

TALLINNA POLUTEHNILISE  
INSTITUUDI TOIMETISED

ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 225

# ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

СБОРНИК СТАТЕЙ

II

ser. A-1459  
-225

TALLINNA POLÜTEENILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

С Е Р И Я А

№ 225

1965

УДК 621.31

Э Н Е Р Г Е Т И Ч Е С К И Е    С И С Т Е М Ы

СБОРНИК СТАТЕЙ

II

00117

Таллин  
1965

Pa

Tartu Riikliku Ülikooli  
Raamatukogu

51160

УДК 621.311.153

М.В.Мельдорф, Э.А.Тийгимяги

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ГРАФИКОВ НАГРУЗКИ  
ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫПостановка задачи

При эксплуатации энергетических систем большое значение имеет прогнозирование графиков суммарной нагрузки.

В настоящей работе делается попытка прогнозировать графики нагрузки системы со сроком до одного года.

Математическая сторона задачи прогнозирования относится к математической статистике.

Графики нагрузки энергетической системы можем рассматривать как реализацию некоторой случайной функции нескольких переменных -  $P(t, X_1, X_2, \dots)$ . Под прогнозированием функции  $P(t, X_1, X_2, \dots)$  в общем случае подразумевается определение условного закона распределения этой функции в некоторый наступающий момент времени при условии, что имеются сведения о значениях ее в прошлом. В настоящей работе ставится более узкая задача: оценить (прогнозировать) одну характеристику указанного закона распределения - математическое ожидание.

По известным нам сведениям к настоящему времени вопрос прогнозирования более подробно исследован только для стационарных случайных функций, к категории которых функция  $P(t, X_1, X_2, \dots)$  явно не относится. Чтобы все же решить задачу,

применив сравнительно несложный аппарат прогнозирования стационарных функций, предположим, что случайную функцию  $P(t, X_1, X_2, \dots)$  можно привести к стационарной путем некоторого преобразования.

Предложим форму преобразования

$$P(t, X_1, X_2, \dots) = R(t, X_1, X_2, \dots)\theta_p(t, X_1, X_2, \dots) + S(t, X_1, X_2, \dots), \quad (I)$$

где  $\theta_p(t, X_1, X_2, \dots)$  — стационарная функция в узком смысле;  $R(t, X_1, X_2, \dots)$  и  $S(t, X_1, X_2, \dots)$  — некоторые не случайные функции.

Критерием обоснованности такого преобразования служит степень стационарности функции

$$\theta_p(t, X_1, X_2, \dots) = \frac{P(t, X_1, X_2, \dots) - S(t, X_1, X_2, \dots)}{R(t, X_1, X_2, \dots)}.$$

Математическое ожидание  $M$  и дисперсия  $D$  функции  $P(t, X_1, X_2, \dots)$ , выражаются тогда:

$$\begin{aligned} M[P(t, X_1, X_2, \dots)] &= R(t, X_1, X_2, \dots)M[\theta_p(t, X_1, X_2, \dots)] + S(t, X_1, X_2, \dots), \\ D[P(t, X_1, X_2, \dots)] &= R^2(t, X_1, X_2, \dots)D[\theta_p(t, X_1, X_2, \dots)]. \end{aligned}$$

Ввиду того, что математическое ожидание и дисперсия стационарной функции постоянны, можем, не нарушая общности, выбрать функции  $R(t, X_1, X_2, \dots)$  и  $S(t, X_1, X_2, \dots)$  так, чтобы

$$\begin{aligned} M[\theta_p(t, X_1, X_2, \dots)] &= 0, \\ D[\theta_p(t, X_1, X_2, \dots)] &= 1. \end{aligned}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned} M[P(t, X_1, X_2, \dots)] &= S(t, X_1, X_2, \dots), \\ D[P(t, X_1, X_2, \dots)] &= R^2(t, X_1, X_2, \dots). \end{aligned}$$

Таким образом, задача приведения случайной функции  $P(t, X_1, X_2, \dots)$  к стационарной сводится к определению дисперсии и математического ожидания этой функции (отметим, что здесь речь идет о безусловных характеристиках в отличие от соответствующих условных величин, определение которых является целью прогнозирования). Практически можем определить лишь

оценки этих величин путем анализа статистических данных (графиков нагрузки) в промежуток времени, за который мы располагаем соответствующим материалом. Для того, чтобы найти оценку математического ожидания и дисперсии для некоторого наступающего момента времени, выразим их в виде аналитических функций времени и аргументов  $X_1, X_2, \dots$  и считаем вид и числовые параметры этих функций неизменными за прогнозируемый промежуток времени.

После определения оценок математического ожидания и дисперсии проверим стационарность случайной функции  $\theta_p(t, X_1, X_2, \dots)$ . Для этого проверим, можно ли считать корреляционную функцию случайной функции  $\theta_p(t, X_1, X_2, \dots)$  зависимой только от одного аргумента — промежутка времени. Если же анализ корреляционной функции показывает, что функция  $\theta_p(t, X_1, X_2, \dots)$  явно нестационарна, то надо искать иных путей решения задачи.

### Анализ графиков нагрузки

Целью анализа графиков нагрузки является определение ряда характеристик, в данном случае оценок<sup>\*</sup> для математического ожидания и корреляционной функции случайной функции  $P(t, X_1, X_2, \dots)$ .

Дисперсия функции  $P(t, X_1, X_2, \dots)$  выражается:

$$D[P(t, X_1, X_2, \dots)] = M[(P(t, X_1, X_2, \dots) - M[P(t, X_1, X_2, \dots)])^2].$$

Следовательно, можем после определения математического ожидания составить функцию

$$\lambda_p(t, X_1, X_2, \dots) = (P(t, X_1, X_2, \dots) - M[P(t, X_1, X_2, \dots)])^2$$

и свести задачу определения дисперсии функции  $P(t, X_1, X_2, \dots)$  к определению математического ожидания функции  $\lambda_p(t, X_1, X_2, \dots)$ :

---

<sup>\*</sup> В дальнейшем слово "оценка" опускается

Для нахождения математического ожидания мы располагаем статистическим материалом, представляющим по существу одну реализацию функции  $P(t, X_1, X_2, \dots)$ . Но задача определения математического ожидания нестационарной функции по одной реализации в общем случае не решена. Имеющиеся методы [I] налагают на функцию требования, которым  $P(t, X_1, X_2, \dots)$  явно не удовлетворяет. Поэтому неизбежно принять ряд допущений, обоснованность которых определяется соответствием результатов к действительности.

Проанализируем сперва случайную величину — суточную выработку энергии

$$W_n = \int_{(n)} P(t, X_1, X_2, \dots) dt,$$

где  $(n)$  означает интегрирование за сутки  $n$ . Прогнозирование суточной выработки энергии представляет, во-первых, самостоятельный интерес, а, во-вторых, введение  $W_n$  в качестве одного из аргументов функции  $P(t, X_1, X_2, \dots)$  значительно упрощает анализ ее.

Хотя  $W_n$  прерывная величина, можем рассматривать значения ее как значения реализации некоторой случайной функции  $W = W(t, X_1, X_2, \dots)$ .

Из ряда аргументов  $X_1, X_2, \dots$  функций  $P(t, X_1, X_2, \dots)$  и  $W(t, X_1, X_2, \dots)$  рассмотрим в настоящей работе следующие:

I. Календарный день. Сюда относятся:

- а) дни недели;
- б) государственные праздники;
- в) предпраздничные и послепраздничные дни;
- г) исключительные дни — выходные дни, которые постановлением Совета Министров СССР перенесены на рабочие дни и наоборот.

Таким образом "календарный день" является аргументом с примерно 35 возможными значениями (7 дней недели, 6 государственных праздников, 16 пред- и послепраздничных дней и

примерно 6 исключительных дней).

2. Среднесуточная температура воздуха.

3. Годовая выработка энергии. Не рассматривая здесь вопрос долгосрочного прогнозирования, считаем годовую выработку энергии заданной.

Таким образом имеем следующие случайные функции:

$$P = P(t, g, \vartheta, W_2, W),$$

$$W = W(t, g, \vartheta, W_2),$$

где  $P$  - мощность системы,

$t$  - время,

$g$  - календарный день,

$\vartheta$  - среднесуточная температура воздуха,

$W$  - суточная выработка энергии,

$W_2$  - годовая выработка энергии.

Пренебрегая взаимодействием между аргументами  $g$  и  $\vartheta$  можем дать функции  $W(t, g, \vartheta, W_2)$  следующую аналитическую форму:

$$W(t, g, \vartheta, W_2) = W_{10}(W_2, t) + W_{20}(t, g, W_2) + W_{30}(t, \vartheta, W_2).$$

В качестве дальнейшего упрощения считаем слагаемые (помимо первого) пропорциональными годовой выработке энергии  $W_2$ . Тогда

$$W(t, g, \vartheta, W_2) = W_2(t) [W_1(t, W_2) + W_2(t, g) + W_3(t, \vartheta)], \quad (2)$$

где  $W_2(t)$  - годовая выработка энергии в рассматриваемом году.

Математическое ожидание

$$M[W(t, g, \vartheta, W_2)] = W_2(t) \{M[W_1(t, W_2)] + M[W_2(t, g)] + M[W_3(t, \vartheta)]\}. \quad (3)$$

Считаем интеграл математического ожидания суточной выработки энергии за год  $\alpha$  равным годовой выработке

$$\int_{(\alpha)} M[W(t, g, \vartheta, W_2)] dt = W_{2\alpha}, \quad (4)$$

где  $W_{2\alpha}$  - годовая выработка энергии в  $\alpha$ -ом году.

Из (3) и (4) имеем:

$$\int_{(\alpha)} \{M[W_1(t, W_2)] + M[W_2(t, g)] + M[W_3(t, \vartheta)]\} dt = 1. \quad (5)$$

Поскольку равенство (5) не позволяет определять величины отдельных слагаемых, мы вправе наложить следующие произвольные дополнительные условия:

$$\int_{(\alpha)} M[W_1(t, W_2)] dt = 1, \quad (6)$$

$$\int_{(\alpha)} M[W_2(t, g)] dt = 0. \quad (7)$$

Следовательно,

$$\int_{(\alpha)} M[W_3(t, \vartheta)] dt = 0. \quad (8)$$

Учитывая характер изменения графиков нагрузки, целесообразно разделить  $M[W_1(t, W_2)]$  на два составляющих

$$M[W_1(t, W_2)] = M[W_1'(t, W_2)] + M[W_1''(t, W_2)],$$

где первое из них учитывает изменение потребления энергии в масштабе года, а второе — в масштабе месяца.

Здесь мы также вынуждены внести одно дополнительное условие. Примем

$$\int_{(\alpha)} M[W_1''(t, W_2)] dt = 0. \quad (9)$$

Следовательно,

$$\int_{(\alpha)} M[W_1'(t, W_2)] dt = 1. \quad (10)$$

Так как составляющие  $M[W_1''(t, W_2)]$  и  $M[W_2(t, g)]$  должны описывать зависимость математического ожидания потребления энергии соответственно в масштабе месяца и от календарного дня (в масштабе недели), то целесообразно усилить требова-

ния (9) и (7) следующим образом:

$$\int M[W_1''(t, W_2)] dt = 0, \quad (II)$$

$$\int_{(\beta)} M[W_2(t, g)] dt = 0, \quad (I2)$$

где  $(\beta)$  и  $(\gamma)$  означают интегрирование соответственно за месяц и неделю.

Составляющее  $M[W_3(t, \nu^j)]$  может быть представлено в виде многочлена

$$M[W_3(t, \nu^j)] = \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^l a_{ij} t^i \nu^j, \quad (I3)$$

где  $k$  и  $l$  - соответствующие высшие степени многочлена.

Составляющее  $M[W_1'(t, W_2)]$  не может быть представлено аналогичным образом из-за последействия значений  $W_2(t)$  на величину  $M[W_1'(t, W_2)]$ . Для приближенного учета последействия представим  $M[W_1'(t, W_2)]$  в виде

$$M[W_1'(t, W_2)] = B(t) w_{2\alpha} (1 + K_\alpha t) + K_0 w_{2, \alpha+1}, \quad (I4)$$

где

$$B(t) = b_0 + b_1 t + b_2 t^2 + b_3 t^3 + \dots$$

некоторый многочлен и

$$w_{2\alpha} = \frac{W_{2\alpha}}{W_{2, \alpha-1}}.$$

Коэффициент  $K_\alpha$  в (I4) определяется из условия (I0)

$$K_\alpha = \frac{w_{2\alpha} - (a_0 + K_0 w_{2, \alpha-1} + \frac{1}{2} a_1 \tau + \frac{1}{3} a_2 \tau^2 + \frac{1}{4} a_3 \tau^3 + \dots)}{\frac{1}{2} a_0 \tau + \frac{1}{3} a_1 \tau^2 + \frac{1}{4} a_2 \tau^3 + \dots},$$

где  $\tau$  - длительность года  $\alpha$ .

Представление составляющих  $M[W_1''(t, W_2)]$  и  $M[W_2(t, g)]$  в виде аналитических функций сделает расчет трудоемким из-за боль-

шого количества коэффициентов. Приближенно можно решить задачу проще, применив метод скользящей средней, по которой приведенная функция  $L[f(t)]$  некоторой функции  $f(t)$  выражается:

$$L[f(t)] = \frac{1}{T_0} \int_{t - \frac{T_0}{2}}^{t + \frac{T_0}{2}} f(t) dt. \quad (I5)$$

Можно показать следующие свойства скользящей средней:

$$1) \quad L\left[\sum_{i=1}^n f_i(t)\right] = \sum_{i=1}^n L[f_i(t)]; \quad (I6)$$

$$2) \quad M[L[f(t)]] = L[M[f(t)]]; \quad (I7)$$

$$3) \quad L[cf(t)] = cL[f(t)], \quad (I8)$$

где  $c$  — постоянная величина;

4) для линейной функции

$$L[f_1(t)] = f_1(t); \quad (I9)$$

5) для периодических функций с периодом  $nT_0$  ( $n$  — любое положительное целое число)

$$L[f_2(t)] = \text{пост.} \quad (20)$$

По (3), (5), (I5), (I6) и (I7)

$$M[L[W(t, g, \mathcal{V}, W_2)]] = \frac{1}{W_2(t)} \{L[M[W_1'(t, W_2)]] + L[M[W_1''(t, W_2)]] + L[M[W_2(t, g)]] + L[M[W_3(t, \mathcal{V})]]\}. \quad (21)$$

Принимая период  $T_0$  равным одной неделе, придем на основе анализа свойств составляющих математического ожидания функции  $W(t, g, \mathcal{V}, W_2)$  к следующим соотношениям:

1. Полагая  $M[W_1'(t, W_2)]$  приближенно линейной за период  $T_0$ , получим:

$$L[M[W_1'(t, W_2)]] \approx M[W_1'(t, W_2)].$$

2. Учитывая (II) и полагая максимальное значение

$M[W_1''(t, W_2)]$  за период  $\beta$  небольшим, получим:

$$L[M[W_1''(t, W_2)]] \approx 0.$$

3. Учитывая (I2) и (20), получим для промежутков времени, не включающих праздников и исключительных дней:

$$L[M[W_2(t, g)]] \approx 0.$$

4. По (I3) и (I5) получим:

$$L[M[W_3(t, \mathcal{V})]] = \frac{1}{T_0} \sum_{i=0}^k \sum_{j=0}^l a_{ij} \int_{t-\frac{T_0}{2}}^{t+\frac{T_0}{2}} t^i \mathcal{V}^j dt.$$

Учитывая полученные соотношения, будем иметь вместо (2I) выражение

$$M[L[W(t, g, \mathcal{V}, W_2)]] \approx \frac{1}{W_2(t)} \{M[W_1'(t, W_2)] + L[M[W_3(t, \mathcal{V})]]\}.$$

Таким образом, преобразовывая реализацию функции  $W(t, g, \mathcal{V}, W_2)$  методом скользящей средней, можем методом наименьших квадратов определить коэффициенты  $a_{ij}, b_i, k_0$ . Тем самым составляющие  $M[W_1'(t, W_2)]$  и  $M[W_3(t, \mathcal{V})]$  определены.

Далее составим функцию

$$W^*(t, g, \mathcal{V}, W_2) = \frac{1}{W_2(t)} W(t, g, \mathcal{V}, W_2) - M[W_1'(t, W_2) + W_3(t, \mathcal{V})],$$

математическое ожидание которой равно:

$$M[W^*(t, g, \mathcal{V}, W_2)] = M[W_1''(t, W_2)] + M[W_2(t, g)].$$

Учитывая (II) и небольшой размах  $M[W_1''(t, g)]$  по сравнению с  $M[W_2(t, g)]$ , можем определить последнее для каждого дня недели как арифметическое среднее величины соответствующего дня данного месяца, и данные сглаживать плавной кривой.

После нахождения  $M[W_2(g, t)]$  определение  $M[W_1''(t, W_2)]$  уже не представляет затруднений.

Математическое ожидание для праздничных дней определяет-

ся как арифметическое среднее соответствующих величин. Для остальных значений аргумента  $g$  (пред- и послепраздничных и исключительных дней) математическое ожидание суточной выработки энергии определяется осреднением отклонения суточной выработки энергии от математического ожидания ее для соответствующих обычных дней недели.

Дисперсия функции  $W(t, g, \mathcal{V}, W_2)$  определяется нахождением математического ожидания функции

$$\lambda_w(t) = (W(t, g, \mathcal{V}, W_2) - M[W(t, g, \mathcal{V}, W_2)])^2$$

вышерассмотренным приближенным методом.

Остается проверить стационарность функции

$$\theta_w(t) = \frac{W(t, g, \mathcal{V}, W_2) - M[W(t, g, \mathcal{V}, W_2)]}{D[W(t, g, \mathcal{V}, W_2)]}$$

При анализе функции  $P(t, g, \mathcal{V}, W_2, W)$  допустим, что зависимость  $P$  от  $W_2$  и  $\mathcal{V}$  уже учтена при определении среднесуточной выработки энергии  $W$ . Следовательно, задача сводится к анализу функции трех аргументов  $P_1(t, g, W)$ .

Анализ этой функции проводим отдельно для каждого значения аргумента  $g$ , т.е. составим функции  $P_{1g}(t, W)$ , анализ которых по примеру анализа функции  $W(t, g, \mathcal{V}, W_2)$  не представляет дополнительных затруднений.

### Прогнозирование графиков нагрузки

При анализе графиков нагрузки аргументы считались не случайными величинами. В действительности же аргументы  $W_2$ ,  $W$  и  $\mathcal{V}$  являются случайными. При прогнозировании графиков нагрузки заменим, в качестве приближения, эти аргументы их прогнозами.

При управлении энергетическими системами, как правило, прогнозируются графики нагрузки за сутки вперед. Учитывая затухание корреляционной функции за это время, можно в пер-

вом приближении отказаться от прогнозирования стационарной функции  $\theta_p(t)$ .

В результате прогнозирование сводится к следующим этапам:

1. По значениям аргументов  $g$  и  $t$  и по прогнозам аргументов  $\nu$  и  $W_2$  вычисляются значения функций  $M[W(t, g, \nu, W_2)]$  и  $D[W(t, g, \nu, W_2)]$  для прогнозируемых суток.

2. По имеющемуся статистическому материалу (графики нагрузки) определяются значения стационарной функции  $\theta_w(t)$  для прошедшего периода.

3. Прогнозируется стационарная функция  $\theta_w(t)$  одним из известных методов [2].

4. Вычисляется прогноз функции  $W(t, g, \nu, W_2)$ .

$$M_{yc}[W(t, g, \nu, W_2)] = D[W(t, g, \nu, W_2)]M_{yc}[\theta_w(t)] + M[W(t, g, \nu, W_2)],$$

где  $M_{yc}[\theta_w(t)]$  - прогноз функции  $\theta_w(t)$ .

5. Вычисляется прогноз функции  $P_1(t, g, W)$ .

Проведенные нами расчеты по приведенной методике показали, что принятые допущения удовлетворительно согласуются с практическими данными, за исключением предположения о стационарности функции  $\theta_w(t)$ . Выяснилось, что коэффициенты корреляции значений функции  $\theta_w(t)$ , соответствующих воскресеньям, значительно ниже коэффициентов корреляции для остальных дней. Это затруднение было преодолено отдельным прогнозированием нагрузок воскресных дней и заменой функции  $\theta_w(t)$  воскресных дней фиктивными рабочими днями.

## Л и т е р а т у р а

1. В.С. Пугачев. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., Физматгиз, 1960.
2. Ю.М. Алехин. Статистические прогнозы в геофизике. Л., изд-во Ленинградского университета, 1963.



УДК 621.311.1.003

М.Х.Валдма, О.И.Гроссман  
О.Р.Терно, Э.А.Тийгимяги

ПРОГРАММА ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМА ОБЪЕДИНЕННОЙ  
ЭНЕРГОСИСТЕМЫ

В настоящей статье приводится описание комплексной программы определения оптимального распределения активной нагрузки в смешанном энергообъединении при любом заданном составе агрегатов станций. По этой программе вычисляются характеристики станций и оптимальное распределение нагрузки в энергообъединении с учетом потерь в межсистемных линиях электропередачи.

В комплексную программу входят следующие программы:

1. Программа вычисления характеристик относительных приростов тепловых электростанций (программа А).
2. Программа вычисления суммарных характеристик относительных приростов ТЭС отдельных энергосистем (программа Б).
3. Программа вычисления характеристик ГЭС (программа В).
4. Программа определения экономичного распределения нагрузки в энергообъединении (программа Г).

**Программа А.** Вычисление характеристик относительных приростов ТЭС проводится на основе характеристик отдельных котлов и турбин. Принципы вычисления характеристик станций при экономичном распределении нагрузки между агрегатами общеизвестны [1].

Настоящая программа может быть применена для вычисления характеристик ТЭС, имеющих не более двух различных давлений пара (котлы и турбины высокого и среднего давления). При этом турбины могут быть конденсационные, теплофикационные или с противодавлением.

При вычислении характеристики станции учитываются отдельно следующие факторы, значения которых должны быть заданы:

- величина отбора пара от каждой турбины;
- величина отпуска тепла из котельной;
- стоимость топлива;
- схема соединения котлов и турбин;
- характеристики котлов и турбин.

Характеристики отдельных агрегатов представляются в памяти ЦВМ в виде таблиц. Расчет характеристики относительных приростов ТЭС выполняется в следующих этапах.

1. По заданному составу котлов вычисляются суммарные характеристики относительных приростов отдельно для котельных высокого и среднего давления.

2. Вычисляются характеристики отдельных турбин, соответствующие заданным тепловым нагрузкам.

3. Вычисляются суммарные характеристики турбинного зала отдельно для частей высокого и среднего давления.

4. Вычисляется характеристика относительных приростов станции.

В программе отсутствуют итерационные циклы расчета, но в ней содержатся многие конечно-определенные циклы и большое количество логических операций.

**Программа Б.** В настоящей работе не учитываются потери мощности во внутрисистемных линиях электропередачи. Поэтому вычисление суммарных характеристик тепловых электростанций выполняется просто и не требует дополнительных пояснений.

Программа В. Характеристикой относительных приростов ГЭС называется, как известно, зависимость

$$\frac{\partial Q}{\partial P} = \frac{\partial Q}{\partial P} (P, h = \text{пост}),$$

где  $Q$  - расход воды,  
 $P$  - мощность ГЭС,  
 $h$  - напор.

Множество характеристик относительных приростов ГЭС, соответствующих различным величинам напора  $h$ , представляются в памяти ЦВМ при помощи таблицы зависимости

$$\frac{\partial Q}{\partial P} = \frac{\partial Q}{\partial P} (P, h = h_{\text{макс}})$$

и таблиц поправок соответствующих изменению характеристики при отклонении напора на  $\Delta h = 1 \text{ м}$ .

Характеристики при отклонениях  $\Delta h < 1 \text{ м}$  определяются способом линейной интерполяции. Также в виде таблиц вводится информация об изменении характеристики при изменении максимального числа агрегатов ГЭС.

Вычисление характеристик ГЭС выполняется по данной программе в следующем порядке:

- 1) вычисляются расходы воды при минимальных мощностях;
- 2) вычисляется характеристика относительных приростов ГЭС, соответствующая заданному напору;
- 3) вводятся поправки в характеристики по заданному максимальному числу агрегатов.

Аналогично могут быть вычислены и расходные характеристики ГЭС. В интересах уменьшения исходной информации в настоящей программе не используются расходные характеристики ГЭС, а расходы воды определяются интегрированием характеристик относительных приростов ГЭС.

Программа Г. Программа предусмотрена для определения оптимального распределения активной нагрузки в энергообъединении с радиальным расположением энергосистем. В программе учитываются потери активной мощности только в межсистемных линиях электропередачи. В таком случае на принципиальной схеме объединения каждая энергосистема заменяется узловой точкой, к которой соединены суммарная нагрузка, эквивалентная тепловая станция и гидростанции данной энергосистемы. В этом случае условия экономичности решаются относительно просто.

Алгоритм оптимизации составлен на основе метода относительных приростов [2]. В процессе решения существуют два цикла итерации. Во внутреннем цикле определяются оптимальные величины мощностей при выполнении условий баланса мощностей на каждом интервале времени.

Корректирование относительного прироста балансирующей точки объединения осуществляется по формуле:

$$\mu_{m+1}^{(k)} = \mu_m^{(k)} + \Delta\mu_m^{(k)} \frac{\Delta P_m^{(k)}}{\Delta P_{m-1}^{(k)} - \Delta P_m^{(k)}} \quad (I)$$

При этом

$$|\Delta\mu_{m+1}^{(k)}| \leq |\Delta\mu_{\max}^{(k)}|$$

и если

$$\Delta P_{m-1}^{(k)} - \Delta P_m^{(k)} = 0,$$

то

$$\Delta\mu_{m+1}^{(k)} = \pm \Delta\mu_{\max}^{(k)},$$

где  $m$  — номер итерации,

$k$  — номер интервала времени,

$\Delta P$  — небаланс мощностей,

$\Delta\mu_{\max}$  — максимальный шаг поправки.

Этот способ обеспечивает довольно быструю сходимость итерационного процесса. Только в некоторых случаях, в зависимо-

сти от вида характеристик систем, может появляться цикличность процесса. В таком случае в режим вводится возмущение.

Во внешнем цикле итерации добивается выполнение баланса расходов воды ГЭС. Поправки к множителям  $\lambda$  ГЭС вычисляются по следующей формуле:

$$\lambda_{j,m+1} = \lambda_{j,m} + \Delta \lambda_{j,m+1} = \lambda_{j,m} + \frac{d\lambda}{dW} \Delta W_{j,m} \quad (2)$$

при условии

$$|\Delta \lambda_{j,m+1}| \leq |\Delta \lambda_{\max}|,$$

где  $j$  - номер ГЭС;

$\Delta W$  - небаланс суммарных расходов воды ГЭС в течение суток.

Производные  $d\lambda/dW$  вычисляются одновременно для всех ГЭС методом возмущения после каждой корректировки множителей  $\lambda$  по формуле (2).

Скорость сходимости итерационного процесса значительно зависит от точности задания величин  $\lambda_0$  исходного приближения и от  $\Delta \lambda_{\max}$ . При оптимизации суточных режимов энергообъединения сходимость процесса обеспечивается примерно через 10 - 30 итераций при любых  $\lambda_0$ .

Ограничения, налагаемые на мощности отдельных станций, учитываются в характеристиках станций. Учет ограничений режима, обусловленных пропускной способностью межсистемных линий, осуществляется фиксацией межсистемных мощностей на границе. При этом объединение разделяется на независимые части. Фиксация межсистемных мощностей выполняется по одному, определяя каждый раз оптимальное распределение нагрузки в независимых частях объединения. Такой способ может быть успешно применен для небольших энергообъединений с радиальной схемой, однако в общем случае он может оказаться мало эффективным, поскольку приходится рассматривать много вариантов введения ограничений.

Совместная "работа" приведенных программ обеспечивается

программой управления.

Вышеописанная комплексная программа оптимизации была составлена в 1963 году на кафедре электрических систем ТПИ для ЦВМ БЭСМ-2 для оптимизации суточных режимов энергообъединения Северо-Запада. Программа предусмотрена, в первую очередь, для выполнения расчетов экономичного распределения типовых графиков нагрузки.

Включение программы вычисления характеристик станций в программу оптимизации значительно увеличило эффективность применения ЦВМ при эксплуатации энергообъединения. Время вычисления оптимальных мощностей станций на сутки при заданном составе агрегатов составляет в среднем 8-12 минут. В памяти ЦВМ вся программа и исходные данные занимают около 12000 ячеек.

Настоящая комплексная программа применима при перспективном и текущем планировании режима объединения.

В дальнейшем программа может быть усовершенствована введением в нее подпрограмм учета потерь во внутрисистемных линиях электропередачи, учета изменения верхнего бьефа ГЭС, определения оптимального состава агрегатов и т.д.

## Л и т е р а т у р а

1. В.М. Горнштейн. Наивыгоднейшее распределение нагрузок между параллельно работающими электростанциями. М.-Л., Госэнергоиздат, 1949.

2. В.М. Горнштейн. Наивыгоднейшие режимы работы гидростанций в энергетических системах. М.-Л., Госэнергоиздат, 1959.

УДК 621.311.1.003

М.Х.Валдма, О.И.Гроссман, Х.Э.Лелумезс,  
М.В.Мельдорф, Э.А.Тийгимяги

О РЕЗУЛЬТАТАХ ИССЛЕДОВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ИЗМЕНЕНИЯ  
НАПОРА ГИДРОСТАНЦИЙ НА ЭКОНОМИЧНОСТЬ РЕЖИМА  
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Учет изменения напора ГЭС в расчетах оптимального планирования режимов энергетических систем повышает точность, но усложняет выполнение расчетов. Поэтому вопрос о влиянии изменения напора ГЭС на экономичность режима имеет большое значение при разработке эффективной методики расчета для конкретных энергетических систем и объединений.

В настоящей статье приводятся некоторые более общие результаты исследований влияния изменения уровня бьефов низконапорных ГЭС на экономичность суточных режимов энергетических систем.

Исследования проводились с целью выяснения средней величины дополнительной экономии топлива за счет более точного назначения оптимальных режимов ГЭС в условиях энергообъединения Северо-Запада. В энергообъединение Северо-Запада входят низконапорные ГЭС ( $h = 8 - 25$  м) с изменением напора в течение суток до 30% на некоторых из них. При этом доля участия ГЭС в балансе мощностей объединения может достигать до 20%, и относительный прирост топлива энергообъединения изменяется в пределах 4 - 15 руб/Мвтч.

В работе выполнено отдельно исследование влияния изменения верхних и нижних бьефов ГЭС. При исследовании изменения верхних бьефов учитывались мгновенные изменения нижних бьефов [1], а исследование влияния переходных процессов в нижних бьефах ГЭС выполнено при постоянных верхних бьефах.

Степень влияния изменения бьефов ГЭС на экономичность режима была оценена соответствующим изменением расхода топлива в денежном выражении. Величина дополнительной экономии топлива за счет изменения напора определялась сравнением расходов топлива двух графиков распределения при одинаковом графике нагрузки и при одинаковых суммарных расходах воды ГЭС. При этом в величину экономии топлива не включена дополнительная экономия, получаемая за счет более точного удовлетворения дополнительных и ограничивающих условий.

Исследования проводились на эквивалентных математических моделях объединения, состоящих из характеристик одной конкретной ГЭС, одной эквивалентной тепловой станции и эквивалентной нагрузки. Эквивалентные параметры модели были определены из условий оптимального распределения нагрузки между тепловыми станциями в предположении, что все гидростанции регулируют режим нагрузки синхронно. Такое моделирование энергообъединения, безусловно, не подходит для вычисления конкретных режимов ГЭС. Однако на основе такой модели могут быть выполнены исследования режима в различных условиях, позволяющих делать качественные выводы относительно средних режимов объединения.

Расчеты экономичного распределения нагрузки проводились по методу относительных приростов [1,2].

Как известно, уровень верхнего бьефа зависит от расходов воды до рассматриваемого момента времени. Это обуславливает зависимость режима в данный момент от предыдущих режимов. Учет такого последствия режима при оптимизации позволяет более экономично использовать заданные количества воды на ГЭС и дает дополнительную экономию топлива.

Учет изменения верхнего бьефа при оптимизации режима по

методу относительных приростов состоит в учете изменения характеристик ГЭС в зависимости от напора и в соответствующем изменении коэффициентов  $\lambda$ , учитывающем влияние последствия режима [1].

Часть расчетов было проведено вручную, а большинство из них (около 40 вариантов) на специально приспособленном для этого универсальном счетно-решающем устройстве непрерывного действия.

Принципиальная структурная схема счетно-решающего устройства для оптимизации режима с учетом изменения уровня верхнего бьефа приведена в приложении.

Исследование изменения уровня нижнего бьефа на экономичность режима проводилось методом, основанном на учете начального скачка уровня и представлении последующего плавного изменения уровня воды экспонентой с независимой от режима постоянной времени [1].

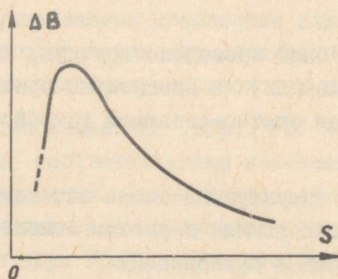
Кривые связи уровня нижнего бьефа и расхода воды, постоянные времени  $T$  и постоянные  $K$ , характеризующие скачкообразные изменения уровня нижнего бьефа, определялись по статистическому материалу [3].

Проведенные расчеты для исследования влияния изменения уровней верхнего и нижнего бьефов ГЭС в условиях Северо-Западного энергообъединения позволяют сделать следующие выводы:

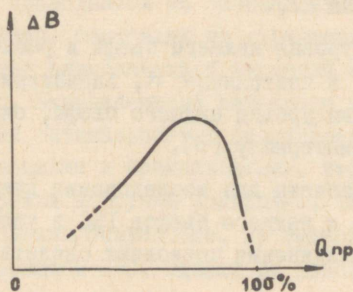
1. Основным параметром ГЭС, определяющим изменение верхнего бьефа в данных режимных условиях, является зеркальная площадь водохранилища. Характер зависимости величины дополнительной экономии топлива за счет учета изменения верхнего бьефа в функции от среднесуточной зеркальной площади приведена на фиг.1. Резкое уменьшение дополнительной экономии при небольших зеркальных площадях вызвано влиянием ограничений, налагаемых на изменение верхнего бьефа.

2. Диапазон регулирования режима ГЭС в течение суток, следовательно и дополнительная экономия топлива, значитель-

но зависят от притока воды <sup>\*</sup> (Фиг.2).



Фиг. 1. Характер зависимости дополнительной экономии от зеркальной площади водохранилища



Фиг. 2. Характер зависимости дополнительной экономии от притока воды

3. Сравнение летних и зимних режимов показало, что в летних условиях дополнительная экономия несколько меньше и составляет в среднем 50 - 60% от максимальной.

4. Изменения режима при учете изменения верхнего бьефа главным образом обусловлены учетом последствий режима. Выяснилось, что во многих случаях можно учитывать только изменение коэффициентов  $\lambda$  и не учитывать изменение характе-

<sup>\*</sup> Рассмотрены ГЭС с суточным регулированием режима.

ристик относительных приростов ГЭС

5. При выполнении расчетов экономичного распределения без учета изменения напора результаты расчетов мало зависят от принятого среднесуточного напора при выборе характеристик относительных приростов ГЭС. Однако существенным является назначение среднесуточного напора для расходных характеристик ГЭС.

6. Большое значение имеет учет действительного уровня верхнего бьефа в процессе оптимизации для удовлетворения ограничений и дополнительных условий.

7. Средняя дополнительная экономия топлива за счет учета изменения верхних бьефов ГЭС в исследуемом энергообъединении составляет, в зависимости от режимных условий, 300-700 рублей в сутки.

8. По результатам некоторых проведенных расчетов дополнительная экономия за счет учета изменения уровня нижних бьефов ГЭС незначительна, и удовлетворительные результаты дает учет лишь быстрых скачкообразных изменений.

#### П р и л о ж е н и е

Счетно-решающее устройство для оптимизации режима с учетом изменения уровня верхнего бьефа (фиг. 3) состоит из следующих блоков:

Б-1 - модель характеристики относительного прироста теплоэлектростанции;

Б-2 - блок, задающий график нагрузки;

Б-3 - сумматор-интегратор;

Б-4, Б-5 и Б-6 - блоки умножения;

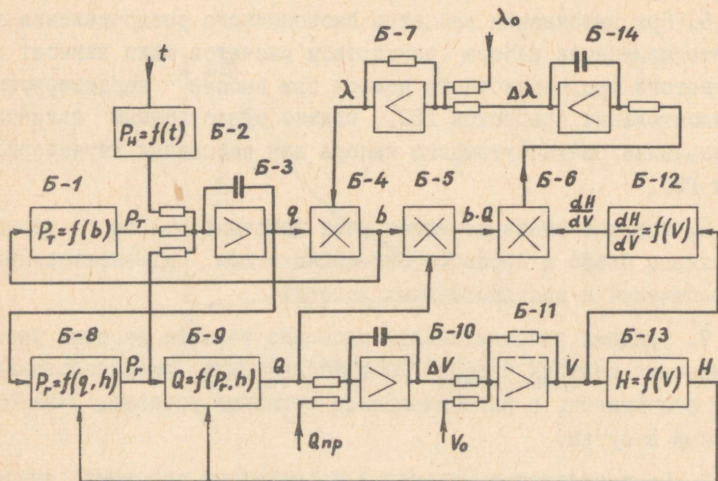
Б-7, Б-II - сумматоры;

Б-8 - модель характеристики относительного прироста гидроэлектростанции;

Б-9 - модель расходной характеристики гидроэлектростанции;

Б-10, Б-14 - интеграторы;

Б-12 - модель зависимости  $dH/dV = f(V)$ ;



Фиг. 3. Структурная схема оптимизации режима на счетно-решающем устройстве

Б-13 - блок для моделирования кривой связи верхнего бьефа и объема воды водохранилища.

Решение задачи сводится к определению такой величины относительного прироста гидростанции  $q$ , при которой выполнено уравнение баланса мощностей  $P_H - (P_T + P_r) = 0$  ( $P_H$  - мощность нагрузки,  $P_T$  - мощность ТЭС,  $P_r$  - мощность ГЭС) с одновременным соблюдением условий экономичности распределения  $b = q\lambda$ , и сработки заданного количества воды в течение цикла регулирования. Кроме того, была собрана схема управления, которая дала возможность изменять характеристику ТЭС для ночных часов и учитывать нижнюю и верхнюю границы изменения уровня водохранилища ГЭС.

Схема работает следующим образом:

При изменении нагрузки системы появляется небаланс мощности  $\Delta P$ , который поступает в интегрирующий блок Б-3 и вы-

зывает изменение  $q$  и  $b$ . Изменению  $q$  и  $b$  соответствует изменение мощностей станций. Это длится до тех пор, пока  $\Delta P$  не станет равным нулю. Поскольку постоянная времени интегратора выбрана малой по сравнению со скоростью развертки графика нагрузки, то погрешность получается незначительная. Блоки Б-5, Б-6, Б-14 и Б-7, выполняющие математическую операцию

$$\lambda = \lambda_0 - 10^{-2} \int b Q \frac{dH}{dV} dt,$$

одновременно поправляют коэффициент  $\lambda$ . Блоки Б-10, Б-11 и Б-13 вычисляют уровень верхнего бьефа в зависимости от расхода воды  $Q$  на ГЭС.

Если в конце цикла регулирования получается недорасход или перерасход воды ( $\Delta V \neq 0$ ), то выбирается новая  $\lambda$  и процесс повторяется до тех пор, пока  $\Delta V$  не становится равным нулю.

Интеграторы Б-10 и Б-14 имеют постоянные времени в строгом соответствии со скоростью развертки графика нагрузки.

Характеристики ГЭС моделированы нелинейными блоками и усилителями.

При помощи простых переключений можно или учитывать или не учитывать поправки к уровню верхнего бьефа  $H$  и к коэффициенту  $\lambda$ . Результаты решения регистрируются самопишущими приборами.

Ограничения нижней и верхней границ изменения уровня водохранилища вводятся при помощи диодно-релейных схем.

#### Л и т е р а т у р а

1. В.М. Горнштейн. Наивыгоднейшие режимы работы гидростанций в энергетических системах. М.-Л., Госэнергоиздат, 1959.
2. И.М. Маркович. О методике экономичного распределения мощностей между ГЭС и ТЭС. Общая энергетика, вып. I. М., изд-во АН СССР, 1959.

3. Э.А. Тийгимяги. О расчете уровня нижнего бьефа гидро-  
станции при экономичном распределении нагрузок в энергосис-  
теме. Труды ТПИ, серия А, № 201, 1963.

УДК 621.311.1.003

М.Х.Валдма, О.Р.Терно

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ВЕРОЯТНОСТНОГО ОПТИМАЛЬНОГО  
ПЛАНИРОВАНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ  
ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Оптимальное планирование производственных процессов\* или, как принято называть — оптимизация режимов является одним важнейшим этапом оптимального управления энергетическими системами. Поэтому вопросам оптимального планирования уделяется большое внимание.

К настоящему времени более полно исследован детерминированный вариант задачи планирования, состоящий в том, что математически энергетическая система описывается детерминированными зависимостями и оптимальный процесс определяется при заданных исходных данных. Однако детерминистический подход оправдан только в случае, когда предстоящий процесс системы можно считать детерминированным.

В действительности, как известно, предстоящий процесс системы является недетерминированным, причем в ряде случаев он имеет явно выраженный случайный характер изменения. Поскольку исчерпывающую информацию о случайных величинах и

---

\*Под процессом понимается изменение режима системы во времени.

зависимостях можно представить только в вероятностной форме, например, в виде функций распределения вероятностей, то задачу оптимального планирования необходимо поставить и решить на основе вероятностной информации [1]. Такое планирование процесса называется вероятностным (стохастическим). Оно позволяет получать строгое и в среднем более точное решение задач планирования. Известно большое практическое значение вероятностного оптимального планирования перспективных процессов [3]. Наряду с этим существенное значение может иметь вероятностный подход и при планировании суточных процессов и при решении сложных задач кибернетического управления системами. Эти вопросы еще недостаточно исследованы.

По вопросам вероятностного оптимального планирования процессов энергетических систем опубликовано относительно мало работ. Из них основными являются работы Н.А. Картвели — швили [1, 2 и др.] и Е.В. Цветкова [3 и др.].

Ниже рассматриваются некоторые вопросы вероятностного оптимального планирования процессов энергетических систем, состоящих из тепловых и гидроэлектростанций, считая характеристику затрат на топливо ТЭС, нагрузочные активные и реактивные мощности и притоки воды ГЭС случайными.

#### Постановка задачи вероятностного оптимального планирования

Рассмотрим сложную энергетическую систему, состоящую из  $l$  подсистем. Предположим, что внутри каждой подсистемы потери мощности могут быть учтены приближенно — по формулам потерь. В таком случае каждая подсистема может быть представлена в виде эквивалентной узловой точки. Для упрощения обозначений предположим, что в каждой подсистеме имеются  $n$  тепловых электростанций (ТЭС) и  $m$  гидроэлектростанций (ГЭС).

Рассмотрим оптимальное планирование производственного процесса описанной энергетической системы за период времени, состоящий из  $S$  равных расчетных интервалов.

Примем следующие обозначения:

$B_{ie}^k, P_{rie}^k, Q_{rie}^k$  - затраты на топливо, активная и реактивная мощности  $i$ -ой ТЭС  $e$ -ой подсистемы в  $k$ -ом интервале времени;

$G_{je}^k, P_{zje}^k, Q_{zje}^k, H_{je}^k, G_{np,je}^k$  - расход воды, активная и реактивная мощности, уровень верхнего бьефа и приток воды  $j$ -ой ТЭС  $e$ -ой подсистемы в  $k$ -ом интервале времени;

$U_{ae}^k, U_{re}^k$  - вещественная и мнимая составляющие вектора напряжения  $e$ -ой узловой точки в  $k$ -ом интервале времени;

$P_{ne}^k, Q_{ne}^k$  - суммарные активная и реактивная нагрузочные мощности  $e$ -ой подсистемы в  $k$ -ом интервале времени;

$x^-, x^+$  - минимально и максимально допустимые значения величины  $x$ ;

$p(a)$  - вероятность осуществления события  $a$ ;

$M\tilde{x} = \bar{x}$  - математическое ожидание случайной величины  $\tilde{x}$ ;

$q_e^k, q_e^k$  - суммарные потери активной и реактивной мощности в  $e$ -ой энергосистеме в  $k$ -ом интервале времени;

$F(x), f(x)$  - функция распределения вероятностей и плотность распределения вероятностей случайной величины  $\tilde{x}$ .

Также будут использованы матричные обозначения. Если у обозначения переменной опущены один или несколько индексов, то данное обозначение означает вектор-столбец, например,

$$P_{re}^k = \{P_{rie}^k, \dots, P_{rne}^k\}, P_{te} = \{P_{te}^1, \dots, P_{te}^s\}, P_r = \{P_{r1}, \dots, P_{rl}\}.$$

Вводим также векторы параметров процесса  $Z$  и внешних факторов  $W$ :

$$Z = \{P_r, Q_r, U_a, U_r, G, P_e, Q_e, H\}, \quad (1)$$

$$W = \{P_n, Q_n, G_{np}\}. \quad (2)$$

Предполагая еще, что на каждый интервал времени задан (или определяется параметрами процесса) состав оборудования системы, можно по детерминистическому подходу пред-

ставить задачу оптимального планирования процесса в следующем виде:

1. Критерий оптимальности:

$$\min_{Z' \in Z} \varphi(Z') = \min_{P_r} \sum_{\kappa=1}^s \sum_{l=1}^l \sum_{i=1}^n B_{i\kappa}^k (P_{\tau i \kappa}^k). \quad (3)$$

2. Ограничивающие условия в форме равенств:

$$\left. \begin{aligned} \delta P_e^k &= P_{ne}^k + \pi_e^k - \sum_{i=1}^n P_{\tau i e}^k - \sum_{j=1}^m P_{z j e}^k + \Delta P_e(U_\alpha^k, U_r^k) = 0, \\ \delta Q_e^k &= Q_{ne}^k + q_e^k - \sum_{i=1}^n Q_{\tau i e}^k - \sum_{j=1}^m Q_{z j e}^k + \Delta Q_e(U_\alpha^k, U_r^k) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

(e = 1, \dots, l; \kappa = 1, \dots, s);

$$\delta G_{j e} = \sum_{\kappa=1}^s G_{j e}^{\kappa} - \gamma_{j e} \sum_{\kappa=1}^s G_{np, j e}^{\kappa} = 0 \quad (j = 1, \dots, m; e = 1, \dots, l), \quad (5)$$

где  $\gamma_{j e}$  - заданный коэффициент;

$$P_{z j e}^k - P_{z j e}^k (G_{j e}^k, H_{j e}^k) = 0; \quad (6)$$

$$H_{j e}^k - H_{j e}^k (G_{j e}^k, \dots, G_{j e}^1, G_{np, j e}^k, \dots, G_{np, j e}^1) = 0 \quad (7)$$

(j = 1, \dots, m; e = 1, \dots, l; \kappa = 1, \dots, s).

В общем виде можно условия (4) - (7) представить в виде

$$\sum_i \Psi_i(Z, W) = 0, \quad (8)$$

где  $\Psi_i$  - вектор-функция.

3. Ограничивающие условия в форме неравенств:

$$Z^- \leq Z \leq Z^+. \quad (9)$$

На основе вышеприведенных соотношений поставим задачу вероятностного планирования.

Предположим, что  $B_{i\kappa}^k (P_{\tau i \kappa}^k)$  ( $\kappa = 1, \dots, s$ ) всех ТЭС являются случайными функциями, и внешние факторы являются случайными величинами

$$\tilde{W} = \{ \tilde{P}_n, \tilde{Q}_n, \tilde{G}_{np} \}.$$

В таком случае необходима информация о  $\tilde{B}_{ie}^k(P_{rie}^k)$  и  $\tilde{W}$  в виде соответствующих многомерных функций распределения вероятностей.

Поскольку на основе вероятностной информации невозможно назначить процесс, обеспечивающий достоверное выполнение соотношений (3), (8), (9) для фактических реализаций условий, то планы должны быть скорректированы при их реализации.

В общем случае, если случайно изменяющиеся исходные данные представляют собой сложные марковские процессы [3], вероятностная информация о них по истечении времени постоянно уточняется, причем информация о данных текущего интервала времени является полной (детерминированной). Соответственно, при уточнении исходной информации необходимо вычислять новые оптимальные планы процесса. Практически уточнение планов возможно проводить через определенные интервалы времени.

Таким образом, фактические значения параметров процесса можно выразить в виде

$$Z = \bar{Z} + \Delta Z, \quad (10)$$

где  $\bar{Z}$  - вектор планированных величин;

$\Delta Z$  - вектор корректировок или возмущений планированных величин.

Возмущения параметров процесса  $\Delta Z$ , вообще говоря, зависят от математических моделей корректирования данного плана, от реализации фактических условий и от планированных параметров. Таким образом,  $\Delta Z$  является случайным вектором, зависящим от большого числа переменных.

В исключительных случаях, например, при планировании точных процессов, если корректирование планов осуществляется автоматической системой регулирования частоты и активной мощности или при значительных упрощениях,  $\Delta Z$  может быть выражена в виде аналитических функций от случайных отклонений внешних факторов. Однако в общем случае  $\Delta Z$

необходимо рассматривать как случайную зависимость от большого числа аргументов:

$$\Delta \tilde{Z} = \Delta \tilde{Z}(\bar{Z}, W). \quad (II)$$

Следовательно, фактические значения параметров являются также случайными, причем их функции распределения вероятностей зависят от планированных значений  $\bar{Z}$ . Вектор  $\bar{Z}$  является математическим ожиданием вектора  $Z$ .

При этом, в отличие от детерминистического подхода, постоянными за расчетный интервал времени принимаются не фактические значения переменных, а их функции распределения вероятностей.

Ограничивающие условия в форме равенств, которые фактически выполняются достоверно, могут быть учтены при планировании путем их решения и подстановки результатов в остальные зависимости [4]. Тогда вместо (8) получим функцию

$$\tilde{X} = X(\tilde{Y}, \tilde{W}), \quad (I2)$$

где  $Y$  - вектор независимых параметров;  $X$  - вектор зависимых параметров.

В таком случае на основе зависимости (I2) законы распределения вероятностей зависимых параметров могут быть определены законами распределения вероятностей независимых параметров и внешних факторов.

Однако возможен и другой подход. Предполагая, что все ограничивающие условия в форме равенств выполняются достоверно, можно вместо уравнения (8) записать уравнения

$$\sum_i M\psi_i(\tilde{Z}, \tilde{W}) = 0, \quad (I3)$$

$$\sum_i \Delta\psi_i(\tilde{Z}, W) = 0. \quad (I4)$$

Фактически достоверно выполняются не все ограничивающие условия в форме равенств. Как правило, нет надобности точно соблюдать условия баланса воды ГЭС при эксплуатации. Тогда

при заданных законах распределения параметров ГЭС и притока воды значения небаланса воды ГЭС являются случайными. Выразим такие ограничения в виде

$$\sum_i \psi_i^*(\tilde{Z}, \tilde{W}) = \tilde{A}^*, \quad (15)$$

где  $\tilde{A}^*$  - вектор небаланса.

Тогда при планировании необходимо добиваться минимума  $M \tilde{A}^{*2}$ . Этот критерий дает дополнительное условие

$$M \tilde{A}^* = 0. \quad (16)$$

Таким образом при планировании процессов необходимо вместо (8) учитывать условие (13), а для тех ограничивающих условий, которые при эксплуатации выполняются достоверно, необходимо учитывать также условия (14).

Достоверное выполнение условий в форме неравенств (9) может быть обеспечено соответствующим корректированием планированного процесса. В таком случае при планировании необходимо учитывать условие

$$Z^- \leq \bar{Z} \leq Z^+. \quad (17)$$

Часто некоторые параметры процесса должны быть планированы так, чтобы они имели определенные диапазоны регулирования. Это требование можно учесть, если вместо (17) принять условие

$$p(Z^{*-} < \tilde{Z}^* < Z^{*+}) \geq C^*. \quad (18)$$

где  $C^*$  - вектор минимально допускаемых вероятностей выполнения условия в форме неравенств.

При законах распределения вероятностей  $\tilde{Z}^*$ , зависящих только от  $\bar{Z}^*$ , можно (18) заменить условием

$$\bar{Z}^{*-} \leq \bar{Z}^* \leq \bar{Z}^{*+}. \quad (19)$$

Условие (19) и следует принять общим дополнительным условием при планировании, так как в частном случае оно совпадает с (17).

Наконец, поскольку затраты на топливо случайны, то критерием оптимальности при планировании процесса следует принять минимум математического ожидания суммарных затрат на топливо ТЭС [1,3].

С учетом вышеизложенного можно задачу оптимального планирования при учете случайного характера фактических процессов представить в следующем виде:

1. Критерий оптимальности:

$$\min_{\tilde{Z}'} M\tilde{\varphi}(\tilde{Z}') = \min_{\tilde{P}_r} \sum_{\kappa=1}^s \sum_{l=1}^l \sum_{i=1}^n M\tilde{B}_{ie}^{\kappa}(\tilde{P}_{rie}^{\kappa}), \quad (20)$$

где

$$\tilde{P}_{rie}^{\kappa} = \bar{P}_{rie}^{\kappa} + \Delta\tilde{P}_{rie}^{\kappa}, \quad M\tilde{P}_{rie}^{\kappa} = \bar{P}_{rie}^{\kappa}.$$

2. Ограничивающие условия в форме равенств:

$$\left. \begin{aligned} \delta\bar{P}_e^{\kappa} &= M\tilde{P}_{ne}^{\kappa} + M\tilde{\pi}_e^{\kappa} - \sum_{i=1}^n \bar{P}_{rie}^{\kappa} - \sum_{j=1}^m \bar{P}_{zje}^{\kappa} + M\Delta P_e(\tilde{U}_a^{\kappa}, \tilde{U}_r^{\kappa}) = 0, \\ \delta\bar{Q}_e^{\kappa} &= M\tilde{Q}_{ne}^{\kappa} + M\tilde{q}_e^{\kappa} - \sum_{i=1}^n \bar{Q}_{rie}^{\kappa} - \sum_{j=1}^m \bar{Q}_{zje}^{\kappa} + M\Delta Q_e(\tilde{U}_a^{\kappa}, \tilde{U}_r^{\kappa}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

(e = 1, \dots, l; \kappa = 1, \dots, s);

$$\delta\bar{G}_{je}^{\kappa} = \sum_{\kappa=1}^s \bar{G}_{je}^{\kappa} - \gamma_{je} \sum_{\kappa=1}^s \bar{G}_{np,je}^{\kappa} = 0 \quad (e = 1, \dots, l; j = 1, \dots, m); \quad (22)$$

$$\tilde{H}_{je}^{\kappa} - H_{je}^{\kappa}(\tilde{G}_{je}^{\kappa}, \dots, \tilde{G}_{je}^1, \tilde{G}_{np,je}^{\kappa}, \dots, \tilde{G}_{np,je}^1) = 0, \quad (23)$$

$$\tilde{P}_{zje}^{\kappa} - P_{zje}^{\kappa}(\tilde{G}_{je}^{\kappa}, \tilde{H}_{je}^{\kappa}) = 0 \quad (j = 1, \dots, m; e = 1, \dots, l; \kappa = 1, \dots, s); \quad (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\delta P_e^{\kappa} &= \Delta\tilde{P}_{ne}^{\kappa} + \Delta\tilde{\pi}_e^{\kappa} - \sum_{i=1}^n \Delta\tilde{P}_{rie}^{\kappa} - \sum_{j=1}^m \Delta\tilde{P}_{zje}^{\kappa} + \Delta(\Delta\tilde{P}_e^{\kappa}) = 0, \\ \Delta\delta Q_e^{\kappa} &= \Delta\tilde{Q}_{ne}^{\kappa} + \Delta\tilde{q}_e^{\kappa} - \sum_{i=1}^n \Delta\tilde{Q}_{rie}^{\kappa} - \sum_{j=1}^m \Delta\tilde{Q}_{zje}^{\kappa} + \Delta(\Delta\tilde{Q}_e^{\kappa}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

(e = 1, \dots, l; \kappa = 1, \dots, s).

Если условия баланса воды ГЭС в действительности выполняются достоверно, то необходимо учитывать также условие

$$\Delta \delta G_{je} = \sum_{k=1}^s \Delta \tilde{G}_{je}^k - \gamma_{je} \sum_{k=1}^s \Delta \tilde{G}_{np,je}^k = 0 \quad (j=1, \dots, m; e=1, \dots, l). \quad (26)$$

3. Ограничивающее условие в форме неравенств:

$$\bar{Z}^- \leq \bar{Z} \leq \bar{Z}^+. \quad (27)$$

Уравнения (23) – (26) определяют зависимости между случайными возмущениями параметров.

Полагая, что (23)–(26) введены в остальные зависимости, можно приведенную модель представить в виде

$$\min M \tilde{\varphi}(\tilde{Z}') \quad (28)$$

при условии (27) и

$$\sum M \psi_i'(\tilde{Z}'', \tilde{W}) = 0, \quad (29)$$

где  $Z''$  – подвектор вектора  $Z$ . В число компонент  $Z''$  не входят параметры, исключенные путем решения уравнений (23) и (24).

Все члены соотношений (27)–(29) являются детерминированными величинами или функциями. При этом при заданных законах распределения вероятностей внешних факторов  $\tilde{W}$  и независимых возмущений  $\Delta \tilde{Y}$  соотношения (27)–(29) зависят только от планированных значений параметров  $\bar{Z}$ .

Таким образом, в приведенном виде задача вероятностного оптимального планирования процесса является задачей математического программирования.

По форме данная задача аналогична задаче детерминистического планирования (3), (8), (9), только вместо фактических величин и функций в нее входят их математические ожидания.

Математические ожидания  $M\varphi$  и  $M\psi_i$  определяются на основе плотностей распределения вероятностей следующими общими выражениями [5,6]:

$$\begin{aligned} M\tilde{\varphi}(\bar{Z}') &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int \varphi f_2(\varphi, Z') d\varphi dZ' = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int \varphi f_1(\varphi|Z') f_0(Z') d\varphi dZ' = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int M[\varphi|Z'] f_0(Z') dZ', \end{aligned} \quad (30)$$

$$M\Psi_i' = \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int \Psi_i'(Z'', W) f_3(Z'', W) dZ'' dW, \quad (31)$$

где  $f_1(\varphi|Z')$  - условная плотность распределения  $\varphi$ ;

$M[\varphi|Z']$  - функция условного математического ожидания  $\varphi$ .

Если значения  $M\varphi$  и  $M\Psi_i$  определить при всех  $\bar{Z}$  в области

$$\bar{Z}^- \leq \bar{Z} \leq \bar{Z}^+,$$

то получим функции математических ожиданий

$$\bar{\varphi} = \bar{\varphi}(\bar{Z}') \quad \text{и} \quad \bar{\Psi}_i = \bar{\Psi}_i(\bar{Z}'').$$

Функции математических ожиданий, вообще, отличаются от соответствующих фактических функций, причем они совпадают только тогда, когда фактические функции неограничены и линейны.

Таким образом при вероятностном планировании необходимо решить задачу экстремума, содержащую функции математических ожиданий.

### Условия оптимальности

Большое значение имеет вопрос о единственности решения. Для существования единственного минимума задачи планирования необходимо, чтобы целевая функция и пространство допустимых процессов являлись выпуклыми [7]. При детерминистическом подходе эти условия, как правило, выполняются. Анализ показывает, что в большинстве случаев от выпуклости фактических функций следует выпуклость функций математических ожиданий, следовательно, и от существования единственного минимума задачи детерминистического планирования следует существование единственного минимума задачи вероятностного

планирования. При этом в ряде случаев задача вероятностного планирования может иметь единственный минимум даже тогда, когда задача детерминистического планирования имеет несколько экстремумов. Это вытекает из того, что при увеличении дисперсии случайных возмущений, функция математических ожиданий может стать строго выпуклой, строго вогнутой или линейной даже тогда, когда фактическая функция не является выпуклой или вогнутой в заданной области определения.

Следовательно, в большинстве случаев задача вероятностного оптимального планирования процессов в виде (28), (29), (27) относится к классу задач выпуклого программирования [7]. Поэтому данная задача может быть решена методами вычисления, разработанными для детерминистического планирования процессов энергетических систем, например, градиентным методом [4], методом относительных приростов [7] и т.д.

Образуем функцию Лагранжа

$$\bar{\Phi} = \sum_k \sum_i \sum_e \bar{B}_{i_e}^k + \sum_k \sum_e \mu_e^k \delta \bar{P}_e^k + \sum_k \sum_e \eta_e^k \delta \bar{Q}_e^k + \sum_j \lambda_j \delta \bar{G}_j, \quad (32)$$

где  $\mu_e^k, \eta_e^k, \lambda_j$  — множители Лагранжа.

В общем виде можно (32) представить в виде

$$\bar{\Phi} = \bar{\varphi} + \Lambda^T \sum_i \bar{\Psi}_i', \quad (33)$$

где  $\Lambda^T = \{\mu, \eta, \lambda\}^T$  — транспонированный вектор-столбец множителей Лагранжа.

Тогда решение задачи вероятностного оптимального планирования  $\bar{Z}_0''$  должно удовлетворять следующим условиям:

$$\sum \bar{\Psi}_i' = 0, \quad (34)$$

$$\bar{Z}'' \leq \bar{Z}_0'' \leq \bar{Z}''^+. \quad (35)$$

Для всех компонент вектора  $\bar{Z}''$  должно быть выполнено условие

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{z}_v''} = \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{z}_v''} + \Lambda^T \sum_i \frac{\partial \bar{\Psi}_i'}{\partial \bar{z}_v''} = 0 \text{ если } \bar{z}_v'' < \bar{z}_{v0}'' < \bar{z}_v''^* \quad (36)$$

ИЛИ

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{z}_v''} < 0 \text{ если } \bar{z}_{v0}'' = \bar{z}_v''^* \quad (37)$$

ИЛИ

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{z}_v''} > 0 \text{ если } \bar{z}_{v0}'' = \bar{z}_v''^-, \quad (38)$$

где  $\bar{z}_v''$  - компонента вектора  $\bar{Z}''$  и  $\bar{z}_{v0}''$  - оптимальное планированное значение параметра  $\bar{z}_v''$ .

Принимая в качестве компонент вектора  $\bar{Z}''$  параметры  $\bar{p}_T, \bar{q}_T, \bar{u}_a, \bar{u}_r, \bar{g}, \bar{q}_2$ , получим

$$\bar{Z}'' = \{ \bar{p}_T, \bar{q}_T, \bar{u}_a, \bar{u}_r, \bar{g}, \bar{q}_2 \}.$$

При этом компоненты вектора  $\partial \bar{\Phi} / \partial \bar{Z}''$  выражаются в виде:

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{p}_{Tie}^k} = \frac{\partial \bar{B}_{ie}^k}{\partial \bar{p}_{Tie}^k} + \mu_e^k \left( \frac{\partial \bar{\pi}_e^k}{\partial \bar{p}_{Tie}^k} - 1 \right) + \eta_e^k \frac{\partial \bar{q}_e^k}{\partial \bar{p}_{Tie}^k}, \quad (39)$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{q}_{Tie}^k} = \mu_e^k \frac{\partial \bar{\pi}_e^k}{\partial \bar{q}_{Tie}^k} + \eta_e^k \left( \frac{\partial \bar{q}_e^k}{\partial \bar{q}_{Tie}^k} - 1 \right), \quad (40)$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{u}_{a(r)je}^k} = \mu_e^k \frac{\partial \Delta \bar{p}_e^k}{\partial \bar{u}_{a(r)je}^k} + \eta_e^k \frac{\partial \Delta \bar{q}_e^k}{\partial \bar{u}_{a(r)je}^k}, \quad (41)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{g}_{je}^k} &= M \left[ \left( \mu_e^k \left( \frac{\partial \bar{\pi}_e^k}{\partial p_{zje}^k} - 1 \right) + \eta_e^k \frac{\partial q_e^k}{\partial p_{zje}^k} \right) \frac{\partial P_{zje}^k}{\partial \bar{g}_{je}^k} \right] + \\ &+ \sum_{u=k+1}^s M \left[ \left( \mu_e^u \left( \frac{\partial \bar{\pi}_e^u}{\partial p_{zje}^u} - 1 \right) + \eta_e^u \frac{\partial q_e^u}{\partial p_{zje}^u} \right) \frac{\partial P_{zje}^u}{\partial H_{je}^u} \frac{\partial H_{je}^u}{\partial \bar{g}_{je}^k} \right] + \lambda_{je}, \quad (42) \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \bar{q}_{zje}^k} = \mu_j^k \frac{\partial \bar{\pi}_e^k}{\partial \bar{q}_{zje}^k} + \eta_j^k \left( \frac{\partial \bar{q}_e^k}{\partial \bar{q}_{zje}^k} - 1 \right). \quad (43)$$

Значения компонент вектора  $\partial \bar{\Phi} / \partial \bar{Z}''$  могут быть определены при заданных законах распределения внешних факторов и не-

зависимых возмущений процесса и при заданных  $\bar{Z}$  и  $\Lambda$ .

Условия оптимальности формально также совпадают с соответствующими условиями детерминистического планирования [8, 9]. При этом вместо фактических относительных приростов переменных в (39)–(43) входят математические ожидания относительных приростов.

Для уменьшения трудоемкости расчетов вычисления оптимального процесса целесообразно заранее вычислить соответствующие функции или характеристики математических ожиданий переменных.

Для каждой ТЭС можно при заданной условной плотности распределения вероятностей мощности станции и при заданной характеристике условного математического ожидания затрат на топливо или относительного прироста затрат вычислить следующие характеристики:

1. Характеристика математического ожидания затрат на топливо или характеристика средней затраты ТЭС

$$\bar{V}(\bar{P}_T) = \int_{P_T^-}^{P_T^+} M[V|P_T] f(P_T | \bar{P}_T) dP_T,$$

где  $M[V|P_T]$  – характеристика условного математического ожидания затрат;

$f(P_T | \bar{P}_T)$  – условная плотность распределения мощности.

2. Характеристика математического ожидания относительного прироста затрат или характеристика среднего прироста ТЭС

$$\bar{V}(\bar{P}_T) = \frac{\partial \bar{V}(P_T)}{\partial P_T} = \int_{P_T^-}^{P_T^+} \frac{\partial M[V|P_T]}{\partial P_T} \frac{\partial P_T}{\partial \bar{P}_T} f(P_T | \bar{P}_T) dP_T,$$

где  $\partial M[V|P_T]/\partial P_T$  – характеристика условного математического ожидания относительного прироста затрат.

Основными характеристиками математических ожиданий параметров ГЭС являются следующие:

1. Характеристика математического ожидания расхода воды или характеристика среднего расхода воды ГЭС

$$\bar{G}(\bar{P}_2) = \int_{H^-}^{H^+} \int_{P_2^-}^{P_2^+} G(P_2, H) f(H, P_2 | \bar{P}_2) dP_2 dH,$$

где  $G(P_2, H)$  – фактическая расходная характеристика;  
 $f(H, P_2 | \bar{P}_2)$  – условная плотность распределения вероятностей.

2. Характеристика математического ожидания относительного прироста или характеристика среднего относительного прироста ГЭС

$$\bar{g}(\bar{P}_2) = \frac{\partial \bar{G}(\bar{P}_2)}{\partial \bar{P}_2} = \int_{H^-}^{H^+} \int_{P_2^-}^{P_2^+} \frac{\partial G(P_2, H)}{\partial P_2} \frac{\partial P_2}{\partial \bar{P}_2} f(H, P_2 | \bar{P}_2) dP_2 dH,$$

где  $\partial G(P_2, H) / \partial P_2$  – характеристика фактического относительного прироста ГЭС.

Аналогично можно определить функции математических ожиданий для других членов выражений (34), (39) – (43).

Фактические зависимости между параметрами являются непрерывными или кусочно-непрерывными ограниченными функциями в области допустимых режимов. Случайные возмущения параметров процесса при заданном составе оборудования имеют непрерывные распределения вероятностей. В таком случае характеристики математического ожидания параметров являются непрерывными функциями.

Для доказательства рассмотрим функцию

$$\bar{h}(\bar{x}) = \int_{x^-}^{x^+} h(x) f(x | \bar{x}) dx,$$

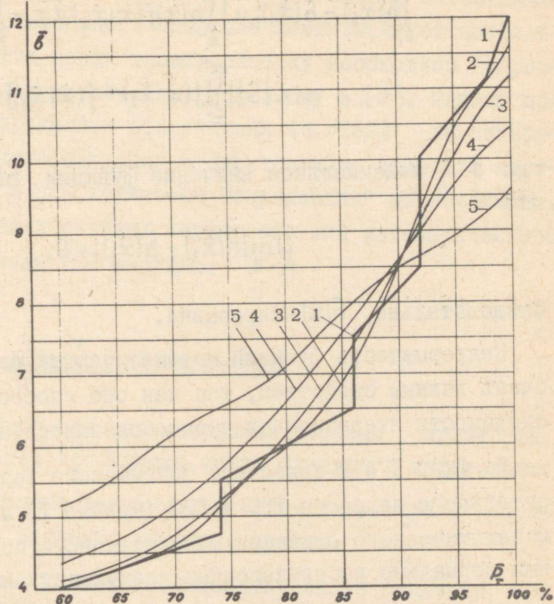
где  $\tilde{x} = \bar{x} + \Delta \tilde{x}$ ;

$h(x)$  – кусочно-непрерывная и ограниченная функция;

$f(x | \bar{x})$  – плотность распределения вероятностей (непрерывная функция).

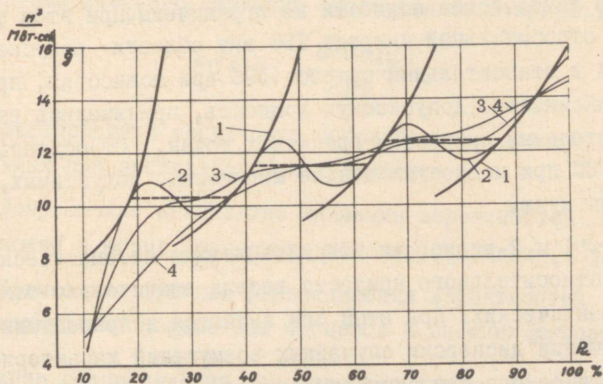
Образум разность

руБ/1кгч



Фиг. 1.  
Характеристики математического ожидания относительного прироста ГЭС:

- 1 -  $\epsilon = 0\%$ ,
- 2 -  $\epsilon = 3\%$ ,
- 3 -  $\epsilon = 6\%$ ,
- 4 -  $\epsilon = 12\%$ ,
- 5 -  $\epsilon = 24\%$ .



Фиг. 2. Характеристики математического ожидания относительного прироста ГЭС:

- 1 -  $\epsilon = 0\%$ , 2 -  $\epsilon = 4\%$ ,
- 3 -  $\epsilon = 8\%$ , 4 -  $\epsilon = 16\%$ .

$$\begin{aligned}
 |\bar{h}(\bar{x}_2) - \bar{h}(\bar{x}_1)| &= \left| \int_{\bar{x}^-}^{\bar{x}^+} h(x)f(x|\bar{x}_2) dx - \int_{\bar{x}^-}^{\bar{x}^+} h(x)f(x|\bar{x}_1) dx \right| \leq \\
 &\leq |S| \left| \int_{\bar{x}^-}^{\bar{x}^+} [f(x|\bar{x}_2) - f(x|\bar{x}_1)] dx \right|,
 \end{aligned}$$

где  $S$  - максимальное значение функции  $h(x)$ . Отсюда вытекает, что

$$\lim_{\bar{x}_2 \rightarrow \bar{x}_1} |\bar{h}(\bar{x}_2) - \bar{h}(\bar{x}_1)| = 0.$$

Следовательно,  $\bar{h}(\bar{x})$  непрерывна.

Непрерывность функций математических ожиданий является очень важным свойством, так как оно способствует ускорению сходимости итерационных процессов вычисления.

На фиг. 1 и 2 приведены фактические характеристики относительного прироста ТЭС и ГЭС (кривые I) и характеристики математического ожидания относительного прироста при различных нормально распределенных возмущениях мощностей станций.

При вычислении характеристики математических ожиданий принято, что фактические мощности не ограничены. При этом фактический относительный прирост ТЭС вне области допускаемых мощностей и относительный прирост ГЭС при мощностях, превышающих максимально допускаемую мощность, принимались равными относительным приростам граничных точек. Относительный прирост ГЭС при мощностях меньше минимально допустимых, принят равным нулю.

По фиг. 1 и 2 видно, что характеристики математического ожидания относительного прироста весьма значительно отличаются от фактических. При этом они являются непрерывными и при увеличении дисперсии случайных возмущений характеристики математического ожидания относительного прироста становятся все более пологими. В характеристиках математического ожидания относительного прироста ГЭС (фиг. 2) при небольших среднеквадратичных отклонениях возмущений ( $\sigma = 4\%$  от макси-

мальной мощности) имеются зоны, в которых одному математическому ожиданию относительного прироста соответствует несколько мощностей. В этих зонах характеристику необходимо "спрямлять", например, по способу, предложенному в [7]. Однако при больших среднеквадратичных отклонениях ( $\sigma = 16\%$ ) характеристика математического ожидания относительного прироста является возрастающей и необходимости "спрямления" не возникает. Следовательно, в таких случаях характеристика математического ожидания расхода воды ТЭС выпукла.

### Методика планирования

Для вероятностного оптимального планирования процессов энергетических систем необходимо иметь следующую информацию:

1. Детерминированные зависимости между параметрами процесса и однозначно заданные исходные данные.

2. Характеристики условного математического ожидания затрат на топливо  $M[B|P_T]$  для всех ТЭС или характеристики условного математического ожидания относительного прироста ТЭС

$$M[B|P_T] = \frac{\partial M[B|P_T]}{\partial P_T}$$

Эти характеристики могут быть определены на основе экспериментальных или эксплуатационных данных.

3. Допускаемые наименьшие значения вероятностей выполнения условий в форме неравенств при планировании ( $C^*$ ).

4. Совместные функции распределения вероятностей независимых возмущений параметров процесса и внешних факторов  $F(\Delta Y, W)$ .

Функции распределения вероятностей должны быть определены на основе статистического анализа эксплуатационных процессов.

Оптимальное планирование процесса при учете его случайного характера можно проводить в двух взаимосвязанных этапах:

1. Преобразование исходной задачи к задаче выпуклого программирования.

2. Решение задачи выпуклого программирования.

Первый этап расчетов выполняется в следующем порядке:

1. На основе зависимостей (25) и (26) вычисляются функции распределения вероятностей (плотности распределения) зависимых возмущений процесса.

Математически данная задача состоит в вычислении законов распределения ряда функций от случайных величин. Наиболее общим методом для выполнения таких расчетов является метод характеристических функций [6].

2. Вычисляются минимально и максимально допускаемые границы планированных параметров  $\bar{Z}$ ,  $\bar{Z}^+$ .

Значения  $\bar{Z}$  и  $\bar{Z}^+$  могут быть определены [5,6] из неравенства

$$P(\bar{Z} < Z < \bar{Z}^+) = F_Z(Z^+ | \bar{Z}) - F_Z(Z^- | \bar{Z}) \geq c^*.$$

где  $F_Z$  - функция распределения вероятностей вектора  $Z$ .

3. Вычисляются функции математических ожиданий величин.

Второй этап расчета - решение задачи выпуклого программирования можно выполнить по методам и алгоритмам детерминистического планирования. При этом трудоемкость этого этапа расчета, как правило, меньше трудоемкости детерминистического планирования, поскольку функции математических ожиданий величин непрерывны и имеют более пологий вид.

Такие расчеты необходимо проводить при заданной исходной вероятностной информации. По истечению времени, когда исходная вероятностная информация изменяется, необходимо повторять расчеты оптимального планирования.

Специального методического подхода, из-за большой трудоемкости расчетов, требует оптимальное планирование длительных процессов. При этом основным путем уменьшения трудоемко-

сти расчетов является уменьшение числа расчетных интервалов времени в планируемом периоде.

При вероятностном планировании процессов на основе дискретных во времени моделях принимается, что законы распределения случайных переменных за расчетный интервал неизменны. Это значит, что действительный непрерывный процесс в расчетном интервале аппроксимируется стационарным (в узком смысле [6]) случайным процессом с независимыми приращениями. При этом в качестве закона распределения аппроксимирующего процесса следует принять средний закон распределения фактического процесса.

Таким образом при вероятностном планировании приближенно учитывается также неравномерность процесса за расчетный интервал времени.

Для уменьшения трудоемкости расчетов планирования длительных процессов можно расчеты выполнить по этапам. Способ поэтапной оптимизации предложен В.М. Горнштейном [8] и был использован Е.В. Цветковым [3] также при вероятностном планировании.

Поэтапная оптимизация процесса позволяет значительно уменьшить трудоемкость расчетов, если приближенно учитывать влияние результатов расчетов планирования по мелким интервалам, на расчеты планирования по укрупненным интервалам.

Простую методику планирования можно получить, если неравномерность процесса за укрупненные интервалы определить не расчетами по более мелким интервалам, как это обычно принято, а прогнозированием на основе статистической обработки эксплуатационных процессов.

В таком случае в каждом этапе планирования расчеты могут быть выполнены по единому алгоритму и программе, причем формально этапы планирования отличаются друг от друга только числом расчетных интервалов и вероятностной исходной информацией. При этом в каждом этапе необходимо определить средние за интервалы функции распределения независимых возмущений параметров процесса и внешних факторов.

Интерес представляет также сочетание методики поэтапного планирования с методикой, предложенной Л.А.Кружмом и Ю.П.Сыровым [10] при вероятностном подходе.

Таким образом, в принципе для проведения вероятностного оптимального планирования процессов необходимо выполнить статистический анализ процессов и циклично провести расчеты приведения задачи к задаче выпуклого программирования и решения задачи выпуклого программирования. Однако, если прибегать к возможно точному описанию случайного характера, то **вероятностное** планирование становится очень трудоемким. При этом сложными и трудоемкими являются как определение необходимой вероятностной информации, так и расчеты планирования.

Статистический анализ процессов энергетических систем имеет фундаментальное значение для решения всех вопросов управления, однако пока теория и практика анализа находится еще в начальной стадии развития [11]. Поэтому в настоящее время затруднено получение доброкачественной **вероятностной** информации для планирования процесса. Следовательно, в первую очередь большое практическое значение имеет упрощенное описание и учет случайного характера процессов. Предложенная методика планирования позволяет учитывать случайный характер процесса сколь угодно упрощенно. Основными видами упрощений являются принятие случайных возмущений параметров и отклонений внешних факторов за определенный период времени стационарными случайными функциями, аппроксимация фактических законов распределения нормальными распределениями и пренебрежение некоторыми корреляционными зависимостями.

Следует отметить, что даже при весьма грубых упрощениях можно получить дополнительную экономическую выгоду по сравнению с планом, определенным по детерминистическому планированию. При этом трудоемкость расчетов вероятностного планирования может являться даже меньше трудоемкости расчетов детерминистического планирования.

## В ы в о д ы

1. Вероятностное оптимальное планирование производственных процессов является более общим видом планирования и имеет ряд преимуществ перед детерминистическим планированием.

2. Для получения доброкачественной исходной информации для задачи вероятностного оптимального планирования необходимо провести статистический анализ процессов энергетических систем.

3. При вероятностном оптимальном планировании процессов можно использовать методы вычисления, алгоритмы и программы расчета, разработанные для детерминистического планирования. Для внедрения вероятностного планирования в практику эксплуатации необходимо усовершенствовать существующие программы расчета.

4. В первую очередь большое практическое значение имеет упрощенное вероятностное планирование. При упрощенном подходе получается дополнительная экономия затрат при незначительном увеличении или даже при уменьшении трудоемкости расчетов по сравнению с детерминистическим планированием.

## Л и т е р а т у р а

1. Н.А. Картвелишвили. Режимы энергетических систем и теория вероятностей. Изв. АН СССР. "Энергетика и автоматика", 1959, №1.

2. Н.А. Картвелишвили. Уравнения оптимального сезонного режима энергетической системы как вероятностного процесса с непрерывным временем, "Журнал прикладной механики и технической физики", 1964, № 1.

3. Е.В. Цветков. Вероятностная методика назначения оптимальных режимов энергосистем с гидростанциями длительного регулирования. Труды ВНИИЭ, вып. XIII, 1961.

4. Л.А. Крумм. Градиентный метод оптимизации режима объе-

диненных энергосистем. "Электричество", 1963, № 5.

5. Б.В. Гнеденко. Курс теории вероятностей. М., Физматгиз, 1961.

6. В.С. Пугачев. Теория случайных функций и ее применение к задачам автоматического управления. М., Физматгиз, 1960.

7. Г. Зойтендейк. Методы возможных направлений. М., ИЛ, 1963.

8. В.П. Горнштейн. Наивыгоднейшие режимы работы гидростанций в энергетических системах. М.-Л., Госэнергоиздат, 1959.

9. И.М. Маркович. Режимы энергетических систем. М.-Л., Госэнергоиздат, 1963.

10. Л.А. Крумм, Ю.П. Сыров. Методы комплексной оптимизации суточных и длительных режимов объединенных энергосистем, имеющих в своем составе гидроэлектростанции. II. "Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт". 1965, № 2.

11. В.А. Веников, Ю.М. Горский, Л.А. Солдаткина. Методы теории вероятностей в применении к анализу режимов электро-энергетических систем. Доклады к научно-техн. совещанию "Применение вероятностных и статистических методов к анализу режимов энергосистем", вып. I. Киев, изд-во техн.лит. УССР, 1963.

УДК 621.311.1.003

М.Х.Валдма, О.Р.Терно

О СИНТЕТИЧЕСКОМ МЕТОДЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ  
ПРОЦЕССОВ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Вводные замечания

В последнее время широкое развитие получает оптимальное планирование производственных процессов энергетических систем на ЦВМ при помощи численных методов вычисления.

В таком случае проблему оптимального планирования целесообразно рассматривать в двух частях – разработка математической модели оптимального процесса и разработка метода вычисления. Под математической моделью понимается совокупность соотношений, определяющая оптимальный процесс системы, а под методом вычисления – совокупность правил преобразования заданной математической модели для определения искомых величин в явном виде. Имея в виду, что используются строгие методы вычисления, точность определения оптимального процесса зависит от математической модели, а трудоемкость расчетов при заданной модели зависит от метода вычисления.

Поскольку в задаче планирования экстремум целевой функции необходимо определить при учете ряда дополнительных условий, то метод вычисления должен позволить определить параметры процесса, удовлетворяющие условиям экстремума и условиям допустимости. В зависимости от общей схемы решения

этих условий, можно существующие методы вычисления разделить на два класса. Назовем их методами поиска допустимости и поиска экстремума. При этом под методами поиска допустимости понимаются методы, в которых решение задачи проводится двумя общими охватывающими вычислительными циклами, причем во внутреннем цикле добивается выполнения условий экстремума, а во внешнем цикле - выполнения условий допустимости. В методах поиска экстремума, наоборот - во внутреннем вычислительном цикле добивается выполнения условий допустимости, а во внешнем цикле - среди допустимых процессов ищется экстремальный процесс.

При таком определении в класс методов поиска допустимости входит метод относительных приростов, предложенный в работах В.М. Горяштейна [1], В.С. Шаханова [2] и др., а в класс методов поиска экстремума входят градиентный метод, предложенный Л.А. Круммом [3], метод фиксированных параметров, предложенный К.А. Смирновым [4] и др. К настоящему времени разработано большое количество методов вычисления, в ряде случаев существенно отличающихся друг от друга по методам решения уравнений, по учету ограничений в форме неравенств и т.д. Однако эффективность различных методов вычисления до сих пор недостаточно проверена.

В силу исключительной сложности энергетических систем невозможно точное назначение оптимального процесса, а процесс планирования сам должен проводиться оптимальным образом. Это приводит к тому, что в зависимости от конкретных условий целесообразно использовать разные математические модели оптимальных процессов.

Таким образом, практика требует методов вычисления, которые являлись бы эффективными для различных фактических условий и для разных математических моделей. Как сообщено в [5], при более точных математических моделях весьма эффективным является градиентный метод с использованием релаксационных методов и принципов динамического программирования, однако при упрощенных моделях весьма эффективными могут являться

другие методы решения, как например, метод относительных приростов и др. Поэтому необходимо продолжать исследования по разработке эффективных методов вычисления для энергетических систем. При этом наряду с поисками новых принципов решения, весьма важно исследовать возможность обобщения уже предложенных способов и целесообразность их комбинированного исследования.

Очевидно, жесткая схема вычисления по методам локального поиска (такowymi являются предложенные методы) не может являться эффективным для различных условий. Необходимо разработать методы и программы, имеющие более общие схемы вычисления, позволяющие получить эффективные решения для различных конкретных условий.

Ниже предлагается синтетический метод вычисления, объединяющий методы поиска допустимости и методы поиска экстремума.

#### Описание синтетического метода

Принимаем, что математическая модель оптимального процесса задана в общем виде:

$$\min_Z \varphi(Z) \quad (1)$$

при дополнительных условиях

$$\Psi(Z) = 0, \quad (2)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_I^- - Z_I^- > 0, \\ Z_I^+ - Z_I^- > 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} Z_{II}^- - Z_{II}^-(Z^*) > 0, \\ Z_{II}^+(Z^*) - Z_{II}^- > 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $Z$  - вектор параметров процесса;  $Z^*$ ,  $Z_I$ ,  $Z_{II}$  - подвекторы векто-

ра  $Z$ , причем  $Z = (Z_{\bar{I}}, Z_{\bar{II}})$ ;  $Z^-$ ,  $Z^+$  - векторы минимально и максимально допускаемых границ вектора  $Z$ ;  $\varphi$  - скалярная функция;  $\Psi$  - векторная функция.

Математическая модель оптимального процесса в таком виде является постановкой задачи оптимизации при детерминистическом планировании и преобразованным видом исходной задачи при вероятностном планировании процессов.

Как правило, приведенные зависимости имеют следующие свойства:

1. Функция  $\varphi(Z)$  непрерывна и строго выпукла<sup>ж</sup> по  $Z$ ;
2. Функция  $\Psi$  непрерывна и выпукла по  $Z$ ;
3. Функции  $Z_{\bar{II}}^+$  и  $Z_{\bar{II}}^-$  - непрерывны.

Оставляя без внимания условия (3), вводим условия (4) в целевую функцию путем введения штрафных функций (вопросы учета ограничений при помощи штрафных функций рассмотрены, например, в [7]). Тогда можно для условий (1), (2) и (4) записать следующую функцию Лагранжа:

$$\Phi(Z, \Lambda) = \varphi(Z) + \Lambda^T \Psi(Z) + \sum_i U_i \{ \delta_{1i} [z_{\bar{II}i} - z_{\bar{II}i}(Z^*)]^2 + \delta_{2i} [z_{\bar{II}i}(Z^*) - z_{\bar{II}i}^-]^2 \}, \quad (5)$$

где  $\Lambda^T$  - транспонированный вектор множителей Лагранжа;

$U_i$  - множители штрафа;

$\delta_{1i}$ ,  $\delta_{2i}$  - коэффициенты, принимающие значения 0 или 1:

$$\delta_{1i} = \begin{cases} 0 & \text{при } z_i - z_i^- > 0, \\ 1 & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

$$\delta_{2i} = \begin{cases} 0 & \text{при } z_i^+ - z_i > 0, \\ 1 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Следовательно, решение задачи условного минимума (1), (2) и (4) должно удовлетворять условиям экстремума

<sup>ж</sup>Функция  $F(x)$  называется выпуклой ([6], стр. 23), если для произвольных векторов  $x$  и  $y$  и скаляра  $\lambda$ ,  $0 < \lambda < 1$ , выполняется неравенство

$$F((1-\lambda)x + \lambda y) \leq (1-\lambda)F(x) + \lambda F(y).''$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Z} = 0 \quad (6)$$

и условиям допустимости

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \Lambda} = 0. \quad (7)$$

Предполагая, что  $\Phi$  строго выпукла по  $Z$ , можно данную задачу оптимизации (I) - (4) решить градиентным методом Эрроу-Гурвица [8]. Схема решения задачи при этом будет следующей:

1. Заданы  $i$ -ые приближения вектора  $Z_i$ ; удовлетворяющие условиям (3), и вектора  $\Lambda_i$ .

2. Вычисляются значения компонент векторов

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Z}(Z_i, \Lambda_i), \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \Lambda}(Z_i).$$

3. Проверяется выполнение условия

$$\sqrt{\sum_j \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z_j}\right)^2 + \sum_l \left(\frac{\partial \Phi}{\partial \lambda_l}\right)^2} \leq \varepsilon,$$

где  $\varepsilon$  - заданное положительное число, а  $z_j, \lambda_l$  являются компонентами соответственно векторов  $Z$  и  $\Lambda$ . Если это условие выполнено, то вычислительный процесс заканчивается, иначе на 4.

4. Определяется длина шага  $t$  и вычисляется очередное приближение:

$$\left. \begin{aligned} Z_{i+1} &= Z_i + \Delta Z_i, \\ \Lambda_{i+1} &= \Lambda_i + t \frac{\partial \Phi}{\partial \Lambda}(Z_i), \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

где  $\Delta Z_i = (\Delta Z_I, \Delta Z_{II})$ , причем

$$\Delta z_{Ij} = \begin{cases} 0 & \text{если } z_{Ij} = z_{Ij}^+; \text{ и } \frac{\partial \Phi}{\partial z_{Ij}} < 0 \text{ или } z_{Ij} = z_{Ij}^- \text{ и } \frac{\partial \Phi}{\partial z_{Ij}} > 0, \\ -t \frac{\partial \Phi}{\partial z_{Ij}} & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$$

$$\Delta Z_{II} = -t \frac{\partial \Phi}{\partial Z_{II}}.$$

При этом значения  $Z_{i+1}$  определяются так, чтобы соблюдались условия (3).

Этот метод определяет очень простой алгоритм решения, однако, из-за небольшой скорости сходимости итерационного процесса решения [8], он не имеет большого практического значения. Поэтому градиентный метод Эрроу-Гурвица, по-видимому, может оказаться эффективным только при небольшом корректировании планов.

В основном рассмотренный градиентный метод и его исследование имеет теоретическое и методическое значение, так как он имеет весьма общий принцип решения.

По вышеописанному методу решение задачи проводится по единому вычислительному циклу, однако для повышения практической эффективности метода он может быть усовершенствован путем введения подциклов вычисления. Таким путем можно из метода Эрроу-Гурвица вывести много разных методов вычисления. Примем этот метод основой и для изложения обобщенного метода вычисления оптимального процесса энергетической системы.

Рассмотрим векторы  $Z$  и  $\Lambda$ , состоящие из следующих подвекторов:

$$Z = (Z', Z''),$$

$$\Lambda = (\Lambda', \Lambda'').$$

Тогда также

$$Z_I = (Z'_I, Z''_I) \text{ и } Z_{II} = (Z'_{II}, Z''_{II}).$$

Принимаем, что ограничения в форме неравенств, налагаемые на векторы  $Z'$  и  $Z''$ , учитываются при помощи штрафных функций. При этом можно функцию Лагранжа записать в следующем виде:

$$\Phi = \varphi(Z', Z'') + \Lambda' \Psi'(Z', Z'') + \Lambda'' \Psi''(Z', Z'') + \sum_i U_i' [\delta_{i1}' (z_i' - z_i'')^2 + \delta_{2i}' (z_i' - z_i'')^2] + \sum_j U_j'' [\delta_{j1}'' (z_{j1}'' - z_{j1}'')^2 + \delta_{2j}'' (z_{j1}'' - z_{j1}'')^2]. \quad (9)$$

Определим теперь более общую схему вычисления. Для этого разделим вектор  $Z''$  еще на подвекторы:

$$Z'' = (X'', Y'').$$

Называем метод вычисления синтетическим, если в его общей вычислительной схеме могут существовать следующие два основных цикла вычисления:

1. Внутренний цикл: решаются уравнения

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Z'} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \Lambda''} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial X''} = 0.$$

2. Внешний цикл: оптимизация функции Лагранжа по переменным  $\Lambda'$  и  $Y''$  градиентным методом. В результате этого будут соблюдены условия

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \Lambda'} = 0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial Y''} = 0.$$

Это является весьма общей схемой, так как в зависимости от выбора компонент векторов  $Z'$ ,  $\Lambda'$  и  $Y''$  можно получить различные вычислительные схемы. Например, если принимать

$$\Lambda' = \Lambda \text{ и } Y'' = Z,$$

т.е. размерность векторов  $X''$ ,  $Z'$ ,  $\Lambda''$  принимать равной нулю, то получаем схему решения градиентного метода Эрроу-Гурвица. В другом случае, если принимать

$$Z'' = Z \text{ и } \Lambda'' = \Lambda,$$

то приведенная схема решения описывает процесс решения градиентным методом Крумма [3].

При выборе подвекторов таким образом, что

$$Z' = Z \text{ и } \Lambda' = \Lambda,$$

получим принципиальную схему решения, используемую в методе относительных приростов (в методе относительных приростов имеются еще подциклы – добывание баланса мощности и добывание баланса воды ГЭС) [1,2 и др.].

Таким образом, приступая к решению задачи по синтетическому методу, необходимо, во-первых, формально говоря, определить компоненты векторов  $\Lambda'$ ,  $\Lambda''$ ,  $Z'$ ,  $X''$ ,  $Y''$ . При этом компоненты вектора  $\Lambda'$  определяют те дополнительные условия в форме равенств, соблюдение которых добывается путем определения соответствующих множителей  $\Lambda'$ . Компоненты вектора  $\Lambda''$  определяют дополнительные условия, которые решаются относительно параметров, называемых зависимыми. Вектор  $X''$  и обозначает вектор зависимых параметров. К числу компонент вектора  $Z'$  входят те параметры, оптимальные значения которых определяются путем решения соответствующих условий экстремума. И, наконец, в состав вектора  $Y''$  входят параметры, по которым функция Лагранжа минимизируется градиентным методом.

Вообще говоря, выбор компонент этих векторов, т.е. выбор вычислительной схемы должен проводиться на основе количественных показателей эффективности различных вариантов. Предполагая, что компоненты приведенных векторов определены, будем рассматривать принципиальную схему алгоритма вычисления.

Ограничения в форме неравенств, налагаемые на параметры  $Z'$  и  $X''$  учитываются при помощи штрафных функций. При этом для простоты предположим, что вектор  $Z''$  является подвектором вектора  $X''$ . Ограничения в форме неравенств, налагаемые на параметры  $Y''$ , учитываются путем фиксации параметров на границе при соответствующих условиях.

Пусть заданы  $i$ -ые приближения векторов  $Y_i''$ ,  $X_i''$ ,  $\Lambda_i'$ ,  $\Lambda_i''$  и  $Z_i'$ .

Предположим также, что выполнено условие

$$Y''^- \leq Y_i'' \leq Y''^+ \quad (10)$$

Схема вычисления при этом будет следующая:

1. Вычисляется длина шага градиентного процесса  $t$ .

2. Вычисляются очередные приближения векторов  $Y_{i+1}''$  и  $\Lambda'_{i+1}$ :

$$Y_{i+1}'' = Y_i'' + \Delta Y_i'',$$

$$\Lambda'_{i+1} = \Lambda'_i + t \frac{\partial \Phi}{\partial \Lambda'},$$

где компоненты вектора  $\Delta Y_i''$  определяются условиями

$$\Delta y_{ij}'' = \begin{cases} 0 & \text{если } y_{ij}'' = y_{ij}''^* \text{ и } \frac{\partial \Phi}{\partial y_{ij}} < 0 \text{ или } y_{ij}'' = y_{ij}''^* \text{ и } \frac{\partial \Phi}{\partial y_{ij}} > 0, \\ -t \frac{\partial \Phi}{\partial y_{ij}} & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

При этом  $y_{i+1}''$  должно удовлетворять условию (10):

3. Решается система уравнений

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \Lambda''} = \Psi''(Z) = 0.$$

В результате этого определяется вектор зависимых параметров

$$X_{i+1}'' = X''(Y_{i+1}'', Z'_i).$$

4. Решается система уравнений

$$\frac{\partial \Phi}{\partial X''} = 0$$

относительно  $\Lambda''$ :

$$\Lambda_{i+1}'' = - \left\{ \frac{\partial \Phi}{\partial X''} + \Lambda'' \frac{\partial \Psi'}{\partial X''} - 2 \sum_i U_i [\delta_{1i}(x_i'' - x_i''^*) - \delta_{2i}(x_i'' - x_i''^*)] \frac{\partial x_i}{\partial X''} \right\} \left[ \frac{\partial \Psi''}{\partial X''} \right]^{-1}.$$

5. Решается система уравнений

$$\frac{\partial \Phi}{\partial Z'} = 0.$$

В результате этого определяется вектор параметров

$$Z'_{i+1} = Z'(X_{i+1}'', Y_{i+1}'', \Lambda_{i+1}'', \Lambda'_{i+1}).$$

6. Вычисляются значения компонент векторов  $\partial\Phi/\partial Y''$ ,  $\partial\Phi/\partial \Lambda'$  и проверяется выполнение условия

$$\sqrt{\sum_j \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y_j''}\right)^2 + \sum_k \left(\frac{\partial\Phi}{\partial \lambda_k'}\right)^2} \leq \varepsilon.$$

Если условие выполнено, то  $X''_{i+1}$ ,  $Y''_{i+1}$ ,  $Z'_{i+1}$  являются решением задачи и процесс вычисления заканчивается. В противном случае необходимо выполнить очередное приближение.

Такова общая схема вычисления, в которой совмещены методы поиска допустимости и методы поиска экстремума, в том числе и методы относительных приростов и градиентные методы.

Для увеличения скорости сходимости циклов вычисления необходимо в синтетическом методе использовать еще и релаксационный метод, изменение компонент векторов  $X''$ ,  $Y''$ ,  $\Lambda''$ ,  $\Lambda'$ ,  $Z'$  в процессе расчета и другие способы.

### Выводы

1. Описанный метод является сложным методом. Многие существующие методы вычисления, хотя в ряде случаев значительно отличаются друг от друга, могут быть рассмотрены как реализации синтетического метода. При этом возможно комбинированное использование разных предложенных методов, например, можно использовать совместно метод относительных приростов и градиентный метод, предложенный Л.А. Круммом.

2. Синтетические методы и программы открывают реальную возможность практически проверить и сравнить различные вычислительные принципы и методы.

3. Синтетические методы и программы имеют большое практическое значение при эксплуатации энергетических систем, так как позволяют эффективно решать задачи оптимизации при различных постановках и условиях.

Эти программы могут быть приведены к эффективным вариан-

там на основе опыта, полученного в процессе работы. Поэтому следовало бы построить самоорганизующие вычислительные программы.

4. Реализация синтетических методов на ЦВМ не представляет особых затруднений. При этом синтетические программы вычисления могут быть составлены путем усовершенствования существующих программ.

5. Необходимо ввести работы в направлении создания синтетических методов вычисления и программ расчета.

### Л и т е р а т у р а

1. В.М. Горнштейн. Наивыгоднейшие режимы работы гидростанций в энергетических системах. М.-Л, Госэнергоиздат, 1959.

2. В.С. Шаханов. Метод и алгоритм вычисления экономического распределения активных нагрузок в сложных гидротепловых энергосистемах на электронных цифровых машинах. "Изв. АН СССР. Энергетика и автоматика". 1960, № 1.

3. Л.А. Крумм. Градиентный метод оптимизации режима объединенных энергосистем. "Электричество", 1963, № 5.

4. К.А. Смирнов. Метод фиксированных параметров и метод базисных относительных приростов для расчета экономического режима энергосистемы. "Электричество", 1964, № 1.

5. Л.А. Крумм, Ю.П. Сыров. Методы комплексной оптимизации суточных и длительных режимов объединенных энергосистем, имеющих в своем составе гидроэлектростанции. часть I. "Изв. АН СССР. Энергетика и транспорт", 1965, № 1.

6. Г. Зойтендейк. Методы возможных направлений. М., ИЛ. 1963.

7. В.М. Горнштейн. Условия оптимального режима энергетической системы при учете режимных ограничений с помощью штрафных функций. "Электричество", 1965, № 8.

8. К.Дж. Эрроу, Л. Гурвиц, Х. Удзава. Исследования по линейному и нелинейному программированию. М., ИЛ, 1962.



УДК 621.316.925

К.А. Ивуду, К.Ю.Мёллер, О.Р.Терно

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ ПОДХОД К ОПРЕДЕЛЕНИЮ  
УСТАВОК РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ

Постановка задачи

Обычно для расчета уставки  $x_{cp}$  релейной защиты по воз-  
действующей величине \* (току, напряжению, сопротивлению и  
т.п.) берется ее расчетное значение  $x_{расч}$  и умножается на  
обращенный коэффициент запаса при действии\* (коэффициент  
надежности или отстройки)  $k[2]$ :

$$x_{cp} = k x_{расч}. \quad (1)$$

При этом для максимальной защиты  $k > 1$  и для минимальной  
 $k < 1$ . Следует проверка чувствительности защиты опреде-  
лением коэффициента запаса при действии\* (коэффициента чув-  
ствительности).

Для расчета уставки по времени защиты расчетному време-  
ни  $x_{расч}$ , представляющему сумму соответствующих времен, в  
том числе и максимальных разнозначных погрешностей реле  
времени, прибавляется время запаса  $x_{зан} [2]$ :

$$x_{cp} = x_{расч} + x_{зан}. \quad (2)$$

\* Термины использованы согласно [1]. В скобках приведе-  
ны используемые на практике термины.

Формулы (1), (2) выражают необходимость удовлетворения следующих неравенств при отсутствии повреждений в зоне действия рассматриваемой защиты:

а) для максимальной защиты и времени срабатывания защиты -

$$x_{ср} > x; \quad (3)$$

б) для минимальной защиты -

$$x_{ср} < x, \quad (4)$$

где  $x$  - значения воздействующей величины или продолжительности повреждения, от которых защита должна быть отстроена.

В (3), (4)  $x$  является случайной величиной.

Вероятностный характер значений тока, напряжения и в меньшей мере сопротивления при аварии обуславливается неизвестными заранее режимом системы, начальной фазой напряжения (апериодические составляющие), видом и местом повреждения, а так же переходным сопротивлением короткого замыкания. Погрешность расчета значения воздействующей величины так же случайная величина. Погрешности измерительных трансформаторов увеличивают эту неопределенность. Кроме того, измерительные трансформаторы сами являются источниками токов и напряжений небаланса.

Случайная продолжительность короткого замыкания на предыдущем элементе электрической системы вызывается разбросом времен срабатывания реле защиты и отключения выключателя этого элемента.

Случайными величинами являются и параметры срабатывания реле защиты  $x_{ср}$  в результате неточности установки и разброса уставок.

При определении уставок защиты по (1), (2) за значения  $x_{расч}$  берутся, как правило, наихудшие из возможных для защиты значения воздействующей величины или времени. Обра-

ценный коэффициент и время запаса в (1), (2) должны обеспечивать выполнение неравенств (3), (4) и при сочетании наилучших значений всех перечисленных выше случайных величин. Таким образом, определение уставок релейной защиты производится по расчету на наихудший случай.

Однако такой подход неоправдан, так как наихудшие случаи имеют место очень редко. Например, если вероятность того, что любой из трех равных друг другу по среднему значению независимых случайных слагаемых приобретает приращение  $\Delta x \geq + 10\%$ , равно  $q = 10^{-3}$ , а вероятность того, что  $\Delta x \geq + 16\%$  равно нулю, то на основе теоремы умножения вероятностей можно сказать, что вероятность приращения суммы  $S$  на  $\Delta S \geq + 10\%$  будет  $q = 10^{-9}$ , хотя в принципе  $\Delta S$  может доходить до  $+ 16\%$ .

В подавляющем большинстве случаев коротких замыканий защита, имеющая уставки для наихудшего случая, обладает недостаточными протяжением зоны и быстротой действия. Это может вызвать необоснованно большой народнохозяйственный ущерб в результате чрезмерно медленного отключения поврежденного элемента электрической системы.

Кроме того, расчет на наихудший случай предполагает, что можно задаваться пределами, которые никогда не будут нарушены. На самом же деле это невозможно. Можно говорить только об **уменьшении** вероятности нарушения более широких пределов. В этом смысле расчет на наихудший случай не только нецелесообразен, но и неправилен.

Часто расчет на наихудший случай ведет к уменьшению надежности по сравнению с правильным вероятностным расчетом. Из приведенного в [3] примера видно, что вероятность излишнего срабатывания одной защиты при выдержке времени, определенной расчетом на наихудший случай, в 17 раз больше, чем при выдержке, определенной вероятностным расчетом. В этом же примере при расчете на наихудший случай вероятности излишнего срабатывания двух защит получились отличающимися друг от друга на  $1,6 \cdot 10^4$  раз.

Для обеспечения наивыгоднейшего управления электрической

системой в аварийных режимах за рассматриваемый промежуток времени релейная защита должна быть оптимальной в среднем, т.е. срабатывать статистически-оптимально. Это значит, что в редко встречающихся близких к наихудшим случаям целесообразно допускать излишнее срабатывание защиты (которое может исправляться успешным действием устройств АПВ или АВР) с тем, чтобы защита обладала большими зоной и быстротой действия.

Требование не учитывать при принятии решений по релейной защите маловероятные виды повреждения и режимы электрической системы не новое, — оно дано А.М.Федосеевым в 1944 г. [4]. Однако оно выполняется весьма ограниченно. В настоящей работе излагаются принципы методики количественного учета указанного требования при заданных значениях вероятностей не учитываемых случаев.

### Определение условий решения задачи

Так как величины, от которых зависят параметры срабатывания защиты, случайные, то определение оптимальных уставок защиты может производиться только применением теории вероятностей. При этом наиболее целесообразными окажутся методы теории потенциальной надежности [5].

Рассмотрим ближе условия определения уставок (3), (4) для некоторых защит. Обычно они являются условиями селективности [2] (по [5] — условия работоспособности).

Для большей наглядности изложения положим, что все значения воздействующей величины приведены на одну (первичную или вторичную) сторону измерительных трансформаторов по номинальному коэффициенту трансформации.

1. В качестве первого примера рассмотрим условия расчета времени срабатывания относительно селективной релейной защиты  $t_j$  элемента  $j$  из  $m$  последовательно соединенных элементов электрической системы. Полагая  $x_{cp} = t_j$ , получим из (3):

$$t_j > t_{j-1} + t_{a,j-1} + t_{uj} \quad (j = 1, 2, \dots, m), \quad (5)$$

где  $t_{j-1}$  — время срабатывания защиты предыдущего элемента;

$t_{B,j-1}$  — время отключения выключателя предыдущего элемента (до гашения дуги);

$t_{nj}$  — время инерционной ошибки защиты рассматриваемого элемента.

время срабатывания защиты  $t_j$  равно сумме времен срабатывания ее  $l_j$  последовательно срабатывающих реле:

$$t_j = \sum_{i=1}^{l_j} t_{ji}. \quad (6)$$

В (6) одно из слагаемых, скажем  $t_{j1}$ , является регулируемой выдержкой времени (время срабатывания реле времени), а остальные — неизменяемые времена срабатывания остальных реле, например, токовых и промежуточных.

2. В качестве примера максимальной относительно селективной защиты берем определение тока срабатывания токовой защиты со ступенчатой характеристикой линии электропередачи, питаемой от шин  $j$ , схема включения которой приведена на на фиг. 1 ( $x_{cr} = I_j^I, I_j^{II} \neq$ ):

а) для первой ступени

$$I_j^I > I_{K,j-1} - I_{OK,j-1} + I_{Tj}; \quad (7)$$

б) для второй ступени

$$I_j^{II} > I_{j-1}^I + I_{T,j-1} - I_{Tj}, \quad (8a)$$

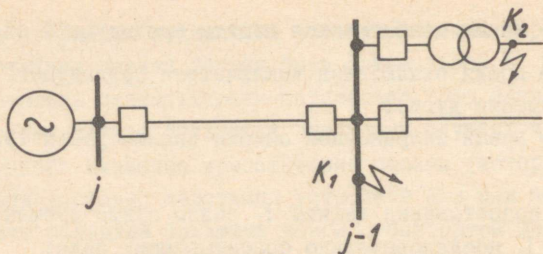
$$I_j^{II} > I_{KT,j-1} - I_{OKT,j-1} + I_{Tj}, \quad (8б)$$

где  $I_{K,j-1}, I_{KT,j-1}$  — рассчитанные токи в рассматриваемой линии при коротком замыкании на шинах  $j-1$  (точка  $K_I$ ) или за ними и за трансформатором (точка  $K_2$ );

$I_{OK,j-1}, I_{OKT,j-1}$  — погрешности расчета соответствующих токов;

---

\* Определение тока срабатывания третьей ступени защиты  $I_j^{III}$  не представляет особого интереса и поэтому не рассматривается.



Фиг. 1. Схема включения линии электропередачи, защищаемой максимальной токовой защитой со ступенчатой характеристикой

$I_{j-1}^I$  - ток срабатывания первой ступени защиты линии, питаемой от шин  $j-1$ ;

$I_{Tj}, I_{T,j-1}$  - погрешности трансформаторов тока защиты линий, питаемых от шин  $j$  и  $j-1$ .

Пусть из условий (8а), (8б) более строгим является (8а). В дальнейшем рассмотрим только (8а).

3. Из минимальных относительно селективных защит рассмотрим определение напряжения срабатывания отсечки по напряжению ( $x_{cp} = U$ ). Имеем:

$$U < U_{ост,к} - U_{п,ост,к} + U_T, \quad (9)$$

где  $U_{ост,к}$  - рассчитанное остаточное напряжение в месте установки защиты при коротком замыкании вне зоны;

$U_{п,ост,к}$  - погрешность расчета;

$U_T$  - погрешность трансформатора напряжения.

4. Примером расчета уставки абсолютно селективной защиты может служить определение тока срабатывания продольной дифференциальной защиты генератора или трансформатора, по условию отстройки от тока небаланса ( $x_{cp} = I$ ):

$$I > I_{нб} - I_{п,нб}, \quad (10)$$

где  $I_{нб}$  - рассчитанный ток небаланса при коротком замыкании вне зоны;

$I_{п,нб}$  - погрешность расчета.

## Решение задачи

Условия селективности (5), (7), (8а), (9), (10) могут быть преобразованы в нормальную форму [5]:

$$\varphi_1 = t_j - t_{j-1} - t_{B,j-1} - t_{nj} > 0, \quad (II)$$

$$\varphi_{2a} = I_j^I - I_{k,j-1} + I_{nk,j-1} - I_{Tj} > 0, \quad (I2)$$

$$\varphi_{2b} = I_j^B - I_{j-1}^I - I_{T,j-1} + I_{Tj} > 0, \quad (I3)$$

$$\varphi_3 = -U + U_{ост,к} - U_{n,ост,к} + U_T > 0, \quad (I4)$$

$$\varphi_4 = I - I_{нб} + I_{n,нб} > 0, \quad (I5)$$

где  $\varphi$  — функции селективности (по [5] — функции работоспособности).

Все функции селективности (II)...(I5) представляют собой сумму случайных величин \*.

Рассмотрим вопрос о наличии корреляции между аргументами одной функции и между разными функциями селективности.

Аргументы каждой функции селективности по своей физической природе независимы, следовательно, и между собой не коррелированы. Однако параметры аппаратуры могут изменяться в зависимости от температуры, влажности и других условий. При этом появляется корреляция между значениями некоторых аргументов функции селективности. Пока мы не учитываем эту корреляцию, а ниже дается и формула (25) для учета ее.

Функции селективности (I2), (I3) между собой коррелиро-

---

\* В настоящей работе для обозначения случайных величин и их возможных значений используются одинаковые символы.

ванн - они имеют общий аргумент  $I_{rj}$ . Функции (II), (I3) для двух последовательных элементов электрической системы  $j$  и  $j-1$  попарно коррелированы, так как содержат параметры срабатывания защиты двух смежных элементов, соответственно  $t_{j-1}$  и  $I_{j-1}^I$ . Корреляция функций (I2), (I3) и функций для последовательных элементов (II), (I3) сказывается только при одновременной проверке выполнения коррелированных между собой условий селективности. Это имеет место при одновременных коротких замыканиях на соответствующих элементах электрической системы в зонах реагирования защит с коррелированными между собой условиями селективности. Такие события можно считать практически невозможными. Поэтому не следует учитывать эту корреляцию. И здесь возможно появление корреляционной связи между значениями некоторых аргументов разных функций селективности в зависимости от изменения внешних условий. Однако эту корреляцию можно не учитывать, если вероятности выполнения условий селективности достаточно близки к 1 [5], [6].

Каждое условие селективности (II)...(I5) содержит по одному неизвестному (в предположении, что  $t_{j-1}$  и  $I_{j-1}^I$  определены ранее) - это значение соответствующего параметра срабатывания защиты  $t_j$ ,  $I_j^I$ ,  $I_j^{II}$ ,  $U$  и  $I$ , точнее, математическое ожидание (среднее значение) этих величин  $M[t_j]$ ,  $M[I_j^I]$ ,  $M[I_j^{II}]$ ,  $M[U]$  и  $M[I]$ . Все остальные аргументы заданы, в принципе известны и их законы распределения. Так же в принципе известны параметры распределения вероятностей всех неизвестных, кроме математического ожидания. Они определены конструкцией и свойствами применяемых реле защиты, а в некоторых случаях также их уставками.

Для преобразования неравенств (II)...(I5) в уравнения необходимо задать вероятности их выполнения  $p_1$ ,  $p_{2a}$ ,  $p_{2s}$ ,  $p_3$  и  $p_4^*$ .

---

\*  $q = 1 - p$  и есть эта малая вероятность излишнего срабатывания защиты, которую согласно [4] следует не учитывать.

Получим следующие уравнения:

$$P(\varphi_1 > 0) = p_1, \quad (16)$$

$$P(\varphi_{2a} > 0) = p_{2a}, \quad (17)$$

$$P(\varphi_{2b} > 0) = p_{2b}, \quad (18)$$

$$P(\varphi_3 > 0) = p_3, \quad (19)$$

$$P(\varphi_4 > 0) = p_4. \quad (20)$$

Уравнения (16)...(20) однотипные. Для удобства решения рассмотрим одно из них, пользуясь обозначением  $x_i$  для аргументов функции селективности. Тогда имеем для решения следующее уравнение:

$$P(\varphi = \sum_{i=1}^n x_i > 0) = p, \quad (21)$$

где неизвестным является математическое ожидание одного из  $n$  слагаемых функции селективности, скажем  $M[x_i]$ .

Предполагаем нормальное распределение вероятностей всех аргументов функций селективности.

Так как рассматриваемые случайные величины зависят от многих, в основном независимых случайных факторов, незначительных в отдельности, то предположение о нормальности их распределения подтверждается на основе центральной предельной теоремы теории вероятностей.

Предположение неограниченного нормального распределения какой-либо величины с конечным математическим ожиданием связано с принципиальным допущением отрицательных и неограниченных положительных значений этой величины (в нашем случае времени и воздействующей величины), однако с пренебрежимо малой вероятностью.

Учитывая обстоятельство, что результатом композиции независимых случайных величин с нормальным законом распределения вероятностей является случайная величина с нормальным распределением, математическое ожидание и дисперсия ко-

торой равны суммам соответствующих параметров распределения компонентов композиции, получим из (21) [7]:

$$\frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{\sum_{i=1}^n M[x_i]}{\sqrt{\sum_{i=1}^n D[x_i]}}\right) = p, \quad (22)$$

где  $D[x_i]$  — дисперсия случайной величины  $x_i$ ;

$\Phi$  — символ интеграла вероятностей. Интеграл вероятностей аргумента  $x$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x \exp\left[-\frac{t^2}{2}\right] dt \quad (23)$$

не выражается через элементарные функции, он табулирован.

Уравнение (22) может быть решено следующим образом.

Пусть  $\Psi(z)$  является обратной функцией интеграла вероятностей  $\Phi(x)$ , т.е.,

$$\text{если } z = \Phi(x), \text{ то } x = \Psi(z).$$

В соответствии с этим получим из (22):

$$\sum_{i=1}^n M[x_i] = \Psi\left(p - \frac{1}{2}\right) \sqrt{\sum_{i=1}^n D[x_i]},$$

откуда искомая величина

$$M[x_1] = -\sum_{i=2}^n M[x_i] + \Psi\left(p - \frac{1}{2}\right) \sqrt{\sum_{i=1}^n D[x_i]}. \quad (24)$$

В случае, если аргументы  $x_i$  между собой коррелированы, формула (24) приобретает следующий вид [7]:

$$M[x_1] = -\sum_{i=2}^n M[x_i] + \Psi\left(p - \frac{1}{2}\right) \sqrt{\sum_{i=1}^n D[x_i] + 2 \sum_{i < k} \rho_{ik} \sigma[x_i] \sigma[x_k]}, \quad (25)$$

где  $i < k$  — обозначает распространение суммирования на все различные попарные комбинации величин  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ;

$\rho_{ik}$  — коэффициент корреляции величин  $x_i, x_k$ ;

$\sigma[x_i], \sigma[x_k]$  — средние квадратические отклонения величин

$x_i, x_k$ . Они равны:

$$\sigma[x_i] = \sqrt{D[x_i]}.$$

Если дисперсия  $D[x_i]$  не зависит от значения математического ожидания  $M[x_i]$ , последнее вычисляется просто по (24) или (25). В противном случае значение  $M[x_i]$  можно вычислить методом последовательных приближений или другими методами численного решения нелинейных уравнений.

Подставим в полученное решение (24) первоначальные обозначения. Отметим, что при сложении математическое ожидание  $M[x_i]$  имеет знак аргумента  $x_i$  функции селективности, а дисперсия  $D[x_i]$  как квадратичная величина всегда положительна. Слагаемые (25)  $2\varphi_{ik}\sigma[x_i]\sigma[x_k]$  следует брать со знаком "плюс" при одинаковых знаках аргументов  $x_i$  и  $x_k$  и со знаком "минус" при различных знаках.

Получим следующие выражения математических ожиданий параметров срабатывания защиты.

1. На основании (II), (I6), (2I) и (24) можно написать следующую формулу для определения времен срабатывания относительно селективной релейной защиты  $m$  последовательно соединенных элементов электрической системы при обеспечении селективности только по времени срабатывания защиты:

$$M[t_j] = M[t_{j-1}] + M[t_{b,j-1}] + M[t_{nj}] + \Psi(p_j - \frac{1}{2}) \sqrt{D[t_j] + D[t_{j-1}] + D[t_{b,j-1}] + D[t_{nj}]} \quad (26)$$

( $j = 1, 2, \dots, m$ ).

Формула (26) рекуррентная, т.е. времена срабатывания следует рассчитать по одному в последовательности 1, 2, ...,  $m$ .

2. Для тока срабатывания токовой защиты со ступенчатой характеристикой выдержки времени имеем:

$$M[I_j^I] = M[I_{\kappa,j-1}] - M[I_{\text{нк},j-1}] + M[I_{\tau_j}] + \Psi(p_{2a} - \frac{1}{2}) \sqrt{D[I_j^I] + D[I_{\kappa,j-1}] - D[I_{\text{нк},j-1}] + D[I_{\tau_j}]}, \quad (27)$$

$$M[I_j^{\bar{I}}] = M[I_{j-1}^{\bar{I}}] + M[I_{\tau, j-1}] - M[I_{\tau j}] + \\ + \Psi(p_{2\delta} - \frac{1}{2}) \sqrt{D[I_j^{\bar{I}}] + D[I_{j-1}^{\bar{I}}] + D[I_{\tau, j-1}] + D[I_{\tau j}]}.$$
 (28)

3. для напряжения срабатывания отсечки по напряжению получим:

$$M[U] = M[U_{\text{ост, к}}] - M[U_{\text{п, ост, к}}] + M[U_{\tau}] - \\ - \Psi(p_3 - \frac{1}{2}) \sqrt{D[U] + D[U_{\text{ост, к}}] - D[U_{\text{п, ост, к}}] + D[U_{\tau}]}.$$
 (29)

4. Для тока срабатывания дифференциальной защиты имеем:

$$M[I] = M[I_{\text{нб}}] - M[I_{\text{п, нб}}] + \\ + \Psi(p - \frac{1}{2}) \sqrt{D[I] + D[I_{\text{нб}}] - D[I_{\text{п, нб}}]}.$$
 (30)

#### Заключительные замечания

В настоящей работе изложены принципы вероятностной методики расчета уставок защиты для простейшего случая, когда функции селективности представляют собой алгебраическую сумму нормально распределенных случайных величин.

Рассмотрение векториальных действующих величин (сопротивление, некоторые токи небаланса) возможно при использовании комплексных случайных величин, что не усложняет существенно решения задачи. Следует только в (24) суммировать математические ожидания действительной и мнимой частей в отдельности. Так как дисперсия комплексной случайной величины равна сумме дисперсий ее действительной и мнимой частей, то можно сложить дисперсии модулей или частей комплексных случайных величин.

Учет случайности коэффициентов токораспределения требует умножения одной случайной величины (тока или сопротивления короткого замыкания) на частное двух случайных величин.

чин (токов). В этом случае задача значительно усложняется.

Для практического применения вероятностной методики расчета уставок релейной защиты следует экспериментально определить все нужные статистические характеристики — вид и параметры распределения всех случайных величин, от которых зависят уставки, их зависимость от разных условий.

Также необходимо учитывать ограниченную точность получаемых статистических характеристик [3].

Использование вероятностной методики расчета уставок безусловно целесообразно для относительно селективной релейной защиты и во многих случаях для абсолютно селективной защиты преобразующих энергию элементов электрической системы (электрические машины, трансформаторы) и может оказаться нецелесообразным для абсолютно селективной защиты передающих электроэнергию элементов (линии, шины).

По аналогичной методике целесообразно определить и многие параметры срабатывания устройств электроавтоматики.

## Л и т е р а т у р а

1. Международный электротехнический словарь. Группа 16. Релейная защита. М., Физматгиз, 1960.
2. А.М. Федосеев. Основы релейной защиты. М.—Л., Госэнергоиздат, 1961.
3. К.Ю. Мёллер. Учет точности статистических характеристик при определении вероятности селективного срабатывания релейной защиты. См. наст. сборник, стр. 77.
4. М.Ф. Костров и др. Основы техники релейной защиты. М.—Л., Госэнергоиздат, 1944.
5. К.И. Ивуду. Исследование некоторых путей повышения надежности устройств дискретного действия. Авторский реферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук. Л., Институт электромеханики, 1962.
6. Я.Р. Вайтмаа, К.А. Ивуду. Методы оптимизации устройств по надежности. Сб. "Электроэнергетика. Ученые записки аспи-

рантов и соискателей" Л., Ленинградский политехнический институт, 1963.

7. Н.В. Смирнов, И.В.Дунин-Барковский. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. М., изд-во "Наука", 1965.

УДК 621.316.925

К.Ю. Мёллер

УЧЕТ ТОЧНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ВЕРОЯТНОСТИ СЕЛЕКТИВНОГО  
СРАБАТЫВАНИЯ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ

Вероятностная методика определения уставок релейной защиты [1] использует истинные значения вероятностных характеристик аппаратуры, режима и процессов. Эти истинные значения являются неслучайными величинами. Однако экспериментально невозможно их определить. Это потребовало бы неограниченное количество повторений опытов в неизменных условиях. Ограниченное количество наблюдений дает приближенные оценки вероятностных характеристик или статистические характеристики. Они являются случайными величинами. Статистическая методика расчета должна учитывать это обстоятельство.

Оценим точность значения вероятности селективного срабатывания релейной защиты при замене в формуле (22) [1]

$$p = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{\sum_{i=1}^n M[x_i]}{\sum_{i=1}^n D[x_i]}\right) \quad (1)$$

истинных значений математических ожиданий  $M[x_i]$  и дисперсий  $D[x_i]$  их оценками  $\bar{x}_i$  и  $s_{i0}^2$ .

В (1)  $n$  — количество аргументов функции селективности [1];

$\Phi$  - символ интеграла вероятностей

$$\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^y \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt.$$

В качестве меры точности принимаем дисперсии <sup>\*</sup> статистических характеристик и определяемых по ним величин.

Найдем дисперсию выражения соответствующей (I) статистической вероятности

$$p' = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n s_i^2}}\right). \quad (2)$$

Здесь

$$\bar{x}_i = \frac{1}{k_i} \sum_{j=1}^{k_i} x_{ij}, \quad (3)$$

где  $k_i$  - численность статистической выборки для определения  $\bar{x}_i$ ;

$x_{ij}$  - наблюдаемые значения нормально распределенной случайной величины

и

$$s^2 = \frac{1}{l_i - 1} \left( \sum_{j=1}^{l_i} x_{ij}^2 - l_i \bar{x}_i^2 \right), \quad (4)$$

где  $l_i$  - численность статистической выборки для определения  $s_i^2$ .

Выражение (2) равносильно интегральной функции нормального распределения <sup>\*\*</sup>:

---

<sup>\*</sup> Имеются в виду несмещенные оценки вероятностных характеристик, для которых отклонение математического ожидания от истинного значения равно нулю.

<sup>\*\*</sup> Часто, в том числе и в [4], используется интеграл вероятностей в форме (5). Очевидно, что

$$\Phi_1(y) = \Phi(y) + \frac{1}{2}$$

и обратные функции этих двух форм интеграла вероятностей связаны равенством

$$\Psi_1(p) = \Psi\left(p - \frac{1}{2}\right).$$

$$\rho' = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^y \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt = \Phi_1(y), \quad (5)$$

где

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n s_i^2}}. \quad (6)$$

Дисперсия функции  $f(z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_m)$   $m$  случайных величин  $z_i$   $D[f(z_i)]$  определяется следующим образом ([2], гл. II). Функция  $f(z_i)$  в достаточно малой окрестности точки, определяемой математическими ожиданиями  $M[z_i]$ , считается почти линейной. Она разлагается в ряд Тейлора с сохранением членов только первого порядка. Дисперсия полученной линейной функции определяется простыми общеизвестными формулами. В итоге получается выражение

$$D[f(z_i)] = \sum_{i=1}^m \left(\frac{\partial f}{\partial z_i}\right)^2 D[z_i] + 2 \sum_{i < k} \left(\frac{\partial f}{\partial z_i}\right) \left(\frac{\partial f}{\partial z_k}\right) K_{ik}, \quad (7)$$

где  $K_{ik}$  — корреляционный момент величин  $z_i$ ,  $z_k$ . Все производные в (7) вычисляются в точке  $M[z_i]$ .

Учитывая статистическую независимость  $\bar{x}_i$  и  $s_i^2$  нормальной выборки ([3], стр. 418) и подставляя в (7)

$$f(z_i) = \rho'(\bar{x}_i, s_i^2),$$

получим:

$$D[\rho'(\bar{x}_i, s_i^2)] \approx \sum_{i=1}^n \left\{ \left(\frac{\partial \rho'}{\partial \bar{x}_i}\right)^2 D[\bar{x}_i] + \left(\frac{\partial \rho'}{\partial s_i^2}\right)^2 D[s_i^2] \right\}, \quad (8)$$

где

$$D[\bar{x}_i] = \frac{1}{k_i} D[x_i] \quad (9)$$

и для нормально распределенной величины  $x_i$

$$D[s_i^2] = \frac{2}{l_i - 1} D^2[x_i]. \quad (10)$$

Истинные значения  $D[x_i]$  неизвестны. Заменяем их в (9) и (10) оценками  $s_i^2$  согласно (3) и (4). Тогда, подставляя (9) и (10) в (8), получим:

$$D[p'] \approx \sum_{i=1}^n \left[ \left( \frac{\partial p'}{\partial \bar{x}_i} \right)^2 \frac{s_i^2}{k_i} + \left( \frac{\partial p'}{\partial s_i^2} \right)^2 \frac{2s_i^4}{l_i - 1} \right]. \quad (II)$$

Подставляя (5) и (6) в (II), произведем дифференцирование

$$D[p'] \approx \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n s_i^2}} \right)^2 \right] \left( -\frac{1}{\sqrt{\sum_{i=1}^n s_i^2}} \right) \right\}^2 \sum_{i=1}^n \frac{s_i^2}{k_i} + \\ + \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^n s_i^2}} \right)^2 \right] \left( -\frac{\sum_{i=1}^n \bar{x}_i}{\sum_{i=1}^n s_i^2} \cdot 2 \sqrt{\sum_{i=1}^n s_i^2} \right) \right\}^2 2 \sum_{i=1}^n \frac{s_i^4}{l_i - 1},$$

откуда после некоторого упрощения получим окончательно:

$$D[p'] \approx \frac{f_N^2(\frac{\bar{x}}{s})}{s^2} \left( \sum_{i=1}^n \frac{s_i^2}{k_i} + \frac{\bar{x}^2}{2s^4} \sum_{i=1}^n \frac{s_i^4}{l_i - 1} \right), \quad (I2)$$

где

$$f_N\left(\frac{\bar{x}}{s}\right) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{\bar{x}}{s} \right)^2 \right]$$

представляет собой плотность вероятности нормированного нормального распределения;

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n \bar{x}_i; \\ s = \sqrt{\sum_{i=1}^n s_i^2}.$$

В случае  $k_1 = k_2 = \dots = k_n = k$  и  $l_1 = l_2 = \dots = l_n = l$  выражение (I2) упрощается:

$$D[p'] \approx f_N^2\left(\frac{\bar{x}}{s}\right) \left( \frac{1}{k} + \frac{\bar{x}^2}{2(l-1)s^6} \sum_{i=1}^n s_i^4 \right). \quad (I3)$$

Часто можно считать  $k = l - 1$ . Тогда получим из (I3):

$$D[p'] \approx \frac{f_N^2(\frac{\bar{x}}{s})}{k} \left( 1 + \frac{\bar{x}^2}{2s^6} \sum_{i=1}^n s_i^4 \right). \quad (I4)$$

Приближенность формулы (12) обусловлена двумя обстоятельствами:

а) диапазон изменений  $\bar{x}_i$ ,  $s_i^2$  не настолько мал, чтобы в его пределах функция  $p'(\bar{x}_i, s_i^2)$  могла быть с достаточной точностью линеаризована;

б) замена истинных значений дисперсии  $D[x_i]$  их оценками  $s_i^2$ .

Первая неточность зависит от гладкости функции  $p(\bar{x}_i, s_i^2)$  и от дисперсий  $D[\bar{x}_i]$  и  $D[s_i^2]$ . Для уточнения результатов, полученных методом линеаризации, можно при разложении функции в ряд Тейлора сохранить больше членов и увеличить численность статистических выборок.

Вторая неточность может быть уменьшена увеличением объема статистических выборок.

Отметим, что статистическую вероятность селективного срабатывания релейной защиты  $p'$  можно считать нормально распределенной величиной с точностью линеаризации выражения (5) и приближения распределения  $s_i^2$  к нормальному как линейную функцию нормально распределенных величин. Как известно,  $\bar{x}_i$  имеет нормальное распределение и распределение  $s_i^2$  можно считать близким к нормальному при достаточно большой  $l_i$  (например,  $l_i > 25$ ). Это обстоятельство может быть использовано для оценки достоверности (доверительных пределов при выбранной доверительной вероятности) значения  $p'$  по приближенному значению ее дисперсии, определенному по (12)...(14).

Для сравнительного анализа расчета уставок релейной защиты на наихудший случай и по вероятностной методике [1], а также для демонстрации приложения методике учета ограниченной точности статистических характеристик при определении вероятности селективного срабатывания защиты произведем расчет выдержки времени защиты.

### Пример расчета уставок защиты по времени

Рассчитаем выдержки времени защиты двух последовательно соединенных элементов электрической системы.

Все времена срабатывания независимы и имеют нормальное распределение. Допуски  $\Delta t$  даны по так называемому правилу трех сигм, т.е.

$$|\Delta t| = 3\sigma[t] = 3\sqrt{D[t]}. \quad (\text{П})$$

Используя обозначения выражений (5) и (6) [I], даны следующие времена в мсек:

$$\begin{aligned} t_0 &= 100 \pm 40, & t_{80} &= 200 \pm 100; \\ t_{12} &= 20 \pm 10, & t_{13} &= 50 \pm 20, & t_{81} &= 100 \pm 20; \\ t_{22} &= 20 \pm 10, & \Delta t_{11} &= \Delta t_{21} = 30, & t_{11} &= t_{12} = 0. \end{aligned}$$

Требуется определить выдержки времени  $t_{11}$  и  $t_{21}$ , обеспечив равную вероятность (при вероятностном расчете  $p_1 = p_2 = 0,999^*$ ) излишнего срабатывания защиты обоих элементов.

1. Расчет на наихудший случай произведем по выражениям (5) и (6) [I], заменяя в (5) знак неравенства знаком равенства. Получим, обозначая для различия получаемые результаты штрихом:

$$\begin{aligned} t'_{11} &= t_0 + \Delta t_0 + t_{80} + \Delta t_{80} - (t_{12} - \Delta t_{12}) - (t_{13} - \Delta t_{13}) + \Delta t_{11} = \\ &= 100 + 40 + 200 + 100 - 20 + 10 - 50 + 20 + 30 = 430 \text{ мсек.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} t'_{21} &= t_{11} + \Delta t_{11} + t_{12} + \Delta t_{12} + t_{13} + \Delta t_{13} + t_{81} + \Delta t_{81} - (t_{22} - \Delta t_{22}) + \Delta t_{21} = \\ &= 430 + 30 + 20 + 10 + 50 + 20 + 100 + 20 - 20 + 10 + 30 = \\ &= 700 \text{ мсек.} \end{aligned}$$

2. Расчет по вероятностной методике ведем по формулам (26) и (6) [I], принимая за значения математических ожиданий времен их номинальные значения:

\* Это значит, что  $q = 1 - p = 1 - 0,999 = 0,001$ , т.е. в среднем при одном из 1000 коротких замыканий на предыдущем элементе электрической системы, на которые реагирует и рассматриваемая защита, она сработает неселективно.

$$\left. \begin{aligned}
 t_{11} &= t_0 + t_{80} - t_{12} - t_{13} + \Psi(p_1 - \frac{1}{2}) \times \\
 &\times \sqrt{D[t_0] + D[t_{80}] + D[t_{12}] + D[t_{13}] + D[t_{11}]}, \\
 t_{21} &= t_{11} + t_{12} + t_{13} + t_{81} - t_{22} + \Psi(p_2 - \frac{1}{2}) \times \\
 &\times \sqrt{D[t_{11}] + D[t_{12}] + D[t_{13}] + D[t_{81}] + D[t_{22}] + D[t_{21}]}.
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{П2})$$

Значения всех дисперсий в (П2) рассчитаем исходя из (П1):

$$D[t] = \Delta t^2 / g.$$

Получим:  $D[t_0] = 178$ ,  $D[t_{80}] = 1111$ ,  $D[t_{12}] = D[t_{22}] = 11$ ,  
 $D[t_{13}] = D[t_{81}] = 44$ ,  $D[t_{11}] = D[t_{21}] = 100 \text{ мсек}^2$ .

Обозначая в (П2)

$$\begin{aligned}
 t_0 + t_{80} - t_{12} - t_{13} &= \tau_1, \\
 t_{12} + t_{13} + t_{81} - t_{22} &= \tau_2
 \end{aligned}$$

и квадратные корни сумм дисперсий соответственно  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ , получим:

$$\left. \begin{aligned}
 t_{11} &= \tau_1 + \sigma_1 \Psi(p_1 - \frac{1}{2}), \\
 t_{21} &= t_{11} + \tau_2 + \sigma_2 \Psi(p_2 - \frac{1}{2}).
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{П3})$$

По табл. I.3 [4] найдем соответствующее  $p = 0,999$  значение  $\Psi(p - 1/2) = \Psi_1(p) = 3,09^{**}$ .

Вычислив значения

$$\tau_1 = 100 + 200 - 20 - 50 = 230 \text{ мсек},$$

<sup>\*</sup> Отметим, что значения выражения  $\Psi(p - 1/2)$  в (П2) и (П3) имеют в точности такой же смысл, что и множитель 3 в (П1). Выражение (П1) означает, что значения случайной величины  $\Delta t$  не больше  $3\sigma[t]$  с вероятностью 0,9973 (табл. I.I. [4]):

$$P(|\Delta t| \leq 3\sigma[t]) = 2\Phi(3) - 1 = 0,9973.$$

$$\tau_2 = 20 + 50 + 100 - 20 = 150 \text{ мсек,}$$

$$\sigma_1 = \sqrt{178+1111+11+44+100} = \sqrt{1444} = 38,0 \text{ мсек}^2,$$

$$\sigma_2 = \sqrt{100+11+44+44+11+100} = \sqrt{310} = 17,6 \text{ мсек}^2,$$

получим из (П3):

$$t_{11} = 230 + 38,0 \cdot 3,09 = 347 \text{ мсек,}$$

$$t_{21} = 347 + 150 + 17,6 \cdot 3,09 = 551 \text{ мсек.}$$

3. Проанализируем полученные результаты.

А. Расчетом на наихудший случай выдержки времени завышены по сравнению с результатами вероятностного расчета соответственно на

$$\frac{t'_{11} - t_{11}}{t_{11}} = \frac{430 - 347}{347} = 23,9 \%$$

и

$$\frac{t'_{21} - t_{21}}{t_{21}} = \frac{700 - 551}{551} = 27,0 \%$$

Б. Оценим степень неравности вероятностей  $q_1$  и  $q_2$  ( $q=1-p$ ) рассчитанных на наихудший случай выдержек времени. Обозначая

$$\Psi\left(p - \frac{1}{2}\right) = x, \quad (\text{П4})$$

получим из (П3):

$$x_1 = \frac{t'_{11} - \tau_1}{\sigma_1} = \frac{430 - 230}{38,0} = 5,26,$$

$$x_2 = \frac{t'_{21} - t_{11} - \tau_2}{\sigma_2} = \frac{700 - 430 - 150}{17,6} = 6,82.$$

Из (П4) имеем

$$p = \frac{1}{2} + \Phi(x). \quad (\text{П5})$$

В таблицах обычно отсутствуют значения  $\Phi(x)$  для  $x > 5$ . В этом случае можно для вычисления  $\Phi(x)$  воспользоваться асимптотическим рядом ([4], стр. II):

$$\Phi(x) = \Phi_1(x) - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{x^2} + \frac{1 \cdot 3}{x^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{x^6} + \dots\right). \quad (\text{П6})$$

Из (П5) и (П6), ограничиваясь тремя членами ряда, получим:

$$q = 1 - p = \frac{1}{x\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4}\right). \quad (\text{П7})$$

Тогда

$$q_1 = \frac{\exp\left(-\frac{5,26^2}{2}\right)}{5,26 \sqrt{2\pi}} \left(1 - \frac{1}{5,26^2} + \frac{3}{5,26^4}\right) = 7,20 \cdot 10^{-8},$$

$$q_2 = \frac{\exp\left(-\frac{6,82^2}{2}\right)}{6,82 \sqrt{2\pi}} \left(1 - \frac{1}{6,82^2} + \frac{3}{6,82^4}\right) = 4,55 \cdot 10^{-12}.$$

Следовательно, вероятности излишнего срабатывания двух защит отличаются на  $1,6 \cdot 10^4$  раз.

В. Можно еще определить значение  $t_{11}$  при  $t_{21} = 700$  мсек и равных  $q_1 = q_2 = q$ , а также значение  $q$ . Из (П3) с учетом (П4) имеем:

$$\frac{t_{21} - \tau_1 - \tau_2}{\sigma_1 + \sigma_2} = \frac{700 - 230 - 150}{38,0 + 17,6} = 5,76.$$

Тогда

$$t_{11} = \tau_1 + \sigma_1 x = 230 + 38,0 \cdot 5,76 = 449 \text{ мсек}$$

и

$$q_2 = \frac{\exp\left(-\frac{5,76^2}{2}\right)}{5,76 \sqrt{2\pi}} \left(1 - \frac{1}{5,76^2} + \frac{3}{5,76^4}\right) = 4,20 \cdot 10^{-9}.$$

Следовательно, вероятность излишнего срабатывания защиты первого элемента завышена расчетом на наихудший случай в  $17$  раз по сравнению с результатом вероятностного расчета при равных выдержках времени второго элемента  $t'_{21} = t_{21} = 700$  мсек.

4. Оценим точность вероятности  $p'$  с учетом численности статистических выборок (количества измерений) для оценки

математических ожиданий  $k_i = k$  и дисперсий  $l_i = l$  для защиты первого элемента при расчетном значении  $p_1 = 0,999$ .

Рассчитаем дисперсию  $D[p']$  по формуле (13), имея в виду, что

$$\bar{x} = t_{11} - \tau_1,$$

$$s = \sigma_1,$$

$$s_i^2 = D[t_i] \quad (i = 0, 80, 12, 13, 11):$$

$$D[p'_1] \approx f_N^2(3,09) \left[ \frac{1}{k} + \frac{117^2(178^2 + 1111^2 + 11^2 + 44^2 + 100^2)}{2 \cdot 1444^3 (1-1)} \right],$$

$$D[p'_1] \approx 1,136 \cdot 10^{-5} \left( \frac{1}{k} + \frac{2,905}{1-1} \right). \quad (18)$$

Выражение (18) наглядно демонстрирует зависимость точности вероятности  $p'_1$  от  $k$  и  $l$ . Принимаем  $k = 10, l = 100$ . Тогда

$$D[p'_1] \approx 1,136 \cdot 10^{-5} (0,100 + 0,0293) = 1,469 \cdot 10^{-6}$$

и

$$\sigma[p'_1] \approx \sqrt{1,469 \cdot 10^{-6}} = 0,00121.$$

По приближенному значению  $\sigma[p'_1]$  можем оценить нижний доверительный предел заданного значения вероятности  $p_1 = 0,999$ . При доверительной вероятности 90% (табл. 1,3 [4])

$$p'_1 > 0,999 - 1,282 \cdot 0,00121 = 0,9974.$$

### В ы в о д ы

1. По полученным формулам можно определить приближенное значение дисперсии и оценить по этому значению достоверность статистической вероятности селективного срабатывания релейной защиты.

2. Дисперсия указанной вероятности зависит от расчетного значения вероятности (в неявном виде) и от численности

статистических выборок для оценки математического ожидания и дисперсии аргументов функции селективности.

3. Изложенная методика может быть использована для учета точности статистических характеристик при определении статистической вероятности всех явлений, вероятность которых определяется выражением (I).

#### Л и т е р а т у р а

1. К.А. Ивуду и другие. Вероятностный подход к определению уставок релейной защиты. См. наст. сборник, стр.63.

2. Е.С. Вентцель. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962.

3. Г. Крамер. Математические методы статистики. М., ИЛ, 1948.

4. Л.Н. Большев, Н.В. Смирнов. Таблицы математической статистики. М., изд-во "Наука", 1965.



УДК 621.316.925

К.Ю. Мёллер

### ОПТИМИЗАЦИЯ УСТАВОК РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ ПО ВРЕМЕНИ

Вероятностная методика определения уставок релейной защиты предполагает известные вероятности выполнения условий селективности [1]. Следовательно, оптимизация уставки защиты сводится к определению оптимального значения указанной вероятности.

В настоящей работе дается методика определения оптимальных вероятностей выполнения каждого из условий селективности  $m$  последовательно соединенных элементов электрической системы (выражение (5) [1]) при обеспечении селективности только по времени срабатывания защиты.

Оптимальными считаются значения вероятностей, соответствующие максимальному суммарному экономическому эффекту от противоположных тенденций влияния значений времени срабатывания защиты на надежность энергосистемы. Поясним это положение.

При ббльших значениях времени срабатывания защиты вероятности нарушения условий селективности меньше и в этой части надежность работы энергосистемы повышается. Однако одновременно с этим меньшее быстродействие защиты понижает уровень надежности в результате возможного нарушения устой-

чивости, меньшей вероятности успешного действия АПВ и АВР, ухудшения условий самозапуска электродвигателей, увеличения объема повреждений с соответствующим увеличением длительности ремонта поврежденного оборудования, большей длительности отклонения напряжения и частоты от заданных значений и т.п.

При меньших временах срабатывания защиты увеличиваются вероятность неселективного отключения повреждений и быстродействие защиты с соответствующими следствиями. Однако неселективное отключение повреждений может исправляться успешным действием АПВ или АВР.

Обе противоположные тенденции влияния значений времени срабатывания защиты на надежность работы энергосистемы, как неселективное, так и замедленное отключение коротких замыканий, обуславливают народнохозяйственный ущерб.

За расчетный период оптимизации принимаем наибольший промежуток времени, в течение которого вероятностные характеристики защиты и выключателей, а также аварийности можно считать существенно неизменными. Расчетный период берем за единицу времени.

При некоторых первоначальных, например, принятых в настоящее время в практике энергосистем, временах срабатывания защиты можно считать экономический ущерб от замедленного отключения повреждений равным нулю. Тогда при увеличении быстродействия защиты изменяется знак ущерба на обратное и можно говорить об экономической выгоде в результате уменьшения времени срабатывания защиты. Эта выгода является сложной случайной функцией многих переменных, в том числе и искомым величин вероятностей. В качестве ее характеристики в первом приближении можно принять среднее по времени математическое ожидание  $M[b_j]$  \* экономической выгоды от увеличения быстродействия при одном селективном срабатывании защиты элемента при повреждении этого же элемента.

---

\* В настоящей работе везде  $j = 1, \dots, m$ .

Математическое ожидание выгоды при одном срабатывании защиты с учетом вероятности выполнения условия селективности  $p_j$

$$M[B_j] = p_j M[b_j]. \quad (1)$$

При определении этой выгоды за расчетный период необходимо учитывать относительную частоту срабатывания защиты отдельных элементов при повреждениях этих же элементов. Это можно осуществить умножением выражения (1) на плотность случайного потока повреждений соответствующего элемента  $\kappa_j$ .

Тогда математическое ожидание экономической выгоды от уменьшения времен срабатывания защиты всех  $m$  элементов

$$M[B] = \sum_{j=1}^m \kappa_j p_j M[b_j]. \quad (2)$$

Экономический ущерб в результате неселективного отключения поврежденных является также сложной случайной функцией многих переменных, однако от значения определяемой вероятности не зависит.

Математическое ожидание ущерба при одном неселективном срабатывании защиты

$$M[y_j] = q_j M[y_j], \quad (3)$$

где  $M[y_j]$  — среднее по времени математическое ожидание экономического ущерба в результате одного неселективного отключения поврежденного предыдущего элемента защитой рассматриваемого элемента, с учетом вероятности исправления неселективного срабатывания защиты успешным действием АПВ или АВР;

$q_j$  — вероятность нарушения условия селективности;

$$q_j = 1 - p_j. \quad (4)$$

Математическое ожидание экономического ущерба в результате нарушения системы из  $m$  условий селективности

$$M[y] = \sum_{j=1}^m \lambda_j q_j M[y_j], \quad (5)$$

где  $\lambda_j$  - плотность случайного потока повреждений предыдущего элемента, на которые реагирует и защита рассматриваемого элемента.

Математическое ожидание суммарной экономической выгоды в результате увеличения быстродействия релейной защиты за расчетный период

$$M[\mathcal{E}] = M[B] - M[y]. \quad (6)$$

С учетом (2) и (5) получим из (6):

$$M[\mathcal{E}] = \sum_{j=1}^m (\alpha_j p_j M[b_j] - \lambda_j q_j M[y_j]),$$

откуда, учитывая (4), получим:

$$M[\mathcal{E}] = \sum_{j=1}^m \{p_j (\alpha_j M[b_j] + \lambda_j M[y_j]) - \lambda_j M[y_j]\}. \quad (7)$$

Слагаемые  $\lambda_j M[y_j]$  в (7) не зависят от значения  $p_j$ . Поэтому при исследовании изменения суммарной экономической выгоды они могут опускаться. Тогда математическое ожидание переменной части экономической выгоды

$$M[\mathcal{E}_v] = \sum_{j=1}^m p_j (\alpha_j M[b_j] + \lambda_j M[y_j]). \quad (8)$$

Оптимальные значения вероятностей выполнения условий селективности  $p_{j, \text{онт}}$  определяются соответствующими максимальному значению математического ожидания переменной части суммарной экономической выгоды

$$M_{\text{макс}}[\mathcal{E}_v] = \sum_{j=1}^m p_{j, \text{онт}} (\alpha_j M_{\text{онт}}[b_j] + \lambda_j M[y_j]), \quad (9)$$

где  $M_{\text{онт}}[b_j]$  - значения  $M[b_j]$ , соответствующие оптимальным вероятностям селективного срабатывания защиты.

## Слагаемые (9)

$$p_{j,\text{онт}} (\alpha_j M_{\text{онт}} [b_j] + \lambda_j M[y_j]) = M_{\text{онт}} [\beta_{jv}]$$

представляют собой оптимальные математические ожидания переменной части выгоды при выполнении каждого из условий селективности оптимальными вероятностями. Они в общем случае не равны максимуму математического ожидания  $M_{\text{макс}} [\beta_{jv}]$  выгоды при выполнении соответствующего одного (каждого по себе, а не системы в целом) условия селективности:

$$M_{\text{онт}} [\beta_{jv}] \neq M_{\text{макс}} [\beta_{jv}]. \quad (10)$$

Поэтому именно следует определить оптимальные значения вероятностей выполнения отдельных условий селективности соответствующими максимальному значению математического ожидания экономической выгоды от увеличения быстродействия защиты всех  $m$  элементов в целом, а не только рассматриваемого элемента.

По определенным из (9) оптимальным вероятностям селективного срабатывания защиты можно рассчитать оптимальные времена срабатывания всех  $m$  защит по формуле (26) [1].

Входящие в (9) плотности потоков повреждений  $\alpha_j$  и  $\lambda_j$ , как указано в [2], могут быть определены по данным аварийной статистики. Определение математических ожиданий  $M[b_j]$  и  $M[y_j]$  и зависимости первого из них от вероятности селективного срабатывания защиты  $p_j$  требуют дальнейших исследований. Однако для оптимизации уставок релейной защиты по времени они должны быть определены.

По изложенной в настоящей работе методике могут быть определены оптимальные выдержки времени и других устройств, например, АПВ и АВР.

## Л и т е р а т у р а

1. К.А. Ивуду, и другие. Вероятностный подход к определению уставок релейной защиты. См. наст. сборник, стр. 63.
2. В.Л. Фабрикант. О применении теории надежности к оценке устройств релейной защиты. "Электричество", 1965, № 9.



УДК 621.316.925

К.Ю. Мёллер

ОПТИМИЗАЦИЯ УСТАВКИ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ  
ПО ВОЗДЕЙСТВУЮЩЕЙ ВЕЛИЧИНЕ

Устройство релейной защиты обрабатывает поступающую в виде токов и напряжений информацию о величине или фазе воздействующей величины (тока, напряжения, сопротивления и т.п.), сравнивая ее с некоторым порогом (уставкой). При превышении значения воздействующей величины этого порога, принимается решение о наличии короткого замыкания или другого нарушения на защищаемом объекте и дается соответствующая управляющая команда. В противоположном случае защита не срабатывает.

Рассмотрим методику определения оптимальной уставки релейной защиты по воздействующей величине методами теории статистических решений. За критерий оптимальности принимаем обеспечение минимального экономического ущерба, обусловленного неправильным срабатыванием защиты. Схему и аппаратуру защиты считаем заданными.

В устройство защиты поступает информация в виде суммы воздействующей величины при нарушениях на защищаемом объекте (например, тока короткого замыкания)  $x_k$  и шума  $x_{ш}$  [1]:

$$x = x_k + x_{ш}. \quad (I)$$

Под шумом подразумеваем сумму токов внешних коротких

замыканий, других толчков тока, погрешности расчета тока короткого замыкания, погрешности измерительных трансформаторов и разброса тока срабатывания реле защиты. Полезный сигнал  $x_k$  и шум  $x_{ш}$  имеют вероятностный характер [2].

Устройство защиты, обрабатывая поступающую информацию  $x$  должна решить: содержится ли в ней только шум ( $x_k = 0$ ) или сумма полезного сигнала и шума ( $x_k \neq 0$ ). Это задача дуальтернативно-го решения, которая часто называется и задачей порогового обнаружения. Оптимальное решение таких задач наиболее полно разработано в статистической теории связи [3].

Как известно, при рассмотрении надежности устройств релейной защиты следует различать надежность срабатывания и надежность несрабатывания [4]. Так как в настоящем случае схема и аппаратура защиты заданы, то элементная надежность защиты не представляет интереса. При оптимизации уставки защиты имеет значение только надежность по параметру, в данном случае по чувствительности. Поэтому в настоящей работе рассматривается неправильная работа только по чувствительности защиты. При этом, в отличие от обычного содержания понятия "отказ защиты" [4], отказом считается отказ по чувствительности. Для краткости слова "по чувствительности", как правило, опускаются.

Вероятностная природа обрабатываемой информации обуславливает наличие ошибочных решений. Релейной защите как устройству дуальтернативного решения, свойственны два рода ошибок:

а) ошибка первого рода - излишнее срабатывание (нарушение надежности несрабатывания);

б) ошибка второго рода - отказ в срабатывании (нарушение надежности срабатывания).

Условные вероятности указанных ошибок являются количественной мерой соответствующей ненадежности защиты.

Излишнее срабатывание защиты обуславливает народнохозяйственный ущерб в результате нарушения электроснабжения по-

требителей при отсутствии достаточного резерва или при отказе АПВ и АВР.

Отказ в срабатывании защиты обуславливает экономические убытки в результате затянувшегося отключения повреждения. В этом случае поврежденный элемент отключается воздействием замедленной защиты второй ступени (линии электропередачи) или происходит развитие повреждения до реагирования первоначально отказавшейся защиты (генераторы, трансформаторы).

При большей чувствительности удлиняется зона действия защиты. Это ускоряет отключение повреждения на соответствующем участке защищаемого элемента. В результате увеличивается быстроедействие и уменьшается вероятность отказа защиты с соответствующим уменьшением среднего ущерба за расчетный период. Одновременно с этим увеличивается вероятность излишнего срабатывания защиты с соответствующим увеличением экономического ущерба.

Таким образом, оба вида неправильной работы защиты, как излишнее срабатывание, так и отказ, обуславливают экономический ущерб.

При принятой трактовке ошибок неправильное срабатывание защиты неизбежно. Выбором уставки можно только варьировать вероятность излишнего срабатывания и отказа.

Определяем оптимальное значение уставки<sup>\*</sup> (порога обнаружения)  $x_0$ , обеспечивающее минимальный средний экономический ущерб в результате неправильной работы релейной защиты.

Согласно положениям, доказанным в теории дуальтернативных решений ([3], стр.403...407), для обеспечения оптималь-

---

<sup>\*</sup> Обычно реле защиты имеют разброс уставки. Тогда можно считать, что

$$x_0 = M_0[x],$$

где  $M_0[x]$  - оптимальное значение математического ожидания уставки. Однако это обстоятельство не имеет в данном случае принципиального значения.

ного в среднем обнаружения, обобщенное отношение правдоподобия

$$\Lambda = \frac{p f_1(x)}{q f_0(x)} \quad (2)$$

сравнивается с порогом

$$K = \frac{C_{01} - C_{00}}{C_{10} - C_{11}}. \quad (3)$$

При  $\Lambda > K$  принимается решение, что повреждение имеется и защита должна срабатывать. При  $\Lambda < K$  принимается решение об отсутствии повреждения на защищаемом объекте. Следовательно, уставка защиты  $x_0$  определяется из условия

$$\Lambda = K. \quad (4)$$

В (2) и (3)  $p$  и  $q = 1 - p$  — априорные вероятности наличия и отсутствия повреждения;

$f_1(x)$  и  $f_0(x)$  — условные плотности вероятности, поступающей в защиту информации  $x$  при наличии ( $x_k \neq 0$ ) и при отсутствии ( $x_k = 0$ ) повреждения;

$C_{00}$  и  $C_{11}$  — стоимости правильных срабатывания и несрабатывания защиты;

$C_{01}$  и  $C_{10}$  — средние ущербы при одном излишнем срабатывании и одном отказе защиты.

Так как в данном случае выбирается только уставка при заданных схеме и аппаратуре защиты, то можно принять

$$C_{00} = C_{11} = 0. \quad (5)$$

Рассмотрим оптимизацию уставки максимальной (реагирующей на увеличение воздействующей величины) защиты.

Предполагаем нормальное распределение обоих слагаемых (I) [2]. Как правило, существует корреляция между значениями полезного сигнала  $x_k$  и шума  $x_{ш}$  вследствие зависимости обеих величин от режима электрической системы. Без ограничения

общности предполагаем\*

$$M[x_u] = 0. \quad (6)$$

Учитывая приведенные обстоятельства, имеем условные плотности вероятности  $x$  [5]:

$$f_0(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D[x_u]}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2D[x_u]}\right\} \quad (7)$$

и

$$f_1(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D[x]}} \exp\left\{-\frac{(x - M[x])^2}{2D[x]}\right\}, \quad (8)$$

где  $D[x_u]$  и  $M[x_u]$  — дисперсия и математическое ожидание шума  $x_u$ ;

$D[x]$  — дисперсия величины  $x$ , определяемая по формуле [5]:

$$D[x] = D[x_k] + D[x_u] + 2\varphi_{ku} \sqrt{D[x_k]D[x_u]}, \quad (9)$$

где  $\varphi_{ku}$  — коэффициент корреляции величин  $x_k$  и  $x_u$ ;

$M[x]$  — математическое ожидание величин  $x$ , которое ввиду (6) равно:

$$M[x] = M[x_k] + M[x_u] = M[x_k]. \quad (10)$$

Учитывая (10), подставляя (7), (8) в (2), (5) в (3) и (2), (3) в (4) и принимая  $x = x_0$ , получим:

$$\frac{p}{q} \sqrt{\frac{D[x_u]}{D[x]}} \exp\left\{-\frac{(x_0 - M[x_k])^2}{2D[x]} + \frac{x_0^2}{2D[x_u]}\right\} = \frac{C_{01}}{C_{10}},$$

откуда после логарифмирования имеем квадратное уравнение относительно  $x_0$ :

---

\* Это предположение значительно уменьшает громоздкость выражений. Если в действительности  $M[x_u] \neq 0$ , то предположение смещает просто все значения  $x_k$ ,  $x_u$  и  $x$  на величину  $|M[x_u]|$ . Учитывать это обстоятельство не представляет затруднений.

$$(D[x] - D[x_{\text{ш}}])x_0^2 + 2D[x_{\text{ш}}]M[x_{\kappa}]x_0 - D[x_{\text{ш}}]M^2[x_{\kappa}] - 2D[x]D[x_{\text{ш}}]\ln\left(\frac{qC_{01}}{pC_{10}}\sqrt{\frac{D[x]}{D[x_{\text{ш}}]}}\right) = 0,$$

решение которого дает оптимальное значение уставки

$$x_0 = \frac{D[x_{\text{ш}}]}{D[x] - D[x_{\text{ш}}]} \left\{ -M[x_{\kappa}] + \sqrt{\frac{D[x]}{D[x_{\text{ш}}]} [M^2[x_{\kappa}] + 2(D[x] - D[x_{\text{ш}}])\ln\left(\frac{qC_{01}}{pC_{10}}\sqrt{\frac{D[x]}{D[x_{\text{ш}}]}}\right)]} \right\}, \quad (\text{II})$$

где  $D[x]$  определяется выражением (9).

В выражении (II) положительное значение квадратного корня взято исходя из физической сущности рассматриваемых явлений. Очевидно, что пороговая максимальная защита может оказаться эффективной только при условии

$$M[x_{\kappa}] > M[x_{\text{ш}}],$$

что ввиду (6) означает

$$M[x_{\kappa}] > 0.$$

Следовательно, ввиду (9) первое слагаемое (II) отрицательное. Тогда для возможности принятия величиной  $x_0$  и положительных значений, квадратный корень в (II) может быть только положительный.

При известном значении  $x_0$  можно определить оптимальные вероятности неправильного срабатывания защиты и тем самым и оптимальную надежность по чувствительности защиты.

Оптимальное значение условной вероятности излишнего срабатывания, являющейся мерой ненадежности несрабатывания защиты, следующее:

$$\alpha = \int_{x_0}^{\infty} f_0(x) dx = \frac{1}{2} - \Phi\left(\frac{x_0}{\sqrt{D[x_{\text{ш}}]}}\right), \quad (\text{I2})$$

где  $\Phi(y)$  — интеграл вероятностей:

$$\Phi(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^y \exp\left\{-\frac{t^2}{2}\right\} dt.$$

Оптимальное значение условной вероятности отказа защиты, являющейся мерой ненадежности срабатывания защиты, представляет собой среднюю долю повреждений защищаемого объекта, на которую защита не реагирует. Она определяется следующим выражением:

$$\beta = \int_{-\infty}^{x_0} f_1(x) dx = \frac{1}{2} + \Phi\left(\frac{x_0 - M[x_k]}{\sqrt{D[x]}}\right). \quad (13)$$

Можно еще определить соответствующие безусловные вероятности неправильной работы защиты:

$$\alpha' = q\alpha \quad (14)$$

и

$$\beta' = p\beta. \quad (15)$$

Общая оптимальная безусловная вероятность неправильной работы защиты равна:

$$Q = q\alpha + p\beta. \quad (16)$$

Общая оптимальная безусловная вероятность правильной работы защиты, являющаяся мерой общей надежности защиты по чувствительности, равна:

$$P = 1 - Q. \quad (17)$$

При уставке защиты  $x_0$  обеспечивается статистически-оптимальная работа защиты, соответствующая минимуму среднего риска (математического ожидания экономического ущерба). Это значит, что защита работает по байесову правилу обнаружения или, другими словами, имеет байесову стратегию [3].

Определение оптимальной уставки минимальной (реагирующей на уменьшение воздействующей величины) защиты по изложенной методике оптимизации уставки максимальной защиты не представляет затруднений.

По изложенной методике можно решить многие задачи оптимального автоматического контроля технологического процесса, в первую очередь, осуществить оптимальную работу устройств защиты различных объектов.

### Л и т е р а т у р а

1. О.В. Мамснгов. Методы кибернетики в теории электронных релейных защит. М.-Л., Госэнергоиздат, 1962.
2. К.А. Ивуду и другие . Вероятностный подход к определению уставок релейной защиты. См. наст. сборник, стр.63.
3. Д. Миддлтон. Введение в статистическую теорию связи, т. 2. М., изд-во "Советское радио", 1962.
4. А.М. Федосеев. Основы релейной защиты. М.-Л., Госэнергоиздат, 1961.
5. Е.С. Вентцель. Теория вероятностей. М., Физматгиз, 1962.

УДК 621.316.925

К.Ю. Мёллер

ОБ ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМЫ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ  
И АВТОМАТИКИ ЭЛЕКТРОУСТАНОВОК

Обычно при проектировании электрической системы и ее элементов стоимость системы управления, в том числе и устройств релейной защиты и автоматики, считается настолько малым по сравнению со стоимостью силовых элементов системы, что она выбирается без экономического обоснования по эмпирическим правилам.

Принятые за основу определения оптимальных значений вероятностей выполнения условий селективности срабатывания релейной защиты идеи в [1] могут быть использованы и для формулирования критерия статистически-оптимального выбора системы устройств защиты и автоматики электроустановок из множества заданных устройств.

В направлении статистически-экономического обоснования решений по выбору этих устройств имеются некоторые работы.

Для обоснования использования двукратного АПВ в [2] сопоставляется средний ущерб, предотвращаемый вторым циклом успешного АПВ со стоимостью соответствующих устройств.

В [3] считается установка рассматриваемого вида защиты экономически обоснованной, если предотвращаемый этой защитой средний ущерб за срок ее службы, приведенный к времени уста-

новки защиты, больше ее первоначальной стоимости. Однако в этой работе вопрос об обоснованности установки устройств защиты решается со многими упрощениями. Не учитываются возможности отказа и излишнего срабатывания защиты, надежность отключения выключателей, возможность уменьшения величин ущерба при авариях успешной работой устройств автоматики и расходы на эксплуатацию защиты. Таким образом, выбор резервной защиты, устройств РОВ, АПВ и АВР не может быть обоснован. Кроме того, результаты рассматриваемой работы не выражены общими математическими формулами.

Можно еще отметить работу о технико-экономической эффективности комплексной автоматизации и телемеханизации электрических сетей [4], не давшую непосредственно положительного вклада в решение поставленной в ней задачи, но возбуждавшую довольно широкий интерес к затронутым проблемам, как видно по оживленной дискуссии [5].

В ходе этой дискуссии М.Н. Розановым дано следующее выражение расчетных затрат варианта технического решения в энергетике:

$$Z = r_n K + I + Y, \quad (1)$$

где  $r_n$  — нормативный коэффициент эффективности капиталовложений;

$K$  — капиталовложения;

$I$  — ежегодные издержки производства;

$Y$  — математическое ожидание народнохозяйственного ущерба у потребителей вследствие перерывов электроснабжения.

### Исходные положения

В настоящей работе сформулирован критерий выбора статистически-оптимального состава системы устройств релейной защиты и автоматики электроустановок в общем виде.

Короткие замыкания и другие нарушения нормального режима электрической системы снижают надежность ее работы и обуславливают значительный народнохозяйственный ущерб в резуль-

тате недоотпуска (электро)энергии и энергоресурсов потребителям, ухудшения экономических показателей энергосистемы и отклонения показателей качества (электрс)энергии от заданных значений как во время переходного аварийного режима, так и в установившемся послеаварийном режиме.

Протекание аварийного режима, его исход и последующий послеаварийный режим определяются в значительной степени управляющим воздействием устройств релейной защиты и автоматики на элементы электрической системы. При заданных остальных элементах, схеме и режиме энергосистемы, этим воздействием и определяется величина экономического ущерба.

Критерием оптимальности системы релейной защиты и электроавтоматики принимаем минимум математического ожидания суммарных народнохозяйственных издержек за рассматриваемый расчетный период:

- а) на возмещение ущерба, обусловленного короткими замыканиями и другими нарушениями нормального режима электрической системы и
- б) на сооружение и содержание системы релейной защиты и электроавтоматики.

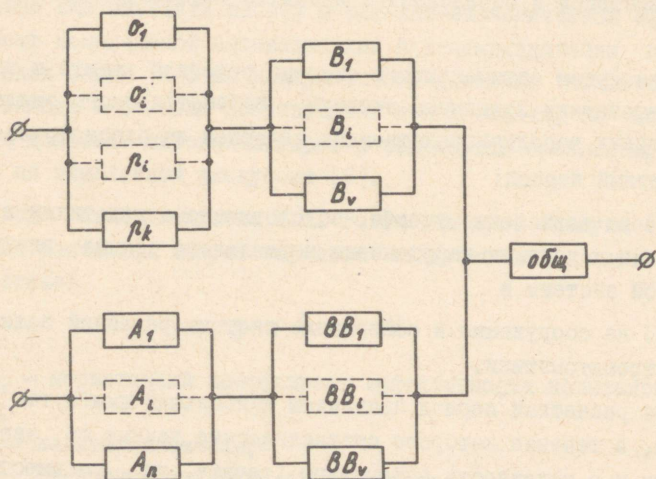
За расчетный период принимаем наибольший промежуток времени, в течение которого статистические данные об аварийности и о надежности аппаратуры (точнее, их совместное влияние) можно считать существенно неизменными. Расчетный период берем за единицу времени.

При разработке критерия оптимальности принимаем, что уставки рассматриваемых устройств автоматического управления имеют оптимальные значения.

Для большей определенности сформулируем критерий оптимального состава системы релейной защиты и автоматики сперва для одного элемента электрической системы. Этот элемент имеет всего  $k$  компонентов основной и резервной защиты от  $l$  видов повреждений и нарушений, действующей на отключе-

ние  $v$  выключателей этого элемента и  $n$  комплектов устройств АПВ АВР. Выключатели могут иметь однофазное управление. Основных и резервных защит может быть несколько для одного вида повреждения и, наоборот, одна защита может быть предназначена для нескольких видов повреждений. Защита минимального напряжения в схеме АВР, а также устройство РОВ считаются самостоятельными защитами.

Принципиальная схема рассматриваемой системы защиты и автоматики приведена на фиг. 1.



Фиг. 1. Принципиальная схема системы защиты и автоматики:  
 $\sigma_1$  — основная,  $\rho_1$  — резервная защита,  $A_1$  — устройство АПВ или АВР;  $B_1$  и  $\bar{B}_1$  — устройства отключения и включения выключателя, общ — общие для всех устройств элементы схемы

Вероятности отказа и срабатывания всех устройств считаем независимыми величинами. Эти вероятности характеризуют как элементную надежность, так и надежность по параметру устройств.

## Критерий оптимизации для одной электроустановки

Условие оптимальности состава устройств защиты и автоматики - это, согласно (I), минимум математического ожидания суммарных издержек:

$$M[I] = I_c + M[Y] = \min, \quad (2)$$

где  $I_c$  - издержки на сооружение и содержание выбираемых устройств;

$M[Y]$  - математическое ожидание ущерба вследствие аварий и нарушений.

Издержки на устройства

$$I_c = \frac{1}{T} K + \Xi, \quad (3)$$

где  $T$  - нормативный срок окупаемости;

$K$  - первоначальная стоимость устройств (цена, транспорт, монтаж, наладка);

$\Xi$  - эксплуатационные расходы;

Первоначальная стоимость в данном случае

$$K = \sum_{i=1}^k K_{zi} + \sum_{i=1}^n K_{Ai}, \quad (4)$$

где  $K_{zi}$  и  $K_{Ai}$  - первоначальная стоимость одного комплекта устройств защиты и автоматики соответственно.

Эксплуатационные расходы

$$\Xi = \sum_{i=1}^k \Xi_{zi} + \sum_{i=1}^n \Xi_{Ai}, \quad (5)$$

где  $\Xi_{zi}$  и  $\Xi_{Ai}$  - эксплуатационные расходы на один комплект устройств защиты и автоматики.

Математическое ожидание ущерба

$$M[Y] = M[Y_o] + M[Y_p] + M[Y_{or}] - M[B_A] + M[Y_u]. \quad (6)$$

Определяем слагаемые выражения (6), используя для наглядности фиг. I.

Математическое ожидание ущерба в результате отключения повреждений воздействием основной защиты

$$M[Y_o] = p \sum_{i=1}^l \alpha_i p_{oi} p_{Bi} M[y_{oi}], \quad (7)$$

где  $p$  - вероятность исправности общих для всех устройств элементов схемы;

$\chi_i$  - плотность случайного потока повреждений вида  $i$ ;

$p_{oi}$  - вероятность правильного срабатывания основной защиты при повреждении вида  $i$ ;

$p_{vi}$  - вероятность отключения выключателя при повреждении вида  $i$ , - индекс  $i$  обозначает разную надежность отключения одной или трех фаз выключателя;

$M[y_{oi}]$  - математическое ожидание ущерба при одном отключении повреждения вида  $i$  основной защитой.

Так как рассматриваемый элемент имеет  $v$  выключателей, то

$$p_{vi} = \prod_{g=1}^v p_{vigi}. \quad (8)$$

Математическое ожидание ущерба в результате отключения повреждений воздействием резервной защиты

$$M[y_r] = p \sum_{i=1}^l \chi_i q_{oi} p_{ri} p_{vi} M[y_{ri}], \quad (9)$$

где  $q_{oi}$  - вероятность отказа основной защиты ( $q_{oi} = 1 - p_{oi}$ );

$p_{ri}$  - вероятность правильного срабатывания резервной защиты;

$M[y_{ri}]$  - математическое ожидание ущерба при одном отключении повреждения резервной защитой.

Математическое ожидание ущерба в результате отказа основной и резервной защиты или выключателя, или общих элементов схемы (повреждение отключается воздействием резервной защиты смежного элемента или устройством РОВ, или персоналом)

$$M[y_{or}] = \sum_{i=1}^l \chi_i [1 - (1 - q_{oi} q_{ri}) p p_{vi}] M[y_{or,i}], \quad (10)$$

где  $q_{ri} = 1 - p_{ri}$ ;

$M[y_{or,i}]$  - математическое ожидание ущерба при одном отказе.

Математическое ожидание выгоды в результате успешного срабатывания устройств АПВ и АВР<sup>жк</sup>

$$M[B_{Ai}] = p \sum_{i=1}^l \alpha_i (1 - q_{oi} q_{ni}) p_{\text{вв}i} p_{\text{Ав}i} M[b_{Ai}], \quad (II)$$

где  $M[b_{Ai}]$  - математическое ожидание предотвращаемого ущерба (выгоды) вследствие одного успешного срабатывания АПВ или АВР, - индекс  $i$  обозначает зависимость выгоды от сохранения в работе двух (при допустимости длительной работы двумя фазами) или трех фаз, а так же от успешности второго и т.д. цикла АПВ;

$p_{\text{Ав}i}$  - вероятность успешного АПВ или АВР, определяемая равенством:

$$p_{\text{Ав}i} = p p_{\text{А}i} p_{\text{вв}i} p_{\text{н}i}, \quad (I2)$$

где  $p_{\text{А}i}$  - вероятность срабатывания АПВ или АВР;

$p_{\text{вв}i}$  - вероятность включения выключателей;

$p_{\text{н}i}$  - вероятность исчезновения повреждения.

В (I2) по аналогии с (8)

$$p_{\text{вв}i} = \prod_{g=1}^v p_{\text{вв}ig}. \quad (I3)$$

Математическое ожидание ущерба от излишних срабатываний защиты<sup>жк</sup>

$$M[y_{ni}] = p \sum_{i=1}^k \lambda_i p_{\text{в}i} (M[y_{ni}] - p p_{\text{А}i} p_{\text{вв}i} M[b_{Ai}]), \quad (I4)$$

где  $\lambda_i$  - плотность случайного потока излишних срабатываний защиты комплекта  $i$ ;

$M[y_{ni}]$  - математическое ожидание ущерба при одном излиш-

---

<sup>жк</sup> В случае работы АВР в (II)...(I3)  $p$  [за исключением первого  $p$  в (II)],  $p_{\text{в}i}$ ,  $p_{\text{Ав}i}$ ,  $p_{\text{А}i}$ ,  $p_{\text{вв}i}$ ,  $p_{\text{вв}ig}$  представляют собой вероятности успешной работы выключателя резервного питания и его устройств.

<sup>жк</sup> В выражении (I4) для простоты считается, что при излишнем срабатывании защиты должны отключаться все  $v$  выключателей.

нем отключении выключателя, - индекс  $i$  обозначает отключение одной (при допустимости длительной работы двумя фазами) или трех фаз.

В данном случае  $p_{ni} = 1$ .

Подставляя (4) и (5) в (3), (7)...(14) в (6), (3) и (6) в (2), получим общее выражение для критерия выбора оптимального варианта состава устройств релейной защиты и автоматики рассматриваемого элемента электрической системы:

$$\begin{aligned}
 M[I] = & \sum_{i=1}^l \alpha_i \left\{ p \prod_{g=1}^v p_{\text{Big}} [p_{oi} M[y_{oi}] + q_{oi} p_{ni} M[y_{ni}] - \right. \\
 & - (1 - q_{oi} q_{ni}) p p_{Ai} p_{ni} \prod_{g=1}^v p_{\text{BBig}} M[\theta_{Ai}] \left. \right\} + \\
 & + [1 - (1 - q_{oi} q_{ni}) p \prod_{g=1}^v p_{\text{Big}}] M[y_{\sigma\tau, i}] \left. \right\} + \\
 & + \sum_{i=1}^k \left\{ p \lambda_i \prod_{g=1}^v p_{\text{Big}} (M[y_{ni}] - p p_{Ai} \prod_{g=1}^v p_{\text{BBig}} M[\theta_{Ai}]) + \right. \\
 & \left. + \frac{1}{T} K_{zi} + \varepsilon_{zi} \right\} + \sum_{i=1}^n \left( \frac{1}{T} K_{Ai} + \varepsilon_{Ai} \right) = \min. \quad (15)
 \end{aligned}$$

Составлять выражения, аналогичные (15), для системы аварийного управления электроустановки при отличных от рассмотренных исходных данных не представляет затруднений.

Для решения частных задач выражение (15) может быть значительно упрощено, в зависимости от исходных условий, например:

а) можно не учитывать разную надежность включения и отключения одного или трех фаз выключателей - в обозначениях  $p_{vi}$  и  $p_{\text{Bvi}}$  опускается индекс  $i$ ;

б) если надежность выключателей не представляет интереса, принимается  $p_v = p_{\text{Bv}} = 1$ ;

в) при отсутствии надобности рассмотрения эффективности устройств АВВ и АВР  $p_{\Lambda\delta} = K_{\Lambda} = \mathcal{E}_{\Lambda} = 0$ ;

г) иногда не требуется учитывать одновременные отказы основной и резервной защиты ( $q_0, q_r = 0$ ) и излишние срабатывания защиты ( $\lambda_i = 0$ ) и т.д.

При одновременном применении упрощений б, в и г из перечисленных, получим из (15) выражение, которое значительно проще исходного:

$$M[I] = p \sum_{i=1}^l \chi_i (p_{oi} M[y_{oi}] + q_{oi} p_{ri} M[y_{ri}]) + \sum_{i=1}^k \left( \frac{1}{T} K_{zi} + \mathcal{E}_{zi} \right) = \min. \quad (16)$$

### Об обобщении полученного результата

При выборе системы устройств аварийного управления электрической системой в целом или ее частью следует учитывать взаимную зависимость работы релейной защиты и автоматики отдельных элементов системы. Эффективность управляющего воздействия устройств защиты и автоматики отдельных электроустановок зависит от состава и параметров системы этих устройств других установок. Система аварийного управления должна быть оптимальной для рассматриваемой электрической системы в целом. Для системы из  $m$  элементов следует принять такой вариант состава устройств, при котором математическое ожидание суммарных народнохозяйственных издержек минимально:

$$M[I] = \sum_{j=1}^m M[I_j] = \min. \quad (17)$$

При выполнении условия (17) отдельные слагаемые  $M[I_j]$ , определяемые по выражениям, аналогичным (15), могут и не быть минимальными для отдельно взятого элемента электрической системы.

По аналогичным критериям можно оптимизировать и другие устройства автоматического аварийного управления, например, аварийную телемеханику. Так как устройства телемеханики обычно используются для управления (в том числе и для получения информации) как в нормальном, так и в аварийном режимах, то расходы на "аварийную составляющую" устройств телемеханики могут определяться умножением расходов на телемеханику на соответствующий коэффициент ([5], П.А. Сиданов).

Изложенная в настоящей работе методика может быть использована и для оптимизации системы технологической защиты и противоаварийной автоматики телемеханического и другого оборудования.

#### Л и т е р а т у р а

1. К.Ю. Мёллер. Оптимизация уставки релейной защиты по времени. См. наст. сборник, стр.89.
2. Ю.Б. Гук. Экономико-статистическое обоснование двукратного АПВ. Научно-информационный бюллетень ЛПИ, 1961, №8.
3. K. Edwin, F. Pörner. Über die Wirtschaftlichkeit von Schutzeinrichtungen. "Österreichische Zeitschrift für Elektrizitätswirtschaft"(ÖZE), 1962, Nr. 3.
4. Н.С. Шабалин. Техничко-экономическая эффективность комплексной автоматизации и телемеханизации электрических сетей. "Электрические станции", 1963, № 1.
5. Дискуссия по [4]. "Электрические станции", 1963, № 9 и 1964, № 6.

УДК 621.317.333

О.О. Таупере

К ВОПРОСУ О РЕГИСТРАЦИИ ЧАСТИЧНЫХ РАЗРЯДОВ  
В ВЫСОКОВОЛЬТНОЙ ИЗОЛЯЦИИ

В в е д е н и е

В связи с общим стремлением к уменьшению запасов изоляции с целью осуществления наиболее экономичных изоляционных конструкций, в последнее время отмечается усиленный интерес к частичным разрядам (ч.р.) в высоковольтной изоляции.

Частичные разряды, как коронный разряд в воздухе или в масле, скользящий разряд по поверхности жидкого и твердого диэлектрика, внутренние разряды в газовых включениях или в масляных прослойках, вызывают ускоренное старение изоляции и часто являются определяющими факторами при выборе рабочих и испытательных напряженностей. Следовательно, для ряда видов изоляции, которые работают при наличии ч.р. (изоляция электрических машин), или где допускается появление ч.р. при испытательных напряжениях или перенапряжениях (маслобарьерная изоляция, бумажно-масляная аппаратная изоляция, высоковольтная керамика), необходимо измерять не только качественные характеристики ч.р. (напряжения возникновения и погасания ч.р.), но и количественные, характеризующие интенсивности ч.р.

Существует большое количество различных схем для регистрации характеристик ч.р., отличающихся друг от друга как по

высоковольтной, так и по индикаторной части схемы. По высоковольтной части все схемы могут быть объединены в три группы:

- 1) схема для регистрации высокочастотных составляющих тока в образце;
- 2) схема с конденсатором связи;
- 3) мостовая схема.

Как показано в [1], все вышеуказанные схемы, основанные на регистрации высокочастотных колебаний ч.р. и имеющие электрическую связь с объектом, при правильно выбранных параметрах и равноценных индикаторных устройствах обладают одинаковой чувствительностью.

По индикаторной части все схемы регистрации ч.р. могут быть объединены в две группы:

- 1) колебательная схема, где на входе индикаторной части включена катушка индуктивности;
- 2) апериодическая схема, где на входе индикаторной части схемы включено активное сопротивление.

Усилителем в индикаторной части в обоих случаях может быть использован либо избирательный, либо широкополосный усилитель.

Сравнение чувствительности этих схем по индикаторной части, обоснованное на теоретическом анализе переходных процессов при единичном ч.р. (чувствительность по кажущейся интенсивности ч.р.), также приведено в [1].

В практике иногда выбранная схема с максимальной чувствительностью по кажущейся интенсивности ч.р. непригодна для определения относительной интенсивности ч.р. (если, например, импульсы единичных ч.р. имеют большую частоту повторения).

Осуществление такой схемы часто встречает большие трудности из-за наличия помех.

Поэтому целью данной работы являлось выяснение оптималь-

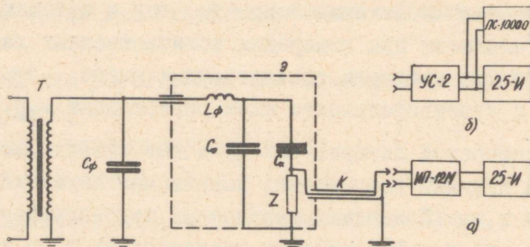
ной схемы для регистрации основных характеристик ч.р. как с точки зрения помехоустойчивости, так и с точки зрения чувствительности при измерении количественных характеристик ч.р., а также проверка рассмотренных ранее теоретических выводов о чувствительности схем регистрации ч.р.

В технической литературе частичные разряды часто известны и под другими названиями: ионизация, внутренний разряд, корона и т.д. Под этими названиями подразумевается совокупность различных разрядных процессов (короны, скользящего разряда и внутреннего разряда). Наиболее подходящим и правильным термином для обозначения этих разрядных процессов в совокупности является термин частичный разряд, так как все эти процессы связаны с частичным пробоем диэлектрика между электродами.

Термины корона и внутренний разряд при правильном толковании этих понятий обозначают только соответствующие узкие виды разряда и в принципе не могут одновременно характеризовать целую группу разрядных процессов. А термин ионизация, наоборот, является слишком общим понятием, так как ионизация, в полном смысле этого слова, имеет место не только в рассмотренных разрядных процессах, а и во многих других (полный пробой, перекрытие и т.д.).

#### Экспериментальная установка, образцы и методика измерений

Схема экспериментальной установки приведена на фиг. 1. Регистрация характеристик ч.р. производилась по высокочастотным составляющим тока образца. Источником высокого напряжения являлся испытательный трансформатор Т ( $U_n = 12$  кв,  $S_n = 120$  ква). Для устранения влияния помех от питающей сети применялся заградительный фильтр из емкости  $C_\phi = 7800$  пф и индуктивности  $L_\phi = 1,5$  мГн, а для защиты от атмосферных помех часть схемы была окружена металлическим экраном Э (листовая сталь толщиной 1,5 мм). В качестве емкости, необ-

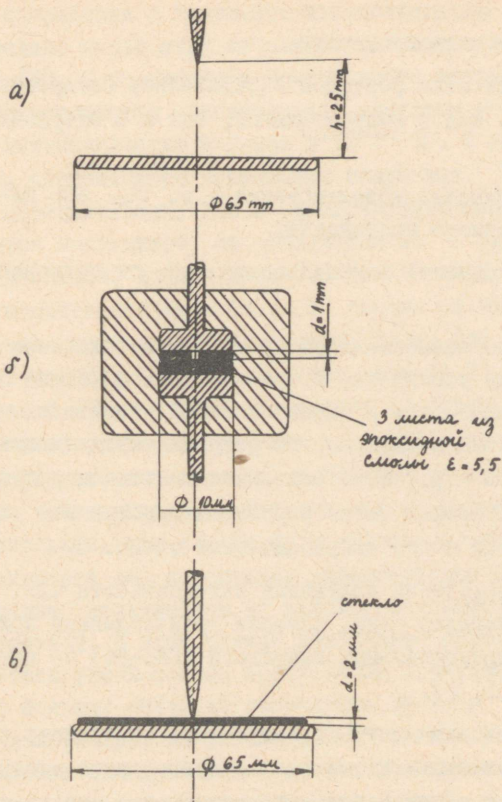


Фиг. 1. Схема для измерения частичных разрядов:  
 а) при помощи избирательного усилителя;  
 б) при помощи широкополосного усилителя

ходимой для замыкания в.ч. токов, использовался бумажно-масляный конденсатор  $C_0 = 10000$  пф, не имеющий собственных ч.р. при применяемых напряжениях (блокировочный конденсатор).

Входным элементом индикаторной части схемы  $Z$  в случае колебательной схемы являлась катушка индуктивности ( $Z \approx \omega L$ ,  $L = 1,3$  мГн), а в случае апериодической схемы — активные сопротивления ( $r = 220, 1000$  и  $10000$  ом). Входной элемент соединялся с входом усилителя радиочастотным кабелем (длиной  $l = 4,2$  м, с распределенной емкостью  $C'_k = 100$  пф/м). В качестве избирательного усилителя был использован стандартный измеритель радиопомех ИР-12 М (частота настройки от 150 кГц до 20 МГц, ширина полосы пропускания  $\Delta f \approx 9$  кГц, на выходе квазипиковый вольтметр). К выходу звукового канала измерителя помех (вместо наушников) присоединялся осциллограф 25 И. В качестве широкополосного усилителя применялся специально разработанный для этой цели усилитель УС-2 (ширина полосы пропускания  $\Delta f = 1000$  кГц, максимальный коэффициент усиления  $K_{у, макс} = 10^6$ ). Для счета импульсов ч.р. был использован пересчетный прибор ПС-10000 (минимальное разрешающее время 1 мксек).

Для всех вариантов схем определялась чувствительность по кажущейся интенсивности ч.р. (минимальный обнаруживаемый заряд  $\Delta Q_{х, мин}$ ).



Фиг. 2. Испытуемые образцы:

- а) корона в воздухе; б) внутренний разряд в эпоксидной смоле; в) скользящий разряд по поверхности стекла

Испытуемые образцы  $C_x$  приведены на фиг. 2. Исследовались следующие виды ч.р.:

- а) корона в воздухе в системе электродов игла-плоскость с медной или стальной иглой и латунной плоскостью;
- б) внутренний разряд в искусственной поре в эпоксидной смоле;
- в) скользящий разряд по поверхности стекла в системе

электродов игла-плоскость.

Для всех этих образцов определились следующие характеристики ч.р. как в колебательной, так и в аperiodической схеме:

1) напряжение возникновения ч.р.  $U_{\text{воз}}$  при плавном подъеме приложенного напряжения;

2) зависимость интенсивности ч.р. от приложенного напряжения.

В случае колебательной схемы был использован только избирательный усилитель, в случае аperiodической схемы как избирательный, так и широкополосный усилитель.

Для короны и внутреннего разряда определились и частотные спектры ч.р., т.е. зависимости интенсивности ч.р. от частоты настройки регистрирующего прибора как для колебательной, так и для аperiodической схемы.

Для определения кажущейся интенсивности ч.р. необходима была градуировка схем, которая производилась при помощи генератора прямоугольных импульсов (ГИС-2М) по методике изложенной в [1, 2].

Относительная интенсивность ч.р. измерялась как квазипиковым вольтметром на выходе избирательного усилителя (отчет в мкв), так и путем подсчета количества импульсов в единицу времени, т.е. определяя средний ток ч.р.

### Результаты измерений

Основная качественная характеристика ч.р. — напряжение возникновения ч.р.  $U_{\text{воз}}$  — четко фиксировалась для всех испытуемых образцов при всех применяемых схемах как по осциллографу (появление отдельных импульсов ч.р.), так и по выходному вольтметру избирательного усилителя.

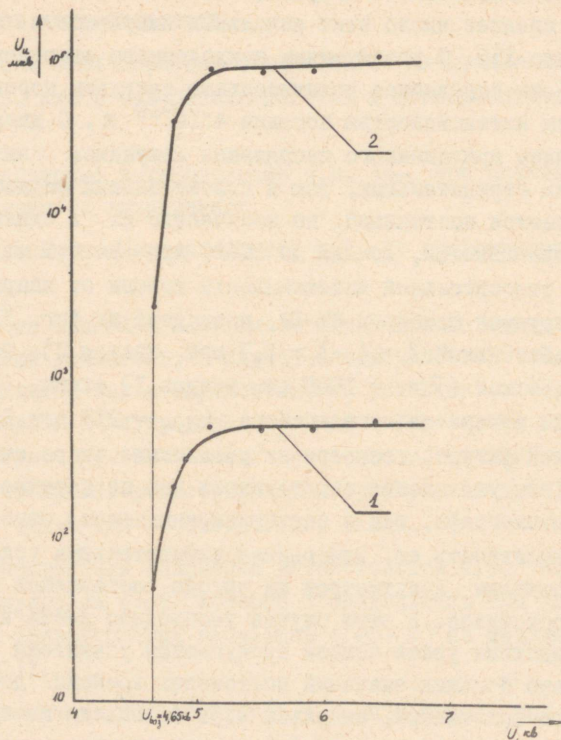
Для короны  $U_{\text{воз}} = 4,65$  кв. В начальной стадии появляются прерывистые импульсы только на отрицательной полуволне при-

ложенного напряжения с кажущейся интенсивностью порядка  $10^{-10}$  к, среднее число этих начальных импульсов в секунду составляло 150. С увеличением приложенного напряжения при  $U = 5,1$  кв появляются положительные импульсы короны с кажущейся интенсивностью порядка  $4 \cdot 10^{-10}$  к. С дальнейшим увеличением приложенного напряжения кажущаяся интенсивность как отрицательных, так и положительных импульсов короны остается постоянной, но количество их в единицу времени увеличивается, доходя до 20000 при  $U = 8,5$  кв. Зависимость относительной интенсивности короны от напряжения, регистрируемая прибором ИП-12, приведена на фиг. 3 как для колебательной ( $Z = \omega L$ ,  $L = 1,3$  мкн, кривая 2), так и для аperiодической ( $Z = r = 1000$  ом, кривая 1) схемы. Частота настройки измерительного прибора  $f_{настр} = 213$  кгц. Как видно из этой фигуры, несмотря на увеличение числа импульсов короны (это увеличение определилось как по картине на экране осциллографа, так и счетчиком импульсов), относительная интенсивность ее, измеренная избирательным усилителем с квазипиковым вольтметром на выходе, оставалась практически постоянной. В этом случае необходимо иметь в виду, что вследствие узкой полосы пропускания усилителя и относительно больших значений постоянных времени детектора выходного вольтметра, импульсы ч.р. на выходе измерительного устройства складываются и отсчет по выходному прибору не является пропорциональным относительной интенсивности ч.р., определенной выражением:

$$I_s = n \Delta Q_x,$$

где  $n$  — среднее число импульсов ч.р. в секунду,  
 $\Delta Q_x$  — средняя кажущаяся интенсивность ч.р.

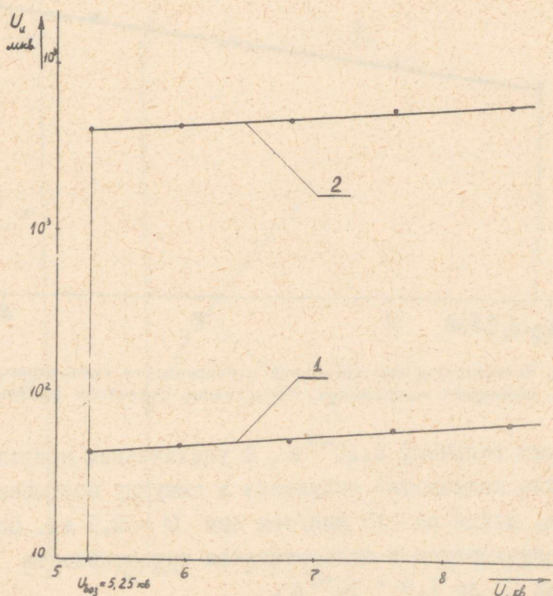
Следовательно, схема с избирательным усилителем непригодна для количественных измерений относительной интенсивности ч.р. и позволяет провести только качественную оценку этой характеристики.



Фиг. 3. Зависимость относительной интенсивности короны от приложенного напряжения. Регистрация прибором ИП-12М:  
1 - аperiodическая схема; 2 - колебательная схема

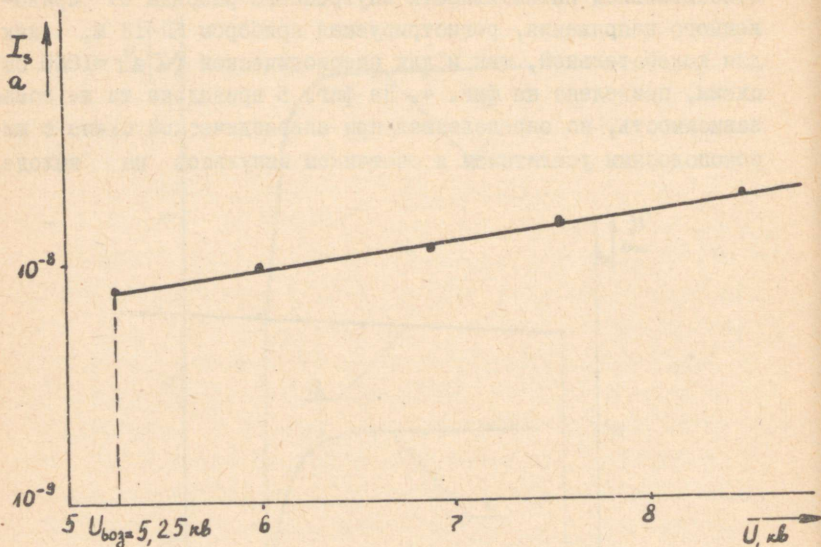
Для внутреннего разряда  $U_{\text{вот}} = 5,25$  кв. Импульсы появляются одновременно на обеих полярностях с одинаковой кажущейся интенсивностью  $\Delta Q_x \approx 4 \cdot 10^{-11}$  к. По своему характеру внутренний разряд является более устойчивым, чем коронный и при повторных испытаниях получают хорошо совпадающие результаты. С увеличением приложенного напряжения кажущаяся интенсивность внутреннего разряда остается постоянной, но относительная интенсивность увеличивается. Зависимость

относительной интенсивности внутреннего разряда от приложенного напряжения, регистрируемая прибором ИП-12 М, как для колебательной, так и для аperiodической ( $Z = r = 1000$  ом) схемы, приведена на фиг. 4. На фиг. 5 приведена та же самая зависимость, но определенная при аperiodической схеме с широкополосным усилителем и счетчиком импульсов на выходе.



Фиг. 4. Зависимость относительной интенсивности внутреннего разряда от приложенного напряжения. Регистрация прибором ИП-12М:  
1 — аperiodическая схема; 2 — колебательная схема

Среднее число начальных импульсов внутреннего разряда в секунду, определенное счетчиком, было 200, следовательно, фиксировалось минимальное количество устойчивых разрядов во включении, равное 4 разрядам в течение периода приложенного напряжения [3]. Это хорошо видно было и на экране осциллографа, где на каждой полуволне появляются два импульса внутреннего разряда. Начальная относительная интенсивность со-

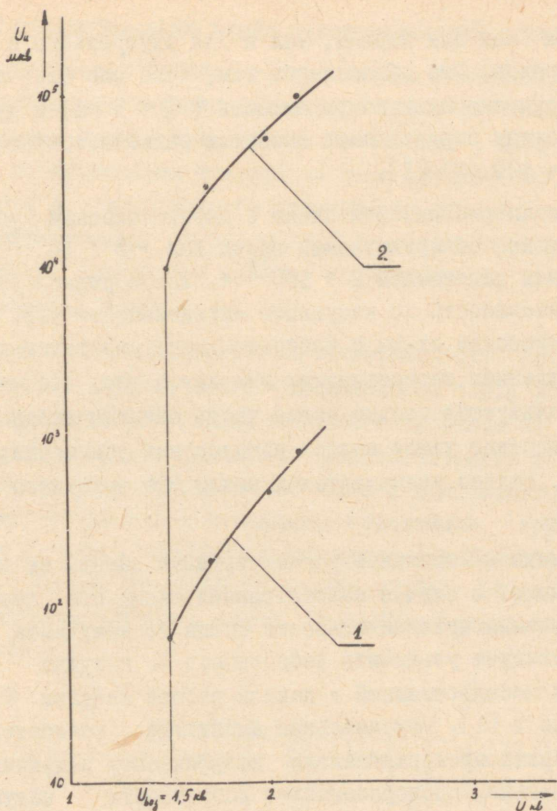


Фиг. 5. Зависимость относительной интенсивности внутреннего разряда от приложенного напряжения. Регистрация счетчиком импульсов

ставляла величину  $8 \cdot 10^{-9}$  а. С увеличением приложенного напряжения количество импульсов в секунду постепенно увеличивается, дойдя до 470 имп/сек при  $U = 8,5$  кв. Соответственно увеличивается и относительная интенсивность внутреннего разряда  $I_s$  до  $1,9 \cdot 10^{-8}$  а.

Следовательно, для правильного количественного измерения относительной интенсивности ч.р. необходимо иметь аperiodическую схему с широкополосным усилителем и счетчиком импульсов на выходе.

Для скользящего разряда  $U_{\text{воз}} = 1,5$  кв. Возникновение разрядов также четко фиксировалось на всех схемах, но сам разрядный процесс по интенсивности являлся неустойчивым. При повторных испытаниях на одном и том же образце, но выполненных в разные дни, получались значения относительной интенсивности, отличающиеся друг от друга иногда до десяти раз. На фиг. 6 приведена зависимость относительной интен-



Фиг. 6. Зависимость относительной интенсивности скользящего разряда от приложенного напряжения. Регистрация прибором ИП-12М:  
1 - аperiodическая схема; 2 - колебательная схема

сивности скользящего разряда от приложенного напряжения, регистрируемая прибором ИП-12 М, как для колебательной, так и для аperiodической схемы. Обе кривые сняты в течение одного часа, когда произвольные колебания интенсивности скользящего разряда не наблюдались.

Минимальный обнаруживаемый заряд  $\Delta Q_{x, \text{мин}}$ , определяемый градуировкой колебательной схемы, составлял величину поряд-

ка  $2 \cdot 10^{-13}$  к как для короны, так и для внутреннего и скользящего разрядов. Это объясняется тем, что все эти образцы имели практически одинаковую емкость ( $C_x \approx 5$  пф) и чувствительность схемы определялась емкостью радиочастотного кабеля К ( $C_k = 420$  пф) [1].

В случае аperiodической схемы с широкополосным усилителем минимальный обнаруживаемый заряд был  $\sim 3 \cdot 10^{-13}$  к, а с избирательным усилителем  $2 \cdot 10^{-11}$  к. Такое резкое уменьшение чувствительности по кажущейся интенсивности ч.р. в случае аperiodической схемы с избирательным усилителем является подтверждением теоретических выводов о том, что в этом случае используется только малая часть энергии входного импульса вследствие узкой полосы пропускания усилителя; следовательно, сильно уменьшается и амплитуда выходного импульса [1].

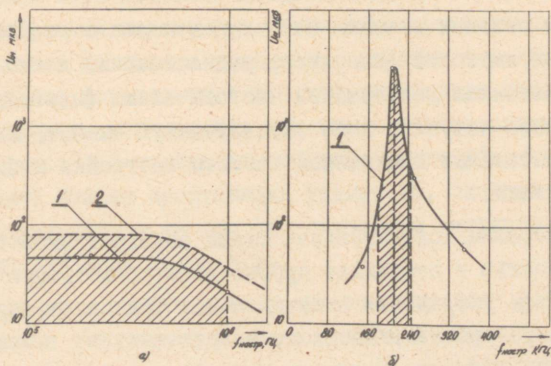
Приведенные минимальные регистрируемые заряды не являются предельными. В случае колебательной схемы при необходимости увеличения чувствительности схемы по кажущейся интенсивности, следует увеличить добротность  $Q$  катушки индуктивности (у использованной в данной работе катушки  $Q \approx 20$ ). Как показано в [1], максимальная амплитуда колебательного импульса обратнопропорциональна коэффициенту затухания  $\alpha$  и, следовательно, пропорциональна добротности катушки  $Q$  ( $\alpha = r_L/2L$ ,  $Q = \omega L/r_L$ ). Опыт показывает, что вероятным пределом чувствительности по кажущейся интенсивности колебательной схемы с избирательным усилителем следует считать величину порядка  $10^{-14}$  к. В случае аperiodической схемы с широкополосным усилителем для увеличения чувствительности по кажущейся интенсивности необходимо более полное устранение помех, и в этом случае вероятным пределом чувствительности будет величина порядка  $10^{-14}$  к.

Таким образом, максимальной чувствительностью по кажущейся интенсивности ч.р. обладают колебательная схема с избирательным усилителем и аperiodическая схема с широкополосным усилителем на выходе. В обоих случаях вероятный мини-

мальный обнаруживаемый заряд будет величиной порядка  $10^{-14}$ к.

Апериодическая схема с избирательным усилителем имеет чувствительность намного (несколько порядков) ниже вышеуказанных схем. Нецелесообразность применения апериодической схемы с избирательным усилителем явно вытекает из кривых на фиг. 3, 4 и 6, где приведены зависимости относительной интенсивности короны, внутреннего и скользящего разрядов от приложенного напряжения как для колебательной, так и для апериодической схемы.

Из этих кривых видно, что чувствительность апериодической схемы по относительной интенсивности ч.р., по сравнению с колебательной схемой, снижается примерно на 2 порядка, т.е. столько же, сколько и чувствительность по кажущейся интенсивности. Осуществление схем с максимальной чувствительностью часто сопровождается серьезными трудностями, особенно в случае апериодической схемы с широкополосным усилителем. Работа на такой установке требует от обслуживающего персонала большого опыта. Основными трудностями являются помехи.



Фиг. 7. Частотные спектры внутреннего разряда (1) и помехи (2):  
 а) апериодическая схема; б) колебательная схема

На фиг. 7а приведены частотные спектры полезного сигнала (внутренний разряд) для аperiodической схемы ( $Z = r = 1000$  ом, кривая 1) и сигнала импульсной помехи (кривая 2). Как видно из этих кривых, в случае широкополосного усилителя с полосой пропускания  $\Delta f = 1000$  кгц, большая часть энергии как полезного сигнала, так и помехи охватывается усилителем (заштрихованная площадь). Помехи с резко выраженной несущей частотой, попадающие в эту полосу частот, также сильно затрудняют отсчет полезного сигнала и требуют уменьшения чувствительности схемы.

На фиг. 7б приведен частотный спектр внутреннего разряда для колебательной схемы. В этом случае избирательным усилителем с узкой полосой охватывается большая часть энергии полезного сигнала (заштрихованная площадь). Импульсная помеха, вообще говоря, создает на индуктивности  $L$  импульс, имеющий спектр, аналогичный спектру полезного сигнала. Большая часть энергии этого спектра проходит через усилитель и таким образом мешает измерениям. Вместе с тем, опыт показывает, что импульсная помеха в случае колебательной схемы с избирательным усилителем меньше мешает измерениям, чем при аperiodической схеме с широкополосным усилителем.

Влияние сильных внешних источников помех с резко выраженной несущей частотой (например, радиостанции) легко устраняется изменением резонансной частоты схемы (изменяя либо индуктивность катушки, либо эквивалентную емкость схемы  $C_2$ ) и последовательным изменением частоты настройки избирательного усилителя.

Таким образом, колебательная схема обладает высокой помехоустойчивостью и позволяет производить регистрацию ч.р. при невозможности устранения внешних помех (например, при испытании аппаратуры сверхвысокого напряжения, в частности трансформаторов).

В случае аperiodической схемы с широкополосным усилителем для устранения влияния помех от питающей сети в схему

включается заградительный фильтр из емкости  $C_{\phi}$  и индуктивности  $L_{\phi}$ , а для защиты от атмосферных помех часть схемы (блокировочная емкость, испытуемый образец и входной элемент индикаторной части схемы) помещается в электромагнитный экран (см. фиг. I). Все заземления сосредоточены в одной точке. Без применения этих защитных мероприятий от помех, реальная чувствительность схемы, при которой можно было работать отстроившись от помех, составляла величину порядка  $10^{-12}$  к, а иногда и еще меньше.

Для увеличения помехоустойчивости апериодической схемы с широкополосным усилителем следует применять более совершенные (многократные) заградительные фильтры и увеличивать степень экранировки. Часто приходится применять и другие, иногда весьма сложные мероприятия по устранению влияния помех (уравновешенные по частотам помех мостовые схемы [4], искусственная корона в схеме [5] и т.д.).

Все виды частичного разряда (корона, внутренний и скользящий разряды) имеют свою характерную физическую природу, которая отражается и на форме единичного импульса ч.р. Так как широкополосный усилитель при достаточно большой полосе пропускания мало искажает входной импульс ч.р., то при правильно выбранных параметрах схемы регистрации иногда по форме сигнала на выходе усилителя возможно определение вида ч.р., а также исследование физической природы данного вида ч.р. (например, определение временных характеристик единичного импульса). В случае же избирательного усилителя вследствие узкой полосы пропускания усилителя, входной сигнал сильно искажается и на выходе получают импульсы одинаковой формы для всех видов ч.р.

Необходимо иметь в виду, что весь процесс работы с широкополосным усилителем в апериодической схеме является сложным и трудоемким. Необходимо иметь специальный усилитель с низким уровнем собственных помех и большим коэффициентом усиления (порядка  $10^6$ ) при достаточно широкой поло-

се пропускания (порядка I Мгц). При измерении относительной интенсивности ч.р. следует считать количество импульсов на разных полярностях с различными амплитудами, а потом расчетным путем определить относительную интенсивность ч.р.  $I_s$ .

Сам процесс ч.р. часто является непостоянным, количество импульсов, а иногда и амплитуда их с течением времени меняются; например, имеет место процесс затухания разрядов, иногда мешают измерению посторонние помехи, несмотря на применяемые защитные мероприятия. Для правильного учета всех этих факторов необходим большой опыт и поэтому обслуживание таких систем требует высокой квалификации персонала. Но этот метод является единственным для строгой количественной оценки относительной интенсивности ч.р. и для исследования физической природы их.

Процесс измерения характеристик ч.р. в колебательной схеме с избирательным усилителем намного проще (возможно применение стандартных приборов — измерители радиопомех, измерительные резонансные усилители и т.п.).

При выборе схемы регистрации характеристик ч.р. следует в каждом конкретном случае учитывать требования к регистрируемым характеристикам (качественные или количественные) и уровень возможных помех.

### В ы в о д ы

1. Максимальной чувствительностью по кажущейся интенсивности ч.р. обладает колебательная схема с избирательным усилителем и аperiodическая схема с широкополосным усилителем на выходе. В обоих случаях вероятная предельная чувствительность схемы будет величиной порядка  $10^{-14}$  к.

Аperiodическая схема с избирательным усилителем на выходе имеет чувствительность намного (на 1-2 порядка) ниже.

2. Преимуществами колебательной схемы являются:

а) высокая помехоустойчивость, благодаря чему схема позволяет производить регистрацию ч.р. при невозможности

устранения внешних помех;

б) простота схемы и процесса измерений, а также возможность применения стандартной аппаратуры.

Недостатками колебательной схемы являются:

а) ограниченная возможность правильной количественной оценки относительной интенсивности ч.р.;

б) невозможность определения вида ч.р. и исследования его физической природы по форме сигнала на выходе усилителя.

3. Преимуществами аperiodической схемы с широкополосным усилителем являются:

а) возможность правильной количественной оценки интенсивности ч.р.;

б) возможность определения вида ч.р. (корона, внутренний разряд, скользящий разряд) и исследования его физической природы по форме сигнала на выходе усилителя.

Недостатками аperiodической схемы являются:

а) низкая помехоустойчивость, вследствие чего требуется применение специальных, часто весьма сложных мероприятий по устранению влияния внешних помех;

б) необходимость в специальных усилителях и сложность процесса измерений, требующая высокой квалификации персонала.

4. При выборе схемы регистрации характеристик ч.р. следует учитывать в каждом конкретном случае уровень возможных помех и особенности регистрируемых характеристик (качественных или количественных).

## Л и т е р а т у р а

И. Г. С. Кучинский, О. О. Таупере. Регистрация ионизационных характеристик изоляции. "Электричество", 1960, № II.

2. Д.А. Каплан, Г.С. Кучинский, О.О. Таупере. Количественные измерения интенсивности ионизационных процессов. Сб. "Ионизационное старение, короностойкость и методы испытаний высоковольтной изоляции". М., ЦИТИ ЭП, 1963.

3. С. Уайтхед. Пробой твердых диэлектриков. М.-Л. Госэнергоиздат, 1957.

4. F.H. Kreuger. Detection of Internal Discharges Particularly in High Voltage Cables. CIGRE, 1958, Report № 204.

5. T.W. Liao, Y.S. Kresge. Detection of Corona in Oil at Very High Voltages. AIEE Transactions, vol. 73, p.3., 1954, pp. 1389-1395.

УДК 621.315.1:621.396.8

Т.Л. Метусала, Р.А. Ойдрам,  
О.О. ТаупереИССЛЕДОВАНИЕ РАДИОПОМЕХ ОТ ЛИНИЙ  
ЭЛЕКТРОПЕРЕДАЧИ

## I. Введение

Известно, что высоковольтные линии электропередачи (ЛЭП) вызывают в их близости помехи в приеме радиовещательных станций. Спасность возникновения недопустимо сильных радиопомех особенно повышается в настоящее время, когда номинальные напряжения и протяженность высоковольтных ЛЭП возрастают.

Причиной радиопомех от высоковольтных ЛЭП является локализованная корона на неровностях проводов. Импульсы короны создают при этом так называемые "гладкие" помехи, имеющие сплошной частотный спектр [1]. Опыты с отрезками проводов, снятых с действующих ЛЭП, показывают, что уровень помех определяется импульсами короны на положительном полупериоде напряжения [2, 3].

Причиной радиопомех являются также частичные разряды на изоляторах. Однако на линиях с номинальным напряжением 220 кВ и выше, созданная ими напряженность поля помех, по сравнению с напряженностью поля помех от короны на проводах, мала.

По данным ряда исследований, частотный спектр поля помех от короны имеет горизонтальный участок до частот 1,5–2 МГц,

за которым следует падающий участок приблизительно до 100 Мгц [2,3]. Частотный спектр помех от частичных разрядов на изоляторах имеет горизонтальный участок до несколько более высоких частот.

Поле помех, обусловленное короной и частичными разрядами на изоляторах, убывает быстро при удалении от ЛЭП и зависит от различных факторов. Часть из этих факторов являются для данной линии постоянными. В число таких можно, например, включить конструкцию линии. Некоторые другие одновременно действующие факторы, как атмосферные условия, напряжение линии и состояние поверхности провода, изменяются во времени [2,3]. Определение влияния одного конкретного фактора на уровень помех при исследованиях на действующих ЛЭП является поэтому очень трудной задачей. Наиболее подходящим методом для выполнения этой задачи является исследование в лабораторных условиях [2,3].

Настоящая работа ставила себе целью определение уровней радиопомех от ЛЭП эстонской энергосистемы и сравнение их с предельно-допускаемыми уровнями радиопомех [5]. Кроме того, на действующих ЛЭП исследовалось влияние на уровень помех осадков, дефектов изоляции и конструкции изоляторов. В лабораторных условиях исследовались частотные спектры помех, а также зависимость помех от полярности и высоты импульсов короны, от степени загрязненности провода, от искусственных острий на поверхности провода и от градиента потенциала на поверхности провода.

В эстонской энергосистеме такие исследования проводились впервые.

## 2. Лабораторные исследования

Выше было указано, что для определения влияния различных факторов на уровень помех наиболее подходящим методом является метод исследования в лабораторных условиях. Кроме того, выгодно исследовать в лабораторных условиях без

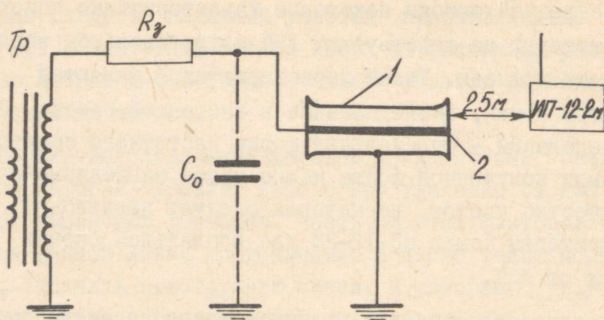
существенной ошибки некоторые характеристики помех, измерение которых на действующих ЛЭП потребовало бы значительной затраты времени. Такой характеристикой являются частотные спектры помех, исследованные в настоящей работе. Цель этих исследований — определение формы частотного спектра. На основании полученной формы можно найти минимально-необходимое количество частот, на которых следует производить измерения измерителем помех ИП-12-2М для правильной оценки уровней помех от ЛЭП.

Весьма существенным является вопрос о связи радиопомех с полярностью, амплитудой и частотой следования импульсов короны на проводах. При исследовании образцов проводов с различными дефектами поверхности и с различной степенью загрязненности можно дать рекомендации для подавления радиопомех от высоковольтных линий. В настоящей работе этот вопрос был исследован двумя способами. Во-первых, для определения связи с полярностью и амплитудой импульсов короны была применена система электродов "острие-плоскость". Во-вторых, при изучении влияния степени загрязненности и дефектов поверхности провода были использованы ~~отрезки от устаревших~~ в эксплуатации проводов марки АС-150, А-95 и АС-70 и искусственные выступы на проводах. Зависимость уровня помех от напряженности электрического поля определялась на отрезках проводов марки АС-70, А-95 и АС-150.

Испытательные установки для исследований были собраны в лаборатории техники высоких напряжений ТПИ.

Схема установки для исследования частотных спектров и зависимости уровня помех от напряженности электрического поля приведена на фиг. 1.

Испытуемый образец провода 2, находящийся в коаксиальном цилиндре I с ослабленным краевым эффектом (внутренний диаметр цилиндра 284 мм), питается через защитное сопротивление  $R_3$  от высоковольтного испытательного трансформатора Тр с действующим значением номинального напряжения 100 кв

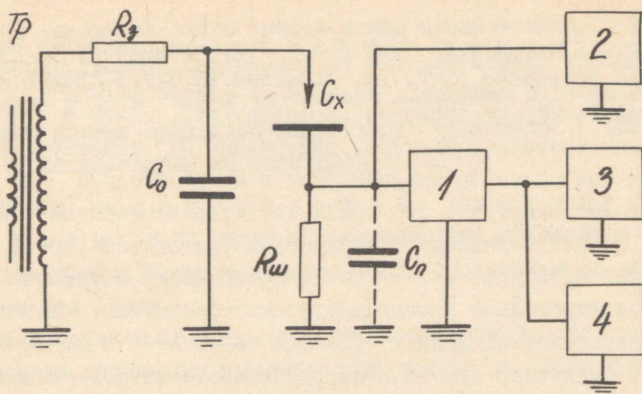


Фиг. 1. Принципиальная схема установки для исследования частотных характеристик и зависимости помех от градиента потенциала на проводе

( $S = 10$  кВА). Образец провода закрепляется между двумя стержневыми изоляторами. На верхних концах изоляторов укреплены стальные вертикальные опоры с диаметром 50 мм, в отверстия которых болтами зажимаются концы провода. Напряжение поля помех измеряется прибором ИИ-12-2М на расстоянии 2,5 м от торца цилиндра I. Паразитная емкость высоковольтной части схемы  $C_0$  составляет приблизительно 5 пФ. Для удаления озона, возникающего при коронировании провода, цилиндр продувают вентилятором.

При исследованиях импульсов короны и их связи с радиопомехами применялась схема, изображенная на фиг. 2.

На систему электродов "острие-плоскость"  $C_x$  через защитное сопротивление  $R_z$  подается напряжение от высоковольтного однофазного трансформатора  $T_p$  с номинальным напряжением 10 кв. Между плоским электродом и землей включен шунт  $R_{ш} = 10$  ком. Для увеличения чувствительности схемы между высоковольтной шиной и землей включен воздушный эталонный конденсатор  $C_0 \approx 100$  пФ. Напряжение от шунта  $R_{ш}$  подается на вход усилителя I (полоса пропускания 10-100 кгц, максимальный коэффициент усиления  $10^6$ ) и одновременно на вход измерителя радиопомех 2 (ИИ-12-2М). Выход усилителя I подключен к пластинам осциллографа 3 (тип ИО-60) и к выходу пересчетного прибора 4 (тип ПС-10000). Паразитная емкость входа ин-



Фиг. 2. Принципиальная схема установки для исследования импульсов короны и их связи с радиопомехами

дикаторной части  $C_n \approx 200$  пф. Чувствительность схемы достаточна для наблюдения начальной стадии короны.

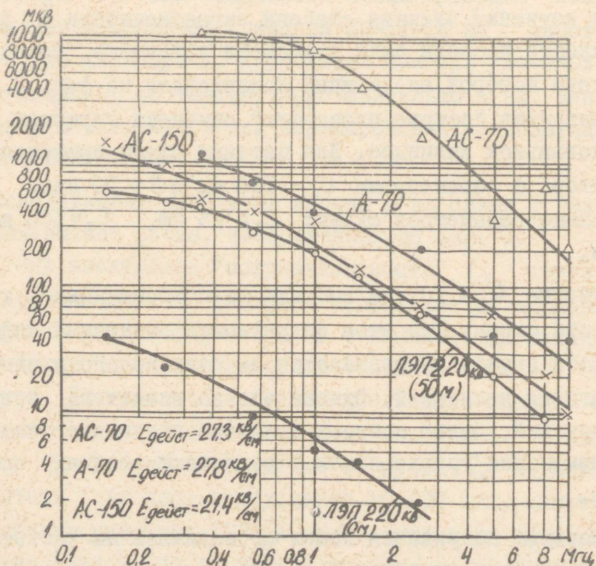
При изучении влияния степени загрязненности и дефектов поверхности провода была применена установка, принципиальная схема которой аналогична приведенной на фиг. 2. Система электродов "острие-плоскость" заменена отрезком провода в коаксиальном цилиндре. Для питания схемы применялся трансформатор с параметрами  $U_n = 100$  кв и  $S = 10$  ква. Численные данные параметров схемы:  $C_0 = 25$  пф,  $C_n \approx 100$  пф,  $R_{ш} = 10$  ком.

Величина  $R_{ш} = 10$  ком выбрана по соображениям чувствительности схемы. При этом погрешность показаний индикаторной части несколько повышается за счет малого входного сопротивления последней. Однако это не влияет на результаты исследований, целью которых являлось получение относительного изменения уровня помех в различных стадиях развития короны.

Измерения напряжения помех проводились на частоте настройки измерителя помех 0,15 Мгц.

Ч а с т о т н ы е с п е к т р ы, измеренные на испытательной установке (фиг. 1), показаны на фиг.3. Рядом с частотными спектрами отрезков проводов А-70, АС-70 и АС-150 показаны частотные спектры, измеренные на действующей ЛЭП 220 кв под проводом крайней фазы и на расстоянии 50 м от ЛЭП. Можно заметить, что общий характер частотного спектра помех от ЛЭП совпадает с характером частотного спектра от отрезков проводов. Значительные расхождения в уровнях помех при приблизительно равных расчетных градиентах потенциала на поверхности провода у образцов марок А-70 и АС-70 объясняется различной степенью загрязненности их поверхности.

Так как форма частотного спектра по данным наблюдений не зависит от напряженности поля, то можно сделать вывод, что частотный спектр радиопомех от короны имеет устойчивую форму и падающий характер с повышением частоты.

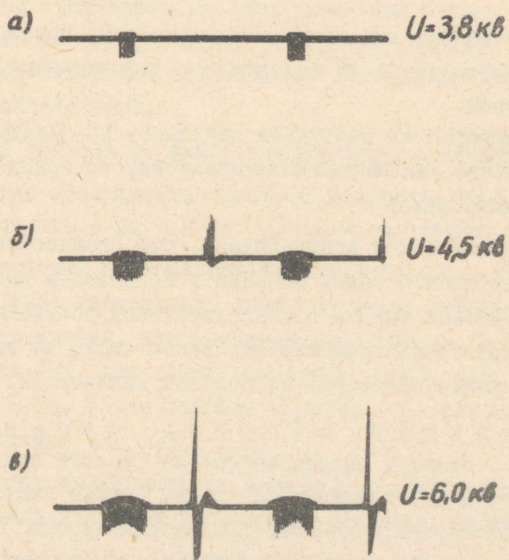


Фиг. 3. Частотные спектры помех; по оси ординат - напряжение поля радиопомех, по оси абсцисс - частота

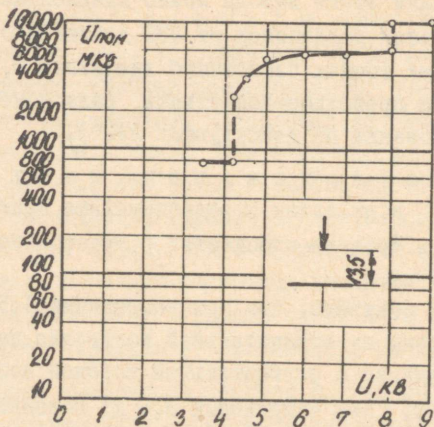
На основании этого вывода можно предположить, что при контроле уровней радиопомех от ЛЭП достаточно проводить измерения в трех точках частотного диапазона 0,15–20 Мгц согласно нормам предельно-допустимых радиопомех (см. также п. 4 "Исследования на действующих ЛЭП").

При исследовании импульсов короны и их связи с радиопомехами применялась система электродов "острие-плоскость" с расстоянием от острия до плоскости 13 мм.

Измерения показали, что при напряжении 3,5 кв появились импульсы короны на отрицательной полуволне напряжения (фиг. 4а). Одновременно с отрицательной короной возникли радиопомехи (фиг. 5). При напряжении 3,9 кв появились первые импульсы короны на положительной полуволне напряжения. Устойчивая положительная корона появилась при напряжении 4,2 кв (фиг. 4б и в).



Фиг. 4. Осциллограммы импульсов короны. Система электродов "острие-плоскость", расстояние от острия до плоского электрода 13 мм



Фиг. 5. Зависимость напряжения помех от приложенного напряжения. Частота настройки измерителя помех - 0,15 Мгц

Скачкообразное повышение напряжения помех при приложенном напряжении 8 кВ связано с появлением положительных стримеров.

Измерение со счетчиком импульсов ПС-10000 показало, что количество положительных импульсов, по сравнению с отрицательными, мало.

Вышесказанное подтверждает, что скачкообразное изменение напряжения помех связано с появлением или исчезновением импульсов короны на положительной полуволне напряжения, несмотря на их сравнительно малое число во времени. Это явление можно объяснить их большей амплитудой.

Влияние степени загрязненности провода исследовалось на отрезке провода АС-70, снятого с действующей ЛЭП 35 кВ. Первые импульсы отрицательной короны появились при напряженности  $E_{\text{макс}} = 12,9$  кВ/см. При 22,8 кВ/см появились импульсы на положительной полуволне напряжения.

Влияние на помехи загрязненности поверхности проводов

можно наиболее наглядно характеризовать коэффициентом  $E/E_0$ , где  $E$  — напряженность поля на поверхности провода и  $E_0$  — начальная напряженность электрического поля, соответствующая появлению общей короны на проводе (по Пику).

$$E_{0,\text{макс}} = 31\delta m \left(1 + \frac{0,308}{\sqrt{r\delta}}\right) \text{ кВ/см}, \quad (I)$$

где  $\delta$  — относительная плотность воздуха,

$r$  — радиус провода и

$m=0,92$  — коэффициент шероховатости для нового сухого чистого витого провода [2].

Для провода АС-70 при  $\delta = 1$

$$E_{0,\text{макс}} = 40,0 \text{ кВ/см.}$$

Отсюда для начальной короны (первые отрицательные импульсы)  $E/E_0 = 0,32$  и критической короны<sup>\*</sup>  $E/E_0 = 0,57$ .

Столь низкое значение  $E/E_0$  для начальной короны объясняется работой провода на линии 35 кв, где корона, а также связанное с ней обгорание попавших на поверхность провода частичек, незначительные.

Поверхность провода не имела механических повреждений.

После очистки поверхности ацетоном коэффициенты  $E/E_0$  значительно повысились — до 0,87 и 0,97 соответственно.

Аналогичные опыты проводились с проводом А-95. Поверхность провода была значительно чище, но имела некоторые механические повреждения. Для неочищенного провода был получен коэффициент  $E/E_0$  для начальной короны 0,63, для критической короны 0,88. После очистки провода соответствующие значения повысились до 0,79 и 1,01.

Из этих опытов можно сделать вывод, что очисткой поверхности провода или монтажом проводов на ЛЭП без протаскива-

---

<sup>\*</sup> Под "критической короной" здесь подразумевается появление импульсов короны при положительной полуволне напряжения.

ния по земле можно значительно повысить коэффициент  $E/E_0$  для критической короны и тем самым уменьшить уровень помех от ЛЭП (выше было показано, что именно "критическая корона" играет существенную роль при генерировании помех).

Влияние дефектов поверхности провода (зарубины, царапины) исследовалось на проводе АС-150 с искусственным медным выступом.

На проводе без искусственного выступа первые импульсы отрицательной короны появились при максимальном значении напряженности поля 29,0 кв/см ( $E/E_0 = 0,76$ ). При повышении напряженности поля помехи возрастали монотонно. Положительные импульсы не появлялись вплоть до пробоя (см. фиг. 6).



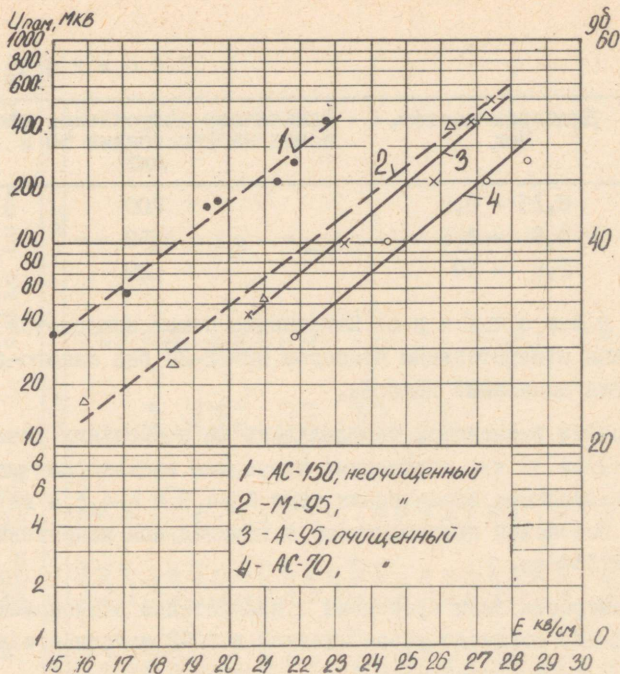
Фиг. 6. Осциллограмма импульсов короны на проводе АС-150.  $E_{\text{макс}} = 19,8$  кв/см

При испытании провода с медным выступом первые отрицательные импульсы появлялись при  $E/E_0 = 0,36$ . Положительные импульсы появлялись при  $E_{\text{макс}} = 15,4$  кв/см ( $E/E_0 = 0,40$ ). При этом напряжение помех изменялось скачками, аналогично зависимости, показанной на фиг. 5.

По этим данным можно сделать вывод, что наиболее опасными с точки зрения радиопомех являются зарубины и царапины на поверхности провода.

При проектировании новых ЛЭП и при переводе существующих ЛЭП на повышенное напряжение требуется оценить ожидаемый уровень радиопомех. Для этого необходимо знать крутизну подъема кривой помех в зависимости от градиента потенциала на проводе. Опыты в этом направлении проводились с отрезками проводов марок АС-70, А-95, М-95 и АС-150.

Полученные данные приведены на фиг. 7.



Фиг. 7. Уровень помех в зависимости от градиента потенциала на проводе

Крутизна подъема кривой помех была получена в среднем 2,8 дБ на I кв/см, что хорошо совпадает с данными исследований в ФРГ и в Японии [2, 4].

### 3. Исследования на действующих ЛЭП

Полевые измерения проводились для определения уровня радиопомех от действующих высоковольтных ЛЭП, с целью сравнения их с нормами допускаемых промышленных радиопомех [5].

Установленные нормы предельно-допускаемых радиопомех в диапазоне 0,15-20 МГц приведены в табл. I.

Т а б л и ц а I

Диапазон частот, Мгц	Наибольшее допускаемое напряжение помех на расстоянии 50 м от ЛЭП, мкВ
0,15 - 0,5	100
0,5 - 2,5	50
2,5 - 20	20

**П р и м е ч а н и е:** Напряжение помех измеряется стандартным измерительным прибором ИП-12-2М без какого-либо пересчета показаний прибора.

Уровни радиопомех определялись на нескольких линиях с напряжением 35 кв, снабженных штыревыми изоляторами типа ЩД-35 или подвесными изоляторами типа ПД-4,5 и П-4,5, и на всех линиях эстонской энергосистемы с номинальным напряжением 110, 220 и 330 кв.

Измерения были проведены с измерителем радиопомех типа ИП-12-2М, согласно разработанной в СССР методике измерений.

Помехи измерялись на трех частотах - 0,28, 1,0 и 3,0 Мгц. Эти значения частоты были выбраны, исходя из лабораторных исследований, а также с учетом диапазона, установленных в нормах предельно-допускаемых радиопомех (см. табл. I).

Некоторые данные измерений приведены в табл. 2.

При измерениях удалось установить влияние некоторых ниже рассматриваемых факторов на уровень помех.

**О с а д к и.** По данным литературы [1,2,3,4] дождь и мокрый снег могут повысить уровень помех на 10-25 дБ по сравнению с ясной погодой. На линиях с напряжением 35 кв уровень помех при осадках остается неизменным или даже несколько уменьшается вследствие шунтирования влагой дефектов на изоляторах.

Нами было отмечено повышение уровня помех в среднем на II дБ на линии 220 кв при дожде. Наибольший подъем уровня

Уровни радиопомех по данным измерений на линиях 35, 110, 220 и 330 кв  
в Эстонской энергосистеме

Усл. № линии	Номинальное напряжение	Марка провода	Диаметр провода	Длина линии	Р-н хождения ЛЭП	Рабочее напряжение	Погода	Температура воздуха	Относительная плотность воздуха	Относительная влажность воздуха	II Ерасч	Уровень радиопомех на расстоянии 50 м от проекции крайней фазы на земле на частоте		
												0,28 Мгц	1,0 Мгц	3,0 Мгц
—	кв	—	мм	км	—	кв	—	°С	—	%	кв/см	мкв		
I	330	2хАС-400	28,0	168,2	С <sup>1</sup>	350	Б <sup>3</sup>	17,0	1,002	74	—	20	8	2,5
I	330	2хАС-400	28,0	168,2	"	350	П <sup>4</sup>	17,2	1,001	74	—	20	8	5
I	330	2хАС-400	28,0	168,2	"	—	Сд <sup>5</sup>	19,5	1,004	86	—	15	6	2
I	330	2хАС-400	28,0	168,2	Пр <sup>2</sup>	342	Б	15,0	1,0	—	22,6	37	20	4
2	330	2хАС-400	28,0	237,2	С	345	П	17,6	0,997	69,5	—	12	7	1,5
3	220	АС-400	28,0	103,2	"	219	Б	23,5	0,967	—	22,0	—	10	—
3	220	АС-400	28,0	103,2	"	218	М <sup>6</sup>	0	1,03	—	21,8	500	350	150
3	220	АС-400	28,0	103,2	"	218	П	0	1,05	—	22,2	1200	700	300
3	220	АС-400	28,0	103,2	"	—	По <sup>7</sup>	8,0	1,033	—	—	28	9	3
3	220	АС-400	28,0	103,2	"	240	По	10,0	1,030	—	22,9	27	9	2
3	220	АС-400	28,0	103,2	Пр	241	Б	12,0	1,016	—	23,0	22	11	2
4	110	АС-150	17,0	15,95	С	113	Сд	11,0	1,02	97	—	12	3	1
5	110	М-95	12,4	84,0	"	112	Д <sup>8</sup>	14,0	0,985	—	24,0	—	10	—
5	110	М-95	12,4	84,0	"	112	П	13,4	0,988	84	23,9	16	1	—
6	110	АС-150	17,0	32,2	"	114	П	13,6	1,0	94	—	9	1	—
7	110	АС-120	15,2	27,0	"	121	По	11,5	1,04	60	22,7	5	3	1
7	110	АС-120	15,2	27,0	"	121	По	19,3	1,06	67	22,7	—	4	2
8	35	М-16	5,1	19,7	"	35,5	П	13,8	0,97	91	—	27	9	3
8	35	М-16	5,1	19,7	"	35,5	П	14,5	0,965	91	—	17	2	1
8	35	М-16	5,1	19,7	"	35,5	П	14,5	0,965	91	—	18	5	1
9	35	АС-120	15,2	26,5	"	35,5	Пд <sup>9</sup>	14,0	0,98	—	—	—	5	—
10	35	М-25	6,3	12,4	"	35,5	Б	19,0	0,985	80	—	5	3	—
10	35	М-25	6,3	12,4	"	35,5	Сд	12,0	—	—	—	6	5	1
11	35	М-50	9,0	28,8	"	35,5	Б	16,8	0,996	80	—	17	5	1
12	35	М-35	7,5	31,7	"	35,5	Г <sup>10</sup>	12,2	0,995	97	—	—	5	—

1 - сельский; 2 - промышленный; 3 - безоблачно; 4 - пасмурно; 5 - слабый дождь; 6 - мокрый снег; 7 - переменная облачность; 8 - дождь; 9 - после дождя; 10 - гроза; II - расчетный градиент средней фазы (амплитудное значение).

помех отмечался на линиях с номинальным напряжением 110 кв (до 24 дб).

На линии №10 с номинальным напряжением 35 кв уровень помех повысился на 2-3 дб. На этой линии применяются провода марки М-25 и повышение уровня могло произойти вследствие более интенсивного коронирования проводов при дожде.

**В л и я н и е д е ф е к т н ы х и з о л я т о р о в .**  
В литературе неоднократно отмечалось, что дефектная изоляция может являться сильным источником помех [4].

Это подтверждается и нашими опытами на линии № 3 с номинальным напряжением 220 кв.

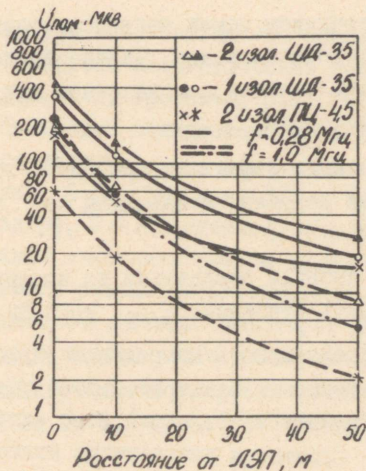
При измерениях в ясную погоду на расстоянии 50 м от ЛЭП был зарегистрирован уровень помех 10 мкв (при частоте 1 Мгц). Через несколько месяцев в том же пролете был зарегистрирован уровень помех 350 мкв (шел мокрый снег). В ясную погоду уровень помех еще повысился - до 700 мкв, что являлось признаком присутствия дефектных изоляторов. После контроля линии измерительной штангой и замены дефектных изоляторов исправными, уровень помех снизился до 9 мкв в пасмурную погоду и до 49 мкв при дожде.

**И з о л я т о р ы р а з н о й к о н с т р у к ц и и**  
дают различные уровни помех. Это удалось выяснить на одной линии с номинальным напряжением 35 кв. На линиях 35 кв, как известно, доминируют помехи от изоляторов [2]. Указанная линия имела на некоторых участках штыревые изоляторы типа ШД-35, а на остальных участках - подвесные изоляторы типа ПЦ-4,5; конструкция линии была по всей длине одинаковая: деревянные опоры, треугольное расположение проводов, расстояние между фазами 1,45 м, марка провода М-16.

Результаты измерения приведены в виде так называемого "поперечного профиля" на фиг. 8.

На участке линии с изоляторами типа ШД-35 уровень помех оказался примерно на 5-11 дб выше, чем на участке с изоляторами ПЦ-4,5. Применение двух параллельных изоляторов ШД-35

повышает уровень помех еще приблизительно на 1,7 дБ.



Фиг. 8. Влияние конструкции линейных изоляторов на уровень помех

### Выводы

1. По данным полевых измерений радиопомехи от высоковольтных ЛЭП с номинальным напряжением 35, 110, 220 и 330 кв, в случае исправной изоляции и арматуры, не превышают установленных нормами допускаемых уровней.

2. В случае дефектной изоляции предельно-допускаемые уровни радиопомех могут быть значительно превышены.

3. Осадки вызывают повышение уровня помех на линиях 220 кв в среднем на 11 дБ, на линиях 110 кв - до 24 дБ. На линиях 35 кв уровень помех остается неизменным или несколько повышается (на 2 - 3 дБ).

4. Штыревые изоляторы типа ШД-35 являются источниками больших радиопомех, чем изоляторы типа ПЦ-4,5.

5. Частотные спектры помех от короны имеют достаточно устойчивую форму.

6. Основным источником помех является корона на положительном полупериоде напряжения. Скачкообразное изменение напряжения помех связано с появлением или исчезновением положительной короны.

7. Наиболее опасными дефектами провода с точки зрения радиопомех являются зарубины и царапины на поверхности провода.

8. Загрязнение провода оседавшими на поверхности пыли и грязи может снизить отношение  $E/E_0$  до 0,32.

9. Крутизна подъема кривой напряжения радиопомех в зависимости от напряженности электрического поля на поверхности провода составляет в среднем 2,8 дБ на 1 кв/см.

#### Л и т е р а т у р а

1. К.Я. Кафиева. Исследование помех от короны на линиях электропередачи. "Электричество", 1960, № 12.

2. К.Я. Кафиева. Помехи от короны на проводах линий электропередачи. М.-Л., Госэнергоиздат, 1963.

3. К.Я. Кафиева. Радиопомехи от короны на линиях электропередачи. М., БТИ ОРГРЭС, 1959.

4. К.Я. Кафиева. Новые исследования радиопомех от короны на линиях электропередачи. "Энергетика за рубежом" М., БТИ ОРГРЭС, 1961

5. Общесоюзные нормы допускаемых промышленных радиопомех. М., Связиздат, 1963.

## СО Д Е Р Ж А Н И Е

1.	М.В. Мельдорф, Э.А. Тийгимяги. Прогнозирование графиков нагрузки энергетической системы.....	3
2.	М.Х. Валдма, О.И. Гроссман, О.Р. Терно, Э.А.Тийгимяги. Программа оптимизации режима объединенной энергосистемы.....	15
3.	М.Х. Валдма, О.И. Гроссман, Х.Э. Лелумез, М.В. Мельдорф, Э.А. Тийгимяги. О результатах исследования изменения напора гидростанций на экономичность режима энергетических систем....	21
4.	М.Х. Валдма, О.Р. Терно. Некоторые вопросы вероятностного оптимального планирования производственных процессов энергетических систем...	29
5.	М.Х. Валдма, О.Р. Терно. О синтетическом методе вычисления оптимальных процессов энергетических систем.....	51
6.	К.А. Ицуду, К.Ю. Мёллер, О.Р. Терно. Вероятностный подход к определению уставок релейной защиты.....	63
7.	К.Ю. Мёллер. Учет точности статистических характеристик при определении вероятности селективного срабатывания релейной защиты.....	77
8.	К.Ю. Мёллер. Оптимизация уставок релейной защиты по времени.....	89
9.	К.Ю. Мёллер. Оптимизация уставки релейной защиты по воздействующей величине.....	95
10.	К.Ю. Мёллер. Об оптимизации системы релейной защиты и автоматики электроустановок.....	103
11.	О.О. Таупере. К вопросу о регистрации частичных разрядов в высоковольтной изоляции.....	113
12.	Т.Л. Метусала, Р.А. Ойдрам, О.О. Таупере. Исследование радиопомех от линий электропередачи.....	131

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ  
СБОРНИК СТАТЕЙ

II

Таллинский политехнический институт

Редактор Э. Тийгмяги

Технический редактор Л. Лоопер

Подписано в печать 15. XI.1965. Бумага 60x84, 1/16  
Печ. л. 9,25. Усл. печ. л. 8,6. Уч.-изд. л. 6,25  
Тираж 600. МВ-10528. Зак. № 469 Ротапринт ТПИ, 1965  
Цена 44 коп.

Цена 44 коп.

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00291787 2