

TARTU ÜLIKOOL

Loodus- ja täppisteaduste valdkond

Füüsika instituut

Joosep Kivastik

**ÜLIJUHTIVUSE FLUKTUATSIOONIDE AJALINE  
KORRELATSIOON KAHETSOONILISES SÜSTEEMIS**

Bakalaureusetöö (12 EAP)

Juhendaja:  
Teet Örd, PhD

Tartu 2017

# Ülijuhtivuse fluktuatsioonide ajaline korrelatsioon kahetsoonilises süsteemis

Ülijuhtivuse fluktuatsioonid normaalolekus annavad panuse aine juhtivusse. Panuse suurus on seotud ülijuhtivate fluktuatsioonide elueaga. Antud töös on uuritud fluktuatsioonide ajalist korrelatsiooni kahetsoonilises süsteemis. Selle jaoks on lahendatud Landau-Halatsnikov-Langevini võrrandid, mis on saadud lähtudes Landau-Ginzburgi ülijuhtivusteooriast ning stohhaistiliste protsesside teooriast. Selle abil on leitud fluktuatsioonide ajalised korrelatsioonifunktsioonid. Leitud funktsioonid on kahekanalised eksponentsiaalfunktsioonide superpositsioonid, mille korrelatsiooni ajategurid kattuvad fluktuatsioonide relaksatsiooniaegadega kahetsoonilises süsteemis.

Märksõnad: kahetsooniline ülijuhtivus - stohhaistiline protsess - ajaline korrelatsioon - fluktuatsioonid

CERCS: P260 Tahke aine- elektrooniline struktuur, elektrilised, magneetilised ja optilised omadused, ülijuhtivus, magnetresonants, spektroskoopia

## Temporal Correlation of Superconducting Fluctuations in a Two-Band System

Superconducting fluctuations in a normal state enhance conductivity. This contribution is correlated with the lifetime of the fluctuations. In this study we find the temporal correlation of fluctuations in a two-band system. For that we have solved the Landau-Halatsnikov-Langevin equations that have been derived from the Landau-Ginzburg theory of superconductivity and the theory of stochastic processes. With these equations we found the temporal correlation functions for the fluctuations. The functions we found have two channels and they are a superposition of exponential functions, where the correlation times are equivalent to the relaxation times of fluctuations in a two-band system.

Keywords: two-band superconductivity - stochastic process - temporal correlation - fluctuations

CERCS: P260 Condensed matter- electronic structure, electrical, magnetic and optical properties, supraconductors, magnetic resonance, relaxation, spectroscopy

# Sisukord

<b>Sissejuhatus</b>	<b>4</b>
<b>1 Teoreetilised alused</b>	<b>5</b>
1.1 Ülijuhtivus . . . . .	5
1.2 Stohhaistika . . . . .	8
<b>2 Kahetsooniline ülijuhtivus</b>	<b>10</b>
<b>3 Fluktuatsioonide ajalised korrelatsioonifunktsioonid</b>	<b>12</b>
3.1 Ülesande püstitus . . . . .	12
3.2 Fluktuatsioonid . . . . .	13
3.3 Ajaline korrelatsioon . . . . .	15
<b>Kokkuvõte</b>	<b>21</b>
<b>Tänuavaldused</b>	<b>22</b>
<b>Kirjandus</b>	<b>23</b>
<b>Lihtlitsents</b>	<b>25</b>

# Sissejuhatus

Ülijuhtivus avastati Leidenis aastal 1911, kui H. K. Onnes ning tema assistent G. Holst leidsid, et temperatuuril 4,2 K elavhõbeda takistus kadus ning ka madalamatel temperatuuridel püsis see nullina [1]. 1957. aastal leidsid J. Bardeen, L. Cooper ja J. R. Schrieffer piisavalt hea kirjelduse ülijuhtivuse selgitamiseks [2]. Seda nimetatakse BCS-teooriaks, kuid 1986. aastal leidsid J. G. Bednorz ja K. A. Müller uut tüüpi kõrgetemperatuurilised ülijuhitud, mille mikroskoopilised mehhanismid pole veel tänapäevani täpselt teada [3].

Ülijuhtivus on tänapäevani madalatemperatuuriline nähtus: seni kõrgeima temperatuuriga ülijuht normaalarõhu juures on  $\text{HgBa}_2\text{Ca}_2\text{Cu}_3\text{O}_8$ , mis muutub ülijuhtivaks temperatuuril 134 K. Ülijuhtivate fluktuatsioonide teooriat on uuritud mitmeid aastaid. Väljaspool ülijuhtivat osa, metallilises režiimis, võivad tekkida Cooperi paarid teatud ajaks. Nende Cooperi paaride olemasolu mõjutab metalli termodünaamilisi ning edasikandevõime omadusi.[4] Kui normaalolekus tekib ülijuhtiv fluktuatsioon, siis selle panus juhtivusse sõltub selle fluktuatsiooni elueast[5]. Seega, kui me võtame tasakaalulise võrrandite süsteemi, täpsemalt lineariseeritud ajast sõltuvad Ginzburg-Landau võrrandid, ning lisame sinna Langevini jõu ehk müra, siis saame uurida fluktuatsioonide tekkimist ja nende ajalisi korrelatsioone.

Pärast ülijuhtivuse avastamist aines  $\text{MgB}_2$  jõuti üsna kiiresti arusaamisele, et tegemist on kahetsoonilise ülijuhtivusega. Nüüdseks on seda kinnitanud arvukad eksperimendid.[6] Mitmetsooniline ülijuhtivusmudel selgitab paljude teiste kõrg- ja madalatemperatuuriliste ülijuhtide omadusi. Antud töö keskendub kahetsoonilisele ülijuhtivusele. Töö eesmärgiks on leida ajalised korrelatsioonifunktsioonid ülijuhtivatele fluktuatsioonidele kahetsoonilises süsteemis.

# Peatükk 1

## Teoreetilised alused

Käesolevas peatükis annan ülevaate antud bakalaureusetööga seotud ülijuhtivuse teooria ning stohhaistiliste protsesside teooria aparatuurist.

### 1.1 Ülijuhtivus

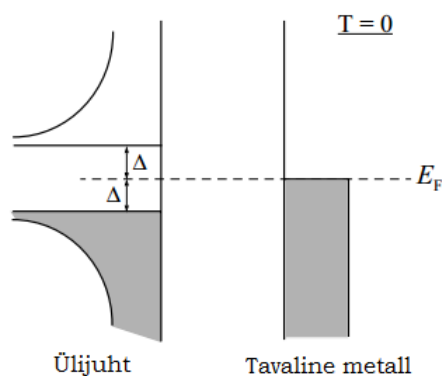
**Korrastusparameeter** on ülijuhtiva kondensaadi lainefunktsioon, mis tuleb Ginzburg-Landau ülijuhtivusteooriast. Kuna ülijuhtiv olek on kvantolek, mis toimib makroskoopilisel skaalal, siis seda olekut iseloomustab lainefunktsioon, mis on ülijuhtivuse korrastusparameetriks,

$$\Psi(\vec{r}) = |\Psi(\vec{r})|e^{i\theta(\vec{r})},$$

kus  $\theta(\vec{r})$  on faas.[7]

**Londoni sissetungimissügavus** (tavaline tähistus  $\lambda$  või  $\lambda_L$ ) on sügavus, mis näitab kui sügavale ülijuhti tungib magnetväli enne, kui selle väärtus on  $e^{-1}$ , võrreldes ülijuhi pinnal oleva magnetvälja tugevusega.[8]

**Energia pilu** (tavaline tähistus  $\Delta$ ) on energia, mida on vaja süsteemile anda, et viia elektrone normaalolekusse.[7]



Joonis 1.1: Olekute tihedus Fermi taseme lähedal  $E_f$  ülijuhhis, kus ilmneb energia pilu, ja tavalises metallis, kus seda ei esine. Eeldatud on, et kõik olekud energia tasemest kõrgemal on tühjad ja allpool olevad on täis. [7]

**Koherentsuspikkus** (tavaline tähistus  $\xi$ ) on ülijuhtivuse komponendi tiheduse muutuvuse karakteristiklik eksponent. BCS-teooria piirjuhul on see seotud Cooperi paari pikkusega; Ginzburg-Landau teooria kohaselt aga iseloomustab see pikkust, üle mille saab korrastusparameeter muutuda ilma liigse energia suurenemiseta. Siit tulevad ka erinevad avaldised koherentsuspikkusele.

Ginzburg-Landau teooria puhul: [5]

$$\xi_{GL} = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m|\alpha|}},$$

kuid BCS-teooria korral: [9]

$$\xi = \frac{\hbar v_f}{\pi \Delta},$$

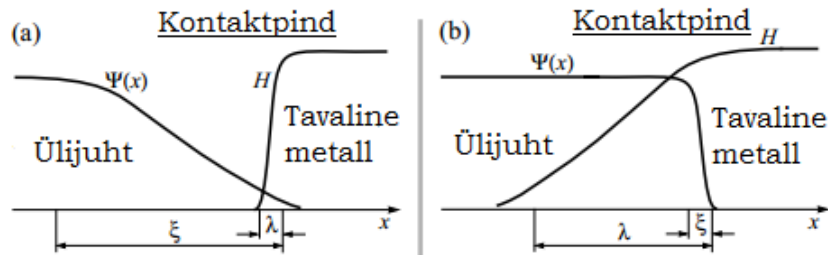
kus  $\hbar$  on taandatud Plancki konstant,  $v_f$  Fermi kiirus,  $\Delta$  energiapilu ülijuhtivas seisundis,  $m$  elektroni efektiivne mass ja  $\alpha$  Ginzburgi-Landau võrranditest tulenev fenomenoloogiline kordaja.

**Ginzburg-Landau parameeter**  $k$  on parameeter, mis iseloomustab ülijuhtivat materjali. Kriitilise temperatuuri lähedal on suhe peaaegu sõltumatu temperatuurist ja võimaldab eristada esimest ja teist tüüpi ülijuhte. [7]

$$k = \frac{\lambda}{\xi_{GL}} \quad (1.1)$$

**Esimest tüüpi ja teist tüüpi ülijuhid** on eristatavad Ginzburg-Landau parameetri  $k$  (vt valem 1.1) põhjal. Kui  $k < \frac{1}{\sqrt{2}}$  on tegemist I tüüpi ülijuhiga ja kui  $k > \frac{1}{\sqrt{2}}$  on II tüüpi ülijuht.

Põhiline erinevus esimest ja teist tüüpi ülijuhtidel tuleb ilmsiks, kui asetada need magnetvälja. Nii esimest kui ka teist tüüpi ülijuhid tõrjuvad nõrga magnetvälja endast täielikult, kuid kui magnetväljatugevus suureneb, siis I tüüpi ülijuht läheb tagasi normaalolekusse, kuid II tüüpi ülijuhhis tekivad kvantkeerised, mis lubavad magnetvälja osaliselt materjali sisse. Piisavalt tugeva magnetvälja korral lakkab ka teist tüüpi ülijuhil ülijuhtivus. Põhjus tuleneb sellest, et pinnenergia normaalse ja ülijuhtiva oleku kontaktpinnal on I tüüpi jaoks positiivne, kuid II tüüpi jaoks negatiivne.[7]



Joonis 1.2: Korrastusparameetri  $\Psi$  ja magnetvälja  $H$  muutuvus ülijuht - tavaline metall kontaktpinna lähedal, kui (a)  $k \ll 1$  ja (b)  $k \gg 1$ . [7]

**1.5 tüüpi ülijuht** on mitmekomponendiline ülijuht, mida iseloomustab kaks või enam koherentsuspikkust, millest vähemalt üks on lühem kui Londoni sissetungimissügavus ja vähemalt üks on sellest pikem.

Nõrgas magnetväljas tõrjub 1.5 tüüpi ülijuht magnetvälja täielikult, keskmise tugevusega magnetväljas eksisteerivad koos domeenid, kus magnetväli on tõrjutud, ja kvantkeeriste kobarad, keskmisest tugevamas väljas tekivad keeriste võred ning piisavalt tugev magnetväli lõhub ülijuhtiva oleku ning metall naaseb normaalolekusse. [10]

**Ginzburg-Landau teooria** on fenomenoloogiline ülijuhtivusteooria, mis kasutab L. Landau poolt välja töötatud teist järku faasisiirde teooriat [7]. Ginzburg ja Landau väitsid, et ülijuhtiva faasisiirde lähedal saab ülijuhi vabaenergiat  $F$  avaldada kompleksse korrastusparameetri väljana  $\psi$ , mis on seotud ülijuhtiva komponendi tihedusega. Vabaenergia tihedus on kujul:

$$f = f_n + \alpha |\psi|^2 + \frac{\beta}{2} |\psi|^4 + \frac{1}{2m^*} \left| \left( \frac{\hbar}{i} \nabla - \frac{e^*}{c} \vec{A} \right) \psi \right|^2 + \frac{|\vec{B}|^2}{2\mu_0},$$

kus  $f_n$  on normaaloleku vabanergia tihedus,  $\alpha$  ja  $\beta$  fenomenoloogilised parameetrid,  $m^*$  efektiivne mass,  $e$  elektroni laeng ning  $\vec{A}$  magnetiline vektorpotentsiaal.

Minimeerides funktsionaali

$$F = \int \int \int f dV$$

üle korrastusparameetri ning vektorpotentsiaali variatsioonide suhtes saame Ginzburgi-Landau võrrandid

$$\alpha(T) + \beta |\psi|^2 \psi + \frac{1}{2m^*} \left( \frac{\hbar}{i} \nabla - \frac{e^*}{c} \vec{A} \right)^2 \psi = 0,$$

$$\vec{j} = \frac{e^* \hbar}{i 2m^*} (\psi^* \nabla \psi - \psi \nabla \psi^*) - \frac{e^{*2}}{m^* c} |\psi|^2 \vec{A},$$

kus  $\vec{j}$  tähistab ülijuhtivat voolu. [5]

## 1.2 Stohhaistika

**Stohhaistiline protsess** või juhuslik protsess on kogum juhuslikest muutujatest.

**Statsionaarne juhuslik protsess** on juhuslik protsess, kus kõik ühistõenäosustihedused rahuldavad tingimust

$$W_{\xi}(x_n, t_n; \dots; x_1, t_1) = W_{\xi}(x_n, t_n + \tau; \dots; x_1, t_1 + \tau). [11]$$

**Ajaline korrelatsioon** iseloomustab juhuslike suuruste  $\xi_1$  ja  $\xi_2$  vahelist korrelatsiooni erinevatel ajahetkedel.

$$\kappa_{\xi_1 \xi_2}(t, t') = \langle \xi_1(t) \xi_2(t') \rangle - \langle \xi_1(t) \rangle \langle \xi_2(t') \rangle,$$

kus

$$\langle \xi_1(t) \rangle = \int x_1 W_{\xi_1}(x_1, t) dx_1,$$

$$\langle \xi_2(t') \rangle = \int x'_2 W_{\xi_2}(x'_2, t') dx'_2,$$

$$\langle \xi_1(t) \xi_2(t') \rangle = \int x_1 x'_2 W_{\xi_1 \xi_2}(x_1, t; x'_2, t') dx_1 dx'_2.$$

Kui protsess on statsionaarne, siis korrelatsioonifunktsioon sõltub vaid ajahetkede vahest,

$$\kappa_{\xi_1 \xi_2}(t, t') = \kappa_{\xi_1 \xi_2}(t - t'). \quad (1.2)$$

Ühe juhusliku suuruse väärtuste vahelist ajalist korrelatsiooni saab iseloomustada

## autokorrelatsioonifunktsiooniga

$$\kappa_{\xi\xi}(t, t') = \langle \xi(t)\xi(t') \rangle - \langle \xi(t) \rangle \langle \xi(t') \rangle. [11] \quad (1.3)$$

**Langevini võrrand** on stohhaistiline diferentsiaalvõrrand, mis iseloomustab vabadusastmete alamhulga ajalist arengut. Võrreldes süsteemi mikroskoopiliste muutujatega, on need vabadusastmed enamasti aeglaselt muutuvad makroskoopilised muutujad. Kiirete mikroskoopiliste muutujate tõttu on võrrand stohhaistiline.

Langevin pakkus välja võrrandi, et seletada vaba Browni osakese liikumist, mis tähendab osakese näivat juhuslikku liikumist vedelikus, mis on tingitud põrgetest teiste molekulidega.

$$m \frac{dv}{dt} = -m\gamma v + \zeta(t), \quad (1.4)$$

kus  $m$  on Browni osakese mass,  $v$  on Browni osakese kiirus,  $\gamma$  hõõrdetegur ning  $\zeta(t)$  juhuslik jõud ehk Langevini jõud, mis kujutab endast valget müra. Eeldatakse, et

$$\begin{aligned} \langle \zeta(t) \rangle &= 0, \\ \langle \zeta(t)\zeta(t') \rangle &= m^2 A \delta(t-t'), \end{aligned}$$

kus  $A$  tähistab Langevini allika intensiivsust.[11]

**Wiener-Kinchini teoreem** ütleb, et statsionaarse protsessi korral täidab autokorrelatsioonifunktsiooni Fourier' komponent fluktuatsioonide spektraalse tiheduse  $\sigma_{\zeta}(\omega)$  rolli,

$$\sigma_{\zeta}(\omega) = \kappa_{\zeta\zeta^*}(\omega). [11] \quad (1.5)$$

## Peatükk 2

# Kahetsooniline ülijuhtivus

1950. aastatel alustati kattuvate tsoonidega ülijuhtivusteooria uurimist, kuid alles pärast  $MgB_2$  mitmekomponendilisuse avastamist hakkas teadlastele antud teooria rohkem huvi pakkuma.[12]

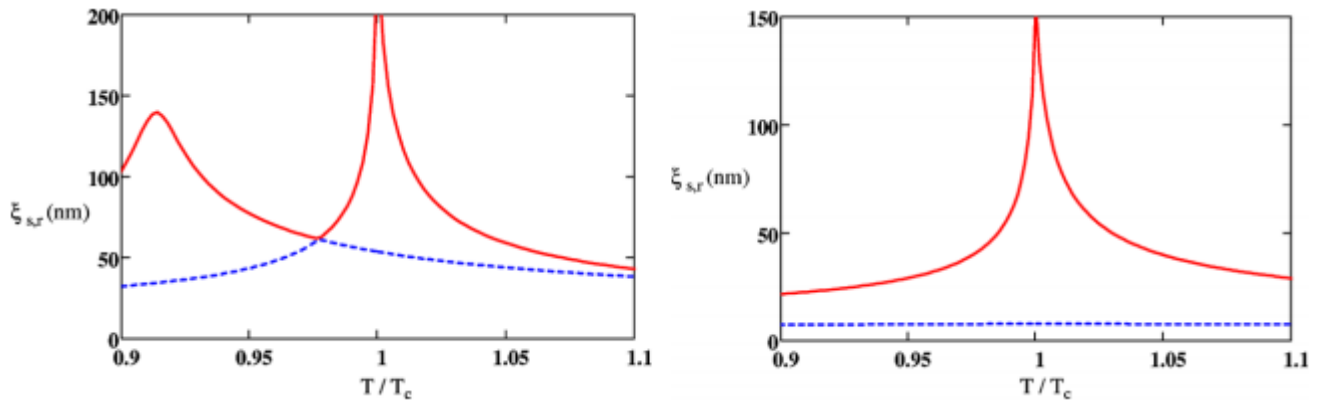
Kahetsooniline ülijuhtivus kuulub 1.5 tüüpi ülijuhtide hulka. Peale mitmetsoonilise ülijuhtivuse kuuluvad 1.5 tüüpi ülijuhtidesse ka sõltumatult säilitatud kondensaatide segud, nagu arvatav ülijuhtivus metallilises vesinikus ja vesinikurikastes sulamites ning ülijuhtides, kus on teistsugune paardumissümmeetria kui s-laineline.[10]

Kahekomponendiline Ginzburg-Landau mudel kahetsoonilise ülijuhi jaoks on:

$$f = \frac{1}{2}(D\psi_1)(D\psi_1)^* + \frac{1}{2}(D\psi_2)(D\psi_2)^* - vRe[(D\psi_1)(D\psi_2)^*] + \frac{1}{2}(\vec{\nabla} \times \vec{A})^2 + \alpha_1|\psi_1|^2 + \frac{1}{2}\beta_1|\psi_1|^4 + \alpha_2|\psi_2|^2 + \frac{1}{2}\beta_2|\psi_2|^4 - W_1|\psi_1||\psi_2|\cos(\theta_1 - \theta_2) + W_2|\psi_1|^2|\psi_2|^2, \quad (2.1)$$

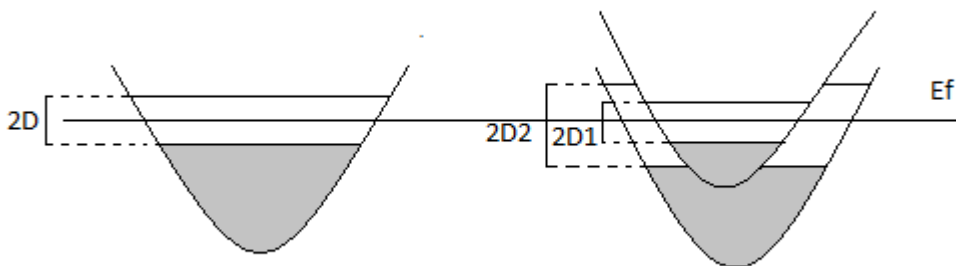
kus  $D = \vec{\nabla} - ie\vec{A}$ ,  $\psi_a = |\psi_a|e^{i\theta_a}$ ,  $\vec{A}$  on vektorpotentsiaal ja  $a = 1, 2$  tähistab kahte ülivoolavat komponenti, mis kahetsoonilises süsteemis vastavad kahes erinevas tsoonis olevale ülivoolavale tihedusele. Esimesed kaks liiget avaldises tähistavad tavalisi Ginzburg-Landau gradiendi liikmeid, kolmas liige tähistab gradientide ühist vastastikmõju, neljas on magnetvälja energia tihedus ja järgnevad liikmed tähistavad efektiivset potentsiaali. Sõltuvalt temperatuurist võivad  $\alpha_1$  ja  $\alpha_2$  olla erinevate märkidega. Kui  $\alpha_1$  on positiivne ja  $\alpha_2$  negatiivne, siis ühes tsoonis ei ole enda poolt tekitatud ülijuhtivust, kuid läbi Josephsoni tunnelleeringu on selles veidi ülivoolavat tihedust.[10]

Kahetsoonilist ülijuhtivust on uurinud ka mitmed Tartu teoreetikud (vt [13][14][15]). Tartu füüsikute artiklitest on näha selgeid erinevusi I ja II tüüpi ning 1.5 tüüpi ülijuhtide vahel. Näiteks kahetsoonilisel ülijuhil on kaks koherentsuspikkust, mida nimetatakse kriitiliseks ja mitte-kriitiliseks koherentsuspikkuseks.



Joonis 2.1: Mõlemal joonisel on näha koherentsuspikkuste sõltuvust temperatuurist, kuid esimesel joonisel puudub tsoonidevaheline interaktsioon. Punane joon on kriitiline koherentsuspikkus ja sinine on mitte-kriitiline. [16]

Kahetsoonilisest ülijuhtivusest saab paremini aru, kui vaadelda elektronolekute tsoone nii ühe- kui ka kahetsoonilises süsteemis.



Joonis 2.2: Vasakul joonisel on näha ühetsoonilist juhtu, kus Fermi energiat ümbritseb energia pilu (D), kuid kahetsoonilise korral näeme kahte elektrontsooni ja kahte pilu. Eeldatud on, et kõik olekud Fermi energiast allpool on täidetud.

Kahetsoonilise ja mitmekomponendilise ülijuhtivuse eripäradest ning 1.5 tüüpi ülijuhtidest saab lähemalt lugeda artiklitest [12] [16] [17] [18] [10][19].

## Peatükk 3

# Fluktuatsioonide ajalised korrelatsioonifunktsioonid

### 3.1 Ülesande püstitus

Kuna elektriline juhtivus on mittetasakaaluline omadus, siis on meil vaja teada, kuidas see sõltub ajast. Fluktuatsiooni panus juhtivusse temperatuuril, mis on kõrgem kui  $T_c$ , on võrdeline selle elueaga, sest eluaeg piirab seda, kui kaua on kiirendamiseks aega rakendatud väljas. Sellise mudeli annab meile ajast sõltuvad Ginzburg-Landau võrrandid. Selle mudeli põhjal ülijuhtiv  $\Psi$  funktsioon relakseerub eksponentsiaalselt oma tasakaaluoleku suunas.

Analoogselt artiklitega [14] [18] paneme kirja Landau-Halatsnikovi võrrandid kahetsoonilise juhu jaoks ja kui me lisame sinna veel Langevini jõu, siis saame Langevini (Landau-Halatsnikov-Langevini) võrrandid,

$$\begin{cases} \tau_{10} \frac{\partial \eta_1(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\eta_1(\vec{r}, t) + \xi_1^2 \nabla^2 \eta_1(\vec{r}, t) - \chi_{12} \eta_2(\vec{r}, t) + \zeta_1(\vec{r}, t) \\ \tau_{20} \frac{\partial \eta_2(\vec{r}, t)}{\partial t} = -\eta_2(\vec{r}, t) + \xi_2^2 \nabla^2 \eta_2(\vec{r}, t) - \chi_{21} \eta_1(\vec{r}, t) + \zeta_2(\vec{r}, t), \end{cases} \quad (3.1)$$

kus  $\tau_{\alpha 0}$  on relaksatsiooni aeg ruumiliselt homogeenise fluktuatsiooni korral, kui puudub tsoonidevaheline interaktsioon,  $\eta_\alpha$  fluktuatsioon ehk kõrvalekalle homogeenest ülijuhtivuspilust,  $\xi_\alpha$  on koherentsuspikkus, kui puudub tsoonidevaheline mõju,  $\chi_{\alpha\alpha'}$  tsoonidevaheline mõju ning  $\zeta_\alpha$  Langevini jõud.

Langevini jõu omadused on antud järgnevatel avaldistega:

$$\begin{aligned}\langle \zeta_\alpha(\vec{r}, t) \rangle &= 0; \alpha = 1, 2, \\ \langle \zeta_\alpha(\vec{r}, t) \zeta_{\alpha'}(\vec{r}', t') \rangle &= A_\alpha \delta(\vec{r} - \vec{r}') \delta(t - t') \delta_{\alpha\alpha'},\end{aligned}\tag{3.2}$$

kus  $A$  tähistab Langevini allika intensiivsust.

Fluktuatsiooni ja Langevini jõu Fourier' komponendid:

$$\eta_\alpha(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \sum_{\vec{k}} \eta_{\alpha\vec{k}}(\omega) \exp(i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)),\tag{3.3}$$

$$\zeta_\alpha(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \sum_{\vec{k}} \zeta_{\alpha\vec{k}}(\omega) \exp(i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)).\tag{3.4}$$

Asendades (3.3) ja (3.4) algsesse võrrandisse (3.1) saame:

$$\begin{cases} -i\tau_{10}\omega\eta_{1\vec{k}}(\omega) = -(1 + \vec{k}^2\xi_1^2)\eta_{1\vec{k}}(\omega) - \chi_{12}\eta_{2\vec{k}}(\omega) + \zeta_{1\vec{k}}(\omega) \\ -i\tau_{20}\omega\eta_{2\vec{k}}(\omega) = -(1 + \vec{k}^2\xi_2^2)\eta_{2\vec{k}}(\omega) - \chi_{21}\eta_{1\vec{k}}(\omega) + \zeta_{2\vec{k}}(\omega) \end{cases}\tag{3.5}$$

Meil on vaja leida:

- $\eta_{\alpha\vec{k}}(\omega); \alpha = 1, 2,$
- $\kappa_{\alpha\vec{k}\alpha'\vec{k}'}(t, t') = \kappa_{\alpha\vec{k}\alpha'\vec{k}'}(t - t') = \langle \eta_{\alpha\vec{k}}(t) \eta_{\alpha'\vec{k}'}^*(t') \rangle - \langle \eta_{\alpha\vec{k}}(t) \rangle \langle \eta_{\alpha'\vec{k}'}^*(t') \rangle; \alpha = 1, 2; \alpha' = 1, 2,$

,kus

$$\eta_{\alpha\vec{k}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \eta_{\alpha\vec{k}}(\omega) e^{-i\omega t} d\omega$$

Kuna protsess on statsionaarne, siis ajaline korrelatsioonifunktsioon sõltub vaid ajahetkede vahest.

## 3.2 Fluktuatsioonid

Kõigepealt viime võrrandite süsteemi kujule:

$$\begin{cases} Ax + By = E \\ Cx + Dy = F. \end{cases}$$

Seega saame:

$$\begin{cases} (-i\omega\tau_{10} + 1 + \vec{k}^2\xi_1^2)\eta_{1\vec{k}}(\omega) + \chi_{12}\eta_{2\vec{k}}(\omega) = \zeta_{1\vec{k}}(\omega) \\ \chi_{21}\eta_{1\vec{k}}(\omega) + (-i\omega\tau_{20} + 1 + \vec{k}^2\xi_2^2)\eta_{2\vec{k}}(\omega) = \zeta_{2\vec{k}}(\omega). \end{cases} \quad (3.6)$$

Nüüd rakendame Crameri reeglit:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} E & B \\ F & D \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}}; y = \frac{\begin{vmatrix} A & E \\ C & F \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}}.$$

Saame kaks avaldist:

$$\begin{aligned} \eta_{1\vec{k}}(\omega) &= \frac{\begin{vmatrix} \zeta_{1\vec{k}}(\omega) & \chi_{12} \\ \zeta_{2\vec{k}}(\omega) & (-i\omega\tau_{20} + 1 + \vec{k}^2\xi_2^2) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (-i\omega\tau_{10} + 1 + \vec{k}^2\xi_1^2) & \chi_{12} \\ \chi_{21} & (-i\omega\tau_{20} + 1 + \vec{k}^2\xi_2^2) \end{vmatrix}} \\ &= \frac{\chi_{12}\zeta_{2\vec{k}}(\omega) - \zeta_{1\vec{k}}(\omega)(-i\omega\tau_{20} + 1 + \vec{k}^2\xi_2^2)}{\chi_{12}\chi_{21} - (-i\omega\tau_{10} + 1 + \vec{k}^2\xi_1^2)(-i\omega\tau_{20} + 1 + \vec{k}^2\xi_2^2)}, \end{aligned} \quad (3.7)$$

$$\begin{aligned} \eta_{2\vec{k}}(\omega) &= \frac{\begin{vmatrix} (-i\omega\tau_{10} + 1 + \vec{k}^2\xi_1^2) & \zeta_{1\vec{k}}(\omega) \\ \chi_{21} & \zeta_{2\vec{k}}(\omega) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (-i\omega\tau_{10} + 1 + \vec{k}^2\xi_1^2) & \chi_{12} \\ \chi_{21} & (-i\omega\tau_{20} + 1 + \vec{k}^2\xi_2^2) \end{vmatrix}} \\ &= \frac{\chi_{21}\zeta_{1\vec{k}}(\omega) - \zeta_{2\vec{k}}(\omega)(-i\omega\tau_{10} + 1 + \vec{k}^2\xi_1^2)}{\chi_{12}\chi_{21} - (-i\omega\tau_{10} + 1 + \vec{k}^2\xi_1^2)(-i\omega\tau_{20} + 1 + \vec{k}^2\xi_2^2)}. \end{aligned} \quad (3.8)$$

Ehk siis üldistades saame:

$$\eta_{\alpha\vec{k}}(\omega) = \frac{x_{\alpha\alpha'}\zeta_{\alpha'\vec{k}}(\omega) - \zeta_{\alpha\vec{k}}(\omega)(-i\omega\tau_{\alpha'0} + 1 + \vec{k}^2\xi_{\alpha'}^2)}{\chi_{12}\chi_{21} - (-i\omega\tau_{10} + 1 + \vec{k}^2\xi_1^2)(-i\omega\tau_{20} + 1 + \vec{k}^2\xi_2^2)}; \alpha = 1, 2; \alpha' = 1, 2; \alpha \neq \alpha'. \quad (3.9)$$

### 3.3 Ajaline korrelatsioon

Fluktuatsioonide mugavamaks kasutamiseks viime need kujule:

$$\eta_{\alpha\vec{k}}(\omega) = \frac{\zeta_{\alpha'\vec{k}}(\omega)\chi_{\alpha\alpha'} - \zeta_{\alpha\vec{k}}(\omega)\tau_{\alpha'0}(\tau_{\alpha'\vec{k}}^{-1} - i\omega)}{(\tau_{-\vec{k}}^{-1} - i\omega)(\tau_{+\vec{k}}^{-1} - i\omega)}, \quad (3.10)$$

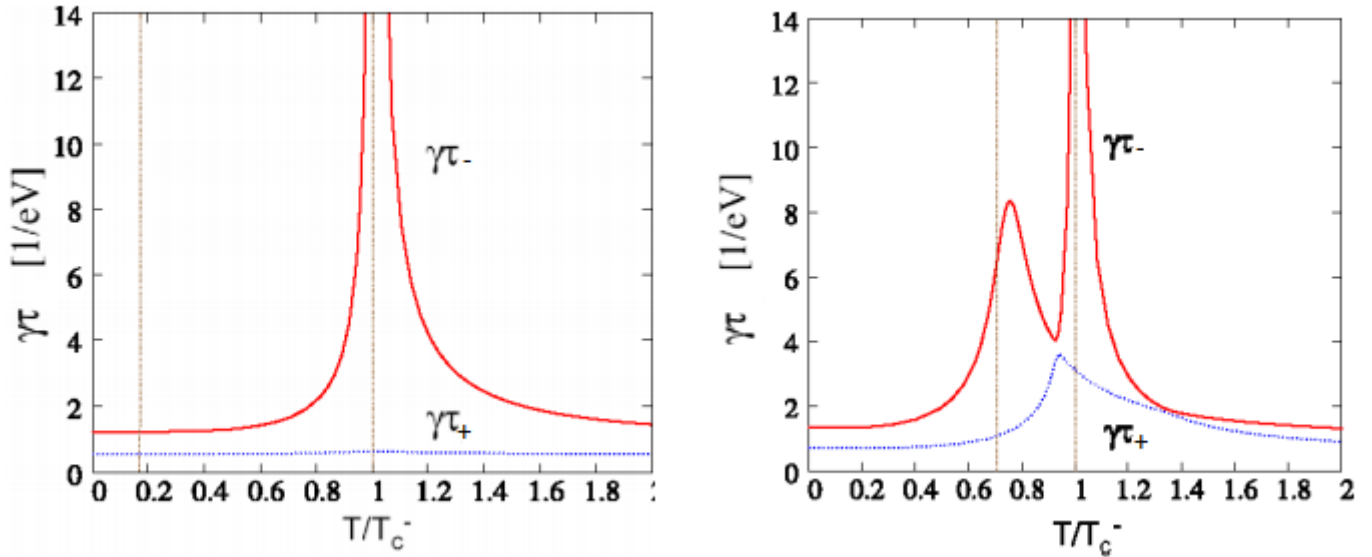
kus

$$\tau_{\alpha\vec{k}}^{-1} = \frac{1 + \vec{k}^2 \xi_{\alpha}^2}{\tau_{\alpha 0}}, \quad \alpha = 1; 2,$$

$\tau_{\alpha 0}$  ja  $\tau_{\vec{k}}$  on relaksatsiooniajad ühetsoonilise süsteemi puhul, kuid kahetsoonilises süsteemis on nende edasiarendused vastavalt,

$$\tau_{\pm\vec{k}}^{-1} = \frac{1}{2} \left( \tau_{1\vec{k}}^{-1} + \tau_{2\vec{k}}^{-1} \pm \sqrt{(\tau_{1\vec{k}}^{-1} - \tau_{2\vec{k}}^{-1})^2 + \frac{4\chi_{12}\chi_{21}}{\tau_{10}\tau_{20}}} \right),$$

$$\tau_{\pm 0}^{-1} = \frac{1}{2} \left( \tau_{10}^{-1} + \tau_{20}^{-1} \pm \sqrt{(\tau_{10}^{-1} - \tau_{20}^{-1})^2 + \frac{4\chi_{12}\chi_{21}}{\tau_{10}\tau_{20}}} \right).$$



Joonis 3.1: Joonistel on kujutatud kriitilise(-) ja mittekriitilise(+) ajateguri sõltuvust temperatuurist. Vasakpoolsel joonisel on tugevam tsoonidevaheline intereatsioon kui parempoolsel. On näha, et  $T_c$ 'le lähenedes muutub  $\tau_-$  singulaarseks ning tsoonidevahelise intereatsiooni kasvades  $\tau_+$  kahaneb. [18]

Võtame arvesse, et Langevini jõud on reaalne suurus, mis tähendab, et

$$\zeta_{\alpha}(t) = \zeta_{\alpha}^{*}(t).$$

Seega

$$\zeta_{\alpha}^{*}(\omega) = \zeta_{\alpha}(-\omega).$$

Teame, et

$$\langle \zeta_{\alpha\vec{k}}(\omega) \zeta_{\alpha'\vec{k}'}(-\omega') \rangle = \delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta(\omega - \omega') 2\pi \kappa_{\zeta\zeta'}(\vec{k}, \omega), \quad (3.11)$$

$$\langle \eta_{\alpha\vec{k}}(\omega) \eta_{\alpha'\vec{k}'}^{*}(\omega') \rangle = \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta(\omega - \omega') 2\pi \kappa_{\alpha\alpha'}(\vec{k}, \omega). \quad (3.12)$$

Samas, kuna eeldame, et tegemist on statsionaarse protsessiga, siis Wiener-Kinchini teoreemi kohaselt

$$\kappa_{\alpha\alpha'}(\vec{k}, \omega) = \sigma_{\alpha}(\vec{k}, \omega); \kappa_{\zeta\zeta'}(\vec{k}, \omega) = \sigma_{\zeta}(\vec{k}, \omega),$$

kus  $\sigma_{\alpha}(\vec{k}, \omega)$  on fluktuatsioonide spektraalne tihedus ning  $\sigma_{\zeta}(\vec{k}, \omega)$  on Langevini jõu fluktuatsioonide spektraalne tihedus, milleks on  $\sigma_{\zeta}(\vec{k}, \omega) = A_{\alpha}$ .

Leiame korrelatsiooni, kui  $\alpha = \alpha'$ . Selleks summeerime üle  $\vec{k}'$  ja integreerime üle  $\omega'$  avaldise (3.12) paremat poolt.

$$\sum_{\vec{k}'} \int_{-\infty}^{\infty} \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta(\omega - \omega') 2\pi \kappa_{\alpha\alpha'}(\vec{k}, \omega) d\omega' =$$

Siin kasutame Kroneckeri delta ning Diraci delta omadusi:

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha'} \delta_{\alpha\alpha'} F_{\alpha\alpha'} &= F_{\alpha\alpha}, \\ \int_{-\infty}^{\infty} \delta(\omega - \omega') F(\omega) d\omega' &= F(\omega) \end{aligned}$$

ja saame

$$= 2\pi \kappa_{\alpha\alpha'}(\vec{k}, \omega). \quad (3.13)$$

Nüüd teeme sama avaldise teise poolega.

$$\sum_{\vec{k}'} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \eta_{\alpha\vec{k}}(\omega) \eta_{\alpha'\vec{k}'}^{*}(\omega') \rangle d\omega' =$$

Asendame avaldises olevad fluktuatsioonid avaldisega (3.10).

$$\sum_{\vec{k}'} \int_{-\infty}^{\infty} \left\langle \frac{\left[ \zeta_{\alpha'\vec{k}}(\omega) \chi_{\alpha\alpha'} - \zeta_{\alpha\vec{k}}(\omega) \tau_{\alpha'0} (\tau_{\alpha'\vec{k}}^{-1} - i\omega) \right] \left[ \zeta_{\alpha'\vec{k}'}(-\omega') \chi_{\alpha\alpha'} - \zeta_{\alpha\vec{k}'}(-\omega') \tau_{\alpha'0} (\tau_{\alpha'\vec{k}'}^{-1} + i\omega') \right]}{(\tau_{-\vec{k}}^{-1} - i\omega)(\tau_{+\vec{k}}^{-1} - i\omega)(\tau_{-\vec{k}'}^{-1} + i\omega')(\tau_{+\vec{k}'}^{-1} + i\omega')} \right\rangle d\omega' =$$

Seosest (3.12) näeme, et tehtesse tuleb sisse  $\delta_{\alpha\alpha'}$ , mis tähendab, et alles jäävad vaid kaks panust, kus Langevini jõu  $\alpha'$ d on võrdsed.

$$\begin{aligned} &= \sum_{\vec{k}'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\tau_{\alpha'\vec{k}}^{-1} - i\omega)(\tau_{\alpha'\vec{k}'}^{-1} + i\omega') \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta(\omega - \omega') 2\pi A_{\alpha} \tau_{\alpha'0}^2}{(\tau_{-\vec{k}}^{-1} - i\omega)(\tau_{+\vec{k}}^{-1} - i\omega)(\tau_{-\vec{k}'}^{-1} + i\omega')(\tau_{+\vec{k}'}^{-1} + i\omega')} d\omega' + \\ &+ \sum_{\vec{k}'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_{\alpha\alpha'}^2 \delta_{\vec{k}\vec{k}'} \delta(\omega - \omega') 2\pi A_{\alpha'}}{(\tau_{-\vec{k}}^{-1} - i\omega)(\tau_{+\vec{k}}^{-1} - i\omega)(\tau_{-\vec{k}'}^{-1} + i\omega')(\tau_{+\vec{k}'}^{-1} + i\omega')} d\omega' = \end{aligned}$$

Kasutame jällegi Diraci delta ja Kroneckeri delta omadusi.

$$= \frac{(\tau_{\alpha'\vec{k}}^{-2} + \omega^2) 2\pi A_{\alpha} \tau_{\alpha'0}^2}{(\tau_{-\vec{k}}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+\vec{k}}^{-2} + \omega^2)} + \frac{\chi_{\alpha\alpha'}^2 2\pi A_{\alpha'}}{(\tau_{-\vec{k}}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+\vec{k}}^{-2} + \omega^2)}$$

Kuna antud seos on võrdne avaldisega (3.13), siis jagame mõlemad  $2\pi$ 'ga läbi, ning saame

$$K_{\alpha\alpha}(\vec{k}, \omega) = \frac{(\tau_{\alpha'\vec{k}}^{-2} + \omega^2) A_{\alpha} \tau_{\alpha'0}^2}{(\tau_{-\vec{k}}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+\vec{k}}^{-2} + \omega^2)} + \frac{\chi_{\alpha\alpha'}^2 A_{\alpha'}}{(\tau_{-\vec{k}}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+\vec{k}}^{-2} + \omega^2)}. \quad (3.14)$$

Kuna me otsime korrelatsiooni aja, mitte sageduse järgi, siis teeme Fourier' pöörde.

$$K_{\alpha\alpha}(t - t') = \int_{-\infty}^{\infty} K_{\alpha\alpha}(\vec{k}, \omega) \exp(-i\omega T) d\omega$$

$$K_{\alpha\alpha}(t - t') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\tau_{\alpha'\vec{k}}^{-2} + \omega^2) A_{\alpha} \tau_{\alpha'0}^2}{(\tau_{-\vec{k}}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+\vec{k}}^{-2} + \omega^2)} d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\chi_{\alpha\alpha'}^2 A_{\alpha'}}{(\tau_{-\vec{k}}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+\vec{k}}^{-2} + \omega^2)} d\omega =$$

Integraalid võtan kasutades tarkvara Mathematica.

$$= A_{\alpha} \tau_{\alpha'0}^2 \frac{\tau_{-\vec{k}}^{-1} (\tau_{\alpha'\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2}) \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{+\vec{k}}}\right) - \tau_{+\vec{k}}^{-1} (\tau_{\alpha'\vec{k}}^{-2} - \tau_{-\vec{k}}^{-2}) \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{-\vec{k}}}\right)}{\tau_{-\vec{k}}^{-1} \tau_{+\vec{k}}^{-1} (\tau_{-\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})} +$$

$$\frac{A_{\alpha'} \chi_{\alpha\alpha'}^2 \left[ \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{+k}}\right) - \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{-k}}\right) \right]}{2 \tau_{-k}^{-1} \tau_{+k}^{-1} (\tau_{-k}^{-2} - \tau_{+k}^{-2})}$$

Tõstame ümber ja saame:

$$\begin{aligned} K_{\alpha\alpha}(\vec{k}, t-t') = & -\frac{\chi_{\alpha\alpha'}^2 A_{\alpha'} + 2\tau_{\alpha'0}^2 A_{\alpha} \tau_{+k}^{-1} (\tau_{\alpha'k}^{-2} - \tau_{+k}^{-2})}{2\tau_{+k}^{-1} \tau_{-k}^{-1} (\tau_{-k}^{-2} - \tau_{+k}^{-2})} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{-k}}\right) + \\ & \frac{\chi_{\alpha\alpha'}^2 A_{\alpha'} + 2\tau_{\alpha'0}^2 A_{\alpha} \tau_{-k}^{-1} (\tau_{\alpha'k}^{-2} - \tau_{+k}^{-2})}{2\tau_{+k}^{-1} \tau_{-k}^{-1} (\tau_{-k}^{-2} - \tau_{+k}^{-2})} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{+k}}\right). \end{aligned} \quad (3.15)$$

Kordame protseduuri erinevate tsoonide korral.

$$\begin{aligned} & \sum_{\vec{k}'} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \eta_{1\vec{k}}(\omega) \eta_{2\vec{k}'}^*(\omega') \rangle d\omega' = \\ & = -\sum_{\vec{k}'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau_{10}(\tau_{2\vec{k}} - i\omega) \chi_{21} \langle \zeta_{1\vec{k}}(\omega) \zeta_{1\vec{k}'}(-\omega') \rangle}{(\tau_{-k}^{-1} - i\omega)(\tau_{+k}^{-1} - i\omega)(\tau_{-k'}^{-1} + i\omega')(\tau_{+k'}^{-1} + i\omega')} d\omega' - \\ & \sum_{\vec{k}'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau_{20}(\tau_{1\vec{k}} - i\omega) \chi_{12} \langle \zeta_{2\vec{k}}(\omega) \zeta_{2\vec{k}'}(-\omega') \rangle}{(\tau_{-k}^{-1} - i\omega)(\tau_{+k}^{-1} - i\omega)(\tau_{-k'}^{-1} + i\omega')(\tau_{+k'}^{-1} + i\omega')} d\omega' = \\ & = -2\pi A_1 \frac{\tau_{10}(\tau_{2\vec{k}} - i\omega) \chi_{21}}{(\tau_{-k}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+k}^{-2} + \omega^2)} - 2\pi A_2 \frac{\tau_{20}(\tau_{1\vec{k}} - i\omega) \chi_{12}}{(\tau_{-k}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+k}^{-2} + \omega^2)} \end{aligned}$$

Ehk saame, et

$$K_{12}(\vec{k}, \omega) = -A_1 \frac{\tau_{10}(\tau_{2\vec{k}} - i\omega) \chi_{21}}{(\tau_{-k}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+k}^{-2} + \omega^2)} - A_2 \frac{\tau_{20}(\tau_{1\vec{k}} - i\omega) \chi_{12}}{(\tau_{-k}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+k}^{-2} + \omega^2)}. \quad (3.16)$$

Teeme Fourier' pöörde ning saame:

$$-\int_{-\infty}^{\infty} A_1 \frac{\tau_{10}(\tau_{2\vec{k}} - i\omega) \chi_{21}}{(\tau_{-k}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+k}^{-2} + \omega^2)} \exp(-i\omega T) d\omega - \int_{-\infty}^{\infty} A_2 \frac{\tau_{20}(\tau_{1\vec{k}} - i\omega) \chi_{12}}{(\tau_{-k}^{-2} + \omega^2)(\tau_{+k}^{-2} + \omega^2)} \exp(-i\omega T) d\omega.$$

Siit saame, et

$$K_{12}(\vec{k}, t - t') = \frac{\tau_{10}A_1\chi_{21}(\tau_{2\vec{k}}^{-1} - \tau_{-\vec{k}}^{-1}) + \tau_{20}A_2\chi_{12}(\tau_{1\vec{k}}^{-1} - \tau_{-\vec{k}}^{-1})}{2\tau_{-\vec{k}}^{-1}(\tau_{-\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{-\vec{k}}}\right) - \frac{\tau_{10}A_1\chi_{21}(\tau_{2\vec{k}}^{-1} - \tau_{+\vec{k}}^{-1}) + \tau_{20}A_2\chi_{12}(\tau_{1\vec{k}}^{-1} - \tau_{+\vec{k}}^{-1})}{2\tau_{+\vec{k}}^{-1}(\tau_{-\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})} \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{+\vec{k}}}\right) \quad (3.17)$$

Oleme leidnud ajaliste korrelatsioonifunktsioonide süsteemi,

$$\begin{cases} \kappa_{1\vec{k}1\vec{k}'}(t-t') = \gamma_{11}^- \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{+\vec{k}}}\right) - \gamma_{11}^+ \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{-\vec{k}}}\right) \\ \kappa_{1\vec{k}2\vec{k}'}(t-t') = \gamma_{12}^- \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{+\vec{k}}}\right) - \gamma_{12}^+ \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{-\vec{k}}}\right) \\ \kappa_{2\vec{k}2\vec{k}'}(t-t') = \gamma_{22}^- \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{+\vec{k}}}\right) - \gamma_{22}^+ \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{-\vec{k}}}\right), \end{cases} \quad (3.18)$$

kus

$$\begin{aligned} \gamma_{11}^- &= \frac{\chi_{12}^2 A_2 + 2\tau_{20}^2 A_1 \tau_{-\vec{k}}^{-1} (\tau_{2\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})}{2\tau_{+\vec{k}}^{-1} \tau_{-\vec{k}}^{-1} (\tau_{-\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})}, \\ \gamma_{11}^+ &= \frac{\chi_{12}^2 A_2 + 2\tau_{20}^2 A_1 \tau_{+\vec{k}}^{-1} (\tau_{2\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})}{2\tau_{+\vec{k}}^{-1} \tau_{-\vec{k}}^{-1} (\tau_{-\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})}, \\ \gamma_{12}^- &= \frac{\tau_{10}A_1\chi_{21}(\tau_{2\vec{k}}^{-1} - \tau_{-\vec{k}}^{-1}) + \tau_{20}A_2\chi_{12}(\tau_{1\vec{k}}^{-1} - \tau_{-\vec{k}}^{-1})}{2\tau_{-\vec{k}}^{-1}(\tau_{-\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})}, \\ \gamma_{12}^+ &= \frac{\tau_{10}A_1\chi_{21}(\tau_{2\vec{k}}^{-1} - \tau_{+\vec{k}}^{-1}) + \tau_{20}A_2\chi_{12}(\tau_{1\vec{k}}^{-1} - \tau_{+\vec{k}}^{-1})}{2\tau_{+\vec{k}}^{-1}(\tau_{-\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})}, \\ \gamma_{22}^- &= \frac{\chi_{21}^2 A_1 + 2\tau_{10}^2 A_2 \tau_{-\vec{k}}^{-1} (\tau_{1\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})}{2\tau_{+\vec{k}}^{-1} \tau_{-\vec{k}}^{-1} (\tau_{-\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})}, \\ \gamma_{22}^+ &= \frac{\chi_{21}^2 A_1 + 2\tau_{10}^2 A_2 \tau_{+\vec{k}}^{-1} (\tau_{1\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})}{2\tau_{+\vec{k}}^{-1} \tau_{-\vec{k}}^{-1} (\tau_{-\vec{k}}^{-2} - \tau_{+\vec{k}}^{-2})}. \end{aligned}$$

On näha, et meil on kahe kanaliga korrelatsioonifunktsioonide süsteem, mis on moodustub eksponentsiaalfunktsioonide superpositsioonist. Olulist rolli mängivad ajategurid  $\tau_{\pm\vec{k}}$ , kuna need panustavad otseselt eksponentsiaalsetesse suhetesse. Varem on leitud, et sellised tegurid mängivad rolli kahetsoonilises ülijuhtivuses relaksatsiooniaegadena. [18]

Ülijuhtivate fluktuatsioonide ajaline korrelatsioon kahetsoonilises süsteemis erineb ühetsoonilise süsteemi fluktuatsioonidest sellepoolest, et kahetsoonilises tekib kaks

relaksatsioonikanalit, kuid ühetsoonilises vaid üks. Seega on ühetsoonilise relaksatsiooni puhul tähtis vaid üks ajategur  $\tau_{\vec{k}}$ , kuid kahetsoonilises on neid kaks  $\tau_{\pm\vec{k}}$ . Antud tegureid kutsutakse kriitiliseks(-) ja mittekriitiliseks(+) relaksatsiooniajaks, kuna lähenedes  $T_c$ 'le muutub  $\tau_{-\vec{k}}$  singulaarseks ning  $\tau_{+\vec{k}}$  mõju kaob, nagu on näha jooniselt (3.1).

# Kokkuvõte

Antud töö tegeles ülijuhtivate fluktuatsioonide ajaliste korrelatsioonifunktsioonide leidmisega. Selleks lahendasime Landau-Halatsnikov-Langevini võrrandid, mis olid tuletatud Ginzburg-Landau võrranditest mitmetsoonilise ülijuhi jaoks ning Langevini võrrandist.

Lahendades võrrandid, leidsime fluktuatsioonid, mille kaudu arvutasime nende ajalised korrelatsioonifunktsioonid, milleks on sümmeetriline eksponentsiaalne funktsioonide süsteem,

$$\begin{cases} \kappa_{1\vec{k}1\vec{k}'}(t-t') = \gamma_{11}^- \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{+\vec{k}}}\right) - \gamma_{11}^+ \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{-\vec{k}}}\right) \\ \kappa_{1\vec{k}2\vec{k}'}(t-t') = \gamma_{12}^- \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{+\vec{k}}}\right) - \gamma_{12}^+ \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{-\vec{k}}}\right) \\ \kappa_{2\vec{k}2\vec{k}'}(t-t') = \gamma_{22}^- \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{+\vec{k}}}\right) - \gamma_{22}^+ \exp\left(-\frac{|t-t'|}{\tau_{-\vec{k}}}\right). \end{cases}$$

Avaldisest on näha, et korrelatsioonifunktsioonid on kahekanalised ning moodustuvad eksponentsiaalfunktsioonide superpositsioonist. Lisaks mängivad tähtsat rolli ajategurid  $\tau_{-\vec{k}}$  ja  $\tau_{+\vec{k}}$ , kuna antud tegurid annavad panuse eksponentsiaalsesse suhtesse. Sama kujuga ajategurid mängivad olulist rolli kahetsoonilises ülijuhtivuses relaksatsiooniaegadena.

Tulemustest on näha ajaliste korrelatsioonifunktsioonide erinevust ühetsoonilisest juhust, kuna kahetsoonilisuse puhul tekib kaks korrelatsiooni kanalit, kuid ühetsoonilise puhul vaid üks. Millest tulenevalt tekib kaks korrelatsiooniaega  $\tau_{\pm\vec{k}}$ , kuid ühetsoonilise puhul on vaid üks korrelatsiooniaeg  $\tau_{\vec{k}}$ .

# Tänuavaldused

Soovin tänada oma lõputöö juhendajat Teet Ördi kannatuse, nõu ja abivalmiduse eest. Samuti tahaks tänada oma ema, kes aitas õigekeelsusega.

Joosep Kivastik

# Kirjandus

- [1] R. Simon and A. Smith. *Superconductors: Conquering Technology's New Frontier*. Plenum, 1988.
- [2] J. Bardeen, L. N. Cooper, and J. R. Schrieffer. Theory of superconductivity. *Physical Review*, 108, 1957.
- [3] J. G. Bednorz and K. A. Müller. Possible high  $t_c$  superconductivity in the ba-la-cu-o system. *Physik B - Condensed Matter*, 64(2):189–193, 1986.
- [4] B. Tarasinski and G. Schwiete. Fluctuation conductivity of disordered superconductors in magnetic fields. *Physical Review B*, 88, 2013.
- [5] M. Tinkham. *Introduction To Superconductivity - 2d ed.* McGraw-Hill, Inc., 1996.
- [6] M. Iavarone, G. Karapetrov, A. E. Koshelev, W. K. Kwok, G. W. Crabtree, D. G. Hinks, W. N. Kang, Eun-Mi Choi, Hyun Jung Kim, Hyeong-Jin Kim, and S. I. Lee. Two-band superconductivity in  $MgB_2$ . *Phys. Rev. Lett.*, 89:187002, Oct 2002.
- [7] A. Marouchkine. *Room-Temperature Superconductivity*. Cambridge International Science Publishing, 7 Meadow Walk, Great Abington, Cambridge CB1 6AZ, UK, 2004.
- [8] C. Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley & Sons, 2004.
- [9] J. Annett. *Superconductivity, Superfluids and Condensates*. Oxford University Press, 2004.
- [10] J. Carlström, E. Babaev, and M. Speight. Type-1.5 superconductivity in multiband systems: Effects of interband couplings. *Physical Review B*, 83(17), 2011.
- [11] T. Örd. Stohhaistiliste protsesside teooria, 2015.
- [12] A. Vargunin and T. Örd. Correlation functions and coherence lengths in a two-gap superconductor. *Physical Review B*, 86, 2012.

- [13] N. Kristoffel, T. Örd, and K. Rågo. MgB<sub>2</sub> two-gap superconductivity with intra- and interband couplings. *Europhysics Letters*, 61:109–115, 2003.
- [14] N. Kristoffel and T. Örd. Multiband model of cuprate superconductivity. *International Journal of Modern Physics B*, 22:5299–5327, 2008.
- [15] N. Kristoffel, P. Konsin, and T. Örd. Multiband model for high-temperature superconductivity. *La Rivista Del Nuovo Cimento Series 3*, 17:1–41, 1994.
- [16] T. Örd, K. Rågo, and A. Vargunin. Critical and non-critical coherence lengths in a two-band superconductor. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 25(5), 2012.
- [17] T. Örd, A. Vargunin, and K. Rågo. On the mixed character of superconductivity fluctuations in two-band systems. *Physica C*, 495:217–220, 2013.
- [18] T. Örd, K. Rågo, and A. Vargunin. Relaxation of superconducting fluctuations in a two-component scenario with intra- and interband pairings. *Journal of Superconductivity and Novel Magnetism*, 22:85–88, 2009.
- [19] E. Babaev, J. Carlström, M. Silaev, and M. Speight. Type-1.5 superconductivity in multicomponent systems. *Physica C*, 533:20–35, 2017.

# **Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja lõputöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks**

Mina, Joosep Kivastik,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose

**Ülijuhtivuse fluktuatsioonide ajaline korrelatsioon kahetsoonilises süsteemis,**

mille juhendaja on Teet Örd, PhD,

- (a) reprodutseerimiseks säilitamise ja üldsusele kättesaadavaks tegemise eesmärgil, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace-is lisamise eesmärgil kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni;
  - (b) üldsusele kättesaadavaks tegemiseks Tartu Ülikooli veebikeskkonna kaudu, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace'i kaudu kuni autoriõiguse kehtivuse tähtaja lõppemiseni.
2. olen teadlik, et punktis 1 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
  3. kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei rikuta teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse seadusest tulenevaid õigusi.

Tartu, 26. mai 2017. a.