X 150 =
Kling. 707
Est. A-13052
2 T. 1 ex.
1 T. pol.
TARTU ÜLIKOOL · UNIVERSITAS TARTUENSIS · 1632

Grundriß der theoretischen Physic

zum Gebrauche für Vorlesungen

von

Georg Friedrich Parrot,
Professor der Physic zu Dorpat, russisch-kaiserlichem Collegienrath und Ritter, mehrerer Societäten der Wissenschaften Mitglied.

Erster Theil

mit 5 Kupfertafeln.

Dorpat, 1811,
bei Joh. Friedr. Meinshausen,
Universitäts-Buchhändler.

A

SA MAJESTÉ IMPÉRIALE

ALEXANDRE I.

EMPEREUR - AUTOCRATE

DE

TOUTES LES RUSSIES &c. &c. &c.

Sire !

Un auteur qui veut offrir son livre à un Souverain, surtout à un Souverain chéri, devroit attendre que la voix publique eut prononcé sur le mérite de son ouvrage. Cette considération m'eut surement arrêté si je ne sentois depuis longtems le besoin d'exprimer publiquement à VOTRE MAJESTÉ au moins

une partie de ce que je sens depuis tant d'années pour Elle.

Vous avez, SIRE! organisé l'instruction publique pour ammener dans Vos vastes Etats les sciences, étrangères et presque fugitives. Vous voulez les faire fleurir par elles-mèmes sur le sol de la Russie et donner à Votre Peuple une instruction nationale qui lui soit propre, au lieu de l'instruction empruntée qui ne produisoit qu'une cultu-

re partielle. Vous avez revivifié l'Académie de Pétersburg, régénéré les Universités de Moscou et de Wilna et crée de nouvelles Universités à Dorpat, Charkow et Casan; Pétersburg va jouïr de la mème prérogative et des écoles sans nombre et de tout genre s'élèvent presque sur tous les points de l'Empire. Vous avez crée, SIRE, ces nombreux instituts, non pour briller dans l'histoire à coté des protecteurs

souvent trop fastueux des sciences et des arts (Votre ame noble et pure ne connoit pas ces motifs équivoques injustement décorés du titre d'amour de la gloire) Vous les avez créés dans la vue sublime d'ammener Votre Nation par cette éducation générale au point élevé d'intelligence et de moralité que la Providence lui destine et que tant de germes de vertus lui donnent le droit d'atteindre.

Je ne parle pas des sommes considérables que Votre munificence a consacrées à l'instruction publique. Oserois-je les nommer des sacrifices? Pourrois-je oublier Votre réponse si mémorable lorsqu'il s'agissoit d'une forte somme mais nécessaire: „J'ai tou„jours de l'argent quand c'est pour le „bien de mon Peuple."

Vous n'avez pas seulement, SIRE, créé l'instruction publique et

formé un ministère distingué pour la diriger. Vous la soutenez, Vous la surveillez Vous-même avec une sollicitude paternelle qui ne peut avoir sa source que dans une persuasion intime, dans une volonté ferme, décidée de triompher enfin de tant de difficultés qui sélèvent du sein de la chose même et des circonstances. Vous sentez ces difficultés, Vous sentez les imperfections de Votre propre ouvrage mieux

que qui que ce soit, et Vous travaillez sans relâche à les diminuer. Jouïssez, SIRE, de ce sentiment qui Vous caractérise, qui Vous élève au dessus de Vos propres travaux et que Vous étendez avec tant d'équité à toutes les parties de l'administration.

L'étranger le plus indifférent, le témoin le plus éloigné de Vos vertus doit Vous admirer, Vous aimer. Quel sentiment, SIRE, doit donc m'a-

nimer, moi, qui ai eu le bonheur de considérer de près Votre amour sans bornes pour Votre Peuple! J'aurois voulu écrire un livre sur ALEXANDRE I; mais mon talent n'est pas n'est pas pour l'histoire; je sais sentir mais pas décrire. Pardonnez moi donc d'avoir osé parler de Vous lorsque je l'ai pu. Je ne crains pas le soupçon le plus léger de flatterie — non je ne le crains pas.

Combien je désirerois en ce moment égaler ces hommes immortels qui ont ouvert et parcourru avec tant de gloire la carrière des hautes sciences! Avec quelle satisfaction je dirois à mes contemporains et à la postérité que c'est Vous qui m'avez mis en état de déployer ces grands talents et que le désir de Vous plaire ne m'a pas moins inspiré que mon amour pour les sciences! Jamais je n'ai tenu les Monarques

pour riches. Mais Vous, Vous l'êtes infiniment. Que puis-je Vous rendre pour tout le bonheur que Vous avez accumulé sur moi? Permettez moi au moins d'oser dire que ce seroit bien peu pour mon coeur de n'être que dans le sens ordinaire

DE VOTRE MAJESTÉ IMPÉRIALE

Le fidèle sujet,

Parrot.

Vorrede.

Die Einleitung erklärt und rechtfertigt den Titel dieses Werks. Man wird bald aus derselben ersehen, daß ich nicht eine bloße Aufstellung theoretischer Sätze ohne Beobachtung und Erfahrung, nicht ein sogenanntes Natursystem mit eigenen Grillen modificirt, liefere. Die Physic ist eine Erfahrungswissenschaft und muß also von der Erfahrung ausgehen. Ich habe daher auf die heutigen naturphilosophischen Systeme, deren Zahl Legion heißt, keine Rücksicht genommen. Alles Vernünftige und Consequente, was sich über ein dynamisches System sagen läßt, haben Boscowich, Priestley, Kant gesagt, und kann dazu dienen, um jenseits der Erfahrung, sich allenfalls einen sinnreichen Roman zu componiren. Aber die Naturgesetze aus diesem Romane deduciren wollen, der Natur a priori vorschreiben, wie sie sich

verhalten soll — das heißt eine Satyre auf den menschlichen Verstand machen. Wahrlich! es muß historisch streng documentirt werden, wenn einst die Nachwelt es glauben soll, daß die heutige Naturphilosophie beinahe 100 Jahre nach, nicht 100 Jahre vor Neutons natürlicher Philosophie erschienen, daß sie unmittelbar auf Lavoisiers Werke folgte, und daß diese Scholastic im Zeitalter La Place's keinen Cartesius fand.

Ob gegenwärtiges Werk Bedürfniß sey, gebührt mir nicht zu entscheiden; ich kann nur von meinem Zwecke sprechen. Ein Grundriß der Physic muß die Grundlage aller Experimentalwissenschaften seyn. Aus ihm müssen alle Anwendungen der Naturlehre ihre Postulate schöpfen. Um dieser Forderung Genüge zu leisten, glaubte ich einzelne Theile mehr ausarbeiten und im Ganzen mehr Zusammenhang einführen, das heißt, das System vollständiger und strenger durchführen, zu müssen. Dazu waren oft mehrere neue Versuche erforderlich (die ich mit einem † bezeichnete, weil es mir bei den meisten an Zeit fehlte sie vorher bekannt zu machen) da manche Lücken durch die neuern Arbeiten der Physiker oft mehr bloß indicirt als ausgefüllt waren. Ich wünsche daß diese Versuche wiederholt werden, und hoffe, daß man sie richtig finden wird.

Das ganze Werk besteht aus folgenden VII Abschnitten:

I. Allgemeine Eigenschaften der Körper.

II. Phänomene der Bewegung.
III. Phänomene der Wärme.
IV. Phänomene des Lichts.
V. Phänomene der einfachen Stoffe und ihrer Combination.
VI. Phänomene der Electricität.
VII. Phänomene des Magnetismus.

Diese Ordnung der Hauptfächer ist nicht neu und rechtfertigt sich durch sich selbst. In diesem 1sten Bande sind nur die zwei ersten Abschnitte. Die Uebrigen folgen im 2ten Bande. Von den erstern habe ich jetzt Rechenschaft zu geben:

Im ersten Abschnitte theile ich die allgemeinen Eigenschaften der Körper in zwei Classen; In der erstern sind alle diejenigen, welche den Zustand der Körper bestimmen; in der zweiten diejenigen, die sich auf die Phänomene beziehen, nemlich die Gravitation, die Flächenanziehung und die Affinität; sie liefern die drei allgemeinen Naturgesetze, auf welche sich alle Phänomene der Körperwelt zurückführen lassen.

Die Lehre der Gravitation, als allgemeine Eigenschaft der Materie, habe ich kurz abgehandelt, das Speziellere kommt in der Lehre der Bewegung vor. Ich habe hier (im 1sten Abschnitte) zu dem Gewöhnlichen nichts hinzugefügt, als den Versuch des Cavendisch mit der Drehwage, den ich als den bündigsten Beweis für die wechselseitige Gravitation der Theile der Materie halte.

Die Lehre der Flächenanziehung war bis jetzt (besonders als allgemeine Eigenschaft der Materie) stiefmütterlich behandelt worden. Ich habe sie um so reichlicher bedacht, je unbestimmter die Begriffe hierüber waren. Ich betrachte sie in der Cohäsion der festen Körper, woraus ich, ohne Hülfe anderer erdichteter Naturkräfte, die Phänomene der Elasticität fester Körper deducire; dann in der Adhäsion der Flüssigkeiten unter sich und mit festen Körpern.

Die Lehre der Affinität, die ich hier und im V^ten Abschnitte liefere, ist neu, die Frucht mehrjähriger Arbeit, und mußte es seyn, wenn ich reine Begriffe liefern wollte. Alles drehete sich bisher um den Character der chemischen Verbindung herum, und da dieser nicht bestimmt vorhanden war, so konnten unsere Begriffe von Affinität nur verworren seyn. Daher die häufigen Verwechselungen der Affinität und Flächenanziehung, welche Berthollet selbst, dem wir sonst so vieles hierüber verdanken, nicht ganz vermieden hat. Ich gebe hier fürs Erste das characteristische Unterscheidungszeichen der Affinitätsphänomene, an welches sich das übrige Bekannte leicht anschließt, und welches ausserdem auf viele neue Resultate führt, welche im V^ten Abschnitte, worinn diese Lehre weiter ausgeführt wird, vorkommen. Auch die Optic wird aus dieser Lehre viele Vortheile und neue Ansichten ziehen.

Die Lehre der Bewegung zerfällt in die des

Gleichgewichts und in die der Bewegung, der festen und der flüssigen Körper; ich habe diese vier Theile würklich abgehandelt. In der Static der festen Körper folge ich im Ganzen der Ordnung, welche Neuton in seinen principiis selbst befolgt hat, eine bewundernswürdige Ordnung, bei welcher die Static nur eine Reihe von Corollarien aus dem Satze des Parallelogramms der Kräfte ist, und von welcher man gewiß nicht abgegangen wäre, hätte es nicht an einem directen Beweise für diesen Satz gefehlt. Seit 7 Jahren gebe ich einen leichten Beweis davon in meinen Vorlesungen. Seitdem sind mehrere schwierigere erschienen, die ich also dem meinigen nicht vorgezogen habe, obgleich dieser den Begriff von Bewegung gebraucht. Ich sehe aber auch nicht ein, warum der Beweis eines Satzes, der die Grundlage aller Theorie, der Bewegung sowohl, als des Gleichgewichts ist, den Begriff von Bewegung ausschließen soll? Wollen wir auch sagen, wie jener römische Leckerer: »Pfui! diese Lamprette schmeckt nach Fisch.« Ueber die Maschinen, welche ich auf 3 Fundamentalmaschinen zurückführe, so wie auch über die Lehre der Bewegung der festen Körper bin ich vielleicht zu ausführlich gewesen. Wer mir die Ehre erzeugt mein Buch als Grundlage zu seinen Vorlesungen zu brauchen, schalte darüber, so wie über manchen andern Zweig, und schneide davon ab nach Willkühr. Dem Anfänger wird dieser Ueberfluß bei weitern Fortschritten nicht unnütz

seyn. Ich habe das Ganze nicht durch zweierlei Druckschrift zerstückeln wollen, weil ich glaube, daß demjenigen, der eine Wissenschaft in seinen Vorlesungen vorträgt, das Recht gebührt über die Ausführlichkeit seines Vortrags und die Wahl der Gegenstände, die er aufnehmen will, zu entscheiden.

Zu der Static der tropfbaren und elastischen Flüssigkeiten, in der ich Vollständigkeit und strenge Ordnung zu erreichen mich bemüht habe, kommt ein besonderes Capitel von den scheinbaren Ausnahmen von den Gesetzen des Gleichgewichts der tropfbaren Flüssigkeiten. Darin werden die Rand-Anziehung der tropfbaren Flüssigkeiten, die Phänomene der Haarröhren und die scheinbare Anziehung und Repulsion der schwimmenden Körper gegen den Rand und gegen einander abgehandelt, und aus der Lehre der Flächen-Anziehung streng deducirt, welches nach der Art, wie ich die Flächen-Anziehung behandelt habe, keine große Schwierigkeiten hatte. La Place hat diesen Gegenstand in seiner Theorie der Capillarität zum Theil, und auf eine dieses großen Analytikers würdige Art abgehandelt. Mein Weg ist von dem seinigen ganz verschieden, führt aber auf gleiche Resultate. La Place geht von dem Erfahrungssatze aus, daß die Oberfläche der Flüssigkeiten in engen Röhren conver oder concav ist, betrachtet die Anziehungen dieser positiven und negativen Sphäroiden, und zeigt, wie

alle Phänomene der Capillarität sich auf eine sehr leichte Art aus einer allgemeinen Formel deduciren lassen. Ich sehe jedes der obigen Phänomene als eine besondere Aufgabe an, die ich mit den Sätzen der Adhäsion auflöse, und zwar fange ich mit der Concavität und der Convexität der Oberflächen in weiten Gefäßen an, die ich nicht postulire, sondern demonstrire; denn beweise ich aufs strengste, daß alle Capillarität dem obersten physisch-unendlich dünnen Ringe der Flüssigkeit ihr Daseyn verdankt; daraus ergeben sich nicht nur die gewöhnlichen Phänomene der Haarröhren, sondern auch die schwierigern, als der Anneigung zwoer senkrechten Glasplatten, der halben Höhe des Wassers zwischen Glasplatten im Vergleich mit der Höhe in Haarröhren von gleicher Weite ꝛc. diese Theorie trage ich seit 6 Jahren auf unsrer Academie vor. La Place's Verfahren ist rein analytisch, das meinige rein geometrisch. Ersteres ist des großen Mathematikers würdig, der sich nur um neue Fortschritte in der Wissenschaft, nicht um ihren Vortrag bekümmert; Letzteres ist dem physicalischen Vortrage überhaupt, und für Anfänger insbesondere, angemessen. Der Physiker, dem es darum zu thun seyn muß, die Naturgesetze aufzustellen und jede Erscheinung gehörig zu würdigen ohne ihr zu viel oder zu wenig Ausdehnung in der Consequenz zu geben, sollte immer synthetisch verfahren, und die Analysis nur da anwenden, wo es auf

Ausmittelung von Verhältnissen, besonders in der Ausübung, ankommt. Man verzeihe mir's, daß ich meinen Vortrag rechtfertige; eben dadurch, daß ich es thue, bezeuge ich dem großen Mathematiker meine Verehrung.

In den meisten Lehrbüchern der Physic fehlt das Capitel von der Bewegung der Flüssigkeiten. Warum? das Recht der Physic an dieses Capitel, oder dieses Capitels an die Physic, wird man nicht bezweifeln, da das Capitel von der Bewegung der festen Körper nirgends fehlt. Was vielleicht fehlte, ist der Glaube an die Möglichkeit, diesen Gegenstand physicalisch zu bearbeiten. Die Hydraulic ist bis jetzt ein Gebäude von Formeln und Versuchen; Jene haben wenig theoretisches, und diese dienen vorzüglich dazu, die Formeln zu corrigiren, oder gar zu componiren, und so dürfte freilich die Lehre der Bewegung der Flüssigkeiten nicht in der Physic erscheinen. *) Ich

*) Kästner sagt schon in der Vorrede zu seiner Hydrodynamic: „die mühsamen Rechnungen, welche oft müssen angestellt werden, sind eben nicht das, was ich „hierbei für das schwerste halte. Mehr Mühe, und „manchmal Mißvergnügen, haben mir die physischen „Sätze verursacht, auf welche ich die Rechnungen „gründen mußte. Zwar, seitdem die ganze Mathematik in Algebra ist verwandelt worden, führt man „sehr oft weitläuftige Rechnungen aus Formeln, die „man ohne große Mühe annimmt, aus.“ Wahrlich! Er mußte wohl Mißvergnügen an der Hydronamic haben, da er für den Beweis des torricellischen Satzes mit Joh. Bernouilli's Translocationen ausreichen wollte.

habe es versucht der Hydraulic das synthetische Gewand anzupassen. Nicht überall ist es mir geglückt; es glückt vielleicht aber einem Geschicktern mehr, und das Geschehene, so wenig es ist, wird vielleicht schon einiges Licht über diese Wissenschaft werfen, die man fast ausschließlich analytisch behandelte. Das erste Bedürfniß war ein Beweis für den torricellischen Satz. Neutons Cataracte (Princip. phil. nath. lib II. prop. 36.) war der erste mir bekannte Versuch eines solchen Beweises, ist aber nur eine sinnreiche Vergleichung eines nicht ausführbaren Versuchs mit dem würklichen Phänomen. Der Beweis, daß der Ausfluß durch die Boden-Oeffnung der Cataracte gleich seyn müsse, fehlt immer noch; und diese Vergleichung paßt nur auf den Ausfluß durch eine Bodenöffnung, keineswegs auf Springbrunnen. Nach Neuton haben die Bernoulli's, Allembert, Euler, Karsten es versucht, den torricellischen Satz, in seiner größten Allgemeinheit, aus dem Satze des gleichförmigen hydrostatischen Drucks zu deduciren, und vergessen, daß, so wie der Ausfluß anfängt, diese Gleichförmigkeit aufhört. Langsdorf, aus Verdruß über so viele fruchtlose Bemühungen, giebt den theoretischen Beweis auf, und hält sich an die bloße Erfahrung. Seit Neuton ist man also eher rückwärts als vorwärts gegangen, und dieses wäre nicht geschehen, hätte man seine Hauptidee beibehalten, die darin besteht, den Ausfluß im Ausflusse

selbst zu betrachten, nicht im Drucke. Um wieder auf diese Hauptidee zurück zu kommen, zeige ich, daß der Druck der Wasserschichten an sich keinen Ausfluß bewürken kann. Dieses mag Neuton gefühlt haben; denn eine Formel aus dem Drucke zu deduciren, hätte ihm wohl wenig gekostet. Er sagt aber nichts davon, und giebt lieber seine Cataracte so hin; seine Sache war weniger das Dociren, als das Erfinden. Daher schreitet er zuweilen über die Elemente leicht hinweg. Meine erste Arbeit war das Phänomen des Ausflusses in allen seinen Theilen durch Versuche genau kennen zu lernen, wozu viele Versuche nöthig waren. Dann betrachte ich die tropfbaren Flüssigkeiten als bloß schwere, und deducire den Satz des Torricelli aus dieser Betrachtung für den Fall einer Oeffnung im Boden des Gefäßes. Allein es zeigt sich gleich, daß, wenn das Wasser, als bloß schwere Flüssigkeit, herabfließt, Phänomene entstehen müssen, welche mit den beobachteten durchaus nicht harmoniren, und diese Vergleichung zeigt, daß das Wasser nicht bloß als schwere, sondern auch als elastische Flüssigkeit würkt; und diesen Satz beweiset vollends mein (noch nicht bekannt gemachter) Versuch mit dem hydraulischen Sprungkegel. Durch diesen Satz war also die Brücke zwischen den zwei commensurablen Größen, Druck und Stoß, errichtet, die Möglichkeit da, daß eine Wassermasse, welche im Gefäße nur mit der äußersten Langsamkeit fällt, die größte Ge-

schwindigkeit des Ausflusses in allen Richtungen erzeuge, und der torricellische Satz ließ sich nun aus den einfachen Gesetzen der accelerirten Bewegung herleiten. So wird nun der Gebrauch des Wortes Druck einer Wassersäule in der Hydraulic gerechtfertigt, und diese Ansicht erleichtert die Erklärung der übrigen hydraulischen Phänomene.

In der Lehre des Stoßes der Flüssigkeiten stimme ich, der Bossütschen und Langsdorfschen Versuche ungeachtet, der Meinung der Hydrauliker nicht bei, welche den Stoß beiläufig dem Drucke der doppelten Wassersäule von der Geschwindigkeitshöhe gleich annehmen. Die reine Theorie macht ihn, nach Compensationen, beiläufig dem Drucke der einfachen Säule von der Geschwindigkeitshöhe gleich. Die angeführten Versuche stimmen damit nicht überein, weil die gebrauchte Fläche größer, als der Strahl ist, und eine wiederhohlte Einwürkung aller Wassertheile erleidet, welches bei gleich großen Flächen, als der Strahl, nicht, wenigstens nicht in dem Maaße, geschieht; womit die Dübuatschen Versuche und meine Versuche mit der Centrifugalmaschine übereinstimmen.

Die Lehre des Schalls habe ich, als einen speciellen Fall der Lehre der Bewegung der flüßigen und festen Körper, dieser Lehre angehängt. Indeß habe ich, bei der lebendigsten Ueberzeugung der Nothwendigkeit diese Lehre mehr aufzuklären, weniges thun können; der

erste wichtige Schritt zu einer wahren Theorie des Schalls wäre eine theoretische Construction der Chladnischen Klangfiguren aus mechanischen Grundsätzen. Indeß habe ich die Facta die mir hierher zu gehören scheinen, mit einiger Ordnung aufgestellt, und auf die Mängel aufmerksam gemacht.

Die Phänomene der Reibung der festen und flüssigen Körper beschließen diesen Abschnitt — Auch noch ein dunkles Feld, das vorzüglich für die Flüssigkeiten, einen guten Experimentator erwartet; denn der Versuche in dieser Materie sind noch immer zu wenige, und Versuche müssen uns den Schlüssel zur Theorie liefern.

Man wird, ohne Zweifel, diesen Grundriß der theoretischen Physic zu voluminös für ein Compendium finden. Gegen diesen Vorwurf will ich mich nicht sichern, nur entschuldigen. Einerseits waren noch ganze Lücken in den frühern Compendien. Ihre Ausfüllung, die mir Pflicht zu seyn schien, mußte das Werk schon etwas voluminöser machen, um so mehr, da diese Erweiterung des Vortrags mathematische Lehren vorzüglich betraf, welche nicht wohl zu kurz gegeben werden dürfen, wenn das Compendium von den Zuhörern, deren meisten eben nicht zu viel mathematische Kenntnisse besitzen, mit Nutzen nachgelesen werden soll.

Ausserdem aber sind diese Ergänzungen theils ganz neu, theils umgearbeitet; und da ich bis jetzt nicht Zeit hatte, sie vorher der öffentlichen Beurtheilung zu unterwerfen, welches allerdings meine Pflicht gewesen wäre, so mußte ich nichts Wesentliches auslassen, und folglich an vielen Orten in den breitern Vortrag einer Abhandlung fallen. Erlebt dieses Werk eine neue Auflage, so mag sie eine verbesserte und verminderte seyn, da ich nun voraussetzen kann, daß diese bekannt ist.

Da der größte Theil dieses Bandes mathematische Lehren enthält, so bin ich noch schuldig anzuzeigen, nach welchen Regeln ich ihn bearbeitet habe. Daß strenge mathematische Demonstrationen nirgends fehlen durften, versteht sich von selbst, und ich glaube, daß man sie hier nicht vermissen wird. Die Physic ohne Mathematic studiren, hieß eine Ziffersprache ohne Schlüssel entziffern wollen. Allein ich bedachte auch, daß man von Studirenden, die ohnehin die Physic zu Anfange ihres Cursus hören, nicht zu viel Mathematic fordern müsse. Daher habe ich die Rechnung des Unendlichen vermieden und mit der Rechnung des Endlichen auszureichen gesucht, auch in vielen Fällen, wo man sonst gleich, und leicht, differencirt und integrirt. Auch bin ich nicht geneigt zu glauben, daß die Mathematic (wie sich Käster in der oben angeführten Stelle ausdrückt) in Algebra verwandelt werden solle; sondern ich

bin fest überzeugt, daß die Verwandlung der Sätze in Formeln, dem wahren Geiste der Mathematic, mehr entgegen, als günstig ist, und daß die Physic insbesondere sehr verlieren würde, wenn sie die geometrische Form ablegen müßte. Ihr frommt in allen ihren Theilen der geometrische Geist, der in allen Werken Neutons, des Erfinders der Infinitesimalrechnung, so sichtbar ist.

Inhalt.

Einleitung.

Bestimmung der Begriffe.

	§.	Seite.
Naturlehre, Naturbeschreibung, Naturkenntniß	1	1
Phänomene, Beobachtung, Versuche	7	3
Naturgesetze, Eigenschaften der Körper	8	4
Homogene und heterogene Substanzen	11	5
Einfache und zusammengesetzte Stoffe	12	5
Allgemeine und specielle Naturgesetze	14	6
Theoretische und angewandte Naturlehre	15	7
Physic, Chemie	17	8
Beide sind theoretisch, angewandt, praktisch	18	9

Erster Abschnitt.

Von den allgemeinen Eigenschaften der Körper.

Erstes Capitel.

Von den allgemeinen Eigenschaften, die sich blos auf den Zustand der Körper beziehen.

Ausdehnung	24	12
Undurchdringlichkeit	28	14

*

	§.	Seite.
Theilbarkeit — — —	30	15
regelmäßige der Cristalle —	36	19
Porosität — — —	41	22
in Beziehung auf Dichtigkeit —	46	25
— — — — Friction —	47	26
Beweglichkeit — — —	48	27
Beharrlichkeit — — —	49	27

Zweites Capitel.

Von den allgemeinen Eigenschaften, welche sich unmittelbar auf die Phänomene beziehen.

Uebersicht aller Anziehungsphänomene	55	31
Eintheilung in Anziehung in der Entfernung und in der Berührung — —	58	33

I. Anziehung in der Entfernung.

Gravitation — — —	59	34
Beweis derselben zwischen allen Theilen der Materie — —	61	35
Gesetz derselben — —	63	37
Spezifisches Gewicht, der Densität proportional	67	43

II. Anziehuug in der Berührung.

A. Flächen-Anziehung.

Begriff von Flächen-Anziehung —	70	44
Characters der concreten und flüssigen Massen	71	44
Verschiebbarkeit, Begriff derselben, Grade derselben	73	45

a) Von der Cohäsion.

Gewöhnliche Phänomene der Cohäsion.	77	47
Stärke derselben — —	80	49
Verschiedene Arten die Cohäsion zu überwinden	81	50
Elasticität der festen Körper als Folge der Cohäsion — — —	87	54
Sie äussert sich auf 3 Arten wie die Cohäsion	88	55
Betrachtungen über die Größe der Verschiebbarkeit und Cohäsionsweite —	96	61
Unterscheidungscharactere der spröden, elastischen und weichen Körper — —	99	64

b) Von der Adhäsion. §. Seite.

Einfache Phänomene der Adhäsion — 102 - 67
Erhöhete Würkungen derselben durch verminderte Verschiebbarkeit — — 105 - 68
Verschiedene Grade derselben in verschiedenen Liquoren — — — 107 - 71
Adhäsion der elastischen Flüssigkeiten, ist nur gegen feste Körper und tropfbare Flüssigkeiten erweisen — — 109 - 72
Adhäsion der tropfbaren Flüssigkeiten zu festen Körpern — — — 110 - 73
Sie ist nach den Körpern und Flüssigkeiten sehr verschieden; Naß machen, was es ist 111 - 74
Carradorische Versuche über die Adhäsion und Erklärung derselben — — 116 - 77
Würkung der Adhäsion der Theilchen der Flüssigkeiten unter sich, um fein zertheilte feste Körper in den Flüssigkeiten schwebend zu erhalten — — — 116 - 85
Vergleichung der Gravitation und der Flächenanziehung — — — 117 - 88

B. Affinität,

Vorzüglichste Phänomene der Affinität 120 - 91
Es giebt zwei verschiedene Arten der Würkung der Affinität — — 124 - 94
Trennung zwoer Stoffe durch die Affinität eines dritten — — — 127 - 96
Formänderung als begleitendes Phänomen bei allen Würkungen der Affinität der ersten und zweiten Art — — 129 - 96
Characteristisches Kennzeichen der Würkungen der Affinität — — 133 - 100
Betrachtung der freiwilligen Wanderung der Stoffe — — — 135 - 102
Bedingungen zu den Affinitätswürkungen, Heterogenität der Substanz, Flüssigkeit, physische Berührung — — 138 - 105
Vergleichung der Affinität mit der Flächenanziehung — — — 141 - 107

Zweiter Abschnitt.

Phänomene der Bewegung.

Einleitung.	§.	Seite.
Begriffe von Lage, Ort, Bewegung, Ruhe, Richtung, Kraft — —	143	109
Allgemeine Sätze über den Ausdruck der Kräfte	151	113
Begriff von Druck und Stoß —	155	115
Combination mehrerer Kräfte, woraus Gleichgewicht und Bewegung entsteht	156	117
Sätze über die Zusammensetzung und Zerlegung der Kräfte — — —	159	120
Satz des Parallelogramms der der Kräfte	172	127
Folgerungen aus diesem Satze —	173	130

Erster Theil.

Von der Bewegung einzelner Maßen oder der festen Körper.

Erstes Capitel.

Bedingungen des Gleichgewichts.

Allgemeine Sätze des Gleichgewichts	180	134
Mittelpunkt der Kräfte oder Ruhepunkt	186	138
Moment der Kräfte — —	187	138
Physischer Schwerpunkt; Sätze über denselben	189	139
Fundamentalmaschinen — —	201	146
Die Seilmaschine. Sätze über dieselbe	205	148
Der Hebel. Sätze über denselben	212	152
Die schiefe Ebene. Sätze über dieselbe	228	161
Modificationen der Fundamentalmaschinen	244	168
Der Flaschenzug — —	245	169
Das nicht vertical gespannte Seil	251	173
Die Brechstange — —	252	173
Das Ruder — —	253	174
Die Rolle — — —	254	174

	§.	Seite.
Das Rad an der Welle —	257	- 176
Das Zahnrad und das Räderwerk	258	- 176
Das Seil ohne Ende —	263	- 181
Die Kurbel — —	264	- 183
Die Waage — —	268	- 187
Der Keil — —	279	- 194
Die Schraube — —	282	- 195
Der Cylinder mit dem schiefen Einschnitte	286	- 199
Das Laufrad — —	289	- 200
Das Tretrad — —	293	= 202
Die Tretscheibe — —	294	- 202
Die Schraube ohne Ende —	295	- 203
Die Cylinderpresse —	298	- 205

Zweites Capitel.

Bedingungen und Gesetze der Bewegung.

A. Accelerirte und retardirte Bewegung.

Innere Kräfte — —	302	- 208
Sätze über die gleichförmig beschleunigte Bewegung — —	305	- 210
Sätze über die gleichförmig retardirte Bewegung	315	- 216
Anwendung dieser allgemeinen Lehren auf die Schwere — —	318	- 219
Sätze des freyen Falls —	319	- 220
Sätze des Falls auf der schiefen Ebene	321	- 222
Fall auf krummen Linien —	328	- 225
Lehre des Pendels — —	329	- 226

B. Central- und Schwung-Bewegung.

Grundsatz der Centralbewegung —	336	- 232
Centrifugalkraft. Bestimmung derselben. Sätze über dieselbe — —	341	- 236
Sätze der Wurfbewegung —	347	- 240

C. Stoßbewegung.

a) Directer Stoß unelastischer Massen.

Formeln für die Phänomene dieses Stoßes	353	- 244

	§.	Seite.
b) Directer Stoß elastischer Massen.		
Formeln für die Phänomene dieses Stoßes	359	248
Stoß elastischer Massen gegen unbewegliche Flächen	364	253
D. Bewegung in den Maschinen.		
Zurückführung aller dahin gehörigen Aufgaben auf zwei — —	367	256
Sätze über die Ueberwucht —	368	257
Mechanisches Moment; Moment der Trägheit	374	261
Anwendungen auf		
den zusammengesetzten Pendel —	379	264
den Beharrungszustand in den Maschinen	382	267
die Schwungräder — —	389	272

Zweiter Theil.

Von der Bewegung combinirter Massen oder der Flüssigkeiten.

Erstes Capitel.

Bedingungen des Gleichgewichts der Flüssigkeiten.

I. Gleichgewicht der tropfbaren Flüssigkeiten.

A. Phänomene wobei nur Flüssigkeiten vorkommen.

Hauptgrundsatz der Lehre des Gleichgewichts der Flüssigkeiten — —	397	279
Ist nichts weniger als streng erwiesen	402	282
Fernere Sätze, od. Corollarien aus jenem Grundsatze	403	284

B. Combination fester Körper mit tropfbaren Flüssigkeiten in Absicht auf Gleichgewicht.

Sätze des Gleichgewichts fester Körper in Flüssigkeiten — —	408	287

	§.	Seite.
Specifisches Gewicht. Lehre der Aräometer die hydrostatische Waage und ihr Gebrauch	412	290
Aräometer mit Scalen —	420	293
Aräometer mit Gewichten (Fahrenheits)	424	297
Zusatz von Haüy und Nicholson	425	298
Hombergs Aräometer	428	300
Tabelle der spezifischen Gewichte	430	302
Sätze über die Lage der schwimmenden Körper	431	305

C. Scheinbare Anomalien in den statischen Gesetzen der tropfbaren Flüssigkeiten.

Phänomene der Aushöhlung und Wölbung der Flüssigkeiten in den Gefäßen, mit ihrer Erklärung — —	444	315
Phänomene der Capillarität, mit ihrer Erklärung		
In den Haarröhren —	449	320
Zwischen zwei Platten —	460	332
Wahres Niveau der Flüssigkeiten in den Röhren	464	336
Schwimmen spezifisch schwererer Körper auf Flüssigkeiten — —	466	338
Scheinbare Anziehung und Zurückstoßung schwimmender Körper durch den Rand der Gefäße und unter sich —	470	342

II. Gleichgewicht der elastischen Flüssigkeiten.

A. Allgemeine Sätze.

Gewicht der elastischen Flüssigkeiten —	476	348
Das Wasser gehört zu den elastischen Flüssigkeiten — — —	479	350
Phänomene der Elasticität in den Flüssigkeiten	481	351
Mariottesches Gesetz —	482	352
Absolute und spezifische Elasticität	484	354

B. Combination andrer Substanzen mit elastischen Flüssigkeiten.

Das Manometer — —	488	357

	§.	Seite
Luftballons — —	491	- 358
Hängen der tropfbaren Flüssigkeiten in oben verschlossenen Röhren —	493	- 361
das Barometer. Theorie desselben. Verschiedene Arten desselben —	495	- 362
Der Heber — —	506	- 371
Die Windbüchse, der Blasebalg, das Athmen	510	- 374

C. Anderweitige Vorrichtungen, deren Würkungen von den Gesetzen der elastischen Flüssigkeiten abhängen.

Die Luftpumpe; Ihre verschiedene Arten, ihre Neben-Apparate; Ihre Theorie	513	-	376
Die Wasserpumpen — —	520	-	382
Windkessel — —	522	-	384
Der Mayersche Versuch —	524	-	385
Das Cylindergebläse — —	525	-	386
Der Heronsbrunnen — —	526	-	386

Zweites Capitel.

Gesetze der Bewegung der Flüssigkeiten.

I. Von den tropfbaren Flüssigkeiten.

A. Ausfluß der Flüssigkeiten durch bloße Oeffnungen und Röhren.

Genaue Beobachtung aller Phänomene des Ausflusses des Wassers aus Gefäßen durch eine Bodenöffnung — —	527	-	387
Phänomene des hydraulischen Sprungkegels	534	-	393
Theoretische Betrachtung des Ausflusses, wenn die Flüssigkeiten bloß schwer sind	537	-	395
Die tropfbaren Flüssigkeiten würken bei ihrem Ausfluße als elastische Flüssigkeiten	539	-	397
Torricellischer Satz — —	540	-	398
Die nicht tropfbaren Flüssigkeiten erzeugen denselben Ausfluß — —	541	-	401
Erklärung aller obigen Phänomene durch die Elasticität der tropfbaren Flüssigkeiten	542	-	402

	§.	Seite.
Rückblick auf §. 402 — —	545*)	406
Ausfluß durch Seitenöffnungen —	551	411
Zusammenziehung der Wasserader —	553	412
Ausfluß aus Ansatzröhren — —	556	415
Druck des in einer Röhre durch eine kleine Gußmündung ausfließenden Wassers gegen die Wände der Röhre. —	558	417
Sinken des Wasserspiegels während dem Ausfluß	560	419
Springbrunnen — —	564	423
B, Stoß der tropfbaren Flüssigkeiten.		
Widerspruch der bisherigen Theorien und Versuche — —	570	426
Vereinigung der Versuche in der Theorie der Elasticität des Wassers —	573	430
Satz des schiefen Stoßes und Versuche	576	436
Stoß in begränzten und unbegränzten Röhren	576	438
Widerstand der tropfbaren Flüssigkeiten		
gegen bewegte Flächen —	592	442
gegen bewegte Körper — —	597	446
Schwungbewegung der tropfbaren Flüssigkeiten	603	451
Rückwürkung der tropfbaren Flussigkeiten	609	455
II. Von den elastischen Flüssigkeiten.		
Diese Lehre ist noch wenig bearbeitet	611	457
Widerstand der atmosphärischen Luft gegen in ihr bewegte Körper und Flächen	613	458
Hydraulische Maschinen. Die Pitotsche Röhre, Woltmanns hydrometrischer Flügel, das Wasserrad, die Windmühlen, die Pumpen, die archimedische Schraube, Montgolfiers Stoßheber	618	461

Ueber diesen ersten Band werden vorzüglich zum Nachlesen und Selbststudiren empfohlen:

Philosophiae naturalis principia mathematica, auctore Isaaco Newtono, eq. aur. Lond. 1726. 4.

Petri van Muschenbroeck physicae experimentales et geometricae dissertationes Lugd. batav. 1729. 4.

Physices elementa mathematica, experimentis confirmata auct. Guil. Jac. s'Gravesande. Leydae 1744. T. I. II. 4.

Christ. Hugenii opera varia, cura Guil. Jac. s'Gravesande. T. I. II. Lugd. batav. 1724. 4.

Recherches sur les modifications de l'atmosphère, par Jean André de Luc. T. I. II. à Genève 1772. 4

Nouvelles expériences sur la résistance des fluides, par M. M. d'Alembert, le marquis de Condorcet et l'abbé Bossut. a Paris 1777. 8.

Traité élémentaire d'hydrodynamique, par M. l'abbé Bossut. T. I. II. Paris 1775. 8.

Lehrbegriff der Hydraulic mit beständiger Rücksicht auf die Erfahrung, von Carl Christian Langsdorf. Altenburg 1794. 4.

Lehrbegriff der gesammten Mathematic von Wenceslaus Joh. Gust. Karsten. III. IV. V. VI. Theil. Greifswald 1790. 8.

Kästners Anfangsgründe der angewandten Mathematic 1792 — der höhern Mechanic 1793 — der Hydrodynamic 1769. Göttingen. 8.

L'art des expériences par l'Abbé Nollet. A Paris 1777. T. I. II. III. 8.

Physicalisches Wörterbuch von Joh. Traugott Gehler. VI Th. 1777 — 1796. 8.

Magazin für das Neueste aus der Physic und Naturgeschichte, von Lichtenberg — von Voigt fortgesetzt.

Journal der Physic herausgegeben von D. Fr. Abr. Carl Gren, mit dem neuen Journal XII Bände. Halle und Leipzig 1790 — 1798. 4.

Annalen der Physic herausgegeben von L. W. Gilbert, die zwei ersten Bände von Gren. 1799. wird noch fortgesetzt.

Als eigentliche Lehrbücher über die gesammte Physic sind besonders zu bemerken:

Petri van Muschenbroek introductio ad philosophiam naturalem. Lugd. batav. 1762 T. I. II. 4.

Lecons de physique expérimentale p. M. l'abbé Nollet à Paris 1771. T. I. II. III. IV. V. VI. 8.

Traité élémentaire ou Principes de Physique par Mathurinjaques Brisson. à Paris an VIII. T. I. II. III. 8.

William Nicholson's Einleitung in die Naturlehre. Aus dem Englischen mit Zusätzen und Anmerkungen von A. F. Lüdicke. B. I. II. Leipzig 1787. 8.

George Adams Vorlesungen über die Experimentalphysic. Aus dem Englischen mit einigen Anmerk. von J. G. Geißler B. I. II. Leipzig 1798. 8.

Ad. Wilh. Hauch's Anfangsgründe der Naturlehre, aus dem Dänischen von J. C. Tode. Th. I. II. Copenhagen und Leipzig 1795. 8.

R. T. Hauy's Grundlehren der Physic, aus dem Franz. mit Anmerk. von J. G. L. Blumhof. Mit einer Vorrede u. Anmerkungen von J. G. Voigt. B. I. II. Weimar 1804. 8.

Vollständiger und faßlicher Unterricht in der Naturlehre, in Briefen, von Mich. Hube. Leipzig 1793. B. I. II. III. 8.

Anfangsgründe der Naturlehre von J. C. P. Erxleben mit Zusätzen von Lichtenberg. 1794. 8.

Vorlesungen über die Experimentalphysic von F. C. Achard. Th. I. II. III. IV. Berlin 1791. 8.

Grundriß der Naturlehre von Fr. Albrecht Gren. Halle 1801. 8.

Anfangsgründe der Naturlehre von Johann Tobias Mayer. Göttingen 1805. 8

Einleitung.

§. 1.

Die Naturlehre ist eine Wissenschaft von der materiellen Welt und von den Prinzipien, auf welche die Erscheinungen in derselben sich zurückführen lassen. Sie ist demnach empirisch-rational. Ihr Gegenstand ist sinnlich; ihr Gang wissenschaftlich.

§. 2.

Die Naturlehre hat nicht zu erforschen, und kann auch nicht erforschen, ob die Dinge außer uns würklich sind oder nicht. Sie soll untersuchen wie die Sinnenwelt sich gegen uns verhält. Sie frägt nicht ob diese Verhältnisse real oder ideal sind, weil diese Frage äußerhalb der Erfahrung liegt, sie aber nur in der Erfahrung seyn kann. Sie nimmt daher die Verhältnisse der Materie zu uns, und die Materie selbst, als etwas reales an.

§. 3.

Jede Veränderung in der Körperwelt, in irgend einem Aggregat von Materie, heißt, in Bezug auf

unsre Wahrnehmung, eine Erscheinung (Phänomen).

§. 4.

Die Eindrücke äußerer Gegenstände auf uns erwecken im menschlichen Verstande das Bedürfniß, das Phänomen mit andern ihm bekannten zu vergleichen, Analogien zu entdecken, Relationen von Ursache und Würkung festzusetzen. Dieses Bedürfniß wird noch erhöhet, wenn wir die Erscheinungen in Bezug auf unser Wohlseyn betrachten, um von der materiellen Natur Nutzen zu ziehen. So entstand die Naturlehre.

§. 5.

Ehe man eine Wissenschaft von den Körpern und den Phänomenen aufstellen kann, muß man beide erst kennen. In der Naturkenntniß, als Umfang alles dessen, was wir überhaupt von der materiellen Welt wissen, muß also ein beschreibender Theil dem philosophischen vorangehen; und so haben wir überhaupt zwei Theile der Naturkenntniß, die Naturbeschreibung und die Naturlehre.

§. 6.

Der Gegenstand der Naturbeschreibung ist doppelt, nämlich die Körper selbst und die Phänomene. Die Naturbeschreibung ist bloß beschreibend, wenn sie die Aggregate der Materie nach ihren äußern oder innern Kennzeichen aufzählt und

ordnet. *) Sie ist aber historisch, wenn sie die Phänomene beschreibt, d. h. die Veränderungen erzählt, welche in der Sinnenwelt vorgehen.

§. 7.

Wir gelangen zur Kenntniß der Phänomene entweder durch bloße Anschauung der Naturbegebenheiten (Beobachtung), oder wir erzeugen selbst und absichtlich die Phänomene (Versuche.) Bei dem lezten Verfahren haben wir den großen Vortheil, meistens das Phänomen in einer größern Einfachheit darzustellen, ohne Einmischung fremder, wenigstens unbekannter Einwürkungen; dagegen sind die Naturphänomene selten einfach, vielmehr größtentheils sehr zusammengesetzt. Wir können ferner die Versuche oft abändern und immer nach Willkühr widerholen, aber die Naturbegebenheiten nicht; diese müssen wir nehmen wie und wann sie vorkommen. **) Man würde übrigens sehr irren,

*) Dieser Theil der Naturbeschreibung hieß sonst Naturgeschichte. Schränkt man ihn auf die Nomenklatur und äußere Beschreibung der sogenannten drei Naturreiche ein, so ist er sehr unvollkommen. Dazu gehören noch, nicht nur die Anatomie der Pflanzen und Thiere, sondern auch die physikalische Erdbeschreibung und die Beschreibung der andern Weltkörper.

**) Die Geschichte der Physik liefert auch manche Beispiele von Irrthümern, die daher entstanden sind, daß man sich auf bloße Beobachtungen verwickelter Naturphänomenen verließ.

wenn man glaubte die Natur würke in den Versuchen anders als in ihren eigenen Phänomenen. Ihre Gesetze sind überall und immer dieselben. Allein wir modificiren in den Versuchen die Umstände nach welchen sie würkt, keinesweges aber die Eigenschaften der Materie.

§. 8.

Wenn dasselbe Phänomen sich unter derselben Bedingung immer wiederholt, ohne je eine Ausnahme zu leiden, so schließen wir auf eine Causal-Relation, und nennen diese Relation zwischen dem Phänomen und dessen Bedingung ein **Naturgesetz**.

§. 9.

Von der Ursache selbst der Phänomenen wissen wir nichts; sie liegt außerhalb aller Erfahrung, und wir können daher nie zu ihrer Anschauung kommen. Wir müssen also nicht wähnen die **Naturkräfte**, als Wesen welche die Erscheinungen bewürken, zu kennen. Aber in so fern ein Körper sich von andern unterscheidet, oder auf andere auf eine ihm eigenthümliche Art würkt, legen wir ihm **Eigenschaften** bei. Die Eigenschaften der Körper sind daher für uns nur Vorstellungen, Namen, Kennzeichen, welche entweder **Zustände** der Körper oder **ihre wechselseitigen Würkungsarten** ausdrücken. Was sie an sich sind, wissen wir nicht.

§. 10.

Die Körper unterscheiden sich durch äußere und innere Eigenschaften. Jene werden nur beobachtet. Diese werden durch Versuche entdeckt. Die äußern Kennzeichen sind oft nur zufällig; die innern aber sind characteristisch, sie bestimmen die individuelle Natur der Körper, ihre eigenthümlichen Würkungen aufeinander.

§. 11.

Gleichartige (homogene) Körper sind solche, welche, mit allen andern Substanzen in gleiche Relation gebracht, beständig gleiche Phänomene mit denselben Körpern erzeugen, also gleiche innere Eigenschaften haben. Ungleichartige (heterogene) Körper sind solche, welche, mit irgend einer dritten Substanz in Relation gebracht, ungleiche Phänomene erzeugen. Es sey z. B. bekannt, daß der Körper Z mit den Körpern A, B, C, D, ꝛc. die Phänomene a, b, c, d, ꝛc. erzeugt. Erzeugt ein anderer Körper X, mit denselben A, B, C, D, die Phänomene a, b, c, d, so sind die Körper Z und X gleichartig; aber sie sind ungleichartig, sobald nur eins der Phänomene a, b, c, d, anders mit X als mit Z ausfällt.

§. 12.

Die Aggregate der Materie bestehen entweder aus gleichartigen Theilen, und heißen einfache Stoffe (einfache Substanzen), oder aus ungleich-

artigen Theilen, und heißen zusammengesetzte Stoffe. Wir können von keiner Substanz apodictisch behaupten, daß sie einfach sey. Indeß spricht die Naturlehre von einfachen Stoffen, theils in sofern sie ihre Zerlegung nicht weiter zu treiben vermag, theils in sofern sie bei gegebenen zusammengesetzten Substanzen von einigen Stoffen abstrahirt, welche sie als außer Verbindung mit den Hauptsubstanzen betrachtet, und auch betrachten kann, wenn diese zufälligen Stoffe selbst auf das zu untersuchende Phänomen nicht Einfluß haben.

§. 13.

So sind auch die Phänomene einfach oder zusammengesetzt. Die einfachen sind diejenigen, wobei nur zwei einfache Stoffe aufeinander würken; die zusammengesetzten, wo mehrere einfache Stoffe aufeinander würken, sie mögen einzeln da seyn, oder schon in einzelner Verbindung unter sich. Oft würken zwei zusammengesetzte Substanzen aufeinander, aber ohne Beziehung auf die Heterogenität ihrer Theile. In diesem Falle hat man auch ein einfaches Phänomen, im Sinne von §. 12.

§. 14.

Wir müssen demnach auch allgemeine und spezielle Naturgesetze statuiren. Jene beziehen sich auf die einfachen Phänomene, diese auf die zusammengesetzten. Der Zweck der ganzen Naturlehre ist, die speziellen und allgemeinen Naturgesetze mit

allen ihren Modificationen zu entdecken, und die Naturphänomene darauf zurückzuführen; das letztere heißt: die Phänomene erklären. *)

§. 15.

Dieser doppelte Zweck der Naturlehre, Naturgesetze zu entdecken und sie zur Erklärung der Naturphänomene anzuwenden, erzeugt zwei Haupttheile der Naturlehre. Der eine stellt die Naturgesetze auf, mittelst der Erfahrung und der darauf gegründeten Vernunftschlüsse und Rechnungen, und ist in dieser Hinsicht die theoretische Naturlehre. Der andere besteht in der Erklärung der Natur-Erscheinungen, welche die Naturbeschreibung liefert, mittelst der Naturgesetze, und ist die angewandte Naturlehre; ihr Gebiet wird durch das der Naturbeschreibung bestimmt. **)

§. 16.

Das lezte Ziel des Naturforschers ist, alle Phänomene auf die allgemeinen Naturgesetze zurückzu-

*) Wir können von keinem Naturgesetze absolut behaupten, daß es allgemein sey. Hier gilt das was §. 12 von den einfachen Stoffen gesagt wurde.

**) Ich halte Vorlesungen über einen wichtigen Theil dieses Zweiges der Naturlehre, unter dem Namen von Physik der Erde, welche die mathematische Geographie und den rationellen Theil der physicalischen Geographie enthalten. Der Herr Hofrath Mayer in Göttingen hat meines Wissens zuerst, und mit Recht, diesen Theil der Naturlehre von dem ersten abgesondert.

führen, sie bis zu dieser äußersten Grenze der Wissenschaft zu analysiren. Die allgemeinen Naturgesetze sind ihm was dem Mathematiker die Axiome. Allein dieses lezte Ziel wird nicht immer erreicht. Er muß sich oft mit speziellen Naturgesetzen vorerst begnügen, obgleich nur die allgemeinen Naturgesetze den Forderungen seines Verstandes Genüge leisten.

§. 17.

Die Naturlehre wird gewöhnlich in zwei Hauptzweige eingetheilt, die Physic und die Chemie. Die Physic betrachtet alle Eigenschaften der Körper und hat die Erforschung der allgemeinen Naturgesetze bei dieser Betrachtung zum Zwecke. Alle Phänomene, die sich auf allgemeine Naturgesetze zurückführen lassen, gehören in das Gebiet dieser Wissenschaft. Die Chemie betrachtet die Mischung und Entmischung der Körper durch die innern Eigenschaften, und begnügt sich, die Phänomene auf die kleinste mögliche Zahl von speziellen Naturgesetzen zurückzuführen. *) Alle Phänomene der Mischung und Entmischuug, welche nur erst auf

*) Eben deswegen weil es mit den meisten Phänomenen der Mischung und Entmischung noch nicht glücken wollte, sie auf allgemeine Naturgesetze zurückzuführen, ist die Chemie in wissenschaftlicher Hinsicht von der Physic getrennt. Sonst hätten wir die Eintheilung in Physic und Chemie nicht nöthig, sondern wir hätten nur eine Wissenschaft, die Naturlehre.

spezielle Naturgesetze zurückgeführt sind, machen das Gebiet dieser Wissenschaft aus. Indeß bedarf sie auch allgemeiner Naturgesetze in ihren Forschungen, so wie die Physic von der Chemie die speziellen Naturgesetze abborgt um sie in die allgemeinen aufzulösen. Daher haben diese schwesterlichen Wissenschaften viel Gemeinschaftliches, und es kann nicht die Eine in ihrem ganzen Umfange cultivirt werden ohne die Andere.

§. 18.

Was im 15ten §. von der Naturlehre überhaupt gesagt wurde, gilt speziell von der Physic und Chemie. Sie sind beide theoretisch wenn sie bloß die Naturgesetze aufstellen und sie durch alle ihre Modificationen verfolgen; angewandt, wenn sie die Phänomene in der Natur erklären.

§. 19.

Außerdem sind diese beiden Wissenschaften noch practisch oder technisch, wenn sie unmittelbar zur Befriedigung der menschlichen Bedürfnisse gebraucht werden. Man hat bekauntlich eine technische und eine pharmazevtische Chemie. Es giebt auch eine technische Physic, die man bisher angewandte Mathematik nannte. Weil die Anwendung der Naturgesetze zu diesem Behufe einen großen Aufwand von Mathematik erfordern. Dahin gehört jedoch die Astronomie nicht, welche als Anwendung eines

allgemeinen Naturgesetzes (die Gravitation) die Phänomene des Laufs der Himmelskörper erklärt und mithin nicht zur praktischen, sondern zur angewandten Physik gehört. *)

*) In dieser Eintheilung aller Naturwissenschaften lege ich, wie man sieht, das Rationale zum Grunde, nicht das Reale. Der Gang des Forschens muß die Eintheilung der Zweige dieser großen Wissenschaft liefern, nicht die Gegenstände; sonst kann nirgends eine reine Ordnung herrschen, weil die Natur die Gegenstände nicht nach unsern wissenschaftlichen Eintheilungen rangirt hat.

Erster Abschnitt.

Von den allgemeinen Eigenschaften der Körper.

§. 20.

Es giebt viele Eigenschaften der Körper, welche zwar vielen aber nicht allen Körpern zukommen, als z. B. Flüßigkeit, Härte, Durchsichtigkeit u. s. w. Andere aber gehören allen Körpern an, als z. B. Porosität, Theilbarkeit u. s. w. Jene sind also spezielle Eigenschaften, diese allgemeine. Die leztern constituiren einigermaaßen die allgemeine Natur der Körper, und müssen demnach zuerst erforscht werden.

§. 21.

Aber es giebt unter den allgemeinen Eigenschaften der Körper solche, die nur auf den Zustand der Körper, und wiederum andere, welche unmittelbar auf die Phänomene Bezug haben. Jene zeigen uns die Körper bloß wie sie sind, gehören eigentlich zur Naturbeschreibung. Die andern aber bestimmen die Würkungsart der Körper auf einander.

§. 22.

Da die erstere Gattung der allgemeinen Eigenschaften der Körper in den Naturbeschreibungen gewöhnlich nicht vorkommen, so muß in der Physik der Anfang damit gemacht werden. Dieser erste Abschnitt zerfällt demnach in zwei Capitel.

Erstes Capitel.

Von den allgemeinen Eigenschaften der Körper, die sich bloß auf den Zustand derselben beziehen.

§. 23.

Diese Eigenschaften sind: die Ausdehnung, die Undurchdringlichkeit, die Theilbarkeit, die Porosität, die Beweglichkeit, die Beharrlichkeit. Obgleich diese Eigenschaften sich nur auf den Zustand der Körper beziehen, an sich keine Phänomene erzeugen, so haben sie doch auf die Phänomene selbst vielen Einfluß; sie modificiren sie.

Ausdehnung.

§. 24.

Die Ausdehnung constituirt den Begriff des geometrischen Körpers. Ohne diesen Begriff ist der des Körpers überhaupt unmöglich.

§. 25.

Da jede Ausdehnung, die nicht unendlich ist, ihre Grenzen hat, so muß jeder Körper eine Figur haben, und diese Figur hat oft auf die Phänomene, namentlich auf die mechanischen, Einfluß. Eine Kugel z. B. rollt von einem etwas schräge stehenden Tische herab, auf welchem ein Cubus ruhig steht. Ein Beil äußert sehr verschiedene Würkungen, nachdem man den Schlag mit der Schneide oder mit dem Kopfe führt.

§. 26.

Die Figuren der Körper sind unendlich mannichfaltig, auch in den kleinsten Theilen der Materie; gerade hier beobachten wir diese Mannichfaltigkeit im höchsten Grade. Einige zeigen eine große Regularität, andere aber nicht. Von der ersten Art ist die Figur der Schneeflocken, der gefrornen Ausdünstungen an den Fenstern, der Salze, kurz der Cristalle aller Art. Jedoch ist diese Regularität nicht im strengen Sinne zu nehmen, in welchem man in der Geometrie das Wort reguläre Körper nimmt. Man sollte die Figur der Cristalle eher symmetrisch nennen. Der Hauptcharakter der Figur dieser Körper ist, daß ihre Flächen Ebenen sind, ihre Kanten gerade Linien.

§. 27.

Da wir annehmen müssen, daß die Fügung der kleinsten Theile der Materie an einander, nach be-

stimmten Naturgesetzen statt findet, so muß die Regularität Folge dieser Gesetze seyn; mithin sind die irregulären Körper dadurch entstanden, daß, während der Fügung ihrer Theile, Störungen statt gefunden haben, oder daß nach ihrer ursprünglichen regulairen Bildung, diese Regularität durch andere Einwürkungen zerstört worden.

Undurchdringlichkeit.

§. 28.

Die Ausdehnung constituirt für sich allein den würklichen Körper nicht. Es muß Etwas da seyn, was den begränzten Raum anfüllt, das alles Andere aus demselben Raume ausschließt. Die Eigenschaft vermöge welcher die Materie den Raum in diesem Sinne ausfüllt, heißt Undurchdringlichkeit. (Impenetrabilität.) Sie besteht darin, daß zwei Theile der Materie in einem und demselben Raume nicht seyn können. Sie ist es die uns belehrt, ob wir würkliche Körper oder bloß Bilder der Phantasie vor uns haben.

§. 29.

Oft scheint ein Körper in einen andern zu dringen: eine Bleikugel in Wasser, Wasser in einen Schwamm, alle unsere Körper in die Luft. Allein es läßt sich bei allen diesen Beispielen zeigen, daß eine Ausweichung von Materie statt findet. Wo

man diese Ausweichung unmöglich macht, geschieht jenes scheinbare Durchdringen nicht.

Eine senkrecht in Wasser umgestürzte Glasglocke läßt das Wasser nicht eindringen. Dagegen ein umgestürzter Trichter sich mit Wasser füllt und die Luft durch seine enge Mündung entweichen läßt.

Ein trockner Schwamm, schnell unter Wasser getaucht, füllt sich zwar nach und nach mit Wasser an, läßt aber eine Menge Luft fahren.

Die Taucher-Glocke.

Theilbarkeit.

§. 30.

Es ist hier nicht von der geometrischen Theilbarkeit die Rede, welche ohne Gränzen gedacht werden muß, sondern von der würklichen physischen Theilbarkeit. Die Frage: ob die Materie ins Unendliche physisch theilbar sey? mag den Metaphysiker beschäftigen; uns bekümmert sie nicht, weil sie außerhalb der Gränze der Erfahrung ist, und also nicht zum Gebiete der Naturlehre gehört. Die Physik weiß nur, daß die Materie theilbar sey; sie weiß es durch die Erfahrung, welche ihr zeigt, daß die Theilbarkeit sich bis zu Gränzen erstrecke, welche die Phantasie zu fassen nicht mehr im Stande ist, die nur die Allmacht der Rechenkunst erreichen kann.

§. 31.

Sowohl die Kunst als die Natur liefern uns Beispiele von Theilungen von unglaublicher Feinheit. Durch feine Striche auf Glas kann man die Länge eines Pariser Zolls in 1000 gleiche Theile theilen, die mit dem bloßen Auge noch zur Noth sichtbar sind. Ein Quadratzoll enthält demnach 1,000,000 noch sichtbare Theile; ein Cubikzoll 1,000,000,000. Diese Theile des Längen-, Quadrat- und Cubikzolls wollen wir als Einheiten bei der Betrachtung anderer Theilungen zum Grunde legen.

§. 32.

Feine mechanische Theilungen liefern folgende Beispiele. Nach Reaumür gehören über 30,000 Goldblättchen (Goldschaum) auf einander gelegt, um die Dicke einer Linie des Pariser Zolls auszumachen. Folglich ist die Dicke eines Goldblättchens nur $\frac{1}{30000}$ der obigen Längen-Einheit. Nach Boyle wägen 50 Quadratzoll solcher Goldblättchen nur 1 Gran, folglich kann ein Gran Goldes in 50,000,000 Quadrattheilchen getheilt werden. Eine Unze Goldes deckt einen feinen Silberdrath von 97 franz. Meilen durchaus so, daß man mit bloßen Augen keine unbedeckte Stelle sieht. Plattet man diesen Drath durch ein Laminirwerk ab, so bleibt er noch durchaus mit Gold gedeckt, und erhält eine Länge von 111 franz. Meilen und $\frac{1}{8}$ Linie in der Breite.

Durch diese Dehnung hat man aus einer Unze Goldes eine Fläche von 421,977',600,000 sichtbaren Theilen, und folglich aus einem Grane Goldes beinahe 1,000',000,000 solcher Theile gemacht. Folglich muß das Goldblättchen etwa 20 mal so dick seyn als dieser Goldüberzug, welcher demnach etwa $\frac{1}{7',200,000}$ des Zolls dick seyn wird.

§. 33.

Nimmt man einen Tropfen Indigo-Auflösung und vermischt ihn mit 500 Cubikzoll Wasser, so wird das ganze Wasser zwar schwach, aber merklich und durchaus blau gefärbt. In diesem Raum können wir nur 500,000',000,000 sichtbare Theile annehmen, wovon ein Jeder einen Theil der Farbe erhalten hat. Folglich ist ein solcher Tropfen in so viele gleiche Theile getheilt worden, und da die Masse des Wassers etwa 500,000 mal größer ist als die des blauen Tropfens, so muß jeder Theil der Farbe nur $\frac{1}{500',000,000',000,000}$ des Cubikzolls ausmachen.

§. 34.

Riechende Stoffe erfüllen oft Zimmer, ja ganze Säle, mit ihren Ausflüssen, ohne daß sie merklich von ihrem Gewichte verloren hätten. Der Moschus verbreitet Jahre lang seinen Geruch ohne merklich leichter zu werden. Und die Dauer der Gerüche, ihre Mittheilung an andere Körper, so wie auch folgender Versuch, bürgen uns dafür,

daß die Empfindung die wir Geruch nennen, nicht wie die des Schalls, einer zitternden Bewegung der Luft, sondern würklichen Ausflüssen, zuzuschreiben ist.

Man gieße in eine reine gläserne oder porcellainene Schaale etwa $\frac{1}{4}$ Linie hoch Wasser, und lege in das Wasser ein Stück Kampfer. Rings um den Kampfer wird das Wasser zurücktreten.

§. 35.

Die Theilung der Materie zeigt sich in den organischen, besonders thierischen, Substanzen auf eine nicht minder wunderbare Art. Die obige Spinnerei des Silbers und Goldes haben wir von der viel feinern Spinnerei der Spinnen nachgeahmt. Nach Reaumür soll die ganze Dicke des Fadens gewisser Spinnen nicht mehr betragen, als die Dicke des Ueberzugs von Gold des abgeplatteten Silberfadens. Im faulen Wasser, in gegohrnen Flüssigkeiten, entdeckt das Mikroskop Thierchen, (Infusions-Thierchen) dem bloßen Auge unsichtbar, und die dennoch leben und weben. Loewenhoek entdeckte solche Thierchen, deren 1000 auf dem Durchmesser eines feinen Sandkörnchens Raum gehabt haben würden, deren Masse also nur das tausendmillionentheilchen des Sandkorns ausmachte. Wie groß mögen die Glieder dieser

Thierchen seyn! Wie groß ihre innern Organe, ihre Gefäße! Wie fein zertheilt die Flüssigkeiten, die in diesen Gefäßen circuliren! Wunderbar ist diese Zertheilung der Materie, unendlich groß die Weisheit des Schöpfers, der diese Zertheilung und Anwendung veranstaltete.

§. 36.

Die Theilbarkeit der Materie ist nicht bloß wegen ihrer, so ungeheuer weit sich erstreckenden Grenzen, dem Naturforscher wichtig. Sie ist es auch wegen der beständigen Regelmäßigkeit mit welcher die würkliche Theilung statt finden kann, wenn es Körper gilt, die regelmäßig gestaltet sind, indem diese Art von Theilung (mit schneidenden Werkzeugen) uns die Art, wie solche Körper zusammengesezt sind, aufdeckt. Mit allen Cristallen kann diese Operation vorgenommen werden, und liefert höchst interessante Resultate. Es ist nämlich schon lange bekannt, daß die Cristalle sich in allerlei symmetrische Stücke spalten lassen. Der Naturforscher Haüy hat diese Arbeit mit allen bekannten Cristallen vorgenommen. Das Resultat ist folgendes:

§. 37.

Wenn man einen Cristall an allen Ecken prüft, ob er sich spalten läßt, so findet man immer mehrere Kanten (gewöhnlich die alternirenden) in de-

ren Nähe der Schnitt geschehen kann, aber in einer mit der Seitenfläche nicht parallellen Ebene. Die Kante macht eine Kante des abgesprengten Stücks aus, welches prismatisch ist, wenigstens in Rücksicht auf die Seitenflächen. Die Kanten, in deren Nähe diese Operation angehet, sind symmetrisch auf der Oberfläche des Körpers vertheilt. Nachdem alle Kanten in dieser Hinsicht geprüft worden sind, und die Stücke abgesprengt, so kann man die Theilung fortsetzen in Schnitten, die mit den ersten parallell sind. Dadurch erhält man endlich einen Körper von einer neuen symmetrischen Figur, den Kern, so daß man das ganze Crystall als eine Zusammensetzung aus diesem Kerne und den abgesplitterten Stücken bestehend, ansehen kann. Jede Gattung von Crystall hat ihren eigenthümlichen Kern, als z. B. rhomboidalische Parallelipipeden, Tetrader ꝛc. Aber nicht jede Kernform hat ihren bestimmten Crystall, sondern mehrere Hauptformen dienen mehreren Crystallen zum Kerne. Jedoch sind diese Kerne von einerlei Hauptformen durch die Größe der Winkel und das Verhältniß der Seiten von einander verschieden. Haüy reducirt alle Hauptfiguren der Kerne auf sechs, nämlich das Tetraeder, das Parallelipiped, das Octaeder, das sechseckigte Prisma, das Dodecaeder mit dreieckigten Seitenflächen, und das Dodecaeder mit rhomboidalen Seitenflächen.

§. 38.

Der Kern läßt sich noch theilen, zwar nicht mehr nach obiger schrägen Richtung, sondern in Richtungen, welche mit dessen Seitenflächen parallell sind. Sezt man diese neue Spaltung fort, so weit als sie sich treiben läßt, so kommt man auf neue Kerne, die zuweilen dem großen Kerne ähnlich, zuweilen aber ihm ganz unähnlich sind, bis man endlich wegen der Unvollkommenheit der Werkzeuge aufhören muß. Haüy nimmt an, daß, wenn man diese Theilung noch weiter fortsetzen könnte, man endlich auf solche Cristallchen käme, die überhaupt, und wegen der Cohäsion ihrer Theile, nicht mehr theilbar wären, weil sie nicht durch Zusammensetzung entstanden sind. Solche untheilbare Kerne, die ersten, aus welchen das Cristall durch Ansaz von neuen Theilen entsteht, nennt Haüy Integralmassen (mollecules integrantes).

§. 39.

So besteht demnach jeder Cristall aus einer Integralmasse von symmetrischer Figur, aus parallell anliegenden Lamellen (welche mit der Integralmasse zusammen den Kern ausmachen) und aus andern auch parallell anliegenden aber symmetrisch um den Kern angelegten Stücken; und zwar hat die ausführliche Untersuchung aller Cristallgattungen gezeigt, daß alle Figuren der Integralmassen sich auf drei Hauptkörper einschränken, näm-

lich mit vier Seitenflächen (das Tatraeder), mit fünf Seitenflächen (das dreiseitige Prisma) und mit sechs Seitenflächen (das Parallelipipedum).

§. 40.

Jedes dieser drei Geschlechter von Integralmassen hat seine Gattungen, welche sich durch die Verhältnisse der Dimensionen und vorzüglich durch die Verschiedenheit der Winkel von einander unterscheiden; und diesen Gattungen von Integralmassen verdanken wir die große Verschiedenheit der Kerne und folglich der Crystalle. Von den Gesetzen dieser Aggregation kennen wir bis jetzt nichts, als das geometrische. Die Operation selbst ist noch ein Geheimniß.

Porosität.

§. 41.

Die Materie welche einen Körper constituirt, erfüllt dessen Raum nicht ohne Unterbrechung, sondern sie ist durch Räume, die nicht mit derselben Materie erfüllt sind, unterbrochen, gleichsam durchgewühlt. Diese Räume heißen Poren. Sie zeigen sich an der Oberfläche und im Innern aller Körper, auch derjenigen, welche am meisten Materie enthalten. Am Schwamme, am Holz, an den Knochen, an manchen Steinen ꝛc. sieht man die Poren mit bloßen Augen. Durch das Mikroskop sieht man sie an allen festen Körpern. An der

glatteſten Spiegelfläche, an den ſogenannten Edelſteinen, die ſo feſt zu ſeyn ſcheinen, an den dichteſten Metallen werden ſie bemerkt.

Verſuch Dühamels und der Akademie del Cimento, mit der goldenen Kugel. Was von dieſem Verſuche, in Rückſicht auf die Poroſität des Goldes, zu halten iſt.

Ein ſchönes Beiſpiel von der Poroſität des Goldes, liefert das gewöhnliche Goldblättchen. Auf einem Ramen von Pappen, oder auf einer Glasplatte aufgeklebt und vor das Auge gehalten, färbt es alle Gegenſtände bläulicht-grün, wie ein Glas von dieſer Farbe.

§. 42.

Wir müſſen uns alſo die Körper vorſtellen als Aggregate von einzelnen Theilen von Materie, welche der Figur nach nicht völlig congruiren. Gröbere Aggregate von Materie mit einander vereinigt, bilden gröbere Poren; dieſe gröbern Aggregate aber ſind ſelbſt noch porös, und die Materie, welche dieſe feinern Poren einſchließt, iſt ſelbſt noch porös. Wir wiſſen nicht, wie weit dieſe Abſtufung der Poren von den gröbſten bis zu den feinſten geht. Ein Stück Waſchſchwamm zeigt dem bloßen Auge unzählige ſolcher Abſtufungen. In der organiſchen Materie iſt dieſe Poren-Vertheilung ſymmetriſch; hier ſind die Poren gleichſam nur die Durchſchnitte von Röhren, in welchen Flüſſigkeiten circuliren. In den Mineralien mag wohl ein Zuſammenhang der Poren ſtatt finden, aber er kann nicht ſo gut

beobachtet werden. Die feinsten aller Poren sind diejenigen, welche nur das Licht durchlassen. Das beste Mikroskop kann sie nicht zeigen.

§. 43.

Die Poren sind nicht von aller Materie leer. Aus den Poren vieler Körper können wir Luft heraustreiben.

Ein Stück Holz, ein Ey, ein Stück Sandstein in Wasser gelegt und unter die Luftpumpe gebracht, lassen viel Luft fahren.

Es lassen sich gleichfalls fremde Materien in die Poren der Körper hineinbringen.

Ein Stück Holz zieht Wasser ein. Man treibt Wasser und Quecksilber durch die Poren des Holzes durch.

So werden auch Marmorstücke bis zu einer beträchtlichen Tiefe gefärbt, wenn man sie in gefärbtes geschmolzenes Wachs taucht.

§. 44.

An den Flüssigkeiten sieht man weder mit dem bloßen Auge noch mit dem Mikroskop die Poren. Dadurch sind wir aber nicht berechtigt, die Porosität der Flüssigkeiten zu leugnen; dieses beweiset nur, daß die Mikroskope die Feinheit dieser Poren nicht erreichen können. Daß die Flüssigkeiten Poren enthalten, beweisen die luftartigen Substanzen, die aus denselben mechanisch entwickelt werden.

Wasser, Wein, Oele, sogar Queckſilber, liefern unter der Luftpumpe eine beträchtliche Menge Luft, und füllen ſich nachher wieder damit an. Dabei bemerkt man nicht, daß das Volum abgenommen oder zugenommen habe.

§. 45.

Die menſchliche Haut liefert uns eins der wichtigſten Phänomene mit Beziehung auf Poroſität. Sanctorius, (nächſt Hypocrates einer der hellſten Köpfe unter den Aerzten,) bewies ſchon, daß $\frac{5}{8}$ unſrer ganzen Nahrung durch die Tranſpiration davon gehen. Lavoiſier und Seguin trieben dieſe Verſuche weiter, nahmen Rückſicht auf die Tageszeit, Qualität der Nahrung, Geſundheit und Alter des Subjekts, und ſuchten das Verhältniß der Tranſpiration durch die Lunge, zu der durch die Haut zu beſtimmen. Das mittlere Verhältniß dieſer zu jener iſt 11 zu 7, ſo daß daraus klar wird, daß wir durch die Haut beträchtlich mehr ausdünſten und athmen, als durch die Lunge.

§. 46.

Die Körper, in Rückſicht auf ihre Poroſität, ſind nicht bloß der Zahl, Größe, Figur und Lage der Poren nach unter ſich verſchieden; ſondern es kommt noch die Rückſicht des geſammten Raums, welchen alle Poren zuſammen im Volum des Körpers einnehmen, hinzu. Es findet nämlich bei

allen und jeden Körpern ein gewisses Verhältniß des gesammten Raums der Poren zu dem gesammten Raume würklicher Materie statt. Dieses Verhältniß nennt man die Dichtigkeit des Körpers; so daß derjenige Körper, der dichtere ist, der unter gleichem Volum mehr Materie und weniger Poren-Raum hat. Der dichteste Körper, den wir kennen (das Platina) ist etwa 300,000 mal dichter als der lockerste, den wir kennen (das Wasserstoffgas). Wir kennen kein absolutes Maaß der Dichtigkeit; ein solches könnten wir nur an einem absolut dichten, d. h. porenlosen Körper finden, und solche finden sich nicht. Ja es läßt sich denken, daß der Raum, den die Materie würklich ausfüllt, gegen den, den sie scheinbar einnimmt, beinahe verschwinde, daß z. B. die ganze Materie des Erdballs in einem Cubikzolle Raum habe.

§. 47.

Die Porosität der Körper ist endlich noch in Rücksicht auf die Bewegung der Körper aufeinander von Wichtigkeit. Vermöge der Porosität ist die Oberfläche jedes Körpers, besonders der festen, als eine rauhe Oberfläche mit Erhabenheiten und Vertiefungen anzusehen. Liegen nun zwei Körper auf einander, so müssen demnach die Erhabenheiten des einen in die Vertiefungen des andern greifen. Soll daher der eine auf dem andern geschoben werden, so verursacht dieses Eingreifen der

Oberflächen einen Widerstand, der Friction oder Reibung genannt wird. Uebrigens ist dieser Widerstand nicht die einzige Ursache der Reibung, wie es in der Folge gezeigt werden wird.

Beweglichkeit.

§. 48.

Diese Eigenschaft zeigt sich durch die Bewegung selbst; und da bei jedem Phänomen Bewegung statt findet, so zeigt sich diese Eigenschaft überall und immer. Die Beweglichkeit ist die Eigenschaft der Materie, verschiedene Räume nach und nach einnehmen zu können. Sie erzeugt aber nicht die Bewegung. Diese Erzeugung der Bewegung verdanken wir denjenigen Eigenschaften der Materie, welche sich unmittelbar auf die Phänomene beziehen. Die Mittheilung der Bewegung aber, wenn Bewegung schon vorhanden ist, die verdanken wir der Undurchdringlichkeit. Nur die Natur bringt Bewegung hervor. Der Mensch, mit aller seiner Wissenschaft, mit allen seinen Werkzeugen, kann nur die schon vorhandene Bewegung eines Körpers auf einen andern übertragen.

Beharrlichkeit.

§. 49.

Jeder Körper, er mag in dem Zustande der Ruhe oder der Bewegung seyn, bleibt in diesem

Zustande, so lange nicht eine Ursache hinzukommt, die ihn zwingt, aus diesem Zustande zu treten. Darin besteht die Beharrlichkeit der Materie. Wann ein Körper aus der Ruhe in Bewegung versetzt werden soll, so muß ihm die Bewegung mitgetheilt werden, die er nicht hat; ist er in Bewegung, und soll in Ruhe versetzt werden, so muß eine so große Bewegung angewandt werden, um die seinige zu vernichten. In beiden Fällen also haben wir eine mechanische Kraft nöthig, so groß als der Effekt den man hervorbringen will.

§. 50.

Die Beharrlichkeit in der Ruhe bedarf keines besondern Beweises. Nur durch sie stehen alle unsere Gebäude, die Felsen und die Berge.

Die Beharrlichkeit in der Bewegung zeigt sich in folgenden Phänomenen:

Eine an einem Faden hängende Bleikugel, wenn sie aus der vertikalen Lage gezogen wird, fällt nicht nur bis zum Lothe herab, sondern steigt auf der entgegengesetzten Seite bis zur selbigen Höhe herauf; dann fällt sie zurück und beschreibt denselben Weg rückwärts, dann wieder in der ersten Richtung, und wiederholt diesen Gang mehrere tausend male. Endlich hört sie doch auf, weil die Reibung am Aufhängepunkt und der Widerstand der Luft die

Bewegung in jedem Augenblicke vermindern; daher die Gänge immer kleiner und kleiner werden.

Eine solche Vorrichtung heißt ein **Pendel**, dieser Hin- oder Hergang eine **Oscillation**. Sorgt man für gehörige Verminderung der Widerstände, so sind die Oscillationen nach 5 bis 6 Stunden noch beträchtlich. Das einmal bewegte Wasser hat eine ähnliche Bewegung, die man **Wellen** nennt.

Giebt man der oben erwähnten Kugel einen hinlänglichen Schwung, daß ihre Oscillation sie um die ganze Periphärie treibe, so ist der Faden nicht bloß dann gespannt, wann die Kugel in dem untern Halbkreise sich befindet, sondern auch im obern. Die Fortdauer einer solchen Bewegung und der immerwährenden Spannung des Fadens, ist Folge der Beharrlichkeit.

Diese Spannung des Fadens zeigt, daß die Bewegung den Körper von dem Mittelpunkt der Bewegung zu entfernen trachtet. Diese mechanische Kraft heißt man **Schwungkraft**. (Centrifugal-Kraft.)

§. 51.

Unaufhörliche Folgen der Beharrlichkeit in der Bewegung, sehen wir nur in den Himmelskörpern, weil dort kein Widerstand ist, der gegen ihre ungeheure Bewegung in einigem Verhältnisse stände.

§. 52.

Wann ein Körper schon in Bewegung ist, und eine größere Geschwindigkeit erhalten soll als diejenige ist, welche er hat, so wird ebenfalls eine neue Kraft dazu erfordert.

Man werfe eine eiserne Kugel in die Höhe, und wenn sie schon im Fallen ist, schlage man sie schnell mit einem Brette, auf welchem eine weiche Thonschichte oder eine Bleiplatte sich befindet. Es entsteht eine beträchtliche Vertiefung.

Der Widerstand, den das Blei oder der Thon äußerten, ist der Kraft gleich, welche nöthig war, um der Kugel die vermehrte Geschwindigkeit zu geben.

Wiederholt man den vorigen Versuch mit einer Korkkugel von derselben Größe, so bemerkt man auf dem Thone kaum die Spur eines Eindrucks.

Woraus folgt, daß der Widerstand der Luft an dem obigen Phänomen sehr wenig (eigentlich gar keinen) Antheil hat.

§. 53.

Wann ein fester Körper sich in einer ruhigen Flüssigkeit bewegt, so müssen die vorliegenden Theile der Flüssigkeit ihm ausweichen, das heißt, eine Bewegung erhalten, und zwar von dem Körper selbst; daher wird seine Bewegung vermindert. Diese Verminderung der Bewegung nennt man den Wi-

derstand des Medium. Darauf gründet sich der Bau des Ruders, der Flug der Vögel ꝛc.

§. 54.

Ehemals sah man die Beharrlichkeit als eine eigene Kraft des Körpers an, und nannte sie deßwegen vis inertiae. Allein es ist keine Kraft; denn so lange nicht ein andrer Körper auf den ruhenden würkt, entsteht keine Würkung. In allen Fällen da die Beharrlichkeit sich äußert, ists nur eine Mittheilung von Bewegung.

Zweites Capitel.

Von den allgemeinen Eigenschaften der Körper, welche sich unmittelbar auf die Phänome beziehen.

§. 55.

Alle in unsrer Nähe befindlichen Körper fallen zur Erde, in welcher Gegend über ihrer Oberfläche sie sich befinden mögen; die Erde selbst, alle Planeten und Cometen, werden bei ihren ungeheuren, freien Bewegungen in vorgeschriebenen Entfernungen von der Sonne zurückgehalten. Wir sehen in den festen Körpern die Materie mit fast unüberwindlicher Kraft an der Materie hängen, in den Flüßigkeiten die Theilchen den Theilchen folgen. In den chemischen Werkstätten der Natur und der Kunst,

treiben sich Körperchen an Körperchen und conglomeriren sich, gleichsam mit willkührlichen Kräften und unter tausendfältigen Bewegungen zu unzähligen regulairen Figuren, oder trennen sich, um neue Aggregate von ganz verschiedenen Formen und Eigenschaften zu bilden.

§. 56.

Lange irrte die Wissenschaft in diesem schönen, aber ihr noch dunkeln, Felde umher, ohne die Begriffe bis zur Klarheit ausbilden zu können, weil sie zu viel Phänomene unter einer Rubrik fassen wollte. Man glaubte alle diese Phänomene auf ein allgemeines Princip, das man Anziehung (attractio) nannte, zurückführen zu können; und diese Bemühungen schreiben sich vorzüglich gerade von der schönen Epoche der Physik her, da der unsterbliche Neuton die erste Aufklärung über die Gesetze der Anziehung gab. *)

§. 57.

Die in §. 55. angezeigten Phänomene deuten alle auf Erzeugung von Bewegung. Mithin sind

*) Neuton selbst wollte nicht alles auf ein Princip zurückführen. Vielmehr findet man in seinen Schriften mehrere Spuren vom Gegentheil. Er gab sich überhaupt mit solchen Reductionen wenig ab; das Metaphysiciren über die Physik war seine Sache nicht. Er entdeckte Naturgesetze und bezeichnete das Allgemeine an den Phänomenen, das was das Naturgesetz begründet, mit einem Namen. Aber viele seiner Nachfolger waren minder bescheiden. Sie entdeckten nichts, befahlen uns aber, an ihre Vorstellungen zu glauben.

alle Eigenschaften der Körper die wir durch die Beobachtung jener Phänomene entdecken werden, solche, die sich auf Erzeugung von Phänomenen beziehen. Sie unterscheiden sich also von den im ersten Capitel beobachteten Eigenschaften der Körper wesentlich. Sie werden uns allgemeine Naturgesetze liefern.

§. 58.

Bei den unzähligen Attractionen, welche wir überall beobachten, bemerkt man einen wesentlichen Unterschied, der alle diese Phänomene in zwei Hauptklassen abtheilt. Einige dieser Phänomene finden nämlich zwischen Körpern statt, die in meßbaren, ja in den größten, Entfernungen aus einander liegen. Hingegen finden alle übrigen Attractions-Phänomene nur zwischen Körpern statt, die sich berühren. So werden die Körper, in so fern sie schwer sind, in vielerlei Entfernungen von der Erde angezogen, da hingegen der Zusammenhang fester Körper bei unvollkommener Berührung nie wieder eintritt, zwei Wassertropfen nur bei würklicher Berührung in einander fließen, und die chemischen Anziehungen in meßbaren Entfernungen nie statt finden. *) Wir unterscheiden also die Anziehung in der Entfernung von der Anziehung in der Berührung.

*) Das Wort „berühren" wird weiter unten genau bestimmt werden.

I. Anziehung in der Entfernung.

§. 59.

Diese Eigenschaft führt speziell den Namen **Gravitation.** Das allgemeine Phänomen der Gravitation ist folgendes: Wenn zwei Körper keiner andern Einwürkung als ihrer gegenseitigen Anziehung überlassen sind, und dabei um eine meßbare Distanz von einander abstehen, so bewegen sie sich gegen einander, bis sie zusammenstoßen. Alle bekannte Materie besitzt diese Eigenschaft. Dafür sind folgende Beweise: der Fall der Körper auf die Oberfläche der Erde; die Ruhe der Körper auf der Oberfläche der Erde, ungeachtet der großen Schwungkraft (§. 50.), welche die Rotation der Erdkugel um ihre Achse, in ihnen erzeugt; in größern Entfernungen die Bahn des Mondes um die Erde; in noch größern Entfernungen, die Bahn der Planeten um die Sonne.

§. 60.

In diesen Phänomenen erscheint die Gravitation als eine große mechanische Kraft, die allen großen Massen der Materie eigen ist; aber soll sie allen Theilen der Materie eigen seyn, so müssen alle Theile der Materie, auch die kleinsten, gegen einander gravitiren; es müssen z. B. zwei Körper auf der Oberfläche der Erde sich wechselseitig anziehen, wie sie von der Erde angezogen werden. Der gewöhnliche Augenschein scheint aber das Gegentheil zu

lehren. Zwei Kanonenkugeln, auf eine horizontale Ebene gelegt, rollen nicht zusammen; an Schnüren neben einander gehängt, nähern sie sich nicht; von den größten Höhen herabfallend, ist ihr Fall wechselseitig parallel. Diese Phänomene erklären sich daher, daß, wenn die Gravitation allen Theilen der Materie in gleichem Grade angehört, die Wirkungen derselben im Verhältnisse der Massen seyn müssen, daß mithin die Würkungen zwoer Kanonenkugeln auf einander, gegen die Würkung der ganzen Erde auf sie, verschwinden muß, und also auch zu klein ist, um im ersten angeführten Beispiele die Friction zu überwinden, und im zweiten und dritten Falle eine merkliche Abweichung von der natürlichen Richtung ihrer Schwere gegen die Erde zu erzeugen.

§. 61.

Diese Erklärung rettet zwar die Annahme der Gravitation als Eigenschaft jedes Theils der Materie; aber eine Erklärung ist kein Beweis. Es könnte noch immer zweifelhaft bleiben, ob diese Eigenschaft nicht bloß großen Massen competirt, und dieser Zweifel manchen Hypothesen von magnetähnlichen Würkungen, Raum geben. Folgende Versuche entscheiden über diese höchst wichtige Frage.

Bouguer und la Condamine fanden, daß ein Pendel in der Nähe des Berges Chimborasso aus seiner vertikalen Lage gezogen wurde, und zwar um einen Winkel von 7″ bis 8″ nach dem Berge zu.

Maskelyne fand eine solche Abweichung des Pendels am Berge Sehallien in Schottland von 5″ bis 6″.

John Michell hing zwei bleierne Kugeln von zwei Zoll Durchmesser an eine Drehwaage, näherte dann zwei Bleimassen, von acht Zoll Durchmesser, den zweien Kugeln allmälig, so daß Kugeln und Massen in ihrer Lage alternirend waren. Als die Bleimassen noch in einiger Entfernung von den Kugeln waren, näherten sich diese den Bleimassen mit einer Kraft, die durch die Berechnung etwa den Funfzigmilliontheilchen der Schwere der Kugeln gleich befunden wurde.

In den Vorlesungen wird der Begriff von einer Drehwaage gegeben, deren erster Erfinder Coulomb ist. John Michell veranstaltete alles zu diesem höchst wichtigen Versuch, aber der Tod raubte ihm die Freude der Ausführung, welche nachher Cavendisch übernahm. Der eigentliche Zweck dieser Physiker war, die Dichtigkeit der Erde zu messen. Aber das angeführte Resultat aus diesem schönen Versuche, ist für die strenge Demonstration der Allgemeinheit der Gravitation vom größten Gewichte. *)

§. 62.

Nach diesen entscheidenden Versuchen können wir demnach als allgemeines Naturgesetz den

*) Ehemals wollte man die Sache kürzer abmachen, man hieng Papierstreifen, Goldblättchen, Dräthe, in einen gläsernen Cylinder, näherte beträchtliche Massen dem Cylinder, und glaubte zu sehen, wie die hängenden Körper sich aus ihrer vertikalen Lage gegen die Massen neigten. Allein man sieht diesen Versuchen ihre Un-

Satz aufstellen: daß die Körper, in großen und in kleinen Massen und in jeder meßbaren Entfernung, einander wechselseitig anziehen; und ihn das Gesetz der Gravitation nennen.

§. 63.

Ein solches Gesetz ist aber verschiedener Modificationen fähig. Bei der würklichen Annäherung lassen sich eine Menge von Verhältnissen zwischen den durchlaufenen Räumen und den dazu nöthigen

richtigkeit von weitem an, und sie wären schon längst vergessen worden, wenn der Herr Ober-Sanitätsrath, Professor Hermbstädt, es nicht in den letztern Zeiten versucht hätte, Beweise der Art wieder auf die Bahn zu bringen. Nach ihm soll eine, am Ende eines Wagebalkens aufgehängte, und durch ein Gegengewicht im Gleichgewicht gehaltene, Metall- oder Marmorplatte sich einer Oberfläche von Queckſilber nähern, wenn man diese in einer Entfernung von $\frac{1}{2}$ oder 1 Linie der Platte nähert. Wer mit empfindlichen Waagen vertraut ist, und die Schwierigkeiten bedenkt, welche Cavendisch zu überwinden hatte, um seine luftdicht verschlossene Drehwaage vor äußern Einflüssen zu sichern, obendrein noch nicht mit vollständigem Erfolge; wer ferner bedenkt, daß keine der gewöhnlichen Waagen fähig ist, die hinlängliche Empfindlichkeit für solche Versuche zu äußern, wird bald einsehen, daß die beobachtete Neigung der Platte gegen das Queckſilber, äußern Ursachen zuzuschreiben ist. Auch ist mir das Queckſilber wegen seiner Ausdünstung, in Bezug auf Electricität, verdächtig. Noch unzulänglicher ist der Versuch mit den Queckſilberkügelchen auf der Glasplatte. Ich habe ihn selbst angestellt, mit dem reinsten Queckſilber und der reinsten Spiegelglastafel, und ich erhielt nie diesen Erfolg, daß die Kügelchen vor

Zeiten, und folglich mehrere Variationen in der Größe dieser Anziehung in Bezug auf die Entfernungen denken. Man bemerkte frühzeitig, daß die Körper je länger je schneller fallen; aber diese Bemerkung veranlaßte viele Ausschweifungen; anstatt das Verhältniß der Beschleunigung des Falls der Körper durch sorgfältige Beobachtungen zu suchen, verlor man sich in Speculationen und Disputationen über die Ursachen.

der Berührung in einander geflossen wären, so viele Sorgfalt ich auch anwenden mochte. Allein ohne sich diese Mühe zu geben, kann man zum Voraus sich von der Unmöglichkeit des Erfolges überzeugen. Ein Quecksilberkügelchen, welches schon klein genug ist, um auf dem Glase nicht merklich abgeplattet zu erscheinen, hängt so fest am Glase, daß man die Glastafel beträchtlich gegen den Horizont neigen kann, ohne daß es herabrolle; sehr feine Quecksilberkügelchen hängen an der vertikalen Glaswand fest. Nun aber müssen die Kügelchen, wenn sie sich einander nähern sollen, diesen Widerstand, der von dem Anhängen am Glase herrührt, überwinden, und dieser Widerstand ist ungeheuer groß gegen die Größe ihrer wechselseitigen Gravitation. Wenn also in den Hermbstädtschen Versuchen die Kügelchen würklich sich näherten, so thaten sie es bloß vermöge der ihnen ertheilten Bewegung, die sie erhielten, um in eine sehr kleine Distanz von einander gebracht zu werden. Daß die kleine Kugel in die größere zerfloß, als man ihr die größere näherte, ist zuverläßig nur im Augenblicke der Berührung geschehen, nicht vorher. — Daß die Zeugen dieser Versuche, die Herren von Humbold und Eytelwein, den Urheber dieser Versuche nicht auf diese Betrachtungen führten, ist mir unbegreiflich.

§. 64.

Erst zu Anfange des 17ten Jahrhunderts beleuchtete Galilái diesen Gegenstand mit der Fackel der Erfahrung und des geometrischen Scharfsinnes. Er zeigte zuerst durch Versuche in einem Kirchthurme zu Pisa, daß schwerere Körper nicht merklich schneller fallen als leichtere, und daß der geringe Unterschied dem Widerstande der Luft zuzuschreiben sey. Er war auf diese Versuche durch den sehr richtigen Schluß geleitet worden, daß, wenn zwei gleich große und gleich schwere Kugeln neben einer dritten gleichzeitig fallen, dieses auch geschehen würde, wenn die zwei ersten Kugeln zusammengeschmolzen würden, und widerlegte die damalige Meinung, daß schwerere Körper schneller fallen, als leichtere. *)

§. 65.

Um das Verhältniß der Zeit und der durchlaufenen Räume zu finden, sah Galilái die Schwere als eine mechanische Kraft an, welche den Körper immer begleitet, und schloß daraus ganz richtig, daß die Geschwindigkeit beim Falle, im Verhältniß der verflossenen Zeit seyn müsse; denn wenn der

*) Der Versuch den man noch zuweilen mit einem Dukaten und einer Pflaumfeder unter der Luftpumpe anstellt, würde etwas beweisen, wenn die Cylinder, deren man sich bedient, 200 bis 300 Fuß hoch wären, wobei man dann gewiß wäre den Zeit-Unterschied beobachten zu können, wenn einer statt hätte.

Körper in der ersten Zeit seines Falles eine gewisse Geschwindigkeit erhält, so würde er, vermöge der Beharrlichkeit, diese behalten, auch wenn ihn die Gravitation verließ. Nun aber verläßt diese ihn nicht, folglich muß er in der zweiten Zeit eine doppelte Geschwindigkeit haben. Mittelst dieser Geschwindigkeit legt er nun einen doppelten Raum in der einfachen Zeit zurück; und da er außerdem durch die Beharrlichkeit in der Bewegung, die er durch den Fall in der ersten Zeit erhalten hat, den einfachen Raum noch zurücklegt, so muß er in der zweiten Zeit also zusammen einen dreifachen Raum zurücklegen, in der dritten Zeit einen fünffachen, in der vierten Zeit einen siebenfachen ꝛc. Diesen theoretischen Satz demonstrirte Gallilai durch Versuche beim senkrechten Fall, bei dem Fall auf schiefe Ebenen und mit dem Pendel. Addirt man nun die Glieder jener arithmetischen Progression der ungeraden Zahlen, so erhält man die Folge 1, 4, 9, 16 ꝛc.; woraus folgt, daß die durchlaufenen Räume sich wie die Quadrate der Zeiten verhalten.

In den Vorlesungen können Versuche angestellt werden, entweder mit der atwoodschen Maschine oder mit der schiefen Ebene.

In der ersten Secunde fällt ein Körper (in mittleren Breiten) im luftfreien Raume 15,625 Rheinl. Fuß oder 15,0957 Pariser Fuß.

§. 66.

Diese höchstwichtige Entdeckung Galilái's bezog sich aber nur auf die irdischen Körper allein. Neuton war es vorbehalten im Jahr 1666, also 64 Jahre nach der Entdeckung Galilái's, dieses nämliche Gesetz an den Himmelskörpern zu zeigen, und zugleich das Gesetz der Größe der Gravitation für alle Distanzen zu finden, d. h. die Himmelskörper selbst zu wägen. Durch Berechnung des Umlaufs der Planeten fand er, daß die Schwungkräfte sich verhalten umgekehrt wie die Quadrate der Entfernungen von der Sonne. Da aber die Gravitation der Planeten diese Körper in ihrer Bahn erhält und überall, in jedem Punkte dieser Bahn, den Schwungkräften das Gleichgewicht hält, so muß auch **die Gravitation sich umgekehrt wie das Quadrat der Distanz verhalten.** Da nun der Mond sich um die Erde bewegt, so muthmaßte Neuton, daß er in seiner Bahn durch eben die Schwere erhalten werde, welche die Körper auf der Oberfläche der Erde, der Erde zuführt, und stellte folgende Berechnung an: der Mond ist 60 mal weiter vom Mittelpunkt der Erde entfernt, als die Körper an der Oberfläche der Erde; verhält sich also die Schwere, so gut als die Gravitation, umgekehrt wie das Quadrat der Entfernungen, so muß der Mond z. B. in einer Minute nur um den $\frac{1}{3600}$ Theil des Raums gegen die Erde fallen, den

die Körper an der Oberfläche der Erde in derselben Zeit zurücklegen. Da aber die Körper an der Oberfläche der Erde in der ersten Minute ihres Falles $15\frac{1}{2}$ Fuß 3600 mal zurück legen, so muß der Mond in jeder Minute um $15\frac{1}{2}$ Fuß fallen. Durch Beobachtung der Bahn des Mondes fand nun Neuton, daß der Queersinus des Bogens, den der Mond in einer Minute zurücklegt, das heißt, seine Fallhöhe gegen die Erde, welche die Schwungkraft in jedem Augenblicke aufhebt, auch gerade $15\frac{1}{2}$ Fuß ausmacht. Diese herrliche Uebereinstimmung begründete das System der Gravitation, das die höchste Simplicität mit der allgemeinsten Anwendbarkeit vereinigt, ein unvergängliches Monument, welches der große Erfinder desselben sich gesetzt hat.

In den Vorlesungen wird Etwas von den Meinungen der Alten über die Schwere, und von der Geschichte des Systems der Gravitation angeführt.

§. 67.

Da die Gravitation allen Theilen der Materie zukommt, (§. 62.) so muß die Größe der Gravitation der Körper, oder ihr Gewicht, ihrer Masse proportional seyn; folglich auch ihrer Densität. So giebt also die Schwere ein sicheres Mittel an die Hand, das Verhältniß der Dichtigkeit der Körper kennen zu lernen. Man vergleicht nämlich das Gewicht eines Körpers mit dem Gewichte eines

andern von gleichem Volum. Nimmt man das Gewicht eines Körpers von bestimmtem Volum für die Einheit an, so stellen die aus der Vergleichung anderer Körper entstehenden Zahlen oder Brüche, die spezifischen Gewichte dieser Körper und ihre Dichtigkeiten vor.

§. 68.

Gravitation bedeutet allgemein die Anziehung in der Entfernung. Schwere ist die Gravitation der Körper zu der Erde. Gewicht ist der Druck den die Körper vermöge ihrer Schwere äußern. Spezifisches Gewicht ist das Verhältniß des Gewichts eines Körpers zu dem Gewichte eines andern von gleichem Volum.

II. Anziehung in der Berührung.

§. 69.

Zu der Anziehung in der Berührung gehören alle Phänomene welche die Aggregation der einzelnen Theile der Materie betreffen. Dieses weite Feld zerfällt in zwei Haupttheile. Einerseits haben wir Phänomene welche bloß das Meßbare an den Aggregaten betreffen, nämlich die Lage der Theile, das Volum und die Stärke des Zusammenhanges. Diese Classe bezeichnen wir mit dem Namen von Flächen-Anziehung. Andrerseits sind die Phänomene der Anziehung in der Berührung mit Aenderung der innern (§. 10.) Eigenschaften der Körper verknüpft,

wodurch die wesentlichen Charactere der Körper modificirt werden. Diese Classe belegen wir mit dem Namen Affinität.

A. Flächen-Anziehung.

§. 70.

Die Flächen-Anziehung bewürkt den Zusammenhang der Theile der Körper unter sich, ohne Rücksicht auf ihre Homogenität oder Heterogenität, folglich ohne Rücksicht auf ihre innern Eigenschaften. Sie bildet Aggregate im allgemeinsten Sinne.

§. 71.

Die Körper, als bloße Aggregate betrachtet, theilen sich in feste (concrete) und flüßige. Als solche unterscheiden sie sich bloß durch einen stärkern oder schwächern Zusammenhang von einander. Die festen Körper sind solche Aggregate, die eine bestimmte Figur haben, welche sie durch den Zusammenhang ihrer Theile behalten, ungeachtet daß die Schwere dieser Theile an der Aenderung dieser Figur unaufhörlich arbeitet. Die flüssigen Massen hingegen haben keine eigenthümliche Figur; sie müssen in Gefäßen eingeschlossen werden und nehmen die Figur der Gefäße an, weil ihr Zusammenhang zu schwach ist, um der Einwürkung der Schwere ihrer Theile zu widerstehen. Zwischen den bestimmt festen und bestimmt flüßigen Körpern giebts unzählige Uebergänge, welche durch eben so viele Verhältnisse

der Stärke der Anziehung der Theile unter sich zu ihrer Gravitation gegen die Erde sich auszeichnen.

§. 72.

Diese zwei Gattungen von Aggregaten unterscheiden sich noch durch den wichtigen, §. 44. schon angeführten, Umstand, daß die Poren der festen Körper immer sichtbar sind, oft mit bloßen Augen, die der Flüssigkeiten aber, auch mit den besten Mikroskopen nicht. Es sind demnach die Poren der Flüssigkeiten viel kleiner, als die der festen Körper, obgleich die Densität vieler Flüssigkeiten kleiner ist, als die vieler festen Körper. Man schreibt daher den Flüssigkeiten eine größere Continuität zu, als den festen Körpern. Da aber die Flüssigkeiten, auch die dichtesten, noch immer Poren haben müssen, so fein auch diese seyn mögen, so kann man ihre Continuität nicht als absolut ansehen.

§. 73.

Die geringere Flächen-Anziehung der Theile der Flüssigkeiten unter sich, macht daß diese Theile eine große relative Beweglichkeit haben, ohne deswegen eine völlige Trennung der Massen zuzulassen. Die Theile rollen gleichsam durcheinander, ohne die Continuität des Ganzen zu unterbrechen. Man schreibt daher den Flüssigkeiten eine Verschiebbarkeit ihrer feinsten Theile zu, und zwar in einem eminenten Grade. Jedoch ist bei keiner Flüssigkeit die Verschiebbarkeit unendlich groß, denn es wird immer

eine meßbare Kraft erfordert, um die Theile einer Flüssigkeit über einander zu bewegen.

Man lege zwischen zwei ebene Glasplatten, von etwa zwei Zoll im Quadrate, einen Wassertropfen, den man auf dieser ganzen doppelten Oberfläche verbreitet, und schiebe dann eine der Platten hin und her, so wird man einen beträchtlichen Widerstand dabei wahrnehmen.

Bei dickeren Schichten der Flüssigkeit ist dieser Widerstand viel geringer und scheint sogar am Ende zu verschwinden, weil die Verschiebung sich in sehr vielen Schichten vertheilt, und demnach für jede Schichte sehr klein ausfällt.

§. 74.

Die Grade der Verschiebbarkeit sind in verschiedenen Flüssigkeiten sehr verschieden. Denjenigen Flüssigkeiten welche sie in geringerem Grade besitzen, schreibt man Zähheit (Viscosität) zu. Von dem dicksten Oelfirniß an durch die Oele, die Weine, die Säfte ꝛc., bis zum Queckſilber, Wasser, Weingeist und Aether zeigen uns die Flüssigkeiten verschiedene Grade von Zähheit, deren letzten uns vielleicht noch unbekannt sind.

§. 75.

Auch den festen Körpern kommt die Verschiebbarkeit, gleichfalls in verschiedenen, aber in weit geringeren Graden als den Flüssigkeiten zu. Einige Metalle, als Gold, Silber, Zinn, Blei, zeichnen

sich vorzüglich darin aus, daher sie **dehnbar** genannt werden; dahingegen Glas, gehärteter Stahl, Kohle ꝛc. diese Eigenschaft in einem sehr geringen Grade besitzen und daher das Prädicat **spröde** erhalten. Die Verschiebbarkeit der festen Körper nähert diese Körper den Flüssigkeiten. So kann z. B. ein Amalgama von Zinn oder Blei in verschiedenen Verhältnissen des Queckſilbers unzählige Abstufungen zwischen den festen und flüßigen Körpern darstellen.

§. 76.

Indeß bleibt doch der §. 71 angeführte charakterische Unterschied zwischen festen und flüssigen Körpern wesentlich, und erzeugt sehr verschiedene Phänomene des Zusammenhangs. Daher wollen wir die Flächen-Anziehung in diesen beiden Gattungen von Aggregaten besonders betrachten und sie in den festen Körpern **Cohäsion**, in den flüssigen aber **Adhäsion** nennen.

a) Von der Cohäsion.

§. 77.

Da jede Theilung der festen Körper, als Schneiden, Spalten, Brechen, Hobeln, Feilen, Pulvern, einen Aufwand an mechanischen Kräften erfordert, so kann wohl kein Zweifel über die Cohäsion statt finden. Die getrennten Theile werden aber durch alle diese Operationen in ihren eigenthümlichen Eigenschaften nicht modificirt, sondern bleiben in dieser

Hinsicht dieselben Körper die sie vorher waren. Folglich war der Zusammenhang derselben nicht Werk der Affinität.

§. 78.

Legt man zwei solche mechanisch getrennte Theile der Materie wieder zusammen, so zeigt sich der vorige Zusammenhang nicht, auch wenn man die größte mechanische Kraft anwendet um sie zusammen zu drücken. Indeß zeigt sich einiger Zusammenhang, z. B. zwischen zwei gut polirten und ebenen Glas- oder Metallplatten, die man auf einander auflegt und etwas an einander drückt. Aber dieser Zusammenhang ist in keinem Verhältniß mit der Größe der natürlichen Cohäsion. Die große Schwächung der Cohäsion durch die Trennung, oder der nachher erfolgende sehr schwache Zusammenhang, haben ihren Grund in den sehr wenigen Berührungspunkten, welche bei der Appositon der Theile an einander statt findet, theils weil überhaupt zwei noch so ebene Platten nicht streng geometrisch eben sind, theils weil auch sich immer Luft zwischen den zwei Platten befindet, welche nie ganz vertrieben werden kann und also die Berührung in unendlich vielen Punkten hindert.

§. 79.

Vermehrt man die Zahl der Berührungspunkte durch das Zusammenschmelzen der getrennten Theile des festen Körpers, d. h. durch ihre Verwandlung

in eine Flüssigkeit, so entsteht bei der Erkältung ihre vorige mächtige Cohäsion wieder. Auch durch bloße Mischung einer fremden Flüssigkeit, welche die Körper durchdringt, sie in sehr kleine Theile theilt, als z. B. im Mehl, in geriebenen Pigmenten, im Thon ꝛc., entstehet eine sehr große Anzahl von Berührungspunkten, die nach der Verdünstung der Flüssigkeit eine starke Cohäsion erzeugen, die bei den gebrannten Ziegeln oder Töpferwaaren sehr hoch steigt.

§. 80.

Die Cohäsion ist der Größe nach in verschiedenen Körpern sehr verschieden; bei einigen ist sie sehr schwach, bei andern ist sie nur durch die größten mechanischen Kräfte zu überwinden. Sehr zahlreich sind die Versuche Muschenbroecks hierüber. Er zerriß dünne Parallelipipeden von verschiedenen Materien durch angehängte Gewichte, welche zum Maaße der Stärke der Cohäsion dienen. Folgende Tafel ist aus dem Muschenbroeckschen gezogen und auf einerlei Durchschnitt reducirt. Die zwei lezten Angaben sind von mir. Der Durchschnitt der Parallelipipeden war 0,0189 Quadratzoll.

Gegossenes Eisen zerriß durch	1930	Pfund.
— Kupfer	600	—
— Blei	25	—
Geschmiedetes Eisen	1367	—
— Kupfer	1100	—

Laminirtes Blei zerriß durch .	98	Pfund.
Gehärteter Stahl . . .	2835	—
Weicher Stahl . . .	2211	—
Elfenbein	127	—
Fischbein	142	—
Buchenholz	326	—
Eichenholz	300	—
Tannenholz	157	—
Weißes Glas	42	—
Pergament von Kalbshaut, 1 Zoll breit	86	—
Starkes holländ. Postpapier, 1 Zoll breit	$11\frac{2}{3}$	—
Ein grobes Menschenhaar . .	2	—

§. 81.

Von diesen Versuchen ist übrigens zu bemerken, daß man sehr irren würde, wenn man bei den Metallen den Schluß auf dicke Stangen machen wollte. So z. B. reißt ein Eisendrath von einer Quadratlinie im Durchschnitt durch 490 Pfund, da hingegen eine Stange von geschmiedetem Eisen, von 350 Quadratlinien, schon durch 17300 Pfund zerrissen wird. Nach Verhältniß des Draths sollte sie erst durch 171500 Pfund, d. h. etwa durch das zehnfache Gewicht, zerreißen. Die Verschiedenheit der Bearbeitung verursachet diesen großen Unterschied.

§. 81.

Vor dem Zerreißen dehnen sich alle weiche Körper in der Länge aus, erhalten demnach vor dem

Bruche, am Orte des Bruches, einen kleinern Durchschnitt; folglich sind obige Versuche, selbst in der Theorie, nicht zuverläßig, in so fern es die Größe der Kraft gilt, welche diese Körper zu zerreißen vermag. Das Menschenhaar zeigt diese Ausdehnung am meisten, indem es sich um etwa seine halbe Länge vor dem Zerreißen ausdehnt. Indeß liefert uns diese Tabelle eine wichtige Bestätigung des Satzes, daß die Cohärenz durch die Vermehrung der Berührungspunkte der Materien sehr zunimmt. Geschmiedetes Kupfer und laminirtes Blei zeigen eine weit stärkere Cohäsion als bloß gegossenes. Zwar zeigen gegossenes Eisen und gehärteter Stahl einen größern Widerstand als weiches Eisen und Stahl; dagegen dehnen sich letztere beträchtlich aus, jene gar nicht.

§. 83.

Nicht bloß durch das Zerreissen, sondern durch das Entgegengesetzte, durch Zusammendrücken, läßt sich die Cohäsion der Körper überwinden. Auch hierüber liefert Muschenbroeck sehr interessante Versuche an hölzernen Stäben, die er als Säulen aufstellt und durch aufgelegte Gewichte zusammendrückt. Bei gleichförmiger Dicke biegen sich und brechen solche Säulen in der Mitte und zersplittern dabei sehr stark. Je länger die Säule ist, desto leichter bricht sie, und zwar im Verhältniß des Quadrats der Länge. Je dicker sie ist, desto schwe-

TRU Darmstadt

rer bricht sie, und zwar bei einigen Holzarten, als Tanne und Linde, genau nach dem Verhältniß des Quadrats des Durchschnitts oder des Biquadrats der Seite; auf andern Holzarten bestätigte sich diese Regel nicht so gut. — Eine vierkantige Säule von Tannenholz, $\frac{7}{10}$ Zoll breit und dick und 4 Fuß lang, brach unter einer Last von 226 Pf.; eine von Eichenholz unter 86 Pf.

§. 84.

Da die Materie undurchdringlich ist, so läßt sich die Würkung des Drucks auf diese Art von Ueberwindung der Cohäsion nicht anders denken, als daß die festen Theile des Körpers sich in die nächsten Poren eindrängen und so einen Seitendruck äußern; daher das Splittern des Holzes. Ist der Stab auf einer Seite schwächer (welches natürlich immer der Fall ist) so giebt diese Seite früher nach; daher die Biegung welche vor dem Zerbrechen vorangeht.

§. 85.

Wann ein Stab als Balken gelegt, an seinen Enden unterstüzt und von einem in dessen Mitte aufgelegten Gewichte bis zum Brechen beschwert wird, so beobachtet man das merkwürdige Phänomen, daß vor dem Bruche, in der Nähe des Ringes an welchem die Gewichte hängen, das Holz zwar an Dicke abnimmt, aber auch an Breite zu-

nimmt. *) An der entgegengesetzten Seite, nämlich nach unten, scheint die Breite abzunehmen. Die Würkung des Gewichts ist hier doppelt; die obern Theile des Stabes werden zusammengepreßt, in der Art wie in §. 83, die untern Theile aber zerrissen. Es muß daher innerhalb der Dicke des Balkens, für jeden vertikalen Durchschnitt eine Stelle seyn, ein Indifferenz-Punkt, wo weder Zusammenpressung noch Dehnung statt findet. Je größer das aufgelegte Gewicht wird, desto tiefer fällt dieser Punkt, bis endlich die gedehnte Schichte so dünne wird daß sie reißt. Je leichter die Materie dem Zusammendrücken der obern Schichten nachgiebt, desto schneller steigt dieser Punkt herab und desto eher bricht der Balken. Diese Theorie des Zerbrechens der Balken wird durch den schönen Versuch des Camus de Mezières bestätigt (ein Versuch den ich im Großen nach dem Vorschlage des Erfinders öfters zu machen Gelegenheit hatte, und mit Erfolg). In der Mitte des Balkens ließ er von oben her einen Einschnitt einsägen, der bis gegen die Mitte gieng (eigentlich sollte er bis zu

*) Ich habe diese Versuche öfters angestellt und dieses jederzeit bemerkt. Wahrscheinlich findet diese Lateral-Ausdehnung bei den Säulen auch und noch mehr statt. Aber Muschenbroeck hat keine Erwähnung davon gethan. Er spricht nur von einem Seitendruck nach außen, aber bloß theoretisch, nicht als Resultat seiner Beobachtung.

dem obigen Indifferenzpunkte, für die höchste Last, die der Balken zu tragen hat, gehen) und denn einen Keil von sehr hartem Holz mit großer Gewalt einschlagen. Dadurch wurde die Tragstärke des Balkens beträchtlich vermehrt. Auch dahin deutet das von Büffon und Muschenbroeck beobachtete Phänomen, daß ein an seinen Enden stark zusammengepreßter oder beschwerter Balken, in seiner Mitte ein doppelt so großes Gewicht, ja noch mehr, tragen kann als wenn seine Enden frei auf den Unterlagen ruhen.

§. 86.

Aus den zahlreichen Versuchen Büffons über die Stärke der Balken im Großen, läßt sich die Regel ziehen, daß die Tragkraft der Balken sich verhalte directe wie ihre Breite und das Quadrat der Höhe, und umgekehrt wie die Länge, ein Satz der im Bauwesen sehr vortheilhafte Anwendungen gestattet.

§. 87.

Bei der Aeußerung der Cohäsion bemerkt man an den festen Körpern die merkwürdige Eigenschaft, daß wenn man sie gezwungen hat, eine andere als ihre natürliche Figur anzunehmen, sie sich sogleich in die vorige Figur von selbst versetzen, so bald die äußere Kraft, welche sie in die gezwungene Figur versetzte, zu würken aufhört. Diese Eigenschaft nennt man Elasticität (Federkraft) der festen Kör-

per. Diese Phänomene wurden ehemals mit den Phänomenen der Compressibilität und Dilatabilität der Flüssigkeiten in eine Classe geworfen, und man suchte eine gemeinschaftliche Erklärung für beide Gattungen von Phänomenen. Neuton, und nach ihm sehr viele Naturforscher, statuirten demnach eine repulsive Eigenschaft der Materie, vermöge welcher die Theile der Materie, wenn sie sich bis auf gewisse sehr kleine Entfernungen genähert haben, sich wechselseitig zurückstoßen. Allein die Natur zeigt uns nirgends eine solche Eigenschaft der Materie, die ohnehin mit der so deutlich erwiesenen Anziehung in Widerspruch wäre.

§. 88.

Die Phänomene der Elasticität der festen Körper lassen sich alle auf drei Classen zurückführen, welche mit den drei Cohäsions-Phänomenen der §. 80, 83 und 85 analog sind. Folgende Beispiele werden diese drei Classen characterisiren.

Darmsaiten, metallene Dräthe, Leder, elastisches Harz, Haare ꝛc. verlängern sich durch angebrachte mechanische Kräfte, und ziehen sich zusammen, sobald diese Kräfte zu wirken aufhören.

Eine Kugel von Elfenbein, Knochen, Horn, Holz, Stahl ꝛc., die man auf einen harten Körper auffallen läßt, plattet sich am Berührungspunkte mehr oder weniger ab, wel-

ches sichtbar wird, wenn man die harte Fläche mit Oel ganz dünne bestrichen hat.

Ein Metalldrath, eine Stahlfeder, ein Roßhaar, eine Holzfaser, auch dickere Stäbe von diesen Materien, wenn sie an einem ihrer Endpunkte befestigt werden und mittelst einer am andern Endpunkte angebrachten Kraft gebogen werden, treten in ihren vorigen Stand wieder zurück, durch unzählige immer abnehmende Vibrationen. *)

Das Gemeinschaftliche an diesen drei Hauptphänomenen der Elasticität, auf welche alle übrigen sich zurückführen lassen, ist die Aenderung der relativen Lage der Theile des Körpers, mithin seiner Figur.

§. 89.

Im ersten Phänomene würkt offenbar nur die Cohäsion durch die Verschiebbarkeit modificirt. In dem der Körper nach seiner Länge ausgedehnt wird nimmt er an Breite und Dicke ab. Die Theile desselben schieben sich also auf einander und an einander, werden aber durch ihre Cohäsion in dieser Schiebung eingeschränkt. Ist die angewandte Kraft größer als die Cohäsion, so entsteht förmliche Tren-

*) Die sichtbaren Vibrationen der musikalischen Saiten gehören dahin. Außerdem haben sie noch Longitudinal-Vibrationen die unsichtbar sind, die aber der Ton verräth.

nung. Man denke sich gleichviel welche Figur der integrirenden Theile der Materie, so wird sie diesen Vorstellungen des Innern des Phänomens entsprechen.

§. 90.

Beim 2ten Phänomen dringen die am Berührungs-Punkte zwischen der Kugel und der harten Fläche befindlichen Theile der festen Materie in die Poren der hinter ihnen befindlichen Theile. Sie treiben also diese Theile aus einander, welche ihnen durch ihre Cohäsion (die wir lateral-Cohäsion nennen wollen) widerstehen und nach vollendetem Stoße zurücktreiben, wie ein Stück Holz, das man mit einem mit Fett geschmierten Keile spalten will, diesen herausstoßt. Also ist auch hier die Cohäsion das Princip der Elasticität. *)

*) Gemeiniglich glaubt man, daß außer der Abplattung am Contactpunkte mit der harten Fläche die Billardkugel noch am entgegengesetzten Ende eine zweite Abplattung erleidet, so daß ihre Axe an beiden Enden zugleich verkürzt wird, und man stützt sich auf einem Versuche mit einem elastischen metallenen Ringe, an welchen man diese doppelte Abplattung sehr bemerkbar zeigt. Allein die Elasticität eines solchen Rings ist die eines Stabs, mithin nicht so einfach als einer Kugel. Beim Ringe hat der Theil, welcher dem anstoßenden entgegengesetzt ist, Raum, sich in Masse nach dem Mittelpunkte zu bebewegen und muß dieses auch thun vermöge der Beharrlichkeit in der Bewegung, die nur am Berührungspunkte vernichtet wird. Bei der Kugel hingegen befindet sich zwischen den Endpunkten, Materie, welche

§. 91.

Das dritte Phänomen ist nichts als eine Zusammensetzung aus den beiden erstern. Man denke sich irgend einen Queerschnitt des gebogenen elastischen Stabs, so wird in diesem Schnitte eine gerade, auf der Biegungs-Ebene senkrechte, Linie seyn, welche alle Indifferenzpunkte der Ausdehnung und Zusammenpressung der Materie dieses Queerschnitts enthalten wird. Alle Materie, welche jenseits dieser Linie, auf der converen Seite des Stabs liegt, wird ausgedehnt; alle, welche diesseits auf der concaven Seite liegt, wird zusammengedrückt. Jene Theile befinden sich also im Falle eines gespannten Drathes, diese hingegen im Falle der Theile der Kugel im Orte der Abplattung. Es wirkt also hier die Cohäsion in longitudinaler und in lateraler Richtung. Folglich wird auch hier das Phänomen durch eine Combination von Cohäsion und Verschiebbarkeit bewürkt. Ist der Stab aus homogenen Theilen zusammengesetzt, wie etwa Metalle, so haben die Longitudinal- und die Lateral-Cohäsion gleichen Antheil am Phänomen. Besteht er aber aus heterogenen Theilen, wie z. B. das Holz,

durch den Fall gleiche Geschwindigkeit erhalten hat, mithin gleiche Beharrlichkeit in der Bewegung äußert. Es ist demnach kein Grund vorhanden warum die obersten Theile in die untern nachbarlichen Theile eindringen sollten. Es ist also diese doppelte Abplattung wenigstens sehr zu bezweifeln.

so äußert sich die Cohäsion in diesen beiden Richtungen ungleich.

§. 92.

Wenn ein elastischer Körper durch einen Druck oder Stoß seine Figur hat ändern müssen, so stellt er sich nicht auf einmal wieder her, sondern er bewegt sich hin und her, diesseits und jenseits seiner natürlichen Lage vermöge seiner Beharrlichkeit in immer abnehmenden Vibrationen, und zwar geschieht dieses in allen Fällen. Vorzüglich schön stellt man diese Vibrationen dar

An einem mit Wasser oder Queckſilber halbgefüllten Becher, dessen Rand mit dem nassen Finger gerieben wird.

An einer Glas- oder Metallglocke, die man anschlägt, indeß ein an einem Haare hängender leichter Körper ihre äußere oder innere Fläche berührt.

In Bezug auf diese Vibrationen äußert sich die Elasticität nach den drei folgenden Rücksichten in verschiedenen Körpern verschiedentlich.

§. 93.

Endigen sich die Vibrationen völlig so daß alle Theile des Körpers ihre erste Lage, der Körper selbst also ganz seine vorige Figur erhalten, so ist die Elasticität **vollkommen**; **unvollkommen**, wenn dieses nicht völlig statt findet. Vielleicht hat kein Körper eine vollkommene Elasticität, weil durch die

Verschiebung die integrirenden Theile des Körpers in andere Berührungs- und Cohäsions-Verhältnisse unter sich treten, und vielleicht dadurch eine andere bleibende relative Lage auch in elastischen Körpern kommen. Dagegen kennen wir keinen festen Körper, dem man die Elasticität völlig absprechen dürfte. Die weichesten, als z. B. ein Stück Blei, eine weiche Thonkugel zeigen noch immer etwas Elasticität.

§. 94.

Geschehen die Vibrationen mit großer Schnelligkeit, so ist die Elasticität stark. Diese Stärke der Elasticität hängt von der Größe der Cohäsion ab und äußert sich mehr oder weniger nach der Größe der angewandten äußern Kraft.

§. 95.

Die Elasticität endlich erzeugt die Vibrationen in größern oder kleinern Bögen, ohne Rücksicht auf ihre Vollkommenheit oder Stärke. Dieselbe Körper-Gattung macht weite und enge Vibrationen, nachdem er für dieselbe Länge dick oder dünne ist, und für dieselbe Dicke kurz oder lang.

Ein Stück Fenster-Glas, 2 bis 3 Zoll lang, macht nur sehr kleine Vibrationen. Bei 20 Zoll Länge sind sie schon beträchtlich.

Ein sehr dünner Glascylinder von der Dicke eines menschlichen Haars (Glashaar) und von 6 bis 9 Zoll Länge macht sehr weitläuftige

Vibrationen mit der größten Leichtigkeit, obgleich das Glas eine sehr spröde Materie ist.

§. 96.

Die Betrachtung der Größe der Vibrationen eines Stabs in Absicht auf seine Länge und Dicke liefert wichtige Resultate. Es sey AB (Tab. I. fig. 1.) ein solcher sehr dünner elastischer Körper, dessen Länge = 1 Fuß, Dicke = 0,0002. Es könne ferner diese Materie um 0,0000001 eines Fußes mittelst ihrer Verschiebbarkeit gedehnt und comprimirt werden ohne zu brechen, d. h. ohne die Cohäsion der Theile zu zerstöhren, so ist diese Größe der Verschiebung hier der Bogen ai eines Winkels das den Radius ac = 0,0001 oder die halbe Dicke des Stabs; und das Verhältniß des Bogens zum Radius ist demnach = 1 : 1000. Wird nun der in A befestigte Stab bey B angefaßt und gebogen, so ist für jeden Durchschnitt auf seiner Länge eine solche Biegung, wozu c, c′, c″ ꝛc. die Indifferenz-Punkte vorstellen. Der Punkt B wird also durch die erste Biegung um einen gewissen Bogen rücken, der zur Länge des Stabs sich verhalten wird wie im obigen Verhältnisse 1 : 1000. Für jeden Indifferenzpunkt c in der ganzen Länge des Stabs wird eine solche Biegung statt finden. Nur werden die Bögen durch B beschrieben, immer kleiner, weil ihr Radius, die relative Länge des Stabs, immer kleiner wird. Da aber diese Abnahme in

arithmetischer Progression statt findet, so können wir die mittlere Länge dieser Bögen = 0,0005 setzen. Diese Größe des mittlern Bogens mit der Anzahl der Schichten, selbst wo eine Biegung statt finden kann, d. h. mit der Anzahl der integrirenden Schichten, aus welchen der Stab selbst besteht, multiplicirt, giebt die Größe des gesammten Bogens den dieser Stab auf einer Seite beschreiben kann. Nehmen wir die Dicke des Goldüberzugs auf dem Silberdrath (§. 32) oder etwa 0,0000001 für die Gränze der Theilbarkeit der Materie des Stabes an, so ist die Größe des Bogens = 0,0005 × 10·000000 = 5000 Fuß. Da aber kein Stab von 1 Fuß Länge Vibrationen von 5000 Fuß in der That machen kann, und wir die integrirenden Theile gewiß nicht zu klein genommen haben, so beweiset dies, daß wir die Verschiebbarkeit noch viel zu groß angenommen haben.

§. 97.

Die obige Betrachtung liefert uns ein Mittel, die Größe der Verschiebbarkeit, d. h. den Würkungskreis der Cohäsion einigermaaßen zu bestimmen. Es sey x diese Größe für einen gewissen Körper; r die halbe Stabsdicke, b der Bogen des Stabs in B für den einzigen Indifferenzpunkt c; l die Länge des Stabs; a der würkliche ganze Bogen den das Ende B des Stabs beschreibt oder die Summe aller kleinen Bögen für alle Punkte

c, c′, c″, c‴ ꝛc.; n die Anzahl der Schichten welche die ganze Länge des Stabs ausmachen. So ist $x : r = b : l$ also $b = \frac{x\,l}{r}$. Es ist aber $a = \frac{b\,n}{2}$, da die Bögen in arithmetischer Progression abnehmen; also $a = \frac{x\,l\,n}{2\,r}$ und $x = \frac{2\,a\,r}{l\,n}$.

§. 98.

Diese Formel gäbe uns unmittelbar die Gränze des Würkungskreises der Cohäsion, wenn wir die Gränze der Theilbarkeit in jeder speziellen Materie wüßten, oder n in Zahlen ausdrücken könnten, oder die Größe ihres Integraltheiles kennen würden. Es sey diese Größe $= y$; so ist $y = \frac{l}{n}$; folglich $x : y = \frac{2\,a\,r}{l\,n} : \frac{l}{n} = 2\,a\,r : l^2$; das heißt: es läßt sich das Verhältniß des Würkungskreises der Cohäsion (Cohäsionsweite) zur Größe der Integraltheile der Materie in Zahlen angeben, welche durch die Größe des Schwingungsbogens und das Verhältniß der Länge zur Dicke des Stabs bestimmt werden. Nehmen wir die Dicke des Stabs oder $2\,r = c$, so haben wir ganz einfach $x : y = c\,a : l^2$. Folglich verhält sich in allen elastischen Stäben die geometrische Gränze der Cohäsion oder die Cohäsionsweite zur Größe der Integraltheile, wie die Größe des Bogens im Augenblicke da der Stab bricht, multiplicirt durch die Stabsdicke zur Quadratzahl der Länge des Stabs.

Sezt man z. B. $a = 1$, so hat man $x : y = c : 1$ oder wie die Dicke zur Länge des Stabes.

§. 99.

Diesen Betrachtungen zufolge unterscheiden sich die spröden, elastischen und weichen Körper, welche alle einen gewissen Grad der Elasticität besitzen, vorzüglich durch ihre spezifische Cohäsionsweite. Die spröden haben eine kleinere Cohäsionsweite als die namentlich elastischen, die weichen eine größere; aber die Cohäsion ist auch nach Verhältniß schwächer. Wenn man die §. 80 gelieferte Tabelle über die Stärke der Cohäsion betrachtet, so wird man finden, daß gegossenes Eisen, geschmiedetes Kupfer, laminirtes Blei, gehärteter Stahl, welche spröder sind als geschmiedetes Eisen, gegossenes Kupfer, gegossenes Blei, ungehärteter Stahl, eine größere Cohäsion zeigen. Uebrigens ist dieser Gegenstand noch in Dunkelheit gehüllt, wenn wir die einzelnen Phänomene erklären wollen. So z. B. können wir uns noch gar nicht die Frage beantworten, warum ein Körper, der durch ein Gewicht gespannt und ausgedehnt wird, nicht sogleich reißt, sondern durch ein neues zugelegtes Gewicht nur noch etwas verlängert wird, ohne noch zu reißen, und andere mehr. Bei dem gegenwärtigen Zustande unsrer Kenntnisse läßt sich nichts Befriedigendes darüber sagen. Hypothesen aufstellen, ohne sie auf Versuche zu gründen, heißt weiter nichts,

als sich mit dem Vergnügen leichter Erfindungen zu kitzeln.

§. 100.

Es folgt aus den §. 97 und 98 daß die Verschiebungs- und Cohäsions-Weite eine außerordentlich kleine Größe ist, und zwar bei nahmhaften elastischen Körpern kleiner als die Größe der Integraltheile der Materie *), mithin für uns durchaus, jetzt und auf immer, unmeßbar. Sie ist aber, mathematisch betrachtet, immer eine Größe; sonst wäre keine Bewegung durch Elasticität möglich. Wir wollen daher die und alle ähnliche Größen physisch-unendlichklein nennen zum Unterschiede von mathematisch-unendlichkleinen, da jene für jede Gattung von Materie bestimmte, uns nur nicht erreichbare, Gränzen haben, diese aber nicht. Dieser Begriff des physisch-Unendlichkleinen bestimmt nun den Begriff von physischer Berührung, den wir im §. 58 nur voraussetzen konnten. Demnach berühren sich zwei Körper physisch, wenn

*) Denn sollte seyn $x = y$, so müßte man haben $ca = l^2$ oder $a = \frac{l^2}{c}$. Es sey nun das Verhältniß der Länge des Stabs zur Dicke $= m$ oder $c = \frac{1}{m}$, so hat man für diesen Fall $a = ml$, das heißt die Größe des beschriebenen Bogens so viel mal größer als die Länge des Stabs, als die Länge des Stabs größer ist als die Dicke, welches bei keinem bekannten festen Körper der Fall ist.

sie so nahe an einander gerückt sind, als nöthig, um durch Flächen-Anziehung auf einander zu würken.

b) Von der Adhäsion.

§. 101.

Man theilt die Flüssigkeiten in tropfbare und elastische *). Die tropfbaren sind solche, welche, in kleinen Portionen genommen, und sich selbst überlassen, eine kugelichte Gestalt annehmen. Dahin gehören Wasser, Oehl, Weingeist, Queckssilber ꝛc. Die elastischen Flüssigkeiten sind solche, die jeden offenen Raum einnehmen, durch einen äußern Druck sich in einen engen Raum zwingen lassen, aber ihren vorigen Raum wieder einnehmen, sobald der Druck aufhört. Dahin gehören die Dämpfe der tropfbaren Flüssigkeiten, die atmosphärische Luft und alle sogenannte künstliche Luftarten, die wenigstens eben so zahlreich sind und

*) Durch die Annahme dieser üblichen und nützlichen Eintheilung der Flüssigkeiten wird deshalb nicht behauptet, daß die tropfbaren Flüssigkeiten nicht elastisch seyen. Ob sie es an sich sind oder nur durch Beimischung von Luft ist eine für mich noch unausgemachte Sache. Daß die tropfbaren Flüssigkeiten, wie wir sie haben, Elasticität zeigen, ist keinem Zweifel ausgesetzt. Aber die Aeußerung dieser Elasticität ist dem Raume nach so unbedeutend, dahingegen ihre Tropfbarkeits-Phänomene so wichtig daß ich keinen Anstand nehmen zu dürfen glaubte, diese Eintheilung beizubehalten. Wir wollen nicht zu gelehrt seyn, sondern die Sprache unserer Sinne etwas gelten lassen.

von so verschiedener Natur, als die tropfbaren Flüssigkeiten immerhin seyn mögen.

§. 102.

Die Adhäsion der Theile der Flüssigkeiten untereinander wird vorzüglich und unmittelbar durch die Tropfbarkeit erwiesen. Eine kleine Portion einer Flüssigkeit sollte auf jeder Fläche sich ausdehnen vermittelst der Schwere aller ihrer Theile: An einem eingetauchten und herausgezogenen Drath sollte das Wasser bis auf den letzten Theil wie ein Faden herabfließen. Nimmt aber die Flüssigkeit demungeachtet die kugelichte Gestalt an, so muß der Zusammenhang der Theile derselben stärker seyn, als ihre Schwere; und eben dieser Zusammenhang ist das, was wir §. 76 Adhäsion genannt haben.

§. 103.

Wäre die Adhäsion unendlich groß, so müßten die Tropfen vollkommen kugelrund seyn; da sie es aber nicht ist, so findet die vollkommene Kugelgestalt nicht statt, und diese Abweichung von der regulären Kugel würde schon an sich ein Maaß der Adhäsion seyn können, wenn sie mit hinlänglicher Genauigkeit beobachtet und gemessen werden könnte. Dasselbe gilt von der Größe der Tropfen bei Materien, die ein etwa gleiches spezifisches Gewicht haben. Bei merklich ungleich schweren Flüssigkeiten müßte noch auf das spezifische Gewicht Rücksicht genommen werden.

§. 104.

Folgende Versuche liefern neue Beweise der Adhäsion:

Ein Tropfen Wasser oder Oehl, den man zwischen zwei etwas von einander entfernten Holzplatten legt, fällt nicht durch und läßt sich sogar zwischen diesen Platten etwas dehnen.

Zwei Tropfen Wasser oder Oehl oder Queckſilber, bis zur Berührung einander genähert, fließen zusammen und bilden denn nur einen Tropfen.

Dieser letztere Versuch giebt uns ein Beyspiel von einer durch Adhäsion erzeugten Bewegung.

§. 105.

In den vorhergehenden Versuchen erscheint die Adhäsion zwar in merklichen, aber doch geringen Graden. Im folgenden Versuche erscheint sie viel beträchtlicher.

Wenn man auf einer ebengeschliffenen Glas- oder Marmorplatte einen Tropfen Wasser ausdehnt und eine zweite gleichfalls ebengeschliffene Platte darauf legt und etwas andrückt, um das Wasser gleichförmig zu vertheitheilen, so hängen die zwei Platten mit einer Kraft von etwa 2500 Gran auf jedem Quadratzoll zusammen.

Nimmt man anstatt Wasser, Oel, Weingeist ꝛc., so erhält man eine größere oder geringere

Adhäsions-Aeußerung. Bei dem Reissen auseinander hat jede Platte einen Theil der Flüssigkeit auf ihrer Oberfläche behalten.

Dieses letzte Phänomen zeigt offenbar, daß der überwundene Widerstand die Adhäsion der Wassertheile zueinander war. *)

§. 106.

Viel kleiner zeigt sich dieser Widerstand in folgendem Versuche.

Man setze eine der obigen Platten an einem Arme einer Waage mit einem am andern Arme angebrachten Gewichte im Gleichgewichte, senke denn die ganze Waage herab, bis die (vorher etwas befeuchtete) Platte die Oberfläche des Wassers berührt; man lege denn kleine Gleichgewichte nach und nach auf der entgegengesetzten Seite. Die Platte wird sich allmälig emporheben und mit ihr eine Wasserschichte. Endlich durch den immer zunehmenden Zuwachs an Gegengewichten reißt

*) Meiner Meinung nach, ist die Wiederholung des Versuchs der Adhäsions-Platten unter der Glocke der Luftpumpe ganz unnöthig, um zu zeigen, daß es nicht der Druck der atmosphärischen Luft ist, welcher den beobachteten Widerstand leistet; ein Versuch, der sehr oft misglückt, und dadurch den Beweis schwächt. Wenn Wasser, Oehl, Weingeist die Platten mit verschiedenen Kräften zusammenhalten, so kann der Druck der Luft, der in allen Versuchen mit gleichen Platten derselbe ist, diesen Widerstand nicht erzeugen.

sich die Platte vom Wasser los. Das dazu nöthige Gegengewicht beträgt etwa 55 Gran auf 1 Quadratzoll. *)

Dieses Resultat ist nicht $\frac{1}{45}$ von dem des Versuchs §. 105, steht aber nicht damit im Widerspruche, sondern erklärt sich durch die Verschiebbarkeit der Wassertheile, die hier vollkommen statt haben konnte, dort aber eingeschränkt wurde. Hier folgte bey der Hebung der Platten eine Schichte nach der andern in die Höhe, bis die Anzahl dieser Schichten eine solche Höhe erreichte, daß die Theilchen von den Rändern der Platten ab an den innern Wassertheilen herabfließen konnten, welches auch in der That jedesmal geschieht, wenn die Platte recht horizontal liegt; und die Höhe der Wasserhebung könnte gleichfalls ein Maaß der Adhäsion bey voller Freyheit der Verschiebbarkeit liefern. **) Im Versuche mit zwei Platten kann dieses nicht statt finden, sondern die sehr geringe

*) Diese Versuche erfordern mehr Genauigkeit als es beim ersten Anblicke scheint. Nicht nur muß die untere Seite der Platte völlig horizontal hängen, sondern es muß Gleichgewicht unter allen Theilen derselben statt finden und ausserdem muß noch der Aufhängepunkt senkrecht über der Mitte der Platte sich befinden.

**) Diese Hebung beträgt beim Wasser nur etwa $\frac{2}{3}$ Linie. Daher ist der Widerstand der Adhäsion bei den gewöhnlichen Manipulationen der Flüssigkeiten so schwer zu sehen und in Rechnung zu bringen.

Dicke der Schichte zwingt die Wassertheile zu einer völligen, plötzlichen Trennung.

§. 107.

Verschiedene Flüssigkeiten zeigen bei diesem Versuche verschiedene Resultate.

	Gran.
† Baumöhl erfordert auf 1 Quadratzoll	45½
† Weingeist — — — — —	33½
† Queckſilber — — — — —	497 *)
† Wasser — — — — — —	55

§. 108.

Nicht bloß die Theile homogener Flüssigkeiten äußern Adhäsion gegen einander, sondern auch Theile heterogener Flüssigkeiten, und diese Adhäsion läßt sich auf dieselbe Art messen.

	Gran.
† Wasser und Baumöhl — — —	42
† Baumöhl und Weingeist — — —	32
† Baumöhl und Queckſilber — —	110
† Wasser und Queckſilber — — —	180**)

Der erste dieser Versuche widerlegt offenbar das

*) Für diesen dritten Versuch nahm ich eine polirte Zinnplatte.

**) Für den ersten und zweiten dieser Versuche überzog ich eine Messingplatte mit Oehl; für den dritten Versuch eine Holzplatte, für den vierten eine Holzplatte mit Wasser, so daß es sich ins Holz einzog und keine Schichte auf dem Holze frei blieb. Auch wenn etwas Wasser auf dem Holze frei blieb, hatte ich dasselbe Resultat.

Vorurtheil, daß Wasser und Oehl nicht zusammenhängen. Sie hängen nur ohngefähr um $\frac{1}{5}$ weniger zusammen als Wasser und Wasser.

§. 109.

Es ist wahrscheinlich daß die elastischen Flüssigkeiten gleichfalls Adhäsion zu einander äußern. Aber die Versuche lassen sich weder so leicht, noch unter so bestimmten Bedingungen als mit den tropfbaren Flüssigkeiten anstellen. Gegen die festen Körper und die tropfbaren Flüssigkeiten zeigen sie eine sehr beträchtliche Adhäsion.

1) Man lege ein Stück Holz in Wasser unter der Glocke der Luftpumpe und verdünne die Luft. Die aus dem Holze und dem Wasser hervorkommenden Luftblasen werden sich in großer Menge am Holze und am Glase anhängen; und man wird manche darunter finden, welche 1 Linie Durchmesser haben und mit dem festen Körper durch eine Oberfläche von kaum $\frac{1}{10}$ Linie zusammenhängen. An Metalle und andere Körper hängen sie sich gleichfalls an.

2) Man lege Wasser über Queckſilber, oder Oehl über Wasser und verdünne wie vorher die Luft. Zwischen den beiden Flüssigkeiten werden sich eine Menge Luftblasen, wie vorher zwischen Glas und Wasser ansetzen und nicht in die obere Flüssigkeit steigen, als bis sie ei-

nen Durchmesser von mehr als 1 Linie erhalhaben.

Die Kraft, mit welcher eine solche Luftblase im Wasser zu steigen strebt, wenn sie 1 Linie im Durchmesser hat, ist etwa $\frac{1}{10}$ eines Grans, und die Adhäsionsfläche ist etwa der achtzehntausendste Theil eines Quadratzolls, folglich macht die Adhäsion etwa 1800 Gran auf 1 Quadratzoll. Ueberdies würkt die Steigkraft der Luftbläschen am Glase oder Holz gegen die Adhäsion sehr vortheilhaft, so daß man annehmen darf, daß die absolute Adhäsion der Luft am festen Körper 5 mal so groß ist, als die eben berechnete, also etwa 9000 Gran auf 1 Quadratzoll ausmacht.

§. 110.

Auch die tropfbaren Flüssigkeiten äussern eine sehr große Adhäsion gegen die festen Körper, wobey manche merkwürdige Phänomene vorkommen. Einige als z. B. viele polirte Metalle, Talg, Wachs, lassen sich vom Wasser trennen, ohne eine Schichte von der Flüssigkeit an ihrer Oberfläche zu behalten. Andere, als z. B. Glas, Marmor, geröstete Metalle, behalten eine Wasserschichte an ihrer Oberfläche, die man sogar nur mit Mühe davon trennen kann. Sie werden vom Wasser naß. Andere endlich nehmen die Flüssigkeit sogar in ihrem Innern auf, als z. B. Holz, Leinwand, Papier das Was-

ser; ja man kann sogar die Flüssigkeit durch die Substanz dieser Körper selbst filtriren.

Vom Spalten der Felsen mittelst naßgemachter Holzkeile.

§. 111.

Man kennt keine Flüssigkeit, die nicht zu jedem festen Körper Adhäsion bezeugte. Aber nicht jeder fester Körper wird von jeder Flüssigkeit naß gemacht. Das Wasser macht die meisten Körper naß; polirte Metalle, Wachs, Harze, Talg, aber nicht. Die Oehle machen aber alle festen Körper aus allen drei Naturreichen naß. Das Queckſilber macht, mit Ausnahme das Eisen, alle Metalle naß, sonst aber keinen andern Körper. Die Eigenschaft concrete Metalle naß zu machen, ist nicht bloß dem Queckſilber eigen, sondern auch den übrigen im geſchmolzenen Zustande, wenn nur das concrete eben so warm ist als das flüßige.

Man kann eine ziemliche Portion Queckſilber in einem Beutel von Leinwand, Flor ꝛc. tragen, aber weder Wasser noch Oehl.

§. 112.

Alle diese Adhäsionen, wodurch die Flüssigkeiten feste Körper naß machen, haben für jedes Paar von Flüssigkeit und festem Körper ihren besondern Grad. So trocknet man Glas mit Löschpapier und Leinwand ab. Das Schreiben mit Tinte ist auch eine höchst wichtige Anwendung dieser Verschiedenheit. Die Technologie zieht überhaupt aus der Kenntniß der

Adhäsion zwischen den festen und flüßigen Körpern den mannigfaltigsten Nutzen; dahin gehört z. B. das Kleistern, das Leimen, das Verzinnen, das Löthen, das Spiegelbelegen ꝛc.

§. 113.

Die Ursache des Unterschiedes zwischen Naßwerden und Nichtnaßwerden der Körper durch die Flüssigkeiten liegt in der Adhäsion der Theile der Flüssigkeit zu einander. Wenn diese größer ist als die Adhäsion zum festen Körper, so kann der feste Körper nicht naß werden; beim Losreißen desselben von der Flüssigkeit läßt sich diese keine Schichten entziehen, weil sie sie mit einer größern Kraft festhält, als diejenige ist, wodurch sie durch den festen Körper losgerissen werden sollte. Ist aber die Adhäsion zum festen Körper die größere, so werden die Theile der Flüssigkeit mit größerer Kraft losgerissen, als sie unter einander zusammenhängen, und müssen also dem festen Körper folgen. Dieses hat auch einen großen Einfluß auf die sphäroidische Gestalt der Tropfen. Queckſilber bildet sich auf Papier in beynahe sphärischen Kügelchen; Auf Glas sind die Kügelchen schon platter; auf Blei oder Zinn zerfließen sie sogleich.

§. 114.

Die Größe der Adhäsion der Flüssigkeiten zu den festen Körpern, welche von den Flüssigkeiten

nicht naß werden, läßt sich durch Versuche mit Platten leicht finden.

	Gran.
† Talg und Wasser auf 1 Quadratzoll	50
† Glas und Queckſilber — — —	220
Eiſen und Queckſilber — — —	108
† Eſchenholz und Queckſilber — —	125 *)

§. 115.

Zur Meſſung der Adhäſion zwiſchen Flüſſigkeiten und feſten Körpern, wenn dieſe naß werden, iſt noch kein Mittel bekannt. Das Losreiſſen von naßwerdenden Platten zeigt bloß die Adhäſion der Flüſſigkeit zur Flüſſigkeit, keineswegs aber die der Platte zur Flüſſigkeit, da ſich die Platte nicht von der Flüſſigkeit losgeriſſen, ſondern eine Schichte derſelben mitgenommen hat. **) Aber dieſe Verſuche zeigen, daß dieſe Adhäſion größer iſt, als die

*) Bey allen dieſen Verſuchen muß man die Platte an der Flüſſigkeit etwas andrücken und einige Zeit lang in Berührung ſtehen laſſen, damit die Flüſſigkeit die dazwiſchen liegenden Luftſchichten verſchlucken könne; ſonſt erhält man beträchtlich kleine Reſultate.

**) Der Hr. Prof. Huth ſuchte die Adhäſion des Waſſers gegen verſchiedene Holzarten auf dieſem Wege zu erforſchen, aber ohne Erfolg. Meine Verſuche haben mir bewieſen, daß die kleinen Unterſchiede von einigen Granen, welche beim Gebrauche verſchiedener Holzarten ſich zeigen, bloß von Vernachläßigung der nöthigen Vorſichten (§. 106. *) herrühren. So irrte gleichfalls Guyton Morveau, als er durch ähnliche Verſuche die Adhäſion der Metalle zum Queckſilber beſtim-

der Theile der Flüssigkeit unter sich, auch sogar unter Einschränkung der Verschiebbarkeit, wenn man die Versuche wie im §. 105 mit zwei Platten anstellte. Die Löthungen zeigen die Stärke der Adhäsion im höchsten Grade für die Metalle, so wie auch das Sprengen ganzer Mühlsteine durch benetzte Holzkeile für die Adhäsion des Wassers zum Holze.

§. 116.

Die Adhäsion der Flüssigkeiten zu den Flüssigkeiten liefert uns mehrere interessante Phänomene, auf welche Carradori uns zuerst aufmerksam gemacht hat, und die uns neue Aufschlüsse über die Stärke der Adhäsion verschiedener Flüssigkeiten und fester Körper unter einander liefern.

1) Ein Wassertropfen, auf reines Glas oder Porcellain gelegt, breitet sich nur sehr wenig aus und behält noch immer einige Convexität.

2) Ein gleicher Tropfen Weingeist oder Äther dehnt sich so stark auf demselben Glase aus, daß es zu einem sehr dünnen Ueberzug wird.

Folglich ist, da die Adhäsion des Wassers, so wie auch des Weingeistes und Äthers zu sich selbst kleiner ist, als die zum Glase, die Adhäsion des Wein-

men wollte. Er erhielt nur die Adhäsion des Quecksilbers zu sich selbst in verschiedenen Graden von Amalgamation mit dem festen Metall. Von ihm ist der dritte Versuch in §. 113.

geistes und Äthers zum Glase größer, als die des Wassers zum Glase. Daher

3) Wenn man eine sehr dünne Wasserschichte auf Glas legt, und dann einen Tropfen Äther oder Weingeist auflegt, so treibt der Äther und der Weingeist das Wasser aus der Stelle, und der aufgelegte Tropfen breitet sich zu einem sehr dünnen Ueberzug kreisförmig aus, wie in 2. Kehrt man den Versuch um, so treibt das Wasser den Weingeist nicht aus der Stelle; sondern vermischt sich mit dem Weingeist. Auch die Oele würken auf diese Art.

4) Nimmt man in dem vorigen Versuche flüssiges Ammoniac statt Wasser, so verhält es sich wie das Wasser. Auch treibt Ammoniac das Wasser nicht aus der Stelle.

Aus diesen Versuchen erhellt es ohne Widerrede, daß verschiedene Flüssigkeiten verschiedene Grade von Adhäsion zu einem und demselben festen Körper, den sie naß machen, haben. Die Versuche §. 113. hatten es schon von den Flüssigkeiten bewiesen, welche die Körper nicht naß machen.

Legt man in die Schale so viel Flüssigkeit, daß sie durch eine andere nicht vertrieben werden könne, etwa 1 Zoll hoch, so werden die Resultate noch auffallender, wenn man Tropfen von andern Flüssigkeiten auflegt. *)

*) Man muß, wo möglich, große Schaalen nehmen. Zu

5) Legt man auf der Mitte einer solchen großen Wasserfläche einen Tropfen Baumöhls oder Steinöhls (irgend eines fetten Oehls), so dehnt sich das Oehl ziemlich schnell über die ganze Wasserfläche aus, und der Tropfen verschwindet aus der Mitte. Bei dieser Ausbreitung zeigen sich mehrere concentrische Kreise mit den Farben des Regenbogens.

6) Legt man einen zweiten Tropfen desselben Oehls auf diese mit Oehl schon überzogene Wasserfläche, so dehnt sich dieser zweite Tropfen nicht aus.

7) Nimmt man statt des zweiten Tropfen fetten Oehls einen Tropfen Terpentinöhls (überhaupt eines ätherischen Oehls) so breitet sich dieser aus, gleichfalls mit farbigen concentrischen Kreisen, und treibt das fette Oehl nach dem Rande, wo es sich in viele kleine Tröpfchen sammelt.

8) Nimmt man nun einen Tropfen vom Safte einer Euphorbia, oder von irgend einem Balsame, und legt ihn auf einer Wasserfläche,

den Versuchen mit Wasser habe ich eine gut lackirte Wanne von Blech, von 28″ Durchmesser. Sonst werden etwas große Tropfen Oehls nicht erschöpft, und man verfällt denn leicht in dem falschen Schluß Carabori's, daß der Tropfen sich nicht auf kleine Wasserschichten ausbreitet, und daß Electricität (die hier keineswegs statt findet) daran Schuld sey.

auf welcher man einen Tropfen fettes oder ätherisches Oel verbreitet hat, so treibt der neue Tropfen diese Oele gegen den Rand zusammen. Dasselbe thut der reine Weingeist, concentrirtes flüssiges Kali, concentrirte Schwefelsäure; Aber die (gemeine) Salpetersäure und Salzsäure nicht.

Aus diesen letztern vier Versuchen sieht man, daß die Adhäsion verschiedener Flüssigkeiten zum Wasser der Größe nach, verschieden ist, indem die Eine die Andere vom Wasser vertreibt. Das gemeinschaftliche Phänomen der Ausbreitungen dieser Flüssigkeiten auf dem Wasser ist im Ganzen das nehmliche, als das Phänomen der Ausbreitungen dieser Flüssigkeiten auf festen Körpern, und erhält wahrscheinlich nur daher einen weitern Umfang, weil die Wasserfläche ungleich ebener, glatter und homogener ist, als die Oberfläche der festen Körper.

9) Auf einer großen Oberfläche von concentrirtem flüssigem Kali (statt des Wassers der vorigen Versuche) verbreiten sich die ätherischen Oele fast gar nicht.

10) Auf derselben Oberfläche von Kali breitet sich fettes Oel beträchtlich aus.

11) Auf Oberflächen von Essig, Salpetersäure und Salzsäure verbreiten sich die fetten und ätherischen Oele; aber diese vertreiben jene nicht;

dagegen werden sie vom Weingeiste und von der Schwefelsäure vertrieben.

12) Auf einer Queckſilberfläche verbreiten ſich alle Oele, wie auf Waſſer; Aber die ätheriſchen Oele vertreiben die fetten Oele nicht.

Dieſe letzten Verſuche zeigen, daß nicht bloß das reine Waſſer die Phänomene der Ausbreitung der Tropfen anderer Flüſſigkeiten geſtattet, ſondern auch viele andere Flüſſigkeiten (wahrſcheinlich alle), jedoch eine Jede mit eigenthümlichen Modificationen. Man hat dieſes Phänomen der Ausbreitung der Flüſſigkeiten auf verſchiedene Arten zu erklären geſucht. Einige (Prevoſt) wollten es dem Verdünſten der Ausfluſſe der Tropfen zuſchreiben. Andere (Morveau) ſahen dieſes Phänomen als zu der Affinität gehörig. Allein, obgleich man nicht leugnen kann, daß die Affinität einige Modificationen hie und da bewürken mag, ſo iſt doch die Erklärung Carradori's durch die bloße Adhäſion die einzige überall genugthuende. Denn zwiſchem dem Oele, Weingeiſt, Saft der Euphorbia ꝛc. und dem Glaſe findet keine Affinitäts-Würkung ſtatt, ſo auch zwiſchen fetten Oelen, Waſſer und Queckſilber. Andererſeits haben wir in §. 108 und 114 geſehen, daß zwiſchen ſolchen Flüſſigkeiten und feſten Subſtanzen, die keine Affinität zu einander haben, eine beträchtliche Adhäſion ſtatt findet.

Mittelſt der Lehre der Adhäſion conſtruirt ſich

das Phänomen der Ausbreitung der Tropfen auf den Flüssigkeiten ganz nach §. 113. Die Tropfen, welche sich auf der flüßigen Fläche verbreiten, sind demnach solche, deren Substanz diese Flüssigkeit naß machen; diejenigen, die sich nicht ausbreiten, sind solche, welche die Flüssigkeit nicht naß machen. Fragt man, welche von zwey Flüssigkeiten sich auf der andern ausbreiten wird, so giebt §. 107 die Antwort. Diejenige, welche die kleinere Adhäsion dort zeigte, wird sich auf der andern ausbreiten.

13) Wenn man den Boden einer Schaale mit einer sehr dünnen Wasserschichte bedeckt, und ein Stück Kampfer darauf legt, so treibt der Kampfer das Wasser von sich ab.

Hier würken die vom Kampfer ausdünstenden Theile, wie der Weingeist im zweiten Versuche.

14) Ein Stück Kampfer, auf einer Schaale voll Wasser gelegt, geräth in eine drehende und progressive Bewegung.

15) Legt man aber auf dem Wasser einen Tropfen Oels, der sich darüber ausbreitet, so hört diese Bewegung des Kampfers auf.

16) Legt man ein Stück Kampfer auf einem Blättchen Stanniol auf Wasser, so entsteht keine Bewegung, als im Falle der Kampfer das Wasser berührt.

Indem die Dünste des Kampfers sich mit der

Oberfläche des Wassers verbanden, entstand eine Action derselben gegen das Wasser, um es wie im 13ten Versuche vom Kampfer abzutreiben. Allein, da die oberste Wasser-Schichte, ihres Zusammenhangs mit den untern Schichten wegen, sich nicht abtreiben ließ, so entstand eine Rückwürkung auf dem Kampfer-Stücke, rings um dasselbe. War nun, der Irregularität dieses Körpers wegen, die Rückwürkung auf einer Seite größer als auf der andern (gieng die aus allen diesen einzelnen Kräften resultirende Kraft nicht durch den Schwerpunkt) so mußte der Kampfer diese kreiselnde Bewegung erhalten. Daß diese Bewegung nicht unmittelbare Folge der Rückwürkung der aus dem Kampfer in die Luft entweichenden Ausflüsse war, beweisen der 15te und 16te Versuch. Auch dreht sich ein an einem Spinnenfaden in der Luft hängendes Stück Kampfer nicht.

17) Wenn man mit einer Messerspitze etwas Mehl oder irgend ein trocknes vegetabilisches Pulver auf Wasser legt, so breitet sich dasselbe auf dem Wasser aus, jedoch viel weniger als die Oele.

18) Hat man vorher einen Tropfen Oel sich auf dem Wasser ausbreiten lassen, so treibt dieses Pulver das Oel weg.

Ein solcher kleiner Haufen Pulver besteht aus vielen irregulären auf einander liegenden Körperchen

deren untersten nach dem Auflegen auf dem Wasser das Wasser berühren. Sie saugen das Wasser ein wie Holz oder Löschpapier, werden dadurch ausgedehnt und kommen aus ihrer Lage. Die obern drücken sie seitwärts, und die nächsten über sie erreichen das Wasser, und kommen selbst in denselben Fall als die ersten, und werden von den übrigen obern gleichfalls gedrückt und geschoben. *) Es ist im Grunde dieselbe Operation als mit den Oeltropfen, mit dem bloßen Unterschiede, daß die Theile des Oels außerordentlich verschiebbar sind, Theile des Pulvers aber viel weniger; daher auch die Ausbreitung des Pulvers merklich langsamer geschieht und dem Raume nach viel kleiner ausfällt als die Verbreitung des Oels, obgleich die Flächen-Anziehung zum Wasser beim vegetabilischen Pulver viel größer und auch im Stande ist, die Adhäsion des Oels zum Wasser aufzuheben.

† 19) Semen Lycopodii, fein gepülvertes Geigenharz, auch Kohle breitet sich nicht aus, dagegen Kreide und Thonerde sich etwas ausbreiten.

Daraus folgt, daß es nicht auf die Natur der Bestandtheile (auf ihre Affinitäts-Eigenschaften)

*) Dazu kommt noch die Würkung der Adhäsion des Wassers gegen auf demselben schwimmenden Körperchen, wovon bey der Lehre der Haarröhren gehandelt wird. Solche homogene schwimmende Körperchen entfernen sich von einander.

ankommt, um zu bestimmen, ob sich Substanzen auf obige Art ausbreiten oder nicht. Carradori meynte, daß alle Körper, welche Wasserstoff enthalten, einer solchen Ausbreitung auf Wasser fähig wären und nur diese. Dieser letzte Versuch zeigt vielmehr, daß, ohne Rücksicht auf die einfachen Stoffe, aus welchen die Substanzen bestehen, nur die festen Substanzen, welche vom Wasser durchdrungen werden können und dadurch aufquillen, dieser Ausbreitung fähig sind. Semen lycopodii und Geigenharz, welche sehr viel Wasserstoff enthalten, breiten sich nicht aus, weil sie kein Wasser einsaugen. Kohle saugt zwar Wasser ein; allein sie wird wegen der großen Sprödigkeit ihrer kleinsten Theile nicht (wenigstens nicht merklich) ausgedehnt, und kann also durch das Einsaugen des Wassers nicht in Bewegung gebracht werden, folglich auch nicht sich ausbreiten.

§. 116.

Wenn man gepülverten Thon oder eine andere Erde in Wasser rührt, bis das ganze Pulver naß geworden ist, und dann die Flüssigkeit ruhen läßt, so fallen die gröbern Theile des Pulvers zuerst nieder, dann die feinen, endlich nach mehrern Stunden oder Tagen auch die feinsten.

Nimmt man anstatt der Erde gepülverte Pigmente, als Lacmus, Carmin, Blasengrün, Berlinerblau ꝛc., so fallen auch die

gröberen Theile zu Boden, aber die feinesten bleiben in der Flüssigkeit auf immer schwebend.

Dieses sehr gemeine Phänomen ist von der größten Wichtigkeit und verdient daher eine besondere Würdigung. Ein spezifisch schwererer Körper fällt im Wasser zu Boden. In seinem Falle aber muß er die Adhäsion des Wassers zum Wasser bei jedem Schritte überwinden. Dieser Widerstand ist zwar klein aber doch angeblich (§. 73.), und bey ähnlichen Körpern verhält er sich wie ihre Oberfläche, d. h. wie das Quadrat der homologen Kannten und Diagonalen; aber die Schwere des Körpers, folglich auch sein spezifisches Gewicht wie der Cubus der homologen Diagonalen. Nimmt also die Größe des Körpers ab, so nimmt sein Uebergewicht über dem Wasser schneller ab als der Widerstand, den die Adhäsion des Wassers zum Wasser seinem Niederfallen entgegensetzt. Folglich muß es endlich eine Größe des Körpers geben, die so klein sey, daß dessen Schwere im Wasser nicht mehr die Oberhand über die Adhäsion der Wassertheile unter sich habe. Folglich kann ein so kleiner Körper nicht mehr fallen. Die Pigmente werden durch das Eindringen des Wassers in ihre Poren in weit feinere Theile zertheilt als das feinste Pulver (daher die Maler ihre Farben naß reiben) Folglich ists gerade bei diesen Sub-

stanzen möglich, daß ihre Theile in der Flüssigkeit schweben bleiben, und ihre Lage behalten so lange als keine fremde Ursache sie zur Ortsveränderung zwingt.

Ein solches feines Körperchen (die Größe entzieht sich dem bewaffneten und unbewaffneten Auge) wird also in der einmal eingenommenen Stelle in der Flüssigkeit nicht durch seine Adhäsion zur Flüssigkeit erhalten, sondern durch die Adhäsion der Flüssigkeit zur Flüssigkeit. Seine eigene Adhäsion zur Flüssigkeit kann ihn zu keiner Bewegung zwingen, da er in jedem Orte in der Flüssigkeit von dieser ganz umgeben ist und also überall eine gleiche Anziehung äußert und leidet. Diesen Satz beweiset folgender Versuch,

1) Man gieße in ein gläsernes Gefäß gemeines Wasser, etwa bis zu $\frac{1}{3}$ der Höhe. Denn befestige man in diesem Gefäße einen langen Trichter, dessen (feine) Spitze bis auf den Boden des Gefäßes reiche, und gieße ein gefärbtes Wasser hinein, welches sich auf den Boden ausbreiten und das ungefärbte Wasser in die Höhe treiben wird.

2) Oder man gieße zuerst eine gefärbte Flüssigkeit im Gefäß und mittelst des Trichters eine schwerere Flüssigkeit, etwa Salzwasser.

In beiden Fällen wird das gefärbte Wasser sich mit dem ungefärbten nicht vermischen; Weder die

Adhäsion der Theile des Pigments noch ihre Schwere werden eine Vermischung hervorbringen, so lange man die Flüssigkeiten in Ruhe läßt.

§. 117.

Bei der Uebersicht der Phänomene der Flächen-Anziehung (so wohl der Adhäsion als der Cohäsion) drängt sich leicht die Frage auf, ob der Zusammenhang der Theile fester und flüssiger Körper und die daraus resultirenden Bewegungen nicht Würkungen der Gravitation sind. *) So unbedeutend klein die Würkungen dieses allgemeinen Naturgesetzes zwischen zwei noch sichtbaren Massen an der Oberfläche der Erde sind (§. 61.), so würde diese Würkung zu einer alle Vorstellungskraft übersteigende Größe gelangen, und folglich alles übertreffen, was wir von Cohäsion wissen, wenn man die Integraltheile der Materie so klein annähme, daß ihr Verhältniß zu einem Sandkorn dasselbe wäre, als von dem Sandkorne zur Sonne oder gar zu einer Kugel, die den Durchmesser der Bahn eines Planeten zu ihren Durchmesser hätte. Solche zwei Theilchen, wenn sie sich bis auf die Distanz ihres Durchmessers genähert haben würden, müßten mit einer Kraft zusammenhängen, die keine unsrer mechanischen Kräfte auf die entfernteste Weise errei-

*) Laplace hat diesen Gedanken geäußert und Dr. Benzenberg hat in den A. d. Ph. B. XVI. p. 76, im reizenden Kleide überraschender Rechnungen ihn vorgetragen.

chen könnte. Diese Ansicht scheint noch durch den Satz, (§. 98.) daß in den elastischen Körpern die Cohäsionsweite kleiner ist als ihr Durchmesser, begründet.

§. 118.

Allein diese Data berechtigen uns noch nicht die Identität der Gravitation und Flächenanziehung zu statuiren, besonders da unleugbare Facta sich dadurch nicht erklären lassen; folgende sind die vorzüglichsten:

a) Die Dichtigkeit der Körper ist nicht im Verhältniß ihrer Cohäsion, welches aber seyn müßte, wenn die Cohäsion das Gesetz des umgekehrten Quadrats der Entfernung befolgte. Man denkt sich freylich hiebei einen noch feinern Stoff, der dazwischen liegt und der Attraction entgegen arbeitet; aber die Anwendung paßt nicht auf die Phänomene. *)

b) Wenn ein Körper gedehnt wird, so müßte er sogleich reissen, wenn seine Cohäsion das Gravitations-Gesetz befolgte; denn seine Theile sind, wenigstens der Länge nach, weiter aus-

*) Nur ein Beispiel aus der großen Anzahl. Die spezifische Wärme des Eisens verhält sich zu der des Bleies wie 125 : 50; d. h. das Eisen enthält $2\frac{1}{2}$ mal so viel Wärmestoff als das Blei. Mithin sollte es eine geringere Cohäsion haben als das Blei; Seine Cohäsion ist aber 77 mal stärker, und dabey sein spezifisches Gewicht geringer, mithin seine Integraltheile weiter auseinander als die des Bleis.

einander; folglich sollten wir keine dehnbare Körper haben.

c) Die Flüssigkeiten haben die meisten Berührungs-Punkte, und zwar gerade in Bezug auf Flächenanziehung, folglich am meisten Theile, welche sehr nahe an einander sind. Sie sollten demnach weit mehr Zusammenhang zeigen als die festen Körper. *)

d) Sowohl aus den Versuchen Sgravesande's als auch aus den Versuchen Coulombs mit der Drehwaage folgt, daß die spannende Kräfte an den elastischen Körpern sich verhalten, wie die beschriebenen Bögen. Wie besteht dieses Gesetz mit dem Gesetze des umgekehrten Quadrats der Entfernungen? dem Letztern zufolge sollte die Stärke der Elasticität im umgekehrten Verhältniß der Quadrate der beschriebenen Bögen seyn; folglich sollte es gar keine feste elastische Körper geben, sondern überhaupt nur spröde.

§. 119.

Ohne also die absolute Möglichkeit die Phänomene der Cohäsion und Adhäsion auf das Gravi-

*) Hier kann der Wärmestoff wieder nicht aushelfen, denn das Queckfilber ist unter allen bekannten Körpern dasjenige, das am wenigsten Wärmestoff enthält und zugleich einer der dichtesten Stoffe. Ueberhaupt ist jene mechanische Vorstellungsart des Wärmestoffs schwerlich die richtige.

tations-Gesetz zurückzuführen schlechterdings zu läugnen *), wollen und müssen wir wenigstens, nach dem Beispiele des unsterblichen Urhebers des Systems der Gravitation, diese Möglichkeit sehr bezweifeln, und demnach die Phänomene der Flächen-Anziehung als Folge eines von der Gravitation verschiedenen allgemeinen Naturgesetzes ansehen, das nur innerhalb physisch unendlich kleiner Räume statt findet.

B. Affinität.

§. 120.

Bei den Phänomenen der Flächen-Anziehung sehen wir die Materie sich der Materie in physisch-unendlich kleinen Räumen nähern und Massen von homogenen oder heterogenen Substanzen entstehen, ohne daß die Integral-Theile eine andere Veränderung erlitten hätten, als daß sie in eine andere Lage gegen einander kamen, und ihr Zusammenhang größer oder kleiner wurde. Die Affinität stellt Phänomene ganz anderer Art auf. Zwar nähern sich hier die Theile der Materie auch einander in physisch unendlich kleinen Distanzen, aber die Aggregate erhalten eine wesentliche Modification in ihren innern, eigenthümlichen Eigenschaften. Um sich einen deutlichen Begriff davon zu machen, wollen wir zuerst einige vorzügliche dahin gehörige

*) Man sehe weiter unten §. 319. nach.

Phänomene darstellen und alsdann die Lehre der Affinität darauf gründen.

§. 121.

Die Säuren und Alkalien bilden zwei Reihen von Stoffen, deren Eigenschaften als einander entgegengesetzt angesehen werden können, und stellen in ihren Würkungen auf einander und auf andere Stoffe die Thätigkeit der Affinität in sehr auffallenden Erscheinungen dar.

1) Taucht man ein Papier, das mit Lakmusfarbe überstrichen ist, in eine Säure, so verwandelt sich die blaue Farbe in die rothe. Taucht man dasselbe blaue Papier in ein Alkali, so verändert sich die Farbe nicht; höchstens wird sie blauer.

2) Taucht man ein Papier, das mit Curcumafarbe überstrichrn ist, in ein Alkali, so verwandelt sich die hellgelbe Farbe in eine dunkelbraune. Taucht man dasselbe hellgelbe Papier in eine Säure, so verändert sich die Farbe nicht; höchstens wird sie heller gelb.

3) Taucht man das durch die Säure roth gewordene Papier (1) in ein Alkali, so wird es wieder blau.

4 Taucht man das braun gewordene Papier (2) in eine Säure, so wird es wieder hellgelb.

5) Nimmt man anstatt der gefärbten Papiere

die Färbestoffe in flüssigen Gestalten, so hat man denselben Erfolg.

Mit andern Pigmenten gehen zwar andere aber ähnliche Veränderungen hervor. Die Säuren und Alkalien zeigen sich immer als entgegen würkend auf den dritten Stoff.

§. 122.

Gießt man von einer Säure in ein Alkali tropfenweise, oder umgekehrt, so verliert nach und nach das Gemisch die Eigenschaft des Alkali ohne die der Säure zu gewinnen. Bei einer gewissen Proportion der Mischung ist endlich jede dieser Eigenschaften aufgehoben; die blauen und gelben Papiere leiden keine Farben-Aenderung in diesem Gemische.

Es entsteht also eine wechselseitige Zerstörung der Eigenschaften. Allein die Substanzen selbst, welche gemischt wurden, welche die Säure und das Alkali ausmachten, sind nicht zerstört; sie äussern nur nicht ihre Eigenschaften. Die Stoffe selbst findet man im Gemische wieder als ein weißes crystallisches Pulver, so gleich wenn zu den Säuren und Alkalien wenig Wasser vorher beygemischt war, oder im entgegengesetzten Falle durch Verdampfung des Wassers.

§. 123.

Gießt man etwas Säure in Wasser, so

erhält die Mischung die Eigenschaften der Säure aber in einem geringern Grade.

Gießt man etwas Alkali in Wasser so erhält die Mischung die Eigenschaften des Kali in einem geringern Grade.

So auch mit Salzen, Zucker und vielen andern Substanzen. **Wir sehen also hier nicht eine Zerstörung, sondern eine Mittheilung der Eigenschaften vor sich gehen.**

§. 124.

Wir müssen diese zwei sehr verschiedene Würkungen der Affinität unterscheiden. Die Chemie nennt die von §. 122. eine **Auflösung** (dissolutio), die von §. 123. eine **Lösung** (solutio). **Wir wollen die Phänomene, wo die Eigenschaften mitgetheilt werden, Affinitäts-Würkungen der ersten Art nennen; diejenigen, wo die Eigenschaften wechselseitig zerstört werden Affinitäts-Würkungen der zweiten Art.**

§. 125.

Es giebt unzählige Mischungen, wo die beiden Affinitäts-Aeußerungen zugleich vorkommen.

1) Gießt man zu einem Alkali eine Säure, aber nicht genug um die Eigenschaft des Alkali ganz zu zerstören, so wird das Gemisch zwar noch als Alkali würken, aber viel schwächer als im reinen Zustande.

2) Gießt man zu einem Alkali mehr Säure als

nöthig ist, um die alkalische Eigenschaft zu zerstören, so wird das Gemisch nicht mehr alkalisch, sondern als Säure würken, aber viel schwächer als die dazu gebrauchte Säure.

Im ersten dieser Versuche hat die Säure ihre Eigenschaft ganz verlohren; es muß sich also so viel Alkali mit ihr verbunden haben, als dazu nöthig ist, welches eine Affinitäts-Aeußerung der zweiten Art ist. Das übrige Alkali theilt seine Eigenschaft der ganzen Mischung mit, wie im §. 123. dem Wasser, und auch in einem geschwächten Grade, äußert also die Affinitäts-Würkung der ersten Art. Im zweiten Versuche spielt das Alkali die Rolle der Säure im ersten Versuche.

§. 126.

Nicht jedes Paar von gleich viel welchen Substanzen würken durch Affinität auf einander. Das Eisen z. B. verbindet sich mit allen Säuren; aber das Gold nur mit einer Säure (oxygenirte Salzsäure). Die Kieselerde und das daraus bereitete Glas verbindet sich nur mit zwei Säuren (Flußspathsäure und Phosphorsäure); Das Harz verbindet sich mit Weingeist, aber nicht mit Wasser; u. s. w. Es folgt daraus, daß die Affinität zwar allen Materien zukommt, in dem wir keine Substanz kennen, die nicht mit wenigstens einer andern Substanz eine Affinitäts-Verbindung eingeht; aber

diese Verbindung geschieht nicht mit jeder andern Substanz.

§. 127.

Eine Substanz äußert oft mit vielen andern eine Affinität. Aber diese Affinität hat für jede dieser Substanzen einen eigenthümlichen Grad. Daher kommt es, daß wenn zwei Substanzen A und B mit einander gemischt sind, eine dritte C sie trennen kann, wenigstens zum Theil, dadurch daß sie sich mit A oder B verbindet und dadurch die Affinität von A zu B schwächt.

1) Ein Stück Eisen in einer Auflösung von Kupfer und Schwefelsäure gelegt, überzieht sich bald mit Kupfer.

2) Eine Verbindung von Schwererde oder Kalkerde in Wasser wird durch einen sehr geringen Zusatz von einer Säure aufgehoben. Die Erde in Verbindung mit der Säure fällt als ein höchst feines Pulver zu Boden.

3) Eisen in Salpetersäure aufgelöset, fällt sogleich zu Boden (zwar nicht in reinem Zustande, sondern als ein rothbraunes Pulver) wenn man etwas Alkali zugießt.

§. 129.

Die Affinitäts-Phänomene werden alle von einem wichtigen Umstande stets begleitet, den man mit dem Worte Formänderung bezeichnet. Es besteht darin, daß ein Körper, der vorher fest oder

concret war, sich in eine Flüssigkeit (tropfbar oder elastisch) verwandelt und umgekehrt, daß eine Flüssigkeit (tropfbar oder elastisch) sich in eine concrete Substanz verwandelt. Auch dann, wenn die Formänderung nicht so bestimmt ist, geht doch eine Formänderung vor sich, nämlich eine Veränderung der Dichtigkeit oder des spezifischen Gewichts.

§. 129.

Zu den Formänderungen, welche die Affinität der ersten Art begleiten, gehören unter andern folgende:

1) Ein Stück Zucker in Wasser gelegt, verschwindet als Zuckerstück und ist nun mit dem Wasser eine Flüssigkeit geworden.

2) Zwei Unzen gebrannten Gypses mit etwa einer Unze Wasser gemischt, bilden einen flüssigen Teig, der in einer halben Stunde ganz concret wird. Das Wasser ist mit dem Gypse ein fester Körper geworden. *)

3) Füllt man eine Bouteille mit einer Luftart, die man Kohlensäure nennt, und kehrt die Mündung der Bouteille in kaltes Wasser, so steigt nach und nach das Wasser in die Bouteille, in dem es sich mit dieser Luft verbindet, welches man am sauern Geschmack des Wassers in der Bouteille bemerken kann.

*) Dasselbe geschieht mit dem reinen Kalke, nur langsamer. Bey dieser Gelegenheit etwas vom Mörtel und der Verbesserung des Mörtels durch Loriot.

Die Luft ist nun mit dem Wasser eine tropfbare Flüssigkeit geworden.

4) Gießt man gleiche Theile Wasser und Weingeist zusammen, so bleiben zwar beide Flüssigkeiten im Gemische tropfbar; Aber das spezifische Gewicht des Gemisches ist verschieden, nicht nur von dem des Wassers und des Weingeistes, sondern auch von dem mittleren berechneten spezifischen Gewichte.

§. 130.

Zu den Formänderungen, welche die Affinität der zweiten Art begleiten, gehören unter Andern folgende:

1) Schwefelsäure, die man vorher mit Wasser verdünnt, auf Eisenfeile gegossen, verbindet sich mit dem Metall; die Producte sind eine elastische Flüssigkeit und ein Salz. (Wasserstoffgas und Eisenvitriol.)

2) Verdünnte Salpetersäure auf Kupfer gegossen, verbindet sich mit dem Kupfer und es entwickelt sich ein Gas (Salpetergas).

3) Legt man eine Zinkstange in eine Auflösung von Blei in Essigsäure, so überzieht sich die Zinkstange anfangs mit einer schwarzen lockern Substanz; bald darauf erscheint Blei in seinem ganzen metallischen Glanze, in Form von gezackten Blättern, welche nach

und nach sich in der ganzen Flüssigkeit verbreiten (Metallische Vegetationen.)

4) Nimmt man eine Portion von der in (2) entbundenen Luft mit einer gleichen Portion atmosphärischen Luft, so liefert das Gemisch nicht zwei Portionen Luft, sondern viel weniger. Es schlagen sich rothe Dämpfe an der innern Wand des Gefäßes nieder, welche die Eigenschaften einer Säure zeigen.

5) Sperrt man Ammoniacgas über Queckſilber, und läßt kohlensaures Gas in kleinen Portionen dazu, so entsteht eine Menge weißer Flocken und das Queckſilber steigt ins Gefäß. Fährt man mit dem Hinzuthun der Kohlensäure fort, so vermehren sich die Flocken, das Queckſilber steigt immer mehr ins Gefäß, bis der ganze Raum nur noch mit diesen Flocken und Queckſilber angefüllt ist.

§. 131.

In den Versuchen (§. 129.) haben die gemischten Substanzen ihre Eigenschaften nicht aufgehoben, und zugleich hat nur eine von beiden ihre Form geändert. In den Versuchen (§. 130.) aber sind die wechselseitigen Eigenschaften der Substanzen zerstört worden, und beide Substanzen haben eine Formänderung erlitten.

§. 132.

Dieser Umstand der Formänderungen, besonders

der doppelten, welcher die Affinitäts-Phänomene begleitet, ist dem Naturforscher von der größten Wichtigkeit. Dadurch, und dadurch allein ist er im Stande, die völlige Trennung der Stoffe, welche die Affinität vereinigte, zu bewürken. Denn blieben z. B. die Stoffe, die vorher tropfbar flüssig waren, nach der Mischung mit andern Substanzen, noch immer tropfbar flüssig, so würde die Adhäsion der Theile der Flüssigkeit diese Stoffe immer in der Flüssigkeit erhalten.

Von einem andern die Affinitäts-Würkungen begleitenden Phänomene (der Temperatur-Aenderung) wird im Vten Abschnitte gehandelt werden.

§. 133.

Im §. 115. ist gezeigt worden wie sehr fein zertheilte Körper in einer Flüssigkeit schweben, vermöge der Adhäsion der Theile der Flüssigkeit unter sich. Allein der zweite Versuch im §. 116. zeigt uns noch mehr. Schöpft man etwas von der obern blauen Flüssigkeit nach etwa 24 Stunden ab und kostet sie mit der Zunge, so findet man sie sehr salzigt, obgleich die beyden Flüssigkeiten sich nicht gemengt haben. Das Salz ist also, seines größern spezifischen Gewichts ungeachtet, in das blaue Wasser übergangen, ohne von dem Wasser, in welchem es gelöset war, mitzunehmen. Da es aber auf die Lacmustinktur keine Affinitäts-Würkung äußert, so konnte man diesen Uebergang nicht bemerken. Al-

lein diese Operation kann durch folgenden Versuch dem Auge sichtbar gemacht werden.

† Man lege eine Portion verdünnter Schwefelsäure unter Lakmustinktur, so wird diese von unten auf nach und nach geröthet werden; die Theile des Färbestoffs aber bleiben an ihrer Stelle.

§. 134.

Diese freiwillige Wanderung der Stoffe zu denen sie Affinität haben und mit denen sie in Berührung kommen, ohne irgend eine mechanische Mischung, ist allgemein, und das characteristische Kennzeichen der Affinität.

† 1) Legt man eine Portion von einem flüßigen Alkali unter einer Portion Wasser, so findet man nach einigen Stunden die obersten Wasser-Schichten etwas kalisch; je länger der Versuch dauert, desto mehr.

† 2) Legt man Wasser unter Weingeist, und schöpft nach einigen Stunden etwas von dem unter dem Weingeiste liegenden Wasser ab, ohne die Flüssigkeiten zu bewegen, so bemerkt man am Geschmacke und Geruch den übergangenen Weingeist.

† 3) Legt man klare aber starke Schwefelsäure unter einer gleichfalls starken Auflösung von Kali (welches Kohlensäure aufgenommen hat), so mischen sich diese Substanzen freiwillig; In

dem Kali entstehen unzählige Ströme von Blasen von Kohlensäure; es bildet sich ein crystallischer Niederschlag, der nach und nach zu Boden fällt.

† 4) Man fülle zwei Gläser, das Eine mit Salpetergas, das Andere mit Sauerstoffgas und schraube sie so zusammen, daß sie luftdicht seyn und durch einen Hahn allein unter sich in Communication kommen können. Man stelle dasjenige, welches Salpetergas enthält, oberwärts und öffne den Hahn, damit die beiden Gase in der Oeffnung des Hahns mit einander in Berührung kommen. Sogleich wird die Mischung vor sich gehen, welches man an den entstehenden rothen Dämpfen bemerken wird. Nach 24 Stunden ist die Mischung vollendet, welches man daran erkennt, daß die rothen Dämpfe verschwunden sind. An den Wänden der Gefäße findet man eine Säure (Salpetersäure) in Tropfen.

Nimmt man dagegen zu solchen Versuchen ein Paar Substanzen, welche keine Affinität zu einander äußern, so geht eine solche Wanderung der Stoffe nicht vor; als z. B. Wasser und Baumöl, Queckſilber und Wasser, Baumöl und Queckſilber, Weingeist und Leinöl ꝛc.

§. 135.

In diesen Versuchen sehen wir also die Stoffe

aus einer Flüssigkeit in eine andere von der Gränze beider Flüssigkeiten an übergehen, ohne daß die Flüssigkeiten selbst eine Orts-Aenderung erleiden. Diese Wanderung geschieht zuerst von Seiten der an der Gränze zunächst liegenden Schichte. Es sey a der wandernde Stoff, A die Flüssigkeit in welcher er gelöset war (Mittel, Menstruum) B die andere Flüssigkeit in die er wandert. So bald die erste Schichte B etwas vom Stoffe a erhält, verliert die erste Schichte A diesen Antheil des Stoffs; beide Schichten haben sich in den in der Schichte von A befindlichen Stoff getheilt. Dann giebt die erste Schichte von B wieder einen Theil von dem erhaltenen Stoffe a an die zweite Schichte, diese von ihrem Antheil an die dritte ꝛc. Unterdessen geht von der zweiten Schichte der Flüssigkeit A ein Antheil des Stoffs a in die erste, weil diese die Hälfte des ihrigen verloren hat. Die dritte Schichte von der Flüssigkeit A kann und muß nun der zweiten, die weniger hat, als sie, abgeben; die vierte der dritten ꝛc. So muß also sehr bald eine allgemeine Wanderung des Stoffes a aus allen Schichten der Flüssigkeit A nach der Flüssigkeit B statt finden, welche sich nach und nach immer mehr damit schwängert, und zwar in irgend einer abnehmenden Progression von der Gränze der beiden Flüssigkeiten an. Und da diese Vertheilung des Stoffs a nur durch solche Theilungen zwischen

nachbarlichen Schichten geschieht, so muß dieser Prozeß sich nur mit der äußersten Langsamkeit vollenden. Wäre die Materie mathematisch ins Unendliche theilbar, so wäre die Zeit zur vollkommenen Mischung, d. h. zur gleichförmigen Vertheilung des Stoffs a unendlich groß. Man wird sich also nicht wundern, wenn der Prozeß 3 (§. 134) in mehrern Wochen noch nicht vollendet ist.

§. 136.

Man sieht aus dieser Betrachtung dieses Phänomens, daß die Mischung desto langsamer vor sich gehen muß, je kleiner der Unterschied der Schwängerung zweier nachbarlichen Schichten ist, desto schneller, je größer dieser Unterschied ist; und dieses erklärt warum die Mischung, die so langsam in jenen Versuchen ohne mechanischen Einfluß, ohne Bewegung der Flüssigkeiten, statt findet, so schnell vor sich geht, wenn man die Flüssigkeiten umrührt.

§. 137.

Die Betrachtungen des §. 135 und 136, welche nur auf die Affinitäts-Würkungen der ersten Art sich zu beziehen scheinen, passen auch auf die Affinitäts-Würkungen der zweiten Art: denn wenn in den Prozessen der letzten Art die zwei nächsten Schichten einander ihre Stoffe mitgetheilt haben, so sondert sich das Gemisch ab, wird concret, zerfällt oder entweicht als Luft; die Flüssigkeit aber (das Mittel) dient dann dem einen der beiden

Stoffe, wohl auch beiden, zum Uebergang, dem Affinitäts-Gesetze der ersten Art zufolge.

§. 138.

Der Begriff von charakteristischen Kennzeichen der Affinität §. 134. zeigt, daß die Affinität sich nur zwischen heterogenen Substanzen äußern kann. Denn, wenn zwei Schichten homogener Flüssigkeiten sich berühren, so ist kein Grund da, warum ein Theil aus einer Schichte durch irgend eine Anziehung in die andere geführt werden sollte. Er wird durch dieselben, und durch gleich große, Anziehungen in seiner Schichte erhalten, als nach der andern gezogen.

§. 139.

In allen angeführten Beispielen von Affinität sahen wir immer wenigstens eine der beiden Substanzen im flüssigen Zustande; und es ist allgemein wahr, daß zur Affinitäts-Aeußerung die Flüssigkeit wenigstens einer der beiden Substanzen eine nothwendige Bedingung ist. Stoffe in concretem Zustande äußern keine Affinität auf einander.

1) Wenn man gut getrocknete Lacmus-Tinctur mit etwas gleichfalls sehr trockener concreter Säure zusammenreibt, so färbt sich das Pigment nicht roth.

2) Wenn man gleichfalls gut getrocknetes Curcumä mit concretem Alkali reibt, so wird das gelbe Pigment nicht braun.

Diese Versuche zeigen übrigens nicht, daß die Affinität dieser Substanzen zu einander nicht existire. Die Affinität entsteht nicht erst durch die Flüssigkeit; aber sie kann sich ohne Flüssigkeit nicht äußern. Die Ursache liegt im Mangel an hinlänglicher physischer Berührung und im festen Zusammenhang der (concreten) Theile jedes Körnchen der Substanzen. Tritt hingegen eine Flüssigkeit hinzu, welche beide Stoffe löset (sich durch Affinität der ersten Art mit ihnen vereinigt), so erhält man physische Berührung und Zertheilung der concreten Substanzen im Medio, mithin auch die höchste Beweglichkeit der integrirenden Theile, folglich Möglichkeit der Stoffenwanderungen.

§. 140.

Es folgt demnach aus dem vorhergehenden klar, so wie auch aus den Phänomenen aller Affinitäts-Versuche, daß die Affinität sich nur bei physischer Berührung äußern kann, also eine Anziehung in der Berührung ist. Zwar giebt es Phänomene, wo das Gegentheil scheinbar statt findet.

Man lege Schwefelsäure unter eine Kochsalz-Auflösung, und darüber ein Stück Kupfer oder Messing, welches keine der Flüssigkeiten berühre. Bald läuft das Kupfer grün an, wie wenn man ihn mit Säure bestrichen hätte.

Es ist aber nicht die Schwefelsäure, welche hier in der Entfernung würkt, sondern eine andere Säure, die sich durch die Zerlegung des Salzes dampfförmig entwickelt, und so dem Metalle begegnet. Nicht nur der eigenthümliche Geruch dieser Säure (Salzsäure) giebt diese zu erkennen, sondern die am Kupfer sich nach und nach anhängende grüne Tropfen und die daraus entstandene Gewichts-Zunahme des Kupfers beweisen die Entbindung dieser Säure, und folglich die physische Berührung derselben mit dem Metall.

§. 141.

Die Affinität und die Flächen-Anziehung haben also das mit einander gemeinschaftlich, daß sie sich nur in der physischen Berührung äußern können. Aber sie unterscheiden sich durch verschiedene Merkmale, deren wesentlichste folgende sind:

Die Flächen-Anziehung bringt keine Aenderung in den innern Eigenschaften und in der Form der Körper zu wege; die Affinität aber erzeugt immer solche Veränderungen.

Die Flächen-Anziehung äußert sich bei der physischen Berührung homogener wie heterogener Substanzen, und zwar zwischen jedem Paare von Substanzen; die Affinität aber nur bei der Berührung heterogener Substanzen, und dies nicht einmal zwischen jedem Paare heterogener Materien.

Die Flächen-Anziehung bewürkt bei der Berührung zweier Schichten von Flüssigkeiten, nur den Zusammenhang der Schichten durch die berührenden Flächen; die Affinität aber bewürkt eine Wanderung der Stoffe aus einer Gegend in die andere. Es scheint demnach nicht, daß wir je Grund haben werden, diese zwei Eigenschaften der Materie auf eine einzige zurückzuführen.

---

§. 142.

Der Inhalt dieses ganzen Abschnitts berechtigt den Physiker drei allgemeine Naturgesetze aufzustellen, das der Gravitation, das der Flächen-Anziehung und das der Affinität. Seine Pflicht ist, alle Phänomene auf diese drei Gesetze zurückzuführen.

Zweiter Abschnitt.

Phänomene der Bewegung.

Einleitung.

Allgemeine Betrachtungen über die Kräfte, ihre Zusammensetzung und Zerlegung.

§. 143.

Wir denken uns alle Theile der Materie in einer Relation der Distanz mit den übrigen Körpern, wodurch der Begriff von **Lage** entsteht. Denken wir uns den Theil des Raums, den der Körper einnimmt, in derselben Relation mit den Theilen des Raums, welchen die übrigen Körper einnehmen, so haben wir den Begriff des **Orts** dieses Körpers.

§. 144.

Wird nun der Ort eines Körpers verändert, so erhalten wir den Begriff von **Bewegung**. Wir können also die Bewegung eines Körpers nur in so ferne wahrnehmen, als sie schon geschehen ist; wir sehen keine Bewegung, sondern wir schließen auf Bewegung. Aendert ein Körper seine Distanz zu

keinem der übrigen Körper, so ist er im Zustande der Ruhe.

§. 145.

Denkt man sich von dem sich bewegenden Körper aus, eine gerade Linie nach irgend einem andern Punkte des Raums, so heißt diese gerade der Länge nach unbestimmte Linie, wenn der Körper sich in derselben bewegt, die Richtung der Bewegung. Verschiedene Richtungen, in welchen ein Körper sich bewegen kann, unterscheiden sich nur durch die Winkel, die sie unter einander machen.

§. 146.

Da alle sinnlichen Dinge Aggregate sind, so läßt es sich denken, daß nicht nur das Aggregat sich bewege, sondern auch, daß Theile des Aggregats sich für sich, ohne Bewegung des Ganzen, bewegen. Betrachtet man die Bewegung des Ganzen allein, so nennt man diese Bewegung absolut. Betrachtet man aber die Bewegung eines Theils in Rücksicht eines Ganzen, so nennt man dann die Bewegung relativ. Beispiele von absoluten und relativen Bewegungen liefert uns die Welt im Großen und im Kleinen unzählig viele. Ja es kann der Fall statt haben, daß eine absolute und eine relative Bewegung so combinirt werden, daß der in relativer Bewegung sich befindende Theil gar keine Bewegung habe. Man spricht auch zuweilen von scheinbarer Bewegung,

da nemlich ein Körper sich in Ruhe befindet und von einem andern bewegten aus beobachtet wird, den man als ruhend ansieht. Ein voreiliges Urtheil über scheinbare Bewegungen, beredet uns oft sie für reell zu halten.

§. 147.

Denken wir uns einen Körper durch eine Impulsion nach einer Richtung in Bewegung und daß keine neue Ursache zu der Bewegung hinzukomme, so wird er vermöge seiner Beharrlichkeit, in demselben Zustande verbleiben, das heißt, seine Bewegung in jedem Zeittheile muß seiner Bewegung in jedem vorhergehenden und folgenden in jeder Rücksicht gleich seyn. Folglich muß er sich in einer geraden Linie bewegen oder seine Bewegung muß **geradelinicht** seyn. Die **krummlinichte** Bewegung entsteht durch eine Modification der geradelinichten, also durch eine zweite Einwürkung auf den Körper, und nur dadurch.

§. 148.

In jedem bestimmten Zeittheile beschreibt der bewegte Körper eine Linie von bestimmter Länge. Daher sagt man, daß die Körper sich nicht blos im Raume, sondern auch in der Zeit bewegen. Die in einer bestimmten Zeit beschriebene Linie ist für verschiedene Bewegungen bald größer, bald kleiner, und daraus entsteht der Begriff von **Geschwindigkeit**. Die Geschwindigkeiten zwoer Be-

wegungen verhalten sich directe wie die in gleichen Zeiten beschriebenen Linien (Räume und umgekehrt, wie die zum Durchlaufen gleicher Linien erforderlichen Zeiten.

§. 149.

Die Bewegung und die Ruhe sind Zustände der Körper. Jede Aenderung eines dieser Zustände (§. 49.) erfordert eine Ursache, diese Ursache nennt man eine Kraft. Da sowohl die Verwandlung der Bewegung in Ruhe, als auch der Ruhe in Bewegung eine Kraft voraussetzen, und alle Kräfte nur eine dieser beiden Würkungen äußern können *), so kann man alle Kräfte durch eine bewegte Masse vorstellen.

§. 150.

Man nennt auch ein Gewicht, das auf einem Tische ruht oder an einen Faden hängt, eine Kraft. Aber dieses darf nur dann geschehen, wenn man diese so genannte Kraft mit einer ähnlichen, deren Geschwindigkeit auch $=0$ ist, allenfalls mit einem andern Gewichte oder mit der Spannung eines elastischen Körpers vergleicht. In so fern der eine Körper die Bewegung des andern hindert, kann sein Gewicht oder dessen Elasticität eine Kraft genannt

*) Die Aenderung der Bewegung in ihrer Richtung erfordert auch eine Kraft. Aber dabei ist auch Verwandlung der Ruhe in Bewegung. Denn der bewegte Körper ruhete vorher in Rücksicht auf die neue Richtung, die er nun nimmt, ganz oder zum Theil.

werden. Diese Art von Kräften kann man ruhende nennen, da man die Andere bewegende nennt.

§. 151.

Wenn man irgend eine Masse als eine Einheit sich denkt, und man mehrere gleiche Massen vereinigt, so ists offenbar, daß die Kraft, welche das ganze Aggregat bewegen soll, eben so vielfach seyn muß, als die Kraft, welche jede einzelne Masse zu bewegen vermag. Folglich sind die Kräfte im directen Verhältnisse der Massen.

§. 152.

Nimmt man eine gewisse Länge als die Einheit des beschriebenen Weges an, so muß die Kraft eine 12malige Würkung leisten, um den Körper zu einer 12maligen Weite zu bringen. Bleibt die Kraft dieselbe, wie ursprünglich, so wird eine 12malige Zeit dazu erfordert. Verlangt man aber die 12malige Weite in der einfachen Zeit zurückzulegen, so reicht die einfache Kraft nicht hin, sondern die Kraft muß 12fach werden, weil sie eine 12malige Würkung äußern soll. Folglich sind die Kräfte im directen Verhältnisse der Geschwindigkeiten.

§. 153.

Die Kräfte verhalten sich also directe wie die Massen und die Geschwindigkeiten. Man kann also jede Kraft als das Product einer Masse in einer Geschwindigkeit ansehen. Da bey den

ruhenden Kräften die Geschwindigkeiten $= o$ sind, so verhalten sich die ruhenden Kräfte blos wie die Massen oder Gewichte (bei den elastischen Körpern, wie die Gewichte, durch welche sie gespannt sind.) Es sey demnach K die Kraft, C die Geschwindigkeit, M die Masse, so ist $K = M\,C$. Es sey der beschriebene Raum S, die dazu erforderliche Zeit T, so ist $C = \frac{S}{T}$ (§. 148). Folglich auch $K = \frac{M.S}{T}$. Aus diesen beiden Gleichungen lassen sich mehrere andere entwickeln, welche die Werthe für M, C, S, T, K liefern, wenn die übrigen gegeben sind.

§. 154.

Man sieht aus diesen Begriffen der Kraft, daß man hier und in der ganzen Physic unter diesem Worte niemals die eigenthümlichen, uns ewig unbekannten, Ursachen der ursprünglichen Bewegungen der Körper versteht, sondern nur mathematische Verhältnisse zwischen Massen, Räumen, Zeiten. Zu diesen Betrachtungen wird der Körper als von der ganzen Sinnewelt isolirt angesehen, und man nimmt an ihm nur von den Kräften im 149sten und 153sten §. bestimmten Sinne (mechanische Kräfte) Notiz. Die Naturlehre betrachtet demnach nur die Mittheilung der Bewegung (§. 45). Die Erzeugung der Bewegung hängt von den drei im vorigen Abschnitte aufgestellten allgemeinen Naturgesetzen ab.

§. 155.

Die Mittheilung der Bewegung eines Körpers dem Andern geschieht im Berührungspunkte. Es findet aber ein merklicher Unterschied in der Art dieser Mittheilung statt. Entweder hatte der bewegende Körper vor der Berührung mit dem Andern keine Bewegung, sondern nur Tendenz zur Bewegung, oder er war schon in der Bewegung begriffen. Im ersten Falle heißt die Mittheilung der Bewegung Druck, im zweiten Falle Stoß. Im ersten Falle wird Bewegung im bewegenden Körper vermöge eines allgemeinen Naturgesetzes erzeugt, oder es muß ein dritter dem bewegenden die nöthige Bewegung durch Stoß mittheilen. Aber dann ist die Mittheilung der Bewegung des zweiten bewegenden an dem zu bewegenden nicht mehr als ein Druck anzusehen. *)

Man sieht sogleich ein, daß bei dem Drucke der bewegte Körper sich ganz so verhalten muß, wie der bewegende. Beider Geschwindigkeit ist in jedem Augenblicke ihrer Bewegung wechselseitig gleich, und sie hängt von der Summe beider Massen ab, die nun als eine einzige betrachtet werden müssen.

*) Es kann hier von der Bewegung in den Maschinen die Rede nicht seyn, wo es auf die Bestimmung des Beharrungs-Zustands ankommt, wo die Bewegung in jedem Augenblicke durch den Widerstand vernichtet und durch die Kraft ersetzt wird.

Bei dem Stoße hingegen muß die Geschwindigkeit des bewegenden Körpers, bis zur Berührung mit dem zu bewegenden, als ein Factor der Größe der Mittheilung angesehen werden. Jener würkt auf diesem mit einer bewegenden Kraft, welche dem Product der Masse und der Geschwindigkeit proportional ist, und diese Würkung empfangen die sich zunächst berührenden Theile beider Körper. In so fern nun diese Körper mehr oder weniger hart, verschiebbar, elastisch sind, entsteht eine Figur-Aenderung, folglich relative Bewegung in ihnen, welche die Geschwindigkeit der ganzen Körper bald gleich, bald ungleich machen, und auch die Richtungen der Bewegungen, nach dem Stoße. Bei dem Drucke hingegen, wo ruhende Kräfte würken, entstehen die Figur-Aenderungen, die relativen Bewegungen, durch die ruhenden Kräfte selbst vor der Bewegung der ganzen Massen und erhalten sich bis dahin. Daher die speziellen Eigenschaften der Körper an der Bewegung nichts mehr modificiren können, sondern die Massen allein. Zu den Phänomenen der Mittheilung der Bewegung durch Druck, gehört auch die Mittheilung der Bewegung durch Fäden oder Schnüre, und diese sind vielleicht in der Ausübung am häufigsten.

Aus diesen Betrachtungen (§. 155. und 156.) folgt, daß Druck und Stoß sich nicht vergleichen

lassen, d. h. in commensurable Größe sind, so gut als linearische und Flächen-Ausdehnung. *)

§. 156.

Bisher wurde nur eine einzige Kraft gedacht, die zur Mittheilung der Bewegung angewandt ward. Allein es würken oft mehrere Kräfte zugleich auf denselben Körper in mehreren Richtungen, dadurch muß die Bewegung sehr modificirt werden, der Größe und Richtung nach. Ein Hauptfall dieser Modification ist der, daß der Körper sich gar nicht bewege, das heißt, daß er nach allen Richtungen gleich stark sollicitirt werde. Die daraus entstehende Ruhe heißt Gleichgewicht. Umgekehrt können wir jede Ruhe als den Erfolg der Einwürkung gleicher entgegengesetzter Kräfte ansehen. In der Würklichkeit ist dieses auch der Fall; denn, da jeder Theil der Materie, so weit unsre Erfahrung reicht, den Gesetzen der Gravitation, der Flächen-Anziehung und der Affinität unterworfen ist, und also eine beständige Tendenz zur Bewegung vorhanden ist, so kann das, was wir Ruhe nennen, nur die Folge von Entgegensetzung gleicher Kräfte, d. h. Gleichgewicht seyn.

Da nicht nur der Fall des Gleichgewichts äuf-

*) In der Hydraulik hat die Vernachläßigung dieses Satzes manche fruchtlose Bemühungen und Irrthümer veranlaßt, wovon weiter unten das Nöthige vorkommen wird.

erst häufig in der Würklichkeit vorkommt, sondern bey jeder Entgegensetzung von Kräften, woraus Bewegung entsteht, ein Theil dieser Kräfte einander das Gleichgewicht hält, so muß dieser Fall des Gleichgewichts besonders abgehandelt werden. Man theilt demnach die allgemeine Lehre der Bewegung in zwei Theile, in die Lehre des Gleichgewichts und in die eigenthümliche Lehre der Bewegung.

§. 157.

In der theoretischen Behandlung dieser Lehren bedient man sich der mathematischen, sowohl arithmetischen als geometrischen, Zeichen, weil die hier vorkommenden Größen, Massen, Distanzen, Richtungen, Zeiten, Geschwindigkeiten, Kräfte, nur nach ihren Verhältnissen betrachtet werden. Dieselben Linien, dieselben algebraischen Zeichen, können alle diese Größen vorstellen; nur muß man die Vorsicht haben, nie heterogene Größen durch dieselben Linien oder Buchstaben durcheinander aufzustellen.

§. 158.

Die theoretisch erwiesenen Sätze werden empirisch in Versuchen dargestellt, in denen man würkliche Kräfte durch schickliche Apparate mit einander combinirt. Freylich reicht die Genauigkeit der Apparate nie ganz hin, um eine vollkommene Uebereinstimmung zwischen dem Versuche und dem theoretischen Satze hervorzubringen, theils weil die Theile

der Apparate nie ganz das sind, was sie seyn sollten, theils weil die Reibung, die Steifheit der Seile und der Widerstand der Luft *) die Quantität der bezweckten Bewegung immer vermindern. Allein diese Abweichungen der Resultate von der Theorie lassen sich schätzen, wo nicht ganz berechnen, und beweisen eben dadurch, daß sie im Versuche statt finden, die Richtigkeit der Theorie.

Zu diesen empirischen Untersuchungen braucht man würkliche Kräfte. Da alle uns bekannte Materie schwer ist, und das Gewicht der Körper ihrer Masse proportional ist, (§. 67.) so können Gewichte zum allgemeinen typus der Massen angenommen werden, mithin auch der ruhenden Kräfte. Es lassen sich demnach alle Sätze des Gleichgewichts in Versuchen mit Gewichten darstellen. In den Versuchen über die Bewegung ertheilt man diesen Gewichten die ihnen zukommende Geschwindigkeit, und so erhält man die Sätze über die Bewegung auch in Versuchen dargestellt. Es war aber nothwendig, diese Gewichte, die nun Massen und Kräfte vorstellen sollten, auf eine Einheit zurückzuführen, um sie mit einander vergleichen zu können.

*) Die Universität zu Dorpat besitzt unter andern eine Reihe von Apparaten für die Static und Mechanic der festen und flüßigen Körper, das sich durch Genauigkeit vorzüglich auszeichnet. Die Friction und Steifigkeit der Seile (wo diese vorkommen) ist aufs höchste vermindert.

Man nahm daher eine willkührlich gewählte Masse als Einheit an, die man Pfund hieß, theilte sie, gleichfalls willkührlich, in gleiche Theile, die man nun wieder, jeden für sich, als Einheit ansehen konnte. Allein man blieb nicht in jedem Lande bei einer Einheit, sondern jedes Land, oft eine einzelne Stadt, wählte sich sein eigenes Pfund, so daß, wenn es darauf ankommt, die wirklichen Größen zu bestimmen, man durchaus auf Mißverständnisse gerathen muß, wenn man das Verhältniß der Gewichte verschiedener Länder nicht kennt. *)

§. 159.

Wenn die Richtung und Größe einer Kraft gegeben sind, so wird an der Würkung der Kraft nichts geändert, wenn man die Kraft an jedem beliebigen Punkte ihrer Richtung verlegt. Hat man zwei Kräfte, welche nach einer Richtung würken, so können also beide als eine Kraft angesehen werden, die der Summe der beiden gleich ist; denn man kann die eine an dem Punkt verlegen, wo die andere ist.

§. 160.

Würken die zwei Kräfte in entgegengesetzter Richtung, so können sie ebenfalls als eine Kraft

*) Dieses Bedürfniß zeigt sich gleichfalls bei den Maaßen. Daher wird zu Ende dieses Abschnitts ein Verzeichniß der vorzüglichsten Maaße und Gewichte geliefert, welche in der Naturlehre vorkommen.

angesehen werden, welche aber der Differenz der Einzelnen gleich ist, so entsteht Gleichgewicht; sind sie ungleich, so entsteht Bewegung in der Richtung der größern. Solche einander in entgegengesetzten Richtungen würkenden Kräfte stehen unter sich im Verhältniß entgegengesetzter Größen überhaupt; Es kann also eine als negativ angesehen werden, wenn man die andere als positiv ansieht. Mithin heben gleiche Theile der einen gleiche Theile der andern auf. Jedoch sind die Kräfte selbst, als Größen, nicht in diesem Verhältnisse, sondern die Kräfte, als Etwas würkendes oder bewürktes, sind im Grunde immer positiv. Aber ihre Richtungen bringen sie in dieses Verhältniß. Es sind also die Richtungen, welche unter sich im Verhältnisse des positiven und negativen sind.

§. 161.

Wenn zwei Kräfte auf einen Körper oder auf zwei gleiche Körper einwürken, und die Wege, welche diese Körper durch jede einzelne Kraft getrieben, in gleichen Zeiten durchlaufen würde, durch gerade Linien ausgedrückt werden, so können diese gerade Linien auch die Kräfte selbst vorstellen; und umgekehrt, wenn die Linien die Kräfte vorstellen, so können sie auch die Wege vorstellen.

Beweis.

Es sey M die Masse des Körpers, der durch die zwei Kräfte K und k getrieben wird, so daß (Fig. II.)

die Linien ac und ab = S und s in gleichen Zeiten t vom Körper M durchgelaufen würden, wenn jede Kraft allein würkte, so ist (§. 153.) $K = \frac{MS}{t}$ und $k = \frac{Ms}{t}$. Folglich $K : k = \frac{MS}{t} : \frac{Ms}{t} = S : s$. Da aber ac : ab S : s so ist also K : k = ac : ab. Umgekehrt; hat man K : k = ac : ab, so ist auch S : s = ac : ab.

§. 162.

Auf eine ähnliche Art wird bewiesen, daß, wenn zwei Kräfte, die gleiche Geschwindigkeit haben, durch gerade Linien vorgestellt werden, dieselben Linien auch die Massen vorstellen können; und umgekehrt, daß die Massen für den Ausdruck der Kräfte gelten. So auch, daß, wenn zwei Kräfte mit gleichen Massen durch Linien vorgestellt werden, diese Linien auch die Geschwindigkeiten vorstellen können; und umgekehrt.

§. 163.

Wenn man auf der Linie AB (Fig. III.) einen Punkt C nimmt, und sich von C aus Richtungen denkt nach A und nach B, in welchen eine Kraft wirkt, so werden die Richtungen CA und CB, mithin die Würkungen der Kräfte einander entgegen gesetzt seyn. Sieht man die Richtung CA als die positive an, so wird CB die negative seyn. Denkt man sich die Richtung CB', die einen spizzigen Winkel mit CB macht, so wird sie auch ne-

gativ seyn, aber minder als CB, weil sie nicht directe CA entgegengesetzt ist. Eine andere Richtung CB″, welche noch weiter von CB absteht, aber doch noch einen spitzigen Winkel mit ihr macht, wird noch weniger negativ seyn als CB′. Ist die Richtung wie CD auf AB senkrecht, so hört die Richtung auf, negativ zu seyn; sie ist aber auch nicht positiv; denn sie ist eben so sehr gegen CA als gegen CB geneigt. Die senkrechte Richtung ist also gegen die Richtungen CA und CB indifferent. Fällt aber die Richtung jenseits CD, nimmt sie z. B. die Lage CA″ an, so wird sie positiv, und je mehr sie sich der Richtung CA nähern wird, desto mehr wird sie positiv seyn.

§. 164.

In der That, wenn man sich eine Kraft denkt, die in allen diesen Richtungen nach und nach würkt, so ists offenbar, daß, wenn sie nach CA′ würkt, sie nur zum Theil nach CA würkt; der Weg, den der Körper auf CA′ beschreibt, ist von dem auf CA verschieden, aber nicht so verschieden, als z. B. der Weg auf CA″. Der Unterschied zwischen dem Wege CA und dem CA′, besteht darin, daß der Körper, indem er sich von C entfernt, in der horizontalen Richtung CA, zugleich sich auch in der verticalen CD vom Punkte C entfernt. Dasselbe gilt von der Richtung CB′, mit dem Unterschiede, daß

die horizontale Entfernung vom Punkte C auf dieser Seite negativ ist.

§. 165.

Wenn man eine gleiche Linie Ca von C aus auf allen diesen Richtungen aufträgt, welche die Wege vorstellt, welche der Körper in einer gewissen Zeit auf diese Richtungen zurücklegt, und von einem der Punkte a oder b, z. B. a′ Perpendikel fällt auf die horizontale und vertikale Richtung, so werden die durch diese Perpendikel abgeschnittenen Stücke (der Richtungen CA und CD) Ce, Cd die Weiten ausdrücken, um welche in derselben Zeit der Körper in diesen Richtungen sich von C entfernt hat; So auch Cg und Cf die Weiten, um welche der Körper in derselben Zeit sich auf diesen Richtungen von C entfernt hat.

Noch mehr: der Körper, welcher sich in der Richtung Ca′ bewegt, äußert in der That eine Kraft nach den Richtungen CA und CD, obgleich er sich nicht in denselben bewegt, denn, wenn man eine Kraft in der Richtung a′d anbringt, wenn der Körper in a′ sich befindet, so wird er sich nicht mehr in der Richtung CA′ bewegen (§. 147.), sondern in einer andern, welche der Richtung CA näher kommt; mithin muß er wohl vorher eine Kraft in der Richtung CA geäußert haben, da eine solche erfordert war in dieser Richtung, um ihn von seinem Wege abzulenken.

§. 165.

Es wird ein Körper durch eine Kraft in eine Richtung CA' geführt innerhalb des rechten Winkels ACD, und man nimmt auf dieser Richtung eine Linie Ca' zur Vorstellung der Kraft in dieser Richtung; so werden die durch die Perpendikel aus a' auf die Seite des rechten Winkels abgeschnittene Stücke Ce, Cd die Kräfte in den Richtungen CA, CD vorstellen.

Beweis.

Stellt die Linie Ca' die Kraft noch CA' vor, so kann sie auch (§. 161.) den in einer gewissen Zeit t zurückgelegten Weg vorstellen. Aber nach §. 165. drücken die Abschnitte Ce, Cd die Wege auf den Richtungen CA, CD in derselben Zeit t vor. Folglich können die Abschnitte Ce, Cd (§. 161.) auch die Kräfte in den Richtungen CA, CD vorstellen.

Es läßt sich also jede Kraft in zwei andere zerlegen, deren Richtungen unter sich einen rechten Winkel machen und die Richtung der ursprünglichen Kraft einschließen. Die Kraft, die man zerlegt, heißt die ursprüngliche; die aus der Zerlegung entstandenen heißen die reducirten Kräfte.

§. 167.

Wenn ein Körper durch zwei Kräfte zugleich getrieben wird, welche irgend einen Winkel in ih-

rer Richtung unter sich machen, so wird der Körper sich auf keiner der beiden Richtungen allein bewegen, sondern zum Theil nach beiden. Denn gieng er nach einer der beiden allein, so würde die andere Kraft gar nicht würken (§. 147); welches absurd ist. Der Körper also, der durch zwei Kräfte zugleich sollicirt wird, muß einen mittleren Weg nehmen, der zwischen den Richtungen der beiden Kräfte liegt.

§. 168.

Wenn ein Körper durch zwei Kräfte in verschiedenen Richtungen zugleich sollicitirt wird, und die Kräfte während der ganzen Bewegung der Größe und der Richtung nach sich selbst gleich bleiben, so ist sein mittlerer Weg gerade linicht. Denn, da nichts in dem Verhältnisse der Kräfte und in ihren Richtungen geändert wird, so muß jeder unendlich kleine Theil des Weges jedem andern Theile desselben ähnlich und ähnlich liegend seyn. Folglich müssen alle diese Theile sich in einer geraden Linie befinden.

§. 169.

Aendert sich aber Etwas in dem Verhältniß der Kräfte oder in ihrer Richtung, so ist der Weg nicht mehr gerade linicht. Wechselt das Verhältniß der Kräfte oder ihrer Richtungen beständig, in jedem Zeittheile der Bewegung, so ist der mittlere Weg des Körpers eine krumme Linie.

§. 170.

Die zwei Kräfte, die sich selbst der Größe und Richtung nach gleich bleiben, können also als eine einzige Kraft angesehen werden, welche den Körper nach der mittleren Richtung treibt; und diese aus zwoen entstandene Kraft heißt die mittlere oder resultirende. Demnach können zwei Kräfte in eine verwandelt werden; oder es kann eine Kraft aus zwei andern zusammengesetzt werden.

§. 171.

Denkt man sich eine Kraft, die der mittleren gleich, aber in entgegengesetzter Richtung würkt, so wird diese, mit den zwey die mittlere Kraft erzeugenden Kräften combinirt, den Körper in Gleichgewicht halten. Denn da die Würkung der zwei Kräfte die Bewegung des Körpers auf dem mittleren Weg ist, so muß eine Kraft, die den Körper in völlig entgegengesetzter Richtung gleich stark sollicitirt, ihn im Gleichgewicht erhalten.

§. 172.

Wenn ein Körper durch zwei der Größe und Richtung nach sich selbst gleich bleibenden Kräfte in verschiedenen und nicht in gerader Linie sich befindenden Richtungen sollicitirt wird, so wird er sich auf der Diagonal eines Parallelogramms bewegen, dessen Seiten und Winkel durch das Verhältniß und die Richtungen der Kräfte geliefert

werden, und auch die mittlere Kraft wird durch die Diagonal des Parallelogramms ausgedrückt.

Beweis.

Es seyn die Kräfte mit sammt ihren Richtungen (Fig. IV.) durch die geraden Linien AC und AB unter dem Winkel CAB ausgedrückt; Man ziehe durch den Endpunkt C der Linie, die eine Kraft vorstellt, eine Parallele von unbestimmter Länge mit der andern Kraft; Aus A erreichte man AD auf AB und CF senkrecht; Aus C fälle man CE auf AB oder ihrer Verlängerung senkrecht. Da AC und AB die Kräfte vorstellen, so können sie auch §. 161.) die Wege vorstellen, welche der Körper, durch jede einzelne Kraft getrieben, in der Zeit t durchlaufen würden. Indem aber der Körper nach C käme, so würde er sich §. 165.) um CC = AD über AB erheben, so auch sich von A nach E in der Richtung der andern Kraft bewegt haben. Die ganze Würkung der Kraft AC in der Richtung AD ist also der Weg AD, und für diese Würkung sind die nach AB würkenden Kräfte indifferent. Folglich kann der Körper am Ende seiner Laufbahn oder der Zeit t, als von der Kraft AC getrieben, nur auf der Parallellinie DCF sich befinden. Zugleich aber würde der durch die Kraft AC getriebene Körper den Weg AE in der Richtung AB oder in der entgegengesetzten in der Zeit t zurück-

legen; durch die Kraft AB legt er aber in derselben Zeit t den Weg AB zurück. Trägt man nun auf der Parallele diese zwei Wege AE und AB von D aus auf, und es ist F der Endpunkt der Summe oder die Differenz von AE und AB, so wird der der Körper, durch die zwei Kräfte AC und AB getrieben, sich am Ende der Zeit t in F befinden, und es ist CF = AB. Folglich ACFB ein Parallelogramm. Da aber die Kräfte der Richtung und Größe nach sich selbst gleich geblieben sind, so ist (§. 168.) der mittlere Weg des Körpers geradelinicht, und folglich wirklich die Diagonal AF des Parallelogramms.

Da endlich die Linie AF den in der Zeit t zurückgelegten mittleren Weg vorstellt, so drückt sie auch (§. 161.) die mittlere Kraft aus.

Beweis dieses Satzes durch Versuche mit dem dazu gehörigen Apparate. *)

*) Diese Versuche stelle ich nur statisch an, indem nach der Art, wie Rollet sie anstellte, nur höchst selten die beiden Hammerschläge völlig gleichzeitig geschehen, und auch nichts bewiesen wird, als daß der Körper sich in der Richtung der Diagonal bewegt. Ich habe eine verticale Tafel mit zwei Rollen, über welche eine Schnur mit Gewichten hängt. In der Mitte derselben ist eine zweite Schnur mit dem dritten Gewichte befestigt; diese zweite Schnur giebt die Richtung der Diagonal des Parallelogramms, dessen Seiten im Verhältniß der Seitengewichte verzeichnet sind. Mehrere Beispiele sind auf derselben Tafel verzeichnet. Das

Dieser höchst wichtige Satz, der unter dem Namen des Satzes vom Parallelogramm der Kräfte bekannt ist, ist für die Lehre des Gleichgewichts und der Bewegung das, und noch mehr, was der pytagoräische Lehrsatz für die Geometrie ist. Bei jedem Schritte in diesem Abschnitte unsrer Wissenschaft wird dieses einleuchtender werden.

§. 173.

Da die Diagonal eines Parallelogramms immer kleiner ist, als die Summe der Seiten, welche sie einschließen, so folgt nothwendig daraus, daß die mittlere Kraft immer kleiner ist, als die Summe der der beiden ursprünglichen Kräfte; Das heißt mit andern Worten: So oft zwei Kräfte gleichzeitig auf einen Körper in schiefen Richtungen einwürken, erfolgt ein Verlust in der Summe der Kräfte, welcher mit der Größe des Winkels abnimmt. Wird dieser unendlich klein, so verschwindet dieser Verlust. Folglich ist für parallel würkende Kräfte die mittlere der Summe der beiden gleich.

§. 174.

Wie ein solcher Verlust entstehe, läßt sich auf folgende Art sehr bestimmt zeigen. Es sey (Fig. V.) ABFC das Parallelogramm der Kräfte AB, AC; die Diagonal oder mittlere Kraft AF. Man ziehe ED durch A auf AF senkrecht. Von

Beweis führt sich durch Vergleichung des Verhältnisses der Linien und des der Gewichte. Die Schnüre müssen die Linien bedecken.

C und B ziehe man CE, BD auf ED senkrecht so wie CH und GB parallel mit ED. So kann man AC als die mittlere zwischen AH und AE ansehen. Wir können also behaupten, daß der Punkt A mit der Kraft AE in der Richtung AE und mit der Kraft AD in der Richtung AD getrieben werde. Da diese Richtungen senkrecht auf AF, dem Wege des Körpers sind, so tragen diese Kräfte zur Bewegung des Körpers nicht bei; und diesen Antheil der Kräfte AB und AC können wir als zerstört ansehen. Der Körper wird also nur durch die vereinigten Kräfte AH und AG geführt, die auch zusammen so groß sind, als die Diagonal AF; welches aus den Eigenschaften des Parallelogramms leicht zu erweisen ist. Diese Kräfte AE und AD sind es selbst, welche einander zerstören, weil sie einander völlig entgegen gesetzt sind; und zwar müssen wir daraus, daß der Körper sich auf AF beständig befindet, und mithin durch keine von beiden Kräften AE oder DE diesseits oder jenseits gezogen wird, den Schluß ziehen, daß diese zwei Kräfte AE und ED einander gleich sind, welches gleichfalls durch die Eigenschaften des Parallelogramms geometrisch leicht zu erweisen ist.

§. 175.

Aus dem bisher Gesagten über die gleichzeitige Würkung zwoer Kräfte folgt, daß zwei solche Kräfte sich immer auf eine mittlere Kraft reduciren

lassen, deren Größe und Richtung durch das Parallelogramm der Kräfte bestimmt werden; und umgekehrt, daß jede Kraft in zwei andere zerlegt werden kann, welche nach gegebenen Richtungen würken. Kurz, alle Aufgaben, die sich mit dem Parallelogramm in Betreff der Seiten, der Diagonale und der Winkel geometrisch auflösen lassen, sind auf die Kräfte anwendbar.

§. 176.

Gleichfalls lassen sich nicht bloß zwei Kräfte, sondern unzählige in eine einzige verwandeln, welche als Resultat der Würkung aller Andern angesehen werden muß. Und es läßt sich auch jede gegebene Kraft in unzählige Andere nach demselben Satze des Parallelogramms der Kräfte zerlegen.

§. 177.

Diese Zerlegung und Zusammensetzung der Kräfte ist ein höchst wichtiger Theil der Statik und Mechanik, das heißt der Lehre des Gleichgewichts und der Bewegung. Eine vertraute Bekanntschaft mit derselben erleichtert die Auflösung vieler scheinbar schwieriger Aufgaben.

§. 178.

Da die Flüssigkeiten wegen ihrer großen Verschiebbarkeit nur sehr wenig zusammenhängende Massen sind, so müssen die Phänomene der Bewegung und des Gleichgewichts derselben verschieden ausfallen, als die der festen Körper. Jene sind

eigentlich unzählige Massen durch die Adhäsion untereinander combinirt. Diese aber können als einzelne Massen angesehen werden, die sich nur durch Größe, Figur, spezifisches Gewicht und Elasticität von einander unterscheiden, wenigstens in Rücksicht auf die Bewegungs-Gesetze. Die Lehre der Bewegungen überhaupt muß also in zwei Haupttheilen getheilt werden, in die Lehre der Bewegung der festen Körper und in die Lehre der Bewegung der Flüssigkeiten; Jede derselben zerfällt nach §. 159. in zwei Hauptkapitel, nemlich in die Lehre des Gleichgewichts und in die Lehre der Bewegung.

Erster Theil.

Von der Bewegung einzelner Massen oder der festen Körper.

Erstes Capitel.

Bedingungen des Gleichgewichts.

§. 179.

In diesem Capitel müssen zuerst die allgemeinen Sätze des Gleichgewichts der Kräfte, dann die Anwendungen dieser Sätze auf die Maschinen vorgetragen werden.

A. Allgemeine Sätze des Gleichgewichts.

§. 180.

Wann eine mittlere Kraft aus zwei oder mehreren Seiten-Kräften entstanden ist, so wird eine der mittleren gleiche, aber in entgegengesetzter Richtung würkende, Kraft den Seiten-Kräften das Gleichgewicht halten. Denn die Würkung der Seiten-Kräfte ist durch die mittlere Kraft ausgedrückt; der Körper bewegt sich (§. 172.) in der That auf der Diagonal. Folglich wird die mittlere gleiche, aber entgegengesetzte, die Würkung der mittleren, folglich auch der Seitenkräfte, aufheben.

§. 181.

Wenn ein Körper durch verschiedene Kräfte im Durchschnitts-Punkte zwoer geraden Linien, die einen rechten Winkel unter sich machen, so erhalten wird, daß er sich auf keiner dieser geraden Linien bewegen könne, so wird er sich auch in keiner andern Richtung in der Ebene der beiden geraden Linien bewegen können.

Beweis.

Wenn der Körper im Punkte C (Fig. VI.) erhalten wird, so daß er sich auf keiner der zwei geraden Linien AB, DE bewegen könne, so können alle Kräfte, welche ihn sollicitiren, auf die vier gleiche Kräfte CA, CB, CD, CE reducirt wer-

den. Sollte er sich demungeachtet in irgend einer Richtung CF bewegen können vermittelst jener Kräfte, so sey CF die Kraft, mit welcher er sich in dieser Richtung bewegen würde, und man fälle von F das Perpendikel FG. CG wird demnach eine Kraft ausdrücken, (§. 168) durch welche er mehr nach A als nach B sollicitirt wird. Folglich könnte der Körper sich nach A bewegen, welches aber unmöglich ist, da das Verhältniß der Kräfte so ist, daß CB = CA ist.

§. 182.

Wenn zwei Körper B und B (Fig. VII.) durch zwei gleiche oder ungleiche Kräfte sollicitirt werden, deren Richtungen CA, CB mit der Linie AB gleiche Winkel machen, und die beiden Körper durch die als unbiegsam angenommene Linie AB in beständig gleicher Entfernung erhalten werden, so ist der Erfolg derselbe, wenn man eine mittlere Kraft, deren Größe und Richtung durch das Parallelogramm der Kräfte ausgedrückt wird, in dem Durchschnittspunkt D der Diagonal und der unbiegsamen Linie anbringt, und dieser Punkt D wird die Linie AB in zwei Stücke DA und DB theilen, die sich verhalten umgekehrt wie die an ihren Endpunkten würkenden Kräfte.

Beweis.

Es seyn CE, CG der Ausdruck der Kräfte, welche von A aus nach B und A unter gleichen

Winkeln mit AB würken, CEFG das Parallelogramm dieser Kräfte. Man verlängere die Diagonal CF bis sie AB in D schneide. Aus D ziehe man die Parallellinien De, Dg, so entsteht ein neues Parallelogramm Cg De dem vorigen ähnlich, welches also auch als Parallelogramm der Kräfte angesehen werden kann, in welchen Ce und Cg die Seiten-Kräfte, CD aber die mittleren vorstellen. Es sind aber die Dreiecke AgD und DeB einander ähnlich. Da sie aber auch dem Ganzen gleichschenklichten ABC ähnlich sind, so sind sie auch gleichschenklicht. Folglich hat man

$$AD : DB = Dg : De.$$

Da aber $De = Cg$, $Dg = Ce$, so ist auch

$$AD : DB = Ce : Cg = CE : CG,$$

Also die Theile von AB im umgekehrten Verhältniß der auf ihren Enden würkenden Kräfte.

§. 183.

Würken die Kräfte von B und A nach C, anstatt von C nach B und A, so ist der Satz gleichfalls wahr, und die Theile von AB sind im umgekehrten Verhältniß der an ihren Enden würkenden Kräfte.

§. 184.

Denkt man sich den Punkt C von A und B unendlich weit entfernt, so werden die drei Kräfte in paralleler Richtung auf AB senkrecht würken, und der vorige Satz §. 181. ist auch von diesen

Kräften wahr, und die mittlere Kraft wird (§. 173.) der Summe der beiden andern gleich.

§. 185.

Wenn zwei Kräfte an den Endpunkten einer unbiegsamen Linie in schiefen aber untereinander parallelen Richtungen würken, so wird eine ihrer Summe gleiche und auf die entgegengesetzte Richtungen würkende Kraft ihnen das Gleichgewicht halten, wenn sie an den Punkt angebracht wird, der die unbiegsame Linie im umgekehrten Verhältniß der an den Endpunkten angebrachten Kräfte theilt.

Beweis.

Es seyn AE, BD (Fig. VIII) die an den Endpunkten würkenden Kräfte; CF = AE + BD und parallel würkend; und CA: CB = BD: AE. Aus den Punkten A, C, B errichte man Perpendikel auf AB und ziehe aus den Punkten E, D, F Parallelen mit AB. So kann man jede der Kräfte als in zwei zerlegt ansehen, deren eine senkrecht die andere längs AB würkt. Die letztern sollicitiren also den Punkt C nach entgegengesetzten Richtungen, nämlich HD und GE von C nach B und IF von C nach A; und da HD + GE = IF, so wird der Punkt C in dieser Hinsicht im Gleichgewicht seyn. Die andern senkrecht würkenden Kräfte BH und AG sind zusammen so groß als CI. Folglich müssen sie (§. 184 und 180) auch einander im Gleichgewicht halten. Also kann der Punkt C sich auf

keiner der beiden unter einem rechten Winkel sich schneidenden graden Linien AB, CI bewegen, mithin (§. 181) auch in keiner andern Richtung. Folglich muß Gleichgewicht zwischen den Kräften BD und AE einerseits und CF andererseits seyn.

§. 186.

Wenn also zwei Kräfte auf den Endpunkten einer unbiegsamen Linie AB (Fig. IX) überhaupt unter gleichen Winkeln würken, so wird Gleichgewicht zwischen ihnen statt finden, wenn der Punkt C, der die Linie im umgekehrten Verhältniß der Kräfte theilt, als unbeweglich angenommen wird. Dieser Punkt C heißt der **Ruhepunkt** oder **Mittelpunkt der Bewegung.**

§. 187.

Es sey (Fig. IX) die in A wirkende Kraft = P; die unter einem gleichen Winkel würkende in B = Q, so hat man

$$P : Q = BC : AC;$$

Folglich $P \cdot AC = Q \cdot BC$. Da aber AC und BC die Entfernungen der Kräfte P und Q vom Ruhepunkte C sind, so ist also, für den Zustand des Gleichgewichts der unter gleichen Winkeln würkenden Kräfte, das Produkt der Kräfte in ihren respectiven Entfernungen vom Mittelpunkte der Bewegung gleich. Diese Producte heißen die **Momente der Kräfte.**

§. 188.

Mehrere Paare von Kräften P und Q können ihre Mittelpunkte der Bewegung, in einem einzigen Punkte vereinigen; diesen Punkt, den gemeinschaftlichen Mittelpunkt der Bewegung nennt man auch den Schwerpunkt der Kräfte. Um denselben herum halten die Kräfte einander das Gleichgewicht.

§. 189.

Die Körper können als Aggregate einzelner Massen angesehen werden, welche durch die Gravitation gegen die Erde getrieben werden. Die Richtungen dieser einzelnen Kräfte sind, streng genommen, nicht parallel, auch nicht einmal gegen einen einzigen Punkt gerichtet. Da aber alle Körper, die wir auf der Oberfläche der Erde zu bewegen haben, gegen die Erde selbst so ausserordentlich klein sind, so kann man annehmen, daß ihre Dimensionen gegen den Radius der Erde verschwinden und daß also die Richtungen der Schwere für die einzelnen Theile eines solchen Körpers unter sich parallel seyn.

§. 190.

Es giebt für jeden Körper einen Schwerpunkt, in welchem man das ganze Gewicht des Körpers als vereinigt ansehen kann; man nennt ihn den physischen Schwerpunkt.

Beweis.

Lägen die Theile des Körpers in einer geraden Linie, so ist der Mittelpunkt der Bewegung der

Gewichte, als Kräfte betrachtet, der Schwerpunkt. Und da diese Gewichte (§. 189) parallel würken, so wird eine mittlere Kraft (§. 185) in entgegengesetzter Richtung in diesem Punke angebracht, allen diesen Gewichten das Gleichgewicht halten. Folglich kann man das Gewicht aller Theile als im Schwerpunkte vereinigt ansehen. Sind die Theile des Körpers in einer Ebene vertheilt, so kann man diese Ebene durch Parallellienien in unendlich viele unendlich kleine Parallelogrammen theilen, deren jedes seinen eigenen Schwerpunkt hat, in welchem das ganze Gewicht des Parallelogramms als vereinigt angesehen werden kann. Diese Schwerpunkte sind also Punkte, an welchen Kräfte würken. Es läßt sich demnach zwischen zwei, und folglich zwischen einer beliebigen Anzahl von Schwerpunkten ein mittlerer Schwerpunkt finden; folglich auch für alle Parallelogramme, aus welchen die Ebene besteht, oder für die ganze Masse von Materie, die sie faßt. Liegen die Theile des Körpers in verschiedenen Ebenen, so kann der Körper in unendlich viele unendlich dünne Ebenen getheilt werden, deren jede ihren eigenen Schwerpunkt hat, in welchem das Gewicht aller Theile als vereinigt angesehen werden kann. Für diese Schwerpunkte der Ebenen wird ein gemeinschaftlicher Schwerpunkt zu finden seyn, der der Schwerpunkt des ganzen Körpers seyn wird; und wir können das ganze Gewicht

aller Theile des Körpers als in diesem Punkte vereinigt ansehen.

§. 191.

Die Masse des Körpers braucht nicht eine stetige Größe zu seyn, um einen Schwerpunkt zu haben; die leeren Stellen ändern in den Momenten der mit Materie angefüllten Punkte nichts. Ja, es kann sogar der Schwerpunkt gerade auf eine leere Stelle fallen, z. B. bei einem kreisförmigen Ringe im Mittelpunkte.

§. 192.

Wann die Materie des Körpers homogen ist, (in allen ihren Theilen ein gleiches spezifisches Gewicht hat, und im Raume des Körpers gleichförmig vertheilt ist, so ist der physische Schwerpunkt der nämliche als der geometrische. Ist aber die Materie nicht homogen und die homogenen Theile nicht gleichförmig vertheilt, so ist der physische Schwerpunkt vom geometrischen verschieden.

§. 193.

Wenn ein Körper in seinem Schwerpunkte selbst unterstützt wird, so bleibt er in jeder Lage die man ihm giebt, frei und unbewegt stehen.

Beweis.

Der Körper mag sich gedreht haben wie er will, so drücken alle seine Theile in parallelen Richtungen (§. 189) gegen die Erde, und jedes Paar von ent-

gegengesetzten Theilen, die in der ersten Lage ein gleiches Moment hatten, müssen (§. 185) als parallel würkenden Kräfte diese Gleichheit der Momente behalten, folglich im Gleichgewicht stehen, der Körper selbst also ruhen.

§. 194.

Jede Ebene, durch den physischen Schwerpunkt eines Körpers geführt, theilt den Körper in zwei Theile, die dem Momente ihrer Gewichte nach, gleich sind. Denn, ist die Ebene vertical, so ist der Satz für sich klar, da der Körper, in seinem Schwerpunkte unterstützt, im Gleichgewichte steht. Ist die Ebene nicht vertical, so kann der Körper so gelegt werden, daß diese Ebene vertical wird, und der Körper, im Schwerpunkt unterstützt, wird (§. 193) noch im Gleichgewichte seyn müssen.

§. 195.

Jeder Körper hat nur einen Schwerpunkt.

Beweis.

Es sey (Fig. X) C der Schwerpunkt, der der Bedingung von §. 193 entspricht. Es sey B der andere seyn sollende Schwerpunkt. Man lege den Körper so, daß die Punkte C und B in der Horizontal-Ebene durch EF sich befinden. Denkt man sich nun durch die Vertical-Linie AD, die durch den Punkt C geht, unzählige Vertical-Ebenen, so wird der Körper durch diese Ebenen immer in Theile getheilt, die (§. 194) gleiche Summen von

Momenten haben werden. Legt man gleichfalls durch B solche Vertikal-Ebenen, so werden die daraus entstehenden Theile des Körpers nicht gleiche Moment-Summen haben können, da für jede dieser Vertical-Ebenen HG eine parallele Ebne AD durch C gedacht werden kann, welche den Körper anders als HG aber der Bedingung des Schwerpunktes gemäß theilt. Es wird immer zwischen AD und HG ein Theil bleiben, der für den Punkt B als Schwerpunkt auf der Seite E zu viel auf der Seite F aber zu wenig ist. Folglich kann B kein Schwerpunkt seyn.

§. 196.

Wird der Körper an einem Punkte unterstützt, der nicht sein Schwerpunkt ist, so befindet sich der Schwerpunkt dieses Körpers entweder in der Vertikallinie durch den Unterstützungspunkt oder außerhalb derselben. Im ersten Falle muß der Körper in Ruhe seyn. Denn, da man das Gewicht des Körpers als in seinem Schwerpunkte vereinigt (§. 190.) ansehen kann, so wirkt der Unterstützungspunkt dem Gewichte gerade entgegen. Im zweiten Falle aber wird der Körper sich um den Unterstützungspunkt drehen, bis der Schwerpunkt sich innerhalb der Vertikallinie durch den Unterstützungspunkt befinden wird. Durch diese Umdrehung entsteht eine oscillatorische Bewegung (§. 50). Nach Beendigung derselben befindet sich der Schwerpunkt

des Körpers unter dem Unterstützungspunkt in dessen Verticallinie.

§. 197.

Ist der Körper, nicht in seinem Schwerpunkte, auf einem sehr kleinen physischen Unterstützungs-Punkt (etwa einer Nadelspitze) gestellt, so kann er nicht so gestellt werden, daß sein Schwerpunkt über dem Unterstützungspunkte stehe. Mathematisch läßt sich die Sache als möglich denken; Aber practisch ist sie es nicht, weil, wenn der Körper so gestellt werden soll, daß sein Schwerpunkt in die Verticallinie durch den Unterstützungspunkt kommen, so kann er nur durch eine Bewegung dahin kommen, und da diese Bewegung, nach dem der Schwerpunkt die Verticallinie erreicht hat, nicht gleich aufhört, so würkt der Schwerpunkt jenseits und der Körper steht dort wieder nicht im Gleichgewichte.

Scheinbar erreicht man diesen Zweck dadurch, daß man mittelst eines steifen Draths eine nach Verhältniß des Körpers kleine aber specifisch sehr schwere Masse anhängt, wodurch der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Körpers und der Masse unterhalb des Unterstützungspunkts sich befindet.

Hölzerne Seiltänzer auf einem Ruhepunkt mit ihren zwei Gegengewichten. Sägemännchen auf zwei Füßen mit einem Gegengewichte. Die Statue Peters des Großen in Petersburg.

§. 198.

Ein Uhrglas, eine unten abgerundete Schaale, leer oder mit etwas angefüllt, werden auf einer Ebene im Gleichgewicht stehen, obgleich ihr Schwerpunkt über dem Unterstützungspunkt sich befindet, und man kann sogar Oscillationen damit machen, die Schaale wird immer in ihr voriges Gleichgewicht zurückkehren, d. h. der Schwerpunkt wird wieder von selbst sich vertical über den Ruhepunkt stellen. Dieses kommt daher, daß in jeder andern Lage der Ruhepunkt sich ändert, und der Schwerpunkt, der sich also nicht mehr vertical über ihn befindet, auf die andere Seite fallen muß. Macht man aus der Schaale ein massives Segment eines Sphäroids, so kann man einen zweiten Körper auf der flachen Seite vertical aufkleben, ohne das Gleichgewicht zu stören. Ja, wenn man dafür sorgt, daß der gemeinschaftliche Schwerpunkt sich noch innerhalb des sphäroidischen Segments befinde, so wird eine solche Vorrichtung immer sich aufrecht stellen.

Korkmännchen mit bleierner Unterlage.

§. 199.

Die Lehre des Schwerpunkts erklärt gleichfalls, warum ein Körper auf drei Füßen gemeiniglich fester steht, als auf vier, warum die schiefstehenden Thüren zu Bologna und Pisa nicht fallen, die gebückte Stellung der Lastträger, die sehr gerade Stellung der Leute mit dicken Bäuchen, so wie auch das Vorwärtsrücken des Oberleibes, wenn man vom Stuhle aufstehen will.

§. 200.

Der Fall eines Körpers, der nach unten spitzig

ausgeht und nur auf einem Punkte unterstützt wird, kann verhindert werden, wenn man seinen Schwerpunkt immer und schnell so versetzt, daß der Körper auf eine andere Seite fallen müßte. Dadurch balancirt der Körper nach allen Seiten, ohne Zeit zu haben würklich zu fallen.

Das Balanciren der Seiltänzer. Die Bewegung des Kreisels.

B. Von den Fundamental-Maschinen.

§. 201.

Der Zweck der Maschinen überhaupt ist, mittelst gegebener Kräfte, gegebene Massen mit gewissen Geschwindigkeiten zu bewegen. In der ausübenden Mechanic macht man daher einen Unterschied zwischen der bewegenden Masse und der zu bewegenden. Jene heißt man schlechthin **Kraft**, diese **Last** oder **Widerstand**. Diese Benennungen sind freilich theoretisch nicht gegründet; aber da sie übrigens keinen Nachtheil bringen, hingegen den Ausdruck oft vereinfachen, so kann man sich ihrer auch in der Theorie bedienen.

§. 202.

Wenn zwei Massen zur Mittheilung von Bewegung auf einander einwürken, so geschieht es dadurch, daß diese zwei Massen entweder unmittelbar durch Berührung auf einander einwürken, oder es ist ein Zwischen-Körper, mittelst welchen diese Einwürkung geschieht. Nur im letzten Falle hat man eine Maschine. Demnach ist eine **Maschine** ein Körper, oder ein System von Körpern, mittelst welchen zwei abgesonderte, einander nicht ähnliche

Massen zur Mittheilung von Bewegung auf einander einwürken. Demnach ist ein Stab, mittelst welchen man einen Körper drückt oder stoßt, ein Hammer ꝛc., in so fern der Stab oder der Hammer die bewegende Masse (die Kraft ist, keine Maschine. So ist der Widder der Alten, die Kanonenkugel der Neuern, das Aerostat, keine Maschine. *)

§. 203.

Die nächste Folge aus diesem Begriff ist, daß jede Maschine wenigstens einen Ruhepunkt hat für die durch sie würkenden Kräfte. Dieser Ruhepunkt ist zuweilen veränderlich. Beim Uebergang der Bewegung von einer Masse zur Andern, wird die Bewegung der bewegenden Masse immer, wenigstens in ihrer Richtung, geändert, größtentheils noch außerdem in ihren zwei Factoren, der Masse und der Geschwindigkeit; und diese vorhandene oder nicht vorhandene Veränderung bestimmt es am sicherſten, ob die Vorrichtung eine Maschine genannt werden soll oder nicht.

§. 204.

Die Natur und die Kunst liefern dem Beobachter eine unzählige Menge von Maschinen von der größten Einfachheit bis zur verwickeltesten Zusam-

*) Man definirt sonst die Maschine eine Vorrichtung, wodurch man Bewegungen mit Vortheil hervorbringt. Demnach wäre eine Vorrichtung, welche eine nicht vortheilhafte Bewegung hervorbringt, keine Maschine. Da nun das Zerquetschen des Arms eines Müllers keine vortheilhafte Bewegung ist, so kann man nicht sagen, daß die Mühle dem Müller den Arm zerquetscht hat, wenn der Müller seinen Arm unvorsichtiger Weise zwischen dem Kammrad und Trilling gelegt hat.

menſetzung, ſo daß es bey einem allgemeinen Ueberblick unmöglich ſcheinen möchte, ſie alle auf einfache Principien zurückzuführen. Indeß hat es gerade hier dem Naturforſcher am meiſten geglückt, weil er die einfacheſten Data hier findet, und alles theoretiſch conſtruiren kann. Alle Maſchinen laſſen ſich ohne Zwang auf drei Maſchinen zurückführen, welche alle übrigen vorhandenen und noch zu erfindenden eigentlich ſchon enthalten. Wir nennen ſie daher Fundamental-Maſchinen. Es ſind folgende: die Seilmaſchine, der Hebel, die ſchiefe Ebene. Jetzt betrachten wir die Maſchinen nur im Zuſtande des Gleichgewichts der Kräfte. Im folgenden Capitel werden wir ſie im Zuſtande der Bewegung betrachten.

1. Von der Seilmaſchine.

§. 205.

Eine Seilmaſchine iſt eine ſolche, an welcher die Kräfte nur mittelſt Fäden und einem oder zwei feſten Punkten auf einander einwürken. Entweder vereinigen ſich alle Kräfte mittelſt der Fäden in einem einzigen Punkte, um die Bewegung der zu bewegenden Maſſe mitzutheilen, oder es iſt ein Hauptfaden, an welchem die Kräfte in einzelnen Punkten angebracht ſind. Das Gewicht der Fäden wird in dieſen Unterſuchungen nicht in Anſchlag genommen.

§. 206.

Es ſeyn die einzelnen Kräfte a, b, c, d (Fig. XI.) an ihren zugehörigen Fäden angebracht, und dieſe Fäden vereinigen ſich im Punkte A eines Haupt-

fadens AB, an dessen Ende die Last Q sich befinde. Wie groß ist die gesammte Würkung aller dieser Kräfte und in welcher Richtung wird AB gezogen.

Auflösung.

Da diese Kräfte gleichzeitig und in verschiedenen Richtungen auf den Punkt A würken, so kann man durch den Satz des Parallelogramms der Kräfte, die Größe der mittleren Kraft P und ihre Richtung AC finden. P wird die Größe der Last Q, die ihr das Gleichgewicht hält, bestimmen, und AC die Richtung des Hauptfadens AB.

§. 207.

Es sey, Fig. XII, der Faden ACB in den Punkten A u. B befestigt; im Punkte C würke die Kraft P mittelst des in C befestigten Fadens. Die Spannung von AC u. BC bestimmen.

Auflösung.

Die Punkte A u. B leisten keinen andern Widerstand, als einen solchen, der der Spannung selbst ihrer Fäden gleich ist. Aber die Kraft C bewürkt diese Spannung nach Maaßgabe der Lage der Fäden gegen den Faden CP. Folglich wird man dasselbe haben, wenn man sich, anstatt der festen Punkte A, B, zwey Kräfte denkt, die in den Richtungen CA, CB würken und dem Antheile der Kraft P, welcher auf jeden dieser Fäden kommt, das Gleichgewicht halten. Es stellen demnach Cc eine Kraft vor, welche der Kraft P in ihrer Richtung das Gleichgewicht hält, so liefert das Parallelogramm der Kräfte Cacb in den Seiten Ca und Cb die Spannungen der Fäden CA, CB.

Der Versuch ist derselbe als der für das Parallelogramm der Kräfte.

Wenn anstatt einer einzigen Kraft mehrere in verschiedenen Richtungen auf C würkten, so ließen sich diese Kräfte in eine mittlere verwandeln und die Aufgabe auf dieselbe Art auflösen.

§. 208.

Wenn auf einem Punkt drei Kräfte, mittelst Fäden gleichzeitig würken, so sind die Spannungen der Fäden unter sich, wie die Sinus der den Fäden entgegenliegenden Winkel.

Beweis.

Es seyn (Fig. XII.) AC, CP, CB die gespannten Fäden, so geben aC, Cc, Cb oder ac das Verhältniß der Spannungen. Es ist aber Ac : Cc : ac = sin acC : sin caC : sin cCa. Nun ist $<acC = <cCb$, also das Supplement vom Winkel BCP. Folglich sin acC = sin BCP. So ist der Winkel caC das Supplement des Winkels ACB; Folglich sin caC = sin ACB. So ist endlich der Winkel cCa das Supplement vom Winkel ACP; also sin cCa = sin ACP. Folglich hat man die Spannungen von AC; CP; CB = sin BCP; sin ACB; sin ACP.

§. 209.

Wenn an einer Seilmaschine mit zwei festen Punkten zwei Kräfte an zwei verschiedenen Punkten des Fadens angebracht sind, die Spannung der drei Theile des Fadens finden.

Auflösung.

Soll in diesem System von Kräften Gleichgewicht statt finden, so kann man (Fig. XIII.) sich

den Punkt C denken als durch zwei Kräfte nach P und D und durch die mittlere nach A gezogen. So auch den Punkt D nach Q und C und durch die mittlere nach B. Bildet man nun die Parallelogramme unter der Voraussetzung, daß CD die Spannung dieses Theils des Fadens vorstelle, so erhält man für den Punkt C das Parallelogramm aCDb und für den Punkt D das Parallelogramm cCDb. Mithin drücken die Linien CD, Ca, Cb, Dd, Dc die Spannung von CD, die Kraft P, die Spannung von AC, die Kraft Q und die Spannung von DB aus. Sind demnach die Kräfte P und Q und die Linie CD gegeben, so sind die gesuchten Spannungen bestimmt.

§. 210.

Auf diesem Wege kann man die Spannungen aller Theile eines Fadens finden, welcher durch eine beliebige Anzahl von Gewichten in verschiedenen Punkten und Richtungen gezogen wird. Hat man nur zwei spannende, aber parallele, Kräfte, etwa zwei Gewichte, so schneiden die Verlängerungen von AC und BD (Fig. XIV.) an den Richtungen der Gewichte die reciproken Verhältnisse der Gewichte ab, und diese Verlängerungen drücken die Spannungen der Fäden. Demnach drückt Cc das Gewicht Q, Db das Gewicht P, Dc die Spannung von BD, Cb die Spannung von AC aus.

Dieser Satz befindet sich unter den sinnreichen Aufgaben über die Zerlegung der Kräfte, welche Neuton in seiner Arithmetica universali uns hinterlassen hat; Er trägt ihn als eine Aufgabe vor, mittelst eines Fadens

und eines Gewichts eine Wage zu verfertigen. Versuche über diesen Satz, wie auch über den von §. 209. lassen sich mittelst einer Tafel wie die von §. 172. * anstellen.

§. 211.

Aus dem §. 207. ists leicht zu schließen, daß die Spannungen von AC, CB mit dem Winkel ACB wachsen. Wird dieser endlich zwei Rechten gleich, so ist die Würkung jeder auch noch so kleinen Kraft P unendlich groß; oder es müssen unendlich große Kräfte in den Punkten A und B angebracht werden, um der Spannung des Fadens durch die Kraft P das Gleichgewicht zu halten. Woraus nun unmittelbar folgt, daß ein physischer Faden durch kein Paar Kräfte vollkommen geradlinicht gespannt werden kann, außer in der vertikalen Lage.

Versuch mit einem langen Stricke, den man horizontal zu spannen sich bemühet.

2. Von dem Hebel.

§. 212.

Der Hebel ist ein unbiegsamer Körper, in welchem drey Punkte angenommen werden, um deren Einem (der Ruhepunkt) der Körper sich drehen kann, wenn an den beiden andern Punkten zwei Kräfte einander entgegen würken.

§. 213.

Man unterscheidet den mathematischen Hebel von dem physischen, indem man an jenem die Schwere und Masse des zum Hebel gebrauchten Körpers als nicht vorhanden sich denkt. Ferner können die drey erwähnten Hauptpunkte am Hebel

in gerader Linie liegen oder nicht. Im ersten Fall hat man den geradelinichten Hebel; im zweiten Falle den Winkel-Hebel. Endlich unterscheidet man den Hebel der ersten und zweiten Art, nach dem der Ruhepunkt sich zwischen den zwei andern, auf welchen die Kräfte angebracht sind, befindet, oder einer der Endpunkten des Hebels ist.

§. 214.

Im geradelinichten mathematischen Hebel der ersten Art ist Gleichgewicht vorhanden, wenn zwei unter gleichen Winkeln würkenden Kräfte im umgekehrten Verhältniß ihrer Entfernuugen vom Ruhepunkte sind.

Beweis.

Der mathematische Hebel ist nach §. 213. nichts als eine unbiegsame Linie; der Ruhepunkt der Mittelpunkt der Bewegung. Folglich enthält §. 186. den Satz. Und wir haben hier wie im §. 187. zwei Momente von Kräften, die sich wechselseitig aufheben oder P. AC = Q. BC (Fig. IX.). Die Entfernungen AC, BC heißen die Hebels-Arme.

§. 215.

Wenn an den Endpunkten eines geradelinichten mathematischen Hebels der ersten Art zwei Kräfte in parallelen Richtungen einander das Gleichgewicht halten, so ist der Widerstand, den der Ruhepunkt in den entgegengesetzten Richtungen zu leisten hat, nicht größer und nicht kleiner als die Summe der Kräfte.

Beweis.

Der Beweis ist §. 185, und wird empirisch am leichtesten geführt, wenn man einen belasteten Hebel an einer Waage aufhängt.

§. 216.

Die Formel P. AC = Q. BC §, 214. zeigt nicht nur, daß das Gleichgewicht nur unter obigen Bedingungen möglich ist, sondern daß, wenn von den vier Größen drei gegeben sind, die vierte und so mit auch die Lage des Ruhepunkts gefunden werden kann.

§. 217.

Im geradelinichten mathematischen Hebel der zweiten Art erhält man das Gleichgewicht, wenn die unter gleichen Winkeln würkenden Kräfte sich verhalten, umgekehrt wie ihre Hebelsarme.

Beweis.

Das Moment der Kraft Q (Fig. XV.) ist Q. BC, das der Kraft P ist P. AC. Folglich hat man für den Fall des Gleichgewichts.

P. AC = Q. BC also P : Q = BC : AC.

§. 218.

Wenn an einem geradlinigten mathematischen Hebel der ersten oder zweiten Art, mehrere Gewichte oder unter gleichen Winkeln würkende Kräfte angebracht sind, als P, Q, R, S etc. (Fig. XVI.) so hat man für die allgemeine Formel des Gleichgewichts P. bc + R. ec = Q. ac + S. dc, aus welcher sich der Werth von irgend einer Kraft oder irgend einem Hebelsarm finden läßt, wenn die übrigen Größen gegeben sind.

Man könnte auch das Moment der gesammten Kräfte auf jeder Seite finden, wenn man für jede Seite den Schwerpunkt der Kräfte berechnete, und diesen Punkt ansähe, als wäre die Summe der ihm zugehörigen Kräfte an denselben angebracht. Es

seyn diese Schwerpunkte x und y, so hat man $P.bc + R.ec = (P + R)cy$ also $cy = \frac{P.bc + R.ec}{P + R}$ und $cx = \frac{Q.ac + S.dc}{Q + S}$

§. 219.

Ein physischer Hebel von homogener Materie, kann als ein mathematischer Hebel angesehen werden, auf dessen Punkten parallel würkende Kräfte angebracht sind, welche sich verhalten wie die Durchschnitte des Hebels an diesen Punkten. Will man also die Formel des Gleichgewichts finden, so muß man die Masse jedes Hebelsarms sich als in ihrem Schwerpunkt concentrirt denken, und diese Massen als Gewichte ansehen, deren Momente durch die Entfernungen der Schwerpunkte vom Ruhepunkte des Hebels bestimmt werden. Die höhere Geometrie lehrt für homogene Körper diese Schwerpunkte finden, wenn die Durchschnitte des Hebels nach einem gegebenen Gesetze ab- und zunehmen. Da aber diese Auflösung oft mit großen Schwierigkeiten verknüpft ist, so ist es für die Ausübung rathsamer, folgende Auflösung zu brauchen: Man sucht empirisch den Schwerpunkt des ganzen Hebels und betrachtet das Gewicht dieses Hebels als in diesem Punkte vereinigt, so hat man dann eine einfache Kraft, deren Moment durch die Entfernung des Schwerpunkts vom Ruhepunkte bestimmt.

Versuche mit dem Apparate zur Lehre des Hebels, über die Sätze in den §. 214, 217, 218.

§. 220.

Auf einem geradlinigten mathematischen Hebel

würken zwei Kräfte, jede in einer eigenen schiefen Richtung; man verlangt das Verhältniß dieser Kräfte zu finden, wenn Gleichgewicht statt finden soll.

Auflösung.

Man kann dieses Verhältniß durch Construction des Parallelogramms der Kräfte unmittelbar finden. Allein, bequemer für die Theorie und die Ausübung ist folgende Auflösung.

Man zerlege (Fig. XVII) die Kräfte P und Q, jede in zwei andere, deren eine senkrecht auf dem Hebel, die andere in dessen Richtung. Die in der Richtung des Hebels werden durch den Widerstand des Ruhepunkts zernichtet; es bleiben also nur die vertikalen A e, B d übrig. Sollen diese nun Gleichgewicht erzeugen, so müssen sie im umgekehrten Verhältniß ihrer Hebelsarme seyn (§. 214). Nimmt man nun B d = A C, A e = B C, so drücken diese Linien die perpendiculair-würkenden Kräfte aus. Aus d und e errichte man Perpendikeln d f, e i, so drücken also B f, u. A i das Verhältniß der Kräfte P u. Q für den Zustand des Gleichgewichts aus. — Vom Hebel der 2ten Art gilt dieselbe Auflösung.

§. 221.

Die Kräfte P u. Q wirken also zur Umdrehung des Hebels nicht mit ihrer ganzen Energie, sondern nur in Verhältniß von B d u. A e, welche die sinus der Winkel β u. α der Hebelsarme mit den Richtungen der Kräfte sind. Folglich ist das Moment einer auf den geradelinichten Hebel schief würkenden

Kraft dem Producte der Masse, des Hebelsarms und des sinus des Neigungswinkels der Kraft gegen den Hebel gleich, oder sie ist P.BC. $f\beta$.

Versuche mit der Vorrichtung zur Lehre des Hebels mit Kräften in verschiedenen schiefen Richtungen.

§. 222.

Wenn an den Endpunkten eines mathematischen Winkel-Hebels der 1sten Art zwey Kräfte senkrecht auf ihren Hebelsarm würken, so verhalten sie sich für den Fall des Gleichgewichts umgekehrt, wie ihre Hebelsarme.

Beweis.

Es sey ACB, Fig. XVIII. der Winkelhebel, C der Ruhepunkt; P und Q die senkrecht würkenden Kräfte. Man verlängere ihre Richtungen bis sie sich in d schneiden, und ziehe die Gerade Cd. Von d aus nehme man die Linien de, dg als Vorstellungen der Kräfte P und Q. Für den Fall des Gleichgewichts muß die Diagonal ihres Parallelogramms durch den Ruhepunkt C gehen, also in DC fallen; denn diese Diagonal stellt eine Kraft vor, welche so viel würkt, als die beiden de und dg gemeinschaftlich; gieng sie nun nicht durch C, so würde sie den Hebel drehen, mithin nicht Gleichgewicht gestatten. Nun ziehe man die Perpendikel gh und ek auf der Diagonal, welche wegen der Gleichheit der Dreiecke cef und dgf einander gleich seyn werden. Es sind aber die Dreiecke dek und dhg den Dreiecken dAC und dCB ähnlich; also

de : ek = dC : AC und
hg : dg = CB : dC folglich

de. hg : ek. dg = dC. CB : AC. dC oder
de : dg = CB : AC und also
P : Q = CB : AC.

§. 223.

Wann zwei Kräfte in schiefen Richtungen an den Endpunkten des Winkelhebels der ersten Art würken, so verhalten sie sich im Zustande des Gleichgewichts, umgekehrt wie die Produkte aus den Hebelsarmen in die Sinus der Winkel, welche die Hebelsarme mit den Richtungen der Kräfte bilden.

Beweis.

Es seyn (Fig. XIX.) P und Q die Kräfte, welche in den Richtungen AP, BQ auf den Hebel ACB würken; α und β die Winkel ihrer Richtung mit den Hebelsarmen. Man zerlege sie wie in §. 220. Es seyn nun die daraus erhaltenen senkrecht würkenden Kräfte Aa, Bb, so müssen diese (§. 222) sich verhalten, umgekehrt wie ihre Hebelsarme, oder es muß seyn Aa : Bb = BC : AC. Es ist aber Aa = P. sα und Bb = Q. sβ. Folglich hat man

P. sin α : Q sin β = BC : AC. Also
P : Q = BC. sin β : AC. sin α.

§. 224.

Man ziehe aus C Perpendikel auf die Richtungen der Kräfte P und Q, so ist Cm der Sinus des Winkels α für den Radius CA und Cn der Sinus des Winkels β für den Radius BC. Folglich ist Cm = AC sin α und Cn = BC sin β.

Also würken die Kräfte P und Q, als wären sie an den Hebelsarmen Cm und Cn senkrecht angebracht. Man kann also jeden Winkelhebel der ersten Art ACB in einen andern mCn verwandeln, auf welchen die gegebenen Kräfte P und Q in ihrer ursprünglichen Richtung senkrecht würken. Diese fictiven Hebelsarme Cm, Cn heißen die reducirten Hebelsarme des Winkelhebels ACB.

§. 225.

Wenn zwei Kräfte P und Q (Fig. XX.) auf einem mathematischen Winkelhebel der zweiten Art ABC, dessen Ruhepunkt C, in schiefen oder senkrechten Richtungen würken, ihr Verhältniß für den Zustand des Gleichgewichts finden.

Auflösung.

Der eine Hebels-Arm ist CB, der andere CBA. Es ist aber offenbar, daß es für das Moment der Kraft P gleichgültig ist, welche Figur ihr Hebelsarm hat, wenn er nur unbiegsam ist. Folglich wird die Würkung der Kraft Q dieselbe seyn, als wenn der Hebels-Arm CBA geradelinigt oder CA wäre. Dadurch wird der Winkelhebel der zweiten Art in einen der ersten Art BCA verwandelt; nur muß die Richtung der Kraft P nun nicht nach der Linie BA, sondern nach CA gemessen werden. Kürzer ist aber die Auflösung wenn man sogleich aus C Perpendikel Ca und Cb auf die Richtungen der Kräfte fällt, da Ca und Cb sogleich die reducirten Hebels-Arme liefern, und man hat also gleich $P : Q = Cb : Ca$.

§. 226.

Diese Methode die reducirtn Hebels-Arme

eines Winkelhebels zu finden, ist gleichfalls auf den geradelinichten Hebel anwendbar, wenn die Kräfte in verschiedenen schiefen Richtungen auf ihre Hebels-Arme würken. In Fig. XVII. z. B. verlängere man die Richtungen der Kräfte und fälle auf sie aus C die Perpendikel Cx, Cy, so werden sie die reducirten Hebels-Arme seyn; denn sie verhalten sich zu den wahren Hebels-Armen, wie die Sinus der Winkel der Richtungen der Kräfte zum Radius. Dadurch verwandelt man also den geradelinichten Hebel AB in den Winkelhebel xCy.

Versuche mit dem Apparate für die Lehre des Winkel-Hebels und der reducirten Hebels-Arme.

§. 227.

Aus diesen Sätzen und Aufgaben über den Hebel läßt sich nun der allgemeine Satz ziehen, daß die am Hebel überhaupt würkenden Kräfte sich im Zustande des Gleichgewichts umgekehrt, wie die wahren oder reducirten Hebels-Arme verhalten, daß der Ruhepunkt der Kräfte ihr Schwerpunkt ist, und daß zur Erhaltung gleicher Momente die Länge des Hebels-Arms desto größer seyn muß, je kleiner die an demselben würkende Kraft ist und umgekehrt.

Ueber die mannigfaltigen Anwendungen des Hebels in der Mechanic und über den Bau der Knochen der Thiere, als Hebel betrachtet, das Nöthigste in den Vorlesungen. — Erklärung der Waage des Roberval, oder des statischen Paradoxon.

3. Von der schiefen Ebene.

§. 228.

Die schiefe Ebene ist, im Allgemeinen, jede Ebene, gegen welche eine Kraft in schiefer Richtung würkt. In einem speziellen Sinne ist sie eine gegen den Horizont geneigte Ebene, mittelst welcher zwei Kräfte (Kraft und Last) auf einander einwürken.

§ 229.

Es sey AB (Fig. XXI.) eine unbiegsame gerade Linie, auf welcher sich der Körper C (ohne Schwere) befindet, von den Kräften P und Q in den Richtungen CP, CQ in einer Ebene mit AB gezogen. Sind die Kräfte P und Q so, daß ihre mittlere R auf der Linie AB senkrecht sey, so wird unter dieser Bedingung Gleichgewicht statt finden, und nur unter dieser Bedingung.

Beweis.

So lang die mittlere Kraft ihre Richtung unterhalb AB hat, sie mag übrigens irgend eine Richtung in der bestimmten Ebene haben, kann keine andere Bewegung als längs AB statt finden, vorausgesetzt daß AB hinlänglich widerstehe. Ist die Richtung auf AB senkrecht, so ist auf keiner Seite längs AB Uebergewicht; mithin kann unter dieser Bedingung der Körper weder nach A noch nach B sich bewegen; es ist also Gleichgewicht. Ist aber die Richtung der mittleren Kraft CR nicht auf AB senkrecht, sondern z. B. nach B mehr geneigt, so kann man P in zwei Theile theilen, deren einer π mit Q combinirt eine mittlere R erzeugt deren Richtung auf AB senkrecht ist, der andere

aber p überschüssig ist. Diese Mittlere R, und also die beiden, aus welchen sie entstanden ist, wird durch den Widerstand der steifen Linie AB zerstört. Es bleibt also nur p übrig, welches sich durch Cp ausdrücken und in zwei andere Cb und Ca zerlegen läßt, deren erstere wiederum durch die steife Linie AB zerstört wird. Es bleibt also zuletzt nur noch Ca übrig, deren Einwürkung der Körper nun folgen, und also längs CB sich bewegen muß. Folglich kann kein Gleichgewicht statt finden, wenn die mittlere aus den beiden Kräften nicht senkrecht auf die unbiegsame Linie AB gerichtet ist.

§. 230.

Der Punkt C, auf welchen die Kräfte gerichtet sind, ist demnach ein Ruhepunkt. Er widersteht als fester Punkt der mittleren Kraft, und kann also als eine der senkrechten mittleren und ihr gleiche entgegengesetzte Kraft S betrachtet werden.

§. 231.

Wenn ein schwerer Körper sich auf einer schiefen Ebene befindet und bloß der Würkung der Schwere überlassen ist, so fällt er längs dieser schiefen Ebene in der geraden Linie, welche auf den Durchschnitt der schiefen Ebene mit dem Horizonte senkrecht ist. (in der vertikalen Ebene des Neigungswinkel.)

Beweis.

Es sey ABCD (Fig. XXII.) die schiefe Ebene, der Körper in Q, Dc der Durchschnitt der schiefen Ebene mit der Horizontal-Ebene DCxy. Man ziehe durch Q die Gerade ab parallel mit

DC, so wird sie auch eine Horizontallinie seyn, und der Körper wird längs derselben nicht fallen können. Qd sey die auf DC senkrechte Linie in der schiefen Ebene, so wird man sich diesseits und jenseits von Qd bis Qa und Qb eine unendliche Anzahl von geraden Linien denken können, welche einen desto größern Neigungswinkel gegen den Horizont haben werden, je näher sie bey Qd liegen. Alle diese Linien stellen die möglichen Wege des Körpers vor; und für jede solche Linie Qa' diesseits von Qd wird man eine gleichgeneigte Qb' jenseits Qd annehmen können, und die Ebene selbst kann in dieser Rücksicht angesehen werden, als bestünde sie aus lauter unbiegsamen geraden Linien in allen diesen Richtungen. Die Schwere des Körpers kann aber als eine Kraft angesehen werden, welche die (nicht schwere) Masse, vermöge des Widerstands aller dieser unbiegsamen Linien nach allen diesen Richtungen sollicitirt. Da aber alle diese Richtungen paarweise diesseits und jenseits Qd einander gleich sind, so würkt die Schwere gleich stark nach beiden Seiten von Qd, und der Körper kann also auf keiner Seite von Qd fallen. Die Richtung Qd selbst hat aber ihres gleichen nicht; folglich kann der Körper nur in dieser Richtung längs der schiefen Ebene fallen.

§. 232.

Denken wir uns statt des schweren Körpers im vorigen Satze überhaupt eine Kraft, die gegen eine Ebene in schiefer Richtung würkt, so wird dieser Satz, so wie auch die folgenden, allgemein von allen Kräften wahr seyn, wenn man statt der ho-

rizontalen Ebene eine auf der Richtung der Kraft senkrechte Ebene nimmt.

§. 233.

Da, bey allen Aufgaben und Sätzen über das Gleichgewicht der Kräfte auf der schiefen Ebene, die Ebene selbst nicht, sondern nur der Weg, den der Körper nehmen würde, wenn er der einen Kraft überlassen wäre, in Betracht kommt, so können wir die Neigung der Ebene gegen den Horizont (oder den Complement-Winkel der Ebene gegen die Kraft) statt der Ebene selbst annehmen, wenn die Richtungen der Kräfte sich in der Ebene des Neigungs-Winkels befinden.

§. 234.

Wenn ein schwerer Körper auf einer schiefen Ebene durch eine mit der schiefen Ebene parallel würkende Kraft im Gleichgewicht erhalten wird, so verhält sich die Kraft zum Gewichte, wie die Höhe der schiefen Ebene zu ihrer Länge, oder wie der Sinus des Neigungs-Winkels zum Radius.

Beweis.

Es sey ABC (Fig. XXIII.) der Neigungs-Winkel der schiefen Ebene AB Das Gewicht Q und dessen natürliche Richtung sey durch Qb ausgedrückt; Qa = P sey die Kraft, welche vermöge der schiefen Ebene und in ihrer Richtung würkend den Körper im Gleichgewicht hält; so kann nach §. 229. dieses Gleichgewicht nur denn statt finden, wenn die Resultirende aus beiden Kräften auf AB senkrecht ist. Man ziehe nun das Perpendikel aus Q und vollende das Parallelogramm; so ist bc = Qa die Kraft P. Es sind aber die

Dreiecke Qbc und ABC einander ähnlich; Folglich Qb:bc = AB:AC; also Q:P = AB: AC = sin B : r.

§. 235.

Daraus erhalten wir noch den Ausdruck für die gemeinschaftliche Einwürkung von P und Q auf der schiefen Ebene; Er ist die Diagonal Qc des Parallelogramms und also im Dreiecke ABC die Grundlinie BC. Woraus also klar wird, daß der Körper Q nicht mit seinem ganzen Gewichte auf AB drückt, indem Qc oder BC eine Seite des rechtwinklichten Dreiecks ist, dessen Hypothenuse das Gewicht ausdrückt. Ferner stellt AC = P auch die Kraft vor, mit welcher das Gewicht Q sich längs AB zu bewegen strebt.

§. 236.

Wenn ein schwerer Körper auf einer schiefen Ebene durch eine mit dem Horizont parallel würkende Kraft im Gleichgewicht erhalten wird, so verhält sich die Kraft zum Gewichte, wie die Höhe zur Grundlinie der schiefen Ebene oder wie der Sinus zum Cosinus des Neigungswinkels der Ebene gegen den Horizont.

Beweis.

Es sey (Fig. XXIV.) Q das Gewicht des Körpers, Qb seine natürliche Richtung auf dem Horizont BC senkrecht, QP die Richtung der Kraft P. Das Gleichgewicht zwischen P und Q wird nur dann statt finden, wenn die mittlere aus diesen Kräften, §. 229., auf AB senkrecht ist. Man ziehe aus Q eine gerade Linie auf AB senkrecht, und nehme auf den Richtungen der Kräfte Qb für

das Gewicht Q. Vollendet man das Parallelogramm Qbca, so ist Qa oder bc der Ausdruck für P. Es sind aber die Dreiecke Qcb und ABC einander ähnlich; Folglich Qb : cb = BC : AC. Es ist aber Q : P = Qb : cb. Also Q : P = BC : AC.

§. 237.

Unter der vorigen Voraussetzung wird Qc den gemeinschaftlichen Druck von P und Q auf der Ebene vorstellen; mithin auch AB selbst. Es verhalten sich also hier für den Fall des Gleichgewichts die Kraft, das Gewicht des Körpers und der gemeinschaftliche Druck auf der Ebene wie die Linien AC, BC, AB.

Versuche über die zwei Hauptsätze in den §§. 234. und 236. mit den dazu geeigneten Apparaten.

§. 238.

Es seyn P und Q zwei Kräfte, welche mittelst einer schiefen Ebene und unter beliebigen Winkeln x, y mit dieser Ebene (Fig. XXV.) und unter dem Winkel unter sich PCQ = α einander im Gleichgewicht halten, R ihr gemeinschaftlicher auf der Ebene senkrechter Druck, so ist P : Q : R = cosin y : cosin x : sin α.

Beweis.

Man ziehe CR senkrecht auf AB und nehme Cc für den Ausdruck der mittlern Kraft nach §. 229. Vollendet man das Parallelogramm der Kräfte, so hat man Cb, Ca, Cc für die Kräfte Q, P, R, welche Ausdrücke sich in den Dreiecken Cbc oder Cac befinden. Sie stehen also unter

sich in Verhältniß von sin Ccb, sin cCb, sin Cbc. Es ist aber der Winkel Ccb = cCa und also = 90 + x. Folglich sin Ccb = Cosin x. Ferner ist der Winkel cCb das Complement von y zu einem rechten Winkel; also sin cCb = Cosin y. Endlich ist der Winkel Cbc das Supplement der Summe der beyden andern Winkel des Dreiecks, folglich des Winkels α. Also sin Cbc = sin α. Folglich verhalten sich P, Q, R wie cosin y, cosin x, sin α.

§. 239.

Aus diesem allgemeinen Satze, der die ganze Lehre des Gleichgewichts auf der schiefen Ebene enthält, lassen sich die Sätze der §§. 234, 235, 236, 237 als Corollarien leicht deduciren.

§. 240.

In dieser ganzen Lehre der schiefen Ebene haben wir die Körper, welche sich auf der schiefen Ebene befinden, als mathematische Punkte angesehen, die auf der Ebene liegen. Wollen wir diese Lehre auf wirkliche Körper von gegebener Größe anwenden, so suchen wir den Schwerpunkt des Körpers, und denken uns durch diesen Schwerpunkt eine schiefe Ebene mit der gegebenen parallel. Folglich lassen sich alle vorigen Sätze ohne weiteres auf die würklichen Körper anwenden, wenn nur dafür gesorgt wird, daß der Schwerpukt des Körpers im Vereinigungspunkte der Kräfte oder in der Richtung der mittleren Kraft sich befinde, da denn, wenn es, nicht statt fände, der Körper sich drehen müßte, bis diese Bedingung erfüllt wäre.

§. 241.

Hätte man krumme anstatt ebene schiefe Flächen, so müßte man sie als ein Aggregat von unendlich vielen unendlich kleinen schiefen Ebenen ansehen; man hätte die obigen Bedingungen des Gleichgewichts, wenn man sich eine berührende Ebene dächte, am Punkte, wo der Körper auf der schiefen Fläche steht. Mittelst der höheren Analysis löset die angewandte Mathematik schöne dahin gehörige Aufgaben, als z. B. die der Fallbrücke, welche in allen Lagen durch ein beständiges Gegengewicht, welches auf einer krummen Fläche herabhängt, im Gleichgewicht erhalten wird.

§. 242.

Etwas von der unmittelbaren Anwendung der schiefen Ebenen zu Hebung großer Lasten.

Paradoxen der schiefen Ebene im doppelten Kegel, der bergan zu steigen scheint.

§. 243.

Diese ganze Lehre der Fundamental-Maschinen ist, wie man sieht, nichts als eine Folge von Corollarien aus dem Satze des Parallelogramms der Kräfte und zeigt also die große Wichtigkeit dieses Satzes, besonders da wir bald sehen werden, wie alle übrigen Maschinen sich auf die drei Fundamental-Maschinen reduciren lassen.

C. Modificationen der Fundamental-Maschinen.

§. 244.

Die Fundamental-Maschinen, so wie sie im vorigen Theile vorgetragen worden sind, sind gleich-

sam nur ein Skelet, auf welchem der Körper, nemlich die Mechanik, erst gebaut werden soll. Die Anwendung der Lehre der Fundamental-Maschinen auf die Construction der würklichen Maschinen ist demnach der Gegenstand der Mechanik und insbesondere der Maschinen-Lehre. Das Geschäft der Physik in dieser Hinsicht ist, einige würkliche Maschinen als Modificationen der Fundamental-Maschinen zu betrachten, um Beispiele der Reduction jener auf diese zu liefern. Es wird der Anfang mit den einfachen gemacht, nemlich mit solchen, welche sich auf eine einzige Fundamental-Maschine zurückführen lassen, dann kommen zusammengesetzte vor, deren Erklärung zwei oder gar drei Fundamental-Maschinen erfordert. Uebrigens nennt man im gemeinen Leben zusammengesetzte Maschinen solche, die aus mehreren einfachen bestehen, ohne zu fragen, ob diese zu einer oder mehreren Arten von Fundamental-Maschinen gehören.

§. 245.

Der Flaschenzug. Denkt man sich (Fig. XII.) den Punkt A fest, hingegen in B eine Kraft, welche die auf dem Seile bewegliche Last P zu heben trachtet, so hat man den einfachen Flaschenzug. Gewöhnlich ist, der Friction wegen, eine Rolle in C, an deren Axe das Gewicht hängt, so angebracht, daß, wenn man in B zieht, die Rolle mit sammt dem Gewichte auf dem Theile C A des Seils hinrollt. Eine solche Maschine ist offenbar eine Seilmaschine; denn die Kraft in B würkt weiter nichts als die Spannung des Seils mittelst des Gewichts P; sie würkt demnach nicht mehr und

nicht weniger als ein feſter Punkt in B. Ihre Größe wird alſo der Spannung des Fadens CB gleich ſeyn.

§. 246.

Da das Gewicht auf dem Seile frei hin und her rollen kann, ſo nimmt es immer die tiefſte Stelle ein, welche die Länge des Seils erlaubt. Daraus läßt es ſich geometriſch leicht erweiſen, daß die Vertical-Linie Cc durch C in dieſem Falle den Winkel ACB halbiren muß; daß alſo aC = bC und folglich in jedem Flaſchenzuge, und in jedem Augenblicke des Aufſteigens des Gewichts P, die Spannungen beider Theile des Seils einander gleich ſind.

§. 247.

In den würklichen Flaſchenzügen macht man mittelſt der Rolle, die in C angebracht wird, die beiden Theile AC, BC des Seils unter ſich parallel, oder beinahe. Für den Fall des Parallelismus iſt der Winkel ACB = o. Je kleiner dieſer Winkel wird, deſto mehr nähert ſich die Diagonal Cc der Summe der Seiten Ca, ca. Folglich iſt Cc = Ca + ca, wenn der Winkel ACB unendlich klein iſt. Folglich iſt dann das Gewicht P der Summe der Spannungen der Seile AC und BC gleich; und da im Flaſchenzuge (§. 246.) dieſe Spannungen gleich ſind, ſo iſt im Falle des völligen Parallelismus der Seile AC, BC für den Fall des Gleichgewichts die Kraft in B = $\frac{1}{2}$P. Gewöhnlich wird dieſe Kraft mittelſt einer Rolle angebracht, über welche das Seil BC läuft, und an der Gabel dieſer Rolle wird das Ende A des

Seils befestigt. Die XXVIste Figur zeigt einen solchen Flaschenzug.

§. 248.

Der Flaschenzug kann auch auf die Theorie des Hebels zurückgeführt werden, wenn man die untere Rolle als ein wesentliches Stück desselben ansieht, welches sie freilich theoretisch nicht ist. Die Faden db und ea (Fig. XXVI.) würken hier als wären sie an den Endpunkten eines Winkelhebels bca der zweiten Art, dessen Ruhepunkt in b, die Kraft P in a und Last Q in c. Für den Fall des Parallelismus der Fäden wird der Winkelhebel bca ein geradlinichter, an welchen die Last Q in der Mitte der Länge angebracht ist; folglich muß für den Fall des Gleichgewichts $P : Q = 1 : 2$. In der Ausübung muß das Gewicht der untern Rolle als ein Theil von Q angesehen werden.

§. 249.

Der bisher beschriebene Flaschenzug heißt der einfache, weil er nur eine steigende Rolle hat. Man hat auch zusammengesetzte, mit mehreren steigenden Rollen, welche durch eine gemeinschaftliche Gabel mit einander verbunden sind. Fig. XXVII. zeigt einen doppelten, das heißt mit zwei steigenden Rollen. Diese Flaschenzüge lassen sich folgendermaßen aufs leichteste betrachten: Alle Theile des Seils müssen eine gleiche Spannung haben, da sie von a bis P nirgends feste Punkte haben und man einen vollkommenen Parallelismus annimmt. Die Last Q ist also zwischen den vier Theilen des Seils, welche die untern Rollen umspannen, gleichförmig vertheilt. Folglich ist die

Spannung jedes Theils des Seils $= \frac{1}{4} Q$, folglich auch die des Theils P. Folglich verhält sich $P : Q = 1 : 4$. Hätte man drei steigende Rollen, so würden sechs Theile des Seils sie umspannen; folglich die Spannung jedes derselben $\frac{1}{6} Q$ seyn. Folglich $P : Q = 1 : 6$. Nennt man also n die Anzahl der steigenden Rollen, so hat man ganz allgemein für den Zustand des Gleichgewichts $P : Q = 1 : 2n$.

§. 250.

Man hat noch eine andere Art von zusammengesetzten Flaschenzügen, wobey die steigenden Rollen nicht fest zusammenhängen, wie Fig. XXVII. Jede Rolle hat ihr eignes Seil, welches mit einem Ende an einem Balken befestigt ist, mit dem andern Ende aber an der nächsten Rolle. Das Seil a e b, welches die erste Rolle A umspannt, trägt das ganze Gewicht, und eine Kraft p' würde also gleich $\frac{1}{2} Q$ seyn müssen, um das Gleichgewicht zu halten. Anstatt der Kraft p' ist der zweite Flaschenzug B, dessen absolute Last also $= \frac{1}{2} Q$ ist. Eine Kraft p am Ende d des Fadens c b d angebracht, müßte also $= \frac{1}{2} p'$ seyn; folglich $p = \frac{1}{4} Q$. Anstatt dieser Kraft p ist der dritte Flaschenzug C, dessen absolute Last also $= \frac{1}{4} Q$ ist. Folglich muß $P = \frac{1}{8} Q$ seyn, um durch diesen dreifachen Flaschenzug das Gleichgewicht mit Q zu halten. Und wenn man n die Anzahl der steigenden Flaschen nennt, so ist allgemein $P : Q = 1 : 2^n$.

Diese Gattung von Flaschenzug wäre in allen Rücksichten vortheilhafter als die vorige, wenn es so leicht tragbar wäre, und wenn bey der würkli-

chen Hebung von Laſten die Rolle C nicht einen ſo großen Weg zu machen hätte.

§. 251.

Das nicht vertical geſpannte Seil. Es iſt §. 211. gezeigt worden, daß ein ſolches Seil nie geradelinicht geſpannt werden kann. Daraus folgt, daß, wenn zwei Kräfte an den Enden eines ſolchen Seils würken, wenn auch ihre abſolute Richtung urſprünglich directe entgegengeſetzt ſind, dieſe Kräfte dennoch nicht directe einander entgegen würken, und daß mithin die Bedingungen des Gleichgewichts durch das Seil geändert werden. Das Seil iſt alſo nach §. 203. eine Maſchine. Es ſey ADB, Fig. XXIX., ein ſolches nicht vertikal geſpanntes Seil; die Kräfte ſeyn in A und B angebracht. Durch die Krümmung des Seils würken die Kräfte in Richtungen, welche durch die Tangenten an den Punkten A und B ausgedrückt werden. Verlängert man dieſe Tangenten, bis ſie ſich durchſchneiden, ſo iſt der Durchſchnittspunkt C der Vereinigungspunkt dieſer Kräfte. Ihre Würkung iſt die Ueberwindung des Gewichts des Seils. Soll alſo Gleichgewicht ſtatt finden, ſo muß das Gewicht aller Theile des Seils ſo würken, als wäre es in C concentrirt. Zieht man nun aus C eine Vertikallinie Cd, ſo muß die Diagonal des Parallelogramms der Kräfte in Cd fallen. Es ſtelle nun aC die Kraft in A vor, ſo giebt die Conſtruction des Parallelogramms für den Ausdruck der Kraft in B die Linie Cb.

§. 252.

Die Brechſtange. Sie iſt die einfacheſte

Anwendung des Hebels, und würkt bald als Hebel der ersten Art, bald als Hebel der zweiten Art. Im ersten Falle muß zu der angewandten Kraft das Gewicht der Brechstange selbst zugerechnet, im zweiten Falle aber davon abgerechnet werden.

§. 253.

Das Ruder. Es ist eine der einfachesten und zugleich sinnreichsten Maschinen. Es würkt zugleich als Hebel der ersten und zweiten Art. Als Hebel der zweiten Art, in so fern der Ruhepunkt im Wasser ist (wobei die Trägheit des Wassers den festen Punkt liefert), die Kraft am andern Endpunkte und die Last (der Widerstand des Boots) zwischen beiden. Als Hebel der ersten Art würkt es in so fern der festseynsollende Punkt, die Wassermasse vor der Schaufel, nicht völlig fest ist, sondern durch die zur Bewegung des Boots angewandte Kraft einige Bewegung erhält. In dieser Hinsicht ist der Ruhepunkt am Rande des Boots, die Last die Trägheit der vor der Schaufel liegenden Wassermasse. Aus dieser doppelten Betrachtung des Ruders ergeben sich die Verhältnisse der Theile des Ruders, welche die Ausübung ohne Theorie ziemlich gut trift.

§. 254.

Die Rolle. Sie besteht aus einer runden Scheibe, welche sich auf einer durch ihre Mitte gezogenen Axe drehen kann, und hat meistens auf ihrer Kante einen Einschnitt, in welchem das Seil liegt, an dessen Enden die Kräfte angebracht sind. Die Absicht, die man dabey hat, ist meistens die natürliche Richtung einer Kraft zu ändern. Ein

einfaches Stift würde theoretisch dasselbe leisten, aber nicht für die Ausübung, der Reibung wegen. Hierüber ein mehreres in der Lehre der Friction.

§. 255.

Wenn um eine Rolle A, Fig. XXX., ein Faden QAP gelegt und durch zwei Kräfte Q, P gespannt wird, so kann man die Sache so ansehen, als wären zwei Fäden an den Berührungspunkten a und b befestigt, welche die Rolle hin oder her drehen sollen. Zieht man die Radien ca, cb, so hat man einen gleicharmigten Winkelhebel, auf welchen die Kräfte senkrecht würken. Ist die Richtung der einen Kraft mit der andern parallel, so verwandelt sich der Winkelhebel acb in einen geradlinichten acd, und in allen Fällen wird also die Kraft Q der Kraft P oder P′ das Gleichgewicht halten, wenn sie gleich groß ist. Die Rolle würkt also als gleicharmigter Hebel, an dessen Enden die Kräfte unter gleichen Winkeln ziehen; die Rolle ist ein beständig, in jedem Augenblick der Drehung sich erneuernder Hebel, wodurch das Moment der Kräfte durch keine Veränderung der Lage desselben und durch keine Aenderung der Direction der Kräfte verändert wird.

§. 256.

Die Rolle wird öfters zweifach und vielfach und von verschiedenen Durchmessern auf derselben Axe gelegt, um zwei Kräfte mit verschiedenen Momenten ununterbrochen fort auf einander würken zu lassen. Die XXXIste Figur zeigt eine solche zusammengesetzte Rolle und beweiset, daß die Kräfte P und Q hier wie mittelst eines ungleich-

armigten Winkelhebels a c b würken. Folglich in umgekehrten Verhältnisse der Radien für den Zustand des Gleichgewichts sind. Zuweilen ists nöthig, auf einen Hebel die Kräfte so wirken zu lassen, daß der Hebel sich um einen gewissen Winkel drehen könne, ohne daß die Momente der Kräfte sich ändern. Dazu legt man an den Enden blos Stücke von Rollen, woraus der Rollhebel, Fig. XXXII. entsteht. Diese Stücke von Rollen haben zum Radius die Länge des Hebelsarms, an welchen sie befestigt sind; ihre Mittelpunkte fallen in den Ruhepunkt. In der Vorlesung wird die Spiralrolle erwähnt.

§. 257.

Das Rad an der Welle. Es besteht aus einer kreisförmigen Scheibe, auf deren Mitte ein Cylinder senkrecht befestigt ist. Die Kraft wird am Rade angebracht, entweder mittelst eines Stricks oder mittelst Stäben oder Zapfen, welche an der Peripherie senkrecht auf der Fläche der Scheibe oder parallel mit dieser Fläche befestigt sind; die Last hängt gewöhnlich mittelst eines umgewickelten Seils am Cylinder. Das Rad an der Welle mag als Haspel oder als Winde gebraucht werden, so ist sie theoretisch nichts anders, als eine zusammengesetzte Rolle, wo der größere Kreis (Fig. XXXI.) das Rad, der kleinere den Cylinder vorstellt. Mithin verhält sich hier für den Zustand des Gleichgewichts die Kraft zur Last wie der Radius der Welle zum Radius der Scheibe.

§. 258.

Das Zahnrad und das Räderwerk. Das

Zahnrad ist eine Scheibe, an deren Peripherie, auf der Kante oder auf der Fläche, kurze Zapfen (Zähne) befestigt sind, welche als Enden von gleichen Hebeln würken. Die Welle oder Axe trägt entweder unmittelbar die Last, oder führt ein anderes Zahnrad, welches in ein anderes greift. Solche Räderwerke oder Zusammensetzungen von Zahnrädern heißen im Kleinen **Uhrwerke**, im Großen **Mühlwerke**. Die einzelnen Zahnräder heißen **Stirnräder** oder **Kammräder**, nach dem die Zähne auf der Kante oder auf der Fläche sitzen. **Drillinge** heißen solche Zahnräder, deren Zähne aus Cylindern bestehen, welche in zwei parallelen Scheiben befestigt sind.

§ 259.

Das Verhältniß zwischen Kraft und Last für den Zustand des Gleichgewichts wird für ein Räderwerk von einer gegebenen Anzahl von in einander greifenden Rädern, deren Durchmesser oder Zahl der Zähne gegeben sind, auf folgende Art leicht gefunden: Es sey, Fig. XXXIII, ein dreifaches Räderwerk, wobei der Eingriff des ersten Getriebs in das zweite bei b, des zweiten ins dritte bei d geschieht. Die Kraft P würke in a auf dem Rade A, die Last Q in K auf dem Rade oder Cylinder F, und der Radius ac des Rades A = R

— — cb — — B = r
— — be — — C = R′
— — ed — — D = r′
— — di — — E = R″
— — ik — — F = r″

Man denke sich nun in d eine Kraft p′ angebracht,

welche der Last Q das Gleichgewicht hält, so hat man (§. 257.) $Q : P' = R'' : r''$. Die Kraft, welche am Rande oder Zahn des großen Rades E würkt, würkt auf dem Zahne oder Rande des kleinern Rades D. Man denke sich eine Kraft p in b am großen Rade C, oder am kleinen B angebracht, welche der Last p' das Gleichgewicht hält, so hat man $p' : p = R' : r'$. Endlich ist auch $p : P = R : r$. Multiplicirt man diese drei Proportionen mit einander, so hat man $Q . p', p : p' p . P = R'' . R', R : r'' . r', r$ oder $Q : P = R'' . R' . R : r'' . r' . r$.

§. 260.

Das Verhältniß der Umlaufszeiten findet sich eben so leicht. Sollen die Zähne zweier Räder in einander greifen, so muß der Zahn des einen die Lücke des andern so ausfüllen, daß ein Zahn und eine Lücke an einem Rade, und ein Zahn und eine Lücke am andern eine gleiche Länge an der Periphärie der Kreise einnehmen. Die Anzahl dieser Räume (Zahn und Lücke zusammen) verhält sich wie die Periphärien. Folglich sind die Umlaufs-Zeiten zwoer in einander greifender Räder directe wie ihre Periphärien oder Radien. Hat man mehrere Eingriffe, so multiplicirt man die Verhältnisse der Umlaufszeiten mit einander, so erhält man das gesuchte Verhältniß der Umlaufs-Zeiten zwischen dem ersten und letzten Rade, oder zwischen Kraft und Last, und dieses Verhältniß ist das umgekehrte des in §. 259. gefundenen für die Kraft und Last selbst.

§. 261.

Das Eingreifen eines Rades in ein anderes ist

nur ein beständiger Wechsel von Hebeln, welche alle einzeln so lange würken, bis ihr Nachfolger an die Arbeit kommt. Da aber jeder derselben während seiner Eingreiffszeit in verschiedene Lagen kommt, so ist das Moment der Kräfte in jedem nächsten Augenblicke verschieden, weil die wechselseitigen Hebels-Längen es sind. Gesetzt, man hätte zwei Räder, deren Mittelpunkte C, c (Fig. XXIV.), welche mittelst der Zähne auf einander würken, und der Eingriffspunkt in A. Es sey ferner die Last Q an einer Welle Y und die Kraft P an einer Welle X angebracht, deren Radien R und r seyen. So ist für diesen Angrifftpunkt das Moment der Kraft $= \frac{P.r}{cA}$ und das der Last $= \frac{Q.R}{CA}$. Die Kraft, welche an der Welle X zieht, würkt senkrecht auf den Hebel cA, aber schief auf den Hebel CA. Folglich ist das Moment der Kraft auf $CA = \frac{P.r}{cA}$ sin β. Die Last würkt gleichfalls senkrecht auf ihren Hebelsarm, aber schief auf cA; folglich ist ihr Moment auf $cA = \frac{Q.R.}{CA}$. sin α. Es sind aber die Winkel α und β einander gleich; folglich ändert die schiefe Richtung der Kräfte auf die Zähne das ursprüngliche Verhältniß der Momente der Kräfte nicht. Aber dieses Verhältniß wird durch die variirende Hülfslänge der Kraft am treibenden Zahn geändert, da die Hebelslänge CA der Last beständig ist. Vorausgesetzt daß die Kraft während der ganzen Zeit des Eingriffs beständig gleich sey, so kann der Endpunkt A des Hebels CA sich nicht gleichförmig bewegen. Je größer CcA ist (also

je höher der Eingriffspunkt über Cc ist) desto größer ist in gleichen Zeiten der Weg des Punkts A so wohl am Hebel CA als am Hebel cA. Also wird der angegriffene Punkt des Hebels der Last zu Anfange des Angriffs schneller fortgetrieben als in der Nähe von Cc. Daraus folgt nun daß, obschon es beim Eingreifen der Zahnräder scheint, daß mehrere Zähne zugleich in einander greifen, dennoch immer nur ein einziges Paar Zähne, und zwar das oberste würklich auf einander würken, weil der Eingriff in der Linie Cc, wenn es statt finden würde, den Zahn der Last langsamer treiben würde als in A. Der Erfolg von diesem Umstande beim Eingriffe ist, daß der Gang der Maschine während der Zeit, die über das Wechseln der Zähne vorübergeht, ungleichförmig ist, und daß eine merkliche Reibung des Zahns der Last längs dem Zahne der Kraft statt findet, die einen Theil der Kraft zernichtet und die Zähne abnutzt.

§. 262.

Denkt man sich, Fig. XXXV., anstatt des geraden Zahns BE, den krummlinichten BDA, so ergiebt sich folgendes: Nach einer gewissen Zeit befinde sich der Zahn am Rade der Last in der Lage CD, so ists offenbar, daß dieser Zahn in der Lage CJ seyn würde, wenn der geradelinichte Zahn BE auf ihn gewürkt hätte. Mithin wird durch einen solchen krummlinichten Zahn die anfängliche zu große Geschwindigkeit des Zahns der Last vermindert; es läßt sich demnach eine krumme Linie denken, welche die Geschwindigkeit des Zahns der Last gleichförmig mache. Allein, so lange dieses nun auf

einem Punkte angegriffen wird, muß dieser Punkt sich längs ADB bewegen und also die erwähnte Friction erzeugen. Giebt man aber dem Zahne der Last gleichfalls eine convexe Krümmung, so läßt es sich denken, daß eine gewisse krumme Linie möglich ist, wobei die Zähne nicht mehr auf einander reiben, sondern sich auf einander wälzen, und die obige Friction vermieden wird. Römer, und nachher LaHire und Euler haben durch höhere Analysis gezeigt, daß die Epicykloid diesen Forderungen Genüge leistet. In der Ausübung begnügt man sich mit einer Näherung durch eine schickliche Abrundung der Seiten der Zähne.

§. 263.

Das Seil ohne Ende. Die Zahnräder greifen unmittelbar in einander und sind dennoch nicht geschickt, auf beträchtliche Entfernungen die Bewegung zu übertragen. Diese erreicht man durch das Seil ohne Ende, welches aus einem an seinen Enden zusammengeknüpften Seile, das über zwei Rollen gespannt wird, besteht. Die Kraft wird an der Axe der einen, die Last an der Axe der andern Rolle angebracht. Fig. XXXVI. stellt eine solche Maschine vor. Das Mittel zur Uebertragung der Bewegung ist hier die Friction auf den Periphärien der Rollen, daher giebt man dieser einen scharfkantigen Einschnitt, damit das Seil sich schärfer eindrücke und dadurch mehr Reibung erzeuge. Da das Seil hier, wie sonst eine Tangent an der Periphärie der Rolle ist, so haben wir hier wie bei der einfachen Rolle gleicharmigte Winkelhe-

bei auf welchen die Kräfte senkrecht würken. Demnach wird hier die Kraft zur Last für den Zustand des Gleichgewichts sich verhalten umgekehrt wie die Radien der Rollen. Aber unter diesen Radien muß man die Distanz zwischen dem Mittelpunkte der Rollen und der Mitte der Dicke des Seils verstehen. Diese Vorrichtung würkt also wie ein Räderwerk, und hat von diesem folgende practische Vortheile. a) Es findet der in §. 261. erwähnte Umstand nicht statt, und die Bewegung ist auch bei sehr mittelmäßig ausgearbeiteten Maschinen sanfter. b Man kann Bewegung in großen und kleinen Entfernungen damit mittheilen. c Bei gleicher Richtung der Kraft kann man die Last nach Willkühr rechts oder links bewegen, nach dem man das Seil gerade oder ins Kreuz um die Rollen spannt. d) Spannt man das Seil nicht ganz stroff, so reicht die Friction nicht ganz hin, um die Last mit der ganzen Geschwindigkeit, welche das Verhältniß der Durchmesser der Rollen erzeugen würde, zuführen; das Seil schleift etwas über die Rolle hin. Dadurch also, daß man das Seil mehr oder weniger spannt, kann man kleine, oft sehr nützliche, Veränderungen in der Geschwindigkeit der Last hervorbringen.

Das Mittel, dessen man sich zur Spannung des Seils bedient, ist eine dritte gemeine Rolle H, welche das Seil in sich faßt und in der Richtung HJ senkrecht auf dem Seile Bb hin und her rükken kann. Am besten wird das Hin- und Herrücken dieser Rolle durch ein Gewicht oder eine Feder bewürkt. Ist das Seil ohne Ende sehr

lang und horizontal gespannt, so macht oft das Gewicht des Seils die Spanrolle entbehrlich. In kleinen wird die Spannung oft dadurch hervorgebracht, daß man die Rollen mehr oder weniger von einander entfernt.

Eine auch wissenschaftlich interessante Anwendung des Seils ohne Ende liefert das Spinnrad, wobey mittelst eines doppelt umwundenen Seils die Spuhle und die Flügel mit ungleichen Geschwindigkeiten gedreht werden.

§. 264.

Die Kurbel. Es sey BF, Fig. XXXVII., ein Cylinder oder ein Rad, in dessen Axe eine Stange CA so befestigt sey, daß sie sich nur mit dem Cylinder um C bewegen könne, und dessen Endpunkt A nirgends an dem Cylinder anstoße, und überhaupt durch nichts gehindert werde, mit dem Cylinder seine Revolution zu machen, so ist eine solche Vorrichtung eine Kurbel. Bringt man so wohl an dem Cylinder ein Kraft Q an, als an dem Endpunkt A der Stange eine andere Kraft P, beide in einer eigenthümlichen beständigen Richtung würkend, so ists offenbar, daß das Moment der Kraft Q beständig seyn wird, hingegen das Moment der Kraft P veränderlich. Zieht man den Radius CB auf der Richtung der Kraft Q senkrecht, so liefert die Kurbel in den verschiedenen Punkten ihrer Revolution unzählich viele Winkelhebel ACB, wodurch sehr verschiedene Kräfte P der beständigen Kraft Q das Gleichgewicht halten werden.

§. 265.

Um die Betrachtung dieser nützlichen Maschine, die man dazu anwendet, um eine stete Bewegung in eine Bewegung vor- und rückwärts, und umgekehrt, zu verwandeln, zu erleichtern, wollen wir voraussetzen, der Hebelsarm AC sey so groß als der Radius BC des Cylinders. Es sey demnach ADBE, Fig. XXXVIII., der Kreis, den der Punkt A beschreibt, und dieser Kreis in vier Quadranten durch zwei Durchmesser getheilt, deren Einer auf der Richtung AP der Kraft P senkrecht ist. Denken wir uns den Punkt A in verschiedenen Punkten a, a' des ersten Quadranten, so wird die Kraft P nicht mehr wie in A mit dem vollen Hebel AC würken, sondern mit dem reducirten Hebelsarm Ci, Ci'. Mithin muß P im Verhältniß wie diese reducirten Hebelsarme abnehmen, wenn es der beständigen an den beständigen Hebelsarm BC würkenden Kraft Q das Gleichgewicht halten soll. Kommt A vollends in D, so ist der reducirte Hebelsarm für P = o; folglich könnte dort nur eine unendliche Kraft der endlichen Kraft Q das Gleichgewicht halten, kommt der Punkt A nach und nach in die übrigen Quadranten, so ist das Moment der Kraft P wie im ersten veränderlich, mit dem Unterschiede, daß sie im Quadranten DB und BE der Kraft Q nicht mehr entgegengesetzt ist, wie sie es in den Quadranten EA und AD ist. Während der ganzen Revolution findet sich also die Kraft P höchstens nur in zwei Punkten im Gleichgewicht mit Q und P, äußert ihr größtes Moment, wenn es im Punkte A ist oder auf AC senkrecht würkt.

§. 266.

Es mag nun P oder Q die Kraft seyn, die andere die Last, so ists nöthig zu wissen, welches Verhältniß diese beiden Potenzen haben müssen, um der Verschiedenheit der Momente von P ungeachtet, den Zweck der Mittheilung der Bewegung zu erreichen. Ist P eine beständige Kraft, so muß die Geschwindigkeit der Bewegung so wie die reducirten Hebelsarme sich verändern. Soll eine gewisse Geschwindigkeit statt finden, so ist P, wenn die Kurbel in AC liegt, zu groß, wenn sie in a'C liegt, vielleicht zu klein, oder umgekehrt. Es läßt sich aber denken, daß P ein solches Verhältniß zu Q habe, daß die Summe aller veränderlichen Momente von P während der Revolution in einem Quadranten der Summe aller constanten Momenten von Q während derselben Revolution gleich sey, und dieses Verhältniß ist dasjenige, welches gewählt werden muß. Die ausübende Mechanic sorgt alsdenn durch Entgegensetzung mehrerer Kurbeln und durch Schwungräder die Bewegung so gleichförmig als möglich zu machen.

Um das obige Verhältniß von P zu Q zu finden, bedenke man, daß, wenn die Kräfte P und Q einander gleich wären, und P in a hieng, das Moment von P durch P.ao oder ic, hingegen das Moment von Q durch Q.Ca vorgestellt würden. Folglich wird die Kraft P der Kraft Q in diesem Falle das Gleichgewicht halten, wenn P durch den Radius Ca und Q durch den reducirten Hebelsarm iC vorgestellt werden. Wir müssen also, Fig. XXXIX., einen mittleren Sinus oder reducirten Hebelsarm Di fin-

den, der so sey, daß durch den ganzen Quadranten die Summe aller veränderlichen Hebelsarme gleich sey der Summe aller constanten Hebelsarme Di. Man denke sich nun den Quadranten durch unzählige parallele Linien ai, ai, getheilt, so ist die Summe dieser Parallelen die Summe der veränderlichen Hebelsarme, und diese kann folglich durch den Inhalt des Quadranten angestellt werden. So kann man die Summe der constanten Hebelsarme Di durch das Rechteck NCBM vorstellen, da während P mittelst jedes Hebelsarms ai würkt, Q mittelst des constanten Hebelsarms Di würkt. Es sey nun Di = x, CD = r so ist der Quadrant $= \frac{\pi r^2}{4}$ und das Rechteck = rx. Also $x = \frac{\pi r}{4}$. Setzt man für π die Zahl 3,1416 und für r die Zahl 1, so ist x = 0,7854 und P : Q = 1 : 0,7854.

§. 267.

Die Kurbel wird sehr häufig angewandt, um mittelst menschlicher Hände eine Last auf einer Welle aufzuwinden. Hier würkt der Mensch bald mittelst seiner Muskelkraft, bald durch das Gewicht seines Körpers, nach dem die Kurbel in dieser oder jener Lage ist. Indeß zeigt sich doch, bei gleicher Anstrengung nach einer merklichen Veränderlichkeit in dem Momente der Kraft, welcher man dadurch auszuweichen sucht, daß man an jedem Ende des Cylinders eine Kurbel anbringt. Allein man erreicht den Endzweck einer gleichmäßigen Vertheilung der Kraft in den verschiedenen Zeiten einer Revolution der Welle nicht, wenn man die Kurbeln

einander völlig entgegengesetzt, so daß eine Kurbel oben stehe, wenn die andere unten ist. Die Betrachtung der Würkung des Menschen auf der Kurbel hat vielmehr gezeigt, daß man den Zweck ziemlich gut erreicht, wenn man die Kurbeln so anlegt, daß die Ebenen durch sie und die Axe der Welle sich unter einen Winkel von 115° in der Axe schneiden.

§. 268.

Die Waage. Sie ist ein physischer Hebel, mittelst welchem man das Gewicht eines Körpers durch ein Gegengewicht erfahren will. Ist der Hebel gleicharmigt, so hat man die gemeine Waage. Ist er ungleicharmigt, so hat man die Schnellwaage.

§. 269.

Die Hauptstücke einer gemeinen Waage sind der Hebel, den man Waagebalken nennt, die Zunge, ein Stift, der auf der Mitte des Waagebalken senkrecht auf demselben befestigt wird und die Schaalen, welche an den Endpunkten des Waagebalkens angehängt werden, um den zu wägenden Körper und das Gewicht hinein zu legen. Die Gleichheit zwoer Gewichte erkennt man daran, daß der Wagebalken horizontal liegt, welches statt findet, wenn die Zunge in der Scheere, (die den Ruhepunkt abgiebt) vertical steht. Ungleiche Gewichte versetzen den Waagebalken in eine schiefe Lage. Dieses hängt von der relativen Lage des Unterstützungspunktes und des Schwerpunktes ab. Fallen diese zwei Punkte in einem zusammen, so müssen die zwei gleiche Gewichte einander das

Gleichgewicht halten, welche Lage man auch den Waagebalken giebt, denn die Gewichte würken immer in parallelen Richtungen; Sind die Gewichte ungleich, so muß der Wagebalken auf der Seite des größern Gewichts sinken, bis der gemeinschaftliche Schwerpunkt der Gewichte und des Hebels selbst in der Vertical-Linie durch den Schwerpunkt sich befindet. Unter obiger Voraussetzung würde man allerdings erkennen, ob die Gewichte gleich oder ungleich sind, aber nicht um wie viel, im letztern Falle das eine größer ist als das andere, welches doch die Absicht beim Gebrauche der Waage ist.

§. 270.

Um diese Absicht zu erreichen, das heißt, um den Wagebalken nicht bei dem kleinsten Unterschied der Gewichte ganz umschlagen zu lassen, sondern nur um einen gewissen Winkel (Ausschlag) der mit dem Unterschiede der Gewichte in einigem Verhältnisse stehe, versetzt man den Ruhepunkt etwas über dem Schwerpunkte. Denkt man sich nun an einen so eingerichteten Wagebalken zwei gleiche Gewichte, so werden diese den Waagebalken horizontal oder die Zunge vertical erhalten, denn ihr Schwerpunkt wird sich in der Vertical-Linie durch den Unterstützungs-Punkt befinden. Fig. XL. sey eine gemeine Waage, AB der Waagebalken, D die Zunge, C der Ruhepunkt, P und Q die Gewichte in den Waagschalen. Ist Q größer als P, so wird der Schwerpunkt der Gewichte nicht mehr in a sich befinden, sondern seitwärts nach Q. Folglich muß dieser Schwerpunkt sinken und der Waa-

gebalken oscilliren, bis der Schwerpunkt b sich in der Vertical-Linie Dca befinden wird. Je größer das Uebergewicht von Q ist, desto weiter wird b von a seyn, folglich desto größer der Ausschlag oder der Winkel, um welchen B sich unter aB neigen wird, welcher Winkel dem Winkel acb gleich ist. Man sieht weiter, daß dieser Winkel desto größer seyn wird, je kleiner ac ist, das heißt, je näher der Schwerpunkt und der Ruhepunkt an einander gerückt werden, und folglich, daß, wenn man einen großen Ausschlag mit einem kleinen Uebergewichte, das heißt, eine empfindliche Waage haben will, man den Ruhepunkt sehr nahe an den Schwerpunkt bringen muß.

§. 271.

Nennt man p das Uebergewicht, oder $Q = P + p$, so findet man durch §. 186. die Lage des Schwerpunkts b für jedes gegebene p und P leicht, denn man hat $Bb : Ab = P : P + p$; woraus man bekommt $Bb : AB = P : 2P + p$ und also $Bb = \frac{AB.P}{2P+p}$. Da aber $Aa = \frac{1}{2}AB$ ist, so ist $ab = \frac{1}{2}AB - \frac{AB.P}{2P+p} = AB\left(\frac{1}{2} - \frac{P}{2P+p}\right) = \frac{1}{2}\frac{AB.p}{2P+p}$. Diese Formel für ab liefert das Verhältniß zwischen q und der Tangent des Ausschlags. Denn diese Tangent ist, wenn ac als Radius genommen wird, $\frac{ab}{ac}$; Setzt man für ab den gefundenen Werth, so hat man für die Tangente des Ausschlages $\frac{AB}{2ac} \cdot \frac{p}{2P+p}$. Da aber, bei jeder Waage, AB oder die Länge des Wagebalkens und ac oder er Abstand des Ruhepunkts vom

Schwerpunkte beständige Größen sind, so verhält sich die Tangente des Ausschlages wie $\frac{p}{2P+p}$; und da man bei kleinen Ausschlägen p im Nenner vernachläßigen kann, so kann man für kleine Ausschläge annehmen, daß das Uebergewicht sich verhalte wie die Tangente des Ausschlages, und man erhält aus der letzten Formel $p:P = 2ac\,tang : \frac{1}{2} AB$. Vernachläßigt man p nicht, so erhält man für alle Ausschlags-Winkel $p:P = 2ac.\,tang : AB - ac.\,tang$.

§. 272.

Man bekommt eine leichtere Formel für das Verhältniß $p:P$, wenn man die Waage als einen Winkelhebel AcB betrachtet und die Momente der Gewichte P und $P+p$ mittelst der reducirten Hebelsarme sucht. Es sey der Ausschlag-Winkel $= \alpha$, der Winkel cAB des Hebels $= \beta$, der halbe Wagebalken $Ac = R$; Es sind aber die reducirten Hebelsarme wie die Cosinus der Winkel, welche jeder Hebelsarm mit der Horizontal-Linie durch c macht. Für den Fall, da die Waage sich im Gleichgewicht gesetzt hat, ist also das Moment von $P = P.\,R.\,cosin\,(\beta - \alpha)$ und das von $P+p = (P+p)\,R\,cosin\,(\beta+\alpha)$; dieses giebt $P.\,cosin\,(\beta-\alpha) = P.\,cosin\,(\beta+\alpha) + p.\,cosin\,(\beta+\alpha)$ oder $P.\,[cosin\,(\beta-\alpha) - cosin\,(\beta+\alpha\,] = p.\,cosin\,(\beta+\alpha)$ und $p:P = cosin\,(\beta-\alpha) - cosin\,(\beta+\alpha) : cosin\,(\beta+\alpha)$. Kennt man nun an einer Waage die Entfernung ac des Ruhepunkts vom Schwerpunkte, so findet man leicht den Winkel β, da ac dessen Sinus ist;

und umgekehrt, wenn p und P für ein gewisses α durch Versuche bekannt sind, den Winkel β und durch ihn auch ac.

Von den Vorsichten, die man anwendet, um an dem Ruhepunkte und an den Anhänge-Punkten der Waagschalen die Würkung der Reibung zu vermindern, den Grad der Empfindlichkeit zu bestimmen, und von der Justirung der Waage wird in den Vorlesungen das wichtigste angeführt, so wie auch von der Waage des berühmten Künstlers Ramsden und von der des Mechanicus Hauff in Darmstadt, welche er unter Aufsicht des Prof. Schmidt in Gießen baute.

§. 273.

Bei allen Untersuchungen über die gemeine Waage, besonders den der §. 271 und 272 muß man nicht vergessen, daß das Gewicht des Waagebalkens selbst zu den aufgelegten Gewichten kommt und daß er in Anschlag gebracht werden muß. In jeder Hinsicht ist es für eine empfindliche Waage vortheilhaft, ihn, seiner nöthigen Stärke unbeschadet, so leicht zu machen als möglich.

§. 274.

Falsche Waagen sind solche, die ungleiche Gewichte für gleich ausgeben. Dieser Betrug oder Fehler entsteht gewöhnlich durch eine ungleiche Länge der Hebelsarme, und er wird entdeckt dadurch, daß man die Gewichte verwechselt. *) Man

*) Ich habe sogar eine vom englischen Künstler Guilbert verfertigte ramsdensche Waage gesehen, die in diesem Sinne falsch war, und die Correction war dabei auf die gewöhnliche grobe Art durch ungleich schwere Waagschalen angebracht. An eine Justirung derselben war gar nicht gedacht. Diese Waage war sonst sehr schön gearbeitet.

kann sogar durch diese Verwechslung das wahre Gewicht des zu wägenden Körpers finden. Es wäge der Körper, in der Schale P, p Pfund, in der Schale Q, q Pfund, sein wahres Gewicht sey x Pfund. Nimmt man die Momente der drei Gewichte p, q, x, so hat man

p. AC = x. BC
q. BC = x. AC Folglich

p. q. AC. BC = x^2. BC. AC oder $pq = x^2$; also das wahre Gewicht die mittlere geometrische Proportional-Größe zwischen den falschen Gewichten.

§. 275.

Die Schnellwaage hat zur Absicht mit einem Gewichte mehrere Körper zu wägen, im Gegensatz der gemeinen Waage, welche für jeden Körper ein gleiches Gewicht braucht, deshalb muß die Schnellwaage ungleicharmigt seyn. Sie ist in noch einer Rücksicht von der gemeinen Waage wesentlich verschieden; es ist nemlich an derselben der Ruhepunkt im Schwerpunkt und hat daher keinen Ausschlag, oder vielmehr sie schlägt beim kleinsten Unterschiede des Moments der Gewichte ganz um; daher ihr Name. Es giebt zwei Gattungen von Schnellwaagen, die römische und die schwedische, jene ist im südlichen, westlichen und mittlern Europa, diese im nördlichen und östlichen üblich.

§. 276.

Die römische Schnellwaage besteht aus einem ungleicharmigten geradlinichten Hebel, dessen Ru-

hepunkt zwischen Last und Gewicht sich befindet. Am kürzern Arm wird die Last oder die Waare, an einem festen Punkte, aufgehängt; auf dem andern Arme läuft das Gewicht hin und her über Abtheilungen von gleicher Länge, welche das Moment des Gewichts bestimmen. Ohne Gewicht muß der Hebel mit sammt dem, was zum aufhängen oder auflegen der Waare gehört, mit sich selbst im Gleichgewichte seyn. Ihr Vortheil ist eine schnelle Wägung mit einem einzigen Gewichte. Sie kann aber die Genauigkeit der gemeinen Waage nicht erreichen, weil die Theilung des längern Arms nicht so weit getrieben werden kann, als die Theilungen eines Gewichts. Sie könnte aber diese Genauigkeit und vielleicht noch mehr erreichen, wenn man anstatt eines einzigen Laufgewichts mehrere abwechselnd brauchte. Doch wäre für eine solche Genauigkeit die Justirung vielleicht unmöglich.

§. 277.

Die schwedische Schnellwaage (in Livland Besemer genannt) ist gleichfalls ungleicharmigt, aber mit veränderlichem Ruhepunkte, der zwischen Last und Gewicht sich jedoch immer befindet. Das Gewicht ist an einem Ende des Hebels fest, die Last am andern, und man rückt den ganzen Hebel mit Last und Gewicht auf dem Träger hin und her bis man Gleichgewicht erhält. Diese Waage kann nicht geometrisch eingetheilt werden, da das Gewicht der Waage selbst bei jeder Abwägung zwischen beiden theoretischen Hebelsarmen ungleich vertheilt ist, und die Masse des physischen Hebels nicht als gleichförmig vertheilt, angesehen werden kann.

Sie ist daher nur praktisch eingetheilt, durchs Probiren, und ist deshalb die schlechteste von den drei bisher beschriebenen Waagen. Jedoch hat sie vor der römischen den Vortheil, daß man mit ihr so wohl solche Waaren wägen kann, die beträchtlich größer sind, als das Gewicht, als solche, welche beträchtlich kleiner sind. Uebrigens könnte die römische Waage auch diesen Vortheil haben, wenn man sie so einrichtete, daß die Waare an die Stelle des Laufgewichts gestellt würde und umgekehrt.

§. 278.

Man hat den Mechanismus der Waagen sehr vielfältig modificirt; Aber alle diese Veränderungen lassen sich aus dem bisherigen leicht verstehen. Die schlechtesten sind diejenigen, wobei eine Stahl-Feder die Stelle des Gewichts vertritt.

§. 279.

Der Keil. Wenn man einen in Form eines dreieckigten Prisma zugeschnittenen festen Körper dazu braucht, um durch eine der drei Kanten (die Schärfe) und durch Einwürkung einer Kraft auf der gegenüber liegenden Seitenfläche (der Kopf) zwei zusammenhängende Körper zu trennen, so ist das Prisma ein Keil.

§. 280.

Der Keil ist also theoretisch eine doppelte schiefe Ebene und würkt ganz als solcher, mit dem Unterschiede, daß hier die schiefen Ebenen gegen den Widerstand anrücken, da hingegen bei der eigentlichen schiefen Ebene die Last auf der Ebene bewegt wird. Man macht die Keile immer so, daß der Kopf acbd, Fig XLI., mit den Seitenflächen ecbf

und eadf gleiche Winkel bildet, oder daß eine Ebene efki durch die Schärfe ef und die Mitte des Kopfs auf dem Kopfe senkrecht sey, und man läßt die Kraft in der Richtung dieser Ebene würken. Man hat also den zweiten Hauptfall (§. 236) der schiefen Ebene, und da eine Ebene nicht anders würkt, als die andere, so verhält sich für den Zustand des Gleichgewichts die Kraft zum Widerstande wie ci : ie, oder wie die halbe Breite des Keils zur Höhe.

§. 281.

Dieser Satz ist übrigens in der Ausübung selten anwendbar, um die Kräfte darnach zu berechnen, weil die Reibung, der Widerstand und die Kraft (welche beim Keile meistens ein Schlag ist) sich nur sehr selten der Größe nach berechnen lassen. Als Keil würkt jedes schneidende Werkzeug, z. B. Messer, Scheeren, Meißel, Hobel ꝛc. Nur die Säge nicht, wenigstens nicht blos als Keil.

§. 282.

Die Schraube. Es sey, Fig. XLII., des Cylinders ABCD krumme Oberfläche durch unzählige auf den Grundflächen senkrechte Parallellinien eingetheilt. Denkt man sich nun von irgend einem Punkte B auf einer dieser Linien eine gerade Linie, welche um den Cylinder schief gelegt wird, und so, daß sie alle Parallellinien unter gleichen Winkeln schneide, so wird die umgelegte Linie BEFGC eine **Schraubenlinie** seyn. Denkt man sich auf jedem Element der Schraubenlinie eine auf den Parallellinien senkrechte Ebene, so wird die daraus entstehende Fläche die **mathematische Schraube**

seyn. Geht diese Fläche rund um den Cylinder, so daß sie sich auf derselben Parallellinie endige, wo sie angefangen hat, so hat man einen Schraubengang. Der Abstand B C vom Anfangspunkte bis zum Endpunkte auf der Schraubenlinie heißt die Höhe des Schraubenganges. Die Fläche kann so wohl innerhalb als außerhalb des Cylinders gedacht werden. Im letzten Falle hat man die Schrauben-Spindel, im ersten aber die Schrauben-Mutter.

§. 283.

Wenn man die Oberfläche des Cylinders, so weit ein Schraubengang reicht, mit samt den Paranellinien und der Schraubenlinie aufrollt und in einer Ebene legt, so erhält man ein Rechteck, dessen Länge der Peripherie des Cylinders und Höhe der Höhe des Schraubengangs gleich ist; und da die Elemente der Schraubenlinie alle Parallellinien unter gleichen Winkeln schneiden, so ist die Schraubenlinie im Rechtecke eine gerade Linie und zwar die Diagonal desselben. Da ferner die Elemente der Fläche, welche die Schraube ausmacht, senkrecht auf den Parallellinien sind, so ist die Schraube in dieser Entwickelung eine schiefe Ebene auf dem Rechtecke senkrecht. *) Folglich ist die Schraube eine Folge von schiefen Ebenen oder eine einzige um den Cylinder gestellte schiefe Ebene, und kann als

*) Um diese Auf- und Ab-Wickelungen der Schraube sich zu denken, muß man freilich annehmen, daß die Flächen sich an ihre äußern Theilen bald ausdehnen, bald einziehen. Allein für diese Elementar-Betrachtung der Schraube kann dieses übersehen werden.

schiefe Ebene überhaupt betrachtet werden. Denkt man sich nun einen Körper auf der Schraube in E, der durch sein Gewicht herabrollen würde, und eine Kraft zu seiner Erhaltung, welche in der Richtung einer Tangent und senkrecht auf den Parallellinien würkt, so wird für den Zustand des Gleichgewichts die Kraft zur Last sich verhalten, wie die Höhe des Parallelogramms zur Länge (§. 236.), oder wie die Höhe des Schraubenganges zur Periphärie des Cylinders. Jedoch wird zur Bestimmung dieser Periphärie der Punkt der Schraube angenommen, wo der aufliegende Körper diese berührt.

§. 284.

Die würklichen, physischen, Schrauben-Gänge müssen eine gewisse Dicke haben; daher kann man sie als umgelegte Parallelipipeden ansehen. (Man hat auch scharfkantige Schraubengänge, welche also umgelegte dreieckige Prismen sind; aber ihre Theorie, wenn sie streng durchgeführt werden soll, ist viel schwieriger, und man begnügt sich in der Ausübung mit der Anwendung der Theorie der parallelipipedischen Schraube). Es mag nun der Gang der Schraube parallelipipedisch oder dreieckigt-prismatisch seyn, so ist der gewöhnliche Gebrauch der Schraube der, daß man eine Schraubenspindel in eine Schraubenmutter eingreifen lasse, und die Kraft an der Periphärie der Spindel so würken lasse, daß diese sich in der Mutter um ihre Axe drehe. Die Last kann an der Spindel oder an der Mutter angebracht seyn. Im ersten Falle ist die Mutter fest und die Spindel steigt oder fällt, in der Mutter mit ihrer Last; es wird dadurch also

die Last längs der schiefen Ebenen der Mutter geschoben, wie in §. 283. der Körper auf der Schraubenspindel. Im zweiten Falle ist die Spindel so befestigt, daß sie sich zwar drehen kann, aber nicht auf- und absteigen, die Mutter aber so, daß sie steigen, aber sich nicht drehen kann; es wird dadurch die Last mit der Mutter gehoben und die schiefen Ebenen schieben sich unter den Gängen der Mutter, das heißt unter der Last, und so wird für diesem Fall die Schraube eine Folge von Keilen. Mithin ist für beide Fälle der Satz richtig, daß für den Zustand des Gleichgewichts die Last sich zur Kraft verhält, wie die Periphärie des Cylinders zur Höhe des Schraubenganges, wobei man zum Durchmesser des Cylinders der Spindel die Breite des Schraubenganges hinzusetzt.

§. 285.

Aus diesem Satze über die Schraube folgt, daß, wenn eine Schraube sehr enge Schraubengänge hat, und die Kraft noch außerdem nicht unmittelbar am Cylinder, sondern an einem größern Hebel oder Rade angebracht wird, die Schraube sehr dazu geschickt ist, mittelst einer kleinen Kraft sehr große Lasten zu heben; denn es tritt nun die Periphärie des Rades an die Stelle der des Cylinders zur Bestimmung des Moments der Kraft.

Von dem Gebrauche der Schraube, sowohl mit einfachen als auch mit vielfachen Gängen in der Mechanic, so wie auch zur Theilung gegebener Längen in sehr kleine Theile, wird in den Vorlesungen das nöthige ange-

führt. Die Methode zur Vorzeichnung einer Schraube enthält der 282ste Paragraph.

§. 286.

Der Cylinder mit dem schiefen Einschnitte. Diese Maschine besteht aus einem Cylinder, in welchem eine schraubenförmige Vertiefung eingeschnitten ist, dessen Hälfte nach einer Seite, die andere aber nach der entgegengesetzten Seite liegt, so daß der Anfangspunkt der ersten Hälfte und der Endpunkt der andern zusammenlaufen. Der Zweck derselben ist eine abgebrochene Bewegung in entgegengesetzten Richtungen zu erzeugen, in dem man das Ende eines Hebels oder den Zapfen einer Latte in dieser Vertiefung anlegt, und durch Umdrehung des Cylinders den Hebelsarm oder den Zapfen hin und her bewegt. Die Berechnung ist wie bei der Schraube, auch die Verzeichnung.

§. 287.

Beschreibt man den Einschnitt vollkommen Schraubenförmig, so ist das Moment der Last während der ganzen Umdrehung gleichförmig. Allein wegen der Beharrlichkeit der Bewegung der bewegten Masse hat man Ursache dieses Moment veränderlich zu machen; dieses geschieht, und zwar willkührlich, indem man zur Beschreibung jeder Hälfte des Ganges nicht die gerade Linie, sondern eine krumme Linie wählt.

§. 288.

Will man bei einer einzigen Umdrehung des Cylinders mehrere Bewegungen hin und her hervorbringen, so kann man ein Rad am Cylinder befestigen, und auf der flachen Seite desselben, nahe

an den Peripherie, mehrere keilförmige, oder vielmehr wellenförmige Erhöhungen anbringen, deren jede dasselbe leisten wird, als der Cylinder mit dem schiefen Einschnitte.

§. 289.

Das Laufrad. Diese Maschine, Fig. XLIII. besteht aus einer Welle und einem um dieselbe befestigten trommelförmigen Rade, in welchem ein oder mehrere Menschen sich bewegen, so daß sie vom untersten Punkte h nach dem Punkte g zu steigen trachten, und durch diese Versetzung ihres Körpers die Trommel rückwärts drehen. An der Welle wird die zu hebende Last Q angebracht. Der Mensch befinde sich in a, so sieht man leicht ein, daß er nur einer gewissen Last das Gleichgewicht halten wird. Befände er sich in h, so wäre die Last für diesem Fall $=0$. Befände er sich in g, so verhielt sich die Last zum Gewichte seines Körpers, wie beim gewöhnlichen Rade an der Welle, umgekehrt wie die Radien der Welle und des Rades.

§. 290.

Im Punkte a befindet sich aber der Mensch eigentlich auf einer schiefen Ebene, welche die Trommel in a berührt. Das Laufrad ist also eigentlich eine bewegliche schiefe Ebene. Nimmt man die senkrechte ab für das Gewicht des Menschen und construirt das Parallelogramm der Kräfte, so sieht man, daß der Theil des Gewichts des Menschen, der in der Richtung des Radius ca wirkt, durch den Widerstand des Ruhepunkts c zernichtet wird, und daß also zur Umdrehung des Rades nur die Kraft ae in der Richtung der Tangent wirkt. Es

sey P das Gewicht des Menschen, so wird ein Gewicht q an der Periphärie des Rades in l hängend, dem P das Gleichgewicht halten, wenn q : P = ae : ab oder wie die Höhe der schiefen Ebene zur Länge. Da aber die Last Q am Cylinder hängt, so muß noch dieses Verhältniß mit dem Verhältniß der Radien R und r der Trommel und des Cylinders multiplicirt werden, und man erhält Q : P = ae. R : ab. r.

§. 291.

Es läßt sich das Laufrad noch als einen Winkelhebel aco betrachten, dessen reducirter Arm fc ist. Woraus man bekommt Q : P = fc : co = sin fac. R : r; welches dasselbe Resultat als die vorige Formel giebt. Denn, vermöge der Aehnlichkeit der Dreiecke afc und bea ist ae : ab = fc : ca = sin fac : 1; und wenn man in der Formel Q : P = ae. R : ab. r für ae und ab sin fac und 1 setzt, so erhält man die letzte Formel Q : P = sin fac. R : r. *)

*) In dieser ganzen Betrachtung des Laufrades ist es angenommen worden, daß das ganze Gewicht des Menschen in a ruhe, und daß der Mensch den Kreis mit dem Radius ca beschreibe. Langsdorf meint, man müsse annehmen, daß der Mensch einen Kreis beschreibe mit dem Radius cA, wenn A sein Schwerpunkt ist. Allein da der Schwerpunkt des Menschen nothwendig in der Vertikallinie durch dessen Füße sich immer befindet, so beschreibt dieser Schwerpunkt auch einen Kreis, dessen Radius = ac ist, dessen Mittelpunkt aber in x ist, wenn xc = Aa ist; und so ändert die Betrachtung des Schwerpunkts nichts an den gefundenen Formeln.

§. 292.

Da das Moment des Gewichts des Menschen ab- und zunimmt, je nachdem der Mensch sich dem Punkte h oder g mehr nähert, so kann diese sinnreiche Maschine da angewandt werden, wo das Moment der Last veränderlich ist, als z. B. um Waaren zu heben, Wasser aus einem sehr tiefen Brunnen zu heben, wobei das Gewicht des Seils in Anschlag kommt. Jedoch muß dieser Gebrauch nicht übertrieben werden; denn man muß nicht vergessen, daß der Mensch bei dieser Arbeit auf einer schiefen Ebene geht und um so schneller ermüdet, als sie sich gegen den Horizont mehr erhebt. Für beständige anhaltende Arbeit darf man wohl nur 1 : 5 für das Verhältniß der Höhe zur Länge oder von ae : ab annehmen.

§. 293.

Das Tretrad ist eine, im Ganzen schlechte, Modification des Laufrades; das arbeitende Thier steht außerhalb auf dem Rade mit den Hinterfüßen, mit den vorderen auf einer festen Unterlage.

§. 294.

Die Tretscheibe. Man denke sich eine runde Scheibe AB an einer Welle CC senkrecht befestigt, die Welle aber gegen den Horizont geneigt, so hat man die Tretscheibe. Menschen oder Thiere, stehen bei P nah an der Periphärie der Scheibe, und sind gezwungen aufwärts nach A zu gehen, wenn das Moment ihres Gewichts größer ist, als das der Last Q. Diese Maschine ist wiederum eine bewegliche schiefe Ebene und wird wie diese berechnet. Ist das Gewicht P in a auf der schiefen

Ebene, so kann es diese Ebene nur vermöge des Theils seiner Kraft, der in der Richtung AB würkt, fortschieben, nimmt man nun ad für den Ausdruck des ganzen Gewichts, so wird das Gewicht, vermöge des Parallelogramms abdc, die Scheibe mit der Kraft ab schieben. Es ist aber ab der Sinus des Winkels adb der Axe mit der Verticallinie oder der Scheibe mit dem Horizonte. Folglich verhält sich eine Last q, welche an dem Punkte a angebracht wäre, zum Gewichte, das als Kraft würkt, wie der Sinus des Neigungswinkels der Scheibe zum Radius. Ist aber die Last Q an der Welle oder einem andern Rade angebracht, und man nennt R den Radius der Scheibe, r den Radius der Welle, α der Neigungs-Winkel der Scheibe gegen den Horizont, so hat man $Q : P = R . \sin\alpha : r$ für den Zustand des Gleichgewichts.

§. 295.

Die Schraube ohne Ende. Sie ist eine solche Zusammensetzung einer Schraube mit einem Zahnrade, daß die Schraubengänge der erstern in die Zähne des zweiten eingreifen. Durch das beständige Umdrehen der Schraube wird ein Zahn des Rades nach dem andern ergriffen und fortgeschoben. Nach jeder völligen Umdrehung der Schraube wird der ergriffene Zahn um die Höhe des Schraubenganges fortgerückt, und da die Höhe des Schraubenganges, seine Dicke mit eingerechnet, so viel ausmacht, als ein Zahn und dessen Lücke zusammen (sonst könnte der Eingriff nicht statt finden) so muß die Schraube so viel Revolutionen machen, als das Rad Zähne hat, um dem Rade

eine Umdrehung machen zu lassen. Die Schraube würkt hier wie sonst, wenn man sich den Widerstand am Zahn des Rades denkt.

§. 296.

Gesetzt, es wäre die Last an der Welle C des Zahnrades angebracht, Fig. XLV. und die Kraft an einem Rade A, welches an der Schrauben-Welle befestigt wäre, und es sey a die Höhe des Schraubenganges, b die Periphärie desselben, c die Periphärie des Rades A, d der Radius des Rades B, e der Radius der Welle C, P die Kraft am Rade A, Q die Last an der Welle C; Es sey ferner p die Kraft, die nöthig wäre, um an der Spindel das nemliche zu leisten, was P am Rade A leistet; q die Last, die eben so viel am Rade würkte, als Q an der Welle C; so ist $q : Q = e : d$; also $q = Q\frac{e}{d}$; ferner ist $p : P = c : b$; also $p = P.\frac{c}{b}$. Diese zwei Werthe drükken die Kräfte aus, welche beim Eingriffe gegen einander würken. Diese Kräfte aber sind nach §. 283. im Verhältniß der Höhe des Schraubenganges und der Periphärie des Cylinders der Schraube; folglich hat man $p : q = a : b$. Setzt man für p und q ihre gefundenen Werthe, so hat man $P.\frac{c}{b} : Q.\frac{e}{d} = a : b$; woraus man erhält $P : Q = a.e : c.d$. Diese Formel kann auch dazu dienen, aus den gegebenen Größen P, Q, b, c, d die Höhe c des Schraubenganges zu finden, und folglich die unter gegebenen Umständen erforderliche Schraube zu verzeichnen, und es erhellt aus dieser Formel, daß die Dicke der Spindel für

die Rechnung ganz gleichgültig ist, da b in derselben nicht vorkommt.

§. 297.

Daß die Schraube ohne Ende sehr geschickt sey, um mit einer kleinen Kraft sehr große Lasten zu heben, ist einleuchtend, jedoch mit einem beträchtlichen Verlust an Kraft wegen der sehr großen Friction, so wie auch daß sie vortreflich dazu taugt, schnelle Bewegungen in langsame zu verwandeln, und mithin große Geschwindigkeiten zu messen.

§. 298.

Die Cylinder-Presse, oder das Walzenwerk. Diese Art von Maschinen besteht aus parallel liegenden Cylindern, welche mittelst Kurbeln oder Räderwerken gegen einander gedreht werden, um einen Körper, den man zwischen ihnen schiebt, dünner zu pressen. Die erste Frage bei der theoretischen Behandlung dieser Maschine ist, zu wissen, in welcher Richtung die Reaction des Körpers gegen die Cylinder statt findet. Diese Richtung hängt von der Art, wie die äußern Theile des Körpers zwischen den innern eindringen, ab. Reagirte der Körper in senkrechter Richtung auf seiner zwischen den Cylindern liegenden Oberfläche, das heißt, directe gegen die Mittelpunkte der Cylinder, so ließ sich gar kein Moment des Widerstandes angeben. Bedenkt man, daß der Körper die Verschiebung seiner Theile in seiner ganzen Masse erleidet (oder doch wenigstens bis auf eine gewisse Tiefe, in welchem Falle er sich nur seitwärts ausdehnen würde,) und so wohl nach a d als d a, (Fig. XLVI.) statt findet so kann man ohne beträchtlichen Irrthum

annehmen, daß die Richtung des Widerstandes senkrecht auf der Ebene durch die Mitte des abzuplattenden Körpers ist, mithin mit CC parallel. Die Kraft P hingegen (die wir an der Periphärie des Cylinders uns denken) kann angesehen werden, als würke sie in der entgegengesetzten Richtung am Ende des auf CC senkrechten Radius Ce.

§. 299.

Es sey q der absolute Widerstand eines sehr schmalen Streifens der holen Cylinderfläche des Körpers, so wird (Fig. XLVII.) dieser Widerstand mittelst eines reducirten Hebelsarmes würken, der durch die Parallellien da, da ausgedrückt ist; Mithin ist dessen Moment = q.da und das Moment des gesammten Widerstandes wird seyn q. (da + da + da &c.). Es muß also einen mittlern reducirten Hebelsarm x geben, welcher die Eigenschaft habe, daß, wenn man die gesammten absoluten Widerstände q auf ihn würken ließ, das Moment der Summe der einzelnen Momente diesem gemeinschaftlichen Momente gleich wäre. Dieser mittlere reducirte Hebelsarm x wird gefunden, indem man ein Rechteck sucht, welches dem halben Segmente DAad gleich sey; die Basis dieses Rechtecks ist das gesuchte x und Höhe $r - r \cos. \alpha$. Aber der halbe Segment ist dem Sector dCA weniger dem Dreiecke DCA gleich. Es sey der Winkel $dCA = \alpha$ und er habe n Grade, so ist der Sector $= \frac{\pi r^2 . n}{360}$ und das Dreieck $= \frac{r^2 . \int \alpha . \cos. \alpha}{2}$. Folglich das halbe Segment

$DAad = r^2 . \left(\frac{\pi n}{360} - \frac{\sin \alpha . \cos \alpha}{2}\right)$. Das Rechteck aber, das DAad gleich seyn soll, ist $= x (r - r, \cos \alpha) = r x (1 - \cos \alpha)$. Also $x = \left(\frac{\frac{\pi n}{360} - \frac{\sin \alpha . \cos \alpha}{2}}{1 - \cos \alpha}\right) . r$. Es sey nun der gesammte absolute Widerstand $= q m$, so hat man $q m . r \left(\frac{\frac{\pi n}{360} - \frac{\sin \alpha . \cos \alpha}{2}}{1 - \cos \alpha}\right) = P r$ und also $P = q m \left(\frac{\frac{\pi n}{360} - \frac{\sin \alpha, \cos \alpha}{2}}{1 - \cos \alpha}\right)$ für einen Cylinder, und für beide Cylinder $q m . \frac{\pi a \sin \alpha . \cos \alpha}{1 - \cos \alpha}$ $= q m . \frac{2 \pi a - \sin \alpha}{2 (1 - \cos \alpha)}$ wenn man a für $\frac{n}{180}$ setzt. Der gesammte absolute Widerstand q m wird gefunden, indem man durch Versuche ausmittelt, wie groß q für eine gewisse Oberfläche c ist und q mit dem Quotienten der Oberfläche des Cylinders, welche den Druck äußert, in c multiplicirt.

§. 300.

Bei dieser Berechnung ist vorausgesetzt worden, daß der absolute Widerstand auf allen Punkten längs Aaad gleich sey. Allein es ist dieses nicht richtig, da es bekannt ist, daß die dehnbaren Körper durch das zusammenpressen spröder werden. Folglich wächst der absolute Widerstand von A nach d; nach welchem Gesetze, ist noch unbekannt. Für die Ausübung möchte man nicht sehr weit von der Wahrheit sich entfernen, wenn

man für den mittleren reducirten Hebelsarm x den größten AD nähme, wodurch denn $x = r$, $\sin \alpha$ und $P = qm . f\alpha$.

Zweites Capitel.

Bedingungen und Gesetze der Bewegung.

§. 301.

In der Einleitung zu diesem Abschnitte ist von der einfachen, gleichförmigen Bewegung gehandelt worden. In diesem Capitel wird von der accelerirten und retradirten Bewegung, von der Central- und Schwung-Bewegung, von der Bewegung durch Stoß, und von der Bewegung in Maschinen gehandelt.

A. Accelerirte und retradirte Bewegung.

§. 302.

Es ist im ersten Abschnitte gezeigt worden, daß wir alle Bewegung den drei allgemeinen Naturgesetzen, der Gravitation, der Flächen-Anziehung und der Affinität verdanken. Da wir aber die Ursachen dieser Bewegungen, die eigentlichen Kräfte, nicht kennen, so sehen wir diese Kräfte als den sich wechselseitig anziehenden Körpern zugehörig, inhärirend, an. Man nennt daher die hier erscheinende mechanische Kraft (das Product der Masse in die Geschwindigkeit) eine

innere Kraft, auch eine absolute; Und da jeder Theil der Materie diese Anziehung äußert, so ist diese mechanische Kraft in Verhältniß der Masse, der nemlich, welche sich in der Attractions-Sphäre befindet.

§. 303.

Eine solche mechanische Kraft, die beständig wiederholt wird, die wir als jeden Augenblick durch den Körper selbst erzeugt ansehen müssen, muß von einer beschleunigten Bewegung stets begleitet seyn. Und da die uns unbekannte Ursache nothwendig im Verhältnisse der durch sie erzeugten mechanischen Kraft ist, so können wir diese unbekannte Ursache als eine beschleunigende Kraft ansehen, und in der Rechnung die mechanische Kraft an ihre Stelle setzen, da wir bey Berechnung von Kräften doch immer mit Verhältnissen zu thun haben.

§. 304.

Eine beschleunigte Bewegung kann entweder gleichförmig beschleunigt seyn, wenn die Zusätze an Geschwindigkeit in jedem Zeittheile der Bewegung einander gleich sind; oder sie ist ungleichförmig beschleunigt, wenn die Zusätze an Geschwindigkeit in jedem Zeittheile der Bewegung nicht gleich sind. Sollen aber die Zusätze an Geschwindigkeit ungleich seyn, zunehmend oder abnehmend, so kann auch die Ursache der Bewegung nicht eine constante Größe seyn, sondern auch zunehmend oder abnehmend wie ihre Würkung. Nur die höhere Analysis kann die ungleichförmig beschleunigte Bewegung behandeln. Hier schränken wir uns auf die gleichförmig beschleunigte Bewegung ein.

§. 305.

Die Zeit, während welcher eine jede Bewegung statt findet, kann als in unendlich vielen gleichen, unendlich vielen kleinen Zeiten getheilt, gedacht werden. Bei der gleichförmig beschleunigten Bewegung muß die Zunahme der Geschwindigkeit in jedem solchen Zeittheilchen immer gleich seyn, da die Kraft beständig würkt; folglich müssen die Geschwindigkeiten eine arithmetische Progression bilden, wie die Zeiten. Dieses muß auch für angebliche oder gegebene Zeiten statt finden. Denn zu Ende der ersten gegebenen Zeit ist die erhaltene Geschwindigkeit das letzte Glied der Progression für die unendlich kleinen Zeiten. Hörte nun die innere Kraft auf zu würken, so würde der Körper mit der erhaltenen Geschwindigkeit sich bewegen, und zwar in der zweiten gleichen angeblichen Zeit gleichförmig, ohne Beschleunigung; da aber die innere Kraft fort würkt, so erhält der Körper in dieser zweiten Zeit dieselben Zusätze an Geschwindigkeit, als in der ersten; folglich hat er zu Ende dieser zweiten gegebenen Zeit eine doppelte Geschwindigkeit; in der dritten Zeit eine dreifache u. s. w. Folglich verhalten sich die erhaltenen Geschwindigkeiten, vom Anfange der Bewegung an gerechnet, in angeblichen gleichen Zeiten, so wie in den unendlich kleinen, wie die Zeiten selbst.

§. 306.

Wenn ein Körper durch eine gleichförmig beschleunigende Kraft getrieben wird, so hat er nach einer angeblichen Zeit eine erhaltene Geschwindigkeit, vermöge welcher er in einer gleichen Zeit

einen doppelten Raum durchlaufen würde, als der in dieser Zeit beschriebene, wenn die innere Kraft zu würken aufhörte.

Beweis.

Es stellte ab, Fig. XLVIII., die angebliche Zeit vor, vom Anfange der Bewegung an, und diese Zeit sey in die unendlich kleinen gleichen Zeiten ac, ce, eg ꝛc. getheilt. bm sey die gleiche angebliche folgende Zeit. Ferner sey cd die Geschwindigkeit am Ende der ersten unendlich kleinen Zeit, ef die Geschwindigkeit am Ende der zweiten ꝛc. bl die nach der angeblichen Zeit ab erhaltene Geschwindigkeit. Da die Geschwindigkeiten cd, ef, gh ꝛc. in arithmetischer Progression wachsen, so sind die Punkte d, f, h ꝛc. in gerader Linie. Da ferner die Räume sich für gleiche Zeiten wie die Geschwindigkeiten verhalten, so können die Linien cd, ef, gh ꝛc. und bl auch die durchlaufenen Räume vorstellen. Folglich ist der ganze durchlaufene Raum in der Zeit ab durch die Summe der Linien cd, ef, gh ꝛc. und bl vorzustellen, das heißt durch den Inhalt des Dreiecks abl. Würde nun der Körper sich in der zweiten angeblichen Zeit bm mit der bloßen erhaltenen Geschwindigkeit bl bewegen, so würde die Summe der durchlaufenen Wege in dieser Zeit durch das Rechteck blmo ausgedrückt werden. Da aber dieses Rechteck doppelt so groß ist als das Dreieck abl, so ist der in der zweiten angeblichen Zeit blos durch die erhaltene Geschwindigkeit beschriebene Raum doppelt so groß als der durch die beschleunigende Kraft in der ersten angeblichen Zeit.

Algebraisch läßt sich dieser Satz auf folgende Art beweisen: Es sey a die anfängliche Geschwindigkeit, oder der in der ersten unendlich kleinen Zeit durchlaufene Raum, und der in der ersten angeblichen Zeit t durchlaufene Raum; so ist $S = a + 2a + 3a \cdots + na = \frac{n(n+1)}{2} . a$. Da aber n unendlich groß ist, so ist 1 dagegen verschwindend; und man kann setzen $S = \frac{n^2 . a}{2}$. In der zweiten Zeit t ist die Anfangs-Geschwindigkeit die am Ende der ersten Zeit beständige Geschwindigkeit, mithin na. Dieses multiplicirt durch die Anzahl n der unendlich kleinen Zeiten, giebt $n^2 a$. Folglich doppelt so groß als $\frac{n^2 a}{2}$.

§. 307.

Die einzelnen durchlaufenen Räume in den auf einander foglenden angeblichen Zeiten vom Anfange der Bewegung an verhalten sich wie die natürliche Reihe der ungeraden Zahlen.

Beweis.

In der ersten angeblichen Zeit verhält sich der durchlaufene Raum wie das Dreieck abl. Der in der zweiten angeblichen Zeit bm durch die bloße erlangte Geschwindigkeit bl durchlaufene Raum wie das Rechteck blom. Setzt man den durch die Acceleration beschriebenen Weg, der durch das Dreieck lop = abl vorgestellt wird, hinzu, so ist der ganze in der zweiten Zeit bm durchlaufene Weg wie blpm oder wie 3abl. Für die dritte Zeit mq wird der ganze durchlaufene Weg seyn, wie mpsq = 5abl. Für die vierte Zeit wie 7abl ꝛc.

Algebraisch ist der in der ersten angeblichen Zeit durchlaufene Raum $S = \frac{n^2}{2} a$. Das in der zweiten Zeit wird seyn $n.na + \frac{n^2}{2} a = \frac{3n^2}{2} a$. Der in der dritten Zeit wird seyn $n.2na + \frac{n^2}{2} a = \frac{5n^2}{2} a$. Der in der vierten Zeit wird seyn $n.3na + \frac{n^2}{2} a = \frac{7n^2}{2} a$, weil jeder in der angeblichen Zeit durchlaufene Raum, dem durch die bloße erhaltene Geschwindigkeit durchlaufenen und dem durch die Beschleunigung durchlaufenen gleich ist. Folglich verhalten sich diese Wege vom Anfange an wie die Zahlen 1, 3, 5, 7 ꝛc.

§. 308.

Die durchlaufenen Wege verhalten sich vom Anfang an wie die Quadrate der Zeiten.

Beweis.

Die durchlaufenen Wege vom Anfange an werden durch die ähnlichen Dreiecke abl, amp, aqs vorgestellt, die Zeiten durch die Seiten ab, am, aq. Da aber die ähnlichen Dreiecke sich wie die Quadrate homologer Seiten verhalten, so müssen sich also auch die durchlaufenen Wege vom Anfange an gerechnet verhalten wie die Quadrate der Zeiten.

Algebraisch haben wir gefunden, daß der durchlaufene Raum während der ersten angeblichen Zeit T, oder $S = \frac{n^2 . a}{2}$. Für eine andere angebliche Zeit t, welche in m unendliche kleine Zeiten getheilt ist, wird der durchlaufene Raum s seyn $\frac{m^2 a}{2}$; folg-

lich $S:s = n^2:m^2$ und da $n:m = T:t$, so ist also $S:s = T^2:t^2$.

§. 309.

Die vom Anfange an durchlaufenen Räume verhalten sich wie die Quadrate der am Ende der angeblichen Zeiten erhaltenen Geschwindigkeiten.

Beweis.

Die erhaltenen Geschwindigkeiten bl, mp, qs ꝛc. sind ähnlich liegende Seiten der ähnlichen Dreiecke, welche die durchlaufenen Räume vorstellen. Folglich verhalten sich diese Räume wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, oder die Geschwindigkeiten wie die Quadrat-Wurzel der durchlaufenen Räume.

Es seyn C und c die erhaltenen Geschwindigkeiten nach angeblichen Zeiten vom Anfange an. Es ist aber §. 305. $C:c = T:t$ und §. 308 $S:s = T^2:t^2$. Folglich ist auch $S:s = C^2:c^2$.

§. 310.

Dies sind die Sätze über die gleichförmig beschleunigte Bewegung, wenn man nur eine solche Bewegung betrachtet; mittelst derselben kann man alle dahin gehörige Aufgaben auflösen. Zur Berechnung mancher Fälle in der Anwendung bedient man sich mit Vortheil des Kunstgriffs, die hier vorkommenden Größen auf eine bestimmte Einheit zurückzuführen. Es sey g der Raum, den die Körper in der ersten Secunde durchlaufen; man setze in der Proportion des §. 308. $S = g$, $T = 1$, so hat man $s = gt^2$; Vermöge des Satzes, §. 306. ist die erlangte Geschwindigkeit $c = \frac{2s}{t}$; folglich

$c = 2gt$. Es ist aber auch wichtig mehrere gleichförmige beschleunigte Bewegungen zugleich zu betrachten.

§. 311.

In zwei gleichförmig beschleunigten Bewegungen verhalten sich die in gleichen Zeiten, vom Anfang an, erhaltenen Geschwindigkeiten wie die ursprünglichen Geschwindigkeiten.

Beweis.

Es seyn bd, BD zwei gerade Linien in unendlich viele gleiche Theile getheilt, welche die Zeiten vorstellen, die Parallelen ac, hi, AC, HI (Fig. XLIX und L.) die Geschwindigkeiten oder die beschriebenen Wege, und ac, AC die Anfangs-Geschwindigkeiten, de und DE die erhaltenen Geschwindigkeiten, so ist $ac : de = ba : bd$, und $AC : DE = BA : BD$. Es ist aber $BA = ba$ und $BD = bd$; folglich $ac : de = AC : DE$ oder

$$DE : de = AC : ac.$$

§. 312.

In zwei gleichförmig beschleunigten Bewegungen sind die erhaltenen Geschwindigkeiten gleich, wenn die Zeiten vom Anfange der Bewegung an sich verhalten umgekehrt wie die ursprünglichen Geschwindigkeiten.

Beweis.

Nach §. 311. ist $DE : AC = de : ac = db : ab$; Folglich $DE = \frac{AC \cdot db}{ab}$. Es ist ferner $ab : ac = fb : fg$; folglich $fg = \frac{ac \cdot fb}{ab}$. Sollen nun die erhaltenen Geschwindigkeiten fg und

DE einander gleich seyn, so hat man $\frac{AC.db}{ab} = \frac{ac.fb}{ab}$ Folglich $fb : bd = AC : ac$; und da $db = DB$ ist, so hat man $fb : DB = AC : ac$.

§. 312.

Wenn in zwei gleichförmig beschleunigten Bewegungen die erhaltenen Geschwindigkeiten einander gleich sind, so verhalten sich die durchlaufenen Wege von Anfang an, wie die Zeiten.

Beweis.

Die durchlaufenen Räume sind hier vorgestellt durch die Dreiecke bfg und BDE; und da $fg = DE$, so verhalten sich diese Dreiecke wie ihre Höhen fb und DB. Da aber fb und DB die Zeiten von Anfang an vorstellen, so verhalten sich die durchlaufenen Räume wie die Zeiten.

§. 314.

Wann in zwei gleichförmig beschleunigten Bewegungen die erhaltenen Geschwindigkeiten einander gleich sind, so verhalten sich die von Anfange an durchlaufenen Räume umgekehrt wie die ursprünglichen Geschwindigkeiten.

Beweis.

Es seyn T und T′ die Zeiten, C und C′ die ursprünglichen Geschwindigkeiten, S und S′ die durchlaufenen Räume, so hat man, durch §. 312. $T : T' = C' : C$ und, nach §. 313. $S : S' = T : T'$. Folglich $S : S' = C' : C$.

§. 315.

Retardirte Bewegungen finden oft in der Natur statt. Allein man kann für diese Bewegung keine inner Kraft denken, welche die retardirte Be-

wegung erzeugte, wie wir uns eine denken, welche die beschleunigte Bewegung erzeugt. Denn die Ursache, welche die Bewegung erzeugt, würkt entweder nach dem ersten Augenblicke nicht mehr fort, oder sie würkt noch nachher. Im ersten Falle hat man eine einfache Bewegung, welche durch die Beharrlichkeit der Materie gleichförmig fortdauert; Im zweiten Falle entsteht eine accelerirte Bewegung (§. 304.) es mag die innere Kraft constant oder variabel seyn. Nur im Falle die innere Kraft durch verschiedene Variationen negativ würde, könnte eine retardirte Bewegung durch sie entstehen; Aber diese Veränderung vom Positiven zum Negativen kann die innere Kraft nicht durch sich selbst erzeugen; sie kann nur durch die Einwürkung einer andern Kraft erzeugt werden.

§. 316.

Der einfachste und einzige Fall der Erzeugung einer retardirten Bewegung ist die Combination zweier Kräfte, die einander entgegen würken, und deren eine eine accelerirte, die andere eine einfache Bewegung erzeugt. Die retardirte Bewegung wird aber endlich $=0$, wenn die innere Kraft durch ihre beständige Wiederholung die einfache aufgerieben hat; alsdann wird die ganze Bewegung negativ und die Retardation verwandelt sich in eine Acceleration. Die Combination zwoer einander entgegengesetzten innern Kräfte erzeugt immer eine accelerirte Bewegung, denn da, nach §. 311, die in gleichen Zeiten erlangten Geschwindigkeiten sich verhalten wie die ursprünglichen, so findet immer in

den erhaltenen Geschwindigkeiten ein zunehmender Unterschied statt.

§. 317.

Wenn ein Körper eine einfache Bewegung erhält in der entgegengesetzten Richtung, von der, in welcher eine absolute Kraft im nemlichen Augenblicke ihn zu treiben anfängt, so hört die retardirte Bewegung auf, in der Zeit, da der Körper, wenn er durch die bloße innere Kraft getrieben, eine eben so große Geschwindigkeit erhalten würde, als diejenige ist, die er zur einfachen Bewegung erhalten hat.

Beweis.

Es sey, Fig. XLVIII., bl die Geschwindigkeit der einfachen Bewegung; indem sie der accelerirten Bewegung entgegen würkt, so vermindern sie einander wechselseitig. Anfangs ist diese kleiner, wird also ganz vernichtet; jene aber ist vermindert in den Zeiten ac, ce, eg ꝛc. um cd, ef, gh ꝛc. Folglich bewegt sich der Körper mit immer abnehmender Geschwindigkeit in der Richtung der ursprünglich-einfachen Bewegung. Hat aber diese Bewegung so lang gedauert, daß die erlangte Geschwindigkeit = bl ist, so ist die Verminderung der Geschwindigkeit der einfachen Bewegung total; beide Kräfte heben sich in diesem Augenblicke auf; der Körper ruht. Aber die innere Kraft würkt noch fort, mithin geht die beschleunigte Bewegung an, aber in der entgegengesetzten Richtung der retardirten, gerade so, als hätte keine Bewegung vorher statt gefunden.

§. 318.

Diese Sätze der beschleunigten und retardirten Bewegung finden in der Natur mannigfaltige Anwendungen. Wäre die Schwere oder Gravitation der Körper für jede ihrer Entfernungen von einander immer gleich groß, so würde ihre Annäherung eine gleichförmig beschleunigte Bewegung seyn. Allein da die Gravitation im umgekehrten Verhältniß der Entfernung zunimmt (§. 66.), so kann, streng genommen, diese beschleunigte Bewegung nicht gleichförmig seyn. Indeß sieht man sie für den Fall der Körper als gleichförmig an, weil die Entfernung der Körper, die wir an der Oberfläche der Erde fallen lassen, immer im Verhältniß der Größe der Erde sehr klein ist, und also keine merkliche Ungleichförmigkeit in der Beschleunigung erzeugen kann. Die Bewegung durch Elasticität oder Cohäsion ist hingegen, auch in ihren kleinsten Phänomenen, immer eine ungleichförmig beschleunigte Bewegung. Denn die Versuche S'Gravehendi's mit gespannten Saiten, und Coulombs mit der Drehwaage beweisen, daß die spannenden Kräfte sich verhalten, wie die Bögen, welche der Körper beschreiben mußte, um aus seiner natürlichen Lage in die gespannte zu kommen. Wird nun der Körper seiner Elasticität überlassen, so bewegt er sich zwar mit zunehmender Geschwindigkeit; aber diese Zunahmen sind nicht gleich, sondern ungleich und abnehmend, und verhalten sich wie die Bögen, die noch zu beschreiben sind, um die natürliche Lage zu erreichen, da die Geschwindigkeiten, die ein Körper erhält, im directen Verhältnisse der Kräfte sind.

Dieses beweiset, daß die innere Kraft, welche die Elasticität erzeugt (die Cohäsion §. 87.), eine solche ist, die, innerhalb der Gränzen ihrer Würkung, mit der Entfernung zunimmt, also eine ganz andere, als die Gravitation ist, welche mit der Entfernung abnimmt.

Die Bewegung durch Affinität ist uns ihren Gesetzen nach, bis jetzt noch völlig unbekannt. Daher läßt sich noch keine Anwendung der Lehre der innern Kräfte auf sie machen.

§. 319.

Der Fall der Körper an der Oberfläche der Erde ist entweder frei, oder er geschieht auf vorgeschriebenen Wegen. Die Gesetze des freien Falls, wie des auf vorgeschriebenen Wegen, lassen sich unmittelbar aus der in den §§. 305 bis 315 vorgetragenen Lehre der gleichförmig beschleunigten Bewegung herleiten, indem man statt der Ausdrücke innere Kraft, durchlaufene Räume vom Anfange ꝛc., die Ausdrücke Schwere, Fallhöhen ꝛc., in den dort vorgetragenen Sätzen hineinlegt.

§. 320.

Demnach besteht die Lehre des freien Falls aus folgenden Sätzen:

Die nach angeblichen Fallzeiten erhaltenen Geschwindigkeiten verhalten sich wie die Fallzeiten. (§. 305).

Vermöge der bloßen erhaltenen Geschwindigkeit beschreibt der fallende Körper einen Raum, der doppelt so groß, als derjenige ist, welchen er von Anfang an beschrieben hat, in derselben Zeit, welche er gebraucht hat, um die erhaltene Fallgeschwindigkeit zu bekommen. (§. 306).

Die in gleichen Zeiten durchlaufenen Fallhöhen vom Anfange des Falls an, verhalten sich wie die natürliche Reihe der ungeraden Zahlen. Dieser Satz ist der Erfahrungs-Satz (§. 65.), welcher beweiset, daß man die Schwere als eine gleichförmig beschleunigende Kraft ansehen kann.

Die Fallhöhen vom Anfange an verhalten sich wie die Quadrate der Zeiten, und die Zeiten wie die Quadratwurzel der Fallhöhen. (§. 308).

Die Fallhöhen vom Anfange an verhalten sich wie die Quadrate der erhaltenen Geschwindigkeiten, und die Geschwindigkeiten wie die Quadratwurzeln der Fallhöhen. (§. 309.) Man nennt diese zwei Größen, die eine **die der Fallhöhe zukommende Geschwindigkeit**, die andere **die der Geschwindigkeit zukommende Fallhöhe**. Nach §. 310. ist beym freien Fall der Körper, wenn g der Fall in der ersten Secunde ist, s der in der Zeit t durchlaufene Fallraum, c die in derselben Zeit t erlangte Geschwindigkeit, $s = g t^2$ und $c = 2gt$. Folglich $c^2 = 4g^2 t^2$, und $c^2 = 4gs$. Nimmt man nun h für die Fallhöhe anstatt des dortigen s, so hat man $c^2 = 4gh$ oder $c = 2\sqrt{gh}$; mithin auch $h = \frac{c^2}{4g}$.

Ein vertikal aufgeworfener Körper steigt bis zu der seiner erhaltenen Geschwindigkeit zukommenden Fallhöhe. (§. 317). Jedoch bringt der Widerstand der Luft gegen die fallenden Körper einige Modificationen hervor, welche besonders bey großen Fallhöhen nicht vernachläßigt werden können.

§. 321.

Der Fall eines Körpers längs einer schiefen Ebene ist eine ungleichförmig beschleunigte Bewegung, und es gelten von diesem Falle dieselben Sätze, als vom Körperfalle.

Beweis.

AB, Fig. LI., sey der Durchschnitt der schiefen Ebene. Da der in A sich befindende und durch die Schwere nach C getriebene Körper sich nicht längs AC, sondern längs AB bewegt, so muß der Widerstand der schiefen Ebene als eine Kraft angesehen werden, die in einer auf AB senkrechten Richtung so würkt, daß die Richtung der daraus entstehenden mittlern Kraft und der würkliche Weg des Körpers auf AB sich befinde. Es sey nun AF der Weg des Körpers in einer Zeit t durch den senkrechten Fall, so wird das Parallelogramm der Kräfte AFHG die Linie AH für den Weg des Körpers auf der schiefen Ebene in der Zeit t liefern. Für eine andere Zeit T sey AC der Weg durch den freien Fall, so ist der Weg AK auf der schiefen Ebene durch das Parallelogramm ACKD bestimmt. Da aber beide Parallelogramme einander ähnlich sind, so hat man AF:AC=AH:HK. Folglich verhalten sich die Wege durch den freien Fall wie die Wege auf der schiefen Ebene; mithin müssen diese zu einer gleichförmig beschleunigten Bewegung gehören, im Sinne wie jene.

§. 322.

Es verhält sich die ursprüngliche Geschwindigkeit durch den freien Fall zu der ursprünglichen

Geschwindigkeit auf der schiefen Ebene, wie die Länge der schiefen Ebene zu ihrer Höhe.

Beweis.

Es sey AF die ursprüngliche Geschwindigkeit durch den freien Fall, so wird (§. 321.) AH die auf der schiefen Ebene seyn, und man hat AF:AH = AB:AC.

§. 223.

Wenn ein Körper längs einer schiefen Ebene gefallen ist, so ist seine erlangte Geschwindigkeit so groß als diejenige, welche er erlangt hätte, wenn er durch die Höhe der schiefen Ebene frei gefallen wäre.

Beweis.

Der Fall auf der Ebene und der freye Fall sind zwei gleichförmig beschleunigte Bewegungen (§. 321.); folglich sind (§. 314.) die erhaltenen Geschwindigkeiten einander gleich, wenn sich die durchlaufenen Räume verhalten wie die ursprünglichen Geschwindigkeiten. Aber es verhalten sich (§. 322.) die ursprünglichen Geschwindigkeiten durch den freien Fall und längs der schiefen Ebene wie die Länge zu der Höhe der schiefen Ebene. Folglich sind die Geschwindigkeiten einander gleich, wenn der Körper längs der schiefen Ebene und durch den freien Fall durch die Höhe der schiefen Ebene gefallen ist, das heißt, wenn er in B und C angelangt ist.

§. 324.

Die Fallzeit längs der schiefen Ebene verhält sich zur Fallzeit durch ihre Höhe wie die Länge der Ebene zur Höhe.

Beweis.

Die erlangten Geschwindigkeiten in B und C sind gleich (§. 323.). Folglich verhalten sich (§. 313.) die Zeiten des Falls wie die durchlaufenen Wege, das heißt wie AB : AC.

§. 325.

In einem rechtwinklichten Dreiecke, dessen Hypothenuse vertical ist, fällt ein Körper durch alle drei Seiten in gleicher Zeit.

Beweis.

Es sey, Fig. LI., AKC ein rechtwinklichtes Dreieck, dessen Hypothenuse AC vertical ist. Sieht man es als ein Stück des Dreiecks ABC an, so wird (§. 321.) der schiefe Weg AK in derselben Zeit durchgelaufen, als der senkrechte Weg AC. Denkt man sich DAE als eine schiefe Ebene, und das Dreieck DAK als einen Theil des Dreiecks DEK, so wird, da AK senkrecht auf DE ist, der schiefe Weg DA in der nemlichen Zeit zurückgelegt als der senkrechte DK oder AC; da aber DA = KC und parallel, so wird also auch die Seite KC in derselben Zeit durchlaufen werden als AC.

§. 326.

Da um jedes rechtwinklichtes Dreieck ein Kreis beschrieben werden kann, dessen Durchmesser die Hypothenuse ist, so folgt daraus, daß jede Sehne des Kreises, vom höchsten und vom tiefsten Punkte des Kreises aus beschrieben, von einem schweren Körper in gleicher Zeit durchlaufen wird als der senkrechte Durchmesser, die Sehne mag so klein seyn als man will.

§. 327.

Wenn in einem rechtwinklichten Dreiecke der senkrechte Cathetus sich zum horizontalen verhält, wie 3:4, so ist die Zeit, welche ein schwerer Körper braucht, um längs der Hypothenuse schief zu fallen, gleich der Zeit, welche er nöthig hätte, um längs des senkrechten Cathetus zu fallen und mit der erlangten Geschwindigkeit den horizontalen durchzulaufen.

Beweis.

Es sey (Fig. LI.) $AC:BC=3:4$, so ist $AB=5$. Folglich verhält sich (§. 324.) die Fallzeit längs AB zu der $AC=5:3$. Es sey also t die Fallzeit längs AC, so ist die längs $AB=\frac{5}{3}t$. Wenn der Körper in C angelangt ist, und mit der der Höhe AC zugehörigen Geschwindigkeit sich fortbewegte, so würde er in der Zeit t einen Raum $=2AC$ durchlaufen (§. 306.) und dieser Raum wäre hier $=6$. Da aber $BC=4$ ist, so wird die nöthige Zeit um BC mit der erlangten Geschwindigkeit durchzulaufen $\frac{2}{3}t$ seyn. Diese zu t addirt giebt die ganze Zeit, die der Körper nöthig hätte, um von A durch C nach B zu kommen. Es ist aber $t+\frac{2}{3}t=\frac{5}{3}t$, also der Zeit gleich, welche der Körper braucht, um längs AB zu fallen.

§. 328.

Die erhaltenen Geschwindigkeiten nach einem Falle längs jeder krummen Linie sind der durch den senkrechten Fall erhaltenen Geschwindigkeit gleich.

Beweis.

Es sey (Fig. LII.) ADB eine krumme Linie, AC die verticale Höhe, CB die Horizontal-Linie;

Jede krumme Linie kann als aus geraden Elementen AD, DD′, D′D″ ꝛc. bestehend angesehen werden. Ist der Körper von A nach D gekommen, so hat er die nemliche Geschwindigkeit erhalten (§. 323), als wäre er längs Ac gefallen. Folglich befindet er sich in D in Absicht auf seine Geschwindigkeit wie in c. Fällt er von D nach D′, so erlangt er eine neue Geschwindigkeit, die so groß ist, als fiel er von c nach c′. Mithin besteht seine ganze Geschwindigkeit in D′ aus derjenigen, die er durch den Fall längs AD und durch den längs DD′ erhalten hat, das heißt, der gleich, die er durch den Fall längs Ac und cc′ erhalten würde. Dasselbe gilt von jedem andern Punkte D der krummen Linie. Folglich muß der Körper, wenn er längs ADD′D″ gefallen ist, dieselbe Geschwindigkeit haben, als wäre er durch AC frei gefallen.

Dieser Satz gewährt den wichtigen Vortheil, mittelst einer krummen Linie, jede durch den Fall erzeugte senkrechte Bewegung in eine Bewegung von gleicher Geschwindigkeit, aber von jeder beliebigen Richtung über oder unter dem Horizonte zu verwandeln.

§. 329.

Die Pendelbewegung (§. 50.) gehört zu den Bewegungen auf vorbeschriebenen Wegen, denn es ist ganz gleich, ob man einen Körper an einen Faden hängt und ihn einen Kreisbogen beschreiben läßt, oder ob man diesen Körper auf einer kreisförmig zugeschnittenen Fläche herunter und herauf rollen läßt. Es ist §. 316. und 229. gezeigt worden, daß die schiefe Ebene oder Fläche auf einen auf ihn sich be-

findlichen Körper so würkt, wie eine Kraft, die senkrecht auf derselben gerichtet wäre, und in der Pendelbewegung ist der Faden als Radius des Kreises auf jedem Element des Bogens, wo der Körper sich befindet, senkrecht. Bei den Untersuchungen über die Pendelbewegung nimmt man anfangs an, der Faden habe kein Gewicht, und der Körper selbst, der oscillirt, sey in einem einzigen mathematischen Punkte concentrirt. Unter dieser Voraussetzung heißt der Pendel ein einfacher Pendel. Die würklichen Pendel, wo der Faden oder die Stange ein würkliches Gewicht haben und der daran hängende Körper eine gegebene Größe hat, heißen zusammengesetzte Pendel, weil jeder Theil ihrer Masse als ein eigener für sich vibrirender Pendel angesehen werden muß.

§. 330.

Es sey CA (Fig. LIII.) ein einfacher Pendel, A die Masse, C der Mittelpunkt der Bewegung. Man bringe den Pendel aus seiner verticalen Lage in die Lage CN. Man nennt den Winkel ACN den Oscillations-Winkel, auch den Elongations-Winkel. Wäre der Körper in der Lage N nicht durch den Faden gehalten, so würde er senkrecht fallen. Es sey NO der senkrechte Fall in einer gewissen Zeit, oder die Kraft, die ihn treibt, sein Gewicht; so läßt sich diese Kraft in zwei zerlegen, deren eine NR in der Richtung des Fadens, die andere NQ in der Richtung der Tangent aus N. Die erstere ist durch den Widerstand des Mittelpunkts zernichtet; also kann der Körper sich nur mit der Kraft NQ bewegen. Für jeden Punkt des

Bogens NA, in welchen der Körper sich befinden mag, variirt das Verhältniß der durch das Parallelogramm ausgedruckten Kräfte; nach A zu wird NQ immer kleiner, in A ist NQ = o. Folglich ist der Fall des Körpers auf diesem beschriebenen Wege zwar beschleunigt, aber nicht gleichförmig beschleunigt, wie auf der schiefen Ebene. Da man indessen jeden unendlich kleinen Theil des Bogens als eine schiefe Ebene ansehen kann, so muß der Körper, wenn er in A angelangt ist, dieselbe Geschwindigkeit erhalten haben, als wenn er (§. 328.) durch GA frei gefallen wäre. In diesem Punkte aber ist die Tangential-Bewegung horizontal; folglich muß der Körper, vermöge der Beharrlichkeit, sich in dieser Richtung fort zu bewegen trachten. Der Faden zwingt ihn aber die kreisförmige Bewegung anzunehmen, und so muß er im entgegengesetzten Bogen hinauf steigen, und zwar mit einer retardirten, nach demselben aber umgekehrten Gesetze der accelerirten Bewegung, und nach §. 317. bis er so hoch dort gestiegen ist, als er von N gefallen ist. Folglich, wenn sein höchster Punkt M ist, muß AM = AN, den Widerstand der Luft und die Reibung in C bei Seite gesetzt.

§. 331.

In zwei einfachen Pendeln von ungleichen Längen verhalten sich die Zeiten der Schwingungen in ähnlichen Bögen wie die Quadratwurzeln aus den Pendellängen.

Beweis.

Es sey a, Fig. LIII., ein zweiter kürzerer Pendel, der seine Schwingungen im Bogen mn ähn-

lich dem Bogen MN macht. Man denke sich die Bögen in gleich viel ähnlichen unendlich kleinen Bögen getheilt, welche die Pendel nach und nach durchlaufen. Durch jeden dieser Bögen werden die Körper A und a wie auf schiefen Ebenen fallen. Aber es verhalten sich auf schiefen Ebenen (§. 321.) so gut als im freien Falle die Zeiten wie die Quadratwurzeln der Fallhöhen, und für irgend ein Paar homologer Puncte Q, q verhalten sich diese Fallhöhen wie die Radien, das heißt wie die Pendellängen. Folglich verhalten sich die Fallzeiten längs den unendlich kleinen Bögen in einem Pendel zu den Fallzeiten in den homologen Punkten im andern Pendel wie die Quadratwurzeln der Pendellängen. Sind also $p.\sqrt{AC}$, $q.\sqrt{AC}$, $r.\sqrt{AC}$ — — ꝛc. die Fallzeiten in den von N nach A auf einander folgenden unendlich kleinen Bögen, so müssen die Fallzeiten der homologen unendlich kleinen Bögen von n nach a, $p.\sqrt{ac}$, $q.\sqrt{ac}$, $r.\sqrt{ac}$ — — ꝛc. seyn. Folglich verhalten sich die Summen dieser Zeiten oder die ganzen Fallzeiten $\sqrt{AC}.(p+q+r-$ ꝛc.) und $\sqrt{ac}.(p+q+r-$ ꝛc.) $=\sqrt{AC}:\sqrt{ac}$, das heißt wie die Quadratwurzeln der Pendellängen.

Versuche mit Pendeln von verschiedener Länge.

§. 332.

Die würkliche Zeit, welche ein Pendel braucht um eine Schwingung MN zu machen, kann nur durch die höhere Mathematic gefunden werden, da der Fall hier nicht gleichförmig accelerirt ist. Für

eine unendlich kleine Schwingung MN giebt die Rechnung die Zeit T in Secunden $= \frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{A}{G}}$ wenn A die doppelte Pendellänge und Q der Fallraum während der ersten Secunde oder die Zahl 15,0917′ par. = 15,625′ rhl ist. Für kleine Bögen ist diese Formel noch brauchbar, da der Fehler nicht beträchtlich ist. So ist für den Fall da AN = 1° der Fehler nur $\frac{1}{25000}$ der ganzen Dauer der Oscillation; für AN = 2° ist der Fehler nicht $\frac{1}{6000}$; für NA = 5° ist der Fehler $\frac{1}{1000}$. Will man nicht um $\frac{1}{1000}$ fehlen, so muß der ganze Bogen MN unter 10° fassen. Daher läßt man bei genauen Beobachtungen den Pendel nur in sehr kleinen Bogen schwingen.

§. 333.

Die Formel $T = \frac{1}{2}\pi\sqrt{\frac{A}{G}}$ ist mehrerer nützlicher Anwendungen fähig. Man wollte z. B. die Länge eines Secunden-Pendels finden, so hätte man $A = \frac{4T^2G}{\pi^2}$ und also die gesuchte Länge $= \frac{2T^2.G}{\pi^2}$. Aber da hier T = 1 ist, so hat man diese Länge $= \frac{2G}{\pi^2}$, wozu also nichts weiter nöthig ist zu wissen, als die Länge des Falls eines Körpers für die erste Secunde.

Da aber die Fallhöhe in der ersten Sekunde aus directen Versuchen nicht leicht genau zu finden, hingegen die Länge des Secundenpendels leichter gemessen wird, so hat man die Rechnung umgekehrt und aus der Länge des Secundenpendels die Fallhöhe für die erste Secunde berechnet, die Glei-

chung dafür ist $G = \frac{1}{4}\pi^2 A$. Die Länge des Secundenpendels zu Paris ist $= 3', 0'', 8,''' 67 = 3{,}0602$ Fuß pariſ. M.

„In den Vorleſungen werden die Verdienſte Galilái's und Huygens um die Lehre „der Pendel, ſo wie die Anwendung derſelben „auf das Zeitmaaß erwähnt.

B. Central- und Schwung-Bewegung.

§. 334.

Wenn ein durch eine einfache Kraft bewegter Körper beſtändig durch eine andere Kraft nach einem unveränderlichen Punkte getrieben wir, ſo muß er nach §. 147. einen krummlinichten Weg beſchreiben, und dieſe Art der Bewegung heißt eine **Centralbewegung**. Eine ſolche Bewegung iſt nur dann möglich, wenn die zweite auf dem Körper einwürkende Kraft eine innere oder abſolute iſt, die hier eine **Centripetalkraft** heißt. Der Punkt, nach welchem ſie den Körper treibt, heißt der **Mittelpunkt der Kräfte.**

§. 335.

Es ſey ein Körper in A, Fig. LIV, von einer einfachen Kraft in der Richtung A x getrieben, ſo daß er in der Zeit t den Raum AB durchlaufe; ſo würde er durch die Beharrlichkeit in dieſem geradlinichten Wege mit gleicher Geſchwindigkeit ohne Ende fortlaufen. Wird ſeine Richtung geändert, ſo muß ſein neuer Weg durch die zwei auf ihn würkenden Kräfte beſtimmt werden. Es ſey irgend

eine Centripetalkraft, welche ihn in eben der Zeit t um Bb nach C zieht; so wird sein neuer Weg Bd in der zweiten Zeit aus Bb und (Ba = AB) zusammengesetzt und durch das Parallelogramm der Kräfte BbDa bestimmt werden. Ist der Körper in D, so würde ihn die Beharrlichkeit auf dem Wege BD erhalten, so daß er in der dritten Zeit t einen Weg Dd = BD zurücklegen würde. Aber die Centripetalkraft zieht ihn nach C um irgend eine Linie Dc in derselben Zeit t. So wird der Körper zu Ende der dritten Zeit sich in E befinden. Aus demselben Grunde wird er sich zu Ende der vierten Zeit in F befinden, und sofort. Denkt man sich die Zeiten t, so wie die in denselben durchlaufenen Räume, unendlich klein, so müssen die Wege AB, BD, DE, EF ꝛc. eine krumme Linie bilden.

§. 336.

Es sey das Verhältniß von AB zu Bb, welches man wolle, so durchläuft der Körper in der Centralbewegung immer gleiche Flächenräume in gleichen Zeiten.

Beweis.

Die Dreiecke ACB und BCa sind gleich; so auch die Dreiecke BCa und BCD. Folglich sind auch die Dreiecke ACB und BCD einander gleich. Es sind aber die Dreiecke BCD und DCd gleich, so auch DCd und DCE; folglich sind die Dreiecke BCD und DCE einander gleich. So erweiset man daß die Dreiecke DCE und ECF einander gleich sind. Also sind alle Dreiecke ACB, BCD, DCE, ECF ꝛc., welche der Körper an ihren Grundlinien durchläuft, einander gleich.

Nennt man die veränderliche gerade Linie aus C in jeden Punkt der Bahn des Körpers radius vector, so heißt der Satz: die in gleichen unendlich kleinen Zeiten durch den radius vector durchlaufenen Räume sind einander gleich. Woraus folgt: Alle vom radius vector in endlichen Zeiten durchlaufenen Flächenräume verhalten sich wie die Zeiten.

§. 337.

In der Centralbewegung wird nicht nur die Richtung durch die absolute Kraft geändert, sondern auch seine Geschwindigkeit; dies sieht man schon aus der Verzeichnung der Parallelogramme der Kräfte; es läßt sich auch das Verhältniß der Geschwindigkeiten finden. Es sey AB (der eine Weg, den der Körper in der unendlich kleinen Zeit t zurücklegt) auf AC senkrecht. Man nenne AC, a; und die Geschwindigkeit des Körpers dort c; so ist der Weg $AB = ct$. So ist demnach der Flächenraum des Dreiecks $= \frac{1}{2}act$. Es sey ferner die Geschwindigkeit in $F = C$, und das Perpendikel Cg auf dem Wege EF, oder auf der Tangent der krummen Linie $= b$, so ist der Flächenraum hier $= \frac{1}{2}bCt$. Da aber nach §. 336. die Flächenräume immer einander gleich sind, so hat man $\frac{1}{2}act = \frac{1}{2}bCt$; folglich $ac = bc$ oder $c : C = b : a$; das heißt: es verhalten sich die Geschwindigkeiten in verschiedenen Punkten einer Central-Bewegung umgekehrt wie die Perpendikel aus dem Mittelpunkte der Kräfte auf die Tangenten an den Punkten der Bahn.

§. 338.

Die höhere Analysis liefert eine allgemeine Glei-

chung für die krummen Linien, welche ein Körper durch Centralbewegungen beschreibt, und zeigt, daß, wofern die absolute Kraft die Gravitation ist, oder das Gesetz des umgekehrten Quadrats der Entfernungen befolgt, diese krumme Linie ein Kegel-Schnitt seyn müsse, so wie auch, daß aus den auf diese Gleichung angewandten Datis der Astronomie folgt, daß die Bahnen der Planeten und Neben-Planeten Ellipsen sind.

§. 339

Es möchte vielleicht scheinen, als ob es unmöglich wäre, daß bei der Annahme einer beständig würkenden innern Kraft, die den Körper gegen den Mittelpunkt der Kräfte treibt, der Körper eine in sich kehrende Linie beschreibe, sondern daß der Körper endlich nach mehreren immer kleiner werdenden Umkreisen auf denjenigen, der ihn anzieht, das heißt: in den Mittelpunkt der Kräfte fallen und daselbst bleiben müsse; und in der That hat man diese Behauptung als Einwurf gegen das neutonsche Gesetz der Gravitation geltend machen wollen. Allein es folgt aus §. 337. daß die Geschwindigkeit in jeder Centralbewegung desto größer ist, je kleiner seine Entfernung vom Mittelpunkte der Kräfte ist, welches auch die Erfahrung an den Planeten, und noch mehr an den Cometen zeigt. Die Geschwindigkeit müßte folglich, wenn der Körper den Mittelpunkt der Kräfte erreichte, unendlich groß seyn und auch zugleich $= 0$. Um sich die Möglichkeit der Entstehung einer in sich wiederkehrenden krummen Linie als Bahn der Himmelskörper richtig vorzustellen, muß man die Richtung der

Bewegung in den verschiedenen Augenblicken des Umlaufs in Anschlag nehmen. Es sey C, Fig. LV. der Mittelpunkt der Kräfte, und der Körper fange in A seine Bewegung an; da sie auf AC senkrecht ist, so muß die Anziehung nach §. 336. ihn allerdings näher an C bringen, und so wächst diese Annäherung theils durch die Annäherung selbst, theils weil die Richtung der Bewegung ihn auch dem C näher treibt. In B zum Beispiel ist diese Richtung mit AC parallel und macht mit BC einen kleinern Winkel, als die Richtung in A mit AC. So muß also der Körper, aus dieser doppelten Ursache der größern Nähe und der Richtung, sich gegen C nähern. Ist er in D angekommen, nemlich wieder in der großen Axe, so ist seine Richtung wieder auf CD senkrecht, und dabei hat seine Geschwindigkeit ihr Maximum erreicht; Mithin trachtet der Körper sich von C zu entfernen, aus denselben Gründen, warum er in A sich C zu nähern trachtete.

§. 340.

Bei jeder Centralbewegung würde der Körper, wenn die Centripetalkraft zu würken aufhörte, sich nach der Tangent der Krümmung, die er eben beschrieb, geradlinicht hinaus bewegen, und so seine Bahn verlassen. Die Centripetalkraft hält ihn davon ab, indem sie die geradlinichten Bewegungen in eine krummlinichte verwandelt. So lange der Körper sich in seiner Bahn bewegt, ist also Gleichgewicht zwischen der Centripetalkraft und dem Bestreben sich von der Bahn zu entfernen. Dieses Bestreben nun ist eine mechanische Kraft, da wir

hier Maaße und Geschwindigkeit haben. Aber dieses Gleichgewicht besteht unter verschiedenen Verhältnissen dieser zwei Kräfte, weil sie nach der Beschaffenheit der Krümmung an jedem Punkte der Bahn unter verschiedenen Winkeln auf einander würken; nur im Kreise ist dieses Verhältniß constant. Diese Kraft, welche den Körper aus seiner Bahn immer zu ziehen trachtet, entfernt ihn nicht immer vom Mittelpunkte der Kräfte; da wir vielmehr sehen, daß wenn, Fig. LV. der Körper von A durch B nach D geht, er sich immer dem Mittelpunkte der Kräfte nähert, und erst von D an sich von C entfernt. Diese Kraft ist also nicht an sich eine Centrifugalkraft, sondern nur eine Tangentialkraft

§. 341.

Ist aber der besondere Fall da, daß die Centralbewegung kreisförmig ist, dann erzeugt jede Tangentialkraft immer eine Centrifugalkraft, das heißt: eine, welche den Körper vom Mittelpunkte der Kräfte zu entfernen trachtet. Wäre der Körper in A, Fig. LVI., auf der kreisförmigen Bahn, und seiner Tangentialkraft überlassen, und würde es in der unendlich kleinen Zeit t den Raum AB durchlaufen, so ists offenbar, daß er sich in derselben Zeit um BD vom Mittelpunkte der Kräfte entfernt hätte. Stellt also AB seine Tangentialkraft vor, so ist BD seine Centrifugalkraft. Da aber bei dem Kreise der Halbmesser des Kreises radius vector und immer senkrecht auf der Tangent ist, so muß diese Centralbewegung gleichförmig, oder die Geschwindigkeit des Körpers in allen Punkten der

Bahn gleich seyn. Und da BD für alle gleiche Bögen beständig gleich ist, so ists diese Centrifugalkraft, welche der Centripetalkraft das unveränderliche Gleichgewicht hält.

§. 341.

Die Centrifugal- und Tangentialkräfte sind nicht sogenannte physische Kräfte, wie man sich welche bei den Phänomenen der Gravitation denkt, sondern sie sind mechanische Kräfte im Sinne, wie wir im §. 154. festgesetzt haben, die aus der Centralbewegung entstehen, wie die Diagonalkraft aus den Seitenkräften, oder umgekehrt, im Parallelogramm der Kräfte. Diese Centralbewegung selbst verdankt einer geradlinichten Bewegung und einer innern Kraft ihr Daseyn. So kann man auch dieselben Kräfte am Pendel durch die bloße Schwere entstehen sehen. Es sey, Fig LIII., NO der Ausdruck für die Schwere, so wird das Parallelogramm der Kräfte für die Tangentialkraft NQ, und für die Centrifugalkraft NR liefern; und NR drückt hier gleichfalls die Spannung des Fadens aus, oder die Kraft, welche der Körper in der Kreislinie erhält. Nur ist hier das Verhältniß dieser Kräfte für verschiedene Punkte des Kreises veränderlich, weil die Richtung der Schwere gegen die Periphärie veränderliche Winkel macht; die Pendel-Bewegung ist aber auch keine eigentliche Centralbewegung. Die Tangentialkraft und die Centrifugalkraft sind in der That mechanische Kräfte, sowohl in der eigentlichen Centralbewegung, als in jeder Bewegung um einen Mittelpunkt; sie äußern sich in

allen Fällen, da der Körper seine Bahn verläßt. Wird die Centripetalkraft zernichtet, so geht der freie Körper längs der Tangent fort, wie in dem im ganzen Kreise geschwungener Pendel, wenn der Faden reißt. Ist aber der Körper so eingeschränkt, daß er nur längs dem Halbmesser sich bewegen könne, so wird er sich in dieser Richtung durch die Centrifugalkraft entfernen, wie die Versuche §. 343. lehren werden.

§. 342.

Bei jeder Centralbewegung, in irgend einer krummen Linie, läßt sich auch eine Art von Centrifugalkraft denken, das heißt: es läßt sich die krummlinichte Bewegung so zerlegen, daß eine Centrifugalkraft herauskomme, die auch sich äußern müßte. Aber dazu muß man sich einen Kreisbogen denken, der die krumme Linie an den Ort des Körpers berühre, für welchen Kreis und Mittelpunkt denn eine Centrifugalkraft entsteht, nicht aber für den Mittelpunkt der Kräfte. Diese Centrifugalkraft gehört aber nicht hieher, sondern wir betrachten diese Art von Kraft nur in der Kreisbewegung, die Bewegung mag eine wahre Centralbewegung seyn, oder eine bloße Bewegung um einen Mittelpunkt. Sie heißt auch Schwungkraft, und jede Bewegung um einen Mittelpunkt eine Schwungbewegung. Bei der Betrachtung dieser Kraft f kommts auf d m Halbmesser r, auf die absolute Geschwindigkeit C des Körpers, auf die Masse M und auf die Umlaufszeit T an.

§. 343.

Bei gleichen Umlaufs-Geschwindigkeiten und

Massen verhalten sich die Schwungkräfte wie die Halbmesser.

Beweis.

Es ist, §. 341, gezeigt worden, daß für die Schwungbewegung im Kreise ADE die Schwungkraft, für den unendlich kleinen Bogen AD, durch BD ausgedrückt wird. Für die Schwungbewegung im Kreise ade, der mit ADE gleichzeitig beschrieben wird, wird bd die Schwungkraft seyn. Es läßt sich aber sehr leicht geometrisch erweisen, daß $BD : bd = AC : ac$. Folglich verhalten sich die Schwungkräfte wie die Radien der in gleicher Zeit durchlaufenen Kreise

Versuche mit der Centrifugalmaschine.

§. 344.

Da im Falle gleicher Umlaufszeiten die absolute Geschwindigkeiten sich verhalten wie die Halbmesser, so müssen sich die Schwungkräfte bei gleichen Umlaufszeiten und Massen verhalten, wie die absoluten Geschwindigkeiten, und, sind die Massen verschieden, wie die Produkte aus den Massen und absoluten Geschwindigkeiten.

§. 345.

Es ist, nach §. 343, $f : F = r : R$. Da aber die Geschwindigkeiten sich verhalten, wie die Halbmesser, oder $c : C = r : R$, so hat man für gleiche Umlaufs-Geschwindigkeiten $f : F = c : C$, oder $f^2 : F^2 = c^2 : C^2$. Dividirt man diese Proportion durch die vorige, so erhält man $f : F = \frac{c^2}{r} : \frac{C^2}{R}$, oder $f : F = c^2 R : C^2 r$; das heißt: die Schwungkräfte verhalten sich wie die Qua-

drate der absoluten Geschwindigkeiten dividirt durch ihre Radien, oder wie die Producte der Quadraten der Geschwindigkeiten in die umgekehrten Radien, unter Voraussetzung gleicher Massen. Die höhere Mechanic beweiset, daß die Schwungkraft bei der Kreisbewegung oder $f = \frac{Mc^2}{2rg}$, woraus die obigen Sätze sich auch deduciren lassen.

§. 346.

Will man einen Pendel so schwingen, daß er eine ganze Revolution mache, so muß seine Schwungkraft dem Gewichte des Pendels gleich seyn, oder $\frac{Mc^2}{2rg} = 1.M$, oder $\frac{C}{2rg} = 1$. Es ist aber §. 320. gezeigt worden, daß die der Geschwindigkeit zukommende Höhe $h = \frac{c^2}{4g}$ also $2h = \frac{c^2}{2}$. Folglich hat man durch die obige Gleichung $\frac{2h}{r} = 1$, oder $h = \frac{1}{2}r$; das heißt: der Pendel muß im obersten Punkte wenigstens dieselbe Geschwindigkeit haben, als wäre er durch den Raum $\frac{1}{2}r$ gefallen.

§. 347.

Außer den Bewegungen der Himmelskörper haben wir noch wahre Centralbewegungen, die Wurfbewegungen auf der Oberfläche der Erde. Wird nemlich ein Körper in irgend einer Richtung geworfen, die nicht dieselbe ist, als die Richtung der Schwere, so gehorcht er nicht nur der einfachen Kraft, die ihn geradlinicht bewegt, sondern auch der Schwere; mithin muß er sich in einem Kegelschnitt bewegen, wovon der Mittelpunkt der Erde

ein Focus ist, und dieser Kegelschnitt ist eine Ellipse, weil der Raum, durch welchen der Körper in einer Secunde getrieben wird, als gegen den Radius der Erde verschwindend angesehen werden kann, so daß, wenn die Masse der Erde permeabel wäre, der Körper wie ein Sattellit der Erde seine Bahn durchlaufen würde. Da aber die Körper, auch diejenigen, welche mit der größten durch unser Geschütz erreichbaren Geschwindigkeit abgeschossen werden, immer eine im Vergleich mit der Größe der Erde sehr kleine Bahn beschreiben, so kann diese Bahn, oder vielmehr dieses Stück ihrer Bahn, als zu einer Parabel gehörig betrachtet werden, da, wie bekannt, eine Ellipse zur Parabel wird, wenn ihre große Axe unendlich wächst, und da schon gezeigt worden, daß für alle Bewegungen der Körper an der Oberfläche der Erde die natürlichen Richtungen der Schwere als parallel angenommen werden können.

§. 348.

Es sey der Körper A, fürs Erste horizontal geworfen, so daß er in gleichen Zeiten t die gleichen Räume AB, BC, BD ꝛc., Fig. LVII., geradlinicht durchlaufen würde. Da ihn die Schwere vertical treibt, so wird er nach der ersten Zeit t sich nicht in B, sondern in T, wenn ihn die Schwere in derselben Zeit durch AE = BF treibt; nach der zweiten Zeit in G; nach der dritten Zeit in H ꝛc. und es werden sich (§. 308.) die Linien BF, CG, DH ꝛc. verhalten wie 1, 4, 9 ꝛc. Es sey nun die Geschwindigkeit, mit welcher der Körper geradlinicht zu laufen strebt = c, so ist AB, BC,

CD ꝛc. $= ct$. In den Zeiten t durchläuft er aber die Räume BF, CG ꝛc. durch die Schwere, und diese Räume werden nach §. 310. durch gt^2 ausgedrückt. Wir haben also zur Bestimmung jedes Punkts der Bahn AFGH, $BF = gt^2$ und $AB = ct$ oder $AB^2 = c^2 t^2$. Dividirt man diese zwei Gleichungen durch einander, so erhält man $\frac{AB^2}{BF} = \frac{c^2}{g}$. Setzen wir nun $AC = BF = x$ und $AB = EF = y$, so hat man $y^2 = \frac{c^2}{g} x$, das heißt die Gleichung zur Parabel, deren Parameter $= \frac{c^2}{g}$. Da wir aber, §. 320, gesehen haben, daß die der Geschwindigkeit zukommende Höhe $h = \frac{c^2}{4g}$, so ist der Parameter dieser Parabel das vierfache der der Geschwindigkeit c zukommenden Höhe, und der Focus ist um die der Geschwindigkeit zukommende Höhe h vom Scheitel entfernt.

§. 349.

Ist der Wurf nicht horizontal, sondern schief wie AE, Fig. LVIII., so gilt auch hier dieselbe Schlußfolge. Man wird immer haben $AB = ct$, $BF = gt^2$; Folglich $AB^2 = \frac{c^2}{g} . BF$, also auch die Parabel, wovon $\frac{c^2}{g}$ der Parameter ist, aber für schiefwinklichte Coordinaten. Will man diese Gleichung auf die Parabel mit rechtwinklichten Coordinaten zurückführen, so nenne man α den Winkel EAL und y die Ordinate AM, so ist $AM = AB . \cos \alpha = ct . \cos \alpha$; folglich

$y^2 = x \cdot \frac{c^2}{g} \cdot \overline{\cos\alpha^2}$, folglich eine Parabel deren Parameter $\frac{c^2}{g} \cdot \overline{\cos\alpha^2}$

§. 350.

Man sieht leicht ein, daß, da die Erhöhung des Körpers durch die einfache Kraft längs AE über den Horizont wie die Zahlen 1, 2, 3, 4 ꝛc. wächst, die Depression aber durch die Schwere, wie die Zahlen 1, 4, 9, 16 ꝛc., der Körper nach einer gewissen Zeit das Maximum der Höhe in J, welches der Scheitel der Parabel ist, erreicht haben wird, und dann in einer Bahn JL, welche der Bahn AJ gleich ist, fallen muß. Läßt man die Coordinaten im Scheitel anfangen, so ist die horizontale Geschwindigkeit immer unveränderlich und $= c \cdot \cos\alpha$. Daher paßt auch die obige Gleichung für diesen Anfangspunkt. Dieser Satz der paraboliſchen Bahn der geworfenen Körper, aus welchem sich sehr leicht mehrere specielle Sätze entwickeln lassen, ist der Fundamental-Satz der Balliſtic und macht mit der Anwendung der Lehre des Widerstands der Luft die Theorie der Artillerie aus.

Versuche mit der paraboliſchen Maschine.

C. Stoßbewegung.

§. 351.

Der Begriff von Stoß ist schon, §. 155., geliefert worden, so wie auch, §. 87., der Begriff von elaſtiſchen Körpern. Auch wurde schon gezeigt, daß die Elaſticität Bewegungen erzeuge;

mithin muß man erwarten, daß diese Eigenschaft, nachdem sie in einem größern oder geringern Grade statt findet, einen beträchtlichen Einfluß auf die Phänomene der Stoßbewegung zeige. Daher sondert man die Phänomene des Stoßes elastischer Massen von denen des Stoßes unelastischer Massen.

§. 352.

Gleichfalls müssen die Phänomene der Stoßbewegung sehr verschieden ausfallen, nachdem die Richtung der Bewegung vor dem Stoße durch die Schwerpunkte der Massen gieng oder nicht. Im ersten Falle nennt man den Stoß central, im letzten Falle aber excentrisch. Ferner kommt es auch darauf an, ob die Richtung der Bewegung vor dem Stoße auf der Berührungs-Ebene senkrecht ist oder nicht. Im ersten Falle ist der Stoß gerade, im letzten Falle schief; Wir wollen die ersten Fälle beider Art unter den gemeinschaftlichen Namen directer Stoß begreifen, und nur diese hier betrachten, den einzigen Fall ausgenommen, da einer der beiden Körper ganz fest ist und der andere ihn schief stoßt.

a) Directer Stoß unelastischer Massen.

§. 353.

Es werden hier vollkommen unelastische Körper vorausgesetzt, dergleichen es freilich keine giebt. Jeder Grad von Elasticität hat auf die Stoßphänomene Einfluß. Allein da wir kein Mittel bis jetzt besitzen, den Grad der Elasticität zu messen, so lohnt es der Mühe nicht, die Gesetze des Stoßes

für Massen zu suchen, die nicht vollkommen unelastisch sind. Dasselbe gilt von den nicht vollkommen elastischen Massen. Die unelastischen Massen sind vollends zweierlei Art, harte und weiche, und auch dieses macht einigen Unterschied in den Resultaten.

§. 354.

Zwei harte, unelastische, Massen M und m holen einander oder begegnen einander mit den Geschwindigkeiten C und c. Man sucht ihre Bewegungen nach dem Stoße.

Auflösung.

Die Quantität der Bewegung oder die mechanische Kraft der Massen ist MC und mc. Ist die Bewegung beider Massen in einerlei Richtung, so vereinigen sich beide Bewegungen in eine; beide Massen gehen nun mit einer Geschwindigkeit, als wären sie eine Masse, und die Kraft, welche sie beide nun bewegt, ist die Summe beider Kräfte. Ist aber die Richtung der Masse M der der Masse m entgegengesetzt, so wird es auch die Kraft und die Bewegung. Folglich heben sie sich wechselseitig auf, so viel es angeht, und es bleibt zur gemeinschaftlichen Bewegung nur der Ueberschuß der Einen gegen die andere; mittelst dieses Ueberschusses werden sich beide Massen, als wären sie eine Masse, mit einer gemeinschaftlichen Geschwindigkeit bewegen. Für beide Fälle hat man also für die Geschwindigkeit x beider Massen nach dem Stoße $x = \frac{MC \pm mc}{M + m}$

§. 355.

Es lassen sich bei dieser Formel mehrere Fälle denken, wovon folgende die merkwürdigsten sind.

Für $M = m$ hat man $x = \frac{C \pm c}{2}$, das heißt die resultirende Geschwindigkeit der halben Summe oder Differenz der Geschwindigkeiten vor dem Stoße gleich. Für $M = m$ und $C = c$, oder für $M : m = c : C$, oder $MC = mc$ ist $x = o$ für den Fall der Bewegung in entgegengesetzter Richtung und $x = \frac{2MC}{M \pm m}$ in gleicher Richtung.

Ruht m vor dem Stoße, oder ist $c = o$, so ist $x = \frac{MC}{M \pm m}$;

Ruht M vor dem Stoße, oder ist $C = o$, so ist $x = \frac{\pm mc}{m \pm m}$, das heißt positiv, wenn man auf die Bewegung von m sieht, negativ, wenn man auf die von M sieht.

§. 356.

Aus der letzten Formel $\frac{\pm mc}{M \pm m}$, wobei m als die kleinere von beiden Massen angesehen wird, folgt, daß jede auch noch so kleine Masse, welche gegen auch noch so große Masse, welche ruht, anstoßt, dieser eine Bewegung mittheilen muß; denn $\frac{mc}{M \pm m}$ kann nie $= o$ werden, außer im Falle der Nenner des Bruchs, das heißt hier M unendlich groß wäre. Ein Stein von 100000 ℔ Gewicht, den man mit dem Fuße stoßt, oder mit einem andern Steine von 1 ℔ wirft, scheint zwar nicht von

der Stelle zu rücken. Allein wenn man seine Geschwindigkeit berechnet, so findet man, daß sie $= \frac{1}{100001}$ der Geschwindigkeit, mit welcher der Stein von 1 ℔ ihn getroffen hat, mithin in diesem Falle durchaus unmerklich, welches auch der Fall wäre, wenn der große Stein an einem unendlich langen Stricke hieng, anstatt wie gewöhnlich auf dem Boden zu liegen.

§. 357.

Sieht man MC als die größere Bewegung an, so verliert M beim Stoße an Bewegung und m gewinnt. Für den Fall der Bewegung in einerlei Richtung hat man für den Verlust an Geschwindigkeit den M erleidet $C - \frac{MC+mc}{M+m} = \frac{m(C-c)}{M+m}$ und folglich der Verlust an Bewegung $= \frac{Mm(C-c)}{M+m}$. Der Gewinn an Geschwindigkeit der Masse m ist $= \frac{MC+mc}{M+m} = c = \frac{M(C-c)}{M+m}$ und folglich der Gewinn der Bewegung $= \frac{mM(C-c)}{M+m}$, also den Verlust der Masse M gleich. Für den Fall der Bewegung in entgegengesetzter Richtung ist der Verlust an Geschwindigkeit, den M erleidet $= C - \frac{Mc-mc}{N+m} = \frac{m(C+c)}{M+m}$; folglich der Verlust an Bewegung $\frac{Mm(C+c)}{M+m}$. Der Gewinn an Geschwindigkeit, den m macht, ist negativ, wenn wir die Bewegung von m in Rücksicht auf m selbst betrachten, positiv aber in Rücksicht auf M; denn nach dem Stoße geht m in entgegengesetzter Richtung von vorher, das heißt in der Richtung von M.

Daher ist der Gewinn an Geschwindigkeit von m, $\mp \frac{MC-mc}{M+m} \mp c = \mp \frac{M(C+c)}{M+m}$ und der Gewinn an Bewegung $= \mp \frac{Nm(C+c)}{M+m}$, folglich dem Verluste von M gleich; denn es ist für die Quantität von Bewegung, wenn die Bewegung statt findet, einerlei ob sie positiv oder negativ ausgedrückt wird, § 160. Aus dieser Betrachtung des Gewinns und Verlustes an Bewegung in den Massen M und m durch den Stoß folgt, daß im Stoße vollkommen harter Körper dieselbe Quantität von Bewegung nach dem Stoße statt findet als vor dem Stoße.

§. 358.

Sind die stoßenden Massen weich, so geht in der Richtung des Stoßes eine Applattung beider Massen vor. Die Theile nahe um den Berührungs-Punkt treten beiderseits zurück, wie bei den elastischen Körpern §. 90, treten aber aus Mangel an Elasticität nicht wieder heraus. Zu dieser Applattung wird ein Theil der Kraft verwandt, welche nach dem Stoße nun nicht mehr in den Massen ist; daher die Phänomene hier mit den Formeln von §. 354 und 355 nicht übereinstimmen können.

b) Directer Stoß elastischer Massen.

§. 359.

Es ist schon §. 90. gezeigt worden, daß beim Stoße elastischer Körper die unächst um dem Berührungs-Punkte befindlichen Theile weichen, und zwar während des Stoßes immer mehrere, bis die

Summe der Widerstände aller weichenden Theile der ganzen Kraft gleich ist. Hat die Applattung diesen Grad erreicht, so treten durch die Elasticität alle Theile, die gewichen waren, in ihre vorige Lage zurück, und, wenn die Elasticität vollkommen ist, mit derselben Geschwindigkeit und äußern demnach gegen jede ihnen widerstehenden Masse eine Kraft (Rückwürkung) welche eben so groß ist als der Stoß selbst. Wir betrachten hier nur diesen Fall, nemlich den Stoß vollkommen elastischer Massen.

§. 360.

Bei dem Stoße der harten Körper war die gemeinschaftliche Geschwindigkeit nach dem Stoße $x = \frac{MC + mc}{M + m}$, wann die Körper in gleicher Richtung einander begegnen oder einander einholen, und die Quantität der verlornen und gewonnenen Bewegung für M, M. $(C - x)$; für m, m $(x - c)$. Durch die Wiederherstellung der Figur der Massen treibt nun jede Masse die andere von sich mit so viel Kraft, als sie von der andern in entgegengesetzter Richtung erhalten hat. Folglich verliert oder gewinnt durch die Wiederherstellung jede Masse gerade so viel an Bewegung. Die Masse M hatte, als unelastische Masse nach dem Stoße die Bewegung Mx und hatte der Masse m die Bewegung $M(C - x)$ abgegeben. Mithin muß nach der Wiederherstellung die Bewegung von M seyn $Mx - M(C - x) = M(2x - C)$. Nennt man nun die Geschwindigkeit von M, w, so ist also $w = 2x - C$. Gleichfalls hatte die Masse m als un-

elastische Masse nach dem Stoße die Bewegung mx und hatte von der Masse M die Bewegung $m(x-c)$ erhalten. Mithin ist nach der Wiederherstellung die Bewegung von m, $mx+m(x-c) = m(2x-c)$. Nennt man v die Geschwindigkeit der Masse m, so ist $v = 2x-c$. Setzt man nun in den Werthen für w und v den obigen Werth von x, so hat man $w = \frac{(M-m)C+2mc}{M+m}$, und $v = \frac{(m-M)c+2MC}{M+m}$

Begegnen die Massen einander in entgegengesetzter Richtung, so wird in diesen Formeln c negativ und man erhält für die Geschwindigkeiten $w = \frac{(M-m]C-2mc}{M+m}$ und $v = \frac{(M-m)c+2MC}{M+m}$.

§. 361.

Aus diesen allgemeinen Formeln lassen sich alle specielle Fälle deduciren; hier einige der wesentlichsten:

1) Sind die Massen gleich aber die Geschwindigkeiten ungleich, so hat man, wenn die Körper einander einholen, $w = \frac{2mc}{M+m} = c$ und $v = \frac{2MC}{M+m} = C$; und wenn die Körper einander begegnen $w = \frac{2mc}{M+m} = -c$ und $v = \frac{2MC}{M+m} = C$. Folglich im ersten Falle gehen die Körper in der Richtung der größern Geschwindigkeit mit gewechselten Geschwindigkeiten, und im zweiten Falle springen sie von einander ab mit gewechselten Geschwindigkeiten.

2) Sind die Geschwindigkeiten gleich, aber die Massen ungleich, so ist für den Fall, da die Kör-

per in gleicher Richtung einander einholen $w = \frac{(M-m)C+2mC}{M+m} = \frac{(M+m)C}{M+m} = C$ und $v = \frac{(m-M)C+2MC}{M+m} = \frac{(m+M)C}{M+m} = C$; das heißt, daß jeder Körper mit der ursprünglichen Geschwindigkeit fortgehen wird, welches leicht begreflich ist, da sie einander nie einholen können, mithin kein Stoß vorhanden ist. Für den Fall der Begegnung ist $w = \frac{(M-m)C-2mC}{M+m} = \frac{(M-3m)C}{M+m}$ und $v = (M-m)C+2MC = \frac{(3M-m)C}{M+m}$. Nimmt man nun $M:m = 3:1$ an, so ist $w = o$ und $v = \frac{9m-m)C}{4m} = 2C$; folglich wird der größere Körper ruhen, der kleinere mit einer doppelten Geschwindigkeit fortgehen.

3) Ist $c = o$, so ist $w = \frac{(M-m)C}{M+m}$ und $v = \frac{2MC}{M+m}$, und zwar für den Fall des Einholens und des Begegnens. Setzt man hier $M = m$, so ist $w = o$ und $v = C$; das heißt, die ruhende Masse erhält die Geschwindigkeit der bewegten und die bewegte wird in Ruhe versetzt. Dies gilt wenn $C = o$ wird anstatt c.

4) Ist $M = m$ und $C = c$, oder überhaupt $MC = mc$, so ist für den Fall der Begegnung in entgegengesetzter Richtung $w = \frac{MC-mC-2mc}{M+m} = \frac{-mC-MC}{M+m} = \frac{-C(M+m}{M+m} = -C$ und $v = \frac{Mc-mc+2MC}{M+m} = \frac{Mc+MC}{M+m} = \frac{c(M+m)}{M+m} = c$; das heißt, jede Masse springt mit ihrer ursprüng-

lichen Geschwindigkeit ab; denn die Geschwindigkeit vom m vor dem Stoße war — c.

§. 362.

Legt man mehrere gleiche Kugeln A, B, C, D, E, F hintereinander, und läßt man A mit einer gewissen Geschwindigkeit an B stoßen, so springt die letzte F ab mit derselben Geschwindigkeit und die übrigen bleiben in Ruhe. Denn B erhält (§. 361. 3°) durch den unmittelbaren Stoß von A die Geschwindigkeit von A; B stoßt nun C mit dieser Geschwindigkeit, und giebt also diese Geschwindigkeit, nach §. 361. 3° an C ab, bleibt aber selbst in Ruhe. So gehts mit C zu D, mit D zu E, mit E zu F; und da F keine andere Kugel mehr hinter sich hat, so muß sie abspringen.

§. 363.

Sind die hintereinander liegende Kugeln M, m, μ, n ꝛc. ungleich, und M mit der Geschwindigkeit C an m stoßt, so geht m, nach §. 361 3°, mit der Geschwindigkeit $\frac{2MC}{M+m} = v$, und stoßt mit dieser Geschwindigkeit die Kugel μ, welche also die Geschwindigkeit $w = \frac{2mv}{m+\mu}$ erhalten wird, mit welcher sie die Kugel n stoßen wird, die die Geschwindigkeit $\frac{2\mu w}{\mu+n}$ erhält. Nehmen nun die Kugeln von M an an Größe ab, so wächst die Geschwindigkeit der Kugeln beträchtlich; Nimmt aber die Masse der Kugeln von M an zu, so nimmt die Geschwindigkeit ab. Nimmt man z. B. an,

die Kugeln nähmen in geometrischer Progression ab, so ist die Geschwindigkeit von M = C

— — — — — m = $\frac{4}{3}$ C

— — — — — μ = $\frac{16}{9}$ C

— — — — — n = $\frac{64}{27}$ C

und überhaupt die Geschwindigkeiten der in geometrischer Progression abnehmenden Massen C $((\frac{4}{3})^0$, $(\frac{4}{3})^1$, $(\frac{4}{3})^2$, $(\frac{4}{3})^3$ — $(\frac{4}{3})^{n-1}$).

Versuche mit der Percussions-Maschine über die Sätze §. 361, 362, 363.

In den Vorlesungen wird das Phänomen des Sprengens der Felsen durch Pulver, wenn man zur Spannung des Pulvers blos das Rohr mit Sand füllt, nach §. 362. erklärt.

§. 364.

Einer der wichtigsten Fälle des Stoßes der elastischen Körper ist der, da der eine Körper ganz unbeweglich ist und den Stoß des andern empfängt Ist die Richtung des Stoßes senkrecht auf der Fläche des gestoßenen Körpers und beide vollkommen elastisch, oder nur einer von beiden, und der andere hart so kehrt der Stoßende in derselben Linie zurück. Seine Geschwindigkeit nach dem Stoße wird man finden mittelst § 361, 3), wo gefunden worden ist, wenn c = o, die Geschwindigkeit des andern Körpers $w = \frac{M-m}{M+m} \cdot C$. wobei m die ruhende Masse ist. Da diese ganz fest, ganz unbeweglich ist, so kann man nicht nur den gestoßenen Körper für die ruhende Masse nehmen, sondern es muß auch noch die ganze Masse des Gestells, an welchem der ruhende Körper befestigt ist, dazu nehmen. In den meisten Fällen ist

diese Masse so groß, daß man annehmen kann, die Masse des Stoßenden verschwinde dadegen, wodurch man erhält $M - m = M + m$; mithin $w = C$, folglich die Geschwindigkeit, womit der Körper zurückprallt, der Geschwindigkeit, womit er anstieß, gleich.

Versuch mit einer elfenbeinernen Kugel, die man auf einer harten Ebene fallen läßt, die auf einem festen Tische ruht. Wäre die Fläche völlig hart und die Kugel vollkommen elastisch, so würde die Kugel völlig zu der Höhe herauf steigen, von welcher sie herabgefallen ist. *)

§. 365.

Wenn der bewegte Körper die unbewegliche Ebene schief unter einem spitzigen Winkel ACB trift Fig. LIX, so kann seine Bewegung AC in zwei andere zerlegt werden, deren eine senkrecht auf der gestoßenen Ebene BCF ist, die andere mit ihr parallel Die horizontale AD wird von der Ebene nicht modificirt; folglich wird der Körper nach dem Stoße sich mit derselben Geschwindigkeit

*) Der Herr Hofrath Mayer warnt in seinen Anfangsgründen der Naturlehre 2te Auflage p. 314, vor der eben vorgetragenen Theorie, ohne daß ich den Grund davon einsehe. Im angeführten Versuche mit der Percussions-Maschine, wo die eine Billardkugel festgehalten wird, kann der Widerstand nicht als absolut angesehen werden. Die Hand ist keine Masse, vor welcher das Gewicht der andern Billardkugel verschwindet, und die Weichheit der Finger läßt eine Bewegung zu, wie beim Stoße der weichen Körper, dagegen keine Elasticitäts-Aeußerung.

horizontal bewegen. Die verticale Bewegung aber wird durch die Ebene BCF zernichtet und in die gleiche entgegengesetzte verwandelt, nach §. 364. Ist also der Stoß in C geschehen, so wird der Körper von C aus durch zwei Kräfte getrieben, deren eine CF = AD, die andere aber CD = AB. Folglich muß das Parallelogramm CDEF dem Parallelogramm ABCD in allem gleich seyn. Folglich der Winkel FCE dem Winkel ACB gleich. Jener heißt der Reflexions-Winkel, dieser der Einfalls-Winkel, und man hat den Satz: **Wann ein elastischer Körper auf einer harten unbeweglichen Fläche, oder ein harter Körper auf einer elastischen unbeweglichen Fläche stoßt, so prallt er mit gleicher Geschwindigkeit ab und es ist der Reflexions-Winkel dem Einfalls-Winkel gleich.** Beides sind eigentlich die Neigungs-Winkel der Linien AC, CE mit der Ebene BCF am Stoßpunkte.

Versuch mit dem dazu gehörigen Apparate.

§ 366.

Ist Eins von beiden nicht vollkommen hart oder vollkommen elastisch, so ist die Geschwindigkeit der Reflexion kleiner als die des Stoßes, und zwar nur der Theil CD der Kraft CE, weil nur dieser Theil durch die Elasticität entsteht, da der andere nur die Fortsetzung von AD ist. Daher ist dann auch der Reflexions-Winkel FCE kleiner als der Einfalls-Winkel ACB.

D. Bewegung in den Maschinen.

§. 366.

Bis jetzt haben wir die Bewegung nur in einer oder zwei Massen betrachtet. Neue Phänomene entstehen, wenn man sie in ganzen Systemen von Körpern betrachtet, welche alle sich zugleich bewegen und auf einander Einfluß haben. Dieses ist der Fall in den Maschinen. Wir haben zwar schon die Kräfte und ihre Einwürkungen auf einander mittelst der Maschinen im vorigen Kapitel betrachtet, aber nur im Zustande des Gleichgewichts. Jetzt müssen wir dieses für den Zustand der Bewegung thun. Zwar gehört die umständlichere Erörterung der dahin gehörigen Fragen in die angewandten Physic. Allein die Grundsätze, nach welchen man dort verfährt, dürfen hier, in der theoretischen Physic, nicht ganz übergangen werden.

§. 367.

Die Aufgaben über die Bewegung in den Maschinen, in sofern man auf die zufälligen Hindernisse nicht Rücksicht nimmt, können im Allgemeinen auf zwei Hauptprobleme zurück geführt werden, nemlich: 1) welche Relation findet statt zwischen derjenigen Kraft, die man auf der einen Seite einer Maschine über dasjenige, was zum Gleichgewicht gehört (Uebermucht) zusetzt und der Geschwindigkeit, die dadurch erzeugt wird?

2) Welchen Einfluß hat diejenige Masse, die mit in Bewegung kommt, auf die Bewegung selbst? Diese beiden Probleme werden in der Lehre

der Ueberwucht und des Moments der Trägheit aufgelöset.

a. Von der Ueberwucht.

§. 368.

Wenn zwei Kräfte auf irgend einer Maschine einander das Gleichgewicht halten, so sind ihre Momente, das heißt die Producte der Massen in den Abstand vom Mittelpunkte der Bewegung gleich. Mithin läßt sich keine erfolgende Bewegung denken ohne daß man das Moment auf einer Seite größer mache. Dieser Unterschied der Momente, welcher Bewegung erzeugt, indem es das Gleichgewicht stört, heißt die Ueberwucht. Dieses eine Moment kann größer werden, indem man entwede die Masse oder ihren Abstand vom Mittelpunkte der Bewegung vergrößert; Wenn der erste Fall statt findet, so nennt man gewöhnlich die Zulage an der Masse die Ueberwucht.

§. 369.

Wenn an einem gleicharmigten Hebel zwei Kräfte so würken, daß die Eine die andere zu zernichten trachtet, und die eine die andere also überwindet, die Geschwindigkeit der Bewegung finden für ein gegebenes Verhältniß der Massen.

Auflösung.

Es sey ACB, Fig. LX., der Hebel; dessen Ruhepunkt C; Es seyn A und B zwei Kräfte, die einander das Gleichgewicht halten, mithin einander gleich sind, und m die Masse jeder derselben. Soll Bewegung entstehen, so muß Eins von beiden Ueberwucht erhalten. Man lege also auf der Seite

A die Masse n als Ueberwucht, und es sey c die absolute Geschwindigkeit jeder dieser Massen, da sie nicht auf einander einwürken. So ist $A = (m+n).c$ und $B = m.c$; und da diese Kräfte an gleichen Hebelsarmen würken, so ists als wären sie beide am Punkte A und würkten in entgegengesetzter Richtung. Die Bewegung muß demnach mittelst der Kraft $(m+n)c - mc = nc$ erfolgen. Was aber bewegt werden soll, sind die Massen $m+n$ und m (denn wir abstrahiren hier von der Masse des Hebels selbst). Soll nun die Masse $m+n$ nach a und die Masse m nach b, so ists dasselbe (wegen der Gleichheit der Hebelsarme) als müßte eine Masse $m+n+m = 2m+n$ nach a sich bewegen. Es sey x die erfolgende Geschwindigkeit, so hat man $(2m+n)x = nc$; folglich $x = \frac{nc}{2m+n}$ oder $x : c = n : 2m+n$; das heißt die erfolgende Geschwindigkeit verhält sich zur eigenthümlichen Geschwindigkeit wie die Ueberwucht zur Summe der Massen, die Ueberwucht mit inbegriffen.

§. 370.

Auf einer Rolle würde dieser Satz anzuwenden seyn, wenn zwei Gewichte darüber hiengen, deren größeres das kleinere überwältigte. Bedeutet c die anfängliche Geschwindigkeit des freien Falls, so wäre x die anfängliche Geschwindigkeit der combinirten Gewichte, und die Bewegung ist eine gleichförmig accelerirte Bewegung und da in zwei gleichförmig beschleunigten Bewegungen (§. 311.) die in gleichen Zeiten erhaltenen Geschwindigkeiten sich ver-

halten wie die ursprünglichen Geschwindigkeiten, so kann man im vorgelegten Falle die Geschwindigkeit bestimmen für jede gegebene Zeit, da man nach §. 320 die Geschwindigkeit $c = 2gt$ für den freien Fall kennt.

§. 371.

Wenn an einem ungleicharmigten Hebel zwei Kräfte einander entgegenwürken, und die eine die andere überwältigt, die Geschwindigkeit der Bewegung finden.

Auflösung.

Es seyn die Kräfte B und A anfänglich im Gleichgewichte, Fig. LXI., und die Masse von B sey m, und das Verhältniß der Hebels-Arme $AC : CB = 1 : b$; so ist die Masse von $A = mb$. Es sey die Ueberwuchts-Masse $= n$, so ist zur Erzeugung der Bewegung die Masse in $A = mb + n$, und die in $B = n$. Die Kraft A ist also $(mb + n)c$, ihr Moment $(mb + n)c.1$; die Kraft B ist mc, ihr Moment $mc.b$. Folglich ist das Moment der Kraft, welche die Bewegung erzeugen soll $= (mb + n)c - mc.b = nc.1$. Der erwartete Effect ist die Bewegung der Masse $mb + n$ nach a und von m nach b. Aber die Bewegung von m nach b ist dieselbe als hätte man m in b′, in gleicher Distanz von C, und es müßte nach b″ bewegt werden. Allein die Kraft nc würkt in A; soll nun diese Kraft von einer andern Masse p, welche in A wäre, so viel Widerstand erhalten, als von m in b′ oder B, wie groß wird p seyn? Für den Zustand des Gleichgewichts wäre $p = mb$; allein bei der Bewegung beschreibt diese Masse, in A versetzt,

einen größern Weg in derselben Zeit; folglich muß sie dort mehr widerstehen, im Verhältniß von 1 : b. Also muß p in demselben Verhältniß vermindert werden, und demnach ist $p = mb^2$. Also ist die in A zu bewegende Masse $bm + n + b^2 m$. Es sey x die erfolgende Geschwindigkeit, so ist $nc = (bm + n + b^2 m)x$ und $x = \frac{nc}{bm + n + b^2 m}$ oder $x : c = n : bm + n + b^2 m$.

§. 372.

Diese Aufgabe läßt sich nach Anleitung des §. 370. auf Gewichte gleichfalls anwenden, so wie auch und vorzüglich auf alle Kräfte mit gleichförmiger Geschwindigkeit, welche mittelst Maschinen, die sich auf den Hebel zurückführen lassen, gegen einander würken. Gleichfalls wenn die Maschine nicht auf einem Hebel sich reduciren läßt; denn hier hat man immer für den Zustand des Gleichgewichts $P : Q =$ irgend zwei Zahlen $p : q$, oder $P.q = Qp$, Diese Zahlen kann man als Hebelsarme betrachten und Pq und Qp als Momente. Mithin sind die obigen Formeln §. 369 und 371 allgemein. Uebrigens ist die Anwendung derselben oft mit großen Schwierigkeiten verknüpft.

b. Vom Momente der Trägheit.

§. 373.

Es ist §. 49 und 53 gezeigt worden, daß die Trägheit oder Beharrlichkeit keine Ursache zur Bewegung sey, aber daß der Widerstand, den die Körper zeigen, den Zustand der Ruhe oder der Bewegung zu verlassen, einer mechanischen Kraft gleich gesetzt werden müsse, weil bei jeder Aeußerung der

Beharrlichkeit Bewegung mitgetheilt wird, und zwar dem ruhenden, so viel als der bewegte dadurch verliert, abstrahirt von der Härte, Weichheit und Elasticität, wo diese Eigenschaften in der Mittheilung der Bewegung sich thätig zeigen. Wir müssen demnach die Trägheit immer durch den allgemeinen Ausdruck der mechanischen Kraft M.C vorstellen.

§. 374.

In der Lehre des Gleichgewichts haben wir die Kräfte betrachtet, in so fern sie Stillstand in den Maschinen erzeugen. Dort nannten wir Moment der Kraft das Product der Masse in den Abstand vom Mittelpunkte der Bewegung; es war das statische Moment. Soll die Bewegung statt finden, so muß Ueberwucht da seyn; dadurch wird die ruhende Kraft in eine bewegende verwandelt (§. 150). Die bewegende Kraft M.C hat auch ihr Moment, ihr Product durch den Abstand vom Mittelpunkte der Bewegung, welches das mechanische Moment heißt. Das mechanische Moment ist demnach ein dreifaches Product aus der Masse, der Geschwindigkeit und der Entfernung der Masse vom Mittelpunkte der Bewegung = M.C.a Die mechanischen Momente kamen schon §. 371., obleich ungenannt, vor und es ist im Grunde dasselbe als das statische Moment, mit dem Unterschiede, daß beim statischen Momente die gebrauchten Kräfte (Gewichte) so in Relation mit einander gebracht waren, daß die beschleunigenden Kräfte sich wechselseitig aufhoben, mithin C aus dem Ausdrucke für das Mo-

ment weg fiel. Im mechanischen Momente wird es wieder hergestellt.

§. 375.

Das Moment der Trägheit ist das Product der Masse ins Quadrat des Abstandes vom Mittelpunkte der Bewegung.

Beweis.

Man denke sich eine Masse am Ende eines Hebelsarms, und die Masse werde durch irgend eine Kraft bewegt, welche am Ende des entgegengesetzten Hebelsarms würkt. Man hat hier für die Aeußerung der bewegenden Kraft ein mechanisches Moment; Aber die Ueberwindung der Trägheit an der zu bewegenden Masse ist die Würkung des Moments. Folglich ist das Moment der Trägheit auch ein mechanisches Moment, folglich ein Product aus der Masse in die erhaltene Geschwindigkeit und in dem Abstand vom Ruhepunkte. Aber die erhaltene Geschwindigkeit ist im Verhältniß des Abstandes vom Ruhepunkte; folglich ist das Moment der Trägheit das Product der Masse in dem Quadrat des Abstands derselben vom Mittelpunkte der Bewegung, oder $M a^2$.

§. 376.

Da die Geschwindigkeiten sich wie die Abstände vom Mittelpunkte der Bewegung verhalten, so ist das Moment der Trägheit auch gleich dem Producte aus der Masse und dem Quadrate der Geschwindigkeit, welche der Körper erhält oder verliert, $= M C^2$.

§. 377.

Es sey ein anders Moment der Trägheit

mc^2 und $mc^2 = MC^2$, so hat man für diese Gleichheit der Momente $m : M = C^2 : c^2$; oder die Massen im umgekehrten Verhältniß des Quadrats der Geschwindigkeiten oder Abstände vom Mittelpunkte der Bewegung.

In den Vorlesungen wird Etwas von dem ehemaligen Streite über die so genannten lebendigen und todten Kräfte historisch vorgetragen.

§. 378.

Es seyn m, n, u, ꝛc. mehrere Massen, die sich an verschiedenen Punkten eines mathematischen Hebels befinden, und die Abstände vom Ruhepunkte seyn a, b, c, ꝛc.; so ist das Moment der Trägheit für diese Massen $= ma^2 + nb^2 + uc^2$ ꝛc, Will man eine Masse x finden, die am Hebelsarme p ein so großes Moment der Trägheit habe, so hat man $x = \frac{ma^2 + nb^2 + uc^2}{p^2}$, und $p = \sqrt{\frac{ma^2 + nb^2 + uc^2}{x}}$ Setzt man nun $x = m + n + u$, das heißt der Summe der Massen gleich, so ist $p = \sqrt{\frac{ma^2 + nb^2 + uc^2}{m + n + u}}$ Der Endpunkt dieser Hebelslänge, da die gesammte Masse in demselben vereinigt, das nemliche Moment der Trägheit hätte, als die Summe aller einzelnen Momente der Trägheit, ist für die Trägheit, was der Schwerpunkt für das Gleichgewicht oder das statische Moment, und heißt Mittelpunct der Trägheit. Sind der Massen unendlich viele am Hebel, oder verwandelt sich der mathematische Hebel in irgend einen Körper, den man nur als mit der Beharrlichkeit begabt betrachtet, so berechnet die Analysis des Unendlichen in der höhern Mechanic das Moment der Trägheit eines solchen Körpers

für verschiedene Figuren, die er haben kann. So z. B. für eine prismatische Stange von der Länge a das Moment der Trägheit $= \frac{1}{3} Ma^2$ und also $p = \frac{1}{3} a$.

§. 379.

Diese Lehre des Moments der Trägheit leidet zunächst eine sehr schöne Anwendung auf die Bewegung des zusammengesetzten Pendels. Da es keine mathematische Pendel anders als in der Vorstellung giebt, und man doch bei den würklichen Pendeln die Masse der Pendelruthe nicht als eine verschwindende Größe ansehen kann, so findet für alle zusammengesetzte Pendel ein eigener Schwingungs-Punkt statt und also auch eine andere theoretische Pendellänge als beim einfachen Pendel, welche Pendellänge zu finden eine höchstwichtige Aufgabe ist.

§. 380.

Man denke sich vorerst die Masse des Pendels als eine Zusammensetzung von unzählig vielen Massen, welche auf der Länge desselben aufgereiht sind, und zwar als nicht schwer. Die Bewegung dieser Massen, jede im Verhältniß des Quadrats ihres Abstandes vom Aufhängepunkte des Pendels, nach dem Gesetze des Moments der Trägheit ist die Würkung der dazu verwandten Kraft, und das Moment der Trägheit aller dieser Massen $ma^2 + ub^2 + uc^2 - -$ ꝛc. (§. 378) ist der zu überwindende Widerstand. Die dazu vorhandene Kraft ist das statische Moment dieser Massen selbst mit der Schwere begabt, oder das mechanische Moment des Gewichts. Die Massen sind wie vorher

m, n, u — — ꝛc. Ihre Geschwindigkeit ist die, welche sie von der Schwere erhalten; setzen wir k dafür, so haben wir für die Kraft $mk+nk+uk = (m+n+u)k$, da aber k in aller Materie gleich ist, oder die Massen den Gewichten proportional, so kann $k=1$ gesetzt werden, und die Kraft bleibt $=m+n+u$. Ihr statisches Moment wird gefunden, wenn man diese Massen als in ihrem Schwerpunkte vereinigt ansieht und ist $=(m+n+u)\,q.\sin\alpha$, wenn q der Abstand dieses Schwerpunkts vom Anfange-Punkte und α der Elongationswinkel ist, §. 224. Allein $\sin\alpha$ ist ein Bruch und zeigt nur eine verminderte Würkung der Schwere an, ohne daß im Verhältniß von q zu den übrigen Größen dadurch etwas verändert wird; Es ist dasselbe als hätten die Massen eine geringere Schwere als die würkliche, und $\sin\alpha$ kann gleichfalls weg bleiben. Demnach ist allgemein $(m+n+u)\,q$ das Moment der Kraft, und zwar das statische und mechanische Moment zugleich, weil wir $k=1$ gesetzt haben. Sollen nun die Kraft und der Widerstand gegen einander würken und die Momente einander gleich seyn, so müssen beide auf den Schwingungspunkt reducirt werden. Es sey x die gesuchte Entfernung des Schwingungspunkts vom Mittelpunkte der Bewegung oder Aufhängepunkte, so ist das Moment der Kraft für diesen Punkt im umgekehrten Verhältnisse von x, und das Moment der Trägheit im umgekehrten Verhältnisse des Quadrats von x, §. 378. Folglich erhalten wir $\frac{(m+n+u)\,q}{x} = \frac{ma^2+nb^2+uc^2}{x^2}$, und

also $x = \frac{ma^2 + nb^2 + uc^2 ----}{q(m+n+u----)}$ das heißt: die Entfernung des Schwingungs-Punkts vom Mittelpunkte der Kräfte oder vom Aufhängepunkte des zusammengesetzten Pendels ist gleich dem Quotient des Moments der Trägheit durch das statische Moment der Massen.

§. 381.

Wäre der Pendel bloß eine prismatische Stange von der Länge a, so ist ihr Moment der Trägheit, §. 378., $= \frac{1}{3} Ma^2$; Ihr statisches Moment ist $\frac{1}{2} Ma$, da der Schwerpunkt sich in der Mitte befindet; Folglich ist hier $x = \frac{\frac{1}{3} Ma^2}{\frac{1}{2} Ma} = \frac{2}{3} a$. Also würde ein solcher Pendel in derselben Zeit seine Schwingung zurücklegen, als ein einfacher Pendel von der Länge $\frac{2}{3}$ a. Wäre am Ende dieses prismatischen Pendels noch eine Linse so angebracht, daß man alle ihre Punkte als im Endpunkte von a vereinige ansehen könnte, welches der Fall ist, wenn der Durchmesser derselben nicht über $\frac{1}{6}$ a beträgt, so findet sich der Schwingungspunkt auf folgende Art: Es sey p die Masse der Pendelstange, deren Länge a, P die Masse der Linse, so ist das Moment der Trägheit beider zusammen $\frac{1}{3} pa^2 + Pa^2 = (\frac{1}{3} p + P) a^2$. Ihr statisches Moment $= \frac{1}{2} p . a + P . a = (\frac{1}{2} p + P) a$. Folglich $x = \frac{\frac{1}{3} p + P}{\frac{1}{2} p + P} . a$.

§. 382.

Wann eine bloß träge Masse M an einem Hebelsarm sich befindet und durch eine fortdauernde,

in jedem Augenblicke erneuerte, immer gleiche, Kraft bewegt wird, so ist die Bewegung der Masse eine accelerirte Bewegung, bis ihre Geschwindigkeit so groß ist, als die der bewegenden Kraft. Denn im ersten Augenblicke widersteht die Masse M nach dem Quadrate der ganzen Geschwindigkeit c, mit welcher sie angegriffen wird; dieser Widerstand reibt für diesen Augenblick die ganze Kraft auf. Dagegen erhält M irgend eine Geschwindigkeit, die wir x nennen wollen. Im zweiten Augenblicke wird die Kraft erneuert und greift die Masse wieder an; da aber diese schon die Geschwindigkeit x hat, so widersteht M nach dem Quadrate von $c - x$ und erhält einen Zusatz x' an Geschwindigkeit. Im dritten Augenblicke widersteht M nach dem Quadrate von $c - x - x'$ und erhält einen neuen Zuwachs x'' an Geschwindigkeit, und so fort bis die Summe dieser erhaltenen Zuschüsse $x + x' + x'' - \text{ꝛc.} = c$, da denn die Kraft nicht mehr auf M würken kann, sondern M durch die Beharrlichkeit sich nun von selbst mit der Geschwindigkeit c bewegt.

§. 383.

In den Maschinen wird nicht nur die Masse der eigentlichen Last in Bewegung gesetzt, sondern die Maschine selbst, deren Masse immer nur träge ist, da sie in Absicht auf ihre Schwere auf den Mittelpunkten der Bewegung unterstützt ist. Die Masse der Maschine widersteht also durch ihre Trägheit zu Anfang der ganzen Bewegung. Die Bewegung selbst wird nur durch die Ueberwucht, §. 369 und 371, bewürkt. Folglich muß die Ueberwucht bei entstehender Bewegung das Moment der Träg-

heit der Theile der Maschine überwinden. Die Maschine kann also nicht gleich die ganze Geschwindigkeit erhalten, welche sie sonst vermöge der Uebermucht erhalten sollte, sondern ihre Bewegung ist vom Anfange an accelerirt, bis die Geschwindigkeit derjenigen Geschwindigkeit c gleich geworden ist, welche die Uebermucht zu geben im Stande wäre, wenn der erwähnte Widerstand der Trägheit nicht statt fände. Ist aber diese Geschwindigkeit erreicht, dann beweget sich die Masse der Maschine für sich, und man nennt diesen nun gleichförmig gewordenen Gang der Maschine den Beharrungs-Zustand.

§. 384.

So lange aber die Maschine noch nicht in diesen Beharrungszustand getreten ist, ist ihre Geschwindigkeit kleiner, als sie nach Maaßgabe der Uebermucht seyn sollte. Folglich findet so lange ein Verlust am reinen Effect statt, welchen die Trägheit der Theile der Maschine bewürkt.

§. 385.

Ist die Kraft ein Gewicht, so ist ohnehin, §. 370, der reine Effect eine accelerirte Bewegung. Die Masse der Maschine vermindert diese Bewegung in jedem Augenblicke, da sie in jedem Augenblicke von der accelerirenden Uebermucht mit einer größern Geschwindigkeit, als im vorhergehenden, angegriffen wird. Aber die resultirende Bewegung bleibt immer accelerirt während dem ganzen Gange der Maschine, und der Verlust am reinen Effect findet immer statt. Diejenigen Maschinen, welche durch Gewichte getrieben werden,

haben also immer eine accelerirte Bewegung, so groß oder so klein die Masse der Theile der Maschine und ihre Trägheit seyn mag. Daher ist der Gang einer Gewicht-Uhr an sich niemals gleichförmig, und dieses veranlaßte die Erfindung Huygens, die Gewicht-Uhren durch Pendel zu reguliren. Man giebt dem Pendel eine große Masse und versetzt diese Masse weit vom Aufhängepunkte, damit ihr Moment der Trägheit sehr groß ausfalle. Indem nun der Pendel vibrirt und ins Räderwerk eingreift, setzt er jeder Beschleunigung des Ganges ein sehr großes Moment der Trägheit entgegen, und so wird das Gewicht, in jedem Augenblicke und vorzüglich bei jeder Wiederkehr des Pendels, in seinem Falle aufgehalten, und wird dadurch gezwungen bei jedem Pendelschlage einen neuen Fall anzufangen, wird also in eine beynahe einfache Kraft verwandelt, die in gleichen Zeiten, wenigstens von einem Pendelschlage zum Andern gleiche Räume durchläuft. Jede andere Masse als der Pendel, der man durch den Gang der Uhr eine abwechselnde Bewegung ertheilt, jede andere Kraft, die einer solchen Bewegung fähig ist, leistet eine ähnliche Würkung, daher die sogenannten Unruhen der Taschen-Uhren. Aus §. 384. ist leicht abzusehen, daß hier ein großer Verlust am Effect vorgeht, da die Maschine eigentlich nie in den Beharrungs-Zustand eintritt; aber bey Uhren kommts nicht darauf, sodern auf die Regelmäßigkeit des Ganges im Ganzen an.

§. 386.

Bei Maschinen, wo es darauf ankommt, aus

der disponiblen Kraft den größten möglichen reinen Effect (nutzbaren Effect) herauszubringen, ist der Umstand der Trägheit der Maschine selbst sehr wichtig und oft sehr nachtheilig; zwar ist der Verlust, der zu Anfang der Bewegung einer Maschine statt findet, nicht von Belang, wenn der Gang ohne Unterbrechung lang fortdauert, da dieser Verlust oft nur einige Sekunden, selten mehrere Minuten lang statt findet. Wenn aber die Maschine ihren Gang oft unterbricht, so wird dieser Verlust sehr beträchtlich; und dieses ist der Fall, so oft die disponible Kraft nicht beständig gleich ist, so auch, wenn der Widerstand abwechselnd ab- und zunimmt. Denn bei jeder Veränderung des Verhältnisses der mechanischen Momente der Kraft und der Last tritt die Maschine aus dem Beharrungszustande heraus, und muß also angesehen werden, als fienge ihre Bewegung, wenigstens zum Theil, von Neuem an. Folglich findet bei jeder solchen Ungleichförmigkeit des Ganges ein Verlust am nutzbaren Effecte statt, und man muß eine eigene Ueberwucht dafür in der Berechnung der Maschine statuiren. *)

§. 387.

Diese schädliche Ungleichförmigkeit des Ganges der Maschine ist am größten, wenn die bezweckte Bewegung abwechselnd positiv und negativ ist; denn ehe die positive Bewegung negativ wird, und die

*) Bei der Berechnung des nutzbaren Effects muß man nicht nur die nachtheilige Würkung des Moments der Trägheit deduciren, sondern auch die der Reibung und des Widerstandes des Medium, wovon aber hier noch nicht die Rede seyn kann.

negative positiv, muß sie =o werden. Mithin hat man in diesem Falle bei jedem hin- und hergehen der Maschine viermal das ganze Moment der Trägheit zu überwinden. Ist die Einrichtung der Maschine so, daß die Ueberwucht die Last mit gleicher Geschwindigkeit fortführen würde, wenn die Trägheit nicht hinderte, so wäre denn dieser Widerstand am größten, und die Ruhepunkte würden vielleicht die Stöße, die im Augenblicke der Wiederkehr der Massen entstehen, nicht aushalten. Daher der Nutzen der Kurbel in solchen Fällen, da sie die Geschwindigkeit ab- und zunehmen läßt. Allein es wird doch immer eine besondere Ueberwucht erfordert, um den Widerstand der Trägheit, den die Kurbel nur mindert, nie ganz aufhebt, zu überwinden. Der Cylinder mit dem schiefen Einschnitte kann in dieser Hinsicht in den Händen eines scharfsinnigen Mechanikers noch vortheilhafter werden als die Kurbel.

§. 388.

Ein anderer nicht minder wichtiger Fall der Ungleichförmigkeit des Ganges einer Maschine ist der, da in gewissen Zeiten die Last =o wird, welches in den Stampf-, Hammer-, Poch- und Säge-Werken statt findet. Hätte man, zum Beispiel, einen Hammer einer Eisenhütte zu heben, dessen Fall zu benutzen ist, und dieser Hammer würde nur einmal gehoben werden in der Zeit, da die Daumwelle eine Revolution macht, und die Hebung dauerte nur $\frac{1}{4}$ dieser Zeit, so würde die Kraft in den übrigen $\frac{3}{4}$ der Zeit umsonst arbeiten; der Gang der Maschine würde sehr beschleunigt werden, und

es entstände beim neuen Angriffe des Hammers ein heftiger Stoß, dessen Wiederholung die Maschine bald zerstören würde. Zwar richtet man es so ein, daß der Hammer öfters während einer Revolution der Daumwelle gehoben wird. Aber die Welle muß doch, so lange der Hammer fällt, leer laufen, das heißt etwa die halbe Zeit hindurch. Mithin wird der Hammer immer mit einer vergrößerten Geschwindigkeit angegriffen, wodurch das Moment seiner Trägheit und also der Verlust erhöhet wird.

§. 389.

Die angeführten Mängel aller der Maschinen, wo das Verhältniß des Moments der Kraft zu dem der Last abwechselnd ist, würde die practische Mechanic zu einer sehr unvollkommenen Kunst gemacht haben, wenn man das Schwungrad nicht erfunden hätte. Ein Schwungrad ist eine beträchtliche Masse, deren Theile alle einander das Gleichgewicht auf einer Axe halten, und durch die Kraft beständig nach einer Richtung bewegt wird. Man legt oft ein solches Schwungrad ganz besonders an; zuweilen statt eines vollständigen Rades einen einfachen gleichförmigen Hebel mit schweren linsenförmigen Massen an seinen Endpunkten. Oft aber auch ist die Masse derjenigen Theile der Maschine, welche sich beständig nach einer Richtung bewegen, hinlänglich zum Zwecke, und leistet also den Dienst eines besondern Schwungrades oder Schwung-Hebels.

§. 390.

Es sey ein Schwungrad an einer Maschine angebracht, und die Maschine befinde sich im

Augenblicke, da das mechanische Moment der Last kleiner wird; die Kraft findet am Schwungrade eine träge Masse, welche nach Verhältniß des Quadrats des Durchmessers ihres Schwungkreises widersteht, und also die Acceleration der Bewegung mäßigt, aber nicht völlig hindert; zugleich aber und eben dadurch erhält das Schwungrad eine größere Geschwindigkeit. Mithin wird dadurch die ganze Quantität der Bewegung für diesen Augenblick vermehrt, um M (C — c), wenn M die Schwungmasse, C und c die Geschwindigkeit nach und vor der Beschleunigung vorstellen. Kommt nun die Zeit, da das Moment der Last wächst, so kann die Ueberwucht die Last nicht mehr mit derselben Geschwindigkeit bewegen; es entsteht also eine Retardation. Aber das Schwungrad steht nun dieser Retardation mit seinem Momente der Trägheit entgegen, und mäßigt sie ohne jedoch sie ganz zu zernichten. Dadurch verliert das Schwungrad von seiner Geschwindigkeit, theilt aber dafür der Last eine Bewegung M (C — c) mit, wenn C und c die Geschwindigkeiten von und nach der Retardation sind.

§. 391.

So bewürkt das Schwungrad, überhaupt jede Schwungmasse, eine größere Gleichförmigkeit der Bewegung, ohne jedoch eine vollkommene Gleichförmigkeit zu erreichen. Und eben weil der Gang des Schwungrades, also des Ganzen, nicht ganz gleichförmig seyn kann, kann auch der Verlust nicht ganz zerstöhrt, mithin die dazu nöthige Ueberwucht nicht ganz entbehrt werden. Aber durch schicklich

angebrachte Schwungräder entsteht dennoch ein sehr großer Vortheil. Die Thätigkeit des Schwungrades oder der Schwungmasse besteht also darin, daß es in den Augenblicken der Acceleration eine größere Bewegung erhält, die dann in den Augenblicken der Retardation zum Besten des Effects angewandt wird. Es ist gleichsam ein Depot von Bewegung, welches wechselsweise gefüllt und geleert wird. Es würkt also nicht eine Vergrößerung der Kraft, wie gemeine unwissende Mechaniker oft behaupten, sondern nur eine vortheilhafte Vertheilung der Kraft.

§. 392.

Da die Schwungräder durch das Moment ihrer Trägheit würken, so würken sie bei gleicher Masse desto vortheilhafter, je größer ihr Durchmesser ist, eigentlich je größer die Geschwindigkeit der Schwungmasse ist; daher muß man die Masse des Schwungrades so viel als möglich an der äußersten Periphärie anlegen, dem Rade selbst den größtmöglichen Durchmesser geben, oder eine große Umlaufs-Geschwindigkeit. Dadurch kann man beträchtlich an Masse ersparen, und folglich auch an Friction. Denn, sollen zwei Schwungräder gleiche Würkung thun, so müssen ihre Trägheits-Momente gleich seyn, mithin $mC^2 = Mc^2$; folglich ist $m : M = c^2 : C^2$, das heißt im umgekehrten Verhältnisse der Quadrate der Geschwindigkeiten. Erlaubt daher der Raum nicht, daß man ein Schwungrad mit einem großen Durchmesser auf der schon vorhandenen Axe lege, so lege man das Schwungrad auf einer eigenen Axe an, welcher eine größere Umlaufs-

Geschwindigkeit habe, als die Andere. Die Uebertragung der Bewegung kann ganz gut mit dem Seile ohne Ende geschehen.

§. 393.

Für den Fall von §. 386. muß man sich nicht damit begnügen, ein zweckmäßiges Schwungrad anzubringen, wenn die sonstige Schwungmasse nicht hinreicht, sondern man muß die Massen, welche eine abwechselnd positive und negative Bewegung haben müssen, so viel als die Festigkeit es erlaubt, vermindern. Dadurch vermindert man die Größe des absoluten Verlusts am Effect. Oft ist aber diese Verminderung der Masse nicht möglich, namentlich da, wo das Gewicht der positiv und negativ bewegten Masse, wie z. B. bei den Sägemühlen, die verlangte Würkung zu verrichten hat.

§. 394.

Die Berechnung der Schwungräder ist schwierig und weitläuftig, und geschieht selten mit Erfolg. Daher ists das Beste (was auch Langsdorf rathet, der die Berechnung der Schwungräder am sorgfältigsten bearbeitet hat) die Schwungräder so anzulegen, daß, wenn die Maschine im Gange ist, sie während einer ganzen Revolution durch das bloße Schwungrad im Gange erhalten werde; dabei wird unter einer Revolution der einmalige Durchgang durch alle Gradationen von Geschwindigkeit verstanden. Größere Schwungräder, als hiezu nöthig sind, würden durch die Vermehrung des Moments der Friction einen

Schaden erzeugen, der einen Theil des Vortheils wieder vernichten würde.

Versuche mit dem Apparate für Schwungräder über §. 391 und 392. *)

In den Vorlesungen wird, zum Beschlusse dieses ersten Theils der Lehre der Bewegung, vom perpetuum mobile erwähnt und aus den bisher vorgetragenen Lehren bewiesen, daß es eine unmögliche Forderung enthält.

*) Zu diesen Versuchen habe ich für das physikalische Cabinet der hiesigen Universität ein kleines Hammerwerk verfertigen lassen, wobei der Hammer zwei Mal bei jeder Umdrehung der Daumwelle gehoben wird. Zu der Bewürkung des statischen Moments gehört ein Gewicht von 32 lb. Legt man das besondere Schwungrad von 6 lb Gewicht, an der Periphärie, an, so treibt ein Gewicht von 12 lb das Werk ziemlich gleichförmig, jedoch etwas accelerirt, und so schnell, daß der Hammer 48 Mal in einer Minute gehoben wird.

Zweiter Theil.

Von der Bewegung combinirter Massen oder der Flüssigkeiten.

Erstes Capitel.

Bedingungen des Gleichgewichts der Flüssigkeiten.

§. 395.

Wir behalten auch hier die, §. 101, angezeigte Unterscheidung der Flüssigkeiten in die tropfbare und elastische, mit der unter der Note angeführten Bemerkung bei. Es ist begreiflich, daß, obgleich alle Flüssigkeiten in Absicht auf Gleichgewicht und Bewegung, im Grunde den nemlichen Gesetzen unterworfen sind, der Umstand der Elasticität, wenn sie in einigen in einem eminenten Grade und in andern in einem nur beinahe unmerklichen Grade statt findet, beträchtliche Modificationen in den Phänomenen erzeugen muß. Daher machen wir aus diesem Capitel zwei Abtheilungen, in deren erstere von dem Gleichgewichte der tropfbaren, im andern aber von dem Gleichgewichte der elastischen Flüssigkeiten gehandelt werden wird.

I. Gleichgewicht der tropfbaren Flüssigkeiten.

A. Phänomene, wobei blos Flüssigkeiten vorkommen.

§. 396.

Die Erfahrung zeigt, daß jede tropfbare Flüssigkeit in Gefäßen von beträchtlichem Durchmesser in vollkommener Ruhe sich befindet, wenn ihre Oberfläche eine horizontale Ebene bildet. Dieser horizontale Stand der tropfbaren Flüssigkeit ist Folge der Schwere und der Verschiebbarkeit der Theile der Flüssigkeiten. So wie die große Wassermasse, welche einen beträchtlichen Theil der Erdkugel deckt, vermöge der Schwere die Kugelgestalt äußerlich annimmt, nimmt sie auch jede Portion Wassers in einem Gefäße an, in dem die Oberfläche desselben als ein Kugelsegment anzusehen ist, dessen Radius die Entfernung des Mittelpunkts der Erde von dieser Oberfläche ist. Nur der geringen Ausdehnung wegen erscheint uns die Oberfläche einer tropfbaren Flüssigkeit als eine Ebene. Jeder Theil derselben, den man sich über diese Oberfläche erhaben denkt, muß in diese Oberfläche herabfließen, weil dieser Theil durch nichts in dieser erhöheten Lage erhalten wird, und daher der Schwere gehorchen muß, welche ihn hinab sollicitirt. Nur bei Flüssigkeiten, welche einen sehr geringen Grad von Verschiebbarkeit haben, und deshalb Flüssigkeiten zu seyn aufhören, läßt sich eine solche Erhöhung über die Oberfläche (Niveau) denken.

§. 397.

Da jeder Theil einer tropfbaren Flüssigkeit für sich schwer ist, mithin zu fallen strebt, und dennoch kein Fall, keine Bewegung, beim horizontalen Stand statt findet, so müssen also die Theile einer Flüssigkeit in einem Gefäße einander das Gleichgewicht halten. Jeder Theil muß so betrachtet werden, als drücke er auf seinen Nachbarn und dieser auf ihn mit gleicher Kraft und in allen Richtungen. Betrachtet man daher eine Portion EFGH, Fig LXII., einer tropfbaren Flüssigkeit im vollen Gefäße ACDB, welche bis an die Oberfläche reiche, so muß dieser horizontale Stand dieser Portion als die Würkung des Drucks der übrigen Theile gegen sie und ihres Gegendrucks gegen jene angesehen werden. Würden wir an der Stelle dieser Portion EFGH irgend etwas anders uns denken, welches einen gleichen Druck gegen die übrige Flüssigkeit (Wasser) äußerte, oder den Druck des übrigen Wassers aushalten könnte, so würde dadurch in dem Stande des übrigen Wassers nichts geändert werden, und die Theile AE und HB würden in demselben Niveau bleiben. Dies wäre der Fall, wenn ein fester Körper von der Figur EFGH in dieser Stelle befestigt würde, oder auch nur Wände, welche hinlänglichen Widerstand leisteten. Gleichfalls wenn wir uns in dem Raume EFGH einen andern durch feste Wände abgesonderten Raum denken, muß die Flüssigkeit EFGHLKI mit sich selbst gleiches Niveau halten. Denken wir uns endlich das übrige Wasser weg, und nur das in den Wänden EFGH und IKL enthaltene, so haben

wir eigentlich eine gekrümmte Röhre, und das Wasser muß in einer solchen Röhre gleiches Niveau halten, das heißt: die beiden freien Oberflächen einer in irgend einer gekrümmten Röhre enthaltenen tropfbaren Flüssigkeit müssen sich in einerlei Horizontal-Ebene (Horizont) befinden.

Versuch mit communicirenden Röhren, so wie auch mit offenen Röhren, die in einem vollen Gefäße gestellt werden.

§. 398.

Ein Gefäß, aus dessen Seiten oder Boden eine Röhre aufwärts geht, ist eigentlich nur eine gekrümmte Röhre, und da bei den Betrachtungen von §. 397. keine Rücksicht auf die größere oder geringere Weite der Theile einer solchen Röhre genommen wird und genommen zu werden braucht, so folgt, daß die Flüssigkeit im Gefäße und in der Röhre das Wasser in einem und demselben Niveau stehen muß. Daher steigt das Wasser aus den Flüssen durch unterirdische Kanäle oder durch Sandschichten, oft in beträchtlichen Entfernungen zu gleicher Höhe als im Flusse.

Versuch mit einem solchen Gefäße, das eine solche Röhre an der Seite hat.

§. 399.

Wenn ein hohler Körper in einer Wassermasse gesenkt wird, so daß das Wasser in den Körper nicht dringen könne, so wird, so bald dem Wasser der Zutritt erlaubt wird, der Druck des umgebenden Wassers die Theile, welche der Oefnung am nächsten sind, in diesem Körper hinein treiben, und das innere Niveau dem äußern gleich machen. So

wird also das Niveau hergestellt, wenn es noch nicht vorhanden war.

Versuch mit einer Röhre, deren untere Oeffnung anfangs verschlossen ist, dann aber im wasservollen Gefäße geöffnet wird.

§. 400.

Das Wasser beim letzten Versuche steigt in die Röhre, anfangs bis über das äußere Niveau, dann senkt es sich tiefer, steigt wieder höher und senkt sich wieder, bis endlich diese immer kleiner werdenden Bewegungen aufhören, und die Röhre das Wasser bis zum äußern Niveau erhält. Hier zeigt sich das Wasser in dieser Bewegung völlig wie träge Materie, wie die Linse am Pendel. Ferner zeigt sich der Druck des Wassers hier wie jede andere mechanische Kraft, da er eine Masse in Bewegung setzt, sie so gar in die Höhe hebt. Auch andere mechanische Kräfte können mit dem Drucke des Wassers in Gleichgewicht gehalten oder überwunden werden.

Versuch mit einer gebogenen Röhre, daran ein Schenkel sehr lang, der andere sehr kurz ist. Den kurzen verschließt man mit einem Korke, der nur mit einer Kraft von 5 bis 6 tausend Granen ausgezogen werden kann. Dann fülle man den langen Schenkel mit Queckſilber bis der Kork heraus getrieben wird.

Folglich kann der Druck der Flüssigkeiten nach allen Richtungen nicht nur nicht in Zweifel gezogen werden, sondern dieser Druck würkt wie jede mechanische Kraft, und namentlich wie jedes Gewicht. Und da man mittelst gebogener Röhren diesem Drucke

jede beliebige Richtung geben kann, so liefern die Flüßigkeiten also mechanische Kräfte, welche man nach allen Richtungen kann würken lassen.

§. 401.

Betrachtet man die tropfbare Flüssigkeit in der communicirenden Röhre, Fig. LXIII., so kann man sie ansehen als bestünde sie aus zwei Säulen, AC, BC, welche in C eine gemeinschaftliche Grundfläche haben, hingegen gleiche oder ungleiche Durchmesser und Längen haben können. Da aber für alle Variationen der Längen und Durchmesser der Säulen AC und BC ihre Oberflächen A und B (§. 397) in einerlei Horizontal-Ebene sich befinden, so können wir daraus schließen, daß der Druck der Einen dem der andern gleich ist, welches Verhältniß der Quantitäten der Flüssigkeiten statt finden mag. Folglich drückt jede Säule nicht mehr und nicht weniger auf ihrer Grundfläche, als eine cylindrische Säule von gleicher Grundfläche als die ihrige und von gleicher verticalen Höhe.

Versuch mit drei Säulen, deren eine cylindrisch, die andern aber conisch sind; die eine der conischen hat ihren kleinsten Durchschnitt, die andere ihren größten Durchschnitt zur Grundfläche. Die drei Grundflächen sind einander gleich, so wie die Höhen.

§. 402.

So sicher der Satz (§. 401) hier durch Schlüsse und Versuche erscheinen mag, so ist er dennoch nichts desto weniger noch theoretisch unerwiesen. Man betrachte die drei vollen Röhren A, B, C des vorigen Versuches Fig. LXIV.; denkt man sich

die cylindrische auf den Grundflächen der beiden andern, so hat die Säule C einen großen Ueberschuß an Flüssigkeit, dessen Druck also =o werden muß. Allein dieser Druck kann nicht für sich =o seyn, da die Masse auf schiefen Wänden ruht, so wenig als der Druck eines festen Körpers auf einer schiefen Ebene. Man kann auch nicht im statischen Sinne sagen, daß der Theil a des Ueberschusses dem Theile c das Gleichgewicht halte, da a und c auf sehr ungleich schiefen Ebenen sich anlehnen können, ja der Theil a oder c kann ganz schwinden, ohne im hydrostatischen Gleichgewichte das Geringste zu ändern. Betrachtet man vollends die Röhre A, so ist die Sache noch auffallender. Diese Röhre enthält viel weniger Wasser als die cylindrische. Ihr Druck ist aber dem ihrigen gleich, obschon dieser Druck nur von der Schwere aller einzelnen Theile der Wassermasse herrührt. Bei der Röhre C kann die Unterstützung der Wassermassen a und c durch die Wände etwas am Phänomen, wo nicht gründlich, doch scheinbar erklären. Hier aber erklären die Wände gar nichts; denn diese können den Mangel an Masse nicht ersetzen, noch weniger als sie in der Röhre C den Ueberfluß aufheben konnten. Diese Widersprüche vermag die Theorie noch nicht zu heben. Sie ist noch nicht im Stande diese Würkungs-Art der Flüssigkeiten aus den bekannten Gesetzen des Drucks zu deduciren. Sie kann nur zeigen, daß diese Würkungsart statt finden muß, wie es §. 397 geschehen ist; Aber das mechanische Verhalten der Theile der Flüssigkeit vermag sie nicht darzustellen. Um so mehr muß

sie die Erfahrungen zu vervielfältigen suchen, welche diesen Satz beweisen. Dahin gehört folgender

Versuch mit dem anatomischen Heber.

§. 403.

Wenn der Druck jeder Säule einer Flüssigkeit auf der Grundfläche so groß ist als der Druck einer cylindrischen Flüssigkeit von gleicher Grundfläche und Höhe, so ist dieser Druck jederzeit dem Producte der Basis in die Höhe proportional. Er ist in der That dem Gewichte der cylindrischen Säule gleich, welches sich auch bei jeder Abwägung zeigt.

§. 404.

Dieser Satz muß auch auf den Seitendruck der Wassersäulen gegen die Wände der Gefäße ausgedehnt werden. Dieser Seitendruck würde einer Säule der Flüssigkeit von gleicher Höhe das Gleichgewicht halten, wäre das Gefäß an dieser Stelle durchgebohrt und mit einer aufsteigenden Röhre verbunden.

In den Vorlesungen wird von der Anwendung dieses Satzes auf die nöthige Stärke der Röhren und Gefäße, welche Flüssigkeiten enthalten, so wie auch der Dämme, gehandelt.

§. 405.

Combinirt man heterogene Flüssigkeiten mit einander (solche nemlich, die sich nicht chemisch mit einander mischen; denn andere bilden dann eine Flüssigkeit durch die Mischung) so lassen sich die obigen Sätze auch auf ihr Gleichgewicht anwenden.

Allein, da heterogene Flüssigkeiten sich durch die Verschiedenheit ihres spezifischen Gewichts eben so sehr unterscheiden, als die festen Körper, so muß hiebei auf das spezifische Gewicht dieser Flüssigkeiten Rücksicht genommen werden. Daher wird eine Queckſilbersäule einen vierzehnfachen Druck sowohl auf der Grundfläche als auch auf den Seiten äußern als das Wasser, weil es vierzehnmal spezifisch so schwer ist als das Wasser.

Versuch in communicirenden Röhren mit Queckſilber und Wasser, mit Oel und Wasser ꝛc.

§. 406.

Aus diesem Versuche folgt, daß Flüssigkeiten von verschiedenem spezifischem Gewichte, welche man in ein Gefäß gießt und allenfalls unter einander schüttelt, sich von selbst, so bald sie in Ruhe gelassen werden, nach der Ordnung ihres spezifischen Gewichts so legen müssen, daß ihre Oberflächen eine horizontale Ebene bilden. Denn wenn die eine Flüssigkeit P den horizontalen Stand AB, Fig. LXV., bis auf den Theil G der höher stehen soll, angenommen hat, so ist kein hinlänglicher Gegendruck da, um diesen Theil in dieser Höhe zu erhalten. Man ziehe die horizontale Linie EF, durch den obersten Punkt der Säule G. Es sey ferner CD das Niveau der andern Flüssigkeit Q, so wird der Theil CDFE der Flüssigkeit Q mit sich selbst, folglich mit der Säule HQ im Gleichgewichte seyn. Setzt man nun der Säule HG, so wie auch den übrigen im Raume CDFE die

Höhe AE zu, so würde Gleichgewicht statt finden, wenn der Zusatz beiderseits aus einer Flüssigkeit von gleichem spezifischen Gewichte bestünde; da aber G mehr wägt und also mehr drückt als eine gleiche Säule der andern Flüssigkeit von der Höhe AE, so kann (§. 405.) kein Gleichgewicht zwischen diesen beiden gleich hohen aber spezifisch ungleich schweren Säulen statt finden. Der Theil G muß daher herabfließen und sich mit der übrigen Flüssigkeit ebenen.

Versuch mit zwei oder drei Flüssigkeiten.

§. 407.

Wenn zwei ungleich schwere Flüssigkeiten so übereinander gelegt werden könnten, daß die schwerere oben läge, die leichtere unten, und zugleich ihre beiden einander berührenden Oberflächen vollkommen horizontal lägen, so würden sie sich allerdings in dieser verkehrten Lage erhalten können, weil alsdann in der That Gleichgewicht statt fände. Allein die Ausführung ist in Gefäßen von einem beträchtlichen Durchmesser unmöglich. Ein so vollkommner Horizontalismus der Berührungs-Ebene, als hiezu nöthig wäre, läßt sich nicht zu Stande bringen. Nur in engen Röhren geht es an, weil der enge Raum der schweren Flüssigkeit nicht erlaubt, die zu ihrem herunterfließen nöthige Ausübung ihrer Verschiebbarkeit zu äußern, und die Adhäsion der Theile untereinander die Trennung derselben um so leichter hindert.

Versuch mit einer engen Röhre und einigen Flüssigkeiten.

B. Combination fester Körper mit tropfbaren Flüssigkeiten in Absicht auf ihr Gleichgewicht unter einander.

§. 408.

Wenn ein fester Körper A, Fig. LXVI., in einer Flüssigkeit getaucht wird, so nimmt er die Stelle einer gleich großen Portion der Flüssigkeit ein. Denkt man sich nun zwei Säulen dieser Flüssigkeit, BAC und DEC, welche einander das Gleichgewicht gehalten haben würden, ehe der feste Körper eingesenkt war, so ist offenbar die Säule BAC jetzt um die ganze Länge des Körpers A verkürzt. Mithin fehlt ihr zum Gleichgewicht die ganze Portion Flüssigkeit, deren Stelle durch den Körper A eingenommen ist. Wäre nun A dem Gewichte dieser Portion der Flüssigkeit gleich, so bekäme diese Säule ihren Verlust wieder, und es wäre denn wieder Gleichgewicht zwischen den Säulen. Ist aber das Gewicht von A größer, so kann man sich dieses als aus zwei Theilen bestehend denken, deren einer dem Gewichte der aus der Säule vertriebenen Flüssigkeit gleich ist, und der andere überflüssig ist. Jener wird zum Gleichgewichte der beiden Säulen BAC, DEC verwandt und verschwindet also, weil ihm von der andern Seite ein gleiches Gewicht E der Flüssigkeit entgegengesetzt wird. Würde also dieser Körper A an einem Waagebalken hängen, so würde er nur mit dem Ueberschusse seines Gewichts über das Gewicht einer gleich großen Portion Wassers auf dem Waagebalken drücken. Es sey demnach P das Gewicht

des Körpers, p das Gewicht einer Portion Wässers von gleichem Volum als der Körper, so drückt nun der Körper A nur mit einer Kraft P — p auf dem Waagebalken. Dieser Druck heißt das **relative Gewicht** des Körpers. Ist P kleiner als p, so ist das relative Gewicht des Körpers negativ.

§. 409.

Aus obigem folgt, daß **jeder in einer Flüssigkeit eingetauchter Körper so viel an seinem Gewichte verliert, als die Flüssigkeit wägt, deren Stelle er einnimmt.** Ist er eben so schwer als diese Portion der Flüssigkeit, so ist sein relatives Gewicht = o und der Körper kann in jedem Theile der Flüssigkeit stehen bleiben, wo man ihn hinlegt. Solche Körper, welche für eine gewisse Flüssigkeit gerade gar kein relatives Gewicht haben, sind äußerst schwer ausfindig zu machen. Ist er schwerer als die gleiche Portion der Flüssigkeit, das heißt, ist sein relatives Gewicht positiv, so muß er fallen und zwar mit der ganzen Kraft seines relativen Gewichts, und muß also endlich den Boden erreichen. Ist er aber leichter als die gleiche Portion der Flüssigkeit, so drückt er mit seinem ganzen negativen Gewichte aufwärts, muß also bis zur Oberfläche steigen, und dann über die Oberfläche selbst, bis nur ein so großer Theil von ihm in der Flüssigkeit sich befindet, als nöthig ist, um die Stelle einer Portion der Flüssigkeit einzunehmen, welche so schwer ist als der ganze Körper, das heißt, so lang bis sein relatives Gewicht = o ist. Man sagt von einem Körper, der sich auf der Oberfläche einer Flüssigkeit erhält, daß er **schwimme.** Wird er

in die Flüssigkeit untergetaucht, so wird er von der Flüssigkeit wieder heraufgetrieben.

Versuch an der hydrostatischen Waage mit dem Cylinder und dem an Innhalt gleichen Eymer. Anschaulicher und für die drei Fälle, da das relative Gewicht des Körpers positiv, null und negativ ist, sind die Versuche in einem Becher mit einer Seitenröhre, aus welcher der eingetauchte Körper die Flüssigkeit zum Abwägen geradezu heraus treibt.

Von der Anwendung dieser Sätze auf den Bau der Schiffe nnd dergleichen wird in den Vorlesungen etwas erwähnt.

§. 410.

Diese Sätze sind nicht nur von den in Flüssigkeiten getauchten Körpern wahr, sondern auch von Flüßigkeiten, welche in andere Flüssigkeiten getaucht werden. Daher das Sinken der schwereren und das Steigen der leichtern

§. 411.

Da ein Körper, der ein positives relatives Gewicht gegen eine gegebene Flüssigkeit hat, specifisch schwerer ist, ein anderer, dessen relatives Gewicht Null ist, ein gleiches spezifisches Gewicht als die Flüssigkeit hat, und ein anderer Körper, der ein negatives relatives Gewicht hat, spezifisch leichter ist, als die Flüssigkeit, so muß ein spezifisch schwererer Körper in der Flüssigkeit sinken, ein gleich schwerer in jeder Stelle in der Flüssigkeit ruhen und ein spezifisch leichterer Körper auf der Flüssigkeit schwimmen. Uebrigens muß man das relative Gewicht vom spezifischen sorgfältig unterscheiden. Sie

sind zu einander wie ein arithmetisches Verhältniß zu einem geometrischen. Wenn man eine Flüssigkeit, z. B. reines destillirtes Wasser zur Vergleichung der Gewichte aller übrigen Körper annimmt, so läßt sich aus dem relativen Gewichte jedes Körpers sein spezifisches Gewicht finden. Die dazu dienlichen Vorrichtungen heißen Aräometer.

§. 412.

Die schon erwähnte hydrostatische Waage kann als ein allgemeines Aräometer für feste Körper und für Flüssigkeiten dienen. Hat man einen festen Körper, dessen spezifisches Gewicht gefunden werden soll, so wäge man ihn in der Luft ab *), denn in destillirtem Wasser. Der Unterschied der gefundenen Gewichte ist dem Gewichte einer Portion destillirten Wassers gleich, von gleichem Volum als der Körper. Das geometrische Verhältniß des absoluten Gewichts des Körpers zu dem einer Portion destillirten Wassers von gleichem Volum (oder zu seinem Verluste im Wasser) ist dessen spezifisches Gewicht. Gewöhnlich setzt man das Gewicht des Wassers = 1 und berechnet das spezifische Gewicht des Körpers in decimal Zahlen.

§. 413.

Ist der Körper spezifisch leichter als das destillirte Wasser, so muß man einen spezifisch schwe-

*) Das Gewicht des in der Luft abgewogenen Körpers ist freylich nicht das absolute Gewicht desselben, da er durch die Luft auch an seinem Gewichte verliert. Aber dieser Verlust ist gewöhnlich so gering, daß man ihn vernachläßigen kann. Wo es nicht seyn dürfte, kann man ihn in die Berechnung bringen.

ren ihm anhängen, um ihn zum untertauchen zu zwingen. Der gefundene Gewichts-Verlust ist für beide; davon zieht man den Gewichts-Verlust für den angehängten schweren allein ab, so hat man den Verlust des leichtern, und sein absolutes Gewicht durch diesen Verlust dividirt, giebt wie vorher das spezifische Gewicht desselben.

§. 414.

Für Körper, die man nur in sehr kleinen Stücken, oder gar in Pulverform haben kann, muß man sich eines Gefäßes bedienen, in welches man sie blos einschüttet, wenn sie spezifisch schwerer sind, oder einschließt, wenn sie spezifisch leichter sind, und verfährt wie in §. 413.

§. 415.

Will man das spezifische Gewicht einer tropfbaren Flüssigkeit finden, so wäge man irgend einen festen Körper in Luft und in destillirtem Wasser ab, denn auch in der Flüssigkeit, deren spezifisches Gewicht gefunden werden soll. Das geometrische Verhältniß des Gewichts-Verlustes in beiden Flüssigkeiten ist das gesuchte spezifische Verhältniß. Da man keinen andern Körper hat als Gold und Platina, welche in Queckſilber sich ganz eintauchen ließen, und diese vom Queckſilber angegriffen werden, so würde diese Methode das spezifische Gewicht des Queckſilbers zu finden, bedeutende Schwierigkeiten haben. Daher bedient man sich der in §. 414. angezeigten Art.

§. 416.

Holzarten und andere Körper, welche das Wasser leicht einsaugen, überzieht man mit einer

dünnen Schichte Fett, welches man so kalt als möglich aufträgt, damit es sich nicht in die Poren einziehe. Die verbrauchte Menge kann nach Gewicht bestimmt werden, und man stellt die Berechnung wie in §. 414. an.

§. 417.

Körper, als z. B. Salze, welche sich in Wasser auflösen, wägt man in Flüssigkeiten ab, welche diese Körper aufzulösen nicht im Stande sind, als Alkohol, Oelen ꝛc. Das gefundene spezifische Gewicht des Salzes für diese Flüssigkeit multiplicirt man mit dem spezifischen Gewichte der Flüssigkeit, so hat man das spezifische Gewicht des Salzes für destillirtes Wasser.

§. 418.

Endlich braucht man bei diesen Abwägungen nicht immer destillirtes Wasser zu brauchen, sondern es kann gewöhnliches genommen werden. Nur muß man die gefundenen spezifischen Gewichte immer mit dem spezifischen Gewichte der Flüssigkeit multiplicieren. *)

Versuche mit der hydrostatischen Waage.

In den Vorlesungen wird die archimedische Aufgabe von Hierons-Krone als möglich es Problem aufgelöset.

*) Diese Vorsicht ist um so nöthiger, da man auch auf die Temperatur des Wassers Rücksicht nehmen muß, so wie auch auf die des festen Körpers der zur Bestimmung des spezifischen Gewichts der gebrauchten Flüssigkeit zum destillirten Wasser nimmt. Wenn man indeß einen Glaskörper nimmt, so kann die Ausdehnung desselben durch die Wärme gewöhnlich vernachläßigt werden.

§. 419.

Die Bestimmung der spezifischen Gewichte der Körper mittelst der hydrostatischen Waage ist etwas umständlich; daher man zu diesem Endzwecke einfachere Vorrichtungen erfunden hat, welche man vorzugsweise Aräometer, auch Baryllon, nennt, auch nach Maaßgabe des Gebrauchs Salzproben, Bierproben, Branntweinsproben ꝛc. Es giebt zweierlei Arten von Aräometern, nemlich Aräometer mit Scalen, auf welchen das spezifische Gewicht an einer Scale angezeigt wird, und nur das spezifische Gewicht der Flüssigkeiten bestimmen können; dann Aräometer mit Gewichten, an welchen das spezifische Gewicht durch aufgelegte Gewichte erkannt wird, und welche so wohl für feste als für flüssige Körper dienen können.

§. 420.

Ein Aräometer mit Scala ist ein Körper von Kugel- Cylinder- oder Birn-förmiger Figur, auf welchem ein dünner Cylinder (Stiel) befestigt ist, und unten noch eine kleine hohle Kugel mit Quecksilber oder Bleischroot angefüllt, trägt, mittelst welchen man durch das mehr oder minder tiefe Einsenken desselben in den Liquoren das spezifische Gewicht der Liquoren kennen lernt. Am besten sind sie vom Glase, aus einem Stücke hohlgeblasen. Ihre Theorie besteht auf den Satz (§. 409.) daß ein schwimmender Körper in eine Flüssigkeit sinkt, so lange bis sein absolutes Gewicht der aus der Stelle getriebenen Flüssigkeit gleich ist; daß folglich ein solcher Körper in einer leichten Flüssigkeit tiefer, in einer schweren minder tief sinkt. Der Haupttheil

des Aräometers, die Kugel, Cylinder oder Birne, muß immer ganz untertauchen, der Stiel nur zum Theil, und die Tiefe, um welche der Stiel unter Wasser kommt, bestimmt das relative Gewicht des Aräometers, und mithin das spezifische Gewicht der Flüssigkeit, wenn die Tiefe, um welche das Instrument sich im destillirten Wasser senkt, am Stiele bemerkt worden.

§. 421.

Der Stiel des Aräometers bekommt eine Scale, deren Grade das spezifische Gewicht der Flüssigkeiten anzeigen sollen. Sollen aber diese Scalen etwas bestimmtes anzeigen, so müssen sie feste Punkte haben, die der Berechnung zur Grundlage dienen und auch die Nachahmung solcher Werkzeuge nach demselben Verhältnisse möglich machen. Folgende Methode liefert die Scale auf eine leichte und sichere Art. Fig. LXVII. sey ein fertiges Aräometer, welches 1000 Gran wäge und im destillirten Wasser bis in a sinke. Man mache eine spezifisch schwerere Flüssigkeit durch Auflösung irgend eines Salzes in Wasser, bis ihr spezifisches Gewicht, durch die hydrostatische Waage bestimmt, 1,02041 ausmache. Nun werde das Instrument darinn gesenkt, und es sey b der Einsenkungs-Punkt. Die Portion der Flüssigkeit, welche das Instrument bis b einnimmt, wägt immer 1000 Gran; und da das spezifische Gewicht dieser Flüssigkeit = 1,02041 ist, so würde das Instrument noch mit 20,41 Gran beschwert werden müssen, wenn es sich bis a darinn senken sollte. Folglich nimmt der Raum ab am Instrument die Stelle von 20,41

Gran der salzigten Flüssigkeit ein, folglich beträgt er den fünfzigsten Theil des Raums des im destillirten Wasser bis a gesenkten Instruments. Theilt man nun ab in fünfzig gleiche Theile, so bedeutet jeder dieser Theile $\frac{1}{1000}$ des Volums des bi a in irgend einer Flüssigkeit getauchten Aräometers, und man setze bei a die Zahl 1000 und bei b die Zahl 950. Da nun die spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten sich umgekehrt wie die volumina verhalten, so wird das spezifische Gewicht irgend einer Flüssigkeit, die schwerer ist als das Wasser, gefunden, wenn man 1000 mit der Einsenkungszahl an der Scala dividirt. Für leichtere Flüssigkeiten, als das destillirte Wasser, verfertige man eine Flüssigkeit durch Mischung von Weingeist und Wasser, deren spezifisches Gewicht, durch die hydrostatische Waage bestimmt, $= 0{,}98039$ sey, und auch ein neues Aräometer, welches sich im destillirten Wasser bis b senke, und in diesem Gemische bis a, so wird der Raum ab gleichfalls in funfzig gleiche Theile getheilt, auch die Tausendtheilchen angeben. Zur Bestimmung der Zahlen 20,41 und 19,61 dient die Formel $50 = \frac{1000 \mp n}{n}$, wenn man im Raume ab funfzig Theile haben will. Uebrigens gestattet die Länge des Stiels nicht, daß man die Tausendtheilchen des spezifischen Gewichts der Flüssigkeiten auf der Scale verzeichne, wenn man mit einem Aräometer für spezifisch schwereren und mit einem andern für die spezifisch leichtern als das Wasser ausreichen will, sondern man muß sich mit dieser Bestimmung bis auf Hunderttheilchen begnügen.

§. 422.

Eine andere Art die Scalen der Aräometer zu verfertigen, besteht darin, daß man jeden Grad durch Zulage eines Gewichts bestimme. Es sey das Gewicht des Aräometers in hundert gleiche Theile getheilt; man vermehre dieses Gewicht mit $\frac{1}{99}$ des Grans, senke es ein im destillirten Wasser. Denn nach Wiederherstellung des anfänglichen Gewichts 100, vermehre man es mit $\frac{2}{98}$ und senke es wiederum ein. Dann vermehre man das ursprüngliche Gewicht mit $\frac{3}{97}$ und so fort. Die Senkungs-Punkte geben die Grade der Scale für leichtere Flüssigkeiten als das Wasser, so daß die Nenner der Brüche mit 100 dividirt das spezifische Gewicht dieser Liquoren andeuten. Für spezifisch schwerere Flüssigkeiten als das Wasser, vermindere man das anfängliche Gewicht des Aräometers 100 mit Gewichts-Abnahmen von $\frac{1}{101}$, $\frac{2}{102}$, $\frac{3}{103}$ ꝛc. so geben auch die Nenner dieser Brüche, durch 100 dividirt, das spezifische Gewicht der Liquoren, in welchen das Aräometer bis zu diesen Punkten sinkt. Uebrigens ist diese Graduirung sehr mühsam.

§. 423.

Einfache lange cylindrische Röhren können auch zu Aräometern gebraucht werden. Die richterschen Aräometer sind von dieser Art und zum Gebrauche bequem, aber liefern keine sonderliche Genauigkeit. *)

Versuche mit Scalen-Aräometern.

*) Man sollte die Aräometer mit Scalen überhaupt fahren lassen, da die beiden angeführten Methoden der

In den Vorlesungen wird von dem Gebrauche dieser Werkzeuge zur Bestimmung der Güte des Biers, des Branntweins, der Salzsoolen ꝛc. etwas angeführt und dabei gezeigt, worauf es ankommt und wie wenig diese Werkzeuge taugen, wenn man nicht die dazu nöthigen Tabellen zu Rathe zieht, wie die von Gilpin für Mischungen von Weingeist und Wasser.

§. 424.

Die Aräometer mit Gewichten sind in jeder Hinsicht den mit einer Scale vorzuziehen. Fig. LXVIII stellt ein solches Aräometer vor. BC ist der Körper des Aräometers, BA der Stiel, A eine Schaale, in welcher Gewichte aufgelegt werden können. Senkt sich das Instrument in einer gewissen Flüssigkeit bis a, so wird es sich in einer schweren nicht so tief einsenken, und man wird ein Gewicht auflegen müssen, um das Einsenken bis a zu bewürken. Es sey nun P das Gewicht des Aräometers, p die Gewichts-Zulage, so verhalten sich die spezifischen Gewichte der Flüssigkeiten wie $P : P+p$. Ist nun die erste Flüssigkeit destillirtes

Graduirung kaum die Hunderttheile angeben können, und die erste eine Rechnung doch erfordert (die man gerne vermeiden will,) die andere aber so mühsam ist, daß die Geduld, auch des Beharrlichsten, dazu nicht hinreicht. Uebrigens muß ich von der ersten Art zu graduiren bemerken, daß man sie nicht mit den Methoden mit einer so genannten Soole zu graduiren verwechseln muß, da ich das spezifische Gewicht der Flüssigkeit durch die hydrostatische Waage bestimme, folglich die Grade ganz richtig das spezifische Gewicht angeben, hingegen die Graduirung durch Soolen, deren spezifisches Gewicht nicht bestimmt ist, nothwendig falsche Scalen liefern.

Wasser, dessen specifisches Gewicht = 1 gesetzt wird, so hat man $1 : x = P : P + p$, und das gesuchte spezifische Gewicht der Flüssigkeit $x = \frac{P+p}{P}$. Für spezifisch leichtere Flüssigkeiten muß man das Gewicht des Areometers vermindern, wenn es sich nur bis a einsenken soll. Es wird daher das Aräometer nicht so schwer gemacht, daß es durch sein eigenes Gewicht bis a in destillirtem Wasser sinke, und man bestimmt ein gewisses Gewicht (Auflege-Gewicht) welches in die Schaale gelegt werden muß um das Instrument bis a herunter zu treiben. Für eine andere leichtere Flüssigkeit senkt man das Aräometer ohne Auflegegewicht und legt dann theilweise zu, bis es im allmäligen Sinken nach a kommt. Zieht man diese Zulage vom Auflegegewicht ab, und nennt P diesen Rest, so hat man zum Verhältniß der spezifischen Gewichte $P : P - p$ und $1 : x = P : P - p$ oder $x = \frac{P-p}{P}$. Richtet man es so ein, daß das Aräometer allein 1500 Gran wäge, und das Auflegegewicht = 500 Gran sey, so ist P = 2000 Gran, und es wird P + p oder P — p, durch 2 dividirt, sogleich das spezifische Gewicht liefern. Da ein solches Aräometer noch um $\frac{1}{4}$ Gran sich um etwas weniges sichtbar senkt, so ists offenbar, daß dieses vortrefliche Instrument, von Fahrenheit erfunden, die spezifischen Gewichte der Liquoren bis auf $\frac{1}{8000}$ genau angiebt.

§. 425.

Haüy und Nicholson haben gelehrt, wie man dieses Fahrenheitsche Aräometer auch für feste

Körper brauchen kann. Sie befestigen mittelst eines Bügels eine Schaale D am Aräometer, so daß sie nun Theil des Instruments wird. In die obere Schaale A legt man den Körper, dessen spezifisches Gewicht geprüft werden soll; sein absolutes Gewicht darf aber nicht größer seyn als das Auflege-Gewicht, damit das Instrument nicht über a sinke. Man legt zu bis das Aräometer sich gerade bis a senke. Diese Zulage vom Auflege-Gewicht abgezogen, giebt das absolute Gewicht des Körpers. Nimmt man ihn nun von der obern Schaale ab und legt ihn in die untere Schaale D, so wird man ein neues Gewicht in A zulegen müssen, um das Aräometer bis a herunter zu treiben, und dieses Gewicht giebt den Verlust des Körpers im Wasser; Es sey P das gefundene absolute Gewicht, p der Verlust im Wasser, so ist $\frac{P}{p}$ das spezifische Gewicht des Körpers.

§. 426.

Soll endlich dieses Instrument zur Untersuchung der spezifischen Gewichte fester Körper, welche leichter sind als Wasser, dienen, so mache man die Schaale D auf den Zapfen b und c beweglich, so daß man sie umkehren könne, und beim Umkehren der kleine Ring d sich an C andrücke und die Schaale in der umgekehrten Lage erhalte; ferner bohre man im Boden der Schaale ein kleines Loch um die Luft entweichen zu lassen. Zur Abwägung eines solchen Körpers verfahre man übrigens wie für schwerere Körper.

§. 427.

So kann dieses Instrument also statt einer Waage sogar dienen, und in der zweiten Hälfte des siebenzehnten Jahrhunderts brauchte man es schon als Goldwage, nemlich um die Reinheit des Goldes zu prüfen, wobei übrigens die nemliche Bemerkung gilt als beim archimedischen Problem.

§. 428.

Zu den Gewichts-Aräometern für Flüssigkeiten muß noch Hombergs Aräometer angeführt werden, welches manche Vorzüge hat, und nach der Verbesserung Hassenfratzes auch ein genaues Instrument ist. Es besteht aus einem einfachen Glasgefäße mit einer nicht zu weiten Mündung, welches man anfangs leer wägt. Dieses Gewicht schreibt man ein für alle Mal auf dem Gefäße auf. Dann füllt man es mit destillirtem Wasser, und dann mit allen andern Flüssigkeiten, die man abwägen will. Die gefundenen Gewichte, nach Abzug des Gewichts des Gefäßes liefern die spezifischen Gewichte. Die Schwierigkeit ist, jedesmal genau zu füllen. Dazu schlägt Hassenfratz einen eingeriebenen Stöpsel vor, der leicht genug in den Hals passe und mit einem Rande auf dem Rande des Gefäßes sitze. Sein Gewicht muß mit dem des Aräometers gewogen werden. Dieser Stöpsel hat seiner Länge nach einen engen röhrenförmigen Canal, welches der Flüssigkeit, die im Gefäße zu viel ist, überzufließen erlaubt. *)

*) Beim Aufsetzen des Stöpsels und Ueberfließen des Wassers wird das Instrument äußerlich naß, und es muß sorgfältig abgetrocknet werden, besonders am

Faßt das Instrument 1000 Gran Wasser, und giebt bei diesem Gewichte die Waage mit $\frac{1}{4}$ Gran den Ausschlag, so ist dieses Aräometer hinlänglich genau, da ohnehin bei diesen Abwägungen selten Rücksicht auf die Luft genommen wird, deren spezifisches Gewicht über 0,001 ausmacht. Dieses Instrument, welches noch kleiner als zu 1000 Gran Wasser gemacht werden kann, gewährt den oft wichtigen Vortheil, daß man viel weniger Flüssigkeit als beim Gebrauche des Fahrenheitschen Aräometers bedarf.

§. 429.

Dieser von Hassenfratz verbesserte Hombergsche Aräometer läßt sich auch mit größerer Leichtigkeit und Genauigkeit als das Fahrenheitsche für feste Körper brauchen. Gesetzt, das Aräometer fasse 3000 Gran destillirtes Wasser. Man werfe ins gefüllte Instrument von dem Körper, dessen spezifisches Gewicht man finden will, 2000 Gran, so wird ein Theil des Wassers abfließen. Nun wäge man nach aufgelegtem Stöpsel wieder, und es sey das Gewicht = 4000 Gran, mithin 1000 Gran weniger als das ganze Wasser und der Körper zusammen, so hat also der Körper 1000 Gran Was-

Rande des Stöpsels, welches hier am besten mit Löschpapier geschieht. Man wird aber finden, daß dadurch das Wasser in dem Canal des Stöpsels sinkt. Um auch hierinn nicht um das Geringste zu fehlen, lege ich das Löschpapier so lange am Rande des Gefäßes und des Stöpsels an, bis das Wasser im Canal bis zu dieser Tiefe gefallen ist, wodurch eine beständig gleiche Füllung erlangt wird.

ser ausgetrieben. Folglich ist sein spezifisches Gewicht $\frac{2000}{1000} = 2$. *)

† Versuche mit diesem Aräometer für feste Körper.

§. 430.

Mit Hülfe der Hydrostatischen Waage und der Aräometer hat man sich bemüht, vorzüglich Muschenbruck und Brisson, das spezifische Gewicht vieler fester und flüßiger Körper zu finden. Folgende Tabelle enthält die wesentlichen Resultate dieser Arbeiten. Das spezifische Gewicht des destillirten oder Regenwassers bei 14° R, ist = 1 gesetzt.

Metalle.

Platina, geschmiedet	21,061	Sickingen
— —, geschmolzen	19,500	Brisson
Gold, gegossen	19,258	— —
Queckſilber	13,568	— —
Blei, gegossen	11,352	— —
Silber, — —	10,472	— —
Messing, — —	8,000	— —
Kupfer, — —	7,788	— —
Stahl, — —	7,833	— —
Eisen, in Stangen geschmiedet	7,788	— —
Eisen, gegossen	7,207	— —
Zinn, — —	7,190	— —
Braunstein-Metall	6,850	Bergman.

*) Die wenigen Proben, die ich mit dieser neuen Art von Aräometer für feste Körper zu machen Gelegenheit hatte, überzeugen mich, daß es zu dieser Absicht äusserst bequem und sicher sey, so daß ich mich wundere, daß man dieses Instrument nicht früher in dieser Absicht gebraucht hat.

Andere entzündliche Körper.

concrete	Diamant	3,521 bis 3,654		Muschenbröck
	Schwefel	2,033		Brisson
	Phosphor	1,714	Muschenb.	1,910 Parrot
	Steinkohle	1,270 bis 1,500		Muschenbröck
	Pech, weißes	1,072		Brisson
	Bernstein	1,065 bis 1,110		Muschenbröck
	Copal	1,045		Brisson
	Kampfer	0,988		— —
	Weißes Wachs	0,966		Muschenbröck
	Talg	0,955 bis 943		— — —
Flüssige	Nelkenöhl	1,034		Muschenbröck
	Leinöhl	0,932		— — —
	Baumöhl	0,913		— — —
	Terpentinöhl	0,792		— — —
	Alkohol	0,791		Lowitz
	Schwefel-Äther	0,716		— — —
	Bergnaphta	0,708		Muschenbröck

Steine und Glasarten.

Schwerstein	4,990 bis 5,800		Kirwann
Schwerspath, dichter	4,300		— —
Orientalischer Rubin	4,283		Brisson
Flintglas	3,329		— —
Weißes Glas	2,988		— —
Turmalin	2,952		Muschenbröck
Basalt	2,864		Brisson
Isländ. Doppelspath	2,720		Muschenbröck
Carariſcher Marmor	2,716		Kirwann
Bergkristal	2,653		Brisson
Quarz	2,647 bis 2,654		— —

Alabaster - - -	2,610 bis 2,810	Kirwann
Feuerstein - - -	2,594 - - -	Brisson
Jaspis, gemeiner -	2,580 bis 2,700	Kirwann
Serpentin - - -	2,560 - - -	— —
Granit - - -	2,538 bis 2,960	Brisson
Feldspath - - -	2,437 bis 2,600	Kirwann.

Tropfbar flüssige Säuren.

Concentrirte Schwe-			
felsäure - -	2,125 - - -	Bergmann
verkäufliche — —	1,827 bis 1,700 -	— —
Concent. Salpeters.	1,580 - - -	— —
— — Phosphors.	1,557; verglaste	2,687 — —
— — Flußspaths.	1,500 - - - - -	— —
— — Salzsäure	1,194 - - -	Brisson
Oxygenirte Salzs.	1,141 - - - - -	— —
Destillirter Essig	1,009 - - - - -	— —

Holzarten.

Eichenholz - -	1,666 bis 0,870	Muschenbröck
Guajacholz - -	1,333 - - -	— — —
Ebenholz - - -	1,209 - - -	— — —
Mahagonyholz -	1,063 - - -	— — —
Buchenholz - -	0,852 - - -	— — —
Eschenholz - -	0,734 - - -	— — —
Birnbaumholz -	0,662 - - -	— — —
Lindenholz - -	0,604 - - -	— — —
Weidenholz - -	0,585 - - -	— — —
Tannenholz - -	0,550 - - -	— — —
Pappelholz - -	0,383 - - -	— — —
Korkholz - - -	0,240 - - -	— — —

Animalische Substanzen.

Hammelsknochen, getrocknet	2,222	Muschenbröck
Elfenbein — —	1,825	— — —
Ochsenknochen — —	1,656	— — —
Frische Eier	1,081	— — —
Kuh- und Ziegen-Milch	1,030	— — —

Gase oder luftförmige Flüssigkeiten

nach Lavoisier, unter einem Barometerstande von 28 Zoll par. und 10° R; das Duodecimal pariser Zoll.

	Gran franz. troys. Gewicht.
Geschwefeltes Wasserstofgas -	1,03820 — — — — —
Kohlensäure - -	0,68985 — — — — —
Salpetergas - -	0,54690 — — — — —
Sauerstoffgas -	0,50694 — — — — —
Atmosphärische Luft	0,46005 — — — — —
Stickgas - -	0,44444 — — — — —
Ammoniacgas -	0,27488 — — — — —
Wasserstoffgas -	0,03539 — — — — —

§. 431.

Ein schwimmender Körper kann nicht in allen Lagen im Wasser sich erhalten. Gemeiniglich kann er nur in einer Lage ruhig bleiben; wird er aus dieser Lage gebracht, so dreht er sich um bis er in diese Lage wieder kommt. Die Bestimmung dieser Lage für jeden Körper ist mit nicht geringen Schwierigkeiten verknüpft, weil es hier auf das spezifische Gewicht, auf die Figur und auf die Gleichförmigkeit oder Ungleichförmigkeit der Densität ankommt. Indeß giebt es einige allgemeine Sätze

welche nur mit hinlänglicher Kenntniß der Analysis angewandt werden dürfen um wichtige Resultate zu liefern.

§. 432.

Ein schwimmender Körper kann nur dann in Ruh' seyn, wenn sein Schwerpunkt und der Schwerpunkt der Wassermasse, die er aus der Stelle treibt, in einer verticalen Linie sich befinden.

Beweis.

Es sey, Fig. LXIX, irgend ein Körper P im Wasser schwimmend. Jeder Theil an der getauchten Oberfläche wird mit einer Kraft in die Höhe gehoben §. 409., welche der Tiefe dieses Theils unter der Oberfläche des Wassers proportional ist. Denn, wäre der Körper P nicht da, so würden die gebogenen Wassersäulen bakh, dcli, femg ꝛc. mit sich selbst im Gleichgewichte seyn. Durch die Gegenwart des Körpers im Wasser fehlen die Theile ba, dc, fe ꝛc. zu diesen Säulen; folglich wird der Körper an jedem dieser Punkte mit einer Kraft gehoben, welche den Wassersäulen ba, dc, fe ꝛc. gleich ist; und so wird also der Körper mit einer Kraft überhaupt gehoben, welche der Summe aller, in dem Raume, den der Körper im Wasser einnimmt, denkbaren Wassersäulen gleich ist. Und da diese einzelnen Kräfte parallel würken, so würken sie, als wären sie im geometrischen Schwerpunkte der Wassermasse vereinigt. Es sey B dieser Schwerpunkt. Die zu hebende Masse ist dem

Gewichte des Körpers gleich (§. 409). Und dieses Gewicht würkt, als wäre es im Schwerpunkte des Körpers vereinigt. Es sey demnach A der Schwerpunkt des Körpers P, so befindet sich dieser im Falle eines nicht schweren Körpers, der durch zwei parallele aber nicht entgegengesetzte Kräfte sollicitirt wird, oder im Falle eines schweren Körpers, dessen Schwerpunkt nicht unterstützt ist. Es kann also kein Gleichgewicht statt finden, §. 196., als wenn diese zwei Schwerpunkte oder die Richtungen der Kräfte sich in einer vertikalen Linie befinden.

§. 433.

Schwimmt ein homogener prismatischer Körper im Wasser, so daß seine Achse gegen den Horizont unter irgend einem Winkel geneigt sey, wie in Fig. LXX., so kann er nach obigem Satze nicht in dieser Lage bleiben, weil unter dieser Lage der Schwerpunkt B der aus der Stelle getriebenen Wassermasse nothwendig zur Seite des Schwerpunkts A des Körpers liegt, und diese Lage der Schwerpunkte zeigt an, welche Lage der Körper annehmen muß, um ins Gleichgewicht zu kommen, nemlich diejenige, da die Achse des Körpers horizontal wird, und nicht diejenige, wobei sie vertikal würde; woraus es sich ergiebt, daß, obgleich es mehr als eine Lage giebt, wobei der Schwerpunkt des Körpers und des aus der Stelle getriebenen Wassers in einer vertikalen Linie sich befinden können, dennoch der Körper nur eine annehmen kann. Dieser Fall ist dem der festen Körper, welche unterhalb des Schwerpunkts unterstützt sind, (§. 197.) analog.

§. 433.

Aber auch denn, wenn die Achse des prismatischen Körpers horizontal liegt, befindet sich doch der Schwerpunkt des Körpers über dem Schwerpunkt des aus der Stelle getriebenen Wassers, und zwar gilt dieses von allen Körpern, welche Figur sie haben mögen, wenn nur die relative Dichtigkeit der Theile desselben gleich ist. Denn je tiefer ein solcher Körper im Wasser taucht, desto näher rückt der Schwerpunkt des aus der Stelle getriebenen Wassers an den Schwerpunkt des Körpers. Nimmt man nun an, das Eintauchen habe sein Maximum erreicht, das heißt, der Körper sey ganz unter Wasser, so fallen beide Schwerpunkte zusammen. Folglich muß für jeden solchen homogenen Körper, der nicht ganz untertaucht, der Schwerpunkt desselben über den Schwerpunkt des aus der Stelle getriebenen Wassers stehen.

§. 434.

Aber ein Körper von ungleichförmiger Dichtigkeit kann so beschaffen seyn, daß sein Schwerpunkt tiefer liege, als der der Wassermasse, die er aus der Stelle treibt. Daher legt man in den tiefsten Stellen holer Körper spezifisch schwerere Massen, um diese Körper zu zwingen, eine vorgeschriebene Lage im Wasser anzunehmen.

§. 435.

Da eines homogenen Körpers Schwerpunkt sich nach §. 433. immer höher befindet, als der Schwerpunkt des aus der Stelle getriebenen Was-

sers, so scheint ein solcher Körper in keiner Lage ruhen zu können; und dennoch zeigt die Erfahrung, daß er in einer Lage ruht, und nur in der Einen. Dieses ist das Analogon des Phänomens der unterhalb sphärisch gebildeten festen Körper, welche unterhalb ihres Schwerpunkts unterstützt werden; sie ruhen in der Lage, in welcher ihr Schwerpunkt am tiefsten steht, in der Lage, welche sie nicht verlassen können, ohne daß ihr Schwerpunkt steige. Und so ists auch hier. Denn so lange der Schwerpunkt nicht die tiefste Stellung angenommen hat, kann er noch fallen, und muß also noch fallen. Daraus folgt, daß Körper von gleichförmiger Dichtigkeit dann in Wasser ruhen werden, wenn ihr Schwerpunkt sich so sehr als möglich, vermöge ihrer Figur und absoluten Gewichts, dem Schwerpunkte des aus der Stelle getriebenen Wassers genähert haben wird. Daher muß ein Parallelipipedon, das im Wasser schwimmt, sich immer auf der flachen oder breiten Seite legen, weil in dieser Lage die Distanz der Schwerpunkte ein Minimum ist; ein pyramidalischer wird seine Basis über dem Wasser halten ꝛc. Dieses gilt auch für Körper von ungleicher Dichtigkeit, deren Schwerpunkte über dem Schwerpunkte des aus der Stelle getriebenen Wassers liegt.

§. 436.

Nach demselben Grundsatze, daß der Schwerpunkt irgend eines Körpers so lange fällt, als er fallen kann, müssen Körper von ungleicher Dichtigkeit, deren Schwerpunkte unter den Schwerpunkt des aus der Stelle getriebenen Wassers ste-

hen, diejenige Lage annehmen, wobei beide Schwerpunkte im Maximo ihrer Entfernung sind.

§. 437.

Wenn ein schwimmender Körper nicht in der Lage ist, in welcher er ruhen kann, so dreht er sich so lange, bis er in diese Lage kommt, und oscillirt so lange, bis die Bewegung, die er durch den Fall seines Schwerpunkts erhalten hat, durch den Widerstand des Wassers zerstöhrt ist. Dieser Mittelpunkt der Oscillation, der Punkt, um welchen der Körper sich dreht, kann kein anderer seyn, als der Mittelpunkt der Kräfte. Es sey A der Schwerpunkt eines so oscillirenden Körpers, Fig. LXXI, B der Schwerpunkt des aus der Stelle getriebenen Wassers, so wird die Mitte C des Abstands dieser zwei Mittelpunkte der Mittelpunkt seyn, um welchen der Körper sich dreht. Da aber der Schwerpunkt des aus der Stelle getriebenen Wassers sich bei diesem Oscilliren jeden Augenblick ändert, so ändert sich also dieser Mittelpunkt C auch. Ein solcher Körper oscillirt also nicht um einen Punkt, sondern um unzählige Punkte.

§. 438.

Ist ein schwimmender Körper im Gleichgewichte, und man legt ein neues Gewicht auf oder in demselben, so daß der Schwerpunkt dieser Zulage nicht in der Vertical-Linie durch den Schwerpunkt des Körpers sey, so ist der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Körpers und der Zulage nun außerhalb der Vertical-Linie durch den Schwerpunkt des aus der Stelle getriebenen Wassers; folglich muß es in eine Oscillation gerathen, um

in die Lage des Gleichgewichts zu kommen. Es sey, Fig. LXXII, ein pyramidalischer Körper im Wasser, oder auch der vertikale Durchschnitt eines liegenden dreiseitigen Prisma, A der Schwerpunkt des Körpers, B des aus der Stelle getriebenen Wassers. Wird ein neues Gewicht p seitwärts aufgelegt, so kommt nun der gemeinschaftliche Schwerpunkt des Körpers und des Gewichts auch seitwärts in a, und der Körper dreht sich anfangs um C, der Mitte zwischen a und B; zugleich senkt sich das Ganze etwas tiefer, durch das Sinken und Drehen wird der Punkt B aufwärts und seitswärts nach der Seite von a gerückt, und der Körper kommt in Ruhe, wenn der neue Schwerpunkt des aus der Stelle getriebenen Wassers mit a in einer Vertical-Linie sich befindet. Durch das Sinken der Seite p kommt auf dieser Seite ein größeres Volum des Körpers unter Wasser und auch ein größeres auf der andern Seite ausser dem Wasser, als wenn der Körper eine andere Figur hätte, zum Beispiel parallelipipedisch wäre. Mithin neigt sich ein prismatischer Körper in dieser Lage weniger, und seine Oscillationen sind geringer. Ein kugelförmiger Körper würde unter diesen Umständen ganz umschlagen.

§. 439.

Wäre der Schwerpunkt A des Körpers unter dem Schwerpunkte B des Wassers, wie in Fig. LXXIII., so würde ein ähnlicher Erfolg bei Auflegung des Gewichts p statt finden. Da aber hier p und A weiter von einander entfernt sind als vorher, so fällt a weniger seitswärts von der Vertical-

Linie durch A und B; Folglich kommt der Körper nach vollbrachten Oscillationen in eine minder geneigte Lage.

§. 440.

Die prismatische Figur eines Körpers, und aller, deren senkrechte Queerschnitte ein solches Verhältniß wie die Fig LXXII und LXXIII. haben, haben überdieß noch den Vortheil, daß sie in ihren Oscillationen dem Widerstande des Wassers eine große Oberfläche darbieten, welche das Wasser unter großen Winkeln schlägt, und daß folglich die Oscillationen nicht so lange dauern, als bei Körpern, deren Durchschnitte sich einem Kreissegment nähern.

§. 441.

Was in den §§. 438 und 439 gesagt worden, gilt auch, wenn, anstatt ein Gewicht p aufzulegen, man den obern Theil des Körpers mit irgend einer Kraft q in der Richtung qp stoßt. Macht die Richtung dieser Kraft einen stumpfen Winkel mit der verticalen Linie AB, so zwingt sie den Körper, sich auch tiefer zu senken, wie das Gewicht p es that.

§. 442.

Die über die Lage der schwimmenden Körper vorgetragenen Sätze sind die Grundsätze eines wichtigen Theils der Theorie des Schiffsbaues, nemlich des Theils dieser Theorie, der die Sicherheit des Schiffs bezweckt. Sie erklären, warum ein flaches Bot, besonders ohne Kiel so schwankend ist, und unter einem starken Winde, oder auch bei ungleicher Vertheilung der Last, so leicht umschlägt, hingegen

ein Schiff, dessen unterer Theil tief im Wasser liegt, viel fester steht, so wie auch, warum der Schwerpunkt des Schiffs so tief als möglich nach unten verlegt werden muß. Sie erklären den Nutzen der üblichen Durchschnitte der Schiffe, Fig. LXXIV., und besonders des Kiels k, zeigen wie eine solche Figur zugleich einen beträchtlichen freien Raum gestattet, ohne der Festigkeit des Schiffs zu schaden *), und führen endlich auf die Bestimmung der Verhältnisse der Masten und Segel.

C. Scheinbare Anomalien in den statischen Gesetzen der tropfbaren Flüssigkeiten.

§. 443.

So allgemein wahr die bisher vorgetragenen Sätze des Gleichgewichts tropfbarer Flüssigkeiten sind, so sehr sie sich durch alle wiederholten Erfahrungen bestätigen, so stoßt man doch oft auf Thatsachen, welche diesen Gesetzen zu widersprechen scheinen, und diese scheinbaren Widersprüche dehnen sich sogar durch alle Haupttheile dieser Lehre aus.

*) Es sey C die Gegend, in welcher der Mittelpunkt der Oscillationen sich befindet, so sieht man leicht ein, daß die Theile E und D der Oberfläche des Schiffs, als die nächsten an C, den geringsten Widerstand von Seiten des Wassers leiden. Mithin opfert man diesen Widerstand auf, indem diese Theile in die Kreislinie aus C fallen, um dem Schiffe mehr Weite zu geben. Dagegen die untern, entferntern, Theile, besonders der Kiel, das Wasser beinahe senkrecht stoßen, und die obern A und B ebenfalls, als entferntere, das Wasser wenigstens unter großen Winkeln schlagen.

Wir sehen z. B. alle tropfbaren Flüssigkeiten in den Gefäßen von der horizontalen Ebene, die sie nach den statischen Gesetzen haben sollten, abweichen. Einige steigen an die Ränder der Gefäße hinauf und bilden eine hohle Oberfläche; andere, im nemlichen Gefäße, treten vom Rande ab und bilden eine convexe Oberfläche. In engen Röhren stehen die Flüssigkeiten bald über, bald unter dem Niveau des größern Gefäßes. Ja! die Gesetze des Gleichgewichtes der festen Körper in den Flüssigkeiten scheinen umgestoßen zu seyn, in dem spezifisch schwerere Körper, als Blei- oder Zinn-Plättchen, Nähnadeln, Messingdräthe ꝛc. auf dem Wasser schwimmen; Queckſilberkügelchen rollen auf der Oberfläche des Wassers hin und her ohne zu sinken. Glaskugeln, Queckſilberkügelchen, Korkstücke, Harzstückchen bewegen sich zu einander und von einander, steigen auf convexen und concaven Flächen auf und ab, als hätten sie sich um das allgemeine Gravitations-Gesetz nicht zu bekümmern. Diese letztern Phänomene sind so auffallend und so spezios, daß man beim ersten Anblicke auf ganz besondere Attractionen und Repulsionen schließen zu müssen glaubt. Sollten aber würklich Ausnahmen in den Naturgesetzen statt finden? Sollten diese ewigen Regeln der Natur bald hier, bald dort aufgehoben seyn? — Schon der Umstand, daß alle etwas beträchtliche Massen den angeführten Gesetzen immer pünktlich folgen, und daß die Ausnahmen nur in sehr kleinen Massen statt finden, muß uns überzeugen, daß hier noch ein andres Naturgesetz, als das der Gravitation obwaltet, daß also die angeführten Phäno-

mene von zusammengesetzter Art sind. Das Geschäft des Physikers, der Triumph der Wissenschaft ist, diese scheinbaren Anomalien streng unter die Regel zu bringen, die hier obwaltenden Naturgesetze rein aus einander zu setzen, oder, mit andern Worten, das Phänomen zu erklären.

§. 444.

Wenn man Wasser in ein gläsernes Gefäß gießt, so bildet dessen Oberfläche keine Ebene, wie sie es nach den hydrostatischen Gesetzen thun sollte, sondern es steht am Rande höher als in der Mitte. In einer Röhre von etwa $\frac{3}{4}$ Zoll Durchmesser ist das Phänomen besonders auffallend, da die Oberfläche des Wassers dann eine förmliche, kleine, ziemlich tiefe Schaale bildet. Taucht man einen gläsernen Stab in Wasser, so legt sich das Wasser rings um den Stab höher, als das Niveau des Wassers im Gefäße.

Erklärung.

Dieses Phänomen gilt nicht blos von dem Glase und dem Wasser, sondern von jedem festen Körper, der von der Flüssigkeit naß gemacht wird, und nur von solchen. Dieses beweiset, daß die Flächen-Anziehung das ganze Phänomen erzeugt. Die Flüssigkeiten, welche feste Körper naß machen, haben §. 113 eine Flächen-Anziehung zu ihnen, welche größer ist als die Adhäsion der Theile der Flüssigkeiten unter sich selbst. Denkt man sich nun eine völlig ebene horizontale Wasserfläche in einem Glasgefäße, so werden die Wassertheilchen, welche zunächst an der noch nicht nassen Glasgränze liegen,

stärker vom Glase angezogen, als von den nächsten Wassertheilchen, und müssen also an die Glaswand über dem Niveau des Wassers sich anlegen. So entsteht also die Erhebung eines Wasserringes, dessen Höhe und Dicke dem Durchmesser eines integrirenden Theils des Wassers gleich ist. Dieser Ring wird von dem zunächst liegenden, noch nicht nassen, Glasringe angezogen, und da unterhalb desselben das Glas schon naß ist, so wird der erhobene Wasserring nur durch seine Adhäsion zum Wasser nach unten sollicitirt, mithin schwächer als nach oben. Folglich muß der erste Ring noch um einen Schritt hinaufsteigen und einem zweiten Ring unter ihm Platz machen; aus demselben Grunde muß der erste Ring einen dritten Schritt machen, der zweite einen zweiten Schritt, und so einem dritten Ringe Platz machen, und so fort. Alle Wasserringe zwischen dem obersten und dem untersten drükken nicht mehr nach unten, weil ihre Adhäsion zum Glase ihre Schwere überwindet, da das Glas vom Wasser naß gemacht wird. So müßte das Wasser längs den Wänden des Glasgefäßes in Gestalt einer physisch unendlich dünnen Schichte bis zum obersten Rande hinauf steigen, denn an den äußern Wänden herab, und sich auf dem Tische ausbreiten, wenn die Materie des Tisches auch vom Wasser naß gemacht werden kann, und folglich endlich ganz aus dem Glase heraus fließen, wenn die Wassertheile unter sich keine Adhäsion äußerten. Allein da diese Adhäsion statt findet, obgleich in einem schwächern Grade, als die Adhäsion zum Glase, so kann kein Wasserring von meßba-

ter Höhe an der Glaswand hinauf steigen, ohne einen andern kleinern, der das Glas nicht berühret, mit sich hinauf zu ziehen. Dieser zieht einen zweiten, der zweite einen dritten, und so fort. So erhebt sich nach und nach eine meßbare Wassermenge über das Niveau durch die Adhäsion des obersten Wasserrings zum Glase, oder vielmehr durch die Ueberwucht dieser Adhäsion gegen die Adhäsion zum Wasser. Da aber diese Ueberwucht eine endliche Größe ist, so kann auch die erhobene Wassermenge nur endlich seyn, und die Erhebung des Wassers am Rande muß aufhören, sobald Gleichgewicht zwischen dieser Ueberwucht und dem Gewichte der erhobenen Wassermasse statt findet.

§ 445.

Die LXXV^te Figur stelle den Durchschnitt der Wasserhebung am Rande des Gefäßes vor, AB die Glaswand, CD die horizontale Oberfläche, CEF die gehobene Wasserportion; so kann man sich diesen Durchschnitt CEF denken, als bestünde er aus physisch unendlich dünnen Wassersäulen 1, 2, 3, 4, 5 ꝛc. die zugleich schwer sind und seitwärts zusammenhängen, und die krumme Linie EF als einen nicht schweren Faden, an welchem die ungleichen Gewichte 1, 2, 3, 4 ꝛc. hängen. Diese krumme Linie gehört also zu dem Geschlechte der Kettenlinien, und der höhern Mechanic kommt es zu, ihre Gleichung zu finden.

§. 446.

Gießt man Queckſilber in ein gläsernes Gefäß, so bildet das Queckſilber keine ebene Oberfläche, sondern es steht am Rande tiefer

als in der Mitte. In einer Röhre von etwa ½ Zoll Durchmesser, bildet das Queckſilber eine auffallende Wölbung, wie eine gedrückte Kuppel. Taucht man einen gläſernen Stab in Queckſilber, ſo entfernt ſich dieſes vom Stabe und bildet ringsum eine Trichterförmige krumme Vertiefung.

Erklärung.

Eine Flüſſigkeit, welche gleichviel Adhäſion zur Materie des Gefäßes haben würde, als zu ſich ſelbſt, müßte nach §. 444. eine völlig ebene Oberfläche erhalten, wie CFD, Fig. LXXV.; In bleiernen und ähnlichen Gefäßen, welche vom Queckſilber naß gemacht werden, müßte das Queckſilber, wie das Waſſer, im Glaſe ſteigen und die concave Oberfläche EF bilden, welches die Erfahrung auch beweiſet. Es haben aber die Verſuche §. 106 und 113 bewieſen, daß das Queckſilber eine vielmal größere Adhäſion zu ſich ſelbſt hat, als zum Glaſe. Dieſe Ueberwucht von Seiten des Queckſilbers muß alſo die das Glas unmittelbar berührende Theile dieſer Flüſſigkeit nach der übrigen Maſſe des Queckſilbers hinziehen; und dieſe Entfernung des Queckſilbers vom Glaſe würde bis an den Boden des Gefäßes reichen, wenn nicht die höher liegenden Schichten des Queckſilbers ſich ohne Gegengewicht in der Nähe des Randes des Gefäßes befänden. Dieſer Druck der Queckſilber-Schichten, welche keinen hydroſtatiſchen Gegendruck leiden, muß endlich der größern Adhäſion des Queckſilbers zu ſich ſelbſt gegen ſeine Adhäſion zum Glaſe das Gleichgewicht halten, und ſo entſteht eine gewölbte

Oberfläche GF, die man als das Negative der Oberfläche EF ansehen kann. In der That kann ihr Durchschnitt angesehen werden, als ein biegsamer nicht schwerer Faden, an welchem die ungleichen Kräfte 1, 2, 3, 4, 5 ꝛc. in die Höhe ziehen.

§. 447.

Die von Queckſilber entblöſete Höhe GC iſt alſo das Maaß für den Ueberſchuß der Adhäſion des Queckſilbers zu ſich ſelbſt gegen ſeine Adhäſion zum Glaſe, und die Krümmung BF iſt dieſelbe, als diejenige, welche eine Queckſilbermaſſe oberhalb einnimmt, wenn ſie ſich frei auf einer unbegränzten Ebene ausdehnt.

§. 448.

Dieſe Betrachtungen zeigen alſo offenbar, daß die tropfbaren Flüſſigkeiten in ihren Aggregaten nicht bloß dem Geſetze der Gravitation, ſondern auch dem der Adhäſion beſtändig unterworfen ſind, und daß die Würkungen dieſes letztern Geſetzes nur bei der Betrachtung des Gleichgewichts großer Maſſen vernachläßigt werden darf. Auch die elaſtiſchen Flüſſigkeiten ſind, wenigſtens gegen die feſten Körper, dem Adhäſions-Geſetze unterworfen (§. 108). Und dieſes zeigt ſich auch bei der Dazwiſchenkunft der atmoſphäriſchen Luft in den obigen Verſuchen. Denn wenn man den Raum über die Queckſilberfläche vollkommen luftleer macht, ſo wölbt ſich dieſe Oberfläche nicht mehr, ſondern ſie iſt völlig eben, ja ſogar etwas hohl *), woraus zu ſchließen

*) Lalande hat, ſo viel ich weiß, zuerſt und vielleicht allein, ein Barometer ſo ausgekocht, daß die Oberfläche des Queckſilbers horizontal wurde; und ich ge-

ist, daß das Zurücktreten des Queckſilbers vom Glaſe der Dazwiſchenkunft der Luft zuzuſchreiben iſt, und daß im luftleeren Raume die Adhäſion des Queckſilbers zum Glaſe wenigſtens eben ſo groß iſt, als die des Queckſilbers zum Queckſilber. Uebrigens ändert dieſes an der obigen Erklärung, §. 446, nichts; denn anſtatt Glasfläche braucht man nur zu ſetzen: mit Luft belegte Glasfläche. Gleichfalls ſteigt das Waſſer im luftleeren Raume höher hinauf als im luftvollen Raume.

§. 449.

Wenn man eine ſehr enge Glasröhre ins Waſſer taucht, ſo ſteigt das Waſſer in dieſelbe höher hinauf als das Niveau des äußern Waſſers. Zieht man die Röhre aus dem Waſſer, ſo bleibt die Flüſſigkeit in der Röhre hängen und bildet in derſelben eine Säule, die ſo hoch iſt, als der vorige Unterſchied des Niveau. Daſſelbe geſchieht, wenn man bloß einen Tropfen Waſſer an der untern Mündung der Röhre anlegt. Auch in ſehr verdünnter Luft

ſtehe lang an der völligen Richtigkeit des Verſuches gezweifelt zu haben, bis es mir ſelbſt glückte. Jetzt beſitze ich eine Vorrichtung um die Barometer auszukochen, mittelſt welcher es mir immer glückt, eine völlig ebene Oberfläche des Queckſilbers zu erhalten. Einmal ſogar habe ich eine etwas hohle Oberfläche erhalten. Aber es iſt nicht von langer Dauer. Nach 4 bis 6 Stunden fängt das Queckſilber ſchon an ſich zu erheben, und nach 24 Stunden iſt die völlige Wölbung da, wie in gewöhnlich gut ausgekochten Barometern.

Luft findet das Phänomen, z. B. unter der Glocke der Luftpumpe, ſtatt.

Erklärung.

Dieſes Phänomen iſt unter dem Namen des Aufſteigens der Flüſſigkeiten in den Haarröhren ſehr bekannt, und iſt von allen Flüſſigkeiten, welche das Glas naß machen, wahr. Wenn man eine weite Röhre, etwa 2 bis 3 Zoll Durchmeſſer, in Waſſer taucht, ſo würkt dieſe Röhre in Abſicht auf ihre innere Wand, wie die Wände jedes gläſernen Gefäßes; das Waſſer ſteigt an dieſer Wand herauf und nimmt die concave Oberfläche an, wie §. 445 gezeigt worden, und dieſe Concavität reicht in jeder Röhre bis in die Mitte in immer abnehmenden Höhen, es müßten denn die kleinſten Höhen endlich kleiner werden als die integrirenden Theile der Flüſſigkeiten, welches bei Röhren von zwei Zollen ſchon der Fall zu ſeyn ſcheint. Es iſt aber die Kraft, welche das Waſſer hebt, die Ueberwucht der Adhäſion der Flüſſigkeit zum Glaſe gegen die der Flüſſigkeit zur Flüſſigkeit, mithin von der Oberfläche der Wand der Röhre abhängig, folglich im Verhältniſſe des Durchmeſſers der Röhre. Die gehobene Waſſermenge aber und der cubiſche Raum, den ſie einnimmt, bei beſtändig gleicher Erhebungs-Höhe im Verhältniſſe des Quadrats des Durchmeſſers der Röhre. Nimmt man nun eine Röhre vom halben Durchmeſſer, ſo iſt die Kraft halb ſo groß, mithin auch die gehobene Waſſermaſſe. Aber der Raum, in welchem ſich dieſe Waſſermaſſe befinden wird, iſt nur $\frac{1}{4}$ des vorigen Raums, wenn die Höhe die vorige bleibt, folglich nur halb ſo groß

als es seyn soll. War nun die weitere Röhre schon so enge, daß die Krümmung der Wasser-Oberfläche bis in die Mitte reichte, so muß das Wasser auf allen Punkten der Krümmung über das Niveau steigen, folglich auch am tiefsten Punkte. Folglich muß das tiefste Niveau in dieser Röhre schon über den äußern Niveau stehen und ausser dem in der concaven Erhöhung sich befindenden Wasser noch einen reinen Wassercylinder von geringer Höhe enthalten. Und in der That wird diese Erhebung schon bei Röhren von 1 Zoll Durchmesser merklich. Mithin fängt das Phänomen der Haarröhre für Wasser in Glas schon bei Röhren von diesem Durchmesser. Wird die Röhre noch enger angenommen, so verengt sich der Raum, den das zu hebende Wasser einnehmen sollte, immer mehr; mithin muß dessen Höhe, um mit ihr die Höhe des gehobenen reinen Wassercylinders immer zunehmen, und die Oberfläche einer solchen Wassersäule muß immer concav seyn, so enge die Röhre auch seyn möge.

Versuche mit Röhren von 1 Zoll Durchmesser und engern bis zu den feinsten Haarröhren.

§. 450.

Die Höhen, zu welchen das Wasser in Haarröhren von verschiedener Weite steigt, vom tiefsten Punkte der Oberfläche der Wassersäule an gerechnet, sind im umgekehrten Verhältnisse der Durchmesser.

Beweis.

Es sey, für eine Röhre, a die Höhe der Wassersäule, r der Radius der Röhre, M die gehobe-

ne Wassermasse; für die andere Röhre die analogenen Größen b, s, N; der Ueberschuß der Adhäsion des Glases zur Flüssigkeit über die der Flüssigkeit zur Flüssigkeit $= \varphi$; so ist die Kraft zur Hebung in der ersten Röhre $= 2\pi r\varphi$ und in der zweiten $2\pi s\varphi$. Die gehobene Wassermasse M in der einen ist $a.\pi r^2$, die Masse N in der andern ist $b.\pi s^2$. Es müssen sich aber die gehobenen Massen verhalten wie die Kräfte. Folglich hat man $a\pi r^2 : b\pi s^2 = 2\pi r\varphi : 2\pi s\varphi$ oder $ar^2 : bs^2 = r : s$ und $a : b = s : r$.

Versuche mit Haarröhren, von bekannten oder gemessenen Durchmessern.

Wie die Durchmesser feiner Haarröhren gemessen werden, wird in den Vorlesungen gezeigt. Gleichfalls wird Muschenbröcks Irrthum, daß das Wasser in längern Röhren höher stehe als in kürzern, erwähnt. Bei vielen Versuchen mit mehrern Röhren habe ich das nie gefunden. Kleine Irregularitäten fallen bei diesen Versuchen vor. Aber diese haben ihren Grund in der Verschiedenheit der Weite der Röhren in verschiedenen Punkten ihrer Länge, oft auch im Grade der Reinheit.

§. 451.

Verschiedene Flüssigkeiten steigen in gleichen Haarröhren zu ungleichen Höhen und zwar nicht im umgekehrten Verhältnisse ihrer Dichtigkeit. Muschenbröck fand in einer und derselben Haarröhre.

	Höhe der Säule
Wasser	26 Linien
frischer menschlicher Urin	34 — —
Rübsenöhl	21 — —
Schwefelsäure	27 — —
Alkohol	19 — —

Nach meinen sehr genau angestellten Versuchen und mit sehr reinen Flüssigkeiten

† Wasser (destillirtes) - - - - 33 Linien
† Concentrirte Schwefelsäure - - 15 —
† Rectificirter Alkohol - - - - $13\frac{1}{2}$ —

Multiplicirt man diese Höhen mit den spezifischen Gewichten 1,000; 2,125; 0,791; so erhält man die Steigkräfte, des Wassers 33,000, der Schwefelsäure 31,875, des Alkohols 9,673.

§. 452.

† Wenn man eine Haarröhre inwendig mit frischem Talge überzieht (welches dadurch geschieht, daß man sie recht heiß in Talg steckt und dann stark schwinget, um den überflüßigen Talg wegzuschleudern) und ihre untere Mündung in Berührung mit Wasser treten läßt, so steigt das Wasser nicht in die Röhre, zwingt man es zu steigen, indem man die Röhre tief eintaucht, so behält die Röhre eine kleine Wassersäule, die aber viel kürzer ist, als diejenige, welche die reine Glasröhre zu heben vermag.

Es ist §. 113. gezeigt worden, daß der Talg eine geringere Adhäsion zum Wasser hat, als das Wasser zum Wasser. Folglich kann, der Erklärung des capillarischen Phänomens gemäß, das Wasser in einer Talgröhre nicht steigen. Daß das einmal hine ngetriebene Wasser zum Theil hängen bleibt, kommt nur von einigen heterogenen Theilen, welche sich an der Talgfläche angesetzt haben, her, gerade so, wie man bei dem Versuche des §. 113. bemerkt, daß bei der Trennung der Talgplatte vom

Wasser, einige kleine Wassertropfen hängen bleiben; welches auch in der Haarröhre geschieht weil man das hineingezwungene Wasser herausschwingt.

§. 453.

Sollte noch irgend ein Zweifel gegen den Satz, daß die capillarische Wirkung von der Adhäsion herrührt, statt gefunden haben, so müssen ihn die Versuche §. 451 und 452. völlig entfernen.

§. 454.

Die Capillar-Wirkung hängt bloß von der Adhäsion des obersten physisch unendlich kleinen Wasserrings der in der Haarröhre gehobenen Wassersäule ab.

Beweis.

Dieser Satz, der ohnehin aus der Erklärung des Aufsteigens des Wassers am Rande der Glasgefäße folgt, läßt sich noch theoretisch auf doppelte Art beweisen, dann auch durch direkte Versuche.

1. Betrachtet man irgend einen Theil der innern Oberfläche der Haarröhre innerhalb der gehobenen Wassersäule, so äußert dieser Theil des Glases allerdings eine Adhäsion gegen das Wasser, welche fähig ist das Wasser gegen diese Glasfläche anzuziehen. Aber diese Anziehung geschieht in allen Richtungen, folglich eben so gut nach unten als nach oben, folglich wird das obere Wasser eben so stark nach unten gezogen als das untere nach oben. Nur der Glasring, der unmittelbar über der Wasserfläche sich befindet, hat kein Wasser über sich, das er nach unten ziehen könnte; folglich wird seine Kraft, die unmittelbar unter ihm befindliche Wasserschichte zu heben, durch nichts aufgehoben. Mit-

hin kann nur die Anziehung dieses Glasringes gegen das Wasser, oder des Wassers gegen ihn das Wasser heben; die oberste Schichte wird unmittelbar gehoben; die untern folgen durch ihre Adhäsion zu ihr, und die übrigen Glasringe verhalten sich ganz passiv in Rücksicht auf Wasserhebung.

2. Wenn die Glasringe innerhalb der Höhe der gehobenen Wassersäule die Kraft zur Hebung hergeben, so sind nur drei Fälle möglich. Entweder hebt jeder Glasring weniger Wasser, als der ihm zukommende Durchschnitt der Wassersäule enthält; oder er hebt gerade so viel, oder er hebt mehr. Hebt er weniger, so könnte das Wasser weder in die Haarröhre steigen, noch, wenn es hinauf getrieben würde, sich darinn erhalten. Denn, können die Glasringe zusammen z. B. nur die Hälfte tragen, so wird die Wassersäule zur Hälfte ihrer Höhe herabsinken; dann aber würkt auch nur die Hälfte der Glasringe; folglich muß auch die Säule wieder um die Hälfte sinken, und dann wieder um ihre Hälfte, das heißt, es wird sich kein Wasser in der Röhre erhalten. Kann jeder Ring so viel Wasser tragen, als der ihm zukommende Durchschnitt der Röhre enthält, so muß sich das Wasser in jeder Haarröhre bis zu einer unendlich großen Höhe erheben und hängen bleiben. Dasselbe, wenn jeder Glasring noch mehr tragen könnte.

Zur Bestätigung dienen folgende Versuche.

1) Wenn man an einer Haarröhre bestimmt, wie hoch die Wassersäule sich in ihr erheben kann, und dann die Röhre so abkürzt, daß sie kürzer wird als diese Wassersäule, so wird, bei

ihrer Berührung mit Wasser, das Wasser die ganze Länge hinaufsteigen aber nicht überfließen.

Würde nun irgend ein Theil der innern Glaswand der Röhre, innerhalb des mit Wasser angefüllten Raums, die Kraft zur Hebung des Wassers liefern, so müßte das Wasser über den höchsten Punkt der Haarröhre sich erheben und abfließen.

2) Berührt man eine Wasserfläche mit einer conischen Haarröhre, mit dem dünnen und breiten Ende, so steigt das Wasser in die Röhre zu einer Höhe, welche dem höchsten Durchmesser, der von der Wassersäule berührt wird, zukommt.

3) Jede auch noch so weite Glocke, die sich oben in eine Haarröhre endigt, zeigt das obige Phänomen; wird es durch Untertauchen ganz gefüllt, so trägt die Capillar-Wirkung der Haarröhre die ganze Wassermasse, wenn nur ihre Höhe dem kleinsten Durchmesser der Haarröhre zukommt. *).

4) Füllt man die Glocke nicht ganz, so daß der obere Theil derselben und die Haarröhre nur Luft enthalten, so sinkt das Wasser zurück. Legt man aber einen Tropfen Wasser auf der Spitze der Harröhre, so bleibt die Wassermasse in der Glocke hängen, obgleich zwischen der großen Wassermasse und dem Wasser in der Haarröhre kein Zusammenhang ist.

*) Das hiesige physicalische Cabinet besitzt zwei solche Glocken von 6 Zoll Durchmesser und 10 Zoll Höhe, die Haarröhren mit eingerechnet, mit welchen diese Versuche angestellt werden.

Bei der großen Verschiedenheit der Durchmesser einer conischen Haarröhre oder einer solchen Glocke läßt sich die Erscheinung, daß das Wasser sich zu einer Höhe, die dem höchsten Durchmesser zukommt, erhält, gar nicht erklären, wenn man annimmt, daß außer dem obersten Glasringe, die übrigen zur Hebung des Wassers beitragen. Für jede Figur von Haarröhren müßte die Höhe der gehobenen Wassersäule anders seyn.

§. 455.

Die Phänomene 2, 3, 4 des 454ten §. gehören unstreitig zu den allerauffallendsten in der Lehre der Flüssigkeiten, indem sie zeigen, daß eine so kleine Kraft, wie die höchstkleine Capillar-Würkung des höchsten Rings der Haarröhre, welche in einer cylindrischen Haarröhre höchstens 1 Gran Wasser zu tragen vermag, hier eine Wassermasse von etwa 8 Pfund Gewicht zu tragen im Stande ist. Ja, dasselbe Phänomen würde statt finden, wenn die Glocke 12 und mehrere Zoll Durchmesser hätte, mithin 30, 40 und mehrere Pfund Wasser faßte. Diese ganze Wassermasse drückt also nicht mehr als eine cylindrische Säule von gleicher Höhe und gleichem Durchmesser als die Haarröhre, in welcher sich die Glocke endigt. Hier ist das Analogon des Phänomens des §. 401. und ist eben so unerklärbar.

§. 456.

Wenn man eine gläserne Haarröhre in Queckſilber taucht, so steigt das Queckſilber nicht so hoch in dieselbe als das Niveau des äußern Queckſilbers, sondern bleibt tiefer zurück.

Erklärung.

Es ist §. 446. bewiesen worden, daß das Queckſilber in gläſernen Gefäßen eine gewölbte Oberfläche bildet, weil die Adhäſion des Queckſilbers zu ſich ſelbſt größer iſt als ſeine Adhäſion zum (mit Luft belegtem) Glaſe. Demnach paßt die Erklärung, welche (§. 449.) von der Hebung des Waſſers in gläſernen Haarröhren gegeben worden iſt, vollkommen hieher, wenn man ſtatt der in der dortigen Analyſe gebrauchten Ausdrücke: Hebung des Waſſers, concave Oberfläche, Ueberwucht der Adhäſion der Flüſſigkeit zum Glaſe gegen die Adhäſion der Flüſſigkeit zur Flüſſigkeit, die Ausdrücke: Depreſſion des Queckſilbers, convexe Oberfläche, Ueberwucht der Adhäſion der Flüſſigkeit zu ſich ſelbſt gegen die Adhäſion der Flüſſigkeit zur Flüſſigkeit, ſetzt. Da überhaupt hier die Kraft negativ iſt, wenn man dort die Kraft als poſitiv anſieht, ſo muß hier das Phänomen das Entgegengeſetzte von dem dortigen ſeyn.

§. 457.

Die Depreſſion des Queckſilbers in gläſernen Haarröhren von verſchiedenen Durchmeſſern iſt im umgekehrten Verhältniſſe der Durchmeſſer.

Der Beweis iſt völlig derſelbe als im §. 450. wenn man unter φ den Ueberſchuß der Adhäſion des Queckſilbers zu ſich ſelbſt gegen deſſen Adhäſion zum Glaſe verſteht.

Verſuche mit Haarröhren von gemeſſenen Durchmeſſern.

Dieſe Verſuche ſind etwas umſtändlicher als die mit Waſſer, glücken aber hinlänglich um den Satz wenigſtens beiläufig zu beweiſen.

§. 458.

Zum directen Beweise daß die Adhäsion des Queckſilbers zum (mit Luft belegtem) Glaſe eine Queckſilberſäule zu tragen im Stande iſt, und daß die Depreſſion von der Adhäſion des Queckſilbers zum Queckſilber herrührt, dient folgender Verſuch.

† Man tauche eine Haarröhre etwas tief in Queckſilber, ſo daß man ſicher ſey, daß der Druck der äußern Queckſilberſäule etwas Queckſilber in die Röhre getrieben habe. Man verſchließe dann die obere Mündung der Haarröhre mit dem Finger und nehme die Röhre ganz aus dem Queckſilber, und ſo mit ihr eine Queckſilberſäule, und bringe ſie in eine horizontale Lage. Nun öffne man die verſchloſſene Mündung, und hebe dieſes Ende langſam auf, bis die Röhre vertical wird. Während dieſer Veränderung der Lage der Röhre wird etwas Queckſilber ausfließen; aber es bleibt eine Säule davon hängen, welche nach Verhältniß des ſpezifiſchen Gewichts größer iſt, als die Waſſerſäule, die in derſelben Röhre gehoben werden kann.

Führt man nun dieſe Röhre mit ihrer Queckſilberſäule bis ſie das Becken berührt, ſo fließt dieſe Queckſilberſäule augenblicklich hinab.

§. 459.

Die Capillar-Würkung mit dem Queckſilber hängt blos von der oberſten kleinen Schichte des in die Haarröhre eingetretenen Queckſilbers ab.

Beweis.

Hier ist der Satz (das Analogon von §. 454) sehr klar. Taucht man die Haarröhre da (Fig. LXXVI.) nur so tief ins Queckſilber ein, daß noch kein Queckſilber in die Röhre ſteige, so kann die Capillar-Würkung offenbar nicht der innern Glaswand des Theils ac der Röhre, worin kein Queckſilber iſt, zugehören. Taucht man ſie tiefer ein, so daß der Theil cb mit Queckſilber angefüllt ſey, so kann auch dieſer Theil Queckſilber keinen Einfluß haben, denn, so weit dieſe Queckſilberſäule ſich nach unten ausdehnen mag, so ſteht ſie mit einer gleich hohen äußern Säule hydroſtatiſch, und mit der ganzen Queckſilbermaſſe durch Adhäſion, im Gleichgewichte. Auch kann ihre Adhäſion zum Glaſe dieſe Capillar-Würkung nicht äußern, da im §. 458. gezeigt worden, daß dieſe Adhäſion eine Queckſilberſäule zu heben vermag; mithin das Entgegengeſetzte würken muß. Uebrigens wird dieſer Satz noch directe durch folgenden Verſuch bewieſen.

† Taucht man eine coniſche Haarröhre mit ihrem ſchmalen Ende ins Queckſilber bis zu der Tiefe, welche ihrem untern, kleinſten, Durchmeſſer zukommt, so wird die Röhre ganz leer von Queckſilber bleiben. Drückt man ſie aber etwas tiefer ein, so füllt ſie ſich ſogleich bis zum äußern Niveau an, wenn der Durchmeſſer derſelbe, der im Niveau des äußern Queckſilbers ſich befindet, ſo groß iſt, daß daſelbſt die coniſche Röhre keine Capillarität mehr hat.

Durch das tiefere Eintauchen wird Queckſilber

in die Röhre gepreßt; die Oberfläche desselben bekommt einen größern Durchmesser und kann also keine so große Depression mehr bewürken; das Queckſilber muß also in der Röhre ſteigen, und kommt wieder in weitere Räume, deren Capillarität wieder kleiner iſt; folglich muß das innere Queckſilber endlich bis unterm äußern Niveau ſteigen, welches alles nicht ſtatt finden könnte, wenn die Capillarität ſich nicht in der oberſten Schichte des aufſteigenden Queckſilbers befände.

§. 460.

Zu den Phänomenen der Haarröhren gehört auch das Phänomen, daß das Waſſer zwiſchen zwei nahe aneinander gebrachte, ſenkrechtſtehende, Glasplatten in die Höhe ſteigt, das Queckſilber aber tiefer ſteht. Es läßt ſich aus dem obigen ſehr leicht erklären, ſo wie auch die von Neuton ſchon gemachte Beobachtung, daß die Höhe, zu welcher das Waſſer zwiſchen den Platten ſteigt, nur die Hälfte der Höhe iſt, die es in einer Haarröhre erreicht, welche die Diſtanz der Platten zum Durchmeſſer hat. Es iſt nemlich leicht zu beweiſen, daß das Waſſer in einer viereckigten Haarröhre ſo hoch ſteigen müßte, als in einer cylindriſchen, deren Durchmeſſer der Seite des Durchſchnitts der vierkantigen Röhre gleich wäre. *) Nun kann man ſich die zwiſchen den Platten ge-

*) Es ſey r der Radius des Durchſchnitts der cylindriſchen Röhre; φ die Ueberwucht der Anziehung des Waſſers zum Glaſe über die des Waſſers zum Waſſer; h die Höhe der Waſſerſäule in der cylindriſchen Röhre; h' dieſe Höhe in der vierkantigen Röhre; p das

hobene Wassermenge als aus Parallelipipeden bestehend denken, deren Durchschnitts-Seiten der Entfernung beider Platten gleich sind. Wäre nun jedes dieser Parallelipipeden von den vier Seiten mit Glas begränzt, so würde das Wasser so hoch steigen, als in cylindrischen Röhren von diesem Durchmesser. Da sie aber nur an zwei Seiten Glas berühren, so kann die Adhäsion nur die halbe Kraft äußern, mithin nur eine halb so hohe Wassersäule heben.

§. 461.

Wenn man zwei Glasplatten, nahe und parallel an einander, senkrecht in Wasser stellt, daß das Wasser zwischen ihnen aufsteigt, so zeigen sie eine Neigung sich einander zu nähern, und sie nähern sich in der That bis zur Berührung, wenn man sie sich selbst überläßt.

Erklärung.

Von allem zwischen den Platten gehobenen Wasser hängen nur die zwei äußersten Schichten, die das Glas berühren, am Glase. Alles übrige Wasser, welches zwischen diesen zwei physisch-unendlich dünnen Schichten hängt, hängt an diesen

spezifische Gewicht des Wassers; so hat man nach §. 454. für die Kraft zur Hebung des Wassers in der cylindrischen Röhre $2\pi r\varphi$ und zur Last $\pi r^2 hp$; für die vierkantige Röhre die Kraft $= 8r\varphi$ und die Last $= 4r^2 h'p$; welches die zwei Gleichungen giebt $2\pi r\varphi = \pi r^2 hp$ und $8r\varphi = 4r^2 h'p$; woraus man erhält $h = \frac{2\varphi}{rp}$ und $h' = \frac{2\varphi}{rp}$.

äußersten Schichten, vermöge der Adhäsion des Wassers zum Wasser. Folglich muß die Oberfläche der ganzen gehobenen Wassermasse eine hohle Krümmung, wie die in § 444. erklärte, annehmen. Man kann also (§ 445.) diese Krümmung ansehen, als eine biegsame Fläche, an deren jedem Punkte Gewichte hängen. Folglich würkt das Gewicht des gehobenen Wassers in schiefer Richtung auf die Aufhängepunkte, nemlich an den obersten Gränzen dieser concaven Oberfläche. Folglich müssen die Platten an einander gezogen werden, wie sie es würden, wenn man einen Faden an sie geheftet und diesen Faden mit Gewichten beschwert hätte. Dieses Phänomen ist im Grunde dasselbe, als wenn man mit einer Glasplatte so viel Wasser abgehoben hätte, als sie tragen kann, und nun einen leichten Körper, etwa ein Korkenstück, unten anlegte; das Korkenstück hängt sich am Wasser, und kann mit der Glasplatte und dem Wasser fortgetragen werden.

§. 462.

Wenn man zwei Glasplatten unter einem sehr spitzigen Winkel an einander stoßen läßt, und sie so senkrecht in ein Gefäß aufstellt, in welchem sich Wasser befindet, so steigt das Wasser zwischen den Platten zu ungleichen Höhen, und diese Höhen bilden eine Hyperbel.

Beweis.

Es sey (Fig. LXXVII.) AC und BC die horizontalen Durchschnitte der Platten, DE und FG die Durchschnitte von zwei sehr dünnen Wassersäulen, welche gehoben werden. Die Dicke dieser

Schichten sey d, so ist die Kraft zur Hebung in beiden gleich, und zwar $2d\varphi$ Aber die Lasten, das heißt die Wassermenge für gleiche Höhen, ungleich. Wegen der ungleichen Breite dieser Säulen Folglich müssen sich die Höhen verhalten umgekehrt wie die Breiten, oder die Abstände vom Scheitel C des Winkels. Es sey nun der Abstand der Säule DE = a, der der Säule FG = x; die Höhe von DE = h, die von FG = y; so hat man h : y = x : a oder xy = ah, und die Abstandslinie CH auf dem Niveau des Wassers, und die vertikale Durchschnitts-Linie beider Platten sind die Assymptoten der Hyperbel.

Uebrigens würde man sehr irren, wenn man glaubte (wie man bisher angenommen zu haben scheint) daß diese Höhen dieselben sind, oder auch nur die Hälften, als die Höhen, zu welchen das Wasser in cylindrischen Röhren von den Durchmessern DE und FG steigt, sie sind kleiner.

§. 463.

Wenn man einen Wassertropfen auf eine horizontal liegende Glasplatte legt, und eine zweite Glasplatte mit einer Kante auf der erstern aufliegt, die entgegengesetzte Kante aber etwas erhöhet legt, so daß beide einen spitzigen Winkel machende Glasplatten den Wassertropfen berühren, so fließt der Wassertropfen nach der Seite zu, wo die Glasplatten sich berühren. Nimmt man Quecksilber anstatt Wasser, so bewegt sich das Quecksilber nach der entgegengesetzten Seite.

Für diesen letzten Versuch sind Glasplatten mit Papier belegt besser.

Erklärung.

Die kleine Wassermasse abec Fig. LXXVIII. zwischen den beiden Glasplatten befindet sich in demselben Falle, als sollte sie sich zwischen zwei Haarröhren von verschiedenen Durchmessern ac, bc (eigentlich zwischen zwei Glasplatten-Paaren von ungleicher Distanz) befinden. Durch die Adhäsion der Oberfläche ac wird sie nach A sollicitirt; durch die der Oberfläche bc nach B. Die Größe dieser Adhäsionen ist im Verhältniß der Wassersäulen, welche sie zu heben vermögen. Folglich ist (§. 450) die Kraft, welche die kleine Wassermasse nach A und nach B zieht, im umgekehrten Verhältnisse der Weiten ac, bc. Also wird das Wasser mehr nach A als nach B sollicitirt, und muß sich nach B bewegen.

Ist Queckſilber statt Wasser zwischen den Platten, so muß das Gegentheil erfolgen, die kleine Queckſilbermasse sich also nach B begeben und endlich herausfließen, weil die Würkung der Capillarität mit Queckſilber auf Glas die entgegengesetzte der des Wassers ist. Sind die Glasplatten mit Papier belegt, so rückt das Queckſilber schneller gegen B an, weil die Adhäsion des Queckſilbers zum Papier viel geringer ist, als zum Glase, mithin der Ueberschuß der Adhäsion des Queckſilbers zu sich selbst größer.

§. 464.

Aus der ganzen bisher vorgetragenen Lehre des Standes der Flüssigkeiten in weiten und engen

Röhren folgt allgemein, daß das wahre Niveau der Flüssigkeiten, für solche, welche eine concave Oberfläche haben, im tiefsten Punkte ihrer Concavität, für solche aber, welche eine convexe Oberfläche haben, im höchsten Punkte ihrer Convexität, angenommen werden muß. Ferner sollte bei der Bestimmung und Berechnung der Höhe des Randes der Flüssigkeiten auf die Capillarität Rücksicht genommen werden, für Wasser schon da, wo die Röhren 2 Zoll Durchmesser haben, für Queckſilber da, wo die Röhren 1 Zoll Durchmesser haben. Uebrigens wären als Fundamental-Versuche zu Berechnungen der Capillarität genauere erforderlich, als die Muschenbröcks.

§. 465.

Das Eindringen des Wassers in die Poren des Holzes wird billig der faserichten Textur des Holzes, vermöge welcher es als ein Bund von Haarröhren anzusehen ist, zugeschrieben. Aber wie das Eindringen des Wassers in diese Haarröhren das Holz dilatiren kann, und zwar so mächtig, daß dadurch Felsen gesprengt werden können, ist eine bis jetzt noch unaufgelöſete Aufgabe, *) besonders da wir im §. 461. gesehen haben, daß zwei Platten durch das Aufsteigen des Wassers an einander gedrückt werden, und wir daraus schließen müssen, daß die Wände einer Haarröhre ebenfalls nach innen zu einen Zug erleiden. Ob man es wagen sollte, das Aufsteigen der Säfte in den Pflanzen

*) In der Lehre der Wärme wird ein Grund der Erklärung angegeben werden.

zum Behufe ihrer Vegetation aus der Lehre der Haarröhren zu erklären, sollte auch wenigstens noch ein Problem seyn.

§. 466.

Wenn man einen kleinen, aber spezifisch schwereren Körper, als eine Nähnadel, ein Stück feinen Draths von einem beliebigen Metall, ein kleines Stück Glas, ein sehr kleines Queckſilberkügelchen ꝛc. auf dem Wasser behutsam legt, so erhält sich jeder dieser Körper auf der Oberfläche des Wassers, seines größern spezifischen Gewichts ungeachtet, schwimmend, und kann ohne Gefahr des Sinkens auf derselben hin und her bewegt werden.

Erklärung.

Der scheinbare Widerspruch dieses Phänomens mit dem hydrostatischen Gesetze hebt sich sogleich, wenn man das Phänomen genau beobachtet; denn man sieht sogleich, daß rund um den schwimmenden kleinen Körper das Wasser sich merklich vertieft, also an dieser Stelle kein Wasser ist, und man kann mit einiger Uebung leicht schätzen, daß so viel Wasser aus der Stelle, das heißt aus dem Niveau, getrieben wird, als das Körperchen wägt.

§. 467.

Die Ursache der Aushölung der Wasserfläche rings um das Körperchen liegt offenbar in der Adhäsion der Wassertheile unter sich. Wäre der Körper unter der Oberfläche getaucht, so würde er fallen, weil die Adhäsionen der Wassertheilchen um dasselbe herum sich wechselseitig aufheben und das Wasser nun das Minimum des Widerstandes lei-

stet, der in §. 73. erwähnt worden. An der Oberfläche aber erfordert die Trennung der Wassertheilchen eine meßbare Kraft, wie es §. 106. durch directe Versuche erwiesen worden, weil der Adhäsion der Theile unterhalb der Oberfläche keine andere Adhäsion oberhalb das Gleichgewicht hält. Die Richtigkeit dieser Erklärung wird durch folgenden Versuch auſſer Zweifel gesetzt.

† Eine Nähnadel von $\frac{1}{2}'''$ par. M. im Durchmesser und 19''' Länge behutsam auf Wasser gestellt, sinkt gewöhnlich, und nur mit der größten Aufmerksamkeit kann man es dahin bringen, daß sie etwa eine Secunde lang schwimme.

Diese Nähnadel kann also als die Gränze in Rücksicht der Dicke unter den stählernen Körpern, welche auf dem Wasser schwimmen können, angesehen werden. Ihr Gewicht beträgt 3,5 Gran. Ihr Durchschnitt bietet der Adhäsion des Wassers eine Oberfläche von 8 □''' dar (denn der Spitze wegen muß man die 19''' auf 18''' reduciren). Aber nach §. 106. leistet 1 Quadratlinie Oberfläche einen Widerstand gegen die Trennung von $\frac{55}{144} = 0{,}4514$ Gran. Folglich empfindet die Nadel von Seiten der Adhäsion des Wassers einen Widerstand von 3,6112 Gran, also etwa $\frac{1}{10}$ Gran mehr als ihr eigenes Gewicht, woraus folgt, daß diese Nadel sich nur mit einer sehr kleinen Kraft von $\frac{1}{10}$ Gran auf der Oberfläche erhalten kann.

§ 468.

Allein es fragt sich noch, warum die Adhäsion des Wassers zum schwimmenden Körperchen hier

nicht in Anschlag genommen wird, wodurch die Adhäsion der Wassertheile unter sich geschwächt, ja in einigen Fällen mehr als aufgewogen würde. So ists aus §. 106 bekannt, daß das Glas viel stärker am Wasser hängt, (aus §. 107. das Queckſilber auch) als das Wasser am Wasser; mithin scheint kein Grund da zu seyn, daß man annehmen dürfe, es sey ein Ueberschuß von Kraft von Seiten der Adhäsion der Wassertheilchen unter sich.

Erklärung.

Es ist §. 109. bewiesen worden, daß die Luft eine sehr große Adhäsion zu den festen Körpern zeigt, die so gar bis 9000 Gran auf 1 Quadratzoll geschätzt werden kann. Es begleitet also eine sehr dünne Luftschichte jedes Körperchen, welches auf die Oberfläche des Wassers gelegt wird, und diese Luftschichte hindert die Berührung dieses Körperchen mit dem Wasser, folglich die Aeußerung seiner Adhäsion zum Wasser, so wie sie die völlige Berührung des Queckſilbers und des Glases (§. 448.) hindert. Man kann gegen diese Erklärung nicht einwenden, daß demnach diese Körperchen unter der Glocke der Luftpumpe unterſinken müßten, *) denn die dadurch erhaltene Luftverdünnung ist bei weitem nicht im Stande diese unmittelbar anliegende Luftschichte loszureißen, da sie nur einer außerordentlich großen und anhaltenden Hitze (der Siedhitze des Queckſilbers) weicht.

§. 469.

Wenn man zu dem Verſuche des §. 466.

*) Ich weiß nicht, ob dieser sehr mißliche Verſuch je angestellt worden ist.

Weingeist, Äther ꝛc. statt des Wassers nimmt, so erhält sich keines der spezifisch schwereren Körperchen auf der Oberfläche.

Erklärung.

Ob gleich diese Flüssigkeiten eine geringere Adhäsion zu sich selbst haben als das Wasser, so ist doch diese Adhäsion noch so beträchtlich, daß sie feine Nadeln tragen könnte. Die Ursache dieses Phänomens liegt in der größern Verdunstbarkeit dieser Substanzen. Die Dünste, die von der Oberfläche aufsteigen, vermischen sich mit der darüber stehenden Luft und machen also die Körperchen naß, ehe sie die Oberfläche erreichen; folglich entsteht Adhäsion zwischen dem festen Körper und der Flüssigkeit, welche der Adhäsion der Flüssigkeit das Gleichgewicht hält; der Körper befindet sich im nemlichen Falle, als wäre er unter der Oberfläche. Solche Flüssigkeiten dehnen sich auf feste Körper beträchtlich aus und sind fähig, die Luftschichte von ihnen zu vertreiben.

† Ein Tropfen Weingeist verbreitet sich schnell und ganz flach auf Queckſilber, Zinn, Zink, Glas, Silber ꝛc., um so vollkommener je besser diese Körper polirt sind. Wasser hingegen verbreitet sich nicht, sondern bildet auf denselben Körpern immer Tropfen, die mehr oder weniger Wölbung haben.

Daß die eigenthümlichen Adhäsions-Verhältnisse zwischen den Flüssigkeiten und den festen Körpern hier Einfluß haben und daß also das Sinken kleiner

Körper nicht allein der Flüssigkeit zuzuschreiben sey, beweiset folgender Versuch:

† Wenn man Wasser sieden läßt, dann die Erwärmung unterbricht und das Wasser stehen läßt, bis es in völliger Ruhe ist, so findet man, daß dieses, sehr heiße und starke Dämpfe austreibende, Wasser nicht mehr so schwere Körper auf seiner Oberfläche zu tragen vermag. Nur solche Nähnadeln, die weniger als $\frac{1}{4}'''$ par. M. im Durchmesser haben, können auf der Oberfläche des Wassers schwimmen.

Folglich verliert das Wasser durch diese starke Erhitzung ohngefähr die Hälfte seiner Kraft, Körperchen auf seiner Oberfläche zu tragen; es verliert sie aber nicht ganz. *)

§. 470.

Nicht nur die Flüssigkeiten scheinen in ihren Verhältnissen gegen die innere Oberfläche der Gefäße, in welchen sie enthalten sind, von den allgemeinen

*) Der Graf Rumford hat in einer Sitzung des franz. National-Instituts 1806 (Annalen der Physik XXV. B. S. 121.) zu zeigen gesucht, daß das Wasser auf seiner Oberfläche eine Haut bilde, und daraus das Schwimmen kleiner Körper auf dem Wasser erklären wollen. Der auffallendste seiner Versuche ist der fünfte; Allein man kann ihm leicht einräumen, daß zwischen Vitriolätther und Wasser sich eine Haut bilde (andere Phänomene deuten dahin) ohne deswegen anzunehmen, daß das Wasser für sich eine solche Haut auf ihrer Oberfläche habe. Sonst müßten die auf der freien Wasserfläche schwimmenden Körperchen sich auch mit dem Glase gleichzeitig drehen, welches nicht ist. Sei-

Gesetzen des Gleichgewichts abzuweichen, sondern auch die auf der Oberfläche des Wassers schwimmenden Körperchen sind ähnlichen scheinbaren Anomalien unterworfen.

Wenn man verschiedene kleine Körperchen Eins nach dem andern auf der Oberfläche des Wassers, das in einem Glasgefäße enthalten ist, in einer kleinen Entfernung vom Rande legt, so bewegen sie sich, einige nach dem Rande hin, andere vom Rande ab, beides mit accelerirter Geschwindigkeit.

Erklärung.

Alle auf dem Wasser schwimmenden Körper, groß oder klein, theilen sich in zwei Klassen, nemlich in solche, welche vom Wasser naß gemacht werden, als Glas, Holz, feuchter Kork ꝛc., und in solche, welche vom Wasser nicht naß werden, als polirte Metalle, Harz, trockener Kork, Queckſilberkügelchen, welche ihre adhärirende Luftschichte nicht verlohren haben ꝛc. Die Erfahrung zeigt, daß jene sich dem Rande nähern, diese sich aber vom Rande entfernen. Ferner zeigt die Erfahrung, daß in Gefäßen von polirtem Metall oder Wachs, in welchen das Wasser ein völlig horizontales Niveau hält, d. h. ohngefähr eben so stark vom Rande angezo-

ne übrigen Versuche erklären sich daraus, daß der Aether und die Oehle von den festen Körpern durch das Wasser nicht vertrieben werden, mithin daß wenn sie durch diese Flüssigkeiten durchgefallen sind, sie eine Schichte derselben mitnehmen, welche ihr Volum vermehrt und sich mit dem Wasser nicht vermischt.

gen wird als durch sich selbst, die obigen Bewegungs-Phänomene nicht statt finden. Diese Phänomene können also allgemein so ausgedrückt werden: Glas und ähnliche Körper, auf der Oberfläche des Wassers in einem gläsernen Gefäße schwimmend, nähern sich dem Rande; Queckſilberkügelchen, auf dem Wasser in demselben Gefäße schwimmend, entfernen sich vom Rande.

§. 471.

Nach statischen Gesetzen muß ein Körper, welcher sich auf einer nicht horizontalen Wasserfläche befindet, auf derselben herabfallen, wie jeder Körper auf einer schiefen Ebene, wenn er nicht durch eine andere Kraft zurückgehalten wird. In diesem Falle befinden sich schwimmende Queckſilberkügelchen, kleine Harzstücke ꝛc., wenn sie nahe am Rande auf der Kettenlinie des am Glase anhängenden Wassers aufgelegt werden. Das Besondere, was hier noch statt findet, ist, daß diese Körperchen auf der holen Oberfläche (wie auf jeder Oberfläche) eine Vertiefung verursachen, und sich also auf der Seite des Randes des Gefäßes auf einer noch schrägern Oberfläche befinden. Mithin müssen sie nach den Gesetzen des Falls längs dieser krummen Fläche mit zunehmender Geschwindigkeit fallen, d. h. sich vom Rande entfernen.

§. 472.

Eine auf dem Wasser schwimmende kleine Glaskugel zieht rings um sich eine Portion Wassers in die Höhe, welches ebenfalls, wie die Glaswand, eine Kettenlinie bildet. Ist die Glaskugel A in der Nähe der Glaswand BC (Fig. LXXIX.) so fließt

die Kettenlinie c b einer Seits in die horizontale Ebene b d des Wassers ein, die entgegengesetzte i e fließt in die Kettenlinie a e b des am Rande gehobenen Wassers ein. Für die übrigen Durchschnitte gilt dasselbe mehr oder weniger nach Verhältniß ihrer Lage gegen die Glaswand. Die äußere Oberfläche der Kugel bei i und die innere Oberfläche des Gefäßes bei a äußern also zusammen Capillarität, und haben zusammen eine Portion Wasser, welche wie zwischen den zwei Glasplatten des §. 461. eine Kettenlinie bildet, und also die Kugel und den Rand des Gefäßes zu einander ziehen muß. Da aber der Rand unbeweglich ist, so kann nur die Kugel sich zum Rande hin bewegen. Diese Bewegung ist in einiger Entfernung vom Rande äußerst langsam, weil die unter i e a gehobene Wassersäule äußerst niedrig ist. Je näher die Kugel an den Rand kommt, desto höher muß diese Säule werden, folglich die Geschwindigkeit der Kugel desto größer. Auch ohne dieß müßte die Bewegung accelerirt seyn, da die Kraft zu dieser Bewegung beständig, also wie eine innere Kraft, würkt. *)

*) Bis jetzt hatte man die Annäherung der Kugel aus der Verschiedenheit der Winkel i e a und c b d erklärt, indem man sagte: da die Wassertheile im Scheitel e des kleinern Winkels näher an einander sind, so muß eine größere Anziehung hier statt finden, als im Scheitel b des Winkels c b d; folglich muß die Kugel sich dahin bewegen, wo der Winkel kleiner ist, d. h. nach B C. Diese Erklärung ist sehr spezios und ich habe lange daran geglaubt. Allein folgender Versuch beweiset ihre Unzulänglichkeit: Auf einem Gefäße von 5 bis 6 Zoll Durchmesser, in der Mitte, da, wo die Anziehung der Wand nicht mehr aufs Wasser würkt, lege

§. 473.

Wenn zwei Glaskugeln auf eine Oberfläche, in einem weiten Gefäße schwimmen und in einer kleinen Entfernung sich von einander befinden, so nähern sie sich einander; sinds zwei Queckſilberkügelchen, gleichfalls. Aber eine Glaskugel und ein Queckſilberkügelchen entfernen ſich von einander.

Erklärung.

Die zwei Glaskugeln befinden ſich gegen einander im Falle einer Glaskugel gegen die Wand des gläſernen Gefäßes; ſie haben jede ihren beſondern Waſſerring, dieſes gehobene Waſſer bildet beiderſeits eine Kettenlinie. Fallen nun dieſe Kettenlinien in einander, ſo heben ſie das Waſſer in ihrem Durchſchnitte über das Niveau, äußern Capillarität, und müſſen alſo, wie die Platten von §. 461., ſich einander nähern, und ihre Geſchwindigkeit muß aus den, §. 472., angeführten Gründen accelerirt ſeyn *) Die zwei Queckſilberkügel-

man eine Glaskugel, die auf der einen Hälfte mit Talg überzogen iſt; ſie bleibt in der Mitte unbewegt, obgleich in den entgegengeſetzten Seiten die Winkel ſehr ungleich ſind, obgleich auf der einen Seite eine Waſſermaſſe gehoben wird, auf der andern nicht. Wurde ſie aber nach dem Rande geführt, ſo zeigte ſie ſich bald als ein Körper der erſten, bald als ein Körper der andern Art, nach dem dieſe oder jene Seite dem Rande zugekehrt war.

*) Die Entfernung, in welcher ſich zwei Glaskugeln zu nähern anfangen, kann als das Maximum des Durchmeſſers einer Capillarröhre angeſehen werden. Daher ich §. 448, Röhren, von 2″ Durchmeſſer, als die größten Capillarröhren für Waſſer angab.

chen bilden, auf der ebenen Wasserfläche, jede eine Vertiefung; laufen diese Vertiefungen zusammen, so wird das Wasser in ihren Durchschnittspunkten unterhalb des Niveau deprimirt mehr als es durch jedes einzelne Kügelchen an derselben Stelle würde. Mithin befindet sich jedes Kügelchen dadurch auf einer krummen Fläche, die, gegen das andere Kügelchen zu, tiefer ist; folglich muß jedes Kügelchen nach dieser Seite fallen, also sich der andern nähern, und zwar (wieder aus doppelter Ursache) mit accelerirter Geschwindigkeit. *) Sind eine Glaskugel und ein Queckſilberkügelchen in ihrem wechselseitigen Wirkungskreis gebracht, so befindet sich das Queckſilberkügelchen auf einer holen Fläche, wie am Rande des Glases, und muß sich daher entfernen. Die Glaskugel gleichfalls, weil die von ihr gehobene Wasserportion durch das Queckſilberkügelchen, wie ein horizontal liegender Keil durch ein auf sei-

*) Wenn man Queckſilberkügelchen von verschiedenen Durchmessern zu diesen Versuchen nimmt, so lassen sich noch interessante, hieher gehörige, Beobachtungen in Rücksicht auf ihre Geschwindigkeiten anstellen. — Uebrigens zeigt die Annäherung der Glaskugeln, verglichen mit der Annäherung der Queckſilberkugeln, daß man bey den Erklärungen der Phänomene dieser Art sich nicht immer auf die bloß mathematischen Ansichten in analytischer Form verlassen darf. Denn die Data des Phänomens der Queckſilberkügelchen sind gegen die Data der Glaskugeln negativ; der Erfolg aber nicht. Zwar ist das Product zwoer negativen Größen positiv. Aber es möchte schwer fallen zu beweisen, daß es hier ein Product giebt; vielmehr haben wir hier nur eine Summe von Kräften.

ner schiefen Seite gelegtes Gewicht, rückwärts getrieben wird.

§. 474.

Es ergiebt sich aus dem Vorhergehenden, daß im Phänomen der Bewegung schwimmender Körper, die gleichnamigten sich einander nähern, die ungleichnamigten sich von einander entfernen.

§. 475.

Es giebt noch einzelne Fälle ähnlicher scheinbarer Anomalien. Allein an den angeführten genügt es, um zu zeigen, wie sie sich insgesammt in die allgemeine Naturgesetze auflösen, und selbst zu Beweisen für die früher aufgestellten Sätze des Gleichgewichts und der Bewegung dienen können.

II. Gleichgewicht der elastischen Flüssigkeiten.

§. 476.

Die elastischen Flüssigkeiten, so klein auch ihr spezifisches Gewicht ist, sind doch schwer. Zwar hat man die Schwere so gar unsrer atmosphärischen Luft, der einzigen elastischen Flüssigkeit, welche die Alten kannten, Jahrtausende hindurch verkannt. Nicht desto weniger läßt sich das Gewicht der atmosphärischen Luft und aller übrigen Luftarten durch ein nach der Erfindung der Luftpumpe so leicht anzustellendes Experiment beweisen.

Man wäge eine mit irgend einer Luftart gefüllte große Glaskugel, ziehe dann diese Luft mittelst der Luftpumpe wieder heraus und wä-

ge dann die Kugel wieder; man wird sie merklich leichter finden, als das erste mal.

Man verrichtet auch diese Abwägung hydrostatisch, indem man die Glaskugel, die man mit Gewichten beschwert, in Wasser senkt, um das Gewicht des Ballons und seines Gegengewichts nicht auf der Wage drücken zu lassen.

Durch solche Abwägungen hat man das §. 430. angeführte spezifische Gewicht der elastischen Flüssigkeiten gefunden.

§. 477.

Sind nun die elastischen Flüssigkeiten schwer, so müssen sie allen Gesetzen der Gravitation unterworfen seyn, so gut als die tropfbaren Flüssigkeiten; und so können wir die obigen Gesetze des Gleichgewichts der tropfbaren Flüssigkeiten als hier anwendbar ansehen. Aber diese Gesetze, so wie sie durch die Adhäsion bei den tropfbaren Flüssigkeiten modificirt werden, werden es bei den elastischen Flüssigkeiten durch die Elasticität, und zwar auf eine in die Augen mehr fallende und in der That wichtigere Art.

A. Allgemeine Sätze der Elasticität der Flüssigkeiten.

§. 478.

Man erkennt die Elasticität einer Flüssigkeit daran, daß sie, in einem Gefäße eingeschlossen, durch äußere angebrachte mechanische Kräfte sich zusammenpressen lasse, und dann nachher, sich selbst überlassen, sich wieder ausdehne. Die atmosphärische

Luft und alle Gase zeigen diese Eigenschaft in einem hohen Grade.

Versuch mit einer stark gefüllten Blase, oder mit einem in einem unten verschlossenen Cylinder eingepreßten Stempel.

§. 479.

Die Frage, ob das Wasser und andere tropfbare Flüssigkeiten elastisch sind oder nicht, ist lange unentschieden gewesen. Endlich haben die Versuche Cantons, noch mehr aber die der Herren Abich und Zimmermann diese Frage bejahend beantwortet. Das Wasser und andere Flüssigkeiten lassen sich durch große Gewichte zusammenpressen und dilatiren sich nach aufgehobenem Drucke wieder aus. Allein diese Compression und Dilatation ist äußerst klein. Nach Abich und Zimmermann läßt sich das Wasser bei einem Gewichte von 1511 ℔ auf 1 Quadratzoll nur ohngefähr um $\frac{1}{142}$ seines Volums zusammenpressen; nach Canton noch weniger.

In den Vorlesungen wird von den fruchtlosen Bemühungen Bacons, Duhamels und der florentinischen Akademie mit holen Metallkugeln und Nollets mit einer gekrümmten Röhre und Quecksilber erwähnt.

§ 480.

Allein aus den angeführten Versuchen folgt noch nicht, daß die tropfbaren Flüssigkeiten an sich elastisch seyn. Vielleicht zeigen sie diese Elasticität nur vermöge der darinn enthaltenen Luft, die man, besonders bei solchen Versuchen, nie ganz austreiben kann. Vielmehr scheint es unbegreiflich, daß die tropfbaren Flüssigkeiten, bei einer verhältnißmäßig so geringen Adhäsion ihrer Theile unter einander

ihre große Dichtigkeit behalten sollten, wenn sie für sich elastisch wären. *) Dieser Umstände wegen wollen wir nur die Elasticität der eminent elastischen Flüssigkeiten, nemlich der atmosphärischen Luft und anderer Gase betrachten.

§. 481.

Die elastischen Flüssigkeiten drücken, ihre Schwere abgerechnet, mittelst ihrer Elasticität, auf allen Punkten der Gefäße, in welchen sie eingeschlossen sind, mit gleicher Kraft. Denn die Elasticitäten der Theile einer Flüssigkeit können als mechanische Kräfte angesehen werden, welche einander in allen Richtungen entgegenwürken, folglich einander das Gleichgewicht halten, also eine Spannung in allen

*) Die Resultate aus den Abichschen Versuchen sind auch in der That zu groß. Man kann dieses aus der Construction seines Apparats schließen. Das Leder, welches dabei am Stempel und am Boden des Stiefels gebraucht wurde, mochte noch so dicht geklopft und gedrückt worden seyn, blieb noch einer größern Compression fähig. Auch folgt es aus den Resultaten selbst, da die Zusammenpressung von $\frac{1}{35,667}$ durch 2509,591 Pfund beträchtlich größer ist nach Verhältniß, als die Zusammendrückung von $\frac{1}{142,66}$ durch 745,181 Pfund; oder man müßte annehmen, daß diese Gattung von elastischen Flüssigkeiten sich nach ganz andern Gesetzen verhalten, als die Gase, wofür sich auch nicht ein einziger muthmaßlicher Grund angeben läßt. Fontanas Vorschlag einer Compressions-Maschine (Journal des savans. Juillet 1777.) wobei das zu comprimirende Wasser mit sammt dem Gefäße in verdichteter Luft gesenkt werden soll, würde reine Resultate liefern. Noch besser wäre es, das äußere Gefäß mit Wasser zu füllen und dieses zu verdichten.

Theilen, folglich auf jedem Punkte der Oberfläche des Gefäßes, erzeugen müssen.

Versuch mit einem gläsernen Gefäße, in welchem man die Luft verdichtet, und aus welchem Röhren ausgehen, in welchen eine Queckſilberſäule ſich durch die erhöhete Elaſticität der Luft erhebt. *)

Da demnach jeder Punkt der innern Oberfläche eines mit einer elaſtiſchen Flüſſigkeit gefüllten Gefäßes nach auſſen gedrückt wird, mit einer Kraft, die durch die Höhe einer Queckſilberſäule gemeſſen werden kann, ſo ſieht man ein, daß, wenn die Queckſilberſäule beträchtlich hoch, oder die Elaſticität der eingeſchloſſenen Luft beträchtlich iſt, der geſammte Druck auf der innern Fläche des Gefäßes ſehr groß ſeyn müſſe, daher muß die Stärke des Gefäßes zu ſolchen Verſuchen verhältnißmäßig auch ſehr groß ſeyn.

§. 482.

Aus dem vorigen Verſuche ergab es ſich ſchon, daß, je mehr man das Volum der Luft in dem Gefäße verminderte, deſto höher die Queckſilberſäulen in den communicirenden Röhren wurden, und daß alſo die Elaſticität der Luft zunahm, zugleich als ihr Volum abnahm. Boyle und Mariotte haben durch

*) Ich habe dieſen Verſuch nirgends angezeigt gefunden. Allein er iſt für die Lehre der Flüſſigkeiten das, was der Verſuch mit den communicirenden Röhren für das Gleichgewicht der tropfbaren Flüſſigkeiten iſt, und ſollte in einem Lehrbuche nicht fehlen. Die Verdichtung veranſtalte ich durch Queckſilber, mittelſt einer der communicirenden Röhren.

ihre Versuche bewiesen, daß die Elasticität der elastischen Flüssigkeiten sich genau umgekehrt verhalten, wie die Räume, welche sie einnehmen.

Versuch mit der gekrümmten doppeltschenklichten Röhre für die Verdichtungen und mit der geraden Röhre für die Dilatationen, bei dessen Berechnungen man nicht vergessen muß, daß die atmosphärische Luft, so wie auch jede andere Gasart, die man zum Versuche nimmt, schon eine beträchtliche Elasticität hat.

§. 483.

Da die Dichtigkeit einer Flüssigkeit im umgekehrten Verhältnisse des von ihr eingenommenen Raums ist, so folgt daraus, daß die Dichtigkeiten einer elastischen Flüssigkeit im directen Verhältnisse ihrer Elasticität sind. Es würde aber daraus folgen, daß, wenn das Mariottsche Gesetz durch alle Grade von Druck wahr ist, die elastischen Flüssigkeiten sich bis ins Unendliche comprimiren und dilatiren ließen, mithin jede Quantität einer elastischen Flüssigkeit sich in einen unendlich kleinen und unendlich großen Raum treiben ließ. So paradox diese Folgerung scheint, so hat sie sich doch bis jetzt, so weit unsre Versuche reichen, bestätigt. Boyle hat die atmosphärische Luft 13 mal, Hales 38 mal verdichtet, und Winkler fand das Mariottsche Gesetz bis zur achtfachen Verdichtung wahr. Ausserdem aber behält die Luft diese große Elasticität immer, so lange der Druck dauert. Es ist bekannt, daß gute Windbüchsen Jahre lang geladen bleiben, und Muschenbröck hat fünf

Jahre eine Portion Luft durch eine Queckſilberſäule comprimirt erhalten, ohne daß an ihrem Volum oder ihrer Elaſticität die geringſte Veränderung vorgegangen wäre. Die Verdünnung der Luft iſt noch weiter getrieben worden. Eine ſehr gute Luftpumpe bringt die Elaſticität der Luft auf $\frac{1}{500}$ bis $\frac{1}{1000}$ ihrer gewöhnlichen Elaſticität und vermindert alſo in dieſem Verhältniſſe ihre Dichtigkeit. *) Was über dieſe Verſuche, die die Gränzen unſrer genauen Beobachtungen ſind, hinausgeht, kann nur Gegenſtand der Spekulation, nicht der Phyſic ſeyn. Für jene Folgerungen iſt der Phyſiker nicht verantwortlich; ſeine Pflicht iſt nur, nicht weiter zu folgern als ſeine Verſuche gehen.

§. 484.

Nicht alle elaſtiſche Flüſſigkeiten haben unter gleichem Drucke oder bei gleicher Elaſticität einerlei Dichtigkeit; einige ſind ſpezifiſch ſchwerer als die atmosphäriſche Luft, andere leichter, welches aus der Tabelle der ſpezifiſchen Gewichte der Luftarten (§. 430.) wo alle Luftgattungen unter einerlei Druck gewogen worden ſind, leicht zu erſehen iſt. Um dieſe Flüſſigkeiten auf ein ſpezifiſches Gewicht zu bringen, muß bei den erſtern der Druck vermindert, bei den andern vermehrt werden. Dieſes conſtituirt die ſpezifiſche Elaſticität. Wenn z. B. das Waſſerſtoffgas bei gleichem Drucke, als die atmosphäriſche Luft, 14 mal ſpezifiſch leichter

*) Smeaton behauptet mit ſeiner Luftpumpe eine tauſendfache Dilation hervorgebracht zu haben.

ist, als die atmosphärische Luft, so wird man, nach dem Mariotischen Gesetze, es zur Dichtigkeit der atmosphärischen Luft durch einen vierzehnfachen Druck bringen. Nennt man also 1 den Druck, den die atmosphärische Luft und das Wasserstoffgas aushielten, so ist 14 die spezifische Elasticität des Wasserstoffgas. Die angenommene Einheit, die übrigens ein beliebiges Gewicht, eine Queckſilbersäule von beliebiger Höhe seyn kann, nennt man die absolute Elasticität.

§. 485.

Es folgt daraus, daß die spezifische Elasticitäten der Flüssigkeiten sich verhalten direcre wie die absoluten Elasticitäten und umgekehrt wie die Dichtigkeiten. Es sey P die absolute Elasticität, D die Dichtigkeit der Flüssigkeit, so ist $\frac{P}{D}$ die spezifische Elasticität. Multiplicirt man also die spezifische Elasticität mit D, so hat man P, das heißt: die absolute Elasticität ist dem Producte der spezifischen Elasticität und der Dichtigkeit gleich.

§. 486.

Dieser Begriff von spezifischer Elasticität ist nicht bloß auf Flüssigkeiten anwendbar, welche ihrer Natur nach heterogen sind, sondern auch auf verschiedene Portionen von homogenen Flüssigkeiten, welche verschiedene Temperaturen haben, da, wie in der Lehre der Wärme gezeigt werden wird, die Wärme die Elasticität der Flüssigkeiten vermehrt, und folglich sie fähig macht, bei gleicher Dichtigkeit einen größern Druck auszuhalten.

§. 487.

Da, §. 476., bewiesen worden ist, daß die elastischen Flüssigkeiten schwer sind, so muß ihr Gewicht auf ihre Elasticität und Dichtigkeit Einfluß haben. Jede höher liegende Schichte drückt auf die unter ihr befindlichen, macht sie also dichter und elastischer; daher kann man behaupten, daß zwei über einander liegende Luftschichten nie dieselbe Elasticität und Dichtigkeit haben. Indeß, da die elastischen Flüssigkeiten ein sehr geringes spezifisches Gewicht haben, so werden viele Schichten erfordert, um diesen Unterschied merklich zu machen; daher kann man ihn meistens vernachläßiget, wenn man nur mit Luftsäulen von 1 bis 2 Fuß Höhe zu thun hat. Vermehren sich aber die Schichten sehr beträchtlich, hat man mit sehr hohen Luftsäulen zu thun, als z. B. in der freien atmosphärischen Luft, so muß dieser Unterschied der Elasticität und Dichtigkeit zwischen Schichten in verschiedenen Höhen sehr beträchtlich werden, welches die Erfahrung auch vollkommen bestätigt. Diese erhöhete Elasticität der untern Luftschichten würde auch einen solchen Druck auf die äussern Wände unsrer verschlossenen Gefäße äußern, daß alle flachen davon zerdrückt würden, wenn diese Gefäße nicht zugleich eine Luft von gleicher Elasticität enthielten, deren innerer Druck nach aussen dem äussern nach innen das Gleichgewicht hält. Daher braucht man die Vorsicht gewölbte Gefäße anzuwenden, wenn man Luftportionen von geringer Elasticität darin einsperren will.

B. Combination anderer Substanzen mit elastischen Flüssigkeiten.

§. 488.

Das erste Phänomen, welches sich darstellt, wenn man einen fremden Körper in eine elastische Flüssigkeit taucht, ist, daß dieser Körper an seinem Gewichte verliert, den gewöhnlichen hydrostatischen Gesetzen zufolge.

Wenn man an einer kleinen Waage zwei gleiche Gewichte, aber von sehr verschiedenem Volum, hängt, die so beschwerte Waage unter einer luftdicht verkitteten Glasglocke bringt und die Luft unter dieser Glocke verdünnt, so sinkt der größere Körper, das heißt, er verliert nun weniger von seinem Gewichte als in der dichtern Luft.

§. 489.

Da die atmosphärische Luft, auch ohne künstliche Dilatation und Condensation, in ihrem spezifischen Gewichte variirt, so kann man mittelst einer solchen Vorrichtung, **Manometer**, ihr jedesmaliges spezifisches Gewicht finden. Nur muß alles nach einem größern Maaßstabe verfertigt werden, weil die natürlichen Variationen in dem spezifischen Gewichte der atmosphärischen Luft nur gering sind. Man nimmt daher zum Körper, den man wägen will, eine hole kupferne Kugel oder Cylinder von etwa 1 Fuß Durchmesser, zum Gegengewichte ein bleiernes Gewicht und einen verhältnißmäßigen Waagebalken. Man mißt das Volum der beiden aufgehängten Körper sorgfältig, den Unterschied

der Volume sieht man als das Volum des zu wägenden Körpers an, und das bleierne Gewicht, als habe es gar kein Volum. Die Kugel muß bei einer bekannten Dichtigkeit der atmosphärischen Luft (am besten bei der in §. 430. angenommenen) verschlossen und mit dem Gegengewichte ins Gleichgewicht gesetzt werden. Kennt man nun die Zahl n von Cubiczollen, welche die Kugel nach der Correction für das Gegengewicht, einnimmt, so kann man das absolute Gewicht P der Portion Luft, welche sie aus der Stelle treibt, berechnen. Bei jeder Variation des spezifischen Gewichts wird das Gewicht dieser Luftportion $P \pm p$ seyn, wenn p die Zulage diesseits oder jenseits ist, woraus sich das spezifische Gewicht der Luft berechnen läßt, unter der Voraussetzung, daß das Gewicht P, oder das Gewicht des Wassers von gleichem Volum die Einheit ist.

§. 490.

Otto Guerike, Bürgermeister zu Magdeburg, ist der Erfinder des Manometers und machte es im Jahr 1661 bekannt; er machte seine Kugel luftleer. Nach ihm hat man diese Vorrichtung verschiedentlich abgeändert. Aber die ursprüngliche, die in einer gewöhnlichen sehr empfindlichen Waage besteht, ist noch immer die bequemste und sicherste. Uebrigens zeigen die Phänomene des Manometers, daß, wenn man das spezifische Gewicht eines Körpers genau kennen wollte, man auch Rücksicht auf seinen Gewichts-Verlust in der Luft nehmen müßte, welches aber in den meisten Fällen nicht nöthig ist.

§. 491.

Da die Luft hydrostatisch würkt, so müssen spe-

zifisch leichtere Körper in ihr schwimmen und sich sogar erheben, bis sie in eine Luftschichte kommen von gleichem spezifischen Gewichte als sie, wo sie denn in gleicher Höhe sich erhalten. Ist aber der aufsteigende Körper eine freie elastische Flüssigkeit, irgend ein spezifisch leichters Gas, so wird dieses Gas (wenn es sich nicht durch Affinität mit der atmosphärischen Luft mischt) bis an die höchsten Gränzen der Atmosphäre hinaufsteigen, denn je höher das Gas steigt, desto geringer der Druck der Atmosphäre auf selbiges, desto geringer also sein spezifisches Gewicht. Ein solches Gas bleibt also immer spezifisch leichter, weil seine spezifische Elasticität immer grösser ist, als die der ihn umgebenden Luft.

§. 491.

Schließt man aber ein solches spezifisch leichteres Gas in eine leichte Hülle, so daß das Gewicht des Gases und der Hülle zusammen weniger wägen, als die atmosphärische Luft, deren Stelle sie einnehmen, so muß das Ganze steigen, bis das Gleichgewicht hergestellt ist. Dieses ist die Erfindung der **Luftballons.**

Versuch mit Seifenblasen, die man mit Wasserstoffgas füllt, so wie auch mit einem, mit erwärmter atmosphärischen Luft gefüllten Ballon.

Es sey v der Raum des aufeblasenen Ballons in Cubicfuß, p das Gewicht eines Cubicfußes atmosphärischer Luft an der Erde, q des Cubicfußes der in dem Ballon enthaltenen Luft, P das Gewicht der Hülle; so ist vp das Gewicht der aus der

Stelle getriebenen atmosphärischen Luft, $P+vq$ das Gewicht der Hülle und der enthaltenen Luft. Ist nun $vp=P+vq$, so schwebt der Ballon ohne zu steigen. Ist aber $vp>P+vq$ so steigt der Ballon mit einer Kraft $K=vp-vq-P$. Aus der Formel $vp=P+vq$ oder $P=v(p-q)$ kann man die Größe der kleinsten Ballons für eine gegebene Luftart und eine gegebene Art von Hülle finden. Es sey a die Oberfläche in Quadratfuß, l das Gewicht eines Quadratfußes der Hülle, so ist $P=al$, also $v(p-q)=al$ oder $\frac{v}{a}=\frac{l}{p-q}$. Es ist aber der Cubicinhalt einer Kugel mit dem Durchmesser $D=\frac{\pi D^3}{6}$ und die Oberfläche $=\pi D^2$; folglich $\frac{1}{6}\pi D^3 : \pi D^2 = \frac{1}{6}D$. Folglich hat man auch $\frac{v}{a}=\frac{1}{6}D$. Es ist aber $\frac{v}{a}=\frac{l}{p-q}$; folglich $D=\frac{6l}{p-q}$. Ein Ballon, für welchen diese letzte Gleichung bey gegebenen l, p, q wahr ist, würde also weder steigen noch fallen; jeder andere mit denselben Datis, aber mit einem vergrößerten Durchmesser, muß steigen.

§. 492.

Nach dem Seifenwasser ist die Goldschlägerhaut das leichte Material zu Luftballons. Lichtenberg besaß einen Luftballon von dieser Materie und mit Wasserstoffgas gefüllt, der nur 6 Zoll Durchmesser hatte und aufstieg. Als Data über das Gewicht der Luft kann man annehmen, daß das Gewicht eines Cubicfußes atmosphärischer Luft 1,4 Unzen ist, daß die im Ballon erhitzte Luft um $\frac{1}{3}$

und das gewöhnliche (unreine) Wasserstoffgas 7 bis 8 mal leichter sind.

In den Vorlesungen wird von der Erfindung der Luftballons, von den Luftfahrten, von den fruchtlosen Versuchen sie zu dirigiren und von den verschiedenen Figuren der Luftballons in Absicht auf ihr relatives Gleichgewicht kurz gehandelt.

§. 493.

Zu den vorzüglichsten Würkungen des Drucks der Luft gehört das Schweben oder Hängenbleiben der Flüssigkeiten in senkrechten Röhren, die oben verschlossen sind.

Man nehme eine oben und unten offene Röhre von 10 bis 20 Zollen Länge und fülle sie mit Wasser, in dem man das untere Ende verschließt, dann auch das obere Ende, und öffne nun in einer Schaale voll Wasser die untere Mündung. So lange die obere Mündung verschlossen bleibt, hängt die Wassersäule in der Röhre; ist diese (oder vielmehr ihre untere Mündung) nicht über $\frac{1}{2}$ Zoll weit, so kann sie noch aus dem Wasser gennommen werden ohne daß sie sich ausleere. Oeffnet man aber die obere Mündung, so fällt sogleich das Wasser herab.

Warum das Wasser bei ausgehobener Röhre ausfließt, wenn ihre untere Mündung weit ist. Wie man diesen Ausfluß durch ein angelegtes Blatt Papier verhindern kann.

§. 494.

Dieses Phänomen des Hängenbleibens des Wassers und anderer tropfbaren Flüssigkeiten in

vertikalen Röhren, bei verschlossener obern Mündung, hat die Erfindung des Stechhebers veranlaßt, welcher nichts anders ist, als eine Röhre, die in der Mitte sich in ein weiteres Gefäß ausdehnt, unten aber in eine enge Mündung ausläuft. Man bedient sich dessen häufig, um eine Portion Flüssigkeit aus einem Gefäße in ein anders überzutragen. Dasselbe Phänomen erklärt die Würkung des Spuntloches, der Oehllampen, deren Gefäße über dem Dochte stehen, und vieler Spielereien, als z. B. des magischen Trichters, des magischen Tintenfaßes ꝛc.

§. 495.

Weit wichtiger ist die Anwendung, die man von dem Drucke der Luft, zur Hebung des Wassers, mittelst der Pumpen macht. Der Druck der Luft treibt in Saugpumpen das Wasser dem aufgezogenen Stempel nach und hebt es auf beträchtliche Höhen über das Niveau des Brunnens. Allein diese Würkung hat ihre Gränze bei etwa 32 Fuß Höhe. Dieses Phänomen war den Alten wohl bekannt und wurde durch Aristoteles und nach ihm von den Scholastikern durch einen der Natur angedichteten Abscheu vor dem leeren Raume, also durch ein bloßes Wort, erklärt; man wollte die Schwere der Luft nicht anerkennen. In der ersten Hälfte des 17ten Jahrhunderts hatte Galiläi Veranlassung zu beobachten, daß die Saugpumpen das Wasser nicht über 32 Fuß heben, und obwohl der große Mann die Schwere der Luft kannte, und selbst Mittel angegeben und würklich angewandt hatte, die Luft zu wägen, so wagte er es nicht, den Horror

vacui zu stürzen, (War es Anhänglichkeit an das Vorurtheil? War es Menschenfurcht?) sondern sagte bloß, dieser Abscheu der Natur vor der Leere habe seine Gränzen. Evangelista Torricelli, sein Schüler und Nachfolger im Lehramte zu Florenz, war kühner und glücklicher; er schrieb das Aufsteigen des Wassers der wahren Ursache, dem Drucke der Luft, zu. Um die Richtigkeit dieser Behauptung zu prüfen, machte er folgendes Raisonnement: Wenn der Druck der Luft als eine bestimmte Kraft würkt und eine Wassersäule von 32 Fuß zu heben vermag, und nicht mehr, so muß er von dem 14 mal spezifisch schwereren Queckſilber eine Säule von 27½ Zoll heben und nicht mehr.

Torricelli nahm eine Glasröhre, die beträchtlich länger war, als 27½ Zoll, schmolz sie an einem Ende zu, füllte sie mit Queckſilber an und kehrte sie mit verschlossener Mündung in Queckſilber um, in welchem er sie wieder öffnete. Augenblicklich fiel das Queckſilber in der Röhre auf 27½ Zoll herab und ließ den übrigen Theil der Röhre leer.

§. 496.

Dieser wichtige Versuch, einer der intereſſantesten, womit die Phyſic je bereichert worden iſt, wurde im Jahr 1643 angeſtellt und im nächſten Jahre bekannt gemacht. Aber Torricelli hatte nicht die Freude, ihn weiter zu verfolgen, der Tod riß ihn zu früh dahin. Pascal, der Anfangs ſelbſt durch dieſen Verſuch nicht bewogen wurde, den Horror vacui aufzugeben, trat am Ende der Meinung des Torricelli bei, beſtätigte ſie durch mehrere Verſuche, be-

sonders durch Beobachtung des Standes des Queckſilbers in der Torricelliſchen Röhre auf Bergen, wo er ſtets tiefer gefunden wurde als im Thale, und um ſo tiefer, je höher der Berg war. Seine Schrift, Traité de l'équillibre des liqueurs et de la pesanteur de la masse de l'air, Paris 1663, bewürkte den allgemeinen Fall des Abſcheues der Natur vor dem leeren Raume, und begründete eine neue Epoche in der Naturlehre, die durch die Erfindung der Geſetze der Schwere durch Galilai eben angefangen hatte.

§. 497.

Oeftere Beobachtungen der Torricelliſchen Röhre lehrten bald, daß der Druck der Luft öftern Veränderungen unterworfen iſt; auch bemerkte man frühzeitig genug, daß die Witterung mit dieſen Veränderungen in einigem Zuſammenhange ſteht; daher kam dieſes Inſtrument bald unter dem Namen von Barometer (Schwermeſſer) und ſogar als Wetterglas in viele Hände.

§. 498.

Wenn das Barometer im Thale höher ſteht, als auf Bergen, oder überhaupt in größern Höhen, ſo kommt es nur darauf an, die Relation zwiſchen der Erhebung des Barometers in der Atmoſphäre, und das Fallen des Queckſilbers in der Röhre zu finden, um daraus ein Mittel zu erhalten, mittelſt zwoer genauen Barometer-Beobachtungen Höhen zu meſſen. Pascal hatte ſchon dieſe Idee. Mariotte war der Erſte, der, nach der Erfindung des Satzes, daß die Dichtigkeit und Elaſticität der Luft im Verhältniſſe des Drucks

ist, diese Idee ausarbeitete. Aber, ohne Rechnung des Unendlichen und auf unrichtigen Fundamental-Beobachtungen gestützt, erreichte er nur eine sehr grobe Näherung. Halley lieferte die erste richtige Theorie davon, welche nachher durch Tobias Mayer und Deluc, und zuletzt durch Laplace einen sehr hohen Grad von Vollkommenheit erhielt.

In den Vorlesungen wird von einigen andern merkwürdigen Phänomenen der Luftverdünnung auf hohen Bergen aus den Bergreisen Delucs, Saussure's und Humbold's Nachricht ertheilt.

§. 499.

Das Barometer würkt nicht bloß in der freien Atmosphäre, sondern auch in verschlossenen Räumen. Da aber hier das Gewicht der Luft so unbeträchtlich ist, so hängt seine Würkung nicht vom Gewichte, sondern von der Elasticität der Luft ab, und dient also hier (wie auch in freier Luft) als Elaterometer.

Versuch mit einem Barometer unter einer luftdicht gesperrten Glocke. Er steht auf seinem vorigen Punkte, wie in der freien Atmosphäre. Verdichtet man die eingesperrte Luft, so steigt die Quecksilbersäule; umgekehrt, wenn man sie verdünnt.

Diese durch das Barometer meßbare Elasticität der eingeschlossenen Luf bewahrt die zartesten oft biegsamsten Gefäße vor dem Zerdrücktwerden durch den Druck der Atmosphäre. So z. B. steht der Körper eines Menschen von mittlerer Größe unter einem atmosphärischen Drucke, den der Stand des

Barometers auf mehr als 33000 ℔ schätzt. Würden nun die vielen Höhlungen unsers Körpers nicht mit einer Luft erfüllt seyn, die diesem ungeheuern Drucke das Gleichgewicht halten, so müßte der menschliche Körper ganz zusammengedrückt werden.

§ 500.

In den meisten Affinitäts-Versuchen mit eingesperrten elastischen Flüssigkeiten ist es von höchster Wichtigkeit, die Elasticität des gesperrten Gases vor und nach der mit ihm vorgenommenen Operation zu kennen; nur dadurch kann man bestimmen ob und wie viel das Gas an Quantität ab oder zugenommen hat. Nur vermittelst des Barometers kann dieser Zweck erreicht werden. Da in dergleichen Versuchen das Gas mit einer tropfbaren Flüssigkeit, als Wasser, Queckſilber, gesperrt wird, so steigt diese Flüssigkeit ins Gefäß, wenn das Gas im Prozesse vermindert, und fällt, wenn das Gas vermehrt worden ist. In beiden Fällen ist es aber nicht in seinem vorigen Elasticitätszustande. Dauert vollends der Versuch lang, so daß der Druck der Atmosphäre auf der sperrenden tropfbaren Flüssigkeit sich in dieser Zeit geändert hat, so ist eine Correction im anscheinlichen Resultate nöthig, um genau zu bestimmen, wie viel Gas im Gefäße gesperrt ist. Es sey A die Barometerhöhe in Linien ausgedrückt, vor dem Versuche, S die Quantität des Gases in beliebigen Theilen, etwa in Cubic ollen, vor dem Versuche und von der Elastic tät A; B sey die Barometerhöhe, T die Quantität des Gases, nach dem Versuche; $\pm n$ die Anzahl von Linien, um welche das sperrende Queckſuber (ists

Wasser, so setzt man $\mp \frac{n}{14}$) in das Gefäß gestiegen ist. Nach dem Versuche ist die Elasticität des Gases für die Barometerhöhe $B = \frac{B \mp n}{B}$, und der Raum, den das Gas einnehmen sollte $= T. \frac{B}{B \mp n}$. Da aber zu Anfange des Versuches die Barometerhöhe A war und der Raum, den das Gas einnehmen sollte, im umgekehrten Verhältnisse der Barometerhöhe vor und nach dem Versuche ist, so ist der Raum, den das Gas für die Barometerhöhe A einnehmen sollte $= T \frac{B}{B \mp n} \cdot \frac{B}{A} = \frac{T, B^2}{(B \mp n) A}$ Durch die Vergleichung dieses Werthes mit S findet man, um wie viel das Gas im Versuche ab oder zugenommen hat. Uebrigens muß auch für die Temperatur eine Correctur vorgenommen werden, wenn sie sich geändert hat, welches bei der Lehre der Wärme vorkommen wird. In sehr vielen Fällen läßt sich die Größe n aus der Rechnung eliminiren, wenn man das Gefäß in die sperrende Flüssigkeit so weit taucht, daß sie in und ausser demselben gleich hoch stehe.

§. 501.

Da das Barometer so vielfältiger Anwendungen fähig ist, so wird man sich nicht wundern, daß dieses wichtige Werkzeug nach und nach unter so vielerley Gestalten erschienen ist, welche so viele Verbesserungen desselben seyn sollten. Allein die wenigsten haben den Zweck erreicht. Dieser Zweck war doppelt, ein Mal die Genauigkeit der Beobachtung weit zu treiben, dann auch das Instrument transportabel zu machen.

§. 502.

In Rücksicht auf die Genauigkeit der Beobachtung sind folgende Barometer merkwürdig:

Barometer mit der Princeschen Fläche, um beständig gleiches Niveau zu haben

Hooks Radbarometer ist merkwürdig, bloß weil man ihn oft als Meubel antrift

Morlands Barometer mit dem schief liegenden obern Theile der Röhre.

Delucs Heberbarometer.

Contés Barometer, so wie auch Prony's, an welchem der obere Theil sehr weit ist und die Queckſilberhöhe durch Abwägung des im Barometer bei jeder Beobachtung befindlichen Queckſilbers berechnet wird.

Diese letzte Gattung von Barometer scheint die Genauigkeit aufs Aeußerste zu treiben, indem sie den Unterschied des Drucks der Luft in Höhen, die nur um 1 pariser Fuß von einander unterschieden sind, mit einem Gewichte von 10 bis 20 Gran angeben. Die solidern Physiker sind ziemlich darin einverstanden, daß die einfache aber gut gearbeitete und etwa mit einem Vernier versehene Scala noch die größte wahre Genauigkeit liefert. Dabei ist aber vorzüglich zu empfehlen, daß, zur Beobachtung der wahren Höhe des Queckſilbers und um das Auge zu zwingen, sich genau im Niveau der Queckſilberhöhe zu stellen, man die Röhre mit einem kleinen cubischen Kasten umgebe, der an der Scala auf und abgehen könne, und vorne und hinten einen horizontalischen Strich in gleicher Höhe mit dem Zeiger oder der 0 des Nonius

auf einer Glastafel habe, so daß dieser kleine durchsichtige Kasten die Dienste einer liegenden Diopter leiste.

§. 503.

In Rücksicht auf die Tragbarkeit empfehlen sich folgende Barometer:

Das Delucsche Heberbarometer mit einem Hahne.

Das Gefäß-Barometer mit einem Boden von Leder oder Blase nach Branders Art.

Gödekings Barometer mit der elfenbeinernen Schraube.

Voigts Barometer mit der Princeschen Fläche.

Humbolds Senkbarometer, welches alle übrigen an Einfachheit übertrift.

§. 504.

Die erste Erforderniß für ein gutes Barometer ist, daß die Torrizellische Leere würklich luftleer sey. Man muß daher bei Verfertigung der Barometer nicht nur dafür sorgen, daß die Röhre von aller Feuchtigkeit und andern Unreinigkeiten befreit werde, sondern, da das Queckſilber Luft enthält, die sich bei Aufhebung des Drucks der Atmosphäre entwickelt, so muß diese Luft, vor dem Aufstellen der Barometerröhre, sorgfältig ausgetrieben werden, sonst bewürkt man eine Depression der Queckſilbersäule. Diesen Zweck erreicht man am besten dadurch, daß man das Queckſilber in der Röhre selbst zum Sieden bringe und im Sieden einige Zeit erhalte. *)

*) Einige Physiker begnügen sich damit, daß sie ihre Röhre mit gekochtem Queckſilber füllen, ohne zu be-

§. 505.

Eine andere Depression des Queckſilbers in der Barometerröhre geſchieht durch die Capillarität. Iſt die Röhre 5 bis $4\frac{1}{2}$ Linien weit, ſo kann ſie vernachläßigt werden. Für kleinere Durchmeſſer muß man aber die Scala nach einem guten Heber-Barometer ſtellen, weil in dieſer Art von Barometer die Capillarität der beiden Schenkel ſich wechſelſeitig aufhebt.

denken, daß während dem Erkalten und beim Füllen der Röhre, das Queckſilber die Luft wieder anzieht. Folgender Verſuch beweiſet den wichtigen Fehler, der dabei ſtatt findet. Ich nahm zwei Barometerröhren von ziemlich gleichem und großem Durchmeſſer. In der einen A füllte ich Queckſilber, das eine volle Viertelſtunde gekocht hatte, und zwar vor der gänzlichen Erkältung, ſo bald als ich glaubte, es ohne Gefahr für die ohnehin vorher etwas erwärmte Röhre thun zu können. Die zweite Röhre B wurde mit ungekochtem Queckſilber gefüllt, aber nachher heftig und anhaltend ausgekocht. Nach hinlänglicher Erkaltung kehrte ich beide Röhren in demſelben Queckſilberbade um. Die Höhe der Queckſilberſäule in B war um 1,3‴ größer als die in A, und ihre Oberfläche etwas concav, dagegen die von A beträchtlich convex. Nach 24 Stunden war die Oberfläche in B auch convex geworden, und der Unterſchied der Queckſilberhöhen war nur noch 1,1‴. Er blieb aber fortdauernd derſelbe, bis nach ohngefähr 5 Wochen, da ich beide Röhren zu einem andern Verſuche brauchte. Nach dieſem ſehr genau angeſtellten Experimente kann man urtheilen, ob die Barometer, welche bloß mit gekochtem Queckſilber gefüllt ſind, die genaueſten ſeyn können, und ob Conde's und Prony's Barometer ein wahres Geſchenk für die Phyſic ſind.

§. 506.

Eine gekrümmte, von beiden Enden offene, Röhre, deren man sich bedient, um eine tropfbare Flüssigkeit aus einem Gefäße ununterbrochen fort fließen zu lassen, ist ein Heber; gewöhnlich sind die Schenkel ungleich lang.

Wenn beide Schenkel mit Wasser angefüllt sind und der kürzere in ein Glas mit Wasser, wie Fig. LXXX. zeigt, gesenkt wird, so fließt das Wasser aus dem Glase, durch den Heber, so lange, bis der kurze Schenkel ca das Wasser nicht mehr erreicht Dabei leert sich der ganze Heber selbst aus.

Das Sonderbare an diesem Phänomen ist nicht, daß das Wasser bis a aus dem Glase abfließt, sondern daß es in die Höhe steigt, um abzufließen, eine Würkung, die von dem Drucke der Atmosphäre herrührt. Es würken in diesem Phänomene zwei Luftsäulen, die eine auf der Oberfläche des Wassers, die andere auf der Mündung e des Hebers; folglich kann man annehmen, daß sie einander das Gleichgewicht halten, da die Höhe de selten über einige Fuß beträgt. Die Wassersäule ab, im Heber, wird durch eine gleich hohe, im Gefäße, in Gleichgewicht gehalten; verlängert man das Niveau des Wassers, bis es den äußern Schenkel des Hebers durchschneidet, so halten einander die Wassersäulen cb und cd das Gleichgewicht. Wäre also der äussere Schenkel in d abgebrochen, so könnte kein Wasser fließen, weil alles im vollkommensten Gleichgewicht wäre; da aber der äußere Schenkel noch den Theil de hat (mag er noch so

kurz seyn) so hat die Säule de kein Gegengewicht, als in dem Ueberschusse der Höhe der Luftsäule, die auf e drückt, über die, welche auf dem Wasser im Gefäße drückt. Dieses Gegengewicht ist aber etwa 800 bis 900 mal kleiner, folglich zu übersehen. Folglich drückt die Wassersäule de einzig auf die Luftsäule bei e, vermindert also den Druck dieser um so viel. Folglich hat die auf dem Wasser im Gefäße drückende Luftsäule ein Uebergewicht, und drückt das Wasser aus dem Gefäße in bc hinauf, so wie das Wasser im äußern Schenkel abfließt, und so lang die Oeffnung a im Wasser taucht, vorausgesetzt, die Oeffnung e sey niedriger, als die Oeffnung a, und wenn diese Zeit eingetreten ist, muß das Wasser in abcde selbst ausfließen, durch den Druck der Luft nach c hinauf und durch das Gewicht der Säule de hinunter getrieben.

§. 507.

Zum Beweise, daß auf der Seite des äußern Schenkels Ueberwucht von Seiten der Wassersäulen ist, dient folgender Versuch:

Man krümme das Ende e der Röhre aufwärts und ziehe sie in eine feine Spitze aus; der Ausfluß wird in Gestalt eines kleinen Springbrunnens statt finden:

Zum Beweise, daß der Druck der atmosphärischen Luft auf dem Niveau des Wassers das Aufsteigen des Wassers nach c, und folglich den Abfluß verursache, dient folgender Versuch.

† Man setze auf der Mündung des Gefäßes einen Deckel luftdicht, durch welchen der Heber gleichfalls luftdicht geht, und in welchem

eine andere Oeffnung angebracht ist, welche mit einem Stöpsel abwechselnd frei und luftdicht verschlossen werden kann. Wenn der Stöpsel abgenommen ist, so fließt der Heber auf die gewöhnliche Art. Wird er aufgesetzt, so hört er sehr bald auf zu fließen, nemlich so bald die Luft über der Wasserfläche so verdünnt ist, daß sie kein Uebergewicht mehr über die durch die Wassersäule d e geschwächte Luftsäule hat. *)

§. 508.

Aus dieser Theorie des Hebers geht von selbst hervor, daß für Wasser der Theil b c des Hebers nicht über 32 Fuß, und für Queckſilber nicht über die Barometerhöhe seyn darf; ferner, daß der Ausfluß desto schneller seyn muß, je länger d e ist, und daß also die Schnelligkeit des Abflusses immer abnimmt, je weniger Wasser im Gefäße über a steht, weil dadurch die Höhe der Säule d e abnimmt. Wäre der Schenkel c e in irgend einem Punkte zwischen d und h abgebrochen, so ists klar, daß das Wasser nur so lange abfließen könnte, als es im Gefäße so hoch steht, als die äußere Mündung des Hebers, und daß der Heber in diesem Falle voll bleiben muß. Macht man beide Schenkel gleich, oder vielmehr setzt man ihre Mündungen in einerlei horizontalen Ebene, so wird das Wasser bis a abfließen und der Heber voll bleiben; diese gleichschenklichte Heber nennt man

*) Ich ziehe diesen Versuch dem mit der Luftpumpe vor, nicht nur weil dieser ziemlich unbequem ist, sondern weil jener in der That überzeugender ist, und in ein Paar Minuten mehreremale wiederholt werden kann.

würtembergische Heber. Endlich sieht man leicht ein, daß ein Heber immer fließen muß, so lange seine äußere Mündung unter dem Niveau des Wassers im Gefäße steht, gleichviel welcher von beiden Schenkeln der längere seyn mag.

§. 509.

Der *Diabetes Heronis* (ein Heber aus zwei von einander getrennten Stücken) kann als eine hieher gehörige sinnreiche Aufgabe beobachtet werden. So erklären sich auch aus der Lehre des Hegers die Intermittenzen des Czirnitzer Sees, der Vexirber ꝛc.

§. 510.

So zahlreich als die Phänomene des Drucks der freien atmosphärischen Luft sind die der Elasticität der eingesperrten Luft. Eins der auffallendsten Beispiele von der Gewalt der comprimirten Luft liefert die Windbüchse, deren Würkung der Würkung des Schießgewehrs nicht viel nachgiebt, dann die Taucherglocke, in welcher die Elasticität der Luft so erhöht wird, daß sie den Druck einer Wassersäule von 60 Fuß widersteht, also in eine beinahe dreifache Dichtigkeit, als die an der Oberfläche des Meers hat. Die von Halley verfertigte faßte einen Raum von 63 Cubicfuß, den dieser Naturforscher, der selbst ein Experiment damit anstellte, durch Einlassung neuer Luft in der Tiefe, mit Luft ganz anfüllte und nebst vier andern Personen $1\frac{1}{2}$ Stunden lang bewohnen konnte.

In den Vorlesungen wird die Taucherglocke und die Würkungen der comprimirten Luft auf den menschlichen Körper beschrieben.

§. 511.

Der Blasebalg, der so wohl im Kleinen als im Großen sehr nützliche Dienste leistet, besteht im allgemeinen aus einem eingeschlossenen Raume, der abwechselnd vergrößert und vermindert werden kann, wodurch die in ihm enthaltene Luft dilatirt und comprimirt wird. Bei der Dilation dringt die äußere überwiegende Atmosphäre, mittelst eines Ventils, das nach innen aufgeht, in den Raum und füllt ihn mit Luft von gleicher Dichtigkeit, als sie. Bei der Verminderung des Raums wird diese aufgenommene Luft verdichtet, und muß, vermöge ihrer sehr erhöheten Elasticität, durch die zugespitzte Oeffnung ausströhmen.

§. 512.

Das Ein- und Ausathmen der Luft, mittelst der Lunge, ist der Würkung des Blasebalges völlig ähnlich. Beim Einathmen wird die Brusthöle und mit ihr die Lunge mechanisch erweitert; beim Ausathmen aber comprimirt, dadurch wird die enthaltene Luft wechselsweise dilatirt und condensirt, wornach die äußere atmosphärische Luft, welche durch den Mund, die Nase und die Luftröhre mit der Brusthöle communicirt sich richtet. Das Saugen ist eine Einathmung, wobei die in die Lunge eintretende Luft aus einem bestimmten Gefäße kommt, oder wobei eine andere Flüssigkeit, als Wasser, Queckſilber, Milch ꝛc. in den Mund durch den Druck der Atmosphäre getrieben wird.

C. Anderweitige Vorrichtungen, deren Würkungen von den Gesetzen der elastischen Flüssigkeiten abhängen.

§. 513.

Die für unsere Wissenschaft ohne Zweifel wichtigste dieser Vorrichtungen ist die Luftpumpe, die wir schon so oft gebraucht haben und noch so häufig brauchen werden, daß man wohl behaupten kann, daß sie mehr der ganzen Naturlehre, als einem besondern Zweige derselben, angehört. Ihre Erfindung verdanken wir Otto Guerike, im Jahre 1650, also 7 Jahre nach dem torricellischen Versuche. Er stellte damit ein öffentliches Experiment im Jahr 1654 in Regensburg, in Gegenwart des Kaisers Ferdinand des 3ten, an. Die Florentinische Academie, welche das Bedürfniß fühlte, Versuche im luftleeren Raume anzustellen, bediente sich vorher der torricellischen Leere. Im allgemeinen verdienen den Namen Luftpumpen, diejenigen, welche so wohl zur Verdichtung als zur Verdünnung der Luft dienen. Allein gewöhnlich versteht man diese, weil ihr Gebrauch in der Physik viel häufiger ist.

§. 514.

Das Wesentliche einer Luftpumpe besteht aus einem sehr gleichförmig ausgearbeiteten hohlen Cylinder oder Stiefel, in welchem ein sehr dicht einpassender Stempel hin und her getrieben werden kann. Von dem Boden des Cylinders geht eine Röhre nach dem Gefäße, in welchem die Luft dilatirt oder verdichtet werden soll. Ausserdem aber hat der Boden des Cylinders, oder die erwähnte

Röhre, ganz nahe am Cylinder, eine Vorrichtung, um wechselsweise und nach Gefallen die Communication einerseits zwischen dem Stiefel und dem Gefäße, anderer Seits zwischen dem Stiefel und der Atmosphäre, zu öffnen und zu hemmen. Wird die erste Communication beim Eintreiben des Stempels geöffnet, so wird die Luft im Gefäße verdichtet; wird sie aber beim Herausziehen geöffnet, so wird die Luft verdünnt. Während den entgegengesetzten Bewegungen des Stempels wird für beide Zwecke der Stiefel mit der Atmosphäre in Verbindung gesetzt. Diese abwechslenden Oeffnungen und Hemmungen machen es möglich, die Kolbenzüge zu wiederholen, und die Verdichtung und Dilatation mit jedem Zuge zu vermehren, bis die Festigkeit der Materien die weitere Verdichtung, die Genauigkeit ihrer Ausarbeitung die weitere Verdünnung gefährlich oder unmöglich macht.

In den Vorlesungen werden die Haupt-Veränderungen, welche die Luftpumpe erfahren hat, angeführt und erklärt. Dahin gehören:

Die ursprüngliche Luftpumpe von Otto Guerike selbst.

Boyle's Verbesserungen: das oben offene mit einem luftdicht schließenden Deckel versehene Gefäß und die Winde.

Papin's Glocken (Recipient) und Teller.

Senguerds Hahn mit einem doppelten Canal.

Hawksbee's doppelte Pumpe mit Ventilen an den Stiefeln und Kolben.

Nollets einfacher Bau der Luftpumpe.

Smeatons Verbindung der Hähne und Ventile.

Cuthberson's Stöpsel-Vorrichtungen statt der Hähne und Ventile.

Schraders Pumpe mit Kegelventilen, durch wel-

che, bei einem einfachen Hin- und Hergange, die Luft in der Glocke zweimal verdünnt wird.

Van Marum's Luftpumpe mit dem Sanguardschen Hahne und der Boyleschen Winde verbindet Einfachheit, Bequemlichkeit und Genauigkeit. *)

Der durch Swedenborg gemachte, durch Baader erneuerte und durch Hindenburg vervollkommte Vorschlag durch Wiederholung der Torricellischen Leere mittelst Queckſilber die Luft zu verdünnen, kann nicht als eine Verbesserung der Luftpumpe angesehen werden, eben so wenig als der Vorschlag Wilke's den Wasserdampf dazu anzuwenden.

§. 515.

Die Verdünnung der Luft, in den Luftpumpen, nimmt durch die wiederholten Kolbenzüge zu, und zwar nach folgenden Gesetzen. Es sey a der Raum der Glocke und des Communications-Rohrs, bis zum Hahne oder Ventil; b der cubische Inhalt des Kolbenzugs; 1 die Dichtigkeit der Luft unter der Glocke von dem Pumpen; x ihre Dichtigkeit nach dem ersten Kolbenzuge; so hat man $1 : x = a + b : a$, weil die Dichtigkeit im umgekehrten Verhältnisse des eingenommenen Raumes ist; also $x = \frac{a}{a+b}$. Für den zweiten Zug sey x′ die Dichtigkeit; da die vorhergehende Dichtigkeit $\frac{a}{a+b}$ war, so hat man $\frac{a}{a+b} : x' = a + b : a$ oder $x' = \left(\frac{a}{a+b}\right)^2$; die Dich-

*) Ohngefähr gleichzeitig mit Van Marum beschrieb ich im Voigtschen Magazin eine ähnliche Luftpumpe. Sie unterscheidet sich von der Van Marumschen vorzüglich dadurch, daß der Stempel einen metallenen Kegel hat, der durch den Boden des Stiefels bis an den Hahn reicht, um den schädlichen Raum zu verhindern.

tigkeit x'' nach dem dritten Kolbenzuge $(\frac{a}{a+b})^3$ u. s. w. und allgemein nach n Kolbenzügen die Dichtigkeit $= (\frac{a}{a+b})^n$. Für die Compression hat man nach dem ersten Kolbenzuge $x = \frac{a+b}{a}$ und nach dem nten Zuge $(\frac{a+b}{a})^n$. Aus der Formel $(\frac{a}{a+b})^n$ folgt, daß, alle Unvollkommenheiten der Luftpumpen abgerechnet, eine Glocke, so klein sie auch seyn mag, nie völlig luftleer werden kann, wodurch sich die Guerikische Leere wesentlich von der Torricellischen unterscheidet, welche letztere nur deswegen nicht vollkommen ist, weil das Queckſilber nie ganz von Luft befreit werden kann, und selbst ausdünstet.

§. 516.

Uebrigens richtet sich die Verdünnung unter der Glocke nie genau nach obiger Berechnung, besonders wegen des schädlichen Raums, der zwischen dem Stempel und dem Hahne oder dem Ventile sich befindet und bei jedem Kolbenzuge sich mit Luft von der natürlichen Dichtigkeit anfüllt. Auch dehnt sich die Luft aus der Glocke in dem Stiefel nicht immer mit hinlänglicher Geschwindigkeit aus, weil sie durch eine enge Röhre geht. Daher es rathsam ist, besonders die letzten Züge, nicht zu schnell zu verrichten.

§. 517.

Man hat zwei Mittel, die Elasticität und die Dichtigkeit der verdünnten Luft zu messen, die Barometerprobe und die Birnprobe. Die erstere besteht aus einem abgekürzten Heberbarometer, den man mit der zugehörigen Scala unter die Glocke

setzt, oder man verbindet das obere (offene) Ende einer gewöhnlichen Barometerröhre mit der Glocke, und das andere mit einem kleinen Queckſilber-Becken. Im erſten Inſtrumente fällt das Queckſilber im zugeſchmolzenen Schenkel, weil die Elaſticität der Luft es nicht mehr tragen kann; im zweiten aber wird das Queckſilber durch das Pumpen hinaufgeſogen. Die Birnprobe iſt ein gläſernes, unten offenes, Ge- Gefäß von der Geſtalt, wie Fig. LXXXI. zeigt. Der oben verſchloſſene Stiel trägt eine Abtheilung des ganzen innern Raums des Gefäßes in 2000 bis 3000 Theilen. Dieſes Gefäß wird während dem Pumpen nahe über ein Queckſilberbecken ſenkrecht geſtellt; nach dem Auspumpen aber wird es geſenkt, ſo daß die Mündung unter der Queckſilberfläch komme. Läßt man die atmoſphäriſche Luft nun in die Glocke, ſo ſteigt das Queckſilber ins Inſtrument etwa bis c. Nun nimmt man alles vom Teller ab, läßt das Queckſilber ablaufen, bis auf den Theil ac, der durch den Druck der Luft in der engen Röhre erhalten wird. Stellt man das Inſtrument ſo, daß ab horizontal werde, ſo erhält die in bc enthaltene Luft die Dichtigkeit der atmoſphäriſchen, und ihr Raum, den die Scala in tauſend Theilchen des Raums der Birnprobe anzeigt, giebt das Verhältniß der Verdünnung. Smeaton erfand dieſes Inſtrument, weil die Barometerprobe eigentlich nur die Elaſticität des Mittels anzeigt, und dieſes Mittel, auſſer der Luft, noch Dünſte enthält, die ſich während dem Pumpen entwickeln und nachher durch das Hereintreten der atmoſphäriſchen Luft in die Glocke wieder verdichten. Allein, vor-

ausgesetzt, die Birnprobe würde keine solche Dünste in sich lassen (was nicht erwiesen ist) so ist doch die Elasticität der darinn enthaltenen Luft dennoch immer nur der das Medium in der Glocke gleich; folglich kann sie nur diese Elasticität angeben. Der bemerkte Unterschied zwischen den Resultaten des Barometers und der Birnprobe liegt in andern Umständen.

§. 518.

Zur Messung der Elasticität verdichteter Luft, braucht man eine an einem Ende verschlossene und in gleichen Theilen ihres Inhalts sehr genau graduirte enge Röhre, in welche man vor dem Versuche eine kurze Queckſilbersäule einläßt. Wird diese Röhre liegend in die Glocke gelegt, so setzt sich die äußere Luft mit der in der Röhre im Gleichgewicht; wird dann die Luft in der Glocke verdichtet, so dringt die kurze Queckſilbersäule weiter in die Röhre ein; das Raum-Verhältniß der vor und nach dem Pumpen in der Röhre befindlichen Luft ist das Dichtigkeits-Verhältniß.

§. 519.

Verschiedene, theils interessante, theils artige, Versuche lassen sich mit der Luftpumpe anstellen; z. B.

Die guerikischen Halbkugeln.

Eine auf einem Cylinder gespannte Blase oder ein dicht aufgekütteres ebenes Glas zerplatzt.

Ausleeren und Füllen eines Gefäßes mit Wasser.

Heftige Einströhmung der Luft, in den

Raum, wo die Dilatation bewürkt worden ist, an einem Windrade sichtbar.

Eine zusammengedrückte, nur wenig Luft enthaltende, aber gut zugebundene Blase, bläset sich durch Verdünnung der Luft in der Glocke unter schweren Gewichten auf.

Eine solche Blase, die durch ein Gewicht unter Wasser gehalten wird, steigt in die Höhe.

Der Heronsball, sowohl durch Verdichtung als durch Verdünnung.

§ 520.

Die Luftpumpen, so wohl zur Verdünnnng als auch zur Verdichtung der Luft, sind im Grunde nur Nachahmungen der schon lange früher üblichen **Wasserpumpen** oder **Saug- und Druck-Werke.** Die Hebung des Wassers über sein natürliches Niveau war ein so großes Bedürfniß, daß man natürlich viel früher die Wasserpumpen erfinden mußte, als die Luftpumpen. Die Würkung der Saugpumpen hängt durchaus von dem Drucke der Atmosphäre ab, denn nur diese hebt das Wasser in der Steigröhre bis zur untern Fläche des Kolbens.

Versuch mit einer kleinen Saugpumpe, deren Steigrohr in sehr verdünnter Luft unter der Glocke der Luftpumpe sich befindet.

Es folgt daraus, daß, wenn die Pumpe Wasser liefern soll, die ganze Höhe der Steigröhren, die Höhe des Kolbenzugs mit inbegriffen, kleiner seyn muß, als die Höhe der Wassersäule, welche den Druck der Luft zu tragen vermag. Auch darf die Höhe der Steigröhre nicht zu nahe an das Maximum gränzen, weil sonst die geringe Uebermacht

der Luft die beträchtliche Wassersäule nur sehr langsam heraufreiben würde, wodurch der Gang der Pumpe beträchtlich verzögert würde. Anfangs würkt die Saugpumpe eigentlich wie eine Luftpumpe, indem sie, ehe das Rohr mit Wasser gefüllt wird, die Luft in demselben verdünnt; der Druck der Atmosphäre verdichtet sie aber zu gleicher Zeit, indem es das Wasser nachtreibt. Befindet sich aber zwischen dem Ventil des Steigrohrs und dem des Stempels in seinem niedrigsten Stande ein Raum, der anfangs nur mit Luft gefüllt seyn kann, so wird diese Luft, wenn das Wasser das Ventil des Steigrohrs erreicht hat, bei jeder Hebung des Stempels verdünnt, und bei jeder Senkung desselben wieder verdichtet. Wäre z. B. das Verhältniß dieses Raums, den man den schädlichen Raum nennt, zu dem Raume des Kolbenhubes, so, daß diese Luft durch die Hebung des Kolbens im Verhältniß von 1:4 dilatirt wurde, also diese dilatirte Luft noch einer Wassersäule von etwa 8 Fuß das Gleichgewicht hielt, und das Ventil des Steigrohrs um 24 Fuß über den Wasserspiegel stünde, so wäre (vorausgesetzt, daß der Druck der Luft gerade 32 Fuß Wasser tragen könnte) Gleichgewicht, und das Wasser würde sich im Steigrohre nicht über die Klappe heben können, d. h. man würde nicht weiter pumpen können. Man kann bei Wasserpumpen diesen schädlichen Raum vermeiden; bei Luftpumpen auch durch die §. 514. * angezeigte Vorsicht.

§. 521.

Die Druck-Pumpen (Druck-Werke) können

ohne Beistand des Drucks der Luft ihre Würkung leisten, wenn der Wasserspiegel höher liegt, als der höchste Stand des Kolbens. Ist dieses der Fall nicht, so ist die Pumpe ein vereinigtes Saug- und Druck-Werk. Im erstea Falle aber gibt der Druck der Luft den nicht unwichtigen Vortheil, daß das Wasser dem Kolben folgt, so schnell dieser auch gehen mag, mit gleicher Geschwindigkeit. Bei vereinigten Saug- und Druck-Werken aber, wo die Saugröhre beträchtlich hoch ist, muß sich Luft aus der gehobenen Wassersäule entwickeln, welches durch keine Vorrichtung zu verhindern ist, diese Luft erfüllt den schädlichen Raum, der auch bei Druck-Werken statt findet, und bewürkt einen Verlust an Zeit oder an Kraft.

§. 522.

Die Kenntniß der Elasticität der eingeschlossenen atmosphärischen Luft kann durch die sogenannten **Windkessel** der Würkung der Druckwerke Vortheil schaffen. Bei jedem Kolbenzuge kommt die gehobene Wassersäule wechselsweise in Bewegung und in Ruhe, und erzeugt also durch ihre Trägheit bei jeder neuen Bewegung einen erneuerten Widerstand; eine doppelte Pumpe, deren Stempel wechselswesweise würken, vermindert diesen Widerstand nur wenig. Leitet man aber das gepumpte Wasser in ein dicht verschlossenes und mit Luft gefülltes Gefäß, aus welchem es durch eine andere Röhre sich erheben kann, so wird durch das Eintreiben des Wassers in dieses Gefäß die Luft verdichtet, welche durch ihre erhöhete Elasticität auf das Wasser reagirt und einen beständigen Ausfluß

bewürkt. Je größer das Gefäß (der Windkessel) ist, desto kleiner sind die Ungleichheiten. Besonders bey Feuerspritzen, wo man einen ununterbrochenen Strahl von gleicher Geschwindigkeit braucht, sind die Windkessel unentbehrlich.

Versuch mit einer mit einem Windkessel versehenen Druck-Pumpe.

§. 523.

Dieß sind die wesentlichen Momente der Theorie der Wasserpumpen; die Berechnung derselben und die Bestimmung der Verhältnisse aller Theile dieser wichtigen Maschinen, um das Maximum der Würkung hervorzubringen, sind Gegenstände der angewandten Hydraulic.

§. 524.

Wenn man eine mehrere Fuß lange und einige Zoll weite, oben und unten offene, oben aber mit einem Ventil versehene Röhre, in einem Eimer voll Wasser taucht und rasch auf und ab bewegt, jedoch so, daß die untere Mündung nicht aus dem Wasser komme, so steigt das Wasser in die Röhre und sprützt endlich oben zum Ventil heraus. Diesen interessanten Versuch verdanken wir dem Hrn. Hofrath Meyer in Göttingen. Der Druck der Luft hält das gehobene Wasser, wie bei jedem Stechheber, im Gleichgewichte. Die Hebung selbst aber geschieht durch das schnelle Senken der Röhre, wodurch das Wasser, vermöge seiner Trägheit nicht so schnell fallen kann. Es bleibt also zurück, und die Röhre gleitet an den langsamer fallenden Wasser herunter, wodurch dieses sich nach und nach erheben, und endlich aus der Klappe sprüz-

zen muß. Soll diese Art von Pumpe würken, so muß also die Röhre schneller gesenkt werden, als das Wasser, in der Zeit der Senkung, durch ihre Schwere fallen kann. Dieses bestimmt so ziemlich den Werth dieses Versuchs für die Ausübung, besonders im Großen. Sehr merkwürdig ist bei diesem Versuche das Phänomen, daß, wenn man die Röhre voll aus dem Wasser zieht und ablaufen läßt, zu Ende des Ablaufens sich eine so merkliche Kälte erzeugt, daß man sie an der Hand stark fühlt. Die Lehre der Wärme wird dieses Phänomen erklären.

§. 525.

Das Cylindergebläse ist eine sehr sinnreiche Vorrichtung, wodurch, mittelst des Drucks einer Wassersäule, die Luft aus einem Gefäße, in welchem sie durch das Wasser gesperrt ist, strahlenförmig herausgetrieben wird. Es ist, im Großen und im Kleinen, zur Erzeugung eines sehr gleichförmigen Gebläses anwendbar, und ist der Grundgedanke zu dem Gazometer Lavoisiers.

§. 526.

Umgekehrt bewürkt der Druck einer eingesperrten, durch eine Wassersäule selbst gepreßten Luftportion im Heronsbrunnen, einen Springbrunnen, welcher mehr Gegenstand des Vergnügens als der Anwendung seyn kann. So qualificiren sich noch der intermittirende Brunnen, der carteſische Teufel, die sogenannte Circulations-Maschine und andere mehr zu angenehmen Belustigungen. Sie können in der Physic nur in so fern Platz finden, als man daran mannigfaltige Beispiele der

wechselseitigen mechanischen Einwürkungen der tropfbaren und elastischen Flüssigkeiten auf einander zu zeigen Gelegenheit hat.

Zweites Capitel.

Gesetze der Bewegung der Flüssigkeiten.

I. Von den tropfbaren Flüssigkeiten.

A. Ausfluß der Flüssigkeiten durch kleine Oefnungen und Röhren.

§. 527.

Eine genaue Kenntniß dieses Ausflusses ist für die ganze Lehre der Bewegung der Flüssigkeiten von der höchsten Wichtigkeit; sie ist die Grundlage derselben, und der Hauptsatz, der Torricellische Satz, den sie uns liefert, ist für die Hydraulik völlig das, was der Satz des Parallelogramms der Kräfte für die Statik ist. Allein die Schwierigkeiten, die sich der Betrachtung des Ausflusses entgegensetzten, sind in eben dem Verhältnisse groß, und scheinen den Bemühungen der scharfsinnigsten Naturforscher zu widerstehen. Es ist daher höchst nöthig, dieses Phänomen von allen Seiten zu betrachten, um der Art, wie die Natur hier in diesem sehr zusammengesetzten Phänomen würkt, auf die Spur zu kom-

men. Eine solche Betrachtung wird uns eine Reihe von einzelnen Phänomenen liefern, deren Einige höchst auffallend und unbegreiflich vorkommen, die aber zusammengenommen, den Gegenstand völlig aufklären werden.

§. 528.

Wenn man in dem Boden eines Gefäßes eine im Verhältniß des Durchmessers des Gefäßes kleine Oeffnung macht, das Gefäß mit Wasser füllt, und dann durch diese kleine Oeffnung ablaufen läßt, so ist die Geschwindigkeit des Ausflusses Anfangs am größten; nach und nach nimmt sie ab, indem der Wasserspiegel sinkt, so, daß die Geschwindigkeit des Ausflusses offenbar in einem gewissen Verhältniß mit der Höhe der Wassersäule, die noch im Gefäße ist, sich befindet.

§. 529.

Am Ende dieses Ausflusses bleibt auf dem Boden des Gefäßes eine Schichte von ohngefähr einer pariser Linie Höhe, die nicht abfließt; sie wird durch die Adhäsion der Wassertheile unter sich vom Abfließen abgehalten.

§. 330.

Während dieses Abflusses ist der Wasserspiegel beständig flach und eben, die Würkung der Randziehung abgerechnet. Erst, nachdem der Spiegel sich der Oeffnung so weit genähert hat, daß seine Entfernung $\frac{1}{4}$ des Durchmessers der Oeffnung + der (§. 529.) angeführten Höhe von einer pariser Linie beträgt, senkt sich das Wasser über der Oeffnung tiefer, als die übrigen Theile, und bildet anfangs eine flache Vertiefung, bald darauf einen

förmlichen Trichter, dessen Höhlung bis in die Mündung reicht.

† Versuch hierüber mit engen und weitern Boden-Oeffnungen.

Zwar sieht man zuweilen diesen Trichter weit früher entstehen; allein das kommt daher, daß das Wasser im Gefäße nicht völlig ruhig war, ehe der Ausfluß anfieng, sondern eine kreisförmige oder schlangenförmige Bewegung hatte.

† Man fülle ein Gefäß mit einem Loche im Boden, und bringe das Wasser vor dem Oeffnen des Lochs in eine merkliche kreisförmige Bewegung, mittelst eines Stabs, und lasse nun das Wasser ablaufen. Schon vor dem Ablaufen erhebt sich das Wasser gegen den Rand, desto höher, je schneller die kreisförmige Bewegung ist. So wie der Ausfluß anfängt, bildet sich über der Oeffnung der Trichter, dessen Spitze bald die Oeffnung erreicht. Dadurch entsteht nicht nur die trichterförmige Höhlung im Gefäße, sondern die Wasser-Ader unterhalb des Gefäßes ist hohl, aufgeblasen und schraubenförmig gewunden. War die Bewegung im Gefäße sehr groß, so sprützt diese Ader sich nach allen Seiten aus.

Diese auffallende Erscheinung erklärt sich ganz leicht aus der durch die Kreisbewegung entstehenden Centrifugalkraft, welche auch noch in der Ader fortdauert.

§. 531.

Dieser beständige Horinzontalismus der Theile

des ruhigen Wasserspiegels, während des Ausflusses bis zu der angezeigten Gränze, findet auch in den untern Schichten statt, so daß alle mit dem Spiegel parallele Schichten mit ihm parallel fallen. Jedoch findet in der Nähe der Oeffnung eine Ausnahme, wie beim Spiegel, wenn er nahe an die Mündung gefallen ist, statt, und zwar fängt diese Ausnahme früher an.

† Man lege mehrere verschieden gefärbte Wasserschichten so über einander, daß sie sich scharf absondern und öffne das Loch im Boden, so wird man die Gränzen dieser Flüssigkeiten sich unverwischt senken sehen, bis eine jede derselben nahe an die Oeffnung gekommen ist.

Dieser Versuch beweiset unstreitig, daß während des Ausflusses alle Schichten bis nahe an der Mündung, wie der Spiegel, fallen, mithin daß keine vertikale Bewegung in denselben statt findet.

§. 532.

Daraus folgt unmittelbar, daß in den Schichten, welche nahe an der Mündung sich befinden, nothwendig eine horizontale Bewegung statt finden müsse, ohne welche die Wasserader nicht mit Wasser versehen werden könnte.

† Man senke in einem wasservollen Gefäße, mit einer Boden-Oeffnung a, Fig. LXXXII, kleine Cylinder p an dünnen Fäden in verschiedenen Entfernungen, so wohl in vertikaler, als horizontaler Richtung von a, und öffne a, wenn alles in Ruhe ist, so wird man sehen, daß diese Pendel sogleich mehr oder

weniger von ihrer lothrechten Richtung gegen die Axe der Oeffnung abgelenkt werden. Die kleinen Cylinder müssen nur um weniges spezifisch schwerer seyn, als das Wasser, am besten macht man sie von Wachs, welches man durch etwas eingedrücktes Blei beschwert.

Das Resultat zahlreicher Versuche dieser Art zeigt, daß die Abweichung der Pendel, mithin die horizontale Bewegung des Wassers gegen die Axe ganz nahe an der Mündung sehr stark ist, mit der Entfernung in allen Richtungen aber abnimmt, und zwar in der horizontalen langsamer, als in der vertikalen. In einer vertikalen Entfernung von a, von etwa 4 Durchmessern der Oeffnung, hört diese Bewegung ganz auf.

§. 532.

Demnach besteht der Ausfluß aus einem Gefäße, mit einer Oeffnung im Boden, wie Fig. LXXXIII. ihn vorstellt, wo die stärkeren Schattirungen größern Geschwindigkeiten entsprechen.

§. 533.

† 1) Setzt man statt der einfachen Oeffnung im Boden eine Röhre, deren Höhe 4 ihrer Durchmesser beträgt, wie Fig. LXXXIV., aus welcher man das Wasser abfließen läßt, und hängt kleine Pendel hinein, welche unterhalb des Niveau BB der obern Mündung bb der Röhre reichen, so zeigt es sich, daß die ganze Wasserschichte ABBA im Ströhmungszustande gegen die Röhre sich befindet, der ohngefähr dem gleich ist, welcher in der gleich hohen über BB (§. 532.) bemerkt worden ist.

† 2) Legt man zwei gleiche Portionen ungleich gefärbter Flüssigkeiten in demselben Gefäße über einander, so daß ihre Gränze sich scharf abzeichne, und läßt man nun die Flüssigkeit abfließen, so findet sich am Ende des Abflusses, daß die Schichte ABBA aus zwei gleichen, wagerecht über einander liegenden und einander scharf begränzenden Schichten dieser Flüssigkeiten besteht.

Sobald der Spiegel der untern Flüssigkeit bis in BB gesunken ist, sieht man diesen Spiegel sich am Rande des Gefäßes neigen, hingegen bei bb die Höhe der Röhre behalten, so daß dieser Spiegel nun während des übrigen Abflusses den Durchschnitt cbbc hat. Schließt man die Mündung der Röhre schnell zu, so legt sich dieser Spiegel sogleich horizontal; öffnet man sie, so entsteht sogleich die Figur cbbc des Spiegels, und behält sie bis gegen Ende des Abflusses; die zwei Flüssigkeiten bleiben übrigens ganz unvermischt.

Macht man den Versuch mit drei Flüssigkeiten, so bleibt eine kleine Schichte der mittleren zwischen den beiden andern; aber viel weniger als von der obern: hier blieben 10‴ der obersten und etwa 2‴ der mittlern Flüssigkeit über 12‴ der untersten, alle drei scharf abgegränzt.

Die Wasserschichte ABBA, welche sich unterhalb bb befindet, sollte nicht durch bb abfließen, da alle ihre Theile durch die obern Schichten gleich stark gedrückt werden. Sie fließt aber zum Theile aus,

und wird beständig erneuert, welches offenbar der Adhäsion der Wassertheile zu einander zuzuschreiben ist. Daraus folgt zugleich, daß die horizontale Ströhmung in der gleich hohen Schichte über BB ebenfalls größtentheils der Adhäsion zuzuschreiben ist. Man sieht daraus, daß die Adhäsion eine wichtige Rolle in dieser Art von Phänomenen spielt.

§. 534.

Wenn man einen Springbrunnen entweder durch ein Druckwerk oder mittelst einer Wassersäule erzeugt, so springt der Wasserstrahl durch seine Mündung, mit einer Geschwindigkeit, die die Geschwindigkeit des Wassers im Stiefel oder in der Fall-Röhre oft hundertfach übersteigt.

§. 535.

† 1) Wenn man eine Röhre von 2 Fuß Länge und etwa 1 Zoll Weite, mit oben verschlossener Mündung, senkrecht und 1 Fuß tief ins Wasser senkt und die obere Mündung plötzlich öffnet, so steigt das Wasser in der Röhre nicht nur bis zum äußern Niveau, sondern noch um etwa $9\frac{1}{2}$ Zoll höher und fällt gleich zurück.

† 2) Wenn man eine cylindrische Röhre von 12 Zoll Länge $2\frac{1}{2}$ Durchmesser, Fig. LXXXV. mit einem Boden, in welchem ein Loch von 6 Linien Durchmesser sich befindet, oben schließt und, wie die vorhergehende, ins Wasser taucht, bis das äußere Wasser ganz nah am Boden der Röhre reicht, und dann schnell das Loch öffnet, so springt plötzlich ein Wasserstrahl bis zu einer Höhe von etwas über 9 Fuß. Eine

solche Röhre wollen wir einen hydraulischen Sprungcylinder nennen.

† 3) Wenn man einen abgekürzten Kegel von 12 Zoll Höhe, $2\frac{1}{2}$ Zoll unterem Durchmesser und 6 Linien obern Durchmesser, auf die vorige Art ins Wasser senkt, so springt, nach geöffneter obern Mündung, ein Wasserstrahl bis etwas über 9 Fuß Höhe. Diese Vorrichtung nennen wir einen hydraulischen Sprungkegel.

† 4) Wenn man mit einem Kegel, Fig. LXXXVI. von 12 Zoll Höhe, $2\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser unten, mit einem oben etwas abgestumpften Scheitel und mit einer Mündung von 6 Linien Durchmesser, eben so experimentirt, so springt der Strahl zu einer Höhe von etwa 15 Fuß. Diese Vorrichtung nennen wir gleichfalls einen hydraulischen Sprungkegel.

† 5) Schließt man den Sprungkegel oben mit einer Platte und setzt seitwärts, Fig. LXXXVII. eine kurze gekrümmte Röhre von 5 Linien Durchmesser, die mit dem Horizonte einen Winkel von 45° macht, so erreichen die weitesten Tropfen eine horizontale Weite von beinahe 13 Fuß, welches einer Fallhöhe von $6\frac{1}{2}$ Fuß zukommt.

Aehnliche Resultate erhält man mit Cylindern und Kegeln von andern Dimensionen.

§. 536.

Die Kenntnisse, welche diese zahlreichen Data uns liefern, werden hinlänglich seyn, um das Pro-

blem des Ausflusses der tropfbaren Flüssigkeiten in seinem weitesten Umfange aufzulösen, zuvor muß man aber sich an das erinnern, was §. 155 und 156 von Druck und Stoß gesagt worden ist. In einem Wassergefäße ist wegen der vollkommenen physischen Berührung der nächsten Theile der Flüssigkeit unter einander kein Stoß bei dem Ausflusse möglich, nur Druck. Daraus folgt schon, daß kein Theilchen der Flüssigkeit seinem Nachbarn oder einem entferntern Theile eine größere Geschwindigkeit ertheilen kann, als er selbst hat. Noch mehr: da alle Theile der Flüssigkeit eine gleiche Gravitation oder Schwere haben, mithin gleich stark zu fallen trachten, so kann kein Theil schneller fallen, als der andere, mithin keiner den andern im Falle erreichen, und kein Theil durch den Druck des andern in seinem Falle beschleunigt werden.

§. 537.

Nun wollen wir die tropfbaren Flüssigkeiten fürs Erste als blos schwere Flüssigkeiten betrachten, und in Anleitung dieses Satzes untersuchen, wie der Ausfluß statt finden müßte. Wäre das Loch im Boden eines cylindrischen Gefäßes so groß, als der Durchschnitt des Gefäßes selbst, d. h. hätte das Gefäß keinen Boden, so würden alle Theile der Flüssigkeit, da sie eine gleiche Tendenz zum Fallen haben, gleichzeitig fallen, die ganze Masse müßte also wie eine feste Masse, nach dem allgemeinen Gesetze des Falls, mit accelerirter Geschwindigkeit, gleichförmig sinken. Dieses stimmt auch mit der Erfahrung überein.

§. 538.

Hat aber, Fig. LXXXVIII., das Gefäß ABCD einen Boden und ein Loch aa in demselben, so ändert sich das Phänomen. Man denke sich den Wassercylinder abba von gleichem Durchschnitt, als die Oeffnung aa. Von der ganzen Wassermasse ist er allein nicht unterstützt; nur er allein kann also gleich anfangs fallen, wenn das Loch aa geöffnet wird. Gesetzt, er wäre in einem sehr kurzen Zeitraum um bc gefallen, so ist ein wasserleerer Raum bccb entstanden; das neben liegende Wasser cbAdc ist nicht mehr unterstützt, muß also in diesem leeren Raume fallen; denken wir uns die Schichte AddB in zwei horizontalen Schichten durch die Ebene ee getheilt, so wird das Wasser aus jeder derselben in den leeren Raum fallen, das aus der obern Schichte mit der der Höhe Bd, das aus der untern mit der der Höhe Be zukommenden Geschwindigkeit. Da unterdessen der Wassercylinder über aa immer fällt, so entsteht ein hohler Trichter icci, an dessen Wänden das umliegende Wasser nicht unterstützt ist, und mithin in schiefen Richtungen immer gegen die Mitte fallen muß. So muß es fortgehen unter beständiger Acceleration des Falls des Wassers im Cylinder über aa, bis endlich die obersten Wassertheile bb desselben die Oeffnung aa erreicht haben, da sie ausser Verbindung mit dem Gefäße kommen. Dieser Augenblick ist der des Maximum der Ausflußgeschwindigkeit. Würde das Gefäß, dieses Ausflusses ungeachtet, immer voll bleiben, so würde dieses Maximum sich erhalten, welches der Fall ist,

wenn man ein unbegränztes Gefäß sich denkt. In einem begränzten Gefäße aber sinkt der trichterförmige Wasserspiegel; Es sey ghffhg dieser Spiegel im eben angezeigten Augenblicke des Maximum des Ausflusses, so ist es offenbar, daß, da die Wassertheile, die in den Cylinder fallen, von keiner so großen Höhe kommen, als vorher, ihre Fallgeschwindigkeit, wenn sie aa erreichen und folglich die Ausflußgeschwindigkeit, nicht mehr so groß seyn kann. Da es nun, §. 328., bewiesen worden ist, daß ein Körper, durch welche krumme Linie er auch fallen möge, am Ende derselben die nemliche Geschwindigkeit erhalten hat, als wäre er von ihrer senkrechten Höhe herabgefallen, so muß von dem Augenblicke an, da die obersten Wassertheile bb den Boden des Gefäßes erreicht haben, die Ausflußgeschwindigkeit der Quadratwurzeln der Höhen des jedesmaligen Wasserspiegels proportional, oder den diesen Höhen zukommenden Geschwindigkeiten gleich seyn.

§. 539.

Diese Bildung eines hohlen trichterförmigen Spiegels bestätigt sich beim Ausflusse kleiner runder Körper, als z. B. des gemeinen Sandes, des Sandes der Sanduhren ꝛc. Je vollkommener diese kleinen Körper abgerundet sind, desto größer und auffallender ist dieser Trichter. Allein die Statuirung eines solchen Trichters für Flüssigkeiten streitet gegen die Erfahrung des §. 530. Ausserdem lassen sich die andern beobachteten Phänomene §. 531, 532, 533, 534, 535, unmöglich aus der Lehre des freien Falls der Körper erklä-

ren, und da der Druck an und für sich keine Acceleration erzeugen kann, so müssen wir zu der Schwere der tropfbaren Flüssigkeiten noch ihre §. 479 erwiesene Elasticität in Anschlag nehmen, woraus sich im Voraus schließen läßt, daß ohne diese Elasticität (sie mag herrühren woher sie will die Phänomene des Ausflusses ganz anders ausfallen würden, als sie in der That ausfallen. Zwar ist der Würkungskreis (der Raum der Ausdehnung) der Elasticität der tropfbaren Flüssigkeiten so gering, daß man Anstand nehmen möchte, sie für die Ursache so wichtiger Phänomene zu halten. Allein diese Elasticität selbst ist sehr groß, übt die größten mechanischen Kräfte aus, wie aus den angeführten und vielen künftig noch vorkommenden Versuchen erhellt. Der Würkungskreis der Elasticität eines dicken und kurzen Glasstabs ist sehr klein; allein wer zweifelt an den Würkungen der Elasticität eines solchen Körpers?

§. 540.

Die Ausfluß-Geschwindigkeit tropfbarer Flüssigkeiten aus Gefäßen, mit einem Loche im Boden, ist derjenigen gleich, welche das Wasser erhalten würde, wenn es vom Wasserspiegel herab, bis zur Ausflußöffnung, gefallen wäre.

Beweis.

Es sey ABCD, Fig. LXXXIX., ein volles Gefäß; an dessen Oeffnung d im Boden denke man sich eine gekrümmte Röhre dec von gleichem Durchmesser als d, die sich bei c in der Horizontalebene durch DC endigt. Ist diese Röhre in c verschlossen, so ist die Elasticität der Flüssigkeit

unmittelbar unter dem Deckel c so groß, als in d, denn die Flüssigkeit in dec kann in zwei gleich hohe Säulen de und dc getheilt werden, die einander das Gleichgewicht halten. Die Elasticität in d und e kann also als durch eine und dieselbe Säule, von der Höhe BC erzeugt, angesehen werden. Oeffnet man nun c und stellt einen Stab ac, von gleichem spezifischen Gewichte, als die Flüssigkeit im Gefäße, von gleichem Durchmesser, als die Mündung c, und von gleicher Höhe, als BC, auf der Mündung c, so hält dieser Stab der Elasticität der Flüssigkeit in c das Gleichgewicht. Nimmt man den Stab weg, so hört der Widerstand auf, den die Elasticität der Flüssigkeit in c gegen die Ausbreitung hatte. Denkt man sich nun an der Mündung c zwei unendlich dünne horizontale Schichten o und i, so wird die untere Schichte i sich nach allen Seiten auszubreiten trachten. Da sie aber wegen des Widerstands der Flüssigkeit im Gefäße sich nicht nach unten ausbreiten kann, so wird ihre Elasticität gegen die Schichte o verwandt und sie mit einer gewissen Geschwindigkeit vor sich treiben. So wie die Schichte o aus der Oeffnung heraus ist, tritt die Schichte i, durch die Elasticität der nächsten untern getrieben, an ihre Stelle und wird nun mit derselben Geschwindigkeit, als vorher die Schichte o, hinaufgetrieben. Die Fortsetzung dieser einzelnen Bewegungen macht, daß die Flüssigkeit, in Form eines Cylinders, aus c ausfließt, dieser flüssige Cylinder wächst an Höhe, bis sein Gewicht der Elasticität der Flüssigkeit in c das Gleichgewicht hält; denn seine Schwere trachtet unaufhör-

lich dahin, ihn niederwärts zu führen. Soll nun dieses sein Gewicht der Elasticität der Flüssigkeit gleich seyn, so muß seine Höhe der des Stabs, d. h. der Höhe BC gleich seyn. Folglich gelangt jedes Theilchen, welches diesen Stab bildet, bis in a. Dieses geschieht aber durch die Geschwindigkeit des Ausflusses bei c, d. h. durch die Geschwindigkeit, welche die Elasticität in c den Theilchen der Flüssigkeit daselbst ertheilt. Aber nach §. 317 und 320 gelangt ein in die Höhe geworfener Körper zu einer gewissen Höhe nur dann, wenn er mit einer solchen Geschwindigkeit geworfen worden ist, die der gleich ist, die er durch den Fall von dieser Höhe erhalten würde; folglich fließt die Flüssigkeit aus c durch ihre Elasticität, mit der Geschwindigkeit, die sie durch den Fall längs BC erhalten würde. Nimmt man nun die Röhre dec weg, so muß die Flüssigkeit in d, da sie dieselbe Elasticität hat, auch mit dieser Geschwindigkeit ausfließen. Dieses ist der torricellische Satz, den der Abt Bosset nach Mariotte, Guilhelmi u. a. durch die genauesten Versuche, mit Säulen, von 1 bis 15 Fuß Höhe, erwiesen hat, wobei die größte Abweichung ohngefähr $\frac{1}{150}$ ausmacht.

Versuch mit einer Vorrichtung, mittelst welcher man einen gleichen Abfluß von beliebiger Geschwindigkeit erzeugen kann. *)

*) Ich kann mich nicht enthalten diese sehr sinnreiche Vorrichtung (die wir, glaube ich, dem Hrn. Ober-Baurath Eytelwein verdanken) hier zu beschreiben, weil sie so vorzüglich anwendbar ist, in den Vorlesungen viele Sätze der Hydraulic durch Versuche zu be-

§. 541.

Die eigentlichen (nicht tropfbaren) elastischen Flüssigkeiten äußern durch ihre Elastic tät dieselbe Würkung in Rücksicht auf die Ausflußgeschwindigkeit als die tropfbaren.

Versuch mit einem Apparate, wodurch zwei Springbrunnen erzeugt werden, deren einer unmittelbar durch die Elasticität des Wassers, welche durch den Druck einer Wassersäule unmittelbar erzeugt wird, der andere aber durch die Elasticität einer Portion eingeschlossener Luft, die ihre erhöhete Elasticität durch den Druck derselben Wassersäule erhält. Wenn alle übrigen Umstände sonst gleich sind, sind es auch die Höhen der Springbrunnen.

Dieser Versuch zeigt offenbar, daß es nicht auf die größere oder kleinere Ausdehnbarkeit und Com-

weisen, die man sonst nur mit sehr großen Wasserbehältnissen anstellen kann. Ich setze gleich die Vorrichtung hinzu, welche ich zum Beweise des torricellischen Lehrsatzes hinzugefügt habe. AB, Fig. XC. ist ein weiter und hoher gläserner Cylinder, den man calibrirt, und dessen gleiche Inhaltstheile auf der nebenstehenden Scala Ik aufgezeichnet sind. Am untern Boden ist ein Hahn H angebracht, dessen ziemlich weiter Canal unten mit einer durchlöcherten Platte sich endigt. GF ist eine Scala in Zollen und Linien, deren O in der Höhe der Mündung des Hahns ist. E ist eine Schraube, um die Oeffnung, durch welche man die Röhre führt, zu verschließen. CD ist eine lange cylindrische Röhre, durch welche eine Lederbüchse bei A luftdicht geht und in beliebiger Höhe des Punkts D gestellt werden kann. Ist der Cylinder gefüllt, die Oeffnung E zugeschraubt, so hat die Luft mit dem Innern des Cylinders keine Communication, als mittelst der Röhre CD. Oeffnet

preſſibilität der elaſtiſchen Flüſſigkeit ankommt, um die Ausflußgeſchwindigkeit hervorzubringen, ſondern auf die Kraft, mit welcher die Flüſſigkeit der Compreſſion widerſteht. Die Blaſe, welche das Glasgefäß mit der eingeſchloſſenen Luft in dieſem Verſuche ſchließt, bleibt immer in derſelben Spannung ohne Oscillation, ſo lange das Reſervoir mit Waſſer gleich voll erhalten wird.

§. 542.

Es iſt im §. 539. gezeigt worden, daß das Phänomen des Ausfluſſes in Betreff des Waſſerſpiegels, mit dem, was geſchehen ſollte, nicht übereinſtimmt, wenn man das Waſſer und ähnliche Flüſſigkeiten als bloß ſchwer betrachtet; Im §. 536 iſt gezeigt worden, daß der Druck als ſolcher, das heißt unmittelbar durch Einwürkung eines Theils

man den Hahn, ſo fließt das Waſſer ab und die Luft drängt ſich durch den Cylinder in die Röhre, und begiebt ſich in die Höhe, an die Stelle des ausgefloſſenen Waſſers. Dieſe Luft wird durch die Waſſerſäule über D in einem gewiſſen Dilatationszuſtand erhalten und hält alſo mit dieſem Waſſer, dem Drucke der äußern Luft das Gleichgewicht. Folglich drückt nur das Waſſer unterhalb D auf der Oeffnung des Hahns; Folglich iſt die Ausflußgeſchwindigkeit nur durch eine Waſſerſäule von der Höhe Da bewürkt; das darüber ſtehende Waſſer dient alſo bloß als Reſervoir. Stellt man nun die Mündung D der Röhre CD in verſchiedenen Höhen, und läßt das Waſſer jedesmal eine gleichlange Zeit abfließen, ſo geben die durch die Scala IK angezeigten Ausflußmengen das Verhältniß der Ausflußgeſchwindigkeiten. Die Genauigkeit der Reſultate mit dieſem Apparat, welchen ich für das hieſige phyſicaliſche Cabinet habe verfertigen laſſen, haben meine Erwartung faſt übertroffen.

Wassers auf den Andern, keine Geschwindigkeit, am wenigsten eine Geschwindigkeit, welche die des Sinkens des Wasserspiegels übertrifft, erzeugen kann. Endlich ist §. 540 bewiesen worden, daß die Elasticität des Wassers eine Ausflußgeschwindigkeit bewürken muß, welche genau mit der durch die Erfahrung bestimmten übereinkommt. Es leidet also keinen Zweifel mehr, daß die Elasticität der tropfbaren Flüssigkeiten, welche der Druck der übereinander liegenden Wasserschichten in den untersten in der Oeffnung sich befindenden Schichten erzeugt, den Ausfluß bewürke. Diese Wahrheit wird aber von neuem bestätigt, wenn man die Phänomene der §§. 531 bis 535 genau betrachtet.

§. 543.

Es ist in den §§. 531 und 532 gezeigt worden, daß die horizontalen Wasserschichten im Gefäße mit ihrem völligen Parallelismus sinken, bis sie nahe an die Oeffnung gekommen sind, dagegen, daß eine horizontale Bewegung der Theile der untern Wasserschichten gegen die Oeffnung statt finde; beide Phänomene könnten nicht statt finden, wenn das Wasser anders, als vermöge seiner Elasticität abflösse; denn welche Kraft würde diese horizontale Bewegung erzeugen? Sie sollte vielmehr in den obern Theilen der Flüssigkeit statt finden, wo der Ersatz der abgeflossenen Theile über der Oeffnung geschehen müßte, und so könnten die obern Schichten nicht in parallelen senkrechten Richtungen sinken. Dagegen, sieht man die Elasticität der Flüssigkeiten als das Princip der Ausflußgeschwindigkeit an, so können nur die untern Schichten zum würklichen Ausfluß kom-

men, weil sie den höchsten Grad von Elasticität haben. Denkt man sich, Fig. LXXXIX., eine solche Schichte auf den Boden des Gefäßes, so findet sie sich zwischen dem Boden und den Wänden des Gefäßes einerseits und den obern drückenden Schichten andererseits eingeschlossen. Der einzige Ausgang ist die Oeffnung d; sind die Theile, die unmittelbar darüber stehen, abgeflossen, so folgen die seitswärts in dieser Schichte liegenden zunächst, weil sie die gedrücktesten sind; daher die Ströhmung von allen Seiten in den untern Schichten nach der Oeffnung. Die obern senken sich und ersetzen den Verlust. Wären die tropfbaren Flüssigkeiten bloß schwer und elastisch, so würde die Schichte, in welcher die horizontale Ströhmung nach der Mitte statt findet, nur $\frac{1}{4}$ des Durchmessers der Oeffnung d hoch seyn, weil an dieser Höhe genug wäre, um den nöthigen Zufluß von der Seite nach und durch d zu unterhalten. Daher auch der Trichter erst gegen das Ende des Ausflusses in der §. 530. bestimmten Höhe anfängt, weil unter dieser Höhe das Wasser von den Seiten her nicht mehr hinreichend zuströhmt.

§. 544.

Allein die tropfbaren Flüssigkeiten äußern ausserdem Adhäsion ihrer Theile untereinander. Daher die Schichte DCKi nicht allein nach der Mitte zuströhmt, sondern sie nimmt noch die obern Schichten, durch eine Art Friction, welche von der Adhäsion herrührt, mit, und bewürkt dadurch die horizontale Ströhmung, welche §. 532. in den über ik liegenden Schichten beobachtet worden ist; und der Versuch des §. 533 mit der Röhre über

der Oeffnung beweiset, daß die Ausdehnung der horizontalen Ströhmungen oberhalb ik der Adhäsion zuzuschreiben ist, da keine andere Ursache vorhanden ist, welche die Ströhmungen der Schichten unterhalb der obern Mündung der Röhre bewürken kann, als die Adhäsion. Wenn nach jeder andern Construction des Phänomens des Ausflusses die ausgeflossenen Theile von obenher directe, etwa in krummen Linien, wie ic oder ghf, Fig. LXXXVIII, (wenn auch der Trichter nicht sichtbar wäre) herabflössen, wie wäre die Ströhmung der Wassertheile unterhalb BB, Fig. LXXXIV, zu erklären?

§. 545.

Das Phänomen des Ausflusses der Flüssigkeiten in den Springbrunnen, oder durch Druckwerke, wobei das Wasser gegen seine natürliche Richtung ausfließt, ist weder aus der Lehre des freien Falls, noch aus der des unmittelbaren Drucks, erklärbar. Denn das Wasser, das oben ausfließt, ist nicht vom Spiegel herabgefallen, und der Druck kann nur eine gleich hohe Säule derselben Flüssigkeit tragen, keineswegs aber sie mit der der Fallhöhe zukommenden Geschwindigkeit heraustreiben. Man kann sogar behaupten, daß ohne Elasticität kein Wasser aus einem Gefäße in eine communicirende, eckigte, verticale Röhre aufsteigen könnte. Es ist eine falsche Vorstellungsart, wenn man sich denkt, daß das Wasser durch sein Gewicht aufwärts drücken könne; es kann nur unterwärts drücken, und das Gleichgewicht entsteht nur dadurch (wenn die Wassersäulen gleich hoch sind) daß die untersten Wasserschichten auf beiden Seiten gleich stark unterwärts

gedrückt werden, d. h. daß ihre Elasticität beiderseits gleiche Gegengewichte hat. *)

§. 546.

Am allerwenigsten lassen sich die Phänomene der hydraulischen Sprungröhren und Sprungkegel anders als mit Hülfe der Lehre der Elasticität erklären. Der erste der, §. 535, angeführten Versuche, ist der Fall einer communicirenden Röhre; das Wasser könnte ohne Elasticität nicht einmal bis zum äußern Niveau darin aufsteigen. Allein vermöge der Elasticität steigt es nicht nur bis dahin, sondern auch mit einer der Höhe zugehörigen Geschwindigkeit. Hat sich nun das Wasser so weit gehoben, so ist zwar Gleichgewicht des Drucks in und ausser der Röhre; aber nicht Gleichgewicht der Bewegung. Die bis zur Höhe des äußern

*) Dieses ist die Lösung des Räthsels von §. 402. Der Druck gegen den Boden des Kegels A oder E, Fig. LXIV. ist nun nicht mehr das Gewicht des enthaltenen Wassers, sondern die Elasticität der untersten Schichte, die in den obern Schichten ihr Gegengewicht hat. Und dieses Gegengewicht ist wiederum nicht das absolute Gewicht des Wassers, sondern die Elasticität jeder physisch unendlich dünnen Schichte, und es ist jede solche Schichte nur um ein unendlich kleines größer, als ihre Nachbarin, und erhält mithin von ihr auf ihrer ganzen Fläche einen gleichförmigen Druck; folglich muß die unterste auf dem Boden gleichförmig drücken, und da die Elasticität jede Schichte ihrer Tiefe unter der obersten Schichte proportional ist, und zwar auf ihrer ganzen Oberfläche, so muß der Boden des Kegels A einen gleichförmigen Druck auf seiner ganzen Fläche leiden, der seiner Tiefe unter der obersten Wasserschichte proportional ist, oder dem Drucke den der Boden des Cylinders leidet, gleich ist.

Niveau's gestiegene Säule hat (die zufälligen Hindernisse, Friction und Widerstand der Luft abgerechnet) noch ihre ganze Geschwindigkeit, da jedes Wassertheilchen mit dieser Geschwindigkeit in die Röhre getreten ist, und während dem Aufsteigen durch die Elasticität der nachfolgenden getragen wird, mithin als nicht schwer anzusehen ist. Folglich muß diese Wassersäule noch über dem Niveau emporsteigen, in dem aber die Theile derselben über das Niveau kommen, werden sie nicht mehr von der Elasticität der untern Theile getragen, da diese nur eine Säule von der Höhe des Niveau tragen kann; folglich würken sie durch ihre Schwere, und können also nur zu der ihrer Geschwindigkeit zukommenden Höhe über dem Niveau gelangen, als das Niveau selbst über der untern Mündung der Röhre steht. Im Versuche stieg es nicht ganz so hoch, weil diese ganze Bewegung in der Friction des Wassers gegen die Wände der Röhre und in der Trägheit der Luft einen Widerstand fand.

§. 547.

Das Phänomen des Sprungcylinders, wo das Wasser in seinem Sprunge eine mehr als neunfache Höhe erhielt, von der, welche es nach dem torricellischen Lehrsatze erhalten sollte, ist der auffallendste in der Lehre der Flüssigkeiten, und erklärt sich nur aus der Lehre der Elasticität der tropfbaren Flüssigkeiten. Indem das Wasser im Cylinder aufsteigt und den Boden erreicht, geht sogleich ein Theil des vor dem Loche aufsteigenden mit der zugehörigen Geschwindigkeit heraus, und das Uebrige stoßt an den Boden, und zwar so, daß, wenn der Boden nicht da wäre, das

ganze im Cylinder enthaltene Wasser herausspringen müßte, bis zu einer Höhe, welche der Höhe des Cylinders gleich ist. Durch den Stoß gegen den Boden entsteht eine Reaction der Elasticität der unter demselben befindlichen Wassertheile gegen die untere, und dieser gegen jene, und zwar in allen Richtungen. Das nahe an der Oeffnung vorhandene Wasser aec befindet sich in der Mitte aller dieser Stöße, und muß also nach den Gesetzen des Stoßes der elastischen Körper, wo die gestoßene Masse kleiner als die stoßende ist, eine größere Geschwindigkeit erhalten; man muß nemlich das ganze im Cylinder aufsteigende Wasser als die stoßende, die kleine Portion aber, die herausspringt, als die gestoßene Masse ansehen. Wäre das Wasser nicht elastisch, so müßte dieses Phänomen, nach den Gesetzen des Stoßes der unelastischen Körper beurtheilt werden, da denn der Erfolg ganz anders ausfiel; es würde nemlich ein Wassercylinder von dem Durchschnitte der Oeffnung und von der Höhe des Sprungcylinders, wie aus einer Röhre von gleichem Durchmesser herausspringen.

§. 548.

Bei dem regulären Sprungkegel ohne Abstumpfung erhielt der Strahl im zweiten Versuche (§. 535) dieselbe Höhe als im ersten Versuche mit dem Sprungcylinder. Es fand hier kein Stoß an einer Platte statt; aber die Acceleration entstand durch die Kegelform, und läßt sich gleichfalls nur durch die Elasticität des Wassers erklären. Denn, indem jede Wasserschichte in einen engern Kreis steigt, muß sie eine größere Dicke annehmen, folg-

lich etwas höher steigen. Dieser vergrößerten Bewegung widersteht aber die Wasserschichte durch ihre Beharrlichkeit und wird also von der unter ihr befindlichen gestoßen. So ist demnach dieses Aufsteigen im Kegel eine Reihe von Stössen von elastischen Schichten, deren Massen wie die Quadrate der Zahlen einer arithmetischen Progression abnehmen. Folglich müssen die letztern, obern Schichten, nach §. 363, eine sehr accelerirte Geschwindigkeit erhalten. Die Uebereinstimmung des Resultats an diesem Kegel mit dem Resultate am Cylinder zeigt übrigens, daß die Summe aller allmälig erfolgenden Stöße in diesem Kegel dem endlichen einzigen Stoße im Cylinder, in Absicht auf die Ausfluß-Geschwindigkeit, gleich sey.

§. 549.

Bei dem abgestumpften Sprungkegel, §. 535, Versuch 4, erhält der herausgetriebene Strahl eine größere Höhe. Er ist anzusehen als ein Mittelding zwischen dem Cylinder und dem Kegel. Durch die Kegelgestalt erhält das aufsteigende Wasser schon eine große Acceleration. Beim Anstoßen gegen die schiefen Wände des Deckels entsteht ein neuer endlicher Stoß in dem vor der Mündung liegenden Wasser, welcher die Geschwindigkeit noch beschleunigt. Daß eine solche doppelte Würkung hier statt finde, zeigt folgender Versuch:

† Man senke den abgestumpften Sprungkegel mit offener Mündung, unter mäßiger Geschwindigkeit, ins Wasser, so werden zwei Strahlen nach einander herausspringen, der erste durch die bloße accelerirte Geschwindigkeit,

während dem Steigen, der zweite an Wasser viel reichere, durch den Anstoß gegen den Deckel.

§. 550.

Endlich zeigt der 5te Versuch mit dem abgestumpften Kegel, an welchem der Strahl seitwärts durch die gebogene Röhre herausspringt, daß die Würkung des Stoßes gegen die Platte nach allen Seiten sich äußert. Daß diese Würkung hier kleiner ist, als an den andern Sprungkegeln, rührt daher: 1) daß die accelerirte Geschwindigkeit, während dem Aufsteigen, nichts zur Bildung des seitwärts ausfahrenden Strahls beitragen kann, da diese accelerirte Geschwindigkeit eine senkrechte Richtung hat; 2) daher, daß der Durchschnitt der Oeffnung, wodurch die Röhre den Strahl empfängt, vertikal ist, folglich die untern Theile des Strahls in dieser Oeffnung keine so große Geschwindigkeit haben können, als die obern; 3) daher, daß der Strahl bei seinem Durchgange einen merklichen Widerstand in der gekrümmten Röhre, und dann in dem verhältnißmäßig längern Weg, den er durch die Luft machen muß, empfindet.

§. 551.

Diese Versuche und Betrachtungen beweisen zur Genüge, daß die tropfbaren Flüssigkeiten, in den Phänomenen ihrer Bewegungen, sowohl des Drucks als des Stoßes, immer als elastische Flüssigkeiten würken. Auch die Adhäsion zeigt sich immer als thätig, und darf also in den Betrachtungen auch über die größten Bewegungen nicht vernachläßigt werden.

§. 551.

Wenn die Ausflußmündung an der Wand eines wasservollen Gefäßes vertical angebracht ist, so geschieht der Ausfluß nach den obigen Gesetzen Es sey ABCD Fig. XCI. ein solches wasservolles Gefäß, ae die vertikale Mündung, so werden die Wassertheile in den untern Schichten und in der Mündung gedrückt, und würken also durch ihre Elasticität. Hätte nun die Flüssigkeit keine Adhäsion, so würde die horizontale Bewegung derselben nach ae zu, nur in einer Schichte von gleicher Höhe als die Oeffnung ae, mithin ganz unterhalb ac statt haben. Allein der Adhäsion wegen werden auch von den obern Schichten mehrere in diese horizontale Bewegung mit fortgerissen, und der Zufluß findet in der Art statt, wie Fig. XCI zeigt.

§. 552.

Ist die Oeffnung so klein gegen das Gefäß, daß ihre Höhe im Verhältniß der Wasserhöhe im Gefäße als unendlich klein angesehen werden könne, so strömt das Wasser mit der der Höhe BC zukommenden Geschwindigkeit, nach §. 540., da die Elasticität des Wassers in ae so groß ist, als wäre die Oeffnung im Boden. Ist aber die Höhe ae nicht unendlich klein, so ists offenbar, daß die Wasserstrahlen nahe an e mit einer größern Geschwindigkeit fließen werden, als die Strahlen nahe an a. Ist dennoch ae sehr klein gegen BC, so kann man annehmen, daß diese Unterschiede sich so gegeneinander compensiren, daß die mittlere Geschwindigkeit des ganzen Strahls, die des mittlern Strahls ist, d. h. desjenigen Strahls, der durch den Schwerpunkt der Oeffnung

geht, obgleich dieses theoretisch nicht völlig richtig seyn kann. Ist aber die Höhe ae im Verhältniß der Höhe BC beträchtlich, so kann man diese Compensation nicht mehr annehmen, ohne einen merklichen Fehler zu begehen. In diesem Falle betrachtet man die Oeffnung, als aus Rechtecken von einer unendlich kleinen Höhe bestehend, und berechnet durch Hülfe der höhern Analysis den Punkt der mittleren Geschwindigkeit nach dem torricellischen Satze, wobei die Figur der Ausflußöffnung in Betracht gezogen werden muß. Bossut hat für verschiedene Oeffnungen die nöthigen Formeln berechnet, woraus es sich ergiebt, daß für viereckigte, dreieckigte und kreisförmige Oeffnungen die Punkte der mittlern Geschwindigkeiten über den Schwerpunkt sich befinden, wobei aber für dreieckigte Oeffnungen mit der Spitze nach oben der Unterschied zwischen der Höhe über den Punkt der mittlern Geschwindigkeit und dem Schwerpunkte als verschwindend angesehen werden kann, wenn man annimmt, daß der Wasserspiegel merklich über der Oeffnung erhöhet steht.

§. 553.

Der §. 540 angestellte Versuch beweiset nur, daß die Geschwindigkeit des Ausflusses im Verhältnisse der Quadratwurzel der Höhe des Wassers im Gefäße ist, und in diesem Sinne nur gilt das, was von der Genauigkeit der bossutschen Versuche gesagt worden ist. Vergleicht man die würkliche Ausflußmenge mit der berechneten, so findet man jene immer kleiner als diese, und zwar im beträchtlichen Verhältnisse von etwa 62;100 oder 5:8 für ein-

fache Oeffnungen in Platten ohne Ansatzröhren. Die Ursache dieses beträchtlichen Unterschiedes ist doppelt. Erstens ist gezeigt worden, daß, wenn das Wasser zum Ausflusse kommen soll, unzählige Wasserstrahlen, Fig. LXXXIII und XCI, im Innern entstehen müssen, deren Richtungen sich gegen die Oeffnung neigen. Dadurch entsteht eine beträchtliche Entgegensetzung von Kräften, welche sich zum Theil wechselseitig zerstören. Und da die Kräfte, mit welchen alle diese Strahlen sich gegen die Oeffnung drängen, ursprünglich vom Drucke der Wassersäule herrühren, so ist es klar, daß die resultirende Kraft, also die Quantität des Ausflusses, sich beträchtlich vermindern muß. Zweitens findet der äußerste Ring des ganzen ausfließenden Wasserstrahls in der Oeffnung selbst durch die Friction einen Widerstand, und muß also langsamer fließen. Durch die Adhäsion participiren die nach er Mitte zu liegenden Ringe an dieser Langsamkeit, je näher gegen die Mitte desto weniger.

§. 554.

Diese beiden Ursachen zur Verminderung des Ausflusses würken nicht auf alle Theile des Ausflusses gleich stark; dieses ist von der Friction an sich klar, und ist von der Neigung der Wassertheile gegen einander, und mithin gegen die Axe der Oeffnung, nahe an der Oeffnung eben so wahr; denn die Theile des ausfahrenden Strahls, welche in und nahe an der Axe liegen, haben schon im Gefäße, da sie noch unter der Einwürkung der Elasticität der übrigen Wassertheile ausgesetzt waren, eine mit der Axe parallele Richtung angenommen, bei Oeff-

nungen im Boden eine verticale; bei Seitenöffnungen haben sie solche schon von der untersten Schichte caeD, Fig. XCI, welche gerade ausfließt, erhalten. Diese Theile fahren also aus der Oeffnung mit einer größern Geschwindigkeit aus, als die näher am Rande sich befindende. Daraus folgt nothwendig, daß der Strahl in einer kleinen Entfernung von der Oeffnung dünner seyn muß, als in der Oeffnung, oder sein Durchmesser kleiner, als der der Oeffnung. Bossut hat gefunden, daß diese **Zusammenziehung des Wasserstrahls** in einer Entfernung von dem halben Durchmesser von der Oeffnung ihr Maximum erreicht, und daß das Verhältniß dieses kleinsten Durchmessers zu dem der Oeffnung sey, etwa 100 : 122, und mithin das Verhältniß der Durchschnitte, folglich das der würklichen Ausflußmengen zu den berechneten = 2 : 3.

1) Versuch über die Zusammenziehung der Wasserader für kreisförmige Oefnungen.

2) Für viereckigte Oeffnungen. Beim Maximum der Zusammenziehung hat sich der Durchschnitt des Ausflusses so gedreht, daß die Ecken den Seiten der Oeffnung gegenüber liegen, welches die Würkung der §. 553. angezeigten zwei Ursachen aufs deutlichste zeigt.

§. 555.

Dieses Verhältniß der Ausflußmengen aus dem Durchschnitte des zusammengezogenen Wasserstrahls giebt noch etwas größere (etwa um $\frac{1}{15}$) Ausflußmengen als die würklichen (§. 153.) und beweiset, daß die Geschwindigkeit im zusammengezogenen Wasserstrahl nicht völlig die der Höhe des Wasser-

spiegels zukommende ist, sondern um $\frac{1}{13}$ kleiner, welches auch seyn muß, da das Zurückbleiben der äußern Schichten, eben dadurch, daß es durch die größere Geschwindigkeit der mittlern in der Zusammenziehung des ganzen Strahls überwunden wird, die Geschwindigkeit dieser mittlern, folglich des ganzen Strahls schwächen muß.

§. 556.

So verhält sich der Ausfluß aus einfachen Oeffnungen, welche in dünnen Platten durchgebrochen sind. Läßt man aber das Wasser aus Ansatzröhren ausfließen, so wird das Resultat merklich verändert, und zwar auf eine auffallende Art. Denn wenn die Ansatzröhre ihren doppelten Durchmesser zur Länge hat, so verhält sich die Ausflußmenge zu der durch eine einfache Oeffnung in einer Platte von gleichem Durchmesser und unter gleicher Höhe des Wasserspiegels = 13 : 10, so daß man annehmen kann, daß die berechnete Ausflußmenge, die würkliche durch die kurze Ansatzröhre, und die durch die einfache Oeffnung sich wie 16, 13, 10 verhalten. Die Adhäsion der Flüssigkeiten an den festen Körpern bewürkt dieses merkwürdige Resultat. Es sollte nemlich die Wasserader in der Entfernung von dem halben Durchmesser bis zu ihrem Maximum sich zusammenziehen (und thut es laut den Bossürschen Versuchen in polirten Metallröhren, die vertical stehen und nur den Durchmesser zur Länge haben). Allein die Adhäsion der Flüssigkeit zur Oberfläche der Röhre, so bald diese vom Wasser berührt worden ist, zwingt den Strahl die ganze Röhre zu erfüllen, und vermindert dadurch die Entgegensetzung

der einzelnen Strahlen in der innern Oeffnung der Ansatzröhre, wodurch also der aus dieser Entgegensetzung der Kräfte entstehende Verlust vermindert werden muß. Zum Beweise der beträchtlichen Würkung der Adhäsion in solchen Fällen dient folgender Versuch:

Man nähere einem senkrechten abwärts oder aufwärts ströhmenden Wasserstrahle, oder einem horizontal ausströhmenden, einen gläsernen Cylinder in die Quere, bis der Wasserstrahl den Glascylinder berühre, so wird die Adhäsion des Wassers zum Glase den Strahl so krümmen, daß der verticale horizontal und der horizontale vertical wird. Ist der Strahl von beträchtlicher Dicke, so wird er sich fächerförmig ausbreiten. Ein polirter Metall-Cylinder wird eine viel geringere Würkung erzeugen.

Daraus folgt wohl, daß die oben bestimmte Länge der Ansatzröhre $= 2D$ nur für polirte metallene Ansatzröhren gilt. Für gläserne kann sie wahrscheinlich noch viel kleiner seyn, um das Verhältniß des Ausflusses von 10 auf 13 zu erheben.

§. 557.

Die durch die Ansatzröhre erzeugte Reibung vermindert die Ausflußmenge, so daß man also annehmen muß, daß jenes Verhältniß noch größer seyn sollte. Allein da man die Friction von der Zusammenziehung der Wasserader in den Würkungen nicht trennen kann, so ists nicht leicht diese Einwürkung bei Ansatzröhren zu messen. Bei längern Röhren aber nimmt die Würkung der Friction

so stark zu, daß sie den obigen Vortheil vernichtet, und noch mehr; wovon in der Lehre der Friction das Nöthige vorkommen wird.

§. 558.

Wenn man aus einem Behältnisse Wasser durch eine horizontale Röhre ausfließen läßt, wobei der Durchmesser der Mündung kleiner ist, als der der Röhre, so leidet die Röhre einen Druck, dessen Größe, bei unveränderter Wasserhöhe, im Gefäße von dem Verhältnisse jener Durchmesser abhängt. Gesetzt, es wäre die Ausflußmündung dem Durchschnitte der Röhre gleich, so wird (den Einfluß der Friction und das Gewicht des in der Röhre befindlichen Wassers abgerechnet) die Röhre gar keinen Druck leiden, denn der ganze Druck der Wassersäule Ba, Fig. XCI. wird darauf verwandt, um dem Wasser in der Röhre CE die dieser Höhe zukommende Geschwindigkeit zu ertheilen. Wird aber die Mündung E verengt, und es seyn d und D die Durchmesser der Mündung und der Röhre, h die Höhe des Wassers über der Axe der Röhre so verhält sich die Geschwindigkeit des Wassers in der Röhre zu der des Ausflusses, wie $d^2 : D^2$, und jene ist also $= \frac{d^2}{D^2} \cdot \sqrt{h}$. Da nun die Geschwindigkeit $\sqrt{h}$ durch den Druck der Wassersäule oder die Elasticität h erzeugt wird, so muß man annehmen, daß die Geschwindigkeit $\frac{d^2}{D^2} \sqrt{h}$ durch die Elasticität $\frac{d^4}{D^4} h$ erzeugt werde. Folglich muß die Röhre CE einen Druck nach aussen ausstehen, der

durch $h - \frac{d^4}{D^4} h$ oder $\frac{D^4 - d^4}{D^4} . h$ ausgedrückt wird; oder der Druck des in einer Röhre fließenden Wassers gegen die Wände der Röhre ist der Unterschied des Drucks der ganzen Höhe und der der Geschwindigkeit, mit welcher das Wasser in der Röhre fließt, zukommenden Höhe. Setzt man in der Formel $D = d$ oder die Ausflußmündung dem Durchschnitt der Röhre gleich, so ist dieser Druck $= o$, wie oben gezeigt worden.

§. 559.

So haben Dübüat, Bossüt und die meisten Hydrauliker diese Sache vorgetragen. Langsdorf hingegen behauptet, dieser Satz sey offenbar falsch, und führt einige Versuche, wo $d = D$ war, an, woraus erhellt, daß der Druck längs der Röhre CE nicht gleichförmig sey, sondern in verschiedenen Entfernungen hg df, immer abnehme. So fand er z. B. folgende Resultate bei einem seiner Versuche, wobei er die Strahlhöhe aus Seitenöffnungen zum Maaße des Drucks nimmt:

Entfernungen von der Mündung E.				Strahlhöhen.
$16\frac{2}{3}$ Fuß.	—	—	—	33 Linien.
$11\frac{2}{3}$	—	—	—	26
$6\frac{2}{3}$	—	—	—	17
$1\frac{2}{3}$	—	—	—	4

Allein seine ganze Wasserhöhe über den obern Rand der Röhre betrug nur 36 Linien, und es ist aus diesem Versuche nur zu schließen, daß die Ueberwindung der Friction in der Röhre in einer Entfernung von $16\frac{2}{3}$ Fuß von der Ausflußmün-

dung E eine Kraft von 33 Linien, bei kleinern Entfernungen aber eine kleinere erforderte, welches Bossüt ebenfalls bemerkt und mit größern Versuchen, wobei er die Würkung der Friction durch die Verminderung der Ausflußmenge berechnet, beweiset. Auch ist die Formel, welche Langsdorf für den Druck des fließenden Wassers giebt, nichts als der obige Satz mit einer Correction für die Friction, die übrigens mit den Versuchen nicht sonderlich übereinstimmen kann, weil dabei angenommen wird, daß die Widerstände sich wie die Längen der Röhren verhalten, welches der Erfahrung nicht gemäß ist. Uebrigens ist dieser Satz und jede Formel für dasselbe von keiner unmittelbaren Anwendbarkeit für die Ausübung, wie Bossüt es meint, der die Dicke der Leitungsröhren daraus berechnen will, weil die Röhren immer hinlänglich stark seyn müssen, um den ganzen Druck auszuhalten, indem bei den Wasserwerken oft der Fall eintritt, daß die Bewegung des Wassers in den Röhren gehemmt werden muß. Bossüt bemerkt übrigens selbst, daß man die Röhren immer stärker macht, als die Theorie es erfordert. Dagegen ist dieser Satz für die Theorie nichts weniger als unwichtig.

§. 560.

Wenn das Wasser aus einem Gefäße durch eine Oeffnung im Boden oder an der Seite ausfließt, ohne daß der Abgang ersetzt werde, so sinkt der Wasserspiegel. Ist das Gefäß cylindrisch oder nur prismatisch, so ist die Geschwindigkeit dieses Sinkens der Geschwindigkeit des Ausflusses durch-

aus proportional, bis der Spiegel so tief herab gekommen ist, daß der Trichter in demselben entsteht. Es sey demnach m der Durchschnitt der Oeffnung, M der des Spiegels, C die Geschwindigkeit des Ausflusses, so ist die Geschwindigkeit, womit der Spiegel sinkt, $c = \frac{m}{M} C$. Hat aber das Gefäß nicht die prismatische Form, sondern verschiedene Queerschnitte, so findet man mittelst dieser Formel die Fallgeschwindigkeit des Spiegels an jeder Stelle des Gefäßes. Zur Bestimmung der wahren Geschwindigkeit des Ausflusses kann man die Formel des §. 320. $C = 2\sqrt{g h}$ brauchen, wo g der Fall während der ersten Secunde, h die Fallhöhe bedeuten. Dabei aber muß man erwägen, daß diese Geschwindigkeit die des zusammengezogenen Strahls ist, und daß man folglich für m den Durchschnitt des zusammengezogenen Strahls, oder $\frac{5}{8}$ m, nehmen muß.

§. 561.

Will man ein Gefäß haben, in welchem der Wasserspiegel gleichförmig sinkt, so müssen seine horizontalen Queerschnitte im Verhältniß der Quadratwurzel ihrer Höhen seyn, denn alsdann wird die Ausflußmenge in kleinen gleichen Zeiten im Verhältniß der Durchschnitte seyn, und also die Höhen der abgelaufenen Schichten einander gleich. Es sey M der größte Queerschnitt, y ein anderer Queerschnitt, H die Höhe des Queerschnitts M, x die des Queerschnitt y, so hat man $M : y = \sqrt{H} : \sqrt{x}$ also $y = \frac{M.\sqrt{x}}{\sqrt{H}}$ oder $y^2 = x\frac{M^2}{H}$. Nennt man den

Durchmesser von M, a; den Durchmesser von y, v; so hat man $v^4 = x\frac{a^4}{H}$, also eine Art von biquadratischer Parabel zum verticalen Durchschnitt eines solchen Gefäßes, aus welchem sich eine Wasseruhr machen ließ.

§ 562.

Es sey ABDC ein immervolles prismatisches Gefäß mit der Bodenöffnung G, Fig. XCII, die Höhe AC sey = H, der Querschnitt des Gefäßes sey M, der der Oeffnung sey m; so ist die Ausflußgeschwindigkeit in $G = 2\sqrt{gH}$ und die Ausflußmenge in 1 Secunde $= 2m\sqrt{gH}$. Soll nun diese Wassermenge würklich ausfließen, so muß sie von den obern Schichten ersetzt werden, das heißt: es muß das Wasser durch alle Horizontalqueerschnitte mit einer Geschwindigkeit v fallen, so daß $Mv = 2m\sqrt{gH}$. Es sey EF ein solcher Querschnitt; das Wasser sinkt in demselben nur durch die Elasticität der unendlich dünnen Schichte EF, folglich mit einer Geschwindigkeit, die der Höhe AE zukommt; diese Höhe sey x, so ist die Durchflußmenge in $EF = 2M\sqrt{gx}$, also $2M\sqrt{gx} = 2m\sqrt{gH}$, wenn Q die volle Ausflußmenge liefern soll. Denn ist $2M\sqrt{gx}$ kleiner, so muß die Luft das obere Wasser nachdrücken und bei Q entsteht ein Gegendruck der Luft, welcher die Geschwindigkeit des Ausflusses vermindert. Aus der obigen Gleichung ergiebt sich $M = m.\frac{\sqrt{H}}{\sqrt{x}}$. Wir mögen nun M so groß nehmen, als wir wollen, so giebt es doch

immer ein x oder eine Höhe AE so klein, daß M keiner ausfällt als $m\frac{\sqrt{H}}{\sqrt{x}}$. Ist vollends x unendlich klein, so ist der Werth von M unendlich groß; woraus unmittelbar folgt, daß, streng genommen, das Wasser nie aus einem Gefäße von nicht unendlicher Oberfläche mit der ganzen zugehörigen Geschwindigkeit ausfließen kann. Indeß, ist nur der Wasserspiegel gegen die Boden-Oeffnung sehr groß, so kann man den Fehler übersehen. Es folgt aber auch daraus, daß, wenn man das Wasser von einem Gefäße von sehr großer Oberfläche mit einem prismatischen Gefäße, wie ABCD, von oben her communiciren läßt, das Wasser dennoch nicht seine gehörige Ausflußgeschwindigkeit haben wird, weil die obern Queerschnitte zu enge sind. Es fragt sich also, welche Figur soll das Gefäß haben, wenn es überall die hinlängliche Weite haben soll, um das nöthige Wasser für den Ausfluß durch G durch alle seine Queerschnitte durchzulassen, welches durchfließen würde, wenn das Gefäß durchgängig den Queerschnitt EH hätte. Wir setzen den Queerschnitt IL in der Höhe AE = y, so giebt uns die vorige Gleichung $2y\sqrt{gx} = 2m\sqrt{gH}$ oder $y.\sqrt{x} = m\sqrt{H}$, folglich $y = \frac{m\sqrt{H}}{\sqrt{x}}$ oder $y^2 x = m^2 H$, nemlich die Gleichung einer cubischen Hyperbel, wobei aber zu merken ist, daß y und m Größen der zweiten Dimension sind, also für die Zeichnung des Verticalquerschnitts v^2 und a^2 gesetzt werden muß, wodurch man erhält

$yx^4 = a^4 H$ also eigentlich eine bicubische Hyperbel,

§. 563.

Die Betrachtungen des §. 562. finden wichtige Anwendungen bei schiefliegenden Röhrenleitungen, worinn das Wasser, außer dem Drucke aus dem Gefäße noch einen eigenen Fall hat; bei Gefäßen, welche durch horizontale oder verticale Scheidewände mit Oeffnungen in denselben getrennt sind ꝛc., und sind erforderlich, um die Quantität des ausfließenden Wassers zu bestimmen.

§. 564.

Legt man nahe am Boden eines vollen Gefäßes eine horizontale Röhre an, etwa wie AE, Fig. XCI, welche in E verschlossen ist, und bohrt in dieser Röhre eine kleine Oeffnung, so springt ein Wasserstrahl aus derselben heraus, senkrecht, wenn die Oeffnung horizontal liegt. Dieser Strahl heißt ein Springbrunnen, und diese Vorrichtung, oder eine ähnliche, heißt ein Springwerk. Dem torricellischen Satze zufolge, sollte der höchste Punkt des Springbrunnen in der Horizontalebene durch den Wasserspiegel AB des Gefäßes seyn. Allein es fehlt immer etwas an dieser Höhe, wegen der Friction des Wassers in der horizontalen Röhre aE und im kleinen Loche, (Ansatz) aus welchem der Strahl herausspringt, so wie auch wegen des Widerstandes der Luft. *) Mariotte hat aus vielen

*) Langsdorf behauptet zwar, daß dieser letzte Widerstand $=0$ sey, sobald der Strahl völlig gebildet ist. Allein die Zertheilung desselben in Tropfen beweiset das Gegentheil, wie auch andere theoretische Gründe.

Versuchen geschlossen, daß, wenn h die Sprunghöhe ist, man eine Höhe des Wasserspiegels $= h + \frac{h^2}{300}$ haben müsse, um den Strahl von der Höhe h zu erzeugen. Wenn anstatt des einfachen Lochs in der Röhre oder in einer Platte der Strahl aus einer kurzen Ansatzröhre springt, so ist dessen Höhe etwas geringer, und muß es seyn, da (§. 556) aus einer Ansatzröhre mehr Wasser ausfließt, als aus einem Loche in einer Platte.

§. 565.

Größere Sprungöffnungen geben im Durchschnitt größere Sprunghöhen, weil die Friction in Vergleichung der Masse kleiner wird; aber es muß die Leitungs-Röhre auch nach Verhältniß größer seyn, jedoch nicht über ein gewisses Maaß hinaus, nach Bossut von 1 : 6, nach Langsdorf von etwa 1 : 12 für das Verhältniß der Durchmesser der Strahlöffnung zu dem der Leitungsröhre.

§. 566.

Die Höhe des Wassers im Gefäße bestimmt die schicklichste Oeffnung für den Springbrunnen, weil ein hoher und zu dünner Springbrunnen durch die Luft zu bald in Tropfen zertheilt wird, welche die Höhe nie ganz erreichen können, welche dem Springbrunnen zugehört. Aus den Bossütschen Versuchen folgt die Regel, daß die Quadrate der Durchmesser der Oeffnungen sich wie die Quadratwurzel der Höhen verhalten müssen. Sein Fundamentalversuch ist, daß bei einer Wasserhöhe von 50 Fuß eine Strahlöffnung in der Platte von 7 Linien Durchmesser die größte Strahlhöhe liefert. Dar-

aus folgt, daß für 2 Fuß Höhe die Strahlöffnung 3,15 Linien haben müßte.

§. 567.

Wenn die Leitungsröhre nicht beträchtlich größer ist, als das Verhältniß von §. 565 erfordert, so thut man wohl daran, wenn man ihr Ende erweitert, um die Biegung der Wassersäule gegen die Strahlöffnung zu erleichtern; so auch bei kleinen Springbrunnen, im Zimmer, den Strahl nie völlig senkrecht über der Oeffnung steigen zu lassen, weil das in Tropfen auf den Strahl zurückfallende Wasser die Höhe etwas vermindert.

§. 568.

Die Figur der Ansätze hat auf die Sprunghöhe einen beträchtlichen Einfluß. Es ist begreiflich, daß die Strahlen, welche durch Löcher in Platten springen, und mithin weniger Wasser durchlassen, als die durch kurze cylindrische Ansatzröhren, diese Wassermenge höher steigen lassen, da die Kraft dieselbe ist, und die Friction geringer. Conische Ansatzröhren, welche eine größere Entgegensetzung von Kräften, als diejenige ist, welche innerhalb in der Röhre beim Ausflusse statt findet, erzwingen, müßten noch eine kleinere Strahlhöhe zulassen als die cylindrischen Ansätze, wenn nicht die zuweilen sehr verminderte Friction diesen Nachtheil wieder ersetzte. Umgekehrte abgekürzte Kegel, indem sie durch die Adhäsion ihrer Wände gegen das Wasser den Strahl zerstreuen, und also den Widerstand der Luft vermehren, liefern die kleinste Strahlhöhe.

Versuch mit diesen 4 Gattungen von Ansätzen unter einerlei Höhe des Wasserspiegels.

§. 569.

Ist die Oeffnung eines Springbrunnens oder Wasserstrahls nicht horizontal, oder ihre Axe nicht vertical, so muß der Strahl eine Parabel beschreiben (den Widerstand der Luft abgerechnet). Denn jeder Theil des herausfahrenden Wassers muß, als eine geworfene Masse, sich nach §. 350 bewegen.

Versuch mit einer hydraulischen paraboli-schen Maschine unter verschiedenen Elevatio-nen des Strahls.

B. Stoß der tropfbaren Flüssigkeiten

§. 570.

Dieser Gegenstand ist noch in Dunkelheit gehüllt, besonders in Betracht des Elements desselben, nemlich der Schätzung des senkrechten Stoßes. Die Bemühungen der größten Mathematiker und Experimentatoren, Neuton, Daniel Bernouilli, Alembert, Euler, Borda, Kraft, S'gravesand, Bossüt, Dübüat, Kästner, Woltmann, Langsdorf ꝛc. konnten diese Materie nicht aufklären. Am wenigsten ist durch die bloße Theorie gethan worden, und noch sind die Resultate der Versuche im offenbaren Widerspruche. Das Einzige, was zu thun übrig scheint, ist, die richtig angestellten Versuche genau zu betrachten, die Art, wie sie angestellt wurden, und die Resultate unter einander zu vergleichen, um, wo möglich die Art, wie das Wasser bei seinem Stoße würkt, zu erforschen. Zuvor aber muß man genau bestimmen, was man hier unter Stoß versteht.

§. 571.

Wenn man vom Stoße einer Flüssigkeit gegen einen festen, ruhenden oder bewegten, Körper spricht, so versteht man den fortdauernden Eindruck einer gegen diesen Körper bewegten, ununterbrochen sich erneuernden, Säule dieser Flüssigkeit, da die Fälle einer einzelnen, mit einemm le bewegten und anstoßenden, nicht wieder erneuerten, Säule der Flüssigkeit, wie etwa im Sprungcylinder und im Stoßheber, sehr selten sind. Im gewöhnlichen Falle würkt die ganze ströhmende Säule nicht als eine einzelne feste Masse, ie ihre Bewegung hat, ehe sie den zu bewegenden Körper erreicht; denn sobald die ersten Schichten derselben ihn erreicht haben, bildet diese Wassersäule mit dem Körper in allen Momenten ihrer Einwürkung ein Continuum von physischer Berührung. Mithin ist der Begriff von Stoß hier nicht anwendbar, wie er §. 155 gegeben worden ist, außer beim ersten Anlaufe, um welchen aber die Hydraulic sich nicht bekümmert. Folglich können auch die Gesetze des Stoßes der festen Körper hier unmöglich ihre Anwendung finden. Was an ihre Stelle tritt, wird sich aus den Versuchen selbst ergeben. Ohnehin wäre es absurd, den Stoß der Flüssigkeiten auf den Druck einer Wassersäule zu reduciren, wie es bisher geschah, wenn jener Begriff des Stoßes hier zum Grunde läge, da Druck und Stoß incommensurable Größen sind.

§. 572.

1) Die pariser Academie machte im Jahre

1667 die ersten wissenschaftlichen Versuche hierüber, indem sie dem Ausflusse des Wassers durch ein Loch im Boden eines vollen Gefäßes eine an einen Wagebalken horizontal befestigte Platte aussetzte. Sie nahm auf die Zusammenziehung des Wasserstrahls keine Rücksicht, und schloß aus der Berechnung zweier Versuche, daß der Stoß, den die Platte erhielt, dem Drucke einer Wassersäule, die der Geschwindigkeit des Ausflusses zukommt, gleich sey. Aus einem Versuche von Kraft ergiebt sich bei gehöriger Berechnung, aber ohne Zuziehung des zusammengezogenen Wasserstrahls, dasselbe Resultat.

2) Daniel Bernouilli nahm zuerst auf die Zusammenziehung des Wasserstrahls Rücksicht und bestimmt durch eine sehr sinnreiche Theorie den Stoß gleich dem Drucke einer Wassersäule von der doppelten Geschwindigkeits-Höhe. Ein von ihm angestellter Versuch giebt etwas weniger.

3) Bossut hat mit seiner gewöhnlichen Genauigkeit 4 Versuche angestellt und beschrieben. Die Oeffnung in seinem Gefäße hatte eine kurze Ansatzröhre, das Wasser auf eine an einem Waagebalken horizontal und beständig in einer Entfernung von 4 Fuß und von 2 Fuß vom Wasserspiegel, und von 1 Zoll von der Mündung der Ansatzröhre befestigten Platte von $2\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser. Die Durchmesser der Ansatzröhren waren 10 Linien und 6 Linien. Das Resultat war, daß der Stoß etwas weniges kleiner ist, als der Druck einer Wassersäule von der doppelten Geschwindigkeits-Höhe. Legte aber Bossut seine Platte sehr nahe an die Ausflußöffnung, so war der Stoß etwa

dem Drucke von der einfachen Geschwindigkeits-Höhe. Mit der Entfernung bis zu 1 Zoll nahm er mit dieser zu.

4) Langsdorf beschreibt in seiner Hydraulic 79 Versuche, aus welchen es sich ergiebt, daß der senkrechte Stoß etwas größer ist, als der Druck einer Wassersäule von der doppelten Geschwindigkeits-Höhe. Seine Versuche weichen von den Bossütschen darin ab, daß er das Wasser horizontal und durch ein Loch in einer dünnen Platte gegen die vertical an einem Winkelhebel hängende Platte stoßen ließ. Er fand auch, daß die größere oder kleinere Entfernung der Platte von der Strahl-Oeffnung einigen Einfluß auf die Größe des Stoßes habe, und daß die Platte viermal den Durchmesser der Oeffnung haben müsse, um den ganzen Stoß zu empfangen.

5) Dubüat gieng von der bisherigen Methode, den Stoß durch den Eindruck des Strahls gegen einen Wagebalken zu messen, ganz ab. Seine Vorrichtung zeigt Fig XCII. ABC ist eine gebogene Glasröhre von $1\frac{1}{2}$ Linien Weite, BC horizontal, AB vertical. An C ist eine etwas weitere Röhre gekittet, an welcher sich eine Platte DE mit einer Oeffnung von einigen Linien anbringen und abnehmen läßt. Aus dem Gefäße GHIK fließt ein Strahl F von 2 Zoll Durchmesser gerade gegen DE, so daß die Axen des Strahls und der Röhre BC in einer geraden Linie sich befinden. Das Resultat war, man mochte den Strahl aus einer Oeffnung in einer dünnen Platte oder aus einer kurzen Ansatzröhre abfließen lassen, und man mochte die

Platte DE vor der Röhre C haben oder nicht, nach Abzug der Capillar-Würkung der Röhre AB, daß das Wasser in dieser Röhre so hoch stieg und sich so hoch erhielt, als im Gefäße GHIK Da nun die Höhe der Wassersäule in der Röhre dem Eindrucke des Strahls auf ihrem Durchschnitt in C das Gleichgewicht hält, so muß man aus diesem Versuche schließen, daß der Stoß des Wasserstrahls durch eine Wassersäule von der einfachen Geschwindigkeitshöhe gemessen werden muß.

Aus den Versuchen 2, 3 und 4, so wie auch aus den Versuchen 1, wenn sie mit Berücksichtigung der Zusammenziehung des Wasserstrahls berechnet werden, ergiebt sich der Satz, daß der Stoß des Wassers dem Drucke einer Wassersäule von der doppelten Geschwindigkeits-Höhe und vom Durchmesser des zusammengezogenen Wasserstrahls gleich sey. Die Versuche 5 hingegen begründen den Satz, daß der Stoß nur halb so groß sey, nemlich dem Drucke einer Säule von der einfachen Geschwindigkeitshöhe; und da beide Arten von Versuchen, mit gleicher Genauigkeit angestellt sind, und von gleich berühmten Hydraulikern herrühren, so muß dieser große Unterschied der Resultate in der Natur der Versuche liegen.

§. 573.

Da, §. 571, wegen der Continuität der Wasserschichten von der Ausflußöffnung bis zum gestoßenen Körper, kein eigentlicher Stoß gedacht werden kann, so muß sich die ganze Einwürkung des Wasserstrahls auf den Körper auf einen Druck, mittelst der Elasticität des Wassers, reduciren. Es

sey, Fig. XCIV, AB eine Platte, welche den Strahl aus der Oeffnung ab empfängt. Sobald die erste Schichte dieses Strahls die Platte erreicht hat, sollte sie vernichtet werden, um der nächst folgenden Platz zu machen; dadurch allein könnten alle Schichten des Strahls die Platte so treffen, daß der Strahl beständig cylindrisch blieb. Allein diese Vorrichtung findet nicht statt; die erste Schichte prallt als elastischer Körper ab und begegnet der nächstfolgenden. Durch diese Begegnung wird in diesen Schichten eine Elasticitäts-Aeußerung erzeugt, welche vorher nicht statt fand; denn das Wasser eines frei ausfließenden Strahls kann keine Elasticität äußern. Diese Elasticität der beiden ersten Schichten, zwingt sie also sich nach allen Richtungen auszubreiten. In der Richtung cC werden sie durch die Platte AB, in der Richtung Cc aber durch die nachfolgenden Schichten des Strahls verhindert, folglich können sie sich nur in paralleler Richtung mit AB ausbreiten. Ehe sie aber außerhalb der Fläche fg, die der ganze Durchschnitt des Strahls auf der Platte einnimmt, sich ausgebreitet haben, werden sie von den nächstfolgenden Schichten eingeholt, weil die Geschwindigkeit längs CA, CB nicht unendlich groß ist, und widerstehen einer größern Geschwindigkeit; folglich müssen die darauf folgenden Schichten ebenfalls Elasticität erhalten, und mithin sich auch seitwärts ausbreiten, aber mit immer geringerer Geschwindigkeit, weil ihre Elasticität, des nicht absoluten Widerstands wegen, geringer ist, und zwar desto geringer, je mehr sie von AB abstehen. Der Strahl muß also seine Gestalt

ändern, und, wie die Figur zeigt, die eines krummlinigten Trichters annehmen, der endlich irgendwo bei A und B flach ausfällt und wieder umbiegt, indem die nächsten an der Wand vorhandenen Wasserschichten mit derselben parallel und weit über dieselbe sich frei ausbreiten, die andern hingegen sich einwärts umbiegen müssen, weil die Elasticität der an der Wand anliegenden sie rückwärts drücken. Demnach ist die Elasticität des Wassers in dem ganzen trichterförmigen Theile AideKB von de an nach AB zunehmend, und von der Axe an, nach dem Umfange abnehmend; auf der ganzen Peripherie ist sie wie im ganzen cylindrischen Stücke dabe oder wie im ganz freien Strahle $=0$; denn, wäre sie es nicht, so müßte der Umfang sich mehr ausdehnen. Diese Ansicht des Phänomens des Stoßes des Wassers rechtfertigt sich durch den folgenden Versuch:

† Man lasse aus einem Gefäße unter einem beständigen Drucke (von 17 Zoll) und durch eine verhältnißmäßige Ansatzröhre (von 1 Zoll Durchmesser) das Wasser frey ausfließen und bestimme den Punkt, wo des paraboliſchen Strahls Mitte auf den Boden trift. Dann setze man in der Entfernung von 2, 3, 4 Zoll eine feststehende verticale dünne Platte (von 8 Zoll im Quadrat) mit einem kleinen Loche (von $\frac{1}{5}$ Zoll Durchmesser) vor dem Strahle, so daß des Lochs Mitte in der Axe Cc des Strahls sich befinde; so wird ein Strahl durch das Loch gehen, der nur um sehr wenig näher auf den Boden treffen wird,

als der volle Strahl. Rückt man das Loch seitwärts, so aber, daß es noch innerhalb des Strahls-Durchschnitts fg sich befinde, so wird der kleine Strahl auf dieser Seite abweichen und eine schon merklich kleinere Horizontalweite erhalten. Versetzt man dieses Loch, nur um Etwas ausserhalb cg, so wird die Richtung sehr schief, die Horizontalweite sehr viel kürzer ausfallen. Noch weiter von der Axe entsteht endlich kein Strahl mehr, sondern die Adhäsion des Wassers an der Rückseite der Platte führt das Wasser mit der Platte parallel fort.

In diesem Versuche schießt der Strahl durch die Oeffnung in der Platte nicht vermöge der im großen Strahle erhaltenen Geschwindigkeit, denn diese Geschwindigkeit wird durch die Adhäsion der umliegenden Theile des großen Strahls, welche ihre progressive Bewegung längs cC durch die Platte verlohren haben, vernichtet, wenigstens sehr beträchtlich vermindert. Schießt nun dieser Strahl dennoch mit der ganzen der Höhe des Wassers zukommenden Geschwindigkeit durch die Platte, so muß er also durch die Elasticität der vor C liegenden Schichten, wie aus einem begränzten Gefäße entstanden seyn, eine Elasticität, welche also hier so groß seyn muß, als in der Ansatzröhre ab, also der ganzen, aber einfachen, Höhe zukommt. Der kleine Unterschied kommt auf Rechnung der Reibung im Loche C und der kleinen Divergenz der Strahlen, welche auch hier statt finden muß, da von der Axe ab alle einzelne Strahlen eine schiefe Richtung

nehmen. Schon dieser Versuch zeigt das Resultat, welches die Dübuatschen Versuche liefern mußten.

§. 574.

Wenn demnach die Einwürkung des ganzen Wasserstrahls auf der Platte AB von unbestimmter Größe sich auf den Druck der sie berührenden Wasserschichte, deren Elemente nach ihrer Entfernung von der Axe des Strahls abnehmende Elasticitäten haben, reducirt, und diese abnehmenden Elasticitäten, wie alle Elasticität, durch Höhen von Wassersäulen ausgedruckt werden können, so ist diese Einwürkung, gleich dem Drucke, von unendlich vielen und kleinen Wassersäulen von verschiedener Höhe anzusehen, deren höchste der Wassersäule im Gefäße gleich ist, die letzten aber gleich o, so würde man die Summe aller dieser Kräfte berechnen können, wenn man die krumme Linie angeben könnte, welche die abnehmenden Elasticitäten von C nach A und B ausdrückte; eine Arbeit, welche die Theorie wahrscheinlich vergebens unternehmen würde, da der variabeln Data so viele sind. Allein es ist doch aus dieser Betrachtung des Stoßes des Wassers gegen eine Platte von unbestimmter Größe zu schließen, daß dieser Stoß immer größer ausfallen muß, als der Druck von der einfachen Geschwindigkeitshöhe, da die Platte, außer dem Drucke, auf einem Stücke derselben fg, der dem Durchschnitte ab des Strahls gleich ist, noch den Druck der ebenfalls noch Elasticität behaltenden Wassertheile auf ihre übrige Oberfläche aushält.

§. 575.

Es fragt sich aber, ob wir diesen eben erwähn-

ten Ueberschuß oder überhaupt diesen ganzen Stoß so, wie ihn die Bossütschen und Langsdorffschen Versuche liefern, als den wahren Stoß des Wasserstrahls, besonders in Hinsicht auf die Ausübung, ansehen können. Langsdorff selbst bemerkt, daß, um diesen ganzen Stoß der doppelten Wassersäule zu erhalten, die Platte einen viermal so großen Durchmesser haben müsse, als die Ausflußöffnung. Folglich ist der Druck von der doppelten Geschwindigkeitshöhe der Stoß auf einer Platte, die sechszehnmal so groß ist, als der Strahldurchschnitt, nicht aber der Stoß auf einer Platte von der einfachen Größe des Strahldurchschnitts. Dieser letzte Stoß muß vielmehr etwas kleiner ausfallen, als der Druck von der einfachen Geschwindigkeitshöhe, da der Versuch §. 573. beweiset, daß alle Wasserfäden, welche den ganzen Strahl bilden (den einzigen in der Axe liegenden ausgenommen) schief, mithin mit verminderter Kraft in der Richtung der Axe anstoßen, oder im Berührungspunkte mit der Ebene eine etwas kleinere Elasticität haben müssen. Bedenkt man ferner, daß der Zweck des Wasserstoßes in den Maschinen kein anderer seyn kann, als die Maschinen zu bewegen, daß man also immer mit fliehenden Flächen zu thun hat (welche man ohnehin nur in höchst seltenen Fällen ohne anderweitigen großen Verlust sechszehnmal so groß als der Durchschnitt des Strahls machen kann) und diese Flächen, indem sie weichen, den Eindruck der Wassertheile in fA und gB entweder gar nicht, oder nur sehr wenig erhalten können, so wie auch, daß diese Flächen in einer beständig abwechselnden

Entfernung von der Strahlmündung sich befinden, und mithin nur in einem Augenblicke den vollen Stoß von der doppelten Geschwindigkeitshöhe empfangen könnten, so ists wohl sicher, daß man nicht die Bossütschen, Langsdorfschen und ähnliche Resultate der Berechnung des Wasserstoßes zum Grunde legen darf, sondern die Dübuatschen Resultate, und diese noch mit einiger vermindernder Correction. *) Es würde ohnehin gegen alle Gesetze der Mechanic streiten, daß eine bewegende, Kraft hier eine beständige Würkung äußerte, welche doppelt so groß wäre als sie selbst. Solche Anomalien von den allgemeinen Gesetzen finden wir nirgends in der Natur. Wenn die größten Hydrauliker hierinn irrten oder miteinander im Widerspruch waren, so kam es daher, daß sie den sogenannten Wasserstoß als einen reinen Stoß betrachteten, und ihn nun unmittelbar mit dem Drucke vergleichen wollten, ohne die Elasticität als Mittler zwischen diesen zwei incommensurablen Größen anzunehmen, wie die Natur es selbst (Man sehe § 530 bis 535.) thut.

§. 576.

Die Lehre des schiefen Stoßes des Wassers reducirt sich auf die allgemeine Aufgabe: Es ist eine gegen einen Wasserstrahl unter den Winkel α schief gerichtete Ebene gegeben, den Stoß des

*) Ich begieng ehemals auch den Fehler, den Wasserstoß dem Drucke einer Wassersäule von $1\frac{1}{2}$ Geschwindigkeitshöhe gleich zu setzen — weil ich diesen Gegenstand nicht so wie jetzt geprüft hatte. Die Versuche über den Schwung des Wassers haben mir zuerst die Augen geöffnet.

Strahls auf diese schiefe Ebene nach den drei Hauptrichtungen, nemlich in der senkrechten auf die Ebene, in der Richtung des Strahls und in der senkrechten auf den Strahl zur finden.

Auflösung.

Es sey AB Fig. XCV, die schiefe Ebene, DC die Richtung des Wasserstrahls, P = EC = dem absoluten Stoße des Strahls auf einer senkrechten Fläche; p die Einwürkung dieses Stoßes auf der schiefen Ebene in einer auf derselben senkrechten Richtung FC. Um p zu finden construire man das Parallelogramm der Kräfte EFCA, so wird $p = CF = P . \sin \alpha$. Dieser Stoß p läßt sich in zwei zerlegen, deren einer π mit dem Strahl parallel ist und durch GF ausgedrückt wird, und der andere p auf den Strahl senkrecht ist und durch GC ausgedrückt wird. Es ist aber $\pi = CF . \sin \alpha$, also $\pi = P . \sin \alpha^2$; und es ist $p = CF . \cos \alpha$, folglich $p = P . \sin \alpha . \cos \alpha$. Ueber die erste dieser beiden Formeln, nemlich über den Stoß der schiefen Fläche in der Richtung des Strals sind Versuche angestellt worden. Die Bossütschen mit dem schiefgestellten Waagebalken stimmen nicht ganz mit dieser Formel überein. Langsdorf aber hat, mit einer Strahlöffnung von 2 Zoll, 66 directe Versuche angestellt für Neigungswinkel von 70° „ 16′ bis 26° „ 16′. Seine Resultate bestätigen die Formel $\pi = P . \sin \alpha^2$ so gut als man es von Versuchen dieser Art erwarten kann. Ob Versuche mit größern Strahlen diese Formel noch bestätigen werden, kann die Erfahrung allein entscheiden. Sollen sie aber die

wahre Größe des Stoßes angeben, so muß man den Werth von P nicht nach der doppelten, sondern nach der einfachen Geschwindigkeitshöhe bestimmen.

§. 577.

Bisher haben wir blos einen in der Luft isolirten Wasserstrahl betrachtet; wie er aus einem Gefäße durch ein Loch in der Platte oder durch eine Ansatzröhre fließt. In der Ausübung aber hat man selten einen solchen Fall, sondern man hat meistens mit Ströhmen zu thun, welche bald in einem engen, bald in einem weiten Bette fließen. Ist der Durchschnitt des Betts nur gerade so groß, als die gestoßene Fläche, so hat man den begränzten Strohm. Ist aber der Durchschnitt des Betts mehrere Male größer, als die gestoßene Fläche, so daß diese von demselben bis auf eine so beträchtliche Distanz umgeben ist, daß die äussersten Strahlen desselben ihre natürliche Richtung behalten, so hat man den so genannten unbegränzten Strohm. Zwischen diesen beiden Extremen giebt es viele mittlere Fälle.

§. 588.

Da es im Ganzen gleichgültig ist, die Friction abgerechnet, ob ein Wasserstrahl durch sich selbst isolirt oder durch feste Wände begränzt wird, wenn diese eine seiner natürlichen Richtung entsprechende Lage haben, so kann man ohne Gefahr des Irrthums annehmen, daß der Stoß im völlig begränzten Strohme, wie der Stoß des isolirten Strahls berechnet werden muß. Da aber selten eine vollkommene Begränzung statt findet, sondern etwas Zwischenraum für die freie Bewegung der Platte

gelassen werden muß, so muß der Durchschnitt des Wasserstrahls um so viel kleiner angenommen werden, als dieser Zwischenraum beträgt.

§. 589.

Ist der Strohm unbegränzt, so kann das Wasser nach dem Stoße nicht frei längs der gestoßenen Fläche, wie in Fig. XCIV., abströhmen, weil die andern Theile des Strohms sich durch ihre Trägheit widersetzen und es durch ihre eigene Bewegung ablenken. Es sey, Fig. XCVI, a c b eine Fläche, die dem in der Richtung k d fließenden Strohme senkrecht entgegensteht. Der Theil h p e i des Strohms, der die Fläche b c a treffen sollte, trift sie nicht ganz, weil seine äußern Strahlen i e, h p durch die abfließenden d p d e abgelenkt werden; zugleich aber treiben die ausserhalb e i und h p fließenden Wasserstrahlen die Ströhmungen d e, d p in der Richtung e f, p b. Der Widerstand, den die Ströhmungen d c, d p leiden, verursacht also ein Anschwellen des Wassers in p e. Ragt nun die Fläche a b über dem Strohme hervor, so wird sie noch durch diese Aufschwellung gedrückt; diesen Druck nennt man den hydrostatischen Druck. Hinter dem Brette hat das Wasser keine Geschwindigkeit, und es sollte demnach dort ruhig und in der natürlichen Strohmhöhe stehen. Allein dieses Wasser steht in Berührung mit dem nebenher fließenden Wasser, und wird von demselben fortgerissen; dadurch wird die Wassermenge hinter der Fläche vermindert und der Wasserspiegel sinkt, und würde, ganz verschwinden und einen leeren Raum b a m b zurücklassen, wenn das Wasser nicht durch sein

Gewicht wieder hinein fließen würde, welches um so schneller geschieht, da es in ef angeschwellt ist. Indeß bleibt doch das Niveau in ca, dieses Hereinfließens ungeachtet, immer merklich tiefer, desto mehr je größer die Geschwindigkeit des unbegränzten Strohms ist. Dieses gilt nicht nur von den verticalen Rändern der Fläche, sondern auch von den untern horizontalen und von den obern, wenn dieser unter der Wasseroberfläche sich befindet. Durch diese Vertiefung des Wasserspiegels in ab entsteht auf der entgegengesetzten Seite ep ein neuer hydrostatischer Druck, oder der vorige wird dadurch vergrößert. Endlich hängt die Größe des hydrostatischen Drucks nicht von der Geschwindigkeit allein des Strohms, sondern auch von der Größe der Fläche ab, weil die Vertiefung des Wassers in ac ursprünglich nur an dem Rande der Fläche bewürkt wird; bey einer breitern Fläche ist der hydrostatische Druck kleiner nach Verhältniß, oder ein kleinerer Theil des gesammten Drucks. Es läßt sich daher für die Größe des hydrostatischen Drucks, mithin auch für die resultirende Kraft des Stoßes kein Gesetz angeben. Indeß findet hier eine Compensation statt, welche erlaubt den Stoß beiläufig zu schätzen. Es ist nemlich der Stoß auf der Fläche, oder der Elasticitätsdruck wegen der von d nach p und e abnehmenden Elasticität, kleiner als der Druck einer Wassersäule von gleicher Grundfläche und zukommender Geschwindigkeitshöhe. Seine Würkung wird aber durch den hydrostatischen Druck vergrößert, so daß man, in Ermangelung einer genauern Bestimmung annehmen darf, der gesammte Ein-

druck des unbegränzten Strohms auf einer ruhenden Fläche sey dem Drucke einer Wassersäule von gleicher Grundfläche und der ganzen einfachen Geschwindigkeitshöhe gleich. Dieses Resultat fand auch Bossüt als er ein Parallelipipedon wie Fig. XCVII, dessen Oberfläche etwas über der Ebene des Wasserspiegels lag, im ruhenden Wasser in der Richtung AB zog. *)

§. 590.

Wenn eine Fläche, von einem Strohme (begränzt oder unbegränzt) gestoßen, nicht einen absoluten Widerstand leistet, so wird sie vom Strohme bewegt; sie flieht vor dem Stoße. Um die Größe dieses Stoßes zu bestimmen, sieht man die Fläche als ruhend an, und die (relative) Geschwindigkeit des Strohms wird dem Ueberschusse seiner würklichen Geschwindigkeit über die der in seiner Richtung bewegten Fläche gleich gesetzt. Mithin ist ein solcher Stoß dem Drucke einer Wassersäule gleich, deren Grundfläche der gestoßenen Fläche, die Höhe aber die dem Unterschiede beider Geschwindigkeiten zukommenden gleich ist. Ist der Stoß schief, so muß für die Geschwindigkeit der Fläche nicht ihre

*) Freilich paßt dieser Versuch eigentlich nicht hieher, und Langsdorf bemerkt, daß der Stoß gröster seyn muß, als der Widerstand, besonders eines hinten zugespitzten Parallelipipedon. Allein dieser Bossütsche Körper hatte doch hinten eine reine Fläche von 1 □Fuß, und die Friction des Wassers auf den Seitenflächen eines solchen Parallelipipedon von 6 Fuß Länge, 2 Fuß Breite und 1 Fuß Höhe bewürkt wieder eine nicht zu vernachläßigende Compensation. Ein bloßes Brett erfährt eine nur unbedeutende Reibung.

absolute Geschwindigkeit, sondern die relative in der Richtung des Strohms, genommen werden.

§. 591.

Es folgt daraus, daß die Würkungen des Strohms auf einer fliehenden Fläche dem Quadrate des Unterschieds der Geschwindigkeiten des Strohms und der Fläche proportionnal ist. Für den Fall, da beide Richtungen einerlei sind, ist die Würkung = 0; so wohl, wenn die Geschwindigkeit der Fläche der des Strohms gleich ist, als wenn sie unendlich klein ist (welches letztere der Fall ist, wenn der Widerstand größer oder nur so groß als der absolute Stoß ist). Von diesen beiden Extremen ab, nimmt die Würkung zu, und die höhere Analysis bestimmt das Maximum derselben, wenn die Geschwindigkeit der Fläche $\frac{1}{3}$ der Geschwindigkeit des Strohms ist, der Strohm also mit $\frac{2}{3}$ seiner Geschwindigkeit stoßt, folglich der Widerstand $\frac{4}{9}$ des Drucks einer Wassersäule von der Geschwindigkeitshöhe ausmacht.

§. 592.

Der Widerstand der tropfbaren Flüssigkeiten gegen in ihnen bewegte Körper ist ein umgekehrter Stoß, und so hat es den Anschein, als könne die Lehre des Widerstandes auf die des Stoßes ohne Weiters zurückgeführt werden. Allein, obgleich hier in der That ein Stoß im Sinne von §. 571 statt findet, so sind die Umstände doch so verschieden, daß man es nicht wohl wagen darf, die Effecte für ganz gleich anzunehmen.

§. 593.

Es sey acb, Fig. XCVI, der Durchschnitt einer rechtwinklichten Fläche, welche nach der auf ihr

senkrechten Richtung dk in einem unbegränzten ruhigen Wasser bewegt wird. In jedem Augenblicke dieser Bewegung muß das Wasser in ep seitwärts in den Richtungen de, dp ausweichen, widersteht durch seine Trägheit dieser Bewegung, und erhält also unmittelbar auf der Fläche die Elasticitätsgrade, wie in §. 573. Ausserdem aber entsteht in jedem Augenblicke der Bewegung ein leerer Raum hinter der Fläche, welcher einen hydrostatischen Druck von vorne bewürkt. Der gesammte Widerstand besteht also aus zwei Widerständen, welche genauer betrachtet werden müssen.

§. 594.

Der Erste, der von der Trägheit der vordern Wassertheile herrührt, ist dem Eindrucke, welcher die in §. 573 durch den isolirten Strahl gestoßene Fläche erhält, ganz ähnlich, mit dem Unterschiede, daß dort die Fläche als unbegränzt angenommen worden ist, hier aber nur als so groß als der Strahl angesehen werden muß. Um die Größe dieses Widerstandes also zu messen, müßten Versuche bestimmen, wie groß der Stoß in §. 572 (3 und 4) seyn würde, wenn die gestoßene Fläche gerade so groß ist, als der Durchschnitt des Strahls.

§. 595.

Was den zweiten Widerstand betrifft, so ists offenbar, daß im ersten Augenblicke die Fläche den ganzen Druck einer Wassersäule zu überwinden hat, deren Basis der Fläche, die Höhe aber der Tiefe des Schwerpunkts der Fläche unter dem Wasserspiegel gleich ist. So bald aber die Fläche sich

während einer gegebenen, auch noch so kleinen, Zeit bewegt hat, ſtrömt das hintere Waſſer ihr nach, und muß in ſeiner Acceleration ſie, wenigſtens in einigen Punkten, erreichen. Es ſey AB (Fig. XCVII. a) der verticale Durchſchnitt einer ſolchen Fläche, die in der Richtung CE bewegt wird. So bald ſie ſich um das Geringſte bewegt hat, iſt das Waſſer hinter derſelben frei nach zu fließen. Vorher hatte jede horizontale Schichte deſſelben eine Elaſticität, die durch ihre Höhe unter dem Niveau ausgerückt wird; folglich wird ſich jede derſelben mit der dieſer Höhe zukommenden Geſchwindigkeit bewegen. Es kann alſo angenommen werden, daß eine dieſer Schichten DC die Geſchwindigkeit habe, welche die Fläche ſelbſt hat. In dieſer Höhe wird alſo die Fläche eben erreicht, ohne vom nachfließenden Waſſer irgend einen Eindruck zu erhalten. Alle übrigen unterhalb befindlichen Schichten befinden ſich alſo in ſteter Berührung mit der Fläche, und äuſſern alſo nur den ihrer Höhe zukommenden Druck, der durch den gleichen Gegendruck des vordern Waſſers im Gleichgewicht erhalten wird. Mithin würkt von DCE an der hydroſtatiſche Druck gar nicht auf die Fläche. Aber über DCE erreicht das hintere Waſſer die Fläche nicht mehr, und läßt alſo eine leeren Raum zurück, welcher von dem ſeitwärts ausweichenden Waſſer eingenommen wird, wodurch der Strich (Sillage) im hintern Waſſer bei jedem Schiffe entſteht. Da nun kein Druck von hinten auf dem Theile AC der Fläche ſtatt findet, ſo leidet dieſer Theil einen Widerſtand, der von dem hydroſtatiſchen

Drucke des vordern Wassers A C herrührt. Dieser Widerstand ist im absoluten Sinne veränderlich, indem er von der Geschwindigkeit der Fläche abhängt. er ist es auch im relativen Sinne, nemlich in Rücksich auf den totalen Widerstand, in dem er nach Verhältniß kleiner ausfallen muß, je größer die Tiefe des Eintauchens der Fläche ist: welches mit den Versuchen Alemberts, Condorcets und Bossüts übereinstimmt. Allein er läßt sich rein theoretisch berechnen.

§. 596.

Ragt die Fläche über dem Wasserspiegel hervor, so erhebt sich das Wasser über dem Wasserspiegel, wie in C (Fig. XCVIII, b) zu sehen. Da nun über der Linie G F kein Wasser, also auch kein Druck hinter der Fläche statt findet, so wird die Würkung dieser Stauung durch nichts aufgehoben, und der Widerstand vermehrt. Diese Vermehrung des Widerstandes, darf aber nicht einer Wassersäule von der Höhe der Stauung gleich gesetzt werden, weil man nicht annehmen darf, daß das Wasser hier als eine eingeschränkte Wassersäule würkt, indem es sich in einer Bewegung befindet, deren Richtung ganz verschieden von der Richtung des Drucks auf der Fläche ist. Eine genaue Berechnung dieses neuen Widerstandes ist wohl unmöglich; aber folgende Betrachtung wird eine passende Schätzung desselben liefern. Diese Stauung entsteht dadurch, daß die vor der Fläche liegenden Wasserschichten ausweichen. Dieses Ausweichen würkt einen kleinern Stoß des Wassers auf dem ganzen Theil der Fläche der eingetaucht ist als der

reine Druck einer Wassersäule von gleicher Basis und der Geschwindigkeitshöhe der Fläche. Diese Stauung kann also als ein Ersatz für diesen fehlenden Theil des Stoßes nach der obern Seite seyn. Es sey demnach P der volle Druck der zugehörigen Wassersäule, p der wirkliche Stoß, wie er §. 594. bestimmt worden ist, so würde P — p der ganze Unterschied für alle vier Seiten seyn. Es sey aber a der Umfang des ganzen untertauchten Theils der Fläche, b die horizontale Breite derselben, so wäre dann der Widerstand durch die Stauung $= (P - p)\frac{b}{a}$.

§. 597.

Bewegt man anstatt einer bloßen Fläche, deren Dicke wir bis jetzt ganz bei Seite gesetzt haben, ein reines Parallelipipedon, so werden die obigen Widerstände noch durch die Friction an den Seitenflächen desselben etwas vermehrt, so daß man bei dieser Bewegung also viererlei Widerstände zu betrachten hat, nemlich den eigentlichen Stoß der Vorderfläche gegen das Wasser, den hydrostatischen Druck, die Stauung und die Friction von den Seitenflächen. Alembert, Cordorcet und Clairaut schließen aus ihren sehr zahlreichen und sehr genau angestellten Versuchen, daß man in der Ausübung annehmen könne, daß der Widerstand eines solchen Parallelipipedon dem Drucke einer Wassersäule von der Geschwindigkeitshöhe des Körpers und von dessen Grundfläche gleich sey, bemerken aber hiebei sorgfältig, daß weder der eine noch der andere Theil dieses Satzes durch die Erfahrung streng gerechtfertigt werde, indem ihre Versuche beweisen, daß der Widerstand nach Ver-

hältniß etwas mehr zunehme, als die Breite des Parallelipipedon, und auch etwas mehr, als das Quadrat der Geschwindigkeit, so auch, daß Körper, die sich tiefer senken, nach Verhältniß des versenkten Theils der Vorderfläche, weniger Widerstand leiden, als sie nach der Regel leiden sollten, welches alles mit der in den §. 593 bis 596 betrachteten Würkungsart des Wassers und des Körpers ganz gut übereinstimmt.

§. 598.

Hat man anstatt eines reinen Parallelipipedon, ein solches mit einer keilförmigen Vorderfläche, wie DACBE, Fig. XCIX, so zeigen die gemeinsten Erfahrungen, daß der Widerstand beträchtlich kleiner ist. Es sey der Anstoßwinkel $ACF = m$, und F der Widerstand ohne den keilförmigen Vordertheil, so scheint es nach der Theorie des Stoßes, daß der Widerstand φ hier durch $F \cdot \sin m^2$ ausgedrückt werden müßte. Allein die zahlreichen Versuche der drei franz. Hydrauliker zeigen, daß diese Formel den Widerstand zu klein giebt, besonders für kleine Anstoßwinkel. Denn, setzt man $F = 1$, so hat man

m	φ nach der Formel	φ nach der Erfahrung
60°	0,7500	0,7710
30°	0,2500	0,4404
6°	0,0109	0,3999

Durch eine sorgfältige Vergleichung der Versuche mit einander, hat Langsdorf folgende bequeme Formel für den Werth φ gefunden

$$\varphi = \frac{F}{2}\left(1 - \sin m + (1 + \sin m) \cdot \sin m^2\right)$$

welche für die Fälle von $m = 90°$ bis $24°$ gut paßt, indem der größte Fehler, der bei $24°$, nicht mehr als 0,01 beträgt. Weiter hinaus ist die Abweichung der Erfahrung von der Theorie größer, daher Langsdorf noch ein Glied zu der obigen Formel hinzugefügt hat, wodurch der Fehler für den Fall von $m = 6°$ nur noch 0,0016 beträgt.

§. 599.

Die Ursachen dieses Unterschieds zwischen den Berechnungen der Formel $F . \sin m^2$ und den Resultaten der Versuche liegt in der Adhäsion des Wassers an den Seitenflächen AC und BC. Zwar bemerkt Bossüt, daß diese Adhäsion an den Seitenflächen eines reinen Parallelipipedon einen so geringen Theil des Totalwiderstands ausmacht, daß man ihn wohl vernachlässigen könne. Allein, vorausgesetzt, daß dieses für die Seitenflächen AD, BE richtig wäre, so verhält sich beim Keile ACB die Sache ganz anders. Die Adhäsion macht, daß die den Flächen BE und AD berührende Wasserschichten, in dem sie mit diesen Flächen bewegt werden, die weiter hin abstehenden Wasserschichten in eine neue Bewegung setzen, welche immer kleiner wird, je größer ihre Entfernungen von den Flächen sind. Durch diese Vertheilung wird der Effect, des daraus entstehenden Widerstands sehr klein, weil hier kein anderer Umstand obwaltet. Aber die Adhäsion oder Friction längs CA und CB führt eine beträchtliche Wassermenge vorwärts längs AC und BC, die Menge abgerechnet, welche von dem eigentlichen Widerstande herrührt. Durch jene Würkung

der Friction steigt also das Wasser längs AC und BC über sein Niveau und drückt nun senkrecht auf diesen beiden Seiten. Es sey q der senkrechte hydrostatische Druck, der daraus entsteht für einen einzelnen Punkt dieser Flächen, so ist der daraus erwachsende Widerstand gegen die Bewegung des Körpers $= q . \sin m$. Aber die Anzahl der Punkte, die diesem Widerstande ausgesetzt sind, ist im Verhältniß der Längen AC und BC oder $= \frac{1}{\sin m}$. Folglich werden diese gesammten Widerstände $= \frac{q . \sin m}{\sin m} = q$, (wobei die Fläche AB die Flächen-Einheit vorstellt) also $= q . AB$, mithin eine bei einer gegebenen Geschwindigkeit constante Größe, welche zu dem Widerstande $F . \overline{\sin m}^2$ addirt werden muß.

§. 600.

Wird der Hintertheil des Körpers keilförmig gemacht, so zeigt die Erfahrung, daß der totale Widerstand um Etwas vermindert wird. Eigentlich wird nur der hydrostatische vermindert. Es sey (Fig. XCIX.) DACBE ein solcher Körper, deren Vordertheil DE, Hintertheil ACB. Es sey der Körper z. B. vor einer Secunde um Cc urückgewesen, so daß Cc seine Geschwindigkeit bedeute. Das in cab zurückgelassene Wasser fließt gegen AC mit der jedem Punkte der getauchten Fläche zukommenden Geschwindigkeit. Aus der Vergleichung dieser Geschwindigkeit und der des Körpers ergab sich die Höh· AC, (Fig. XCVIII) welche den hydrostatischen Druck bestimmt, den der Körper von vorne leidet. Hier dürfen wir aber nicht die Geschwindigkeit Cc des Körpers, sondern

die relative Geschwindigkeit Ca der Fläche Ac gegen die des in der senkrechten Richtung aC anrükkenden Wassers nehmen. Es ist aber aC = Cc. sin m, folglich immer kleiner als Cc. Es rückt also die Linie DC, (Fig. XCVIII.) in welcher diese Geschwindigkeit und die Geschwindigkeit des nachrückenden Wassers gleich sind, hier höher hinauf, als wenn man eine bloße Fläche, ein reines Parallelipipedon, hätte. Folglich wird dadurch der Widerstand des hydrostatischen Drucks vermindert.

§. 601.

Der Widerstand in einer begränzten Flüssigkeit, das heißt in einer solchen, wo der Wände und des Bodens wegen, das fortgestoßene Wasser nicht ganz frei abfließen kann, läßt sich nicht auf allgemeine Sätze bringen, weil jedes Verhältniß der Durchschnitte des Körpers und des Kanals ein anders Resultat geben muß, der noch durch alle bisher angeführten Fälle besonders modificirt wird. Das Beste ist sich bloß an die Versuche zu halten, welche zeigen, daß dieser Widerstand sehr beträchtlich größer werden kann, als im freien unbegränzten Wasser.

§. 602.

Es wäre sehr zu wünschen, daß die für den Schiffsbau so wichtige Lehre des Widerstandes des Wassers vollkommener ausgearbeitet würde. Dazu giebt es zwei Wege. Der erste und wahrhaft wissenschaftliche besteht darinn, daß man aus den erwiesenen Sätzen, besonders mit Hinzuziehung der Elasticität, theoretische Formeln deducire, eine Aufgabe, welche die Kräfte der Analysis zu über-

steigen scheint. Der zweite sucht aus Reihen von zahlreichen Versuchen practische Formeln zu ziehen. Dieser letzte Weg, den man in der Hydraulic endlich einschlagen mußte, setzt aber Versuche mit grössern Körpern voraus, als die, mit welchen man die Versuche bis jetzt anstellte, wenn die Formeln für den Schiffsbau anwendbar seyn sollen. Auch fehlt es durchaus noch an solchen Reihen von Versuchen, welche die Modificationen zeigen, welche verschiedene Krümmungen im totalen Widerstand in Verhältniß gegen ebene Flächen anzeigen. Die wenigen Versuche mit krummen Oberflächen können bis jetzt nur noch zeigen, daß die bisherigen Formeln für ebene Flächen auf krumme Flächen nicht anwendbar sind.

§. 603.

Die Flüssigkeiten, so wie alle übrigen Massen, müssen den Würkungen der Schwungbewegung unterworfen seyn. Denkt man sich also eine Röhre ab, Fig. C., mit einem Gefäße A in Verbindung und in b verschlossen, so wird, so bald man diese Vorrichtung um die verticale Axe AB dreht, das Wasser in der Röhre ab eine Centrifugalkraft erhalten, und gegen die verschlossene Mündung so wie auch gegen die Wände der Röhre einen Druck äussern. Setzt man am Ende der Röhre ab eine verticale Röhre bd, welche sich mit der Röhre ab um die Axe AB drehen kann, so wird das Wasser in die verticale Röhre bd steigen, bis der Druck der gehobenen Wassersäule be der Schwungkraft des Wassers in b das Gleichgewicht hält und dann sich in dieser Höhe be erhalten, so

lange die Geschwindigkeit der Umdrehung dieselbe bleibt.

§. 604.

Diese Wassersäule be muß also als das Maaß für die Centrifugalkraft des Wassers in b angesehen werden, vorausgesetzt, daß man ihre Höhe von dem niedrigsten Punkte des Wasserspiegels cc an, gemessen habe.

§. 605.

Denkt man sich die Röhre bd weg, die Röhre ba bei b verschlossen und setzt man die Vorrichtung in Bewegung, so wird die Trägheit des Wassers (wir übersehen hier die der Maschine) der bewegenden Kraft widerstehen, bis der Beharrungszustand entstanden ist, da denn der Widerstand ganz aufhört. Wird nun während der Bewegung die Röhre in b plötzlich geöffnet, so ströhmt das Wasser aus b, und neue Theile Wasser treten an die Stelle des ausgeströhmten; indem nun das Wasser von der Axe AB nach b schreitet, erhält es immer eine größere Geschwindigkeit und leistet durch seine Trägheit gegen diese Erhöhung seiner Geschwindigkeit einen Widerstand. Dieser Widerstand (oder die Kraft zu dessen Ueberwindung) ist also der des aus der Röhre mit der Geschwindigkeit des Punkts b ausfließenden Wassers. Er kann also ausgedrückt werden durch eine Wassersäule von der der Geschwindigkeit in b zukommenden Höhe. Folglich muß die Höhe der Wassersäule in bd, welche dem Ausflusse widersteht, dieselbe seyn.

§. 606.

Denkt man sich nun von der Axe an unendlich

viele verticale Röhren auf der horizontalen Röhre ab, oder ein Paar Ebenen, welche auf dieser Röhre senkrecht und unter sich parallel stehen, aber in eb verschlossen, so wird das Wasser zwischen diesen Wänden so steigen, daß dessen Oberfläche eine krumme Linie icge bilden wird, deren Ordinaten sich wie die Quadrate der Abscissen verhalten, folglich eine Parabel.

† Versuch auf der Centrifugalmaschine mit zwei entgegengesetzten Röhren ab, auf welchen verticale Röhren in verschiedenen Entfernungen aufgeschraubt werden können. Das Wasser wird in zwei solchen vertikalen Röhren nach dem obigen Gesetze steigen. *)

§. 607.

Hier ist ohne Zweifel der reinste sogenannte Wasserstoß, und vergleicht man die absoluten Geschwindigkeiten mit den Höhen, so ist das Resultat in Uebereinstimmung mit den Dübuatschen Versuchen und bestätigt die Behauptung von §. 575, daß der Stoß nach der einfachen Geschwindigkeitshöhe gemessen werden soll.

§ 608.

Wenn man die Umlaufs-Geschwindigkeit vermehrt, so wird am Ende das Wasser bei d aus-

*) Das hiesige physicalische Cabinet besitzt einen solchen Apparat, wobei jede der horizontalen Röhren ihre eigene Mündung im Gefäße M hat, welche, während der Umdrehung durch Federklappen plötzlich geschlossen werden, so daß das Wasser in jeder Röhre diesseits und jenseits von A seine Höhe behält und an den Scalen gemessen werden kann.

fließen, desto geschwinder, je größer die Geschwindigkeit seyn wird, und so kann aus diesem Mechanismus eine Schwungpumpe entstehen, welche in den Effekten alle übrigen übersteigen würde. Nennt man h die Höhe der Ausflußmündung über das Niveau des Wassers im Behältnisse, H die der Geschwindigkeit des Mittelpunkts der Ausflußmündung zugehörige, so ist die Ausflußmenge der der Höhe H — h zukommenden Geschwindigkeit proportional, und der Widerstand einer Wassersäule von der Höhe H gleich. *) Folgender Versuch mit einer solchen Schwungpumpe, wobei die Höhe h = 15″ 2‴, der Durchmesser des Schwungkreises 10″. 9‴ betrugen, bestätigt den ersten Theil dieses Satzes so gut als man es von einem Versuche erwarten kann, wobei die Gleichförmigkeit der Bewegung der Stetigkeit der Hand überlassen ist.

*) Langsdorf hat in seiner Hydraulic eine Saug-Schwungpumpe angegeben, in welcher die zwei entgegengesetzten horizontalen Röhren oben sind. Zugleich hat er die Ausgußöffnungen seitwärts der Röhren angebracht, und aus diesem Grunde die Theorie dieser Maschine auf die der Rückwürkung zurückgeführt, und dadurch, wie ich glaube, die Berechnung verwickelter gemacht. Durch eine Krümmung der horizontalen Röhren abwärts in der Ebene dieser Röhren fließt das Wasser ohne Rückwürkung aus, wie in dem Modell, das ich ausgeführt habe, welches eine Druck-Schwungpumpe ist, wobei der Druck der Luft gleichgültig ist und das Wasser, unmittelbar durch den Schwung hinauf gedrückt, steigen muß. Welche von beiden Arten praktisch vortheilhafter wäre, müßten ausführlichere Untersuchungen zeigen. Ihr theoretischer Effekt ist ziemlich gleich.

	I	II	III	IV	V	VI
1.	74	15″„2‴	″—‴	—″	—	—
2.	76	16„2	1„—	27	49,9	48$\frac{3}{8}$
3.	80	17„11	2„9	44	81,4	79
4.	88	21„8	6„6	68	125,0	128$\frac{3}{4}$
5.	89	22„2	7„—	71	131,42	131$\frac{3}{8}$
6.	93	24„2$\frac{1}{2}$	9„$\frac{1}{2}$	81	149,0	152$\frac{1}{4}$
7.	99	27„5$\frac{1}{4}$	12„3$\frac{1}{4}$	104	192,0	189$\frac{3}{4}$

Die I. Columme ist die Zahl der Revolutionen des großen Rades in 1 Minute, mithin das Verhältniß der Geschwindigkeiten. Die II. ist die berechnete Höhe, zu welcher die Geschwindigkeit der Mündung das Wasser treiben würde, oder H. Die III. der Ueberschuß dieser Höhe über die der Ausflußmündung, oder H — h. Die IV. die dem H — h zukommende Geschwindigkeit. Die V. das berechnete Wasserproduct in Unzen. Die VI. das würkliche Wasserproduct gleichfalls in Unzen. Da bei einem so kleinen Modell kleine Fehler in der Abmessung der verschiedenen Maaße beträchtliche Fehler in den Resultaten geben, so wurde die IV. Columme so berechnet, daß der fünfte Versuch zur Basis diente.

§. 609.

Die Rückwürkung des Wassers ist gleichfalls eine Art von Wasserstoß. Der Begriff derselben ist folgender: Es sey AB, Fig. CI., eine unten verschlossene Röhre, welche an einer horizontalen Axe C vertical hängt; nahe am Boden sey eine Seitenöffnung D, die man verschließen kann. Ist die Röhre, unter verschlossener Oeffnung D, mit

Wasser gefüllt, so ist in derselben alles im Gleichgewichte, jeder Punkt der Röhre in gleicher Tiefe unter der Oberfläche des Wassers wird vom Wasser gleich stark gedrückt. Wird aber D geöffnet, so ströhmt das Wasser aus, und an dieser Stelle hört der Druck auf, aber an der gegenüberstehenden und gleich großen Stelle der hintern Wand des Rohrs nicht. Folglich wird dadurch das Gleichgewicht gehoben, und die volle Röhre muß zurückweichen, und, wenn sie beständig voll erhalten wird, unter einem gewissen Neigungswinkel stehen bleiben.

Versuch mit einer solchen Röhre.

§. 610.

Diese Art der Würkung des ausfließenden Wassers hat die Erfindung des segnerschen Wasserrades veranlaßt. Es wird nemlich an einer solchen verticalen Röhre AB Fig. CII.) nahe am Boden, rechts und links, eine communicirende horizontale Röhre BE angebracht, an deren Ende, seitwärts eine Oeffnung a e ngebohrt ist. Die verticale Röhre kann sich um eine verticale Axe CD, die durch ihre eigene Axe geht, drehen. Fließt nun oberhalb bei A beständig Wasser in die verticale Röhre ein, so fließt es bei a aus und treibt den Punkt hinter a, mithin die Röhre BE, rückwärts, und zwingt die ganze Maschine sich um CD zu drehen. Das Wasser würkt also durch die Rückwürkung auf jedem Hebelsarm Da mit einer Kraft, welche dem Drucke einer Wassersäule von der Höhe des Niveau des Wassers in der Röhre über dem Mittelpunkte der Ausflußöffnung und von der

Grundfläche a, oder vielmehr 0,62 a für Oeffnungen in Platten, oder 0,80 für kurze Ansatzröhren. Bei dieser kreisförmigen Bewegung erhält das Wasser im Rohre BE eine Schwungbewegung, die auf Kosten der durch die Rückwürkung erzeugten Kraft entstehen muß; allein diese Schwungbewegung giebt wieder zur Betreibung der Maschine eine eben so große Kraft her, und so ist sie im Allgemeinen für den Effect gleichgültig. Auch auf die Ausflußmenge kann sie keinen Einfluß haben, denn obgleich diese Schwungbewegung die Elasticität des Wassers bei a vermehrt, und also auch die Geschwindigkeit des Ausflusses vergrößern sollte, so geschieht doch letzteres nicht, weil die Oeffnung a dieser vergrößerten Geschwindigkeit mit gleicher Geschwindigkeit ausweicht. Euler hat jedoch diese Combination der Schwungkraft mit der Rückwürkung in dieser Maschine einer genauern Untersuchung gewürdigt und einen neuen Mechanismus für diese Art von Anwendung des Wasserdrucks vorgeschlagen. *)

Versuch mit einem segnerschen Wasserrade.

II. Von den elastischen Flüssigkeiten.

§. 611.

Die Lehre der Bewegung der elastischen Flüssigkeiten ist im Ganzen noch wenig bearbeitet. Bis jetzt mußte man in Ermangelung hinlänglicher

*) Indeß zweifle ich, daß der zusammengesetztere Mechanismus, den dieser große Analytiker vorgeschlagen hat, einen größern Effect leisten könne als der einfache des Segners.

Data annehmen, daß die Luft sich in ihrer Bewegung verhalte wie das Wasser, und daß die Würkungen beider nur im Verhältniß ihres spezifischen Gewichts von einander verschieden sind. Diese Hypothese scheint durch den Satz, daß das Wasser sich in allen seinen mechanischen Würkungen als eine elastische Flüssigkeit verhalte eine wichtige Bestätigung zu finden. Da indeß Wasser und Luft durch den Grad der Compressibilität sehr von einander abweichen, so ists wohl unzweifelhaft, daß dieser Unterschied einige Abweichungen in den Würkungen erzeugen müsse.

§. 612.

Von allen Aufgaben über die Bewegung der elastischen Flüssigkeiten läßt sich nur die des Stoßes des unbegränzten Fluidum und des Widerstandes im unbegränzten Fluidum durch Versuche auflösen; sie sind auch im Grunde die einzigen, welche für den Physiker und Hydrauliker ein näheres Interesse haben. Die erstere dieser beiden Aufgaben läßt sich ausserdem nicht mit gehöriger Genauigkeit erörtern, so zahlreich auch die Vorrichtungen sind (Anemometer) welche man zur unmittelbaren Beobachtung des Luftstoßes erfunden hat, weil die Richtung des Windes, wie weiter unten gezeigt werden wird, viel zu variabel ist, als daß man nur einige Stunden lang darauf rechnen dürfe einen Luftstrohm von gleicher Richtung zu haben.

§. 613.

Wenn feste Körper in der Luft fallen, wird ihr Fall durch den Widerstand der Luft merklich retardirt. Desaguillers fand nach seinen Versuchen in

der Paulskirche, daß eine Bleikugel von 2 Zoll Durchmesser in $4\frac{1}{2}$ Secunden um 50 Fuß zu wenig fiel, als sie nach dem Gesetze des Falls hätte fallen sollen; specifisch leichtere Körper werden noch mehr retardirt, als z. B. hohle gläserne Kugeln von $5\frac{1}{2}$ Zoll Durchmesser blieben in 6 Secunden um 288 Fuß zurück; hohle Schweinsblasen von etwa derselben Größe brauchten 17 bis 21 Secunden, um durch einen Raum von 275 Fuß zu fallen, da sie, ohne Widerstand der Luft, wenigstens 4000 Fuß hätten fallen sollen. Auf diese Retardation des Falls beruhet der Fallschirm.

§. 614.

Tropfbare Flüssigkeiten werden in ihrem Falle durch die Luft nicht bloß retardirt, sondern in Tropfen zertheilt, da dies hingegen im luftleeren Raume nicht der Fall ist.

Versuch mit dem Wasserhammer.

§. 615.

Die wichtigsten Versuche zur Messung des Widerstandes der Luft gegen bewegte Körper sind von Borda, Schober, Woltmann. Es ergiebt sich aus denselben einstimmig, daß die Luft im senkrechten Widerstande wenigstens eben so genau als das Wasser das Gesetz des Quadrats der Geschwindigkeit befolgt. Aus den Bordaschen Versuchen folgt noch besonders, daß unter gleicher Geschwindigkeit größere Flächen nach Verhältniß einen größern Widerstand leiden, als kleinere, welches beweiset, daß sich hier eben so wenig als bei dem Wasser eine ganz allgemeine Formel liefern läßt.

§. 616.

Ueber den schiefen Widerstand hat Langsdorf die Versuche Schobers und Woltmanns verglichen und gezeigt, wie auch schon Borda, daß sie zu der gewöhnlichen Theorie nicht passen, stimmt aber für die Resultate der Schoberschen Versuche, nach welchen der Widerstand sich verhält wie $\sqrt{\sin \alpha^3}$. Vergleicht man diese Versuche mit den Bossütschen über den schiefen Stoß des Wassers, so findet man sie übereinstimmender als die Woltmannschen Versuche, und so kann, in Ermangelung besserer Theorien, die Formel $\sqrt{\sin \alpha^3}$ auch für den schiefen Stoß des Windes gebraucht werden.

§. 617.

Ueber den unvollkommenen Zustand dieses Theils der Bewegung der Flüssigkeiten kann der Gedanke, daß eine vollkommnere Theorie in der Ausübung selten anwendbar wäre, besonders bei Betreibung von Maschinen durch den Wind, einigermaßen trösten. Denn die erste Bedingung zur Anwendung einer genauen Theorie ist wohl die, daß der Wind auf einer ihm entgegengesetzten Fläche unter einem gegebenen Winkel stoße, welches Regelmäßigkeit in dessen Richtung, wenigstens während einer gewissen nicht unbeträchtlichen Zeit, voraussetzt. Die Erfahrung aber zeigt, daß eine solche Regelmäßigkeit nicht statt findet. Wenn man in der Distanz von etwa 100 Fuß unterhalb des Windes einige Pfähle in gerader Richtung in die Erde steckt, so daß sie um einige Fuß von einander abstehen, und leichte Körper, als Pflaumfe-

dern oder Seifenblasen dem Winde überläßt, welche sie nach der Gegend der Pfähle führt, so kommt keiner dieser Körper an denselben Pfahl an, und man bemerkt ansehnliche Variationen in ihrer Richtung während ihres Laufes selbst. Noch bestimmter als hierdurch erkennt man die Variationen des Windes in Absicht auf die Richtung, wenn man einen Windzeiger braucht, der, sehr leicht gebaut, sich mit sehr weniger Friction um eine verticale Axe dreht, und die Grade eines horizontalen Quadraten durchläuft. Dieser Windzeiger ist in einer beständigen Unruhe; zwei Beobachter sind kaum hinreichend, um alle Declinationen über 5° anzumerken, deren es bei jedem Winde, er mag schwach oder stark seyn, über große Flächen, auf Bergen oder Thälern, oder in Straßen wehen, jede Minute 40 bis 55 giebt; unter diesen Variationen in jeder Minute giebt es immer welche von 40° bis 50°, zuweilen von 70°. *)

§. 618.

Auf der Bewegung der Flüssigkeiten gründen sich unzählige Maschinen, deren Berechnung oder

*) Ich habe diese überraschenden Resultate in Frankreich, in Deutschland und in Livland gefunden, so daß nicht wohl daran zu zweifeln ist, daß diese häufigen Declinationen jedem Winde eigenthümlich sind. Um die kleinsten Variationen beobachten zu können (denn ich erwartete sie bei weitem nicht so häufig) baute ich einen Windzeiger mit einem doppelten Flügel, deren Theile auswärts gebogen waren. Allein die Variationen unter 5° waren so zahlreich, daß ich ihre Aufzeichnung schlechterdings aufgeben mußte.

Schätzung von der Theorie dieser Bewegung abhängt. Dahin gehören vorzüglich die pitotsche Röhre; Woltmanns hydrometischer Flügel, als Strohmmesser und als Windmesser; das Wasserrad mit seinen zahlreichen Modificationen, die Windmühlen; die Pumpen, als Saugwerke und Druckwerke; die archimedische Schraube; Montgolfiers Stoßheber ꝛc. Von diesen Maschinen wird in den Vorlesungen ein Hauptbegriff gegeben, so wie von dem, worauf es bei der Bewegung derselben vorzüglich ankommt.

Dritter Theil.

Lehre des Schalls.

§. 619.

Die Lehre des Schalls ist ein Dritter Haupttheil der allgemeinen Bewegungslehre, und greift in die Lehre der festen Körper und der Flüssigkeiten ein. Sie bietet so viele noch unaufgelöste Aufgaben dar, daß es nicht zu läugnen ist, daß sie bis jetzt als ein vernachläßigter Theil der Naturlehre noch auftritt, obgleich diese Lehre so wohl durch ihre unmittelbare Anwendbarkeit als durch das Frappante vieler Phänomene die größte Aufmerksamkeit um so mehr verdient, da die Auflösung einiger Aufgaben aus dieser Lehre ein großes Licht über die allgemeine Bewegungslehre und viele noch nicht gewagte, aber mögliche, Anwendungen derselben verbreiten würde.

§. 620.

Schall ist eine Empfindung, welche wir mittelst der Gehörorgane erhalten. In dieser Hinsicht ist der Schall kein Gegenstand physicalischer Untersuchungen, weil die Physic sich mit der Empfindung überhaupt nicht beschäftigen kann. Aber die Ursache, welche diese Empfindung erregt und die, welche die Würkungen dieser Ursache bis zu unseren innersten Gehörswerkzeugen fortpflanzt, sind Gegenstände der Naturlehre. So weit die Beob-

achtungen reichen, kann man annehmen, daß alle Körper den Schall erregen und fortpflanzen können. Mithin müssen wir die Phänomene des Schalls nicht in einzelnen Körpern, sondern in einem gewissen Zustande der Körper suchen; und da die Körper durch Erregung und Fortpflanzung des Schalls in ihren innern Eigenschaften und in ihren Aggregatzustande nicht verändert werden, so kann der Schall nur Folge einer Bewegung seyn. Die Gattung von Bewegung, welche den Schall (die Empfindung) erzeugt, nennt der Physiker schlechtweg Schall. Er betrachtet den Schall in seiner Entstehung und in seiner Fortpflanzung.

Erstes Capitel.

Von der Entstehung des Schalls.

§. 621.

Jedes Anschlagen an einen festen Körper erzeugt einen Schall, welcher um desto stärker, lauter, länger anhaltender ist, je vollkommener die Elasticität dieses Körpers ist. Durch bloßes Streichen dieser Körper wird ebenfalls Schall erregt, und zwar die musicalischen Töne sehr häufig. Dabei bemerkt man Vibrationen des schallenden Körpers, welche mit dem Schalle anfangen und endigen. Darinn liegt schon der Beweis, daß der Schall eines Körpers eigentlich nichts anders ist, als seine Vibrationen. Wenn daher Vibrationen ohne Schall statt zu finden scheinen, so erklärt sich die Sache so, daß allerdings bei jeder Vibration

ein Schall vorhanden ist, aber so schwach, daß es für unser Ohr nicht wahrnehmbar ist, da die Folge lehren wird, daß die Vibrationen eine gewisse Geschwindigkeit haben müssen, um einen vernehmbaren Schall zu erzeugen. Dazu kommt, daß die festen Körper um so geschickter sind den Schall zu geben, wenn sie eine zur Erzeugung der Vibrationen schickliche Figur haben. (Gespannte und ungespannte Saiten, dicke und dünne Glasmassen ꝛc.) An einigen Körpern, z. B. an Saiten sind die Vibrationen sehr leicht sichtbar, an andern Körpern zeigt man sie durch künstliche Mittel.

Anschlagen einer Glasglocke, an welcher ein leichter Pendel anliegt. Streichen eines Bechers, in welchem Wasser oder Queckſilber liegt. Anschlagen eines Stabs, auf welchem feiner Sand liegt.

§. 622.

Verschiedene Arten, den Schall zu erzeugen, geben an einem und demselben Körper verschiedene Arten von Schall. So tönt ein Glasbecher anders, wenn man ihn anschlägt, als wenn man ihn streicht. Auch an verschiedenen Stellen geschlagen oder in verschiedenen Richtungen gestrichen, tönt der Körper anders, weil die Schwingungen anders ausfallen. Besonders merkwürdig ist das Streichen der Saiten und Stäbe in die Queere oder in die Länge. Es entstehen die sogenannten Transversal- und Longitudinal-Töne, die Chladni uns zuerst kennen lehrte. Das Anschlagen der Saiten liefert gleichfalls Transversal-Töne. Da aber eine Saite nicht seitwärts vibriren kann, ohne sich zu

verlängern und zu verkürzen, so kann auch, streng genommen, kein ganz reiner Transversal-Ton erzeugt werden.

§. 623.

Man war ehemals ungewiß, ob der Schall aus den Schwingungen im Ganzen des Körpers besteht, oder aus den partiellen Schwingungen der kleinsten Theile des Körpers bestehe. Perrault, de la Hire und Andere waren der letztern Meinung. Allein die Versuche Chladni's, wodurch es deutlich erwiesen ist, daß gewisse Stellen eines schallenden Körpers in völliger Ruhe sind, und daß die Art des Schalls von der Lage dieser Stellen (Schwingungsknoten) abhängt, haben die Sache für die erstere Meinung entschieden.

Wann man eine mit feinem Sande bepuderte elastische Scheibe, am besten von Glas, an irgend einem Punkte festhält und irgendwo am Rande mit dem Violinbogen streicht, so giebt sie einen Ton, und zugleich springt der Sand von unzähligen Punkten ab und legt sich an andern unbewegten Stellen in Figuren an, welche von der Art des erzeugten Tons abhängen. An jeder andern Stelle gestrichen, entsteht ein anderer Ton und eine andere Figur.

Dieser Versuch läßt sich auf unzählige Arten in Rücksicht auf Größe und Figur der Scheibe und in Rücksicht auf die Lage des Punkts (oder auch der Punkte) an welchen die Scheibe befestigt ist. Diese Ruhe-Stellen hat Chladni nicht nur an solchen Flächen, sondern auch an Stäben und Sai-

ten gezeigt. Indeß ists doch auch wahr, daß, ausser diesen Schwingungen im Ganzen, noch andere gleichzeitige aber schwächere Vibrationen an sehr kleinen Stellen statt finden, welche man sichtbar macht, wenn man nebst des Sandes semen lycopodii zur Erzeugung der Klangfigur braucht. Auf den Stellen, welche sich ganz vom Sande entblößen, entstehen andere Figuren, besonders kleine Anhäufungen des semen lycopodii in kleinen Kugelsegmenten, welche mit der Hauptfigur symmetrisch liegen. Auch auf einer angeschlagenen Glasglocke legt sich das semen lycopodii in solchen kleinen Haufen an. Ob und in wie fern diese partiellen Vibrationen und Schwingungsknoten zum Schall beitragen, wäre der Untersuchung werth. *)

§. 624.

Veränderungen in der Lage, Größe und Zahl der Schwingungsknoten, bringen also Veränderungen in dem Schalle hervor. Aber die Schwingungsknoten modificiren nur die Dimensionen der vibrirenden Theile, und diese bestimmen die Geschwindigkeit der Vibrationen Folglich hängt die Gattung des Schalls von der Geschwindigkeit der Vibrationen ab. Berührt man einen schallenden Körper an einer vibrirenden Stelle, so entsteht dort und oft auch an andern Stellen neue Schwingungs-

*] Die Gesetze der Bewegung in der Entstehung der Klangfiguren zu erforschen, zu zeigen, wie die Klangfiguren nach den bekannten Gesetzen der Mechanic entstehen, wäre eine Aufgabe des größten Mathematikers werth: Bis jetzt bietet uns dieses wunderbare Phänomen lauter Räthsel dar.

knoten, folglich eine Veränderung des Schalls; nicht so, wenn man ihn an einem Schwingungsknoten selbst berührt.

Glocken mit einem Sprunge und die Art, den Ton wieder zu erhalten.

§. 625.

Die Schwingungen elastischer Körper lassen sich mit den Vibrationen vergleichen. Die Elasticität tritt an die Stelle der Schwere, die vibrirende Masse an die Stelle des Gewichts, und die Größe der Masse würde auf die Bestimmung der Geschwindigkeit eben so wenig Einfluß haben, als das Gewicht beim Pendel, weil bei gleichartigen und ähnlichen Körpern die Elasticität im Verhältniß der Masse selbst ist, wenn der Widerstand der Luft nicht hier wegen der großen Geschwindigkeit sehr beträchtlich wäre. Aus dieser Vergleichung ergiebt sich der Satz, daß die Geschwindigkeit der Schwingungen sich verhält directe wie die Quadratwurzeln der Elasticitäten (bei Saiten, der spannenden Kräfte) und umgekehrt, wie die Längen und die Durchmesser. Dieser Satz stimmt auch mit der Erfahrung gut überein. Nach Euler haben die tiefsten noch hörbaren Töne 20 bis 30 Schwingungen in 1 Secunde, die höchsten 4000 bis 7520.

§. 626.

Wenn der schallende Körper vielerlei Vibrationen von ungleicher Geschwindigkeit ohne Regularität macht, so heißt der Schall ein Geräusch, Getöse, Knall ꝛc. Findet aber in der Geschwindigkeit dieser Vibrationen eine gewisse Regularität statt, so heißt der Schall Klang. Ein Schlag mit dem

Hammer auf einen Balken erzeugt ein Geräusch, auf einer Glocke einen Klang. Sind alle Vibrationen, die ein Körper macht, durchaus von gleicher Geschwindigkeit, so hat man einen Ton. Nach dem, was §. 622. von den Longitudinaltönen gesagt worden, kann kein Ton völlig rein seyn. Auch bemerkt ein geübtes Ohr an den sogenannten reinen Tönen die Vermischung mehrerer. Die Töne nennt man hoch, wenn die Vibrationen schnell sind, tief, wenn sie langsam sind. Die tiefen Töne sind im Ganzen minder wahrnehmbar, afficiren das Ohr weniger, als die höhern. Es muß daher so tiefe Töne geben, welche das Ohr nicht mehr hören kann.

§. 627.

Einer und derselbe Ton kann sehr verschieden seyn, nach der Stärke und Schwäche; so geben zwei ungleich dicke Saiten, die aber durch ungleiche Spannungen eine gleiche Anzahl von Schwingungen in derselben Zeit machen, einerlei Ton, der aber bei der dickern Saite viel stärker ist. Die Gattung des schwingenden Körpers erzeugt auch beträchtliche Unterschiede in demselben Tone; von der Baßgeige an bis zur Glasharmonica liefern die verschiedenen musikalischen Instrumente eine unendlich mannichfaltige Reihe von Modificationen durch alle Töne hindurch, welche das Ohr sehr gut wahrnimmt, die Wissenschaft aber weder zu beschreiben, noch zu erklären vermag. Die Kenntniß der verschiedenen Töne, ihrer Erzeugung, ihrer Verbindungen und Folgen macht die Theorie der Music aus.

§. 628.

Nicht nur die festen Körper erzeugen Töne, sondern auch die elastischen Flüssigkeiten; die atmosphärische Luft befindet sich vorzüglich oft in diesem Falle. Bald ists ein fester Körper, der die Luft in Vibration setzt, als z. B. bei dem Peitschenknalle, bei dem Sausen eines, mittelst einer Schnur, geschwungenen Brettchen; bald ists die Luft selbst, welche die in einem festen Körper eingeschlossenen Luft schwingen macht, als z. B. in allen Blase-Instrumenten, bald wird die ganz freie Luft durch plötzliche Entwickelung neuer Luft zur heftigsten Vibration gebracht, als z. B. durch Pulverexplosionen. Endlich wird durch Dilatation und nachheriges Zusammenschlagen der Luftschichten aneinander, wie in der schnell geöffneten Nadeldose, der Schall erzeugt.

Ein sehr schönes Beispiel von erzeugten Tönen durch Verminderung der Lufmenge und darauf erfolgtes Zusammenschlagen der Luftschichten, giebt die Entzündung von Wasserstoffgas in einer Röhre (chemische Harmonica) und erklärt die Erzeugung des Donners. *)

Bei allen diesen Tönen schallt bloß die Luft, wenn gleich feste Körper zur Erzeugung des Schalls bei einigen nothwendig sind. Dieses beweiset sich dadurch, daß man alle Blase-Instrumente überall mit den Fingern anfassen kann, welches sonst nicht geschehen könnte, ohne die Töne zu zerstöhren, oder

*) Uebrigens ists nicht damit gemeint, daß der Donner durch Entzündung des Wasserstoffgases (der nicht in der Atmosphäre ist) entstehe.

wenigstens durch Veränderung der Schwingungsknoten beträchtlich zu modificiren. Allein es ist doch dabei nicht zu läugnen, daß der feste Körper eine specifische Einwürkung auf den darinn erzeugten Ton habe; Flöten, von verschiedenen Materialien verfertigt, geben modificirte Töne. Auch ist eine gesprungene Flöte, obgleich der Riß verklebt wird, unbrauchbar. Wenn noch ein Zweifel über die Vibrationen der Luft bei den Schallerzeugungen statt finden könnte, so muß er verschwinden, wenn man feste Körper durch Luftschwingungen in Vibration gesetzt sieht; Fenster und Gläser klirren in der Nähe einer in Thätigkeit gesetzten Batterie; ein Glas, in welchem man heftig und nach dem Tone des Glases schreit, giebt seinen Ton und vibrirt, ja zerspringt zuweilen. Dieses Phänomen der Mittheilung der Vibrationen von der Luft an feste Körper, hat der Tonkünstler bei den Resonanzböden und der Viole mit doppelten Saiten benutzt.

§. 629.

Neuton beschreibt sehr richtig die Schallvibrationen, in elastischen Mitteln als sehr verschieden von den Wellen in den tropfbaren Flüssigkeiten. In den Letztern findet eine Pendelbewegung der Flüssigkeiten vor- und rückwärts statt, nach den Gesetzen der Schwere; die Schallvibrationen hingegen sind Schläge (pulsus), welche durch die abwechselnde Condensation und Dilatation einzelner Luftschichten entstehen. Diese partielle Bewegung der einzelnen Schichten theilt sich von dem schallenden Punkte aus den folgenden Schichten in allen Richtungen mit, und bildet kugelförmige concentri-

sche Vibrationen, deren Radien Schallstra len genannt werden. Diese Vorstellungsart rechtfertigt sich durch das Phänomen, daß auch bei dem allerstärksten Schalle keine progressive Bewegung der Luftschichten statt findet, und ein Schall in allen von dem schallenden Punkte gleich weit entfernten Orten gleich stark gehört wird. Vielleicht ließ sie sich auch auf die Vibrationen der festen Körper anwenden.

§. 630.

Wie die verschiedenen Töne in den Blase-Instrumenten entstehen, ist schwer zu erklären. Das Factische besteht in folgendem: die Höhe der Töne (die Geschwindigkeiten der Vibrationen) verhält sich umgekehrt wie die Länge der Röhre, in welcher der Ton erzeugt wird, wobei auch die Weite der Röhre nicht gleichgültig ist. Ferner liefert eine an beiden Enden offene Röhre denselben Ton, als eine halb so lange, aber an einem Ende verschlossene; es scheint also die mittlere Luftschichte an der ganz offenen Röhre die Dienste einer Scheidewand zu versehen. Endlich, bohrt man an dieser mittlern Stelle ein Seitenloch, so wird der Ton gar nicht verändert, dahingegen ein Loch, an irgend einer andern Stelle, den Ton verändert. Es scheint also, daß in den verschiedenen Luftschichten in einer solchen Röhre auch Schwingungsknoten statt finden, wie bei den festen schallenden Körpern, und daß die Löcher in den Flöten und ähnlichen Instrumenten die Schwingungsknoten bestimmen, wodurch also die Länge der vibrirenden Luftschichten durch das Fingerspiel vergrößert und

verkleinert wird. In der Trompete und dem Waldhorne, welche keine Seitenlöcher haben, werden die Töne von verschiedener Höhe durch die größere oder geringere Geschwindigkeit, womit hineingeblasen wird, hervorgebracht. Die in der langen Röhre eingeschlossene Luft widersteht durch ihre Trägheit, besonders durch die sehr große äussere Oeffnung begünstigt, der progressiven Bewegung, und vibrirt wahrscheinlich mit mehreren Schwingungsknoten, deren Entfernung durch die Stärke des Einblasens bestimmt wird. Bei den kürzern Flöten und Pfeifen wird das Einblasen so gerichtet, daß die Wand des Instruments selbst die progressive Bewegung der Luft schwächt.

§. 631.

Andere Luftarten, als die atmosphärische Luft, erzeugen ebenfalls Schall, aber die Töne sind bei einerlei Instrumente verschieden. Chladni fand sie im Sauerstoffgase tiefer als in atmosphärischer Luft; im Stickgas gleichfalls, jedoch minder als im Sauerstoffgas. In beiden Gasarten im gehörigen Verhältniß zur Bildung von atmosphärischer Luft, gleich den der gewöhnlichen Luft; Kohlensäure wie Stickgas; Salpetergas wie Sauerstoffgas. Aber in Wasserstoffgas weit höher als in atmosphärischer Luft. Diese Versuche lassen sich mit keiner Theorie vergleichen, welche auf irgend ein Verhältniß der Dichtigkeiten sich gründet.

Zweites Capitel.

Von der Fortpflanzung des Schalls.

§. 632.

Der Schall wird entweder ganz einfach fortgepflanzt, oder durch Zurückwerfung, oder durch acuſtiſche Werkzeuge. In dieſen drei Rückſichten liefert uns der Schall wichtige Phänomene.

A. Einfache Fortpflanzung des Schalls.

§. 633.

Die tägliche Erfahrung ſagt uns, daß die atmoſphäriſche Luft den Schall bis zu unſern Gehörwerkzeugen fortpflanzt. Beſtimmter entſcheidet dieſe Frage folgender Verſuch:

Man ſtelle einen Wecker unter der Glocke der Luftpumpe auf einer weichen Unterlage, pumpe die Luft ſo gut, als möglich, aus und laſſe dann ihn ſchlagen; der Schall wird kaum hörbar ſeyn. Verdichtet man hingegen die Luft; ſo wird der Schall verſtärkt.

Dieſer Verſuch zeigt nicht nur den obigen Satz, ſondern auch, daß der Schall ſich in dichterer Luft ſtärker fortpflanzt, als in dünnerer. Dieſes Phänomen zeigt ſich gleichfalls, wenn man einen und denſelben Schall im Thale und auf hohen Bergen erzeugt. Dieſe Modification des Schalls wird aber nicht bloß durch die Dichtigkeit an ſich, nemlich durch die größere und geringere Quantität von Luft, die den ſchallenden Körper berührt, ſondern

auch durch die größere oder kleinere Elasticität bewürkt.

Wenn man den Wecker in gewöhnlicher eingeschlossener, aber erhitzter, Luft schlagen läßt, so ist der Schall beträchtlich stärker, obgleich die Dichtigkeit der Luft dieselbe ist, als ohne Erhitzung.

§. 634.

Je weiter man sich von dem schallenden Körper entfernt, desto schwächer hört man den Schall. Dieses rührt offenbar daher, daß, da der Schall sich nach allen Richtungen fortpflanzt, die in Schwingung gesetzten concentrischen Luftschichten mit der Entfernung zunehmen, und folglich immer schwächere Vibrationen erhalten. Man nimmt an, daß die Stärke des Schalls im umgekehrten Verhältniß des Quadrats der Entfernung vom schallenden Körper sey. Dieser Satz verdient durch genaue Versuche geprüft zu werden, und es ist der sinnreichen Vorstellungs-Art Daniel Bernouilli's ungeachtet, noch nicht erklärt, warum der Ton durch die Fortpflanzung sich nur der Stärke und nicht der Art nach verändert. Denn wenn der Schall überhaupt in der Entfernung dadurch geschwächt wird, daß die Vibrationen der am schallenden Körper näher liegenden Luftschichten sich den größern entfernteren mittheilen, so kann die Schwächung nur darinn bestehen, daß die Vibrationen der entferntern, und durch ihre Massen mehr widerstehenden, Schichten langsamer werden, so wie ein größerer elastischer Körper, durch einen kleinen gestoßen, sich langsamer bewegt. Besteht vielleicht die Gattung des

Tons überhaupt in der Geschwindigkeit, mit welcher die Vibrationen auf einander folgen, nicht aber in der absoluten Geschwindigkeit jeder vibrirenden Schichte, und sind die Vibrationen eines höhern Tons dem Raume nach länger, die eines tiefern kürzer?

§. 635.

Die Geschwindigkeit des Schalls in atmosphärischer Luft ist zu wiederholten Malen gemessen worden. Unter den ältern Messungen sind die von Maraldi, Cassini, La Caille die genauesten und geben 1038 par. Fuß in 1 Secunde. Nach Kästner, Mayer und Müller, welche eine Tertien-Uhr dazu brauchten, ist sie 1034, 1037 und $1040\frac{1}{3}$. Die Mitte zwischen diesen drei Angaben, nemlich 1037,6, kann als die wahre Geschwindigkeit genommen werden. Bei diesen Versuchen merkt man, daß diese Geschwindigkeit für große und kleine Weiten gleichförmig sey, daß sie für einen schwächern, wie für einen stärkern Schall gleich sey und daß die Witterung gar keinen Einfluß auf diese Geschwindigkeit habe; nur die des Windes muß abgezogen oder zugesetzt werden, nachdem er in der Richtung des Schalls oder in der entgegengesetzten wehet. Diese Kenntniß setzt zuweilen im Stande, die Entfernung eines Orts zu messen.

§. 636.

Neuton suchte die Geschwindigkeit des Schalls theoretisch zu bestimmen, und bedient sich eines von ihm aufgestellten Satzes, nemlich: in der Zeit, in welcher ein Pendel von der Länge c einen ganzen Schwung vollendet, gehen die Schläge im gegebenen elasti-

schen Mittel durch einen Raum, der dem Umfange des Kreises vom Radius c gleich ist, wenn c die Höhe einer Säule von gleichförmiger Dichte heißt, welche eben so dicht ist und eben so stark drückt, als das elastische Mittel an der gegebenen Stelle dicht ist und gedrückt wird. Nach den damaligen Datis fand Neuton 968 englische Fuß oder 906 pariser, nach neuern Datis aber kommen nur 888 pariser Fuß für den in 1 Secunde zurückgelegten Weg, welches Resultat offenbar kleiner ist, als das der Erfahrung. La Place hat die Idee gehabt der Neutonschen Berechnung eine Correction hinzuzufügen wegen der, durch die bei den Vibrationen der Luft entstehenden Verdichtung erzeugten Wärme und durch sie erhöheten Elasticität der einzelnen Luftschichten. Biot hat die Anwendung dieser Idee übernommen und, wenigstens auf dem umgekehrten Wege, eine Berichtigung gefunden, welche das theoretische Resultat dem Resultate der Erfahrung sehr nahe bringt. *)

§. 637.

Eins der auffallendsten und zugleich unerklärbarsten Phänomene des Schalls ist die gleichzeitige Fortpflanzung verschiedener Töne ohne Vermischung derselben. Nach Mairan anzunehmen, daß die

*) Uebrigens ist es eine unnütze Arbeit, diese Temperaturerhöhung, auch mit dem empfindlichsten Luftthermometer, directe beobachten zu wollen, denn die Erhöhung, welche die Condensation erzeugt, wird augenblicklich durch die durch die Dilatation bewürkte Erniedrigung aufgehoben. Biot sah schon ein, daß er auf diesem Wege nicht zum Ziele gelangen würde.

Luft aus vielerlei Theilen von ungleicher Größe und Elasticität, welche gewissen Tönen correspondiren, bestehe, heißt eine acustische Schwierigkeit in eine mechanische Unmöglichkeit verwandeln. Mit Andern zu statuiren, daß die aus zwei der Richtung und Geschwindigkeit nach verschiedenen Vibrationen entstehende mittlere Vibration sich wieder in die zwei ursprüngliche zerlege, ist eine petitio principii, so lange man den Grund nicht angiebt, warum diese Zerlegung geschieht. — Vielleicht hat man hier eine Aufgabe aufzulösen gesucht, die uns die Natur nicht vorlegt. Ists denn entschieden, daß wir zwei verschiedene Töne gleichzeitig hören,? und wenn wir sie nicht gleichzeitig hören, was zwingt uns ihre gleichzeitige Fortpflanzung zu statuiren?

§. 638.

Verschiedene Luftarten modificiren den Schall in seiner Fortpflanzung der Stärke und der Art nach. Perolle sperrte seine Taschenuhr in verschiedenen Gasarten ein, und fand, daß er ihren Schlag in verschiedenen folgenden Entfernungen nicht mehr hörte:

In atmosphärischer Luft - -	56¾ Fuß
In Kohlensäure - - - -	48½ —
In Sauerstoffgas - - - -	63 —
In Salpetergas - - - -	63 —
In Wasserstoffgas - - - -	11 —

In Kohlensäure war der Ton tiefer und dumpfer als in atmosphärischer Luft; in Sauerstoffgas und Salpetergas höher und schneidender; in Wasserstoffgas war er mehr ein Geräusch ohne Kraft und Annehmlichkeit. Vergleicht man diese Versuche mit §. 631 und 627, so wird man sich leicht über-

zeugen, daß, wenn gleich der Schall nichts als das Vibriren der Körper ist, dennoch etwas specifisches in jeder Körpergattung ist, welches auf die Entstehung und Fortpflanzung des Schalls großen Einfluß hat.

§. 639.

Nicht nur die elastischen Flüssigkeiten, sondern auch die tropfbaren, pflanzen den Schall fort. Es ist bekannt, daß Taucher unter Wasser hören; Nollet hat selbst den Versuch angestellt. Wenn man zwei harte Körper unter Wasser an einander schlägt, hört man den Schall in und ausser dem Wasser.

Wenn man eine Uhr (nachdem man sie verkittet hat) in Wasser taucht, so hört man ihren Schlag stärker als in der Luft.

Perolle hat diesen Versuch mit verschiedenen tropfbaren Flüssigkeiten angestellt und gefunden, daß er den Uhrschlag nicht mehr hörte:

in Luft auf einer Distanz von -	8 Fuß
in Wasser - - - - - - -	26 —
in Olivenöhl - - - - - -	16 —
in Weingeist - - - - - - -	21 —

Daraus folgt (in der Hypothese des umgekehrten Quadrats der Entfernung) daß das Wasser den Schall hier leitete ohngefähr 6 mal, das Olivenöhl 4 mal, der Weingeist 7 mal besser als die Luft, und daß mithin die tropfbaren Flüssigkeiten sehr elastisch sind. Ob diese Fortpflanzung des Schalls den tropfbaren Flüssigkeiten an sich oder der in ihnen befindlichen sehr verdichteten Luft zuzuschreiben sey, ist noch nicht ausgemacht.

§. 640.

Auch die festen Körper pflanzen den Schall sehr gut fort; die tägliche Erfahrung lehrt uns, daß wir den Schall durch Fenster und Wände hören; es ist bekannt, daß wenn man am Ende eines langen Balkens mit einer Stecknadel klopft, es am andern Ende sehr gut gehört wird, wenn man das Ohr an diesem anlegt; ferner weiß man, daß wenn man einen Stab mit einem Ende auf einem Resonanzboden, mit dem andern ans Ohr oder an den Zähnen anlegt, man den Schall des Instruments stärker hört. Perolle hat mehrere Versuche der letzten Art angestellt. Er verstopfte sich die Ohren und legte mit seinem Ohre und seiner Uhr einen 18 Zoll langen Stab in Berührung. Ohne Stab hörte er den Uhrschlag in der Distanz von 2 Zoll nicht mehr. Mit dem Stabe hörte er sie aber sehr gut und besser, als mit offenen Ohren und in derselben kleinern Distanz von 2 Zoll. Aber jeder Stab von verschiedener Materie änderte den Schall specifisch und der Intensität nach. Von allen Holzarten pflanzt das Tannenholz den Schall am stärksten fort; die Metalle schlechter als das Holz und zwar in folgender Ordnung: Eisen, Kupfer, Silber, Gold, Zinn, Blei, also in der Ordnung ihrer Elasticität, vorausgesetzt, daß das Gold und Silber etwas legirt gewesen seyn. Schnüre von allerley Art pflanzen, nach Perolle, den Schall schlechter fort als Stäbe, davon die Saiten am besten, baumwollene Schnüre am schlechtesten. Im allgemeinen fand er, daß alle feste Körper, steife und seilförmige, den Schall viel besser leiten, als die

Luft, aber daß jede Leitung den Schall sonst noch auf eine eigene Weise modificire.

§. 641.

D. Wünsch machte einen wichtigen Versuch über die Fortpflanzung des Schalls durch feste Körper. Er legte Latten in einem rechten Winkel, die zusammen 864 Fuß lang waren; die Hypothenuse betrug 620 Fuß. Er hörte den Schall durch die Hypothenuse, längs welcher nur Luft war, in etwa $\frac{1}{2}$ Secunde, aber durch die Latten in einer durchaus nicht angeblichen Zeit. Indeß folgt nicht, wenigstens aus diesem Versuche, daß der Schall sich in instanti, das heißt mit einer unendlichen Geschwindigkeit, durch das Holz fortpflanze.

§. 642.

Wenn der Schall durch heterogene Mittel sich fortpflanzen soll, verliert er beträchtlich an Intensität. Das Glas ist z. B. einer der vortreflichsten Leiter des Schalls, und die Luft einer der schlechtesten. Dennoch wird der Schall eines Weckers beträchtlich vermindert, wenn man ihn mit einer Glasglocke deckt. Wenn man den Versuch mit dem Balken und dem Stecknadelknopf so anstellt, daß man das Ohr an demselben Ende aber der Nadel gegenüber hält, so hört man in dieser kleinen Distanz den Schall kaum noch, weil er durch Holzschnitte von verschiedener Art und Structur gehen muß. Diese Schwächung des Schalls durch heterogene Mittel erklärt sich nicht aus der Ungleichheit der Dichtigkeiten, denn im erstern dieser Versuche kann die Luft in der Glocke das Glas zwar nur in schwächere Schwingungen versetzen,

da das Glas über 2000 Mal dichter ist, als die Luft; aber auch die äussere Luft braucht nach demselben Verhältnisse eine kleinere Kraft, um durch Glas in Vibration gesetzt zu werden. Es findet hier der nemliche Fall statt, als hätte man die 3 elastischen Kugeln, a, B, c, deren mittlere beträchtlich größer wäre, als die einander gleichen a und c. Wenn man B und c einander berühren läßt und B mit a anstoßt, so entfernt sich c mit eben der Geschwindigkeit, als wäre sie unmittelbar durch a gestoßen worden. Die wahre Erklärung der durch die Heterogenität der Mittel erzeugten Schwächung in der Fortpflanzung des Schalls liegt darin, daß jede Gattung von Mittel seine eigenthümliche Vibrationen macht (welche durch den eigenthümlichen Schall sich zu erkennen geben) und folglich der Richtung nach, verschiedene einzelne Bewegungen in den einzelnen Theilen heterogener Körper zur Erzeugung oder Fortpflanzung des Schalls statt finden müssen. Es ist aber aus dem Satze des Parallelogramms der Kräfte klar, daß, wenn die Bewegung in schiefer Richtung mitgetheilt werden soll, jederzeit ein Verlust an Bewegung statt findet. Dieser wichtige Satz von der verminderten Fortpflanzung durch die Heterogenität der Mittel wird in den folgenden Abschnitten unter verschiedenen Gestalten wieder vorkommen.

B. Fortpflanzung des Schalls durch Zurückwerfung.

§. 643.

Wenn eine widerstehende Fläche die Schallschwin-

gungen empfängt, so wirft sie selbige zurück, und es entsteht ein neuer Schall, den man einen Wiederhall nennt. Dieses folgt nothwendig aus den allgemeinen Bewegungsgesetzen, indem die anstoßende Luftmasse so gut als jeder andre elastische Körper, nach dem Stoße zurückspringen und die hinter ihr liegenden wieder in Vibration setzen muß. Demnach sollte jede Sylbe, welche in einem Zimmer gesprochen wird, durch jede Wand wiederholt werden, und zwar ins Unendliche, weil der Wiederhall selbst durch die entgegengesetzte Wand wiederholt werden muß. Dieses findet aber in den gewöhnlichen Zimmern nicht statt und erklärt sich aus der Geschwindigkeit des Schalls mit der Menge von Tönen, welche unser Ohr in einer gegebenen Zeit unterscheiden kann. Da das geübteste Ohr nur 9 Töne in 1 Secunde hören kann, so kann der Sprechende den Wiederhall seiner Stimme nur dann hören, wenn er über $\frac{1}{1}\frac{0}{8}\frac{3}{8} = 57\frac{2}{3}$ Fuß von dem zurückwerfenden Körper entfernt ist. Nach dem Pater Mersenne, hört man den Wiederhall deutlich erst in einer Entfernung von 69 Fuß, welches voraussetzt, daß sein Ohr nur etwa $7\frac{1}{2}$ Töne in einer Secunde hören konnte. In dieser Entfernung kann man nur eine Sylbe im Wiederhall hören. Sollten mehrere noch gehört werden, so muß die Entfernung größer seyn, weil sonst der ursprüngliche Laut der folgenden Sylben den Nachlaut der ersten überschallt.

§. 644.

Die Theorie der reflektirten Körper läßt sich auf die Zurückwerfung des Schalls anwenden.

Vorzüglich auffallend geschieht es in den künstlichen Sprachgewölben, welche die Schallstrahlen in gewissen Punkten vereinigen und den Schall beträchtlich verstärken; daher haben sie eine elliptische Form entweder ganz oder zum Theile. Dahin gehören das im Alterthum berühmte Ohr des Dionysius, die Kuppeln einiger Kirchen ꝛc.

§. 645.

Minder einfach ist die Anwendung dieser Theorie auf das Echo oder den natürlichen Wiederhall. Denn man beobachtet ihn oft da, wo die zurückwerfende Fläche die Schallstrahlen ganz anders wohin zurücksenden sollte, als ins Ohr des Sprechers. Dieses ist vorzüglich der Fall bei Bergen, welche vermöge ihrer schiefen Fläche den Wiederhall weit über den Kopf des Sprechers zurückwerfen sollten. Allein man muß bedenken, daß eine schiefe Fläche nicht eine schiefe Ebene ist, sondern aus unzähligen schiefen Ebenen, welche alle mögliche Richtungen haben, besteht. Jede derselben liefert ihren zurückgeworfenen Strahl, welche Strahlen nun gleichfalls nach allen Richtungen gehen, und sich auf ihren Wegen begegnen und wieder unzählige mittlere Strahlen bilden. Es entsteht demnach vor der Zurückwerfungsfläche gleichsam ein mittlerer Wiederhall, der sich in einem großen Raume verbreitet und wovon das Ohr des Sprechers oder eines andern Zuhörers einen Theil erhält. Dieses erklärt, warum ein Echo an vielen Punkten zugleich gehört wird, die mehrmalige Wiederholung eines Echos oder die vielfältigen Echos, wenn andere zurückwerfende Flächen

sich in der Gegend befinden, so wie endlich die Schwächung des Schalls im Wiederhall und seine geringere Bestimmtheit und Deutlichkeit.

In den Vorlesungen werden einige der merkwürdigsten Echos erwähnt.

C. Fortpflanzung des Schalls durch Werkzeuge.

§. 646.

Die Phänomene der Fortpflanzung des Schalls durch Werkzeuge sind sehr zahlreich und mannichfaltig, daher ihre Erklärung sehr schwierig. Bei dem ersten Anblicke sollte man glauben, daß man bloß mit reflektirten Schallstrahlen zu thun habe; allein eine genauere Prüfung zeigt bald, daß man noch auf Etwas anders sehen müsse.

§. 647.

Das einfacheste Werkzeug zur Fortpflanzung des Schalls ist die gerade Röhre. Entsteht ein Schall an einem Ende desselben, so hört man diesen Schall am andern Ende, die Röhre mag noch so lang seyn, und zwar beträchtlich verstärkt. Es ist wohl keinem Zweifel unterworfen, daß die Schallstrahlen, welche sich sonst rings um den schallenden Körper verbreiten würden, von den Wänden der Röhre aufgefangen und reflectirt werden, daß mithin weit mehr Schallstrahlen durch die Röhre fortgeleitet werden, als in freier Luft. Dieser Ursache muß man also die Verstärkung des Schalls zuschreiben. Dabei kommt die Röhre, wenn sie aus einer elastischen Substanz besteht, selbst in Vibra-

tion, und giebt ihren eigenen Schall. Daher articulirte Töne nicht rein gehört werden. Bekleidet man die Röhre äusserlich mit Tuch, um ihre Vibrationen zu verhindern, so werden die articulirten Töne reiner. Bekleidet man die Röhre inwendig mit Tuch, so hört man die Töne noch reiner, aber minder verstärkt, als in der glatten Röhre, weil viel weniger Schallstrahlen in der Länge der Röhre geleitet werden und man also nun von den Schallstrahlen nicht viel mehr als diejenigen hört, welche ungebrochen durchgehen. Zwar scheint es, als wenn eine cylindrische Röhre den Schall nicht verstärken sollte, wie Lambert es behauptet hat, denn jeder Strahl wird durch die parallelen Wände der Röhre unter gleichen Winkeln reflectirt, und jeder Punkt der Axe, auf welchen die Strahlen sich durchkreuzen, pflanzt den Schall so fort und unter demselben Winkel, als wäre der Schall in diesem Punkte entstanden. Allein man muß nicht vergessen, daß die Schallstrahlen aus Schwingungen einzelner Lufttheile bestehen, wovon die Gleichzeitigen in der Röhre einander begegnen und folglich mittlere Schwingungen erzeugen, welche stärker seyn müssen, als die einzelnen. Auch mögen viele successive Vibrationen, die unser Ohr nicht unterscheidet, so schnell auf einander erfolgende Eindrücke erzeugen, welche die Würkung eines einzigen, aber stärkern, Eindrucks machen, daher auch noch die Undeutlichkeit der zusammengesetzten articulirten Töne.

Versuch mit Röhren von verschiedener Länge, mit und ohne äusserer und innerer Bekleidung, mittelst einer Taschenuhr.

§. 648.

Wahrscheinlich beruht die Würkung der Hörröhre zur Verstärkung des Schalls für Harthörende bloß auf die Reflexion der Schallstrahlen. Die Oeffnung, welche den Schall empfängt, ist weit, um viele Strahlen aufzufangen und durch die immer enger werdende Röhre fortzupflanzen. Diese Instrumente mögen Wendungen haben oder nicht, so wird am Tone nichts verändert. Aber sie haben den Fehler der einfachen Röhren und noch mehr als diese die articulirten Töne undeutlich zu machen, und den eben so großen jeden andern Schall, der im Zimmer erregt wird, gleichfalls zu verstärken und durch das daraus entstehende Gesumse die Undeutlichkeit zu vermehren. Umsonst wird man sich bemühen, ihnen diese beiden Fehler zu nehmen. Ihre beste Form scheint die eines geradlinichten Kegels zu seyn, dessen Axe übrigens nach Willkühr gekrummt seyn kann, um dem Instrumente eine bequeme Gestalt zu geben.

Versuch mit Höhrröhren.

§. 649.

Wenn man einen Schall in der kleinen Mündung eines abgekürzten Kegels erzeugt, so pflanzt er sich mit einer beträchtlichen Verstärkung fort, welches die Erfindung der Sprachröhre veranlaßt hat. Lambert hat gezeigt, daß die Einfallswinkel jedes Schallstrahls bei den successiven Reflexionen in arithmetischer Progression abnehmen, deren Exponent der Winkel des Kegels ist, daß mithin die Schallstrahlen sich dem Parallelismus mit der Axe immer mehr nähern. Daraus hat er die Verstär-

kung deducirt und gezeigt, daß sie sich verhalte wie das Quadrat des Quotients der Chorde des Quadranten durch die Chorde des Winkels des Kegels dividirt. Damit sucht Lambert die vortheilhaftesten Verhältnisse eines Sprachrohrs zu bestimmen.

§. 650.

Allein diese Betrachtung des Schalls als eines bloßen Kegels von isolirten Schallstrahlen ist nicht hinreichend um die Verstärkung des Schalls zu erklären. Die Trompete und das Waldhorn, welche aus einer langen cylindrischen Röhre und einem sogenannten Schallstücke bestehen, verstärken den Schall ausserordentlich, obgleich nach Lamberts Theorie weder die cylindrische Röhre noch ein krummlinichter Kegel, dessen Convexität gegen die Axe gekehrt ist, den Schall zu verstärken im Stande sind. Um dieses zu erklären, brauchen wir nur von der einfachen Erfahrung aus zu gehen, daß eine größere Orgelpfeife, eine größere Kanone ꝛc. einen stärkern Schall geben, als kleinere. Es wird offenbar nur eine größere Luftmasse an der Mündung der Röhre in Vibration gesetzt. *) Dieses bewürken die Schallstücke in Rücksicht auf die vor denselben liegenden Luftmassen, indem sie den Schall, der aus der cylindrischen Röhre kommt, sich nach hinten zu verbreiten, wenigstens zum Theil verhindern. (Was sie als musikalische Instrumente, durch ihre eigene Vibrationen, leisten, gehört nicht hieher.) Aber sie würden dieses nicht für sich allein

*) Es ist übrigens nicht leicht zu erklären, warum die Vibrationen einer größern Luftmasse unser Ohr stärker afficiren, als die einer kleinern.

leisten, das heißt, wenn sie als Reflexionsfläche dienten. Sondern sie verstärken den Schall in so fern sie aus der cylindrischen oder wenig kegelförmigen Röhre einen schon concentrirten Schall erhalten, dessen Ausbreitung nach hinten sie verhindern, und die Concentration des Schalls erklärt sich nur dadurch, daß die gleichzeitigen Vibrationen, welche sich durchkreuzen, sich vermischen, stärker werden und mehr in der Richtung der Axe sich fortpflanzen, die nicht gleichzeitigen reflektirten aber so schnell auf einander folgen, daß sie für eine und dieselbe aufs Ohr würken.

§. 651.

Diese Betrachtungen zeigen übrigens, wie unvollkommen die Theorie der Sprachröhre noch ist. Alles was sich daraus ziehen läßt, ist, daß man gute kegelförmige Sprachröhre nach der Lambertschen Theorie erhalten wird, noch bessere aber, wenn man diesen Sprachröhren ein Schallstück giebt und den Winkel des Kegels noch kleiner macht, als diese Theorie es vorschreibt, nach welcher ein Sprachrohr von 7 Fuß Länge einen Winkel von 10°, 20′ erfordert. Um die Undeutlichkeit der Worte zu vermindern, muß man die Vibrationen des Instruments durch eine wollene Decke zerstören.

Versuche mit Sprachröhren von verschiedener Construction.

§. 652.

Das menschliche Ohr ist ein acustisches Werkzeug, das unsre ganze Bewunderung verdient, wenn wir die unendliche Mannichfaltigkeit der Töne nach ihrer Stärke, Höhe, Tiefe, Geschwindigkeit, und sonstigen Modificationen betrachten, welche das Ohr

mit einer erstaunlichen Feinheit und Präcision aufnimmt und bis zu den letzten Gränzen des Organismus fortpflanzt. Sein Bau ist aber so künstlich, daß es eine Thorheit ist, in dem gegenwärtigen Zustande der Acustic die speciellen Functionen der einzelnen Organe, aus welchen das ganze Gehörorgan besteht, bestimmen und erklären zu wollen. Alles, was man darüber gesagt hat, ist, ohne Ausnahme, blos Hypothese, welche sich durch sich selbst meistens widerlegt. Die einzige wahrscheinliche Hypothese, die man aufstellen kann, ist, daß das ganze System von Knöchelchen in der Trommelhöhle dazu dient, um die Erschütterungen des Trommelfells, ohne Beihülfe der Luft, in der Trommelhöhle durch Zitterungen der ovalen Platte am ovalen Fenster in das Labyrinth mit Modificationen zu wiederholen, und daß vielleicht das runde Fenster für das Labyrinth das ist, was das Trommelfell für die Trommelhöhle, und daß im Falle einer Krankheit des Trommelfells oder einer Störung im Spiele der daran hängenden Knöchelchen, die Lufterschütterungen durch die eustachische Trompete auf die über dem runden Fenster gespannte Haut, und von dieser ins Labyrinth erzeugt werden. Und wenn diese Hypothese sich bestätigt, so wissen wir am Ende nichts, als daß durch diese vielen Werkzeuge der Schall sich bis an die Gränzen des Gehörorgans fortpflanzen kann. Indeß ist die genaue Kenntniß dieses Organs in acustischer Hinsicht dem Physiker wichtig, und wäre es nur, um sich von der Unvollkommenheit der Lehre des Schalls recht lebendig zu überzeugen.

Vierter Theil.

Von der Friction.

§. 653.

Jede Hinderniß, welche die Körper von ihrer Oberfläche in ihrer Bewegung erhalten, heißen wir Friction oder Reibung. Diese Hinderniß findet in den Oberflächen statt da, wo die Körper, die sich auf einander bewegen, sich berühren, und ist zweierlei Art. Entweder ists die Ungleichheit der Oberflächen, die durch die Bewegung abgeschliffen werden muß, oder den Körper etwas zu heben zwingt, oder es ist die Adhäsion dieser Flächen, welche desto größer ist, je größer die Anzahl der Berührungspunkte ist, folglich, bei festen Körpern, je glatter die Oberfläche ist. Bei den festen Körpern finden diese beiden Ursachen der Reibung statt und sind einander einigermaaßen entgegengesetzt, so daß die Mittel, welche man anwendet, um die erste zu vermindern, die andern vermehren. Bei den Flüssigkeiten, deren Oberflächen so vollkommen eben sind, deren Theile so viel Continuität zeigen, scheint die zweite Ursache, nemlich die Adhäsion, einzig die Friction auszumachen. Dieser Unterschied, so wie auch andere Umstände, nöthigen uns, die Friction der festen Körper und die der Flüssigkeiten, jede besonders, abzuhandeln.

A. Friction der festen Körper.

§. 654.

Da die Friction der festen Körper von der größern oder geringern Unebenheit der Oberfläche abhängt, und dadurch eine Function zwoer veränderlichen einander entgegengesetzten Größen ist, so ists leicht abzusehen, daß man kein allgemeines Gesetz der Friction finden kann. Die Hypothese Parents, nach welcher angenommen wird, daß die Oberfläche der Körper aus Halbkugeln besteht, und daß demnach die Friction derjenige Widerstand ist, den die Körper leisten, um sich über diese Halbkugeln ihrer Oberfläche zu heben, ist für sich nicht haltbar und findet in ihrer Uebereinstimmung mit den Versuchen für einige Fälle keine hinlängliche Stütze.

§. 655.

Um die Friction zu bestimmen, muß man also den Weg der Versuche einschlagen. Amontons brauchte eine horizontale Ebene, auf welcher er einen Körper, mittelst eines Gewichts und einer über eine Rolle laufenden Schnur, horizontal zog, und fand schon, daß die Größe der Oberfläche wenig Einfluß auf die Größe der Reibung habe, sondern daß diese vorzüglich durch das Gewicht bestimmt werde. Der Quotient der Kraft, die zur Ueberwindung der Friction nöthig ist, durch die Last dividirt, heißt daher der Exponent der Friction.

§. 656.

Genauer als jene Methode ist der Gebrauch

der schiefen Ebene, den Bilfinger und Belidor zur Bestimmung des Exponenten der Friction gebraucht haben. Es sey Q. Fig. XXIII., ein flacher Körper auf der schiefen Ebene AB; er würde sogleich herabfallen, der Winkel B möchte noch so klein seyn, hielt ihn die Friction nicht zurück. War demnach die Ebene AB anfangs horizontal, und wird sie allmählich gehoben, bis der Körper herab zu gleiten anfängt, so kann der Winkel B ein sehr genaues Maaß der Friction abgeben. *) Denn es sey Qb das absolute Gewicht des Körpers, so wird Qc seinen Druck auf AB vorstellen, und von diesem Drucke sucht man den Exponent der Friction, der also, nach der Lehre der schiefen Ebene, Qa seyn wird. Es verhält sich also die Friction zum Drucke = Ac : CB oder wie die Tangente zum Radius,

Versuche mit verschiedenen Körpern auf der schiefen Ebene, auch nach der Art Amontons.

§. 657.

Muschenbröck brauchte eine Welle, die auf Zapfen in Zapfenlöchern ruhete (die Zapfen konnten abgewechselt und die Welle mit verschiedenen Gewichten beschwert werden) und stellte genaue Versuche damit an. Allein diese Versuche sind von den vorigen etwas verschieden; diese Art von Friction (die wälzende) fällt gewöhnlich kleiner aus, als die andere (die schleifende), vermuthlich

*) Zur Hebung der schiefen Ebene brauche ich eine Schraube, wodurch die Hebung so genau bewerkstelligt wird, daß man nicht um $\frac{1}{5}$ Grad fehlen kann, welches für Untersuchungen dieser Art mehr als hinlänglich ist.

weil der Druck nicht senkrecht geschieht, indem das zur Ueberwindung der Friction angewandte Gewicht die Welle seitwärts zieht und sie zwingt, gleichsam auf einem schiefliegenden Theile der Unterlage zu ruhen. So zeigt eine solche Welle, welche zwischen zwei schiefen Ebenen, gleichsam in einem holen Keile ruhet, weniger Friction, weil die Summe des Drucks auf beiden schiefen Flächen kleiner ist, als das absolute Gewicht der Welle.

§. 658.

Bis jetzt war nur von der Friction im ersten Augenblick, eigentlich vor der Bewegung, **Friction der Ruhe, statische Friction**, die Rede. Während der Bewegung selbst ändert sich der Exponent der Friction, man erhält die **Friction der Bewegung, mechanische Friction.** Sie ist um desto größer, je größer die Geschwindigkeit ist, da der Widerstand mit desto größerer Geschwindigkeit überwunden werden muß; daher kommen die Maschinen nach einiger Zeit in den Beharrungszustand, welche Ueberwucht sie auch haben mögen. Mittelst dieses Satzes lassen sich mit dem **Tribometer** des Muschenbröck Versuche über die mechanische Friction anstellen, welches Muschenbröck selbst auch gethan hat, woraus folgt, daß die Logarithmen der Frictionen sich verhalten wie die Unterschiede der Geschwindigkeiten.

§. 659.

Wenn man zwischen zwei reibenden Flächen eine weiche Materie legt, als Oehl, Talg, Seife ꝛc. so wird die Friction merklich kleiner. Durch diese Materien, welche sehr theilbar sind, werden die äußern

Poren der Körper ausgefüllt, die Unebenheiten gleichsam ausgeglichen; noch mehr, da diese Substanzen eine große Adhäsion zu den festen Körpern zeigen, so werden sie auch durch einen sehr starken Druck nicht davon getrennt, und es bewegt sich eigentlich eine Schichte dieser Substanzen auf der andern. Dadurch wird diejenige Friction: welche von der Unebenheit der Oberflächen herrührt, beträchtlich vermindert, und man behält größtentheils nur noch eine Adhäsions-Friction. Daher muß man nach Maaßgabe des Drucks und der Geschwindigkeit die Materien von größerer oder geringerer Zähheit wählen, um die kleinste Friction zu erzeugen.

§. 660.

Es giebt eine Art von Bewegung der Körper auf einander, wobei fast keine Friction statt findet, nemlich, wenn die Körper auf einander rollen. Durch diese Art von Bewegung gehen die Erhabenheiten des einen Körpers aus den Vertiefungen des andern von selbst heraus. Der äusserst kleine Widerstand, der noch dabei statt findet, kann als nichts angesehen werden. Dahin gehört das Rollen einer Kugel auf einer Ebene, der Eingriff der Zähne, welche epicycloidisch gebildet sind, die Bewegung des Wagebalkens auf der Schneide ꝛc.

Anwendung davon zur Herbeischaffung des Felsen für die Statue Peters des Großen nach Petersburg.

§. 601.

Aus den Bemühungen der Physiker um die Lehre der Reibung lassen, sich folgende Regeln zur Ausübung ziehen:

Härtere feste Körper äussern weniger Reibung als weichere.

Bei nicht sehr verschiedenen Härten äussern gleichartige Körper eine größere Reibung als ungleichartige.

Die Dazwischenkunft einer verhältnißmäßig weichen oder flüßigen Substanz vermindert die Reibung.

Auch bei den polirtesten Körpern ist die Reibung während der Bewegung zu Anfang größer, als wenn die Körper lange auf einander sich bewegt haben.

Man erhält im Durchschnitt die geringste Reibung, wenn man Stahl auf Messing laufen läßt, eine stärkere auf Blei, Kupfer, Guajacholz, Stahl, Zinn.

Für die schleifende Friction sind die Gränzen des Exponents der Friction zwischen 0,21 und 0,31.

Für die wälzende mechanische Friction gut polirter, geschmierter und durch den Gebrauch abgeschliffener Zapfen von Stahl auf Messing ist der Exponent 0,1.

Die mechanische Reibung ist im Durchschnitt $\frac{2}{3}$ der statischen.

Die Reibung überhaupt verhält sich nicht genau wie der Druck. Für einen größern Druck ist sie nach Verhältniß etwas kleiner.

§. 662.

In der Anwendung der Maschinen kommt es nicht bloß auf die absolute Reibung an, sondern auch vorzüglich auf das Moment der Reibung, wel-

ches die Kraft bestimmt, die in jedem besondern Falle zur Ueberwindung der Reibung erfordert wird. Es sey demnach bei einer Maschine der Druck auf den Zapfen Q, der Reibungscoefficiant μ, mithin die Reibung μQ, der Radius des Zapfens r, der des Rades oder Hebelsarms, an welchem die Kraft würkt, $= R$, so ist nach der einfachen Lehre des Hebels das Moment der Friction $x = \frac{r}{R} \cdot \mu Q$, wobei zu merken ist, daß man unter Q nicht bloß das Gewicht des Rades, sondern auch die aus der Kraft und Last resultirende Kraft versteht. Zuweilen ist dieser Druck jenem entgegengesetzt, welches immer zum Vortheil gereicht, weil alsdann der gesammte Druck, mithin die Reibung kleiner ausfällt.

Von der besten Construction der liegenden Zapfen um, ihrer Stärke unbeschadet, das Moment der Friction beträchtlich zu vermindern, wird in den Vorlesungen Etwas angeführt.

§. 663.

Bei stehenden Wellen ist die reibende Fläche am untern Zapfen die Basis des Zapfens für die Reibung, die vom Gewichte des Rades entsteht, dieses modificirt das Reibungs-Moment so, daß man den obigen Werth für x noch mit $\frac{2}{3}$ multipliciren muß. Denn man kann die reibende Kreisfläche als eine Summe von gleichseitigen Dreiecken ansehen, deren Scheitel im Mittelpunkte sich befindet, und für jedes solches Dreieck ist der Mittelpunkt der Reibung im Schwerpunkte. An demjenigen Reibungsmoment, welches von dem Drucke der Kräfte entsteht, wird nichts geändert, da diese Reibung an der krummen Oberfläche des Zapfens statt findet.

B. Friction der Flüssigkeiten.

§. 664.

Wenn eine tropfbare Flüssigkeit sich auf der Oberfläche eines festen Körpers bewegt, oder umgekehrt, so entsteht auch hier an der sich berührenden Oberfläche der Widerstand, den wir Friction nennen. Aber diese Friction unterscheidet sich von der der festen Körper wesentlich. Denn wir haben hier nur mit der Adhäsion der Flüssigkeiten zu thun. Es ist nemlich aus der Lehre der Adhäsion bekannt, daß alle feste Körper eine größere Adhäsion zu dem Wasser zeigen, als das Wasser zu dem Wasser. Nur das Fett, die Harze und die gut polirten Metalle machen eine Ausnahme. Folglich überziehen sich die festen Körper, Holz, Glas, Stein, etwas geröstete oder nur angelaufene Metalle ꝛc. mit einer physisch unendlich dünnen Wasserhaut, welche sie nie verläßt. Auf dieser Wasserhaut also bewegt sich das übrige Wasser, und der dabei entstehende Widerstand ist nichts als Adhäsion des Wassers zum Wasser.

§. 665.

Hier ist demnach kein größers oder geringers Eingreifen der Oberflächen durch den Druck vorhanden; folglich ist der Druck kein Element der Friction, sondern es ist die Friction immer gleich stark, welcher Druck auch statt finden mag.

§. 666.

Müßte bei dieser Friction die Wassermasse sich von der auf dem festen Körper inhärirenden Wasserhaut völlig trennen, so würden die Versuche mit den Adhäsions-Platten die Größe der statischen

Friction der Flüssigkeiten unmittelbar nach Quadratzollen bestimmen. Allein es geht ein solches Abreissen nicht vor, sondern die nächsten Wasserschichten verlieren oder erhalten Bewegung, wegen der Verschiebbarkeit des Wassers, die nähern an der festen Fläche mehr, die weitern weniger, wodurch die Quantität des Widerstandes beträchtlich vermindert wird, wie die Lehre der Adhäsion zeigt.

§. 667.

Die Geschwindigkeit, welche diese Wasserschichten verlieren oder erhalten, ist ein Hauptelement dieser Friction. Bossut nahm (fälschlich) an, daß die Friction sich wie die Geschwindigkeit verhält; allein die Kraft, mit welcher ein Wasserstrahl Bewegung erhält oder verliert, kann und muß immer durch die zukommende Höhe der Wassersäule gemessen werden, und diese verhält sich wie das Quadrat der Geschwindigkeit, folglich auch die Friction.

§. 668.

Wann eine Wassermasse sich in einer Röhre oder in einem Kanale bewegt, so hängt die Friction von der Periphärie des Queerschnitts, und von der Länge ab. Je größer die Periphärie des Queerschnitts ist, desto größer ist die Friction, und man hat keine theoretische Ursache nicht anzunehmen, daß diese Größen nicht beständig in einem geometrischen Verhältnisse seyn. Allein es ist nicht minder wahr, daß die Größe des Queerschnitts selbst mit in die Berechnung kommen müsse; denn je größer dieser ist, desto größer ist die bewegte Masse, die durch die Friction retardirt werden muß; folglich desto geringer die Friction in Rücksicht auf die

Masse oder die bewegende Kraft. Da die bewegte Masse sich wie das Quadrat des Durchmessers der Röhre, die Friction aber wie der Durchmesser, sich verhalten, so sagt man also, daß die Friction sich umgekehrt wie der Durchmesser der Röhre verhalte, jedoch stimmt dieser Satz nicht mit den Bossütschen Versuchen überein.

§. 669.

Der Einfluß, den die Länge der Röhre oder des Canals auf die Friction hat, ist desto größer, je größer diese Länge ist, aber nicht im geometrischen Verhältniß der Länge,, sondern abnehmend, und Bossüt erklärt das richtig daraus, daß die nahe an den Wänden befindlichen Wasserstrahlen am meisten retardirt werden, die in der Mitte weniger, und die Ungleichheiten in der Geschwindigkeit der Wasserstrahlen immer geringer werden, je weiter das Wasser sich von der Einflußmündung der Röhre oder des Canals entfernt.

Versuche über die Friction in Absicht auf die Länge der Röhren, wobei die Retardation, an einzelnen vertical aufsteigenden Strahlen durch einige Oeffnungen in der Röhre beobachtet wird.

§. 670.

Dübüat und Langsdorf geben eine Formel für die Friction in Röhren, wobei sie annehmen, daß die Friction sich verhalte umgekehrt wie Durchmesser der Röhren, wie das Quadrat der Geschwindigkeit und wie die Längen. Zum Grundversuche nehmen sie zwei Versuche aus den Bossütschen. Allein diese reine Formel stimmt mit den übrigen Bossütschen Versuchen nicht überein, daher sie noch mit

mehreren glücklich gewählten Correctionen verbessert werden mußte, um mit der Erfahrung zu übereinstimmen. Zur Bestätigung des Gesagten und zur Uebersicht der Würkung der Friction in den Röhren dient folgende Tafel, welche Bossüt geliefert hat.

Durchmesser d. Röhre in pariſ. Linien.	Waſſerhöhe der Axe über d. Röhre, in pariſer Fuß.	Entfernung der Ausflußmündung im Waſſerbehältniß in par. Fuß.	Ausflußmenge in Decimaltheilen des Ausfluſſes durch eine Anſatzröhre.	Verluſt an der Ausflußmenge durch die Friction in Decimaltheilen.
16	1	30	0,4389	0,5611
16	1	60	0,3091	0,6909
16	1	90	0,2507	0,7493
16	1	120	0,2134	0,7866
16	1	150	0,1861	0,8139
16	1	180	0,1662	0,8338
16	2	30	0,4548	0,5448
16	2	60	0,3231	0,6769
16	2	90	0,2631	0,7369
16	2	120	0,2250	0,7750
16	2	150	0,1971	0,8029
16	2	180	0,1770	0,8238
24	1	30	0,5392	0,4608
24	1	60	0,3906	0,6094
24	1	90	0,3183	0,6817
24	1	120	0,2769	0,7231
24	1	150	0,2448	0,7552
24	1	180	0,2190	0,7810
24	2	30	0,5578	0,4422
24	2	60	0,4072	0,5918
24	2	90	0,3387	0,6613
24	2	120	0,2926	0,7074
24	2	150	0,2601	0,7399
24	2	180	0,2341	0,7659

§. 671.

Aus den §§. 668, 669 und 670 folgt also, daß, wenn das Wasser durch lange Röhren und und Kanäle fließt, die Ausflußmenge sehr beträchtlich vermindert wird, und daß man also eine gewisse Wasserhöhe (Widerstandshöhe) als verlohren ansehen muß. Will man durch Kanäle das Wasser in beträchtlichen Entfernungen leiten, so muß man sie gegen den Horizont neigen, diese Neigung heißt das verlohrne Gefälle.

§. 672.

Wenn man das Wasser durch Röhren leiten will, welche Krümmungen haben, so wird die Ausflußgeschwindigkeit noch mehr vermindert. Scharfe Winkel muß man durchaus vermeiden. Dübüat betrachtet die Bewegung des Wassers in gekrümmten Röhren nach der Lehre des Stoßes, und nimmt an, daß der Widerstand der Krümmungen sich nach dem Quadrate der Geschwindigkeit und des Sinus des Anstoßwinkels richte. Die daraus entstehende Formel stimmt auch mit den Versuchen, wo der Anstoßwinkel nicht über 36,° beträgt, also der Winkel der Röhrenschenkel nicht unter 144°, und die beiden Schenkel nicht scharf an einander stoßen, sondern durch eine Krümmung in einander laufen, ziemlich überein.

§. 672.

Mit der Friction des Wassers verhält es sich ganz anders, wenn ein fester Körper im Wasser, besonders in einem unbegränzten Strohme, sich bewegt. Der Körper theilt der ihn berührenden Wasserschichte seine ganze Geschwindigkeit mit, diese der

zweiten, die zweite der dritten und so fort, aber in immer abnehmender Progression. Haben diese, an den Seiten des Körpers befindliche Wasserschichten, ihre Bewegung erhalten, so wiederholt sich diese Würkung gegen das nachher vom Körper erreichte Wasser nur an unendlich kleinen Massen in jedem unendlich kleinen Zeittheile der Bewegung; folglich muß der Widerstand, den die Friction hier leistet, wenn die Bewegung schon angefangen hat, unendlich klein seyn. Dieses scheint auch aus 4 korrespondirenden Versuchen, welche die französischen Hydrauliker, Alembert, Condorcet, Bossüt, mit 2 Parallelipipeden von gleicher Vorder- und Hinterfläche deren Längen aber 2 und 6 Fuß betrugen, zu folgen, in denen der gesammte Widerstand nicht größer mit den längern als mit den kürzern befunden wurde. Indeß ist dieser Schluß auch nicht ganz streng richtig.

§. 673.

Bewegt sich aber ein Strohm längs den Seiten eines darinn getauchten Parallelipipedon, so wird die Friction wieder bedeutend, indem man hier dieselbe Würkung als bei der Bewegung des Wassers in einem Kanale hat. Die fließende Wassermasse wird retardirt und äussert also auf dem ruhenden Körper eine gleich große Kraft, dasselbe findet bei der Bewegung fester Körper im Wasser für das vorne anschwellende Wasser statt, und der daraus entstehende Widerstand muß noch zu dem hydrostatischem Drucke addirt werden. Dieses ist in einem noch höheren Grade der Fall, wenn der Vordertheil des Körpers prismatisch ist. Vergleicht man dieses mit

§. 599, so wird man sich immer mehr von den Schwierigkeiten, die in der theoretischen Bestimmung des totalen Widerstandes eines im Wasser bewegten Körpers mit keilförmiger Vorderfläche liegen, überzeugen.

§. 674.

Wenn Flüssigkeiten sich auf Flüssigkeiten bewegen, entsteht auch Friction, und zwar wieder durch die Adhäsion. *) Man denke sich einen zwischen zwei Seitenwänden eingeschlossenen Strohm, und jenseits dieser Wände ruhiges Wasser; sobald man die Wände weg nimmt, kommt der Strohm mit dem ruhigen Wasser in Berührung; die Adhäsion hängt die Gränzschichten des ruhigen und des fließenden Wassers an einander, und macht, daß die ruhige Schichte mit der andern fortgeht. Diese vorher ruhige Schichte nimmt die zweite ruhende mit sich, diese die dritte und so fort. Da aber dadurch immer neue Massen in die Bewegung kommen, so wird die Geschwindigkeit des Strohms vermindert, und da die Wassertheile sehr verschiebbar sind, so liefert jeder Queerschnitt des nun weiter gewordenen Strohms unzählige Grade von Geschwindigkeiten, die von der Mitte aus, abnehmend sind. Dieses erklärt nicht nur, warum Flüsse da, wo sie breiter sind, langsamer fließen, und bei ihrem Durchgang durch einen See, fast ihre ganze

*) Man nennt dieses nicht gerne Friction, wohl aber das, was vorgeht, wenn eine Flüssigkeit und ein fester Körper auf einander reiben, da doch §. 664 bewiesen wurde, daß auch hier nur die Adhäsion zum Grunde liegt: Warum fürchtet man sich vor einem Namen?

Geschwindigkeit verlieren, sondern auch, warum die Flüsse an den Seiten niedriger stehen, als in der Mitte der Strohmbahn, wo sie am schnellsten fließen.

§. 675.

Wenn, nachdem ein Strohm durch ein ruhiges Wasser geflossen ist, seine Breite plötzlich verengt wird, so wird das vormals ruhige, nun aber fließende Wasser gegen die verengenden Wände getrieben, angeschwellt und gezwungen, sich in die noch ruhigen Stellen zu ergießen. Dieses Wasser wird nachher von den durchfahrenden Strohme wieder ergriffen, und bildet dadurch eine in sich kehrende Ströhmung (Strudel). Es zeigt sich also die Friction der Flüssigkeiten als die nächste Ursache sehr wichtiger Naturphänomene, für welche man ehemals sehr luftige Hypothesen erfand.

Versuch mit einem Apparate, womit man kleine künstliche Strudel hervorbringt.

§. 676.

Die elastischen Flüssigkeiten sind, so wie die tropfbaren, der Friction unterworfen, allein man hat dieser Friction nicht so viel Aufmerksamkeit geschenkt, vielleicht weil sie eine geringere technische Wichtigkeit hat. Wenn man eine senkrechte Wand einem horizontalen Winde aussetzt, so reißt der an den Seiten der Wand ströhmende Wind Lufttheile, die hinter der Wand waren, weg; dieser neue Wind erstreckt sich bis zu etwa 16°„ 36′, so daß hinter einer solchen viereckigten Wand eine ruhige Luftpyramide sich befindet, welche zur Höhe 1,677 ihrer Breite hat.

§. 677.

Läßt man den Wind über die obere horizontale Mündung einer oben und unten offenen Röhre in horizontaler Richtung fließen, so stoßen die in der Röhre hinter der Vorderwand fortgerissenen Lufttheile an die hintere Wand, und erzeugen eine wirbelnde Bewegung in der Röhre. Lenkt man den Wind in einer schiefen Richtung aufwärts, so werden jene Lufttheile aus der Röhre fortgerissen und von unten her wieder ersetzt. So entsteht eine Strömung von unten nach oben in der Röhre.

Versuche mit einer dazu schicklichen Vorrichtung.

§. 678.

Endlich zeigt sich auch bei der Combination der tropfbaren Flüssigkeiten mit den elastischen eine Friction, die in manchen Naturphänomenen erscheint, auch technisch benutzt wird, aber nie einer besondern Betrachtung gewürdigt worden.

§. 679.

Die Friction wird gewöhnlich als etwas sehr schädliches angesehen, sie ist es auch in den meisten Maschinen, indem sie den nutzbaren Effekt der mechanischen Kräfte vermindert. Aber sie ist in andern Rücksichten so nützlich, daß die meisten Gewerbe und Bedürfnisse der Menschen ihr den größten Dank schuldig sind. Ohne Friction würde kein Nagel festsitzen, keine Schraube festhalten, kein Garn und Zwirn aus Hanf, Flachs, Wolle und Baumwolle, keine Leinwand, kein Gewebe irgend einer Art Festigkeit haben. Nur auf vollkommen horizontalen Ebenen würde ein Körper ruhen können;

ohne Friction würde nie ein Berg erstiegen werden, die sanftesten Flüsse wären reissende Ströhme, die tiefsten würden nach einem etwas beträchtlichen Lauf so pfeilschnell fließen, daß kaum so viel Wasser da wäre, um den Boden ihres Betts zu decken oder nur naß zu machen.

§. 680.

Bei mancher Maschine ist die Friction das Mittel zur Mittheilung der Bewegung. Dahin gehören vorzüglich:

Das Seil ohne Ende.
Die Verasche Seilpumpe.
Das Gebläse durch einen Wasserfall.
Der parrotsche Saugventilator.

---

§. 681.

Zum Beschlusse dieses Abschnitts folgt ein Verzeichniß der vorzüglichsten Maaße und Gewichte, welche am häufigsten in der Physic vorkommen. Wenn man den Pariser Fuß in 14400 gleiche Theile theilt, so haben

Der Rheinländische Fuß

nach Eisenschmidt	—	—	13913
nach Picard	—	—	13920
nach Lulofs	—	—	13918,2
nach Celsius	—	—	14146

Nimmt man die zweite Zahl, so erhält man das sehr bequeme Verhältniß 30 : 29.

Der Londner Fuß

nach Graham	—	—	—	13515,80
nach Celsius	—	—	—	13513,00
phil. transact. 1768 p. 326				13511,54

Wo man keine sehr große Genauigkeit nöthig hat, kann man das Verhältniß 16 : 15 nehmen, dabei hätte der Londner Fuß nur 13500 der obigen Theile.

Der *Mètre* ist 3′„0″„11‴,44 pariser Maaß. Die Unterabtheilungen desselben nach dem Decimalsystem heißen Decimètre, Centimètre, Millimètre. Das Millimètre macht demnach 0,443 par. Linien. Das Vielfache des Mètre gleichfalls nach dem Decimalsystem heißt Decamètre, Hectomètre, Kilomètre, Myriamètre.

Das Cöllnische Markgewicht. Das Pfund hat 2 Mark, die Mark 8 Unzen, die Unze 2 Loth, das Loth 4 Quentchen, das Quentchen 4 Pfenniggewicht, das Pfenniggewicht 19 As, das As $13\frac{8}{19}$ Richtpfennigstheile. Also hat das Pfund 131072, die Mark 65536, das Pfennigsgewicht 256 Richtpfennigtheile.

Das Deutsche oder Nürenberger Medicinalgewicht. Das Pfund hat 12 Unzen, die Unze 8 Drachmen, die Drachme 3 Scrupel, der Scrupel 20 Gran. Das Pfund hält demnach 5760, die Unze 480, die Drachme 60 Gran. Dieses Pfund hält $100423\frac{1}{2}$ kölln. Richtpfennigtheile.

Das Französische Troys-Gewicht. Das Pfund hat 2 Mark, die Mark 8 Unzen, die Unze 8 Gros, das Gros 3 Deniers, das Denier 24 Grains. Das Pfund hält demnach 9216, die

Unze 576, das Gros 72 Grains. Dieses Pfund hält 137458 kölln. Richtpfennigstheile.

Das Englische Troys-Gewicht. Das Pfund hat 12 Unzen, die Unze 20 Pennyweights das Pennyweight 24 Grains, das Grain 20 Mites. Das Pfund hält demnach 115200, die Unze 9600, das Pennyweight 480 Mites, oder das Pfund 5760, die Unze 480 Grains. Dieses Pfund hält 104688 kölln. Richtpfennigtheile.

Die Neufranzösische Gewichts-Einheit heißt Gramme. Sie ist das Gewicht eines Cubicmillimeters Wasser bei der Temperatur des thauenden Eises, und ist gleich 188,41 Gran Franz. Troys-Gewicht. Die Theile davon nach dem Decimalsystem heißen Decigramme, Centigramme. Das Vielfache des Gramme nach dem Decimalsystem heißt Decagramme, Hectogramme, Kilogramme. Letzteres beträgt 2 Pfund, 5 Gros, 35 Gran, die Unze Troys-Gewicht beträgt etwa 3 Decagrammes.

Folgende Fehler sind zu verbessern.

Seite.	Zeile.	
121	2	lese: sind die Kräfte gleich, so entsteht
128	9	lese errichte statt erreichte
128	17	lese EC statt CC
133	7	lese Bewegung statt Bewegungen
135	12	lese A und B statt B und B
135	28	lese von C aus statt von A aus
145	26	lese Thürme statt Thüren
146	31	lese berührende statt ähnliche
150	16	lese aC : Cc statt Ac : Cc
154	14u. 15	lese Q.AC statt Q.BC
154	15	lese P.BC statt P.AC
154	17	lese Q.AC = P.BC; also Q:P = BC:AC
155	25	lese Moment man durch statt Moment durch
157	27	lese der Dreiecke def statt der Dreiecke cef
179	25	lese Hebelslänge statt Hülfslänge
181	16	lese demnach statt dennoch
184	17	lese zunehmen statt abnehmen
185	8	lese vorgestellt statt angestellt
189	24	lese zwischen p statt zwischen q
207	8	lese $\frac{\pi\alpha - \sin\alpha . \cos\alpha}{1 - \cos\alpha}$ statt $\frac{\pi\alpha \sin\alpha . \cos\alpha}{1 - \cos\alpha}$
207	9	lese q m. $\frac{2\pi\alpha - \sin 2\alpha}{2(1 - \cos\alpha)}$ statt q m. $\frac{2\pi\alpha - \sin\alpha}{2\ 1 - \cos\alpha)}$
210	4	lese unendlich kleinen statt unendlich vielen kleinen
212	5	lese Raum S; statt Raum;
219	9	lese des Quadrats der Entfernung statt der Entfernung
222	3	lese eine gleichförmig statt eine ungleichförmig
222	5	lese vom freien Falle statt vom Körper Falle
231	24	lese Richtung Ak statt Richtung Ax
240	13	lese oder $\frac{c^2}{2rg} = 1$ statt oder $\frac{C^2}{2\,1\,g} = 1$
241	26	lese in F befindenden, statt in T,

Seite. Zeile.

242 8 lese $AE = BF$ statt $AC = BF$

247 17 lese $\frac{MC \pm mc}{M \pm m} - c$ statt $\frac{MC \pm mc}{M \pm m} = c$

247 22 lese $\frac{MC - mc}{M \pm n}$ statt $\frac{Mc - mc}{N \pm m}$

248 3 lese $\pm \frac{Mm\,(C \pm c)}{M \pm m}$ statt $\pm \frac{Nm\,(C \pm c)}{M \pm m}$

249 15 lese $\frac{MC \pm mc}{M \pm m}$ statt $\frac{MC \pm mc}{M \pm m}$

250 22 lese $w = -\frac{2mc}{M \pm m}$ statt $w = \frac{2mc}{M \pm m}$

251 9 lese $v = \frac{(M-m)C \pm 2MC}{M \pm m}$ statt $v = (M-m)C \pm 2MC$

251 18 lese in $B = m$ statt in $B = n$

266 26 lese $x = \frac{\frac{1}{3}p \pm P}{\frac{1}{2}p \pm P} \cdot a$ statt $\frac{\frac{1}{3}p \pm P}{\frac{1}{2}p \pm p}$

296 6 u. 7 lese desselben statt des Grans

313 8 lese des Schiffs im Wasser statt des Schiffs.

336 12 lese der Höhen der Wallersäule statt der Wassersäulen

360 23 lese das leichteste statt das leichte

363 4 lese Evangelista statt Evangeliste

378 3 lese Senguerd statt Sanguard

378 20 lese vor dem Pumpen statt vor dem Pumper

399 26 lese als vorher die Schichte o statt als vorher, die Sichte o

400 20 lese Bossüt statt Bosset

403 10 lese liegenden statt liegen

429 21 lese Fig. XCIII. statt Fig. XCII.

448 20 lese die die Flächen statt die den Flächen

449 19 lese der hydrostatische Druck. statt der hydrostatische

450 18 lese bas noch durch statt der noch durch

457 2 lese Ansatzröhren gleich ist. statt Ansatzröhren.

461 11 lese Quadranten statt Quadraten

464 19 lese anhaltender statt länger anhaltender.

Andere, den Sinn nicht geradezu verunstaltende Druckfehler sind unbemerkt geblieben.

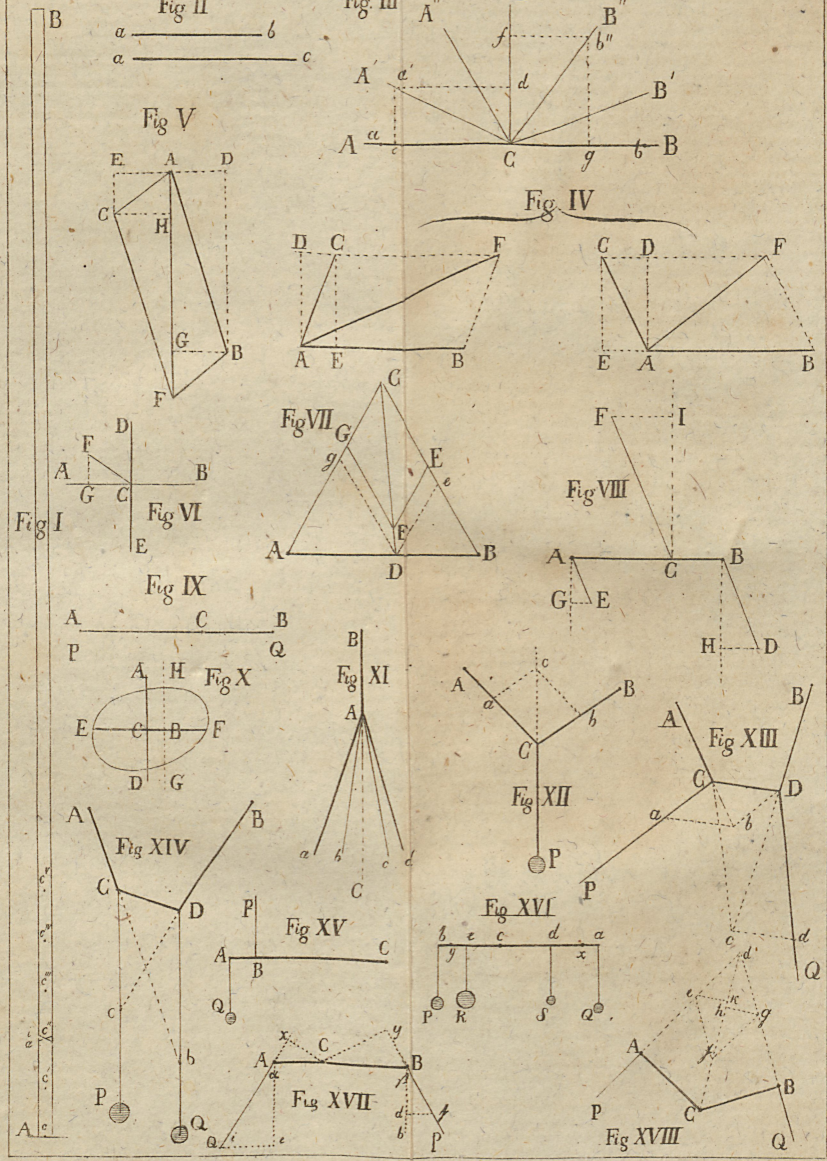


Fig I
Fig II
Fig III
Fig IV
Fig V
Fig VI
Fig VII
Fig VIII
Fig IX
Fig X
Fig XI
Fig XII
Fig XIII
Fig XIV
Fig XV
Fig XVI
Fig XVII
Fig XVIII

Fig XIX

Fig XX

Fig XXI

Fig XXII

Fig XXIII

Fig XXIV

Fig XXV

Fig XXVI

Fig XXVII

Fig XXVIII

Fig XXIX

Fig XXX

Fig XXXI

Fig XXXII

Fig XXXIII

Fig XXXIV

Fig XXXV

Fig XXXVI

Fig XXXVII

Fig XXXVIII

Fig XXXIX

Fig XL

Fig XLI

Fig XLII

Fig XLIII

Fig XLIV

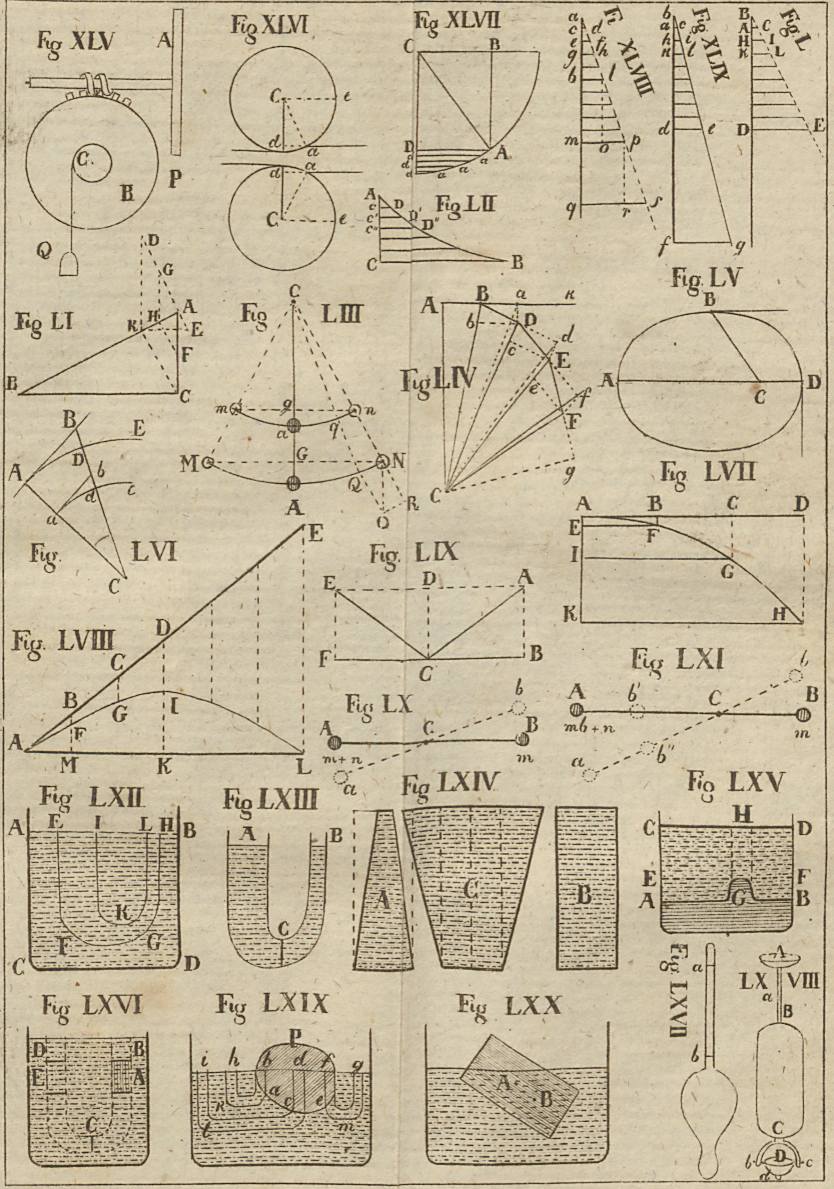


Fig XLV
Fig XLVI
Fig XLVII
Fig XLVIII
Fig XLIX
Fig L
Fig LI
Fig LII
Fig LIII
Fig LIV
Fig LV
Fig LVI
Fig LVII
Fig LVIII
Fig LIX
Fig LX
Fig LXI
Fig LXII
Fig LXIII
Fig LXIV
Fig LXV
Fig LXVI
Fig LXIX
Fig LXX
Fig LXVII
Fig LXVIII

Fig. LXXI

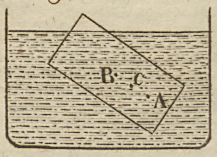
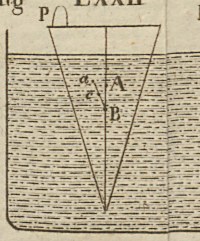
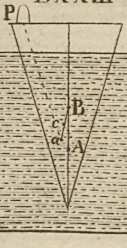


Fig LXXII



LXXIII



LXXIV

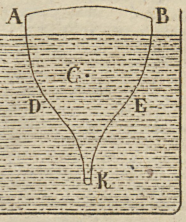


Fig LXXVI

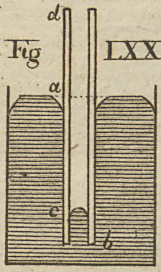


Fig LXXV

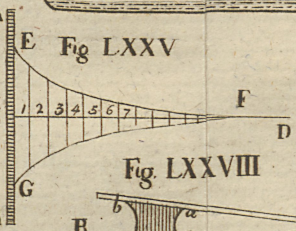


Fig LXXVII

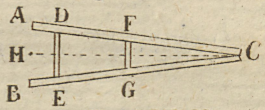


Fig LXXVIII

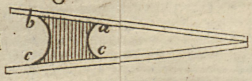


Fig LXXIX

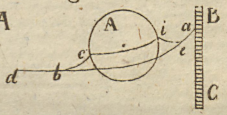


Fig LXXX

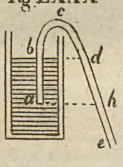


Fig LXXXI

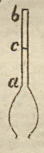


Fig LXXXIII



Fig LXXXII

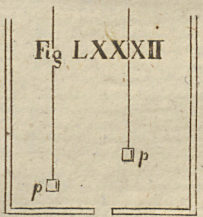


Fig LXXXV

Fig LXXXVI

Fig LXXXVII

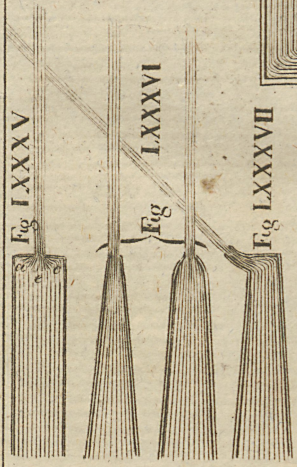


Fig LXXXIV

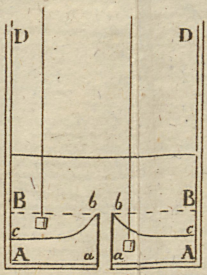


Fig LXXXVIII

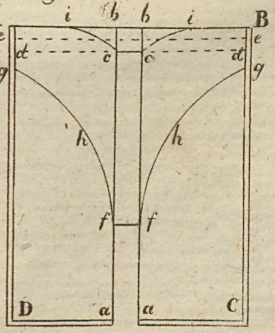


Fig. LXXXIX

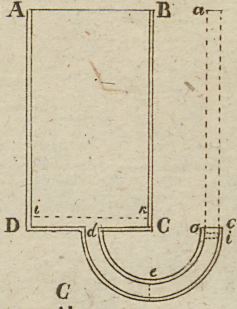


Fig XCI

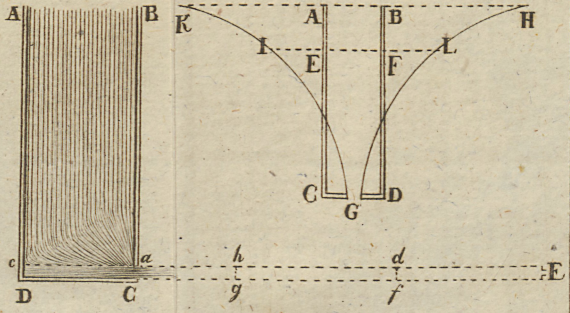


Fig XCII

Fig XC

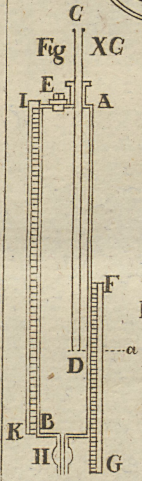


Fig XCIII

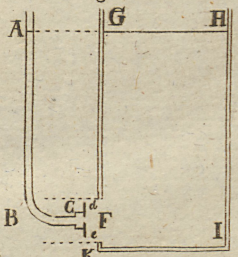


Fig XCIV

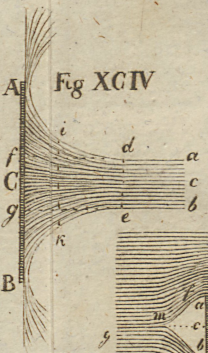


Fig XCV

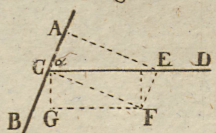


Fig XCVI



Fig XCVII

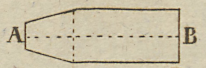


Fig XCVIII a.

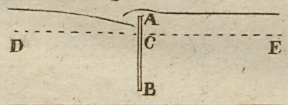


Fig XCIX



Fig XCVIII b.

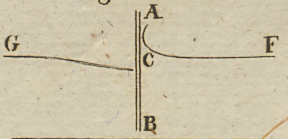


Fig C

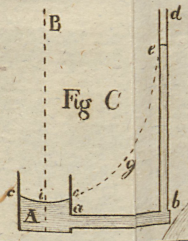


Fig CI

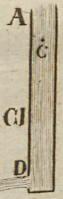


Fig CII

