Die Theorie
der
diskursiven Erkenntnis

Die Lehre von den Gesetzmässigkeiten und dem objektiven Wert der begrifflichen Erkenntnis des Erfahrungsmässigen

von

Theodor Frey

27665
1-60
TARTU LINNA
KESKRAAMATUKOGU
1 | 70
1886 | EKS.

1 9 2 9

Verlag J. G. Krüger, A-G. in Dorpat, Estland

1709

Est-A

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu

14 565

i 526352 11

Druck von Ed. Bergmann, Tartu (Dorpat).

Theodor Frey / Die Theorie der diskursiven Erkenntnis

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung.

Erster Teil.

Die Prinzipien der deduktiven Logik.

Erstes Kapitel.

Die Prinzipien des deduktiven Schliessens bei Aristoteles, im Mittelalter und in der Neuzeit.

Seite

1. Die Regel des allgemeinen Aussagens bei Aristoteles und das Dictum de omni et de nullo. 13
2. Das Dictum de omni et de nullo als Prinzip der traditionellen Logik und sein Entwicklungsgang 16
3. Die Unzulänglichkeit des Dictums zur Begründung des deduktiven Schließens vom Standpunkte der Subsumtionstheorie. 24
4. Das Wesen und die Unzulänglichkeit der Substitutionstheorien. 34
5. Das Dictum als Prinzip der mathematischen Logik. . . 44

Zweites Kapitel.

Die Deduktion des Prinzips der kategorischen Schlüsse.

6. Das Dictum de o. et de n. als Prinzip der kategorischen Schlüsse vom Allgemeinen auf das Besondere. . . . 52
7. Das Prinzip der kategorischen Schlüsse vom Besonderen auf das Allgemeine. 56

Seite

8. Ableitung der 19 gültigen Modi aus dem allgemeinen Prinzip der kategorischen Subsumtionsschlüsse 60
9. Die Identitätsschlüsse als kategorische Schlüsse. 65
10. Die Relationsschlüsse als hypothetische Schlüsse. . . . 72
11. Das Axiom der Begriffsgleichheit als das allen kategorischen Subsumtions- und Identitätsschlüssen zugrundeliegende Prinzip. 75

Drittes Kapitel.

Das Prinzip der kategorischen Schlüsse als Prinzip des deduktiven Schliessens überhaupt.

12. Die Reduktion der hypothetischen Schlüsse auf die kategorischen. 84
13. Die Reduktion der disjunktiven Schlüsse auf die hypothetischen. 88
14. Das Identitätsprinzip als Grundsatz der Modalitätsbeurteilungen der Schlüsse 90

Viertes Kapitel.

Das dem Prinzip des logischen Zusammenhanges der Begriffe entsprechende Koinzidenzprinzip des durch die Begriffe bezeichneten Realen.

15. Das Wesen des Urteils und des Schließens vom Standpunkte der Koinzidenztheorie. 99
16. Das Prinzip der deduktiven Schlüsse als Koinzidenzprinzip. 106

Fünftes Kapitel.

Die letzten formalen Voraussetzungen des deduktiven Schliessens.

17. Die Deduktion der logischen Axiome und Gesetze des Denkens aus den reinen Formen des Verstandes . . 111
18. Der kontinuierliche Zusammenhang der logischen Prinzipien und Gesetze des Denkens 123

Zweiter Teil.

Formen, Prinzipien und gnoseologischer Wert der diskursiven Erkenntnis.

Erstes Kapitel.

Das deduktive und induktive Schliessen als Mittel der diskursiven Erkenntnis.

Seite

19. Der Wert der Schlüsse aus Einzel- und Partialurteilen. 127
20. Der Erkenntniswert der vier syllogistischen Figuren. . 133
21. Der Erkenntniswert der Induktion und das Dictum de o. et de n. als Wesen derselben 152

Zweites Kapitel.

Die Wege und Mittel der Erkenntnis des Allgemeingültigen.

22. Der Fortschritt von der empirischen Erkenntnis des Allgemeinen zur rein verstandesmäßigen 162
23. Die rationale Erkenntnis des Allgemeingültigen. . . .
    a. Die Mittel des exakten Vergleiches. 181
    b. Das Messen als Erkenntnismittel. 185
    c. Die Erkenntnis durch reine Deduktion. 188

Drittes Kapitel.

Die psychologischen Bedingungen des Verlaufes der diskursiven Erkenntnis.

24. Das assoziative, das analogische und das logische Denken. 196
25. Der Analogieschluß und der logisch einwandfreie Schluß. 204
26. Die vier Typen des analogischen Schließens und deren Erkenntniswert. Die Entdeckungen Daltons, Keplers, Kekulés, Pasteurs u. a. 210
27. Die individuellen Vorbedingungen für das erfolgreiche analogische Schließen 235

Viertes Kapitel.

Grundlegung der rationalistischen Erkenntnismethode.

28. Die Methode der genetischen Definition und ihre Begründung bei den Rationalisten 244
29. Galileo Galileis Erkenntnismethode 252

Seite

30. Chr. Huyghens und Is. Newtons deduktive Entdeckungen 263
31. Die Apriorität der mathematischen Erkenntnis . . . .
a. Unvollständigkeit der rationalistischen Erkenntnismethode 274
b. Deduktion der Prinzipien der elementaren Mathematik aus den reinen Verstandes- und Anschauungsformen . 278
c. Die Axiome der nichteuklidischen Geometrie und der mehrdimensionale Raum 293
d. Die Apriorität der Prinzipien der Infinitesimallehre . . 303
32. Das Identitäts- oder Koinzidenzprinzip als Prinzip des mathematisch-logischen Zusammenhanges 314

Fünftes Kapitel.

Die Erkenntnis des kausalen Zusammenhanges durch den logischen.

33. Die sinnliche Erkenntis als Funktion der verstandesmäßigen. . . . . .
a. Die quantitative Unterlage des qualitativ Sinnlichen . 329
b. Lückenhaftigkeit der unmittelbaren sinnlichen Erkenntnis 337
c. Die Erkenntnis kontinuierlicher Erscheinungszusammenhänge durch die Sinne 344
d. Die sinnliche Erkenntnis des Verstandesmäßigen an den Dingen 350
e. Die verstandesmäßige Struktur der Sinneserzeugnisse 363
34. Die Apriorität der Prinzipien der rationalen Naturwissenschaft. 371
35. Rückführung des kausalen Zusammenhanges auf den logischen 382
36. Die verstandesmäßige Idee als Grund alles Wandels in der Erscheinungswelt. 387
37. Die rationale Erkenntnis des Organischen 394
38. Von den Prinzipien der transzendentalen Deduktion . . 403

Einleitung

Obwohl man meist geneigt ist, die großen Fortschritte, die die Wissenschaften in der Neuzeit gemacht haben, dadurch zu erklären, daß die wissenschaftliche Forschung einen neuen Weg eingeschlagen, daß sie sich von dem bloß abstrakten Spekulieren über die Dinge abgekehrt und sich mehr der Erfahrung zugewandt hat, so widerspricht dieser Ansicht die Tatsache, daß die bedeutendsten Wissenschaftler durch ihre Forschungsmethoden gerade für das Gegenteil zeugen und auch vorwiegend der Meinung sind, daß sie ihre Entdeckungen namentlich dem reinen Denken zu verdanken haben. Um so mehr muß es daher als ein Mißstand empfunden werden, daß die Logik ganz fremd und ratlos der Wissenschaftslehre gegenübersteht und garnicht anzugeben vermag, wie das logische Denken sich den einzelnen Wissenschaften nützlich erweist und neue Erkenntnisse zu vermitteln imstande ist. Wohl könnte dagegen eingewandt werden, daß an den mathematischen Deduktionen der rationalen Naturwissenschaft doch am augenscheinlichsten zu ersehen ist, wie groß der Nutzen der Logik für die wissenschaftliche Erkenntnis ist; jedoch, wie seltsam es auch scheint, es ist gerade das mathematische Schließen, welches in der traditionellen Logik am wenigsten Berücksichtigung findet. Die rationale Erkenntnisweise bleibt daher auch immer logisch unbegründet. Auf dem Gebiete logischer Forschungen sind allerdings Versuche gemacht worden, das mathematische Schließen in einen

Zusammenhang mit der herkömmlichen Syllogistik zu bringen und beide zusammen aus einem gemeinsamen Grunde zu erklären. Mit der algorithmischen Logik hatte sich bereits Leibniz beschäftigt, und mit ihr nimmt auch die mathematische Logik unserer Tage ihren Anfang. Diese Theorie ist aber kaum im Stande etwas zu erklären. Sie entfernt sich im Gegenteil, anstatt etwas zu erklären, immer mehr von dem zu Erklärenden, und das nutzbringende logische Schließen und dessen Grundsätze bleiben in den einzelnen Wissenschaften nach wie vor unerklärt.

Wenn wir uns nun hier zur Aufgabe machen danach zu forschen, wie und nach welchen Prinzipien sich neue Erkenntnisse auf rein gedanklichem Wege ermitteln lassen, und uns die Frage vorlegen, ob auch so gewonnene Erkenntnisse auf objektive Gültigkeit Anspruch erheben dürfen, so handelt es sich dabei zuallererst wohl darum, das logische Denken selbst als ein Erkenntnismittel auf seinen Wert hin zu prüfen, die Prinzipien des logischen Schließens in den verschiedenen Fällen seines Vorkommens festzustellen und die Gründe für deren Selbstersichtlichkeit klarzulegen, um so aus der Erkenntnis des Wesens des Logischen zur Einsicht in die Gründe der durchgehenden Übereinstimmung desselben mit den Erfahrungstatsachen zu gelangen. Unsere Untersuchung wird daher zuallernächst auf die Feststellung der Prinzipien der deduktiven Logik gerichtet sein. Da aber die bloße Tatsache der Übereinstimmung der Begriffe mit den Erscheinungen noch keine neue Erkenntnis darzustellen braucht, so muß noch nach dem Weiteren geforscht und festgestellt werden, ob auch und aus welchen Gründen die natürlichen Gesetzmäßigkeiten sich durch die logischen auf objektiv gültige Weise erkennen lassen müssen. Da Allgemeingültiges logisch-folgerichtig bloß aus Allgemeingültigem erschlossen wer-

den kann und daher auch als in diesem mit enthalten zu denken ist, so müssen auch die deduktiv ermittelbaren Erkenntnisse der natürlichen Gesetzmäßigkeiten als mi den letzten Voraussetzungen des Begrifflichen gegeben und in diesen als enthalten gedacht werden. Infolgedessen muß auch nach den letzten inhaltlichen Voraussetzungen des Logischen geforscht werden und muß auch dargelegt werden, wie sich aus solchen die natürlichen Gesetzmäßigkeiten deduktiv ermitteln lassen.

Wenn nun die Naturerscheinungen sich tatsächlich auf rein gedanklichem Wege erkennen lassen, so ist solches auch wohl nicht anders zu erklären, als daß die Erscheinungen selbst gewisse Eigenschaften aufweisen, die die Verwendung rein logischer Deduktionen zu ihrer Erkenntnis möglich machen. Es muß daher auch weiter untersucht werden, von welcher Art diese besonderen Eigenschaften der zu erkennenden Naturerscheinungen sind, dank welchen letztere sich nach rein logischen Prinzipien handhaben und auch auf objektiv gültige Weise erkennen lassen. Wenn das Reale sich durchaus nicht auf rein logische Weise erfassen ließe, so könnten die natürlichen Gesetzmäßigkeiten auch nicht deduktiv erkennbar sein. Da sie es aber sind, so ist offenbar auch der reale Zusammenhang der Erscheinugen durch den rein logischen erfaßbar, und die so verschiedenartigen Gebiete des Logischen und Realen müssen etwas wesenhaft Gemeinsames aufweisen, wodurch die Erkenntnis des einen durch das andere sich erklären ließe. Indem wir im weiteren diese entgegengesetzten Gebiete des logischen und realen Zusammenhanges von einem gemeinsamen Standpunkte aus betrachten, hoffen wir schließlich dahin zu gelangen, die ihnen gemeinsamen Elemente aufzudecken, auf Grund derselben den realen Zusammenhang in einen logischen zu zerlegen, das natürliche Geschehen als einen sich logisch entwickelnden

Prozeß zu erklären und darin auch die Gründe für die Möglichkeit objektiv gültiger rein deduktiv gewonnener Erkenntnisse des Erfahrungsmäßigen zu finden.

Die verstandesmäßige Erkenntnis vollzieht sich nun durchaus nicht systematisch in regelrechten Schlußfolgerungen, sondern sie ist ebenso wie die erfahrungsmäßige von vielen Zufälligkeiten abhängig, da sie an den psychologischen Gedankenverlauf gebunden ist und durch diesen bedingt wird. Den inneren Zusammenhang des ursprünglich zusammenhangslosen, aus der Erfahrung oder auf dem Wege psychologischer Gedankenassoziationen gewonnenen Materials stellt der reine Verstand her. Indem dieser bei seiner reflektiven Tätigkeit seinen Vorstellungsschatz durchmustert, die Vorstellungen auf Anleitung seiner Ideen und zufolge der ihm eigenen rein logischen Gesetzmäßigkeiten aufeinander bezieht, sucht er das Unzusammenhängende in einen logischen Zusammenhang zu bringen, somit auf rein diskursivem Wege zu neuen Erkenntnissen zu gelangen. Wie sich nun das vollzieht, welcher Prinzipien sich der Verstand bedient, indem er bei der reinen Reflexion nach objektiv gültigen Erkenntnissen forscht, und ob die so gewonnenen Erkenntnisse auch tatsächlich auf objektive Gültigkeit Anspruch erheben dürfen, soll aus der hier gegebenen Theorie der diskursiven Erkenntnis hervorgehen.

Erster Teil.

Die Prinzipien der deduktiven Logik.

Erstes Kapitel.

Die Prinzipien des deduktiven Schliessens bei Aristoteles im Mittelalter und in der Neuzeit.

1. Die Regel des allgemeinen Aussagens bei Aristoteles und das Dictum de omni et de nullo.

Einem jeden, der sich mit den Grundfragen der Logik eingehender beschäftigt hat, mag es wohl aufgefallen sein, daß die in der Logik als logische Gesetze geltenden Grundsätze durchaus nicht hinreichend sind, um uns das Schließen aus seinen letzten Gründen zu erklären. Das scheint schon Aristoteles eingesehen zu haben, denn er hatte es für nötig befunden, neben den Gesetzen des Widerspruches und des ausgeschlossenen Dritten noch einen Satz aufzustellen, der gerade das Zustandekommen des Schließens ermöglichen sollte. Wir finden ihn am Anfange des ersten Buches der *'Αναλυτικὰ πρότερα* unter den einleitenden Begriffsbestimmungen angeführt. Daselbst heißt es:

πρῶτον εἰπεῖν περὶ τί καὶ τίνος ἐστὶν ἡ σκέψις . . . .

καὶ τί λέγομεν τὸ κατὰ παντὸς ἢ μηδενὸς κατηγορεῖσθαι

. . . . . .

τὸ δὲ ἐν ὅλῳ εἶναῖ ἕτερον ἑτέρῳ καὶ τὸ κατὰ παντὸς κατηγορεῖσθαι θατέρου θάτερον ταὐτόν ἐστιν. λέγομεν δὲ τὸ κατὰ παντὸς κατηγορεῖσθαι, ὅταν μηδὲν ᾖ λαβεῖν τῶν τοῦ ὑποκειμένου, καθ' οὗ θάτερον οὐ λεχθήσεται· καὶ τὸ κατὰ μηδενὸς ὡσαύτως [1]).

In anderer Form ausgedrückt finden sich dieselben Gedanken gleichfalls im dritten Kapitel der Lehre von den Kategorien vor:

Ὅταν ἕτερον καθ' ἑτέρου κατηγορῆται ὡς καθ' ὑποκειμένου, ὅσα κατὰ τοῦ κατηγορουμένου λέγεται, πάντα καὶ κατὰ τοῦ ὑποκειμένου ῥηθήσεται, οἷον ἄνθρωπος κατὰ τοῦ τινὸς ἀνθρώπου κατηγορεῖται, τὸ δὲ ζῷον κατὰ τοῦ ἀνθρώπου· οὐκοῦν καὶ κατὰ τοῦ τινὸς ἀνθρώπου κατηγορηθήσεται τὸ ζῷον· ὁ γάρ τις ἄνθρωπος καὶ ἄνθρωπός ἐστι καὶ ζῷον [2]).

Diese von Aristoteles der Lehre vom Schluß zu

---

1) „Zuerst ist zu sagen, worauf diese Betrachtung geht, was ihr Gegenstand ist . . . . und was wir das Aussagen von dem Ganzen oder von keinem nennen . . . . . Daß etwas in einem andern als dem Ganzen enthalten ist, und daß etwas von einem andern in seiner Gesamtheit ausgesagt wird, ist dasselbe. Wir sagen aber, daß etwas von einem anderen in seiner Gesamtheit ausgesagt wird, wenn man nichts von dem Subjekt angeben kann, von welchem jenes andere nicht ausgesagt werden kann. Ebenso ist es umgekehrt, wenn das Prädikat von keinem ausgesagt werden kann".

2) „Wenn etwas von etwas als seinem Subjekt ausgesagt werden kann, so wird alles, was von diesem Ausgesagten gilt, auch von diesem Subjekt gelten, z. B. Mensch wird von einem einzelnen Menschen und Lebewesen von dem Menschen überhaupt ausgesagt: es wird also auch Lebewesen von einem einzelnen Menschen ausgesagt werden: denn der einzelne Mensch ist Mensch und ist Lebewesen."

Grunde gelegten Gedanken[1]) haben die Logiker durch zwei Jahrtausende hindurch beschäftigt und sie bilden noch heutzutage ihre atra cura; diese besteht in der Frage über das sog. Dictum de omni et de nullo.

Auch Kant hat die Erörterung der Prinzipien des Schließens für eine nicht zu umgehende Frage gehalten und es für nötig erachtet, nicht nur ein allgemeines Prinzip für die kategorischen Schlüsse aufzustellen, sondern auch für jede der drei von ihm als gültig befundenen Figuren einzelne Grundsätze anzunehmen, die aus dem allgemeinen Prinzip folgen sollten.

Nach ihm haben im vorigen Jahrhundert und auch in neuster Zeit die Logiker vielfach versucht, die einzelnen Figuren und Modi aus einem Prinzip und zwar aus dem Dictum oder aus einer seiner Umschreibungen abzuleiten. Und so bringt es der Lauf der Dinge mit sich, daß auch wir uns die Fragen vorlegen, ob in der Tat die einzelnen Figuren und Modi sich aus dem genannten Prinzip ableiten lassen, ob die vorhandenen Ableitungen richtig sind und ob dieses Prinzip zur Erklärung der verschiedenen Arten des Schlußverfahrens hinreichend ist. Sollte dieses nicht der Fall sein, so kann die Frage aufgeworfen werden, worin das eigentliche Prinzip bestehen müßte, und inwiefern das Dictum als ein solches Prinzip verwendet werden könnte. Wenn wir aber schließlich ein derartiges Prinzip gefunden haben sollten, dann würde für uns die Aufgabe entstehen die einzelnen Schlußarten aus diesem Prinzip folgerichtig abzuleiten und dadurch auch die Rechtmäßigkeit des Prinzips zu erweisen.

---

1) Vgl. H. Maier, Die Syllogistik des Aristoteles 1900; II. S. 14.

2. Das Dictum de omni et de nullo als Prinzip der traditionellen Logik und sein Entwickelungsgang.

Das Dictum hat den Wortlaut: quidquid de omni (sive omnibus) valet, valet etiam de quibusdam et singulis; quidquid de nullo valet nec de quibusdam, nec de singulis valet. Es stammt seiner Form nach aus dem Mittelalter und seinem Sinne nach aus dem Altertum, so daß man sagen kann, daß es beinahe ebenso alt ist, wie die Logik selbst, da es, wie schon angedeutet wurde, seinen Ursprung bei Aristoteles, dem ersten Bergründer der systematischen Logik, nimmt.

Dieses Prinzip hat aber nicht immer ein und dieselbe Bedeutung gehabt, und hat, obwohl es dem Sinne nach existierte, doch nicht stets den bis auf uns überkommenen Namen besessen. Es ist auch nicht stets mit denselben Worten formuliert worden. Es muß also ein Unterschied gemacht werden zwischen seinem Namen als dem terminus technicus, seinem Sinne und seinem Wortlaute. Ausführliche Auskunft über den Entwickelungsgang dieses Prinzips haben wir E. Rehnisch zu verdanken, der sich mit dessen Geschichte befaßt und die Resultate seiner Untersuchungen i. J. 1880 in der „Zeitschrift für Philosophie und phil. Kritik" veröffentlicht hat.

Rehnisch findet, daß das Dictum, obwohl man auf Grund eines Ausspruches Prantls glauben könnte, es habe in der Logik schon vom sechsten Jahrhundert an existiert[1]), seinem Wesen nach eigentlich recht spät im

---

1) Vgl. Prantl, Gesch. der Logik im Abendlande, I. 1885. S. 699. Prantl ist der Ansicht, daß „das Dictum de o. et de n. dank Boëthius (480—525) in der mittelalterlichen Logik schon sehr deutlich an die Spitze getreten ist."

Mittelalter bekannt geworden sei, denn der Name finde sich erst in der Neuzeit beim Paduaner Zabarella (Opera logica, 1594; p. 107.) und in Deutschland erst bei Joachim Jungius („Logica Hamburgensis" 1638). Beide hätten unter dem Dictum zwei Regeln verstanden, die den Rechtsgrund der Gedankenverknüpfung in der 1. Figur angeben. Es fänden sich wohl solche Regeln schon bei Melanchton (1497—1560), der aber nur von einem Dici de o. et de n. und nicht von einem Dictum spreche. Dieses Dici sei ihm aus dem Mittelalter überkommen, denn im Mittelalter habe eher die Regel „omnis bonus syllogismus regulatur per Dici de omni vel dici de nullo" gegolten.

Dieses „Dici de o. et de n.", meint aber Rehnisch, habe weder im Mittelalter noch in der Neuzeit allgemein als ein Prinzip des Schließens gegolten. Weder Petrus Hispanus (Papst Johannes XXI, 1226—1277) noch Thomas von Aquino (um 1570) noch Albertus Magnus (1651) und Wilhelm v. Occam (1675) kennen ein solches Prinzip. Wie bei Petrus Hispanus (Summ. Log. Tract. IV.) so heiße es auch bei ihnen: „Dici de omni est, quando nihil est sumere sub subjecto, de quo non dicatur praedicatum, ut omnis homo currit, hic cursus dicitur de omni homine, et nihil est sumere sub homine, de quo non dicatur cursus. Dici de nullo est quando nihil est sumere sub subjecto, a quo non removeatur praedicatum, ut nullus homo currit, hic cursus removetur ab omni homine, et nihil est sumere sub homine, a quo non removeatur cursus."

Diese Stelle gibt nach der Ansicht Rehnischs garnichts über das Schlußverfahren an. Sie enthält nur die Erklärung dessen, was ein allgemein bejahendes resp. vereinendes Urteil sei, oder genauer, die Angabe, was das bedeute, ein allgemein bejahendes resp. verneinendes Urteil zu fällen, und wann und bei welcher

Beschaffenheit des betreffenden Inhalts der Termini das geschehen könne. Ein „Dictum de omni", sagt Rehnisch, „würde nach der Anschauung und Ausdrucksweise des Petrus Hispanus nichts anderes sein, als ein allgemein bejahendes, ein Dictum de nullo nichts anderes als ein allgemein verneinendes Urteil." Seiner Meinung nach enthält diese Auffassung des Dici auch nichts anders als „die schon von Boëthius her beobachtbare und allmählich zu diesem stereotypen Ausdruck gelangte lateinische Übersetzung des aristotelischen κατηγορεῖσθαι κατὰ παντὸς und κατὰ μηδενὸς und die Übersetzung der bekannten Erklärung dieser Ausdrücke, welche am Anfange der Analytica Priora sich findet."

Allmählich hat nun dieses Dici eine Deutung gewonnen, die es ausdrücklich zum Prinzip des Schließens, was es schon bei Aristoteles gewesen, werden ließ. Diese Auffassungsweise des Dici ist, wie Rehnisch ausführt, auf die Paduaner Averroistenschule des 15. und 16. Jahrhunderts zurückzuführen, die breitere Kreise Westeuropas mit der Logik des Averroës bekannt gemacht hat. In seinen „Opera logica" (p. 107, 108) spricht der Paduaner Zabarella vom Dictum ausdrücklich als von einem Prinzip des Syllogismus, wobei er sich auf Aristoteles und Averroës beruft. Im VI. Kapitel der „Opera logica" lesen wir darüber folgendes: „Quod dictum de omni et dictum de nullo sint radices naturales omnium syllogismorum concludentium.

> Quum igitur syllogismos omnes arte constructos decreverit Aristoteles e naturalibus syllogismis deducere, ob eam causam in primo capite primi libri Priorum proposuit dictum de omni veluti syllogismos ipsos naturales et radices omnium syllogismorum artificalium, quos in eo libro tractaturus erat: ideo recte dicebat Averroës in Epitome eorum librorum cap. I. — Dictum de omni est radix et principium

omnium syllogismorum concludentium: revera enim ex dicto de omni originem ducunt omnes syllogismi affirmantes, quemadmodum ex dicto de nullo omnes negantes" . . . etc. . . . „Propterea magnopere cavendum est, ne cum multis tum Logicae tum Philosophiae professoribus arbitremur nil aliud esse dictum de omni, quam propositionem universalem affirmativam, et dictum de nullo esse propositionem universalem negativam". . . . etc. . . . . „Haec omnia Averroi optime cognita fuerunt, quia fine cap. I. libri I. Priorum declarat differentiam inter dictum de omni et propositionem universalem affirmativam, et similiter inter dictum de nullo et propositionem negativam etc."

Auf Averroës und die Araber, meint daher Rehnisch, sei es zurückzuführen, daß von einem Dictum de o. et de n. und zwar im Sinne einer Regel der Gedankenverknüpfung gesprochen werde. Das Dictum sei offenbar aus der richtigen Deutung des Gedankens des Aristoteles durch die Araber entstanden; daß an Stelle des Ausdrucks Dici der Terminus Dictum treten konnte, hänge mit der Eigenart der Übersetzungssprache zusammen. Nicht mit Bestimmtheit lasse sich die Frage entscheiden, wann das Dictum den bis auf den heutigen Tag bestehenden Wortlaut erhalten habe. Dieser Wortlaut finde sich weder bei Joachim Jungius (Logica 1638), noch bei Jakob Thomasius (seit 1670) oder bei Christian Weise (1680), auch nicht bei Christian Wolff. Denn seitdem von dem Dictum de o. et de n. in dem genannten Sinne geredet werde, heiße es meist von ihm, ganz ebenso wie vom Dici: „Dictum de omni est, quando nihil licet sumere sub subjecto, de quo praedicatum non dicatur. Dictum de nullo est, quando nihil sumi potest sub subjecto, de quo non removeatur praedicatum." (Fortunatus Crellius, Isagoge Logica, 1605. S. 318 ff.). Doch sei bei

Christian Wolff in dessen „Philosophia rationalis sive Logica“ (ed. III. Francof. et Lipsiae 1740 p. 294) schon die Rede von Gattungs- und Artbegriffen: „Dictum de omni dicitur propositio: quidquid de genere vel specie omni affirmari potest, illud etiam affirmatur de quovis sub illo genere vel specie contento. E contrario dictum de nullo appellatur etc.“

Die gesuchte Formel findet sich, wie Rehnisch sagt, erst bei Traugott Krug (System der theoret. Phil. — Denklehre oder Logik, 1806. S. 310.), der jedoch davon „nicht wie von etwas, was er selbst formuliert, sondern wie von etwas, das er selbst als Formel vorgefunden hat“ spreche. Und in der Tat treffe man den Wortlaut dieser Formel schon früher an, aber nicht als Formel des heutigen Dictums, sondern als Grundsatz für das unmittelbare Folgern ad subalternatam. Dieser Bedeutung entspreche auch eine sehr ähnliche Formel, die sich schon bei Joachim Jungius (Logica, p. 173) und unter anderen auch bei Chr. Wolff (l. c. pag. 356) findet. So weit reichen die Betrachtungen Rehnischs.

Erst in den Zeiten Kants ist das Dictum genau in dem Sinne und der Form, die es heute hat, in Gebrauch gekommen. Es hat außerdem, wie aus dem Gesagten folgt, noch zwei andere Formeln für das Dictum gegeben, nämlich das Dictum de subjecto und das Dictum de genere vel specie. Kant hat für das Dictum die Formel Wolffs beibehalten (Logik, 1763; Kants Werke in der Ausg. von Rosenkr., III, S. 308 und Im. Kant, Logik; 1800. S. 193.). „Was der Gattung oder Art zukommt oder widerspricht“, so lautet die Wolffsche Formel „das kommt zu oder widerspricht allen Objekten, die unter diese Gattung gehören.“ Kant hielt aber dieses nicht für das höchste Prinzip des Schließens, in Anwendung auf die kateg. Schlüsse galt ihm dafür das Prinzip: „Nota notae est nota rei ipsius; repugnans notae, re-

pugnat rei ipsi". Das Dictum sollte sich seiner Ansicht nach hiervon mit Leichtigkeit ableiten lassen. Das wäre somit eine vierte Formel für das Prinzip des Schließens, denn das „Nota notae" besagt ja dasselbe wie das Dictum, nur in einer allgemeineren Form.

Diese Formeln werden bei den späteren Logikern zuweilen allesamt angeführt. So heißt es z. B. bei Bachmann (Syst. d. Logik, 1828. S. 1880): „Die älteren Logiker drücken die allgemeine Regel der kategorischen Schlüsse so aus: Nota notae est nota rei ipsius; praedicatum praedicati est etiam praedicatum subjecti" .... „auch als das sog. dictum de omni: quidquid de omni valet, valet etiam de quibusdam et singulis, sive quidquid valet de genere, valet etiam de specie; und das dictum de nullo: quidquid etc." Dieselben Formeln finden sich auch bei Hoppe (Die gesamte Logik, 1868. S. 527—529).

Es versteht sich von selbst, daß die Logiker sich von jeher ernstlich mit der Frage beschäftigt haben, ob auch in der Tat die Schlußweisen der einzelnen Figuren sich aus dem Dictum oder aus seinen Umschreibungen ableiten lassen. Viele werden wohl daran gezweifelt haben, denn es finden sich in der älteren Logik garkeine Ableitungen der Modi aus dem Dictum. Andere haben die Ableitungen wohl für möglich gehalten, wie sie aber verwirklicht werden sollten, darüber schwiegen sie sich aus.

Als Beispiel eines Logikers, der das Dictum de omni direkt für unzureichend ansah, sei J. H. Lambert genannt. In seinem Werke „Neues Organon" (Bd. I, Leipzig 1764) führt er das Dictum nur als Grundsatz für die erste Figur an, da seiner Meinung nach in der 2-ten und 3-ten Figur von Arten und Gattungen keine Rede sei (S. 137), in der vierten aber das Schlußverfahren ein dem in der ersten Figur entgegengesetztes wäre und man in der-

selben „den Schluß von der Art auf die Gattung ziehe“ (S. 138). Die erste Figur, sagt Lambert, dient „zur Erfindung oder Beweis der Eigenschaften eines Dinges, die andere zur Erfindung oder Beweis des Unterschiedes der Dinge, die dritte zur Erfindung und Beweis der Beispiele, die vierte zur Erfindung und Ausschließung der Arten einer Gattung“ (S. 140). Dementsprechend seien auch die Grundsätze:

1. Für die erste Figur: Dictum de omni et nullo. Was von allen A gilt, gilt von jedem A.
2. Für die zweite Figur: Dictum de diverso. Dinge, die, verschieden sind, kommen einander nicht zu.
3. Für die dritte Figur: Dictum de exemplo. Wenn man Dinge A findet, die B sind, so gibt es A, die B sind.
4. Für die vierte Figur: Dictum de reciproco. I. Wenn kein M B ist, so ist auch kein B dieses oder jenes M. II. Wenn C dieses oder jenes B ist, oder nicht ist, so gibt es B, die C sind oder nicht sind.

Die drei letzten Dicta bilden aber eher Beschreibungen des Eigentümlichen des Schlußverfahrens in den einzelnen Figuren und können nicht Grundsätze genannt werden. In dem 2-ten Grundsatze bleibt es außerdem offen und unklar, was unter dem Verschiedensein verstanden werden soll, denn die S- und P-begriffe sind an und für sich schon in allen Modis verschieden. Der dritte Satz ist zu lakonisch, er ist beinahe eine Tautologie und enthält nichts, was als Regel für das Schlußverfahren in der dritten Figur einen Wert haben könnte, und die Grundsätze der vierten Figur besagen, daß das Schließen zuerst nach dem Schema der 1-ten Figur vollzogen und sodann der Schlußsatz umgekehrt werden soll.

Wie hieraus zu ersehen ist, fand es Lambert nur in der 1. und 3. Figur möglich, von einem Übergange von Begriffen auf Begriffe, die als Gattungen und Arten aufgefaßt werden können, zu reden. In der 2. Figur hat er überhaupt keinen Gebrauch von dergleichen Ausdrücken gemacht. Deswegen ist auch seine Theorie des Syllogismus durchaus nicht eine Subsumtionstheorie zu nennen, wie es W. Wundt getan (Allgem. Logik und Erkenntnistheorie 1906, I, S. 298).

Von Lambert angefangen, läßt sich aber eine neue Zeit für die Frage nach den Prinzipien des Schließens datieren, denn wenn auch die meisten Logiker dieser Zeit den Wert des Dictums bezweifelten und es auch deswegen vollständig mit Schweigen übergingen, andere es wiederum als Prinzip hochschätzten, obwohl sie auch die ihm zu Grunde gelegten Gedanken nicht zu verwerten wußten [1]), so gab es wieder solche, deren Anzahl in neuester Zeit bedeutend gewachsen ist, die ernste Versuche machten, die Rechtmäßigkeit der angenommenen Prinzipien des Schließens dadurch zu begründen, daß sie die einzelnen Schlußweisen aus ihnen deduzierten und auf diese Weise auch die Notwendigkeit dieser Prinzipien darlegten. Von großer Bedeutung für die Erörterung der Fragen nach den

1) Außer Bachmann und Hoppe seien hier noch genannt: Calker (Denklehre, 1822. S. 422.); Kuno Fischer (System der Logik und Metaphys. 1865.); Trendelenburg (Elementa logices aristoteleae, 1870. S. 89.); Fr. Alb. Lange (Logische Studien, 1877. S. 80); Überweg, der aber irrtümlicherweise das Dictum de o. et n. bei den älteren Logikern für ein Prinzip des unmittelbaren Folgerns ad subalternatam hält (System der Logik, 1868. S. 253); Rodier (L'année phil. 1908. Les fonctions du syllog. p. 2. 8. 9. 12.), der eine ontologische Theorie des Syllogismus entwickelt; Stadler (Logik, 1912. S. 124), der das Dictum ein Axiom des Denkens nennt; Duport (Revue phil. de la France et de l'Etranger, 1917. La logique phénomenale. p. 310, 314).

Prinzipien ist auch der allgemeine Fortschritt gewesen den die wissenschaftliche Logik in neuerer Zeit gemacht hat, da die die Prinzipien angehenden Ansichten wie überhaupt, so namentlich aber auch mit den neuerdings entwickelten Urteils- und Schlußtheorien in engem Zusammenhang stehen. Ein tieferes Eindringen in das Wesen des Syllogismus konnte ja nicht ohne Erfolg für die Frage nach den Prinzipien desselben bleiben. Daher führt uns auch die Erörterung dieser Frage notwendigerweise zur Berücksichtigung der Lehren von dem Syllogismus.

3. Die Unzulänglichkeit des Dictums zur Begründung des deduktiven Schliessens vom Standpunkte der Subsumtionstheorie.

Die verschiedenen Theorien der Syllogismen lassen sich im großen und ganzen, wie es schon W. Wundt (Logik, I, 1919. S. 296, 297) getan, in zwei Hauptgruppen einteilen: in die an die aristotelische Auffassung des Schlußverfahrens in der 1. Fig. anknüpfenden Subsumtionstheorien und in die „auf das vollständige oder teilweise Identitätsverhältnis der Begriffe in den Prämissen sich stützenden Substitutionstheorien." Einige andere Theorien, die bei W. Wundt nicht in Betracht gezogen sind, stellen Versuche dar, neue Standpunkte geltend zu mache, lassen jedoch Voraussetzungen zu, die ihre Unzulänglichkeit klar an den Tag legen (z. B. die Theorie Sigwarts) oder aber sie notwendigerweise auf die eine der obengenannten zurückführen (die Theorie Erdmanns). Auf die Subsumtionstheorie stützen sich die Versuche der Begründung des Schließens, bei Kant, Fries, Drobisch, Lotze und Bain.

Für Im. Kant galt, wie gesagt, als allgemeines Prin-

zip der kategorischen Schlüsse der Grundsatz: „Nota notae est nota rei ipsius, repugnans notae repugnat rei ipsi“ [1]). Das Schließen in der ersten Figur ergab sich ihm direkt aus diesem Prinzip. Für die 2. Figur stellte er den Satz auf, der sich auch in der Tat auf direkte Weise als aus dem Prinzip folgend ergibt: „Wem ein Merkmal eines Dinges widerspricht, das widerspricht der Sache selbst.“ Das ist offenbar gleichbedeutend mit dem Satz „repugnans notae repugnat rei ipsi.“

Wie sich aber die Regel der dritten Figur, an der allerdings als Regel nichts auszusetzen ist, aus dem Prinzip ergeben soll, ist durchaus nicht einzusehen. Sie lautet: „Was einem Merkmal zukommt oder widerspricht, das kommt zu oder widerspricht einigen, unter denen dieses Merkmal enthalten ist“. Im Prinzip „Nota notae“ ist nur von Begriffen, die in ihrem ganzen Umfange genommen sind, die Rede, es ist aber nicht gesagt, wie und wann die Umfänge der Begriffe beim Schließen beschränkt werden müssen; der dritte Satz handelt aber von einer Beschränkung der Begriffe im Schlußsatz. Die vierte Figur ist vollständig mit Schweigen übergangen, da sie für Kant bekanntlich keinen Wert besaß.

Bei J. F. Fries (System der Logik, 1819.) finden sich ebenfalls Grundsätze für die drei ersten Figuren, für die 4-te aber nicht. Während Kant seine Regeln hinsichtlich des Inhaltes der Termini formuliert, also von Merkmalen der Sachen und ihren Merkmalen spricht, gibt Fries Regeln, die die Umfänge der Begriffe betreffen und nicht aus dem „Nota notae“, sondern direkt aus dem Dictum folgen sollen. Es heißt bei ihm (S. 234): „die Schlüsse folgen nämlich alle aus dem im Dictum de

1) Logik, 1800. 193 ff. Für ein allgemeines Prinzip aller Vernunftschlüsse galt I. Kant der Grundsatz: „Was unter der Bedingung einer Regel steht, das steht auch unter der Regel selbst“ l. c. S. 188.

o. et n. liegenden Verhältnis der ganzen Sphäre zu ihren Teilen. Die Prinzipien für die genannten drei Fälle sind dann: für den ersten — der Teil (C) des Teiles (B) liegt im Ganzen (A), und was außer dem Ganzen (B) liegt, liegt auch außer dem Teil (C); für den zweiten: was (A oder einige A) außer einem Ganzen (B) liegt, liegt auch außer dessen Teilen (C); für den dritten: liegt ein Teil (B) in zwei Ganzen (A und C), so haben diese einen gemeinschaftlichen Teil, und liegt ein Teil (B) in einem Ganzen (C) aber außer einem anderen (A), so hat das erste (C) einen Teil außer dem anderen (A)".

Gegen die Regeln für die zwei ersten Figuren ist nichts einzuwenden, ihr Zusammenhang mit dem Dictum ist augenscheinlich. Die Regeln für die dritte Figur stehen aber mit dem Dictum in keinem Zusammenhang und stellen nichts anderes dar als nur die Beschreibung des an der zeichnerischen Darstellung der Modi der III. Fig. Beobachtbaren. Ein leitender Gedanke ist in ihnen nicht enthalten.

Ähnliche Einwendungen, wie sie gegen die Theorien von Kant und Fries erhoben werden können, lassen sich auch gegen die Grundsätze Drobischs (vgl. „Neue Darstellung der Logik", 1851. S. 82, 96) vorgeschlagenen Grundsätze machen. Für die zwei ersten Figuren sind sie annehmbar und ihr Zusammenhang mit dem aristotelischen Prinzip ist vollständig klar(S. 91). Der Grundsatz der dritten Figur (S. 98): „identische Begriffsbestimmungen können für einander gesetzt (einander substituiert) werden", ist jedoch garnicht einleuchtend, da nicht erklärt und angegeben wird, was unter den „identischen Begriffsbestimmungen" zu verstehen ist und wo dieselben im Schlusse vorliegen. Von der vierten Figur ist bei Drobisch ebenfalls nicht die Rede.

Somit ist es die dritte Figur, an der der Versuch, die Grundsätze des Schließens aus einem für alle Figuren

als allgemeingültig angenommenen Prinzip abzuleiten, zu scheitern scheint. Bei Kant und Fries folgen die Grundsätze der III. Figur nicht aus dem allgemeinen Prinzip, die Sätze bei Fries haben zudem für die dritte Figur keinen theoretischen Wert, bei Drobisch ist der Grundsatz falsch.

Einen eigenartigen Standpunkt in der Frage nach den Prinzipien des kateg. Schließens vertritt H. Lotze (Logik, 9. Aufl., neu hrsg. v. Misch, 1912. S. 110). Er findet, daß den drei ersten Figuren der einfachen Syllogismen der Gedanke der Subsumtion zugrunde liegt „jedem Subjekt kommt das Prädikat seiner Gattung zu". An Stelle einer Ableitung der Figuren und Modi wird aber von ihm bloß die Behauptung ausgesprochen, daß „die 2-te und 3-te Figuren durchsichtig genug sind, anstatt daß ihr Zusammenhang mit dem Grundsatze durch die aristotelischen Reduktionen dargelegt werden sollte" (S. 113). Doch ist dieser Grundsatz bei ihm nicht das Dictum. Das traditionelle Dictum de omni zusammen mit dem „Principium exclusi tertii inter duo contradictoria" bildet bei ihm einen besondern Begriff, dem er den Namen des „disjunktiven Denkgesetzes" gibt und dessen Wesen durch die Form des disjunktiven Urteils ausgedrückt werde. Das Gesetz lautet: „Von jedem allgemeinen P, welches als Merkmal in dem Allgemeinbegriff M enthalten ist, kommt jedem S, welches eine Art von M ist, eine seiner Modifikationen p^1 p^2 p^3 ... mit Anschluß der übrigen als Prädikat zu, und von jedem allgemeinen P, welches aus dem Begriffe M ausgeschlossen ist, kommt jedem S, als einer Art von M, weder die eine noch die andere seiner Modifikationen p^1 p^2 oder p^3 zu." Dieses Gesetz ermöglicht, wie Lotze meint, jegliches Schließen und somit auch das syllogistische in dem Sinne, daß alle Obersätze, wenn sie von Seiten ihres Inhaltes betrachtet werden, nur durch dieses Gesetz

ihren Rechtsgrund erhalten, um dem Syllogismus als Prämissen dienen zu können. Dieses Gesetz spricht aber leider nur von der materialen Seite des Schlusses und geht die Frage nach der Ableitung der Modi aus einem Grundsatze gar nichts an. Es besitzt daher für uns auch keinen weiteren Wert.

Auf einem indirekten Wege begründet A. Bain das Schließen durch das Dictum. Letzeres gilt ihm als das höchste Prinzip und hat den Wortlaut: „whatever is true of a whole class (class indefinite, fixed by connotation), is true of whatever thing can be affirmed to come under or belong to the class (as ascertained by connotation)" (Was von einer ganzen undefinierten Klasse gilt, die durch bestimmte Attribute abgegrenzt ist, das gilt auch von alledem, was in der Klasse inbegriffen ist, das durch die Attribute bestimmt ist)[1]).

Aus diesem Prinzip leitet Bain alle als „besondere" bekannten Regeln des Syllogismus ab („special canons S. 163), deren es bei ihm 6 gibt, und hält offenbar dadurch die Schlußarten für begründet. Doch geben diese Regeln nur die Möglichkeit einzusehen, wann und inwiefern ein Schluß falsch ist, können aber durchaus nicht als Verhaltungsmaßregeln betrachtet werden, nach denen sich der Intellekt beim richtigen Schließen selbst zu richten hat. Sie sind somit auch nicht zu den Prinzipien des Schließens zu zählen.

Zu den Subsumtionstheorien gehört im Grunde genommen auch die Theorie B. Erdmanns, obwohl sie eine Immanenz- oder Einordnungstheorie des Syllogismus genannt wird. B. Erdmann führt als Prinzipien des syllogistischen Schließens zwei Grundsätze an, die sich bereits bei Fortunatus Crellius (Isagoge Logica, 1605, S. 318 ff.) und

1) A. Bain, Logic. Part I. 1879, p. 156.

später bei Bachmann (System d. Logik, 1828. S. 188) vorfinden. „Die syllogistischen Schlußweisen", sagt Erdmann, „reduzieren sich für elementare Prämissen auf die beidem Schlußweisen der 1. Figur: 1. Jedem Subjekt kommt mittelbar das Prädikat seines Prädikats zu; 2. Keinem Subjekt kommt mittelbar zu, was nicht Prädikat eines Prädikats von ihm ist." [1]). Erdmanns Reduktionen sind jedoch mangelhaft, denn er verfährt folgendermaßen. Nachdem er für die Schlußweisen der 1-ten Figur die beiden angeführten Grundsätze aufgestellt hat, stellt er auch für die anderen drei Figuren Grundsätze auf, aus denen die einzelnen Schlußweisen folgen müssen. Für die 2-te Figur stellt er zwei, für die 3-te vier und für die 4-te drei Grundsätze auf. Anstatt aber diese neun Grundsätze folgerichtig aus den beiden bekannten abzuleiten, bedient er sich gewisser Begründungsweisen, die er „direkte" und „indirekte" Begründungsarten nennt und bei denen Umkehrungen von Obersätzen und apagogische Beweise zur Hilfe genommen werden (S. 658, 678), so daß diese Begründungen sich wenig von den aristotelischen Reduktionen unterscheiden, obwohl Erdmann meint, dieselben als „weniger charakteristische" entschieden ablehnen zu müssen (S. 667). Am besten lernt man das Verfahren Erdmanns an seiner Begründung des Grundsatzes für die zweite Schlußweise der dritten Figur, Disamis: $\frac{M\,i\,P}{M\,a\,S}$, kennen. „Jedem Subjekt", so heißt es hier, „kommt, so weit es durch Gegenstände bestimmt ist, als deren allgemeines Prädikat es auftritt, mittelbar als Prädikat zu, was von jenen Gegenständen in demselben Sinne gilt wie es selbst" (S. 670). Dieser Satz ist nicht einmal richtig, da das Prädikat im Schlußsatze S i P in quantitativer Hinsicht durchaus nicht in demselben Sinne vom S gilt, wie das S im Urteil

1) B. Erdmann, Logik. Bd. I, 1907. S. 705.

M a S vom M. Das P gilt nur von einigen M, das S aber von allen M. Erdmann beweist seinen Satz folgendermaßen: „Die zweite Schlußweise der dritten Figur ist der ersten Schlußweise (Darapti-Datisi) scheinbar koordiniert. Der Beweis, der den wiederum nicht unmittelbar evidenten Grundsatz der ersten Schlußweise $\frac{M\ a\ P}{Ma,\ i\ S}$ sichert, vollzog sich dadurch, daß wir die Untersätze Ma, i S zu S i M umkehrten: die alle oder einigen M, die S sind, sind stets einige S. Diesem Beweis ist die Ableitung der zweiten Schlußweise (Disamis) $\frac{M\ i\ P}{M\ a\ S}$, deren leitender Gedanke gleichfalls keine unmittelbare Evidenz besitzt, nur scheinbar angepaßt. Denn sind alle M — S und einige M — P, so folgt direkt nur, daß die einigen M, die P sind, notwendig auch S seien, da sie zu den allen M gehören, die S sind. Es folgt also nur P i S. Dies wird zu dem zu fordernden Schlußsatz S i P erst dadurch, daß es rein umkehrbar ist. Die Ableitung ist also keine direkte. Und sie kann keine direkte sein. Denn die erste Schlußweise der ersten Figur:

I

M a P
S a, i M

verlangt einen allgemeinen bejahenden Obersatz, der in Disamis nicht vorliegt und durch Umkehrung des elementaren Urteils M a S nicht gewonnen werden kann. Wir müssen deshalb für die 2-te Schlußweise der 3-ten Figur eine indirekte Ableitung suchen. Eine solche finden wir in eben dem Verfahren, das sich schon für die 2-te Schlußweise der II. Figur (Camestres-Baroco) als stringent erwies. Die Schlußweise III_2 war

$$\left.\begin{matrix} M\ i\ P \\ M\ a\ S \end{matrix}\right\} S\ i\ P;$$

angenommen S i P wäre nicht denknotwendig, so müßte

das widersprechende Urteil S e P folgen. Dann ließe sich aus diesem Urteil und dem gegebenen Untersatz noch Celarent-Ferio schließen

$$\left.\begin{matrix} S\,e\,P \\ M\,a\,S \end{matrix}\right\} M\,e\,P.$$

Wäre jedoch M e P unter den gegebenen Voraussetzungen denknotwendig, so könnte nicht unter eben diesen das kontradiktorische Urteil M i P gegeben sein. Dies aber ist im Obersatz gegeben. Also muß S i P denknotwendig folgen".

Hieraus ist zu ersehen, wie B. Erdmann sich bei der Deduktion der drei ersten Figuren der Umkehrungen und indirekten Beweise bedient. Für die 4-te Figur sind aber, genau genommen, gar keine Grundsätze gegeben. Was als Grundsatz angeführt wird, ist eigentlich nur eine Beschreibung der Verfahrungsweisen beim Schließen in der 4-ten Figur, die B. Erdmann selbst „verwickelt" (S. 677) und sogar „dunkel" (S. 678) nennt. Die 19 Modi reduzieren sich also bei Erdmann auf 11. Das Schlußverfahren in diesen wird aber durchaus nicht durch das Dictum als oberstes Prinzip geleitet.

ErdmannsTheorie hat den Namen der Immanenztheorie (Grau, Grdr. der Logik, 2 Afl. 1921, S. 90) oder Einordnungstheorie (Ziehen, Lehrb. der Logik auf positivist. Grundlage, 1920; S 731) wohl aus dem Grunde erhalten, weil sie sich auf die von ihm vorgeschlagene Einordnungstheorie des Urteils stützt. Doch ist die Schlußtheorie Erdmanns, auch wenn man annehmen wollte, daß sie fehlerlos sei, durchaus nicht durch seine Einordnungstheorie des Urteils begründet. Letzterer zufolge „bildet jede einzelne Bestimmung, die als Prädikat gedacht ist, einen Teil des Subjektsinhaltes," so daß „'ausgesagt werden von' dasselbe wie 'eingeordnet sein in den Subjektsinhalt' bedeutet" (l. c. 358) und folglich „das elementare Urteil die Einordnungs-

oder prädikative Gleichheitsbeziehung von Gegenständen unseres Denkens" darstellt.

Das Schließen oder die mittelbare syllogistische Bejahung und Verneinung hält Erdmann für „eine mittelbare Einordnung des Prädikatsinhaltes in den Subjektsinhalt oder eine mittelbare Ausschließung aus demselben". Es stützt sich seiner Ansicht nach auf die Grundsätze der beiden Schlußweisen der 1-ten Figur und steht daher mit der Urteilstheorie in Zusammenhang.

Dagegen läßt es sich einwenden, daß auf diese Weise nur das Schließen in der 1. Figur gedeutet werden kann, denn sobald Erdmann die Gültigkeit seiner Auffassungsweise des Schließens auf die anderen Figuren ausdehnt, verliert er sich in ähnliche Reduktionen, wie die oben angeführte es ist. Dabei zeigt es sich noch, daß in diesen Reduktionen auch die Urteilstheorie Erdmanns sich als ungenügend erweist und er gezwungen ist, die Umfangstheorie doch gelten zu lassen. Denn was bedeuten in seinen Grundsätzen für die 2 ersten Schlußweisen der III. Figur die Worte wie „jedes Subjekt, soweit es durch Gegenstände bestimmt ist, als dessen Prädikat es auftritt"? Doch nichts anderes, als daß im Urteile M a S der Umfang des Prädikates S als ein größerer wie der Umfang des M, gedacht wird, und daß nur ein Teil des Umfanges von S, (die „einigen S") genommen werden muß. Folglich wird das „Ausgesagt werden" gerade in dem Sinne gebraucht, den es bei Aristoteles hat. Denn Airstoteles sagt: *τὸ δὲ ἐν ὅλῳ εἶναι ἕτερον ἑτέρῳ και τό κατὰ παντός κατηγορεῖσθαι θατέρου θάτερον ταὐτον ἐστιν.* — Diese Auffassung des Aussagens ist gerade von Aristoteles dem mittelbaren Aussagen zugrunde gelegt worden, so daß es sich erweist, daß die syllogistische Immanenztheorie Erdmanns nicht mehr als ein Versuch ist, einen neuen Standpunkt gegen die aristotelische Subsumtionstheorie zu verfechten, und im

Grunde genommen sich selbst auf die aristotelische Subsumtionstheorie des Schließens stützt.

Während man in der Logik geneigt ist, die hypothetischen Schlüsse auf die kategorischen zurückzuführen, hat Chr. Sigwart (Logik I, 4. Aufl. 1911.) den umgekehrten Weg eingeschlagen und einen Versuch gemacht, jeglichem Schließen somit auch dem kategorischen Schluß, den „sog. gemischten hypothetischen Schluß" zu Grunde zu legen (S. 439). Und in der Tat erweist sich die Ableitung der beiden ersten Figuren (S. 473—476) aus dem Grundsatz der gemischt hypothetischen Schlüsse, demzufolge mit dem Grunde die Folge bejaht, mit der Folge der Grund aufgehoben ist, als möglich. Wie die Schlüsse sich aus diesem Grundsatze ergeben sollen, ist aus der Ableitung der Modi Barbara und Camestres zu ersehen:

Wenn etwas B ist, ist es A.	Wenn etwas B ist, ist es A.
Bestimmte Subjekte C sind B.	Nun ist alles C nicht A.
Also ist C A.	Also ist C nicht B.

Bei der dritten Figur ist Sigwart aber gezwungen solche Voraussetzungen zuzulassen, die, wie gesagt, die Unzulänglichkeit seiner Theorie klar an den Tag legen, denn diese Figur kann auf keinerlei Weise auf direktem Wege wie die beiden ersten Figuren in das allgemeine Schema des gemischt-hypothetischen Schlusses eingekleidet werden.

Den sich bietenden Schwierigkeiten meint Sigwart auf die Weise aus dem Wege zu gehen, daß er den Schlüssen besondere Obersätze voransetzt, die tatsächlich zwar „verschwiegen" seien, in Gedanken aber zugelassen werden müssen, da die Regel, nach der geschlossen werde und welche die Ableitung des Schlußsatzes aus den Prämissen begründe, garnicht in diesen selbst ausgedückt sei. Für die bejahenden Modi

gelte der Obersatz: „Wenn zwei Prädikate demselben Subjekt zukommen, sind sie vereinbar, schließen sie sich nicht notwendig aus.“ Für die Modi mit negativer Konklusion aber laute er folgendermaßen: „Wenn von zwei Prädikaten eines an einem Subjekte fehlt, dem das andere zukommt, so gehören sie nicht notwendig zusammen.“ Die beiden Prämissen sollen aber in beiden Fällen „die Assumtio“ zu diesen Obersätzen bilden.

Dadurch nun, daß diese Regeln als Obersätze zugelassen worden sind, haben auch in der Tat die Schlüsse eine hypothetische Form angenommen. Jedoch beweisen gerade diese als „verschwiegene Obersätze“ zugelassenen Regeln, daß die Modi der 3-ten Figur nicht auf die erwünschte Weise auf das Schema der hypothetischen Schlüsse zurückgeführt werden können, und daß keineswegs der Grundsatz des hypothetischen Schließens das Schließen unmittelbar leitet, sondern daß es gerade die als „verschwiegene Obersätze“ zugelassenen Regeln tun.

4. Das Wesen und die Unzulänglichkeit der Substitutionstheorien

Wie die Subsumtionstheorien in ihren Anfängen auf Aristoteles, so sind die Substitutionstheorien wohl auf Leibniz zurückzuführen. Leibniz, der Erfinder des Differential- und Integralkalküls, hatte sich zum Ziel gesetzt, den mathematischen Kalkül auf den philosophischen auszudehnen, und glaubte es dadurch zu erreichen, daß er den Schluß dem mathematischen Beweise gleichzustellen suchte. Dazu war es zunächst erforderlich, die Begriffe und Urteile selbst auf einen mathematischen Ausdruck zu bringen. Viele Jahre lang war Leibniz mit dieser Aufgabe beschäftigt. Es weichen da-

her auch die späteren Darstellungen seiner Theorie in nicht geringem Maße von den ursprünglichen ab. Eine systematische Darstellung seiner algorithmischen Lehren gibt F. B. Kvêt (Leibniz' Logik, nach den Quellen dargestellt, 1857).

Leibniz versuchte die Begriffe dadurch symbolisch darzustellen, daß er die Stammbegriffe der Reihe nach durch Zahlen, von eins angefangen, bezeichnete; so war ihm 1 = punctum, 2 = spatium, 3 = intersitum, 4 = adsitum seu contiguum, 5 = dissitum seu distans, 6 = terminus usw. Aus diesen Elementen sollten sich die zusammengesetzten Begriffe als Kombinationen von Zahlen ergeben. Diese sind später durch Buchstaben ersetzt worden, und für zusammengesetzte Begriffe wurden Formeln gegeben.

Die Urteile führte Leibniz auf einen mathematischen Ausdruck zurück, indem er die Relationen der Formeln zueinander in Betracht zog. So waltete u. a. zwischen den Formeln, wo die eine der anderen substituiert werden konnte, die Relation der Aequipollenz. Andere Relationen, wie die der Einschließung, der Ähnlichkeit, der Verschiedenheit, des Enthaltenseins usw. ließen sich ganz ebenso durch eine einfache Betrachtung der Formeln feststellen.

Das Schließen führte Leibniz auf ein Umändern der Formeln zum Zweck der Auffindung neuer Relationen zurück. Dieses Umändern wurde durch 13 Sätze geleitet, welche die Begriffe des Substituierens, des Addierens und des Subtrahierens auf die verschiedenen Arten der Relationen (wie die der Gleichheit, der Verschiedenheit usw.) anwenden sollten. Von diesen 13 Sätzen oder Theoremen Leibnizens seien hier einige angeführt:

1. Quae sunt eadem uni tertio, eadem sunt inter se. Si A = B et B = C, erit A = C.

3. Si eidem addantur coincidentia, fiunt coincidentia. Si A = B, erit A + C = B + C.

4. Contentum contenti est contentum continentis. Si A est in B et B est in C, etiam A erit in C.

Als Voraussetzungen des Kalküls galten ihm aber Sätze, welche nur eine verschiedene Ausdrucksweise der sog. Gesetze der Identität, des Widerspruches und des ausgeschlossenen Dritten darstellen (wie z. B. A est A; A non est non A usw.), und noch fünf eigentliche Prinzipien des Kalküls, welche in Kürze nur dasselbe wiederholten, was die 13 Theoreme schon besagten.

Wie hieraus zu ersehen, wollte Leibniz das Schließen nur auf die Substitution, Addition und Subtraktion zurückführen. Ein derartiges Schließen war aber infolge der Kompliziertheit des Aufsetzens und Deutens der Formeln viel verwickelter als das gewöhnliche Schließen und in der Praxis sogar vollständig undurchführbar.

Die Auffassung Leibnizens vom Schließen als einer Substitution haben spätere Logiker geteilt und ihren Bemühungen haben wir es zu verdanken, daß allmählich ein neuer streng begründeter Zweig der Logik, die mathematische Logik, entstanden ist. Unter den Vertretern dieses Zweiges der Logik verdienen namentlich Hamilton, Jevons und Schroeder Beachtung.

W. Hamilton stützte seine Theorie des Schließens auf eine schon von Bentham aufgestellte neue Theorie des Urteils, die in der Logik den Namen der „Identitätstheorie des Umfanges" führt und sich auf die Quantifikationstheorie der S- und P-Begriffe im Urteile gründet.[1])

1) Liard. Die neue englische Logik, übers. v. Immelmann (1880), III. Kap; W. St. Jevons, Leitfaden der Logik, übers. v. Kleinpeter (1913); A. Bain, Logic, part first (1876), p. 156.

Er fand, daß die Arten der kategorischen Urteile nicht vollständig genug die Quantitätsbeziehungen der beiden Termini des Urteils ausdrücken, d. h., daß die vier Arten der Urteile — die allgemeinen, besonderen, bejahenden und verneinenden — die bisher für das kategorische Schließen von Bedeutung waren, wohl die Quantität des Subjekts als richtig bestimmt darstellen, die Quantität des Prädikats aber unbestimmt lassen und infolgedessen keine hinreichend klare Vorstellung von der eigentlichen Beziehung der Subjekts- und Prädikatsbegriffe zueinander liefern. Das sei aber dem Schließen nachteilig, denn das Urteil: S ist P könne sowohl bedeuten, daß das S nur mit einem Teil von P zusammenfällt — oder, wie Hamilton sagt, „übereinstimmt" — als auch, daß das S mit dem P vollständig zusammenfällt, wie z. B. in dem Urteile: „Alle gleichseitigen Dreiecke sind alle gleichwinklige Dreiecke."

Er bezeichnet somit, indem er dem Urteile eine genauere Ausdrucksweise gibt und die Einzelurteile zu den allgemeinen zählt, die bejahenden Urteile (alle S sind P; einige S sind P) auf folgende Weise:

Alle x sind einige y,
einige x sind einige y.

Zu diesen beiden in der traditionellen Logik angenommenen Urteilsarten fügt er noch zwei hinzu:

Alle x sind alle y,
einige x sind alle y.

Auf dieselbe Weise verfährt er auch mit den negativen Urteilen und findet für sie statt der zwei gebräuchlichen die vier Formen:

Kein x ist irgend ein y;
einige x sind nicht einige y;
kein x ist ein Teil von y;
einige x sind keine y.

Die Urteile waren auf diese Weise gewissermaßen als Gleichungen gedeutet und die Beziehung der Termini im Urteil auf Identitätsbeziehungen ihrer Umfänge zurückgeführt worden. Doch war Hamilton, was hier betont werden muß, nicht soweit gegangen, sie durch Gleichungen darzustellen.

Mit Hilfe dieser Urteilsarten setzte er eine neue Tafel der Schlußarten auf, in der sich die Zahl der richtigen Schlußarten auf 108 belief. In Bezug auf sie hat W. Hamilton folgende neue oberste Regel des syllogistischen Verfahrens vorgeschlagen, mit deren Hilfe richtige Schlüsse gewonnen werden könnten: „Von den Beziehungen des Subjekts und Prädikats zu einem gemeinsamen dritten Begriffe besteht, falls eine derselben affirmativ ist, die schlechtere zwischen diesen zwei Begriffen selbst." Unter einer schlechteren Beziehung verstand Hamilton den Umstand, daß eine negative schlechter als eine affirmative und eine besondere schlechter als eine allgemeine sei.

Diese Regeln erweisen sich als auffallend treffend und geben tatsächlich die Möglichkeit, wenn die Quantifikation des Prädikats richtig befolgt wird, die einzelnen Schlüsse auf ganz mechanische Weise zu bilden. Es fragt sich aber, ob das Denken in Wirklichkeit auch beim Schließen diese Quantifikation des Prädikats vollziehen kann, da beim gewöhnlichen Schließen die Frage nach der Quantität des Prädikats offen bleibt, wenn auf direkte Weise nicht erschlossen werden kann, wie weit der Umfang des Prädikats reicht, und ob die S- und P-Begriffe ihrem Umfang nach identisch sind — wie etwa bei Urteilen, die Definitionen ausdrücken, — oder nicht. Andererseits haben wir es hier nur mit einer mechanischen Regel zu tun und mit keinem Prinzip, dessen sich das Denken beim Schließen bedienen könnte, um die S- und P-Begriffe folgerichtig zu verbinden. Gegen diese Regel hat auch A. Bain (Logic, 1879. S. 161) Einwände erhoben und

sie als Prinzip vollständig abgelehnt, da sie nicht ursprünglich ist und sich sogar aus dem Dictum als besondere Regel des Syllogismus ableiten lasse.

Als ein anderes Prinzip, das offenbar für das logisch folgerichtige Vereinigen der Subjekts- und Prädikatsbegriffe im Syllogismus Gültigkeit hat, findet sich bei Hamilton der Satz angeführt: „In so far as two notions (notions proper or individuals) either both agree, or one agreeing the other does not, with a common third notion, in so far these notions do or do not agree with one another". Hamilton stellt also die Behauptung auf: Insofern zwei Begriffe, eigentliche oder Individualbegriffe, ob allebeide, oder nur einer, der andere also nicht, mit einem dritten Begriffe übereinstimmen, insofern stimmen auch diese Begriffe miteinander überein oder nicht (Bain l. c. S. 160; Liard l. c. S. 56).

In der Tat scheint es auch, daß dieses Prinzip gelten könnte, wenn die Quantitätsbestimmungen der Begriffe beim Denken allemal richtig vollzogen werden könnten, denn wenn die S- und P-Begriffe in den Obersätzen einander dem Umfange nach gleich erscheinen, so stellen die Urteile Gleichungen dar, für die das Prinzip ebensoviel Bedeutung haben müßte, als ein ähnlicher Satz für das algebraische Rechnen. Jedoch gleich beim ersten Modus, Barbara, können wir uns schon davon überzeugen, daß dieses Prinzip nicht hinreichend ist, obgleich auch die Quantifikation des P sich durchführen läßt. Wenn nämlich

alle M einige P sind, und
alle S einige M sind,

so ist im Schlußsatz, alle S sind einige P, das P, welches mit allen M im Obersatz übereinstimmt, auf die einigen M, welche im Untersatz S sind, übertragen worden, d. h. das was dem ganzen M zukommt,

ist dem einzelnen M zugeschrieben worden; das Dictum ist somit auch schon angewandt worden.

A. Bain hat auch dieses Prinzip nicht gelten lassen wollen, da es seiner Meinung nach bloß ein einfacher Weg der Umschreibung des Nota notae sei[1]). Er lehnt auch eine ähnliche Form des Prinzips der syllogistischen Schlüsse ab, die sich bei anderen Logikern findet und folgendermaßen lautet: „Attributs or things, coexisting with the same attributs or things, co-exist with one another (affirmative)", d. h. Eigenschaften oder Dinge, die mit ein und denselben Eigenschaften oder Dingen zusammenbestehen, haben auch miteinander ein Zusammenbestehen. Diese beiden Formeln geben nach der Ansicht Bains nicht einmal eine rechte Vorstellung von dem an sich klaren Quantitätsverhältnis der Termini in den Obersätzen, welches für das Schließen von Wichtigkeit sei und nur vom Dictum richtig erfaßt werde. Sie seien daher auch zu verwerfen, denn der Satz: „All men are mortal", bedeute nicht nur eine einfache Koexistenz der Begriffe Mensch und Sterblichkeit, er enthält auch die Aussage, daß der Umfang des Begriffes Mensch größer sei, als der Umfang des Begriffes Sterblichkeit[2]).

Auf eine andere Urteilstheorie, die den Namen der „Identitätstheorie des Inhalts" trägt, versuchte W. St. Jevons die Substitutionstheorie des Schließens zu begründen[3]). Sie findet sich, wenn auch in einer anderen Gestalt, bei

---

1) cf. l. c. 160: „simply one way af wording the Nota notae."

2) A. Höfler bedient sich dieses Koexistenzprinzips zur Begründung des Schließens in der III. Fig. (Logik, II. Aufl. 1922 S. 643). „In den Modis der dritten Figur", sagt er, „wird die Möglichkeit des Zusammenbestehens bzw. Nicht-Zusammenbestehens eines Merkmales P mit den Merkmalen eines Begriffes S daraus erschlossen, daß S mit Merkmalen M koexistiert, mit denen auch P koexistiert (Darapti, Disamis, Datisi) bzw. nicht koexistiert (Felapton, Bocardo, Fresison)."

3) W. St. Jevons, Principles of science, (1874), Book I. Ch. III—VI.

Lotze. Jedoch erweist sich das Schließen, auf welches die Substitutionstheorie tatsächlich angewandt werden kann, nicht als das syllogistische, sondern als ein sog. „indirektes Schließen", welches Jevons von Boole übernommen hat.

Nach der Meinung Jevons ist das Verhältnis der Subjekts- und Prädikatsbegriffe im Urteile als ein Identitätsverhältnis aufzufassen und dieses könne im kategorischen Urteile dreierlei sein: ein einfaches, partiales und limitiertes (simple, partial und limited identities). Die einfache Identität bezeichnet er durch das Symbol: $A = B$. Sie besteht beispielsweise im Urteil: „Die Farbe des Stillen Ozeans ist gleich der Farbe des Atlantischen Ozeans." In dem Urteil: „Natrium ist ein Metall" besteht aber seiner Ansicht nach eine teilweise Identität des Inhaltes der Termini, und symbolisch könne sie durch die Formel: $A = AB$ dargestellt werden, die als „Natrium = Natrium-Metall" gelesen werden müsse. Eine limitierte Identität bestehe im Urteil: „Große Pflanzen sind Pflanzen ohne lokomotorische Kraft", symbolisch dargestellt durch: $AB = AC$.

Indem Jevons in jeglichem Syllogismus die Prämissen durch solche Inhaltsgleichungen ausdrückt, erhält er die Möglichkeit, jeglichen Schluß durch Substitution der inhaltlich gleichwertigen Ausdrücke für einander zu erhalten. So erhält er z. B. den Schluß Barbara auf folgende Weise:

Natrium ist ein Metall.	$A = AB$
Metalle sind Elektrizitätsleiter.	$B = BC$
Also ist Natrium ein Elektrizitätsleiter.	$A = ABC$.

Diese logischen Gleichungen müssen so ausgesprochen werden:

Natrium = Natrium-Metall
Metalle = elektrizitätsleitende Metalle

Also: Natrium = elekrizitätsleitendes Metall Natrium.

Den Modus Darapti in der III. Figur stellt er so dar:

$B = AB$, Kalium = Kalium-Metall.
$B = CB$, Kalium = auf dem Wasser schwimm. Kalium.
$AB = CB$, Kalium = auf dem Wasser schwimmendes Kalium-Metall.

Leicht ist es zu ersehen, daß dieses Schließen unserem tatsächlichen durchaus nicht entspricht und ihm auch nicht dienen kann. Der Schlußsatz wirft hier alles über den Haufen. Aus ihm ist garnicht zu ersehen, auf welche Begriffe als die Subjekts- und Prädikatsbegriffe es eigentlich ankommt, denn das Prädikat des Schlußsatzes des Modus Barbara enthält ja drei Begriffe, den Ober-, Mittel- und Unterbegriff (elektrizitätsleitendes Metall Natrium).

Jevons hat auch in der Tat diese Methode der Substitution des Gleichwertigen (Substitution of similars) für das gewöhnliche Schließen als nicht geeignet gehalten und sie nur bei seiner Methode des indirekten Schließens, die eine praktische Anwendnng bei der Herstellung seiner logischen Maschine gefunden hat, verwerten können. Die Darstellung der Methode des indirekten Schließens kann hier beiseite gelassen werden, und nur darauf sei hingewiesen, daß das indirekte Schließen ein dem apagogischen Beweise ähnliches Schlußverfahren ist, das an der erwähnten logischen Maschine praktisch verwertet tatsächlich zu fehlerlosen Schlüssen führt. Es müssen nur die Prämissen in der angegebenen Weise durch symbolische Gleichungen dargestellt werden, die Buchstaben der Subjekts- und Prädikatsbegriffe, wie sie in den Formeln auftreten, auf entsprechenden Tasten hier abgedrückt werden; dann kann man die Schlußsätze an der Maschine ablesen.

Als Prinzip für ein solches Substitutionsverfahren ist in den früheren Werken W. St. Jevons' („The Sub-

stitution of similars, the true Principle of Reasoning derived from a modification of Aristote's Dictum" 1869; und „Principles of science" 1874, S. 21.) folgende allgemeine Formel (The general formula of all inference) angeführt: „In whatever relation a thing stands to a second, in the same relation it stands to the like or equivalent of that second thing" (in welcher Beziehung eine Sache zu einer anderen steht, in derselben Beziehung steht sie auch zu jeglichem dem zweiten Dinge Ebenbildlichen oder ihm Gleichwertigen). Wie schon aus der Überschrift der Abhandlung: „The substitution of similars" etc. zu ersehen ist, nennt Jevons selbst das Prinzip seiner Substitutionsmethode ein von dem Aristotelischen Dictum abgeleitetes Prinzip; das indirekte Schließen aber, bei welchem die Substitutionstheorie Anwendung fand, stützt sich nur auf die drei Gesetze des log. Denkens: der Identität, des Widerspruches und der Dualität (des ausgeschl. Dritten). Jevons war sich wohl darüber klar, daß das syllogistische Schließen nicht mit dem indirekten Schließen verglichen werden und ihm gleichgesetzt werden könne. Infolgedessen finden wir für das Schließen, wie es in der Tat vor sich geht, in seinem „Leitfaden der Logik" (22. Aufl. deutsch v. Kleinpeter 1913, S. 124.) ein anderes Prinzip vor. Es lautet folgendermaßen: „Zwei Begriffe, die mit einem und demselben dritten Begriffe übereinstimmen, stimmen auch miteinander überein", „zwei Begriffe aber, von denen der eine mit einem dritten übereinstimmt, der andere aber nicht, stimmen miteinander nicht überein" [1]).

Wie man sieht, ist es dasselbe Prinzip, das von Bain mit Recht abgelehnt worden ist. Es könnte ja auch in der Tat nur dann Wert haben, wenn die Quantifikation

1) In diesem Leitfaden findet sich außerdem noch ein dritter Satz, der Aufschluß darüber gibt, wann das Schließen nicht zustande kommen kann.

des Prädikats praktisch beim Denken durchführbar wäre. Jevons selbst macht aber von demselben in der Theorie des Syllogismus auf direkte Weise keinen Gebrauch. Das syllogistische Schließen ist bei ihm durch dieses Prinzip nicht dadurch begründet, daß er die einzelnen Figuren und Modi aus ihm ableitet, sondern dadurch, daß er aus benanntem Prinzip die sog. besonderen Regeln (special canons), deren es bei ihm acht gibt, ableitet. Diese sollen ihrerseits die Richtigkeit der einzelnen Modi auf direkte Weise verbürgen. Er verfährt also gewissermaßen ebenso wie A. Bain (S. 28.)

Es sei hier noch erwähnt, daß der russische Professor A. I. Wwedenskij die Syllogistik in derselben Weise begründet. Er schließt sich hierin offenbar an die englischen Logiker an, jedoch mit dem Unterschiede, daß er kein Dictum de o. et de n. gelten läßt, sondern die log. Gesetze des Denkens für vollständig hinreichend hält, sowohl für das Schließen, als auch für die Ableitung der besonderen Regeln für dasselbe [1]).

5. Das Dictum de o. et de n. als Prinzip der mathematischen Logik.

Dem Ideal, das Leibniz vorgeschwebt hat, scheinen die neueren Vertreter der mathematischen Logik nahegekommen zu sein. Für das Schlußverfahren ist eine allgemeine Formel gefunden, aus der sich die einzelnen Schlüsse durch Substitution entsprechender Begriffe, die durch Buchstaben oder Symbole bezeichnet werden, ergeben. Eine übersichtliche Darstellung des Systems der mathematischen Logik finden wir bei E. Schroeder in

1) А. И. Введенский, Логика как часть теории познания (Logik als ein Teil der Erkenntnistheorie), 1912. S. 240, 492.

in seiner „Algebra der Logik“ (Bd. I—III, 1890—1905). Schroeder weist darauf hin, daß der Schlußtheorie in der math. Logik auch eine neue Urteilstheorie, und zwar die Theorie der „eventuellen Subsumtion“, zu Grunde gelegt ist. Dieser Theorie zufolge wird das Verhältnis der Termini im Urteil jedesmal als ein Einordnungsverhältnis des Subjektsbegriffes in den Prädikatsbegriff aufgefaßt, das sowohl das Subordinationsverhältnis als auch das umfängliche Identitätsverhältnis der Termini umfaßt. Wo man genau weiß, daß die Umfänge der Subjekts- und Prädikatsbegriffe einander gleich sind, wie z. B. im Urteile: „Kochsalz ist Chlornatrium“, da kann das Urteil durch das Symbol $S = P$ dargestellt werden; wo aber der Umfang des Prädikats größer ist als der Umfang des Subjekts, wie im Urteile: „Silber ist ein Metall“, da besteht im Urteil eine Subordination der Termini. Es kann daher durch das Symbol: $S \in P$ (S ist P untergeordnet) ausgedrückt werden. Insofern es beim kategorischen Urteil unbestimmt bleibt, ob die Termini einander untergeordnet oder beide ihrem Umfange nach identisch sind, kann das Verhältnis der Termini auch nicht einfach als Subsumtion aufgefaßt werden, sondern bloß eine „eventuelle Subsumtion“ genannt werden. Die allgemeine Form des Urteils aber kann durch das Symbol $a \in b$ („a ist b subsumiert oder eingeordnet“) ausgedrückt werden (Bd. I S. 129—134). Dieses soll also soviel bedeuten, „daß das Gebiet a (das Subjektsgebiet) sich dem Gebiete b (dem Prädikatsgebiete) einordne, daß a in b enthalten sei“ (S. 159). In den negativen Urteilen wird die Negation auf das Prädikat übertragen (Bd. I S. 299). Der negative Prädikatsbegriff wird durch das Symbol a_1 (= nicht a) und ein partialer Begriff (Teilbegriff) durch a' (= einige a) bezeichnet. Der Schluß, z. B. im Modus Barbara, läßt sich im Gebietekalkül (S. 174) symbolisch so darstellen: $(a \in b)\ (b \in c) : (a \in c)$.

Den neueren matematischen Logikern (Morgan, Boole, Peirce, Miss Ladd-Franklin u. a.), die das Schlußverfahren auf den mathematischen Kalkül zurückzuführen versuchten, war es schließlich gelungen, von einigen Annahmen ausgehend, die richtigen Schlußweisen in mathematischer Form regelrecht abzuleiten. Zu diesen Annahmen gehören außer den Definitionen, die sich auf das Wesen der oben angeführten Urteilsauffassung stützen, noch zwei Prinzipien. Das erste ist der Satz der Identität; er wird symbolisch durch $a \in a$ dargestellt und bedeutet: „*a* ist in sich selbst enthalten, ist ein Teil von *a*; *a* ist untergeordnet oder identisch gleich *a*“ (vgl. S. 168). Das zweite Prinzip lautet: „In einer Subsumtion (einem Urteil) kann an Stelle des Subjekts jedes Subjekt dieses Subjekts sowie an Stelle des Prädikats jedes Prädikat dieses Prädikats eingesetzt (substituiert) werden“ (vgl. S. 173). Der zweite Satz, sagt Schroeder, ist „das erste Beispiel eines deduktiven Schlusses, und zwar ist er in der Tat einer von den sog. Vernunftschlüssen oder ‚Syllogismen‘ der alten Logik. Derselbe führt daselbst den — etwas abgeschmackten — Namen Barbara und wird auch als das dictum de omni (et de nullo) bezeichnet“ (vgl. S. 172). Darauf führt Schroeder den Wortlaut des Dictums: quidquid de omnibus etc. und zur Erläuterung des II. Prinzips auch die Formel Kants „Nota notae“ an.

Von diesen Voraussetzungen ausgehend, entwickelt die neueste mathem. Logik eine ganze Reihe von Lehrsätzen, die zum Schluß eine allgemeine Formel für das syllogistische Schlußverfahren ergeben. Schroeder gibt als Formel, welche alle gültigen Syllogismen in sich schließt, eine Vereinfachung der von der Amerikanerin Ladd-Franklin gefundenen Formel an (vgl. B. II, S. 228 ff.). Seine Formel lautet:

$$A. \quad (\alpha\beta = 0)\ (\beta, \gamma = 0)\ (\alpha\gamma \neq 0) = 0.$$

Dazu kommen noch die praktisch verwendbaren Umformungen derselben:

$$A_1 \ldots (\alpha\beta = 0)\,(\beta,\gamma = 0) \in (\alpha\gamma = 0).$$
$$A_2 \ldots (\alpha\beta = 0)\,(\alpha\gamma \neq 0) \in (\beta,\gamma \neq 0).$$
$$A_3 \ldots (\beta,\gamma = 0)\,(\alpha\gamma \neq 0) \in (\alpha\beta \neq 0).$$

Diese Formeln sind das Ergebnis aus dem sog. identischen Kalkül, während das vorher angeführte Symbol für Barbara sich aus dem einfachen Gebietekalkül der Begriffe ergab. Im identischen Kalkül werden die Begriffe als vergleichbare Dauerwerte betrachtet und die Urteile, d. h. die „Gültigkeitsdauer der Aussagen" in Form von Gleichungen oder Ungleichungen ausgedrückt (cf. (l. c. II_2. 1905. S. 5, 25).

Die Formeln $A_1\ A_2\ A_3$ sind so zu verstehen: die beiden ersten Klammern stellen die Obersätze, die dritte den Schlußsatz dar. Der Ausdruck

$\alpha\beta = 0$ bedeutet ein negatives Urteil: α ist nicht β;

$\beta,\gamma = 0$ „ ein affirmatives Urteil: „nicht β" und γ heben sich auf, d. h. β ist γ;

$\alpha\gamma \neq 0$ „ ein affirm. partiales Urteil: einige α sind γ;

$\beta,\gamma \neq 0$ „ ein negatives partiales Urteil: einige β sind nicht γ.

Indem man nun in den Umschreibungen ($A_1\ A_2\ A_3$ der Hauptformel A jedesmal für α, β, γ entweder a oder b oder c oder ihre Verneinungen setzt, erhält man jedesmal Formeln, die, im Sinne des Gebietekalküls umgedeutet, direkt einen von den gültigen Modi ergeben. Wenn man z. B. in der Formel $A_1 \ldots \alpha = c$; $\beta = b$; $\gamma = a$ setzt, wobei unter den Ausdrücken α, b, c die Termini S, M, P verstanden werden müssen, so erhält man:

$$(ab, = 0)\ (bc, = 0) \in (ac, = 0),$$

was gemäß dem Gebietekalkül aequivalent ist der Formel

$$(a \in b)\ (b \in c) \in (a \in c), \text{ und d. h. } \left.\begin{matrix} a \text{ ist } b \\ b \text{ ist } c \end{matrix}\right\} a \text{ ist } c.$$

Mit anderen Worten man erhält den Syllogismus Barbara. Ebenso ergibt sich aus A_3 der Schluß Darii, indem man für $\alpha - a$, für $\beta - c$, für $\gamma - b$ setzt. Diese Formel lautet dann:

$$(ab \neq 0)\ (bc, = 0) \in (ac \neq 0),$$

was sich nach dem Gebietekalkül lesen läßt als:

$$\underline{(a' \in b)}\ (b \in c) \in (a' \in c),$$

d. h. einige a sind b / alle b sind c } einige a sind c.

„Datisi", heißt es weiter bei Schroeder (vgl. B. II, S. 230), „ergibt sich auf dieselbe Weise wie oben Darii, indem man nur unter Konversion des Untersatzes der dort resultierenden Aussagensubsumtionen dieselben liest als:

$$\underline{(b' \in a)}\ (b \in c) \in (a' \in c)\text{“ }^{1}).$$

Was hier zu betonen und im Auge zu behalten ist, ist der Ausdruck Konversion, denn mit Hilfe einer Konversion des Ober- oder Untersatzes werden noch die Schlußarten: Dimatis, Fresison, Celarent, Ferio, Camestres, Ferison abgeleitet (S. 231).

Dieser Umstand ist es gerade, durch den die mathem. Ableitung der Schlußformen aus dem Dictum für uns ihren Wert verliert. Denn wenn es zur Ableitung der Modi noch der Konversion bedarf, so unterscheidet sich im Grunde genommen die Ableitung sehr wenig von den aristotelischen Ableitungen, da ja schon Aristoteles die Rechtmäßigkeit der Schlußweisen der 2-ten und 3-ten Figur dadurch zu begründen suchte, daß er sie vermittels der Konversion auf die erste Figur zurückführte und auf diese Weise ihren Zusammenhang mit den Grundgedanken des syllogistischen Schließens, mit dem Axiom des κατηγορεῖσθαι κατὰ παντὸς καὶ κατὰ μηδενός, darlegte.

1) Der Untersatz steht in der ersten Klammer und ist beidemal unterstrichen.

Wenn die Konversion selbst aus dem Dictum folgen würde, so wäre selbstverständlich nichts dagegen einzuwenden. Doch die Ableitung der Konversion stützt sich bei Schroeder durchaus nicht auf das Dictum, sondern wie aus seiner Ableitung „des Kommutationsgesetzes für identische Operationen" zu ersehen ist (vgl. B. I. S. 254 und B. II. S. 30), nur auf den Satz der Identität und auf Definitionen, die aus dem Wesen der neuen Auffassung des Urteils folgen, so daß die Konversion nicht abgeleitet, sondern nur als ein Axiom erläutert ist. Doch erfordert die Konversion, wie es weiter unten klargelegt werden soll, eines eigenen Prinzips, welches selbst für das kateg. Schließen, als Ergänzungssatz zum Dictum, von wesentlicher Bedeutung ist. Wenn aber die Dinge so liegen, so kann das Dictum, wenn wir von den log. Gesetzen des Denkens absehen, nicht als einziges Prinzip auf welches sich die mathematische Formel des syllogistischen Schließens stützt, aufgefaßt werden.

Den mathematischen Theorien des Syllogismus schließt sich auch die Theorie Th. Ziehens an (Lehrb. der Logik auf positivist. Grundlagen, 1920. S. 727 ff.). Ihr zufolge liegt allen Syllogismen „als erstes und allgemeinstes Prinzip der Schluß: $a = b$; $b = c$; $: a = c$" zu Grunde, wobei „das Zeichen = entweder inhaltliche oder umfängliche oder inhaltliche und umfängliche Gleichheit der bezeichneten Begriffe, bzw. ihrer Gegenstände bezeichnet".

Die Gültigkeit dieses Prinzips, welches Th. Ziehen als „Principium aequationis oder Gleichungsprinzip" bezeichnet, wird von ihm für gewöhnliche Syllogismen auf folgende Weise demonstriert. „Ich wähle", sagt er, „als Beispiel folgenden Syllogismus: die (= alle) Eidechsen sind Reptilien; die (= alle) Reptilien sind Wirbeltiere; folglich sind die Eidechsen Wirbeltiere. Der Begriff der Eidechsen sei etwa durch die Mekmale a b c i

bestimmt, wo i den Individualkoeffizienten[1]) bedeutet. Dann ist der Begriff der Reptilien in Anbetracht seiner größeren Allgemeinheit etwa durch ab (i + i′) und der Begriff der Wirbeltiere durch a (i + i′ + i″) bestimmt. Fasse ich die drei Teilurteile, wie es in diesem Falle natürlich ist, als Umfangsurteile auf, so beruht die Konsequenz des Syllogismus auf der Identifikation des i in den drei Begriffen". . . „Fasse ich die drei Teilurteile als Inhaltsurteile, so kann ich statt des gemeinsamen i auch das gemeinsame inhaltliche Merkmal a als die Grundlage des Syllogismus betrachten". Es ist leicht zu ersehen, daß dieses „Principium aequationis" kein Prinzip ist, wodurch das Schließen geleitet werden soll, sondern daß sein Wesenhaftes in der Angabe der allgemein beobachtbaren Tatsache besteht, daß die Umfänge oder Inhalte der Termini im Schluß wenigstens teilweise miteinander identisch sein müssen, damit ein affirmativer Schlußsatz zustande kommen kann. In diesem Sinne ist dem „Principium aequationis", wie wir weiter unten sehen werden ein hoher Wert zuzuschreiben, aber als Prinzip des syllogistischen Schließens kann es nicht gewertet werden.

Von den von uns besprochenen Logikern war es keinem gelungen, eine solche Theorie für die Begründung des Schließens aufzustellen, auf Grund derer alle Schlußweisen der kateg. Schlüsse folgerichtig aus einem Prinzip hätten abgeleitet werden können. Es haben sich weder die Schlüsse der herkömmlichen Logik aus einem Prinzip ableiten lassen, noch haben uns die von Hamilton entdeckten neuen gültigen Schlußweisen der Lösung der Aufgabe näher gebracht. Im Gegenteil, wir müssen

1) Th. Ziehen versteht unter dem Individualkoeffizienten „die räumlich-zeitliche Bestimmtheit des Vorstellungsinhaltes" (l. c. S. 369.)

gestehen, daß die Aufgabe noch schwieriger geworden und die Lösung derselben noch weiter hinausgeschoben ist.

Auch ist es uns jetzt zur Genüge klar geworden, daß man sich bei der Betrachtung der kateg. Schlüsse nicht auf die herkömmlichen Subsumtionsschlüsse beschränken darf, sondern daß das Gebiet der kateg. Schlüsse erweitert werden muß. Es muß aber hier auch zugegeben werden, daß das Dictum für die Identitätsschlüsse sich als vollständig unbrauchbar erweist, während alle Subsumtionsschlüsse mit ihm in einem nicht zu leugnenden Zusammenhang stehen. Im Hinblik darauf hat auch Alois Riehl (Kult. d. Gegenwart I. Abt. VI, 1908; Systemat. Phil. S. 82, 83.) nicht Unrecht, wenn er meint, daß das Dictum nur für Schlüsse aus Urteilen mit einer empirischen Allgemeinheit und nicht für solche aus Urteilen, die die „rationelle oder absolute Allgemeinheit" angehen, einen Wert besitzen könne.

Wenn man nun aber die Identitätsschlüsse zu den kategorischen zählen und die Grundsätze der englischen Logiker im günstigsten Lichte betrachten, d. h. sie nicht im Zusammenhange und in einer Abhängigkeit von dem Dictum deuten wollte, so würden diese Grundsätze doch nicht ihr Ziel erreichen, obwohl sie auch auf die Identitätsschlüsse Anwendung finden könnten, da sie zur Annahme solcher Gedanken beim Schließen führen, die tatsächlich bei demselben nie vorkommen, wie etwa die Gedanken, die die Quantifikation des Prädikats angehen. Die weitere Betrachtung führt uns daher zu einer besonderen Untersuchung und Einteilung der kategorischen Schlüsse und zur Feststellung der entsprechenden Unterschiede zwischen den Prinzipien der einzelnen Arten dieser Schlüsse. Eine tiefere Einsicht aber in das einheitliche Wesen aller Arten der kateg. Schlüsse wird uns dazu führen, auch tiefer in das Wesen der

einzelnen Prinzipien der kateg. Schlüsse einzudringen, so daß wir zum Schluß imstande sein werden ein allgemeines einheitliches Prinzip für ein jegliches kategorische Schließen aufzustellen.

Zweites Kapitel.

Die Deduktion des Prinzips der kategorischen Schlüsse.

6. Das Dictum de o. et de n. als Prinzip der kategorischen Schlüsse vom Allgemeinen auf das Besondere.

In Wirklichkeit können nicht alle Figuren der traditionellen Logik auf Grund der leitenden Gedanken des Dictums, denen zufolge nur vom Allgemeinen auf das Besondere übergegangen werden kann, folgerichtig abgeleitet werden. Denn nehmen wir der Einfachheit wegen an, es handele sich im Schluß um Gattungs- und Artbegriffe, so können beim Schließen nicht nur, wie es vom Dictum vorausgesezt wird, Merkmale der Gattungsbegriffe auf die Artbegriffe, sondern auch umgekehrt die Eigenschaften der Arten auf die Gattungen übertragen werden, wie z. B. in folgendem Schluß Darapti der III. Figur:
Der Adler hat ein scharfes Gesicht,
der Adler ist ein Raubvogel;
also haben einige Raubvögel ein scharfes Gesicht.

In diesem Schlusse ist im Untersatze der Begriff „Raubvogel" ein Gattungsbegriff von dem Begriffe „Adler". Diesem Artbegriff kommt laut dem Obersatz ein

Merkmal „scharfes Gesicht“ zu; und dieses Merkmal finden wir im Schlußsatze als auf den Gattungsbegriff „Raubvögel“ übertragen vor.

Wenn nun auch in der Tat nur zwei Arten des Überganges beim kateg. Schließen von Begriffen auf Begriffe vorhanden wären, d. h. der Übergang von allgemeinen auf besondere und derjenige von besonderen auf allgemeine, so ließe sich unsere Aufgabe auf die Weise lösen, daß wir Grundsätze aufstellen, durch die die Über- und Unterordnung der Begriffe in der Tat auch geleitet werden könnte. Es ist jedoch durchaus nicht richtig, daß wir, wie die traditionelle Logik annimmt, beim kateg. Schließen es einzig und allein mit Subsumtionsurteilen zu tun haben, sondern wir müssen wohl voraussetzen, daß es sich dabei auch um Identitätsbeziehungen der Begriffe, wie beispielsweise bei den mathematischen Schlüssen, handeln kann. Wenn es sich so verhält, so müssen wir auch untersuchen, ob neben den kategorischen Subsumtionsschlüssen noch kateg. Identitätsschlüsse in Betracht zu ziehen sind und welche besonderen Regeln für sie Gültigkeit haben könnten.

Es könnte scheinen, es sei durchaus nicht schwer, einem jeglichen Urteile anzusehen, welcher Art das Verhältnis der Subjekts- und Prädikatsbegriffe zueinander ist, ob es ein Subsumtions- oder Identitätsverhältnis darstellt. Es dürfte beispielsweise gar nicht zu bezweifeln sein, daß man in Gleichungen es mit einem bloßen Identitätsverhältnis der Termini zu tun habe, d. h. daß die Umfänge der S- und P-Begriffe einander gleich sein müssen. Doch das ist nicht der Fall, was leicht aus folgendem zu ersehen ist. Im Urteil $3 \cdot 8 = 24$ ist „dreimal acht“ das Subjekt und „gleich 24“ das Prädikat. Würde der Umfang des Prädikats nun wirklich gleich dem Umfange des Subjekts sein, so dürften wir der Zahl 24 nie etwas anderes als das Subjekt „3.8“

gleichsetzen. Wir wissen aber, daß auch 4.6 gleich 24 ist und folglich auch der Umfang des Prädikats „gleich 24" dem Subjekte garnicht gleich, sondern größer als der des Subjekts ist. Es besteht somit in mathematischen Gleichungen außer dem Verhältnis einer partialen inhaltlichen Identität der Termini noch ein Verhältnis der umfänglichen Subsumtion derselben. Infolge dieser Eigenheit der Identitätsurteife wird auch die Frage nach den Identitätsschlüssen zu einer schwierigeren und sie erfordert daher einer umständlichen Betrachtung. Diese hat weiter unten zu folgen. Hier mag es sich aber zunächst bloß um die Erörterung der Subsumtionsschlüsse handeln.

Wenn wir die Lehre der herkömmlichen Logik über die kategorischen Schlüsse hinsichtlich des Verhältnisses der Termini prüfen, so sehen wir, daß sie sich einzig und allein auf die Subsumtionsschlüsse bezieht. Dieses erhellt daraus, daß, wenn die Vordersätze in schematischer Form dargestellt werden, beim Schließen immer nur mit solchen affirmativen Urteilen gerechnet wird, in denen das Prädikat seinem Umfange nach größer ist als das Subjekt. Die 19 gültigen Schlüsse aber schließen das Identitätsverhältnis sogar vollständig aus. Wenn wir z. B. im Schluß Darapti: $\left.\begin{matrix} \text{Ma P} \\ \text{Ma S} \end{matrix}\right\}$ Si P an Stelle des Untersatzes das identische Urteil: M=S setzen, so sehen wir, daß aus den Prämissen $\begin{matrix} \text{Ma P} \\ \text{M=S} \end{matrix}$ garnicht der partiale Schlußsatz Si P, sondern der allgemeine Schlußsatz Sa P folgen muß und letzteres aus dem Grunde, weil wir den Modus Darapti nicht wie die traditionelle Logik nur als Subsumtionsschluß, sondern als Identitätsschluß zu deuten versucht haben. Die Aristotelischen Schlüsse sind also Subsumtionsschlüsse und es müssen zuerst ihre Prinzipien gefunden werden.

Wenn wir nun das Verhältnis der drei Begriffe S, M, P in den 19 gültigen Modi der herkömmlichen Logik

genau untersuchen, so sehen wir, daß dieses Verhältnis sich jedesmal auf folgende Weise bestimmen läßt: zwei derselben stehen im Verhältnis der Subordination, der dritte schließt sich aber einem von ihnen an, als ein gewisser, in einem affirmativen oder negativen Verhältnis zu demselben stehender Begriff, der auf den dritten als eine demselben zuzugestehende oder abzusprechende Bestimmung durch das Schließen übertragen werden soll.

Wenn nun die S- und P-Begriffe in Subsumtionsurteilen als übergeordnete und untergeordnete Begriffe, gewissermaßen als Gattungen und Arten, aufgefaßt werden können, so werden ihren gegenseitigen Beziehungen offenbar ebensolche Gedanken zugrunde liegen wie den Gattungs- und Artbegriffen, und die Merkmale, die zu den Subjekts- und Prädikatsbegriffen Beziehung haben, werden ihnen beim Schließen auf Grund derselben Regeln zugeschrieben oder abgesprochen werden können, wie die Merkmale den Gattungen und Arten. Wie gestaltet sich aber das Verhältnis zwischen den Gattungs- und Artbegriffen und den ihnen zuzugestehenden oder abzusprechenden Merkmalen?

Aus den elementaren Lehren der Logik ist es bekannt, daß die Umfänge und Inhalte der Gattungs- und Artbegriffe in umgekehrtem Verhältnis zu einander stehen. Der Inhalt des Gattungsbegriffes ist kleiner als der Inhalt des Artbegriffes, da der Artbegriff außer den Merkmalen des Gattungsbegriffes noch besondere Merkmale, durch die er sich vom Gattungsbegriffe unterscheidet, besitzen muß. Der Umfang des Gattungsbegriffes ist eben deswegen auch größer. Wenn wir jetzt dem Gattungsbegriffe ein Merkmal zuschreiben oder ein anderes ihm absprechen, so ist es selbstverständlich, daß das erste Merkmal auch allen Arten zuzuschreiben, das zweite aber allen Arten abzusprechen ist, denn es könnten ja dem Gattungsbegriffe Merkmale auf allgemeine Weise

weder abgesprochen noch zugeschrieben werden, wenn das nicht alle die in ihm inbegriffenen Arten anginge. Das Verhältnis der dem Gattungsbegriffe zukommenden oder nicht zukommenden Merkmale zu den Artbegriffen läßt sich offenbar so charakterisieren: was dem Gattungsbegriffe zukommt, das kommt auch jeder Art zu und was dem Gattungsbegriff allgemein nicht zukommt, das kommt auch keiner einzigen seiner Arten zu. Ein ganz ebesolches ist auch das Verhältnis der auf Grund des Dictums den Begriffen in den Syllogismen zuzuschreibenden Merkmale, wenn nur die Gattungsbegriffe als übergeordnete und die Artbegriffe als untergeordnete angesehen werden. Das Dictum kann also daher eine Gültigkeit bloß für Schlüsse mit einem Übergang von dem Allgemeinen auf das Besondere haben.

7. Das Prinzip der kategorischen Schlüsse vom Besonderen auf das Allgemeine.

Betrachten wir jetzt das Verhältnis der Merkmale der Artbegriffe zu den Gattungsbegriffen. Wenn dem Artbegriffe ein Merkmal zukommt und wir es auf den Gattungsbegriff übertragen wollen, so können zwei Fälle vorliegen, je nachdem ob die Merkmale etwas den Begriffen Wesentliches oder Unwesentliches darstellen. Wenn dem Artbegriffe ein dem Gattungsbegriffe wesentliches Merkmal zugesprochen oder ihm ein anderes dem Wesen des Gattungsbegriffes widersprechendes Merkmal abgesprochen wird, so sind die entsprechenden Merkmale auch dem Gattungsbegriff vollständig zuzuschreiben oder abzusprechen. Wenn aber dem Gattungsbegriffe ein nur den Arten zukommendes oder nicht zukommendes Merkmal zugeschrieben oder abgesprochen werden soll, so kann ein solches Merkmal mit Bestimmtheit nur einem

Teile des Gattungsbegriffes entweder zu- oder abgesprochen werden, denn es handelt sich hier nicht um etwas das Wesen des Gattungsbegriffes Angehendes, sondern um etwas Zufälliges, das sowohl nur einen Teil des Umfanges des Gattungsbegriffes, als auch seinen ganzen Umfang angehen kann. Da es nun aber beim Urteilen nicht immer feststeht, ob wir es mit wesentlichen oder unwesentlichen Merkmalen der Begriffe zu tun haben, so ist mit dieser Unbestimmtheit auch zu rechnen und das Verhältnis der Merkmale der Artbegriffe zu den Gattungsbegriffen als ein durch folgende Regel bestimmtes aufzufassen: Was einem Artbegriffe zukommt, das kommt zu allerwenigst einem Teile des Gattungsbegriffes zu, und was dem Artbegriffe nicht zukommt, das kommt zu mindestens auch einem Teile des Gattungsbegriffes nicht zu.

Da nun die an den Gattungs- und Artbegriffen und ihren Merkmalen gemachten Beobachtungen auch für die über- und untergeordneten Begriffe der Subsumtionsurteile gelten, so lassen sich die Regeln, die die gegenseitigen Beziehungen der über- und untergeordneten Begriffe und ihrer Merkmale zueinander bestimmen, so formulieren:

1. Was von einem übergeordneten Begriffe gilt oder nicht gilt, das gilt oder gilt auch nicht vom untergeordneten Begriffe.

2. Was vom untergeordneten Begriffe gilt oder nicht gilt, das gilt oder gilt auch nicht mit Bestimmtheit nur von einem Teile des übergeordneten Begriffes.

Wie den Gattungs- und Artbegriffen Merkmale zukommen und auf die oben angeführte Weise den einen oder den anderen zugeschrieben werden können, ebenso können auch im Schluß die Merkmale und Beziehungen, die den unter- und übergeordneten S- und P-Begriffen zukommen, von den einen auf die anderen nach den

eben angeführten Regeln übertragen werden. In einem solchen Übertragen der einem gegebenen Begriffe zu- oder nicht zukommenden Merkmale oder Beziehungen auf die ihm entsprechenden unter- oder übergeordneten Begriffe besteht das Wesen des Aristotelischen Syllogismus. Das Schließen im letztgenannten Sinne erweist sich folglich als ein Gedankengang, in dem das von gegebenen Begriffen Geltende oder nicht Geltende auf die ihnen über- oder untergeordneten Begriffe nach den oben genannten Regeln übertragen wird.

Von diesen Regeln stellt die erste das Dictum dar, die zweite bildet aber einen neuen Satz. In Anbetracht des Umstandes, daß nicht nur Merkmale sondern auch Beziehungen, in denen die einen Begriffe zu den anderen stehen, von den einen auf die anderen erweitert werden können, sind die beiden genannten Sätze etwas zu verändern und als Prinzipien der kateg. Schlüsse so zu formulieren:

1. Was einem übergeordneten Begriffe als Merkmal oder Beziehung zukommt oder nicht zukommt, das kommt auch dem ganzen Umfange des untergeordneten Begriffes zu oder nicht zu.

2. Was einem untergeordneten Begriffe als Merkmal oder Beziehung zukommt oder nicht zukommt, das kommt auch mit Bestimmtheit nur einem gewissen Teile des Umfanges des übergeordneten Begriffes zu oder nicht zu.

In allen gültigen 19 Modi geht also folgendes vor sich: es geschieht entweder wie im Modus Barbara ein Übergang von einem Prädikatsbegriff als dem übergeordneten auf einen Subjektsbegriff als den untergeordneten Begriff, oder wie im Schluß Darapti in der III. Figur ein Übergang von einem Subjekt als dem untergeordneten auf ein Prädikat als den übergeordneten Begriff.

In der Tat, auch betrachten wir das Schema der vier Figuren:

I.	II.	III.	IV.
M P	P M	M P	P M
S M	S M	M S	M S,

so sehen wir, daß der Untersatz in den beiden ersten Figuren die Form: S — M besitzt, wogegen die Untersätze in den 3. und 4. Figur die Form: M — S besitzen. Also kann im Urteil S ist M, wenn wir mit Hilfe des Mittelbegriffes M das P dem S zuschreiben wollen, der Übergang von dem übergeordneten Begriffe M auf seinen Artbegriff S geschehen, wogegen in der 3. und 4. Fig. der Übergang vom Artbegriff M auf den übergeordneten Begriff S zu geschehen hat.

Die Sache wäre auch in der Tat so einfach, wenn in den vier Figuren die Untersätze S — M und M — S jedesmal affirmative Urteile darstellen würden. Sie können aber auch negativ sein. Wo bleibt, fragt es sich, dann das regelrechte Verhältnis der über- und untergeordneten Begriffe nebst ihren Eigenschaften, wenn wir die negativen Urteile nicht als affirmative deuten wollen?

Ist der Untersatz aber negativ, so braucht es der Obersatz nicht zu sein. Der Obersatz muß vielmehr affirmativ sein, da ja sonst kein Schluß möglich wäre. Solcher Schlüsse, in denen aber dieses gerade der Fall ist, gibt es drei: zwei in der II. Figur — Baroco und Camestres und einen in der IV. Figur — Camenes.

	II. Fig.	
Baroco	Camestres	Camenes
P a M	P a M	P a M
S o M	S e M	M e S
S o P	S e P	S e P

In diesen drei Fällen steht im Obersatze das P an der Stelle des Subjekts und M an der Stelle des Prädikats. Es ist also möglich, das P als untergeordneten

und das M als einen übergeordneten Begriff zu betrachten. Infolgedessen werden auch jedesmal die Verneinungen jeglicher Beziehungen des M zu dem S mit Leichtigkeit auf den untergeordneten Begriff P und zwar nach der 1-ten Regel des von uns aufgesetzten Prinzips übertragen werden können.

8. Ableitung der 19 gültigen Modi aus dem allgemeinen Prinzip der kategorischen Subsumtionsschlüsse.

Auf Grund des genannten Prinzips können wir jetzt die 19 gültigen Modi folgerichtig ableiten. Die Ableitung soll in zwei Abschnitten erfolgen. Zuerst sollen die Modi abgeleitet werden, bei denen der Übergang von dem Allgemeinen auf das Besondere geschieht. Hierher gehören alle Modi der 1. und 2. Figur und außerdem der Modus Camenes der 4-ten. Dann sollen die Modi, bei denen der Übergang von dem Besonderen auf das Allgemeine geschieht, und zwar die Modi der 3. und 4. Figur mit Ausnahme des Modus Camenes, abgeleitet werden.

I. Ableitung der gültigen Modi der 1. und 2. Figur und des Modus Camenes der 4. Figur auf Grund des Satzes: was einem übergeordneten Begriffe als Merkmal oder Beziehung zukommt oder nicht zukommt, das kommt auch dem ganzen Umfange des untergeordneten Begriffes zu oder nicht zu.

A. Schlußarten mit affirmativem Untersatze von der Form S a, i M. Der Übergang geschieht von dem übergeordneten Begriffe M auf den untergeordneten Begriff S.

1. Barbara:

$$\left.\begin{matrix} M\,a\,P \\ S\,a\,M \end{matrix}\right\} S\,a\,P.$$

Dem Begriffe M kommt laut dem Obersatze das P zu, also kommt es auch dem untergeordneten Begriffe von M, d. h. dem S, zu.

2. Celarent:
MeP
SaM } SeP.
Dem übergeordneten Begriffe M kommt das P nicht zu, also kommt es auch dem untergeordneten S nicht zu.

3. Darii:
MaP
SiM } SiP.
Wird ebenso wie Barbara abgeleitet. Der untergeordnete Begriff ist hier „einige S".

4. Ferio:
MeP
SiM } SoP.
Wird ganz ebenso abgeleitet wie Celarent. Der untergeordnete Begriff ist hier „einige S·"

5. Cesare:
PeM
SaM } SeP.
Der übergeordn. Begriff M schließt das P aus seinem Umfange vollständig aus, also tut es auch der untergeordnete Begriff S.

6. Festino:
PeM
SiM } SoP.
Der übergeordnete Begriff M steht in keiner Beziehung zum P, also steht auch der untergeordnete Begriff „die einigen S" in keiner Beziehung zu dem P.

B. Schlußarten mit negativem Untersatze und affirmativem Obersatze von der Form P a M. Der Übergang geschieht von dem übergeordneten Begriffe M auf den untergeordneten P.

7. Camestres:
PaM
SeM } SeP.
Der übergeordnete Begriff M steht in keiner Beziehung zum S, also steht auch der untergeordnete Begriff P in keiner Beziehung zum S, d. h. kein S ist P.

8. Baroco:
PaM
SoM } SoP.
Der übergeordn. Begriff M schließt einen Teil des S aus seinem Umfange aus, also tut das auch der untergeordnete Begriff P.

9. Camenes:
P a M
M e S } S e P.
Der übergeordnete Begriff M (des Obersatzes) schließt das S (im Untersatze) vollständig aus oder steht zu ihm in keiner Beziehung; also tut das auch der untergeordnete Begriff P.

II. Ableitung der gültigen Modi der 3. und 4. Figur, den Modus Camenes ausgenommen, auf Grund des Satzes: was einem untergeordneten Begriffe als Merkmal oder Beziehung zukommt oder nicht zukommt, das kommt auch mit Bestimmtheit nur einem gewissen Teile des Umfanges des übergeordneten Begriffes zu oder nicht zu. Die Schlußarten besitzen einen affirmativen Untersatz von der Form M — S. Der Übergang geschieht in ihnen vom untergeordneten Begriffe M auf den übergeordneten S.

10. Darapti:
M a P
M a S } S i P.
Dem untergeordneten Begriffe M kommt das P zu, also kommt es nur einem Teile des übergeordneten Begriffes S zu.

11. Disamis:
M i P
M a S } S i P.
Das P kommt nur einem Teile des untergeordneten Begriffes M zu, also kommt es erst recht nur einem Teile des übergeordneten Begriffes S zu.

12. Datisi:
M a P
M i S } S i P.
Wie den allen M, so kommt auch den „einigen M" das P zu, also kommt es nur einem Teile des übergeordneten Begriffes S zu.

13. Felapton:
M e P
M a S } S o P.
Dem untergeordneten Begriffe M kommt das P nicht zu, also kommt es jedenfalls auch einem Teile des übergeordneten Begriffes S nicht zu.

14. Baroco:

$$\left.\begin{matrix} MoP \\ MaS \end{matrix}\right\} SoP.$$

Das P kommt einem Teile des untergeordneten Begriffes nicht zu, also kommt es erst recht nur einem Teile des übergeordneten Begriffes S nicht zu.

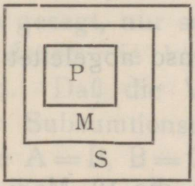
15. Ferison:

$$\left.\begin{matrix} MeP \\ MiS \end{matrix}\right\} SoP.$$

Das P kommt sowohl den allen M als auch den „einigen M" nicht zu, also kommt es jedenfalls auch einem Teile des übergeordneten Begriffes von den „einigen M", d. h. dem S, nicht zu.

16. Bamalip:

$$\left.\begin{matrix} PaM \\ MaS \end{matrix}\right\} \begin{matrix} SiP = \\ (S' = P) \end{matrix}$$



M und P stehen in der Beziehung, daß das P von M gedeckt wird, also muß diese Eigenschaft — das P zu decken — nur einem Teile des übergeordneten Begriffes S zukommen, d. h. einige S müssen die alle P sein. Der Schlußsatz S i P des Modus Bamalip der 4. Figur drückt jedoch die Tatsache, die aus dem Schlusse folgt, daß nämlich „die einigen S" das P vollständig decken (vgl. die graph. Darstellung), nur unvollständig aus. Denn das Urteil S i P besagt, daß nur einige P durch „die einigen S" gedeckt werden. Daß in diesem Falle der Schlußsatz weniger aussagt, als aus dem Schlusse tatsächlich folgt, war auch schon von H. Lotze bemerkt worden. Er hielt daher die ganze 4. Figur für „überflüssig und tadelnswert" (Lotze, Grundzüge der Logik, 2. Aufl. 1885. S. 43 ff.). Dieser Fehler ist jedoch nicht der ganzen 4. Figur zuzuschreiben. Er entsteht nur daraus, daß der gewöhnlichen Aussageweise des Urteils die Mittel fehlen, Tatsachen wie die vorliegende genau auszudrücken. Deswegen tut man recht, wenn man den vorliegenden Schlußsatz der 4. Figur in

genauerer, wenn auch künstlicher Weise, so formuliert: „die einigen S sind alle P", was gleichbedeutend ist mit der in der algebraischen Logik angenommenen symbolischen Ausdrucksweise: $S' = P$.

17. Dimatis:
$$\left.\begin{matrix} PiM \\ MaS \end{matrix}\right\} SiP.$$
Die einigen P werden von dem M gedeckt, das ist die Beziehung, in der die beiden Begriffe zu einander stehen; das M ist dem S untergeordnet; also werden die „einigen P" auch nur von einem Teile des S gedeckt.

18. Fesapo:
$$\left.\begin{matrix} PeM \\ MaS \end{matrix}\right\} SoP.$$
P und M schließen sich aus, also liegt jedenfalls ein Teil des übergeordneten Begriffes S außerhalb des P.

19. Fresison:
$$\left.\begin{matrix} PeM \\ MiS \end{matrix}\right\} SoP.$$
Wird ganz ebenso abgeleitet wie Fesapo.

Auf diese Weise haben sich alle die 19 Modi aus den von uns angenommenen zwei Grundsätzen des eigentlichen kategorischen Prinzips als ableitbar erwiesen, und es kann jetzt klargelegt werden, worin der Fehler derjenigen Theorien besteht, die die Schlußarten einzig und allein aus dem Dictum herleiten, dabei aber der Konversion sich bedienen. Die Ableitungen sind allerdings richtig, das Dictum ist jedoch hierzu nicht hinreichend, denn dadurch, daß die Konversionen angewandt werden, sind außer dem Dictum auch schon andere Gedanken zugelassen, und zwar dieselben, die den zweiten Satz unseres Prinzips ausmachen, und dieser spricht davon, inwiefern das einem untergeordneten Begriffe Zukommende dem übergeordneten Begriffe zuge-

schrieben werden kann. Bei der Konversion wird aber nicht bloß ein dem untergeordneten Begriffe zukommendes Merkmal auf den übergeordneten übertragen, sondern es wird eine ganze Gruppe von Merkmalen desselben, d. h. der Unterbegriff selbst, dem Oberbegriffe zugeschrieben. Eine derartige logische Operation setzt aber schon die Gedanken voraus, die wir in der 2-ten Regel unseres Prinzips zusammengefaßt haben. Wenn sie angewandt worden ist, sind auch besagte Gedanken schon zugelassen worden; das Dictum ist daher in den oben erwähnten Fällen nicht einzig und allein als Prinzip bei der Ableitung zur Anwendung gekommen.

Damit wäre die Frage nach dem Prinzip der kategorischen Schlüsse erschöpft, wenn man bei der herkömmlichen Auffassung des kategorischen Schlusses bleiben könnte, denn in der herkömmlichen Logik werden, wie gesagt, nur solche kategorische Schlüsse betrachtet, in denen die kategorischen Urteile Subsumtionsurteile sind. Daß die Vordersätze der kateg. Schlüsse nicht nur Subsumtionsurteile, sondern auch Identitätsurteile (wie $A = B$, $B = C$) und auch Urteile, die allerhand Beziehungen ausdrücken (wie $A \sim B$, $B \sim C$), sein können, ist allerdings erst in der neuesten Zeit besonders betont worden. Es sind die Schlüsse mit solchen Prämissen jedenfalls auch hier in Betracht zu ziehen.

9. Die Identitätsschlüsse als kategorische Schlüsse.

W. Wundt (l. c. S. 308) macht wohl einen Unterschied zwischen Gleichheitsschlüssen und Subsumtionsschlüssen; er hält jedoch die Gleichheitsschlüsse nicht für eine Art der kategorischen Schlüsse, sondern es werden bei ihm in der von ihm vorgeschlagenen Klassifikation der einfachen Schlußformen die Gleichheitsschlüsse

als eine selbstständige Schlußform den andern drei Schlußformen, den Subsumtions-, Bedingungs- und Beziehungsschlüssen, angereiht. Die Beziehungsschlüsse werden von ihm als Induktionsschlüsse aufgefaßt. Die Gleichheitsschlüsse sollen sich also nach seiner Ansicht von den Subsumtionsschlüssen ebenso wesentlich unterscheiden, wie von den Bedingungs- und Induktionsschlüssen.

Daß aber die Identitäts- und Beziehungsschlüsse ganz ebenso wie die Subsumtionsschlüsse zu den kategorischen Schlüssen gezählt werden müssen, behauptet K. J. Grau (Grundr. der Logik, 2. Aufl. 1921. S. 77 ff.) Er nennt die Subsumtionsschlüsse Inhärenzschlüsse und die Gleichheits- und Beziehungsschlüsse — Relationsschlüsse. Diese beiden Arten der Schlüsse faßt er unter dem Namen der kategorischen Deduktionen oder Syllogismen zusammen. Daß die Relationsschlüsse keine Schlüsse vom Allgemeinen auf das Besondere sind, hindert ihn nicht, sie zu den kategorischen Schlüssen zu zählen, und er meint, es bedürfe eher die Lehre vom Syllogismus, als die von einem Schlusse von dem Allgemeinen auf das Besondere einer Revision.

Es liegt auch in der Tat kein klarer Grund vor, warum ein Teil der bei K. J. Grau angeführten Schlüsse, deren Schema folgendes ist:

1. $S = M$
   $M = P$

   $S = P$

2. S ähnlich M
   M „ P

   S ähnlich P

3. S größer als M
   M größer als P

   $S > P$

4. S früher als M
   M „ „ P

   S früher als P

5. S Ursache von M
   M „ „ P

   S Ursache von P

6. S liegt südlich von M
   M „ westlich „ P

   S liegt süd-westlich von P

7. S Vater von M
   M „ „ P

   S Großvater von P.

nicht zu den kategorischen gezählt werden sollten. Wenn wir unter einem Schlusse, im Sinne eines mittelbaren Schließens, einen Gedankengang verstehen, durch den aus zwei oder mehreren gegebenen Urteilen denknotwendig ein von denselben verschiedenes Urteil abgeleitet wird (vgl. Grau, l. c. S 71, 76), und mit B. Erdmann (vgl. Logik. I. 1907. S. 652) unter einem kategorischen Schlusse oder unter dem „Syllogismus im engeren Sinne die denknotwendige Ableitung eines Urteils über die nichtgemeinsamen Bestandteile zweier gegebenen Urteile, die einen ihrer materialen Bestandteile gemeinsam haben" verstehen[1]), und wenn wir außerdem noch im Auge behalten, daß in der herkömmlichen Logik die kategorischen Schlüsse deswegen so benannt sind, weil in ihnen als Vordersätze kategorische Urteile dienen[2]), so ist leicht einzusehen, daß die Identitätsschlüsse auch zu den kategorischen gehören, denn sie entsprechen ja vollständig den angeführten Definitionen.

Auf dieselbe Weise wie Grau hatte sich auch schon Uphues (Erkenntniskritische Logik, 1909. S. 66.) über die Aristotelische Auffassung des kategorischen Schlusses geäußert. Er findet, daß es garnicht richtig sei, was Aristoteles von der Unterordnung des Subjekts des Untersatzes unter den Mittelbegriff gesagt hat, „da in den Schlüssen A=B; B=C davon gar keine Rede" sei, und als Beispiel für einen Schluß, der der Theorie des Ari-

1) In ähnlicher Weise äußert sich W. St. Jevons über die mittelbaren Schlüsse. „Syllogismus," sagt er, „ist der gewöhnliche Name für mittelbare Schlüsse mittels eines Mittelbegriffes, und diese sind wohl zu unterscheiden von dem Verfahren der unmittelbaren Schlüsse, d. h. solcher, die ohne Hilfe eines dritten oder vermittelnden Begriffes vollzogen werden". Vgl. Leitf. d. Logik, deutsch 2. Aufl. 1913, S. 128.

2) I. Kant, Logik 1800, S. 190.

stoteles geradezu widerspricht, führt er noch folgenden Schluß an:

P ist schwerer als Q
P ist leichter als S
} also ist S schwerer als Q.

Von allen diesen angeführten Schlüssen sind jedoch nur die Gleichheitsschlüsse zu den kategorischen zu zählen, die übrigen sind entweder einfache oder aber in enthymematischer Form ausgedrückte zusammengesetzte hypothetische Schlüsse. Es mögen hier zunächst der Betrachtung die Gleichheitsschlüsse unterliegen.

Von dem Verhältnis der Gleichheitsschlüsse zu den Subsumtionsschlüssen ist dasselbe zu sagen, was von dem Verhältnis der Identitätsurteile zu den Subsumtionsurteilen gilt. Solange das Urteil in seiner allgemeinen Form betrachtet wird, ist es als ein Subsumtionsurteil aufzufassen, in dem das Verhältnis des Subjekts zum Prädikat infolge seiner Unbestimmtheit sowohl als ein Subordinations- als auch als ein Identitätsverhältnis gedeutet werden kann. Wenn aber irgend welche Daten hinzukommen, die eine nähere Auskunft über das Verhältnis der Umfänge der S- und P- Begriffe zueinander geben, wie etwa, daß ein Urteil eine Definition oder eine Gleichung ist, oder aber, daß das Prädikat ein Gattungsbegriff vom Subjekt ist, dann kann auch entschieden werden, ob das Urteil ein Identitäts- oder Subsumtionsurteil ist. Ganz ebenso steht es auch mit den Syllogismen. Solange es unentschieden bleibt, ob die Urteile Identitäts- oder Subordinationsurteile sind, können auch die Schlüsse nur in ihrer allgemeinen Form und zwar als Subsumtionsschlüsse betrachtet werden. Welche die speziellere, in den einzelnen Fällen vorliegende Form der kategorischen Schlüsse ist, kann erst dann entschieden werden, wenn es feststeht, welcher Art ihre Obersätze sind, ob sie Subordinations- oder Identitätsurteile sind. Die Identitätsschlüsse sind also nur als

eine spezielle Form der gewöhnlichen kategorischen Schlüsse und zwar als eine viel einfachere Form aufzufassen. Da die Obersätze an Stelle der unbestimmten Form der Subsumtionsurteile eine einfachere angenommen haben, so erscheinen auch die Grundsätze, die das Schlußverfahren leiten, in einer viel einfacheren Form, so daß es den Anschein hat, daß manche von ihnen ganz überflüssig sind. Ungeachtet dessen bleiben aber die Identitätsschlüsse dennoch kategorische Schlüsse und zu derartigen Schlüssen sind auch zum großen Teil die mathematischen Schlüsse zu rechnen.

Inwiefern diese Gleichheitsschlüsse und ihre Grundsätze eine viel einfachere Form als die kategorischen Subsumtionsschlüsse und die den letzteren entsprechenden Grundsätze besitzen, ist aus dem Schema, das wir bei W. Wundt vorfinden, zu ersehen. Infolge dieser Einfachheit erschienen sie Wundt so sehr von den herkömmlichen Syllogismen abzuweichen, daß er sie sogar als eine selbständige Art von Schlüssen neben den kategorischen auffaßte.

Diese Schlüsse haben folgende Form (W. Wundt a. a. O. S. 310):

1.	2.	3.	4.
$x=y$	$x=y$	$y=x$	$y=x$
$y=z$	$z=y$	$y=z$	$z=y$
$x=z$	$x=z$	$x=z$	$x=z$

Ihre Grundsätze lauten: „1. Wenn eine Größe einer zweiten und diese einer dritten gleich ist, so ist auch die erste Größe der dritten gleich. 2. Wenn zwei Größen einer und derselben dritten Größe gleich sind, so sind sie auch unter sich gleich. 3. Wenn eine Größe zwei anderen Größen gleich ist, so sind sie auch unter sich gleich. 4. Wenn eine Größe einer zweiten und eine dritte der ersten gleich ist, so sind auch die zweite und dritte Größe einander gleich".

Diese Grundsätze lassen jegliche Subsumtionsbeziehung beiseite und stellen eigentlich nur vier Umschreibungen des uns aus der Mathematik bekannten Axioms der Größengleichheit dar: sind zwei Größen einer dritten gleich, so sind sie auch untereinander gleich. W. Wundt selbst bezeichnet die Grundsätze der angeführten Gleichheitsschlüsse — er nennt sie „Gleichungsschlüsse" — als besondere Formulierungen, die man dem allgemeinen Größenaxiom geben könne. Er findet aber, daß der Grundsatz der Gleichheitsschlüsse, bei denen „die Begriffe nicht bloß nach ihrem Größenwert, sondern zugleich und vorwiegend nach ihrer qualitativen Eigentümlichkeit in Betracht kommen", ein „Begriffsaxiom" genannt werden müsse (vgl. S. 311). Es ist, wie er sagt, allgemeiner als das Größenaxiom und müsse so formuliert werden: „Wenn zwei Begriffe einem und demselben dritten Begriffe gleich sind, so sind sie auch unter sich gleich". Doch können wir uns der Ansicht Wundts über das Begriffsaxiom nicht anschließen aus Gründen, die weiter unten angeführt werden sollen. Soviel sei aber hier gesagt, daß es für uns zweckmäßiger erscheint, fürderhin das Begriffsaxiom W. Wundts ein Axiom der vollständigen Begriffsgleichheit und sein Größenaxiom ein Axiom der teilweisen Begriffsgleichheit zu nennen.

Eine mittlere Stellung zwischen den ausgesprochen oder an sich selbst klaren Subsumtions- und Identitätsschlüssen nehmen solche kategorische Schlüsse ein, bei denen die eine Prämisse ein Identitäts-, die andere ein Subsumtionsurteil darstellt. Hierbei sind zwei Fälle zu unterscheiden: in dem einen Falle kann der Obersatz ein Identitäts- und der Untersatz ein Subsumtionsurteil sein; in dem anderen Fall ist aber umgekehrt der Obersatz ein Subsumtions- und der Untersatz ein Identitätsurteil. In dem ersten Fall erweisen sich die meisten

Schlüsse als Subsumtionsschlüsse, da die Identitätsbeziehungen des Obersatzes auf die Subsumtionsbeziehung der Begriffe des Untersatzes übertragen werden. Nur drei Schlußarten: Camestres, Baroco (II. Fig.), Camenes (IV. Fig.) sind hier auszunehmen, denn sie schließen sich an die Schlüsse der 2-ten Art an. Letztere stellen aber Identitätsschlüsse dar. Da nun die Identitätsbeziehungen der Begriffe in den Urteilen recht verschieden sein können und dieser Umstand die Resultate des Schließens beeinflußt, so ist es nötig, diese Schlüsse eingehender zu besprechen.

Es könnte vielleicht scheinen, daß in den hier der Betrachtung unterworfenen Schlüssen (mit einem identischen Obersatze und einem Subsumtionsurteil als Untersatz) die Schlußsätze sich ebenso wie in den reinen Identitätsschlüssen einfach durch Substitution ergeben, denn man könnte glauben, daß die Aussagen, die für einen von zwei Gliedern eines Identitätsurteils gelten, auch ohne weiteres auf das andere Glied erweitert werden könnten, so daß wir, wenn uns der Schluß: alle $\overset{\text{M sind P}}{\text{M} = \text{S}}$, gegeben wäre, aus ihm folgern könnten, daß auch alle S P sein müssen. Es verhält sich aber nicht so, und der Fehler ist leicht aus folgendem Beispiel zu ersehen:

Die 6 besteht aus einer Zahl
$6 = 2 \cdot 3$
} also besteht auch 2 . 3 aus einer Zahl.

Dergleichen Fehler enstehen aber aus einer ungenauen Auffassung des Identitätsbegriffes, da mit dem Wort Identität sowohl eine vollständige als auch eine teilweise Identität bezeichnet werden kann. Die Mathematiker machen einen Unterschied zwischen den Ausdrücken „gleich“ und „gleich und ähnlich“ oder „kongruent“, denn das, was einem anderen der Größe nach gleich ist, braucht garnicht demselben auch hinsichtlich seiner übrigen Eigenschaften gleich zu sein. Beim Schließen muß nun

auch hierauf geachtet werden, und es ist immer ein Unterschied zu machen zwischen Urteilen, die eine mathematische Identität oder Gleichung darstellen, also eine Größengleichheit, d. h. eine teilweise Gleichheit, bezeichnen, und anderen, die eine vollständige Umfangs- und Inhaltsgleichheit der Termini S und P ausdrücken, wie z. B. die Definitionen.

Aus dem Gesagten folgt, daß in solchen Fällen, wenn es sich um Schlüsse handelt, bei denen nur die Untersätze Identitätsurteile sind, diese Schlüsse wohl als Identitätsschlüsse betrachtet werden können. Dabei ist aber auch stets im Auge zu behalten, daß die Substitution der identischen Begriffe für einander nur insoweit erfolgen kann, als die Aussagen der Obersätze zur gemeinsamen identischen Seite der Begriffe des Untersatzes eine Beziehung haben. Wir könnten also beispielsweise 2 . 3 für die Zahl 6 nur in einem solchen Obersatze setzen, dessen Prädikat zu derjenigen Seite des Begriffes 6 eine Beziehung besitzt, in der die 6 dem Ausdrucke 2 . 3 tatsächlich gleichkommt, wie etwa im Schlusse:

Die 6 besteht aus 6 Einheiten,

$$6 = 2 . 3;$$

also besteht 2 . 3 aus sechs Einheiten.

Aus dem hier Ausgeführten geht also hervor, daß die Identitätsschlüsse in die Klasse der kategorischen gehören, gleichfalls aber auch, welche von letzteren zu den ersteren zu zählen sind.

10. Die Relationsschlüsse als hypothetische Schlüsse.

Wenn wir nun auf die Frage zurückkommen, ob die bei Grau und Uphues angeführten Relationsschlüsse zu den kategorischen gezählt werden dürfen, so werden wir nicht umhin können, diese Frage zu verneinen, denn die

Schlußsätze dieser Schlüsse lassen sich auf keine Weise einzig und allein aus den angeführten Obersätzen ableiten. Zudem enthalten sie nicht drei sondern vier und noch mehr Termini.

Diese Schlüsse kommen nur unter gewissen Voraussetzungen zustande, die als Vordersätze zugelassen werden müssen, und letztere sind es gerade, die uns zwingen, diese Schlüsse als hypothetische zu betrachten. So muß bei den Schlüssen:

3. S größer als M
M größer als P
S größer als P,

4. S früher als M
M früher als P
S früher als P,

damit sie zustande kommen können, folgender Gedanke zugelassen werden: wenn etwas größer (oder früher) ist als etwas, was größer (oder früher) als ein drittes ist, so ist es erst recht größer (oder früher) als letzteres. Ebenso steht es auch im 5. Falle: S ist Ursache von M, M ist Ursache von P; also ist S Ursache von P. Wenn aber die Schlüsse:

6. S liegt südlich von M
M liegt westlich von P,

7. S ist Vater von M
M ist Vater von P

vorliegen, so müssen wieder andere Gedanken zugelassen werden und zwar diese: was südlich (evt. Vater) von irgend etwas genannt wird, das selbst westlich (oder Vater) von einem Dritten genannt wird, das ist südwestlich (od. Großvater) von dem Dritten zu nennen.

Wie hieraus leicht zu ersehen ist, sind es entweder die Verhältnisse der räumlich-zeitlichen Anschauung, oder aber sprachliche oder rein wissenschaftliche Vorkenntnisse, die zugelassen werden müssen, damit auf Grund der gegebenen Urteile Schlußfolgerungen gezogen werden können. Wenn aber etwas als ein den Bedingungen der Möglichkeit des Zustandekommens oder Vorhandenseins einer Tatsache Entsprechendes beurteilt wird und

aus dem Vorhandensein der Bedingungen auf das Vorhandensein der Tatsache selbst gefolgert wird, so haben wir es jedesmal mit einem hypothetischen Schlusse zu tun, wenn auch derselbe in enthymematischer Form ausgedrückt ist.

Inwiefern aber Vorkenntnisse bei vorliegenden Schlüssen eine große Rolle spielen, ist z. B. daraus zu ersehen, daß aus den Urteilen:

S ähnlich M
M ähnlich P

durchaus nicht einzig und allein der Schlußsatz „S ähnlich P" folgen muß, sondern daß auch garnichts daraus folgen kann. Denn lauten die Vordersätze:

Der Sohn ist ähnlich dem Vater,
der Vater ist ähnlich dem Großvater,

so folgt daraus garnicht, daß auch der Enkel dem Großvater ähnlich sein muß, denn der Enkel kann ja mit seinem Vater in solchen Zügen ähnlich sein, die dem Großvater fremd sind. Haben wir es aber im Schluß mit einer Ähnlichkeit in geometrischem Sinne zu tun, dann wird ein Schluß wohl mit Bestimmtheit folgen, denn in der Geometrie bedeutet das Ähnlichsein etwas Anderes und ganz Bestimmtes. Aus allen diesen Gründen sind, somit die von uns betrachteten Relationsschlüsse K. J. Graus, die Identitätsschlüsse ausgenommen, als hypothetische zu betrachten.

Was das Beispiel bei Uphues: p ist schwerer als q, p ist leichter als s, anbetrifft, so müssen wir zugeben, daß dieser Schluß eine enthymetmatische Form eines sog. Schlusses a fortiori darstellt. Er besteht aus einer Umkehrung und einem hypothetischen Schlusse und kann daher auch nicht als ein kategorischer gelten. Denn auf Grund der Kenntnis der Umkehrbarkeit der die Begriffe „leichter" und „schwerer"

enthaltenden Urteile, erhält man durch Umkehrung des Untersatzes den Schluß:

p ist schwerer als q
s ist schwerer als p
also ist s schwerer als q.

Dieser Schluß entspricht aber einem von den oben besprochenen Relationsschlüssen, die sich auf die hypothetischen haben zurückführen lassen.

11. Das allgemeine Axiom der Begriffsgleichheit als das allen Arten der deduktiven Schlüsse zugrundeliegende Prinzip.

Die kategorischen Schlüsse ließen sich auf Grund der Erkenntnis des Wesens der Urteile, die diesen Schlüssen zu Prämissen dienen können, in zwei Gruppen einteilen: in die Subsumtions- und Identitätsschlüsse[1]). Wir

1) Alois Riehl gibt eine Klassifikation der kateg. Schlüsse (vgl. Kult. d. Geg. I. Abt. VI, 1908. System. Phil. S. 82, 83), die er auf eine Einteilung der Gegenstände, über die die kateg. Schlüsse handeln können, stützt. Ihr zufolge zerfallen diese „direkten" Schlüsse in solche über Dinge und solche über Begriffe. Die ersteren gehören dem Gebiete der empirischen Wissenschaften, die letzteren dem rationalen Teile der Wissenschaften an. Die Schlüsse aber, die sowohl Aussagen über Dinge, als auch über Begriffe enthalten, sind nach Riehl Schlüsse, die in dem empirischen Teile der Mathematik vorkommen. Während nun A. Riehl dem Dictum. als einem Prinzip des Schließens vom Allgemeinen auf das Besondere nur für die Schlüsse über Realbehauptungen, d. h. für solche Schlüsse, die die empirische Allgemeinheit angehen, einen Wert beilegt und dasselbe für Schlüsse aus Urteilen mit einer „rationellen oder absoluten Allgemeinheit" für nicht hinreichend hält, läßt er sich leider auf eine Erörterung der Frage über die Prinzipien dieser Schlüsse nicht weiter ein, begründet somit auch das Prinzip seiner Einteilung der kateg. Schlüsse in keiner Weise. Die hier entwickelte Ansicht hinsichtlich der Gebiete der Anwendbarkeit des Dictums weicht von derjenigen Riehls ab. Dem Dictum legen wir zwar einen beschränkten Wert bei,

wollen hier versuchen, zu einer klaren Vorstellung über das gemeinsame Wesen dieser Schlußarten zu gelangen. Das wird uns zur Entdeckung des ihnen gemeinsamen Prinzips führen.

Wenn wir die kateg. Subsumtions- und Identitätsschlüsse hinsichtlich der Urteile und diese hinsichtlich des Verhältnisses, in denen die Inhalte und Umfänge der Termini zu einander stehen können, betrachten und festzustellen suchen, welche besonderen Eigenheiten den Inhalten und Umfängen der Termini zukommen müssen, damit ein Schluß zustande kommt, so bemerken wir, daß in den affirmativen Prämissen, die Subsumtionsurteile darstellen, die Umfänge und Inhalte der Termini einander zum Teil decken, sozusagen kreuzen. Der übergeordnete Begriff deckt mit seinem Umfange den kleineren Umfang des untergeordneten Begriffes, der untergeordnete Begriff dagegen deckt mit seinem Inhalte den kleineren Inhalt des übergeordneten Begriffes, so daß beide Begriffe einen ihrer Teile sowohl umfänglich, als auch inhaltlich gemein haben. Andererseits aber ist zu bemerken, daß in den Schlüssen mit Prämissen aus Identitätsurteilen die Termini einander inhaltlich und umfänglich entweder vollständig decken, wie in Prämissen, die Definitionen darstellen, oder aber einander nur mit gewissen Teilen ihrer Umfänge und Inhalte decken können, wie es bei Gleichungen der Fall ist, ohne daß ein

---

denn wir wenden es nur auf die Subsumtionsschlüsse an. Was aber die Urteile des rationalen Theiles der Mathematik anbelangt, so sind wir der Meinung, daß sie durchaus nicht einzig und allein den Charakter der oben geschilderten „rationellen oder absoluten Allgemeinheit" besitzen, sondern es kann in ihnen außer der Identitätsbeziehnng der Termini noch eine Subsumtionsbeziehung derselben bestehen, wie wir es bei den Gleichungen gesehen haben. Das Dictum erweist sich somit auch auf die Schlüsse des rationalen Teiles der mathematischen Wissenschaften als anwendbar.

Inhalt oder Umfang vollständig in den anderen fallen würde. In den negativen Prämissen aber schließen sich die Inhalte und Umfänge der Termini vollständig aus.

Die affirmativen Schlüsse kommen nun dann zustande, wenn einer der drei Termini denjenigen Teilen der beiden anderen Begriffe zukommt, in denen dieselben sich gleichkommen, die negativen Schlüsse aber dann, wenn der dritte Begriff gerade jenen Teilen nicht zukommt. Das Wesen des kateg. Schließens besteht daher, im allgemeinen genommen, darin, daß die Bestimmungen eines Begriffes auf einen anderen übertragen werden, wenn letzterer dem ersteren in irgend einer Hinsicht gleichkommt.

Wenn wir aber weiter nach der genauen Regel forschen, nach der die Begriffe einander bei jeglicher Art des kateg. Schließens zugeschrieben oder abgesprochen werden, wenn es einmal schon feststeht, daß wenigstens zwei Begriffe, wenn nicht vollständig, so doch teilweise einander identisch sein müssen, so wird es uns jetzt leicht fallen einzusehen, daß bei jeglichem kateg. Schließen, als einem Übertragen der einem Begriffe zukommenden Bestimmungen auf einen anderen, folgender Grundgedanke vorausgesetzt wird: Wenn zwei Begriffe in irgendeiner Hinsicht oder sogar vollständig einander identisch sind, so sind sie auch in allem dem, was ihren identischen Teilen auf allgemeingültige Weise zukommt oder nicht zukommt, identisch. Dieser Gedanke bildet auch das eigentliche Prinzip der kategorischen Schlüsse. Er ist ein Axiom, das aus dem Begriff der Identität ganz von selbst folgt, denn wir verstehen ja unter der Tatsache, daß ein Begriff einem anderen hinsichtlich irgend einer Bestimmung identisch ist, gerade den Umstand, daß sich die Identität gleichfalls auf alles das erstreckt, was das Wesen dieser Bestimmung angeht, nnd aus diesem Grunde gerade ist auch alles mit und in dieser Bestimmung gegebene als stets in dem anderen Begriff vorhanden zu betrach-

ten. Wenn dieses nun feststeht, so läßt sich dieser Grundgedanke als Grundregel für jedes kategorische Schließen folgendermaßen ausdrücken: Von zwei einander zukommenden Begriffen können die Bestimmungen eines dieser Begriffe dem anderen nur in dem Maße zugesagt oder abgesprochen werden, als sie miteinander inhaltlich oder umfänglich identisch sind. Mit Hilfe dieses Grundsatzes lassen sich alle Subsumtions- und Identitätsschlüsse ableiten. Das Axiom der Identität, aus dem diese Grundregel des kategorischen Schließens folgt und welches wir das allgemeine Axiom der Begriffsgleichheit nennen wollen, erweist sich hiermit als Urgedanke jeglichen kategorischen Schließens, und dieser selbe Gedanke soll sich auch, wie das aus dem weiter unten folgenden erhellen wird, als Urgrund jeglichen deduktiven Schließens erweisen.

Vergleichen wir diesen Gedanken mit den früher angetroffenen Identitätsaxiomen, so erweist es sich, daß er sich von ihnen wesentlich unterscheidet. Er ist allgemeiner und enthält nicht nur diese, sondern auch alle anderen Identitätsaxiome in sich und letzteres aus dem Grunde, weil er aus dem Wesen des Identitätsbegriffes selbst gefolgert ist und in diesem auch seine allseitige Begründung findet. Das Größenaxiom und das Begriffsaxiom W. Wundts können neben ihm nicht als letzte Grundregeln für die Identitätschlüsse gelten, weil sie das einheitliche Wesen der verschiedenen Identitätsbeziehungen, in denen die Begriffe zueinander stehen können, nicht erfassen, sondern bloß einseitige Schilderungen ganz spezieller Fälle von Identitäsbeziehungen der Begriffe darstellen. So handelt das Grössenaxiom von einem besonderen Fall der teilweisen Begriffsgleichheit und das Begriffsaxiom von einem besonderen Fall der vollständigen Identitätsbeziehung unter den Begriffen (vgl. oben S. 70). Alle speziellen Fälle dieser Art enthält das allgemeine Axiom der Begriffs-

gleichheit in sich, daher ist es auch als das eigentliche und letzte Prinzip der Gleichheitsschlüsse zu betrachten.

Als letzter Grundgedanke des kategorischen Schließens überhaupt enthält das allgemeine Prinzip der Begriffsgleichheit auch die beiden Grundgedanken des Prinzips der kategorischen Subsumtionsschlüsse in sich. Obwohl diese Gedanken von dem Identitätsprinzip vollständig verschieden zu sein scheinen, so stellen sie dennoch ganz dieselben Anforderungen wie das Identitätsprinzip an jeglichen logisch einwandfreien Subsumtionsschluß und weichen ihrem Äußeren und ihrem Wortlaute nach von ihm bloß deswegen ab, weil sie auf ganz besondere Identitätsbeziehungen, in denen die Begriffe in den Subsumtionschlüssen zueinander stehen, angepaßt sind. In demselben Maße aber, wie die Identitätsverhältnisse, in denen die Begriffe in den nur möglichen Fällen des kategorischen Schließens zueinander stehen, sich voneinander unterscheiden können, unterscheiden sich auch alle Regeln, durch welche das Übertragen der den identischen Teilen an den Begriffen zukommenden Bestimmungen von dem einen Begriffe auf den anderen unmittelbar geleitet wird, äußerlich voneinander, obwohl sie im Grunde ein und dasselbe besagen und ein und denselben Gedanken zur Geltung bringen. Es handelt sich nämlich bei allen diesen Regeln um ein Ziel: es darf nicht gegen das Wesen des Identitätsprinzips verstoßen werden. Das bezwecken auch die Grundregeln der Subsumtionsschlüsse: das Dictum de o. et de n. und der Grundsatz des Schließens vom Besonderen auf das Allgemeine, und die Grundregeln der Identitätsschlüsse: das Axiom der Größengleichheit und der allgemeine Grundsatz der Identitätsschlüsse, der eigentlich eine bloße Umschreibung unseres Identitätsprinzips, d. h. des allgemeinen Axioms der Begriffsgleichheit, darstellt. Alle diese Grundregeln stützen sich in ihrem

Wesen auf das Prinzip der Begriffsgleichheit. Dieses Prinzip bildet schließlich auch den eigentlichen Sinn des Identitätsbegriffs, der auch dem logischen Gesetze der Indentität zugrunde liegt. Dieses Gesetz enthält bekanntlich die Forderung, daß die Begriffe beim Schließen stets als sich selbst identische zu behandeln sind. Es gibt aber nicht besonders an, was unter der Identität selbst verstanden werden muß, sondern stellt es als etwas Selbstverständliches hin, dass die Erscheinungen und Begriffe dann in ihrer Identität gewahrt werden, wenn das unter ihrem Wesen zu Verstehende ihnen stets auch zugestanden wird. Als selbstverständlich läßt es dabei außerdem noch den Gedanken gelten, daß alles den wesentlichen Eigenschaften zukommende auch als zu dem Wesen des Begriffes gehörend betrachtet werden müsse. Diese beiden von dem logischen Gesetz der Identität als selbstverständlich vorausgesetzten Gedanken, bilden aber auch den Sinn unseres Axioms der Begriffsgleichheit; und letzteres behauptet daher auch in diesem Gesetz seine Gültigkeit.

Das Identitätsprinzip kommt nun in den einzelnen Fällen des Schließens unter der Form der einzelnen Schlußregeln zur Geltung und zwar vollständig im Einklange damit, in welchen gegenseitigen Beziehungen die Begriffe in den Urteilen zueinander stehen, d. h. ob sie einander vollständig oder bloß teilweise identisch sind, notwendigerweise oder auf nicht allgemeingültige Weise voneinander ausgesagt werden usw. Ungeachtet der äußerlichen Eigenheiten und Unterschiede der Schlußregeln läßt sich der Grundgedanke des Identitätsprinzips in ihnen allenfalls leicht erkennen und seine Wirksamkeit in ihnen auch nachweisen. So wird nach der Regel des Dictum de o. et de n. das dem Umfange des übergeordneten Begriffes Zukommende oder Nichtzukommende auf den ganzen untergeordneten Begriff übertragen, da letzterer seinem Um-

fange nach einem Teile des Umfanges des übergeordneten Begriffes identisch ist und daher auch laut dem Identitätsprinzip alles, was diesem Umfangsteile zukommt, auch dem ihm identischen Umfange des untergeordneten Begriffes zugestanden werden muß. Nach dem Grundsatz des Schließens vom Besonderen auf das Allgemeine, der auch Dictum de reciproco (nach Lambert, wenn auch nicht in seinem Sinne), genannt werden kann, wird das dem Umfange eines Sonderbegriffes Zukommende oder Nichtzukommende auf den Teil des Umfanges des Allgemeinbegriffes übertragen, der dem Umfange des Sonderbegriffes identisch ist. Vollständig im Einklange mit dem Identitätsprinzip wird auch nach dem Grundsatze der Größengleichheit das der Größenbestimmung eines Begriffes Gleichkommende auch einem jeden Begriff, der diesem seiner Größenbestimmung nach gleich ist, d. h. ihm inhaltlich teilweise gleich ist, übertragen. Auf die unmittelbarste Weise läßt sich das Identitätsprinzip aber in dem Prinzip der Identitätsschlüsse erkennen, dem zufolge von zwei einander zukommenden Begriffen die Bestimmungen eines dieser Begriffe dem anderen nur in dem Maße zugesagt oder abgesprochen werden können, als sie einander inhaltlich oder umfänglich identisch sind. Hieraus ist also zu ersehen, daß der Grundgedanke des Schließens in allen kateg. Schlüssen ein und derselbe ist. Während er aber in den Subsumtionsschlüssen schwerer zu erkennen ist, kommt er bei den Identitätsschlüssen auf unmittelbarere Weise zur Geltung.

Es könnte scheinen, daß die über das allgemeinste Prinzip des kateg. Schließens hier geäußerten Gedanken schon bei Th. Ziehen vorzufinden sind, nach dessen Ansicht (vgl. Lehrb. d. Logik, 1920. S. 727) allen Syllogismen der Schluß: $a = b$; $b = c$; $a = c$ oder das „Principium aequationis“ zugrunde liegt, was allem Anscheine nach soviel zu bedeuten hat, daß die Termini inhalt-

lich oder umfänglich oder in der einen wie der anderen Hinsicht gemeinsame Teile miteinander aufweisen müssen, damit ein Schluß zustande kommen könne. Das stimmt jedoch durchaus nicht für die negativen Schlüsse; aber auch bei affirmativen Schlüssen läßt sich dieses Prinzip nicht als ein Prinzip des Schlußverfahrens anwenden. Wie wir gesehen haben, besteht das kateg. Schließen in einem Zuschreiben oder Absprechen dessen was einem Begriffe zukommt oder nicht zukommt, solchen Begriffen, die mit jenem in irgend einer Hinsicht identisch sind. Die Prinzipien des Schließens müssen daher angeben, worin die leitenden Gedanken bestehen, auf Grund deren ein solches Zuschreiben oder Absprechen geschehen kann. Davon erwähnt das Principium aequationis nichts, da es überhaupt nicht davon handelt, wie der eine Begriff dem anderen zugeschrieben wird. Es sagt nur, daß die Begriffe einander inhaltlich oder umfänglich beim Schließen gleich sind, wenn ein gültiger Schluß zustande kommt. Wie aber das beim Denken erreicht werden kann, damit es sich auch tatsächlich so verhalte, und welches hierbei die leitenden Gedanken sind, bleibt unerörtert. Trotz alledem ist diesem Prinzip sein Wert nicht abzusprechen. Es ist ein Prinzip, welches das Verhältnis der Begriffe in den kateg. Schlüssen gewissermaßen ahnend richtig erfaßt, eine reale Gültigkeit allerdings aber bloß für affirmative Schlüsse besitzen kann.

Das kateg. Schließen wird also, im allgemeinen genommen, durch das Identitätsprinzip, in specie aber durch die verschiedenen Schlußregeln geleitet. Ihre Anwendung soll gerade die Befolgung jenes Prinzips verbürgen. Tatsächlich sind sie aber alle gleich, da sie einen und denselben Gedanken des Zuschreibens eines Begriffes einem anderen nach dem Axiom der Begriffsgleichheit bei den nur möglichen Modifikationen der Begriffsverhältnisse zu verwirklichen suchen. Die Aufgabe, die sich unse-

rer Reflexion beim diskursiven Denken, sofern es sich des kategorischen Schließens bedient, hieraus bietet, besteht vor allen Dingen darin, daß an den Gegenständen unserer Aussagen solche Seiten entdeckt werden, die sie wenigstens in einer Hinsicht den uns schon bekannten Dingen und Tatsachen als gleich erscheinen lassen, da wir dann durch den Grundgedanken des kateg. Schlußverfahrens berechtigt sind, alles das, was an diesen gleichen Eigenschaften entdeckt und erforscht, erkannt und bewiesen ist, auch den Gegenständen unserer Aussagen selbst zuzuschreiben.

Da aber die Begriffe auf verschiedene Weise einander identisch sein können, vollständig oder teilweise, dem Umfange oder dem Inhalte nach, so entsteht auch für die Reflexion eine weitere Aufgabe. Es muß die Art und Weise oder der Grad der Identität der Begriffsbestimmungen festgestellt werden. Erst dann, wenn dieses geschehen, können die Bestimmungen der Bestimmungen von den einen Begriffen auf die anderen nach den speziellen Schlußregeln übertragen werden. Geht die Identität die Umfänge an, so geschieht das Zuschreiben entweder nach dem Dictum de o. et de n. oder nach dem Dictum de reciproco. Geht die Indentität aber die Inhalte der Begriffe an, so findet das Zuschreiben auf Grund der Axiome, die die Bedingungen der einseitigen oder vollständigen inhaltlichen Begriffsgleichheit angehen: nach dem Axiom der Größen- oder nach dem allgemeinen Axiom der Begriffsgleichheit statt. Das Prinzip des kateg. Schließens, gegen welches nicht verstoßen werden darf und dem zufolge gehandelt werden muß, stellt aber durchaus nichts Selbstverständliches dar. Wir sind uns dieses Prinzips, dieser Idee, die dem kateg. Schließen zugrunde liegt, auch garnicht bewußt. Sie schwebt uns nur als ein unklarer Imperativ vor, über dessen Anforderungen und Wirksamkeiten wir uns meistens

nur nach den Schlussfolgen zu orientieren wissen, ohne ein Verständnis für sein Wesen zu haben. Wir tun den Schluß meistens intuitiv, sozusagen auf guten Glauben hin, ohne eine klare Einsicht in die Gründe für eine richtige Verfahrungsweise zu besitzen, und erkennen die Fehlerhaftigkeit erst an den Widersprüchen, in die wir uns beim falschen Schließen verlaufen. Diese Widersprüche veranlassen uns, die richtige Verfahrungsweise zu suchen und zu ergründen. Durch solche waren wir auch veranlaßt worden, den Versuch zu unternehmen, auf dem Wege der Reflexion uns Klarheit über die Axiome und Prinzipien des richtigen Schlußverfahrens zu verschaffen.

Drittes Kapitel.

Das Prinzip der kategorischen Schlüsse als Prinzip des deduktiven Schliessens überhaupt.

12. Die Rückführung der hypothetische Schlüsse auf die kategorischen.

In der herkömmlichen Logik ist eine Dreiteilung der deduktiven Schlüsse oder Syllogismen angenommen. Zu ihnen gehören außer den kategorischen Schlüssen auch die konditionalen und die disjunktiven. Da wir die Prinzipien der deduktiven Schlüsse überhaupt festzustellen beabsichtigen, so müssen wir uns jetzt der Betrachtung der konditionalen und disjunktiven Schlüsse zuwenden.

Zu den Bedingungsschlüssen gehören bekanntlich solche Schlüsse, in denen einer der Vordersätze ein Bedingungsurteil, der andere aber entweder ein katego-

risches oder ebenfalls ein Bedingungsurteil darstellt. Betrachten wir die erste Art der Bedingungsschlüsse. In ihr sind zwei Modi möglich: 1. der Modus ponens und 2. der Modus tollens. In dem ersten Modus wird nach der Regel geschlossen: Mit dem Grunde ist die Folge gesetzt, in dem zweiten nach der Regel: Mit der Folge ist der Grund aufgehoben.

1. Wenn A B ist, so ist C D;
   A ist B, also ist auch C D.
2. Wenn A B ist, so ist C D;
   C D ist nicht, also ist auch A nicht B.

So betrachtet erscheinen diese Modi wohl eigenartig und erinnern eher an die unmittelbaren Schlüsse oder an die Folgerungen als an Syllogismen, denn in gleicher Weise läßt sich auch aus jedem allgemeingültigen Urteil etwas folgern, da aus dem Vorhandensein des Subjekts auf das Vorhandensein des Prädikats und aus der Verneinung des Prädikats auf das Nichtvorhandensein des Subjekts geschlossen werden darf. Die konditionalen Schlüsse weisen in dieser Hinsicht keinen Unterschied mit den Folgerungen auf und lassen sich auf Grund der Einsicht in die quantitativen Verhältnisse ihrer Termini auch in derselben Weise bilden, denn in einem jeglichen Bedingungsurteile entspricht der Grund vollständig dem umfänglich engeren Subjektsbegriff und die Folge dem umfänglich weiteren Prädikatsbegriff des allgemeingültigen Urteils.

Sollten aber die kategorisch-konditionalen Schlüsse dennoch wirkliche Syllogismen darstellen, so können sie auch bloß in dem Falle als solche anerkannt werden, wenn wir zugestehen können, daß sie in verkürzter Form, also enthymematisch ausgedrückte Syllogismen darstellen. Und in der Tat stellen sie auch im Modus ponens kate-

gorische Schlüsse in Gestalt der I. Figur und im Modus tollens kategorische Schlüsse in der Gestalt der II. Figur dar, bei denen aber der Untersatz unvollständig ausgedrückt ist. Das Bedingungsurteil: „Wenn A B ist, so ist C D", erweist sich aber in beiden Fällen als Obersatz. Es stellt die Regel dar, nach der die in der Wirklichkeit vorkommenden Individualfälle beurteilt werden müssen. Wenn nun weiter in den Untersätzen behauptet wird, daß 1. A B ist oder 2. C nicht D ist, so wird durch das Setzen des Grundes oder durch das Verneinen der Folge nichts anderes getan, als die Tatsache festgestellt, daß in einem gegebenen Falle, der nicht besonders genannt wird, dennoch aber durch seine örtlichen, zeitlichen usf. Bestimmungen als ein ganz bestimmter in unseren Gedanken existiert, die Bedingungen, die durch den Obersatz für das Eintreten gewisser Folgen vorausgesetzt werden, in Wirklichkeit in Form dieses realen Falles gegeben sind. Solche bestimmten Fälle wollen wir mit S und die Bestimmungen, die im Schlußsatze diesen Fällen zugesagt werden, mit P bezeichnen, dann lassen sich die beiden Modi in der Form regelrechter Syllogismen so ausdrücken:

Modus ponens.	Modus tollens.
Wenn A B ist, so ist P (d. h. C D.);	Wenn P (d. h. A B) ist, so ist C D;
im realen Falle S ist A B.	im realen Falle S ist nicht C D.
Also ist S P (d. h. C D).	Also ist S nicht P (d. h. nicht A B).

Im ersten Falle ist A B, im zweiten C D der Mittelbegriff. Wie hieraus zu ersehen, hat sich der Modus ponens auf einen Schluß in den Modis Barbara oder Darii (wenn die untere Prämisse partial ist) der I. Figur, der Modus tollens auf einen Schluß in den Modis Camestres oder (bei partialem Untersatze) Baroco der II. Figur zurückführen lassen. Da diese Figuren sich auf das Dictum stützen, so ist offenbar für die kategorisch-kon-

ditionalen Schlüsse neben dem Prinzip der kategorischen Schlüsse kein anderes oder neues Prinzip erforderlich [1]).

Betrachten wir weiter die rein-konditionalen Schlüsse:

1. Wenn A B ist, so ist C D,
„ C D ist so ist E F.
Also, wenn AB ist so ist EF.

2. Wenn A B ist, so ist C D,
„ MN ist, so ist nie CD.
Also, wenn MN ist so ist nie AB.

Im ersten dieser Schlüsse wird zum Ausdruck gebracht, daß ein Sachverhalt AB, der als ein real existierender noch nicht vorzuliegen braucht, notwendig von einem anderen Sachverhalt CD begleitet wird, welcher seinerseits wieder selbst von einer Tatsache EF notwendigerweise begleitet wird. Nun ist aber der Grundsatz „praedicatum praedicati est etiam praedicatum subiecti" direkt auf diese Schlußweise anwendbar. Der Schluß geschieht in Form des Modus Barbara und erfordert offenbar keinen neuen Grundsatz.

Auch im zweiten Falle wird durch das Bindewort „wenn" zum Ausdruck gebracht, daß die Existenz der Tatsache AB noch nicht feststeht, diese aber die Tatsache CD notwendigerweise mit sich führt, wogegen dem Untersatze zufolge die Tatsache MN dieses CD nicht mit sich führt. Die Anordnung der Begriffe ist in diesem Falle dieselbe wie die Anordnung der Begriffe in dem Modus Baroco der zweiten Figur:

wenn P, so ist M,
„ S, so ist kein M;

und der Schluß geschieht offenbar auf Grund derselben Gedanken, die der II. Figur zugrunde liegen. Da nun die

1) Dar Modus tollens läßt sich mit Hilfe des Dictums folgendermaßen ableiten: Der übergeorndnete Begriff CD (von P) schließt laut dem Untersatze das S aus, also tut es auch der untergeordnete Begriff P, d. h. S ist nicht P.

hypothetischen Schlüsse sich durchgehend auf die kategorischen haben zurückführen lassen, so ist es klar, daß die Prinzipien der kategorischen Schlüsse auch für die hypothetischen ihre Gültigkeit behalten und daß zu dem Zustandekommen letzterer keine anderen Prinzipien erforderlich sind.

13. Rückführung der disjunktiven Schlüsse auf die hypothetischen.

Wenn wir jetzt auch die Disjunktionsschlüsse von unserem Standpunkte aus betrachten, so zeigt es sich auch hier, daß zum Vollziehen solcher Schlüsse keine neuen Gedanken außer denjenigen, die beim kategorischen Schließen schon anzutreffen waren, zuzulassen sind.

Der Obersatz dieser Schlüsse lautet: A ist entweder B oder C und enthält als Regel den Gedanken, daß dem A ein Prädikat zugeschrieben werden kann, doch bloß mit einer Einschränkung, unter gewissen Bedingungen. Diese sind folgende: 1. Wenn dem A eine Bestimmung B zukommt, so darf ihr in einem solchem Fall die andere Bestimmung C durchaus nicht zugestanden werden. 2. Wenn eine von den genannten Bestimmungen dem A nicht zukommt, so muß ihm dann die andere wohl zugestanden werden. Da nun der Obersatz den Gedanken ausdrückt, daß dem Subjekte ein Prädikat unter gewissen Bedingungen zugesagt wird, so ist dieser Obersatz offenbar als ein in enthymematischer Form ausgedrücktes konditionales Doppelurteil zu betrachten. Die Untersätze der disjunktiven Schlüsse können aber kategorische, disjunktive oder konditionale Urteile sein, weshalb auch drei Arten von disjunktiven Schlüssen unterschieden werden: kategorisch-disjunktive, rein-disjunktive und hypothetischdisjunktive.

Die kategorisch-disjunktiven Schlüsse haben zwei Modi:

1. Modus ponendo tollens:
A ist entweder B oder C
A ist B
Also ist A nicht C.

2. Modus tollendo ponens:
A ist entweder B oder C
A ist nicht B
Also ist A C.

Diese Schlüsse lassen sich auf Grund ihrer Vordersätze als Bedingungsschlüsse deuten, wenn nur im Auge behalten wird, daß in dem 1. Modus die Prämisse des Obersatzes: „wenn A B ist, ist es nicht C", und im 2. Modus die Prämisse des Obersatzes: „wenn A nicht B ist, ist es C", hervorgehoben ist. Es ergeben sich die Modi eben daraus, welcher von den im Obersatze enthaltenen Gedanken zur Geltung kommt. Infolgedessen können wir sie auch in Form von Bedingungsschlüssen so darstellen:

1. Wenn A B ist, ist es nicht C
Im gegebenen Falle ist A B
Also ist im gegebenen Falle A nicht C.

2. Wenn A nicht B ist, ist es C
A ist nicht B
Also ist A C.

Da die kategorisch-disjunktiven Schlüsse sich auf hypothetische zurückführen ließen, so folgt daraus, daß ihnen dieselben leitenden Gedanken zugrunde liegen, wie den konditionalen Schlüssen. Sie lassen sich auf Anleitung des Dictums ableiten und bedürfen keines neuen Prinzips.

Der rein-disjunktive Schluß:

A ist entweder B oder C
C ist entweder D oder F
Also ist A entweder B oder D oder F,

wird durch folgende Gedanken geleitet. A hat ein Attribut, das ihm bedingungsmäßig zugeschrieben wird, d. h. es ist entweder B oder C. Diesem Attribut kommt wieder etwas bedingungsmäßig zu, d. h.: C ist entweder D oder F. Hier wird also etwas einem Attribut bedingungsmäßig Zukommendes dem Subjekte bedingungsmäßig zugeschrieben, und es wird hier wie in den rein-konditiona-

len Schlüssen nach der Regel: Praedicatum praedicati est praedicatum subiecti, geschlossen.

Der konditional-disjunktive Schluß:

A ist entweder B oder M
wenn A M ist, so ist es C
also ist A entweder B oder C,

läßt sich ebenfalls auf einen konditionalen zurückführen. Laut dem Obersatz ist das A unter einer gewissen Bedingung M (d. h. dann, wenn es nicht B ist), und laut dem Untersatz führt das M das C mit sich. Also ist im Schlußsatze durch Vermittelung des bedingungmäßig zugesagten Prädikats M dem Subjekte A ein neues Attribut C bedingungsmäßig zugeschrieben worden. In dem konditional-disjunktiven ist somit ganz ebenso, wie im rein-konditionalen Schlusse auf Grund des Satzes: Praedicatum praedicati etc., geschlossen worden. Dieser Satz ist aber bloß eine andere Ausdrucksweise für das Dictum. Da nun die disjunktiven Schlüsse sich auf die hypothetischen zurückführen lassen, letztere sich aber auf dieselben Grundgedanken stützen wie die kategorischen, und zwar durch Vermittelung des Dictums auf das allgemeine Axiom der Begriffsgleichheit, so ist es klar, daß auch sie neben und außer diesen Grundgedanken keine neuen Prinzipien voraussetzen.

14. Das Identitätsprinzip als Grundsatz der Modalitätsbeurteilungen der Schlüsse.

Die Einteilung der Urteile hinsichtlich ihrer Modalität in assertorische, apodiktische und problematische zieht selbstverständlich auch eine Einteilung der Schlüsse bezüglich der Modalität der Urteile, die ihnen als Vordersätze dienen, nach sich. Jedes Urteil, das auch noch vonseiten seiner Modalität betrachtet wird, ist nun als ein Ausdruck für zweierlei Gedanken aufzufassen, denn es

enthält außer dem Grundgedanken, der im Grundsatz der Umfangs- oder Inhaltsverhältnisse der Termini seinen Ausdruck findet, noch einen Gedanken, der den Grad der Gewißheit des Urteils selbst angeht. Es handelt sich in diesem Falle darum, ob der Inhalt des Urteils etwas ganz gewöhnlich Statthaftes oder etwas Notwendiges, oder schließlich etwas bloß Mögliches ausdrückt. Mit anderen Worten, in einem jeden Urteilsakte machen sich außer dem Gedanken, welcher die Qualitäts- und Quantitätsverhältnisse der Begriffe angeht, stets noch gewisse Gedanken über die Modalität der Begriffsverhältnisse geltend. Als solche Doppelgedanken können die Urteile in den Schlüssen eine besondere Bedeutung gewinnen, daher fragt es sich, ob die Syllogismen dadurch in ihrem Schlußergebnis auch beeinflußt werden.

Als wir die kategorischen Schlüsse betrachteten hatten wir solche Bedenken beiseite gelassen, ganz ebenso wie die traditionelle Logik es tut. Wir betrachteten nur die formalen Bestimmungen der Urteile und Schlüsse und sahen vollständig davon ab, ob sie ihrem Inhalt nach etwas Tatsächliches, Notwendiges oder bloß Mögliches darstellen. Vom selben Standpunkt aus hatten wir auch die Bedingungs- und Disjunktionsschlüsse betrachtet. Eine Untersuchung der Schlüsse hinsichtlich ihrer Prinzipien bedarf jedoch auch der Betrachtung derselben hinsichtlich der Arten ihrer inhaltlichen Gültigkeit, d. h. der Berücksichtigung dessen, inwiefern die Schlußsätze sich hinsichtlich ihrer Gewißheit von dem Gewißheitsgrade ihrer Vordersätze als abhängig erweisen, da hieraus auch auf die Prinzipien, die den Modalitätsbeurteilungen der Schlüsse zugrunde liegen, geschlossen werden kann.

Die Schlüsse können hinsichtlich ihrer Modalität reinassertorische, rein-apodiktische oder rein-problematische, oder aber gemischt-assertorische, gemischt-apodiktische und gemischt-problematische sein. Im ersten Falle han-

delt es sich also um solche Schlüsse, deren Prämissen nur über Tatsächliches und Notwendiges, oder aber bloß Mögliches handeln. Wenn nun aus rein-assertorischen und rein-apodiktischen Vordersätzen ein neues Urteil gewonnen wird, so behält dieses Urteil dieselbe Modalität, da der Gewißheitsgrad der Verhältnisse eines jeden Begriffes zu dem anderen derselbe bleibt, wenn nicht über den allen drei Begriffen S, M, P gemeinsamen Umfang hinausgegangen wird. Dieses kann aber nicht stattfinden, wenn die Regeln, die die qualitativen und quantitativen Verhältnisse der Termini in den Schlüssen angehen, stets befolgt werden. Sind die Schlüsse hinsichtlich des Grades der Gewißheit ihrer Prämissen gemischten Charakters, so kann dem Schlußsatze nur der in den Prämissen vertretene geringere Gewißheitsgrad zugestanden werden. Von den drei Beurteilungsweisen der Gewißheit der Urteile kommt nämlich der apodiktischen Aussageweise der höchste Grad der Gewißheit zu, der nächste Grad kommt der assertorischen und der geringste der problematischen Aussageweise zu. Daß diese drei Aussageweisen auf solche Weise miteinander verglichen und in einer solchen abstufenden Aufeinanderfolge gewertet werden dürfen, findet seine Berechtigung in dem Umstande, daß sie einander, ihrer Bedeutung entsprechend, in derselben Reihenfolge auch voraussetzen. Was notwendig ist, muß bei entsprechenden Umständen auch tatsächlich anzutreffen sein, was tatsächlich oder notwendig ist, muß sich auch stets als möglich denken lassen aber nicht umgekehrt. Der Begriff der größeren Gewißheit ist eben im Verhältnis zu demjenigen eines geringeren Gewißheitsgrades stets als der inhaltlich reichere zu betrachten und zwar deswegen, weil er in sich die Beistimmungen der in ihm mitgedachten geringeren Gewißseitsgrade enthält. Daher lassen sich auch die Vordersätze der Modalschlüsse auf Veranlassung des ihren Modalbestimmungen Gemein-

samen miteinander vergleichen, und auf Grund dieses Gemeinsamen läßt sich auch der Gewißheitsgrad der Schlußsätze bestimmen. Wie die Begriffe S und P in den Prämissen überhaupt auf den Mittelbegriff M bezogen werden und voneinander nur insofern ausgesagt werden können, als sie ihrem Inhalte und Umfange nach mit ein und denselben Teilen des M in eine Beziehung gestellt werden können, ebenso können die modalen Bestimmungen dem Schlußsatz S—P durch Vermittelung des M ebenfalls auch nur in dem Gewißheitsgrade zugestanden werden, der den Beziehungen des S und des P zu dem M gemeinsam ist. Dieses aber ist der geringere Gewißheitsgrad, der in den Prämissen vertreten ist, denn wenn die Beziehungsweise der Termini S und P in dem Schlußsatze sich aus den Beziehungen des S zu dem M und des M zu dem P ableiten läßt, so ist sie auch in den Begriffsbeziehungen der Vordersätze als mitenthalten zu denken und kann daher auch nur diejenige Art der nur möglichen Beziehungen sein, in der die Beziehungen des S zu dem M und des M zu dem P sich gleichkommen. Dieses gerade ist stets die Beziehung, welcher in den Prämissen der geringere Gewißheitsgrad zukommt.

Aus diesem Grunde können wir auch aus zwei Prämissen, von denen die eine ein notwendiges, die andere aber ein assertorisches Urteil darstellt, nur einen assertorischen Schlußsatz erhalten und in gleicher Weise aus assertorischen und problematischen Prämissen bloß problematische Schlußfolgerungen ziehen. Auf den größeren Gewißheitsgrad kann nicht geschlossen werden, da sonst im Schlußsatze mehr behauptet würde, wie Anlaß dazu durch die Vordersätze gegeben wird.

In der Frage über die Modalität der Schlußsätze herrscht aber in der Erkenntnislehre durchaus keine Einigkeit. Schon Aristoteles hatte seinerzeit gerade das Gegenteil von dem von uns Angenommenen behauptet und

seine Ansicht hat neuerdings in Prantl[1]) einen Verteidiger gefunden. Der Lehre des Aristoteles zufolge läßt sich z. B. aus der Verbindung notwendiger Prämissen mit statthaften ein notwendiger Schlußsatz und aus Syllogismen mit notwendig verneinendem Ober- und möglichem Untersatze auch ein statthafter Schlußsatz ziehen. Doch sind wir der Meinung, daß diese Ansicht des Aristoteles durchaus nicht annehmbar ist und seine hieraufbezüglichen Beispiele:

B notwendig A	kein B kann A sein
C tatsächlich B	alles C ist möglich B
C notwendig A,	kein C tatsächlich A und kein C braucht A zu sein,

auch nicht stichhaltig sind. Einer gründlicheren Betrachtung hat H. Maier die aristotelische Lehre von der modalen Schlüssen unterworfen und sie ebenfalls als fehlerhaft bekannt. Aus seinen Untersuchungen geht hervor, daß diese Lehre schon im Altertum eine lebhafte Polemik hervorgerufen hatte und bereits die Schüler des Aristoteles Theophrastes und Eudem die Lehre des Meisters abgelehnt und eine neue Theorie geschaffen hatten, die auch in der alten peripathetischen Schule und zum Teil auch in der Akademie zur Geltung gekommen war. Dieser zufolge mußte in den Syllogismen der Schlußsatz durchweg der minderwertigen und schwächeren Prämisse folgen. Den Grund, durch den Aristoteles zu seiner irrigen Ansicht hat veranlaßt werden können, meint H. Maier in der Unklarheit und Fehlerhaftigkeit der apagogischen Beweise, deren sich Aristoteles zur Begründung seiner Ansichten bedient hat, ersehen zu dürfen[2]). Um nun jeden Zweifel zu beseitigen, der betreffs der von uns angenommenen und auch schon im Altertum anerkannten Regel noch bestehen könnte, wollen wir die Modalschlüsse

1) Prantl, Geschichte der Logik im Abendlande. Bd. I. 1885.
2) H. Maier, Die Syllogistik des Aristoteles. Bd. II. 1900. S. 125, 172, 217.

einer noch gründlicheren Untersuchung unterwerfen und dabei festzustellen suchen, ob die Eigenarten dieser Schlüsse zusammen mit der für sie aufgestellten Regel sich etwa aus einem noch allgemeineren Prinzip erklären lassen. Betrachten wir daher zunächst, was unter den Ausdrücken „notwendig, tatsächlich und möglich" denn überhaupt verstanden wird.

Wenn wir behaupten, daß ein S notwendig P ist oder es nicht ist, so wollen wir damit wohl sagen, daß das P stets und überall da anzutreffen ist, wo das S zugestanden wird. Die Beziehung des S zu dem P wird in einem solchen Fall als eine Gesetzmäßigkeit gedacht, die nicht nur für ein gewisses, dem Raume und der Zeit nach individuell bestimmtes Tatsächliche eine Gültigkeit hat, sondern für alles dasjenige, das der Bedingung S dieser Gesetzmäßigkeit entspricht, und zwar deswegen, weil dieses S als ein durchaus hinreichender Grund für das Dasein des P vorausgesetzt wird. Auch zu den Behauptungen, daß ein S tatsächlich oder bloß möglicherweise ein P ist oder nicht ist, müssen bestimmte Gründe vorhanden sein. Sie führen aber zu keiner Allgemeingültigkeit und liegen für die Tatsächlichkeit gerade in dem individuellen Charakter der raum-zeitlichen Bestimmung an der modalen Beziehung, für die Möglichkeit aber darin, daß das raum-zeitliche Moment an ihr nicht näher bestimmt ist. Wie hieraus zu ersehen ist, wird die Modalitätsbeziehung der Termini in den Urteilen beim Notwendigen durch die Allgemeingültigkeit für alles in dem Raume und in der Zeit Befindliche [1]), beim Tatsächlichen durch die individuelle raum-zeitliche Bestimmtheit und beim Möglichen durch die nähere Unbestimmtheit des raum-zeitlichen Elements charakterisiert. Nach den Arten der raum-zeitlichen Bestimmtheiten las-

1) So behalten z. B. die mathematischen Lehrsätze in unseren Augen an allen Orten und zu jeder Zeit ihre Gültigkeit.

sen sich daher auch die Modalitätsbestimmungen der Urteile miteinander vergleichen und voneinander unterscheiden. Auf diese Weise kann das Gemeinsame an ihnen auch festgestellt und auf den Schlußsatz übertragen werden, wie es auch tatsächlich vorzukommen pflegt, wenn wir aus der Modalität der Vordersätze den modalen Charakter des Schlußsatzes zu bestimmen suchen. Und darin gerade besteht das logische Verfahren, dessen wir uns bedienen, um die Modalität der Schlußsätze zu bestimmen. Immer handelt es sich dabei darum, nach den Arten der raum-zeitlichen Bestimmtheiten die Geltungsgebiete der Vordersätze abzumessen und miteinander zu vergleichen. Nur insofern als die raum-zeitlichen Bestimmtheiten miteinander koinzidieren und daher auch als teilweise oder vollständig ineinander enthalten gedacht werden dürfen, werden die Geltungsgebiete und mit ihnen auch der modale Charakter der Aussagen als gleiche betrachtet und hieraus wird auch auf die Modalität der Schlußsätze selbst geschlossen. Durch solche Vergleiche läßt es sich auch feststellen, daß das Geltungsgebiet des Tatsächlichen stets in dem Geltungsgebiet des Notwendigen und das Geltungsgebiet des Möglichen in dem Geltungsbereich des Notwendigen und Tatsächlichen als enthalten zu denken ist. Sind die modalen Bestimmungen der Vordersätze gleich, so decken auch die Geltungsgebiete dieser Urteile einander vollständig, ebenso aber auch das Geltungsbereich des Schlußsatzes. Wo die Geltungsgebiete aber miteinander nichts Gemeines aufzuweisen haben, da kann auch nicht über die Modalität des Schlußsatzes entschieden werden, und in solchen Fällen ergibt sich aus den Vordersätzen auch kein Schluß. Wenn wir uns aber fragen, aus welchem Grunde es zulässig ist, den Gewißheitsgrad, der den Prämissen gemeinsam ist, auch auf den Schlußsatz zu übertragen, so läßt sich darauf antworten, daß der Grund in einem besonderen

Prinzip liegt und dieses Prinzip nichts anderes als das Identitätsprinzip darstellt. Das Identitätsprinzip erweist sich in der Tat als derjenige Grundgedanke, der jeglichen Modalitätsbeurteilungen der Schlüsse zugrunde liegt, denn der Schlußsatz S—P eines jeden Schlusses ist stets in den Inhaltsbeziehungen der Termini S, M, P der Vordersätze als mitenthalten zu denken, daher muß auch das den Prämissen gemeinsame Geltungsgebiet für das in den Beziehungen S:M:P mitgedachte Schlußurteil als gültig zugestanden werden. Zu einem solchen Verfahren werden wir gerade durch den Grundgedanken des Identitätsprinzips veranlaßt. Diesem zufolge müssen jegliche Erscheinungen, die einander teilweise oder vollständig identisch sind, auch in allem dem, was ihren identischen Teilen allgemein zukommt, als miteinander identisch beurteilt werden. Da nun ein jeder Schlußsatz als in den Prämissen enthalten gedacht wird, so erweist er sich auch den Begriffsbeziehungen S, M, P inhaltlich als identisch und daher ist auch alles diesen Beziehungen allgemein Zukommende, d. h. das gemeinsame Geltungsgebiet, auch dem Schlußsatze zuzugestehen. Um das Gesagte an ein paar Beispielen zu veranschaulichen, wollen wir die oben angeführten aristotelischen Schlüsse von unserem Standpunkt aus näher untersuchen.

Aus den Prämissen des ersten Schlusses : $\begin{matrix} \text{B notwendig C,} \\ \text{A tatsächlich B,} \end{matrix}$

folgt nicht, wie Aristoteles annimmt, der Schlußsatz: A notwendig C, sondern bloß das Urteil: A tatsächlich C. Das ergibt sich aus folgenden Überlegungen. Da laut dem Obersatze das C dem B allgemein zukommt, so kommt das C auch in den realen Fällen, in denen B dem A tatsächlich zukommt, auch dem A tatsächlich zu, denn das durch die modale Bestimmung abgegrenzte Geltungsgebiet des Untersatzes wird als in der Modalität oder in dem Geltungsbereich des Obersatzes enthalten

mitgedacht. Daher ist beiden Vordersätzen auch bloß die Tatsächlichkeit gemein. Da aber die Umfangs- und Inhaltsbeziehung der Termini des Schlußsatzes A-C in den Umfangs- und Inhaltsbeziehungen der Termini A, B, C der Obersätze als mitenthalten, d. h. als diesen Beziehungen teilweise identisch zu betrachten ist, so muß auch das den Beziehungen A-B-C gemeinsame Geltungsgebiet, d. h. die Tatsächlichkeit, dem Schlußsatze A-C gleichfalls zugestanden werden. Daher lautet das Urteil: A tatsächlich C.

In gleicher Weise folgt auch aus den Prämissen: Kein B kann A sein, alles C ist möglich B, nicht der Schluß: Kein C tatsächlich A, sondern bloß das Urteil: Möglich, daß kein C A ist, und zwar aus denselben Überlegungen. Laut dem Obersatze ist B notwendigerweise kein A, d. h. B ist in allen Fällen seines Vorkommens nicht A. Unter diesen Fällen sind auch die Fälle des Vorkommens des B gedacht, in denen es dem C zukommen kann; also kann auch das C, wenn es sich zufällig als B erweist, auch das A aus seinem Umfange ausschließen. Aus dieser selben Überlegung geht nun auch hervor, daß das Geltungsgebiet des Obersatzes dasjenige des Untersatzes deckt. Gemeinsam sind ihnen nur die möglichen Fälle, und daher ist der Beziehung A-C, die als in den Beziehungen A-B-C enthalten gedacht wird, bloß das mögliche Geltungsbereich als das ihnen gemeinsame zuzuschreiben. Hieraus ergibt sich auch, daß es nur möglich ist, daß kein C A ist.

Da es auf diese Weise nun gelungen ist die Eigenheiten und Schlußweisen der modalen Schlüsse durch das Identitätsprinzip zu erklären, so folgt daraus, daß dieses Prinzip als das eigentliche Prinzip der modalen Schlüsse zu gelten hat. Dasselbe Prinzip hatten wir auch als das Prinzip der konditionalen und disjunktiven

Schlüsse anerkennen müssen. Da nun alle bloß möglichen Arten der deduktiven Schlüsse sich auf Grund dieses Prinzips haben ableiten lassen, so hat es sich hiermit auch erwiesen, daß dieses Prinzip nicht nur als Prinzip der kateg. Schlüsse, sondern als das eigentliche Prinzip des deduktiven Schließens überhaupt zu gelten hat.

Viertes Kapitel.

Das dem Prinzip des logischen Zusammenhanges der Begriffe entsprechende Koinzidenzprinzip des durch die Begriffe bezeichneten Realen.

15. Das Wesen des Urteils und des Schliessens vom Standpunkte der Koinzidenztheorie.

Nachdem es uns gelungen ist festzustellen, daß das Identitätsprinzip das eigentliche Prinzip des logischen Zusammenhanges der Begriffe in den Urteilen und Schlüssen darstellt, wenden wir uns der nächsten aus unserer Aufgabe hervorgehenden Frage zu, wie es nämlich zu erklären ist, daß auf dem Wege eines logischen Schließens, das durch ein rein abstraktes Prinzip geleitet wird, überhaupt der reale Zusammenhang der Dinge erfaßt werden kann. Um diese Frage zu beantworten, wollen wir uns der realen Tatsachenwelt zuwenden und festzustellen suchen, was denn eigentlich in derselben dem Urteilen und Schließen entspricht.

Bei einer näheren Betrachtung des in dem Urteil zum Ausdruck Gelangenden erweist es sich, daß das Urteil, im allgemeinen genommen, zum Ausdruck zweierlei Arten von Verhältnissen der durch das S und das P bezeichneten Erscheinungen dient: 1. des Ver-

hältnisses der Gleichheit oder Verschiedenheit und 2. des Verhältnisses der Koinzidenz oder der Nichtkoinzidenz derselben. Was das Identitätsverhältnis der Erscheinungen anbelangt, so hat auch für dieses das, was bereits von dem Identitätsverhältnisse der Begriffe S und P selbst gesagt worden ist, eine Gültigkeit. Es ist nämlich stets im Auge zu behalten, daß, wenn wir beim Urteil von einem Identitätsverhältnis des durch die Termini Bezeichneten reden, dieses durchaus nicht bedeuten soll, daß wir dieses Verhältnis als ein vollständiges oder bloß als ein mathematisches Identitätsverhältnis deuten dürfen. Das Urteil dient, im allgemeinen genommen, weder zum Ausdrucke dessen, daß die Erscheinung S der Erscheinung P vollständig gleich ist, noch daß sie ihrer Größe nach genau der Erscheinung P gleichkommt. Solche Identitätsverhältnisse können, wie schon darauf hingewiesen worden ist, bloß durch ganz spezielle Urteilsformen, wie es die Definitionen und mathematischen Gleichungen sind, ausgedrückt werden. In den Definitionen wird die Erscheinung S tatsächlich dem P vollständig, in der Gleichung aber bloß der Größe nach gleichgesetzt. In seiner allgemeinsten Form will das affirmative Urteil jedoch nur das besagen, daß 1. an dem S bloß ein Teil seines Inhalts dem ganzen Inhalte des P und 2. der ganze Umfang des S bloß einem Teile des Umfanges des P identisch ist, so daß die Erscheinungen S und P sich mit gewissen Teilen ihrer Inhalte und Umfänge vollständig decken. Dadurch, daß wir dem S das P zuschreiben, wollen wir gerade das zum Ausdruck bringen, daß das P als eine Bestimmung des Trägers S zu betrachten ist und als solche auch einen Teil des Inhalts des S darstellt.

Dem logischen Verhältnis der Termini in dem affirmativen Urteil entspricht in der realen Tatsachenwelt außerdem noch ein anderes Verhältnis, und zwar ein Koin-

zidenzverhältnis der durch die Termini bezeichneten Erscheinungen und begrifflichen Bestimmungen. Unter letzteren mögen solche Begriffe wie Größe, Anzahl, Gleichheit, Notwendigkeit u. ä. verstanden werden. In der Tat, auch wenn von einem S ein P ausgesagt, d. h. das S als ein Träger gewisser Bestimmungen P betrachtet wird, so ist das auch nur daher möglich, weil dieser Träger auch tatsächlich diese Bestimmungen an sich aufzuweisen hat, das P somit in gewissen Fällen seines Vorkommens einen Teil des Inhaltes des S ausmacht und als solcher auch mit S koinzidiert. Da nun das P dem S im Urteile nur insofern identisch sein kann, als es dem S als zukommend gedacht wird, das Zukommen aber in Ansehung des dem Urteile zugrundeliegenden Tatsächlichen gerade das bedeutet, daß ein Teil des Inhaltes des S mit dem ganzen Inhalt des P und der ganze Umfang des S mit einem gewissen Teile des Umfanges des P vollständig koinzidiert, so erhellt hieraus, daß das logische und reale Identitätsverhältnis, welches im Urteil zum Ausdruck gelangt, auch tatsächlich mit dem Koinzidenzverhältnis der durch die Termini bezeichneten Erscheinungen und begrifflichen Bestimmungen zusammenfällt, so daß das Koinzidieren oder Zusammenfallen und das Identischsein eines und dasselbe darstellen und beides den eigentlichen Sinn des affirmativen Urteils ausdrückt. Wie es sich nun im affirmativen Urteil von einer Koinzidenz, so läßt es sich im negativen Urteil von einem durchgehenden Nichtkoinzidieren des durch die Termini S und P Bezeichneten reden. Dieses entspricht der in der Negation zum Ausdruck gelangten Verschiedenheit des durch die Termini Bezeichneten. Infolgedessen läßt es sich auch durchweg beim Urteilen, wenn es sich um eine Affirmation handelt, von einer Koinzidenz, im Falle einer Negation aber von einem Nichtkoinzidieren des durch die S und P Bezeichneten reden.

Die zwiefache Deutung, welche den Begriffsverhältnissen in den Urteilen gegeben werden kann, stellt nun durchaus nicht etwas bloß Abstraktes dar. Sie enhält die genaue Schilderung des Tatsächlichen, welches allen Begriffsbeziehungen zugrunde liegt und von uns auch stets beim Urteilen und Schließen streng im Auge behalten wird. Das kommt auf besonders klare Weise allerdings nur unter besonderen Umständen zum Vorschein. Bei einer rein logischen Behandlung der Begriffe in den Urteilen und Schlüssen geben wir gewöhnlich garnicht darauf acht, was das Reale bedeutet, das den Begriffsverhältnissen zugrunde liegt. Die Begriffe werden eben nur nach ihren logischen Identitätsverhältnissen beurteilt und beim Schließen nach dem Identitätsprinzip auch aufeinander bezogen. Da den regelrecht ergründeten Identitätsbeziehungen der Begriffe in den Schlüssen stets Erscheinungsbeziehungen, die denselben haargenau angepaßt sind, entsprechen, so lassen sich durch die logischen Aufeinanderbeziehungen der Begriffe nach dem Identitätsprinzip gleichzeitig auch die realen Tatsachenbeziehungen durchweg wahrheitsgetreu erfassen, ohne daß die Begriffsbeziehungen auf Tatsachenbeziehungen zurückgeführt oder durch die ihnen zugrundeliegenden Tatsachenbeziehungen gedeutet zu werden brauchen. Doch kommt es oft vor, daß wir beim Schließen uns selbst über die richtigen logischen Begriffsverhältnisse keinen genügend klaren Aufschluß zu geben vermögen und gezwungen sind, uns darüber Auskunft anderweitig zu verschaffen. In solchen Fällen pflegen wir uns stets an die Tatsachen zu halten, und hierbei erweist es sich dann auch, daß bei der richtigen Deutung der logischen Gleichheits- oder Ungleichheitsbeziehungen der S- und P-Begriffe auf Grund des ihnen zugrundeliegenden Realen gerade Betrachtungen, die die Koinzidenz- oder Nichtkoinzidenzbeziehungen des Tatsächlichen angehen, maß-

gebend sind und uns zur richtigen Handhabung des Begrifflichen beim Schließen in den zweifelhaften Fällen verhelfen. Das erklärt auch das seltsame Identitätsverhältnis, in dem die Termini in dem Urteil im allgemeinen zueinander stehen, d. h. den Umstand, daß an dem S nur ein Teil seines Inhaltes dem ganzen Inhalte des P und der ganze Umfang des S auch nur als einem Teile des Umfanges des P identisch gedacht wird. Das Identitätsverhältnis der Termini ist gerade durch das Koinzidenzverhältnis der S- und P-Erscheinungen bedingt. Da von allen den Umfang des P bildenden Erscheinungen bloß ein gewisser Teil die Artbestimmungen des S, die in dem Inhalt des P nicht mitgedacht werden, aufweist und das S daher auch bloß mit einem Teile des P-Umfanges, der ganze P-Inhalt aber bloß mit einem Teile des S-Inhalts koinzidiert, so werden beide auch bloß in diesem Grade als einander gleichkommend, d. h. als inhaltlich und umfänglich bloß teilweise einander identisch betrachtet.

Jedoch könnte es scheinen, daß wir durch unsere Koinzidenztheorie etwas der Wirklichkeit garnicht Entsprechendes als existierend annehmen wollten, da so manches Urteil ihr direkt zu widersprechen scheint. So müßte es z. B. scheinen, daß wir durch das Urteil „Pferde sind Einhufer" etwas ganz Absurdes ausdrücken wollten, daß nämlich die Pferde und die Einhufer ein Zusammenbestehen miteinander besitzen. Solange wir uns nur an die Worte halten und der Sache nicht auf den Grund zu kommen suchen, mag eine solche Auffassung des Urteils allerdings absurd erscheinen. Tatsächlich will aber dieses Urteil doch nichts anders zum Ausdruck bringen, als daß den Pferden eine Gruppe von Eigenschaften zukommt, die zusammengenommen den abstrakten Begriff der Einhufer bilden, und daß diese Eigenschaften mit der Erscheinung Pferde koinzidieren.

Ähnliches hat auch für alle abstrakten Begriffe, wie z. B. für die Begriffe Anzahl, Gleichheit, Null, Nichts, Grund, Folge usw. Gültigkeit. Denn unter diesen werden zwar wohl aproiorische Bestimmungen verstanden, die aber doch als reale Eigenschaften den Erscheinungen zugeschrieben werden. So dient uns z. B. das Urteil $a = b$ zum Ausdruck für den Umstand, daß der Erscheinung a eine Größenbestimmung zukommt, die wir uns durch die Größe einer anderen Erscheinung b zu gewissen Zwecken veranschaulicht denken.

Ebenso wie die kategorischen Urteile dienen auch die konditionalen zur Bezeichnung der Tatsache der Koinzidenz der einen Erscheinungen oder begrifflichen Bestimmungen mit anderen oder der Koinzidenz der Zustände einer Erscheinung mit gewissen anderen an ihr jedoch im Zusammenhange mit dem Gedanken der Bedingtheit der einen Bestimmungen oder Zustände durch die anderen. Das hat soviel zu bedeuten, daß an einer Erscheinung ein Zustand oder eine Bestimmung dann bestimmt eintreten oder stets vorhanden sein muß, wenn gewisse andere Zustände oder Bestimmungen vorhanden sind. Die Koinzidenz wird somit als eine ständige oder bloß als eine von einem gewissen Momente an bestehende betrachtet. Die äußere Form des Bedingungsurteils mit dem Bindewort „wenn" am Anfange desselben erweist sich für dasselbe als durchaus nicht wesentlich, da ein Bedingungsurteil auch in Form eines kategorischen Urteils ausgedrückt werden kann, wenn nur das Wesentliche, der Gedanke der Gesetzmäßigkeit des Zusammenauftretens der gegebenen Erscheinungen klar genug zum Ausdruck kommt Dieser Gedanke muß jedenfalls bei der kategorischen Form des Bedingungsurteils klar genug hervortreten. Die disjunktiven Urteile bringen ihrerseits auch dasselbe Faktum der Koinzidenz oder des Nichtkoinzidierens

gewisser Tatsachen zum Ausdruck, jedoch ebenso im Zusammenhange mit dem Gedanken einer besonderen Art der Abhängigkeit der beurteilten Erscheinungen voneinander, und dieses daher, weil sie in enthymematischer Form ausgedrückte zusammengesetzte Bedingungsurteile darstellen.

Über die Schlüsse hatten wir bisher nur vom Standpunkte der Identitäts- und Verschiedenheitsverhältnisse ihrer Termini in den Prämissen gehandelt und diesem entsprechend das Wesenhafte des syllogistischen Schließens darin ersehen, daß die Begriffe in dem Schlußsatze nur auf Grund dessen einander zugesagt oder voneinander abgesprochen werden, was sie miteinander gleiches oder verschiedenes aufzuweisen haben. Da nun jedes in den Schlüssen als Vordersatz dienende Urteil die Tatsache des Zusammenfallens oder Nichtzusammenfallens der durch ihre Subjekte und Prädikate bezeichneten Erscheinungen oder begrifflichen Bestimmungen ausdrückt und ihnen außerdem ein Glied, der Mittelbegriff M, der beim Schließen eliminiert wird, gemeinsam ist, so stellt offenbar ein jeder affirmative Schluß, vom Standpunkte der Koinzidenztheorie des Urteils aus betrachtet, eine Folgerung aus der Tatsache der Koinzidenz zweier Erscheinungen mit einer dritten auf die Koinzidenz dieser beiden Erscheinungen selbst dar. Wenn aber in dem Schluß eine Prämisse negativ ist, so ist das Schließen als eine Folgerung aus den Tatsachen der Koinzidenz einer Erscheinung M mit einer anderen, etwa S, und der Nichtkoinzidenz derselben Erscheinung mit einer dritten, etwa P, auf die Nichtkoinzidenz der Erscheinungen S und P aufzufassen. Diese Art der Auffassung des Schlusses steht mit der früher ausgeführten also in vollständigem Einklang.

16. Das Prinzip der deduktiven Schlüsse als Koinzidenzprinzip.

Der Gedanke, daß die in den Schlüssen aufeinander bezogenen Erscheinungen als miteinander koinzidierend oder nicht koinzidierend beurteilt werden können, steht auch mit dem Prinzip der deduktiven Schlüsse in völligem Einklang. Wir hatten dieses in folgende Worte gefaßt: Von zwei einander zukommenden Begriffen können die Bestimmungen eines dieser Begriffe dem anderen nur in dem Maße zugesagt oder abgesprochen werden, als sie zu denjenigen Inhalts- und Umfangsteilen der Begriffe, in denen diese sich gleichkommen, in einer Beziehung stehen. Da wir nun unter den Ausdrücken „einander zukommen oder einander identisch sein" das teilweise oder vollständige Koinzidieren der Tatsachen verstehen, so läßt sich das Prinzip der deduktiven Schlüsse in Ansehung des Tatsächlichen, das durch diese Schlüsse zum Ausdruck gelangt, als ein nicht allein die Begriffe, sondern auch die Tatsachen angehendes Prinzip so formulieren: Wenn zwei Erscheinungen miteinander koinzidieren (d. h. miteinander in irgend welcher Hinsicht als einander zukommend identisch sind), so hat eine jede von diesen Erscheinungen gleichfalls eine Koinzidenz mit allem dem, was mit den ihnen gemeinsamen Teilen beständig koinzidiert, und keine Koinzidenz mit allem dem, was mit ihren gemeinsamen Teilen nicht koinzidiert. Wir haben früher (vgl. Kap. II, 6) das Prinzip der deduktiven Schlüsse aus dem allgemeinen Axiom der Begriffsgleichheit hervorgehen sehen und es also formuliert: Wenn zwei Begriffe einander in irgend welcher Hinsicht oder vollständig identisch sind, so sind sie auch hinsichtlich aller Bestimmungen, die ihren identischen Teilen zukommen oder nicht zukommen einander identisch. Da nun auch hier die Ausdrücke „identisch

sein" und „zukommen" dem Ausdurcke „koinzidieren" gleichgesetzt werden dürfen, so erhellt hieraus, daß, von unserem Standpunkte aus betrachtet, das Tatsachenprinzip und das Axiom der Begriffsgleichheit miteinander nicht nur in vollständigem Einklang stehen, sondern miteinander auch vollständig zusammenfallen.

Dieses Tatsachenprinzip erscheint im allgemeinen dem von einigen englischen Logikern, u. a. auch von J. St. Mill angenommenen Prinzip für das deduktive Schließen sehr ähnlich. J. St. Mill hat es in seinem „System der Logik"[1]) also formuliert: „Attributs or things, co-existing with the same attributs or things co-exist with one another; one thing co-existing with a second thing, with which second thing a third thing does not co-exist, is not coexisting with that third thing". Dieses Prinzip war jedoch, wie wir bereits früher gezeigt haben, als Deduktionsprinzip schon von A. Bain (vgl. Logic, 1879. p. I. 160) widerlegt worden, da es jeden Unterschied zwischen totalen und partialen Begriffsverhältnissen in den Schlüssen unberücksichtigt läßt und daher auch kein Mittel zum Bilden richtiger Schlüsse darstellen kann. Es könnte allerdings Gültigkeit erlangen, wenn die unvollständige Ausdrucksweise des Tatsächlichen in den Subsumtionsurteilen beim Schließen sich durch eine exaktere Ausdrucksweise ersetzen ließe. Da aber das nur in höchst seltenen Fällen möglich ist und die Quantität des Prädikats beim gewöhnlichen Urteilen und Schließen auch meistenteils unbestimmt bleibt, so läßt sich das Koexistenzprinzip nicht als Grundsatz für das Schließen verwenden. Es müssen daher als Deduktionsprinzipien die auf die unvollständige Ausdrucksweise des Tatsächlichen in den Urteilen berechneten Dicta (de omni et de reciproco) und das Axiom der Begriffsgleich-

1) J. St. Mill, l. c. VIII. edit. 1872. II. B. Ch. II.

heit, auf welche sich die Dicta stützen, ihre Geltung behalten. Wenn wir aber von der unvollständigen Ausdrucksweise der Tatsachen in den Urteilen absehen und nur auf das den Urteilen und Schlüssen zugrundeliegende Tatsächliche unser Augenmerk richten, so müssen wir nach allem Gesagten wohl zugeben, daß das deduktive Schließen ein Ermitteln der Koinzidenz oder Nichtkoinzidenz gewisser Erscheinungen auf Grund ihrer Koinzidenz oder Nichtkoinzidenz mit ein und denselben Umfangs- oder Inhaltsteilen einer und derselben dritten Erscheinung darstellt und daher auch gleichfalls durch das dem Identitätsprinzip auf das genauste entsprechende Koinzidenzprinzip geleitet wird. Dementsprechend wird auch beim Schließen von den zwei Begriffen P-M, M-S oder S-M, M-P ausgegangen, der Grad ihrer Identität, d. h. die Art ihrer Koinzidenz, festgestellt und das mit dem Koinzidierenden Koinzidierende oder Nichtkoinzidierende als dritter Begriff einem von ihnen zugeschrieben oder abgesprochen. Zur Bestimmung solcher Identitäten reicht das Koexistenzprinzip gerade nicht aus, daher genügt es auch nicht zur Erklärung des logisch folgerichtigen Schließens durch das dem Logischen zugrundeliegende Reale. Aus diesem Grunde ist es auch nicht insofern exakt, als daß es als Mittel zum Unterscheiden gültiger Schlüsse von den falschen dienen könnte, denn ihm zufolge müßten auch direkt falsche Schlüsse als richtige gelten können. Bekanntlich sind z. B. Schlüsse in der II. Figur aus zwei affirmativen Prämissen: $\begin{matrix} Sa,i\ M \\ Pa,i\ M \end{matrix}$ falsch; da aber die Begriffe S und P mit dem M ein Zusammenbestehen haben, so müßten sie auf Grund des genannten Koexistenzprinzips auch voneinander ausgesagt werden können und einen gültigen Schluß ergeben. Dem Tatsachenprinzip ist daher eine andere Form zu geben als diejenige, die dem Koexistenzprinzip zukommt, und wir

halten die von uns hier vorgeschlagene Form für die geeignete.

Jedoch könnte es scheinen, daß in manchen Fällen auch vom Standpunkte unserer Koinzidenztheorie Subsumtionsschlüsse aus affirmativen Prämissen in der II. Figur sich als gültige Schlüsse erweisen müßten. Denn da das Identischsein ebenso viel bedeutet, wie ein und dieselbe Bestimmung besitzen, so müßten auch im betrachteten Schluß das S und das P als einander hinsichtlich der Bestimmung M identische einander auch gleichgesetzt werden können. Dieses ist allerdings zuzugeben, doch läßt sich hier ein Schluß bloß in der Form des Urteils „S und P sind M" ausdrücken, nicht aber in der Form S-P, da eben die Begriffsverhältnisse in den Subsumtionsschlüssen nicht zum Ausdruck dessen dienen, daß die Termini S und P einander bloß hinsichtlich einer Bestimmung identisch sind, sondern dessen, daß sie einander als Arten und Gattungen identisch sind. Nur in solchen Fällen, wo das Schlußurteil „S und P sind M" sich in Form eines Urteils S-P ausdrücken läßt, da ist aus affirmativen Prämissen in vollständigem Einklange mit der Koinzidenztheorie ein Schluß in der II. Figur möglich. Dieses findet aber tatsächlich nur in Gleichungsschlüssen statt, denn in dem Schlußsatze solcher Schlüsse dient gerade das Gleichheitszeichen als Ausdruck für den Umstand, daß die Termini S und P nur hinsichtlich ein und derselben Bestimmung, d. h. ihrer Größenbestimmung M, als einander identisch zu denken sind und als solche miteinander auch koinzidieren, wie das z. B. aus dem Schlusse: $\left.\begin{matrix} a=b \\ c=b \end{matrix}\right\} a=c$ zu ersehen ist. Wenn nun beim Schließen von Koinzidenzbeziehungen der Termini gesprochen wird, so heißt das aber nicht, daß diese Beziehungen bloß als raumzeitliche Koinzidenzverhältnisse zu betrachten sind. Da

die voneinander auszusagenden Bestimmungen rein verstandesmäßiger Natur sein und die Bestimmungen der reinen Anschauungsformen garnicht anzugehen und in sich zu enthalten brauchen, so lassen sich auch die Koinzidenzen derselben als rein verstandesmäßige auffassen und auch beim Schließen als solche behandeln. Wo die Erscheinungen und ihre Bestimmungen unter den Formen der reinen Anschauungsweisen gedacht werden, da sind allerdings bei der Bestimmung der Arten ihrer Koinzidenz auch die raum-zeitlichen Bestimmungen in Betracht zu ziehen, sonst kann aber von diesen vollständig abgesehen werden.

Da es beim Schließen namentlich auf die Bestimmung von Koinzidenzenverhältnissen ankommt, wozu aber die Befolgung der strengsten Exaktheit erforderlich ist, so könnte man glauben, daß das Feststellen der Koinzidenzverhältnisse garnicht so einfach sei und ebenfalls die Befolgung ganz besonderer Regel voraussetze. Doch bleibt uns hier die Mühe erspart, nach solchen zu forschen, da die Regeln, die es auf das Feststellen solcher Koinzidenzen an den Erscheinungen und den ihnen entsprechenden Begriffen abgesehen haben und dasselbe auch bezwecken, von uns bereits festgestellt und uns als Regeln des syllogistischen Schließens schon bekannt sind. Diese Regeln ermöglichen das Aneinanderfügen der Begriffe in den Schlüssen auf Grund der ihnen gemeinsamen Inhalte und Umfänge und zwar nach Anleitung des Identitätsprinzips. Da nun dieses Prinzip dasselbe besagt wie das Koinzidenzprinzip, so wird auch bei der richtigen Anwendung der Schlußregeln gleichzeitig und zusammen mit dem Identitätsprinzip auch das Koinzidenzprinzip gewahrt; daher lassen sich auch durch die Schlußregeln die den Identitätsverhältnissen der Begriffe zugrundeliegenden Koinzidenzverhältnisse der Erscheinungen wahrheitsgestreu er-

fassen, und es kann auch jegliches Urteilen und Schließen nach rein logischen Prinzipien in vollem Einklange mit dem Tatsächlichen vollzogen werden.

Fünftes Kapitel.

Die letzten formalen Voraussetzungen des deduktiven Schliessens.

17. Die Deduktion der logischen Axiome und Gesetze des Denkens aus den reinen Formen des Verstandes.

Das Prinzip und die Axiome des deduktiven Schließens erhalten ihre Gültigkeit durch die logischen Gesetze des Denkens. Doch finden auch diese selbst in jenen ihre Stütze, denn damit die logischen Gesetze des Denkens gewahrt seien, müssen gerade die Axiome und das Prinzip des deduktiven Schließens befolgt werden. Diese logischen Gesetze sind aber zusammen mit dem allgemeinen Axiom der Begriffsgleichheit, aus welchem das Prinzip und die Axiome des dedukt. Schließens unmittelbar hervorgehen, durchaus noch nicht als die letzten Voraussetzungen des logischen Verfahrens zu bezeichnen. Das logische Denken nimmt seinen Ursprung im reinen Verstande und ist nur durch die den reinen Formen desselben innewohnenden Gesetzmäßigkeiten zu erklären. In diesen finden gerade die logischen Gesetze ihre Begründung und daher müssen sie sich auch aus ihnen deduzieren lassen. Wie das möglich ist, wird uns wohl am besten daraus ersichtlich werden, wenn wir die Art und Weise, wie diese Gesetze beim Denken zur Geltung gelangen, näher betrachten.

Das regelrechte Schließen geschieht bekanntlich durchaus nicht auf Grund einer klaren Einsicht in die Prinzipien unseres logischen Denkens, durch die die Übereinstimmung des Begrifflichen mit dem Tatsächlichen zustande gebracht wird. Logisch denken können Menschen, die gar keine Ahnung von dem Vorhandensein solcher Prinzipien haben, und fehlerhaft schließen selbst die besten Kenner der Logik. Den Irrtümern gegenüber, denen unser logisches Denken infolge der Schwierigkeit so mancher Schlußweisen oder auch infolge der Unklarheit und Verworrenheit der Begriffe selbst ausgesetzt ist, behaupten sich in unserem Bewußtsein die logischen Imperative, welche die Anforderungen enthalten, denen das logisch einwandfreie Denken zu entsprechen hat, obwohl wir uns auch darüber nicht klar sind, was diese Imperative des näheren darstellen. Sie sind Vorschriften, apriorische Gesetze, die unser vernünftiges Denken leiten und erst mit der Zeit in ihrem wunderbaren inneren Zusammenhange von uns erkannt werden.

Gang und gäbe ist es, daß die Menschen, die sich nicht mit Grübeleien über logische Fragen abzugeben lieben, sich zur Begründung ihrer Ansichten auf ihren gesunden Menschenverstand berufen. Was sie darunter verstehen, vermögen sie wohl meist selbst nicht anzugeben. Sie verstehen aber darunter offenbar nichts anderes, als ein Vermögen, das sie veranlaßt nichts Widerspruchsvolles und Grundloses zuzulassen. Was Widersprüche enthält oder ohne Grund zugelassen wird, erscheint ihnen gerade als falsch und unannehmbar. In diesen Anforderungen aber, nichts Widersinniges und Unbegründetes zuzulassen, spiegeln sich gerade alle logischen Gesetze in ihrer Wirksamkeit wieder, denn aus diesen letzteren gehen auch jene hervor. Als unbegründet erscheint uns eine Behauptung, zu der keine Veranlassung durch

die Erfahrung oder durch die intuitiv erfaßbare Gesetzlichkeit des Denkens gegeben ist, und als widerspruchsvoll erweist sich das, was den Erfahrungstatsachen entweder unmittelbar zuwiderläuft, oder aber fehlerhaft aus ihnen erschlossen ist. Diese Forderungen, nichts Widersprechendes zu behaupten und nichts Unbegründetes zuzulassen, führen dazu, daß der Intellekt sich schließlich an gewisse Satzungen gebunden sieht. Zu dieser Erkenntnis kann er auch nur deswegen gelangen, weil er die Fähigkeit besitzt, überhaupt Einsicht in die Gründe des richtigen und falschen Handelns zu gewinnen. Indem wir nun die Fehler, die wir beim Denken begehen, zu ergründen suchen, gelingt es uns auch die Fehlerquellen aufzudecken. Wir sehen z. B., wie ein Fehler daraus ensteht, daß den Begriffen nicht immer ein und derselbe Sinn beigelegt wird, oder daraus, daß wir ihnen unwillkürlich etwas zugesprochen haben, was ihnen widerspricht, oder etwas behauptet haben, ohne dazu durch hinreichende Gründe veranlaßt gewesen zu sein. So gelangen wir zur Erkenntnis der Gesetze, durch die unser logisches Denken geleitet wird. Es sind das die Gesetze der Identität und des Widerspruches, des Grundes und des ausgeschlossenen Dritten, aus denen ihrerseits die Prinzipien und Regeln des Schließens hervorgehen. Nicht anders war auch das Verfahren, dessen wir uns bedienten, als wir das Prinzip des deduktiven Schließens festzustellen suchten und zum Schluß das Axiom der Begriffsgleichheit als leitenden Gedanken des Begriffsvergleichs beim Schließen erkannten.

Daß der Begriff des Grundes, je nach den Erscheinungen, auf die er Anwendung findet, Verschiedenes bezeichnen kann, hat Schopenhauer in seiner Promotionsschrift „Über die vierfache Wurzel des Satzes vom hinzureichenden Grunde“ dargelegt. Er sondert diesen Satz

in die vier Formen der Kausalität: in die Gründe des Seins, des Werdens, der Erkenntnis und der Motivation des Willens (causae essendi, fiendi, agendi et cognoscendi). In Anwendung auf den Gegenstand des logischen Denkens haben wir es nun mit den Erkenntnisgründen zu tun. Diese können aber zweierlei Art sein: solche, die die materiale, und andere, die die formale Wahrheit der Erkenntnis verbürgen. Von materialer Seite betrachtet, erweisen sich unsere Erkenntnisse von der Zuverlässigkeit der erfahrungsmäßigen Erkenntnisweise abhängig. Insofern die Wahrheit aber von dem richtigen Handhaben der Begriffe beim Schließen abhängt, kommen als Erkenntnisgründe die Gesetze der Identität, des Widerspruches, des ausgeschlossenen Dritten und das Axiom der Begriffsgleichheit in Betracht, denn sie verbürgen die formale Wahrheit der begrifflichen Erkenntnis. In welch einem Maße unsere unmittelbare Erkenntnis aus der Erfahrung als zuverlässig zu betrachten ist und als Grundlage für eine objektiv gültige Erkenntnis dienen kann, darüber hat die weiter unten folgende Untersuchung über die inhaltlichen Prinzipien der objektiv gültigen Erkenntnis Aufschluß zu geben, hier aber möge zunächst bloß die Frage erörtert werden, worin die rein formalen Gesetzmäßigkeiten des logischen Denkens ihre Begründung finden. Sie gehen aber auf notwendige Weise aus den reinen Verstandesbegriffen, somit aus den letzten von sich selbst ersichtlichen Bewußtseinstatsachen hervor und sind daher auch als apriorische, d. h. unbedingt allgemeingültige und aus der Erfahrung nicht ableitbare Normen zu betrachten. Dieses soll hier zunächst ausgeführlich dargelegt werden.

Das dem Menschen eigene Erfassen aller seiner Erlebnisse im Bewußtsein dank dem ihm eigenen Vermögen sie zu denken, d. h. ihnen eine Bedeutung beizulegen, ist das Urteilen. Da das Urteilen aber nur dadurch

möglich ist, daß der Mensch sich selbst als ein urteilendes Subjekt beurteilt, so ist unter dem Erlebnis der bedeutungsverleihenden Tätigkeit das Bewußtsein zu verstehen. Das ist die Auffassungsweise E. Husserls[1]). Das Gewahrwerden aller Erlebnisse kommt nun bei der reflektierenden, d. h. der vergleichenden und unterscheidenden Tätigkeit unseres Intellekts dadurch zustande, daß alle Erlebnisse beim Bewußtwerden durch den Verstand in gewisse begriffliche Formen gefaßt werden, so daß sie beispielsweise als Träger gewisser Bestimmungen oder als solche Bestimmungen selbst gedacht werden können und in den mannigfaltigen Gestalten derselben auch ganz besondere Bedeutungen für unser Bewußtsein erhalten. Die begrifflichen Formen, dank denen sich jegliches Erlebnis auf die vielfachste Weise beurteilen läßt, sind eben die reinen Begriffe des Verstandes[2]); ihnen verdanken die Erscheinungen ihre Existenz mitsamt ihren logischen Eigenheiten

---

1) Vgl. E. Husserl, Logische Untersuchungen. 1913, II. S. 356 ff.

2) Vgl. I. Kant, Die Kritik der reinen Vernunft. Transzendentale Elementarlehre. II. T. I. Abt. I. B. I. Hauptst. III. Abschn.

Tafel der Kategorien:

1. Der Quantität.
   Einheit
   Vielheit
   Allheit.

2. Der Qualität.	3. Der Relation.
Realität	der Inhärenz und Subsistenz (substantia et accidens)
Negation	der Kausalität und Dependenz (Ursache und Wirkung)
Limitation.	der Gemeinschaft (Wechselwirkung zwischen dem Handelnden und Leidenden).

4. Der Modalität.
   Möglichkeit—Unmöglichkeit
   Dasein—Nichtsein
   Notwendigkeit—Zufälligkeit.

und Regelmäßigkeiten in unserem Bewußtsein. Mit den kategorialen Bestimmungen an allem uns zum Bewußtsein Kommenden ist uns auch der Begriff der Möglichkeit notwendiger und gesetzmäßiger Zusammenhänge unter den Elementen alles Erkennbaren gegeben. Der Begriff des Notwendigen versetzt uns eben in den Stand, den steten Wandel der Erscheinungen als einen gesetzmäßigen Entfaltungsprozeß zu erfassen. Hieraus läßt sich auch unser Vermögen, unsere Gedanken logisch zu handhaben, erklären, denn ohne die Einsicht in das Gesetzmäßige, in das dem Wandel zugrundeliegende Ständige, müßten wir uns nur mit einer historischen Erkenntnis der Erscheinungswelt begnügen, könnten also höchstens wissen, wann, wo und wie irgend etwas geschehen, vielleicht sogar nicht einmal das, da auch dieses schon den Begriff der Ständigkeit und eines gesetzmäßigen Zusammenhanges unter dem Begrifflichen, voraussetzt. Unser Wissen könnte auch nicht als Mittel zu irgend einem Zwecke verwertet werden, denn es würde der Begriff der Einförmigkeit fehlen, ohne welchen nichts als ein sich regelrecht Vollziehendes beurteilt werden kann. Die nach den verschiedenen den apriorischen Formen unseres Verstandes inneliegenden Gesetzmäßigkeiten sich vollziehende vergleichende und unterscheidende Tätigkeit desselben führt uns jedoch über diese Beschränktheit hinweg, denn aus diesen Formen gerade schafft der Verstand sich diejenigen Begriffe, Regeln und Gesetze, die jegliche logische Handhabung des nur Denkbaren ermöglichen. Zu ihnen gehören auch die logischen Gesetze und Axiome unseres Denkens. Sobald letztere zugestanden sind, ist auch das logische Denken in der Form des Urteilens und Schließens und die Möglichkeit einer rein begrifflichen Erkenntnis gegeben.

Jedes logische Verfahren findet seinen Ausgangspunkt in dem Bestreben des Intellekts, alle seine Erlebnisse durch die ihm eigenem Begriffe zu erfassen und

zu begreifen. Daher sucht der Intellekt auch stets an seinen Erlebnissen etwas Gleiches mit dem uns schon Bekannten aufzudecken, um es nach diesem auch beurteilen zu können. Aber auch in solchen Fällen, wo die Erlebnisse mit dem vorhandenen Wissensbestande nichts Gemeinsames aufzuweisen haben, erscheint ein jedes bewußte Erlebnis in unseren Augen als ein durchaus streng bestimmtes und zwar deswegen, weil die kategorialen Formen, in die sich alles uns zum Bewußtsein Kommende einkleidet, schon an sich selbst eine unendliche Mannigfaltigkeit von Bestimmungen aufzuweisen haben und sie auch an den Dingen erkennen lassen. So läßt z. B. alles sinnlich Erkennbare, wenn auch nur die Art seiner raum-zeitlichen Bestimmtheit in Betracht gezogen wird, die Denkbarkeit einer unendlichen Menge von Unterschieden zu, die aber alle aus dem besonderen Wesen unserer Raum-Zeitanschauungsweise hervorgehen. Jedes sinnlich Wahrnehmbare muß sich, damit es überhaupt wahrnehmbar sei, in diese Formen einkleiden und daher auch nach den Bestimmtheiten derselben von allem übrigen unterscheiden lassen. Ganz ebenso kommen auch einem jeden rein begrifflichen Gebilde, wenn es von anderen unterschieden wird, seine eigenen aus den kategorialen Formen entspringenden Bestimmtheiten zu. Diese sind apriorisch, weil alles Denkbare eben nur dank den apriorischen Formen des Verstandes gedacht werden kann. Daher muß auch das Gewahrwerden aller rein sinnlichen Unterschiede an den Erscheinungen sich schließlich auch nicht anders als nur durch die apriorischen Formen und durch die aus ihnen hervorgehenden Gesetzmäßigkeiten erklären lassen. Dieses scheint allerdings nicht so ohne weiteres einleuchtend zu sein, wir werden daher auf diese Frage weiter unten noch ausführlich zu sprechen kommen.

Die Erscheinungen werden nun durch ihre Bestimmtheiten streng auseinander gehalten. Nur insofern, als sie bloß ihnen eigene Bestimmungen aufzuweisen haben, können sie auch von den anderen unterschieden und als real betrachtet werden. Die Bestimmungen, durch die sie sich von allem anderen unterscheiden, geben ihnen den allgemeinen und individuellen Seinscharakter, der, wenn er ihnen einmal schon zugestanden worden ist, ihnen auch nie abgesprochen werden kann und auch stets zuzugestehen ist. Dieses heißt aber soviel, daß Erscheinungen, die von uns schon einmal erlebt worden sind, als Bewußtseinstatsachen nie verneint werden können, und da sie als Bewußtseinserlebnisse voneinander streng geschieden sind, in diesem Sinne auch stets als unzerstörbar betrachtet werden müssen. Wie wir der Raumanschauung die besondere Eigenschaft zuschreiben, daß zwei Erscheinungen in ihr nicht ein und denselben Ort zu gleicher Zeit einnehmen können, und die Ortsbestimmung somit an einer jeden Erscheinung als eine bloß ihr eigene auch stets als unzerstörbar betrachten, und so wie wir auch die Zeitbestimmung für einen jeden im Raume befindlichen Punkt streng von allen Zeitmomenten an ihm unterscheiden und daher alles der Zeit nach individuell Bestimmte als durchaus unzerstörbar betrachten, ganz ebenso ist auch einer jeden rein begrifflichen Bestimmung oder einem jeden rein abstrakten Gedankengebilde gerade deswegen, weil sie gedacht werden können und individuelle Unterschiede mit allen nur möglichen anderen Gedankengebilden aufzuweisen haben, eine individuelle Unzerstörbarkeit zuzugestehen. Als seiend gedacht werden bedeutet Bestimmungen besitzen, auf Grund derer das als seiend Gedachte von allem nur Denkbaren unterschieden wird und als ein bloß sich selbst gleiches auch stets als unverdrängbar und unzerstörbar zu betrach-

ten ist. Dieses Moment der Unzerstörbarkeit, des Nichtzusammenfallens oder Nichtgleichseins mit allem anderen erweist sich somit als Bedingung der Möglichkeit des Seins für uns in der Erfahrung. Es ist daher die besondere Art und Weise, wie die Erscheinungen sich unter der kategorialen Seinsform bloß denken lassen oder in unserem Bewußtsein als seiend behaupten. Werden sie als seiend gedacht, so sind sie auch nur als bloß sich selbst gleich, d. h. ihrem individuellen Charakter nach als unzerstörbar zu denken. Sollen sie aber auch beim Denken ihrer individuellen Natur zufolge wahrheitsgetreu beurteilt werden, so sind sie auch stets unter dem Aspekt der Unzerstörbarkeit, d. h. als bloß sich selbst gleich zu denken. Wie hieraus zu ersehen, enthält das Moment der Unzerstörbarkeit als einer besondere Bedingung, unter der allein den Erscheinungen das individuelle Sein zugestanden werden kann, denselbe Gedanken, der in dem logischen Gesetz der Identität zur Geltung kommt. Insofern in diesem jenes Moment der Unzerstörbarkeit als leitender Gedanke mitgedacht wird, erweist sich auch das Gesetz der Identität in der Kategorie der Realität oder des Seins begründet.

Der Begriff der Identität fällt aber nicht mit dem Begriffe der Unzerstörbarkeit zusammen. Das Unzerstörbare erweist sich wohl stets als das sich selbst Identische, das Identische aber nicht als das Unzerstörbare, das Unverdrängbare. Das Gesetz der Identität darf daher auch nicht in der Kategorie des realen Seins allein als fundiert betrachtet werden. Sein apriorischer Grund ist wohl noch anderweitig zu suchen. Wir finden ihn in den Kategorien der Einheit und der Vielheit. Und in der Tat, wenn wir sagen, daß zwei Erscheinungen in irgend welcher Hinsicht identisch sind, so verstehen wir darunter den Umstand, daß ihnen gewisse Bestimmungen gemeinsam sind; sagen wir aber, sie

sind verschieden, so haben sie dann solche Bestimmungen aufzuweisen, die ihnen eben nicht gemeinsam sind. Unter der Gleichheit ist also die Gemeinsamkeit der Bestimmungen zu verstehen, und daher läßt sich auch die Gleichheit in der realen Welt als das Gemeinsame oder Einheitliche an der Mannigfaltigkeit des voneinander Geschiedenen definieren. Der Begriff der Gleichheit setzt also notwendigerweise die Begriffe der Einheitlichkeit und der Geschiedenheit voraus, die ihrer reinen kategorialen Form nach als in den Kategorien der Einheit und Vielheit enthalten zu denken sind. Insofern das logische Gesetz der Identität sich des Identitätsbegriffs bedient, erweist es sich also auch in diesen Kategorien fundiert. Dieses Prinzip ist somit hinsichtlich seiner beiden leitenden Gedanken, des Identitäts- und des Unzerstörbarkeitsgedankens, als apriorisch zu betrachten. Mit dem Begriff der Identität findet aber auch das allgemeine Axiom der Begriffsgleichheit in den reinen Verstandesbegriffen seine Begründung. Da wir nämlich unter dem Identischen das Gemeinsame oder Einheitliche verstehen, so ist das dem Identischen auf allgemeingültige Weise Zukommende auch als das, was dem Einheitlichen einheitlich ist, aufzufassen; es reiht sich also das Einheitliche an das Einheitliche und bildet zusammengenommen eine Ganzheit des Einheitlichen oder Identischen an den Dingen. Wir sehen also, daß auch das allgemeine Axiom der Begriffsgleichheit aus dem von selbst ersichtlichen Sinne des apriorischen Begriffes der Einheitlichkeit hervorgeht.

Es könnte aber scheinen, daß wir bei der Betrachtung des logischen Gesetzes der Identität unter dem Begriff der Unzerstörbarkeit etwas Widersinniges zugelassen haben. Wird nähmlich das Sein als ein Geschehen aufgefaßt, so ist ihm auch ein steter Wandel zuzugestehen, mit dem der Begriff der Unzerstörbarkeit sich aber garnicht zu

vertragen scheint. Nur einem Bleibenden, einer Substanz läßt sich eine Unzerstörbarkeit im Sinne einer Beharrlichkeit zugestehen. Die Unzerstörbarkeit ist jedoch nicht mit dem Begriff der Beharrlichkeit zu verwechseln. Die Substanz ist allerdings das, was dem im steten Wandel Begriffenen als Bleibendes unterliegt, daher ist ihr auch, wie Kant gezeigt hat, die besondere Eigenschaft, der Beharrlichkeit zuzugestehen. Eine solche kommt aber dem Wandelbaren nicht zu, und letzteres kann bloß insofern, als es als ein Geschehen daseiend ist, als unzerstörbar gedacht werden. Ist es vergänglich, so kommt ihm auch die besondere Seinsart des Bleibenden oder die Beharrlichkeit nicht zu. Das Bleibende und das Wandelnde, die Substanzen und Akzidenzen, und ebenso auch jedes andere Gedankengebilde, sei es ein apriorisches oder ein erfahrungsmäßig gewonnenes, lassen sich alle als seiend denken, und wenn sie als solche gedacht werden, so ist ihnen auch die Unzerstörbarkeit und zwar als notwendige Bedingung für die Möglichkeit ihrer Denkbarkeit zuzugestehen. Das Sein möge gedacht werden, wie es wolle, als substantielles oder akzidentelles, notwendiges oder zufälliges, als einem Bewußtseinserlebnis kommt ihm in allen Fällen ein individuelles Sein und mit diesem also auch die Eigenschaft der Unzerstörbarkeit zu.

Wie das logische Gesetz der Identität, so erweist sich auch das Gesetz des Widerspruches in den reinen Verstandesformen vollständig fundiert. Wir sagen, daß eine Erscheinung ein Dasein hat, wenn sie Bestimmungen aufweist, durch welche sie von den anderen unterschieden werden kann. Nur insofern sie solche Bestimmungen aufweist, ist sie auch als daseiend zu betrachten. Wenn nun eine von den eine Erscheinung konstituierenden Bestimmungen dieser Erscheinung abgesprochen wird, so ist sie offenbar auch nicht mehr als daseiend vorhanden. Die Bedingung, unter der die

kategorialen Formen des Seins und des Nichtseins bloß gedacht werden können, besteht eben darin, daß jegliches Sein unzerstörbar und daher auch sein gleichzeitiges Nichtsein vollständig ausgeschlossen ist. Daß etwas, was eine der wesentlichen Eigenschaften nicht aufweist oder überhaupt keine Bestimmungen besitzt, dennoch als Erscheinung vorhanden sein könnte, erweist sich für unser Urteilsvermögen als unannehmbar, weil das Soseiende dann auch durch nichts von dem nicht Soseienden unterschieden werden kann. Die Behauptung, daß etwas auf eine bestimmte Weise sei und gleichzeitig als ein Soseiendes nicht dasei, nennt man einen Widerspruch, und die Einsicht der Unzulässigkeit des Widerspruches als Vorbedingung für die Möglichkeit des Seins der Erscheinungen für uns in der Erfahrung erweist sich somit vollständig in den kategorialen Formen der Realität und Negation begründet. Indem unser logisches Denken sich von dieser Einsicht leiten läßt, um die Erscheinungen ihrer apriorischen Natur gemäß wahrheitsgetreu zu beurteilen, bedient es sich des logischen Gesetzes des Widerspruches, und dieses erweist sich daher ebenfalls in den reinen Formen des Verstandes begründet.

Der Satz des Widerspruches würde aber für uns keine Gültigkeit besitzen, wenn sich noch eine andere Daseinsform außer derjenigen des Seins oder Nichtseins denken ließe. Dann brauchte das Sein oder die Realität nicht die Negation und das Nichtsein nicht das Sein auszuschließen. Da nun unter den kategorischen Bestimmungen der Qualität außer der Bejahung oder dem Setzen des Seins und der Verneinung oder dem Setzen des Nichtseins keine dritte Qualität gegeben ist und sich auch nicht denken läßt, da unter der Kategorie der Limitation ja bloß das Setzen des einen und das gleichzeitige Verneinen eines anderen verstanden wird, so ergibt sich aus den kategorischen Formen des Seins und des

Nichtseins, daß die Erscheinungen auch nur so gedacht werden dürfen, daß zwischen dem Sein und Nichtsein eine dritte Seinsart nicht anzunehmen ist. Gerade auf diese kategorischen Voraussetzungen stützt sich das logische Gezetz des ausgeschlossenen Dritten, es ist somit als Ergänzung zum log. Gesetz des Widerspruches ganz ebenso wie dieses in den Kategorien der Qualität begründet. Wie die drei bisher betrachteten, so findet auch das vierte logische Gesetz, das Gesetz des hinzureichenden Grundes, in den reinen Verstandesformen seine Begründung. Es geht aber auf unmittelbare Weise aus der Kategorie der Kausalität hervor und erfordert daher auch keiner besonderen Deduktion.

18. Der kontinuierliche Zusammenhang der logischen Prinzipien und Gesetze des Denkens.

Die logischen Gesetze des Denkens sind die Gesetze des Begriffsbildens, Urteilens und Schließens selbst. Das Schließen ist das Handhaben der Begriffe und Urteile nach bestimmten Prinzipien und Regeln. Die logischen Gesetze enthalten aber in sich gar keine Hinweisungen darauf, was die Prinzipien und Regeln darstellen müssen, nach welchen beim Schließen mit den Begriffen und Urteilen verfahren werden soll. Sie stellen wohl gewisse Forderungen auf, die zu erfüllen sind, damit das Denken logisch einwandfrei sei, lassen aber die leitenden Gedanken, durch die solches tatsächlich zustande gebracht wird, unbestimmt bleiben, obwohl sie dieselben gleichzeitig doch als etwas ganz Selbstverständliches hinstellen. Diese Gedanken sind die uns bekannten, verschiedenen Grundsätze und Regeln des deduktiven Verfahrens.

Unter diesen Grundsätzen gibt das Prinzip des deduktiven Schließens als die allgemeinste Regel auch die

allgemeine Richtung an, wie die Begriffe in Übereinstimmung mit den logischen Gesetzen zu handhaben sind und eine Übereinstimmung des Begrifflichen mit dem Tatsächlichen erreicht werden kann. Dieses Prinzip stützt sich, wie wir gesehen haben, auf das allgemeine Axiom der Begriffsgleichheit und steht auch durch dessen Vermittelung in direktem Zusammenhang mit den reinen Begriffen des Verstandes. Indem es die Befolgung dieses Axioms fordert, bringt es auch die Grundgedanken des logischen Gesetzes der Identität zur Geltung, dem zufolge die Erscheinungen gerade deswegen, weil sie als etwas Individuelles bloß sich selbst gleich sein können und daher auch als unzerstörbar zu betrachten sind, auch beim Denken als solche beurteilt werden müssen. Darum müssen auch die Erscheinungen, damit sie in der Gesamtheit ihrer Bestimmungen identisch seien, gleichfalls in den Bestimmungen ihrer Bestimmungen als identisch aufgefaßt werden.

Durch die Befolgung des Axioms der Begriffsgleichheit wird gleichzeitig aber auch die Befolgung des logischen Gesetzes des Widerspruches erreicht. Da nämlich ein jeder Verstoß gegen das Axiom der Begriffsgleichheit zu Widersprüchen zwischen unseren Gedanken und den Tatsachen führt, die Befolgung desselben aber gegen Widersprüche schützt, so bringt das Prinzip des deduktiven Schließens, indem es die Beibehaltung der Identität der Begriffe fordert, gleichzeitig auch die Forderung zur Geltung, daß keine Widersprüche zugelassen werden dürfen, d. h., daß von den einer Erscheinung oder einem Begriffe zugesagten Bestimmungen oder von den diesen Bestimmungen zukommenden Bestimmungen keine einzige verneint werden darf. Da nun das Gesetz des Widerspruches zu seiner Gültigkeit auch die Gültigkeit des Gesetzes des ausgeschlossenen Dritten voraussetzt, so gelangt bei der Befolgung

des Axioms der Begriffsgleichheit auch dieses Gesetz zur Geltung.

Das Prinzip des deduktiven Schließens ist jedoch zu allgemein und zu abstrakt, als daß es beim Schließen jedesmal unmittelbar zur Anwendung kommen könnte, denn es ist nicht an die besonderen Eigenheiten der Begriffe in den Schlüssen angepaßt. Es besagt nur, daß das Aneinanderreihen der Begriffe auf Grund der unter ihnen bestehenden vollständigen oder teilweisen Gleichheit zu geschehen habe. Wie das in den einzelnen Fällen erreicht werden kann, darüber geben uns erst die Dicta und das Axiom der Gleichheitsschlüsse Aufschluß, die in ihrem Wortlaut gerade auf die besonderen Eigenheiten der Identitätsbeziehungen der Begriffe in den Urteilen berechnet sind. In diesen Regeln kommt das Prinzip des deduktiven Schließens in seiner Anwendung auf die individuellen Eigenschaften der Schlüsse zur Geltung. Haben wir es mit Subsumtionsschlüssen zu tun, so geschieht das Schließen nach der Vorschrift der beiden Dicta, in den beiden ersten Figuren nach dem Dictum de o. et de n., in den beiden letzten nach dem Dictum de reciproco. Liegen aber Indentitätsschlüsse vor, so hat das Schließen nach den Axiomen der Gleichheitsschlüsse zu geschehen, die auf unmittelbare Weise aus dem allgemeinen Axiom der Begriffsgleichheit hervorgehen. In allen Fällen handelt es sich also beim Schließen nur um die Befolgung der logischen Gesetze durch Vermittelung des Indentitätsaxioms.

Die genannten Gesetze, Prinzipien und Regeln müssen befolgt werden, damit das Schließen in formaler Hinsicht richtig sei. Wenn aber etwas nicht im Einklang mit ihnen erschlossen worden ist, so ist das ohne einen zureichenden Grund zugelassen worden. Das Gesetz des Grundes erfordert somit die Befolgung dieser Gesetze, und die Befolgung des Gesetzes des Grundes wird gerade durch

die Befolgung dieser Gesetze erreicht. Daraus erhellt, daß auch das log. Gesetz des Grundes mit den übrigen Gesetzen und mit den logischen Regeln in einem notwendigen Zusammenhange steht.

Da nun der vorausgesetzten teilweisen oder vollständigen, für das Zustandekommen eines Schlusses notwendigen Gleichheit der Begriffe durchweg ein teilweises oder vollständiges Koinzidieren der Erscheinungen und ihrer Bestimmungen entspricht, so kann auch in der Tat durch das Aneinanderreihen der Begriffe auf Grund ihrer inhaltlichen und umfänglichen Gleichheit nach dem deduktiven Prinzip zu Schlüssen und letzterer zu Schlußketten die Koinzidenz der durch die Außenglieder der Schlußketten bezeichneten Erscheinungen, wie das in Wirklichkeit auch statthat, erschlossen werden. Somit sind also die theoretischen Gründe für die Möglichkeit einer rein deduktiven Erkenntnis von uns ausführlich dargelegt worden. Ob aber die durch solch ein deduktives Verfahren ermittelte Erkenntnis auch tatsächlich ein neues Wissen darstellt und ob dieses Wissen auch auf objektive Gültigkeit Anspruch erheben darf, hängt wohl von der Beschaffenheit der letzten inhaltlichen Prinzipien ab, durch die der besondere Inhalt des Erschlossenen sich als bedingt erweist, in gleicher Weise aber auch davon, woher diese Prinzipien selbst stammen und wie sie zur Geltung gelangen. Alle diese Fragen müssen eingehend behandelt werden, wenn wir uns über den objetkiven Wert der deduktiv ermittelten Erkenntnisse Klarheit verschaffen wollen. Daher wenden wir uns nun der Betrachtung der inhaltlichen Voraussetzungen der deduktiven Erkenntnis zu.

Zweiter Teil.

Formen, Prinzipien und gnoseologischer Wert der diskursiven Erkenntnis.

Erstes Kapitel.

Das deduktive und induktive Schliessen als Mittel der diskursiven Erkenntnis.

19. Der Wert der Schlüsse aus Einzel- und Partialurteilen.

Bevor wir an unsere Aufgabe herantreten und darzulegen versuchen, wie und aus welchen Gründen das diskursive Denken zu einer neuen objektiv gültigen Erkenntnis zu führen vermag, werden wir uns mit den Einwendnngen abzufinden haben, die regelmäßig gegen den Nutzen der Deduktion erhoben werden. Es heißt, die Deduktion trage nichts zur Gewinnung neuen Wissens bei, da die Schlußsätze schon in den allgemeinen Prämissen, aus denen sie abgeleitet werden, enthalten seien und daher auch neben dem in den Prämissen schon als richtig Vorausgesetzten nie etwas Neues darstellen können. Aus demselben Grunde eben könne das deduktive Schließen auch nicht einmal zum Vorherbestimmen des natürlichen Geschehens dienen,

denn mit den Prämissen sei schon alles gesagt, und daher brauche aus ihnen auch nichts erschlossen zu werden. Nur als Mittel zum Beweisen des schon Erkannten könne ihm höchstens ein Wert zugestanden werden. Da aber die allgemeinen Prämissen selbst nicht deduktiv erschlossen werden können, sonderen letzten Endes immer durch Induktion gewonnen werden, so müsse auch dieser der größere Wert zugestanden werden und jegliches logische Denken sich durch sie erklären lassen.

Diesen Einwendungen gegenüber sind wir der Meinung, daß das deduktive Schließen unabhängig von der Induktion für uns einen ganz selbständigen Wert besitzt, daß es zur Gewinnung allgemeingültigen Wissens wie auch zur praktischen Verwertung desselben unentbehrlich ist und daß der rein verstandensmäßigen Erkenntnis vor jeder erfahrungsmäßigen jedenfalls der höhere Gewißheitsgrad zukommt. Da aber bei allen Einwendungen gegen die Deduktion von der falschen Voraussetzung ausgegangen wird, daß eine der Prämissen unbedingt allgemeiner Natur sein, also ein allgemeines Urteil darstellen müsse, damit sich überhaupt etwas deduktiv erschließen lasse, und dieses Vorurteil auch eine beträchtliche Stütze für die irrige Meinung hinsichtlich des wissenschaftlichen Wertes der Deduktion bildet, so wollen wir in erster Linie dieses Vorurteil zu beseitigen suchen und zeigen, wie die Deduktion schon aus erfahrungsmäßigen Einzelurteilen ein wertvolles Wissen zu vermitteln imstande ist und selbst für die wissenschaftliche Erkenntnis von Nutzen sein kann.

Unsere praktische Tätigkeit bringt es mit sich, daß wir in Hunderten von Fällen uns veranlaßt sehen zu fragen, wie an den Erscheinungen gewisse Eigenheiten und Veränderungen hervorzurufen sind, um auf Grund ihrer uns bekannten Eigenschaften und Regelmäßigkeiten gewisse Resultate zu erreichen. Dabei bedienen wir

uns oft der Schlüsse aus solchen Prämissen, die durchaus keine wissenschaftlichen Verallgemeinerungen, sondern bloße Erfahrungstatsachen darstellen. Erläutern wir dieses durch ein Beispiel. Nehmen wir an, wir befinden uns im Zimmer und lesen; es wird dunkel, und wir müssen mit dem Lesen aufhören. Es entsteht die Frage: was sollen wir tun, d. h. welche Veränderungen hätten wir in der Erscheinungswelt hervorzubringen, um weiter lesen zu können? Um diese Frage zu beantworten, ist es notwendig, sich an das zu erinnern, was uns von den Umständen, in denen wir uns befinden, sowie von unserer Fähigkeit zu Tätigkeiten und von den dabei erzielten Resultaten bekannt ist. Wenn wir uns nun vergegenwärtigt haben, welche einzelnen Tätigkeiten die gewünschten Wirkungen nach sich ziehen, und eingesehen haben, wie und in welcher Reihenfolge diese Tätigkeiten erfolgen müssen, so wären wir zur Erkenntnis der zur Herbeiführung des bestrebten Effekts erforderlichen Bedingungen gelangt. Das erwünschte Resultat wäre dann dadurch zu erreichen, daß die Erscheinungen und Veränderungen auch tatsächlich, entsprechend der gewonnenen Erkenntnis, durch die erforderlichen Tätigkeiten zusammengebracht und aneinandergereiht werden. Das dem Anreihen der Tätigkeiten vorausgehende Anreihen der die Erscheinungen und ihre Bestimmungen bezeichnenden Begriffe zu einer Schlußkette ergibt sich in allen Fällen als Antwort auf folgende Fragen: welche Erscheinung muß mit der ersten zusammengebracht werden, damit sie mit einer dritten, und welche mit der dritten, damit sie mit einer fünften u. s. w. zusammenbestehen könnte? In unseren Beispiel würden die Antworten auf diese Fragen in einer Schlußkette folgendermaßen lauten: das Lesen ist nur bei Licht möglich, Licht gibt die brennende Lampe, das Brennen der Lampe wird durch Anzünden derselben bewirkt, das Anzünden durch das An-

streichen eines Streichholzes usw. Zum Schluß also würde man nach der Streichholzschachtel greifen und alles übrige folgen lassen. Solcher Schlüsse bedienen sich die Menschen alltäglich in unzähligen Fällen. Es sind zumeist die Erfahrungen des Alltagslebens, die ihnen Auskunft geben, wie gehandelt werden muß. Eine wissenschaftliche Erkenntnis ist in solchen Fällen wohl nicht vonnöten. Wenn wir am Morgen das Bett verlassen, uns ankleiden und waschen, und dabei eine ganze Reihe von Bewegungen ausführen, so brauchen wir nicht die ihnen zugrundeliegenden Naturgesetze zu kennen. Um beim Aufstehen und Gehen im Gleichgewichte zu verharren, brauchen wir nicht die Gesetze der Statik zu Rate zu ziehen. Was hier in Betracht käme, wäre bloß die Kenntnisnahme gewisser Umstände und der Art, wie unsere körperlichen Fertigkeiten bei der Vollführung dieser Handlungen den Umständen gemäß angewandt werden können. Die aus diesem rein historischen Erkenntnismaterial gebildeten Schlüsse, würden aber uns nicht darüber Aufschluß geben, wie allemal gehandelt werden soll, sondern bloß darüber, auf welche Weise einmal in einem gewissen Falle gehandelt worden ist und wie diesem entsprechend in einem ähnlichen Falle gehandelt werden könnte. Diese Schlüsse geschehen daher auch ohne klare Einsicht in die notwendigen Bedingungen für die Möglichkeit eines Geschehens und reichen oft in das Gebiet des begrifflich noch nicht klar genug Unterschiedenen, sozusagen in das Gebiet des Gefühlsmäßigen. So kommt es häufig vor, daß ungeachtet unserer Geschicklichkeit bei der Vollführung gewisser Bewegungen, wir dennoch nicht imstande sind anzugeben, durch welche einzelnen Teilbewegungen unserer Gliedmaßen und Muskeln jene zustande kommen. Welcherlei und wie mannigfaltig die Fähigkeiten und Fertigkeiten sind, die zur Vollführung selbst einer ganz gewöhnlichen

Bewegung oder zur Ausübung einer Tätigkeit erforderlich sind, vermögen wir oft erst dann einzusehen, wenn wir die Fähigkeit verloren haben, diese Bewegung auszuführen, oder, wenn wir diese Fähigkeit noch nicht besitzen, sie erst erwerben müßten. Ist ein Körperteil verletzt, so macht man oft, die Beobachtung, daß man der Fähigkeit beraubt ist, eine ganze Reihe von Muskelbewegungen, deren Abhängigkeit von den Muskeln des verletzten Körperteiles man nie vermutet hätte, zu vollführen. Wer auf einem Blasinstrumente zu spielen versteht, bewegt mühelos seinen musculus buccinator, ohne sich dessen bewußt zu werden, wie kompliziert eine jede Bewegung desselben ist und wie diese zustande gebracht wird. Wie leicht gerät aber der in Verzweiflung, der diese Kunst erst erlernen will, aber die Gabe dazu nicht besitzt. Hier haben wir es mit einem Berechnen und Anpassen unserer Fähigkeiten und Tätigkeiten an die Umstände zu tun, was nicht immer auf klare Weise geschieht. Dieses Anpassen ist aber nichts anderes als das Schließen selbst, welches sich an das Gebiet des unterbewußten, reflektorischen Reagierens anschließt. Auch beim bewußten logischen Denken und Handeln bedienen wir uns oft solcher begrifflich nicht klar genug diszernierter Vorstellungsgruppen und mechanischer Fertigkeiten. Dieses pflegt selbst dann schon vorzukommen, wenn wir z. B. jemand etwas mitzuteilen haben. Wir sind uns dann anfangs oft wohl der Hauptsachen klar bewußt, nicht aber der Nebensachen sowie der Worte und Sätze, durch die das zu Berichtende auszudrücken ist. Letztere werden nicht klar vorgestellt, sondern etwa gefühlsmäßig erlebt, gesucht und gewählt. Erst bei einer entsprechenden ganz allgemeinen Anstrengung beginnen sie sich im Bewußtsein deutlich zu differenzieren und finden sich schließlich auch wie von selbst ein.

Solcher Schlüsse aus nicht streng genug verallgemeinerten und definierten Erfahrungstatsachen bedienen wir uns nicht allein in unserem Privatleben, sondern auch im Berufsleben. Ein jeder Beruf versetzt uns häufig in eine solche Lage, wo wir aus erlebten Einzelfällen die Art und Weise unseres Verfahrens zu erschließen haben. Wir bedienen uns solcher Schlüsse aus Einzeltatsachen auch selbst zur Gewinnung wissenschaftlicher Erkenntnisse. Wie weiter unten gezeigt werden soll, werden die eine allgemeingültige Erkenntnis betreffenden Annahmen oft durch Schlüsse aus Einzel- oder Partialurteilen, mit Hilfe der sog. Analogieschlüsse gewonnen. Insofern dergleichen Annahmen für die neue Erkenntnis von Nutzen sein können, ist auch den Schlüssen aus Einzel- oder Partialurteilen ein wissenschaftlicher Wert zuzugestehen. Zwar sind die Analogieschlüsse keine apodiktischen Schlüsse, jedoch stellt auch ein jedes Erschließen aus erfahrungsmäßig gewonnenen allgemeinen Prämissen, wie aus dem weiter unten Folgenden erhellen wird, im Grunde genommen, nicht viel mehr als ein analogisches Schließen dar. Jegliche erfahrungsmäßig gewonnene allgemeine Erkenntnis bildet ja, solange ihre Allgemeingültigkeit nicht aus rationalen Gründen erkannt ist, für den Erkennenden nichts mehr als eine größere oder geringere Annäherung an das tatsächlich Allgemeingültige; daher ist auch den Schlüssen aus Einzel- und Partialurteilen somit ebenso wie denjenigen aus erfahrungsmäßigen Prämissen ein wissenschaftlicher Wert zuzugestehen. Kehren wir jedoch zu den Schlüssen mit allgemeinen Prämissen zurück.

Wir hatten uns die Frage vorgelegt, ob diejenigen Logiker Recht haben, die behaupten, die Deduktion aus allgemeingültigen Prämissen sei nicht imstande neue Erkenntnis zu vermitteln. Man könnte darauf erwidern, daß die Mathematik eine aus allgemeinen Prämissen rein

deduktiv gewonnene Erkenntnis darstelle und gleichzeitig auch objektive Gültigkeit besitze. Dagegen wird aber bekanntlich eingewandt, daß die objektive Gültigkeit der mathematischen Gesetzmässigkeiten garnicht in der Deduktion allein, sondern auch in den Axiomen ihre Begründung finde; diese seien aber aus der Erfahrung auf dem Wege der Induktion gewonnen, daher müsse auch die Erfahrung für die ursprüngliche Quelle der mathematischen Erkenntnis angesehen werden. Da nun dieser Einwand nicht nur gegen den Wert der mathematischen Deduktionen, sondern auch gegen jede diskursive Erkenntnisart erhoben werden kann, so ist die gestellte Frage ganz allgemein zu nehmen und zu untersuchen, ob eine objektiv gültige Erkenntnis überhaupt auf rein diskursivem Wege gewonnen werden könne, und wie man zu den letzten Prämissen der verstandesmäßigen Deduktionen gelangt ist. Da die Mathematik sich der Gleichheitsschlüsse bedient, diese aber einen Sonderfall der kategorischen Schlüsse darstellen, so wollen wir mit der Betrachtung der allgemeineren Subsumtionsschlüsse beginnen und zunächst festzustellen suchen, ob auch tatsächlich und zwar wo und wie eine neue objektiv gültige Erkenntnis durch solche Schlüsse sich jemals hat ermitteln lassen.

20. Der Erkenntniswert der vier syllogistischen Figuren.

I. Figur.

Zu dem Urteil, daß ein S P ist, können wir direkt durch die Erfahrung berechtigt sein. Wenn aber dieser Weg versagt ist, so können wir diesem Urteil noch auf eine andrere Weise und zwar durch die Deutung von Begriffen und durch die aus ihr hervorgehenden Schlußfolgerungen eine Begründung geben. Das Anpassen und Anordnen der Begriffe zu Schlüssen kann verschiedene

Ausgangspunkte haben und infolgedessen jedesmal eine eigenartige Aufeinanderfolge der Begriffe mit sich führen, je nachdem, von welchen Begriffen ausgegangen wird und was für Arten von Erscheinungen die Begriffe bezeichnen. Dadurch wird auch in einem jeden Falle der besondere Weg der Erkenntnis charakterisiert.

Wenn wir nun bei der Betrachtung gegebener Begriffe zu irgend einer Behauptung S—P durch Vermittelung eines dritten Begriffes M gelangen wollen, so können die Schlüsse je nach den Begriffen, die schon gegeben sind, und nach dem dritten Begriff, der zum Vollziehen des Schlusses herangezogen wird, folgendermaßen charakterisiert werden. Es können von den drei Begriffen S, M, P entweder S oder M oder P fehlen, die anderen aber entweder einzeln, wie z. B. S und P, oder aber in den Verbindungen S-M, M-P, P-M, M-S gegeben sein. Das Anreihen der Begriffe zu Schlüssen kann also in der Form aller vier Figuren geschehen. Am deutlichsten läßt sich das an der ersten Figur ersehen. Wir werden daher auch den Prozeß des Zustandekommens der Schlüsse an der ersten Figur ausführlicher betrachten und, da die Anzahl der Schlüsse in dieser Figur am zahlreichsten ist, dieselben auch, um ihren Erkenntniswert bestimmen zu können, nach den Arten der Gestaltung gruppieren. Bei den anderen Figuren wird eine solche Gruppierung zur Bestimmung und Charakteristik ihres Erkenntniswertes nicht vonnöten sein. In der I. Figur lassen sich folgende drei Typen unterscheiden:

a) Erster Typus der Anreihung der Begriffe zu Schlüssen in der I. Figur: der Geganke geht vom Urteil M-P aus. Nehmen wir an, daß von den drei Begriffen S, M, P uns zwei Begriffe in der Verbindung M-P gegeben sind, die ein Urteil über die gesetzmäßige Verbindung zweier Erscheinungen darstellt. Wenn wir jetzt an irgend einer Erscheinung S das M antreffen, so dürfen

wir wohl behaupten, daß die Bestimmung oder Erscheinung P, die mit dem M gegeben ist, auch an dieser neuen Tatsache anzutreffen ist. Wir gelangen somit zu dem Schlußsatz S ist P. Die neue Erkenntnis, die durch dieses Urteil gewonnen ist, wird offenbar darin bestehen, daß das P mit einer neuen Erscheinung, die in dem M nicht gedacht wurde, in einen Zusammenhang gebracht worden ist. In diesem Fall ist also das Erschließen neuen Wissens durch die Tatsache zustande gebracht, daß ein neuer Träger oder Fall S der Erscheinung M gefunden worden ist. Für einen solchen Typus der logischen Begriffsanreihung lassen sich u. a. folgende Beispiele von wissenschaftlichem Wert anführen.

Im Jahre 1850 berechnete Foucault die Geschwindigkeit des Lichtes mit Hilfe einer Vorrichtung, durch die er den Moment bestimmen konnte, wann ein Lichtstrahl von einer Lichtquelle ausging und wann er zu ihr zurückkehrte, nachdem er von einem Spiegel reflektiert worden war. Der Zeitunterschied dieser beiden Momente entsprach der Zeit, in welcher die doppelte Strecke von der Lichtquelle bis zum Spiegel vom Lichtstrahl durchlaufen wurde. Die Division des Zeitintervalls durch die in Metern ausgedrückte Länge der Strecke ergab die Geschwindigkeit des Lichtes. Dieses von Foucault angewandte Verfahren hatte sich bald auch bei anderen Untersuchungen von großem Nutzen erwiesen. Da nämlich auch der Schall reflektiert werden kann, so zog Regnault hieraus den Schluß, daß die Geschwindigkeit des Schalles sich auf eine ähnliche Weise berechnen lassen müßte. In den Jahren 1862—1866 führte er nach dem Vorgang Foucaults in den neugelegten Röhren der Pariser Wasser- und Gasleitungen Messungen aus zur Berechnung der Geschwindigkeit des Schalles in verschiedenen Medien und hatte dabei guten Erfolg. Da es nun in der Physik eine ganz gewöhnliche Erscheinung ist, daß die auf

einem ihrer Gebiete gemachten Entdeckungen den Forschern neue Methoden der Untersuchung an die Hand geben, um auf anderen Gebieten zu neuen Entdeckungen zu gelangen, und letztere sich bloß daraus ergeben, daß neue Tatsachen mit schon existierenden Erforschungsmethoden in einen Zusammenhang gebracht werden, so geht daraus klar hervor, daß das syllogistische Schließen in dem beschriebenen Typus auch für die wissenschaftliche Erkenntnis als ein Entdeckungsmittel von Bedeutung ist.

Einen Schluß vom selben Typus, aber mit einem negativen Schlußsatz stellt folgendes Beispiel dar. Um aus den 64 möglichen Kombinationen der Begriffe und Urteile zu Schlüssen die gültigen Schlüsse herauszufinden, wird in der Logik folgendermaßen verfahren. Man kommt durch Überlegung zu gewissen Regeln, denen jeder gültige Schluß entsprechen muß. Die 64 möglichen Schlüsse werden nun einzeln vom Standpunkte der Anforderungen dieser Regeln der Reihe nach betrachtet und diejenigen von ihnen gestrichen, die diesen Anforderungen nicht entsprechen. Die übrigen Schlüsse werden aber als gültig akzeptiert. So ergeben sich aus kategorischen Urteilen nicht mehr als neunzehn gültige Schlüsse.

b) Zweiter Typus der Anreihung der Begriffe zu Schlüssen in der I. Figur: der Gedanke geht vom Urteil S-M aus. Diese Art des Schließens, bei der man von zwei einander zukommenden Erscheinungen S-M ausgeht, pflegen da vorzukommen, wo man die Eigenschaften oder Bestimmungen M eines Trägers S erforscht und zum Schluß zu neuen Aussagen über den Träger selbst gelangt. Ein Beispiel für diese Schlußart bietet die Entdeckung der Fixsternbewegungen. Nachdem im vorigen Jahrhundert die Spektrallinien entdeckt worden waren und Kirchhoff und Bunsen die richtige Deutung

des Zusammenhanges der hellen und dunklen Spektrallinien gefunden hatten, war es einigen Forschern aufgefallen, daß diese Linien in den Spektren verschiedener Sterne Verschiebungen aufweisen. Diese seltsame Erscheinung hatte zu Untersuchungen angeregt und zum Schluß zu der neuen Entdeckung geführt. Es hatte sich nämlich das auf rein theoretischem Wege von Doppler gefundene Prinzip, daß die Anzahl der Wellen, die in einer Sekunde von einem sich bewegenden vibrierenden Körper ausgeht, von der Bewegungsgeschwindigkeit des Körpers selbst abhängig ist, auch auf die Lichtwellen anwenden lassen, und daraus konnten zum Schluß auch die Verschiebungen der Spektrallinien in den Spektren der Fixsterne durch die Bewegung derselben erklärt werden. Bezeichnen wir diese Sterne mit S und die Verschiebungen ihrer Spektrallinien mit M, so ist S M der Tatsachenzusammenhang, von dem ausgegangen wurde. Da die Verschiebung M durch die Zunahme der Anzahl der Lichtwellen hat erklärt werden können, so konnte diese Erscheinung auch unter das Dopplersche Prinzip subsumiert werden, und hieraus ließ sich auch der Erscheinung S die Beweglichkeit P zuschreiben.

c) Dritter Typus der Anreihung der Begriffe zu Schlüssen in der I. Figur: der Gedanken geht von den Begriffen S und P aus und sucht durch Vermittelung eines dritten Begriffes M einen Zusammenhang zwischen ihnen herzustellen.

Wenn wir uns die Frage vorlegen, ob ein S P ist, so suchen wir die Lösung, indem wir darüber nachdenken, ob an den Erscheinungen etwas ihnen Gemeinsames vorzufinden ist. Dazu versuchen wir in unserem Gedächtnis alles das wachzurufen, was mit dem S und gleichfalls mit dem P verbunden ist. Erst dann, wenn solche Bestimmungen gefunden sind, die sowohl mit dem S als auch mit dem P in einem Zusammenhange stehen, kommt ein Schluß zustande. Solange an den Begriffen S und P nichts Ge-

meinsames mit einem M gefunden ist, liegt auch kein Grund zu einer Behauptung des P vom S vor und es kann höchstens das P vom S verneint werden. Typische Fälle einer derartigen Anreihung der Begriffe zu Schlüssen stellen die geometrischen Konstruktionen und Beweise dar. Hier sind gewisse Stücke gegeben, die logisch zusammengefügt werden müssen. Zu ermitteln sind die Zwischenglieder und Gedanken, die die gegebenen Stücke so verbinden, daß durch ihre Anordnung eine Figur oder eine Begriffsverbindung logisch folgerichtig hervorgeht. Ganz ebenso verhält es sich auch in den Fällen, wenn wir uns z. B. die Fragen vorlegen, wie aus gegebenem Material etwa ein Haus, eine Maschine gebaut oder ein physikalisches Instrument hergestellt werden soll. Auch theoretische Probleme lassen sich in dem dritten Schlußtypus entscheiden. Der Physiker Arago hatte 1838 den Vorschlag gemacht, vermittels gemessener Lichtgeschwindigkeiten experimentell die beiden vorhandenen Lichttheorien auf ihre Richtigkeit hin zu untersuchen. Er hatte hierfür die Verwendung rotierender Spiegel empfohlen. Das Verhältnis der Lichtgeschwindigkeiten in Luft und Wasser betrug nach der Emissionstheorie 3:4, nach der Undulations- oder Schwingungstheorie aber 4:3. Im Jahre 1850 bestimmte nun Foucault das Geschwindigkeitsverhältnis auf 4:3; dadurch war auch die Schwingungstheorie als alleingültig nachgewiesen.

II. Figur.

Die zweite Figur gibt nur negative Schlußsätze und kann daher zu Widerlegungen aber auch zur Begründung negativer Urteile dienen. Bei dieser Figur ist es vollständig hinreichend, wenn wir die Unzulänglichkeit einer Behauptung S—P darlegen wollen, daß wir solche Urteile herbeischaffen, aus denen zu ersehen ist, daß einem dieser Begriffe etwas nicht zukommt, was dem anderen

wohl zugeschrieben werden kann. Es lassen sich dabei zwei Fälle unterscheiden, je nachdem, welcher von den beiden Vordersätzen negativ ist. Im ersten Falle: $\frac{P—M}{S \text{ non } M,}$ wird vom S etwas verneint, was dem P aber gerade zugesagt wird. Es kann daher auch das P vom S nicht ausgesagt werden, da im entgegengesetzten Falle dem S als einem Artbegriff von P auch das dem letzteren zukommende M zugesagt werden müßte, was aber der Prämisse S non M zuwiderläuft. Im zweiten Falle: $\frac{P \text{ non } M}{S—M,}$ wird vom P etwas verneint, was dem S gerade zukommt. In diesem Falle muß auch das P vom S verneint werden da, wenn das nicht geschehen würde, auch das M vom S in der unteren Prämisse verneint werden müßte, denn was der Gattung P durchaus nicht zukommt, darf auch der Art nicht zugeschrieben werden.

Als Beispiel für die erste Schlußart der II. Figur können die Beweise angeführt werden, deren sich J. Locke zur Widerlegung der Annahme des Vorhandenseins angeborener Ideen bedient hat. Die angeborenen Ideen, findet er, müssen allen Menschen gemein sein; die Idee Gottes sei es aber nicht, denn die wahrsten und besten Ansichten, die die Menschen je von Gott besessen haben, seien durch ein intensives Nachdenken und Überlegen erworben; andererseits gebe es Völker, deren Theologie darin bestehe, ausdrücklich eine Mehrheit von Göttern oder überhaupt keinen Gott anzuerkennen. Dergleichen Gedanken über Gott wären jedoch nicht möglich, wenn die Idee Gottes eine angeborene sein würde. Also ist die Idee Gottes keine dem Menschen angeborene [1]). Ihm erwidert bekanntlich Leibniz in seinen „Nouveaux Es-

1) J. Locke. Über den menschlichen Verstand. I, 4, § 15 ff.

sais", wo er seine Beweise für das Angeborensein der Idee Gottes meistenteils in der I. Figur führt. Es ist also hieraus zu ersehen, wie auf dem Gerüste der beiden ersten Figuren der logische Gedankengang ganzer philosophischer Werke errichtet werden kann.

Ein Beispiel für die zweite Schlußart der II. Figur bietet uns folgender Fall. In der Psychologie nahm man bis vor kurzem noch an, daß wir es bei der Erregung der Nerven mit elektrischen Strömen, die im Nervensystem zirkulieren, zu tun hätten. Als aber durch physiologische Messungen festgestellt wurde, daß die Geschwindigkeit, mit der die Erregung sich in den Nerven fortpflanzt, bloß 68 m beträgt, während die Geschwindigkeit der Elektrizität und des Lichtes bekanntlich 300 000 km in der Sekunde erreicht, also nicht die Geschwindigkeit der Nervenerregungen besitzt, da war die irrtümliche Annahme der Physiologen widerlegt. Man versucht daher heutzutage die Nervenerregung durch eine andere Erscheinung, zu erklären wie z. B. durch den Prozeß der Explosion, dem eine gleiche Geschwindigkeit, wie die der Nervenströme zukommt.

III. Figur.

Die dritte Figur vermittelt die Aussage eines Begriffes P von einem anderen S auf Grund dessen, daß die durch diese Begriffe bezeichneten Erscheinungen zu einer dritten Erscheinung M in affirmativer oder negativer Beziehnung stehen. Die Schlüsse in dieser Figur sind von Lambert Schlüsse de extemplo genannt worden, und das auch mit Recht, denn sie ermöglichen ein Erschließen neuen Wissens schon aus einzelnen Erfahrungstatsachen, und führen somit zu neuem Wissen durch ein bloßes Anführen derselben. Diese Figur gibt bekanntlich nur partiale Schlußsätze, und die neue Erkennt-

nis, die durch sie gewonnen wird, besteht eben darin, daß das Aussagen einer Erscheinung von einer anderen als möglich dargelegt wird. Doch soll dadurch nicht gesagt sein, daß die dritte Figur bloß eine besondere Form der problematischen Schlüsse darstelle. Gewöhnliche Fälle des Schließens in dieser Figur sind die, in denen wir durch Anführen von Beispielen Antworten auf irgend welche uns vorgelegte Fragen zu geben suchen. Nehmen wir an, wir wollten uns Aufschluß über die Fragen verschaffen, ob eine bestimmte Krankheit geheilt werden könne, ob Frauen bei entsprechender Bildung in der Wissenschaft etwas leisten können, und über dgl. a. Wenn es uns nun gelingt, Einzeltatsachen anzuführen, an denen die voneinander auszusagenden Bestimmungen als zusammenbestehend auftreten, so sind die Fragen dadurch auch beantwortet. Die Antworten können dann so erfolgen:

Eine Person (M) litt an einer bestimmten Krankheit (S) von der sie geheilt wurde (P); diese Krankheit ist also heilbar.

Ladd-Franklin (M) ist eine Amerikanerin (S), sie (M) hat in der mathematischen Logik eine wichtige Formel gefunden (P); also können Frauen wohl hervorragendes in der Wissenschaft leisten.

Die Planeten haben kein eigenes Licht. Die Planeten sind im Dunkeln sichtbar; also können Körper, die kein eigenes Licht besitzen, am dunklen Himmelsgewölbe doch sichtbar sein.

An der dritten Figur können wir uns wieder davon überzeugen, wie durch ein Nachdenken über einen alten Wissensschatz auf rein logischem Wege neue Erkenntnisse gewonnen werden können. Besonders wertvoll ist diese Figur uns aber aus dem Grunde, weil durch sie auf dem Wege eines bloßen sich Erinnerns schon aus Einzeltatsachen ein neues Wissen erschlossen werden kann.

IV. Figur.

Gegen die IV. Figur wird gewöhnlich der Einwand erhoben, sie sei ganz überflüssig, da sie dasselbe wie die erste Figur, aber bloß auf eine verkehrte Weise darstelle. Jedoch besteht unserer Ansicht nach gerade im Verkehrten der Wert dieser Figur, und sie ist neben der I. Figur als etwas ganz Selbständiges und durchaus Erforderliches zu betrachten.

Die IV. Figur unterscheidet sich von der I. dadurch, daß der Begriff, über den im Schlußsatze etwas behauptet wird, d. h. das Subjekt des Schlußsatzes, in den Prämissen eine ganz andere Stellung einnimmt, wie in den Prämissen der I. Figur.

I. Figur.	IV. Figur.
M—P	P—M
S—M	M—S
S—P	S—P

Während jener Begriff in dem Untersatze der I. Figur die Stelle eines Subjekts einnimmt, tritt er in der IV. Figur an der Stelle des Prädikats auf. Die inverse Anordnung der Termini in der IV. Figur scheint wohl etwas rein Äußerliches darzustellen, ist es aber durchaus nicht, da gerade in diesem Umstande das Wesenhafte dieser Figur besteht. Häufig kommt es nämlich vor, daß wir über einen Begriff notwendig ein Urteil fällen müssen, dieser aber in unserem Gedankenschatze nicht anders als an der Stelle des Prädikats einer Aussage gegeben ist; dann werden wir offenbar in der IV. Figur schließen müssen. Haben wir es z. B. mit folgenden Vordersätzen eines Schlusses zu tun:

Sterne, die kein eigenes Licht haben, sind Planeten,
Planeten sind aber sichtbar,

dann können wir nach der ersten Figur so schließen: dunkle Himmelskörper können doch sichtbar sein. Wenn

es nun aber darauf ankäme, über den Begriff „sichtbar" ein Urteil zu fällen, dann würde sich als Schlußsatz in der IV. Figur folgendes Urteil ergeben: unter den sichtbaren Körpern gibt es solche, die kein eigenes Licht besitzen. Wir haben somit eine Aussage über eine Tatsache getan, die bloß als Prädikat uns gegeben war.

Der Subjektsbegriff des Schlußsatzes hat aber auch in der dritten Figur die Lage eines Prädikats in den Prämissen, und es könnte die Frage entstehen, ob die IV. Figur neben der dritten überhaupt nötig sei, da bei der Leichtigkeit, mit der der Obersatz sich umkehren läßt, die IV. Figur doch ganz überflüssig erscheinen müßte. Derselbe Schlußsatz, wie in der IV. Figur, hatte sich doch oben mit derselben Anschaulichkeit aus der III. Figur ergeben. Es könnte also scheinen, der Unterschied dieser Figuren entstehe nur dadurch, in welcher Reihenfolge die Begriffe uns durch die Ideenassoziationen geboten werden. Geschieht das in der früher angeführten Reihenfolge, so erfolgt der Schluß in der III. Figur; geschieht es in der zweiten Reihenfolge, so erfolgt er in der IV. Figur. Doch das ist nicht der Fall, denn die Prämissen lassen sich durchaus nicht immer ohne weiteres umkehren, ganz ebenso wie die Begriffe in ihrer Reihenfolge sich nicht immer vertauschen lassen und das aus zweierlei Gründen. Erstens kann die Schlußkette eine sehr lange sein, so daß das Umkehren einer Prämisse, etwa der ersten, das Vertauschen der Termini auch der übrigen außer der letzten nach sich ziehen würde. Das Schließen würde dann einen viel komplizierteren Prozeß darstellen, wie das Fällen eines Urteils aus der Reihenfolge der Begriffe im Sorites der IV. Figur über das Zusammenbestehen der Endglieder dieser Reihe. Zweitens aber ließen sich die Prämissen, wenn auch angenommen werden sollte, daß die Schlußkette keine zu große wäre, aus dem Grunde nicht umkehren, da dadurch

die Prämissen leicht ihren Sinn verlieren könnten. Es bleibt daher die IV. Figur neben den anderen bestehen. Paar Beispiele mögen das Gesagte verständlicher machen.

Zum Messen höchst kleiner Zeitabschnitte benutzt man heutzutage das sogen. Vibrationschronoskop. Dieses gibt die Möglichkeit Zeitintervalle zu unterscheiden, die noch kleiner sind als zehn Tausendstel von Sekunden. Die Erfindung dieses Instruments war nicht anders als durch ein Schlußverfahren in der IV. Figur erfolgt. Wilhelm Weber benutzte im Jahre 1830 erstmals das Verfahren, die Schwingungen einer Stimmgabel auf einer berußten Glastafel aufzuzeichnen. Duhamel gebrauchte viel zweckmäßiger dazu im Jahre 1840 eine berußte Trommel. An dieser konnten die Schwingungszahlen verschiedener Stimmgabeln in einer Zeiteinheit bestimmt werden. Wertheim kehrte 1842 das Verfahren um, um die Länge eines Zeitraumes aus der Zahl der inzwischen erfolgten Schwingungen einer Stimmgabel zu ermitteln. So entstand das Vibrationschronoskop. Wenn wir nun dieses Beispeil analysieren wollen, um festzustellen, wie die Erfindung des Vibrationschronoskops durch ein Erschließen nach der IV. Figur zustande gekommen ist, so wird es uns garnicht erforderlich sein, den psychologischen Gedankenprozeß der Erfinder zu rekonstruieren. Unser Standpunkt ist der erkenntnistheoretische und unser Mittel der Weg des logischen Erschließens. Daher haben wir bloß zu konstatieren, wie durch die einzelnen Entdeckungen die Erscheinungen und ihre Bestimmungen sich allmählich als miteinander zusammenbestehende zu einer geschlossenen Kette, deren Endglieder den Schluß ergaben, haben anreihen lassen. Es kann dieses auf Grund historischer Daten auch mühelos geschehen. Die Entdeckung des Vibrationschronoskops wurde in den Jahren 1830 bis 1842 gemacht. Im Verlaufe dieser Zeit hatten sich die Tatsachen erst allmählich in der er-

forderlichen Reihenfolge erkennen lassen, damit schließlich aus ihnen der nötige Schluß hätte hervorgehen können. Zuerst war man darauf gekommen, die Schwingungen der Stimmgabel auf einer berußten Glastafel zu fixieren. Es dauerte aber noch lange, bis man die Möglichkeit erkannte, die Anzahl der Schwingungen einer Stimmgabel nach der verflossenen Zeit zu bestimmen. Man mußte zuerst auf die Idee gekommen sein, die Platte gleichmäßig unter der Gabel fortzubewegen, und die hierzu erforderlichen technischen Mittel gefunden haben. Auf den Gedanken ein Uhrwerk dazu zu benutzen und die Platte durch eine rotierende Trommel zu ersetzen war man im Jahre 1840, also erst nach 10 Jahren gekommen. Aus der Vibrationskurve der Stimmgabel auf der berußten Trommel ließ sich nun die Schwingungsanzahl der Gabel für einen bestimmten Zeitabschnitt bestimmen, somit auch die Schwingungsgeschwindigkeit der Gabel ermitteln. War man so weit gekommen, so konnte auch der Schluß erfolgen, daß auch umgekehrt nach der Anzahl der Schwingungen sich auch die Größe des Zeitabschnittes bestimmen läßt. So führte das durch die entsprechenden Gedankenassoziationen und durch neue Beobachtungen im Laufe der Zeit allmählich erfolgte Zusammenbringen von Tatsachen zu einer neuen Entdeckung. Die Begriffe reihten sich in ihrer Aufeinanderfolge allmählich zueinem Sorites an ganz ebenso, wie die durch sie bezeichneten Tatsachen sich zu einer Tatsachenkette angeordnet hatten. Man ging davon aus, daß man die Schwingungszahlen verschiedener Töne zu bestimmen suchte, und endete damit, daß man sie zusammen mit der Zeit zu fixieren und hieraus wieder mikroskopische Zeitabschnitte zu bestimmen lernte. Dadurch also, daß das spekulative Denken aus dem Tatsachenschatze einen neuen Schluß zog, sozusagen über die Tatsachen hinaus noch einen Schritt machte, erfolgte die neue Entdeckung, daß der Zeitraum

selbst durch die Anzahl der Schwingungen gemessen werden konnte. Der neue Gedanke hatte einen umgekehrten Weg eingeschlagen: zuerst war das zu Bestimmende die Anzahl der Schwingungen einer Stimmgabel, das Maßgebende aber ein bestimmter Zeitabschnitt; jetzt aber galt die Zeit als das zu Bestimmende, als Bestimmungsmittel aber die abgelesene Schwingungszahl der Gabel. Der Schluß erfolgte somit im ersten Falle in der I. Figur, im zweiten Falle aber in der IV. Figur. Hieraus ist also zu ersehen, wie durch den genialen Einblick in einen schon bekannten Sachverhalt neues Wissen erworben werden kann, zugleich aber auch, wie groß der Nutzen ist, den die IV. Figur uns zu bieten vermag, und wie oftmals gerade diese Form der Schlüsse die geniale Einsicht in den wahren Tatsachenverhalt ermöglicht. Jedoch hat sich dabei der reine Gedanke auch durch Überlegungen leiten zu lassen, die die Quantitätsverhältnisse der Begriffe angehen, da nur in einem solchen Falle der Schlußsatz sich als ein exakter erweisen kann, wie es aus unserem Beispiel auch zu ersehen ist. Um aber jeden Zweifel, der hinsichtlich dieses für das Schließen in der IV. Figur angeführten Beispiels noch bestehen könnte, zu beseitigen, wollen wir es noch genauer untersuchen, indem wir es chematisch darstellen.

Wenn wir das Quantum der Schwingungen eines gegebenen Tones mit S, die Spuren auf der berußten Tafel mit A, die trommelartige Gestalt derselben mit B, ihre gleichmäßige Bewegung mit C, den bewegenden Mechanismus, das Uhrwerk, mit D und die an ihm abgelesene Zeit mit P bezeichnen, so ergibt sich der Schluß durch das Anreihen der die einzelnen Tatsachen bezeichnenden Begriffe in der Gestalt solch eines Sorites:

S—A, eine Anzahl von Schwingungen hinterläßt Spuren auf der berußten Tafel;

A—B, die berußte Tafel hat die Form einer Trommel;

B—C, die Trommel bewegt sich gleichmäßig;
C—D, diese Bewegung wird durch ein Uhrwerk vollführt;
D—P, das Uhrwerk gibt die Zeit der Aufschreibungen an.

Als Schlußsatz ergibt sich hieraus in der I. Figur folgendes Urteil: also ist am Vibrationschronoskop die Anzahl der Schwingungen einer Stimmgabel für einen jeden Zeitabschnitt, somit auch für eine Sekunde bestimmt, d. h. S ist P. Soll der Schluß aber in der IV. Figur erfolgen, so erhalten wir den Schlußsatz: ein Zeitabschnitt verläuft gleichzeitig mit den Schwingungen einer Stimmgabel, d. h. die Größe eines Zeitabschnittes ist allenfalls durch die Anzahl der Schwingungen bestimmt. P ist also S. Aus dieser Darstellung des Sorites geht auch am augenscheinlichsten hervor, daß wenn wir, um in der IV. Figur nicht zu schließen, den Sorites auf die I. Figur zurückführen wollten, dazu auch die erste und letzte Prämisse umkehren müßten, damit das S und das P des Schlußsatzes die entsprechende Lage im Sorites erhielten. Dieses würde aber auch die Umkehrung der übrigen Prämisse nach sich ziehen, da im entgegengesetzten Falle in mehreren Figuren geschlossen werden müßte. In beiden Fällen also würde sich der Schlußsatz aber auf viel kompliziertere Weise ergeben, als wenn das Schließen direkt nach der vierten Figur erfolgt wäre. Jedoch ist das Umkehren der Prämissen, wie schon gesagt, auch noch aus dem Grunde nicht zulässig, weil sie dann ihren Sinn verlieren könnten. Da in unserem Sorites die Reihenfolge der Begriffe in den Prämissen gleichzeitig auch die historische Aufeinanderfolge angibt, in der sich die durch die Begriffe bezeichneten Tatsachen aneinandergereiht haben, so ist auch der historischen Wahrheit wegen, auf die es beim Schließen auch nicht selten ankommt, die Umkehrung der Prämissen nicht allemal zulässig.

Solch ein Erschließen neuen Wissens aus altem in der Form der IV. Figur kommt nun durchaus nicht selten vor. Da wir uns beim Denken gewöhnlich keinen Aufschluß über die Arten des logischen Zusammenhanges der Gedanken miteinander geben, so hat uns die vierte Figur anfangs auch wirklich als etwas höchst Seltenes, Zweifelhaftes, ja sogar vollständig Unnützes scheinen können. Wir haben es aber tatsächlich mit einem Schließen in der vierten Figur überall da zu tun, wo der Weg des Denkens sich als ein sogen. inverser bekundet, und derartiges liegt überall da vor, wo von den entfernteren Äußerungen irgendeiner Erscheinung auf eine gewisse Art des Seins derselben selbst geschlossen wird. Es könnte aber scheinen, daß sich in solchen Fällen die neuen Entdeckungen auch als Resultate bloßer Umkehrungen von Urteilen betrachten ließen. Dann müßten offenbar aber auch die Umkehrungen aller Urteile als neue Entdeckungen gelten können, was wohl widersinnig erscheint. Jedoch können die Umkehrungen aller, ob auf deduktivem oder empirischem Wege gewonnener Urteile tatsächlich ein neues Wissen nur dann ergeben, wenn sich auch Gründe angeben lassen, die die Berechtigung zu einem allgemeinen Schluß von dem P auf das S, von der Folge auf den Grund, klar an den Tag legen. Solche Gründe stellen nun die Tatsachen dar, die in ihrer Aneinanderreihung den allgemeinen Zusammenhang zwischen dem P und dem S herstellen und in den für die Schlüsse erforderlichen Prämissen ihren Ausdruck finden. Solange solche Gründe nicht angebbar sind, braucht auch die allgemeine Folgerung von dem Vorhandensein des P auf das Vorhandensein des S garnicht richtig zu sein. Welcher Art diese Gründe sind und inwiefern sie sich für das inverse Schließen von Bedeutung erweisen, war schon aus dem angeführten Beispiel zu ersehen. Zu einer besseren Verdeutlichnug des Gesagten mag aber auch noch folgendes Beispiel dienen.

Im J. 1826 machte Oersted die Entdeckung, daß die Magnetnadel durch die Wirkung des galvanischen Stromes abgelenkt werde[1]). Er berichtet darüber folgendes: „Ich trug die Vermutung vor, daß eine elektrische Entladung auf eine Magnetnadel außer der Kette wirken könne. Ich entschloß mich nun, den Versuch zu machen. Da ich von der mit Glühen vergesellschafteten Entladung das meiste erwartete, wurde ein sehr feiner Platindraht in die Kette da eingeschaltet, wo die Nadel untergestellt wurde. Die Wirkung war zwar unverkennbar, aber doch so verworren, daß ich die weitere Untersuchung auf eine Zeit verschob, wo ich mehr Muße zu haben hoffte." Später gelang es Oersted die Regel aufzustellen: „Der Pol, über dem die negative Elektrizität eintritt, wird nach Westen, der Pol aber, unter dem sie Eintritt, nach Osten abgelenkt." Bald darauf berichtete er in verschiedenen Abhandlungen, daß der Leitungsdraht bei dem Ablenkungsversuch keineswegs, wie er ursprünglich angenommen, glühend zu sein brauche. Oersteds Arbeiten machten überall berechtigtes Aufsehen. Noch im selben Jahre berichtete Schweigger, daß man eine verstärkte Wirkung eines Stromes auf eine Magnetnadel erzielen könne, wenn man den Leitungsdraht ein- oder mehreremal um die Nadel herumführt. Seebeck nannte den Schweiggerschen Apparat Multiplikator. Bald darauf stellte auch Ampère seine berühmte Schwimmregel auf. Im nächsten Jahre entstand aus dem Multiplikator aber ein neuer Apparat. Es war der von Poggendorf und Erman konstruierte und heutzutage zur Bestimmung der Stromstärke dienende Galvanometer. Dieser Apparat stellte aber nichts anderes als denselben Multiplikator dar, der nur zu anderen Zwecken verwendet wurde. Diese Entdeckung war nun aus der bloßen Einsicht hervorgegangen, daß aus der Größe der Ablenkung

1) A. Kistner, Gesch. der Physik, II. 1919. S. 98.

der Magnetnadel auf die Stromstärke geschlossen werden könne, zu welcher Einsicht man aber gerade durch ein Schließen in der IV. Figur gelangt war. In der Tat auch hatten die Bemühungen der Gelehrten, von Oersted angefangen, zuerst dahin geführt, daß ein Apparat konstruiert werden konnte, durch den eine Verstärkung der Magnetnadelablenkung erzielt wurde. Indem man nun in dem aus den aneinandergereihten Tatsachen hervorgehenden Sorites in umgekehrter Reihenfolge von dem P auf das S schloß, war man eben zur Entdeckung gelangt, daß aus der Größe der Ablenkung der Magnetnadel auch die Größe der Stromstärke bestimmt werden konnte. Die Erfindung des Galvanometers hatte sich also ebenso wie die Erfindung des Vibrationschronoskops als Resultat eines allgemeinen Schlusses in der IV. Figur auf streng logische Weise ergeben. Dieses war aber auch nur daher möglich, daß die Erfahrungstatsachen und Prämissen gerade die Gründe enthielten, die die Erscheinungen als in einer mathematisch genau bestimmbaren gegenseitigen Abhängigkeit voneinander begriffen auffassen ließen.

Aus der Betrachtung der syllogistischen Subsumtionsschlüsse und der für sie angführten Beispiele geht hervor, daß aus allgemeinen wie auch aus Einzel- und Partialurten auf rein deduktivem Wege wohl wissenschaftlich wertvolle Erkenntnisse gewonnen werden können. Jedoch erscheint es dabei immerhin rätselhaft, wie das aus dem Allgemeinen Erschlossene dennoch ein neues Wissen darzustellen vermag, obwohl es eigentlich als ein in dem Allgemeinen inbegriffenes nichts Neues darstellen müßte. Doch läßt sich dieses dadurch erklären, daß bei der Ermittelung des Allgemeinen, auf welchem Wege es an der Erfahrung auch nur erkannt werden mag, auf dem strittigen Wege der Induktion oder auf rein rationalen Wege, die in dem Allgemeinen inbegriffenen Einzelfälle durchaus nicht allesamt bei der Deduktion des Allge-

meinen mitgedacht zu werden brauchen, und zwar aus dem Grunde, weil die Erkenntnis des Allgemeinen nicht in einem bloßen Ablesen desselben an allen nur möglichen Fällen dessen Vorkommens besteht, sondern sich auf eine ganz andere Weise vollzieht. Gerade weil die nur möglichen Einzelfälle mit ihren räumlichen und zeitlichen Bestimmtheiten bei der Erkenntnis einer Gesetzmäßigkeit insbesondere nicht angegeben zu werden brauchen, sondern näher unbestimmt bleiben können, lassen sich noch neue Erkenntnisse aus dem Allgemeinen erschließen, wobei das neu Erkannte entweder in der Angabe neuer Träger der Gesetzmäßigkeit oder in dem Aufdecken des Zusammenhanges der früher unbeachtet gebliebenen Bestimmungen solcher Träger mit dieser Gesetzmäßigkeit besteht. So dürfen wir z. B aus den dunkeln und hellen Linien des Sonnenspektrums auf das Vorhandensein gewisser Metalle auf der Sonne oder aus den Verschiebungen der Spektrallinien in den Sternenspektren auf das sich Entfernen oder Näherkommen der Sterne schließen, ebenfalls auch auf die Dauer und Geschwindigkeit dieser Bewegungen, und zwar nicht deswegen, weil wir zuerst alle Sonnen und Sterne auf die Gültigkeit der angenommenen Gesetzmäßigkeiten hin untersucht haben und dadurch auch zu solchen Behauptungen über die Einzelfälle berechtigt worden sind, sondern weil das Allgemeine sich auf einem rein abstrakten Wege ermitteln hat lassen, ohne daß alle Einzelfälle der Gesetzmäßigkeit mit ihren örtlichen, zeitlichen und dergleichen anderen Bestimmtheiten dabei in Betracht gezogen zu werden brauchten. Indem beim deduktiven Verfahren das Einzelne mit seinen individuellen Eigenheiten dem Allgemeinen subsumiert wird, werden dabei auch die Bestimmungen des Einzelnen mit dem Allgemeingültigen in einen logischen Zusammenhang gebracht und dadurch wird auch unsere Kenntnis des Allgemeingültigen erweitert.

In dem Aufdecken neuer Bestimmungen an dem Gesetzmäßigen besteht somit im allgemeinen das durch Deduktion aus dem Allgemeingültigen ermittelte neue Wissen.

Da nun eine jede erschlossene Erkenntnis ihrer materialen Seite nach vollständig in den Prämissen ihre Begründung findet und auch nur in demselben Maße gewiß sein kann, als die Prämissen es sind, so erweist sie sich ihrem objektiven Werte nach auch stets von der objektiven Gültigkeit ihrer letzten und allgemeinsten Prämissen als abhängig. Wenn nun das Erschlossene auch noch auf seinen objektiven Wert hin geprüft werden soll, so müssen wohl darüber Untersuchungen angestellt werden, woher die Allgemeinsten und letzten Prämissen denn selbst stammen und ihren objektiven Wert erhalten. Da es sich für uns nun um die Begründung des objektiven Wertes der deduktiven Erkenntnisweise handelt, so haben wir auch die verschiedenen Quellen und Erkenntnisweisen des Allgemeinen einer umständlichen Untersuchung zu unterwerfen. Wir wenden uns daher zunächst der Betrachtung der induktiven Erkenntnismethode des Allgemeinen zu.

21. Der Erkenntniswert der Induktion und das Dictum de o. et de n. als Wesen desselben.

Die Argumentationen der induktiven Methode lassen sich alle auf den Gedanken zurückführen, daß wir nur dann eine Annahme über den gesetzmäßigen Zusammenhang der Erscheinungen als gültig zu betrachten berechtigt sind, wenn sie nichts den uns bekannten Tatsachen Widersprüchliches aufzuweisen hat. Auf diesen Gedanken führt sich gerade der Sinn aller Induktionsregeln im einzelnen zurück, denen zufolge die Erscheinungen bloß dann als miteinander gleichmäßig zusammenhängende betrachtet werden dürfen, wenn sie als

miteinander beständig zusammenbestehend beobachtet worden sind, oder wenn sie stets zusammen verschwinden oder aber stets zur gleichen Zeit Veränderungen erleiden. Als Kriterien für die Wahrheit der Annahmen dienen somit die Erfahrungstatsachen selbst und zwar in dem Umfange, in welchem sie uns bekannt sind. Da wir aber nie sicher sein können, daß die einer gewissen Klasse angehörenden Tatsachen, für die eine angenommene Gesetzmäßikeit eine Gültigkeit haben soll, in allen nur möglichen Fällen von uns erkannt sind, so ist es auch leicht möglich, daß sich uns in der Erfahrung einmal solche Fälle bieten könnten, die der gemachten Annahme zuwiderlaufen und sie dadurch auch widerlegen würden. Daher muß wohl mit W. St. Jevons und G. Heymanns zugegeben werden, daß die induktive Methode keine Notwendigkeit, sondern höchstens eine Wahrscheinlichkeit zu verbürgen imstande ist[1]). Infolge dieser Unzulänglichkeit, die notwendige Gültigkeit einer Erkenntnis darzulegen, kann die Induktion aber auch nicht als ein Mittel gelten, um aus den in der Erscheinungswelt sich mit ständiger Einförmigkeit wiederholenden Tatsachenverbindungen diejenigen auszuscheiden, die auch tatsächlich eine Gesetzmäßigkeit darstellen. Denn wenn die ständig beobachtete Einförmigkeit der Tatsachenzusammenhänge zur Beurteilung der Gesetzmäßigkeit derselben als maßgebend und schon hinreichend gelten dürfte, so müßte ja auch alles gewohnheitsmäßig Erlebte schon als gesetzmäßiges gelten können. Auf die Auswahl des notwendigerweise Koinzidierenden aus allem bloß als ständig koinzidierend Beobachteten kommt es aber beim Entdecken neuen Wissens vor allem an. Diese aber vermag die In-

1) W. St. Jevons, Principles of science. 1874. S. 168, 251; G. Heymanns, Die Gesetze und Elemente des wissenschaftlichen Denkens. 1905. S. 275.

duktion nicht zu vollziehen. Aus diesem Grunde gerade kann sie auch nicht als ein Mittel zur Entdeckung neuen Wissens gelten.

Ungeachtet aller Unvollständigkeiten enthält die Induktion aber in ihrem Kern, wenn wir ihre Regeln vom Standpunkte ihrer idealen Forderungen betrachten und ganz davon absehen, ob solche bei der erfahrungsmäßigen Erkenntnisweise auch erfüllt werden können, für unser logisches Denken doch etwas durchaus Apodiktisches. Denn ihrem Wesen nach stellen die Induktionsregeln gerade diejenigen Forderungen auf, die ein jedes allgemeine Urteil, das zum Ausdruck eines gesetzmäßigen Tatsachenzusammenhanges dienen soll, zu erfüllen hat, damit es auch als ein objektiv allgemeingültiges gelten könne. Als ein solches kann ein allgemeines Urteil eben nur dann gelten, wenn die in ihm ausgedrückte Gesetzmäßigkeit nicht nur in irgend welchen beobachteten Fällen ihre Gültigkeit beibehält, sondern überall und stets eine solche besitzt. Wenn es sich nun prüfen ließe, ob die Annahmen auch tatsächlich den idealen Anforderungen der Induktionsregel entsprechen, und es sich erweisen würde, daß die gemachten Annahmen überall und stets mit den Induktionsregeln im Einklang stehen, so müßten solche den idealen Forderungen der Induktionsregel entsprechende Verallgemeinerungen und Annahmen auch als unbedingt allgemeine gelten können, und die Induktion müßte dann auch als eine vorzügliche Methode zur Verifikation von Annahmen anerkannt werden. Da diese Bedingung aber bei der empirischen Erkenntnis des Allgemeinen nicht erfüllt werden kann, so kann auch der Induktion als einem Mittel der Verifikation keine absolute Gültigkeit, sondern bloß ein relativer Wert zugestanden werden. Aus diesem Grunde ist ihr auch bloß der Name der unvollständigen Induktion zugestanden und ihr die mathematische Induktion als eine vollständige

gegenübergestellt worden. In dieser finden die idealen Forderungen der induktiven Regeln auch tatsächlich ihre Verwirklichung.

Obwohl die unvollständige Induktion keine absolute Gültigkeit zu verbürgen imstande ist, so bedienen wir uns dennoch ihrer beständig zur Begründung der aus der Erfahrung gewonnenen Annahmen über den wahren Zusammenhang der Dinge. Die so begründeten Erkenntnisse können daher als bloß relativ allgemeine ihre Gültigkeit auch nur solange behalten, als sie durch die Tatsachen auf Grund derselben Induktionsregeln noch nicht widerlegt sind. Daher besteht unsere empirische Erkenntnis, insofern sie sich bloß auf die unvollständige Induktion stützt, eigentlich nur in provisorischen Annahmen, in Analogien. Wenn nun aber die Induktion auch nicht als Mittel dienen kann, um eine Annahme zu beweisen, so reicht sie dennoch dazu aus, falsche Annahmen zu widerlegen. In diesem Sinne macht sie sich auch beständig um die neue Erkenntnis verdient, und hierin liegt gerade der unbedingte Wert, den sie für unser reines Denken besitzt, denn nach ihren Vorschriften vollzieht sich jegliche Kritik unserer Gedanken über den wahren Sachverhalt der Dinge. Indem die Induktion die Annahmen auf ihren Wert hin prüft, läßt sie dieselben als allgemeingültige gelten, solange sie den Forderungen ihrer Regeln entsprechen, und widerlegt sie aber sogleich, wenn sie mit den Tatsachen in Wiederspruch geraten. Sie involviert somit objektiv gültiges Wissen nur insofern, als sie falsche Annahmen, d. h. das, was sie vormals selbst als wahr unvollständig begründet hatte, späterhin widerlegt und zerstört. Wie diese Prozesse der Begründung und Widerlegung durch die Induktion beim wissenschaftlichen Denken organisch ineinandergreifen, möge folgendes Beispiel illustrieren. Am Anfange des XIX. Jahrh. teilte man die Chemie in

drei Hauptteile ein, in die Chemie der Mineralien, der Gewächse und der Tierwelt. Der Unterschied zwischen der Chemie der Pflanzenwelt und derjenigen der Tierwelt sollte angeblich darin bestehen, daß die Gebilde der ersteren keinen Stickstoff enthalten, diejenigen aber der Tierwelt gerade solchen aufweisen. Mit der Zeit zeigte es sich aber, daß in der Ameisensäure kein Stickstoff vorhanden war und somit einem tierischen Stoffe ein wesentliches Merkmal abging. Außerdem aber erwies es sich, daß Mineralien selbst in den Organismen der Pflanzen und Tiere vorhanden sind, also dort vorkommen, wo sie nicht angetroffen werden durften. Diese Tatsachen standen in direktem Widerspruch mit der angenommenen Lehre. Die angenommene Einteilung der Chemie hatte sich also als falsch erwiesen.

Hinsichtlich der Induktionsregeln läßt sich nun die Frage stellen, ob sie an sich neben den Deduktionsregeln etwas durchaus Eigenartiges darstellen oder aber zu diesen in irgend einer näheren Beziehung stehen und sich wo möglich zusammen mit diesen durch ein gemeinsames Prinzip erklären lassen. Die Induktionsregeln bringen ihrem Wesen nach aber dieselben Grundgedanken zur Geltung, die den Regeln der kategorischen und konditionalen Subsumtionsschlüsse zugrunde liegen und setzen daher auch wie diese als ihr letztes Prinzip das Identitätsprinzip voraus. Wir wollen dieses nun näher ausführen.

Die eine Gesetzmäßigkeit betreffenden Annahmen werden gewöhnlich in Form konditionaler Urteile ausgedrückt. Doch können sie auch die Form kategorischer Urteile annehmen. Für die konditionalen Urteile und Schlüsse gelten folgende Regeln: Mit dem Grunde ist stets die Folge gesetzt; ist die Folge verneint, so liegt auch der Grund nicht vor. Ist die Gesetzmäßigkeit in Form eines kategorischen Urteils ausgedrückt, so lassen sich diese Regeln aber so ausdrücken:

Mit dem Begriffe sind seine wesentlichen Eigenschaften gegeben, und die Abwesenheit einer wesentlichen Eigenschaft weist auf das Nichtvorhandensein des Begriffes selbst hin; denn wie der Grund die Folge, so führt auch ein jeglicher Begriff seine wesentlichen, d. h. die ihn stets begleitenden Merkmale mit sich. Das logische Verhältnis des Grundes zur Folge ist somit in den konditionalen Urteilen dasselbe, wie das Verhältnis des S zum P in den allgemeinen kateg. Urteilen. Wenn nun eine auf irgend welchem Wege gewonnene Verallgemeinerung durch die Induktionsregeln einer Prüfung unterworfen wird und es sich dabei erweist, daß sie mit der Erfahrung in irgendeinem Widerspruch steht, etwa so, daß die einander als gesetzmäßig zugeschriebenen Erscheinungen nicht immer zusammen auftreten, nicht stets zusammen verschwinden oder nicht gleichzeitige Veränderungen erleiden, so erweist es sich dabei, daß gerade die genannten Regeln der Konditionalschlüsse nicht befolgt sind. Gerade in diesen Fällen läßt es sich auch feststellen, daß, wenn der Grund vorhanden oder ein Begriff gesetzt ist, auch die Folge nicht vorliegt, bzw. die wesentlichen Merkmale nicht vorhanden sind und vice versa. Stehen aber die der Prüfung zu unterwerfenden Verallgemeinerungen mit den Induktionsregeln und mit den Erfahrungstatsachen in keinem Widerspruche, so erweist es sich in solchen Fällen, daß auch die konditionalen Regeln befolgt sind. Haben wir z. B. die Gültigkeit der Verallgemeinerung nach der ersten Induktionsregel geprüft, derzufolge eine Erscheinung Grund einer anderen zu nennen ist, wenn sie auch stets von dieser begleitet wird, so haben wir mit dieser Regel gleichzeitig auch den Grundsatz der Konditionalschlüsse: Mit dem Grunde ist stets die Folge gegeben, angewandt; denn auch nur das kann Grund einer anderen Erscheinung genannt werden, was von der letzteren stets begleitet wird. Ganz ebenso

verhält es sich auch, wenn die Gültigkeit einer Verallgemeinerung nach der zweiten Induktionsregel geprüft wird, die den Wortlaut hat: Wenn die Abwesenheit einer Erscheinung stets die Abwesenheit einer anderen nach sich zieht, so ist letztere ein Grund der ersteren zu nennen. Denn dasselbe wie diese Regel besagt auch der andere Grundsatz der konditionalen Schlüsse, dem zufolge von der Abwesenheit der Folge auf die Abwesenheit des Grundes geschlossen werden muß. Die dritte Induktionsregel deckt sich im Grunde genommen ihrem Sinne nach mit der ersten. Sie hat mit dieser bloß den Unterschied aufzuweisen, daß in ihr an Stelle der einander begleitenden Erscheinungen die stets einander begleitenden Veränderungen gemeint werden. Diese gehören nun als Grund und Folge so zusammen, daß, wenn die erste Veränderung vorhanden ist, stets auch die andere zugegen sein muß. Durch die dritte Induktionsregel wird also ebenfalls die Befolgung der ersten Regel der Konditionalschlüsse angestrebt.

Wie hieraus zu ersehen ist, sind die Induktionsregeln und die Regeln der konditionalen Schlüsse einheitlicher Natur. Sie haben allerdings für sich im einzelnen einen etwas anderen Sinn, jedoch rührt dieser Unterschied nur daher, daß sie im einzelnen verschiedene Ziele verfolgen. Während die Induktionsregeln bei der Bildung von Allgemeinbegriffen die Befolgung gewisser Gesetze erfordern, damit die auf Grund derselben gebildeten Begriffe tatsächlich allgemeingültig seien, geben die Regeln der Konditionalschlüsse ihrerseits Anweisungen, wie schon feststehende allgemeingültige Begriffe den ihnen zugrunde gelegten Gedanken gemäß zu handhaben sind. Beide Arten von Regeln setzen aber zu ihrer Gültigkeit noch allgemeinere Gedanken voraus, und das sind die Regeln des Dictum de o. et de n. und das Identitätsprinzip. Und in der Tat, wenn wir die Induktionsregeln und die Regeln der konditionalen

Schlüsse mit dem Dictum vergleichen, so erweist es sich, daß ihre Gedanken diejenigen des Dictums voraussetzen und im Grunde ein und dasselbe mit diesen besagen. Während die Konditional- und Induktionsregeln angeben, wie zu gewissen Zwecken gehandelt werden muß, gibt das Dictum gerade die Gründe an, warum so gehandelt werden muß. Betrachten wir jedoch, um uns davon besser zu überzeugen, die Konditional- und Induktionsregeln noch genauer im Zusammenhang mit dem Dictum.

Die erste Konditionalregel: Mit dem Grunde ist die Folge gegeben, dient zum Ausdruck für die Tatsache, daß beim deduktiven Schließen nur solche Erscheinungen als Gründe von anderen betrachtet werden können, die von letzteren stets begleitet werden. Die Begründung hierzu gibt das Dictum de omni, denn es besagt, daß alles, was zu einer bestimmten Gattungserscheinung (der Ursachen oder der Gründe) gehört, auch von dem dieser allgemein oder beständig Zukommenden, d. h. von den Folgen, stets begleitet werden muß. Nur unter diesen Bedingungen kann dieser Konditionalregel zufolge von uns auch etwas als Allgemeingültiges und Gesetzmäßiges gedacht werden. Auf dieselbe Weise erweist sich aber auch die zweite Regel der Konditionalschlüsse als in dem Dictum de nullo begründet. Denn sagen wir, mit der Folge sei auch der Grund aufgehoben, so bedeutet das, daß jede Erscheinung (S), die die Folgeerscheinung (M) an sich nicht aufweist, auch nicht zur Klasse der Gründe (P) dieser Erscheinung gehört, wie es aus dem Schema:

$$\left.\begin{matrix} P - M \\ S \text{ non } M \end{matrix}\right\} S \text{ non } P$$

zu ersehen ist. Das Argument hierzu bildet aber die Regel des Dictum de nullo, dem zufolge jegliche Erscheinung (S), die ein Allgemeines (M) aus sich ausschließt, auch alles in dem Allgemeinen Inbegriffene (P) auszuschließen hat,

denn was das Ganze ausschließt, schließt auch jeden Teil des Ganzen aus sich aus.

Ebenso wie mit den Konditionalschlüssen ist es auch mit dem Verhältnis der Induktionsregeln zu dem Dictum bestellt. Während die Induktionsregeln die Forderungen enthalten, die beim Bilden von Begriffen zu erfüllen sind, damit sie auch allgemeingültig seien, gibt das Dictum gerade die Gründe an, warum diese Regeln zu befolgen sind. So heißt es in der ersten Induktionsregel: wird eine Erscheinung stets von einer anderen begleitet, so stehen auch beide in gesetzmäßiger Beziehung zueinander. Den Grund dafür enthält aber das Dictum de omni, indem es sagt, daß alles, was von dem Ganzen ausgesagt wird, auch allem in ihm mitgedachten Einzelnen zuzugestehen ist, denn damit etwas von einem andern allgemein gelten könne, müsse es auch an allen Fällen des Vorkommens dieser Erscheinung als vorhanden beobachtet werden. Ganz ebenso wie es mit dem Verhältnis der ersten Induktionsregel zum Dictum steht, ist es auch mit dem Verhältnis der dritten Induktionsregel zu diesem bestellt, da sie ihrem Grundgedanken nach dasselbe wie die erste Induktionsregel darstellt. Der zweiten Regel gemäß werden zwei Erscheinungen aber dann als in gesetzmäßigem Zusammenhange miteinander stehend betrachtet, wenn die Abwesenheit der einen (der Folge) stets die Abwesenheit der anderen (der Ursache) nach sich zieht, denn damit etwas (die Anwesenheit) von einem anderen, d. h. von der Folge, nicht gelte, müsse es auch von allem, was in ihr als enthalten gedacht wird, also von dem Grunde, nicht ausgesagt werden können. Diesen Gedanken drückt aber gerade das Dictum de nullo aus, indem es sagt, daß das, was vom Ganzen nicht gilt, auch vom Einzelnen nicht gelten könne und auch nicht zu gelten habe. Indem das Dictum angibt, worin das Eigentümliche des Allgemeinen besteht, dient es gleichzeitig auch

selbst als Regel, nach der das Allgemeine seiner Natur gemäß zu behandeln ist. Nur wenn das Allgemeine auf Grund derselben Gedanken gebildet worden ist, von denen man sich auch beim Schließen später leiten läßt, kann es auch entsprechend den Anforderungen des logischen Gesetzes der Identität in seiner Identität gewahrt werden. Indem das logische Denken diesen Anforderungen beim Bilden von Begriffen und beim Erschließen aus denselben nachzukommen sucht, wird es auch veranlaßt nach dem Dictum und den aus ihnen hervorgehenden Regeln zu verfahren. Mit dem Dictum kommt somit in den Induktionsregeln gleichzeitig auch das allgemeine Axiom der Begriffsgleichheit zur Geltung, das in allgemeinster Form angibt, was unter der Identität zu verstehen ist und wie auch ihm gemäß Begriffe zu bilden sind. Denn da das Dictum sich auf dieses stützt, so erweist es sich, daß auch die Induktionsregeln sich auf dasselbe stützen und indemselben begründet sind. Aus dem Ausgeführten erhellt somit, daß die Induktionsregeln in ihrem Wesen keine neuen Prinzipien zur Geltung bringen und auch keine anderen als nur die bisher zugelassenen logischen Prinzipien zu ihrer Gültigkeit voraussetzen.

Da die Induktion nichts anders wie ein Mittel zur Prüfung schon gemachter Annahmen über die Gesetzmäßigkeit der Erscheinungen darstellt, dabei aber bloß eine Wahrscheinlichkeit und keine Notwendigkeit solcher Annahmen zu verbürgen imstande ist, so entsteht hier auch von selbst die Frage, ob auf dem Gebiete des empirischen Wissens kein höherer Grad der Gewißheit zu erreichen ist als derjenige, den die auf die Empirie angewandte Induktion bietet. Als das Ideal zuverlässigen Wissens wird gewöhnlich die Mathematik betrachtet. Man preist das rein verstandesmäßige Wissen, da ihm die Zufälligkeit und Unzuverlässigkeit des empirischen vollständig abgeht, man redet aber auch von einer rationalen Natur-

wissenschaft, die sich dem Grade ihrer Gewißheit nach dem rationalen Wissen annähere und sogar die Gewißheit der letzteren erreichen könne. Wenn es sich so verhält, so drängen sich uns unwillkürlich die Fragen auf, wie und wodurch das empirische Wissen die Gewißheit des rationalen Wissens erreichen könne und ob jegliches erfahrungsmäßige Wissen dazu befähigt sei, vor allen Dingen aber, wie es komme, daß dem rationalen Wissen unbedingte Zuverlässigkeit zukommt und worin die Gründe dazu liegen. Wir haben mithin im weiteren eine ganze Reihe von Fragen zu erörtern und wollen dieses in folgender Reihenfolge tun. Zunächst werden wir darlegen, wie das Aufsteigen des empirischen Wissens zum rationalen vor sich geht, alsdann wollen wir untersuchen, wodurch das empirische Wissen zu einem rationalen wird, und schließlich zur Erkenntnis dessen zu gelangen suchen, worauf die unbedingte Gültigkeit des rationalen Wissens, der Mathematik und der rationalen Naturwissenschaft, beruht.

Zweites Kapitel.

Die Wege und Mittel der Erkenntnis des Allgemeingültigen.

22. Der Fortschritt von der empirischen Erkenntnis des Allgemeinen zur rein verstandesmässigen.

Wie wir gesehen haben, können wir unser Wissen auch schon dann, wenn es noch nicht verallgemeinert ist, als Kenntnis von Einzeltatsachen verwenden, indem wir aus den Einzelkenntnissen wertvolle Schlüsse ziehen. Wir sehen aber oft, wie wir durch ein solches Schließen

auf falsche Wege geraten und erst auf großen Umwegen zu unseren Zielen gelangen, was wohl vermieden werden könnte, wenn wir es verständen die Tatsachen unmittelbar in ihrem Wesen zu erkennen und durch die sie beherrschenden Gesetzmäßigkeiten zu deuten. Beispiele dafür bieten die Wissenschaften in unzähliger Menge. So wurden z. B. Chloride einst durch Erhitzen von Metallen und Salzsäure mit Sublimat gewonnen. Daher war man auch der Meinung, daß das Quecksilber in allen Chloriden enthalten sei. Indem Glauber die Entdeckung machte, daß die Chloride einfach aus Metallen und Salzsäure gewonnen werden können, widerlegte er aber diese Ansicht. Dadurch war also die Gewinnung der Chloride überhaupt bedeutend vereinfacht worden. Die einseitige Kenntnis der Tatsachen hatte, wie man sieht, die Forscher anfangs auf einen Irrweg geführt und sie das, was auf eine einfache Art erreicht werden konnte, aus Unkenntnis auf kompliziertere Weise herstellen lassen. Das Allgemeine ist uns also schon aus praktischen Gründen wertvoller als das Einzelne. Es ist jedoch noch zu beachten, daß der Verstand es durchaus nicht bloß auf die Befriedigung der Tagesbedürfnisse abgesehen hat, sondern er setzt sich gleichzeitig auch noch andere Ziele, und zwar die rein wissenschaftlichen, die es auf die Befriedigung seiner rein intellektuellen Bedürfnisse durch das Erkennen des Ständigen und Unwandelbaren an den Erscheinungen abgesehen haben. Dieses Wissen, wonach der Verstand strebt, ist das sogen. Wissen um seiner selbst willen. Und der Drang und Zwang zu einer solchen Erkenntnis läßt sich nicht anders als durch die natürlichen Eigenheiten des reinen Verstandes erklären. Die ihm innewohnenden reinen Begriffe veranlassen ihn nach den letzten Gründen zu forschen, und daher sucht er auch in allem das Ständige und Gesetzmäßige zu erkennen.

Die ersten Schritte der wissenschaftlichen Erkenntnis kennzeichnen sich jedoch dadurch, daß die Erscheinungen erst bloß nach ihren äußeren Eigenschaften erkannt und auf ihren praktischen Wert hin geschätzt werden. Betrachten wir die Kenntnisse der Alten auf verschiedenen Gebieten, so können wir sagen, daß ungeachtet des großen Umfanges dieser Kenntnisse, sie dennoch zumeist nicht mehr als historische Erkenntnisse darstellten. Auf Grund dieser Erkenntnisse konnte nur gesagt werden, wo, wann und wie etwas geschehen war, welche Eigenschaften es besessen hatte, auf welche Art, mit welchen Mitteln es gewonnen und wie es in gewissen Fällen praktisch verwertet wurde. Die Ägypter sollen schon in den frühesten Zeiten recht umfangsreiche Kenntnisse verschiedener chemischer Stoffe und ihrer Eigenheiten, sowie allerhand praktische Fertigkeiten zur Ausnutzung derselben besessen haben. So zeigten sie z. B. viel Geschick in der Bearbeitung von Metallen und Legierungen, im Färben der Gewänder, in der Glasbereitung, sowie in der Herstellung und Anwendung pharmazeutischer und antiseptisch wirkender Präparate. Grünspan, Bleiweiß, Bleiglätte, Alaun, Soda, Salpeter dienten ihnen zur Anfertigung von Salben und anderen Medikamenten. Theophrastes (300 v. Ch.) berichtet über die Gewinnung des Quecksilbers aus Zinnober mittels Kupfer und Essig. Dioskorides beschreibt die Gewinnung des Quecksilbers aus Zinnober und Eisen, also einen Vorgang einfacher Wahlverwandtschaft, ohne jedoch das geringste Verständnis für chemische Vorgänge zu haben. Plinius erwähnt die Giftigkeit des Quecksilbers und seine Reinigung mittels Durchpressens durch Leder. Daß andere Metalle namentlich Gold, durch eine Beimischung von Quecksilber verändert werden, war den Alten nicht entgangen. Vitruvius gab eine genaue Vorschrift, wie man aus abgetragenen goldgestickten Gewändern mittels

Quecksilbers das Gold ausscheiden könne. Welch eine Rolle bei solchen Erkenntnissen aber der Zufall spielte, ist an der Erfindung des Glases zu ersehen. Seine Entstehung beobachtete man in Ägypten, als man zum Ausschmelzen des goldhaltigen Sandes diesem Soda als Flußmittel zusetzte. Die Mangelhaftigkeit solcher rein äußeren Erkenntnisse zeigte sich aber an den auf Grund ihrer gebildeten Begriffen und Verallgemeinerungen. So kam es oft vor, daß man grundverschiedene Stoffe für ein und denselben ansah, oder ein und denselben Stoff für verschiedene Stoffe hielt, je nach dem ihr äußerer Habitus eine Gleichheit oder eine Ungleichheit aufwies. Soda wurde z. B. je nach ihrem Vorkommen als ein besonderes Mineral betrachtet, gleichzeitig wurde aber auch Soda mit Pottasche verwechselt und beide für ein und denselben Stoff gehalten, da sie infolge ihrer ähnlichen Wirkungen den gleichen Zwecken dienten. Denn sie wurden in gleicher Weise zur Reinigung von Zeug, Häuten und Zähnen verwendet. Von den Säuren lernten die Alten am frühesten die Essigsäure in der Form von rohem Weinessig kennen. Diese Säure wurde in allen Säuren, also auch in sauren Pflanzensäften vermutet. Ganz ebenso stand es auch später im Mittelalter mit den Begriffen Salze und Säuren. Als Merkmale der Salze galten ihre Löslichkeit im Wasser und ihr spezifischer Geschmack. Für eine wesentliche Eigenschaft der Salze hatte man auch ihre Feuerbeständigkeit gehalten. Daher kam es auch, daß man zu den Salzen viele Säuren und Basen zählte. In gleicher Weise wurden auch heterogene Körper unter dem Begriff der flüchtigen Säuren zusammengefaßt. Zu ihnen gehörten der spiritus salis (Salzsäure) und der spiritus urinae (das flüchtige Laugensalz). Der Begriff des Spiritus oder der flüchtigen Säuren umfaßte somit nicht nur Säuren, sondern auch Salze.

Ebenso mangelhaft wie die Begriffe und Verallgemeine-

rungen waren, waren auch die auf Grund der oberflächlichen Erkenntnisse gebildeten Theorien über das Wesen und den inneren Zusammenhang der Erscheinungen. Aus Plinius ist zu ersehen, daß im Altertum die Überzeugung allgemein verbreitet war, daß Luft in Wasser und umgekehrt dieses in Luft übergehen könne, und daß ferner aus Wasser die Erde entstanden und der Bergkristall hervorgegangen seien. Besonders naiv war die Ansicht der Alten über das Entstehen der Metalle im Inneren der Erde. Man nahm an, daß sie durch Zutritt von Luft zu den Eingeweiden der Erde entstanden seien. Dem entsprechend wäre auch ein Nachwachsen der Metalle möglich. Sie seien daher hintereinander gelagert, weswegen sie auch den Namen *μετ'ἄλλα* erhalten haben. Nicht viel besser stand es auch mit derartigen Theorien im Mittelalter. Nach Pseudo-Geber bediente sich die Alchimie schon verschiedener Kunstmittel wie der Kalzination, Sublimation, Dekantation, der Auflösung, Destillation, Gerinnung (Kristallisation) und Fixation zur Gewinnung chemischer Produkte. Die wirkenden Mittel waren die Salze, die Alaune, die Vitriole, der Borax, der stärkste Essig und das Feuer. Auf ihre Experimente, Erfahrungen und Begriffe gründeten die Alchimisten auch ihre Theorien. So lehrte im 13. Jh. Albertus Magnus, die Metalle beständen aus Arsenik, Schwefel und Wasser. Lullus dagegen nahm als ihre Bestandteile Quecksilber und Schwefel an, die in verschiedenen Mengenverhältnissen und in verschiedenen Graden der Reinheit in den Metallen enthalten seien. Ihre Ansichten gründeten sie auf die Tatsache, daß diese Grundbestandteile aus anderen chemischen Stoffen gewonnen werden konnten und die Metalle manche Merkmale dieser Stoffe aufwiesen. Das Quecksilber erschien als Träger des Glanzes, der Dehnbarkeit und Schmelzbarkeit, also des eigentlich metallischen Verhaltens. Der Schwefel dagegen wurde we-

gen seiner Brennbarkeit als Ursache der Veränderung vieler Metalle im Feuer angenommen. Uns fällt es heutzutage leicht, die Unzulänglichkeit dieser Theorien einzusehen. Das erklärt auch die Mißachtung mit der man heutzutage von den Alchimisten spricht. Ihre Theorien hatten aber zu ihrer Zeit den Erfahrungstatsachen durchaus nicht widersprochen, sie standen vielmehr mit ihnen in vollständigem Einklang, und die Schöpfer dieser Theorien zählten zu den hellsten Köpfen ihrer Zeit.

Es muß aber auch zugestanden werden, daß das Beurteilen des Bleibenden und Gleichen an den Erscheinungen nach dem rein Äußerlichen sowie das Bilden von Theorien auf Grund desselben auch nicht ganz unberechtigt ist. Da die äußere Ähnlichkeit aus der inneren stammen kann, so kann auf Grund dieser äußeren Ähnlichkeit in manchen Fällen auch über das Wesen der Dinge selbst fehlerlos geurteilt werden. Daher können auch Verallgemeinerungen und Theorien, denen bloß rein äußerliche Eigenschaften der Dinge zu Grunde gelegt werden, sich in der Folge auch als richtig erweisen. In der Geschichte der Wissenschaften läßt sich auch dafür so manches Beispiel finden. So faßten z. B. die Chemiker schon früh die Zinkblende, den Bleiglanz, das Kupfer und den Schwefelkies als eine Gattung von Verbindungen unter dem Namen der marcasitae zusammen. Die diesen Körpern gemeinsame Eigentümlichkeit, beim Rösten ein Produkt von so charakteristischem Geruch, wie ihn die schwefelige Säure besitzt, zu liefern, mag wohl am meisten zu ihrer Vereinigung in eine Gruppe beigetragen haben. Diese Verbindungen gehören auch noch bis auf den heutigen Tag als Schwefelverbindungen zu einer Gruppe. Da wir jedoch nie wissen können, welche von den zufälligen Eigenschaften auch tatsächlich aus dem Wesen der Erscheinungen hervorgehen und auf dieses

schließen lassen, so sind solche Verallgemeinerungen und Theorien auf Grund des rein Äußerlichen doch als mangelhaft zu betrachten. Sie erweisen sich zumeist als falsch. Trotzdem ist ihnen ein wissenschaftlicher Wert nicht abzusprechen, denn sie stellen ja die ersten Versuche dar, die Erscheinungen nach dem ihnen Gemeinsamen oder nach dem an ihnen Ständigen zu erfassen, woraufhin auch später neue ähnliche Erscheinungen durch die angenommenen Einförmigkeiten beurteilt werden können. Welchen Nutzen aber überhaupt Theorien, obgleich sie auch falsch sein können, der Wissenschaft bieten können, ist u a. an der von G. E. Stahl (1734) aufgestellten Phlogistontheorie zu ersehen. Diese beruhte auf der Hypothese, daß die brennbaren Körper, zu denen auch die einer Verkalkung fähigen Metalle gerechnet wurden, das Phlogiston, einen Stoff der bei der Verbrennung und Verkalkung entweiche, als gemeinsamen Bestandteil enthalten. So vereinigte sich, wie Stahl annahm, z. B. beim Erhitzen der Metallkalke mit Kohle, das in den ersteren reichlich enthaltene Phlogiston mit der Kohle, so daß die Metalle wieder in ihrer vollständigen Reinheit hergestellt würden. Die chemische Forschung dieses Zeitalters beachtete aber nur gelegentlich die Gewichtsverhältnisse der an den chemischen Reaktionen teilnehmenden Körper und wandte ihre Aufmerksamkeit fast nur der qulitativen Seite der Erscheinungen zu. Selbst scharfsinnige Denker, wie Cavendish und Scheele, die bei der Verkalkung der Metalle eine Gewichtszunahme beobachteten und in scharfen Gegensatz zu der Phlogistontheorie hätten geraten müssen, schenkten diesem Umstand eine geringe Beachtung und begnügten sich mit der geschraubten Erklärung, daß das Phlogiston die Körper leichter mache. Durch ein ganzes Zeitalter zieht sich dieser Grundirrtum hin. Aber ungeachtet dessen hat sich diese Zeit für die che-

mische Wissenschaft als höchst fruchtbar erwiesen. Stahl hat jedenfalls das Verdienst gehabt, durch seine Phlogistontheorie alle Erscheinungen der Oxydation und Reduktion in Zusammenhang gebracht und eine Unmenge von verwandten Prozessen aus einem gemeinsamen Gesichtspunkte heraus gedeutet zu haben.

Aus demselben Grunde wie den Theorien, die auf mangelhafter Erfahrung beruhen, ist auch den sogen. metaphysischen Erklärungsgründen ein wissenschaftlicher Wert nicht abzusprechen. Wie in alten Zeiten, so kommt es auch heutzutage vor, daß die Gelehrten da, wo ihnen die Einsicht in die wahren Gründe einer Erscheinung fehlt, sich durcherdachte zu helfen suchen. Diese stellen aber eigentlich nichts anderes als bloße Benennungen des Unbekannten dar und die zu solchen Erklärungen verwendbaren Begriffe werden metaphysische Begriffe genannt. Solcher Erklärungen haben sich mehrfach selbst große Wissenschaftler bedient. Die Lehre des Aristoteles und Galileis vom horror vacui stellt nichts anderes dar, als einen metaphysischen Erklärungsgrund. Zu den metaphysischen Theorien gehört auch die Lehre des Paracelsus und Helmonts, daß die Verdauung sich durch das Vorhandensein eines besonderen Geistes, des Archeus, erklären lasse; ferner die Lehre Galles von den 27 Seelenvermögen. Selbst Kant waren solche Erklärungsgründe nicht fremd, denn er meinte u. a., die Erreichung eines hohen Alters, zu der einige Individuen und Familien neigen, sei durch die Vererbung dieser Eigenschaft zu erklären[1]). Der Wert, den die metaphys. Begriffe für uns oft haben können, besteht nun darin, daß dergleichen Begriffe, wenn sie auch das Unerklärte an den Erscheinungen nicht erklären, so doch die unerforschten Gründe mit einem Namen bezeichnen und dadurch die rätsel-

1) Vgl. I. Kant, Von der Macht des Gemütes.

haften Erscheinungen, soweit sie miteinander übereinstimmen, in natürliche Klassen zusammenfassen. Denn, wenn an den Erscheinungen etwas Gemeinsames angetroffen wird, dieses Gemeinsame sich aber aus dem Wesen der Erscheinungen noch nicht erklären läßt, so genügt es fürs erste, daß angegeben und hervorgehoben wird, worin die Erscheinungen einander gleichkommen, und das tun gerade die metaphysischen Begriffe.

An der Entwickelung der Wissenschaften ist es also zu ersehen, wie das empirische Wissen sich durch unvermeidliche Irrtümer durchringen muß und sich erst allmählich zu einer zuverlässigeren Erkenntnis gestaltet. Im Gegensatze zu den lrrtümern, denen die erfahrungsmäßige Erkenntnis stets ausgesetzt ist, muß der Umstand um so mehr Bewunderung erregen, daß an den Erfahrungstatsachen schon von jeher sich oft viel zuverlässigere Erkenntnisse auf dem Wege des mathematischen Denkens haben ermitteln lassen. So verstanden es z. B. die Assyrer und Babylonier, durch rein mathematische Überlegungen zu recht genauen Erkenntnissen über den Lauf der Himmelskörper zu gelangen, wobei sie sich äußerst primitiver Vorrichtungen und Instrumente, wie des Gnomons, Triquetrums u. a. bedienten. Das Gnomon z. B. stellt einen einfachen senkrecht stehenden Stab dar, der seinen Schatten auf eine horizontale Fläche wirft. Nach der Länge dieses Schattens zu den verschiedenen Tages- und Jahreszeiten gelang es den Babyloniern die Schiefe der Ekliptik zu bestimmen, sowie viele Daten über den Kreislauf der Himmelskörper zu gewinnen. Auf dem Wege des reinen Denkens hatte auch Archimedes das hydrostatische Grundgesetz entdeckt, dem zufolge jeder in Flüssigkeit getauchte Körper von seinem Gewicht soviel verliert, als die von ihm verdrängte Flüssigkeit wiegt. Wie Vitruv berichtet, soll Archimedes zu seiner Entdeckung durch Hiero von Syrakus veranlaßt

worden sein, indem dieser ihn zu einer Untersuchung des Gehaltes eines goldenen Kranzes aufforderte, weil er die Vermutung hegte, es seien Betrügereien bei der Anfertigung des Kranzes vorgekommen und es sei ein Teil des Goldes von den Goldschmieden unterschlagen worden. Eifrig in Gedanken damit beschäftigt, Mittel zu finden, wie diese Unterschlagung zu erweisen, kam Archimedes gelegentlich in ein Bad, und als er dort in eine Wanne stieg, bemerkte er, daß das Wasser in gleichem Maße über die Wanne austrete, in welchem sein Körper beim Eintauchen immer mehr und mehr an Gewicht verliert. Sobald er auf den Zusammenhang dieser Erscheinungen gekommen war, sprang er aus der Wanne und rannte unbekleidet mit dem freudigen Ruf: ἕυρηκα! (ich hab's gefunden!) nach Hause, füllte ein Gefäß mit Wasser, senkte den Kranz hinein und verglich die Menge des durch den Kranz verdrängten Wassers mit den Mengen des durch gleichschwere Gold- und Silberklumpen verdrängten Wassers. Er entdeckte auf diese Weise die Verfälschung des Goldkranzes durch Silber. Hieraus ist also zu ersehen, wie wertvoll zur Erkenntnis des gesetzmäßigen Zusammenhanges der Dinge die reine Tätigkeit des Verstandes, die mathematische Genauigkeit und die Verwendung der Zahl und des Maßes ist. Aus diesem Grunde glaubten auch die Alten, daß das mathematische Wissen das zuverlässigste sei und die Zahl das Wesen der Dinge ausmache.

Doch ist eine spekulative Erkenntnisart, wie die rein mathematische auf unmittelbare Weise nur da möglich, wo man es mit Größen zu tun hat, zu deren Messen sich auch ein Maß finden läßt. Da aber meistenteils die Mannigfaltigkeit der Erscheinungen sich unserer Erkenntnis zuerst nur von ihrer rein sinnlichen, qualitativen Seite darbietet und Maß und Zahl sich unmittelbar auf die Erscheinungen nur selten anwenden lassen, so ist der Intellekt

gezwungen, sich anfangs mit einer bescheideneren Erkenntnis zu begnügen; er sinnt dabei aber dennoch immer wieder auf Mittel und Wege, um von einer rein historischen Kenntnisnahme des Qualitativen ausgehend, zu einer objektiv gültigen Erkenntnis des Allgemeingültigen und Ständigen an den Erscheinungen zu gelangen. Das Äußere trügt, daher kann auch nicht direkt aus ihm auf das Ständige, auf das innere Wesen geschlossen werden, sondern es muß abgewartet werden, bis die Erfahrungstatsachen in solcher Fülle vorliegen, daß sich aus ihnen auf das Bleibende und aus diesem auf das innere Wesen der Erscheinungen auf irgend eine mittelbare Weise schließen läßt. Bei einem solchen Erschließen und Ausnutzen der Erfahrungstatsachen kommt es aber namentlich auf die Schärfe des Verstandes an, die sich, wie wir das bei Archimedes beobachten konnten, in der treffenden Wahl der Mittel und in genialen Entwürfen und Schlußfolgerungen bekundet. Bevor es soweit gekommen ist, geht aber der Verstand seinen gewöhnlichen natürlichen Weg, wobei er die Erfahrungstatsachen einer einfacheren gedanklichen Bearbeitung unterwirft, um dann stufenweise zur Erkenntnis des Allgemeingültigen zu gelangen. Er hebt damit an, daß er die Erscheinungen nach ihren äußerlichen Eigenschaften oder ihrem äußeren Bau vergleicht und unterscheidet und sie auf Grund des Gleichen und Verschiedenen klassifiziert, wie das etwa in der Botanik oder Zoologie zu geschehen pflegt. Die Botaniker gruppieren die Blüten nach dem Bau und der Anzahl der Staubgefäße, der Kelch- und Blumenkronenblätter usw. Ebenso teilen auch die Zoologen die Tiere in Säugetiere, Vögel, Fische, Reptilien und Insekten, die Fische wieder in Quer- und Rundmäuler mit paarigen oder unpaarigen Flossen usw. ein auf Grund des äußeren Körperbaues derselben. Die Einordnung der einzelnen Erscheinungen in die verschiedenen Klassen braucht aber nicht

immer nach einem bestimmten Plan zu geschehen. Sie nimmt ihren Anfang eigentlich schon mit der bloßen erfahrungsmäßigen Kenntnisnahme der Erscheinungen, da wir durch die assoziative Tätigkeit unseres Verstandes stets veranlaßt werden, das, was an den Erscheinungen mit dem uns schon Bekannten ähnlich ist, zu bemerken und durch dieses Ähnliche sie auch aufeinander zu beziehen. Wir lernen sie auf diese Weise begreifen und sind dann imstande sie gegebenenfalls wiederzuerkennen. Solcher primitiver Vergleiche bedient man sich auch nicht selten in den verschiedenen Wissenschaften zur Beschreibung der Erscheinungen. So verglichen die alten Griechen die Bahnen der Planeten mit großen, kreisenden Rädern, und ebenso vergleicht man heutzutage die Mondrillen mit den Strahlen einer geplatzten Kugel usw. Wenn aber die Erscheinungen nichts Ähnliches mit schon Bekanntem aufzuweisen scheinen und man sozusagen keine Worte findet, um sie zu beschreiben, dann sucht der Intellekt sie wenigstens durch die Erscheinungen, mit denen sie in stetem Zusammenhange auftreten, im Gedächtnis zu fixieren. So werden z. B. oft Farben nach den Trägern derselben bezeichnet, wie die Orangefarbe nach der Orange und das Indigoblau nach dem Indigostrauche. Auf solche Weise wird das Einzelne durch das Allgemeinere fixiert, und dadurch vermeint der Intellekt anfangs auch das Wesentliche und Allgemeine an den Erscheinungen zu erfassen. Oft geschieht die Fixierung des Allgemeingültigen an den Erscheinungen auch durch die Bezeichnung desselben nach den die Erscheinungen hervorbringenden Gegenständen oder nach der Art ihrer Gewinnung. Die Elektrizität war uns anfangs nur als Reibungselektrizität bekannt. Zu dieser gesellten sich später andere Arten der Elektrizität, die von jener nur nach der Art ihrer Entstehung unterschieden werden konnten, wie z. B. die galvanische Elektrizität, die durch chemische Reaktionen, oder die Thermo-

elektrizität, die durch Erwärmung oder Abkühlung der Lötstellen von Metallen erzeugt wird.

Eine ausgiebige Kenntnis der Erfahrungstatsachen ermöglicht es schließlich auch solche Eigenschaften an den Dingen zu unterscheiden, die durch unsere Sinnesorgane unmittelbar nicht wahrgenommen werden können. Durch aufmerksame, angestrengte Reflexion gelangt nämlich der Intellekt dazu, sich Hilfsmittel zu verschaffen, durch die er immer tiefer in das innere Wesen der Dinge einzudringen vermag. Diese Mittel bestehen in der kunstvollen Bestimmung der Erscheinungen nach ihren entfernten Äußerungen und nach den Arten ihrer Einwirkung auf einander sowie in der Verwendung von Instrumenten. Durch den Gebrauch von Instrumenten ist es gelungen, tief in das Geheimnis der Natur einzudringen und den näheren Zusammenhang der Dinge aufzudecken. Für die Erkenntnis der verborgensten Eigenschaften der Dinge nach den verschiedensten Arten ihrer Wirksamkeit oder nach deren Einwirkungen auf andere Erscheinungen liefert die Chemie die unzähligsten Beispiele, diese bieten gleichzeitig auch die besten Beweise dafür, daß eine gründlichere Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen nur durch die Selbstbetätigung des Verstandes zustande kommt. Nachdem man nähmlich in der Chemie zu einer ausgiebigen Kenntnis der Gewinnung von Säuren, sowie des Verhaltens derselben zu Metallen, Salzen und organischen Verbindungen gelangt war, kam man auch schließlich auf den Gedanken, aus dem Aussehen und dem Verhalten von Fällungen und auskristallisierten Salzen Schlüsse auf die Gegenwart bestimmter Stoffe zu ziehen, wodurch die Erkenntnis der chemischen Zusammensetzung der Körper gefördert wurde. So legte z. B. Tachenius besonderen Wert auf die Unterscheidung der Niederschläge nach der Farbe und es gelang ihm mit Hilfe von Galläpfeln, kohlensaurem Kali, Ammon, Ätz-

kali und dgl. a. Reagenzien mehrere Metalle in Lösungen nebeneinander aufzufinden. Durch ähnliches Verfahren wurde er auch zu der richtigen Annahme geführt, daß das Öl oder Fett eine verborgene Säure enthalte. Gerade in dem Maße, wie die Erfahrungstatsachen sich zur Erkenntnis des chemischen Bestandes der Körper ausnutzen ließen, konnte auch weiter eine noch gründlichere Erkenntnis auf rein gedanklichem Wege erreicht werden. So ließen sich jetzt die Stoffe schon nach ihren gemeinsamen Bestandteilen und nach ihrer inneren Struktur klassifizieren und in ihrem inneren Wesen erfassen. Auf diese Weise gelangte man auch zur ersten brauchbaren Bestimmung des Begriffes Salz als einer Verbindung von Säuren und Basen. Die Beurteilung der Stoffe aus der Art ihrer Einwirkung auf Reagenzien vertiefte sich weiter immer mehr und mehr, und die qualitative Analyse gestaltete sich mit der Zeit zu einem besonderen und vielverzweigten Wissensgebiet. Man unterschied ein Analyse auf nassem, eine auf trockenem Wege und schließlich eine Analyse der Gase. Seit Boyle benutzte man Pflanzensäfte, in Lösung oder auf Papier fixiert, als Indikatoren zur Erkennung von Säuren, Basen und neutralen Substanzen. Zur Analyse von Körpern auf trockenem Wege bediente man sich im 18. Jahrh. des Lötrohres unter Verwendung von Borax, Kobaltsolution und anderer Reagenzien. Markgraf benutzte zur Erkennung der Kalium- und Natriumsalze die verschiedene Färbung, welche sie der Flamme erteilen. Aus dem Verhalten mancher Salze zu Ätzkali schloß er auf ihre Zusammensetzung. So wies er nach, daß Gips aus Schwefelsäure und Kalk bestehe und daß im Schwefelspat Schwefelsäure enthalten sei. Auch das Mikroskop wurde zu Rate gezogen, wenn es galt Substanzen an ihrer Kristallgestalt zu erkennen. Zur Analyse der Gase fing man an sich einzelner Absorptionsmittel zu bedienen,

durch deren Wirkung zuerst die Verschiedenheit der Gase bemerkt wurde. Für Kohlensäure erkannte man im Ätzkali, für den Sauerstoff im Salpetergas, resp. im feuchten Schwefeleisen sowie Phosphor die geeigneten Agenzien, um die Gase zu beseitigen und ihre Volumen zu messen. Cavendisch erzielte eine sehr genaue Bestimmung des Sauerstoffes in der Luft, indem er dieses Gas durch Verpuffung mit Wasserstoff ermittelte. Er berechnete den Gehalt des Sauerstoffs in der Atmosphäre auf 20,85 %; gegenwärtig werden 20,9 % angenommen. So hatte die qualitative Analyse auch zur Entdeckung der quantitativen Analyse geführt, und das der Wahrnehmung unserer Sinne sich Verschließende hatte sich dank der reinen Reflexion nicht allein nach seiner qualitativen Seite, sondern auch nach seinen quantitativen Bestimmungen als erkennbar erwiesen.

Sobald die Erfahrungstatsachen sich in solcher Fülle angesammelt haben, daß sie sich nicht überschauen lassen, werden sie nicht nur in Klassen zusammengefaßt, sondern auch in ein System geordnet. Da die Eigenschaften, die den Erscheinungen gemeinsam sein können nicht immer vollständig gleich zu sein brauchen, um als gleich beurteilt zu werden, das qualitativ Gleiche sich somit seinem Grade nach unterscheiden kann, so entsteht das Bedürfnis die Erscheinungen nach den quantitativen, graduellen Unterschieden ihrer gemeinsamen Eigenschaften in Reihen anzuordnen, d. h. sie zu systematisieren, um auf diese Weise die dem steten Wandel des Qualitativen zugrundeliegenden Regel- und Gesetzmäßigkeiten zu erkennen. Das Wichtige und Geniale worauf es dabei ankommt, besteht in der richtigen Wahl des Einteilungsgrundes; welchen Wert die richtig getroffene Wahl des Einteilungsgrundes für die Entdeckung neuen Wissens aber haben kann, mag aus folgendem Beispiel zu ersehen sein. Im Jahre 1864 hatten unab-

hängig voneinander der Engländer Newlands und der deutsche Chemiker Lothar Meyer eine Anzahl von Elementen nach der Größe ihrer Atomgewichte geordnet und dabei bemerkt, daß während bei oberflächlicher Betrachtung die aufeinanderfolgenden Grundstoffe scheinbar regellos wechselnde Eigenschaften aufweisen, nach Ablauf einer gewissen Periode das chemische und physikalische Verhalten der nun folgenden Elemente an das der voraufgehenden lebhaft erinnert, ja sich wiederholt. Die einander ähnlichen Elemente wurden daher von diesen Forschern zu Gruppen oder natürlichen Familien vereint und diese von den Perioden unterschieden, welche diejenigen Elemente umfaßten, deren Atomgewichte zwischen denjenigen der nächststehenden Glieder einer natürlichen Familie lagen[1]). Dieser Versuch, die Grundstoffe nach der Größe ihrer Atomgewichte zu ordnen und daraus wichtige Beziehungen der letzteren zu den Eigenschaften jener abzuleiten, rief zunächst mehr Verwunderung als Anerkennung hervor. Newlands entging sogar nicht dem Spott, indem man ihn fragte, ob er nicht mit ähnlichem Erfolge versuchen wolle, die Elemente nach ihren Anfangsbuchstaben zusammenzustellen. Diese sehr unvollkommenen Anfänge wurden seit dem Jahre 1869 durch Mendeleieff, und ganz unabhängig von diesem, von L. Meyer stark erweitert und abgerundet, nachdem inzwischen für mehrere Elemente die Atomgewichte mit größerer Genauigkeit als früher ermittelt worden waren. Auf diese Weise wurden die Grundstoffe in ein natürliches System gebracht, in dem die Eigenschaften der Elemente als periodisch wechselnde Funktionen ihrer Atomgewichte angesehen werden konnten. Unter den vielfachen Schlüssen spekulativen Charakters, die Mendeleieff selbst aus seiner periodischen Tabelle gezogen,

1) E. v. Meyer, Gesch. der Chemie. 1895, S. 317.

haben die Vorherbestimmungen der besonderen Eigenheiten der Stoffe, die ihrem Atomgewichte nach in den Lückenstellen des Systems einmal Platz finden sollten, in der Folge bei der Entdeckung des Galliums, Skandiums, Germaniums in wahrhaft überraschender Weise eine Bestätigung gefunden. So war die neue wissenschaftliche Erkenntnis der Abhängigkeit physikalischer und chemischer Eigenschaften der Elemente von ihren Atomgewichten aus der natürlichen Anordnung derselben in Reihen und aus dem Zusammenfassen derselben in ein System auf rein spekulative Weise hervorgegangen. Auf dieselbe Weise vollzieht sich nun auch immerfort die Vertiefung unserer erfahrungsmäßigen Erkenntnis auf Anleitung des Verstandes. Nur dieser vermag noch da, wo nichts zu sehen ist, die Sinne sehend zu machen und da, wo nichts Gleiches und Ähnliches vorzuliegen scheint, noch einen Zusammenhang zu erkennen. Ungeachtet dieses ständigen Fortschrittes ist die erfahrungsmäßige Erkenntnis doch nie vor Irrtum geschützt, da aus dem, was geschehen ist, ja nie mit Bestimmtheit geschlossen werden kann, daß es auch immer so geschehen müsse, die reine Empirie aber außer den Erfahrungstatsachen keine anderen Erkenntnisgründe kennt und daher nicht imstande ist, eine objektive Allgemeingültigkeit ihrer Erkenntnisse zu verbürgen. Die Widersprüche aber, zu denen die empirische Erkenntnis oft führt, und das gleichzeitige Bewußtsein der Möglichkeit einer zuverlässigen Erkenntnis auf rein verstandesmäßigem Wege geben uns die Veranlassung, auf einem jeglichen Gebiete des Wissens eine ebensolche Exaktheit zu erstreben, wie sie z. B. der mathematischen Wissenschaft zukommt. Diese ist aber bloß da erreichbar, wo sich die Zahl und das Maß anwenden lassen. Damit die Beurteilung des Tatsächlichen der Wahrheit entspreche, darf eben das Vergleichen und Unterscheiden nicht immer von ungefähr geschehen, sondern

erfordert oft der höchsten Genauigkeit, um die Gebiete des ständigen Zusammenbestehens und die Art der Aufeinanderfolge der Erscheinungen richtig zu bestimmen. Die Fehlerhaftigkeit so mancher Theorie beruht einzig und allein darauf, daß die Bestimmungen des gegenseitigen Verhältnisses der Erscheinungen nicht mit der nötigen Exaktheit vollzogen ward, und die Zahl und das Maß keine Anwendung gefunden haben. Die Fehlerhaftigkeit der Phlogistontheorie beruhte gerade darauf, daß die quantitativen Verhältnisse bei der Beobachtung der Verbrennungserscheinungen nicht streng genug in Betracht gezogen wurden. Indem Lavoisier unter Benutzung der Wage darlegte, daß die der Verbrennung unterworfenen Stoffe gerade um soviel schwerer werden, als der aus der Luft entwichene Sauerstoff wiegt, hatte er auch die Phlogistontheorie widerlegt und die Erscheinungen der Verbrennung und Verkalkung richtig gedeutet.

Man darf jedoch nicht blindlings der Ansicht folgen, daß die Wissenschaften einzig und allein schon durch das Messen gefördert werden können. In einem jeden Falle hängt der Erfolg von der dem gewöhnlichen Blick verborgenen Kunst ab, den bekannten Tatsachen eine neue Erkenntnis abzuringen. Die Phlogistontheorie war nicht allein dadurch überwunden worden, das Lavoisier die Produkte der chemischen Prozesse auf ihr Gewicht hin untersuchte, sondern namentlich dadurch, daß er auf Grund genauer Daten eine neue Theorie geschaffen hatte. Vor ihm hatte schon Black (1799) die Wage gebraucht und den Gewichtsverhältnissen der in Reaktion tretenden Stoffe große Aufmerksamkeit geschenkt. Black war es auch gelungen zu beweisen, daß beim Glühen des Kalksteines und der magnesia alba etwas fortgehe, was einen Gewichtsverlust herbeiführe, und daß dieses Etwas ein Gas sei, das von den ätzenden Alkalien z. B. dem Kalk gebunden und fixiert werde. Er hat aber

keine Theorie gegeben, obwohl auch ihm die schon früher von Priestley und Scheele gemachte Entdeckung des Sauerstoffes bekannt war. Er war nur der erste, der sich der Theorie Lavoisiers angeschlossen hatte.

Außer der Verwendung der Zahl und des Maßes kommt es somit bei der Erkenntnis des Allgemeingültigen an dem Erfahrungsmäßigen namentlich auf das reine Denken an. Weder das Messen noch die ausgiebigere Kenntnis des Erfahrungsmäßigen selbst kann etwas zur Entdeckung des Allgemeingültigen an ihm beitragen ohne die reine Tätigkeit des Verstandes, ohne eine leitende Idee, die ihren eigenen Ursprung hat und ihren eigenen Weg geht. Aber auch die so gewonnene Erkenntnis könnte sich leicht als ein bloßes Hirngespinst erweisen, wenn wir keine triftigeren Gründe für ihre Gültigkeit anzugeben hätten, als nur das Faktum ihrer steten Übereinstimmung mit den Erfahrungstatsachen. Die zuverlässigsten Gründe, die wir kennen, sind nun diejenigen der rationalen Wissenschaften. Wenn die Erscheinungen und ihre Gesetzmäßigkeiten sich so erkennen ließen, daß sie aus ihren Gründen auf ebenso selbstersichtliche Weise hervorgehen würden wie z. B. die mathematischen Schlußfolgerungen aus den mathematischen Theoremen oder diese aus den Axiomen, so würden wohl keine Zweifel betreffs der Allgemeingültigkeit einer solchen Erkenntnis bestehen können. Eine solche Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen ist uns allem Anschein nach in der rationalen Naturwissenschaft gegeben. Wenn wir uns nun davon überzeugen wollen, ob die rationale Naturwissenschaft auch tatsächlich auf objektive Gültigkeit Anspruch erheben darf, so müssen wir uns der Betrachtung zuwenden, wie sich das Allgemeingültige an der Erfahrung auf rationalem Wege erkennen läßt, und welchem Umstande das rein rationale Wissen selbst seine objektive Gültigkeit zu verdanken hat.

23. Die rationale Erkenntnis des Allgemeingültigen, a. Die Mittel des exakten Vergleiches.

Eine jede Wissenschaft gelangt früh oder spät zu einem Stadium, wo ihrer Entwickelung ein Halt geboten wird, wenn bei der spekulativen Behandlung ihrer Probleme die mathematische Exaktheit nicht beobachtet und das Messen nicht zur Hilfe genommen wird. Von den Wissenschaften werden nun einige recht früh, andere aber erst spät zu rationalen, je nachdem wie leicht das Quantitative sich an dem zu Erforschenden erkennen und somit auch ein Maß zur Bestimmung desselben finden läßt. Die Hauptsache, um die es sich dabei handelt, ist, daß man dahinter kommt, wo, woran und wie die Messungen zu vollziehen, welche Mittel dazu zu gebrauchen und welche Erscheinungen als solche Mittel zu verwenden sind. Die Ermittelung von Zahlbestimmungen ist da am schwersten zu bewerkstelligen, wo wir es bloß mit einem unsteten Qualitativen, das nichts Regelmäßiges an sich erkennen läßt, zu tun haben, und da am leichtesten, wo die Erscheinungen etwas Regelmäßiges und Ständiges aufweisen. So war die Erkenntnis der Außenwelt von Anfang an auf rationalen Grund gestellt, da viele Erscheinungen derselben solche Ständigkeiten ihrer räumlichen und zeitlichen Bestimmungen aufweisen, daß für sie in der Außenwelt auch leicht Maße gefunden werden konnten. Wir brauchen uns nur die astronomischen, mechanischen, akustischen, hydraulischen u. a. Kenntnisse der Alten sowie die verschiedenartigsten Künste, die mit ihren theoretischen Kenntnissen in Verbindung standen, zu vergegenwärtigen, um uns davon zu überzeugen. Da aber die Sinne nicht immer dazu ausreichen, um die Erscheinungen auf unmittelbare Weise quantitativ zu bestimmen, so sinnt der Verstand auf Mittel und Wege, wie die quantitative Seite der Erscheinungen nebst den fein-

sten Einzelheiten und Unterschieden haargenau zu erkennen und zu bestimmen. Als Mittel, die das Wahrnehmungsvermögen unserer Sinne verschärfen und das Allerkleinste noch wahrzunehmen und zu messen ermöglichen, dienen dem Verstande die verschiedenartigsten, von ihm selbst erschaffenen Instrumente. Durch Vermittelung derselben vermag er sich immer genauere Kenntnis von den Erfahrungstatsachen zu verschaffen und so stets neue Bahnen zu finden, auf denen er sich in seiner spekulativen Tätigkeit ergehen kann. Um nun irgendwelche Erscheinungen messen zu können, kommt es uns in erster Lienie darauf an, solche Erscheinungen zu wählen, die uns als Maße dienen könnten, dann aber auch darauf, an den Erscheinungen selbst feste Anhaltspunkte zu finden, von denen das Messen derselben anheben könnte, damit dann weiterhin die Rechenkunst das Übrige vollbringe. Die konstanten Maßeinheiten sowie die Fixpunkte, von denen das Messen anheben kann, müssen in der Erfahrung selbst gefunden werden; die Auswahl derselben aus dem unbegrenzten Erfahrungsschatze fällt aber dem Verstande zu. Das Messen ist somit sowohl durch den Fortschritt der erfahrungsmäßigen Erkenntnisse, als auch durch die reine Tätigkeit des Verstandes bedingt. So konnten beispielsweise Messungen an den elektrischen Erscheinungen erst dann unternommen werden, nachdem man solche Tatsachen, wie das Ausschlagen der Holunderpendel beim Elektrisieren derselben oder die Ablenkung der Magnetnadel durch einen über sie geleiteten Strom zur Kenntnis genommen hatte, denn durch diese Erscheinungen ließ sich die Spannung und die Stärke des elektrischen Stromes messen. Auch die Menge des von dem Strome zersetzten Wassers wird heutzutage zur Messung der elektrischen Stromstärke benutzt. Die Einsicht aber, daß man bei den verschiedenen Arten des

Messens es nicht mit der Bestimmung ein und derselben Eigenschaft an der Elektrizitätserscheinung zu tun habe, und daß eine Stromspannuug von einer Stromstärke zu unterscheiden sei, hat man dem Scharfsinn der Forscher zu verdanken, die zur Verdeutlichung sich des Vergleichs mit einem Wasserstrom, also eines Analogieschlusses, geschickt bedient hatten.

Um eine Erscheinung messen zu können, bedarf man also konstanter Anhaltspunkte, von denen das Messen anheben kann. Das Messen der Temperatur ist heutzutage eine einfache Sache. Die Erfindung des Thermometers erforderte aber außergewöhnliche physikalische Kenntnisse sowie außerordentlichen Scharfsinn. Dabei kam es namentlich darauf an, die sogen. Fixpunkte zu finden, um späterhin durch Teilung des zwischen ihnen liegenden Intervalls nach Belieben große oder kleine Maßeinheiten zu erhalten. Was vor Fahrenheit (1724) an Thermometern gebräuchlich war, litt unter dem Mangel einer eigentlichen Skala. Das Luftthermometer Amontons (1703) besaß nur einen Fixpunkt — den Siedepunkt des Wassers. Fahrenheit nahm aber zum untersten Punkt der Skala seines Weingeistthermometers die Temperatur einer Kältemischung von Schnee und Salmiak an. Zum anderen Fixpunkt wählte er zuerst die Temperatur einer Mischung von Eis und Wasser, dann die Körperwärme und endlich den Siedepunkt des Wassers, der auf seiner letzten, heute teilweise noch im Gebrauch befindlichen Skala mit 212° bezeichnet wird. Der Gefrierpunkt des Wassers, der von Réaumur im J. 1730 als Nullpunkt angenommen wurde, aber infolge der seltsamen Erscheinung der Überkältung nicht völlig konstant ist, war bereits von Fahrenheit verworfen worden.

Mit ebensogroßen Schwierigkeiten ist auch oft das Auffinden von Maßeinheiten verknüpft. Um bei der Bestimmung des Widerstandes der Elektrizitätsleiter alle in Be-

tracht kommenden Faktoren in ihrer gegenseitigen Beeinflussung zu untersuchen, suchte Ohm nach konstanten Größen. Erst allmählich kam er darauf, ein Thermoelement aus Kupfer und Wismut, dessen Lötstellen sich in kochendem Wasser und in schmelzendem Eis befanden, zu benutzen. Mit diesem konstanten Strome untersuchte Ohm die Leitfähigkeit der Metalle und konnte (1826) die Formel $x = a : (b + x)$ feststellen, die soviel bedeutet, daß die Stromstärke (x) direkt proportional dem Leitungswiderstande ist, wobei x die Länge des Drahtes, b aber den Widerstand der übrigen Teile der Kette bezeichnet.

Die Bestimmung einer gesuchten Größe ist aber bei weitem nicht immer auf direktem Wege möglich, weil dazu oft konstante Einheiten oder Maßstäbe fehlen. In solchen Fällen können an den Erscheinungen an Stelle direkter doch noch relative Größenbestimmungen vollzogen werden. Auch solche Bestimmungen sind als große Errungenschaften der Wissenschaft zu betrachten. Wie wir wissen, war es den Alten schon gelungen mit Hilfe des Monochords das gegenseitige Verhältnis der Saitenlängen der Grundtöne in Zahlen auszudrücken. Dergleichen relative Größenbestimmungen können aber zum Schluß auch zu rechten Quantitätsbestimmungen führen. So war es Sauveur gelungen die Schwingungszahlen der Töne auf rein spekulativem Wege zu bestimmen. Er hatte an zwei Orgelpfeifen, die sich um einen halben Ton unterschieden, 6 Schwebungen wahrgenommen. Da ihr Verhältnis 15 : 16 war, so ergaben sich für die eine Pfeife 90 und für die andere 96 Schwingungen in der Sekunde.

Oft lassen sich die Erscheinungen ohne daß neue Maßeinheiten, oder Fixpunkte künstlich geschaffen zu werden brauchen, einfach durch das bloße Ausnutzen schon bekannter Tatsachen quantitativ bestimmen. So war 1630 Römer die Ermittellung der Lichtgeschwindigkeit aus der Verspätung der Jupitermonde auf rein spe-

kulativem Wege gelungen. Die Richtigkeit seiner Messung war später von Bradley bestätigt worden, der die Geschwindigkeit des Lichtes aus der Aberration des Fixsternlichtes ebenfalls rein spekulativ ermittelt hatte.

b. Das Messen als Erkenntnismittel.

Wie wichtig nun die Kunst, an den Erscheinungen exakte Größenbestimmungen zu ermitteln, für die Wissenschaft ist, läßt sich am leichtesten daraus ersehen, daß eine ganze Reihe von Entdeckungen nur dem Umstand zu verdanken ist, daß man sich der Meßinstrumente bedient hatte. So hat Fr. Wlh. Herschel mit Hilfe des Thermometers das Vorhandensein unsichtbarer Wärmestrahlen im Spektrum festgestellt. Herschel hatte nämlich bei der Beobachtung der Sonne durch verschieden gefärbte Gläser nicht stets die gleiche Wärmeempfindung gehabt. Hinter hellen Strahlen war sie häufig schwächer wie hinter dunkleren. Um sich hierüber Klarheit zu verschaffen, untersuchte er (1800) mit einem Thermometer, dessen Kugel berußt war, die Temperatur der einzelnen Farben im Sonnenspektrum. Sie erwies sich im Rot besonders hoch, ihr Maximum erreichte sie jedoch im unsichtbaren Teile des Spektrums, im Infrarot. Herschel hatte damit gleichzeitig auch die Existenz dunkler Wärmestrahlen sowie einen der beiden unsichtbaren Teile des Sonnenspektrums entdeckt. Ganz ebenso hatte sich durch das Messen auch der Begriff der spezifischen Wärme ermitteln lassen. Der Unterschied zwischen Wärmegrad und der Wärmemenge eines Körpers war von einigen Forschern gelegentlich beobachtet, aber nicht genau erfaßt worden. Der russische Physiker Richmann hatte im Jahre 1747 für die Temperatur t einer Mischung aus den Stoffmengen m_1 und m_2 von der Temperatur t_1 und t_2 die Formel aufgestellt: $t = (m_1 t_1 + m_2 t_2) : (m_1 + m_2)$.

Als aber Black Wasser von 172° Fahrenheit mit der gleichen Menge Eis von 32° F. zusammenbrachte, fiel die Temperatur, nachdem das Eis geschmolzen war, auf 32°, während sie nach jener Formel 102° betragen sollte. Dieser Widerspruch und die Erscheinung, daß Eis während des Schmelzens seine Temperatur nicht ändert, führte zu dem Begriff der latenten Wärme. Wilke wies die Richtigkeit der Formel Richmanns für den Fall nach, daß m_1 und m_2 gleiche Substanzen desselben Aggregatszustandes sind. Für andere Fälle bedurfte die Formel einer Erweiterung. Wilke mischte gleiche Mengen siedenden Wassers von 100° C und Eis von 0° C und erzielte eine Temperatur von 14° C, so daß also dem Wärmegewinn des Eises im Betrage von 14° ein Wärmeverlust des Wassers von 86° gegenüberstand, also im ganzen 72° Wärme verloren gingen. Wilke bewies dann durch weitere Versuche, daß die zur gleichen Temperaturerhöhung erforderlichen Wärmemengen je nach der Substanz verschieden groß sind, und gelangte so zu dem Begriff, für den I. Gadolin (1784) die Benennung „spezifische Wärme" einführte. Diese spezifische Wärme wurde späterhin für einzelne Substanzen von Lavoisier und Laplace durch das Eiskaloriemeter bestimmt. Von ihnen stammen auch die ersten brauchbaren Messungen der Ausdehnungskoeffizienten. Erst jetzt, nachdem die Begriffe der spez. Wärme und des Ausdehnungskoeffizienten geschaffen waren, konnte die Lehre von dem Arbeits- und Wärmeäquivalent entstehen. Zu den Folgen, die die Ermittelung des Ausdehnungskoeffizienten nach sich zog, ist ferner noch die Korrektur verschiedener Instrumente, wie des Sekundenpendels und der bei der Triangulation gebräuchlichen Maßstäbe zu zählen, die sich ihrerseits später wieder bei astronomischen Untersuchungen von Wichtigkeit erwiesen.

Inwiefern unser Wahrnehmungsvermögen durch Instrumente, die der Verstand sich schafft, gesteigert wird

und unsere Erkenntnis dadurch auch gefördert werden kann, ist aus den Wahrnehmungen zu ersehen, die wir mit Hülfe einiger sehr empfindlicher Meßinstrumente machen können. Das von S. P. Langley (1833) verbesserte Bolometer vermag außerordentlich geringe Wärmemengen durch ihre Umwandlung in Elektrizität sehr deutlich wahrnehmbar zu machen. Es ermöglicht Temperaturdifferenzen von einhundertmilliontel Grad noch festzustellen. Mit diesem Instrumente hat sich das Spektrum nach dem Infrarot in jüngster Zeit noch ganz beträchtlich erweitern lassen. Mit ihm sind auch sehr genaue Messungen der Veränderungen der Wärmestrahlung des Mondes in seinen verschiedenen Phasen gemacht worden. Das Ultramikroskop ermöglicht es, Größen mit einer Genauigkeit von fünf Milliontel Millimeter noch zu unterscheiden. Die Empfindlichkeit dieses Instruments wird aber durch diejenige des Röntgenstrahlspektroskops noch um das vielfache übertroffen. Mit Hilfe dieses Apparats ist es gelungen, selbst den atomistischen Feinbau des Diamanten, des Kochsalzes und einiger Metalle sichtbar zu machen. Da der Abstand der Atome in den Molekülen voneinander ein unfaßbar kleiner — beim Diamanten beträgt er 6×10^{-8} mm —, die Wellenlänge der Lichtstrahlen aber eine verhältnismäßig große ist — beim violetten Lichte ist sie 3×10^{-4} mm, beim ultravioletten $2{,}5 \times 10^{-4}$ mm —, so konnte auch bisher der atomistische Feinbau durch das gewöhnliche Licht nicht sichtbar gemacht werden. Da aber die Länge der Röntgenstrahlen nur 10^{-9} mm beträgt, so hat man sich ihrer auch zur Erforschung des inneren atomistischen Baues der Moleküle bedienen können.

Wir können wohl annehmen, daß die Empfindlichkeit unserer Sinnesorgane mit der Zeit durch die Erfindung neuer Instrumente wohl noch um das Vielfache wird gesteigert werden können und daß die Wissenschaften sich dadurch auch in ungeheurem Maße werden fördern

lassen. Die spekulative Tätigkeit des Verstandes hat sich eben, wenn sie Nutzen bringen soll, durchweg an die empirische Erkenntnis anzuschließen. Denn je genauer die aus der Erfahrung ermittelten Daten sind, desto richtiger erweisen sich auch die auf rein gedanklichem Wege aus ihnen gemachten Schlüsse. Sehr belehrend ist in dieser Hinsicht die Entdeckung des Gravitationsgesetzes durch Newton. Mit seinem theoretisch ermittelten Gesetz der kosmischen Gravitation getraute sich Newton lange Zeit nicht an die Öffentlichkeit zu treten, da sie nicht vollständig im Einklange mit den Erfahrungstatsachen zu stehen schien. Der Widerspruch rührte aber von den fehlerhaften Messungen des Erdgrades her, und erst als die praktische Astronomie durch die Messungen Picards bedeutende Fortschritte gemacht und Newton genauere Daten über die Länge des Erdgrades erhalten hatte, war er imstande, den Widerspruch mit den Erfahrungstatsachen in seinen Deduktionen zu beseitigen und dadurch auch seine Hypothese mit den Erfahrungstatsachen in Übereinstimmung zu bringen.

c. Die Erkenntnis durch reine Deduktion.

Daß an den Erscheinungen neue Entdeckungen auf rein gedanklichem Wege mit guten Erfolg gemacht werden können, wenn die Erfahrungstatsachen, die den Spekulationen als Ausgangs- und Anhaltspunkte dienen, sich mit einer hinreichenden Genauigkeit ermitteln lassen, unterliegt keinem Zweifel. Es ist auch namentlich für die Naturwissenschaft der Neuzeit kennzeichnend, daß die bedeutendsten Entdeckungen auf ihrem Gebiet auf rein spekulativem Wege gemacht worden sind. Kepler, Galilei, Huygens und Newton haben glänzende Beweise dafür gegeben, wie mechanische Probleme rein analytisch, also nur auf dem Wege arithmetischer und

geometrischer Konstruktionen gelöst werden können. Ihre Erkenntnismethode hat sich auch auf anderen Zweigen der Physik als höchst fruchtbar erwiesen, und letztere enthalten unzählige Beispiele dafür, wie sich auf rein theoretischem Wege Entdeckungen an Erscheinungen ermitteln lassen, die zudem ein so buntes Bild von unregelmäßigem Qualitativem darstellen, daß man sich oft garnicht getraut, an ihnen etwas Regelrechtes als vorhanden anzunehmen. Als eines der schönsten Beispiele mag hier das sogen. Dopplersche Prinzip einer näheren Betrachtung unterzogen werden.

Doppler[1]) (1803—1858) war es gelungen die Abhängigkeit der Anzahl der Schwingungen, die von einem vibrierenden Körper in einer Zeiteinheit ausgehen und von einem Beobachter aufgefangen werden, von der Geschwindigkeit der Bewegung, in der sich der schwingende Körper oder der Beobachter oder beide zugleich befinden können, festzustellen. Die Aufgabe hatte er sich ganz abstrakt gestellt und auch rein theoretisch gelöst, ohne sich durch besondere Bedingungen in bezug darauf, ob die Schwingungen durch leuchtende oder tönende Körper hervorgebracht werden oder einfach Wellenbewegungen von Flüssigkeiten darstellen, zu binden. In der von ihm aufgestellten Formel:

$$n' = n \frac{V + u}{V - u'}$$

bezeichnen n die Anzahl der vom vibrierenden Körper ausgehenden Schwingungen, n' die in der Zeiteinheit zu dem Beobachter gelangende Anzahl von Schwingungen, V die Geschwindigkeit der Schwingungen, u die Bewe-

1) O. Hwolson, Physik (russisch). Bd. I, 1909. Kap. V, § 14; Bd. II, 1900. Kap. VII, § 5.

gungsgeschwindigkeit des Beobachters und u' die Geschwindigkeit der Bewegung des vibrierenden Körpers. Diese Formel wird das Dopplersche Prinzip genannt. Dieses Prinzip ermöglicht es, qualitative Veränderungen des sinnlich Wahrnehmbaren sehr genau durch Veränderungen quantitativer Beziehungen zu erklären und zu bestimmen. In der Anwendung auf akustische Erscheinungen gewinnt es z. B. folgende Bedeutung: die Bewegungen des tönenden Körpers und des Beobachters ziehen bei ihrer Annäherung eine scheinbare Erhöhung des Tones, bei ihrer Entfernung aber eine Vertiefung desselben nach sich. Zur Prüfung dieses Prinzips sind mehrfach Versuche angestellt worden, die auch alle zur Bestätigung der Gültigkeit desselben in den mannigfaltigsten Fällen geführt haben. Für die akustischen Erscheinungen sind die Versuche in folgender Weise ausgeführt worden. Auf einer schnell fahrenden Lokomotive befand sich ein Bläser, der ein und dieselbe Note gleichmäßig spielte. Am Wege hatten sich Beobachter aufgestellt, die nun tatsächlich bei der Annäherung der Lokomotive eine Erhöhung und bei ihrer Entfernung eine Vertiefung des Tones feststellen konnten. Solche Beobachtungen vollführte Buys Ballot im Jahre 1845 an der Eisenbahnstrecke zwischen Utrecht und Marsenne, ebenso auch Russel im Jahre 1850 in England. Genauere Versuche vollführte im Jahre 1875 H. C. Vogel an der Strecke Köln-Minden. Eine Lokomotive, deren Dampfpfeife ein und denselben Ton pfiff, sauste an einigen Beobachtern vorbei. Unter den Beobachtern befand sich ein geschickter Musiker, der den Ton, so wie er ihn bei der Annäherung oder bei der Entfernung der Lokomotive hörte, auf einer Geige nachspielte. Nach den auf dem Griffbrett berührten Stellen konnten die Schwingungszahlen der gehörten Töne später bestimmt werden. Sie wichen nur wenig von den nach der Dopplerschen Formel berech-

neten Schwingungszahlen ab, wie aus folgender Tabelle zu ersehen ist:

Richtung, in der die Lokomotive sich bewegt:	Geschwindigkeit der Lokomotive	Schwingungszahl, beobachtete:	berechnete:
zum Beobachter	19,3 m.	2118,2	2111,8
vom Beobachter	19,6 „	1878,1	1889,0

Das Dopplersche Prinzip hatte somit hierin seine glänzende Bestätigung gefunden und damit auch die Tatsache, daß Qualitatives auf rein rechnerischem Wege vorher bestimmt und ergründet werden kann. Doppler selbst hatte aber aus seinem Prinzip noch andere wichtige Folgerungen gezogen, wie wir aus seiner Schrift „Über das farbige Licht der Doppelsterne" ersehen. In derselben betonte er u. a., daß ein selbstleuchtender Körper uns in einer Farbe von größerer oder kleinerer Brechbarkeit erscheinen muß, wenn sein Abstand von uns ab- oder zunimmt. Eine weitere Folgerung hieraus zog 1848 Fizeau, indem er behauptete, im Spektrum eines seine Entfernung von uns ändernden Fixsterns müsse eine Verschiebung der Spektrallinien beobachtet werden können[1]). Das brachte den Astronomen Huggins 1868 auf den Gedanken, daß man aus einer Verschiebung der Wasserstofflinie F im Spektrum des Sirius auf eine zunehmende Entfernung desselben schließen dürfe. Diese Schlußfolgerungen und Annahmen Dopplers, Fizeaus und Huggins haben sich in der Folge als vollständig richtig erwiesen, und heutzutage ist man in der Astronomie sogar so weit gelangt, daß man aus der Verschiebung der Frauenhoferschen Linien auf Grund des Dopplerschen Prinzips selbst die Geschwindigkeit der Bewegungen der Fixsterne zu bestimmen versteht. Durch welche Überlegungen man so weit gelangt ist und wie diese

1) A. Kistner, Gesch. der Physik. II, § 83.

Schlußfolgerungen auf rein rationalem Wege eine Bestätigung gefunden haben, mag aus folgendem zu ersehen sein. Die eintretende Verschiebung der Farbenskala kann durch die Fixpunkte aufgefunden werden, die in den Frauenhoferschen Linien gegeben sind. Das kontinuierliche Farbenband wird durch jene Verschiebung an sich nicht geändert, denn wenn sich sein ursprünglich roter Teil nach dem Violett hin verschieht, so wird er sofort durch vorher unsichtbare infrarote Strahlen ersetzt. Dafür werden dann auf der anderen Seite des Spektrums die letzten noch sichtbaren violetten Strahlen in unsichtbare ultraviolette verwandelt. Das Aussehen, die Ausdehnung des Spektrums an sich wird also durch die Bewegung nicht verändert. Dagegen werden die im Spektrum vorkommenden dunklen oder hellen Linien gegen ihre ursprüngliche Lage verschoben, da die erhöhte oder verminderte Schwingungszahl für diese Lage vor allem maßgebend ist. Eine bewegte Natriumflamme erzeugt also ihre D-Linie an einer anderen Stelle als eine ruhende; ebenso wird auch die entsprechende Absorptionslinie an einer anderen Stelle auftreten müssen. Wenn demnach in einem Spektralapparate, der im Spektrum eines Sternes etwa die D-Linie zeigt, noch ein anderes Natriumspektrum durch eine unbewegliche Flamme erzeugt wird und die beiden Natriumlinien nicht zusammen fallen, so läßt es sich hieraus schließen, daß der Stern sich bewegt. Gegenwärtig ist man imstande das Spektralband in früher ungeahnter Weise auszubreiten, das Licht auf das kräftigste zu „zerstreuen". Es geschieht dies mittels der sog. Rowlandschen Gitter. Dieses sind Hohlspiegel, deren Oberfläche in mikroskopischer Feinheit mit dicht aneinander gedrängten Linien überdeckt ist. Die zwischen den eingeritzten Linien entstehenden mikroskopischen Fazetten bringen Interferenzerscheinungen hervor, die in erhöhtem Maße wie spektroskopische Glasprismen wirken. Mit

einem solchen Gitter gelang es Thollon auf der Sternwarte zu Nizza ein Sonnenspektrum photographisch mit allen seinen Tausenden von Linien aufzuzeichnen, das allein bis in das Grün hinein schon eine Ausdehnung von 10,5 m hatte. In diesem Spektrum entspricht in der Umgebung der D-Linie einem Unterschiede von einem Mikron (Millionstelmeter) in der Wellenlänge eine lineare Verschiebung auf dem veröffentlichten Spektrum von nicht weniger als rund 50 mm. Da man nun Zehntel des Millimeters noch sehr gut mit dem Auge zu schätzen vermag, so konnte man auf jenem ungeheuren Spektrum noch einen Unterschied von einem 500-stel eines Mikrons der Wellenlänge ablesen. Da nun die Wellenlänge des farbigen Lichtes umgekehrt proportional ist der Wellenanzahl, so läßt es sich nach der Dopplerschen Formel leicht berechnen, daß einer solchen Differenz der Wellenlänge fast genau 1 km Bewegung entspricht.

Also 1 km oder bei entsprechender Vervielfältigung der Beobachtungen im Mittelwerte sogar $^1/_2$ km Bewegung in der Sekunde können noch durch diese spektroskopische Methode — man nennt sie nach dem Vorgange von Cornu das Doppler-Fizeausche Prinzip — nachgewiesen werden. Das ist allerdings immer noch eine Geschwindigkeit, die von menschlichen Hilfskräften bisher noch keiner Lichtquelle erteilt werden konnte. Auf der Erde selbst konnte daher die Richtigkeit dieser bezüglichen Schlußfolgerungen noch nicht praktisch geprüft werden. Für die Weltkörper ist dagegen 1 km in der Sekunde eine relativ sehr langsame Bewegung. So bewegt sich unsere Erde in ihrem Lauf um die Sonne nicht weniger als rund 30 km in der Sekunde vorwärts. Alle Lichtwellen also, die aus dem Weltraume von daher kommen, wohin gerade unsere Erde steuert, werden um die betreffende Größe verkürzt. Da aber die Bahn der Erde nahezu eine Kreisbahn

ist, so wird die Bewegung nach einem halben Jahr offenbar in der umgekehrten Richtung stattfinden. Näherten wir uns vorhin gewissen Sternen um 30 km, so entfernen wir uns nun um denselben Betrag von ihnen. Die Linien müssen sich also nach den oben angestellten Berechnungen im Laufe eines halben Jahres sämtlich um den sehr beträchtlichen Weg von ca 6 mm auf der Thollonsehen Skala verschieben, was in der Tat auch beobachtet wird[1]). Auf diese Weise hatte das rein deduktiv ermittelte Dopplersche Prinzip auch an den optischen und kosmischen Erscheinungen eine glänzende Bestätigung gefunden. Dieses Prinzip hat sich aber noch in jüngster Zeit von einer ungewöhnlichen Tragweite erwiesen. Zu den bemerkenswertesten Konsequenzen, die aus ihm je gezogen worden sind, ist nämlich auch die epochemachende Theorie Einsteins zu zählen. Denn bekanntlich liegt das Dopplersche Prinzip auch der Lorentzschen Transformationsformel zugrunde, auf welche sich aber gerade die Theorie Einsteins stützt.

Derartige Beispiele für die rein diskursive, gedankliche Erkenntnisart der Erscheinungen und ihrer Gesetzmäßigkeiten ließe es sich wohl noch in unzähliger Menge anführen. Aber auch die schon angeführten reichen dazu vollständig aus, daß es sich aus ihnen ersehen ließe, wie wir durch die reine Tätigkeit des Verstandes auf rein deduktiven Wege zu der höchsten Gewißheit, die unserer Erkenntnis überhaupt zugänglich ist, gelangen können und zwar deswegen, weil wir uns bei der rein verstandesmäßigen Erkenntnis auf solche Gründe stützen, die frei sind von der Unzuverlässigkeit der Beweisgrunde der rein empirischen Erkenntnis. Die Meinung, daß sich aus der Erfahrung auf rein diskursivem Wege zuverlässige Erkenntnisse ermitteln lassen, wird aber vielfach angefochten. Es wird

1) M. W. Meyer, Das Weltgebäude. 1908. S. 60 f.

gegen dieselbe eingewandt, daß das Entdecken allgemeingültigen Wissens sich doch nie in regelrechten Syllogismen vollziehe, daß man bei der Selbstbetätigung des Verstandes es allenfalls mit einem assoziativen Verlaufe des Denkens, das sich in vagen Analogieschlüssen ergeht, zu tun habe, daß dabei der Stoff für die Gedankenschlüsse immer durch die Erfahrung geboten werde und daher auch diese bei der Erkenntnis des Allgemeinen die Hauptrolle spiele. Gegen unsere Ansicht ließe sich noch weiter einwenden, daß selbst die mathematischen Deduktionen durchaus noch keinen Beweis für die Existenz rein apriorischer Erkenntnisse darstellen, da die Axiome derselben, wie z. B. J. St. Mill annimmt, ebenfalls der Erfahrung entlehnt sein können und daher die Empirie auch als letzter Quell der mathematischen Erkenntnis zu betrachten wäre. Wir wollen daher das Erkenntnisproblem noch tiefer zu fassen suchen und uns die Fragen vorlegen, wie sich denn tatsächlich das psychologische Denken am Gängelbande der reinen Reflexion zu einem rein logischen Denken gestaltet, dessen Folgerungen die wunderbarsten Errungenschaften des Wissens darstellen, und auch festzustellen suchen, ob die deduktiven Schlüsse ihrem Inhalte nach den Charakter der unbedingten Notwendigkeit mit sich führen können und eine objektiv gültige Erkenntnis zu vermitteln imstande sind. Um auf diese Fragen Antworten zu finden, werden wir uns zunächst der Betrachtung der psychologischen Bedingungen des Zustandekommens des reinen Denkens zuwenden und dabei die besonderen Gedankenformen näher untersuchen, unter denen sich der Aufstieg vom Psychologischen zum Logischen vollzieht und die empirische Erkenntnis sich zu einer diskursiven gestaltet.

Drittes Kapitel.

Die psychologischen Bedingungen des Verlaufes der diskursiven Erkenntnis.

24. Das assoziative, das analogische und das logische Denken.

Das schlechthin, sowie auch das objektiv gültige Allgemeine kann nicht an den Erscheinungen einfach abgelesen werden, es läßt sich aus den Erfahrungstatsachen nur erst erschließen. Dieses Erschließen vollzieht sich in der Tat auch nicht in regelrechten Syllogismen, sondern auf dem unsicheren Wege des psychologischen Denkens. Das unstete assoziative Denken wird zu einem logischen aber nur dank der reinen Tätigkeit des Verstandes, deren Wirksamkeit sich beim Denken darin bekundet, daß der logisch ungeordnete Gedankenschatz nach rein begrifflichen, bloß in den apriorischen Formen des Verstandes fundierten Gesetzmäßigkeiten geordnet und gehandhabt wird.

Mögen die Vorstellungen dem Intellekt kommen, wie sie wollen, aus der Wahrnehmung oder aus dem Gedächtnis, in einem jeden Falle rufen sie ihrerseits neue Vorstellungen auf assoziativem Wege hervor, die aber gar nicht miteinander in einem logischen Zusammenhang zu stehen und als solche auch nicht bewußt zu werden brauchen. Das Erlebnis neuer oder reproduzierter Vorstellungen kann sich auch ganz mechanisch, auf rein physiologischem Grunde abspielen, ohne durch das Bewußtsein unmittelbar erfaßt zu werden, wie es z. B. vorzukommen pflegt, wenn Erlebnisse unbemerkt bleiben und erst später auf irgend eine Veranlassung hin klar ins Bewußtsein treten. Sind die Erlebnisse aber bewußt, so schließt sich an dieselben auch das Gewahrwerden einer bestimmten Bedeutung, den die Vorstellungen in

den Augen des sie Erlebenden besitzen. Diese Bedeutung erhalten sie eben daher, weil sie, um bewußt zu werden, sich auch in die reinen Anschauungs- und Verstandesformen einkleiden müssen, und daher lassen sie sich auch den Gesetzmäßigkeiten derselben gemäß stets aufeinander beziehen. Dadurch gerade, daß die Vorstellungen nach dem Schema der apriorischen Formen aufeinander bezogen werden, werden sie durch dieselben auch auf die verschiedenste Weise gedacht. Es sind uns z. B. alle unsere Erlebnisse unter der Form der reinen Raum- und Zeitanschauung gegeben, und nach den Gesetzmäßigkeiten dieser Formen lassen sich auch die dem Erlebten entsprechenden Vorstellungen allenfalls im Bewußtsein aufeinander beziehen und ordnen. So gelangen wir denn auch bei folgerichtiger Aufeinanderbeziehung der Vorstellungen zur Erkenntnis der mannigfachsten Zusammenhänge, in denen dieselben miteinander stehen können, von den rein historischen angefangen bis zu den verschiedensten logischen Zusammenhängen der geometrischen und der rein mathematischen Gesetzmäßigkeiten an allem in dem Raume und in der Zeit Wahrnehmbaren. Die folgerichtige Aufeinanderbeziehung der Vorstellungen setzt aber das Dasein und die Wirksamkeit logischer Gesetzmäßigkeiten voraus. Auch diese sind uns durch die reinen Verstandesformen gegeben, ganz ebenso wie alle logischen Gedankengebilde, unter deren Form die Erscheinungen von uns gedacht, d. h. logisch aufeinander bezogen werden, wie z. B. der Begriff, das Urteil und der Schluß. Indem die Erscheinungen unter diesen Formen gedacht werden, erhalten für sie auch alle aus den reinen Verstandesformen hervorgehenden logischen Axiome, Prinzipien und Gesetze eine Gültigkeit.

Damit nun die Vorstellungen auch tatsächlich aufeinander bezogen und dabei in ihrem historischen oder logischen Zusammenhange erkannt werden könnten, müs-

sen die unzusammenhängenden Erlebnisse im Bewußtsein auch zusammengebracht werden können. Nur dann kann sich an ihnen auch die reine Reflexion vollziehen. Dieses Zusammenbringen der nur denkbaren Vorstellungen wird nun eben durch die assoziative Tätigkeit des Verstandes zustande gebracht. Durch die Berührungs- und Ähnlichkeitsassoziationen werden die Vorstellungen gerade den besonderen Eigenheiten gemäß, nach denen sie beim logischen Denken aufeinander zu beziehen sind, auch zusammengebracht. Durch die Berührungsassoziationen lassen sich die Vorstellungen in dem historischen Zusammenhange, wie sie im Raume und in der Zeit erlebt worden sind, reproduzieren und wiedererkennen. Durch die Ähnlichkeitsassoziationen werden sie nach dem an ihnen mehr oder weniger Gleichen oder nach dem ihnen Gemeinsamen aneinandergereiht, nach welchem sie sich beim Schließen auch logisch aufeinander beziehen lassen. Denn um logisch aufeinanderbezogen werden zu können, müssen die Vorstellungen miteinander auch etwas Gleiches aufzuweisen haben, nur dann läßt sich auch nach den logischen Prinzipien das mit einer Vorstellung Koinzidierende auf die andere übertragen. Auf diese Weise liefern also die Gedankenassoziationen den für die logische Betätigung des Verstandes erforderlichen Stoff. Zwar ist das Ähnliche nicht das Gleiche und das sich im Raume und in der Zeit miteinander Berührende nicht ein allgemein oder notwendig Koinzidierendes. Jedoch führt das Gleiche auch die Merkmale des Ähnlichen an sich, und das notwendigerweise Koinzidierende ist gleichzeitig auch ein sich Berührendes, so daß durch die Vorstellungsassoziationen mit dem Ähnlichen auch das Gleiche und mit dem miteinander Kontingierenden auch das notwendigerweise Koinzidierende in einen Zusammenhang gebracht und aufeinander bezogen werden kann. Auf die Auswahl des tatsächlich Gleichen oder des ständig Koinzidierenden aus

allem bloß psychologisch Assoziierten kommt es für uns beim logischen Denken an, diese kann aber bloß durch die reine Tätigkeit des Verstandes zustande gebracht werden. Damit das nun geschehen könne, müssen die Vorstellungen im Bewußtsein bereits assoziiert sein.

Aber noch bevor die Vorstellungen in einer solchen Menge zusammengebracht sind, daß aus ihnen die Auswahl des wesenhaft Gleichen und ständig Koinzidierenden vollzogen werden könnte, ist der Verstand schon bestrebt, wenn auch nicht auf streng logischem, so dennoch auf rein gedanklichem Wege zu neuen Erkenntnissen über die Dinge zu gelangen. Die durch Assoziation hervorgerufenen Vorstellungen betätigen nämlich allenfalls das Urteilsvermögen des Intellekts, indem sie ihn veranlassen, das an ihnen Ähnliche und Gleiche zu bemerken und alles mit diesem Kontingierende auf sie selbst auch zu beziehen und so die Vorstellungen zu begreifen und durcheinander zu verdeutlichen. Solche assoziativen Gedankenschlüsse bildet der Intellekt stets in unzähliger Menge und zwar ganz unwillkürlich, indem er einer jeden im Bewußtsein neu auftauchenden Vorstellung nicht nur das mit ihr selbst Koinzidierende, sondern auch das, was dem ihm bloß Ähnlichen laut Kontigenz zukommt, zuschreibt. Sehen wir z. B. zum erstenmal auf einem Bilde eine Pinie, deren Aussehen uns an eine Fichte erinnert, so sind wir der Meinung, daß an ihr auch die übrigen Eigenschaften der Fichte anzutreffen sind, wie etwa, daß sie Nadeln hat, ihr ein Harzgeruch eigen ist usw., obwohl das der Wahrheit nicht zu entsprechen braucht, da die assoziativen Gedankenschlüsse durchaus keine logischen sind und den Anforderungen derselben meistenteils auch garnicht entsprechen. Am allermeisten kommen sie den Einzelschlüssen gleich, deren logischem Bau sie aber auch nur in seltenen Fällen vollständig entsprechen. Dessenungeachtet bedient sich der Intellekt ihrer

in unzähliger Menge, um die Dinge doch von ungefähr zu beurteilen. Bei einer solchen Beurteilungsweise bekundet sich aber auch eine seltsame, dem Intellekt von Natur aus eigene Leichtgläubigkeit, die ihn veranlaßt, solche assoziative Gedankenschlüsse als vollständig einwandfrei zu betrachten. Diese Leichtgläubigkeit ist auch um so größer, je weniger entwickelt der Intellekt ist. So halten z. B. Kinder die aus den Ähnlichkeitsassoziationen entspringenden Beurteilungen neu erlebter Vorstellungen auf Grund des früher Erlebten anfangs für vollständig wahr, obwohl das Ähnliche nicht das Gleiche ist und ihre Erfahrungserkenntnisse bloß auf einigen zufälligen Wahrnehmungen beruhen, die der notwendigen Allgemeingültigkeit vollständig ermangeln. Das einmal Wahrgenommene hat für sie aber eine allgemeine Gültigkeit, denn der Begriff des Zufälligen ist ihnen anfangs vollständig fremd. Daher betrachten sie alles, was sie erkannt und erlebt, für notwendigerweise so seiend und beurteilen danach auch alles ihm bloß annähernd gleichkommende. Die bei diesen ersten Schritten der Erkenntnis zu Tage tretende reflektierende Tätigkeit des Intellekts trägt somit einen recht willkürlichen Charakter und erweist sich anfangs auch als höchst unvollständig und sogar unlogisch. Der Intellekt geht davon aus, daß er unbefangen alles bloß Ähnliche für gleich und alles Erfahrungsmäßige für allgemeingültig und gesetzmäßig hält und infolgedessen auch die Dinge in Gedanken falsch beurteilt. Doch führen seine irrigen Annahmen und die aus ihnen hervorgehenden Schlüsse recht bald zu Widersprüchen. Diese veranlassen ihn auch den Unterschied eines Zufälligen von einem Notwendigen einzusehen und beides auch stets streng auseinanderzuhalten. Sobald der Gegensatz des Zufälligen und Notwendigen klar empfunden wird, schwindet die Leichtgläubigkeit des kindlichen Sinnes und es bildet sich aus und gestaltet

sich ein kritischer Sinn. Auf einer solchen Stufe der Entwickelung des Intellekts wird das Einzelne bewußterweise schon nicht mehr als gesetzmäßig und allgemein angesehen. Ein Vorrecht hat darauf nur das sich mit einer steten Einförmigkeit Wiederholende. Auch das Ähnliche wird nicht mehr ohne weiteres als Gleiches betrachtet, sondern als tatsächlich gleich gelten die Erscheinungen nur dann, wenn sich an ihnen das Allgemeine, das Bleibende, also das Wesenhafte als gleich erweist. Daher kommt es dem Intellekt beim Denken namentlich auf die Kenntnis des Allgemeinen an, denn inwiefern das Allgemeine sich an den Erscheinungen auf zuverlässige Weise erkennen läßt, insofern können auch die Beurteilungen ihrer Gleichheit wie auch das auf solche Beurteilungen gestützte Schließen logisch als zuverlässig gelten. Leider besitzt das mit einer steten Einförmigkeit sich Wiederholende und auch von uns als solches Beobachtete durchaus nicht den Charakter der unbedingten Allgemeingültigkeit und bürgt auch garnicht dafür, daß diese Einförmigkeit auch stets in Zukunft bestehen werde. Als tatsächlich allgemeingültig können, von streng logischem Standpunkte aus betrachtet, eigentlich nur solche Begriffe gelten, die den Anforderungen der vollständigen Induktion entsprechen und daher auch mit den Regeln des Dictum de omni et de nullo im Einklang stehen. Dieses einzusehen ist nun aber der Intellekt durch die seinen reinen Begriffen inneliegenden Gesetzmäßigkeiten befähigt. Daher sucht er auch, um sich vor Irrtümern zu schützen, alle den Anschein des Ständigen an sich führenden Zusammenhänge der Erscheinungen gerade nach diesen Regeln auf ihre Allgemeingültigkeit hin zu prüfen und von allem Zufälligen zu unterscheiden. Da aber die angenommene Allgemeingültigkeit eines Tatsachenzusammenhanges sich nicht an allen Fällen seines Vorkommens, wie es die vollständige Induktion erfordert,

prüfen läßt, so kann dem Intellekt auch bei der Prüfung einer Verallgemeinerung als einziges Kriterium für die Haltbarkeit oder Unzulänglichkeit derselben nur die Tatsache der Übereinstimmung oder der Nichtübereinstimmung des verallgemeinerten Tatsachenzusammenhanges mit den bloß beobachteten Erscheinungen gelten. Und dieses ist gerade der Umstand, durch den auch wir schließlich zur Einsicht geführt werden, daß allem nach diesem Kriterium aus dem assoziativ Zusammengebrachten oder aus dem gewohnheitsmäßig Erlebten oder aus dem beständig zusammen Beobachteten als ein tatsächlich allgemeingültiges Ausgeschiedenen keine absolute, sondern bloß eine relative Allgemeingültigkeit, d. h. eine bloße Wahrscheinlichkeit zugestanden werden kann.

Da nun den erfahrungsmäßigen Begriffen keine unbedingte Allgemeingültigkeit zukommt, so haben auch die aus ihnen gezogenen Schlüsse nicht als strenge Syllogismen, sondern bloß als annähernd gültige Syllogismen zu gelten. Ganz ebenso wie die erfahrungsmäßigen Verallgemeinerungen nichts mehr als Analogien, d. h. Beurteilungen der Tatsachenzusammenhänge als ständiger nach dem Vorbilde bloß einiger als ständig beobachteten Fälle darstellen, so ist auch das nach diesem Ständigen und Allgemeinen als gleich Beurteilte nicht als ein wahrhaft Gleiches, sondern als ein bloß Ähnliches oder Analoges zu betrachten. Daher stellen auch die auf solche Beurteilungen und auf die erfahrungsmäßigen Begriffe gestützten Schlüsse nichts anderes als Analogieschlüsse dar.

Obwohl nun das von logischen Überlegungen geleitete assoziative Denken keine Notwendigkeit mit sich führt, so ist doch der Umstand als ein höchst bemerkenswerter zu betrachten, daß das assoziative Denken uns dennoch vielfachen Nutzen bringt. Vor allen Dingen stellt es die Form dar, unter der auch die gültigen Einzelschlüsse verlaufen. Inwiefern diese

Schlüsse, deren wir uns stets in einer Unmenge bedienen, uns Nutzen bringen können, insofern ist auch das assoziative Denken für uns von unmittelbarem Wert. Den durch den kritischen Gedanken geleiteten Gedankenassoziationen haben wir ferner alle unsere erfahrungsmäßigen Allgemeinbegriffe zu verdanken, durch die der Verstand die Erscheinungswelt anfangs in ihrer Ständigkeit richtig zu beurteilen vermeint. Schließlich hat das assoziative Denken für uns auch einen rein wissenschaftlichen Wert. Das wissenschaftliche Denken vollzieht sich eben nur selten in streng logischen Syllogismen und kommt meistenteils bloß in der Form von unvollständigen Schlüssen, die sich den wahren Syllogismen nur mehr oder weniger annähern, zustande; denn nicht allein dasjenige Denken hat als ein wissenschaftliches zu gelten, dem es gelingt in fertiger Form, auf logisch folgerichtige Weise die Notwendigkeit gewisser Tatsachenzusammenhänge darzulegen, sondern auch schon dasjenige, welches erst bestrebt ist, an den in unvollständigen Begriffen ausgedrückten Erscheinungsbeziehungen das Allgemeingültige aufzudecken und zu erkennen. Gerade deswegen aber, weil die reine Reflexion bei der Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen stets von rein erfahrungsmäßigen Begriffen auszugehen hat, erweist sich das Erschließen aus denselben auch notgedrungen als ein bloß analogisches Schließen, das sich erst allmählich zu einem rein logischen gestaltet.

Doch scheint das analogische Schließen auch logisch nicht ganz unberechtigt zu sein. Da Analogieschlüsse oft zu guten Erfolgen führen und auf dem Wege des analogischen Schließens auch viele vorzügliche Entdeckungen gemacht worden sind, so müssen offenbar die erfolgreichen Analogieschlüsse ebenso wie die gültigen Syllogismen etwas logisch Begründetes darstellen. Auch scheinen die Beurteilungen der Erscheinungen auf Grund des an ihnen bloß

Ähnlichen in Form des analogischen Schließens selbst in der Natur der Dinge einen gewissen Halt zu finden, da in der Natur ja nie vollständig gleiche, sondern im besten Falle nur sehr ähnliche Erscheinungen anzutreffen sind. Infolge der Kontinuitätserscheinung, der die Erscheinungsformen allenfalls zu unterliegen scheinen, brauchen die Eigenschaften einer Erscheinung durchaus nicht an einer anderen genau in derselben Gestalt vertreten zu sein, um ihrem Wesen nach doch etwas Gleiches darzustellen. Die Eigenschaften können einfach graduell verschieden sein, im ganzen Zusammenhange aber dennoch etwas Gleiches darstellen, wenn sie eben aus ein und derselben Gesetzmäßigkeit entspringen. Daher ist es auch möglich, ungeachtet der unvollständigen Gleichheitsäußerungen an den Dingen, in gewissen Fällen dennoch logische Schlüsse aus diesen Gleichheitsäußerungen zu ziehen, so daß die Analogieschlüsse sich in diesen Fällen als wahre Syllogismen erweisen. Wenn nun aber die Analogieschlüsse sich als gültige, wissenschaftlich wertvolle Schlüsse erweisen, so entsteht die Frage, wodurch die richtigen Analogieschlüsse sich von den falschen unterscheiden. Wenn Analogieschlüsse als wissenschaftlich wertvolle gelten sollen, so müssen sie auch logisch begründet sein. Wir haben daher zu untersuchen, worin die gut geglückten Analogieschlüsse mit den Syllogismen übereinstimmen, um hieraus schließen zu können, wann ein Analogieschluß richtig und wann er falsch sein muß, und wann die begriffliche Erkenntnis auf Grund des Analogen für das objektive Wissen von Wert sein kann.

25. Der Analogieschluss und der logisch einwandfreie Schluss.

Die Regeln der Syllogismen gehen bekanntlich den Umfang und den Inhalt der Begriffe an. Nur insofern,

als der Inhalt und Umfang der Begriffe abgegrenzt ist, lassen sich aus ihnen auf deduktivem Wege zuverlässige Schlüsse ziehen. Den Inhalt der Begriffe bilden die wesentlichen Eigenschaften der durch die Begriffe bezeichneten Erscheinungen. Er grenzt auch gleichzeitig den Umfang der Begriffe ab. Diese sind also ihrem Inhalte und Umfange nach gleich, wenn ihnen dieselben wesentlichen Eigenschaften zukommen. Auf Grund solcher Eigenschaften kann auch über eine weitergehende Gleichheit der den Begriffen entsprechenden Dinge geschlossen werden. Solange das Wesen der Dinge aber nicht erkannt ist, können nur solche Erscheinungen als gleich gelten, die tatsächlich in allen ihren Eigenschaften einander gleichkommen. Die solche Erscheinungen bezeichnenden Begriffe können aber nur bei Schlüssen aus Einzelurteilen eine Rolle spielen. Von der richtigen Beurteilung der Gleichheit und Verschiedenheit der Begriffe hängt somit in erster Linie die Gültigkeit der Schlüsse ab, da nach den Regeln der Deduktion die Bestimmungen der einen Erscheinungen den anderen nur in dem Maße zugeschrieben werden dürfen, als die Erscheinungen einander gleich sind. Die zweite Bedingung für die notwendige Gültigkeit der Schlüsse besteht aber darin, daß das mit dem Identischen Koinzidierende und auf die anderen Begriffe zu Übertragende mit dem Identischen auch tatsächlich in einem gesetzmäßigen Zusammenhange stehe, da ja sonst nichts mit Bestimmtheit erschlossen werden kann. In allen Fällen aber, wo diese Bedingungen nicht erfüllt sind, sind die Schlüsse entweder falsch, oder sie stellen nichts notwendig Gültiges dar.

Die Analogieschlüsse erweisen sich nun im allgemeinen als falsche Schlüsse, weil sie nicht den Anforderungen, die an die gültigen Schlüsse gestellt werden, entsprechen. Sie sind Paralogismen, deren Unzuverlässigkeit der Intellekt wohl einsieht, sich aber ihrer trotzdem bedient, um aus zu-

fälligen Einzelkenntnissen doch irgend eine Vorstellung von der seinem Verständnis sich verschließenden Tatsachenwelt zu erhalten. Die Fehler, die der Intellekt beim analogischen Schließen begeht, bestehen entweder darin, daß die Ähnlichkeit der Erscheinungen, unter der wir die Gleichheit des bloß Zufälligen oder aber eine teilweise Gleichheit des Wesentlichen[1]) verstehen, als eine vollständige Gleichheit des Wesentlichen gedeutet wird, oder aber darin, daß das dem Mittelbegriffe zufälligerweise Zukommende als etwas notwendigerweise mit ihm zusammen Auftretendes beurteilt und auf den dritten Terminus erweitert wird.

Obwohl die Analogieschlüsse nun tatsächlich Paralogismen darstellen, so stellen sie doch diejenigen Schlußformen dar, deren wir uns beim Denken am häufigsten bedienen, und mit denen eigentümlicherweise auch stets unser regelrechtes logisches Schließens anhebt. Das läßt sich, wie schon angedeutet, dadurch erklären, daß ein jegliches regelrechte Schließen durch die Ideenassoziation eingeleitet wird und stets mit einem probeweisen Anpassen der Begriffe auf Grund ihrer näheren oder entfernteren Ähnlichkeit und Gleichheit beginnt, andererseits aber auch dadurch, daß das logisch folgerichtige Schließen selbst nicht immer ein vollkommen richtiges ist und es auch nicht zu sein braucht, um für uns wertvoll zu sein, sondern sich meistenteils einem solchen bloß mehr oder weniger annähert. Die durch die Ideenassoziationen zusammengebrachten Vorstellungen und Begriffe

1) Eine teilweise Gleichheit liegt z. B. bei Dreiecken vor, deren Seiten dieselbe Richtung haben, ihrer Größe nach aber verschieden sind, oder bei Dreiecken, deren Seiten der Größe nach gleich, ihrer Lage nach aber verschieden sind. Im ersten Falle sind die Dreiecke ähnlich, weil sie bloß qualitativ, nicht aber quantitativ gleich sind, im zweiten Falle aber deswegen, weil sie zwar wohl quantitativ, aber nicht qualitativ vollständig gleich sind.

können eben einander in sehr wenigen, aber auch in sehr vielen Stücken ähnlich sein. Die durch sie vermittelten Schlüsse brauchen daher auch nicht allemal gleich die besten zu sein und für unsere Erkenntnis etwas absolut Wertvolles darzustellen.

Je nachdem und inwiefern an den Vorstellungen das Ähnlich-zu-sein-Scheinende sich als tatsächlich Gleiches und das in Gedanken zufälligerweise Assoziierte sich als ein notwendigerweise Zusammenbestehendes erweist, kann auch ein Beurteilen der Erscheinungen durch das Analoge mehr oder weniger berechtigt sein. Je mehr Ähnlichkeitsäußerungen an den Vorstellungen festzustellen sind, desto mehr nähern sich auch die auf Grund dieser Äußerungen gemachten Schlüsse den syllogistischen Einzelschlüssen. Je mehr aber das Ähnliche auch das Wesentliche der Dinge angeht, desto mehr nähern sich solche Schlüsse auch den allgemeingültigen Syllogismen, bis sie vollständig in dieselben übergehen. Hieraus ist also zu ersehen, daß die Analogieschlüsse nur dann richtig sind, wenn sie dieselben Eigenschaften besitzen wie die Syllogismen. Bezieht sich die Ähnlichkeit der zu erforschenden Dinge mit schon früher bekannten Tatsachen auf etwas ganz Zufälliges, so ist auch auf kein einziges wesentliches Merkmal an diesen Tatsachen zu schließen, bezieht sie sich aber auf etwas Wesentliches, so kann auch auf eine weitere Gleichheit oder Ähnlichkeit geschlossen werden. Da nun die aus unserem alten Gedankenschatz reproduzierten Vorstellungen die verschiedensten Wissensgebiete angehen können, wir aber sogar von den uns geläufigsten Erfahrungstatsachen nicht immer anzugeben vermögen, ob wir sie in ihrem Wesen auch wirklich erkannt haben, und daher auch oft nicht zu entscheiden wissen, was an den Erscheinungen wesenhaft ist oder was mit ihnen in einem notwendigen Zusammenhange

steht, so muß bei einer jeden Beurteilung, die sich auf eine bloße Ähnlichkeit irgendwelcher Erscheinungen mit früher erlebten Erscheinungen gründet, es unbestimmt bleiben, ob das den letzteren Zukommende auch den ersteren zugeschrieben werden darf. Hieraus erhellt, daß die richtigen Analogieschlüsse zum Unterschiede von den falschen sich durchaus nicht nach den Merkmalen der richtigen Syllogismen erkennen lassen. Wohl müssen sie, um richtig zu sein, dieselben Eigenschaften wie die Syllogismen besitzen, doch erkennen lassen sie sich nach denselben nicht. Ihre Gültigkeit läßt sich höchstens aus den Resultaten ersehen, zu denen sie führen. Stimmt das Ergebnis eines Analogieschlusses mit den Erfahrungstatsachen durchweg überein oder ist man imstande, durch ein solches Ergebnis gewisse Erscheinungen in befriedigender Weise zu erklären, so erweist sich der Analogieschluß als mehr oder weniger richtig, im anderen Falle aber nicht. Um nun dahinter zu kommen, ob die gemachten Annahmen, d. h. die Ergebnisse der Analogieschlüsse, den Erfahrungstatsachen auch wirklich entsprechen, werden sie beständig nach den Regeln der Induktion einer Prüfung unterworfen. Stehen die erschlossenen Annahmen in einem Widerspruch mit den Tatsachen und diesen Regeln, so werden sie verworfen, lassen sich aber an ihnen solche Widersprüche nicht entdecken, so werden sie auch ferner als Annahmen betrachtet, bis sich Tatsachen finden, die die angenommene Ähnlichkeit widerlegen oder weiterhin bestätigen. Je mehr Tatsachen sich finden, in denen die Ähnlichkeit beobachtet wird, desto eher läßt sich von einer wesentlichen Gleichheit der Erscheinungen reden und desto mehr nähert sich der Analogieschluß dem wahrheitsgetreuen deduktiven Schlusse. Auf diese Weise vollzieht sich also das logische Denken beständig in der Form eines probeweisen Anpassens der Begriffe zu Schlüssen. Da aber

selbst die streng definierten erfahrungsmäßigen Begriffe einer ständigen Evolution unterliegen, so bewegt sich unser deduktives Schließen, sofern es sich nicht bloß auf eine rein begriffliche Erkenntnis aus dem Verstande selbst stützt, auch stets in mehr oder weniger wahrheitsgetreuen Analogien. Das analogische Schließen bildet somit den Ausgangspunkt und den Urtypus unseres logischen Denkens, gleichzeitig stellt es aber auch die Form dar, unter der sich unsere gedankliche Erkenntnis meistenteils vollzieht. Wenn wir uns also darüber Klarheit verschaffen wollen, wie sich der Fortschritt unserer Erkenntnis auf diskursivem Wege vollzieht, so müssen wir im weiteren auch die mannigfaltigen Formen des analogischen Schließens einer näheren Betrachtung unterziehen und sie auf ihren Erkenntniswert hin prüfen.

Die Analogieschlüsse treten uns in einer so bunten Mannigfaltigkeit entgegen, daß sie oft miteinander nichts Ähnliches aufzuweisen scheinen. Daher haben sie auch die Aufmerksamkeit der Forscher nur in geringem Grade auf sich gezogen. Es sind jedoch Versuche gemacht worden, sie zu gruppieren, um das Charakteristische an ihnen festzustellen. So findet N. O. Losskij, daß das Charakteristische der Analogieschlüsse darin liege, daß sie aus Prämissen bestehen, die an und für sich wohl richtig sind, in ihrem Zusammenhange aber nichts Apodiktisches, sondern bloß einen problematischen Schlußsatz bedingen. Er unterscheidet progressive und regressive Analogieschlüsse die Schlüsse in der I. und in der II. Figur darstellen. Unter den progressiven Analogieschlüssen versteht er Schlüsse von der Ähnlichkeit der Gründe auf die Ähnlichkeit der Folgen, unter den regressiven aber Schlüsse von der Ähnlichkeit der Folgen auf die Ähnlichkeit der Gründe[1]). Eine derartige Einteilung hat so manche Vor-

1) N. O. Losskij, Logika, 1923 (russisch).

züge, aber auch so manche Mängel, und man braucht sie sich nur zu vergegenwärtigen, um einzusehen, wie notwendig eine andere Klassifikation ist.

Die Klassifikation der Analogieschlüsse in progressive und regressive paßt nun tatsächlich für solche Schlüsse, die in den ersten zwei Figuren verlaufen. Doch können die Analogieschlüsse, wie weiter unten gezeigt werden soll, auch nach dem Vorbilde der beiden anderen Figuren gewonnen werden, die an sich den Sigwartschen progressiven und regressiven Gedankenverlauf der konditionalen Schlüsse garnicht erkennen lassen. Ein zweiter Mangel dieser Klassifikation besteht aber in der Voraussetzung, daß die Prämissen der Analogieschlüsse fehlerlose Urteile seien, während sie tatsächlich oft direkt falsch sind. Die Analogieschlüsse werden nur probeweise aus heuristischen Gründen als Möglichkeitsschlüsse zugelassen. Wohl könnte man sie nach dem Vorbilde der gültigen Syllogismen nach den vier Figuren einteilen, da aber ihr Charakteristisches gerade darin besteht, daß sie unvollständige Schlüsse sind, so ist eine Einteilung derselben nach der Art, der in ihnen vorkommenden Fehler vorzuziehen.

26. Die vier Typen des analogischen Schliessens und deren Erkenntniswert

Die beim analogischen Schließen vorkommenden Fehler können zweierlei Art sein: es können aus richtigen Prämissen falsche Schlüsse gezogen oder es können Schlüsse, die aus falschen Prämissen gewonnen sind, als richtig angenommen werden. Danach lassen sich die Analogieschlüsse zunächst in zwei Klassen einteilen. Nach den Fehlern, die in den Prämissen vorkommen können, können ferner die Analogieschlüsse mit falschen Prämissen in solche eingeteilt werden, in denen Zufälliges oder Ein-

zelnes für Allgemeingültiges angenommen wird, dann in solche, in denen Ähnliches als Gleiches betrachtet wird, und schließlich in solche, in denen beide Fehler in den Prämissen gleichzeitig vorkommen. Dementsprechend lassen sich bei den Analogieschlüssen vier Typen unterscheiden, für die wir jetzt entsprechende Beispiele anzuführen haben, um sie auf ihren Erkenntniswert hin zu prüfen. Für den I. Typus der Analogieschlüsse, in denen der Prozeß des Schließens selbst ein falscher ist, wählen wir folgende Beispiele.

Nach der Begründung und ersten Entwickelung der Kristallographie hatten mehrere Forscher beobachtet, daß Körper von verschiedenem chemischem Bestande in derselben Kristallgestalt zusammen kristallisieren. E. Mitscherlich machte daraus den Schluß, daß die isomorphen (gleichgestaltigen) Körper auch etwas Ähnliches in der Art ihrer chemischen Zusammensetzung aufweisen müssen. Zu dieser Annahme war er gekommen, nachdem er bei der Untersuchung der phosphor- und arsensauren Salze bemerkt hatte, daß diese isomorphen Salze mit äquivalentem Kristallwasser begabt waren. Seine weiteren Untersuchungen über die Isomorphie der Oxyde, des Magnesiums, des Zinks, ferner des Eisens, des Chroms, und des Aluminiums in ihren Salzen bestätigten seine Annahme über den innigen Zusammenhang zwischen Kristallgestalt und innerem chemischem Bau. Diese Entdeckung hatte Mitscherlich auf dem Wege der Analogie gemacht und zwar in der Form eines Paralogismus in der III. Figur. Er ging von der Tatsache aus, daß einige chemische Verbindungen dieselbe kristallinische Form besitzen, machte die Beobachtung, daß sie aus äquivalentem Kristallwasser entstanden waren, und zog hieraus den allgemeinen Schluß, daß die gleiche kristallinische Form durch die gleiche chemische Zusammensetzung bedingt werde, obwohl er bloß einen partialen Schluß zu

ziehen berechtigt war. Er schloß also folgendermaßen: $\left.\begin{matrix} M-S \\ M-P \end{matrix}\right\}$ S a P. Auf den ersten Blick könnte es scheinen, daß die Folgerungen Mitscherlichs gar keinen Fehlschluß darstellen und daß er auf durchaus logischem Wege zu seiner Entdeckung gekommen war. Es sollte sich jedoch erweisen, daß er sich beim Schließen geirrt hatte. Denn als man bald darauf versuchte, die Atomgewichte von Elementen mit Hilfe isomorpher Verbindungen abzuleiten, da lernte man bei dieser Gelegenheit die Isomorphie ungleich konstituierter und die Heteromorphie analoger sowie auch gleich zusammengesetzter Körper kennen. Solche und andere Tatsachen hatten nun zur Folge, daß man zur Einsicht gelangte, die Isomorphie sei als Mittel zur Erkennung der chemischen Konstitution nur mit großer Vorsicht anzuwenden, da sonst Fehler unvermeidlich wären. Man sieht hieraus, wie leicht man sich irren kann im Glauben, logisch folgerichtig geschlossen zu haben, wo man eigentlich nur nach Analogem geurteilt hatte, ebenso aber auch, daß im Grunde genommen unsere wertvollen erfahrungsmäßigen Schlüsse oft nichts mehr sind, als solche mehr oder weniger den wahren Syllogismen sich annähernde Analogien.

Durch einen ähnlichen Analogieschluß war ebenfalls Dalton zur Entdeckung seines Gesetzes der multiplen Proportionen gekommen. Die ersten Beobachtungen, welche den Ausgangspunkt für die Aufstellung seiner Theorie bildeten, hatte Dalton bei der Ermittelung der Zusammensetzung des Ätylens (CH_2) und Methans (CH_4) gemacht. Es war ihm dabei aufgefallen, daß auf die gleiche Menge Kohlenstoff im Methan genau noch einmal soviel Wasserstoff komme wie im Ätylen, daß also die Quantitäten Wasserstoff sich wie 1 : 2 verhalten. Dabei kam ihm der Gedanke, daß diese Regelmäßig-

keit auf eine ihr zu Grunde liegende Gesetzmäßigkeit schließen lasse. Er ließ also zur Probe eine Analogie zwichen dem Einzelnen und Ganzen gelten. Dieses veranlaßte ihn, andere Verbindungen in gleicher Richtung zu untersuchen. Als er nun fand, daß in dem Kohlenoxyd *(CO)* und in der Kohlensäure *(CO_2)* die Sauerstoffmengen, auf die gleiche Menge Kohlenstoff bezogen, ebenfalls in einer einfachen Proportion zueinander standen, d. h. im Verhältnis von 1 : 2, da konnte er sich schon klaren Aufschluß darüber geben, welcher Art die diesen Regelmäßigkeiten zugrundeliegende Gesetzmäßigkeit sei. Er formulierte sie folgendermaßen: „Wenn verschiedene Mengen eines Elements sich mit ein und derselben Quantität eines anderen chemisch verbinden, so stehen diese Mengen in einfachen, durch ganze Zahlen ausdrückbaren Verhältnissen zueinander". Dieses Gesetz konnte eigentlich nur für Gase Gültigkeit haben. Als sich aber bei weiteren Untersuchungen dieselben, gleich einfachen Zahlenverhältnisse für eine ganze Reihe anderer chemischer Verbindungen ergaben, da hatte das Gesetz auch an anderen chemischen Verbindungen seine Bestätigung gefunden. Die Folgerungen, die Dalton aus seinen anfänglichen Beobachtungen gezogen hat, lassen nun folgenden Paralogismus in der III. Figur erkennen:

Einige Gase weisen gewisse Regelmäßigkeiten auf.
Gase sind chemische Verbindungen.
Also weisen alle chem. Verbindungen diese Regelmäßigkeiten auf.

M i P
M a S
S a P.

Es könnte aber scheinen, daß der Analogieschluß Daltons sowie auch derjenige, durch den Mitscherlich zu seinen Entdeckungen gelangt war, nichts mehr als bloße Induktionsschlüsse darstellen. Dieses könnten sie auch tatsächlich sein, wenn für das Zustandekommen dieser Entdeckungen die Induktionsregeln auch irgendwie maßgebend gewesen wären. Wir haben aber

gesehen, daß die auf diese Gesetzmäßigkeiten bezüglichen Annahmen schon bei der Beobachtung bloß einzelner Fälle entstanden waren. So war Mitscherlich zu seiner Annahme schon bei dem Vergleiche zweier Salze, des phosphor- und des arsensauren Salzes, gekommen. Ganz ebenso war auch Dalton zu seiner Entdeckung durch den Vergleich bloß zweier Gase, des Äthylens und des Methans geführt worden. Die übrigen, später beobachtete Fälle hatten nur zur Bestätigung der Annahmen gedient. Daraus folgt jedoch nicht, daß es sich bei diesen Schlüssen einzig nnd allein um ein Erschließen aus Einzeltatsachen gehandelt habe. Dann müßte wohl auch angenommen werden können, daß aus beliebigen Einzelfällen stets derartige Gesetzmäßigkeiten erschlossen werden können. Doch wie beim analogischen Schließen überhaupt, so handelte es sich auch hier noch um gewisse Nebengedanken, die die Annahmen unterstützten und daher als sehr wahrscheinlich erscheinen ließen. Durch diese Nebengedanken werden eben in allen Fällen die Analogieschlüsse von bloßen Ähnlichkeitsassoziationen und Phantasiegebilden unterschieden und durch diese erhalten sie auch den Anschein wahrheitsgetreuer Syllogismen. Mitscherlich war z. B. zu seiner Annahme noch durch den Umstand bewogen worden, daß die Äquivalenz des Kristallwassers die Gleichheitszüge der gleichgestaltigen Salze dermaßen vermehrte, daß er zur Überzeugung gelangte, es nicht mit einem zufälligen, sondern mit einem gesetzmäßigen Zusammenauftreten zu tun zu haben. Ebenso war auch Dalton durch die Einfachheit des Verhältnisses der Wasserstoffmengen zweier Gase (CH_2, CH_4) dazu bewogen worden, die Existenz einer Gesetzmäßigkeit anzunehmen, weil die Gleichheitszüge derselben dadurch noch bedeutend vermehrt wurden. Nicht auf die Induktionsregeln, sondern auf die Ähnlichkeitszüge in ihrer Gesamtheit kommt es

also bei Entdeckungen durch das analogische Denken vor allem an, und dieser Umstand erweist sich auch als das Charakteristische für das erfolgreiche analogische Schließen überhaupt.

Zu dem I. Typus der Analogieschlüsse gehören noch die Schlüsse von der Folge auf den Grund. Dieselben hat N. O. Losskij[1]) als Analogieschlüsse erkannt. Früher waren diese Schlüsse in den Logiken bloß als fehlerhafte Konditionalschlüsse betrachtet worden. Wir wollen sie aber von unserem Standpunkt aus betrachten. Ein Analogieschluß von der Folge auf den Grund hat folgende Gestalt:

Wenn A ist, so ist B.
C ist B.
} Also ist im Falle C auch A vorhanden.

Dieser falsche affirmative Schluß in der II. Figur kann als Analogieschluß betrachtet werden, weil der Fehler, der beim Schließen begangen wurde, durch eine beabsichtigte oder unbeabsichtigte Verwechselung des Unwesentlichen mit dem Notwendigen hervorgerufen war. Allen Erscheinungen können bekanntlich die wesentlichen Eigenschaften der Gattungen, zu denen sie gehören, zugeschrieben werden. Als etwas Wesentliches kann aber nie der Grund (A) im Verhältnis zu seiner Folge (B) betrachtet werden, denn die Folge führt den Grund nie notwendigerweise mit sich. Im Folgeschluß wurde aber der Grund einer Folgeerscheinung analog den wesentlichen Eigenschaften auch als notwendige Begleiterscheinung aller Arten der Gattung B beurteilt und daher auch auf die Arterscheinung C fälschlicherweise bezogen. Dieser Fehler ist nun beim Schließen selbst begangen worden. Daher gehören auch derartige Schlüsse zu dem ersten Typus.

Solcher Analogieschlüsse bedienen wir uns oft im Leben, und es ist garnicht gesagt, daß sie immer falsch sein müssen. Wie schon angedeutet, hängt die Wahr-

1) Vgl. N. O. Losskij a. a. O.

scheinlichkeit der im Analogieschluß ausgedrückten Annahme von vielen Nebengedanken ab, die diesen Schluß unterstützen und als mehr oder weniger richtig erscheinen lassen. Diese Nebengedanken können aber letzten Endes die Annahme logisch vollständig begründen, und in solchen Fällen wird der Analogieschluß zu einem regelrechten Syllogismus. Ebenso steht es auch mit dem Schluß von der Folge auf den Grund, denn er kann in einigen Fällen richtig sein und zwar dann, wenn durch die Nebengedanken solche Gründe angedeutet werden, daß der Obersatz als Identitätsurteil betrachtet werden darf. Nehmen wir z. B. an, wir arbeiten bei einer brennenden Lampe. Plötzlich verspüren wir einen Rauchgeruch. Wir schauen auf und überzeugen uns, daß der Rauch tatsächlich von der Lampe herrührt. Wir hatten hier also ganz richtig von der Folge, d. h. von dem Rauchgeruch, auf den Grund, die brennende Lampe, geschlossen und zwar, weil wir annehmen durften, daß der Rauchgeruch im Zimmer nur von der Lampe herrühren konnte. Wohl ist der Schluß kein notwendig richtiger, denn der Rauch hätte ja auch aus einem Ofen kommen oder von einem Brande herrühren können, doch in der Voraussetzung, daß das ausgeschlossen war, zu welcher Annahme wir durch andere Gründe veranlaßt wurden — wir wußten, z. B. daß der Ofen nicht geheizt war —, mußte der Schluß ein richtiger sein. Was für die Folgenschlüsse gilt, gilt auch im allgemeinen für die Analogieschlüsse, und je richtiger die Nebengedanken sind, desto wahrscheinlicher erscheint auch der Analogieschluß selbst.

Den II. Typus der Analogieschlüsse bilden die Schlüsse, in denen eine Prämisse etwas Zufälliges oder bloß für einige Tatsachen Gültiges als Allgemeingültiges hinstellt und gelten läßt. Als Beispiel hierzu sei die Geschichte vom siamesischen König angeführt, der einen dänischen

Gesandten kurzerhand ins Gefängnis sperren ließ, weil er behauptet hatte, die Flüsse im Norden seien so beschaffen, daß man sie im Winter trockenen Fußes überschreiten könne. Dieses hielt der König für eine Lüge, denn es stand durchaus nicht damit im Einklang, was er zu sehen und zu hören gewohnt war. Ganz ebenso, wie der siamesische König, urteilen nun eigentlich auch wir, wenn wir etwas gewohnheitsmäßig an gewissen Erscheinungen Beobachtetes auf die ihnen verwandten Erscheinungen erweitern, oder wenn wir überhaupt über das Unbekannte nach Analogie des uns schon Bekannten urteilen. Nach dem Gewohnheitsmäßigen die Erscheinungen beurteilen, heißt ja das Zufällige für ein Gesetzmäßiges annehmen und danach auch die Einzelfälle bestimmen. Tatsächlich bedienen wir uns auch dergleichen Analogieschlüsse recht oft aus dem Grunde, weil gerade solche Schlüsse durch das assoziative Denken stets in großer Fülle hervorgerufen werden. Diese Analogieschlüsse brauchen ja auch nicht immer falsch zu sein, sondern je mehr sie in anderen Gedanken eine Unterstützung finden, um so richtiger können sie sich auch hernach erweisen.

Zu dem III. Typus gehören die Analogieschlüsse, bei denen die Fehlerhaftigkeit einer Prämisse darin besteht, daß die Ähnlichkeit, d. h. die Gleichheit zufälliger Eigenschaften, für die Gleichheit des Wesentlichen angesehen wird, so daß die Begriffe als Art- und Gattungsbegriffe von einander ausgesagt werden, obwohl sie es garnicht sind. Als Beispiel für diesen Typus kann hierzu die allmähliche Ausgestaltung der chemischen Strukturtheorie gelten.

In neuerer Zeit machte man in der Chemie die Beobachtung, daß gewisse organische Gebilde, die ihrem chemischen Bestande nach vollständig gleich sind und sich auch durch dieselbe chemische Formel ausdrücken lassen, dennoch Verschiedenheiten physischer oder chemischer Art

aufweisen. Dieser Umstand veranlaßte die Chemiker zu neuen Untersuchungen, und es gelang ihnen, eine Erklärung für diese seltsame Erscheinung zu finden. Sie gingen von der Annahme aus, daß die Moleküle dieser seltsamen organischen Gebilde wohl denselben atomischen Bestand haben, aber in ihrem inneren Bau Verschiedenheiten aufweisen können. Wie aus ein und denselben Ziegeln sich Gebäude in verschiedenem Stil bauen lassen, ebenso könnten auch die Atome, auf verschiedene Weise angeordnet, Gebilde von verschiedenartiger Struktur liefern. Das war ein glücklicher Gedanke, denn es ließen sich auch tatsächlich die chemischen Teilchen in den Molekülen der Stoffe anders angeordnet denken, ohne daß gegen die Gesetze der existierenden Radikal-, Äquivalenz- und Sättigungstheorien verstoßen wurde, und dementsprechend konnten auch die Atome in den Formeln anders gruppiert werden. So ließ sich z. B. die Formel des Butan vollständig im Einklange mit den Regeln der Radikal- und Sättigungstheorie auf folgende zweifache Weise darstellen:

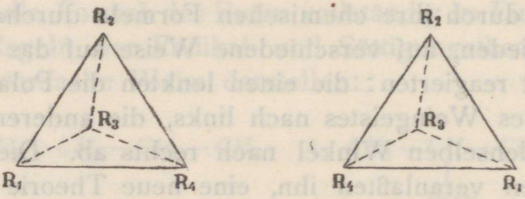
1. $CH_3-CH_2-CH_2-CH_3$ 2. $CH_3-\underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}}-CH_3$.

Als darauf an den Formeln anderer organischen Gebilde ebensolche Veränderungen gemacht wurden und die diesen Formeln entsprechende Anzahl homologer Gebilde gefunden wurde, schien die Annahme bestätigt zu sein, daß die chemischen und physischen Verschiedenheiten solcher Gebilde bloß von der Verschiedenheit der Anordnung der Atome in den Molekülen abhängen. Es mußten sovielfältige Homologen in der Wirklichkeit vorhanden sein, wie vielfach die Elemente in den Molekülen angeordnet gedacht werden konnten, ohne daß dadurch die bekannten Gesetze umgangen wä-

ren. Diese Annahme hatte anfangs auch jedesmal in der Erfahrung eine vollständige Bestätigung gefunden; denn in allen Fällen, wo die Formeln sich umgestalten ließen, konnten auch jedesmal homologe Gebilde aufgewiesen werden. Die Erfahrung kann aber für uns nie erschöpft sein und das war auch hier der Fall, denn es waren bald solche homologe organische Gebilde gefunden worden, deren Formeln sich nicht entsprechend der Anzahl der Homologen auf vielfache Weise ungestalten ließen. Die fruchtbare, durch die Induktion bestätigte Hypothese schien nicht mehr mit der Erfahrung übereinzustimmen. Sie war offenbar einer Korrektur bedürftig und wurde auch späterhin von Pasteur, der eine neue stereochemische Strukturtheorie erdachte, berichtigt. Wie nützlich sich bei dieser Entdeckung die Analogieschlüsse erwiesen hatten, soll aus folgendem erhellen.

Pasteur hatte bemerkt, daß einige organische Gebilde, die sich durch ihre chemischen Formeln durchaus nicht unterschieden, auf verschiedene Weise auf das Polarisationslicht reagierten: die einen lenkten die Polarisationsfläche des Weingeistes nach links, die anderen lenkten sie um denselben Winkel nach rechts ab. Diese Beobachtungen veranlaßten ihn, eine neue Theorie über die räumliche Anordnung der Atome in den organischen Gebilden aufzustellen, die die verschiedenartige Reaktion auf das Polarisationslicht durch die Annahme erklärte, daß noch eine zweifache Anordnung der Atome in den homologen Verbindungen in Frage kommen könne. Die Anordnung der Atome im Raum könne man sich, wie er annahm, noch in der Weise vorstellen, daß ein homologes Gebilde sich von dem anderen so unterscheidet, wie sich ein Gegenstand von seinem Spiegelbilde, ein linker Handschuh von dem rechten unterscheidet, daß also die Anordnung der gleichen Teile noch eine asymmetrische sein könnte. Nach der bisherigen Anschauung konnte die Formel des

Methans: CH_4, die nach der Sättigungstheorie durch die Formel: $\begin{matrix} & H & \\ & | & \\ H-C-H & & \\ & | & \\ & H & \end{matrix}$ dargestellt wird, nicht mehr so umgeordnet werden, daß aus dieser Umänderung auf das Vorhandensein eines isomeren (gleichteiligen) Antipoden hätte geschlossen werden können. Indem nun Pasteur den Wasserstoff H im Methan durch vier verschiedene Radikale: $\begin{matrix} & R_1 & \\ & | & \\ R_4-C-R_2, & & \\ & | & \\ & R_3 & \end{matrix}$ ersetzte und dieselben im Raume so angeordnet dachte, daß die vier Radikale sich an den vier Ecken eines Tetraeders befanden, wobei der Kohlenstoff C das Zentrum desselben einnahm, so erhielt er die Möglichkeit, sie so auf zweierlei Weise anzuordnen, wie wir es aus folgender Zeichnung ersehen können:



Während im ersten Tetraeder die Radikale R_1 R_2 R_4 (von vorne gesehen) in der Richtung des Uhrzeigers angeordnet sind, sind dieselben an dem anderen Tetraeder in umgekehrter Richtung angeordnet. Ebenso steht es auch mit der Anordnung der Radikale an den übrigen Flächen der Tetraeder. Wenn einer von diesen Tetraedern vor einen Spiegel gehalten wird, so zeigt der Spiegel die genaue Darstellung des zweiten Tetraeders. Da nun bis jetzt alle isomeren Atomgebilde sich mit Hilfe der stereometrischen Strukturtheorie Pasteurs haben erklären lassen, so behält auch diese auf Analogieschlüsse sich gründende Theorie bis jetzt ihre Gültigkeit.

Die Hauptmomente der Gedankenprozesse, die die Gelehrten zur Ausgestaltung der genannten Theorien geführt hatten, lassen nun folgende Analogieschlüsse im dritten Typus, die zugleich auch Paralogismen in der I. Figur darstellen, erkennen. Zuerst hatte der Vergleich der Atome mit Bausteinen und die Annahme, daß sich die Atome wie Bausteine in den Molekülen auf verschiedenerlei Weise anordnen lassen, eine ganze Reihe von Erscheinungen erklären lassen. Als diese Erklärung nicht mehr ausreichte, veranlaßte eine andere an gewissen rätselhaften Erscheinungen bemerkte Ähnlichkeit mit schon bekannten Tatsachen die Einleitung eines neuen Analogieschlusses, die Erweiterung der diesen Tatsachen zukommenden Eigenschaften und Gesetzmäßigkeiten auf diese rätselhaften Erscheinungen und ihre Verknüpfung mit denselben. Es war also in beiden Fällen bloß Ähnliches oder teilweise Gleiches als vollständig Gleiches betrachtet und auf Grund dieser Annahme nach dem Schema der I. Figur auch Neues erschlossen worden.

Als Ergebnis ebensolcher Bemühungen, unerklärte Tatsachen durch Subsumtion derselben unter schon bekannte, ihnen ähnliche Tatsachen zu ergründen und zu bestimmen, sind auch die von Johannes Kepler entdeckten Gesetze des Umlaufs der Himmelskörper zu betrachten. Wir finden in einem Selbstbericht Keplers über seine Entdeckungen das beste Zeugnis für die Tatsache, wie der erfinderische Geist stets darauf bedacht ist, an dem Unerkannten irgend eine Ähnlichkeit mit dem schon Erkannten zu entdecken, um aus dieser Ähnlichkeit neues Wissen zu erschließen. Zugleich ist aber auch aus den Keplerschen Entdeckungen zu ersehen, wie durch angestrengteste jahrzehntelange Spekulationen ein Gelehrter nach vielen Irrungen und Enttäuschungen schließlich doch zur wahren Erkenntnis geführt wird.

Die erste Frucht der Studien Keplers war der 1596 zu Tübingen im Druck erschienene „Prodromus dissertationum cosmographicarum continens: Mysterium cosmographicum", eine Schrift, die zwar die berühmten Entdeckungen Keplers noch nicht enthält, für uns aber von Wert ist, weil sie den schweren Weg zeigt, den Kepler gegangen ist, bis er schließlich zu seinen Entdeckungen gelangte. Kepler selbst bezeichnete in späteren Jahren diese Schrift als diejenige Arbeit, welche die Grundlage aller seiner nachfolgenden Schriften bildete. Sie war bereits die Frucht des Gedankens, an welchem Kepler sein ganzes Leben hindurch festhielt und welcher ihn nach manchen vergeblichen Bemühungen zu seinen Entdeckungen führte. Es ist das der Gedanke, daß eine grundlegende Gesetzmäßigkeit sich in unserem Planetensystem erkennen lassen müsse, die in den Verhältnissen der Bewegungen und Entfernungen der Planeten zutage trete. Über den Verlauf seiner Untersuchungen berichtet Kepler im Vorwort zu diesem Werke folgendes: „Ich versuchte die Sache zuerst mit Zahlen und prüfte, ob eine der Planetensphären das doppelte, dreifache oder irgend ein sonstiges Vielfache der übrigen sei und wieviel jede von jeder andern abstünde. Ich verlor an dieser Arbeit viel Zeit, da keine Art Übereinstimmung mit den Sphären selbst noch mit deren Zuwächsen sich ergab, und ich zog hieraus keinen anderen Gewinn, als daß ich die von Kopernikus angegebenen Entfernungen meinem Gedächtnisse tief einprägte . . . Da ich auf diesem Wege keinen Erfolg erreichte, so versuchte ich einen anderen von seltener Kühnheit. Ich schaltete einen neuen Planeten zwischen Mars und Jupiter und einen anderen zwischen Venus und Merkur ein, welche beiden ich als unsichtbar voraussetzte, vielleicht wegen ihrer Kleinheit, und ich schrieb jedem derselben eine gewisse Umlaufsperiode zu . . . Obwohl ich mit Hilfe dieser Voraussetzungen eine Art Proportionalität her-

stellte, gelangte ich dennoch zu keiner vernünftigen Schlußfolgerung. Beinahe der ganze Sommer ging mit diesen fruchtlosen Bemühungen verloren, bis ich endlich durch einen unbedeutenden Zufall der Wahrheit näher kam. Mir schien es eine unmittelbare Schickung Gottes, daß ich endlich durch Zufall erlangen sollte, was ich mit der größten Anstrengung zu erreichen nicht imstande war; und ich glaubte um so mehr hieran, als ich unaufhörlich zu Gott gebetet hatte, er möge, wenn Kopernikus die Wahrheit verkündigt habe, meine Bemühungen gelingen lassen. Es geschah nun anno 1595 am 9/19 Juli, daß ich, als ich meinen Zuhörern die Sprünge der großen Konjukturen durch je acht Zeichen zu erklären hatte, und wie sie nach und nach aus einem Gedrittschein in den anderen übergehen, in einem Zirkel eine große Anzahl von Dreiecken oder Quasidreiecken einzeichnete, so daß jedes Ende des einen den Anfang des nächsten bildete. In solcher Weise wurde durch die Punkte, wo sich je zwei der Linien schnitten ein innerer kleinerer Kreis geformt. Nun beläuft sich der Durchmesser des einem Dreieck eingeschriebenen Kreises auf die Hälfte vom Durchmesser des umschriebenen. Also erschien das Verhältnis der beiden Kreise nahezu dem gleich, welches zwischen den Bahnzirkeln Saturns und Jupiters statt hat. Und zugleich ist das Dreieck ebenso die erste der Figuren, wie Saturn und Jupiter die äußersten Planeten sind. Ich versuchte unverzüglich für die nächste Entfernung, für die zwischen Jupiter und Mars, ein Viereck und, als das Auge auf den ersten Blick gegen die Anwendung des Quadrats Protest erhob, so kombinierte ich das Viereck mit einem Dreieck und einem Fünfeck. Endlos wäre es, jedes einzelnen Schrittes zu gedenken. — Das Ende dieses vergeblichen Versuches war der Anfang des schließlichen glücklichen Ausganges. Ich überlegte, daß ich, wenn ich unter den Figuren Ordnung einzuhalten wünschte,

niemals bis zur Sonne gelangen würde, und daß sich auf diesem Wege auch keine Ursache ergäbe, warum gerade sechs und nicht zwanzig oder hundert bewegliche Sphären vorhanden seien. Wenn sich für die Größe und das Verhältnis der sechs Himmel, welche Kopernikus aufstellte, unter den unendlichen vielen nur fünf Figuren fänden, welche sich vor allen übrigen durch irgend welche besondere Eigenschaften auszeichnen würden, so hätte ich mein Ziel erreicht . . . Was sollen ebene Figuren zwischnen körperlichen Sphären? Wenn irgend jemand, der mit der Geometrie nur einigermaßen vertraut ist, durch obige Worte gemahnt wird, so werden sich ihm sogleich die fünf regelmäßigen Körper aufdrängen, mit ihren eingeschriebenen und umgeschriebenen Kugelflächen . . . Eine bewundernswerte Tatsache ist es, daß ich, dem damals noch nichts von den Ansprüchen der einzelnen Figuren auf einen bestimmten Platz in der Reihenfolge bekannt war, doch sogleich, indem ich mich einer, nichtsweniger als besonders aus den bekannten Planetenentfernungen abgeleiteten Vermutung hingab, so glücklich in der Anordnung der Körper ans Ziel traf, daß ich auch später, als ich mich der ausgesuchtesten Gründe bediente, nichts daran zu ändern imstande war. Zum Andenken der Begebenheit teile ich Dir [1]) den Ausspruch der Erfindung mit, so wie er mir damals im Augenblick auf die Zunge trat: Die Erdbahn liefert den Kreis, der das Maß aller übrigen bildet; um denselben beschreibe ein Dodekaeder: der dieses umschließende Kreis ist der Mars: die Marssphäre begrenze mit einem Tetraeder, der diesem umschriebene Kreis wird der des Jupiters sein. Die Sphäre des Jupiters umschließe mit einem Würfel; der diesem umschriebene Kreis ist der des Saturn. Ferner schreibe der Erde ein Ikosaeder ein, der von dieser eingeschlossene Kreis wird der der Venus

1) Hier wendet sich Kepler an den Leser.

sein. Der Venus schreibe ein Oktaeder ein, und der Kreis in diesem wird dem Merkur gehören. Und so erhältst Du den Grund für die Anzahl der Planeten ... Welchen Genuß mir die Erfindung machte, werde ich in Worten nie auszudrücken vermögen. Nun bereute ich nicht mehr die versäumte Zeit, keine Mühe verdroß mich, keine Beschwerde der Rechnung scheute ich, Tag und Nacht verbrachte ich mit Ausrechnungen, um mich zu überzeugen, ob die Worte jenes Ausspruches mit den Sphären des Kopernikus übereinstimmen, oder aber ob der Wind meine Freude verwehe. Wenn ich die Sache so, wie ich vermutete, träfe, gelobte ich Gott, dem Allmächtigen, diese bewunderswürdige Probe seiner Weisheit, schwarz auf weiß gedruckt unter den Menschen zu verkündigen; damit, obschon noch nicht alles vollendet und wohl noch manches übrig ist, das aus den Prinzipien fließt und dessen Erfindung ich mir hätte vorbehalten können, doch auch andere, die dazu die Gabe besitzen, möglichst viel und in möglichst kurzer Zeit nach mir zur Verherrlichung des göttlichen Namens beitragen und wie mit einem Munde den weisesten Schöpfer lobpreisen. Da nun nach wenigen Tagen die Sache gelungen war und ich wahrnahm, wie passend ein Körper nach dem anderen zwischen die Planeten sich einreihe, so brachte ich die ganze Unternehmung in die Form des gegenwärtigen Werkes." In der hier dargelegten Weise war also Kepler zu den ersten Annahmen über die die Gestirne beherrschenden Gesetzmäßigkeiten gekommen.

Nach diesem ersten Funde suchte Kepler auch noch ein Gesetz für die Geschwindigkeiten der Planeten zu entdecken, und da er bald sah, daß die Umlaufszeiten nicht im einfachen Verhältnisse der Entfernungen stehen, so glaubte er in der Sonne eine anima motrix annehmen zu sollen, infolge deren Wirkung die Geschwindigkeiten der Planeten sich etwa wie die Quadrate dieser Distanzen verhalten. Die-

ses Resultat stimmte nun mit den von Kopernikus erhaltenen Distanzen weniger überein als das erstere und diente daher zum Ausgangspunkte seiner weiteren Forschungen. Nur allmählich überzeugte er sich davon, daß er sich auch bei seiner ersten Entdeckung geirrt habe. Zu dieser Überzeugung war er erst zum Schluß seiner Marsuntersuchungen gelangt, die von 1602 bis 1609 dauerten.

Wie seine Zeitgenossen, so hielt auch Kepler anfangs an der irrigen Ansicht fest, daß die Planetenbahnen exzentrische Kreise darstellen. Die Verbindungen der Marsörter gaben aber ein seltsames Bild für die Marsbahn, das nichts mit einem doppelt exzentrischen Kreise, geschweige denn mit einem einfachen Kreise gemein hatte. Die Marsbahn stellte eher ein Oval dar, das mit dem Längenschnitt eines Eies viel Ähnlichkeit hatte, d. h. sie bildete solch ein Oval, das nur in der Längen- und nicht in der Querdimension symmetrisch war. Kepler nannte sie daher Oide oder Ellipoide. Er sah bald ein, daß seine Ansichten mit den Beobachtungen nicht übereinstimmten, da in jenem Oval gewisse Abstände des Mars von der Sonne zu klein wurden, während sie im exzentrischen Kreise zu groß ausfielen. Das Richtige lag also in der Mitte, und die Marsbahn mußte mit dem in der Länge und der Quere symmetrischen Oval der Ellipse zusammenfallen. Diese Annahme hat auch tatsächlich bei allen späteren Beobachtungen eine Bestätigung gefunden: die Marsbahn bildete tatsächlich eine Ellipse, in deren Brennpunkt die Sonne stand. Dann aber zeigte es sich bald, daß auch den Bewegungen der übrigen Planeten ähnliche Ellipsen ganz gut entsprachen, weit besser als die ihnen früher zugemuteten Bahnen in exzentrischen Kreisen. So war Kepler zur Entdeckung des ersten seiner berühmten Gesetze gekommen. An dieses lehnte sich

sodann verhältnismäßig leicht ein zweites, das auf der Annahme fußte, daß der Sitz der die Planeten bewegenden Kraft in der Sonne, dem Herz der Welt, liege. Es ist das ebenfalls durch reine Spekulation gefundene Gesetz, daß für jeden Planeten der von seinem Radius Vektor in einer beliebigen Zeiteinheit überstrichene Flächenraum eine konstante Größe sei. Von diesen beiden Gesetzen erfuhr die Welt aus dem von Kepler 1609 zu Prag veröffentlichten Werk: „Astronomia nova de motibus stellae Martis ex observationibus Tychonis Brahe". Kepler hatte seinem Werke diesen Titel gegeben, weil er seine Verallgemeinerungen an der Hand der zahlreichen Beobachtungen Tycho Brahes gemacht hatte. Es dauerte aber immer noch sehr lange bis es Kepler gelang, die Harmonie des Himmels entgültig zu entziffern. Er griff dabei bald auf seine frühere Idee zurück und suchte die halben großen Axen der Ellipse mit den regelmäßigen Körpern in Verbindung zu bringen, bald glaubte er wieder im Sinne der alten Pythagoräer die Distanzen und Umlaufszeiten mit harmonischen Verhältnissen in Beziehung setzen zu müssen usw. Endlich hatte er den glücklichen Einfall, die Zahlen, welche die großen Axen und Umlaufszeiten ausdrücken, in die zweite, dritte und vierte Potenz zu erheben, die so erhaltenen Zahlenreihen miteinander zu vergleichen, bis er schließlich nach Beseitigung eines Rechnungsfehlers fand, daß sich die Quadrate der Umlaufszeiten wie die Würfel der großen Axen verhalten. In seinem 1617 zu Linz herausgegebenen Werke, den Harmonices mundi libri V, machte er die Öffentlichkeit mit diesem Gesetz bekannt und berichtete zugleich auch von seinen Fehlversuchen und Irrgängen, die seiner Entdeckung vorausgegangen waren.[1]) „Nach langen vergeblichen Anstrengungen," sagt Kepler, „er-

1) R. Wolf, Geschichte der Astronomie. 1877. S. 382 ff.

leuchtete mich endlich das Licht der wunderbarsten Erkenntnis. Hier habt Ihr das Resultat meiner Studien."

Obwohl nun der Weg, den Kepler gegangen ein schwerer und unsicherer gewesen, so hatten seine kühnen Gedankenschlüsse schließlich doch zu einer sicheren Erkenntnis geführt, die sich späterhin als ebenso gewiß wie die rein rationale Erkenntnis erwiesen hat. Newton war es beschieden, die drei Keplerschen Gesetze aus seinem Gravitationsgesetz zu deduzieren und auf diese Weise ihre Gültigkeit mathematisch folgerichtig zu begründen. Es hatte sich somit auch erwiesen, daß die Analogieschlüsse Keplers ebenso gewiß, wie rein verstandesmäßige mathematische Schlüsse waren. Es fragt sich, wie das möglich sein konnte. Wenn wir nun die ersten Versuche Keplers, die Harmonie des Himmels zu entziffern, mit seinen späteren Gedankenschlüssen vergleichen, so läßt sich daraus leicht ersehen, wodurch seine Entdeckungen eigentlich bedingt und zustande gebracht waren und warum die früheren Analogieschlüsse zur Ermittelung dieser Entdeckungen nicht ausreichten, die späteren aber zu guten Resultaten führten. Wie die Gedankenschlüsse überhaupt sich um so wertvoller erweisen, je gründlicher die Erkenntnisse sind, von denen bei denselben ausgegangen wird und je zuverlässiger die Begriffe sind, auf welche sie sich stützen, andererseits aber aus mangelhaften Daten nichts mit Bestimmtheit erschlossen werden kann, so konnten auch die Gedankenschlüsse Keplers, die ihn zu seinen ersten Erkenntnissen geführt hatten, von keinem dauerhaften Wert sein, weil ihm beim Schließen nur mangelhafte Begriffe und sogar falsche Auskünfte über den behandelten Gegenstand zur Verfügung standen. Er konnte sich daher anfangs bei seiner Spekulation auch nur von bloßen Vermutungen leiten lassen. Letztere veranlaßten ihn, sich zunächst darüber Aufschluß zu verschaffen, ob die einzelnen Planetensphären und ihre Abstände sich etwa als

Vielfache voneinander ergeben; dann experimentierte er in Gedanken, indem er zur Probe neue Planeten zwischen die alten einschaltete und versuchte darauf die Bahnen der einzelnen Planeten als um- und eingeschriebene Kreise von verschiedenen ebenen Figuren wie Dreiecken, Vierecken, Fünfecken usw. zu betrachten. Dabei ließ er sich durch rein logische Erwägungen leiten, daß zur Erklärung sphärischer Erscheinungen ebene Figuren kaum ausreichen können, daß aber zur Bestimmung und Erklärung der Größe und des Verhältnisses der sechs Himmel zueinander wohl fünf körperliche Figuren, die sich durch besondere Regelmäßigkeiten auszeichnen würden, ausreichen könnten. Dergleichen Verdeutlichungen der notwendigen Voraussetzungen zu den weiteren Schlüssen hatten seine Phantasie durchaus folgerichtig auf die fünf regelmäßigen geometrischen Körper gelenkt und ihn in diesen soviel Ähnliches mit den einzelnen Himmelssphären erkennen lassen, daß es ihm möglich schien, alle Eigenheiten der letzteren durch die Gesetzmäßigkeiten dieser Körper zu erklären. Auffallenderweise ließ sich in der Tat ohne große Schwierigkeit eine Figur nach der anderen zwischen die Planeten einreihen und in und um die Kopernikanischen Sphären geschrieben denken. Diese Schlußfolgerungen schienen ganz richtig zu sein, um so mehr, da sie sich mit den Erfahrungstatsachen, soweit sie Kepler bekannt waren, in Einklang bringen ließen. Obwohl diese Ergebnisse höchst überraschend waren, so hatten sie sich schließlich doch als falsch erwiesen, weil die Schlußfolgerungen, durch die sie ermittelt worden waren, sich auf ungenaue Daten und falsche Annahmen stützten. Erst in dem Maße, als Kepler zur Erkenntnis der Fehlerhaftigkeit seiner Voraussetzungen und Annahmen gelangte, und dieses daher, weil er genauere Daten über den Lauf der Planeten erhalten hatte, konnte er auch zu den richtigen Vorstellungen gelan-

gen, durch die sich die gesuchten Gesetzmäßigkeiten verdeutlichen und auch logisch folgerichtig erkennen ließen.

Zur Erkenntnis der Fehlerhaftigkeit der Begriffe, die ihm zum Ausgangspunkte gedient hatten, war Kepler erst zum Schluß seiner Marsstudien durch die genauen Beobachtungen Tycho Brahes geführt worden. Diese Beobachtungen standen zu der Vorstellung des doppeltexzentrischen Kreises in direktem Widerspruche und zwangen daher Kepler, sich von derselben loszusagen und nach neuen Vorstellungen zu suchen, durch die das Wesenhafte der Form der Planetenbahnen erfaßt werden konnte. So kam er allmählich durch den Vergleich des Unbekannten mit dem schon Bekannten zu den Vorstellungen des Ovals, der Oide, der Ellipsoide und schließlich der Ellipse. Erst nachdem er zu dieser richtigen Erkenntnis gekommen war, konnte er auch zu dem Begriffe der halben großen Axen der Ellipse gelangen, und dieser Begriff war für die weiteren Analogieschlüsse von Wichtigkeit. Indem Kepler eben diesen Begriff mit den Vorstellungen seiner früheren Gedankenschlüsse in Verbindung brachte, gelangte er schließlich auch zur Entdeckung der lange gesuchten, die Bewegungen der Himmelskörper beherrschenden Gesetzmäßigkeiten. Die Analogieschlüsse hatten erst jetzt zu einem guten Erfolg geführt, weil sie sich auf genaue Erfahrungstatsachen und auf eine ganze Reihe richtiger, dem Wesen der zu erforschenden Erscheinungen entsprechender Urteile und Begriffe stützten.

Inwiefern Ähnlichkeitsschlüsse, die auf zuverlässige Urteile gestützt sind, zutreffend sein können, ist auch aus der Schlußfolgerung zu ersehen, durch die Galilei zu seinem ersten Fallgesetz geführt wurde[1]). Aris-

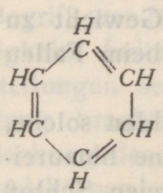
1) La Cour und Appel, Die Physik auf Grund ihrer geschichtlichen Entwikelung, 1905. I, S. 153 ff.

toteles hatte seinerzeit gelehrt, daß ein Gegenstand von doppelter Schwere mit doppelter Geschwindigkeit falle. Galilei hielt das letztere jedoch für unwahrscheinlich. Wenn ein Pferd in einer Sekunde drei Meilen laufen kann und ein anderes ebenfalls, so werden sie, so urteilte Galilei, doch nicht sechs Meilen laufen können, wenn man sie zusammenbindet. Und wenn ein Pfundgewicht 16 Fuß in einer Sekunde fällt und ein zweites Pfundgewicht ebenfalls, so werden die beiden Gewichte doch nicht doppellt so schnell fallen können, wenn man sie miteinander verbindet, so daß sie zusammen ein Zweipfundgewicht bilden. Durch diesen Gedankenschluß war Galilei zu seiner Entdeckung geführt worden. Daß diese auch richtig war, dafür gaben die Versuche, die er am schiefen Turm in Pisa anstellte, die Bestätigung. Er ließ Körper von verschiedenem Gewicht von dem Turm herabfallen und fand, daß alle Körper gleich schnell fallen, wenn ihre Oberfläche nicht im Vergleich zu ihrem Gewicht zu groß ist und der Widerstand der Luft sich beim Fallen bemerkbar macht.

Den IV. Typus der Analogieschlüsse bilden solche, in denen beide Prämissen des Schlusses keine hinzureichenden Gründe für einen logisch einwandfreien Schluß darstellen, wobei die eine Zufälliges für Allgemeingültiges, die zweite etwas bloß Ähnliches für ein wesentlich Gleiches annimmt. Als Beispiel für solche Analogieschlüsse können die Schlußfolgerungen gelten, durch die Kekulé zur Entdeckung seiner Theorie der aromatischen Verbindungen gelangt war.

Kekulé hatte sich lange mit dem Problem beschäftigt, wie man die innere Struktur der sogen. aromatischen Verbindungen sich vorzustellen hätte. Diese Verbindungen hatte er schließlich als Abkömmlinge des Benzols gedeutet. Seine Aufgabe lief also darauf hinaus, die Struktur dieses schon seit langer Zeit bekannten Koh-

lenwasserstoffes, also die Art der gegenseitigen Bindung der sechs Kohlenstoff- und Wasserstoffatome in ihm zu ermitteln. Zu diesem Zweck erörterte er die möglichen Fälle des Zusammenhanges der sechs Kohlenstoffatome, indem er von der Voraussetzung ausging, daß dieselben vierwertig, die sechs Wasserstoffatome der Erfahrung gemäß einwertig fungieren. Während die Verbindungen der Fettreihe nach der damals aufkommenden Ansicht eine offene Kette von Kohlenstoffatomen enthalten sollten, nahm Kekulé im Benzol eine geschlossene an und machte sich die Vorstellung zu eigen, daß von den sechs Atomen Kohlenstoff des Benzols ein jedes mit zwei anderen verbunden sei. Die sich daraus ergebende Strukturformel war das seither so viel benutzte Sechseck, dessen Ecken durch die alternierend ein- und zweiwertig gebundenen Kohlenstoffatome gebildet werden, von denen ein jedes mit einem Atom Wasserstoff vereinigt ist. Die auf Grund



dieser Theorie von Kekulé gemachten Prognosen über isomere Verbindungen hatten sich in der Folge in hunderten von Fällen glänzend bewahrheitet und zwar wie für die unmittelbaren Abkömmlinge des Benzols, so auch für Körper, die in entfernterer Beziehung zu diesem standen. Zur Aufstellung dieser Theorie soll Kekulé auf eine ganz zufällige Weise gelangt sein[1]). Es wird erzählt, daß er eines Tages in London, in einem Omnibus fahrend, nach Gewohnheit darüber nachgedacht habe, wie man sich die Struktur des Benzols vorzustellen hätte, um aus ihr die Sonderheiten desselben zu erklären. Zufälligerweise soll er dabei aus dem Omnibus geschaut und einen Affenkasten erblickt haben, in dem einige Affen einander haschten und sich schließlich zu einer geschlos-

1) F. Ahrens, Die Chemie im alltäglichen Leben.

senen Kette ballten. In seltsamer Weise hielten sie sich dabei aneinander fest und zwar so, daß jeder von ihnen sich mit einer Hinterhand an dem Gitter festhielt, mit den beiden Vorderhänden sich an die freie Hinterhand des Nachbars klammerte und ebenso auch von einem anderen an einer Hinterhand gehalten wurde. Dieser Anblick brachte den Forscher auf den Gedanken, es könnte sich bei den Atomen des Benzols um eine ähnliche Kette von Gleichgewichtsbeziehungen handeln. So kam er auf die Idee, die den Kern seiner Theorie bildet. Die rein äußerliche Ähnlichkeit einer zufällig beobachteten Erscheinung mit den Eigenschaften des Benzols hatte ihm den Anstoß zur Lösung seines Problems gegeben. Obgleich nun die Entdeckung nur einem Zufall zu verdanken war, so konnte doch nur einem Forscher, der die fraglichen Punkte seines Problems beständig vor Augen hatte, die Ähnlichkeit zwischen so verschiedenartigen Erscheinungen wie die mit den Händen sich aneinanderklammernden und in Gleichgewicht haltenden Affen und die ein- und vierwertigen Atome des Wasser- und Kohlenstoffes im Benzol auffallen. Die dabei nach ihrer Ähnlichkeit aneinander gereihten Begriffe bildeten einen Gedankenschluß, deren Prämissen bloße Vergleiche darstellten und nur Zufälliges enthielten. Sie ergaben also einen Analogieschluß, dessen Verlauf wir uns so vorzustellen haben: Die sich aneinanderklammernden Affen bilden ein im Gleichgewicht ruhendes Ganzes in ähnlicher Weise, wie die zu Molekülen sich verbindenden Atome ein in sich abgeschlossenes Ganzes darstellen. Dabei halten sie sich zufällig auf eine ganz besondere Weise mit ihren Händen im Gleichgewicht. Also können sich auch die ein- und vierwertigen Atome im Benzol auf gleiche Weise nach dem Sättigungsprinzip im Gleichgewicht halten. Dieser Schluß läßt sich schematisch in der III. Figur so darstellen:

M ist ähnlich S
M ist zufällig ein P

Also ist auch S dieses P.

Er ist somit ein Analogieschluß in dem vierten Typus.

Die bisher betrachteten Analogieschlüsse stellten nun Paralogismen in den ersten drei Figuren dar. Da wir unter Analogieschlüssen solche Schlüsse verstehen, in denen aus einer bloßen Ähnlichkeit statt einer wesentlichen Gleichheit oder aus einer Zufälligkeit statt einer Regelmäßigkeit auf ein bestimmtes Zusammenbestehen gewisser Erscheinungen geschlossen wird, so darf wohl angenommen werden, daß Analogieschlüsse auch in der IV. Figur vorkommen können. Es wäre nämlich möglich, daß auch die Prämissen der Schlüsse in dieser Figur etwas für einen logischen Schluß Nichthinzureichendes darstellen könnten, und in einem solchen Falle hätten wir es dann mit einem Analogieschlusse in der IV. Figur zu tun. Wir haben bereits gesehen, wie bei den Entdeckungen des Vibrationschronoskops und des Galvanometers, welche durch ein Schließen in der IV. Figur zustande gekommen waren, die Tatsachen und Gedanken sich anzureihen hatten, damit ein Schluß in der ersten und darauf in der IV. Figur erfolgen konnte. Wenn nun das Anreihen der Begriffe zu den Schlüssen nicht mit der erforderlichen Exaktheit erfolgt wäre, dann hätten auch die Prämissen dieser Schlüsse gerade dieselben Unvollständigkeiten aufgewesen, die den Analogieschlüssen eigen sind, und die Schlüsse hätten dann nicht mehr als bloße Analogieschlüsse gelten können. Es erhellt also hieraus, daß Analogieschlüsse auch in der IV. Figur möglich sind.

27. Die individuellen Vorbedingungen für das erfolgreiche analogische Schliessen.

Der Analogieschluß ist die Gedankenform, unter der das gewöhnliche Schließen verläuft, gleichzeitig aber auch die Schlußform, in der sich das wissenschaftliche Denken vollzieht. Der Analogieschlüsse bedienen sich zwar alle Menschen, nicht alle jedoch gelangen durch dieselben zu wissenschaftlich wertvollen Erkenntnissen. Wir fragen uns daher, wodurch das Zustandekommen der wissenschaftlich wertvollen Analogieschlüsse oder des erfolgreichen diskursiven Denkens überhaupt zu erklären ist. Wie alle Schlüsse, so erhalten auch die wissenschaftlich wertvollen ihren Stoff aus den Wahrnehmungen und aus den Gedankenassoziationen. Da nun das Wahrnehmen und der Verlauf der Gedankenassoziationen stets durch die im Bewußtsein vorherrschenden Gedanken beeinflußt werden, der Charakter der letzteren aber bei einem jeden Menschen durch seine persönlichen Anlagen und Interessen bedingt ist, so ist auch der besondere Charakter der Schlüsse und das Zustandekommen des wissenschaftlichen Denkens überhaupt durch besondere individuelle Eigenschaften des reflektierenden Geistes zu erklären. Wie bei einer jeden Tätigkeit, so läßt sich der Mensch auch bei seiner geistigen Tätigkeit stets durch seine Interessen leiten, für die aber selbst stets seine individuellen Eigenheiten maßgebend sind. Wenn wir also einen klaren Einblick in das Zustandekommen der wissenschaftlich wertvollen Schlüsse gewinnen wollen, so haben wir uns zu allernächst wohl der Betrachtung dessen zuzuwenden, wie sich überhaupt die Interessen bei den Menschen gestalten.

Interessant erscheinen dem Menschen solche Erlebnisse, die ihn irgendwie zufrieden stellen. Die Interessen

können nun verschieden sein: sie können auf die Befriedigung der physischen oder auf die Befriedigung der intellektuellen Bedürfnisse gerichtet sein. Das Streben nach der Befriedigung seiner verschiedenen Bedürfnisse veranlaßt den Menschen, die Mittel zu erkennen, wie das Erstrebte zu erreichen ist, und dazu ist er auch von Natur aus durch sein Erkenntnisvermögen befähigt. Er kommt jedoch zu der ihm wertvollen Erkenntnis nicht so ohne weiteres. Er muß sie sich erst selbst erwerben, und das kann ohne die Selbstbetätigung des Verstandes nicht geschehen. Zu dieser Selbstbetätigung wird der Verstand durch die seinen reinen Formen innewohnenden Gesetzmäßigkeiten veranlaßt und die Wirksamkeit derselben bekundet sich eben darin, daß der Mensch durch die reinen Begriffe die Erscheinungen zu beurteilen sucht, diesen Begriffen gemäß sich Fragen stellt und durch Beantwortung derselben auch zu der erforderlichen Erkenntnis gelangt. Die Sinnlichkeit liefert bloß einzelnes, unzusammenhängendes Wissen. Der Verstand aber fragt nach Gründen und Zwecken, nach dem Ständigen und Regelrechten und ist auch zur Erkenntnis derselben befähigt.

Je nachdem, worauf der Mensch, durch sein innerstes Wesen veranlaßt, sein Streben richtet, wendet sich auch sein Interesse der einen oder der anderen Gedankengruppe zu. Strebt er nur nach der Befriedigung seiner körperlichen Bedürfnisse, zo beziehen sich auch seine Fragen bloß auf die praktischen Regeln des Alltagslebens, sein Denken ist daher auch meistenteils nur von Nützlichkeitserwägungen beeinflußt. Es ist nicht frei oder autonom, da seine Interessen nicht durch rein verstandesmäßige Gründe geleitet werden, sondern sich durch das Sinnliche bestimmen lassen und daher auch an dem bloß Äußerlichen hängen. Je mehr der Mensch seine verstandesmäßige Natur erkannt hat, desto unabhängiger

wird er auch in seinen Interessen von jeglichen äußeren Motiven. Sein Denken vollzieht sich dann im Einklange mit den in seinem Geiste sich formenden höheren Zielen, es wird ebenso autonom, wie der reine Verstand es ist, und folgt auch nur den Interessen desselben. Das Interesse des reinen Verstandes richtet sich aber auf die Wahrheit selbst, die er zu ergründen strebt. Das Wahre ist nun nicht etwas Zufälliges, sondern etwas ganz Bestimmtes, denn für den Verstand existiert eben nur eine Wahrheit. Dieses Wahre ist auch nicht der Widerspruch, sondern das sich selbst Gleiche, Beständige, Gesetzmäßige. Insofern als der Mensch nur die Vorschriften des Verstandes gelten läßt, folgt er also auch den logischen Gesetzen, meidet er alles Widersprechende, sucht er nach dem Allgemeinen, Gesetzmäßigen, Ständigen, läßt also keine anderen Gründe als nur die des Verstandes zu.

Die aus den Interessen des Verstandes hervorgehenden Fragen nach dem Allgemeingültigen, Gesetzmäßigen, Notwendigen sind aber gerade die wissenschaftlichen Fragen selbst. Das Bewußtsein der Notwendigkeit einer solchen Erkenntnis, die sich nach Vorschrift und im Einklange mit den reinen Verstandesgründen vollzieht, führt uns eben zu diesen wissenschaftlichen Fragen. Auf allen Gebieten, wo der Verstand bestrebt ist, eine Gesetzmäßigkeit zu ergründen, wird daher der gute Erfolg von dem rein wissenschaftlichen Interesse, somit von der Ehrlichkeit der Gesinnung des Forschenden abhängen. Nur wahre wissenschaftliche Interessen, nicht Interessen des materiellen Vorteils vermögen die Erkenntnis der Wahrheit zu fördern und zwar deswegen, weil bei der wahren Erkenntnis es sich nicht um Vorteilsberechnungen, sondern um ein Zustimmen oder Absprechen nach rein verstandesmäßigen, d. h. an sich ersichtlichen und notwendigen Gründen handelt.

Die Interessen des Menschen und die aus diesen

hervorgehenden Fragen bewegen sich nun beständig zwischen zwei Polen: der eine umfaßt das physische und der andere das intellektuelle Gebiet. Welchem Gedankenkreise und welchen Erlebnissen der Mensch sich mit seinen Interessen zuwendet, ob das eine oder das andere Gebiet ihn anzieht und seine Gedanken anregt, ob die verstandesmäßigen Interessen oder die physischen vorherrschen, hängt nun vollständig von seinem individuellen Charakter ab; dieser beeinflußt seine Assoziationen und seine apperzeptive Tätigkeit, gleichfalls aber auch die an letztere sich anschließende rein logische, bedeutungsverleihende, reflektierende Tätigkeit, die sich in mannigfaltigsten Analogieschlüssen ergeht und auch stets bestrebt ist, die Gedanken in einen rein logischen Zusammenhang zu bringen.

Die Interessen veranlassen nun den Menschen gern und mit Vorliebe in Gedanken bei gewissen Erscheinungen zu weilen. Je nachdem, wie weit diese Erscheinungen das Interesse zu unterstützen vermögen, entsteht aus ihnen auch die Einsicht von der Notwendigkeit, zu einer weiteren Erkenntnis dieser Erscheinungen zu gelangen. Die aus dieser Einsicht entspringenden Fragen können anfangs bloß etwas rein Erfahrungsmäßiges angehen, haben es aber letzten Endes immer auf die Erkenntnis des Wesenhaften, also des Bleibenden oder Gesetzmäßigen an den Dingen abgesehen. Je mehr der Mensch imstande ist, gewissen Gedanken nachzugehen, desto größer ist auch seine Kenntnis der diesen entsprechenden Tatsachen, desto zahlreicher die Fragen über das Wesen und den vernünftigen Zusammenhang der Erscheinungen und desto größer die Zahl der zur Lösung dieser Fragen sich bildenden Assoziationen, Analogien und Gedankenschlüsse. In einen bestimmten Gedankenkreis gebannt, macht sich der menschliche Geist mit gewissen Gedankenreihen dermaßen vertraut, daß er mit einer außergewöhnlichen Geschwindigkeit sie zu durchlaufen und sich mit Leichtig-

keit in ihren schwierigen Problemen zurechtzufinden vermag. Durch probeweises Anpassen der Begriffe auf Grund einer näheren oder weiteren Ähnlichkeit derselben ist er so imstande zu regelrechten Schlußketten und zu richtigen Resultaten zu gelangen, die bei anderen Staunen erregen und sich scheinbar durch gar nichts erklären lassen. So vermag ein Schachspieler der die verschiedensten Spieleröffnungen und deren Varianten kennt und gewohnheitsmäßig anwendet, durch sein Simultanspiel Staunen bei Leuten zu erregen, die selbst gute Denker sind, aber bloß ab und zu einmal eine Schachpartie spielen. Sie vermögen nicht, sich im Geiste alle die nur möglichen Folgen, die jeder Zug nach sich zieht, mit Leichtigkeit vorzustellen, was dem Schachkenner keine Schwierigkeiten bereitet, sondern jeder neue Zug stellt sie vor neue Probleme, über welche sie lange nachdenken müssen. So findet sich auch ein jeder Sachverständige oder Fachgelehrte, wie etwa der Astronom, der Mathematiker, der Logiker, Chemiker usw. in den ihm vertrauten Gedankenkreis ganz spielend hinein, wogegen es bei dem Laien einer großen Anstrengung bedarf, um auch nur dahinter zu kommen, worauf die Gedanken jener sich beziehen.

Um zu wertvollen Forschungsergebnissen zu kommen, sind aber die Kenntnisse des Tatsächlichen allein noch nicht hinreichend. Nicht derjenige, der sein Fach gut kennt, gelangt schon zu neuen Forschungsergebnissen, sondern der es versteht, den Sachen auf den Grund zu kommen. Von zwei Leuten, die ein und dieselbe Bildung und dieselben Kenntnisse besitzen, versteht oft der eine mit seinem Wissensschatz nichts anzufangen, während der andere, der die Erscheinungen nach ihrem Wesen zu beurteilen sucht, das Wesentliche an ihnen zu erkennen strebt und sich auch dementsprechend die Fragen stellt, sein Wissen mit Erfolg zu seinen Zwecken verwertet. So mancher geht oft an den merkwürdigsten Erscheinungen vorüber, ohne

sich dafür zu interessieren, wie und wodurch sie entstanden sind und in welchem Zusammenhange sie mit anderen Erscheinungen stehen, während ein anderer Mensch gerade in diesen Erscheinungszusammenhängen eine lang ersehnte Antwort auf eine Frage findet, die er lange vergebens gesucht. Auf das Stellen der Fragen, auf das Erkennenwollen kommt es beim Erkennen wohl namentlich an, und daher heißt es auch mit Recht, daß eine gut gestellte Frage schon eine halb gefundene Antwort sei. Denn die Fragen bilden die nötigen Dispositionen für die Assoziationen und diese geben den Stoff für die gesuchten Lösungen. Wenn es sich nun für uns um die Erkenntnis der Gesetzmäßigkeiten einer gewissen Erscheinung handelt, so kann es anfangs ganz unbekannt sein, welche von den vielen Eigenschaften dieser Erscheinung zu dem Wesenhaften an ihr gehören und durch ihre Gesetzmäßigkeit die Existenz der Erscheinung bedingen. Daher gehört alles an derselben zu dem Fraglichen und die Fragen, die durch eine Erscheinung hervorgerufen werden, können somit sehr mannigfaltig sein. Infolgedessen können wir auch sagen, daß die allgemeine, auf eine Erscheinung bezügliche Frage aus vielem Fraglichen, sozusagen aus vielen Teilfragen besteht. Von diesen Fragen können sich nun einige mit Leichtigkeit oder sofort beantworten lassen, andere aber finden ihre Lösung erst mit der Zeit. So fällt nun von dem Rätselhaften allmählich viel Fragliches ab und aus dem verwickelten Gemenge derselben scheidet sich allmählich eine kleine Zahl von Kardinalfragen aus. Das Stellen von Fragen und Auslesen der wesentlichen von ihnen ist aber eine Kunst, die nicht jeder besitzt, da sie die besondere Fähigkeit zu einem geduldigen Überlegen und mühevollen Nachdenken voraussetzt. Auf den Wunsch, einer schwierigen Frage auf den Grund zu kommen, auf das Bestreben, die Aufgabe immer vor Augen zu haben, die Untersuchun-

gen immer wieder von neuem aufzunehmen, auf die besondere Richtung des Willens, auf die Aktivität des Verstandes, auf den Grad der Intelligenz des Individuums kommt es an, wenn man zu einer wissenschaftlich wertvollen Erkenntnis gelangen will. Die Kardinalfragen sind dabei gerade diejenigen, die dem Forschenden bei der Erkenntnis als Wegweiser dienen, sie sind daher für uns von großem Wert. Sie bilden die eigentliche Aufgabe, auf deren Lösung es bei der neuen Erkenntnis namentlich ankommt und zu deren Lösung der Forscher zu gelangen bestrebt ist. Sie sind eben die Gedanken, auf die das Interesse des Gelehrten stets eingestellt ist, und die für den Charakter seiner Wahrnehmungen und für den Verlauf seiner Gedankenassoziationen bestimmend sind. Durch diese Fragen veranlaßt und geleitet, richtet er seinen Blick auf solche Seiten der Erscheinungen, die den gewöhnlichen Blicken vollständig verborgen bleiben, und auf diese Weise findet er an ihnen solche Bestimmungen, die durch ihre Ähnlichkeit mit bereits Erkanntem das Wesen der Erscheinungen zu deuten und zu erfassen ermöglichen.

Die auf Grund einer zufälligen Ähnlichkeit durch Analogieschlüsse gewonnenen Annahmen können nun recht zahlreich sein, da die Ähnlichkeitsassoziationen selbst für sie den nötigen Stoff bieten. Aber nicht jede dieser Annahmen braucht etwas wissenschaftlich Wertvolles darzustellen. Daher fragt es sich, an welchen besonderen Merkmalen die tatsächlich wertvollen Annahmen von allen bloß möglichen sich unterscheiden lassen. Ein solches Merkmal ist der Grad der Übereinstimmung der zu erklärenden Erscheinungen mit den zur Erklärung derselben herangezogenen Gedankengebilden.[1]) Wenn eine auffallende Ähnlichkeit eines Erscheinungszusammenhanges mit solchen Gedankengebilden bei einer nähe-

1) Ähnliches bei G. Tschelpanow, Lehrb. d. Logik. 8 Aufl. (russ.)

ren Betrachtung der Erscheinungen durch weitere Ähnlichkeitzüge unterstützt wird und alle aus diesen Ähnlichkeiten gezogenen Konsequenzen zu keinen Widersprüchen mit den Dingen führen, sondern mit diesen durchaus im Einklange stehen, so wird auch, je mehr es solcher, eine Annahme unterstützenden Ähnlichkeitszüge und Folgerungen gibt, auch die Annahme selbst eine desto größere Wahrscheinlichkeit besitzen und durch diese zahlreichen Ähnlichkeitszüge von allen nur möglichen Analogien sich unterscheiden und hervortun. Wie schon gesagt, können in der Summe aller eine Annahme unterstützenden weiteren Analogien solche Argumente geschaffen werden, die uns den Anlaß geben, einen Analogieschluß als einen, wenn auch nicht vollständigen, so doch dem regelrechten Syllogismus außerordentlich nahe kommenden Schluß zu betrachten. Auf diese Weise können also Analogieschlüsse bei guten Denkern zu guten Erfolgen führen. Wie nun dieser soeben geschilderte Prozeß des Zustandekommens der wissenschaftlichen Erkenntnis tatsächlich vonstatten geht, läßt sich am besten durch ein Beispiel verdeutlichen. Als solches kann hier die der Entdeckung der Marsmonde vorangegangene Prognose derselben dienen. Aus dieser läßt sich ersehen, wie und in welchem Grade die auf eine gute Erudition gestützte diskursive Erkenntnis sich dem wahren Tatsachenverhalt anzunähern vermag, zugleich aber auch, wie ein Fachgelehrter durch seine vielseitigen Kenntnisse und verwegenen Gedankenschlüsse zu solchen Annahmen bewogen wird, die für Nichtkenner in einem vollständig indiszerniblen Gebiet zu liegen scheinen und denen daher auch die Entdeckungen selbst nichts mehr als bloße Phantasiegebilde darzustellen scheinen.

Am 11. August 1877 entdeckte Asaph Hall auf der Sternwarte zu Washington mit Hilfe des größten Refraktors, den die Welt damals kannte, die Marsmonde. Diese

Entdeckung war indes keineswegs eine zufällige. Hall hatte die außerordentlich günstige Lage des Mars zu uns, die 1877 eintrat und nur alle 15 Jahre wiederkehrt, in Gemeinschaft mit der außergewöhnlichen Kraft seines Fernrohres ausgenutzt, um die bereits seit zwei Jahrhunderten vielfach erörterte Frage nach der Existenz von Marsmonden zu entscheiden. Interessant ist nun der Umstand daß bereits 1726 Swift in seinem phantastischen Roman „Gullivers Reisen" von einem Volke redete, das mit viel kleineren, aber die Himmelsobjekte viel deutlicher und größer zeigenden Fernrohren zwei Marsmonde entdeckt habe, von denen der innere in einem Abstande von genau drei, der äußere von fünf Durchmessern des Planeten diesen umkreisen. In Wirklichkeit ist die Entfernung des zweiten Mondes vom Planeten Mars gerade so groß, wie sie Swift beim ersten angegeben hatte. Die Umlaufszeit des ersten Satelliten gibt Swift zu zehn Stunden an, die wirkliche beträgt 7 Stunden 41 Minuten, die des zweiten $30^1/_4$ Stunden, während sie von dem vorahnenden Astronomen und Dichter zu $20^1/_3$ Stunden angegeben war. Im vorliegenden Falle erscheint indes bei genauerer Betrachtung dieses Erraten nicht sehr seltsam. Man suchte längst nach einem oder mehreren Marsmonden. Die Erde besitzt einen, Jupiter vier Monde. Bei dem Spiel mit Zahlen, das die Philosophen damals mit Vorliebe trieben, war es, wenn schon einmal geraten werden sollte, naheliegend beim Mars an zwei Monde zu denken, denn man hatte dann die Zahlenreihe 1, 2, 4 für die aufeinander folgenden Planeten. Daß ferner diese Monde sich sehr nahe am Planeten befinden mußten, war bei der Kleinheit des letzteren ebenfalls zu vermuten. Waren aber einmal die Entfernungen von drei und fünf Durchmessern erraten, so folgten daraus die Umlaufszeiten nach dem dritten Keplerschen Gesetz[1]). Dieses Beispiel einer Prognose, die einer tatsäch-

1) M. W. Meyer, Das Weltgebäude, 1908. S. 145.

lichen Entdeckung vorangegangenen war, hat nun als ein durchaus typisches zu gelten, denn gerade in dieser beschriebenen Weise geht bei der wissenschaftlichen Erkenntnis beständig Dichtung und Wahrheit Hand in Hand.

Viertes Kapitel.

Grundlegung der rationalistischen Erkenntnismethode.

28. Die Methode der genetischen Definition und ihre Begründung bei den Rationalisten.

Da die Annahmen über die Gesetzmäßigkeiten der Erscheinungen beim analogischen Schließen durchaus nicht auf notwendige Weise, d. h. logisch folgerichtig, aus den Prämissen hervorgehen, sondern bloß durch ein mehr oder weniger richtiges Schließen, oft auch einzig und allein durch ein glückliches Erraten aus diesen entstanden sind, so kann auch der diskursiven Erkenntnis, insofern sie sich des analogischen Schließens bedient, keine objektive Gültigkeit, sondern bloß eine Wahrscheinlichkeit zugestanden werden. Die diskursiv gewonnene Erkenntnis findet dann ihre Bestätigung ganz ebenso wie die rein empirische Erkenntnis in der bloßen Übereinstimmung mit den Erfahrungstatsachen nach den induktiven Regeln, die aber gar keine objektive Allgemeingültigkeit zu verbürgen imstande sind. Daher geschieht es oft, daß die auf diskursivem Wege gewonnenen und durch die Tatsachen und Beobachtungen vielfach bestätigten Annahmen und vorzüglichen Entdeckungen schließlich doch den Tatsachen nicht mehr entsprechen und durch dieselben selbst umgestoßen werden. Das geschah, wie wir gesehen

haben, mit der Theorie Mitscherlichs über den Zusammenhang zwischen der kristallinischen Gestalt einiger Körper und dem chemischen Bestande derselben. Ebenso verhielt es sich mit der chemischen Strukturtheorie, die durch die stereochemische Theorie Pasteurs ersetzt wurde, und ebenso ist es gegenwärtig auch mit der Theorie Kekulés bestellt, an deren Stelle schon eine neue Theorie aufgekommen ist. Obwohl die älteren Theorien anfangs auch einen großen wissenschaftlichen Wert besaßen, so haben sich späterhin doch neue Tatsachen eingestellt, denen sie nicht zu genügen vermochten. Daher muß auch zugestanden werden, daß die rein gedankliche Erkenntnis, trotzdem sie zu außerordentlich nützlichem Wissen führen kann, durchaus noch keine abgeschlossene Erkenntnis darstellt und auf keine objektive Gültigkeit Anspruch erheben darf, solange es ihr nicht gelungen ist, etwas auf streng logische Weise aus an sich ersichtlichen, widerspruchslosen Gründen zu deduzieren. Wohl ist die diskursiv gewonnene Erkenntnis so beschaffen, daß sie unter dem Einflusse des kritischen Gedankens beständig evolutioniert, durch beständige Berichtigungen der notwendigen Erkenntnis näher gebracht werden kann und schließlich auch vollständig in diese überzugehen vermag. Zu einer tatsächlich verstandesmäßigen wird sie aber erst dann, wenn sie sich folgerichtig aus den letzten Gründen unserer Erkenntnis, die an sich nicht mehr zweifeln lassen, deduzieren läßt. Es ist jedoch durchaus nicht erforderlich, daß eine Erkenntnis, damit sie etwas tatsächlich Wertvolles und durchaus Gültiges darstelle, sich auch sogleich auf streng logische Weise deduzieren lasse. In der Wissenschaft finden sich dafür Beispiele genug, wie sich ein höchst zuverlässiges Wissen über den gesetzmäßigen Zusammenhang der Dinge auch schon auf rein empirischem Wege hat ermitteln lassen. Wenn wir nämlich durch die Erfahrung zu einer Annahme

geführt werden, daß irgend eine Ursache eine gewisse Wirkung nach sich zieht, und es sich schließlich herausstellt, daß auch umgekehrt durch das Auftreten der Folgeerscheinung die Ursache selbst hervorgerufen wird, so kann in einem solchen Falle auch wohl auf die notwendige Zusammengehörigkeit zweier Erscheinungen geschlossen werden. Die Ampèresche Schwimmregel bezieht sich bekanntlich auf die Art der Ableitung der Magnetnadel durch den elektrischen Strom. Nun wird aber auch der elektrische Strom selbst durch die Magnetnadel beeinflußt; da aber die Gegenwirkung des letzteren der Wirkung des Stromes unterliegt, so ist von diesem Einfluß nichts zu merken. Wenn nun aber anstatt der Magnetnadel ein Magneteisen genommen wird und der Stromleiter beweglich ist, so tritt bekanntlich die umgekehrte Erscheinung ein, daß der Strom selbst durch den Magneten abgeleitet wird, wobei die Ablenkung in vollständigem Einklang mit der Schwimmregel erfolgt. Solche Beobachtungen der gegenseitigen Beeinflussung zweier Erscheinungen berechtigen wohl zur Annahme einer notwendigen Zusammengehörigkeit dieser Erscheinungen. Wir dürfen aber nicht der Meinung sein, daß wir es in diesen Fällen schon mit einer streng rationalen Erkenntnis zu tun haben. In der Erscheinungswelt haben wir es überall mit Wirkungen und Gegenwirkungen zu tun, die einander durchaus gleichkommen. Kühlt ein Körper sich ab, so erwärmt sich ein anderer auf Kosten der Wärme des ersteren oder es setzt sich die Wärme in mechanische, chemische, elektrische u. a. Energie um. Was an einem Körper an Energie verloren geht, das kommt einem anderen wieder zu und umgekehrt. Es kommt uns aber bei der Erkenntnis des Wandelbaren durchaus nicht allein darauf an, welche Prozesse auf gesetzmäßige Weise ineinander übergehen und in welchen quantitativen, zahlenmäßigen Verhältnissen das vor sich geht, sondern noch darauf, daß

zu ersehen wäre, aus welchen logisch ersichtlichen Grüden solche zahlenmäßige Verhältnisse hervorzugehen haben. Wenn sich in manchen Fällen der Ausgleich der Wirkung mit der Gegenwirkung in Form mathematischer Gleichungen ausdrücken läßt, so liegt hier eine vorzügliche Erkenntnisart vor. Als objektiv allgemeingültig, so wie die rein verstandesmäßige Erkenntnis es ist, kann eine solche Erkenntnisart trotzdem nicht gelten. Sie bildet wohl den Übergang zu einer rein rationalen, ist eine solche aber noch nicht, da ihr ein Merkmal abgeht, das der rationalen unbedingt zukommt und das darin besteht, daß in der rationalen Erkenntnis das Hervorgehen der Wirkung aus den Ursachen ebenso klar eingesehen wird wie das Hervorgehen der logischen Folgen aus den logischen Gründen oder das notwendige Hervorgehen der Thesis eines Lehrsatzes aus dem Beweise desselben. Nur wenn eine Tatsache als eine Folgeerscheinung sich aus anderen Tatsachen als ihren notwendigen Bedingungen folgerichtig ableiten läßt und das Hervorgehen der ersteren aus den letzteren durchaus logisch ersichtlich ist, kann die Erkenntnis als eine objektiv allgemeingültige und rein verstandesmäßige gelten, in einem anderen Falle aber nicht. Lavoisier hatte durch Benutzung der Wage dargelegt, daß die der Verbrennung unterworfenen Körper gerade soviel an Gewicht zunehmen, als der der Luft entnommene Sauerstoff wiegt. Hierauf begründete er seine Theorie. Diese stellte aber noch keine rationale Erkenntnis dar, denn er hatte ja keine mathematische Deduktion der Folgen aus den Gründen gegeben. R. Mayer suchte den gegenseitigen Energieaustausch verschiedener Energieformen zu bestimmen und hatte das mechanische Wärmeäquivalent ermittelt. Wie aber das bloße Messen, so bildet auch das Bestimmen von Äquivalenzwerten noch keine rationale Erkenntnis. Nur wo eine klare durch den Beweis darlegbare Einsicht

in gewisse an sich ersichtliche Gründe vorliegt, kann von einer Erkenntnis aus rationalen Gründen die Rede sein. Daher fragt es sich auch, wann und warum Erkenntnisgründe selbstersichtlich und an sich widerspruchslos sein können und als solche auch zu betrachten sind. Da von der Beantwortung dieser Fragen die Entscheidung der Frage abhängt, ob auch eine objektiv gültige Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen möglich ist, so müssen wir auf diese Fragen näher eingehen.

Die Erkenntnisse aus erfahrungsmäßigen Begriffen sind unzuverlässig, weil diesen Begriffen keine unbedingte Allgemeingültigkeit zukommt. Es werden daher die rationalen Wissenschaften gepriesen und hochgeschätzt, weil sie von Prämissen ausgehen, die allgemeingültig und aus der Erfahrung nicht abgeleitet, d. h. apriorisch sind. Bei der Betrachtung der Zuverlässigkeit des rationalen Wissens ist aber doch mit dem Einwand zu rechnen, daß die Grundlagen der reinen Mathematik auch selbst empirischen Ursprungs sein können. Gegen die Ursprünglichkeit der Geometrie scheinen zudem die Anfänge einer neuen, nichteuklidischen Geometrie zu zeugen. Daher könnte es voreilig erscheinen, wenn wir die Axiome der rationalen Wissenschaften einfach apriorisch nennen, bevor triftige Gründe für ihre Apriorität angegeben sind. Es müßte zuvor näher untersucht werden, worauf sich die Allgemeingültigkeit dieser Axiome stützt und, wenn schon angenommen wird, daß sie nicht empirischen Ursprungs sind, wodurch es sich erklären läßt, daß auf dem Wege einer reinen Spekulation, die sich auf abstrakte, aus der Erfahrung nicht herstammende Axiome und Begriffe gründet, eine wahre Erkenntnis der Erscheinungswelt möglich ist. Solche Fragen sind in der Philosophie durchaus nicht neu, denn sie haben schon die Rationalisten, die sich um die höhere Mathematik so verdient gemacht haben, beschäftigt. Sie hatten diese Fragen aufgeworfen, diskutiert und zu lösen versucht und waren schließ-

lich auch zu einer Lösung gekommen. Sie erklärten die Möglichkeit einer reinen spekulativen Erkenntnis durch die Kraft des Verstandes, aus sich selbst innerlich widerspruchslose Begriffe zu schaffen, dieselben in ihrer Genesis zu erfassen, d. h. ihre logische Entstehungsweise zu bestimmen und aus der ihnen eigenen Gesetzmäßigkeit auch die Gesetzmäßigkeiten der Erscheinungen selbst zu begreifen und zu erkennen. Dieses ist nun die Lehre der Rationalisten von der sogen. genetischen Definition. Die rationalistische Erkenntnismethode enthält in der Tat auch die richtigen Anweisungen zur Erlangung einer objektiv gültigen Erkenntnis auf rein verstandesmäßigem Wege und gleichzeitig auch den Versuch, die Möglichkeit an sich widerspruchsloser Erkenntnisse zu erklären. Sie ist uns daher von Wichtigkeit und aus diesem Grunde wollen wir hier auf sie näher eingehen.

Die genetische Definition war das Ideal der rationalistischen Erkenntnislehre. Descartes' und Leibniz' Methode bestand gerade darin, daß sie den Begriffen, welche die zu erforschende Erscheinung bezeichnen, solche Definitionen gaben, daß aus ihnen die Entstehungsweise der Erscheinung selbst auch logisch zu ersehen wäre. Sie gingen dabei von der Ansicht aus, daß ein Begriff möglich und wahr sein könne, ohne daß sein Inhalt jemals in äußerer Realität gegeben zu sein brauche, sofern nur die Gewißheit vorhanden sei, daß er als innerlich widerspruchslos, den Ausgangspunkt und den Quell gültiger Urteile bilden könne. Sie meinten jedoch, daß man sich dieser Möglichkeit und dieses inneren Reichtums eines Begriffe erst dann vollkommen versichern könne, wenn man ihn konstruktiv entstehen lasse. Daß solche Begriffe aber auch der Wirklichkeit entsprechen und mit den Tatsachen im Einklang stehen, werde eben durch den Akt der genetischen Definition ermöglicht; er verbürge die Sicherheit und den Bestand eines bestimmten Begriffes und er sei es auch, der die echten, wissenschaftlich gültigen und frucht-

baren Konzeptionen von willkürlichen Namenerklärungen und fiktiven Gebilden der Einbildungskraft trenne. Es sei aber schwierig vollkommene kausale Definitionen der ersten Begriffe, d. h. solche Definitionen, die die Möglichkeit der Sache a priori anzeigen, sogleich zu geben. An ihre Stelle könnten indessen Nominaldefinitionen treten, durch welche die betrachtete Idee in andere Ideen, aus denen sie begriffen werden könne, aufgelöst werde, wenn man nicht imstande ist, bis zu ihren ersten Bestandteilen vorzudringen. Der ursprüngliche Inhalt des Wissens, aus dem jeder abgeleitete quelle, sei nicht irgendwoher von außen zusammengelesen, sondern er stamme aus einer schöpferischen Setzung des Geistes. Indem der Verstand die Begriffe genetisch erzeuge, schaffe er sich das Material, aus dem er fortan die ganze Fülle des Wissens zu gewinnen vermöge [1]).

Wie näher verfahren werden soll, um wahrheitsgetreue, den Erscheinungen tatsächlich entsprechende Begriffe zu erhalten, darüber findet sich bei Descartes Ausführlicheres. Seiner Ansicht nach müsse unsere Forschung darauf gerichtet sein, aus einfachen Komponenten, die wir selber zusammenfügen, aus Bedingungen, die wir erschaffen, deduktiv ein Ergebnis abzuleiten, das den Erscheinungen durchgehend entspräche. In den „Meteoren" (Discours VIII) versucht er auch bei der Erklärung des Regenbogens nach seiner Methode zu verfahren. Er geht davon aus, daß er die Bedingungen dieses Phänomens nicht nur am Himmel, sondern überall dort als gegeben voraussetzt, wo wir, wie bei dem Springbrunnen, ein Zusammenwirken von Lichtstrahlen und Wassertropfen beobachten können. Indem er ferner erwägt, daß diese Tropfen rund sind und daß ihre absolute Größe für die Erscheinung selbst nicht in Betracht kommt, wird er dahin

1) Vgl. E. Cassirer, Das Problem der Erkenntnis, 2. Aufl., II. S. 48; Leibniz, De Organo sive Arte Magna cogitandi, Opusc. p. 429.

geführt, seine Beobachtung nicht unmittelbar auf den Regenbogen selbst zu lenken, sondern sich zuvor ein Modell zu erschaffen, an dem er alle Bedingungen und Einzelphasen des Problems studiert. Er füllt nämlich eine völlig durchsichtige Glaskugel mit Wasser und beobachtet an ihr die Erscheinungen des durchgehenden Lichtstrahles. Diese Ergebnisse werden sodann auf den wirklichen Vorfall übertragen und so die zu bildenden Begriffe stets an die Erscheinungen angepaßt.[1])

Die Vollendung und das Muster einer derartigen distinkten Erkenntnis und Begriffsgestaltung schien den Rationalisten in der analytischen Geometrie gegeben zu sein, denn hier birgt die Funktionsgleichung, die die Definition eines bestimmten Gebildes ausmacht, die gesamte Fülle seiner Merkmale, die jedes sinnliche Unterscheidungsvermögen übersteigt, in einer einzigen Formel in sich[2]). Und in der Tat, während die Figuren der Ellipse, Parabel, Hyperbel u. a. dem Altertume bloß als Kegelschnitte bekannt waren, waren sie jetzt aus ihrem inneren Wesen deduktiv erkannt, die ihnen zugrundeliegenden Gesetzmäßigkeiten aus ihren Definitionen abgeleitet und durch Formeln ausgedrückt. In gleicher Weise hatte auch die höhere Analysis zur Differential- und Integrallehre geführt, in der das Unendlichkleine noch in seiner Gesetzmäßigkeit erfaßt und durch die Funktionsgleichung ausgedrückt werden kann.

Die Methode der genetischen Definition hatte jedoch anfangs nur zur Förderung der mathematischen Erkenntnis Wunderbares geleistet. Wohl hatten die Rationalisten mehrfach versucht diese Methode zur Erkenntnis natürlicher Gesetzmäßigkeiten auch in der Philosophie zu verwenden. Die ersten Versuche waren aber mißglückt. Desungeachtet hatte die Verwendung dieser Methode

1) E. Cassirer, l. c. I, S. 402—404.
2) E. Cassirer, l. c. II, S. 68.

in der Folge bei vielen Forschern zu ausgezeichneten Ergebnissen geführt. Galileis, Huyghens' und Newtons Entdeckungen legen davon das beste Zeugnis ab. Diese stellen nichts anderes dar als Ergebnisse planmäßiger Durchführungen der genetischen Methode zur Erlangung objektivgültiger Erkenntnisse auf dem Gebiete der Empirie. Von diesen Entdeckungen ist für uns die Ermittelung des Gesetzes der beschleunigten Bewegung durch Galilei als methodisches Beispiel von besonderem Wert. Es zeigt uns am deutlichsten wie auf dem Wege einer freien Begriffsgestaltung, einer Konstruktion aus den Elementen der Anschauung und den mathematischen Grundbegriffen objektivgültige Erkenntnisse der empirischen Gesetzmäßigkeiten gewonnen werden. Sie muß daher einen besonderen Betrachtung unterzogen werden.

29. Galileo Galileis Erkenntnismethode.

Über seine Entdeckung berichtet Galilei in seinen berühmten „Unterredungen“ [1]). Sie finden zwischen drei Personen statt, von denen die eine (Salviati) die Theorie Galileis vorträgt. Wir wollen die Unterredungen des dritten Tages anführen, in denen das Bemerkenswerteste gerade die methodischen Anleitungen und Gedanken sind, die uns zeigen, wie verfahren werden muß, damit die auf dem Wege der reinen Spekulation gewonnenen Gedankengebilde den Tatsachen entsprechen und das Wesen derselben erfassen könnten.

Die Methode, die Galilei anwendet, ist folgende. Er geht von empirischen Tatsachen aus und versucht nun Fragen, die durch sie veranlaßt werden, zu lösen. Zuallererst sucht er den Erscheinungen, deren Gesetzmäßigkeiten er erkennen will, eine klare Definition zu

1) G. Galilei: Discursus et demonstrationes mathematicae circa duas novas scientias.

geben. Hierbei sucht er sich möglichst streng an die Erfahrungstatsachen zu halten. Indem er nun weiter zu gewissen Annahmen über den wahren Sachverhalt des noch Unerkannten zu gelangen strebt, versucht er sich dasselbe durch alles ihm bereits Bekannte zu verdeutlichen, im Neuen das Alte zu erkennen und auf diese Weise die Annahmen aus den in der Definition angegebenen Bedingungen als denknotwendige Folgen zu entwickeln. Für diese so auf rein logischem, mathematisch konstruktivem Wege entwickelten Folgen sucht er sodann in der Erfahrung die Bestätigung zu finden. Stimmen die Folgen mit den Tatsachen nicht überein, so sind die Fehler zu suchen und durch ein neues Anpassen der Definitionen und Deduktionen an die Erscheinungen zu korrigieren. Diesem entsprechend ist in den Unterredungen über die natürlich beschleunigte Bewegung folgendes ausgeführt: „Bisher war die gleichförmige Bewegung behandelt worden, jetzt gehen wir zur beschleunigten Bewegung über. Zunächst muß eine der natürlichen Erscheinung genau entsprechende Definition gesucht und erläutert werden. Obgleich es durchaus gestattet ist, irgend eine Art der Bewegung beliebig zu ersinnen und die damit zusammenhängenden Ereignisse zu betrachten (wie z. B. jemand, der Schraubenlinien oder Concoiden aus gewissen Bewegungen entstanden gedacht hat, die in der Natur garnicht vorkommen mögen, doch aus seinen Voraussetzungen die Haupteigenschaften wird erschließen können), so haben wir uns dennoch entschlossen, diejenigen Erscheinungen zu betrachten, die bei den freifallenden Körpern in der Natur vorkommen, und lassen die Definition der beschleunigten Bewegung zusammenfallen mit dem Wesen einer natürlich beschleunigten Bewegung. Das glauben wir schließlich nach langen Überlegungen als das Beste gefunden zu haben, vorzüglich darauf gestützt, daß das, was das Experiment den Sinnen vorführt, den

erläuterten Erscheinungen durchaus entspreche. Endlich hat uns zur Untersuchung der natürlich beschleunigten Bewegung gleichsam mit der Hand geleitet die aufmerksame Beobachtung des gewöhnlichen Geschehens und der Ordnung der Natur in allen ihren Verrichtungen, bei deren Ausübung sie die allerersten einfachsten und leichtesten Hilfsmittel zu verwenden pflegt; denn wie ich meine, wird niemand glauben, daß das Schwimmen oder Fliegen einfacher oder leichter zu Stande gebracht werden könne als durch diejenigen Mittel, die die Fische und die Vögel mit natürlichem Instinkt gebrauchen. Wenn ich daher bemerke, daß ein aus der Ruhelage von bedeutender Höhe herabfallender Stein nach und nach neue Zuwüchse an Geschwindigkeit erlangt, warum soll ich nicht glauben, daß solche Zuwüchse in allereinfachster jederman plausibler Weise zustande kommen? Wenn wir genau aufmerken, werden wir keinen Zuwachs einfacher finden, als denjenigen, der in immergleicher Weise hinzutritt. Das erkennen wir leicht, wenn wir an die Verwandtschaft der Begriffe der Zeit und der Bewegung denken: denn wie die Gleichförmigkeit der Bewegung durch die Gleichheit der Zeiten und Räume bestimmt und erfaßt wird (denn wir nannten diejenige Bewegung gleichförmig, bei der in gleichen Zeiten gleiche Strecken zurückgelegt wurden), so können wir durch ebensolche Gleichheit der Zeitteile die Geschwindigkeitszunahme als einfach zustande gekommen erfassen: mit dem Geiste erkennen wir diese Bewegung als einförmig und in gleichbleibender Weise stetig beschleunigt, da in irgend welchen gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeitszunahmen sich addieren. So daß, wenn man vom Anfangspunkte der Zeit an gleiche Zeitteilchen nimmt von der Ruhelage aus, die Fallstrecke hindurch, die Geschwindigkeit des ersten Teiles mitsamt dem Zuwachs des zweiten auf den doppelten Wert hinansteigt: in drei

Zeitteilen ist der Wert der dreifache, in vieren der vierfache vom ersten. Deutlicher zu reden, wenn der Körper seine Bewegung nach dem ersten Zeitteile in gleicher Weise mit der erlangten Geschwindigkeit fortsetzte, so würde er halb so langsam gehen, als wenn in zwei Zeitteilchen die Geschwindigkeit erzeugt worden wäre; und so werden wir nicht fehlgehen, wenn wir die Vermehrung der Geschwindigkeit (intentionem velocitatis) der Zeit entsprechen lassen; hieraus folgt die Definition der Bewegung, von welcher wir handeln wollen. Gleichförmig oder einförmig beschleunigte Bewegung nenne ich diejenige, die von Anfang an in gleichen Zeiten gleiche Geschwindigkeitszuwüchse erteilt.

Sagredo: Ich würde mich durchaus gegen diese oder gegen jede andere Definition, die irgend ein Schriftsteller ersonnen hätte, sträuben, weil sie alle willkürlich sind; ich darf meinen Zweifel aufrecht erhalten, ohne jemand zu nahe zu treten, und fragen, ob solch eine völlig abstrakt aufgestellte Definition auch zutreffe, und ob sie bei der natürlich beschleunigten Bewegung statthabe.

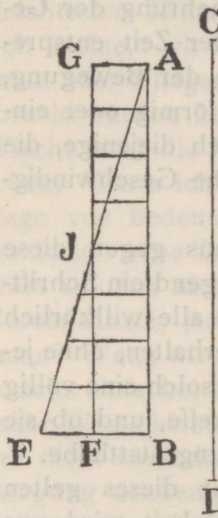
Salviati: . . . Wollen wir nunmehr dieses gelten lassen als Postulat; die absolute Richtigkeit wird uns später einleuchten, wenn wir die Folgerungen aus solcher Hypothese eintreffen und genau mit dem Versuch übereinstimmen sehen. Nachdem der Autor dieses eine Prinzip vorausgesetzt, geht er zu strengen Schlußfolgerungen über, deren erste hier folge.

Theorem I. Propos I.

Die Zeit, in welcher irgend eine Strecke von einem Körper von der Ruhelage aus mittelst einer gleichförmig beschleunigten Bewegung zurückgelegt wird, ist gleich der Zeit, in welcher dieselbe Strecke von demselben Körper zurückgelegt wurde mittelst einer gleichförmigen Bewegung, deren Geschwindigkeit gleich wäre dem halben Betrage des höchsten und letzten Geschwindigkeits-

wertes bei jener ersten gleichförmig beschleunigten Bewegung.

Es stelle AB die Zeit dar, in welcher der Körper aus der Ruhelage C bei gleichförmig beschleunigter Bewegung die Strecke CD zurücklegt; man verzeichne die während der Zeit AB in einzelnen Zeitteilchen allmählich vermehrten Geschwindigkeitsbeträge, zuletzt EB senkrecht auf AB; man ziehe AE sowie mehrere zu EB parallele äquidistante Linien, so werden diese die wachsenden Geschwindigkeitswerte darstellen. Man halbiere EB in F, ziehe die Parallelen FG zu BA und GA zu FB. Das Parallelogramm AGFB wird dem Dreieck AEB gleich sein, da die Seite GF die Linie AE halbiert im Punkte J: denn wenn die Parallelen im Dreieck AEB bis nach GJF verlängert werden, so wird die Summe aller Parallelen, die im Viereck enthalten sind, gleich denen im Dreieck AEB sein; denn was in JEF liegt, ist gleich dem in GJA Enthaltenen; während das Trapez AJFB beiden gemeinsam ist. Da ferner einem jeden Zeitteilchen innerhalb AB eine Linie entspricht, und alle Punkte von AB, von denen aus in AEB Parallelen gezogen wurden, die wachsenden Geschwindigkeitswerte darstellen, während dieselben Parallelen innerhalb des Parallelogramms ebensoviel Werte gleichförmiger Geschwindigkeit abbilden: so ist es klar, daß die sämtlichen Geschwindigkeitsmomente bei der beschleunigten Bewegung dargestellt sind in den wachsenden Parallellinien von AEB, und bei der gleichförmigen Bewegung in denjenigen des Parallelogramms GB: denn was an Bewegungsmomenten in der ersten Zeit der Bewegung fehlt (d. h. die Werte von AGJ) wird ersetzt

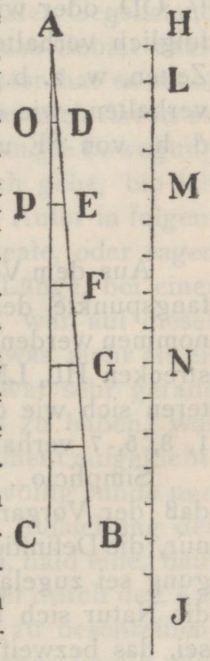


durch die Parallelen JEF. Folglich werden zwei Körper gleiche Strecken in ein und derselben Zeit zurücklegen, wenn der eine aus der Ruhe gleichförmig beschleunigt sich bewegt, der andere mit gleichförmiger Geschwindigkeit gleich dem halben Betrage des bei beschleunigter Bewegung erreichten Maximalwertes, w. z. b. w.

Theorem II. Propos II.

Wenn ein Körper von der Ruhelage aus gleichförmig beschleunigt fällt, so verhalten sich die in gewissen Zeiten zurückgelegten Strecken wie die Quadrate der Zeiten[1]).

Man stelle den Verlauf der Zeit von einem Augenblicke A an dar durch die Lienie AB, in welcher zwei Teilchen AD, AE gedacht werden mögen; sei ferner HJ die Strecke, die der Körper aus der Ruhelage H zurücklegt mit gleichförmiger Beschleunigung, sei ferner HL zurückgelegt im ersten Zeitteilchen AD, dagegen HM in der Zeit AE. Ich behaupte, MH verhalte sich zur Strecke HL, wie die Quadrate der Zeiten EA und AD. Man verzeichne AC unter einem Winkel geneigt gegen AB; aus den Punkten D, E ziehe man Parallelen DO, EP, und sei DO die Endgeschwindigkeit (maximus gradus velocitatis) im Augenblicke D; desgleichen PE die Endgeschwindigkeit im Augenblick E am Ende der Zeit AE. Da oben bewiesen worden ist, daß die zurükgelegten Strecken bei gleichförmig beschleunigter Bewegung und bei gleichförmiger Bewe-



1) $\frac{s}{s,} = \frac{t^2}{t,^2}$.

gung mit halber Endgeschwindigkeit gleich sind, so ist es klar, daß die Strecken MH, LH ebenso groß sind, wie sie bei gleichförmiger Bewegung mit Geschwindigkeiten $^1/_2$ PE und $^1/_2$ OD in Zeiten EA, DA zurückgelegt worden wären. Wenn man nun zeigen könnte, daß diese Strecken MH, LH sich verhalten wie die Quadrate von EA, DA, so ist der Satz bewiesen. Aber im vierten Satze des ersten Buches ward gezeigt, daß bei gleichförmiger Bewegung die Strecken ein zusammengesetztes Verhältnis haben aus dem Verhältnis der Geschwindigkeiten und dem Verhältnis der Zeiten: hier aber verhalten sich die Geschwindigkeiten wie die Zeiten[1]) (denn wie $^1/_2$ PE zu $^1/_2$ OD, oder wie PE zu OD, so verhält sich AE zu AD), folglich verhalten sich die Strecken wie die Quadrate der Zeiten, w. z. b. w. Hieraus erhellt, daß die Strecken sich verhalten, wie die Quadrate der Endgeschwindigkeiten: d. h. von PE und OD, da PE zu OD wie EA zu DA.

Zusatz I.

Aus dem Vorhergehenden folgt, daß wenn vom Anfangspunkte der Bewegung an gleiche Zeitgrößen genommen werden, wie AD, DE, EF, FG, in denen die Fallstrecken HL, LM, MN, NF zurückgelegt werden, die letzteren sich wie die Reihe der ungeraden Zahlen, also wie 1, 3, 5, 7 verhalten u. s. w.

Simplicio . . . . Ich bin recht fest davon überzeugt, daß der Vorgang ein solcher sein müsse, vorausgesetzt nur, die Definition der gleichförmig beschleunigten Bewegung sei zugelassen. Ob aber die Beschleunigung, deren die Natur sich bedient, beim Fall der Körper eine solche sei, das bezweifle ich noch, und deshalb würde ich und andere, die mir ähnlich denken, es für sehr erwünscht

1) $\frac{s}{s,} = \frac{v\,t}{v,t,}$; $\frac{v}{v,} = \frac{t}{t,}$; $\frac{s}{s,} = \frac{t^2}{t,^2}$.

halten, jetzt einen Versuch herbeizuziehen, deren es so viele geben soll, und die sich mit dem Beweise decken sollen.

Salviati. Ihr stellt in der Tat als Mann der Wissenschaft eine berechtigte Forderung auf, und so muß es geschehen in den Wissensgebieten, in welchen auf natürliche Konsequenzen mathematische Beweise angewandt werden; so sieht man es bei allen, die Perspektive, Astronomie, Mechanik, Musik und anderes betreiben; diese alle erhärten ihre Prinzipien durch Experimente, und diese bilden das Fundament des ganzen späteren Aufbaues: laßt uns es nicht für überflüssig halten, wenn wir mit großer Ausführlichkeit diesen ersten und fundamentalen Gegenstand behandelt haben, auf welchem das immense Gebiet zahlloser Schlußfolgerungen liegt ... Der Autor hat es nicht unterlassen, Versuche anzustellen, und um mich davon zu überzeugen, daß die gleichförmig beschleunigte Bewegung in oben geschildertem Verhältnis vor sich gehe, bin ich wiederholt in Gemeinschaft mit unserem Autor in folgender Weise vorgegangen: Auf einem Lineale, oder sagen wir auf einem Holzbrette von 12 Ellen Länge, bei einer halben Elle Breite und drei Zoll Dicke, war auf dieser letzten schmalen Seite eine Rinne von etwas mehr als einem Zoll Breite eingegraben. Dieselbe war sehr gerade gezogen, und um die Fläche recht glatt zu haben, war inwendig ein sehr glattes und reines Pergament aufgeklebt; in dieser Rinne ließ man eine sehr harte, völlig runde und glattpolierte Messingkugel laufen. Nach Aufstellung des Brettes wurde dasselbe einerseits gehoben, bald eine, bald zwei Ellen hoch; dann ließ man die Kugel durch den Kanal fallen und verzeichnete in sogleich zu beschreibender Weise die Fallzeit für die ganze Strecke: häufig wiederholten wir den einzelnen Versuch, zu genauerer Ermittelung der Zeit, und fanden gar keine Unterschiede, auch nicht einmal von einem Zehnteil eines Pulsschlages.

Darauf ließen wir die Kugel nur durch ein Viertel der Strecke laufen und fanden stets genau die halbe Fallzeit gegen früher. Dann wählten wir andere Strecken und verglichen die gemessene Fallzeit mit der zuletzt erhaltenen und mit denen von $^2/_3$ oder irgend anderen Bruchteilen; bei wohl hundertfacher Wiederholung fanden wir stets, daß die Strecken sich verhielten wie die Quadrate der Zeiten: und dieses zwar für jedwede Neigung der Ebene, d. h. des Kanales, in dem die Kugel lief. Hierbei fanden wir außerdem daß auch die bei verschiedenen Neigungen beobachteten Fallzeiten sich genau zueinander verhielten, wie weiter unten unser Autor dasselbe andeutet und beweist. Zur Ausmessung der Zeit stellten wir einen Eimer voll Wasser auf, in dessen Boden ein enger Kanal angebracht war, durch den ein feiner Wasserstrahl sich ergoß, der mit einem kleinen Becher aufgefangen wurde während einer jeden beobachteten Fallzeit: das dieser Art angesammelte Wasser wurde auf einer sehr genauen Wage gewogen; aus den Differenzen der Wägungen erhielten wir die Verhältnisse der Gewichte und die Verhältnisse der Zeiten, und zwar mit solcher Genauigkeit, daß die zahlreichen Beobachtungen niemals merklich (di un notabile momento) voneinander abwichen." [1]).

Wie aus dem Angeführten zu ersehen, war es Galilei tatsächlich gelungen, das Wesen der Fallerscheinung so zu erkennen, daß aus der ihr von ihm gegebenen Definition die Seinsart und die Gesetzmäßigkeiten derselben sich tatsächlich logisch, mathematisch folgerichtig haben ableiten lassen. Wie er, psychologisch betrachtet, zu dieser Definition und auch dazu gekommen war, seine Aufgabe auf ein mathematisches Problem zurückzuführen, kann hier nicht erklärt werden, da Galilei uns selbst

1) Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften Nr. 24.

darüber nichts berichtet. Eine derartige Erklärung ist hier auch nicht vonnöten. Mit Sicherheit kann aber gesagt werden, daß Galilei selbst den Begriff der beschleunigten Bewegung in seinem eigentlichen Wesen so, wie er in seiner Definition auftritt, sich anfangs kaum klar und deutlich hat vorstellen können. Es kann vielmehr wohl mit Sicherheit angenommen werden, daß er erst allmählich während der Erforschung des Problems zur richtigen Definition des Begriffes der beschleunigten Bewegung gekommen war. Als erfahrungsmäßiger Begriff war letzterer mit dem Mangel behaftet, daß er den Fallerscheinungen nicht immer zu entsprechen brauchte, denn nur in Ausnahmsfällen läßt sich das Wesen der Erscheinungen durch erfahrungsmäßige Begriffe sogleich treffend erfassen. Daher müssen auch solche Begriffe stets an die Erscheinungen angepaßt werden. Mit diesem Einwande rechnete nun auch Galilei, der die Erscheinungen erst dann für richtig definiert hielt, wenn die aus ihrer Definition gemachten logischen Folgerungen auch durchweg mit den Tatsachen übereinstimmten, denn uur dann, wenn die wesentlichen Eigenschaften eines definierten Begriffes zusammen mit den denknotwendigen Folgen aus ihm in der Erfahrung zu beobachten sind, kann auch die Notwendigkeit des erschlossenen realen Zusammenhanges anerkannt werden. Es kommt hierbei bloß darauf an, ob wir es auch tatsächlich mit dem Wesentlichen einer Erscheinung zu tun haben und dieses auch erkannt haben, was oft fraglich sein kann. Bei den mathematischen Gebilden steht es allerdings fest, was das Wesen und die notwendigen Folgen eines Begriffs ausmachen, und da diese nun in logischem Zusammenhang miteinander stehen, so darf auch wenn sie vorliegen, auf das Vorhandensein der ihnen entsprechenden Größengebilde und Raumgestalten geschlossen werden. Soll ein Gedankengebilde einem gesetzmäßigen Tatsachenzusammenhange entsprechen, so muß auch

ursprünglich immer von wahrheitsgetreuen Begriffen ausgegangen werden, nur dann kann das Gefolgerte einen wissenschaftlichen Wert besitzen. Auf die Kunst, die Erscheinungen richtig zu beobachten, kommt es somit bei deren rationaler Erkenntnis vor allem an. Und die Kunst, die Natur sozusagen durch systematisches Experimentieren zu verhören, ist gerade die starke Seite Galileis gewesen.[1])

Obwohl die rationale Erkenntnis nun etwas rein Selbstersichtliches darstellt, so muß es höchst seltsam erscheinen, daß diese Erkenntnisart die Bestätigung ihrer Annahmen und Folgerungen in der Übereinstimmung derselben mit den Erfahrungstatsachen sucht und in dieser Hinsicht mit der rein empirischen Erkenntnis garnicht auseinander zu gehen scheint. Es könnten infolgedessen auch Zweifel darüber entstehen, ob sich die rationale Erkenntnis in einem solchen Falle in einer besseren Lage als die empirische befindet, und das um so mehr, da der Schluß von der Folge auf den Grund an sich falsch ist. Hierauf ist jedoch zu erwidern, daß in der Mathematik mit Leichtigkeit nachgewiesen werden kann, wann aus dem Vorhandensein der Folgen auf den Grund geschlossen werden darf. Dort wo es zweifelhaft erscheint, kann durch Umkehrungen von Lehrsätzen der Beweis dafür erbracht werden. Da nun bei den Deduktionen der natürlichen Gesetzmäßigkeiten Annahme und Folge logisch zueinander gehören und alle Grö-

1) Eine zutreffende Charakteristik hat A. Riehl dem Vefahren Galileis gegeben, die aber auch das genetische Verfahren überhaupt angeht. „Galilei setzt", sagt er, „die Untersuchung des einzelnen Falles an die Stelle der Vergleichung der vielen oder der sämtlichen Fälle derselben Art; er setzt die Analyse an die Stelle der Abstraktion. Die Richtigkeit dieses Verfahrens erhellt sofort, wenn wir erwägen, daß schon jeder einzelne Vorgang in der Natur, für sich genommen, das Gesetz seines Geschehens enthalten muß. Die Ermittelung dieses Gesetzes in dem einen Fall bringt also das Verständnis aller Fälle derselben Art mit sich." Vgl. A. Riehl, Beiträge zur Logik, 3. Aufl. Leipzig, 1923. S. 77.

ßenerscheinungen, und dieses sind alle Naturerscheinungen, den Gesetzen der Mathematik folgen müssen, so muß auch zugestanden werden, daß bei der rationalen Naturerkenntnis aus der Übereinstimmung der Folgen mit den Tatsachen wohl auf die Gültigkeit einer gemachten Annahme geschlossen werden darf. Eine rein verstandesmäßige und durchaus zuverlässige Erkenntnis der Naturerscheinungen ist daher möglich, und sie vollzieht sich nach der Methode der genetischen Definition.

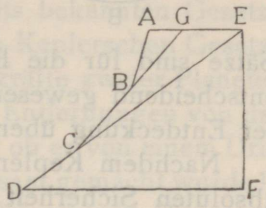
30. Chr. Huyghens und Is. Newtons deduktive Entdeckungen. Wie wir gesehen haben, mußte Galilei sich den Begriff der zu erforschenden Erscheinung erst selbst erschaffen und definieren, um aus ihm die Gesetzmäßigkeiten dieser Erscheinung deduktiv zu ermitteln. Das braucht aber nicht immer zu geschehen, denn wenn solche genetisch definierten Begriffe schon vorhanden sind, so läßt sich aus ihnen eine weitere Erkenntnis von objektivem Wert auch auf rein spekulativem Wege gewinnen. Auf diese Weise war z. B. Chr. Huyghens zur Entdeckung der Gesetze der Pendelbewegungen und der Zentrifugalkraft gekommen und durch diese Entdeckung war auch später Newton zur Entdeckung und zur theoretischen Begründung des Gravitationsgesetzes geführt worden. Die Entdeckungen dieser Forscher bilden zusammen mit denjenigen Keplers und Galileis ein abgeschlossenes Ganzes, da sie alle miteinander logisch zusammenhängen. Daher können wir sie auch als einzelne Momente ein und desselben Erkenntnisphänomens betrachten, unter deren Form der reale Zusammenhang sich als ein rein logischer hat erfassen lassen. Aus diesem Grunde sind sie für uns auch weiterhin von besonderem Wert, wir wollen daher auf die Deduktionen Huyghens und Newtons hier näher eingehen.

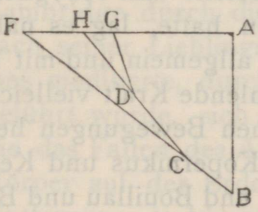
Die Deduktion der Gesetze der Pendelbewegungen und der Fliehkraft finden wir in dem 1673 in Paris er-

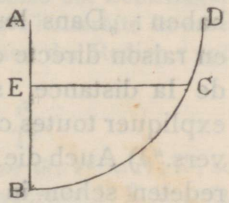
schienenen Werke Huyghens „Horologium oscillatorium". Im Anschlusse an die von Galilei festgestellten Gesetze der freifallenden Körper gelang es Huyghens durch rein logische Überlegungen das Gesetz der Pendelbewegungen festzustellen. Wir wollen den Gang seiner Deduktionen in Kürze hier angeben, um zu zeigen, wie dieses Gesetz und ebenso auch das Gesetz der Fliehkraft auf eine rein logische Weise aus dem Fallgesetze Galileis hervorgegangen ist. Seinen Deduktionen schickt Huyghens als eine ihrer Voraussetzungen das Gesetz der Trägheit voraus [1]). „Wenn die Schwere nicht wirkte, und die Luft die Bewegungen der Körper nicht behinderte," sagt er, „so würde jeder Körper die einmal erlangte Bewegung mit der gleichen Geschwindigkeit geradlinig fortsetzen." Darauf führt er die Galileischen Fallgesetze an und läßt dann die These folgen: „Steigt ein Körper mit der Endgeschwindigkeit, die er bei einem freien Fall erlangt hat, wieder empor, so wird er in gleichen Zeitabschnitten dieselbe Strecke in der Richtung nach oben durchwandern, wie er sie vorher in entgegengesetzter Richtung zurückgelegt hatte, und er wird so bis zu derselben Höhe emporsteigen, von der er herabgefallen war; in gleichen Zeiten wird ferner seine Geschwindigkeit um gleiche Beträge abnehmen." Diesen Satz beweist Huyghens, indem er sich auf dieselben Beweisgründe beruft, deren sich Galilei bei der Deduktion des Fallgesetzes bedient hat. Dann stellt er die folgenden Sätze auf: 1. „Fällt ein Körper längs schiefer Ebenen von verschiedener Neigung, so erlangt er doch gleiche Geschwindigkeit, wenn die Höhen der schiefen Ebenen gleich sind." 2. „Die Fallzeiten längs schiefer Ebenen von verschiedener Neigung, aber gleicher Höhe verhalten sich wie die Längen der Ebenen." Die Deduktionen dieser Sätze

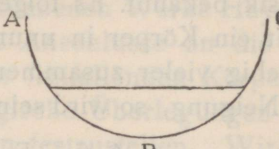
1) Chr. Huyghens, l. c.: Der Fall schwerer Körper und ihre Bewegung längs einer Zykloide.

sind uns aus der elementaren Physik bekannt. Es folgen dann die wichtigen Sätze: 3. „Fällt ein Körper in ununterbrochener Bewegung längs beliebig vieler zusammenhängenden Ebenen von beliebiger Neigung, so wird seine Endgeschwindigkeit stets dieselbe sein, solange nur die Höhe unverändert bleibt, und zwar wird seine Endgeschwindigkeit ebenso groß sein, wie wenn er senkrecht aus derselben Höhe fiele." 4 „Kehrt ein Körper nach einem Falle seine Bewegung nach oben um, so wird er stets bis zu derselben Höhe emporsteigen, aus der er herabgefallen ist, gleichviel, welche Bahn er dabei eingeschlagen." Die Beweise der beiden letzten Sätze ergeben sich durch bloße Überlegung aus den früheren. Indem nun weiter statt schiefer Ebenen bogenförmige Ebenen der Betrachtung unterworfen werden, ergeben sich von selbst die Sätze: 5. „Fällt ein Körper senkrecht oder längs irgend einer Fläche und steigt er dann vermöge der erlangten Wucht längs irgend einer anderen Fläche empor, so wird er beim Fall und Aufstieg in Punkten gleicher Höhe stets dieselbe Geschwindigkeit haben." 6. „Bewegt sich ein Körper längs irgend einer Fläche nach unten, kehrt er dann seine Richtung um und wandert weiter nach oben längs derselben Fläche oder einer anderen ähnlichen, ähnlich gelegenen, so legt er dieselben Strecken beim Fallen und Steigen in gleichen Zeiten zurück." Diese Sätze stellen auch bekanntlich die Gesetze der Pendelbewegungen dar. Rein deduktiv ermittelt sind auch die im Horologium os-









cillatorium weiter befindlichen „Sätze über die Fliehkraft infolge kreisförmiger Bewegung", die zur Feststellung der Formel $f : F = \frac{4\pi^2 r}{t^2} : \frac{4\pi^2 R.}{T^2}$ führen. Diese Sätze sind für die Entdeckung des Gravitationsgesetzes entscheidend gewesen. Wir wollen zur Betrachtung dieser Entdeckung übergehen.

Nachdem Kepler gefunden hatte, daß es sich mit der absoluten Sicherheit des Feldmessers nachweisen lasse, daß die Sonne im Brennpunkte aller übrigen Planetenbewegungen stehe, und folglich von ihr eine gemeinsame, die Welt regierende Kraft ausgehen müsse, und nachdem ferner Galilei die allgemeinen Prinzipen der Schwerkraft unter irdischen Bedingungen festgestellt und Huyghens das Prinzip der Fliehkraft gefunden hatte, lag es nahe zu fragen, ob die von der Erde so allgemein und mit so unerschütterlicher Stetigkeit ausstrahlende Kraft vielleicht auch zur Erklärung der himmlischen Bewegungen herangezogen werden könnte. Schon Kopernikus und Kepler ahnten die allgemeine Schwere, und Bouillau und Borelli mutmaßten entschieden, daß ein die drei Keplerschen Gesetze umfassendes Prinzip bestehen müsse. Nach dem Berichte Chasles' soll der geniale Pascal dasselbe bereits 1652 in einem Briefe an Boyle folgendermaßen formuliert haben: „Dans les mouvements célestes la force, agissant en raison directe des masses et en raison inverse du quarré de la distance, suffit à tout et fournit des raisons pour expliquer toutes ces grandes revolutions, qui animent l'univers."[1]) Auch die Zeitgenossen Newtons, Hooke und Halley, redeten schon in diesem Sinne von einem solchen allgemeinen Prinzip. Es fehlte aber noch zum mindesten der

1) Die Zuverlässigkeit des Berichtes Chasles' wird allerdings stark bezweifelt.

Beweis für seine Richtigkeit dieser Annahme und das Verfolgen derselben in allen ihren Konsequenzen. Dieses leistete aber der unvergleichliche Newton. Es mag nun dahingestellt bleiben, ob Newton selbst fand, daß aus der Verbindung der zu jener Zeit bereits bekannten Gesetze der Kreisbewegung mit dem dritten Keplerschen Gesetze notwendig folge, daß sich die Fliehkräfte zweier Planeten umgekehrt wie die Quadrate ihrer Entfernungen von der Sonne verhalten ($f : F = R^2 : r^2$), oder ob er von einem Dritten auf diese Konsequenzen aufmerksam gemacht wurde [1]). Newton selbst schreibt in seinen „Prinzipien" Huyghens das Verdienst zu [2]). Trotz den von Gauß geäußerten Zweifeln, scheint aber nach den Erzählungen der Nichte Newtons M-me Conduit und seines Freundes Henry Pemberton immer noch festzustehen, daß Newton, als er 1665 von Cambridge durch die Pest nach Hause vertrieben, einst nach seiner Lieblingsgewohnheit im Schatten eines Baumes meditierte, durch einen herabfallenden Apfel darauf geführt wurde, sich die Frage zu stellen, ob die Kraft, die das Fallen des Apfels und überhaupt das Fallen der Körper auf der Erdoberfläche bewirkt, auch in größere Entfernung, ja bis in die Entfernung wirkt, wo sich der Mond befindet, und daher auch den Mond in seiner Bahn

1) Der Schluß war in der Tat sehr einfach, wenn man die von Huyghens rein deduktiv festgestellten Gesetze der Zentrifugalkraft kannte. Bezeichnen nämlich f und F die Fliehkräfte in zwei in den Zeiten t und T durchlaufenen Kreisbahnen der Radien r und R, so verhält sich

$$f : F = 4\pi^2 \cdot \frac{r}{t^2} : 4\pi^2 \cdot \frac{R}{T^2} = \frac{r}{R} : \frac{t^2}{T^2}.$$

Da nach dem dritten Keplerschen Gesetze $t^2 : T^2 = r^3 : R^3$, so verhält sich notwendig $f : F = R^2 : r^2$. Da nun ferner $f : F = q : Q$, so folgt hieraus, daß auch $q : Q = R^2 : r^2$. Vgl. R. Wolf, Geschichte der Astronomie, 1877. S. 446—462.

2) I. Newton, Philosophiae naturalis principia mathematica, Cambridge 1726, p. 45.

um die Erde zurückhalte[1]). Denn der Apfel wäre infolge seiner Schwerkraft auch wohl dann vom Baume gefallen, wenn dieser auf dem Gipfel eines hohen Berges gestanden hätte. Wenn nun dieser bis zum Monde reichen würde, so müßte auch der Mond, wenn er nicht unter dem Einflusse anderer Kräfte stehen würde, auf den Berg fallen. Als Beleg dafür, daß Newton tatsächlich durch solche Erwägungen zu seiner Entdeckung geführt worden war, hat aber folgende Stelle aus seinen Prinzipien zu gelten. „Der Beweis dieses Satzes[2])", heißt es bei Newton am Schluß der Erörterung des Gravitationsgesetzes, „läßt sich noch leichter verdeutlichen. Wenn um die Erde mehrere Monde kreisen würden, so wie es beim Saturn oder Jupiter stattfindet, dann müßten ihre periodischen Umlaufszeiten das Keplersche Gesetz der Planetenbewegungen befolgen, und daher würden ihre Zentripetalkräfte sich umgekehrt verhalten wie die Quadrate ihrer Entfernungen vom Zentrum der Erde. Wenn nun der unterste von ihnen klein sein und beinahe die Gipfel der höchsten Berge berühren würde, so würde seine Zentripetalkraft, durch welche er im Kreise gehalten wird, der Schwere der Körper auf den Gipfeln dieser Berge durchaus gleichkommen, und es müßte dann derselbe kleine Mond, wenn er die ganze Bewegung, mit der er im Kreise fortschreitet, verlieren würde, infolge der Abwesenheit der Zentrifugalkraft, durch die er im Kreise beharrt, auf die Erde herabfallen, und zwar mit derselben Geschwindigkeit, mit der die Körper auf den Gipfeln dieser Berge fallen, infolge der Gleichheit der Kräfte, die sie herabziehen. Wenn nun die Kraft, mit der jener kleine unterste

1) Über den Ursprung dieses Gedankens soll Newton, wie Voltäire berichtet, in hohem Alter seiner Nichte die Mitteilung gemacht haben. Voltaire behauptet, die Auskunft hierüber selbst von dieser Nichte erhalten zu haben. Vgl. La Cour und Appel, Histor. Physik. 1905. S. 309.

2) „Vim, qua luna retinetur in orbe suo, respicere terram, et esse reciproce ut quadratum distantiae locorum ab ipsius centro."

Mond sich senkt, sich von der Schwerkraft unterscheiden würde, und dieser Mond nach der Art der Körper auf den Gipfeln der Berge ebenfalls schwer sein würde, so wird er unter dem Einflusse der beiden vereinigten Kräfte zweimal schneller herunterfallen. Deswegen aber, weil beiderlei Kräfte, diejenigen der schweren Körper und diejenigen der Monde, zur Mitte der Erde gerichtet sind, sind sie einander ähnlich und gleich und müssen auch denselben Ursprung haben. Daher ist die Kraft, durch die der Mond im Kreise gehalten wird, dieselbe, die wir gewohnt sind die Schwere zu nennen, und dieses insbesondere aus dem Grunde, damit der kleine Mond auf dem Gipfel des Berges die Schwere nicht vermisse oder aber nicht doppelt so schnell falle, als die schweren Körper gewöhnlich fallen." [1])

Wenn nun das Gesetz $g : G = R^2 : r^2$ für den Mond tatsächlich Gültigkeit hat, so muß sich, wie Newton hieraus folgerte, G, d. h. die Strecke, um wieviel der Mond in einer Sekunde nach der Erde hin fallen muß, nach der Gleichung $G = g\frac{r^2}{R^2}$ berechnen lassen. An der Erdoberfläche ist nämlich $g = 4{,}9$ m, und da die Entfernung des Mondes vom Mittelpunkt der Erde gleich 60,4 Erdradien ist, so muß dieser $\frac{4{,}9}{60{,}4^2}$ oder 0,00136 m in der Sekunde fallen. Nach der Huyghensschen Formel für die Fliehkraft eines sich kreisförmig bewegenden Körpers ist jedoch der Wert G gleich $4\pi^2\frac{R}{T^2}$. Um sich nun zu überzeugen, daß der für G gefundene Zahlenwert richtig ist, setzte Newton die beiden Ausdrücke für G einander gleich. Aus der Gleichung:

$$g\frac{r^2}{R^2} = 4\pi^2\frac{R}{T^2} \text{ erhielt er } g = 4\frac{\pi}{T^2}\left(\frac{R}{r}\right)^3 180.\ a.$$

1) I. Newton, Philosophiae naturalis principia mathematica. Cambridge 1726, p. 398.

Nun hatte Newton nach den ihm damals zu Gebote stehenden Daten zwar annähernd richtig $R = 60{,}4 \cdot r$ und die siderische Umlaufszeit des Mondes $T = 27^d\ 7^h\ 43^m\ 48^s = 2360628^s$ gesetzt, dagegen fälschlich den Äquatorgrad $a = 60$ engl. Meilen $= 297251$ Pariserfuß, und so fand er nach obiger Formel $g = 26',586$, während nach den Messungen von Galilei g etwas über 30′ betrug. Er durfte also seine Voraussetzungen durch diese Rechnung noch nicht als erwiesen betrachten, wurde mißmutig und wandte sich vor der Hand anderen Untersuchungen zu.

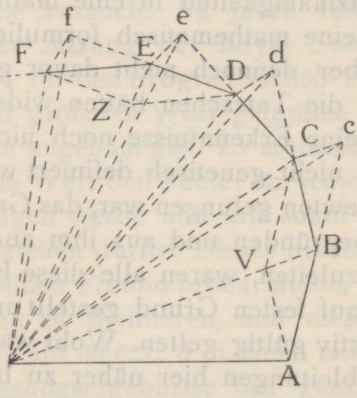
Nachdem die praktische Astronomie durch die Messungen von Picard und die Gründung öffentlicher Sternwarten in Frankreich und England die notwendige Förderung erfahren hatte und bessere Grundlagen für theoretische Untersuchungen zu bieten vermochte, gelang schließlich auch wirklich der von Newton schon 1666 unternommene Versuch. Im Jahre 1682 erfuhr Newton während einer Sitzung der Royal Society beiläufig, daß Picard 1671 für den Erdgrad 342360′ Par., also einen ganz bedeutend größeren Wert gefunden habe, als der, den er i. J. 1666 angenommen. Er mutmaßte nun sogleich, daß dieser neue Wert den Fehler in seiner damaligen Rechnung beseitigen werde und ihm somit eine große Entdeckung bevorstehen dürfte. Dieses brachte ihn so in Aufregung, daß er einen Freund bitten mußte, statt seiner die kleine Rechnung zu revidieren, und diese ergab nun wirklich für g die Zahl 30′621, d. h. einen mit dem von Galilei erhaltenen Messungsergebnisse fast ganz übereinstimmenden Wert. Jetzt war Newton natürlich von der Richtigkeit seiner Voraussetzungen überzeugt und glaubte sein Gravitationsgesetz, nach welchem jeder Planet von der Sonne mit einer Kraft angezogen wird, welche seiner Masse direkt und dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist, als erwiesen und die Schwerkraft als eine allgemeine Eigenschaft der Materie betrachten zu dürfen.

Er begann nun mit all seinem Scharfsinn und allen seinen mathematischen Hilfsmitteln die Konsequenzen desselben aufzudecken, und es gelang ihm wirklich in dem kurzen Zeitraume von zwei Jahren, aber bei erschöpfender Geistesarbeit, die ihn oft stunden- und tagelang von der Außenwelt abschloß, aus dem Gravitationsgesetze nicht nur die Keplerschen Gesetze als notwendige Folgen abzuleiten, sondern überhaupt der theoretischen Astronomie in seinem Fundamentalwerke „Philosophiae naturalis principia mathematica" eine neue und breite Grundlage zu geben.[1]) Auf diese Weise war Newton auf rein deduktivem Wege zur Entdeckung und Begründung des Gravitationsgesetzes gekommen. Wir haben gesehen, wie Kepler bemüht war, in dem Chaos der verworrenen Ideen des Erfahrungsmäßigen die distinkten Ideen zu erkennen, einen wie schweren Weg er gegangen, bis es ihm gelungen war die geahnten Gesetzmäßigkeiten in eine mathematische Form zu fassen. Seine mathematisch formulierten Entdeckungen waren aber dennoch nicht davor geschützt, daß sie etwa durch die Tatsachen hätten widerlegt werden können, weil seine Erkenntnisse noch nicht rein deduktiv ermittelt d. h. nicht genetisch definiert waren. Erst jetzt, nachdem es Newton gelungen war, das Gravitationsgesetz rational zu begründen und aus ihm auch die Keplerschen Gesetze abzuleiten, waren alle diese Erkenntnisse auch tatsächlich auf festen Grund gestellt und können daher auch als objektiv gültig gelten. Wohl wäre es wertvoll für uns diese Ableitungen hier näher zu betrachten. Da es aber durchaus nicht leicht fällt, dem Gedankenfluge Newtons in den Prinzipien zu folgen, so werden wir uns hier bloß mit der Darlegung des Einfacheren beschränken und als Beispiel für die Newtonschen Deduktionen bloß die Deduktion des zweiten Keplerschen

1) M. W. Meyer, Das Weltgebäude, 1908. S. 582 ff.

Gesetzes, das den Wortlaut hat: Der Radius vector beschreibt in gleichen Zeiten gleiche Flächen, anführen. Die Ableitung desselben ergibt sich bei Newton in folgender Weise.

„Es sei die Zeit geteilt in gleiche Teile, und im ersten Zeitteilchen beschreibe ein Körper infolge der Trägheitskraft die Gerade AB. Ganz ebenso beschreibe er in dem zweiten Zeitteilchen, wenn ihn nichts dabei verhindere, die Linie Bc, die gleich AB ist, so daß durch die zum Zentrum gezogenen Radien AS, BS, cS gleiche Flächen beschrieben würden. Nun sei es, daß, wenn der Körper nach B kommt, die Zentripetalkraft auf ihn mit einem einzigen aber starken Stoß einwirke und das bewirke, daß der Körper von der Geraden Bc abgeleitet werde und längs der Geraden BC vorwärts schreite. Man ziehe die Parallele Cc zu BS, die BC in C trifft. Am Schluß des zweiten Zeitteiles sei der Körper in C zu finden, in derselben Fläche mit dem Dreiecke ASB. Man vereinige S mit c; und das Dreieck SBC ist dann gleich dem Dreiecke SBc wegen der Parallelen SB, Cc und daher gleich dem Dreiecke SAB. Aus demselben Grunde werden, wenn die Zentripetalkraft den Körper sukzessiv nach C, D, E usw. triebe und dabei ihn zwänge die Geraden CD, DE, EF usw. zu beschreiben, auch alle diese Geraden in eine Ebene fallen; und das Dreieck SCD wird dem Dreiecke SBC, und SDE dem SCD, und SEF dem SDE selbst gleich sein. In gleichen Zeiten also würden in der unbeweglichen Ebene gleiche Flächen beschrieben werden und wenn sie zusammengefaßt werden, so ver-



halten sich beliebige Flächensummen, z. B. SADS, und SAFS, zueinander wie die Zeiten der Beschreibungen. Wenn die Anzahl der Dreiecke vergrößert und ihre Breite bis ins Unendliche verkleinert wird, dann wird ihr letzter Perimeter zu einer Kurve. So wird die Zentripetalkraft, durch die ein Körper von der Tangente dieser Kurve beständig zurückgehalten wird, ins Unbegrenzte weiter wirken. Die beliebig beschriebenen Flächen SADS und SAFS, die den Zeiten der Beschreibungen stets proportional sind, werden in diesem Fall auch denselben Zeiten proportional sein." [1])

Aus den angeführten Deduktionen geht hervor, daß es durchaus möglich ist, objektiv gültige Erkenntnisse des Allgemeinen an dem Erfahrungsmäßigen auf rein diskursivem Wege zu erlangen. Die Aufgabe, die sich unserem Verstande daher bei jeder rationalen Erkenntnis bietet, besteht nach allem Gesagten darin, an den zu erforschenden Erscheinungen solche Eigenschaften zu entdecken, die in ihren Hauptzügen die Gebilde der rationalen Grundwissenschaften erkennen lassen. Da wir die Gesetzmäßigkeiten dieser Gebilde folgerichtig aus apriorischen Gründen abgeleitet haben, so ist auch alles Erfahrungsmäßige, das sich aus ihnen deduktiv ermitteln läßt, aus rationalen Gründen, d. h. aus Axiomen, reinen Anschauungsformen und allen aus diesen hervorgehenden Gesetzmäßigkeiten erkannt, ebenso aber ist auch die Entstehungsweise der Erscheinungen, ihre Genesis, aus rationalen Gründen erklärt. Die Relativität des erfahrungsmäßigen Wissens, von dem ausgegangen wird, macht die aus ihm gezogenen rationalen Schlüsse gar nicht wankend, da die mathematischen Deduktionen an sich auch richtig sein können, ganz abgesehen davon, ob sich in unserer Erfahrung etwas ihnen Entsprechendes aufweisen läßt oder nicht. Die Verwendbarkeit des

1) I. Newton, l. c. p. 39.

rational Erkannten zu einer zuverlässigen Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen hängt offenbar davon ab, ob für das Vorliegen einer erschlossenen Gesetzmäßigkeit auch die notwendigen Bedingungen aufzuweisen sind. Dieses hängt wiederum davon ab, wie weit wir überhaupt imstande sind, zuverlässige Daten über die Erfahrungstatsachen zu erhalten. Solange aber keine zuverlässigen Auskünfte über das Tatsächliche uns zur Verfügung stehen und auch unseren Deduktionen zugrunde gelegt werden können, braucht das aus dem Erfahrungsmäßigen deduktiv Erschlossene, obwohl es an sich widerspruchslos und richtig ist, den Tatsachen noch nicht zu entsprechen und kann daher durchaus nicht als eine objektiv gültige Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen gelten. Daher stellen auch die an das Tatsächliche sich anschließenden Deduktionen oft nichts mehr als bloß angenäherte Erkenntnisse des Erfahrungsmäßigen dar, die das Wesen der Dinge nur allgemein erfassen und erst mit dem allgemeinen Fortschritt der Wissenschaften sich allmählich an die Erscheinungen genau anpassen. Es schreitet somit unsere diskursive Erkenntnis, notgedrungen von unvollständigen Auskünften über das Tatsächliche ausgehend und mit dem assoziativen und analogischen Schließen anhebend, allmählich zu einem regelrechten deduktiven Erschließen fort, um schließlich doch auf einem mühevollen Wege die Gewißheit des objektiv gültigen Wissens zu erlangen.

31. Die Apriorität der mathematischen Erkenntnis.

a. Unvollständigkeit der rationalistischen Erkenntnismethode.

Die seltsame Fähigkeit des Verstandes durch reine Spekulation über das Begriffliche zu einer objektiv gültigen Erkenntnis des Tatsächlichen zu gelangen, führt not-

wendigerweise zur Frage, ob der Verstand bei einer solchen schöpferischen Tätigkeit nicht irren könne, ob das an sich Widerspruchslose nicht etwa als solches bloß erscheine, und worin es letzten Endes seine Begründung finde. Nach Leibniz soll die wahre Erkenntnisweise darin bestehen, daß die verworrenen Qualitäten der Sinne auf die distinkten Qualitäten, die sie begleiten, wie z. B. auf die Zahl, die Größe, die Figur, die Bewegung, die Kraft (Intension), die Festigkeit usw., zurückgeführt werden. Ähnliches lehrten auch die übrigen Rationalisten. Die Lehre von den distinkten Ideen ist jedoch nicht hinreichend begründet, denn bezüglich der distinkten Ideen könnten die Fragen aufgeworfen werden, welche von den nur möglichen Vorstellungen zu ihnen zu zählen sind, wieviele es ihrer wohl gibt und wodurch sich ihre Allgemeingültigkeit und Selbstersichtlichkeit erklären läßt. Wenn von einer Selbstersichtlichkeit der Ideen gesprochen wird, so dürften diese Ideen zu ihrem Verständnis außer sich selbst doch keine anderen Ideen voraussetzen, d. h. sie müßten ursprünglich sein. Das kann aber durchaus nicht von den Begriffen der Zahl der Figur, der Bewegung und der Festigkeit gesagt werden, im Gegenteil sie lassen sich durch andere erklären und sind außerdem auch voneinander nicht streng genug abgegrenzt. Wir verstehen unter dem Begriff Zahl den Ausdruck einer besonderen Beziehung von Größen auf andere, die als Einheiten gedacht werden, unter Figuren Größengebilde, die unter den Formen der reinen Raum- und Zeitanschauung gedacht werden, unter Festigkeit eine funktionale Erscheinung der Molekularbewegung, und unter Bewegung Ortsveränderung und Folgeerscheinung des Zusammenwirkens von Kräften. Letztere und die Bewegungen gehören beide zu den allgemeineren Begriffen der Ursache und Wirkung. Wie hieraus ersichtlich, ist die Erkenntnislehre der Rationalisten durchaus nicht hinreichend begründet. Das ist aber ein großer Mangel, denn wenn wir

uns bei der genetischen Erkenntnis nur auf die rationalistischen distinkten Ideen stützen, so kann das Sein und das Geschehen wohl aus höchst wahrscheinlichen, nicht aber aus den letzten, logisch selbstersichtlichen Gründen als erklärt und erkannt gelten. Die deduktiv ermittelten Gesetzmäßigkeiten wären dann auch nicht genetisch definiert, weil sie nicht aus den ursprünglichsten Verstandesgründen deduziert sind. Daher müssen wir nach zuverlässigeren Gründen für die selbstersichtliche Erkenntnis suchen, und als solche können nur die von Kant in der transzendentalen Analytik der Kritik der reinen Vernunft deduzierten reinen Verstandes- und Anschauungsformen betrachtet werden. Diese sind apriorisch, d. h. allgemeingültig und als solche von selbst ersichtlich, denn sie sind nicht aus der Erfahrung ableitbar, sie besitzen hingegen die besondere Eigenschaft, daß sie nicht nur jegliche erfahrungsmäßige Erkenntnis, sondern auch zum Zustandekommen dieser die erforderliche Urteilsfähigkeit des Verstandes durch sich bedingen. Sie sind die dem Verstande ursprünglichsten Formen, da sie ihn selbst konstituieren. Daher ist auch alles aus ihnen Gefolgerte ebenso gewiß und an sich ersichtlich, wie die Gründe selbst es sind, und nur durch diese können wir eine klare Einsicht in die letzten logischen, notwendigen Gründe des Geschehens gewinnen. Wenn es nun gelingen sollte, die Axiome und Grundbegriffe, auf die die Deduktionen der rationalen Wissenschaften sich stützen, aus den reinen Verstandesbegriffen und reinen Anschauungsformen abzuleiten, so wären dadurch auch die Gründe für die Selbstersichtlichkeit dieser Wissenschaften dargelegt und damit gleichzeitig auch die Möglichkeit einer widerspruchslosen und allseitig begründeten begrifflichen Erkenntnis nachgewiesen. Es wäre aber dadurch noch immer nicht alles, was zur Begründung einer genetischen Erkenntnis nötig ist, dargelegt. Denn die die rationalen Wissenschaften kennzeichnende Eigenschaft, durch

die Erkenntnis apriorischer Formen an den Erscheinungen auf dem Wege logischer Folgerungen aus diesen Formen zu neuen objektiv gültigen Erkenntnissen in bezug auf die Erscheinungen zu gelangen, führt zu der Frage, wodurch es zu erklären ist, daß die auf rein spekulativem Wege, etwa durch mathematische Deduktionen gewonnenen und an sich widerspruchslosen begrifflichen Erkenntnisse gleichzeitig auch eine objektiv gültige Erkenntnis der realen Welt darstellen können. Die Regeln und Gesetze der Mathematik sind doch keine Naturgesetze, die Ratio ist nicht die Causa, und die Verstandesgründe dürfen nie mit den Seinsgründen verwechselt werden. Da nun aber die einen sich durch die anderen erkennen lassen, so ist wohl anzunehmen, daß diese verschiedenartigen Gebiete des Erfahrungsmäßigen und des Begrifflichen miteinander etwas Gemeinsames aufweisen. Nur gemeinsame Prinzipien vermögen Übereinstimmung auf verschiedenartigen Gebieten zu erklären. Hieraus ergibt sich dann auch die neue Aufgabe den gemeinsamen Grund zu erforschen, auf dem beide fußen und durch den sich die auf jenen beiden Gebieten herrschende Übereinstimmung erklären läßt. Wie wir schon bei der Betrachtung des syllogistischen Schließens mit der Tatsache gerechnet hatten, daß ein Schluß seiner formalen Seite nach richtig sein kann, ohne es seinem Inhalte nach zu sein, und wir daher veranlaßt waren, ein den Tatsachen entsprechendes Prinzip aufzustellen, aus dessen Übereinstimmung mit dem logischen Prinzip die Möglichkeit der formalen Übereinstimmung der Schlüsse mit den Erscheinungen zu ersehen wäre, ebenso müssen wir auch jetzt die Schlüsse von demselben Standpunkt aus von seiten ihres Inhalts näher betrachten, um darüber Aufschluß zu erhalten, aus welchen Gründen und durch welche Prinzipien die Möglichkeit einer objektiv gültigen Erkenntnis der natürlichen Gesetzmäßigkeiten durch logisches Schließen zu erklären ist und ob das durch die apriori-

schen Gründe geschehen könne und sie auch dazu ausreichen. Nur in dem Apriorischen müßte eigentlich eine jede deduktiv erschlossene Erkenntnis, damit sie tatsächlich auf Allgemeingültigkeit Anspruch erheben kann, ihre letzte Begründung finden, da das Apriorische außer sich selbst nichts anderes mehr zuläßt. Indem wir uns nun zur Betrachtung der Gründe für die Selbstersichtlichkeit und für die objektive Gültigkeit deduktiv gewonnener Erkenntnisse wenden, wollen wir diese beiden Probleme auseinander halten und zunächst die Handlungen, Grundsätze und Gesetzmäßigkeiten des rein rationalen Wissens durch die letzten logischen Prinzipien und reinen Verstandes- und Anschauungsformen zu begründen suchen, um erst dann auf die Erörterung der Frage nach den Gründen für die Verwendbarkeit der rationalen Erkenntnisse zu einer rein genetischen Erkenntnis der natürlichen Gesetzmäßigkeiten einzugehen. Wir beginnen mit dem ersten Problem und wenden uns zunächst der Betrachtung der elementaren Mathematik zu.

b. Deduktion der Prinzipien der elementaren Mathematik aus den reinen Verstandes- und Anschauungsformen.

Die Mathematik befaßt sich mit der Bestimmung von Größen und mit der Erforschung der Gesetzmäßigkeiten, denen die Größengebilde unterliegen. Dabei bedient sie sich der Zahlen, d. h. solcher Gedankengebilde, durch die eine Größe auf die andere, die als Einheit gedacht wird, bezogen ist. Durch die Zahlen werden die Größen somit als Mannigfaltigkeiten gleichartiger Einheiten betrachtet, und die mathematische Größenbestimmung besteht in der Angabe der Mengen der in den zu bestimmenden Größen enthaltenen Einheiten. Diese Größenbestimmung setzt somit das Zählen, d. h. die Synthesis der Vielheit von Einheiten zu Ganzheiten, voraus. Die durch Zahlen ausgedrückten Ganz-

heiten lassen ihrerseits wieder ein Zusammenfassen solcher als Einheiten oder Vielheiten von Einheiten aufgefaßten Ganzheiten zu neuen Ganzheiten zu, und ein derartiges Zusammenfassen nennt man das Addieren. Die durch Zahlen ausgedrückten Größen lassen auch ein Unterscheiden derselben hinsichtlich der Anzahl der in ihnen enthaltenen Einheiten zu. Das Feststellen solcher Unterschiede nennt man das Subtrahieren. Wie hieraus zu ersehen, setzt der Begriff des Addierens und Subtrahierens außer den reinen Verstandesbegriffen oder den Kategorien der Quantität und Qualität keine anderen Begriffe voraus. Sie sind als in diesen mitbegriffen zu betrachten und lassen sich daher auf Grund des Identitätsprinzips aus ihnen deduzieren; als solche sind sie also auch apriorisch. Nun lassen sich alle Handlungen der reinen Mathematik auf die beiden Grundhandlungen des Addierens und des Subtrahierens zurückführen. Solche Reduktionen hat für die elementare Mathematik unter anderen Kuno Fischer in seinem „System der Logik" (§ 95) gegeben. Er zeigt hier, wie sich das Multiplizieren und Potenzieren auf das Addieren, das Dividieren und Radizieren auf das Subtrahieren, das Logarithmieren auf ein Zerlegen der Numeri durch Suchen entsprechender Potenzexponenten in Produkte, also in Summen, zurückführen läßt. Da nun diese Operationen sich auf das Addieren und Subtrahieren zurückführen lassen, diese aber apriorisch sind, so sind es auch die genannten Operationen selbst.

Der arithmetischen Operationen bedienen wir uns nun auch beim algebraischen Schließen oder beim Lösen von Gleichungen. Da diese Gleichheitsurteile sind, so setzt das Lösen von Gleichungen das Axiom der Größengleichheit, d. h. den Satz: sind zwei Größen einer dritten gleich, so sind sie auch untereinander gleich, voraus. Wie aus dem früher Ausgeführten (vgl. oben S. 70, 78) zu ersehen ist, ist dieser Satz in der allgemeinsten Regel des deduk-

tiven Schließens als schon enthalten aufzufassen. Da diese Regel unmittelbar aus dem logischen Identitätsprinzip folgt, letzteres sich aber aus den reinen Verstandesbegriffen ableiten läßt, so ist auch das Zustandekommen der Gleichheitsschlüsse zusammen mit dem Axiom der Größengleichheit, auf welches sie sich stützen, aus den letzten Verstandesgründen erklärt. Beim Lösen von Gleichungen handelt es sich aber nicht nur um einen bloßen Vergleich von Größen, sondern noch um eine ganze Reihe anderer Operationen. Bei diesen lassen wir uns durch das Axiom: Gleiches zu Gleichem addiert oder von Gleichem subtrahiert gibt Gleiches, leiten. Dieses Axiom ist aber auch als ein den reinen Quantitäts- und Qualitätsbegriffen innenliegendes zu betrachten und läßt sich aus diesen folgendermaßen deduzieren. Das Gleiche an den Erscheinungen ist das ihnen Gemeinsame und auch das Einheitliche an ihnen. Die Synthesis einer Vielheit von Einheitlichem an denselben Erscheinungen oder das Summieren ihrer Einheitlichkeitszüge hebt die Einheitlichkeit ihrer gemeinsamen Bestimmungen nicht auf, sondern läßt das Einheitliche an den Erscheinungen nach wie vor fortbestehen. Ebenso steht es auch bei einem Entfernen oder Wegdenken eines Teiles des Einheitlichen an den Dingen, wenn wir es mit einer Subtraktion des Gleichen vom Gleichen zu tun haben. Es erhellt also, daß beide Axiome durchweg in den reinen Verstandesformen fundiert sind.

Zu den rein mathematischen Operationen gehören aber auch die Schlüsse aus Ungleichungen ($A > B > C \therefore A > C$). In letzter Zeit sehen sich einige Logiker veranlaßt, diese seltsame Art von Schlüssen als einen irrationalen Rest des syllogistischen Verfahrens zu betrachten. Diese Schlüsse lassen sich aber ganz ebenso wie die bisher betrachteten aus ihren eigenen Grundsätzen ableiten, die ihrerseits wieder aus den reinen Verstandesbegriffen ableitbar sind. Das Rechnen mit Ungleichungen stützt

sich auf das Axiom: das Ganze ist größer als sein Teil. Aus den Verstandesbegriffen läßt sich dieses folgendermaßen deduzieren. Unter dem Ganzen versteht man eine Gesamtheit von Teilen. Werden letztere als Größen gedacht, so stellt das Ganze eine Vielheit von Größen dar und ist daher als eine Vielheit größer als jede sie bildende Einheit oder Teilgröße: der Begriff der Vielheit wird eben von dem Begriff der Einheit gerade hinsichtlich der kategorialen Quantitätsbestimmung unterschieden. Aus diesem Axiom lassen sich nun die Schlüsse aus Ungleichungen, wie etwa $A>B$, $B>C \therefore A>C$ auf die Weise ableiten, daß festgestellt wird, in welchem Verhältnis die aufeinander zu beziehenden Begriffe zueinander stehen, ob sie sich als Ganzes und Teil aufeinander beziehen lassen oder nicht. Lassen sie sich miteinander vergleichen, so ergeben sie einen Schluß, sonst aber nicht, wie das etwa bei den Ungleichungen $A>B$; B nicht $>C$ der Fall ist. In der Tat, wenn wir feststellen wollen, daß eine Erscheinung größer ist als die andere, so ist das nur so möglich, daß wir die Größen miteinander vergleichen, d. h. daß wir in Gedanken eine Größe an die andere antragen und diejenige als die kleinere beurteilen, die einen Teil der anderen ausmacht[1]). Die Prämissen des ersten Schlusses können daher so ausgedrückt werden: B ist gleich einem Teile von A (d. h. $A>B$), C einem Teile von B (d. h. $B>C$). In-

1) In ähnlicher Weise hatte schon Leibniz das logische Verhältnis der Begriffe „größer" und „kleiner" im Zusammenhang mit dem Begriffsverhältnis des Ganzen zum Teil erörtert. Vgl. Leibniz, Math. VII, 20. — Neuerdings ist auch G. Störring bei seinen psychologisch-logischen Betrachtungen der Relationsschlüsse zu ähnlichen Resultaten über die Ungleichungsschlüsse gelangt. Vgl. Logik. Lpzg. 1916. S.200. — Durch Reduktion der Ungleichungen auf Gleichungen hat M. Karinskij das Rechnen mit Ungleichungen zu deuten versucht. Vgl. Klassifikation der Schlüsse. Petersburg 1880. S. 157,203 (russisch).

dem wir nun C und A aufeinander zu beziehen suchen und dazu in der zweiten Gleichung in Gedanken statt B den Ausdruck „einen Teil von A" einsetzen, d. h. durch Vermittelung des B einen Vergleich des C mit dem A anstellen, erhalten wir den Schluß: C ist gleich einem Teile eines Teiles von A. Indem wir ferner uns auf den Grundsatz: Das Ganze ist größer als sein Teil, beziehen, gelangen wir zum Schluß: A ist größer als C. Der Schluß hat sich hier also dadurch ergeben, daß wir das an je zwei Begriffen Gleiche zu bestimmen suchten, und sobald ein Gleichheitsverhältnis festgestellt war, das dem gleichen Teile an einem Begriffe Zukommende auf den anderen Begriff erweiterten und schließlich nach dem apriorischen Axiom schlossen. Da nun in dem Ungleichungsschlusse: $A > B$, B nicht $> C$ sich auf keine Weise etwas den drei Begriffen A, B, C Gemeinsames hat feststellen lassen, so hat sich aus den Prämissen dieses Schlusses auch kein Urteil ermitteln lassen, durch welches die beiden Außenbegriffe A und C zueinander in irgend eine Beziehung hätten gestellt werden können. Das Rechnen mit Ungleichungen setzt aber noch ein Axiom voraus und dieses lautet: Gleiches von Ungleichem subtrahiert oder zu Ungleichem addiert gibt Ungleiches. Auch dieses Axiom ist apriorisch, und seine Apriorität ist vollständig in den Verstandesbegriffen fundiert. Denn wenn gewisse Erscheinungen sich durch irgendwelche Eigenschaften unterscheiden, so können diese Unterschiede nie durch das Hinzu- oder Wegdenken gewisser gemeinsamer Bestimmungen aufgehoben werden, da ja sonst das Verschiedene an den Erscheinungen, ganz ebenso wie auch das Gleiche an ihnen von Anfang an als ein für sich Seiendes nicht hätte zugestanden werden können. Daß es aber stets in seiner Identität gewahrt werde, erfordert gerade der Satz der Identität. Wie hieraus zu ersehen ist, haben sich die Operationen und Axiome der Arithmetik und Algebra durch die uns schon bekannten

logischen Prinzipien und Gesetze erklären und auch aus den reinen Verstandesgründen deduzieren lassen. Hierdurch sind also auch die Gründe für die Apriorität dieser mathematischen Disziplinen mit genügender Ersichtlichkeit dargelegt.

Wie die Arithmetik und Algebra so gilt auch die Geometrie als apriorisch. Welche Gründe lassen sich aber auch dafür angeben? Da alle an den geometrischen Figuren gefolgerten Gesetzmäßigkeiten zu ihrem Zustandekommen außer den Definitionen und den Handlungen der reinen Mathematik noch die unbewiesenen Axiome der Geraden und Parallelen voraussetzen, so darf die Geometrie eigentlich auch bloß dann als apriorisch gelten, wenn die Apriorität dieser Axiome auch tatsächlich erwiesen werden kann, d. h. wenn die Allgemeingültigkeit dieser Grundsätze sich aus den reinen Verstandes- und Anschauungsformen herleiten läßt. Es fragt sich nun, ob dergleichen Deduktionen auch möglich sind.

Was heutzutage in der Geometrie für unbewiesen und unbeweisbar gilt, ist erstens das Parallelenaxiom: Durch einen Punkt außerhalb einer Geraden ist bloß eine Parallele möglich, und zweitens das Axiom von den Geraden: Durch zwei gegebene Punkte ist bloß eine Gerade möglich. Als unbewiesen werden zuweilen auch noch solche Sätze betrachtet wie: „Zwei Geraden schließen keinen Raum ein", [1]) „zwei Geraden schneiden einander nur in einem Punkt", und „von allen Linien, die zwischen zwei Punkten gezogen werden können, ist die Gerade die kürzeste unter ihnen". Diese Sätze lassen sich jedoch beweisen und zwar der erste (das sog. zwölfte Euklidische Axiom) und der zweite aus der Definition der

1) Vgl. I. Kant, Kritik der reinen Vernunft: Von den Axiomen der reinen Anschauung.

Geraden, der dritte aber durch den Lehrsatz: Dem größeren Winkel liegt die größere Seite gegenüber[1]).

Was nun das Parallelenaxiom anbelangt, so fällt an demselben als seltsam auf, daß der Begriff der Parallelen selbst nicht stets auf ein und dieselbe Art definiert wird. Außer der Definition der Parallelen als solcher Geraden, die in einer Ebene gelegen sind und bei unendlicher Verlängerung einander nicht schneiden, gibt es noch eine andere, die die Parallelen als Geraden auffaßt, die voneinander stets gleich weit entfernt sind. Wie weiter unten gezeigt werden soll, macht die zweite Definition die Annahme eines Parallelenaxioms ganz unnötig. Die erste Definition kann aber nicht beibehalten werden, denn sie ist, wie H. Poincaré mit Recht erklärt hat, bloß negativ und als solche auch nicht in der unmittelbaren Anschauung begründet[2]). Da sie unevident ist, so muß infolgedessen auch das Axiom: Durch einen Punkt außerhalb einer Geraden ist zu ihr bloß eine Parallele möglich, selbstverständlich stets als unevident und unbeweisbar erscheinen. Aber auch hinsichtlich des Begriffs der Geraden herrscht in den heutigen Lehrbüchern der Geometrie keine Einigkeit. Obwohl der Begriff derselben uns als ganz selbstverständlich erscheint, so wird er doch auf verschiedene Weise formuliert. Dieser Mißstand hat seinerseits wieder die mannigfachsten Verwirrungen herbeigeführt. Um nun über die geometrischen Axiome und Begriffe

1) Der Beweis ergibt sich folgendermaßen: Denken wir uns zwischen zwei Punkten die Gerade AB und eine Gebrochene ACB gezogen, so ist, wenn CB an die Verlängerung von AC angetragen wird, in dem △ ADB die Seite AB kleiner als AD, weil der Winkel D einen Teil des Winkels B darstellt. — Daß die Gerade den kürzesten Weg zwischen zwei Punkten darstelle, hält auch H. Poincaré für beweisbar. Vgl. Wissenschaft und Methode, deutsch von Lindemann, Lpzg. 1914, S. 122.

2) H. Poincaré, l. c. S. 123.

ins Klare zu gelangen, wollen wir uns der Betrachtung der ursprünglichen Auffassungsweise der geometrischen Definitionen und Grundsätze zuwenden und dazu die „Euklidischen Elemente“ [1]) zu Rate ziehen.

Dem ersten Buche der Euklidischen Elemente sind 35 Erklärungen, drei Forderungen und 12 Grundsätze vorausgeschickt. Eine Beziehung zu unserer weiteren Betrachtung haben von diesen bloß die Grundsätze und die drei Erklärungen: ein Punkt ist was keine Teile hat, die Linie ist eine Länge ohne Breite, die gerade Linie ist diejenige, welche zwischen allen in ihr befindlichen Punkten auf einerlei Art liegt. Die Grundsätze lauten: 1. Was einem und demselben gleich ist, ist einander gleich. 2. Gleiches Gleichem zugesetzt gibt Gleiches. 3. Von Gleichem Gleiches weggenommen läßt Gleiches. 4. Ungleichem Gleiches zugesetzt bringt Ungleiches. 5. Von Ungleichem Gleiches weggenommen läßt Ungleiches, 6. Gleiches verdoppelt gibt Gleiches. 7. Gleiches halbiert gibt Gleiches. 8. Was einander deckt ist einander gleich. 9. Das Ganze ist größer als ein Teil. 10. Alle rechten Winkel sind einander gleich. 11. Werden zwei gerade Linien von einer dritten so geschnitten, daß die beiden inneren an einer Seite liegenden Winkel zusammen kleiner als zwei rechte sind, so treffen diese beiden Linien genügsam verlängert an eben derselben Seite zusammen. 12. Zwei gerade Linien schließen keinen Raum ein. Wie zu ersehen, enthalten die Euklidischen Axiome nicht nur die letzten Voraussetzungen der Geometrie, sondern auch diejenigen der Arithmetik. Wir wollen daher aus diesen Grundsätzen die rein arithmetischen ausscheiden und uns der Betrachtung der geometrischen zuwenden. Zu den arithmetischen gehören die Axiome 1 bis 7, 9 und 10. Von ihnen sind 1—5 und 9 bereits behandelt worden. Das sechste Axiom ent-

1) Die Euklidischen Elemente, übersetzt von J. T. Lorenz, 1840.

hält dasselbe wie das zweite, das zehnte dasselbe wie das siebente und dieses dasselbe wie das dritte. Es erweist sich also, daß auch diese arithmetischen Axiome von uns bereits betrachtet worden sind. Von den nachbleibenden geometrischen stellt nun das achte eigentlich bloß eine Erklärung dar, was unter einer räumlichen Gleichheit zu verstehen sei. Was der Betrachtung noch unterliegt, sind die beiden letzten Axiome, das berühmte elfte und das zwölfte.

Diese beiden Axiome finden in der Geometrie heutzutage gewöhnlich keine Beachtung, weil sie nicht mehr zu den Axiomen gezählt werden. Sie können auch tatsächlich nicht mehr als solche gelten, da sie aus anderen deduzierbar sind: das elfte oder das Axiom von den Parallelen kann aus unserem heutigen Parallelenaxiom und das zwölfte oder das Axiom von der Geraden aus dem Begriff der Geraden deduziert werden.

Wenden wir uns zuerst der Betrachtung des Begriffes der Geraden zu. Die euklidische Definition der Geraden als einer Linie, welche zwischen allen in ihr befindlichen Punkten auf einerlei Art liegt, leidet an der Unvollständigkeit, daß sie den Begriff der Geraden zu allgemein formuliert, so daß die Gerade von anderen Linien nicht streng genug abgegrenzt ist. Denn auch solchen Linien wie die Kreislinie oder die Schraubenlinie kommt die Eigenschaft zu, daß alle ihre Teile ihrer Lage nach im Verhältnis zueinander einförmig bestimmt sind. Dieses Merkmal der einförmigen Lagenbestimmtheit aller ihrer Teile ist für die Gerade zwar wohl charakteristisch, zum Unterschiede von anderen ihr in dieser Hinsicht gleichkommenden Linien hat sie aber noch das Merkmal aufzuweisen, daß sie in ihrer Lage auch schon durch je zwei beliebige auf ihr gelegene Punkte als bestimmt gedacht wird. Dieses ist bei gekrümmten Linien, wie beim Kreise oder der Schraubenlinie nicht der Fall. Daher können wir die Ge-

rade als eine solche Linie definieren, die ihrer Lage und Form nach durch je zwei ihrer Punkte schon als vollständig bestimmt gedacht wird [1]). Wie aus dem weiter unten Folgenden zu ersehen sein wird, läßt sich die Gerade auch noch rein genetisch aus den reinen Verstandes- und Anschauungsformen definieren. Aber auch aus der hier gegebenen Definition lassen sich schon alle Grundsätze, die die Gerade angehen mit Leichtigkeit ableiten, so das Euklidische und das heutige Axiom der Geraden sowie auch alle anderen scheinbaren Axiome derselben. In der Tat, da die Gerade durch je zwei Punkte auf ihr bestimmt ist, so geht daraus hervor, daß zwei Geraden, die zwei Punkte gemeinsam haben, nicht getrennt dasein können, sie müssen also eine einzige Linie darstellen und können daher auch keinen Raum einschließen. Aus demselben Grunde können aber auch zwei Geraden einander bloß in einem Punkte schneiden, denn wenn sie sich in zwei Punkten treffen würden, müßten sie dann auch alle Punkte gemeinsam haben und zusammenfallen. Hieraus erhellt, daß in der Geometrie außer und neben der Definition der Geraden keine besonderen Axiome der Geraden anzunehmen sind.

Auch die Axiome von den Parallelen lassen sich aus einer bloßen Definition derselben ableiten. Zu allererst läßt sich das Euklidische Parallelenaxiom: „Werden zwei gerade Linien von einer dritten so geschnitten, daß die bei-

---

1) In ähnlicher Weise wird die Gerade auch von D. Hilbert definiert. „Wir setzen fest," sagt er, „daß eine Gerade durch zwei Punkte bestimmt wird, und anstatt zu sagen, daß diese Gerade durch zwei Punkte bestimmt wird, können wir sagen, daß sie durch diese zwei Punkte hindurchgeht oder daß diese zwei Punkte auf dieser Geraden liegen." Vgl. „Grundlagen der Geometrie", 5 Aufl. Leipzig. — Eine ähnliche Definition der Geraden hat schon Hoüel gegeben, die er aber in Form eines Postulats formuliert. Vgl. „La critique sur les principes fondamentaux de la geometrie", 1867.

den inneren an einer Seite liegenden Winkel zusammen kleiner als zwei rechte sind, so treffen diese beiden Linien genugsam verlängert an eben derselben Seite zusammen", — aus unserem Parallelenaxiom ableiten. Dieses ist nämlich allgemeiner als das Euklidische. Dadurch erklärt es sich auch, daß das elfte Axiom aus der Geometrie von dem heutigen Axiom: „Durch einen Punkt außerhalb einer Geraden ist bloß eine Gerade möglich", verdrängt worden ist. Der Beweis für das elfte Axiom kann aus dem Parallelenaxiom auf indirekte Weise folgendermaßen geführt werden. Würden zwei Geraden, an denen die Gegenwinkel zusammen kleiner als 2R sind, dennoch parallel sein, so müßten durch einen Punkt zwei Parallelen zu einer anderen Geraden zugelassen werden; denn parallel sind ja auch die Geraden, deren Gegenwinkel 2R betragen. Letzteres gilt bekanntlich in der Geometrie als bewiesen. Da nun nach unserem Parallelenaxiom zwei Parallelen zu einer Geraden durch einen Punkt außerhalb ihr nicht möglich sind, so müssen sich die Geraden des elften Axioms auch schneiden; das elfte Axiom ist somit bewiesen. Aber auch unser heutiges Parallelenaxiom kann nicht mehr als ein unbeweisbares Axiom gelten, da es aus der zweiten, oben für die Parallelen angeführten Definition ableitbar ist. Diese Definition lautete: Parallelen in der Ebene sind Gerade, die voneinander stets gleich weit entfernt sind.[1]) Und die Deduktion aus ihr ist folgende. Angenommen, es ließen sich durch einen Punkt zu einer Geraden zwei Parallelen ziehen, so folgt hieraus, daß alle Punkte beider Geraden ebensoweit entfernt sind, wie der gegebene Punkt. In diesem Fall werden aber alle Punkte der einen Geraden auch diejenigen

1) Da äquidistante Gerade ebenso wie die euklidischen Parallen sich bei unendlicher Verlängerung nicht schneiden, so stehen die euklidischen Lehrsätze auch mit dieser Definition der Parallelen in vollständigem Einklang.

der anderen Geraden sein, was soviel bedeutet, daß sie zusammenfallen und bloß eine Parallele bilden müssen. Wie aus allen Beweisen erhellt, braucht man in der Geometrie also nicht mehr von unbewiesenen Axiomen zu sprechen, da alle Grundsätze derselben auf bloßen Definitionen begründet werden können.

Daß die Grundsätze der Mathematik aus den Definitionen selbstersichtlicher, an sich widerspruchsloser Begriffe ableitbar sind, hat wie bekannt schon Leibniz gelehrt. Zwar finden sich bei ihm nur vereinzelte Beispiele solcher Ableitungen, wie z. B. die Ableitung des Grundsatzes, daß das Ganze größer als sein Teil sei. Eine folgerichtige Deduktion aller Axiome hielt er aber durchaus für möglich, was unter anderem auch aus dem Lob erhellt, das er dem Griechen Apollonius und ebenso auch Robervali zukommen läßt, die sich die Mühe genommen, einige Sätze, die Euklid ohne Beweis angenommen hat, zu beweisen[1]). Leibniz richtete seine Aufmerksamkeit aber auf andere Schwierigkeiten, mit denen eine Lehre von den Definitionen als den letzten Grundlagen des zuverlässigen Wissens zu kämpfen hat. Schon zur Zeit der Griechen erhob die Mathematik die Forderung, es müsse die Definition einer Figur vom Beweis ihrer Existenz begleitet sein. Es dürfe daher auch nicht ein jeder exakt definierte Begriff ohne weiteres als ein realer betrachtet werden. Mit diesem Einwande rechnete auch Leibniz, und dadurch wurde er auch veranlaßt, seine Lehre von den realen und nominalen Definitionen aufzustellen.

Er nennt Sachdefinitionen, jene Definitionen, welche die tatsächliche Zerlegung eines Begriffs in einfachere an sich widerspruchslose Begriffe liefern. Die Widerspruchslosigkeit der einfachsten Begriffe enthalte in sich aber schon

1) „Opuscules et fragments inédits de Leibniz" par L. Couturat, Paris 1903, S. 181,539. Vgl. F. Enriques, Zur Geschichte der Logik, deutsch von Bieberbach, Leipzig 1927. S. 72 ff.

die logische Möglichkeit derselben, und in dieser sei auch deren Realität begründet. Die Widerspruchslosigkeit sei somit das Kriterium für die Wahrheit und auch für die Realität eines Begriffes. Ein regelmäßiges Dekaeder sei z. B. logisch unmöglich, weil es in sich einen Widerspruch enthält, daher komme ihm auch keine Realität zu [1]).

Die Lehre Leibnizens von der Widerspruchslosigkeit als eines Kriteriums für die Realität selbstersichtlicher Begriffsgebilde und ihrer Zusammenhänge ist in der Erkenntnistheorie scharf angegriffen und zuguterletzt auch als nicht hinzureichend befunden worden. Die Selbstersichtlichkeit unserer Gedankengebilde allein kann noch nicht als ein hinreichender Grund für die Existenz derselben betrachtet werden. Was dazu noch erforderlich ist, damit einem Gedankengebilde auch eine Realität zukomme, darauf läßt sich nur vom Standpunkt Kants eine Antwort geben. Kant war der Meinung, daß die Quelle unserer geometrischen Erkenntnis in der Anschauung liege und daß die Axiome, welche mehr oder weniger ausdrücklich zu Beginn der Geometrie formuliert werden, deswegen für alles Erfahrungsmäßige eine absolute Gültigkeit haben müssen, weil die Raumanschauung zusammen mit allen ihr eigenen Gesetzmäßigkeiten die Möglichkeit der Dinge für uns in der Erfahrung erst bedinge. Wie die Axiome unmittelbar aus den reinen Anschauungsformen hervorgehen, hat er aber nicht näher angegeben. Wir haben gezeigt, wie die geometrischen Axiome aus den Definitionen der Geraden und Parallelen abzuleiten sind. Wenn wir nun darlegen wollen, daß diese Begriffe für die Dinge eine reale Bedeutung besitzen müssen, so haben wir auch darzulegen, daß sie in den apriorischen Bedingungen für die Möglichkeit der erfahrungsmäßigen Erkenntnis enthalten und allseitig begründet sind. Die von uns zur Deduktion

1) Leibniz, Meditationes de cognitione, veritate atque ideis. Vgl. F. Enriques, l. c. S. 74 ff.

der geometrischen Axiome zugelassenen Begriffe des Punktes, der Geraden und der Parallelen lassen sich jedoch nicht einzig und allein aus der Raumanschauung ableiten, sondern sie sind ihrem Wesen nach auch in den reinen Verstandesbegriffen fundiert. Erst durch diese lassen sie sich deduzieren und somit auch rein genetisch aus den apriorischen Voraussetzungen unserer Erkenntnis definieren.

In der Tat sind uns auch mit der reinen Raumanschauung die Begriffe der drei Dimensionen gegeben. Dank der reflektierenden d. h. vergleichenden und unterscheidenden Tätigkeit unserer Urteilskraft vermögen wir nun, auf die Kategorie der Möglichkeit gestützt, von allen bloß möglichen Bestimmungen unserer Gedankengebilde nach Belieben eine jede von ihnen einzeln und von andern getrennt zu denken und sie auch unseren Gedankengebilden abzusprechen. Es lassen sich daher auch solche Gedankengebilde denken, die bloß eine oder zwei oder schließlich auch gar keine Ausdehnung besitzen. So erweist es sich, daß die Begriffe der Linie, der Ebene, des Punktes rein diskursiv, d. h. auf dem Wege des reinen Denkens an unseren reinen Raumanschauungsformen gewonnene apriorische Gedankengebilde darstellen. Ähnliche Begriffe wie die der Geraden oder Parallelen gestalten sich aber unter Mitwirkung noch anderer apriorischer Elemente. So setzt die Gerade den Begriff der eindeutigen Bestimmtheit ihrer Richtung oder Lage durch zwei Punkte voraus, die Parallele den Begriff der Bestimmtheit zweier Geraden durch ihren gleichen Abstand voneinander usw.. Wie hieraus zu ersehen, finden bei der Gestaltung der allgemeinsten geometrischen Begriffe außer der Raumanschauung und den rein apriorischen Begriffen der Anzahl und der Gleichheit oder Eindeutigkeit der Lagenbestimmung keine anderen Begriffe eine Verwendung. Die grundlegenden Begriffe der Geometrie gehen somit aus den reinen Verstandes- und Anschauungsformen rein diskursiv hervor und

sind somit als genetisch definiert zu betrachten. Da sie uns nun mit den apriorischen Voraussetzungen der Möglichkeit der Dinge für uns in der Erfahrung gegeben sind, so müssen sie wie auch alles aus ihnen auf logische Weise Hervorgehende für die Dinge selbst eine objektive Gültigkeit besitzen. Zwar erscheint es seltsam, wie das Erfahrungsmäßige durch die Gesetzmäßigkeiten rein abstrakter Gedankengebilde auf eine zuverlässige Weise erkennbar ist. Daß dieses aber tatsächlich der Fall ist, dafür liefert die rationale Naturwissenschaft die zahlreichsten Beweise.

Die Versuche, das euklidische Parallelenaxiom aus einer bloßen Definition derselben abzuleiten, sind in der Mathematik durchaus nicht neu. Posidonius und Geminus, die Proklus zitiert, und auch (1668) Borelli liefern eine Theorie der Parallelen, die auf der Definition der Parallelen als äquidistanter in einer Ebene gelegener Geraden sich aufbaut. Der italienische Jesuit Gerolamo Saccheri suchte diese Theorie (1733) durch die Erwägung zu widerlegen, daß der geometrische Ort der Punkte gleichen Abstands von einer Geraden keine Gerade darzustellen brauche[1]). Wie aus unserer Definition der Parallelen erhellt, braucht der Ausdruck des geometrischen Ortes aber durchaus nicht in der Definition der Parallelen aufgenommen zu werden; daher können auch die Bedenken, die dieser Ausdruck hervorruft, ganz beiseite gelassen werden.

Bei unseren Betrachtungen hatten wir, wie noch zu bemerken ist, unter der Reflexion stets die vergleichende und unterscheidende Tätigkeit des Intellekts verstanden. Es läßt sich aber fragen, ob das Vergleichen und Unterscheiden selbst nicht etwas Unerklärtes darstelle, das durch die reinen Verstandesformen nicht definierbar ist. Diese Ansicht vertrat W. Windelband, der daher neben den das Sein konstituierenden Kategorien noch besondere

1) F. Enriques, l. c. S. 79.

reflexive Kategorien gelten läßt[1]). Die Annahme solcher Kategorien ist aber durchaus überflüssig, da das Vergleichen und Unterscheiden schon vollständig in den Kategorien Kants, die sowohl das Sein als auch das Denken konstituieren, fundiert ist. Denn das Unterscheiden ist ein Feststellen eines Nichtseins, das Vergleichen aber das Feststellen eines Gleichseins an den Dingen. Da wir nun unter der Gleichheit das Einheitliche an dem irgendwie Unterschiedenen verstehen, so folgt daraus, daß das Vergleichen und Unterscheiden außer den Kategorien der Qualität und Quantität auch keine neuen Kategorien voraussetzen.

c. Die Axiome der nichteuklidischen Geometrie und der mehrdimensionale Raum.

Die Uneinigkeit, die in den Ansichten über die Grundlagen der Geometrie im allgemeinen herrschte, hatte im vorigen Jahrhundert einige Mathematiker wie z. B. Legendre, Lobatschewskij, Riemann u. a. zur Überzeugung gebracht, daß die Axiome der Euklidischen Geometrie für unser Denken auch nichts absolut Annehmbares darzustellen brauchen. Statt die Gültigkeit des Parallelenaxioms bestehen zu lassen, ließen sie das Gegenteil von ihm als gültig zu und nahmen an, daß zu einer Geraden durch einen Punkt außerhalb derselben nicht bloß eine, sondern zwei oder gar ein ganzer Büschel von Parallelen gezogen werden könne. Gestützt auf diese Annahme begründeten sie eine neue, nichteuklidische Geometrie, in der über den dreidimensionalen Raum hinausgegangen und die Existenz eines mehrdimensionalen Raumes angenommen wird. Auch die euklidische Definition der Geraden betrachteten sie für nicht stichhaltig und ersetzten sie durch eine andere. Wenn wir aber die Lehren der Nichteuklidiker näher

1) Vgl. W. Windelband, Prinzipien der Logik; Enzyklopädie der philos. Wissenschaften, Tübingen 1912, I. Bd. S. 29.

untersuchen[1]), so fällt uns bei allen Überlegungen derselben eine seltsame Ungenauigkeit auf, die darin besteht, daß das, was für ein Gebiet Gültigkeit hat, einfach ohne jegliche Einschränkung auf ein anderes übertragen wird, somit der logische Fehler *quid dictum secundum ad dictum simpliciter* begangen wird. In der sphärischen Geometrie gelten bekanntlich die auf der Oberfläche der Kugel durch Schnittebenen gebildeten Schnittlinien als Geraden. Da nun auf der Kugeloberfläche zu einer Geraden durch einen Punkt außerhalb ihrer unendlich viele Geraden gezogen werden können, die bei unendlicher Verlängerung die Gerade nicht schneiden, so liegt auch tatsächlich der Gedankenschluß nahe, daß auch auf der Ebene, wenn sie sich als Teiloberfläche einer unermeßlich großen Kugel betrachten ließe, mehr als eine Parallele zu einer Geraden gezogen werden könnte. Auf eine solche Voraussetzung gründet sich nun die Theorie der Nichteuklidiker. Da sie die ebene Fläche als eine Kugeloberfläche mit unendlich kleiner Krümmung auffassen, so erhalten sie auch tatsächlich die Möglichkeit, jede Parallellinie auf ihr als Grenzfall eines ganzen Büschels von Parallellinien zu betrachten, die ebene Geometrie als Spezialfall der sphärischen Geometrie zu behandeln und alle Lehrsätze der ersten durch das Gegenteil unseres Parallelenaxioms zu begründen. Eine solche Behandlungsweise der ebenen Geometrie läßt gegen sich auch wohl nichts einwenden, doch ist durch dieselbe das Axiom der ebenen Geometrie durchaus nicht umgestoßen und keine neue Lehre von den Axiomen konstituiert. Es muß vielmehr zugestanden werden, daß sobald wir in Gedanken es mit einer vollständig ebenen Fläche zu tun haben, — und solche können wir uns wohl denken ohne, einen logischen Widerspruch zuzulassen, — wir dennoch durch einen Punkt zu einer Ge-

1) Vgl. hierüber Bonola-Liebmann, Die Nichteuklidische Geometrie, 1919; N. I. Lobatschewskij, Pangeometrie, Kasan, 1856, deutsch v. Liebmann, 1902.

raden nicht mehr als eine Parallele annehmen dürfen, wenn wir eben die Erscheinungen des zweidimensionalen Raumes mit denjenigen im dreidimensionalen Raume nicht verwechseln wollen. Denn sobald die Kugeloberfläche mit unendlich kleiner Krümmung ihre Grenze erreicht hat und zur ebenen Fläche geworden ist, hat auch der veränderliche Parallelenbüschel seine Grenze erreicht und ist einfach bloß zu einer Geraden geworden. Das geben auch die Nichteuklidiker zu, und zwar aus dem Grunde, weil sie letzten Endes stets dieselben Verstandesgründe und reinen Anschauungsformen gelten lassen müssen, die für unsere geometrischen Anschauungsweisen maßgebend sind [1]).

Unter den Argumentationen, deren sich die Nichteuklidiker zur Begründung ihrer Theorie bedienen, scheint eine besonders viel Anerkennung zu finden. Sie stammt von Helmholtz und ist neuerdings von H. Poincaré zur Verteidigung der nichteuklidischen Lehren wieder aufgenommen worden. Poincaré [2]) urteilt folgendermaßen: „Imaginons un monde uniquement peuplé d'êtres dénués d'épaisseur"... „Supposons maintenant, que ces animaux imaginaires, tout en restant dénués d'épaisseur, aient la forme d'une figur sphérique et non d'une figure plane et soivent

1) Nach der Meinung E. Picards hat zweifellos der von Gauß geäußerte Gedanke, wir können vielleicht in einem Raume von nicht verschwindendem Krümmungsmaße leben, den nichteuklidischen Geometrien eine gewisse Popularität verschafft. Es sollen aber schon Lambert und Beltrami gefunden haben, daß die sogenannte hyperbolische Geometrie Lobatschewskijs identisch sei mit der euklidischen Geometrie auf einer Oberfläche konstanten negativen Krümmungsmaßes. Die Tatsache aber, daß in den Entwicklungen der nichteuklidischen Geometrien nie ein Widerspruch auftrete, beruhe darauf, daß die Formeln der hyperbolischen Geometrie nichts anderes seien als Formeln der gewöhnlichen sphärischen Trigonometrie, wenn man in dieser den Radius der Kugel rein imaginär nehme. Vgl. E. Picard, Das Wissen der Gegenwart in Mathematik und Naturwissenschaft, deutsch von Lindemann, Leipzig 1913. S. 54, 55, 60.

2) H. Poincaré, La science et l'hypothèse, p. 52—56.

tout sur une même sphère sans pouvoir s'en écarter. Quelle géometrie pourront-ils construire? Il est clair d'abord, qu'ils n'attribueront à l'éspace que deux dimensions". Von dieser Annahme ausgehend, kommt Poincaré zum Schluß, daß diese Geschöpfe, da ihre Geraden Kreisbogen darstellen, die nichteuklidische Raumlehre annehmen müßten. Demgemäß erklärt er auch: „Nous ne pouvons guère admettre que ces êtres, s'ils ont l'esprit fait comme nous, adopteraient la géométrie euclidienne, qui serait contredite par toute leur expérience" [1]). Doch ist zu gestehen, daß, wenn diese Ge-

1) H. v. Helmholtz versuchte die Möglichkeit einer nichteuklidischen Geometrie in einem Vortrage über den Ursprung und die Bedeutung der geometrischen Axiome folgendermaßen glaubwürdig zu machen: „Denken wir uns — darin liegt keine logische Unmöglichkeit — verstandesbegabte Wesen von nur zwei Dimensionen, die an der Oberfläche irgend eines unserer festen Körper leben und sich bewegen. Wir nehmen an, daß sie nicht die Fähigkeit haben, irgend etwas außerhalb dieser Oberfläche wahrzunehmen, wohl aber Wahrnehmungen, ähnlich den unsrigen, innerhalb der Ausdehnung der Fläche, in der sie sich bewegen zu machen. Wenn sich solche Wesen ihre Geometrie ausbilden, so würden sie ihrem Raum natürlich nur zwei Dimensionen zuschreiben. Sie würden ermitteln, daß ein Punkt, der sich bewegt, eine Linie beschreibt, und eine Linie, die sich bewegt, eine Fläche, was für sie das vollständigste Raumgebilde wäre, was sie kennen. Aber sie würden sich ebenso wenig von einem weiteren räumlichen Gebilde, das entstände, wenn eine Fläche sich aus ihrem flächenhaften Raume herausbewegte, eine Vorstellung machen können, als wir es können von einem Gebilde, das durch Herausbewegung eines Körpers aus dem uns bekannten Raum entstände"... „Nun könnten aber intelligente Wesen dieser Art auch an der Oberfläche einer Kugel leben. Ihre kürzeste oder geradeste Linie zwischen zwei Punkten würde dann ein Bogen des größten Kreises sein, der durch die betreffenden Punkte zu legen ist"... „In einem solchen Falle gibt es also unendlich viele unter einander gleiche kürzeste Linien zwischen den beiden gegebenen Punkten. Somit würde das Axiom, daß nur eine kürzeste Linie zwischen zwei Punkten bestehe, für die Kugelbewohner nicht ohne eine gewisse Ausnahme gültig sein"... „Parallele Linien würden die Bewohner der Kugel gar nicht kennen. Sie wür-

schöpfe ebensolch einen Verstand wie wir besäßen, sie dann wohl dahinter kommen müßten, daß ihre sphärischen Körper nicht zweidimensionale Flächen, sondern dreidimensionale Gebilde sind, und daß sie die Kreisbogen nicht als Geraden zu betrachten und auch mit der Euklidischen Geometrie durchaus nicht in einen Konflikt zu geraten brauchten. Die Euklidische Geometrie ist somit durch die Konsequenzen der Nichteuklidiker aus der euklidischen Definition der parallelen Geraden garnicht erschüttert, das Parallelenaxiom behält nach wie vor seine Gültigkeit und findet seine Begründung in den uns eigenen reinen Verstandes- und Anschauungsformen ganz ebenso wie auch die übrigen Grundbegriffe der Geometrie.

Wie das nichteuklidische Parallelenaxiom, so stellt auch der nichteuklidische oder der mehrdimensionale Raum etwas rein Unvorstellbares dar. Obwohl die Existenz eines solchen bis jetzt nicht hat erwiesen werden können, so hat dieser Umstand die Mathematiker und Physiker durchaus nicht daran verhindert mit der Möglichkeit mehrdimensionaler Kontinua zu rechnen, diesen eine rein mathematische Deutung zu geben und letztere praktisch zu verwerten. So handelt A. Einstein bei der Deduktion seiner Relativitätstheorie von der Unzulänglichkeit der Euklidischen Geometrie für die richtige Erfassung des Geschehens im raumzeitlichen Kontinuum und findet, daß außer den Koordinaten des dreidimensionalen Raumes noch die

---

den behaupten, daß jede beliebige zwei geradeste Linien, gehörig verlängert, sich schließlich nicht nur in einem, sondern in zwei Punkten schneiden müßten" usw. „Diese Beispiele zeigen uns schon, daß je nach der Art des Wohnraumes verschiedene geometrische Axiome aufgestellt werden müßten von Wesen, deren Verstandeskräfte den unsrigen ganz entsprechend sein könnten". Vgl. H. v. Helmholtz, Vorträge und Reden 1884, II. S. 711.

2) A. Einstein, Vier Vorlesungen über die Relativitätstheorie, 1922, S. 39, 40.

Bestimmungen einer vierten Dimension, unter der die Zeit zu verstehen ist, in Betracht zu ziehen seien. Zur Erläuterung seiner Ansicht bedient er sich folgender Überlegungen: „Es sei K′ ein Koordinatensystem, dessen z′-Achse mit der z-Achse von K zusammenfalle, und welches um diese Achse mit konstanter Winkelgeschwindigkeit rotiere ... Wir denken uns in der x′y′-Ebene von K′ einen Kreis um den Koordinatenursprung gezogen nebst einem Durchmesser dieses Kreises. Ferner denken wir uns eine große Zahl untereinander gleicher starrer Stäbchen gegeben. Diese denken wir uns längs der Kreisperipherie und längs des Durchmessers in Reihe gelegt und in Ruhe relativ zu K′. Ist nun U die Zahl der Stäbchen auf der Peripherie, D die Zahl der Stäbchen auf dem Durchmesser, so würde, wenn K′ gegen K nicht rotierte

$$\frac{U}{D} = \pi$$

sein. Wenn aber K′ rotiert, so verhält es sich anders. Wir denken uns zu einer bestimmten Zeit t von K die Endpunkte aller Stäbchen in bezug auf K bestimmt. Von K aus erfahren die Stäbchen auf der Peripherie die Lorentz-Verkürzung, die Stäbchen auf dem Durchmesser aber nicht (in ihrer Längsrichtung!) Es folgt hieraus $\frac{U}{D} > \pi$. Hieraus folgt, daß die Lagerungsgesetze starrer Körper in bezug auf K′ nicht übereinstimmen mit den Lagerungsgesetzen der Körper gemäß der euklidischen Geometrie. Ordnen wir ferner auf der Peripherie und im Zentrum des Kreises je eine von zwei gleich beschaffenen Uhren an (mit K′ rotierend), so geht — von K aus beurteilt — die Uhr an der Peripherie langsamer als die Uhr im Zentrum... Nach dem Äquivalenzprinzip ist aber K′ auch als ruhendes System aufzufassen, in bezug auf welches ein Gravitationsfeld herrscht (Zentrifugalfeld, Feld der Korialiskräfte). Wir kommen also zu dem Resultat: das Gravitationsfeld beeinflußt bzw. bestimmt die metri-

schen Gesetze des raumzeitlichen Kontinuums. Wenn die Geometrie die Lagerungsgesetze der (idealen) festen Körper ausdrücken soll, so ist sie im Falle der Anwesenheit von Gravitationsfeldern nicht euklidisch. Der hier vorliegende Fall ist analog demjenigen, welcher bei der (zweidimensionalen) Beschreibung von Flächen eintritt. Es ist auch hier unmöglich, auf der Fläche (z. B. einer Ellipsoidfläche) Koordinaten einzuführen, denen eine einfache metrische Bedeutung zukommt, während auf der Ebene die kartesischen Koordinaten x_1, x_2 unmittelbar mit einem Einheitsmaßstab gemessene Längen bedeuten. Gauß hat in der Flächentheorie die Schwierigkeit dadurch überwunden, daß er beliebige an sich nur die Stetigkeitszusammenhänge ausdrückende krummlinige Koordinaten auf der Fläche einführte und diese dann erst zu den metrischen Eigenschaften der Fläche in Beziehung setzte. Analog führen wir in der allgemeinen Relativitätstheorie beliebige Koordinaten x_1, x_2, x_3, x_4 ein, welche die Raumzeitpunkte derart eindeutig nummerieren, daß raumzeitlich benachbarten Ereignissen benachbarte Werte der Koordinaten zugeordnet werden; sonst soll diese Koordinatenzahl beliebig sein. Wir werden dem Relativitätsprinzip in weitestem Sinne dadurch gerecht, daß wir den Gesetzen eine solche Form geben, daß sie bezüglich jedes derartigen (vierdimensionalen) Koordinatensystems gelten, d. h. daß die sie ausdrückenden Gleichungen bezüglich beliebiger Transformationen kovariant sind."

Durch ebensolche Überlegungen, die A. Einstein zur Verwendung eines vierdimensionalen Koordinatensystems geführt haben, ist man schon früher dazu geführt worden, von mehrdimensionalen Kontinua zu reden. „Zuerst," sagt Einstein[1]), „dehnte Riemann den Gaußschen Gedankengang auf Kontinua beliebiger Dimensionszahlen

1) A. Einstein, l. c. S. 42.

aus; er hat die physikalische Bedeutung dieser Verallgemeinerung der Geometrie Euklids mit prophetischem Blick vorausgesehen. Dann folgte der Ausbau der Theorie in Form des Tensorkalküls insbesondere durch Ricci und Levi-Civita" usw.

Wie hieraus zu ersehen, sind es höchst exakte Rechnungsmethoden, die in den nichteuklidischen Ansichten ihre Stütze finden. Gegen die Einwandlosigkeit derselben ist nicht zu streiten. Wenn wir aber darnach forschen, ob durch die nichteuklidischen Lehren auch tatsächlich ein neuer Raum entdeckt worden ist, so müssen wir wohl zugeben, daß dieses gar nicht der Fall ist. Denn wenn wir uns der Betrachtung zuwenden, was die Mathematiker unter den verschiedenen dimensionalen Mannigfaltigkeiten verstehen, so kommen wir zum Schluß, daß sie stets denselben Standpunkt vertreten, den auch B. Riemann vertrat, der unter einer n-fach ausgedehnten Mannigfaltigkeit oder unter einer Mannigfaltigkeit von n Dimensionen ein System von Unterschieden verstand, in welchem das Einzelne durch n Abmessungen bestimmt werden kann.[1]) Unter der Anzahl der Dimensionen des betreffenden Raumes ist somit der Ansicht der Mathematiker und Physiker gemäß die Zahl der Abmessungen zu verstehen, welche nötig ist, um die Lage eines Punktes zu bestimmen. Dadurch treten aber die nichteuklidischen geometrischen Lehren durchaus nicht in einen Widerspruch mit den euklidischen Axiomen, sondern sie stellen bloße Konsequenzen aus dem gesetzmäßigen Wesen unserer reinen Verstandes- und Anschauungsformen dar und stehen mit den euklidischen Grundlagen durchaus im Einklang. Die Lorentzsche Formel, auf die sich die Konsequenzen Einsteins über den vierdimensionalen Raum stützen, ist ja ihrerseits selbst an

1) B. Riemann, Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen. Abhandlungen der Königl. Gesellschaft zu Göttingen, Bd. XIII; H. v. Helmholtz, l. c. S. 16.

der Hand unserer gewöhnlichen Raumanschauung ermittelt. Würde letztere bloß relativ sein, so dürften auch die unter Voraussetzung ihrer objektiven Gültigkeit ermittelten Gesetzmäßigkeiten als Beweismittel für die Relativität des Raumes nicht verwendet werden, denn der Beweis würde in einem solchen Fall in den Prämissen gerade das als richtig voraussetzen, was er selbst widerlegt. In der Matematik wird aber tatsächlich von der Relativität des Raumes immer nur im übertragenen Sinne gehandelt.

Es kommt aber vor, daß in der nichteuklidischen Geometrie nicht selten auch in der eben beschriebenen Weise gefehlt wird. Dieses ist z. B. aus den Versuchen der Nichteuklidiker zu ersehen, der Geraden eine neue Definition zu geben. Betrachten wir nämlich die Definitionen, die Lobatschewskij und vor ihm Bolyai der Geraden gegeben haben, so können wir uns davon überzeugen. Lobatschewskij versteht unter der Geraden eine Linie, die zwischen zwei Punkten sich in allen Lagen deckt. Diese Eigenschaft komme dem Durchmesser des Kreises zu. Auch W. Bolyai definierte die Gerade als Rotationsachse, denn er sagt: Wenn man einen Körper unter Festhaltung zweier Punkte bewegt, so nennt man den Inbegriff aller ruhenden Punkte — der eine Linie darstellt — eine Gerade[1]). Diese beiden Definitionen setzen aber schon die Gültigkeit des euklidischen Begriffs der Geraden voraus, da ja Lobatschewskij und Bolyai annehmen, daß die „Gradheit" einer Linie stets die Eigenschaft voraussetzt, eine Rotationsachse sein zu können. Das ist jedoch falsch, denn gerade aus dem Grunde, weil wir schon den Begriff einer Geraden besitzen als des

1) Vgl. R. Strohal, die Grundbegriffe der reinen Geometrie in ihrem Verhältnis zur Anschauung, Leipzig 1925. S. 49; Engel-Stäckel, Urkunden zur Gesch. der nichteuklid. Geometrie, I. Lobatschewskij, Leipzig 1898, S. 84.

Inbegriffs aller Punkte, die in ihrer Lage durch beliebige zwei Punkte auf ihr, also auch durch ihre Endpunkte, als bestimmt gedacht werden, kommen wir zum Schluß, daß alle diese Punkte bei der Rotation der Geraden in derselben Lage wie die Endpunkte verharren und sich daher auch nicht bewegen können.

Zum Schluß sei noch einer Einwendung gedacht, die gegen die Einheitlichkeit der geometrischen Prinzipien erhoben wird. Wie in der Arithmetik die Ungleichungen von manchen Logikern für etwas Irrationales angesehen werden, ebenso werden auch einige Schlußarten der Geometrie, über deren logischen Bau die Logiker sich keinen klaren Aufschluß zu geben vermögen, zu einem irrationalen Reste des logischen Denkes gezählt. Dazu gehört z. B. der Schluß: A ist in B, B in C ∴ A in C. Dergleichen Schlüsse stellen aber gar nichts Irrationales dar, und dieses aus folgendem Grunde:

A ist in B bedeutet: A ist ein Ort von B,
B ist in C „ „ : alle Orte in B sind auch in C;
daher ist auch der Ort A in C. Denn was von allen Orten (B) gilt, gilt auch von einem jeden dieser Orte (A).

Da es gelungen ist, die Grundsätze, die Grundbegriffe und Grundhandlungen der elementaren Mathematik aus den reinen Verstandesbegriffen und reinen Anschauungsformen abzuleiten, und dadurch auch die Gründe für ihre Apriorität d. h. für die Selbstersichtlichkeit ihrer Allgemeingültigkeit darzulegen, so geht daraus auch die Verwendbarkeit solcher Grundlagen zur Erreichung rein begrifflicher an sich widerspruchsloser und durchaus begründeter, allgemeingültiger Erkenntnisse hervor. Die Deduktionen der elemtaren Mathematik führen aber schließlich zur höheren: die elementare Geometrie zur analytischen, diese ihrerseits wieder zur Infinitesimallehre. Da nun die nfinitesimallehre aus der tieferen Fassung der Probleme der analytischen Geometrie entstanden ist, so finden auch

die Probleme, die die analytische Geometrie eingeleitet hat, erst in der Infinitesimallehre ihre Lösung und auch ihre Begründung. Das Bestreben aus der Eigenart der Tangente zur Lösung der Probleme der Rektifikation der Kurven und der Quadratur ihrer Flächen zu gelangen, hatte eben Leibniz und Newton den Anstoß zu Untersuchungen gegeben, die schließlich zur Entdeckung der Differential- und Integrallehre führten. Es entsteht nun die Frage, worin denn eigentlich die Grundhandlungen und Prinzipien dieser Lehren ihren Ursprung nehmen. Um hierauf eine Antwort zu erhalten, wenden wir uns der Betrachtung der Gründe für die Selbstersichtlichkeit der Prinzipien der Infinitesimallehre zu.

d. Die Apriorität der Prinzipien der Infinitesimallehre.

Wie die Handlungen der elementaren Mathematik, so lassen sich auch diejenigen des Differential- und Integralrechnens auf die Subtraktion und Addition reduzieren. Dieses gilt bei den Mathematikern als eine feststehende Tatsache. In der Erkenntnislehre haben darauf bereits A. Comte (Cours de la philosophie positive) und E. Cassirer (Das Erkenntnisproblem, II) hingewiesen. Darauf deuten aber auch die Benennungen dieser Handlungen selbst, wie auch die von Leibniz zu ihrer Bezeichnung eingeführten Initialen S und d (Summe und Differenz) hin. Die Operationen der Infinitesimahllehre erhalten nun ihren Sinn durch ein besonderes Prinzip und dieses ist das sog. Stetigkeitsgesetz. Dasselbe war von Leibniz zuallererst als lex continuitatis folgendermaßen formuliert worden: „Wenn das zwei Aufgaben voneinander Unterscheidende in datis, d. h. in dem, was als bekannt angenommen ist, kleiner als jede gegebene Größe gemacht werden kann, so kann es auch in quaesitis, d. h. in dem, was herauskommt, kleiner als jede gegebene Größe gemacht werden. Oder, um einfacher zu reden, wenn die Voraus-

setzungen (oder das Gegebene) sich einander beständig nähern und sich schließlich ineinander verlieren, so müssen die Folgen, das was herauskommt (oder das Gesuchte) das Gleiche tun" [1]). Einen ähnlichen Satz hatte auch Newton in dem ersten Buche seiner Prinzipien als Grundsatz für die mathematischen Deduktionen der Himmelsgesetze aufgestellt. Dieser Satz lautet: „Größen wie auch Verhältnisse, welche in einer gegebenen Zeit sich beständig der Gleichheit nähern und einander vor dem Ende jener Zeit näher kommen können, als nur jede gegebene Größe, werden endlich einander gleich." [2]) Um die Rolle, welche dem Stetigkeitsprinzip in der Infinitesimallehre zufällt, richtig einzuschätzen, müssen wir uns zuerst klarmachen, welchen Sinn diese Lehre selbst hat.

Wenn jedem Werte der reellen Variablen x, welcher ihrem Bereiche (α, β) angehört, ein bestimmter Wert von y zugeordnet ist, so ist damit y im allgemeinen auch als Variable definiert und als eine Funktion der reellen Variablen x betrachtet. Man drückt diesen Sachverhalt vermittels der Gleichung $y = f(x)$ aus. Bei der Untersuchung des Verlaufes einer gegebenen Funktion ist eine der ersten Fragen auf die Änderung gerichtet, welche der Wert der Funktion bei einer Änderung des Wertes der Variablen erfährt. Diese führt uns zu dem Begriff des sog. Differentialquotienten der Funktion. Zu ihm gelangt man durch folgende Überlegungen. Denken wir uns den Wert der Variablen x um eine winzige Größe Δx gewachsen, so muß auch die Funktion $f(x)$, wenn sie als eine stetige (kontinuierliche) vorausgesetzt werden kann, infolge ihrer Stetigkeit ebenfalls um den Wert $\Delta f(x)$ wachsen. Die Stärke der Änderung der stetigen Funktion wird um so größer sein, je größer

1) M. Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, 1908, III. S. 277 und Leibnizens mathematische Schriften hrsg. von C. J. Gerhardt, IV, S. 89—204.

2) M. Cantor, l. c. III. S. 199.

bei einem festgesetzten Δx das $\Delta f(x)$ und je kleiner bei einem festgesetzten $\Delta f(x)$ das zugehörige Δx ist. Ein Maß dafür wird daher in dem Quotienten $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ zu erblicken sein. Läßt man den Zuwachs Δx unaufhörlich dem Grenzwerte Null sich nähern, so nähert sich vermöge der Stetigkeit von $f(x)$ auch der Zähler der Null-Grenze. Man hat es dann mit dem Quotienten zweier unendlich klein werdender Größen zu tun, welcher je nach der Ordnung dieser Größen entweder einer bestimmten von Null verschiedenen Grenze oder der Grenze 0 oder der Grenze ∞ zustrebt oder auch unbestimmt bleibt. In den drei ersten gedachten Fällen, wo ein Grenzwert existiert, nennt man diesen Grenzwert den Differentialquotienten. Er ist ein Maß für die Stärke der Änderung der Funktion an dieser Stelle. Da der Differentialquotient im allgemeinen an jeder Stelle des Bereiches einen anderen Wert hat, so stellt er eine Veränderliche oder eine neue Funktion der Variablen x in demselben Bereiche dar. Diese wird abgeleitete oder derivierte Funktion genannt und durch solche Ausdrücke wie $\frac{d f(x)}{d x}$, $f'(x)$ u. a. bezeichnet.[1])

Wie aus dem Gesagten erhellt, kann man von Differentialquotienten Variabler und ihrer Funktionen nur in solchen Fällen reden, in denen die Funktionen stetig sind. Dieses ist aber bloß dann möglich, wenn die Variablen der Funktionen selbst stetig sind. Für die Stetigkeit findet sich nun in der Differentiallehre folgende Definition. Eine Variable ist stetig, wenn in dem Geltungsbereiche (α, β) derselben zwei Werte von ihr gedacht und angegeben werden können, die sich um weniger als eine beliebig kleine vorgegebene Zahl von einander unterscheiden.[2]) Dem entsprechend wird auch die Stetigkeit der Funktion in der Infinitesimallehre

1) Vgl. E. Czuber, Vorlesungen über Differential- und Integralrechnen, 1922, S. 38 ff.

2) E, Czuber, l. c. S. 30.

also definiert: „Eine Funktion $y = f(x)$ heißt bei $x = a$ oder an der Stelle a stetig, wenn sie dort einen bestimmten Wert $f(a)$ hat und wenn sich zu einem beliebig kleinen ε ein hinreichend kleines positives η bestimmen läßt, derart daß

$$|f(x) - f(a)| < \varepsilon$$

ist für alle Werte von x, die der Bedingung $|x - a| < \eta$ genügen.“ [1])

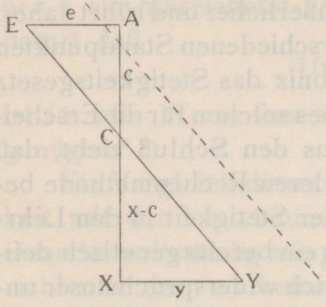
Ein Vergleich dieser Definition der funktionalen Stetigkeit mit der lex continuitatis Leibnizens zeigt, daß sie einander vollständig entsprechen, wenn nur unter der Variablen x der mathematischen Definition die data oder Voraussetzungen bei Leibniz und unter der Funktion von

1) Die Stetigkeit kommt aber nicht nur den Variablen, sondern jeder Größe wie z. B. der Linie, dem Raum, der Zeit usw. als eine apriorische Eigenschaft derselben zu. Da die Apriorität des Stetigkeitsbegriffs meistens verkannt wird, so beschränkt man sich gegenwärtig in den rationalen Wissenschaften nicht mit einer bloßen Definition derselben, sondern man sieht sich veranlaßt, sie als ein Postulat den Deduktionen derselben voranzuschicken. (Vgl. F. Enriques, Probleme der Wissenschaften, übers. von Grelling, Leipzig 1910. Bd. I, § 33. Bd. II, § 23.). Die Apriorität des Stetigkeitsbegriffs geht aber aus den Definitionen, die Kant den Begriffen der Stetigkeit und der Größe gegeben hat, hervor. Diese lauten: „Das Bewußtsein des mannigfaltigen Gleichartigen in der Anschauung überhaupt, sofern dadurch die Vorstellung eines Objekts zuerst möglich wird, ist der Begriff einer Größe,“ und „die Eigenschaft der Größen, nach welcher an ihnen kein Teil der kleinstmögliche (kein Teil einfach) ist, heißt die Kontinuität derselben.“ (Vgl. Kritik der reinen Vernunft, hrsg. v. Kehrbach, 2. Aufl., S. 159, 165). Da nun nach Kant die Größe als das Bewußtsein eines mannigfaltigen Gleichartigen ein Mannigfaltiges ist, jedes Mannigfaltige aber aus Teilen besteht, von denen ein jeder, damit er als Objekt denkbar sei, wieder eine Größe, somit eine Mannigfaltigkeit eines Gleichartigen darstellen muß, so geht hieraus hervor, daß der Begriff der Stetigkeit ein uns mit den reinen Verstandes- und Anschauungsformen schon gegebener und in diesen fundierter ist und daher auch apriorisch ist.

x die quaesita, d. h. das Gesuchte oder die Folgeerscheinung, die sich von gewissen anderen datis und quaesitis durch nichts mehr unterscheiden, verstanden werden. Der Unterschied ist dann nur ein rein äußerlicher und rührt daher, daß das Stetigkeitsgesetz von verschiedenen Standpunkten aus erörtert wird. Während Leibniz das Stetigkeitsgesetz erst konstituiert, die Gültigkeit eines solchen für die Erscheinungen erst annimmt und daraus den Schluß zieht, daß die Dinge sich nach einer besonderen Rechenmethode behandeln lassen, tritt der Begriff der Stetigkeit in den Lehrbüchern der Infinitesimallehre als ein bereits genetisch definierter Begriff auf, der als ein an sich widerspruchsloser unbedingt zuzugestehen ist und die notwendige Bedingung für die Möglichkeit der Existenz eines Differentialquotienten in sich enthält. Es fragt sich aber, welchen realen Wert der Differentialquotient für das Rechnen und das logische Denken besitzt. Da die Derivate beim Übergange der Δx und $\Delta f(x)$ zur Null den unbestimmten Wert $\frac{0}{0}$ annimmt, so scheint der Differentialquotient etwas unfaßbar Abstraktes darzustellen. Die Differentiallehre gibt nun den Beweis, daß der Grenzwert des Quotienten zweier unendlich klein werdender Größen derselben Ordnung gleich dem Quotienten ihrer Hauptteile ist.[1]) Aus diesem Satz erhellt, wie mit unendlich kleinen Größen zu rechnen ist, und er bildet zusammen mit der lex continuitatis den Grundgedanken der Infinitesimallehre. Denselben suchte Leibniz in einem (1702) im Journal des Scavans unter dem Titel „Justification du Calcul des infinitesimales par celuy de l'Algebra ordinaire" veröffentlichten Aufsatze

1) Phoronomisch läßt sich der Sinn des Differentialquotienten folgenderweise verdeutlichen. Wenn x den Zeitabschnitt bezeichnet, in dem ein Körper in geradliniger Bewegung begriffen ist, f(x) den von dem Körper in der Zeit x zurückgelegten Weg ausdrückt, so hat der Differentialquotient f'(x) die Bedeutung der zur Zeit x herrschenden Geschwindigkeit. Vgl. E. Czuber, l. c. S. 43.

durch folgendes elementare Bespiel zu verdeutlichen. „Zu AX ist in X eine Senkrechte XY, in A eine Senkrechte AE gezogen, dann ferner YE, welche mit XY einen von 45^0 verschiedenen Winkel bildet, so daß $AE = e$ und $AC = c$ verschieden lang sind. Heißt $AX = x$, mithin $CX = x - c$ und $XY = y$, so ist $\frac{x-c}{y} = \frac{c}{e}$. Diese Gleichung bleibt bei jeder Parallelverschiebung von YE bestehen, wenn auch dadurch, daß diese Verschiebung in Gestalt einer Annäherung an A stattfindet, die Längen c und e kleiner und kleiner werden, während sie dabei fortwährend ungleich bleiben. Geht die verschobene YE endlich durch A selbst, so wird $c = o$ u. $e = o$. Dabei nimmt $\frac{x-c}{y}$ die Form $\frac{x}{y}$ an, und diesem Bruche ist alsdann der Bruch $\frac{c}{e}$ gleich, dessen Zähler und Nenner voneinander verschieden sind, trotzdem sie beide den Wert Null haben.“ Diese Betrachtung, sagt Leibniz, sei zwar nicht Infinitesimalkalkül, sie benutze aber dessen Grundgedanken, das sogenannte Stetigkeitsgesetz (la loy de la continuité). Nach diesem Gesetze sei Gleichheit ein Sonderfall der Ungleichheit, Ruhe ein Sonderfall der Bewegung, Parallelismus ein Sonderfall des Zusammentreffens. Nicht als ob man annähme, der Unterschied der einander gleich werdenden Größen sei schon nichts, sondern er sei im Begriffe zu verschwinden. Und ebenso stände es mit der Bewegung. Man nehme nicht an, sie sei durchaus nicht vorhanden, sondern sie sei im Begriffe zu verschwinden. Wollte sich jemand damit nicht zufrieden geben, so könne man ihm, wie Leibniz meint, in archimedischer Weise zeigen, daß der Irrtum, der begangen wird, in keiner Weise anzugeben und durch keine



Zeichnung zu erläutern ist. Auch der Kreis sei kein regelmäßiges Vieleck, aber Ruhe, Gleichheit, Kreis seien die Endgrenzen von Bewegung, Ungleichheit, regelmäßigem Vieleck, welche bei fortwährender Veränderung im Verschwinden dahin gelangen.[1])

Aus der Differentiallehre erhellt also, daß die Gesetzmäßigkeiten der Dinge und der Gedankengebilde sich also schon in dem unendlich Kleinen, aus dem sie als hervorgegangen zu denken sind, äußern. Das unendlich Kleine wird aber in der Infinitesimallehre nicht als eine extensive, anschauliche Größe aufgefaßt; es ist quantitativ betrachtet, in aller Strenge Null und liegt daher auch durchaus außerhalb der logischen Sphäre der Korrelation vom Teil zum Ganzen.[2]) Dessenungeachtet behält das unendlich Kleine als ein quantitatives Nichts den qualitativ gesetzmäßigen Charakter der zu dem Nichts verschwindenden Größen bei. Die in dem unendlich Kleinen fortbestehenden gesetzmäßigen Beziehungen funktionaler Gebilde finden nun ihren Ausdruck in den Differentialquotienten. Diese sind in der Differentiallehre für die der Analyse zugänglichen Funktionen abgeleitet und finden in ihr auch Verwendung beim Lösen verschiedener mathematischer Probleme, die sich auf elementarem Wege nicht lösen lassen. Zu diesen ist z. B. die Berechnung der Maxima und Minima der Funktionen, der Tangenten und ähnlicher Linien an Kurven zu zählen.[3]) Den inversen Gedankengang verfolgt die an die Differentiallehre sich anschließende Integrallehre, die von der Betrachtung der

1) Vgl. M. Cantor, l. c., a. a. O.

2) E. Cassirer, Leibniz' System, Marburg 1902, S. 173 ff.

3) Vgl. hierzu Leibniz „Neue Methode der Maxima, Minima sowie der Tangenten, die sich weder an gebrochenen, noch an irrationalen Größen stößt, und eine eigentümliche darauf bezügliche Rechnungsart" in Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Nr. 162.

Derivierten der verschiedenartigsten Funktionen ausgeht und zur Bestimmung der ihnen entsprechenden gesetzmäßigen Größengebilde oder Integrale zu gelangen sucht. Auf diesem Wege ist man auch zur Lösung der Probleme der Rektifikation von Kurven, der Quadraturen von Flächen usw. gelangt. Da diese Lehre die direkte Folgerung aus der Differentiallehre darstellt und aus ihr auf rein rechnerischem Wege hervorgegangen ist, so sind die Prinzipien der Differentiallehre zugleich auch diejenigen der Integrallehre, und mit den ersteren sind gleichzeitig auch die letzteren betrachtet.

Man könnte nun glauben, daß das dem Infinitesimalkalkül zugrundeliegende Kontinuitätsgesetz etwas mit den von uns betrachteten logischen Prinzipien Unverträgliches darstelle. Dieses Prinzip ist aber unserer Ansicht nach nichts anderes als das auf reale Größenverhältnisse folgerichtig angewandte Identitätsprinzip oder auch das Dictum de omni et de nullo. Aus der Natur der Dinge geht nämlich hervor, daß in der Welt des Geschehens, des ununterbrochenen Wandels bloß in abstracto von einer vollständigen Identität der Tatsachen gesprochen werden kann. Denn wenn wir auch annehmen, daß die Übergänge der einen Formen in die anderen in analogen Fällen sich nach denselben Gesetzen vollziehen und die Erscheinungen somit ihrem Wesen nach gleich sein können, so brauchen es durchaus nicht die einzelnen Momente ihres gesetzmäßigen Verlaufs zu sein, obwohl sich dieses Geschehen auch durch ein und dieselbe funktionale Formel ausdrücken läßt. Um urteilen zu können, daß wir es in einem gegebenen Falle mit einer speziellen Form einer Gesetzmäßigkeit zu tun haben, müssen nicht nur die entsprechenden allgemeinen, sondern auch noch gewisse individuelle Bedingungen für die Möglichkeit des Daseins eines besonderen Einzelfalles einer solchen Gesetzmäßigkeit zu konstatieren sein. Wie nun über die

Gleichheit jeglicher Erscheinungen, so läßt sich auch über das Vorliegen solcher notwendigen Bedingungen eines gesetzmäßigen Geschehens unmittelbar nur in besonderen Fällen absolut genau urteilen. Wir pflegen nämlich in der Erfahrung dasjenige als gleich zu beurteilen, an dem wir keine Unterschiede mehr wahrzunehmen vermögen. Daher können wir auch, wenn wir uns beim Urteilen über die Dinge nur auf die Sinne berufen, fast nie gegen Irrtümer geschützt sein. Vermögen wir aber Gründe anzugeben, aus denen zu ersehen wäre, warum gewisse Erscheinungen notwendigerweise gleich sein müssen, dann ist diesem Mißstand wohl abgeholfen. Dieses ist aber nur in solchen Fällen möglich, wo wir es wie z. B. in den rationalen Wissenschaften mit streng definierten und daher auch genau unterscheidbaren Gedankengebilden zu tun haben. Wenn sich nun auch bei der Beurteilung des natürlichen Geschehens solche Gründe angeben lassen, aus denen zu ersehen ist, weshalb ein Unterschied an den Erscheinungen nicht bloß nicht wahrzunehmen ist, sondern auch vollständig undenkbar sein muß, dann lassen sie sich auch auf Grund des Gleichen an ihnen weiter durchaus zuverlässig beurteilen, d. h. es ist dann auch zulässig auf Grund des Identitätsprinzips Neues an ihnen zu erschließen. Dergleichen Gründe liegen nun in der Tat dann vor, wenn es sich feststellen läßt, daß die zu beurteilenden Erscheinungen als einander unendlich nahekommende Werte einer stetigen Variablen x gedacht werden können. Dann müssen auch die ihnen entsprechenden Funktionen oder die Folgeerscheinungen dem Stetigkeitsgesetz zufolge als stetige, d. h. als einander unendlich nahekommende oder gleiche beurteilt werden können. Da ein Unterschied der Erscheinungen in einem solchen Falle wie z. B., wo es sich um die Ungleichheit und Gleichheit eines Kreises und des ihm eingeschriebenen Vielecks bei unendlicher Zunahme der Seitenzahl handelt, kleiner als jede angeb-

bare Größe gedacht werden kann, so sind sie auch als stetige oder identische zu betrachten und zwar aus rein rationalen Gründen, weil eben jeglicher Unterschied an ihnen undenkbar ist. Indem das Stetigkeitsgesetz erfordert, daß in solchen Fällen auch alle funktionalen Eigenschaften an ihnen stetig sein müssen, mit anderen Worten, daß dieselben als einander unendlich nahekommende auch als einander gleich zu betrachten sind, wie etwa der Umfang des Kreises und des Vielecks, wiederholt es dasselbe, was auch das Identitätsprinzip besagt, und stellt somit bloß eine besondere Form dieses Prinzips dar.[1]) Daher bringt es auch außer und neben den von uns zugelassenen letzten logischen Prinzipien keine neuen zur Geltung.

Unter den Grundsätzen der Infinitesimallehre verdient aber noch ein Grundsatz, welcher das Operieren mit unendlich kleinen Größen direkt angeht, eine besondere Beachtung. Es pflegt nämlich vorzukommen, daß bei den Deduktionen des Infinitesimalkalküls unendlich kleine Größen zuweilen unberücksichtigt gelassen werden, obwohl diese Lehre gerade von dem Postulat ausgeht, daß selbst dem unendlich Kleinen ein unbedingt realer Wert zuzugestehen ist. Der Widerspruch, der hierin enthalten

1) Dem Stetigkeitsgesetz hatte auch schon Leibniz die Bedeutung eines apriorischen logischen Prinzips zugestanden. Indem er dieses Prinzip gegen Malebranche vertritt und an den Stoßgesetzen dartut, bezeichnet er den Kontinuitätsgedanken ausdrücklich als die Grundlage der Prinzipien der realen Logik. Durch den Gedanken der Kontinuität gestalte sich die gewöhnliche Logik zur Logik der Erkenntnisprobleme, also auch der Naturprobleme, und daher bestände gerade in diesem Gedanken das Geheimnis der wahrhaft realen Logik. Denn die Natur müsse im letzten Grunde in der Gesetzlichkeit eines Inbegriffs stetiger Funktionen aufgefaßt werden, und daher lasse sie sich nur durch Vermittelung des Kontinuitätsgedankens begreifen. Dieser erhalte aber einen Sinn erst dann, wenn man die Kontinuität selbst als einen der Grundakte erkennt, in denen das Bewußtsein den Gegenstand bedingt. Vgl. E. Cassirer, Leibniz' System, 1902, S. 223, 241; Leibniz, Math. VI, 134 u. Gerh. I, 349.

zu sein scheint, wird auch zuweilen als Einwand gegen die Infinitesimallehre erhoben. Hier handelt es sich jedoch um keinen Widerspruch, da auch diese besondere Art des Verfahrens mit unendlich Kleinen in einem eigenen Prinzip seine Stütze findet. Angenommen, es seien y, y_1 zwei von der gemeinsamen Variablen x abhängige unendlich kleine Größen ungleicher Ordnung und es ließe sich eine Zahl n finden derart, daß $y = y_1^n$; dann präzisiert man die Ordnung näher und bezeichnet y als von der Ordnung n in bezug auf y_1, wenn man übereingekommen ist, y_1 als ein unendlich Kleines der ersten Ordnung aufzufassen. Trifft es sich nun, daß man es beim Rechnen mit unendlich Kleinem verschiedener Ordnung zu tun hat, so pflegt es auch tatsächlich vorzukommen, daß unendlich kleine Größen höherer Ordnung ignoriert werden. Es geschieht das aber nach einem ganz bestimmten Prinzip, und dieses hat folgenden Wortlaut: für den Grenzwert des Quotienten mehrgliedriger unendlich kleiner Größen sind die Glieder der niedrigsten Ordnung allein maßgebend, die Glieder höherer Ordnung können außer Betracht bleiben. Dieses Prinzip wird nun in der Infinitesimallehre durchaus nicht als ein unbeweisbares Axiom zugelassen, sondern es besitzt Gültigkeit, weil es sich streng mathematisch deduzieren läßt. Dabei erweist es sich auch, daß bei dieser Deduktion außer den gewöhnlichen mathematisch-logischen Begriffen keine anderen angewendet werden. Daher kommen in diesem Prinzip außer den von uns zugelassenen letzten verstandesmäßigen Prinzipien keine neuen zur Geltung.

Da nun die Prinzipien der elementaren Mathematik wie auch der Infinitesimallehre sich aus den unmittelbarsten Tatsachen unseres Bewußtseins haben ableiten und somit auch genetisch definieren lassen, so sind sie, wie auch die Mathematik selbst, apriorisch und daher auch zur Erlangung einer weiteren an sich allseitig begründe-

ten, genetischen Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen verwendbar.

32. Das Identitäts- oder Koinzidenzprinzip als Prinzip des mathematisch-logischen Zusammenhanges.

Nachdem wir gesehen haben, wie es Galilei, Huyghens, Newton, Doppler u. a. gelungen war, auf dem Wege rein mathematischer Deduktionen zu einer zuverlässigen Erkenntnis der Naturgesetze zu gelangen und wir die Gründe für die objektive Gültigkeit des mathematischen Wissens in den Gesetzmäßigkeiten der reinen Verstandes- und Anschauungsformen erkannt haben, wenden wir uns der Erörterung der Frage zu, wie es sich erklären lasse, daß auf dem Wege einer genetischen Gestaltung des Begrifflichen auch die natürlichen Gesetzmäßigkeiten ergründet werden können. Die Tatsache, daß die natürlichen Gesetzmäßigkeiten auf dem Wege mathematischer Konstruktionen erkennbar sind, stellt durchaus nichts Selbstverständliches dar, da die Regeln und Gesetze der Mathematik nicht diejenigen des Seins zu sein scheinen und die Naturgesetze von den logischen Gesetzen grundverschieden sind. Da nun eine Gesetzmäßigkeit sich durch die andere ergründen läßt, so müssen wohl Gründe vorhanden sein, durch die so etwas erklärt werden kann. Wir sehen uns daher auch veranlaßt, danach zu forschen, wodurch der durchgehende Einklang zwischen den verschiedenartigen Gebieten des Natürlichen und des Mathematisch-Logischen zustande gebracht wird.

Die hier gestellte Frage scheint wohl müßig zu sein, wenn in Betracht gezogen wird, was bereits Kant über die Gründe der Anwendbarkeit der Mathematik auf die Gegenstände der Sinne gelehrt hat. „Die empirische Anschauung", sagt er, „ist nur durch die reine des Raumes und der Zeit möglich; was also die Geometrie von

dieser sagt, gilt auch ohne Widerspruch von jener, und die Ausflüchte, als wenn Gegenstände der Sinne nicht den Regeln der Konstruktion im Raume (z. E. der unendlichen Teilbarkeit der Linien oder Winkel) gemäß sein dürfen, müssen wegfallen. Denn dadurch spricht man dem Raume und mit ihm zugleich aller Mathematik objektive Gültigkeit ab und weiß nicht mehr warum und wie weit sie auf Erscheinungen anzuwenden sei“ [1]).

Obwohl wir nun vollständig die Ansicht Kants teilen und damit einverstanden sind, daß mit den apriorischen Formen des Raumes und der Zeit auch die Anwendbarkeit der ganzen Mathematik auf die Gegenstände der Erfahrung gegeben ist, so handelt es sich in unserem Fall doch um etwas anderes. Nicht danach fragen wir, ob Quantitatives auf die Gegenstände der Sinne überhaupt anwendbar ist und warum das Qualitative sich durch Quantitatives bestimmen läßt, sondern danach, wie es zu erklären ist, daß die Gesetzmäßigkeiten des qualitativ Mannigfaltigen sich durch die Gesetzmäßigkeiten des Mathematisch-Logischen ergründen lassen, und ob man annehmen darf, daß alle natürlichen Gesetzmäßigkeiten auf ebenso selbstersichtliche Weise deduktiv erkannt werden könnten, wie z. B. die Gesetze der Fall- und Gravitationserscheinungen von Galilei und Newton rein logisch ermittelt worden sind. Wenn dieses tatsächlich der Fall ist, so fragen wir uns, wie und warum es möglich ist; denn so etwas vorauszusetzen, hieße doch wohl der Annahme beipflichten, daß sich der natürliche Zusammenhang der Dinge durchweg auf einen rein logischen, mathematischen reduzieren lasse. Auf dergleichen Fragen läßt sich aber unmittelbar vom allgemeinen Standpunkte aus, den Kant vertrat, keine Antwort geben. Denn die Tatsache an sich, daß die natürlichen Erscheinungen im Raume oder in der Zeit verlaufen,

1) I. Kant, Kritik der reinen Vernunft; hrsg. von K. Kehrbach 2. Aufl., Verlag Ph. Reclam, Leipzig. S. 161.

also extensive oder intensive Größen darstellen, vermag noch nicht zu erklären, wie und warum die natürlichen Gesetzmäßigkeiten aus dem quantitativ Gesetzmäßigen ableitbar sind. Wenn derartiges sich überhaupt ermitteln läßt, so könnte es bloß in der Weise geschehen, daß festgestellt wird, was das qualitativ Sinnliche in der Unmenge und Gesamtheit seiner Einzelfälle mit den deduktiv ermittelbaren mathematischen Gesetzmäßigkeiten Gemeinsames aufzuweisen hat. Daß die so verschiedenartigen Gebiete der realen und logischen Gesetzmäßigkeiten miteinander übereinstimmen können, läßt sich offenbar nur dadurch erklären, daß ihnen etwas Gemeinsames zugrunde liegt. Wir fragen uns daher, worin das Gemeinsame bestehen könnte, das die realen Gesetzmäßigkeiten und die logischen miteinander aufzuweisen haben und das eine Übereinstimmung zwischen ihnen zustande bringt, so daß die einen Gesetzmäßigkeiten durch die anderen erkennbar sind, oder mit anderen Worten, was bei den Deduktionen der rationalen Naturwissenschaft dem logischen Zusammenhange der Begriffe in dem realen Zusammenhange der Erscheinungen denn eigentlich entspricht. Um darüber Aufschluß zu erhalten, müssen wir uns der Betrachtung der mathematischen Gesetzmäßigkeiten zuwenden und uns zunächst Klarheit zu verschaffen suchen, wodurch der durchgehende logische Zusammenhang unter den mathematischen Gesetzmäßigkeiten zustande gebracht wird.

Die zum Ausdruck mathematischer Gesetzmäßigkeiten dienenden Urteile bringen ebenso wie alle Urteile bestimmte Identitäts- oder Koinzidenzverhältnisse der durch die S und P bezeichneten Erscheinungen zum Ausdruck, unterscheiden sich aber von den gewöhnlichen Urteilen dadurch, daß die in ihnen Ausdruck findenden Identitäts- oder Koinzidenzbeziehungen keine zufälligen, sondern notwendig allgemeingültige sind. Zur folgerichtigen Erkenntnis solcher Gesetz-

mäßigkeiten gelangen wir bekanntlich auf dem Wege, daß wir, von paar Axiomen ausgehend, an den einfachsten Raumgestalten oder anderen Größengebilden stufenweise und der Reihe nach gewisse Gesetzmäßigkeiten beweisen und weiterhin wieder das schon Bewiesene zur Deduktion neuer Gesetzmäßigkeiten ausnutzen. Damit letzteres geschehen könne, müssen sich auch tatsächlich an den neuen Größengestalten die schon früher als notwendige Koinzidenzen erkannten Größenverhältnisse wiedererkennen lassen. Daher ist man auch in der Mathematik wie auch überhaupt beim Denken stets bestrebt, in dem Unbekannten schon Bekanntes zu erkennen. In der Geometrie sucht man zu diesem Zwecke durch Konstruktion von Hilfslinien komplizierte Gestalten in elementarere zu zerlegen, in der Algebra komplizierte Größen durch Umgestaltung auf elementare zurückzuführen, um so in dem Neuen das schon bewiesene Allgemeine zu erkennen und durch Erweiterung des schon Bewiesenen auf die besonderen neuen Umstände zur Erkenntnis neuer Gesetzmäßigkeiten von Größenverhältnissen zu gelangen. Die Ermittelung neuer Gesetzmäßigkeiten ergibt sich dabei in allen Fällen auf Grund dessen, daß sich an den zu erkennenden Größengebilden solche Eigenschaften erkennen lassen, die den Bedingungen bereits erkannter Gesetzmäßigkeiten vollständig entsprechen, so daß auch das mit diesen Bedingungen auf gesetzmäßige Weise Koinzidierende auf Grund des Identitätsprinzips auf die zu erforschenden Größengebilde erweitert werden kann. Die so durch Vermittelung einer bekannten Gesetzmäßigkeit in einen notwendigen Zusammenhang gestellten Bestimmungen der neuen Größengebilde stellen dann auch die neu erkannte rein mathematische oder geometrische Gesetzmäßigkeit dar. Das Prinzip, durch welches der logische Zusammenhang unter den auseinander gefolgerten mathematischen Gesetzmäßigkeiten zustande gebracht wird, ist offenbar das Identitätsprinzip selbst. Zur Bestätigung des

Gesagten wollen wir als Beispiel die Deduktion des Lehrsatzes: Im gleichschenkligen Dreieck liegen den gleichen Seiten gleiche Winkel gegenüber, betrachten. Bewiesen wird er folgendermaßen. Es wird aus der Spitze des Dreiecks eine Winkelhalbierende zur Grundlinie gezogen und so das Dreieck in zwei Dreiecke zerlegt. Diese weisen die Eigenschaften kongruenter Dreiecke auf: sie stimmen überein in zwei Seiten und in dem von ihnen eingeschlossenen Winkel und sind daher nach dem ersten Kongruenzsatz kongruent. Aus der Kongruenz der Dreiecke geht hervor, daß auch die Winkel an der Grundlinie des gegebenen Dreiecks gleich sind. Da nun diesen Winkeln nach der Definition oder Konstruktion die Eigenschaft zukommt, daß sie den gleichen Seiten gegenüber liegen, so ergibt sich hieraus auf Grund des Identitätsprinzips die neue Gesetzmäßigkeit, daß in dem gleichschenkligen Dreieck den gleichen Seiten auch gleiche Winkel gegenüberliegen.

Ebenso wie diese Gesetzmäßigkeit, ergeben sich auch alle geometrischen Gesetzmäßigkeiten der Reihe nach die eine aus der anderen auf Grund des Identitätsprinzips. Ihren Inhalt erhalten sie dabei letzten Endes aber stets aus den genetisch definierten geometrischen Begriffen. Wie aus dem bereits oben Ausgeführten zu ersehen ist, haben sich die geometrischen Axiome und Definitionen als notwendige Koinzidenzen aus den reinen Verstandes- und Anschauungsformen auf Grund des Identitätsprinzips ableiten, d. h. genetisch definieren lassen. Da sie nun ihrerseits immer wieder die Ermittelung neuer allgemeingültiger Koinzidenzen an den Raumgestalten auf Grund desselben Identitätsprinzips und zwar auf rein analytischem Wege ermöglichen, so sind auch alle auf diese Weise ermittelten Koinzidenzen oder Gesetzmäßigkeiten als genetisch definiert zu betrachten. Es setzen z. B. die beiden ersten Kongruenzsätze die Grundsätze voraus: Zwischen zwei Punkten ist nur eine Gerade möglich, und zwei Ge-

raden schneiden einander bloß in einem Punkt. Sie dienen uns daher auch zum Ausdruck von Koinzidenzen, die uns mit den Axiomen und somit auch mit unseren reinen Verstandes- und Anschauungsformen schon gegeben sind, so daß sie auch als in ihnen enthalten und als mit ihnen identisch betrachtet werden können. Das ist auch in der Tat der Fall, denn diese Kongruenzsätze werden, wie bekannt, in der Weise ermittelt, daß die den gegebenen Dreiecken gemeinsamen Stücke zur Deckung gebracht und die genannten Axiome als Gründe angeführt werden, warum auch die übrigen Teile der Dreiecke zufolge dem Identitätsprinzip sich decken müssen. Im ersten Falle, wo die Dreiecke in zwei Seiten und in dem eingeschlossenen Winkel übereinstimmen, müssen auch die dritten Seiten zusammenfallen, da ihre Endpunkte zusammenfallen. Diese Tatsache führt aber die andere mit sich, daß auf Grund des ersten Axioms und des Identitätsprinzips auch die Geraden selbst miteinander zusammenfallen müssen. Ebenso müssen auch beim zweiten Kongruenzsatz, wo die Dreiecke in einer Seite und den anliegenden Winkeln übereinstimmen, auch die dritten Eckpunkte zusammenfallen, da sie Schnittpunkte derselben Linien darstellen, die zur Deckung gebracht sind, diese aber wieder nach dem zweiten Grundsatz mit der Eigenschaft notwendig koinzidieren, sich nur in einem Punkte schneiden zu können. Das vollständige Zusammenfallen der zur Deckung gebrachten Dreiecke ergab sich somit in beiden Fällen ebenfalls dadurch, daß die Dreiecke gewisse Eigenschaften aufwiesen, die den Bedingungen der in den Axiomen genannten notwendigen Tatsachenverhältnisse vollständig entsprachen, so daß diese Tatsachenverhältnisse nach dem Identitätsprinzip auch den Dreiecken zugeschrieben werden mußten. Auf diese Weise haben sich auch vermittels dieser Axiome neue allgemeingültige Koinzidenz- oder Identitätsverhältnisse ermitteln lassen, die darin bestehen, daß bei

der Gleichheit gewisser Teile an den Dreiecken die Dreiecke selbst auch vollständig gleich sein müssen, d. h., daß die Kongruenz der Dreiecke als mit den Axiomen und mit den besonderen Bedingungen unserer Raumanschauungsweise uns schon gegeben und in diesen Bedingungen auch stets als enthalten zu denken sind. Da nun alle Lehrsätze, die sich durch die Axiome ableiten lassen, ihrerseits wieder auf Grund desselben Identitätsprinzips aus sich neue allgemeingültige Koinzidenzen oder Identitätsbeziehungen hervorgehen lassen, so ist hieraus ersichtlich, daß alle diese Gesetzmäßigkeiten als Identitätsäußerungen nicht allein der in den Axiomen zum Ausdruck gelangenden, sondern auch der den reinen Verstandes- und Anschauungsformen inneliegenden Gesetzmäßigkeiten zu betrachten sind. Denn mit Hilfe der aus den Axiomen ermittelten Kongruenzsätze lassen sich auf demselben analytischen Wege unter Anleitung des Identitätsprinzips der Reihe nach alle übrigen geometrischen Gesetzmäßigkeiten ermitteln. Zunächst, wie wir gesehen haben, der Satz über die Gleichheit der Winkel an der Grundlinie eines gleichschenkligen Dreiecks. Aus letzterem und aus den Kongruenzsätzen wieder die Lehrsätze über Größenverhältnisse an den Parallelogrammen, aus diesen der Lehrsatz über die Flächengleichheit der Dreiecke mit gleichen Grundlinien und Höhen, aus diesem wieder der Pytagoräische Lehrsatz und aus letzterem zusammen mit den Lehrsätzen über die Proportionalität der Strecken oder über die Ähnlichkeit der Dreiecke die Formel $s_{2n} = r\sqrt{2 - \sqrt{4 - \frac{s_n^2}{r^2}}}$, die bekanntlich zur Bestimmung der Zahl π führt. Alle diese Lehrsätze werden einer aus dem anderen auf Grund ein und desselben Koinzidenz- oder Identitätsprinzips abgeleitet, woraus zu ersehen ist, daß die geometrischen Gesetzmäßigkeiten stets als etwas ihren Bedingungen Identisches und denselben Innenliegendes uns mit den reinen Verstandes- und Anschauungsformen schon ge-

geben und zugestanden sind. Das Identitätsprinzip ist somit das Prinzip, das den logischen Zusammenhang unter den geometrischen Gesetzmäßigkeiten zustande bringt und auch die Selbstersichtlichkeit der geometrischen Axiome und Definitionen bedingt. Es darf hier allerdings nicht unberücksichtigt bleiben, daß wir uns bei den Deduktionen der geometrischen Gesetzmäßigkeiten stets einer ganzen Reihe anderer Begriffe und Gesetzmäßigkeiten bedienen, z. B. der Zahl, des Begriffs der Gleichheit, der Regeln des algebraischen Rechnens usw. Daß sich nun diese Begriffe, wie überhaupt alle rein mathematischen Gesetzmäßigkeiten ebenfalls auf Grund des Identitätsprinzips ableiten lassen und dieses Prinzip auch den logischen Zusammenhang unter ihnen, wie auch unter jeglichen rein verstandesmäßigen Erkenntnissen zustande bringt, soll jetzt dargelegt werden.

Alle mathematischen Handlungen lassen sich, wie wir gesehen haben, auf das Bestimmen von Größen und von Gesetzmäßigkeiten ihrer gegenseitigen Beziehungen durch Addition oder Subtraktion zurückführen. Im ersten Falle werden die Größen als Ganze von Teilen (Summen, Produkte, Potenzen, Integrale), im zweiten aber als Teile von gewissen Ganzen (Differenzen, Brüche, Wurzeln, Differentiale) behandelt und bestimmt. Die mathematischen Gesetzmäßigkeiten finden wir in den einzelnen Lehrsätzen angegeben, die aus einigen genetisch definierten Begriffsgebilden, d. h. aus den Axiomen abgeleitet werden. Ganz ebenso wie die Deduktionen der geometrischen, ergeben sich auch diejenigen der rein mathematischen Gesetzmäßigkeiten in der Weise, daß gewisse Größengebilde an sich die Bedingungen für die Gültigkeit schon früher ermittelter Gesetzmäßigkeiten erkennen lassen, und daß diese Gesetzmäßigkeiten mit den Eigenschaften, die den neuen Größengebilden durch Definition oder durch Konstruktion zugestanden sind, in einen Zusammenhang gestellt werden und hieraus Neues erkannt wird. Es wird so-

mit aus der Identitäts- oder aus der Koinzidenzbeziehung eines Größengebildes mit einem anderen und dieses mit einem dritten auf die Koinzidenz oder Identität des ersten Größengebildes mit dem dritten und zwar auf Grund des Koinzidenz- oder Identitätsprinzips geschlossen. So steht es nun mit allen mathematischen Deduktionen. Zur besseren Verständnis des Gesagten sei hier als Beispiel die Deduktion des Lehrsatzes des Potenzierens von Potenzen angeführt. Es heißt: Potenzen werden potenziert, indem man die Grundzahl mit dem Produkte aus den Potenzexponenten potenziert, $(b^3)^4$ ist also b^{12}. Der Beweis ist folgender. Aus der Definition der Potenzen ergibt sich, daß die vierte Potenz einer Zahl soviel bedeutet, daß diese Zahl viermal mit sich selbst multipliziert werden muß, daher $(b^3)^4 = b^3 . b^3 . b^3 . b^3$. Dadurch ist unser Zahlengebilde auf das Produkt von Potenzen mit gleicher Basis zurückgeführt, infolgedessen läßt sich hier auch die Regel: Potenzen mit gleicher Basis werden multiplziert, indem man ihre Potenzexponenten addiert, anwenden. Es ist daher $b^3 . b^3 . b^3 . b^3 = b^{3+3+3+3} = b^{12}$. Indem dieses Rechenergebnis nun mit den Eigenheiten des Begriffsgebildes, von dem ausgegangen war, in Beziehung gesetzt wird, ergibt sich die neue Erkenntnis, wie beim Potenzieren von Potenzen zu verfahren ist (d. h. $(b^3)^4 = b^{3 \cdot 4}$).

Wie die Gesetzmäßigkeiten der elementaren Mathematik, so werden auch die Erkenntnisse der höheren auf Grund des Identitätsprinzips aus genetisch definierten Grundsätzen abgeleitet, wobei ihnen die schon erkannten Gesetzmäßigkeiten der elementaren Mathematik als Stütze dienen. Die Lehrsätze gehen rein analytisch auseinander hervor, so daß es sich wie von einer jeglichen deduktiven Erkenntnis, so auch von der höheren Analyse sagen läßt, daß das alte Wissen mit neuen Gedankengebilden in einen Zusammenhang gebracht oder das Alte im Neuen erkannt, immer wieder zu neuer Erkenntnis führt.

Wie nun an den Raumgestalten, so dienen auch an jeglichen Größengebilden die mathematischen Gesetzmäßigkeiten zum Ausdruck für die Ständigkeit gewisser Größenverhältnisse, durch welche diese Gebilde in ihrer individuellen Gestalt bestimmt sind und durch die sie in ihrem Wesen erfaßt werden können. Indem wir uns nun immer mehr in die Erkenntnis dieser Gesetzmäßigkeiten vertiefen, erhalten wir immer wieder neue Mittel, neue Gesetzmäßigkeiten an der unendlichen Menge der Größengebilde zu erkennen, und darin bestehen gerade die besonderen Vorzüge der mathematischen Diskursion, daß sie uns immer neue Mittel an die Hand gibt, Größen- und Begriffsverhältnisse auf die exakteste Weise zu erkennen. Auf diese Weise wird das, was durch elementare Mittel und Wege der Erkenntnis nicht mehr zugänglich ist, durch das Erschließen neuer Gesetzmäßigkeiten von Größengebilden immer mehr und mehr der Erkenntnis näher gerückt, obgleich uns auch die elementare Mathematik schon staunenswerte Mittel an die Hand gibt, komplizierte Größengebilde und algebraische Ausdrücke mit Leichtigkeit allseitig zu bestimmen und zu berechnen. Was durch das Multiplizieren, Potenzieren oder Radizieren nicht gelöst werden kann, läßt sich auf eine andere einfache Weise lösen, z. B. mit Hilfe der Logarithmen, da durch das Logarithmieren komplizierte Handlungen auf die einfachsten zurückgeführt werden können. Denn wie bekannt, läßt sich mit Hilfe der Logarithmen die Multiplikation auf die Addition, die Division auf eine Subtraktion, das Potenzieren auf eine Multiplikation, das Radizieren auf die Division usw. zurückführen. Haben wir einen irrationalen Ausdruck, etwa $2^{1,7}$ zu berechnen, so kann das auf dem Wege des Potenzierens evtl. Radizierens nicht geschehen, dagegen aber mit Hilfe der Logarithmen, denn $2^{1,7}$ kann als Numerus des $\log 2^{1,7} = 1{,}7 \log. 2$ betrachtet werden ($1{,}7 \log 2 = 1{,}7.0{,}30103 = 0{,}51175$). Indem zu diesem Logarithmus der Numerus gesucht wird,

ergibt sich der Ausdruck $2^{1,7} = 3{,}249$. Was sich nun auf dem Wege der elementaren Mathematik nicht bestimmen läßt, das kann wieder auf dem Wege der höheren Analyse gelöst werden, und so werden immer wieder neue Gedankengänge gefunden, um die gesetzmäßigen Zusammenhänge der allerunregelmäßigsten begrifflichen Kongregate unserer Erkenntnis immer mehr und mehr zu erschließen.

Den so logisch folgerichtig erschlossenen Erkenntnissen kommt unbedingte Gültigkeit zu, da sie aus solchen Begriffen abgeleitet sind, die in unseren letzten, unmittelbar ersichtlichen Erkenntnisgründen ihre Stütze finden. In der reinen Raumanschauung sind die drei Dimensionen begründet, aus denen auf diskursivem oder konstruktivem Wege solche Begriffe, wie die gerade Linie, die sich schneidenden Geraden oder die Strahlen mit den Winkeln, die Parallelen usw. hervorgehn; in den reinen Verstandesformen sind die Begriffe der Größe, der Zahl, der Gleichheit, der Addition und Subtraktion, ganz ebenso wie die logischen Prinzipien, die der Verstand sich aus sich selbst schafft, begründet. Wie nun Grundbegriffe und Grundsätze, so sind auch alle aus ihnen gefolgerten Lehrsätze und begrifflichen Gesetzmäßigkeiten mit den reinen Verstandes- und Anschauungsformen uns als schon gegeben und in diesen enthalten zu betrachten, sie sind daher auch als etwas dem Wesen derselben Identisches aufzufassen. Ganz ebenso, wie die das Sein der Dinge für uns in der Erfahrung bedingenden reinen Verstandes- und Anschauungsformen allgemeingültig sind, haben auch alle aus ihnen hervorgehenden Gesetzmäßigkeiten für die Erscheinungen allgemeine Gültigkeit. Wohl ist es eine rätselhafte Tatsache, die unserem Erkenntnisphänomen inneliegt, daß sich aus so wenigen und scheinbar gar inhaltsleeren Formen, wie die reinen Verstandes- und Anschauungsformen es sind, eine solche Fülle von Begriffsgebilden, Größengestalten und formalen Gesetz-

mäßigkeiten ermitteln läßt und zudem noch auf Anleitung eines scheinbar so nichtssagenden Prinzips, wie des Identitätsprinzips. Es ist aber bloß nichtssagend, ganz ebenso wie die reinen Formen nur scheinbar inhaltsleer sind. Das Aufsteigen von den Definitionen und Axiomen zu den Lehrsätzen, von den elementarsten Erkenntnissen zu den kompliziertesten vollzieht sich, wie gesagt, auf die Weise, daß man bestrebt ist, in dem Unbekannten Bekanntes wiederzuerkennen, das Bekannte mit den besonderen Bestimmungen des Unbekannten in einen Zusammenhang zu bringen und so neue Erkenntnisse zu erhalten. Das Eigentümliche der verstandesmäßigen Erkenntnisart besteht daher darin, daß bloß neue Träger oder neue Fälle des Vorkommens schon erkannter Gesetzmäßigkeiten anzugeben sind, um neue Erkenntnisse selbst aus den allgemeinsten, inhaltlich ärmsten Axiomen, Definitionen und Gesetzmäßigkeiten durch Subsumtion des inhaltlich reicheren Einzelnen unter dieses inhaltsärmere Allgemeine zu erhalten. Die Möglichkeit solcher Erkenntnisse geht also letzten Endes daraus hervor, daß einerseits stets neue Begriffsgebilde und Formgestalten, die den Bedingungen der rationalen Gesetzmäßigkeiten entsprechen, sich aus den reinen Verstandes- und Anschauungsformen in einer Unmenge produzieren lassen, andererseits aber, daß triftige Gründe vorliegen, warum die allgemeinsten Voraussetzungen der mathematischen Deduktionen, obwohl sie nicht an allen Fällen ihres Vorkommens abgelesen worden sind, dennoch für alle Einzelfälle Gültigkeit behalten. Diese Gründe sind nun bereits festgestellt worden; sie bestehen darin, daß die Möglichkeit vorliegt, auf rein diskursivem Wege an sich widerspruchslose Urteile aus den letzten apriorischen Voraussetzungen unseres Erkenntnisvermögens zu gewinnen, die Gültigkeit für alle Größengebilde und Formgestalten haben, die aus den apriorischen Formen unseres Intellekts ihren Ursprung nehmen. Mögen auch die reinen Anschau-

ungsformen leer erscheinen und die Zahl der Kategorien gering sein, sie sind dennoch reich genug, um Unmengen von genetisch definierten Begriffsgebilden und Formgestalten zu liefern, wenn sie miteinander in einen Zusammenhang gebracht werden. So läßt z. B. der kategoriale Begriff der Allheit oder Ganzheit als Vielheit von Einheiten betrachtet, Unmengen von Größengebilden zu, die sowohl nach der Anzahl und Größe der in der Vielheit gedachten Einheiten, als auch nach den Arten der Synthese solcher Einheiten zu Ganzheiten unendlich variieren können. Solche Ganzheiten oder Größengebilde, unter den Formen der reinen Anschauungsweise gedacht oder auch noch vom Standpunkte der übrigen Kategorien (der Relation, der Modalität) miteinander in einen Zusammenhang gestellt, ergeben eine noch größere Menge bloß möglicher und denkbarer Formgestalten und Begriffsgebilde. Da nun einem jeden aus rein apriorischen Elementen synthesierten, somit genetisch definierten Gedankengebilde ganz bestimmte Eigenschaften auf objektiv gültige Weise zugestanden sind und diese wieder mit den Axiomen und deduktiv ermittelten Gesetzmäßigkeiten in einen Zusammenhang gebracht, auf Grund des Gleichen, das sie mit denselben aufzuweisen haben, nach dem Identitätsprinzip behandelt werden können, so erhellt hieraus, wie sich aus den scheinbar leeren Verstandes- und Anschauungsformen dennoch Unmengen apriorischer Gesetzmäßigkeiten ermitteln lassen. Durch Vermittelung des Identitätsprinzips stehen die verschiedenartigsten Gedankengebilde und rationalen Gesetzmäßigkeiten miteinander und mit den sie bedingenden reinen Verstandes- und Anschauungsformen durchweg in einem gesetzmäßigen, logisch-kontinuierlichen Zusammenhang. Daher lassen sie sich aus diesen stets diskursiv erkennen und daher dürfen sie auch, da sie uns mit den apriorischen Formen schon gegeben sind, als in diesen schon enthalten und auch als ihnen identisch betrachtet werden. Dieses geht aus

unseren Deduktionen auf logisch ersichtliche Weise hervor.[1])

Wir kehren aber zu der von uns gestellten Frage zurück, wie es zu erklären ist, daß die natürlichen Gesetz-

1) Nach E. Husserl, der einen diesem entgegengesetzten Standpunkt vertritt, stellen die mathematischen Grundbegriffe und Axiome, die Gesetze der Logik, die Ideen des Raumes und der Zeit, der Substantialität, der Kausalität, der Stetigkeit usw. keine diskursiven, sondern bloß intuitive Erkenntnisse dar, deren Allgemeingültigkeit nur durch ein uns eigenes Vermögen, die Erscheinungen unmittelbar in ihrem Wesen zu erschauen, zu erklären sei. (Vgl. E. Husserl, Ideen zu einer reinen Phänomenologie u. phänomenolog. Philosophie, Halle a. S. 1922, S. 306—313). Wie aus unseren Deduktionen erhellt, sind die mathematischen Axiome und logischen Gesetzmäßigkeiten aus den reinen Verstandesformen durchweg ableitbar. Daher ist die Selbstersichtlichkeit derselben nicht in einer bloßen Wesensschau, sondern in dem reinen, diskursiven Denken als begründet zu betrachten. Die Allgemeingültigkeit der reinen Verstandes- und Anschauungsformen mitsamt der aus ihnen hervorgehenden Gesetzmäßigkeiten, wie z. B. der Stetigkeit, hat sich aber wie bekannt nur durch die transzendentale Deduktion Kants, also ebenfalls rein diskursiv darlegen lassen. Die rein rationalen Erkenntnisse sind, wie Kant sagt, allgemeingültig, nicht weil die Grundlagen derselben dogmatisch, d. h. aus Begriffen abgeleitet sind, sondern weil sie sich als notwendige Bedingungen der Möglichkeit der Dinge als Gegenstände der Erfahrung, somit auch des Denkens haben erkennen lassen. Diese Einsicht verdanken wir nur dem in den reinen Verstandesformen fundierten logischen Denken. Als logisch unerklärbar, somit bloß intuitiv erkennbar gilt für E. Husserl auch das Urteil $2+1=1+2$ (l. c. 302). In ähnlicher Weise hat auch E. Cassirer die Formel $a+(b+1)=(a+b)+1$ für eine „neue Schöpfung des Geistes" erklärt. (Vgl. Kantstudien XII, 1907). Dagegen ist aber zu bemerken, daß so wie jede rein verstandesmäßige Operation an rationalen Begriffsgebilden auch die bloße Synthese der Teile zu einem Ganzen von räumlichen Bestimmungen ganz unabhängig ist. Nur da ist stets mit einer Lagenbestimmung zu rechnen, wo ihr an einem mathematischen Symbol von Anfang an durch die Definition eine Bedeutung zugestanden ist. So sind allerdings die Ausdrücke $2+1$ und $1+2$, nicht aber solche Symbole wie 21 und 12 miteinander indentisch, und dieses aus dem Grunde, weil unter den Gedanken, die uns letztere verständlich machen, auch solche eine Rolle spielen, die die Lagenbestimmung der Symbole angehen.

mäßigkeiten sich durch die apriorischen erkennen lassen und auch die Erscheinungen selbst den Ergebnissen unserer reinen Deduktionen entsprechen. Bei unseren Bestrebungen, die Erscheinungen deduktiv zu erkennen, formen wir in Gedanken eine ideale Welt, die rein logisch erbaut ist, dennoch aber den wahren Tatsachenverhalt der Dinge genau zu erfassen vermag. Dieses muß seltsam erscheinen, da unsere Deduktionen, obwohl sie an sich auch durchaus widerspruchslos sein können, dennoch die Dinge zu einer ihnen entsprechenden Existenz nicht bestimmen können. Denn ganz ebenso, wie unser Verstand für sich noch nicht seinen eigenen Seinsgrund darstellt und diesen in sich nicht enthält, ebenso vermögen auch die ihm eigenen reinen Verstandes- und Anschauungsformen und mathematischen Gesetzmäßigkeiten die Welt der Erscheinungen nicht als eine real seiende zu erschaffen, sondern die Natur mit ihren Gesetzmäßigkeiten ist dem Verstande stets durch die reinen Formen und mit diesen schon gegeben. Das Sein ist wohl nach den reinen Verstandesformen denkbar, ebenso ist, wenn es schon einmal gegeben, auch seine besondere Seinsart durch diese Formen erkennbar. Es entwickelt sich jedoch als Realität in der Welt der Erscheinungen nach seinen eigenen Beweggründen, Zielen und Zwecken, und diese sind durchaus nicht auf unmittelbare Weise durch die Verstandesformen, sondern erst auf einem schwierigen Wege der reinen Reflexion erkennbar. Was unserer Erkenntnis auf unmittelbare Weise zugänglich ist, sind nicht die Gesetzmäßigkeiten und das Wesen der Dinge, sondern deren zufällige Äußerungen, die die qualitative und quantitative Mannigfaltigkeit der Welt der Erscheinungen bilden und sich unseren Sinnesorganen zur Wahrnehmung bieten. Von diesen gehen wir beim Suchen nach den wahren Gründen des realen Geschehens aus, und diese bilden auch allenfalls den Stoff, durch dessen Bearbeitung der Verstand zur Erkenntnis der Gesetz-

mäßigkeiten des Seins zu gelangen bestrebt ist. Das zu Erkennende selbst bleibt dabei also immer sinnlicher Natur. Daher sehen wir uns auch zu der Frage veranlaßt, wodurch es zu erklären ist, daß das Gebiet des sinnlich Wahrnehmbaren oder der natürliche Zusammenhang der Dinge sich auf rein logischem Wege erkennen läßt. Da diese logische Erkenntnisart von dem Sinnlichen ausgeht, sich auf die Daten desselben stützt und in ihrer Übereinstimmung mit demselben auch ihre letzte Begründung sucht und findet, so wird es wohl vor allen Dingen erforderlich sein, die sinnliche Erkenntnis auf ihr Wesen hin zu untersuchen und festzustellen, ob die Gründe für die Übereinstimmung der Gesetze des Realen mit dem Logischen etwa in irgend welchen apriorischen rationalen Voraussetzungen der Sinnlichkeit zu finden sind. Daß solche rationalen Voraussetzungen vorhanden sein müßten, ist wohl anzunehmen, da ja sonst die Sinneserkenntnisse dem Intellekt bei seinen Deduktionen nicht als etwas Grundlegendes gelten könnten. Die Sinnlichkeit muß also an sich durchweg mit den Prinzipien der rationalen Erkenntnisweise im Einklang stehen, und dieses kann nur dann der Fall sein, wenn sie auch selbst auf rationalen Grund gestellt ist.

Fünftes Kapitel.

Die Erkenntnis des kausalen Zusammenhanges durch den logischen.

33. Die sinnliche Erkenntnis als Funktion der verstandesmässigen.

a. Die quantitative Unterlage des qualitativ Sinnlichen.

Die Sinneserkenntnis stellt einen seltsamen, in der Erkenntnistheorie unerklärten Rest des Erkenntnisphäno-

mens dar. Kant sagt von ihr beiläufig, daß sie zusammen mit der verstandesmäßigen Erkenntnis vielleicht aus einer gemeinschaftlichen, aber uns unbekannten Wurzel entspringe[1]), und zu einer solchen Annahme liegen auch tatsächlich Gründe vor, wenn man im Auge behält, daß die Sinneswahrnehmungen numerischen Regelmäßigkeiten und sogar strengen, mathematisch bestimmbaren Gesetzmäßigkeiten unterliegen. Von den zahlenmäßigen Regelmäßigkeiten derselben wußten schon die Alten zu berichten. In neuerer Zeit hat sich die Kenntnis der quantitativen Unterlage des Sinnlichen vertieft, und es läßt sich auf Grund derselben schon von einem einheitlichen unserer empirischen Erkenntnisweise zugrundeliegenden quantitativen und daher auch verstandesmäßigen Unterbau reden. Obwohl die Relativität der sinnlichen Erkenntnis von jeher der Grund gewesen, weshalb die rein empirische Erkenntnis stets als recht unzuverlässig gelten mußte, so weist doch der Umstand, daß die Sinneswahrnehmungen einer jeglichen rationalen Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen als Ausgangspunkte dienen, ebenso aber auch die Tatsache, daß der Beweis für die Gültigkeit der deduktiv ermittelten Erkenntnisse des Erfahrungsmäßigen in der Übereinstimmung dieser Erkenntnisse mit den Erfahrungstatsachen selbst ersehen wird und die Sinnlichkeit also sozusagen den Anfang und das Ende der rationalen Naturerkenntnis darstellt, darauf hin, daß die Sinnlichkeit wohl auf einen festen Grund gestellt und daher auch als eine ebenso exakte Erkenntnisquelle wie die rein deduktive Erkenntnis selbst zu betrachten ist. Es fragt sich daher, was die Sinnlichkeit und der Verstand in ihrem Wesen miteinander Gemeinsames aufzuweisen haben, wie es kommt, daß beide in ihrer Wirksamkeit so planvoll ineinandergreifen, und wodurch sich der unter ihnen herrschende Einklang erklären läßt. Um

1) Vgl. I. Kant, Einleitung zur Kritik der reinen Vernunft.

diese Fragen zu beantworten, müssen wir zunächst untersuchen, welchen besonderen Regelmäßigkeiten und Gesetzmäßigkeiten die Sinnlichkeit unterliegt.

Jedes Sinnesorgan ist von Natur aus zur Erkenntnis einer bestimmten Gruppe von Erscheinungen bestimmt. Diese den einzelnen Sinnesorganen angewiesenen Erkenntnisbereiche können wir leicht aus den Daten, die wir über die ihnen eigenen Empfindlichkeiten besitzen, feststellen. Bei einigen Sinnesorganen hat sich diese Empfindlichkeit durch Berechnung der Größe der als Sinnesreize wirkenden Bewegungsenergien bestimmen und in mechanischen Arbeitsgrößen ausdrücken lassen. Als Maßeinheit gilt für sie das Erg, d. h. die Arbeit, die beim Heben eines Gewichtes von 1 Milligramm auf ein Zentimeter Höhe in einer Sekunde geleistet wird. So ergibt sich nach W. Wundt für die Reizschwelle des Drucksinnes der Haut als angenäherter und abgerundeter Optimumwert $^1/_{10\,000}$ Erg, für den Gehörssinn $^1/_{10\,000\,000}$ Erg und für den Gesichtssinn $^1/_{100\,000\,000}$ Erg.[1]) Die Empfindlichkeiten des Geschmacks- und Geruchssinnes haben sich bisher noch nicht auf so unmittelbare Weise durch mechanische Arbeitsgrößen ausdrücken lassen, da für die chemischen Prozesse, die bei ihnen als Sinnesreize wirken, sich die mechanischen Äquivalente noch nicht haben ermitteln lassen. Es läßt sich aber die Empfindlichkeit dieser Sinnesorgane indirekt auf Grund gewisser Daten durch ebensolche mechanische Energiegrößen annähernd bestimmen und mit den Empfindlichkeiten der anderen Sinne vergleichen. Wie H. Ebbinghaus ausführt, haben E. Fischer und F. Penzoldt die kleinste durch den Geruchssinn noch wahrnehmbare Gewichtsmenge Merkaptan auf $^1/_{1\,460\,000\,000}$ mg bestimmt. Aus dieser Tatsache geht hervor, daß der Geruchssinn, trotz sei-

1) Vgl. W. Wundt, Grundzüge der physiolog. Psychologie, Leipzig 1908, I, S. 647.

ner Verkümmerung beim Menschen, bei der Wahrnehmung objektiver Substanzen selbst noch das Auge an Schärfe übertrifft, denn die kleinste Menge Natrium, die spektralanalytisch noch eben gesehen werden kann, beträgt etwa $^1/_{1\,800\,000}$ mg[1]), ist also rund 250mal größer als die durch den Geruchssinn wahrnehmbare Merkaptanmenge. Es erweist sich also, daß die Schärfe des Geruchssinnes diejenige des Gesichtssinnes um das 250-fache übertrifft[2]). Die Empfindlichkeit desselben ist daher annähernd auf $^1/_{25\,000\,000\,000}$ Erg zu schätzen. Für den Geschmackssinn sollen die geringsten, überhaupt vorkommenden Schwellenwerte die Bitterstoffe besitzen und unter diesen wieder den allergeringsten das Strychninsulfat. Dieses wird, wie Lombroso und Ottolenghi festgestellt haben[3]), von den feinst schmeckenden Individuen in einer absoluten Menge von nur $^1/_{1600}$ mg eben noch herausgeschmeckt. Wenn wir nun die beiden Minimalgewichte der Stoffe, die durch den Gesichtssinn und durch den Geschmackssinn noch wahrgenommen werden können, also $^1/_{1\,800\,000}$ mg und $^1/_{1600}$ mg durcheinander dividieren, so erweist es sich, daß die Empfindlichkeit des Geschmackssinnes ca 1125 mal kleiner als diejenige des Gesichtssinnes ist. Der mechanische Äquivalenzwert ist daher für dieselbe annähernd auf $^1/_{90\,000}$ Erg zu schätzen. Wenn wir nun die mechanischen Äquivalenzwerte für die Empfindlichkeiten der einzelnen Sinne aufeinander beziehen und miteinander vergleichen, so lassen sie sich in abstufender Reichenfolge folgendermaßen anordnen:

---

1) Unter dem Ultramikroskop können allerdings noch 10^{-12} mg gesehen werden. Das ist aber für die Bestimmung der unmittelbaren Empfindlichkeit des Auges nicht maßgebend.

2) H. Ebbinghaus, Grdz. der Psychologie, Leipzig 1919, Bd. I, S. 450, 462.

3) H. Ebbinghaus, ibidem; Lombroso und Ottolenghi, Zeitschr. für Psychologie **2**.346.

Drucksinn der Haut .	$^1/_{10\,000}$	Erg
Geschmackssinn . .	$^1/_{90\,000}$	„
Gehörssinn	$^1/_{10\,000\,000}$	„
Gesichtssinn	$^1/_{100\,000\,000}$	„
Geruchssinn	$^1/_{25\,000\,000\,000}$	„ .

Es mag dahin gestellt sein, ob die hier gegebenen Werte richtig sind oder ob es sich mit der Zeit erweisen wird, daß die Sinnesempfindlichkeiten in irgend einer anderen Reihenfolge angereiht werden können. Die Erfahrungserkenntnisse, auf die unsere Berechnungen und Schlußfolgerungen gestützt sind, können offenbar nicht ganz fehlerlos sein. Es kommt uns aber in diesem Falle nicht auf die absolute Genauigkeit solcher Daten an, sondern auf die Schlüsse, die sich schon aus angenäherten Werten ziehen lassen. Was von jeher den Anstoß gegeben hat, die sinnliche Erkenntnis neben der verstandesmäßigen als eine minderwertige zu betrachten, war die scheinbare Planlosigkeit derselben, ebenso aber auch die scheinbare Abwesenheit eines inneren kontinuierlichen Zusammenhanges zwischen den durch die einzelnen Sinne uns gebotenen sinnlichen Erkenntnissen. Aus der angeführten Tabelle geht aber hervor, daß unsere Sinnesorgane durchaus nicht als planlos gestaltete und zusammengebrachte physiologische Gebilde zu betrachten sind, sondern daß sie dem Verstande als genaue an die mannigfaltigsten Energiegrößen der Erscheinungswelt angepaßte und einander in ihren Funktionen planmäßig ergänzende Mittel zur Erkenntnis des dem qualitativ Mannigfaltigen zugrundeliegenden gesetzmäßigen, quantitativen Geschehens dienen. Sie führen zu den einzelnen Teilen des Gehirns und bilden mit diesen zusammen offenbar Zentren des psychophysiologischen Zentralorgans, an die die Gesamtheit der demselben zugewiesenen sinnlichen Erkenntnisarbeit planmäßig verteilt ist. Die gröberen Energieäußerungen des natürlichen Geschehens werden durch weniger kompli-

zierte Organe wahrgenommen, die feineren durch komplizierter gebaute, die wieder in ihrer Detailgestaltung eine spezielle Anpassung ihrer einzelnen Teile zur genaueren Wahrnehmung des Geschehens innerhalb eines bestimmten Bereiches beobachten lassen. Solche Organe sind die verschiedenartig gebauten Zellen der Netzhaut, die Basilarfäden des kortischen Organs in der Ohrschnecke, die Wärme-, Kälte-, Druck- und Schmerzpunkte der Haut, die verschieden gestalteten Papillen an der Spitze, an den Seitenrändern und am Grunde der Zunge usw.

Die von ein und demselben Gegenstande herrührenden verschiedenartigen Sinneserkenntnisse stellen nun durchaus nicht, wie man gewöhnlich annimmt, ein und dasselbe dar, das bloß von verschiedenen Standpunkten aus betrachtet wird, sondern ganz eigenartige Erkenntnisse des an den Erscheinungen auch tatsächlich Verschiedenen. Wie die Welt der Erscheinungen eine Mannigfaltigkeit von Energieäußerungen bildet, die sich qualitativ und quantitativ ihrer Gestalt und Form nach voneinander unterscheiden, ebenso weist auch die Welt des sinnlich Wahrnehmbaren eine diesen Energieäußerungen genau entsprechende und zu ihnen parallel verlaufende Mannigfaltigkeit von Sinnesqualitäten auf. Mit der Erkenntnis derselben hebt unsere Erkenntnis als eine idiopathische an und steigt erst allmählich mit der Kenntnisnahme des wahren, dem Sinnlichen zugrundeliegenden einheitlichen quantitativen Wesens desselben zu einer wahren, genetischen heran. Die Erscheinungen können auch, solange die quantitative Unterlage des Qualitativen nicht erkannt ist, nicht anders als nach ihrer sinnlich qualitativen Seite unterschieden, aufeinander bezogen und bloß als qualitativ gleich oder verschieden beurteilt werden. Obwohl nun die Erkenntnisse, die die Sinne uns bieten, auch in keinem inneren kontinuierlichen Zusammenhange miteinander stehen und der Verstand bei den Erlebnissen des unmittelbaren quali-

tativen Vergleiches sich keiner gesetzmäßigen Zusammenhänge unter denselben bewußt ist, so führt das innerhalb der sinnlichen Erkenntnis dennoch zu keinen Verwirrungen. Es herrscht vielmehr strenge Ordnung und Ständigkeit in ihr, da die Sinnesqualitäten stets auf ein und dieselbe gesetzmäßige Weise unterschieden und ebenso streng auseinandergehalten werden und an sich verschieden sind, wie das ihnen in der Erscheinungswelt entsprechende quantitativ verschieden ist. Wohl kann die Empfindlichkeit der Sinne durch den Gebrauch von Instrumenten, durch Verwendung der Zahl und des Maßes künstlich noch auf das Vielfache gesteigert werden, es erweist sich aber, daß die so gewonnenen Erkenntnisse stets auf das fundamentale Wahrnehmungsvermögen gestützt sind. Daher besitzt auch dieses vor einem jeglichen künstlich gesteigerten den besonderen Wert, daß es ein ursprüngliches ist und für jede verstandesmäßige Erkenntnis etwas Grundlegendes darstellt.

Alle unsere Bestimmungen der Erscheinungen mit Hilfe der Zahl und des Maßes sind aber stets auf das unmittelbar Sinnliche gestützt, weil die bei diesen Bestimmungen künstlich gewählten Fix-oder Anhaltspunkte auf dem unmittelbar Wahrnehmbaren beruhen, so daß die Maße auf kein absolutes Maß bezogen sind, sondern selbst an die Sinneswahrnehmungen anknüpfen. Da nun also die Sinnlichkeit genau auf die Wahrnehmung ganz bestimmter, quantitativ verschiedener Seinscharaktere berechnet und angepaßt ist, stellt sie, wenn auch ein bloß qualitatives, für uns aber dennoch allgemeingültiges System von Maßen dar, auf dem alle unsere Gedankenschlüsse über das reale Geschehen gegründet sind und auf welches alle unsere Berechnungen und quantitativen Bestimmungen bei der rein verstandesmäßigen Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen reduziert sind. Als ein solches Maßsystem hat das Sinnliche für uns objektiven Wert, denn es beruht

nicht auf einem künstlichen Übereinkommen und hat nicht allein für den einen oder den anderen von uns, sondern für alle nach denselben psycho-physiologischen Prinzipien wirkenden Lebewesen Gültigkeit. In dieser strengen quantitativ gesetzmäßigen Unterlage der Sinnlichkeit liegt der Grund, weshalb die unzusammenhängenden sinnlichen Erkenntnisse selbst der exaktesten rationalen Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen als Ausgangs- und Stützpunkte zugrunde gelegt werden können, und da die Unterschiede des qualitativ Sinnlichen uns stets Anzeichen geben von dem Dasein quantitativ verschiedener Energiegestalten, so läßt sich auch der qualitative Wandel des Sinnlichen stets als Maß zur exakten Unterscheidung des Quantitativen ausnutzen, das dem sinnlich Wahrnehmbaren an den ineinander übergehenden Energiegebilden und Größengestalten zugrunde liegt.

Infolge ihrer planmäßigen Struktur bieten die Sinne dem Verstande auch ein vorzügliches Mittel zur Erkenntnis der dem Geschehen zugrundeliegenden Gesetzmäßigkeiten. Indem der Verstand auf die materialen, quantitativ verschiedenen Reize in durchaus einförmiger Weise mit qualitativ unterschiedenen Empfindungen reagiert und so auch alles sinnlich Qualitative seiner quantitativen Unterlage gemäß stets in strenger Ordnung auseinanderhält und aufeinanderbezieht, vermag er auch die in den Zusammenhängen des Qualitativen sich äußernden Gesetzmäßigkeiten des Quantitativen auf rationalem Wege zu erkennen. Dazu wird er allerdings erst durch die ihm eigenen, ihn bei seiner reflektierenden Tätigkeit leitenden, apriorischen Formen und Gesetzmäßigkeiten befähigt. Wie jedes psychische Phänomen, um ins Bewußtsein zu gelangen, in eine verstandesmäßige, apriorische Form gefaßt werden muß, so ist auch das Bewußtwerden einer jeden sinnlichen Erkenntnis nicht anders als nur durch das Setzen apriorischer, logisch erfaßbarer Beziehungen unter den Elemen-

ten des sinnlich Wahrnehmbaren gemäß den Gesetzmäßigkeiten der reinen Verstandes- und Anschauungsformen möglich. Nur dank ihnen lassen sich alle nur möglichen Energiegrößen und Energiegestalten mitsamt ihren ordnungsmäßigen Beziehungen und Zusammenhängen durch die Sinne als ein Seiendes erfassen. Solche gesetzmäßigen Größengebilde und Formgestalten stellt auch das durch die allereinfachsten Sinnesqualitäten in unserem Bewußtsein Repräsentierte dar. Sinnlichkeit und Verstand unterliegen somit gemeinsamen Gesetzmäßigkeiten und in diesen sie umfassenden Gesetzmäßigkeiten liegt auch der Grund, warum das sinnlich Wahrnehmbare in seinen letzten Elementen und gesetzmäßigen Zusammenhängen auf die zuverlässigste Weise durch den Verstand auf rein deduktivem Wege erkannt werden kann.

b. Lückenhaftigkeit der unmittelbaren sinnlichen Erkenntnis.

Das Sinnliche scheint aber seinem Wesen nach dennoch etwas unserer Verständnis sich durchaus Verschließendes darzustellen. Es scheint, wie man sagt, in seinem Kern etwas Irrationales zu enthalten, das logisch nicht mehr zerlegbar und begrifflich nicht mehr erfaßbar ist. Denn wenn wir auch zugeben müssen, daß die Sinne uns nur durch Vermittelung des Verstandes Auskünfte über die Außenwelt zu geben vermögen, so bleibt es uns doch unverständlich, was die Sinnesqualitäten ihrem inneren, spezifisch sinnlichen Wesen nach darstellen. Die Sinne geben wohl die verschiedensten Anzeichen von dem Dasein mannigfaltigster Seinscharaktere, jedoch nicht in der Gestalt genauer wesenstreuer Abbildungen derselben, sondern in Form gewisser ihrem innersten Wesen nach uns durchaus unverständlicher Gedankengebilde oder Symbole. Die Sinneserzeugnisse sind nicht imstande uns unmittelbar das innerste Wesen des Seienden, von dem sie zeugen, und ebenso auch ihr eigenes Wesen verständlich

zu machen, da sie das Seiende im Bewußtsein nur repräsentieren. Infolgedessen hat auch die Sinneserkenntnis nur als eine symbolische zu gelten, wie nach dem Ausspruch N. Hartmanns eine jede Erkenntnis symbolisch ist, die „der Komplexheit des Gegenstandes nicht folgen kann und sich mit Abbreviaturen, Vereinfachungen, Substituten behelfen muß."

Um so seltsamer erscheint es, daß die Erkenntnisse, die aus solchen im Grunde uns fremd bleibenden Symbolen aufgebaut werden, doch etwas Wahres darstellen können. Die Frage, wodurch es zu erklären ist, daß eine Erkenntnis wahr sein kann, ohne daß das Sinneserzeugnis dem Seienden, von dem es zeugt, ähnlich zu sein braucht, ist neuerdings von N. Hartmann in aller Schärfe aufgeworfen worden. Seiner Ansicht nach ist es durchaus denkbar, daß innerhalb eines jeden Sinnes oder Symbolsystems der geringste Winkelzug des repräsentierten Seienden seinen Ausdruck typischer Art gleichwie eine Sprache haben könne und auf diese Weise alle Bestimmtheiten des Seienden, an die ein System von Symbolen angepaßt ist, irgendwie unterscheidbar gemacht werden und das gegenseitige Verhältnis derselben auch dargestellt werden könne. Die Wahrheit der sinnlichen Erkenntnis könne also einfach aus der Eindeutigkeit der Zuordnung zwischen Symbol und Symbolisiertem hervorgehen[1]). In ähnlicher Weise wie N. Hartmann hatte auch früher schon Helmholtz die Möglichkeit wahrheitsgetreuer sinnlicher Erkenntnisse zu erklären versucht. Er ließ die Nervenerregungen in unserem Hirn und die Vorstellungen in unserem Bewußtsein insofern als wahrheitsgetreue Bilder der Vorgänge in der Außenwelt gelten, als erstere durch ihre Zeitfolge die Zeitfolge der letzteren nachahmen und die Gleichheit der

1) N. Hartmann, Grundzüge einer Metaphysik der Erkenntnis, 1921, S. 325, 329.

Objekte durch Gleichheit der Zeichen, daher auch die gesetzliche Ordnung durch gesetzliche Ordnung darstellen [1]).

Die Möglichkeit einer zuverlässigen Erkenntnis aus der Erfahrung läßt sich nun in der Tat auch durch die Eindeutigkeit der Zuordnung zwischen Symbol und Symbolisiertem oder durch die Tatsache der durchgehenden Übereinstimmung der Zusammenhänge und der Aufeinanderfolge der Bewußtseinsphänomene mit der gesetzlichen Ordnung des durch sie repräsentierten Seienden erklären, jedoch nur in dem Maße, als es sich um die historische Erkenntnis des räumlichen Beisammenseins und der zeitlichen Aufeinanderfolge, nicht aber um die Erkenntnis der allgemeinen, gesetzmäßigen Zusammenhänge der Erscheinungen handelt. Denn in allem uns bei der sinnlichen Erkenntnis als miteinander räumlich und zeitlich zusammenbestehend oder aufeinanderfolgend zum Bewußtsein Geführten findet sich beides, das zufällig zusammen Auftretende, wie auch das auf gesetzmäßige Weise zusammen Bestehende in gleicher Art repräsentiert. Zwar kommt eine jede Sinneserkenntnis stets nur auf eine streng gesetzmäßige Weise zustande, doch steht nicht alles im Bewußtsein symbolisch Repräsentierte in unmittelbarem kausalen Zusammenhang, sondern meistens nur in dem Verhältnis der gegenseitigen Wechselwirkung zueinander. Auf Grund der gesetzlichen Eindeutigkeit der Zuordnung zwischen Symbol und Symbolisiertem läßt es sich nur sagen, welches von ihnen dem anderen folgt, nicht aber, daß es stets so sein muß, denn an den Symbolen ist ja nicht ohne weiteres zu ersehen, was von dem Symbolisierten auch auf notwendige, gesetzmäßige Weise zusammengehört. Die allgemeinen und gesetzmäßigen Zusammenhänge lassen sich durch die Sinne eben nicht einfach ablesen, sondern nur auf dem mühevollen Wege des reinen Denkens, das sich

1) H. Helmholtz, Vorträge und Reden, 1884, Bd. I., S. 286.

nach rein logischen Prinzipien vollzieht, aus den Sinnesdaten ermitteln. Die deduktive Erkenntnisweise des Allgemeinen und des Gesetzmäßigen an den Dingen setzt dabei ein Trennen und Zerlegen der komplexen sinnlichen Symbole in ihre qualitativen Bestandteile und das Aufeinanderbeziehen und Zusammenfügen dieser sinnlichen Elemente nach den exaktesten logischen Regeln voraus, wie wir das bei der genetischen, mathematisch-konstruktiven Erkenntnisweise des Erfahrungsmäßigen beobachten konnten. Da einer solchen logischen Analyse und Synthese des Sinnlichen innerhalb desselben keine Grenzen gezogen zu sein scheinen, so ist es auch denkbar, daß das Sinnliche sich durchweg nach logischen Prinzipien handhaben lassen und daher auch in seinem innersten Wesen logisch konstruiert sein muß.

Die Erkenntnis der gesetzmäßigen Zusammenhänge an den Dingen kann aber auch aus dem Grunde nicht unmittelbar durch die Sinne geschehen, weil die einzelnen Sinnesorgane das kontinuierlich zusammenhängende Geschehen der Erscheinungswelt in Symbolen nur in sehr engen Grenzen und im Bereiche dieser auch nur sehr lückenhaft abbilden. Wie wir wissen, wird die unmittelbare Sinneserkenntnis durch das Einwirken von Reizen auf die Sinne zustande gebracht. Die als Reize auf die Sinne einwirkenden materialen Prozesse können Luft- oder Ätherschwingungen, Molekularbewegungen aller Art u. a. mechanische Vorgänge sein, die kontinuierlich zusammenhängen, einander beeinflussen, sich umgestalten und ständig ineinander übergehen. Alle nur denkbaren Sinneserkenntnisse stellen aber zu diesen durchweg kontinuierlich zusammenhängenden materialen Prozessen nie ebenso kontinuierlich parallel verlaufende, lückenlose Abbildungen derselben dar. Die Gehörsempfindungen werden bekanntlich durch Luftschwingungen hervorgerufen, die in der Zahl von 16 angefangen bis etwa 38000 in der Sekunde erfolgen,

die Gesichtsempfindungen durch Ätherschwingungen, deren Anzahl 395 bis 729 Billionen in der Sekunde beträgt. In dem Zwischenraum dieser Schwingungsbereiche läßt sich wohl das Dasein einer Unmenge von Bewegungscharakteren denken, von denen wir aber unmittelbar mit den Sinnen nichts wahrzunehmen vermögen. Sie sind jedoch vorhanden. Nur durch angestrengtes Denken ist man zur Erkenntnis des Vorhanseins solcher Prozesse gelangt, deren Wahrnehmung die Faßbarkeit unserer Sinne übersteigt. Außer den unmittelbar durch das Gesicht wahrnehmbaren Ätherwellen von $7 \cdot 10^{-4}$ mm bis $4 \cdot 10^{-4}$ mm Länge sind in der Physik noch Ätherwellen auf ihre physischen Eigenschaften hin gut erforscht, deren Länge bis $5 \cdot 10^{-2}$ mm hinunter oder bis 10^{-7} mm hinauf reichen. Die ersteren sind uns als die unsichtbaren infraroten Strahlen, die letzteren als die ebenfalls unsichtbaren ultravioletten oder als die noch sichtbaren, von dem gewöhnlichen Licht aber nicht unmittelbar zu unterscheidenden Röntgenstrahlen bekannt. Ganz ebenso ist es auch mit den materialen Prozessen bestellt, die die Faßbarkeit der übrigen Sinne übersteigen. Entweder reichen die Sinne nicht zur unmittelbaren Wahrnehmung derselben aus, oder wir vermögen sie, wenn sie irgendwie mittelbar in ihren mehr oder weniger entfernten Wirkungen wahrgenommen werden, nicht von anderen zu unterscheiden und in ihrem wahren Wesen zu erkennen. Selbst innerhalb eines jeden Sinnes vermögen die Empfindungen uns keine genauen und zusammenhängenden Auskünfte über den kontinuierlichen Zusammenhang des realen Geschehens zu geben. Denn, damit etwas als ein sich kaum merklich von einem anderen Unterscheidendes empfunden werde, müssen nach dem Weber-Fechnerschen Gesetze die Reize, die die kaum merklich voneinander verschiedenen Empfindungen auslösen, schon um eine ganz bedeutende Größe gewachsen sein: beim Drucksinn um $^1/_3$, beim Gesichtssinn etwa um

$^1/_{10}$ der Größe des ursprünglichen Reizes usw. Die Empfindungen erfolgen also nicht kontinuierlich, sondern gewissermaßen sprungweise auf die kontinuierlich wachsenden Reize, obwohl die kaum merklich verschiedenen Empfindungen dem Bewußtsein auch stets kontinuierlich erscheinen. Daher reichen auch unsere Sinne zur unmittelbaren Beurteilung der qualitativen Gleichheit und Verschiedenheit der Erscheinungen nur innerhalb sehr enger Grenzen aus. Auf eine ganz ebensolche Weise lassen sich die Sinne auch zur Wahrnehmung räumlicher Abstände und zeitlicher Unterschiede unmittelbar nur innerhalb gewisser Grenzen verwenden. Dieser Umstand der Beschränktheit der Wahrnehmungsfähigkeit der Sinne gibt auch die Erklärung dafür, warum Bewegungserscheinungen, wie etwa die Ätherwellen oder die Molekularschwingungen, die als Reize die mannigfachsten Empfindungen auszulösen vermögen, dennoch selbst nicht getrennt durch die Sinne unterschieden werden können, und daher auch durch die Sinne unmittelbar nie eine genaue Kenntnis des inneren Bestandes der komplexen, als Reize auf die Sinne wirkenden, kontinuierlichen, materialen Prozesse gewonnen werden kann. Weder die Luft- und Ätherschwingungen, durch die die Gehörs- und Gesichtsempfindungen hervorgerufen werden, noch die verschiedensten Arten der Molekül- und Atomschwingungen, durch deren besondere Eigenheiten die Aggregat- und Wärmezustände und der besondere Charakter der von diesen herrührenden Tastempfindungen bedingt werden, noch die elektrolytischen Prozesse, die den chemischen auf den Geruchs- und Geschmackssinn als Reize einwirkenden Vorgängen zugrunde liegen, werden von uns unmittelbar diskret empfunden, sondern nur in komplexer Form zur Kenntnis genommen. Der Grund hierfür liegt eben darin, daß die zu komplexen Reizen sich summierenden einzelnen Teilprozesse nicht die erforderliche Ausdehnung oder Dauer besitzen, die

eine jede Erscheinung haben muß, damit sie durch die Sinne als etwas Ausgedehntes oder als ein in der Zeit Verlaufendes noch unterschieden werden kann. Die Ätherwellen sind ihrer räumlichen Ausdehnung nach nicht so klein, als daß sie nicht als räumliche Größen selbst mit dem bloßen Auge unterschieden werden könnten. Wie Vollkmann [1]) festgestellt hat, kann im direkten Sehen im günstigsten Fall die eben noch unterscheidbare Distanz im Netzhautbilde zwar nur bis auf 7.10^{-4} mm herabgehen. Dafür reichen aber zur Unterscheidung der Formen räumlicher Objekte, etwa einer fünf- und einer sechseckigen Fläche, auch schon Größendifferenzen aus, die weit unter der nach dem eben wahrnehmbaren Zwischenraum definierten Raumschwelle bleiben. Wie hieraus zu ersehen, liegt durchaus kein Grund vor, warum die das Auge affizierenden Ätherwellen oder gar die hörbaren Luftschwingungen unter Umständen nicht als räumliche Größen unterschieden werden könnten. Daß sie aber tatsächlich einzeln nicht unterschieden werden, liegt namentlich daran, daß sie in ihrer zeitlichen Aufeinanderfolge durch die Sinne nicht auseinandergehalten werden können. Die Ätherwellen wie auch die Luftwellen folgen nämlich immer mit einer so großen Geschwindigkeit aufeinander, daß die von ihnen herrührenden einzelnen Sinnesreize sich in den Nervengängen zu Reizkomplexen summieren, bevor sie noch als einzelne Reize auf die Sinne einzuwirken vermögen und die einzelnen Reize Zeit haben, ihnen entsprechende getrennte Empfindungen auszulösen. Die Geschwindigkeit der Ätherwellen wie auch zum Teil der Luftwellen übertrifft eben bei weitem die Geschwindigkeit der Nervenströme. In anderen Fällen ist aber die Tatsache, daß die Bestandteile der komplexen Reize einzeln nicht wahrgenom-

1) Vgl. W. Wundt, Grdz. der physiolog. Psychologie, II. Leipzig 1910, S. 533.

men werden, dadurch zu erklären, daß diese Bestandteile ihrer Ausdehnung nach auch tatsächlich so klein sind, daß sie nicht getrennt unterschieden werden können. So sind z. B. die Amplituden der Schwingungsphasen der Moleküle und ebenso auch die räumlichen Abstände der Atome in den Molekülen der Körper tatsächlich so klein, daß sie durch das gewöhnliche Licht dem Auge nicht übermittelt und daher von diesem auch nicht gesehen werden können. Wie aus dem Gesagten zu ersehen ist, rührt die Komplexheit und die Verschwommenheit der sinnlichen Erkenntnisse sowohl von den physischen Eigenheiten der als Reize auf die Sinnesorgane einwirkenden Erscheinungen, als auch von der funktionalen Beschränktheit der Sinnesorgane selbst her.

c. Die Erkenntnis kontinuierlicher Erscheinungszusammenhänge durch die Sinne.

Obwohl nun die Sinneserkenntnis zu unvollständig ist, als daß durch sie unmittelbar genaue Auskünfte über das räumlich Beisammenseiende und über das in der Zeit Erfolgende erhalten oder die Grundrelationen der kontinuierlich ineinandergreifenden und auf gesetzmäßige Weise zusammenhängenden Elemente der als Reize wirkenden materialen Prozesse unmittelbar erkannt werden könnten, so bietet sich uns dennoch die Möglichkeit, zur Erkenntnis solcher Gesetzmäßigkeiten auf einem mittelbaren, gedanklichen Wege zu gelangen. Wohl ist es ein Mißstand, daß die einzelnen Momente des gesetzmäßigen Geschehens durch die Sinne nur in zufälligen, undiszernierten und innerlich unzusammenhängenden Symbolen registriert und diese zu unbegreiflichen Symbolkomplexen assoziiert werden und daß wir außerdem das in der Erscheinungswelt sich Vollziehende unmittelbar nur innerhalb sehr enger Grenzen zu unterscheiden und symbolisch zu erkennen vermögen. Jedoch geschieht das stets auf eine streng

gesetzmäßige Art, da die Sinne ja stets auf die exakteste Weise an das zu erkennende Sein angepaßt sind. Gerade deswegen aber, weil, wie N. Hartmann sagt, „die sinnliche Materie der Gegenstandserkenntnis auf einem streng abgegrenzten und gesetzlichen Abhängigkeitsverhältnis von nur ganz bestimmten Seinscharakteren beruht,“ [1]) sind wir durch unsere Sinne befähigt, noch über die den Sinnen scharf vorgezogenen Grenzen ihrer Wahrnehmungsfähigkeit hinaus das materiale Geschehen zu erkennen und die Grundelemente, aus denen sich die Erscheinungen aufbauen, sowie die Arten der gesetzlichen Beziehungen, in denen diese Elemente zu einander stehen, genau zu unterscheiden. Durch dreierlei Gründe sind wir dazu befähigt, erstens dadurch, daß die Sinnesorgane, wie wir uns davon überzeugen konnten, in ihrer Gesamtheit ein System von einander planmäßig in ihrer Wirkungsweise ergänzenden Erkenntnismitteln darstellen, zweitens dadurch, daß die der Wahrnehmung der Sinne zugänglichen Erscheinungen bei ihrem gesetzmäßigen Zusammenwirken einander dermaßen umzugestalten und in ihren Effekten zu beeinflussen vermögen, daß sie, wenn nicht in ihrer natürlichen Gestalt und Größe, so doch mittelbar durch ihre Einwirkungen auf andere Erscheinungen, also in transformierter Gestalt, unterschieden werden können, und drittens dadurch, daß die Sinneserzeugnisse bei der mittelbaren Erkenntnis ihrer inneren Bestandteile und ihrer gesetzmäßigen Strukturen sich durchweg nach logischen Regeln und Prinzipien handhaben lassen.

Damit nun die unmittelbar nicht wahrnehmbaren Erscheinungen unserer Wahrnehmung dennoch zugänglich seien, müssen sie bei ihrer Umgestaltung durch andere Erscheinungen eine derjenigen Energiegrößen und Energieformen annehmen können, die den durch unsere Sinne un-

1) N. Hartmann, a. a O.

mittelbar wahrnehmbaren Seinscharakteren von Natur zukommen müssen, um wahrnehmbar zu sein. Nun haben die Wissenschaften auch tatsächlich dafür genug Beispiele aufzuweisen, wie die Dinge bei ihrem Zusammenwirken durcheinander auf streng gesetzliche Weise ihrer Gestalt, Größe und Wirkung nach umgeformt werden können, so daß selbst das Unbedeutendste und Kleinste uns in seinen entfernten Wirkungen fühlbar gemacht wird. Hebel, Rolle, Flaschenzug sind Vorrichtungen, durch die eine jede Kraft vervielfältigt wird, so daß selbst durch das Kleinste und Unbedeutendste noch Großes zustande gebracht werden kann. Mikroskop, Mikrophon, Multiplikator, Bolometer usw. sind Instrumente, durch die Unsichtbares, Unhörbares, Unfühlbares, Ununterscheidbares unserer Wahrnehmung noch zugänglich gemacht wird, und die chemische und die Spektralanalyse sind Methoden, durch die das Verborgenste aufgedeckt werden kann. Durch solche Mittel können auch die sich unserer Analyse verschließenden, auf unsere Sinne als Reize einwirkenden und die mannigfaltigsten Sinnesqualitäten auslösenden, kompliziertesten mechanischen Prozesse und Energieformen in ihrer inneren Struktur erkannt werden. Hierbei bedient sich der Intellekt aber durchaus nicht ihm wesensfremder Mittel zur genaueren Erkenntnis des natürlichen Geschehens. Die Endapparate unserer Sinnesorgane stellen ja ganz ebensolche Multiplikatoren, Vergrößerer, Umformer und Verstärker unbedeutender Effekte wie die künstlich geschaffenen Instrumente dar. Ihre Existenz verdanken sie aber derselben schöpferischen Tätigkeit des Organismus, der in seiner natürlich zweckmäßigen Tätigkeit, ebenso vernünftig handelt, wie der Verstand bei seiner zielbewußten Tätigkeit.

Auf diese Weise erklärt sich durch die Gesetzlichkeit des natürlichen Geschehens, wie das der unmittelbaren Wahrnehmungsfähigkeit der Sinne sich Verschließende

auf Umwegen dennoch der Erkenntnis zugänglich gemacht werden kann, wie die unsagbar kleinen Bestandteile der Dinge sich erkennen und die gesetzmäßigen Zusammenhänge der Erscheinungen sich aus der Wirkungsweise solcher Elemente begreifen lassen. Indem die Erscheinungen bei ihrem Zusammenwirken einander durchweg beeinflussen, tragen sie an sich die mannigfaltigsten Spuren des zu ihnen in näherer oder entfernterer Beziehung Stehenden in sinnlich durchaus faßbarer Weise, und so spiegelt sich auch stets in dem Wahrnehmbaren das unmittelbar nicht Wahrnehmbare, das Unendliche in dem Endlichen, der Mikrokosmos in dem Makrokosmos oder auch umgekehrt ab. Auf diese Art weisen die Erscheinungen an sich stets Abbildungen der sie aufbauenden Elemente und der besonderen Wirkungsweisen derselben in sinnlich durchaus faßbarer Form auf, obwohl wir sie meistenteils an den Sinneserzeugnissen unmittelbar nicht zu unterscheiden verstehen. Innerhalb solcher Abspiegelungen der Ursachen in den Wirkungen, der Gründe in den Folgen, des Rätselhaften und Unerkannten in dem sinnlich Greifbaren bewegen wir uns ständig einher, und alle qualitativen Eigenheiten und Sonderheiten der Sinneserzeugnisse sind stets aus dem besonderen Charakter der Gestalt, Form, Größe, Anzahl und aus der besonderen Wirkungsweise der letzten Bestandteile der auf die Sinne als Reize einwirkenden und die mannigfaltigsten sinnlichen Symbole auslösenden komplexen Erscheinungen zu erklären.

Wie hieraus zu ersehen ist, reichen unsere Sinnesorgane, obwohl sie auch in ihrer Wirkungsweise recht beschränkt sind, dennoch dazu aus, das unmittelbar Unerkennbare und das distinkt Ununterscheidbare unserer exakten Erkenntnis zugänglich zu machen. Das kann aber nur unter Mitwirkung des Verstandes geschehen. Da durch die Sinnesqualitäten alles durcheinander, das unmittelbar

wie auch das in transformierter Form zur Wahrnehmung Gebotene zur Kenntnis genommen wird, so kommt es stets bei einer wahrheitsgetreuen Erkenntnis des Sinnlichen darauf an, daß die Umstände und die besonderen Bedingungen, unter denen das Sinnliche sich uns zur Wahrnehmung bietet, richtig geschätzt werden. Gerade deswegen, weil die Erscheinungen einander stets beeinflussen und sich daher beständig umgestalten, sind sie auch in ihrer scheinbaren Gestalt von ihrem natürlichen Wesen streng zu unterscheiden. Das der Sinneserkenntnis Zugängliche und von den Sinnen als gleichartig Empfundene ist durchaus nicht stets als gleichwertig zu betrachten und nicht nach gleichem Maß zu messen, sondern auf sein eigentliches Wesen hin erst näher zu untersuchen. Wenn wir nämlich die auf konstante Weise erfolgende normale Wirkungsweise der Sinnesorgane als Maß annehmen und die auf ganz bestimmte Reize hin erfolgenden Empfindungen als Maßeinheiten wählen, so können oft die in solchen Einheiten gemessenen Sinnesqualitäten qualitativ gleich erscheinen, ohne es bei Berücksichtigung der besonderen Verhältnisse, unter denen sie durch die Reize hervorgerufen werden, tatsächlich zu sein. Es darf somit das als gleichartig Empfundene wohl nicht immer als gleichwertig beurteilt werden, und daher haben wir immer, wenn wir zu wahrheitsgetreuen Vorstellungen von den durch die Sinne wahrgenommenen Tatsachenzusammenhängen gelangen wollen, die Sinneserkenntnisse daraufhin zu untersuchen, unter welchen Bedingungen und Umständen die Dinge sich uns zur Wahrnehmung bieten, ob sie von uns unmittelbar oder in irgend einer transformierten Gestalt wahrgenommen werden. Es sind die richtigen Ordnungsverhältnisse unter den als Reize auf die Sinne einwirkenden Ereignissen festzustellen, wenn wir auf Grund der Sinneseindrücke richtige Auskünfte über das wahre Wesen der Erschei-

nungen zu erhalten wünschen. Das durch die Sinne Erkannte muß also stets besonders interpretiert und in seinem wahren Wesen enträtselt werden. Hierbei kommt es namentlich auf die Kunst an, die Sinneserzeugnisse zu entziffern. In der richtigen Deutung, Enträtselung, Entzifferung und in der Umschätzung alles Wahrgenommenen auf seinen wahren Größenwert und auf die tatsächlichen räumlichen und zeitlichen ordnungsmäßigen Zusammenhänge desselben besteht gerade die wissenschaftliche Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen. Sie wird also stets durch die unmittelbare sinnliche Erkenntnis eingeleitet, kann aber nur auf dem Wege der reinen Diskursion zu Ende geführt werden. Es ist das angestrengteste logische Denken, die Fähigkeit zur exakten Reflexion, kurzum eine außergewöhnliche Erfindungsgabe erforderlich, damit aus den diffusen Vorstellungen eine distinkte Erkenntnis des Seins erlangt werden kann. Nicht durch ein bloßes Ablesen, sondern nur durch genaues Beobachten, durch ein exaktes Vergleichen und Unterscheiden, Aufeinanderbeziehen und Abmessen der Umstände und Verhältnisse, unter denen die Erscheinungen sich unserer Erkenntnis darbieten, lassen sich die Dinge in ihrem wahren gesetzmäßigen Wesen auf Grund des Sinnlichen erkennen. Das Allgemeingültige muß also an dem Erfahrungsmäßigen entdeckt, erschlossen werden, und dieses ist nur daher möglich, weil die Sinneserzeugnisse sich logisch handhaben lassen. Das Zustandekommen erfolgreicher logischer Deduktionen setzt aber seinerseits alles das voraus, was wir bei der Untersuchung der Gedankengänge kennen gelernt haben, durch die Kepler, Galilei, Newton, Pasteur, Kekulé u. a. zu ihren Entdeckungen geführt worden sind.

Auf diese Weise ist es möglich, die noch so kleinen oder selbst die unsagbar großen Energiegebilde, deren Wahrnehmung unseren Sinnen nicht zugänglich ist, und auch das zwischen zwei sich kaum merklich vonein-

ander unterscheidenden Sinnesqualitäten sich ausbreitende materiale Geschehen noch deutlich zu unterscheiden, das räumlich und zeitlich scheinbar Zusammenfallende auf die exakteste Weise auseinanderzuhalten und das uns sinnlich einförmig Erscheinende als ein qualitativ und quantitativ Mannigfaltiges zu erkennen. So werden wir zur Erkenntnis geführt, daß alles dem sinnlich Wahrnehmbaren Zugrundeliegende ein kontinuierlich zusammenhängendes Ganze von ineinander auf streng gesetzmäßige Weise übergehenden Energiegebilden darstellt. Infolgedessen läßt es sich auch sagen, daß die unmittelbar unbegreiflichen und ihrem Wesen nach unverständlichen Sinnesqualitäten in ihrem symbolischen Bestande uns dennoch als durchaus exakte Mittel zum Unterscheiden des gesetzlichen, kontinuierlichen Wandels der Erscheinungen dienen. Die Tatsache aber, daß die unmittelbaren Sinneserkenntnisse bei der diskursiven Ermittelung der realen Gesetzmäßigkeiten sich durchweg nach den Gesetzmäßigkeiten des Verstandes handhaben lassen, führt zur Einsicht, daß die Sinneserzeugnisse in ihrem komplexen Bestande auch selbst eine logische Struktur haben müssen. Um nun darüber ins Klare zu kommen, ob es sich auch tatsächlich mit den Sinneserzeugnissen so verhält, wollen wir uns einer noch genaueren Betrachtung dessen zuwenden, was durch die Sinnesqualitäten an den Energiegestalten der Erscheinungen unterschieden wird.

d. Die sinnliche Erkenntnis des Verstandesmässigen an den Dingen.

Für den Charakter der Energiegebilde sind zwei Faktoren maßgebend: die Größe resp. Anzahl der in ihnen wirksamen Kräfte oder Teilenergien und die Form ihrer räumlichen Anordnung oder die Art ihres Zusammenwirkens in der Zeit. Bei konstanter Zahl und Größe der Kräfte, die in einem gegen die Außenwelt abgeschlossenen System

zusammenwirken, hängt die Gesamtenergie des Systems allem Anschein nach nur von seiner Form oder von seiner inneren Struktur ab, ganz ebenso wie bei ein und demselben Bau des Systems die Gesamtenergie nur von der Größe der Kräfte abhängig ist. Da nun nach dem Gesetz der Erhaltung der Energie die Gesamtenergie eines in sich abgeschlossenen Systems von Kräften stets konstant sein muß, so muß, wenn die Teilenergien oder Kräfte in dem System sich ihrer Größe nach ändern, zusammen mit ihnen auch die Form ihres Zusammenwirkens eine Veränderung erleiden. Die Änderung der Kräfte des Systems zieht somit auch die Veränderung der inneren Struktur desselben nach sich, so daß in dem Charakter der in einem in sich abgeschlossenen System zusammenwirkenden Kräfte sich die Form und in der Form desselben sich auch der Charakter der Kräfte abspiegelt. Ist ein System aber seiner Energie nach nicht konstant, so ist für die Größe derselben sowohl der Wandel der Form als auch die Größe der Teilenergien des Systems maßgebend. Ganz dasselbe hat nun auch für den Charakter der durch die Energiegrößen und Energiegestalten hervorgerufenen Empfindungen eine Gültigkeit. Der Charakter der durch ein Energiegebilde hervorgerufenen Empfindungen wird sowohl von der Größe der Teilenergien der als Reize wirkenden Prozesse als auch von der Art und Weise, wie sie zusammenwirken, bedingt. Inwiefern zwei Energiegebilde, die als Reize auf die Sinne einzuwirken vermögen, sich voneinander nur hinsichtlich der Größe ihrer Komponenten unterscheiden, insofern können auch solche Energiegebilde von den Sinnen nur nach der Größe ihrer Teilenergien unterschieden werden, und inwiefern die Verschiedenheit zweier Energiegebilde nur durch die besondere Art des Zusammenwirkens der Kräfte in ihnen bedingt wird, insofern werden auch die Energiegebilde voneinander nur nach ihrer inneren Struktur unterschieden. Sind aber die auf

die Sinne einwirkenden Energiegebilde sowohl ihrer Form als auch der Größe der in ihnen wirksamen Kräfte nach verschieden, so werden sie auch von den Sinnen wie ihrer inneren Struktur, so auch der Größe ihrer Teilenergien nach als verschieden empfunden. Wie nun die Teilenergien ihrer Größe nach bis ins Unendliche varieren und ihrer inneren Struktur nach als auch hinsichtlich der Formen ihres Zusammenwirkens miteinander unendlich verschieden sein können, ebenso können diesem entsprechend auch die Sinnesqualitäten bis ins Unendliche variieren. Durch die Sinne sind wir also zur Erkenntnis einer unendlichen Mannigfaltigkeit von Energiegrößen und deren Strukturen befähigt. Indem wir die Erscheinungen durch die Sinne voneinander rein äußerlich unterscheiden, unterscheiden wir sie gleichzeitig auch nach ihren inneren Verschiedenheiten, allerdings nur in Form komplexer unverständlicher Symbole, deren tiefer Sinn aber durch den Verstand distinkt erkennbar ist. Wie der äußere Habitus der Dinge durch deren inneres Wesen bedingt wird und dieses Wesen in sich abspiegelt, ebenso sind auch die Sinneserkenntnisse nicht allein Abbildungen des Äußeren der Dinge, sondern auch dessen, woraus diese sich aufbauen und in welcher Art das geschieht. Daß durch die Sinnesqualitäten die Erscheinungen auch tatsächlich nach den mannigfaltigsten nur möglichen Größen ihrer Bestandteile und nach ihren inneren Strukturen unterschieden werden, dafür lassen sich in den Wissenschaften die zahlreichsten Beispiele anführen. Wir wollen hier einige zur Bestätigung des Gesagten einer näheren Betrachtung unterwerfen.

In der Lehre von der strahlenden Energie ist das Abhängigkeitsverhältnis der Farbentöne von der Energiegröße der auf den Gesichtssinn einwirkenden Ätherschwingungen mathematisch genau bestimmt worden. M. Planck ist es gelungen rein deduktiv, auf die Gesetze der elektromagnetischen Strahlung, der Thermodynamik und der

Wahrscheinlichkeitsrechnung[1]) gestützt, die Verteilung einer gegebenen Energiemenge auf die Farben des Normalspektrums zu ermitteln und zahlenmäßig auszudrükken. Aus dem von ihm aufgestellten Gesetz[2]) geht her-

1) Obschon die Wahrscheinlichkeitslehre, die, wie ihr Name schon sagt, bloß Wahrscheinliches, also etwas nicht genau Erkennbares zu bestimmen sucht, so stellt sie dennoch eine Rechenmethode dar, deren Ergebnisse bei höchst genauen mathemetischen Berechnungen zur Anwendung kommen. Dieser Umstand läßt sich dadurch erklären, daß die Wahrscheinlichkeitsrechnung, wenn auch nicht für Einzelfälle, so doch immerhin für Gesamtergebnisse zahlreicher Fälle genaue Bestimmungeu zu geben vermag. Wie J. v. Kries (Logik, Tübingen 1916, S. 601—621.) ausführt, werden wir nur dadurch berechtigt, alle unzähligen Ergebnis-Folgen, die für sehr zahlreiche Fälle möglich sind, mit Sicherheit zu erwarten, weil wir uns bei den Wahrscheinlichkeitsansetzungen stets auf ein ganz genaues und positives Wissen stützen, in dem die Wahrscheinlichkeitserwägungen ihre Legitimierung finden. Aus diesem Grunde lassen sich die Wahrscheinlichkeiten auch zahlenmäßig bewerten, wobei das Zuweisen bestimmter mathematischer Wahrscheinlichkeitswerte lediglich Sache der kombinierenden Überlegung und Rechnung ist (l. c. S. 615). Auch die Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung stellen nichts anderes dar als das Ergebnis des rein logischen Denkens. E. Zilsel ist es gelungen dem sog. Gesetz der großen Zahlen aus rein logischen Prinzipien eine Begründung zu geben (vgl. Das Anwendungsproblem, ein philosophischer Versuch über das Gesetz der großen Zahlen und die Induktion, Lpzg. 1916). Aus dieser ist zu ersehen, wie sich die Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung logisch begründen lassen. Obwohl E. Czuber die Deduktion Zilsels für mangelhaft hält, da seiner Meinung nach die naturphilosophischen Grundlagen, auf die Zilsel sich stützt, empirischen Ursprung haben (vgl. E. Czuber, Die philos. Grundlagen der Wahrscheinlichkeitsrechnung, Lpzg. 1923, S. 146 ff.), so scheint uns die Deduktion Zilsels doch durchaus einwandfrei zu sein. Seine Grundlagen gehen zwar die Erfahrungstatsachen an, sind dabei aber durchaus apriorisch.

2) In der dieses Energieverteilungsgesetz ausdrückenden Formel:

$$\varepsilon = \frac{8\pi c h}{\varphi^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{c h}{k \varphi \vartheta}} - 1}$$

vor, daß das Energieelement ε, das den einzelnen Farbentönen zukommt, von der Schwingungszahl γ der sie bedingenden Lichtstrahlen oder, was dasselbe ist, von der Wellenlänge φ derselben — da ja die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für alle Lichtstrahlen dieselbe ist — abhängig ist. Hieraus erhellt also, daß die Unterschiede aller Farbenempfindungen auf Größenunterschieden an den Energiegebilden, die den Farbentönen des Spektrums zugrunde liegen, beruhen. Daher können wir auch sagen, daß durch die einfachsten Farbenempfindungen Energiegebilde nach der Größe oder Anzahl der sie aufbauenden Teilenergien unterschieden werden.

An einer anderen Lichterscheinung, der sog. Interferenz des Lichts, läßt es sich zeigen, wie durch die Sinnesqualitäten Energiegebilde auch einzig und allein nach der Art oder nach der Form des Zusammenwirkens der sie aufbauenden Teilenergien unterschieden werden können. Die Interferenzerscheinung wird bekanntlich dadurch zustande gebracht, daß Ätherwellen von gleicher Größe, die aber bei besonderen Umständen Gangunterschiede aufweisen, einander je nach dem zurückgelegten Wege in ihrer Wirkung bald verstärken, bald schwächen und daher auch keine gleichförmige Lichtempfindung, sondern periodisch durch Schatten durchbrochene Lichtbilder ergeben. Die Eigentümlichkeit dieser Gesichtswahrnehmung beruht also bloß auf der besonderen Form, in der die Lichtwellen oder Teilenergien einander beeinflussen.

Eine der Interferenz des Lichts ähnliche Erscheinung stellt die unter dem Namen der Schwebung bekannte, an den Tönen bemerkbare periodische Stärkeschwankung der-

bezeichnet c die Lichtfortpflanzungsgeschwindigkeit, ϑ die Temperaturen, h und k durch besondere Messungen ermittelbare Naturkonstanten. Vgl. M. Planck, Die Ableitung des Strahlungsgesetzes, (Ostwalds, Klassiker der exakten Wissenschaften, Leipzig 1923, **206**. S. 57, 73).

selben dar, die durch das Gehör als ein langsames Auf- und Abwogen des Tonganzen wahrgenommen wird. Dieses Auf- und Abwogen der Töne wird durch das Zusammentreffen von Wellenzügen, die der Länge ihrer Wellen nach bloß wenig auseinandergehn, hervorgerufen, so daß durch das Gewahrwerden desselben die Energiegestalten der in Schwingungen versetzten Medien sowohl nach der Größe und Form der Teilschwingungen, als auch nach der Art ihres Zusammentreffens unterschieden werden.

Auch das Unterscheiden der Töne hinsichtlich ihrer Klangfarbe beruht auf dem Vermögen unseres Gehörssinnes die dem qualitativ Sinnlichen zugrundeliegenden objektiven Vorgänge nach der Größe ihrer Komponenten und nach der Art oder Form ihrer gegenseitigen Beeinflussung zu unterscheiden. Die Klangfarbe eines Tones rührt bekanntlich von der Anzahl und von dem Charakter der ihn begleitenden Obertöne her, die durch die Teilschwingungen der den Grundton ergebenden Grundschwingungen hervorgerufen werden. Nun hat Fourier im J. 1822 den mathematischen Beweis geliefert, daß jede vollkommen beliebige Schwingung, wofern sie nur periodisch ist, aus einer mehr oder weniger großen Summe von sog. Sinusschwingungen zusammengesetzt werden kann, deren Schwingungszahlen ganzzahlige Vielfache von der Schwingungszahl der gegebenen Bewegung sind.[1]) Diesem entsprechend hat es sich auch experimentell nachweisen lassen, daß unsere Grundtöne, obwohl sie einfach zu sein scheinen, dennoch komplexe Gebilde darstellen, und zwar deswegen, weil die sie hervorrufenden schwingenden Körper, indem sie als Ganzes schwingen, sich zugleich auch in verschiedene Abteilungen und Unterabteilungen zerlegen können, die dann unbeschadet ihrer Teilnahme an der großen Hauptbewegung in kleineren Exkursionen für

1) Vgl. H. Ebbinghaus, Grdz. der Psychologie, I. Lpzg. 1919, S. 318 ff.

sich schwingen. Unter Umständen findet diese Zerlegung nach ganz einfachen Zahlenverhältnissen, wie z. B. bei guten Klaviersaiten, statt. Die Saite schwingt pendelförmig als Ganzes, außerdem gesondert in ihren beiden Hälften, ihren drei Dritteln usw. Da die Knotenpunkte zwischen zwei Abteilungen je eine gewisse Schwingung nicht mitmachen, so entsteht die resultierende Luftbewegung aus Vorgängen, die in einer gewissen räumlichen Trennung nebeneinander ablaufen. Die auf diese Weise an den Luftteilchen ungeteilt zusammenexistierenden Teilschwingungen wirken auch unter Umständen isoliert auf äußere Körper und lassen sich auch für unsere Analyse voneinander sondern. Für das Ohr klingen sie als Obertöne mit dem Grundton mit, und diese bedingen durch sich in ihrer Gesamtheit auch die besondere Eigenschaft der spezifischen Färbung der Töne. Auf dem Vermögen des Gehörsorgans, die den Obertönen entsprechenden Partialschwingungen zu unterscheiden, beruht aber auch das Gleichklingen oder das Ähnlichsein der Töne, eine besondere Eigenschaft, die manche Töne miteinander aufweisen. Dieses in der Tonreihe periodisch wiederkehrende Moment der gleichen Qualität der Töne, das jeder Ton z. B. mit seiner Oktave, Duodezime, Doppeloktave usw. aufweist, findet seine Erklärung in der Tatsache, daß die Schwingungszahlen dieser Töne ganzzahlige Vielfache der Schwingungszahl ihres Grundtones darstellen und daher auch als mitklingende Teiltöne in ihm enthalten sind.[1]) Indem das Ohr von den gleichen Schwingungen affiziert wird, wird durch dieselben auch die Empfindung der qualitativen Gleichheit der Töne zustande gebracht. Wie also aus dem Angeführten zu ersehen ist, sind unsere Schall- und Gesichtsempfin-

1) Wenn z. B. der Grundton einer Saite do_1 die Schwingungszahl N hat, so kommen ihm die Teiltöne:

	do_2	sol_2	do_3	mi_3	sol_3	—	do_4	re_4	mi_4	—	sol_4	usw.
mit den Schwingungszahlen:	2N	3N	4N	5N	6N	7N	8N	9N	10N	11N	12N	zu.

dungen durchaus nicht als einfache, weiterhin nicht mehr zerlegbare psychische Gebilde zu betrachten. Sie sind zusammengesetzter Natur und dienen uns in ihrem komplexen Bestande zum exakten Unterscheiden komplizierter Vorgänge und zugleich auch verstandesmäßiger, sogar mathematisch-deduktiv ermittelbarer Beziehungen unter den sie hervorbringenden materialen Teilprozessen, wie wir uns davon bei der Betrachtung der Klangfarbe der Töne hier am besten überzeugen konnten.

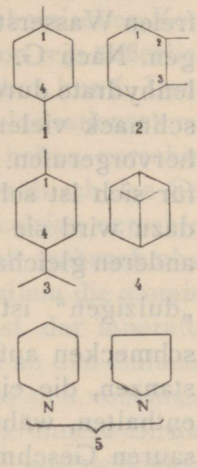
Wie nun durch den Gehör- und Gesichtsinn, so sind wir auch durch den Geruch- und Geschmacksinn auf die exakteste Weise zum Unterscheiden von Energiegebilden hinsichtlich ihrer Teilgebilde, Formen und Strukturen sowie auch hinsichtlich rein logisch ermittelbarer Verhältnisse an diesen befähigt. Es hat sich nämlich feststellen lassen, daß die verschiedensten Qualitäten dieser Sinne stets ganz bestimmten Eigenheiten der chemischen Konstitution der Stoffe, die auf die Sinne einwirken, zugeordnet sind. Daher werden auch Geruch und Geschmack die Empfindung für die chemische Konstitution der Stoffe genannt. Die neueren Ergebnisse der Riechstoffchemie geben uns die exakteste Auskunft über die Zuordnungsverhältnisse, die zwischen den verschiedenartigsten Qualitäten der Geruchsempfindungen und der chemischen Konstitution der Stoffe bestehen. Was die Stoffe nun selbst anbelangt, so sollen die anorganischen Verbindungen sehr arm an Geruchsqualitäten sein, die ganze Mannigfaltigkeit derselben soll sich aber dafür namentlich im Gebiete der organischen Verbindungen entfalten. In den riechenden Substanzen sollen immer Elemente aus der 5., 6. oder 7. Gruppe des periodischen Systems oder statt dessen Kohlenstoff, welches der 4. Gruppe angehört, enthalten sein. Nach Henning[1]) gibt es sechs Hauptgerüche, und

1) Zitiert bei H. Ebbinghaus, Grdz. der Psychol., Lpzg. 1919, S. 447 ff.

diese sind in ihrem Charakter namentlich dadurch bedingt, wie die geruchgebenden Atomgruppen an den Kern des Moleküls gebunden sind, so daß ein durchgehendes, sozusagen statisches Parallelitätsverhältnis zwischen den geometrisch darstellbaren Konstitutionsformeln der Riechstoffe und den Geruchsqualitäten wirklich besteht. Den sechs von ihm angenommenen Hauptgerüchen: würzig, blumig, fruchtig, harzig, brenzlich, faulig, ordnet er sechs Hauptbindungsarten der geruchgebenden Gruppen (d. h. der Hydroxyl-, Aldehyd-, Keton-, Ester-, Nitro-, Nitril- und Azimidogruppe) an ihre Radikale zu. Hierüber berichtet er folgendes: „Stelle ich die Formeln der chemischen Vertreter meinen sechs psychologischen Geruchsklassen entsprechend zusammen, dann muß die Bindungsart in jeder psychologischen Abteilung etwas Gemeinsames zeigen, ganz unbekümmert darum, welcher chemischen Familie (ob Kohlenwasserstoff, Ester, Alkohol, Äther usw.) diese Riechstoffe angehören. Aromatika, die sich psychologisch als Übergangsgerüche erweisen, müssen in ihrer chemischen Bindungsart etwas dem Übergange Entsprechendes aufweisen. Das ist nun in der Tat der Fall: Ich fand es bestätigt bei einer Nachprüfung aller Aromatika mit bekannter Konstitutionsformel, die in den Zusammenstellungen von Gildemeister-Hoffmann, Heusler, Klimont und Cohn angeführt werden, ohne daß mir dabei eine unerklärliche Ausnahme begegnet wäre.“ [1]) Dem würzigen Geruch soll nun eine Parastellung zweier osmophorer Gruppen an einem Benzolring entsprechen oder aber ein (noch nicht näher bestimmbares) Anologon dazu in den offenen Ketten der würzigen Riechstoffe, welche der alipathischen Gruppe organischer Substanzen gehören. Als Formel der Blumendüfte „der Schmerzenskinder des Riechstoffchemikers,“ wird zweitens mit einiger Reserve die Orthometastellung am Benzolring (also 2,3)

1) Vgl. H. Henning, Der Geruch. 1916. S. 291, 293.

angenommen, wofür vor allem die bekannten Formeln einiger Übergangsgerüche sprechen. Es gilt nämlich die allgemeine Regel: „Übergangskörper zweier oder mehrerer Geruchsklassen tragen alle betreffenden Geruchsbindungen zugleich. Übergänge zweier Klassen haben zwei Bindungen, Übergänge dreier Klassen drei und der Quadrupelgruppe vier." — Übergangskörper von würzig zu blumig zeigen demnach sowohl die Gewürzgeruchsbindung, als auch die Blumengeruchsbindung, z. B. Vanillin. Trotz dieser doppelten chemischen Charakteristik handelt es sich hierbei doch um durchaus einfache Gerüche. Drittens weisen die Formeln der Fruchtdüfte eine Gabelung auf, sei es, daß zwei osmophore Gruppen direkt an einem geeigneten (osmogenen), einfachen oder zusammengesetzten Radikal sitzen, wie bei Äthern, Fettsäuren, Alkoholen usw. oder daß die Gabelung an den Benzolring angesetzt erscheint. Viertens zeichnen sich die harzigen Düfte durch Innenstellung der osmophoren Gruppe im Benzolring aus. Die brenzligen Düfte kennzeichnen sich endlich durch „glatte Ringe", in denen ein Sticktoffatom vorkommt, und die fauligen durch eine „Aufsplitterung der Ringe". Während bei den brenzligen Gerüchen gegenüber den vier ersten Geruchsklassen ein materialer Unterschied durch die wichtige Rolle des Stickstoffes auftritt, bringt die faulige Abteilung weitere Bausteine: Schwefel, Selen, Tellur, Arsen, Antimon, Wismut, Phosphor und Stickstoff.[1])



Ebenso wie bei den Gerüchen, so bestehen nun auch bei den verschiedenen Geschmäcken ganz bestimmte Beziehungen zu der chemischen Konstitution der sie hervor-

1) H. Ebbinghaus, l. c. S. 449.

rufenden Substanzen. Stoffe z. B., die sich chemisch als Säuren charakterisieren, schmecken, falls sie gleichzeitig in der Mundflüssigkeit löslich sind, fast durchweg sauer, und umgekehrt findet sich der saure Geschmack ausschließlich bei Säuren im chemischen Sinne. Der salzige Geschmack ist ausnahmslos auch an chemische Salze gebunden; nur schmecken bei weitem nicht alle Salze salzig, sondern (abgesehen von den geschmacklosen) zahlreiche bitter oder süß. Allgemein bekannt ist, daß vielen Kohlenhydraten ein süßer oder süßlicher, vielen Alkalien ein bitterlicher Geschmack eigen ist. Bei Säuren sollen es die freien Wasserstoff-Ionen sein, die den Geschmack bedingen. Nach G. Cohn [1]) wird der Süßgeschmack der Kohlenhydrate durch die Hydroxylgruppe (OH), der Bittergeschmack vieler Alkaloiden durch die Nitrogruppe (NO_2) hervorgerufen. Nicht die einzelne OH- oder NO_2-Gruppe für sich ist schon Träger eines bestimmten Geschmacks; dazu wird sie vielmehr erst durch ihre Verbindung mit anderen gleichartigen oder ungleichartigen Gruppen. Stets „dulzigen" ist das Gruppenbündel $C<^{NH_2}_{CO(OH)}$. Bitter schmecken außer den Nitroverbindungen auch die Substanzen, die eine —SH=, — S — oder —S—S= Gruppe enthalten, während die Komplexe CO_2H und SO_3H stets sauren Geschmack erzeugen. Im allgemeinen gilt die Regel, daß die Angehörigen einer Stoffamilie „mit steigendem Molekulargewicht ihren Geschmack von süß nach bitter hin ändern".

Alle genannten, die Geruchs- und Geschmacksempfindungen betreffenden Gesetzmäßigkeiten werden noch durch die Einflüsse der Isomerie, und zwar sowohl der Stellungs- wie der Stereoisomerie durchkreuzt.

1) G. Cohn, Geschmack und Konstitution bei organischen Verbindungen, Sammlung chem. etc. Vorträge, herausg. von Herz 1915, zitiert bei Ebbinghaus, l. c. S. 455, 460.

So hat z. B. die Buttersäure im Molekül die gleichen Elemente in gleicher Atomzahl wie der Essigäther. $C_4H_8O_2$ kann die Konstitution $CH_3 \cdot CH_2 \cdot CH_2 \cdot CO \cdot OH$, aber auch $CH_3 \cdot CO \cdot O \cdot CH_2 \cdot CH_3$ besitzen. Buttersäure hat einen widerlichen, Essigäther dagegen einen angenehmen Geruch [1]). Was die Einflüsse der Isomerie überhaupt anbelangt, so ist zu sagen, daß diese sich nicht selten auch an den Qualitäten der übrigen Sinne bemerkbar macht. Wie wir bereits gesehen, hat das Methan denselben chemischen Bestand wie das Ethan. Beide unterscheiden sich bloß durch die Art der stereometrischen Anordnung ihrer Atome in den Molekülen. Die Verschiedenheit der chemischen Konstitution dieser Stoffe tut sich uns aber schon rein äußerlich durch die physischen Eigenschaften derselben kund. Denn wie bekannt, lenken diese Stoffe die Polarisationsebene nach verschiedenen Richtungen ab, sie haben verschiedene Molekulargewichte, werden also wie durch den Gesichts-, so auch durch den Tast- und Muskelsinn verschieden empfunden. Daß sich an den sinnlich wahrnehmbaren Eigenschaften der Dinge aber nicht allein die atomistische Struktur der Stoffe, sondern selbst der inneratomistische Bau derselben fühlbar macht, ist an den einfachsten chemischen Substanzen zu ersehen, die sich voneinander nur durch ihre Atome, also durch die innere Struktur ihrer letzten chemischen Bausteine unterscheiden, gleichzeitig durch die Sinne aber nur nach ihren äußeren, rein physischen Eigenschaften unterschieden werden. Gold, Eisen, Silber, Kupfer, Kalium, Natrium, Sauerstoff, Stickstoff und alle übrigen einfachen Substanzen werden durch die Sinne verschieden empfunden. Die Unterschiede der äußeren unmittelbar sinnlich wahrnehmbaren Eigenschaften dieser Stoffe rühren aber nur von den Verschiedenheiten der inneren Struktur der sie auf-

1) A. Stöhr, Psychologie, Wien u. Lpzg. 1922, S. 149.

bauenden Atome her. Wie hieraus zu ersehen, ist die Mannigfaltigkeit unserer Sinnesqualitäten somit nicht nur der molekularen und atomistischen Struktur der Stoffe, sondern auch dem inneren Bau der Atome zugeordnet. Die einfachsten Sinneserzeugnisse sind in ihrem kontinuierlichen Wandel außerdem aber auch noch einer rein idealen Seite der Erscheinungen zugeordnet, wie etwa den Gesetzmäßigkeiten, die sich aus den an den Erscheinungen bestehenden Größenverhältnissen rein deduktiv ermitteln lassen, gleichzeitig aber auch die physische Seinsart der Dinge bestimmen. Davon haben wir uns schon bei den Gehörsempfinungen überzeugen können, anschaulicher muß es uns aber bei der Betrachtung der Qualitäten des Tastsinnes werden.

Wie aus der Thermodynamik zu ersehen ist, lassen sich die Gesetzmäßigkeiten des durch den Tastsinn erkennbaren qualitativ Wandelbaren aus den Veränderungen quantitativer Beziehungen an den dieses Wandelbare bedingenden materialen Prozessen rein rechnerisch ermitteln. Der Thermodynamik gelingt es gegenwärtig ihre Probleme auf rein rationalem Wege zu lösen, indem sie von paar Voraussetzungen ausgehend, die Gesetzmäßigkeiten, die die Wärme- und Aggregatzusände angehen, mathematisch folgerichtig ableitet. Bei ihren Deduktionen befolgt sie die sog. statistische Methode: berechnet die Anzahl der Moleküle eines Gases, auch bei Ausfällung fester und flüssiger Stoffe, untersucht die Moleküle auf ihre physischen Eigenschaften, bestimmt die Energiegrößen derselben und stellt Formeln und Gleichungen auf, die die Gleichgewichtsbedingungen für Aggregatzustandsänderungen, Löslichkeit, Dissoziation, Gefrierpunktserniedrigung, Siedepunktserhöhung und Isohydrie angeben[1]). Alle diese Zustände und Veränderungen werden durch die Sinne

1) M. Planck, Vorlesungen über Thermodynamik, Berlin u. Lpzg. 1921. S. 290.

rein qualitativ empfunden und unterschieden, so daß die Sinnesqualitäten sich als Funktionen deduktiv ermittelter und mathematisch genau formulierter Gesetzmäßigkeiten der miteinander physisch kontinuierlich zusammenhängenden materialen Prozesse ergeben. Die kontinuierlich ineinander übergehenden Sinnesqualitäten hängen somit miteinander nicht allein physisch, sondern auch logisch kontinuierlich zusammen und gehen auch auf logisch notwendige Weise auseinander hervor.

Aus der Betrachtung der Zuordnungsverhältnisse, die zwischen den Sinneserzeugnissen, der inneren Konstitution und der Wirkungsweise der als Reize auf die Sinne einwirkenden materialen Prozesse bestehen, geht hervor, daß die Sinne uns als Mittel dienen zur systematischen Erkenntnis der mannigfaltigsten ineinander übergehenden Energiegestalten der Erscheinungen, und zwar nicht nur hinsichtlich der Größe der sie aufbauenden Elemente oder Teilprozesse, sondern auch nach den mannigfaltigsten Formen, in denen diese zusammenwirken und den steten Wandel der Dinge bedingen. Insofern es sich nun nachweisen läßt, daß die gesetzmäßigen Zusammenhänge unter den Elementen, die die Erscheinungen aufbauen, und der gesetzmäßige Wandel solcher Zusammenhänge rein verstandesmäßiger Natur sind und sich dementsprechend auch rein deduktiv erkennen lassen, sind auch die allereinfachsten symbolischen Sinneserkenntnisse als intuitive Erkenntnismittel zum Unterscheiden rein verstandesmäßiger, logisch erfaßbarer Beziehungen unter den die Erscheinungen aufbauenden Elementen zu betrachten.

e. Die verstandesmässige Struktur der Sinneserzeugnisse.

Wir haben gesehen, daß wir durch unsere unmittelbaren Sinneserkenntnisse, ungeachtet ihrer Unvollständigkeit, dennoch zu systematisch zusammenhängenden und sogar logisch begründeten Erkenntnissen der Erscheinun-

gen aus dem Grunde gelangen können, weil erstens die Sinnesorgane in ihrer Gesamtheit ein System von planmäßig einander in ihren Funktionen ergänzenden Erkenntnismitteln darstellen, zweitens, weil alle Dinge infolge der gesetzlichen Einförmigkeit der Natur einander derart zu beeinflussen vermögen, daß das unmittelbar durch die Sinne nicht Wahrnehmbare dennoch unserer Wahrnehmung zugänglich gemacht werden kann, drittens, weil sich die Sinneserkenntnisse bei ihrer Aufeinanderbeziehung auch rein logisch behandeln lassen. Die auf Grund der unmittelbarsten Sinneserkenntnisse ermittelbaren allgemeinen und objektiv gültigen Erkenntnisse lassen sich eben nicht ohne weiteres an diesen ablesen, sondern nur auf dem Wege des reinen Denkens aus ihnen ermitteln. Indem wir beim Denken die symbolischen Sinneserkenntnisse nach rein logischen Regeln aufeinanderbeziehen und in einen Zusammenhang bringen, lassen wir aber stets die Voraussetzung als ganz selbstverständlich gelten, daß die Sinneserzeugnisse sich auch durchweg den logischen Gesetzmäßigkeiten zu fügen haben. Die Tatsache nun, daß die so durch logische Aufeinanderbeziehung der Sinnesdaten gewonnenen deduktiven Erkenntnisse den Erfahrungstatsachen auch entsprechen und die Gesetzmäßigkeiten der Erscheinungen auf das exakteste zu erfassen vermögen, ganz ebenso wie auch der Umstand, daß uns auch schon die allereinfachsten Sinnesqualitäten als Mittel dienen, rein verstandesmäßige Beziehungen unter den die Erscheinungen aufbauenden Elementen und Prozessen zu unterscheiden, zwingt uns zur Annahme, daß die Sinneserzeugnisse in ihrem innersten Kern auch selbst rational sind und auch eine logische Struktur an sich erkennen lassen müssen. Wenn wir einige uns schon bekannte Tatsachen von diesem Standpunkt aus näher betrachten, müssen wir das wohl ohne weiteres zugeben.

Wir erinnern hier nur an die Entdeckungen, zu denen

Kepler, Galilei, Newton auf dem Wege rein spekulativer Betrachtungen gekommen waren, bei denen sie stets von rein empirischen Erkenntnissen ausgingen und durch eine rein logische Bearbeitung derselben zu ihren genialen Einsichten geführt wurden. Ebenso waren aber auch andere wie Huyghens, Fourier und Doppler durch rein theoretische Behandlung abstrakt aufgeworfener Probleme zu Schlußergebnissen gekommen, die, auf Erfahrungstatsachen angewandt, zur exaktesten Erkenntnis der dieselben beherrschenden Gesetzmäßigkeiten führten. Auf diese Weise konnten die allerunregelmäßigsten Erscheinungszusammenhänge nur aus einigen für sie zugestandenen und sie bestimmenden Sinnesdaten sich als logische Folgen herleiten und auch die verwickeltsten Erscheinungskomplexe sich auf genetisch definierte Begriffsgebilde reduzieren lassen. So haben auch die Gesetzmäßigkeiten des kontinuierlichen Wandels der Sinnesqualitäten selbst durch rein deduktiv ermittelte Gesetzmäßigkeiten erfaßt werden können, ganz ebenso wie auch der bunte komplexe Bestand derselben sich an der Hand apriorischer Gesetzmäßigkeiten mathematisch analytisch in seine Grundbestandteile hat zerlegen und auch die Sinnesqualitäten selbst sich aus solchen Bestandteilen haben konstruieren lassen. Nach dem rein mathematisch abgeleiteten Fourierschen Satz hat die Existenz von Obertönen an den Tönen rein theoretisch nachgewiesen und so auch die Eigenschaft der spezifischen Färbung der Töne oder der sog. Klangfarbe als eine den Tönen logisch immanente Eigenschaft abgeleitet werden können. Die kaum merklichen Veränderungen der Farbentöne, die sich an der Verschiebung der Spektrallinien bemerkbar machen und aus dem Zu- oder Abnehmen der Lichtwellenzahlen erklärt worden sind, ergaben sich ganz ebenso wie die Erhöhung oder Vertiefung der Töne als rein logische Folgen aus den Änderungen der zum Zustandekommen dieser Erscheinungen

erforderlichen Bedingungen nach dem rein deduktiv ermittelten Dopplerschen Prinzip. Ganz ebenso haben sich auch die Eigentümlichkeiten und der Wandel der Qualitäten der übrigen Sinne aus den Eigentümlichkeiten rein logischer Beziehungen und durch die rationalen Gesetzmäßigkeiten genetisch definierter Begriffsgebilde erklären lassen. Daher werden wir zum Schluß geführt, daß die Unterschiede des Sinnlichen auf rationalen Unterschieden logischer Beziehungen beruhen und daß die analysierende Fähigkeit der Sinnlichkeit, die Energieformen des realen Geschehens nach dem Wandel rein logischer Verhältnisse an ihnen zu unterscheiden, durchweg darauf beruht, daß die das reale Geschehen durch ihre mannigfaltigsten Qualitäten abbildenden komplexen Sinnessymbole gerade denselben verstandesmäßigen Gesetzmäßigkeiten unterliegen und dieselbe verstandesmäßige Struktur aufweisen, wie das auf Grund derselben rational erkannte reale Sein rational ist und einen inneren logischen Bau aufweist. Wir können also sagen, daß die Sinnlichkeit in ihren Funktionen durchweg an diejenigen des Verstandes angepaßt ist und sogar im Dienste desselben steht. Bei ihrer intuitiv analysierende Tätigkeit erfüllt sie dieselbe Aufgabe der reinen Reflexion, allerdings nicht mit Hilfe diskursiver, in den reinen Verstandes- und Anschauungsformen fundierter Begriffe und begrifflicher Gesetzmäßigkeiten, sondern durch ihre eigenen Symbole, die logisch unmittelbar wohl unbegreiflich zu sein scheinen, in ihrem innersten Wesen aber ganz ebenso wie die zu ihrem Ausdruck dienenden exaktesten Begriffe rational sind. Die Sinnlichkeit stellt also zusammen mit dem Verstande ein einheitliches Organ zur Erkenntnis des natürlich-rationalen Geschehens dar. Das Einheitliche an ihnen ist ihre gemeinsame logische Struktur, und insofern nun die Sinnlichkeit in ihrem Wesen und ihren Verrichtungen durch die Gesetzmäßigkeiten des Verstandes be-

dingt wird und die Aufgaben der reinen Reflexion erfüllt, läßt sich die sinnliche Erkenntnis auch als eine Funktion der rein verstandesmäßigen betrachten.

Da nun der Wandel des Sinnlichen stets dem gesetzmäßigen Wandel der Erscheinungen zugeordnet ist, so geht hieraus hervor, daß alles, was für die Erscheinungen eine Gültigkeit hat, auch für das symbolisch erkannte Sinnliche eine Gültigkeit haben und als eine gesetzmäßige Eigenschaft sich auch an ihnen nachweisen lassen muß. Nun kommt den Energiegebilden, die den Erscheinungen zugrunde liegen, die Eigenschaft zu, daß sie sich fortwährend umgestalten und neue Formen annehmen können, wobei die ineinander übergehenden Energiegebilde ihrer inneren Struktur und ihren steten Umwandlungen nach stets kontinuierlich zusammenhängen. In vielen Fällen haben sich nun die Gesetzmäßigkeiten solcher Umwandlungen mathematisch formulieren und deduzieren lassen. Auf solche Weise haben sich auch die physisch kontinuierlichen Zusammenhänge auf rein logische Zusammenhänge zurückführen lassen. In solchen Fällen geht eine Erscheinung aus der anderen auf rein logische Weise hervor, weshalb auch solche Erscheinungen als ineinander logisch enthalten oder einander immanent zu betrachten sind. So haben wir gesehen, daß Huyghens zu seinen Entdeckungen auf rein logischem Wege an der Hand der Galileischen und Newton zu der seinigen an der Hand der Huyghensschen gekommen waren und daß die Keplerschen Gesetze und ebenso auch die Galileischen und Huyghensschen sich ihrerseits wieder von Newton aus seinem Gravitationsgesetz haben ableiten lassen. Alle durch diese Gesetze bestimmten Bewegungserscheinungen können somit als Variationen ein und derselben Gravitationserscheinung betrachtet werden. Die individuellen Verschiedenheiten derselben rühren nur von den Umständen her, unter denen die Schwerkraft in den einzelnen Fäl-

len zur Geltung gelangt. Die Pendelbewegung stellt ja dieselbe Fallerscheinung dar, bloß unter der Mitwirkung einer zweiten Kraft, die den Körper bei dem Fallen seitwärts hemmt. Ebenso sind auch die Bewegungen der Planeten um die Sonne als Fallbewegungen gegen die Sonne anzusehen, die unter dem Einfluß zweier Kräfte (der Zentripetal- und der Zentrifugalkraft) verlaufen. Newton war es sogar gelungen, aus dem gegenseitigen Größenverhältnis dieser Kräfte auch die Formen der Planeten- und Kometenbahnen rein deduktiv zu erklären. Dieser Erklärung zufolge bewegt sich bei einem bestimmten Größenverhältnis dieser Kräfte ein Himmelskörper um den anderen, wie der Mond um die Erde, kreisförmig. Ist die Zentrifugalkraft größer, so wird die Kreisbahn zu einer elliptischen, wird sie noch größer, so wird die Planetenbahn zu einer parabolischen, hyperbolischen usw., und verschwindet endlich die Zentrifugalkraft, so fällt der Körper nach demselben Gravitationsgesetz auf den anderen. Wie hieraus zu ersehen, sind alle diese Bewegungsformen des freifallenden Körpers, der Pendelbewegungen, des Umschwungs der Himmelskörper — zusammen mit den sie bestimmenden Gesetzmäßigkeiten — Sonderfälle und logische Folgen des allgemeinen, für alle gravitierenden Körper geltenden Gesetzes der kosmischen Gravitation. Da diese Gesetze und Bewegungsformen sich als logische Folgen aus dem Gravitationsgesetz haben entwickeln lassen, so sind sie gleichzeitig auch diesem Gesetz und den besonderen Bedingungen, unter denen dasselbe zur Anwendung kommt, als logisch immanent zu betrachten.

Wie es nun mit der Erkenntnis der Gravitationserscheinungen bestellt ist, ebenso muß es sich auch in allen nur möglichen Fällen des kontinuierlichen Überganges der Sinneserkenntnisse ineinander verhalten. Sie müssen sich alle zufolge der ihren steten Wandel bedingenden rationalen Gesetzmäßigkeiten als logische Folgen auseinander entwickeln

lassen. Das hat sich auch, wie aus den Deduktionen Dopplers, Fouriers u. a. erhellt, selbst für die einfachsten Sinnesqualitäten nachweisen lassen. Es fragt sich aber, ob es auch ausnahmslos in allen Fällen sinnlicher Erkenntnis so bestellt ist, und wie es sich etwa in den Fällen des Überganges von Energieformen ineinander verhält, welche sich durch ein und denselben Sinn nicht mehr erkennen lassen und in denen die Folgeerscheinungen eines Vorganges höchstens durch Vermittelung anderer Sinne erkannt werden können. Beim Zusammenstoß zweier unelastischer Körper geht z. B. die Bewegungsenergie nicht verloren, sondern in neue Energieformen über. Diese können nicht mehr durch den Gesichtssinn wahrgenommen werden, sie werden aber durch den Tast- und Gehörssinn als Wärme und Schall empfunden. Wie nun in diesem Fall, so ist es überhaupt eine ganz gewöhnliche Erscheinung, daß die Qualitäten eines Sinnes sich in diejenigen eines anderen umsetzen. Sie müssen einander dabei aber nicht nur physisch, sondern auch logisch immanent sein. Denn wenn die Sinnlichkeit durchweg verstandesmäßig sein soll, so muß auch wohl anzunehmen sein, daß auch die Übergänge aller nur möglichen Sinnesqualitäten ineinander sich ebenfalls durch deduktiv ermittelbare Gesetzmäßigkeiten auseinander logisch ableiten lassen. Leider ist man in der rationalen Naturwissenschaft noch nicht so weit vorgerückt, um darlegen zu können, nach welchen rationalen Gesetzmäßigkeiten die Sinneserzeugnisse oder Energieformen eines Sinnesgebietes in diejenigen eines anderen auf logisch ersichtliche Weise überzugehen vermögen. Vorläufig ist es nur gelungen, die mechanischen Äquivalenzwerte für einige sich ineinander verwandelnde Energieformen festzustellen, ohne diese aber auseinander deduktiv ableiten zu können.

Es entstehen aber Bedenken, ob so etwas überhaupt auch erreichbar ist. Denn wenn wir annehmen wollten, daß die kontinuierlich ineinander übergehenden Energie-

gebilde, d. h. der kontinuierliche Wandel der Erscheinungswelt sich durchweg logisch deduzieren lassen müsse und der Wandel unserer sinnlichen Erkenntnis durchweg rational sei, so hieße das wohl die Behauptung aufstellen, der reale oder kausale Zusammenhang der Erscheinungen lasse sich durchweg auf einen logischen reduzieren, was aber nicht so ohne weiteres zugestanden werden kann. Diese Annahme führt aber auch noch zu anderen Bedenken. Bei der Erkenntnis der Gesetzmäßigkeiten des realen Geschehens bedienen wir uns zu deren Erklärung der verschiedenartigsten Begriffe, deren Wesen uns aber oft durchaus fremd ist und die sich auch scheinbar nicht aufeinander reduzieren lassen wie z. B. die Begriffe, deren wir uns zur Bezeichnung der mannigfachsten Substanzen, die die Körper aufbauen, und der Kräfte, die sie bewegen, bedienen. Es sind das die Atome, die Elektronen, der Äther, die Gravitation, die Anziehungs- und Abstoßungskräfte der Elektrizität, die chemische Verwandschaft usw., durch die wir uns alles Materiale aufgebaut und bewegt vorstellen. Soll sich nun alles reale Geschehen durchweg logisch herleiten lassen, so müssen sich auch die Erscheinungen als funktionale Gebilde einer einheitlichen Grunderscheinung darstellen und daher auch alle Kräfte und Substanzen sich als besondere Zustandsformen einer einzigen mit gewissen Grundeigenschaften ausgerüsteten Substanz erweisen lassen, wenn auch diese Substanz von uns in ihrem transzendenten Wesen nie erkannt und nur durch ihre immanenten Eigenschaften und Zustände, in denen sie selbst stets erhalten bleibt, unserer Erkenntnis zugänglich gemacht werden kann. Um nun darüber ins Klare zu kommen, ob das erfahrungsmäßig oder sinnlich Erkennbare sich auch tatsächlich durchweg auf rationalem Wege auf objektiv gültige Weise erkennen und daher auch der reale Zusammenhang sich auf einen logischen zurückführen lasse, haben wir uns zunächst der Frage zuzu-

wenden, wie und nach welchen Grundsätzen die rationale Naturwissenschaft ihre Erkenntnisse ableitet, worin diese letzten Endes selbst ihre Stütze finden und wie weit sie uns zur objektiv gültigen Erkenntnis des Realen ausreichen können.

34. Die Apriorität der Prinzipien der rationalen Naturwissenschaft.

Die Ansicht, daß die Erscheinungen sich auseinander durchweg deduzieren lassen müssen, findet ihre Stütze in der Tatsache, daß alle nur möglichen Energieformen auch tatsächlich ineinander überzugehen vermögen und auf diese Weise miteinander in einem kontinuierlichen Zusammenhang stehen. Licht, Wärme, Schall, mechanische, elektrische, chemische Energie gehen ineinander entweder direkt oder auf mittelbare Weise über und scheinen daher auch durchaus einheitlicher Natur zu sein. Diese Tatsache des gegenseitigen Energieaustausches der Erscheinungen hat nun schließlich zur Aufstellung des Gesetzes der Erhaltung der Energie geführt, das gegenwärtig in der rationalen Naturwissenschaft als Prinzip von großer Wichtigkeit ist. Die Entdeckung desselben wird S. Carnot und J. R. Mayer zugeschrieben. J. R. Mayer hat dieses Gesetz auf apriorische Gründe zu stützen versucht. Wir wenden uns der Betrachtung seines Beweises zu, um dahinter zu kommen, ob dieses Gesetz auch tatsächlich als ein apriorisches Prinzip zu gelten hat.

Dem Gesetz der Erhaltung der Energie zufolge soll das Entstehen der Erscheinungen stets durch die Umwandlung gleicher Energiemengen ineinander zustande kommen, so daß die Gesamtsumme aller vorhandenen Energien stets unverändert bleibt. Bei der Deduktion dieses Gesetzes sucht R. Mayer zunächst die Notwendigkeit des Satzes: Causa aequat effectum, d. h. die Notwendigkeit von der Unzerstörbarkeit der Ursachen in ihren Wirkungen darzulegen. Der Wandel der Erscheinungen wird ja stets

durch die Wirksamkeit der Kräfte erklärt. Die Erscheinungen sind also Wirkungen oder Arbeitsleistungen der Kräfte und die Kräfte ihre Ursachen. Da nun die Wirkungen der Kräfte wieder Kräfte sind, so seien auch die Erscheinungen schließlich nur als besondere Formen der sie zustandebringenden Kräfte zu betrachten und ebenso auch diesen als ihren Ursachen gleich zu denken. Daher lasse es sich auch sagen, daß „die Fallkraft (d. h. räumlicher Abstand der Materien), Bewegung, Wärme, Elektrizität (d. h. elektrische Differenz) und chemische Differenz ein und dasselbe Objekt, aber freilich unter ganz verschiedenen Formen" seien. Was Wärme, was Elektrizität usw. dem inneren Wesen nach seien, sagt R. Mayer, wisse er nicht, so wenig wie er das innere Wesen einer Materie oder irgend eines Dinges überhaupt kenne, „hat aber die Ursache c die Wärme e, so ist c = e; ist e die Ursache wieder einer anderen Wirkung f, so ist e = f, u. s. f. c = e = f . . . = C." So könne „in einer Kette von Ursachen und Wirkungen, wie aus der Natur einer Gleichung erhellt, nie ein Glied oder ein Teil eines Gliedes zu Null werden." [1]) Ganz ebenso, wie bei allen physikalischen und chemischen Vorgängen die gegebene Kraft eine konstante Größe bleibe, so verhalte es sich auch bei den Lebenserscheinungen. Stets hätten wir es „bei den Lebensprozessen nur mit einer Umwandlung der Materie und Kraft, niemals aber mit einer Erschaffung der einen oder der anderen" zu tun. Indem die Erscheinungen sich also ineinander umwandeln, nehme die in ihnen wirksame Energie zwar stets neue Formen an, bleibe ihrer Menge nach aber stets dieselbe. Auf die Frage aber, was uns zwinge, die unleugbare Gültigkeit des Satzes von der Erhaltung der Ursachen in den Wirkungen und ebenso auch der Erhaltung der Energie in den Erscheinungen anzu-

1) R. Mayer, Die Mechanik der Wärme, Stuttgart 1867, S. 1—12, 19, 48.

nehmen, gibt R. Mayer eine Antwort, indem er sich auf den Grundsatz: Ex nihilo nil fit, nil fit ad nihilum, beruft. Gegen diesen Satz lasse sich nicht streiten. Er habe für uns objektive Gültigkeit, da er in den Gesetzen unseres Denkens begründet sei. Daher müsse auch das aus ihm hervorgehende Erhaltungsgesetz für uns eine unbedingte Gültigkeit haben. „Denn wenn wir uns für das letztere entscheiden, so berufen wir uns auf die Denkgesetze und auf die Erfahrung", sagt R. Mayer[1]). Daß nun das in den Dingen sich stets Erhaltende gerade die Energie sei, suchte Mayer durch die Tatsachen aber auf die Weise zu begründen, daß er eine vollständige Tabelle aller damals bekannten Energiearten aufstellte und ihre allgemeine gegenseitige Verwandlungsmöglichkeit erwies. Für die mechanische Energie und für die Wärmeenergie war es ihm auch gelungen das mechanische Wärmeäquivalent zu ermitteln, d. h. zu bestimmen, wieviel Arbeitseinheiten einer Wärmeeinheit bei der gegenseitigen Umwandlung entsprechen.

Wenn wir nun die Deduktion des Gesetzes der Erhaltung der Energie, die Mayer gegeben, näher prüfen, so müssen wir gestehen, daß es Mayer leider nicht gelungen ist, dieses Prinzip als ein apriorisches zu erweisen. Aus seinen Deduktionen erhellt zwar, daß in dem Falle, wenn der Grundsatz: Ex nihilo nihil etc., tatsächlich objektive Gültigkeit für unser Denken besitzt, auf Grund dieses Prinzips die quantitative Erhaltung eines Etwas, das im übrigen die verschiedenartigsten qualitativen Änderungen erfahren mag, d. h. die Erhaltung einer einheitlichen Substanz als Ursache aller Veränderungen zuzugestehen ist. Daß aber diese Substanz, die sich in den Dingen erhalte, gerade die Energie sein müsse, geht aus dem Beweise R. Mayers auf notwendige Weise noch nicht hervor, da R. Mayer sich zur Begründung dieses Satzes schließlich doch

1) R. Mayer, l. c. S. 34.

nur auf Erfahrungstatsachen zu berufen wußte. Auch das mechanische Äquivalent ist rein empirisch ermittelt worden. Zwar ist es das große Verdienst R. Mayers, daß er in der Energie das allen Erscheinungen zugrundeliegende und bloß seiner Form nach sich Umwandelnde erkannt hat und dieses auch durch die Erfahrungstatsachen in dem Umfange, als sie ihm bekannt waren, zu bestätigen wußte. Daß die Energie aber auch ein in den Dingen sich durchweg quantitativ Erhaltendes darstelle, d. h. gerade die einzig einheitliche Substanz sei, geht aus seinem Beweise durchaus nicht hervor. Dafür hat R. Mayer, wie gesagt, bloß empirische Daten anführen und somit auch für die Substanzialität der Energie keine rationalen Gründe anführen können. Wenn aber die Erscheinungsformen tatsächlich bloß funktionale Gebilde der Energie — als einer einheitlichen, in den Dingen sich stets erhaltenden Substanz — darstellen, dann müßten sie sich als logische Funktionen auseinander auch logisch herleiten lassen. Dann ließe sich auch die Energie in ihrem Kreislauf durch alle Dinge rein logisch verfolgen und könnte auch als ein quantitativ stets Unverändliches an den Dingen stets logisch ausfindig gemacht werden. Dieses Problem blieb R. Mayer aber noch vollständig verborgen. Es geht aber aus seinen Gedanken auf ganz unmittelbare Weise hervor, denn nur dann kann ja ein Glied in einer Kette von Gleichungen nicht zu Null werden, und nur dann muß eine Gleichung stets bestehen, wenn die beiden Glieder derselben auseinander logisch hervorgehn, d. h. wenn sie einander logisch immanent sind. Eine solche Immanenz der Erscheinungen ineinander läßt sich aber nicht durch bloße Erfahrungstatsachen, sondern immer nur auf eine rein logische Weise beweisen. Wenn wir nun berechtigt wären anzunehmen, daß die sich ineinander verwandelnden Erscheinungsformen auch tatsächlich einander stets logisch immanent sind, so hieße das auch annehmen, daß alle

Übergänge derselben, also auch aller Ursachen aus ihren Folgen sich rein logisch ermitteln lassen müßten. Dieses würde dann wieder soviel bedeuten, daß alle Zusammenhänge des Realen durchweg als rein logische aufzufassen sind, denn nur mit der Auflösung aller kausaler Zusammenhänge in die logischen Beziehungen der Funktionen, die auseinander mathematisch deduktiv ermittelbar sind, könnte in der Tat durch die logische Immanez der Wirkungen in den Ursachen auch die Identität derselben miteinander erwiesen werden, und wenn das Identische sich hierbei auch stets als die Energie herausstellen würde, so hätte erst dann die in allen Erscheinungsformen sich umwandelnde Energie als eine Substanz zu gelten. Da nun durch den Beweis R. Mayers die durchgehend logische Immanenz der Energieformen ineinander noch gar nicht erwiesen ist, so hat das Energieprinzip auch nicht als ein apriorisches, sondern bloß als ein erfahrungsmäßiges Gesetz zu gelten [1]). Es fragt sich aber, ob sich auch tatsächlich rein apriorische Gründe dafür angeben lassen, warum die Erscheinungen sich auch in der Tat als Formen bloß einer Substanz auseinander deduzieren lassen müssen. Wie wir gesehen haben, hat sich R. Mayer bei seinen Deduktionen durch den Grundsatz: „Aus nichts wird nichts" usw., leiten lassen und hierin auch eine Stütze für das Prinzip der Erhaltung der Ursachen in den Gründen erblickt. Diese beiden Grundsätze haben wir also vor allen Dingen auf ihren apriorischen Wert hin zu prüfen. Außerdem gelten für die rationale Naturwissenschaft noch eine ganze Reihe anderer Sätze als Prinzipien wie z. B. das Trägheitsgesetz, der Satz von der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung, des

1) Für ein experimentelles Prinzip hält das Prinzip der Erhaltung der Energie F. Enriques (Vgl. Probleme der Wissenschaft, II. Leipzig 1910, S. 474), ebenso auch M. Schlick (Vgl. M. Dessoir, Die Philosophie in ihren Einzelgebieten: M. Schlick, Naturphilosophie. Berlin 1925, S. 416).

Druckes und des Gegendruckes usw. Wie Kant aber ausführt, hat von allen derartigen Prinzipien nur das Gesetz der Beharrlichkeit (der Satz: ex nihilo nihil) sowie das Gesetz der Erhaltung der Ursachen in den Gründen als apriorisch zu gelten. Alle übrigen sind bloße Umschreibungen des Beharrlichkeitssatzes und finden auch nur in diesem ihre Begründung[1]). Um nun zu entscheiden, ob wir uns dieser Ansicht anzuschließen haben, und zu erfahren, wie weit es möglich ist, durch rein apriorische Prinzipien zu einer rationalen Erkenntnis der Naturerscheinungen zu gelangen, müssen wir auf die Behauptung Kants näher eingehen.

Von den Grundsätzen, deren wir uns bei der rationalen Erkenntnis der Naturerscheinungen bedienen, handelt in der Kritik der reinen Vernunft der Abschnitt: „Über die Analogien der Erfahrung". Kant findet, daß diese Grundsätze als synthetische Urteile a priori nie dogmatisch, d. h. aus Begriffen bewiesen werden können, sondern daß ihre Allgemeingültigkeit nur durch Deduktion ihrer selbst als notwendiger Bedingungen der Möglichkeit der Dinge für uns in der Erfahrung dargelegt werden könne. Diesem entsprechend gibt Kant in der ersten Analogie dem Grund-

1) In ähnlicher Weise wie R. Mayer geben auch Helmholtz und Planck dem Gesetz der Erhaltung der Energie eine Begründung. H. Helmholtz hat dasselbe indirekt aus der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile — einer Maschine, die Arbeit aus nichts erzeugen würde — zu beweisen versucht. Ostwald hält das Erhaltungsgesetz durch dieses Argument für erwiesen (vgl. Naturphilosophie, 3. Aufl., Leipzig 1919, S. 140) ebensowie auch M. Planck. Letzterer leitet aber noch den Satz von der Unmöglichkeit des Perpetuum mobile aus dem Grundsatz: Aus nichts wird nichts, ab, den er jedoch nicht für einen apriorischen, sondern für einen erfahrungsmäßigen hält (vgl. Das Prinzip der Erhalt. der Energie, 1908, S. 156 ff.). Neben diesem Prinzip läßt M. Planck kein anderes gelten und hält die Newtonschen Axiome: das Gesetz der Trägheit, der Proportionalität von Kraft und Beschleunigung, der Gleichheit von Wirkung und Gegenwirkung, aus ihm für ableitbar (l. c. S. 1).

satz der Beharrlichkeit eine Begründung, indem er diesen Grundsatz gerade als die apriorische Form, unter der die Begriffe der Substanz und Akzidenz bei der rationalen Erkenntnis der Naturerscheinungen zur Anwendung gelangen, darlegt. Dem Beharrlichkeitsgesetz gibt er folgende Fassung: „Alle Erscheinungen enthalten das Beharrliche (Substanz) als den Gegenstand selbst und das Wandelbare als dessen bloße Bestimmung, d. i. eine Art, wie der Gegenstand existiert." Zur Deduktion dieses Gesetzes bedient er sich des Begriffes der Zeit als derjenigen Form, unter der das Beharrliche in Anwendung auf die Erscheinungen in unserem Bewußtsein zur Geltung gelangt. Unter dem Beharrlichen versteht er das, was alles im Wandel Begriffene überdauert. Da nun der Wandel der Dinge in der Zeit verläuft, die Zeit aber selbst durch den Wandel nicht getroffen wird (sondern als ein Unwandelbares verharrt), so ist das Beharrliche das Substratum, das unserer empirischen Vorstellung der Zeit zugrunde liegt. Nur in der Zeit als in einem Beharrenden ist eine Aufeinanderfolge der Dinge denkbar, und nur durch das Beharrliche allein bekommt das Dasein in verschiedenen Teilen der Zeitreihe nacheinander eine Größe, die man Dauer nennt. „Denn in der bloßen Folge allein", sagt Kant, „ist das Dasein immer verschwindend und anhebend und hat niemals die mindeste Größe. Ohne dieses Beharrliche ist also kein Zeitverhältnis. Nun kann die Zeit an sich selbst nicht wahrgenommen werden; mithin ist dieses Beharrliche an den Erscheinungen das Substratum aller Zeitbestimmung, folglich auch Bedingung der Möglichkeit aller synthetischen Einheit der Wahrnehmungen, d. i. der Erfahrung, und an diesem Beharrlichen kann alles Dasein und aller Wechsel in der Zeit nur als ein Modus der Existenz dessen, was bleibt und beharrt, angesehen werden. Also ist in allen Erscheinungen das Beharrliche der Gegenstand selbst, d. i. die Substanz

(phaenomenon), alles aber, was wechselt oder wechseln kann, gehört nur zur Art, wie die Substanz oder Substanzen existieren, mithin zu ihren Bestimmungen“ [1]).

Über die Bedeutung, die der Grundsatz der Beharrlichkeit für unsere Erkenntnis nun besitzt, sagt Kant: „Ich finde, daß zu allen Zeiten nicht bloß der Philosoph, sondern selbst der gemeine Verstand diese Beharrlichkeit als ein Substratum alles Wesens der Erscheinungen vorausgesetzt haben und auch jederzeit als ungezweifelt annehmen werden, nur daß der Philosoph sich hierüber etwas bestimmter ausdrückt, indem er sagt: bei allen Veränderungen in der Welt bleibt die Substanz, und nur die Akzidenzen wechseln. Ich treffe aber von diesem so synthetischen Satze nirgends auch nur den Versuch von einem Beweise ... In der Tat ist der Satz, daß die Substanz beharrlich sei tautologisch. Denn bloß diese Beharrlichkeit ist der Grund, warum wir auf die Erscheinung die Kategorie der Substanz anwenden ... Ebenso war der Satz: aus nichts wird nichts, nur ein anderer Folgesatz aus dem Grundsatz der Beharrlichkeit, oder vielmehr des immerwährenden Daseins des eigentlichen Subjekts an den Erscheinungen ... Wir können daher einer Erscheinung nur darum den Namen der Substanz geben, weil wir ihr Dasein zu aller Zeit voraussetzen, was durch das Wort Beharrlichkeit nicht einmal wohl ausgedrückt wird, indem dieses mehr auf künftige Zeit geht. Indessen ist die innere Notwendigkeit zu beharren, doch unzertrennlich mit der Notwendigkeit, immer gewesen zu sein, verbunden, daher möge der Ausdruck also bleiben. Gigni de nihilo nihil, in nihilum nil posse reverti, waren zwei Sätze, welche die Alten unzertrennt verknüpften und die man aus Mißverstand jetzt bisweilen trennt“. Die Beharrlichkeit ist also „weiter nichts als die Art, uns das Dasein der

1) Kant, Kritik der reinen Vernunft, hrsg. v. K. Kehrbach, 2 Aufl. S. 176.

Dinge (in der Erscheinung) vorzustellen," d. h. „eine notwendige Bedingung, unter welcher allein Erscheinungen als Dinge oder Gegenstände in einer möglichen Erfahrung bestimmbar sind". Daher ist auch das Beharrlichkeitsgesetz ein rein apriorisches.

In der zweiten Analogie, die den Grundsatz der Erzeugung, d. h. den Satz enthält: „Alles was geschieht (anhebt zu sein), setzt etwas voraus, worauf es nach einer Regel erfolgt", gibt Kant eine Deduktion des Gesetzes der Erhaltung der Ursachen in den Wirkungen aus dem Gesetz der Beharrlichkeit[1]). Nur unter der Bedingung, daß wir die Erscheinungen aufeinander nach den Begriffen der Ursachen und Wirkungen beziehen, d. h. als nach bestimmten Regeln aufeinanderfolgend beurteilen, ist, wie Kant meint, eine Ordnung in den Zeitverhältnissen unserer Vorstellungen möglich; sonst wäre alles bloß subjektiv und könnte nicht als objektiv gültig gelten. Der Satz des hinzureichenden Grundes sei somit der Grund der Möglichkeit der objektiven Erkenntnis der Erscheinungen in Ansehung des Verhältnisses derselben in der Reihenfolge der Zeit und als ein solcher der Grund der Möglichkeit der Erfahrung selbst[2]). Der Grundsatz des Kausalitätsverhältnisses, d. h. dessen, daß in dem, was vorgeht, die Bedingung anzutreffen ist, worauf die Begebenheit jederzeit, d. i. in bestimmter Weise nach der Regel folgt, führt aber nach der Auffassung Kants auf den Begriff der Handlung, diese wieder auf den Begriff der Kraft und dadurch auf den Begriff der Substanz. Die Wirkungen der Ursachen seien somit als Handlungen einer Substanz aufzufassen. Denn da nach dem Beharrungsgesetz dem Wandelbaren stets ein Beharrliches zugrunde liegen müsse, so könnten sie selbst auch nicht letzten Endes etwas Wandelbares darstellen, sondern es müsse ihnen schließlich selbst auch

1) I. Kant, l. c. S. 177—180.
2) I. Kant, l. c. S. 184.

ein Beharrliches zugrunde liegen. Wie die Akzidenzen der Substanz, so seien also auch die Wirkungen der Ursachen als bloße Zustände der Substanz zu betrachten. Daher müssen auch die Ursachen stets in ihren Wirkungen ganz ebenso wie die Substanz in ihren Handlungen erhalten bleiben. Der Übergang aus dem Nichtsein eines Zustandes in diesen Zustand, d. h. das Entstehen treffe also nie die Substanz, sondern ihren Zustand und sei somit bloß Veränderung und nicht Ursprung aus Nichts[1]). Wie aus allem zu ersehen, ist der Grundsatz der Erzeugung, d. h. der Satz des hinzureichenden Grundes und der Erhaltung der Ursachen in den Gründen, ganz ebenso wie der Grundsatz der Beharrlichkeit als apriorisch zu betrachten, da er sich als notwendige Bedingung der Möglichkeit der Dinge für uns in der Erfahrung erweist. Unmittelbare Folgen aus diesen Grundsätzen stellen nun alle übrigen Grundsätze der rationalen Naturwissenschaft dar, das Trägheitsgesetz, der Satz der Gleichheit der Wirkung und Gegenwirkung u. a. Denn wenn wir sie verneinen wollten, so dürften wir auch nicht dem aprioriischen Grundsatz: „Aus nichts wird nichts" u. s. w. zustimmen. Sie sind daher auch apriorisch[2]).

Da nun die Prinzipien der rationalen Naturwissenschaft apriorisch sind, so müßten sich auf Grund derselben an den Erfahrungstatsachen, wenn es bei der Erkenntnis des

1) I. Kant, l. c. S. 193.

2) In der Logik wird heutzutage nicht selten noch von einem Prinzip der gesetzmäßigen Einförmigkeit der Natur geredet. Leicht ist es aber zu ersehen, daß neben der dem Satze des hinzureichenden Grundes oder der Erzeugung von Kant gegebenen Definition ein solches Prinzip ganz überflüssig erscheinen muß. Dieses erhellt zudem auch aus der Definition, die Kant dem Begriff der Natur gibt, denn unter Natur (im empirischen Verstande) versteht Kant den Zusammenhang der Erscheinungen ihrem Dasein nach, nach notwendigen Regeln, d. i. nach Gesetzen. Vgl. I. Kant, l. c., S. 200.

Erfahrungsmäßigen nur auf solche Prinzipien ankäme, auch objektiv gültige Erkenntnisse ermitteln lassen. Diese Prinzipien sind aber in der Tat bloß regulative und keine konstitutiven Grundsätze. Daher läßt es sich auf Grund derselben nicht näher feststellen, welcher Art eine empirische Erkenntnis ihrem Inhalte nach sein muß, damit sie als eine notwendige gelten könne. Welchen besonderen Anforderungen eine empirische Erkenntnis zu entsprechen habe, damit sie auf objektive Gültigkeit Anspruch erheben könne, d. h. notwendig sei, darüber gibt uns Kant ebenfalls in der Kritik der reinen Vernunft Aufklärung, und zwar in dem Abschnitte über die Postulate des empirischen Denkens überhaupt. Diese Postulate stellen drei Grundsätze dar, die die Definitionen des Möglichen, Wirklichen und Notwendigen geben. Sie lauten: „1. Was mit den formalen Bedingungen der Erfahrung (der Anschauung und den Begriffen nach) überein kommt, ist möglich. 2. Was mit den materialen Bedingungen der Erfahrung (der Empfindung) zusammenhängt, ist wirklich. 3. Dessen Zusammenhang mit dem Wirklichen nach allgemeinen Bedingungen der Erfahrung bestimmt ist, ist (existiert) notwendig."

Notwendig ist also das, was mit den materialen als auch mit den formalen Bedingungen der Erfahrung übereinstimmt. Das ist auch in der Tat der Fall, denn wenn wir einen Erscheinungszusammenhang als einen gesetzmäßigen betrachten und dazu durch gewisse bloß nach induktiven Regeln geprüfte Erfahrungstatsachen bewogen werden, so hat der Zusammenhang doch nur als ein tatsächlicher zu gelten, ganz ebenso wie auch ein jedes genetisch definierte Begriffsgebilde noch nichts Wirkliches darzustellen braucht, wenn es nicht mit den materialen Bedingungen der Erfahrung zusammenhängt. Nur dann, wenn ein Erscheinungszusammenhang sich auf Grund der Erfahrungstatsachen auch logisch folgerichtig ableiten läßt, wie wir das bei den genetisch definierten Erkenntnissen der

rationalen Naturwissenschaft beobachten konnten, hat eine allgemeine Erkenntnis als eine notwendige zu gelten, sonst aber nicht. Zu dieser Einsicht werden wir einzig und allein durch unser logisches Denken geführt, das seine Stütze in den reinen Verstandes- und Anschauungsformen findet.

35. Rückführung des kausalen Zusammenhanges auf den logischen.

Zu den formalen Bedingungen, denen eine jede objektiv gültige Erkenntnis des Erfahrungsmäßigen entsprechen muß, sind, wie gesagt, außer den rein logischen Prinzipien noch die Prinzipien der rationalen Naturwissenschaft zu zählen, die ihren Ursprung ebenfalls in dem reinen Verstande nehmen. Wenn wir nun auf Grund dieser Prinzipien zur Überzeugung gelangt sind, daß wir in der Erscheinungswelt die Existenz einer sich in den Erscheinungen stets erhaltenden Substanz anzunehmen haben, und schließlich durch unsere Erfahrungserkenntnisse veranlaßt werden, in der Energie eine solche Substanz zu erblicken, so haben wir es in einem solchen Fall, wenn auch mit einer allgemeinen, so doch nicht mit einer notwendigen Erkenntnis zu tun. Da jede bloß induktiv bestätigte allgemeingültige Erkenntnis logisch durchaus nicht einwandfrei ist, so ist auch eine solche Erkenntnis höchstens mit den materialen, nicht aber mit den formalen Bedingungen unserer Erkenntnis als im Einklang stehend zu betrachten. Soll eine erfahrungsmäßige Erkenntnis objektiv gültig sein, so muß sie eben auch mit den rein verstandesmäßigen Erkenntnisgründen durchaus im Einklang stehen. Dieser Anforderung entspricht die Erkenntnis der Energie als einer Substanz aber nicht. Daher hat die Energie auch nicht unbedingterweise als eine Substanz zu gelten. Nur dann wären wir zu einer objektiv gültigen Erkenntnis einer sich in ihren Akzidenzen stets erhaltenden Substanz gelangt, wenn für die Erkenntnis einer Erscheinung als einer

Substanz solche Gründe angeführt werden können, die an sich nicht mehr zweifeln lassen und uns gleichzeitig auch logisch ersichtlich machen, warum die als Substanz angenommene Erscheinung sich auch tatsächlich in allen Erscheinungen stets quantitativ erhalten muß und bloß einen qualitativen Wandel erleiden kann. Aus diesen Gründen wäre auch ersichtlich, warum die Substanz gerade diese ganz bestimmten Umwandlungen erleidet und in einer ganz bestimmten Reihenfolge neue Formen annimmt. An einer solchen Erkenntnis ließe es sich dann darum wohl nicht mehr zweifeln, weil sie ebenso gewiß sein müßte, wie eine rein apriorische Erkenntnis es ist.

Nun können wir uns den Tatsachenverhalt, daß alle Erscheinungen sich als Zustände einer qualitativ wandelbaren, quantitativ aber stets unveränderlich bleibenden Substanz ergeben müssen, nur so in vollständigem Einklang mit den verstandesmäßigen Prinzipien denken, daß alle Zustandsänderungen der Substanz nicht bloß kausal zusammenhängen, sondern auseinander auch rein logisch hervorgehen müssen, so daß sie auseinander auch stets deduktiv ableitbar und erkennbar sind. Nur dann, wenn angenommen wird, daß die Erscheinungen als Zustände einer Substanz auseinander auf ebensolche logische Weise hervorgehen, wie die mathematischen, geometrischen u. a. Gesetzmäßigkeiten auseinander und letzten Endes auch aus den reinen Verstandes- und Anschauungsformen logisch deduzierbar sind, läßt es sich erklären, wie eine Substanz ungeachtet ihrer Zustandsänderungen dennoch quantitativ stets unveränderlich bleiben muß. Wie in allen unter den Formen der Raum- und Zeitanschauung denkbaren Größengebilden die an denselben logisch ermittelbaren mathematischen Gesetzmäßigkeiten bloße Seins- oder Zustandsformen derselben darstellen, die uns mit diesen Größengebilden zusammen schon zugestanden sind und dieselben auch nicht quantitativ zu verändern vermögen, da sie als

etwas logisch aus ihnen Ermittelbares ihnen auch stets logisch immanent und also auch dem Wesen derselben identisch sind, so sind auch die mannigfaltigsten Erscheinungen, die sich aus ihren Gründen und Urgründen rein rational ableiten lassen, als uns mit dem Wesen derselben schon zugestandene und ihnen auch stets logisch immanente Seinsformen dieser Gründe zu betrachten, in deren Gestalt die Urgründe sich aus sich selbst auf rein logische Weise zum mannigfaltigen Sein entfalten und sich daher auch als in ihren eigenen Zustandsformen quantitativ weder zu vermehren noch zu verringern vermögen. So verhält es sich auch in der Tat mit allen logisch ermittelbaren Gesetzmäßigkeiten der Erscheinungen. Wir hatten gesehen, wie Newton zur Einsicht gelangte, daß die mannigfaltigen Bewegungserscheinungen der freifallenden Körper, der Pendelschwingungen und des Umschwunges der Himmelskörper bloß besondere Formen ein und derselben Gravitationserscheinung seien. Da es ferner Newton gelungen war, die von Galilei, Huyghens und Kepler aufgestellten Gesetze für diese Bewegungsarten aus seinem Gravitationsgesetz logisch abzuleiten, so hatten sich diese Bewegungserscheinungen gleichzeitig auch als logisch miteinander zusammenhängende Zustandsformen dieser einheitlichen, in dem Weltall unter den mannigfaltigsten Umständen zur Geltung kommenden, kosmischen Gravitationskraft erwiesen. Als solche Zustandsformen sind diese Erscheinungen der Gravitationskraft ganz ebenso wie den Umständen, unter denen die Kraft im Weltall zur Geltung gelangt, stets logisch immanent, und daher vermögen auch alle aus der in dem Weltall wirksamen Gravitationserscheinung logisch hervorgehenden Erscheinungsformen die Gravitationskraft selbst weder zu vergrößern noch zu verringern, da diese Erscheinungen als überall in dem Weltall mit der Gravitationskraft schon zugestandene Seinsformen derselben in ihrer Gesamtheit ihr auch quantitativ stets identisch sind.

Die Erkenntnis, zu der wir gelangt sind, daß alles in der Erscheinungswelt Geschehende in seinem Verlaufe so gedacht werden müsse, daß alle Veränderungen oder Wirkungen ihren Ursachen als deren bloße Zustandsformen stets quantitativ identisch sein müssen, führt uns aber unmittelbar zu dem Schluß, daß der reale oder kausale Zusammenhang durchweg als ein rein logischer zu denken ist, wenn die Erscheinungen eben durchweg im Einklang mit den Gesetzmäßigkeiten der reinen Verstandes- und Anschauungsformen gedacht werden sollen. Da wir nämlich nach dem Beharrlichkeitsgesetz alle Erscheinungen als Zustandsformen einer einzigen, sich in ihnen quantitativ stets erhaltenden Substanz beurteilen, so folgt hieraus, daß alle Erscheinungen aus ihren Ursachen auch durchweg logisch hervorgehen und sich aus denselben auch stets logisch ableiten lassen müssen, da sie im entgegengesetzten Fall einander auch nicht quantitativ identisch sein können. Dieses bedeutet aber soviel, daß der kausale Zusammenhang als ein durchweg logischer zu betrachten ist. Diese Tatsache macht es nun auch verständlich, warum wir uns nur dann mit einer Erkenntnis zufrieden geben und einen kausalen Zusammenhang der Dinge als dem wahren Sein derselben entsprechend annehmen, wenn es gelungen ist, einen solchen logisch zu deduzieren, d. h. genetisch zu definieren. Da ferner über alle realen Zusammenhänge so geurteilt wird, so erhellt hieraus auch, daß wir die Erscheinungen bloß dann als in vollständigem Einklang mit den apriorischen Voraussetzungen und Gesetzmäßigkeiten unseres Verstandes anzusehen haben, wenn die realen Zusammenhänge sich als rein logische erweisen und die Dinge sich als ihren Urgründen immanent erkennen lassen.

Aus der Tatsache, daß alle kausalen Zusammenhänge durchweg logisch sind, geht nun endgültig hervor, daß auch unsere sinnlichen Erkenntnisse durchweg logisch sein müssen und daher auch alle unsere Sinneserkennt-

nisse sich als logische Folgen aus den allereinfachsten Sinnesqualitäten müssen entwickeln lassen. Wir hatten gesehen, wie uns schon die allereinfachsten Sinneserkenntnisse zum Unterscheiden rein logischer Beziehungen an den Dingen dienen und daß dementsprechend auch die Sinneserkenntnisse in ihrem qualitativen Bestande an sich eine logische Struktur erkennen lassen. Mit Bestimmtheit hatte es sich auf Grund dieser Tatsachen sagen lassen, daß alles aus den wahrnehmbaren Energiegebilden logisch Erschließbare, insofern als es eben noch in das Gebiet des sinnlich Wahrnehmbaren fällt, sich auch stets in Form irgendwelcher ganz bestimmter Sinnesqualitäten erkennen lassen muß, da ja alles dem Realen logisch Immanente sich als ein uns mit diesem Realen schon Zugestandenes an diesem auch als real daseiend nachweisen lassen muß. Mit Bestimmtheit konnte aber noch nicht gesagt werden, daß auch alle miteinander kausal zusammenhängenden Sinneserzeugnisse miteinander und mit den einfachsten sie aufbauenden Elementen auch stets logisch zusammenhängen müssen. Es war ja denkbar, daß das an den Sinneserkenntnissen kausal Zusammenhängende sich in manchen Fällen auch nicht hätte logisch ergründen lassen können. Da wir jetzt aber aus rein apriorischen Gründen zur Erkenntnis gelangt sind, daß alle realen Zusammenhänge durchweg logisch sind, so ergibt es sich hieraus auch, daß alle unsere den kausal zusammenhängenden Erscheinungsformen zugeordneten und also auch miteinander kausal zusammenhängenden Sinneserzeugnisse in ihrem inneren Bestande und in ihrem gesetzmäßigen Wandel auch durchweg logisch konstruiert sein müssen. Denn wie alle realen Prozesse, von denen wir Kenntnis durch die Sinne erhalten und durch die auch der Wandel der Sinnesqualitäten bedingt wird, ihren Ursachen logisch immanent sind, so sind auch die Sinneserzeugnisse, die diesen nach rationalen Gesetzen verlaufenden Prozessen zugeordnet werden

und einander nach kausalen (physiologischen, psychologischen u. a.) Gesetzen abwechseln, auseinander durchweg logisch deduzierbar und daher einander auch stets logisch immanent. Daher müssen auch selbst die allereinfachsten Sinnesqualitäten stets logisch deduzierbar oder genetisch erkennbar sein. So ist es mit dem Wandel der Erzeugnisse eines Sinnesgebietes, ebenso aber auch mit den Übergängen der Sinnesqualitäten verschiedener Sinne ineinander bestellt. Dieses ist wohl zuzugeben, da sonst die Gültigkeit des Beharrlichkeitsgesetzes und mit ihm des Gesetzes der Erhaltung der Ursachen in den Wirkungen nicht zugestanden werden könnte.

36. Die verstandesmässige Idee als Grund alles Wandels in der Erscheinungswelt.

Da wir aus rein apriorischen Gründen zur Erkenntnis gelangt sind, daß alle Erscheinungsformen logisch sich auseinander entfaltende Zustände einer einheitlichen, in den Erscheinungen sich stets erhaltenden Substanz darstellen, so ist wohl jetzt danach zu fragen, ob in den Erfahrungswissenschaften sich auch in ausgiebiger Fülle Tatsachen finden lassen, die zur Bestätigung einer solchen Erkenntnis dienen könnten. Wenn unser Schlußergebnis in den Erfahrungstatsachen einen Anhalt finden soll, so muß es offenbar auch nachgewiesen werden, daß alle Grunderscheinungen, aus denen wir uns die Erscheinungswelt aufgebaut denken, sich letzten Endes auf eine einheitliche, allen Erscheinungen zugrundeliegende Erscheinungsform, die gleichzeitig auch als eine Grundeigenschaft oder allgemeinste Zustandsform einer Substanz aufgefaßt werden könnte, zurückführen lassen. Wäre das erreichbar, so dürfte in der Tat auch nicht mehr daran gezweifelt werden, daß die Erscheinungen in ihrem steten Wandel als funktionale Gebilde einer einzigen Grunderscheinung

in ihrer gesetzmäßigen Aufeinanderfolge miteinander auch stets logisch zusammenhängen und daher auch auseinander stets logisch deduzierbar sein müssen. Es fragt sich also, welches die letzten Grunderscheinungen sind, die heutzutage zur Erklärung aller nur möglichen Erscheinungsformen zugelassen werden, und ob sie sich ihrem Wesen nach auf etwas Einheitliches zurückführen lassen.

In der Naturphilosophie wurden noch bis vor kurzem als letzte Grundstoffe oder Elemente, aus denen sich die Erscheinungen aufbauen, die Atome, die Elektronen, der Äther betrachtet. Als aufeinander nicht zurückführbar galten auch die verschiedenen, den Wandel der Dinge verursachenden Grundkräfte, wie die Anziehungs- und Abstoßungskräfte der Elektrizität, die chemische Verwandschaft, die chemische Differenz, die Gravitationskraft usw. In neuster Zeit haben aber viele vortreffliche Entdeckungen zur Einsicht geführt, daß diese Grundstoffe und Grundkräfte durchaus nichts Verschiedenartiges darstellen, sondern auf bloße Zustandsformen einer einzigen Erscheinungsart zurückzuführen sind, die sich ineinander verwandeln lassen. So gilt es jetzt als feststehend, daß die Atome durchaus nichts Unzerlegbares darstellen, sondern sich selbst aus weiteren Grundelementen, den Elektronen und Atomkernen aufbauen, wobei, wie die Quantentheorie lehrt, auch die Atomzustände aus den planetarischen Bewegungen, welche die Elektronen um den positiv geladenen Atomkern ausführen, zu erklären sind. Das Wasserstoffatom H besteht z. B. aus einem mit einer Einheit geladenen positiv elektrischen Kern, dem Proton, und einem Elektron mit einer gleich großen aber negativen Ladung, [1]) das Atom des Uran hingegen aus einem ganzen Schwarm von nicht weniger als 92 Elektronen bei entsprechender Kernladung und einer Kernmasse, die ca

1) A. Mie, Die Grundlagen der Quantentheorie, Freiburg in Baden 1926, S. 24.

1800 mal größer als die der Elektronen ist. Aus der Zahl und Größe der Elektronen, wie auch aus dem besonderen Charakter ihrer Bewegungen innerhalb der Atome, meint man gerade die chemischen Eigenschaften der Atome erklären zu können.

Auch die frühere Annahme eines stofflichen Äthers als einer einheitlichen Weltsubstanz, aus der sich alle Elementarteilchen der Materie wie auch alle Weltkörper mit ihren Gravitationsfeldern, Licht-, Wärme-, Elektrizitäts- u.a. Energien aufbauen, ist in neuster Zeit aufgegeben worden, wobei in dem neuen Naturbilde der Elektro-Athomistik auch der Begriff einer stofflichen Substanz sich auf eine besondere Form des Gesetzesbegriffes zu reduzieren scheint.[1]) Die letzten Bausteine der Materie, die Elektronen und Atomkeime, werden gegenwärtig nicht mehr als Ausgeburten des Äthers oder des an die Stelle desselben getretenen elektro-magnetischen Feldes betrachtet. Sie gelten nur als solche Stellen, in die die elektromagnetischen Kraftlinien von allen Seiten einmünden oder Konvergieren und nach allen Seiten divergieren (Sommerfeld). Die Existenz eines Elektrons verrät sich ja nur durch die elektrischen Kräfte, die in seiner Umgebung herrschen. Daher erweist es sich auch, daß das sich bewegende Elektron für sich also auch nichts Starres, Stoffliches, sondern bloß einen im Raume sich fortpflanzenden Zustand darstellt. Aus diesem Grunde ist auch unter dem Elektron bloß eine bestimmte Gesetzmäßigkeit elektrischer Kräfte zu verstehen, und ganz ebenso sind auch die das Elektron bewegenden Kräfte ihrerseits nicht als Ursachen, wohl aber als Ausdruck einer Gesetzmäßigkeit der verursachenden Vorgänge aufzufassen.[2]) Die Naturphilosophie der Gegenwart kennt daher auch keine Fernkräfte, sondern nur sich von Ort zu Ort fort-

1) M. Dessoir, Die Philosophie in ihren Einzelgebieten: M. Schlick, Naturphilosophie. Berlin 1925, S. 403.

2) Vgl. M. Schlick, l. c. S. 423, 425.

pflanzende Vorgänge. Nach Einstein durchziehen vierdimensionale Weltlinien (elektromagnetische Kraftlinien) die vierdimensionale Natur. Werden sie alle konstruiert, so ergeben sie Gewebe solcher Linien.[1]) Wie hieraus zu ersehen, läßt sich in der Tat bei dem gegenwärtigen Stand der Naturwissenschaften in allen Erscheinungen die Existenz einer einheitlichen Grunderscheinung als einer bloßen Seinsform der Substanz nachweisen. Dieses sind die an die Stelle des hypothetischen Mediums des stofflichen Äthers getretenen Kräfte (Vektoren) und Zustände (Tensoren) des elektromagnetischen Feldes, aus denen alle Erscheinungen als entstanden zu denken sind.

Da wir nun oben gesehen haben, daß die Erscheinungen sich auf Grund des Beharrlichkeitsgesetzes als funktionale Gebilde oder als mathematisch ableitbare Funktionen einer einheitlichen Erscheinung ergeben müssen, so fragen wir uns jetzt, ob sich auch dafür Beispiele anführen lassen, wie sich die Erscheinungen aus dieser Grunderscheinung logisch deduzieren lassen. Das ist nun gerade das Problem der Naturwissenschaften der Gegenwart, die logische Ableitbarkeit aller Seinsformen aus den fundamentalen Gesetzmäßigkeiten einer einheitlichen Grunderscheinung folgerichtig zu erweisen. Da nun alles Geschehen kontinuierlich ist, so sind die fundamentalen Naturgesetze Gesetze des Verhaltens der Natur in kleinsten raumzeitlichen Bezirken, deren Größe weit unter der Grenze unmittelbarer Wahrnehmung liegt, d h. sog. Mikrogesetze. Aus solchen Mikrogesetzen müssen sich die sog. Makrogesetze, die die Abhängigkeit der Naturprozesse voneinander über größere wahrnehmbare und daher direkter Messung zugängliche Erstreckungen widergeben, ableiten lassen. Zu den Mikrogesetzen gehören z. B. die Gesetze, die durch die Maxwellschen Gleichungen ausgedrückt werden. Aus ihnen hat sich z. B. das Coulombsche Gesetz, nach wel-

1) Vgl. M. Schlick, l. c. S. 436, 444.

chem zwischen zwei Elektrizitätsmengen eine Anziehungs- und Abstoßungskraft wirkt, die dem Quadrate ihrer gegenseitigen Entfernung umgekehrt proportional ist, als ein Gesetz, das sowohl für die Makro- als auch für die Mikroprozesse eine Gültigkeit hat, rein deduktiv ableiten lassen. Die Maxwellschen Gleichungen sind aber nur ein angenäherter Ausdruck der wahren Gesetzmäßigkeit des elektromagnetischen Feldes. Die endgültigen Gesetze müssen auch die Gravitationsvorgänge und die Tatsachen der Quantentheorie umfassen. Doch sind die entsprechenden Zustandsformen für dieselben noch nicht gefunden [1]). Aber auch in dem Umfange, als die Erfahrungstatsachen uns bekannt sind, dienen sie uns vollständig zur Bestätigung der Richtigkeit der von uns gemachten Schlußfolgerungen, daß alle unsere Erfahrungstatsachen durchweg rational sind und daß daher auch die Erscheinungen als logisch sich entfaltende Seinsformen einer Grunderscheinung auch nur auf rein rationalem Wege auf objektiv gültige Weise erkannt werden können. Da nun die Erkenntnis, daß alle auseinander hervorgehenden Prozesse einander stets logisch immanent sind, in den Erfahrungstatsachen gleichfalls eine Bestätigung gefunden hat, so muß auch zugegeben werden, daß alles sinnlich Wahrnehmbare gleichzeitig auch idealer Natur ist und daß die Erscheinungen sozusagen als Verkörperungen logisch sich auseinander entwickelnder Ideen aufzufassen sind. Daß wir zu diesem Schluß in der Tat berechtigt sind, läßt sich am besten noch auf folgende Weise verdeutlichen.

Denken wir uns mit unserem Wahrnehmungsvermögen in ein Medium, (Gas, Flüssigkeit, elektro-magnetisches Feld usw.) versetzt, das sich in einem bestimmten Augenblick in einem solchen Entwicklungszustand befände, in dem es in allen seinen Teilen gleichgestaltet

1) M. Schlick, l. c. S. 432, 436.

sein würde und von dem wir uns auch körperlich nicht unterscheiden würden. In einem solchen Fall ließe es sich durch die Sinne in dem Medium auch nichts unterscheiden, da es in allen seinen Teilen vollständig gleich wäre und in nichts etwas Verschiedenartiges aufweisen würde, das sich von einem anderen unterscheiden ließe. Wenn nun im nächsten Moment aus diesem Medium dank der ihm eigenen Gesetzmäßigkeit sich eine Erscheinung nach der anderen ausscheiden und sich auch für uns bemerkbar machen würde, so etwa wie sich die Sterne am dunkel werdenden Himmel abzuheben oder die Kristalle aus einem chemischen Gemenge sich auszuscheiden beginnen, so müßte dieses stets nach rein natürlichen Gesetzen geschehen, die sich gleichzeitig aber auch rein logisch ableiten lassen würden, da ja zugestanden worden ist, daß der reale Zusammenhang ein rein logischer ist. Die so auf natürlich und logisch gesetzmäßige Weise zustandekommenden Erscheinungen würden unmittelbar durch die Sinne aber nur nach ihren physischen oder körperlichen Eigenschaften zu unterscheiden sein. Da nun die Grunderscheinung (das elekto-magnetische Feld), aus dem sich die Erscheinungen für uns als sinnlich wahrnehmbare ausscheiden, in der Tat auch in ihrem innersten Wesen etwas durchaus Gleichartiges darstellt, so muß auch zugegeben werden, daß die physischen oder körperlichen Eigenschaften und Unterschiede an den Dingen auf rein formalen Unterschieden der Gestalten beruhen, die das ursprünglich einförmige Medium in seinem gesetzmäßigen Wandel in der Form der mannigfaltigsten Erscheinungen anzunehmen vermag, so daß die sinnlich wahrnehmbaren Eigenschaften der Dinge stets von den Unterschieden rein logisch sich voneinander unterscheidender Formen herrühren. So gerade ist es nun mit allen unseren erfahrungsmäßigen Erkenntnissen bestellt: das Körperliche ist gerade das durch die Sinne Erkennbare und das an ihm

sinnlich Unterschiedene rührt stets nur von den Unterschieden des rein logisch Gesetzmäßigen her. Daher läßt es sich in der Tat auch sagen, daß die Erscheinungen mit ihren sinnlich wahrnehmbaren Eigenschaften Verkörperungen der auf logisch notwendige Weise sich als seiend entfaltenden und bloß auf logischem Wege objektiv gültig erkennbaren Ideen darstellen.

Da nun die Erscheinungen auseinander und letzten Endes aus der Substanz dem Beharrlichkeitsgesetz zufolge sich stets auf rein logische Weise entfalten und in ihren Gesetzmäßigkeiten nur durch die logisch begründeten Ideen erfaßt werden können, so erkennen wir hieraus, daß auch die Gründe des steten Wandels aller Dinge ebenfalls idealer Natur sein müssen. Zwar vermögen wir nicht anzugeben, wie und aus welchen Gründen die Substanz selbst samt allen sich aus ihr auf logisch notwendige Weise entfaltenden Erscheinungen sich zum realen Sein bestimmt. Welches aber die Gründe sind, nach denen sich die Erscheinungen unmittelbar auseinander entfalten, ist wohl ohne weiteres ersichtbar. Diese Gründe sind eben nichts anderes als die logischen Gesetzmäßigkeiten, nach denen sich die Erscheinungen auseinander als Formen der Substanz deduzieren und auch genetisch erkennen lassen. Denn da die Substanz selbst und ebenso auch die Erscheinungen als Formen derselben nur dank den reinen Verstandes- und Anschauungsformen denkbar sind und die natürlichen Gesetzmäßigkeiten der Erscheinungszusammenhänge mit den Gesetzmäßigkeiten der aus den reinen Verstandes- und Anschauungsformen diskursiv hervorgehenden Begriffsgebilde stets zusammenfallen, so erhellt hieraus auch, daß die Gründe alles Geschehens oder des steten Wandels der Erscheinungen in den logisch allseitig begründeten und im Sein sich dialektisch entfaltenden Ideen zu ersehen sind. Die ordnungsmäßigen Zusammenhänge der Erscheinungswelt nehmen also ihren Ur-

sprung in den idealen Gesetzmäßigkeiten der reinen Verstandesbegriffe und der reinen Anschauungsweisen. Daher sind auch die natürlichen Gesetzmäßigkeiten auf objektiv gültige Weise nur auf diskursivem Wege erkennbar und die Tiefen des Seins also nur durch die Tiefen des reinen Denkens ergründbar.

Die bisher betrachteten Tatsachen des natürlich gesetzmäßigen Geschehens haben in der Tat auch zur Bestätigung unserer Ansichten dienen können. Doch waren es ausschließlich Geschehnisse der unorganischen Welt, deren wir uns bei den Demonstrationen der Gesetzmässigkeiten und des objektiven Wertes der diskursiven Erkenntnis bedient haben. Wie das Unorganische, so ist aber auch die Welt des Organischen und Psychischen auf objektiv gültige Weise nur auf dem Wege der reinen Diskursion erkennbar. Damit nun hierüber keine Zweifel beständen, wenden wir uns einer kurzen Betrachtung des Gebietes des Organischen zu.

37. Die rationale Erkenntnis des Organischen.

Das Eigentümliche des Organischen stellt die Zweckmäßigkeit oder gar die Zielstrebigkeit desselben dar. Diese Zielstrebigkeit stellt eine besondere Art von Kausalität dar, die von manchen zum Unterschiede von der mechanischen Kausalität des Natürlichen auch technische Kausalität der Natur genannt wird; sie wird überall als vorhanden vorausgesetzt, wo etwas wie nach einem gewissen Vorsatze oder als beabsichtigt zustandegebracht erscheint. Der notwendige Gang des natürlichen Geschehens kann innerhalb des Organischen zwar auch nach rein physischen Gesetzen verlaufen. So läßt sich z. B. die Wasserbewegung in den wasserleitenden Gefäßen der Pflanzen durch die Wirkung rein physischer Agentien, der Kapil-

larität und der Druck- und Saugkräfte, erklären. Daß der Organismus aber aus seiner Plasmatätigkeit heraus solche Leitungsröhen schafft und zu diesem Zwecke Stoffe ausscheidet, welche ursprünglich bei der Zellteilung entstandene, dann aber an den Stellen der Gefäßbildung hinderlich werdende Querwände wieder auflösen, daß er die so entstehenden Röhren mit den nötigen Festigungs- und Aussteifungsvorrichtungen versieht, daß die Anordnung und Verteilung dieser Leitungsbahnen der jeweils nötigen Wasserverteilung entspricht wie z. B. bei der bewundernswert vollendeten Bewässerung der Blattfläche durch das komplizierte Ader-Netz u. s. w., das alles hat mit der physischen Kausalität, mit der hydrodynamischen, mechanischen, molekularen usw. Bedingtheit der Wasserbewegungsvorgänge scheinbar ganz und gar nichts mehr zu tun und läßt sich nur durch eine Zielstrebigkeit und Vernünftigkeit des organischen Geschehens erklären, das sich zudem als vielmals vernunftgemäßer erweist, als der Mensch es bei seiner technischen Tätigkeit sein kann [1]).

Dergleichen Vernünftigkeit des organischen Geschehens läßt sich nun nicht allein hier und da zufällig erkennen, sondern umfaßt die ganze Organismenwelt. Sie erstreckt sich selbst auch auf die unbelebte Natur und läßt alles Geschehen in seiner Gesamtheit als einen wunderbaren technischen Betrieb erscheinen. Der Mensch und das Tier leben ganz von Gnaden der Pflanzenwelt, die allein aus anorganischen Rohstoffen organische Nahrung aufbauen kann; die Ernährungstätigkeit der grünen Pflanzen hängt aber ihrerseits ganz und gar von der Anwesenheit bestimmter Bodenbakterien ab, welche allein imstande sind, die durch Verwesung der Tier- und Pflanzenleichen in den Boden zurückkehrenden Stickstoffmengen in die für die

1) A. Wagner, Das Zweckgesetz in der Natur, München 1923, S. 49, 50.

Ernährung der allermeisten grünen Pflanzen allein brauchbare chemische Form der Salpetersäure umzuwandeln. So hängt die Existenz der ganzen höheren Organismenwelt schon von dem Fortbestande der „niederen" Organismenformen und beide wieder von dem Unorganischen ab. So steht es auch in vielen anderen, uns sicherlich noch bei weitem nicht erschöpfend bekannten Beziehungen [1]).

Das Grundrätsel des Lebendigen bilden die Formen und Gesetze der Gestaltung der lebenden Körper. Das Problem der organischen Form, das die einfachste Zelle wie auch der höchstentwickelte Organismus uns in gleicher Grundsätzlichkeit stellen, gehört zur Grundfrage des Lebensrätsels, weil sie der sichtbare Ausdruck der Funktion ist [2]), die Funktion somit durch sich die Form des Geschehens und des Seins bedingt. Wenn dieses nun sich so verhält, so fragt es sich, ob auch die Rätsel des Lebendigen, ganz ebenso wie die Probleme des Mechanischen sich in ihrer objektiven Allgemeingültigkeit auf diskursivem Wege lösen lassen? Um darauf zu antworten, wollen wir uns zuerst der Betrachtung dessen zuwenden, was uns über die Gestaltungsprozesse des Lebendigen bekannt ist.

Wir finden bekanntlich alle Lebenstätigkeit an das Vorhandensein einer besonderen stofflichen Grundlage, der „Lebenssubstanz" des Protoplasmas gebunden. Betreffs der Erkenntnis dieser Substanz pflegte man sich in der Biologie auf die Zukunft zu vertrösten, die mit einer genaueren Kenntnis aller physikalischen und chemischen Eigenschaften des Protoplasmas ausgerüstet, auch die Einsicht bringen werde, was das Leben sei. Das Protoplasma selbst ist aber schon ein technisches Gebilde, eine zweckdienliche Kombination von Wirkungsmöglichkeiten, und die verdankt ihre Eigenheiten durchaus nicht sich selbst, son-

1) A. Wagner, l. c. S. 67.
2) A. Wagner, l. c. S. 94.

dern andern Ursachen. Daher wird sie heutzutage von den Biologen nicht als Ursache des Lebens, sondern bloß als Träger der Lebenserscheinungen betrachtet. An und für sich ist das Protoplasma eben kein „Stoff", sondern ein kompliziertes Gemenge von Stoffen, dabei aber auch keine bloße Mischung solcher, sondern ein geformtes Gebilde, das eine unendlich komplizierte Struktur besitzen muß. Es ist nicht mehr bloß mit einer verwickelten „Maschine," sondern eher mit einer „Betriebstätte" zu vergleichen, von deren Unversehrtheit die ganze Betriebsmöglichkeit abhängt.[1])

Aus diesem Protoplasma gestalten sich nun die Organismen in der Weise, daß zunächst das Protoplasma unter Stoffaufnahme sich quantitativ vermehrt und zugleich sich in morphologisch unterscheidbare Bezirke gliedert, die man als Zellen bezeichnet. Diese Bezirke nehmen bei ihrer weiteren Entwicklung verschiedene Form und Beschaffenheit an angesichts der besonderen Arbeitstätigkeiten, zu deren Vollführung sie bestimmt sind. So gestalten sich aus dem Protoplasma die verschiedenen Organe und Organismen, die ihren Funktionen und Bestimmungen nach unendlich verschieden sein können.

Wie nun die verschiedenen Gestalten und Formen der Organismen uns als nach verschiedenen Richtungen hin erfolgte Differenzierungen und Steigerungen der einzelnen Bezirke des Protoplasmas erscheinen, so gilt ein Gleiches auch hinsichtlich der aktiven Lebensäußerungen derselben. Alles was uns nur als Lebensfähigkeiten bei den einfachsten wie bei den am höchsten entwickelten Organismen bekannt ist, läßt sich auf einige wenige Grundeigenschaften zurückführen, als deren Steigerung und Fortbildung sie erscheinen.[2]) Diese Grundqualitäten des Lebenden sind: Stoffwechel, Wachstum, Bewegungsfähigkeit, Reiz-

1) A. Wagner, l. c. S. 97, 98.
2) A. Wagner, l. c. S. 105.

barkeit (Empfindung), Gedächtnis (Reproduktion), Organisation, Selbstregulation und Fortpflanzung. Alle diese Tätigkeiten treffen wir dem Grundcharakter nach auf jeder Lebensstufe an. Welche Steigerung diese Grundfähigkeiten erfahren können, ist an den Tätigkeitsformen zu ersehen, die sie beim Menschen angenommen haben: die regulative Verwertung der Beweglichkeit findet sich in ihm bis zur schwindelerregenden Fertigkeit des Virtuosen entwickelt, die regulative Empfindungsfähigkeit bis zur abstraktesten Reflexion des Gelehrten gesteigert vor. Die Entwicklung aller dieser Fähigkeiten läßt sich nur durch die funktionellen Tätigkeiten des Protoplasmas und durch die vernunftsgemäße Technik der Protoplasmatätigkeit erklären.[1]) Wie sich die weitere Entwicklung der Organismen aus den funktionellen Fähigkeiten des Protoplasmas stufenweise vollzieht, darüber gibt die Biologie ausführliche Auskunft. Wir werden uns aber mit der Betrachtung dieser Prozesse nicht weiter aufhalten, sondern uns unmittelbar der Erörterung solcher Tatsachen zuwenden, die uns darüber aufklären, wie und warum auch die Lebenserscheinungen auf rationalem Wege in objektiv gültiger Weise sich erkennen lassen müssen.

Von der Unmenge der zweckmäßigen Erscheinungsformen des Organischen verdienen hier daher nur solche unsere Beachtung, die außer ihrer Zweckmäßigkeit noch die Eigenschaft der logischen Notwendigkeit aufzuweisen haben, so daß die Zweckmäßigkeit ihrer Gestaltung und Wirksamkeit auch auf logisch ersichtliche Weise aus ihren Seinsgründen hervorgehen würde. Wenn sich nun in der Tat solche Tatsachen anführen ließen, so müßten sie offenbar auch zur Bestätigung dessen dienen können, daß die organischen Entwicklungsprozesse stets rational verlaufen und daher auch bloß auf rationalem Wege auf objektiv gültige Weise erkennbar sind. Wie nun tatsächlich

1) A. Wagner, l. c. S. 106.

bei den organischen Gebilden die Zweckmäßigkeit ihrer Gestaltung sich gleichzeitig auch als etwas logisch Notwendiges erweist und sich als ein solches erkennen läßt, dafür läßt sich so manches Beispiel anführen. Ein vorzügliches bietet uns die innere Architektur der Knochen, deren Betrachtung wir uns jetzt zuwenden.

Das freie Auge erkennt an einem der Länge nach mitten durchgesägten Röhrenknochen einen festen dichtgefügten, dem Mittelstück angehörigen Teil, welcher aus einer festen Substanz, der sog. *Substantia compacta*, besteht und gegen die beiden Enden des Knochens hin allmählich sich verdünnt. An den beiden Endstücken des Knochens nimmt aber, je mehr die kompakte Substanz sich verdünnt, ein von der harten Rinde ausgehendes Balkenwerk, die schwammige Knochensubstanz, die sog. *Substantia spongiosa*, an Ausdehnung zu. Beide Knochensubstanzen sind blättrig gebaut und stellen ein sog. Blätter- oder Lamellensystem dar, in deren Zwischenräume, die sog. Haversschen Kanälchen, Nerven, Blut- und Lymphgefäße eindringen. Die Wände dieser Kanälchen sind aus einer Anzahl von hellen und dunklen Lamellen zusammengesetzt, die ihrerseits aus den einander kreuzenden Knochenfibrillen aufgebaut sind und die Haversschen Kanäle konzentrisch umkreisen. Nach v. Kölliker ist die häufigste Verlaufsrichtung der Fibrillen die, daß sie sich zwar selbst unter einem rechten Winkel kreuzen, dabei aber in jeder Lamelle einen Winkel von etwa 45° mit der Axe des Haversschen Kanals bilden. Diese Haversschen Lamellenwände werden schließlich wieder von Grund- oder Generallamellen umgeben, die einen ebensolchen inneren Bau besitzen und in der Summe den Röhrenknochen bilden[1]).

Die Substantia spongiosa der Knochen macht im allgemeinen den Eindruck einer regellosen Häufung von

1) Rauber-Kopsch, Lehrbuch der Anatomie des Menschen, Bd. II, 10. Aufl., Leipzig 1914, S. 1—7.

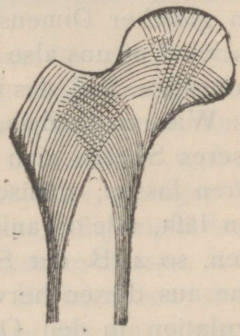
Knochenbalken und Knochenplättchen, welche dicker oder dünner sein können und in bezug auf ihre Anordnung weitmaschig oder engmaschig sind. Die Art der Anordnung der Spongiosa ist aber dabei eine solche, daß bei der in ihr gegebenen Rarefaktion der Knochensubstanz die Widerstandsfähigkeit der einzelnen Knochen in möglichst hohem Grade verbürgt ist. Ebenso wie die Spongiosa, so zeigt aber auch die Compacta eine wohlmotivierte Architektur, welche mit der Statik und Mechanik der Knochen im engsten Zusammenhang steht und deswegen an demselben Ort stets in derselben Gestalt wiederkehrt. In der Compacta hat nur eine von demselben Prinzip geforderte Zusammendrängung, eine Konzentration der widerstandsleistenden Bälkchen am gehörigen Ort stattgefunden. Die Compacta ist motiviert zusammengedrängte Spongiosa, die Spongiosa motiviert aufgeblätterte Compacta. Der ganze Knochen besteht somit aus bestimmten, seiner Form, Größe und Aufgabe entsprechenden Systemen von Bälkchen, welche in ihren Verlaufsrichtungen mit freiem Auge sehr wohl unterschieden werden können. Gilt dieses für den einzelnen Knochen, so gilt es für das ganze Skelet. Das ganze Skelet löst sich auf in eine ungeheure Zahl einander parallel verlaufender, auseinanderweichender, zusammenströmender, sich durchkreuzender, von den Grenzen des einzelnen Knochens unterbrochener, von den folgenden in seiner Weise wieder aufgenommener Bälkchensysteme [1]).

Im ganzen genommen erscheint der Knochen jetzt als ein Gebilde, welches mit möglichst wenig Aufwand an Material möglichst widerstandsfähig konstruiert ist, und zwar 1. indem das Material so aneinander gerückt ist, daß es ein größeres Volumen einnimmt, als dieses im kompakten Zustand der Fall sein würde, und 2. indem die ein-

1) Rauber-Kopsch, l. c. S. 193, 194.

zelnen Spaltungselemente (Plättchen, Stäbchen) so angeordnet sind, daß sie mit ihrer Längsrichtung in den Richtungen des stärksten Druckes oder Zuges liegen und somit in günstigster Weise ihre Widerstandskraft zur Geltung bringen können.

In der Tat, wie an Frontalschnitten und Röntgenbildern zu ersehen ist, stellt die Spongiosa ganze Systeme von einander durchkreuzenden Widerstandslinien dar, in denen die Knochenplättchen und Knochenstäbchen so zusammengefügt und angeordnet sind, daß sie entsprechend ihrer Bestimmung den größten Widerstand einem jeglichen Zug und Druck, der von außen oder von den Muskeln ausgeht, bieten können. Wie nun aus der Mechanik zu ersehen ist, verlaufen bei der Belastung des Endes eines Stabes die Kurven des größten Druckes in demselben gerade so, wie die Lamellen und Fibrillen in der Substantia spongiosa angeordnet sind[1]). Es finden somit in der Spongiosa die Prinzipien der Mechanik eine Verwirklichung. Denn ganz ebenso, wie bei den Eisenbahnbrücken der Oberbau nach den Grundsätzen der Mechanik am zweckmäßigsten bogen- und gitterförmig gebaut wird, um bei minimalem Materialverbrauch die maximale Tragbarkeit zu erreichen, ebenso sind auch die Lamellen und Fibrillen in der Spongiosa nach natürlichen, gleichzeitig aber auch nach rein verstandesmäßigen Gesetzen zu bogenförmigen Widerstandslinien angeordnet.



Kurven der Spongiosa des Oberschenkelbeins.

Auch die zweckmäßige Struktur der Compacta läßt

1) Rauber-Kopsch, l. c. S. 194, und R. Tigerstedt, Lehrbuch der Physiologie des Menschen, 4. Aufl. II, 3.

sich aus rein verstandesmäßigen Gründen als eine logisch notwendige erklären. Aus den Lehren der Mechanik erhellt, daß in solchen Fällen, wo auf einen festen Körper mehrere Kräfte eindrücken, die sich auf Kosten seiner Festigkeit im Gleichgewicht verhalten, die Zug- und Druckäußerungen an ihm so verteilen, daß die äußeren Wandungen des festen Körpers den größten Zug oder Druck erfahren. Daher vermag auch eine Röhre beinahe einen ebenso großen Druck auszuhalten, wie ein massiver Stab von gleicher Dimension und aus gleichem Material. Hieraus wird es uns also logisch verständlich, warum der röhrenförmige Teil des Knochens aus der Compacta besteht.

Wie nun die Zweckmäßigkeit der Struktur der Knochen unseres Skelets sich aus rein logischen Gründen hat erklären lassen, ebenso müssen auch, wie es sich annehmen läßt, alle organische Gestaltungsprozesse und Strukturen, so z. B. der Stoffwechsel, das Wachstum und jegliche aus diesen hervorgehende Organisation und Selbstregulation in den Organismen letzten Endes sich durch rein rational erfaßbare und deduktiv ermittelbare natürliche Gesetzmäßigkeiten erklären lassen. In gleicher Art ließe es sich noch weiter schließen und schon die erste Teilung des Protoplasmas in Zellen, d. h. in morphologisch unterscheidbare Tätigkeitsbezirke, sich etwa als mechanische und gleichzeitig auf logisch notwendige Weise erfolgende Wirkungen des Gemenges der Grundstoffe des Protoplasmas erklären. Ebenso wäre es möglich, auch schon den chemischen Elementen und den ursprünglichsten uns bekannten Energiegebilden die Fähigkeit zuzuschreiben, am Aufbau einer organischen Welt auf natürlich kausale, gleichzeitig aber auch logisch-notwendige Weise sich zu beteiligen. Daher müßten solche Prozesse auch rein genetisch erkennbar sein, so daß die Kausalität und Zweckmäßigkeit sich in der Welt des Organischen ebenfalls als Funktion der logischen Notwendigkeit erweisen

würde. Unwahrscheinlich dürfte so etwas nach Darlegung der unbedingten Gültigkeit des Gesetzes der Beharrlichkeit für alle Phänomene nicht mehr erscheinen. Daher sind wir auch berechtigt, alles Geschehen nicht nur im Bereiche des Unorganischen, sondern auch des Organischen als einen einheitlichen logisch erfaßbaren Entfaltungsprozeß der Zustandsformen der Substanz aufzufassen.

38. Von den Prinzipien der transzendentalen Deduktion.

Da nun das Beharrlichkeitsgesetz für alle Erscheinungen eine Gültigkeit hat, so müssen außer den physischen und organischen Erscheinungen auch die psychischen Phänomene auseinander stets logisch deduzierbar und daher auch auf deduktivem Wege in objektiv gültiger Weise erkennbar sein. Wie sich die Gesetzmäßigkeiten des Psychischen auf rationalem Wege erkennen lassen, war zur Genüge aus unseren bisherigen Deduktionen der Gesetzmäßigkeiten des reinen Denkens aus den reinen Verstandes- und Anschauungsformen zu ersehen. Wir überlassen es der rationalen Psychologie, weitere Deduktionen der Gesetzmäßigkeiten des Seelenlebens zu geben, wollen hier aber nur noch die gnoseologischen Fragen erörtern, inwiefern die Gesetzmäßigkeiten des reinen Denkens durch die apriorischen Voraussetzungen unserer Erkenntnis auf objektiv gültige Weise als begründet gelten können und warum die reinen Verstandesformen in der Tat auch als die letzten Voraussetzungen unserer Erkenntnis betrachtet werden müssen. Diese Fragen verdienen wohl unsere Aufmerksamkeit, umsomehr da gegen die transzendentale Deduktion Kants die mannigfaltigsten Einwände erhoben werden, die das System Kants allerdings nicht zu untergraben vermögen, jedoch zu großen Verwirrungen in der Erkenntnislehre führen. So wird u. a. behauptet, die Kategorien Kants seien nicht streng genug voneinan-

der abgegrenzt, die Zahl der Kategorien sei zu groß, oder aber die Kategorientafel sei nicht erschöpfend. Schließlich wird auch die Methode der transzendentalen Deduktion abgelehnt, weil sie eines bestimmten Prinzips ermangele[1]).

Wenn nun die Einwände gegen die Zahl der Kategorien und deren Unabhängigkeit von einander als berechtigt gelten könnten, so brauchen wir ihnen doch kein großes Gewicht beizulegen, wenn es sich erweist, daß die Deduktionen Kants in sich nichts Widersprüchliches enthalten und auch nicht Unbegründetes zulassen. Die Kategorientafel Kants hat sich für uns ja insofern als ausgiebig erwiesen, als aus den Kategorien im Zusammenhang mit den reinen Anschauungsformen alle bloß denkbaren Prinzipien nnd Gesetzmäßigkeiten der Erkenntnis und des Seins sich haben folgerichtig ableiten lassen, woraus also auch zu ersehen ist, daß die Verstandes- und Anschauungsformen ein in sich abgeschlossenes und, was die Hauptsache ist, ein lückenloses System der ersten und letzten Bedingungen unseres reinen Denkens darstellen. Ob die Zahl der Verstandesformen zu groß sei oder ob sie einander zum Teil decken, sind daher Fragen, die das Wesen der Sache durchaus nicht angehen und daher hier auch nicht erörtert zu werden brauchen. Im Grunde genommen ist ja die Zahl der Kategorien Kants an sich nicht groß. Aber auch der Einwand, die Deduktion der Kategorientafel selbst sei mangelhaft, weil Kant sich zur Begründung derselben der logischen Urteilstafel als Leitfaden bedient habe, deren Bestand und innere Notwendigkeit selbst aus keinem bestimmten Prinzip erhelle, stellt an sich nichts hinreichend Motiviertes dar. Denn wenn wir die transzendentale Deduktion näher untersuchen, so erweist es sich, daß die logische Urteilslehre durchaus nicht das letzte Argument bildet, auf welches sich Kant

1) Vgl. H. Cornelius, Grundlagen der Erkenntnistheorie, 2. Aufl., München 1926, S. 38.

bei seinen Deduktionen beruft, sondern daß dieser Urteilstafel nur die Rolle eines leitenden Gedankens zur Aufdeckung oder zum „Aufsuchen" aller nur denkbaren reinen Verstandesbegriffe anheimfällt.[1]) Der letzte Grund, auf den sich Kant stets bei seinen Deduktionen stützt, ist und bleibt das streng logische Denken einzig und allein. Dieses bedeutet aber nicht, daß die formalen Gesetzmässigkeiten des logischen Denkens die eigentliche Quelle darstellen, aus der die Verstandesformen selbst abgeleitet worden sind, sondern, wenn wir annehmen, daß uns zusammen mit dem Bewußtsein schon gewisse Bewußtseinsinhalte gegeben sind, so ist auch zuzugeben, daß auch immer auf Grund der in den reinen Verstandesformen fundierten und uns mit dem Bewußtsein ebenso zugestandenen Gesetzmäßigkeiten des logischen Denkens es sich feststellen läßt, welcher Art das Verhältnis ist, in dem die Bewußtseinsinhalte zueinander stehen, ob sie durch andere bedingt werden oder ob sie selbst zum Verständnis anderer zugelassen werden müssen. In der Art die Gedanken so zu beurteilen, besteht nun gerade die Methode oder das Prinzip der transzendentalen Deduktion, wie das in der Kritik der reinen Vernunft aus dem Abschnitt: „Von den Prinzipien einer transzendentalen Deduktion" zu ersehen ist.[2]) Wie und auf welchem Wege die Begriffe uns zum Bewußtsein geführt werden, durch die Sinne oder auf dem Wege der reinen Reflexion, bleibt sich in der transzendentalen Deduktion gleich. In welchem Abhängigkeitsverhältnis sie aber zu einander stehen

1) Vgl. I. Kant, Kritik der reinen Vernunft: Von dem Leitfaden der Entdeckung aller reinen Verstandesbegriffe.

2) „Die transzendentale Deduktion aller Begriffe a priori," sagt Kant, „hat also ein Prinzipium, worauf die ganze Nachforschung gerichtet werden muß, nämlich dieses: daß sie als Bedingung a priori der Möglichkeit der Erfahrungen erkannt werden müssen (es sei der Anschauung, die in ihr angetroffen sind, oder des Denkens). Begriffe, die den objektiven Grund der Möglichkeit der Erfahrung abgeben, sind eben darum notwendig."

und welche Gedanken sie letzten Endes als Vorbedingungen der Möglichkeit ihrer selbst voraussetzen, dieses festzustellen war es gerade, worauf es Kant bei seinen Deduktionen ankam, und dieses ließ sich auch nur auf dem Wege des reinen Denkens feststellen. Nur auf dem Wege der reinen Diskursion war es also Kant gelungen die Apriorität der Verstandesformen zu erweisen. Es ist auch nicht etwa das analogische, sondern das streng logische Denken, durch welches wir zur Erkenntnis der Apriorität dieser Formen geführt werden. Nehmen wir an, es seien uns zusammen mit allen unseren Vorstellungen auch die reinen Verstandesbegriffe und Anschauungsformen gegeben, von denen wir aber nicht wüßten, daß sie apriorisch sind, d. h. daß sie die allgemeinsten und aus der Erfahrung nicht ableitbaren Voraussetzungen unserer Erkenntnis überhaupt darstellen. Wenn wir nun die unbedingte Notwendigkeit solcher Gedanken zum Verständnis alles nur Denkbaren erkennen wollen, so ist es offenbar erforderlich, sie als die logischen Bedingungen für die Möglichkeit derselben darzulegen, d. h. die logische Immanenz alles Denkbaren in diesen allgemeinsten Gedanken zu erweisen, oder mit anderen Worten dieses auf Grund des Identitätsprinzips in dem Inhalte der letzteren zu erkennen und uns deren Inhalte abzuleiten. Ganz ebenso war es nun auch Kant gelungen, die reinen Verstandes- und Anschauungsformen als die allgemeinsten Begriffsgebilde, die in sich alle nur möglichen Bewußtseinsinhalte enthalten auf Grund des Identitätsprinzips zu erweisen, woraus erhellt, daß als die eigentliche und letzte Stütze der transzendentalen Deduktion Kants nichts anderes als die Prinzipien des logischen Denkens und unter diesen namentlich das Identitätsprinzip zu betrachten ist.

Es entstehen nun aber Bedenken, wie die Logik selbst die letzte Stütze der transzendentalen Deduktion darstellen kann, da die logischen Prinzipien und Gesetzmäßigkeiten

selbst bei Kant und bei uns auf den reinen Verstandesformen begründet sind. Hier haben wir es aber durchaus mit keinem Widerspruch zu tun. Die logischen Axiome und Gesetze haben wir in der Tat aus den reinen Verstandesbegriffen ableiten können. Dadurch hat es sich gleichzeitig auch erwiesen, daß die reinen Verstandesformen ihrem Inhalte nach allgemeiner als die logischen Gesetzmäßigkeiten sind und daher dieselben in sich enthalten. Daß diese Apriorität der Verstandesbegriffe sich ihrerseits nur durch die logischen Gesetzmäßigkeiten erkennen läßt, bedeutet aber nicht, daß diese Begriffe erst durch diese Gesetzmäßigkeiten ihrem Inhalte nach bedingt werden, sondern nur, daß die logischen Gesetze diejenigen Gedanken sind, durch die der Intellekt die reinen Verstandesformen als die Bedingungen erkennt, die die erfahrungsmäßige und auch die logische Erkenntnis ermöglichen. Da der Intellekt nur durch die ihm eigenen reinen Begriffe alle nur denkbaren kausalen und logischen Ordnungsverhältnisse als Formen des Seins konstituiert (vgl. oben S. 111 ff.), so erhellt hieraus, daß er auch nur durch die von ihm konstituierten Gesetzmäßigkeiten zur Erkenntnis der Apriorität seiner ursprünglichen Formen gelangt und daher auch außer letzteren nichts Autoritätsvolleres beim reinen Denken zuläßt[1]). In der Tatsache also, daß „die Begriffe a priori . . . als Bedingungen a priori der Möglichkeit der Erfahrungen erkannt werden müssen", besteht das Prinzip der transzendentalen Deduktion. Zur Erkenntnis des Apriorischen gelangt der Intellekt somit nur aus sich und durch sich selbst, und aus diesem Grunde enthalten auch die Grundlagen des rein diskursiven Denkens oder der reinen Reflexion an sich nichts Unbegründetes.

1) Der Einwand R. Herbertz', die Axiome unseres Denkens seien unbeweisbar, weil jeder Beweis sie schon voraussetze (vgl. Prolegomena, Halle a. d. S. 1916, S. 17), hat hierdurch offenbar auch als widerlegt zu gelten.

Namen- und Sachregister.

A > B > C 280—282.
Ägypter 164.
Ahrens 232.
A in B, B in C 302.
Amonton 183.
Ampère 149, 247.
Analogieschlüsse 196—244, 274.
Apodiktische Aussageweise 91 bis 99, 200.
Apollonius 289.
Apriorische Erkenntnis 248, 274, 277, 278, 303—314, 371, 383, 405 bis 407.
Aquino, Th. v. 17.
Arago 138.
Archimedes 170—172.
Architektur d. Knochens 399—402.
Aristoteles 13, 14, 16, 18, 32, 48, 54, 58, 67, 94, 97, 169.
Assertorisches 91, 95.
Assoziatives Denken 173, 196 bis 204, 217.
Assyrer 176.
Averroes 18, 19.
Axiom der Begriffsgleichheit 70, 75, 77—83, 113, 114, 124, 125.
Axiom der Größengleichheit 70, 79, 279, 280.

Bachmann 21, 23, 29.
Bain 24, 28, 36—40, 43, 44, 107.
Babylonier 176.
Begriffsaxiom 70, 78.
Beharrlichkeitsgesetz 376—380, 385, 387, 390, 403.
Beltrami 295.
Bentham 36.
Black 179, 186.
Boethius 16, 18.
Bolometer 187.
Bolyai, W. 301.
Bonola-Liebmann 294.
Boole 41, 46.
Borelli 266, 292.
Bouillau 266.
Boyle 175, 266.
Bradley 185.
Buys-Ballot 190.

Calker, 23.
Cantor, M. 304, 309.
Chasles 266.
Carnot, S. 371.
Cassirer, E. 250, 251, 303, 309, 312, 327.
Cavendish 168, 176.
Cohn, G. 358, 360.
Comte, A. 303.
Cornelius, H. 404.
Cornu 193.
Couturat, L. 289.
Crellius, F. 19, 28.
Czuber, E. 305—307, 353.

Dalton 212—214.
Descartes 249, 250.
Dessoir, M. 375, 389.

Dialektische Idee 387—394.
Dici de o. et n. 17—19.
Dictum de o. et n. 12, 15—28, 39, 40, 44, 46, 48, 49, 51—53, 56, 58, 64, 75, 76, 79, 80, 83, 86 bis 90, 107, 125, 152, 158—161, 201, 310.
Dictum de reciproco 22, 81, 83, 107, 125.
Disjunktive Schl. 84, 88, 91, 98.
Dioskorides, 163.
Diskursives Denken 12, 114, 127, 145, 193, 194, 209, 235, 242, 243, 245, 273, 274, 291, 326, 327, 349, 350, 393, 394, 396, 407.
Distinkte Ideen 271, 275, 276.
Doppler 137, 189—194, 365, 367, 369.
Doppler-Fizeausches Prinzip 193.
Drobisch, 24, 26, 27.
Duhamel, 144.
Duport, 23.

Ebbinghaus, H. 331, 355—357.
Einordnungstheorie 31.
Einstein, A. 194, 297—300, 390.
Enriques, F. 289, 290, 292, 306, 375.
Erdmann, B. 24, 28—32, 67.
Erman 149.
Eudem 94.
Euklidische Axiome 283, 285 bis 289, 292, 293.

Fahrenheit 183, 186.
Fischer, E. 331.
Fischer, K. 279.
Fizeau 191, 193.
Foucault 135, 138.
Fourierscher Satz 355, 365, 369.
Fries, J. F. 24—27.

Gadolin, I. 186.
Galilei, G. 188, 230, 231, 252, 315, 365, 367, 384.
Galle 169.
Gauß 267, 295, 299.
Geminus 292.
Genetische Definition 244, 249, 251—263, 276, 291, 292, 326, 365, 381, 385.
Gesetz der Identität 80, 279.
Gesetzliche Einförmigkeit d. Natur 380.
Glauber 163.
Gleichheitsschlüsse 79, 81, 280.
Gleiches zu (von) Gleichem 280.
Grau, K. J. 31, 66, 67, 72, 74.
Gravitationserscheinung 368, 384, 388.
Größenaxiom 70, 78.

Hall, A. 242.
Halley 266.
Hamilton, W. 36, 38, 39, 50.
Hartmann, N. 338, 345.
Helmholtz, H. v. 295, 296, 300, 338, 339, 376.
Helmont 169.
Henning 357—360.
Herbertz, R. 407.
Herschel, F. W. 185.
Heymans 153.
Hilbert, D. 287.
Hispanus, P. 17.
Höfler, A. 40.
Hooke 266.
Hoppe 21, 25.
Hoüel 287.
Huggins 291.
Husserl, E. 115, 327.
Huyghens 188, 252, 263—267, 384.
Hwolson, O. 189.
Hypothetische Schl. 72—74, 84 bis 90.

Ideenassoziation 143, 206, 238 bis 241, 274.
Identitätsprinzip 79—82, 90, 96 bis 99, 102, 106, 108, 110, 156, 158, 161, 279, 280, 289, 310, 312, 317 bis 322, 325, 326.
Identitätsschlüsse 53, 54, 65, 67 bis 79, 75, 76, 72, 81.
Immanenz, logische 367, 375, 384 bis 387, 389, 390, 406.
Immanenztheorie 28, 31, 32.
Individualkoeffizient 50.
Induktion 128, 152—161, 201, 382.
Induktionsschlüsse 66, 208, 213, 214.
Infinitesimallehre 251, 303—314.
Interesse 235—239.
Interferenz 354.
Isomorphie 21, 212.
Intuitive Erkenntnis 327.

Jevons, W. St. 36, 40—44, 67, 153.
Jungius, J. 17, 19.

Kant, I. 15, 20, 24—27, 46, 114, 169, 283, 290, 306, 314, 315, 320, 377—382, 403—407.
Kantstudien 327.
Karinskij, M. 281.
Κατηγορεῖσθαι 18, 14, 48.
Kategorien 115, 404.
Kategorische Schlüsse 65—72, 75, 77, 78, 82, 84, 88, 91, 156.
Kausalität 394, 395.
Kekulé 231—234, 245.
Kepler, J. 188, 221—227, 266, 271, 363, 365, 367, 384.
Kistner, A. 149, 191.
Klassifikation 172, 173.
Koexistenzprinzip 107, 108.
Koinzidenztheorie 108—110, 314 bis 320.
Koinzidenzprinzip 99—106, 314 bis 320.
Kommutationsgesetz 49.
Konditionalschlüsse 84—88, 156 bis 158, 214.
Konversion 48, 49, 64, 65.
Kopernikus 223, 266.
Kries, J. v. 352.
Krug, Tr. 20.
Kvêt, F. B. 35.

La Cour u. Appel 230, 268.
Ladd-Franklin 46, 141.
Lambert, J. H. 21—23, 81, 140, 295
Lange, F. A. 23.
Langley, S. T. 187.
Laplace 186.
Lavoisier 179, 180, 186.
Legendre 294.
Leibniz 10, 34—36, 44, 139, 249, 250, 275, 281, 289, 290, 303 bis 309, 312.
Levi-Civita 300.
Liard 36.
Lobatschevskij, N. I. 294, 295, 301.
Locke, J. 139.
Logische Gesetze 113, 120—126.
Logische Maschine 42.
Lombroso 332.
Lorentzsche Transformationsformel 194, 298, 300.
Lavoisier 179, 180, 186.
Losskij, N. O. 209, 215.
Lotze, H. 24, 27, 41, 63.
Lullus, R. 166.

Magnus, Alb. 17, 166.
Maier, H. 15, 94.
Markgraf 178.
Mathem. Logik 44, 46.

Maxwellsche Gleichungen 390, 391.
Mayer, J. R. 247, 371—375.
Mehrdimensionaler Raum 293, 297—303.
Melanchthon 17.
Mendelejeff 177.
Metaphys. Erklärungsgründe 169.
Meyer, E. v. 177.
Meyer, L. 177.
Meyer, M. W. 194, 243, 271.
Mie, A. 388.
Mikro- u. Makrogesetze 390, 391.
Mill, J. St. 107, 195.
Mitscherlich, E. 211—214, 245.
Modalitätsbeurteilungen 90, 91, 94—98.
Morgan 46.
Multiplikator-Galvanometer 149, 150.

Newlands 177.
Newton, I. 252, 263, 266—273, 303, 304, 315, 365, 367, 368, 384.
Nichteuklidische Geom. 293—297
Nota notae 21, 25, 40, 46.
Notwendigkeit 95, 116, 381.

Occam, W. v. 17.
Oersted 149.
Ohm 184.
Organische, das 394—403.
Ostwald, W. 260, 376.
Ottolenghi 332.

Pascal 266.
Paracelsus 169.
Pasteur 219, 220, 245.
Paralogismus 205, 206, 211, 213, 221, 234.
Peirce 46.
Penzoldt, F. 331.
Phänomenologie 327.
Phlogistontheorie 168, 180.
Picard, E. 295.
Picard 188, 270.
Planck, M. 352—354, 362, 376.
Plinius 163, 164, 166.
Poggendorf 149.
Poincaré, H. 284, 295.
Posidonius 292.
Praedicatum praedicati 90.
Prantl 16, 94.
Prinzipium aequationis 5, 49, 50, 81, 82.
Priestley 180.
Prinzip des dedukt. Schließens 99, 106, 107—123, 125.
Prinzip des kateg. Schließens 77, 79, 83.
Prinzip der kateg. Subsumtionsschlüsse 58, 79.
Prinzip der Modalschlüsse 90—99.
Prinzip der Erhaltung der Energie 371, 372, 376.
Prinzip der Identitätsschlüsse 79, 81, 125.
Prinzipien der element. Mathematik 278—293, 333.
Prinzipien der Infinitesimallehre 303—314.
Prinzipien der rationalen Naturwissenschaft 377—382.
Prinzip der transzendentalen Deduktion 406, 407.
Problematische Aussageweise 91 bis 99.
Proklus 292.
Pseudo-Geber 166.
Psychische, das 403.

Quantentheorie 388, 391.
Quantifikation des Praedikats 36, 38, 39, 43, 51.

Rationale Erkenntnis 246, 247, 274—278, 394.
Rationalisten 248, 249, 251, 275.
Rauber-Kopsch 399—401.
Réaumur 183.
Rehnisch, E. 16—20.
Reine Verstandes- und Anschauungsformen 197, 278, 283, 290, 291, 295, 300, 302, 306, 314, 319, 320, 326—328, 337, 382, 383, 385, 393, 394, 404—407.
Regnault 135.
Relationsschlüsse 66, 72.
Relativitätstheorie 297—300.
Ricci 300.
Richmann 185, 186.
Riechstoffchemie 357.
Riehl, A. 51, 75.
Riemann, B. 293, 299, 300.
Robervali 289.
Römer 184.
Rowlandsches Gitter 192.
Röntgenstrahlspekroskop 187.
Russel 190.

Saccheri, G. 292.
Sauveur 184.
Scheele 168, 180.
Schlick, M. 375, 389—391.
Schluß a fortiori 74.
Schopenhauer 113.
Schroeder 36, 44—46, 48, 49.
Schweigger 149.
Seebeck 149.
Sigwart, Chr. 24, 33, 210.
Sinnlichkeit als Funktion des Verstandes 329—371, 385, 386.
Sommerfeld 389.
Sorites 143, 145—147, 150.
Stadler 23.
Stahl, G. E. 168, 180.
Statistische Methode 362.
Statthaftes 90—99.
Stereoisomerie 360.
Stetigkeitsgesetz 303, 305—308, 310—312, 327.
Stöhr, A. 361.
Störring, G. 281.
Strohal, R. 301.
Strukturtheorie 217, 219, 220, 245.
Subsumtionsschlüsse 66, 68, 70, 75, 76, 79, 81.
Subsumtionstheorie 24.
Substanz 370, 374, 375, 377—383, 387.
Substitutionstheorie 24, 34, 40 bis 43.
Swift 243.
Syllogismus 66—69, 81, 84, 94, 202, 208—210, 212, 214, 216, 242, 277.
Systematik 177.

Tachenius 174.
Thermodynamik 252, 262.
Theophrastes 94, 164.
Thollonsche Skala 193, 194.
Thomasius, J. 19.
Trendelenburg 23.
Tigerstedt, R. 401.
Transzendentale Deduktion 327, 403—407.
Tschelpanow, G. 241.
Tycho Brahe 227, 230.

Überweg 23.
Ultramikroskop 187.
Ungleichungsschlüsse 280, 281.
Unzerstörbarkeit 118, 119.
Uphues 67, 72.
Urteil 114, 116.

Verstandesbegriffe, reine 115, 116, 120—124, 163, 197.
Vibrationschronoskop 144—147.

Vitruvius 116, 164, 170
Vogel, H. C. 190.
Voltaire 268.
Volkmann 343.

Wagner, A. 395—398.
Wahre, das 237.
Wahrscheinlichkeitsrechnung 353.
Weber, W. 144.
Weber-Fechner 341.
Wertheim 144.
Wesensschauung 327.
Widerspruch, Ges. d. 113, 121, 122.
Wilke 186.
Windelband, W. 292, 293.
Wolf, R. 227, 267.
Wolff, Chr. 19, 20.
Wundt, W. 23, 24, 65, 69, 70, 331, 332, 343.
Wwedenskij, A. I. 44.

Zabarella 17, 18.
Ziehen, Th. 31, 49, 50, 81.
Zilsel, E. 353.
Zufälliges 200.
Zusammenhang, logischer 314—329, 370, 382—387, 392, 402; realer: 315, 316, 329, 370, 382—387, 392, 394, 395, 402.
Zweckmäßigkeit 394, 398, 402.

Druckfehler.

Seite	Zeile	steht:	anstatt:
14	13	ῥηδήσεται	ῥηθήσεται
26	22	Grundsätze Drobischs	von Drobisch
29	4	beidem	beiden
54	8	Identitätsurteife	Identitätsurteile
63	8	Baroco	Bokardo
75	10	deduktiven	kategorischen
104	4	aproiorisch	apriorisch
107	11,12	attributs	attributes
119	16	besondere	besonderen
	18	denselbe	denselben
120,174	33,24	nähmlich	nämlich
125	22,28	Indentitäts.	Identitäts.
134	29	Geganke	Gedanke
137	24	Gedanken	Gedanke
147	21	Prämisse	Prämissen
152	22	desselben	derselben
153	14,33	G. Heymanns	G. Heymans
155	27	Wiederspruch	Widerspruch
184	8	$x = a : (b + x)$	$X = a : (b + x)$
188	23	guten	gutem
230	4	zum	als
	34	Entwikelung	Entwicklung
231	19	und	, sodaß
303	23	S	$\int$

TARTU LINNA RAAMATUKOGU