

FÜÜSIKA KONSPEKT

KÕRGEMATE PÖLLUMAJANDUSLIKE ÕPPEASUTUSTE
1954. a. PROGRAMMI ALUSEL

I OSA

Koostanud:

A. HAAV, J. LANG, O. MANKIN ja A. PAE

TARTU, 1957

ARK A-21857

EESTI PÖLLUMAJANDUSE AKADEEMIA

O Mankin.

FÜÜSIKA KONSPEKT

KÕRGEMATE PÖLLUMAJANDUSLIKE ÕPPEASUTUSTE
1954. a. PROGRAMMI ALUSEL

I OSA

Koostanud:

A. HAAV, J. LANG, O. MANKIN ja A. PAE

TARTU, 1957

SISSEJUHATUS.

1. Materია ja liikumine. Materია on väljaspool meie teadvust olev objektiivne reaalsus, mida me kas otseselt või kaudselt, s. o. vastavate aparaatide kaudu, tajume oma aistinguis.

Loodus kogu oma mitmekesisuses on materია mitmesuguste esinervisvormide avaldus. Füüsikas käsitlevad materია esinervisvormid jagunevad kahte rühma: aine ja väli. Kivi, vesi, õhk, puit, raud jne. on materია aine kujul; valguse, raskuse, soojuskiirguse, raadiolainete jne. puhul on meil tegemist materiaga välja kujul.

Liikumine on materია üks põhilisi ning lahutamatu omadusi, ta on n. ö. materია olemise vorm. Ei ole materiat ilma liikumiseta ja liikumist ilma materiat.

Materია kui ka liikumine on igavene ja hävimatu; ta ei kao ega teki uuesti, vaid ainult muudab oma vorme. «Midagi pole igavest peale igavesti muutuva, igavesti liikuva materია ja tema liikumise ning muutumise seaduste» (Fr. Engels).

2. Füüsika ülesanne. Füüsika kuulub loodusteaduste valdkonda. Loodusteaduste ülesandeks on uurida meid ümbritseva maailma ehitust ja tema arengu seadusi eesmärgiga allutada loodus inimesele, rakendada loodusjõud ühiskonna teenistusse.

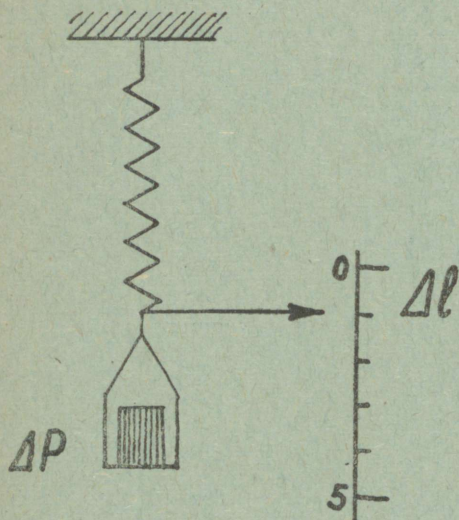
Kaasaegse füüsika ülesandeks on materია kõige üldisemate omaduste ja materია liikumise lihtsaimate vormide tundmaõppimine. Nii näiteks on üheks selliseks materია üldiseks omaduseks gravitatsioon, sest kõik materია vormid graviteeruvad — tõmbuvad üksteise poole.

Materია lihtsaimate liikumisvormide hulka kuuluvad: mehaaniline liikumine, molekulaarne soojusliikumine, elektrilised ja elektromagnetilised protsessid ning aatomisisene liikumine.

3. Füüsika meetod. Objektiivne maailm eksisteerib väljaspool meie teadvust, tunnetusprotsessi kaudu ta ainult peegeldub meie teadvuses. Tunnetamise tee määrab Lenin järgmiselt: «Elavalt kaemuselt abstraktsele mõtlemisele ja sellelt

praktikale — niisugune on tõe tunnetamine, objektiivse reaalsuse tunnetamise dialektiline tee.»

Asjast või nähtusest «elava kaemuse» saamiseks peame seda nähtust või asja tähelepanelikult vaatlema. Seega on vaatlus füüsika esimesi ja lihtsamaid meetodeid. Ta seisneb nähtuste iseloomulike tunnuste teadlikus jälgimises ja nende suurusväärtuste või teiste tunnuste registreerimises.



Joon. 1.

Füüsika peamiseks uurimismeetodiks on katse ehk eksperiment. Kuna vaatlus toimub meie looduse poolt antud tingimustes, on katse kunstlik nähtuse tekitamine kindla ettemääratud eesmärgiga. See on nagu küsimus loodusele, et teada saada looduse käitumist teatavais ette kindlaks määratud tingimustes. Näiteks kui tahame teada, kuidas oleneb vedru pikenemine teadava venitava tungi suurusest, siis teeme sellekohase katse (joon. 1).

Füüsikaliste nähtuste seletamiseks luuakse hüpoteesid ehk oletused,

millede abil püütakse mitmekesiseid nähtusi seletada mõne üldisema ühise kujutluse põhjal. Näiteks magnetilisi kehasid (teras, raud) kujutleme koosnevate üksikutest nn. molekulaar magnetitest jne.

Suurema nähtuste hulga seletamine, lähtudes teatavaist hüpoteesidest või seadustest, moodustab teooria, näiteks gaaside kineetiline teooria, gravitatsiooni teooria jt.

Hüpotees kui ka teooria on õigustatud seni, kuni nad on kooskõlas faktidega, praktikaga. Kui aga ilmnevad nähtused, mis pole kooskõlas vastava hüpoteesi või teooriaga, tuleb see hüpotees või teooria kas muuta või hoopis kõrvale heita.

4. Marksistlik dialektika füüsikaliste nähtuste õige mõistmise alusena. Loodusteaduste arengus etendab väga tähtsat osa materialistlik maailmavaade. Selle järgi on materia primaarne ja teadvus sekundaarne ning kogu maailm on liikuv materia tema mitmesugustes avaldusvormides.

Materialistliku maailmavaate kõrgeimaks vormiks on dialektiline materialism. Dialektiliseks materialismiks nimetatakse teda seepärast, et loodusnähtuste tunnetamise meetod on tal dialektiline, aga loodusnähtuste tõlgendamine, loodusnähtuste mõistmine — materialistlik.

Füüsikaliste nähtuste tundmaõppimisel, nende tunnetamisel, me peame juhenduma marksistliku dialektilise meetodi põhimõtteist, mis pole kehtivad üksi füüsikaliste nähtuste uurimisel, vaid iga-suguses teaduslikus uurimistöös üldse. Uute nähtuste avastamise puhul aga tekib sageli raskusi nende õige tõlgendamisega, kui ei osata seda teha vastavalt marksistlikule dialektilisele meetodile. Selline olukord esines 19. sajandi lõpul, kus avastati röntgenikiirred, radioaktiivsuse nähtused, elektron. Selgus näiteks, et 1 g radiumi kiirgab igas tunnis ligi 140 kalorit ilma vähemagi muutuse märkamata kiirgavas aines. Näis, et energia tekib ei millestki.

Edasi selgus aatomiehituse lähemal tundmaõppimisel, et aatom koosneb elektriliselt laetud osakestest — elektronidest ja positiivselt laetud tuumadest, seega aine nagu asenduks millegi mitteainelisega. Eeltoodust püüdsid mõned füüsikud ja filosoofid järeldada, nagu lööksid kõikuma senised loodusteaduse alused: aine ja energia jäävuse seadus.

Seda kõikuvat olukorda füüsikas püüdsid ära kasutada idealistliku filosoofia esindajad, kellede põhiliseks lähtekohaks on materia objektiivse reaalsuse eitamine ja teadvuse primaarsuse tunnistamine. Üheks selliseks idealistide vääropetuseks oli väide materia kadumisest seoses elektroni elektromagnetilise loomusega. Kõik need idealistlikud moonutused võttis Lenin purustava kriitika alla oma geniaalses töös «Materialism ja empiriokrititsism», kus ta kodanlike filosoofide õpetuse kohta «materia kadumisest» kirjutab: ««Materia kaob» — see tähendab, et kaob see piir, milleni me tundsume materiat seni, meie teadmus tungib sügavamale; kaovad säärased materia omadused, mis varem näisid absoluutsetena, muutumatuina, esmalistena (läbitungimatus, inerts, mass jms.) ja mis nüüd osutuvad suhtelisteks, omasteks ainult materia mõne-dele olekutele. Sest ainus materia «omadus», mille tunnustamisega filosoofiline materialism on seotud, on omadus olla objektiivne reaalsus, eksisteerida väljaspool meie teadvust.» Elektron pole mittereaalne, vaid materia uus esinemise vorm, sest teaduse arendes materia tundmise piir nihkub järjest sügavamale ja kaugemale.

5. Füüsika seos teiste teadusharude, tehnika ja põllumajandusega. Kuna füüsika uurib materia kõige üldisemaid omadusi ja liikumise lihtsamaid vorme, siis on füüsikaliste nähtuste esinemine väga laia ulatusega ja füüsikalised nähtused on tihedasti läbi põimitud nähtustega, mida uurivad teised loodusteaduse harud. Sellest tingituna on kujunenud rida distsipliine, kus füüsikalised seaduspärasused ja uurimismeetodid mängivad väga tähtsat osa, nagu:

astrofüüsika, geofüüsika, füüsikaline keemia, atmosfääri füüsika, biofüüsika jt.

Eriti tähtsat osa etendab füüsika tehnikas, kus füüsikalised seaduspärasused leiavad otsest rakendust üksikute konkreetsete ülesannete lahendamisel — olgu igapäevases elus (valgustus, soojendusvahendid), transpordis (vedur, laev, auto, lennuk), ehitustehnikas, side alal (telegraaf, telefon, raadio), sõjaasjanduses ja mitmesuguste tööstuses kasutatavate masinate ehitamisel.

Teisest küljest tehnika areng omalt poolt soodustab füüsika arengut, näiteks täpsemate mõõduriistade ehitamine soodustab füüsikaliste uurimuste teostamist.

Ka põllumajandus on tihedalt seotud füüsikaliste seaduspärasuste tundmisega. Kõnelemata tööde mehhaniseerimisest (traktorid, kombainid, lüpsi- ja pügamismasinad, veepumbad, söötade ettevalmistamine, separaatorid jne.), leiab põllumajanduses rakendamist ka mitmesuguste füüsikaliste üksiknähtuste lähem tundmine nagu: kapillaarsus, soojuse levimine, röntgenikiired, mürgistatud aatomite meetod, mikroskoopilised uurimised jne.

6. Jooni füüsika arengust. Kodumaiste teadlaste panus füüsika arengusse. Füüsika, samuti teistegi teaduste areng on kõige tihedamalt seotud tegeliku elu vajadustega, praktikaga. Nii on ehitustegevuse, sõjaasjanduse ja meresõidu vajadused olnud peamisteks teguriteks füüsika, eriti mehaanika arenguks juba vanal ajal.

Keskajal kirik, toetudes valitsevale feodaalkorrale, allutas teaduse kiriklikule võimule ja pidurdas selle vaba arengut. Teadus oli sallitav ainult sedavõrd, kui võrd temast oli otsest kasu kirikule.

Kodanluse esile kerkimisega uue aja algul (XV ja XVI sajand) hakkas kiiresti arenema tööstus ja kaubandus, mis andsid uue tõuke ka füüsika hoogsaks arenguks (Galilei). Eriti hoogne oli see areng 19. sajandil tootlike jõudude ja töendusliku kapitali õitsengu ajal, kus näiteks aurumasina kasuteguri tõstmise võimaluste uurimine (Carnot) viis termodünaamika printsiipide avastamisele ja molekulaar-kineetilise teooria väljaarendamisele (Clausius). Samuti Faraday poolt elektromagnetilise induksiooni nähtuste avastamine (1831) võimaldas uut tüüpi elektrigeneraatori — dünamo ehitamise ja laiaulatusliku elektrienergia rakendamise, mis omakorda soodustas elektriõpetuse kiiremat arengut.

Vene ja nõukogude füüsikud on andnud suure panuse füüsika kui teaduse arenemisele. Esimese suure füüsikuna, üldse vene loodusteaduse isana, esineb mitmekülgne gēenius M. V. Lomonossov (1711—1765). Tema esimesena selgesõnaliselt formuleeris üldise jäävuse seaduse (aine, liikumishulga jne.), rajas molekulaar-kineetilise teooria alused, seletas õieti soojusnähtused «siseliikumisena» ja õhuelekttri tekkimise püstvoolude abil. Järgmise suureima kujuna esineb D. J. Mendelejev (1834—1907), kes oma elementide periooduse süsteemiga (1869) rajas aluse aatomiehituse lähemale tundmaõppimisele, mis on kujunenud kaasaegse füüsika üheks kõigutamuks nurgakiviks.

Eriti väärikas koht kuulub kodumaistele teadlastele elektri nähtuste praktilise rakendamise alal. Nii leiutas V. V. Petrov (1761—1834) kaarleegi, B. S. Jakobi (1804—1874) — galvanoplastika ja esimese elektrimootori, E. Lenz (1804—1865) andis valemi elektrivoolu soojuse arvutamiseks ja reegli induksioonivoolude suuna määramiseks, A. N. Lodõgin (1840—1923) leiutas — hõõglambi, P. N. Jablotškov (1847—1894) — temanimelise künula, A. G. Stoletov (1839—1896) — fotoelektrilise efekti, A. S. Popov (1859—1905) — raadio, P. N. Lebedev (1866—1912) andis valgusrõhu katselise tõestuse, S. J. Vavilov ja tema koolkond andis suure panuse vedelike ning kristallide luminesentsi, D. V. Skobeltsõn kosmiliste kiirte uurimise alal, jne.

7. Mõõtmine ja mõõtühikud. Põhisuurused. Vt. Lang—Mets—Pae, Füüsika praktikum I, 1953 (edaspidi lühidalt: F. pr. I), § 2.

8. Kümnenndsüsteemi mõõtühikute tuletamine. Vt. F. pr. I, Lisa, p. 1.

9. Mõõtühikute süsteemid. Vt. F. pr. I, §§ 2—7, Lisa, p. 2.

10. Mõõtühikute nimetus ja füüsikalise suuruse dimensioon. Vt. F. pr. I, § 8.

II. MEHAANIKA.

1. KINEMAATIKA PÕHIKÜSIMUSI.

11. Mehaanika ja selle liigitus. Mehaanika (kreeka k. *mēchané* — tööriist, masin, kaval võte) on õpetus kehade liikumisest ja tasakaalust. Mehaanika jagatakse harilikult kolme ossa: kinemaatika, dünaamika, ja staatika.

Kinemaatikas (kr. k. *kinēma* — liikumine) käsitletakse liikumisi, jättes arvestamata need põhjused, mis liikumise esile kutsuvad, s. o. tungid.

Dünaamika (kr. k. *dynamis* — tung, jõud) uurib tungi mõju keha liikumisele.

Staatika (kr. k. *statikos* — paigalseisev, tasakaalus) käsitleb kehade tasakaalu küsimusi.

12. Liikumine. Liikumine kõige laiemas mõttes tähendab iga sugust muutumist üldse, toimuigu see looduses või ühiskonnas ja millisel tahes alal.

Lihtsaimaks liikumise vormiks on mehaaniline liikumine. Selle all mõeldakse kogu keha või osakese asendi muutumist ruumis mõne teise keha suhtes. Mehaanika uuribki mehaanilist liikumist kui lihtsaimat liikumise vormi.

Kõneldes keha mehaanilisest liikumisest peame alati silmas mõnda teist keha, mille suhtes vaadeldav keha oma asendit muudab. Seega on liikumine ainult suhteline ehk relatiivne, näiteks auto liigub tänava suhtes, jõevesi kallaste suhtes, Maa Päikese suhtes jne. Samuti on ka paigalolek ainult suhteline.

13. Ainepunkt. Ainepunkti all mõeldakse punkti, millesse me kujutleme koondununa kogu keha aine. Näiteks taevakehade (Maa, Päike jt.) liikumiste käsitlusel asendame suured taevakehad üksikute punktidega, milledesse kujutleme koondatuna kogu taevakeha aine. Siin me loobume keha kuju ja mõõtmete arvestamisest ning säilitame ainult keha põhilise omaduse — tema ainehulga.

Tuleb silmas pidada, et reaalse keha asendamine ainepunktiga on õigustatud juhul, kui keha mõõtmed võrreldes teiste samas probleemis esinevate suurustega on sedavõrd väikesed, et võime jätta nad arvestamata, näiteks Maa raadius võrreldes tema orbiidi raadiusega Maa ja Päikese vahelise gravitatsiooni arvestamisel.

Tegelikkuses esinevaid kehi võime vaadelda koosnevana üksikutest väikestest osakestest, milliseid võime käsitleda kui ainepunkte.

Ainepunkti nimetatakse vahel ka materiaalseks punktiks ning masspunktiks.

14. Ühtlane ja ebaühtlane sirgliikumine. Kiirus. Keha liigub ühtlaselt, kui ta mis tahes võrdsetes ajavahemikkudes läbib võrdsed teosad. Keha liigub ebaühtlaselt, kui liikumisel võrdsetele ajavahemikkudele vastavad mittevõrdsed teosad. Ühtlast liikumist iseloomustab läbitud tee pikkuse (s) ja sellele vastava aja (t) suhe, mis on antud liikumise puhul konstantne ja nimetatakse ühtlase sirgliikumise kiiruseks (v):

$$v = \frac{s}{t}.$$

Ebaühtlase liikumise iseloomustamiseks teatud tee või aja vahemikus kasutatakse keskmise kiiruse (v_k) ehk \bar{v} mõistet: $v_k = \frac{s}{t}$, s. o. keskmine kiirus võrdub läbitud tee ja sellele vastava aja suhtega. Edasi iseloomustab ebaühtlast liikumist veel nn. kiirus antud punktis või antud momendil, mille all mõeldakse tee muutuse (Δs) ja sellele vastava aja muutuse (Δt) suhte piiri, kui aja muutus piiramatult läheneb nullile, s. o.

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}.$$

Kiirusühikute nimetused koostatakse vastavatest tee pikkuse ja aja ühikute nimetustest $\left(\frac{cm}{sek}, \frac{m}{sek}, \frac{km}{h} \text{ jne.}\right)$

15. Ühtlaselt muutuv sirgliikumine. Kiirendus. Ühtlaselt muutuvaks nimetatakse sellist ebaühtlast sirgliikumist, kus kiirus milistes tahes võrdsetes ajavahemikes võrdselt muutub — kasvab või kahaneb. Esimesel juhul on meil tegemist ühtlaselt kiireneva, teisel juhul — ühtlaselt aeglustuva liikumisega. Kiiruse muutuse (Δv) ja sellele vastava aja muutuse (Δt) konstantset suhet nimetatakse kiirenduseks (a), seega

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

Kiirenduse mõõtühikud ja nende nimetused tuletatakse vastavatest kiiruse ja aja ühikutest ning nende nimetustest $\left(\frac{cm}{sek^2}, \frac{m}{sek^2} \text{ jne.}\right)$.

Uhtlaselt muutuv liikumine on määratud valemitega:

$$v = v_0 + at \quad \text{ja} \quad s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Kiireneva liikumise puhul tuleb neis valemis võtta kiirendus positiivsena, aeglustuva liikumise puhul — negatiivsena. Maa raskuskiirendus on $981 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$.

Üldjuhul on kiirendus antud punktis (a), analoogiliselt kiirusele, kiiruse muutuse (Δv) ja sellele vastava aja muutuse (Δt) suhte piir, kui aja muutus piiramatult läheneb nullile, s. o.

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

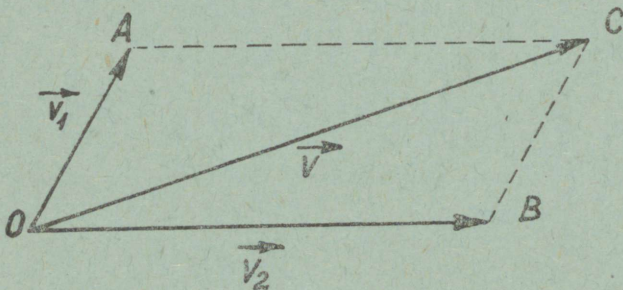
16. Vektorid ja skaalarid. Vektor on suurus, mille täielikuks määramiseks pole küllalt vastusest küsimusele «kui palju», vaid sellele lisaks peame veel andma vastuse küsimusele «millises suunas», näiteks kiirus, kiirendus, tung, nihe jne. Skalaarsed suurused ehk skaalarid on täiesti määratud vastusega küsimusele «kui palju», näiteks pikkus, mass, tihedus jne.

Graafiliselt kujutatakse vektoreid nooltega, kus noole pikkus väljendab vektori suurust (absoluutset väärtust), noole terav ots — vektori suunda. Kirjas pannakse vektori suurust tähistava sümboli kohale väike nool.

Vektorid loetakse võrdseteks, kui neid kujutavad nooled on ühepikkused, rööpsed ja samasuunalised.

Tehted skaalaarsete suurustega toimuvad aritmeetika ja algebra reeglite kohaselt, tehted vektoritega aga neist erinevate reeglite järgi.

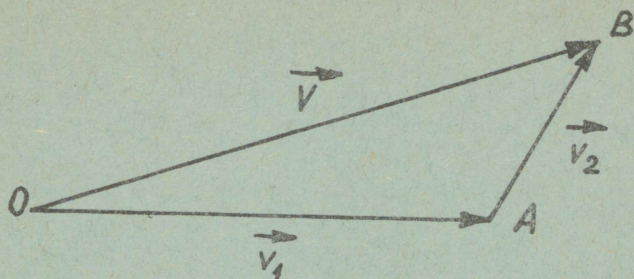
Samast punktist lähtuvate vektorite (\vec{v}_1 ja \vec{v}_2) summaks nimetatakse nende vektorite kui külgede põhjal joonestatud rööpküliliku diagonaali (\vec{v} , joon. 2).



Joon. 2.

Lihtsaimaks kahe vektori liitmise võtteks on: ühe vektori lõpust kujutada vektor, mis on võrdne teise antud vektoriga, ja ühendada

esimese vektori algus teise vektori lõpuga. Sedaviisi saadud vektor ongi kahe antud vektori summaks (joon. 3).

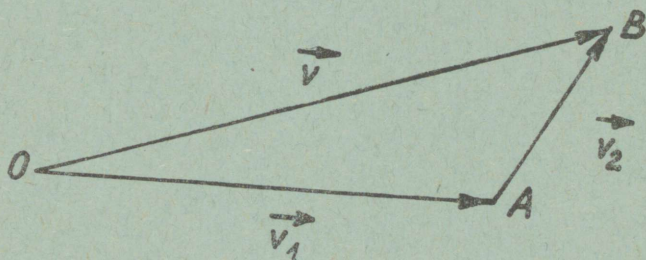


Joon. 3.

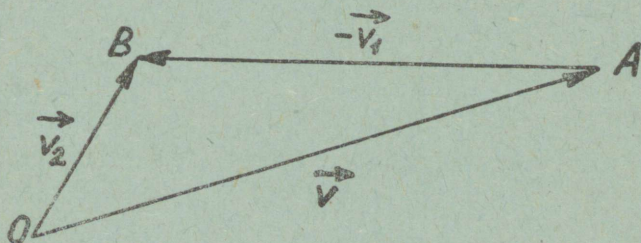
Hulga vektorite summa leidmiseks liidame esiteks kaks neist, saadud summaga kolmanda vektori jne. kuni lõpuni. Resultant ei olene vektorite liitmise järjekorrast.

Lahutada vektorist \vec{v} vektor \vec{v}_1 tähendab: leida selline vektor \vec{v}_2 , mis liidetult vektoriga \vec{v}_1 annab vektori \vec{v} , s. o. $\vec{v} - \vec{v}_1 = \vec{v}_2$, kui $\vec{v}_1 + \vec{v}_2 = \vec{v}$.

Lahutamise definitsioonist järgneb lahutamise võtte (joon. 4 ja 5):



Joon. 4.



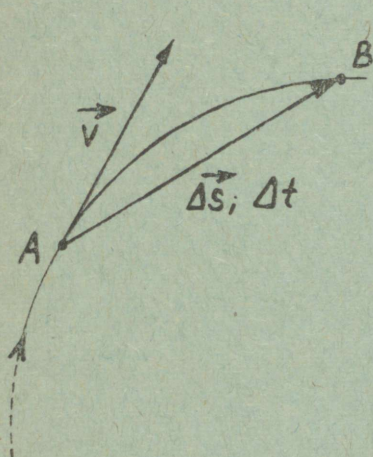
Joon. 5.

Teisel juhul taandub mõne vektori lahutamine sellega võrdvastupidise vektori liitmisele.

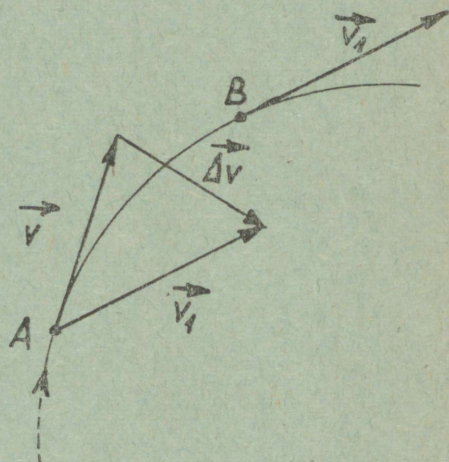
Vektorite korrutamisel või jagamisel skaalariga tuleb vektorit kujutava noole pikkust selle skaalariga korrutada või jagada, kuna suund jääb endiseks.

Vektorite \vec{v}_1 ja \vec{v}_2 skalaarseks korrutiseks nimetatakse avaldist $v_1 v_2 \cos \alpha$, kus v_1 ja v_2 on antud vektorite absoluutsed väärtused ja α nurk nende vektorite suundade vahel. Vektorite \vec{v}_1 ja \vec{v}_2 skalaarset korrutist tähistatakse $\vec{v}_1 \cdot \vec{v}_2$ asemel sageli ka nõnda (\vec{v}_1, \vec{v}_2) .

17. Kiirus ja kiirendus kõverliikumise antud punktis. Kiirus



Joon. 6.



Joon. 7.

on vektor, mille suund ühtib liikumissuunaga. Kõverliikumise mõnes punktis näitab liikumise suunda kõverale selles punktis tõmmatud puutuja, mille suunaks võetakse liikumise suund. Kiirus antud punktis on nihkevektori ($\vec{\Delta s}$) ja sellele vastava aja (Δt) suhte piir, kui ajavahemik piiramatult läheneb nullile, s. o. (joon. 6):

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\vec{\Delta s}}{\Delta t}.$$

Kiirendust mõõdetakse kiiruse muutusega ühes ajaühikus. Et sirgliikumisel kiiruse suund ei muutu, siis oleneb sirgliikumise kiirendus ainult kiiruse suuruse muutusest, kuna kiirenduse suund ühtib kiiruse muutuse suunaga.

Kiirendus kõverliikumisel tee antud punktis ehk antud momendil on kiiruse muutuse ($\vec{\Delta v}$) ja sellele vastava aja muutuse (Δt)

suhte piirväärtus, kui aja muutus piiramatult läheneb nullile, s. o. (joon. 7):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}.$$

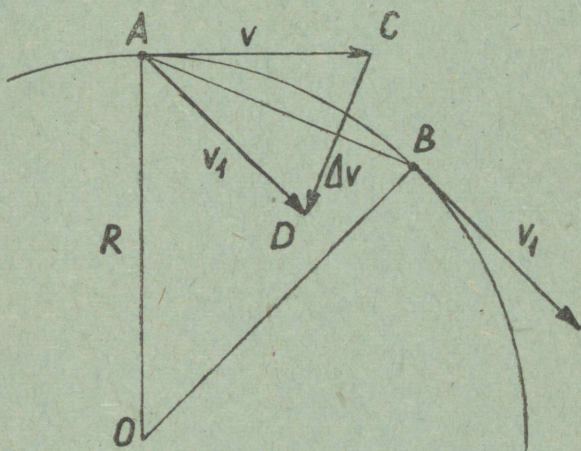
Kiirenduse kui vektori suund ühtib kiiruse muutuse ($\Delta \vec{v}$) kui vektori suunaga piirasendis.

18. Ühtlane ringliikumine. Ühtlasel ringliikumisel keha liigub mööda ringjoont ja läbib mistahes võrdsetes ajavahemikes võrdsed kaared. See liikumine on määratud ringi raadiuse (R) ja ringlemisperioodi (T) abil. Ringliikumise ja joonkiiruse suurus $v = \frac{2\pi R}{T}$.

Raadiuse pöördumise nurkkiirus $\omega = \frac{2\pi}{T}$. Nende valemite võrdlusest järgneb, et $v = \omega R$.

Kuigi ühtlase ringliikumise kiiruse suurus on konstantne, omab see liikumine kiirendust, sest kogu aeg muutub kiiruse suund. Vastavalt kiirenduse definitsioonile üldjuhul (joon. 8):

$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$



Joon. 8.

Kiiruse muutuse suuruse Δv saame sarnastest kolmnurkadest ACD ja OAB : $\Delta v : AB = v : R$; $\Delta v = \frac{v \cdot AB}{R}$. Asendades saame:

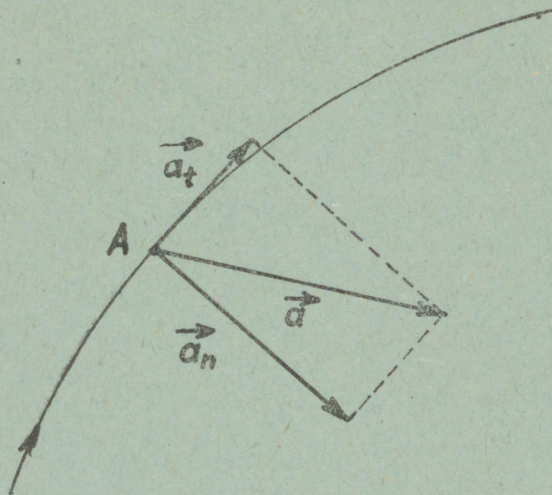
$$a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{v}{R} \cdot \frac{AB}{\Delta t} \right) = \frac{v}{R} \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{AB}{\Delta t} = \frac{v}{R} \cdot v = \frac{v^2}{R}.$$

Asendades $v = \frac{2\pi R}{T} = \omega R$, saame:

$$a = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = \omega^2 R.$$

Et kiiruse muutus (Δv) piirasendis on suunatud ringi tsentrisse, siis sinna on suunatud ka kiirendus, mis seetõttu kannabki tsentripetaalse kiirenduse nime.

19. Tangentsiaalne ja normaalne kiirendus. Üldjuhul omab kiirendus kui vektor kõverliikumisel igas punktis teatud kindla suuruse ja suuna (joon. 9). Liikumise iseloomustamiseks lahutatakse



Joon. 9.

see kiirendusvektor kaheks komponendiks: puuteliseks ehk tangentsiaalseks (a_t) ja sellega risti olevaks ehk normaalseks (a_n) komponendiks. Esimene neist komponentidest (a_t) iseloomustab kõverliikumist edasiliikumise, s. o. kiiruse suuruse muutmise, teine — ringliikumise (kõverdumise), s. o. kiiruse suuna muutmise seisukohalt, ja määratakse tsentripetaalkiirenduse valemitega.

2. DÜNAAMIKA ALUSED.

20. Newtoni seadused. Newton (1643—1727) fikseeris mehaanika põhilised seadused 1687. a. ilmunud teoses «Philosophiæ naturalis principia mathematica» (Loodusteaduse matemaatilised alused).

I seadus. Iga keha püsib kas paigal või ühtlases sirgliikumises seni, kuni temasse mõjuvad tungid seda olekut ei muuda.

Sellest järgneb, et liikumisolek, milles vaba keha, s. o. keha, mis ei ole mõjutatud ühegi teise keha poolt, võib püsida lõpmatukseni, on paigalolek või ühtlane sirgliikumine. Tung on põhjus, mis

muudab keha liikumisolekut mõne teise keha mõjutuse tulemusena. Lihtsamaks tungi mõõtmise viisiks on dünamomeetri (vedrukaalu) kasutamine, kus me otsustame mõjuva tungi suuruse ühe dünamomeetris toimuvate deformatsioonide põhjal.

II seadus. Liikumishulga muutus on võrdeline mõjuva tungiga ja toimub suunas, milles see tung mõjub.

Keha mass on keha inertsuse mõõt. Keha liikumishulga all mõeldakse selle keha massi (m) ja kiiruse (\vec{v}) korrutist, s. o. $m\vec{v}$. Kuna kiirus on vektor, mass skaalar, siis ka nende korrutis — liikumishulk on vektor. Matemaatiliselt väljendub II seadus järgmiselt:

$$\frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t} = k\vec{f}. \quad (1)$$

Valides tungi f mõõtühiku nõnda, et võrdetegur $k=1$, ja eeldades massi m konstantseks, saame eelmisest valemist:

$$\frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \vec{f} \text{ ehk } m\vec{a} = \vec{f}, \text{ s. o.} \quad (2)$$

vabale kehale mõjuv tung võrdub massi ja kiirenduse korrutisega.

Tungi (\vec{f}) ja selle mõjumisaja (Δt) korrutist nimetatakse tungi impulsiks. Valemist (1) järgneb, kui $k=1$, et

$$\Delta(m\vec{v}) = \vec{f}\Delta t \text{ ehk } \vec{mv} - \vec{mv}_0 = \vec{f}\Delta t. \quad (3)$$

Keha mass pole konstantne suurus, vaid oleneb keha liikumise kiirusest järgmiselt:

$$m = \sqrt{\frac{m_0}{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

kus m_0 on paigaloleku mass, m — mass kiirusel v , c — valguskiirus. Seetõttu valem (1) väljendab Newtoni II seadust üldjuhul, valem (2) erijuhul, kui $m = \text{const}$.

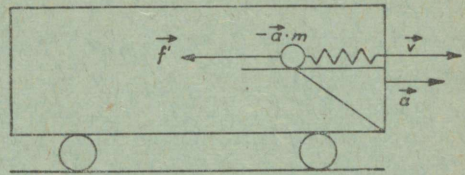
III seadus. Igale mõjule (aktsioonile) on alati olemas võrdne ning vastassuunaline vastumõju (reaktsioon) ehk: kahe keha vastastikused mõjud üksteisesse on alati võrdsed ja vastupidi suunatud.

III seadus väidab, et tungid esinevad looduses ainult paarikaupa: kui mõnele kehale mõjub mingi tung, siis peab tingimata kuskil leiduma mõni teine keha, millele mõjub suuruselt võrdne, kuid suunalt otse vastupidine tung. Mõju ja vastumõju on alati rakendatud erinevatele kehadele, seetõttu neil puudub resultant.

21. Inertstungid. Kujutleme, et ühtlaselt sirgjooneliselt liikuv
 vas vagunis (joon. 10) absoluutselt siledal rõhtsal alusel lasub
 kera massiga m . Nii vagun kui ka kera liiguvad mõlemad sama
 kiirusega \vec{v} . Hakaku nüüd vagun liikuma kiirenevalt kiirendu-
 sega \vec{a} . Mis toimub siis keraga? Raudteetammi suhtes liigub ta
 endiselt ühtlaselt kiiru-

sega \vec{v} , vaguni suhtes aga
 hõõrdumise puudumise

tõttu kiirendusega $-\vec{a}$,
 sest alus liigub alt ära selle
 kiirendusega vastassuunas.
 Vagunis olevale vaatlejale
 näib, et kerale on rakenda-



Joon. 10.

tud mõnesugune tung $\vec{f}' = m(-\vec{a})$, mis tekitabki kera näiva kiirendu-
 duse vaguni suhtes. Inertstungiks nimet. seda fiktiivset

tungi (\vec{f}'), mis on rakendatud kiirenevalt liikuvast teljestikus asu-
 vate kehale teljestiku kiireneva liikumise tõttu. Tahame kera rõhtsal
 alusel paigal hoida, peame ta kinnitama näiteks vedru abil vaguni
 seina külge. Siis vedru pingsus tasakaalustab inertstungi ja kera
 jääb vaguni suhtes paigale.

22. Newtoni seaduste rakendusi.

a) Tungi dünaamiline mõõtmine järgneb Newtoni
 II seaduse valemist: $f=ma$. Kui $m=1$ ja $a=1$, siis ka $f=1$, s. o.
 tungiühikuks võetakse selline tung, mis kehale
 massiga 1 massiühik annab kiirendust 1 kii-
 rendusühik.

CGS-süsteemis: $m = 1 \text{ g}$, $a = 1 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ ja $f = 1 \frac{\text{gcm}}{\text{sek}^2}$ ehk düün (dn).

MKS-süsteemis: $m = 1 \text{ kg}$, $a = 1 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ ja $f = 1 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{sek}^2}$ ehk njuuton (nj).

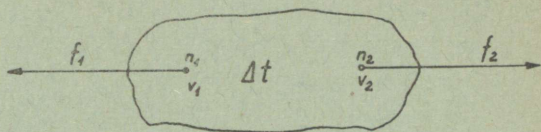
Tehnilises ehk MkGS-süsteemis: $f = 1 \text{ kG}$, kui $a = 1 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ ja $m = 1$
 mtü; $1 \text{ mtü} = 9,81 \text{ kg}$, sest vabal langemisel annab tung (raskus)
 1 kG kehale massiga 1 kg kiirendust $9,81 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$; tahame kiirendust
 $9,81$ korda vähendada, siis sama mõjuva tungi puhul peame keha
 massi $9,81$ korda suurendama.

Eelmisest järgneb, et

$$1 \text{ kG} = 9,81 \text{ nj} = 9,81 \cdot 10^5 \text{ dn.}$$

b) Kesktõmbe- ja kesktõrje- ehk tsentripe-
 taalsed ja tsentrifugaalsed tungid. Iga ringjoonel
 liikuv keha omab kiirendust, mis on suunatud ringi tsentri poole.
 Kiirendus keha liikumisel ei teki iseendast, vaid seda tekitab vastav

tung, järelikult ka ringoonel liikuvale kehale on rakendatud tung, mis tekitab tsentripetaalse kiirenduse. Seda tungi nimetataksegi kesktõmbe- ehk tsentripetaalseks tungiks. Selle reaktsioon Newtoni III seaduse põhjal on kesktõrje- ehk tsentrifugaaltung. Kesktõmbe- ja kesktõrjetungid on suuruselt võrdsed, suunalt vastupidised ning rakendatud erinevatele kehadele, seetõttu ei saa neid liita, nad ei oma resultanti. Nii kesktõmbe- kui ka kesktõrjetungi suurus väljendub valemitega:



Joon. 11.

$$f = \frac{mv^2}{R} = \frac{4\pi^2 m R}{T^2} = 4\pi^2 m R v^2 = \omega^2 m R.$$

Vaadeldes ringjoonel liikuvat keha pöörleva teljestiku seisukohalt näib, et sellisele kehale on rakendatud tung, mis püüab seda keha tsentrist eemale viia, sest inertsitõttu püüab keha jätkata liikumist puuteliselt. Sel juhul kõneldakse, et kehale on rakendatud tsentrifugaalne inertstung, mille suurus väljendub samuti eelmiste valemitega, kuid mis oma sisult on hoopis erinev eespool Newtoni III seaduse alusel defineeritud tsentrifugaalsest ehk kesktõrjetungist.

Katseid: sädemete liikumine smirgelkäiast, Watti regulaator, elavhõbeda eraldumine veest, elastse terasrõnga lapikuks muutumine, veeklaasi ringi keerutamine.

Rakendus: separaatorid, meevurr, pesukuivati, tahomeetrid, tsentrifugaalpumbad jt.

c) Liikumishulga jäävus. Isoleeritud ehk suletud süsteemiks nimetatakse kehade (ainepunktide) kompleksi, millesse ei mõju väliseid tunge, s. o. kõigi selles süsteemis mõjuvate tungide vastumõjud on rakendatud sama süsteemi kehadele (ainepunktidele). Et mõju (f_1) ja vastumõju (f_2) on suuruselt võrdsed, suunalt aga vastupidised (joon. 11) ja mõlemate mõjumis- aeg (Δt) on sama, siis peavad olema võrdsed ja vastassuunalised ka nende tungimpulsid, s. o. $f_1 \Delta t = -f_2 \Delta t$. Et tungimpulss võrdub liikumishulga muutusega, siis vastavalt ka $\Delta(m_1 v_1) = -\Delta(m_2 v_2)$, millest $\Delta(m_1 v_1) + \Delta(m_2 v_2) = 0$. Seega tungide mõjumine isoleeritud süsteemis ei muuda selle süsteemi liikumishulka ehk teisiti: isoleeritud süsteemi liikumishulk on jääv.

Katseid: vedur pöörleval alusel, auru rõhumise mõjul toru otsast välja lendav kork liigub toruga vastassuunaliselt, vanker rööbasteel jt.

Liikumishulga jäävuse seadust võib vaadelda Lomonossovi poolt

formuleeritud üldise jäävuse seaduse eri juhtumina: «Kõik looduses toimuvad muutused on seda laadi, et niipalju kui ühelt kehalt midagi võetakse, sama palju tuleb juurde teises kehas. ... See üldine looduse seadus ulatub ka liikumisreeglitesse: sest keha, mis oma jõuga paneb liikuma teise, niipalju oma juures sellest kaotab, kui palju annab teisele, milline temalt liikumist saab».

Eelmine tsitaat on väljavõte 1760. a. ilmunud Lomonossovi tööst, kuid seda mõtet väljendab Lomonossov juba 1748. a. kirjas Eulerile.

d) Reaktiivne liikumine toimub mõnd liikumist põhjustava tungi vastumõju ehk reaktsiooni toimel. Reaktiivmootorid töötavad reaktiivliikumise põhimõttel, s. o. väljavoolava ainejoo reaktsiooni mõjul. Kui väljavoolanud ainehulga mass on m_1 ja kiirus v_1 , siis ta liikumishulk on $m_1 v_1$. Sama suure liikumishulga, ainult vastassuunas, peab saama ka reaktiivmootor ja sellega ühendatud lennuk. Olgu lennuki mass m ja kiirus v , siis $mv = m_1 v_1$, millest $v = \frac{m_1}{m} v_1$. Siit nähtub, et reaktiivmootori toimel saadud kiirus on võrdeline masside suhte ja väljavoolava aine kiirusega.

e) Vene teadlased reaktiivlennuki pioneerid. Nikolai Kibaltšitš (1853—1881), üliõpilane — revolutsionäär, kirjutas vangis olles töö «Проект воздухоплавательного прибора», mis sisaldab reaktiivlennuki idee.

Konst. Tsiolkovski (1857—1935), iseõppija ja entusiast lennuasjanduse alal. Tema tööd: Metallist juhitud õhulaev (aerostaat), raketlennu teooria ja raketlennukite mudelite väljatöötamine, maailmaruumi vallutamise probleemi arendamine.

23. Töö mõiste ja töö ühikud. Töö mõiste iseloomustab liikumisprotsessi, mis toimub tungi mõjul. Igal juhul on tööprotsessis tegemist mõnesuguse takistuse ületamisega. Kui liikumine toimub mõjuva tungi suunas, siis on tehtud töö hulk (A) võrdeline rakendatud tungi (f) ja tungi rakenduspunkti poolt läbitud tee pikkusega (s), s. o. $A = kfs$, kus k on võrdetegur. Valides tööühiku nõnda, et $k = 1$, saame $A = fs$. Siit juhul kui $f = 1$ ja $s = 1$, siis ka $A = 1$, s. o. tööühikuks võetakse selline tööühik, kus tungi 1 tungiühik rakenduspunkt nihkub tungi suunas edasi 1 pikkusühiku võrra. Lähtudes sellest saame süsteempärased tööühikud:

CGS-süsteem: $f = 1 \text{ dn}$, $s = 1 \text{ cm}$, $A = 1 \text{ dn} \cdot \text{cm}$ ehk erg

MKS-süsteem: $f = 1 \text{ nj}$, $s = 1 \text{ m}$, $A = 1 \text{ nj} \cdot \text{m}$ ehk džaul ($d\check{z}$, J)

MkGS-süsteem: $f = 1 \text{ kG}$, $s = 1 \text{ m}$, $A = 1 \text{ kGm}$

$$1 \text{ kGm} = 9,81 \text{ d}\check{z} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ ergi.}$$

Juhul kui tung f moodustab rakenduspunkti liikumissuunaga nurga, siis tuleb see tung lahutada kaheks komponendiks: liikumissuunas ja sellega risti. Tööprotsessis tuleb arvesse ainult esimene

neist ($f \cos \alpha$), kuna ristkomponent otseselt liikumist ei mõjuta. Seega üldjuhul $A = fs \cos \alpha$.

24. Võimsus ja võimsusühikud. Võimsus (N) iseloomustab töötegemise kiirust ja teda mõõdetakse ühes ajaühikus tehtud tööhulgaga. Järelikult $N = \frac{A}{t}$, kui võrdetegur $k = 1$. Siit $N = 1$, kui $A = 1$ ja $t = 1$. Süsteemipärased võimsusühikud:

$$\text{CGS-süsteem: } A = 1 \text{ erg, } t = 1 \text{ sek, } N = 1 \frac{\text{erg}}{\text{sek}}.$$

$$\text{MKS-süsteem: } A = 1 \text{ dž, } t = 1 \text{ sek, } N = 1 \frac{\text{dz}}{\text{sek}} \text{ ehk watt (W).}$$

$$\text{MkGS-süsteem: } A = 1 \text{ kGm, } t = 1 \text{ sek, } N = 1 \frac{\text{kGm}}{\text{sek}}.$$

$$1000 \text{ W} = 1 \text{ kW; } 1 \text{ hj} = 75 \frac{\text{kGm}}{\text{sek}} = 75 \cdot 9,81 \text{ W} = 736 \text{ W;}$$

$$1 \text{ HP} = 746 \text{ W.}$$

Võimsust võime väljendada ka kiiruse abil:

$$N = \frac{A}{t} = \frac{fs}{t} = f v.$$

Võimsuse abil kujundatud tööühikud:

$$N = \frac{A}{t}, \text{ siit } A = Nt; \text{ kui } N = 1 \text{ W ja } t = 1 \text{ sek, siis } A = 1 \text{ Wsek}$$

$$\text{ehk dž; } 1 \text{ kWh} = 1000 \cdot 3600 \text{ dž} = 367\,200 \text{ kGm} = 860 \text{ kcal.}$$

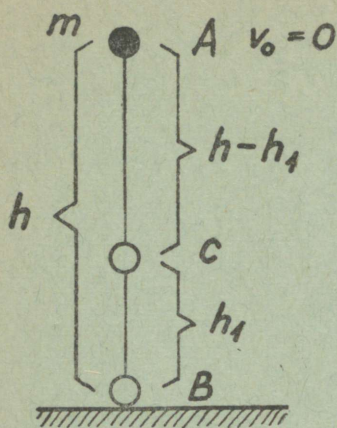
25. Energia. Kui keha teeb tööd, siis toimuvad temas muutused, mistõttu selle keha võime töötegemist jätkata väheneb, näiteks bensini varu autosõidul. Füüsikaline suurus, mis iseloomustab keha võimet teha tööd, nimetatakse energiaks. Olgu keha energia tööprotsessi algul E_1 ja lõpul E_2 . Siis selle keha energia muutust tööprotsessi kestel $\Delta E = E_2 - E_1$ iseloomustab tehtud töö hulk ΔA . Järelikult $\Delta E = k \Delta A$. Siit näeme, et keha energia muutus (ΔE) on võrdeline selle keha poolt tehtava tööhulgaga. Juhul kui võrdetegur $k = 1$, siis $\Delta E = \Delta A$, s. o. keha energia muutus arvuliselt võrdub selle keha poolt tehtava tööhulgaga ehk energiat iseloomustab kehas olev töövaru.

Eelmisest järgneb, et energiat mõõdetakse tööühikutega.

Keha mehaaniline energia oleneb selle keha liikumisest või asendist teiste kehade suhtes. Esimesel juhul kõneleme keha kinetilisest, teisel — potentsiaalsest energiast.

Keha kineetiline energia ehk hoog väljendub valemiga $\frac{mv^2}{2}$, kus m on liikuva keha mass ja v — kiirus. Hoo väljendamiseks mõne mõõtühikute süsteemi tööühikutes, tuleb m ja v väljendada sama süsteemi ühikutes. Näiteks tahame hoogu väljendada kGm-tes, tuleb mass väljendada mtü-des ja v — $\frac{m}{\text{sek}}$ -tes.

Tõstes mõne keha raskusega P kG maast h m kõrgemale (joon. 12), teeme Ph kGm tööd ja selle keha potentsiaalne energia suureneb Ph kGm võrra. Alla langemisel muutub saadud potentsiaalne energia järjest kineetiliseks, sest kiirus langemisel suureneb. Igas langemispunktis on aga kineetilise ja potentsiaalse energia summa konstantne ning võrdub kehale antud kogu energiaga. Tõepoolest vahelmises asendis C kiirus $v_1^2 = 2g(h - h_1)$;



Joon. 12.

Üldse, isoleeritud süsteemis on kineetilise ja potentsiaalse energia summa konstantne. See seaduspärasus kehtib eeldusel, et vaadeldavas protsessis ei toimu mehaanilise energia muundumist mõneks teiseks energia liigiks, näiteks hõõrdumise tõttu soojuseks.

Mehaanilise energia jäävus on erijuhtum üldisest energia jäävuse seadusest, mille järgi me ei saa energiat luua ega hävitada, küll aga võime teda muundada ühest liigist teise. Selle seaduspärasuse algeid leidub rahvatarkuses juba õige ammu. Näiteks vanad roomlased ütlesid: ex nihilo nihil (ei millestki ei midagi). Eesti rahvatarkuses on väljendid: lehm lüpsab suust, kana muneb nokast.

Energia jäävuse ja muundumise seadus on erijuhtum suure vene teadlase Lomonossovi poolt 1748. a. selgesti formuleeritud üldisest jäävuse seadusest: «Kõik looduses toimuvad muutused on seda laadi, et niipalju kui ühelt kehalt midagi võetakse, sama palju tuleb juurde teisele kehale.» Muidugi ei saanud Lomonossov kõnelda energia jäävusest, sest energia mõiste võeti tarvitusele alles sada aastat hiljem.

Energia jäävuse ja muundumise seadus on üldine looduse seadus, mis kehtib kõikide liikumisvormide muundumisel ühest teise. Seda energia jäävuse seaduse üldist iseloomu esimesena tõstis esile Fr. Engels järgmiselt: «Milline tahes liikumisvorm osutus võimeliseks ja sunnituks muunduma milliseks tahes teiseks liikumisvormiks. Jõudnud selle vormini saavutas seadus oma viimase väljenduse. Uute avastuste abil me võime muretseda temale uusi tõendeid, anda temale uue rikkama sisu. Kuid seadusele endale

$$\frac{mv_1^2}{2} = mg(h - h_1) = mgh - mgh_1 = Ph - Ph_1. \text{ Siit}$$

$$\frac{mv_1^2}{2} + Ph_1 = Ph = \text{const.}$$

nagu ta siin väljendatud ei saa me lisada enam midagi. ... Ta on looduse absoluutne seadus».

26. Hõõrdumine. Hõõrdumisnähtus esineb, kui üks keha liigub või veereb mööda teise keha pinda. Esimesel juhul on meil tegemist liugehõõrdega, teisel — veeremishõõrdega. Liugehõõret põhjustavad kokkupuute pindade konarused, veeremishõõrdel lisandub sellele veel kokkupuutuvate kehade deformatsioon.

Hõõrdumistung (f) on rakendatud liikuvale kehale liikumisele vastassuunas ja on võrdeline normaal- ehk ristirõhumisega (N). Liugumisel on hõõrdumistungi (f) ja normaalrõhumise (N) suhe kahe antud kokkupuutepinna puhul konstantne ja nimetatakse hõõrdumiskoeffitsiendiks ehk hõõrdeteguriks (k), seega $k = \frac{f}{N}$, millest $f = kN$. Hõõrdetegur on dimensioonita suurus.

Katsed näitavad, et hõõrdumistung liikumisel on väiksem kui sama keha maksimaalne hõõrdumistung keha paigal olles.

Hõõrdetegur võrdub nn. hõõrdenurga tangensiga, mis võimaldab hõõrdetegurit hõlpsasti määrata.

Hõõrdumistung veeremisel (f) väljendub valemiga $f = k_v \frac{N}{R}$, kus k_v on hõõrdetegur veeremisel, N -normaalrõhumine ja R -veereva keha raadius. Valemist nähtub, et hõõrdetegur k_v on dimensiooniga suurus, mille nimetus peab ühtima R -i nimetusega.

Hõõrdumine veeremisel on mõnikümmend korda väiksem kui liugumisel, seepärast kasutatakse hõõrdumise vähendamiseks kuul-laagreid.

Kui hõõrdumisel kokkupuutuvad pinnad on kuivad, siis on tegemist $k_{i v a h \ddot{o} \ddot{o} r d u m i s e g a$, kui aga kahe tahke keha pinda vahel on mõnesugune vedelik, siis on meil $m \ddot{a} r g h \ddot{o} \ddot{o} r d u m i n e$. Sel juhul määrdeaine üks kiht nihkub mööda sama aine teist kihti. See vähendab hõõrdumist 8—10 korda, sest vedeliku osakeste hõõrdumine üksteise vastu on suhteliselt väike.

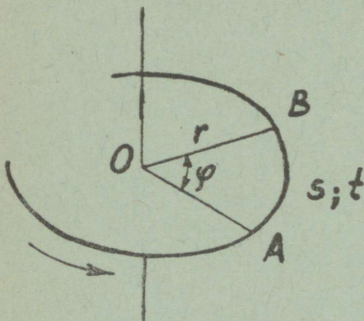
Määriva vedeliku mõju hõõrdumisel mitmesugustes tingimustes (kiirus, rõhumine, temperatuur, määrdekihi paksus, määrde sisehõõrdumine jt.) uuris põhjalikult vene füüsik Nikolai Petrov (1836—1920).

Hõõrdumistung ühelt poolt takistab liikumist, teiselt poolt ilma hõõrdumiseta puuduks meil maapinnal vajalik toetuspunkt ja me ei saaks liikuma hakatagi. — Tehnikas kasutatakse hõõrdumist tungi ülekandeks rihmade abil või otsese kokkupuutumise teel (friktsoon-ülekanne).

27. Kindel keha. Raskus- ja masskese. Kindel keha on selline, mis ei deformeeru milliste tahes rakendatud tungide mõjul. Reaalsed kehad, olgu nad nii kõvad kui tahes, ikkagi deformeeruvad, kui neile rakendada tunge. — Kindlaid kehi võime vaadelda kindlalt (kalgilt) ühendatud ainepunktide koguna. Vahest termini

«kindel keha» asemel kasutatakse ka termineid: «absoluutselt kindel keha» või «jäik keha».

Kui kindel keha asetseb ühtlases raskusväljas, siis võime kõik selle keha osakestele mõjuvad raskustungid asendada kogu keha raskusega, mis on rakendatud nn. raskuskeskmes ehk raskuspunktis. Samasse punkti võime kujutleda koondununa kogu keha aine, järelkult ka massi. Sel juhul nimetatakse seda punkti masskeskmeks ehk -tsentriks. Nii raskus- kui masskeske on vaadeldava keha esindajad — esimene selle keha raskuse, teine — inertsuse seisukohast.



Joon. 13.

28. Pöörliikumine. Nurkkiirus ja -kiirendus. Kehade liikumised jagunevad kahte rühma: a) kulg- ehk translatoorne liikumine kui selline, kus milline tahes liikuva kehaga ühendatud sirge jääb liikumisel rööpseks oma esialgse asendiga. Keha kulgliikumise teed iseloomustab selle keha iga punkti liikumise tee. b) Pöör- ehk rotatoorne liikumine, kus pöörlemisteljel asetsevad punktid püsivad paigal, kuna kõik teised keha punktid liiguvad ümber pöörlemistelje ringjoonelisi teid mööda (joon. 13).

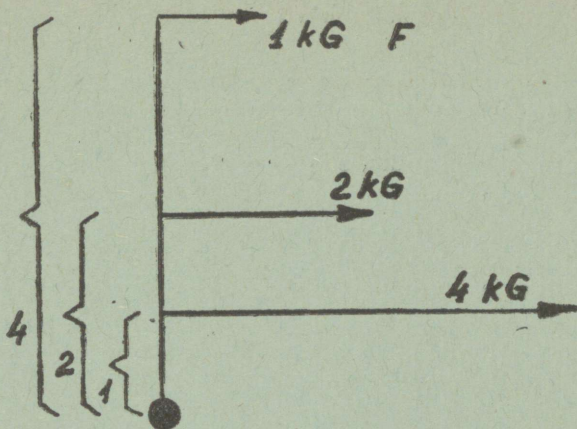
Kulgliikumist iseloomustab läbitud tee (s), vastav aeg (t), jookiirus (v) ja -kiirendus (a). Pöörliikumisel neile kulgliikumise karakteristikule vastavad: pöördenurk radiaanides (φ) keha mis- tahes punkti ringlemisel ümber telje, vastav aeg (t), nurkkiirus (ω) ja nurkkiirendus (ε).

Joonisest nähtub, et $\varphi = \frac{s}{r}$. Nurkkiirus $\omega = \frac{\varphi}{t}$. Punkti A jookiirus $v = \frac{s}{t}$. Et $s = \varphi r$, siis $v = \frac{\varphi r}{t} = \omega r$. Nurkkiirus kui vektor kujutatakse pöörlemisteljel vastavalt parema käe kruvi reeglile.

$$\text{Nurkkiirendus } \varepsilon = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}.$$

29. Pöördemoment. Tungi mõju keha pöörlema panemisel ole- neb tungi suurus, suunast ja rakenduspunkti asukohast. Vaat- leme tungi, mis mõjub kehale pöörlemisteljega risti olevas tasandis. Katse näitab, et sel juhul pöörlema panevat mõju avaldab pöörlemis- raadiusega risti olev tungi komponent, kuna raadiuse sihis võetud tungi komponent püüab ainult telge paigalt nihutada. Samuti järg- neb katsest, et sama pöörlemisefekti saame alati, kui raadiusega

risti mõjuva tungi ja telje kauguse tungi sihist korrutised on võrdsed (joon. 14): $4 \cdot 1 = 2 \cdot 2 = 1 \cdot 4$, üdjuhul Fh . Seda pöördliikumist

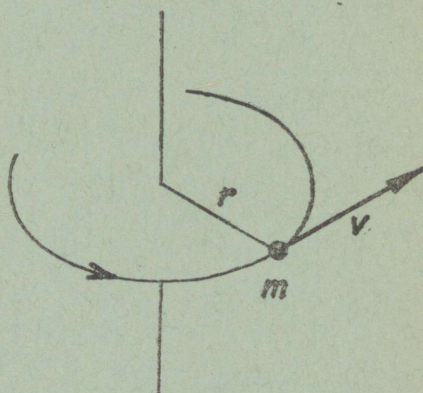


Joon. 14.

iseloomustavat suurust nimetatakse pöördemomendiks (ka tungimomendiks) ja tähistatakse M -ga. Seega $M = Fh$. Pöördemoment on vektor, mis kujutatakse pöörlemisteljel suunaga vastavalt parema käe kruvi reeglile.

Pöördliikumisel pöördemoment (M) vastab tungile (f) kulgliikumisel. Sõna moment ei tähenda siin aega, vaid mõju (lad. k. *movimentum* — liikumine, mõju).

30. Pöörleva keha kineetiline energia. Pöörrelgu ainepunkt massiga m ümber telje (vt. joon. 15). Kulgliikumist iseloomustavate suuruste abil väljendub selle ainepunkti



Joon. 15.

kineetiline energia (E) hoo valemiga: $E = \frac{mv^2}{2}$. Et $v = \omega r$, siis

asendades saame: $E = \frac{m(\omega r)^2}{2} = \frac{mr^2 \cdot \omega^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2}$, kui mr^2 tähistada I -ga. Suurust $I = mr^2$ nimetatakse inertsimomendiks. Pöörd-

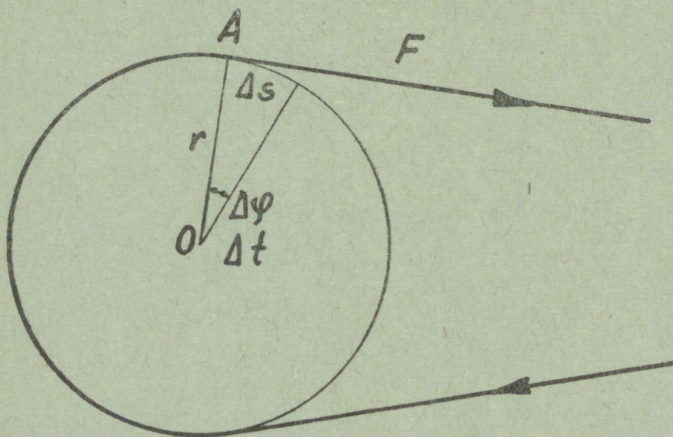
liikumisel inertsimoment I vastab massile m kulgliikumisel. Valem $\frac{I\omega^2}{2}$ on täiesti analoogiline hoo valemiga $\frac{mv^2}{2}$ kulgliikumisel: inertsimoment vastab massile ja nurkkiirus joonkiirusele. Selle valemiga on võimalik määrata iga pöörleva keha kineetilist energiat, kui on teada inertsimoment ja nurkkiirus.

Lihtsamatel juhtudel on võimalik keha inertsimomenti määrata matemaatiliselt, näiteks ühtlase ketta puhul ketta tsentrit risti kettaga läbiva telje suhtes on inertsimoment $\frac{1}{2} mr^2$, kui aga pöörlemistelg on ketta tasandis, siis $\frac{1}{4} mr^2$, ühtlase kera puhul $\frac{2}{5} mr^2$.

Keerukamatel juhtudel määratakse inertsimoment katseliselt.

Katseid: a) Oõnsa ja umbse sama raske silindri veeremine kaldpinnal, õõnes jõuab ette; b) Maxwelli pendel näitab, kuidas ratta kineetiline energia pöörlemisel muundub potentsiaalseks ja ümberpöördukt.

31. Pöörlemishulk ja pöördeimpulss. Olgu pöörlevale rattale (joon. 16) punktis A rakendatud (rihma kaudu) tung F , siis selle



Joon. 16.

tungi pöördemoment $M = Fr$. Nihkugu tungi F rakenduspunkt õige väikese ajavahemiku Δt jooksul edasi Δs võrra. Siis tungi F töö selle ajavahemiku kestel $\Delta A = F\Delta s = Fr\Delta\varphi = M\Delta\varphi = M\omega_0\Delta t$, kui ω_0 on pöõlemise nurkkiirus. Rihma tõmbe mõjul muutub ratta nurkkiirus Δt jooksul $\Delta\omega$ võrra, ühes sellega ka ratta pöõrlemise kineetiline energia.

$$\Delta E = \frac{I(\omega_0 + \Delta\omega)^2}{2} - \frac{I\omega_0^2}{2} = \frac{I}{2} (\omega_0^2 + 2\omega_0\Delta\omega + \Delta\omega^2 - \omega_0^2) = I\omega_0\Delta\omega.$$

Liige $\Delta\omega^2$ on jäetud arvestamata, sest ta on praktiliselt null.

Ratta kineetilise energia muutus toimus rihma kaudu tehtud töö arvel, järelikult $\Delta E = \Delta A$ ja $I\omega_0 \Delta\omega = M\omega_0 \Delta t$, millest $I\Delta\omega = M\Delta t$ ja $M = I \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$. Et suhe $\frac{\Delta\omega}{\Delta t}$ on nurkkiirendus ϵ , siis võtab eelmine valem kuju: $M = I\epsilon$, mis pöördliikumise seisukohalt vastab valemile $f = ma$ kulgliikumisel, s. o. ta väljendab Newtoni teist seadust pöördliikumisel.

Edasi valemist $I\Delta\omega = M\Delta t$ saame: $I\omega - I\omega_0 = M\Delta t$. Pöörleva keha inertsimomendi I ja nurkkiiruse ω korrutist nimetatakse selle keha pöörlemishulgaks, analoogselt kulgliikumise liikumishulgale (mv). Korrutis $M\Delta t$ kannab pöördeimpulsi nime, analoogselt tungimpulsile ($f\Delta t$) kulgliikumisel. Kasutades neid termineid võime seose $I\omega - I\omega_0 = M\Delta t$ sõnastada järgmiselt: pöörlemishulga muutus võrdub pöördeimpulsiga. Saadud seos on jällegi täiesti analoogne kulgliikumisel saadud seosele: $mv - mv_0 = f\Delta t$.

Tuleb silmas pidada, et pöörlemishulka ($I\omega$) nimetatakse teisiti veel liikumishulga (mv) momendiks (analoogselt pöördemomendile). Tõepoolest $mv \cdot r = m\omega r \cdot r = mr^2\omega = I\omega$.

Kui pöörlemise kestel muutub ka keha inertsimoment, siis eelmine pöörlemishulga lause väljendub: $\Delta(I\omega) = M\Delta t$.

32. Pöörlemishulga jäävus. Isoleeritud süsteemis kehtib liikumishulga jäävus, samuti pöörlemishulga jäävus. Tõepoolest, kui isoleeritud süsteemis tekib mõnesugune pöördemoment (M), siis Newtoni III seaduse põhjal peab tekkima ka sama suur, kuid vastasuunas mõjuv pöördemoment, järelikult nende pöördeimpulsside summa on null. Seetõttu peab olema null ka pöörlemishulga muutus $\Delta(I\omega)$, ehk teisiti: $I\omega = \text{const}$.

Katseid ja näiteid: katseid pöörleval pingil, kus inertsimomendi suurenemisel nurkkiirus väheneb ja ümberpöördukt; Maa pöörlemine, saltod spordis, pöörlemine ühel jalal jne.

33. Gravitatsiooni seadus. Planeedid pöörlevad ümber telje ja tiirlevad enam-vähem ringjoonelisi teid mööda ümber Päikese. Tekib küsimus: mis moodustab ringliikumiseks vajaliku tsentripetaalse tungi? Selleks on kõigi kehade vahel mõjuv üldine gravitatsiooni ehk tõmbetung. Newton (1687) esimesena formuleeris gravitatsiooniseaduse järgmiselt: kaks ainepunkti tõmbuvad neid ühendava sirge sihis tungiga, mis on võrdeline nende masside (m_1 ja m_2) korrutisega ning pöördvõrdeline nendevahelise kauguse (r) ruuduga. Valemina väljendub gravitatsiooni seadus järgmiselt:

$$f = k \frac{m_1 m_2}{r^2}.$$

Võrdetegur k , n. n. gravitatsioonikonstant, oleneb ühikute valikust. CGS-süsteemis, kus f mõõttub düünides, m — grammides ja r — cm-tes, $k = 6,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{cm}^3}{\text{g} \cdot \text{sek}^2}$.

Hariliku murruna väljendatuna on $k = \frac{1}{15\,000\,000} \frac{\text{cm}^3}{\text{g} \cdot \text{sek}^2}$.

Mõõtühikute süsteemi muutmisel muutub vastavalt ka gravitatsiooni konstandi arvuline väärtus.

34. Klassikalise mehaanika rakendatavuse piirid. Newtoni poolt formuleeritud mehaanika põhilised seadused moodustavad nn. klassikalise mehaanika baasi. Need seadused pole mingi väljamõeldis, vaid praktika ja katse andmete oskusliku üldistamise tulemus. Loomulikult võime klassikalise mehaanika seadusi rakendada kehade puhul, millede mõõted on suhteliselt suured, liikumiskiirused aga suhteliselt väikesed, s. o. makroskoopiliste kehade puhul, millede liikumiskiirus võrreldes valguskiirusega on väike.

Juhul aga kui meil on tegemist üksikute aatomite või teiste elementaarosakeste (mikroskoopiliste kehade ehk mikroosakeste) liikumisega, siis klassikalise mehaanika seadused ei ole otseselt rakendatavad. Mikroosakeste liikumisi käsitleb nn. kvantmehaanika.

Klassikalise mehaanika seadused pole rakendatavad ka juhul, kui makroskoopilised kehad liiguvad kiirusega, mis on võrreldav valguse kiirusega.

3. ELASTSUS.

35. Elastsus ja plastilisus. Tungi mõjul võib muutuda keha suurus ja kuju. Elastsuseks nim. kehade omadust taastada oma suurus ja kuju peale tungi mõju lakkamist. Näit. vedru venitamine, kummipalli kokkusurumine jne. Muutusi — deformatsioone, mis kaovad peale tungi mõju lakkamist, nim. elastseteks deformatsioonideks.

Kui tekitatud deformatsioon jääb püsima, siis nim. seda plastiliseks deformatsiooniks, ja kehade omadust säilitada tekkinud deformatsioone — plastilisuseks. Näit.: savi vormimine, metallide valtsimine jne.

Aineid, mis võimaldavad silmapaistvalt suuri elastseid deformatsioone, nim. elastseteks (kummi, teras) ja silmapaistvalt plastiliste deformatsioonidega aineid plastilisteks (plastiliin, plii). Üldiselt on väikesed deformatsioonid elastsed ja suured plastilised.

36. Hooke'i seadus. Elastse deformatsiooni ja mõjuva tungi suuruste vahel on kehtiv võrdeline olenevus, mida nim. Hooke'i seaduseks. Tähtsime deformatsiooni suuruse D -ga ja mõjuva tungi F -ga, siis

$$D = kF,$$

kus k on võrdetegur. Seaduse sõnastus: deformatsioon on võrdeline tungiga. D võib tähendada mitmesuguseid deformatsioone: ruumala muutust, pikenemist venitusel, paindumist, pöördenurka, nihet jne.

37. Deformatsioonide liigid. Tungi mõjul tekkinud deformatsioone jagatakse sageli viide liiki: venitus, surve, nihe, paine ja vääne.

Joonisel 17 on need tüübid kujutatud vedru-
dega ühendatud plaatidest koosneva mudeli abil. Deformeerivad tungid on kujutatud vastavate nooltena. Venitusel suureneb ja surve puhul väheneb plaatide vaheline kaugus.

Painde puhul plaatide vahekaugus ühes osas suureneb ja teises väheneb. Keskel asub lõige, kus vahekaugus ei muutu. Seda lõiget nim. neutraalseks kihiks. Nihkel nihkuvad plaadid üksteise suhtes kindlas suunas teatud pikkuse võrra. Väändel toimub samuti nihkumine, kuid üksikud plaadid pöörduvad oma tasandis ja üksikute plaadi osade nihkumine sõltub osa kaugusest pöördeteljest.

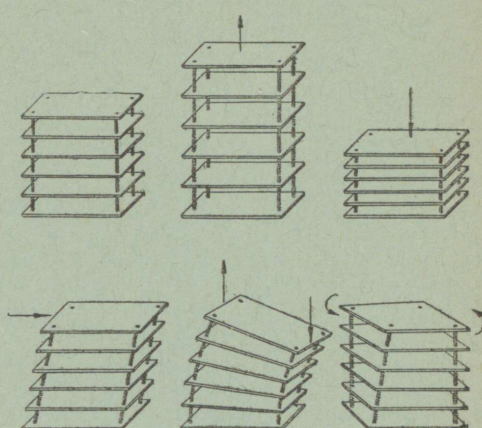
Kirjeldatud deformatsioonid esinevad tahkeis kehis ja muudavad molekulide vahelisi kaugusi ning asetust. Paljudel juhtudel esineb mitu deformatsiooni liiki koos.

38. Young'i moodul. Venitusel, survele ja paindel esineb olulise nähtusena molekulide vahelise kauguse muutus. Neid deformatsioone võib iseloomustada ühise võrdeteguri abil, mis seostab deformatsiooni suurust deformeeriva tungi suurusega.

Näiteks venititava traadi pikenemise kohta võime katseandmete põhjal kirjutada järgmise seose:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \frac{Fl}{S},$$

kus Δl on traadi pikenemine venitava tungi F mõjul, l traadi pikkus



Joon. 17.

ja S ristlõike pindala ning E traadi ainet iseloomustav konstant, mida nim. Young'i ehk elastsuse mooduliks.

Mida suurem on aine Youngi moodul, seda vähem deformeeruvad sellest ainest esemed tungi mõjul.

Seosest $E = \frac{l}{S} \frac{F}{\Delta l}$ nähtub, et mooduli mõõtühikuks on tung pinnaühikule. CGS-süsteemis düün/cm². Praktikas kasutatakse ühikuna kG/mm².

Ainete Youngi mooduleid:

Alumiinium		7400 kG/mm ²
Puit, piki kiudu	900—	1300 „
Raud, teras	21 700—	22 000 „
Plii		1700 „
Vask		12 000 „

39. Viljakõrte ja luude ehitus. Viljakõrte ja luude oluliseks ülesandeks on organismi teatud osade toetamine. Kõige rohkem alluvad nad paindele. Paindel venitatakse ja surutakse kokku esemete väliskihete. Seesmissi osi koormatakse suhteliselt vähem. Sama materjali kuluga saavutatakse maksimaalne vastupanu igakülgsel paindele ümmarguste õõnsate konstruktsioonidega, nii nagu seda näeme ka viljakõrte ja pikkade toruluude ehitusest.

40. Elastselt deformeeritud keha energia. Deformatsiooni tekitamisel teeme tööd ja selle töö arvel tekib deformeeritud kehas teatud energiavaru, mis vabaneb deformatsiooni kadumisel. Elastselt deformeeritud keha energia on võrdne deformeeriva tungi F ja tekkinud deformatsiooni poole korrutisega. $E = \frac{1}{2} FD$. Hooke'i seaduse põhjal on $F = kD$. Asendame eelmisse seosesse ja leiame, et energia on võrdeline deformatsiooni ruuduga.

$$E = \frac{1}{2} kD^2.$$

41. Elastsuse järelmõju ja hüsteresis. Suure elastsusega kehade (näit. kummi) elastsed deformatsioonid ei kao otsekohe peale deformeeriva tungi mõju lakkamist. Endise olukorra taastumiseks kulub aega. Seesugust nähtust nim. elastsuse järelmõjuks. Ta põhjustab ajakulu, kuid ei tekita energiakadu, sest deformatsiooni kadumisega vabaneb ka energia.

Sageli aga selgub, et endise oleku taastumine ei toimu isene- sest täielikult. Püsima jääb väike osa deformatsioonist, mille saame kaotada alles endisele tungile vastassuunalise tungi rakendamisega. Sellist nähtust nim. elastsuse hüsteresisiks (kreeka k. hüsteresis — järele jääma).

4. VÖNKUMISED.

42. Võnkliikumine. Iga võnkuv keha omab üht tasakaaluasendit, milles ta võib püsida kuithes kaua. Nii on kella pendli tasakaaluasendiks vertikaalasend. Kui keha viiakse tema tasakaaluasendist välja, tekib tung, mis püüab teda tasakaaluasendisse tagasi viia, s. o. nn. direktsioonitung. Pendli puhul (joon. 18) on direktsioonitungiks pendli niidiga risti olev raskustungi komponent f .

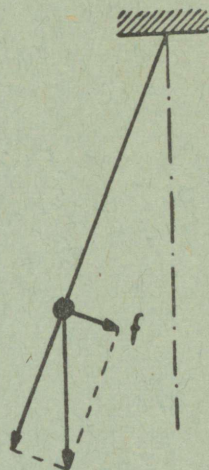
Direktsioonitung viib keha ainult tasakaaluasendisse tagasi, sealt ta liigub edasi inertsil mõjul uuesti tasakaaluasendist välja. Seega põhjustab võnkumist kaks tegurit — direktsioonitung ja inerts.

43. Harmooniline võnkumine. Harmooniline võnkumine on niisugune võnkumine, mille puhul direktsioonitung on võrdeline võnkuva keha kaugusega tasakaaluasendist.

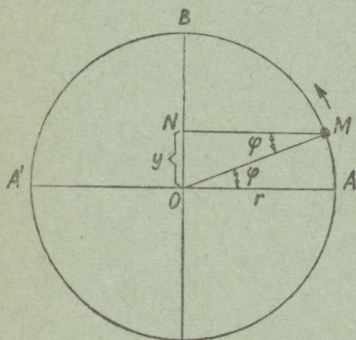
Kui punkt M (joon. 19) liigub ühtlaselt ringjoont mööda nurkkiirusega ω , siis selle punkti projektsioon diameetrile (N) võngub harmooniliselt.

Kui punkti M liikumine algab punktis A ning ajavahemiku t möödudes on tema jõudnud joon. 19 näidatud asendisse, siis punkti N kaugus tasakaaluasendist avaldub järgmiselt:

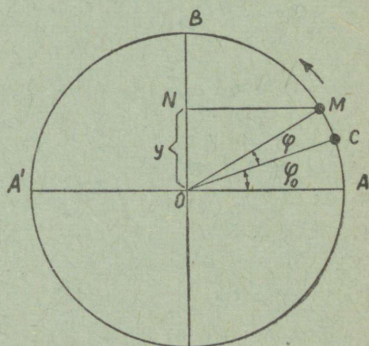
$$y = r \sin \varphi.$$



Joon. 18.



Joon. 19.



Joon. 19-a.

Kuna $\varphi = \omega t$, siis

$$y = r \sin \omega t.$$

Saadud seos on harmoonilise võnkumise võrrand niisugusel erandjuhul, kui punkti M liikumine algab punktist A . Üldjuhul aga, kui see liikumine algab kusagilt punktist C (joon. 19-a) ning ajavahemiku t möödudes on punkt M läbinud kaare CM , saame harmoonilise võnkumise võrrandi järgmisel kujul

$$y = r \sin(\varphi + \varphi_0)$$

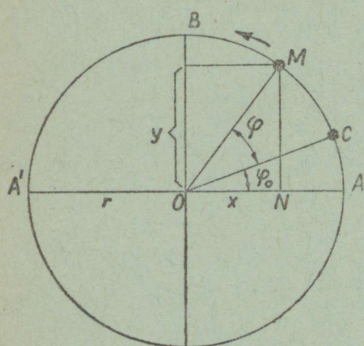
ehk

$$y = r \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Vaadeldes punkti M projektsiooni liikumist horisontaaldiameetrit mööda (joon. 20), saaksime harmoonilise võnkumise võrrandi kujul

$$x = r \cos(\omega t + \varphi_0),$$

mis on täiesti samaväärne eelpoolkirjutatud võrrandiga.



Joon. 20.

Võnkuva punkti jooksvat kaugust tasakaaluasendist (y) nimetame hälbeks ehk elongatsiooniks.

Hälbe maksimaalne väärtus (r) on võnkeamplituud.

Punkti M tiirlemise nurkkiirus (ω) nimetatakse ring- ehk nurksageduseks.

φ_0 on algfaas.

Peale nende suuruste kasutatakse harmoonilise võnkumise iseloomustamiseks veel perioodi ja sagedust.

Võnkeperioodiks (T) nimetame aega, mille kestel toimub üks täisvõnge (s. o. punkti N liikumine, mis vastab punkti M ühele tiirule).

Sageduse (ν) all mõistame täisvõngete (perioodide) arvu ühes ajahikus, seega

$$\nu = \frac{1}{T}$$

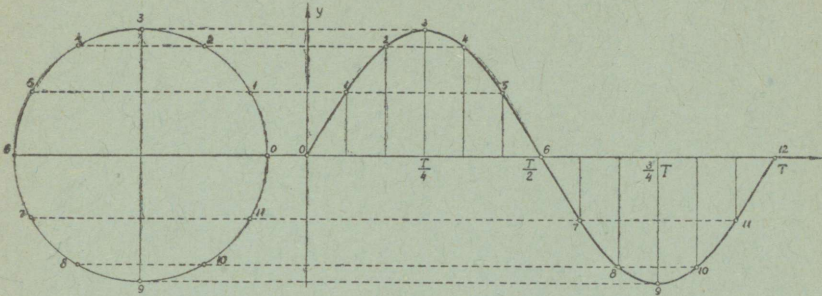
ja

$$\omega = 2\pi\nu.$$

Kasutades sagedust ja perioodi, võime harmoonilise võnkumise võrrandi kirjutada veel kahel kujul:

$$y = r \sin(2\pi\nu t + \varphi_0),$$

$$y = r \sin\left(\frac{2\pi}{T}t + \varphi_0\right)$$



Joon. 21.

Joonis 21 kujutab harmoonilise võnkumise graafikut, s. o. kõveverat, mis näitab hälbe muutumise käiku olenevalt ajast.

Järgnevalt arvutame võnkuvale punktile mõjuva tungi (f) tema massi (m) ja liikumise kiirenduse (a) kaudu. Kiirenduse a määrame kui punkti M kiirenduse projektsiooni diameetrile. Kuna punkt M liigub ühtlaselt ringjoont mööda, siis tema kiirendus (tsentripetaalkiirendus)

$$a_n = \omega^2 r$$

ja võnkuvale punkti N kiirendus

$$a = \omega^2 r \sin \varphi$$

ehk

$$a = -\omega^2 y.$$

Märk « $-$ » on tingitud sellest, et a ja y on vastassuunalised.

Võnkuvale punktile mõjuv tung

$$f = ma$$

ehk

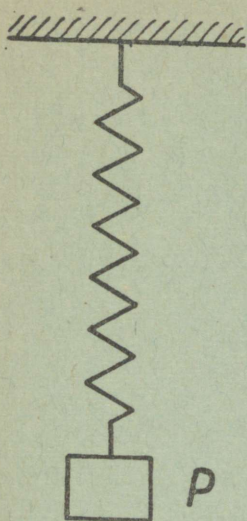
$$f = -m\omega^2 y,$$

kui tähistame $m\omega^2 = c$,

saame

$$f = -cy.$$

Kuna tung f on suunatud tasakaaluasendi poole, on tema direktsioonitugi. Seega vaadeldava võnkumise korral on direktsioonitung võrdeline võnkumise punkti kaugusega tasakaaluasendist, järelikult on vaadeldav võnkumine harmooniline.



Joon. 22.

44. Elastsed võnkumised. Kui joon. 22 kujutatud süsteemi keha P viia välja tasakaaluasendist, hakkab tema võnkuma elastsustungi mõjul. Seejuures keha P kaugus (y) tasakaalu asendist on võrdeline elastsustungiga (Hooke'i seadus), mis on suunatud tasakaalu asendi poole:

$$f = -cy.$$

Siit järgneb, et elastsed võnkumised on harmoonilised. Nende võnkumiste sageduse arvutamiseks kasutame varem (§ 43) saadud seost

$$m\omega^2 = c,$$

kust

$$\omega = \sqrt{\frac{c}{m}}$$

ehk

$$v = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{c}{m}} \quad \text{ja} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{c}}$$

v on antud süsteemi nn. omavõnkesagedus, mille määravad tema mehaanilised karakteristikad (c, m).

45. Matemaatiline pendel. Matemaatiliseks pendliks nimetame kaaluta ja venimatu niidi otsa riputatud ainepunkti, mis võib võnkuda vertikaaltasandis raskustungi mõjul. Tegelikult võime matemaatiliseks pendliks pidada peenikese niidi otsa riputatud väikest rasket kuulikest, mis võngub vertikaaltasandis. Küllalt väikeste amplituudide puhul võib sellise pendli võnkumist pidada teatud täpsusega harmooniliseks.

Olgu pendli mass m ja pikkus l (joon. 23). Oletame, et pendli võnkeamplituud on nii väike, et kuulikese hälveid võib pidada horisontaalseteks. Direktsioonitugi on niidiga risti olev raskustungi mg komponent $f = mg \sin \varphi$. Niiti mööda suunatud raskustungi komponendi tasakaalustab niidi reaktsioon. Kuna

$$\sin \varphi = \frac{x}{l},$$

siis

$$f = -\frac{mg}{l}x$$

s. o.

$$c = \frac{mg}{l}$$

Kasutades varem kirjutatud valemit (§ 44), saame kirjutada matemaatilise pendli võnkeperioodi järgmisel kujul

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{\frac{mg}{l}}}$$

ehk

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

Saadud valemist nähtub, et pendli võnkeperiood ei olene pendlikeha massist ega amplituudist, ta oleneb vaid pendli pikkusest ja raskuskiirendusest.

Suurte hälvete puhul saadud valem ei kehti, sel juhul tuleb teha vastavad parandused.

46. Harmooniliste võnkumiste liitmine. Ainepunkt võib võtta osa üheaegselt mitmest võnkumisest. Resulteeriv liikumine võib seejuures olla väga keeruline, kuid mõningatel erandjuhtumitel on see jällegi mingi võnkumine.

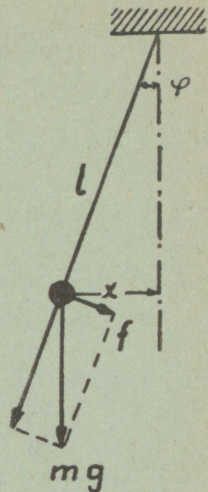
Vaatleme kahe harmoonilise võnkumise liitmist niisugusel erandjuhul, kui võnkumised on ühesihilised ja ühesuguste sagedustega, kuid erinevate amplituudide ja algfaasidega s. o. nn. võnkumiste interferentsi. Kirjutame nende võnkumiste võrrandid järgmisel kujul

$$y_1 = r_1 \sin(\omega t + \varphi_1),$$

$$y_2 = r_2 \sin(\omega t + \varphi_2).$$

Summaarne hälve on sel juhul üksikute hälvete algebraline summa

$$y = y_1 + y_2,$$



Joon. 23.

$$\begin{aligned}
 \text{s. o.} \quad y &= r_1 \sin(\omega t + \varphi_1) + r_2 \sin(\omega t + \varphi_2) = \\
 &= r_1 \sin \omega t \cos \varphi_1 + r_1 \cos \omega t \sin \varphi_1 + r_2 \sin \omega t \cos \varphi_2 + \\
 &\quad + r_2 \cos \omega t \sin \varphi_2 = (r_1 \cos \varphi_1 + r_2 \cos \varphi_2) \sin \omega t + \\
 &\quad + (r_1 \sin \varphi_1 + r_2 \sin \varphi_2) \cos \omega t.
 \end{aligned}$$

Tähistame

$$r_1 \cos \varphi_1 + r_2 \cos \varphi_2 = r \cos \varphi \quad (1)$$

ja

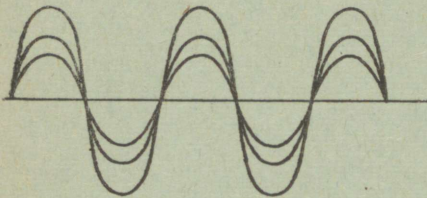
$$r_1 \sin \varphi_1 + r_2 \sin \varphi_2 = r \sin \varphi, \quad (2)$$

siis

$$y = r \cos \varphi \sin \omega t + r \sin \varphi \cos \omega t$$

ehk

$$y = r \sin(\omega t + \varphi).$$



Joon. 24.

Näeme, et resulteeriv liikumine on jälle harmooniline võnkumine, sama sagedusega, mis oli lähtevõnkumistel, kuid uue amplituudi ja algfaasiga, millised saab määrata lähtudes seostest (1) ja (2).

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{r_1 \sin \varphi_1 + r_2 \sin \varphi_2}{r_1 \cos \varphi_1 + r_2 \cos \varphi_2},$$

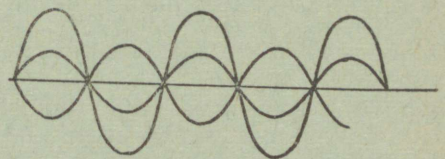
$$r = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 + 2r_1 r_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}.$$

Viimasest avaldisest näeme, et summaarse võnkumise amplituud on maksimaalne, kui $\varphi_1 - \varphi_2 = 2m \cdot \pi$ (joon. 24) ja minimaalne, kui $\varphi_1 - \varphi_2 = (2m + 1)\pi$, kus $m = 0, 1, 2, \dots$ (joon. 25).

$$r_{\max} = r_1 + r_2,$$

$$r_{\min} = r_1 - r_2.$$

Harmooniliste võnkumiste liitmise üldisematel juhtudel on resulteeriv võnkumine palju keerulisema iseloomuga.

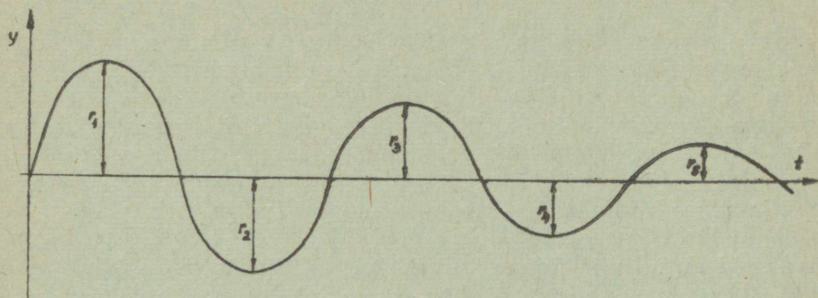


Joon. 25.

47. Summutatud võnkumised. Seni käsitatud teooria puudutab ideaalolukorras toimuvaid võnkumisi. Reaalsetes tingimustes ei võngu keha piiramatu aja kestel sama amplituudiga, amplituud aja-jooksul kahaneb kuni lõppeks keha jääb seisma tasakaaluasendisse.

Selliseid kahaneva amplituudiga võnkumisi nimetatakse summutatuiks.

Võnkumiste sumbumine on tingitud võnkuva süsteemi mehhaanilise energia hajumisest, viimase kutsub esile mitmesuguste liikumist takistavate tungide olemasolu (hõõrdumine, keskkonna takistus jms.). Nii § 44-s vaadeldud elastne võnkumine pole harmooniline, kui arvestada neid reaalseid tingimusi, milles ta toimub. Selle võnkumise amplituudi graafik on kujutatud joon. 26.



Joon. 26.

Amplituudi sõltuvuse ajast määrab seos

$$r = r_0 e^{-\sigma t},$$

milles σ kannab nimetust summutustegur.

Seega on vaadeldava võnkumise võrrand järgmine

$$y = r_0 e^{-\sigma t} \sin \omega_s t,$$

kus ω_s on summutatud võnkumise ringsagedus. Kuna summutamine mõjub perioodi pikendavalt on ω_s väiksem süsteemi omavõngete ringsagedusest ω .

48. Sundvõnkumised ja resonants. Sundvõnkumised esinevad juhul kui võnkumisvõimelisele süsteemile mõjub mingi väline perioodiline tung (näiteks kui joonisel 22 vaadeldud elastse süsteemi kinnituspunkti liigutada perioodiliselt üles-alla). Tähistame süsteemi omavõnkesageduse v_0 -ga ja kinnituspunkti liikumise sageduse v -ga.

Kui $v \ll v_0$, jälgib vedru otsas rippuva keha võnkumine hästi kinnituspunkti võnkumist.

Kui v järjest suurendada, suureneb ka sundvõngete amplituud ja saavutab maksimumi tingimusel $v = v_0$. Sel korral räägitakse resonantsi nähtusest. Resonantsi olukorras võib sundvõngete amplituud kasvada nii suureks, et osutub ohustatuks kogu süsteemi stabiilsus (järgneb süsteemi purunemine). Nii on tuttav asjaolu, et üle silla marsival kolonnil on keelatud taktisammul astuda, sest silla omavõnkesagedus võib olla lähedane marsirütmile.

Väga suure v korral ($v \gg v_0$) paneksime tähele vaid vaevalt märgatavat keha vabisemist (amplituud läheneb nullile).

Sundvõnkumised stabiliseeruvad alles teatud aja möödudes pärast perioodilise tungi mõjumise algust.

5. VEDELIKE JA GAASIDE MEHHAANIKA.

49. Vedelike kihiline ja keeriseline voolamine. Vaatleme ideaalse vedeliku voolamist. Ideaalseks nimetame vedelikku, millel puudub sisehõõrdumine ja mis pole kokkusurutav.

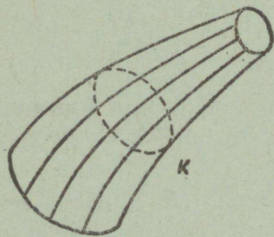
Nimetame vooluväljaks ruumi mille igas punktis on teatud kindel voolu kiirus. Vooluvälja iseloomustatakse voolujoontega.

Voolujooneks nimetame kõverat, mille puutuja igas kõvera punktis ühtib vedelikuosakese kiirusega selles punktis. Vooluvälja iseloomustamiseks joonestatakse voolujooned nõnda, et nende tihe-
dus voolu antud piirkonnas kujutab voolu kiirust selles piirkonnas. Üldiselt ei ole voolujoon osakese trajektor, ta vaid määrab temal asetsevate vedelikuosakeste liikumise suuna teataval hetkel.

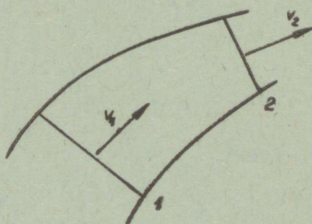
Voolujoonte omadusi:

- 1) voolujooned ei lõiku;
- 2) voolujooned algavad sealt, kust vedelik hakkab liikuma, ja lõpevad sinna, kus vedelik lakkab liikumast.

Kui võtame vooluväljas kindla kõvera K (joon. 27), siis selle kõvera kõiki punkte läbivad voolujooned moodustavad voolutoru.



Joon. 27.



Joon. 28.

Voolamisi liigitatakse.

1) statsionaarseteks, kus välja antud punktis kiirus ei olene ajast, ja mittestatsionaarseteks, millede korral kiirus välja antud punktis muutub ajaga.

2) kihilisteks (ehk laminaarseteks), kus vedelik liigub paralleelsete kihtidena, ja keeriselisteks (ehk turbulentseteks), millede korral vedelik liigub korrapäratute keeristena.

50. Pidevuse võrrand. Vaatleme voolutoru kahte ristlõiget 1 ja 2, milliseid iseloomustavad nende pindalad S_1 ja S_2 , vedeliku voolamise keskmised kiirused neis V_1 ja V_2 ning vedeliku tihedused ρ_1 ja ρ_2 (joon. 28).

Ajavahemiku t kestel voolab läbi nende ristlõigete vastavalt $S_1V_1tQ_1$ ja $S_2V_2tQ_2$ vedelikku.

Tingimusel, et vedelikus puuduvad tühjused, et vedelikku ei teki ega kao voolamise kestel, on need vedelikuhulgad võrdsed s. o.

$$S_1V_1tQ_1 = S_2V_2tQ_2$$

Kui vedelik on kokkusurumatu (teatud täpsusega aga võime seda öelda kõikide vedelike kohta), siis

$$Q_1 = Q_2$$

ja

$$S_1V_1 = S_2V_2$$

ehk

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

S. o. mittekokkusurutavate vedelikkude statsionaarsel voolamisel on voolukiirus pöördvõrdeline ristlõike pindalaga.

51. Bernoulli võrrand.

Vaatleme voolutoru lõiku ristlõigete 1 ja 2 vahel (joon. 29). Ristlõikeid isoleerivad nende pindalad S_1 ja S_2 , vedeliku keskmised kiirused neis V_1 ja V_2 ning nende «raskuskeskmete» kõrgused mingist horisontaalsest nivoost AB h_1 ja h_2 .

Olgu $V_2 > V_1$, s. o. vedelik voolab vaadeldavas piirkonnas kiirenevalt. Voolamist kiirendav tung on tingitud rõhkude p_1 ja p_2 vahest ($p_1 > p_2$).

Olgu ajavahemiku t jooksul kumbagi ristlõiget läbinud vedeliku mass m , siis neid ristlõikeid läbinud mehhaanilise energia hulgad on

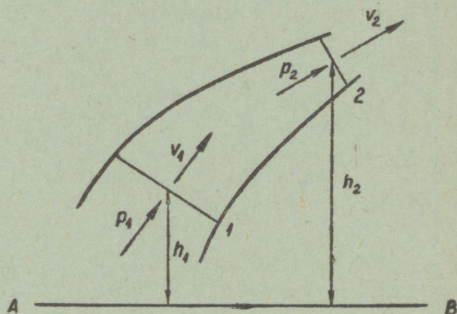
$$\frac{mV_1^2}{2} + mgh_1 \text{ ja } \frac{mV_2^2}{2} + mgh_2.$$

Ristlõigetes rõhumistungi töö vastavalt

$$p_1S_1V_1t \text{ ja } p_2S_2V_2t$$

ning energia jäävuse põhjal võime kirjutada:

$$\left(\frac{mV_2^2}{2} + mgh_2\right) - \left(\frac{mV_1^2}{2} + mgh_1\right) = p_1S_1V_1t - p_2S_2V_2t$$



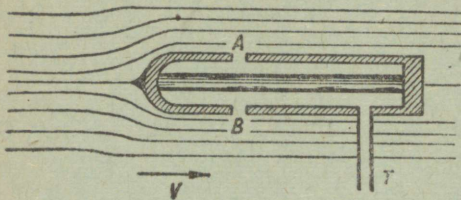
Joon. 29.

ehk

$$\frac{mV_1^2}{2} + mgh_1 + \rho_1 S_1 V_1 t = \frac{mV_2^2}{2} + mgh_2 + \rho_2 S_2 V_2 t.$$

Jagades saadud võrrandi mõlemaid pooli kumbagi ristlõiget läbi-
nud vedeliku ruumalaga

$$V = S_1 V_1 t = S_2 V_2 t$$



Joon. 30.

saame Bernoulli võrrandi järgmisel kujul:

$$\begin{aligned} \frac{\rho V_1^2}{2} + \rho gh_1 + p_1 &= \\ &= \frac{\rho V_2^2}{2} + \rho gh_2 + p_2, \end{aligned}$$

kus ρ on vedeliku tihedus.

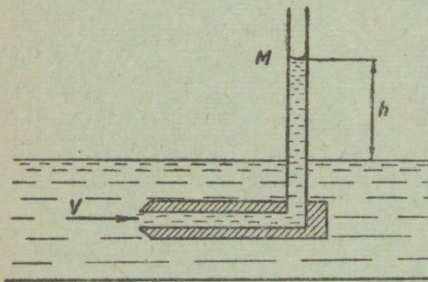
Horisontaalse voolu puhul, $h_1 = h_2$ ja $\frac{\rho V_1^2}{2} + p_1 = \frac{\rho V_2^2}{2} + p_2$.

Üldjuhul nimetatakse indekse kasutamata

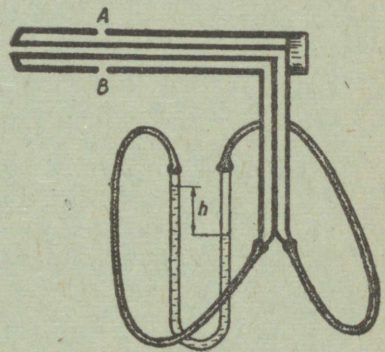
p — staatiline rõhk

$\frac{\rho V^2}{2}$ — dünaamiline rõhk

$p + \frac{\rho V^2}{2}$ — kogurõhk.



Joon. 31.



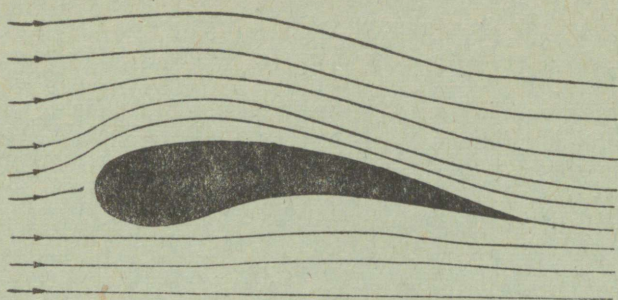
Joon. 32.

Seega horisontaalse voolu puhul on voolu staatilise ja dünaamilise rõhu summa jääv.

Staatilise rõhu mõõtmiseks voolavas vedelikus kasutatakse nn. sondi (joon. 30), kogurõhk mõõdetakse Pitot' toru abil (joon. 31),

nende kahe seadme kombinatsioon — Prandtl'i toru — (joon. 32) võimaldab mõõta kogurõhu ja staatilise rõhu vahet, s. o. dünaamilist rõhku, ning arvutada vedeliku voolamise kiirust.

Bernoulli võrrandi abil on võimalik seletada mitmesuguste seadmete tööd (Bunseni põleti, pulverisaator, veejoapump jms.). Bernoulli võrrandi abil on seletatav ka liikuva lennuki püsimine



Joon. 33.

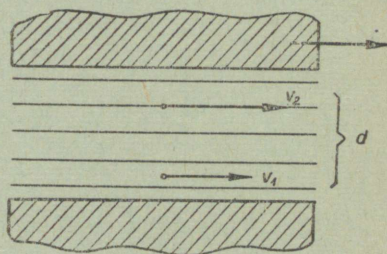
õhus; lennuki kandepinnale mõjub nn. aerodünaamiline üleslükke, mis on tingitud staatiliste rõhkude vahet kandepinna alumisel ja ülemisel pinnal (ülemisel pinnal on õhu osakeste kiirus suurem, seega staatiline rõhk väiksem kui kandepinna all).

52. Sisehõõrdumine vedelikes ja gaasides. Sisehõõrdumiseks nimetatakse aine omadust avaldada vastupanu selle aine üksikute kihtide liikumisele üksteise suhtes.

Newton andis sisehõõrdumistungi määramiseks valemi:

$$F = \eta \frac{v_2 - v_1}{d} S,$$

kus v_2 ja v_1 on kahe vedelikukihi kiirused, d — nende vaheline kaugus, S — kihtide pindala ja η — sisehõõrdumiskoeffitsient, mis iseloomustab vaadeldavat vedelikku.



Joon. 34.

Sisehõõrdumiskoeffitsienti mõõdab pinnaga paralleelselt raken-datud tungi suurus düünides, mis on vajalik, et hoida ühtlaselt liikvel 1 cm² suurust pinda teise, temaga paralleelse ja 1 cm kaugusel oleva pinna suhtes kiiruste vahega 1 cm/sek.

Newtoni valemist järgneb, et sisehõõrdumiskoeffitsiendi ühik CGS-süsteemis — puas — mõõhtub $\frac{g}{cm \text{ sek}}$ -s.

Sisehõõrdumine on omane ainele kõigis kolmes agregaatolekus. Gaaside sisehõõrdumiskoefitsiendid on tunduvalt väiksemad ja tahketel ainetel palju suuremad kui vedelikel. Sisehõõrdumiskoefitsiendi suurus oleneb aine temperatuurist, vedelike puhul ta väheneb ja gaaside puhul suureneb temperatuuri tõustes.

53. Stokes'i ja Poiseuille'i seadused. Stokes uuris kerakujulise keha liikumist suure sisehõõrdumisega vedelikus ning leidis, et niisugusele kehale mõjuv takistustung

$$F = 6\pi r v \eta,$$

kus r on kera raadius, v — tema liikumise kiirus ja η — vedeliku sisehõõrdumiskoefitsient.

Poiseuille toimetas täpseid uurimusi vedelikkude sisehõõrdumise kohta voolamisel kapillaatortorudes. Nende uurimuste tulemusena sai tema valemi

$$V = \frac{\pi r^4 p t}{8 \eta l},$$

kus V on ajavahemiku t jooksul läbi kapillaari voolanud vedeliku ruumala, r — kapillaari raadius, l — kapillaari pikkus, p — vedeliku rõhk ja η — sisehõõrdumiskoefitsient.

Stokes'i ja Poiseuille'i seadusi kasutatakse vedelike sisehõõrdumiskoefitsientide määramiseks vastavatel meetoditel (vt. F. pr. I §§ 55, 56).

III. MOLEKULAARFÜÜSIKA JA SOOJUSÖPETUSE ALUSED.

1. AINE MOLEKULAARKINEETILINE TEORIA.

54. **Lomonossovi ideed molekulide liikumise kohta.** Lomonossov avaldas oma tähtsaimad mõtted molekulaarliikumisest töös «Mõtisklused sooja ja külma põhjustest», mis ilmus 1744. a. XVIII saj. füüsikute hulgas, oli üldiselt tunnustatud nn. soojusaine teooria. Selle teooria järgi vaadeldi soojust kui mõnesugust hästi peent kaalutut materiat, mille hulgast kehas sõltus selle keha temperatuur. Nii näit. soojusjuhtivust seletati soojusaine voolamisega ühelt kehalt teisele. Keha, milles soojusaine hulk kasvas — soojenes, kuna keha, millelt soojusaine ära voolas, jahtus.

Lomonossovi järgi soojus on materia osakeste liikumine. Liikumine peab olema selline, et ta ei põhjustaks keha purunemist. Seepärast Lomonossov arvas, et «soojuse põhjus peitub seotud materia osakeste pöörlevas liikumises». Soojematel kehadel on pöörlemine kiirem, jahedamatel aeglasem. Seega Lomonossov seletas esmakordselt soojuse olemuse aineosakeste liikumisega, heites kõrvale eksliku soojusaine teooria.

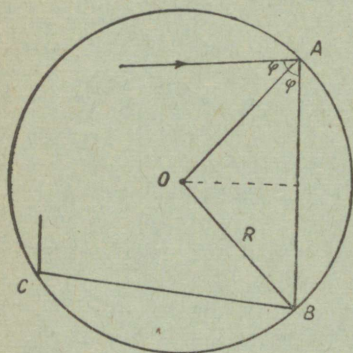
Kaasaegsete vaadete järgi on iga keha soojusaste (temperatuur) määratud keha koosseisu kuuluvate osakeste kineetilise energiaga (vt. p. 56).

55. **Molekulide liikumise iseloom gaasides, vedelikes ja tahketes kehaes ja nende ehitus.** Gaasid, vedelikud ja tahked kehad koosnevad molekulidest (või aatomeist, ionidest), mis on alalises nn. soojuslikus liikumises. Liikumise iseloom sõltub aine agregaatolekust. Gaasides on molekulid üksteisest keskmiselt niivõrd kaugel, et tõmbetunge nende vahel ei tarvitse arvestada. Liikumise vältel molekulid pörkuvad üksteisega, läbides tee pörkest pörkeni inertsi-aalselt. Kõige iseloomulikumaks molekulide liikumise omaduseks gaasides on selle korraldamatus — kaootilisus. See tähendab, et kõigis võimalikes suundades liigub alati võrdne arv molekule. Tahketes (kristalsetes) kehaes molekulid (aatomid, ionid) võnguvad mõnesuguste kindlate tasakaaluasendite ümber — nende asukoht kehas on muutumatu.

Vedelikkude molekulid liiguvad kaootiliselt, nii nagu gaasigi molekulid, kuid suurem tihedus tingib suurema pörgete arvu ja pörkest pörkeni läbitud tee on lühem. Vedelikkude molekulaarne struktuur ei ole veel täiesti selge. Nähtavasti see on gaasi ja tahkete kehade struktuuri vahepealne.

56. Gaaside kineetilise teooria põhivõrrandi tuletamine. Gaaside kineetilise teooria põhivõrrandi lihtsustatud tuletamiseks teeme järgmised eeldused:

1) asugu uuritav gaas kerakujulises anumam, mille raadius on R 2) gaas olgu hõrendatud sellisel määral, et iga gaasi molekul pörkab korduvalt vastu anumaseina, enne kui ta pörkab mõne teise molekuliga 3) molekulide pörked olgu täiesti elastsed (s. t. molekuli liikumise kiirused enne ja pärast pörget on suuruselt võrdsed). Võtame anumast vaatluse alla molekuli massiga m ja kiirusega v . Toimugu selle molekuli liikumine joonise tasapinnas ja tema pörkimine anumaseinaga punktis A . Ühes tasapinnas molekul liigub pörkimiseni mõne teise molekuliga, mille tagajärjel tema liikumise tasapind muutub. Elastse pörke korral pörkenurk ja lange misnurk (φ) on võrdsed ning molekuli liikumise tee koosneb reast võrdseist kõõludest AB , BC jne. (vt. joon. 35).



Joon. 35.

Ülesandeks on gaasi rõhu p ja gaasi molekule iseloomustavate suuruste nagu massi, kiiruse ja molekulide arvu vahelise seose leidmine. Vaadeldav molekul, pörkudes anumaseinaga punktis A , annab viimasele impulsi, mis võrdub liikumishulga muutusega $[\Delta(mv) = \int \Delta t]$ (vt. p. 20)]. Seega $mv \cos \varphi - (-mv \cos \varphi) = 2mv \cos \varphi$ (elastne pörge!), kus $v \cos \varphi$ on kiiruse normaalkomponent. Pörkest pörkeni läbitud tee pikkus on $AB = 2R \cos \varphi$. Kuna molekuli liikumise kiirus on v , siis ühes sekundis toimunud pörgete arv $\nu = \frac{v}{2R \cos \varphi}$. Molekuli poolt anumale ühes sekundis toimunud pörgete tagajärjel antud impulsi suurus on

$$2mv \cos \varphi \cdot \frac{v}{2R \cos \varphi} = \frac{mv^2}{R}$$

Kõigi anumaseinaga ruumalaga V olevate molekulide poolt seinale ühes sekundis antud impulsi suuruse leiame üksikute molekulide impulsside suuruste summeerimise teel. Kogu impulss avaldub järgmiselt $\frac{1}{R} \sum_{i=1}^n m_i v_i^2$ (n anumaseinaga olevate molekulide arv). Gaasi rõhu all me

mõistame risti pinnaühikuga mõjuva tungi suurust ($p = \frac{f}{S}$). Tungi suurus on võrdne ühes sekundis toimunud liikumishulga muutusega [$\Delta(mv) = f\Delta t = f \cdot 1$].

Seega rõhk p avaldub järgmiselt

$$p = \frac{\sum m_i v_i^2}{R \cdot 4\pi R^2} = \frac{\sum m_i v_i^2}{4\pi R^3} = \frac{\frac{1}{3} \sum m_i v_i^2}{\frac{4}{3} \pi R^3} = \frac{1}{3} \frac{\sum m_i v_i^2}{V} =$$

$$= \frac{\frac{2}{3} \sum \frac{m_i v_i^2}{2}}{V} = \frac{\frac{2}{3} E}{V}$$

kus $V = \frac{4}{3} \pi R^3$ on kera ruumala ja E kõigi ruumalas V olevate molekulide kineetilise energia summa.

Me näeme, et gaasi rõhk on võrdne kahe kolmandikuga ühe ruumiühiku kohta tulevast kineetilisest energiast.

Eelmisest seosest leiame, et $pV = \frac{1}{3} \sum m_i v_i^2$

Eeldades, et kõigi molekulide massid on võrdsed, saame

$$pV = \frac{1}{3} m \sum v_i^2 = \frac{1}{3} mn \frac{\sum v_i^2}{n}$$

Liiget $\frac{\sum v_i^2}{n} = \frac{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}{n} = \bar{v}^2$ me nimetame ruutkeskmise kiiruse ruuduks ja \bar{v} ruutkeskmiseks kiiruseks. Nii saame lõplikult gaaside kineetilise teooria põhivõrrandi

$$pV = \frac{1}{3} nm \bar{v}^2$$

Rakendades seost $p = \frac{2}{3} \frac{E}{V}$ ühe mooli gaasi kohta koos Clapeyroni-Mendelejevi võrrandiga $pV = RT$ (vt. p. 62), saame $RT = \frac{2}{3} E$, millest $T = \frac{2E}{3R}$

Gaasi absoluutne temperatuur on võrdeline gaasi molekulide kineetilise energiaga.

57. Browni liikumine. Vedeliku ja gaasi molekulide kaootilise liikumise tõendiks on inglise botaaniku Browni (l. braun) poolt 1827. a. tehtud tähelepanekud. Uurides mikroskoobiga kolloidlahustes lahustatud aine ülipeeni osakesi, märkas Brown, et need asuvad

pidevas siksakilises kaotilises liikumises. Nimetatud liikumine sai hiljem nimetuse *Browni liikumine*. Nähtuse võime seletada lähtudes aine molekulaarkineetilisest teooriast. Lahusti molekulid liikudes suurte kiirustega kõigis võimalikkudes suundades pörkuvad vastu lahustis hõljuvaid tahke aine osakesi. Kui osakese mõõdet on küllalt väikesed, hakkab tema liikumisele mõju avaldama ühes või teises meelevaldses suunas mõjuv suurem pörgete arv, mille tagajärjel osakese liikumise teeks kujuneb korrapäratu siksak. Tähen-dab, kolloidosakese liikumises peegeldub vedeliku molekulide kaootiline liikumine.

Browni liikumist võib märgata ka õhus hõljuvate ülipeente suitsukübemekeste juures. Tõugete andjaks suitsukübemekestele on siin õhu molekulid.

58. Molekulide kiiruse arvutamine. Gaasi molekulide ruutkeskmise kiiruse arvutamiseks lähtume gaaside kineetilise teooria põhivõrrandist

$$pV = \frac{1}{3} nm\bar{v}^2$$

Rakendame seda võrrandit ühe mooli gaasi kohta koos Clapeyroni-Mendelejevi võrrandiga (vt. p. 62) $pV = RT$. Järelikult

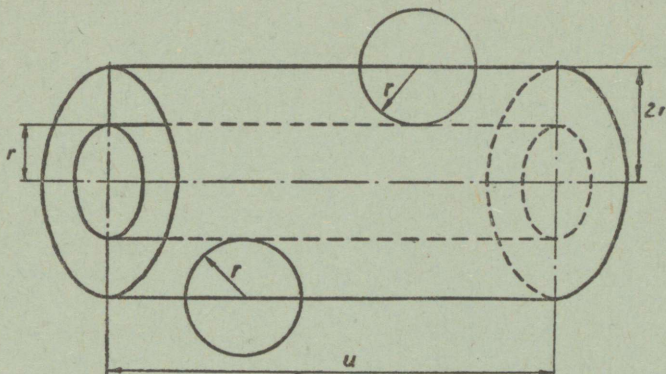
$\frac{1}{3} Nm\bar{v}^2 = RT$, millest $\bar{v} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$, kus $M = Nm$ ja tähendab ühe mooli gaasi massi. (N -Avogadro arv).

59. Avogadro arvu määramine. Avogadro arvu määramiseks võime edukalt kasutada Browni liikumisel põhinevat meetodit. Meetodi olemus seisneb järgnevas: projekteerime Browni liikumise millimeeterpaberile ja jälgime ühe osakese liikumist, fikseerides tema asukohad võrdsete ajavahemikkude τ järel. Ühendame saadud punktid omavahel sirglõikudega. Üksikute lõikude pikkused on juhuslikud, kuid väga pikki ja väga lühikesi esineb suhteliselt harva. Einstein (1905. a.) näitas, et meelevaldsele suunale võetud lõikude projektsioonide (x) ruutude keskmised väärtused (\bar{x}^2) rahuldavad võrrandit

$\frac{\bar{x}^2}{\tau} = \frac{A}{a\eta} \frac{T}{N}$, kus A on arvuline konstant, T — lahusti absoluutne temperatuur; a — osakese raadius, η — lahusti sisehõõrdumise tegur ja N — Avogadro arv. Määrates mõõtmiste abil \bar{x}^2 , osutus Perrinil (1909. a.) võimalikuks arvutada N . Varieerides suurusi a , τ , T ja η ta leidis, et Avogadro arvu väärtused kõiguvad $6,5 \cdot 10^{23} - 7 \cdot 10^{23}$ molekulini ühes moolis (temperatuuril 0°C ja rõhu 1 At korral).

Teiste täpsemate meetodite alusel määratud Avogadro arvu väärtuseks osutub $6,02 \cdot 10^{23}$.

60. **Vaba tee pikkus.** Molekulide liikumisel gaasis toimuvad nende põrkumised üksteisega. Sageli on otstarbekas teada molekuli poolt põrkest põrkeni läbitud keskmist tee pikkust, mida nimetame keskmiseks molekuli vaba tee pikkuseks. Selle määramiseks arutleme järgnevalt. Liikuv molekul raadiusega r põrkab ühe sekundi jooksul kõigi nende tema teel asuvate seisvate molekulidega, millede tsentrid on silindris raadiusega $2r$ (vt. joon. 36) ja pikkusega u (u on molekuli liikumise keskmine



Joon. 36.

kiirus). Silindri ruumala on $\pi(2r)^2 \cdot u$. Molekulide arv silindris on $\pi(2r)^2 u \cdot n$, kus n on keskmine molekulide arv 1 cm³-s. Keskmine põrgete arv sekundis $v_1 = n\pi(2r)^2 \cdot u$.

Arvestades aga asjaolu, et kõik molekulid liiguvad (mitte ainult meie poolt vaadeldav), tuleb põrgete arvu suurendada $\sqrt{2}$ korda.

$$v = 4\sqrt{2}\pi r^2 n \cdot u.$$

Tähistame keskmise vaba tee pikuse λ -ga, siis põrgete arv sekundis on $v = \frac{u}{\lambda}$

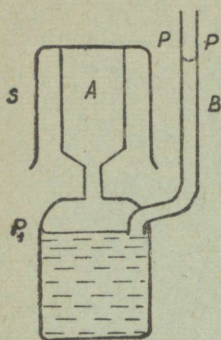
Vastandades saadud valemid, näeme, et

$$\lambda = \frac{1}{4\sqrt{2}\pi r^2 n}$$

Mõõtmised näitavad, et enamiku gaaside molekulide keskmised vaba tee pikkused 0° C ja 1 at rõhu korral on $\sim 5 \cdot 10^{-6}$ cm. Keskmine põrgete arv sekundis $\sim 10^{10}$.

61. **Levimise nähtused: difusioon, sisehõõrdumine, soojusjuhtivus.** Gaaside kineetilise teooria alusel on võimalik seletada kõiki nn. levimise nähtusi: gaaside difusiooni, sisehõõrdumist ja soojus-

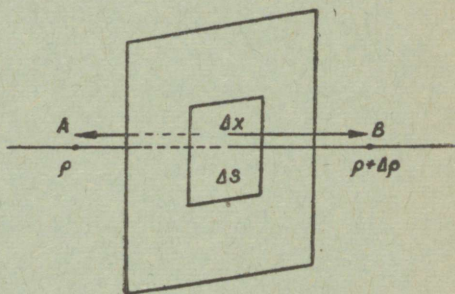
juhtivust. a) Gaaside difusiooni võime demonstreerida järgmiselt. Olgu meil kinnine poorne anum A , mis on ühendatud manomeetriga B (vt. joon. 37). Märgime manomeetris vedeliku nivoo asendi P_1P_1 -ga. Asetame poorsele anumale keeduklaasi S , millesse juhime valgustusgaasi. Viimane on õhust kergem, ning kogunedes keeduklaasi S , tõrjub sealt õhu välja. Valgustusgaasi molekulidel on liikumise keskmine kiirus suurem kui õhu molekulidel anumas A , mistõttu rohkem valgustusgaasi molekule tungib väljast anumasse A , kui sealt õhu molekule välja. Tagajärjeks on rõhu suurenemine anumas A , mida registreerib manomeeter B (vedeliku nivoo tõus asendisse PP). Keeduklaasi eemaldamisel anumas A olevad valgustusgaasi molekulid difundeeruvad välja ja rõhk langeb.



Joon. 37.

Difusiooni protsessi kvantitatiivseks iseloomustamiseks võtame vaatluse alla pinnaelemendi ΔS , mida läbib difundeeruv gaas. Olgu aja Δt vältel läbi pinnaelemendi ΔS difundeerunud gaasi mass ΔM ja tiheduse muutus pikkusühiku kohta $\frac{\Delta \rho}{\Delta x}$ (tiheduse gradient). Ilmselt peab ΔM olema võrdeline pinna suuruse ΔS -ga, difusiooni kestvusega Δt ja tiheduse gradiendiga. Järelikult $\Delta M = -D \left(\frac{\Delta \rho}{\Delta x} \right) \Delta S \Delta t$.

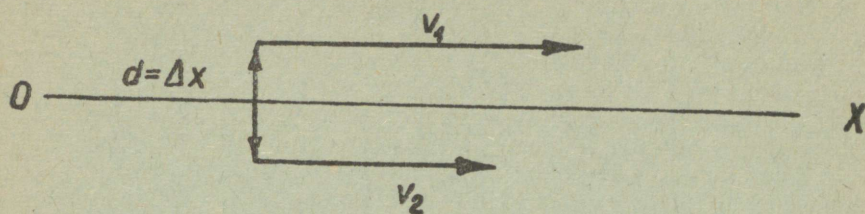
D nimetatakse difusiooni koefitsiendiks ja ta on arvuliseks võrdne gaasi massiga, mis ühes sekundis difundeerub läbi ühe ruutsentimeetri suuruse pinna ühikulise tiheduse gradiendi väärtuse korral. Tõepoolest, kui $\Delta \rho = 1 \frac{g}{cm^3}$; $\Delta x = 1 \text{ cm}$; $\Delta S = 1 \text{ cm}^2$; $\Delta t = 1 \text{ sek}$; siis $\Delta M = |D|$. Miinusmärk näitab, et difusioon toimub kahaneva tiheduse suunas.



Joon. 38.

b) Kujutleme liikuvast gaasist tasapinda OX , millest kõrgemal asuvad gaasi molekulid liiguvad paralleelselt selle pinnaga kiirusega v_1 ja allpool asuvad gaasi molekulid kiirusega v_2 . Oletame, et $v_1 > v_2$. Ülemises osas liikuvate molekulide liikumishulk on suurem kui alumises. Kaootilise liikumise tõttu teatav osa molekule tungib 1 sek vältel ülemisest osast alumisse ja vastupidi. Selle

tagajärjel ülemises osas olevate gaasi molekulide liikumishulk kahaneb, all aga kasvab. Ajaühikus toimunud liikumishulga muutus on võrdne kehale mõjuva tungiga. Seega mõlemad gaasi kihid mõjuvad teineteisele võrdvastupidiste tungidega. Tungid on paral-

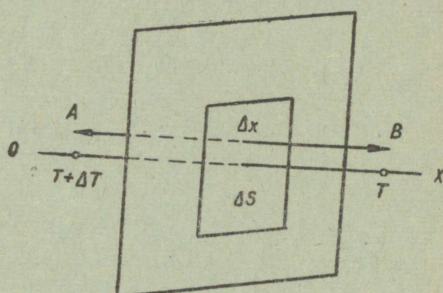


Joon. 39.

leelsed pinnaga OX , kusjuures alumisele gaasikihile mõjuva tungi suund ühtib kiiruse v_2 suunaga, ülemisele gaasikihile mõjuva tungi suund on aga vastupidine. Järelikult, meil on tegemist sisehõõrdumistungidega, mille põhjuseks on liikuvate molekulide liikumishulga ülekandmine ühest gaasi kihist teise. Sisehõõrdumistungi (f) suurus avaldub varem tuntud valemiga (vt. p. 52)

$$f = \eta \frac{v_2 - v_1}{d} \Delta S = \eta \frac{\Delta v}{\Delta x} \Delta S,$$

kus η nimetame gaasi sisehõõrdumisteguriks. Temperatuuri tõustes η suureneb, sõltudes veel ka gaasi liigist. Sisehõõrdumisteguri suurusjärguks gaasides normaaltin-gimustel on 10^{-4} puaasi.



Joon. 40.

$\frac{\Delta v}{\Delta x}$ — kiiruse gradient; ΔS — kokkupuutuvate gaasikihtide pindala.

c) Soojusjuhtivus vaadelduna makroskoopilisest seisukohast tähendab mingi soojushulga ΔQ ülekandmist soojemalt gaasikihilt jahedamale. Toimugu soojuse levimine suunas OX läbi pinna ΔS , mis on risti teljega OX (vt. joon. 40). Aja Δt jooksul läbi pinna ΔS läinud soojushulk ΔQ on seda suurem, mida suurem on pind ΔS ja mida kiiremini toimub temperatuuri langus suunas OX , s. t. mida suurem on temperatuuri gradient $\frac{\Delta T}{\Delta x}$. Me võime kirjutada

$$\Delta Q = -\kappa \left(\frac{\Delta T}{\Delta x} \right) \Delta S \Delta t$$

α nim. soojuslikuks erijuhtivuseks. Tema suurus sõltub gaasi liigist ja tingimustest, milles gaas asetseb. Miinusmärk tähendab soojushulga ΔQ kandumist temperatuuri kahanemise suunas.

Molekulaarkineetilise teooria alusel soojusjuhtivus seisneb järgnevas. Soojemas gaasi kihis asuvate molekulide keskmine kineetiline energia on suurem kui jahedamas kihis olevatel. Molekulid minnes soojemast kihist jahedamasse, annavad osa oma kineetilist energiat põrgete kaudu jahedamas kihis olevatele molekulidele. Jahedamas kihis olevate molekulide keskmine liikumise kiirus kasvab, mis vastab temperatuuri tõusule selles kihis. Soojem kiht samaaegselt jahtub. Järelikult soojushulga edasikandumine aine molekulaarkineetilise teooria alusel on ekvivalentse hulga kineetilise energia edasikandumine.

62. Clapeyron'i-Mendelejevi võrrand, selle erijuhud. Clapeyroni (l. klaperó) — Mendelejevi võrrandi tuletamiseks lähtume Boyle-Mariotte'i-Gay-Lussaci (l. boil-mario't-ge-lüssa'k) ühendatud valemist

$$pV = p_0V_0(1 + \gamma t),$$

kus p_0 ja V_0 on gaasi algrõhk ja ruumala 0°C juures; p ja V — lõpprõhk ja ruumala temperatuuril $t^\circ\text{C}$; γ — gaaside ruumpaisumise koefitsient. Arvestades, et $t = T - T_0$ (vt. p. 63) ja $\gamma = \frac{1}{273} = \frac{1}{T_0}$, saame eelmisest seosest:

$$pV = p_0V_0\left(1 + \frac{T - T_0}{T_0}\right)$$

ja siit

$$pV = p_0V_0 \frac{T}{T_0} = \frac{p_0V_0}{T_0} T$$

$$\text{Ehk } \frac{pV}{T} = \frac{p_0V_0}{T_0} = \text{const.}$$

Tähistame gaasi moolruumala normaaltingimustel ω -ga ($\omega = 22,4 \text{ l}$). Siis $V_0 = n\omega$, kus n on moolide arv. Järelikult

$$pV = \frac{p_0\omega}{T_0} nT$$

Kuna normaaltingimustel $p_0 = 1 \text{ At}$, $T_0 = 273^\circ\text{K}$ ja ω on konstantid, siis ka kogu avaldis $\frac{p_0\omega}{T_0}$ on konstantne, mida tähistame R -ga. Lõplikult

$$pV = nRT. \quad (1)$$

Saadud võrrandit nimetatakse ideaalse gaasi oleku võrrandiks e. Clapeyroni-Mendelejevi võrran-

diks. Suurust R nimetatakse universaalseks gaasi konstandiks, kuna tema väärtus ei sõltu gaasi liigist.

Seosest (1) järeldub:

a) kui $T = \text{const.}$, et siis ka $pV = \text{const.}$, s. t. me saime Boyle-Mariotte'i seaduse.

b) Kui $p = p_0 = \text{const.}$, saame $V = \frac{nR}{p_0} T$, millest järeldub, et ideaalse gaasi ruumala konstantse rõhu korral on võrdeline tema absoluutse temperatuuriga.

c) Kui $V = V_0 = \text{const.}$, saame $p = \frac{nR}{V_0} T$. Tähendab, konstantse ruumala korral on ideaalse gaasi rõhk võrdeline absoluutse temperatuuriga.

63. Absoluutne null. Absoluutne temperatuur. Absoluutse temperatuuri mõiste selgitamiseks lähtume Charles'i (l. šarl) valemist

$$p = p_0(1 + \gamma t),$$

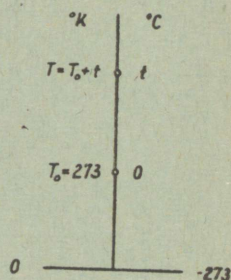
kus p_0 on gaasi rõhk 0°C juures ja p tema rõhk $t^\circ \text{C}$ juures. Leiame temperatuuri, mille juures gaasi rõhk on null, s. t. $p = 0$. Järelikult

$$p_0(1 + \gamma t) = 0.$$

Et $p_0 \neq 0$, siis $1 + \gamma t = 0$, millest $t = -273^\circ \text{C}$.

Temperatuuril $t = -273^\circ \text{C}$ lakab gaasi molekulide translatoorne liikumine (rõhk puudub).

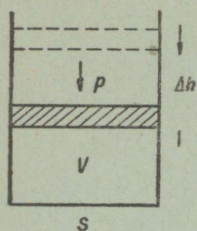
Seda temperatuuri nimetatakse absoluutseks nulliks. Valides absoluutse nulli temperatuuriskaala nullpunktiks ja skaala jaotise pikkuseks ühe sentikraadi, saame nn. absoluutse e. Kelvini temperatuuri skaala. (Tähistamiseks kasutatakse $^\circ \text{K}$) Celsiuse ja absoluutse temperatuuri skaala vaheline seos selgub jooniselt 41, kust järeldub, et absoluutne temperatuur $T = T_0 + t$.



Joon. 41.

2. TERMODÜNAAMIKA ALUSED.

64. **Gaaside paisumise töö.** Olgu meil anum, milles asuv kolb võib liikuda õhutihedalt üles ja alla. Anuma kolvialuse osa ruumala olgu V , anuma ristlõike pindala S ja välisrõhk p . Anumas oleva gaasi soojendamisel suureneb gaasi rõhk ja kolb liigub üles. Olgu kolvi tõus Δh . Leiame gaasi poolt paisumisel tehtud töö. Töö avaldub valemiga $\Delta A = F \cdot \Delta s$. Käesoleval juhul tungi suurus $F = pS$ ja tungi rakenduspunkti poolt läbitud tee pikkus $\Delta s = \Delta h$. Järelikult $\Delta A = p \cdot S \Delta h = p \cdot \Delta V$.



Joon. 42.

Gaasitöö paisumisel konstantse rõhu puhul on võrdne välisrõhu (p) ja ruumala suurenemise (ΔV) korrutisega.

65. **Gaaside moolsoojused C_p ja C_v .** Gaasi moolsoojus on arvuliselt võrdne soojushulgaga kalorites, mis kulub antud gaasi ühe mooli temperatuuri tõstmiseks 1°C võrra. Eristatakse kahesugust moolsoojust, sõltuvalt sellest, kas gaasi soojendamine toimub konstantse rõhu või konstantse ruumala juures. Esimesel juhul nimetatakse moolsoojust isobaariliseks moolsoojuseks ja tähistatakse C_p -ga, teisel juhul isokoorigiliseks ja tähistatakse C_v -ga. Kerge on mõista, et

$$c_p = \frac{C_p}{M} \quad \text{ja} \quad c_v = \frac{C_v}{M},$$

kus c_p ja c_v on vastavalt isobaariline ja isokoorigiline gaasi erisoojus, M aga ühe mooli gaasi mass.

66. **Termodünaamika esimene printsiip (seadus).** Termodünaamika esimesele printsiibile vihjas esimesena V. V. Lomonossov 1748. a. Printsiibi sõnastas lõplikult J. R. Mayer 1842. a., mille järgi maailmas ei teki energiat juurde ega kao teda ka ära; ta võib ainult muunduda ühest liigist teise.

Formuleerime selle printsiibi matemaatiliselt. Olgu meil anum, milles liigub õhutihedalt kolb. Anname anumas olevale gaasile soojushulga ΔQ . Saadud soojushulga arvel kasvab molekulide liikumise kiirus — seega kasvab molekulide kineetiline energia ja gaasi ruumala suureneb ΔV võrra. Paisumise tõttu suurenevad molekulide vahelised kaugused, mis vastab molekulide potentsiaalse energia suurenemisele. Molekulide kineetilise ja potentsiaalse energia summat me nimetame gaasi siseenergiaks. Tähistame ruumalas ΔV oleva gaasi siseenergia enne soojushulga ΔQ saamist U_1 ja pärast seda U_2 . Sise-

energia juurdekasv on $\Delta U = U_2 - U_1$. Peale siseenergia muutuse teeb gaas paisumisel veel tööd, mille suurus $\Delta A = p\Delta V$. Termodünaamika I printsiibi kohaselt peab

$$\Delta Q = \Delta U + \Delta A = \Delta U + p\Delta V.$$

Tulemus näitab, et saadud või kulutatud soojushulk on alati ekvivalentne (samaväärne) gaasi siseenergia muutuse ja välistöö summaga.

67. Mayeri võrrand. Olgu meil üks mool gaasi. Selle gaasihulga isokooriliseks soojendamiseks 1°C võrra kulub C_v kalorit, mis läheb ainult gaasi siseenergia suurendamiseks. Sama gaasihulga isobaariliseks soojendamiseks 1°C võrra kulub C_p kalorit. $C_v < C_p$, kuna viimasel juhul peale gaasi siseenergia suurendamise gaas teeb veel välistööd. Seega

$$C_p = C_v + \Delta A = C_v + p\Delta V.$$

Välistöö arvutamiseks kasutame Clapeyroni-Mendelejevi võrrandit rakendatuna ühe mooli gaasi kohta: $pV = RT$. Temperatuuri tõstmisel 1°C võrra suurenegu gaasi ruumala ΔV võrra. Seega $p(V + \Delta V) = R(T + 1)$.

Lahutades viimasest võrrandist eelmise, saame

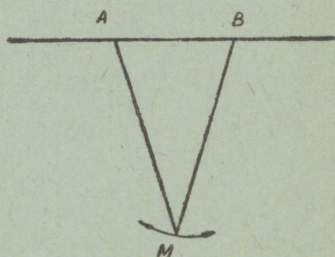
$$p\Delta V = R.$$

Lõplikult

$$C_p = C_v + R.$$

Seda võrrandit nimetame Mayeri võrrandiks.

Mayeri võrrandi alusel on kerge mõista universaalse gaasi konstandi R tähendust. Seosest $R = p\Delta V$ järeldub, et R väljendab seda soojushulka, mis kulub ühe mooli isobaarilisel paisumisel välistööks, kui gaasi temperatuuri tõsta 1°C võrra.



Joon. 43.

68. Moolsoojuse olenevus vabadusastmete arvust. Süsteemi vabadusastmete arvu all mõistame tema liikumisel sõltumatult muutu- vate koordinaatide arvu. Definiitsiooni selgitamiseks toome mõned näited. Olgu meie süsteemiks kahe kindla (jäiga) varva otsa kinnitatud ainepunkt M (vt. joon. 43). Punkt M saab

liikuda vaid ümber telje AB piki ringjoont. Tema asukoha määramiseks ringjoonel piisab ühe koordinaadi (näit. mõnesugusest kindlast asendist arvatud nurga suurus) teadmisest. Seega süsteemi sõltumatult muutuvate koordinaatide arv on üks; samuti ka vabadusastmete arv.

Sama ainepunkt kinnitatuna ühe kindla pikkusega varva otsa, võib asuda mistahes punktis kera pinnal ja tema sõltumatute koordinaatide arv on 2 (samuti vabadusastmete arv). Täiesti vaba ainepunkt ruumis omab kolme sõltumatult muutuvat koordinaati ja ka kolme vabadusastet.

Gaasi kineetilise teooria põhivõrrandi alusel

$$pV = \frac{2}{3} E \quad (\text{vt. p. 56}).$$

Rakendame seda võrrandit ühe mooli gaasi kohta. Kooskõlas Clapeyroni-Mendelejevi võrrandiga ($pV = RT$), peab kehtima seos

$$\frac{2}{3} E = RT.$$

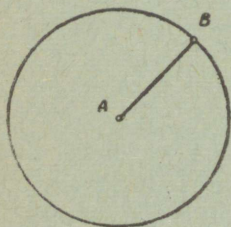
Kuna üks mool gaasi normaaltingimustel sisaldab $N = 6,02 \cdot 10^{23}$ molekuli, siis ühe molekuli kohta tulev keskmine kineetiline energia

$$\Sigma' = \frac{E}{N} = \frac{3R}{2N} T = \frac{3}{2} kT,$$

kus $k = \frac{R}{N} = 1,38 \cdot 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{kr}}$ ja nimetatakse Boltzmanni konstandiks. Kui molekulil on 3 vabadusastet (ainepunkt ruumis), siis iga vabadusastme kohta tulev kineetiline energia avaldub järgmiselt

$$\Sigma = \frac{\Sigma'}{3} = \frac{1}{2} kT.$$

69. Ühe-, kahe- ja kolmeaatomiliste gaaside moolsoojused. Üheaatomilisel gaasi molekulil (näit. He, Ar jt.) on kolm vabadusastet, sest tema asukoha määramiseks ruumis peame teadma tema kolme sõltumatut koordinaati.



Joon. 44.

Kaheaatomilisel gaasi molekulil on viis vabadusastet. Tõepoolest, üks molekuli moodustavatest aatomitest (näit. A joon. 44) võib ruumis vabalt liikuda ja tema vabadusastmete arv on 3. Teine aatom B võib A suhtes asuda kustahes kera pinnal ja omab 2 vabadusastet (2 sõltumatut koordinaati). Molekuli kohta tuleb seega 5 vabadusastet.

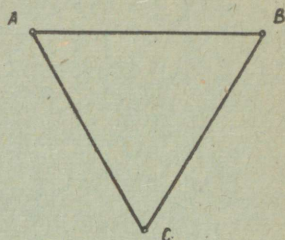
Kolmeaatomilisel gaasi molekulil on 6 vabadusastet (vt. joon. 45), sest kolmas aatom C saab liikuda aatomite A ja B suhtes vaid pikki ringjoont, millega endine vabadusastmete arv suureneb ühe võrra.

Maxwelli järgi süsteemi iga vabadasastme kohta tuleb keskmine energia hulk Σ avaldub seosena $\Sigma = \frac{1}{2} kT$. Tähistame i -ga molekuli vabadasastmete arvu ($i = 3, 5, 6$). Ühe mooli gaasi kineetilise energia $E = Ni \frac{1}{2} kT = \frac{i}{2} NkT = \frac{i}{2} RT$, kus N on Avogadro arv ja R gaasi universaalne konstant. Soojendame seda gaasi isokooriliselt 1°C võrra. Selle tagajärjel suureneb gaasi molekulaarkineetiline energia ΔE võrra

$$E + \Delta E = \frac{i}{2} R(T + 1).$$

Lahutame viimasest seosest eelmise ja me saame

$$\Delta E = \frac{i}{2} R.$$



Joon. 45.

Et soojendamine toimus isokooriliselt ja soojendatava gaasi hulk oli 1 mool, siis kulunud soojushulk on C_v kalorit. Kogu see soojushulk kulus gaasi molekulide kineetilise energia suurendamiseks. Seega

$$\Delta E = C_v = \frac{i}{2} R.$$

Kui R väljendada kaloreis ($\sim 2 \frac{\text{cal}}{\text{kr. mool}}$), leiame

$$C_v = \frac{3}{2} \cdot 2 = 3 \frac{\text{cal}}{\text{kr. mool}} \quad (\text{kui } i = 3),$$

$$C_v = \frac{5}{2} \cdot 2 = 5 \quad ,, \quad (\text{kui } i = 5),$$

$$C_v = \frac{6}{2} \cdot 2 = 6 \quad ,, \quad (\text{kui } i = 6)$$

Mayeri võrrandi alusel

$$C_p = C_v + R = \left(\frac{i}{2} + 1\right) R = \left(\frac{i+2}{2}\right) R.$$

Seega

$$C_p = 5 \frac{\text{cal}}{\text{kr. mool}} \quad (\text{kui } i = 3),$$

$$C_p = 7 \quad ,, \quad (\text{kui } i = 5),$$

$$C_p = 8 \quad ,, \quad (\text{kui } i = 6).$$

70. Tahkete kehade soojusmahtuvus. Dulong-Petit' seadus. Maxwelli järgi jaguneb energia võrdselt kõigi süsteemi vabadasastmete vahel. Olgu meil üks gramm-atom kristalset lihtainet. Tema siseenergia temperatuuril T on $U = \frac{i}{2} kNT$, kus i on vaba-

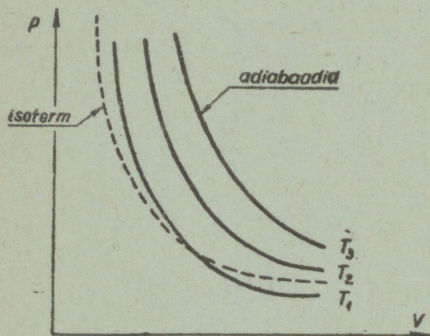
dusastmete arv; k — Boltzmanni konstant; N — Avogadro arv; T — keha absoluutne temperatuur. Iga kristallvõre sõlmpunktis asuv osakene võib võnkuda 3-es üksteisega ristiasetsevas suunas. Igat võnkumist iseloomustab 2 vabadusastet. Seega igal tahke keha osakesel on 6 vabadusastet. Järelikult ühe grammaatomi lihtaine aatomsoojuseks on ~ 6 cal. (Sest $i=6$; temp. muutus on 1°C ja $\frac{6}{2}kN = 3R \approx 6$ cal.) Aatomsoojuse all me mõistame soojushulka, mis kulub ühe gramm-aatomi lihtaine temperatuuri tõstmiseks 1°C võrra. Sama tulemust väljendab ka Dulong-Petit (l. dülo-ptii) seadus, mis väidab, et enamiku tahkete elementide aatomsoojus on ligikaudu 6 cal.

Madalatel temperatuuridel see seadus ei kehti.

71. Adiabaatilised protsessid. Protseesse, mis kulgevad mingis süsteemis soojuse vahetuseta ümbruskonnaga, nimetatakse adiabaatilisteks protsessideks. Adiabaatilised protsessid võivad toimuda süsteemis, mis on ümbrusest isoleeritud, s. o. eraldatud soojust mitteläbilaskvate seintega. Kuna selliseid seinu ei eksisteeri (kõik meile tuntud ained on soojusjuhid), siis iga reaalne protsess võib adiabaatiliselt kulgeda vaid ligilähedaselt.

Rakendame adiabaatilistele protsessidele termodünaamika esimest printsiipi, mille järgi

$$\Delta Q = \Delta U + p\Delta V.$$



Joon. 46.

Et adiabaatiliste protsesside korral $\Delta Q = 0$, siis

$$\Delta U + p\Delta V = 0.$$

Kui näit. gaas adiabaatiliselt paisub, siis $\Delta V > 0$ ja $\Delta U < 0$, s. t. ideaalse gaasi siseenergia väheneb — tema temperatuur langeb. Vastupidi — kui suruda gaasi kiiresti kokku, siis $V < 0$ ja $U > 0$. Gaasi siseenergia kasvab — tema temperatuur tõuseb.

72. Poissoni võrrand. Adiabaatilised protsessid toimuvad Poissoni (l. puasó) seaduse järgi, mille kohaselt $pV^\kappa = \text{const.}$, kus p ja V on gaasi rõhk ning ruumala, kuna $\kappa = \frac{C_p}{C_v}$.

Esitades adiaaatilise protsessi käigu $p - V$ -diagrammil, me saame kõvera, mida nimetatakse adiabaadiks (vt. joon. 46). Et $\kappa > 1$ ($C_p > C_v$), siis adiabaat peab $p - V$ -diagrammil langema järsumalt kui vastav isoterm.

Adiabaatiliste protsessidena võime käsitleda kiiresti kulgevaid protsesse, sest protsessi lühikese kestvuse tõttu ei toimu märgatavat energia vahetust ümbritseva keskkonnaga. Selliste protsessidena võib nimetada näiteks heli levimist õhus, gaaside vedeldamist jt.

73. Pööratavad ja mittepööratavad protsessid. Termodünaamikas toimuvad protsessid jaotatakse pööratavaks ja mittepööratavaks. Need mõisted on rakendatavad protsesside kohta, mis kulgevad isoleeritud süsteemis. Toimugu isoleeritud süsteemis protsess, mida sümboliliselt tähistame $A \rightarrow B$ (s. t. süsteem läheb seisundist A seisundisse B). Seisundist B võib süsteem algolekusse tagasi pöörduda kahel viisil: 1) ilma, et ümbritsevate kehade olek muutuks ja 2) ümbritsevate kehade olek muutub. Esimese juhu kohta öeldakse, et protsess $A \rightarrow B$ on pööratav, teise kohta — mittepööratav.

Toimugu isoleeritud süsteemis hõõrdumisega liikumine. Osa hõõrdumistungi ületamiseks tehtud tööst muutub soojuseks, mille toimel tõuseb hõõrduvate kehade temperatuur. Kehade poolt saadud kogu soojushulga muutmine uuesti tööks on võimatu, sest see oleks vastuolus termodünaamika teise printsiibiga (vt. p. 75). Järelikult hõõrdumisega liikumine on mittepööratav protsess.

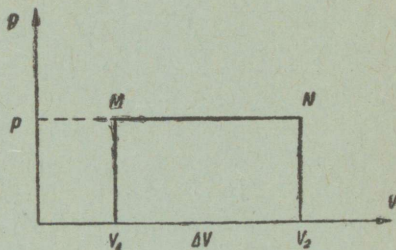
Teiseks mittepööratava protsessi näiteks on soojuse levimine kõrgema temperatuuriga kehalt madalama temperatuuriga kehale. Vastupidine protsess, nagu teada, ei ole võimalik ainult nende kahe keha osavõtul.

Pööratava protsessi näiteks on matemaatilise pendli hõõrdumis- ja takistusvaba võnkumine. Selline pendel kord võnkuma panduna, kordab ühe perioodi vältel läbitud seisundeid lõpmata arv korda.

Üldiselt kõik looduses toimuvad protsessid on mittepööratavad. Pööratavaid protsesse võime vaadelda kui mittepööratavate protsesside idealiseeritud piirjuhte.

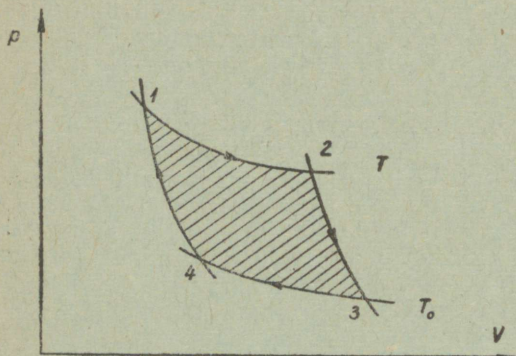
74. Carnot' ringprotsess. Isobaarilisel paisumisel gaas teeb tööd, mille suurus $\Delta A = p\Delta V$. Olgu gaasi algolek (s. o. rõhk ja ruumala) p - V -diagrammil märgitud punktiga M (vt. j. 47), millele vastavad koordinaadid on p ja V_1 . Protsessi lõppoleku määrab punkt N (koordinaadid p ja V_2). Gaasi poolt paisumisel tehtud töö on arvuliselt võrdne ristküliku V_1MNV_2 pindalaga, sest $\Delta V = V_2 - V_1$ ja pindala $S = p(V_2 - V_1) = p\Delta V$.

Me näeme, et gaasi töö paisumisel arvuliselt väljendub pindalaga, mis on piiratud abstsissitelje lõiguga, süsteemi alg- ja lõppoleku ordinaatidega ja protsessi käiku kujutava joonega.



Joon. 47.

Carnot' (I. karno') arendas välja ideaalse gaasiga töötava soojusmasina teooria ja näitas, et täiuslikem soojusmasin on selline, milles tööd saadakse pööratava ringprotsessi kaudu. Ringprotsessiks nimetame protsessi, mille puhul keha lõppoleku parameetrid ühtivad algoleku parameetritega. Carnot' tsüklist (vt. j. 48) peale tööd tegeva keha (ideaalne gaas) võtavad veel osa soojusallikast ja jahutaja. Nende soojusmahtuvused olgu nii suured, et protsessi vältel nende temperatuur jäägu konstantseks. Olgu süsteemi algolek antud punktiga 1 p - V -diagrammil. Uhendame soojusallika, mille temperatuur on T , tööd tegeva gaasiga.



Joon. 48.

Laseme gaasi isotermliselt paisuda piki isotermit olekust 1 — olekuni 2. Paisumisel gaas teeb tööd, milleks vajalik soojushulk Q võetakse soojusallikast (keha siseenergia peab jääma muutumatuks). Jõudnud olekuni 2 isoleerime gaasi soojusallikast ja laseme teda edasi paisuda adiabaatiliselt, mööda adiabaati 2—3. Adiabaatilisel paisumisel gaas teeb tööd oma siseenergia arvel ja tema temperatuur langeb T_0 -ni. Uhendame nüüd gaasi jahutajaga (olgu ka tema temperatuur T_0) ja surume gaasi isotermliselt kokku (3—4). Kokkusurumisel gaasi temperatuur tõuseb ja jahutajasse läheb soojushulk Q_0 . Olles jõudnud olekuni 4, isoleerime gaasi jahutajast ja surume teda edasi kokku adiabaatiliselt, mille tagajärjel gaasi temperatuur tõuseb T -ni. Protsess kulgeb piki adiabaati 4—1. On toimunud ringprotsess, mille vältel gaas sai soojushulga Q ja andis ära soojushulga Q_0 . Kuna gaas on saavutanud lõpuks algseisundi, siis peab soojushulkade Q ja Q_0 vahe ($Q - Q_0$) muutuma tööks (p - V -diagrammil vastab tehtud tööle viirutatud osa pindala). Protsessi kasutegur

$$\eta = \frac{A}{Q} = \frac{Q - Q_0}{Q}$$

Võttes arvesse Q ja Q_0 sõltuvust temperatuurist saame, et

$$\eta = \frac{T - T_0}{T}$$

Carnot' tsükli kasutegur ideaalse gaasiga töötava soojusmasina korral on võrdne soojusallika ja jahutaja absoluutsete temperatuuride vahe ning soojusallika temperatuuri suhtega.

75. Termodünaamika teine printsiip. Termodünaamika teine printsiip väidab, et ringprotsess, mille ainsaks tulemuseks oleks soojuse muundumine tööks, on võimatu. Käsitledes Carnot' tsükli, me nägime, et tööks muutus ainult osa soojusallikast võetud soojusest, teine osa sellest soojusest (Q_0) läks kasutult jahutajasse. Kui jahutaja puuduks, peaksime gaasi kokkusurumisel tegema täpselt sama palju tööd, kui me saime tema paisumisel ja kogu protsessi kasutegur oleks võrdne nulliga. (Gaasi kokkusurumine toimub sama isotermi ja adiabaati mööda, mida mööda toimus paisuminegi). Nii peab soojuse tööks muundumise protsessist osa võtma kolm keha: tööd tegev gaas, soojusallikas ja jahutaja. Tööks aga võib muunduda ainult osa soojusallikast saadud soojusest, kuna teine osa läheb jahutajasse.

Termodünaamika teist printsiipi on erinevad teadlased erinevalt sõnastanud. Toome siin veel Clausiuse formuleeringu (sest see osutub edaspidiseks vajalikuks): soojus ei või iseenesest üle minna külmemalt kehalt soojemale. See termodünaamika teise printsiibi sõnastus on täielikus kooskõlas meie igapäevase elu kogemustega, ega vaja enam täiendavat selgitust.

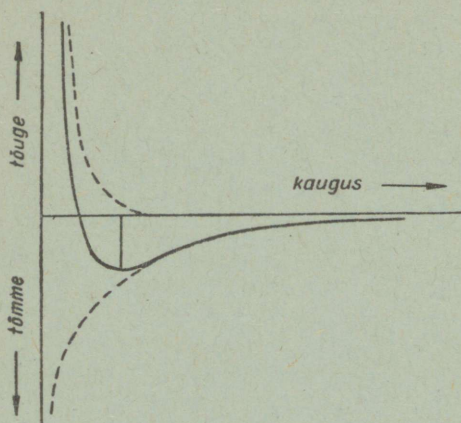
76. «Soojussurma» õpetuse kriitika. Kogemused näitavad, et meile tuntud protsessides toimub soojuse üleminek soojemalt kehalt jahedamale, kuna vastupidise protsessi kohta puuduvad praegu andmed. Kõik teised energia liigid muutuvad kergesti soojuseks, mis edaspidi jaguneb kehade vahel. Lõpuks saabub olukord, kus kõik energia liigid on muundunud soojuseks ja see omakorda jaotunud kõigi kehade vahel; s. t. kõigi kehade temperatuurid on saanud võrdseiks. Sellist maailma seisundit nimetatakse maailma «soojussurmaks», sest ükski protsess pole enam võimalik. On ju igasugune maailmas toimuv protsess ühel või teisel viisil seotud energia liikumisega, tema muundumisega ühest liigist teise. Kui on olemas maailma lõpp «soojussurma» näol, siis pidi kunagi olema ka maailma algus, nii arutlevad idealistlikud filosoofid. Maailma algus on seotud tema loomise ideega jumala poolt. Nii jõuavad idealistid «soojussurma» hüpoteesilt maailma loomiseni jumala poolt.

Kaasaegne, objektiivne teadus ei kinnita maailma «soojussurma» paratamatust. Tõepoolest, meie teadmised looduses toimivatest protsessidest on ruumiliselt piiratud, ja võib väga hästi universumis esineda teatavais piirkondades energia kontsentreerumisi, millega langeb ära maailma «soojussurma» reaktsiooniline hüpotees.

3. MOLEKULAARTUNGID.

77. Molekulaartungide tüübid. Tahkete kehade vastupanekust ruumala suurendamisele ja vähendamisele tuleb järeldada, et keha molekulide vahel mõjuvad nii tõmbe kui ka tõuketungid. Mole-

kulide teatud vahekugusel on need tungid tasakaalus. Kauguse suurenedes ilmnevad tõmbe- ja vähendamisel tõuketungid. Joonisel 49 on esitatud skemaatselt tõuke- ja tõmbetungide suuruse sõltuvus molekulide vahelisest kaugusest. Mainitud tungid esinevad ka vedelike molekulide vahel ja vähemal määral gaasides. Gaasides ilmneb tungide mõju ainult molekulide kokkupõrkel ja jääb paljudel



Joon. 49.

juhtudel molekulide hõreda paigutuse tõttu tähele panemata. Molekulidevahelised tungid on põhjendatavad molekulide elektrilise ehitusega: isenimeliste laengute tõmbumise ja samanimeliste tõukumisega.

78. Molekulaarrõhk.

Molekulidevaheliste tõmbetungide tõttu tõmbuvad molekulide kogumikud suuremal või vähemal määral kokku. Tõmbetungide tulemusel esineb nn. molekulaarrõhk, mis on suunatud keha sisemusse. Et rõhu suund on alati keha sisemusse, siis pole

molekulaarrõhk mõõdetav otseselt, kuigi selle suurus ulatub tuhandesse atmosfääridesse, nagu seda näitavad arvutused.

79. Reaalsed gaasid. Katsed näitavad, et reaalsete gaaside (O_2 , N_2 , CO , CO_2 , NH_3 jne.) oleku muutused pole täpselt kirjeldatavad Clapeyron'i-Mendelejevi võrrandiga. Selle põhjuseks on reaalsete gaaside molekulide mõnede omaduste (molekulide omaruumala ja molekulide vahelised tungid) arvestamata jätmine. Katsed näitavad, et reaalsete gaaside olek erineb mainitud võrrandiga määratud olekust seda rohkem, mida madalam on gaasi temperatuur ja mida suurem on gaasi tihedus. Igale reaalsele gaasile vastaval individuaalselt küllalt kõrgel temperatuuril ja väiksel tihedusel võime rakendada ideaalse gaasi oleku võrrandeid ilma märgatava veata.

80. Van-der-Waalsi võrrand. Eelmises § märgitud reaalse gaasi omadusi arvestab Van-der-Waalsi (1873. a.) poolt püstitatud võrrand. Gaasi rõhk anuma seinale, seega ka rõhk mõõtriistale, on gaasi molekulide vaheliste tõmbetungide tõttu väiksem kui see järgneb molekulaarkineetilisest teoriast (§ 55). Et leida gaasis valitsevat tegelikku rõhku tuleb mõõdetavale rõhule p lisada paran-

dusliige, mille suurus teoreetilistel kaalutlustel sõltub gaasi ruumalast, nimelt $\frac{a}{v^2}$, kus a on antud gaasile individuaalne konstant. Seega rõhk gaasi sees on $p + \frac{a}{v^2}$.

Gaasimolekulidel pole liikumiseks kasutada kogu anuma ruumala v , vaid molekulide oma ruumala võrra väiksem ruum. Seega liikumiseks vaba ruum on $v - b$, kus b on antud gaasile individuaalne konstant ja teooria kohaselt tähendab gaasimolekulide neljakordset ruumala, kui arvestada molekule kerakestena.

Neid parandusi arvestades esitas Van-der Waalsi järgmise võrrandi ühe mooli gaasi kohta:

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = RT,$$

mis kirjeldab lisaks gaasilisele olekule ka sama aine auru ja vedelat olekut. Konstantsel temperatuuril kujutab antud võrrand

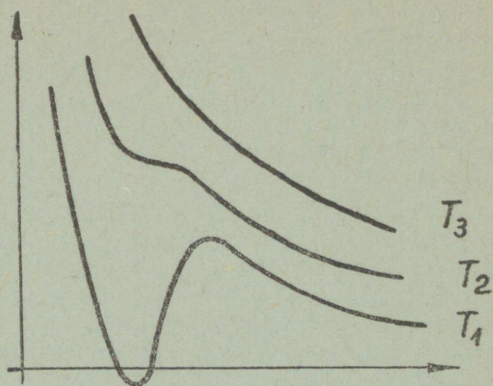
p - v -teljestikus ruumala suhtes 3. astme kõverat nagu see nähtub ka joonisest nr. 50, kus on kujutatud nn. Van-der Waalsi gaasi isotermid kolmel erineval temperatuuril: $T_1 < T_2 < T_3$.

81. Realse gaasi isotermid.

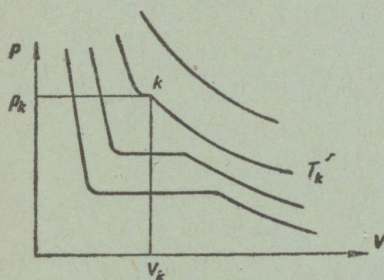
Van-der Waalsi gaasi isotermid ei kujuta gaasi olekut õigesti miinimumide ja maksimumide

piirkonnas (keskosas). Realse gaasi isotermidel (joon. nr. 51) on selles osas p - v -teljestikus horisontaalne sirglõik.

Sirglõigu suhteline pikkus on seda suurem, mida madalam on aine temperatuur. Temperatuuri tõustes väheneb sirglõigu pikkus ja küllalt kõrge temperatuuril puudub isotermil horisontaalne osa üldse. Siis ühtub Van-der-Waalsi isotherm reaalse gaasi isothermiga kogu ulatuses. Horisontaalosa isotermid kujutavad paremalt vasakule auru, küllastatud auru ja vedeliku olekut. Isotermi horisontaalne osa vastab küllastatud auru olekule. Vasakpoolne järsu tõusuga osa vedelikule. Van-der-Waalsi isothermile vastavaid ole-



Joon. 50.



Joon. 51.

kuid võime jälgida reaalsel gaasil vasakult kuni miinimumini ja paremalt kuni maksimumini. Kuid need olekud pole stabiilsed ja vähimagi häirituse mõjul toimub üleminek püsivasse tasakaaluolekusse, mille määrab samal ruumalal reaalse gaasi isotermi horisontaalne osa.

Kõrgemal temperatuuridel, kus isotermlil puudub horisontaalne osa, esineb antud aine ainult gaasilises olekus.

82. Auru kondenseerumine. Kondenseerumiseks nim. gaasilise faasi üleminekut vedelaks faasiks.

Temperatuuri langedes väheneb gaasi molekulide kiirus ja pike-
neb kokkupuuteaeg omavahelistel pörgetel, mille tulemusel teatud temperatuuril pörkunud molekulid üksteisest enam ei eemaldu. Molekulid liituvad ja langevad anuma põhja, kus tekib vedelik. Molekulide liikumise kineetiline energia väheneb ja selle arvel eraldub kondensatsioonisoojus. Molekulide vahekaugus väheneb üleminekul gaasilisest olekust vedelasse suurusjärgult 10^3 korda kui rõhk ei muutu.

83. Vedel faas. Vedelikes molekulide vahelised tungid määravad vedeliku ruumala. Silmapaistvat vastupanu avaldab vedelik ruumala vähendamisele. Väikese ruumala muutuse saavutamiseks on vaja suuri rõhke. See nähtub ka reaalse Van-der-Waalsi gaasi isoterme järsust tõusust vedelike kujutavas osas. Ka venitusele avaldavad vedelikud vastupanu ja katseliselt on leitud vee tõmbetugevus toatemperatuuril kapillaartorus 50 kG/cm^2 , s. o. ainult 12 korda väiksem kui männipuidul.

Molekulaartungid ilmnevad ka sisehõõrdumisel, mis suuresti sõltub temperatuurist. Määrdeõlide sisehõõrdumiskoefitsient muutub kuni 10^6 korda temperatuurivahemikus — 50 — $+175^\circ$ ja rõhu suurenedes kuni 20 000 at kuni 10^6 korda.

84. Aurustumine. Aurustumiseks nim. vedela faasi muutumist gaasiliseks faasiks. Temperatuuri tõustes suureneb vedeliku molekulide keskmine kineetiline energia. Mõned vabalt liikuvad molekulid omavad küllalt suurt kineetilist energiat ja lendavad vedeliku pinnalt ümbritsevasse ruumi. Temperatuuri tõustes niisuguste molekulide arv suureneb ja järjest rohkem vedelikku muutub auruks. Kui lenduvate molekulide rõhk osutub võrdseks vedeliku pinnale mõjuva välisrõhuga, siis algab gaasilise faasi tekkimine ka vedeliku sisemuses, kus tekivad terved gaasilise faasi piirkonnad — aurumullid. Vedelik hakkab keema. Seega keemistemperatuur sõltub vedelikule mõjuvast rõhust ja on antud rõhul ja vedelikul konstantne suurus. Aurustumine toimub aga igasugusel temperatuuril ja rõhul.

85. Aurustumissoojus. Soojushulka, mis kulub 1 g vedeliku aurustamiseks konstantsel temperatuuril, nim. selle vedeliku aurustumissoojuseks sellel temperatuuril.

Kui aurustumine toimub soojuse juurdetulekuta, siis vedeliku

temperatuur langeb, sest aurustumisel lahkuvad vedelikust suurema kineetilise energiaga molekulid ja ülejäänute keskmine kineetiline energia seetõttu väheneb. Vastupidisel protsessil — kondenseerumisel vabaneb aurustumissoojusele vastav soojushulk.

Et kirjeldatud soojushulkade üleminek toimub temperatuuri muutuseta, siis nimetatakse aurustumissoojust ka varjatud soojushulgaks. See soojushulk on tingitud agregaatoleku muutusest.

86. Pindpinevus. Vedelikkude õhuke pindkiht käitub elastse kummikelmel taoliselt, avaldades vastupanu pinna suurendamisele. Selle nähtuse põhjuseks on vedeliku pinnal asuvate molekulide omavahelised tõmbetungid, mis on paralleelselt pinnaga. Tõmbetungi suurust düünides pinna 1 cm pikkusele lõikele nim. pindpinevuse teguriks ja ka kapillaarsuse konstandiks, sest selle määramine on kergesti teostatav vedelikuvoo tõusu või languse abil kapillaartorudes. Pindpinevuse tegur (α) on antud vedelikule iseloomulik suurus ja sõltub vedeliku temperatuurist, vedeliku puhtusest ja vedeliku pinnaga kokkupuutuvaist gaasidest.

Tavaliselt on vedeliku pinna kohal sama vedeliku küllastunud aur. Pindpinevustungid ilmnevad ka esinevate vedelikkude vahepindadel, näit. õli ja vee, vee ja elavhõbe jne.

Temperatuuri tõusuga pindpinevus väheneb ja α muutub nulliks kriitilise temperatuuri lähedasel temperatuuril. Vees lahustunud aineist mõned suurendavad ja enamik vähendavad pindpinevust. Pindpinevust vähendavate ainete mõju pindpinevustegureile α on palju suurem.

(Vaata ka F. pr. I §§ 52, 53 ja tabel 3).

87. Vaba pinnaenergia. Vedeliku pinnal asuvad molekulid omavad teiste naabermolekulide tõmbetungide resultandina tungi risti vedeliku pinnaga, mis on suunatud vedeliku sisse. Vedeliku pinna suurendamiseks peame pinnale tooma uusi molekule ja selleks tegema tööd mainitud tungide vastu. Tehtav töö on võrdeline vedeliku pinna suurenemisega. Selle töö arvel suureneb vedeliku pinna potentsiaalne energia. Pinna vähenemisel väheneb ka potentsiaalne energia. Seesugust vedeliku pinnal asuvate molekulide energiat nim. vabaks pinnaenergiaks, sest selle muutus toimub temperatuuri muutuseta. Vaba pinnaenergia ergides 1 cm² pinna kohta võrdub pindpinevusteguriga α düünides 1 cm kohta.

$$1 \frac{\text{düün}}{\text{cm}} = 1 \frac{\text{düün} \cdot \text{cm}}{\text{cm} \cdot \text{cm}} = 1 \frac{\text{erg}}{\text{cm}^2}.$$

Vedeliku pinna suurendamiseks kuluv energia võib osutada silmapaistvalt suureks eriti vedelike pihustamisel, sest piiskade kogupind on palju suurem esialgse vedeliku-
kogumi pinnast.

Ka tahkeil kehil esineb vaba pinnaenergia, mille tundmine omab praktilist tähtsust puurimisel, lihvimisel ja poleerimisel. Mainitud protsessidel purustatakse tahke keha paljudeks väikesteks osadeks,

mille kogupind on palju suurem esialgse keha pinnast. Seega ka tahke aine peenendamisel kulutame palju tööd uue pinna tekitamiseks.

88. Sorptsioonnähtused. Sorptsioonnähtusteks nim. tavaliselt gaaside liitumist vedelikkude või tahkete kehadega. Esimesel juhul on tegu adsorptsiooniga, teisel adsorptsiooniga. Näiteks vees leidub tavaliselt seal absorbeerunud õhku, mis vee temperatuuri tõustes eraldub, mullikestena. Vee puhastamiseks õhust tuleb vett keeta pikemat aega. Eriti suurel hulgal absorbeerib vesi ammoniaaki. Üldiselt temperatuuri tõustes adsorptsioonivõime kahaneb ja madalamal temperatuuril absorbeerunud gaasid eralduvad kõrgemal temperatuuril.

Absorbeerunud gaasi hulk vedelikus on võrdeline selle gaasi rõhuga vedeliku kohal. Rõhu vähenedes eraldub absorbeerunud gaas. Limonaadi pudeli avamisel väheneb CO_2 rõhk ja vedelikust hakkab eralduma CO_2 mullikesi.

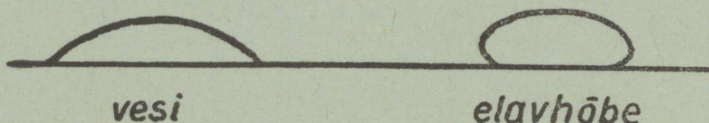
Adsorptsiooni puhul liituvad gaasimolekulid tahke keha pinnaga. Eriti suurel hulgal adsorbeerivad gaase poorsed ained. Näiteks eriliselt valmistatud puusüsi adsorbeerib $90 \times$ oma ruumalast suurema hulga NH_3 , $55 \times \text{SH}_4$ ja $9 \times \text{O}_2$.

Mõnede metallide omadusi adsorbeerida gaase kasutatakse pumpadega tekitatud vaakuumi suurendamiseks. Hõrendatud ruumi jäänud gaasimolekulid ühinevad metalliga ja hõrendus suureneb.

Tahked kehad adsorbeerivad ka vedelikke ja vedelikes lahustanud aineid. Söepulbri abil võib puhastada vedelikke orgaanilistest värvainetest, millised liituvad söega ja vedelik muutub puhtaks. Kasutatakse laialdaselt keemilis-tehnoloogilises protsessides.

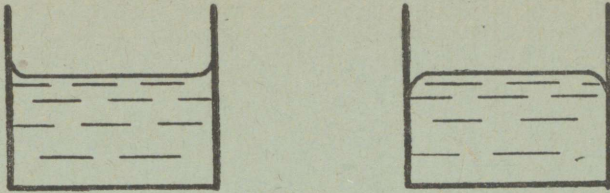
89. Märgamine ja äärenurk. Märgamist ja mittemärgamist selektame molekulaartungidega. Kui tahke keha ja vedeliku molekulide vahelised tõmbetungid on suuremad kui vedeliku molekulide omavahelised tõmbetungid, siis vedelik märgab tahket keha. Kui vedeliku molekulide omavahelised tõmbetungid on suuremad, siis vedelik ei märga tahket keha.

Et kindlaks teha, kas vedelik märgab antud tahket keha, tilgutame seda vedelikku tahke keha horisontaalsele pinnale. Keha märgav vedelik valgub pinda mööda laiali ja mittemärgav jääb püsima lapiku tilgana. Näiteks joon. 52 vesi ja elavhõbe klaasplaadil.



Joon. 52.

Anumas tõuseb anumata märgav vedelik seina lähedal kõrgemale üldisest tasemest ja mittemärgav jääb madalamale. Joon. 53. Nurka, mille moodustavad tahke keha ja vedeliku kokkupuute-



Joon. 53.

punktis vedeliku ja tahke keha pinnale tõmmatud puutujad, nim. äärenurgaks. Mõõtes nurka vedeliku sees leiame, et äärenurk on märgavail vedelikel terav ja mittemärgavail nuri.

Äärenurk on antud ainepaarile konstantse suurusega ja ei sõltu näiteks anuma seina asendist.

Täielikult märgava vedeliku äärenurk on 0° . Näit.: vee ja vesilahuste äärenurk puhta klaasi suhtes on 0° .

90. Laplace'i valem. Kõverate vedelikupindade kokkutõmbamisel pindpinevuse tõttu tekib lisarõhk, mille suurust võimaldab arvutada Laplace'i valem.

Arvutame lisarõhu p ümmarguses seebimullis, mille raadius R . Mulli mahu suurendamiseks väikese ruumala ΔV võrra kulub tööd $p\Delta V$, mis võrdub vaba pinnaenergia suurenemisega $2\alpha\Delta S$. Siin α on pindpinevustegur, ΔS mulli ühepoolse pinna suurenemine ja kordaja 2 on tingitud sellest, et mullil on kaks vedelikupinda, üks sisene, teine väline.

$$p\Delta V = 2\alpha\Delta S; \quad V = \frac{4}{3}\pi R^3; \quad \Delta V = 4\pi R^2\Delta R;$$

$$S = 4\pi R^2; \quad \Delta S = 8\pi R\Delta R.$$

Päälle asendamist esimesse võrrandisse, saame:

$$4p\pi R^2\Delta R = 2\alpha 8\pi R\Delta R, \quad \text{millest } p = \frac{4\alpha}{R}$$

Vedeliku tilgas on pindpinevusest tingitud lisarõhk kaks korda väiksem, sest tilgal on ainult üks, s. o. väline pind. Seega

$$p = \frac{2\alpha}{R}$$

Laplace'i valem üldkujul on järgmine

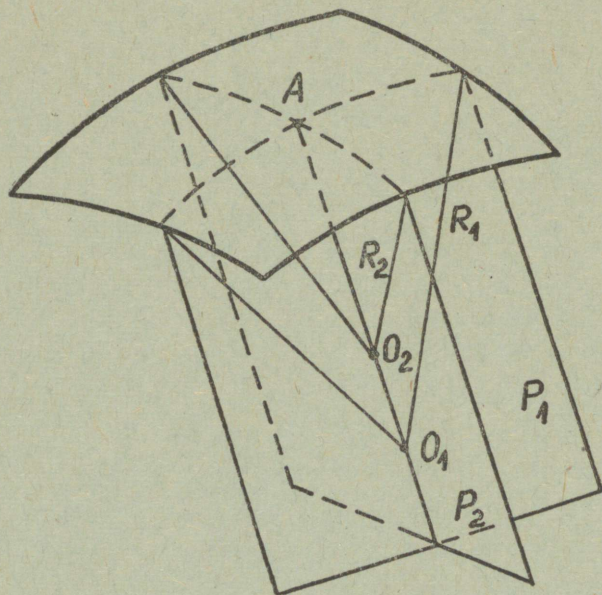
$$p = \alpha \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

kus R_1 ja R_2 tähendavad kõverpinna kõverusraadiusi. Need leiame, kui tõmbame pinnale antud punktis A normaali N ja normaalile

paigutame kaks omavahel risti olevat tasandit P_1 ja P_2 . Nende tasandite ja kõverpinna lõikejoonte kõverusraadiused ongi R_1 ja R_2 (joon. 54). $R_1 = AO_1$ ja $R_2 = AO_2$.

Kerapinnal on $R_1 = R_2$, tasapinnal $R_1 = R_2 = \infty$ silinderpinnal R_1 on silindri raadius ja $R_2 = \infty$.

Sadulpinnal on kõverusraadiused suunatud pinna erinevatele pooltele ja üks neist tuleb lugeda negatiivseks.



Joon. 54.

Geomeetrias nim. avaldist $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ pinna keskmiseks kõveruseks. Seega Laplace'i valem näitab, et lisarõhk on võrdeline pinna keskmise kõverusega.

91. Kapillaartorud. Kapillaartorus on vedelikusamba nivoo kas kõrgemal või madalamal üldisest vedeliku nivoost. Vedelik tõuseb kapillaartorus toru märgamisel ja langeb mittemärgamisel. Vastavalt sellele on vedeliku pind torus nõgus või kumer. Sellest pinna kõverusest tingitud lisarõhust võime Laplace'i valemi abil arvutada nivoo tõusu või languse kapillaartorus. Vedeliku pind kapillaartorus on osa kera pinnast ja sellest tingitud rõhk $p = \frac{2\sigma}{R}$, kus R on pinna kõverusraadius.

Seega vedelikusammast tõstab tung

$$\rho \pi r^2 = \frac{2\alpha \pi r^2}{R},$$

kus r on toru raadius. See tung on tasakaalu korral võrdne vedelikusamba kaaluga $\pi r^2 \rho g h$, kus ρ on vedeliku tihedus, h samba kõrgus ja g raskuskiirendus (joon. 55).

$\frac{2\alpha \pi r^2}{R} = \pi r^2 \rho g h$, millest leiame tõusukõrguse $h = \frac{2\alpha}{\rho g R}$. Kui vedelik täielikult märgab toru, siis on äärenurk 0° ja $R = r$ ning $h = \frac{2\alpha}{r \rho g}$.

Valemist nähtub, et vedeliku tõus või langus kapillaartorus on pöördvõrdeline toru raadiusega, vedeliku tihedusega ja raskuskiirendusega ning võrdeline pindpinevusteguriga.

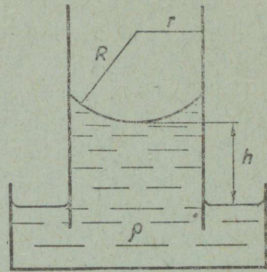
Kirjeldatud vedelikunivoo tõus või langus ei esine üksi torudes, vaid ka paljudes poorsetes ainetes, lõhedes, pragudes ja omab eriti kuivatamisprotsessidel suurt tähtsust (puit, muld).

92. Kriitiline olek. Kriitilisest temperatuurist kõrgemal temperatuuril esineb aine ainult gaasilises olekus. Kriitilise temperatuuri olemasolu ennustas esimesena D. I. Mendelejev 1860. a. lähtudes vedelike pindpinevuse kahanemisest temperatuuri tõusuga. Temperatuuril, mil pindpinevus muutub nulliks, kaob vahe vedela ja gaasilise oleku vahel. Mendelejev nim. seda temperatuuri absoluutseks keemistemperatuuriks. Praegu nim. seda kriitiliseks temperatuuriks. Mendelejevi ennustused tõestas 1866. a. Andrews katseliselt. Laialdasi uurimusi ainete kriitiliste parameetrite kohta teostas Kiievi ülikooli prof. M. P. Avenarius a. 1873—1895 koos oma õpilastega, kellede hulgas A. I. Nadeždin konstrueeris teravmeelse aparadi kriitilise temperatuuri otseseks määramiseks.

Järgnevas tabelis on esitatud mõnede ainete kriitilised temperatuurid t_k ja rõhud p_k .

Aine	t_k	p_k	Aine	t_k	p_k
H ₂ O	+ 374,0°	217,5 at	O ₂	— 118,0°	50,8 at
Cl ₂	+ 144,0	76	N ₂	— 147,1	35,0
CO ₂	+ 31,1	73,0	H ₂	— 241,0	15,0
NH ₃	+ 132,4	111,5	He	— 268,0	2,3

pV — teljestikus kujutatud isotermidest omab kriitilise temperatuuri isoterm käänutäpi (joon. 51 punkt K). Sellele punktile vastavat rõhku nim. kriitiliseks rõhukuks p_k ja ruumala kriitiliseks ruum-



Joon. 55.

alaks V_k . Kriitilises olekus on sama aine gaasi ja vedeliku ruumalad võrdsed.

93. Gaaside vedeldamine. Kõik gaasid on vaadeldavad neile vastavate vedelike ülekuumendatud aurudena. Seega küllalt madalal temperatuuril esinevad gaasid vedelikena ja isegi tahketena. Kriitilisest temperatuurist madalamal temperatuuril on võimalik gaase vedeldada rõhu suurendamisega. Süsihappegaas on vedeldatav toatemperatuuril kokkusurumisega, sest CO_2 kriitiline temperatuur on $+31^\circ\text{C}$. Hapniku ja lämmastiku vedeldamiseks tuleb neid jahutada vastavalt alla $-118,0$ ja $-147,1^\circ\text{C}$. Öhu vedeldamiseks kasutatakse laialdaselt Linde poolt konstrueeritud masinat, kus kuni 200 at kokkusurutud õhku lastakse paisuda väikese ava kaudu. Seejuures jahtub paisuv õhk. Jahtunud õhuga jahutatakse uut kokkusurutud õhku ja see jahtub paisumisel juba madalama temperatuurini. Nii järk-järgult jahtununa langeb temperatuur kuni õhk püsib vedelana juba tavalisel rõhul. Vedel lämmastik keeb tavalisel rõhul $-195,7^\circ\text{C}$ ja hapnik -183°C juures. Seega kauemat aega seisnud vedelast õhust on enamik lämmastikku aurustunud ja säilinud vedelik on võrdlemisi puhas hapnik. Eriti võimsa vedela õhu valmistamise masina konstrueeris NSVL akadeemik Kapitsa.

Vedelat õhku kasutatakse hapniku ja madalate temperatuuride saamiseks.

Õhust raskemini vedeldatavad gaasid on H_2 ja He. 1884. a. õnnestus Vroblevskil ja Olševskil vedeldada vesinikku, kui seda oli enne jahutatud keeva hapnikuga.

Heeliumi vedeldamine õnnestus alles 1908. a. He keeb normaalrõhul temperatuuril -269°C .

94. Aururõhu sõltuvus vedelikupinna kõverusest ja selle mõju niiskuse ringlusele pinnases. Vaatleme suletud anumad, mille põhjas on vedelik ja selles lahtise otsaga kapillaartoru (joon. 59). Anum täitub vedeliku küllastatud auruga, mille tihedus anuma alumises osas on suurem kui ülemises, sest auru molekulid omavad kaalu. Kapillaartorus on vedelik tõusnud anuma ülemisse ossa, kus auru rõhk ja tihedus on väiksemad. Kui kapillaaris oleva vedeliku pinnal valitseks sama auru rõhk, mis alumisel nivool anumas, siis algaks torust vedeliku aurustumine ümbritsevasse hõredamasse ruumi ja toimuks iseendast vedeliku voolamine mööda kapillaari üles. See on aga vastuolus termodünaamika I printsiibiga. Meil oleks tegu iseliikumisega. Vastupidisel juhul, kui kapillaaris oleva vedeliku pinnal oleks sururõhk väiksem ümbritseva auru rõhust, algaks samuti iseliikumine, sest siis kondenseeruks auru ümbritsevast ruumist torru ja algaks vedeliku vool iseendast ülalt alla. Tasakaal võib püsida ainult siis, kui aururõhk kapillaaris võrdub rõhuga ümbritsevas anumas.

Käesoleval juhul on vedeliku pind kapillaaris nõrgus ja auru rõhk pinnal seetõttu väiksem. Kumeral pinnal on auru rõhk suurem.

Arvutame pinna kõveruse tõttu tekkiva aururõhu muutuse. Auru rõhk kõrgusel h vedeliku pinnast on $p_h = p - \rho_a g h$, kus p tähendab rõhku alumisel nivool, ρ_a auru tihedust ja g raskuskiirendust. Vedeliku tõus kapillaartorus Laplace'i valemi põhjal on $h = \frac{2\alpha}{R g \rho_v}$, kus α on pindpinevustegur, R toru raadius ja ρ_v vedeliku tihedus. Asendades viimasest valemist h eelmisse valemisse, leiame

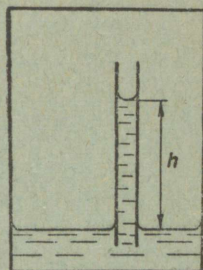
$$p_h = p - \frac{2\alpha \rho_a}{R \rho_v}$$

ehk rõhu muutus

$$p_h - p = \Delta p = - \frac{2\alpha \rho_a}{R \rho_v}$$

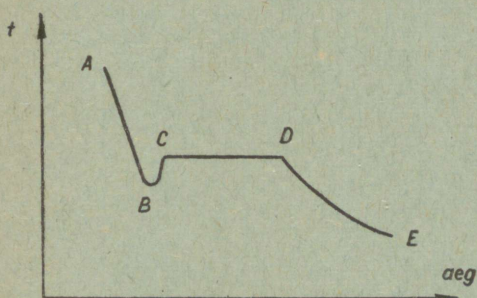
Et auru ja vedeliku tiheduste suhe ρ_a/ρ_v on väga väike, siis on pinna kõverusest tingitud suruõhu muutus märgatav ainult peentes torudes ja väikestes mullikestes.

Pilvedes koondub vesi seetõttu väiksematest piiskadest suurematesse. Ainult võrdse raadiusega udupiisad võivad püsida samal temperatuuril tasakaalus. Maapinnal destilleerub vesi ühtlasel temperatuuril suurematest pooridest (liivast) vähematesse pooridesse (savisse). Seetõttu on liivased maad kuivemad kui savised.



Joon. 56.

95. Vedelikkude kristalliseerumine temperatuuri langedes.



Joon. 57.

temperatuuri langedes kõik vedelikud muutuvad tahketeks kehadeks, sest molekulide kineetilise energia vähenedes lõpuks kõik molekulid paiknevad kindlaile kaugusile üksteisest. Tekivad kristallid. Igal vedelikul on temale omane kristalliseerumistemperatuur, mis sõltub rõhust. Kristalliseerumise vältel temperatuur ei muutu, kuigi kristalliseeruvat vedelikku jahutatakse. Kristalliseerumisel vabaneb nn. kristalliseerumissoojus. Kristalliseerumise- ehk tahkestumissoojus võrdub sama aine sulamissoojusega, s. o. soojushulgaga, mis kulub 1 grammi antud aine sulatamiseks konstantsel rõhul.

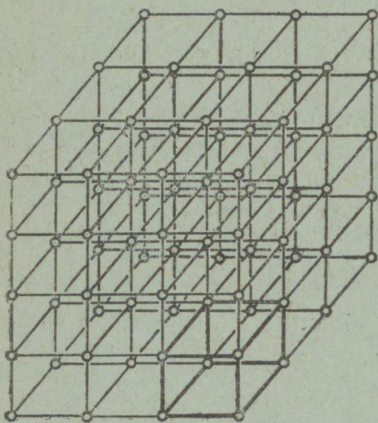
Üldiselt rõhu suurenedes kristalliseerumistemperatuur tõuseb ja vähenedes langeb. Erandi moodustavad need ained, mille tihedus vedelas olekus on suurem kui tahkes olekus. Näiteks vesi, vismut ja

malm. Neil aineil rõhu suurenedes kristalliseerumistemperatuur langeb. Jää sulab rõhu all. Temperatuuri käigukõver keemiliselt puhta aine kristalliseerumisel on kujutatud joonisel 60. Kõvera osa *AB* vastab vedeliku jahtumisele, horisontaalne osa *CD* kristalliseerumisele ja *DE* tahke aine jahtumisele. Paljudel ainetel esineb jahtumisprotsessil temperatuuri tõus *BC*. Niisugusel juhul on vedelik jahtunud alla tahkumistemperatuuri ja siis kiirel tahkumisel tõuseb temperatuur normaalse tahkumistemperatuurini. Allajahutatud vedeliku olek pole stabiilne. Sageli piisab pörutusest kristallisatsiooni tekitamiseks. Kristallisatsioon toimub formiliselt, kui allajahutatud vedelikku visata sama tahke aine kristallike.

Puhaste ainete tahkumis- ja sulamistemperatuure kasutatakse termomeetrite kontrollimiseks.

Mittepuhtail aineil ja ainete segudel on jahtumisnähtused tahkestumisel palju keerulisemad. Paljudel juhtudel on segude tahkumistemperatuurid madalamad kui segu soodustavate lähteainete tahkumistemperatuurid. Näit. Pb tahkub $+327,4^{\circ}\text{C}$ juures, Sn $+231^{\circ}\text{C}$, nende segu vahekorras 1 : 2 temperatuuril 181°C .

96. Tahke faas. Tahke oleku ehk faasi tunnuseks on keha kindel kuju. Kindel kuju on tingitud aatomite korrapärasest paigutusest.



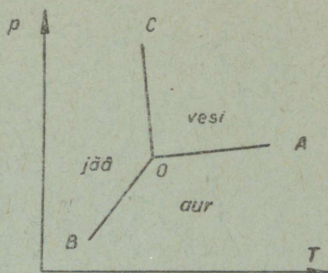
Joon. 58.

Aatomid moodustavad kristallivõre (joon. 58). Aatomite tasakaaluasendid on märgitud punktidega. Aatomid võnguvad märgitud tasakaaluasendite suhtes ja temperatuuri tõustes suureneb võnkeamplituud ning sulamisel laguneb võre. Iga aine kristalliseerub temale omases kristallivõres. Mõned ained omavad erinevatel tingimustel erinevaid kristallivõresid. Kristallivõre võime kujutada koosnevana ühikrakkudest. Joonisel 58 märgitud tugevate joontega üks ühikrakkudest. Ühikrakk on kujult rööptahukas (erijuhtudel risttahukas ja kuup). Ühikraku nihutamisel servapikkuse võrra võime teda viia kat-

tumiseni samasuguse ühikrakuga. Aatomite paigutuse määramiseks kristallilises aines on vaja teada ühikraku servade pikkused, servade vahelised nurgad ja aatomite paigutus ühikraku piirides. Ühikraku serva pikkus on erinevail aineil erinev ja suurusjärgult 10^{-7} cm. Lihtsas ühikrakus on 1 ja keerulistes, sadu aatomeid.

97. Oleku diagramm. Aine oleku diagrammis kujutatakse aine olekut rõhu ja temperatuuri teljestikus. Joonisel 59 on esitatud see oleku diagramm. Kõver *OA* kujutab küllastatud auru rõhu muutust

temperatuuriga ehk aine gaasilise ja vedela faasi tasakaalu. Kõver OC kujutab sulamistemperatuuri sõltuvust rõhust ja on vahepiiriks tahke ja vedela oleku vahel. Kõver OB on tahke ja gaasilise oleku vahepiir, mis näitab jää küllastatud auru rõhu sõltuvust temperatuurist. Kolme kõvera ühine punkt O on ainuke punkt, mis kujutab tingimusi kolme erineva faasi (tahke, vedela ja gaasilise) samaaegseks esinemiseks. Seda punkti nimetatakse kolmikpunktiks. Vee kolmikpunkt on rõhul $4,6 \text{ mmHg}$ ja temperatuuril $0,0075^\circ \text{C}$.



Joon. 59.

98. Sublimatsioon. Tahke aine üleminekut otse gaasilise olekusse ilma vahepealse vedela olekuta nim. sublimatsiooniks. Sublimatsiooni seadused on analoogilised aurustumisseadustega. Sublimatsioonitemperatuuriks nim. temperatuuri, mil antud tahke aine auru rõhk võrdub välisrõhuga. Vedelikud sel juhul keevad, tahked sublimeeruvad. Sublimatsioonile vastupidine protsess on auru kondenseerumine tahkesse olekusse. Sublimatsioonisoojus võrdub sulamis- ja aurustumissoojuse summaga.

Tuntud on kampri ja naftaliini sublimeerumine toatemperatuuril. Temperatuuri tõustes sublimatsioon kiireneb. Paljud ained ei esine atmosfääri rõhul vedelikenähtena vaid ainult tahkena või gaasilisena. Näit.: süsihappegaas CO_2 , salmiaak NH_4Cl . Ainult küllalt kõrge rõhu võime neid saada vedelikenähtena.

SISUKORD

I SISSEJUHATUS

1. Materia ja liikumine	3
2. Füüsika ülesanne	3
3. Füüsika meetod	3
4. Marksistlik dialektika füüsikaliste nähtuste õige mõistmise alusena	4
5. Füüsika seos teiste teadusharude, tehnika ja põllumajandusega	5
6. Jooni füüsika arengust. Kodumaiste teadlaste panus füüsika arengusse	6
7. Mootmine ja mootühikud. Põhisuurused	7
8. Kümnnendsüsteemi mootühikute tuletamine	7
9. Mootühikute süsteemid	7
10. Mootühikute nimetus ja füüsikalise suuruse dimensioon	7

II MEHAANIKA

1. Kinemaatika põhiküsimusi

11. Mehaanika ja selle liigitus	8
12. Liikumine	8
13. Ainepunkt	8
14. Ühtlane ja ebaühtlane sirgliikumine. Kiirus	9
15. Ühtlaselt muutuv sirgliikumine. Kiirendus	9
16. Vektorid ja skaalarid	10
17. Kiirus ja kiirendus kõverliikumise antud punktis	12
18. Ühtlane ringliikumine	13
19. Tangentsiaalne ja normaalne kiirendus	14

2. Dünaamika alused

20. Newtoni seadused	14
21. Inertstungid	16
22. Newtoni seaduste rakendusi	16
23. Töö mõiste ja töö ühikud	18
24. Võimsus ja võimsusühikud	19
25. Energia	19
26. Hõõrdumine	21
27. Kindel keha. Raskus- ja masskese	21
28. Pöördliikumine. Nurkkiirus ja -kiirendus	22
29. Pöördmoment	22
30. Pöörleva keha kineetiline energia	23
31. Pöörlemishulk ja pöördeimpulss	24
32. Pöörlemishulga jäävus	25
33. Gravitatsiooni seadus	25
34. Klassikalise mehaanika rakendatavuse piirid	26

3. Elastsus

35. Elastsus ja plastilisus	26
36. Hooke'i seadus	27
37. Deformatsioonide liigid	27
38. Young'i moodul	27
39. Viljakõrte ja luude ehitus	28
40. Elastselt deformeeritud keha energia	28
41. Elastsuse järelmõju ja hüsteres	28

4. Võnkumised

42. Võnkliikumine	29
43. Harmooniline võnkumine	29
44. Elastsed võnkumised	32
45. Matemaatiline pendel	32
46. Harmooniliste võnkumiste liitmine	33
47. Summutatud võnkumised	34
48. Sundvõnkumised ja resonants	35

5. Vedelike ja gaaside mehaanika

49. Vedelike kihiline ja keeriseline voolamine	36
50. Pidevuse võrrand	36
51. Bernoulli võrrand	37
52. Sisehõordumine vedelikes ja gaasides	39
53. Stokes'i ja Poiseuille'i seadused	40

III MOLEKULAARFÜSIKA JA SOOJUSÕPETUSE ALUSED

1. Aine molekulaarkineetiline teooria

54. Lomonossovi ideed molekulide liikumise kohta	41
55. Molekulide liikumise iseloom gaasides, vedelikes ja tahketes keha- des ja nende ehitus	41
56. Gaaside kineetilise teooria põhivõrrandi tuletamine	42
57. Browni liikumine	43
58. Molekulide kiiruse arvutamine	44
59. Avogadro arvu määramine	44
60. Vaba tee pikkus	45
61. Levimise nähtused: difusioon, sisehõordumine, soojusjuhtivus	45
62. Clapeyron'i-Mendelejevi võrrand, selle erijuhud	48
63. Absoluutne null. Absoluutne temperatuur	49

2. Termodünaamika alused

64. Gaaside paisumise töö	50
65. Gaaside moolsoojused	50
66. Termodünaamika esimene printsiip (seadus)	50
67. Mayeri võrrand	51
68. Moolsoojuste olenevus vabadusastmete arvust	51
69. Ühe-, kahe- ja kolmeatomiliste gaaside moolsoojused	52
70. Tahkete kehade soojusmahtuvus. Dulong-Petit' seadus	53
71. Adiabaatilised protsessid	54
72. Poissoni võrrand	54
73. Pööratavad ja mittepööratavad protsessid	55
74. Carnot' ringprotsess	55
75. Termodünaamika teine printsiip	57
76. «Soojussurma» õpetuse kriitika	57

3. Molekulaartungid

77. Molekulaartungide tüübid	57
78. Molekulaarrõhk	58
79. Reaalsed gaasid	58
80. Van-der-Waalsi võrrand	58
81. Reaalse gaasi isotermid	59
82. Auru kondenseerumine	60
83. Vedel faas	60
84. Aurustumine	60
85. Aurustumissoojus	60
86. Pindpinevus	61
87. Vaba pinnaenergia	61
88. Sorptsioonnähtused	62
89. Märgamine ja äärenurk	62
90. Laplace'i valem	63
91. Kapillaartorud	64
92. Kriitiline olek	65
93. Gaaside vedeldamine	66
94. Aururõhu sõltuvus vedelikupinna kõverusest ja selle mõju niiskuse ringlusele pinnases	66
95. Vedelikkude kristalliseerumine temperatuuri langedes	67
96. Tahke faas	68
97. Oleku diagramm	68
98. Sublimatsioon	69

КОНСПЕКТЫ ПО ФИЗИКЕ

на основе программы высших сельскохозяйственных учебных заведений 1954 г.

I часть

На эстонском языке

Vastutav toimetaja A. Pae

Ladumisele antud 17. VII 1957. Trükkimisele antud 26. XI 1957. Trükipoognaid 4,5, arvutuspoognaid 4,2. Paber 60×92, $\frac{1}{16}$. Trükiarv 800. MB-08292. Trükikoda «Tartu Kommunist», Tartu, Ülikool 17/19. Tellimise nr. 2530.

Hinnata

Hinnata