11,98 mises. Notre tableau, entièrement tiré du mémoire de M. Lindhagen, contient dans la colonne qui a l'inscription *Angles observés*, tous les angles de la plus courte durée observés. La colonne voisine présente les angles *fondamentaux*, déduits pour chaque station à part de la totalité des angles observés. A côté de cette colonne se trouve la *correction* de chaque angle fondamental, provenue du calcul de compensation. Ces corrections ajoutées aux angles fondamentaux donnent, dans la dernière colonne, *les angles fondamentaux compensés*.

Angles.	Nombre d'observations.	Angles observés.	Angles fondamentaux.	Corrections.	Angles fondamentaux compensés.	
			A. Fuglenaes.			
D — C	12	61° 27′ 23″,278	23″,278	— 0″,491	61° 27′ 22″,787	1
B — D	12	38 43 40,214	40,214	+ 1,017	38 43 41,231	2
			B. Haajen.			
C — A	14	20° 32′ 23″,484	23″,484	+ 0″,997	20° 32′ 24″,481	3
D — C	14	108 37 54,332	54,332	+ 1,741	108 37 56,073	4
			C. Tyven.			
D — C	12	39° 43′ 2″,940	2″,940	+ 1″,152	39° 43′ 4″,092	5
B — D	12	53 25 29,524	29,524	+ 0,471	53 25 29,995	6
A — B	12	59 16 32,161	32,161	— 0,582	59 16 31,579	7
			D. Jedki.			
A — B	9	12° 5′ 56″,674	56″,029	+ 2″,648	12° 5′ 58″,677	8
C — A	9	5 50 36,703	36,059	— 0,170	5 50 35,889	9
C — C	9	73 38 29,630	29,626	+ 1,338	73 38 30,964	10
G — C	8	36 35 23,316	23,751	+ 0,439	36 35 24,190	11
H — G	8	30 36 48,955	50,018	— 0,245	30 36 49,773	12
F — H	8	10 16 46,045	46,686	+ 1,945	10 16 48,631	13
C — B	1	17 56 26,29				
G — C	1	110 13 53,34				
H — C	1	67 12 17,13				
F — G	1	40 53 41,83				

Angles.	Nombre d'observations.	Angles observés.	Angles fondamentaux.	Corrections.	Angles fondamentaux compensés.	
		E. Jemmeluft-oivi.				
H — G	15	18° 9′ 38″,565	38″,565	— 1″,309	18° 9′ 37″,256	14
F — H	15	23 9 54,111	54,111	+ 0,235	23 9 54,346	15
D — F	15	67 15 7,729	7,729	+ 0,679	67 15 8,408	16
E — D	15	66 38 25,656	25,656	+ 0,921	66 38 26,577	17
		F. Kaaven.				
E — D	10	35° 15′ 52″,421	51″,594	— 0″,752	35° 15′ 50″,842	18
G — E	10	37 13 19,879	19,052	— 1,548	37 13 17,504	19
L — G	11	61 43 35,833	35,833	+ 1,826	61 43 37,659	20
H — L	10	20 22 63,271	63,271	— 3,699	20 22 59,572	21
G — D	1	72 29 2,375				
		G. Balkis-oivi.				
M — L	11	28° 58′ 25″,946	25″,946	+ 2″,071	28° 58′ 28″,017	22
H — M	11	18 12 46,967	46,967	— 2,616	18 12 44,351	23
F — H	10	47 34 9,513	9,513	+ 0,807	47 34 10,320	24
D — F	10	66 37 16,567	16,567	— 1,261	66 37 15,306	25
E — D	10	34 49 57,249	57,249	— 0,277	34 49 56,972	26
		H. Haldi.				
D — F	12	15° 7′ 29″,387	28″,826	— 2″,142	15° 7′ 26″,684	27
G — D	10	35 11 47,504	47,009	+ 0,218	35 11 47,227	28
L — G	12	97 29 44,362	44,362	— 6,999	97 29 37,363	29
M — L	12	42 58 61,856	61,856	— 2,866	42 58 58,990	30
E — D	2	22 22 48,286	47,391	— 1,253	22 22 46,138	31
E — F	3	37 30 13,971				
G — E	2	12 48 57,148				

Angles.	Nombre d'observations.	Angles observés.	Angles fondamentaux.	Corrections.	Angles fondamentaux compensés.	
			𝔏. Lohdizhjokki.			
𝔓 — 𝔒	10	32° 59′ 53″,896	53″,896	— 0″,216	32° 59′ 53″,680	32
𝔑 — 𝔓	13	26 47 8,231	8,089	+ 1,380	26 47 9,469	33
𝔐 — 𝔑	13	58 10 56,572	56,430	— 0,567	58 10 55,863	34
𝔊 — 𝔐	13	42 30 17,888	17,505	+ 0,807	42 30 18,312	35
𝔊 — 𝔊	3	35 19 14,190	12,265	+ 1,210	35 19 13,475	36
𝔊 — 𝔓	2	127 28 20,900				
𝔊 — 𝔐	7	77 49 28,747				
			𝔐. Nuppi-vaara.			
𝔊 — 𝔊	15	21° 18′ 44″,825	43″,791	— 3″,105	21° 18′ 40″,686	37
𝔏 — 𝔊	15	73 12 2,213	1,790	+ 2,117	73 12 3,907	38
𝔒 — 𝔏	15	31 55 16,787	17,398	— 0,139	31 55 17,259	39
𝔑 — 𝔒	15	52 0 56,647	56,647	— 1,699	52 0 54,948	40
𝔏 — 𝔊	2	94 30 37,824				
𝔒 — 𝔊	2	105 7 23,773				
			𝔑. Zhjara-vaara.			
𝔊 — 𝔐	10	0° 38′ 49″,737	49″,737	+ 0″,094	0° 38′ 49″,831	41
𝔒 — 𝔐	15	77 47 11,445	11,322	— 1,225	77 47 10,097	42
𝔒 — 𝔏	10	39 54 14,260	14,446	+ 1,082	39 54 15,528	43
𝔓 — 𝔒	10	48 50 48,841	48,841	— 2,377	48 50 46,464	44
𝔑 — 𝔓	10	27 53 49,418	49,635	+ 0,835	27 53 50,470	45
𝔔 — 𝔑	10	32 0 32,732	32,949	— 3,204	32 0 29,745	46
𝔏 — 𝔐	1	37 52 55,02				
𝔔 — 𝔓	1	59 54 24,75				
			𝔒. Avjo-vaara.			
𝔑 — 𝔓	14	34° 27′ 43″,476	43″,476	— 3″,287	34° 27′ 40″,189	47
𝔐 — 𝔑	11	50 11 61,137	60,243	— 1,605	50 11 58,638	48
𝔏 — 𝔐	12	30 6 46,564	45,744	— 0,232	30 6 45,512	49
𝔏 — 𝔑	2	80 18 41,072				

Angles.	Nombre d'observations.	Angles observés.	Angles fondamentaux	Corrections.	Angles fondamentaux compensés.	
			ℙ. Spjellega.			
☊ — ℜ	10	33° 16′ 23″,942	23″,942	+ 3″,174	33° 16′ 27″,116	50
ℜ — ℜ	15	124 37 18,240	18,240	+ 0,425	124 37 18,665	51
♀ — ℜ	11	64 27 50,216	50,379	+ 0,675	64 27 51,054	52
☉ — ℜ	11	96 41 38,116	37,952	— 2,947	96 41 35,005	53
☉ — ♀	3	32 13 46,974				
			☊. Atjik.			
ℙ — ℜ	15	28° 44′ 52″,839	52″,839	— 2″,342	28° 44′ 50″,497	54
ℜ — ℙ	15	30 19 10,275	10,275	— 0,153	30 19 10,122	55
			ℜ. Bäljatz-vaara.			
ℜ — ☊	11	88° 55′ 32″,341	32″,341	— 0″,242	88° 55′ 32″,099	56
ℙ — ℜ	11	27 28 48,388	48,388	+ 3,534	27 28 51,922	57

Un second tableau de M. Lindhagen contient les distances entre chaque station et les différents points visibles de cette station. Il est inutile de répéter ce tableau ici, parce que les paragraphes suivants, § 103 et § 104, doivent contenir le calcul détaillé des triangles de continuation choisis pour la jonction entre Atjik et Fuglenaes.

Enfin nous puisons dans le mémoire de M. Lindhagen :

le carré de l'erreur moyenne d'un angle de la plus courte durée, observé p fois, $= \frac{56,58}{p}$

l'erreur moyenne d'un tel angle..... $= \frac{7″,522}{\sqrt{p}}$

» probable » » » ..... $= \frac{5″,073}{\sqrt{p}}$.

En moyenne nous avons, pour les angles 57 fondamentaux $p = 11,98$, T. II, p. **108**, et par conséquent

le carré de l'erreur moyenne d'un angle fondamental = 4,723

l'erreur moyenne » » » = 2″,173

l'erreur probable » » » = 1″,466.

Les angles fondamentaux compensés du tableau, T. II, p. **108** et suiv., jouissent par leur nature de cette qualité que les différentes combinaisons possibles, de ces angles, qui forment des suites de triangles de continuation entre ATJIK et FUGLENAES, doivent fournir des résultats identiques pour la relation entre ces points extrêmes de l'opération du Finmarken. De ces différentes combinaisons possibles, j'ai choisi celle des 12 triangles indiqués sur la planche XIX, qui présentent la jonction la plus directe des dits points et qui jouissent de l'avantage de faire la somme $\left[\mathfrak{S}\right] = \left[\frac{1}{3}\left(\beta^2 + \gamma^2 + (\beta + \gamma)^2\right)\right]$ un *minimum*. Ces 12 triangles se divisent en deux groupes, contenus dans les § 103 et 104.

1. Les triangles No. 247 à 251 partent du dernier côté de Laponie et conduisent jusqu'au côté fondamental LOHDIZHJOKKI—NUPPI-VAARA du Finmarken.
2. Les 7 triangles, No. 252 à 258, en partant du dit côté fondamental, vont jusqu'à FUGLENAES, et sont les derniers triangles excédants de nos opérations, en ce qu'ils ne rencontrent plus de côté fondamental.

L'arrangement des tableaux M. A. et M. B. des § 103 et 104 est analogue à celui des tableaux des triangles de continuation antérieurs, T. I, p. **113** à **143**, T. II, p. **34** à **47** et T. II, p. **93** à **97**, avec cette différence cependant, qu'à côté des angles observés j'ai placé les angles sphériques compensés, d'où se déduisent les angles plans compensés, sur lesquels repose le calcul des côtés. Les angles observés ont été trouvés à l'aide de la colonne de ce § 102 qui a l'inscription *Angles fondamentaux*, les angles sphériques compensés sont puisés dans la dernière colonne de ce § 102, qui porte l'inscription *Angles fondamentaux compensés*.

§ 103. Tableau M. A. des 5 triangles principaux entre le dernier côté des triangles de Laponie et le côté fondamental L^X.

Les triangles suivants partent de la longueur du côté ATJIK—BÄLJATZ-VAARA, donnée dans le triangle No. 246, T. II, p. 97, par son logarithme = 4,1006939.5. Ils forment la continuation des triangles L. B. 1 à L. B. 17, T. II, p. 95 à 97, en les conduisant jusqu'au côté fondamental L^X.

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles sphériques compensés.	Angles plans compensés.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
M. A. 1.	SPJELLEGA	33° 16′ 23″,94	27″,12	26″,70	4,1006939.5	
= L. B. 18.	ATJIK	30 19 10,28	10,12	9,70	4,0645387.6	$\mathfrak{S} = 535,7$
No. 247.	BÄLJATZ-VAARA..	116 24 20,73	24,02	23,60	4,3135463.4	$\Omega = 4,126$
	Somme	180 0—5,05	1,26	0,00		$\mathfrak{T} = 2210,2$
		Corr. + 6,31	1,256 Exc.			
M. A. 2.	ZHJARA-VAARA ..	59 54 22,58	20,21	19,46	4,3135463.4	
= L. B. 19.	SPJELLEGA	91 20 54,30	51,55	50,79	4,3763103.9	$\mathfrak{S} = 1393,7$
No. 248.	ATJIK	28 44 52,84	50,50	49,75	4,0585261.1	$\Omega = 4,126$
	Somme	180 0 9,72	2,26	0,00		$\mathfrak{T} = 5750,4$
		Corr. — 7,46	2,257 Exc.			
M. A. 3.	AVJO-VAARA	34 27 43,48	40,19	39,64	4,0585261.1	
= L. B. 20.	ZHJARA-VAARA...	48 50 48,84	46,46	45,91	4,1825913.7	$\mathfrak{S} = 581,1$
No. 249.	SPJELLEGA	96 41 37,95	35,01	34,45	4,3028586.4	$\Omega = 4,126$
	Somme	180 0 10,27	1,66	0,00		$\mathfrak{T} = 2397,6$
		Corr. — 8,61	1,659 Exc.			
M. A. 4.	LOHDIZHJOKKI ...	59 47 1,98	3,15	2,21	4,3028586.4	
= L. B. 21.	ZHJARA-VAARA...	39 54 14,45	15,53	14,59	4,1734768.7	$\mathfrak{S} = 138,3$
No. 250.	AVJO-VAARA	80 18 45,99	44,15	43,20	4,3600394.5	$\Omega = 4,126$
	Somme	180 0 2,42	2,83	0,00		$\mathfrak{T} = 570,6$
		Corr. + 0,41	2,830 Exc.			

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles sphériques compensés.	Angles plans compensés.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
M. A. 5.	NUPPI-VAARA. . . .	83° 56′ 14″,04	12″,21	11″,33	4,3600394.5	
= L. B. 22.	LOHDIZHJOKKI . . .	58 10 56,43	55,86	54,98	4,2917551.5	$\mathfrak{S} = 532,0$
No. 251.	ZHJARA-VAARA. . .	37 52 56,88	54,57	53,69	4,1506666.4	$\Omega = 4,126$
	Somme	180 0 7,35	2,64	0,00		$\mathfrak{T} = 2195,0$
		Corr. — 4,71	2,640 Exc.			

Comparaison entre les côtés fondamentaux L^{IX} et L^{X}.

La jonction entre ces deux lignes s'est faite par 22 triangles. Le dernier côté du triangle No. 251, dans le tableau précédent, est la valeur du côté L^{X} calculée sur la valeur effective de L^{IX}. Nous avons :

Valeur calculée de L^{X} = 14147,0746 toises ;	lg = 4,1506666.4	
» effective » » = 14146,6453 » ;	» = 4,1506534.6	
Correction de la longueur calculée — 0,4293 » ;	U^{IX} = — 131.8	
	$(U^{IX})^2$ = 17371,2.	

Somme des carrés des erreurs moyennes :

$$\Sigma^{IX} = F^{IX} + (\mathfrak{T}1 + \mathfrak{T}2 + \ldots\ldots + \mathfrak{T}22) + F^{X} = 45346.0.$$

§ 104. Tableau M. n. des 7 triangles de continuation excédants, au nord du côté fondamental L^X.

Log. L^X = NUPPI-VAARA — LOHDIZHJOKKI = 14146,6453 $\mp$ 0,2922 toises

lg L^X = 4,1506534.6 $\mp$ 89,7, T. II, p. 96.

Carré de l'erreur moyenne en L^X, F^X = 17663,0.

Renvoi.	Stations.	Angles observés.	Angles sphériques compensés.	Angles plans compensés.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
No. 252.	HALDI	42° 58′ 61″,86	58″,99	58″,36	4,1506534.6	$\mathfrak{S}$ = 317,5
	LOHDIZHJOKKI . . .	42 30 17,50	18,31	17,68	4,1467332.9	Ω = 4,126
	NUPPI-VAARA . . .	94 30 45,58	44,59	43,96	4,3156611.4	$\mathfrak{T}$ = 1310,0
	Somme	180 0 4,94	1,89	0,00		
		Corr. — 3,05	1,895 Exc.			
No. 253.	BALKIS-OIVI.	47 11 12,91	12,37	11,30	4,3156611.4	$\mathfrak{S}$ = 1228,2
	HALDI	97 29 44,36	37,36	36,30	4,4464950.5	Ω = 4,126
	LOHDIZHJOKKI . . .	35 19 12,27	13,47	12,40	4,2122560.0	$\mathfrak{T}$ = 5067,6
	Somme	180 0 9,54	3,20	0,00		
		Corr. — 6,33	3,205 Exc.			
No. 254.	KAAVEN	82 6 39,10	37,23	36,75	4,2122560.0	$\mathfrak{S}$ = 243,1
	BALKIS-OIVI	47 34 9,51	10,32	9,83	4,0844989.6	Ω = 4,126
	HALDI	50 19 15,84	13,91	13,42	4,1026668.9	$\mathfrak{T}$ = 1003,1
	Somme	180 0 4,45	1,46	0,00		
		Corr. — 2,99	1,461 Exc.			
No. 255.	JEMMELUFT-OIVI. .	41 19 32,68	31,60	31,14	4,1026668.9	$\mathfrak{S}$ = 326,4
	KAAVEN	37 13 19,05	17,50	17,04	4,0645846.6	Ω = 4,126
	BALKIS-OIVI	101 27 13,81	12,28	11,82	4,2741681.2	$\mathfrak{T}$ = 1346,7
	Somme	180 0 5,54	1,38	0,00		
		Corr. — 4,16	1,381 Exc.			

*

Renvoi.	Stations	Angles observés	Angles sphériques compensés.	Angles plans compensés.	Log. des côtés.	Quantités auxiliaires.
No. 256.	JEDKI	77° 29′ 0″,46	2″,59	1″,97	4,2741681.2	
	JEMMELUFT-OIVI..	67 15 7,73	8,41	7,80	4,2494461.7	$\mathfrak{S} = 698,5$
	KAAVEN	35 15 51,59	50,84	50,23	4,0460484.2	$\Omega = 4,126$
	Somme	180 0 —0,22	1,84	0,00		$\mathfrak{T} = 2882,0$
		Corr. + 2,06	1,847 Exc.			
No. 257.	TYVEN	39 43 2,94	4,09	3,55	4,0460484.2	
	JEDKI.....	73 38 29,62	30,96	30,41	4,2225980.9	$\mathfrak{S} = 636,7$
	JEMMELUFT-OIVI..	66 38 25,66	26,58	26,04	4,2034037.8	$\Omega = 4,126$
	Somme	180 0 —1,78	1,63	0,00		$\mathfrak{T} = 2627,0$
		Corr. + 3,41	1,633 Exc.			
No. 258.	FUGLENAES.....	61 27 23,28	22,79	22,71	4,2034037.8	
	JEDKI.....	5 50 36,06	35,89	35,81	3,2674662.2	$\mathfrak{S} = 71,9$
	TYVEN.....	112 42 1,68	1,57	1,48	4,2246682.0	$\Omega = 4,126$
	Somme	120 0 1,02	0,25	0,00		$\mathfrak{T} = 296,6.$
		Corr. — 0,77	0,261 Exc.			

§ 105. Exactitude des mesures angulaires du Finmarken. Conséquences.

Les tableaux des § 103 et 104 nous présentent, pour les 12 triangles de continuation du Finmarken, 12 écarts entre la somme des trois angles observés et 180° + l'excès. Sa somme de ces écarts faisant 284,0, nous obtenons

le carré de l'erreur moyenne d'un triangle = 23,67
» » » » » d'un angle = 7,89.

Ce chiffre 7,89 est considérablement plus grand que le carré = 4,723 donné pour un angle de la plus courte durée, T. II, p. **111**. Mais cette différence doit avoir lieu telle qu'elle s'est présentée; car parmi

les 36 angles des 12 triangles de continuation, il n'y a que 19 angles de la plus courte durée, chacun des autres 17 angles étant obtenu par la réunion de deux ou trois angles de cette espèce; de sorte que la totalité des 36 angles, dans les triangles, ont exigé 55 angles de la plus courte durée. C'est ainsi que nous trouvons, par les écarts des 12 triangles de continuation,

le carré de l'erreur moyenne d'un angle de la plus courte durée $= \frac{284,0}{55} = 5,164,$

l'erreur moyenne » » » » » » » $= 2''\!,272$

l'erreur probable » » » » » » » $= 1''\!,533.$

Cette erreur de $1''\!,533$ et suffisamment voisine de l'autre $1''\!,466$, trouvée T. II, p. **111**.

Il s'agissait encore de fixer le Ω à attribuer aux 12 triangles de continuation. Cette quantité est indispensable pour le calcul de compensation, relatif à la totalité des bases, et dont l'analyse a été donnée chap. XI, T. I, p. **157** et suiv. Il est clair, que le Ω doit être ici bien plus petit que 7,89, trouvé par les écarts des angles observés; car les angles employés sont, par l'abondance des données, des angles déjà compensés, donc d'une exactitude plus élevée. Si un angle qui appartient à un des triangles de continuation, est le résultat de la combinaison, soit par addition soit par soustraction, de n angles de la plus courte durée, observés a, b, c.... fois, le poids d'un tel angle sera $\frac{abc}{ab + ac + bc}$. Par cette voie, le poids de chaque angle de continuation observé peut être évalué. Nous avons p. e., dans le triangle No. 250, l'angle ♀ — ☊ sur AVJO-VAARA = ☉, déterminé, T. II, p. **111**, par ♀ — ☿ observé 12 fois, ☿ — ☊ observé 11 fois, et par deux observations de l'angle total ♀ — ☊. Par conséquent le poids de l'angle ♀ — ☊ observé $= 80°\ 18'\ 45''\!,99$ est égal à $\frac{12.11}{12 + 11} + 2 = 7,7$. Par cette voie, la somme des poids primitifs, pour les 36 angles observés des 12 triangles de continuation, a été trouvée 329,9, ou en moyenne 9,16 pour un angle, et à ce poids correspond le carré de l'erreur moyenne 7,89. Considérant maintenant que les angles compensés des mêmes 12 triangles reposent sur une totalité de 683 observations d'angles de la plus courte durée, et que par ces observations non pas 12 points, mais 13 points ont été déterminés, le treizième étant HAAJEN, j'ai pris

$$\Omega = 7,89 . \frac{329,9}{683} \cdot \frac{13}{12} = 4,126.$$

Quoique cette déduction de Ω ne soit pas de toute rigueur, elle est cependant plus que suffisamment exacte pour l'emploi que nous faisons de Ω, vu que l'effet de la compensation entre deux côtés fondamentaux reste sensiblement le même, pour des poids un peu altérés des angles, dans les triangles qui en produisent la jonction.

Comparons encore les U^2 et les W^2 de l'arc septentrional, comme nous l'avons fait dans l'arc méridional, T. I, p. **155**. Nous avons :

	Entre les bases	Carré effectif U^2.	Carré attendu W^2.
T. II, p. **45**.	d'Elimä et d'Uleaborg.....	$(U^{VII})^2 = 121$	$\Sigma^{VII} = 18409$
T. II, p. **94**.	d'Uleaborg et d'Öfver-Tornea....	$(U^{VIII})^2 = 20996$	$\Sigma^{VIII} = 16323$
T. II, p. **114**.	d'Öfver-Tornea et d'Alten.....	$(U^{IX})^2 = 17371$	$\Sigma^{IX} = 45346$
		Somme 38488	80078

Donc en moyenne :

$$\frac{U^2}{W^2} = \frac{38488}{80078} = 0{,}481\,; \qquad \frac{U}{W} = 0{,}693.$$

Ces deux chiffres sont au-dessous de l'unité, comme les chiffres correspondants, relatifs à l'arc méridional, T. I, p. **156**.

Si nous réunissons les 8 comparaisons que fournissent les deux grands arcs, nous parvenons aux chiffres suivants :

$$[U^2] = 113282\,; \qquad [W^2] = 168323$$

$$\frac{[U^2]}{[W^2]} = \frac{113282}{168323} = 0{,}673\,, \qquad \frac{U}{W} = 0{,}820.$$

Cette valeur moyenne $\frac{U}{W} < 1$, obtenue pour l'opération totale entre le Danube et la Mer Glaciale, met le calcul de cette opération entièrement à l'abri du soupçon, que l'exactitude effective des mesures angulaires, dans les différentes opérations partielles, ait été inférieure à celle qui a été supposée.

CHAPITRE XIV.

CALCUL DE COMPENSATION, POUR LES 89 TRIANGLES PRINCIPAUX No. 163 à No. 251, EN DÉPENDANCE DES QUATRE CÔTÉS FONDAMENTAUX L^{VII} A L^{X}.

(Voyez Section I, chapitres XI et XII, T. I, p. **157** à **189**.)

---

§ 106. Formation et résolution des trois équations finales qui déterminent les coefficients indéterminés x^{VII}, x^{VIII}, x^{IX}.

Les quantités U, F, Σ sont données dans les chapitres précédents. Nous avons dans notre arc un seul triangle-coin, contigu au côté fondamental L^{IX}, et pour ce triangle il se trouve $\mathfrak{F}_9 = -322{,}4$. C'est ainsi que se forme

le tableau des quantités numériques des trois équations.

T. II,		T. II,		T. II,			
p. **45**,	$U^{VII} = -11{,}0$	p. **28**,	$F^{VII} = 1337{,}3$	p. **45**,	$\Sigma^{VII} = 18409{,}3$	$\mathfrak{F}_7 = 0{,}0$	
» **94**,	$U^{VIII} = -144{,}9$	» **32**,	$F^{VIII} = 1309{,}7$	» **94**,	$\Sigma^{VIII} = 16323{,}4$	$\mathfrak{F}_8 = 0{,}0$	$-(\mathfrak{F}_8 + F^{VIII}) = -1309{,}7$
» **114**,	$U^{IX} = -131{,}8$	» **79**,	$F^{IX} = 3555{,}4$	» **114**,	$\Sigma^{IX} = 45346{,}0$	$\mathfrak{F}_9 = -322{,}4$	$-(\mathfrak{F}_9 + F^{IX}) = -3233{,}0$.
		» **106**,	$F^{X} = 17663{,}0$				

De ces chiffres les trois équations finales, qui déterminent x^{VII} à x^{IX}, se composent ainsi :

équations finales.

$$\begin{aligned} +\ 18409x^{VII} - 1309{,}7x^{VIII} &= -\ 11{,}0 \\ -\ 1309{,}7x^{VII} + 16323x^{VIII} - 3233{,}0x^{IX} &= -\ 144{,}9 \\ -\ 3233{,}0x^{VIII} + 45346x^{IX} &= -\ 131{,}8. \end{aligned}$$

L'élimination conduit aux valeurs suivantes :

$$\begin{aligned} x^{VII} &= -\ 0{,}0012871 & \lg x^{VII} &= 7{,}10961n \\ x^{VIII} &= -\ 0{,}0096930 & \lg x^{VIII} &= 7{,}98646n \\ x^{IX} &= -\ 0{,}0035975 & \lg x^{IX} &= 7{,}55600n \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^{VII} - x^{VI} &= -\ 0{,}0012871 & \lg(x^{VII} - x^{VI}) &= 7{,}10961n \\ x^{VIII} - x^{VII} &= -\ 0{,}0084059 & \lg(x^{VIII} - x^{VII}) &= 7{,}92458n \\ x^{IX} - x^{VIII} &= +\ 0{,}0060955 & \lg(x^{IX} - x^{VIII}) &= 7{,}78501 \\ x^{X} - x^{IX} &= +\ 0{,}0035975 & \lg(x^{X} - x^{IX}) &= 7{,}55600. \end{aligned}$$

§ 107. Bases et côtés fondamentaux, compensés.

Les valeurs trouvées x^{VII} à x^{IX} conduisent maintenant aux valeurs compensées des bases $K^{VII}\ldots K^{X}$ et des côtés fondamentaux $L^{VII}\ldots L^{X}$. Voir T. I, p. **168**. Nous avons, T. II, p. **19**, les $K^{VII}\ldots K^{X}$ et les carrés des erreurs moyennes $E^{VII}\ldots E^{X}$. Donc

$E^{VII} = 27{,}1$	$d\lg K^{VII} = -\ 0{,}04$	$\lg \bar{K}^{VII} = 3{,}1299300.78$	$dK^{VII} = -\ 0{,}01\mu = -\ 0{,}00001$ toise
$E^{VIII} = 26{,}7$	$d\lg K^{VIII} = -\ 0{,}22$	$\lg \bar{K}^{VIII} = 3{,}1776280.86$	$dK^{VIII} = -\ 0{,}05\mu = -\ 0{,}00008$ »
$E^{IX} = 22{,}8$	$d\lg K^{IX} = +\ 0{,}14$	$\lg \bar{K}^{IX} = 3{,}1817974.96$	$dK^{IX} = +\ 0{,}03\mu = +\ 0{,}00005$ »
$E^{X} = 27{,}1$	$d\lg K^{X} = +\ 0{,}10$	$\lg \bar{K}^{X} = 3{,}0624856.98$	$dK^{X} = +\ 0{,}02\mu = +\ 0{,}00003$ » .

Les corrections dK s'élèvent tout au plus à $\frac{1}{15}$ de l'erreur probable inhérente à la longueur définitive de chaque base. D'où suit que nous aurions pu, en plus forte raison encore que dans l'arc méridional, regarder les bases comme parfaitement exactes, sans porter préjudice sensible au calcul de compensation.

Les L et F nous conduisent aux résultats que voici.

T. II, p. **28**, $F^{VII} = 1337{,}3$	$d\lg L^{VII} = -\ 1{,}72$	$\lg \bar{L}^{VII} = 3{,}9686809.5$
» » » **32**, $F^{VIII} = 1309{,}7$	$d\lg L^{VIII} = -\ 11{,}01$	$\lg \bar{L}^{VIII} = 3{,}9537114.6$
» » » **79**, $F^{IX} = 3555{,}4$	$d\lg L^{IX} = +\ 21{,}67$	$\lg \bar{L}^{IX} = 4{,}1545740.5$
» » » **106**, $F^{X} = 17663{,}0$	$d\lg L^{X} = +\ 63{,}54$	$\lg \bar{L}^{X} = 4{,}1506598.1.$

§ 108. Compensation des triangles principaux des tableaux § 83, § 84 et 97, § 98 et 103.

(Voir Sect. I, § 47, T. I, p. **169** et suivantes.)

1. Calcul de compensation pour les triangles entre L^{VII} et L^{VIII}. T. II, p. **36** *à* **45**.

$$x^{VII} = -\ 0{,}0012871.$$

Triangles.	Ω.	$\xi^{VII} = \frac{1}{3}\Omega x^{VII}$.
K. B. 1 à 14	0,762	— 0,0003269
15 à 17	0,623	— 0,0002673
18 à 20	0,762	— 0,0003269
21 à 22	0,623	— 0,0002673
23 à 54	0,762	— 0,0003269.

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.		Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés
K. B. 1.	12,41	— 32,47ξ^{VII} =	+ 0″,011	59° 29′ 49″,051	3,9686809.5
No. 163.	17,37	+ 4,76	— 0,002	50 28 48,608	3,9206562.8
p. 36.	7,65	+ 27,71	— 0,009	70 1 22,341	4,0064230.6
K. B. 2.	— 0,37	— 0,16	+ 0,000	91 1 22,380	4,0064230.6
No. 164.	868,20	— 1,27	+ 0,000	1 23 22,350	2,3911986.4
p. 36.	0,90	+ 1,43	— 0,000	87 35 15,270	4,0061071.8
K. B. 3.	9,22	— 29,40	+ 0,009	66 20 51,799	4,0061071.8
No. 165.	16,97	— 1,74	+ 0,001	51 8 38,721	3,9355978.1
p. 36.	10,96	+ 31,14	— 0,010	62 30 29,480	3,9921743.1
K. B. 4.	— 1,35	— 16,63	+ 0,005	93 40 26,785	3,9921743.1
No. 166.	26,10	— 20,68	+ 0,007	38 53 15,177	3,7908849.5
p. 36.	19,33	+ 37,31	— 0,012	47 26 18,038	3,8602700.4
K. B. 5.	9,38	— 34,86	+ 0,011	65 59 46,931	3,8602700.4
No. 167.	11,48	— 6,72	+ 0,002	61 24 16,512	3,8430571.7
p. 36.	16,10	+ 41,58	— 0,013	52 35 56,557	3,7995938.0

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.		Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés.
K. B. 6.	28,59	— 48,59 ξ^{VII} =	+ 0″,016	36° 22′ 20″,096	3,7995938.0
No. 168.	34,44	+ 37,18	— 0,012	31 26 14,668	3,7438278:6
p. 37.	— 8,59	+ 11,41	— 0,004	112 11 25,236	3,9930981.1
K. B. 7.	23,72	— 56,21	+ 0,018	41 35 35,298	3,9930981.1
No. 169.	7,25	+ 14,95	— 0,005	71 1 7,365	4,1467557.5
p. 37.	8,77	+ 41,26	— 0,013	67 23 17,337	4,1363001.0
K. B. 8.	1,39	— 22,01	+ 0,007	86 14 35,317	4,1363001.0
No. 170.	20,21	— 17,84	+ 0,006	46 10 20,826	3,9954270.0
p. 37.	19,23	+ 39,85	— 0,013	47 35 3,857	4,0054506.0
K. B. 9.	5,55	— 19,85	+ 0,006	75 13 53,706	4,0054506.0
No. 171.	27,62	— 3,20	+ 0,001	37 19 14,241	3,8027097.2
p. 37.	8,75	+ 23,05	— 0,007	67 26 52,053	3,9854915.1
K. B. 10.	15,35	— 51,89	+ 0,017	53 54 2,527	3,9854915.1
No. 172.	3,23	— 5,84	+ 0,002	81 16 10,752	4,0730204.5
p. 37.	21,19	+ 57,73	— 0,019	44 49 46,721	3,9262716.4
K. B. 11.	23,93	— 54,41	+ 0,018	41 20 23,958	3,9262716.4
No. 173.	9,41	+ 17,38	— 0,006	65 55 45,874	4,0668734.1
p. 37.	6,55	+ 37,03	— 0,012	72 43 50,168	4,0863485.6
K. B. 12.	14,63	— 45,57	+ 0,015	55 12 2,415	4,0863485.6
No. 174.	6,62	— 1,68	+ 0,000	72 33 24,490	4,1514779.8
p. 38.	16,31	+ 47,25	— 0,015	52 14 33,095	4,0698850.8
K. B. 13.	20,13	— 44,93	+ 0,015	46 17 39,895	4,0698850.8
No. 175.	14,09	+ 15,46	— 0,005	56 12 8,305	4,1304116.2
p. 38.	4,67	+ 29,47	— 0,010	77 30 11,800	4,2003940.0
K. B. 14.	— 1,22	— 17,78	+ 0,006	93 18 35,526	4,2003940.0
No. 176.	24,63	— 21,44	+ 0,007	40 31 26,047	4,0138754.6
p. 38.	20,22	+ 39,22	— 0,013	46 9 58,427	4,0592664.0

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.		Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés.
K. B. 15.	— 0,30	— 16,23ξ^{VII} =	+ 0″,004	90° 48′ 34″,104	4,0592664.0
No. 177.	27,12	— 17,13	+ 0,005	37 49 43,365	3,8469848.0
p. 38.	16,83	+ 33,36	— 0,009	51 21 42,531	3,9520188.1
K. B. 16.	16,55	— 45,29	+ 0,012	51 49 45,062	3,9520188.1
No. 178.	8,40	+ 4,36	— 0,001	68 14 55,799	4,0244245.5
p. 38.	12,19	+ 40,93	— 0,011	59 55 19,139	3,9936900.8
K. B. 17.	25,48	— 49,41	+ 0,013	39 34 37,953	3,9936900.8
No. 179.	20,20	+ 27,03	— 0,007	46 11 35,403	4,0478139.0
p. 38.	— 1,55	+ 22,38	— 0,006	94 13 46,644	4,1882861.6
K. B. 18.	— 0,25	— 11,01	+ 0,003	90 39 12,453	4,1882861.6
No. 180.	39,59	— 11,76	+ 0,004	28 0 35,534	3,8600643.9
p. 39.	11,51	+ 22,77	— 0,007	61 20 12,013	4,1315384.2
K. B. 19.	13,28	— 37,25	+ 0,012	57 45 0,262	4,1315384.2
No. 181.	12,56	+ 2,59	— 0,001	59 10 46,149	4,1381876.6
p. 39.	10,69	+ 34,66	— 0,011	63 4 13,589	4,1544600.3
K. B. 20.	13,78	— 54,32	+ 0,018	56 47 2,258	4,1544600.3
No. 182.	1,84	— 12,98	+ 0,004	85 1 0,724	4,2302918.4
p. 39.	26,76	+ 67,30	— 0,022	38 11 57,018	4,0232038.2
K. B. 21.	15,83	— 36,09	+ 0,009	53 3 56,319	4,0232038.2
No. 183.	18,42	+ 11,40	— 0,003	48 49 5,607	3,9970590.0
p. 39.	4,43	+ 24,69	— 0,006	78 6 58,074	4,1110712.5
K. B. 22.	7,89	— 12,17	+ 0,003	69 27 39,753	4,1110712.5
No. 184.	110,28	+ 11,50	— 0,003	10 48 37,557	3,4127347.7
p. 39.	— 3,61	+ 0,67	— 0,000	99 43 42,690	4,1333034.4
K. B. 23.	15,70	— 35,65	+ 0,012	53 17 34,662	4,1333034.4
No. 185.	18,89	+ 11,45	— 0,004	48 6 33,366	4,1011081.7
p. 39.	4,25	+ 24,20	— 0,008	78 35 51,972	4,2206331.7

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.		Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés.
K. B. 24.	6,55	— 38,80 ξ^{VII}	= + 0″,013	72° 43′ 52″,573	4,2206331.7
No. 186.	8,53	— 19,15	+ 0,006	67 56 18,286	4,2076417.8
p. 40.	25,70	+ 57,95	— 0,019	39 19 49,141	4,0426103.9
K. B. 25.	24,09	— 42,20	+ 0,014	41 9 49,814	4,0426103.9
No. 187.	32,45	+ 30,07	— 0,010	32 58 10,210	3,9599955.5
p. 40.	— 5,98	+ 12,13	— 0,004	105 51 59,976	4,2073731.7
K. B. 26.	7,92	— 30,78	+ 0,010	69 23 36,010	4,2073731.7
No. 188.	14,22	— 7,02	+ 0,002	55 57 35,062	4,1544568.5
p. 40.	14,94	+ 37,80	— 0,012	54 38 48,928	4,1475669.5
K. B. 27.	8,14	— 27,85	+ 0,009	68 52 5,299	4,1475669.5
No. 189.	17,72	— 3,43	+ 0,001	49 55 50,251	4,0616123.7
p. 40.	11,57	+ 31,28	— 0,010	61 12 4,450	4,1204615.1
K. B. 28.	15,87	— 33,12	+ 0,011	52 59 32,651	4,1204615.1
No. 190.	24,44	+ 14,49	— 0,005	40 44 58,975	4,0329071.1
p. 40.	1,38	+ 18,63	— 0,006	86 15 28,374	4,2172293.0
K. B. 29.	11,52	— 26,97	+ 0,009	61 18 21,149	4,2172293.0
No. 191.	25,76	+ 7,59	— 0,003	39 15 44,787	4,0754498.1
p. 40.	3,93	+ 19,38	— 0,006	79 25 54,064	4,2667027.7
K. B. 30.	12,74	— 43,58	+ 0,014	58 49 41,484	4,2667027.7
No. 192.	6,91	— 5,36	+ 0,002	71 50 57,162	4,3122556.5
p. 41.	18,10	+ 48,94	— 0,016	49 19 21,354	4,2143157.7
K. B. 31.	20,96	— 43,17	+ 0,014	45 7 28,244	4,2143157.7
No. 193.	18,77	+ 19,71	— 0,006	48 17 33,454	4,2369494.2
p. 41.	1,25	+ 23,46	— 0,008	86 34 58,302	4,3631161.9
K. B. 32.	10,79	— 40,18	+ 0,013	62 51 21,533	4,3631161.9
No. 194.	8,25	— 7,81	+ 0,003	68 36 3,823	4,3827721.2
p. 41.	18,60	+ 47,99	— 0,016	48 32 34,644	4,2885372.8

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.		Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés.
K. B. 33.	9,87	— 28,15 ξ^{VII} =	+ 0″,009	64° 53′ 11″,879	4,2885372.8
No. 195.	19,71	+ 1,46	— 0,000	46 53 23,810	4,1950113.4
p. 41.	8,41	+ 26,69	— 0,009	68 13 24,311	4,2995095.5
K. B. 34.	6,40	— 34,94	+ 0,011	73 5 31,431	4,2995095.5
No. 196.	10,56	— 15,74	+ 0,005	63 21 0,915	4,2699239.0
p. 41.	22,14	+ 50,68	— 0,016	43 33 27,654	4,1569729.3
K. B. 35.	14,91	— 76,06	+ 0,025	54 41 10,355	4,1569729.3
No. 197.	— 4,03	— 31,33	+ 0,010	100 49 48,460	4,2374785.2
p. 41.	46,24	+107,39	— 0,035	24 29 1,185	3,8627387.5
K. B. 36.	28,47	— 75,76	+ 0,025	36 29 1,355	3,8627387.5
No. 198.	— 1,97	+ 9,65	— 0,003	95 18 9,817	4,0866553.9
p. 42.	18,82	+ 66,11	— 0,022	48 12 48,828	3,9610436.3
K. B. 37.	13,45	— 38,02	+ 0,012	57 25 51,402	3,9610436.3
No. 199.	11,95	+ 2,33	— 0,001	60 25 6,089	3,9746944.7
p. 42.	11,12	+ 35,69	— 0,011	62 9 2,509	3,9818887.3
K. B. 38.	25,76	— 48,74	+ 0,016	39 15 43,646	3,9818887.3
No. 200.	22,43	+ 28,54	— 0,009	43 11 42,121	4,0159380.1
p. 42.	— 2,78	+ 20,20	— 0,007	97 32 34,233	4,1768004.8
K. B. 39.	1,40	— 20,69	+ 0,007	86 11 4,457	4,1768004.8
No. 201.	21,67	— 16,49	+ 0,005	44 10 26,725	4,0208977.2
p. 42.	17,89	+ 37,18	— 0,012	49 38 28,818	4,0597224.0
K. B. 40.	5,23	— 27,19	+ 0,009	76 3 9,789	4,0597224.0
No. 202.	16,20	— 11,50	+ 0,004	52 25 2,574	3,9717042.5
p. 42.	16,73	+ 38,69	— 0,013	51 31 47,637	3,9664434.1
K. B. 41.	29,08	— 52,71	+ 0,017	35 54 4,037	3,9664434.1
No. 203.	25,46	+ 34,53	— 0,011	39 35 45,009	4,0026484.3
p. 42.	— 5,45	+ 18,18	— 0,006	104 30 10,954	4,1841938.3

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.	Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés.
K. B. 42.	24,75	— 58,11 ξ^{VII} = + 0″,019	40° 23′ 47″,339	4,1841938.3
No. 204.	6,91	+ 16,14 — 0,005	71 50 22,805	4,3503793.4
p. 43.	8,61	+ 41,97 — 0,014	67 45 49,856	4,3390081.5
K. B. 43.	— 5,70	— 9,03 + 0,003	105 8 25,653	4,3390081.5
No. 205.	37,98	— 26,13 + 0,008	29 0 15,778	4,0399822.0
p. 43.	20,43	+ 35,16 — 0,011	45 51 18,569	4,2102222.4
K. B. 44.	9,78	— 28,47 + 0,009	65 5 32,839	4,2102222.4
No. 206.	19,06	+ 0,87 — 0,000	47 50 13,910	4,1225795.3
p. 43.	8,91	+ 27,60 — 0,009	67 4 13,251	4,2168724.2
K. B. 45.	9,98	— 30,67 + 0,010	64 38 47,880	4,2168724.2
No. 207.	16,27	— 0,73 + 0,000	52 18 20,200	4,1591877.8
p. 43.	10,71	+ 31,40 — 0,010	63 2 51,920	4,2109208.6
K. B. 46.	12,66	— 35,23 + 0,011	58 59 33,711	4,2109208.6
No. 208.	14,09	+ 2,75 — 0,001	56 12 59,219	4,1975648.6
p. 43.	9,91	+ 32,48 — 0,010	64 47 27,070	4,2344215.0
K. B. 47.	25,35	— 62,83 + 0,020	39 42 5,670	4,2344215.0
No. 209.	3,62	+ 13,22 — 0,004	80 14 7,936	4,4227266.0
p. 43.	12,13	+ 49,61 — 0,016	60 3 46,394	4,3668696.0
K. B. 48.	— 4,20	— 9,15 + 0,003	101 17 16,803	4,3668696.0
No. 210.	38,74	— 21,75 + 0,007	28 31 39,777	4,0544026.5
p. 44.	17,55	+ 30,90 — 0,010	50 11 3,420	4,2607752.8
K. B. 49.	— 6,70	— 1,87 + 0,001	107 39 27,651	4,2607752.8
No. 211.	63,68	— 21,97 + 0,007	18 17 49,237	3,7785851.2
p. 44.	15,27	+ 23,84 — 0,008	54 2 43,112	4,1899414.0
K. B. 50.	10,34	— 28,38 + 0,009	63 50 33,759	4,1899414.0
No. 212.	20,15	+ 2,64 — 0,001	46 15 3,039	4,0956269.2
p. 44.	7,70	+ 25,74 — 0,008	69 54 23,202	4,2095918.0

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.	Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés.
K. B. 51.	8,50	— 57,35ξ^{VII} = + 0″,019	68° 1′ 7″,739	4,2095918.0
No. 213.	2,05	— 31,85 + 0,010	84 25 51,160	4,2403135.7
p. 44.	40,35	+ 89,20 — 0,029	27 33 1,101	3,9075056.4
K. B. 52.	21,62	— 44,47 + 0,014	44 14 57,874	3,9075056.4
No. 214.	18,23	+ 20,39 — 0,006	49 6 51,584	3,9423168.7
p. 44.	1,23	+ 24,08 — 0,008	86 38 10,542	4,0630363.7
K. B. 53.	— 1,03	— 24,96 + 0,008	92 48 42,258	4,0630363.7
No. 215.	18,14	— 28,05 + 0,009	49 15 28,369	3,9430308.6
p. 44.	27,02	+ 53,01 — 0,017	37 55 49,373	3,8522252.0
K. B. 54.	19,56	— 47,73 + 0,016	47 6 56,116	3,8522252.0
No. 216.	9,76	+ 10,95 — 0,004	65 7 24,786	3,9449935.6
p. 45.	8,61	+ 36,78 — 0,012	67 45 39,098	3,9537114.6

2. Calcul de compensation pour les triangles entre L^{VIII} et L^{IX}. T. II, p. 46, 47 et p. 93, 94.

$$x^{VIII} = -\ 0{,}0096930 \qquad x^{IX} = -\ 0{,}0035975.$$

Triangles.	Ω.	$\xi^{VIII} = \frac{1}{3}\Omega x^{VII}$.	$\xi^{IX} = \frac{1}{3}\Omega x^{IX}$.
1 à 7	0,762	— 0,002462	
8	0,653	— 0,002110	
9	0,508	— 0,001641	
10 à 14	1,564	— 0,005053	— 0,001875.

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.		Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés.
K. c. 1.	28,99	$-\ 59{,}88\xi^{VIII} =$	+ 0″,147	35° 59′ 25″,697	3,9537114.6
No. 217.	12,58	+ 27,09	— 0,066	59 8 29,294	4,1183003.2
p. 46.	1,90	+ 32,79	— 0,081	84 52 5,009	4,1828478.4
K. c. 2.	18,79	— 41,40	+ 0,102	48 15 10,662	4,1828478.4
No. 218.	16,43	+ 14,97	— 0,037	52 2 14,953	4,2068096.0
p. 46.	3,82	+ 26,43	— 0,065	79 42 34,385	4,3030131.0
K. c. 3.	— 7,00	— 16,88	+ 0,042	108 23 43,972	4,3030131.0
No. 219.	27,63	— 37,88	+ 0,093	37 18 27,033	4,1083313.7
p. 46.	30,88	+ 54,76	— 0,135	34 17 48,995	4,0766723.7
K. c. 4.	25,67	— 64,11	+ 0,158	39 21 20,878	4,0766723.7
No. 220.	3,00	+ 12,90	— 0,032	81 53 5,698	4,2701204.9
p. 46.	12,77	+ 51,21	— 0,126	58 45 33,424	4,2064552.4
K. c. 5.	— 5,05	— 17,52	+ 0,043	103 28 43,143	4,2064552.4
No. 221.	25,83	— 32,67	+ 0,081	39 11 44,391	4,0192818.2
p. 46.	27,62	+ 50,19	— 0,124	37 19 32,466	4,0013046.7
K. c. 6.	54,96	—120,30	+ 0,296	20 57 37,806	4,0013046.7
No. 222.	— 1,94	+ 44,58	— 0,110	95 16 50,510	4,4459090.3
p. 47.	10,38	+ 75,72	— 0,186	63 45 31,684	4,4005199.2

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.	Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés.
K. c. 7.	— 6,38	— 21,04ξ^{VIII} = + 0″,052	106° 51′ 17″,112	4,4005199.2
No. 223.	24,03	— 40,18 + 0,099	41 13 23,669	4,2384704.0
p. 47.	33,80	+ 61,22 — 0,151	31 55 19,219	4,1428506.4
K. c. 8.	21,81	— 41,80 + 0,088	43 59 14,558	4,1428506.4
No. 224.	24,13	+ 23,63 — 0,050	41 6 0,390	4,1189927.5
p. 47.	— 1,82	+ 18,17 — 0,038	94 54 45,052	4,2995801.7
K. c. 9.	17,99	— 58,71 + 0,096	49 29 50,426	4,2995801.7
No. 225.	0,85	— 4,74 + 0,008	87 41 35,068	4,4181998.1
p. 47.	22,73	+ 63,45 — 0,104	42 48 34,506	4,2507822.7
K. c. 10.	— 7,97	— 20,67 + 0,104	110 44 55,784	4,2507822.7
No. 226.	25,69	— 44,58 + 0,225	39 20 33,945	4,0819651.5
p. 93.	36,61	+ 65,25 — 0,329	29 54 30,271	3,9776698.0
K. c. 11.	22,05	— 58,36 + 0,295	43 40 16,685	3,9776698.0
No. 227.	3,55	+ 7,79 — 0,040	80 25 59,290	4,1324109.8
p. 93.	14,26	+ 50,57 — 0,255	55 53 44,025	4,0565326.3
K. c. 12.	28,98	— 79,95 + 0,404	36 0 9,064	4,0565326.3
No. 228.	— 3,80	+ 6,99 — 0,035	100 14 43,865	4,2803068.8
p. 93.	21,99	+ 72,96 — 0,369	43 45 7,071	4,1271036.0
K. c. 13.	— 8,64	— 17,81 + 0,090	112 18 34,700	4,1271036.0
No. 229.	28,22	— 43,73 + 0,221	36 43 20,581	3,9375497.9
p. 94.	35,09	+ 61,54 — 0,311	30 58 4,719	3,8723284.8
K. c. 14. No. 230. p. 94.	τ = 34,57	$\left\{\begin{array}{l} - 67,33\xi^{VIII} \\ - 17,27\xi^{IX} \end{array}\right\}$ = + 0,372	31 20 33,642	3,8723284.8
	σ = 15,46	$\left\{\begin{array}{l} + 36,38\xi^{VIII} \\ + 29,11\xi^{IX} \end{array}\right\}$ = — 0,238	53 42 34,432	4,0625449.8
	ρ = — 1,81	$\left\{\begin{array}{l} + 30,95\xi^{VIII} \\ - 11,84\xi^{IX} \end{array}\right\}$ = — 0,134	94 56 51,926	4,1545740.5

3. Calcul de compensation pour les triangles entre L^{IX} et L^{X}. T. II, p. 95 à 97 et p. 113, 114.

$$x^{IX} = -\ 0{,}0035975.$$

Triangles.	Ω.	$\xi^{IX} = \frac{1}{3}\Omega x^{IX}$.
L. B. 1 à 17	1,564	— 0,001875
18 à 22	4,126	— 0,004948.

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.	Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés.
L. B. 1.			94° 56′ 51″,926	4,1545740.5
p. 95.			31 20 33,642	3,8723284.8
= K. C. 14.			53 42 34,432	4,0625449.8
L. B. 2.	— 1,25	$-\ 15{,}68\xi^{IX} = +\ 0''{,}029$	93 23 42,729	4,0625449.8
No. 231.	27,53	— 19,43 + 0,037	37 24 29,267	3,8468460.8
p. 95.	18,18	+ 35,11 — 0,066	49 11 48,004	3,9423791.6
L. B. 3.	24,89	— 66,27 + 0,124	40 13 56,064	3,9423791.6
No. 232.	0,80	+ 8,40 — 0,016	87 49 51,554	4,1319111.6
p. 95.	16,49	+ 57,87 — 0,108	51 56 12,382	4,0283797.2
L. B. 4.	35,15	— 69,00 + 0,129	30 55 48,149	4,0283797.2
No. 233.	14,46	+ 36,45 — 0,068	55 31 39,612	4,2335618.5
p. 95.	— 1,30	+ 32,55 — 0,061	93 32 32,239	4,3165935.7
L. B. 5.	9,17	— 35,77 + 0,067	66 27 57,997	4,3165935.7
No. 234.	10,66	— 8,26 + 0,016	63 9 46,826	4,3048157.8
p. 95.	17,43	+ 44,03 — 0,083	50 22 15,177	4,2409050.0
L. B. 6.	8,02	— 24,91 + 0,047	69 9 7,517	4,2409050.0
No. 235.	22,04	— 0,85 + 0,001	43 41 32,551	4,1096560.9
p. 96.	8,87	+ 25,76 — 0,048	67 9 19,932	4,2348371.2
L. B. 7.	11,80	— 38,62 + 0,072	60 43 19,102	4,2348371.2
No. 236.	9,91	— 3,22 + 0,006	64 47 4,846	4,2507036.5
p. 96.	15,02	+ 41,84 — 0,078	54 29 36,052	4,2048427.8

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.		Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés.
L. B. 8.	21,37	— 53,66ξ^{IX}	= + 0″,101	44° 34′ 57″,791	4,2048427.8
No. 237.	6,51	+ 10,45	— 0,020	72 49 55,450	4,3387489.5
p. 96.	10,92	+ 43,21	— 0,081	62 35 6,759	4,3068083.7
L. B. 9.	4,67	— 26,17	+ 0,049	77 29 14,929	4,3068083.7
No. 238.	16,95	— 12,16	+ 0,023	51 9 9,693	4,2086851.9
p. 96.	16,83	+ 38,33	— 0,072	51 21 35,378	4,2099450.2
L. B. 10.	27,55	— 54,91	+ 0,103	37 23 3,843	4,2099450.2
No. 239.	16,40	+ 27,74	— 0,052	52 5 48,958	4,3237473.9
p. 96.	— 0,19	+ 27,17	— 0,051	90 31 7,199	4,4266243.6
L. B. 11.	6,88	— 27,67	+ 0,052	71 54 22,542	4,4266243.6
No. 240.	16,73	— 7,03	+ 0,013	51 31 44,303	4,3423685.6
p. 96.	13,91	+ 34,70	— 0,065	56 33 53,155	4,3700807.0
L. B. 12.	16,85	— 32,80	+ 0,061	51 19 42,151	4,3700807.0
No. 241.	28,80	+ 17,75	— 0,033	36 10 58,087	4,2486937.1
p. 97.	— 0,90	+ 15,05	— 0,028	92 29 19,762	4,4771643.8
L. B. 13.	— 4,73	— 19,78	+ 0,037	102 39 17,867	4,4771643.8
No. 242.	23,74	— 33,97	+ 0,064	41 34 45,124	4,3097871.1
p. 97.	29,24	+ 53,75	— 0,101	35 45 57,009	4,2546100.4
L. B. 14.	24,70	— 53,12	+ 0,099	40 26 6,869	4,2546100.4
No. 243.	12,36	+ 20,98	— 0,039	59 35 22,951	4,3783612.1
p. 97.	3,72	+ 32,14	— 0,060	79 58 30,180	4,4359590.4
L. B. 15.	6,26	— 33,39	+ 0,063	73 26 54,823	4,4359590.4
No. 244.	11,53	— 14,61	+ 0,027	61 17 16,237	4,3973592.4
p. 97.	20,87	+ 48,00	— 0,090	45 15 48,940	4,3058116.2
L. B. 16.	16,52	— 43,69	+ 0,082	51 53 13,092	4,3058116.2
No. 245.	9,84	+ 5,87	— 0,011	64 56 27,639	4,3670171.2
p. 97.	10,65	+ 37,82	— 0,071	63 10 19,269	4,3604929.8

Triangle.	γ α β.	Corrections des angles.		Angles plans compensés.	Logarithmes compensés des côtés.
L. B. 17.	— 9,25	— 17,64ξ^{IX}	= + 0″,033	113° 42′ 39″,693	4,3604929.8
No. 246.	28,91	— 45,39	+ 0,085	36 3 53,895	4,1686899.0
p. 97.	36,14	+ 63,03	— 0,118	30 13 26,412	4,1006918.8
L. B. 18.	32,09	— 53,72	+ 0,266	33 16 26,966	4,1006918.8
No. 247.	36,00	+ 42,55	— 0,211	30 19 9,489	4,0645350.6
p. 113.	— 10,46	+ 11,17	— 0,055	116 24 23,545	4,3135434.5
L. B. 19.	12,20	— 62,78	+ 0,311	59 54 19,771	4,3135434.5
No. 248.	— 0,50	— 26,18	+ 0,129	91 20 50,919	4,3763071.3
p. 113.	38,38	+ 88,96	— 0,440	28 44 49,310	4,0585211.4
L. B. 20.	30,68	— 58,89	+ 0,291	34 27 39,931	4,0585211.4
No. 249.	18,41	+ 33,15	— 0,164	48 50 45,746	4,1825852.0
p. 113.	— 2,47	+ 25,74	— 0,127	96 41 34,323	4,3028527.9
L. B. 21.	12,26	— 28,12	+ 0,139	59 47 2,349	4,3028527.9
No. 250.	25,18	+ 8,66	— 0,043	39 54 14,547	4,1734707.4
p. 113.	3,60	+ 19,46	— 0,096	80 18 43,104	4,3600334.0
L. B. 22.	2,23	— 31,53	+ 0,156	83 56 11,486	4,3600334.0
No. 251.	13,07	— 24,84	+ 0,123	58 10 55,103	4,2917492.4
p. 114.	27,07	+ 56,37	— 0,279	37 52 53,411	4,1506598.1

CHAPITRE XV.

TABLEAU DES ANGLES ET DES CÔTÉS DÉFINITIFS, DES 103 TRIANGLES QUI PRODUISENT LA JONCTION ENTRE LES 5 POINTS ASTRONOMIQUES DE L'ARC SEPTENTRIONAL, COMPRIS ENTRE LE GOLFE DE FINLANDE ET LA MER GLACIALE.

(Voir Sect. I, Chap. XIII, T. I, p. **190** à p. **213**).

---

§ 109.

Entre le terme méridional de cet arc, MÄKI-PÄÄLYS sur l'île de Hogland, et le terme septentrional, FUGLENAES sur l'île de Kval-Ö, il y a 103 triangles de continuation. Les points astronomiques KILPIMÄKI, TORNEA, STUOR-OIVI et FUGLENAES étant identiques avec les stations trigonométriques, il n'y a pas question de triangles auxiliaires. Le tableau suivant III* ne contient par conséquent que les 103 triangles de continuation, No. 156 à No. 258. De ce nombre 89 triangles se trouvent dans les tableaux du § 108, et nous n'avons qu'à répéter les chiffres de ce § 108 qui sont relatifs aux distances. Mais, pour avoir les angles sphériques, il faut ajouter, aux angles plans du § 108, le montant de l'excès sphérique pour chaque angle. Tous les excès sphériques sont donnés dans nos tableaux antérieurs. A ces 89 triangles se réunissent les 7 triangles excédants méridionaux que présente le § 82, T. II, p. **34** et **35**, et les 7 triangles excédants septentrionaux du § 104, T. II, p. **115** et **116**.

Pour parvenir aux angles sphériques définitifs des triangles excédants, nous n'avons qu'à ajouter aux angles plans, § 82 et § 104, les effets de l'excès sphérique. Puis nous avons, pour parvenir aux logarithmes définitifs des côtés de ces triangles,

dans le § 82, à échanger $\lg L^{VII} = 3{,}9686811.2$ contre $\lg \bar{L}^{VII} = 3{,}9686809.5$,
T. II, p. **120**, ou à corriger les logarithmes des côtés de -1.7;

dans le § 104, à échanger $\lg L^{X} = 4{,}1506534.6$ contre $\lg \bar{L}^{X} = 4{,}1506598.1$,
T. II, p. **120**, ou à corriger les logarithmes des côtés de $+63.5$;

Tableau H*, des triangles définitifs entre le Golfe de Finlande et la Mer Glaciale.

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 156. T. II, p. 35.	RISTISAARI	88° 14′ 34″,16	4,1924707.4
	SVARTVIRA	67 42 17,86	4,1589304.0
	MÄKI-PÄÄLYS	24 3 8,86	3,8028790.2
		180 0 0,88	
No. 157. T. II, p. 35.	TUSKAS.....	49 2 57,16	3,8028790.2
	RISTISAARI	47 41 26,06	3,7937253.3
	SVARTVIRA	83 15 37,16	3,9217638.7
		180 0 0,38	
No. 158. T. II, p. 35.	KOKKO-VUORI	60 15 16,94	3,9217638.7
	TUSKAS.....	61 16 40,34	3,9261044.4
	RISTISAARI.....	58 28 3,30	3,9137394.1
		180 0 0,58	
No. 159. T. II, p. 35.	STRÖMFORS.....	48 4 35,44	3,9137394.1
	TUSKAS	79 56 24,73	4,0354160.9
	KOKKO-VUORI.....	51 59 0,50	3,9385787.7
		180 0 0,67	
No. 160. T. II, p. 34.	LOVISA.....	59 13 40,99	3,9385787.7
	STRÖMFORS.....	76 5 13,17	3,9915473.2
	TUSKAS	44 41 6,41	3,8515640.9
		180 0 0,57	
No. 161. T. II, p. 34.	KORSMALM	53 5 20,30	3,8515640.9
	STRÖMFORS.....	66 13 36,67	3,9101998.8
	LOVISA.....	60 41 3,51	3,8891923.9
		180 0 0,48	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 162. T. II, p. 34.	MUSTILA	41° 1′ 10″,50	3,8891923.9
	KORSMALM	86 58 7,72	4,0714712.9
	STRÖMFORS	52 0 42,47	3,9686809.5
		180 0 0,69	
No. 163. T. II, p. 121.	PORLOM I	59 29 49,27	3,9686809.5
	MUSTILA	50 28 48,85	3,9206562.8
	KORSMALM	70 1 22,57	4,0064230.6
		180 0 0,69	
No. 164. T. II, p. 121.	PORLOM II	91 1 22,39	4,0064230.6
	MUSTILA	1 23 22,36	2,3911986.4
	PORLOM I	87 35 15,28	4,0061071.8
		180 0 0,03	
No. 165. T. II, p. 121.	PERHENIEMI	66 20 52,05	4,0061071.8
	PORLOM II	51 8 38,97	3,9355978.1
	MUSTILA	62 30 29,73	3,9921743.1
		180 0 0,75	
No. 166. T. II, p. 121.	WILLIKKALA	93 40 26,93	3,9921743.1
	PERHENIEMI	38 53 15,32	3,7908849.5
	PORLOM II	47 26 18,18	3,8602700.4
		180 0 0,43	
No. 167. T. II, p. 121.	HUHTMAR	65 59 47,06	3,8602700.4
	WILLIKKALA	61 24 16,64	3,8430571.7
	PERHENIEMI	52 35 56,68	3,7995938.0
		180 0 0,38	
No. 168. T. II, p. 122.	ÄMMÄNÄURAS	36 22 20,20	3,7995938.0
	HUHTMAR	31 26 14,77	3,7438278.6
	WILLIKKALA	112 11 25,34	3,9930981.1
		180 0 0,31	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 169. T. II, p. 122.	MESSILÄ	41° 35′ 35″,71	3,9930981.1
	HUHTMAR	71 1 7,77	4,1467557.5
	ÄMMÄNÄURÄS	67 23 17,75	4,1363001.0
		180 0 1,23	
No. 170. T. II, p. 122.	WAHTERISTO	86 14 35,64	4,1363001.0
	MESSILÄ	46 10 21,14	3,9954270.0
	HUHTMAR	47 35 4,18	4,0054506.0
		180 0 0,96	
No. 171. T. II, p. 122.	WESIVEHMAIS	75 13 53,90	4,0054506.0
	MESSILÄ	37 19 14,43	3,8027097.2
	WAHTERISTO	67 26 52,24	3,9854915.1
		180 0 0,57	
No. 172. T. II, p. 122.	KURHILA	53 54 2,78	3,9854915.1
	WESIVEHMAIS	81 16 11,01	4,0730204.5
	MESSILÄ	44 49 46,98	3,9262716.4
		180 0 0,77	
No. 173. T. II, p. 122.	SOITIN-KALLIO	41 20 24,26	3,9262716.4
	KURHILA	65 55 46,17	4,0668734.1
	WESIVEHMAIS	72 43 50,47	4,0863485.6
		180 0 0,90	
No. 174. T. II, p. 122.	WIRMALA	55 12 2,85	4,0863485.6
	SOITIN-KALLIO	72 33 24,93	4,1514779.8
	KURHILA	52 14 33,53	4,0698850.8
		180 0 1,31	
No. 175. T. II, p. 122.	WILJAMIN-VUORI	46 17 40,39	4,0698850.8
	WIRMALA	56 12 8,80	4,1304116.2
	SOITIN-KALLIO	77 30 12,30	4,2003940.0
		180 0 1,49	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 176. T. II, p. 122.	KYLMÄ-KANGAS	93° 18′ 35″,90	4,2003940.0
	WILJAMIN-VUORI.	40 31 26,42	4,0138754.6
	WIRMALA	46 9 58,81	4,0592664.0
		180 0 1,13	
No. 177. T. II, p. 123.	KAMMIO	90 48 34,30	4,0592664.0
	KYLMÄ-KANGAS	37 49 43,57	3,8469848.0
	WILJAMIN-VUORI	51 21 42,73	3,9520188.1
		180 0 0,60	
No. 178. T. II, p. 123.	RAPPU-VUORI.	51 49 45,32	3,9520188.1
	KAMMIO	68 14 56,06	4,0244245.5
	KYLMÄ-KANGAS	59 55 19,40	3,9936900.8
		180 0 0,78	
No. 179. T. II, p. 123.	TAMMI-MÄKI	39 34 38,30	3,9936900.8
	RAPPU-VUORI	46 11 35,75	4,0478139.0
	KAMMIO	94 13 47,00	4,1882861.6
		180 0 1,05	
No. 180. T. II, p. 123.	PUOLAKKA.	90 39 12,77	4,1882861.6
	TAMMI-MÄKI	28 0 35,85	3,8600643.9
	RAPPU-VUORI.	61 20 12,33	4,1315384.2
		180 0 0,95	
No. 181. T. II, p. 123.	WAATER-VUORI	57 45 0,79	4,1315384.2
	PUOLAKKA.	59 10 46,68	4,1381876.6
	TAMMI-MÄKI	63 4 14,12	4,1544600.3
		180 0 1,59	
No. 182. T. II, p. 123.	JYVÄSKYLÄ	56 47 2,74	4,1544600.3
	WAATER-VUORI	85 1 1,20	4,2302918.4
	PUOLAKKA.	38 11 57,50	4,0232038.2
		180 0 1,44	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 183. T. II, p. 123.	RUUHI-MÄKI	53° 3′ 56″65	4,0232038.2
	JYVÄSKYLÄ	48 49 5,93	3,9970590.0
	WAATER-VUORI	78 6 58,40	4,1110712.5
		180 0 0,98	
No. 184. T. II, p. 123.	LAAJA-VUORI	69 27 39,86	4,1110712.5
	RUUHI-MÄKI	10 48 37,66	3,4127347.7
	JYVÄSKYLÄ	99 43 42,79	4,1333034.4
		180 0 0,31	
No. 185. T. II, p. 123.	MULTA-MÄKI	53 17 35,20	4,1333034.4
	RUUHI-MÄKI	48 6 33,90	4,1011081.7
	LAAJA-VUORI	78 35 52,51	4,2206331.7
		180 0 1,61	
No. 186. T. II, p. 124.	OHI-MÄKI	72 43 53,12	4,2206331.7
	MULTA-MÄKI	67 56 18,83	4,2076417.8
	RUUHI-MÄKI	39 19 49,68	4,0426103.9
		180 0 1,63	
No. 187. T. II, p. 124.	SILMUT-MÄKI	41 9 50,12	4,0426103.9
	MULTA-MÄKI	32 58 10,52	3,9599955.5
	OHI-MÄKI	105 52 0,29	4,2073731.7
		180 0 0,93	
No. 188. T. II, p. 124.	ILA-MÄKI	69 23 36,61	4,2073731.7
	SILMUT-MÄKI	55 57 35,66	4,1544568.5
	MULTA-MÄKI	54 38 49,53	4,1475669.5
		180 0 1,80	
No. 189. T. II, p. 124.	LISTON-MÄKI	68 52 5,75	4,1475669.5
	SILMUT-MÄKI	49 55 50,71	4,0616123.7
	ILA-MÄKI	61 12 4,90	4,1204615.1
		180 0 1,36	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 190. T. II, p. 124.	WESA-MÄKI..... SILMUT-MÄKI..... LISTON-MÄKI..... 180 0 1,36	52° 59′ 33″,10 40 44 59,43 86 15 28,83	4,1204615.1 4,0329071.1 4,2172293.0
No. 191. T. II, p. 124.	KILPI-MÄKI..... WESA-MÄKI..... SILMUT-MÄKI..... 180 0 1,85	61 18 21,77 39 15 45,40 79 25 54,68	4,2172293.0 4,0754498.1 4,2667027.7
No. 192. T. II, p. 124.	HONKA-MÄKI..... WESA-MÄKI ..... KILPI-MÄKI..... 180 0 2,75	58 49 42,40 71 50 58,08 49 19 22,27	4,2667027.7 4,3122556.5 4,2143157.7
No. 193. T. II, p. 124.	LEHTO-MÄKI ..... HONKA-KÄKI ..... WESA-MÄKI..... 180 0 2,71	45 7 29,15 48 17 34,36 86 34 59,20	4,2143157.7 4,2369494.2 4,3631161.9
No. 194. T. II, p. 124.	PÖLLÖ-MÄKI..... LEHTO-MÄKI ..... HONKA-MÄKI..... 180 0 4,01	62 51 22,87 68 36 5,16 48 32 35,98	4,3631161.9 4,3827721.2 4,2885372.8
No. 195. T. II, p. 125.	PIHLAJAN-MÄKI ..... PÖLLÖ-MÄKI ..... LEHTO-MÄKI 180 0 2,71	64 53 12,78 46 53 24,71 68 13 25,22	4,2885372.8 4,1950113.4 4,2995095.5
No. 196. T. II, p. 125.	II-MÄKI ..... PÖLLÖ-MÄKI ..... PIHLAJAN-MÄKI 180 0 2,45	73 5 32,25 63 21 1,73 43 33 28,47	4,2995095.5 4,2699239.0 4,1569729.3

*

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 197. T. II, p. 125.	KIVI-MÄKI.....	54° 41′ 10″,68	4,1569729.3
	II-MÄKI.....	100 49 48,79	4,2374785.2
	PÖLLÖ-MÄKI.....	24 29 1,51	3,8627387.5
		180 0 0,98	
No. 198. T. II, p. 125.	SALLISEN-MÄKI.....	36 29 1,57	3,8627387.5
	KIVI-MÄKI.....	95 18 10,03	4,0866553.9
	II-MÄKI.....	48 12 49,04	3,9610436.3
		180 0 0,64	
No. 199. T. II, p. 125.	KULVEN-MÄKI.....	57 25 51,65	3,9610436.3
	SALLISEN-MÄKI.....	60 25 6,33	3,9746944.7
	KIVI-MÄKI.....	62 9 2,75	3,9818887.3
		180 0 0,73	
No. 200. T. II, p. 125.	NAARAS-MÄKI.....	39 15 43,96	3,9818887.3
	SALLISEN-MÄKI.....	43 11 42,44	4,0159380.1
	KULVEN-MÄKI.....	97 32 34,55	4,1768004.8
		180 0 0,95	
No. 201. T. II, p. 125.	MURTO-MÄKI.....	86 11 4,84	4,1768004.8
	NAARAS-MÄKI.....	44 10 27,11	4,0208977.2
	SALLISEN-MÄKI.....	49 38 29,21	4,0597224.0
		180 0 1,16	
No. 202. T. II, p. 125.	LEHTO-VAARA.....	76 3 10,06	4,0597224.0
	MURTO-MÄKI.....	52 25 2,84	3,9717042.5
	NAARAS-MÄKI.....	51 31 47,91	3,9664434.1
		180 0 0,81	
No. 203. T. II, p. 125.	OTAN-MÄKI.....	35 54 4,32	3,9664434.1
	LEHTO-VAARA.....	39 35 45,30	4,0026484.3
	MURTO-MÄKI.....	104 30 11,24	4,1841938.3
		180 0 0,86	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 204. T. II, p. 126.	KIVES-VAARA	40° 23′ 48″,35	4,1841938.3
	LEHTO-VAARA	71 50 23,82	4,3503793.4
	OTAN-MÄKI	67 45 50,87	4,3390081.5
		180 0 3,04	
No. 205. T. II, p. 126.	RUPUKKA-VAARA	105 8 26,20	4,3390081.5
	KIVES-VAARA	29 0 16,33	4,0399822.0
	LEHTO-VAARA	45 51 19,12	4,2102222.4
		180 0 1,65	
No. 206. T. II, p. 126.	SAUKKO-VAARA	65 5 33,47	4,2102222.4
	KIVES-VAARA	47 50 14,54	4,1225795.3
	RUPUKKA-VAARA	67 4 13,89	4,2168724.2
		180 0 1,90	
No. 207. T. II, p. 126.	TEIRI-HARJU	64 38 48,56	4,2168724.2
	KIVES-VAARA	52 18 20,88	4,1591877.8
	SAUKKO-VAARA	63 2 52,60	4,2109208.6
		180 0 2,04	
No. 208. T. II, p. 126.	PUOKIO-VAARA	58 59 34,45	4,2109208.6
	KIVES-VAARA	56 12 59,96	4,1975648.6
	TEIRI-HARJU	64 47 27,81	4,2344215.0
		180 0 2,22	
No. 209. T. II, p. 126.	ROKUA-VAARA	39 42 6,93	4,2344215.0
	PUOKIO-VAARA	80 14 9,19	4,4227266.0
	KIVES-VAARA	60 3 47,65	4,3668696.0
		180 0 3,77	
No. 210. T. II, p. 126.	PALO-VAARA	101 17 17,45	4,3668696.0
	ROKUA-VAARA	28 31 40,42	4,0544026.5
	PUOKIO-VAARA	50 11 4,07	4,2607752.8
		180 0 1,94	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 211. T. II, p. 126.	REVONPESÄMAA.....	107° 39′ 27″,93	4,2607752.8
	ROKUA-VAARA.....	18 17 49,52	3,7785851.2
	PALO-VAARA.....	54 2 43,40	4,1899414.0
		180 0 0,85	
No. 212. T. II, p. 126.	REPO-KANGAS.....	63 50 34,34	4,1899414.0
	ROKUA-VAARA.....	46 15 3,62	4,0956269.2
	REVONPESÄMAA.....	69 54 23,78	4,2095918.0
		180 0 1,74	
No. 213. T. II, p. 127.	HALOSEN-VAARA.....	68 1 8,15	4.2095918.0
	REPO-KANGAS.....	84 25 51,58	4,2403135.7
	ROKUA-VAARA.....	27 33 1,52	3,9075056.4
		180 0 1,25	
No. 214. T. II, p. 127.	PITKÄSELKÄ.....	44 14 58,10	3,9075056.4
	HALOSEN-VAARA.....	49 6 51,81	3,9423168.7
	REPO-KANGAS.....	86 38 10,77	4,0630363.7
		180 0 0,68	
No. 215. T. II, p. 127.	LINNUNSILMÄ.....	92 48 42,46	4,0630363.7
	PITKÄSELKÄ.....	49 15 28,57	3,9430308.6
	HALOSEN-VAARA.....	37 55 49,57	3,8522252.0
		180 0 0,60	
No. 216. T. II, p. 127.	SARVI-KANGAS.....	47 6 56,30	3,8522252.0
	LINNUN-SILMÄ.....	65 7 24,97	3,9449935.6
	PITKÄSELKÄ.....	67 45 39,28	3,9537114.6
		180 0 0,55	
No. 217. T. II, p. 128.	LATON-MÄKI.....	35 59 26,07	3,9537114.6
	SARVI-KANGAS.....	59 8 29,67	4,1183003.2
	LINNUNSILMÄ.....	84 52 5,39	4,1828478.4
		180 0 1,13	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 218. T. II, p. 128.	HYYPÄN-MÄKI	48° 15′ 11″,43	4,1828478.4
	SARVI-KANGAS	52 2 15,72	4,2068096.0
	LATON-MÄKI	79 42 35,16	4,3030131.0
		180 0 2,31	
No. 219. T. II, p. 128.	ISONIEMI.	108 23 44,43	4,3030131.0
	HYYPÄN-MÄKI	37 18 27,50	4,1083313.7
	SARVI-KANGAS	34 17 49,46	4,0766723.7
		180 0 1,39	
No. 220. T. II, p. 128.	ULKOGRUNNI	39 21 21,49	4,0766723.7
	ISONIEMI.	81 53 6,31	4,2701204.9
	HYYPÄN-MÄKI	58 45 34,03	4,2064552.4
		180 0 1,83	
No. 221. T. II, p. 128.	RONTTI.	103 28 43,47	4,2064552.4
	ULKOGRUNNI	39 11 44,72	4,0192818.2
	ISONIEMI.	37 19 32,79	4,0013046.7
		180 0 0,98	
No. 222. T. II, p. 128.	KIVALO.	20 57 38,61	4,0013046.7
	ULKOGRUNNI	95 16 51,31	4,4459090.3
	RONTTI	63 45 32,49	4,4005199.2
		180 0 2,41	
No. 223. T. II, p. 129.	AJOS	106 51 17,85	4,4005199.2
	KIVALO.	41 13 24,40	4,2384704.0
	ULKOGRUNNI	31 55 19,96	4,1428506.4
		180 0 2,21	
No. 224. T. II, p. 129.	TORNEA	43 59 15,14	4,1428506.4
	KIVALO	41 6 0,97	4,1189927.5
	AJOS	94 54 45,63	4,2995801.7
		180 0 1,74	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 225. T. II, p. 129.	KAAKAMA-VAARA	49° 29′ 51″,56	4,2995801.7
	TORNEA	87 41 36,20	4,4181998.1
	KIVALO	42 48 35,64	4,2507822.7
		180 0 3,40	
No. 226. T. II, p. 129.	PERRA-VAARA	110 44 56,13	4,2507822.7
	KAAKAMA-VAARA	39 20 34,29	4,0819651.5
	TORNEA	29 54 30,61	3,9776698.0
		180 0 1,03	
No. 227. T. II, p. 129.	HUITAPERI	43 40 17,03	3,9776698.0
	KAAKAMA-VAARA	80 25 59,63	4,1324109.8
	PERRA-VAARA	55 53 44,37	4,0565326.3
		180 0 1,03	
No. 228. T. II, p. 129.	HORRILANKERO	36 0 9,54	4,0565326.3
	HUITAPERI	100 14 44,35	4,2803068.8
	KAAKAMA-VAARA	43 45 7,55	4,1271036.0
		180 0 1,44	
No. 229. T. II, p. 129.	AVASAKSA	112 18 34,89	4,1271036.0
	HORRILANKERO	36 43 20,77	3,9375497.9
	HUITAPERI	30 58 4,91	3,8723284.8
		180 0 0,57	
No. 230. T. II, p. 129.	PULLINKI	31 20 33,92	3,8723284.8
	HORRILANKERO	94 56 52,20	4,1545740.5
	AVASAKSA	53 42 34,71	4,0625449.8
		180 0 0,83	
No. 231. T. II, p. 130.	NIEMI-VAARA	93 23 42,93	4,0625449.8
	PULLINKI	37 24 29,46	3,8468460.8
	HORRILANKERO	49 11 48,20	3,9423791.6
		180 0 0,59	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 232. T. II, p. 130.	KITTIS-VAARA	40° 13′ 56″,36	3,9423791.6
	PULLINKI	87 49 51,85	4,1319111.6
	NIEMI-VAARA	51 56 12,68	4,0283797.2
		180 0 0,89	
No. 233. T. II, p. 130.	PALJUKKA-VAARA	30 55 48,73	4,0283797.2
	PULLINKI	55 31 40,20	4.2335618.5
	KITTIS-VAARA	93 32 32,82	4,3165935.7
		180 0 1,75	
No. 234. T. II, p. 130.	OLLOS-VAARA	66 27 59,03	4,3165935.7
	PALJUKKA-VAARA	63 9 47,85	4,3048157.8
	PULLINKI	50 22 16,21	4,2409050.0
		180 0 3,09	
No. 235. T. II, p. 130.	YLINEN-VAARA	69 9 8,18	4,2409050.0
	PALJUKKA-VAARA	43 41 33,21	4,1096560.9
	OLLOS-VAARA	67 9 20,59	4,2348371.2
		180 0 1,98	
No. 236. T. II, p. 130.	KERROJUPUKKA	60 43 19,90	4,2348371.2
	YLINEN-VAARA	64 47 5,64	4,2507036.5
	PALJUKKA-VAARA	54 29 36,85	4,2048427.8
		180 0 2,39	
No. 237. T. II, p. 131.	KUIVASKERO	44 34 58,78	4,2048427.8
	KERROJUPUKKA	72 49 56,44	4,3387489.5
	YLINEN-VAARA	62 35 7,75	4,3068083.7
		180 0 2,97	
No. 238. T. II, p. 131.	LUMI-VAARA	77 29 15,75	4,3068083.7
	KUIVASKERO	51 9 10,51	4,2086851.9
	KERROJUPUKKA	51 21 36,20	4,2099450.2
		180 0 2,46	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 239. T. II, p. 131.	OLLOS-TUNTURI	37° 23′ 4″,94	4,2099450.2
	LUMI-VAARA	52 5 50,05	4,3237473.9
	KUIVASKERO	90 31 8,29	4,4266243.6
		180 0 3,28	
No. 240. T. II, p. 131.	PESSINKI	71 54 24,11	4,4266243.6
	OLLOS-TUNTURI	51 31 45,87	4,3423685.6
	LUMI-VAARA	56 33 54,72	4,3700807.0
		180 0 4,70	
No. 241. T. II, p. 131.	OUNAS-TUNTURI	51 19 43,48	4,3700807.0
	PESSINKI	36 10 59,41	4,2486937.1
	OLLOS-TUNTURI	92 29 21,09	4,4771643.8
		180 0 3,98	
No. 242. T. II, p. 131.	PAJTAS-VAARA	102 39 19,01	4,4771643.8
	OUNAS-TUNTURI	41 34 46,27	4,3097871.1
	PESSINKI	35 45 58,15	4,2546100.4
		180 0 3,43	
No. 243. T. II, p. 131.	KERSTI-VAARA	40 26 8,22	4,2546100.4
	PAJTAS-VAARA	59 35 24,30	4,3783612.1
	OUNAS-TUNTURI	79 58 31,53	4,4359590.4
		180 0 4,05	
No. 244. T. II, p. 131.	STUOR-OIVI	73 26 56,37	4,4359590.4
	KERSTI-VAARA	61 17 17,78	4,3973592.4
	PAJTAS-VAARA	45 15 50,49	4,3058116.2
		180 0 4,64	
No. 245. T. II, p. 131.	BÄLJATZ-VAARA	51 53 14,44	4,3058116.2
	STUOR-OIVI	64 56 28,98	4,3670171.2
	KERSTI-VAARA	63 10 20,61	4,3604929.8
		180 0 4,03	

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 246. T. II, p. 132.	ATJIK..... BÄLJATZ-VAARA..... STUOR-OIVI..... 180 0 1,64	113° 42′ 40″,24 36 3 54,44 30 13 26,96	4,3604929.8 4,1686899.0 4,1006918.8
No. 247. T. II, p. 132.	SPJELLEGA..... ATJIK..... BÄLJATZ-VAARA..... 180 0 1,26	33 16 27,39 30 19 9,91 116 24 23,96	4,1006918,8 4,0645350.6 4,3135434.5
No. 248. T. II, p. 132.	ZHJARA-VAARA..... SPJELLEGA..... ATJIK..... 180 0 2,25	59 54 20,52 91 20 51,67 28 44 50,06	4,3135434.5 4,3763071.3 4,0585211.4
No. 249. T. II, p. 132.	AVJO-VAARA..... ZHJARA-VAARA..... SPJELLEGA..... 180 0 1,66	34 27 40,48 48 50 46,30 96 41 34,88	4,0585211.4 4,1825852.0 4,3028527.9
No. 250. T. II, p. 132.	LOHDIZHJOKKI..... ZHJARA-VAARA..... AVJO-VAARA..... 180 0 2,83	59 47 3,29 39 54 15,49 80 18 44,05	4,3028527.9 4,1734707.4 4,3600334.0
No. 251. T. II, p. 132.	NUPPI-VAARA..... LOHDIZHJOKKI..... ZHJARA-VAARA..... 180 0 2,64	83 56 12,37 58 10 55,98 37 52 54,29	4,3600334.0 4,2917492.4 4,1506598.1
No. 252. T. II, p. 115.	HALDI..... LOHDIZHJOKKI..... NUPPI-VAARA..... 180 0 1,89	42 58 58,99 42 30 18,31 94 30 44,59	4,1506598.1 4,1467396.4 4,3156674.9

*

Renvoi.	Stations.	Angles sphériques.	Log. des côtés exp. en toises.
No. 253. T. II, p. 115.	BALKIS-OIVI	47° 11′ 12″,37	4,3156674.9
	HALDI	97 29 37,36	4,4465014.0
	LOHDIZHJOKKI	35 19 13,47	4,2122623.5
		180 0 3,20	
No. 254. T. II, p. 115.	KAAVEN	82 6 37,23	4,2122623.5
	BALKIS-OIVI.....	47 34 10,32	4,0845053.1
	HALDI	50 19 13,91	4,1026732.4
		180 0 1,46	
No. 255. T. II, p. 115.	JEMMELUFT-OIVI.....	41 19 31,60	4,1026732.4
	KAAVEN	37 13 17,50	4,0645910.1
	BALKIS-OIVI.....	101 27 12,28	4,2741744.7
		180 0 1,38	
No. 256. T. II, p. 116.	JEDKI.....	77 29 2,59	4,2741744.7
	JEMMELUFT-OIVI.....	67 15 8,41	4,2494525.2
	KAAVEN	35 15 50,84	4,0460547.7
		180 0 1,84	
No. 257. T. II, p. 116.	TYVEN.....	39 43 4,09	4,0460547.7
	JEDKI.....	73 38 30,96	4,2226044.4
	JEMMELUFT-OIVI.....	66 38 26,58	4,2034101.3
		180 0 1,63	
No. 258. T. II, p. 116.	FUGLENAES.....	61 27 22,79	4,2034101.3
	JEDKI.....	5 50 35,89	3,2674725.7
	TYVEN.....	112 42 1,57	4,2246745.5
		180 0 0,25	

CHAPITRE XVI.

LES AZIMUTS OBSERVÉS.

---

§ 110. Latitudes des 5 points astronomiques. Instruments et méthodes d'observation.

Voici la liste des latitudes préalables des 5 points astronomiques de l'arc boréal, qui serviront pour le calcul des azimuts et des distances entre les parallèles. L'erreur probable de ces latitudes ne s'élève guères à 0″,5. Voyez T. I, p. **214**.

		Latitude.
IX.	Mäki-päälys, point extrême méridional de l'arc boréal, sur l'île de Hogland, dans le Golfe de Finlande, station trigonométrique *E*	60° 4′ 29″,4
X.	Kilpi-mäki, station trigonométrique, point central de Finlande.....	62 38 5,0
XI.	Tornea, église du district, point méridional de l'arc de Laponie	65 49 44,7
XII.	Stuor-oivi, station trigonométrique, point septentrional de l'arc de Laponie....	68 40 58,4
XIII.	Fuglenaes sur l'île de Kval-oe, monument, terme septentrional de l'arc du Finmarken et de l'arc total compris entre le Danube et la Mer Glaciale	70 40 11,3.

Sur les points IX et X, MM. Woldstedt et Fedorenko ont employé, pour la détermination de l'azimut, l'instrument universel A^{I}; sur XI et XIII MM. Lindhagen et Wagner ont fait usage de l'instrument A^{III}, voyez T. II, p. **14**. Tous les trois ont suivi la méthode d'observation décrite T. I, p **217**. Sur la détermination de l'azimut au point XII, par M. Selander, voyez T. II, p. **65**.

§ 111. Les 5 azimuts déterminés.

1. Azimut a Mäki-päälys, déduit des azimuts observés par M. Woldstedt a Ristisaari et a Kokko-vuori.

L'azimut que j'avais déterminé à Mäki-päälys en 1826, T. I, p. **240**, n'a pu être utilisé pour les triangles de Finlande, parce que les signaux de Finlande n'existaient pas encore en 1826, la continuation septentrionale des opérations n'ayant été décidée qu'en 1830. M. Woldstedt visita Hogland en 1843, 17 ans plus tard que moi. La flèche de l'église de Halljall, au sud du Golfe, ayant été détruite par la foudre plusieurs années avant cette époque, et le signal de Hohenkreutz n'existant plus, il devint impossible de déduire de l'azimut observé en 1826 celui d'un des signaux visibles au nord de Hogland, et M. Woldstedt avait à partir pour les opérations de Finlande d'une nouvelle détermination de l'azimut. Cette détermination ne se fit cependant pas sur Mäki-päälys, mais sur les deux stations Ristisaari et Kokko-vuori, situés au nord de Hogland, et qui, par la modique distance entre elles, se prêtaient à une observation réciproque, de sorte que sur Ristisaari l'azimut de Kokko-vuori fût observé et sur Kokko-vuori celui de Ristisaari. Il était aisé de transporter ces azimuts sur Mäki-päälys, à l'aide des relations géodésiques des trois stations, et de parvenir ainsi à un azimut final au point extrême Mäki-päälys.

a. Azimut déterminé à Ristisaari par M. Woldstedt; 1843, août 14 et 15,

$$\varphi = 60^\circ\ 18'\ 53''{,}7 \mp 2''{,}1.$$

M. Woldstedt a fait à Ristisaari un usage multiple de son instrument universel, 1) pour la mesure des angles terrestres horizontaux et verticaux; puis, pour la détermination 2) de la latitude, 3) de la correction de l'horloge, 4) de l'azimut du signal de Kokko-vuori. Dans ces différents emplois, l'instrument, établi sous sa tente, ne changea point de lieu. Le cercle vertical de l'instrument donna, par deux mises de la distance de la polaire au zénith, chacune de deux fois deux pointées, la latitude de l'instrument $\varphi = 60^\circ\ 18'\ 53''{,}7$, latitude qui, quoique sujette à une erreur probable de $\mp 2''{,}1$, est plus que suffisamment exacte pour le calcul des azimuts de l'étoile polaire, dans les différents angles horaires. Les déterminations des corrections de l'horloge, faites à l'aide de différences azimutales entre l'étoile polaire et les étoiles fondamentales, sont toutes d'une rare précision. L'instrument se trouvant à une certaine distance du centre de la station, les résultats des observations sur l'azimut de Kokko-vuori réclament une réduction au centre, analogue à celle qui a lieu pour les angles terrestres.

Pour la date moyenne du 15 août, j'ai trouvé, voir T. I, p. **220**, les corrections de la position apparente de l'étoile polaire que donnent les *Tabulae Regiomontanae*, $\Delta\alpha = +\ 0^s,84$ et $\Delta\delta = +\ 0'',04$. Avec l'emploi de ces corrections nous avons les azimuts suivants :

			Azimut.			
1843. Août 14.	14^h,5	temps sid.	356° 26′ 56″,70	$-\ 0,70\,d\alpha$	$-\ 0,66\,d\delta$	$+\ 0,04\,d\varphi$
	3,6	» »	58,70	$+\ 0,63\,d\alpha$	$+\ 1,27\,d\delta$	$-\ 0,06\,d\varphi$
	4,5	» »	60,87	$+\ 0,47\,d\alpha$	$+\ 1,58\,d\delta$	$-\ 0,08\,d\varphi$
» 15.	14,5	» »	59,00	$-\ 0,71\,d\alpha$	$-\ 0,66\,d\delta$	$+\ 0,03\,d\varphi$
	15,5	» »	51,99	$-\ 0,63\,d\alpha$	$-\ 1,07\,d\delta$	$+\ 0,05\,d\varphi$
	16,8	» »	56,85	$-\ 0,44\,d\alpha$	$-\ 1,52\,d\delta$	$+\ 0,08\,d\varphi$
	Moyenne $a =$		356° 26′ 57″,35	$-\ 0,23\,d\alpha$	$-\ 0,18\,d\delta$	$+\ 0,01\,d\varphi$.

Dans ce qui a été dit sur l'exactitude des azimuts observés, T. I, p. **218**, les observations de M. Woldstedt n'ont pas été considérées. Une récherche spéciale, relative aux séries d'azimuts déterminés par cet astronome occasionnellement sur 6 points de Finlande, m'a donné l'erreur probable d'une mise isolée $= \mp\ 0'',790 \sec\varphi$; donc pour Ristisaari et Kokko-vuori, avec $\sec\varphi = 2,02$, $= \mp\ 1'',60$, chiffre qui est plus fort que $\mp\ 1'',10$ donné dans la table T. I, p. **218**. Nous avons, par conséquent, d'après T. I, p. **221**, l'erreur probable de l'azimut moyen à Ristisaari

$$\mathfrak{d}a = \mp\ \frac{1'',60}{\sqrt{6}} \mp\ 0'',12 \mp\ 0'',04 \mp\ 0'',02 = \mp\ 0'',67.$$

La réduction au centre de la station étant $-\ 51'',21$, nous avons

l'azimut du signal de Kokko-vuori, pris du centre de la station Ristisaari :

$$= 356°\ 26'\ 6'',14 \mp\ 0'',67.$$

b. Azimut déterminé à Kokko-vuori, par M. Woldstedt; 1843, août 23 à 27,

$$\varphi = 60°\ 27'\ 43'',6 \mp\ 2'',1.$$

Les procédés à Kokko-vuori ont été entièrement identiques avec ceux pratiqués à Ristisaari. La latitude est basée également sur deux mises isolées de distances zénithales de l'étoile polaire et sujette à la même erreur probable $\mp\ 2'',1$. Avec $\Delta\alpha = +\ 0^s,84$, $\Delta\delta = +\ 0'',05$, les observations fournissent les azimuts suivants :

			Azimut.			
1843. Août 24.	$4^h,5$	temps sid.	176° 24′ 26″,21	+ 0,48 $d\alpha$	+ 1,58 $d\delta$	— 0,08 $d\varphi$
	5,7	» »	24,30	+ 0,23 $d\alpha$	+ 1,84 $d\delta$	— 0,09 $d\varphi$
» 26.	4,5	» »	28,36	+ 0,48 $d\alpha$	+ 1,58 $d\delta$	— 0,07 $d\varphi$
	5,9	» »	29,61	+ 0,19 $d\alpha$	+ 1,86 $d\delta$	— 0,09 $d\varphi$
» 27.	5,1	» »	28,30	+ 0,36 $d\alpha$	+ 1,74 $d\delta$	— 0,08 $d\varphi$
	Moyenne a =		176° 24′ 27″,36	+ 0,35 $d\alpha$	+ 1,72 $d\delta$	— 0,08 $d\varphi$.

L'erreur probable de cette moyenne s'exprime par

$$\delta a = \frac{\mp 1''{,}60}{\sqrt{5}} \mp 0''{,}18 \mp 0''{,}34 \mp 0''{,}17 = \mp 0''{,}83.$$

La réduction au centre de la station, relative à la position excentrique de l'instrument, est ici + 44″,67, et nous avons

l'azimut du signal de Ristisaari, *pris du centre de la station* Kokko-vuori :

$$= 176° 25' 12''{,}03 \mp 0''{,}83.$$

c. Transport des azimuts observés à Ristisaari *et à* Kokko-vuori *sur* Mäki-päälys,

$$\varphi = 60° 4' 29''{,}4.$$

Pour exécuter ce transport, il vaut le mieux de regarder la latitude de Mäki-päälys = 60° 4′ 29″,4 comme la seule latitude donnée par l'observation, voyez T. I, p. **215**, et de calculer en premier lieu les latitudes de Ristisaari et de Kokko-vuori, en partant de cette latitude très-exacte et des deux azimuts déterminés en a) et b), à l'aide de la jonction trigonométrique qu'offrent les triangles No. 156 à 158, T. II, p. **134**. Nous avons ainsi les données de départ que voici :

1. Latitude de Mäki-päälys..... 60° 4′ 29″,4.
2. Distance entre Mäki-päälys et Ristisaari, log..... = 4,1589304.0
3. » » Ristisaari et Kokko-vuori, log..... = 3,9261044.4
4. Azimut de Kokko-vuori observé à Ristisaari..... = 356° 26′ 6″,14 ∓ 0″,67
5. Angle à Ristisaari entre Mäki-päälys et Kokko-vuori = 194 24 3,52 ∓ 1,02
6. Azimut de Ristisaari observé à Kokko-vuori..... = 176 25 12,03 ∓ 0,83.

Avec ces six données nous trouvons :

différence des parallèles de MÄKI-PÄÄLYS et RISTISAARI = 13721,03 toises = 14′ 24″,02 en latitude
» » » de RISTISAARI et KOKKO-VUORI = 8418,98 » = 8 50,13 » » .

Donc :

MÄKI-PÄÄLYS latitude φ = 60° 4′ 29″,4 observée, η = 11077.5
RISTISAARI » φ' = 60 18 53,42 calculée, η' = 11130.8
KOKKO-VUORI » φ'' = 60 27 43,55 calculée, η'' = 11163.6

$\eta - \eta'$ = — 53.3
$\eta' - \eta''$ = — 32.8.

Dans ce calcul les dimensions de la Terre données T. I, p. **84** ont été employées, et la valeur en toises d'une seconde en latitude a été calculée eu égard au τ, T. I, p. **326**. Les quantités η, η' η'', prises pour $\rho = \frac{293,73}{294,73}$ dans la table T. I, p. **309**, servent au transport de l'azimut. Nous avons, en faisant usage de la formule T. I, p. **308**,

pour la réduction de l'azimut de KOKKO-VUORI sur RISTISAARI,

$$\begin{aligned}
\lg \cos 60^\circ\ 18'\ 53''{,}42 &= 9{,}6948101.5 \\
\lg \cos 60\ \ 27\ \ 43{,}55 &= 9{,}6928462.7 \\
\text{Différence} \qquad & 0{,}0019638.8 \\
\eta' - \eta'' &= \quad -\ 32.8 \\
\mu &= 0{,}0019606.0 \\
\lg \sin(\mathfrak{B} = 3^\circ\ 34'\ 47''{,}97) &= 8{,}7954767.9 \\
\lg \sin \mathfrak{A} &= 8{,}7935161.9 \\
\mathfrak{A} &= 3^\circ\ 33'\ 49''{,}85.
\end{aligned}$$

Donc à RISTISAARI azimut de KOKKO-VUORI = 356° 26′ 10″,15 $\mp$ 0″,83, calculé de l'observation faite à KOKKO-VUORI;

le même azimut a été trouvé 356 26 6,14 $\mp$ 0,67, par l'observation à RISTISAARI.

Moyenne des deux déterminations 356 26 8,14 $\mp$ 0,53.

Les deux valeurs diffèrent de 4″,01, quantité plus forte que la différence $\mp$ 1″,57 qu'il fallait attendre par les erreurs probables des deux azimuts, mais nullement trop forte pour ne pas l'attribuer aux inexactitudes des observations, quoiqu'il soit permis de soupçonner ici quelque effet de déviations locales dans les pesanteurs.

Réduction de l'azimut à RISTISAARI *sur* MÄKI-PÄÄLYS.

Si de la moyenne que nous venons de trouver..... = 356° 26′ 8″,14 ∓ 0″,53
nous soustrayons l'angle ..... = 194 24 3,52 ∓ 1,02
nous parvenons à l'azimut de MÄKI-PÄÄLYS sur RISTISAARI = 162 2 4,62 ∓ 1,15

ou à un $\mathfrak{B}$ = 17° 57′ 55″,38 ∓ 1″,15. Nous avons maintenant :

$$\begin{aligned}
\lg \cos 60^\circ\ 4'\ 29''{,}4 &= 9{,}6979860.6 \\
\lg \cos 60\ 18\ 53{,}42 &= 9{,}6948101.5 \\
\text{Différence} \quad & 0{,}0031759.1 \\
\eta - \eta' &= -\ 53.3 \\
\mu &= 0{,}0031705.8 \\
\lg \sin(\mathfrak{B} = 17^\circ\ 57'\ 55''{,}38) &= 0{,}4891739.7 \\
\lg \sin \mathfrak{A} &= 0{,}4860033.9 \\
\mathfrak{A} &= 17^\circ\ 49'\ 49''{,}07 \mp 1''{,}15.
\end{aligned}$$

AZIMUT DU SIGNAL DE RISTISAARI,

pris du point *E* sur MÄKI-PÄÄLYS :

$$\mathbf{A^{IX} = 342^\circ\ 10'\ 10''{,}93 \mp 1''{,}15.}$$

2. AZIMUT OBSERVÉ AU POINT ASTRONOMIQUE SIGNAL DE KILPI-MÄKI, PAR M. FEDORENKO, 1852, AOÛT 4 A 20 ; φ = 62° 38′ 5″,0.

Les observations azimutales de KILPI-MÄKI ont été faites par M. Fedorenko avec le même instrument universel A^I dont s'était servi M. Woldstedt à RISTISAARI et à KOKKO-VUORI, en déterminant également avec cet instrument les autres éléments requis, savoir la latitude et les corrections de l'horloge, la première par l'emploi du cercle vertical, les dernières par la méthode des différences azimutales entre une étoile fondamentale et la polaire. Les observations de M. Fedorenko commencèrent le 4 août; mais, le signal de SILMUT-MÄKI dont l'azimut devait être trouvé, étant invisible pendant plusieurs jours, à cause des fumées produites par un incendie des forêts voisines, il choisit la croix de l'église de Rautalampi pour objet de pointée. Les azimuts du 4 et du 9 août sont obtenus par l'azimut observé de Rautalampi, changé en azimut de SILMUT-MÄKI par angle horizontal observé depuis entre les deux objets = 164° 35′ 27″,31 ∓ 0″,46. Après le 9 août SILMUT-MÄKI fut toujours visible. Avec $\Delta\alpha$ = + 1ˢ,07 et $\Delta\delta$ = — 0″,31, pour le 15 août, les observations donnent les azimuts suivants.

				Azimuts.			
1852. Août	4.	$16^h,4$	temps sid.	274° 47′ 59″,37	$-0,55\,d\alpha$	$-1,54\,d\delta$	$+0,08\,d\varphi$
		3,0	» »	60,73	$+0,76\,d\alpha$	$+1,10\,d\delta$	$+0,05\,d\varphi$
»	9.	12,4	» »	60,89	$-0,79\,d\alpha$	$+0,34\,d\delta$	$-0,02\,d\varphi$
»	12.	13,4	» »	66,78	$-0,79\,d\alpha$	$-0,17\,d\delta$	$+0,01\,d\varphi$
		14,2	» »	58,43	$-0,77\,d\alpha$	$-0,56\,d\delta$	$+0,03\,d\varphi$
		15,1	» »	58,72	$-0,71\,d\alpha$	$-0,99\,d\delta$	$+0,05\,d\varphi$
		15,6	» »	59,66	$-0,66\,d\alpha$	$-1,22\,d\delta$	$+0,06\,d\varphi$
		16,4	» »	60,75	$-0,55\,d\alpha$	$-1,54\,d\delta$	$+0,08\,d\varphi$
»	13.	13,0	» »	55,03	$-0,80\,d\alpha$	$+0,05\,d\delta$	$+0,00\,d\varphi$
		13,7	» »	55,10	$-0,79\,d\alpha$	$-0,26\,d\delta$	$+0,02\,d\varphi$
		14,6	» »	59,52	$-0,74\,d\alpha$	$-0,77\,d\delta$	$+0,04\,d\varphi$
		15,3	» »	60,23	$-0,69\,d\alpha$	$-1,08\,d\delta$	$+0,05\,d\varphi$
		15,9	» »	55,04	$-0,62\,d\alpha$	$-1,34\,d\delta$	$+0,07\,d\varphi$
»	15.	13,6	» »	55,49	$-0,79\,d\alpha$	$-0,25\,d\delta$	$+0,01\,d\varphi$
		16,0	» »	60,52	$-0,60\,d\alpha$	$-1,39\,d\delta$	$+0,07\,d\varphi$
		5,9	» »	60,26	$+0,22\,d\alpha$	$+2,11\,d\delta$	$-0,10\,d\varphi$
»	16.	13,2	» »	62,23	$-0,79\,d\alpha$	$-0,07\,d\delta$	$+0,00\,d\varphi$
»	17.	5,9	» »	64,73	$+0,22\,d\alpha$	$+2,11\,d\delta$	$-0,10\,d\varphi$
»	18.	13,4	» »	59,37	$-0,79\,d\alpha$	$-0,17\,d\delta$	$+0,01\,d\varphi$
		13,9	» »	59,12	$-0,78\,d\alpha$	$-0,43\,d\delta$	$+0,02\,d\varphi$
		14,5	» »	57,29	$-0,75\,d\alpha$	$-0,72\,d\delta$	$+0,04\,d\varphi$
		15,3	» »	58,85	$-0,69\,d\alpha$	$-1,09\,d\delta$	$+0,06\,d\varphi$
		16,2	» »	57,90	$-0,58\,d\alpha$	$-1,47\,d\delta$	$+0,08\,d\varphi$
		16,8	» »	60,28	$-0,49\,d\alpha$	$-1,69\,d\delta$	$+0,09\,d\varphi$
»	19.	13,1	» »	59,61	$-0,80\,d\alpha$	$+0,00\,d\delta$	$+0,00\,d\varphi$
		13,9	» »	57,81	$-0,78\,d\alpha$	$-0,43\,d\delta$	$+0,02\,d\varphi$
		15,0	» »	57,91	$-0,72\,d\alpha$	$-0,94\,d\delta$	$+0,05\,d\varphi$
		15,8	» »	56,97	$-0,63\,d\alpha$	$-1,32\,d\delta$	$+0,07\,d\varphi$
		16,6	» »	58,76	$-0,51\,d\alpha$	$-1,63\,d\delta$	$+0,09\,d\varphi$
»	20.	14,3	» »	58,46	$-0,77\,d\alpha$	$-0,59\,d\delta$	$+0,03\,d\varphi$
		14,8	» »	57,24	$-0,73\,d\alpha$	$-0,88\,d\delta$	$+0,05\,d\varphi$
		15,8	» »	58,19	$-0,63\,d\alpha$	$-1,32\,d\delta$	$+0,07\,d\varphi$
Moyenne a =				274° 47′ 59″,11	$-0,60\,d\alpha$	$-0,57\,d\delta$	$+0,03\,d\varphi$.

Le nombre considérable de 32 mises d'observation, dans chacune desquelles l'étoile polaire a été pointée 4 fois, et par exception même 6 fois, nous met en état d'évaluer l'erreur probable d'une mise isolée, indépendamment de la recherche générale et de la table T. I, p. **218**. Elle se trouve $\mp 1''{,}69$, un peu plus forte que dans la table qui donne $\mp 1''{,}20$. Nous avons par conséquent pour la moyenne

$$\delta a = \mp \frac{1''{,}69}{\sqrt{32}} \mp 0''{,}30 \mp 0''{,}11 \mp 0''{,}02 = \mp 0''{,}44.$$

La réduction au centre de la station KILPI-MÄKI de l'azimut observé est $+ 4''{,}84$, celle pour la petite distance entre la mire fixée au signal de SILMUT-MÄKI et son centre est $+ 0''{,}34$; somme $+ 5''{,}18$. Donc nous avons finalement :

AZIMUT DU SIGNAL DE SILMUT-MÄKI,

pris du centre de la station KILPI-MÄKI :

$$\mathbf{A^X = 274^\circ\ 48'\ 4''{,}29 \mp 0''{,}44.}$$

3. AZIMUT A TORNEA (ÉGLISE DU DISTRICT) DÉDUIT DE L'AZIMUT OBSERVÉ PAR M. WAGNER A KOKKO-MÄKI, 1851, JUIN 27 JUSQU'A SEPT. 19. $\varphi = 65^\circ\ 49'\ 36''{,}3$.

Simultanément avec la mesure des angles terrestres dont il a été question § 85, T. II, p. **55**, nos astronomes s'occupèrent, M. Lindhagen de la détermination de la latitude du lieu, M. Wagner de celle de l'azimut. Ce dernier employa le même instrument universel qui avait servi à la mesure des angles terrestres, placé toujour en *A*, planche XVI, fig. 2. Une mire fut construite dans la direction sudest près du signal *B*, distant de 465 toises. C'est l'azimut de cette mire qui a été déterminé. Dans le calcul les valeurs suivantes de la correction pour le lieu apparent de l'étoile polaire, pris dans les *Tabulae Regiomontanae* ont été employées :

1852.	Juil. 0.	Août 0.	Sept. 0.	Oct. 0.
$\Delta\alpha =$	$+ 0^s{,}94$	$+ 1{,}18$	$+ 1^s{,}33$	$+ 1^s{,}44$
$\Delta\delta =$	$- 0''{,}38$	$- 0''{,}35$	$- 0''{,}30$	$- 0''{,}21.$

				Azimut de la mire.			
1851. Juin	27.	$14^h,6$	temps sid.	134° 37′ 6″,22	$-0,84\,d\alpha$	$-0,87\,d\delta$	$+0,06\,d\varphi$
Juillet	9.	11,9	» »	3,77	$-0,88\,d\alpha$	$+0,69\,d\delta$	$-0,05\,d\varphi$
		13,4	» »	7,92	$-0,90\,d\alpha$	$-0,17\,d\delta$	$+0,01\,d\varphi$
		15,7	» »	9,47	$-0,72\,d\alpha$	$-1,43\,d\delta$	$+0,10\,d\varphi$
»	14.	13,6	» »	3,36	$-0,90\,d\alpha$	$-0,31\,d\delta$	$+0,02\,d\varphi$
		15,2	» »	8,48	$-0,79\,d\alpha$	$-1,15\,d\delta$	$+0,08\,d\varphi$
»	17.	23,4	» »	9,98	$+0,89\,d\alpha$	$-1,10\,d\delta$	$+0,06\,d\varphi$
		1,7	» »	9,78	$+0,98\,d\alpha$	$+0,42\,d\delta$	$-0,02\,d\varphi$
Sept.	1.	13,9	» »	9,09	$-0,89\,d\alpha$	$-0,46\,d\delta$	$+0,03\,d\varphi$
»	9.	4,7	» »	4,58	$+0,54\,d\alpha$	$+2,06\,d\delta$	$-0,12\,d\varphi$
»	11.	4,8	» »	8,46	$+0,53\,d\alpha$	$+2,09\,d\delta$	$-0,12\,d\varphi$
		5,5	» »	13,84	$+0,35\,d\alpha$	$+2,30\,d\delta$	$-0,14\,d\varphi$
»	17.	10,3	» »	8,81	$-0,70\,d\alpha$	$+1,51\,d\delta$	$-0,10\,d\varphi$
		10,9	» »	6,69	$-0,78\,d\alpha$	$+1,20\,d\delta$	$-0,08\,d\varphi$
»	18.	13,9	» »	2,86	$-0,89\,d\alpha$	$-0,49\,d\delta$	$+0,03\,d\varphi$
		14,8	» »	9,07	$-0,83\,d\alpha$	$-0,96\,d\delta$	$+0,07\,d\varphi$
		16,7	» »	12,27	$-0,58\,d\alpha$	$-1,84\,d\delta$	$+0,12\,d\varphi$
		17,4	» »	8,14	$-0,43\,d\alpha$	$-2,10\,d\delta$	$+0,14\,d\varphi$
		6,9	» »	9,31	$0,00\,d\alpha$	$+2,43\,d\delta$	$-0,15\,d\varphi$
		9,7	» »	5,35	$-0,60\,d\alpha$	$+1,78\,d\delta$	$-0,12\,d\varphi$
		10,7	» »	4,49	$-0,74\,d\alpha$	$+1,34\,d\delta$	$-0,09\,d\varphi$
		11,7	» »	7,17	$-0,85\,d\alpha$	$+0,79\,d\delta$	$-0,05\,d\varphi$
»	19.	13,7	» »	5,24	$-0,90\,d\alpha$	$-0,35\,d\delta$	$+0,03\,d\varphi$
			Moyenne	134° 37′ 7″,58	$-0,43\,d\alpha$	$+0,23\,d\delta$	$-0,01\,d\varphi$.

Les 23 mises nous donnent l'erreur probable d'une mise isolée $= \mp 1'',89$, plus forte encore que la valeur $= \mp 1'',31$ que fournit la table T. I, p. **218**. Pour la moyenne, nous avons :

$$\delta a = \mp \frac{1'',89}{\sqrt{23}} \mp 0'',22 \mp 0'',05 \mp 0'',01 = \mp 0'',46.$$

De l'azimut de la mire ainsi déterminé nous avons à déduire les azimuts des trois stations géodésiques visibles en *A*, savoir TORNEA, KAAKAMA-VAARA et KIVALO. Pour ce but les directions relatives de ces

trois points et celle de la mire ont été mesurées ensemble, par 25 mises d'observations pour les objets éloignés, et par 7 mises pour le point voisin TORNEA. Trois de ces directions sont déjà données T. II, p. 55, auxquelles j'ajoute ici celle de la mire, et les poids relatifs correspondants aux nombres de pointages.

Station astronomique A.

KAAKAMA-VAARA.....	0°	0′	0″,000,	poids	25
KIVALO.....	87	30	3,216	»	25
Mire.....	131	46	52,368	»	25
TORNEA, égl. du distr....	335	40	47,812	»	7.

Pour les trois directions des stations trigonométriques, le calcul de compensation, relatif au triangle No. 225, a fourni, T. II, p. 55, les corrections suivantes :

pour KAAKAMA-VAARA..	+ 0″,369
» KIVALO.....	+ 0,484
» TORNEA.....	— 0,845 ;

et il faut chercher la correction correspondante pour la direction de la mire. On voit tout de suite qu'elle est

$$\frac{25.0'',369 + 25.0,484 - 7.0,845}{25 + 25 + 25 + 7} = + 0'',188.$$

De la sorte nous parvenons aux chiffres suivants :

	directions compensés en *A*,			angles avec la mire,			
KAAKAMA-VAARA..	0°	0′	0″,000	— 131°	46′	52″,187	∓ 0″,318
KIVALO.....	87	30	3,331	— 44	16	48,856	∓ 0,318
Mire.....	131	46	52,187				
TORNEA.....	335	40	46,598	+ 203	53	54,411.	

L'erreur probable ∓ 0″,318 des deux premiers angles a été déduit de l'accord des angles dans les différentes mises, sans considérer les corrections trouvées par le calcul de compensation.

En combinant les angles avec l'azimut de la mire, nous obtenons :

				en *A*,			
azimut de KAAKAMA-VAARA..	2°	50′	15″,393	∓ 0″,46	∓ 0″,32	= ∓ 0″,56	
» » KIVALO.....	90	20	18,724	∓ 0,46	∓ 0,32	= ∓ 0,56	
» » TORNEA.....	338	31	1,991.				

Il nous reste encore à déduire de ces azimuts celui dont nous avons besoin pour le calcul des coordonnées polaires dans l'arc compris entre TORNEA et STUOR-OIVI, ou l'azimut de KAAKAMA-VAARA pris de TORNEA. Cette déduction se fera le plus aisément en partant de l'azimut de KAAKAMA-VAARA, déterminé en $A = 2^\circ\ 50'\ 15''{,}393 \mp 0''{,}56$, la latitude de A étant connue, par les observations de M. Lindhagen, $\varphi = 65^\circ\ 49'\ 36''{,}3$.

Désignons, les trois points, A, TORNEA et KAAKAMA-VAARA par A, T et K, et les latitudes de ces trois points par φ, φ' et φ''. Dans le triangle ATK dont l'excès sphérique est de $0''{,}0101$, nous connaissons $\lg KT = 4{,}2507822.7$, T. II, p. **144**, $\lg AT = 2{,}1559799.0$, T. II, p. **53**, et l'angle sphérique $TAK = 24^\circ\ 19'\ 13''{,}402$, T. II, p. **158**. Puis nous trouvons par une résolution du triangle TAK:

	Angles sphériques,			plans.	Distances.
$TAK =$	24°	$19'$	$13''{,}402$	$13''{,}399$	$\lg TK = 4{,}2507822.7$
$AKT =$	0	11	22,893	22,890	$\lg AT = 2{,}1559799.0$
$KTA =$	155	29	23,715	23,711	$\lg AK = 4{,}2539497.5.$
	180	0	0,010	0,000	

Il est facile de trouver à l'aide de nos données les distances entre les parallèles de A, T et B, et d'en déduire les différences des latitudes, avec la valeur connue d'une seconde du méridien $= \sigma$, eu égard à la correction τ, T. I, p. **326**. Nous avons

pour $\varphi =$	65°	$40'$	$\lg\sigma = 1{,}2012100$
	65	50	$1{,}2012198$ (98)
	66	0	$1{,}2012296$ (98)
	66	10	$1{,}2012394.$ (98)

Pour notre cas, la distance des parallèles D se déduit avec une parfaite exactitude de la ligne géodésique r, si nous désignons les deux azimuts de cette ligne aux deux extrémités par $\mathfrak{A}$ et $\mathfrak{B}$, à l'aide de la formule simple

$$D = r \cdot \cos\left(\frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}}{2}\right),$$

formule qui requiert une détermination préalable de $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{A}$ étant donné. Par cette voie d'approximation nous avons obtenu les distances suivantes des parallèles:

	entre A et K,	K et T,	A et T.
	D = 17922,983 toises	17789,722 toises	133,261 toises.
	$\lg D$ = 4,2534103	4,2501691	2,1247031
	$\lg \sigma$ = 1,2012286	1,2012287	1,2012195
	3,0521817	3,0489404	0,9234836.
	$\varphi'' - \varphi$ = 1127″,669	$\varphi'' - \varphi'$ = 1119″,284	$\varphi' - \varphi$ = 8″,385.
donc	φ = 65° 49′ 36″,3	φ'' = 66° 8′ 23″,969	φ' = 65° 49′ 44″,685.
	$\lg \cos \varphi$ = 9,6122508.9	$\lg \cos \varphi''$ = 9,6069221.5	$\lg \cos \varphi'$ = 9,6122115.8
	η = 12278.0	η'' = 12338.2	η' = 12278.5
	9,6134786.9	9,6081559.7	9,6134394.3.

pour A et K, $+ \mu$ = + 0,0053227.2
$\lg \sin 2° 50′ 15″,393$ = 8,6946524.0
8,6999751.2
Azimut de A, pris de K, = 2° 52′ 21″,468
angle ATK = 11 22,893
Azimut de T, pris de K, = 183° 3′ 44″,361 = β.

pour K et T, $- \mu$ = − 0,0052834.6
$\lg \sin \beta$ = 8,7277215.2
$\lg \sin \gamma$ = 8,7224380.6
γ = 3° 1′ 30″,931.
= Azimut de KAAKAMA-VAARA pris de TORNEA.

Dans l'exposé que nous venons de faire, le D = 133,261 toises entre A et T est la différence entre les deux D voisins, ou = 17922,983 — 17789,722 = 133,261. Mais ce D peut être déduit directement de son r, donné par $\lg r$ = 2,1559799. Par l'azimut de la ligne AT en A = 338° 31′ 1″,991, nous avons $\mathfrak{A}$ = 21° 28′ 58″,009.

$\lg \sin \mathfrak{A}$ = 9,5637439.5
$+ \mu$ = 392.6
$\lg \sin \mathfrak{B}$ = 9,5637832.1 $\quad \mathfrak{B}$ = 21° 29′ 5″,354,
$\frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}}{2}$ = 21° 29′ 1″,682 ; l'azimut de A, pris de T, = 158 30 54″,646
$\lg r$ = 2,1559799
$\lg \cos \frac{\mathfrak{A} + \mathfrak{B}}{2}$ = 9,9687263
$\lg D$ = 2,1247062 $\quad D$ = 133,262 toises.

L'identité des chiffres 133,262 et 133,261 contrôle l'exactitude du calcul.

L'erreur probable dans l'azimut = 3° 1′,5, de KAAKAMA-VAARA à TORNEA, doit être plus forte que celle dans l'azimut = 2° 50′,2, de KAAKAMA-VAARA pris en *A*, qui est ∓ 0″,56, en proportion de 170,2 : 181,5. C'est ainsi que nous avons le résultat final :

AZIMUT DU SIGNAL DE KAAKAMA-VAARA,

pris du centre de l'église de district à TORNEA,

$$\mathbf{A^{XI} = 3^\circ\ 1'\ 30''{,}93 \mp 0''{,}60.}$$

4. AZIMUT OBSERVÉ AU POINT ASTRONOMIQUE SIGNAL DE STUOR-OIVI, PAR M. SELANDER, EN 1851. $\varphi = 68^\circ\ 40'\ 58''{,}4$.

Sur l'azimut observé à STUOR-OIVI, voyez T. II, p. **65** et **74**. Les 30 différentes déterminations de l'azimut de la mire présentent ∓ 1″,98 pour l'erreur probable d'une détermination isolée, et ∓ 0″,36 pour celle de la moyenne. Dans l'angle observé 29 fois, l'erreur de la moyenne est, d'après l'accord des différentes mesures, = ∓ 0″,29. La combinaison des deux chiffres donne pour l'azimut de PAJTAS-VAARA l'erreur probable ∓ 0″,46. Les dates et les temps sidéraux des observations n'étant pas donnés, j'ai été hors d'état de porter sur l'azimut l'effet des corrections $\Delta\alpha$ et $\Delta\delta$, relatives aux *Tabulae Regiomontanae*, et d'en évaluer l'erreur probable complète. Il me faut par conséquent recourir à une estimation et je suppose une incertitude de ∓ 0″,5 dans l'azimut, produite par les $\flat\alpha$, $\flat\delta$ et $\flat\varphi$. La combinaison de ∓ 0″,46 et de ∓ 0″,50 conduit alors au $\flat a = \mp 0''{,}68$, et nous avons

L'AZIMUT DU SIGNAL DE PAJTAS-VAARA,

pris du centre de la station STUOR-OIVI :

$$\mathbf{A^{XII} = 168^\circ\ 22'\ 59''{,}39 \mp 0''{,}68.}$$

5. AZIMUT OBSERVÉ A FUGLENAES PAR M. LINDHAGEN, 1850, JUILLET 21 A OCT. 1. $\varphi = 70^\circ\ 40'\ 11''{,}3$.

L'instrument universel employé en 1851 à TORNEA, T. II, p. **156**, avait servi l'année 1850, à FUGLENAES, pour déterminer l'azimut de JEDKI. Une mire était située au nord de FUGLENAES, dans une distance de trois verstes, de l'autre côté de la baie de Hammerfest. Une seconde mire fut construite, dans une distance d'une verste au sud, tout près de la méridienne du point FUGLENAES, et pouvait être

éclairée pour les observations azimutales nocturnes. Les directions des trois objets, des deux mires et de JEDKI, avaient été déterminées avec le plus grand soin. Les angles formés par ces directions donnent le moyen de changer les azimuts des deux mires en azimuts de JEDKI. Dans le tableau suivant des 20 mises azimutales de la mire méridionale, 17 ont été directement observées, les 3 dernières sont déduites de l'azimut observé de la mire septentrionale, à l'aide de l'angle entre les deux mires. Dans le calcul des azimuts, les corrections suivantes pour les lieux apparents pris dans les *Tab. Regiom.* ont été employées :

1850.	Juil. 0.	Août 0.	Sept. 0.	Oct. 0.
$\Delta\alpha =$	$+ 1^s,14$	$+ 1^s,37$	$+ 1^s,52$	$+ 1^s,64$
$\Delta\delta =$	$- 0'',36$	$- 0'',33$	$- 0'',28$	$- 0'',19.$

Azimut de la mire méridionale.

1850. Juil.	21.	$21^h,6$	temps sid.	$189° 34' 58'',75$	$+ 0,69 d\alpha$	$- 2,50 d\delta$	$+ 0,18 d\varphi$
		23,5	»	61,97	$+ 1,13 d\alpha$	$- 1,36 d\delta$	$+ 0,08 d\varphi$
»	22.	15,1	»	54,85	$- 0,93 d\alpha$	$- 1,31 d\delta$	$+ 0,11 d\varphi$
»	25.	16,8	»	58,40	$- 0,62 d\alpha$	$- 2,29 d\delta$	$+ 0,18 d\varphi$
		17,8	»	56,32	$- 0,38 d\alpha$	$- 2,72 d\delta$	$+ 0,21 d\varphi$
		3,8	»	61,60	$+ 0,89 d\alpha$	$+ 2,21 d\delta$	$- 0,15 d\varphi$
»	26.	15,2	»	54,16	$- 0,91 d\alpha$	$- 1,38 d\delta$	$+ 0,11 d\varphi$
		16,3	»	55,89	$- 0,70 d\alpha$	$- 2,04 d\delta$	$+ 0,16 d\varphi$
»	29.	11,5	»	56,74	$- 0,99 d\alpha$	$+ 1,05 d\delta$	$- 0,08 d\varphi$
		12,6	»	57,58	$- 1,02 d\alpha$	$+ 0,33 d\delta$	$- 0,03 d\varphi$
		16,2	»	59,53	$- 0,72 d\alpha$	$- 2,00 d\delta$	$+ 0,16 d\varphi$
		16,7	»	61,21	$- 0,64 d\alpha$	$- 2,24 d\delta$	$+ 0,18 d\varphi$
Août	6.	5,6	»	62,09	$+ 0,57 d\alpha$	$+ 2,89 d\delta$	$- 0,21 d\varphi$
		6,1	»	63,31	$+ 0,34 d\alpha$	$+ 2,98 d\delta$	$- 0,22 d\varphi$
Sept.	28.	12,1	»	60,35	$- 1,05 d\alpha$	$+ 0,68 d\delta$	$- 0,06 d\varphi$
»	29.	12,6	»	59,20	$- 1,06 d\alpha$	$+ 0,29 d\delta$	$- 0,03 d\varphi$
		14,7	»	57,65	$- 0,98 d\alpha$	$- 1,06 d\delta$	$+ 0,09 d\varphi$
Oct.	1.	1,1	»	60,28	$+ 1,24 d\alpha$	$+ 0,04 d\delta$	$+ 0,00 d\varphi$
		3,2	»	57,55	$+ 1,02 d\alpha$	$+ 1,74 d\delta$	$- 0,11 d\varphi$
		3,9	»	59,62	$+ 0,88 d\alpha$	$+ 2,22 d\delta$	$- 0,14 d\varphi$
		Moyenne $a =$		$189° 34' 58'',85$	$- 0,16 d\alpha$	$- 0,23 d\delta$	$+ 0,01 d\varphi.$

Les 20 mises nous fournissent l'erreur probable d'un azimut déterminé par une seule mise $= \mp 1''{,}70$, sous $\varphi = 70° 40'$. La table T. I, p. **218** donne $\mp 1''{,}66$. L'erreur probable de la moyenne est $\mp 1''{,}70 : \sqrt{20} = \mp 0''{,}38$, en tant qu'elle dépend de l'exactitude de l'observation. La précision de l'observation azimutale, pour $\varphi = 70° 40'$, $\sec\varphi = 3{,}02$, est un fait digne d'attention, et prouve que notre instrument universel est éminemment propre à la détermination de l'azimut; ce qui est dû spécialement à deux circonstances, savoir à la solidité de la construction de l'instrument, qui se prononce distinctement par l'invariabilité de la collimation, et surtout à la sensibilité et à la justesse des niveaux employés, remplis d'éther sulfurique *). L'erreur probable complète de l'azimut a devient

$$\delta a = \mp 0''{,}38 \mp 0''{,}08 \mp 0''{,}05 \mp 0''{,}01 = \mp 0''{,}39.$$

C'est un mérite de M. Lindhagen d'avoir combiné les heures de l'observation de sorte, que l'influence de l'inexactitude dans le lieu de la polaire ait presque disparu dans le résultat, comme l'indiquent les petits coefficients de $d\alpha$, $d\delta$ et $\delta\varphi$. Pour l'angle entre la mire méridionale et JEDKI nous avons $30° 55' 21''{,}67 \mp 0''{,}35$; donc finalement:

AZIMUT DU SIGNAL DE JEDKI,

pris du point central de FUGLENAES,

220° 30′ 20″,52 ∓ 0″,53.

*) L'avantage des niveaux remplis d'éther, introduits par MM. Repsold, sur ceux qui contiennent de l'alcool est dans la promptitude des indications. Dans un niveau à éther, une fraction de minute de temps suffit pour le repos parfait de la bulle, tandis que les anciens niveaux à alcool, réclamaient plusieurs minutes. L'objection que l'on a trouvée contre l'usage de l'éther, dans sa plus forte dilatation qui produit de plus grands changements dans la longueur de la bulle, se détruit aisément par une diminution convenable du diamètre du tuyau. Les niveaux actuellement en usage à Poulkova sont tous applicables depuis — 25° R. jusqu'à + 25° R. Depuis 10 ans ces niveaux sont faits à l'atelier de l'Observatoire, par notre mécanicien M. Brauer, dans une perfection égale à celle qui distingue les niveaux de Repsold.

§ 112. Azimuts et distances des stations voisines des points astronomiques.

(Voyez § 52. T. I, p. **242**.)

IX. Mäki-päälys.

	Log. de la distance.	Azimut.		Renvoi.
1. Svartvira.....	4,1924707.4	318° 7′ 2″,07 ∓ 1″,30		Tr. No. 156, T. II, p. **134**.
2. Ristisaari.....	4,1589304.0	342 10 10″,93 ∓ 1,15 = A^{IX*}		T. II, p. **154**.

X. Kilpi-mäki.

1. Silmut-mäki....	4,0754498.1	274° 48′ 4″,29 ∓ 0″,44 = A^{X}	T. II, p. **156**.
2. Wesa-mäki.....	4,2667027.7	336 6 26,06 ∓ 0,71	Tr. No. 191, T. II, p. **139**.
3. Honka-mäki....	4,3122556.5	25 25 48,33 ∓ 0,88	Tr. No. 192, T. II, p. **139**.

XI. Tornea, église du district.

1. Perra-vaara ...	4,0819651.5	333° 7′ 0″,32 ∓ 1″,03	Tr. No. 226, T. II, p. **144**.
Tornea, église de la ville.....	3,0770306	344 25 4,2	T. II, p. **54**.
2. Kaakama-vaara..	4,2507822.7	3 1 30,93 ∓ 0,60 = A^{XI}	T. II, p. **161**.
3. Kivalo.....	4,2995801.7	90 43 7,13 ∓ 0″,77	Tr. No. 225, T. II, p. **144**.
Kemi, église....	3,9628222	96 10 6,4	T. II, p. **51**.
4. Ajos.....	4,1189927.5	134 42 22,27 ∓ 0,94	Tr. No. 224, T. II, p. **143**.

XII. Stuor-oivi.

1. Atjik.....	4,1686899.0	359° 46′ 7″,08 ∓ 1″,61	Tr. No. 246, T. II, p. **147**.
2. Bäljatz-vaara..	4,3604929.8	29 59 34,04 ∓ 1,37	Tr. No. 245, T. II, p. **146**.
3. Kersti-vaara...	4,3058116.2	94 56 3,02 ∓ 1,08	Tr. No. 244, T. II, p. **146**.
4. Pajtas-vaara...	4,3973592.4	168 22 59,39 ∓ 0,68 = A^{XII}	T. II, p. **161**.

XIII. Fuglenaes.

1. Tyven.....	3,2674725.7	159° 2′ 57″,73 ∓ 1″,47	Tr. No. 258, T. II, p. **148**.
2. Jedki.....	4,2246745.5	220 30 20,52 ∓ 0,53 = A^{XIII}	T. II, p. **163**.
Haajen	3,6566482	259 14 1,75 ∓ 1,47	

Le logarithme de la distance entre Fuglenaes et Haajen, dans le mémoire de M. Lindhagen, est 3,6566421, calculé en partant de $\lg L^X = 4{,}1506537$. Mais nous avons, T. II, p. **120**, pour le côté fondamental compensé $\bar{L}^X$, le $\lg \bar{L}^X = 4{,}1506598$, qui change l'autre logarithme à 3,6566482.

CHAPITRE XVII.

TRIANGLES POLAIRES ET COORDONNÉES POLAIRES DANS LES DIFFÉRENTS ARCS PARTIELS.

(Sur le calcul des triangles polaires etc. et sur l'arrangement des tableaux suivants, voyez T. I, p. **244** à **248**.)

---

§ 113. Triangles polaires et coordonnées polaires

DEPUIS

MÄKI-PÄÄLYS JUSQU'A KILPI-MÄKI.

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
IX. 1. MÄKI-PÄÄLYS = *E*. Point initial.					
IX. 2. RISTISAARI. T. II, p. **164**. $\lg r$ = 4,1589304.0 R = 342° 10′ 10″,93.					
IX. 3. SVARTVIRA. T. II, p. **164**. $\lg r$ = 4,1924707.4 R = 318° 7′ 2″,07.					
IX. 4. TUSKAS. Tr. No. 157, T. II, p. **134**.					
TUSKAS	20° 51′ 39″,553	4,1924707.4	TUSKAS	28° 11′ 17″,605	4,1589304.0
MÄKI-PÄÄLYS.. +	8 10 25,877	3,7937253.3	MÄKI-PÄÄLYS.. —	15 52 42,979	3,9217638.7
SVARTVIRA	150 57 55,020	4,3269435.4	RISTISAARI	135 56 0,220	4,3269436.2
Somme	180 0 0,450		Somme	180 0 0,804	
R IX. 3	318 7 2,070		R IX. 2	342 10 10,930	
R =	326 17 27,947		$\mathfrak{R}$ =	326 17 27,951	
$\lg r^*$ = 4,3269435.8 R^* = 326° 17′ 27″,949.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
IX. 5. Kokko-vuori. Tr. No. 158, T. II, p. 134.					
KOKKO-VUORI.....	69° 20′ 58″,893	4,3269435.8	KOKKO-VUORI.....	9° 5′ 41″,970	4,1589304.0
MÄKI-PÄÄLYS.. +	21 11 4,833	3,9137394.1	MÄKI-PÄÄLYS.. +	5 18 21,841	3,9261044.4
TUSKAS	89 27 57,945	4,3557651.8	RISTISAARI	165 35 56,480	4,3557651.2
Somme	180 0 1,671		Somme	180 0 0,291	
R^* IX. 4	326 17 27,949		R IX. 2	342 10 10,930	
R =	347 28 32,782		$\mathfrak{R}$ =	347 28 32,771	
$\lg r^*$ = 4,3557651.5					
R^* = 347° 28′ 32″,776.					
IX. 6. Strömfors. Tr. No. 159, T. II, p. 134.					
STRÖMFORS.....	7° 31′ 27″,550	4,3269435.8	STRÖMFORS.....	40° 33′ 7″,884	4,3557651.5
MÄKI-PÄÄLYS.. +	3 4 10,099	3,9385787.7	MÄKI-PÄÄLYS.. —	18 6 54,742	4,0354160.9
TUSKAS	169 24 22,675	4,4742987.2	KOKKO-VUORI	121 19 59,393	4,4742987.1
Somme	180 0 0,324		Somme	180 0 2,019	
R^* IX. 4	326 17 27,949		R^* IX. 5	347 28 32,776	
R =	329 21 38,048		$\mathfrak{R}$ =	329 21 38,034	
$\lg r^*$ = 4,4742987.2					
R^* = 329° 21′ 38″,041.					
IX. 7. Lovisa. Tr. No. 160, T. II, p. 134.					
LOVISA.....	23° 29′ 1″,712	4,3269435.8	LOVISA.....	82° 42′ 42″,703	4,4742987.2
MÄKI-PÄÄLYS.. —	10 36 28,495	3,9915473.2	MÄKI-PÄÄLYS.. —	13 40 38,596	3,8515640.9
TUSKAS.....	145 54 30,915	4,4751163.9	STRÖMFORS.....	83 36 40,720	4,4751163.7
Somme	180 0 1,122		Somme	180 0 2,019	
R^* IX. 4	326 17 27,949		R^* IX. 6	329 21 38,041	
R =	315 40 59,454		$\mathfrak{R}$ =	315 40 59,445	
$\lg r^*$ = 4,4751163.8					
R^* = 315° 40′ 59″,450.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
IX. 8. KORSMALM. Tr. No. 161, T. II, p. 134.					
KORSMALM	29° 0′ 50″,847	4,4751163.8	KORSMALM	24° 4′ 29″,454	4,4742987.2
MÄKI-PÄÄLYS.. +	7 35 24,329	3,9101998.8	MÄKI-PÄÄLYS.. —	6 5 14,269	3,8891923.9
LOVISA.....	143 23 46,213	4,5648043.0	STRÖMFORS.....	149 50 17,390	4,5648042.5
Somme	180 0 1,389		Somme	180 0 1,113	
R^* IX. 7	315 40 59,450		R^* IX. 6	329 21 38,041	
R =	323 16 23,779		$\mathfrak{R}$ =	323 16 23,772	
$\lg r^*$ = 4,5648042.8					
R^* = 323° 16′ 23″,776.					
IX. 9. MUSTILA. Tr. No. 162, T. II, p. 135.					
MUSTILA.....	56° 43′ 26″,547	4,5648042.8	MUSTILA.....	15° 42′ 16″,052	4,4742987.2
MÄKI-PÄÄLYS.. +	12 13 59,339	3,9686809.5	MÄKI-PÄÄLYS.. +	6 8 45,062	4,0714712.9
KORSMALM	111 2 37,174	4,6126052.4	STRÖMFORS.....	158 9 0,140	4,6126052.9
Somme	180 0 3,060		Somme	180 0 1,254	
R^* IX. 8	323 16 23,776		R^* IX. 6	329 21 38,041	
R =	335 30 23,115		$\mathfrak{R}$ =	335 30 23,103	
$\lg r^*$ = 4,6126052.6					
R^* = 335° 30′ 23″,109.					
IX. 10. PORLOM I. Tr. No. 163, T. II, p. 135.					
PORLOM I.....	0° 52′ 9″,661	4,5648042.8	PORLOM I	60° 21′ 58″,947	4,6126052.6
MÄKI-PÄÄLYS.. —	0 11 50,137	3,9206562.8	MÄKI-PÄÄLYS.. —	12 25 49,469	4,0064230.6
KORSMALM	178 56 0,256	4,6536053.7	MUSTILA.....	107 12 15,397	4,6536054.0
Somme	180 0 0,054		Somme	180 0 3,813	
R^* IX. 8	323 16 23,776		R^* IX. 9	335 30 23,109	
R =	323 4 33,639		$\mathfrak{R}$ =	323 4 33,640	
$\lg r^*$ = 4,6536053.8					
R^* = 323° 4′ 33″,640.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

IX. 11. Porlom II. Tr. No. 164, T. II, p. 135.

PORLOM II	31° 52′ 50″,453	4,6536053.8	PORLOM II	59° 8′ 31″,932	4,6126052.6
MÄKI-PÄÄLYS.. +	0 9 55,377	2,3911986.4	MÄKI-PÄÄLYS.. —	12 15 54,094	4,0061071.8
PORLOM I.....	147 57 14,227	4,6556143.4	MUSTILA.....	108 35 37,757	4,6556143.6
Somme	180 0 0,057		Somme	180 0 3,783	
R^* IX. 10	323 4 33,640		R^* IX. 9	335 30 23,109	
R =	323 14 29,017		$\mathfrak{R}$ =	323 14 29,015	

$$\lg r^* = 4{,}6556143.5$$

$$R^* = 323^\circ\ 14'\ 29''{,}016.$$

IX. 12. Perheniemi. Tr. No. 165, T. II, p. 135.

PERHENIEMI.....	58° 59′ 34″,689	4,6556143.5	PERHENIEMI.....	7° 21′ 17″,359	4,6126052.6
MÄKI-PÄÄLYS.. +	10 43 18,411	3,9921743.1	MÄKI-PÄÄLYS.. —	1 32 35,679	3,9355978.1
PORLOM II	110 17 10,902	4,6947731.0	MUSTILA.....	171 6 7,487	4,6947731.0
Somme	180 0 4,002		Somme	180 0 0,525	
R^* IX. 11	323 14 29,016		R^* IX. 9	335 30 23,109	
R =	333 57 47,427		$\mathfrak{R}$ =	333 57 47,430	

$$\lg r^* = 4{,}6947731.0$$

$$R^* = 333^\circ\ 57'\ 47''{,}428.$$

IX. 13. Willikkala. Tr. No. 166, T. II, p. 135.

WILLIKKALA	19° 38′ 40″,039	4,6556143.5	WILLIKKALA.....	74° 1′ 46″,883	4,6947731.0
MÄKI-PÄÄLYS.. +	2 37 51,896	3,7908849.5	MÄKI-PÄÄLYS.. —	8 5 26,522	3,8602700.4
PORLOM II	157 43 29,082	4,7077471.0	PERHENIEMI.....	97 52 50,009	4,7077470.0
Somme	180 0 1,017		Somme	180 0 3,414	
R^* IX. 11	323 14 29,016		R^* IX. 12	333 57 47,428	
R =	325 52 20,912		$\mathfrak{R}$ =	325 52 20,906	

$$\lg r^* = 4{,}7077470.5$$

$$R^* = 325^\circ\ 52'\ 20''{,}909.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
IX. 14. HUHTMAR. Tr. No. 167, T. II, p. 135.					
HUHTMAR	40° 0′ 36″,313	4,7077470.5	HUHTMAR	25° 59′ 10″,752	4,6947731.0
MÄKI-PÄÄLYS. . +	4 33 22,330	3,7995938.0	MÄKI-PÄÄLYS. . —	3 32 4,191	3,8430571.7
WILLIKKALA	135 26 3,523	4,7457597.0	PERHENIEMI	150 28 46,689	4,7457597.5
Somme	180 0 2,166		Somme	180 0 1,632	
R^* IX. 13	325 52 20,909		R^* IX. 12	333 57 47,428	
R =	330 25 43,239		$\mathfrak{R}$ =	330 25 43,237	
$\lg r^*$ = 4,7457597.2					
R^* = 330° 25′ 43″,238.					
IX. 15. ÄMMÄNÄURÄS. Tr. No. 168, T. II, p. 135.					
ÄMMÄNÄURÄS.	62° 6′ 49″,375	4,7077470.5	ÄMMÄNÄURÄS.	98° 29′ 9″,576	4,7457597.2
MÄKI-PÄÄLYS. . —	5 30 41,999	3,7438278.6	MÄKI-PÄÄLYS. . —	10 4 4,330	3,9930981.1
WILLIKKALA	112 22 31,137	4,7273621.6	HUHTMAR	71 26 51,083	4,7273622.3
Somme	180 0 2,511		Somme	180 0 4,989	
R^* IX. 13	325 52 20,909		R^* IX. 14	330 25 43,238	
R^* =	320 21 38,910		$\mathfrak{R}$ =	320 21 38,908	
$\lg r^*$ = 4,7273621.9					
R^* = 320° 21′ 38″,909.					
IX. 16. MESSILÄ. Tr. No. 169, T. II, p. 136.					
MESSILÄ	11° 12′ 5″,003	4,7273621.9	MESSILÄ	30° 23′ 30″,692	4,7457597.2
MÄKI-PÄÄLYS. . +	2 55 29,423	4,1467557.5	MÄKI-PÄÄLYS. . —	7 8 34,913	4,1363001.0
ÄMMÄNÄURÄS.	165 52 27,326	4,8264741.7	HUHTMAR	142 27 58,853	4,8264741.4
Somme	180 0 1,752		Somme	180 0 4,458	
R^* IX. 15	320 21 38,909		R^* IX. 14	330 25 43,238	
R =	323 17 8,332		$\mathfrak{R}$ =	323 17 8,325	
$\lg r^*$ = 4,8264741.5					
R^* = 323° 17′ 8″,328.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

IX. 17. Wahteristo. Tr. No. 170, T. II, p. 136.

WAHTERISTO	94°	46′	56″,514	4,8264741.5	WAHTERISTO	8°	32′	20″,871	4,7457597.2
MÄKI-PÄÄLYS. . +	8	39	17,996	4,0054506.0	MÄKI-PÄÄLYS. . +	1	30	43,086	3,9954270.0
MESSILÄ	76	33	51,832	4,8159357.2	HUHTMAR	169	56	56,967	4,8159357.4
Somme	180	0	6,342		Somme	180	0	0,924	
R^* IX. 16	323	17	8,328		R^* IX. 14	330	25	43,238	
R =	331	56	26,324		$\mathfrak{R}$ =	331	56	26,324	

$$\lg r^* = 4{,}8159357.3$$

$$R^* = 331^\circ\ 56'\ 26''{,}324.$$

IX. 18. Wesivehmais. Tr. No. 171, T. II, p. 136.

WESIVEHMAIS	59°	0′	5″,393	4,8264741.5	WESIVEHMAIS	16°	13′	3″,502	4,8159357.3
MÄKI-PÄÄLYS. . +	7	6	9,039	3,9854915.1	MÄKI-PÄÄLYS. . —	1	33	8,962	3,8027097.2
MESSILÄ	113	53	6,262	4,8544659.7	WAHTERISTO	162	13	48,754	4,8544659.6
Somme	180	0	5,694		Somme	180	0	1,218	
R^* IX. 16	323	17	8,328		R^* IX. 17	331	56	26,324	
R =	330	23	17,367		$\mathfrak{R}$ =	330	23	17,362	

$$\lg r^* = 4{,}8544659.6$$

$$R^* = 330^\circ\ 23'\ 17''{,}364.$$

IX. 19. Kurhila. Tr. No. 172, T. II, p. 136.

KURHILA	18°	8′	15″,153	4,8264741.5	KURHILA	35°	45′	47″,633	4,8544659.6
MÄKI-PÄÄLYS. . +	3	8	54,371	4,0730204.5	MÄKI-PÄÄLYS. . —	3	57	14,666	3,9262716.4
MESSILÄ	158	42	53,242	4,8932265.3	WESIVEHMAIS	140	17	1,403	4,8932265.4
Somme	180	0	2,766		Somme	180	0	3,702	
R^* IX. 16	323	17	8,328		R^* IX. 18	330	23	17,364	
R =	326	26	2,699		$\mathfrak{R}$ =	326	26	2,698	

$$\lg r^* = 4{,}8932265.3$$

$$R^* = 326^\circ\ 26'\ 2''{,}698.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

IX. 20. Soitin-kallio. Tr. No. 173, T. II, p. 136.

SOITIN-KALLIO....	69°	53′	8″,634	4,8932265.3	SOITIN-KALLIO....	28°	32′	44″,370	4,8544659.6
MÄKI-PÄÄLYS.. +	8	25	26,533	4,0863485.6	MÄKI-PÄÄLYS.. +	4	28	11,868	4,0668734.1
KURHILA.....	101	41	33,803	4,9114535.3	WESIVEHMAIS.....	146	59	8,127	4,9114535.5
Somme	180	0	8,970		Somme	180	0	4,365	
R^* IX. 19	326	26	2,698		R^* IX. 18	330	23	17,364	
R =	334	51	29,231		$\mathfrak{R}$ =	334	51	29,232	

$$\lg r^* = 4{,}9114535.4$$

$$R^* = 334^\circ\ 51'\ 29''{,}232.$$

IX. 21. Wirmala. Tr. No. 174, T. II, p. 136.

WIRMALA.....	22°	8′	51″,750	4,8932265.3	WIRMALA.....	33°	3′	11″,100	4,9114535.4
MÄKI-PÄÄLYS.. +	3	55	5,591	4,1514779.8	MÄKI-PÄÄLYS.. —	4	30	20,940	4,0698850.8
KURHILA.....	153	56	7,333	4,9597499.3	SOITIN-KALLIO....	142	26	33,564	4,9597499.7
Somme	180	0	4,674		Somme	180	0	5,604	
R^* IX. 19	326	26	2,698		R^* IX. 20	334	51	29,232	
R =	330	21	8,289		$\mathfrak{R}$ =	330	21	8,292	

$$\lg r^* = 4{,}9597499.5$$

$$R^* = 330^\circ\ 21'\ 8''{,}290.$$

IX. 22. Wiljamin-vuori. Tr. No. 175, T. II, p. 136.

WILJAMIN-VUORI...	80°	51′	11″,292	4,9597499.5	WILJAMIN-VUORI ..	34°	33′	30″,905	4,9114535.4
MÄKI-PÄÄLYS.. +	9	53	42,686	4,2003940.0	MÄKI-PÄÄLYS.. +	5	23	21,748	4,1304116.2
WIRMALA.....	89	15	19,900	4,9652725.9	SOITIN-KALLIO....	140	3	14,136	4,9652726.8
Somme	180	0	13,878		Somme	180	0	6,789	
R^* IX. 21	330	21	8,290		R^* IX. 20	334	51	29,232	
R =	340	14	50,976		$\mathfrak{R}$ =	340	14	50,980	

$$\lg r^* = 4{,}9652726.3$$

$$R^* = 340^\circ\ 14'\ 50''{,}978.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
IX. 23. KYLMÄ-KANGAS. Tr. No. 176, T. II, p. 137.					
KYLMÄ-KANGAS . . .	40° 22′ 18″,088	4,9597499.5	KYLMÄ-KANGAS . . .	52° 56′ 17″,821	4,9652726.3
MÄKI-PÄÄLYS. . +	4 12 29,544	4,0138754.6	MÄKI-PÄÄLYS. . —	5 41 13,140	4,0592664.0
WIRMALA	135 25 18,710	4,9946203.2	WILJAMIN-VUORI . .	121 22 37,712	4,9946203.6
Somme	180 0 6,342		Somme	180 0 8,673	
R^* IX. 21	330 21 8,290		R^* IX. 22	340 14 50,978	
R =	334 33 37,834		$\mathfrak{R}$ =	334 33 37,838	
$\lg r^*$ = 4,9946203.4					
R^* = 334° 33′ 37″,836.					
IX. 24. KAMMIO. Tr. No. 177, T. II, p. 137.					
KAMMIO	84° 3′ 40″,134	4,9946203.4	KAMMIO	6° 44′ 54″,171	4,9652726.3
MÄKI-PÄÄLYS. . +	5 10 26,965	3,9520188.1	MÄKI-PÄÄLYS. . —	0 30 46,173	3,8469848.0
KYLMÄ-KANGAS . . .	90 46 1,391	4,9969192.4	WILJAMIN-VUORI. . .	172 44 20,442	4,9969192.9
Somme	180 0 8,490		Somme	180 0 0,786	
R^* IX. 23	334 33 37,836		R^* IX. 22	340 14 50,978	
R =	339 44 4,801		$\mathfrak{R}$ =	339 44 4,805	
$\lg r^*$ = 4,9969192.7					
R^* = 339° 44′ 4″,803.					
IX. 25. RAPPU-VUORI. Tr. No. 178, T. II, p. 137.					
RAPPU-VUORI.	26° 33′ 58″,712	4,9946203.4	RAPPU-VUORI.	25° 15′ 46″,615	4,9969192.7
MÄKI-PÄÄLYS. . +	2 44 45,408	4,0244245.5	MÄKI-PÄÄLYS. . —	2 25 41,556	3,9936900.8
KYLMÄ-KANGAS . . .	150 41 20,791	5,0338948.1	KAMMIO	152 18 36,194	5,0338947.8
Somme	180 0 4,911		Somme	180 0 4,365	
R^* IX. 23	334 33 37,836		R^* IX. 24	339 44 4,803	
R =	337 18 23,244		$\mathfrak{R}$ =	337 18 23,247	
$\lg r^*$ = 5,0338947.9					
R^* = 337° 18′ 23″,246.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

IX. 26. Tammi-mäki. Tr. No. 179, T. II, p. 137.

TAMMI-MÄKI	100° 28′ 51″,085	5,0338947.9	TAMMI-MÄKI	60° 54′ 12″,780	4,9969192.7
MÄKI-PÄÄLYS. . +	8 4 1,730	4,1882861.6	MÄKI-PÄÄLYS. . +	5 38 20,176	4,0478139.0
RAPPU-VUORI.	71 27 22,365	5,0180416.0	KAMMIO	113 27 36,806	5,0180416.8
Somme	180 0 15,180		Somme	180 0 9,762	
R^* IX. 25	337 18 23,246		R^* IX. 24	339 44 4,803	
R =	345 22 24,976		$\mathfrak{R}$ =	345 22 24,979	

$$\lg r^* = 5{,}0180416.4$$

$$R^* = 345^\circ\ 22'\ 24''{,}978.$$

IX. 27. Puolakka. Tr. No. 180, T. II, p. 137.

PUOLAKKA.	44° 30′ 54″,402	5,0338947.9	PUOLAKKA.	46° 8′ 18″,355	5,0180416.4
MÄKI-PÄÄLYS. . +	2 41 36,420	3,8600643.9	MÄKI-PÄÄLYS. . —	5 22 25,312	4,1315384.2
RAPPU-VUORI.	132 47 34,695	5,0537094.8	TAMMI-MÄKI	128 29 26,935	5,0537094.8
Somme	180 0 5,517		Somme	180 0 10,602	
R^* IX. 25	337 18 23,246		R^* IX. 26	345 22 24,978	
R =	339 59 59,666		$\mathfrak{R}$ =	339 59 52,666	

$$\lg r^* = 5{,}0537094.8$$

$$R = 339^\circ\ 59'\ 59''{,}666.$$

IX. 28. Waater-vuori. Tr. No. 181, T. II, p. 137.

WAATER-VUORI . . .	67° 58′ 16″,773	5,0537094.8	WAATER-VUORI . . .	10° 13′ 15″,981	5,0180416.4
MÄKI-PÄÄLYS. . +	6 42 53,144	4,1544600.3	MÄKI-PÄÄLYS. . +	1 20 27,831	4,1381876.6
PUOLAKKA.	105 19 5,035	5,0709292.7	TAMMI-MÄKI	168 26 18,945	5,0709292.2
Somme	180 0 14,952		Somme	180 0 2,757	
R^* IX. 27	339 59 59,666		R^* IX. 26	345 22 24,978	
R =	346 42 52,810		$\mathfrak{R}$ =	346 42 52,809	

$$\lg r^* = 5{,}0709292.5$$

$$R^* = 346^\circ\ 42'\ 52''{,}810.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

IX. 29. Jyväskylä. Tr. No. 182, T. II, p. 137.

JYVÄSKYLÄ	31° 55′ 46″,205	5,0537094.8	JYVÄSKYLÄ	24° 51′ 16″,532	5,0709292.5
MÄKI-PÄÄLYS. . +	4 33 22,237	4,2302918.4	MÄKI-PÄÄLYS. . —	2 9 30,910	4,0232038.2
PUOLAKKA.	143 31 2,535	5,1045884.9	WAATER-VUORI . . .	152 59 17,973	5,1045884.9
Somme	180 0 10,977		Somme	180 0 5,415	
R^* IX. 27	339 59 59,666		R^* IX. 28	346 42 52,810	
R =	344 33 21,903		$\mathfrak{R}$ =	344 33 21,900	

$$\lg r^* = 5{,}1045884.9$$

$$R^* = 344° 33′ 21″{,}902.$$

IX. 30. Ruuhi-mäki. Tr. No. 183, T. II, p. 138.

RUUHI-MÄKI	100° 36′ 14″,093	5,1045884.9	RUUHI-MÄKI	47° 32′ 17″,439	5,0709292.5
MÄKI-PÄÄLYS. . +	5 43 38,580	4,1110712.5	MÄKI-PÄÄLYS. . +	3 34 7,670	3,9970590.0
JYVÄSKYLÄ	73 40 22,462	5,0941870.7	WAATER-VUORI . . .	128 53 43,627	5,0941870.8
Somme	180 0 15,135		Somme	180 0 8,736	
R^* IX. 29	344 33 21,902		R^* IX. 28	346 42 52,810	
R =	350 17 0,482		$\mathfrak{R}$ =	350 17 0,480	

$$\lg r^* = 5{,}0941870.7$$

$$R^* = 350° 17′ 0″{,}481.$$

IX. 31. Laaja-vuori. Tr. No. 184, T. II, p. 138.

LAAJA-VUORI.	6° 28′ 2″,650	5,1045884.9	LAAJA-VUORI.	62° 59′ 37″,219	5,0941870.7
MÄKI-PÄÄLYS. . +	0 7 52,461	3,4127347.7	MÄKI-PÄÄLYS. . —	5 35 46,115	4,1333034.4
JYVÄSKYLÄ	173 24 5,252	5,1132730.9	RUUHI-MÄKI	111 24 51,753	5,1132732.2
Somme	180 0 0,363		Somme	180 0 15,087	
R^* IX. 29	344 33 21,902		R^* IX. 30	350 17 0,481	
R =	344 41 14,363		$\mathfrak{R}$ =	344 41 14,366	

$$\lg r^* = 5{,}1132731.5$$

$$R = 344° 41′ 14″{,}364.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

IX. 32. Multa-mäki. Tr. No. 185, T. II, p. 138.

MULTA-MÄKI	35° 11′ 50″,399	5,1132731.5	MULTA-MÄKI	18° 5′ 44″,804	5,0941870.7
MÄKI-PÄÄLYS. . +	3 12 49,643	4,1011081.7	MÄKI-PÄÄLYS. . —	2 22 56,476	4,2206331.7
LAAJA-VUORI	141 35 29,729	5,1458471.9	RUUHI-MÄKI	159 31 25,653	5,1458472.1
Somme	180 0 9,771		Somme	180 0 6,933	
R^* IX. 31	344 41 14,364		R^* IX. 30	350 17 0,481	
R =	347 54 4,007		$\mathfrak{R}$ =	347 54 4,005	

$$\lg r^* = 5{,}1458472.0$$

$$R = 347^\circ\ 54'\ 4''{,}006.$$

IX. 33. Ohi-mäki. Tr. No. 186, T. II, p. 138.

OHI-MÄKI	89° 26′ 47″,549	5,1458472.0	OHI-MÄKI	16° 42′ 54″,431	5,0941870.7
MÄKI-PÄÄLYS. . +	4 31 23,595	4,0426103.9	MÄKI-PÄÄLYS. . +	2 8 27,118	4,2076417.8
MULTA-MÄKI	86 2 3,634	5,1448257.7	RUUHI-MÄKI	161 8 44,667	5,1448258.0
Somme	180 0 14,778		Somme	180 0 6,216	
R^* IX. 32	347 54 4,006		R^* IX. 30	350 17 0,481	
R =	352 25 27,601		$\mathfrak{R}$ =	352 25 27,599	

$$\lg r^* = 5{,}1448257.9$$

$$R^* = 352^\circ\ 25'\ 27''{,}600.$$

IX. 34. Silmut-mäki. Tr. No. 187, T. II, p. 138.

SILMUT-MÄKI	55° 32′ 52″,096	5,1458472.0	SILMUT-MÄKI	14° 23′ 1″,978	5,1448257.9
MÄKI-PÄÄLYS. . +	5 27 12,683	4,2073731.7	MÄKI-PÄÄLYS. . +	0 55 49,089	3,9599955.5
MULTA-MÄKI	119 0 14,154	5,1714239.0	OHI-MÄKI	164 41 12,161	5,1714239.0
Somme	180 0 18,933		Somme	180 0 3,228	
R^* IX. 32	347 54 4,006		R^* IX. 33	352 25 27,600	
R =	353 21 16,689		$\mathfrak{R}$ =	353 21 16,689	

$$\lg r^* = 5{,}1714239.0$$

$$R^* = 353^\circ\ 21'\ 16''{,}689.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

IX. 35. Ila-mäki. Tr. No. 188, T. II, p. 138.

ILA-MÄKI	5° 45′ 45″,265	5,1458472.0	ILA-MÄKI	63° 37′ 51″,344	5,1714239.0
MÄKI-PÄÄLYS. . +	0 35 13,169	4,1544568.5	MÄKI-PÄÄLYS. . —	4 51 59,515	4,1475669.5
MULTA-MÄKI	173 39 3,684	5,1878058.7	SILMUT-MÄKI	111 30 27,756	5,1878058.7
Somme	180 0 2,118		Somme	180 0 18,615	
R^* IX. 32	347 54 4,006		R^* IX. 34	353 21 16,689	
R =	348 29 17,175		$\mathfrak{R}$ =	348 29 17,174	

$$\lg r^* = 5{,}1878058.7$$

$$R^* = 348^\circ\ 29'\ 17''{,}174.$$

IX. 36. Liston-mäki. Tr. No. 189, T. II, p. 138.

LISTON-MÄKI	51° 48′ 4″,096	5,1878058.7	LISTON-MÄKI	17° 4′ 1″,655	5,1714239.0
MÄKI-PÄÄLYS. . +	3 22 13,652	4,0616123.7	MÄKI-PÄÄLYS. . —	1 29 45,861	4,1204615.1
ILA-MÄKI	124 49 56,244	5,2067220.3	SILMUT-MÄKI	161 26 18,466	5,2067220.3
Somme	180 0 13,992		Somme	180 0 5,982	
R^* IX. 35	348 29 17,174		R^* IX. 34	353 21 16,689	
R =	351 51 30,826		$\mathfrak{R}$ =	351 51 30,828	

$$\lg r^* = 5{,}2067220.3$$

$$R^* = 351^\circ\ 51'\ 30''{,}827.$$

IX. 37. Wesa-mäki. Tr. No. 190, T. II, p. 139.

WESA-MÄKI	73° 0′ 11″,893	5,2067220.3	WESA-MÄKI	20° 0′ 38″,788	5,1714239.0
MÄKI-PÄÄLYS. . +	3 40 33,840	4,0329071.1	MÄKI-PÄÄLYS. . +	2 10 47,979	4,2172293.0
LISTON-MÄKI	103 19 30,485	5,2142718.3	SILMUT-MÄKI	157 48 42,104	5,2142718.0
Somme	180 0 16,218		Somme	180 0 8,871	
R^* IX. 36	351 51 30,827		R^* IX. 34	353 21 16,689	
R =	355 32 4,667			355 32 4,668	

$$\lg r^* = 5{,}2142718.2$$

$$R^* = 355^\circ\ 32'\ 4''{,}668.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
	IX. 38. KILPI-MÄKI. Tr. No. 191, T. II, p. 139.				
KILPI-MÄKI	158° 21′ 56″,580	5,2142718.2	KILPI-MÄKI	97° 3′ 34″,808	5,1714239.0
MÄKI-PÄÄLYS. . +	2 23 6,387	4,2667027.7	MÄKI-PÄÄLYS. . +	4 33 54,367	4,0754498.1
WESA-MÄKI.	19 15 6,612	5,1657315.6	SILMUT-MÄKI.	78 22 47,424	5,1657315.6
Somme	180 0 9,579		Somme	180 0 16,599	
R^* IX. 37	355 32 4,668		R^* IX. 34	353 21 16,689	
R =	357 55 11,055		$\mathfrak{R}$ =	357 55 11,056	

$\lg r^* = 5{,}1657315.6 = r^{IX}$, § 117.

$R^* = 357° 55′ 11″{,}056 = \mathfrak{A}^{IX}$, § 117.

T. II, p. 164. Az. X. 2.	336° 6′ 26″,060	T. II, p. 164. Az. X. 1.	274° 48′ 4″,290
Q =	177 44 29,480	$\mathfrak{Q}$ =	177 44 29,482

$Q^* = 177° 44′ 29″{,}481 = \mathfrak{B}^{IX}$, § 117.

§ 114. Triangles polaires et coordonnées polaires,

DEPUIS

KILPI-MÄKI JUSQU'A TORNEA.

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
X. 1. KILPI-MÄKI = *E*. Point initial.					
X. 2. WESA-MÄKI. T. II, p. 164. $\lg r = 4{,}2667027.7$ $R = 336^\circ\ 6'\ 26''{,}060.$					
X. 3. HONKA-MÄKI. T. II, p. 164. $\lg r = 4{,}3122556.5$ $R = 25^\circ\ 25'\ 48''{,}330.$					
X. 4. LEHTO-MÄKI. Tr. No. 193, T. II, p. 139.					
LEHTO-MÄKI	11° 9′ 27″,127	4,2667027.7	LEHTO-MÄKI	33° 58′ 2″,023	4,3122556.5
KILPI-MÄKI ... +	10 24 36,718	4,2369494.2	KILPI-MÄKI ... —	38 54 45,558	4,3631161.9
WESA-MÄKI	158 25 57,280	4,5453820.1	HONKA-MÄKI	107 7 16,760	4,5453821.0
Somme	180 0 1,125		Somme	180 0 4,341	
R X. 2	336 6 26,060		*R* X. 3	25 25 48,330	
R =	346 31 2,778		$\mathfrak{R}$ =	346 31 2,772	
$\lg r^* = 4{,}5453820.6$ $R^* = 346^\circ\ 31'\ 2''{,}775.$					
X. 5. PÖLLÖ-MÄKI. Tr. No. 194, T. II, p. 139.					
PÖLLÖ-MÄKI	51° 41′ 20″,647	4,5453820.6	PÖLLÖ-MÄKI	11° 10′ 2″,208	4,3122556.5
KILPI-MÄKI ... +	25 44 38,560	4,2885372.8	KILPI-MÄKI ... —	13 10 7,011	4,3827721.2
LEHTO-MÄKI	102 34 7,183	4,6401718.7	HONKA-MÄKI	155 39 52,740	4,6401719.0
Somme	180 0 6,390		Somme	180 0 1,959	
*R** X. 4	346 31 2,775		*R* X. 3	25 25 48,330	
R =	12 15 41,335		$\mathfrak{R}$ =	12 15 41,319	
$\lg r^* = 4{,}6401718.8$ $R^* = 12^\circ\ 15'\ 41''{,}327.$					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

X. 6. Pihlajan-mäki. Tr. No. 195, T. II, p. 139.

PIHLAJAN-MÄKI . . .	6° 22′ 11″,010	4,5453820.6	PIHLAJAN-MÄKI . . .	58° 31′ 1″,754	4,6401718.8
KILPI-MÄKI . . . +	2 50 17,430	4,1950113.4	KILPI-MÄKI . . . —	22 54 21,145	4,2995095.5
LEHTO-MÄKI	170 47 32,403	4,7044439.3	PÖLLÖ-MÄKI	98 34 45,357	4,7044439.0
Somme	180 0 0,843		Somme	180 0 8,256	
R^* X. 4	346 31 2,775		R^* X. 5	12 15 41,327	
R =	349 21 20,205		$\mathfrak{R}$ =	349 21 20,182	

$$\lg r^* = 4{,}7044439.2$$

$$R^* = 349^\circ\ 21'\ 20''{,}194.$$

X. 7. Ii-mäki. Tr. No. 196, T. II, p. 139.

II-MÄKI	59° 27′ 49″,313	4,7044439.2	II-MÄKI	13° 37′ 42″,947	4,6401718.8
KILPI-MÄKI . . . +	18 27 49,307	4,2699239.0	KILPI-MÄKI . . . —	4 26 31,832	4,1569729.3
PIHLAJAN-MÄKI . . .	102 4 30,224	4,7595737.3	PÖLLÖ-MÄKI	161 55 47,087	4,7595737.1
Somme	180 0 8,844		Somme	180 0 1,866	
R^* X. 6	349 21 20,194		R^* X. 5	12 15 41,327	
R =	7 49 9,501		$\mathfrak{R}$ =	7 49 9,495	

$$\lg r^* = 4{,}7595737.2$$

$$R^* = 7^\circ\ 49'\ 9''{,}498.$$

X. 8. Kivi-mäki. Tr. No. 197, T. II, p. 140.

KIVI-MÄKI	59° 16′ 58″,694	4,7595737.2	KIVI-MÄKI	4° 35′ 48″,015	4,6401718.8
KILPI-MÄKI . . . +	6 15 33,229	3,8627387.5	KILPI-MÄKI . . . +	1 49 1,392	4,2374785.2
II-MÄKI	114 27 31,737	4,7843942.6	PÖLLÖ-MÄKI	173 35 11,403	4,7843943.5
Somme	180 0 3,660		Somme	180 0 0,810	
R^* X. 7	7 49 9,498		R^* X. 5	12 15 41,327	
R =	14 4 42,727		$\mathfrak{R}$ =	14 4 42,719	

$$\lg r^* = 4{,}7843943.0$$

$$R^* = 14^\circ\ 4'\ 42''{,}723.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
X. 9. SALLISEN-MÄKI. Tr. No. 198, T. II, p. 140.					
SALLISEN-MÄKI....	14° 19′ 3″,311	4,7595737.2	SALLISEN-MÄKI....	22° 9′ 58″,257	4,7843943.0
KILPI-MÄKI... +	3 0 37,916	4,0866553.9	KILPI-MÄKI... —	3 14 55,311	3,9610436.3
II-MÄKI.....	162 40 20,777	4,8403403.4	KIVI-MÄKI.....	154 35 8,724	4,8403403.6
Somme	180 0 2,004		Somme	180 0 2,292	
R^* X. 7	7 49 9,498		R^* X. 8	14 4 42,723	
R =	10 49 47,414		$\mathfrak{R}$	10 49 47,412	
$\lg r^*$ = 4,8403403.5					
R^* = 10° 49′ 47″,413.					
X. 10. KULVEN-MÄKI. Tr. No. 199, T. II, p. 140.					
KULVEN-MÄKI....	89° 27′ 14″,579	4,8403403.5	KULVEN-MÄKI....	32° 1′ 22″,928	4,7843943.0
KILPI-MÄKI... +	7 57 47,152	3,9818887.3	KILPI-MÄKI... +	4 42 51,834	3,9746944.7
SALLISEN-MÄKI....	82 35 4,587	4,8367120.7	KIVI-MÄKI.....	143 15 48,526	4,8367120.8
Somme	180 0 6,318		Somme	180 0 3,288	
R^* X. 9	10 49 47,413		R^* X. 8	14 4 42,723	
R =	18 47 34,565		$\mathfrak{R}$ =	18 47 34,557	
$\lg r^*$ = 4,8367120.8					
R^* = 18° 47′ 34″,561.					
X. 11. NAARAS-MÄKI. Tr. No. 200, T. II, p. 140.					
NAARAS-MÄKI....	45° 20′ 32″,659	4,8403403.5	NAARAS-MÄKI....	6° 4′ 48″,698	4,8367120.8
KILPI-MÄKI... +	8 52 48,411	4,1768004.8	KILPI-MÄKI... +	0 55 1,262	4,0159380.1
SALLISEN-MÄKI....	125 46 47,027	4,8974508.8	KULVEN-MÄKI....	173 0 10,871	4,8974509.0
Somme	180 0 8,097		Somme	180 0 0,831	
R^* X. 9	10 49 47,413		R^* X. 10	18 47 34,561	
R =	19 42 35,824		$\mathfrak{R}$ =	19 42 35,823	
$\lg r^*$ = 4,8974508.9					
R^* = 19° 42′ 35″,824.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

X. 12. Murto-mäki. Tr. No. 201, T. II, p. 140.

MURTO-MÄKI.....	3°	58′	36″,231	4,8403403.5	MURTO-MÄKI.....	82° 12′ 28″,597	4,8974508.9
KILPI-MÄKI... +	0	36	8,087	4,0208977.2	KILPI-MÄKI... —	8 16 40,328	4,0597224.0
SALLISEN-MÄKI ...	175	25	16,237	4,9014649.0	NAARAS-MÄKI	89 30 59,769	4,9014648.1
Somme	180	0	0,555		Somme	180 0 8,694	
R^* X. 9	10	49	47,413		R^* X. 11	19 42 35,824	
R =	11	25	55,500		$\mathfrak{R}$ =	11 25 55,496	

$$\lg r^* = 4{,}9014648.6$$

$$R^* = 11^\circ\ 25'\ 55''{,}498.$$

X. 13. Lehto-vaara. Tr. No. 202, T. II, p. 140.

LEHTO-VAARA	41°	0′	18″,989	4,9014648.6	LEHTO-VAARA	35° 2′ 51″,072	4,8974508.9
KILPI-MÄKI... +	4	22	14,611	3,9664434.1	KILPI-MÄKI... —	3 54 25,713	3,9717042.5
MURTO-MÄKI.....	134	37	31,437	4,9367894.9	NAARAS-MÄKI	141 2 47,679	4,9367894.2
Somme	180	0	5,037		Somme	180 0 4,464	
R^* X. 12	11	25	55,498		R^* X. 11	19 42 35,824	
R =	15	48	10,109		$\mathfrak{R}$ =	15 48 10,111	

$$\lg r^* = 4{,}9367894.6$$

$$R^* = 15^\circ\ 48'\ 10''{,}110.$$

X. 14. Otan-mäki. Tr. No. 203, T. II, p. 140.

OTAN-MÄKI.....	53°	19′	9″,484	4,9014648.6	OTAN-MÄKI.....	89° 13′ 13″,801	4,9367894.6
KILPI-MÄKI... —	5	48	39,796	4,0026484.3	KILPI-MÄKI... —	10 10 54,414	4,1841938.3
MURTO-MÄKI.....	120	52	17,323	4,9309586.5	LEHTO-VAARA	80 36 4,289	4,9309586.9
Somme	180	0	6,603		Somme	180 0 12,504	
R^* X. 12	11	25	55,498		R^* X. 13	15 48 10,110	
R =	5	37	15,702		$\mathfrak{R}$ =	5 37 15,696	

$$\lg r^* = 4{,}9309586.7$$

$$R^* = 5^\circ\ 37'\ 15''{,}699.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

X. 15. KIVES-VAARA. Tr. No. 204, T. II, p. 141.

KIVES-VAARA.....	18° 17′ 19″,194	4,9309586.7	KIVES-VAARA.....	22° 6′ 29″,159	4,9367894.6
KILPI-MÄKI... +	4 43 43,305	4,3503793.4	KILPI-MÄKI... —	5 27 11,108	4,3390081.5
OTAN-MÄKI.....	156 59 4,671	5,0264788.0	LEHTO-VAARA	152 26 28,109	5,0264787.2
Somme	180 0 7,170		Somme	180 0 8,376	
R^* X. 14	5 37 15,699		R^* X. 13	15 48 10,110	
R =	10 20 59,004		$\mathfrak{R}$ =	10 20 59,002	

$\lg r^* = 5{,}0264787.6$

$R^* = 10^\circ\ 20'\ 59''{,}003.$

X. 16. RUPUKKA-VAARA. Tr. No. 205, T. II, p. 141.

RUPUKKA-VAARA ..	121° 24′ 8″,736	5,0264787.6	RUPUKKA-VAARA ..	16° 15′ 42″,538	4,9367894.6
KILPI-MÄKI... +	7 29 18,654	4,2102222.4	KILPI-MÄKI... +	2 2 7,547	4,0399822.0
KIVES-VAARA.....	51 6 45,489	4,9864403.9	LEHTO-VAARA	161 42 12,771	4,9864404.3
Somme	180 0 12,879		Somme	180 0 2,856	
R^* X. 15	10 20 59,003		R^* X. 13	15 48 10,110	
R =	17 50 17,657		$\mathfrak{R}$ =	17 50 17,657	

$\lg r^* = 4{,}9864404.1$

$R^* = 17^\circ\ 50'\ 17''{,}657.$

X. 17. SAUKKO-VAARA. Tr. No. 206, T. II, p. 141.

SAUKKO-VAARA....	72° 32′ 55″,164	5,0264787.6	SAUKKO-VAARA ...	7° 27′ 21″,692	4,9864404.1
KILPI-MÄKI... +	8 30 21,403	4,2168724.2	KILPI-MÄKI... +	1 1 2,752	4,1225795.3
KIVES-VAARA.....	98 57 0,029	5,0416284.4	RUPUKKA-VAARA...	171 31 37,374	5,0416283.8
Somme	180 0 16,596		Somme	180 0 1,818	
R^* X. 15	10 20 59,003		R^* X. 16	17 50 17,657	
R =	18 51 20,406		$\mathfrak{R}$ =	18 51 20,409	

$\lg r^* = 5{,}0416284.1$

$R^* = 18^\circ\ 51'\ 20''{,}408.$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
X. 18. TEIRI-HARJU. Tr. No. 207, T. II, p. 141.					
TEIRI-HARJU	25° 2′ 8″,133	5,0264787.6	TEIRI-HARJU	39° 36′ 40″,423	5,0416284.1
KILPI-MÄKI ... +	3 42 38,926	4,2109208.6	KILPI-MÄKI ... —	4 47 42,472	4,1591877.8
KIVES-VAARA	151 15 20,909	5,0820292.3	SAUKKO-VAARA ...	135 35 47,764	5,0820292.6
Somme	180 0 7,968		Somme	180 0 10,659	
R^* X. 15	10 20 59,003		R^* X. 17	18 51 20,408	
R =	14 3 37,929		$\mathfrak{R}$ =	14 3 37,936	
$\lg r^*$ = 5,0820292.4					
R^* = 14° 3′ 37″,932.					
X. 19. PUOKIO-VAARA. Tr. No. 208, T. II, p. 141.					
PUOKIO-VAARA	23° 44′ 49″,617	5,0264787.6	PUOKIO-VAARA	82° 44′ 24″,070	5,0820292.4
KILPI-MÄKI ... —	3 43 39,322	4,2344215.0	KILPI-MÄKI ... —	7 26 18,248	4,1975648.6
KIVES-VAARA	152 31 39,131	5,0855246.6	TEIRI-HARJU	89 49 35,943	5,0855246.4
Somme	180 0 8,070		Somme	180 0 18,261	
R^* X. 15	10 20 59,003		R^* X. 18	14 3 37,932	
R =	6 37 19,681		$\mathfrak{R}$ =	6 37 19,684	
$\lg r^*$ = 5,0855246.5					
R^* = 6° 37′ 19″,682.					
X. 20. ROKUA-VAARA. Tr. No. 209, T. II, p. 141.					
ROKUA-VAARA	73° 42′ 41″,218	5,0264787.6	ROKUA-VAARA	113° 24′ 48″,145	5,0855246.5
KILPI-MÄKI ... —	13 49 54,265	4,4227266.0	KILPI-MÄKI ... —	10 6 14,950	4,3668696.0
KIVES-VAARA	92 27 51,481	5,0438748.0	PUOKIO-VAARA	56 29 19,573	5,0438747.7
Somme	180 0 26,964		Somme	180 0 22,668	
R^* X. 15	10 20 59,003		R^* X. 19	6 37 19,682	
R =	356 31 4,738		$\mathfrak{R}$ =	356 31 4,732	
$\lg r^*$ = 5,0438747.8					
R^* = 356° 31′ 4″,735.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

X. 21. Palo-vaara. Tr. No. 210, T. II, p. 141.

PALO-VAARA	32° 55′ 22″,345	5,0438747.8	PALO-VAARA	68° 21′ 55″,112	5,0855246.5
KILPI-MÄKI . . . +	5 8 21,015	4,2607752.8	KILPI-MÄKI . . . —	4 57 53,929	4,0544026.5
ROKUA-VAARA	141 56 28,565	5,0986023.5	PUOKIO-VAARA	106 40 23,643	5,0986023.5
Somme	180 0 11,925		Somme	180 0 12,684	
R^* X. 20	356 31 4,735		R^* X. 19	6 37 19,682	
R =	1 39 25,750		$\mathfrak{R}$ =	1 39 25,753	

$$\lg r^* = 5{,}0986023.5$$

$$R^* = 1^\circ\ 39'\ 25''{,}752.$$

X. 22. Revonpesämaa. Tr. No. 211, T. II, p. 142.

REVONPESÄMAA . . .	17° 22′ 4″,574	5,0438747.8	REVONPESÄMAA . . .	90° 17′ 23″,360	5,0986023.5
KILPI-MÄKI . . . +	2 23 42,897	4,1899414.0	KILPI-MÄKI . . . —	2 44 38,116	3,7785851.2
ROKUA-VAARA	160 14 18,085	5,0979992.9	PALO-VAARA	86 58 5,745	5,0979993.4
Somme	180 0 5,556		Somme	180 0 7,221	
R^* X. 20	356 31 4,735		R^* X. 21	1 39 25,752	
R =	358 54 47,632		$\mathfrak{R}$ =	358 54 47,636	

$$\lg r^* = 5{,}0979993.2$$

$$R^* = 358^\circ\ 54'\ 47''{,}634.$$

X. 23. Repo-kangas. Tr. No. 212, T. II, p. 142.

REPO-KANGAS	23° 11′ 6″,953	5,0438747.8	REPO-KANGAS	87° 1′ 41″,294	5,0979993.2
KILPI-MÄKI . . . —	3 18 22,423	4,2095918.0	KILPI-MÄKI . . . —	5 42 5,316	4,0956269.2
ROKUA-VAARA	153 30 38,295	5,0980923.5	REVONPESÄMAA . . .	87 16 28,354	5,0980923.4
Somme	180 0 7,671		Somme	180 0 14,964	
R^* X. 20	356 31 4,735		R^* X. 22	358 54 47,634	
R =	353 12 42,312		$\mathfrak{R}$ =	353 12 42,318	

$$\lg r^* = 5{,}0980923.4$$

$$R^* = 353^\circ\ 12'\ 42''{,}315.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

X. 24. Halosen-vaara. Tr. No. 213, T. II, p. 142.

HALOSEN-VAARA...	47° 23′ 53″,739	5,0438747.8	HALOSEN-VAARA...	115° 25′ 1″,891	5,0980923.4
KILPI-MÄKI... —	6 38 44,426	4,2403135.7	KILPI-MÄKI... —	3 20 22,002	3,9075056.4
ROKUA-VAARA....	125 57 36,775	5,0851456.4	REPO-KANGAS....	61 14 44,627	5,0851456.3
Somme	180 0 14,940		Somme	180 0 8,520	
R^* X. 20	356 31 4,735		R^* X. 23	353 12 42,315	
R =	349 52 20,309		$\mathfrak{R}$ =	349 52 20,313	

$$\lg r^* = 5{,}0851456.4$$

$$R^* = 349° 52′ 20″{,}311.$$

X. 25. Pitkäselkä. Tr. No. 214, T. II, p. 142.

PITKÄSELKÄ.....	14° 8′ 19″,968	5,0851456.4	PITKÄSELKÄ.....	30° 6′ 38″,132	5,0980923.4
KILPI-MÄKI... +	1 19 49,931	4,0630363.7	KILPI-MÄKI... —	2 0 32,069	3,9423168.7
HALOSEN-VAARA...	164 31 53,701	5,1233238.2	REPO-KANGAS....	147 52 55,397	5,1233238.7
Somme	180 0 3,600		Somme	180 0 5,598	
R^* X. 24	349 52 20,311		R^* X. 23	353 12 42,315	
R =	351 12 10,242		$\mathfrak{R}$ =	351 12 10,246	

$$\lg r^* = 5{,}1233238.4$$

$$R^* = 351° 12′ 10″{,}244.$$

X. 26. Linnunsilmä. Tr. No. 215, T. II, p. 142.

LINNUNSILMÄ.....	20° 59′ 0″,459	5,0851456.4	LINNUNSILMÄ.....	113° 47′ 42″,917	5,1233238.4
KILPI-MÄKI... —	1 28 46,724	3,9430308.6	KILPI-MÄKI... —	2 48 36,654	3,8522252.0
HALOSEN-VAARA...	157 32 16,729	5,1133009.5	PITKÄSELKÄ.....	63 23 48,538	5,1133010.2
Somme	180 0 3,912		Somme	180 0 8,109	
R^* X. 24	349 52 20,311		R^* X. 25	351 12 10,244	
R =	348 23 33,587		$\mathfrak{R}$ =	348 23 33,590	

$$\lg r^* = 5{,}1133009.8$$

$$R^* = 348° 23′ 33″{,}588.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

X. 27. Sarvi-kangas. Tr. No. 216, T. II, p. 142.

SARVI-KANGAS	1° 0′ 40″,193	5,1133009.8	SARVI-KANGAS	46° 6′ 16″,112	5,1233238.4
KILPI-MÄKI . . . +	0 4 12,130	3,9537114.6	KILPI-MÄKI . . . —	2 44 24,524	3,9449935.6
LINNUNSILMÄ	178 55 7,887	5,1423749.4	PITKÄSELKÄ	131 9 27,818	5,1423749.8
Somme	180 0 0,210		Somme	180 0 8,454	
R^* X. 26	348 23 33,588		R^* X. 25	351 12 10,244	
R =	348 27 45,718		$\mathfrak{R}$ =	348 27 45,720	

$\lg r^* = 5{,}1423749.6$

$R^* = 348° 27′ 45″{,}719.$

X. 28. Laton-mäki. Tr. No. 217, T. II, p. 142.

LATON-MÄKI	78° 6′ 33″,167	5,1133009.8	LATON-MÄKI	114° 5′ 59″,236	5,1423749.6
KILPI-MÄKI . . . —	5 40 56,364	4,1183003.2	KILPI-MÄKI . . . —	5 45 8,496	4,1828478.4
LINNUN-SILMÄ	96 12 46,723	5,1201667.7	SARVI-KANGAS	60 9 9,863	5,1201667.5
Somme	180 0 16,254		Somme	180 0 17,595	
R^* X. 26	348 23 33,588		R^* X. 27	348 27 45,719	
R =	342 42 37,224		$\mathfrak{R}$ =	342 42 37,223	

$\lg r^* = 5{,}1201667.6$

$R^* = 342° 42′ 37″{,}224.$

X. 29. Hyypän-mäki. Tr. No. 218, T. II, p. 143.

HYYPÄN-MÄKI	12° 19′ 5″,190	5,1201667.6	HYYPÄN-MÄKI	60° 34′ 16″,620	5,1423749.6
KILPI-MÄKI . . . —	1 29 34,066	4,2068096.0	KILPI-MÄKI . . . —	7 14 42,565	4,3030131.0
LATON-MÄKI	166 11 25,604	5,1689696.7	SARVI-KANGAS	112 11 25,583	5,1689696.4
Somme	180 0 4,860		Somme	180 0 24,768	
R^* X. 28	342 42 37,224		R^* X. 27	348 27 45,719	
R =	341 13 3,158		$\mathfrak{R}$ =	341 13 3,154	

$\lg r^* = 5{,}1689696.6$

$R^* = 341° 13′ 3″{,}156.$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

X. 30. Isoniemi. Tr. No. 219, T. II, p. 143.

ISONIEMI	77° 35′ 42″,128	5,1689696.6	ISONIEMI.....	30° 48′ 2″,310	5,1423749.6
KILPI-MÄKI... +	4 31 50,480	4,0766723.7	KILPI-MÄKI... —	2 42 52,082	4,1083313.7
HYYPÄN-MÄKI	97 52 44,120	5,1751140.7	SARVI-KANGAS	146 29 15,043	5,1751140.7
Somme	180 0 16,728		Somme	180 0 9,435	
R^* X. 29	341 13 3,156		R^* X. 27	348 27 45,719	
R =	345 44 53,636		$\mathfrak{R}$ =	345 44 53,637	

$$\lg r^* = 5{,}1751140.7$$

$$R^* = 345° 44′ 53″{,}636.$$

X. 31. Ulkogrunni. Tr. No. 220, T. II, p. 143.

ULKOGRUNNI	20° 47′ 42″,589	5,1689696.6	ULKOGRUNNI	18° 33′ 38″,894	5,1751140.7
KILPI-MÄKI... +	2 34 9,716	4,2701204.9	KILPI-MÄKI... —	1 57 40,762	4,2064552.4
HYYPÄN-MÄKI	156 38 18,150	5,2170227.8	ISONIEMI.....	159 28 48,438	5,2170227.8
Somme	180 0 10,455		Somme	180 0 8,094	
R^* X. 29	341 13 3,156		R^* X. 30	345 44 53,636	
R =	343 47 12,872		$\mathfrak{R}$ =	343 47 12,874	

$$\lg r^* = 5{,}2170227.8$$

$$R^* = 343° 47′ 12″{,}873.$$

X. 32. Rontti. Tr. No. 221, T. II, p. 143.

RONTTI	119° 12′ 3″,366	5,2170227.8	RONTTI	15° 43′ 19″,897	5,1751140.7
KILPI-MÄKI... +	3 2 46,433	4,0013046.7	KILPI-MÄKI... +	1 5 5,669	4,0192818.2
ULKOGRUNNI	57 45 23,614	5,2033020.5	ISONIEMI.....	163 11 38,772	5,2033020.2
Somme	180 0 13,413		Somme	180 0 4,338	
R^* X. 31	343 47 12,873		R X. 30	345 44 53,636	
R =	346 49 59,306		$\mathfrak{R}$ =	346 49 59,305	

$$\lg r^* = 5{,}2033020.4$$

$$R^* = 346° 49′ 59″{,}306.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
X. 33. KIVALO. Tr. No. 222, T. II, p. 143.					
KIVALO.....	23° 28′ 50″,548	5,2170227.8	KIVALO.....	2° 31′ 11″,938	5,2033020.4
KILPI-MÄKI... +	3 29 12,555	4,4005199.2	KILPI-MÄKI... +	0 26 26,126	4,4459090.3
ULKOGRUNNI.....	153 2 14,924	5,2732023.6	RONTTI.....	177 2 24,144	5,2732022.8
Somme +	180 0 18,027		Somme	180 0 2,208	
R^* X. 31	343 47 12,873		R^* X. 32	346 49 59,306	
R =	347 16 25,428		$\mathfrak{R}$ =	347 16 25,432	
$\lg r^*$ = 5,2732023.2					
R^* = 347° 16′ 25″,430.					
X. 34. AJOS. Tr. No. 223, T. II, p. 143.					
AJOS.....	4° 29′ 20″,409	5,2170227.8	AJOS.....	111° 20′ 38″,260	5,2732023.2
KILPI-MÄKI... —	0 28 16,842	4,2384704.0	KILPI-MÄKI... —	3 57 29,394	4,1428506.4
ULKOGRUNNI.....	175 2 25,116	5,2602697.0	KIVALO.....	64 42 14,948	5,2602696.1
Somme	180 0 2,367		Somme	180 0 22,602	
R^* X. 31	343 47 12,873		R^* X. 33	347 16 25,430	
R =	343 18 56,031		$\mathfrak{R}$ =	343 18 56,036	
$\lg r^*$ = 5,2602696.6					
R^* = 343° 18′ 56″,034.					
X. 35. TORNEA. Tr. No. 224, T. II, p. 143.					
TORNEA.....	24° 32′ 22″,224	5,2602696.6	TORNEA.....	68° 31′ 37″,371	5,2732023.2
KILPI-MÄKI... —	1 43 11,827	4,1189927.5	KILPI-MÄKI... —	5 40 41,220	4,2995801.7
AJOS.....	153 44 36,110	5,2877241.2	KIVALO.....	105 48 15,918	5,2877241.1
Somme	180 0 10,161		Somme	180 0 34,509	
R^* X. 34	343 18 56,034		R^* X. 33	347 16 25,430	
R =	341 35 44,207		$\mathfrak{R}$ =	341 35 44,210	
$\lg r^*$ = 5,2877241.2 = r^V, § 117.					
R^* = 341° 35′ 44″,208 = $\mathfrak{A}^V$, § 117.					
T. II, p. 164. Az. XI. 4.	134° 42′ 22″,270		T. II, p. 164. Az. XI. 3.	90° 43′ 7″,130	
Q =	159 14 44,494		$\mathfrak{Q}$ =	159 14 44,501	
Q^* = 159° 14′ 44″,498 = $\mathfrak{B}^V$, § 117.					

§ 115. Triangles polaires et coordonnées polaires

DEPUIS

TORNEA JUSQU'A STUOR-OIVI.

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

XI. 1. TORNEA = *E*.

Point initial.

XI. 2. KAAKAMA-VAARA. T. II, p. 164.

$\lg r = 4{,}2507822.7$

$R = 3^\circ\ 1'\ 30''{,}930.$

XI. 3. PERRA-VAARA. T. II, p. 164.

$\lg r = 4{,}0819651.5$

$R = 333^\circ\ 7'\ 0''{,}320.$

XI. 4. HUITAPERI. Tr. No. 227, T. II, p. 144.

HUITAPERI	6° 17′ 18″,990	4,0819651.5	
TORNEA +	7 4 0,873	4,1324109.8	
PERRA-VAARA	166 38 40,500	4,4060038.0	
Somme	180 0 0,363		
R XI. 3	333 7 0,320		
R =	340 11 1,193		

HUITAPERI	37° 22′ 58″,037	4,2507822.7
TORNEA —	22 50 29,732	4,0565326.3
KAAKAMA-VAARA	119 46 33,920	4,4060038.4
Somme	180 0 1,689	
R XI. 2	3 1 30,930	
$\mathfrak{R}$ =	340 11 1,198	

$\lg r^* = 4{,}4060038.2$

$R^* = 340^\circ\ 11'\ 1''{,}196.$

XI. 5. HORRILANKERO. Tr. No. 228, T. II, p. 144.

HORRILANKERO	28° 2′ 54″,245	4,4060038.2	
TORNEA +	14 19 25,573	4,1271036.0	
HUITAPERI	137 37 42,387	4,5623283.7	
Somme	180 0 2,205		
*R** XI. 4	340 11 1,196		
R =	354 30 26,769		

HORRILANKERO	7° 57′ 15″,300	4,2507822.7
TORNEA —	8 31 4,154	4,2803068.8
KAAKAMA-VAARA	163 31 41,470	4,5623283.0
Somme	180 0 0,924	
R XI. 2	3 1 30,930	
$\mathfrak{R}$ =	354 30 26,776	

$\lg r^* = 4{,}5623283.4$

$R^* = 354^\circ\ 30'\ 26''{,}772.$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
XI. 6. Avasaksa. Tr. No. 229, T. II, p. 144.					
AVASAKSA	8° 31′ 0″,729	4,4060038.2	AVASAKSA	103° 47′ 34″,157	4,5623283.4
TORNEA . . . . . +	2 53 12,391	3,9375497.9	TORNEA . . . . . —	11 26 13,189	3,8723284.8
HUITAPERI	168 35 47,297	4,5314960.3	HORRILANKERO	64 46 15,015	4,5314959.9
Somme	180 0 0,417		Somme	180 0 2,361	
R^* XI. 4	340 11 1,196		R^* XI. 5	354 30 26,772	
R =	343 4 13,587		$\mathfrak{R}$ =	343 4 13,583	
$\lg r^*$ = 4,5314960.1					
R^* = 343° 4′ 13″,585.					
XI. 7. Pullinki. Tr. No. 230, T. II, p. 144.					
PULLINKI	15° 53′ 42″,844	4,5314960.1	PULLINKI	15° 26′ 51″,067	4,5623283.4
TORNEA . . . . . +	6 36 10,071	4,1545740.5	TORNEA . . . . . —	4 50 3,119	4,0625449.8
AVASAKSA	157 30 8,867	4,6767388.2	HORRILANKERO	159 43 7,215	4,6767389.0
Somme	180 0 1,782		Somme	180 0 1,401	
R^* XI. 6	343 4 13,585		R^* XI. 5	354 30 26,772	
R =	349 40 23,656		$\mathfrak{R}$ =	349 40 23,653	
$\lg r^*$ = 4,6767388.6					
R^* = 349° 40′ 23″,654.					
XI. 8. Niemi-vaara. Tr. No. 231, T. II, p. 144.					
NIEMI-VAARA	117° 45′ 20″,858	4,6767388.6	NIEMI-VAARA	24° 21′ 37″,924	4,5623283.4
TORNEA . . . . . +	9 23 21,795	3,9423791.6	TORNEA . . . . . +	4 33 18,682	3,8468460.8
PULLINKI	52 51 20,527	4,6313441.7	HORRILANKERO	151 5 4,585	4,6313442.2
Somme	180 0 3,180		Somme	180 0 1,191	
R^* XI. 7	349 40 23,654		R^* XI. 5	354 30 26,772	
R =	359 3 45,449		$\mathfrak{R}$ =	359 3 45,454	
$\lg r^*$ = 4,6313442.0					
R^* = 359° 3′ 45″,452.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
XI. 9. KITTIS-VAARA. Tr. No. 232, T. II, p. 145.					
KITTIS-VAARA	32° 23′ 54″,091	4,6767388.6	KITTIS-VAARA	7° 50′ 2″,271	4,6313442.0
TORNEA ..... +	6 54 56,613	4,0283797.2	TORNEA ..... —	2 28 25,187	4,1319111.6
PULLINKI	140 41 12,377	4,7495275.7	NIEMI-VAARA.....	169 41 33,538	4,7495276.4
Somme	180 0 3,081		Somme	180 0 0,996	
R^* XI. 7	349 40 23,654		R^* XI. 8	359 3 45,452	
R =	356 35 20,267		$\mathfrak{R}$ =	356 35 20,265	
$\lg r^*$ = 4,7495276.0					
R^* = 356° 35′ 20″,266.					
XI. 10. PALJUKKA-VAARA. Tr. No. 233, T. II, p. 145.					
PALJUKKA-VAARA..	11° 18′ 25″,521	4,6767388.6	PALJUKKA-VAARA..	42° 14′ 14″,263	4,7495276.0
TORNEA ..... —	4 54 29,693	4,3165935.7	TORNEA ..... —	11 49 26,293	4,2335618.5
PULLINKI	163 47 7,423	4,8303202.0	KITTIS-VAARA	125 56 26,911	4,8303202.0
Somme	180 0 2,637		Somme	180 0 7,467	
R^* XI. 7	349 40 23,654		R^* XI. 9.	356 35 20,266	
R =	344 45 53,961		$\mathfrak{R}$ =	344 45 53,973	
$\lg r^*$ = 4,8303202.0					
R^* = 344° 45′ 53″,967.					
XI. 11. OLLOS-VAARA. Tr. No. 234, T. II, p. 145.					
OLLOS-VAARA	90° 37′ 3″,041	4,8303202.0	OLLOS-VAARA	24° 9′ 4″,009	4,6767388.6
TORNEA ..... +	14 54 54,472	4,2409050.0	TORNEA ..... +	10 0 24,784	4,3048157.8
PALJUKKA-VAARA..	74 28 13,371	4,8141914.0	PULLINKI	145 50 36,367	4,8141914.1
Somme	180 0 10,884		Somme	180 0 5,160	
R^* XI. 10	344 45 53,967		R^* XI. 7	349 40 23,654	
R =	359 40 48,439		$\mathfrak{R}$ =	359 40 48,438	
$\lg r^*$ = 4,8141914.0					
R^* = 359° 40′ 48″,438.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
XI. 12. YLINEN-VAARA. Tr. No. 235, T. II, p. 145.					
YLINEN-VAARA. . . .	50° 32′ 18″,071	4,8303202.0	YLINEN-VAARA. . . .	18° 36′ 50″,112	4,8141914.0
TORNEA . . . . . +	11 18 5,170	4,2348371.2	TORNEA . . . . . —	3 36 49,302	4,1096560.9
PALJUKKA-VAARA . .	118 9 46,581	4,8879600.7	OLLOS-VAARA	157 46 23,631	4,8879599.7
Somme	180 0 9,822		Somme	180 0 3,045	
R^* XI. 10	344 45 53,967		R^* XI. 11	359 40 48,438	
R =	356 3 59,137		$\mathfrak{R}$ =	356 3 59,136	
$\lg r^*$ = 4,8879600.2					
R^* = 356° 3′ 59″,136.					
XI. 13. KERROJUPUKKA. Tr. No. 236, T. II, p. 145.					
KERROJUPUKKA. . . .	5° 48′ 55″,124	4,8303202.0	KERROJUPUKKA. . . .	54° 54′ 24″,763	4,8879600.2
TORNEA . . . . . +	1 31 42,921	4,2507036.5	TORNEA . . . . . —	9 46 22,257	4,2048427.8
PALJUKKA-VAARA . .	172 39 23,431	4,9312241.7	YLINEN-VAARA. . . .	115 19 23,711	4,9312241.5
Somme	180 0 1,476		Somme	180 0 10,731	
R^* XI. 10	344 45 53,967		R^* XI. 12	356 3 59,136	
R =	346 17 36,888		$\mathfrak{R}$ =	346 17 36,879	
$\lg r^*$ = 4,9312241.6					
R^* = 346° 17′ 36″,884.					
XI. 14. KUIVASKERO. Tr. No. 237, T. II, p. 145.					
KUIVASKERO.	42° 57′ 7″,389	4,9312241.6	KUIVASKERO	1° 37′ 51″,400	4,8879600.2
TORNEA . . . . . +	9 18 44,524	4,3068083.7	TORNEA . . . . . —	0 27 37,730	4,3387489.5
KERROJUPUKKA. . . .	127 44 21,203	4,9959171.1	YLINEN-VAARA. . . .	177 54 31,461	4,9959171.2
Somme	180 0 13,116		Somme	180 0 0,591	
R^* XI. 13	346 17 36,884		R^* XI. 12	356 3 59,136	
R =	355 36 21,408		$\mathfrak{R}$ =	355 36 21,406	
$\lg r^*$ = 4,9959171.2					
R^* = 355° 36′ 21″,407.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

XI. 15. Lumi-vaara. Tr. No. 238, T. II, p. 145.

LUMI-VAARA	0° 45′ 26″,304	4,9312241.6	LUMI-VAARA	76° 43′ 49″,433	4,9959171.2
TORNEA . . . . . +	0 8 36,500	4,2086851.9	TORNEA . . . . . —	9 10 8,031	4,2099450.2
KERROJUPUKKA . . .	179 5 57,403	5,0065578.3	KUIVASKERO	94 6 17,899	5,0065578.0
Somme	180 0 0,207		Somme	180 0 15,363	
R^* XI. 13	346 17 36,884		R^* XI. 14	355 36 21,407	
R =	346 26 13,384		$\mathfrak{R}$ =	346 26 13,376	

$$\lg r^* = 5{,}0065578.2$$

$$R^* = 346^\circ\ 26'\ 13''{,}380.$$

XI. 16. Ollos-tunturi. Tr. No. 239, T. II, p. 146.

OLLOS-TUNTURI . . .	41° 11′ 53″,828	5,0065578.2	OLLOS-TUNTURI . . .	3° 48′ 48″,882	4,9959171.2
TORNEA . . . . . +	9 58 46,942	4,4266243.6	TORNEA . . . . . +	0 48 38,921	4,3237473.9
LUMI-VAARA	128 49 39,483	5,0794769.8	KUIVASKERO	175 22 33,811	5,0794769.3
Somme	180 0 20,253		Somme	180 0 1,614	
R^* XI. 15	346 26 13,380		R^* XI. 14	355 36 21,407	
R =	356 25 0,322		$\mathfrak{R}$ =	356 25 0,328	

$$\lg r^* = 5{,}0794769.6$$

$$R^* = 356^\circ\ 25'\ 0''{,}325.$$

XI. 17. Pessinki. Tr. No. 240, T. II, p. 146.

PESSINKI.	4° 26′ 0″,682	5,0065578.2	PESSINKI.	76° 20′ 24″,783	5,0794769.6
TORNEA . . . . . —	0 57 35,534	4,3423685.6	TORNEA . . . . . —	10 56 22,483	4,3700807.0
LUMI-VAARA	174 36 25,797	5,0914511.8	OLLOS-TUNTURI . . .	92 43 39,698	5,0914511.4
Somme	180 0 2,013		Somme	180 0 26,964	
R^* XI. 15	346 26 13,380		R^* XI. 16	356 25 0,325	
R =	345 28 37,846		$\mathfrak{R}$ =	345 28 37,842	

$$\lg r^* = 5{,}0914511.6$$

$$R^* = 345^\circ\ 28'\ 37''{,}844.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
XI. 18. OUNAS-TUNTURI. Tr. No. 241, T. II, p. 146.					
OUNAS-TUNTURI . . .	55° 52′ 31″,451	5,0914511.6	OUNAS-TUNTURI . . .	4° 32′ 47″,961	5,0794769.6
TORNEA . . . . . +	11 36 37,155	4,4771643.8	TORNEA . . . . . +	0 40 14,684	4,2486937.1
PESSINKI	112 31 24,193	5,1390825.0	OLLOS-TUNTURI . . .	174 46 59,212	5,1390824.5
Somme	180 0 32,799		Somme	180 0 1,857	
R^* XI. 17	345 28 37,844		R^* XI. 16	356 25 0,325	
R =	357 5 14,999		$\mathfrak{R}$ =	357 51 15,009	
$\lg r^*$ = 5,1390824.8					
R^* = 357° 5′ 15″,004.					
XI. 19. PAJTAS-VAARA. Tr. No. 242, T. II, p. 146.					
PAJTAS-VAARA	27° 21′ 21″,802	5,0914511.6	PAJTAS-VAARA	75° 17′ 57″,211	5,1390824.8
TORNEA . . . . . +	4 21 28,551	4,3097871.1	TORNEA . . . . . —	7 15 8,603	4,2546100.4
PESSINKI	148 17 22,343	5,1498572.1	OUNAS-TUNTURI . . .	97 27 17,721	5,1498571.6
Somme	180 0 12,696		Somme	180 0 23,535	
R^* XI. 17	345 28 37,844		R^* XI. 18	357 5 15,004	
R =	349 50 6,395		$\mathfrak{R}$ =	349 50 6,401	
$\lg r^*$ = 5,1498571.8					
R^* = 349° 50′ 6″,398.					
XI. 20. KERSTI-VAARA. Tr. No. 243, T. II, p. 146.					
KERSTI-VAARA	38° 14′ 43″,972	5,1498571.8	KERSTI-VAARA	2° 11′ 24″,246	5,1390824.8
TORNEA . . . . . +	6 52 20,689	4,4359590.4	TORNEA . . . . . —	0 22 47,919	4,3783612.1
PAJTAS-VAARA	134 53 21,511	5,2085074.0	OUNAS-TUNTURI . . .	177 25 49,251	5,2085075.1
Somme	180 0 26,172		Somme	180 0 1,416	
R^* XI. 19	349 50 6,398		R^* XI. 18	357 5 15,004	
R =	356 42 27,087		$\mathfrak{R}$ =	356 42 27,085	
$\lg r^*$ = 5,2085074.6					
R^* = 356° 42′ 27″,086.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

XI. 21. STUOR-OIVI. Tr. No. 244, T. II, p. 146.

STUOR-OIVI.....	0° 7′ 49″,122	5,1498571.8	STUOR-OIVI.....	73° 34′ 45″,495	5,2085074.6
TORNEA..... —	0 1 22,969	4,3973592.4	TORNEA..... —	6 53 43,653	4,3058116.2
PAJTAS-VAARA....	179 50 47,999	5,2205625.8	KERSTI-VAARA....	99 32 1,752	5,2205626.4
Somme	180 0 0,090		Somme	180 0 30,900	
R^* XI. 19	349 50 6,398		R^* XI. 20	356 42 27,086	
R =	349 48 43,429		$\mathfrak{R}$ =	349 48 43,433	

$\lg r^* = 5{,}2205626.1 = r^{VI}$, § 117.

$R^* = 349° 48′ 43″{,}431 = \mathfrak{R}^{III}$, § 117.

T. II, p. 164.			T. II, p. 164.		
Az. XII. 4.	168° 22′ 59″,390		Az. XII. 3.	94° 56′ 3″,020	
Q =	168 30 48,512		$\mathfrak{Q}$ =	168 30 48,515	

$Q^* = 168° 30′ 48″{,}514 = \mathfrak{B}^{VI}$, § 117.

§ 116. Triangles polaires et coordonnées polaires,

DEPUIS

STUOR-OIVI JUSQU'A FUGLENAES.

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
XII. 1. STUOR-OIVI = *E*. Point initial.					
XII. 2. ATJIK. T. II, p. 164. $\lg r = 4{,}1686899.0$ $R = 359^\circ\ 46'\ 7''{,}080.$					
XII. 3. BÄLJATZ-VAARA. T. II, p. 164. $\lg r = 4{,}3604929.8$ $R = 29^\circ\ 59'\ 34''{,}040.$					
XII. 4. SPJELLEGA. Tr. No. 247, T. II, p. 147.					
SPJELLEGA	14° 54′ 52″,106	4,1686899.0	SPJELLEGA	18° 21′ 35″,289	4,3604929.8
STUOR-OIVI .. +	21 3 19,454	4,3135434.5	STUOR-OIVI... —	9 10 7,490	4,0645350.6
ATJIK	144 1 50,150	4,5270258.1	BÄLJATZ-VAARA...	152 28 18,400	4,5270258.7
Somme	100 0 1,710		Somme	180 0 1,179	
R XII. 2	359 46 7,080		*R* XII. 3	29 59 34,040	
R =	20 49 26,534		ℜ =	20 49 26,550	
$\lg r^* = 4{,}5270258.4$ $R^* = 20^\circ\ 49'\ 26''{,}542.$					
XII. 5. ZHJARA-VAARA. Tr. No. 248, T. II, p. 147.					
ZHJARA-VAARA ...	2° 45′ 46″,787	4,1686899.0	ZHJARA-VAARA....	57° 8′ 33″,726	4,5270258.4
STUOR-OIVI... +	4 27 33,426	4,3763071.3	STUOR-OIVI... —	16 35 46,041	4,0585211.4
ATJIK.....	172 46 40,210	4,5850032.3	SPJELLEGA	106 15 43,776	4,5850031.6
Somme	180 0 0,423		Somme	180 0 3,543	
R XII. 2	359 46 7,080		*R** XII. 4	20 49 26,542	
R =	4 13 40,506		ℜ =	4 13 40,501	
$\lg r^* = 4{,}5850032.0$ $R^* = 4^\circ\ 13'\ 40''{,}504.$					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
XII. 6. AVJO-VAARA. Tr. No. 249, T. II, p. 147.					
AVJO-VAARA	50° 18′ 59″,094	4,5850032.0	AVJO-VAARA	15° 51′ 18″,620	4,5270258.4
STUOR-OIVI . . . +	23 41 47,996	4,3028527.9	STUOR-OIVI . . . +	7 6 1,950	4,1825852.0
ZHJARA-VAARA	105 59 20,026	4,6816193.4	SPJELLEGA	157 2 41,344	4,6816193.3
Somme	180 0 7,116		Somme	180 0 1,914	
R^* XII. 5	4 13 40,504		R^* XII. 4	20 49 26,542	
R =	27 55 28,500		$\mathfrak{R}$ =	27 55 28,492	
$\lg r^*$ = 4,6816193.4					
R^* = 27° 55′ 28″,496.					
XII. 7. LOHDIZHJOKKI. Tr. No. 250, T. II, p. 147.					
LOHDIZHJOKKI	21° 29′ 53″,556	4,5850032.0	LOHDIZHJOKKI	38° 17′ 9″,746	4,6816193.4
STUOR-OIVI . . . +	12 36 35,665	4,3600334.0	STUOR-OIVI . . . —	11 5 12,321	4,1734707.4
ZHJARA-VAARA	145 53 35,516	4,7697349.9	AVJO-VAARA	130 37 43,144	4,7697349.6
Somme	180 0 4,737		Somme	180 0 5,211	
R^* XII. 5	4 13 40,504		R^* XII. 6	27 55 28,496	
R =	16 50 16,169		$\mathfrak{R}$ =	16 50 16,175	
$\lg r^*$ = 4,7697349.8					
R^* = 16° 50′ 16″,172.					
XII. 8. NUPPI-VAARA. Tr. No. 251, T. II, p. 147.					
NUPPI-VAARA	2° 30′ 6″,616	4,5850032.0	NUPPI-VAARA.	86° 26′ 18″,974	4,7697349.8
STUOR-OIVI . . . —	1 16 23,664	4,2917492.4	STUOR-OIVI . . . —	13 52 59,341	4,1506598.1
ZHJARA-VAARA	176 13 30,194	4,7634912.7	LOHDIZHJOKKI	79 40 49,536	4,7634912.1
Somme	180 0 0,474		Somme	180 0 7,851	
R^* XII. 5	4 13 40,504		R^* XII. 7	16 50 16,172	
R =	2 57 16,840		$\mathfrak{R}$ =	2 57 16,831	
$\lg r^*$ = 4,7634912.4					
R^* = 2° 57′ 16″,836.					

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

XII. 9. Haldi. Tr. No. 252, T. II, p. 147.

HALDI	0°	45′	57″,286	4,7634912.4	HALDI	43°	44′	56″,291	4,7697349.8
STUOR-OIVI . . . —	0	11	6,407	4,1467396.4	STUOR-OIVI . . . —	14	4	5,736	4,3156674.9
NUPPI-VAARA	179	2	56,436	4,8574931.2	LOHDIZHJOKKI	122	11	7,846	4,8574929.8
Somme	180	0	0,129		Somme	180	0	9,873	
R^* XII. 8	2	57	16,836		R^* XII. 7	16	50	16,172	
R =	2	46	10,429		$\mathfrak{R}$ =	2	46	10,436	

$\lg r^* = 4{,}8574930.5$

$R^* = 2° 46′ 10″{,}432.$

XII. 10. Balkis-oivi. Tr. No. 253, T. II, p. 148.

BALKIS-OIVI.	31°	53′	27″,472	4,8574930.5	BALKIS-OIVI.	15°	17′	44″,896	4,7697349.8
STUOR-OIVI . . . +	6	52	5,921	4,2122623.5	STUOR-OIVI . . . —	7	11	59,821	4,4465014.0
HALDI	141	14	33,651	4,9312132.3	LOHDIZHJOKKI	157	30	21,316	4,9312131.9
Somme	180	0	7,044		Somme	180	0	6,033	
R^* XII. 9	2	46	10,432		R^* XII. 7	16	50	16,172	
R =	9	38	16,353		$\mathfrak{R}$ =	9	38	16,351	

$\lg r^* = 4{,}9312132.1$

$R^* = 9° 38′ 16″{,}352.$

XII. 11. Kaaven. Tr. No. 254, T. II, p. 148.

KAAVEN	9°	54′	5″,794	4,8574930.5	KAAVEN	92°	0′	43″,028	4,9312132.1
STUOR-OIVI . . . —	1	39	43,447	4,0845053.1	STUOR-OIVI . . . —	8	31	49,368	4,1026732.4
HALDI	168	26	12,439	4,9240899.4	BALKIS-OIVI.	79	27	37,792	4,9240900.0
Somme	180	0	1,680		Somme	180	0	10,188	
R^* XII. 9	2	46	10,432		R^* XII. 10	9	38	16,352	
R =	1	6	26,985		$\mathfrak{R}$ =	1	6	26,984	

$\lg r^* = 4{,}9240899.7$

$R^* = 1° 6′ 26″{,}984.$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.

XII. 12. Jemmeluft-oivi. Tr. No. 255, T. II, p. 148.

JEMMELUFT-OIVI ..	42° 7′ 48″,021	4,9240899.7	JEMMELUFT-OIVI ..	0° 48′ 16″,424	4,9312132.1
STUOR-OIVI... +	8 38 23,169	4,2741744.7	STUOR-OIVI... +	0 6 33,798	4,0645910.1
KAAVEN	129 14 0,528	4,9865664.5	BALKIS-OIVI	179 5 9,928	4,9865664.2
Somme	180 0 11,718		Somme	180 0 0,150	
R^* XII. 11	1 6 26,984		R^* XII. 10	9 38 16,352	
R =	9 44 50,153		$\mathfrak{R}$ =	9 44 50,150	

$$\lg r^* = 4{,}9865664.4$$

$$R^* = 9^\circ\ 44'\ 50''{,}152.$$

XII. 13. Jedki. Tr. No. 256, T. II, p. 148.

JEDKI	12° 48′ 51″,127	4,9240899.7	JEDKI	64° 40′ 11″,469	4,9865664.4
STUOR-OIVI... +	2 41 21,324	4,2494525.2	STUOR-OIVI... —	5 57 1,847	4,0460547.7
KAAVEN	164 29 51,368	5,0051334.2	JEMMELUFT-OIVI ..	109 22 56,431	5,0051334.0
Somme	180 0 3,819		Somme	180 0 9,747	
R^* XII. 11	1 6 26,984		R^* XII. 12	9 44 50,152	
R =	3 47 48,308		$\mathfrak{R}$ =	3 47 48,305	

$$\lg r^* = 5{,}0051334.1$$

$$R^* = 3^\circ\ 47'\ 48''{,}306.$$

XII. 14. Tyven. Tr. No. 257, T. II, p. 148.

TYVEN	36° 19′ 28″,654	5,0051334.1	TYVEN	3° 23′ 35″,439	4,9865664.4
STUOR-OIVI... +	5 21 59,219	4,2034101.3	STUOR-OIVI... —	0 35 2,627	4,2226044.4
JEDKI	138 18 42,429	5,0554377.7	JEMMELUFT-OIVI ..	176 1 23,011	5,0554378.1
Somme	180 0 10,302		Somme	180 0 1,077	
R^* XII. 13	3 47 48,306		R^* XII. 12	9 44 50,152	
R =	9 9 47,525		$\mathfrak{R}$ =	9 9 47,525	

$$\lg r^* = 5{,}0554377.9$$

$$R^* = 9^\circ\ 9'\ 47''{,}525.$$

Stations.	Angles.	Log. des distances.	Stations.	Angles.	Log. des distances.
XII. 15. FUGLENAES. Tr. No. 258, T. II, p. 148.					
FUGLENAES	30° 57′ 18″,221	5,0051334.1	FUGLENAES	30° 30′ 4″,587	5,0554377.9
STUOR-OIVI . . . +	4 53 32,988	4,2246745.5	STUOR-OIVI . . . —	0 28 26,227	3,2674725.7
JEDKI	144 9 18,319	5,0614779.6	TYVEN	149 1 30,224	5,0614780.6
Somme	180 0 9,528		Somme	180 0 1,038	
R^* XII. 13	3 47 48,306		R^* XII. 14	9 9 47,525	
R =	8 41 21,294		$\mathfrak{R}$ =	8 41 21,298	
$\lg r^*$ = 5,0614780.1 = r^{XII}, § 117.					
R^* = 8° 41′ 21″,296 = $\mathfrak{A}^{XII}$, § 117.					
T. II, p. 164. Az. XIII. 2.	220° 30′ 20″,520		T. II, p. 164. Az. XIII. 1.	159° 2′ 57″,730	
Q =	189 33 2,299		$\mathfrak{Q}$ =	189 33 2,317	
Q^* = 189° 33′ 2″,308 = $\mathfrak{B}^{XII}$, § 117.					

CHAPITRE XVIII.

LONGUEURS DES DIFFÉRENTS ARCS PARTIELS. AZIMUTS DÉTERMINÉS AUX DEUX POINTS EXTRÊMES DE CHAQUE ARC. COMPARAISON ET COMPENSATION DES DEUX AZIMUTS.

---

§ 117. Longueurs des lignes géodésiques entre les couples de points extrêmes des 4 arcs partiels. Azimuts de ces lignes géodésiques déterminés aux points extrêmes des arcs.

Chacun des § 113 à § 116 contient, dans son dernier triangle polaire, le logarithme de la ligne géodésique r qui joint les deux points extrêmes de cet arc partiel, et les deux azimuts que fait la ligne, d'après les observations azimutales exécutées sur ces points extrêmes. Le tableau qui suit, semblable à celui de T. I, p. **307** pour l'arc méridional, est partagé en 5 colonnes verticales.

La première colonne contient le renvoi.

» seconde » contient les noms des couples de points extrêmes.

» troisième » donne les latitudes des points extrêmes, qui se trouvent déjà T. II, p. **149**.

» quatrième » donne les logarithmes des distances r et les distances elles-mêmes entre les points extrêmes. A côté des $\log r$ et des r se trouvent les erreurs probables de ces chiffres ou les $\delta \lg r$ et δr, déterminés par M. Lindhagen de la totalité des compensations. Voyez T. I, p. **306**.

» cinquième » contient les azimuts de la ligne géodésique, $\mathfrak{A}$ à l'extrémité méridionale, $\mathfrak{B}$ à l'extrémite septentrionale de l'arc, avec les $\delta\mathfrak{A}$ et $\delta\mathfrak{B}$, provenus de l'incertitude dans l'observation des azimuts.

Longueurs géodésiques des arcs partiels

et

azimuts déterminés aux points extrêmes de ces arcs.

Renvoi.	Points extrêmes.	Latitudes.	Distances.	Azimuts.
IX. Triangle polaire IX. 38, T. II, p. 177.	MÄKI-PÄÄLYS.... KILPI-MÄKI.....	$\varphi^{IX} = 60°\ 4'\ 29''{,}4$ $\varphi^{X} = 62\ 38\ 5{,}0$	$\lg r^{IX} = 5{,}1657315.6 \mp 31.7$ $r^{IX} = 146464{,}23 \mp 1{,}07$ toises	$\mathfrak{A}^{IX} = 357°\,55'\,11''{,}06 \mp 1''{,}15$ $\mathfrak{B}^{IX} = 177\ 44\ 29{,}48 \mp 0{,}44$
X. Triangle polaire X. 35, T. II, p. 188.	KILPI-MÄKI..... TORNEA.....	$\varphi^{X} = 62\ 38\ 5{,}0$ $\varphi^{XI} = 65\ 49\ 44{,}7$	$\lg r^{X} = 5{,}2877241.2 \mp 29.7$ $r^{X} = 193965{,}33 \mp 1{,}33$ toises	$\mathfrak{A}^{X} = 341\ 35\ 44{,}21 \mp 0{,}71$ $\mathfrak{B}^{X} = 159\ 14\ 44{,}50 \mp 0{,}77$
XI. Triangle polaire XI. 21, T. II, p. 195.	TORNEA..... STUOR-OIVI.....	$\varphi^{XI} = 65\ 49\ 44{,}7$ $\varphi^{XII} = 68\ 40\ 58{,}4$	$\lg r^{XI} = 5{,}2205626.1 \mp 42.8$ $r^{XI} = 166173{,}82 \mp 1{,}64$ toises	$\mathfrak{A}^{XI} = 349\ 48\ 43{,}43 \mp 0{,}60$ $\mathfrak{B}^{XI} = 168\ 30\ 48{,}51 \mp 0{,}68$
XII. Triangle polaire XII. 15, T. II, p. 200.	STUOR-OIVI..... FUGLENAES.....	$\varphi^{XII} = 68\ 40\ 58{,}4$ $\varphi^{XIII} = 70\ 40\ 11{,}3$	$\lg r^{XII} = 5{,}0614780.1 \mp 66.8$ $r^{XII} = 115206{,}77 \mp 1{,}77$ toises	$\mathfrak{A}^{XII} = 8\ 41\ 21{,}30 \mp 1{,}37$ $\mathfrak{B}^{XII} = 189\ 33\ 2{,}31 \mp 0{,}54$

§ 118. Comparaison des azimuts déterminés aux deux points extrêmes de chaque arc partiel.

Sur la méthode de comparaison voyez § 64, T. I, p. **308**. Dans le paragraphe cité j'ai donné les détails du calcul de comparaison pour les 8 arcs partiels méridionaux. Voici le calcul analogue, pour nos 4 arcs septentrionaux, calcul qui part des données du tableau § 117, mais qui suit entièrement la marche du § 64.

Arcs :	IX.	X.	XI.	XII.
$\lg\cos\varphi - \lg\cos\varphi' =$	0,0355477.6	0,0502267.9	0,0516718.7	0,0406962.4
$\eta - \eta' =$	— 555.7	— 645.3	— 525.4	— 334.2
$\mu =$	0,0354921.9	0,0501622.6	0,0516193.3	0,0406628.2
$\lg\sin\mathfrak{A}^* =$	8,5598998.2	9,4993043.8	9,2476726.3	9,1791936.4
$\lg\sin\mathfrak{B}' =$	8,5953920.1	9,5494666.4	9,2992919.6	9,2198564.6
$\lg\sin\mathfrak{B}^* =$	8,5955807.2	9,5494463.0	9,2991530.0	9,2198968.8
$f =$	+ 0,0001887.1	— 0,0000203.4	— 0,0001389.6	+ 0,0000404.2
$\beta =$	533.9	55.56	103.62	125.15
$\alpha =$	579.6	63.28	117.18	137.77
$\mathfrak{B}^* - \mathfrak{B}' =$	— 3″,53	+ 3″,66	+ 13″,41	+ 3″,23
$\mathfrak{A}' - \mathfrak{A}^* =$	— 3″,26	+ 3,21	+ 11″,86	+ 2″,93
Moyenne $d\mathfrak{G} =$	— 3,40	+ 3,44	+ 12,64	+ 3,08.

Ces $d\mathfrak{G}$ sont les différences entre les azimuts observés et calculés, pour les extrémités de chaque arc partiel. La valeur moyenne des différents $d\mathfrak{G}$, sans considérer le signe, est ici 5″,64. Pour l'arc méridional elle était de 6″,19.

Nous avons à présent à chercher le montant de l'erreur probable $\mathfrak{d}\mathfrak{G}$, en le déduisant, comme dans le § 64, des inexactitudes auxquelles sont sujets les éléments qui conduisent à la détermination de $d\mathfrak{G} = \frac{1}{2}\left((\mathfrak{B}^* - \mathfrak{B}') + (\mathfrak{A}' - \mathfrak{A}^*)\right)$. Le tableau du § 117 nous fournit en premier lieu, voir T. I, p. **312** :

Arcs :	IX.	X.	XI.	XII.
$\mathfrak{d}'G =$	∓ 1″,15	0″,71	0″,60	1″,37
$\mathfrak{d}'H =$	∓ 0,44	0,77	0,68	0,54.

*

Puis nous avons, selon T. I, p. **314**, relativement à la déviation accidentelle du fil à plomb, pour

	$\mathfrak{d}''A =$
MÄKI-PÄÄLYS..	$\mp$ 2″,76
KILPI-MÄKI ...	$\mp$ 3,07
TORNEA	$\mp$ 3,54
STUOR-OIVI ...	$\mp$ 4,08
FUGLENAES....	$\mp$ 4,53.

La combinaison des $\mathfrak{d}'G$ et $\mathfrak{d}'H$ avec les $\mathfrak{d}''A$ nous donne, voir T. II, p. **315**:

IX.	$\mathfrak{d}G^{IX} = \mp 1'',15 \mp 2'',76 = \mp 2'',99$	$\mathfrak{d}H^{IX} = \mp 0'',44 \mp 3'',07 = \mp 3'',11$
X.	$\mathfrak{d}G^{X} = \mp 0,71 \mp 3,07 = \mp 3,17$	$\mathfrak{d}H^{X} = \mp 0,77 \mp 3,54 = \mp 3,62$
XI.	$\mathfrak{d}G^{XI} = \mp 0,60 \mp 3,54 = \mp 3,59$	$\mathfrak{d}H^{XI} = \mp 0,68 \mp 4,08 = \mp 4,14$
XII.	$\mathfrak{d}G^{XII} = \mp 1,37 \mp 4,08 = \mp 4,30$	$\mathfrak{d}H^{XII} = \mp 0,54 \mp 4,53 = \mp 4,56.$

L'arc IX a 36 triangles, dans 31 desquels les angles sont sujets à l'erreur probable $\mp$ 0″,589 et dans 5 à l'erreur probable $\mp$ 0″,532; donc, selon T. I, p. **316**, $\mathfrak{d}(g + h) = \sqrt{(31.0'',589^2 + 5.0'',532^2)} = \mp 3'',49$ et $\mathfrak{d}g = \mathfrak{d}h = \mp 2'',47$. Par la même voie se trouvent les $\mathfrak{d}(g + h)$ des autres arcs et nous avons :

Arc.	$\mathfrak{d}(g + h)$	$\mathfrak{d}g = \mathfrak{d}h$
IX.	$\mp$ 3″,49	$\mp$ 2″,47
X.	$\mp$ 3,38	$\mp$ 2,39
XI.	$\mp$ 3,67	$\mp$ 2,60
XII.	$\mp$ 4,82	$\mp$ 3,41.

Notre $(\mathfrak{d}\mathfrak{G})^2$ est composé, formule (10), T. I, p. **312**, de trois termes, ou $(\mathfrak{d}\mathfrak{G})^2 = \mathfrak{L}^2 + \mathfrak{M}^2 + \mathfrak{N}^2$. Pour le calcul de ces termes nous avons encore besoin des trois coefficients que contient cette formule, et de la quantité $\mathfrak{d}\mu$ dont l'expression se trouve T. I, p. **317**. Voici les valeurs numériques de ces quantités :

Arc.	$\frac{\alpha+\beta}{2\beta}$	$\frac{\alpha+\beta}{2\alpha}$	$\lg\frac{\alpha+\beta}{2\alpha\beta}$	$\frac{\mathfrak{d}\mu}{-7}$
IX.	1,043	0,961	7,2552	$\mp$ 91.28
X.	1,069	0,939	8,2278	$\mp$ 103.57
XI.	1,065	0,942	7,9587	$\mp$ 119.25
XII.	1,050	0,954	7,8823	$\mp$ 134.55.

Avec ces données et les valeurs des δG, δg, δH et δh nous trouvons :

Arc :	IX.	X.	XI.	XII.
$\mathfrak{L}^2 =$	16,35	18,00	22,28	33,18
$\mathfrak{M}^2 =$	14,57	16,58	21,20	29,49
$\mathfrak{N}^2 =$	0,03	3,06	1,18	1,05
$\delta\mathfrak{G}^2 =$	30,95	37,64	44,66	63,72
$\delta\mathfrak{G} =$	$\mp$ 5″,56	$\mp$ 6″,14	$\mp$ 6″,68	$\mp$ 7″,98.

Les différences effectives pour ces arcs sont, T. II, p. **203** :

$$d\mathfrak{G} = -3''{,}40 \quad +3''{,}44 \quad +12''{,}64 \quad +3''{,}08.$$

La comparaison de ces derniers chiffres indique que les différences effectives ont été trois fois plus petites, une fois plus grande que les différences probables. En exprimant encore $\frac{\delta\mathfrak{G}}{0{,}67449}$ par W, comme T. I, p. **318**, et en désignant $d\mathfrak{G}$ par U, nous avons les U^2 et W^2 que voici.

Arc.	Carré effectif U^2.	Carré attendu W^2.
IX.	11,56	68,03
X.	11,83	82,74
XI.	159,67	98,17
XII.	9,49	140,07
Somme	192,55	389,01 ;

et, par les sommes, la moyenne :

$$\frac{U^2}{W^2} = 0{,}495 \qquad \frac{U}{W} = 0{,}704.$$

C'est donc, encore une fois, un meilleur accord entre les azimuts observés, qu'il ne fallait l'attendre par les différentes sources d'erreur considérées. Voyez T. I, p. **319**.

§ 119. Compensation des azimuts déterminés aux points extrêmes des arcs partiels.

Les formules à l'aide desquelles les valeurs des quantités x = correction de $\mathfrak{A}^N$ et y = correction de $\mathfrak{B}^N$ se calculent, ont été données T. I, p. **320**. Pour les quatre arc septentrionaux ces formules conduisent aux chiffres suivants :

Arc :	IX.	X.	XI.	XII.
$x =$	$-$ 1″,723	$+$ 1″,673	$+$ 6″,079	$+$ 1″,554
$y =$	$+$ 1,664	$-$ 1,754	$-$ 6,536	$-$ 1,519.

Ces corrections, ajoutées aux azimuts $\mathfrak{A}^N$ et $\mathfrak{B}^N$, T. II, p. **202**, fournissent les azimuts compensés et définitifs des arcs, ou les $\mathfrak{A}^N + x = \underset{c}{\mathfrak{A}^N}$ et les $\mathfrak{B}^N + y = \underset{c}{\mathfrak{B}^N}$ du tableau suivant. Le tableau analogue, pour l'arc méridional, se trouve T. I, p. **321**.

Tableau des azimuts compensés et des distances définitives pour les 4 arcs partiels.

IX.	Mäki-päälys.....	$\underset{c}{\mathfrak{A}^{IX}} = 357°\ 55'\ 9″,337$	$\lg r^{IX} = 5,1657315.6$
	Kilpi-mäki.....	$\underset{c}{\mathfrak{B}^{IX}} = 177\ 44\ 31,144$	
X.	Kilpi-mäki.....	$\underset{c}{\mathfrak{A}^{X}} = 341\ 35\ 45,883$	$\lg r^{X} = 5,2877241.2$
	Tornea.....	$\underset{c}{\mathfrak{B}^{X}} = 159\ 14\ 42,746$	
XI.	Tornea.....	$\underset{c}{\mathfrak{A}^{XI}} = 349\ 48\ 49,509$	$\lg r^{XI} = 5,2205626.1$
	Stuor-oivi.....	$\underset{c}{\mathfrak{B}^{XI}} = 168\ 30\ 41,974$	
XII.	Stuor-oivi.....	$\underset{c}{\mathfrak{A}^{XII}} = 8\ 41\ 22,854$	$\lg r^{XII} = 5,0614780.1$
	Fuglenaes.....	$\underset{c}{\mathfrak{B}^{XII}} = 189\ 33\ 0,791$	

Voici enfin la comparaison entre les $\lg \sin \underset{c}{\mathfrak{B}^N} - \lg \sin \underset{c}{\mathfrak{A}^N}$ et les μ., T. II, p. **203**, comparaison qui contrôle le calcul des corrections x et y, comme elle l'a fait T. I, p. **321**.

Arc :	IX.	X.	XI.	XII.
$\lg \sin \underset{c}{\mathfrak{B}^N} - \lg \sin \underset{c}{\mathfrak{A}^N}$	354922.6	501621.8	516192.8	406628.9
μ.	354921.9	501622.6	516193.3	406628.2
différence	0.7	0.8	0.5	0.7
correspondante à	0″,001	0″,013	0″,004	0″,005.

CHAPITRE XIX.

DISTANCES DES PARALLÈLES POUR LES QUATRE ARCS PARTIELS.

---

§ 120. Calcul des distances des parallèles.

Ce calcul ayant été fait exactement d'après la méthode donnée à l'occasion des arcs partiels méridionaux, T. I, p. **323** à **327**, le tableau suivant est entièrement conforme à celui du § 67, T. I, p. **328** et **329**.

	Arc IX.	Arc X.	Arc XI.	Arc XII.
	Données de départ.			
φ =	60° 4′ 29″,4	62° 38′ 5″,0	65° 49′ 44″,7	68° 40′ 58″,4
χ =	62 38 5,0	65 49 44,7	68 40 58,4	70 40 11,3
$\mathfrak{A}$ =	2 4 50,663	18 24 14,117	10 11 10,491	8 41 22,854
$\mathfrak{B}$ =	2 15 28,856	20 45 17,254	11 29 18,026	9 33 0,791
$\lg r$ =	5,1657315.6	5,2877241.2	5,2205626.1	5,0614780.1
e =	7″,467	108″,062	46″,059	18″,990
e' =	8,103	119,565	51,655	20,806
	Chiffres fournis par le calcul,			
	1) DES TRIANGLES *ABC.*			
$\mathfrak{A} - \frac{2}{3}e$ =	2° 4′ 45″,685	18° 23′ 2″,076	10° 10′ 39″,785	8° 41′ 10″,194
f =	0 10 45,660	2 22 51,199	1 18 53,594	0 51 56,927
v =	62 33 18,5	65 45 22,5	68 37 0,7	70 36 32,0
$\lg Q$ =	9,6327845	1,7782865	1,1595208	0,7153092
$v + w$ =	125° 6′ 37″,5	131° 32′ 5″,2	137° 14′ 22″,7	141° 13′ 12″,3
$\chi + \psi$ =	125 16 10,5	131 40 49,6	137 22 18,1	141 20 30,9
$\lg \sigma$ =	1,2010224	1,2012203	1,2013803	1,2014824
$\psi - \chi$ =	0″,5238	79″,9988	21″,2133	8″,2671
$\mathfrak{M}$ =	146367,7834	184066,2420	163558,9786	113885,3952
$-$ m =	— 8,3211	— 1271,4626	— 337,2786	— 131,4729
D^a =	146359,4623 toises.	182794,7794 toises.	163221,7000 toises.	113753,9223 toises.
	2) DES TRIANGLES *BAF.*			
$\mathfrak{B} - \frac{2}{3}e'$ =	2° 15′ 23″,454	20° 43′ 57″,544	11° 28′ 43″,589	9° 32′ 46″,920
f' =	0 10 30,090	2 19 3,572	1 17 15,880	0 51 17,131
u =	59 59 26,1	62 33 18,5	65 45 22,5	68 37 0,7
$\lg Q'$ =	9,6825661	1,8552455	1,2446447	0,7854748
$u + x$ =	119° 58′ 52″,7	125° 8′ 4″,6	131° 31′ 8″,5	137° 14′ 10″,4
$\varphi + \omega$ =	120 8 59,4	125 17 37,6	131 39 52,9	137 22 5,8
$\lg \sigma'$ =	1,2008525	1,2010231	1,2012198	1,2013802
$\omega - \varphi$ =	0″,5549	87″,4472	23″,4065	8″,9647
$\mathfrak{M}'$ =	146350,6521	181404,6167	162850,0964	113611,3562
$+$ m′ =	+ 8,8118	+ 1389,2128	+ 372,0112	+ 142,5328
D^b =	146359,4639 toises.	182793,8295 toises.	163222,1076 toises.	113753,8890 toises.

Le calcul de contrôle, fait sur la formule de Bessel, voyez T. I, p. **330**, a donné les différences suivantes :

	Arc :	IX.	X.	XI.	XII.
$S - B$	=	0″,000	— 0″,040	+ 0″,012	— 0″,001 toise.

Ces $S - B$ peuvent encore être regardés comme évanouissants.

§ 121. Résultats que donne le calcul des distances des parallèles.

L'erreur probable de la distance des parallèles $D = \frac{1}{2}(D^a + D^b)$ se détermine par l'expression $\mathfrak{d}D = \sqrt{(k^2 + l^2 + m^2)}$, T. I, p. **332**. Les différents k, pour les 4 arcs partiels septentrionaux, ont été calculés en commun avec les k des 8 arcs méridionaux, T, I, p. **332**. Les quatre $\mathfrak{d}r$, qui conduisent aux l, se trouvent T. II, p. **202**, enfin les $\mathfrak{d}(\mathfrak{A} + \mathfrak{B})$ qui déterminent les m, sont identiques avec les $\mathfrak{d}\mathfrak{C}$ du tableau T. II, p. **205**. En introduisant ces valeurs dans les formules T. I, p. **332**, nous avons, pour les 4 arcs septentrionaux :

	Arc :	IX.	X.	XI.	XII.
k	=	∓ 0,003	0,547	0,113	0,027 toise
l	=	∓ 1,070	1,251	1,608	1,750 »
m	=	∓ 0,075	0,967	0,506	0,353 »
$\mathfrak{d}D$	=	∓ 1,072	1,673	1,689	1,785 » .

Sur la réduction de Mäki-pääLys au point astronomique Hogland, point Z, qui est de 645,896 toises, voyez T. I, p. **333**.

Distances définitives entre les parallèles des 5 points astronomiques de l'arc compris entre l'île de Hogland et Fuglenaes.

Noms des points astronomiques.	Distances des parallèles D.	Erreurs probables $\mathfrak{d}D$.	Sommes $\mathfrak{D}$.	Erreurs probables $\mathfrak{d}\mathfrak{D}$.
	toises.		toises.	
HOGLAND, point Z			**0,000**	
KILPI-MÄKI	**145713,567**	∓ **1,072**	**145713,567**	∓ **1,072**
TORNEA	**182794,304**	∓ **1,673**	**328507,871**	∓ **2,335**
STUOR-OIVI	**163221,904**	∓ **1,689**	**491729,775**	∓ **3,401**
FUGLENAES	**113753,906**	∓ **1,785**	**605483,681**	∓ **4,434**

§ 122. Résumé des deux arcs.

Je réunis dans ce paragraphe les résultats, obtenus T. I, p. 334 et T. II, p. 209, en un tableau général, pour l'étendue totale de notre arc du méridien.

Distances définitives entre les parallèles des 13 points astronomiques de l'arc total compris entre le Danube et la Mer Glaciale.

Noms des points astronomiques.	Distances des parallèles D.	Erreurs probables δD.	Sommes $\mathfrak{D}$.	Erreurs probables $\delta\mathfrak{D}$.
	toises.		toises.	
1. STARO-NEKRASSOWKA			0,000	
2. WODOLUI	96415,136	∓ 0,651	96415,136	∓ 0,651
3. SSUPRUNKOWZI	98557,988	∓ 1,251	194973,124	∓ 1,646
4. KREMENETZ	76751,386	∓ 0,710	271724,510	∓ 2,039
5. BELIN	111219,011	∓ 1,008	382943,521	∓ 2,611
6. NEMESCH	148809,521	∓ 1,426	531753,042	∓ 3,453
7. JACOBSTADT	105730,879	∓ 0,926	637483,921	∓ 3,893
8. DORPAT	107280,563	∓ 0,675	744764,484	∓ 4,177
9. HOGLAND, point Z	97538,618	∓ 0,503	842303,102	∓ 4,372
10. KILPI-MÄKI	145713,567	∓ 1,072	988016,669	∓ 4,502
11. TORNEA	182794,304	∓ 1,673	1170810,973	∓ 4,957
12. STUOR-OIVI	163221,904	∓ 1,689	1334032,877	∓ 5,539
13. FUGLENAES	113753,906	∓ 1,785	1447786,783	∓ 6,226

La détermination des latitudes définitives de ces 13 points astronomiques formera l'objet de la troisième section de notre ouvrage.

PIÈCES JUSTIFICATIVES

RELATIVES

A L'ARC SEPTENTRIONAL.

I. ANGLES HORIZONTAUX ET VERTICAUX OBSERVÉS EN FINLANDE.

II. JOURNAL DES OPÉRATIONS GÉODÉSIQUES, EXÉCUTÉES AU FINMARKEN
ET SUR LES ÎLES DE LA MER GLACIALE
PAR ORDRE DU GOUVERNEMENT NORVÉGIEN.

I. ANGLES HORIZONTAUX ET VERTICAUX

OBSERVÉS

EN FINLANDE.

AVANT-PROPOS.

Les détails des opérations de Finlande n'ayant pas été publiés jusqu'à présent, je donnerai le tableau complet des valeurs isolées de tous les angles, soit horizontaux, soit verticaux, observés, dans les différentes mises, sur les 84 stations trigonométriques principales de ce pays.

I. DESCRIPTION DES STATIONS TRIGONOMÉTRIQUES.

La spécification suivante contient 90 numéros, mais seulement 84 stations différentes, vu que 6 des stations s'y trouvent à deux reprises. Aux 83 stations citées, T. II, p. 14, est survenue la station astronomique *A* (89), qui n'avait pas été comptée séparément.

A côté du nom de chaque station est placée la hauteur h du terrain, au-dessus du niveau de la Baltique, en nombre rond de toises. Les centres de presque tous les signaux ont été marqués sur le terrain, où par une pierre enfouie dans le terrain, dans laquelle un trou a été foré, où par un trou percé directement dans le roc. D'ordinaire une plaque de cuivre a été scellée avec du plomb dans le trou, et le juste point est indiqué par l'intersection de plusieurs lignes. Quelquefois des boulons de fer, pointés en haut, ont été forcés dans le trou. Il n'y a que 5 stations, savoir 30, 32, 33, 37 et 56, dont les centres n'aient pas été marqués. Un usage assez fréquent a été fait de ces marques, soit pour reconstruire un signal délabré, soit pour vérifier l'invariabilité d'un signal, après un plus grand laps de temps.

1. Terme septentrional de la base d'Elimä. $h = 12$ toises.

Ce point est situé près de la chaussée sur un champ de blé, à petite distance de la campagne de Junttila, dans le village de Rattula, appartenant à la paroisse d'Elimä. Le terme est soigneusement marqué sur une grande pierre enfouie dans le terrain.

2. Terme méridional de la base d'Elimä. $h = 10$ toises.

Ce point est situé à une distance de $\frac{1}{3}$ verste de la chaussée, dans une direction SE, à partir du village de Rattula. Il est marqué sur le terrain comme le terme septentrional.

3. Linnan-kallio. $h = 36$ toises.

C'est une montagne boisée à $1\frac{1}{2}$ verste de distance de Rattula. Le point est marqué sur le roc.

4. Brefberg. $h = 35$ toises.

Montagne boisée de la paroisse de Pyttis, distante de 3 verstes du village Svenskby. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

5. Lähdet-kallio. $h = 32$ toises.

Montagne sur la frontière des deux paroisses Elimä et Lappträsk, éloignée de 7 verstes du village de Rattula. Le point a été marqué sur le roc.

6. Mustila. $h = 48$ toises.

Le rocher Rappu-kallio où se trouve le signal, est sur le terrain de la campagne de Mustila, dans la paroisse d'Elimä, tout près de la chaussée et à mi-chemin entre l'église d'Elimä et le village de Kimoböle. Le point est marqué sur une brique enfouie dans le terrain.

7. Korsmalm. $h = 35$ toises.

Le signal est placé sur un rocher plat et stérile, nommé Storhäst-berget, situé près de la chaussée. Le nom de Korsmalm appartient au relai de poste, éloigné de 2 à 3 verstes au nord de la montagne, sur la route de Lovisa à Heinola. Le point est marqué par un trou dans le roc.

8. Oritkaari, terme septentrional de la base d'Uleaborg. $h = 2$ toises.

Oritkaari est le nom d'une colline sablonneuse, éloignée de 1,5 verste de la ville d'Uleaborg, et de 0,7 verste du Golfe. Sur cet endroit se trouve le terme septentrional de la base d'Uleaborg, marqué sur une grosse pierre enfouie dans le terrain.

9. Klemola, terme méridional de la base d'Uleaborg. $h = 1$ toise.

Il y a aux bords du Golfe une colline boisée, près d'un village de ce nom éloigné, de 4 verstes de la ville d'Uleaborg et près de la chaussée qui conduit à Abo. Le point, situé sur cette colline, est marqué sur le terrain comme celui d'Oritkaari.

10. Länkisen-kangas. $h = 10$ toises.

Le signal se trouve sur cette élévation de pierres, située à 4 verstes de distance d'Uleaborg, aux environs de la chaussée d'Abo. Le point est marqué sur une pierre.

11. Intion-kangas. $h = 11$ toises.

Le signal se trouve sur le sommet d'une élévation pierreuse, près du cimétière d'Uleaborg, éloignée de $\frac{1}{3}$ verste de cette ville. Le point est marqué sur une pierre.

12. Sarvi-kangas. $h = 22$ toises.

Tertre au nord de la rivière Ulea-elf dans la paroisse d'Ulea, éloigné d'environ 8 verstes de la ville d'Uleaborg. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

13. Kembele.

Église de paroisse. Voyez le journal.

14. Linnunsilmä. $h = 24$ toises.

Montagne de terre dans la paroisse de Limingo et éloignée de 12 verstes du relais de Korpula qui est sur la chaussée d'Uleaborg à Abo. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

15. Mäki-päälys. $h = 65$ toises.

L'île de Hogland qui appartient au Grand-Duché de Finlande, est une grande masse de porphyre, de 8 verstes de long dans la direction de NNO à SSE, sur 2 verstes de large, et s'élève à 4 cimes, nommées Pohja-körge (hauteur du nord), Mäki-päälys, Haukko-vuori, et Launa-körge (hauteur du sud). Cette dernière hauteur est la plus élevée, les autres étant successivement moins hautes. Launa-körge et Haukko-vuori étant couverts d'arbres dont les racines se trouvent dans les fissures des rochers, j'avais choisi, en 1826, pour station géodésique, le Mäki-päälys, élevé de 64,7 toises au dessus du Golfe. Le point *E* avait été marqué, en 1826, par un trou foré dans le roc, et dans lequel un boulon de fer avait été enfoncé. C'est le centre de la station qui fut aisément retrouvé en 1843 par M. Woldstedt, le sommet du rocher étant sans arbres et d'un diamètre d'à peu près 10 toises dans les différentes directions, voyez *Gradmessung* II, p. 195 et 235.

16. Svartvira. $h = 7$ toises.

Ilôt bas du Golfe de Finlande, appartenant à la campagne d'Abborfors de la paroisse de Pyttis. Le point marqué se trouve au milieu de l'île sur le sommet du roc.

17. Ristisaari. $h = 5$ toises.

Îlot bas à 4 verstes de distance de l'île plus grande nommée Fager-ö, dans la direction de Hogland. M. Woldstedt trouva en 1843, sur le côté oriental de l'île, un signal construit quelques années avant par M. de Wrangell, pour l'opération de la levée du Golfe. Le même signal a servi dans la mesure de l'arc de Finlande. Le point à été marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

18. Tuskas. $h = 18$ toises.

C'est le nom d'une maison de paysan voisine au signal, sur l'île de Mogenpört-ö, paroisse de Pyttis. Le signal se trouve sur un rocher escarpé qui touche la mer, Storsunds-berget. Le point est marqué par un trou dans le roc.

19. Kokko-vuori. $h = 21$ toises.

Montagne boisée, à 0,5 verste de la mer et à 3 verstes du village Heinlaks, paroisse de Pyttis. Le point est marqué sur le roc.

20. Strömfors. $h = 37$ toises.

La station se trouve sur une montagne nommée Harkranks-berget, sur le terrain de la campagne de Strömfors, paroisse d'Elimä. Le point est marqué par un trou dans le rocher.

21. Lovisa. $h = 21$ toises.

La station qui porte ce nom, est à une verste au sud de la ville de Lovisa. Ce signal est placé sur le point dominant d'une crête de pierres granitiques, qui s'étend à côté de la ville dans la direction N à S; il se trouve tout près d'une grosse pierre, connue sous le nom de Kucku-sten (pierre du coucou).

22. Korsmalm. $h = 35$ toises.

Voyez 7.

23. Mustila. $h = 48$ toises

Voyez 6.

24. Lille—Porlom = Porlom I. $h = 46$ toises.

Le signal se trouve au dessus de la pente septentrionale du rocher Kosensuun-kallio, tout près du lac Pyha-jervi, sur le terrain de la campagne de Porlom, paroisse de Lappträsk. Le point est marqué par un trou dans le roc.

25. Sture—Porlom = Porlom II. $h = 50$ toises.

Ce signal est placé au dessus de la pente méridionale du même rocher Kosenkuun-kallio, et est également marqué par un trou foré dans le roc. La distance des deux signaux Porlom I et Porlom II n'est que de 246,1 toises.

26. PERHENIEMI. $h = 58$ TOISES.

Le signal se trouve sur le rocher KAKARA-JÄRVEN-KALLIO, qui appartient à la campagne de PERHENIEMI, paroisse d'ITHIS, et est éloigné de la maison seigneuriale de 2 à 3 verstes. Le point est marqué par un trou dans le roc.

27. WILLIKKALA. $h = 59$ TOISES.

La station de ce nom est située sur la cime du rocher PASKAKETUN-MÄKI, 3 verstes au S. du village KATAJALA, et 6 à 7 verstes au N du village WILLIKKALA, paroisse d'ORIMATTILA. Le point est marqué par un trou dans le rocher.

28. HUHTMAR. $h = 76$ TOISES.

La station ainsi nommée se trouve sur un rocher de granit couvert de sapins, nommé HUHTMAR-MÄKI, à peu de verstes au S d'une crête voisine du relais de NYBY, paroisse de HOLLOLA, et à 6 verstes au N du village KUIVANTO. Pour gagner la vue libre une percée a dû être faite à travers la forêt qui couvre la crête de NYBY. Le point est marqué par un trou foré dans le roc.

29. ÄMMÄNÄURÄS. $h = 57$ TOISES.

C'est le nom d'une montagne boisée dans la paroisse d'ORIMATTILA, composée de débris granitiques et située, à 3 verstes au S de l'église, près de la chaussée. Le point a été marqué par un trou dans une grosse pierre.

30. MESSILÄ. $h = 115$ TOISES.

La station a reçu son nom du village qui en est éloigné de 3 verstes à l'est. Le signal est placé sur la montagne pierreuse TIRISMAA qui fait partie d'une crête boisée, dite KANGANTAKA. Des percées ont dû être faites pour voir les différents objets. Le point n'a pas été marqué.

31. WAHTERISTO. $h = 91$ TOISES.

Le signal est placé sur la pointe du rocher WAHTERISTO-MÄKI, qui appartient au village PYHÄNTAKA, paroisse filiale de NASTOLA. Le point est marqué par un trou dans le roc.

32. WESIVEHMAIS. $h = 86$ TOISES.

Une montagne pierreuse et stérile, nommée ISOSUPAN-MÄKI, porte le signal. C'est le point dominant des hauteurs entre les lacs WESI-JÄRWI et PÄJÄNE, et éloigné de 4 à 5 verstes du village WESIVEHMAIS. Le point n'est pas marqué.

33. KURHILA. $h = 89$ TOISES.

La station de ce nom est sur la montagne pierreuse et stérile KURKISTENKORVENMANTERE du village WEHIMÄ, appartenant à la chapelle ASIKKALA, paroisse de HOLLOLA. Le point n'est pas marqué.

*

34. Soitin-kallio. $h = 97$ toises.

La montagne pierreuse Soitin-kallio, plus connue sous le nom de Kypere-vuorenmaa, près de la ferme de Suo-järvi-torp qui fait partie du village Karilanmaa, paroisse de Syssmä. Toute la montage est boisée et il a fallu faire des percées dans toutes les directions.

35. Wirmala. $h = 96$ toises.

Wirmala est le nom d'une île du grand lac Päjäne. Le signal s'y trouve sur une pointe rocheuse de la montagne Rasin-mäki qui appartient à la campagne de Kellosalmi, paroisse de Padasjoki. De longues percées ont dû être faites par dessus plusieurs des montagnes de l'île. Le point est marqué sur le terrain.

36. Wiljamin-vuori. $h = 99$ toises.

Cette montagne a un rocher pour sommet et se trouve à 1,5 verstes au nord du village Taipale, paroisse de Syssmä. Comme il y avait au-dessous du centre du signal une cavité, le centre C du point fût déterminé relativement à deux trous A et B forés dans le roc. $AB = 0{,}6055$ toise, $AC = 0{,}3948$ toise, $BC = 0{,}2942$ toise. B est au SE de A, C à l'est de A, et au NE de B.

37. Kylmä-kangas. $h = 103$ toises.

La montagne Kylmä-kangas, qui porte aussi le nom de Hartikan-mäki, appartient à la ferme Saukio du village Ruolaks, paroisse de Kuhmois. Le point n'a pas pu être marqué sur le terrain, par manque de stabilité dans le sol pierreux.

38. Kammio. $h = 114$ toises.

Le signal est placé sur le sommet du Kammio-vuori, rocher au N du village Winturi de 3 à 4 verstes, chapelle de Luhango, paroisse de Syssmä.

39. Rappu-vuori. $h = 107$ toises.

Montagne pierreuse et boisée à 2 verstes à l'ouest du village de Waherkylä, paroisse de Jämsä. De longues percées ont été faites. Le point est marqué par un trou dans le terrain pétreux.

40. Tammi-mäki. $h = 124$ toises.

Cette montagne de terre appartient à la chapelle de Jouza, paroisse de Gustave-Adolphe. Le sommet qui porte le signal, a le nom particulier Kempin-mäki. Le point n'a pas été marqué sur le terrain.

41. PUOLAKKA. $h = 99$ TOISES.

C'est le nom d'un village appartenant à la chapelle de KORPILAKS, paroisse de JÄMSÄ. Le rocher ORAVA-VUORI, est à 2 verstes au S de ce village, et s'élève rapidement des bords du lac PÄJÄNE. La station est sur ce rocher, et le point est marqué par un trou dans le roc.

42. WAATER-VUORI. $h = 117$ TOISES.

La montagne de ce nom est située dans une distance de 6 à 7 verstes au N du village NISULA, chapelle de KORPILAKS, paroisse de JÄMSÄ. La frontière des deux paroisses KORPILAKS et LAUKKAS formant ici en même temps la séparation des deux gouvernements de St. MICHEL et de WASA, passe par cette montagne et il y a une borne près du signal. Le point est marqué par un trou dans le roc.

43. JYVÄSKYLÄ. $h = 117$ TOISES.

Le signal se trouve sur la montagne RONNIN-MÄKI, à 3 ou 4 verstes au sud de l'église de la ville de JYVÄSKYLÄ. Le point est marqué sur une pierre platte au-dessous du signal.

44. RUUHI-MÄKI. $h = 107$ TOISES.

Le signal se trouve dans une enceinte d'un champ éloigné de 1,5 verstes du village de RUUHI-MÄKI, paroisse de LAUKKAS. Le point est marqué sur une grosse pierre enfouie dans le terrain.

45. LAAJA-VUORI. $h = 117$ TOISES.

Ce rocher est à 4 ou 5 verstes de distance de l'église de JYVÄSKYLÄ à l'ouest, et appartient au village NISULA. Le terrain au-dessous du signal étant trop irrégulier, le centre C a été marqué par deux trous A et B, forés dans le roc. $AB = 0{,}3167$, $AC = 0{,}4258$, $BC = 0{,}3259$ toise. C est à l'est de A et B au nord de la ligne AC.

46. MULTA-MÄKI. $h = 109$ TOISES.

Le MULTA-MÄKI est une montagne de terre, couverte d'une forêt épaisse, à 3 verstes de distance à l'ouest du village FINNI, paroisse de LAUKKAS. Le point est marqué sur une grosse pierre enfouie dans le terrain.

47. OHI-MÄKI. $h = 110$ TOISES.

Le rocher est près du village OHI-MÄKI sur les bords du lac KYNSIWESI et à 2 verstes d'un plus grand village HAVUSALMI, appartenant à la chapelle de HANKASALMI, paroisse de RAUTALAMPI. Le point est marqué par un trou dans le roc.

48. SILMUT-MÄKI. $h = 97$ TOISES.

C'est une montagne de terre, couverte de bouleaux et de sapins, à environ 3 verstes du relais de HINTIKKA, paroisse de RAUTALAMPI. Le point est marqué sur une grosse pierre enfouie dans le terrain.

49. ILA-MÄKI. $h = 110$ TOISES.

C'est une montagne de terre à 2 ou 3 verstes de distance du village PYRINLAKS, paroisse de SAARI-JÄRVI. Le point est marqué sur le roc.

50. LISTON-MÄKI. $h = 110$ TOISES.

Cette montagne est à 3 verstes au sud du village de LISTO, paroisse de SAARI-JÄRVI. Le point est marqué par un trou dans le roc.

51. WESA-MÄKI. $h = 111$ TOISES.

Cette montagne pierreuse et le village du même nom se trouvent à l'extrémité septentrionale de la paroisse de RAUTALAMPI. Le centre C du signal est sur la ligne de deux trous, forés dans deux grandes pierres, A au nord du centre, B au sud. $AC = 1{,}2325$ toise, $BC = 0{,}7597$ toise.

52. KILPI-MÄKI. $h = 103$ TOISES.

Ce rocher se trouve près de la chaussée, à 5 verstes NO du relais de TOBOLAKS, paroisse de RAUTALAMPI. A cause d'inégalités du terrain, le centre C lui-même n'a pas été marqué. Mais deux trous, A et B, ont été forés dans le roc. A est au nord de B, C est à l'ouest de la ligne AB. $AB = 0{,}2603$ toise, $AC = 0{,}2191$ toise, $BC = 0{,}2614$ toise. KILPI-MÄKI est le point astronomique central de Finlande.

53. HONKA-MÄKI. $h = 123$ TOISES.

Montagne pierreuse et couverte d'une vieille forêt, à 6 verstes au nord du village SAITA, appartenant à la chapelle de KARTTULA, paroisse de KUOPIO. Le point est marqué par un trou dans une pierre platte.

54. LEHTO-MÄKI. $h = 93$ TOISES.

Montagne de terre, tout près du village du même nom, paroisse de PIELAVESI. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

55. PÖLLÖ-MÄKI. $h = 129$ TOISES.

Montagne de terre qui porte aussi le nom de PITULAMMIN-MÄKI, éloignée de 2 à 3 verstes du relais de PÖRSAN-MÄKI, paroisse d'IDENSALMI. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

56. PIHLAJAN-MÄKI. $h = 106$ TOISES.

Le signal est établi sur un tas de pierres de la montagne voisine du village du nom indiqué, paroisse de PIELAVESI. Le point n'a pas pu être marqué sur le terrain,

57. II-MÄKI. $h = 105$ TOISES.

Il y a un petit village II-MÄKI sur la montagne du même nom, paroisse de IDENSALMI. Le signal a été construit sur un champ, tout près du village, mais non pas sur l'endroit le plus élevé, où les maisons du village couvraient la vue. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

58. KIVI-MÄKI. $h = 115$ TOISES.

Cette montagne est aux environs du village SVENNIN-MÄKI, paroisse d'IDENSALMI, à quelques verstes de la chaussée qui conduit à la ville de KAJANA. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

59. SALLISEN-MÄKI. $h = 115$ TOISES.

Le signal est placé sur le champ de la petite ferme de SALLISEN-MÄKI, paroisse d'IDENSALMI. Cette ferme est à 17,5 verstes du relais de NIINI-MÄKI. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

60. KULVEN-MÄKI. $h = 118$ TOISES.

Montagne de terre, à 3 ou 4 verstes du village PALO-MÄKI, paroisse d'IDENSALMI. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

61. NAARAS-MÄKI. $h = 125$ TOISES.

Ce rocher est couvert de bois et le signal s'y trouve près des champs de la ferme du même nom, qui appartient au village LAHNAS-MÄKI, paroisse de SOTKAMO. Le centre du signal n'est pas marqué. Mais deux trous, A et B, sont forés dans le roc, dont A est au NE de B. Le centre C est au NO de la ligne AB. $AB = 0{,}4256$ toise, $AC = 0{,}2437$ toise, $BC = 0{,}3234$ toise.

62. MURTO-MÄKI. $h = 116$ TOISES.

Le signal se trouve sur la cime d'une montagne de terre, sur laquelle passe la frontière qui sépare les gouvernements de KUOPIO et d'ULEABORG, tout près du village MURTO-MÄKI et de la chaussée. Le point est marqué sur une grande pierre enfouie dans le terrain

63. LEHTO-VAARA. $h = 141$ TOISES.

Le rocher de LEHTO-VAARA est à une distance de 3 verstes du relais d'ALAKYLÄ, paroisse de PAL-

TAMO. Une fente dans le roc empêchait de marquer le centre *C* du signal directement sur le roc. *A* et *B* sont deux trous, *A* au nord de *C*, *B* à l'est de *A*. $AB = 0{,}3135$ toise, $AC = 0{,}2837$ toise, $BC = 0{,}3515$ toise.

64. OTAN-MÄKI. $h = 100$ TOISES.

Cette montagne de terre est à 7 verstes du village SUUTARILA, paroisse de PALTAMO, village qui est sur le bord méridional du grand lac ULEA-TRÄSK. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

65. KIVES-VAARA. $h = 152$ TOISES.

Cette montagne de terre est à 4 verstes soit du village de WIITANIEMI, paroisse de PALTAMO, soit du lac KIVES-JÄRWI. Ce dernier lac est au nord du grand lac ULEA-TRÄSK. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

66. RUPUKKA-VAARA. $h = 143$ TOISES.

La montagne de terre RUPUKKA-VAARA est située sur la frontière des deux paroisses de PALTAMO et de SOTKAMO, dans une distance d'à peu près 2 verstes de la chaussée qui conduit d'une de ces églises à l'autre. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

67. SAUKKO-VAARA. $h = 168$ TOISES.

Montagne de terre, dans la paroisse de HYRYNSALMI. Elle est éloignée de 7 verstes du village KARINNIEMI, placé au bord du lac RISTI-JÄRVI. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

68. TEIRI-HARJU. $h = 171$ TOISES.

Cette montagne de terre est dans la paroisse de HYRYNSALMI, et à 3 verstes de distance du village LATVA-MÄKI. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

69. PUOKIO-VAARA. $h = 112$ TOISES.

Montagne de terre, couverte en partie de forêt en partie de champs, près du village PUOKIO, paroisse de HYRYNSALMI. Non loin de ce village se trouve la frontière des trois paroisses de PALTAMO, de HYRYNSALMI et de MUHOS. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

70. ROKUA-VAARA. $h = 101$ TOISES.

Montagne sablonneuse, sur la frontière des paroisses de PALTAMO et de MUHOS, à 4 verstes de distance du relais de ROKUA. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le sable.

71. PALO-VAARA. $h = 77$ TOISES.

Montagne de terre, près du village du même nom, et éloignée de 12 verstes à l'est du village SANKI-JÄRVI, paroisse de MUHOS. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

72. REVONPESÄMAA. $h = 61$ TOISES.

Colline de terre couverte de hauts sapins, à 2 verstes de distance du village SANKI-JÄRVI, paroisse de MUHOS. Pour gagner une vue libre, des percées ont été faites dans les différentes directions. Le point n'est pas marqué dans le terrain.

73. REPO-KANGAS. $h = 48$ TOISES.

Cette montagne de terre est située dans la paroisse de MUHOS et à environ 3 verstes de distance de la chaussée qui joint ULEABORG et KAJANA. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

74. HALOSEN-VAARA. $h = 37$ TOISES.

Montagne de terre à 3 verstes du village ENGESLEVÄ, paroisse de LIMINGO. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

75. PITKÄSELKÄ. $h = 47$ TOISES.

Montagne de terre, sur la frontière entre les paroisses de MUHOS et d'ULEA, au nord de la chaussée qui conduit d'ULEABORG à ABO. Le point a été marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

76. LINNUNSILMÄ.

Voyez 14.

77. SARVI-KANGAS.

Voyez 12.

78. LATON-MÄKI. $h = 13$ TOISES.

Montagne de terre, boisée et qui est située à 2 verstes de la chapelle de LUMIJOKI, paroisse de LIMINGO. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

79. HYPEN-MÄKI. $h = 15$ TOISES.

Cette colline de sable mouvant, couverte de quelques arbres épars, est le point dominant de l'île CARL-Ö du Golfe Bothnique. Le point n'a pas été marqué sur le terrain, le sable étant trop variable et parce qu'il n'y avait point de pierres aux environs de la colline.

80. ISONIEMI. $h = 17$ TOISES.

C'est le nom d'un promontoire sur les bords du Golfe Bothnique, couvert d'une haute forêt, et qui est à 20 verstes au NO de la ville d'ULEABORG. La colline où est placé le signal, est appelée

Runteli. Des percées ont été faites à travers la forêt dans les différentes directions. Le point est marqué sur une pierre enfouie dans le terrain.

81. Ulkogrunni. $h = 3$ toises.

L'îlot Ulkogrunni du Golfe Bothnique appartient à la paroisse Ijo, et est éloigné de 35 verstes du point le plus rapproché du continent, ou de l'embouchure de la rivière Ijo. Le signal se trouve sur une colline, dans la partie boréale de l'îlot. Au-dessous du signal deux grandes pierres ont été enfouies dans le terrain, dont chacune avait un trou foré. La distance de ces trous est de 1,305 toises. Le centre du signal correspond exactement au point du milieu entre les deux trous.

82. Rontti. $h = 1$ toise.

Rontti est un îlot bas du Golfe Bothnique, peu éloigné de la côte et vis-à-vis de l'embouchure de la rivière Ijo. Cette île appartient, comme Ulkogrunni, à la paroisse d'Ijo. Le signal a été construit dans la partie occidentale de l'île. Deux points sont marqués sur deux pierres, un point boréal B et un point méridional A. Le centre du signal C est à l'est de la ligne qui joint ces deux points. $AB = 1{,}273$ toise, $AC = 0{,}843$ toise, $BC = 0{,}490$ toise.

83. Kivalo. $h = 82$ toises.

C'est le nom d'une crête qui s'étend du Golfe dans une direction septentrionale. A la pointe la plus méridionale et en même temps la plus élevée de cette crête, le signal a été placé sur un tout petit plateau. Le centre du signal a été marqué sur le terrain. Mais il n'a pas été dit, dans le journal, si le trou a été foré dans le roc solide ou sur une des pierres qui le couvraient.

84. Ajos. $h = 12$ toises.

Ajos est une île couverte d'une épaisse forêt, à deux verstes de distance de la côte septentrionale du Golfe Bothnique. De grandes percées ont été faites pour donner la vue libre des objets à observer. Le signal se trouve dans la partie SO de l'île. Le centre en est marqué comme ailleurs sur le terrain.

85. Kallin-kangas. $h = 28$ toises.

C'est une montagne de terre, dans la paroisse de Kemi, distante seulement de 0,5 verste de l'église. Le signal a été placé sur le point le plus élevé de la montagne, et son centre fut marqué dans le terrain comme ailleurs. Kallin-kangas est une station des opérations de Svanberg en 1802. Mais M. Woldstedt n'a pu trouver nul indice sur l'emplacement de l'ancien signal.

86. Kokko-mäki. $h = 13$ toises.

Colline non boisée à une verste de distance et au SE de l'église de la paroisse de Tornea. Le centre du signal a été marqué, en 1842, sur une pierre enfouie dans le terrain, par M. Woldstedt. En 1851, M. Lindhagen retrouva la pierre et la marque; mais il observa en sus au Point astronomique *A* (voir T. II, p. **52** à **56**), situé entre Kokko-mäki et l'église de Tornea.

87. Kivalo. Voyez 83.

88. Kakama-vaara.

C'est la première station des opérations de Laponie au nord de Tornea. Le signal y avait été construit par M. Selander. M. Lindhagen y observa, en 1851, pour la jonction des triangles de Finlande avec ceux de Laponie.

89. Station astronomique *A*. Voyez 86.

90. Kokko-mäki. Voyez 86.

II. ALTITUDES AU-DESSUS DU NIVEAU DE LA MER BALTIQUE, DIRECTEMENT DÉTERMINÉES.

a. 21. Lovisa.

M. Eklöf, adjoint de l'Observatoire de Helsingfors, fut chargé en 1846 de la détermination de l'altitude de Lovisa. Il exécuta, pour ce but, deux nivellements géométriques entre l'eau du Golfe de Finlande et le seuil du signal de Lovisa, qui donnèrent la différence de niveau, une fois 141,35 pieds, l'autre fois 141,07 pieds, moyenne 141,21 pieds suédois. La surface de l'eau étant, à cette époque, en moyenne de 1,40 pieds au-dessous de son niveau moyen, nous avons 141,21 — 1,40 = 139,81 pieds suédois = 21,297 toises, pour la surface du seuil du signal. En ajoutant la hauteur verticale de l'extrémité suprême au-dessus du seuil = 1,564 toises, nous parvenons à l'altitude = 22,861 toises de cette extrémité, C'est le chiffre de départ pour l'hypsométrie de Finlande. Pour le terrain au-dessous du signal nous avons 22,861 — 2,086 = 20,77 toises.

b. 9. Klemola.

L'altitude de l'extrémité supérieure du signal de Klemola, terme méridional de la base d'Uleaborg, a été déterminée, en 1845, par un nivellement géométrique, = 2,422 toises au-dessus du Golfe Bothnique. L'extrémité étant de 1,83 toises au-dessus du sol, nous avons pour le terrain 2,42 — 1,83 = 0,59 toise.

c. 81. Ulkogrunni.

M. Woldstedt détermina en 1845 l'altitude, au-dessus du Golfe Bothnique, de l'extrémité supérieure du signal, laquelle servait ici d'emplacement pour l'instrument, = 9,292 toises, à l'aide d'une petite triangulation auxiliaire. La hauteur de l'extrémité du signal au-dessus du sol étant de 6,05 toises, il y a 3,24 toises au-dessus du Golfe, pour le terrain.

d. 82. Rontti.

En 1842, M. Woldstedt détermina l'altitude de l'extrémité supérieure du signal de Rontti = 6,911 toises, pouvant observer directement, de sa station, une perche placée verticalement dans l'eau du Golfe Bothnique. La hauteur du signal étant de 5,76 toises, nous trouvons 1,15 toises pour l'altitude du terrain.

III. MESURE DES ANGLES HORIZONTAUX.

Trois instruments universels de Munich, de construction et de dimensions presque identiques, A^I, A^{II} et A^{III}, T. II, p. **14**, ont été employés en Finlande, par les trois observateurs dirigeants, M. M. Oberg, Melan et Woldstedt. Chaque dirigeant avait, pour la direction de la lunette inférieure, un aide, afin que la mesure angulaire se fît toujours par des visées simultanées dans les deux lunettes. Voir T. II, p. **13** et **14**. Sur l'arrangement des observations et sur la disposition des mises voyez T II, p. **20** et **21**. Il y a eu constamment 5 mises observées, chacune à 4 pointés de chaque objet. Mais chaque mise était composée de deux moitiés, correspondantes aux deux positions renversées de la lunette supérieure. J'ai donné, à chaque station, les chiffres separés des deux moitiés. Les observations de la station 9 = Kembele ont été faites par M. Sabler, celles des stations 87 à 90 qui appartiennent au triangle Nr. 225, T. II, p. **54**, par M. Lindhagen. Dans ces 5 stations l'observateur, n'ayant point d'aide, dirigeait la lunette supérieure sur l'objet à pointer, et vérifiait ou corrigeait également la position de l'autre lunette. Ce procédé a eu évidemment pour effet, que les angles observés sur ces 5 stations sont un peu inférieurs, en exactitude, aux autres angles de Finlande. Sur l'exactitude moyenne des mesures angulaires de Finlande, voyez T. II, p. **56** à **58**. L'instrument universel A^I dont j'avais fait usage dans les opérations Baltiques, en 1822 à 27, décrit *Gradm.* I, p. 32 à 41, avant d'être employé en Finlande depuis 1832, a éprouvé un petit changement qui devait faciliter l'observation des angles verticaux. Antérieurement, les deux cercles verticaux concentriques avaient été arrêtés l'un contre l'autre par une agraffe et par une vis de rappel qui s'appuyait contre la périphérie du cercle divisé vertical. Cet arrangement avait deux désavantages. D'abord l'usage en était moins prompt; car l'alhidade changeait de position avec le limbe et devait être replacée à la position normale d'après le niveau. Secondement une flexion devait avoir lieu dans les rayons des deux

cercles, mais qui pouvait être éliminée par les mouvement en sens opposés de la vis de rappel. Pour remédier à ces imperfections, j'avais transporté l'arrêt, de la périphérie à un des supports de la partie supérieure de l'instrument, de sorte qu'avec ce changement les deux cercles verticaux devins sent parfaitement libres et que l'alhidade conservât sa position normale. Cependant cet arrangement produisait un inconvénient. Dès lors, il y avait deux points d'appui sur les deux supports verticaux de l'instrument. L'un de ces points d'appui, placé sur l'un des supports, servait à effectuer, par la vis de rappel, le mouvement vertical de la lunette autour de son axe horizontal. L'autre se trouvait au support opposé et servait à maintenir ou à corriger l'alhidade d'après son niveau. L'alhidade étant mobile autour de l'axe horizontal, mais avec une certaine résistance, produite par la friction du moyeu de l'alhidade sur l'endroit conique de l'axe horizontal, j'aperçus que cette friction détruisait le mouvement parfaitement vertical de la lunette qui, en effet, étant dirigée sur une mire précise, manifestait, dans les deux mouvements, ascendant et descendant, de la lunette, donnés par la vis de rappel, chaque fois de petits mouvements latéraux opposés, avant de devenir parfaitement verticaux. Quoique le montant de cette déviation horizontale ne fût que d'un couple de secondes, il se prononça cependant le plus distinctement dans chaque essai, fait pour le reconnaître. Mais le phénomène cessait entièrement dès que l'arrêt de l'alhidade était détaché de son point d'appui; la torsion des supports et de la pièce qui les réunissait n'existant plus alors. Ces expériences, gagnées avant de rentrer en campagne en 1833, conduisirent à la règle, pour les mesures horizontales, de détacher chaque fois, de sa pièce d'appui, le bras qui partait du moyeu de l'alhidade. Cette règle a été strictement observée après 1832. Mais n'ayant pas encore été établie en 1832, les mesures angulaires de 1832 doivent être un peu inférieures en exactitude à celles des années suivantes. Aussi les observations de 1832 elles-mêmes ont-elles constaté cette infériorité. L'exactitude des angles de continuation de Finlande a été examinée T. II, p. **56**, **57**. Nous y avons indiqué que, pour la totalité des observations, chaque moyenne de cinq mises est sujette, d'après l'accord des mises, à l'erreur probable $\mp 0''{,}409$. Les 115 mises observées en 1832, comparées à leurs 23 moyennes, donnent cette erreur probable $\mp 0''{,}762$, tandis que les 850 mises des autres années et leurs 170 moyennes ne la font que de $\mp 0''{,}337$. Ce qui indique que les angles des autres années ont un poids 5,4 fois plus grand que ceux de 1832, d'après l'accord des mises. Il existe cependant, dans les mises de 1832, une certaine compensation; car le carré moyen des écarts, de 180° $+$ l'excès, dans les 8 triangles où sont entrées les mesures de 1832, est 2,65, celui des 62 autres triangles de continuation étant 2,24. D'où suit que le poids de ces autres triangles n'est pas même 1,2 fois celui des triangles de 1832. J'ai pu par conséquent négliger la différence des poids, dans les deux espèces de triangles, pour le calcul de compensation à faire entre les 4 côtés fondamentaux L^{VII} à L^{X}, T. II, p. **119** et suiv., d'autant plus que pour L^{VII} et L^{VIII}, entre lesquels les triangles de 1832 se trouvent, le U^{VII}, T. II, p. **45**, n'est que de — 11.0, ou une quantité

presque sans signification réelle. Un nouveau calcul aurait donné des quantités identiques, soit des angles, soit des côtés, avec celles qu'a fournies le calcul effectif.

Il n'y a pas de doute que la même action sur les supports n'ait lieu dans tous les instruments, dans lesquels se trouve à une extrémité de l'axe horizontal le bras d'arrêt pour le mouvement vertical, à l'autre le bras d'arrêt pour l'alhidade verticale. Je l'ai reconnue p. e. dans le cercle vertical transportable de Repsold, employé pour les latitudes de notre arc du méridien et également dans un cercle méridien transportable fait à Munich. Dans ce dernier instrument j'ai montré le phénomène à M. Ertel lui-même qui en fut vivement frappé, comme d'une chose tout à fait inattendue. Ce phénomène n'exerce aucune influence dans l'observation des distances au zénith, mais il doit être éliminé, par le détachement indiqué plus haut, dès qu'il s'agit d'employer un tel instrument pour la mesure d'angles horizontaux, ou comme instrument des passages. Les grands instruments du méridien qui ont une construction analogue, doivent être également sujets à cette perturbation, quoique le montant en sera à peu près zéro, à cause de la grande masse et de la rigidite des colonnes en pierres, sur lesquels ils sont fixés.

IV. MESURE DES ANGLES VERTICAUX.

L'exactitude des distances au zénith observées dépend essentiellement de la qualité des niveaux, joints à l'alhidade verticale de l'instrument. Dans les observations de Finlande, comme ailleurs, toujours la position des deux bouts de la bulle a été lue, dans chaque pointage, et les lectures moyennes des verniers ont été réduits à celles qui auraient eu lieu pour la position normale du niveau. Les dixièmes des divisions du niveau ont été lus chaque fois, auxquelles répondent de petites fractions de seconde, comme on le voit par le tableau suivant qui donne les valeurs d'une division des différents niveaux employés.

Tableau des valeurs des niveaux employés.

Instrument A^{I}, une division =	Instrument A^{II}, une division =	Instrument A^{III}, une division =
2″,11 pour 1832 à 1835.	2″,32 pour 1835.	3″,66 pour 1841 à 1843.
2,44 » 1837 et 1838.		4,28 » 1845.
1,83 » 1839.		
0,69 » 1843.		
2,90 » 1844.		

Le tableau des mesures contient, pour chaque station, les distances au zénith déjà réduites au centre. Ce centre est à peu d'exceptions près, l'extrémité suprême du signal. L'élévation en toises de cette extrémité,

Tartu Ülikooli Tähetorni Raamatukogu

au-dessus du terrain, a été indiquée en tête. Nous trouvons p. e. pour la première station, TERME SEPTENTRIONAL DE LA BASE d'ELIMÄ, les mots, *Terrain — 1,88 toises,* ce qui veut dire que la pointe du signal était 1,88 toises au dessus du terrain, ou de la surface de la pierre maçonnée dans un fondement de briques, et qui contenait le terme de la base. Ces chiffres indiquent donc également les hauteurs au-dessus du terrain des signaux construits sur les différents lieux. Nous voyons que cette hauteur a été d'ordinaire de 1,7 à 2,0 toises, peu de fois au delà de 2,0 toises jusqu'à 3,25 toises; mais trois fois, à HYPEN-MÄKI, ULKOGRUNNI et à RONTTI de 6,68, 6,05 et 5,76 toises. Il faut cependant remarquer que l'extrémité du signal n'a été pointé qu'exceptionnellement. C'était d'ordinaire ou le milieu de la poutre verticale, dans sa partie qui dépassait les contrefiches, qui servait de point de mire ou l'endroit où les contrefiches rencontraient la poutre verticale. Il n'y a que trois stations, où les angles verticaux ont été réduits au terrain lui-même, savoir 15. MÄKI-PÄÄLYS, 16. SVARTVIRA et 17. RISTISAARI. Cela s'entend que chaque réduction comprend deux membres, l'un relatif à la différence en hauteur entre l'axe horizontal de l'instrument et le centre adopté de la station où l'observation se faisait, l'autre à la position du point de mire relativement au centre adopté du signal observé.

Les différentes colonnes verticales du tableau des angles verticaux contiennent, la première l'indication de la date et du temps, les autres les distances au zénith réduites. Toutes les distances au zénith qui se trouvent sur la même ligne horizontale appartiennent au même temps solaire vrai, indiqué dans la première colonne; car les observations des distances au zénith se faisaient, à l'analogie de celles des directions horizontales, dans l'ordre des pointages, le cercle étant à droite sur *A, B, C, D*..., le cercle étant à gauche sur ...*D, C, A, B*. En tout cas, l'époque des distances au zénith déterminées par cette voie est la même, à quelques minutes près, pour les différents objets.

Le cercle vertical de l'instrument universel est directement divisé de 4′ à 4′. Il a quatre verniers, mais seulement deux des verniers ont été lus, qui avaient été placés dans un diamètre horizontal. C'est la lecture la plus commode et par là la plus exacte.

Pour rendre le contenu de notre tableau entièrement comprehensible, je donnerai ici la copie complète des observations faites sur la station 1.

TERME SEPTENTRIONAL DE LA BASE D'ELIMÄ. LE 5 SEPT. 1844.

Temps vrai 3h 26'.

OBJETS POINTÉS.	TERME MÉRID.	BREFBERG	LINNAN-KALLIO.
	Cercle à droite.		
niveau	+ 7,0 — 11,1	+ 8,7 — 9,3	+ 9,3 — 8,8
lectures premier vern.	90° 59′ 25″	90° 27′ 27″	89° 17′ 53″
second »	42	37	71
moyenne	33,5	32,0	62,0
Corr. pour le niveau	— 4,1.1″,45 = — 5,9	— 0,6.1″,45 = — 0,9	+ 0,5.1″,45 = + 0,7
	Cercle à gauche.		
niveau	+ 8,3 — 9,7	+ 9,6 — 8,4	+ 9,1 — 9,0
lectures premier vern.	270° 51′ 14″	271° 20′ 14″	272° 29′ 47″
second »	7	12	45
moyenne	10,5	13,0	46,0
Corr. pour le niveau	— 1,4.1″,45 = — 2,0	+ 1,2.1″,45 = + 1,7	+ 0,1.1″,45 = + 0,1

De ces données nous déduisons

Moyennes corrigées.

Le cercle à droite, a =	90° 56′ 27″,6	90° 27′ 31″,1	89° 18′ 2″,7
» » à gauche, b =	270 51 8,5	271 20 14,7	272 29 46,1
$\frac{a-b}{2}$	90 2 39,5	89 33 38,2	88 24 8,3 = distance au zénith
$\frac{a+b}{2}$	0 53 48,0	0 53 52,9	0 53 54,4 = lieu du zénith.

En appliquant aux $\frac{a-b}{2}$ les réductions au centre

	+ 2 0,2	+ 1 3,6	+ 2 42,1
nous avons: z =	90 4 39,7	89 34 41,8	88 26 50,4 = distances au zénith

réduites, telles qu'elles sont insérées dans notre tableau.

J'ai ajouté partout dans le texte le lieu du zénith $\frac{a+b}{2} = Z$, qu'a donné chaque observation complète d'un objet, en le plaçant en parenthèses, et en types mineures, à côté de son z. Les Z qui appartiennent à la même ligne horizontale c.-à-d. à une même mise, auraient dû être identiques, si les observations

avaient été d'une exactitude parfaite, et si la variation de la réfraction terrestre avait été uniforme pendant la durée de chaque mise. Les différences entre les Z de la même ligne nous font par conséquent juger de l'exactitude des distances au zénith observées, et j'ai ajouté à la fin de chaque mise son Z^* moyen. Ces différents Z correspondants servent encore de contrôle aux z determinés; car chaque z complet qui fait partie d'une mise où il y a au moins deux Z, est contrôlé.

Sur les 4 stations 87 à 90 du triangle No. 225, T. II, p. **54**, qui produit la liaison entre les opérations de Finlande et de Laponie, il n'y eut point d'observations verticales. Elles manquent, en outre, sur les deux stations 13. KEMBELE et 14. LINNUNSILMÄ, qui appartiennent à la jonction de la base d'ULEABORG. Sur les autres 84 stations, depuis 1 à 86 de notre tableau, il y a en tout 693 distances au zénith observées de 335 objets. D'où suit que, pour chaque objet, le z a été observé, en moyenne, 2,07 fois. Les 693 Z ont fourni 213 différents Z moyens ou Z^*, des 213 mises; de sorte qu'un Z^* est basé en général sur $n = 3{,}25$ différents Z. La comparaison des Z isolés, au nombre de 693, avec leurs Z^* ou moyennes respectives, a fait connaître l'erreur probable d'un Z isolé $= \mp 1''{,}49$. Cette même erreur convient aux différentes distances au zénith isolées $= z$, les Z étant $\frac{a+b}{2}$, les $z = \frac{a-b}{2}$. Nous avons par conséquent l'erreur probable d'un z quelconque, déterminé par ses deux observations faites dans les deux positions de l'instrument, $\mathfrak{d}z = \mp 1''{,}49$. C'est une exactitude presque surprenante, si nous considérons, que l'objet n'a été pointé que deux fois, et que la lecture des divisions n'a eu lieu que sur deux verniers. L'erreur probable d'un lieu du zénith moyen $= Z^*$, est $\mathfrak{d}Z^* = \frac{\mp 1''{,}49}{\sqrt{n}}$, n étant le nombre des objets pointés dans la mise. En prenant $n = 3{,}25$, nous obtenons $\mathfrak{d}Z^* = \mp 0''{,}83$. Enfin l'erreur probable d'un z incomplet, ou observé dans une seule des deux positions de l'instrument, est $\mp 1''{,}49\sqrt{\left(\frac{1}{n} + 2\right)}$; ou pour $n = 3{,}25$, $\mathfrak{d}z = \mp 2''{,}26$ et pour $n = 1$, $\mathfrak{d}z = \mp 2''{,}56$.

V. ARRANGEMENT DU TABLEAU.

Il y a, parmi les stations, 14 qui sont relatives à la jonction des deux bases d'ELIMÄ et d'ULEABORG avec les deux côtés fondamentaux. Notre tableau commence par les mesures faites sur ces stations. Suivent après les mesures angulaires sur les autres 76 stations qui appartiennent aux triangles de continuation, et arrangées d'après l'ordre des triangles, en partant du point le plus méridional MÄKI-PÄÄLYS. Quatre de ces stations sont identiques avec des stations qui appartiennent à la jonction des bases, et deux stations se trouvent dans le tableau à deux reprises.

Chaque station est placée sur une page à part. La tête y porte le nom de la station, l'époque de l'observation, et le nom de l'observateur dirigeant. Puis viennent les deux sections des *Angles horizontaux* et des *Angles verticaux*, expliquées p. **228** et suivantes.

VI. TABLEAU DES ANGLES MESURÉS.

1. Terme septentrional de la base d'Elimä. 1844. Septembre 3 à 5.

Woldstedt.

Angles horizontaux.

	Terme mérid. — Brefberg.	Brefberg — Linnan-kallio.
	23° 40′ 60″,12	56° 1′ 5″,50
	63,88	4,50
	59,25	9,25
	62,62	8,87
	63,88	6,50
	60,25	8,13
	64,87	3,37
	62,13	6,00
	61,87	7,62
	62,63	5,38
Moyenne	23 41 2,150	56 1 6,512
Réd. au centre	— 0,321	+ 2,402
Réd. des objets	+ 0,089	+ 0,150
Angle réduit employé	23 41 1,918 p. 26	56 1 9,064, p. 26.

Angles verticaux. Terrain — 1,88 toises.

	Terme méridional.	Brefberg.	Linnan-kallio.	Z* moyen.
1844. Sept. 5. 3h 26m	90° 4′ 39″,7 (48″,0)	89° 34′ 41″,8 (52″,9)	88° 26′ 50″,4 (54″,4)	0° 53′ 51″,8
« 5. 3 48	4 38,1 (51,4)	34 43,6 (52,0)	26 51,6 (54,2)	0 53 52,5
Log. dist.	3,12993	3,47794	2,94718.	

2. Terme méridional de la base d'Elimä. 1844. Septembre 7 et 8.

Woldstedt.

Angles horizontaux.

	Brefberg — Linnan-kallio.	Linnan-kallio — Terme sept.
	103° 6′ 14″,00	36° 11′ 48″,87
	13,75	50,13
	14,12	51,75
	15,13	49,00
	16,62	53,62
	15,63	49,13
	13,25	49,94
	18,25	48,00
	14,37	50,12
	14,63	47,00
Moyenne	103 6 14,975	36 11 49,756
Réd. au centre	+ 1,190	+ 0,602
Réd. des objets	— 0,102	— 0,039
Angle réduit	103 6 16,063	36 11 50,319,
employé	p. 26	p. 26.

Angles verticaux. Terrain — 1,81 toises.

	Brefberg.	Linnan-kallio.	Terme sept.	Z* moyen.
1844. Sept. 7. 2^h 22^m	89° 14′ 45″,6 (38″,4)	89° 1′ 20″,3 (38″,1)	89° 57′ 44″,4 (37″,2)	0° 54′ 37″,9
« 8. 2 5	14 42,0 (34,0)	1 18,4 (33,1)	33,4 (27,5)	0 54 31,5
« 8. 3 13		1 6,6 (30,2)	16,2 (24,1)	0 54 27,2
Log. dist.	3,26754	3,16885	3,12993.	

3. Linnan-kallio. 1843. Octobre 10 à 18.

Woldstedt.

Angles horizontaux.

	Terme sept. — Terme mérid.	Terme mérid. — Brefberg.	Brefberg — Korsmalm.	Korsmalm — Lähdet-kallio.	Lähdet-kallio — Mustila.
	64° 6′ 53″,25	43° 37′ 50″,00	40° 47′ 27″,37	37° 50′ 59″,00	47° 25′ 45″,50
	58,00	51,37	30,25	57,25	46,50
	56,75	51,38	26,63	58,75	44,62
	51,37	51,75	29,25	55,87	45,88
	56,00	49,25	29,00	55,50	47,50
	52,25	50,62	28,62	56,50	46,87
	55,38	51,88	31,38	53,50	45,00
	58,00	49,87	31,12	54,75	43,88
	54,25	50,13	32,63	57,13	46,75
	54,25	48,87	28,25	55,62	46,37
Moyenne	64 6 54,950	43 37 50,512	40 47 29,450	37 50 56,387	47 25 45,887
Réd. au centre	— 1 0,521	— 3 1,201	— 1 18,996	— 1 48,099	+ 28,099
Réd. des objets	0,000	+ 0,079	— 0,039	— 0,040	0,000
Angle réduit	64 5 54,429	43 34 49,390	40 46 10,415	37 49 8,248	47 26 13,986,
employé	p. 26	p. 26	p. 26	p. 26	p. 26.

Angles verticaux. Terrain — 1,76 toise.

		Terme sept.	Terme méridional.	Brefberg.
1843. Oct.	10. 0h 40m	91° 33′ 56″,4 (46″,3)	91° 0′ 12″,7 (47″,2)	90° 2′ 4″,4 (47″,3)
«	10. 1 45	33 57,8 (42,1)	0 12,3 (44,3)	2 1,2 (42,7)
	Log. dist.	2,94718	3,16885	3,41763

		Korsmalm.	Lähdet-kallio.	Mustila.	Z* moyen.
Oct.	10. 0h 40m	90° 3′ 47″,8 (49″,2)	90° 5′ 30″,8 (46″,8)	89° 51′ 40″,8 (47″,3)	0° 52′ 47″,4
«	10. 1 45	3 49,6 (48,1)	5 35,6 (44,4)	37,0 (48,4)	0 52 45,0
	Log. dist.	3,93613	3,40863	3,62921.	

Soleil clair, vent fort.