T A R T U   R I I K L I K   Ü L I K O O L
TEOREETILISE MEHAANIKA KATEEDER

ÜLIÕPILASTE MATEMAATIKAALASTE TEADMISTE PÜSIVUSEST

Diplomitöö

Töö teostaja: Hille Varul
matem.ped.osak. V k. üliõpilane

Töö juhendaja: prof. Ü.Lepik

Tartu 1972

SISSEJUHATUS

Viimastel aastatel on hoogustunud ülikoolide juures õppeprotsessi igakülgne uurimine. Kahjuks on siiani vähe andmeid üliõpilaste teadmiste püsivuse kohta. Nimetatud küsimus on aga väga aktuaalne nii õpetamise kui õppimise seisukohalt.

Käesoleva diplomitöö eesmärgiks on käsitleda ENSV 4 kõrgema kooli (TRÜ, EPA, TPI ja TPedI) üliõpilaste matemaatikaalaste teadmiste püsivuse probleemi. Töö aluseks on aastatel 1966-1972 korraldatud nelja kontrolltesti tulemused kõrgemas matemaatikas. Uurimise esimese etapi moodustas andmete kogumine ja süstematiseerimine. Teisel etapil võrreldakse ja hinnatakse saadud tulemusi mitmete matemaatilise statistika meetodite abil.

Vaatluse all on üliõpilaste eksami hinded matemaatilistes ainetes ja vastavalt samade isikute testi tulemused. Eesmärgiks on välja selgitatud, kas nende kahe näitaja vahel eksisteerib vastastikune seos. Lisaks sellele on teostatud diplomitöö autori poolt läbi viidud testi sisuline analüüs. On välja selgitatud, millised ülesanded on lahendatud edukamalt, millised teemad on paremini omandatud. Kasutatud on jällegi statistilisi meetodeid.

Töö lõpus on esitatud autoripoolsed järeldused ja kokkuvõtted.

Diplomitöö koosneb järgmistest peatükkidest:

I Testide üldiseloomustus

II Testi tulemuste analüüs

III Testi tulemuste sisuline analüüs

IV Kokkuvõtteid ja järeldusi.

PT I TESTIDE ÜLDISELOOMUSTUS.

Käesolevas töös on vaadeldud 4 testi tulemusi. Neist 3 on koostatud ja läbi viidud TRÜ õppejõudude poolt aasta - tel 1966-1969 ja üks diplomitöö autori enese poolt 1972 aastal. Esimesena mainitud testid on läbi viidud Tartu Riikliku Ülikooli Matemaatikateaduskonna üliõpilastega ja viimane Eesti nelja kõrgema kooli - TRÜ, TPI, EPA ja TPedI - mõnede väljavalitud rühmadega.

Vaadeldavate testide iseloomustamiseks võib öelda järgmist. Kõigepealt mõni sõna nendest 3-st testist, mis on läbi viidud varasematel aastatel (edaspidi on neid kolme koos ni - metatud tinglikult kogumiks A). Testid sisaldasid küsimusi matemaatilisest analüüsist, analüütilisest geomeetriast ja kõrgemast algebrast (vastavalt igast ainest 3 küsimust) ning olid koostatud kahes erinevas variandis.

1966/67 õppeaastal korraldati test

1) matemaatika pedagoogide IV kursusel,
2) matemaatika IV kursusel (siia on juurde arvatud ka küberneetikud).

1967/68 õppeaastal tegid testi

1) matemaatika pedagoogide II kursus,
2) matemaatika IV kursus (arvestatud on ka vene õppekeelega osakonda),
3) matemaatika II kursus.

1968/69 õppeaastal tegid testi

1) matemaatika pedagoogide III kursus,

2) matemaatika pedagoogide II kursus,

3) matemaatika IV kursus,

4) matemaatika II kursus.

Küsimuste vastuste hindamisel rakendati punktisüsteemi - iga õigesti vastatud ülesanne andis maksimaalselt 2 punkti.

Andmed testi sooritanud üliõpilaste kohta on esitatud H.Varuli kursusetöös "Üliõpilaste teadmiste püsivusest" (Tartu 197o) tabelitena 1-9. Käesoleva töö autori poolt koostatud test sisaldab üldisi küsimusi kõrgemast matemaatikast, kusjuures ei ole taotletud ranget jaotust erinevate distsipliinide vahel. Test sisaldab teoreetilise ja rakendusliku iseloomuga küsimusi. Teoreetilist laadi küsimusi on igasse varianti võetud 5, praktilisi ülesandeid 7. Erinevaid variante on kokku 4. Kuna antud test viidi läbi kõigis õppeasutustes ainult II kursustel, siis on seda arvestatud ka testi koostamisel. Aluseks on võetud nimetatud kõrgemate koolide esimese kolme semestri matemaatika programmid. Test on läbi viidud järgmiste rühmadega (edaspidi on nimetatud neid kogumiks B):

I EPA Veterinaaria teaduskonna liha- ja piimatehnoloogia osakonna II kursus;

II TRÜ Keemia teaduskonna II kursus;

III TRÜ Füüsika teaduskonna II kursus;

IV EPA Põllumajanduse Mehhaniseerimise teaduskonna II kursus;

V TRÜ Matemaatika teaduskonna pedagoogilise osakonna II kursus;

VI TPedI Matemaatika teaduskonna II kursus;

VII TPI Energeetika teaduskonna II kursus.

Testi läbiviimisel küsimustele vastamise aega ei piiratud. Keskmiselt kulus selleks 5o-6o minutit. Vastuste hindamisel on kasutatud punktisüsteemi- kõigi variantide maksimumpunktide arv on 2o. Iga ülesande eest saadavate võimalike punktide arv on ära toodud sulgudes ülesande lõpus (vt.lisa 9).

Kõigi mainitud testide puhul kehtis nõue, et testi sooritaja kirjutaks oma tööle nime, kooli, teaduskonna ja kursuse.

Diplomitöö aluseks on 142 testi tulemust kogumist A ja 2ol kogumist B. Seega on diplomitöös tehtud järeldusi ja kokkuvõtteid 343 testi tulemuse põhjal.

PT II TESTI TULEMUSTE ANALÜÜS.

1. KORRELATSIOONANALÜÜS.

1.1. Meetodi kirjeldus.

Andmete töötlemiseks on kasutatud lineaarse korrelatsiooni meetodit. Tulemuste üle otsustatakse korrelatsioonikordajate põhjal. Nimetatud näitaja (tähistame ta tähega r) absoluutväärtuse iseloomustab uuritavate suuruste omavahelise seose tugevust. Mida lähemal on absoluutväärtus /r/ ühele, seda tugevam on seos vaadeldavate tunnuste vahel. Antud töös korrelatsioonikordajate arvutamiseks on kasutatud TRÜ Arvutuskeskuses olevat standardprogrammi arvuti "Ural-4" jaoks. Iga tunnuste paari i ja j ($j \leq i \leq M$; M - tunnuste arv) jaoks arvutatakse järgmised statistilised parameetrid:

aritmeetilised keskmised

$$\bar{x}_{ij} = \frac{\sum_{N_{ij}} x_i}{N_{ij}}, \qquad \bar{x}_{ij} = \frac{\sum_{N_{ij}} x_j}{N_{ij}};$$

kus x_i ; x_j - rühma i-s ja j-s element,

N_{ij} - objektide arv rühmas;

standardhälbed

$$s_{x_{ij}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x}_{ij})^2}{N_{ij} - 1}}.$$

$$S_{x_{ji}} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{N_{ij}} (x_j - \bar{x}_{ji})^2}{N_{ij} - 1}} ;$$

korrelatsioonikordaja

$$r_{ij} = \frac{\sum\limits_{N_{ij}} (x_i - \bar{x}_{ij})(x_j - \bar{x}_{ji})}{\sqrt{\sum\limits_{N_{ij}} (x_i - \bar{x}_{ij})^2 \sum\limits_{N_{ij}} (x_j - \bar{x}_{ji})^2}} ;$$

variatsioonikordajad

$$C_{ij} = \frac{S_{x_{ij}}}{\bar{x}_{ij}} , \quad C_{ji} = \frac{S_{x_{ji}}}{\bar{x}_{ji}} ;$$

aritmeetiliste keskmiste standardhälbed

$$S_{\bar{x}_{ij}} = \frac{S_{x_{ij}}}{\sqrt{N_{ij}}} , \quad S_{\bar{x}_{ji}} = \frac{S_{x_{ji}}}{\sqrt{N_{ij}}} ;$$

aritmeetiliste keskmiste 95 % ja 99 % usalduspiirid

$$U_{ij}^{(95)} = t_{95;N_{ij}-1} \cdot S_{\bar{x}_{ij}} ,$$

$$U_{ji}^{(95)} = t_{95;N_{ij}-1} \cdot S_{\bar{x}_{ji}} ,$$

$$U_{ij}^{(99)} = t_{99;N_{ij}-1} \cdot S_{\bar{x}_{ij}} ,$$

$$U_{ji}^{(99)} = t_{99;N_{ji}-1} \cdot S_{\bar{x}_{ji}} ,$$

kus t_{95} ja t_{99} on Student'i t-jaotuse vastavad kvantiilid. Arvutatud tulemustest trükitakse alati välja r_{ij} ja

N_{ij} , soovi korral ka $\bar{x}$, S_x , C , $S_{\bar{x}}$ ja usaldusspiirid.

Algandmete hulk on piiratud järgmiselt:

1) tunnuste arv $M \leq 1640$, objektide arv $N < 1640$;

2) objektide arv N peab praktiliselt olema märksa väiksem lubatust.

Algandmed võivad olla lünklikud. Käesolevas diplomitöös on vajalikud korrelatsioonikordajad leitud eraldi iga rühma puhul ja veel terve vaadeldava kogumi kohta.

Tulemused on toodud korrelatsioonimaatriksitena lisas 1-8 kogumi A kohta ja tabelis 1 (lk. 17) kogumi B kohta, kus märgitud numbrid tähendavad järgmist:

1 - matemaatilise analüüsi test

2 - analüütilise geomeetria test

3 - kõrgema algebra test

4 - testi punktide kogusumma

5 - matemaatilise analüüsi eksami hinded

6 - analüütilise geomeetria eksami hinded

7 - kõrgema algebra eksami hinded

8 - matemaatiliste ainete eksamite hinded

9 - kõigi eksamite hinded.

Hinnete all on mõeldud vastava aine kõigi sooritatud eksamite keskmist hinnet.

Kui r_{ij} -ga on tähistatud korrelatsioonikordaja,siis i tuleb lugeda horisontaalreast ja j vertikaalreast.

1.2. Tulemuste analüüsist.

Käesoleva töö eesmärgiks oli uurida korrelatsiooni järgmiste tunnuste vahel:

I Kogum A:

1) testi tulemused matemaatilises analüüsis ja matem.analüüsi eksami hinnete keskmised (r_{15});*)
2) testi tulemused analüütilises geomeetrias ja anal. geom. eksami hinnete keskmised (r_{26});
3) testi tulemused kõrgemas algebras ja kõrgema algebra eksami hinnete keskmised (r_{37});
4) testi koondpunktid ja matemaatiliste ainete hinnete keskmised (r_{48});
5) testi koondpunktid ja üliõpilaste hinnete üldkeskmised (r_{49});

II Kogum B:

1) testi tulemused kõrgemas matemaatikas ja kõrgema matemaatika eksami hinnete keskmised (r_k, kus k märgib vaadeldava rühma numbrit). Esmajoones tuleb kindlaks teha need korrelatsioonikordajad, milliseid on antud statistilise kogumi suuruse juures üldse mõtet vaadelda. Selleks saab kasutada E.Tiidu "Tõenäosusteooria I" (Tartu 197o) toodud tabelit 9. Vabadusastmete arv df = N - 2, kus N on statistilise kogumi

---

*) Sulgudes on märgitud kasutatavad korrelatsioonikordaja sümbolid.

suurus. Vaatleme andmeid 95 % olulisuse nivoo juures. Sama eeldus kehtib ka edaspidise analüüsi korral. Kui r absoluutväärtus ületab tabelis oleva arvu, siis see tähendab, et korrelatsioonikordaja omab mõtet. Kui aga r absoluutväärtus jääb tabelist leitud arvust väiksemaks, siis sellise korrelatsioonikordaja (kuigi ta võib olla suhteliselt suur) põhjal me ei saa otsustada kogumi üle.

Näide:

Võtame lisas 1 olevast tabelist suuruse r_{17}.

$r_{17} = 0.49$;

$N = 13$;

$df = 13 - 2 = 11$.

Tabelist leiame, et $df = 11$ korral

vastav arv on 0.553;

$0.49 < 0.553$.

Seega $r = 0.49$ ei ole usaldusväärne $N = 13$ korral.

Lisas 1 - 8 on ~~esitatud~~ need korrelatsioonikordajad, mida on mõtet vaadelda, alla kriipsutatud. Neile arvudele, mis on usaldusväärsed ja mida antud töö seisukohalt vaja läheb, on alla tõmmatud kaks joont.

Seejärel on leitud vajaminevatele korrelatsioonikordajatele usalduspiirid (need on samuti ära toodud lisas 1-8).

Kui kogumid on suured ($N > 100$) ja r väärtus kõigub 0.50 ümbruses, siis kasutatakse selleks valemeid

$$\sigma_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{N}}, \qquad (1)$$

$$r - 1.96\,\sigma_r < r < r + 1.96\,\sigma_r . \qquad (2)$$

Väikeste kogumite puhul r taandatakse Fisheri Z - funktsiooni väärtustele. Seda sellepärast, et ainult eelpool toodud eeldustel korrelatsioonikordajad jaotuvad normaalselt ning saab kasutada valemeid (1) ja (2).

Z - funktsiooni vastavad arvud on toodud tabelina lisas 13.

Z puhul

$$\sigma_z = \frac{1}{N - 3},$$

$$z - 1.96\,\sigma_z < z < z + 1.96\,\sigma_z .$$

Kui valemis nõutud arvud on leitud, siis minnakse uuesti tabeli abil üle vastavatele r väärtustele.

Näide:

Lisa 8 tabelist võetud andmete järgi

$$r_{15} = 0.66,$$

$$N = 9,$$

$$\text{siis } z = 0.79;$$

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{9 - 3}} = \frac{1}{\sqrt{6}} = 0.40;$$

$$1.96 \cdot 0.40 = 0.78;$$

$$0.79 - 0.78 < z < 0.79 + 0.78;$$

$$0.01 < z < 1.57.$$

Ja leides uuesti r väärtused, saame et

$$0.01 < r < 0.92 .$$

Seda kõike on tehtud iga üksiku kogumi korral.

Edasi on leitud samad näitajad terve üldkogumi (A ja B puhul eraldi) ulatuses. Seda sellepärast, et siis on tegemist suure arvu üliõpilastega ja tulemused saame usaldatavamad. Korrelatsioonikordajad üldkogumi jaoks on leitud üksikute korrelatsioonikordajate keskmisena. Korrelatsioonikordajate keskmiste arvutamine toimub jällegi Fisheri Z - funktsiooni abil:

$$\bar{z} = \frac{\sum z (N - 3)}{\sum (N - 3)} .$$

<u>Näide:</u>

Vaatleme kogumi A ulatuses seost matemaatilise analüüsi testi tulemuste ja matemaatilise analüüsi eksami hinnete vahel. Andmed on võetud lisa 1-8 tabelitest, kus välja tuleb valida korrelatsioonikorajad tähistusega r_{15}.

r	z	N - 3	z(N - 3)
0.66	0.79	6	4.74
0.57	0.65	10	6.50
0.26	0.27	23	6.21
0.27	0.28	11	3.08
0.59	0.68	7	1.76
0.03	0.03	30	0.90
0.37	0.39	11	4.29
0.20	0.20	12	2.40
0.47	0.51	5	2.55
		115	35.43

$$\bar{z} = \frac{35.43}{115} = 0.30;$$

$$\bar{r} = 0.29.$$

Usalduspiiride leidmiseks võib antud juhul kasutada valemeid (1) ja (2).

$$\bar{r} = 0.29;$$
$$N = 142;$$

$$\sigma_r = \frac{1 - 0.09}{\sqrt{142}} = \frac{0.91}{11.92} = 0.08;$$

$$1.96 \cdot 0.08 = 0.16;$$

$$0.29 - 0.16 < \bar{r} < 0.29 + 0.16;$$

$$0.13 < \bar{r} < 0.45.$$

Kogumi A korral ülejäänud tulemused olid järgmised:

- anal. geom. testi ja hinnete keskmiste vaheline korrelatsioon

$$\bar{z} = 0.26;$$

$$\bar{r} = 0.25;$$

$$0.10 < \bar{r} < 0.40;$$

- kõrgem algebra

$$\bar{z} = 0.13;$$

$$\bar{r} = 0.13$$

(Saadud tulemus ei ole usaldusväärne);

- testi koondpunktid ja matemaatiliste ainete keskmine

$$\bar{z} = 0.34;$$

$$\bar{r} = 0.33;$$

$$0.18 < \bar{r} < 0.46;$$

- testi koondpunktid ja üldkeskmine

$$\bar{z} = 0.29;$$

$$\bar{r} = 0.28;$$

$$0.13 < \bar{r} < 0.42 .$$

Kogumi B puhul:

$$\bar{z} = 0.50,$$

$$\bar{r} = 0.46,$$

$$0.36 < \bar{r} < 0.56.$$

Need korrelatsioonikordajad, mida antud töös vaadeldakse, üksteisest märkimisväärselt ei erine.

Korrelatsioonikordajate erinevuse märkimisväärsust saab kontrollida kahel viisil:

a) graafiliselt;

b) analüütiliselt.

Käesolevas töös on rakendatud viimast. Hindamine toimub jällegi Z - funktsiooni abil.

$$KS = \frac{|z_1 - z_2|}{\sigma_D}, \text{ kus}$$

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{N_1-3} + \frac{1}{N_2-3}} \text{ ja}$$

KS - kriitiline suhe.

Kui KS < 1.96, siis erinevus z-de vahel ei ole märkimisväärne, vastasel juhul on otsustus jaatav.

Tulemus kandub üle r-le.

<u>**Näide:**</u>

Andmed võetud lisa 6 ja 7 tabelitest.

r_{15} = o.2o, N = 15, z = o.2o;

r_{15} = o.37, N = 14, z = o.39.

Siis
$$\sigma_D = \sqrt{\frac{1}{15-3} \quad \frac{1}{14-3}} = o.41;$$

$$KS = \frac{o.39 - o.2o}{o.41} = \frac{o.19}{o.41} = o.46;$$

$$o.46 < 1.96.$$

Seega nende kahe korrelatsioonikordaja vaheline erinevus ei ole märkimisväärne.

Kõikide uuritavate korrelatsioonikordajate puhul on saadud sama tulemus. See on tingitud põhiliselt sellest, et vaatluse all on väikesed statistilised kogumid. Taolistes tingimustes peavad korrelatsioonikordajad olema väga erinevad, et neid võiks lugeda märkimisväärselt erinevaiks.

Tabel 1

Stat. näit. \ RÜHM	I	II	III	IV	V	VI	VII	Terve kogum
N	19	17	3o	4o	25	24	46	2ol
r	o.ol	o.43	o.39	o.38	o.6o	o.53	o.29	o.46
r - u	-	-	o.o4	o.29	o.29	o.16	o.o6	o.36
r + u	-	-	o.65	o.61	o.8o	o.77	o.53	o.56
k	2.82	4.oo	4.o7	4.o5	3.61	3.89	3.53	3.85
k - v	2.67	3.83	3.95	3.99	3.51	3.86	3.46	3.81
k + v	4.o7	4.17	4.19	4.11	3.71	4.1o	3.6o	3.89
t	8.13	12.12	13.77	12.91	1o.14	12.35	9.38	11.3o
t - h	7.47	11.37	13.13	12.44	9.28	11.82	9.oo	11.o4
t + h	8.79	12.87	14.41	13.38	11.oo	12.88	9.76	11.56
V_k (%)	16.72	18.o3	16.39	9.1o	14.o8	14.73	12.78	15.o7
V_t (%)	35.61	25.58	25.39	23.25	42.38	2o.89	27.89	32.11

Tabelis esinevad tähistused:

u - korrelatsioonikordaja viga;

k - eksami hinnete aritmeetiline keskmine;

v - hinnete aritmeetilise keskmise viga;

t - testi punktide aritmeetiline keskmine;

h - testi punktide aritmeetilise keskmise viga;

V_k - eksami hinnete variatsiooni-kordaja;

V_t - testi punktide variatsiooni-kordaja.

1.3 Järeldusi.

1. Kogumi A rühmad ei andnud peaaegu üldse usaldata - vaid korrelatsioone: 45-st vaatluse alla võetud korrelatsioonikordajast sai usaldusväärseks lugeda kuutteistkümmet, kusjuures sellest 16-st 13 näitasid seost ühe matemaatilise aine hinnete keskmise ja kõigi matemaatiliste ainete hinnete keskmise või üldainete hinnete keskmise vahel. Mingi aine hinnete ja testi tulemuste vahelist korrelatsiooni sai usaldatavaks lugeda ainult kolmel korral (sellest kaks matemaa - tilise analüüsi puhul).

Järelikud testi tulemused selle analüüsi põhjal on juhuslikud ühe aine ulatuses. Sellise tulemuse üheks põhjuseks on kindlasti tõsiasi, et vaadeldavad rühmad on liiga väikesed (kõige väiksema statistilise kogumi suurus oli 8 ja ainult kahes rühmas oli liikmeid üle 2o).

Antud juhul siiski ka kogumi A kõigi rühmade koos vaatlemine ei andnud märkimisväärseid tulemusi. Korrelatsioon ainete ja testi tulemuste vahel kas puudub või on väga nõrk. Võib oletada, et testi küsimused olid ehk liiga rasked, sest paljude küsimuste puhul mittevastajate protsent on kõrge.

Taolised testid peaks viima läbi suurema arvu üliõpilastega. Üliõpilaste arv rühmas peaks olema vähemalt 2o. Seda kinnitas ka kogumi B rühmade tulemuste analüüs. Vaatluse all olevast seitsmest rühmast usaldusväärsed korrelatsioonid andsid just need, mille liikmete arv kõikus vahemikus 24-46.

Viimati nimetatuid oli kokku viis. Analüüs näitas, et nendes rühmades seos kõrgema matemaatika eksami hinnete ja testi tulemuste vahel on olemas. Korrelatsioonikordaja väärtus kõikus o.5o ümber.

2. Üksikute ainete hinnete keskmiste vahel on korrelatsioon samuti olemas ja üsna tugev (peaaegu alati $r > o.7o$). Märkimisväärselt nad üksteisest ei erine. Seega üliõpilaste teadmised erinevates matemaatilistes ainetes palju ei kõigu.

3. Testi tulemused on madalamad III ja IV kursustel. Samuti on seal seos eksami hinnete ja testi tulemuste vahel nõrgem. See asjaolu on seletatav sellega, et ajainterval materjali omandamise ja kontrollimise vahel on suurem kui nooremate kursustel, seega ka unustamine on suurem.

§ 2 ANALÜÜS ARITMEETILISTE KESKMISTE PÕHJAL.

Vaatleme esmalt kogumit A. Aritmeetiliste keskmiste alusel on ained kõigepealt järjestatud eksami hinnete ning seejärel testi tulemuste põhjal. Kasutatud on järgmist lihtsat meetodit, mida võib teha sellepärast, et meil on ilma lünkadeta andmed. Iga kursuse puhul kõige suurema keskmise hindega või vastavalt punktide arvuga aine saab 1 punkti, järgmine 2 punkti ja viimane 3 punkti (vaatluse all on meil üldse 3 erinevat ainet). Seejärel on liidetud kõik punktid kokku ja järjestatud ained juba saadud näitajate põhjal. Kõige väiksema punktide arvuga aine on loetud esimeseks, s.t., et selles aines on üliõpilastel kõige paremad tulemused.

Ülalkirjeldatud arvutus on toodud alljärgnevas tabelis (horisontaalreas on andmed kursuste kohta samas järjestuses kui lisades 1-8):

Tabel 2

Eksami hinnete keskmiste põhjal			Testi tulemuste põhjal		
Matem. anal.	Anal. Geom.	Kõrgem Algebra	Matem. anal.	Anal. Geom.	Kõrgem algebra
1	2	3	2	3	1
1	2	3	1	3	2
3	2	1	1	2	3
2	1	3	1	3	2
2	1	3	3	1	2
3	1	2	3	2	1
1	2	2	3	2	1
1	2	3	2	3	1
1	3	2	2	1	3
15	16	22	18	2o	16
I	II	III	II	III	I

Aritmeetilised keskmised ja nende usalduspiirid kursuste kaupa on samuti toodud lisas 1 - 8. Numbrid 1 - 7 tähendavad samu aineid, mis korrelatsioonimaatriksi juureski.

Antud tabel kinnitab veelgi ~~tehtud~~ korrelatsioonanalüüsi puhul tehtud järeldust, et seos hinnete keskmise ja testi tulemuste vahel on nõrk. Kõige suurem erinevus paistab silma kõrgema algebra korral, kus eksami hinded on kõige madalamad, aga testi tulemused kõige paremad. Põhjuseks võib olla siin see, et kõrgem algebra on teiste ülikoolis õpitavate matemaatiliste distsipliinidega rohkem seotud, neid küsimusi korratakse rohkem kui analüütilise geomeetria valdkonda kuuluvaid mõisteid.

Kogumi B korral on vaadeldavad rühmad järjestatud matemaatiliste ainete eksami hinnete keskmiste ja testi keskmiste tulemuste alusel. Järjestus näeb välja järgmine:

Tabel 3

Jrk.	Keskmised hinded	Testi keskmised
1.	TRÜ Füüsika (III)	TRÜ Füüsika (III)
2.	EPA Põllumaj.Mehhan. (IV)	EPA Põllumaj.Mehhan. (IV)
3.	TRÜ Keemia (II)	TPedI (VI)
4.	TPedI (VI)	TRÜ Keemia (II)
5.	EPA Liha-ja piimatehn. (I)	TRÜ Matem.-pedag. (V)
6.	TRÜ Matem.-pedag. (V)	TPI (VII)
7.	TPI (VII)	EPA Liha-ja piimatehn. (I)

Sulgudes on märgitud rooma numbritega rühmade tähistused.

Kui andmete asemel on paremusjärjestus, siis seose tugevuse üle saab otsustada järgukorrelatsiooni abil. Selleks arvutame välja korrelatsioonikordaja

$$r_j = \frac{N \sum XY - \sum X \sum Y}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}},$$

kus

X - keskmiste hinnete põhjal saadud järjekorra numbrid;

Y - testi keskmiste tulemuste põhjal saadud järjekorra numbrid;

N - järjestatavate rühmade arv.

Tabeli 1 andmete järgi:

	X	Y	X^2	Y^2	XY
I	5	7	25	49	35
II	3	4	9	16	12
III	1	1	1	1	1
IV	2	2	4	4	4
V	6	5	36	25	30
VI	4	3	16	9	12
VII	7	6	49	36	46
	28	28	140	140	136

$$r_j = \frac{7 \cdot 136 - 28 \cdot 28}{\sqrt{(7 \cdot 140 - 28^2)(7 \cdot 140 - 28^2)}} = 0.86 .$$

Selle põhjal võime teha järelduse, et vaadeldavate tunnuste vaheline korrelatsioon toodud rühmade puhul on tugev. Leitud korrelatsioonikordaja on usaldusväärne. Seega seos keskmiste hinnete ja testi alusel väljaselgitatud teadmiste vahel on olemas. Millises rühmas on hinded paremad, seal on ka testi tulemus kõrgem.

Vaatleme veel kogumi B rümade puhul nende keskmiste näitajate erinevuse märkimisväärsust. Nimetatud kogumi korral on seda mötet vaadelda, kuna köik rühmad on valitud II kursuselt ja köigile tehtud sama test. Kogumi A rühmade puhul ei oleks see objektiivne, sest kontroll on läbi viidud erinevatel kursustel ning ka testide küsimustik ei ole olnud ühesugune.

Statistiliste näitajate erinevuse märkimisväärsuse hindamisel tuleb arvestada kahte asjaolu:

a) kas rühmad on suured või väikesed; [1]

b) kas need rühmad, mida me vaatleme on korreleeruvad või mitte.

Korreleeruvaks loetakse kogumeid siis, kui andmed on võetud samade objektide juurest.

Kui meil on tegemist mitte-korreleeruvate rühmadega ja objektide arv neis rühmades on suur, siis keskmiste-vahelise erinevuse märkimisväärsuse üle otsustamine toimub järgmiste suuruste põhjal:

$$\sigma_D = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{N_2} \quad \frac{\sigma_2^2}{N_2}}\,; \qquad (1)$$

$$KS = \frac{D}{\sigma_D}\,, \text{ kus}$$

D - aritmeetiliste keskmiste vahe;

---

1) Kogumit loetakse suureks, kui objektide arv ületab 30.

σ_i - vastavate rühmade standardhälbed.

Nullhüpoteesiks võtame, et erinevus ei ole märkimisväärne. Kas nimetatud hüpoteesi kinnitada või mitte, seda otsustatakse KS põhjal. Kui kogum suur, siis kriitilised suhted jaotuvad normaalselt vastava populatsiooni keskmiste vahe ümber.

Erinevus leotakse märkimisväärseks, kui

$$KS > 1.96 \quad (0.05 \text{ norm})$$

või

$$KS > 2.58 \quad (0.01 \text{ norm}).$$

Antud töös on tehtud otsused o.o5 normi juures.

Kui vaadeldavad rühmad on mittekorreleeruvad, aga väikesed, siis tuleb arvutustes võrreldes eelnevaga sisse mõningad erinevused.

Väikeste kogumite puhul ei ole meil standardhälbed kuigi autoriteetsed. Seepärast kasutatakse sellist võtet, kus keskmiste vahelise erinevuse hindamiseks leitakse mõlema rühma jaoks ühine standardhälve

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(X_1 - \bar{x}_1)^2 + \sum(X_2 - \bar{x}_2)^2}{(N_1 - 1) + (N_2 - 1)}} \qquad (2), \text{kus}$$

X_i - i-nda rühma elemendi üldtähis.

Sellisel juhul

$$\sigma_D = \sigma \cdot \sqrt{\frac{N_1 + N_2}{N_1 \cdot N_2}} \; . \quad (3)$$

Et väikeste kogumite korral üldreeglina pole tegemist normaaljaotusega, siis

$$KS = \frac{D}{\sigma_D} \quad \text{allub t - jaotusele .}$$

Vabadusastmete arv df = $(N_1 - 1) + (N_2 - 1)$.

Vajaminevad normid leitakse nüüd vabadusastmete arvu järgi student'i t - tabelist. Kuna korreleeruvad rühmad siinkohal vaatluse alla ei tule, siis ei ole peetud vajalikuks nende puhul taolist analüüsi kirjeldada.

Olles järjestanud kogumi B rühmad keskmiste näitajate põhjal, kontrollime kõigepealt, kas esimesel ja viimasel kohal olevate rühmade keskmised erinevad üksteisest märkimisväärselt.

Võtame vaatluse alla testi keskmised punktid. Et tegemist on 7 rühmaga, siis allpool kasutatavad indeksid tähendavad rühma numbrit, mis on ära toodud lk 5 .

Teeme arvutuse pikemalt läbi I ja III rühma puhul.

	I	III
N	19	3o
$\bar{x}$	8.13	13.77

$D = \bar{x}_3 - \bar{x}_1 = 5.64$.

Kasutades valemit (2), saame et

$$\sigma = 3.27 .$$

Siis valemi (3) põhjal

$$\sigma_D = 0.95$$

$$\text{ja } KS = \frac{5.64}{0.95} = 5.94 ,$$

$$df = (19 - 1) + (3o - 1) = 47 ,$$

t - tabelist saame vastavaks normarvuks 2.ol.

Et meil KS = 5.94 > 2.ol, siis uuritavate rühmade keskmised erinevad teineteisest märkimisväärselt. Samade rühmade hinnete keskmised aga märkimisväärselt ei erine (KS = o.13). Tulemused on kokkuvõtlikult ära toodud alljärgnevas tabelis. Mustaga märgitud rist tähendab seda, et vastavate rühmade keskmiste hinnete vaheline erinevus on märkimisväärne; punane seda, et testi keskmiste punktide arvu vaheline erinevus on märkimisväärne.

Tabel 4

	I	II	III	IV	V	VI	VII
I		+	+	+		+	
II							
III					+ +		+ +
IV					+		+ +
V							
VI							+
VII							

Nagu selgub ei esine juhtu, kus hinnete keskmised erineksid märkimisväärselt ning testi tulemuste kohta ei saa sama öelda. Vastupidist olukorda võib sagedamini märgata. See on ka arusaadav, kuna hinnete keskmiste kõikumise vahemik on palju väiksem kui testi punktide korral.

§ 3 TULEMUSTE HAJUVUSEST.

1.1. Statistilise kogumi A uurimine tõenäosuspaberi abil.

Tõenäosuspaberi koostamisel lähtutakse normaalse jaotuse puhul jaotusfunktsiooni valemist

$$\Psi(t) = \frac{1}{2} + \Phi(t), \quad \text{kus}$$

$$\Phi(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

on nn. Laplese'i funktsioon, mille väärtused mistahes argumendi t jaoks võib leida tõenäosustabelitest.

Normeeritud hälve

$$t_i = \frac{x_i - a}{\sigma}$$

$$\left(a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} f_i \, x_i \text{ ja } \sigma \text{ on standardhälve.}\right)$$

Ristkoordinaadistikus kantakse oordinaatteljele funktsiooni $\Psi(t)$ väärtused protsentides, abstsissteljele normeeritud hälvete t väärtused. Kui tõmmata nüüd läbi jaotuspunktide koordinaatteljedega paralleelsed sirged, siis olemegi saanud tõenäosuspaberi. Selle konstruktsiooni puhul ei muutu põhimõtteliselt midagi, kui abstsissteljele kanda mitte t väärtused, vaid uuritava suuruse x väärtused.

Tõenäosuspaber võimaldab lahendada põhiliselt kahte ülesannet:

1) kontrollida, kas antud statistiline kogum allub normaalsele jaotusseadusele;

2) jaatava vastuse korral eelnenud küsimusele leida selle kogumi aritmeetiline keskmine ja standardhälve.

Käesolevas töös on kasutatud tõenäosuspaberit selleks, et kontrollida, kas vastavad statistilised kogumid erinevate tunnuste põhjal alluvad normaalsele jaotusseadusele. Eraldi on võrreldud matemaatilise analüüsi, analüütilise geomeetria ja kõrgema algebra semestri hinnete keskmisi ja testi tulemusi vastavates ainetes. Tulemused on toodud graafikutena joonisel 1 - 3.

Näitena on allpool lahendatud see probleem matemaatilise analüüsi andmete põhjal.

Tabelis 5 on andmed 142 üliõpilase semestri hinnete ja tabelis 6 samade isikute testi tulemuste kohta.

Tabel 5

Hinded	Sagedus f	Kuhjatud sagedus cf	cf %
3.o-3.2	6	6	4.2
3.2-3.4	2	8	5.6
3.4-3.6	4	12	8.5
3.6-3.8	21	33	23.o
3.8-4.o	34	67	47.2
4.o-4.2	22	89	62.6
4.2-4.4	9	98	69.o
4.4-4.6	8	1o6	74.8
4.6-4.8	17	123	86.6
4.8-5.o	19	142	1oo.o

Tabel 6

Punktid	Sagedus f	Kuhjatud sagedus cf	cf %
o-o.5	18	18	12.9
o.5-1.o	22	4o	28.6
1.o-1.5	15	55	39.o
1.5-2.o	3o	85	6o.o
2.o-2.5	9	94	67.o
2.5-3.o	19	113	8o.7
3.o-3.5	9	122	87.o
3.5-4.o	9	131	92.o
4.o-4.5	6	137	96.o
4.5-5.o	1	138	97.o
5.o-5.5	2	14o	98.5
5.5-6.o	2	142	1oo.o

Tõenäosuspaberil abstsissteljel on valitud 2 erinevat ühikut ja kantud sinna möötarvud. Rohelise värviga on joonestatud hinnete graafik, punasega testi tulemuste graafik.

Jaotusfunktsiooni väärtused on määratud vahemike mingites punktides. Kuna kehtib seos

$$P\ (x_i \leq x) = F\ (x),$$

mis tähendab seda, et jaotusfunktsioon on tõenäosus selleks, et juhuslikult valitud statistilise kogumi element on väiksem valitud suurusest, siis tuleb lihtsalt ära lugeda, mitmel üliõpilasel on valitud suurusest väiksem (või võrdne) hinne või siis testi tulemus. Seejärel tuleb saadud arv jagada kogusummaga s.o. 142-ga ja teisendada tulemus protsentidesse. Arvutuse tulemused on toodud samuti tabelites 5 ja 6 , kus cf on sagedus kuni vastava vahemiku ülemise piirini (kuhjatud sagedus). Kandes need väärtused punktidena tõenäosuspaberile, saame teostada analüüsi. Kui punktid asetsevad enam-vähem ühel sirgel, siis vaadeldav statistiline kogum allub normaalsele jaotusseadusele. Kui aga tõenäosuspaberile kantud punktid ei peaks asetsema ühel sirgel, siis uuritava kogumi puhul kehtib mingi normaalsest erinev jaotusseadus. Lisaks kahele eelpool kirjeldatule on joonestatud ka veel graafik kõigi vaadeldud kursuste üliõpilaste (arvult 247) semestri hinnete kohta vastavas aines ([9],lk.1o-25). Graafik on joonestatud sinise värviga. Andmed graafiku joonestamiseks matemaatilise analüüsi korral on esitatud alljärgnevas tabelis.

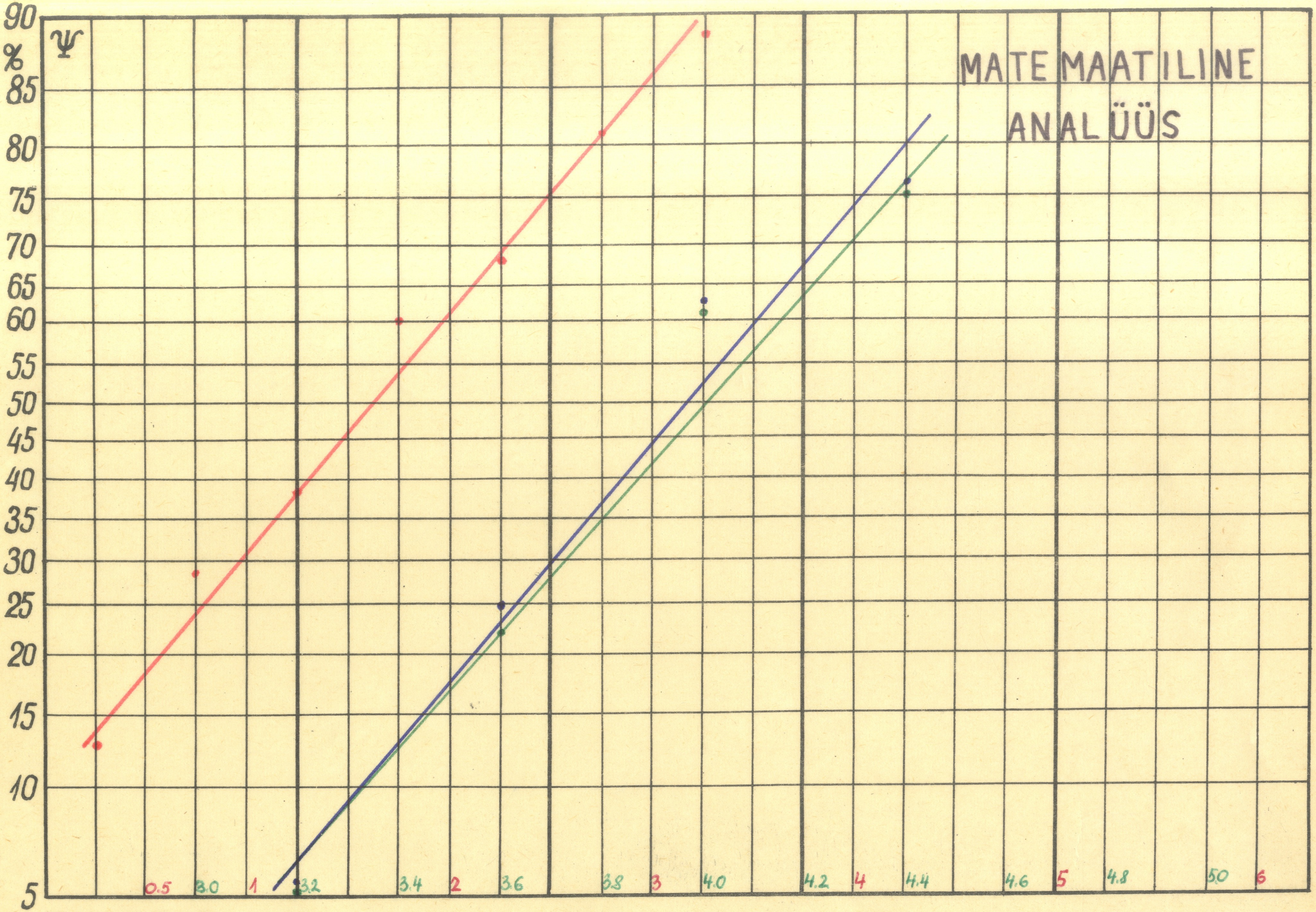
Tabel 7

Hinded	Sagedus f	cf	cf%
3.o-3.2	13	13	5.3
3.2-3.4	6	19	7.7
3.4-3.6	1o	29	11.7
3.6-3.8	33	62	25.o
3.8-4.o	59	121	49.4
4.o-4.2	34	155	62.7
4.2-.4.4	14	169	68.5
4.4-4.6	19	188	76.o
4.6-4.8	28	216	87.o
4.8-5.o	31	247	1oo.o

Joonistel 1 - 3 kahe hinnete graafiku võrdlemine lubab oletada, et testi mitteteinud üliõpilaste tase oluliselt ei saanud mõjutada tulemuste üldist olukorda.

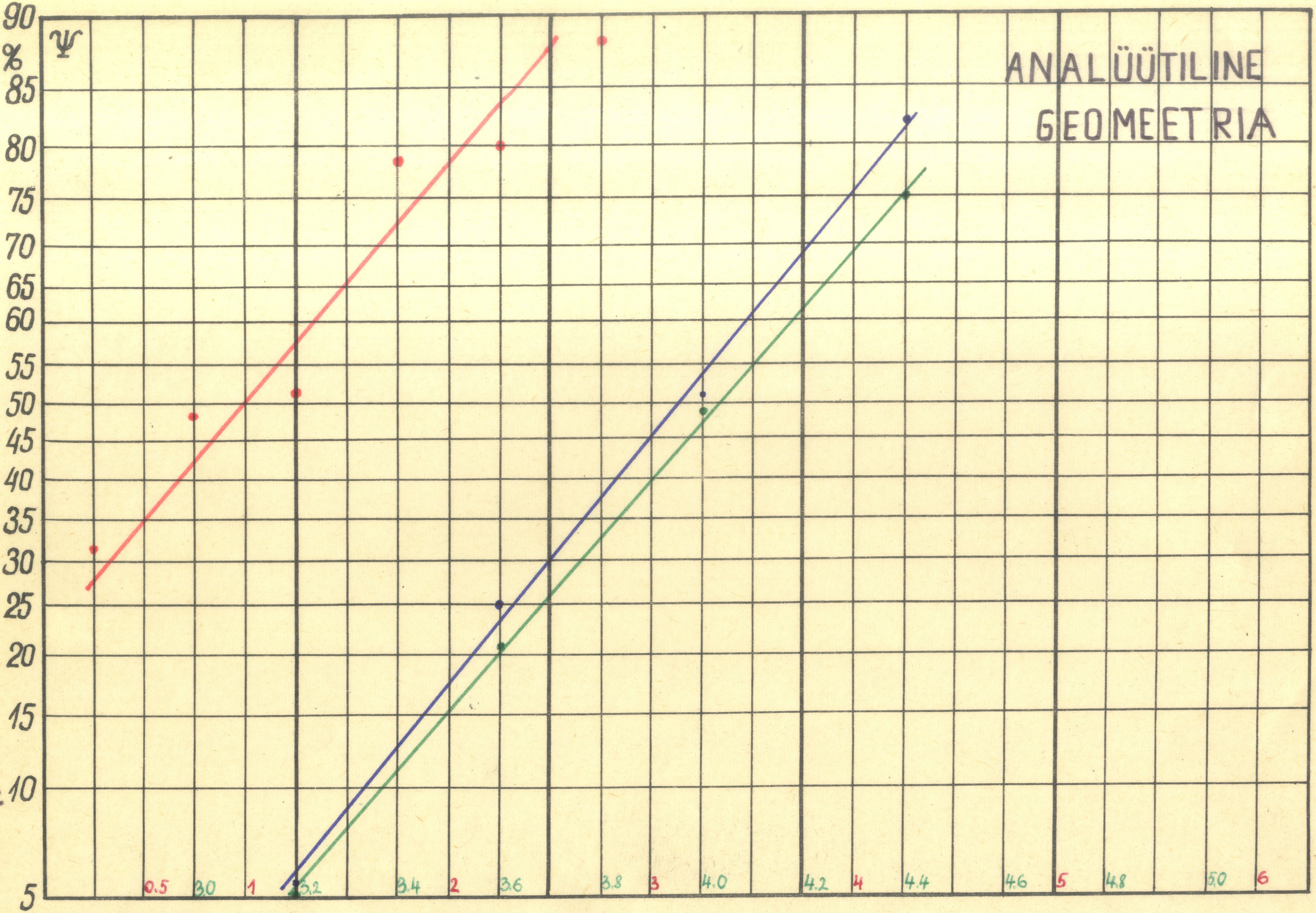
Matemaatilise analüüsi hinded ei allu normaalsele jaotusseadusele. Sama võib öelda testi tulemuste kohta selles aines. Siiski on märgatav, at testi tulemused on lähedasemad normaalsele jaotusele.

Analüütilises geomeetrias ja kõrgemas algebras semestri hinded alluvad normaalsele jaotusseadusele, kuid mõlemal juhul testi tulemuste kohta seda väita ei saa.



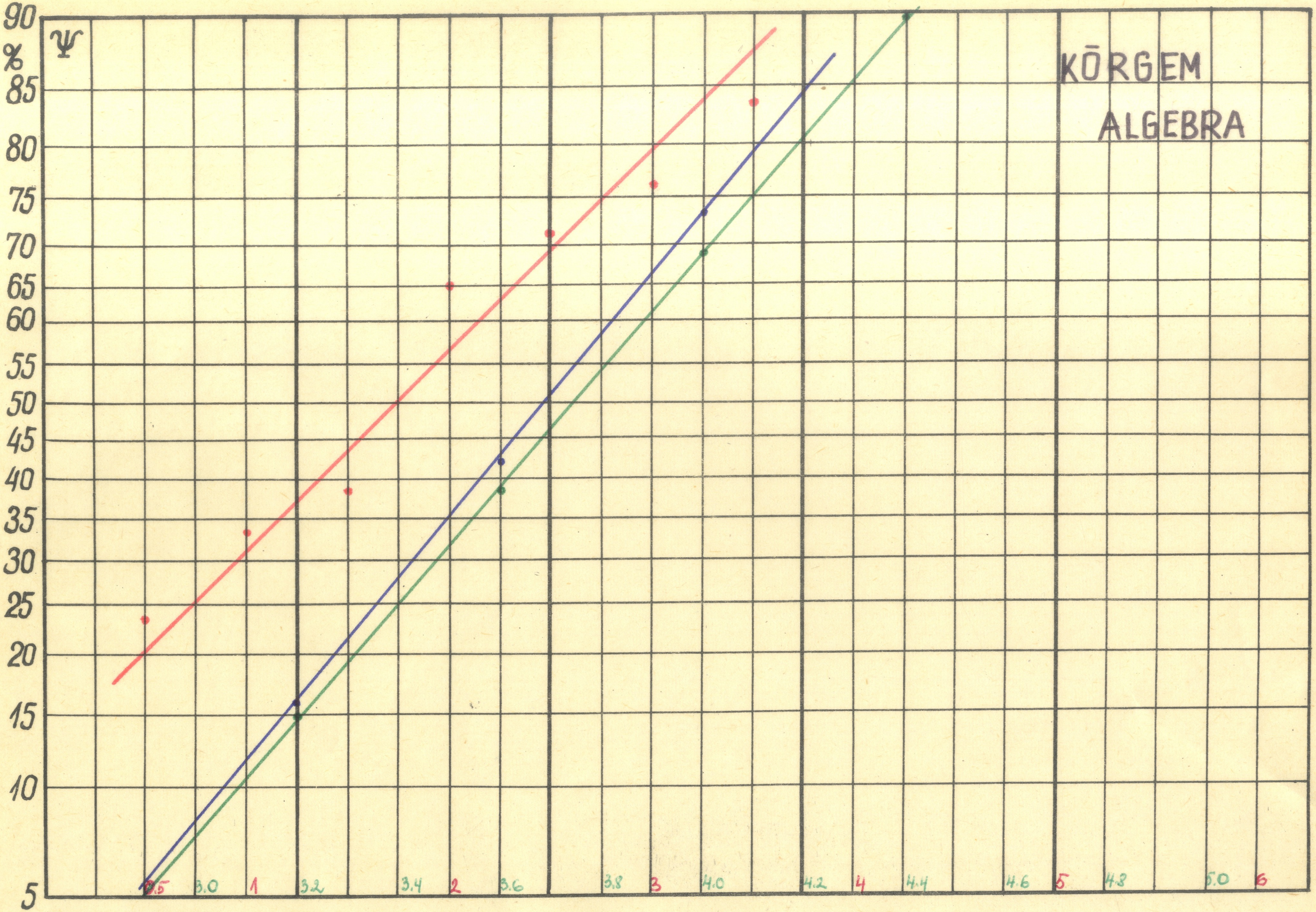
Joon. 1

TRÜ rotaprint 1967. 300. T. 564.



Joon. 2

TRÜ rotaprint 1967. 300. T. 564.



Joon. 3

TRÜ rotaprint 1967. 300. T. 564.

1.2. Kogum B.

Üheks tähtsaks juhuslikku suurust iseloomustavaks tunnuseks on tema hajuvus keskväärtuse suhtes. Hajuvust iseloomustavad mitmed karakteristikud, mille hulgas olulisemaks on dispersioon. Dispersioon on arvutatav järgmise valemi abil:

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1} (x_i - \bar{x})^2}{N - 1} \;.$$

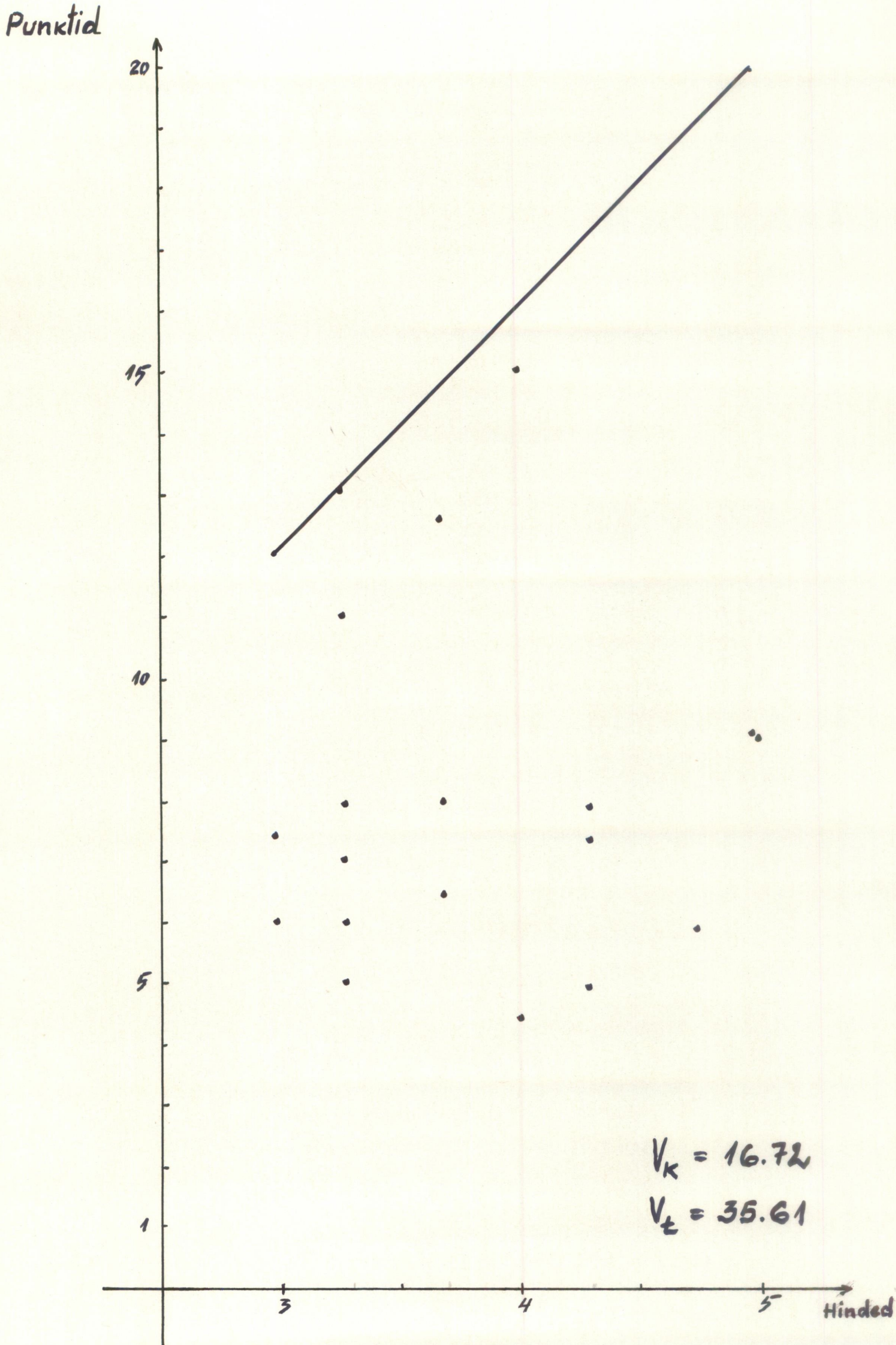
Teisti öeldes, dispersioon on võrdne standardhälbe ruuduga. Seega hea ettekujutuse tulemuste hajuvusest annavad ka standardhälbed, mis on ära toodud tabelis 1. Kogumi B testi tulemuste hajuvuse illustreerimiseks on joonestatud graafikud (joon.4-11) iga rühma kohta. Andmete hajuvuse iseloomustamiseks kasutatakse veel nn. variatsiooni kordajat

$$V = \frac{\sigma}{N} 100\,\% \,.$$

Viimatimainitud näitajat on otstarbekohane vaadelda siis, kui osutub vajalikuks võrrelda erineva dimensiooniga kogumite varieerumist. Kuna antud juhul on tegemist hinnete ja punktide süsteemiga, siis graafikutele on kantud ka eksami hinnete ja testi tulemuste variatsiooni kordajad. Vastavad tähistused on V_k ja V_t .

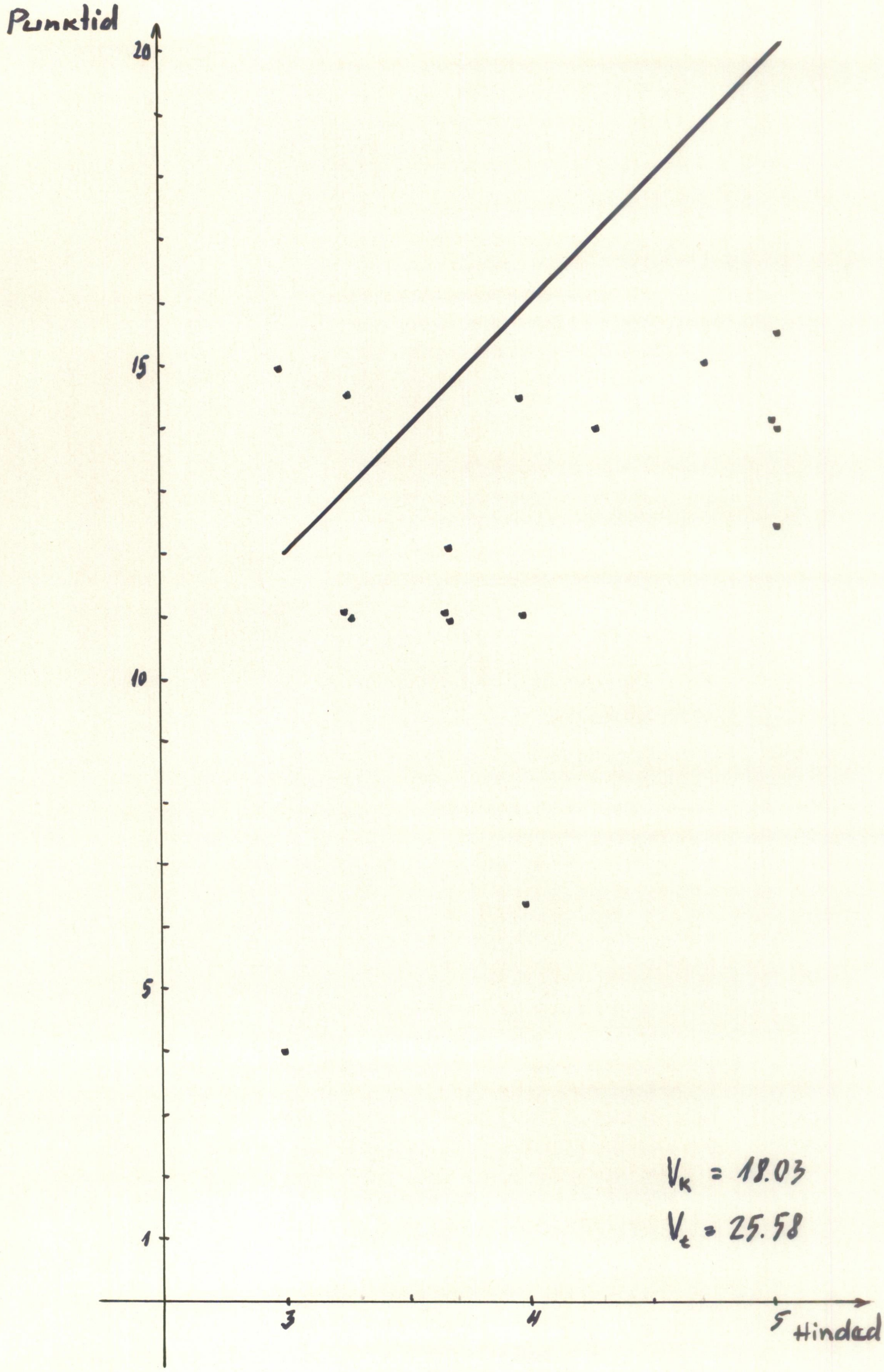
Tulemuste võrdlemisel võib teha järelduse, et kõige suurem hajuvus esineb I ja VII rühmal.

I rühm



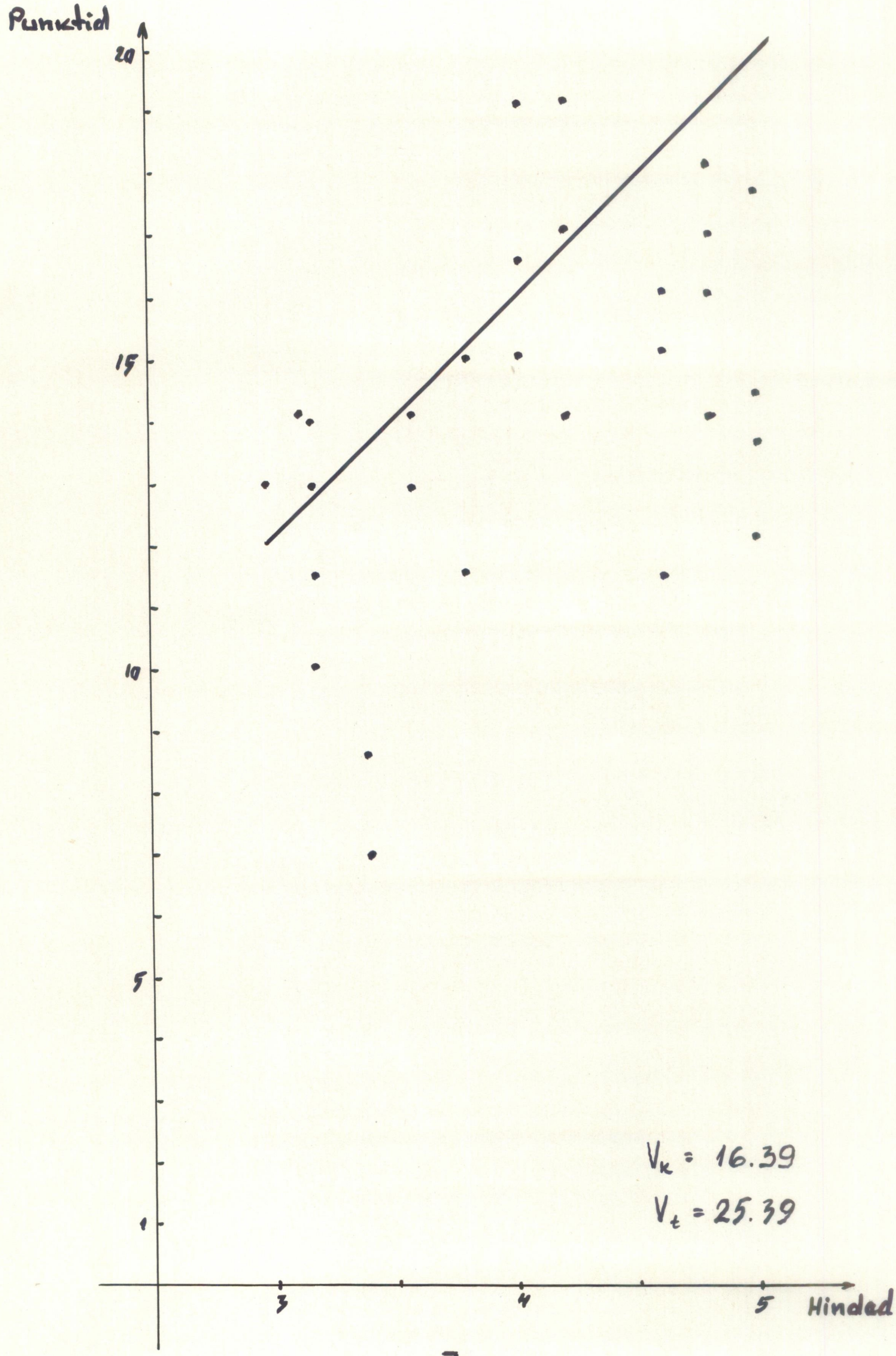
Joon. 4

II rühm



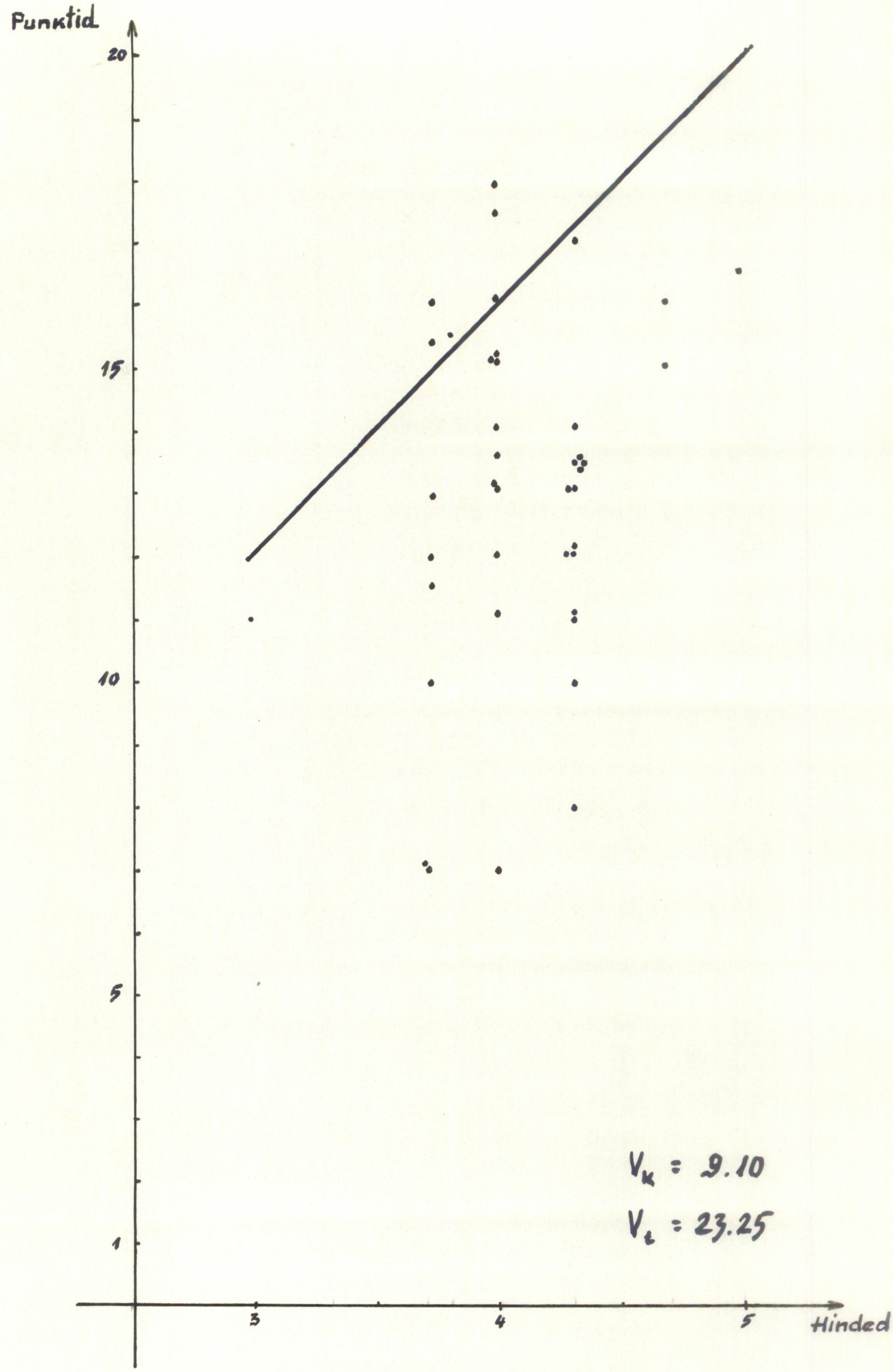
Joon. 5

III rühm



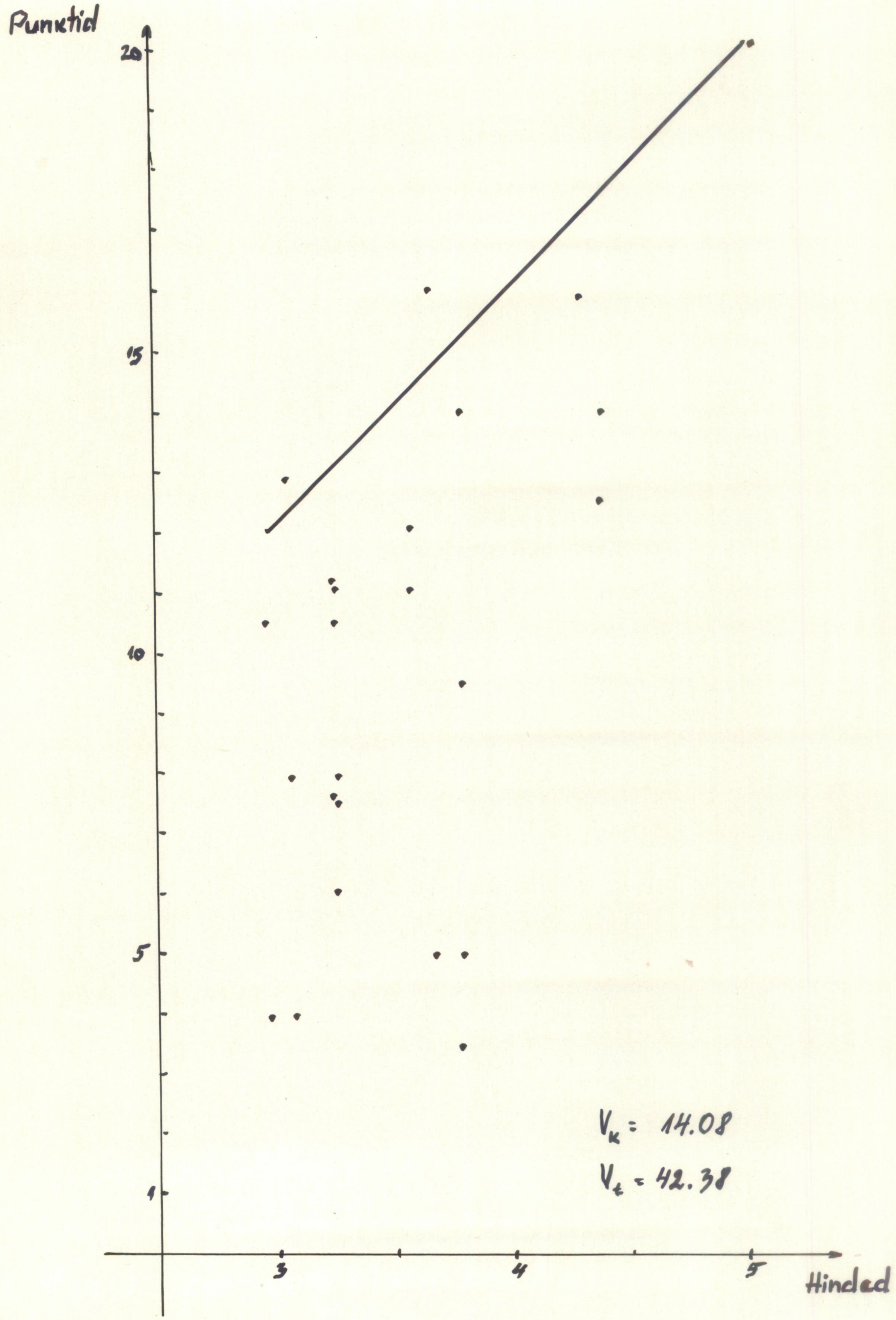
Joon. 6

IV rühm



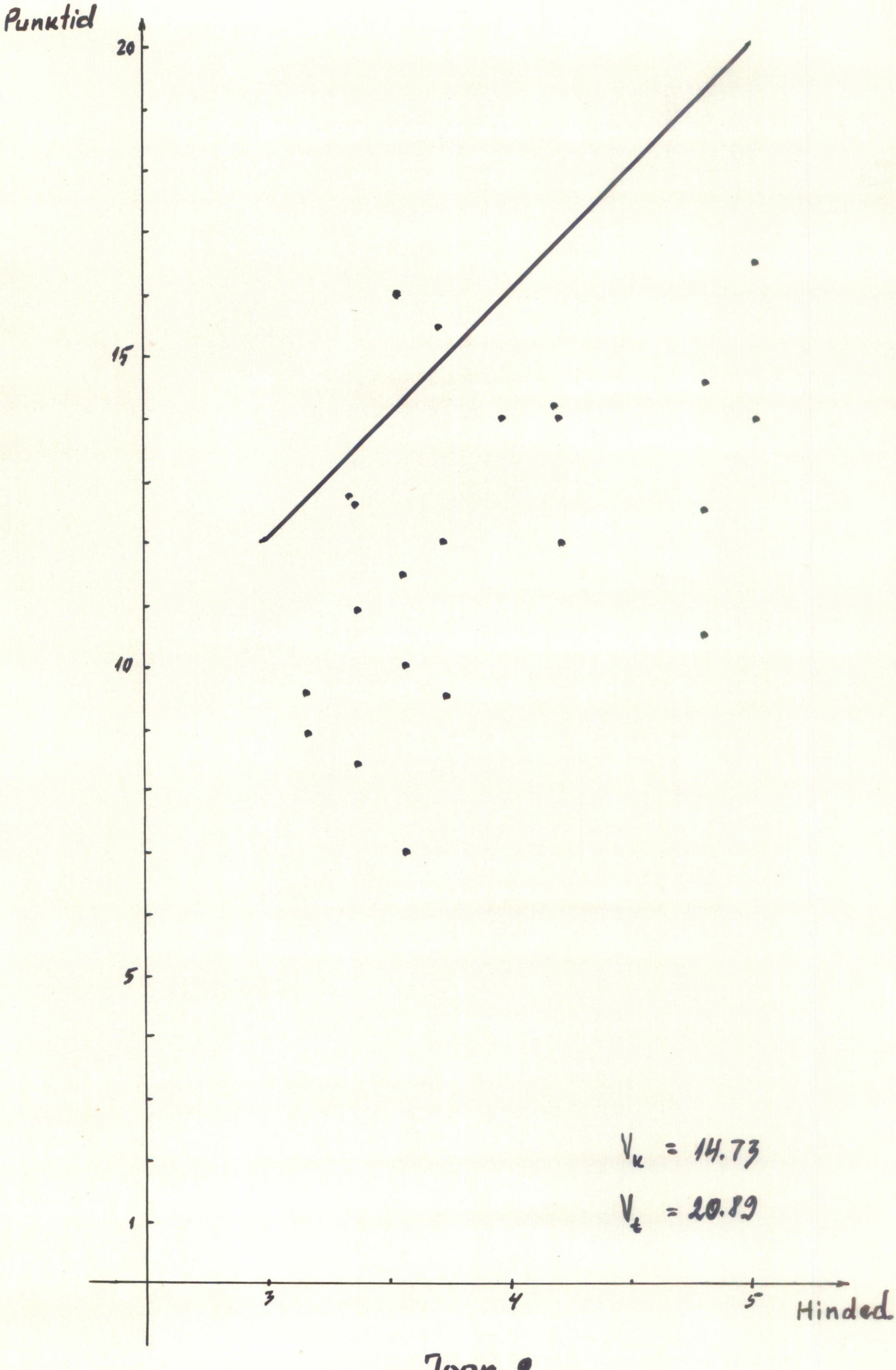
Joon. 7

V rühm



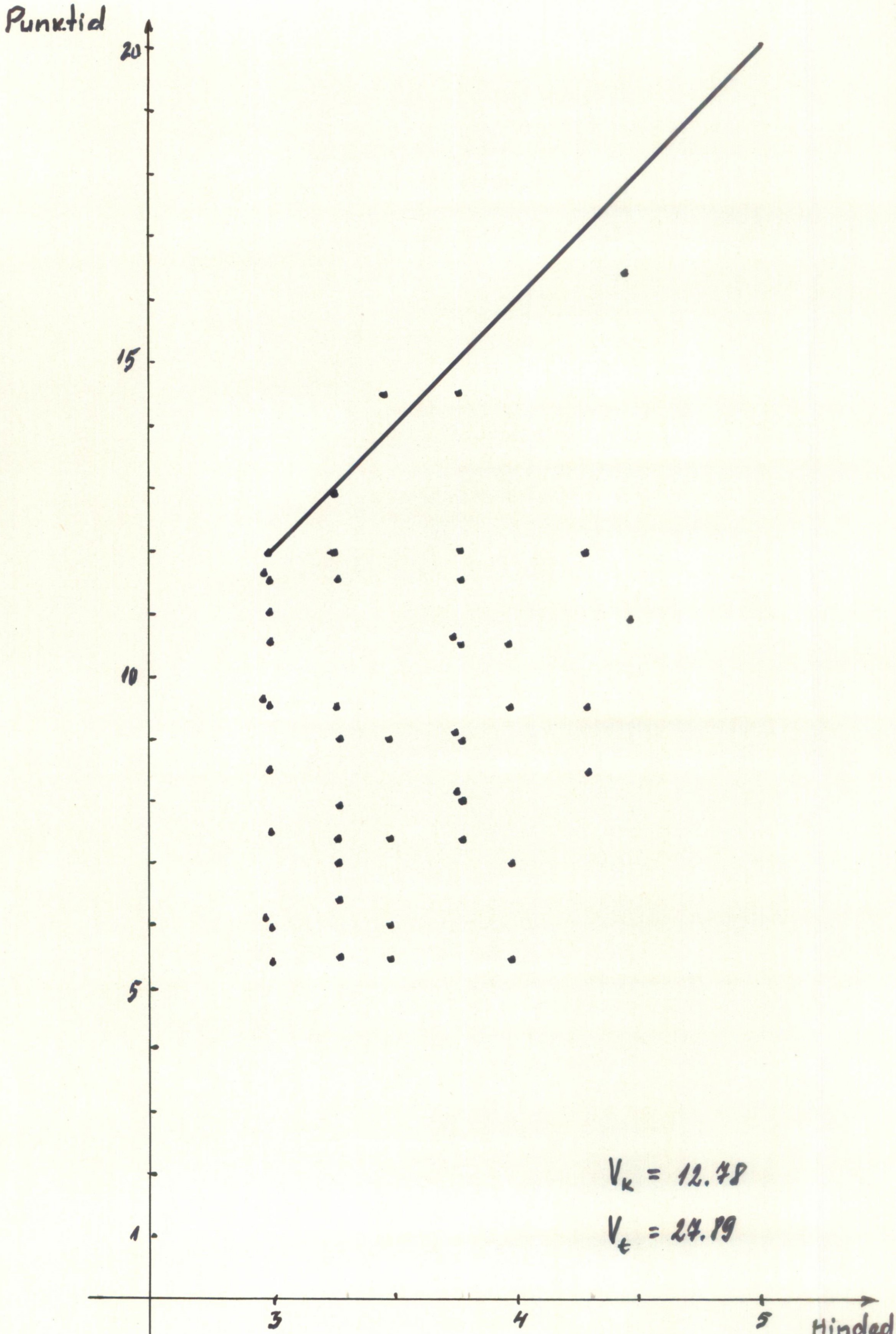
Joon. 8

VI rühm



Joon. 9

VII rühm



Joon. 10

PT III TESTI TULEMUSTE SISULINE ANALÜÜS.

Analüüsimisele tuleb kogum B.

Eesmärgiks on välja selgitada ülesannete õigete lahenduste protsent rühmade kaupa ja kõik koos vaadelduna. See annab võimaluse teada, saada, millised küsimused on üliõpilaste poolt paremini omandatud.

Kuigi ülesanded anti üliõpilastele neljas variandis (lisa 1), erinesid ülesanded tihti ainult andmete poolest ning seepärast tuleb vaatluse alla I variandist 10, II variandist 10, III variandist 6 ja IV variandist 7 ülesannet või küsimust. Edaspidi on ülesanded tähistatud sümboliga $K_{i;j}$, kus esimene indeks tähendab variandi numbrit ja teine selle variandi ülesande järjekorra numbrit. Mõnede ülesannete juures on ära toodud ka iseloomulikumad vead, mis esinesid. Põhjus, miks seda ei ole tehtud kõigi ülesannete korral, seisneb selles, et vigu lihtsalt ei olnud. Küsimus oli kas vastatud või mitte. Iga ülesande järel sulgudes on tema eest saadavate võimalike punktide arv.

Ülesannete tulemusi selgitavate tabelite horisontaalridades toodud andmed on tähistatud järgmiselt:

Σ - vaadeldava ülesande eest saadud punktide arv;

N - üliõpilaste arv rühmas;

% - saadud punktide protsent võimalikust punktide arvust.

Vertikaalridades on kogumi B rühmade numbrilised tähistused (vt. lk. 5).

Tabelites, kus on juttu vigadest, tähendab Σ lahendamata jäetud või valesti lahendatud ülesannete arvu ning protsent on võetud üliõpilaste üldarvust, kes tegid testi vastavas rühmas.

Ülesanne $K_{1;1}$

Anda määratud integraali definitsioon. (2)

Tabel 8

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	o	3	11	18	o	5.5	4	40.5
N	5	6	7	11	6	7	13	55
%	o	25	78	82	o	32	16	37

Ülesanne $K_{1;2}$

$$\text{Leida} \quad \int \frac{4\,dx}{x+5} \; . \quad (2)$$

Tabel 9

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	lo	12	14	22	lo	14	26	lo8
N	5	6	7	11	6	7	13	55
%	loo	loo	loo	loo	83	loo	loo	98

Ülesanne $K_{1;3}$

Lahendada diferentsiaalvõrrand

$$(1+s^2)df - tds = o \; . \quad (2)$$

Tabel lo

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	3.5	8.5	lo	17.5	7	8.5	23	78
N	5	6	7	11	6	7	13	55
%	35	71	71	8o	58	61	88	71

Ülesanne $K_{1;4}$

Millist punkti nimetatakse funktsiooni I liiki katkestuspunktiks? (2)

Tabel 11

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	KOKKU
Σ	4	o	4	4	3	5	o	2o
N	5	6	7	11	6	7	13	55
%	4o	o	29	15	25	36	o	18

Ülesanne $K_{1;6}$

Leida $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^3 + 4x - 5}{7x^4 - 7}$. (2)

Tabel 12

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	kokku
Σ	7.5	lo	12	o	8	13.5	14	65
N	5	6	7	11	6	7	13	55
%	75	83	86	o	67	96	54	59

Tabel 13

Vigade tüübid	Esinemis sagedus Σ	Esinemis sagedus %
1) On püütud lugejat ja nimetajat tegureiks lahutada ja ei ole jõutud õige tulemuseni	4	18

Tabeli 13 järg

Vigade tüübid	Esinemis-sagedus Σ	%
2) L.Hospitali reegli kasutamisel on tuletis valesti võetud	2	9
3) Vastusena on märgitud määramatus	3	14

Ülesanne $K_{1;8}$

Leida $\lim\limits_{x \to 0_+} \log_a x$, kui $a > 1$. (1)

Tabel 14

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	kokku
Σ	o	5	6	3	2	4	1,5	21,5
N	5	6	7	11	6	7	13	55
%	o	83	86	27	33	57	1	55

Tabel 15

Vigade tüübid	Esinemissagedus	%
1) Vastuseks on antud "1"	9	26
2) Vastuseks on antud "∞"	5	14
3) Vastuseks on antud "o"	3	9

Ülesanne $K_{1;9}$

Mida esitab funktsioon $y = x + |x|$?

Tabel 16

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	kokku
Σ	3	2	7	3	3,5	4	6	28,5
N	5	6	7	11	6	7	13	55
%	6o	3o	1oo	28	58	58	46	51

Tabel 17

Vigade tüübid	Esinemissagedus Σ	%
1) Ei ole arvestatud määramispiirkonda	1o	37
2) On valesti või ei ole täielikult rakendatud absoluutväärtuste definitsiooni	7	2o
Näiteks:		
a) $y = x$ $x = x$;		
b) $y = x$ $x = 2x$.		

Ülesanne K_1 ; 1o

Leida ln 6, kui on teada log 6 . (1)

Tabel 18

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	1	4	5	2	o	3	4,5	19,5
N	5	6	7	11	6	7	13	55
%	2o	67	71	18	o	43	35	55

Põhiliseks veaks, mis selle ülesande juures esines oli see, et koefitsent oli arvuliselt valesti märgitud. Seda viga esines 13 juhul (35 %).

Ülesanne $K_{1;11}$

Leida arcsin (sin x) . (1)

Tabel 19

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	1	5	5	1o	3	7	7	38
N	5	6	7	11	6	7	13	55
%	2o	83	74	91	5o	1oo	54	69

Ülesanne $K_{1;12}$

Millist joont nimetatakse parabooliks ? (2)

Tabel 2o

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	kokku
Σ	1	3	6	14	5	5.5	4	38.5
N	5	6	7	11	6	7	13	55
%	1o	25	43	64	42	39	15	35

Ülesanne $K_{2;1}$

Funktsiooni tuletise definitsioon ja geomeetriline tõlgendus. (2)

Tabel 21

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	kokku
Σ	3	6	14	22	6	8	15	74
N	5	3	8	11	6	6	12	51
%	3o	1oo	88	1oo	5o	67	63	73

Ülesanne $K_{2;2}$

Leida

$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} \quad (b \neq 0) \ . \quad (2)$$

Tabel 22

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	kokku
Σ	4	4	14	12	1o	8	13	65
N	5	3	8	11	6	6	12	51
%	4o	67	88	55	83	67	54	64

Ulesanne $K_{2;3}$

Mida esitab funktsioon $y = x - |x|$? Teha skits. (1)

Tabel 23

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
$\sum$	2.5	o.5	7	3	2	3	2.5	22.5
N	5	3	8	11	6	6	12	51
%	5o	17	88	27	33	5o	38	44

Ulesanne $K_{2;4}$

Arvutada kaugus antud punktide A ja B vahel:

A(1;3;o); B (4;1;3). (1)

Tabel 24

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
$\sum$	1	3	6.5	11	6	6	9	42.5
N	5	3	8	11	6	6	12	51
%	2o	loo	81	loo	loo	loo	75	83

Ulesanne $K_{2;5}$

Joone $y = f(x)$ asümptoodi mõiste. (2)

Tabel 25

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
$\sum$	4.5	4	11	22	4.5	6	7.5	59.5
N	5	3	8	11	6	6	12	51
%	45	67	69	loo	38	5o	31	58

Sellele küsimusele on antud tihti mittetäielik vastus. Joonisele osatakse märkida, aga sõnastada mitte.

Ülesanne $K_{2;6}$

Leida $\ln(e^{-x})$. (1)

Tabel 26

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	0	3	8	6	5	2	3	27
N	5	3	8	11	6	6	12	51
%	0	100	100	55	83	33	25	53

Tabel 27

Vigade tüübid	Esinemissagedus Σ	Esinemissagedus %
1) vastus on jäetud kujule $\ln\left(\frac{1}{1^x}\right)$	5	21
2) $\ln(e^{-x}) = \ln\left(\frac{1}{\ln x}\right)$	2	8

Ülesanne $K_{2;7}$

Lahendada diferentsiaalvõrrand

$y'' = \sin x$, kui $y(0) = 0$ ja $y'(0) = 1$ (2)

Tabel 28

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	1	4	15	6	5.5	6.5	7.5	45.5
N	5	3	8	11	6	6	1 12	51
%	10	67	94	27	46	54	31	45

Tabel 29

Vigade tüübid	Esinemissagedus Σ	Esinemissagedus %
1) Ei osata arvestada lisatingimust	11	38
2) Vead integreerimises	6	21

Ülesanne $K_{2;8}$

Leida $\int \frac{dx}{1 + 16x^2}$. (2)

Tabel 3o

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
$\sum$	1.5	2.5	lo	22	4	11	15	66
N	5	3	8	11	6	6	12	51
%	15	42	63	loo	33	92	63	65

Tabel 31

Vigade tüübid	Esinemissagedus $\sum$	%
1) $\int \frac{dx}{1 + 16x^2} = \operatorname{arctan} 4x + C$	9	36
2) $\int \frac{dx}{1 + 16x^2} = 4 \operatorname{arctan} x + C$ või $4 \operatorname{arctan} 4x + C$	3	12

Ülesanne $K_{2;11}$

Leida y', kui $y = e^{2x(x+1)}$. (2)

Tabel 32

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VIII	Kokku
$\sum$	8.5	6	14	16	lo	9	2o	83.5
N	5	3	8	11	6	6	12	51
%	85	loo	88	73	83	75	83	82

Tüüpilisi vigu selle ülesande puhul ei esinenud. Üksikute üliõpilaste töödes leidus taolisi ebatäpsusi nagu

$$y' = 4x \cdot e^{2x(x+1)};$$

$$y' = 2\,(x+1)\;e^{2x(x+1)};$$

$$y' = \frac{I}{2}\;e^{2x(x+1)};$$

$$y' = 4x \cdot e^{2x(x+1)} \cdot 2\,.$$

Ülesanne $K_{2;12}$

Millist joont nimetatakse ellipsiks? (2)

Tabel 33

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
$\sum$	1	4	11.5	22	5	5	7.5	56
N	5	3	8	11	6	6	12	51
%	1o	33	72	1oo	42	42	31	55

Ülesanne $K_{3;1}$

Määramata integraali mõiste. (2)

Tabel 34

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
$\sum$	2	o.5	8.5	16	8	1o.5	4.5	5o
N	5	4	8	9	9	7	12	54
%	2o	6	53	89	44	75	19	46

Ülesann $K_{3;3}$

Lahendada süsteem

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = o \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 = o \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = o\,. \end{cases} \quad (1)$$

Tabel 35

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
$\sum$	1.5	2	6	4	5	7	5	30.5
N	5	4	8	9	9	7	12	54
%	30	56	75	44	56	100	42	56

Selle ülesande juures oli tihti kasutatud ebaratsionaalset lahendusvõtet - asendusmeetodit.

Ülesanne $K_{3;5}$

Mida esitab ruumis võrrand

$$(x-1)^2 + (y+2)^2 = 0 \quad ? \qquad (2)$$

Tabel 36

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
$\sum$	0	4	6	16	0	5	2.5	33.5
N	5	4	8	9	9	7	12	54
%	0	50	38	89	0	36	10	31

Tabel 37

Vigade tüübid	Esinemissagedus $\sum$	Esinemissagedus %
1) Vastuseks pakuti sirge mitmesuguseid asendeid	10	27
2) Võrrand esitab silindrilist pinda	8	22
3) Võrrand kuulub ringjoonele või kerale	7	19
4) Tegemist on ellipsiga	4	11

Ulesanne $K_{3;6}$

$$y = (5x^3 + 2x + 1)^{\frac{1}{3}} \; ; \quad y' = ? \qquad (2)$$

Tabel 38

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	9	8	16	13	15.5	12	21	94.5
N	5	4	8	9	9	7	12	54
%	9o	loo	loo	72	86	86	88	88

Ulesanne $K_{3;9}$

Millist punkti nimetatakse funktsiooni II liiki katkevuspunktiks? (2)

Tabel 39

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	4	o	6	1	6.5	o	o	17.5
N	5	4	8	9	9	7	12	54
%	4o	o	38	11	72	o	o	16

Ulesanne $K_{3;11}$

Mida esitab funktsioon $y = 2x + |x|$? Teha skits.

Tabel 4o

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	4	3	7	9	3	4	8	38
N	5	4	8	9	9	7	12	54
%	8o	75	88	loo	33	57	67	7o

Ülesanne $K_{4;1}$

Funktsiooni diferentsiaali mõiste ja geomeetriline tõlgendus.

(2)

Tabel 41

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	o	1	3	18	4	4.5	1.5	34
N	4	4	7	9	4	4	9	41
%	o	13	21	1oo	5o	56	8	41

Ülesanne $K_{4;2}$

Kirjutada välja antud võrrandisüsteemi determinant

$$\begin{cases} 3x + 2y - 3 = o \\ x - 7y + 1 = o. \end{cases} \qquad (2)$$

Tabel 42

Punkte \ Rühm	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	o	4.5	8.5	16	4	6	16	55
N	4	4	7	9	4	4	9	41
%	o	56	61	89	56	75	89	67

Tabel 43

Vead	Esinemissagedus Σ	Esinemissagedus %
1) Võrrandisüsteemi determinant antud kujul $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -3 \\ 1 & -7 & 1 \end{vmatrix}$	4	31
2) Avaldatud x ja y determinantide abil	3	23

Ulesanne $K_{4;3}$

Leida $\lim\limits_{x \to 0_+} \log_a x$, kui $0 < a < 1$. (1)

Tabel 44

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	o	4	4	o	2	2	2	14
N	4	4	7	9	4	4	9	41
%	o	loo	57	o	5o	5o	22	34

Tabel 45

Vead	Esinemissagedus Σ	Esinemissagedus %
1) Vastuseks " $= \infty$"	6	21
2) Vastuseks " o "	5	18

Ülesanne $K_{4;5}$

Mida võib öelda tasapinna $2x + 3z = 0$ asendi kohta?

Tabel 46

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	2	4	6	9	3	2	3.5	29.5
N	4	4	7	9	4	4	9	41
%	25	5o	43	5o	38	25	19	36

Ulesanne $K_{4;8}$

Kirjutada välja ositi integreerimise valem. (1)

Tabel 47

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	2	4	6.5	9	2	4	8	35.5
N	4	4	7	9	4	4	9	41
%	5o	loo	93	loo	5o	loo	89	87

Ülesanne $K_{4;10}$

Leida $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{(1+\frac{1}{x})^x}{2}$. (2)

Tabel 48

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	o	8	5	o	3	2	3	21
N	4	4	7	9	4	4	9	41
%	o	1oo	36	o	38	25	17	26

Tabel 49

Vigade tüübid	Esinemissagedus Σ	Esinemissagedus %
1) Ei teata arvu e definitsiooni; ülesandele antakse vastuseks $\frac{1}{2}$	21	72

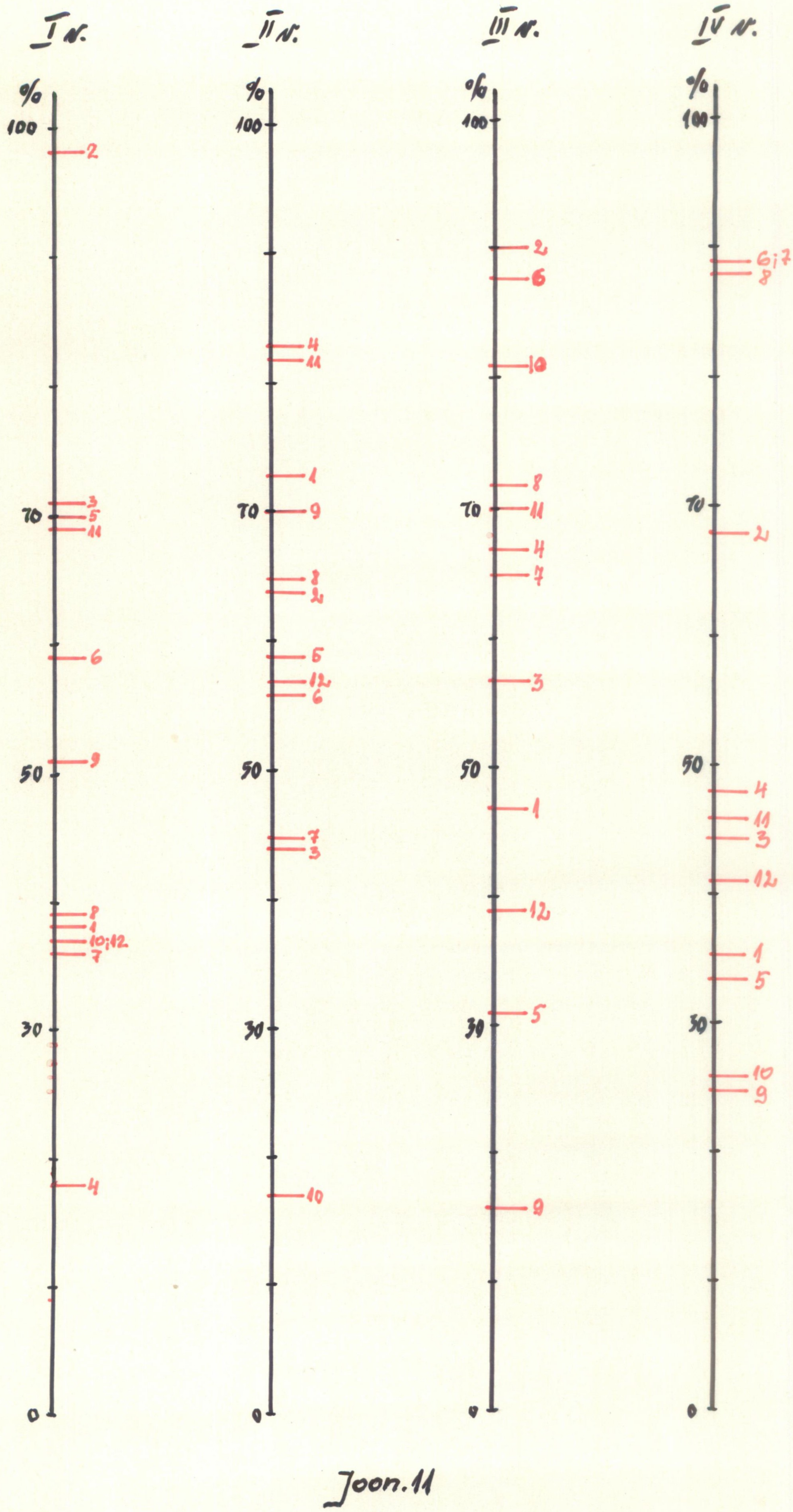
Ülesanne $K_{4;12}$

Millist joont nimetatakse hüperbooliks? (2)

Tabel 5o

Rühm / Punkte	I	II	III	IV	V	VI	VII	Kokku
Σ	1	o	6.5	17	3.5	3.5	6.5	38
N	4	4	7	9	4	4	9	41
%	13	o	46	94	44	63	36	46

Kokkuvõttena on joonestatud graafikud (joon 11) nelja variandi (lühend v.) kõigi ülesannete kohta. Graafikutele on kantud ülesannete lahendatuse protsendid. Arvud nivoojoonte juures tähendavad vastava variandi ülesande järjekorra numbrit.



Joon. 11

Vaadeldes tehtud kokkuvõtteid, võime märgata, et ülesannete õigete vastuste protsendid on väga erinevad. Seepärast on järgnevalt välja selgitatud need ülesanded, mille lahendatus erineb teine-teisest märkimisväärselt. Selleks on kasutatud kahe protsendi erinevuse märkimisväärsuse kindlakstegemise meetodit. Otsus langetatakse kriitilise suhte

$$KS = \frac{D}{\sigma_D} \quad \text{abil, kus}$$

$$D = |p_1 - p_2|,$$

$$\sigma_D = \sqrt{p \cdot q \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2}\right)} .$$

Selgituseks siin nii palju, et p_1 ja p_2 on kaks protsendi - määra;

$$p = \frac{p_1 \cdot N_1 + p_2 \cdot N_2}{N_1 + N_2}$$

ning

$$q = 1 - p ;$$

Normarvud KS jaoks leitakse Student'i t-jaotuse tabelist.

Arvutuste tulemused on kokku-võtlikult esitatud tabelites 51-54. Tabelisse kantud rist tähendab seda, et erinevus nende kahe ülesande lahendatuse vahel on märkimisväärne. Tabelid on tehtud eraldi kõigi nelja variandi nende ülesannete kohta, mis eelnevalt olid vaatluse all. Igale tabelile järgneb lühike kokkuvõte.

Tabel 51

	$K_{1;1}$	$K_{1;2}$	$K_{1;3}$	$K_{1;4}$	$K_{1;6}$	$K_{1;8}$	$K_{1;9}$	$K_{1;10}$	$K_{1;11}$	$K_{1;12}$
$K_{1;1}$		+	+	+	+				+	
$K_{1;2}$			+	+	+	+	+	+	+	+
$K_{1;3}$				+		+	+	+		+
$K_{1;4}$					+	+	+	+	+	+
$K_{1;6}$						+		+		+
$K_{1;8}$									+	
$K_{1;9}$									+	
$K_{1;10}$									+	
$K_{1;11}$										+
$K_{1;12}$										

Järeldusi:

1) Kõigist teistest ülesannetest märkimisväärselt paremini on lahendatud integreerimisülesanne $K_{1;2}$.

2) Hästi osatakse lahendada eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrandit, samuti ka leida, millega võrdub arcsin (sin x).

3) Palju nõrgemad on tulemused funktsiooni I liiki katkevuspunkti defineerimisel.

4) Viie ülesandega võrreldes on erinevus märkimisväärne ülesannetel $K_{1;10}$ (leida ln 6, kui on teada log 6) ja $K_{1;12}$ (milist joont nimetatakse paraboolikš).

Tulemused on enamuses (v.a. ülesanne $K_{1;4}$) madalamad.

Tabel 52

	$K_{2;1}$	$K_{2;2}$	$K_{2;4}$	$K_{2;5}$	$K_{2;6}$	$K_{2;7}$	$K_{2;8}$	$K_{2;11}$	$K_{2;12}$
$K_{2;2}$				+	+	+			+
$K_{2;2}$			+			+			
$K_{2;4}$				+	+	+	+		+
$K_{2;5}$								+	
$K_{2;6}$								+	
$K_{2;7}$							+	+	
$K_{2;8}$								+	
$K_{2;11}$									+
$K_{2;12}$									

Järeldusi:

1) Tunduvalt paremini on lahendatud
   a) tuletise leidmise ülesanne ($K_{2;11}$);
   b) kahe antud punkti vahelise kauguse arvutamine ($K_{2;4}$).

2) Kõrgemat järku diferentsiaalvõrrandi (algtingimustega) lahendamine valmistab raskusi ($K_{2;7}$).

Viie ülesandega võrreldes on erinevus märkimisväärselt halvem.

Tabel 53

	$K_{3;1}$	$K_{3;3}$	$K_{3;5}$	$K_{3;6}$	$K_{3;9}$	$K_{3;11}$
$K_{3;1}$				+	+	+
$K_{3;3}$			+	+	+	
$K_{3;5}$				+		+
$K_{3;6}$					+	+
$K_{3;9}$						+
$K_{3;11}$						

Järeldusi:

1) Märkimisväärselt paremini on lahendatud ülesanded:

a) leida tuletis etteantud funktsioonist ($K_{3;6}$);

b) teha skits funktsioonile $y = 2x + |x|$. ($K_{3;11}$).

2) Vähe on antud õigeid vastuseid järgmiste ülesannete puhul

a) millist punkti nimetatakse funktsiooni II liiki katkevuspunktiks? ($K_{3;9}$)

b) mida esitab ruumis joon $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 0$? ($K_{3;5}$).

Tabel 54

	$K_{4;1}$	$K_{4;2}$	$K_{4;3}$	$K_{4;5}$	$K_{4;8}$	$K_{4;10}$	$K_{4;12}$
$K_{4;1}$		+			+		
$K_{4;2}$			+	+	+	+	+
$K_{4;3}$					+		
$K_{4;5}$					+		
$K_{4;8}$						+	+
$K_{4;10}$							+
$K_{4;12}$							

Järeldusi:

1) Kõigi teiste ülesannetega võrreldes märkimisväärselt paremini tuntakse ositi integreerimise valemit ($K_{4;8}$) ja osatakse välja kirjutada antud võrrandisüsteemi determinanti ($K_{4;2}$).

2) See, et ei tunta arvu e definitsiooni, on põhjuseks ülesande $K_{4;10}$ madalale lahendatavuse protsendile.

3) Tulemused on kõrgemad teoreetilistele küsimustele vastamisel.

PT IV KOKKUVÕTTEID JA JÄRELDUSI.

1. Eksisteerib seos üliõpilaste eksami hinnete ja korrelldatud kontrolltesti tulemuste vahel (vaatluse all peab olema vähemalt 2o liikmeline rühm, sest väiksema objektide arvuga kogum ei anna usaldusväärseid tulemusi). Seega võib järeldada, et kõrgema eksami hindega üliõpilaste teadmised on püsivamad.

2. Testi tulemused on suhteliselt paremad kõrgemas algebras, halvemini on vastatud analüütilise geomeetria küsimustele. Matemaatilise analüüsi puhul on tulemused kõikuvad. Osadel rühmadel on selles aines kõige paremad näitajad (rohkem nooremmatel kursustel), teistel jällegi kõige kõrgemad. Analüütilise geomeetria suhteliselt halvad keskmised on tingitud ka tõenäoliselt sellest, et see aine on teiste Ülikoolis õpitavate distsipliinidega vähem seotud. Peale selle analüütilist geomeetriat loetakse vähema tundide arvuga kui näiteks matemaatilist analüüsi.

3. ENSV 4 kõrgema kooli II kursustelt valitud rühmade võrdlemisel (kõik sooritasid sama testi) osutusid teadmised kõige püsivamaks TRU Füüsika teoreetikutel-pedagoogidel. Tugeva korrelatiivse seose andsid eksami hinnete ja testi tulemuste kõrvutamisel ka TRÜ Matemaatika teaduskonna pedagoogide rühm ja TPI Energeetika II kursus.

4. Uurides ülesannete lahendamisel tehtud vigade tüüpe, ülesande lahendatust protsentides,

Vigade esinemissagedust võime teha järelduse, et praktilist laadi ülesannete lahendamisel ei valmista nii suuri raskusi kui teoreetilistele küsimustele vastamine. Seda võib öelda kõigi rühmade kohta v.a. EPA Põllumajanduse Mehhaniseerimise II kursus. Viimatimainitud rühm vastas paremini teoreetilistele küsimustele.

Teistest paremini on lahendatud diferentseerimise ja integreerimise ülesanded ($K_{1;2}$ - 98% ; $K_{3;6}$ - 88 % jne). Küllalt kõrge lahendatuse protsendi andsid ka piirväärtuse leidmise ülesanded, välja arvatud IV variandis esinev seda laadi ülesanne(saadud punktid moodustasid kõigest 26 % võimalike punktide arvust). Hästi on tuldud toime eralduvate muutujatega diferentsiaalvõrrandi lahendamisega ($K_{1;3}$ - 71 %; $K_{2;7}$ - 65 %). Samas tavaline II järku algtingimustega diferentsiaalvõrrandi lahendamine on osutunud raskeks ($K_{2;7}$ - 45 %; $K_{4;9}$ - 25 %). Erinevus kahe viimatimainitud ülesannete tüübi lahendatuse vahel on märkimisväärne.

Nõrgalt on vastatud küsimustele, mis nõuavad võrrandi kuju järgi tema esituse määramist ruumis või otsustamist tasapinna asendi üle ($K_{1;7}$ - 33 %; $K_{3;5}$ - 31 %; $K_{1;5}$ - 36 %). Teoreetilistest küsimustest teatakse paremini funktsiooni tuletise definitsiooni ja geomeetrilist tõlgendust. See on ka arusaadav, kuna antud küsimusega puututakse üsna põhjalikult kokku juba keskkoolis. Kõige halvemini on vastatud küsimustele, mis nõuavad funktsiooni I ja II liiki katkevuspunkti defineerimist ($K_{1;4}$ -18 %; $K_{3;9}$ - 16 %). Mõnevõrra üllatav oli see, et naturaallogaritmiga seotud ülesannete lahendatavuse protsent oli suhteliselt madal ($K_{1;10}$ - 35 %; $K_{4;11}$ - 48 %).

Резюме

В настоящей дипломной работе рассматриваются проблемы математических знаний и их устойчивости четырёх ВУЗ ов Эстонской ССР (ТГУ, СХА, ТПИ, ТПедИ). Использованы результаты тестов по высшей математике с 1966-72 г. Сравниваются оценки студентов и результаты проведённых тестов у одних и тех же лиц.

Преследовалась цель выяснить:

есть-ли взаимная связь между этими двумя явлениями.

Автором дипломной работы дополнительно проведены тесты (1972г.) и проанализиравано их содержание.

Дипломная работа состоит из следующих глав:

I Общая характеристика тестов

II Анализ результатов тестов

III Анализ содержания тестов

IV Обобщения и выводы .

KASUTATUD KIRJANDUS

1. Налимов В.В применение математической статистики при анализе вещества. Москва , 1960.
2. Савельев П.Л. Применение методов математической статистики для анализа информации некоторых элементов учебного комплекса АИС ВУЗа /автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук/. Рига, 1970.
3. Soonets, K. Tõenäosusteooria ja amtemaatiline statistika. Tartu, 1967.
4. Tiit, E. Tõenäosusteooria I. Tartu , 197o.
5. Lepik, U Tõenäosuspaberi kasutamisest statistilises arvutustes. "Eesti Loodus", 1968, lo, lk. 629 - 631.
6. Varul, H Matemaatika teaduskonna üliõpilaste teadmiste püsivusest. Kursusetöö. Tartu, 1971.
7. Varul, H. Matemaatika teaduskonna üliõpilaste teadmiste püsivusest. Kursusetöö. Tartu, 1971.
8. Programme kõigile I. Tartu, 1968.
9. Научная организация учебного процесса. Рига, 1970.

Lisa 1

1966/67 Matemaatika IV kursus.

N = 13

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	o99								
2	o58	o99							
3	oo7	o27	o99						
4	o2o	o2o	oo4	o99					
5	o57	o35	o14	o13	o99				
6	o6o	o11	o17	o1o	o77	o99			
7	o49	o13	oo2	o11	o84	o79	o99		
8	o62	o31	o12	o14	o94	o82	o92	o99	
9	o67	o38	o13	o17	o96	o82	o89	o98	o99

Usalduspiirid (95 %) :

r_{15} = o.57 o.o6 $\leq r_{15} \leq$ o.85

r_{18} = o.62 o.14 $\leq r_{18} \leq$ o.87

r_{19} = o.67 o.22 $\leq r_{19} \leq$ o.88

Aritmeetilised keskmised ja nende 95 %-lised usalduspiirid:

	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{\bar{x}}$	2.65	o.92	1.35	4.o9	4.3o	4.27	4.14
$\bar{\bar{x}} - u$	1.69	o.31	o.73	2.96	3.98	3.91	3.74
$\bar{\bar{x}}$ u	3.62	1.54	1.96	5.23	4.62	4.63	4.55

Lisa 2

1967/68 Matemaatika II kursus.

N = 23

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
o99									1
o44	o99								2
-oo4	-oo2	o99							3
o68	o74	o51	o99						4
o26	o44	-o14	o32	o99					5
o14	o35	-o34	oo6	o4o	o99				6
o19	o33	-oo2	o28	o52	o25	o99			7
o23	o46	-o16	o29	o82	o69	o73	o99		8
o16	o44	-oo5	o3o	o74	o72	o67	o96	o99	9

95 %-lised usalduspiirid korrelatsioonikordajale

r_{28} = o.46 o.o9 $\leq r_{28} \leq$ o.72

r_{29} = o.44 o.o6 $\leq r_{29} \leq$ o.88

Aritmeetilised keskmised ja nende 95 % usalduspiirid

	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{x}$	2,o8	1,31	1.22	4.63	4.31	4.21	3.87
$\bar{x}$ - u	1.8o	o.97	o.88	4.o5	4.13	4.o3	3.66
$\bar{x}$ u	2.35	1.65	1.55	5.22	4.49	4.39	4.o8

Lisa 3

1967/68 Matemaatika IV kursus.

N = 14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
o99									1
o17	o99								2
-oo2	o27	o99							3
-o36	-o33	-oo6	o99						4
o27	-o62	-o31	o49	o99					5
-o2o	-o29	-o25	o4o	o3o	o99				6
o11	-o75	-o13	o26	o66	o23	o99			7
o49	-o57	-o19	o31	o84	o31	o78	o99		8
o33	-o68	-o33	o38	o91	o32	o85	o95	o99	9

95 % -lised usalduspiirid:

r_{28} = -o.57 -o.o6 $\leq r_{28} \leq$ -o.84

r_{29} = -o.68 -o.24 $\leq r_{29} \leq$ -o.89

Aritmeetilised keskmised ja nende 95 % usalduspiirid:

	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{x}$	4.39	1.71	1.82	5.74	4.49	4.5o	4.57
$\bar{x}$ - u	3.84	o.82	o.8o	4.11	4.25	4.27	4.32
$\bar{x}$ u	4.95	2.6o	2.84	7.47	4.74	4.73	4.8[illegible]

Lisa 4

1967/68 Matem-pedag. II kursus.

N = lo

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
o99									1
-o42	o99								2
o13	ooo	o99							3
-oo4	o72	o28	o99						4
o59	-o32	o29	o19	o99					5
o3o	ooo	-o17	o65	-o18	o99				6
o58	-o31	o17	o11	o86	oo4	o99			7
o69	-o28	o22	o18	o87	o28	o92	o99		8
o7o	-o29	-oo2	o11	o78	o33	o94	o95	o99	9

Korrelatsioonikordajate 95 % usalduspiirid:

r_{18} = 69 $\qquad$ o22 $\leq r_{18} \leq$ o9o

r_{19} = 7o $\qquad$ o.24 $\leq r_{19} \leq$ o9o

Aritmeetilised keskmised ja nende 95 % usalduspiirid:

	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{x}$	1.7o	2.oo	1.8o	5.2o	4.26	4.35	3.75
$\bar{x}$ - u	1.11	1.33	1.5o	4.26	3.92	4.o1	3.21
$\bar{x}$ u	2.29	2.67	2.1o	6.14	4.56	4.69	4.29

Lisa 5

1968/69 Matemaatika I kursus.

N $\neq$ 33

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
o99									1
olo	o99								2
o15	o28	o99							3
o21	-o32	-o18	o99						4
oo3	o23	o29	-o42	o99					5
o3o	o21	o37	-o22	o59	o99				6
o33	o3o	o4o	-o47	o59	o49	o99			7
o27	o3o	o41	-o39	o83	o72	o84	o99		8
o3o	o32	o39	-o32	o84	o75	o78	o95	o99	9

$r_{48} = -0.39$

95 % usaldusepiirid: $-0.06 \leq r_{48} \leq -0.64$

Aritmeetilised keskmised ja nende 95 % usalduspiirid:

	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{x}$	2.21	2.86	3.32	4.o6	4.26	4.38	4.o9
$\bar{x}$ - u	1.8o	2.17	2.7o	2.89	4.1o	4.17	3.84
$\bar{x}$ u	2.63	3.56	3.94	5.22	4.43	4.59	4.34

Lisa 6

1968/69 Matemaatika IV kursus.

N = 14

1	2	3	4	5	6	7	8	9	
o99									1
oo7	o99								2
o21	-oo9	o99							3
o71	o62	o48	o99						4
o37	oo2	-oo8	o13	o99					5
o24	-o33	o22	oo3	o33	o99				6
o37	-o16	oo7	oo8	o59	o26	o99			7
o38	oo4	-oo2	o18	o87	o51	o76	o99		8
o3o	o1o	-o17	o12	o78	o51	o65	o94	o99	9

95 % usalduspiirid:

r_{14} = o.71 $\qquad$ o.29 $\leq r_{14} \leq$ o.9o

r_{24} = o.62 $\qquad$ o.14 $\leq r_{24} \leq$ o.87

Aritmeetilised keskmised ja nende 95 % usalduspiirid:

	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{X}$	1.36	1.4o	2.9o	5.71	4.o3	4.39	4.o7
$\bar{x}$ - u	o.68	o.79	2.44	4.62	3.78	4.11	3.77
$\bar{x}$ u	2.o3	1.99	3.35	6.81	4.27	4.67	4.37

Lisa 7

1968/69 Matem.-pedag. II kursus.

N = 15

1	2	3	4	5	6;7	8	9	
o99								1
oo7	o99							2
o24	oo4	o99						3
o67	o39	o81	o99					4
o2o	-o69	o13	-oo3	o99				5
o22	-o39	o38	o22	o45	o99			6;7
o28	-o6o	o28	o13	o86	o78	o99		8
o31	-o68	o24	oo8	o9o	o73	o95	o99	9

95 % usalduspiirid korrelatsioonikordajatele:

r_{14} = o.67   o.25 $\leq r_{14} \leq$ o.88

r_{34} = o.81   o.52 $\leq r_{34} \leq$ o.93

r_{28} = -o.6o   -o.85 $\leq r_{28} \leq$ -o.13

r_{29} = -o.68   -o.88 $\leq r_{29} \leq$ -o.26

Aritmeetilised keskmised ja nende 95 % usalduspiirid:

	1	2	3	4	5	6;7
$\bar{x}$	1.73	o.93	2.o3	4.67	3.63	3.49
$\bar{x}-u$	1.1o	o.48	1.12	3.32	3.34	3.18
$\bar{x}$ u	2.37	1.39	2.95	6.o1	3.9o	3.73

Lisa 8

1968/69 Matem.-pedag. III kursus.

$N = 9$

$r_{15} = \underline{\underline{0.66}}$ $\qquad 0.16 \leq r_{15} \leq 0.94$

$r_{26} = 0.12$

$r_{37} = 0.08$

$r_{48} = 0.55$

$r_{49} = 0.13$

	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{\bar{x}}$	1.2	1.7	1.9	4.7	4.3	4.3	4.1

1966/67 Matem.-pedag. IV kursus.

$N = 8$

$r_{15} = 0.47$

$r_{26} = 0.42$

$r_{37} = \underline{\underline{0.72}}$ $\qquad 0.12 \leq r_{37} \leq 0.94$

$r_{48} = \underline{\underline{0.85}}$ $\qquad 0.14 \leq r_{48} \leq 0.96$

$r_{49} = \underline{\underline{0.84}}$ $\qquad 0.14 \leq r_{49} \leq 0.96$

	1	2	3	4	5	6	7
$\bar{\bar{x}}$	2.0	0.06	1.0	3.1	4.2	4.25	4.1

Lisa 9

I variant .

1. Anda määratud integraali definitsioon.(2)

2. Leida
$$\int \frac{4\,dx}{x+5} \cdot (2)$$

3. Lahendada diferentsiaalvõrrand
$$(1+s^2)\,dt - t\,ds = o \ . \ (2)$$

4. Millist punkti nimetatakse funktsiooni I liiki katkevuspunktiks? (2)

5. $y = \sqrt{\sin 2x}$; $y' = ?$ (2)

6. Leida
$$\lim_{x \to 1} \frac{x^3 + 4x - 5}{7x^4 - 7} \ . \quad (2)$$

7. Mida esitab ruumis võrrand
$$x^2 + y^2 = 1 \ ? \quad (2)$$

8. Leida $\lim\limits_{x \to 0_+} \log_a x$, kui $a > 1$. (1)

9. Mida esitab funktsioon $y = x + /x/$? Tehs skits. (1)

10. Leida ln 6, kui on teada log 6. (1)

11. Leida arcsin (sin x) . (1)

12. Millist joont nimetatakse paraboolikс? (2)

II variant

1. Funktsiooni tuletise definitsioon ja geomeetriline tõlgendus. (2)

2. Leida
$$\lim_{x \to 0} \frac{\sin ax}{\sin bx} \qquad (b \neq 0). (2)$$

3. Mida esitab funktsioon $y = x - /x/$? Teha skits. (1)

4. Arvutada kaugus antud punktide A ja B vahel:
A (1; 3; 0); B (4; 1; 3). (1)

5. Joone $y = f(x)$ asümptoodi mõiste. (2)

6. Leida $\ln(e^{-x})$. (1)

7. Lahendada diferentsiaalvõrrand
$y'' = \sin x$, kui $y(0) = 0$ ja $y'(0) = 1$ (2)

8. Leida
$$\int \frac{dx}{1 + 16x^2} \cdot \qquad (2)$$

9. Mis joon on $y = -2\sqrt{x}$. Teha skits. (2)

10. Leida $\lim\limits_{x \to \infty} \log_a x$, kui $0 < a < 1$. (1)

11. Leida y', kui $y = e^{2x(x+1)}$. (2)

12. Millist joont nimetatakse ellipsiks? (2)

III variant.

1. Määramata integraali mõiste. (2)

2. Leida

$$\lim_{x\to\infty} \frac{x+3}{4-x} \cdot \qquad (2)$$

3. Lahendada süsteem

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = o \\ x_1 - 2x_2 - 2x_3 = o \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = o \,. \end{cases} \qquad (1)$$

4. Leida arccos (cos x). (1)

5. Mida esitab ruumis võrrand $(x-1)^2 + (y+2)^2 = o$? (2)

6. $y = (5x^3 + 2x + 1)^{\frac{1}{3}}$; $y' = ?$ (2)

7. Lahendada diferentsiaalvõrrand

$$x(1-y^2)dx + y(1-x^2)\,dy = o\,. \qquad (2)$$

8. Leida $\lim\limits_{x\to\infty} \log_a x$, kui $a > 1$. (1)

9. Millist punkti nimetatakse funktsiooni II liiki katkevuspunktiks? (2)

10. Leida

$$\int \frac{4x\,dx}{x^2+1} \,. \qquad (2)$$

11. Mida esitab funktsioon $y = 2x + /x/$? Teha skits. (1)

12. Millist joont nimetatakse parabooliks? (2)

IV variant.

1. Funktsiooni diferentsiaali mõiste ja geomeetriline tõlgendus. (2)

2. Kirjutada välja antud võrrandisüsteemi determinant

$$\begin{cases} 3x + 2y - 3 = 0 \\ x - 7y + 1 = 0 . \end{cases} \quad (2)$$

3. Leida $\lim\limits_{x \to 0_+} \log_a x$, kui $0 < a < 1$. (1)

4. Mida esitab funktsioon $y = |x| - x + 1$? Teha skits. (1)

5. Mida võib öelda tasapinna $2x + 3z = 0$ asendi kohta? (2)

6. Leida $$\int \frac{8\,dx}{2x + 3} . \quad (2)$$

7. $y = \sqrt{x^{-4} - 2}$; $y' = ?$ (2)

8. Kirjutada välja ositi integreerimise valem. (1)

9. Lahendada diferentsiaalvõrrand

$$y'' + x = 1, \text{ kui } y(0) = 0 \text{ ja } y'(0) = 2 . \quad (2)$$

10. Leida

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x}{2} \quad (2)$$

11. Leida $\ln (2e^x)$. (1)

12. Millist joont nimetatakse hüperbooliks? (2)

Lisa lo

Testi küsimused 1966/67 aastal.

Matemaatiline analüüs:

1. Anda funktsiooni $y = f(x)$ tuletise definitsioon ja geomeetriline tõlgendus.
2. Mida mõistate võrduse

$$\lim_{x \to a} y = A$$

all ja kuidas tõlgendada seda graafiliselt?

3. Arvutada $\int_{AB} xy\, ds$, kui AB on lõik punktide A(1,4) ja B (1,-5) vahel.
4. Millal on funktsioon $z = f(x,y)$ pidev punktis (x_0, y_0)? Anda definitsioon.
5. Joonestada funktsiooni $y = x + |x|$ graafik.
6. Arvutada $\int \frac{dx}{1+4x^2}$ ja $\frac{d}{dx}\left[\log \frac{1}{e}\right]$.

Analüütiline geomeetria:

1 Milline on võrrandi $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 0$ geomeetriline tähendus ruumis?

2. Mis on koonuselõike ekstsentrilisus? Milline on parabooli ekstsentrilisus, kuidas seda defineerida?
3. Kas pinnal $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = z$ leidub sirgjoonelisi moodustajaid? Põhjendada vastust!
4. Tõlgendada geomeetriliselt vektorvõrrandit $(\bar{x}\,\bar{a}\,\bar{b}) = 0$, kus $\bar{a}$ ja $\bar{b}$ on konstantsed vektorid ning võrduse vasakul pool on kolme vektori segakorrutis.

5. Millist pinda esitab võrrand $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - 4x + 4y - 8z + 3 = 0$?

Põhjendada vastust!

6. Leida sirge
$$\begin{cases} 3x - 2y + z - 5 = 0 \\ x + y + 3 = 0 \end{cases}$$
sihivektor.

Kõrgem algebra:

1. Kuidas muutub maatriks A^{-1}, kui maatriksis A vahetatakse l-s ja k-s veerg? Põhjendada!
2. Hinnata polünoomi
$$2x^5 + 7x^4 + 5x^3 - 5x^2 - 7x - 2$$
positiivsete ja negatiivsete lahendite arvu.
3. Missugusel tingimusel on reaalne ruutvorm positiivselt määratud?
4. Milline märk on korrutisel $a_{43}\, a_{35}\, a_{14}\, a_{22}\, a_{51}$ 5-ndat järku determinandi arendis.
5. Leida võrrandi $x^3 + i = 0$ kõik lahendid.
6. Sõnastada lineaarsete võrrandisüsteemide lahenduvuse üldine tarvilik ja piisav tingimus ning iseloomustada mittehomogeense lineaarse võrrandisüsteemi üldlahendi struktuuri.

Lisa 11

Testi küsimused 1967/68 aastal.

Matemaatiline analüüs:

1. Kui $f(x) \in I[a,b]$ ja $[c,d] \in [a,b]$, kas siis ka $f(x) \in I[c,d]$,

2. Arvutada $\int_{-1}^{3} |x^2 - 2x|\, dx$ väärtus.

3. Kas f(x) on pidev kohal x = a, kui $\lim_{x \to a_+} f(x) = \lim_{x \to a_-} f(x)$.

4. Olgu f(x) integreeruv lõigul [a,b]. Kas f(x) on ka tõkestatud sellel lõigul.

5. Arvutada $\frac{d}{dx}\sqrt{1 - \arcsin (\sin 5x)}$.

6. Olgu f (x) pidev lõigus [a,b] ja $M = \max_{x \in [a,b]} f(x)$ ning $m = \min_{x \in [a,b]} f(x)$. Olgu $\mu \in (m,M)$. Kas leidub niisugune $c \in [a,b]$, et $f(c) = \mu$.

Analüütiline geomeetria:

1. Antud on hüperbooli reaalpooltelg a, fookuskaugus c ja asümptootide vaheline nurk α. Leida a:c.

2. Leida ringjoone $x^2 + y^2 + 6y - 7 = 0$ raadius.

3. Kas sirged $\begin{cases} x + 1 = y \\ y = z \end{cases}$ ja $\frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{2} = z$

on paralleelsed, kiivad, lõikuvad või ristuvad?

4. Arvutada punkti A (1,0,2) kaugus sirgest x = y = z.

5. On antud sirge $\frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+2}{5}$

ja tasand $4x + 3y - z + 3 = 0$. Mida võite öelda nende asendi kohta?

6. Ellipsi suurpooltelg on a ja ekstsentrilisus $e = \sin \alpha$. Leida väikepooltelg b.

Kõrgem algebra:

1. Millise korral on süsteem

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2 \\ x_1 - 2x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \\ 9x_1 - 11x_2 - 25x_3 + 5x_4 = \lambda \end{cases}$$

lahenduv?

2. Moivre valemi abil avaldada cos x ja sin x kaudu sin 7x; cos 5x.

3. Millise λ korral on süsteem

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 2 \\ x_1 + 7x_2 - 4x_3 + 11x_4 = \lambda \end{cases}$$

lahenduv?

Lisa 12

Test 1968/69 aastal

Matemaatika line analüüs:

1. Sõnastada määratud integraali keskväärtusteoreem ja anda selle geomeetriline tähendus.

2. Defineerida kahe-muutuja funktsiooni täisdiferentsiaali mõiste. Kuidas on see geomeetriliselt tõlgendav ta?

3. Mis on funktsiooni $y = f(x)$, mille määramispiirkonnaks on $X = (0, +\infty)$, pöördfunktsioon. Vastust illustreerige näite $y = \frac{1}{x^2}$, kus $X = (-\infty, 0)$ varal.

4. Sõnastada ühe-muutuja funktsiooni keskväärtusteoreem ja anda selle geomeetriline tähendus.

5. Defineerida lõigul $[a,b]$ tõkestada tud funktsiooni Darboux ülem- ja alamsummad. Kas neid võib vaadeldada Riemanni integraalsummadena? Miks?

6. Mida mõistate funktsiooni $z = f(x,y)$ diferentseeruvuse all?

Analüütiline geomeetria:

1. Defineerida II järku prisma peasihi mõiste. Kui palju on prismal peasihte?

2. Anda tingimus sirgete

$$\frac{x - x_0}{x} = \frac{y - y_0}{y} = \frac{z - z_0}{z} \quad \text{ja}$$

$$\frac{x - x_0'}{x'} = \frac{y - y_0'}{y'} = \frac{z - z_0'}{z'}$$

asetsemiseks ühel tasandil.

3. Kas kehtib samasus

$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$?

Põhjendada vastust!

4. Kas pinna $x^2 + y^2 - z^2 = 0$ tasandiliste lõigete reas on parabooli? Millise pinnaga on tegemist?

5. Anda tingimused sirge

$$\frac{x - x_0}{x} = \frac{y - y_0}{y} = \frac{z - z_0}{z}$$

asetsemiseks tasandil $AX + BY + CZ + D = 0$

6. Kuidas on tõlgendatav geomeetriliselt vektorvõrrand $\vec{a} \times \vec{x} = b$ lahendite hulk, kui a ja b on nullist erinevad konstantsed ristuvad vektorid.

Kõrgem algebra:

1. Määrata kompleksitasandi selliste punktide z hulk, mille korral $|z - 1 - i| < 1$. Teha joonis!

2. Missuguse märgiga on n-järku determinandi avaldise kõrvaldiagonaali elementide korrutis.

3. Moodustada madalaima astme polünoom reaalsete kordajatega, millel on kahekordne juur i ja ühekordne juur -1-i.

4. Lahendada võrrand

$|z| + z = z + i$, kus z-kompleksarv.

5. Kirjutada kõik liidetavad, mis sisaldavad 4-järku determinandi avaldises märgiga „-" ja mille üheks teguriks on a_{23}.

6. Moodustada madalaima astme polünoom reaalsete juurtega, millel on kahekordne juur 1 - i ja ühekordne juur i.

Lisa 13

Korrelatsioonikordajale r vastavad

Fisheri Z-fn.-l väärtused [1]

r	z	r	z	r	z	r	z
25	26	46	5o	67	81	88	1.38
26	27	47	51	68	83	89	1.42
27	28	48	52	69	85	9o	1.47
28	29	49	54	7o	87	9o5	1.5o
29	3o	5o	55	71	89	91o	1.53
3o	31	51	56	72	91	915	1.56
31	32	52	58	73	93	92o	1.59
32	33	53	59	74	95	925	1.62
33	34	54	6o	75	97	93o	1.66
34	35	55	62	76	1.oo	935	1.7o
35	37	56	63	77	1.o2	94o	1.74
36	38	57	65	78	1.o5	945	1.78
37	39	58	66	79	1.o7	95o	1.83
38	4o	59	68	8o	1.1o	955	1.89
39	41	6o	69	81	1.13	96o	1.95
4o	42	61	71	82	1.16	965	2.o1
41	44	62	73	83	1.19	97o	2.o9
42	45	63	74	84	1.22	975	2.18
43	46	64	76	85	1.26	98o	2.3o
44	47	65	78	86	1.29	985	2.44
45	48	66	79	87	1.33	99o	2.65

[1] Kui $|r| < 25$, siis z loetakse võrdseks r väärtusega .

SISUKORD

	Sissejuhatus	2
PT I	Testide üldiseloomustus	4
PT II	Testi tulemuste analüüs	7
	§ 1 Korrelatsioonanalüüs	7
	1.1. Meetodi kirjeldus	7
	1.2 Tulemuste analüüsist	1o
	1.3 Järeldusi	18
	§2 Analüüs aritmeetiliste keskmiste põhjal	2o
	§ 3 Tulemuste hajuvusest	27
	1.1. Statistilise kogumi A uurimine tõenäosuspaberi abil	27
	1.2 Kogum B	35
PT III	Testi tulemuste sisuline analüüs	43
PT IV	Kokkuvõtteid ja järeldusi	64
	Резюме	67
	Kirjanduse loetelu	68
	Lisa 1	69
	Lisa 2	7o
	Lisa 3	71
	Lisa 4	72
	Lisa 5	73
	Lisa 6	74
	Lisa 7	75
	Lisa 8	76
	Lisa 9	77
	Lisa 1o	81
	Lisa 11	83
	Lisa 12	85
	Lisa 13	88

1. juuni
Strauss