

TARTU RIIKLIK ÜLIKOO

HARJUTUSTE KOGUMIK



FÜÜSIKA
KEEMIA
JA
MATEMAATIKA
ALALT

TARTU 1962

A-24310

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOI
FÜÜSIKA, KEEMIA JA MATEMAATIKA
OSAKOND

HARJUTUSTE
KOGUMIK
FÜÜSIKA, KEEMIA
JA MATEMAATIKA
ALAL

TEINE TRÜKK

TARTU 1962

Тартуский государственный университет
ЭССР, г. Тарту, ул. Üликооли, 18
СБОРНИК УПРАЖНЕНИЙ ПО ФИЗИКЕ,
ХИМИИ И МАТЕМАТИКЕ
Второе издание
На эстонском языке

TARTU ÜLIKOOLI
RAAMATUKOGU

Vastutav toimetaja A. Mitt
Korrektor E. Võhandu

=====

TRÜ rotaprint 1961. Trükipoognaid 3,7.
Tir. 300 eks. MB 00672. Tell. nr. 619.

Hind 11 kop.

Eessõna.

Üleliidulises kõrgematesse koolidesse sisseastumiseksamite läbiviimise üldjuhendis on otseselt märgitud, et matemaatika, füüsika ja keemia eksamil eksamineeritavad peavad üles näitama kindlaid oskusi programmi materjali kohaste ülesannete lahendamises. Vastavalt sellele nõudele on igas eksamipiletis füüsika ja keemia alal ette nähtud küsimused teoreetiliste teadmiste valdkonnast ja üks ülesanne. Kuid põhiliseks raskuseks Tartu Riikliku Ülikooli sisseastumiseksameil füüsikas ja osaliselt ka keemias on aastast aastasse olnud just puudulik ülesannete lahendamise oskus, mida peamiselt on põhjustanud vastavate ülesannete kogude puudumine. Eksami sooritajad on harjunud lahendama põhimiselt neid ülesandeid, mis esinevad koolis kasutatud õpikutes. Selle lünga kõrvaldamiseks ongi ette nähtud käesolev näidis-ülesannete kogumik, mis on koostatud viimastel aastatel sisseastumiseksamitel kasutatud ülesannetest füüsika ja keemia alal. Analoogiliste ülesannete lahendamise oskust nõutakse kõigilt TRÜ Arstiteaduskonda ja Matemaatika-Loodusteaduskonda astujailt, kellel on sisseastumiseksamite üldjuhendis ette nähtud eksamite sooritamine füüsika ja keemia alal.

Käesolevasse kogumikku on sisse võetud ka valimik matemaatika ülesandeid, mida kasutati matemaatika kirjanelikel eksameil füüsika ja matemaatika osakonda astujaile.

Ülesannete valik vastab täiesti vastavate sisseastumiseksamite programmidele ja nende lahendamine peaks andma ettekujutuse nõudeist, mis esitatakse Tartu Riiklikus

Ülikoolis füüsika, keemia ja matemaatika ülesannete lahendamise oskuse suhtes sisseastumiseksameil.

Et hõlbustada iseseisvat tööd ülesannete lahendamisel, on iga ala lõppu paigutatud vastused, mis võimaldavad lahendajal kontrollida oma iseseisva töö tulemusi. Raskemate matemaatiliste ülesannete puhul on antud ka nende lahendus-
käik.

Füüsika ülesandeid .

Mehaanika .

1. Keha visatakse vertikaalselt üles algkiirusega 15 m/sek. Millal on keha 10 m kõrgusel viskekohast?
2. Kaks keha hakkavad vabalt langema võrdselt kõrguselt, üks 0,5 sek enne teist. Mitme sekundi pärast on kehade vahekaugus 13 m?
3. Kaks keha langevad vabalt erinevailt kõrgusilt ja jõuavad maapinnani üheaegselt. Esimene keha langeb 2 sek ja teine 3 sek. Kui kõrgel oli teine keha, kui esimene alustas langemist?
4. Kaks 3 kg massiga keha ripuvad võrdsel kõrgusel tasakaalus üle seisva ploki oleva nööri otstes. Ühele kehale lisati koormis 2 kG. Mitme sekundi pärast on kehade vahekaugus 3 m?
5. Eelmine ülesanne, kuid küsimus:
Kui suur on kehade vahekaugus 2 sek pärast liikumise algust?
6. Eelmine ülesanne, kuid küsimus:
Mitu meetrit on langenud lisakoormisega keha 2 sek pärast?
7. Sekundipendli pikkus taevakehal on 10 cm. Leida raskuskiirendus taevakehal.
8. Jõe laius on 32 m, voolu kiirus 0,6 m/sek, ujuja kiirus seisvas vees 0,8 m/sek. Kui pika tee läbib ujuja minimaalse ajaga üle jõe ujudes?

9. Jõe laius on 32 m, voolu kiirus 0,6 m/sek, ujuja kiirus seisvas vees 1,0 m/sek. Kui palju aega kulub ujujal ristisihis üle jõe ujumiseks?
10. Uks, mille kõrgus on 2 m, laius 1 m ja kaal 32 kG, on kinnitatud kahe hingega, millest üks asub ülemisest ja teine alumisest ukseäärest 20 cm kaugusel. Millise jõuga tõmbab üks ülemist hinge horisontaalsuunas?
11. Rakett, mille kaal Maa peal on 10 tonni, laskub taevakehale ühtlase kiirusega. Kui suur pidurdav jõud tonnides mõjub raketile, kui raskuskiirendus sel taevakehal on 30 m/sek²?
12. Kui palju peab muutuma auto pidurdamiseks vajaliku tee pikkus, kui auto kiirus suureneb kaks korda?
13. Üks 5 kG ja üks 3 kG viht on kinnitatud üle ploki viidud nõõri otstesse. Kergem asub raskemast 1 m võrra madalamal. Laseme vihtidel nende endi raskuse mõjul liikuma hakata. Millise aja pärast on nad samal kõrgusel?
14. Puitklots asetseb kaldpinnal. Millise jõuga on vaja suruda klotsi kaldpinna vastu, et ta ei hakkaks liikuma? Klotsi kaal on 2 kG. Kaldpinna pikkus on 1 m ja kõrgus 60 cm. Hõõrdetegur $k = 0,4$.
15. Horisontaalsel 90 cm kõrgusel laual veereb pall kiirusega 3 m/sek. ja kukub üle laua serva maha. Kui kaugel on kukumiskoht laua servast?
16. Raudteeplatvormil seisab sõiduauto "Moskvitš", mille kaal $P = 845$ kG. Kui suur jõud mõjub auto kinnitustrossidele rongi pidurdamisel kiirendusega 0,5 m/sek²?
17. Üks 5 kG kera ja teine 2 kG kera on kinnitatud 60 cm pikkuse ja 1 kG raskuse varda otstesse. Suurema kera raadius on 4 cm ja väiksemal 2 cm. Leida süsteemi raskuse.

18. 50 kg koormis on tõstetud kõie abil 2 sekundiga püstsuunas 10 m kõrgusele. Määrata kõie pingsus, kui koormise liikumine oli ühtlaselt kiirenev.
19. Veduri veoratta läbimõõt on 1,6 m, ratas teeb 120 pööret minutis. Mitu km tunnis sõidab vedur?
20. Jalgratta ratta läbimõõt on 72 cm. Jalgrattur sõidab kiirusega 36 km/h. Millise murkkiirusega pöörlevad rattad?
21. 25 cm läbimõõduga smirgelkäi pöörleb kiirusega 2880 pöörret/min. Kui suure ülima kiirusega võivad lennata laiali käia purunemisel tekkinud tükid?
22. Leida sputniku kiirus, mis liigub 1500 km kõrgusel ringorbiidil. Silmas pidada raskuskiirendust 1500 km kõrgusel. Maa raadius $r \approx 6400$ km.
23. Missuguse murkkiirusega saab vertikaaltasandis tiirutada 50 cm pikkuse niidi otsa riputatud 25-grammist keha, kui niit katkeb 300 G tõmbel?
Kui suur on sel puhul tiirutamise sagedus?
24. Kui suur on rõhumine kiigelauale tasakaaluasendi läbimisel kiirusega 4 m/sek, kui kiigel asub 80 kg raskune inimene ja pöörlemisraadius on 3 meetrit?
25. Auto sõidab üle kumera silla kiirusega 50 km/h. Kui suur on silla kõverusraadius, kui auto ei avalda silla keskkohale mingit rõhumist?
26. Lainete levimiskiirus on 1200 km/h. Määrata vönkeperiood, kui lainepikkus on 30 cm.
27. Korgitükk kaalub 50 G. Millist jõudu on tarvis korgitüki "uputamiseks" vees? petrooleumis?
Korgi $\rho = 0,2$ G/cm³. Petrooleumi $\rho = 0,8$ G/cm³.
28. Keha kaalub õhus 10 kg, vees 6 kg. Kas ta vajub elavhõbedas põhja või ujub pinnal? Viimasel juhul näidata, milline osa keha ruumalast vajub elavhõbedasse.

29. Keha kaalub õhus 20 kG ja vees 15 kG. Milline jõud mõjub kehale, kui ta on "uputatud" elavhõbedasse? Elavhõbeda erikaal $13,6 \text{ G/cm}^3$.
30. Keha kaalub õhus 2 korda rohkem kui vees. Kui suur on keha erikaal?

Soojus

31. Seatinatüki ruumala 20° temperatuuril on 100 cm^3 ja 120°C temperatuuril $100,87 \text{ cm}^3$. Leida seatina joonpaisumiskoeffitsient.
32. Kui suur on vase temperatuur, kui tema tihedus sel temperatuuril on $8,83 \text{ g/cm}^3$ ja 0°C juures $8,9 \text{ g/cm}^3$? Vase joonpaisumiskoeffitsient on $0,000017 \text{ kr}^{-1}$.
33. Kui palju 0° -st lund tuleb lisada 50 liitrile 80° -sele veele, et saada 40° -st vannivett? Lume sulamissoojus on 80 kcal/kg .
34. Kui palju -10° -st jääd kulub 10 l keeva vee jahutamiseks 20° -ni?
35. 500 g 15°C vette lastakse 30 g 100° -st veeauru, mis muutub veeks. Leida vee temperatuur pärast auru sissejuhtimist. (Vee keemissoojus 540 cal/g).
36. Tullisesse alumiiniumnõusse, mille mass on 729 g (erisoojus $0,21 \text{ cal/g kr}$), valatakse 0,5 liitrit petrooleumi, mille temperatuur on 20°C (erisoojus $0,5 \text{ cal/g kr}$). Petrooleumi temperatuur tõuseb 50° -ni. Kui suur on alumiiniumnõu algtemperatuur?
37. Kui palju kulub kivisütt, et keema ajada ja seejärel aurustada 200 l vett, mille algtemperatuur on 10°C ? Vee keemissoojus 540 cal/g . Kivisöe kütteväärtus 7000 kcal/kg .
38. Kivisöe kütteväärtus on 7000 kcal/kg . Kui palju vett algtemperatuuriga 5°C võib keema ajada ja seejärel

aurustada soojusega, mis tekib 20 kg kivisõe ärapõlemisel? Vee keemissoojus on 540 kcal/kg.

39. Diiselmootor, mille võimsus on 60 hj, tarvitab tunnis 12 kg naftat kütteväärtusega 11 000 kcal/kg. Leida kasutegur.
40. Kui suur on 85 hj sisepõlemismootori kasutegur, kui ta kulutab tunnis 25 kg kütteainet, mille kütteväärtus on 11 000 kcal/kg?
41. Kui suur on 60 hj sisepõlemismootori kasutegur, kui ta kulutab tunnis 15 kg kütteainet, mille kütteväärtus on 10 000 kcal/kg?
42. Kiirusega 60 km/h sõitev rong massiga 3000 tonni peatatakse pidurite abil. Kui palju soojust eraldub pidurites, eeldades, et rongi kogu kineetiline energia muutub soojuseks?
43. 10 g massiga püssikuul tungib seina kiirusega 500 m/sek. Kui palju soojust vabaneb eeldusel, et kogu kuuli kineetiline energia muutub soojuseks?
44. Seatinast püssikuul tungib märklauda kiirusega 366 m/sek. ja peatub seal. Eeldades, et pool vabanenud energiast kulub püssikuuli soojendamiseks, leida mitme kraadi võrra ta soojenes. Seatina erisoojus on 0,032 cal/g kr.
45. Kui suur oli 500-tonnise raskusega rongi kiirus, kui tema pidurdamisel tekkis 9000 kcal soojust?
46. Mitme kraadi võrra soojeneb vesi, langedes 15 m kõrguselt, kui 30% ta langemisel tehtavast tööst kulub vee soojendamiseks?
47. Mitme kraadi võrra tuleb soojendada 25°C juures olevat jääva runmalaga gaasi hulka, et tema rõhk suureneks 5 korda.

48. 3 - liitrise mahuga kolvis on 5 kg õhku temperatuuril -20°C . Leida õhurõhk kolvis.
Õhu tihedus normaaltingimustes on $0,0013 \text{ g/cm}^3$.
49. Balloonist lasti välja $\frac{1}{3}$ seal olnud hapnikust, mille temperatuur oli 25°C ja rõhk 20 at. Tühjendamisel rõhk langes 12 at-ni. Milline oli siis hapniku temperatuur?
50. Õhu tihedus normaaltingimustes on $0,0013 \text{ g/cm}^3$. Milline on õhu rõhk mäe tipus, kui temperatuur seal on -30°C ja 1 l õhku kaalub 0,5 G?
51. Balloon sisaldab vesinikku 20°C temperatuuril 200 at rõhul. Mitmendik osa vesinikust on jäänud ballooni, kui rõhk on langenud tühjendamisel 10 at-ni ja temperatuur -50°C -ni?

Elekter.

52. Kaks punktlaengut, millest üks on teisest 3 korda suurem, mõjuvad vastastikku 0,02 mG jõuga 15 m kaugusel teineteisest. Leida laengute suurused kulonites.
53. Punktlaengud $+24 \text{ lü}$ ja -36 lü asuvad vaakuumis 5 cm kaugusel teineteisest. Arvutada elektrivälja tugevus punktis, mille kaugus esimesest laengust on 4 cm ja teisest 3 cm.
54. Laengu 10^{-5} kuloni viimisel elektrivälja tehti 600 ergi tööd. Leida potentsiaal välja punktis, kuhu viidi laeng.
55. Kaks laengut mõjutavad teineteist õhus 6 cm kauguselt 12-düünilise jõuga, eetris aga 10 cm kaugusel jõuga 1 düün. Määrata eetri dielektriline konstant.
56. Kondensaatorpatarei koosneb kahest paralleelselt ühendatud kondensaatorist 500 pF ja 1000 pF. Kui suurt laengut läheb vaja selle patarei laadimiseks potentsiaalini 3000 V?

57. 50 cm raadiusega kera on laetud potentsiaalini 600 V. Kui palju soojust vabaneb juhtmes, mille abil see kera maandatakse?
58. Kaks laengut mõjutavad teineteist õlis 10 cm kauguselt sama tugevasti kui vaakuumis asudes 15 cm kaugusel. Määrata õli dielektriline konstant.
59. Kaks ühesugust õhkdielektrikuga kondensaatorit on ühendatud paralleelselt ning laetud pingeni U. Kui ühe kondensaatori plaatide vahemik täideti paberikihiga, teist kondensaatorit aga ei muudetud, siis vähenes ühendatud kondensaatoritel pinge 1,5 korda. Kui suur on paberi dielektriline konstant?
60. Kahele kondensaatorile anti võrdsed laengud, mille tagajärjel nad omandasid pinged vastavalt 5 V ja 10 V. Seejärel ühendati kondensaatorid paralleelselt. Milliseks kujunes pinge kondensaatoreil?
61. Kui suur on 2 kG alumiiniumtraadi takistus, kui tema diameeter on 2 mm?
Alumiiniumi eritakistus on $0,029 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ ja erikaal $2,7 \text{ g/cm}^3$.
62. Peenemaks tõmbamise teel pikenes traaditükk 6 korda. Mitu korda suurenes traadi kogutakistus?
63. 100 cm^3 -st platinasulandist eritakistusega $0,1 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ valmistati traati, mille kogutakistuseks saadi 1000 oomi. Millise ristlõikepindalaga ning pikkusega traat valmistati?
64. Kui suur takistus tuleks paralleelselt ühendada juhtmega, mille takistus on 490 oomi, et kogutakistus oleks 8 korda väiksem?
65. Vool, mille tugevus on 3 A, haruneb kaheks. Leida voolutugevus kummaski harus, kui harude juhtmed erinevad ainult läbimõõdu poolest, mis on vastavalt 2 mm ja 1 mm.

66. Kui pikka kroomnikkeltraati (eritakistus $1 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$), mille ristlõikepindala on $0,2 \text{ mm}^2$, on tarvis, et valmistada spiraali 220-voldisele elektripliidile võimsusega 880 W?
67. Kui suur peab olema eeltakistus, et võiks 220 V pingega võrku lülitada elektrileeklambi, mille toitmiseks on vaja pinget 40 V ja voolutugevust 5 A?
68. Elektrimootori mähis, mis on valmistatud 2 mm^2 ristlõikega vasktraadist, kaalub 2,2 kg. Milline on mähisetakistus, kui vase erikaal on $8,8 \text{ G/cm}^3$ ning eritakistus $0,016 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$?
69. 55 galvaani elementi, mille sisetakistused on 0,5 oomi ja emj 1,3 V, on ühendatud järjestikku. Kui suurt voolutugevust nad annavad, kui vooluringi välistakistus on 20 oomi?
70. Galvaani element, mille emj on 1,1 V ja sisetakistus 1 oom, on lülitatud vooluringis galvanomeetriga, mille takistus on 1200 oomi. Kui tugev vool läbib galvanomeetri, kui sellega on ühendatud šunt, mille takistus on 3 oomi?
71. 40-st järjestikku ühendatud akumulaatorist koosneva patarei klemmidele on lülitatud takistus, milles eraldub soojust 19,2 cal/sek. Patareist võetav voolutugevus on 1 A. Iga akumulaatori sisetakistus on 0,1 oomi. Kui suur on patarei elektromotoorne jõud?
72. Elektrihõõglambi normaalne tööiga on 1000 tundi. Mitu kulonit elektrit läbib selle aja jooksul lampi, mille võimsus on 40 W ja tööpinge 110 V?
73. Vooluallika elektromotoorne jõud on 60 V, sisetakistus 2 oomi. Välistakistus koosneb kahest paralleelselt ühendatud juhust, milles voolutugevused on 0,5 A ja 2 A. Leida nende harude takistused.

74. Vooluring koosneb 50 järjestikku ühendatud elemendist ja välistakistusest 36 oomi. Ühe elemendi sisetakistus on 0,2 oomi. Kui suur takistus tuleb lülitada välis- takistusega paralleelselt, et voolutugevus kogu vooluringis suureneks 2 korda?
75. Vooluallikaga on ühendatud paralleelselt 3 takistust. Voolu võimsus on neis vastavalt 800 W, 1000 W ja 250 W. Esimeses neist on voolutugevus 8 A. Leida takistite suurus oomides.
76. 120 W võimsusega jootekolb on kohandatud pingele 110 V. Kolvi kasutamiseks 220 V elektrivõrgus tuleb temaga järjestikku lülitada reostaat. Kui pikk tuleb võtta nikeliintraat selle valmistamiseks, kui traadi läbimõõt on 0,4 mm? Nikeliini eritakistus on $0,4 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.
77. Normaalselt helenduva taskulambi pirnikese hõõgniidi takistus 3,5-voldise toitepinge puhul on 12,5 oomi. Pirnikene lülitati järjestikku suurema hõõglambi vooluringi ning viimasega koos 220 V elektrivõrku, mille tagajärjel hakkas pirnike normaalselt helendama. Missuguse võimsusega oli suurem hõõglamp?
78. Elektrienergia ülekandeliini takistus transformaatori- alajaamade vahel on 10 oomi. Võimsuskadude vähendamise eesmärgil transformeeriti ülekandelinile antavat pinget kaks korda kõrgemaks, mille tulemusena vähenes liinil võimsuskadu 75 kW võrra. Missuguse tugevusega voolu anti mööda liini enne ja pärast pinget tõstmist?
79. Keevitustransformaatori sekundaarmähise ning lühistatud elektrodide takistus kokku on 0,001 oomi. Voolutugevus sekundaarmähises ulatub lühise puhul kuni 2000 A-ni. Millise tugevusega vool läbib sel puhul transformaatori primaarmähist, mida toidetakse 220 V elektrivõrgust? (Transformaatori kasutegur lugeda $\approx 100\%$).

80. Elektrihõõglampi, mille normaalne tööpinge peab olema 120 V, soovitakse lülitada reostaadiga järjestikku 220 V elektrivõrku. Millise takistusega reostaati tuleb kasutada, kui hõõglambi võimsus normaalselt töötades on 60 W?
81. Tunni jooksul läbis hõõglampi 1440 kulonit elektrit. Pinge oli 220 V. Mitu kilodžauli tööd seejuures tehti ja kui suur oli voolutugevus? Mitme vatine on lamp?
82. Vool, mille tugevus on 10 A, haruneb kolmeks. Leida voolutugevus igas harus, kui harude juhtmed erinevad ainult läbimõõdu poolest, mis on vastavalt 1 mm, 0,8 mm ja 0,6 mm.
83. Kui palju paralleelselt lülitatud elektrilampe, mis on arvestatud pingele 100 V, võivad põleda normaalselt, kui neid toidetakse akumulaatorpatareist elektromotoorse jõuga $E = 120$ V ja sisetakistusega $R = 10$ oomi? Iga lambi võimsus on 50 W.
84. Vooluallika sisetakistus on 1 oom. Voolutugevus vooluringis on 2,5 A, välistakistuse kolmekordistumisel aga 0,9 A. Leida vooluallika elektromotoorne jõud.
85. Generaatorist, mille võimsus välisahelas on 36 hj, toidetakse 300 paralleelselt ühendatud hõõglampi. Iga hõõglambi takistus on 600 oomi. Leida generaatori klemmipinge.
86. Vooluring koosneb kahest paralleelselt ühendatud takistist R_1 ja R_2 ja nendega järjestikku ühendatud takistist R_3 . Vooluringi toidavad kaks paralleelselt ühendatud elementi. Ühe elemendi klemmipinge on 1,4 V, vool ringis on 1 A, takisti $R_1 = 2$ oomi, $R_3 = 1,0$ oomi. Leida takisti R_2 suurus.
87. Lift kaaluga 1 tonn tõuseb ühtlaselt 10 m kõrgusele 20 sekundiga. Lifti mootor töötab pingel 220 V. Mil-

line on mootori poolt tarvitav voolutugevus, kui lifti kasutegur on 90%?

88. 220 V elektripliidi küttekeha on valmistatud 570 cm pikkusega ja 0,3 mm läbimõõduga kroomnikeltraadist. Arvutada, kui palju maksab selle pliidi kasutamine 1 kuu (30 päeva) jooksul, kui pliiti kasutatakse keskmiselt 3 tundi päevas ja elektrienergia hind on 4 kop. kilovatt-tunni eest. Kroomnikli eritakistus on $1 \text{ } \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.
89. Elektrivõrgu alajaamast liinidele antav pinge on 220 V. Alajaamast tarbijani on liinide takistus 2 oomi. Tarbija takistus on 20 oomi. Milline on pinge tarbimiskohal? Milline oleks pinge tarbimiskohal, kui liini juhtmed asendada kaks korda suurema läbimõõduga, kuid samast materjalist juhtmetega?
90. Kui akumulaatori klemmidele on ühendatud paralleelselt takistused 12 oomi ja 4 oomi, siis akust võetav voolutugevus on 0,5 A. Kui suurem takistus ära võtta, siis väheneb voolutugevus 20% võrra. Millised on aku sisetakistus ja elektromotoorne jõud?
91. Alalisvoolugeneraator toidab magistraaljuhtme kaudu paralleelselt lülitatud tarbijaid, mille takistused on 15 oomi, 30 oomi ja 40 oomi. Magistraaljuhtme takistus on 1,8 oomi, generaatori mähiste takistus 0,2 oomi. Milline on generaatori poolt tekitatav elektromotoorne jõud voltides, kui magistraaljuhtmes on voolutugevus 22 A?
92. Kaks ühesugust akumulaatorit on ühendatud järjestikku ja annavad voolutugevuse 1,74 A, kui välistakistus on 1,9 oomi. Paralleelselt ühendatuna annavad needsamad akumulaatorid sama välistakistuse puhul voolutugevuse 1 A. Määrata nende akumulaatorite elektromotoorne jõud ja sisetakistus.

93. Kui elemendi välisahelas on takistus 2 oomi, siis elemendist võetava voolutugevus on 0,5 A. Kui aga lülitada välistakistusele paralleelselt takistus 0,66 oomi, siis kasvab voolutugevus kahekordseks. Kui suur on elemendi elektromotoorne jõud ja sisetakistus?
94. Korteris elektrisisseseade koosneb 5 lambist à 100 vatti, 3 lambist à 40 vatti ja 2 lambist à 25 vatti ning elektripliidist 600 vatti. Kui palju tuleb tasuda kuus elektri eest, kui lampe tarvitatakse keskmiselt 6 tundi päeva kohta ja elektripliiti 2 tundi päevas? 1 kWh maksab 4 kop.
95. Mitu kg vaske vajatakse 5 km pikkuseks kahejuhtmeli-seks liiniks, mille takistus peab olema 5 oomi? Vase erikaal on $8,5 \text{ g/cm}^3$ ja eritakistus $0,017 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$.
96. Galvanomeetri skaalal on 100 jaotist, igale jaotisele vastav voolutugevus on 10^{-3} A ja sisetakistus $R_g = 200$ oomi. Galvanomeetrist ehitatakse a) ampermeeter mõõdupiirkonnaga 150 A. Leida šundi takistus; b) voltmeeter mõõdupiirkonnaga 200 V. Leida eeltakistus.
97. Kui suure takistusega spiraali läheb vaja elektripliidile, mis annaks $4,8 \text{ kcal/min}$, kui pinge on 100 V?
98. Vooluringi on järjestikku lülitatud ampermeeter ja elektrolüüt. Ampermeeter näitab voolu 1,5 A. Millise paranduse peame tegema ampermeetri lugemile, kui elektrolüüdist on 10 min. jooksul eraldunud 0,316 g vaske ($k = 0,33 \text{ mg/C}$)?
99. Kui palju vaske saab elektrolüüsil eraldada vasevitrioli lahusest, kasutades vooluallikana patareid mahtuvusega 0,5 ampertundi?
100. Kaks võrdse takistusega järjestikku lülitatud kütte-

keha annavad 110 V võrgupinge puhul 120 cal/sek. soojust. Kui neidsamu küttekehi paralleelselt ühendatuna toita samast elektrivõrgust, milline on siis tarvitatav võimsus vattides? Milline on kummagi küttekeha takistus?

101. Määrata küttekeha traadi eritakistus, kui $0,5 \text{ mm}^2$ ristlõikega ning 12 m pikkusest traadist eraldub 60 V toitepinge puhul 2,16 kcal soojust minutis.
102. Kui toitepinget tõsteti 10% võrra, siis küttekehast sekundis eralduv soojushulk kasvas 12 cal võrra. Küttekeha takistus on 42 oomi. Milline oli toitepinge algul?
103. Kui kana soojeneb 2 l vett 20 kraadilt 100 kraadini 220 V pingega võrku lülitatud elektriteekannus, mille kasutegur on 75% ja takistus 80 oomi?
104. Elektrikeetjas, mille kasutegur $\eta = 70\%$, on 0,5 kg jääd 0°C . Kui palju maksab selle jäätüki sulatamine ja jääst saadud vee aurutamine, kui 1 kWh maksab 4 kop.?
105. Elektrikeetja soojendab 10 minutiga 1,25 l vett toatemperatuurilt (20°C) keemispunktini. Leida keetja kasutegur, kui võrgupinge on 220 V ja keetja küttekeha takistus 60,5 oomi.
106. Rana eritakistus on 7 korda suurem kui vasel. Kaks võrdse ristlõikega ning võrdse pikkusega raud- ja vasktraati on ühendatud kord järjestikku, kord paralleelselt pingeallika klemmidele. Kummal juhul on traatidest summaarselt eralduv soojushulk suurem ja mitu korda?
107. Vasktraat ja raudtraat (pikkuselt ja ristlõikelst ühesugused) lülitatakse elektrivõrku kord järjestikku, kord paralleelselt. Kummal traadil eraldub enam soojust ühel ja teisel korral ja mitu korda?

108. Kui elektripliidi küttekeha normaalset pikkust 10% võrra vähendada, siis kasvaks minutis eralduv soojushulk 660 cal võrra. Millise võimsusega (vattides) on küttekeha normaalselt?
109. 600 W võimsusega elektripliidil aetakse keema 1,5 l 10-kraadist vett 45 min kestel. Kui palju vett seejuures aurustus, kui elektripliidi kasutegur on 45%?
110. Elektrikeetjal on 2 küttekeha. Ühe keha sisselülimisel hakkab vesi keetjas keema 10 min, teise keha sisselülimisel 20 min pärast. Millise aja pärast hakkab vesi keetjas keema mõlema küttekeha üheaegsel sisselülimisel: a) kehade järjestikuse, b) paralleelse ühenduse puhul? (Pinge, kasutegur, vee hulk ja selle algtemperatuur on samad kõikidel juhtudel.)
111. Metallisulatusahju takistus on 0,0005 oomi ja pinge 6 V. Leida voolutugevus, võimsus ja ühes tunnis eraldunud soojuse hulk kcal-tes.
112. Mitu džauli tööd teeb vool taskulambis, kui see põleb 5 minutit pingega 4 V ja voolutugevusega 0,25 A? Kui palju soojust seejuures eraldub?
113. Välg löi piksevardasse, mille takistus on 0,1 oomi. 0,001 sek kestel läbivoolanud elektri hulk oli 100 kulonit. Kui palju soojust (kcal) tekitas välg piksevardas?
114. Katoodkiirte kimp, läbides kondensaatori plaatide vahel 5 cm pikkuse tee, kaldub kõrvale 1 mm võrra. Määrata elektronide kiirus ja energia antud katoodkiirtes. Elektrivälja tugevus kondensaatori plaatide vahel on 150 V/cm, elektroni laeng $4,8 \cdot 10^{-10}$ CGSE üh. ja ta mass $9,1 \cdot 10^{-28}$ g.
115. Millisele lainepikkusele on häälestatud vastuvõtja, kui ta võnkeringi omainduktsioon on 0,003 henrit ja mahtuvus 300 cm?

116. Vönkekonturid induktiivsusega 10 H on vaja häälestada 50 Hz sagedusele. Kui suur on selle vönkekonturi mahtuvus?

Valgus.

117. Projektsiooniaparaadis on 1000-küünlane kaarlamp. 10 cm kaugusel elektrikaare kraatrist asetseb aparaadi kondensator, selle taga aga kondensatori poolt valgustatud pinda kahekümnekordses suurenduses ekraanile projekteeriv objektiiv. Arvutada ekraani valgustustugevus ta keskkohas, arvestades, et umbes 50% valgusest läheb kaduma aparaadi optilise süsteemi läbimisel.
118. 25-küünlane lamp asetseb 40 cm kõrgusel laua kohal. Leida laua pinna valgustustugevus kohas, mis asetseb 50 cm kaugusel lambist.
119. Kaks lampi, 49 ja 64 küünalt, asetsevad teineteisest 180 cm kaugusel. Kuhu tuleb paigutada nende vahele, fotomeetri ekraan, et ta valgustustugevus mõlemal pool oleks võrdne?
120. Kerapinnal raadiusega 5 dm on piiratud 1 m^2 pinnaosa. Leida sellele pinnale vastav ruuminurk, mille tipp asub kera keskpunktis.
121. 50-küünlane lamp on 30 cm lauast kõrgemal. Kui suur on 60 cm lambist eemal laua peal oleva raamatu valgustustugevus?
122. 100-küünlane lamp on 1,5 m kaugusel raamatust. Raamatu pinnavalgustus on 20 lx. Kui suure nurga all langeb valgus raamatule? Kui kõrgel lauast asetseb lamp?
123. Piirituse täieliku sisepeegelduse piirnurk on $47^{\circ}25'$. Arvutada piirituse murdumisnäitaja.
124. Missuguse fookusekaugusega lääts annab esemest 10 korra vähendatud tõelise kujutise 30 cm kaugusel läätest?

125. Eseme kõrgus on 10 cm, tema kujutis läätsest 5,6 m kaugusel asuval ekraanil on 2,5 m kõrge. Kui suur on läätse fookusekaugus?
126. Küünla leegi kõrgus on 4 cm. Läätse abil saadakse temast ekraanil terav kujutis, mille kõrgus on 12 cm. Jättes läätse paigale, nihutati küünal 2 cm lähemale. Siis, et saada uuesti teravat kujutist, nihutati ekraani, millel saadi nüüd 20 cm kõrgune leegi kujutis. Leida läätse fookusekaugus.
127. Kui pikk on laine, kui talle vastav kvant kannab energiat 10^{-11} ergi? Millisesse spektri ossa kuulub see lainepikkus?
128. Kui palju footoneid väljub sekundis 100-vatise pirni hõõgniidist, kui kiirguse keskmine sagedus on $3 \cdot 10^{14}$ Hz ja pirni kasutegur on 4%?
129. Naatriumi hõõgav aur kiirgab valgust lainepikkusega 0,589 μ . Mitu vastava suurusega kvanti moodustavad summaarse energia 1 erg?
130. Vastu berülliumi tuuma pörkab α -osake ja jääb temasse, lüües välja neutroni. Kirjutada tuuma-reaktsioon.

Vastused[⌘]

1. $t_1 = 1$ sek; $t_2 = 2$ sek.
2. 2,9 sek.
3. 39,2 m.
4. 1,11 sek.
5. 9,8 m.
6. 4,9 m.
7. 98,6 cm/sek².
8. 40 m.
9. 40 sek.
10. 10 kG.
11. 30,6 T.
12. 4 korda.
13. 0,64 sek.
14. 1,4 kG.
15. 1,28 m.
16. 43,1 kG.
17. ~20,8 cm suurema kera keskpunktist.
18. 75,5 kG.
19. 36,2 km/h.
20. 27,8 rad/sek.
21. 37,7 m/sek.
22. 7,2 km/sek.
23. 14,7 rad/sek; 2,34 pööret/sek.
24. 123,6 kG.

[⌘] g väärtus ülesannete lahendamisel võib võtta kas 9,8 m/sek² või 10 m/sek².

25. 19,7 m.
26. 0,0009 sek.
27. 200 G; 150 G.
28. Ujub; elavhõbedasse vajub 18% keha ruumalast.
29. 48 kG.
30. 2 G/cm³.
31. 0,000029 kraad⁻¹.
32. 155°C.
33. 16,7 kg.
34. 7,62 kg.
35. 50,3°C.
36. 89,2°C.
37. 18 kg.
38. 220 kg.
39. 29%.
40. 19,5%.
41. 25,3%.
42. 10⁵ kcal.
43. 0,3 kcal.
44. 250°C.
45. 44,3 km/h.
46. 0,01°C.
47. 1192°C võrra.
48. 1188 atm.
49. -5°C.
50. 260 mm Hg.

51. 0,066.
52. $4 \cdot 10^{-8} \text{C}$ ja $12,1 \cdot 10^{-8} \text{C}$.
53. 4,2 dүүini/lүү.
54. 6 V.
55. 4,32.
56. $4,5 \cdot 10^{-6} \text{C}$.
57. $2,4 \cdot 10^{-6} \text{cal}$.
58. 2,25.
59. 2.
60. 6,67 V.
61. 2,18 Ω .
62. 36 korda.
63. $0,1 \text{ mm}^2$; 1 km.
64. 70 Ω .
65. 2,4 A; 0,6 A.
66. 11 m.
67. 36 Ω .
68. 1 Ω .
69. 1,5 A.
70. 0,7 mA.
71. 84 V.
72. $1,31 \cdot 10^6 \text{C}$.
73. 27,5 Ω ja 110 Ω .
74. 20,4 Ω .
75. 12,5 Ω ; 10 Ω ; 40 Ω .
76. 31,7 m.

77. ~60 W.
78. 100 A; 50 A.
79. 18,2 A.
80. 200 Ω .
81. 316,8 kJ; 0,4 A; 88 W.
82. 5 A; 3,2 A; 1,8 A.
83. 4 lampi.
84. 22,5 V.
85. 230 V.
86. 0,5 Ω .
87. 24,7 A.
88. 2 rbl. 16 kop.
89. 200 V; 215 V.
90. 1 Ω ; 2 V.
91. 220 V.
92. 2 V; 0,2 Ω .
93. 1,5 V; 1 Ω .
94. 6 rbl. 26 kop.
95. 2890 kG.
96. 0,133 Ω ; 1800 Ω .
97. 30 Ω .
98. +0,1 A (I = 1,6 A).
99. ~0,6 g.
100. 2000 W; 12,1 Ω .
101. $1 \frac{\Omega \text{mm}^2}{\text{m}}$.
102. 100 V.

103. 24,5 min.
104. 2,4 kop.
105. 87%.
106. Järjestikusel ühendamisel 9,14 korda rohkem.
107. Järjestikusel ühendamisel raudtraadil 7 korda rohkem, paralleelsel - vasktraadil 7 korda rohkem.
108. 412 W.
109. 74 g.
110. 30 min; 6 min 40 sek.
111. 12 000 A; 72 kW; 62 200 kcal.
112. 300 dž; 72 cal.
113. 240 kcal.
114. $\sim 57\ 000$ km/sek; $\sim 1,5 \cdot 10^{-8}$ ergi.
115. 1884 m.
116. $\sim 1 \mu F$.
117. 125 lx.
118. 80 lx.
119. 84 cm kaugusele nõrgemast lambist.
120. 4 sterrad.
121. 27,8 lx.
122. 63° ; 67,5 cm.
123. 1,36.
124. 125 lx.
125. 21,5 cm.
126. 15 cm.
127. 200 m μ - ultraviolett.

128. $\sim 2 \cdot 10^{19}$ footonit.

129. $\sim 3 \cdot 10^{11}$ kvanti.

130. ${}_4\text{Be}^9 + {}_2\text{He}^4 = {}_6\text{C}^{12} + {}_0\text{n}^1.$

Keemia ülesandeid.

1. Kui suur on järgmiste ainete gramm-molekuli ruumala normaalsetes tingimustes: lämmastik, etaan, glütseriin ($d = 1,26$) ja vesi?
2. Kui suure ruumala võtab enda alla $19 \cdot 10^{21}$ gaasimolekuli normaalsetes tingimustes?
3. Mitu m^3 süsihappegaasi (normaalsetes tingimustes) tekib 1 t söe täielikul põlemisel?
4. Mitme grammi atsetüleenit põletamisel saadakse 10 liitrit süsihappegaasi (normaalsetes tingimustes)? Mitu liitrit hapnikku kulutati selle atsetüleenihulga põletamiseks?
5. Mitu grammi kaalub normaalsetes tingimustes gaaside segu, mis on saadud 11,2 liitrist lämmastikust ja 53,8 liitrist süsihappegaasist?
6. Kui suure ruumala normaalsetes tingimustes võtab enda alla 10 g hapniku ja 40 g lämmastiku segu?
7. Kui suur on 1 liitri vesiniku kaal normaalses tingimustes, kui ta sisaldab 2 ruumala-protsenti hapnikku?
8. Küttegaasid sisaldavad ruumalaliselt 20% CO, 40% CO₂ ja 40% O₂. Leida gaaside segu 1 liitri kaal grammides normaalsetes tingimustes.
9. Arvutada majapidamisgaasi tihedus vesiniku suhtes. Gaas sisaldab ruumalaliselt 48% H₂, 35% CH₄, 8% CO, 4% C₂H₄, 2% CO₂ ja 3% N₂.
10. 1 g-molekuli CO põlemisel eraldub 69 kcal; 1 gramm-molekuli H₂ põlemisel eraldub 58,1 kcal. Kui palju soojust eraldub 1 m³ vesigaasi põlemisel, milles on

(ruumala järgi) 5% CO_2 , 39% CO , 49% H_2 ja 7% N_2 ?

11. Kui suur ruumala õhku on tarvis 1 m³ majapidamisgaasi täielikuks põlemiseks? Gaas sisaldab ruumalaliselt 48% H_2 , 35% CH_4 , 8% CO , 4% C_2H_4 ja 5% mittepõlevaid lisandeid.
12. Mitu ml vesinikku ja lämmastikku peab tekkima 96 ml ammoniaagi lagunemisel?
13. Mitu cm³ kloorvesinikku tekib 100 cm³ vesiniku reageerimisel 200 cm³ klooriga?
14. Mitu grammi vett võib saada 2 g vesinikust ja 20 g hapnikust koosneva segu plahvatamisel?
15. Kui suur ruumala hapnikku (normaalsetel tingimustel) saadakse 100 g vee elektrolüütilisel lagundamisel?
16. Ööpäeva jooksul eritab inimene umbes 0,5 m³ CO_2 . Kui suur kogus inimese keha orgaaniliste ainete koostisse kuuluvat süsinikku oksüdeerub ööpäeva jooksul?
17. Kui palju tuleb võtta kaltsiumkarbiidi, et veega reageerimisel saada 10 liitrit atsetüleeni (normaalsetes tingimustes)?
18. Kui suur ruumala süsinikoksüüdi (normaalsetes tingimustes) on tarvis 6 g raud(III)oksüüdi redutseerimiseks?
19. 20 g NaOH lahustamisel 100 g vees saadi lahus, mille tihedus on 1,2. Arvutada
 - 1) mitme %-line on see lahus,
 - 2) mitu g-molekuli NaOH on ühes liitris lahuses.
20. Meditsiinis kasutatakse haavade desinfitseerimiseks joodtinktuuri, mis on 10%-line joodilahus piirituses. Arvutage
 - 1) mitu ml piiritust ja mitu grammi joodi on tarvis 500 g joodtinktuuri valmistamiseks? Piirituse erikaal on ligikaudu 0,8.

- 2) Mitu g joodi tuleb võtta, et tema lahustamisel 125 ml-s piirituses saaksime 10%-lise lahuse?
21. Mõningate haiguste puhul süstitakse verre 0,85%-list keedusoola lahust, mida nimetatakse füsioloogiliseks lahuseks.
Arvutage: 1) kui palju füsioloogilist lahust võib valmistada 170 grammist keedusoolast;
2) mitu grammi keedusoola viiakse verre 400 g füsioloogilise lahuse süstitamisel?
22. Sidrunimahlas on ligikaudu 6,5% sidrunhapet. Mitu grammi vett tuleb lisada 50 g sidrunimahlale 1%-lise sidrunhappelahuse saamiseks?
23. 28,6 g-st kristallveega soodast ja 71,4 g-st veest on valmistatud lahus. Kui suur on Na_2CO_3 kontsentratsioon selles lahuses?
24. 70 grammile 12%-lisele lahusele lisati 30 g vett. Missugune on saadud lahuse kontsentratsioon?
25. 12%-lise kaaliumnitraadi lahuse kuivaksaurutamisel saadi 170 g kaaliumnitraati. Kui palju oli enne aurutamist vett antud lahuses?
26. Tehniline väävelhape sisaldab 3,5% vett. Kui palju vett on 1 liitris tehnilises väävelhappes, kui happe erikaal on 1,84?
27. Mitu g soodat ja vett on tarvis 50 g 5%-lise lahuse valmistamiseks?
28. Kui palju tuleb võtta 40%-list lahust ja vett, et saada 500 g 15%-list lahust?
29. Mitme %-line on lahus, mis on saadud 200 ml 25%-lise ($d = 1,3$) ja 100 ml 15%-lise ($d = 1,2$) lahuste segamisel?
30. Mitu ml 70%-list väävelhapet erikaaluga 1,615 on tarvis 600 ml 10%-lise H_2SO_4 lahuse ($d = 1,07$) valmis-

tamiseks?

31. Kui suures koguses vees tuleb lahustada 1 mool keedusoola, et saada 15%-list lahust?
32. Mitu g-molekuli väävelhapet on ühes liitris 50%-lises lahuses, mille erikaal on 1,42?
33. Lämmastikhappe lahus sisaldab 10 g-molekuli HNO_3 ühes liitris lahuses ($d = 1,3$). Mitme %-line on see lahus?
34. 200 grammi soolhappelahuse neutraliseerimiseks kulus 16 g sööbenaatriumi. Kui suur oli soolhappe protsendiline sisaldus antud lahuses?
35. Neutraliseeriti lahus, mis sisaldas 189 g HNO_3 . Neutraliseerimiseks kasutati algul sööbekaaliumilahust, milles oli 112 g KOH. Edasist neutraliseerimist teostati baariumhüdoksüüdiga. Mitu grammi Ba(OH)_2 kulutati lahuse lõplikuks neutraliseerimiseks?
36. Mitu grammi 10%-list sööbenaatriumi lahust kulub 98 g 20%-lise väävelhappe neutraliseerimiseks?
37. Kui palju 65%-list lämmastikhapet kulub 1 g-molekuli kustutatud lubja neutraliseerimiseks?
38. Kui palju 98%-list väävelhapet kulub 146 g kloorvesiniku saamiseks keedusoolast?
39. Mitu milliliitrit 20%-list soolhapet (erikaal 1,10) on vaja 1,5 g BaCO_3 lahustamiseks?
40. Kui palju 75%-list väävelhappe lahust on võimalik saada lähtudes 500 kg-st väävlist?
41. Mitu grammi sademena eralduvat ainet tekib 100 g 5%-lise väävelhappelahuse ja 100 g 5%-lise baariumkloriidi lahuse kokkuvalamisel?
42. Mitu liitrit kloori (normaalsetes tingimustes) on tarvis joodi väljatõrjumiseks 200 g-st 3%-lisest naatriumjodiidi lahusest?

43. Mitu liitrit kloori (normaalsetes tingimustes) on tarvis joodi väljatõrjumiseks 200 ml-st naatriumjodiidi lahusest, mis sisaldab 0,25 mooli NaJ liitris lahuses?
44. Kui palju 10%-st soolhapet kulub 440 liitri süsihappegaasi (möödetuna normaaltingimustes) saamiseks marmorist?
45. 15 g magneesiumhüdroksüüdi töödeldi lahusega, mis sisaldas 42 g väävelhapet. Mitu grammi soola tekkis?
46. Mitu liitrit vesinikku (normaaltingimustes) saadakse 10 g malmi lahustamisel soolhappes? Malm sisaldab 4,5% happes mittelahustuvaid lisandeid.
47. 5 - grammise teraseproovi põletamisel hapniku voolus tekkis 0,1 liitrit süsihappegaasi (möödetud normaaltingimustes). Mitu protsenti süsinikku oli terases?
48. Vaskpüriidi (CuFeS_2) maak sisaldab 28% aherainet. Kui palju vaske ja rauda on võimalik saada 1 tonnist maagist?
49. 40 g punase rauamaagi analüüsil leiti 22 g rauda. Milline on Fe_2O_3 sisaldus maagis?
50. Mitu g-aatomit aluminiumi tuleb võtta, et saada punasest rauamaagist 280 g rauda?
51. Kui palju on tarvis võtta fosforiiti, mis sisaldab 65% kaltsiumfosfaati, et saada 1 tonn fosforit, arvestades tootmisel esinevat fosfori kadu 3%?
52. Mitu protsenti fosforit sisaldab fosforiit, milles on 12% aherainet?
53. Tehases põletatakse iga päev 100 t kivisütt, mis sisaldab 1,6% väävlit. Kui palju väävlisgaasi tekib vabriku töötamisel 30 päeva jooksul? Kui palju väävelhapet võib saada sellest väävlisgaasist tema täielikul ärakasutamisel?

54. Ühest kilogrammist tehnilisest kaltsiumkarbiidist saadi 300 liitrit atsetüleen (normaalsetes tingimustes). Mitu protsenti lisandeid oli selles tehnilises kaltsiumkarbiidis?
55. Kui palju 90%-lise CaCO_3 sisaldusega lubjakivi peab võtma, et viimase lagundamisel saada 10 liitrit süsihappegaasi (normaalsetes tingimustes)?
56. 100 g lubjakivi kuumutamisel saadi 41 g süsihappegaasi. Mitu protsenti kaltsiumkarbonaati sisaldas lubjakivi?
57. Ühele hektarile anti 40 t laudasõnnikut, mis sisaldas 0,6% K_2O . Kui palju tuleks anda kaaliväetist, milles on 35% kaaliumkloriidi, et selle kogus oleks kaaliumi sisalduse poolest samaväärne 40 t laudasõnnikuga?
58. Missugune väetisena kasutatav ühend sisaldab rohkem lämmastikku: naatriumsalpeeter, ammooniumsalpeeter, kaltsiumtsüaanamiid CaCN_2 ?
59. Mitu grammi vett moodustub 20 g süsivesiniku põlemisel, mis sisaldab 25% vesinikku ja 75% süsinikku?
60. Leida niisuguse orgaanilise ühendi molekuli valem, mis sisaldab 77,4% C, 7,5% H ja 15,1% N. Ühendi auru tihedus õhu suhtes on 3,21.

Vastused.

1. 22,4 l; 22,4 l; 73 cm³; 18 cm³.
2. 703 cm³.
3. 1867 m³.
4. 5,82 g; 12,5 l.
5. 119,6 g.
6. 40 l.
7. 0,1161 g.
8. 1,607 g.
9. 5,82.
10. 2470 kcal.
11. 1,1 m³.
12. 48 ml; 144 ml.
13. 200 cm³.
14. 18 g.
15. 62,2 l.
16. 268 g.
17. 28,6 g.
18. 2,52 l.
19. 16,67%; 5 g-molekuli.
20. 1) 562,5 ml; 50 g J₂.
2) 11,11 g J₂.

21. 1) 20 kg.
2) 3,4 g.
22. 275 g.
23. 10%.
24. 8,4%.
25. 1247 ml.
26. 64,4 g.
27. 2,5 g soodat, 47,5 g vett.
28. 187,5 g lahust, 312,5 g vett.
29. 21,6%.
30. 56,8 ml.
31. 331,5 ml.
32. 7,2 g-molekuli.
33. 48,5%.
34. 7,3%.
35. 85,5 g.
36. 160 g.
37. 194 g.
38. 200 g.
39. 5 ml.
40. 2040 kg.
41. 5,59 g.
42. 0,448 l.
43. 0,56 l.
44. 14,33 kg.
45. 31 g.

46. 3,8 l.
47. 0,54%.
48. 250 kg vaske; 219 kg rauda.
49. 79%.
50. 5 g-aatomit.
51. 7,9 t.
52. 8,75%.
53. 96 t SO_2 , 147 t H_2SO_4 .
54. 14%.
55. 51,8 g.
56. 93,2%.
57. 1,1 t.
58. CaCN_2 , 35%.
59. 45 g.
60. $\text{C}_6\text{H}_5\text{NH}_2$.

Matemaatika ülesandeid³⁸

1. Arvutada

$$\frac{(58\frac{4}{15} - 56\frac{7}{24}) : 0,8 + 2\frac{1}{9} \cdot 0,225}{8\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}}$$

2. Lihtsustada avaldis

$$\sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} - \frac{2 + 2\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{\sqrt{3} - 1}.$$

3. Lihtsustada avaldis

$$\frac{2b\sqrt{1+x^2}}{\sqrt{1+x^2}-x},$$

$$\text{kui } x = \frac{1}{2} (\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}), \quad a > 0, \quad b > 0.$$

4. Lihtsustada avaldis

$$\frac{2a(\sqrt{1+x^2}-x)}{b(\sqrt{1+x^2}+x)},$$

$$\text{kui } x = \frac{1}{2} (\sqrt{\frac{a}{b}} - \sqrt{\frac{b}{a}}), \quad a > 0, \quad b > 0.$$

³⁸ Ülesannete vastused on antud käesoleva osa lõpus;

³⁸märgitud ülesannetele on antud lahendused või lahendamist hõlbustavad näpunäited.

5. Lihtsustada avaldis

$$\left(\frac{a-b}{\sqrt{b}} x^2 - 2ax + a\sqrt{b} \right) : \left(\frac{a+b}{\sqrt{a}} x - \sqrt{a} b \right),$$

kui

$$x = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}.$$

6. Missuguste m väärtuste korral on võrrandi

$$x^2 + 2(m-1)x + 3m^2 + 5 = 0$$

lahendid reaalsed?

7. Milliste a väärtuste puhul on hulklige

$$(a^2 - 1)x^2 + 2(a - 1)x + 2$$

positiivne iga x väärtuse puhul (a ja x on reaalarvud)?

8. Tõestada võrratus

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} > 6, \text{ kui } a > 0, b > 0, \\ c > 0.$$

9. Lahendada võrrand

$$9^x - 6^x = 2 \cdot 4^x.$$

10. Arvutada logaritmade tabelit kasutamata

$$\log 5 \cdot \log 20 + \log^2 2.$$

11. $\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{4x} 2.$

12. Lahendada võrrand

$$\log 2 + \log (4^{x-2} + 9) = 1 + \log (2^{x-2} + 1).$$

13. Kolme arvu, mille summa on 114, võib vaadelda kui järjestikuseid geomeetrilise progressiooni liikmeid või

kui esimest, neljandat ja kahekümne viendat aritmeetilise progressiooni liiget. Leida need arvud.

14. Aritmeetilise progressiooni n -es liige on $\frac{1}{m}$ ja m -es liige $\frac{1}{n}$. Leida mn liikme summa.
15. Aednik tellis endale 20 haruldase taime seemet. Ta külvas kevadel kõik seemned maha ja sai igal sügisel igalt taimelt 10 seemet. Oletades, et ükski seeme ei lähe kaduma, leida, mitmendal aastal saab aednik 5 kg seemneid, kui ühes grammis on 40 seemet.
16. Täisnurkse kolmnurga lühim kaatet $a = 2,5$ cm. Kolmnurga küljed moodustavad aritmeetilise jada. Leida kolmnurga pindala.
17. Tööline teenindab 16 kudumismasinat, mis töötavad automaatselt. Kudumismasina jõudlus on a $\frac{\text{meetrit}}{\text{tunnis}}$. Tööline laseb esimese masina käiku kell 8, iga järgmise 5 min. hiljem. Kui palju riiet toodetakse esimese kahe tunni jooksul?
18. Geomeetrilise jada kolme järjestikuse liikme summa on 62 ning nende kümnendlogaritmid summa 3. Leida see jada.
19. $[8,9(29) + 2,(6) - 7,(35)] \cdot x : \frac{35}{36} = 2$. Leida x .
20. Lahendada võrrand
- $$(\sqrt{2 - \sqrt{3}})^x + (\sqrt{2 + \sqrt{3}})^x = 4.$$
21. Tööliste brigaad oleks ettenähtud töö sooritanud 7 tunniga, kui kõik töölised oleksid tööle asunud üheaegselt. Nad asusid aga tööle üksteise järel võrdsete ajavahemike möödudes ning töötasid kõik kuni töö lõpetamiseni. Esimesena tööle asunud tööline töötas 10 tundi. Mitu korda kauem ta töötas viimasena tööle asu-

nud töölisest?

22. Hoone ehitamiseks tuli välja kaevata 8000 m^3 pinnast teatud tähtajaks. Kuna iga päev ületati plaani 50 m^3 võrra, siis lõpetati töö 8 päeva enne tähtaega. Mitme protsendiliselt täideti päevas plaani?
23. Tööliste brigaad oleks ettenähtud töö sooritanud 6 tunniga, kui kõik töölised oleksid tööle asunud üheaegselt. Nad asusid aga tööle üksteise järel võrdsete ajavahe- mike möödudes ning töötasid kuni töö lõpuni. Mitu tun- di töötas esimesena tööle asunud tööline, kui on tea- da, et viimasena tööle asunud tööline töötas temast viis korda lühema aja vältel?
24. Metsatöölise brigaad pidi valmistama 216 m^3 puid. Kolm esimest päeva töötas brigaad plaanikõhase- l, siis aga valmistati iga päev 8 m^3 rohkem plaanilisest. Nii oli brigaadil juba üks päev enne tähtaega valmistatud 232 m^3 puid. Milline oli päevaülesanne?
25. Balloon mahtuvusega 8 liitrit on täidetud gaasiga, mis sisaldab 16% hapnikku. Balloonist lasti välja teatud hulk gaasi ning ballooni juhiti sama hulk lämmastikku. Seejärel lasti balloonist välja sama hulk gaasi, mis esimesel korralgi ning asendati jälle lämmastikuga. Balloonis asuv gaas sisaldab nüüd 9% hapnikku. Mitu liitrit gaasi lasti balloonist välja mõlemal korral?
- *26. Linnade A ja B vaheline kaugus on 9 km. Tee linnast A linna B kulgeb algul mäkke, siis tasaselt ning lõpuks allamäge. Jalakäijal, kes väljub linnast A, kulub mine- kuks linna B ja sealt tagasitulekuks linna A kokku 3 tundi 41 minutit. Jalakäija liigub vastumäge kiiruse- ga $4 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, tasasel teosal $5 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ ning allamäge $6 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Leida tasase teeosa pikkus.

№27. Lahendada süsteem

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \sqrt{\frac{y}{x}} = \frac{3}{\sqrt{2}} \\ \sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{2} + 1. \end{cases}$$

№28. Lahendada süsteem

$$\begin{cases} \frac{3x}{x+y} - 2 + \frac{x+y}{3x} = 0 \\ xy - 54 = x + y. \end{cases}$$

29. Kahuripauk oli kuulda 2,5 km kaugusele pärituult 7,5 sek. järel ja vastutuult 7,8 sek. järel pärast lasku. Leida hääle levimise ja tuule kiirus.
30. Kahele töölisel anti sooritada teatud töö. Kui esimene tööline oli töötanud 7 tundi ja teine 4 tundi, selgus, et oli tehtud kokku $\frac{5}{9}$ tööst. Nüüd töötasid nad koos veel 4 tundi ja kogu tööst jäi teha $\frac{1}{18}$. Mitme tunniga oleks kumbki tööline eraldi selle töö lõpetanud?
31. Kahe artelli töölised töötades samaaegselt koos lõpetaksid töö 8 päevaga. Kui töötaks $\frac{2}{3}$ esimese artelli töölistest ja $\frac{4}{5}$ teise artelli töölistest, siis lõpetataks töö $11\frac{1}{4}$ päevaga. Mitme päevaga teostaks selle töö kumbki artell eraldi?
32. Kaks kohtade A ja B vahel sõitvat marsruuttaksot lähtuvad samaaegselt teineteisele vastu. Peale kohtumist jääb ühel sõita 2 tundi ja teisel $\frac{9}{8}$ tundi. Leida kummagi takso kiirus, kui A ja B vaheline kaugus on 210 km.
33. Kahe naturaalarvu korrutamisel, kus üks tegur on teisest 94 võrra suurem, õpilane eksis, saades tulemuseks arvu, milles kümneliste arv oli nelja võrra väiksem võrreldes õige korrutisega. Jagades saadud korrutist

suurema teguriga, sai ta jagatiseks 52 ja jäägiks 107.
Milliseid arve õpilane korrutas?

34. On antud kaks erineva vase sisaldavusega sulami tükki, mis kaaluvad m ja n kg. Mõlemast lõigatakse ära ühesuguse kaaluga tükid. Kumbki äralõigatud tükkidest sulatatakse kokku järelejäänud osaga teisest tükist. Pärast seda osutub, et mõlemas saadud sulamis on vase protsent ühesugune. Kui palju kaalub kumbki äralõigatud tükk?
35. Missugune on normaalformaadis lõigatud paberilehtede mõõtmete suhe, kui on teada, et iga järgmine formaat saadakse eelmise poolitamise teel ja et kõik normaalformaadis lõigatud paberilehed on üksteisega sarnased?
36. Ristküliku ABCD tipust diagonaalile tõmmatud ristlõik jagab täisnurga osadeks, mis suhtuvad nagu 3 : 1. Leida nurk selle ristlõigu ja teise diagonaali vahel.
37. Kahe sarnase kolmnurga pindalade vahe on 60 cm^2 ja nende kolmnurkade vastavate külgede suhe $3/2$. Arvutada nende kolmnurkade pindalad.
38. Kolmnurga küljed on 4 cm, 5 cm ja 6 cm. Leida suurimat nurka poolitava lõigu pikkus.
39. Täisnurkse kolmnurga ühe kaateti keskpunktist on joonestatud ristsirge hüpotenuusile. Näidata, et hüpotenuusil tekkinud lõikude ruutude vahe võrdub teise kaateti ruuduga.
40. Tõestada, et trapetsi haarade keskpunktid ning diagonaalide keskpunktid asuvad ühel sirgel.
41. Tõestada, et trapetsi diagonaalide keskpunkte ühendav lõik on võrdne poolega aluste vahest.
42. Tõestada, et mistahes kumera nelinurga pindala on võrdne tema diagonaalide ja nende vahelise nurga siinuse poole korrutisega.

43. Trapetsi alused on 1 ja 7. Leida sellise lõigu pikkus, mis on paralleelne alustega ja jagab pindala pooleks.
44. Võrdhaarse kolmnurga ABC alusel AC on vabalt võetud punkt M ja ühendatud tipuga B. Tõestada, et
- $$BC^2 - BM^2 = AM \cdot CM.$$
45. Kolmnurga ABC tipud asetsevad ringjoonel. Läbi punkti A on joonestatud ringjoonele puutuja. Läbi punkti B on joonestatud puutujaga paralleelne sirge, mis lõikab sirget AC punktis D. Näidata, et lõik AB on lõikude AC ja AD geomeetriliseks keskmiseks.
46. Püramiidi põhjaks on ristkülik. Kaks külgtahku on risti põhjaga, ülejäänud kaks moodustavad põhjaga nurgad α ja β . Leida püramiidi ruumala, kui kõrgus on h. Arvutada ruumala juhul, kus $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ ja $h = 3$ dm.
47. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja serv $a = 8$ cm, külgtahu tipunurk $\varphi = 90^\circ$. Leida püramiidi ruumala ja täispindala.
48. Korrapärase kuusnurkse püramiidi apoteem on m. Kahe tahuline nurk põhja serva juures on α . Leida püramiidi täispindala.
49. Kolmnurk, milles 60° -se nurga lähisküljed on 8 cm ja 15 cm, pöörleb selle nurga suurema lähiskülje ümber. Arvutada pöördkeha ruumala ja pindala.
50. Täisnurkne kolmnurk kaatetitega 5 dm ja 12 dm pöörleb väljaspool kolmnurka asuva telje ümber, mis on paralleelne suurema kaatetiga ja asub sellest 3 dm kaugusel. Leida pöördkeha ruumala ja pindala.
51. On antud romb ABCD, mille külg $AB = a$ ja $\angle BAD = \alpha$. Romb pöörleb ümber sirge, mis läbib tippu C ja on risti diagonaaliga AC. Leida tekkiva pöördkeha ruumala.

52. Ruut küljega a pöörleb telje ümber, mis läbib ruudu üht tippu. Telg moodustab ruudu ühe küljega nurga α . Leida tekkiva pöördkeha ruumala.

53. Puust tüvikoonus (erikaaluga 0,58), mille kõrgus $h = 48$ cm ning põhjade läbimõõdud $d_1 = 44$ cm ja $d_2 = 32$ cm, on silindriliselt läbi puuritud nii, et silindri ja koonuse teljed ühtivad. Silindri läbimõõt $d = 10$ cm. Läbipuuritud osa on täidetud rauaga (erikaal 7,5). Leida niiviisi saadud keha erikaal.

54. Tasapinnal asetsevad kolm võrdse raadiusega kera (raadiusega R), puudutades üksteist. Leida kera raadius, mis puudutab tasapinda ning kõiki kolme kera.

55. Korrapärasesse kolmnurksesse püramiidi, mille külgtahk moodustab põhjaga nurga α , on kujundatud kera. Leida püramiidi täispindala, kui kera keskpunkt on kaugusel a püramiidi tipust.

56. Kerra raadiusega r on kujundatud püramiid, mille põhjaks on romb. Rombi teravnurk on α . Püramiidi külgtahud moodustavad põhjaga nurga φ . Leida püramiidi ruumala.

57. Korrapärase kolmnurkse püramiidi ümber on kujundatud kera. Leida kera ruumala, kui püramiidi külgserv on l ja kahetahuline nurk külgtahkude vahel on φ .

58. Lahendada võrrand

$$(1 + \cos 5x) \cdot \tan \left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2} \right) = 0.$$

59. Lahendada võrrand

$$\sin^3 x \cdot \cos x + \cos^3 x \cdot \sin x = \frac{1}{4}.$$

60. Lahendada võrrand

$$\tan x = 2 \cos \frac{x}{2}.$$

Millised erilahendid asuvad piirkonnas 0° -st 360° -ni?

№61. Lahendada võrrand

$$\sin^4 x + \cos^4 x = \sin 2x.$$

62. Lahendada võrrand

$$\sin 2x + \tan x = 2.$$

63. Lahendada võrrand $\cos x + \sin x = \frac{\cos 2x}{1 - \sin 2x}$.

№64. Tõestada võrdus:

$$16 \sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ \cdot \sin 90^\circ = 1.$$

65. Tõestada samasus

$$1 - \frac{\sin^2 \varphi}{1 + \cot \varphi} - \frac{\cos^2 \varphi}{1 + \tan \varphi} = \frac{1}{2} \sin 2\varphi.$$

66. Tõestada samasus

$$\frac{\cos 2\alpha}{\cot^2 \alpha - \tan^2 \alpha} = \frac{1}{4} \sin^2 2\alpha.$$

№67. Tõestada, et $\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma = 2 \sin \alpha \sin \beta \cdot \cos \gamma$, kui $\alpha + \beta + \gamma = \pi$.

68. Tõestada, et $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma = 4 \cdot \cos \frac{\alpha}{2} \cdot \cos \frac{\beta}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2}$, kui $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ = \pi$.

№69. Tõestada, et kui kolmnurga külgede a , b ja c vahel kehtib seos $a^2 = b^2 + bc$, siis $\alpha = 2\beta$.

70. Nurga sees, mille suurus on 60° , asetseb punkt kaugustel a ja b nurga haaradest. Leida selle punkti kaugus antud nurga tipust.

Vastused. Lahendusi.

1. $\frac{157}{280}$.

2. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

3. $a + b$.

4. 2.

5. 0.

6. Võrrandil pole ühegi m väärtuse korral reaalseid lahendeid.

7. $a \geq 1$ ja $a < -3$. Märkus: Ruutkolmlige on iga x väärtuse puhul positiivne siis, kui tema diskriminant on negatiivne ning x^2 kordaja positiivne. Juhud, kus mõned kordajatest on võrdsed nulliga, nõuavad täiendavat uurimist.

8. Lahendus: $\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{a+c}{b} = \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = \frac{a^2+c^2}{ca} + \frac{b^2+c^2}{bc} + \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{(a-c)^2 + 2ac}{ac} + \frac{(b-c)^2 + 2bc}{bc} + \frac{(a-b)^2 + 2ab}{ab} > \frac{2ac}{ac} + \frac{2bc}{bc} + \frac{2ab}{ab} = 6$.

9. Lahendus: Jagame võrrandi mõlemad pooli 4^x -ga:

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x - \left(\frac{6}{4}\right)^x = 2$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2.$$

Tähistades $\left(\frac{3}{2}\right)^x = y$, saame $y^2 - y - 2 = 0$, millest $y_1 = 2$ (teine lahend $y_2 = 1$ ei kõlba). Seega $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 2$,

millest logaritmitamise teel saame

$$x = \frac{\log 2}{\log 3 - \log 2}.$$

10. Lahendus: $\log 20 = \log (2 \cdot 2 \cdot 5) = \log 2 + \log 2 + \log 5$.
Asendades selle tulemuse antud võrrandisse, saame

$$\begin{aligned} & \log 5 (\log 2 + \log 2 + \log 5) + \log^2 2 = \\ & = \log 2 (\log 5 + \log 2) + \log 5 (\log 2 + \log 5) = \\ & = (\log 2 + \log 5)^2 = (\log 10)^2 = 1. \end{aligned}$$

11. $x_1 = 2^{\sqrt{2}}$, $x_2 = 2^{-\sqrt{2}}$. Märkus: Ülesande lahendamisel läh-
tuda seosest $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$.

12. $x_1 = 4$, $x_2 = 2$.

13. Otsitavad arvud on 2, 14 ja 98.

14. $\frac{mn + 1}{2}$.

15. 4-ndal aastal.

16. $4\frac{1}{6}(\text{cm}^2)$.

17. 22 a (meetrit).

18. On olemas kaks jada, mis rahuldavad antud ülesande
tingimusi, nimelt 2; 10; 50 ja 50; 10; 2.

19. $\frac{11}{24}$.

20. Lahendus: Kuna

$$(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1,$$

siis

$$\sqrt{2 - \sqrt{3}} \cdot \sqrt{2 + \sqrt{3}} = 1.$$

Kui me tähistame nüüd

$$\sqrt{2 - \sqrt{3}} = a,$$

siis järelikult

$$\sqrt{2 + \sqrt{3}} = \frac{1}{a} = a^{-1},$$

ning antud võrrand omandab seega kuju

$$a^x + \frac{1}{a^x} = 4.$$

Siit

$$(a^x)^2 - 4a^x + 1 = 0,$$

$$a^x = 2 \pm \sqrt{3}.$$

Me saame kaks juhtu:

$$1) a^x = (a^{-1})^2 = a^{-2}; \quad x = -2.$$

$$2) a^x = a^2; \quad x = 2.$$

Järelikult on antud võrrandil kaks lahendit:

$$x_1 = -2, \quad x_2 = 2.$$

21. $2\frac{1}{2}$ korda.

22. 125%.

23. 10 tundi.

24. $24(m^3)$.

25. 2 (liitrit).

26. Lahendus: Olgu tasase teeosa pikkus x km; siis ülejäänud osa on $9 - x$ km. Edasi-tagasi teekonnal kulub tasase teeosa katmiseks aega

$$2 \cdot \frac{x}{5} \text{ tundi;}$$

ülejäänud teeosa katmiseks (mis läbitakse üks kord üles-, teine kord allamäge)

$$\frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6} \text{ tundi.}$$

Kokku kulub aega (tundides)

$$2 \cdot \frac{x}{5} + \frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6} = 3\frac{41}{60}.$$

Saadud võrrandist leiame

$$x = 4.$$

27. Lahendus: Tähistame

$$\sqrt{\frac{x}{y}} = z;$$

siis esimesest võrrandist saame

$$z + \frac{1}{z} = \frac{3}{\sqrt{2}}$$

ehk

$$z^2 - \frac{3}{\sqrt{2}} z + 1 = 0.$$

Selle ruutvõrrandi lahenditeks on

$$z_1 = \sqrt{2}, \quad z_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Järelikult kas 1) $\sqrt{\frac{x}{y}} = \sqrt{2}$, s.t. $\sqrt{x} = \sqrt{2} \sqrt{y}$, või

$$2) \sqrt{\frac{x}{y}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \text{ s.t. } \sqrt{y} = \sqrt{2} \sqrt{x}.$$

Kuna x ja y esinevad süsteemis samaväärselt, siis võime teise juhu taandada x ja y tähiste vahetamisega esimesele juhule.

Teisest võrrandist saame nüüd:

$$(\sqrt{2} + 1) \sqrt{y} = \sqrt{2} + 1;$$

järelikult $y = 1$, mistõttu $x = 2$. Süsteemil on seega kaks lahendit

$$1) x = 2, \quad y = 1,$$

$$2) x = 1, \quad y = 2.$$

28. Lahendus: Tähistades $\sqrt{\frac{3x}{x+y}} = z$ viime süsteemi esimese võrrandi kujule

$$(z - \frac{1}{z})^2 = 0,$$

millest leiame, et

$$z_1 = z_2 = 1 \text{ ning } y = 2x.$$

Asendades teises võrrandis $y = 2x$, saame

$$2x^2 - 3x - 54 = 0,$$

millest leiame

$$x_1 = 6; x_2 = -\frac{9}{2}.$$

Järelikult süsteemi lahendid on

$$\left. \begin{array}{l} x_1 = 6 \\ y_1 = 12 \end{array} \right\} \text{ ja } \left. \begin{array}{l} x_2 = -\frac{9}{2} \\ y_2 = -9 \end{array} \right\}$$

29. Hääl levib kiirusega $326\frac{12}{13} \frac{\text{m}}{\text{sek.}}$ ning tuul $-6\frac{16}{39} \frac{\text{m}}{\text{sek.}}$
30. Esimene tööline lõpetaks kogu töö 18 tunniga, teine - 24 tunniga.
31. Esimene artell sooritaks töö 12 päevaga, teine - 24 päevaga.
32. Punktist A väljuva takso kiirus oli $80 \frac{\text{km}}{\text{t}}$ ja punktist B väljuva takso kiirus oli $60 \frac{\text{km}}{\text{t}}$.
33. 147 ja 53.
34. Lahendus:

I sulami tükk kaalub m kg, selles on vaske $x\%$
 II " " " " n " " " " $y\%$

Olgu äralõigatud tükikese kaal z kg.

I tüki jääb järele $m - z$ kg, see sisaldab vaske

$\frac{(m-z)x}{100}$ kg; II tüki jääb järele $n - z$ kg, see sisaldab vaske $\frac{(n-z)y}{100}$ kg.

I sulami tükk kaaluga m kg sisaldab $\frac{x \cdot m}{100}$ kg vaske

II " " " " n " " $\frac{y \cdot n}{100}$ kg "

I tüki äralõigatud osa z kg sisaldab $\frac{z \cdot x}{100}$ kg vaske

II " " " " z " " $\frac{z \cdot y}{100}$ kg "

I tüki jääk + teisest äralõigatud osa sulam kaalub

m kg ja sisaldab vaske $\frac{(m-z)x}{100} + \frac{yz}{100} = \frac{(m-z)x+yz}{100}$ kg.

II tüki jääk + I tüki äralõigatud osa sulam kaalub

n kg ja sisaldab vaske $\frac{(n-z)y + xz}{100}$ kg.

Kuna uute tükide sulamite % peab olema sama, siis keh-
tib võrrand

$$\frac{(y \cdot z + mx - xz)100}{100 \cdot m} = \frac{xz + ny - zy}{100 \cdot n} \cdot 100$$

Teisendades seda võrrandit, saame kuju:

$$(y - x)(-nm + nz + mz) = 0 \quad /: (y - x).$$

Et aga ülesande tingimuste põhjal $y - x \neq 0$, siis

$$-nm + nz + mz = 0$$

ja

$$z = \frac{nm}{n + m}.$$

35. $\sqrt{2}$.

36. 45° .

37. $S_1 = 108$ ja $S_2 = 48$.

38. $3\frac{1}{3}$ (cm).

42. Lahendus: Olgu antud kumer nelinurk ABCD. Kolmnurga

pindala valemi järgi

$$S_{ABE} = \frac{1}{2} AE \cdot BE \cdot \sin \alpha.$$

Analoogiliselt saame

teiste kolmnurkade
pindalad. Kuna

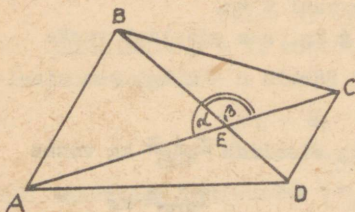
$$S_{ABCD} = S_{ABE} + S_{BCE} + S_{CDE} + S_{DAE},$$

siis

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AE \cdot BE \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} BE \cdot CE \cdot \sin \beta + \frac{1}{2} CE \cdot DE \cdot \sin \alpha + \frac{1}{2} DE \cdot AE \cdot \sin \beta.$$

Et aga $\sin \alpha = \sin \beta$, siis

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} [AE(BE + DE) + CE(BE + DE)] \sin \alpha = \frac{1}{2} (AE \cdot BD + CE \cdot BD) \sin \alpha =$$

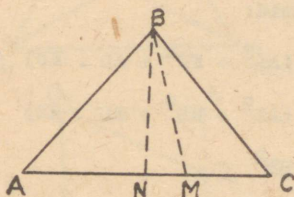


$$= \frac{1}{2} BD(AE + CE) \sin \alpha =$$

$$= \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin \alpha .$$

43. 5.

44. Lahendus: Tõmbame kõrguse BN ja ühendame valitud punkti M tipuga B. Kolmnurkadest NBM ja NBC leiame Pythagorase teoreemi põhjal



$$BM^2 = BN^2 + NM^2$$

$$CN^2 = CB^2 - BN^2 .$$

Omakorda aga $NM = NC - MC$

ja $2NC = AC$. Asendame esimeses

võrduses NM vahega $NC - MC$

$$BM^2 = BN^2 + NC^2 - 2 NC \cdot MC + MC^2$$

Teisest seosest lõikude pikkuste ruutude vahel leiame

$$BN^2 = CB^2 - CN^2 ,$$

mille asendamisel eelmisse avaldisse saame

$$BM^2 = CB^2 - CN^2 + NC^2 - 2 NC \cdot MC + MC^2 ,$$

$$CB^2 - BM^2 = (2 NC - MC) \cdot MC ,$$

kust järeldubki joonise põhjal

$$CB^2 - BM^2 = AM \cdot CM .$$

46. $V = 3 \sqrt{3} \text{ (dm}^3\text{)} .$

47. $V = \frac{64\sqrt{2}}{3} \text{ (cm}^3\text{)} , S = 16(3 + \sqrt{3}) \text{ (cm}^2\text{)} .$

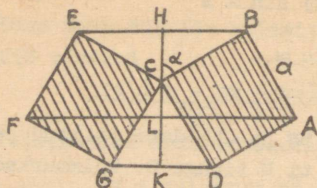
48. $2 \sqrt{3} \text{ m}^2 \cos \alpha (1 + \cos \alpha) .$

49. $V = 240 \pi \text{ (cm}^3\text{)} , S = 84 \sqrt{3} \pi \text{ (cm}^2\text{)} .$

50. $280 \pi \text{ (dm}^3\text{)} , 270 \pi \text{ (dm}^2\text{)} .$

51. $V = 2 \pi a^3 \sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2} .$

52. Lahendus: Tekkiva pöördekeha telglõige on joonisel viirutatud. Otsitava ruumala V leiame tüvi-



koonuste AFGD ja ABEF ruumala-
de summast koonuste BCE ja GCD
ruumalasid lahutades:

$$V = V_{AFGD} + V_{ABEF} - V_{BCE} - V_{GCD}.$$

Kuid:

$$V_{AFGD} = \frac{\pi}{3} \cdot KL \cdot (AL^2 + KD^2 + AL \cdot KD)$$

$$V_{ABEF} = \frac{\pi}{3} \cdot LH \cdot (AL^2 + HB^2 + AL \cdot HB)$$

$$V_{BCE} = \frac{\pi}{3} \cdot HC \cdot HB^2$$

$$V_{GCD} = \frac{\pi}{3} \cdot KC \cdot KD^2.$$

Leiame vajalikkude lõikude pikkused:

$$LH = KC = HB = a \cdot \sin \alpha$$

$$KL = KD = HC = a \cdot \cos \alpha$$

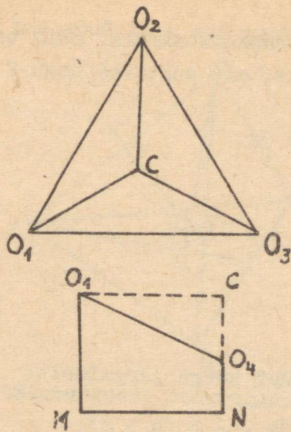
$$AL = a \cdot (\sin \alpha + \cos \alpha).$$

Seega

$$\begin{aligned} V = & \frac{\pi}{3} a \cos \alpha [a^2 (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + a^2 \cos^2 \alpha + \\ & + a^2 \cos \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)] + \frac{\pi}{3} a \sin \alpha [a^2 (\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + \\ & + a^2 \sin^2 \alpha + a^2 \sin \alpha (\sin \alpha + \cos \alpha)] - \frac{\pi}{3} a^3 \sin^2 \alpha \cos \alpha - \\ & - \frac{\pi}{3} a^3 \sin \alpha \cos^2 \alpha; \text{ millest pärast lihtsustusi saame} \\ V = & \pi a^3 (\sin \alpha + \cos \alpha). \end{aligned}$$

$$53. \quad e = \frac{e_p (d_1^2 + d_2^2 + d_1 d_2 - 3d^2) + 3 \cdot e_r d^2}{d_1^2 + d_2^2 + d_1 d_2} = 1,05 \left(\frac{K}{\text{cm}^3} \right).$$

54. Lahendus: Märgime otsitava kera raadiuse r . Kolme suurema kera keskpunkte ühendavad sirglõigud moodustavad võrdkülgse kolmnurga küljega $2R$. Väiksema kera keskpunkt asub võrdsel kaugusel kolme kera keskpunktist



ning allpool tasapinda, mis läbib kolme antud kera keskpunkti.

Väiksema kera keskpunkti O_4 projektsioon punkte O_1, O_2, O_3 läbivale tasapinnale langeb kokku $\Delta O_1O_2O_3$ keskpunktiga C . Märgime keskpunktide O_1 ja O_4 projektsioonid lauale vastavalt M ja N . Vaatleme täisnurkset trapetsit O_1O_4NM . Siin

$$O_1M = R, \quad O_4N = r,$$

$$O_1O_4 = R + r; \quad MN = O_1C = \frac{2\sqrt{3}}{3} R.$$

Pythagorase lause kohaselt saame täisnurksest kolmnurgast O_1O_4C

$$(R + r)^2 = (R - r)^2 + \frac{4}{3} R^2,$$

lahendades selle võrrandi r -i suhtes, saame

$$r = \frac{1}{3} R.$$

55. Lahendus: Püramiidi tipud C ja D , külje AB keskpunkt E , kera ja püramiidi tahkude puutepunktid F ja G ning kera keskpunkt O asuvad ilmselt ühel tasandil, mis on risti küljega AB . Seetõttu $\angle DEF = \alpha$, $\angle OEF = \frac{\alpha}{2}$. Tähistame $OF = x$, $EF = y$. Sel korral täisnurksetest kolmnurkadest DEF ja OEF saame

$$\frac{a + x}{y} = \tan \alpha, \quad \frac{x}{y} = \tan \frac{\alpha}{2}.$$

Sellest süsteemist määrame suuruse y :

$$x = y \tan \frac{\alpha}{2}$$

$$y = \frac{a}{\tan \alpha - \tan \frac{\alpha}{2}}.$$

Kuna puutepunkt F on põhja raskuskeskmeks, siis ta jagab põhja kõrguse CE osadeks, mis suhtuvad nagu 2 : 1. Seetõttu

$$CE = 3y.$$

Põhjaserva pikkuseks on

$$b = \frac{3y}{\sin 60^\circ} = 2\sqrt{3}y,$$

külgtahu kõrguseks aga

$$h = \frac{y}{\cos \alpha}.$$

Püramiidi täispindala avaldub seega järgmiselt:

$$S = 3 \cdot \frac{1}{2} bh + \frac{1}{2} b \cdot 3y = \frac{3}{2} b (h + y).$$

Kuna

$$\begin{aligned} \tan \alpha - \tan \frac{\alpha}{2} &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} - \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{\sin^2 \alpha - \cos \alpha + \cos^2 \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \\ &= \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha} = \frac{\tan \frac{\alpha}{2}}{\cos \alpha}, \end{aligned}$$

siis

$$y = a \cos \alpha \cot \frac{\alpha}{2}.$$

Järelikult

$$S = \frac{3}{2} \cdot 2\sqrt{3} y \left(\frac{y}{\cos \alpha} + y \right) = 3\sqrt{3} \left(a^2 \cos^2 \alpha \cot^2 \frac{\alpha}{2} \frac{1 + \cos \alpha}{\cos \alpha} \right)$$

ehk

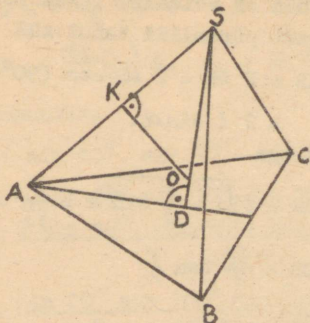
$$S = \frac{3}{2} \sqrt{3} a^2 \sin 2\alpha \cot^3 \frac{\alpha}{2}.$$

56.

$$V = \frac{16}{3} r^3 \frac{\tan \frac{\alpha}{2} \cdot \sin^4 \frac{\alpha}{2} \cdot \tan^4 \varphi}{(1 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \tan^2 \varphi)^3}.$$

57. Kuna püramiid on korrapärane, peab ümberjoonestatud kera keskpunkt asuma tema kõrgusel DS (või selle pikendusel). Kuna külgserv AS on kera kõõluks, peab selle kera keskpunkt asuma tasandil, mis poolitab külgserva ning on temaga risti. Järelikult asub ümberjoo-

nestatud kera keskpunkt O püramiidi kõrguse DS ja külgservale AS keskpunktis K joonestatud ristasandi lõikepunktis. Kera raadius on OS ning ruumala



$$V = \frac{4\pi OS^3}{3}.$$

Täisnurksete kolmnurkade ADS ja OKS sarnasusest järeldub, et

$$OS = AS \cdot \frac{KS}{DS} = \frac{l^2}{2 DS};$$

täisnurksest kolmnurgast ADS leiame, et

$$DS = \sqrt{AS^2 - AD^2};$$

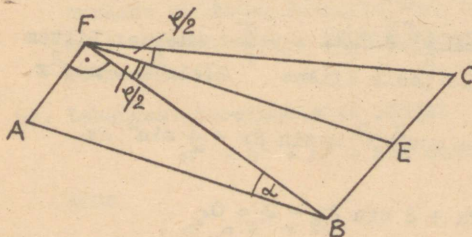
kuna võrdkülgse kolmnurga ABC mediaanide lõikepunkti kaugus tema tipust A on

$$AD = \frac{AB}{\sqrt{3}},$$

siis

$$DS = \sqrt{l^2 - \frac{AB^2}{3}}.$$

Vaatleme järgnevalt püramiidi lõiget tasandiga, mis läbib põhjaserva BC ja on risti külgservaga AS . See lõige omab võrdhaarse kolmnurga kuju (joonisel BCF), mille tipunurk on φ . Kolmnurga haar



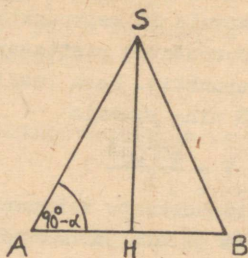
$$BF = \frac{BE}{\sin \frac{\varphi}{2}} = \frac{AB}{2 \sin \frac{\varphi}{2}};$$

kolmnurgast püramiidi tahul ABF saame

$$BF = AB \cos \alpha.$$

Seega

$$\cos \alpha = \frac{1}{2 \sin \frac{\varphi}{2}}.$$



Nüüd on võimalik leida kolmnur-
gast püramiidi tahul AHS

$$AB = 2 AH = 2 AS \cos (90^\circ - \alpha) = \\ = 2 l \sin \alpha.$$

Seega

$$DS = l \sqrt{1 - \frac{4}{3} \sin^2 \alpha} = \frac{l}{\sqrt{3}} \cot \frac{\varphi}{2};$$

$$OS = \frac{\sqrt{3}}{2} \tan \frac{\varphi}{2}$$

ja ruumala

$$V = \frac{\sqrt{3}}{2} l^3 \tan^3 \frac{\varphi}{2}.$$

$$58. x_1 = \frac{1}{5} (2k + 1)\pi; \quad x_2 = \frac{2}{3} (3k + 1)\pi.$$

59. Lahendus: Teisendades antud võrrandit, saame

$$\sin^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + \cos^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{4},$$

ehk

$$\sin 2x = \frac{1}{2},$$

$$\text{seega } x = k \frac{\pi}{2} + (-1)^k \frac{\pi}{12}.$$

$$60. x_1 = \pi + 2k\pi, \quad x_2 = \pm \frac{\pi}{3} + 2k\pi, \text{ piirkonnas } 0^\circ - 360^\circ$$

asuvad erilahendid $x_1 = \pi, \quad x_2 = \frac{\pi}{3}.$

$$61. x = (-1)^k \frac{\arcsin(\sqrt{3} - 1)}{2} + k \frac{\pi}{2}. \text{ Märkus: Liites}$$

võrrandi mõlemale poole liikme $2 \cdot \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

saame

$$(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 = \sin 2x + \frac{1}{2} \sin^2 2x$$

ehk

$$\sin^2 2x + 2 \sin 2x - 2 = 0.$$

Saadud trigonomeetrilise võrrandi lahendamise taandame
hariliku ruutvõrrandi lahendamisele, kasutades asendust

$$\sin 2x = t.$$

$$62. x = \frac{(1 + 4k)}{4}.$$

$$63. x_1 = \frac{4k - 1}{4} \pi, \quad x_2 = 2k \pi, \quad x_3 = \frac{4k - 1}{2} \pi.$$

64. Lahendus:

$$\begin{aligned} & 16 \sin 10^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ \cdot \sin 90^\circ = \\ & = 8 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \\ & = \frac{8 \sin 10^\circ \cdot \sin 50^\circ \cdot \sin 70^\circ \cdot \cos 10^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ}{\cos 10^\circ \cdot \cos 50^\circ \cdot \cos 70^\circ} = \\ & = \frac{\sin 20^\circ \sin 100^\circ \sin 140^\circ}{\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ} = \\ & = \frac{\sin 20^\circ \cdot \sin 80^\circ \cdot \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 20^\circ} = 1. \end{aligned}$$

67. Lahendus: Kui $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, siis leidub lõpmata palju omavahel sarnaseid kolmnurki sisenurkadega α , β ja γ . Valime neist ühe ja tähistame selle küljed tähtedega a , b ja c ; siis kehtivad valemid

$$\begin{aligned} \frac{a}{\sin \alpha} &= \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R, \\ c^2 &= a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma. \end{aligned}$$

Soovitud võrduse saame, kui avaldame esimese rea valemitest küljepikkused a , b ja c suuruse $2R$ ja vastavate nurkade siinuste korrutistena, asendame tulemused teise rea valemisse ja jagame saadud võrduse pooled läbi suurusega $2R$.

69. Lahendus: Koosinuslause põhjal

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha;$$

kuna

$$a^2 = b^2 + bc,$$

siis vaadeldaval juhul

$$c^2 - 2bc \cos \alpha = bc$$

ning

$$\frac{c}{b} = 1 + 2 \cos \alpha .$$

Siinuslause põhjal

$$\frac{c}{b} = \frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \beta} ,$$

seega

$$\frac{\sin (\alpha + \beta)}{\sin \beta} = 1 + 2 \cos \alpha ;$$

$$\sin (\alpha + \beta) = \sin \beta + 2 \cos \alpha \sin \beta ;$$

$$\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha = \sin \beta ;$$

$$\sin (\alpha - \beta) = \sin \beta ,$$

millest

$$\alpha = 2 \beta .$$

$$70. \quad x = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{a^2 + ab + b^2} .$$

S i s u k o r d .

	lk.
Eessõna	3
Füüsika ülesanded	5
Vastused	21
Keemia ülesanded	27
Vastused	33
Matemaatika ülesanded	36
Vastused. Lahendusi	45

Hind 11 kop.

A

24310

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 01039188 8