

A-5486
Duplum

F. V. MIKKELSAAR

**ALGKOO LI
MATEMAATI KA**

6. ÕPPEA ASTA

**K. Õ. „LOODUS“, TARTUS
1929**

A-5988

56098

F. V. MIKKELSAAR

ALGKOOLI
MATEMAATIKA

6. ÕPPEAASTA

11707

K./Ü. „LOODUS“, TARTUS
1929

2



K.Ü. „Looduse“ korrektor M. Bekker.

Tallinna Eesti Kirjastus-Ühisuse trükikoda, Pikk t. 2.

A-5988

Eessõna.

Ajast, millal algasin „Algkooli matemaatika“ kirjutamist, on möödunud aastaid. Vahepeal on muutunud Eesti algkool õige märgatavalt, ja seda kõigepealt sisult. Kahtlemata on muudatus sündinud paremuse poole. Julgen arvata, et matemaatika alal muudatustega sammu pidada suutis ka „Algkooli matemaatika“. Selle juures tuleb mul tänada kõiki kaastöölisi, s. o. õpetajaid endid, kes kunagi ei ole mulle keelanud arvustavaid märkusi raamatu kohta, nii et raamatut kirjutasin, kogu aeg olles ühenduses tegeliku koolitööga. Kontakt kooliga on olnud nii tihe, et mu haigestumise puhul ühe õppeaasta raamatu autori korrektuuri võtsid teha õpetajad ise, nimelt P. Raudsepp Rakverest ühes oma lähemate kaastöölistega. Tean, et see neil õnnestus hästi. Siinkohal neile veel kord tänu! Südamest tänan ka kõiki kooliraamatute komisjoni arvustajaid, kelle märkused mind hoidsid kaldumast suurematesse vigadesse ja väärtuslikkudeks juhatusteks on raamatute uute trükkide puhul! Erilist tänu võlgnen aga õpetajale kunstnik G. Mootsele, kes suure armastuse ja hoolega kõiki mu raamatuid illustreeris ja kelle töö on leidnud ühemeelset kiitust.

Käesolevat viimast õppeaastat kooli saates tahaksin õpetajate tähelepanu juhtida vaid ühele asjaolule: õpetöö matemaatikas muutub märksa elavamaks, kui õpilased saavad hankida arvulisi andmeid omast ümbritsevast elust ja kui neid on tagavaraks ka õpetajal. Sellepärast korjaku ja pangu õpetaja käe järele andmeid elanikkude arvu kohta, hindade (kaubad, töö, materjalid), eelarvete,

kulude, laenu- ja hoiuprotsentide, kaupade läbikäigu, summade läbikäigu, liikmete arvu, volinikkude arvu, valimistel antud häälte arvu, koolimaa suuruse, vilja- ja heinsaagi jne. jne. kohta. Kuidas neid andmeid parajal puhul tarvitada, teavad õpetajad isegi, mu raamatus leidub vaid sellekohaseid näiteid. Millised arvutused tegelikus elus aga kõige sagedamini vajalised ja esinevad, seda tuleb järjest jälgida. Sellega teenime mitte üksnes kooli, vaid ka elu ennast.

Pääskülas, 30. mail 1929. a.

F. V. M.

1. Kordamisi ja täiendamisi.

1. Arvutage peast:

- 1) $246 + 99$
 $198 + 678$
 $700 - 29$
 $420 - 201$
 $257 + 243 - 199$
- 2) $4\,999 + 65 + 6$
 $8\,888 - 499 + 11$
 $(28 + 62) - (15 + 24)$
 $4,5 + 7,5 + 0,8$
 $2,7 + 5,9 - 0,7$

2. 1) $57\,562$
 $5\,286$
 $+ 806\,718$
 $151\,620$

 $92\,045$
- 2) $40\,027$
 $- 588$

- 3) $5,19$
 $+ 0,854$
 $20,31$

 $8,046$
- 4) 8

 $0,625$

5) $24,15 + 62,075 - 8,75 + 3,28 - 9,15.$

3. Arvutage peast:

- 1) 125×8
 $: 200$
 $\times 16$
 $\times \frac{1}{4}$
- 2) $3 \cdot 33\frac{1}{3}$
 $: 4$
 $\times 100$
 $\times \frac{1}{5}$
- 3) $11 \cdot 35$
 $+ 15$
 $: \frac{1}{3}$
 $\times \frac{1}{6}$
- 4) $0,25 \cdot 600$
 $- 30$
 $\times \frac{1}{10}$
 $: 0,7$

4. 1) $5\,726 \cdot 135$
 $6\,037 \cdot 206$
 $628 \cdot 1305$
- 2) $576 : 72$
 $18\,468 : 57$
 $4\,400 : 275$
- 3) $5,32 \cdot 0,85$
 $0,725 \cdot 3,2$
 $124,8 \cdot 12,25$
- 4) $28,5 : 1,5$
 $236,4 : 0,24$
 $3 : 8$
- 5) $3,2 \cdot 7,5 : 0,4$
 $2,12 : 0,2 \cdot 5$
 $6,4 \cdot 6,25 : 3,2$
 $1 : 25 \cdot 10$

5. Arvutage täpsusega 0,1 :

1) $258 : 66$

$5 : 3$

$2 : 3 \times 4$

2) $4,2 \cdot 6,9 : 3,3$

$0,25 : 0,4 \cdot 4,5$

$\frac{1}{3} \cdot 2,24$

6. Arvutage peast :

1) $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$ 2) $\frac{1}{2} - \frac{1}{5}$ 3) $\frac{1}{6} + \frac{1}{2}$ 4) $\frac{2}{3} + \frac{1}{2}$ 5) $1 - \frac{2}{3}$

$\frac{1}{5} + \frac{1}{2}$ $\frac{1}{4} - \frac{1}{5}$ $\frac{1}{3} + \frac{1}{12}$ $\frac{3}{4} + \frac{2}{3}$ $\frac{3}{4} - \frac{2}{3}$

$\frac{1}{2} + \frac{1}{9}$ $\frac{1}{3} - \frac{1}{8}$ $\frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ $\frac{2}{5} + \frac{3}{4}$ $\frac{4}{5} - \frac{3}{4}$

7. 1) $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{5}$ 2) $\frac{4}{5} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3}$ 3) $4\frac{1}{4} + 2\frac{2}{3}$

$\frac{2}{3} + \frac{2}{4} + \frac{2}{5}$ $\frac{5}{6} - \frac{1}{4} - \frac{1}{3}$ $6\frac{1}{3} - 2\frac{4}{5}$

$\frac{4}{5} + \frac{7}{10} + \frac{1}{2}$ $8 - \frac{3}{5} - 2,5$ $64\frac{4}{5} + 7\frac{3}{10} - 7\frac{1}{4}$

8. Arvutage peast :

1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$ 2) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4}$ 3) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$ 4) $1\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}$

$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5}$ $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5}$ $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4}$ $\frac{1}{5} \cdot 1\frac{1}{4}$

$\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3}$ $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$ $\frac{1}{8} \cdot \frac{4}{5}$ $2\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{5}$

9. 1) $\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{8}$ 2) $4\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6}$ 3) $4\frac{2}{5} \times 2\frac{1}{2}$

$\frac{3}{5} \cdot \frac{5}{6}$ $\frac{4}{9} \cdot 3\frac{3}{5}$ $7\frac{1}{3} \cdot 15$

$\frac{7}{10} \cdot \frac{5}{8}$ $1\frac{2}{3} \cdot 1\frac{4}{5}$ $33\frac{1}{3} \cdot 8\frac{1}{5}$

10. Arvutage peast:

$$\begin{array}{lll}
 1) \quad 2 \cdot 4\frac{1}{2} & 2) \quad 8 \cdot 2\frac{1}{3} & 3) \quad 6 \cdot 4\frac{2}{3} \\
 \quad \quad 7 \cdot 1\frac{1}{7} & \quad \quad 4 \cdot 3\frac{1}{4} & \quad \quad 3 \cdot 6\frac{1}{5} \\
 \quad \quad 3 \cdot 5\frac{2}{3} & \quad \quad 5 \cdot 2\frac{1}{5} & \quad \quad 2\frac{1}{6} \cdot 3
 \end{array}$$

11. Arvutage peast:

$$\begin{array}{llll}
 1) \quad \frac{1}{2} : 2 & 2) \quad 2 : 3 & 3) \quad \frac{2}{3} : 2 & 4) \quad 12\frac{2}{3} : 2 \\
 & \quad \quad 7 : 10 & \quad \quad 3 & \quad \quad 15\frac{5}{8} : 5 \\
 \quad \quad \frac{1}{5} : 3 & \quad \quad 4 : 10 & \quad \quad \frac{4}{5} : 2 & \quad \quad 1\frac{4}{5} : 3 \\
 \quad \quad \frac{1}{3} : 8 & & \quad \quad \frac{6}{7} : 3 &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{12.} \quad 1) \quad \frac{2}{3} : \frac{2}{5} & 2) \quad \frac{4}{5} : \frac{8}{25} & 3) \quad \frac{1}{2} : \frac{1}{4} : \frac{2}{3} \\
 & \quad \quad \frac{3}{8} : \frac{3}{4} & \quad \quad \frac{1}{2} : \frac{1}{3} : \frac{1}{4} \\
 & \quad \quad \frac{2}{5} : \frac{3}{10} & \quad \quad \frac{2}{3} : \frac{4}{5} : \frac{5}{6}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
 \mathbf{13.} \quad 1) \quad \frac{2}{5} : 12 & 2) \quad 21\frac{1}{2} : 15\frac{1}{3} & 3) \quad 3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{3} : 8\frac{1}{6} \\
 & \quad \quad 8\frac{1}{3} : 11\frac{1}{9} & \quad \quad 4\frac{3}{4} : 7\frac{3}{5} \cdot 3\frac{1}{5} \\
 \quad \quad \frac{16}{25} : 24 & \quad \quad 55 : 13\frac{1}{3} & \quad \quad 6\frac{1}{4} \times 12\frac{4}{5} : 13\frac{1}{5} \\
 \quad \quad 29 : 8 & &
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \mathbf{14.} \quad 1) \quad 14\frac{1}{1} - \frac{2}{3} & 2) \quad \frac{1}{3} + x = \frac{1}{2} \\
 \quad \quad \frac{1}{3} - \frac{1}{5} & \quad \quad x - 14\frac{1}{5} + 1\frac{1}{5} = 1\frac{1}{2} \\
 \quad \quad 8\frac{1}{2} - 1\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2} - 2\frac{3}{4} & \quad \quad 3\frac{1}{8} - x + 2\frac{3}{5} = 2\frac{3}{5}
 \end{array}$$

15. Lahendage peast (täpsusega 1):

$$\begin{array}{l}
 1) \quad 12\frac{1}{2} - 7\frac{1}{3} \\
 2) \quad 1\frac{5}{6} + 3\frac{1}{5} \\
 3) \quad 15,4 - 9,39
 \end{array}$$

16. Leidke peast:

- | | | |
|--------------------------|---|---|
| 1) $\frac{1}{2}$ 300-st! | 2) 25 ⁰ / ₀ — 4 000-st! | 3) $\frac{3}{100}$ 500-st! |
| $\frac{3}{4}$ 600-st! | 10 ⁰ / ₀ — 327-st! | 2 ⁰ / ₀ 45-st! |
| $\frac{2}{5}$ 225-st! | 1 ⁰ / ₀ — 525-st! | 33 $\frac{1}{3}$ ⁰ / ₀ 75-st! |
-
- | | | |
|---|---|---|
| 4) 8 ⁰ / ₀ — 50-st! | 5) 5 ⁰ / ₀ — 1-st! | 6) 200 ⁰ / ₀ — 12-st! |
| 9 ⁰ / ₀ — 200-st! | 50 ⁰ / ₀ — $\frac{1}{2}$ -st! | 150 ⁰ / ₀ — 10-st! |
| 1 ⁰ / ₀ — 4-st! | 100 ⁰ / ₀ — 3,72! | 125 ⁰ / ₀ — 16-st! |

- 17.** Leidke: 12⁰/₀ — 40-st!
 8⁰/₀ — 325-st!
 6⁰/₀ — 4232,5-st!
 7 $\frac{1}{2}$ ⁰/₀ — 632,4-st!
 24⁰/₀ — 62 $\frac{1}{2}$ -st!
 1⁰/₀ — 1-st!

18. Leidke peast arv, millest

- | | |
|--------------------------|---|
| 1) $\frac{1}{2}$ on 42! | 5) 3 ⁰ / ₀ on 9! |
| 2) $\frac{3}{4}$ „ 63! | 6) 6 ⁰ / ₀ „ 12! |
| 3) $\frac{4}{5}$ „ 240! | 7) 50 ⁰ / ₀ „ 32,5! |
| 4) $\frac{3}{10}$ „ 6,3! | 8) $\frac{10}{0}$ „ $\frac{1}{2}$! |
| | 9) 4 ⁰ / ₀₀ „ 4! |

19. Leidke peast, mitu ⁰/₀-i on:

- | | |
|-----------------|--------------------------|
| 1) 40 — 80-st! | 6) 50 — 50-st! |
| 2) 30 — 100-st! | 7) 60 — 30-st! |
| 3) 8 — 200-st! | 8) 3 — 9-st! |
| 4) 33 — 300-st! | 9) $\frac{1}{3}$ — 1-st! |
| 5) 2 — 20-st! | 10) 0,5 — 5-st! |

20. „Nurme“ talu sai põllupidamise alal puhast tulu 840 krooni, karjakasvatamisest 1 200 krooni ja aia-viljast 110 krooni. Leidke, mitu ⁰/₀-i oli iga nimetatud tulu eraldi kogu puhastulust!

21. Arvutage peast:

- | | | |
|--------------------|-----------------------------|---------------------|
| 1) $0,5 \cdot 468$ | 2) $5 \cdot 66$ | 3) $0,25 \cdot 240$ |
| $0,5 \cdot 9\,000$ | $5 \cdot 812$ | $0,25 \cdot 84$ |
| $0,5 \cdot 84,4$ | $5 \cdot 0,48$ | $0,25 \cdot 6,4$ |
| $0,5 \cdot 1,2$ | $5 \cdot 1,2$ | $0,25 \cdot 0,16$ |
| 4) $25 \cdot 848$ | 5) $33\frac{1}{3} \cdot 27$ | 6) $9 \cdot 37$ |
| $25 \cdot 16,4$ | $33\frac{1}{3} \cdot 321$ | $99 \cdot 26$ |
| $25 \cdot 2,4$ | $12,5 \cdot 808$ | $999 \cdot 35$ |
| $25 \cdot 0,2$ | $2,5 \cdot 480$ | $18 \cdot 45$ |

22. Tehke järgmised arvutamised:

- | | | |
|-----------------|----------------------|---------------|
| 1) $32 : 0,5;$ | $32 : \frac{1}{2};$ | $32 \cdot 2$ |
| 2) $225 : 0,5;$ | $225 : \frac{1}{2};$ | $225 \cdot 2$ |

Missuguse arvutamisega võib leida $225 : 0,5$ ehk $225 : \frac{1}{2}$?

Arvutage niimoodi peast:

- | | | |
|------------------------|----------------------|-----------------------------|
| 1) $42 : 0,5$ | 2) $65 : 0,5$ | 3) $3\frac{1}{2} : 0,5$ |
| $71 : 0,5$ | $3,5 : 0,5$ | $31,5 : 0,5$ |
| $315 : 0,5$ | $0,22 : \frac{1}{2}$ | $1 : \frac{1}{2}$ |
| $2\,704 : \frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2} : 0,5$ | $\frac{1}{4} : \frac{1}{2}$ |

Selle asemel, et jagada arvu 0,5-ga ($\frac{1}{2}$ -ga), võime ta korrutada 2-ga.

23. Millise arvutusega võib asendada arvutuse $421 : \frac{1}{4}$ ehk $421 : 0,25$?

Katsuge järele!

- Arvutage: $27,5 : 0,25;$
 $27,5 : \frac{1}{4};$
 $27,5 : 4!$

Selle asemel, et jagada arvu 0,25-ga ($\frac{1}{4}$ -ga), võime ta korrutada 4-ga.

Arvutage niimoodi peast:

- | | | |
|---------------------|----------------------|--------------------------|
| 1) $121 : 0,25$ | 2) $23 : 0,25$ | 3) $2\frac{1}{4} : 0,25$ |
| $33 : 0,25$ | $5,5 : 0,25$ | $32,5 : \frac{1}{4}$ |
| $125 : 0,25$ | $0,08 : 0,25$ | $2 : \frac{1}{4}$ |
| $303 : \frac{1}{4}$ | $0,25 : \frac{1}{4}$ | $\frac{1}{4} : 0,5$ |

24. Arvutage :

$$1) 32 : 5; \quad 32 : \frac{10}{2}; \quad \frac{32 \cdot 2}{10}$$

Selle asemel, et jagada arvu 5-ga, võime ta küm-
nendiku korrutada kahega.

Arvutage niimoodi peast:

$$\begin{array}{llll} 1) 42 : 5 & 2) 3\,244 : 5 & 3) 2,2 : 5 & 4) 32,3 : 5 \\ 71 : 5 & 40\,320 : 5 & 0,4 : 5 & 8,6 : 5 \\ 185 : 5 & 11\,111 : 5 & 14,2 : 5 & 0,17 : 5 \end{array}$$

25. Kirjutage ise rida ülesandeid, kus tuleks ja-
gada 5-ga, 0,5-ga või 0,25-ga, ja lahendage nad peast!

26. Tarvis on arvud: 222; 12 ja 30 jagada 25-ga.
Jagage nad esiti 100-ga!

Kuidas tuleks muuta saadud arvud: 2,22; 0,12 ja
0,3, et saada õiged jagatised?

Tehke nii! Katsuge järele, arvutades $222 : 25$;
 $12 : 25$ ja $30 : 25$!

Millise arvutusega võib asendada jagamise 25-ga?
(Võrdle 23. ülesandega!)

Selle asemel, et jagada arvu 25-ga, võime ta sajan-
diku korrutada 4-ga.

Arvutage niimoodi peast:

$$\begin{array}{lll} 1) 32 : 25 & 2) 4,1 : 25 & 3) 5,2 : 25 \\ 121 : 25 & 1,5 : 25 & 1 : 25 \\ 1\,300 : 25 & 0,9 : 25 & \frac{1}{4} : 25 \end{array}$$

27. Kirjutage ise mõned ülesanded, kus tuleks
jagada 25-ga, ja lahendage nad!

28. Arvutage: $42 : 33\frac{1}{3}$!

Selle asemel, et jagada arvu $33\frac{1}{3}$ -ga, võime korru-
tada ta sajandiku 3-ga.

Arvutage niimoodi:

$$\begin{array}{lll} 1) 200 : 33\frac{1}{3} & 2) 3 : 33\frac{1}{3} & 3) 0,2 : 33\frac{1}{3} \\ 133 : 33\frac{1}{3} & 10 : 33\frac{1}{3} & 12,3 : 33\frac{1}{3} \\ 1302 : 33\frac{1}{3} & 1 : 33\frac{1}{3} & 1,5 : 33\frac{1}{3} \end{array}$$

29. Tehke samuti järgmised arvutused ja leidke, kui suur on täpsus!

$$\begin{array}{lll} 1) 300 : 33 & 2) 4,5 : 33 & 3) 232 : 33\frac{1}{2} \\ 400 : 33 & 0,7 : 33 & 100 : 35 \\ 72 : 33 & 50 : 34 & 500 : 33 \end{array}$$

30. Arvutage 1) $7^2!$ 2) $12^2!$ 3) $250^2!$ 4) $5^3!$
5) 10^3 6) $12^3!$

31. Leidke ruudu külg, kui ta pindala on:
1) $64 \text{ sm}^2!$ 2) $100 \text{ m}^2!$ 3) $144 \text{ sm}^2!$ 4) $3600 \text{ sm}^2!$
5) 40 sm^2 (täpsus 0,1)!

32. Leidke järgmiste arvude ruutjuured: 1) 49!
2) 81! 3) 400! 4) 1600! 5) 10000! 6) 1!

Leidke järgmiste arvude ruutjuured täpsusega 0,1:
1) 50! 2) 70! 3) 35! 4) 10! 5) 200! 6) 3!

33. Leidke kuubi serva pikkus, kui ta ruumala on: 1) $8 \text{ sm}^3!$ 2) $125 \text{ sm}^3!$ 3) $1000 \text{ sm}^3!$ 4) $27 \text{ m}^3!$
5) $8000 \text{ sm}^2!$

34. Joonistage mõned rööpkülilikud, kolmnurgad ja trapetsid ja leidke nende pindalad!

35. Joonistage 40° -line nurk! Joonistage 75° -line, 135° -line, 25° -line, 100° -line, 175° -line! 180° -line! 270° -line nurk!

36. Joonistage \triangle -ad järgmisil andmeil:

$$\begin{array}{l} 1) \text{ külg } AB = 7,5 \text{ sm, } \angle A = 90^\circ, \angle B = 50^\circ! \\ 2) \text{ ,, } AB = 10 \text{ sm, } \angle A = 60^\circ, \angle C = 60^\circ! \\ 3) \text{ ,, } BC = 8,4 \text{ sm, } \angle B = 45^\circ, \angle C = 90^\circ! \end{array}$$

Mõõtke ära igaihe kõrgus ja arvutage pindala!

37. Arvutage:

$$1) \frac{36 \cdot 125 \cdot 16}{80 \cdot 9 \cdot 5 \cdot 25} = x$$

$$2) \frac{40 \cdot 75 \cdot 1400}{28 \cdot 300 \cdot 50} = x$$

$$3) \frac{0,4 \cdot 9 \cdot 250}{125 \cdot 0,3 \cdot 8} = x$$

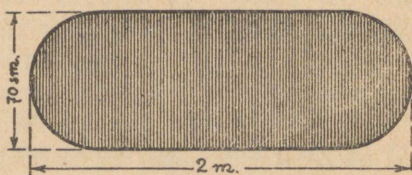
$$4) \frac{\frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 350}{700 \cdot 0,5 \cdot 3} = x$$

38. Leidke hulknurgakujulise maatüki pindala ruutmeetrites!

Joonistage korrapärane kaheksanurk ja leidke ta pindala!

39. Püstprisma kõrgus on $5\frac{1}{4}$ m, ta põhjaks on täisnurkne trapets, mille üks alus on 2,4 m, teine alus 1,8 m, kolmas (kõige lühem) külg aga $1\frac{3}{4}$ m. Leidke selle püstprisma täispindala ja ruumala!

40. Aialaua kuju ja mõõted on näidatud 1. joonisel. Leidke ta pindala ja ümbermõõt!



1. joonis.

41. Vankri esiratta läbimõõt on 0,8, tagaratta läbimõõt 0,9 m. Kui pikk raudlatt läheb selle vankri rataste rehvideks?

42. Silindrikujulisse nõusse kallati 1 liiter vett ja veepind tõusis tas 12,5 sm kõrgusele. Leidke selle nõu põhja pindala ja raadius (raadius täpsusega 0,1)!

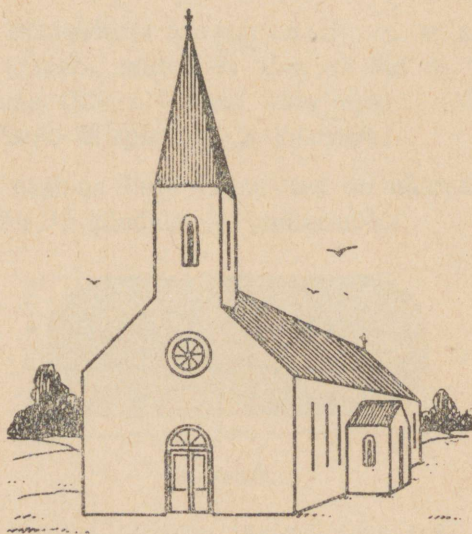
43. Silindrikujulise kaevu läbimõõt on 0,75 m. Mitu hektoliitrit on tas vett, kui põhjast veepinnani on 3,2 m?

Leidke, mitu hektoliitrit on kooli kaevus vett (kui kaev ei ole kinnine)! — Kuidas mõõta vee sügavust kaevus? Milline on veesamba kuju kaevus?

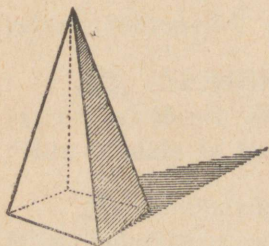
44. Loendage võimalikult kõik keha kujud, mil-liseid oleme tundma õppinud!.. Näiteks: kuup, neli-nurkne püstprisma. Loendage tundmaõpitud tahkude kujud! Näiteks: ruut, rööpkülik.

2. Püramiid.

45. Vaadeldes kirikut (2. joonis), leiame tema kujus terve hulga meile tuttavaid osi: nelinurkse prisma (külgtahuga vastu maad), selle peal pikuti kolmnurkne

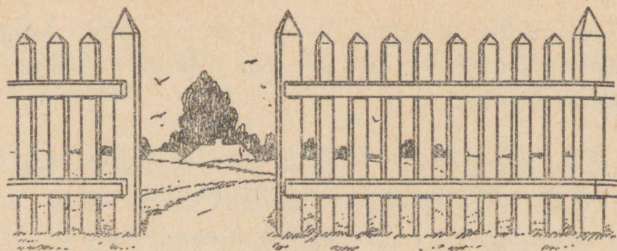


2. joonis.



3. joonis.

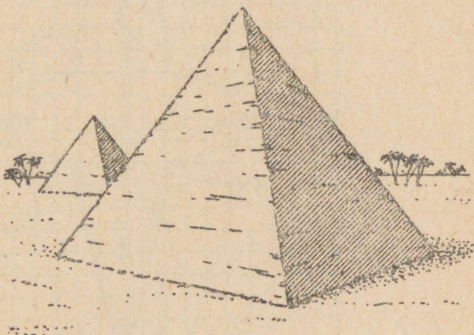
prisma, kuna mõlemad kokku moodustavad korrapäratu viisnurkse prisma; edasi on nende peal püsti nelinurkne prisma; kõige kõrgem osa on aga uus kuju (3. joonis), mille nimeks **püramiid**. Näidake, kus on 4. joonisel püramiidid!



4. joonis.

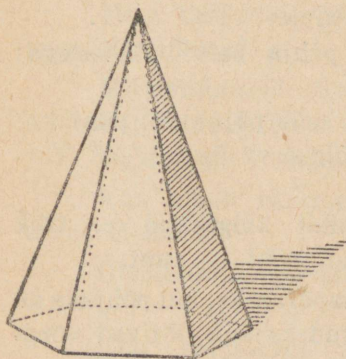
Kuulsad on Egiptuse püramiidid (5. joonis).

Mida teate nendest?



5. joonis.

46. Tutvume püramiididega lähemalt. 3. ja 6. joonis kujutavad kaht püramiidi.



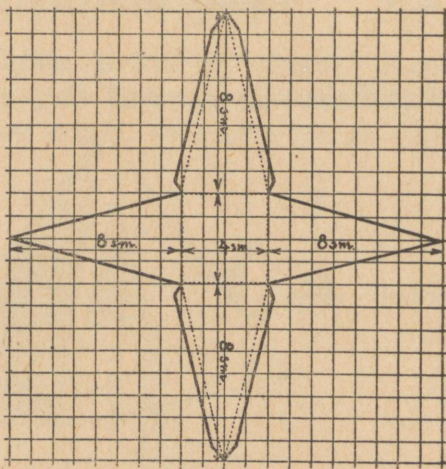
6. joonis.

Juba esimese pilguga märkame, et püramiididel puudub teine põhi. Ühel nendest püramiididest on nelinurkne põhi ja neli kolmnurkset külgtahku (3. joonis). — Niisugust püramiidi kutsutakse **nelinurkseks püramiidiks**.

Teise püramiidi aluseks on kuusnurk, külgtahkudeks on temalgi kolmnurgad (6. joonis). — Kuidas tuleb

nimetada seda püramiidi? Püramiidi kõik külgtahud koonduvad ühte punkti; seda punkti nimetatakse **püramiidi tipuks**.

47. Tarvitades 7. ja 8. joonist valmistage pinna-laotused ja kleepige paberist püramiidid!



7. joonis.

48. Mitu tahku piiravad saadud nelinurkset püramiidi?

Mitu serva on tal? Mitu tippu?

Võrrelge selle püramiidi põhja servi üksteisega!
Võrrelge põhja nurki!

Missugust liiki nelinurk on selle püramiidi põhjaks?

Võrrelge selle püramiidi külgservi üksteisega!
Võrrelge külgtahke!

Saadud nelinurkse püramiidi külgtahud on kõik ühtivad võrdhaarsed kolmnurgad, põhi — ruut.

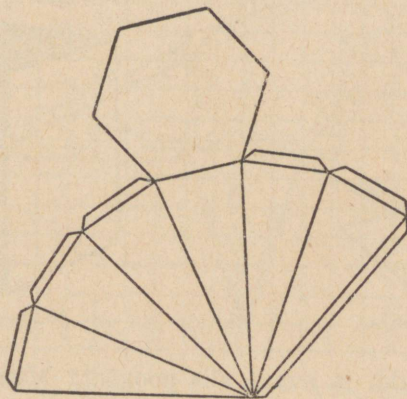
Püramiidi nimetatakse **korrapäraseks**, kui põhjaks on korrapärane hulknurk, külgtahkudeks aga ühtivad võrdhaarsed kolmnurgad.

Nii on siis meie nelinurkne püramiid korrapärane.

Tehke kindlaks, kas ka teie kuusnurkne püramiid on korrapärane!

49. Pöörake tähelepanu nelinurkse püramiidi tipule! Mitu tahku koondub sellesse tippu? Neli tahku, mis ühte punkti koondunud, tekitavad **neljatahuse nurga**.

Neljatahusel nurgal on neli tahku, neli serva ja üks tipp.



8. joonis.

Mitu tahku koonduvad nelinurkse püramiidi teistesse tippudesse?

Mitmetahuseid nurki on veel peale neljatahuse nelinurksel püramiidil?

Kuidas tekib **kolmetahuse nurk**?

Kas leidub varemini tundmaõpitud kehadel kolmetahuseid nurki?

Otsige ümberolevalt asjult kolmetahuseid nurki!

50. Kirjeldage paberist kleebitud kuusnurkset püramiidi!

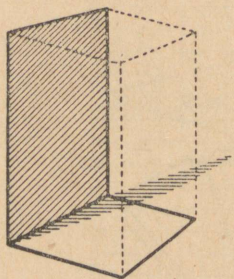
Missugune nurk leidub tema tipu juures?

Kolmetahust, neljatahust, kuuetahust jne. nurka nimetatakse ühise nimega **kehanurkadeks**.

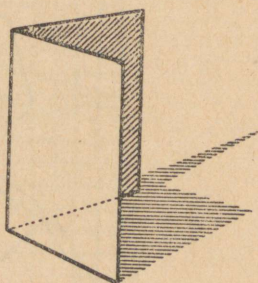
Nendest eraldamiseks nimetame varemini vaadeldud nurki **joonnurkadeks**.

Tähelepanemisväärt on veel **kahetahused nurgad**. Need tekivad kahe tasapinna lõikumisel.

Nii moodustab prisma põhi iga külgtahuga kahtahuse nurga (9. joonis), ja kaks kokkupuutuvat (lõikuvat) külgtahku samuti (10. joonis). Murdke paberileht



9. joonis.



10. joonis.

kahekorra kokku ja avage siis pooleldi! Missuguse nurga saite?

Kahetahusel nurgal on kaks tahku ja serv. Servaks on sirgjoon.

Nagu võite tähele panna, **sünnib kahe tasapinna lõikumine alati piki sirgjoont**. Näidake prismadel, püramiididel, teistel kehadel kahetahuseid nurki! Keral? Mitu kahetahust nurka leidub nelinurksel püramiidil? Mitu kolmetahust nurka? Mitu neljatahust? Mitu joonnurka?

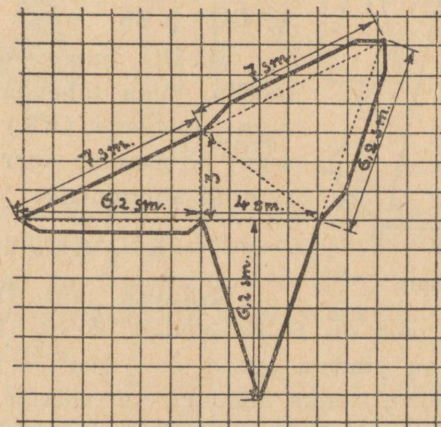
51. 11. joonisel on kujutatud kolmnurkse püramiidi pinnalaotus. Tehke kindlaks selle joonise järgi, kas on niisuguse pinnalaotusega püramiid korrapärase või mitte, ja selgitage, miks! — Valmistage selle pinnalaotuse järgi püramiid!

Joonistage niisuguse korrapärase kolmnurkse püramiidi pinnalaotus, mille põhja serva pikkus oleks 5 sm, külgserva pikkus 10 sm!

Valmistage niisugune püramiid!

Nimetage kehasid, millel oleks püramiidi kuju!

Kas teie ei tea mõnd püramiidikujulist ehitist?



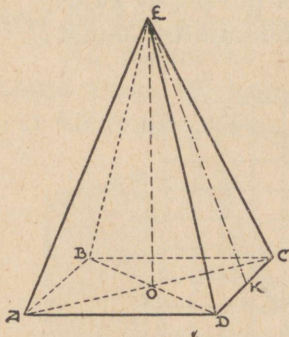
11. joonis.

52. Kolmnurksel püramiidil on ainult neli tahku; kas mõnel teile tuntud hulktahul on veel nii väike arv tahke?

Lõigake kartulist välja kolmnurkne prisma ja tehke ta siis ümber kolmnurkseks püramiidiks, üht alust alles jättes! — Mitu tahku on prismal? mitu tahku on püramiidil? Katsuge veel vähendada selle hulktahu tahkude arvu! — See ei lähe mitte korda. — Hulktahu kõige vähem tahkude arv on 4.

53. Kuidas arvutada korrapärase püramiidi pindala? Püramiidi terve pindala koosneb põhjast ja külgpinnast. Külgpind aga koosneb üksikutest külgtahkudest.

Kui püramiid on korrapärase, siis on kõik tema külgtahud ühtivad võrdhaarsed kolmnurgad. Niisuguse kolmnurga kõrgusejoont EK (12. joonis) nimetatakse püramiidi apoteemiks.



12. joonis.

\triangle -ga DEC pindala = $DC \cdot \frac{1}{2} EK$;
kui kolmnurkade arv on 4, siis
on terve külgpinna suurus =
 $4 \cdot DC \cdot \frac{1}{2} EK$.

4 · DC annab põhja ümber-
mõõdu, mida tähendame lühidalt
ü-ga; apoteemi (EK) tähendame
a-ga; nii saame: korrapärase pü-
ramiidi külgpindala

$$= \ddot{u} \cdot \frac{a}{2} \text{ ehk } \frac{1}{2} \ddot{u} \cdot a$$

Näiteks, kui $DC = 5$ sm,
EK = 8 sm, siis on DCE pindala $5 \cdot \frac{8}{2}$ (sm²), kõige
nelja külgtahu pindala aga $4 \cdot 5 \cdot \frac{8}{2}$ (sm²) = 80 (sm²).

Sama arvu saame muidugi, kui võtame esiti põhja
ümbermõõdu = 4 · 5 (sm) ja korrutame sellega poole
apoteemi;

$$4 \cdot 5 \cdot \frac{8}{2} = 80.$$

Me näeme: **Korrapärase püramiidi külgpind võr-**
dub põhja ümbermõõdu ja poole apoteemi korrutisega.
Kuidas leida püramiidi täispindala?

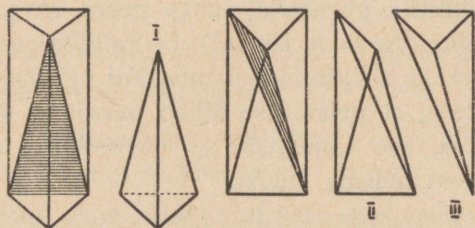
54. Leidke viisnurkse korrapärase püramiidi kül-
gpind, kui apoteem on 25 sm, põhja külje pikkus aga 12 sm!

Leidke nelinurkse korrapärase prisma täispindala,
kui apoteem võrdub 1,2 m, põhja külg 0,5 m!

55. Arvutage mitmesuguste püramiidikujuliste
kehade pindalasisid!

56. Valmistame savist või lõikame kaalikast kolm-
nurkse prisma ja eraldame tast kõigepealt püramiidi I

(13. joonis), siis jääb järele nelinurkne püramiid, mille põhjaks on antud prisma see külgtahk, mis veel terve, ladvaks aga tipp, kus oli eraldatud kolmnurkse püramiidi latv. Selle nelinurkse püramiidi jagame tasapinnaga, mis



13. joonis.

läheb läbi ladva ja põhja diagonaali, kaheks kolmnurkseks püramiidiks (II ja III). Viimastel püramiididel on võrdsed kõrgused (endise nelinurkse püramiidi kõrgus) ja võrdsed põhjad (diagonaal jagab rööpküliliku kaheks ühtivaks \triangle -gaks).

Aga ka I püramiidil on III-ga mõndagi võrdset, nimelt on võrdsed nende kõrgused (antud prisma kõrgus) ja põhjad (antud prisma põhjad). Nii on siis kõigil saadud püramiididel paarikaupa võrdsed kõrgused ja võrdsed põhjad.

Võrrelge saadud püramiidide raskust, kaaludes neid väikesel kaalul!

Toimetage seda kõike veelkord uue kolmnurkse prismaga!

Mida te märkate?

57. Et leida teed püramiidi ruumala arvutamiseks, valmistame võrdlemiseks ühesuguse põhja ja ühesuguse kõrgusega püstprisma ja püramiidi.

Et meil on juba 7. joonise järgi valmistatud püramiid, siis valmistame veel samasuguse põhja ja kõrgusega püstprisma; põhja serva pikkus peab olema temalgi

4 sm; et teada saada kõrgust, mõõtke ära püramiidi kõrgus (hoidke püstipandud püramiidi kõrval mõõtpuu püsti*). Prismal jätke lahti üks ots (põhi), samuti lõigake lahti ka püramiidi põhi!

Nüüd täitke püramiid puhta peene liiva, jahu või teradega triiki (tasaselt ääreni) ja kallake see liiv prismasse! Korrake sedasama niikaua, kui prisma saab täis! — Te märkate, et prismasse läheb parajasti kolm püramiiditäit liiva, see tähendab, et püramiidi ruumala on 3 korda vähem prisma omast.

Kui kõike seda kordate teissuguse püramiidi ja prismaga, millel on ühesugune põhi ja kõrgus, siis märkate sedasama.

Siit järgneb: püramiidi ruumala on kolm korda vähem kui püstprisma ruumala, millel on temaga ühesugune põhi ja kõrgus.

Samasuguse järelduse võime teha ka eelmisest ülesandest, kui võrdleme näiteks I püramiidi (13. joonis) võetud püstprismaga: nendel on ühesugune alus ja võrdne kõrgus, kaalult on aga püramiid ainult kolmandik prismast.

Kui nüüd antud püramiidi põhja pindala on näiteks 25 sm^2 , kõrgus 12 sm, siis oleks samasuguse põhja ja kõrgusega **prisma** ruumala $25 \cdot 12 \text{ (sm}^3\text{)}$, püramiidi ruumala on aga $\frac{1}{3}$ sellest, s. o. $\frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 12$ ehk $\frac{25 \cdot 12}{3} \text{ (sm}^3\text{)}$.

Üldse, kui püstprisma põhja pindala on p ja kõrgus k , siis on tema ruumala $R = p \cdot k$.

Samasuguse aluse ja kõrgusega püramiidi ruumala on kolm korda vähem, nimelt

$$R = \frac{p \cdot k}{3}, \text{ ehk } \frac{1}{3} p \cdot k, \text{ s. o.}$$

püramiidi ruumala võrdub tema põhja ja kõrguse korrutise kolmandikuga.

*) Vaata 61. ülesanne!

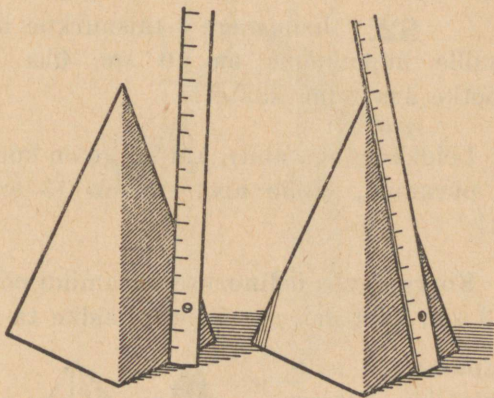
58. Leidke püramiidi ruumala, kui ta

- 1) põhja pindala on 16 sm^2 , kõrgus 10 sm !
- 2) „ „ „ $12\frac{1}{2} \text{ sm}^2$, „ $1,8 \text{ dm}$!
- 3) „ „ „ $0,9 \text{ m}^2$, „ $0,8 \text{ m}$!
- 4) „ „ „ $1\frac{7}{9} \text{ dm}^2$, „ 36 sm !

59. Püramiidi ruumala on $101,25 \text{ sm}^2$, kõrgus 15 sm ; leidke ka põhja pindala!

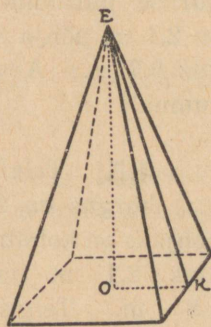
60. Püramiidi ruumala on $1\frac{1}{3} \text{ m}^3$, põhja pindala 1 m^2 ; leidke püramiidi kõrgus!

61. Püramiidi kõrguse leidmisel 57. ülesandes hoidsime püramiidi kõrval mõõtpuu püsti. Selle juures on raske ütelda vähegi täpsalt, millise jaotuse kohale



14. joonis.

mõõtpuul ulatub püramiidi tipp (14. joonis); mõõtpuud aga kallutada ei tohi, sest siis saaksime mingi muu pikkuse (näiteks apoteemi), aga mitte kõrguse. Siin võime täpsamalt leida püramiidi kõrguse järgmiselt. Kuna apoteemi pikkus on 8 sm (47. ülesanne), külje serv 4 sm , siis moodustab apoteem KE (15. joonis), kõrgus OE ja põhja



15. joonis.

läbimõõdu pool OK täisnurkse kolmnurga. Selles on teada hüpotenuus KE (8 sm) ja kaatet OK (2 sm), teadmata kaatet OE. OE saame, kui joonistame täisnurkse \triangle -ga hüpotenuusi (8 sm) ja kaateti (2 sm) järgi. Selleks joonistame kõigepealt täisnurga O (16. joonis), selle ühel haaral võtame joonlõigu OK ($= 2$ sm) ja selle lõpust K tõmbame 8 sm raadiusega kaare, mis lõikub teise haaraga mingis punktis E. Täisnurkne \triangle (OKE) ongi käes. Kui ära mõõdame OE, on teada püramiidi kõrgus.



16. joonis.

Tehke seda! Võrrelge saadud pikkust varemini, 57. ülesande lahendamisel saadud püramiidi kõrgusega! Kui suur on viga selle järgi?

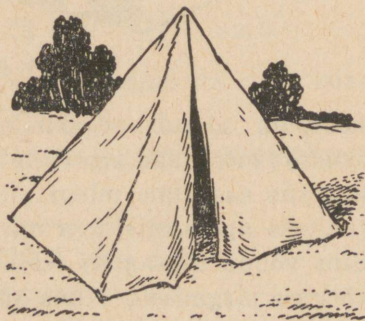
62. Joonistage täisnurkne kolmnurk, mille hüpotenuus on 10 sm, üks kaateteid 6 sm! Mõõtke ära teine kaatet!

63. Leidke (\triangle -ga abil), kui kõrge on korrapärase nelinurkne püramiid, mille apoteem on 13 sm, põhja serv 10 sm!

64. Korrapärase nelinurkse püramiidi põhja serva pikkus on 3 sm, apoteem aga 5 sm. Leidke ta ruumala!

Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on 2,1 m, põhja serva pikkus 0,7 m. Arvutage ta ruumala!

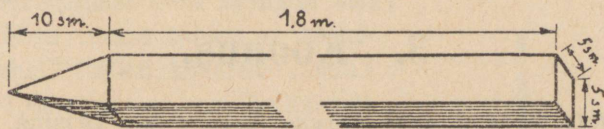
65. Telgi (17. joonis) kõrgus on 2,2 m, ta põhjaks on kolmnurk, mille alus 2,1 m ja kõrgus 1,8 m. Telgis elavad



17. joonis.

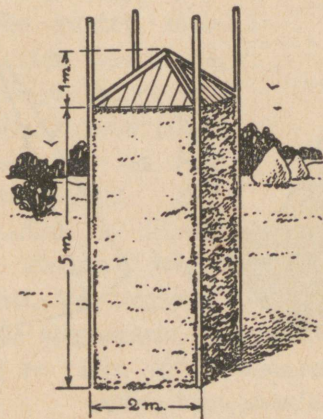
kaks skouti. Mitu kuupmeetrit õhku tuleb kummagi jaoks?

66. Arvutage mitmesuguste püramiidikujuliste kehade ruumalasisid, mõõtes nendel pikkusi, mis selleks vajalised!



18. joonis.

67. Leidke 18. joonisel kujutatud raudkangi raskus, teades, et raua erikaal on 7,8!



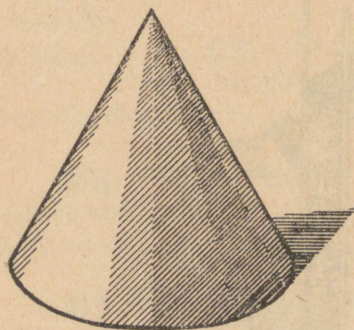
19. joonis.

Leidke, mitu kuupmeetrit on heinu heinakupjas 19. joonisel!

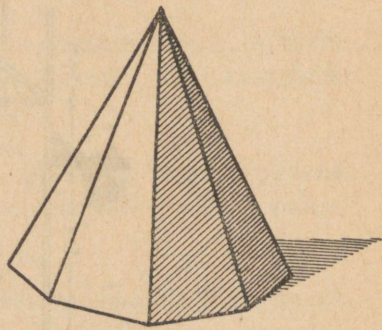
68. Arvutage kehade ruumala, mis kujutavad enesest püramiidi ja prisma ühendust (v. eelm. ülesanne)!

3. Koonus.

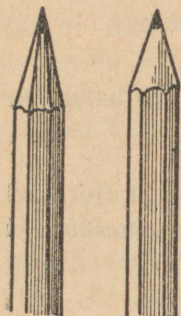
69. Nagu korrapärase hulknurkse prisma külgtahkude arvu suurendamisel (5. õppeaasta, 567. ülesanne) saame viimaks silindri kuju, nii võime korrapärase püramiidi külgtahkude arvu suurendamisel ka saada uue keha (20. joonis). Vaadeldge näiteks noaga korralikult teritatud pliiatsiotsa ja masinaga teritatud pliiatsiotsa (22. joo-



20. joonis.



21. joonis.



22. joonis.

nis). Ühe pind on püramiidi külgpind, teise oma mingi kõver pind, mis koondub ühte punkti, **tippu**.

Kui mõlemad pliiatsiotsad eraldame (ära lõikame), saame püramiidi (21. joonis) ja **koonuse** (20. joonis).

Koonust piirab üks tasane sõõrikujuline (ringikujuline) põhi ja kõver külgpind, mis koondub ühte punkti, mida nimetatakse **koonuse tippuks**.

70. Lõigake välja papist täisnurkne \triangle , kinnitage ta ühe kaatetiga peenikese varda külge ja hõiritage seda nobedasti (23. joonis). — Missugune keha tekib sel hõiritamisel meie silmade ette?

Mitu tasast tahku on tekki-val kehal? Mitu kõverat pinda?

Täisnurkse \triangle -ga ühe kaateti ümber hõiritamisel tekib koonus.

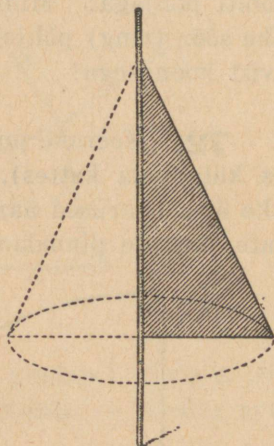
Mida nimetame koonuse teljeks? Mida moodustajaks? Nimetage mõned koonusekujulised asjad!

Täisnurkse kolmnurga pöörämisel ümber ühe kaateti moodustab teine kaatet tasapinna, nimelt koonuse põhja (sõõri ehk ringi). Kui tõmbame selle põhja mistahes raadiuse, siis on telg sellele tingimata risti, sest telg ja põhja raadius on täisnurga haarad (täisnurkse \triangle -ga kaatetid). Koonuse telg on siin koonuse põhja suhtes risti. Alati, kui sirgjoon lõikub tasapinnaga nii, et ta on risti igale sirgjoonele, mis tõmmatud tasapinnal läbi lõikumispunkti, on ta risti sellele tasapinnale.

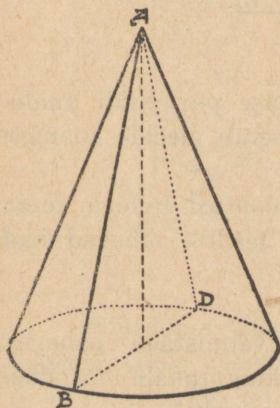
Koonuse telg on koonuse kõrguseks, sest ta on ristjooneks, mis on tõmmatud koonuse tipust põhjale.

71. Jagage koonus mõttes kaheks osaks tasapinnaga, mis läheks piki telge (24. joonis)! Missugune kuju tekib lõikes?

Valmistage savist koonus ja katsuge järele!



23. joonis.

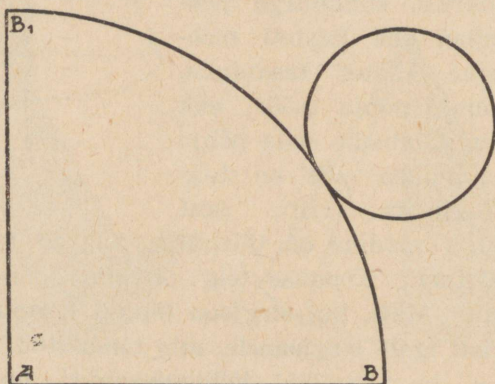


24. joonis.

Kas saab olla koonusel sümmeetriatasapinda? Kuidas tuleb see tõmmata? Mitu sümmeetriatasapinda saab leida koonuses?

Lõigake koonus mõttes läbi tasapinnaga, mis oleks rööbiti põhjaga! Milline kuju tekib lõikes? — Kas on lõike sõõr (ring) põhjaga ühesuurune? — Proovige järele savist koonusega!

72. Keerake puust koonuse mudel paberisse (üksnes külgpinda kattes), katke põhi paberist sõõriga, lõigake ära ülearused ääred! Laotage ümbrik laiali! — Te saate koonuse pinnalaotuse (25. joonis).

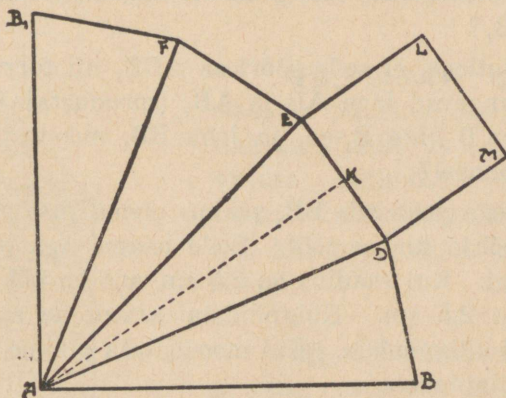


25. joonis.

Kui samuti talitame korrapärase püramiidi mudeliga, saame ka pinnalaotuse, mis tuletab meelde koonuse pinnalaotust (26. joonis).

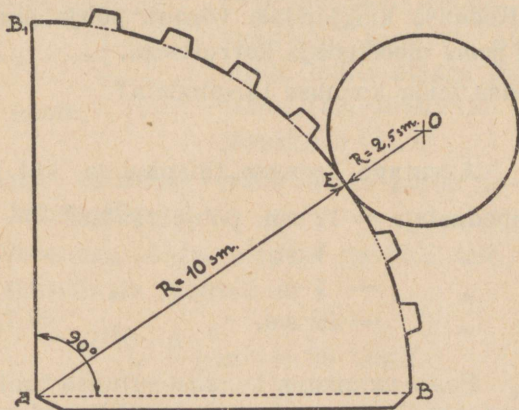
Võrrelge seda püramiidi pinnalaotust tollega, mida nägite varemini 7. joonisel! Mille poolest lähevad nad lahku ja mis on nendes ühesugust?

73. Kasutades 27. joonist valmistage paberist koonus! Tõmmake selle koonuse külgpinnale moodustaja! Veel! — Kas koonusel on joonnurki?



26. joonis.

74. Kuidas leida koonuse pindala? Tarvis leida põhja pindala (kuidas?) ja külgpindala. — Kuidas arvutada külgpindala?



27. joonis.

Pöördume tagasi pinnalaotusele (27. joonis). Tema koosneb (ilma ühenduseäärteta) ühest sõõrist (ringist) O, mille raadius OE on koonuse põhja raadius, ja ühest suurema sõõri (ringi) osast ABB_1 , mille raadius AE on koo-

nuse moodustaja... Kui pikk on selle suurema sõõriosa kaar BEB_1 ?

Kujutlege, et selle sõõriosa ABB_1 nii torru keerate, et ühte langevad joon AB ja AB_1 (moodustaja), siis langeb punkt B ühte B_1 -ga, ja joon BB_1 moodustab millise joone koonusel?

Sellega peab siis BB_1 pikkus olema just põhja siiru pikkus, põhja ümbermõõt. Selle leiame aga põhja raadiuse järgi. Kui raadius on 2,5 sm, siis on põhja ümbermõõt $2 \cdot \pi \cdot 2,5$ sm. Külgpindala arvutame samuti kui püramiidi külgpindala. Kui moodustaja pikkus on 10 sm, siis on külgpindala

$$2 \cdot \pi \cdot 2,5 \cdot \frac{10}{2} = 2 \cdot 3,14 \cdot 2,5 \cdot 5 = 78,5 \text{ (sm}^2\text{)}$$

Jälgige samasugust külgpindala arvutamist korrapärase püramiidi pinnalaotuse järgi 26. joonisel!

Milline joon täidab seal moodustaja aset? Me näeme: **Koonuse külgpindala võrdub põhja siiru (ringjoone) ja poole moodustaja korrutisega.**

Kuidas leida koonuse täispindala?

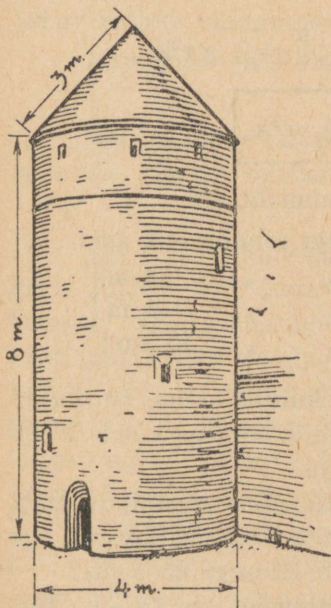
75. Arvutage koonuse täispindala, kui ta

- 1) moodustaja = 12 sm, põhja raadius = 5 sm!
- 2) " = 1 m, " " = 0,1 m!
- 3) " = $\frac{2}{3}$ m, " " = $\frac{1}{8}$ m!
- 4) " = 48 sm, " " = 7,5 sm!

76. Poiss valmistas koonusekujulise tohiku, mille avause läbimõõt on 8 sm, moodustaja 12 sm. Leidke, mitu sm^2 tohtu läks selleks, kui ühendamiseks kulus 11 \square sm tohtu!

77. Leidke 28. joonisel kujutatud torni välispindala!

78. Arvutage mitmesuguste koonusekujuliste kehade pindala!



28. joonis.

79. Kuubi iga küljesse on puuritud koonusekujuline auk, mille moodustaja ja avause läbimõõt võrdub 2 sm-ga. Leidke kogu keha pindala, kui kuubi serva pikkus on 5 sm!

80. Koonusekujulise telgi aluse raadius on 2,5 m, moodustaja — 2,8 m. Leidke, mitu ruutmeetrit telgiriidet on kulu-
tatud tema katmiseks!

81. Koonuse ruumala arvutamiseks leiame tee, kui vaatleme koonust kui püramiidi, millel otsatu palju külgtahke (69. ülesanne). Kergesti järeldame siis, et

koonuse ruumala võrdub tema põhja ja kõrguse korrutise kolmandikuga.

Kui koonuse põhja pindala on $13,5 \text{ sm}^2$, koonuse kõrgus 8 sm, siis on ruumala

$$\frac{13,5 \cdot 8}{3} (\text{sm}^3) = 36 (\text{sm}^3)$$

Koonuse põhja pindala leiame raadiuse järgi. Kui põhja raadius on 6 sm, siis on põhja pindala $\pi \cdot 6^2 = = 3,14 \cdot 6 \cdot 6$. On seejuures koonuse kõrgus 10 sm, siis on ruumala

$$\frac{3,14 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 10}{3} = 376,8 (\text{sm}^3)$$

82. Üldse, kui koonuse kõrgus on k , põhja raadius r , siis on

põhja pindala πr^2 ,

koonuse ruumala (R) $\frac{\pi r^2 \cdot k}{3} = \frac{1}{3} \pi r^2 k$

$$R = \frac{\pi r^2 k}{3} = \frac{1}{3} \pi r^2 k$$

83. Arvutage koonuse ruumala, kui

- 1) kõrgus on 20 sm, põhja raadius 4,2 sm!
- 2) " " $1\frac{3}{4}$ m, " " 0,2 m!
- 3) " " 1 m, " " $\frac{1}{2}$ m!
- 4) " " 0,75 m, " " 15 sm!

84. Mitu kuupmeetrit on kuhjas heinu, kui kuhja põhja läbimõõt on 3 meetrit, kuhja kõrgus 5 m? Mõeldud on, et kuhjal on koonuse kuju.

Kui palju maksab koonusekujuline männipuu tüvi, kui tema kõige suurem läbimõõt on 0,6 m, kõrgus aga 20 m, kui ta kantmeeter maksab läbisegi 25 senti?

Suhkrupea kõige suurem läbimõõt on 15 sm, kõrgus 45 sm. Kui palju kaalub ta, kui kuupsm suhkru raskus on 1,7 grammi?

85. Kui mõõdetud on koonuse moodustaja ja põhja raadius, kuidas leida siis koonuse kõrgus (v. 24. joonis ja 70. ülesanne)?

Leidke joonistamise abil koonuse kõrgus, kui ta moodustaja on 10 sm, põhja raadius aga 4 sm!

86. Mõõtke mõne koonusekujulise keha moodustaja ja põhja raadius ja leidke ta ruumala!

Koonuse põhja übermõõt on 31,4 sm, moodustaja 10 sm. Leidke ta ruumala!

87. Mõõtke ära 27. joonise pinnalaotuse järgi valmistatud koonuse kõrgus ja arvutage ta ruumala! —

Valmistage samasuguse põhja ja kõrgusega silinder, jättes ta ühe põhja kinni kleepimata. Avage ka koonuse põhi ning leidke, mitu koonusetäit liiva (teri, saepuru, jahu) mahub silindrisse!

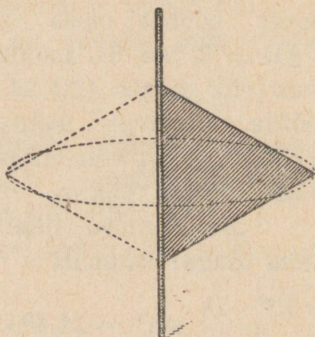
Missuguse järelduse saame teha siitki?

88. Leidke mitmesuguste koonusekujuliste kehade ruumala, mõõtes selleks tarvilisi jooni!

89. Höõritage mõttes võrdkülgset \triangle -ka ühe tema külje ümber (29. joonis)! Miskujuline keha tekib sel kombel? (Kaks ühesugust koonust, mis kokku pandud põhju pidi.) Lõigake välja papist nii-sugune \triangle ja kleepige ta varda külge; teda höõritades katsuge järele, kas oli kujutelm õige!

Miskujuline keha tekib, kui höõritada täisnurkset \triangle -ka hüpotenuusi ümber?

Miskujuline keha tekib, kui höõritada rombi tema diagonaali ümber?



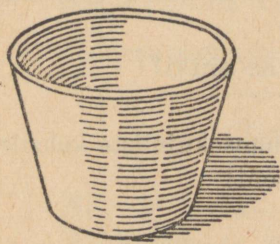
29. joonis.

90. Leidke keha ruumala, mis saadi rombi pööramisel tema pikema diagonaali ümber, kui rombi diagonaalid olid 6 sm ja 20 sm!

91. Silindrist on välja lõigatud koonus, millel samasugune põhi ja samasugune kõrgus kui silindril. Leidke järelejäänud keha ruumala, kui tema kõrgus on 32,5 sm ja põhja raadius 8,5 sm!

92. Leidke 28. joonisel kujutatud torni ruumala, kui ta katuseosa (koonuse) kõrgus on $2\frac{1}{4}$ m!

93. Nõul on säärane kuju, nagu näidatud 30. joonisel; kuidas leida ta ruumala?



30. joonis.

raadiuste pikkuse. Nii, näiteks, kui terve koonus oleks 72 sm kõrge ($AD = 72$ sm, 31. joonis), nõu sügavus (ehk kõrgus AB) 24 sm, suurema põhja (ülemise avause) raadius (AA_1) 18 sm, vähema põhja raadius (BB_1) 12 sm, siis on

täie koonuse (nõu ühes kujutatava osaga) ruumala

$$\frac{\pi 18^2 \cdot 72}{3} \text{ sm}^3 = 24,405 \text{ dm}^3 \text{ (täpsus}$$

1 sm^3), kujutletava koonuse osa ruumala

$$\frac{\pi 12^2 \cdot 48}{3} \text{ sm}^3 = 7,235 \text{ dm}^3 \text{ (täpsus 1 } \text{sm}^3)$$

Sellega on nõu ruumala

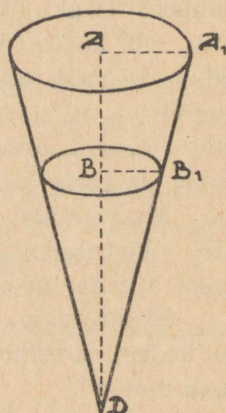
$$\begin{array}{r} 24,405 \text{ dm}^3 \\ - 7,235 \text{ ,,} \\ \hline 17,15 \text{ dm}^3 \end{array}$$

Nõu täitmisel veega saaksime vähema arvu, sest arvutamisel ei ole eraldatud nõu seinte ja põhja ruumala.

94. Kui 30. joonisel kujutatud nõu lõikaksime läbi tasapinnaga piki telge AB (32. joonis), saaksime läbi-

Kõige lihtsam on seda teha, teda täites veega ja ära lugedes, mitu kuupdetsimeetrit (liitrit) ja kuupsentimeetrit vett ta mahutab.

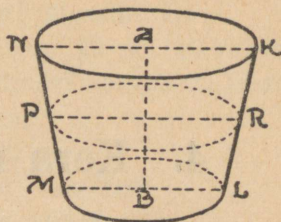
Kuid ka ilma täitmata võib arvutada ruumala (näiteks, kui on tegemist massiivse sellekujulise kehaga), kui leiame, kui kõrge koonuse osa on antud nõu, ta sügavuse ja ta mõlema põhja



31. joonis.

lõikes trapetsi KLMN, mille alusteks on põhjade diameetrid NK ja ML. Kui $NK = 36$ sm, $ML = 24$ sm, selle järgi võime leida keskjoone PR pikkuse, nimelt

$$PR = \frac{36 + 24}{2} \text{ sm} = 30 \text{ sm.}$$



32. joonis.

Kui võtaksime nõu ruumala võrdseks ligikaudu silindri ruumalaga, mille põhjaks keskmise läbilõike sõõr PR (raadius 15 sm), kõrgus nõu kõrgus 24 sm, siis leiaksime silindri ruumalana

$$\pi 15^2 \cdot 24 \text{ sm}^3 = 16,956 \text{ dm}^3,$$

milline arv on ainult sugu vähem 17,15 dm^3 -st.



33. joonis.

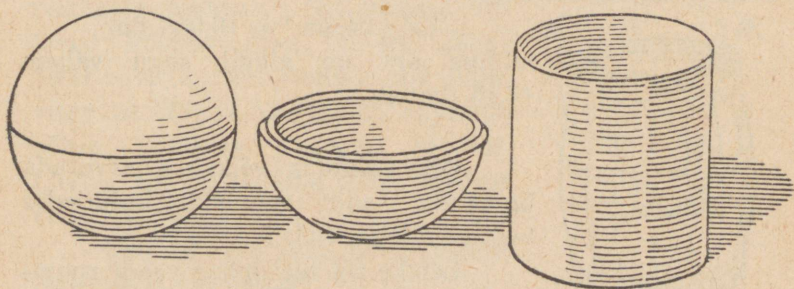
95. Kuidas võiksime arvutada ligikaudu vaadi ruumala, kujutledes teda silindrina (33. joonis)?

Leidke sel teel mõne vaadi ruumala!

4. Kera ruum- ja pindala.

96. Kuidas arvutada kera ruumala? Kuidas arvutada ta pindala?

Et leida teed kera ruumala arvutamiseks, võtame lahtikäiva mängukera poole (puust või mõnest muust aineksest; 34. joonis), valmistame paberist samaläbimõõ-



34. joonis.

dulise põhjaga silindri (tarvis arvestada just kera seesmist diameetrit, nii et seinte paksus ei segaks arvutamist), ja just nii kõrge kui silindri põhja (ja kera) läbimõõdu pikkus. Jätame ühe põhja lahti. Selle järelle täidame poolkera puhta peene liivaga (või teradega) triiki ning kallame selle täie silindrisse; kordame seda veel nii palju kordi, kuni silinder saab parajasti täis.

Toimetage kõike seda!

Mitu korda on silindri maht (ruumala) suurem poolkera mahust?

Kui silinder on vähegi korralikult ja vastavate mõõdetega valmistatud ja mõõtmist toimetate korralikult, siis leiate, et poolkera ruumala (maht) on 3 korda vähem.

Selle järgi on kera ruumala arvutamine kerge.

Kui kera raadius (r) on näiteks 10 sm (läbimõõt $2r = 2 \cdot 10$ sm), siis on vastava silindri kõrgus 2 · 10 sm (2 r) ja põhja raadius 10 sm (ka r),

silindri ruumala (sm^3 -tes) aga

$$\pi \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10 = 2\pi \cdot 10^3 \text{ ehk } 2\pi r^3$$

Poolkera ruumala on 3 korda vähem, s. o.

$$\frac{2\pi 10^3}{3} \text{ ehk } \frac{2\pi r^3}{3} = \frac{2}{3}\pi r^3 \text{ ehk } \frac{2}{3}\pi 10^3$$

Täiskera ruumala on siis muidugi

$$2 \times \frac{2}{3}\pi 10^3 \text{ ehk } 2 \times \frac{2}{3}\pi r^3 = \frac{4}{3}\pi r^3.$$

Käesoleval juhul siis

$$\frac{4 \cdot 3,14 \cdot 10^3}{3} = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 1000}{3} = \frac{12560}{3} = 4186\frac{2}{3} \text{ (sm}^3\text{)}$$

97. Tehke ka veel järgmine katse:

Võtke silindrikujuline mõõtklaas, kallake tasse vett ja märkige ära veepinna kõrgus! Nüüd hõõritage vahast kera, mis läheks väga parajasti klaasi! Kui selle kera vee sisse vajutate, siis tõuseb mõõtklaasis veepind sel mõõdul, kui palju vett kera tõrjub välja. Väljatõrjutud vee hulk kujutab endisele vee tasapinnale silindri, mille ruumala on kera ruumalaga ühesuurune. — Selle silindri raadius on teada, mõõtke ainult ära ta kõrgus! Kui seda kõrgust võrdlete raadiusega, siis leiate, et ta on $1\frac{1}{3}$ raadiusest.

Kui mõõtklaasi raadiuse, sellega siis ka silindri ja kera raadiuse, tähendame r -ga, siis on

silindri põhja pindala — πr^2 ,

silindri kõrgus — $1\frac{1}{3} r = \frac{4}{3} r$,

silindri ruumala, samuti ka kera ruumala —

$$\frac{4}{3} r \times \pi r^2 = \frac{4}{3} \pi r^3.$$

Samasuguse valemi saime vareminigi.

98. Võtke veel mingi kerakujuline nõu (kerakujuline karavin, katkiläinud kummipall v. m. n.) ja valige, kui võimalik, sama läbimõõduga silinder või valmistage see paberist, ning võrrelge siis mõlema nõu mahtu!

99. Üldiselt leiame, et kui kera raadius on r sm, siis on ta ruumala $\frac{4}{3}\pi r^3$ sm^3 . Saame valemi kera ruumala (R) arvutamiseks:

$$R = \frac{4}{3}\pi r^3$$

100. Arvutame kera ruumala, kui tema raadiuse pikkus on 3 sm.

Valemi järgi on siis

$$M = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3} = 113,04 \text{ (sm}^3\text{)}$$

101. Arvutage kera ruumala, kui tema raadiuse pikkus on: 1) 1 sm! 2) 10 sm! 3) 2 sm! 4) 0,3 m! 5) 1,2 sm! 6) $\frac{1}{2}$ m! 7) $2\frac{1}{4}$ dm!

Arvutage kera ruumala, kui tema läbimõõt on:

1) 12 sm! 2) 1 m! 3) $\frac{1}{4}$ m!

102. Poolkerakujulise paja läbimõõt on 1,2 m; mitu kuupmeetrit vett mahub tasse?

Gloobuse läbimõõt on 45 sm; arvutage tema ruumala ja poolitaja pikkus!

103. Võrrelge kerade ruumala, mille raadiused on 1 sm, 10 sm ja 100 sm (1 sm, 1 dm, 1 m)!

104. Leidke kera ruumala, mille raadius on 5 sm! Leidke, mitu korda suureneb tema ruumala, kui raadiust pikendada 2 korda! 3 korda! 4 korda!

105. Leidke kerakujuliste nõude ruumala arvutamise teel ja veega täitmise teel ja võrrelge saadusi!

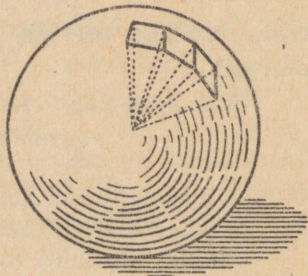
106. Arvutage mitmete kerakujuliste kehade ruumala!

107. Kera ruumala on $113,04 \text{ sm}^3$; leidke ta raadius!

Juhatusi: Ülesandest selgub, et kera ruumala, s. o. $\frac{4}{3}\pi r^3 = 113,04$. Siin on tundmatu suurus r^3 , s. o. üks tegur, kuna teine tegur $\frac{4}{3}\pi$ ehk $\frac{4}{3} \cdot 3,14$ on tuntud, samuti ka korrutis — $113,04 \dots$

Teise teguri leidmine ei ole raske. Kui aga teame raadiuse kuubi (r^3), ei ole raske leida raadiust ennast (v. 5. õppeaasta, 448. ja 450. ülesanne).

108. Me võime kujutella, et kera koosneb otsastust hulgast väikestest püramiididest, mille kõigi tipud on kera keskpunktis koos, kuna nende põhjad moodustavad kera pinna (35. joonis). Kõrguseks on kõigil kera raadius. Siit järgneb (võrdle 5. õppeaasta, 582. ja 584. ülesanne, sõõri pindala arvutamine), et kera ruumala on sama suur kui püramiidil, mille põhi on kera pindalaga ühesuurune, kõrgus aga kera raadiuse pikkune. — Kuidas arvutame püramiidi ruumala?



35. joonis.

Siit järgneb: **Kera ruumala võrdub tema pindala ja raadiuse kolmandiku korrutisega, ehk lühidalt**

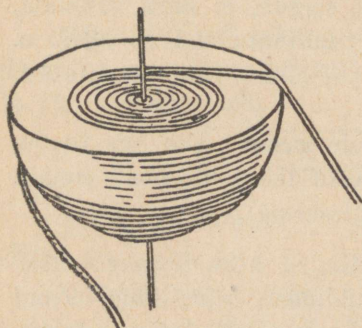
$$\frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{1}{3}r \times \text{pindala}$$

Aga just kera **pindala** arvutamist me veel ei tunne.

Kui raadius teada, võime leida $\frac{4}{3}\pi r^3$ (ruumala), arusaadavalt muidugi ka $\frac{1}{3}r$, niisugusel korral on aga ka pindala arvutamine võimalik, sest see on üks tegur, kuna teine tegur on $\frac{1}{3}r$, korrutis aga $\frac{4}{3}\pi r^3$.

Nimelt on pindala
$$\frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{1}{3}r} = \frac{4 \cdot \cancel{\frac{1}{3}} \cdot \pi r \cdot r \cdot r}{\cancel{\frac{1}{3}} \cdot r} = 4\pi r^2.$$

109. Kera pindala arvutamiseks teed leida võime ka mõõtmise abil. Pöördume tagasi oma valmistatud gloobuse juurde; võtame ta kaheks poolkeraks; telje juurest alates mähime tema kõverale pinnale korralikult üht-



36. joonis.

last nööri (36. joonis). Kui nöör katab terve kõverpinna, märgime ära selleks tarvis läinud nööri lõpp-punkti. Kui sama nööri-ga samal viisil katabime ka poolkera tasase pinna (suursõõri), siis näeme, et selleks läheb parajasti kaks korda vähem nööri. Siit järeldame, et poolkera kõver pind on kaks korda suurem kui suursõõri pindala. Terve

koera pindala on siis suursõõri pindalast neli korda suurem.

Kui kera raadiuse tähendame r -ga, siis on suursõõri pindala $= \pi r^2$,

$$\boxed{\text{kera pindala} = 4 \pi r^2}$$

Sama valemi saime ka eelmises ülesandes.

Näide: kui kera raadius on 10 sm, siis on ta pindala $4,3,14 \cdot 10 \cdot 10 = 1\,256$ (sm²).

110. Arvutage kera pindala, kui raadius on
1) 1 sm! 2) 2 sm! 3) 6 m! 4) 2,5 sm! 5) $\frac{1}{10}$ m! 6) 0,2 m!
7) $1\frac{1}{2}$ m!

111. Leidke, mitu korda suureneb kera pindala, kui raadiuse suurendate 2 korda! 3 korda! 4 korda! 5 korda!

112. Päikese raadius on ligikaudu 110 korda pikem kui Maa raadius; mitu korda on Päikese ruumala suurem kui Maa ruumala? Mitu korda on ta pindala suurem kui Maa pindala?

113. Maakera raadius on umbes 6 400 kilomeetrit pikk; arvutage Maakera pindala ja ruumala!

114. Elevandiluust biljardipall seisab rõhtsal tasapinnal; tema kõrgus on 5 sm. Arvutage: 1) kui kaugele jookseb see kera 10 keeruga; 2) kui suur on ta pindala ning ruumala, ja 3) kui palju ta kaalub, kui on teada, et elevandiluu erikaal on 1,92.

115. Kera mahub parajasti kuubikujulisse nõusse. Kera diameeter on 10 sm. Öelge, kumma keha ruumala on suurem! 2) kumma keha pindala on suurem!

Leidke, 1) mitu korda on kuubi ruumala suurem! 2) mitu korda on kuubi pindala suurem! 3) mõlema keha ruumala vahe!

116. Kera mahub parajasti silindrikujulisse nõusse. Leidke mõlema keha ruumalade suhe ja pindalade suhe! Leidke mõlema keha pindalade vahe, kui kera raadius võrdub 6 sm!

117. Poolkerakujulist pada on tarvis tinutada. Kui palju läheb see maksma, kui paja avause läbimõõt on 40 sm ja kui ühe ruutsentimeetri suuruse pinna tinutamine läheb maksma 0,3 senti?

118. Poolsõõri, mille pindala on 157 sm^2 , hõõritame ümber diameetri; leidke seejuures näiliselt saadava keha pind ja ruumala!

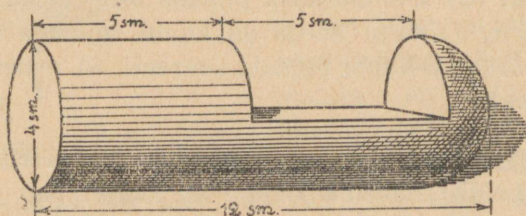
119. Leidke õõnsa raudkera raskus, kui tema raadius on 5 sm, seinte paksus aga 0,5 sm (raua erikaal = 7,8)!

120. Silindrikujulisse nõusse, mille raadius 1 dm, on valatud teatud kõrguseni vett; leidke, kui palju kõrgemale tõuseb veepind, kui vette vajutatakse kera, millel samasugune raadius!

121. Leidke kera raadius, kui ta pindala on 314 sm^2 !

122. Post kujutab enesest silindrit, mille ülemisele põhjale on asetatud (kummuli) poolkera, mille suursõõr parajasti ühtub silindri põhjaga. Leidke selle posti ruum- ja väline pindala, kui ta läbimõõt on 15 sm , üldine kõrgus aga $1,4 \text{ m}$!

123. 37. joonis kujutab massiivset vasetitükki. Leidke ta ruumala!



37. joonis.

5. Täht arvu tähisena.

124. Kera ruum- ja pindala arvutamist tundma õppides saime valemid:

$$R = \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$P = 4\pi r^2.$$
 ja

Tähte P me sellel kohal küll veel ei tarvitanud, kuid igäühele on selge, mida ta siin tähendab, nimelt kera pindala.

Me ei tohi aga ka unustada, mida mõtleme õieti teiste tähtedega. Kui, näiteks, ruumala valemit loeme lühidalt: „kera ruumala võrdub nelja kolmandikuga pii, er kuubis“, siis tuleb seda täpsamalt mõista nii:

„Kera ruumala leiame, kui kera raadiuse kolmandal astmel korrutame siiru (ringi) ja ta diameetri suhtega ja saadud arvust võtame neli kolmandikku“, sest π -ga tähendame alati siiru ja ta diameetri suhet, r -ga käesolevas valemis kera raadiuse pikkust.

Agas seegi lause on veel väga ebatäppis, sest lühiduse pärast on mõistetega ümber käidud liiga vabalt. Näiteks ei tule mitte kera raadius võtta kolmandal astmel, vaid arv, mis raadiuse pikkuse väljendab mingeis pikkuseühikuis, jne.

Nii peaks siis ütlema veel täielikumalt: „Arv, mis väljendab kera ruumala kuupühikuis (ruummõõtudes), võrdub nelja kolmandikuga kera raadiust vastavais joonühikuis (pikkusemõõtudes) väljendava arvu kolmandast astmest, korrutatud siiru (ringi) ja diameetri suhtega“.

Harilikult me ei tarvita aga kunagi nii pikka ja rasket ütlust, sest oleme ammu harjunud lühendama neid ütlusi.

Tuletage, näiteks, meelde, mida tähendab lühike ütlus: „**püstprisma ruumala võrdub põhja ja kõrguse korrutisega**“ (5. õppeaasta, 468. ülesanne) või ütlus: „**korrapärase hulknurga pindala võrdub übermõõdu ja poole apoteemi korrutisega**“ (5. õppeaasta, 555. ülesanne).

Korrake veel mõned teised meelde pandud lühikesed ütloed (5. õppeaasta, ülesanne 564, 582, 601, 604 jne.) ja seletage nende täpsamat tähendust!

Aga neidki lühikesi väljendusi oleme juba harjunud veel lühendama, tähendades mõnesuguseid arve **tähtedega**.

Kui, näiteks, ristküliku alus on 6 sm, kõrgus 4 sm, siis on ta pindala

$$6 \cdot 4 \text{ (sm}^2\text{)};$$

on alus $2\frac{1}{2}$ m, kõrgus 0,8 m, siis on pindala

$$2\frac{1}{2} \times 0,8 \text{ (m}^2\text{)};$$

on aga alus a sm, kõrgus k sm, siis on pindalas

$$a \cdot k \text{ (sm}^2\text{)}.$$

Ehk teisiti arutades:

Me teame, et ruutühikute arv ristküliku pindalas = joonühikute arv ristküliku aluses \times joonühikute arv ristk. kõrguses.

Kui joonühikute arvu ristküliku aluses, mis võib olla väga mitmesugune, märgime tähega „ a “, samade ühikute arvu ristküliku kõrguses tähega „ k “, siis on vastavate ruutühikute arv ristküliku pindalas

$$a \cdot k.$$

Seda valemit tarvitades võime arvutada iga ristküliku pindala...

Kui, näiteks, $a = 7$ (sm), $k = 12$ (sm), siis ristküliku pindala = $7 \cdot 12 \text{ (sm}^2\text{)} = 84 \text{ (sm}^2\text{)}$; kui, näiteks, $a = 1,5$ (m), $k = 0,9$ (m), siis ristküliku pindala = $1,5 \cdot 0,9 \text{ (m}^2\text{)} = 1,35 \text{ (m}^2\text{)}$ jne.

Nii siis: **Tihti väljendame tähisega mingi arvu üldisel kujul.**

125. Tooge rida näiteid, kus oleme mingi arvu väljendanud tähega!

Kus kasutasime, näiteks, valemit $\frac{A + a}{2} \cdot k$, ja millise arvu tähiseks oli siin iga täht?

126. Millised pikkused tuleksid märkida üldisel kujul, et saada kolmnurga pindala väljendust üldisel kujul?

Leidke kolmnurga pindala valem?

127. Millist suurust väljendab valem $2 \cdot 3,14 \cdot r$ ehk $2\pi r$ ja millise arvu tähiseks on siin täht r ?

Arvutage selle järgi siiru (ringjoone) pikkust, kui $r = 1$ sm; $r = 2$ sm; $r = 3$ sm; $r = 4$ sm...!

Järgmises tabelis on esimeses reas antud raadiuse pikkused, kirjutage teise rea ruutudesse vastavad siiru (ringjoone) pikkused!

Raadiuse pikkus	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Siiru (ringjoone) pikkus	6,28									

128. Korrake sama järgmises tabelis:

r	0,1	0,2	0,4	0,8	1,6	3,2	6,4
$2\pi r$							

129. Kui ruudu külje pikkus on 2 joonühikut, siis on ta pindala 2×2 ehk 2^2 ruutühikut;

kui ruudu külje pikkus on 3, siis on ta pindala 3^2 !..

" " " " " 4, " " " " 4^2 !..

" " " " " a, " " " " a^2 !..

Täitke järgmises tabelis tühjad ruudud, arvutades külje antud pikkuse järgi ruudu pindala:

a	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32
a^2								

130. Rong jõuab iga minutiga edasi 0,6 km, kui kaugele jõuab ta 2-he minutiga? 3-e minutiga? 4-ja minutiga? t minutiga? Kui kaugele jõuab jalgrattamees tunniga, kui ta igas minutis edasi jõuab 150 m? 160 m? 170 m? v meetrit?

131. Kui me ütleme või kirjutame:

„kuubi serva pikkus on a“,

„kuubi ruumala on a . a . a ehk a^3 “,

„siiru raadius on r“,

„sõõri pindala on πr^2 “,

„ristküliku pindala on a . b“,

„nelinurkse risttahuka ruumala on a . b . k“,

„jalgrattamees jõuab edasi tunniga 60 v meetrit“,

siis tarvitame siin tähtavaldisi: a; a . a . a ehk a^3 , r, πr^2 , a . b, ehk 60 v...

Tähtavaldises on täht mingi arvu tähiseks.

Tehted tähtedega märgitud arvudega märgitakse kirjas samuti kui numbrita märgitud arvudegagi; ainult korrutamismärk jäetakse harilikult täitsa ära.

$$12\frac{1}{2} + 8$$

$$a + b$$

$$12\frac{1}{2} - 8$$

$$a - b$$

$$12\frac{1}{2} \times 8 \text{ ehk } 12\frac{1}{2} \cdot 8$$

$$ab \text{ ehk } a \cdot b$$

$$12\frac{1}{2} : 8 \text{ ehk } \frac{12\frac{1}{2}}{8}$$

$$a : b \text{ ehk } \frac{a}{b}$$

132. Lahendage järgmised ülesanded:

I. Segati 3 grammi rohtu, mille gramm maksab 7 senti, 5 grammi rohuga, mille gramm maksab 12 senti. Kui kallid tuli gramm rohu segu?

II. Segati a grammi rohtu, mille gramm maksab m senti, b grammi rohuga, mille gramm maksab n senti. Kui kallis on kogu see segu ja kui kallis on gramm seda segu?

133. Ütelge järgmised ülesanded üldisel kujul (tähistades arve tähtedega) ja lahendage nad:

I. Peremees müüs 4 kotti kartuleid 4 krooni kott ja 6 kotti kartuleid $3\frac{1}{2}$ krooni kott. Kui palju sai ta sellest müügist?

II. \triangle -gas on üks nurk 62° , teine 58° . Kui suur on kolmas nurk?

III. Arvutage, kui suur on iga kesknurk korrapärasel kuusnurgas (5. õppeaasta, 559. ülesanne).

134. Arve, mis ei muutu, ei tarvitse märkida tähtedega. Nii, näiteks, eelmises ülesandes II juhul on tegemist \triangle -ga nurkade summaga, mis on, nagu teame, alati 180° ; see kirjutataksegi numbritega 180° ja ülesande lahendamise üldkujul nii: kui \triangle -ga ühes nurgas on a kraadi, teises b kraadi, siis on nende nurkade summa $a + b$ kraadi; kolmanda nurga suurus on järelikult

$$180 - (a + b).$$

Kuidas võime sama avaldise märkida veel teisiti (vaata 5. õppeaasta 123. ülesanne).

Eelmise ülesande III juhul on samuti tegemist püsiva arvuga, nimelt **nurkade summaga ühe punkti** (hulknurga keskpunkti) **ümber**, milline summa on alati 360° . Selle tähistamiseks tähte ei tule tarvitada.

Kui korrapärasel hulknurgal on n külge, siis on iga tema kesknurk

$$\frac{360^\circ}{n}$$

Ka 130. ülesandes oli meil tegemist püsiva arvuga 60 (tunnis on 60 minutit), mille märgime numbritega. Mil-

list püsivat arvu oleme aga märkinud harilikult ikka tähega? Miks?

Siiru ja diameetri suhe (π), nagu me teame, ei ole täpsalt väljendatav numbrilise arvuga. Kui märgime tema kreeka tähega π (5. õppeaasta 572. ülesanne), siis teame, et see püsiv arv tuleb arvutamisel võtta numbriliselt niisuguse täpsusega, kui nõuab ülesande mõte.

135. I. Gramm rohtu maksab a senti, kui palju maksab kilogramm sama rohtu?

II. Ametnik saab palka s krooni kuus; kui palju saab ta aastas?

III. Aeroplaan liigub kiirusega v meetrit sekundis; kui kaugemale jõuab ta tunniga?

Millised püsivad arvud esinevad nende ülesannete lahendustes? Kas on kilogrammi ja grammi suhe kunagi teine kui 1000? Kas saab aga rohu grammi hind olla vahel 5 senti, vahel 10 senti, vahel $7\frac{1}{2}$, 0,5, 100 senti? Rohu grammi hind on muutuv. Missugused suurused on muutuvad II ja III ülesandes?

136. Kui 132. ülesandest II-s saame lahenduse: rohtude segu maksab $(am + bn)$ senti, gramm segu $\frac{am + bn}{a + b}$ senti, siis ei anna siin lahendus (tähtavaldised) $am + bn$ ja $\frac{am + bn}{a + b}$ mingit kindlat ühikute arvu. Kui aga asendame tähed arvudega, siis annab tähtavaldis kindla arvu.

Näiteks, kui siin $a = 4$

$$b = 5$$

$$m = 8$$

$$n = 11, \text{ siis } am + bn = 4 \cdot 8 + 5 \cdot 11 \text{ ja}$$

$$\frac{am + bn}{a + b} = \frac{4 \cdot 8 + 5 \cdot 11}{4 + 5} = 9\frac{2}{3}$$

Lahendage ülesanne: Kahe linna vahet on k km, nendest lähtuvad ühtaegu teineteisele vastu rongid: üks sõidab kiirusega a km tunnis, teine b km tunnis. Mitme tunni pärast kohtuvad rongid?

Kui saadud tähtavaldises

$$\frac{k}{a + b}$$

asendame k — 160-ga, a — 35-ga, b — 45-ga, saame

$$\frac{160}{35 + 45} = 2$$

Me näeme, kui tähtedele avaldises anname teatud numbrilised väärtused, siis saab kogu avaldis kindla numbrilise väärtuse.

137. Leidke avaldise $a + b - d$ numbriline väärtus, 1) kui $a = 12$, $b = 20$, $d = 30$; 2) kui $a = 1,7$, $b = 0,8$, $d = 1,6$; 3) kui $a = \frac{1}{4}$, $b = \frac{1}{3}$, $d = \frac{1}{2}$; 4) kui $a = 2\frac{1}{3}$, $b = 0,5$, $d = 1,2$.

138. Leidke järgmiste avaldiste numbrilised väärtused tähtede antud väärtuse puhul:

I. $\frac{a}{a - b}$, 1) $a = 4$, $b = 3$; 2) $a = \frac{1}{2}$, $b = \frac{1}{3}$

II. $\frac{a + b}{a - b}$, 1) $a = 8$, $b = 4$; 2) $a = 1,5$, $b = 0,6$

III. $\frac{ab}{a + b}$, 1) $a = 6$, $b = 3$; 2) $a = \frac{1}{5}$, $b = 5$

IV. $\frac{2a}{3a - b}$, 1) $a = 1$, $b = 2$; 2) $a = 0,75$, $b = 0,25$

V. $\frac{a \cdot b}{2}$, 1) $a = 8$, $b = 6,5$; 2) $a = \frac{4}{5}$, $b = \frac{2}{3}$

VI. $\frac{a + b}{2} \cdot k$, 1) $a = 12,3$, $b = 14,2$, $k = 7,2$
2) $a = 0,6$, $b = 0,9$, $k = \frac{1}{3}$

139. Leidke järgmiste avaldiste numbrilised väärtused tähtede antud väärtuste puhul:

I. $2\pi r$, 1) $r = 6$, $\pi = 3,14$; 2) $r = 7$, $\pi = 2\frac{2}{7}$.

II. πr^2 , 1) $r = 5$, 2) $r = 1,5$; 3) $r = 20$.

III. $\frac{4}{3}\pi r^3$, 1) $r = 20$, 2) $r = \frac{1}{2}$; 3) $r = 2,5$.

IV. $\pi r^2 k$, 1) $r = 2\frac{1}{2}$, $k = 8$; 2) $r = 0,2$, $k = 15$.

V. a^2 ja a^3 , 1) $a = 7$; 2) $a = \frac{1}{3}$; 3) $0,2$; 4) $1\frac{1}{2}$.

VI. a. b. k. 1) $a = 4$, $b = 5$, $k = 12$; 2) $a = 2,4$; $b = 3,5$; $k = 12,5$.

Millised valemid tunnete ära käesoleva ja eelmise p. V ja VI ülesande avaldistes?

140. Põranda pikkus on a meetrit, laius b meetrit; leidke ta pindala!

Leidke vastuse numbriline väärtus, kui 1) $a = 5$, $b = 5\frac{1}{2}$; 2) $a = 7,25$, $b = 8,4$; 3) $a = 20\frac{1}{4}$, $b = 6\frac{2}{3}$!

141. Me teame, et 100 pügalat Celsiuse termomeetri järgi on sama palju kui 60 pügalat Réaumur'i (loe: reomüür) termomeetri järgi. Leidke selle järgi, mitu pügalat Celsius'e järgi on Réaumur'i a pügalat!

Leidke vastuse numbriline väärtus, kui 1) $a = 15$, 2) $a = 30$, 3) $a = 29,6$, 4) $a = 10$!

Mitu pügalat Réaumur'i järgi on b Celsius'e pügalat?

142. Jalgrattamees oli autost ees s km; mitme minuti pärast jõudis jalgrattamehele järele auto, kui ta liikus kiirusega a km minutis, jalgrattamees aga kiirusega b km minutis?

Leidke vastuse numbriline väärtus, kui

1) $s = 20$, $a = 1$ ja $b = 0,25$; 2) $s = 18$, $a = 1,2$, $b = 0,3$; 3) $s = 7,5$, $a = \frac{3}{4}$, $b = \frac{1}{3}$.

143. Ilmar viidi autol kodunt kooli juurde t minutiga; mitme tunniga jõudis ta sama teed minnes jala koju tagasi, kui auto sõitis kiirusega a km tunnis, Ilmari jalakäigu kiirus aga oli b km tunnis!

Leidke vastuse numbriline väärtus, kui 1) $t = 15$, $a = 45$, $b = 5$; 2) $t = 12$, $a = 36$, $b = 4,8$; 3) $t = 10$, $a = 40,5$, $b = 4,2$.

144. Eelmiste ülesannete lahendamisel panime tähele, et kui muuta tähtavaldises esinevate tähtede numbrilist väärtust, siis muutub kogu tähtavaldise numbriline väärtus.

Näiteks, eelmises ülesandes saadud vastusel

$$\frac{a \cdot t}{60 \cdot b}$$

on ise numbriline väärtus siis, kui $t = 15$, ja iseväärtus siis, kui $t = 12$; samuti ise numbriline väärtus siis, kui $a = 45$ ja ise numbriline väärtus siis, kui $a = 36$ jne.

M ä r k u s: Kui korraga muuta mitme tähe väärtust, siis võib juhtuda, et kogu tähtavaldise numbriline väärtus **ei muutu**. Näiteks, tehke katset tähtavaldisega $a \cdot b$ (ristküliku pindala, mille alus on a , kõrgus b), kui $a = 10$, $b = 12$ ja

kui $a = 15$, $b = 8$, või

kui $a = 2,4$, $b = 50$.

Hästi silmapaistev ja huvitav on avaldise numbrilise väärtuse muutumine, kui muutujaid avaldises on ainult üks (141., 139. I—III, 135., 129. ülesanne jne.). Järgmises peatükis jälgime seda lähemalt.

Ex lib. univ. Dorp.

6. Diagramme.

145. Lahendame ülesande: Töömees teenib 0,5 kr. tunnis, kui palju teenib ta x tunniga?

Lühenduseks märgime otsitava summa tähega y .

Saame: $y = 0,5 x$.

Võtame siin (tundidearvu) mitmesugused numbrilised väärtused ja jälgime, millised numbrilised väärtused omandab siis kogu avaldis $0,5 \cdot x$ (y ehk teenitud summa kroonides). Ülevaatlikkuse mõttes võtame x väärtustena järgemööda 1, 2, 3, 4 ... jne.

Kui $x = 1$, siis $y = 0,5 \cdot 1 = 0,5$,

„ $x = 2$, „ $y = 0,5 \cdot 2 = 1$,

„ $x = 3$, „ $y = 0,5 \cdot 3 = 1,5$,

„ $x = 4$, „ $y = 0,5 \cdot 4 = 2$,

„ $x = 5$, „ $y = 0,5 \cdot 5 = 2,5$

jne.

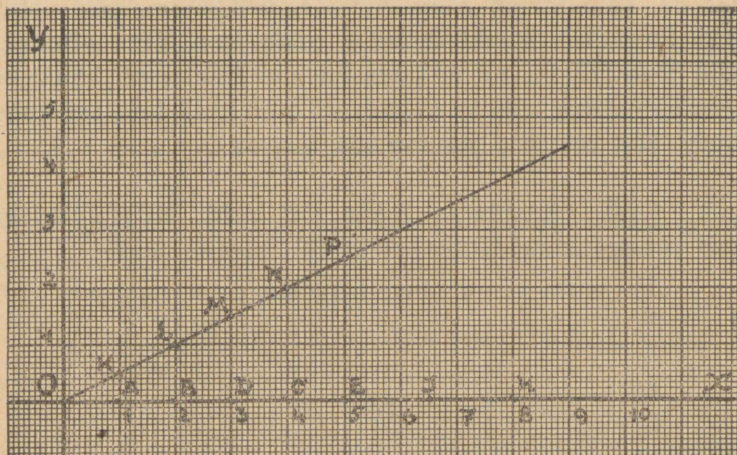
Jätkake seda arvutamist x väärtuste jaoks kuni 10-ni!

Kirjutage tabel:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10		
y		0,5	1	1,5	2	2,5							

Et veel ülevaatlikumalt jälgida teenitud summa (y) kasvamist ühenduses tunniarvu (x) kasvamisega, valmistame ruutpaberil joonise järgmiselt:

Tõmbame kaks vastastikku risti joont: OX ja OY (38. joonis). Märgime tundide arvu joonel OX nii, et igale tunnile vastab üks joonejaotus, näiteks 1 sm joont, arvates punkt O juurest. Nii oleks siis 1 tund ($x = 1$)



38. joonis.

märgitud sirglõiguga OA, 2 tundi OB-ga, 3 tundi OD-ga jne.

Et jälgida teenitud summa vastavat kasvamist, märgime vastavad summad püstjoontega, nii et igale kroonile vastaks 1 jaotus, näiteks 1 sm püstjoone pikkust. Kui $x=1$, siis $y=0,5$ (v. tabel), — nii tõmbame siis punkt A-st 0,5 sm pikkuse püstjoone AK. Kui $x=2$, siis $y=1$, nii tuleb punkt B-st tõmmata 1 sm pikkune püstjoon BL. Vastavalt tabeli andmetele peab D-st tõmbama 1,5 sm pikkuse, C-st — 2 sm pikkuse, E-st — 2,5 sm pikkuse püstjoone jne.

Kerge on märgata, et kõigi püstjoonte lõpp-punktid asuvad ühel sirgjoonel... Tõmmake see sirgjoon läbi K ja P ja pikendage teda mõlemale poole!

Saadud sirgjoon on väga huvitav. Vastavalt teenitud summale ta tõuseb ikka kõrgemale ja kõrgemale. Tema kõrgus näitab igale tunniarvule vastavalt teenitud summat. Nii on ta punkt ütleme H kohal (mis vastab 8. tunni täissaamisele, sest $OH = 8$ sm) 4 sm OX-ist eemal, misjärel vastav summa on 4 kr. — Punkt J kohal (OJ vas-

tab $6\frac{1}{2}$ tunnile) on joone KP kõrgus 3,25 sm, mis vastab 3,25 kroonile. Punkt O kohal tuleb joon KP sootumaks alla joon OX-ile, nii et tema kaugus OX-ist sel kohal on võrdne nulliga, mis ka vastab sel momendil teenitud summale, sest teenitud summa töö alul on 0.

146. Kasutades joone OP (ehk KP) omadusi, mis praegu kirjeldatud, leidke 38. joonise järgi:

- | | | |
|----|----------------------------|------------------|
| 1) | mitu krooni teenib töömees | 6 tunniga! |
| 2) | " " " " | 10 " |
| 3) | " " " " | $\frac{1}{2}$ " |
| 4) | " " " " | 9 " |
| 5) | " " " " | $7\frac{1}{2}$ " |
| 6) | " " " " | $2\frac{1}{2}$ " |

Märkus: Joone OP vastava punkti „kõrgust“ on kerge jälgida püstjoonel OY. Nii paistab kohe silma, et punkt T asub 4 sm kaugusel OX-ist, sest $TH = O4 = 4$ sm, sest T4 on rööbiti joone OX-iga (ruutpaberi rööpjooned).

147. Sama joonise varal leidke:

- | | | |
|----|------------------------------|------------------|
| 1) | mitme tunniga teenib töömees | 3 kr.! |
| 2) | " " " " | $3\frac{1}{2}$ " |
| 3) | " " " " | 2 " |
| 4) | " " " " | 5 " |
| 5) | " " " " | $1\frac{1}{2}$ " |
| 6) | " " " " | $1\frac{1}{4}$ " |
| 7) | " " " " | $1\frac{3}{4}$ " |
| 8) | " " " " | $2\frac{1}{4}$ " |
| 9) | " " " " | $\frac{1}{2}$ " |

Juhatus: Võtame püstjoonel OY O-st arvates 3 sm, mis vastab 3 kroonile. Vastavat rööpjoont mööda minnes paremale, leiame, et sellesse kõrgusse tõuseb joon OP punktis, mis vastab 6-le töötunnile.

148. 38. joonist laiendades, leidke:

1) mitu krooni teenib töömees 20 tunniga! 15 tunniga! 13 tunniga! $12\frac{1}{2}$ tunniga!

2) mitme tunniga teenib töömees 6 krooni! 10 krooni! $5\frac{1}{2}$ krooni! 6,75 krooni!

149. Päeviline teenib 3 kr. päevas. Kui palju teenib ta x päevaga?

Leidke vastus üldkujul!

Leidke vastuse numbriline väärtus, kui $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$ jne!

Kirjutage tabel ja tehke joonis, millest nähtuks teenitud summa (y) kasvamine ühenduses päevade arvu (x) kasvamisega!

Sellel joonisel ei tule rõhtjoonel (OX) märkida muidugi mitte tunde, vaid päevi. Võib märkida nii, et igale päevale vastab 1 sm, — kuid täiesti võimalik on märkida päeva näiteks ka 3 sentimeetriga, nii et 1 sm vastab ühele söögivahele... Lubamatu on aga samal joonisel muuta märkimist: päeva märkida vahel 1 sm-ga, vahel 3 sm-ga või veel teisiti.

Samuti on lugu teenitud kroonide arvu märkimisega. Kõige lihtsam on märkida nad püstjoontel nii, et 1 sm vastab 1 kroonile (1 mm vastab siis 10 sendile), on aga võimalik märkida ka teisiti, näiteks: 1 sm vastab $\frac{1}{2}$ kroonile (kus siis 1 mm vastab 5 sendile), või 1 sm vastab 2 kroonile jne. — Ka see märkimine ei tohi muutuda ühel ja samal joonisel.

Öelge saadud joonise järgi:

1) millise summa teenib päeviline 5 päevaga! 4 päevaga! 6 päevaga! $3\frac{1}{2}$ päevaga! $2\frac{2}{3}$ päevaga! $\frac{1}{2}$ päevaga! $2\frac{1}{3}$ päevaga!

2) mitme päevaga teenib ta 6 krooni! 15 kr.! $7\frac{1}{2}$ kr.! 4 kr.! 8 kr.! 10 kr.! 2 kr.!

150. Tehke sama ülesande jaoks uus joonis teissuguse märkimisega, näiteks: 1 päev vastab 3 sm, 1 kr. 1 sm!

Vastake selle joonise abil praegu lahendatud küsimused ja võrrelge uusi vastuseid endistega. Mida märkate?

Kumb märkimine võttis rohkem ruumi? Kumb võimaldas vastuste täpsamat lugemist joonise järgi?

151. Maaler teenib a krooni päevas; mitu krooni teenib ta nädalaga?

Arvutage vastuse 6a (y) numbriline väärtus, kui $a = 1, 2, 3, 4 \dots!$

Kirjutage tabel ja joonistage **diagramm** nagu eelmiste ülesannete puhul!

Selge on, et selles diagrammis ei tule rõhtjoonel märkida ei päevi ega tunde, vaid päevane teenistus (kroonid), sest a tähendab päevapalka. Püstjoonel (OY) loeme muidugi kogu teenitud summat, mis kasvab päevapalga kasvamisega.

Öelge saadud joonise järgi:

1) kui palju teenib maaler nädalas, kui päevapalk (a) on 5 kr.! 2 kr.! 3 kr.! 4 kr.! 3,5 kr.! 2,2 kr.!

2) millise päevateenistuse juures teenib maaler nädalas 18 kr.! 24 kr.! 15 kr.! 10 kr.! 19,5 kr.! 0 kr.!

152. Pöördume uuesti 141. ülesandele ja küsime: mitu pügalat Celsius'e järgi on x Réaumur'i pügalat?

Kui **otsitava** Celsius'e pügalate arvu märgime y-ga, siis saame

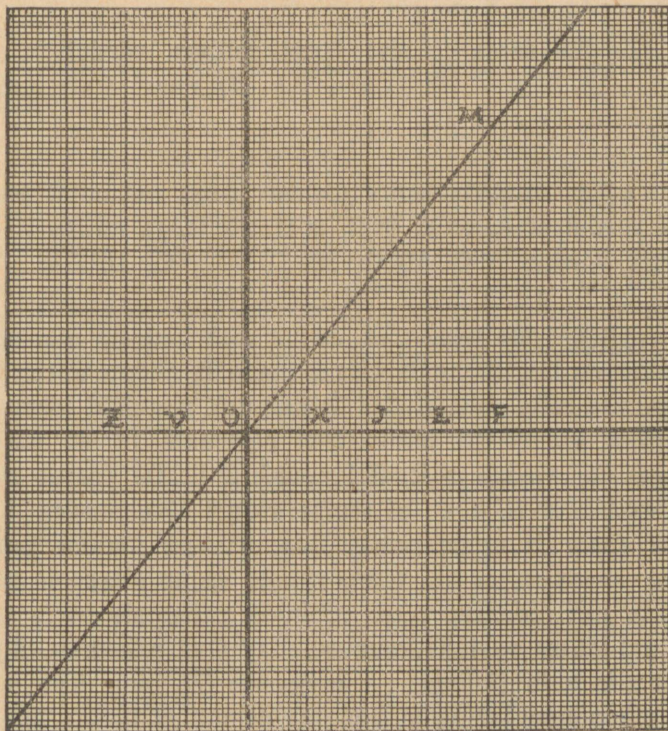
$$y = \frac{5}{4} x.$$

Võtame siin jällegi x mitmesugused numbrilised väärtused ja jälgime, millised numbrilised väärtused omandab kogu avaldis $\frac{5}{4} a$ ehk y.

Kirjutame tabeli

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
y	0	$1\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$	$3\frac{3}{4}$	5											

ja joonistame diagrammi (39. joonis).



39. joonis.

Jälgige nüüd niisugusel kraadiklaasil, kus märgitud niihästi Celsius'e kui Réaumur'i pügalad, selles tabelis vastastikku seisvate arvude vastavust!

Võtke mistahes arv Réaumur'i pügalaid ja leidke

diagrammi abil vastav arv Celsius'e pügalaid! Kontrollige saadud vastust ülalnimetatud kraadiklaasil!

Võtke nüüd mingi arv Celsius'e pügalaid ja leidke diagrammi varal vastav arv Réaumur'i pügalaid!

153. Leidke 39. joonise järgi, millega võrdub $\frac{5}{4}x$ (ehk y), kui 1) $x = 1$, 2) $x = 8$, 3) $x = 12$, 4) $x = 11$, 5) $x = 2\frac{1}{2}$, 6) $x = 4\frac{1}{2}$!

Leidke sama joonise järgi, millega võrdub x , kui 1) $y = 10$, 2) $y = 15$, 3) $y = 2\frac{1}{2}$ 4) $y = 7\frac{1}{2}$ 5) $y = 3$, 6) $y = 6$, 7) $y = 1$!

154. Leidke sama joonise järgi, mitme C pügalaga võrdub $2^{\circ}R$, $8^{\circ}R$, $6^{\circ}R$, $9^{\circ}R$, $16^{\circ}R$, ja mitme R pügalaga võrdub $5^{\circ}C$, $15^{\circ}C$, $12^{\circ}C$, $12\frac{1}{2}^{\circ}C$, $13^{\circ}C$!

155. Me teame, et soojus võib langeda **alla nulli**. Huvitav on jälgida, mida näitab meile 39. joonis niisuguste temperatuuride suhtes. Kui Réaumur'i pügalaid loeme ja märgime joonel OX punkt O-st paremale, nii et näiteks kaugus OF vastab $4^{\circ}R$, OE vastab $3^{\circ}R$, OJ vastab $2^{\circ}R$, OU vastab $1^{\circ}R$, s. o., et temperatuuri alanemisega läheneb enam ja enam punkt O-le, $0^{\circ}R$ -ga jõuame punkt O-sse, loomulik, et kui temperatuur vajub allapoole nullpunkti, meil joonisel tuleb nihkuda pahemale poole O-d. 1 pügal külma vastaks kaugusele OV O-st pahemale, 2 pügalat alla nulli (külma) — kaugusele OZ jne. Kui joone OM pikendame teispoole O-d, siis näeme, et ta siin langeb allapoole joon OX-i, järelikult ta näitab ka Celsius'e pügalaid alla nulli, mis vastavadki Réaumur'i pügalatele alla nulli. Jooniselt on kerge näha, et $2^{\circ}R$ külma vastab $2,5^{\circ}C$ alla nulli jne.

Tuletame meelde, et temperatuuri alla nulli märgitakse märgiga — (miinus) pügalate arvu ees. Nii võime kirjutada, et $-2^{\circ}R = -2\frac{1}{2}^{\circ}C$; $-3^{\circ}R = -3\frac{1}{4}^{\circ}C$ jne.

Jälgige joonisel ja kirjutage, millise C pügalate arvuga võrduvad järgmised temperatuurid:

- 1° R =
 — 2° R = 2½° C.
 — 3° R =
 — 4° R =
 — 5° R =
 — 6° R =
 jne.

Pikendage nende andmete põhjal endist tabelit (57 lk.) nii:

x	...	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y							-1¼	0	1¼							

156. Märkus: Soovitav on ära märkida, et üldse arve, mis lähevad teisele poole nulli, märgitakse miinusmärgiga. Näiteks ülesanne: 1917. a. sündis linnas 232 inimest, suri 175; 1918. a. olid vastavad arvud 219 ja 219, 1919. a. 224 ja 235. Kui suur oli igal tähendatud aastal elanikkude juurdekasv neil andmeil?

Arvutamisel leiate,

1917. a. oli juurdekasv 232 in. — 175 in. = 57 in.

1918. a. „ „ 219 „ — 219 „ = 0 „

1919. a. „ „ 224 „ — 235 „ =

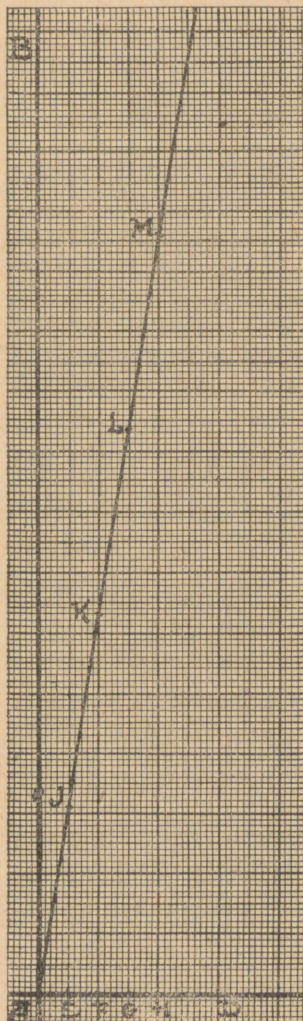
kust näeme, et 1919. a. inimeste arv kahanes 11 võrra... Niisugusel korral võib vastata ülesande küsimust otsese vastusena: „juurdekasv oli — 11 inimest (miinus 11 inimest), mis muidugi tähendab: kahanemine 11 in. võrra.

Joonistel märgitakse need teispoole nulli kalduvad arvud harilikult pahemale poole püstjoont või allapoole rõhtjoont, selle järgi, millisel joonel märgitakse vastavat suurust.

157. Leidke 39. joonise järgi, mitmele R pügalale vastab — 1° C! — 2° C! — 3° C! — 4° C! — 5° C! 7,5° C! 10° C! 25° C!

158. Valemi $s = 2\pi r$ järgi leiame siiru (ringjoone) pikkuse (s), kui aga teada on r (raadius).

Arvutage avaldise $2\pi r$ numbriline väärtus, kui $r = 1, 2, 3 \dots!$



40. joonis.

Kirjutage tabel ja joonistage diagramm (40. joonis), võttes pikkusi ümmarguselt kuni 0,1!

Nüüd leidke saadud joonise järgi:

1) milline siiru (ringjoone) pikkus (täpsusega 0,1) vastab raadiusele 2 sm! 1,5 sm! 2,5 sm! 0 sm!

2) milline raadiuse pikkus (täpsusega 0,1) vastab siirule (ringjoonele) 9 sm! 12 sm! 10 sm! 4,5 sm! 75 sm!

159. Kujutleme, et 40. joonisel on iga sentimeetriga märgitud raadiuse 1 dm, vastavalt näitab siis iga püstjoone sm siiru (ringjoone) 1 dm, joonise iga mm näitab raadiuse ja siiru (ringjoone) üht sm.

Öelge neil tingimusil joonise järgi (täpsusega 0,1),

1) milline siiru (ringjoone) pikkus vastab raadiusele 1 dm! 15 sm! 20 sm! 5 sm! 11 sm! 3 sm!

2) milline raadiuse pikkus vastab siirule (ringjoonele) 63 sm! 126 sm! 1 m! 75 sm! 80 sm!

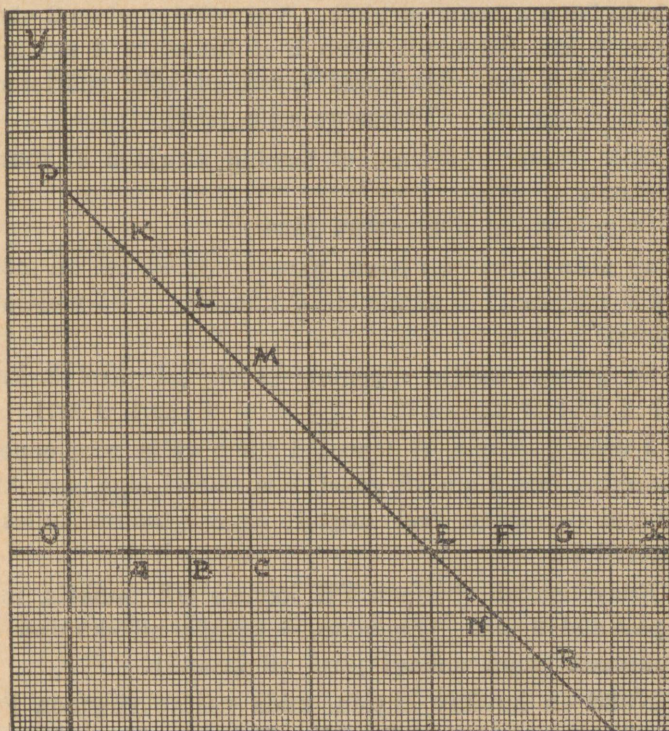
3) kui pikk vitsaraud tuleb võtta, et saada siiru, mille läbimõõt 1 m ($r = 0,5$ m)!

Kontrollige vastuste täpsust arvutamise teel!

160. Aime Kaseste'le anti kodunt kaasa 6 krooni väikesteks kuludeks. Ta kulutas igal nädalal 1 krooni. Kui palju oli rahast järel, kui kodunt tulekust oli möödunud x nädalat?

Kirjutame tabeli ja valmistame diagrammi (41. joonis).

Järelolev summa $y = 6 - x$.



41. joonis.

x	0	1	2	3	4	5	6	...
y	6	5

Juba tabelist näeme, et x kasvamisega y kahaneb, mis muidugi teisiti olla ei saagi, sest mida rohkem nädalaid möödub kodunt tulekust, seda vähemaks jääb järel olev summa.

Joonisel märgime joonel OX nädalad nii, et 1 sm vastab 1 nädalale, püstjoontel märgime järeloleva summa nii, et 1 sm vastab 1 kroonile. Tabel näitab, et kui möödunud on 1 nädal, on järel 5 kr., järelikult A-st tuleb püstitada 5 sm pikkune sirglõik. Kui möödunud on 2 näd., on järel 4 kr., järelikult tuleb B-st tõmmata 4 sm pikkune püstjoon jne. Märkame varsti, et kõik püstjoonte otsad on sirgjoonel. Tõmbame selle (PR).

Siin näeme uudisena, et saadud sirgjoon ei tõuse, vaid vajub...

Öelge saadud diagrammi järgi:

1) mitu krooni oli Aime Kasestel järel, kui oli möödunud 3 nädalat! 5 nädalat! 4 nädalat! $3\frac{1}{2}$ nädalat! 6 nädalat!

2) mitme nädala möödumisel oli tal järel 3 kr.! 1 kr.! 4 kr.! 2 kr.! 5 kr.! $1\frac{1}{2}$ kr.! $\frac{1}{2}$ kr.! 0 kr.!

Jooniselt näeme, et joon PR tuleb välja püstjoonele OY punktis, mis 6 sm kõrgusel, mis täiesti õige, sest kui möödunud ei olnud veel sugugi aega (kodunt tulles), oli järel 6 kr.

Edasi laskub sirgjoon PR joonele OX punktis, mis O-st paremal 6 sm. Tähendab, 6 nädala möödumisel ei ole summast enam midagi järel (0 krooni).

Nüüd on huvitav küsida, mida näitab sirgjoon PR siis, kui ta on vajunud alla OX. Eelmises ülesandes tähendas diagrammi niisugune jätk temperatuure alla nulli.

Arutame nii: Kui Aime Kaseste ka edasi kulutas ülesande tingimustel igal nädalal 1 krooni, siis pidi ta võlga tegema... Ja kui püstjoon FN F kohal (mis vastab 7 nädala möödumisele) on pööratud allapoole OX ja ta pikkus on 1 sm, siis tähendab see, et tol momendil ei ole mitte järelejääki, vaid puudujääk ja nimelt 1 kroon. Veel nädal edasi, ja puudujääk on 2 kr.

Kui palju on puudujääk veel nädal hiljem? siis veel nädal?

Ka siin võidakse anda vastused otse küsimusele „kui palju raha oli järel x nädala möödudes“: „järel oli — 1 kroon (miinus üks kroon)“, „järel oli — 3 kr.“ jne., mis aga tähendavad vastavat **puudujääki**.

161. Lahendage järgmine ülesanne üldkujul, joonistage diagrammid ning jälgige nende järgi otsitava muutumist!

I. Vello Pajustel oli 4 krooni. Ta kulutas $\frac{1}{2}$ krooni päevas. Kui palju oli tal järel x päeva pärast?

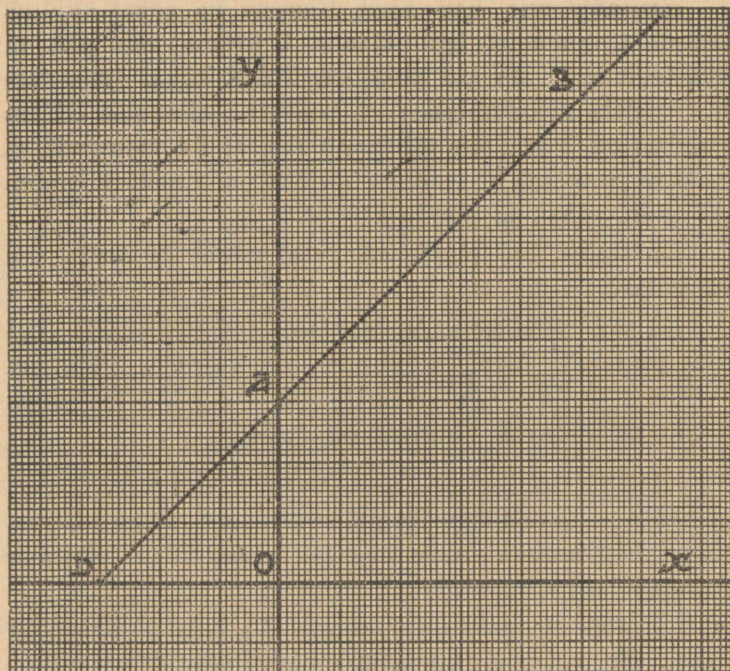
II. Jalgrattamees sõitis Lihulast Haapsalu suunas kiirusega 15 km tunnis. Kui palju jäi veel Haapsaluni maad, kui väljasõidust oli möödunud x tundi ja kui Lihulast Haapsaluni on 55 km?

J u h a t u s : Siin märkige km nii, et 1 km vastaks 1 mm! Vastasel korral on joonist raske ära mahutada.

162. Aadu on Hennust 3 aastat vanem. Kui vana on Aadu, kui Henu vanus on x aastat?

Kirjutage tabel ja joonistage diagramm (42. joonis), mis näitaks Aadu vanuse (ütleme y -i) muutumist ühenduses x -i (Henu vanuse) muutumisega!

Ütelge saadud joonise järgi:



42. joonis.

1) kui vana oli Aadu, kui Henn oli 1-aastane!
2-aastane! 4-aastane! $2\frac{1}{2}$ -aastane!

2) kui vana oli Henn, kui Aadu oli 6-aastane!
5-aastane! 4-aastane! $3\frac{1}{2}$ -aastane!

3) kui vana oli Aadu, kui Henn sündis! kui vana
oli Aadu 1 aasta enne Hennu sündimist! 2 aastat enne
Hennu sündimist! 3 aastat enne Hennu sündimist!

4) mitu aastat enne Hennu sündimist oli Aadu
1-aastane! 2-aastane! 0-aastane! — 1-aastane!

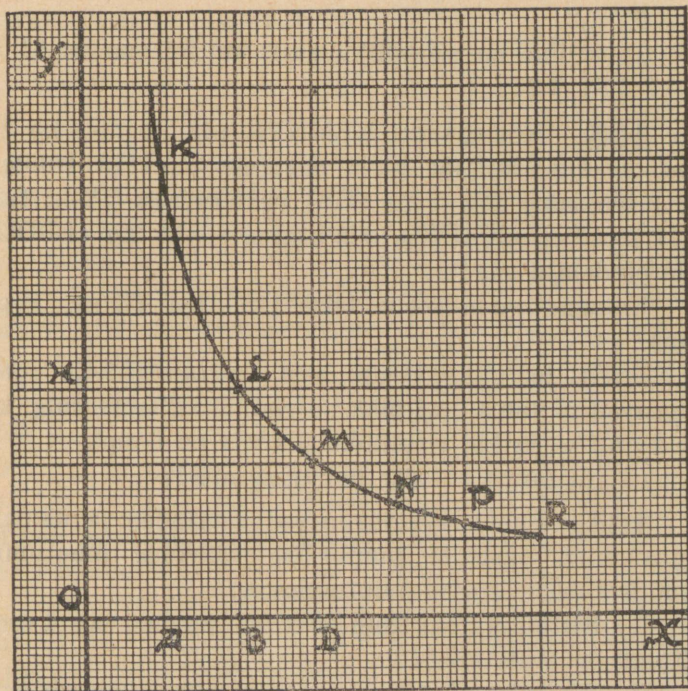
163. Öelge ise mõni sellesarnane ülesanne, lahendage (joonistades ka diagrammi), pange mitmesuguseid küsimusi ja leidke vastused diagrammi järgi!

164. Võtame ülesande: Ristküliku pindala on 6 sm^2 ; missugune on kõrgus, kui alus on $x \text{ sm}$?

Jälgime avaldise $\frac{6}{x}$ numbrilise väärtuse muutumist tabelil ja diagrammil (43. joonis):

$$y = \frac{6}{x}$$

x		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y		6	3	2	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{5}$	1	$\frac{6}{7}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{2}{3}$	0,6



43. joonis.

Juba kui oleme märkinud kolm-neli püstjoont joonisel, märkame kohe, et nende otsadest (K, L, M) läbi ei saa tõmmata sirgjoont. Et aimu saada, millise joonega siin tegemist, leiame õige pika rea tema punktidest,

nimelt vastavad $x = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ ja ka vastavad $x = \frac{1}{2}, 1\frac{1}{2}$ jne... Võrduda 0-ga x siin ei saa, sest kui ristküliku alus või kõrgus on 0, siis ristkülikut ei olegi...

Me näeme selgesti, et siin diagramm kujutab kõverat joont, mis langeb alul õige järsult ülalt alla, kuid siis läheneb ikka aeglasemalt ja aeglasemalt joon OX-le.

Katsuge tõmmata see kõverjoon!

Leidke tema abil,

1) milline on ristküliku kõrgus, kui alus on 3! 4!
1½! 5! 1,2!

2) milline on ristküliku alus, kui kõrgus on 6! 4!
2! 1! 1½! 1,2!

165. Kõverjoonel KLMNPR (43. joonis) on huvitav omadus: kui me tema mistahes punktist (näiteks L-ist) tõmbame ühe joone (LB) paralleelselt OY-le, teise (LU) paralleelselt OX-le, siis saame ristküliku (LBOU), mille pindala 6 sm^2 !

Katsuge sama mõne teise punktiga (K-ga, M-ga, N-ga)!

Teisiti see olla ei saagi, sest diagrammi kõik punktid peavad näitama, kui pikk on ristküliku teine külg, kui antud on üks ja kui ristküliku pindala on 6 sm^2 .

(V. ülesanne eelmise harjutise alul!)

166. Lahendage järgmised ülesanded ja näidake diagrammiga vastuste numbrilise väärtuse muutumist ühenduses x -i väärtuse muutumisega:

I. Ristküliku üks külg on $x \text{ dm}$, pindala aga 4 dm^2 ; kui pikk on teine külg?

II. Veenõus on 12 hl vett. Ta põhjas on nii suur auk, et ta jookseb tühjaks x minutiga. Mitu hl vett jookseb nõust iga minutiga?

167. Kui ruudu külg on a , siis on ta pindala a^2 . Arvutage tähtavaldise a^2 numbriline väärtus, kui $a = 0,1! 0,2! 0,3! 0,4! 0,5! 1! 1,5! 2! 2,5! 3!$ jne.

Kirjutage tabel ja katsuge joonistada a^2 ($=y$) muutumise diagramm (44. joonis)!

a	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5			1,5	2	2,5	3
a^2	0,01	0,04	0,09	0,16	0,25		1	2,25	4		

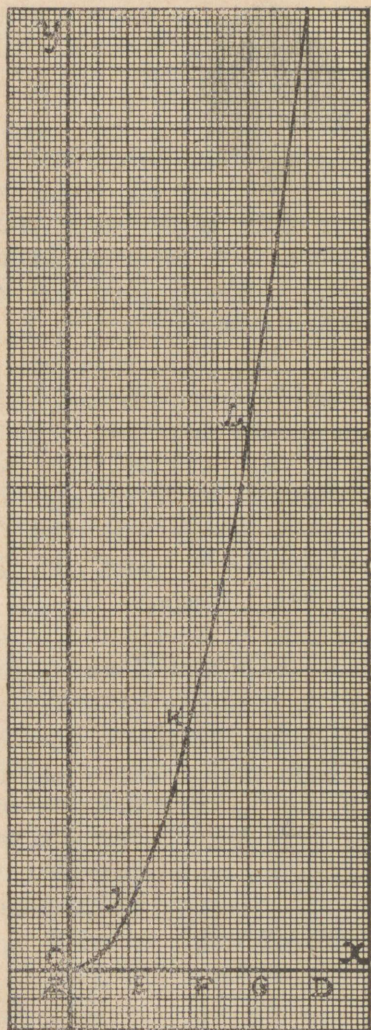
Kui võtame joonisel märkimise ühikuks sm, siis tuleb (kuna $a=1$ puhul $a^2=1$) punkt E-st tõmmata püstjoon $EJ=1$ sm, punkt F-st püstjoon $FK=4$ sm (kuna $a=2$ puhul $a^2=4$), punkt G-st püstjoon $GL=9$ sm jne.

Esimese pilguga on juba selge, et siin nende püstjoonte otsad ei asu mitte ühel sirgjoonel...

Jälgime siin joonise abil lähemalt a^2 numbrilise väärtuse muutumist.

Me teame, et kui $a=0$, siis ka $a^2=0$, nii siis punkt O kohal on vastava püstjoone pikkus 0, s. o. ta ei tõuse mitte kriipsugi joon OX-st kõrgemale.

Kui võtame $a=0,1$, siis $a^2=0,01$; tähendab 1 mm O-st paremale tuleb tõmmata niisugune püstjoon, mille pikkus 0,1 millimeetrit... Arusaadav, et meie seda ei saa teha, kuna pliiaats kui ka sulg täpigi teeb palju jämedamalt kui 0,1 mm pik-



44. joonis.

kus... Siin jääb püstjoon lihtsalt veel joone AD laiuse piiridesse.

Kui $a = 0,2$, siis $a^2 = 0,04$, see on juba ligi $\frac{1}{2}$ mm... Sellise püstjoone saame kuidagi ehk joonistada peene pliiaatsiotsaga.

Kui $a = 0,3$, siis $a^2 = 0,09$, s. o. ligi 1 mm;

kui $a = 0,4$, siis $a^2 = 0,16$, s. o. juba üle $1\frac{1}{2}$ mm;

kui $a = 0,5$, siis $a^2 = 0,25$, s. o. juba 2,5 mm ehk $\frac{1}{4}$ sm;

kui $a = 0,6$, siis $a^2 = 0,36$;

kui $a = 0,7$, siis $a^2 = 0,49$...

Me näeme, et a^2 numbriline väärtus kasvab ikka jõudsamalt ja jõudsamalt, kuigi a -le lisame püsivalt juurde ühe ja sama suuruse 0,1 (0; 0,1; 0,2; 0,3; 0,4; 0,5; 0,6 jne.).

Kui nüüd püstjoonte otsadest läbi tõmbame joone, siis tuleb see kõver... Ja nagu näeme, tõuseb see kõverjoon ikka järsemalt ja järsemalt ülespoole...

Kui a numbriline väärtus ulatub 1-ni, on kõver tõusnud 1 ühiku võrra joon OX-st kõrgemale; kui a numbriline väärtus ulatub 2-ni, on kõver juba 4 ühiku võrra joon OX-st kõrgemal; $a = 3$ juures on kõver jõudnud juba 9 ühikut ülespoole OX-i... Ja mida kaugemale, seda järsemalt... Arvutamiseega võite leida, et ta $a = 10$ juures on tervelt 100 ühikut ülalpool OX-i, jne.

Saadud kõver OJKL näitab piltlikult, kuidas a kasvamisega kasvab a^2 (a ruut), teiste sõnadega, kuidas ruudu külje kasvamisega kasvab ruudu pindala.

168. Leidke 44. joonise järgi (niisuguse täpsusega kui saate):

1) ruudu pindala, kui ta külg on 2,5!

2) " " " " " " 2,1!

3) " " " " " " 3,5!

4) " " " " " " 1,2!

5) " külg, kui ta pindala on 4 !

- 6) ruudu külg, kui ta pindala on 9 !
 7) „ „ „ „ „ „ 2 !
 8) „ „ „ „ „ „ 5 !
 9) ruutjuur 5-st!
 10) „ 10-st!
 11) „ 3-st!
 12) „ 8-st!
 13) „ 12-st!

169. Kirjutage tabel ja tehke joonis, mis näitaks πr^2 numbrilise väärtuse muutumist, kui muutub $r \dots$, teiste sõnadega, kuidas kasvab sõõri (ringi) pindala, kui raadius kasvab ühe ja sama pikkuse võrra!

Saadud joonise järgi määrake võimaliku täpsusega:

1) kui suur on sõõri pindala, kui raadiuse pikkus on 1, 5! 0,8!

2) kui pikk on raadius, kui sõõri (ringi) pindala on 3! 12,5! 10! 5!

170. Jälgige veel tabeli ja joonise abil avaldise $\frac{1}{2} a^2$ numbrilise väärtuse muutumist, kui muutub a !

171. Korrake seesama avaldisega $\frac{4}{3} \pi r^3$! Mille valem see on?

172. Eelmistes ülesannetes kujutasime diagrammidega mõnesuguste suuruste muutumist. Muutumine oli igal juhul huvitavalt reeglipärane, diagramm oli kas sirgjoon, või kui mitte, siis — kõverjoon, mille käik kohe selgesti aimatav. Diagrammide abil saab aga silmapaistvaks teha ka teissuguseid suuruste muutumisi.

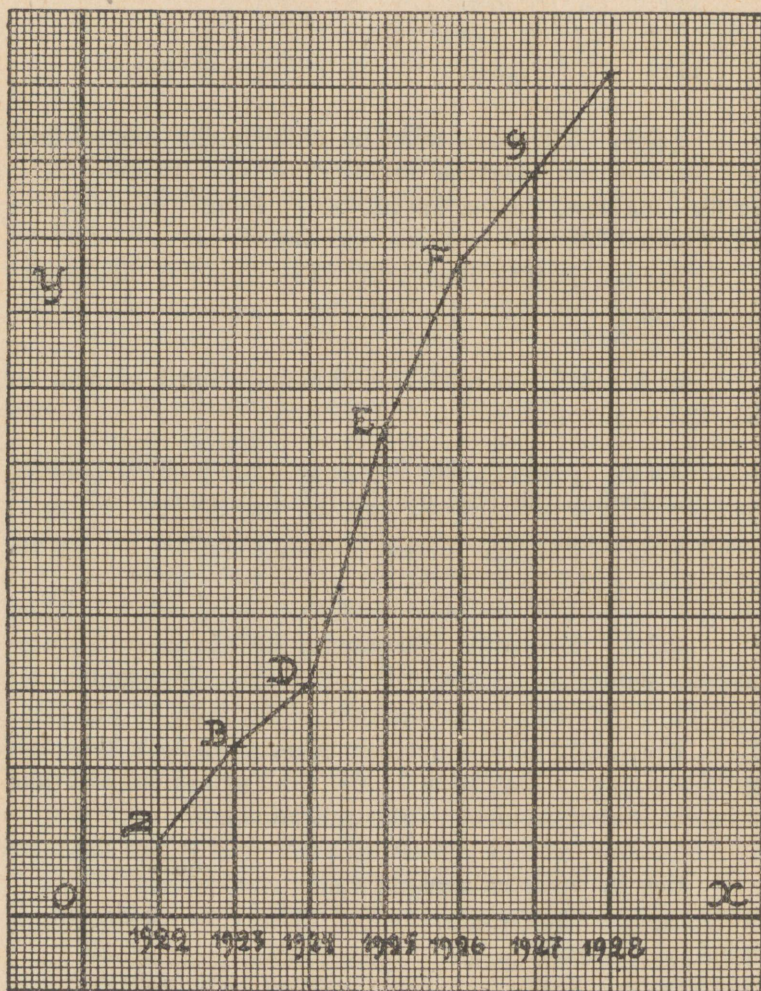
Võtame näiteks arvustiku andmeid.

Eestist veeti välismaale võid

1922. a.	999 tonni	1926. a.	8 692 tonni
1923. a.	2 347 „	1927. a.	9 906 „
1924. a.	3 187 „	1928. a.	11 222 „
1925. a.	6 445 „		

Valmistame diagrammi niimoodi:

Joon OX-il märgime aastad: 1 sm = 1 aasta, püst-jooned tõmbame nii, et 1 sm = tuhat tonni, kusjuures tuhanded võtame täpsusega 0,1... Vastavad arvud on siis:



1922. a. — 1 tuhat tonni, 1923. a. — 2,3 tuhandet tonni, 1924. a. — 3,2 tuhandet tonni jne.

Kui kõik püstjooned tõmmatud (45. joonis), näeme, et kui nende otsadest tahame läbi tõmmata joone, siis saame murtud joone, mis tõuseb küll kogu aja, kuid vahel järsemalt, vahel aeglasemalt... Joon näitab, et kogu aja, alates 1922. a., on või väljavedu Eestist kasvanud, eriti järsult aga 1925. a.

See joon näitab, kui palju veeti võid välja igal aastal eraldi, ei näita aga mitte, kui palju viidi välja ühe, kahe, kolme... aastaga. Sellepärast ei saa siin mitte küsida näiteks: kui palju viidi võid välja $2\frac{1}{2}$ aastaga? $4\frac{1}{2}$ aastaga? Diagramm seda ei näita. Tema ei näita isegi seda mitte, kuidas tõusis või väljavedu igal poolaastal, sest see on märksa suurem suvekuudel kui talvekuudel, nagu seda näitavad teised arvustiku andmed.

Et selles diagrammis joone vahepealseil punktidel ei ole tähtsust, valmistatakse säärase andmete puhul diagramm sugu teistmoodi.

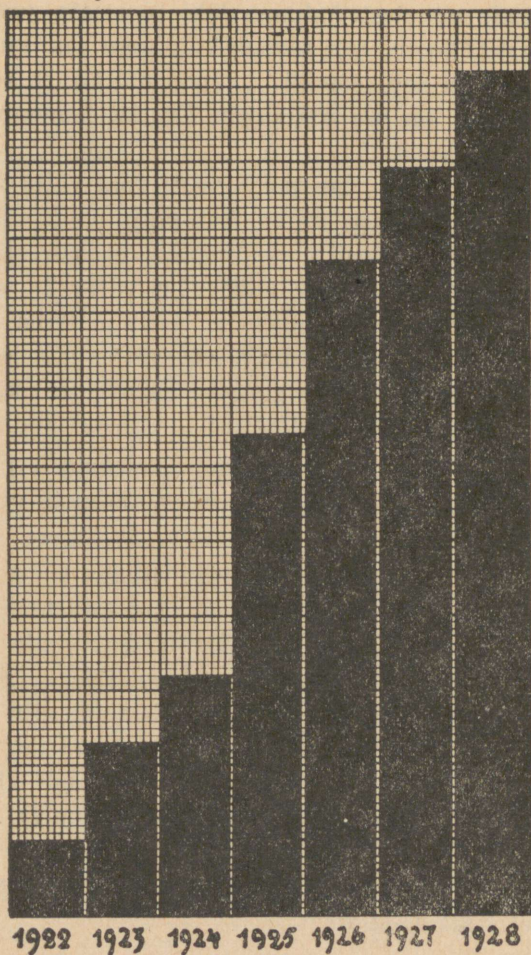
Joone OX esimese sentimeetri võtame kogu ulatuses esimese aasta jaoks, teise sentimeetri teise aasta jaoks jne. Igale sentimeetrile kujutame risküliku, mille pindala (ruutsm arv) vastaks tonnide tuhandetele... Et kõigil riskülikuil võrdsed alused (1 sm), siis tuleb siin riskülikute kõrgused võtta vastavad tonnide tuhandeile. Et diagramm oleks hästi silmapaistev, katame iga risküliku pindala värviga, tindiga või tušiga (46. joonis).

173. Valmistage samal viisil diagramm järgmistel statistilistel andmetel:

Väljaveetud või eest saadi

1922. a.	2 117 tuhat krooni,
1923. a.	5 531 „ „
1924. a.	9 793 „ „
1925. a.	21 297 „ „

1926. a.	23 771 tuhat krooni,
1927. a.	27 663 „ „
1928. a.	33 056 „ „



46. joonis.

- 174.** Eestist veeti linu välja
- | | |
|----------|-------------|
| 1923. a. | 9 327 tonni |
| 1924. a. | 10 433 „ |

1925. a.	7 574 tonni,
1926. a.	10 326 „
1927. a.	8 794 „
1928. a.	5 629 „

Valmistage neil andmeil diagramm ning öelge tema järgi, kas linade väljavedu Eestist on kasvamas või kahanemas!

175. Ajalehes „Vaba Maa“ 1929. a. 10. jaanuarist on trükitud järgmine diagramm (47. joonis), mis näitab või väljavedu Eestist 1928. aasta jooksul kuude kaupa. Rõhtjoonel järgnevad kuud üksteise järele, püstjoonel on märgitud 100 tonnile vastavad jaotused, alates nullist kuni 20-ne sajani (2 tuhandeni).

Öelge selle diagrammi järgi:

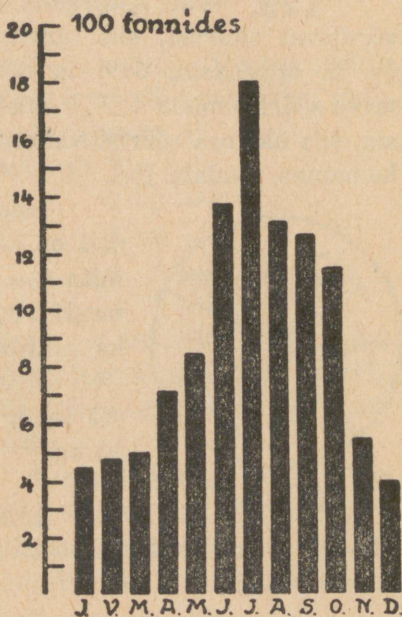
1) mitusada tonni võid veeti välja 1928. a. jaanuaris! veebruaris! juunis! detsembris!

2) millise ajani tõusis tol aastal väljavedu ja millal algas kahanemine!

3) millisel kuul oli väljavedu kõige suurem ja millisel kõige vähem!

176. Lugege ära oma kooli õpilased klasside kaupa ja kujutage õpilaste arvu diagramm klasside järgi!

177. Kuulake lähemast tarvitajate ühingust läbimüügisummad läinud viie (või enama) aasta kohta ning kujutage nende andmete varal diagramm!

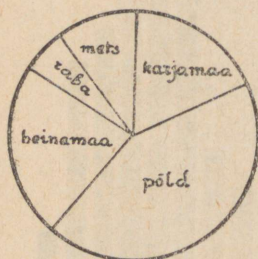


47. joonis.

Mida näitab diagramm ühingu arenemise kohta?

178. Jälgige õhusoojuse muutumist kella 7-st kella 21-ni (iga tunni järele üles kirjutades) ja joonistage õhusoojuse muutumise diagramm selle aja kohta!

179. Kui diagramm peab näitama terve osade võrdlevat suurust, siis tarvitatakse tihti sõordiagrammi (v. 5. õppeaasta, 649. ja 650. ülesanne). Kui näiteks terve sõõri pindala (48. joonis) väljendab talu kogu pindala, siis üks osa sõõrist väljendab põllumaa pindala, teine heinamaa pindala jne.



48. joonis.

Leidke 48. joonise järgi, mitu %i on selle talu maadest põldude, mitu %i heinamaa jne. all! — Enamasti kirjutatakse %-arv igale osale ka juurde.

Mitu hektaari on iga liiki maad sel talul, kui kogu maade hulk on 50 ha?

180. Oma kooli õpilaste arv klasside järgi kujutage sõordiagrammiga (176. ülesanne)!

7. Suuruste olenevus.

181. Võtame ülesande (1-se): Gramm rohtu maksab 2 s., kui palju maksab x grammi seda rohtu? Selle ülesande lahendamine põhjeneb asjaolul, et

kui 1 g	rohtu maksab 2 s.	
siis 2 g sama	" "	$2 \cdot 2 = 4$ s.
" 3 g	" "	$3 \cdot 2 = 6$ s.
" 4 g	" "	$4 \cdot 2 = 8$ s. jne.
" x g	" "	$x \cdot 2 = 2x$ senti.

Teiste sõnadega: Me teame, et kui rohu hulk kasvab 2, 3, 4, 5... korda, siis ka ta hind kasvab sama palju kordi. Kauba hulk ja ta hind on nii seotud, et ühe kasvamisega kasvab teine sama palju kordi.

Võtame veel ülesande (2-se): Peeter künnab iga päevaga $1\frac{1}{2}$ ha põldu; kui palju künnab ta x päevaga?

Ka siin on selge, et kui iga päevaga küntakse $1\frac{1}{2}$ ha põldu, siis 2-he päevaga küntakse $2 \cdot 1\frac{1}{2}$ ha, 3-me päevaga $3 \cdot 1\frac{1}{2}$ ha, x päevaga $1\frac{1}{2}x$.

Künnipäevade hulk ja küntud põllu pindala on samuti seotud: ühe kasvamisega kasvab teine sama palju kordi.

Joonistage mõlema ülesande andmetel diagramm!

182. Võtame veel ülesande (3-da): Perenaine sai 1929. a. esimesel kuul 3 muna, 2-hel esimesel kuul 10 muna, 3-mel esimesel kuul 35, 4-l esimesel kuul 65, 5-el — 90, 6-el — 90, 7-el kuul — 95 muna.

Joonistage diagramm, näidates rõhtjoonel kuude arvu nii, et 1 sm vastab 1 kuule, püstjoontel kogu möödunud aja jooksul saadud munade arvu nii, et 1 mm vastab ühele munale!

Miks peab selles ülesandes loendatud olema, mitu muna sai perenaine 1-he, 2-he, 3-me jne. kuuga, kuna eelmistes oli küllalt ühest andmest: „gramm rohtu maksab 2 s.“; „Peeter künnab iga päevaga $1\frac{1}{2}$ ha põldu“?

Kas on võimalik praeguse ülesande andmetel täpsalt öelda, mitu muna sai perenaine 8 kuuga? 9 kuuga? 12-e kuuga? $3\frac{1}{2}$ kuuga?

Katsuge diagrammi järgi öelda ligikaudu, mitu muna sai perenaine $3\frac{1}{2}$ kuuga! $5\frac{1}{2}$ kuuga!

Kas on võimalik arvata, mitu muna sai perenaine esimese poolkuuga?

Selles ülesandes on meil tegemist ka kahe suurusega: kuude arvuga ja munade arvuga, kuid siin ei saa öelda, et ühe kasvamisega 2, 3, 4... korda ka teine kasvaks sama palju kordi. Ei saa isegi seda kindlasti öelda, et esimese kasvamisega ka teine alati kasvaks, sest 6-e kuuga oli saadud sama palju mune kui 5-ega (nähtavasti olid mõned kanad haudumas, poegadega käimas või „loksumas“).

Selle ülesande diagrammi ei oska me kaugemale joonistada, kui andmed ulatuvad, kuna eelmise kahe ülesande diagramme oskame pikendada, kui kaugele soovime (ja pealegi ilma arvutamist jätkamata).

183. Veel ülesanne (4-jas): Üks tööline laob valmis ostetud telliskivid vagunisse 6-e päevaga, mitme päevaga teevad sama töö ära x töölist, töötades sama eduga?

Selle ülesande lahendamine põhjeneb asjaolul, et

kui 1 tööline teeb töö	6	päevaga,	
siis 2 töölist teevad sama töö	$\frac{6}{2}$	”	s. o. 3 päevaga,
” 3 ” ” ” ” ”	$\frac{6}{3}$	”	s. o. 2 päev. jne.
” x ” ” ” ” ”	$\frac{6}{x}$	”	

Teiste sõnadega: me teame, et kui tööliste hulk kasvab 2, 3, 4... korda, siis töö tegemiseks vajaliste päe-

vade arv väheneb sama palju kordi. Mõlemad suurused on oma vahel nii seotud, et ühe kasvamisega teine kahaneb sama palju kordi.

Joonistage selle ülesande andmeil diagramm!

Kas oskate seda pikendada?

Võrrelge seda ülesannet ja ta diagrammi 164. ülesandega, selle diagrammiga!

184. Varemini lahendatud ülesandeis (näit. hili-semad 171, 170, 169, 168, 167, 166, 164, 162, 161 j. p. m.) puutusime järjest kokku suurustega, mis on üksteisega nii „seotud“, et ühe muutumisega muutub ka teine: kauba hulk ja selle hind; tööpäevade arv ja teenitud summa; sõidu aeg ja ärasõidetud maa; tööliste hulk ja töö ära-tegemiseks vajaline aeg; siiru (ringjoone) raadius ja ta pikkus jne. jne.

Niisuguseid suurusi nimetame teineteisest **olenevaks**.

Nimetage veel mõned paarid teineteisest olenevaid suurusi!

Nimetage mõned paarid nii olenevaid suurusi, et ühe kasvamisega kasvab ka teine, ja siis mõned paarid niimoodi olenevaid, et ühe kasvamisega kahaneb teine!

Kuidas olenevad teineteisest ristküliku pikkus ja laius (alus ja kõrgus), kui pindala ei muutu?

Kuidas olenevad teineteisest ruudu külge ja pindala?

Kas olenevad teineteisest öö ja päeva pikkus? Kuidas? Joonistage selle olenemise diagramm, jälgides päeva pikkuse muutumist 6-est kuni 18 tunnini (ruumi kokkuhoiuks on soovitatav võtta 1 sm vastavaks 2-hele või 3-le tunnile)!

185. Me näeme, et suuruste olenevus teineteisest on väga mitmekesine: ühe suurenemisega suureneb ka teine, ühe suurenemisega väheneb teine jne. Aga ka see suurenemine samuti kui väheneminegi võib olla mitmesugune.

Kui kasvab kauba hulk 2, 3... korda, kasvab ka ta hind ja just sama palju kordi (181. ülesanne).

Kui Aadu on Hennust kolm aastat vanem (162. ülesanne), siis Henu aastate arvu kasvamisega kasvab ka Aadu aastate arv. Kui Henu vanus on 1 aasta, on Aadu oma 4 aastat... Kui Henu vanus kasvab näiteks 5-kordseks (5 aastat 1 aasta asemel), on Aadu vanus 9 aastat, mis näitab küll kasvamist, aga mitte sugugi sama palju kordselt.

Edasi, kui ruudu külg on 1 sm, on ta pindala 1 sm²; on ruudu külg 2 sm, siis on pindala juba 4 sm². Nii siis külje kasvamisega 2 korda suurenes pindala 4 korda. Kerge on jälgida, et külje kasvamisega 3 korda kasvab pindala 9 korda jne.

Kõigel kolmel juhul on meil tegemist ühe suuruse kasvamisega ühenduses teise kasvamisega, kuid igal juhul on kasvamine iselaadi.

Kõigil neil juhtudel võime ka öelda ümberpööratult: ühe suuruse vähenemisega väheneb ka teine, kuid igal juhul on vähenemine iselaadi.

Kui võtame niisugused juhud, kus ühe suuruse kasvamisega teine väheneb, siis võib ka seal see vähenemine olla väga mitmekesine.

Kui 1 tööline teeb töö ära 6 päevaga (183. ülesanne), siis 2 töolist teevad sama töö 3 päevaga. Tööliste arvu kasvamisega kahaneb tööpäevade arv sama palju kordi.

Kui Aime Kasestel (160. ülesanne) oli kodust tulles 6 kr. ja ta igal nädalal kulutas 1 krooni, siis nädalate arvu kasvamisega väheneb summa: 1 nädala möödumisel on järel 5 kr., 2 nädala möödumisel 4 kr. jne. Siin näeme, et nädalate arvu kasvamisega kahekordseks ei vähenenud järelolev summa mitte kahekordselt.

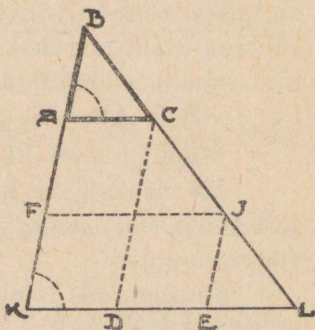
Looduseõpetuse tundidel seletame, et kui lamp asetada raamatust 2 korda kaugemale, siis ta valgustab raamatut nõrgemalt ..., kuid mitte 2 korda, vaid tervelt 4 korda... Kauguse kasvamisega 2 korda kahaneb valgustusejõud 4 korda, kauguse kasvamisega 3 korda kahaneb valgustusejõud 9 korda jne.

Ka siin näeme, et kui olenevatest suurustest ühe kasvamisel teine väheneb, siis see vähenemine võib olla mitmelaadiline.

Tähtsam on olenemine, kus ühe suuruse kasvamisel 2, 3, 4... jne. korda teine kasvab või kahaneb **sama palju kordselt**.

Seda jälgime veel ligemalt.

186. Joonistage paberile mingisugune $\triangle ABC$ (49. joonis)! Pikendage üht tema külge, näiteks AB-d, kolm korda ja kujutage pikendatud küljele uus \triangle , millele oleksid sama suured nurgad kui ABC-l! Kõige hõlpsam on seda teha nii: pikendatud külje otsast tõmmata joon KL, mis sünnitaks KB-ga sama-suguse nurga kui AC, ja külge BC-d pikendada joon KL-ni.



49. joonis.

Tekib uus $\triangle KBL$. Kõik tema kolm nurka on sama suured kui $\triangle ABC$ -l (sest $\angle B$ on mõlematel ühine, $\angle BKL$ on kujutamise poolest sama suur kui $\angle BAC$; kui kaks nurka on juba ühesugused, siis ei saa ka kolmandad nurgad olla isesugused, sest igas \triangle -as on nurkade summa 180°), külge KB on aga kolm korda pikem kui külge AB.

Võrrelge nüüd külge BL BC-ga!

Mida te märkate ?

Võrrelge külge KL AC-ga!

Me näeme, et kõik kolmnurga küljed on pikenenud kolm korda.

Joonistage uus \triangle , suurendage üht tema külge 5 korda, nurki jättes muutmata! Võrrelge uue \triangle -ga külgi vana \triangle -ga külgedega (ikka neid külgi teineteisega, mis asuvad ühesuuruste nurkade vastas!

Mida te märkate?

Kui me oleksime kolmnurga ühe külje pikendanud 4, 6, 8 jne. korda, siis oleksid suurenenud ka teised küljed vastavalt sama palju kordi.

Me näeme: Kui kolmnurga üht külge pikendada mitu korda, nurgad aga jätta muutmata, siis pikenevad ka \triangle -ga teised küljed sama palju kordselt.

Selgub, et külgede pikkused \triangle -gas, milles nurgad jäävad muutumata, on üksteisest olenevad suurused.

Arvu, mis näitab, mitu korda üks suuruse väärtus on teisest suurem või vähem, nimetatakse nende väärtuste suhteks (vahekorraks). Nii on külje KB ja AB (49. joonis) suhe 3, mida lühidalt kirjutatakse nii: $KB : AB = 3$; loe: „KB ja AB suhe on 3“.

Missugune on BL ja BC suhe? KL ja AC suhe?

Me nägime, et kui muuta üht \triangle -ga külge, nurki jättes samasugusteks, siis muutuvad teisedki küljed samasuguses suhtes.

Suurusi, mis teineteisest olenevad nii, et ühe muutumisega (näiteks 2, 3, 4 . . . korda) ka teine muutub samasuguses vahekorras (2, 3, 4 . . . korda), nimetatakse võrdelisteks (proportsionaalseteks) suurusteks.

Nii on kolmnurga küljed, kui nurgad jäävad muutmata, võrdelised suurused.

Võrdelisi suurusi ei ole mitte vähe. Eelpool vaatlesime tervet rida nendest (ülesanded 141, 145, 149, 151 j. p. m.) ja nägime, kuidas kujutada nende olenemist diagrammidega.

187. Kauba hulk ja hind on ka võrdelised suurused, kui aga kauba väärtus jääb muutmata.

Me teame, et kui veekogu suurendada 2, 3, 4 . . . korda, siis tema raskus suureneb ka sama palju kordi. Järelikult on teatava aine kogus ja raskus võrdelised suurused.

Kas on võrdelised suurused:

- 1) tööpäevade arv ja tasu?
 - 2) niitjate arv ja äraniidetava heinamaa hektaaride arv (kui niitjad on ühesuguse jõuga ja heinamaa ühesugune)?
 - 3) koetud kanga pikkus ja kudumistundide arv?
 - 4) ristküliku kõrgus ja pindala, kui alus jääb muutmata?
 - 5) nurk ja tema kaar?
 - 6) öö ja päeva pikkus?
 - 7) ristküliku alus ja kõrgus, kui pindala jääb muutmata?
 - 8) sõõri raadius ja pindala?
 - 9) risttahuka kõrgus ja ruumala, kui põhi jääb muutmata?
 - 10) kera raadius ja ruumala?
- Tooge võrdeliste suuruste näiteid!

188. Ka sirglõigud (õgvikud), kui nad on paaris-
tikku võrdses vahekorras, on võrdelised.

Säärased on, näiteks, 49. joonisel sirglõigud (õgvikud) KB, AB, BL, BC ... sest $KB : AB = 3$, $BL : BC = 3 \dots$

Nende sirglõikude (õgvikute) suhte võrdust tähele pannes võime kirjutada:

$$KB : AB = BL : BC, \text{ ehk } \frac{KB}{AB} = \frac{BL}{BC}.$$

Niisugust suhete võrdust nimetatakse **võrdseks**.

Võrret loetakse kas: „KB ja AB suhe võrdub BL ja BC suhtega“ või

„KB suhtub AB-sse nagu BL suhtub BC-sse.“

Kui võtame suurused mõnest lahendatud ülesandest, näiteks 149. ülesandest: Päeviline teenib 3 kr. päevas, kui palju teenib ta x päevaga, siis $x = 2$ puhul on teenitud summa $3 \cdot x = 3 \cdot 2 = 6$,

$$x = 6 \text{ puhul} - 3x = 18.$$

6 päeva ja 2 päeva suhe on 3, 18 kr. ja 6 kr. suhe samuti 3.

$$\frac{6 \text{ päeva}}{2 \text{ päeva}} = \frac{18 \text{ kr.}}{6 \text{ kr.}}$$

Kõigi võrdeliste suuruste vastavad väärtused annavad ikka võrde ehk proportsiooni.

Kirjutage 145. ülesande tabelist võetavate vastavate väärtuste võrre!

Kas annavad võrde ka 160. ülesande tabeli vastavad väärtused? Kas on selle ülesande suurused võrdelised?

189. Tuleme tagasi 164. ülesande suuruste juurde. Kui ristküliku alus (x) on 1 sm, siis on kõrgus (y) 6 sm (vaata tabel!); kui aga $x = 2$ sm, siis $y = 3$ sm. Võetud juhtudel on

$$\text{aluste suhe } \frac{2 \text{ sm}}{1 \text{ sm}} = 2,$$

$$\text{kõrguste suhe } \frac{3 \text{ sm}}{6 \text{ sm}} = \frac{1}{2}.$$

Võtame x väärtused 1 sm ja 3 sm, siis on vastavad y väärtused 6 sm ja 2 sm; suhted aga

$$\frac{1 \text{ sm}}{3 \text{ sm}} = \frac{1}{3} \quad \text{ja} \quad \frac{6 \text{ sm}}{2 \text{ sm}} = 3.$$

Kui veel võtame x väärtused 2 sm ja 5 sm, siis on y vastavad väärtused (v. tabel või diagramm!) 3 sm ja 1,2 sm; suhted aga

$$\frac{2 \text{ sm}}{5 \text{ sm}} = \frac{2}{5} \quad \text{ja} \quad \frac{3 \text{ sm}}{1,2 \text{ sm}} = \frac{\cancel{30}^5}{\cancel{12}_2} = \frac{5}{2}.$$

Me näeme, et siin ühe suuruse väärtuste suhe on just teise suuruse vastavate väärtuste suhte ümberpööre, nimelt: on ühe suuruse väärtuste suhe 2 (ehk $\frac{2}{1}$), siis teise suuruse vastavate väärtuste suhe $\frac{1}{2}$, on ühe suuruse väärtuste suhe $\frac{1}{3}$, siis on teise suuruse vastavate väärtuste suhe 3 (ehk $\frac{3}{1}$); on ühe suuruse väärtuste suhe $\frac{2}{5}$, siis teise omade suhe $\frac{5}{2}$ jne.

Üldkujul võime seda näidata järgmiselt: ütleme, et

x_1 -le vastab y_1 ja

x_2 -le „ y_2 ,

kui nüüd $\frac{x_1}{x_2} = \frac{2}{3}$, siis

$$\frac{y_1}{y_2} = \frac{3}{2}.$$

Siin on võrde (proportsiooni) kirjutamine võimalik ainult, kui ühe suhte ümber pöörame, näiteks :

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{y_2}{y_1}, \text{ ehk}$$

$$\frac{x_2}{x_1} = \frac{y_1}{y_2}.$$

Nii seotud suurusi nimetame **pöördvõrdelisteks**.

Nii siis: **Suurusi, mis teineteisega on seotud nii, et ühe väärtuse suurenemisega 2, 3, 4, 5 ... korda teise väärtus väheneb sama palju kordi, nimetame pöördvõrdelisteks.**

190. Nimetage mõned pöördvõrdelised suurused! Kas on võrdelised, pöördvõrdelised või mitte seda ega teist järgmised suurustepaarid:

- 1) sõidu aeg ja ärasõidetud kaugus?
- 2) tööliste hulk ja vajaliste tööpäevade arv?
- 3) tööpäevade arv ja päevapalk, kui teenitud summa jääb muutumatuks?
- 4) Réaumur'i pügalate arv ja Celsius'e pügalate arv?
- 5) riide pikkus ja laius, kui pindala ei muutu?
- 6) sööjate hulk ja päevade arv, milleks jätkub antud tagavarast?
- 7) ruudu külje pikkus ja pindala?
- 8) nurga ja ta kõrvunurga suurus?
- 9) igapäevaste kulude suurus ja päevade arv, milleks jätkub antud summast?

191. Lahendage järgmine ülesanne, kasutades murrujoont: Koolipeost saadud 172 kroonist jätkuks 12 õppereislasele 3 päevaks.

Mitmeks päevaks jätkuks samadel tingimustel 15 õppereislasele 60 kroonist?

Kuidas on seotud päevade arv kulutada oleva summaga ja kuidas õppereislaste arvuga?

Kuidas on seotud õppereislaste arv kulutada oleva summaga?

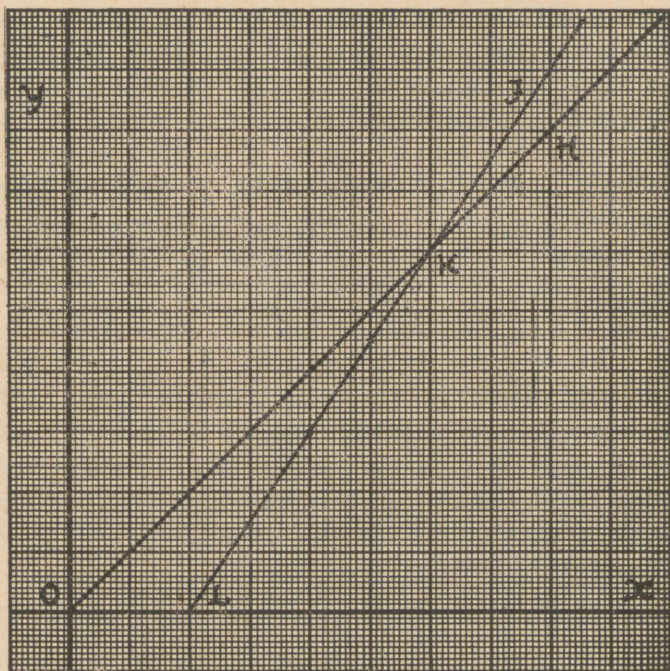
192. Võtke diagramm ülesandest, kus esinevad võrdelised suurused, ja ülesandest, kus esinevad pöördvõrdelised suurused! Võrrelge mõlemaid diagramme!

193. Tartust sõitis kell 10 välja hobusemees ja 2 tundi hiljemini sama teed jalgrattamees. Millal ja kui kaugel Tartust jõuab jalgrattamees hobusemehele järele, kui hobusemees sõidab 10 km tunnis, jalgrattamees 15 km tunnis?

Lahendage ülesanne **graafiliselt**, joonistades ühele ja samale joonisele mõlema liikumise diagramm (50. joonis)!

M ä r k u s: Kaugused on paras märkida 10 km sentimeetris, nii et 1 km on märgitud 1 millimeetriga.

Saadud joonisel on joon OH hobusemehe liikumise diagramm, selle joone punktide kaugus (kõrgus) joon OX-st näitab sõitja kaugust Tartust. Nii on see kaugus sõidu ajal (kell 10) O, tund hiljemini 10 km, 2 tundi hiljemini 20 km jne. . . Kuna LJ on jalgrattamehe liikumise diagramm, siis näitavad selle joone punktide kaugus (kõrgus) OX-st jalgrattamehe kaugust Tartust; kaugused OY-st aga aega, mis möödunud kella 10-st. Jalgrattamehe sõit algab 2 tundi pärast kella 10-t (2 sm O-st paremale), ja siis on joone kõrgus O; 3 tundi pärast kella 10-t (1 tund peale jalgrattamehe väljasõitu) on kõrgus $1\frac{1}{2}$ sm, sellega



50. joonis.

kaugus Tartust 15 km, 4 tundi pärast kella 10-t (2 tundi peale jalgrattamehe väljasõitu) on kõrgus 3 sm, sellega kaugus Tartust 30 km.

Alguses on kogu aeg jalgrattamehe joone (LJ) punktid madalamad kui hobusemehe joone (OH) punktid, s. t. ta on kogu aeg Tartule lähemal kui hobusemees... Punkt K-s lõikuvad mõlemad jooned. Seal on nad mõlemad ühekaugusel OX-st ja sõitjad sellega mõlemad ühekaugel Tartust... See aga tähendab jalgrattamehe järelejäudmist hobusemehele.

Öelge nüüd: 1) kui kaugel on see Tartust, 2) mitu tundi pärast kella 10 (millal siis?)! 3) kui kaugel olid sõitjad teineteisest kell 14?

Jälgige, kui sõit edasi kestab samade kiirustega:

- 1) kumb sõitjaist oleks siis Tartust kaugemal (ees);
- 2) kui suur oleks nende vahe üks tund peale kohtumist;
- 3) kui suur oleks nende vahe kell 18; 4) kui kaugel oleks kumbki kell 18 Tartust!

194. Õppimata tööline teenis päevas 2,4 krooni, õppinud tööline 3,2 krooni. Õppinud tööline asus tööle 3 päeva hiljemini. Mitme päeva pärast oli nendel teenitud võrdne summa?

Lahendage ülesanne joonise abil (**graafiliselt**)!

195. Kodanik Väljamäe paigutas pankka hoiule summa, millelt talle arvati **intressi** 1,5 kr. kuus; 1½ kuud hiljemini paigutas ta pankka uue summa, millelt talle arvati intressi 1,8 kr. kuus. Mitme kuu pärast oli mõlemalt summalt saadud võrdne summa intressi?

Lahendage ülesanne graafiliselt!

*

Raha-ülesandeis on meil tegemist enamasti ikka võrdeliste suurustega. Tutvume ligemalt säärase ülesannetega.

8. Raha-ülesandeid.

Hoiusumma. Tšekk. Osatäht.

196. Kodanik Jõgiste asutas aiaäri, milleks kulutas 4 000 kr. Äri andis talle esimesel aastal 100 kr. puhastulu, teisel 200 kr., kolmandal 400 kr., neljandal 500 kr. Leidke, mitu % kulutatud kapitalist on esimese aasta puhastulu, mitu % teise aasta puhastulu, mitu kolmanda ja mitu neljanda!

Milline oli keskmine iga-aastane tulu nelja esimese aasta kohta? Mitu % teeb see kulutatud kapitali kohta?

197. Isand Nõmmeäär ostis 12 000 krooni eest maja. Maja annab aastas 900 krooni puhastulu. Mitu % kannab majasse paigutatud kapital?

198. Isand Väljamäe kulutas oma talu maade parandamiseks 8 000 krooni. Selle tõttu tõusis keskmine aastane tulu talust 900 krooni võrra. Mitu % tulu annab maaparanduseks kulutatud kapital?

199. Perekond käis söömas söögimajas ja kulutas söögi peale 1 500 kr. aastas. Järgmisel aastal hakkas perenaine toite kodus ise valmistama, mille tõttu aastane kulu oli ainult 1350 kr. Mitu % oli kokkuhoidu?

200. Rahasummasid ei ole soovitatav hoida kodus, sest nad võivad seal hävida (tulekahi, vargus jne.), kuluda tühjade asjade peale või seista vähemalt täiesti ilma kasuta.

Sellepärast paigutavad kodanikud ja asutised harilikult oma vaba raha panka või hoiukassasse hoiule.

Pank paigutab summad tulutoovaisse ettevõtteisse või laenab nad selleks välja, mispärast ta saab hoiuletoojatele maksta **intressi** (protsente).

Intress on summa, mis pank, hoiukassa või laenaja maksab raha tarvitamise eest.

201. Neiu Väljaste andis panka aastaks hoiule 60 krooni. Missuguse summa sai ta intressi, kui pank maksis 7%?

202. Intressi makstakse teatud % hoiusummast. Pangad kuulutavad oma protsendid harilikult välja üldiseks teadmiseks.

Kui hoiusummat tahetakse anda tingimusega, et teda igal ajal (igal tööpäeval) osalt või tervelt võib kätte saada, siis pannakse ta **jooksvale arvele**, muidu aga **tähtajalisele arvele**. Tähtajalistelt hoiusummadelt makstakse kõrgemat protsenti kui jooksva arve summadelt.

Intressi arvutamise aluseks võetakse enamasti aastane tarvitamine.

Nii, näiteks, kui neiu Väljaste (201. ülesanne) oma raha oleks 7% hoiule andnud ainult pooleks aastaks, siis oleks ta saanud intressi vastavalt vähem. Kui aastane intress on

$$0,07 \cdot 60 \text{ kr.} = 4,2 \text{ kr.},$$

siis poolaasta kohta annab see

$$\frac{1}{2} \cdot 4,2 \text{ kr.} = 2,1 \text{ kr.}$$

203. Kui palju saab aastas intressi, kui hoiule on antud

- | | |
|--------------------|-----------------------|
| 1) 100 kr. 5 %-ga? | 6) 84 000 kr. 5 %-ga? |
| 2) 200 „ 5 „ | 7) 7 200 „ 4,5 „ |
| 3) 500 „ 4 „ | 8) 825 „ 8 „ |
| 4) 4 000 „ 6 „ | 9) 1 530 „ 3½ „ |
| 5) 4 850 „ 4 „ | 10) 420 „ 3,75 „ |

Kui suur on intress igalt nimetatud summalt sama %-ga poolaastas?

204. Pank kirjutab aasta lõpul hoiumsummale intressi (protsendid) juurde.

Missugune summa on järgmise aasta alguseks hoiul, kui aasta kestel oli hoiul

- 1) 300 kr. 4 %-ga?
- 2) 5 000 „ 6 „
- 3) 750 „ 5 „
- 4) 1 250 „ $4\frac{1}{2}$ „
- 5) 860 „ 3 „

205. Isand Salustel oli hoiul 8 kuu kestel 480 kr. 6%-ga. Kui palju sai ta selle aja eest intressi?

Arvutuse näiteid:

$$\text{I. } \frac{8}{12} \cdot 0,06 = 0,04$$

$$0,04 \cdot 480 \text{ kr.} = 19,2 \text{ kr.}, \text{ ehk}$$

II. (tarvitades murrujoont)

$$\begin{array}{r} 4 \quad 1 \\ \cancel{8} : \cancel{6} \cdot 480 \\ \hline 12 \cdot 10\cancel{0} \end{array} \text{ kr.} = 19,2 \text{ kr.}$$

1

206. Leidke, kui palju intressi kannab

- 1) 800 kr. 5 %-ga 6 kuu jooksul?
- 2) 950 „ 4 „ 10 „ „
- 3) 2 500 „ 6 „ 3 „ „
- 4) 1 440 „ $4\frac{1}{2}$ „ 8 „ „
- 5) 540 „ 5 „ $1\frac{1}{2}$ „ „
- 6) 600 „ $5\frac{1}{2}$ „ $7\frac{1}{2}$ „ „

207. Hoiule on antud x krooni 10%-ga 1 aastaks. Leidke intress!

Joonistage diagramm!

Kuidas olenevad teineteisest intress ja hoiumsumma?

208. Ärisse paigutatud 1 000 krooni annab aastas 25% tulu. Leidke tulu x aasta eest!

Joonistage diagramm (aasta märkige kas 1 sm-ga või 12 mm-ga, intressi võib märkida: 100 kr. vastab 1 sm).

Kuidas on seotud teineteisega intress ja kapitali kasutamise aeg?

209. Hoiule on antud aastaks 100 krooni x protsendiga. Leidke intress!

Joonistage diagramm!

Kuidas olenevad teineteisest intress ja protsendimäär?

210. Neiu Kiviste andis pankka jooksvale arvele 40 krooni. Missuguse summa sai ta kätte 7 kuu 15 päeva pärast, kui pank maksis 6%?

Märkus: Panga arvutustes arvatakse kuus ümmarguselt 30, aastas 360 päeva.

211. Kui palju intressi kannab

- 1) 100 kr. 5%-ga 4 kuu 15 päevaga?
- 2) 400 „ 1 „ 2 kuu 10 päevaga?
- 3) 680 „ 4 „ 6 kuu 20 päevaga?
- 4) 750 „ 8 „ 75 päevaga?
- 5) 2 400 „ 3 „ 8 kuu 12 päevaga?

Märkus: 75 päeva on $2 \times 30 \text{ p.} + 15$ päeva = $2\frac{1}{2}$ kuud, ehk

$$\frac{5}{2.12} \text{ aastat}$$

Võib ka arvestada nii: 75 päeva on

$$\frac{75}{360} \text{ aastat.}$$

212. Kodanik Henn Õnesaar andis 1928. aasta 31. oktoobril pankka hoiule 425 krooni. 1. jaanuaril 1929 kirjutati hoiusummale protsendid juurde. Missugune summa oli tal siis hoiul, kui pank maksis 6%?

Missuguse summa saaks ta kätte 1929. aasta 1. juulil, kui ta siis võtaks raha välja ühes protsentidega?

213. Hoiusumma omanik võib oma hoiusumma kas osalt või täiesti lasta välja maksta ka kellelegi teisele. Selleks saab ta pangalt **tšekiraamatu**, kust ta võib välja anda **tšeki** (51. joonis), milles ta ütleb, kellele ja misuguse summa pank maksku tema hoiusummast.

D. Nr. **227**



Kr. **100.**

Tallinna Linnapank

Jooksev arve Nr. **610** Tallinnas, **10. augustil** 1929

Makske selle tšeki vastu minu / meie arvelt **härns**

Jaak Urivile ehk ettenäitajale

Kr. **üks sada**

J. Wahtramäe

Tšekk on maksev 14 päeva.

51. joonis.

Nii võib hoiusumma omanik maksta sularaha asemel tšekiga. Muidugi ei tohi ta välja anda tšeki suuremale summale kui tal on hoiul.

*

214. Isand Vanavälja paigutas pank (deponeeris) 15. jaanuaril 215 krooni, 20. aprillil 108 krooni, 26. juunil andis ta välja tšeki 150 kroonile, 6. augustil deponeeris ta 360 krooni ja 1. oktoobril andis ta välja tšeki 280 kroonile.

Arvutage, missugune summa on isand Vanaväljal pangas uue aasta aluks, kui pank maksab hoiusummadelt 4% ja kirjutab need aasta lõpul hoiusummale juurde!

215. Ärimedel oli 1. jaanuariks pangas hoiul 3 120 kr., 3. jaanuaril deponeeris ta 175 kr., 5. jaanuaril 315 kr., 8. jaanuaril 230 kr.; 9. jaanuaril andis ta välja tšeki 190 kr., 11. jaanuaril deponeeris ta uuesti 145 kr., 15. jaanuaril — 80 kr., 19. jaanuaril — 1 020 kr.; 23. jaanuaril andis ta tšeki 850 kr.; 26. jaanuaril — tšeki 160 kr., 29. jaanuaril deponeeris 420 kr. Missugune summa oli tal hoiul jaanuari lõpuks?

Kui palju saab ta selle kuu eest protsendiraha, kui pank maksab jooksvalt arvelt 4%?

216. Leidke, kui suureks kasvab isand Mägiste hoiusumma 1932. aasta 1. jaanuariks, kui ta 1929. a. 30. aprillil hoiule annab 4 000 krooni, kui pank maksab 6% ning iga aasta lõpul arvab protsendid hoiusummale juurde!

217. Kui suureks kasvab 100 krooni 5 aastaga, kui ta kannab 12% intressi ja kui iga aasta möödumisel arvatakse intress hoiusummale juurde?

*

218. Kui mitu inimest soovivad koos äri ajada, moodustavad nad **kompanii**. Siit ongi pärit ärinimetustes ettetulev lühendatud sõna „Co“ ehk „Ko“. Nii nagu: „A. Palu ja Ko“ või „K. Väli Co“.

Igas riigis on olemas seadused, mille alusel korraldatakse kompaniid. Kompaniid, mis on korraldatud nende seaduste alusel, kannavad „ühisuste“, „ühingute“, osähi-suste“, „aktsiaseltside“ nime.

Niisugusesse ühingusse võib kuuluda palju liikmeid, kellest igaüks on ühingu varanduse osa omanik. Suuril ühinguil võib olla liikmete arv mitusada või isegi mitu tuhat. Raha, mille ühing on kokku pannud äriajamiseks,

ettevõtteks — see on ta **põhikapital** (kapital). Põhikapital jaguneb **osadeks**. Osa suurus võib olla õige mitmesugune, selle järgi, kuidas ta kuskil ühingu määratud, näiteks Kr. 100,—, Kr. 50,—, Kr. 250,—.

Isik, kes andnud raha ühingu kapitaliks, saab ühe või rohkem **osatähti**. Osatähes on nimetatud raha summa ehk **osamaks**.

Kui (osa)ühing saab oma ettevõttest kasu, siis saab iga osanik oma osamaksu suuruse (osade arvu) järgi **osakasu** ehk **dividendi**.

Mõnikord, kui ühing on saanud üsna head kasu, ta keeldub siiski selle väljajagamisest, kui ta tahab suurendada tegevuskapitali, et laiendada äri. Nii võib juhtuda, et isegi väga hästi töötav ühing ei maksa kas sugugi dividendi või maksab võrdlemisi vähe.

Osatähed võivad olla pankades või **börsil** (raha-turul) müügil. Nende hind võib olla üle osamaksu summa (tähe **nimiväärtuse**) või alla, selle järgi, kuidas töötab ühingu ettevõtte. Näiteks, kui ta suudab anda iga 100-kroonilise osa kohta 25 krooni osakasu, siis ostetakse heal meelil niisugust osatähte 200 krooni ja enama eest, sest kasuprotsent tuleb siiski üle 10%. Suudab ühing 100-kroonilise osa kohta maksta ainult 2, 3, 4, 5 krooni, siis võib 100-kroonilise osa hind (kurss) olla palju alla 100 krooni, 75, 80, 90, 96 jne. jne. Tähtis on siin ka see, kui kindel, kuivõrt usaldusväärne on ühing ja ta ettevõtte. Mõnede osatähtede hind (kurss) kõigub päevast päeva.

219. Isand Vanavälja ostis 30 osatähte kursiga kr. 94,—, ja müüs nad kursiga kr. 95½. Kui palju sai ta kasu?

Mitu %-i on see kulutatud summast?

220. Isand Kiviste ostis 20 Linatööstuse Osaühingu osatähte hinnaga à 120 kr. (nimihind à 100 kr.). Mitu % kandis isand Kiviste kapital nendes paberites, kui osaühing jagas 15% dividendi?

221. Kui suur on aastane sissetulek 60 osatähest nimihinnaga kr. 100.—, kui nendelt makstakse $4\frac{3}{4}$ % poolaastas?

222. Kirjastus - osäüingu osakapital koosneb 1 000 osast à Kr. 25.—. Ta jagas 8% dividendi. Kui suure summa ta jagas dividendideks?

223. Nahatööstus-osäüingu osakapital koosneb 10 000 osast à Kr. 10.—. Ta sai 15 000 kr. puhaskasu, millest arvati tagavarakapitaliks 2 500 krooni, muu maksti dividendiks. Mitu % dividendi andis osäühing?

224. Mingi osäüingu osatähe müügihind oli 9. jaanuaril $97\frac{1}{4}$, 16. jaanuaril 97, 23. jaanuaril $96\frac{3}{4}$, 30. jaanuaril $96\frac{3}{4}$, 7. veebruaril 97, 13. veebruaril $96\frac{1}{4}$, 20. veebruaril $97\frac{1}{4}$, 27. veebruaril $97\frac{1}{2}$.

Joonistage osatähe müügihinna kõikumise diagramm tähendatud aja kohta!

9. Raha-ülesandeid (järg). Laen. Veksel.

225. Kodanik Ülo Aardeste laenas pangast 800 krooni. Tal tuli maksta aasta eest sellelt summalt 72 krooni intressi.

Mitu % maksis ta intressi?

Kui palju intressi oleks maksnud ta $\frac{1}{2}$ aastat? Kui palju 2 aastat? $1\frac{1}{2}$ aastat?

226. Ka laenamisel makstakse teatud protsent laenatud summast raha tarvitamise eest. Laenamisel lepitakse kokku protsendi suuruse kohta; pangad kuulutavad oma laenuprotsendid harilikult avalikult välja. — Enamasti ikka arvatakse protsent raha aastase tarvitamise eest, nii et ütlus: „Kodanik Jaanimäe laenas 800 krooni 7 kuuks 9%-iga; tähendab: „kodanik Jaanimäe maksaks laenult intressi

$0,09 \times 800$ kr. = 72 krooni, kui ta laenu kasutaks 12 kuud; et ta seda kasutab ainult 7 kuud, siis on intress vastavalt vähem, nimelt

$$\frac{7}{12} 72 \text{ kroonist, s. o. } \frac{7 \cdot \cancel{72}^6}{\cancel{12}_1} \text{ kr.} = 42 \text{ kr.}$$

Harilikult võetakse pankades intress (protsendid) ette kogu aja eest, kui laenu kestus ei ole üle poole või täie aasta. Pikaajalaenude eest makstakse intress harilikult poole aasta kaupa ette.

Harilik panga protsent on 12, 11, 10, 9, 8, 7, 6...

Pikaajaliste laenude (maaparanduselaen, ehituselaen, asunduslaen jne.) protsent on harilikult ikka odavam

kui lühiajaliste laenude (kaubanduslik laen, tööstuslik laen jne.) oma.

Riikliku ehituselaenu protsent on 4. Riikliku koolimajade ehituselaenu % on 2.

227. Isand Ojamäe laenas isand Kallastele 480 krooni. Lepiti nii kokku, et isand Kallaste maksab aasta pärast tagasi 504 krooni. Mitme protsendiga oli antud laen?

228. Isand Halliste laenas 180 krooni 8%-iga. Kui palju tuleb tal maksta aasta eest intressi?

229. Kui palju tuleb maksta aastas intressi, kui on laenatud

- 1) 100 kr. 4%-ga?
- 2) 500 kr. 6%-ga?
- 3) 6 000 kr. 5%-ga?
- 4) 42 000 kr. 2 %-ga?
- 5) 4 000 kr. 7½ %-ga?
- 6) 540 kr. 5,5 %-ga?
- 7) 8 455 kr. 10%-ga?
- 8) 12 560 kr. 9 %-ga?
- 9) 165 kr. 3,75 %-ga?

230. Emand õunapuu laenas pangast aastaks 5 000 krooni 10%-iga, kusjuures protsendid peeti kinni väljaantavast laenust. Missuguse summa sai emand õunapuu kätte?

231. Missuguse summa saate kätte, makstes aasta intressi ette, kui laenate:

- 1) 5 000 kr. 8%-ga?
- 2) 600 kr. 9%-ga?
- 3) 8 500 kr. 10%-ga?
- 4) 1 250 kr. 12%-ga?
- 5) 745 kr. 6%-ga?
- 6) 94 kr. 11%-ga?
- 7) 280 kr. 8,5%-ga?

- 8) 2 540 kr. $7\frac{1}{2}\%$ -ga?
 9) 12,5 kr. $4\frac{1}{2}\%$ -ga?
 10) 1 000 dollarit $7,8\%$ -ga?

Kui palju on see Eesti rahas, kui dollar võrdub 3,75 krooniga?

*

232. Kodanik Jaan Põlluste laenas pangast 600 krooni 12% -ga aastas. Kui palju intressi tuli tal maksta $1\frac{1}{2}$ aastas?

Arvutusnäiteid:

$$0,12 \times 600 \text{ kr.} = 72 \text{ kr.}$$

$$\frac{1}{2} \times 72 \text{ kr.} = 36 \text{ kr.}$$

$$72 \text{ kr.} + 36 \text{ kr.} = 108 \text{ kr.}$$

või:

$$1\frac{1}{2} \times 0,12 = 0,18$$

$$0,18 \times 600 \text{ kr.} = 108 \text{ kr.};$$

või (tarvitades murrjoont):

$$\frac{12 \cdot \overset{3}{\cancel{600}} \cdot 3}{100 \cdot \cancel{2}} = 108.$$

233. Leidke, kui palju tuleb maksta intressi 175 kroonilt $1\frac{1}{4}$ aastas, arvestades 8% aastas!

234. Leidke intress järgmiselt:

1. 560 kroonilt 6% -ga 2 aasta 3 kuu kohta!
2. 2 750 " 9 " 1 aasta 9 " "
3. 822,5 " 8 " 8 " "
4. 96,25 " 10 " 1 " 15 päeva kohta!
5. 1 276 " $7\frac{1}{2}$ " 3 " 4 kuu kohta!
6. 5 048 " 4,5 " 1 " 4 kuu 15 päeva kohta!

Seejuures arvake kuu ümmarguselt 30 päeva!

235. Isand Kannike laenas isand Sarapuult 1927. aastal 1. aprillil 200 krooni 6% -ga ja tasus selle võla ühes protsendirahaga 1928. aasta 1. juunil. Missuguse summa tasus isand Kannike 1928. a. 1. juunil?

236. Leidke intress 7 250 kroonilt 8%-ga 90 päeva eest! 45 päeva eest! 75 päeva eest! 105 päeva eest!

237. Leidke intress järgmistel andmetel:

1.	475	kroonilt	60	päevast	9 ⁰ / ₀ -ga!
2.	1 520	"	150	"	10 "
3.	672	"	75	"	8 "
4.	922,5	"	70	"	6 "
5.	2 340	"	15	"	12 "
6.	568,25	"	45	"	6 ² / ₃ "
7.	84,4	"	50	"	7 ¹ / ₂ "

238. Isand Kullaste laenas 16. märtsil 700 krooni 9%-ga ja tasus laenu sama aasta 30. septembril. Kui palju tuli tal maksta intressi?

239. Isand Soojõe laenas Kaubanduspangast 21. oktoobril 680 krooni 12%-ga ja 1. novembril Laenupan-gast 475 krooni 11 %-ga. Kui palju tuli tal maksta prot-sendiraha aasta lõpuni?

240. Kodanik Oruvere pidi tasuma 1928. a. 18. mail oma võla 855 krooni ühes intressidega, arvates 1926. a. 18. aprillist 10%. Missugune summa tuli tal tasuda?

*

241. Asunik laenas 1927. a. 1. märtsil hoonete ehitamiseks 2 500 krooni 4%-ga. Esimesel aastal tasus ta ainult intressid, nimelt poole aasta kaupa ette; järgmiste 5 aasta jooksul tasus ta kogu laenu võrdsete osadena iga poolaasta alul, õiendades ühel ajal ülejääva laenuosa intressid poole aasta eest ette. Kui palju tuleb tal (ja mis-sugustel tähtaegadel nimelt) tasuda igal tähtajal eraldi?

242. Vald laenas koolimaja ehitamiseks 12 500 krooni. Esimestel kahel aastal (ehitamisaeg) ei tulnud tal tasuda midagi, järgnevail 25-el aastal tuleb tal tasuda võrdsete aastamaksudena kogu laen ja ühtlasi 2% järele-

jäävast laenuosast iga aasta peale ette. Arvutage tasuta-
vad summad esimese viie aasta maksutähtaegadeks!

243. Isand Järvere laenas 600 krooni ning maksis
aasta pärast ühes protsentidega tagasi 648 krooni. Mitme
protsendiga oli tehtud see laen?

244. Kodanik Kuuselaid laenas 560 krooni, kus-
juures võeti intressi aasta eest ette. Nii sai ta laenamisel
kätte ainult 504 krooni. Mitme %-ga tegi ta selle laenu?

245. Emand Kaljustel oli laenatud 250 krooni ja
tal tuli iga poolaasta eest maksta 10 kr. intressi. Mitme
%-ga oli tehtud see laen?

246. Neiu Lainemäe oli laenanud õppimiseks 500
krooni ja maksis igas veerandaastas 7,5 krooni intressi,
Mitme %-ga oli tehtud see laen?

247. Isand Vainuste laenas 1. oktoobril 2 400
krooni ja maksis järgneva aasta 1. aprillil ühes intressiga
tagasi 2 520 krooni. Kui kõrge protsendiga oli tehtud
see laen?

248. Kodanik laenas pangast 15. aprillil 800
krooni kuni 15. septembrini ja sai kätte 760 krooni. Mitu
% võeti laenust?

*

249. Kodanik Jaanimäe sai oma tähtajaliselt
hoiuse summalt pangast aastas 42 krooni intressi. Mis-
sugune summa oli tal hoiul, kui pank maksis 7%?

250. Isand Uuluste tegi 9%-lise laenu ja maksab
sellelt igas poolaastas 31,5 krooni intressi. Kui suur on
laenusumma?

*

251. Talupidaja Henn Uuluste ostis Tarvitajate Keskühingult põllurammu. Kuna tal võimalik ei olnud kogu summat rahas välja maksta, lepiti nii kokku, et võlgujääv osa, nimelt 200 krooni, tasutakse kahe kuu pärast, nimelt 25. oktoobril 1929.

Võlasumma, maksu tähtaeg ja maksmise kohustus kirjutati vekslipaberile ja isand Uuluste kirjutas oma nime alla. Nii valmis veksel. Veksli kuju on näha 52. joonisel.



Riigi trükkida

Tähtpäev 25. okt. 1929.

Hind 40 senti.

Tallinnas, 25. aug. 1929.

Veksel kr. 200.—

Kahesünnereüendal oktoobril äristuhat üheksasada
kahesümne üheksasandal aastal ole vi kohustatud
selle veksl järgi makama Tarvitajate Keskühin-
gule Tallinnas

Kahesada krooni

Henn Uuluste.

52. joonis.

Veksli teisele küljele kirjutas veel talupidaja tuttav talupidaja Jaan Vainomäe oma nime, võttes sellega omale **vastutuse** laenu tasumise eest. (Nagu öeldakse: „Jaan Vainomäe andis vekslile oma žiiro.“)

Et Tarvitajate Keskühing vajas raha uute kaupade muretsemiseks jne., ei tahtnud ta seda nagu teisigi vekslid pidada enese käes, vaid andis ta kohe pank. Pank arvas vekslisummast tähtajani jääva aja (2 kuu) eest maha 12% ehk, nagu öeldakse — **diskontis** ehk **oodustas** vekslit 12%-ga.

Missuguse summa sai Tarvitajate Keskühing pangalt?

Mahaarvatav summa (siin $\frac{200 \cdot 12 \cdot 2}{100 \cdot 12}$ kr.) on diskont.

Vekslit tähtaja lähenemisel teatas sellest pank isand Uulustele, kes tähtajal pangale kogu **vekslisumma** ehk **valuudi** tasus.

*

Veksel on tarvitusel väga laialt võlatoimingute juures: nii annab ka pangalt laenaja pangale vekslit; muidugi arvab pank teatud %-i kohe vekslisummast maha, s. o. oodustab ehk diskondib vekslit; samuti annab tihti kaupmees vabrikandile kauba tasuks vekslit, ostja kaupmehele jne., kui võimalik ei ole kohe ostuhinda tasuda. Veksel usaldatavate vastutustega (žiirodega) võib kuni tähtajani maksuabinõuna liikuda nagu rahagi, kusjuures ta igal üleandmisel oodustatakse.

252. 250-krooniline veksel, mille tähtaeg 12. detsembril, oodustati 12. oktoobril 10%-ga. Leidke diskont ja summa, mis maksti vekslit järgi!

253. Leidke diskont, kui on vekslit

valuut:	%	aeg tähtajani:
1) Kr. 4 000,—	10	4 kuud!
2) Kr. 360,—	9	6 „
3) Kr. 1 250,—	12	90 päeva!
4) Kr. 870,—	8	75 „
5) Kr. 100,—	7½	100 „
6) Kr. 22,50	8	2½ kuud!
7) Kr. 205,40	12	85 päeva!
8) Kr. 67,25	10	36 „

254. Kui palju maksis pank 24. juunil 1928. a. 1 200-kroonilise vekslit järgi, mille tähtaeg oli 29. juulil 1928. a., kui diskondi-% oli 10½?

255. Isand K. Haljasorg andis 15. märtsil isand V. Soomeverele vekslit 175 krooni kohta tähtajaga 2 kuud. Isand V. Soomevere pidas vekslit oma käes 5 päeva ja diskontis ta pangas 11%-ga. Missuguse summa maksis talle pank?

256. Pangale esitati kaks vekslit: üks Kr. 150,—, tähtajaga 15 päeva pärast, teine Kr. 655,—, tähtajaga 60 päeva pärast. Kumma vekslit järgi maksis pank enam ja kui palju, kui diskondi-% oli 10?

257. Veksel Kr. 150,—, mille tähtaeg $2\frac{1}{2}$ kuu pärast, diskonditi ja tema järgi maksti Kr. 147,50. Kui kõrge oli diskondi-%?

258. Veksel Kr. 212,—, mille tähtaeg oli 30. septembril, diskonditi 30. juunil ja tema järgi maksti Kr. 206,70. Leidke diskondi-%!

259. Veksel Kr. 500,— diskonditi 9%-ga ja tema järgi maksti Kr. 477,50. Kui kaugel oli vekslit tähtaeg?

260. Vekslit valuut oli Kr. 1 350,—, tähtaeg 4. august 1929. a. Ta oodustati 11%-ga, nii et tema järgi maksti Kr. 1 300,50. Millal oodustati vekslit?

*

261. Vekslit tähtaeg oli 8. oktoobril 1929. a. Ta oodustati sama aasta 23. juunil 12%-ga ning tema järgi maksti siis Kr. 714,10. Missugune oli vekslit valuut?

Arvutuse käik:

23. juunist 8. oktoobrini on $3\frac{1}{2}$ kuud $= \frac{7}{24}$ a.

$$\frac{7}{24} \times 12\% = \frac{7 \cdot 12}{24}\% = 3\frac{1}{2}\%$$

100% — 3,5% = 96,5% (= 0,965); kui 96,5% valuudist on 714,10 kr., siis täisvaluut on 714,10 kr. : 0,965 =

262. Veksel diskonditi 6 kuud enne tähtaega 9%-ga ning tema järgi maksti Kr. 1 528,—. Leidke ta valuut!

*

263. Isand Pajuste andis raha hoiule 6%-ga. 10 kuu pärast võttis ta raha ühes intressiga välja ja sai Kr. 840,—. Missuguse summa andis ta hoiule?

Arvutuse algus:

$$\frac{1}{1\frac{1}{2}} \times 6\% = 5\%$$

$$100\% + 5\% =$$

264. Isand Orgussaar maksis isand Hallistele 776 krooni. See oli laen ühes 10%-ga 1 aasta 2 kuu eest. Kui suure summa oli ta laenanud?

* * *

265. Neiu Valgevälja andis panka hoiule 20. oktoobril Kr. 50,—, sama aasta 25. novembril Kr. 15,— ja 21. detsembril Kr. 20,—. Missugune summa oli tal hoiul järgneva aasta 1. jaanuariks, kui pank maksis 6% ja kirjutas protsendiraha aasta lõpul hoiusummale juurde?

266. Kui palju intressi kannab 250 krooni $1\frac{1}{4}$ aastat 8%?

Kui palju intressi kannab a krooni t aastat p %-ga? Tarvitage mõlema ülesande lahendamisel murrujoont!

267. Leidke tähtavaldise

$$\frac{a \cdot p \cdot t}{100} \text{ numbriline väärtus (x),}$$

kui 1) $a = 900$, $p = 6$, $t = \frac{7}{12}$ (7 kuud)!

2) $a = 1\,360$, $p = 7\frac{1}{2}$, $t = 1\frac{1}{2}$!

268. Leidke valemi

$$x = \frac{apt}{100}$$

abil intress

1) 200 kroonilt 8%-ga 5 kuu eest!

2) 750 " $4\frac{1}{2}$ " 8 " "

3) 2 400 " $7\frac{1}{2}$ " 45 päeva eest!

4) 840 " 12 " 1 kuu 10 päeva eest!

5) 60 " $12\frac{1}{2}$ " 1 a. $2\frac{1}{2}$ kuu eest!

269. Leidke sama valemi järgi vekslidiskont, kui

- 1) vekslivaluut on 120 kr., diskondi-^o/_o 12, tähtajani jääv aeg 3 kuud!
- 2) vekslivaluut on 350 kr., diskondi-^o/_o 10, tähtajani jääv aeg 4 kuud!
- 3) vekslivaluut on 75 kr., diskondi-^o/_o 8, tähtajani jääv aeg 1½ kuud!
- 4) vekslivaluut on 6 000 kr., diskondi-^o/_o 9, tähtajani jääv aeg 6 kuud!
- 5) vekslivaluut on 540 kr., diskondi-^o/_o 6, tähtajani jääv aeg 75 päeva!

270. Intresside (ja diskondi) arvutamise lihtsus-
tamiseks tarvitatakse tabeleid, kust kerge leida, kui palju
tuleb antud summalt intressi antud aja eest antud
protsendiga; näiteks 50 kroonilt 30 päeva eest 4%-ga.

Sääraseid tabeleid on õige täielikke, nii et nad moodustavad terve raamatu. Aga ka õige lihtsaist tabeleist on suur kasu. Siin näiteks üks lihtsam

tabel 6-% intresside kohta täiskuude eest.

Kuud Summa	1 kuud	2 kuud	3 kuud	4 kuud	5 kuud	6 kuud
Kr. 5	0,02	0,05	0,07	0,10	0,12	0,15
10	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25	0,30
20	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60
30	0,15	0,30	0,45	0,60	0,75	0,90
40	0,20	0,40	0,60	0,80	1,00	1,20
50	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50
100	0,50	1,00	1,50	2,00	2,50	3,00
150	0,75	1,50	2,25	3,00	3,75	4,50
200	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00
250	1,25	2,50	3,75	5,00	6,75	7,50

Sellest tabelist on näha, et kui paigutada 6%-ga, näiteks, 30 krooni, siis annab see summa intressi 1 kuus 15 senti, 2 kuus 30 senti, 3 kuus 45 senti jne.

150 krooni kannab sama protsendiga 1 kuus 75 senti, 2 kuus 150 senti ehk 1,50 krooni, 3 kuus 2,25 kr. jne.

Leidke selle tabeli järgi, kui palju kannab intressi 6%-ga

- | | |
|--------------|---------|
| 1) Kr. 100,— | 4 kuus! |
| 2) „ 40,— | 5 „ |
| 3) „ 250,— | 6 „ |
| 4) „ 5,— | 4 „ |
| 5) „ 10,— | 2 „ |
| 6) „ 150,— | 3 „ |

271. Joonistage sama tabeli järgi intressi diagramm 200 kroonilt 6%-ga!

272. Et leida sama tabeli järgi, kui palju intressi kannab 6%-ga 25 krooni näiteks 3 kuus, leiame

$$\begin{array}{r} \text{Kr. 20,—} \quad 0,30, \\ \text{Kr. 5,—} \quad 0,07 \text{ järelikult} \\ \hline \text{Kr. 25,—} \quad 0,37. \end{array}$$

Muidugi ei ole tarvis seda kirjutada, vaid tabelist ainult märgata 0,30 (20. krooni reas) ja arvud 0,07 (5. krooni reas) ja need arvud liita peast...

Et saada intressisummat 6%-ga 160 kroonilt 5 kuu eest, võtame 5. kuu tulbast 150 krooni intressi, nimelt 3,75 kr., ja 10 krooni intressi, nimelt 0,25 kr., kokku on see Kr. 4,—.

Katsuge arvutamise järel, kas on Kr. 4,— käesoleval juhul õige!

Leidke antud tabeli järgi, kui palju kannab intressi 6%-iga

- | | | | | | |
|-----|-----|-------|---|-------|--------------------------------|
| 1) | Kr. | 35,— | 4 | kuus! | |
| 2) | „ | 240,— | 6 | „ | |
| 3) | „ | 60,— | 2 | „ | (Võtke summa 60 mitut moodi!) |
| 4) | „ | 80,— | 5 | „ | |
| 5) | „ | 190,— | 3 | „ | |
| 6) | „ | 220,— | 1 | „ | |
| 7) | „ | 65,— | 6 | „ | (Jutustage, kuidas võtate 65!) |
| 8) | „ | 175,— | 5 | „ | |
| 9) | „ | 300,— | 4 | „ | |
| 10) | „ | 500,— | 3 | „ | |

273. Öelge ja lahendage ise sarnaseid ülesandeid!

274. Võrrelge intressi summe 10 krooni ja 100 krooni eest! Võrrelge intressi 5 krooni ja 50 krooni eest!

Kui on antud intressid 150 krooni eest (vaata tabel), kuidas leida siis intressid 15 krooni eest? Kuidas leida 250 krooni intresside järgi 25 krooni intressid? Kuidas leida 40 krooni intresside järgi 4 krooni intressid?

Leidke antud tabeli järgi, kui palju kannab intressi 6%-ga

- | | | | | | |
|-----|-----|-------|----|-------|----------------------------------|
| 1) | Kr. | 4,— | 6 | kuus! | |
| 2) | „ | 3,— | 5 | „ | |
| 3) | „ | 24,— | 6 | „ | |
| 4) | „ | 75,— | 3 | „ | (75 on muuseas $\frac{150}{2}$) |
| 5) | „ | 33,— | 4 | „ | |
| 6) | „ | 52,— | 2 | „ | |
| 7) | „ | 144,— | 1 | „ | |
| 8) | „ | 253,— | 6 | „ | |
| 9) | „ | 200,— | 12 | „ | (Jutustage, kuidas leiate!) |
| 10) | „ | 250,— | 7 | „ | „ |
| 11) | „ | 180,— | 9 | „ | „ |
| 12) | „ | 212,— | 11 | „ | (11 kuud on 6 k. + 5 k.) |

275. Kuidas leida antud tabeli järgi intress (6%) 500 kroonilt? 1 000 kroonilt? 1 500 kroonilt? 2 000 kroonilt? 2 500 kroonilt? 4 000 kroonilt? 50 000 kroonilt?

Leidke antud tabeli järgi, kui palju kannab intressi 6%-ga

1)	Kr.	300,—	3	kuus!
2)	„	500,—	4	„
3)	„	1 500,—	1	„
4)	„	2 500,—	6	„
5)	„	3 000,—	5	„
6)	„	4 000,—	7	„
7)	„	20 000,—	8	„
8)	„	2 222,—	6	„
9)	„	600,—	5	„
10)	„	900,—	9	„
11)	„	8 000,—	4	„
12)	„	750,—	10	„
13)	„	865,—	12	„
14)	„	1 264,—	1	„

276. Arvutage täpsalt intress 5 kroonilt 6%-ga 3 kuu eest! Võrrelge tabelis antud summaga! Missuguse täpsusega on arvutatud intressid antud tabelis (104. lehekülj). Kui antud tabeli järgi leiaksime 500 krooni intressid 3 kuu eest, võttes aluseks 5 krooni intressid (1. rida), missuguse vea siis teeksime? Mitu % oleks viga? Kui aga samaks otstarbeks võtame aluseks 50 krooni intressid (6. rida), kas jääb viga siis veel püsima?

277. Kuidas võiksime leida sama tabeli (104. lehekülj) järgi intressid 12%-ga? 3%-ga?

Seadke kokku antud tabeli järgi 12% intresside tabel (samade summade ja aegade kohta)! Valmistage samuti 3% intresside tabel!

278. Valmistage, arvutamise abil, järgmine 8% intresside tabel:

Kuud Summa	1 kuu	2 kuud	3 kuud	4 kuud	5 kuud	6 kuud
Kr. 5,—	0,03	0,07	0,10			
10,—						
20,—						
30,—						
40,—						
50,—	0,33					
60,—						
70,—				1,87		
80,—						
90,—					3,00	
100,—						

Arvutamisel kasutage igasuguseid võimalikke lihtsustusi), näiteks: 4-da rea arvud on 2-se ja 3-da rea arvude summad; viimase rea arvud on ;

Ehk: teise tulba (2 kuu) arvud peavad olema kaks korda suuremad kui esimese tulba arvud, jne.

Märkus: Tabelis on kontrollimise võimaldamiseks täidetud mõned ruudud.

279. Vaadeldge valmistatud tabelis arvude ridu! Kuidas muutuvad arvud igas reas pahemalt paremale? Kuidas muutuvad arvud igas tulpas ülevalt alla?

Leidke tabelis mõned võrdsed intressid! Missugustelt summadelt ja missuguste aegade eest need on?

280. Kasutades enese valmistatud tabelit, leidke intressid 8%-ga

- | | | | | | |
|----|-----|-------|----|-----|-------|
| 1) | Kr. | 40,— | 5 | kuu | eest! |
| 2) | „ | 9,— | 6 | „ | „ |
| 3) | „ | 49,— | 5 | „ | „ |
| 4) | „ | 600,— | 2 | „ | „ |
| 5) | „ | 80,— | 7 | „ | „ |
| 6) | „ | 75,— | 12 | „ | „ |
| 7) | „ | 445,— | 1 | „ | „ |
| 8) | „ | 346,— | 3 | „ | „ |

281. Ütelge ise ülesandeid ja lahendage nad nelja tabeli abil (6%; 12%; 3%; 8%)!

282. Leidke 300-kroonilise vekslidiskont 12%-ga, kui tähtajani jääb 2 kuud! (Tarvitage tabelit!)

Leidke (tabelite abil) 600-kroonilise vekslidiskont 8%-ga 120 päeva enne tähtaega!

283. Pank maksis jooksva arve summadelt 6%. Aasta lõpul arvati hoiusummale intressid juurde, kusjuures arvele võeti ainult täiskuud. Isand Männistel oli aasta alul selles pangas jooksva arvel 450 krooni; 22. märtsil deponeeris ta 200 krooni, 9. augustil — 160 krooni, 18. augustil andis välja 100-kroonilise tšeki, 19. oktoobril deponeeris uuesti 320 krooni.

Leidke, kasutades tabelit, missugune summa oli tal hoiul järgmise aasta alul!

284. Kuulake lähemast rahaasutisest (Laenuhoiuühingust; Ühispannangust; Eesti Panga osakonnast...), mitu % makstakse seal hoiusummadelt jooksva ja tähtajalisel arvel, mitu % võetakse laenudelt ja kui suur on diskondi-%! Selle järele seadke kokku ülesanded hoiusummadest, laenudest ja vekslidiskontimisest ning lahendage nad, kasutades tabeleid, valemit, diagramme või hari-likku arvutamist!

285. Täielikuma intresside tabeli (raamatu) lehekülje näide:

		5%							
Kr.	100	200	300	400	500	600	700	800	900
Päeva									
1	0,01	0,03	0,04	0,06	0,07	0,08	0,10	0,11	0,13
2	0,03	0,06	0,08	0,11	0,14	0,17	0,19	0,22	0,25
3	0,04	0,08	0,13	0,17	0,21	0,25	0,29	0,33	0,38
4	0,06	0,11	0,17	0,22	0,28	0,33	0,39	0,44	0,50
5	0,07	0,14	0,21	0,28	0,35	0,42	0,49	0,56	0,63
6	0,08	0,17	0,25	0,33	0,42	0,50	0,58	0,67	0,75
7	0,10	0,19	0,29	0,39	0,49	0,58	0,68	0,78	0,88
8	0,11	0,22	0,33	0,44	0,56	0,67	0,78	0,89	1,00
9	0,13	0,25	0,38	0,50	0,63	0,75	0,88	1,00	1,13
10	0,14	0,28	0,42	0,56	0,69	0,83	0,97	1,11	1,25
11	0,15	0,31	0,46	0,61	0,76	0,92	1,07	1,22	1,38
12	0,17	0,33	0,50	0,67	0,83	1,00	1,17	1,33	1,50
13	0,18	0,36	0,54	0,72	0,90	1,08	1,26	1,44	1,63
14	0,19	0,39	0,58	0,78	0,97	1,17	1,36	1,56	1,75
15	0,21	0,42	0,63	0,83	1,04	1,25	1,46	1,67	1,88
16	0,22	0,44	0,67	0,89	1,11	1,33	1,56	1,78	2,00
17	0,24	0,47	0,71	0,94	1,18	1,42	1,65	1,89	2,13
18	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75	2,00	2,25
19	0,26	0,53	0,79	1,06	1,32	1,58	1,85	2,11	2,38
20	0,28	0,56	0,83	1,11	1,39	1,67	1,94	2,22	2,50
21	0,29	0,58	0,88	1,17	1,46	1,75	2,04	2,33	2,63
22	0,31	0,61	0,92	1,22	1,53	1,83	2,14	2,44	2,75
23	0,32	0,64	0,96	1,28	1,60	1,92	2,24	2,56	2,88
24	0,33	0,67	1,00	1,33	1,67	2,00	2,33	2,67	3,00
25	0,35	0,69	1,04	1,39	1,74	2,08	2,43	2,78	3,13
26	0,36	0,72	1,08	1,44	1,81	2,17	2,53	2,89	3,25
27	0,38	0,75	1,13	1,50	1,88	2,25	2,63	3,00	3,38
28	0,39	0,78	1,17	1,56	1,94	2,33	2,72	3,11	3,50
29	0,40	0,81	1,21	1,61	2,01	2,42	2,82	3,22	3,63
30	0,42	0,83	1,25	1,67	2,08	2,50	2,92	3,33	3,75

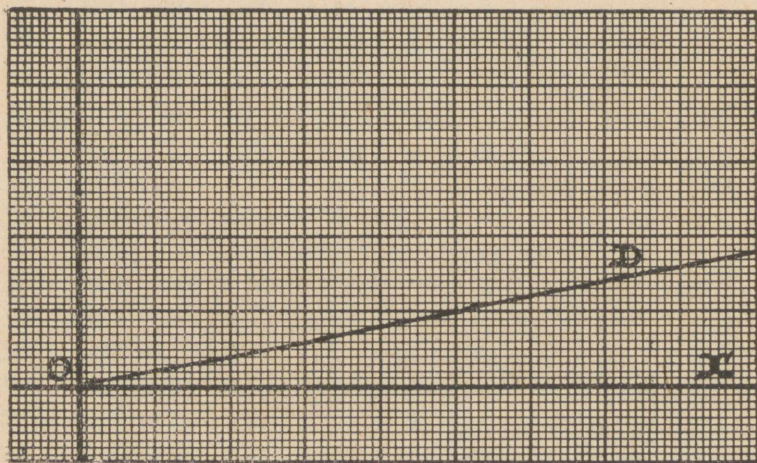
Tutvuge tabeliga lähemalt ja leidke tema järgi
intressid 5%-ga

1)	100 kroonilt	20 päeva eest!		
2)	500	"	15	" "
3)	900	"	30	" "
4)	60	"	30	" "
5)	1 000	"	10	" "
6)	6 000	"	12	" "
7)	4 400	"	25	" "
8)	9	"	30	" "
9)	3 000	"	60	" "
10)	75	"	30	" "

10. Täisnurkse kolmnurga põhi- valem.

286. Ühispank maksab osanikkudele 20% aastas dividendi. Leidke dividend (intress) x osatäelt, mille igatühe nimihind on 100 krooni!

Joonistage diagramm, märkides 1 osatähe (100 kr.) 1 sm-ga, ja — vastavalt — 100 krooni dividendi 1 sm-ga (10 krooni 1 mm-ga)!



53. joonis.

Peatume diagrammil (53. joonis) lähemalt!

Nihkumisega O-st paremale sirgjoon OD tõuseb esimese sentimeetri kohta 2 mm, s. o. 20% edasinihkumist, kahe sentimeetri kohta — 4 mm, mis on samuti 20%, kolme sentimeetri kohta — 6 mm, s. o. ikka 20% ...

Nii see peab muidugi olemagi, sest iga 100 kr. annab 20 kr. dividendi, 200 krooni — 40 kr. jne., s. o. ikka 20%.

Protsendi muutumisega muutub kohe ka sirgjoone OD tõus — kas järsemaks (kui % suurem) või aeglasemaks (kui % vähem).

Siin paistab meile selgesti võimalus sirgjoone tõusu rõhtjoone suhtes, tema **kallet** väljendada protsentides.

Kuidas võiks veel väljendada seda kallet? (millise nurga kraadides?)

287. Maantee tõuseb iga kilomeetri (rõhtsuunas) kohta 25 meetrit (püstsuunas). Leidke ta kalle protsentides!

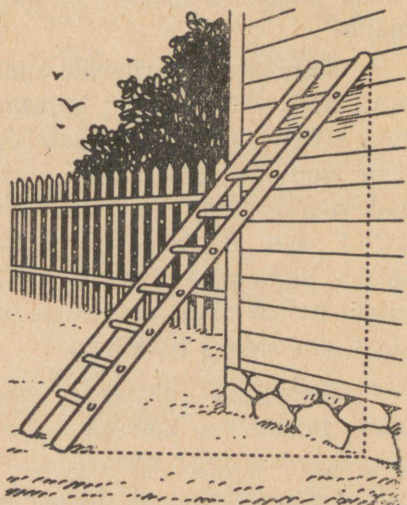
Raudtee tõuseb 750 m kohta 1,5 m. Leidke ta kalle!

288. Redel on pandud seina najale (54. joonis). Ta ülemine ots puudutab seina 4 m kõrgusel, alumine ots on seinast eemal 3 m. Leidke redeli kalle maapinna suhtes ja seina suhtes! —

Selles ülesandes hakkab meid loomulikult huvitama, kui pikk peaks olema redel ise, et ta rahuldaks ülesande tingimusi; teiste sõnaga: kas ei saa ülesande andmeil arvutada redeli pikkust?

Meil on tegemist $\triangle OXR$ -ga, milles $\angle OXR$ — täisnurk, külg $RX = 4$ m, külg $OX = 3$ m, s. o. täisnurkse \triangle -ga, mille mõlema kaateti pikkus teada. Kas ei saa leida tema hüpotenuusi pikkust?

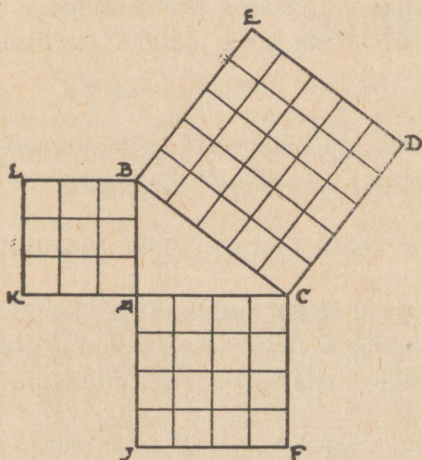
Küsimuse selgitamiseks tutvume ligemalt täisnurksete kolmnurkadega.



54. joonis.

289. Joonistage ruutpaberile täisnurkne \triangle , mille kaatedid oleksid 3 ja 4 sm!

Kujutage selle \triangle -ga igale küljele ruut (nii et \triangle -ga külg oleks ruudu küljeks; 55. joonis!



55. joonis.

ruudu pindala kaatetitel asuvate ruutude pindalade summaga!

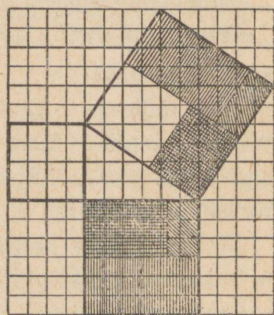
Kujutage paberilehele mingisugune täisnurkne kolmnurk ABC (56. joonis); kujutage tema hüpotenuusile BC ruut BEDC, suuremale kaatetile AC ruut ACFJ ja vähe- male ruut ABLK! Nüüd lõigake kõik ruudud välja! Paigutage ruut ACFJ ruut BEDC-le ja lõigake välja; ülejäägiga katsuge katta ruudu ABLK pindala, lõigates ülejääki sündsateks tükkideks!

Joonistage ühtlasele papi- tükile täisnurkne kolmnurk, tema külgedele ruudud! Viimased lõigake välja korralikult, ja asetage kõige suurem ruut (hüpotenuusi

Arvutage nüüd kummalgi kaatetil oleva ruudu pindala! Ja liitke saadud arvud! Te saate $9 \text{ sm}^2 + 16 \text{ sm}^2 = 25 \text{ sm}^2$. Nüüd leidke hüpotenuusil asuva ruudu pindala!

Mida te märkate?

Joonistage uus täisnurkne \triangle , kujutage uuesti tema külgedele ruudud, arvutage nende pindalad ja võrrelge hüpotenuusil asuva



56. joonis.

oma) ühele kaalukaussile, teised kaks ruutu — teisele kaussile! — Mida te märkate?

Me märkame, et kui võtame ükskõik missuguste külgedega täisnurkse \triangle -ga, joonistame ta külgedele ruudud ja arvutame võimalikult täpsalt nende pindalad, siis leiame ikka, et täisnurkse \triangle -ga kaatetitele kujutatud ruutude pindalade summa võrdub hüpotenuusile kujutatud ruudu pindalaga.

Seda tähtsat lauset nimetatakse **Pythagoras'e lauseks**, sest arvatakse, et tema leiutajaks oli kreeka mõtte-tark Pythagoras, kes elas VI sajandil enne Kristust.

290. Leidke täisnurkse kolmnurga hüpotenuusile kujutatud ruudu pindala, kui ühe kaateti pikkus on 5 sm, teise 7 sm!

Täisnurkse \triangle -ga hüpotenuus on 10 sm, üks kaatet 8 sm; leidke teisele kaatetile kujutatud ruudu pindala!

Küi pikk on teine kaatet?

291. Üldse järgneb Pythagoras'e lausest, et kui täisnurkse kolmnurga ühe kaateti (aluse) pikkus on a , teise kaateti (kõrguse) pikkus k , hüpotenuusi pikkus h , siis

$$a^2 + k^2 = h^2.$$

a^2 on ju ühele kaatetile kujutatud ruudu pindala, k^2 teisele kaatetile kujutatud ruudu oma ja h^2 hüpotenuusile kujutatud ruudu pindala.

292. Leidke nüüd, kui pikk peab olema redel 288. ülesande andmeil!

293. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 8 m ja 6 m. Leidke ta hüpotenuus ja pindala!

294. Leidke hüpotenuusile kujutatud ruudu pindala, kui kaatetite pikkus on 1) 7 ja 4 sm! 2) 11 ja 15 sm! 3) 2,5 ning 0,5 m!

295. Leidke kaatetil asuva ruudu pindala, kui teise kaateti pikkus on 12 sm, ja hüpotenuusi pikkus 13 sm!

296. Leidke hüpotenuusi pikkus, kui kaatetid võrduvad: 1) 9 ning 12 sm! 2) 5 ning 12 sm!

297. Leidke kaateti pikkus, kui teise kaateti pikkus on 13 sm ja hüpotenuusi pikkus 14 sm (täpsus 0,1)!

298. Kui kõrgele ulatub redel, mille pikkus 8 m, kui ta asetada seina najale nii, et ta alumine ots on seinast 4 m eemal?

299. Katusehari on 3 m kõrgemal seintest, maja laius on 8 m. Kui pikad peavad olema sarikad, kui nad ulatuvad 0,5 m pikkuselt väljapoole seina?

300. Ehitusplatsil oli ristküliku kuju, mille pikkus 60 m, laius 25 m. Diagonaalselt (nurgiti) temast üle käis jalgrada. Ehituse algusega suleti käik üle platsi, ja tuli käia ringi. Kuivõrt muutus tee sellega pikemaks?

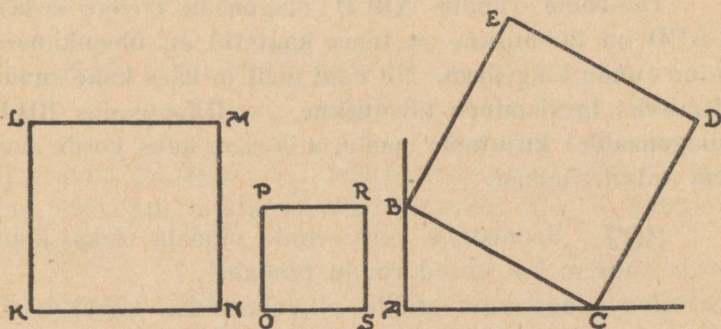
301. Telefoniposti hoiab otse traatköis, mis ulatub posti ladvast maani punktis, mis posti alusest 4 m eemal. Kui pikk on köis, kui posti kõrgus on 6 m?

302. Täisnurkse \triangle -ga hüpotenuusi pikkus on $7\frac{1}{2}$ sm; leidke kõigi selle \triangle -ga külgedele kujutatud ruutude pindalade summa!

303. Antud on ruut KLMN ja ruut OPRS (57. joonis), ja on tarvis kujutada ruut, mis oleks nende kahe ruudu summaga võrdpindne.

Selleks kujutame täisnurkse \triangle -ga ABC, mille kaatetiteks oleksid antud ruutude küljed. Selle kolmnurga

hüpoteenuusile kujutatud ruut ongi mõlema ruudu summaga võrdpindne. (Miks?)



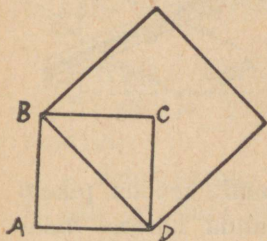
57. joonis.

304. Kujutage ruut, mis oleks kolme antud ruudu summaga võrdpindne!

J u h a t u s : Tarvis on esiti liita kaks ruutu.

305. Antud on ruut BCDE ja KLMN (57. joonis), ja on tarvis kujutada ruut, mis oleks võrdpindne nende kahe ruudu vahega.

Selleks kujutame täisnurkse \triangle -ga ABC, mille kaatetikiks oleks vähema ruudu KLMN külge ja hüpoteenuusiks ruudu BCDE külge (vaata 61. ülesanne). Teisele kaatetile AB-le kujutatud ruut ongi võrdpindne antud ruutude vahega, sest kui liita tema pindala ruudu KLMN pindalaga, siis saame ruudu BCDE pindala.



58. joonis.

306. Antud on ruut ABCD ja on tarvis kujutada uus ruut, mille pindala oleks ABCD omast kaks korda suurem (58. joonis).

Kui kujutaksime veel samasuguse ruudu, kui on antud, ja liidaksime mõlemad ruudud, siis

olekski ülesanne lahendatud. Asi läheb aga veel hõlpsamini, kui toimetame järgmiselt.

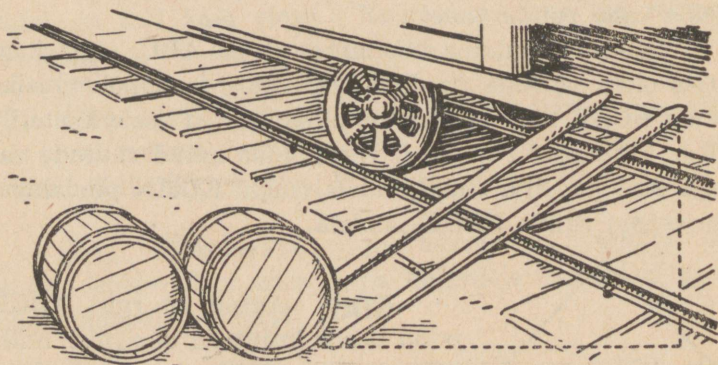
Tõmbame ruudus ABCD diagonaali (tehke seda). $\triangle ABD$ on täisnurkne ja tema kaatedid on ühepikkused antud ruudu külgedega. Nii ongi meil ju käes kahe ruudu liitmiseks tarvisminev täisnurkne \triangle . Hüpotenuus BD-le (diagonaalile) kujutame ruudu, mis saab kaks korda suurem antud ruudust.

307. Joonistage ruut, mille pindala oleks kolm korda suurem kui antud ruudu pindala!

Joonistage ruut, mille pindala oleks kaks korda vähem antud ruudu pindalast!

308. Silla kõrgus veepinnalt on 5 m; 8 m sillast eemal (veepinda mööda arvates) on inimene vees. Kui pikk vähemalt peab olema nöör, mis ulatuks sillalt inimeseni?

309. Vaadid veeretatakse vagunisse kaldpuudel, mille alumine ots toetub 1,8 m vagunist eemal maapin-



59. joonis.

nale. Mitu korda on vaadi tee kaldpinda mööda pikem kui otse üles tõstes, kui vaguni põranda kõrgus maapinnalt on 1,2 m?

310. Tee mäkke tõuseb iga kilomeetri kohta 0,2 km. Kui palju jõuab sel teel iga kilomeetriga edasi rõhtsuunas?

311. Joonistage avaldise

$$\frac{3 \cdot x}{4}$$

diagramm ja leidke, kui pikaks kasvab diagrammil saadav joon, kui x kasvab 0-st 8-ni, kui $x = 1$ märgime 1 sm-ga!

312. Leidke koonuse kõrgus, kui ta moodustaja on 25 sm ja põhja raadius 15 sm!

Leidke koonuse moodustaja, kui ta kõrgus on 1 m, põhja raadius aga 20 sm!

313. Leidke koonuse ruum- ja pindala, kui ta moodustaja on 13 sm ja kõrgus 12 sm!

314. Mõõtke ära koonusekujulise kuhja moodustaja ja põhja ümbermõõt ja arvutage ta ruumala!

315. Võrdhaarse \triangle -ga alus on 10 sm, haarad aga kumbki 13 sm. Leidke ta pindala!

316. Võrdkülgse \triangle -ga külje pikkus on 20 sm. Leidke ta pindala (täpsus 1)!

317. Leidke korrapärase kuusnurga pindala, kui ta külje pikkus on 1 m (täpsus 0,1)!

318. Korrapärase nelinurkse püramiidi apoteem on 20 sm ja põhja külg 10 sm. Leidke ta ruum- ja pindala!

Korrapärase kuusnurkse püramiidi külgserv on 12 sm ja põhja serv 5 sm. Leidke püramiidi ruumala!

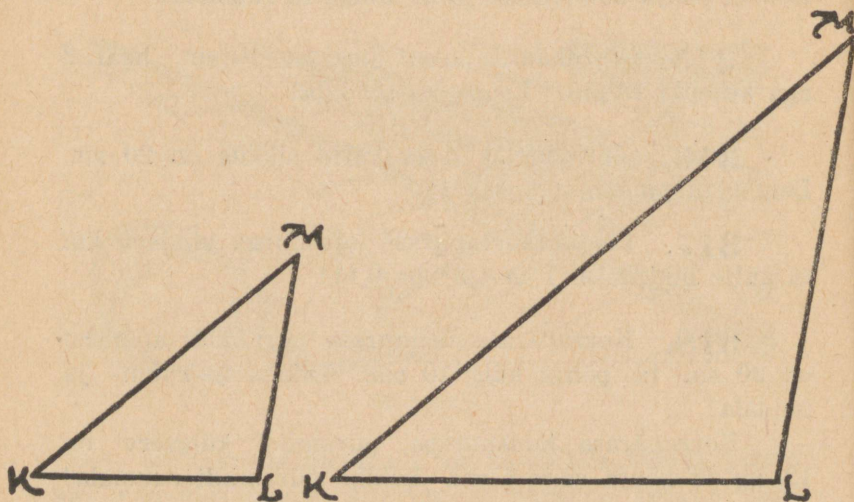
11. Kujude sarnasus.

319. Me tegime (186. ülesanne) järgmise harjutise: pikendasime \triangle -ga üht külge 3 korda, jättes kõik nurgad endisteks, ja nägime, et siis pikenesid kõik teisedki küljed 3 korda.

Suurendades samal tingimusel (nurgad jäävad muutmata) \triangle -ga külge 4 korda, suurenevad teisedki küljed 4 korda jne.

Meil on siin tegu igal juhul kahe \triangle -aga, millel küljed võrdelised ja nurgad vastavalt võrdsed.

Kujutame eraldi paari sarnaseid kolmnurki (60. joonis), võttes ühe \triangle -ga külje pikkuseks 3 sm, nurgad selle külje juures 30° ja 100° ; teise külje pikkuseks 6 sm

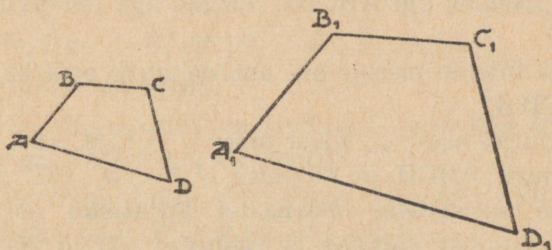


60. joonis.

(2.3 sm), nurgad samad (30° ja 100°). Võrrelge teise \triangle -ga külgi esimese \triangle -ga omadega!

Meile torkab silma, et mõlemad \triangle -gad on kujult täiesti sarnased, erinevad ainult suuruselt.

320. Kujutage nelinurk ABCD (61. joonis)! Peale selle kujutage uus nelinurk $A_1B_1C_1D_1$, mille nurgad oleksid sama suured kui ABCD-l, küljed aga kõik kaks korda pikemad kui ABCD-l!



61. joonis.

Juhatus: Kujutamist võib toimetada nii: kujutada $\angle B_1A_1D_1$, mis oleks ühesuurune $\angle BAD$ -ga; ühele haarale asetada sirglõik (õgvik) A_1B_1 , mis oleks kaks korda suurem AB -st, ja teisele haarale sirglõik (õgvik) A_1D_1 , mis oleks 2 korda suurem AD -st; kujutada B_1 juurde $\angle ABD$ suurune nurk ja D_1 juurde $\angle ADC$ suurune nurk. Tavalik nelinurk ongi vaimis.

Võrrelge $\angle B_1C_1D_1$ ja $\angle BCD$ -d ja külge B_1C_1 ning BC -d ja D_1C_1 ning CD -d!

Siingi paistab silma, et mõlemad nelinurgad on kujult täiesti ühesugused; lahku lähevad nad ainult suuruselt.

Kujutage uus nelinurk, millel küll nurgad oleksid sama suured kui ABCD-l, külgedest aga üks kaks korda pikem kui vastav külge ABCD-l, teine kolm korda pikem

kui vastav külge ABCD-l, kolmas ja neljas — nagu nad kujutisel iseenesest välja tulevad!

Tä h e n d u s : „Vastavate“ külgede all on mõeldud need, mis ühendavad ühesuguste nurkade tippe.

Kas tuletab meelde uus nelinurk oma kuju poolest ABCD-d?

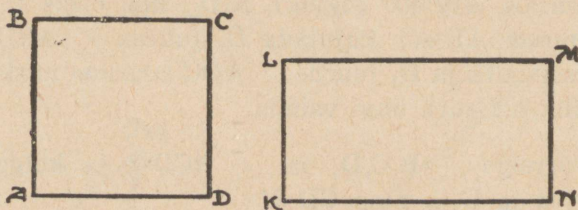
Kujutage nüüd veel nelinurk, millel oleksid küljed 2 korda pikemad kui ABCD-l, nurgad aga teissugused kui ABCD-l!

Kas tuletab meelde see uus nelinurk oma kuju poolest ABCD-d?

Kujutisi nagu $\triangle KLM$ ning $\triangle K_1L_1M_1$ (60. joonis) või nelinurk ABCD ja nelinurk $A_1B_1C_1D_1$ (61. joonis), nimetame sarnasteks. Sarnastel kujutistel on nimelt nurgad vastavalt võrdsed ja vastavad küljed võrdelised.

321. Kolmnurkade kohta võime öelda, et kui neil on aga nurgad võrdsed, siis on nad juba sarnased, sest küljed on paratamatult võrdelised (186. ülesanne).

Nelinurkade, viisnurkade ja teiste hulknurkade kohta me seda öelda ei saa. See selgub juba 62. joonisel,



62. joonis.

kus mõlemal nelinurgal on küll vastavalt võrdsed nurgad, kujud ometi ei ole sarnased.

322. Selgitage, kas on omavahel sarnased kõik ruudud!

Kas on sarnased kõik ristkülikud?

Kas on sarnased kõik võrdnurksed \triangle -gad?

323. Joonistage kolmnurk ABC ja kujutage siis uus $\triangle A_1B_1C_1$, mille küljed oleksid 3 korda pikemad ABC külgedest!

Võrrelge $\triangle ABC$ ja $\triangle A_1B_1C_1$ nurki!

Joonistage kolmnurk KLM ja siis uus kolmnurk $K_1L_1M_1$, mille küljed oleksid poole lühemad kui $\triangle KLM$ küljed!

Võrrelge $\triangle KLM$ ja $\triangle K_1L_1M_1$ nurki!

Mida te märkate?

Kaks kolmnurka on sarnased, kui ühe küljed on teise \triangle -ga külgedega võrdelised.

Joonistage kolm kolmnurka, mis kõik oleksid sarnased, kuna teise küljed oleksid esimese omadest 2, kolmanda küljed teise omadest ka 2 korda pikemad!

324. Joonistage kaks ühesuurust nurka; esimese haaradele asetage sirglõigud (õgvikud), mille pikkus 2 ja 1,5 sm; teise haaradele sirglõigud (õgvikud), mille pikkus oleks vastavalt 6 ja 4,5 sm (3 korda pikemad)! Ühendage sirglõikude otsad! Võrrelge ühe saadud kolmnurga kaht uut nurka teise kolmnurga kahe uue nurgaga! Võrrelge kolmandaid külgi!

Me näeme, et saadud \triangle -ad on sarnased.

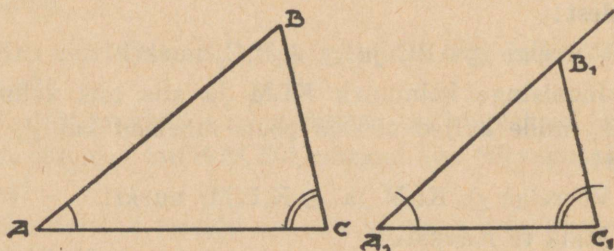
Joonistage veel kaks \triangle -a, millel oleksid ühe kaks külge teise \triangle -ga kahe küljega võrdelised, nurgad nende külgede vahel aga ühesuursed! — Võrrelge teisi nurki, kolmandaid külgi!

Me näeme: **Kaks kolmnurka on sarnased, kui ühe kaks külge on teise \triangle -ga kahe küljega võrdelised ja nurgad nende külgede vahel võrdsed.**

Kas saab \triangle olla sarnane nelinurgaga? Nelinurk viisnurgaga?

325. Ülesanne: Kujutada antud küljele \triangle , mis oleks antud \triangle -ga sarnane!

Olgu antud $\triangle ABC$ (63. joonis) ja uue \triangle -ga külg A_1C_1 , mis peab vastama külg AC -le.



63. joonis.

Punkt A_1 juurde kujutame nurga, mis võrduks $\angle A$ -ga, punkt C_1 juurde nurga, mis võrduks $\angle C$ -ga. Nende kahe nurga küljed lõikuvad mingis punktis B_1 . Saadud $\triangle A_1B_1C_1$ ongi nõutav, sest ta on sarnane $\triangle ABC$ -ga ja ta külg A_1C_1 võrdub antud küljega.

326. Kolmnurgas ABC $AB = 18$ sm, $BC = 21$ sm, $AC = AC$ sm. Temaga sarnases \triangle -gas $A_1B_1C_1$ külg $A_1B_1 = 12$ sm. Leidke \triangle -ga $A_1B_1C_1$ teiste külgede pikkused!

327. Nagu juba selgitasite, on kõik ruudud omavahel sarnased. Me teame ka, kui ühe ruudu külg on 2 korda suurem kui teise, siis ta pindala on 4 korda suurem kui teise oma, ja kui külg on 3 korda pikem, siis pindala on 9 korda suurem jne.

Kuidas oleks lugu sarnaste kolmnurkade pindaladega?

Joonistage $\triangle ABC$ ja siis uus $\triangle A_1B_1C_1$, mille küljed oleksid 2 korda pikemad kui esimesel! Leidke mõlema pindala! Leidke nende pindalade suhe!

Joonistage uus kolmnurk ($A_2B_2C_2$), sarnane ABC-ga, mille külg oleks 3 korda pikem vastavast ABC küljest!

Leidke selle \triangle -ga pindala!

Leidke, mitu korda on selle \triangle -ga pindala suurem ABC pindalast!

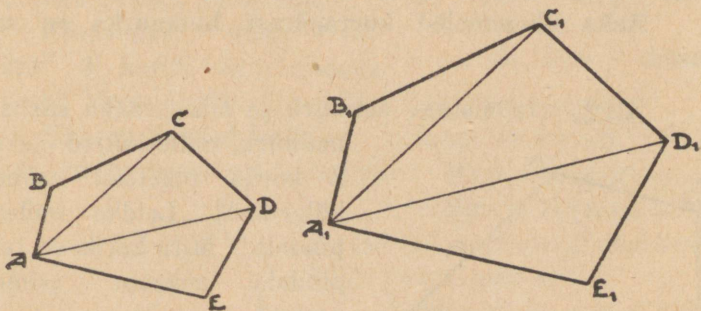
328. Joonistage $\triangle KLM$ ja siis uus \triangle , mille pindala oleks 25 korda suurem KLM pindalast!

329. Sarnastest kolmnurkadest on ühe külg 2 korda lühem kui vastav külg teisel. Mitu korda on ta pindala vähem kui esimesel?

Kolmnurga külge suurendati 2 korda, 6 korda, $1\frac{1}{2}$ korda, jättes nurgad muutmata. Mitu korda suurenes igal juhul pindala?

330. Ülesanne: Joonistada antud küljele hulknurk, mis oleks sarnane antud hulknurgaga.

Olgu antud hulknurk ABCDE (64. joonis) ja uue hulknurga külg A_1E_1 , mis peab vastama külg AE-le.



64. joonis.

Tõmbame ABCDE-s diagonaalid AD ja AC. Hulknurk jaguneb \triangle -deks. — Kõigepealt kujutame A_1E_1 -le kolmnurga, mis oleks sarnane $\triangle ADE$ -ga; selleks kujutame A_1 juurde nurga, mis võrdne $\angle DAE$ -ga, E_1 juurde nurga, mis võrdne $\angle AED$ -ga. $\triangle A_1E_1D_1$ on sarnane $\triangle AED$ -ga.

Nüüd kujutame samal viisil A_1D_1 -le \triangle -ga $A_1D_1C_1$, mis oleks sarnane $\triangle ACD$ -ga, ja siis külge A_1C_1 -le \triangle -ga $A_1C_1B_1$, mis oleks sarnane $\triangle ACB$ -ga.

Hulknurga $A_1B_1C_1D_1E_1$ nurgad peavad olema ühesuurused hulknurga $ABCDE$ nurkadega, sest nad koosnevad sama suurtest osadest (võrrelge mõõtes!).

Võrrelge $A_1B_1C_1D_1E_1$ külgi $ABCDE$ vastavate külgedega! Mida märkate?

Me näeme, et ülesanne on lahendatud; $A_1B_1C_1D_1E_1$ ongi nõutud hulknurk, mis $ABCDE$ -ga sarnane.

Selle ülesande lahendamisest järgneb: **Kui kaks hulknurka koosnevad ühesugusest arvust vastavalt sarnastest kolmnurkadest, siis on nad ka ise sarnased.**

Joonistage ruut $KLMN$ ja siis nelinurk $PRST$, mis oleks temaga sarnane! — Kas ka $PRST$ on ruut?

331. Joonistage kaks korrapärast kuusnurka! Võrrelge nende nurki ja külgi!

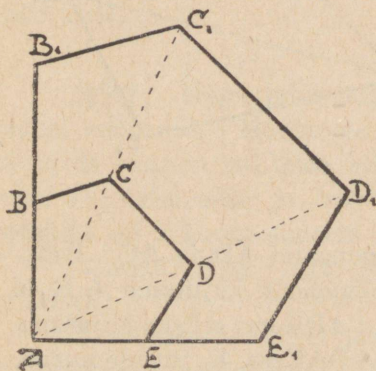
Joonistage kaks korrapärast kaheksanurka! Võrrelge nende nurki ja külgi!

Kaks ühenimelist korrapärast hulknurka on sarnased.

332. Joonistage nelinurk ja siis temaga sarnane

nelinurk, mille küljed oleksid 2 korda pikemad esimese külgedest! Leidke mõlema pindala! Mitu korda on teise pindala suurem esimese omast?

Kahe teineteisega sarnase hulknurga vastavate külgede suhe on 3; milline on nende pindalade suhe?



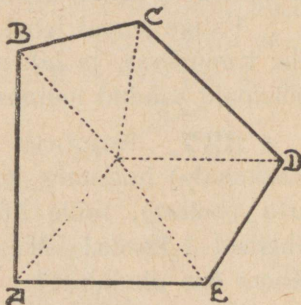
65. joonis.

333. On antud hulknurk $ABCDE$ (65. joonis);

kuidas suurendada teda 2 korda (sellega pindala 4 korda)?

Selleks on kõige sobivam ta jagada kolmnurkadeks ja kujutada viimastega sarnased \triangle -gad, võttes igaihe küljed kahekordses pikkuses. Kõige lihtsam on seda teha nii, nagu näidatud 65. joonisel, võttes kahekordses pikkuses kõik antud hulknurga diagonaalid ja need küljed, mis lähtuvad samadest tippudest kui diagonaalid.

Seejuures on soovitatav märkida veel, et hulknurka on otstarbekohasem mõnikord jagada \triangle -adeks mitte diagonaalidega, vaid võttes keskel mingi punkti O (66. joonis) ja seda ühendada hulknurga tippudega sirgjoonte abil, mis punkt O-st laiali lähevad nagu kiired.

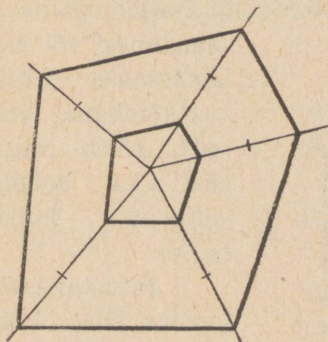


66. joonis.

334. Joonistage mingi hulknurk ja jagage ta \triangle -deks nii, nagu praegu jutustatud!

Pikendage nüüd iga „kiirt“ 3 korda ja ühendage „kiirte“ lõpp-punktid järjestikku (67. joonis)!

Kas on saadud hulknurk sarnane esimesega? Mitu korda on ta ümbermõõt suurem? Mitu korda pindala?



67. joonis.

Võrrelge antud hulknurga ja saadud hulknurga vastavaid külgi suuna poolest!

Kuidas saaks antud hulknurka vähendada 2 korda?

Tehke seda! Mis sünnib pindalaga?

335. Joonistage seinatahveli keskohta nelinurk, mis oleks sarnane tahveli ene-

sega, mille küljed aga 2 korda lühemad tahvli külgedest! Mitu korda on selle nelinurga pindala vähem tahvli pindalast? Katsuge järele! — Võrrelge saadud nelinurga ja tahvli vastavat külge suuna poolest!

Valige „kiirte“ tõmbamiseks uus punkt ja lahendage ülesanne uuesti! Võrrelge uut nelinurka endisega!

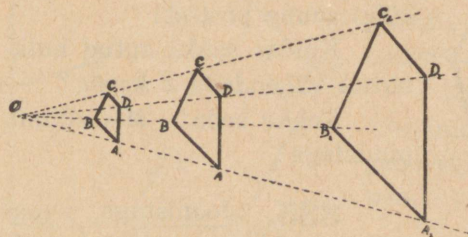
336. Joonistage kaustikulehe keskk kohta nelinurk, mis oleks kujult sarnane lehe enesega, küljed aga 4 korda lühemad! Mitu korda on saadud nelinurga pindala vähem lehe pindalast? Kuidas on saadud nelinurga ja lehe vastavad küljed suuna poolest?

Valige samal lehel uus punkt, kust tõmbate jooned lehe tippudesse, ja lahendage ülesanne uuesti! Võrrelge mõlemaid saadud nelinurki!

337. Kujutlege (tähistage) õues (ligikaudu õue keskkohale) hulknurk, mis oleks sarnane õuega (muidugi kuju poolest), mille küljed oleksid aga õue külgedest lühemad 3 korda! Mitu korda on saadud kuju pindala vähem õue pindalast?

338. Eelmiste ülesannete lahendamisel (334 kuni 337) võtsime punkti, kust tõmbasime kiired hulknurga tippudesse, hulknurga sees, 333. ülesandes võtsime säärase punktina hulknurga enese tipu (A, 65. joonis), sest ka tippudest B ja E tulevad siia sirgjooned (hulknurga enese küljed AB ja AE). Me võime aga hulknurga suu-

rendamisel või vähendamisel täpi, kust tõmbame „kiired“, võtta väga hästi ka hoopis väljaspool hulknurka.



68. joonis.

Jutustage 68. joonise järgi, kuidas ja mitu korda

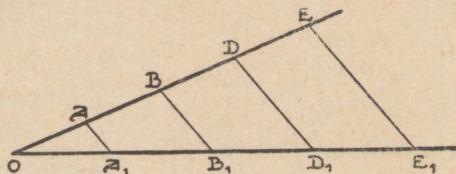
on ABCD vähendatud ($A_1B_1C_1D_1$ -na) ja suurendatud ($A_2B_2C_2D_2$ -na)!

Mitu korda ja kuidas on $A_2B_2C_2D_2$ suurendatud $A_1B_1C_1D_1$ suhtes?

Joonistage mingi hulknurk ja suurendage teda 68. joonisel näidatud viisil 3 korda! Vähendage teda 2 korda!

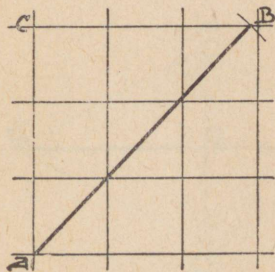
339. Selgitage 333., 334. ja 335. ülesande lahenduse põhjal: Kui kolmnurgas ühendada kahe külje kesk-kohad sirgjoonega, milline on see sirgjoon kolmanda külje suhtes suuna poolest? aga pikkuse poolest?

340. 334.—338. ülesande lahenduste põhjal selgitage: Kui nurga ühele haarale asetada tipust alates võrdsed sirglõigud (69. joonis) $OA = AB = BD$ jne. ja teisele haarale samuti omavahel võrdsed sirglõigud $OA_1 = A_1B_1 = B_1D_1$ jne. ning vastavad jagamispunktid ühendada sirgjoontega (AA_1, BB_1, DD_1 jne.), millised on siis saadud sirgjooned AA_1, BB_1, DD_1 jne. omavahel suuna poolest? Aga pikkuse poolest?



69. joonis.

341. On antud sirglõik AB (70. joonis) ja on tarvis ta jagada 3-eks võrdseks osaks ilma mõõtmata ja arvutamata.



70. joonis.

Võtame selle sirglõigu (õgviku) sirklile ja paigutame ta sentimeeter-ruutpaberil rööpjoonte vahele nii, et ta parajasti ulatuks üle 3-e joonevahe (70. joonis). Siis jagavad rööpjooned, millest ta üle läheb (käesoleval juhul rõhtjooned) ta 3-eks võrdseks osaks.

Katsuge sirkliga järele!

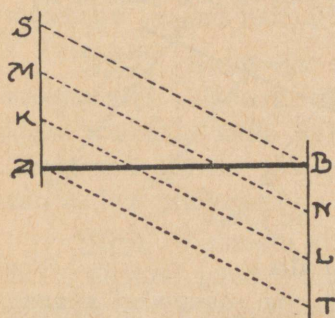
Kujutlege, et 70. joonisel on tõmmatud joon AC, nii et tekkis nurk CAB, ja võrrrelge 69. joonisega (340. ülesanne)!

Kas on käesoleva ülesande lahendamisel tähtis, et tegemist oleks ruutpaberi rööpjoontega? Kas on tähtis, et kõik rööpjooned oleksid teineteisest sama kaugel?

Jagage samal teel mingi antud sirglõik (õgvik) neljaks võrdseks osaks! Kuidas toimida, kui antud sirglõik on lühem kui 4 sm, või — eelmises ülesandes — lühem kui 3 sm?

Rööpjoonte valimisel siin on tähtis, et nende vahed oleksid vaid võrdsed (näiteks, vahe 1 sm, 5 mm...).

Jagage mingi antud sirglõik viieks võrdseks osaks!



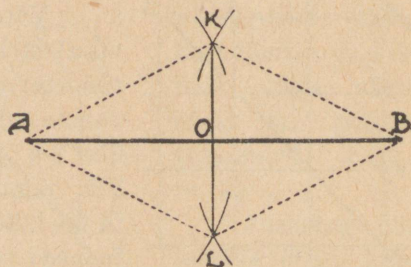
71. joonis.

342. Jälgige, kuidas on saadud kaks rööpjoont (KL ja MN) 71. joonisel sirglõigu AB jagamiseks 3-eks võrdseks osaks! Võrdluseks 69. joonisega tõmmake veel ka kolmas (BS) ja neljas (AT) rööpjoon!

Jagage sel teel joonlõik 4-ks, 5-ks võrdseks osaks!

343. Sirglõigu jagamiseks 2-ks, 4-ks, 8-ks võrdseks osaks on soodus tarvitada sirglõigu poolitamist sirkli abil, nagu 72. joonisel näidatud. — Jutustage, kuidas on seal toimetatud AB poolitamine!

Punktiirjooned AK, BK, AL ja BL ei ole jagamiseks vajalised, vaid ainult võrdsete raadiuste näitamiseks ja sümmeetria selgitamiseks. Nimelt on



72. joonis.

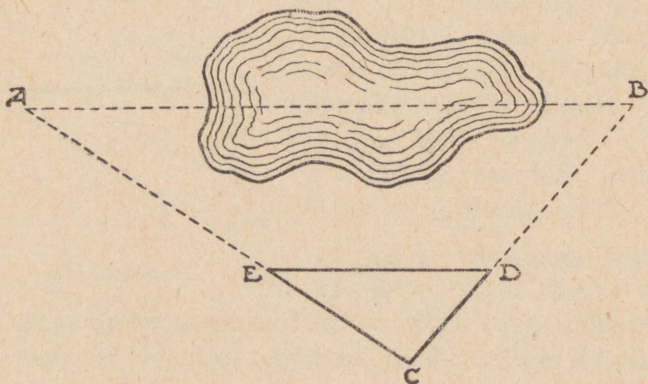
kerge näidata, et kui joonis murda kokku piki joont KL, siis langevad ta mõlemad pooled ühte — joonis on sümmeetriline KL suhtes, ja $AO = OB$.

Joonistage sirglõik ja jagage ta sel teel 2-ks võrdseks osaks! 4-ks võrdseks osaks!

12. Kaudseid mõõtmisi. Maa-alade plaanistamine.

344. Sarnaste hulknurkade omadusi kasutades saab lahendada palju praktilisi ülesandeid, näiteks, toimetada kaudseid pikkuste ja pindalade mõõtmisi. Lahendame mõned ülesanded.

Ülesanne 1: Mõõta väljal kaugus kahe punkti A ja B (73. joonis) vahel, kui otsene mõõtmine nende vahel on raskendatud või võimatu.



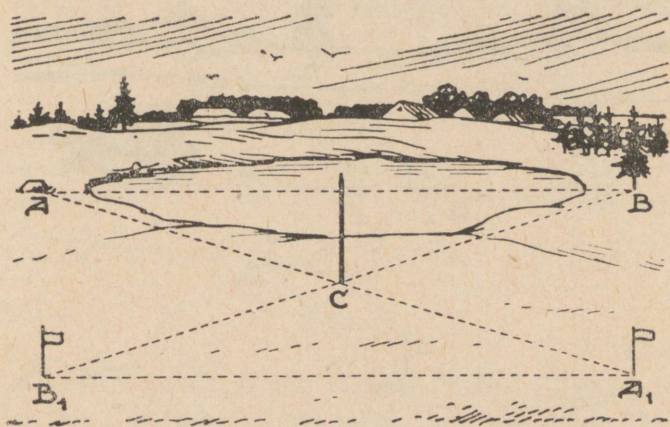
73. joonis.

Valime abipunkti C nii, et temast saaks vabalt tähistada ja mõõta kauguse C-st kas A-ni või B-ni. Selle kauguse, näiteks CB, mõõdame ära; tema pikkusest võtame mingi osa, näiteks $\frac{1}{3}$, ja mõõdame selle osa (CD) alates C juurest välja. D-st tõmbame joone DE nii, et $\angle CDE = \angle CBA$. Tekib $\triangle CDE$, mis sarnane CBA-ga. Et sarnaste kolmnurkade vastavad küljed on võrdelised,

siis on AB ja ED suhe sama kui BC ja DC suhe, näiteks 3.
— ED pikkuse möödame ära. Kuidas leida siis AB pikkus?

Kui väljal vaba ruumi, võib sama ülesande lahendada ka sel teel, et jooni BC ja AC pikendame teispoole C-d, kas jälle nende joonte mingi osa ($\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{10}, \frac{1}{100}$) võrra või ka täies ulatuses (74. joonis).

Kui jooned pikendame täie ulatuse võrra ($CB_1=CB$), siis on uus kolmnurk esimesega mitte üksi sarnane (vas-



74. joonis.

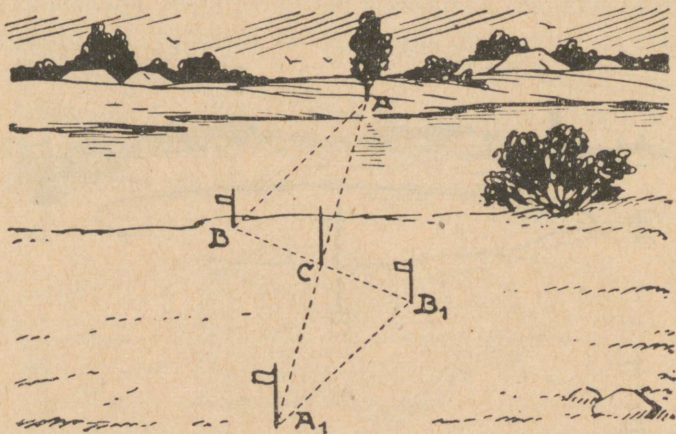
tavate külgede suhe 1), vaid ka **ühtiv**, ja A_1B_1 võrdub AB-ga.

345. Mõõtke ära kirjeldatud viisil kaugus kahe punkti vahel, mille vahel ei ole takistusi, ja katsuge järele mõõtmise täpsus otsese mõõtmise abil!

Mõõtke ära näidatud viisil kaugus hoone teineteise vastas olevate nurkade vahel!

346. Ülesanne 2: Mõõta kaugus kahe punkti A ja B vahel, kui üks neist (näiteks A, 75. joonis) on juurdepääsetamatu.

Nurkristi abil tõmbame punkt B-st AB-le ristjoone; ristjoonel valime punkt C, kust oleks näha punkt A, BC mõõdame ära ja pikendame ta $CB_1 = CB$ võrra; peale selle tõmbame punkt B_1 -st CB_1 -le ristjoone B_1A_1 ja pikendame AC-d, kuni ta lõikub ristjoon B_1A_1 -ga mingis punktis A_1 . A_1B_1 mõõdame ära. — Kas ei ole juba AB pikus käes? Miks? — Mispärast $\triangle A_1B_1C = \triangle ABC$?



75. joonis.

Kas oli tarvis võtta CB_1 tingimata võrdsena CB -ga?

Kui võtate CB_1 võrdsena $\frac{1}{4}$ CB -ga, milline osa on siis A_1B_1 AB -st?

347. Samal viisil mõõtke kaugus kahe kergesti kättesaadava punkti vahel ja katsuge järele saaduse täpsust otsese mõõtmise abil!

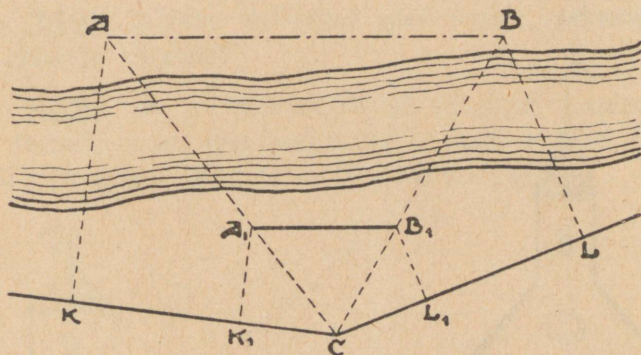
Mõõtke ära kaugus kahe asja vahel, mis asuvad teine teisel pool jõge!

Mõõtke ära jõe laius!

Mõõtke kaugus kahe puu vahel, millest üks on naabri aias, teine teie ligiduses!

348. Katsuge mõõta sarnaste \triangle -ade abil kaugus lähema elamu ja koolimaja vahel! Kontrollige otsese mõõtmisega! Leidke vea protsent!

349. Ülesanne 3: Mõõtke ära kaugus kahe punkti A ja B vahel, millele kummalegi juurde ei pääse (76. joonis).



76. joonis.

Valime punkt C nii, et tast oleksid näha A ja B. Tõmbame C-st vabalt kaks joont (CL ning CK), ja tõmbame ühele nendest A-st ristjoone AK (nurkristi abil; v. II õppeaasta, 735) ja teisele B-st ristjoone BL. KC-st võtame mingi osa, näiteks $\frac{1}{10}$ -u, — olgu see K_1C , ja LC-st sama osa ($\frac{1}{10}$) L_1C . K_1 -st tõmbame KC-le ristjoone K_1A_1 ja L_1 -st LC-le ristjoone L_1B_1 , esimese ristjoone tõmbame kuni lõikumiseni suuna CA-ga ja teise ristjoone kuni lõikumiseni suuna CB-ga. Milline osa on CA_1 CA-st? Milline osa on CB_1 CB-st?

Miks on $\triangle CK_1A_1$ sarnane $\triangle CKA$ -ga?

Miks on $\triangle CL_1B_1$ sarnane $\triangle CLB$ -ga?

Kas on hulknurk $CK_1A_1B_1L_1$ sarnane hulknurga CKABL-ga (v. 333)?

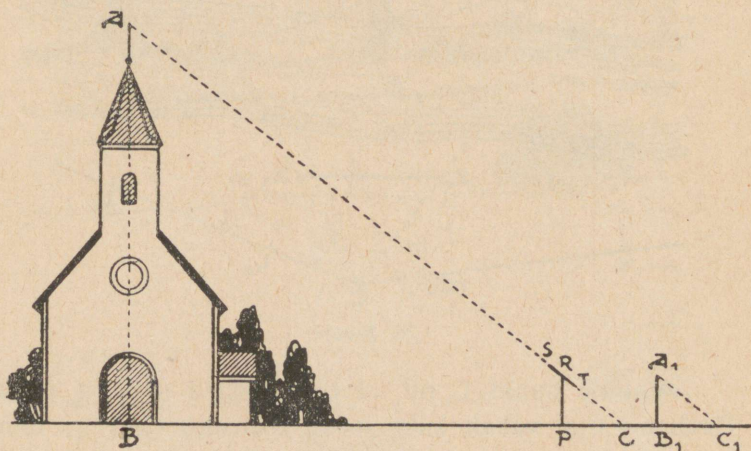
Milline osa AB-st on A_1B_1 ?

Kuidas leida AB pikkus?

350. Mõõtke jutustatud viisil niisugune kaugus, mida saab mõõta ka otseteel!

Toimetage ka otsene mõõtmine ja leidke, mitu % on mõlema mõõtmise vahe otsesel mõõtmisel saadud kaugusest!

351. Ülesanne 4: Mõõtke ära torni kõrgus AB (77. joonis)!



77. joonis.

Päikesepaistelise ilmaga on kerge toimetada mõõtmist varju mõõtmise abil: lööme püsti mõõdetud pikkusega teiba A_1B_1 ja mõõdame niihästi torni kui ka teiba varju pikkuse (BC ja B_1C_1). — Nii mitu korda kui torni vari on pikem teiba varjust, nii mitu korda on ka torni ise pikem teibast, sest \triangle -gad ABC ja $A_1B_1C_1$ on sarnased.

Pilves ilmaga võib tarvitada nõndanimetatud visiiditoru ST (76. joonis), milleks võib olla mingi peenike sirge toru, mis on asetatud loes teiba PR otsa nii, et teda saab keerata. Läbi toru, otsast T vaadates, seatakse ta niisugusesse suunda, et torni tipp A oleks temast läbi näha. Jättes toru liikumatult sellesse seisus, vaadatakse tema

läbi vastupidises suunas (S otsast) ja märgitakse maapinnal ära punkt C, millesse on suunatud toru.

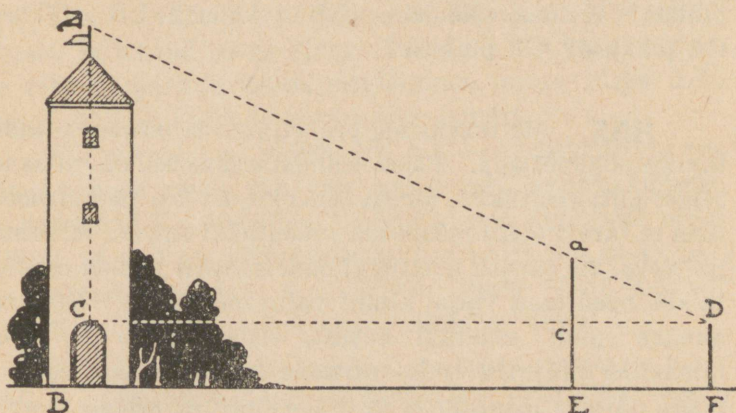
Saame \triangle -gad BAC ja PRC, mis on sarnased. Järelikult, kui mitu korda CB on pikem CP-st, nii mitu korda on AB pikem PS-ist.

Tuleb mõõta CB ja CP ja leida nende suhe.

Kuidas leida AB, kui RP on mõõdetud?

352. Mõõtke näidatud viisil puude, piksevarda, katuseharja kõrgust!

353. 78. joonisel on DF ja aE püsti maasse löödud teibad; nende ülemised otsad D ja a on ühel joonel torni tipu A-ga. Kuidas leida torni kõrgus?



78. joonis.

354. Kõik kirjeldatud kaudsed kaugusemõõtmised on tehtavad hõlpsasti ka paberile joonistatavate sarnaste kujutiste abil. Näit. võib 1. ülesande lahendada nii, et \triangle CDE (72. joonis) ei kujutata maapinnale, vaid joonistatakse selle asemel paberile \triangle , mis oleks sarnane \triangle CAB-ga. Muidugi tuleb siis joonest CB võtta sootu pisem osa, aga mitte $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ või $\frac{1}{10}$... Vahest $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{200}$ või koguni $\frac{1}{1000}$, s. o. iga meetri või iga kahe meetri asemele sm, või iga 10 m asemele 1 sm.

Sel teel saadakse paberil \triangle -ga CAB plaan, sest maakoha plaan ei ole ju muud midagi kui maakohaga sarnane joonis-kujutis vähendatud moodsus.

Et saada viisnurga CKABL-ga (76. joonis) sarnast viisnurka $CK_1A_1B_1L_1$ (plaani) otsejoont paberil, asetame punkt C kohale moodslaue ehk mensuli (5. õppeaasta, 518. ülesanne). Moodslaual asuval paberilehel saadakse mingi punkti C juurde $\angle K_1CA_1 = \angle KCA$, $\angle A_1CB_1 = \angle ACB$ ja $\angle B_1CL_1 = \angle BCL$; nurkade külgedel võetakse vähendatud moodsus (näiteks $\frac{1}{100}$) CK sirglõik CK_1 -na, CL CL_1 -na. Punkt K_1 -st tõmmatakse ristjoon CK_1 -le ja punkt L_1 -st ristjoon CL_1 -le...

Kuidas jätkatakse joonistamist? Kuidas leitakse AB pikkus? Kuidas võib leida AK pikkuse? LB pikkuse? CA pikkuse? CB pikkuse?

355. Me tutvusime praegu mööda minnes plaanistamise põhimõttega. **Plaan** valmistatakse selleks, et saada selget pilti maatükist, nimelt tema kujust kui ka suurusest, ilma et tarvis oleks moodsa alati maatükki ennast, et võimalik oleks, kui tarvis, maatükki enne paberil jagada osadeks ja siis need osad väljal ainult välja moodsa jne. Et plaan annaks pildi maatüki kujust, selleks peab ta olema niisugune kujutis, mis sarnane maatüki kujuga; et plaan näitaks maatüki ja ta osade suurust, selleks peab ta olema valmistatud teatud moodsu järgi. Plaan on alati maatükist vähem, kuid tal on samasugune kuju; tema nurgad on võrdsed maatüki nurkadega, küljed on võrdelised maatüki külgedega.

Kõigest sellest järgneb, et maatüki plaani valmistatakse samuti kui antud kujutisega sarnast kujutist. Kui maatükk on hulknurk, siis on tarvis ühest tema tipust tõmmata nurkjooned, ära moodsa kõik ta küljed, nurkjooned ja nurgad ja nende andmete järgi valmistada teatud vähendatud moodsus sarnane kujutis.

Kui meil on tegemist meetriliste ja isegi kilomeetri-
liste kaugustega, siis ei ole võimalust kanda neid paberile
loomulikus suurus. Et aga siiski oleks võimalik joonis-
tatavate joonlõikude järgi otsustada antud joone ulatuse
üle, joonistatakse jooned paberile teatud arv kordi lü-
hendatult.

Kui valitud plaanil mingi sirglõik vastab ühele meet-
rile väljal, siis vastab tema kümnes osa detsimeetrile,
sajandik — sentimeetrile väljal. Joon, mis on väljal tei-
sest 2, 3, 4 . . . korda pikem, peab ka plaanil olema sama
palju kordi pikem, tähendab — kõik jooned tulevad ühele
plaanile kanda ühesuguses lühenduses, ühes ja sessamas
vähendatud moods.

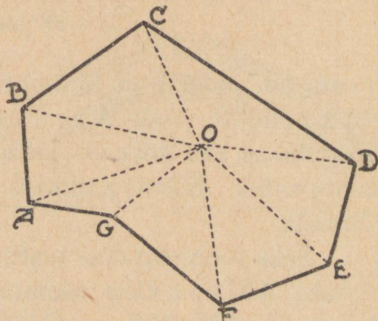
Kui me valisime, näiteks, moodsuks 2 sm 100 meetri
asemel, ja teatud joone pikkus väljal oli 175 m, siis tuleb
see pikkus plaanile kanda sirglõiguna, milles oleks 1,75
valitud ühikut (näiteks, 2-ht sentimeetrit).

Kui me valisime moodsu 100 m 2-hes sentimeetris, siis
saime paberil sirglõigud, mis suhtuvad loomulikkudesse
joontesse kui $2 : 10\,000 = 1 : 5\,000$. Kui aga moods oleks
valitud nii, et 1 sm väljendaks 3 kilomeetrit, siis oleks joo-
nis tehtud moods 1 : 300 000. Suhe 1 : 5 000 või
1 : 300 000 kannab siis plaani **moodskava** nime.

Märkus: Suurema vähendusega joonistatud plaanid on **kaar-
did**. Moodskavas (1 : 300 000) on joonistatud sõjaväe karto-
graafia-osakonna 1921. a. valmistatud Eestimaa kaart.

356. Plaanistamis-
viisidest on huvitavamaid
plaanistamine mensuli abil
(354. ülesanne). See võib
sündida näiteks järgmi-
selt:

Maatüki keskel va-
lime mingi punkti O (79.
joonis), kust on näha

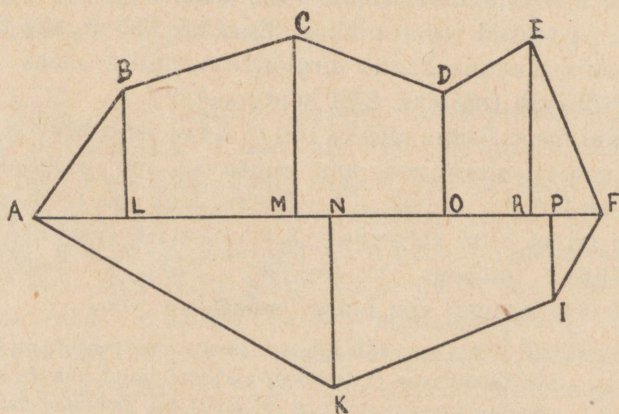


79. joonis.

kõik selle maatüki tipud (tarvilisel korral pannakse nendes tippudesse tähised püsti). Selle punkti kohale asetatakse mensulilaua asuva lehe punkt o. Punkt o-st tõmmatakse jooned oa, ob, oc, od jne., mis suunduvad vastavalt maatüki tippude A, B, C, D. jne poole. Peale selle mõõdetakse ära sirglõigud (õgvikud) OA, OB, OD jne. ja kantakse vähendatud moodsus joontele oa, ob, oc, od jne. Punktid a, b, c, d jne. ühendatakse järjestikku üksteisega sirgete joonte abil. Kuju abcdefg ongi kuju ABCDEFG plaaniks.

357. Valmistage kooli õue ja aia plaan!

358. Tihti tarvitatakse plaanistamisel järgmist viisi. Tähistatakse maatüki kõige pikem nurkjoon AF



80. joonis.

(vaata 80. joonis) ja tõmmatakse sellele nurkjoonele kõigist tippudest, peale A ja F, ristjooned BL, CM, KN jne. Mõõdetakse ära kõik ristjooned, samuti ka AF osad ristjoonte vahel. Nende andmete järgi on plaani valmistamine võimalik.

Seks joonistatakse teatud mõõtkavas sirglõik af, mis vastaks AF-le; sellele asetatakse samas mõõtkavas sirglõigud AL, LM, MN jne. Punktidest l, m, n jne. tõmma-

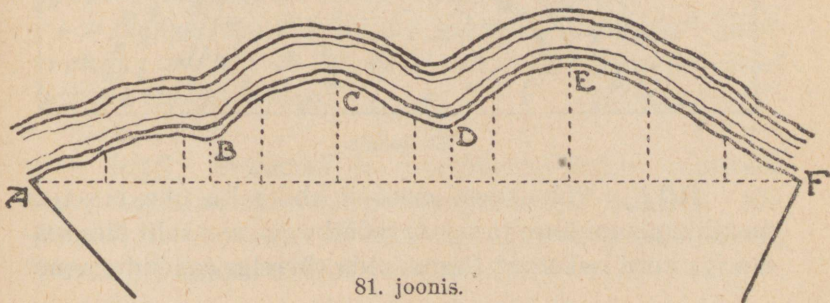
takse ristjooned, millele asetatakse jälle samas mõõtkavas sirglõikude LB, MC, NK jne. pikkus. Kui ühendada punktid a, b, c, d, e, f, i ja k järjestikku sirgjoonte abil, siis tekibki hulknurk abcdefik, mis ABCDEFIK-ga sarnane ja sellega on maatüki plaaniks.

Nagu juba teame, nimetatakse joon AF-i **magistraaliks** ehk **peajoneks**.

Magistraaliks ei tarvitse (ja ei saagi) olla alati nurkjoon. Tihti tarvitatakse peajoneks ka joont, mis antud kaju ainult läbi lõikab või koguni asub antud kujust väljaspoolgi. Nii, näiteks, ei saa olla maja aluse plaani valmistamisel nurkjoon magistraaliks. Niisugusel korral tõmmatakse mingi sirgjoon ja võimalikult kõigist punktidest, mida tarvis kanda plaanile, tõmmatakse ristjooned sellele joonele. Mõõdetakse ära nende ristjoonte pikkus ja vahed nende aluspunktide vahel. Plaani valmistamiseks on küllalt neist andmeist.

Peajone järgi on võimalik kanda plaanile ka märke, mis näitaksid, missugune maatüki külg on vastu põhja, misugune vastu lõunat jne. — Harilikult asetatakse põhjapoolne külg plaanil nagu kaardilgi ülemisse külge.

359. Et kanda plaanile kõverjoont ABCDEF (81. joonis), tõmmatakse selle kõverjoone võimalikult paljudest punktidest peajoon AF-le ristjooned; mõõdetakse ära nende ristjoonte pikkus kui ka vahed nende aluspunktide vahel.



81. joonis.

Leitud pikkused kantakse antud mõõtkavas plaanile; pärast seda ei ole raske tõmmata plaanile ristjoonte otsadest küllalt õigelt antud joone ABCDEF sarnast kõverjoont.

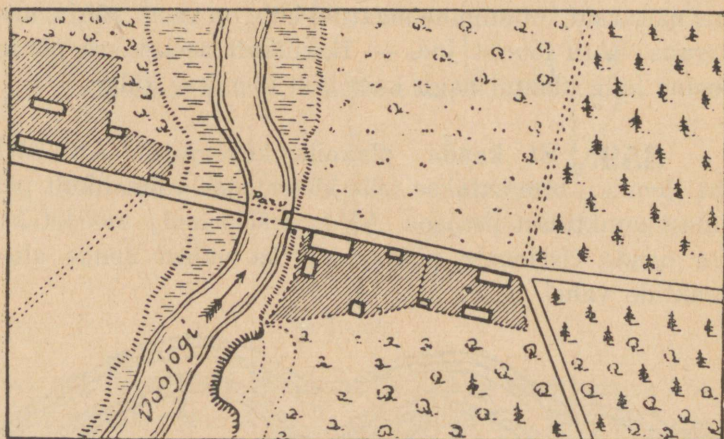
Mida tihedamalt on võetud ristjooned, seda täpsamalt tuleb kõver plaanile.

Kui plaanistamine sünnib mensuli abil keskpunktist, siis võib tõmmata kõverjoone punktidest mitte ristjooned mõnele sirgele, vaid „kiired“ keskpunkti ja neid mõõta. Kui need „kiired“ on liiga pikad ja neid tuleb tõmmata palju, siis on parem tõmmata abijoon AF (sirge) ja toimida harilikus korras.

360. Valmistage väikese niidu plaan!

Valmistage oja, järve või jõe ääres asuva maatüki plaan!

Valmistage juhatatud viisil mitmesuguste maatükide plaanid!



82. joonis.

361. Valmistage mensuli abil mitu ühe ja sama maatüki plaani ühes ja samas mõõtkavas, mensulit üles seades iga kord isekohas! Pärast seda võrrelge saadud plaane!

362. Maakoha isesuguseid osi (põllumaad, niitu, metsa, aeda jne.) tähistatakse plaanil või kaardil isesuguste märkidega (vaata 82. joonis).

363. Kui on teada, millises **möötkavas** on valmistatud plaan, saab tema järgi leida plaanistatud maatüki või selle osade suurust, aga ka „välja mõõta“ soovitud suuruses tükke plaanil.

Me nägime (327, 329 j. t., et kui sarnaste hulknurkade vastavate külgede suhe on 2, siis on nende pindalade suhe 4, kui külgede suhe on 3, siis on pindalade suhe 9, s. o. 3^2 jne. Kui külgede suhe on 10, siis on pindalade suhe 100, s. o. 10^2 . Lühidalt öeldakse: **Sarnaste hulknurkade pindalad suhtuvad nagu nende vastavate külgede ruudud.**

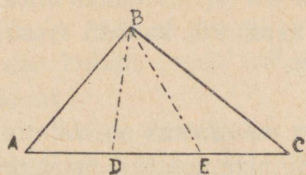
Järelikult, kui maatükk on plaanistatud möötkavas 1 : 100, siis on plaani pindala 10 000 korda vähem maatüki enese pindalast. Nii siis, kui plaani pindala on 325 sm^2 , siis on maatüki pindala selle järgi $3\,250\,000 \text{ sm}^2$, s. o. 325 m^2 . Tõepoolest on ju möötkava 1 : 100 juures 1 sm plaanil vastav 1 m väljal, sellega ka 1 sm^2 plaanil vastav 1 m^2 väljal.

Kuidas on vastavad arvud möötkava 1 : 1 000 puhul?

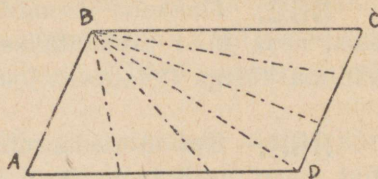
364. Joonistage ruutpaberile mingi hulknurk nii, et ta pindala oleks 96 sm^2 . Olgu see maatüki plaaniks möötkavas 1 : 100 (sm vastab meetrile). Mõõtke nüüd õues või väljal sellele vastav maatükk välja!

Jagage maatükk plaanil kolmeks „nurmeks“ pindaladega: 20 m^2 ; 40 m^2 ja 36 m^2 ! Mõõtke nüüd need nurmed maatükil välja!

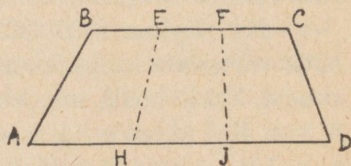
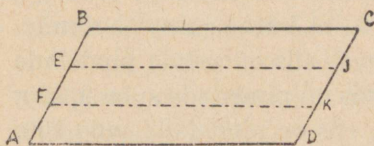
365. Plaanidel ja maatükkidel tuleb toimetada vahel kujutiste tükeldamist võrdpindseteks osadeks. Alljärgnevail joonistel on näidatud mõned tükeldamised; jutustage, kuidas nad on toimetatud!



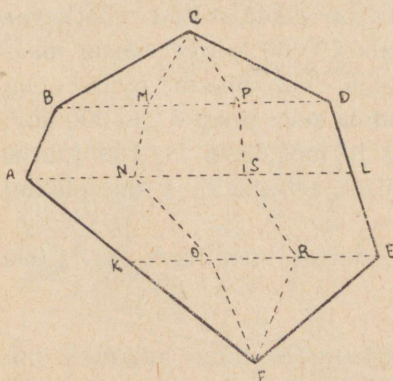
83. joonis.



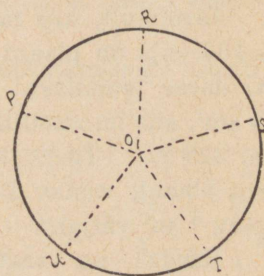
84. joonis.



85. joonis.



86. joonis.



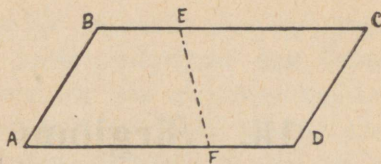
87. joonis.

Joonistage ise mõned kujud (ruutpaberile) ja jagage igaüks neist 2-ks, 3-ks või 4-ks võrdpindseks osaks! Tükeldage võrdpindseiks osadeks mõni maatükk!

366. Mõnikord on tükeldamisel antud eri tingimused. Näiteks võib näha 88. joonisel, kuidas tükeldada rööpkülikut kaheks võrdpindseks osaks sirgjoonega, mis läbi läheks rööpküliku küljel antud punktist (E).

89. joonisel on näidatud sama ülesande lahendamine trapetsi suhtes. Siin jagatakse trapets kaheks võrdpind-

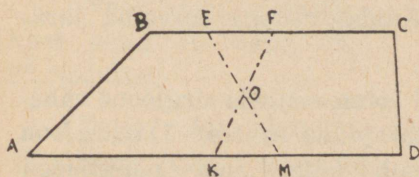
seks osaks esiti mõlema aluse poolitamise teel (sirgjoon FK-ga). Et selle järele juhtida jagamisjoont läbi punkt E, peab trapetsi ABFK üht alust lühendama EF võrra, ja



88. joonis.

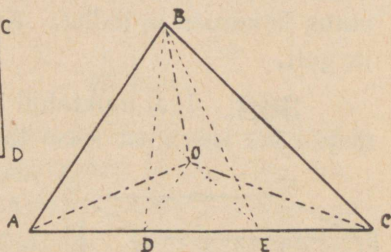
teist alust pikendama võrdse joonlõigu (KM) võrra. Saame trapetsi ABEM, mille pindala sama kui ABFK-l, s. o. kui poolel antud trapetsist.

90. joonisel on näidatud \triangle -ga tükeldamine 3-eks võrdpindseks osaks sirgjoontega, mis lähtuvad \triangle -ga sees olevast punktist. Selleks jagatakse \triangle esiti kolmeks võrdpindseks osaks, nagu näidatud 83. joonisel. Üks \triangle -dest ABD muudetakse \triangle -ks ABO, viies tipu D-st O-sse; teine



89. joonis.

$\triangle CBE$ \triangle -ks CBO, viies tipu punkt E-st O-sse. Et saada punkt O-d, on tarvis tõmmata AB-le rööpjoon D-st ja CB-le rööpjoon E-st.



90. joonis.

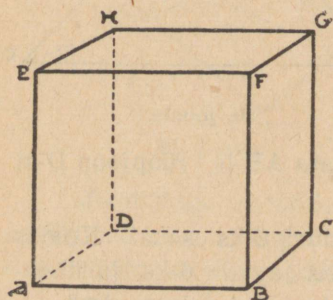
Kuidas jagada sel teel kolmnurk 6-ks osaks? Kuidas üheksaks? Kuidas 2-ks (on tarvis jagada 6-ks, ja ühendada 3 osa üheks)? Kuidas jagada 4-ks? 5-ks osaks?

Tehke kõik need \triangle -ga tükeldamised!

13. Sirgjoon ja tasapind. Tasapind ja tasapind.

367. Toimetades mõõtmisi väljal, tuleb arvestada asjaolu, et maapind on harva tasane, kuigi jätaksime tähele panemata maapinna ebasileduse: maapinnal esinevad künkad, nõod, kallakud . . . jne. Selle tõttu on maapind ka harva rõhtus. Kui kaugusi mõõdame maapindapidi, tuleb arvestada seda, et selle pinnakõverused ja kalle suurendavad pindapidi mõõdetavat joont võrreldes kaugusega, mille annaks rõhtsa sirgjoone mõõtmine (v. 310. ülesanne!). Õnneks on võimalik mõõtmisel arvestada maapinna kõverust ja kallet. Kuidas, sellega tutvume järkjärgult.

368. Igal hulktahul võime eritleda sirgjoone vähemalt kaks isesugust seisutaset tasapinna suhtes: 1) sirgjoon



91. joonis.

asub kõigi oma punktidega (kogu ulatusel) tasapinnal nagu AB (91. joonis) kuubi põhjal või kuubi esitahul, HD — kuubi pahemal ja tagatahul,

või 2) sirgjoonel on tasapinnaga ainult üks ühine punkt, nagu joon BF-il ülemise (punkt F) või alumise (punkt B) põhjaga, BC-l esi-

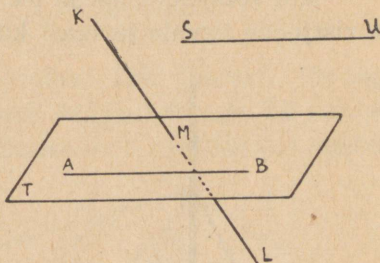
või tagatahuga jne. Niisugusel korral öeldakse, et sirgjoon ja tasapind lõikuvad.

Paljudel hulktahkudel (näiteks kuubil, risttahukal, rööptahukal üldse jne.) võib leida veel kolmanda sirgjoone ja tasapinna vastastikuse eriseisu. Näiteks, kui võtate

kuubil (91. joonis) sirgjoone EF ja kuubi alumise põhja ABCD, siis ei asu EF ei sellel tasapinnal ega lõiku temaga... Ei lõikuks ta isegi siis, kui sirgjoont kui ka tasapinda pikendaksime. Kui nad lõikuksid kuskil, siis saaksid seal kokku kuubi ülemine ja alumine põhi, mida aga ei või olla, sest need tahud on rööbiti. Siin ei ole sirgjoonel ja tasapinnal kogu oma ulatusel ühist punkti (teiste sõnadega: **sirgjoon on kogu oma ulatusel tasapinnast ühekaugel**).

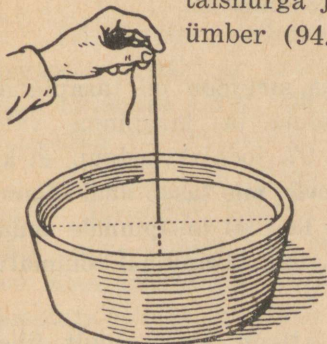
Nimetage samal kuubil ja näidake mõnel teisel veel niisuguseid sirgjoone ja tasapinna paare! Sel juhul öeldakse, et **sirgjoon on tasapinnaga rööbiti**.

Need kolm vastastikust seisut on näha ka 92. joonisel.

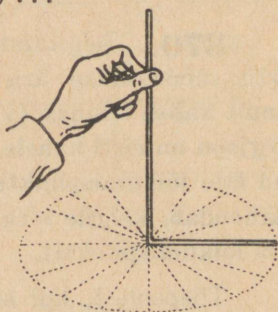


92. joonis.

369. Juhtudest, kus sirgjoon lõikub tasapinnaga, on tähtsam sirgjoone **ristseis** tasapinna suhtes (71. ülesanne). Niisuguse vastastikuse seisut saame näiteks, kui rõhtsale tasapinnale (**veepind, põrand, laud...**) laseme loenööri (93. joonis). Või kui võtame traadi abil kujutatud täisnurga ja hõõritame teda ühe külje ümber (94. joonis)...



93. joonis.

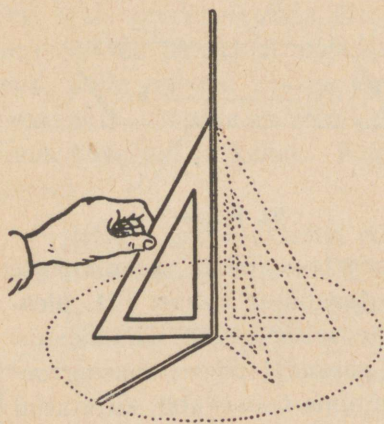


94. joonis.

Niisuguse täisnurga keerutamisega ühe külje ümber oli meil tegemist juba silindri ja koonuse moodustamise puhul ristküliku ja täisnurkse kolmnurga pööramise teel (5. õppeaasta 568. ülesanne ja 6. õppeaasta 71. ülesanne). Niisugune seis on sirgjoonel ka kuubi ja ristkülikul tahu suhtes, millega ta lõikub.

Punkti, kus ristjoon lõikub tasapinnaga, nimetatakse ristjoone aluseks.

Kui võtaksime 93. ja 94. joonisel näidatud tasapinna ja ristjoone temale ja igast küljest lähendaksime nende

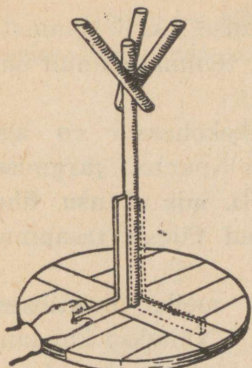


95. joonis.

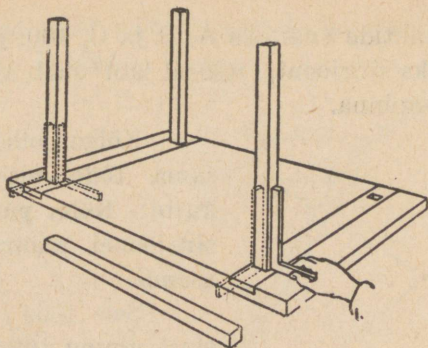
nurklaua, siis märkaksime, et sirgjoon siin moodustab tasapinnaga täisnurga igas suunas (95. joonis). Täpsamalt öeldes: kui ristjoone alusest tõmbame tasapinnal sirgjooned igas suunas, siis kõik nad moodustavad ristjoontega täisnurga. Seda nurka vee-pinna ja loenööri vahel kasutasime (3. õppeaasta) isegi nurklaua täisnurga saamiseks.

370. Selgitamiseks, kas sirgjoon on tasapinnale risti, mõõdetakse ära nurk tema ja tasapinna vahel ainult kahes suunas (v. 96. või 97. joonis); selgub, et kui sirgjoon on risti kahele sirgjoonele, mis tasapinnal tõmmatud läbi lõikumispunkti, siis on ta risti tasapinnale endale (tähendab, kõigile sirgjoontele, mis tasapinnal tõmmatud läbi lõikumispunkti).

Tõepoolest, kui sirgjoon AB on risti ainult ühele sirgjoonele AC tasapinnal (T), siis võib sel tasapinnal olla

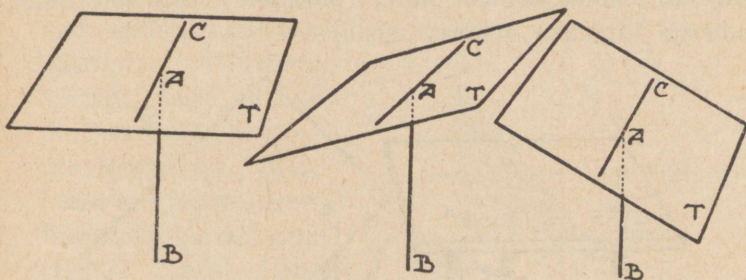


96. joonis.



97. joonis.

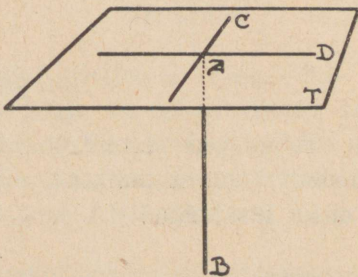
veel mitmesugune seis AB suhtes (98. joonis). On aga tasapinnal juba kaks sirgjoont AC ja AD risti AB suhtes, siis ei saa tasapind enam muuta oma asendit AB suhtes.



98. joonis.

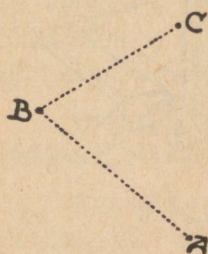
Läbi kahe lõikuva sirgjoone (AC ja AD) saab tõmmata ainult ühe tasapinna (T, 99. joonis).

Sama tõde on väljendatav järgmise lausega: Läbi kolme punkti, mis ei asu ühel sirgjoonel, saab tõmmata ainult ühe tasapinna, kuna läbi niisuguste



99. joonis.

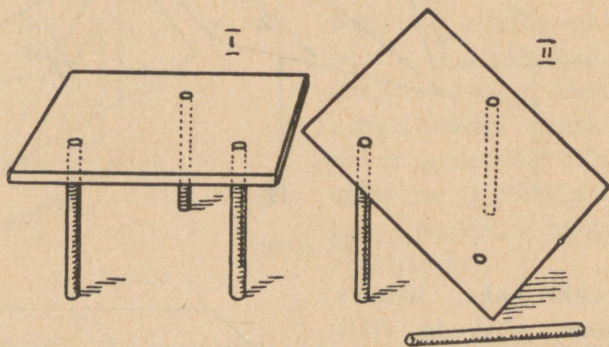
punktide (näiteks A, B ja C, 100. joonisel) saab tõmmata kaks sirgjoont, millest läbi saab aga tõmmata ainult ühe tasapinna.



100. joonis.

Kõige otstarbekohasem on aga sama tõde meelde panna järgmisel kujul: **Kolm punkti, mis ei asu ühel sirgjoonel, määravad täiesti tasapinna asendi.**

See tõde on meile praktilisest elust ammu tuttav. Näiteks: kui laud (101. joonis) on kinnitatud kolmest punktist, püsib ta nendest punktidest tingitud asendis. Kui kõrvaldada ükski neist punktidest, võib laua asend kohe muutuda. 101. II joonisel on lauakese asend muutunud seni, kuni leidis kolmas punkt (põrandal), mis ühes kahe endisega kindlaks määras asendi.

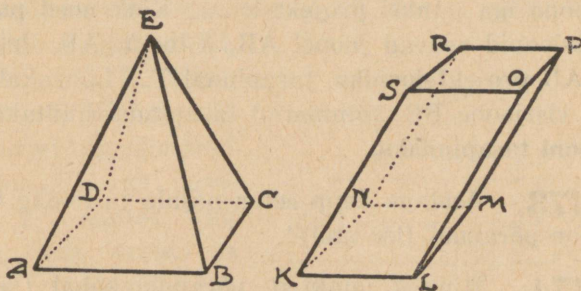


101. joonis.

Tooge veel näiteid, kus tasapinda on tarvis toetada vähemalt kolmest punktist, mis ei asu ühel sirgjoonel, et ta oleks tasakaalus!

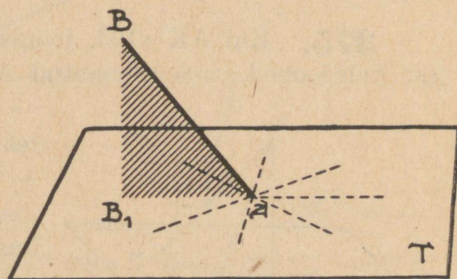
371. Sirgjoon, mis lõikub tasapinnaga, kuid ei ole temale risti, on **kaldjoon tasapinna suhtes.**

Nimetage 102. joonisel mõni tasapind ja sirgjoon, mis oleksid vastastikku kaldu!



102. joonis.

Kui sirgjoon (AB) on tasapinna (T) suhtes kaldu (103. joonis), siis moodustab ta sirgjoontega, mis tasapinnal tõmmatud läbi lõikumispunkti (**kaldjoone aluse**), mitmesuguseid vähemaid ja suuremaid nurki, mille hulgas leidub ka kaks täisnurka. Tähtsam kõigist neist nurkadest on see, mille saame järgmiselt: tõmbame sirgjoone otsast tasapinnale ristjoone (BB_1); sellest ristjoonest ja kaldjoonest tõmbame mõttes läbi tasapinna, mis lõikub T-ga piki sirgjoont AB_1 , mis ühendab ristjoone aluse (B_1) kaldjoone alusega (A); nurk BAB_1 on kõige vähem nurkadest, mida moodustab kaldjoon tasapinnaga. Selle nurga suuruse järgi arvatakse sirgjoone kalde suurust tasapinna suhtes; $\angle BAB_1$ on kaldjoone AB kaldenurk.



103. joonis.

372. Kui mingist punktist B (103. joonis) on tõmmatud tasapinnale ristjoon BB_1 , siis nimetatakse ristjoone

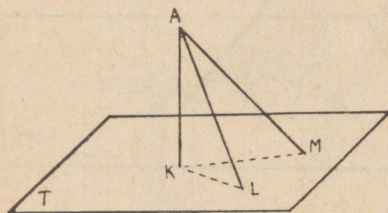
alust B_1 punkt B projektsiooniks sel tasapinnal. Joone AB igast punktist võib tõmmata T -le ristjoone, tähendab saada selle joone iga punkti projektsiooni. Kõik need punktide projektsioonid asuvad joonel AB_1 . Joont AB_1 hüütakse **joone AB projektsiooniks** tasapinnal T . Läbi kaldjoone AB ja ristjoone BB_1 tõmmatud tasapinda hüütakse **projektsiooni tasapinnaks**.

373. Asetage kepp seina najale ja leidke ta projektsioon pörandal (loe abil)!

374. Mingist punktist pörandi kohal (laelambi konksust vmn.) laske nööri loes alla pörandale ja tõmmake samast punktist teine nööri kallakil sirgu kuni pörandani! Võrrelge mõlemate nööri pikkust tähendatud punktist kuni pörandani!

Kõigist joontest, mis punktist väljastpoolt tasapinda saab tõmmata sellele tasapinnale, on ristjoon kõige lühem.

375. Kui AK (104. joonis) on ristjoon, AL , AM jne. kaldjooned, mis tõmmatud A -st tasapind T -ni, siis



104. joonis.

— võttes kaldjoonte projektsioone KL , KM jne.
— saame täisnurksed \triangle -gad AKL , AKM jne., kus kaldjooned on hüpotenuusideks, kuna ristjoon AK on kaatetiks. Kaatet on aga alati lühem kui sama \triangle -ga hüpotenuus.

(Miks? V. 10. peatükk!)

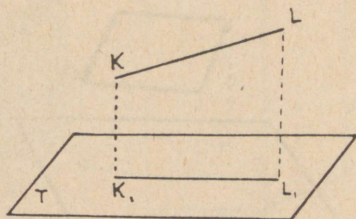
Kauguseks antud punktist kuni tasapinnani loetakse ristjoone pikkust, mis tõmmatud sellest punktist tasapinnale.

Selge on ka, et kui on võrdsed ühest punktist ühele ja samale tasapinnale tõmmatud kaldjoonte projektsioonid, siis on võrdsed ka kaldjooned ise. (Nimelt miks?)

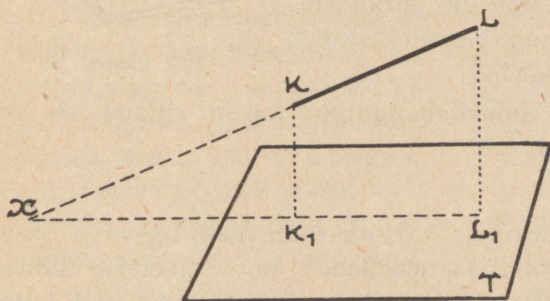
376. Kui mingi sirglõigu KL (105. joonis) lõpp-punktidest tõmbame tasapinnale T ristjooned KK_1 ja LL_1 , ühendame ristjoonte alused (K_1 ja L_1) sirgjoonega, siis saame sirglõigu KL projektsiooni K_1L_1 tasapinnal T. — Mis on siin projektsiooni tasapinnaks?

Joon KL on tasapinna T suhtes ka kaldjoon, sest tema ja tasapinna pikendamisel ta lõikub T-ga kuskil

punkt X-is (106. joonis). Kaldenurgaks on siingi nurk, mille kaldjoon moodustab oma projektsiooniga, kui teda pikendada kuni lõikumiseni tasapinnaga.

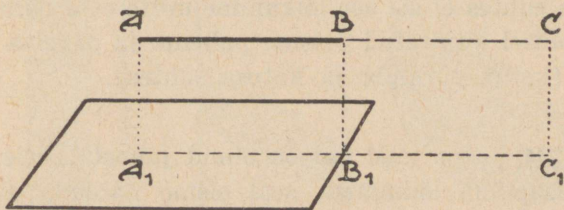


105. joonis.



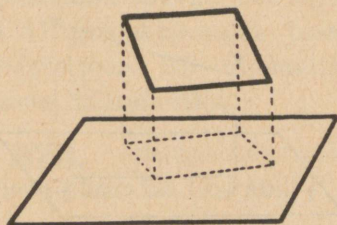
106. joonis.

Kui sirgjoon on rööbiti oma projektsiooniga tasapinnal, siis ta ka pikendamisel ei lõiku tasapinnaga ja on tasapinnaga **rööbiti**, sest ta jääb kogu ulatusel tasapinnast ühekaugusse ($AA_1 = BB_1 = CC_1$; 107. joonis).



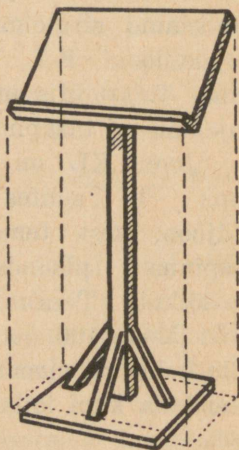
107. joonis.

377. Joonistage tasapind ning tema kohale ruut, ja projektige ruut sellele tasapinnale (tõmmates ristjooni silma järgi; 108. joonis)!



108. joonis.

Noodilaud on asendis, mis näidatud 109. joonisel. Projek-tige loenööride abil ta põrandale, märkides tippude projektsioone põrandal kriidiga!

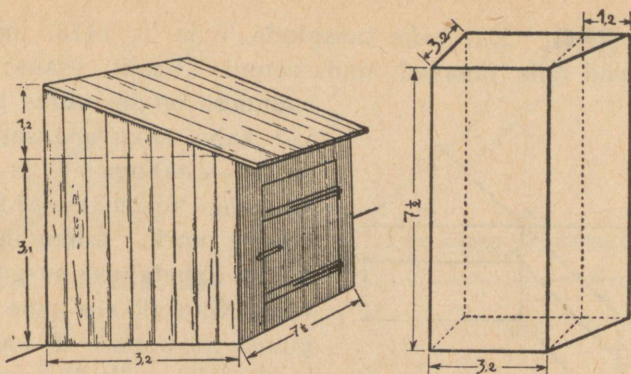


109. joonis.

Kumb on pindalalt suurem, kas noodilaud ise või ta projektsioon!

378. Eelmises harjutises oli meil tegemist tasapindadega (põrand ja noodilaud), mis teineteise suhtes kaldu. Säärastega tutvusime vareminigi: püramiidi külgtahk ja põhi; kaldprisma külgtahk ja põhi; kolmnurkse prisma kaks külgtahku jne. Loendatud juhtudel vastastikku kallakud tasapinnad lõikuvad ja moodustavad omavahel kahetahuse nurga (50. ülesanne). Noodilaua ja põranda suhtes ei ole see lõikumine mitte otse näha, nagu 110. joonisel kujutatud prisma pahema ja parema tahugi suhtes (kuuri põranda ja katuse suhtes).

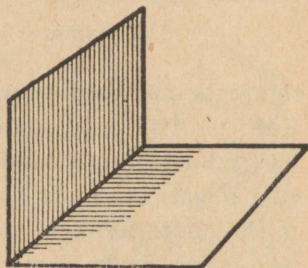
379. Kus meil ial on olnud juhust tähele panna kahe tasapinna lõikumist, seal oleme näinud, et **kaks tasapinda lõikuvad sirgjoont mööda**. Põrand ja sein;



110. joonis.

lagi ja sein; kuubi põhi ja külgtahk; kaheks tasapinnaks muratud paberileht (111. joonis).

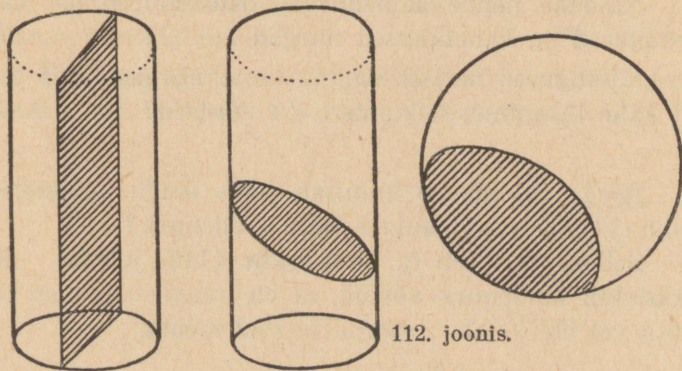
Nimetage veel mõned juhud (v. ka 380. ülesanne!). Teisiti ei saagi see olla, sest kui kahel tasapinnal oleks kolmgi ühist punkti, mis ei asu ühel sirgjoonel, langeksid nad täiesti ühte



111. joonis.

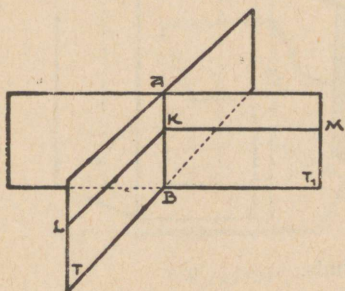
(ei lõikuks mitte), sest läbi kolme niisuguse punkti saab tõmmata ainult ühe tasapinna (370. ülesanne).

Kuidas on lugu, kui lõikuvad tasapind ja kõverpind (112. joonis)?



112. joonis.

380. Kui kaks tasapinda T ja T_1 (113. joonis) lõikuvad, siis jagavad nad ruumi neljaks osaks; iga



113. joonis.

tõmmata mõlemal tahul ristjooned servale ($KL \perp AB$ ja $KM \perp AB$), siis saame nurga LKM, mida nimetatakse kahetahuse nurga **kaldenurgaks**. Kahetahuse nurga suurst arvatakse tema kaldenurga suuruse järgi. Kui kaldenurk on teravnurk, siis loetakse ka kahetahust nurka teravaks; on kaldenurk nüri, siis on ka kahetahune nurk nüri. On aga kaldenurk täisnurk, siis on ka kahetahune nurk ise täisnurk. Säärase nurga tahud on vastastikkuristi. On kaldenurk 60° , siis on ka kahetahuse nurga enese suurus 60° jne.

Näidake kuubil kahetahuseid nurki!

Näidake nende kaldenurki! Kui suured on nad? Missugused on kahetahused nurgad kuubil?

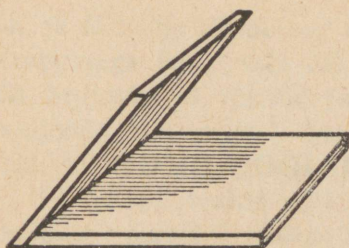
Missugused neljast kahetahusest nurgast, mis tekiavad kahe tasapinna lõikumisel, on võrdsed?

381. Laudsepp kinnitab kaks lauda teineteisele kaldu (114. joonis); kuidas leida kaldenurk?

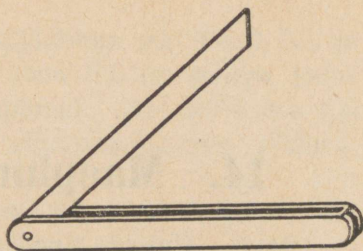
Selleks tarvitab ta **nurksirkli** (115. joonis). Kui nurksirkli kaldenurk võetud, ei ole raske teda kas otse mõõta või üle kanda paberile ja seal mõõta.

ruumiosa on seejuures piiratud kahe lõikuva tasapinna osaga — **tahuga** —, ja kannab, nagu teame, nime: **kahetahune nurk**. Lõikumisjoon AB on **kahetahuse nurga servaks**. Nii tekib siis kahe tasapinna lõikumisel 4 kahetahust nurka, mille ühiseks servaks on lõikumisjoon AB.

Kui kahetahuse nurga serva mingist punktist K



114. joonis.



115. joonis.

Leidke linnupuuri (116. joonis) katuse ja tagaseina vastastikune kalle! Missugune joonnurk tuleb siin mõõta?

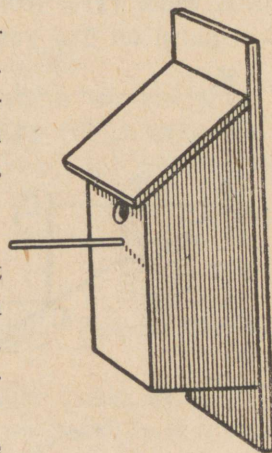
382. Tihti saab leida kalde-
nurga joonistamise ja arvutamise teel.

Maja laius on 8 m, katuse-
harja kõrgus seintelt arvates on
4 m. Leidke katuse kalle lae (rõhtsa
tasapinna) suhtes!

383. Tee tõuseb sirgjoonselt
mäkke ja nimelt nii, et iga 100 m
kohta on 40 m tõusu püstsuunas.
Leidke mäekülje kalle rõhtsa tasa-
pinna suhtes!

Leidke püramiidi külgtahu kalle
põhja suhtes!

Leidke (korrapärase) koonuse külgpinna kalle põhja
suhtes! Mis võtta siin kaldenurgaks?



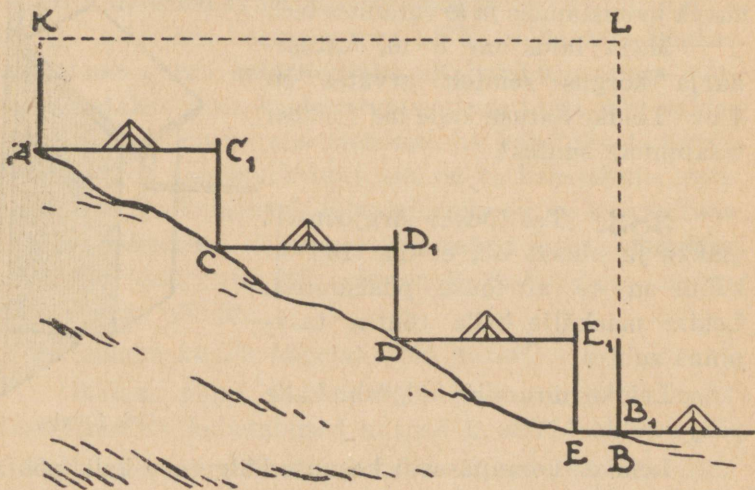
116. joonis.

14. Maapinna loodimine.

384. Kuidas tegelikult mõõta kaugusi kallakul maapinnal, mõõta kõrgusi ja pinna kallet? Neid ülesandeid lahendatakse **loodimise** abil.

Tutvume mõne loodimisülesandega.

1. ülesanne: Leida kaugus rõhtsuunas punktide A ja B vahel (117. joonis), mis asuvad kaldpinnal, ja leida, kui palju on üks punkt teisest kõrgemal.



117. joonis.

Ülesande esimesest osast tuleb aru saada nii, nagu oleks kaldjoone AB kohale (või alla) asetatud rõhtsuunas tasapind (näiteks, mõeldav plaani tasapind) ja sellele tasapinnale projektitud punktid A ja B punktidenä K ja L, ja tuleb leida kaugus K ja L vahel sellel tasapinnal. Kui kujutleme projektsiooni tasapinna läbi püstjoonte

AK ja BL, siis lõikub see rõhtpinnaga piki joont KL ja maapinnaga piki joont AB. Joon KL on sellega joone AB projektsioon rõhtsal tasapinnal. Nii mõõdame siis kaldjoone AB asemel tema rõhtprojektsiooni pikkust. Seda võib teha järgmiselt:

Võetakse teatud pikkusega sirge latt AC_1 ; üks ots asetatakse punkt A-sse ja seatakse siis latt vesiloe abil joone AB kohale (projektimistasapinda) rõhtsuunda; otsa C_1 juurde seatakse loes püsti sirge latt CC_1 . Lati pikkus annab siis joone AC rõhtprojektsiooni pikkuse. Latt paigutatakse selle järele seisu CD_1 ja saadakse CD rõhtprojektsioon. Niimoodi astmeviisi edasi liikudes saadakse terve joone AB projektsiooni pikkus

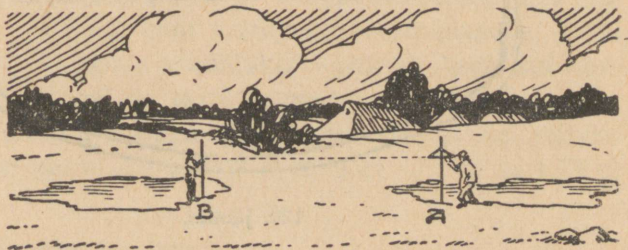
$$AC_1 + CD_1 + DE_1 + EB_1 = KL.$$

Et selle juures leida ka, kui palju on punkt A punkt B-st kõrgemal, võetakse püstlatiks (CC_1) mõõtpuu ja tähistatakse kõrgus CC_1 (mis näitab, kui palju on punkt A punkt C-st kõrgemal), siis DD_1 jne. Summa $CC_1 + DD_1 + EE_1 + BB_1$ näitab, kui palju punkt A on kõrgemal punkt B-st.

385. Valige kaks punkti ja mõõtke ära, kui palju on üks neist kõrgemal kui teine!

Valige järve või jõe ligiduses välja punkt ja tehke loodimise abil kindlaks, kui palju ta on veepinnast kõrgemal!

386. 2. ülesanne: Nurmel on kaks loiku (118. joonis). Peremees tahab lasta nad ühte. Küsimus on, kumb

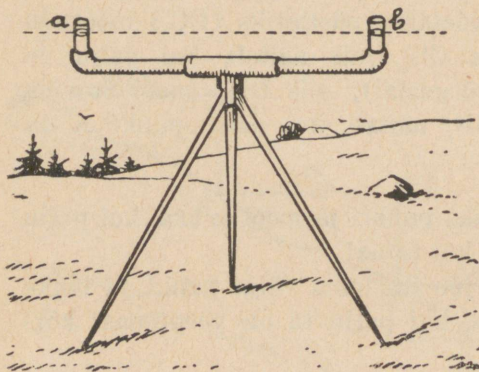


118. joonis.

loik voolaks teise. Selleks on tarvis teada saada, kummas loigus seisab vesi kõrgemal.

Mõlema loigu äärde seatakse mõõtpuu otse vee äärde loes püsti. Üht mõõtpuud vastu pannakse vesilood nii, et ta alumine äär oleks rõhtsuunas. Selle ääre suunas (ab suunas) vaatab üks loodijaist, kuna teine teise loigu ääres seisvat mõõtpuud mööda nihutab mingisugust märki (kätt, joonlauda...) esimese juhatuse järele üles või alla, kuni see märk juhtub joonele ab. Siis vaadatakse mõlemail mõõtpuil, kui pikk osa mõõtpuud on allpool ab-d. Kui, näiteks, $Bb = 1,32$ m ja $Aa = 1,51$ m, siis on punkt B punkt A-st 19 sm kõrgemal, seega siis ka veepind loigus B 19 sm kõrgemal kui loigus A.

387. Kaugema maa peal loodimisel tarvitatakse



119. joonis.

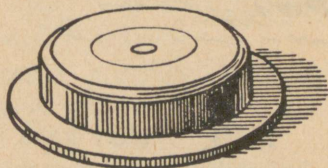
erilist vesiloodi (119. joonis) ja loodlatti. Vesiloe tähtsamaks osaks on siin toru (v. 120. joonis) (võib olla harilik kummitoru), kus vesi saab vabalt liikuda, nii et ta seisab mõlemas toru ülespoole keeratud otsas ühesugusel kõrgusel.



120. joonis.

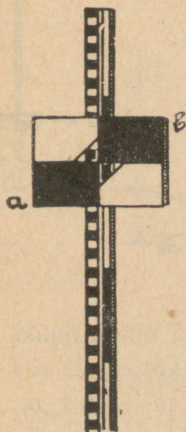
Mõlema toru otsa veepinnast läbitõmmatud joon on tingimata alati rõhtus. Seda joont nimetatakse **vaatejooneks**. Toru asetatakse harilikule kolmjalale. — Selle riista asemel tarvitatakse tihti teist, kus toru asemel on pikksilm; see tuleb aga siis seada väikese vesiloe (121. joonis) abil rõhtu.

Eririista asemel võib võtta lihtsalt kummitoru ja ta mõlemad otsad varustada klaastoru jupiga (120. joonis). Kogu seda riista võib siis hoida isegi käes, kuid võimalikult hoolikalt tuleb mõõta vaatamisjoone ab kõrgus ülesannete puhul, kus selle mõõtmine tarvilik (nagu järgmises harjutises).



121. joonis.

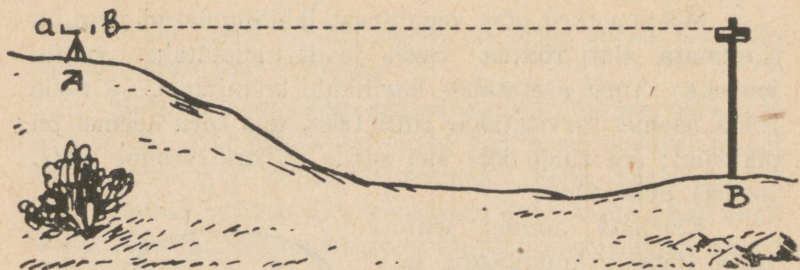
Loodlatt (122. joonis) on mõõtpuu, mille jagamisjärke võimalik näha eemalt. Tihti on selle latiga ühenduses veel väike tahvlike „ab“, mida kergesti saab liigutada latti mööda üles alla. Tahvlikese keskpunkti nimetatakse **märgiks**.



122. joonis.

388. Olgu tarvis teada saada, kui palju punkt A on punkt B-st kõrgemal või madalamal (123. joonis).

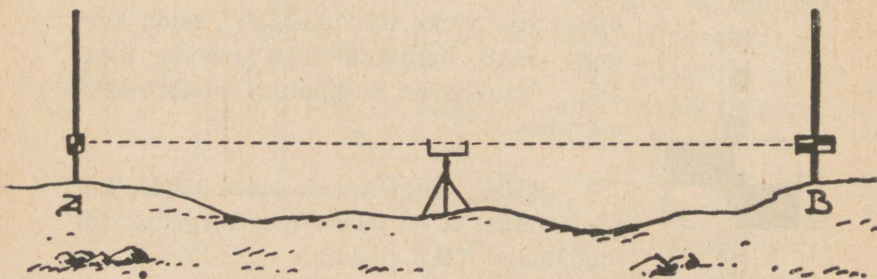
Selleks asetame ühe punkti — näiteks A — kohale vesiloe, kuna keegi seab punkt B-s loodlati loes püsti ja liigutab meie juhatus järgi tahvlikest üles või alla, kuni märk satub vaatejoonele. Selle järele vaadatakse loodlatil järgi, kui kõrgel on **märk** maapinnast. Olgu see kõrgus 2,75 m. Kui vesiloe vaatejoone kõrgus on näiteks 1 m, siis on punkt A punkt B-st $2,75 \text{ m} - 1 \text{ m} = 1,75 \text{ m}$ kõrgemal.



123. joonis.

389. Valige kaks punkti ja leidke, kumb nendest ja kui palju on teisest madalamal!

390. Veel hõlpsam on loodimine keskelt. Olgu tarvis teada saada, kumb punktidest, kas A või B (124. joonis) ja kui palju on teisest kõrgemal. Asetame mõlemate punktide vahele vesiloe, kuna loodlatt seatakse kordamööda punkt A-sse ja B-sse püsti.



124. joonis.

Kui märk oli vaatejoonel punkt A kohal maapinnast näiteks 1,15 m kõrgusel ja B kohal 1,25 m kõrgusel, siis on punkt A B-st kõrgemal $1,25 \text{ m} - 1,15 \text{ m} = 0,1 \text{ m}$. Missugune on vaatejoone kõrgus, see ei lähe meile selle loodimise juures midagi korda, sellepärast et ta jääb mõlemate vaatlemiste juures muutumatuks.

391. Kaks punkti on teineteisest õige kaugel. Et teada saada, kui palju on üks nendest teisest kõrgemal,

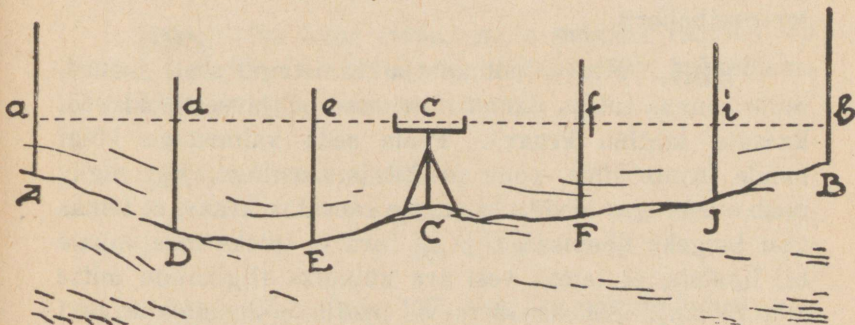
jagage kaugus nende vahel mitmeks osaks ja toimetage järgemööda mitu korda loodimist keskelt!

392. Leidke, kui palju kõrgemal on koolimaja asukoht veepinnast lähemas järves!

Kui lähedal leidub jõgi, mõõtke välja üks kilomeeter (või ka vähem) ta pikkust ja leidke loodimisel, kui palju langeb selle maa peal jõgi (veepind jões)!

Katsuge väljendada veepinna keskmine kalle selle kauguse kohta protsentides või kraadides!

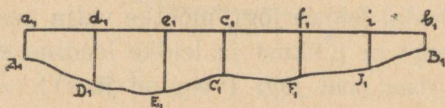
393. Ülesanne: Joonistada joone AB (125. joonis) suunas **maakoha profiil**, teiste sõnadega: joonistada kõverjoon, mis oleks sarnane joonega, mis tekiks siis, kui maakoht läbi lõigata loes tasapinnaga AB suunas! Nii-sugune joon näitab selgesti, kuidas maapind tõuseb ja langeb selles suunas.



125. joonis.

Ülesande lahendamiseks tähistatakse A ja B vahel otsesuunas joon, asetatakse vesilood selle joone mingisse punkti C ja mõõdetakse selle joone võimalikult paljude punktide A, D, E, F... kõrgust vesiloe vaatejoone „ab“-ga võrreldes. Ühtlasi mõõdetakse ka üksikute punktide vahe rõhtsuunas (ab, de, ef jne). Niimoodi saadud andmeist on profiili joonistamiseks küllalt, mida toimetatakse

täiesti analoogiliselt kõverate joonte plaanile kandmisele. Kõverjoon $A_1D_1E_1C_1F_1J_1B_1$ (126. joonis) näitabki maapinna kõikumist AB suunas, ja seda täpsamalt, mida tihedamalt on võetud punktid, mille kõrgust mõõdetakse.



126. joonis.

Niisugust profiili joonistamist on tarvis raudtee ehitamisel, maja alusmüüri rajamisel kallakul maapinnal, põldude torutamisel jne.

394. Valige mõnisada sülda maanteed või mõnda teist teed (ebatasast) ja valmistage selle teosa profiil parajas mõõtkavas!

Profiilide joonistamisel on sobiv tarvitada millimeeter-ruutpaberit.

395. Minge põllule ja tähistage seal jooned, mille suunas tuleks panna maa sisse põhjavee torud (või kaevata lahtine kraav). Peale seda valmistage kõigi nende joonte sihis põllu profiil ja arvutage, kui sügav peab olema igas looditud punktis kaevatav kraav, et temas vesi langeks ühetasaselt ja et toru ei tuleks maapinnale nii ligidale, et temas vesi ära külmuks (ligikaudu mitte alla 75 sm). Selleks on tarvis profiilile tõmmata kraavi põhja kujutav (sirg-)joon, teatud langusega (üks ots rõhtjoonele ligemale kui teine) ja kõige madalamaist profiili punktidest tarviliselt kaugele. Muutuv vahe profiili joone ja kraavi põhja joone vahel näitab teatud mõõtkavas kraavi muutuvat sügavust terve sihi ulatusel.

Igasse looditud punkti lööge teibake pealkirjaga, kui sügav tuleb kaevata selles punktis kraav! Nüüd võivad kaevajad alata tööd.

15. Sega-ülesandeid kordamiseks.

396. Arvutage ligikaudselt täpsusega kuni 0,01

1) 328,72 . 3,88	2) 24,5 : 3,7
12,075 . 0,55	35 : 36
4,29 . 19,99	0,01 : 0,03

397. Kaudset mõõtmist toimetati joonise abil, mis tehtud mõõtkavas 1 : 50. Seejuures juhtus ebatäpsus ja joonisel saadi 8,8-sm sirglõigu asemel 9-sm-line. Kui suur viga looduses vastab sellele ebatäpsusele? Mitu % on viga joonisel? Mitu looduses?

398. Üle kahe ratta, mille mõlema raadius on 7,5 sm, käib jõurihm. Kui pikk on kogu rihtm, kui mõlema ratta keskpunktide vahe on 1,24 m?

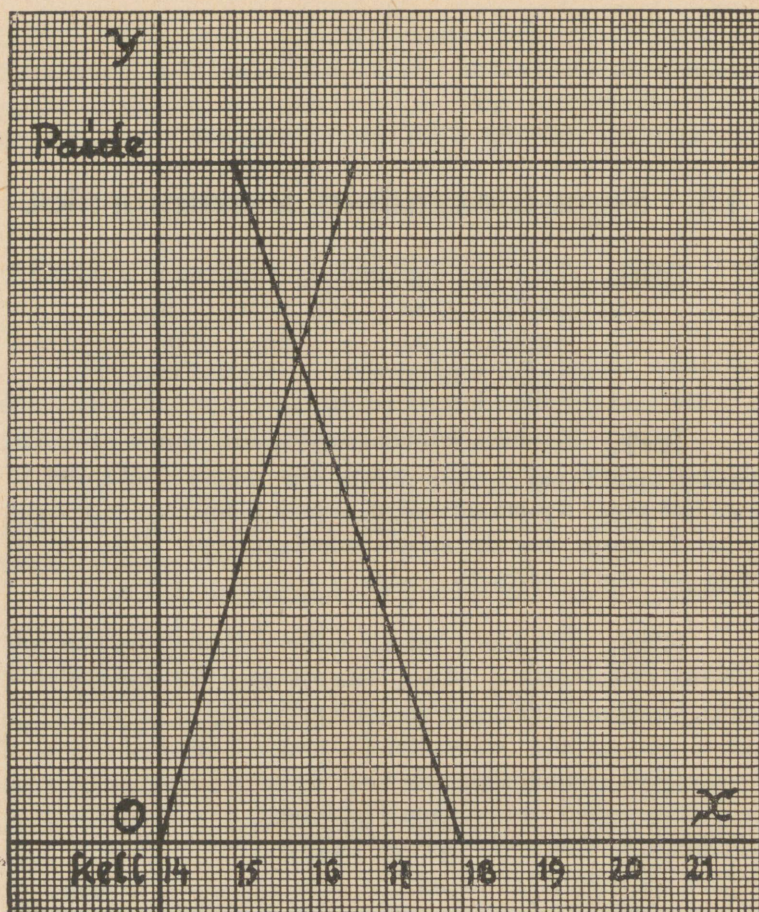
399. Arvutage peast:

$$\frac{4 \cdot 0,9 \cdot 0,25 \cdot 8}{3 \cdot 0,4 \cdot 33\frac{1}{3}}$$

400. Diagramm 127. joonisel näitab kahe autobuse liikumist Tallinna ja Paide vahel, kusjuures kaugused rõhtjoonest OX näitavad kaugust Tallinnast ja rõhtjoonele OX paremale O-st on kantud ajavahemikud (juurde kirjutatud on kellaajad).

Selgitage selle diagrammi järgi:

- 1) kust linnast sõitis autobus varemini välja ja mitu tundi nimelt;
- 2) kui kaugel on Paide Tallinnast;
- 3) millal kohtusid autobused;



127. joonis.

- 4) kui kaugel oli see Tallinnast ja kui kaugel Paidest;
- 5) millise kiirusega sõitis kumbki autobus;
- 6) millal jõudis kumbki auto pärale!

401. Tallinnast Pärnu lähtus autobus kell 16, Pärnust Tallinna kell 16,30. Esimene sõitis 35 km tunnis, teine 36 km. Tallinnast Pärnu on 142 km.

Joonistage vastav diagramm ja leidke selle järgi:

- 1) millal ja kui kaugel Tallinnast kohtuvad autobused;
- 2) millal jõudis kumbki autobus pärale;
- 3) kui kaugel Pärnust olid mõlemad autobused kell 18;
- 4) kui kaugel olid autobused teineteisest kell 18,30;
- 5) kui kaugel oli teine autobus Pärnust, kui esimene jõudis parajasti Pärnu!

402. Leidke mingi keedutrumli maht arvutamise teel ja kontrollige veega täitmisel!

403. Valmistage oma kooli aia plaan!

Valmistage aia plaan oma kodu jaoks sel kujul, kuidas sooviksite näha aeda!

Valmistage säärase aia asutamise eelarve, järele kuulates materjalide, puude ja põõsaste, rohu- ja lilleseemne hindu, töö jättes oma teha ja seda arvestades oma jõu ja oskuse kohaselt teatud osana harilikkudest kohalikkudest töötunni hindadest!

404. Leidke järgmise tähtavaldise numbriline väärtus, kui $a = 2$, $c = 3$ ja $d = 10$:

$$\frac{a \cdot 2b \cdot 3c \cdot c \cdot d}{5a^2 \cdot b \cdot 4c}$$

405. Rauast kera raadius on R ja vasest kera raadius r . Leidke mõlema kera kaalu suhe, kui raua erikaal on 7,8, vase erikaal 8,9!

Leidke lahendise numbriline väärtus,

$$\begin{array}{lll} \text{kui 1) } R = 2,5; & 2) R = 5; & 3) R = 6; \\ & r = 2; & r = 7,5; & r = 6! \end{array}$$

406. Kaupmees müüs laadal kahe päeva jooksul kaupa 142,80 krooni eest, kusjuures teisel päeval saadud summa oli ainult $\frac{1}{3}$ esimesel päeval saadud summast. Missuguse summa eest müüs ta kummalgi päeval?

407. Isand Tarend müüs linu, loomi ja vilja kokku $724\frac{1}{2}$ krooni eest. Loomadest sai ta $\frac{3}{4}$ linadest saadud summast, ja vilja eest ainult poole linade eest saadud summast. Kui palju sai ta eraldi linade, loomade ja vilja eest?

408. Sõidupileti hinda alandati 30% võrra, selle tagajärjel kasvas sõitjate arv 30% võrra. Kas sai ettevõtja selle kõige tõttu kahju või kasu?

Mitme %-i võrra oleks pidanud tõusma sõitjate arv, et sissetulek piletitest ei oleks muutunud?

409. Joonistage korrapärase kuusnurk ja leidke, mitu %-i moodustab ta apoteem küljest! Korrake sama uue korrapärase kuusnurgaga!

Toimige sama võrdkulgse \triangle -ga! Veel!

Joonistage korrapärase kaheksanurk ja tehke samuti! Veel!

Mitu % on korrapärase nelinurga apoteemi pikkus ta külje pikkusest?

410. Õpilane valmistab savist kuubi, mille serva pikkus tuli 10 sm. Pärast kuivamist olid kõik mõõted kahanenud 2 mm võrra. Leidke, kui palju kahanes selle tõttu kuubi ruumala!

411. Kuubi serva mõõtmisel saadi arv 32,5 sm. Selle juures oli võimalik eksimine mõlemale poole kuni 1%, s. o. leitud serva pikkus (32,5 sm) võis olla 99% tõelisest pikkusest, 99,1% temast, 99,2%, 99,25% jne. 100%, 100,1% jne. kuni 101% tõelisest pikkusest (mitte aga üle 101% ega alla 99% tõelisest pikkusest).

Leidke neil andmeil, milliste võimalikkude kõige suurema ja kõige vähema arvu vahel on kuubi serva tõeline pikkus, kuubi tõeline pindala ja tõeline ruumala!

Mitme protsendi võrra on neil andmeil võimalik viga pindalas ja mitme võrra ruumalas?

Tehke kõik samad arvutamised, kui tegemist on

risttahukaga, mille mõõdetena saadi mõõtmisel 60 sm, 36,5 sm, 24 sm!

Korrrake sama kera suhtes, mille läbimõõduna mõõtmisel saadi 15 sm!

412. Eestis on Riigikogu, maa-, linna-, alevi- ja vallavolikogude valimisel maksev proportsionaalsuse ehk võrdelisuse põhimõte, s. t., et valimistel saavad rühmitused Riigikogus või omavalitsuse volikogus kohti **võrdeliselt** rühmitusele antud häälte arvule.

Kui, näiteks, vallavolikogu valimisel esinesid kandidaatide nimekirjadega asunikud, kohapidajad, maata-mehed, tulundustegelased ja sotsialistid ja said hääli: asunikud — 78, kohapidajad — 104, maatamehed — 52, tulundustegelased — 26, sotsialistid — 130, ja volikogu liikmete arv on 15, siis tuleb kohtade arv 15 jagada võrdeliselt arvudele 78, 104, 52, 26 ja 130.

Kuna üldse on antud $78 + 104 + 52 + 26 + 130$ häält, s. o. 390 häält, siis tuleb iga koha kohta ($390 : 15$) häält, s. o. 26 h., ning saavad

asunikud	$78 : 26 = 3,$
kohapidajad	$104 : 26 = 4,$
maatamehed	$52 : 26 = 2,$
tulundustegelased	$26 : 26 = 1$ ja
sotsialistid	$130 : 26 = 5$ kohta.

Vaevalt juhtub aga kunagi, et hääled langevad niisuguses vahekorras, et jagamisel ei tule jääke: harilikult langevad hääled ikka nii, et kohtade arvu võrdeliselt jaotades saadakse murrud. Murdudest kohtade arvus aga ei saa olla juttu, järelikult tuleb kohtade jaotamisel niisugustel kordadel toimetada mõnesugust arvude ümmarguseks tegemist. Selleks annavad vastavad seadused täpsad juhatused*). Et kergemini jälgida neid juhatusi, võtame mingi näite ja teeme ühtaegu tema puhul kõik arvutused.

*) Vaata 1926. a. „Riigi Teataja“ nr. 84, 92, 97 ja 100!

Näide:

Vallavolikogu valimisel said hääli:

põllumehed	217
sotsialistid	198
asunikud	140
tööerakond	108
rahvaerakond	99

Valida oli tarvis 20 volikogu liiget.

Juhatused:

Maksvaks tunnustatud häälte koguarv jagatakse valimisele kuuluvale vallavolinikkude koguarvule. Leitud täisarv on esialgne jagaja, millest valimise jagaja ei või olla suurem. Igale nimekirjale antud häälte arv jagatakse esialgsele jagajale. Jagamisel saadud täisarvud näitavad vastavale nimekirjale langevat esialgset kohtade arvu. Lõplikult vastavale nimekirjale langev kohtade arv ei või olla vähem esialgsest kohtade arvust.

Esialgselt määratud kohtade koguarv lahutatakse valimisele kuuluvast vallavolinikkude koguarvust. Leitud arv näitab, mitu kohta pärast esialgset määramist on jäänud jagamata.

Arvutused

(üaltoodud näite puhul):

$$217 + 198 + 140 + 108 + 99 = 762$$

$$762 : 20 = 38 \frac{2}{10}$$

$$217 : 38 = 5 \frac{27}{38}$$

$$198 : 38 = 5 \frac{8}{38}$$

$$140 : 38 = 3 \frac{6}{38}$$

$$108 : 38 = 2 \frac{32}{38}$$

$$99 : 38 = 2 \frac{23}{38}$$

$$5 + 5 + 3 + 2 + 2 = 17$$

$$20 - 17 = 3$$

Pärast seda jagatakse igale nimekirjale antud häälte arv järgemööda esialgsele koh- tade arvule + 1, + 2, + 3 jne.

Jagamisel saadud arvudest eraldatakse nii mitu kõige suu- remat arvu, kui palju jäi jaga- mata vallavolinikkude kohti pärast esialgset jagamist; need arvud seatakse ritta vä- henevas järjekorras. Viimane tähendatud arvudest on vali- mise jagaja.

Lõplikult igale nimekirjale langev vallavolinikkude koh- tade arv määratakse kandi- daatide nimekirjale antud häälte arvu jagamise kaudu valimise jagajaga.

$$\begin{array}{lll} 5+1=6 & 5+2=7 & 5+3=8 \\ " & " & " \\ 3+1=4 & 3+2=5 & 3+3=6 \\ 2+1=3 & 2+2=4 & 2+3=5 \end{array}$$

" " "

jne.

$$\begin{array}{ll} 217:6=36(1) & 217:7=31 \\ 198:6=33 & 198:7=28(2) \\ 140:4=35 & 140:5=28 \\ 108:3=36 & 108:4=27 \\ 99:3=33 & 99:4=24(3) \end{array}$$

jne.

36(1), 36 ja 35

$$\begin{array}{l} 217:35=6(7) \\ 198:35=5(23) \\ 140:35=4 \\ 108:35=3(3) \\ 99:35=2(29) \end{array}$$

Seega saavad siis kohti näites toodud juhul: põllu- mehed 6, sotsialistid 5, asunikud 4, tööerakond 3, rahva- erakond 2.

Millised rühmitused said omale esialgselt jagamata jäänud 3 kohta?

Millisel rühmitusel läheb kaduma kõige enam häält (vaata jäägid lõplikul jagamisel!)? Millisel ei lähe ka- duma ühtki häält?

413. Eeltoodud juhatusel arvutage kohtade arv igale rühmale, kui valida oli 15 volinikku ja kui valimistel said häälti: sotsialistid 135, kohapidajad 129, käsitöölise- sed 88 ja asunikud 95!

414. Linnavolikogu valimistel said hääli: tööerakond 875, sotsialistid 790, rahvaerakond 521, majaanikud 382, üürnikud 374, kristlik rahvaerakond 292, sakslased 102. Mitu volinikku saatis iga rühm volikokku, kui valida tuli 20 volinikku?

415. Muretsege andmed kohaliku valla-, alevi- või linna-, aga ka maavolikogu viimastel valimistel antud häälte arvu ja volinikkude arvu kohta ja arvutage, mitu kohta sai selle järgi iga rühmitus!

416. Riigikogu viimaste valimiste andmeil katsege arvutada, kui palju peaks saama kohti Riigikogus iga valimisel kandidaatidega esinenud rühm *). Kui seejuures mõni rühm saab alla kahe koha, siis tulevad need rühmad ühes antud häältega arvutusest kõrvaldada ja arvutus toimetada uuesti ilma nendeta.

417. Toimetage samul põhimõtteil, mis maksivad omavalitsuste valimisel, oma klassi „esinduse“ valimisi, valides nimekirjadega ja nimelt nii, et esindus koosneks kolmest liikmest! Toimetage tagajärgede arvutamist kogu klassiga! — Kes on valitud? — Leidke ka, kes oleks valitud, kui esindus koosneks 4-st, 5-st liikmest!

*) Riigikogu valimiste tagajärgede arvutamise kohta käivad juhatused on seadustes sugu teist laadi, kui kirjeldatud 412. ülesandes; neid lähemalt meie siin ei too, sest nad ei muuda üldist põhimõtet.

Kordamiseks ja kontrollimiseks.

418. Lahendage järgnevad ülesanded võimalikult kiiresti ja võimalikult peast:

- $24 : 0,5 + 12 : 0,25$
- $\frac{1}{8} : \frac{1}{4} - \frac{1}{6} : \frac{1}{2}$
- $$\frac{0,4 \cdot 7 \cdot 9 \cdot 0,3}{3 \cdot 0,12 \cdot 21}$$
- $\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{9} + \frac{1}{10} : \frac{1}{2}$
- $7 + \frac{1}{3} - x = \frac{1}{3} + 4$
- $(\frac{1}{2})^2! (\frac{2}{3})^2! (0,2)^3!$
- Leidke ruutjuur 81-st!
" " 0,25-st!
- Leidke 4% 25-st!
" 25% 4-st!
- Leidke intress 800 kroonilt 10%-ga 6 kuu eest!
- Leidke tähtavaldise
$$\frac{a+b}{a-b}$$
numbriline väärtus,
kui $a=1$ ja $b=\frac{1}{2}$!
- Joonistage ruutpaberile avaldise $\frac{1}{2}x$ numbrilise väärtuse muutumise diagramm x -i muutumisel (ilma erilise arvutamiseta ja tabelit kirjutamata)!
- Leida 100-kroonilise vekslidiskont 10%-ga, kui tähtajani on 3 kuud!
- Leidke hüpotenuus, kui üks kaatet võrdub 8 sm, teine 4 sm (täpsus 0,1)!
- Leidke nelinurkse korrapärase püramiidi ruum- ja pindala, kui ta kõrgus on 12 sm ja põhja külge 10 sm!
- Leidke koonuse ruum- ja pindala, kui ta moodustaja on 10 sm ja põhja raadius 6 sm!
- Leidke kera ruum- ja pindala, kui ta raadius on 10 sm (täpsus 0,1)!
- Mõõtke ära mingi kera ümbermõõt ja arvutage ruum- ja pindala (täpsus 1)!

18. Kolmnurga küljed on 4 sm, $3\frac{1}{2}$ sm ja 5,2 sm. Temaga sarnase \triangle -ga kõige lühem külge on 7 sm. Leidke teiste külgede pikkus!
19. Arvutage korrapärase kuusnurga apoteem ja pindala, kui ta külje pikkus on 10 sm (täp-sus 0,1)!
20. Leidke silindri ja koo-nuse ruumalade suhe, kui mõlema põhja läbi-mõõt on 1 m ja kõr-gus ka 1 m!
Leidke samade kehade pindalade suhe!
21. Kuubi ja kera kõrgus on mõlemal 1 m. Leid-ke mõlema keha ruum-alade suhe ja pind-alade suhe!
-

SISUKORD.

	Lhk.
Eessõna	3
1. Kordamisi ja täiendamisi	5
2. Püramiid	14
3. Koonus	26
4. Kera ruum- ja pindala	36
5. Täht arvu tähisena	43
6. Diagramme	52
7. Suuruste olenevus	75
8. Raha-ülesandeid. Hoiusumma. Tšekk. Osatäht.	87
9. Rahaülesandeid (järg). Laen. Veksel	95
10. Täisnurkse kolmnurga põhivalem	112
11. Kujude sarnasus	120
12. Kaudseid mõõtmisi. Maa-alade plaanistamine	132
13. Sirgjoon ja tasapind. Tasapind ja tasapind	146
14. Maapinna loodimine	158
15. Sega-ülesandeid kordamiseks	165
Kordamiseks ja kontrollimiseks	173

A

5988

VI o.-a.

56098 N

Hind 1 kr. 40 s.