TARTU ÜLIKOOL

Loodus- ja täppisteaduste valdkond

Füüsika instituut

Hans Daniel Kaimre

FRESNELI LÄÄTSE AJALIS-RUUMILISE KOSTE ISELOOMUSTAMINE

Bakalaureusetöö (12 EAP)

Füüsika eriala

Juhendajad:
Andreas Valdmann, PhD
Sandhra-Mirella Valdma, MSc

Tartu 2019

Fresneli läätse ajalis-ruumilise koste iseloomustamine

Fresneli läätsed on tavaliselt valguse kollimeerimiseks või koondamiseks kasutatavad optilised elemendid, mille eelisteks tavaliste läätsede ees on kompaktsus ja võimalus valmistada neid suure suhtelise avaga. Ilmneb, et Fresneli läätsel on eripärane impulsskoste: läätse fookuses tekkiv valgusväli, kui läätsele langeb ülilühike tasalaineimpulss, koosneb valgusimpulsside jadast. Käesolevas töös tuletatakse Fresneli läätse impulsskoste jaoks lihtne geomeetrilisest optikast lähtuv mudel. Mudeli paikapidavust kontrollitakse SEA TADPOLE interferomeetriga, uurides tasalaine valgusvälja ajalis-ruumilist käitumist läätse fookuses.

Märksõnad: Fresneli lääts, interferomeetria.
CERCS: P200 — Elektromagnetism, optika, akustika

Determining the spatio-temporal impulse response of a Fresnel lens

Fresnel lenses are optical elements used mainly to collimate or focus light. The special design of the lenses allows to manufacture lenses of great f-number without the mass and volume of material that would be required by a lens of conventional design. It appears that Fresnel lenses have a characteristic impulse response: a plane wave passing through the lens will create a train of pulses in the focus. In this paper, a simple model for the impulse response is derived using geometrical optics. The validity of the model is evaluated by measuring the spatio-temporal behaviour of a plane wave passing through a Fresnel lens using SEA TADPOLE interferometry.

Keywords: Fresnel lens, interferometry.
CERCS: P220 — Electromagnetism, optics, acoustics

Sisukord

Sissejuhatus **4**

1 Teooria **6**
1.1 Erinevate Fresneli läätsede geomeetria 6
1.1.1 Konstantse tsoonikõrgusega sfäärilised Fresneli läätsed 6
1.1.2 Konstantse tsoonilaiusega sfäärilised Fresneli läätsed 7
1.1.3 Lihtsustatud geomeetriaga sfäärilised Fresneli läätsed 8
1.1.4 Konstantse tsoonilaiusega lihtsustatud geomeetriaga asfäärilised läätsed 8
1.2 Fresneli läätse ajalis-ruumiline koste lihtsustatud geomeetrilises esituses 11

2 Metoodika **13**
2.1 Eeleksperiment: Fresneli läätsede võrdlemine 13
2.2 Ülilühikeste impulsside mõõtmine SEA TADPOLE interferomeetriga 14
2.2.1 Spektraalne inteferomeetria 15
2.2.2 SEA TADPOLE 17

3 Tulemused ja nende analüüs **21**
3.1 Eeleksperiment: Fresneli läätsede võrdlemine 21
3.1.1 Eeleksperimendi tulemused 21
3.2 Põhieksperiment: Fresneli läätse ajalis-ruumiline koste 22
3.2.1 Eksperimendi tulemused 23
3.2.2 Lihtsustatud ajalis-ruumilise impulsskoste mudeli paikapidavus 26

Kokkuvõte **28**

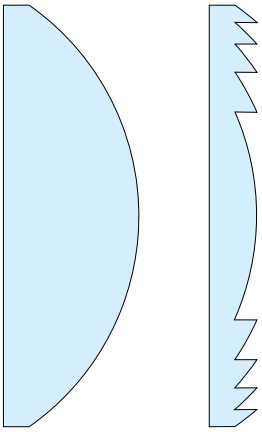
Tänuavaldused **29**

Kirjandus **30**

Lihtlitsents **32**

Sissejuhatus

Läätse suhteline ava ehk läätse läbimõõdu ja fookuskauguse suhe iseloomustab läätse valguse kogumise võimet. Sfääriliste läätsede puhul kasvab läätse paksus koos suhtelise avaga ehk teatud piirist alates muutub paksema läätse valmistamine ebapraktiliseks ning suure materjalikulu tõttu kalliks. Üks lahendustest on kontsentrilistest rõngastest (tsoonidest) koosneva Fresneli läätse kasutamine, mille paksus saab olla oluliselt väiksem kui sama suhtelise avaga sfäärilisel läätsel (näitena vt joonis 1).



Joonis 1: Tavaline sfääriline lääts ja Fresneli lääts.

Kuna valguse murdumine toimub ainult erinevate murdumisnäitajatega keskkondade piirpinnal, tuli prantsuse teadlane Georges-Louis Leclerc de Buffon 1748. aastal välja ideega jaotada tavaline sfääriline lääts kontsentrilisteks rõngasteks. 73 aastat hiljem rakendas Buffoni rahvuskaaslane Augustin-Jean Fresnel tema ideid läätsede valmistamiseks majakatele ning seetõttu nimetataksegi selliseid optilisi elemente tänapäeval just Fresneli järgi [1].

Läbi ajaloo on Fresneli läätsed leidnud rakendust valdkondades, kus on tarvis valgust kollimeerida või koondada. Üks populaarne kasutusvaldkond on päikesepaneelid: valgus koondatakse Fresneli läätsede abil väga väikesele pindalale eesmärgiga vähendada päikesepatarei energiat koguva osa pindala [2]. Samuti võib neid leida prožektorites ning grafoprojektorites.

Fresneli läätse on kasutatud lühikeste valgusimpulsside koondamiseks detektorile nn kummituskuva-lidari eksperimendis, kus uuritavast objektist saadakse kolmemõõtmeline kujutis, mõõtes objektilt peegeldunud laserimpulsside ajalist käiku [3].

Lühikeste valgusimpulsside või ajas väga kiiresti muutuva signaali puhul ilmneb aga oluline erinevus Fresneli läätse ja tavalise läätse vahel. Kui sfäärilisele koondavale läätsele langeb lühike tasalaineimpulss, siis vastavalt Fermat' printsiibile jõuavad läätse erinevaid punkte läbinud impulsifrondi osad läätse fookusesse samaaegselt. Fresneli läätse puhul jõuab tasalaineimpulss

fookusesse samaaegselt ainult ühe tsooni piires.

Seetõttu on Fresneli läätse kasutamiseks väga head ajalist lahutust nõudvas optilises skeemis vaja teada läätse impulsskostet: läätse fookuses tekkiva valgusvälja käiku, kui läätsele langeb ülilühike tasalaineimpulss. Teades vastavat funktsiooni, on võimalik seda kasutada erinevate moonutuste kirjeldamiseks ja võimalikuks kompenseerimiseks väga kõrget ajalist lahutust nõudvates optilistes skeemides.

Bakalaureusetöö eesmärk on Fresneli läätse fookuse lähedal tekkiva valgusvälja ajalis-ruumiline iseloomustamine. Teades selle välja käitumist ajas, saab järeldada, millistel tingimustel ning missuguseid parandeid arvesse võttes saab Fresneli läätsi kasutada väga kõrget ajalist lahutust nõudvates eksperimentides.

Töö koosneb kolmest osast: teooria ülevaatest, meetoditest ning tulemusest ja nende analüüsist. Teoreetiline osa annab ülevaate erineva geomeetriaga Fresneli läätsedest ja ühtlasi tutvustab lihtsat geomeetrilisest optikast lähtuvat mudelit, mille abil Fresneli läätse impulsskostet fookuses hinnata. Meetodite peatükk keskendub Tartu Ülikooli Füüsika Instituudi füüsikalise optika laboris kasutatavale SEA TADPOLE interferomeetri ehitusele ja tööpõhimõttele. Tulemuste ja analüüsi peatükk hindab väljapakutud mudeli paikapidavust.

Peatükk 1

Teooria

Käesolevas peatükis antakse ülevaade Fresneli läätsede geomeetria ja ehituse kohta. Lisaks tuletatakse lihtsustatud mudel impulsskoste hindamiseks läätse fookuses.

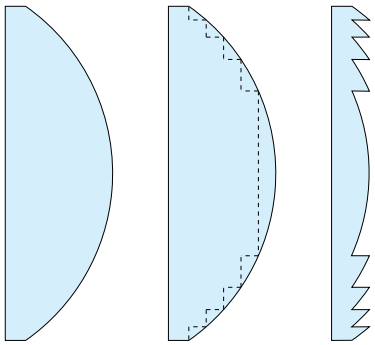
1.1 Erinevate Fresneli läätsede geomeetria

Fresneli läätse tsoonide jaotuseks on kaks põhimõtteliselt erinevat moodust: võimalik on valmistada Fresneli lääts, mille puhul on konstantne kas tsooni laius või selle kõrgus. Läätsede tootmisel tehakse tihti nende geomeetriale lihtsustusi, mida siin alapeatükis ka tutvustatakse.

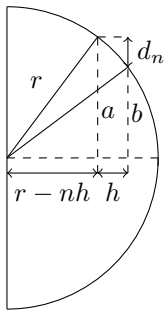
1.1.1 Konstantse tsoonikõrgusega sfäärilised Fresneli läätsed

Konstantse tsoonikõrgusega Fresneli läätse ühe tsooni laius optilisest peateljest eemale liikudes väheneb. Kahemõõtmeliselt külgvaatelt (vt. joonis 1.1) võib näha, et sellise läätse saame konstrueerida sfäärilise läätse kaartest, mille projektsioonid optilisele peateljele on võrdsed. Tsoonilaius kahaneb optilisest peateljest eemale liikudes, sest kaare projektsioon läätse tasandile väheneb. n-nda tsooni välimise piirjoone raadius on $\sqrt{r^2-(r-nh)^2}$, kus $h = \text{const}$ on ühe tsooni kõrgus ning r on sfäärilise läätse kõverusraadius (vt. joonis 1.2). Selle tsooni sisemine piirjoon ühtib $n-1$ tsooni välimise piirjoonega ning seega vastav kaugus optilisest peateljest on $\sqrt{r^2-[r-(n-1)h]^2}$. Üldkujul saame n-nda tsooni laiuseks

$$d_n = \sqrt{r^2-(r-nh)^2} - \sqrt{r^2-[r-(n-1)h]^2}. \tag{1.1}$$



Joonis 1.1: Sfäärilisest läätsest konstantse tsoonikõrgusega Fresneli läätse saamine: tsoonilaius väheneb optilisest peateljest eemale liikudes.



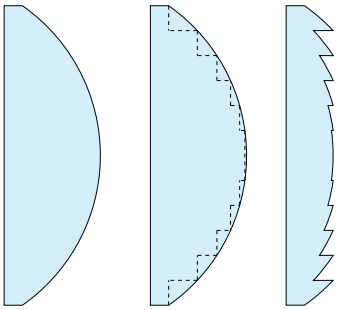
$$d_n = a - b$$
$$a = \sqrt{r^2 - (r - nh)^2}$$
$$b = \sqrt{r^2 - [r - (n-1)h]^2}$$

Joonis 1.2: Tsoonilaiuse sõltuvuse tema järjekorranumbrist saab leida Pythagorase teoreemi abil.

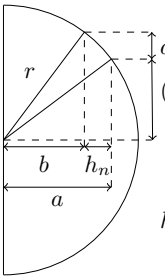
1.1.2 Konstantse tsoonilaiusega sfäärilised Fresneli läätsed

Vastupidiselt eelnevale näitele on võimalik valmistada ka selline Fresneli lääts, mille tsoonilaius on konstantne, kuid sellest tingituna optilisest peateljest eemale liikudes suureneb tsooni kõrgus (vt. joonis 1.3). Lihtsa geomeetrilise konstruktsiooni abil on võimalik analoogselt eelmise alapeatükiga näidata (vt. joonis 1.4), et n-nda tsooni kõrgus avaldub konstantse tsooni laiuse d ning läätse kõverusraadiuse r korral kui

$$h_n = \sqrt{r^2 - [(n-1)d]^2} - \sqrt{r^2 - (nd)^2}. \tag{1.2}$$



Joonis 1.3: Sfäärilisest läätsest konstantse tsoonilaiusega Fresneli läätse saamine: tsoonikõrgus suureneb optilisest peateljest eemale liikudes.

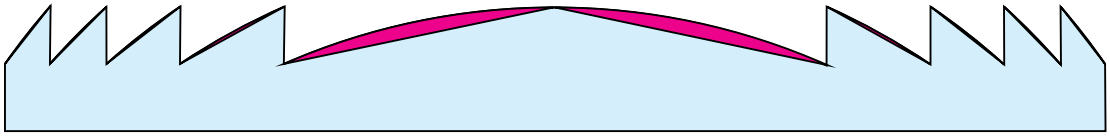


$$h_n = a - b$$
$$a = \sqrt{r^2 - [(n-1)d]^2}$$
$$b = \sqrt{r^2 - (nd)^2}$$
$$h_n = \sqrt{r^2 - [(n-1)d]^2} - \sqrt{r^2 - (nd)^2}$$

Joonis 1.4: Tsooni kõrguse sõltuvuse tema järjekorranumbrist saab leida Pythagorase teoreemi abil.

1.1.3 Lihtsustatud geomeetriaga sfäärilised Fresneli läätsed

Kuna Fresneli läätse ühe tsooni laius (suurusjärk 0,1 mm) on kõverusraadiusega võrreldes väga väike, tehakse praktikas tootmise lihtsamaks ja odavamaks muutmiseks murdvatele pindadele lineaarne lähendus [4]. Kitsa tsoonilaiuse korral on kahe pinna erinevus praktiliselt olematu (vt. joonis 1.5). Sellise lihtsustuse korral on tsoonid sfäärilise läätse väljalõigete asemel hoopis aksikoni ehk koonilise läätse lõiked. Geomeetrilise optika seisukohast läätse omadused praktiliselt ei muutu, leiavad aset mõned laineoptikalised efektid, kuid neid siin töös ei käsitleta.



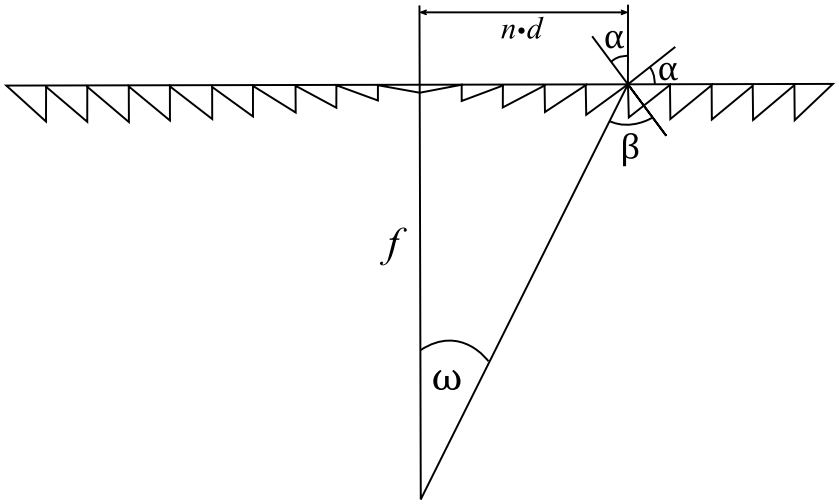
Joonis 1.5: Sfäärilistelt pindadelt „eemaldatakse“ roosad segmendid ning tulemuseks on lineaarsete pindadega tsoonid.

1.1.4 Konstantse tsoonilaiusega lihtsustatud geomeetriaga asfäärilised läätsed

Enamjaolt toodetaksegi just lineaarsete pindadega Fresneli läätsesid. Aberratsioonide mõju vähendamiseks võib ka konstrueerida sellise Fresneli läätse, mille pind ei lähtu sfäärilisest geomeetriast, vaid sellest, et kasutatakse lineaarseid tsoonide pindasid. Sellise läätse analüütilise lahendi on tuletanud E.V. Tver'yanovich [5]. Mõlemas tuletuskäigus on eelduseks, et kõikide tsoonide välimisest äärest lähtuvad kiired koonduksid ühte punkti ehk fookusesse.

Sellest, kumba pidi läätse optilises skeemis kasutada soovitakse (kas sakiline pind on fookuse pool või vastupidi), sõltub ka läätse geomeetria. Joonisel 1.6 on toodud lääts, mille sakiline pind asub fookuse pool.

Vastavalt Snelli seadusele saab öelda, et $\eta \sin\alpha = \sin\beta$ (kus η tähistab murdumisnäitajat, et mitte segamini ajada tsooni järjekorranumbriga n). Kuna $\beta = \alpha + \omega$, saab avaldise $\tan\alpha$ jaoks:



Joonis 1.6: Fresneli läätsel, mille „sakid“ asuvad fookuse pool, murdub valguskiir ühe korra [5].

$$\begin{aligned}
\eta \sin\alpha &= \sin(\alpha+\omega) \\
\eta \sin\alpha &= \sin\alpha\cos\omega + \cos\alpha\sin\omega \\
\tan\alpha &= \frac{\sin\omega}{\eta-\cos\omega}.
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Kuna $\tan\omega = nd/f$, saab kirjutada

$$\sin\omega = \frac{nd}{f}\cos\omega,$$

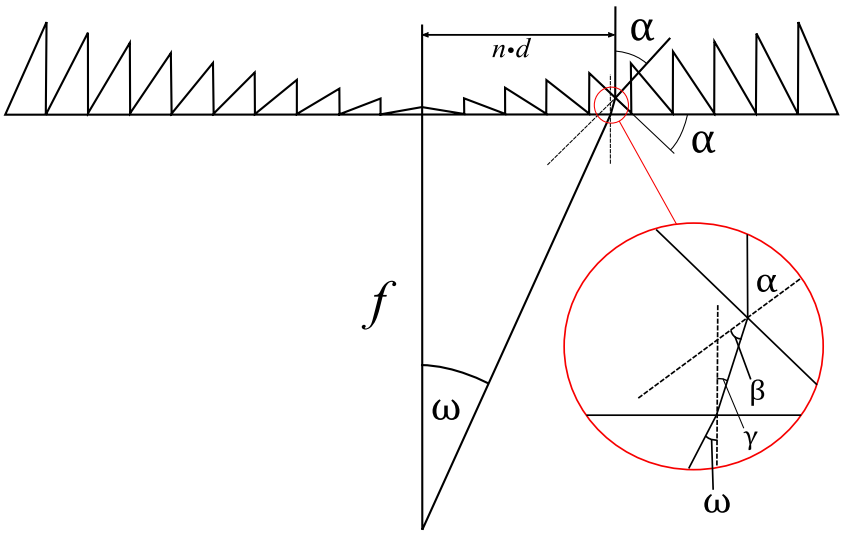
asendades selle avaldisse 1.3, saab

$$\tan\alpha = \frac{nd}{f}\frac{\cos\omega}{\eta-\cos\omega}.$$

Tehes asendused $f/\left((nd)^2+f^2\right)^{1/2}$ ning $\tan\alpha = h_n/d$, on võimalik näidata n-nda tsooni kõrguse h_n sõltuvust n-st:

$$\frac{h_n}{d} = \frac{nd}{\eta\sqrt{(nd)^2+f^2}-f} \Rightarrow h_n = \frac{nd^2}{\eta\sqrt{(nd)^2+f^2}-f}.$$

Läätsel, mille sakiline pool on mõeldud asetsema pealelangeva valguse pool (vt joonis 1.7), toimub kaks murdumist.



Joonis 1.7: Fresneli läätsel, mille „sakid“ asuvad tasalaine pealelangemise pool, toimub kaks murdumist [5].

Murdumiste jaoks saab panna kirja neli võrrandit:

$$\sin\alpha = \eta \sin\beta \tag{1.4}$$

$$-\alpha = \gamma - \beta \tag{1.5}$$

$$\eta \sin\gamma = \sin\omega \tag{1.6}$$

$$\tan\omega = \frac{nd}{f}. \tag{1.7}$$

Asendades võrrandi 1.5 võrrandisse 1.4, saab avaldise $\tan\alpha$ jaoks:

$$\begin{aligned}
\sin\alpha &= \eta \sin(\gamma+\alpha) \\
\sin\alpha &= \eta(\sin\gamma\cos\alpha + \cos\gamma\sin\alpha) \\
\tan\alpha &= \frac{\eta\sin\gamma}{1-\eta\cos\gamma}.
\end{aligned}$$

Viimase avaldise lugeja avaldub 1.6 järgi kui $\sin\omega$. Nimetaja avaldamiseks ω kaudu lähtume taas võrrandist 1.6. Selle ruutu tõstes ning trigonomeetrilist teisendust $\sin^2\gamma = 1-\cos^2\gamma$ rakendades saame, et

$$\eta^2\left(1-\cos^2\gamma\right) = \sin^2\omega \Rightarrow \eta\cos\gamma = \sqrt{\eta^2-\sin^2\omega},$$

kokku

$$\tan\alpha = \frac{\sin\omega}{1-\sqrt{n^2-\sin^2\omega}}.$$

Kasutades seoseid $\tan\alpha = h_n/d$ ja $\sin\omega = nd/\sqrt{(nd)^2+f^2}$, saame n-nda tsooni kõrguseks

$$h_n = \frac{nd^2}{\sqrt{(nd)^2+f^2}\left(1-\sqrt{\eta^2-\frac{(nd)^2}{(nd)^2+f^2}}\right)}.$$

1.2 Fresneli läätse ajalis-ruumiline koste lihtsustatud geomeetrilises esituses

Lähtudes alapeatükis 1.1.2 kirjeldatud konstantse tsoonilaiuse ning muutuva sügavusega Fresneli läätsede geomeetriast, tuletan sellise läätse fookusesse tekkiva impulsskoste leidmiseks lihtsustatud mudeli. Vaatluse all on olukord, kus Fresneli läätse läbib tasalaine, mis koondub läätse fookuses.

Iga tsooni optilisele peateljele kõige lähemal asuval ringjoonel on läätse läbimõõt iga tsooni puhul sama. Eeldades, et ühe tsooni piires jõuab valgus fookusesse samaaegselt, saame neid punkte iseloomustades kirjeldada tervet läätse. Kuna optilisest peateljest kaugemal asuvatel tsoonidel on fookusesse pikem tee, tekib fookusesse impulsside jada.

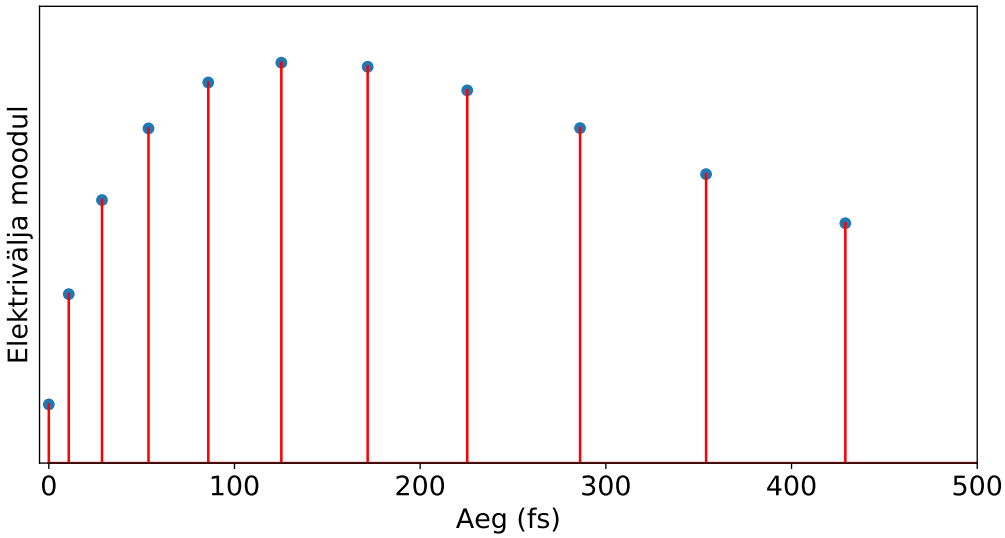
n-nda tsooni optilisele peateljele kõige lähemal asuva piirjoone raadius on $(n-1)/k$, kus k on läätse tsoonide tihedus. Pythagorase teoreemi kasutades saab leida, et n-dast tsoonist kulub valgusel fookusesse levimiseks

$$t = \frac{\sqrt{f^2+\frac{(n-1)^2}{k^2}}}{c}. \tag{1.8}$$

Ühtlase intensiivsusjaotusega tasalaine puhul on tsooni läbinud valguse intensiivsus määratud selle pindalaga

$$A = \pi k^{-2}[n^2-(n-1)^2] = (2n-1)\pi k^{-2}. \tag{1.9}$$

Valguse tasalaine Fresneli läätse läbimisel tekibki seega fookuses impulsside jada (vt joonis 1.8), kus optilise peatelje lähedal asuvaid tsoone läbinud impulsside ajaline vahe on sõltuvalt läätsest vahemikus 1 fs kuni 100 fs. Laserikiire puhul (eeldusel, et kiire ristlõikeprofiil on Gaussi kimp) impulsside intensiivsus läätse keskpunktist eemale liikudes esialgu suureneb, kuna tsooni pindala suureneb, kaugemal hakkab taas vähenema, kuna laserikiire intensiivsus väheneb.



Joonis 1.8: Valguse tasalaineimpulsi Fresneli läätse läbimisel tekib fookuses impulsside jada, kusjuures nende ajaline eraldatus muudkui kasvab. Joonisel on kujutatud eelnevas peatükis tuletatud lihtsustatud geomeetrilise mudeli põhjal leitud Thorlabsi valmistatava Fresneli läätse FRP251 [6] impulsskoste.

Peatükk 2

Metoodika

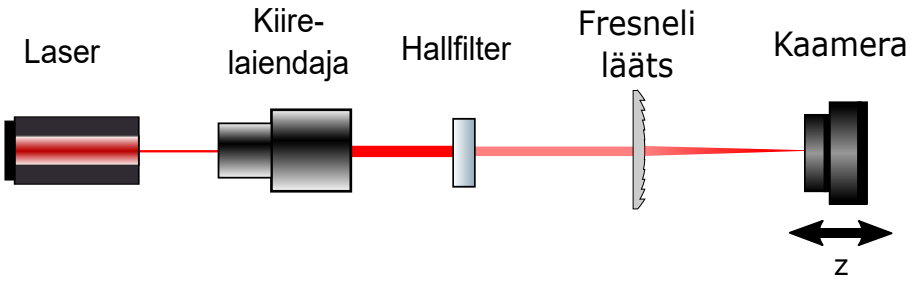
Käesolevas töös kasutatakse Fresneli läätse impulsskoste uurimiseks SEA TADPOLE (*Spatial Encoded Arrangement for Temporal Analysis by Dispersing a Pair of Light E-fields*) interferomeetrit. Meetod lubab valgusimpulsside mõõtmisel ajalist lahutust suurusjärgus mõni femtosekund. Kuna see hõlmab endas valguse suunamist optilisse kiudu, on vajalik, et Fresneli läätse fookuses tekkiv valgusväli oleks võimalikult korrapärane ja hästi koondatud. Põhieksperimendi jaoks sobiva läätse valimiseks võrreldakse erinevaid läätsesid nende fookuses tekkivat kujutist CMOS kaameraga registreerides.

Käesolevas peatükis antakse ülevaade läätsede võrdlemiseks kasutatavast optilisest skeemist ning tutvustatakse SEA TADPOLE tööpõhimõtet.

2.1 Eeleksperiment: Fresneli läätsede võrdlemine

Fresneli läätse impulsskoste uurimiseks SEA TADPOLE interferomeetriga tuleb seda läbiv valguse tasalaine koondada optilisse kiudu. Läätse fookuses tekkiva valgusvälja korrapärasuse hindamiseks kasutatakse lihtsat optilist skeemi, mis koosneb monokromaatsest laserist, kiirelaiendajast, hallfiltrist, uuritavast Fresneli läätsest ning CMOS kaamerast, mida saab nihuti abil liigutada mööda optilist peatelge (vt. joonis 2.1).

Monokromaatsest heelium-neoonlaserist lainepikkusega 632,8 nm tulev laserikiir tehakse kiirelaiendajat kasutades 7 korda laiemaks (eesmärgiga simuleerida võimalikult täpselt põhieksperimendis kasutatava laserikiire parameetreid), selle intensiivsust vähendatakse hallfiltriga ning uuritav Fresneli lääts koondab kiire kaamera sensori pinnale. Hallfiltri kasutamine on tarvilik, et liiga suure intensiivsuse tõttu poleks kaameraga registreeritud pilt täiesti küllastunud. Kaamera on ühendatud arvutiga ning fookuses olevat pilti on võimalik reaalajas



Joonis 2.1: Laserikiir tehakse kiirelaiendajat kasutades laiemaks ja Fresneli lääts koondab kimbu kaamera fookusesse.

jälgida ning salvestada. Kuna signaali on võimalik reaalajas jälgida ning kaamera on asetatud nihuti peale, on võimalik uurida kujutist väga täpselt just läätse fookuses.

Kasutatakse monokromaatset Mako U-503B kaamerat CMOS-sensoriga, mille ruumiline lahutusvõime on 2592 korda 1944 pikslit ja ühe piksli suurus 2,2 korda 2,2 mikromeetrit [7].

2.2 Ülilühikeste impulsside mõõtmine SEA TADPOLE interferomeetriga

Ülilühikesi impulsse, mida käesolevas töös uuritakse, on võimatu otseselt mõõta. Parimad detektorid töötavad tänapäeval sageduseni 60 GHz [8], mis tähendab, et nende ajaline lahutusvõime on suurusjärgus 10 ps. Fresneli läätse ajalis-ruumilise koste mõõtmiseks on tarvis aga mitu suurusjärku täpsemat ajalist lahutust: eelpool tuletatud lihtsustatud mudel impulsskoste leidmise jaoks annab sõltuvalt läätsest vajalikuks lahutuseks umbes 5 fs.

Peale otseselt signaali mõõtmise on olemas ka kaudseid meetodeid, mille abil saab signaali ajalist käiku leida. Kui harilikult esitatakse signaal intensiivsuse sõltuvusena ajast (sellist esitusviisi kutsutakse signaali kirjeldamiseks aegesituses), siis võimalik on väljendada signaali ka mitmete erineva sagedusega sinusoidaalsete lainete summana, kus igal sageduskomponendil on amplituud ja võnkefaas, mille määrab signaali kuju. Signaali saab aegesitusest sagedusruumi teisendada Fourier' pöörde abil. Kuna teisendus töötab ka teistpidi, s.t. sagedusruumist aegesitusse liikudes, saab valgussignaali kompleksset spektrit (iga sageduskomponendi intensiivsust ja faasi) mõõtes leida signaali ajalise käigu.

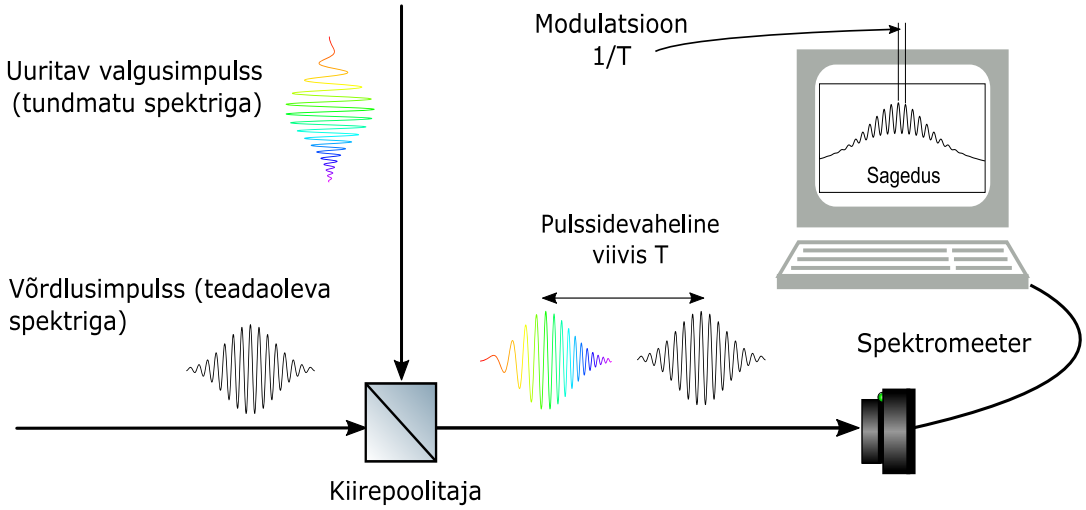
Ülilühikesi impulsse, millega ka käesolevas töös tegeletakse, mõõdetakse harilikult just

sagedusruumis, sest sellisel juhul pole vaja kasutada ülikiireid detektoreid, mis on väga kallid ja mis sellele vaatamata ei anna tihti piisavat ajalist lahutust. Selline meetod on rakendatav, kui mõõtmise kestel signaali kuju ei muutu [9]. Tingimus on täidetud, kui mõõdetakse impulsse, identsetest impulssidest koosnevat jada või statsionaarse süsteemi impulsskostet [9].

Käesolevas alapeatükis antakse ülevaade Tartu Ülikooli füüsikalise optika laboris kasutatavast SEA TADPOLE interferomeetrist ja selle rakendamisest ülilühikeste impulsside ajaliseks iseloomustamiseks.

2.2.1 Spektraalne inteferomeetria

SEA TADPOLE tugineb spektraalsele interferomeetriale (SI) – meetodile, mida kasutatakse kahe impulsi spektraalse faasivahe määramiseks. Lihtsa SI süsteemi korral signaal ja võrdlusimpulss (impulss, mille spektraalne kuju on teada) suunatakse kollineaarselt spektromeetrisse, nii et nendevaheline viivis on T [10].



Joonis 2.2: Spektraalne interferomeetria (SI): kollineaarselt spektromeetrisse omavahelise viivisega T saadetud võrdlusimpulss ja uuritav impulss tekitavad spektromeetri väljundis moduleeritud signaali, kus modulatsiooni periood on $1/T$ [10].

Spektromeetriga registreeritav SI spekter avaldub kujul

$$\begin{aligned}
S_{SI}(\omega) &= |\mathscr{F}\{E_{\mathrm{ref}}(t) + E(t-T)\}|^2 = \\
&= |\widetilde{E}_{\mathrm{ref}}(\omega) + \widetilde{E}(\omega)e^{-i\omega T}|^2 = \\
&= |E_{\mathrm{ref}}(\omega)e^{i\varphi_{\mathrm{ref}}(\omega)} + E(\omega)e^{i\varphi(\omega)-i\omega T}|^2 = \\
&= |E_{\mathrm{ref}}(\omega)|^2 + |E(\omega)|^2 + \\
&+ |E_{\mathrm{ref}}(\omega)||E(\omega)|[e^{i\varphi_{\mathrm{ref}}(\omega)-i\varphi(\omega)+i\omega T} + e^{-i\varphi_{\mathrm{ref}}(\omega)+i\varphi(\omega)-i\omega T}] = \\
&= |E_{\mathrm{ref}}(\omega)|^2 + |E(\omega)|^2 + 2|E_{\mathrm{ref}}(\omega)||E(\omega)|\cos(\varphi_{\mathrm{ref}}(\omega) - \varphi(\omega) + \omega T), \qquad (2.1)
\end{aligned}$$

kus $\widetilde{E}(\omega) = |E(\omega)|\exp(i\varphi(\omega))$ on uuritava impulsi kompleksne spekter avaldatuna mooduli $|E(\omega)|$ ja faasi $\varphi(\omega)$ kaudu, analoogselt $\widetilde{E}_{\mathrm{ref}}(\omega) = |E_{\mathrm{ref}}(\omega)|\exp(i\varphi_{\mathrm{ref}}(\omega))$ on võrdlusimpulsi spekter ning $\mathscr{F}$ tähistab Fourier' pöörde operaatorit.

SI on lineaarne meetod, mis tähendab, et selle abil saab leida ainult kahe impulsi spektraalse faasi vahe [11]. Kompleksset võrdlusimpulssi saab mõõta mõne mittelineaarse meetodiga, mille üheks kõige tuntumaks näiteks on FROG (*Frequency Resolved Optical Gating*) [10]. Kuna käesolevas töös uuritakse Fresneli läätse impulsskostet, võrdlusimpulsi iseloomustamine vajalik ei ole, seepärast eelpool mainitud FROG-i ega ka teisi mittelineaarseid meetodeid ei kirjeldata.

Süsteemi impulsskoste saab lineaarsete mitteinvariantsete süsteemide korral (töös kasutatavat optilist süsteemi võib niimoodi käsitleda) siduda süsteemi sisend- ja väljundsignaaliga. Väljundsignaal avaldub sisendsignaali (E_s) ja impulsskoste (h) sidumina [12]

$$E_v(t) = E_s(t) \otimes h(t) \equiv \int_{-\infty}^{\infty} E_s(\tau)h(t-\tau)d\tau.$$

Sagedusruumis teisendub sidumi võtmine korrutamiseks, st

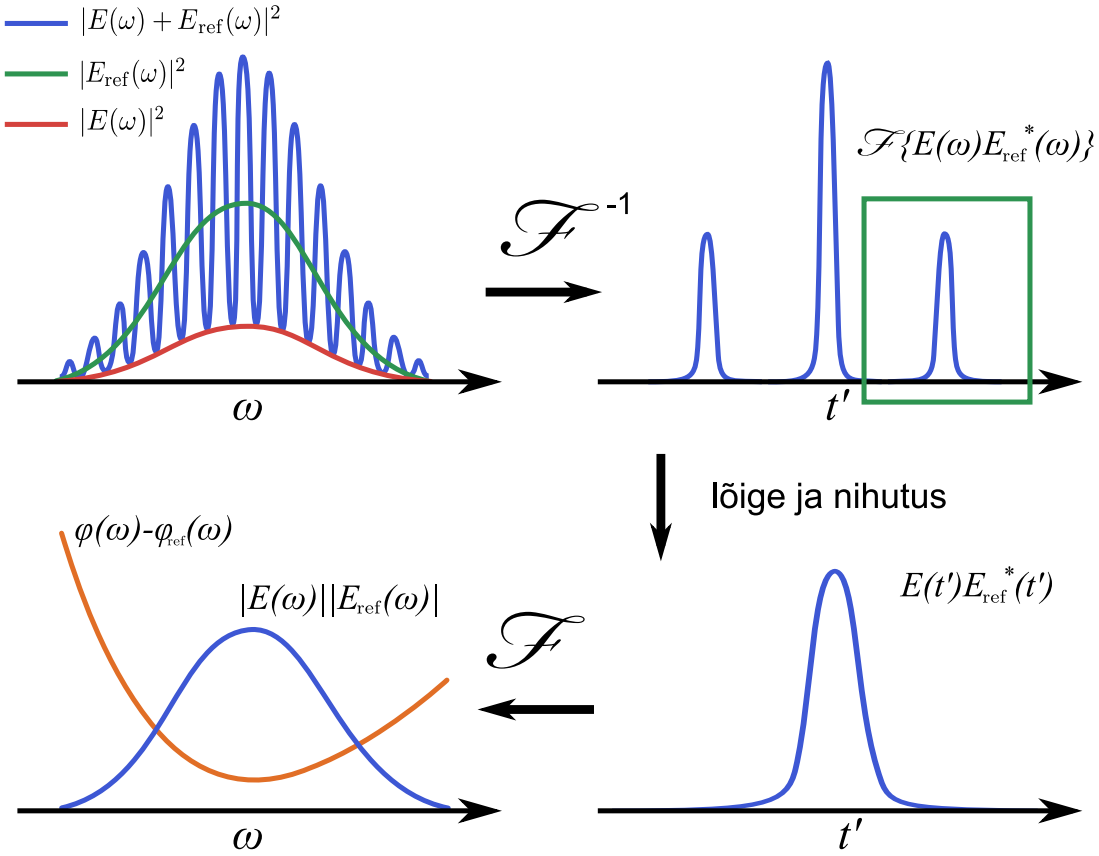
$$E_v(\omega) = E_s(\omega) \cdot H(\omega).$$

Spektraalse faasi vahe leidmiseks võetakse registreeritud spektrist Fourier' pööre ning saadakse aegesituses tulemuseks kolme selgelt eristuva maksimumiga signaal (vt joonis 2.3). Fourier' pöörde puhul modulatsioon sagedusruumis avaldub nihkena aegesituses ning järelikult kaks väiksemat kõrvalpiiki väljendavad interferentsiliiget $2|E_{\mathrm{ref}}(\omega)||E(\omega)|\cos(\varphi_{\mathrm{ref}}(\omega) - \varphi(\omega) + \omega T)$. Valides välja kahest piigist ühe, selle aja nullpunkti nihutades (vabanedes nii sagedusruumis faasikordajast $e^{i\omega t}$) ning Fourier' pöörde operaatorit rakendades saabki teada interferentsiliikme kompleksse spektri, mille matemaatiline avaldis on

$$|E_{\mathrm{ref}}(\omega)|\,|E(\omega)|e^{i\varphi_{\mathrm{ref}}(\omega)-i\varphi(\omega)}. \qquad (2.2)$$

Jagades selle läbi võrdlusimpulsi kaaskomplekssе spektriga $E^*_{\mathrm{ref}} = |E_{\mathrm{ref}}|e^{-i\varphi_{\mathrm{ref}}}$, saab teada otsitava spektri.

Meetodi lahutusvõime sõltub suuresti viivisest T: lühikese viivise korral liiguvad joonisel olevad kõrvalpiigid peamaksimumile lähemale ning neid välja lõigates läheb rohkem informatsiooni kaduma. Liiga suure viivise korral on sagedusruumis interferentsi modulatsioonisagedus aga liiga suur ning spektromeetri lahutusvõime ei pruugi olla piisav, et signaali täpselt mõõta.

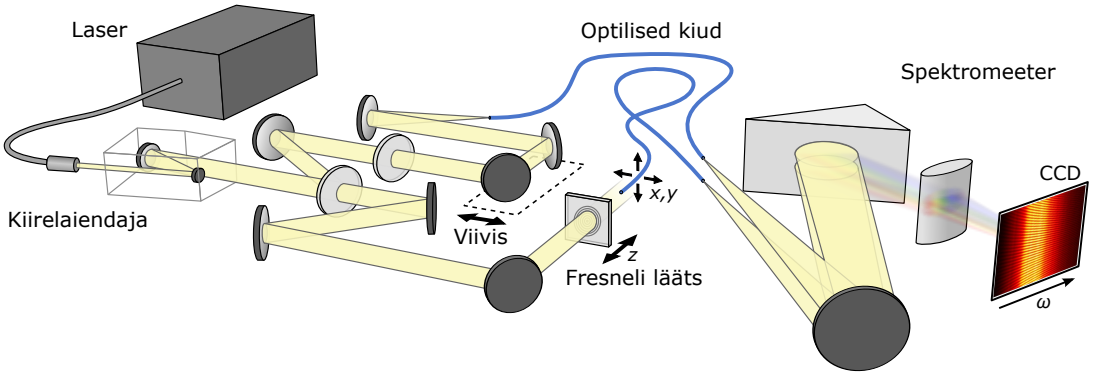


Joonis 2.3: Mõõdetud spektrile rakendatakse Fourier pöördteisendust ja aegesituses filtreeritakse välja interferentsliiget kirjeldav osa. Sagedusruumi tagasi minnes saame teada inteferentsiliikme faasiinfo. [9]

2.2.2 SEA TADPOLE

Spektraalset lahutusvõimet saab parandada spektrit mitme erineva viivise korral mõõtes. SEA TADPOLE (*Spatial Encoded Arrangement for Temporal Analysis by Dispersing a Pair of Light E-fields*) meetodi korral lahutatakse mõõdetud spekter erineva viivise järgi ja see annab lõpptulemusena 5 korda parema spektraalse lahutuse kui tavaline SI [13, 14, 15].

SEA TADPOLE katseskeemis (vt joonis 2.4) juhitakse kiirelaiendaja abil laiemaks tehtud



Joonis 2.4: Inteferomeetri kahest õlast (mõõteõlg ja võrdlusõlg) suunatakse valgus kahte optilisse kiudu. Uuritav Fresneli lääts paikneb mõõteõlas, süsteemi viivist reguleeritakse võrdlusõlas. Kahest kiust juhitakse valgus dispergeerivale elemendile, mis lahutab inteferentsipildi spektraalselt. Selle registreerib kaamera. [9]

laserikiir kiirepoolitaja abil kahte erinevasse õlga: mõõteõlga ja võrdlusõlga. Mõõteõlas koondatakse valgus uuritava Fresneli läätsega optilisse kiudu. Võrdlusõlas suunatakse valgus paraboolpeegli abil teisse kiudu, kusjuures võrdlusõla optilist teepikkust saab nihutil asuva peeglisüsteemi abil muuta, nii et see oleks kahes õlas (mõõteõlg ja võrdlusõlg) võrdne. Kahe optilise kiu väljundotsad on kõrvuti, teineteisest väikesel kaugusel d (suurusjärk 1 mm) ning paralleelsed. Kiududest väljuvad valgusvihud lähtuvad eri punktidest ja seetõttu kollimeerivalt nõguspeeglilt peegelduvad valgusvihud on omavahel nurga all $\theta = \frac{d}{f}$, kus f on kollimaatori fookuskaugus. Dispergeeriva elemendina kasutatakse prismat, kuna erinevalt difraktsioonivõrest puuduvad prisma abil spektriks lahutatud valgusel sekundaarsed difraktsioonijärgud, mis laia spektri puhul üksteisega kattuda võiks (nt spektri punase piirkonna teine järk võib kattuda sinise osa kolmanda järguga). Analoogselt valemiga 2.1 saab näidata, et kaamera registreeritav interferentspilt avaldub kujul

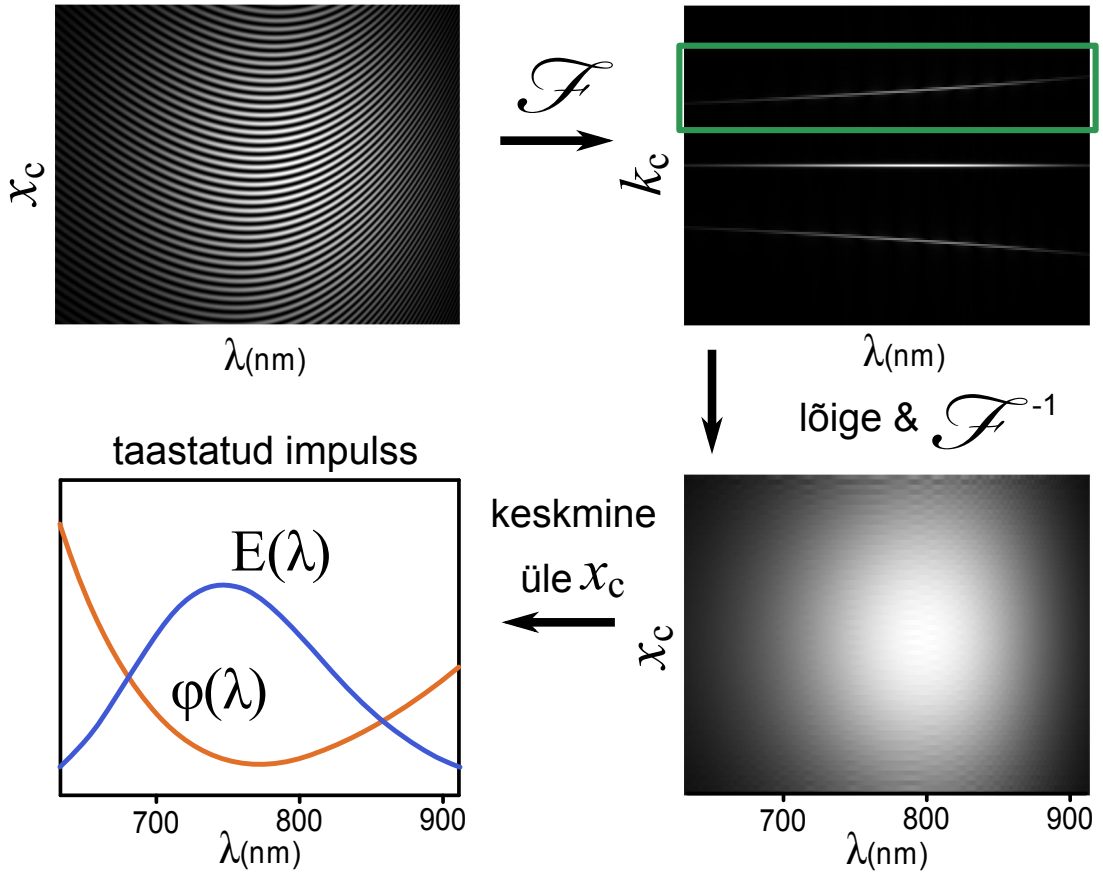
$$S_{ST}(\omega, x_c) = |E_{\mathrm{ref}}(\omega)|^2 + |E(\omega)|^2 + 2\,|E_{\mathrm{ref}}(\omega)|\,|E(\omega)| \cos\left(\frac{\omega}{c} x_c \sin(\theta) + \varphi_{\mathrm{ref}}(\omega) - \varphi(\omega)\right), \tag{2.3}$$

mis on väga sarnane SI spektri matemaatilise avaldisega (valem 2.1), kuid ωT asemel on liige $\frac{\omega}{c} x_c \sin(\theta)$, kus x_c on spektriga ristuv koordinaat. Lahendusalgoritm on sarnane eelpool kirjeldatud SI meetodiga.

Esmalt rakendatakse registreeritavale signaalile S_{ST} Fourier' pööret x_c järgi, saades

$$F\{S(\omega,x)\} = \delta(k)\left(|E_{\text{ref}}(\omega)|^2 + |E(\omega)|^2\right) + \\ + \delta\left(k - \frac{\omega}{c}\sin\theta\right) E_{\text{ref}}(\omega)E^*(\omega) \\ + \delta\left(k + \frac{\omega}{c}\sin\theta\right) E_{\text{ref}}(\omega)E^*(\omega),$$

kus δ on Diraci deltafunktsioon.



Joonis 2.5: Interferentsiliikme eraldamiseks teostatakse Fourier' pööre üle koordinaadi x_c. Filtreeritakse välja interferentsiliiget kirjeldav külgriba, teostatakse Fourier' pöördteisendus ning üle x_c nii faasi kui ka moodulit keskmistades saadakse inteferentsliikme kompleksne spekter. [9, 15]

Kahemõõtmeliselt väljendub see kolme ribana (vt joonis 2.5), millest sarnaselt SI lahendusalgoritmiga valitakse kahest kõrvalribast välja üks, nihutatakse see ruumilise sageduse k_c nullpunkti ja rakendatakse sellel Fourier pöördteisenduse operaatorit, saades interferentsiliikme sõltuvuse ruumikoordinaadist x_c. Otsitava mõõteõla kompleksse spektri saamiseks keskmistatakse saadud inteferentsiliikme spekter üle koordinaadi x_c ja jagatakse see võrdlusõla kompleksse spektriga.

Signaali saamiseks aegesituses teostatakse Fourier' pööre ω järgi. Ruumilise info saab mõõteõlas asuva kiu sisendotsa üle uuritava ruumipiirkonna skannides.

SEA TADPOLE interferomeetri lahutusvõime sõltub kasutatavast laserist, optilistest kiududest ning spektromeetris kasutatavast CCD sensorist. Seadme ruumiline lahutus on määratud kasutatavate footonkristallkiudude moodi suurusega, eksperimendis kasutati NKT LMA-5 footonkristallkiude [16], millega saavutati ruumiline lahutus 3 µm [17]. Ajaline lahutus sõltub laseri spektri laiusest ning CCD kaamera spektraalvahemikust, käesolevas töös läbiviidud eksperimendis kasutati Fianium SC400-2PP valget laserit [18] ja Allied Vision Technologies Stingray F-504B CCD kaamerat [19] ning saavutati ajaline lahutus alla 5 fs.

Peatükk 3

Tulemused ja nende analüüs

Käesolevas peatükis antakse ülevaade eel- ning põhieksperimendi tulemustest. Põhieksperimendi tulemusi võrreldakse alapeatükis 1.2 tuletatud teoreetilise mudeliga.

3.1 Eeleksperiment: Fresneli läätsede võrdlemine

Eeleksperimendis võrreldi erinevate Fresneli läätsede fokaaltasandis tekkivat kujutist laserikiire koondamisel. Katse viidi läbi viie erineva Fresneli läätsega (vt tabel 3.1), millest üks oli apteegis müüdav kompaktne luup, üks Thorlabsi ja kolm Edmund Opticsi (tabelis EO) Fresneli läätse. Edmund Opticsi ja Thorlabsi läätsed valiti välja alapeatükis 1.2 tuletatud mudelist lähtudes, nii et fookuses tekkivad valgusimpulsid oleks SEA TADPOLE interferomeetriga mõõdetavad.

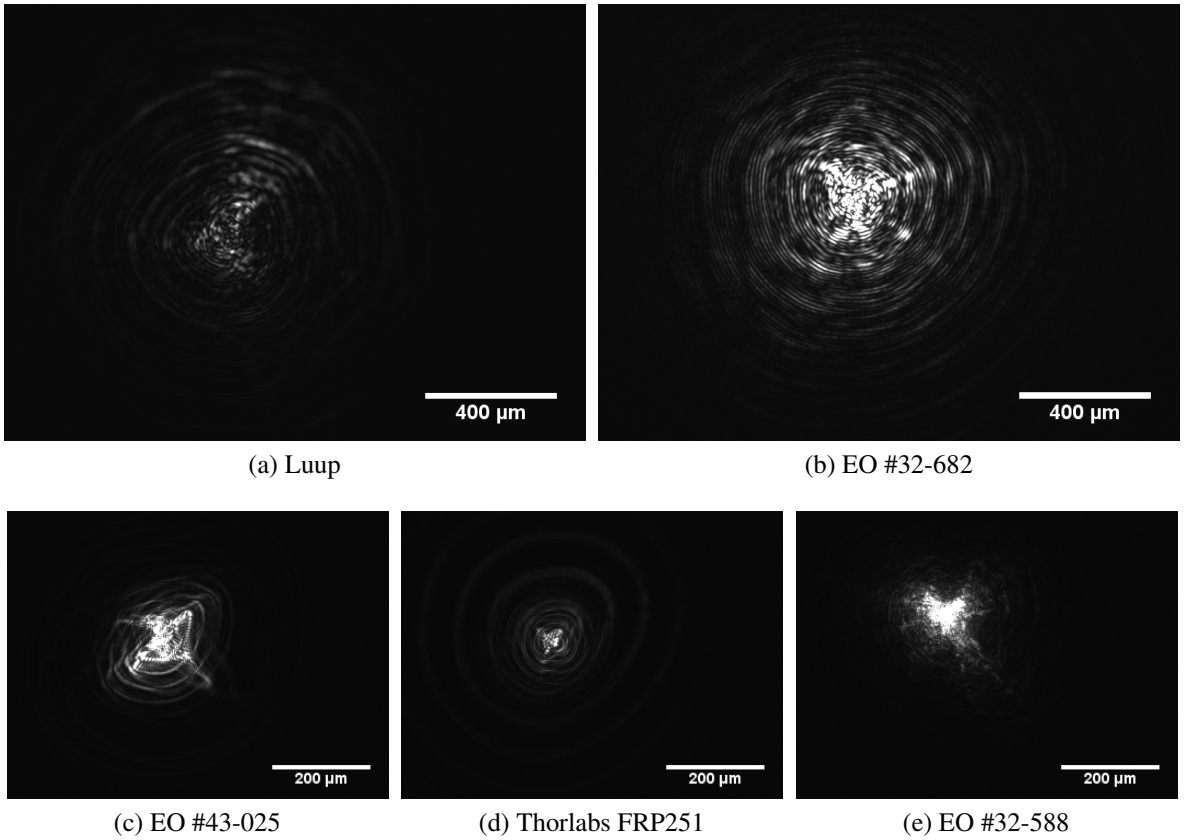
Tabel 3.1: Eeleksperimendis kasutatavate läätsede parameetrid.

Lääts	Pinnaprofiil	Fookuskaugus	Tsoonide tihedus	Ühe tsooni laius
EO #32-588 [20]	Asfääriline	25,4 mm	39,4 cm^{-1}	0,254 mm
EO #43-025 [21]	Asfääriline	50,8 mm	43,3 cm^{-1}	0,231 mm
EO #32-682 [22]	Sfääriline	200,7 mm	9,84 cm^{-1}	1,016 mm
Thorlabs FRP251 [6]	Asfääriline	51 mm	30 cm^{-1}	0,33 mm
Luup	N/A	175 mm	N/A	N/A

3.1.1 Eeleksperimendi tulemused

Joonisel 3.1 on esitatud kaameraga registreeritud pilt erinevate läätsede korral. Iga pilt tehti võimalikult täpselt läätse fookuses ning säriaeg valiti selliselt, et registreeritavad pildid poleks ülemäära küllastuses ja neid saaks võrrelda.

Piltidelt on näha, et fookuses tekkivad kujutised pole sugugi korrapärased: sõltuvalt läätsest jääb fookustäpi intensiivsema osa läbimõõt vahemikku 0,1 mm kuni 0,4 mm. Kõige väiksem fookustäpp on Thorlabsi FRP251 läätsel, samuti on see ka suhteliselt korrapärane (näha on valgusvälja rõngakujulist struktuuri). EO #43-025 ning EO#32-588 fookuses tekkivad kujutised on üsna sarnase suurusega, kuid esimese puhul on valgusväli märksa korrapärasem.



(a) Luup (b) EO #32-682

(c) EO #43-025 (d) Thorlabs FRP251 (e) EO #32-588

Joonis 3.1: Erinevad Fresneli läätsed tekitavad fookuses erineva kujutise, jooniselt võib näha erinevaid ebakorrapärasusi.

3.2 Põhieksperiment: Fresneli läätse ajalis-ruumiline koste

Põhieksperimendi käigus registreeriti SEA TADPOLE inteferomeetrit kasutades Fresneli läätsede fokaalpiirkonnas olev spekter ja spektraalne faas, mille kaudu arvutati elektrivälja muutumine ajas. Eeleksperimendi tulemuste põhjal kasutati põhieksperimendis Fresneli läätse impulsskoste mõõtmiseks EO #43-025 ja Thorlabsi FRP251 läätsesid (teiste läätsede fokaaltasandis tekkiv valgusväli oli tunduvalt korrapäratum). Käesolevas alapeatükis antakse ülevaade eksperimendi tulemustest, samuti kontrollitakse teooria osas esitatud lihtsustatud mudeli paikapidavust.

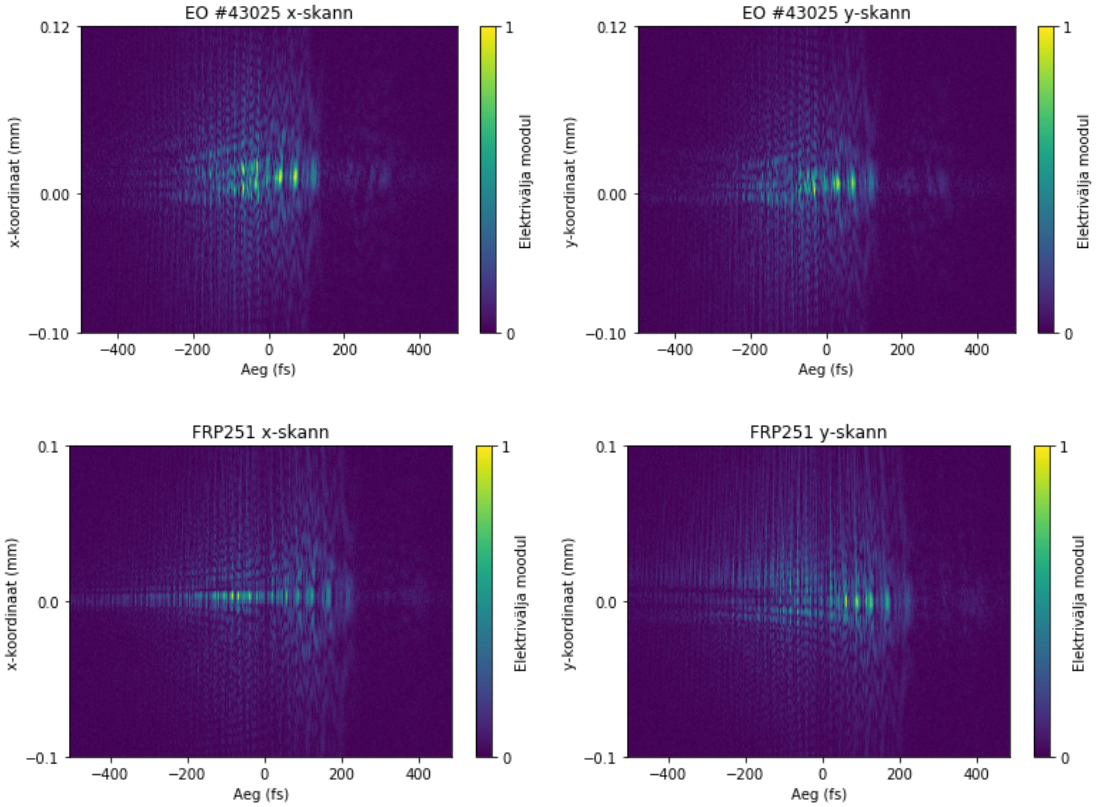
3.2.1 Eksperimendi tulemused

SEA TADPOLE interferomeetriga registreeriti skaneeriva kiuga läätse fookuses valgusvälja ajaline käik nii *x*- ja kui ka *y*-telge mööda, samuti *xy*-tasandis. Kui oleks võimalik kogu läätse läbiv valgus koondada kiu sisendavasse, saaks läätse impulsskoste määrata ka vaid ühes punktis mõõtes, eeleksperimendi põhjal on aga näha, et fookustäpi suurus paremate läätsede korral on suurusjärgus 100 µm, kiu südamiku läbimõõt on aga suurusjärgus 5 µm. Ühe telje sihis mõõtmine on kiirem ja vajab vähem arvutusvõimsust ning ideaalse Fresneli läätse korral teoreetiliselt läätse sümmeetria tõttu sellisest mõõtmisest piisaks. Paraku esineb kasutatavates Fresneli läätsedes defekte, samuti ei pruugi vaatamata väga täpsele justeerimisele olla eksperimendiskeem üles seatud ideaalselt ja seetõttu annab üle terve tasandi teostatav mõõtmine täpsema info valgusvälja käitumise kohta.

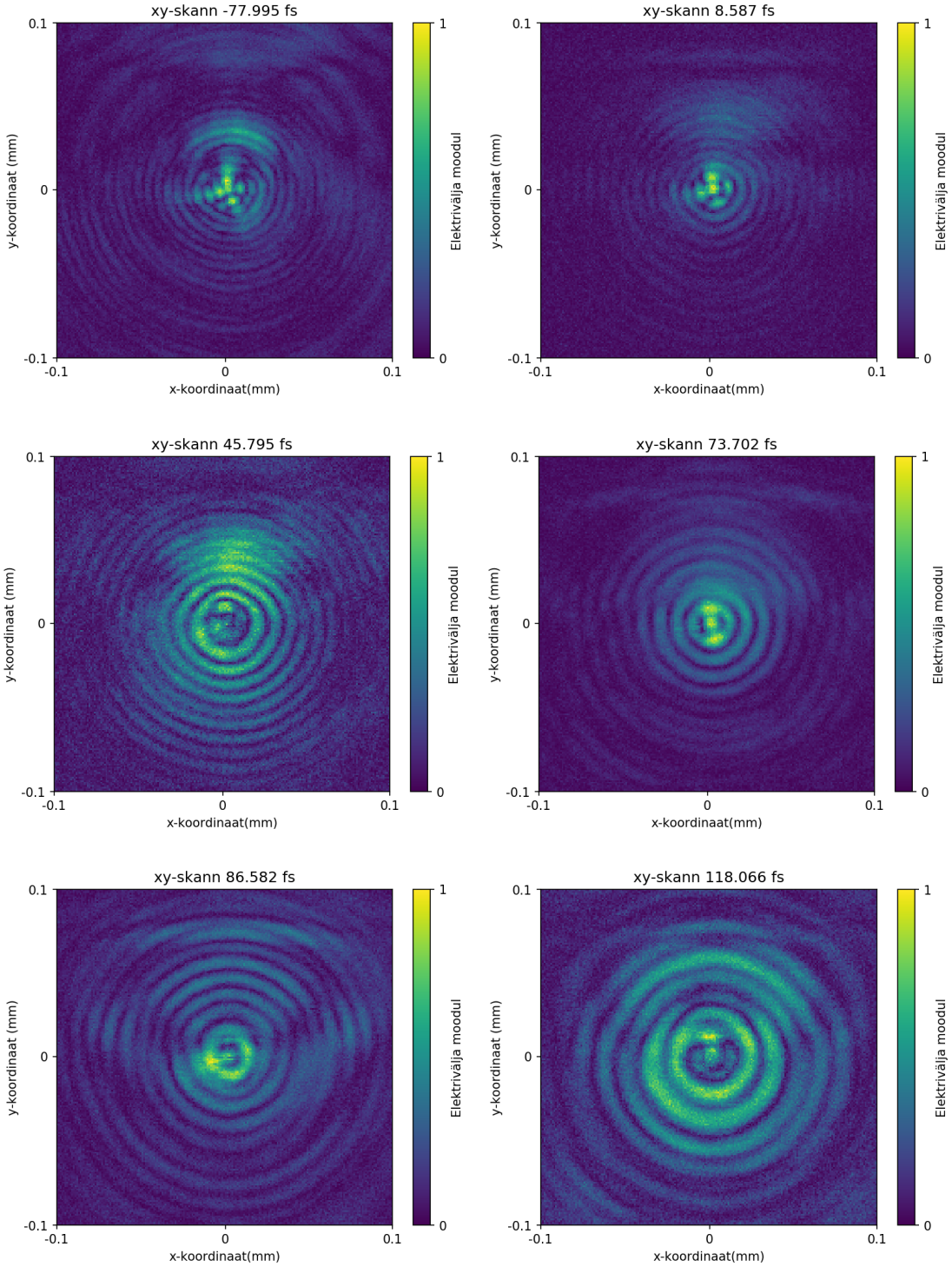
Ainult ühe telje (*x* või *y*) sihis skannides viidi mõõtmine läbi fookuse ümber vahemikus $-0{,}2$ mm kuni 0,2 mm sammuga 1 µm (see on ligikaudu mõõteriista ruumiline lahutusvõime). Fookuse asukohaks loeti mõõtepunkt, kus signaal oli maksimaalne. Teostatud eksperimendi tulemuse põhjal (vt joonis 3.2) saab kinnituse hüpotees, et fookuses tekib impulsside jada. Samuti on fookusest eemal eristatav vastavalt mõõtmisele (FRP251 puhul paremini) *x*- või *y*-telje suunaline rõngakujulistest maksimumidest ja miinimumidest koosnev valgusvälja struktuur, mis on tingitud Fresneli läätse erilisest tsoonilisest geomeetriast.

Kahte erinevat telge mööda tehtud mõõtmiste tulemused on sarnased, kuid mitte identsed. Seetõttu sooritati mõlema läätsega ka terviklik üle *xy*-tasandi mõõtmine. Käesolevas töös esitatakse vaid Thorlabsi FRP251 läätsega sooritatud eksperimendi tulemused, kuna võrreldes EO 43025 läätsega oli fokaalpiirkonnas tekkiv impulsside jada märksa paremini eristatav.

xy-tasandis skannides saab elektrivälja tugevuse sõltuvuse kahest koordinaadist ja ajast. Joonisel 3.3 on toodud valgusvälja ristlõige erinevatel ajahetkedel.



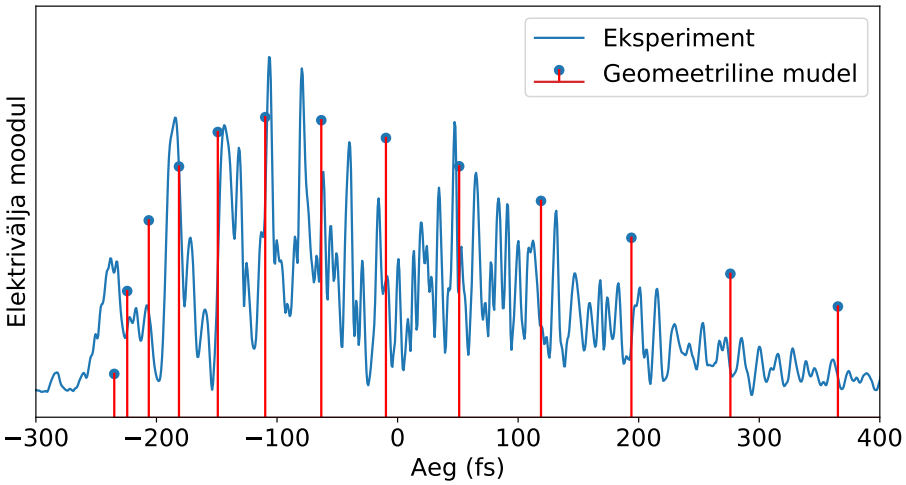
Joonis 3.2: Kahe erineva läätse (EO 43025 ja Thorlabs FRP251) korral piki üht telge teostatud mõõtmise tulemustes on fookuses ($x \approx 0$ või $y \approx 0$) näha impulsside jada.



Joonis 3.3: Elektrivälja moodul Thorlabs FRP251 fokaaltasandis erinevatel ajahetkedel. Graafikutel on selgelt eristatavad rõngakujulised lokaalsed maksimumid.

3.2.2 Lihtsustatud ajalis-ruumilise impulsskoste mudeli paikapidavus

Tehtud eksperimendi põhjal saab kontrollida alapeatükis 1.2 tuletatud geomeetrilisest optikast lähtuva lihtsa mudeli paikapidavust. Joonisel 3.4 on toodud optilise peatelje lähedal (summeeritud üle piirkonna $x, y = [-10\,\mu\text{m}, 10\,\mu\text{m}]$) eksperimendist mõõdetud elektrivälja moodul ja võrreldud seda teoreetilise mudeliga.



Joonis 3.4: Optilise peatelje lähedal jõuab fookusesse valgusimpulsside jada, mille intensiivsused muutuvad ajas sarnaselt mudeliga.

Paika peab hüpotees, et fookusesse jõuab impulsside jada, mille mähisjoone intensiivsus muutub ajas sarnaselt vastavalt alapeatükis 1.2 tuletatud valemile. Põhjus, miks mõõdetud intensiivsus väheneb mõnevõrra kiiremini, kui seda mudel ette näeb, on ühelt poolt tingitud SEA TADPOLE mõõtmise ajaakna pikkusest, milleks on ligikaudu $\pm 500\,\text{fs}$ aja nullkoha suhtes: aja nullkohast eemal on SEA TADPOLE tundlikkus väiksem ja mõõtmiste ebatäpsus suurem. Samuti ei pruugi mudelis kasutatud laseri intensiivsusjaotus üle kiire ristlõike ühtida täpselt eksperimendis kasutatava laserikiire intensiivsusjaotusega.

Paraku ei ühti eksperimendi tulemused ja mudel impulsside ajalise eraldatuse osas. Kuigi osad piigid kattuvad, siis eksperimendi tulemustes on neid tunduvalt rohkem, eriti just suuremate aegade juures. Sel võib olla mitmeid põhjuseid.

Liiga väike signaal-müra suhe tingib selle, et n-ö tõelised piigid, mis vastavad reaalselt fookusesse jõudvatele valgusimpulssidele, pole eristatavad müra tekitatud piikide tõttu. Summeerimine üle piirkonna $x, y = [-10\,\mu\text{m}, 10\,\mu\text{m}]$ aitas efekti vähendada, kuid mõõtmismüra mõjutab tulemust siiski.

Kasutatavad Fresneli läätsed pole ideaalsed: tootmisel esineb defekte, mis mõjutavad valgusvälja

käitumist läätse läbimisel. Eeleksperimendis väljendus see ebakorrapäraste kujutistena läätse fookuses (vt joonis 3.1), põhieksperimendis aga mürana ajalis-ruumilises sõltuvuses (vt joonis 3.4). Võimalik on kasutada kallimaid ja (eeldatavasti) kvaliteetsemaid läätsesid, kuid ka nende puhul esineb siiski erinevaid defekte ning parem tulemus poleks ilmtingimata garanteeritud.

Samuti on tõenäoline, et geomeetrilisest optikast lähtuv mudel ei olegi võimeline Fresneli läätse impulsskostet kirjeldama, vaid laineoptikaliste efektide tõttu tuleks luua keerulisem, laineoptikast lähtuv mudel. Sakkide servadel (tsoonide piiridel) esinevad difraktsiooninähtused, mida geomeetrilisest optikast lähtuv mudel arvesse ei võta. On teada, et ümmargust ava läbinud tasalaine difrageerub ja tekib nn äärelaine, mis on tasalaine järel leviv valgusimpulss optilisel peateljel, kontsentriliste rõngaste korral tekib äärelaineid nii palju, kui on rõngaid [23]. Käesoleva töö kontekstis tähendab see fookuses tekkivaid valgusimpulsse, mis mõjutavad omakorda läätse impulsskostet. Nende mõju hindamiseks oleks kasulik välja töötada simulatsioonialgoritm, millega eksperimendi tulemusi võrrelda.

Eksperimendi tulemused tõestavad, et Fresneli läätsede impulsskostel on mõju väga head ajalist lahutust nõudvates eksperimentides. Vaatamata sellele, et tuletatud mudel ei kirjeldanud impulsskostet täpselt, on selge, et lääts venitab talle langenud tasalaineimpulsi ajas pikemaks. Käesolevas töös jäi läätse fookusesse jõudvate impulsside mähisjoone täislaius poolkõrgusel (u 300 fs) küll väiksemaks kui parimate ülikiirete detektorite lahutusvõime (7 ps [8]), kuid tuleb arvestada, et laserikiir läbis vaid läätse sisemisi tsoone. Käesolevas töös tuletatud mudeli järgi on kasutatud Fresneli läätse (Thorlabs FRP251) keskmist ja äärmist tsooni läbinud impulsside vahe 20 ps, mis ületab parimate detektorite lahutusvõimet. Samuti tuleb arvestada, et töös kasutati Fresneli läätsesid, mille impulsskoste on SEA TADPOLE interferomeetriga mõõdetav. Leidub ka läätsi, mille fookuses tekkivate valgusimpulsside ajaline eraldatus on suurem kui töös käsitletutel.

Kokkuvõte

Käesolevas töös on uuritud Fresneli läätse fookuses tekkivat valgusvälja ja esitatud läätse impulsskoste mõõtmise tulemused.

Fresneli läätsed on õhukesed optilised elemendid, mida kasutatakse valguse kollimeerimiseks ja koondamiseks, kuid mille paksus võrreldes tavalise läätsega on oluliselt väiksem. Väga väikest ajalist lahutust nõudvates eksperimentides ja rakendustes on tarvis teada läätse impulsskostet, mida käesolevas töös iseloomustati ja mõõdeti.

Töö põhitulemused on järgmised:

- on antud ülevaade sfääriliste Fresneli läätsede geomeetriast;
- on tuletatud lihtsustatud mudel impulsskoste hindamiseks Fresneli läätse fookuses;
- on antud ülevaade Fresneli läätse ajalis-ruumilise koste määramiseks kasutatavatest eksperimentaalmeetoditest;
- on võrreldud erinevate Fresneli läätsede fookuses tekkivat valgusvälja;
- on mõõdetud Fresneli läätse ajalis-ruumilist impulsskostet ja näidatud, et sel on kokkulangevus lihtsustatud mudeliga valgusvälja intensiivsuse ajas muutumise osas, kuid mitte impulsside ajalise eraldatuse osas.

Edasise tööna on võimalik tuletada täpsem, laineoptikat ning difraktsiooninähtusi silmas pidav mudel impulsskoste hindamiseks. Samuti oleks otstarbekas välja töötada simulatsioonialgoritm, millega eksperimenditulemusi võrrelda saaks.

Tänuavaldused

Tänan oma juhendajaid Andreas Valdmanni ja Sandhra-Mirella Valdmat, kes töö jooksul mind aitasid, nõustasid ja toetasid. Andrease pealehakkamine ja positiivne suhtumine motiveeris nii mõnigi kord tegema veel lisamõõtmisi ja katsetama eksperimendiga viisidel, milleks muidu ehk jaksu poleks jätkunud. Samuti tänan professor Peeter Saarit ja oma isa Paavot, kes aitasid keelelise korrektuuriga.

Hans Daniel Kaimre

Kirjandus

[1] ”Fresnel lens” in *Encyclopædia Britannica*. https://www.britannica.com/technology/Fresnel-lens. 18.10.2018.

[2] Edmund Optics, ”Advantages of Fresnel Lenses,” https://www.edmundoptics.com/resources/application-notes/optics/advantages-of-fresnel-lenses/. 22.10.2018.

[3] M.-J. Sun, M. P. Edgar, G. M. Gibson, B. Sun, N. Radwell, R. Lamb, and M. J. Padgett, ”Single-pixel three-dimensional imaging with time-based depth resolution,” Nature Communications, 7:12010 EP (2016).

[4] ”Fresnel Lenses,” in *Handbook of Optical Systems, Volume 1: Fundamentals of Technical Optics*, Herbert Gross, ed. (Wiley, Darmstadt, 2005), pp. 729-736.

[5] R. Leutz and A. Suzuki, *Nonimaging Fresnel lenses: Design and Performance of Solar Concentrators* (Springer, Berlin, 2001), pp. 67-69.

[6] Thorlabs, ”Fresnel lenses,” https://www.thorlabs.de/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=1222&pn=FRP251. 02.04.2019.

[7] Allied Vision, ”Mako U-503,” https://www.alliedvision.com/en/products/cameras/detail/Mako%20U/U-503.html. 14.02.2019.

[8] Picometrix, ”High-Speed detectors,” https://sphotonics.ru/Picometrix%20Instrument%20Product%20Summary.pdf. 13.05.2019.

[9] A. Valdmann, „Laia spektriga airy valgusimpulsid ja nende eksperimentaalne regristeerimine,” magistritöö, Tartu Ülikool (2013).

[10] R. Trebino, *Frequency-Resolved Optical Gating: The Measurement of Ultrashort Laser Pulses* (Kluwer Academic Publishers, Boston, 2002).

[11] V. Wong and I. A. Walmsley, ”Analysis of ultrashort pulse-shape measurement using linear interferometers,” Opt. Lett., 19(4):287–289 (1994).

[12] H. Hsu, *Schaum's Outline of Signals and Systems, 3rd Edition* (McGraw-Hill, Montville, 2013).

[13] P. Bowlan, P. Gabolde, A. Shreenath, K. McGresham, R. Trebino and S. Akturk, "Crossed-beam spectral interferometry: a simple, high-spectral-resolution method for completely characterizing complex ultrashort pulses in real time," Opt. Express, 14(24):11892–11900 (2006).

[14] P. Bowlan, P. Gabolde and R. Trebino, "Directly measuring the spatio-temporal electric field of focusing ultrashort pulses," Opt. Express, 15(16):10219–10230 (2007).

[15] P. Bowlan, P. Gabolde, M. A. Coughlan, R. Trebino and R. J. Levis, "Measuring the spatiotemporal electric field of ultrashort pulses with high spatial and spectralresolution," J. Opt. Soc. Am. B, 25(6):A81–A92 (2008).

[16] NKT Photonics, "LMA-5 Single mode fiber," https://www.nktphotonics.com/wp-content/uploads/sites/3/2015/01/LMA-5.pdf. 28.05.2019.

[17] P. Piksarv, H. Valtna-Lukner, A. Valdmann, M. Lõhmus, R. Matt and P. Saari, "Temporal focusing of ultrashort pulsed bessel beams into airy–bessel lightbullets," Opt. Express, 20(15):17220–17229 (2012).

[18] Fianium, "Supercontinuum SC400 and SC400-PP," http://forc-photonics.ru/data/files/sc-400-400-pp.pdf. 28.05.2019.

[19] Allied Vision, "STINGRAY F-504," https://www.alliedvision.com/en/products/cameras/detail/Stingray/F-504.html. 28.05.2019.

[20] Edmund Optics, "Aspheric Fresnel Lens #32-588," https://www.edmundoptics.com/p/15quot-x-15quot-10quot-fl-aspheric-fresnel-lens/2428/. 01.04.2019.

[21] Edmund Optics, "Aspheric Fresnel Lens #43-025," https://www.edmundoptics.com/p/25quot-x-25quot-20quot-fl-aspheric-fresnel-lens/4743/. 01.04.2019.

[22] Edmund Optics, "Aspheric Fresnel Lens #32-682," https://www.edmundoptics.com/p/30quot-x-30quot-79quot-focal-length-fresnel-lens/2526/. 01.04.2019.

[23] P. Piksarv, "Spatiotemporal characterization of diffractive and non-diffractive light pulses," PhD thesis, University of Tartu (2013).

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Hans Daniel Kaimre,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

   Fresneli läätse ajalis-ruumilise koste iseloomustamine,

   mille juhendajad on Andreas Valdmann, PhD ja Sandhra-Mirella Valdma, MSc, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commonsi litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

3. olen teadlik, et punktis 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

4. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Hans Daniel Kaimre,
Tartu, 31. mai 2019. a.