35

I. SOKOLOV

FÜÜSIKA

8.

KLASSILE

EESTI RIIKLIK KIRJASTUS

Prof. I. SOKOLOV

FÜÜSIKA

I

MEHAANIKA

ÕPIK KESKKOOLI VIII KLASSILE

EESTI RIIKLIK KIRJASTUS
TALLINN 1950

Originaali tiitel:
Проф. И. И. Соколов. Курс физики. Часть первая. Механика.
Учебник для 8-го класса средней школы.
Учпедгиз. Москва 1950.

Kinnitatud Eesti NSV Haridusministeeriumi poolt 20. 9. 1950. a.

Üldine sissejuhatus füüsikasse.

Inimene elab looduses ja moodustab ise osa loodusest. Loodus tervikuna on igavesti muutuv mateeria. Mateeria iga erinevat osa nimetatakse füüsiliseks kehaks. Kehadeks on tähed, päike, planeedid, kivimitükid, üksikud taimed ja loomad; kehadeks on ka veetilgad, õhuosakesed, õhus lendlevad tolmukübemekesed ja kõige väiksemad meile tuntud aineosakesed, molekulid, aatomid, elektronid jt.

Füüsiliste kehadega toimuvad muutused, mida füüsikas nimetatakse n ä h t u s t e k s. Elektrilambi nihutamine laual, elektrivoolu läbimine hõõgtraadist, hõõgtraadi kuumenemine ja tema helendumine — kõik need on nähtused. Välk ja müristamine, vikerkaare ilmumine, elektrienergia ülekandmine kaugemale ja selle tarvitamine tehaste tööpinkide töölerakendamiseks moodustavad jällegi mitmesugused nähtused.

Ühesuguste tingimuste puhul tekib nähtus ühteviisi.

Kindlaksmääratud olenevust ühelt poolt nende tingimuste, milles keha on, ja teiselt poolt selle nähtuse vahel, mis neil tingimustel tekib, nimetatakse s e a d u s e k s.

Kõik nähtused maailmas kulgevad vastavalt seadustele, seaduspäraselt.

Seaduste kogum ja nende seletus nähtuste mingi ala kohta on selle ala teaduslik sisu.

Kuna loodusnähtusi on palju ja mitmekesiseid, siis ka üksikute teadusalade arv on väga suur. Loodusnähtuste hulgas on nähtusi, mis ei olene sellest, milliste kehadega nad toimuvad, s. o. ei olene sellest, kas nendeks kehadeks on taevakeha, tükk maakera koort, elavad olendid või tööriistad. Kuid on olemas ka selliseid nähtusi, mis toimuvad kehade piiratud ringis.

Nii võib hääl tekkida õhu liikumisest, keha kukkumisest maa peale, löögist keha pihta, kõnelemine aga on nähtus, mis on omane ainult inimesele.

Füüsika tegeleb kõige üldisemate nähtustega, nagu seda on mehaaniline liikumine, soojus, elekter, kiirgamine (eri liik sellest on valgus) ja samuti kõikide kehade üldised omadused ja ehitus.

Kuna nimetatud nähtused võivad esineda igas looduses leiduvas kehas, on füüsika üldiseks teaduseks loodusest.

Sõna füüsika pärineb kreeka sõnast *physis*, mis tähendab loodus.

Selle sõnaga on alla kriipsutatud füüsika seaduste üldine iseloom [1].

Iga loodusnähtustega tegeleva teaduse, nende hulgas ka füüsika ülesandeks on mitte ainult looduse seaduste tundmaõppimine, vaid ta peab olema aluseks ja vahendiks looduse kasutamiseks inimkonna eluliste tarvete rahuldamiseks ja looduse enese muutmiseks.

Füüsika õppimine on tarvilik selleks, et aru saada sotsialistliku tööstuse, transpordi, põllumajanduse ja sõjatehnika teaduslikest alustest ja arenemise perspektiividest.

Sõltuvalt uuritavate nähtuste iseloomust, võib kogu füüsika kursuse sisu jaotada viieks suuremaks osaks:

1) tahkete kehade, vedelikkude ja gaaside mehaanika,
2) soojus ja molekulaarfüüsika,
3) elekter,
4) kiirgav energia (eri juhul — valgus).
5) aine ehitus.

---

[1] Vene keeles sõna füüsika (физика) võttis tarvitusele Lomonossov.

MEHAANIKA.

Sissejuhatus mehaanika osasse.

1. Mehaaniline liikumine. M e h a a n i l i s e k s liikumiseks nimetatakse ü h e k e h a l i i k u m i s t t e i s e s u h t e s või ühe keha asendi muutumist t e i s e k e h a s u h t e s.

Mehaaniline liikumine on kõige lihtsamaks liikumise vormiks, sellepärast pannakse füüsikas esimesele kohale see osa, mis sisaldab lihtsamaid mehaanilise liikumise seadusi ja mida nimetatakse m e h a a n i k a k s.

Mehaanilisi liikumisi on palju ning mitmekesiseid ja nad toimuvad looduses alati. Inimene ise ja teised olendid muudavad oma asukohta mitmesuguste asjade suhtes maakera pinnal. Kõik maa-, vee- ja õhusõidukid sellepärast ongi liiklemisvahendid, et nad võivad asukohta muuta nii lähte- kui ka sihtjaama suhtes ja ühe või teise punkti suhtes maakera pinnal. Igas tehases võib näha rihmarataste ja töödeldavate osade pöörlevat liikumist, tööriistade edasi-tagasi liikumist tööpinkidel, auruhaamri ja stantsimismasina löögiosade tõusu ja langust, käsitööriistade mitmesuguseid liikumisi, näiteks vasara liikumist sepa käes.

Teaduslikes laboratooriumides uuritakse ka niisuguste osakeste liikumist, mida palja silmaga pole võimalik vahetult näha.

Kuna edaspidine käsitlus on pühendatud ainult mehaanilisele liikumisele, siis sõna „mehaaniline” võib üksikutel juhtudel ära jääda.

1-a. Mehaanika jaotus. Üks osa mehaanikast kirjeldab mitmesuguseid mehaanilise liikumise liike, s. o. vastab küsimusele, k u i d a s toimuvad liikumised.

See osa kannab k i n e m a a t i k a nime. (Nimi tuleb kreekakeelsest sõnast *kineo*, mis tähendab l i i g u n.)

Edasi seletab mehaanika iga liiki mehaanilise liikumise tekkimise ja eksisteerimise põhjust, s. o. vastab küsimusele, m i s p ä r a s t tekib üks või teine mehaanilise liikumise liik.

See mehaanika osa kannab d ü n a a m i k a nime (kreekakeelsest sõnast *dynamis*, mis tähendab j õ u d).

Kolmas osa mehaanikast vaatleb kehale mõjuvate jõudude tasakaalu tingimusi. Seda osa nimetatakse s t a a t i k a k s (kreekakeelsest sõnast *statos*, mis tähendab p a i g a l s e i - s e v).

2. Mehaanilise liikumise suhtelisus. Iga mehaaniline liikumine, mida õpitakse tundma füüsikas, on alati s u h t e l i n e liikumine.

See tähendab seda, et alati vaadeldakse ühe keha liikumist teise suhtes, mida sel puhul loetakse p a i g a l p ü s i v a k s.

Nii kõiki inimeste ja sõidukite liikumisi vaadeldakse Maa mingisuguste kohtade suhtes, mida võetakse paigalpüsivaina; tegelikult aga sooritavad nad Maa liikumise tõttu keerulisi liikumisi. Masinate liikuvad osad sooritavad oma liikumised masinate aluste (kandekere) suhtes, milliseid sellistel juhtudel võetakse liikumatutena, kuigi nad siiski liiguvad koos Maaga.

Laeval võib näha reisija liikumist laevalae suhtes; laevalage loeme liikumatuks, kuigi ta tegelikult omakorda liigub vee ja kallaste suhtes ja samal ajal võtab osa Maa liikumisest.

Päike oma süsteemiga, mille hulka kuulub ka Maa, liigub ruumis tähtede suhtes.

Looduses ei leidu keha, mis ei liiguks. Kõik kehad liiguvad, kuid kõik nende liikumised on suhtelised. Ühe keha liikumise vaatlemisel teise suhtes võetakse üks nendest paigalpüsivaks ja teine liikuvaks. Missugune võtta paigalpüsivaks ja missugune liikuvaks, see oleneb ülesande tingimustest.

Kahe jaamas seisva rongi kõik reisijad teavad, et tekib üks ja sama mulje rongide liikumisest, kui liigub see rong, kus viibib reisija, ja teine jääb jaama seisma, või liigub viimane vastupidises suunas, juhul kui reisijad sellejuures ei näe midagi muud peale rongi vagunite.

Treipingil on tulemus sama, kas seisab toode ja treitera liigub, või seisab treitera ja toode liigub.

3. Suhteline paigalolek. Mitmesuguste kehade mitmekesiste liikumiste hulgas võib esineda selliseid, kus kehade suhteline kaugus ei muutu. Näiteks kaks rongi paralleelsetel teedel võivad nii liikuda ühes suunas, et nende vagunite suhteline asend ei muutu. Niisugust liikumise eri juhtu nimetatakse suhteliseks paigalolekuks. *Suhteliseks paigalolekuks nimetatakse niisugust kehade liikumise eri juhtu, kus kehade vastastikune asend jääb muutumatuks.*

Nii viibivad laevade ja rongide liikumise ajal suhtelises paigalolekus laevade laadungid laevade siseruumides ja kõik esemed, mis asuvad laeva kajutites ja rongide vagunites.

Kõik mäed, metsad, linnad, ehitised, ehitiste osad jne. viibivad suhtelises paigalolekus, vaatamata sellele, et nad liiguvad koos Maaga.

Edaspidi tuleb alati silmas pidada seda, et tegeleme ainult suhtelise liikumise või suhtelise paigaloleku juhtudega, kuigi sõna „suhteline" puudub.

4. Masspunkt. Et paremini orienteeruda mitmesugustes kehade liikumise liikides, tuleb liikuvat keha ennast lihtsustada. Selle eesmärgiga tuuakse mehaanikasse masspunkti mõiste. Masspunktiks nimetatakse niisugust keha, mille mõõdetest võime loobuda, sest nad on väga väikesed võrreldes teiste antud ülesandes vaadeldavate geomeetriliste suurustega, mida ka näha võib toodud näidetest.

Seega võime masspunkti ruumala poolest võtta geomeetrilise punktina. Kas on meil alust niisuguse punkti liikumise käsitlemiseks? On, sest paljudel juhtudel on ühe kehapunkti liikumisega kogu keha liikumine määratud, tema suurus ja kuju aga ei mõjuta uuritava liikumise iseloomu. Nii võib veduri liikumise vaatlemisel (arvestamata rataste pöörlemist ja kolvi liikumist) piirduda veduri mingi punkti, näiteks esipunkti, liikumise vaatlemisega. Mürsu tee uurimisel võime mürsku tingimisi võtta liikuva masspunktina. Uurides maakera liikumist ümber Päikese, võime Maad võtta punktina, kuna tema diameetri — 12 700 km — võime tähele panemata jätta, võrreldes seda Maa kaugusega Päikesest, mis on 150 000 000 km.

Nendel kaalutlustel on õigustatud masspunkti mõiste tarvitusele võtmine.

I. Sirgjoonelise liikumise kinemaatika ja dünaamika.

Sirgjoonelise liikumise lihtsamad liigid.

5. Punkti liikumise trajektoor ja liikumiste liigitus trajektoori järgi. Liikumine, nagu iga teinegi nähtus, toimub ühe või teise ajavahemiku jooksul.

Masspunkti tee liikumisel iga ajavahemiku jooksul on joon.

Joont, mida mööda masspunkt liigub, nimetatakse masspunkti t r a j e k t o o r i k s.

Käest lahtilastud väike kuulike langeb lauale sirget joont mööda. Tema trajektoor on sirgjooneline. Seesama kuulike niidi otsa riputatult võib käe tegevuse toimel hakata liikuma ringjoont mööda. Horisontaal-tasapinnaga kaldu visatud kuulike liigub juba mööda isesugust kõverjoont.

Sellepärast võib klassifitseerida liikumisi, s. o. jaotada neid liikideks, trajektoori kuju järgi.

Trajektoori järgi liigitatakse punkti liikumised: a) s i r g j o o n e l i s t e k s, b) k õ v e r j o o n e l i s t e k s.

Nendest kahest liigist on lihtsamaks sirgjooneline liikumine. Temaga algamegi liikumiste tundmaõppimist.

6. Tee, aeg, kiirus ja liikumiste liigitus kiiruse järgi. Kui vedur, aurik, lennuk ja kahurimürsk liiguvad, siis ühes ajaga muutub nende asend lähtepunkti — raudteejaama, sadama, lennujaama jts. suhtes.

Masspunkti kaugust trajektoori mööda tee algusest kuni selle punktini, kus ta asub vaadeldaval momendil, nimetatakse t e e p i k k u s e k s. Tee pikkust mõõdetakse pikkusmõõtudega.

Liikumise tundmaõppimisel mõõdetakse aega ja läbitud tee pikkust.

Kumbki nendest suurustest üksikult võttes ei võimalda siiski vaadeldavat liikumist täielikult iseloomustada.

Spordivõistlustel jooksjad, uisutajad, suusatajad, jalgratturid, paadid, autod ja lennukid läbivad ühe ja sama tee, sellejuures aga nende liikumised erinevad üksteisest: see üks ja sama tee läbitakse erinevatel ajavahemikkudel. Järelikult teepikkusest üksi on vähe liikumise iseloomustamiseks.

Jaamast võib väljuda kolm rongi: kauba-, reisi- ja kiirrong, või lennuväljalt tõusta kolm lennukit: hävitaja, luure- ja pommilennuk. Ühe ja sama aja jooksul igaüks neist, täites oma ülesannet, läbib isesuguse vahemaa. Vaatamata sellele, et ajad on võrdsed, erinevad nende esemete liikumised üksteisest: ühe ja sama ajavahemiku jooksul läbivad kehad erinevate pikkustega teed. Järelikult ka ajast üksi on vähe, et iseloomustada liikumist.

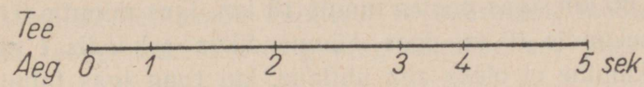
Kuidas siis nimetatakse seda liikumise omadust, mis erineb nii liikumise teest kui ka ajast? Seda liikumise omadust nimetatakse liikumise k i i r u s e k s. Kiiruse mõiste on keerukam liikumise tee ja liikumise aja mõistest. Ta kujuneb teepikkuste ja vastavate ajavahemikkude võrdlemisest.

Kahest kehast on suurem kiirus sellel, mis sama aja jooksul läbib pikema tee. Kahest kehast omab suuremat kiirust see, mis lühema ajaga läbib sama tee.

Seega võime keha kiiruse üle otsustada, kui vastavusse seame läbikäidud tee ja aja.

Kiirust võime võrrelda sel teel, et võrdleme kehade poolt läbitud teid, milleks on tarvitatud võrdseid ajavahemikke.

Tähelepanekud näitavad, et keha liikumise kiirus võib muutuda. Nii on lugu kõikide transpordivahenditega (vedurid, aurikud, mootorvedurid, elektrivedurid, lennukid) nende lähtekohast väljumisel ja sihtkohta jõudmisel, samuti mürskudega torust väljumisel ning märki tabamisel jts. *Muutuva kiirusega liikumist nimetatakse mitteühtlaseks liikumiseks*



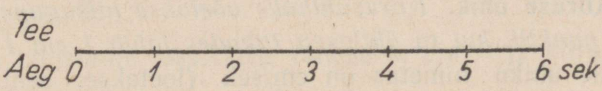
Joon. 1. Mitteühtlase liikumise näide.

(joon. 1 on kantud võrdsetes ajavahemikkudes keha poolt läbitud teed).

Palju haruldasemad on juhud, kus keha liikumise kiirus Maa peal jääb kauemaks ajaks muutumatuks (näiteks rong kahe jaama vahel horisontaalsel pinnal sirgjoonelisel teel). *Muutumatu kiirusega liikumist nimetatakse ühtlaseks liikumiseks* (joon. 2).

Lihtsaimaks liikumiseks on ühtlane sirgjooneline liikumine.

7. Ühtlane sirgjooneline liikumine. Tehastes ja ehitustöödel tarvitatav transportöör on pidevalt liikuv lõputu lindi



Joon. 2. Ühtlase liikumise näide.

taoline seadis (metallist, puust, kummist või mõnest teisest ainest), mille abil toorained või ehitusmaterjalid liiguvad ühest töökohast teise.

Transportööri liikumine on ühtlane liikumine. Teiseks ühtlase liikumise näiteks on liikuva trepi (eskalaatori) liikumine Moskva allmaaraudtee (metroo) jaamades.

Ühtlast liikumist võib defineerida veel nii:

Ühtlaseks liikumiseks nimetatakse niisugust liikumist, kus punkt mistahes võrdseis ajavahemikes läbib võrdsed teeosad.

Ühtlaselt liikuda, s. o. läbida võrdsetes ajavahemikes võrdsed teeosad, võivad lühema tee ulatuses rongid, aurikud, autod, lennukid, inimesed.

Rongi liikumine oleks ühtlane, kui ta läbiks näiteks igas tunnis 36 km, igas pooles tunnis 18 km, igas minutis 0,6 km, igas sekundis 10 m, igas kümnendikus sekundis 1 m jne. Liikumine ei oleks aga ühtlane, kui rong igas tunnis liiguks 36 km, igas pooles tunnis 18 km, aga üksteisele järgnevates veerandites läbiks 8, 10, 12, 6 km.

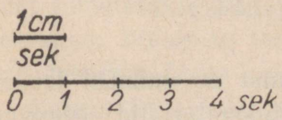
8. Ühtlase liikumise kiirus. Niiviisi ühtlast liikumist defineerides võime saada selle liikumise kiiruse mõiste. *Ühtlase liikumise kiirus on suurus, mida mõõdetakse ajaühikus käidud tee pikkusega* [1].

Kogemustest mitmesuguste liikumistega teame, et liikumiste kiirused võivad olla väga mitmesugused.

Et eristada liikumiste kiirusi, on tarvis õppida neid mõõtma.

Suurust mõõta — tähendab võrrelda teda sama liiki suurusega, mida ühikuks võetakse.

9. Kiiruse ühik. *Kiirusühikuks võetakse niisugune kiirus, mis on punktil, kui ta ühtlaselt liikudes läbib 1 cm 1 sekundis.* Selle ühiku nimetus on cm/sek (loetakse: sentimeeter sekundis). Kui punkt liigub nii, et ta 1 sekundis läbib 1 cm, siis ta kiiruseks on kiirusühik; kui aga ta läbib 3 cm 1 sekundis, siis ta kiirus võrdub 3 ühikuga ehk 3 cm/sek (joon. 3 ja 3-a); kui ta läbib 1 m 1 sekundis, siis kiirus on 100 ühikut ehk 100 cm/sek.



Joon. 3. Ühtlane liikumine kiirusega 1 cm/sek.

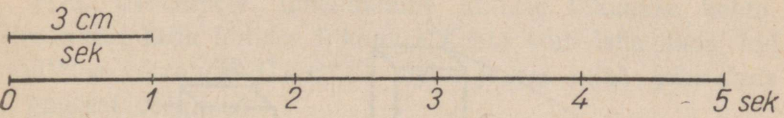
Tehnikas siiski võetakse kiirusühikuks kiirus, mille puhul punkt ühtlase liikumise korral läbib 1 m 1 sekundis.

---

[1] See definitsioon sugugi ei eelda, et liikumine ei saaks kesta ka vähem kui üks sekund. Kiirust saab välja arvutada ka siis kui liikumine kestis sekundi murdosa vältel.

Selle ühiku nimetus on m/sek (loetakse: meeter sekundis).

Millistes ühikutes me kiirust ka mõõdaksime, ikka on tarvis selleks, et saada kujutlust ta suurusest, mõõta läbikäidud tee ja liikumise aeg ning esimene arv jagada tei-



Joon. 3-a. Ühtlane liikumine kiirusega 3 cm/sek.

sega; saadud jagatis annab kiirusühikute arvu; leitud arvule tuleb juurde kirjutada kiirusühiku nimetus.

Mitmesuguste kiiruste näiteid antakse raamatu lõpus — tabel I.

10. Ühtlase liikumise võrrand. Ühtlase liikumise ja kiiruse definitsioonidest järgneb, et ühtlase liikumise kiirus on kogu aja üks ja sama ehk on konstantne suurus.

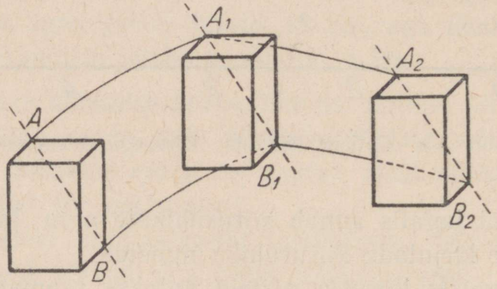
Kui tähistame teepikkuse tähega s, aja t- ja kiiruse v-ga, siis definitsiooni järgi $v = \frac{s}{t}$.

Siit saame ühtlase liikumise võrrandi kirjutada järgmisel kujul:

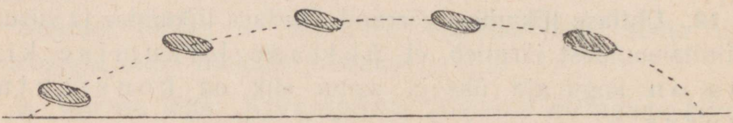
$$\boxed{s = vt.} \qquad \text{(I)}$$

Viimane seos näitab, et *ühtlase liikumise puhul tee on võrdeline ajaga.*

11. Keha translatoorne liikumine. Masspunkti jaoks tuletatud ühtlase liikumise tee valem kõlbab ka ühe kehaliikumise liigi jaoks ja nimelt translatoorse (kulgeva) liikumise jaoks. Keha translatoorseks liikumiseks nimetatakse niisugust liikumist, kus iga sirge, mis ühendab kahte liikuva keha mistahes punkti, jääb liikumisel iseenesega rööpseks (joon. 4). Näited: vankri ja auto kere, mis liiguvad sirgjoonelist teed mööda; kere kõik punktid läbivad võrdseid ja paralleelseid teid.

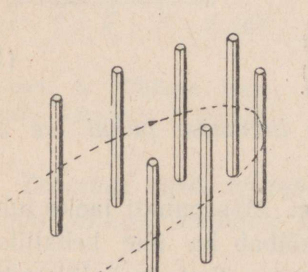


Joon. 4. Keha translatoorne liikumine. $AB \parallel A_1B_1 \parallel A_2B_2$.



Joon. 4-a.

Höövlipingi juures on lõiketera liikumine translatoorne, kuna iga tema serv jääb liikumisel iseenesega rööpseks.



Joon. 4-b.

Ei tule arvata, et translatoorseks liikumiseks võib olla ainult sirgjooneline liikumine. Keha translatoorse liikumise hääks näiteks, kus liikumine ei toimu sirget joont mööda, on kergejõustiklase poolt heidetud ketta liikumine (joon. 4-a). Ketta keskpunkt liigub kõverjoonelist trajektoori mööda, kuna samal ajal ketta pind jääb liikumisel iseenesega paralleelseks.

Kui võtta kätte pliiats ja hoides kalde muutumatuna, liigutada teda mingit kõverjoont mööda, siis liigub pliiats translatoorselt (joon. 4-b).

Translatoorses liikumises kõlbavad ühtlase liikumise seadused nii punkti kui ka keha jaoks.

11-a. Ülesannete lahendamine ühtlase liikumise kohta. Ülesandeid keha ühtlase liikumise kohta võib lahendada, kui kasutame võrrandit (I) § 10. Selle juures tuleb juhinduda järgmisest reeglist:

Ülesannete lahendamise juures tuleb kõik suurused väljendada vastavates ühikutes.

Nii näiteks pikkused ja kiirused tuleb väljendada kas cm-tes ja cm/sek-tes või m-tes ja m/sek-tes jts. Ei või aga näiteks väljendada tee pikkust meetrites ja kiirust — cm/sek-tes.

Kui ülesande tingimustes suurused ei ole antud vastavates ühikutes, siis tuleb neid enne lahendamist viia vastavatesse ühikutesse.

Näide. 28. augustil 1939. a. startis Moskva ümbruses lennuk „Сталь-7". Tehti kindlaks, et lennuk, läbinud 5068 km, näitas keskmist kiirust 404,936 km/tund, purustades seega rahvusvahelise rekordi antud vahemaal. Leida liikumise aeg. Väljendada kiirus m/sek-tes.

$$s = 5068 \text{ km}$$
$$v = 404{,}936 \text{ km/tund}$$
$$t = ?$$
$$t = \frac{s}{v}$$

$$t = \frac{5068 \text{ km}}{404{,}936 \text{ km/tund}} = \frac{5068 \text{ km} \cdot \text{tund}}{404{,}936 \text{ km}} = 12{,}51 \text{ tundi.}$$

$$v = 404{,}936 \text{ km/tund} = \frac{404936 \text{ m}}{3600 \text{ sek}} = 112{,}5 \text{ m/sek}$$ [1].

[1] km/tund märgitakse ka km/h, *hora* — aeg, tund (ladina k.).

Harjutus 1.

1) Õppelennuk on arvestatud umbes 130 km/t. kiirusele. Väljendada see kiirus m/sek-tes.

2) 1935. a. sooritasid Nõukogude Liidu kangelased Tškalov, Baidukov ja Beljakov vahemaandumiseta kaugelennu „Stalinlikku marsruuti" mööda: Moskva — Barentsi meri — Franz-Josephi Maa — Tšeljuskini neem — Petropavlovsk Kamtšatkal — Nikolajevsk Amuuri ääres (väljalend Moskvast 20. juulil 1935. a.), kattes vahemaa 9374 km 56 t. 21 minutiga. Leida selle lennu keskmine kiirus km/t.-des.

3) 12. juulil 1937. a. kell 3.21 lendasid Nõukogude Liidu kangelased Gromov, Jumašev ja Danilin välja „Stalinlikku trassi" mööda: Moskva — Põhjapoolus — Kalifornia osariik (Ameerika Ühendriigid). Missuguse vahemaa nad katsid, kui nad viibisid õhus 62 t. 17 min. ja lendasid keskmise kiirusega 185 km/t.?

4) Hääle kiirus õhus 16^0 temperatuuri juures on 340 m/sek. Kui kaugele levib hääl ühe minuti jooksul?

5) Valgus levib õhus kiirusega 300 000 km/sek. Missuguse ajaga jõuab valgus Päikeselt Maale, kui nendevaheline keskmine kaugus on $149{,}5 \cdot 10^6$ km (arvutada täpsusega kuni 1 sek.)?

6) Papaaninlaste triiviv jääpank liikus 274 päevaga (21. maist 1937. a.) 2500 km. Leida jääpanga keskmine kiirus.

Vastus: 0,4 km/t.

7) Määrata Maakera ekvaatori punkti öö-päevase pöörlemise kiirus täpsusega kuni 1 m/sek, kui Maakera ekvaatori raadius on 6378 km.

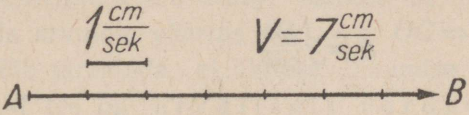
12. Kiirus — vektor. Kui teame, et vedur, mis seisab Moskva ja Proletarskaja jaama vahel, hakkas kohalt liikuma kiirusega 10 m/sek, siis selle järgi üksi pole võimalik vastata küsimusele, kuhupoole algas liikumine: kas Moskva poole või vastassuunas. Sellest näitest näeme, et kiiruse arvulise suuruse teadmine veel üksi ei anna võimalust kiiruse täielikuks iseloomustamiseks. Rööbastel seisev vedur võib saada kiiruse nii ühes kui teises — vastupidises — suunas. Piljardikuul võib saada piljardilaual kiiruse mistahes suunas.

Seega, kui tahame täielikult määrata mingi liikuva keha kiirust, peame mitte üksi andma arvu, mis näitab, mitu kiirusühikut sisaldab vaadeldav kiirus, vaid andma ka ta suuna.

Suurust, mida määratakse kindlaks temas sisalduvate ühikute arvuga ja suunaga, nimetatakse v e k t o r i k s[1].

Järelikult k i i r u s o n v e k t o r.

Mõlemad vektori tunnused on kergesti väljendatavad graafiliselt. Olgu tarvis kujutada punkti A kiirust suurusega 7 cm/sek ja horisontaalse suunaga vasakult paremale.



Joon. 5. Kiiruse 7 cm/sek graafiline kujutamine.

Valime vabalt mõõdu, lepime kokku kujutada kiirust 1 cm/sek lõiguga 5 mm (joon. 5). Tõmbame läbi punkti A horisontaalse joone ja kanname sellele vasakult paremale 7 valitud lõiku (igaüks 5 mm); siis nool AB näitab, et punktil A on vasakult paremale horisontaalne kiirus suurusega 7 cm/sek.

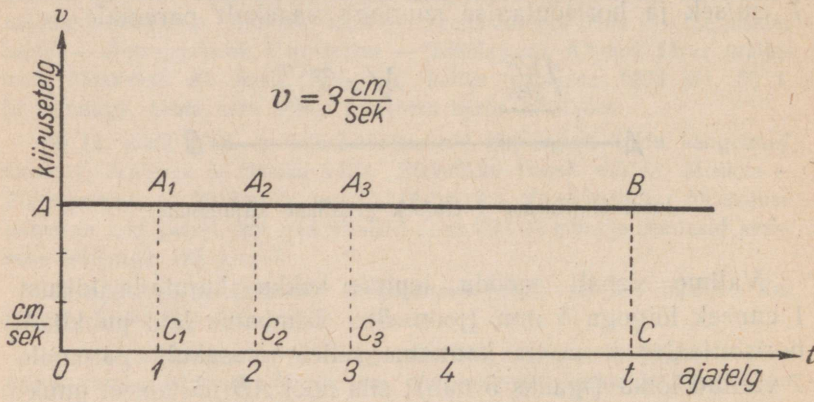
13. Ühtlase liikumise tee ja kiiruse graafikud. Ühtlase liikumise valemid annavad tee sõltuvuse ajast. Ühtlase liikumise puhul on tee võrdeline ajaga. Suurust, mille muutumine oleneb teise suuruse muutumisest, nimetatakse selle suuruse f u n k t s i o o n i k s. Kahe suuruse funktsionaalset sõltuvust võib kujutada teatud joone abil, mida nimetatakse funktsiooni g r a a f i k u k s. Tema ehitamiseks on tarvis leida mõned paarid omavahel seotud suuruste vastavaid arvulisi väärtusi, võtta üks arv igast paarist abstsissiks, teine ordinaadiks, leida igale koordinaatide paarile vastav punkt tasapinnal ja

---

[1] Vastupidiselt vektoritele esineb füüsikas suurusi, mis ei ole seotud suunaga ja sellepärast on määratavad ainult arvuliselt. Neid nimetatakse skaalariteks (ladinakeelsest sõnast *scale*, mis tähendab r e d e l). Varem tuntud suurustest on skaalariteks energia, soojuse hulk ja elektri hulk.

ühendada leitud punktid joonega. Niiviisi saadud joont nimetataksegi funktsiooni g r a a f i k u k s.

1. *Ühtlase liikumise kiiruse graafik.* Ehitame graafiku $v = 3$ cm/sek jaoks.



Joon. 6. Ühtlase liikumise kiiruse graafik.

Kuna ühtlases liikumises kiirus on jääv, siis

$$t = 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4, \ldots$$
$$v = 3,\ 3,\ 3,\ 3,\ 3, \ldots$$

Võtame abstsisstelje ajateljeks t ja kanname temale rea võrdseid lõike, mis kujutavad võrdseid ajavahemikke (joon. 6); ordinaattelje võtame kiirusteljeks v ja kanname temale rea võrdseid lõike; iga lõik kujutagu kiirusühikut.

Võttes eespool väljakirjutatud t ja v vastavad väärtused koordinaatideks, leiame nende järgi tasapinnal punktid A_1, A_2, A_3 . . . ja ühendame leitud punktid joonega. Ühtlase liikumise korral saame *kiiruse graafikuks ajateljega paralleelse sirge.*

Kiiruse graafiku abil võime anda ühtlase liikumise tee arvutamise võtte.

Tee valemi $s = vt$ järgi 2 sekundiga läbitud tee on 2 sek. $\times v$ cm/sek $= 2v$ cm; 3 sekundiga on 3 sek. $\times v$ cm/sek $= 3v$ cm; t sekundiga on tee vt.

Samal ajal näitab joon. 6, et $2v$ on ristküliku OAA_2C_2 pindala arvuline väärtus, $3v$ on ristküliku OAA_3C_3 ($OA = v$; $OC_3 = 3$; $OAA_3C_3 = v \times 3 = 3v$), samuti vt on ristküliku $OABC$ pindala arvuline väärtus ($OA = v$; $OC = t$; $OABC = vt$). Siit võib järeldada, et ühtlase liikumise puhul aja t jooksul läbitud tee on arvuliselt võrdne ristküliku pindalaga, mida piirab ajatelg, kiiruse graafik ja liikumise algusele ja lõpule vastavad ordinaadid.

Peab meeles pidama, et siin on tegemist ainult tee ja pinna arvulise ühtimisega ja et tee mitte mingil juhul tegelikult ei väljendu pinnana.

Tee arvutamine graafiku järgi ei too mingit kergendust ühtlase liikumise puhul, küll aga võib see võte olla arvutamise aluseks keerukamatel juhtudel.

2. *Ühtlase liikumise tee graafik.* Ehitame funktsiooni $s = vt$ graafiku eri juhu jaoks kui $v = 2$ cm/sek. Anname ajale t rea väärtusi ja leiame igaühele vastava s väärtuse:

$$t = 0, 1, 2, 3, 4, 5, \ldots$$
$$s = 0, 2, 4, 6, 8, 10, \ldots$$

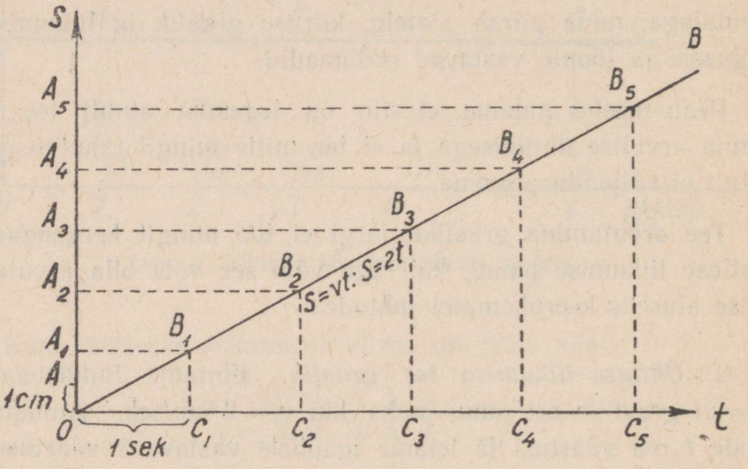
Võtame täisnurksed teljed, abstsisstelje võtame ajateljeks t ja ordinaattelje — teeteljeks s (joon. 7).

Kanname ajateljele rea võrdseid lõike $OC_1 = C_1C_2 = C_2C_3 = \ldots$, millest igaüks graafiliselt kujutab ühte sekundit. Kanname ordinaatteljele lõigu OA, mis kujutab tee pikkust 1 cm; siis lõik OA_1 vastab tee pikkusele 2 cm, OA_2 — 4 cm-le jne.

Tõmmates läbi vastavate koordinaatide otspunktide A_1 ja C_1, A_2 ja C_2 jne. rööbikud telgedele kuni omavahelise lõikumiseni, saame nende koordinaatide järgi tasapinna punktid B_1, B_2, B_3 jne.

Aja pideva muutumise korral võime leida lõpmatult suure arvu selliseid punkte, mis koos moodustavadki sirge OB.

Niisiis *ühtlase liikumise tee graafikuks saame sirge*, mis antud juhul *läbib koordinaatide alguspunkti.*



Joon. 7. Ühtlase liikumise tee graafik.

Seega ühtlase liikumise tee olenevust ajast võime avaldada kolmel isesugusel viisil:

Sõnaliselt: *tee on võrdeline ajaga.*

Algebraliselt: $s = vt$.

Graafiliselt — *sirgjoon.*

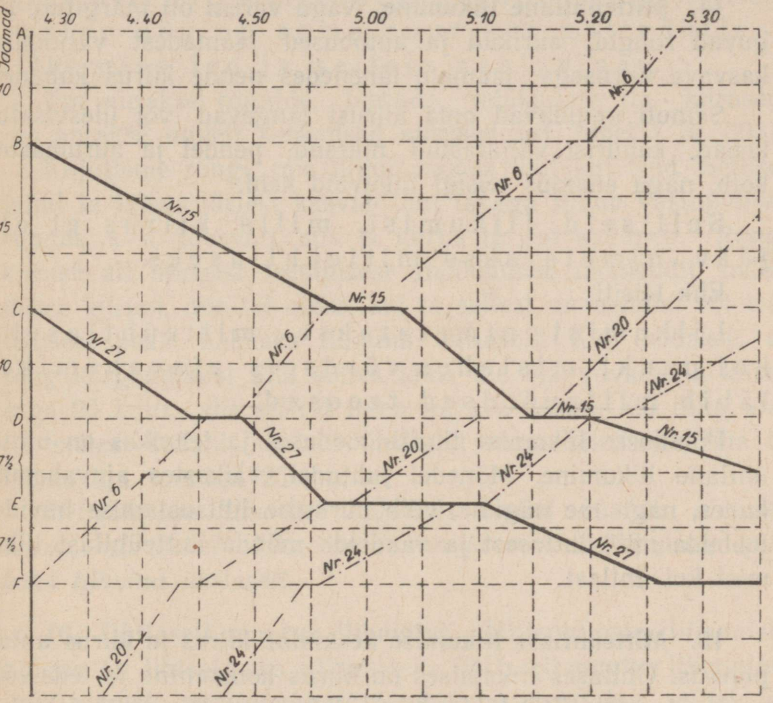
Peab meeles pidama, et tee graafik mitte mingil juhul ei kujuta trajektoori.

Harjutus 2.

1) Kujutada joonisel kiirus 10 cm/sek vertikaalse suunaga ülevalt alla (näidata mastaap).

2) Ehitada kiiruse $v = 4$ cm/sek graafik.

3) Ehitada tee $s = 3t$ ja $s = {}^1/_2\, t$ graafikud.



Joon. 8. Rongide liikumise graafik.

4) Ehitada ühel ja samal teljestikul kahe keha teede graafikud, kui nad väljuvad ühel ajal ühest kohast ühtlaselt liikudes kiirustega $v_1 = 2$ cm/sek ja $v_2 = 3$ cm/sek.

5) Ehitada ühel ja samal teljestikul kahe keha teede graafikud, kui nad ühtlaselt liikudes väljuvad ühest kohast kiirustega $v_1 = 2$ cm/sek ja $v_2 = 3$ cm/sek, kusjuures teine keha väljub 1 sek. võrra esimesest hiljem. Missuguse aja pärast ja kui kaugel teine keha saab esimese kätte? (Leida joonise järgi.)

6) Rongide liikumise graafiku järgi (joon. 8) määrata iga rongi liikumise kiirus km/t.-des jaamade *A*, *B*, *C* jne. vahel ja seisuajad jaamades. Missugused rongid ei peatu missugustes jaamades?

Ordinaatteljel näitavad arvud jaamadevahelist kaugust; graafikutel on märgitud rongide numbrid.

14. Mitteühtlane liikumine. Nagu varem oli märgitud, liiguvad rongid, aurikud ja autobused jaamadest väljumisel kasvava kiirusega; jaamale lähenedes nende kiirus kahaneb.

Samuti muudavad oma kiirust langevad või ülesvisatud kehad, kahurist väljalastud mürsud, pendel ja aurumasina kolb, nagu enamus teisigi liikuvaid kehi.

S e l l i s e i d l i i k u m i s i, m i l l e k i i r u s e i o l e j ä ä v, n i m e t a t a k s e m i t t e ü h t l a s e k s.

Ehk teisiti:

L i i k u m i s t n i m e t a t a k s e m i t t e ü h t l a s e k s, k u i p u n k t m i s t a h e s v õ r d s e i s a j a v a h e m i k e s l ä b i b m i t t e v õ r d s e d t e e o s a d.

Põhiliseks liikumise liigiks looduses ja tehnikas on mitteühtlane liikumine. Mõnedel juhtudel, väikestes ajavahemikkudes, nagu me nägime, võib uurimise lihtsustamise huvides loobuda mitteühtlusest ja vaadelda mõnda mitteühtlast liikumist kui ühtlast.

15. Mitteühtlase liikumise keskmine kiirus ja kiirus antud punktis. Ühtlases liikumises on kiirus konstantne ja teda võib mõõta 1 sek. vältel läbitud tee pikkusega. Mitteühtlase liikumise kiirus aga muutub pidevalt.

Sellepärast on tarvis mitteühtlase liikumise iseloomustamiseks laiendada kiiruse mõistet. Selle eesmärgiga tuuakse sisse kaks mõistet: antud ajavahemiku k e s k m i n e k i i r u s, ja k i i r u s a n t u d p u n k t i s, s. o. kiirus antud ajamomendil.

Keskmise kiiruse saame, kui terve mitteühtlase liikumise tee pikkuse jagame liikumise kogu ajaga. Vahemaa Moskvast Serpuhhovisse, 99 km, läbib rong mitteühtlaselt liikudes 3 tunniga. Kui me jagame tee pikkuse ajaga, saame keskmise kiiruse 33 km/t.

Mitteühtlase liikumise keskmiseks kiiruseks nimetame niisuguse ühtlase liikumise kiirust, millel läbikäidud tee ja sellele vastav aeg on sama suur kui mitteühtlase liikumise tee ja sellele vastav aeg.

Kui antakse rongide, laevade, jalakäijate jts. kiirused, siis antakse nimelt keskmised kiirused (vt. tabel I lk. 303).

Kujutleme rongi, mis liigub mööda kallakut teed. Sellisel juhul ta kiirus järjest kasvab; kui ta aga liigub vastupidises suunas, s. õ. tõusvalt, siis ta kiirus järjest kahaneb. Rongi kiiruse all mingist teetähisest möödumise momendil mõeldakse kiirust, mis tal oleks, kui ta sellest momendist või teetähisest peale hakkaks liikuma ühtlaselt. Kui öeľdakse, et rong kõrgendikust alla sõites läbis üle oja viiva silla kiirusega 25 km/t., siis sellest tuleb nii aru saada: kui rong alates sellest kohast, sõidaks ühtlaselt sama kiirusega, siis ta läbiks iga tunniga 25 km.

Mitteühtlase liikumise kiiruseks antud punktis on see kiirus, mis kehal oleks, kui ta antud momendist peale hakkaks liikuma ühtlaselt.

16. Ühtlaselt muutuv liikumine. Mitteühtlaste liikumiste hulgas on lihtsaimaks liikumiseks ühtlaselt muutuv liikumine. *Ühtlaselt muutuvaks liikumiseks nimetatakse sellist liikumist, kus kiirus mistahes võrdsetes ajavahemikkudes muutub võrdsete suuruste võrra.*

Ühtlaselt muutuvad liikumised jagunevad ühtlaselt kiirenevateks ja ühtlaselt aeglustuvateks liikumisteks. Esimeste juures on kiirus kasvav, teiste juures — kahanev.

17. Kiirendus. Kahest uuest mõistest — keskmise ja antud punktis kiiruse mõistest — on vähe, et mitmesuguseid liikumisi võrdlevalt iseloomustada.

Mitmesugustes mitteühtlastes ja isegi ühtlaselt muutuvates liikumistes võib kiiruse muutumine toimuda mitmel viisil. Kui raudteejaamast väljuvad kiir-, posti- ja kaubarong, siis minuti pärast on igaühel neist kolmest isesugune kiirus. Järelikult need kolm mitteühtlast liikumist erinevad selle kiiruse poolest, millega toimus nende kiiruse muutumine.

Mitteühtlase liikumise kiiruse muutumise kiiruse iseloomustamiseks võetakse tarvitusele eriline mehaaniline suurus, mida nimetatakse kiirenduseks.

Kui ühtlaselt muutuva liikuva punkti kiirus mingil momendil on 35 cm/sek, ühe minuti pärast aga 71 cm/sek, siis on keskmine kiirendus $\frac{71-35}{60}=\frac{36}{60}=0{,}6$ kiirendusühikut.

Kui jaamale läheneva rongi kiirus mingil ajamomendil on 15 m/sek, 5 sek. pärast aga 5 m/sek, siis keskmine kiirendus on $\frac{5-15}{5}=-2$ kiirendusühikut.

Ühtlaselt muutuva sirgjoonelise liikumise kiirendus on suurus, mida mõõdetakse kiiruse muutusega ühe ajaühiku jooksul.

Eespool toodud näidetest on näha, et kiirenduse mõiste on keerukam kui kiiruse mõiste. Kui teame ainult kiiruse muutust, kui näiteks teame, et kiirus muutus 12 cm/sek võrra, siis sellest veel üksi ei saa kujuneda kiirenduse mõiste; peame teadma, missuguse aja jooksul toimus see muutus. Ainult kiiruse muutuse ja vastava ajavahemikü vastavusse seadmine annab kiirenduse mõiste. Tuleb silmas pidada, et kiirendus on iseliiki suurus, erinev nii kiirusest kui ajast.

Kiirenduse üle võime otsustada 1 sek-s toimunud kiirusemuutuse kaudu.

Niisiis, kui mitteühtlase liikumise algkiirust tähistame v_0-ga, kiirust t sek. pärast aga v-ga ja kiirendust tähega a, siis

$$\boxed{a = \frac{v - v_0}{t}.}$$

Nagu eespool defineeritud, muutub ühtlaselt muutuva liikumise kiirus mistahes võrdsetes ajavahemikkudes võrdsete suuruste võrra; seega muutub ka igas sekundis kiirus ühe ja sama suuruse võrra; seepärast on ühtlaselt muutuva liikumise kiirendus konstantne suurus. Sellepärast võib ühtlaselt muutuvat liikumist defineerida kui liikumist, mille kiirendus on konstantne.

Kiirenevate mitteühtlaste liikumiste juures seal, kus järgnev kiirus on eelnevast suurem ($v > v_0$), väljendab kiirendust p o s i t i i v n e arv; aeglustuva mitteühtlase liikumise juures, seal, kus järgnev kiirus on eelnevast väiksem, s. t. $v < v_0$, väljendab kiirendust n e g a t i i v n e arv.

Kuna kiirus on vektor, on kiiruse muutus samuti vektor; järelikult ka *kiirendus*, mida me mõõdame kiiruse muutusega 1 sek. jooksul, *on* samuti *vektor*.

18. Kiirenduse ühikud. Et saada kiirenduse ühikut, tuleb valemis $a = \frac{v - v_0}{t}$ anda lugejale kiiruse ühiku väärtus, s. o. võtta $v - v_0 = 1$ cm/sek, ja nimetajale anda aja ühiku väärtus, s. o. võtta $t = 1$ sek. Siis saame valemist:

$$a = \frac{1 \text{ cm/sek}}{1 \text{ sek}} = 1 \text{ cm/sek}^2.$$

Kiirendusühiku nimetuseks võetakse cm/sek².

Lugeda tuleb seda nimetust nii: *sentimeeter-sekundis sekundis* (ehk sentimeeter jagatud sekundi ruuduga).

Tehnikas saadakse kiirendusühik, võttes $v - v_0 = 1$ m/sek ja $t = 1$ sek; siis $a = \frac{1 \text{ m/sek}}{1 \text{ sek}} = 1 \text{ m/sek}^2$.

Selle ühiku nimetuseks võetakse tähis m/sek^2.

Seega *kiirendusühikuks võetakse niisuguse mitteühtlase liikumise kiirendus, mille puhul kiirus igas ajaühikus suureneb kiirusühiku võrra.*

Kui keha liigub nii, et kiirus 1 sek-s muutub ühe ühiku võrra, siis ka kiirendus on võrdne ühe ühikuga (1 cm/sek^2); kui ühes sekundis kiirus muutub 10 ühiku võrra, siis ka kiirendus on 10 kiirendusühikut. Katse näitab, et käest kukkuma lastud kuulike kukub nii, et tema kiirus ühes sekundis muutub ligikaudu 980 kiirusühiku võrra (cm/sek); järelikult ka kiirendus on 980 kiirendusühikut (980 cm/sek^2). Seda kiirendust nimetatakse vaba langemise kiirenduseks (üksikasjalisemalt on kehade langemisest §-s 30).

Et saada kiirenduse suurusest kujutlust, on vaja mõõta vastavates ühikutes kiiruse muutus ja aeg, mille jooksul see muutus toimus, ja esimene arv jagada teisega; saadud jagatis annab kiirendusühikute arvu. Sellele on tarvis juurde kirjutada kiirendusühiku nimetus.

Harjutus 3.

(Nendes ülesannetes võetakse liikumine ühtlaselt muutuvana.)

1) Missugune on kõrguselt visatud pommi keskmine kiirendus, kui ta kiirus 13 sek-ga muutus 193 m/sek-lt 276 m/sek-ni?

2) Missugune on auto keskmine kiirendus, kui ta kiirus suurenes minutiga 3 m/sek-lt 32,4 km/t.-ni?

Vastus: 0,1 m/sek^2.

3) Missugune on keha keskmine kiirendus, kui ta kiirus muutus 10 sek-ga 60 cm/sek-lt 20 cm/sek-ni?

Vastus: —4 cm/sek^2.

4) Missugune on rongi keskmine kiirendus, kui tal jaama sisse sõites pool minutit enne peatust oli kiirus 9 km/t.?

Vastus: $\approx$ —0,08 m/sek^2.

19. Ilma algkiiruseta ühtlaselt kiireneva liikumise kiirus ja tee. Algame ühtlaselt muutuvate liikumiste tundmaõppimist ühtlaselt kiirenevaga. Piirdume algul selliste juhtudega, kus keha paigalseisust alustab ühtlaselt kiirenevat liikumist; nendel juhtudel on algkiirus null. Sellise liikumise näiteks, nagu näeme eespool, on keha vaba langemine (§ 30).

Kui rong väljub jaamast kiirendusega 2 m/sek², siis tema kiirus muutub igas sekundis 2 m/sek võrra ja ühe sekundi möödudes on kiirus võrdne $v_1 = 2$ m/sek. Kahe sekundi möödudes on kiirus

$$v_2 = 2 \text{ m/sek} + 2 \text{ m/sek} = 4 \text{ m/sek}.$$

Kolme sekundi möödudes on kiirus

$$v_3 = 4 \text{ m/sek} + 2 \text{m/sek} = 6 \text{ m/sek}.$$

Üldiselt, kui tähistada kiirendus a-ga, siis kiiruse muutus ühes sekundis väljendub sama arvuga a, kuid teise nimetusega [1]. Siis

ühe sekundi möödudes on kiirus $v_1 = a$
kahe sekundi möödudes on kiirus $v_2 = v_1 + a = 2a$
kolme sekundi möödudes on kiirus $v_3 = v_2 + a = 3a$
. . . .
t sekundi möödudes on kiirus $v = at$.

Selle valemi abil on võimalik arvutada kiirust mistahes ajamomendi kohta.

Et tuletada ühtlaselt kiireneva liikumise tee valemit, kui algkiirus on null, peame meelde tuletama, et tee pikkus mitteühtlasel liikumisel aja t puhul on võrdne ühtlase liikumise tee pikkusega sama aja jooksul, kui kiiruseks on mitteühtlase liikumise keskmine kiirus. Kui algkiirus on null ja kiirus t sek. pärast v, siis ühtlaselt kiireneva liikumise kesk-

---

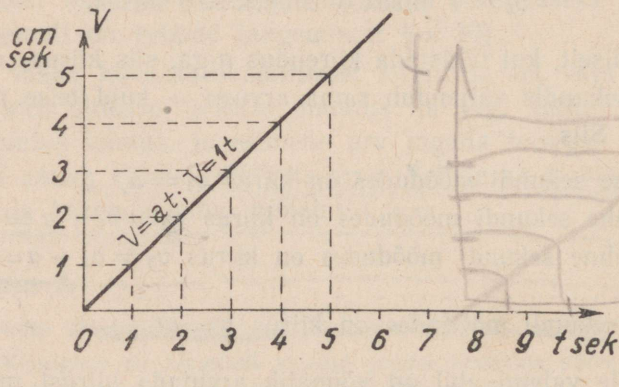
[1] Nimelt kiirusühiku nimetusega cm/sek või m/sek, kuna kiirendusühiku nimetus cm/sek² või m/sek² korrutatakse ajaühiku — sekundi nimetusega.

mine kiirus on $\frac{v}{2}$. Ühtlase liikumisega aja t jooksul läbitud tee pikkus on $s=\frac{v}{2}t$. Kui v asendada temaga võrdse at-ga, siis

$$s=\frac{at}{2}\cdot t=\frac{at^2}{2}.$$

Seega ühtlaselt kiireneva liikumise võrrandid, kui algkiirus on võrdne nulliga, on järgmised:

$$\boxed{v=at;\quad s=\frac{at^2}{2}.} \qquad \text{(II)}$$



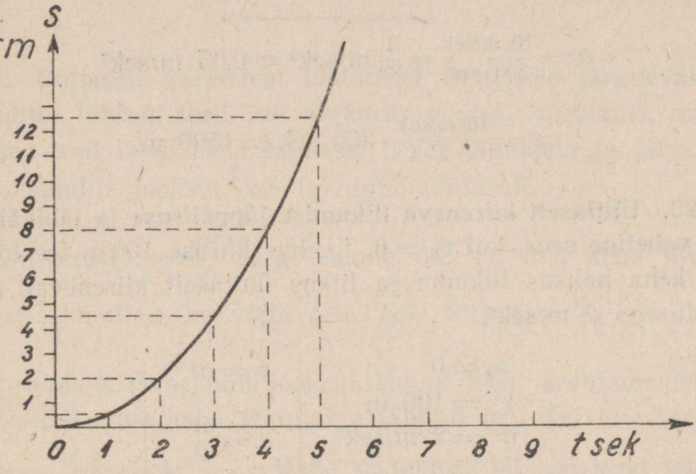
Joon. 9. Ilma algkiiruseta ühtlaselt kiireneva liikumise kiiruse graafik.

19-a. Ühtlaselt kiireneva liikumise kiiruse ja tee graafikud. Ehitame ilma algkiiruseta ühtlaselt kiireneva liikumise kiiruse graafiku, kui kiirendus $a=1$ cm/sek² (joon. 9). Hiljem anname sama liikumise tee graafiku (joon. 10). Arvutame ajavahemikkudele ühele, kahele, kolmele jne. sekundile vastavad teepikkused valemi $s=\frac{at^2}{2}$ järgi.

Aeg $t=0$	1	2	3	4	5	6
Tee $s=0$	$\frac{1}{2}$	2	$4\frac{1}{2}$	8	$12\frac{1}{2}$	18

Kanname mingis mastaabis horisontaalsele teljele (abstsissteljele) aja ja vertikaalsele teljele (ordinaatteljele) — tee pikkused.

Leiame harilikul viisil punktid, mis vastavad kokkukuuluvatele t ja s väärtuspaaridele. Saadud punkte ühendav joon on ilma algkiiruseta ühtlaselt kiireneva liikumise tee graafikuks.



Joon. 10. Ilma algkiiruseta ühtlaselt kiireneva liikumise tee graafik.

Ülesannete lahendamise näiteid.

N ä i d e 1. Jaamast väljuv rong arendas 600 m-se tee lõpul kiiruse 27 km/t. Leida rongi kiirendus ja aeg, mis tal kulus selle tee läbimiseks.

$v_0 = 0$	$v_0 = 0$	$v = at$	$a = \frac{v}{t}$
$v = 27$ km/t.	$v = 7{,}5$ m/sek		
$s = 600$ m	$s = 600$ m	$s = \frac{at^2}{2}$; $s = \frac{vt}{2}$	$t = \frac{2s}{v}$
$a = ?$ $t = ?$	$a = ?$ $t = ?$		

$$t = \frac{2 \cdot 600 \text{ m}}{7{,}5 \text{ m/sek}} = 160 \text{ sek.}, \qquad a = \frac{7{,}5 \text{ m/sek}}{160 \text{ sek}} \approx 0{,}05 \text{ m/sek}^2.$$

Näide 2. Rong väljub jaamast ühtlaselt kiirenevalt ja arendab 50 minutiga 36 km/t. kiiruse. Leida kiirendus ja selle aja jooksul läbitud tee.

$v_0 = 0$ $v = 36$ km/t. $t = 5$ min $a = ?\quad s = ?$	$v_0 = 0$ $v = 10$ m/sek $t = 300$ sek $a = ?\quad s = ?$	$v = at$ $s = \frac{at^2}{2}$	$a = \frac{v}{t}$ $s = \frac{vt}{2}$

$$a = \frac{10 \text{ m/sek}}{300 \text{ sek}} = \frac{1}{30} \text{ m/sek}^2 \approx 0{,}03 \text{ m/sek}^2.$$

$$s = \frac{10 \text{ m/sek}}{2} \cdot 300 \text{ sek} = 1500 \text{ m}.$$

20. Ühtlaselt kiireneva liikumise lõppkiiruse ja läbikäidud tee vaheline seos, kui $v_0 = 0$. Leiame kiiruse 100 m tee lõpul, kui keha hakkas liikuma ja liikus ühtlaselt kiirenevalt, kiirendusega 2 m/sek².

$v_0 = 0$ $s = 100$ m $a = 2$ m/sek² $v = ?$	$v = at$ $s = \frac{at^2}{2}$

Aeg t pole ülesandes antud, teda võib kõrvaldada mõlemast võrrandist.

Avaldame esimesest võrrandist t.

Leiame, et $t = \frac{v}{a}$; leitud avaldise paneme teise võrrandisse. Tõstame ruutu $t^2 = \frac{v^2}{a^2}$ ja asetame võrrandisse

$$s = \frac{av^2}{2a^2}; \quad s = \frac{v^2}{2a}; \quad v^2 = 2as; \quad v = \sqrt{2as}.$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 2 \text{ m/sek}^2 \cdot 100 \text{ m}} = \sqrt{2^2 \cdot 10^2 \text{ m}^2/\text{sek}^2} =$$
$$= 2 \cdot 10 \text{ m/sek} = 20 \text{ m/sek}.$$

Nagu näeme, avaldis $v = \sqrt{2as}$, mis on saadud kahest põhivalemist, võimaldab arvutada lõppkiirust läbitud tee ja kiirenduse järgi. Selle asemel et igakord samalaadilistes ülesannetes teha arvutused kahe põhivalemiga, võib meeles pidada lõppvalemi

$$\boxed{v = \sqrt{2as}.} \qquad \text{(III)}$$

21. Ühtlaselt kiireneval liikumisel üksteisele järgnevates sekundites läbitud teed, kui algkiirus $v_0 = 0$. Arvutame, missugused teed läbib keha esimese, teise, kolmanda ja järgnevate sekundite jooksul, kui ta liigub ühtlaselt.

Põhivalemi $s = \frac{at^2}{2}$ järgi saame tee s'_1, mis keha läbib esimese sekundiga, kui võtta $t = 1$ sek. Siis $s'_1 = \frac{a \cdot 1^2}{2} = \frac{a}{2}$.

Et saada teise sekundi jooksul läbitud teed, arvutame põhivalemi abil enne kahe sekundiga läbitud tee. Kui $t = 2$ sek., siis $s_2 = \frac{a \cdot 2^2}{2} = 4 \cdot \frac{a}{2}$. Kahe sekundiga läbitud teest lahutame esimesel sekundil läbitud tee $\frac{a}{2}$, saame teise sekundi jooksul läbitud tee $s'_2 = 4 \cdot \frac{a}{2} - \frac{a}{2} = 3 \cdot \frac{a}{2}$.

Samuti talitame ka siis, kui tahame saada kolmanda sekundi jooksul läbitud teed. Leiame enne kolme sekundiga läbitud tee: $t = 3$ sek., $s_3 = \frac{a \cdot 3^2}{2} = 9 \cdot \frac{a}{2}$ ja siis lahutame saadusest kahe sekundiga läbitud tee: $s_2 = 4 \cdot \frac{a}{2}$.

Saame ainult kolmanda sekundi jooksul läbitud tee: $s'_3 = 9 \cdot \frac{a}{2} - 4 \cdot \frac{a}{2} = 5 \cdot \frac{a}{2}$.

Niisamuti tuleb talitada, kui tahame arvutada mistahes järgneva sekundi jooksul läbitud teed. Võtame oma arvutused järgmisesse tabelisse kokku:

$t=1$, 1 sekundiga läbitud tee on võrdne $s_1=\frac{a}{2}$;

$t=2$, 2 „ „ „ „ „ $s_2=\frac{a}{2}\cdot 2^2=4\cdot\frac{a}{2}$;

$t=3$, 3 „ „ „ „ „ $s_3=\frac{a}{2}\cdot 3^2=9\cdot\frac{a}{2}$;

$t=4$, 4 „ „ „ „ „ $s_4=\frac{a}{2}\cdot 4^2=16\cdot\frac{a}{2}$;

$t=5$, 5 „ „ „ „ „ $s_5=\frac{a}{2}\cdot 5^2=25\cdot\frac{a}{2}$;

. . . .

$t=n-1$, $n-1$ sek. „ „ „ „ $s_{n-1}=(n-1)^2\cdot\frac{a}{2}$;

$t=n$, n „ „ „ „ „ $s_n=n^2\cdot\frac{a}{2}$.

Nendest võrdustest võime tuletada teede pikkused, mis keha läbib esimese, teise, kolmanda jne. sekundi jooksul.

Nii on tee, mille keha läbib:

esimese sekundiga, võrdne $s'_1=\frac{a}{2}$;

teise „ „ $s'_2=4\cdot\frac{a}{2}-\frac{a}{2}$; $s'_2=3\frac{a}{2}$;

kolmanda „ „ $s'_3=9\cdot\frac{a}{2}-4\cdot\frac{a}{2}$; $s'_3=5\frac{a}{2}$;

neljanda „ „ $s'_4=16\cdot\frac{a}{2}-9\cdot\frac{a}{2}$; $s'_4=7\frac{a}{2}$;

viienda „ „ $s'_5=25\cdot\frac{a}{2}-16\cdot\frac{a}{2}$; $s'_5=9\frac{a}{2}$;

. . . .

n-nda sekundiga on võrdne $s'_n=n^2\frac{a}{2}-(n-1)^2\frac{a}{2}=$

$$=(n^2-n^2+2n-1)\frac{a}{2}=(2n-1)\frac{a}{2}.$$

Võrdleme nüüd üksteisele järgnevate sekundite jooksul läbitud teid:

$$s'_1 : s'_2 : s'_3 : s'_4 : s'_5 : \ldots : s'_n =$$

$$= \frac{a}{2} : 3\frac{a}{2} : 5\frac{a}{2} : 7\frac{a}{2} : 9\frac{a}{2} : \ldots : (2n-1)\frac{a}{2}.$$

Taandame $\frac{a}{2}$ -ga, saame:

$$s'_1 : s'_2 : s'_3 : s'_4 : s'_5 : \ldots : s'_n =$$

$$= 1 : 3 : 5 : 7 : 9 : \ldots : (2n-1).$$

Vaadeldes ühtlaselt muutuva ilma algkiiruseta liikumise valemeid, võib tulla järgnevatele järeldustele:

1) Kiirus on ajaga võrdeline.

2) Esimesel sekundil läbitud tee on arvuliselt võrdne poole kiirendusega.

3) Tee on võrdeline aja ruuduga.

4) Üksteisele järgnevatel sekunditel läbitud teed suhtuvad nagu järjestikused paaritud arvud. (Ei ole raske ette kujutada, et üksteisele järgnevates mistahes võrdsetes ajavahemikkudes läbitud teed suhtuvad nii nagu järjestikused paaritud arvud.)

21-a. Ühtlaselt muutuv liikumine, millel on algkiirus[1]. Vaatleme nüüd juhtu, kus keha saab ühtlaselt muutuva liikumise, evides juba mingit algkiirust. Näiteks rong liigub ühtlaselt horisontaalset teeosa mööda kiirusega 10 m/sek ja hakkab mäest allasõitmisel liikuma ühtlaselt kiirenevalt kiirendusega $+2$ m/sek^2. Siis tema kiirus hakkab muutuma 2 m/sek võrra sekundis ja ühe sekundi pärast on tema kiirus 10 m/sek $+$ 2 m/sek $=$ 12 m/sek, kahe sekundi pärast 12 m/sek $+$ 2 m/sek $=$ 14 m/sek, kolme sekundi pärast 14 m/sek $+$ 2 m/sek $=$ 16 m/sek jne.

---

[1] Selle punkti võib üle kanda käesoleva peatüki kordamisele.

Kui aga sama rong läheneb tõusule jääva kiirusega 10 m/sek ja hakkab liikuma ühtlaselt aeglustuvalt kiirendusega — 1 m/sek², siis kiiruse muutus on — 1 m/sek sekundis. Ühe sekundi pärast on kiirus 10 m/sek + (— 1 m/sek) = = 9 m/sek. Kahe sekundi pärast on kiirus 9 m/sek + + (— 1 m/sek) = 8 m/sek jne. Üldse, kui tähistada ühtlaselt muutuva liikumise kiirus v_0-ga ja kiirendus a-ga, siis kiiruse muutus ühes sekundis väljendub sama arvuga a, kuid teise nimetusega (nimelt kiirusühiku nimetusega cm/sek või m/sek, sest kiirenduse nimetus cm/sek² või m/sek² korrutatakse ajanimetuse — sekundiga). Siis

ühe	sekundi	pärast	on	kiirus	$v_1 = v_0 + a$	
kahe	,,	,,	,,	,,	$v_2 = v_1 + a = v_0 + 2a$	
kolme	,,	,,	,,	,,	$v_3 = v_2 + a = v_0 + 3a$	

. . . .

t sekundi pärast on kiirus $v = v_0 + at$.

Selle valemi järgi võib arvutada kiirust iga ajamomendi jaoks. Sama valemit võime tuletada kiirenduse põhidefinitsioonist $a = \frac{v - v_0}{t}$.

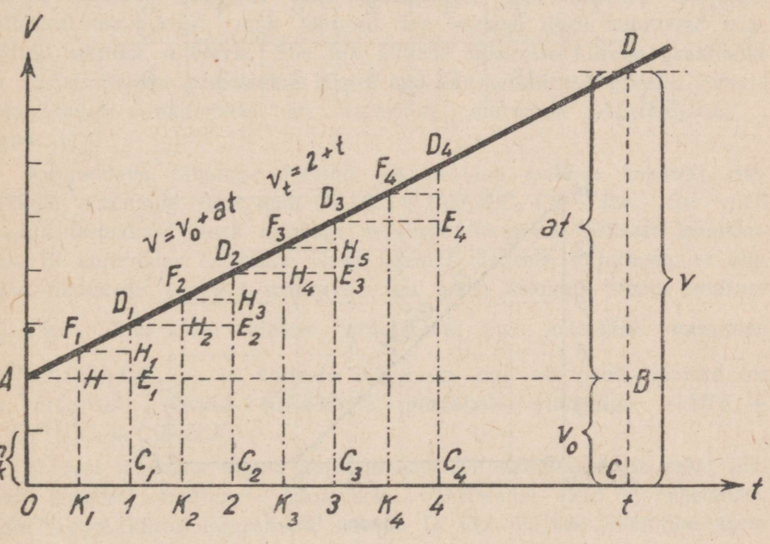
Temast järgneb:

$$v - v_0 = at; \quad v = v_0 + at.$$

Et tuletada algkiirusega ühtlaselt muutuva sirgjoonelise liikumise tee valemit, peab meelde tuletama seda, et aja t jooksul mitteühtlase liikumise poolt läbitud tee on võrdne teega, mis läbitakse ühtlase liikumise poolt sama aja jooksul keskmise kiirusega. Kui algkiirus on v_0, aga kiirus t sekundi pärast on v, siis ühtlaselt muutuva liikumise keskmine kiirus on $\frac{v_0 + v}{2}$. Kui v asendada temaga võrdse avaldisega $v_0 + at$, siis keskmine kiirus on $v_0 + \frac{at}{2}$. Selle kiirusega ühtlase liikumise poolt läbitud tee aja t jooksul on $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$. Seega algkiirusega v_0 ühtlaselt muutuva liikumise võrrandid on järgmised:

$$\boxed{v = v_0 + at; \quad s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.} \qquad \text{(II-a)}$$

Mõlemad võrrandid kõlbavad nii ühtlaselt kiireneva kui ka ühtlaselt aeglustuva liikumise jaoks: esimese jaoks kiirendus a on positiivne arv, teise jaoks negatiivne.



Joon. 11.

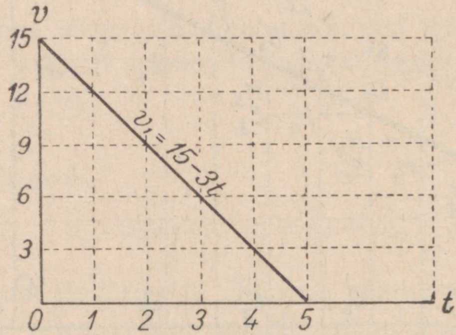
22. Algkiirusega ühtlaselt muutuva liikumise kiiruse graafik. Ehitame ühtlaselt muutuva liikumise kiiruse graafiku juhu jaoks (joon. 11): $v_0 = 2$ cm/sek ja $a = 1$ cm/sek².

Kuna $v = v_0 + at$, siis kui $t = 0$, $v = 2$; kui $t = 1$, siis $v = 3$; kui $t = 2$, siis $v = 4$ jne. Arvutamise tulemused võib anda järgmise tabeli kujul:

t	0	1	2	3	4
v	2	3	4	5	6

Ehitame veel graafiku $v = v_0 + at$ (joon. 12) juhu jaoks, kus $v_0 = 15$ cm/sek; $a = -3$ cm/sek^2 ja

t	0	1	2	3	4	5
v	15	12	9	6	3	0



Joon. 12.

Joonistest 11 ja 12 nähtub, et ühtlaselt muutuva liikumise kiiruse graafik on sirgjoon, mis on kaldu abstsissteljega. Graafiku poolt ordinaatteljel äralõigatud lõik kujutab algkiiruse suurust. Kui algkiirust kujutava lõigu otspunktist tõmmata paralleel abstsissteljele, siis see paralleel lõikab igast ordinaadist ära lõigu, mis kujutab vastava aja kohta kiiruse juurdekasvu. Esimese sekundi jaoks näiteks (joon. 11) kujutab kiiruse juurdekasvu lõik $E_1D_1 = 1$ cm/sek; poole sekundi jaoks — lõik $HF_1 = \frac{1}{2} \frac{\text{cm}}{\text{sek}}$.

22-a. Ühtlaselt muutuva liikumise teepikkuse võrrandi teine tuletamise viis. Ühtlase liikumise kiiruse graafikust (§ 13) selgus, et punkt ühtlaselt liikudes läbib tee, mis on *arvuliselt võrdne* ristküliku pindalaga, mida piiravad kiiruse graafik, abstsisstelg ja liikumise algusele ja lõpule vastavad ordinaadid.

Kuna ühtlaselt muutuva liikumise kiiruse graafik on kaldu abstsissteljele, ei saa me kohe kasutada seda tuletatud reeglit. Asendame mõttes muutuva liikumise teise liikumisega, mis koosneb paljudest ühtlastest liikumistest, mille kiirused iga sekundi lõpul muutuvad hüppeliselt suuruse a võrra. Siis iga ühtlase liikumise kiiruse graafikuks on abstsissteljega paralleelne sirge, aga üldine kiiruse graafik tervele kujuteldavale liikumisele on astmeline murdjoon $AE_1D_1E_2D_2E_3 \ldots$ (joon. 11).

Kujuteldava liikumise läbitud tee avaldub eelmise kohaselt ristkülikute pindalade summana $OAE_1C_1 + C_1D_1E_2C_2 + \ldots$ jne. Sel viisil saadud teepikkus erineb muidugi muutuva liikumise tõelisest teepikkusest. Et kujuteldav liikumine oleks ligemal tõelisele, kujutleme, et ühtlaste liikumiste kiirused muutuvad iga poole sekundi tagant suuruse $\frac{a}{2}$ võrra. Siis tekib kiiruse graafikuna uus astmeline murdjoon $AHF_1H_1D_1H_2F_2H_3 \ldots$ ja ühtlaste liikumiste uue rea poolt läbitud tee on arvuliselt võrdne ristkülikute pindalade summaga $OAHK_1 + K_1F_1H_1C_1 + C_1D_1H_2K_2 + \ldots$

Et veel lähemale minna kujuteldavast ühtlaste liikumiste reast tõelisele ühtlaselt muutuvale liikumisele, vähendame neid ajavahemikke, mille tagant kiirus hüppeliselt muutub ja üks ühtlane liikumine asendub teisega.

Kiiruse hüppevahemike vähenemisega läheneb kiiruste murdjooneline graafik sirgjoonele AD ja ristkülikute pindalade summa, mis arvuliselt väljendas liikumise teed, läheneb trapetsi $OADC$ pindalale.

Seepärast *antud aja jooksul ühtlaselt muutuva liikumisega läbitud tee on samuti arvuliselt võrdne (piiril) kujundi pindalaga, mida piiravad kiiruse graafik, ajatelg ja liikumise algusele ja lõpule vastavad ordinaadid.* $OADC$ on trapets, mille paralleelsed küljed on $OA = v_0$ ja

$DC = v = v_0 + at$ ja kõrgus $OC = t$. Siit aja t jooksul ühtlaselt muutuva liikumisega läbitud tee on arvuliselt võrdne:

$$s = \frac{OA + DC}{2} \cdot OC;$$

$$s = \frac{v_0 + v}{2} \cdot t = \frac{v_0 + v_0 + at}{2} \cdot t = v_0 t + \frac{at^2}{2};$$

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Sellest arutelust on näha, et suurus $\frac{v_0 + v}{2}$ on *ühtlaselt muutuva liikumise keskmiseks kiiruseks.*

Trapetsi $OADC$ pindala koosneb ristküliku $OABC = v_0 t$ ja kolmnurga $ABD = \frac{at^2}{2}$ pindaladest. Esimene osa kujutab punkti ühtlases liikumises algkiirusega v_0 läbitud teed. Teine osa saadakse üldisest valemist $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$, kui võtta $v_0 = 0$. Kui algkiirus on null, siis teine osa kujutab ühtlaselt kiireneva liikumisega läbitud teed.

22-b. Mistahes algkiirusega ühtlaselt muutuva liikumise ülesannete lahendamine.

N ä i t e d. 1. Rong, sõites ühtlaselt horisontaalses suunas kiirusega 36 km/t., läheb üle ühtlaselt kiirenevale liikumisele (mäest alla) ja läbib 600 m tee, saades lõppkiiruseks 45 km/t. Leida kiirendus ja allasõitmise aeg.

Antud:	Leida:
$v_0 = 36 \text{ km/t.} = \frac{36000}{3600} \text{ m/sek} = 10 \text{ m/sek};$	a; t.
$v = 45 \text{ km/t.} = \frac{45000}{3600} \text{ m/sek} = 12{,}5 \text{ m/sek};$	
$s = \ldots\ldots\ldots\ldots = 600 \text{ m}$	

Antud suurused asetatakse § 21-a valemitesse:

$$12{,}5 = 10 + at; \quad 600 = 10t + \frac{at^2}{2}; \quad at = 2{,}5; \quad a = \frac{2{,}5}{t};$$

$$600 = 10t + \frac{2{,}5t^2}{2t}; \quad 600 = 10t + 1{,}25t; \quad 600 = 11{,}25t;$$

$t = 600 : 11{,}25 = 53$ (täpsusega kuni 1); $t = 53$ sek.,

$$a = \frac{2.5}{t} = \frac{2{,}5}{53}; \quad a = 0{,}047 \text{ m/sek}^2.$$

2. Rong, sõites ühtlaselt horisontaalses suunas kiirusega 18 m/sek, hakkab tõusma ühtlaselt aeglustuvalt ja 1 minuti pärast omab kiirust 10 m/sek. Leida kiirendus ja tõusutee.

Antud:	Leida:
$v_0 = 18$ m/sek; $v = 10$ m/sek; $t = 60$ sek.	a; s.

$$10 = 18 + a \cdot 60; \quad s = 18 \cdot 60 + \frac{a \cdot 60^2}{2}; \quad a = \frac{10 - 18}{60} = -\frac{8}{60};$$

$$a = -\frac{2}{15} \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}; \quad s = 18 \cdot 60 - \frac{2 \cdot 60^2}{15 \cdot 2} = 14 \cdot 60; \quad s = 840 \text{ m}.$$

3. Algkiirus $v_0 = 0$, vabalt langeva keha kiirendus $a = 980$ cm/sek². Leida kiirus, kui vabalt langev keha on läbinud tee $s = 10$ m.

$$v^2 = 2as; \quad v = \sqrt{2as}; \quad s = 10 \text{ m} = 1000 \text{ cm}.$$

$$v = \sqrt{2 \cdot 980 \cdot \text{cm/sek}^2 \cdot 1000 \text{ cm}};$$

$$v = \sqrt{196 \cdot 10^4 \text{ cm}^2/\text{sek}^2} = 14 \cdot 10^2 \text{ cm/sek};$$

$$v = 1400 \text{ cm/sek} = 14 \text{ m/sek}.$$

Harjutus 4.

1) Keha, liikudes algkiirusega $v_0 = 10$ cm/sek, saab kiirenduse $a = 5$ cm/sek². Leida tema kiirus ja läbikäidud tee $t = 20$ sek. pärast.

Vastus: $v = 110$ cm/sek; $s = 12$ m.

2) Keha, liikudes algkiirusega $v_0 = 20$ cm/sek, sai kiirenduse 6 cm/sek² ja saavutas mõne aja pärast kiiruse $v = 80$ cm/sek. Leida aeg ja selle aja jooksul läbitud tee.

Vastus: 10 sek.; 5 m.

3) 5 sek. pärast keha liikumise algust on keha liikumise kiirus 60 cm/sek ja ta liigub kiirendusega 10 cm/sek². Leida v_0 ja s.

Vastus: 10 cm/sek; 175 m.

4) Keha, liikudes kiirendusega $a = -3$ cm/sek², läbib 12 sekundiga 3 m. Leida keha alg- ja lõppkiirus.

Vastus: 43 cm/sek; 7 cm/sek.

5) Kui suur on keha liikumise kiirendus ja kui pika tee ta läbis, kui ta algas liikumist kiirusega 3 cm/sek ja saavutas 6 sek. pärast kiiruse 45 cm/sek?

Vastus: 7 cm/sek²; 144 cm.

6) Rong väljub jaamast ühtlaselt kiirenevalt ja saavutab 600 m kaugusel kiiruse 45 km/t. Leida selle tee läbimise aeg ja kiirendus.

Vastus: 96 sek.; 13 cm/sek².

7) 54 km/t. kiirusega sõitev rong peatatakse õhkpiduri abil 15 sek. jooksul. Missuguse tee läbib rong enne peatumist ja kui suur on keskmine kiirendus?

Vastus: 112,5 m; -1 m/sek².

8) Püssiraua pikkus on 1,2 m. Kuul lendab rauast kiirusega 880 m/sek. Leida kuuli liikumise aeg ja kiirendus rauas, kui lugeda tema liikumist ühtlaselt kiirenevaks.

Vastus: umbes 0,003 sek.

9) Ühes suunas ja ühel ajal on lastud liikuma kaks keha: üks ühtlaselt kiirusega 98 m/sek, teine aga ühtlaselt kiirenevalt algkiirusega 0 ja kiirendusega 980 cm/sek². Mitme sekundi pärast saab teine keha esimese kätte?

Vastus: 20 sek.

10) Teha kiirenduse, kiiruse ja tee graafikud, kui $a = 4$ cm/sek², $v_0 = 0$.

11) Tõestada, et $v^2 - v_0^2 = 2as$.

12) Algkiirusega 100 cm/sek ja kiirendusega $a = -4$ cm/sek² ühtlaselt muutuvalt liikudes, läbis keha 920 cm. Missugust liiki on keha liikumine? Kui suur on lõppkiirus ja liikumise aeg?

13) Missugune füüsikaline tähendus on ordinaatide poolsummal $\frac{v_0 + v}{2}$ joonisel 11?

14) Missugune füüsikaline tähendus on igal üksikul liikmel valemis $s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$?

KONTROLLKÜSIMUSI.

1) Mida nimetatakse mehaaniliseks liikumiseks?

2) Mida nimetatakse masspunktiks?

3) Mida nimetatakse liikuva punkti trajektooriks?

4) Kuidas liigitatakse liikumised trajektooride järgi?

5) Missugust liikumist nimetatakse translatoorseks?

6) Kuidas võib endale kujundada liikumise kiiruse mõistet?

7) Kuidas liigitatakse liikumisi kiiruse järgi?

8) Mida nimetatakse ühtlaseks ja mida mitteühtlaseks liikumiseks?

9) Missuguseid kiirusühikuid tarvitatakse?

10) Mida nimetatakse vektoriks? Missuguste suuruste hulka kuulub kiirus?

11) Kuidas graafiliselt kujutada kiiruse vektorit?

12) Kuidas väljenduvad matemaatiliselt ja graafiliselt ühtlase liikumise valemid?

13) Mis on muutuva liikumise keskmine kiirus ja kiirus antud punktis?

14) Mis on muutuva liikumise kiirendus?

15) Missugune on aeglustuva liikumise kiirenduse märk?

16) Missuguste suuruste liiki — skalaarsete või vektoriaalsete hulka kuulub kiirendus?

17) Missugused ja kuidas on võetud kiirendusühikud?

18) Mida nimetatakse ühtlaselt muutuvaks liikumiseks?

19) Missugused ühtlaselt muutuva liikumise liigid on olemas?

20) Kuidas tuletatakse ühtlaselt muutuva liikumise kiiruse ja tee valemid ja missugune kuju on neil, kui algkiirus on null?

21) Kuidas võib selle liikumise juhu jaoks avaldada lõppkiirust läbitud tee kaudu?

22) Kuidas tuletatakse ühtlaselt muutuva liikumise kiiruse ja tee pikkuse valemid ja missugune kuju on neil, kui algkiirus on nullist erinev?

23) Kuidas ehitada ühtlaselt muutuva liikumise kiirenduse, kiiruse ja tee graafikud ja missugune kuju on neil?

2. Newtoni liikumisseadused.

23. Mehaanika arenemine. Teadmisi mehaanikast sai inimene juba kõige varajasematel aegadel.

Juba vanaaja riikides leiame keerukaid ja grandioosseid nii sõjalisi kui ka teisi ehitisi. Egiptuse püramiidid, Babüloni tornid, Kreeka sadamad, Rooma sillad ja kindlused, keskaja kirikud ja lossid — kõik need ehitised andsid inimkonnale rikkaliku teadmiste kogumi mehaanika alalt.

Peaaegu kolm sajandit e. m. a. (287—212) elas Sitsiilias Sürakuusa linnas vanaaja suurim füüsik ja matemaatik A r c h i m e d e s, kes andis kangi seaduse tõestuse, avastas hüdrostaatika põhiseaduse, pani aluse kehade raskuspunktide õpetusele ja leiutas palju masinaid, mille hulgas on tema nime kandev veetõstmise kruvi. Archimedes oli aluse panija mehaanika osale, mida nimetatakse s t a a t i k a k s.

Eriti suurenesid inimese praktilise tegevuse poolt mehaanikale esitatud nõuded suurte geograafiliste avastuste ajajärgul (XVI s.).

Kaugete kaubanduslike sidemete ja meresõidu arenemine esitas teadusele rea probleeme laevade ehituse, vastupidavuse suurendamise, mahutavuse ja stabiilsuse suhtes, samuti probleeme ookeanisõiduks jts.

Euroopa maade feodaalse sulustuse kaotamine ja sisemise kaubavahetuse suurenemine nõudsid ühendusvahendite parendamist. Feodaalse Euroopa teed olid hirmsas seisukorras. Niisugustest teedest, kus teineteisest oleks võinud mööduda kaks sõidukit, vaid unistati. Feodaalsed maavaldajad olid huvitatud teede halva seisukorra säilitamisest, kuna neil oli seaduslik õigus neile kuuluvatel maadel teedele koormast kukkunud kaupadele (siit vanasõna: „mis koormast kukkunud, see kadunud").

Tugevnev kodanlus aga vastupidiselt nõudis liiklusvahendite parendamist ja pööras erilist tähelepanu jõetranspordile. Veetranspordi rajamine on ühenduses kanalite ja tammide ehitamisega. Veetranspordi täiustamine viis vee liikumise seaduste ning seisvas ja liikuvas vees rõhumise jaotumise seaduste uurimisele.

Möödudes paljudest teistest XVI ja XVII saj. tootmistegevuse külgedest, mis olid tihedalt seotud mehaanika ülesannete lahendamisega, märgime, et eriti suur mõju mehaanika kui teaduse arenemisele on alati olnud sõjaasjandusel.

Riikide majanduslike huvide kokkupõrkeid lahendati sõdade abil. Püssirohu leiutamisest peale rakendati ikka rohkem ja rohkem tulirelvi. Sõjalistes kokkupõrgetes oli edu paremini suurtükkidega varustatud armee poolel. Tulistamise täpsus aga sõltus kehade liikumisseaduste tundmisest. Sellepärast sai kehade langemise ja õhuga ning õhuta ruumis visatud kehade liikumise seaduste tundmaõppimine ajajärgu tähtsaimaks ülesandeks.

Sellest näeme, et kõige mitmekesisemad ajajärgu tööstuslikud ja sõjalised huvid nõudsid mehaanika ülesannete lahendamist üldisel teoreetilisel alusel.

XV ja XVI saj. vahetusel tegeles palju mehaanika küsimustega Leonardo da Vinci (1452—1519), suur õpetlane, insener ja kunstnik.

Nagu see alati on teaduse arenemisel, — praktika poolt teravalt ja tungivalt püstitatud ülesanne tõmbab enesele oma aja geniaalseid päid. Sellepärast kolm suurt teadusemeest: Galilei (1564—1642), Newton (njuuton) (1643—1727) ja Huygens (hüügens) (1629—1695) hakkasid uurima mehaanika ülesandeid ja toetudes inimkonna tuhandeaastasele kogemusele, lõid mehaanika põhilised seadused, s. o. panid aluse mehaanikateadusele, mis moodustab osa füüsikateadusest.

Galilei ja Newtoni avastatud seadused aitasid kaasa teaduse ja sellele toetuva tehnika võimsale arengule ja alles XX sajandil osutusid mitteküllaldasteks rea uuesti avastatud nähtuste seletamiseks.

Nendel seadustel põhjenevat mehaanikat nimetatakse Galilei-Newtoni ehk klassikaliseks mehaanikaks.

23-a. Mehaanika põhiülesanne. Mehaanika põhiülesanne on seletada, kuidas kehade vastastikusel mõjumisel toimub mehaanilise liikumise muutumine ja missugused kvantitatiivsed seosed sellejuures esinevad.

Newton oma kuulsas raamatus „Loodusfilosoofia matemaatilised printsiibid" [1], mis ilmus 1687. a., väljendas need seosed kolmes põhilises mehaanika seaduses, millest kõneldakse allpool.

24. Mehaanika esimene seadus. Kogemustest teame, *et mitte ükski keha*, mis seisab paigal meie või mõne teise keha suhtes, ei *loobu iseenesest oma paigalolekust*: kivid seisavad oma kohal, vagunid teel ja kuulid püssis. Kogemuse põhjal me oleme harjunud alati otsima ja alati ka leidma keha paigaloleku muutumise välist põhjust. Kui kivid

---

[1] Originaali pealkiri (ladina keeles): *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica.*

on nihkunud paigast, siis on neid nihutanud kas inimene, jooksev vesi või orkaan — üldse tegutsenud mingi teine keha. Kui vagunid liiguvad rööbastel, siis liigutab neid kas aur või inimese lihased. Püssist lendab kuul tekkinud gaaside rõhumisel. Inimesed ja loomad liiguvad maad mööda käimisel, tõugates end ära maapinnast; jääd mööda liikuda on raskem, kuna libedast pinnast on raskem end ära tõugata. Raudnaelad, rauaviilmed ja magnetnõel hakkavad liikuma magneti või elektrivoolu toimel. Kergeid asju paneb liikuma elektriseeritud keha.

Alatised vaatlused näitavad samuti, et keha olemasolev *kiirus* nii suuruse kui suuna poolest *muutub ainult teiste kehade mõjul*. Niiviisi kuuli lend õhus ja liikumatõugatud paadi liikumine vees aeglustuvad sellepärast, et väljastpoolt mõjub oma takistusega õhk või vesi. Horisontaalsel pinnal liikumalöödud kera aeglustab pidevalt oma liikumist ja jääb seda rutem seisma, mida suurem on pinna hõõrdumine: rutem jääb seisma rohul või liival, kaugemale veereb asfalti mööda ja väga kaua veereb mööda poleeritud lauda või siledat jääd, kus hõõrdumine on väga väike.

Need vaatlused näitavad, et *liikuva keha kiiruse muutumise põhjuseks on teise keha mõjumine temasse*; keha kiirus säilib kauem, kui see mõju on väiksem.

Võib samuti tähele panna, et ka keha kiiruse suuna muutumine võib toimuda liikuva keha ja teise keha vastastikusel toimel. Laseme kuulikese kaldpinda mööda lauale: tema veereb lauda mööda sirgjooneliselt. Paneme ta teele mingi nurga all pulgakese: põrgates vastu takistust, kuulike muudab oma liikumise suunda ja järelikult ka kiiruse suunda.

Asendame pulgakese kõveraks painutatud plekkribaga ja kordame katset liikuva kuulikesega: jõudes ribani, hakkab kuulike mööda riba liikuma kõverjooneliselt.

Võtame rauast kuulikese ja asetame kaldpinna otsa juurde külje peale tugeva magneti; rauast kuulike, kaldpinnalt alla veeredes, kaldub magneti tõmbe tõttu sirgjoonelisest teest kõrvale ja pöördub magneti poole.

Horisontaalselt visatud kivi või kuul ei liigu sirget, vaid kõverat mööda sellepärast, et kivile ja kuulile mõjub igal momendil Maa oma külgetõmbega.

Kõikidest kehade liikumiste vaatlustest tuletas Galilei põhilise kehade omaduse: *iga keha, liikudes omaette ilma mõjuta teiste kehade poolt, hoiab oma liikumise kiiruse muutumatuna.*

Kehade omadus säilitada oma liikumise kiirust muutumatuna sai nimeks *inerts.*

Kehade inerts tuleb ilmsiks kõikide liikumise liikide puhul, selle hulgas ka suhtelise paigaloleku juures. Suhteline paigalolek moodustab liikumise eri liigi, mille puhul suhteline kiirus on võrdne nulliga.

Kuni Galileini valitses selline õpetus, et keha liigub ainult sel juhul, kui temasse pidevalt mõjub mingi väline liikumapanev põhjus. Isegi mõned Galilei-aegsed teadusemehed ei võtnud kohe omaks inertsi mõistet.

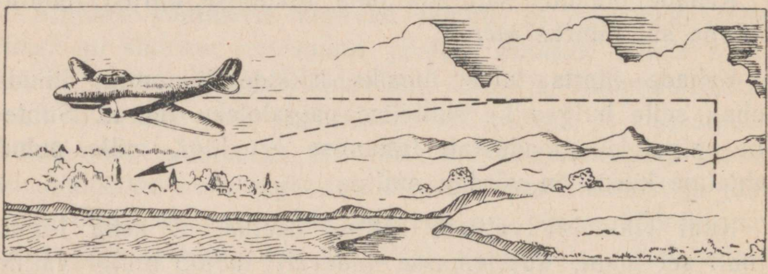
Vaatleme peale ülaltoodute veel teisi näiteid, kus ilmneb kehade inerts, s. o. kehade omadus säilitada paigalolekut või suuruse ja suuna poolest muutumatut kiirust.

Paigaloleku inerts ilmneb selgelt igakord, kui väline põhjus viib keha paigalolekust välja. Trammis, paadis või mistahes sõidukis kalduvad inimesed selle liikumahakkamisel tahapoole. Kaldumine on seda suurem, mida kiirem on üleminek paigalolekust liikumisse.

Sõitja jalad sõidukis viiakse hõõrdumise tõttu kaasa põrandaga ja on juba saanud kiirust, sel ajal kui ülejäänud kehaosad, mis on nõtkelt ühendatud jalgadega, säilitavad oma paigalolekut ja osutuvad liikumise alguses tahapoole kaldunuteks. Kui vankrit järsult edasi tõmmata, siis samal põhjusel asjad, mis on asetatud vankri tasasele pinnale, kukuvad liikumisele vastupidises suunas.

L i i k u m i s e l ilmneb i n e r t s selles, et sõitja sõidukis, vagunis või paadis iga liikumise aeglustumise puhul kaldub ettepoole, iga liikumise kiirenemise puhul kaldub tahapoole ja iga käänu puhul kaldub väljapoole tee kõverust.

Lennukist (joon. 13) või vaguniaknast väljavisatud esemed liiguvad neile järele, kuid raskusjõu mõju kallutab neid kõrvale sirgjoonelisest teest.



Joon. 13. Lennukist visatud pommi trajektoor.

Kiiresti liikuvast vagunist väljahüppav inimene jookseb vaguni liikumise suunas niikaua, kuni jalgade hõõrdumine maapinna vastu on vähendanud nende kiiruse. Auto, rong ja masina hooratas jätkavad oma liikumist ka peale jõumasina seismajäämist niikaua, kuni masina osade hõõrdumine või hõõrdumine maapinna vastu paneb nad seisma.

Liikumise kiiruse suuna säilimist võime märgata real lihtsamatel juhtudel.

Iga jalgrattur, uisutaja või lihtsalt sirget teed mööda jooksev inimene teab, et kiire käigu puhul on raske pöörata kõrvale ja et sellise pöörde puhul on tarvis keha kallutada selles suunas, kuhu tahad pöörata. Kõikidel juhtudel põhjustab liikuva keha inerts liikumise jätkamist seda sirget mööda, mida mööda keha liikus.

Rongi üleminekuks sirgjooneliselt teelt kõverjoonelisele pannakse välimine rööbas sisemisest kõrgemale; ilma selleta võib kiiresti sõitev rong rööbastest välja joosta.

Nagu need, nii ka kõik teised vaatlused toovad meid järgmisele kahele järeldusele:

1) *Keha liikumise kiiruse muutumine suuruse ja suuna poolest sünnib ainult teiste kehade toimel.*

2) *Kui ei ole välist mõjutust, hoiavad kehad inertsi tõttu oma kiiruse muutumatuna.*

Maapealsetes tingimustes ei saa teha katset inertsi kohta puhtal kujul, kuna ei saa üheaegselt kõrvaldada kõiki väliseid mõjutusi — Maa külgetõmmet, hõõrdumist ja selle aine takistust, milles liikumine toimub. Kuid aine inerts ilmneb kõikides maapealsete kehade ja taevatähtede liikumise juhtudes. Arvutamise tulemused langevad suure täpsusega ühte vaatlustega, mis omakorda kaudselt kinnitab aine inertsi olemasolu.

Seega *aine inerts on omadus säilitada paigalolekut või liikuda ühtlaselt sirgjooneliselt seni, kui mingi väline põhjus seda olekut ei muuda.*

Newtoni raamatus on mehaanika esimene seadus formuleeritud järgmiselt:

Iga keha püsib paigalseisu või ühtlase sirgjoonelise liikumise olekus seni, kui ta pole sunnitud temasse mõjuvate jõudude tõttu seda olekut muutma.

Harjutus 4-a.

1) Ühtlaselt liikuva rongi vaguni laual seisab rahulikult paigal pall. Missuguse rongi liikumise muutusega on tegemist, kui pall a) hakkab liikuma rongi liikumise suunas, b) hakkab liikuma rongi liikumise vastassuunas, c) liigub kõrvale?

2) Reisija, kes istub ühtlaselt liikuvas autos paremal pool, tunneb end äkki olevat surutud vastu seina. Missugune muutus on sündinud auto liikumises?

3) Ilma kõikumiseta ühtlaselt sõitva auriku kajuti lakke on riputatud kera. Missugune muudatus sünnib kera seisus, kui aurik hakkab liikuma kiirenevalt, aeglustuvalt, pöördega vasakule, jääb äkki seisma?

4) Miks reisija, hüpates kiiresti sõitvast rongist ettepoole välja, kukub, aga jääb püsti, kui rong aeglaselt liigub?

5) Miks ei tule vagunist välja hüpata rongi liikumisele vastupidises suunas isegi mitte siis, kui rongi kiirus on väike?

6) Missuguse kiirusega ja missuguses suunas tuleb hüpata viimase vaguni lahtiselt platvormilt, et liikumatult jääda jalgadele?

7) Miks kirvele varre taha panemisel koputatakse varre vaba otsaga alusele?

8) Tooge kehade inertsi peale näiteid igapäevasest elust ja lihtsamast tehnikast.

25. Jõud. Newtoni esimeses seaduses nimetatakse keha liikumise muutuse põhjusena j õ u d u.

Nagu me nägime, on keha liikumise muutumise põhjuseks temasse mõjuv teine keha. Pole olemas jõudu, mis oleks eraldatud kehast, mateeriast. On olemas ainult kehad, mis mõjutavad teineteist ja mis muudavad selle mõjutuse tagajärjel oma liikumist. Sellepärast sõna j õ u d tarvitame edaspidi ainult lühema väljendusena tingimisi. Selle asemel, et igakord öelda, et üks keha mõjus teisele muutes selle kiirust, võime tarvitada lihtsustatud väljendust: kehale mõjus jõud. Kuid igasugust kiiruse muutust iseloomustab kiirenduse tekkimine. Sel alusel võime anda jõule järgmise definitsiooni (võetud ülalmainitud mõttes): *jõud on keha liikumise kiirenduse põhjus.*

Vaadeldes kehade mõjutusi üksteisele, võime teha vahet kahe mõjutuse liigi vahel:

1) mõjutus kauguselt (kaugemõju),

2) mõjutus kehade otsese kokkupuutumise korral.

Kauguselt mõjutuse näiteid: raskusjõud — kehade külgetõmme Maa poolt; magnetilised jõud, mis on magnetiseeritud kehade vahel; elektrilised jõud, mis on elektriseeritud kehade vahel.

Teine liik jõude tekitatakse löögiga, survega või tõmbega, üldse kõige sellega, mis välja kutsub keha deformatsiooni, s. o. keha kuju või ruumala muutuse.

Iga deformatsiooni — surve, tõmbe, painde või väände juures liiguvad üksikud kehaosad, kuigi keha tervikuna võib jääda suhtelisse paigalolekusse.

Jõudu, millega deformeeritud keha võib mõjuda teistesse kehadesse, nimetatakse elastseks jõuks.

Teist liiki jõudude hulka võime arvata hõõrdumisjõudu, mis tekib elastsusest erinevalt, ainult kokkupuutuvate kehade pinnal.

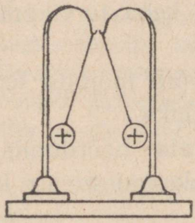
25-a. Looduses on olemas ainult kehade vastastikune mõjutus. Seni me rääkisime jõust kui ühe keha mõjust teisesse. Seega on jõu mõiste saamiseks tarvis kahte keha. Osutub, et mõlemad kehad, millede vahelise jõuga on tegemist, on üheõiguslikud: nad mõlemad mõjutavad teineteist ja kumbki neist allub teise mõjule. Looduses tekivad alati üheaegsed kehade teineteise mõjutused, tekivad kehade vastastikused mõjutused. Ei ole sellist keha, mis ainult mõjutaks, ja ei ole keha, mis oleks ainult teiste poolt mõjutatav.

Joon. 14.

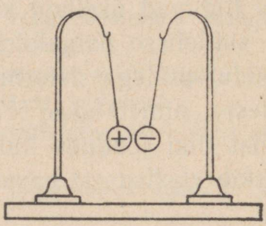
Asetame ühele korgile magneti, teisele rauatüki ja paneme korgid vette: näeme, et korgid üheaegselt ujuvad teineteise poole (joon. 14).

Riputame siidniidi otsa kaks paberist kerakest ja elektriseerime neid vastu nahka hõõrutud klaaspulgaga. Näeme, et nad mõlemad üheaegselt tõukuvd teineteisest (joon. 15).

Kordame eelmist katset — elektriseerime ühe kuulikese klaaspulgaga, teise eboniitpulgaga: nad mõlemad üheaegselt tõmbuvad teineteise poole (joon. 16). Kui laseme kaks seatinast, savist või vahast kera veereda teineteise vastu, võime näha peale põrkamist mõlki mõlemal kehal. Mitte alati ei ole näha mõlema keha liikumise muutust: nii näiteks meie ei märka, et kivi, mida Maa külge tõmbab, tõmbaks omakorda Maad. Kuid selline näiv vastastikuse mõjustuse puudumine



Joon. 15.



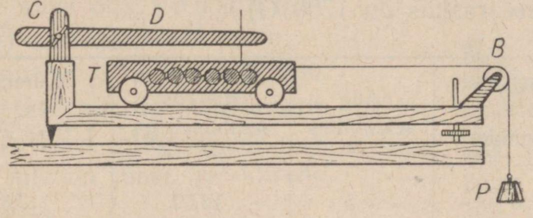
Joon. 16.

on seletatav nähtuse väiksusega või vaatlusvahendite puudulikkusega. Ühel juhul vaatluse tehnika paranemisega, teisel juhul arvutuste kaudu võime veenduda selles, et järgmised järeldused on üldiselt õiged:

1) ***Looduses eksisteerib ainult kehade vastastikune mõjutus.***
2) ***Mehaanilistes vastastikustes mõjutustes üks jõud on rakendatud ühe, teine teise keha külge.***
3) ***Need jõud on vastupidiste suundadega.***

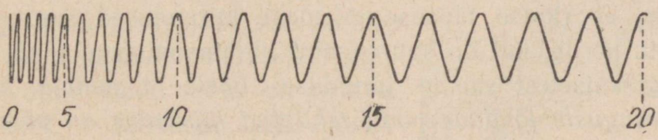
26. Jõu ja kiirenduse vaheline olenevus. Eespool defineerisime jõudu kui kiirenduse põhjust. Vaatame, kas kehasse mõjuvate jõudude ja nende poolt kehale tekitatud kiirenduse vahel on mingit olenevust. Et vastata sellele küsimusele, tuleb mõõta kehasse mõjuvaid jõude ja arvutada tekitatud kiirendusi. Jõude me võime mõõta dünamomeetri abil. Kiirendusi aga võime arvutada vastava ajavahemiku jooksul keha poolt läbitud tee kaudu. Mitmesuguste jõudude poolt kehale tekitatud mitmesuguseid kiirendusi me võime mõõta järgmise katsega.

Raske puust vankrike *T* (joon. 17) võib liikuda mööda horisontaalset lauda horisontaalselt suunatud jõu mõjul. See jõud tekitatakse raskusega *P*, mis on riputatud lauaga horisontaalse, üle ploki käiva vankrikesele kinnitatud nööri otsa. Aega ei märgita mitte kella, vaid klemmi *C* külge kinnitatud vetruva plaadi *D* võnkumiste järgi.



Joon. 17. Seadis mehaanika teise seaduse järeleproovimiseks.

Vetruv plaat võngub ühesuguste ajavahemikkudega. Võib valida niisuguse vedru, mis teeb 10 võnget sekundis; siis iga võnke vältus on 0,1 sek.



Joon. 18. Võnkuva plaadi külge kinnitatud pintslikese poolt joonestatud kõverjoon.

Plaadi otsa kinnitatakse peenike tindiga immutatud pintslike, vankrikese külge aga pannakse pabeririba, mida puudutab pintsel. Vankrikese liikumisel ja plaadi võnkumisel joonestab pintsel lainelise joone (joon. 18). Meie poolt valitud plaadi puhul vastab iga 10 lainepikkust 1 sekundile ja 5 lainepikkust — 0,5 sekundile. Algul valime nii suure koormuse, et vankrike liiguks ühtlaselt. Liikumise ühtlus näitab, et tõmbejõud tasakaalustab hõõrdumisjõu ja vankrike liigub kergest tõukest inertsi tõttu. Siis kinnitatakse nööri külge järjestikku 5, 10, 15 jne. grammi, lastakse plaat ja vankrike käiku ja mõõdetakse piki lainelist joont tõmmatud sirgjoont pidi vankri poolt läbitud tee 0,5, 1 või 2 sekundi pärast.

Valemist $s = \frac{at^2}{2}$ võib t ja s kaudu arvutada a.

Ühe katse tulemused on toodud järgnevas tabelis (vankrikese enese raskus on 1700 G) [1].

Liikumapanev jõud grammides	Aeg sekundites	Kaugus sentimeetrites	Kiirendus $a = \frac{2s}{t^2}$ cm/sek²
5	5	12,60	2,80
10	2	11,20	5,60
15	2	16,70	8.35
20	1,5	12,64	11,24
30	1,5	18,90	16,80

Võrreldes esimese ja viimase veeru arve ridade järgi, näeme, et (katse täpsuse piirides) kiirendused suurenevad niimitu korda, kui on suurenenud liikumapanevad jõud. Säärastest katsetest saame järelduse: *ühele ja samale kehale mitmesuguste jõudude poolt tekitatud kiirendus on võrdeline jõuga.*

26-a. Keha massi mõiste. Kui katse esimese jõu tähistame F_1, teise F_2, kolmanda F_3 ja viimase F-ga, vastavad kiirendused aga tähistame a_1, a_2, a_3, ... a, siis katse andmed võime kirjutada järgmisel kujul:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2}; \quad \frac{F_2}{F_3} = \frac{a_2}{a_3}; \quad \frac{F_3}{F} = \frac{a_3}{a}.$$

---

[1] Tõmme nööris ei ole täpselt võrdne kiireneva liikumise juures langeva keha raskusega, kuid on sellele küllalt lähedane, kui vankrikese kaal, nagu see oli kirjeldatud katses, on märksa suurem kui riputatavad raskused.

Kui eelnevates võrretes vahetada ära siseliikmed, siis saame uue rea võrdseid suhteid:

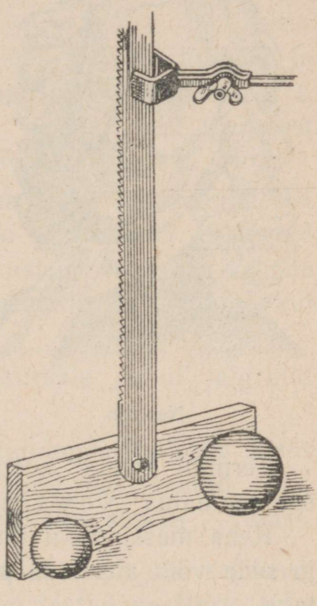
$$\frac{F_1}{a_1} = \frac{F_2}{a_2} = \frac{F_3}{a_3} = \ldots = \frac{F}{a}.$$

Sellest reast näeme, et missuguste jõududega me ka mõjutaksime antud keha, jõu ja tema poolt tekitatud kiirenduse suhe on konstantne (jääv) suurus.

See suuruse jäävus ei või olla juhuslik; see suurus nähtavasti määrab ära keha mingisuguse uue omaduse, mis on jõust ja kiirendusest erinev.

Et veenduda selles, vaatame, kas mitmesugused kehad erinevad üksteisest nende suhete poolest.

Selle eesmärgiga kordame ülalkirjeldatud katset mitmesuguste kehadega. Katse andmed näitavad, et iga keha jaoks jääb jõu ja kiirenduse suhe konstantseks, aga erinevate kehade jaoks on suhted erinevad. Tähendab, niisugused suhted tõepoolest iseloomustavad iga keha erilist omadust.



Joon. 19.

Mis omadus see siis on? Me nägime, et kõik kehad on inertsed. Kui erinevad kehad saavad ühelt ja samalt jõult erinevad kiirendused, s. o. muudavad erinevalt oma kiirendusi, siis see tähendab, et nad on erineval määral inertsed. Kehade erinevus inertsi poolest, mis avaldub selles, et erinevad kehad ühesuguste jõudude mõju all saavad erinevad kiirendused, võib olla kehade mehaaniliste omaduste iseloomustajaks.

Need kehad, millede jaoks antud jõu F mõjul on tekkinud väike kiirendus a, muudavad aeglaselt oma kiirust. See tähendab, et nende inerts on suur. Kuid samal ajal on nende jaoks suur ka suhe $\frac{F}{a}$ (murru nimetaja on väike). Kui aga teised kehad saavad sama jõu toimel suuremad kiirendused, siis tähendab see seda, et nad vähesel määral säilitavad oma endist liikumise olekut, s. t. et nende inerts on väike. Kuid samal ajal on ka suhe $\frac{F}{a}$ väike (murru nimetaja on suur).


Newton.

Nendest aruteludest võib teha järelduse, et see keha omadus, mis avaldub suhte $\frac{F}{a}$ konstantsuses, on seotud keha inertsiga ja võib olla selle mõõduks.

Keha inertsi mõõt sai keha m a s s i nime. Seega võib võtta keha jaoks konstantset suhet $\frac{F}{a}$ keha massi mõõduks.

Termini „mass" võttis esimesena tarvitusele oma kuulsas raamatus N e w t o n[1].

Keha massi mõju ilmneb kõigis mehaanilistes nähtustes ja seda võib avastada paljude lihtsate katsetega ja vaatlustega.

Riputame näiteks teraslehe abil lauatüki laua kohale ja paneme tema vastu erinevate suurustega kerad[2] (joon. 19).

---

[1] Newton sündis Woolsthorpis, Inglismaal, farmeri perekonnas. Tema tähtsamad tööd: mehaanika põhilised seadused, gravitatsiooni seadus, kõrgema matemaatika alused, valguse analüüs ja süntees, peegelteleskoobi leiutamine jt., vt. raamatut: Акад. С. И. Вавилов, Исаак Ньютон, М. 1943.

[2] Et kõrvaldada elastsuse mõju, tuleb eelistada ühesugusest materjalist kerasid.

Kallutame lauatüki teatava nurga võrra kõrvale ja laseme ta lahti; kõik kerad saavad ühel ajal ja ühesuguse hoobi. Erinevad kerad veerevad ühe aja jooksul erinevatesse kaugustesse. Nad said järelikult erinevad kiirused ja kiirendused (liikumised algavad paigalolekust). Näeme, et üks ja sama mõjutus muutis erinevalt mitmesuguste kehade mehaanilist olekut (antud juhul paigalolekut). Järelikult kehad erinevad üksteisest massi poolest.

Veduri ühesugused tõuked rööbastel seisvate tühjade ja täis vagunite pihta ajavad nad isesugustele kaugustele, s. t. annavad neile erinevad kiirendused. Ühesugustest tõugetest kalduvad erisugused pendlid erinevatele kaugustele.

Teiselt poolt, mitmesuguste kehade erisugused inertsi suurused avalduvad selles, et peame rakendama erinevaid jõupingutusi, et muuta võrdsete kiirustega liikuvate kehade teid. Nii on tühja vagunit kergem peatada kui täidetut, kui nad liiguvad ühesuguse kiirusega.

Kergem on peatada ühesuguste kiiruste puhul jalgratta ratast kui aurumasina hooratast.

Seega on mehaaniliste nähtuste tundmaõppimiseks tarvis tuua mehaanikasse peale varem kindlaksmääratud suuruste — kiiruse, kiirenduse ja jõu veel uus suurus — mass.

27. Mehaanika teine seadus. Newtoni esimeses seaduses on väljendatud aastatuhandete jooksul tehtud vaatluste tulemus selle kohta, et kehad on inertsed. Eespool kirjeldatud katsed ja vaatlused tekitasid vajaduse massi mõistet sisse tuua. Tähistame tähega m värskelt sissetoodud suuruse — keha massi, mis iseloomustab keha mehaanilist omadust, tema inertsi mõõtu. Sellise tähistuse juures võib järgmisel viisil väljendada katseist leitud keha massi, kehale mõjuva jõu ja keha kiirenduse vahelist seost

$$\boxed{\frac{F}{a} = m.}$$

Iga füüsikaliste suuruste vaheline täpne sõltuvus kujutab endast füüsika seadust. Seega leitud seos on dünaamika teiseks seaduseks. Kui vabastada eelmine võrdus murru kujust, siis saame

$$\boxed{F = ma.} \tag{IV}$$

See võrdus nagu eelminegi on teise seaduse lihtsustatud väljenduseks. Tema sõnaline väljendus on järgmine:

Kehasse mõjuv jõud on võrdne keha massi ja selle jõu poolt kehale antud kiirenduse korrutisega.

Massi mõiste osutub üheks kõige raskemaks mehaanika mõisteks; teda võib omandada ainult järk-järgult edaspidisel hoolsal mehaanika õppimisel. Nagu nähtub eespool toodust, antakse massi mõiste esialgsel sissetoomisel keerukas viis selle mõõtmiseks jõu mõõtmise ja kiirenduse arvutamise kaudu. Edaspidi on füüsikasse sisse toodud palju lihtsam viis massi mõõtmiseks. Selle teise viisi aluseid selgitatakse § 30—34. Et oleks juba praegu võimalik kergemalt kasutada massi mõistet, ütleme ette ilma vastava seletuseta, et keha massi võib mõõta kaaludega. Massi ühikuks on võetud rahvusvahelise kokkuleppe kohaselt teatud viisil valmistatud vihi mass. Seda ühikut nimetatakse kilogrammiks.

Meetermõõdustiku järgi on igal kehal niimitu kilogrammi või grammi massi, kui palju ta üles kaalub kaaludel. See massi ja kaalu ühikute nimede kokkulangemine on jämeda vea — massi ja kaalu mõistete ärasegamise põhjuseks (vt. § 33). Selle vea vältimiseks on kokku lepitud tähistada massi ühikud g-ga ja kg-ga ja raskuse ühikud G-ga ja kG-ga.

Seega Newtoni teine seadus oma mitmesugustes formuleeringutes määrab kindlaks seose jõu, massi ja kiirenduse vahel.

28. Jõu kestev ja momentaanne mõju. Teise seaduse valemist (IV) järeldub, et suuruse ja suuna poolest jääv jõud annab kehale jääva kiirenduse.

Jõu vektor langeb suuna poolest ühte kiirenduse vektoriga. Kui keha saab jääva kiirenduse, siis ta liikumine on ühtlaselt kiirenev. *Keha peale mõjuv konstantne jõud paneb teda ühtlaselt kiirenevalt liikuma.*

Me võime teha ka vastupidise järelduse: *kui mingil juhul keha liigub ühtlaselt kiirenevalt, siis tähendab see seda, et kõikide teiste kehade mõjutused võime redutseerida ühele jäävale jõule.*

Samast valemist nähtub, et kui väike ka oleks jõud, ta tingimata muudab keha liikumist, s. o. annab talle kiirenduse; ainult sel juhul on ka kiirendus väga väike ja kiiruse muutus võib jääda tähelepandamatuks. Väikeste jõudude puhul on vaja pikemat aega, et kiiruse muutus saaks märgatavaks.

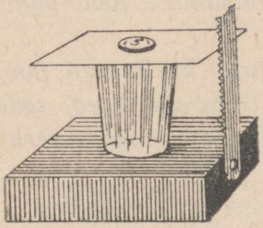
Keha kiiruse muutus jääva jõu mõjul on $v - v_0 = at$ ja võib väga suurte jõudude puhul olla väga väike, kui jõu mõju on äärmiselt lühiajaline (t on väga väike).

Jõud, mis tegutsevad kaduvalt väikese ajavahemiku jooksul, nimetatakse m o m e n t a a n s e t e k s; selline on näiteks jõud löögi juures.

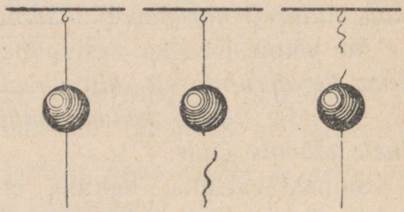
Kestvate ja momentaansete jõudude erisuguseid mõjusid näitavad järgmised katsed.

Katame teeklaasi papitükiga ja paneme selle peale vaskmündi (joon. 20). Kui liigutada aeglaselt papitükki, siis ühes papiga liigub ka münt. Papi ja mündi vaheline hõõrdumine tegutseb küllalt kaua selleks, et münt saaks vajaliku liikumise kiirenduse. Kui aga l ü ü a papitükk mündi alt ära, siis münt kukub teeklaasi põhja. Löögi lühiajalise toime tõttu on kiirendus tühiselt väike, kiirus $v = at$ ei jõua kasvada niipalju, et münt saaks liikuda horisontaalselt; inertsi tõttu ta säilitab praktiliselt oma paigaloleku ja aluse puudumisel kukub klaasi põhja.

Kestev surve akna klaasile lõhub terve klaasi; püssikuuli palju suurem löögijõud, tegutsedes ainult äärmiselt lühikest aega, jõuab paigast nihutada ainult need osakesed, millega ta otseselt kokku puutub: kuul lööb klaasisse vaid väikese augu.

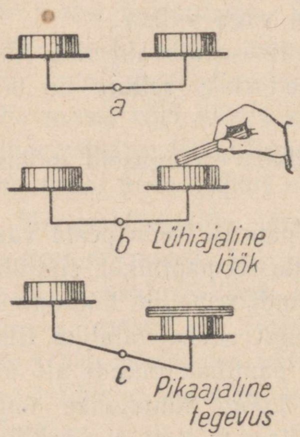


Joon. 20.



Joon. 21.

Riputame peenikese niidi otsa koormuse (vihi) ja seome tema alla samasuguse niidi (joon. 21). Kui alumist niiti äkki tõmmata, siis katkeb ainult alumine niit, koormus jääb aga liikumatult seisma; aeglase tõmbamise juures katkeb ülemine niit ja koormus hakkab liikuma. Esimesel juhul on tegevuse aeg väga lühike, t on nulli lähedal; järelikult ka vihi kiirus on nulli lähedal ja praktiliselt võrdne nulliga. Kui aga jõud F tegutseb kestvama aja t jooksul, siis on nullist erinev samuti ka kiirus ja koormus hakkab liikuma ning rebib katki niidi, mille otsas ta ripub.



Joon. 22. Lühiajalise löögi puhul tasakaal säilib, pikaajalise tegevuse korral kaalukauss langeb.

Tasakaalustame Beranger' kaaludel kaks rasket keha (lubatud koormatuse piirides, joon. 22) ja lööme kerge metallpulgaga kiiresti (t on lähedane nullile) ühe koormuse pihta.

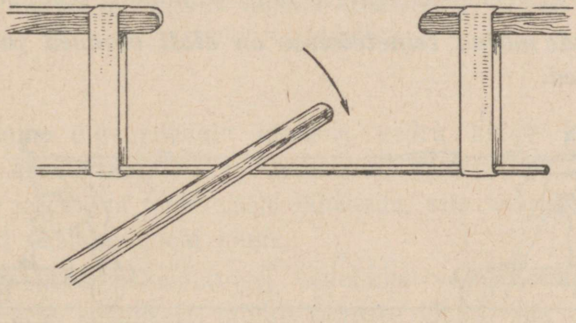
Kaalude tasakaal ei saa rikutud, t on praktiliselt nulli ligidal, siit ka kiirus v on null. Kui aga sama pulk panna ühel kaalukausil olevale koormusele, siis kaalukauss langeb alla. Nüüd on mõjutuse aeg kestev ja kiirus järelikult nullist erinev.

Kui kaalukaussidele koormusi mitte panna ja korrata sama katset, s. o. mõjuda sama jõuga F_1, siis lühiajalise löögi puhul kaalukauss võib paigalt ära nihkuda.

Kuna mass oli nüüd mitu korda väiksem kui eelmises katses, siis endise jõu väärtuse puhul sama arv korda suurenes ka kiirus ja kaalukausi nihe saab nähtavaks. Seepärast kõikidel sellistel juhtudel, kus suurte hoopide puhul peab nihe olema tühiselt väike, kehad, mis hoope saavad, peavad olema suure massiga (alasi, masinate alused jt.).

Harjutus 4-b.

1) Kahe paberist rõngaga on üles riputatud peenike puust pulgake (joon. 23). Kui teise raske pulgaga kiiresti lüüa pulgakese keskele, siis



Joon. 23. Äkilise löögi puhul puust pulgake murdub, aga paberist rõngad jäävad terveks.

ta murdub, paberist rõngad jäävad aga terveks. Kui aga aeglaselt vajutada pulgakesele, siis katkevad rõngad ja pulgake jääb terveks. Miks?

2) Seletage ära järgmine tsirkuse number: maaslamava inimese rinnale asetatakse suur terasest plaat või alasi ja lüüakse selle pihta tuge-

vasti haamriga. Löök osutub inimesele kahjutuks, kuna sama löök vahetult keha pihta oleks võinud olla surmav.

3) Kahele võrdsete massidega kehale mõjuvad erinevad jõud F_1 ja F_2. Missugune sõltuvus on jõudude ja nende kiirenduste vahel, mida need jõud on andnud kehadele?

4) Kui kahele erinevate massidega kehale mõjub üks ja sama jõud, milline on siis kehade masside ja saadud kiirenduste vaheline sõltuvus?

5) Kui kaks keha said erinevatelt jõududelt ühesugused kiirendused, mida võib siis öelda mõjuvate jõudude ja kehade masside vahelisest sõltuvusest?

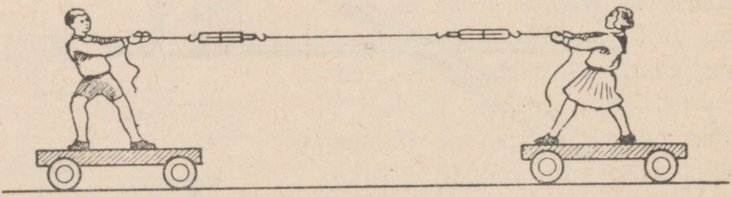
6) Ühe keha mass on 100 g, teise oma 200 g. Esimesele kehale mõjub neli korda suurem jõud kui teisele. Võrrelge tekkinud kiirendusi.

7) Võrrelge jõude, mida tuleb rakendada massidele 50 g ja 150 g, nii et esimene keha saaks kuus korda suurema kiirenduse kui teine.

8) Üks mass sai mingilt jõult kiirenduse 12 cm/sek^2, teine aga kaks korda suuremalt jõult kiirenduse 36 cm/sek^2. Võrrelge neid masse.

29. Mehaanika kolmas seadus. Eespool (§ 25) tegime kindlaks, et looduses oleleb ainult kehade vastastikune mõjutus: kaks keha üheaegselt mõjutavad teineteist vastupidiste jõududega. Nüüd küsime, kas need jõud on võrdsed või mitte? Paljude sajandite jooksul saadud kogemuste põhjal andis Newton sellele vastuse oma kolmanda seadusega:

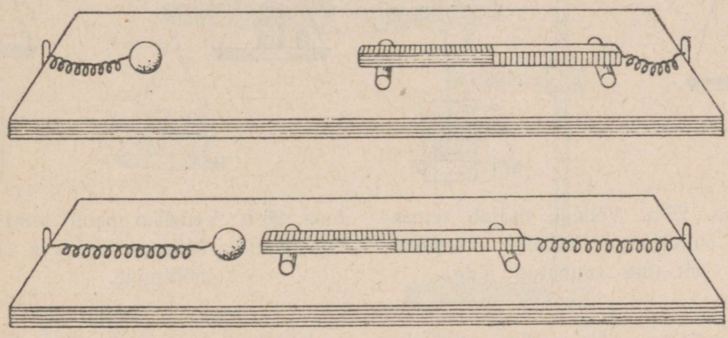
Kehade mõjud teineteisesse on alati võrdsed ja vastassuunalised.



Joon. 24.

Vaatleme mõningat kolmanda seaduse rakenduse näidet.

Paneme kaks inimest väikese hõõrdumisega kergetele vankrikestele (joon. 24), anname neile kätte nööriga ühendatud dünamomeetrid ja laseme neid nöörist tõmmata. Kas tõmbab üks või teine või mõlemad koos, dünamomeetrid igal juhul näitavad ü h t e   j a   s a m a. Dünamomeetrite näidud on ikka võrdsed, olgu inimeste kaalud millised tahes ja olgu vankrikestele antud kiirused millised tahes. Olenevalt kaalust ja kiirusest, dünamomeetrite näidud üksikute katsete kohta erinevad üksteisest, kuid ühe ning sama katse juures jäävad mõlemad näidud ühesuurusteks.

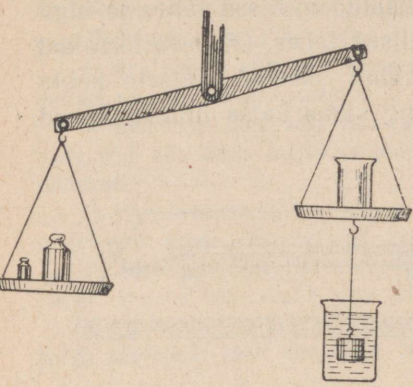


Joon. 25. Magnet ja teraskera mõjuvad teineteisesse võrdsete ja vastassuunaliste jõududega.

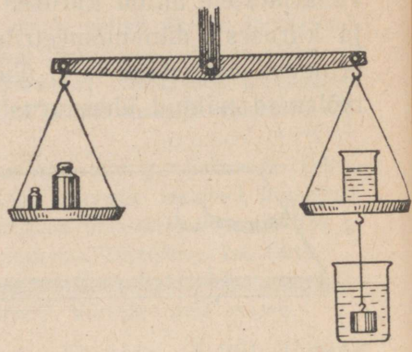
Asetame õige siledale klaasile vedru külge kinnitatult rullidel asuva magneti ja teraskuuli (joon. 25). Kui neile antakse võimalus teineteisele läheneda, siis vedrud näitavad võrdseid vastastikuseid jõude.

Tahke keha sukeldumisel vedelikku vedelik, nagu teada Archimedese seadusest, mõjub kehasse jõuga, mis on suunatud vertikaalselt üles ja on võrdne vedeliku kaaluga keha ruumala suuruses (joon. 26-a ja 26-b).

Kui aga kaalukausile panna anum vedelikuga ja lasta temasse sama tahke keha, mis eelmisegi katse juures, ainult niidiga statiivile riputatult (joon. 27-a ja 27-b), siis võib näidata, et keha mõjub vedelikule jõuga, mis on suunatud vertikaalselt alla ja on samuti võrdne vedeliku kaaluga keha ruumala suuruses.

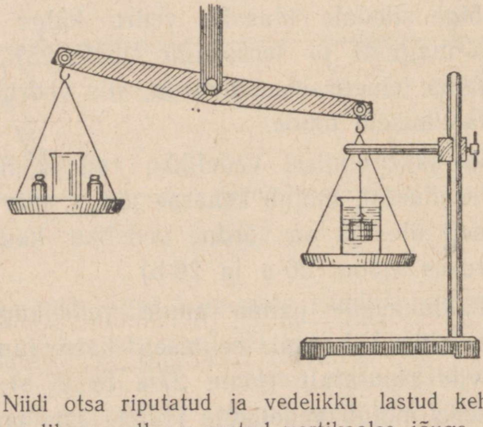


Joon. 26-a. Vedelik mõjub temasse sukeldunud kehasse vertikaalselt üles suunatud jõuga.



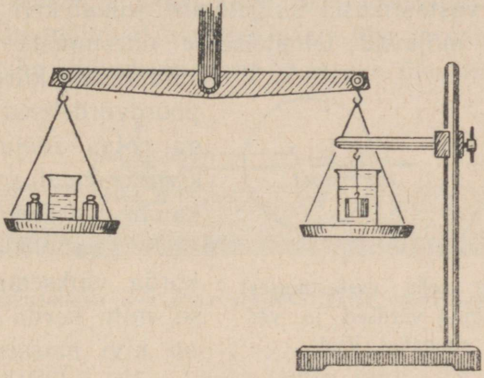
Joon. 26-b. Vedeliku poolt temasse sukeldunud kehasse mõjuva jõu mõõtmine.

Piirdudes nende kvantitatiivsete näidetega, kriipsutame veel kord alla seda, et üks jõud on rakendatud ühele, teine teisele kehale (joon. 28).



Joon. 27-a. Niidi otsa riputatud ja vedelikku lastud keha mõjub vedelikusse alla suunatud vertikaalse jõuga.

Muudame oma esimest katset: paneme ühesugused vankrikesed siledaks poleeritud klaasile (joon. 29). Asetame vankrikesed klaasi keskpaika ja kinnitame nende vahele niidiga kokkutõmmatud vedru. Kui niidi läbi põletame, paisub vedru ühesuguse jõuga mõlemale poole ja tõukab ühteviisi kumbagi vankrikest, nagu oleksid nad vahetult teineteist



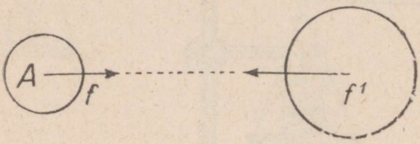
Joon. 27-b. Niidi otsa riputatud ja vedelikku lastud keha vedelikusse mõjuva jõu mõõtmine.

mõjutanud. Laiali sõites löövad vankrikesed ühel ajal vastu riista serva. Järelikult saavad võrdsete massidega kehad vastastikusel mõjutusel võrdsed kiirendused. Kui aga suurendada ühe vankrikese massi ja korrata katset, siis jõuab suurema massiga vankrike hiljem seadise äärele.

Seda nähtust saab kergesti seletada teise ja kolmanda seaduse abil. Olgu ühe keha mass m_1, teise — m_2, nende vastastikusel mõjutusel tekkinud kiirendused tähistame a_1 ja a_2. Kehade peale mõjuvad jõud on siis $F_1 = m_1 a_1$ ja $F_2 = m_2 a_2$. Kuid vastastikusel mõjutusel on jõud F_1 ja F_2 võrdsed, järelikult $m_1 a_1 = m_2 a_2$. Arendame selle võrdeks: $a_1 : a_2 = m_2 : m_1$. Siit näeme, et *vastastikusel mõjutusel tekkinud kiirendused on pöördvõrdelised massidega.*

Kuna kahe keha vastastikune mõjutus kestab ühesuguse aja ja jõude võime lugeda jäävateks, siis paigalolevad kehad saavad vastastikusest mõjutusest kiirused $v_1 = a_1 t$ ja $v_2 = = a_2 t_1$, kust on näha, et $v_1 : v_2 = m_2 : m_1$, s. o. sellisel juhul (paigalolekust väljumisel) *vastastikuse mõjutusega kehade kiirused on pöördvõrdelised massidega.*

Seletame mehaanika seaduste põhjal rea nähtusi. Miks Maa ja kivi vastastikusel külgetõmbel kukub kivi Maa peale? Maa ja kivi mõjuvad teineteisesse ühesuguste jõududega, kuid nende kiirendused on pöördvõrdelised massidega. Maa mõjul tekkinud kivi kiirendus on ligikaudu 980 cm/sek²; Maa saab aga 980-st niimitu korda väiksema kiirenduse, mitu korda tema mass on kivi massist suurem, s. o. praktiliselt võrdse nulliga.



Joon. 28. Kahe keha vastastikusest mõjutusest tekkinud võrdsed ja vastupidiselt suunatud jõud.

Miks on käimine ja sõiduki liikumine Maa peal võimalik?

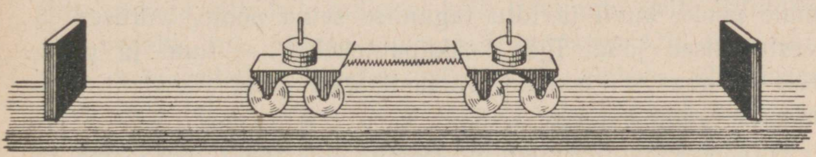
Elava olevuse või sõiduki liikumisel Maad mööda nii keha kui ka Maa eemalduvad teineteisest kiirendustega, mis on pöördvõrdelised nende massidega. Praktiliselt jääb Maa sel puhul paigale, kuna keha Maa pinna suhtes liigub.

Mispärast võib horisontaalsel laual asetsev kera jääda paigale, vaatamata sellele, et tema peale mõjub raskusjõud?

Kera oma raskusega rõhub lauda ja tekitab temas deformatsiooni. Deformeerunud laud mõjub kerale võrdse, kuid vastupidiselt suunatud jõuga. Kerale on seega rakendatud kaks vastupidist ja võrdset jõudu: kaal ja laua elastsusjõud. Need kaks jõudu on ühele kehale rakendatud ja vastastikku tasakaalustatud ning kera jääb laua peale paigale.

Mispärast võib inimene vastu raskusjõudu üles hüpata? Seni kui inimene seisab rahulikult põrandal, tema peale mõjuvad jõud tasakaalustuvad nagu keragi juures eelmises näites. Kuid inimene, pingutades lihaseid, võib tekitada põrandale suuremat jõudu, kui on ta kaal. Siis on ka põranda mõju inimesele suurem kui inimese kaal. Olles rakendatud inimesesse, ta mitte üksi ei tasakaalusta tema kaalu, vaid ülejäägiga paneb ta üles liikuma.

Pange tähele järgmist kahe keha vastastikkuse mõju iseärasust. Kui mõjuvad üksteise peale ühe ja sama keha osad, siis nad keha liikuma ei pane. Keerake üles mänguvedur ja



Joon. 29. Dünaamika kolmanda seaduse katse vankrikeste ja vedruga.

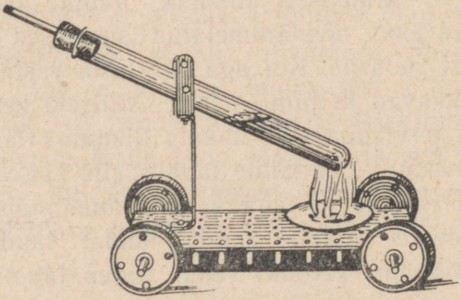
riputage ta nööri otsa. Laske vedru lahti. Te näete, et kolb hakkab mõjuma kepsule ja sealt edasi kuni ratasteni. Kõik osad hakkavad suhteliselt liikuma. Veduri osade paaride vahel mõjuvad jõud, nõndanimetatud „sisemised" jõud, ei saa anda liikumist vedurile. Kui aga ühe keha vastastikku mõjuvad osad hakkavad mõjuma teisele, välisele kehale, siis ka esimene keha tervikuna võib hakata liikuma. Pange seesama üleskeeratud vedur liikumatule lauale, siis hakkab ta sõitma. Algab veduri rataste ja laua vastastikune mõjutus. Vedur tõukab pöörlevate rataste kaudu lauda; laud samasuure jõuga tõukab veduri rattaid; vedur liigub laua suhtes.

Analoogiliselt seletub vankri ette rakendatud hobuse liikumine (üks ühine keha) vaatamata sellele, et hobune sama suure jõuga mõjub rangidele kui rangid vastupidise suunaga mõjuvad hobuse õlgadele. Ühtse keha — hobune + vanker liikumine on võimalik hobuse tõukumise tõttu maa pinnast. Maa saab tõukumise vastupidises suunas.

Kolmas seadus sugugi ei kinnita seda, et kõikide kehade-paaride vahelised mõjujõud oleksid ühesuurused. Näiteks paari hobune—maa jaoks ei ole jõud võrdne jõuga, mis on teise paari hobune—rangid jaoks. Kui hobuse tõukejõud maast on suurem kui rangide tõmme, siis algab mõlema omavahel seotud keha liikumine. Täiesti libedal pinnal hobune ja vanker ei liigu paigast.

29-a. Mehaanika kolmas seadus tehnikas. Tulirelva tagasipõrge. Igas tulirelvas laengu plahvatusel tekkinud gaasid, sarnaselt kokkusurutud vedruga, tekitavad mõlemale poole, kuuli ja toru tagumise seina poole, võrdsed ja vastupidised jõud. Igas kokkupuutekohas — kuul ja gaas, relv ja gaas — tekivad vastastikused jõud Newtoni kolmanda seaduse järgi.

Lõppkokkuvõttes sünnib tegevus nii, nagu oleks relv ja kuul vahetult teineteist mõjutanud. Sellepärast nad eemalduvad teineteisest oma massidega pöördvõrdeliste kiirustega (tingimusel, et poleks hõõrdumist; hõõrdumine vähendab relva liikumise kiirust) (joon. 30).



Joon. 30. Kahuri mudel.

Suurtüki liikumist mürsu lennule vastupidises suunas nimetatakse „tagasipõrkeks". Tagasipõrke juures tegutsevat jõudu tunneb iga laskur. Tagasipõrke jõud võiks toru ja lafetti paigalt liigutada mitme meetri võrra. Suurtüki tagasipaigutamine ja endisele sihile seadmine võtaks minuteid aega.

Suurtüki laskekiiruse tõstmiseks ning tagasipaigutamise ja endisele sihile seadmise aja vähendamiseks on sõjatehnika võtnud tarvitusele mitmesuguseid võtteid.

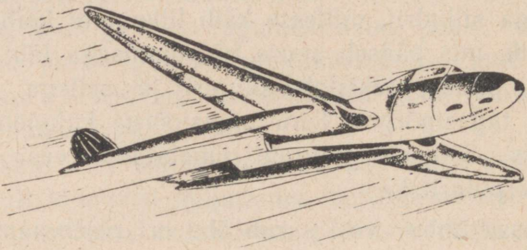
Üks praegusel ajal kõige levinumaist võtetest seisab selles, et lafett oma saha abil, mida maasse kaevatakse, paigutatakse kohale liikumatult, liigub vaid toru ühes liugerööpaga, millele ta on asetatud. Tagasi põrgates liigutab toru ühes endaga silindrit, millesse käib liikumatu kolb. Silindris olev vedelik, mis pääseb suure hõõrdumisega läbi õige väikeste kolvi pilude, takistab silindri ja sellega ühenduses oleva toru tagasipõrget. Toru tagasipõrge kujuneb sujuvaks ja väheseks. Selliseid pidureid nimetatakse vesi- ehk *hüdraulilisteks* piduriteks.

Teise ossa imbuv vesi surub õhu eri reservuaarides kuni 68-atmosfäärilise rõhuga kokku. Kui tagasikäik lakkab, püüab kokkusurutud õhk paisuda, surub vedeliku uuesti silindrisse ja sellesamaga tõukabki silindri ja temaga ühenduses oleva kahuritoru tagasi.

Mõnedes tänapäeva relvades kasutatakse tagasipõrke energia ära kasulikuks tööks: ta avab ja suleb luku. Peale lasku lukk ise avaneb ja viskab välja kesta; laadimise osas ise sulgub. Sellise ehituse juures on tarvis ainult relva laadida, ja kui lukk sulgub, tõmmata kukest. Sellist relva nimetatakse *automaatseks*. Täiesti automaatsed on kõik kuulipildujad ja mõned väiksema kaliibriga kahurid.

P r o p e l l e r. Vee- ja õhutranspordis paneb jõumasin käima propelleri, mis asub väljaspool sõidukit kas vees või õhus. Pööreldes mõjub propeller veele või õhule teatud jõuga. Nemad omakorda, mehaanika kolmanda seaduse järgi, mõjuvad propellerile ja selle kaudu kogu vee- või õhusõidukile. Tulemuseks on see, et sõiduk ja aine — vesi või õhk — liiguvad vastupidistes suundades.

R a k e t t m o o t o r. Analoogilisel viisil raketis plahvatusaine plahvatusest tekkinud gaasid visatakse välja ühes suunas ja tekitavad jõu ning panevad raketi enese liikuma vastupidises suunas. Raketi printsiibil on ehitatud paljud tänapäeva relvaliigid (reaktiivne relv) millistest populaarsemaks meil on kaardiväe reaktiivne miinipilduja (katjuša). Mõned suunavad talad moodustavad startimise (lahtilaskmise) seadise, millele asetatakse reaktiivsed miinid, mis lendavad rakettidena ja viivad endaga kaasa suure lõhkelaengu.



Joon. 31. Reaktiivlennuk.

Reaktiivset relva rakendatakse lennukeil, kutritel, kuid kõige sagedamini selleks spetsiaalselt sisseseatud autodel.

Teiseks alaks, kus reaktiivmootorid on viimastel aastatel rakendamist leidnud, on lennuasjandus (joon. 31).

Lennukisse asetatakse sisepõlemismootori ja propelleri asemel üks või mitu reaktiivmootorit, mis töötavad põlevate gaaside võimsa joa jõul; gaasid saadakse põletusaine (bensiin, piiritus, nafta) põlemisel erilistes kambrites. Reaktiivmootor annab lennukile väga suure kiiruse (hääle kiiruse suuruse järgust), mis on väga tähtis sõjaasjanduse seisukohalt.

Teiseks suureks reaktiivmootori eeliseks võrreldes propelleriga varustatud mootoriga on see, et teda võib kasutada lennuks hõredamates atmosfääri kihtides (stratosfääris) ja isegi õhuta ruumis, kus propeller oleks kasutu, kuna sellel pole millelegi toetuda.

Reaktiivmootori viimane omadus lubab neid tulevikus rakendada planeetidevahelisteks reisideks (vt. II osa § 141). Reaktiivliikumise teooria alused on loodud silmapaistva vene õpetlase K. Tsiolkovski[1] poolt.

Reaktiivsed vee- ja auru-jõumasinad. Avausest väljavoolava vedeliku iga juga, mis on tekitatud ülejäänud vedeliku massi rõhumisest, tekitab temale, tema kaudu aga ka anumale vastupidise mõjutuse — reaktsiooni, nagu seda näeme joon. 32. Kui pöörlevatesse anumatesse (joon. 33, 34 ja 35) teha vee või auru jaoks kaks avaust vastasküljgedele, siis hakkavad anumad avaustele vastupidises suunas liikuma. Niisugused liikuvad vesi- (Segneri ratas) ja aururattad on reaktiivsete turbiinide mudeliteks.

Harjutus 5.

1) Üks ja sama jõud mõjub kahele paigalpüsivale kehale. Missuguse tunnuse järgi võib ütelda, kummal kehal on suurem mass?

2) Kas saab rakett liikuda õhuta ruumis?

3) Kas saab purjepaati liikuma panna, kui tekitada tuult paadis oleva lõõtsa abil?

---

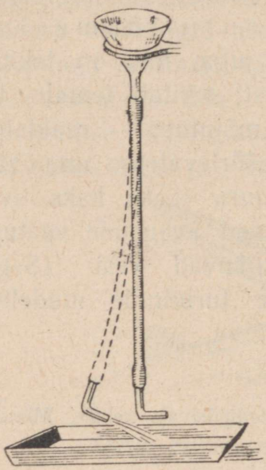
[1] Tsiolkovski Konstantin Eduardovitš (1854—1935) on kuulus vene õpetlane ja leidur. Tema on juhitava, üleni metallist õhulaeva ehituse idee autoriks.

K. Tsiolkovski lõi reaktiivliikumise teooria üldised alused ja andis reaktiivraketi lendamise seadused. Tema näitas sellise raketi kasutamisvõimalust planeetidevahelises läbikäimises, töötas välja mitut tüüpi rakett-lennuaparaatide ja laboratoorsete uurimisseadete põhiprintsiibid. K. Tsiolkovski tõstis esile maailmaruumi lendamise liitraketi uue idee ja töötas välja sellega lendamise metoodika. K. Tsiolkovski ideed, kehastatuna rakettmürsus, aitasid kaasa meie kodumaa kaitsmisel Suures Isamaasõjas. Peaaegu oma elu lõpuni jäi K. Tsiolkovski keskkooli õpetajaks.

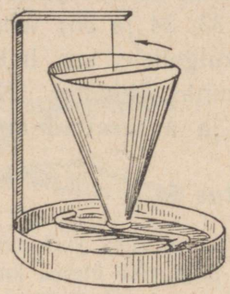
Silmapaistev õpetlane, tänapäeva raketiehituse rajaja K. Tsiolkovski oli alati kodumaa ustavaks pojaks. Vähe aega enne oma surma kirjutas ta kirjas J. V. Stalini nimele: „Kõik oma tööd lennuasjanduse, rakettsõidu ja planeetidevahelise ühendusepidamise kohta annan ma üle bolševike parteile ja Nõukogude valitsusele — inimkonna kultuuri progressi tõelistele juhtidele."

4) Mispärast on raske hüpata kaldale kergest lootsikust, mis seisab kalda ääres, kuna aurikult, mis seisab sama kaugel kaldast, on seda teha kerge.

5) Kaks isikut, kes seisavad põrandal, tõmbavad teineteist kätest vastupidistes suundades. Kas on nii ühe kui teise käele mõjuvad jõud ühesugused? Millal üks saab teise enda poole tõmmata?



Joon. 32. Veejoa reaktsioon.



Joon. 33. Segneri ratas.

6) Nimetada kõik teineteist vastastikku mõjutavad kehade paarid, kui hobune veab vankrit.

7) Laud on pandud rullidele, mis omakorda on asetatud väga libedale lauale. Inimene katsub kiiresti joosta mööda ülemist lauda, kuid jääb peaaegu paigale laua kõrval asetseva eseme suhtes. Miks?

8) Sama laua peal võivad kaks inimest joosta teineteisele vastu. Mille poolest see juhtum erineb eelmisest?

9) Miks inimene võib tõsta käega kera, kuigi kera mõjub inimese käele sama suure jõuga ülalt alla kui inimese käsi kerale alt üles?

10) Paadimees, istudes paadis, tõmbab teatud jõuga köiest, mis on dünamomeetri kaudu seotud kaldal oleva posti külge. Teinekord ta tõmbab sama jõuga köiest, mis on kinnitatud dünamomeetri külge ja mida hoiab käes paadimees teises paadis. Kas on mõlemal juhul dünamomeetri näitamised ühesugused? Kas on vahet nende kahe juhu vahel esimese paadi liikumistes (takistused on mõlemal juhul ühesugused)?

KONTROLLKÜSIMUSI.

1) Milles seisab Newtoni esimene seadus?

2) Kuidas dünaamikas defineeritakse jõudu?

3) Milles seisab Newtoni teine seadus?

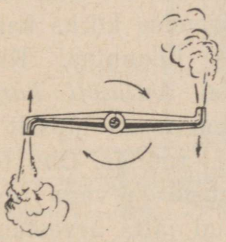
4) Kuidas võib saada massi mõistet?

5) Missugune on Newtoni teise seaduse järgi jõu valem?

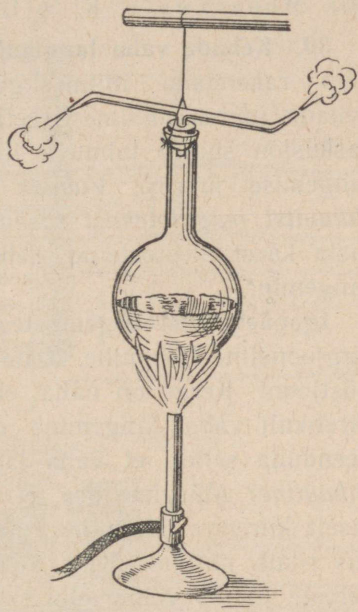
6) Milles seisab Newtoni kolmas seadus?

7) Missuguses sõltuvuses on kahe keha vastastikusest mõjust tekkinud kiirendused (kiirused)?

8) Missuguses sõltuvuses on jõud ja massid, kui jõud tekitavad massidele ühesugused kiirendused?



Joon. 34.



Joon. 35. Aururatas.

9) Missuguses sõltuvuses on jõud ja kiirendused, kui massid on võrdsed?

10) Missuguses sõltuvuses on massid ja kiirendused, kui jõud on võrdsed?

Kirjandus: П е р е л ь м а н, Физическая хрестоматия, вып. I, изд. 1924 г. „Три закона движения", стр. 53—55. „Инерция" стр. 56. „Закон действия и противодействия", стр. 59—61. P e r e l m a n, Huvitav füüsika, I osa — „Kas liikuvast vagunist tuleb hüpata liikumise suunas", lk. 35—38. P e r e l m a n, Huvitav füüsika, II osa — „Mõistetamatu seadus" — lk. 19—22. „Kas saab toetuseta liikuda" — lk. 23—24. „Miks lendab rakett üles" — lk. 24—28. „Kuidas liigub seepia" — lk. 28—29. „Raketil tähtede poole" — lk. 29—32. „Kiri lennukilt" — lk. 10—12. „Pommitamine" — lk. 12—14. Ильяшенко, С. М., Быстрее звука (о реактивных двигателях). Огиз, 1947, 48 стр., 28 рис. Микони, Сверхвысотные полеты, 112 стр. Ляпунов, Б. В., От ракеты до реактивного самолета, 40 стр. Перельман, Циолковский. Жизнь и технические идеи, 1937. Рынин, Русский изобретатель Циолковский, 1931. Монастырёв, К. Э. Циолковский, 1945, 20 стр.

30. Kehade vaba langemine. Dünaamika üldiseid seadusi võib rakendada mitmesuguste jõudude mõjul liikuvate kehade juures. Esimese sellise konkreetse juhuna valime raskusjõu sunnil toimuva liikumise. Peatume alguses vaba langemise juures. *Vabaks langemiseks nimetatakse keha liikumist paigalolekust raskusjõu mõjul.* Kui ilma tõuketa lasta käest ülestõstetud keha, siis ta liikumine on vaba langemine.

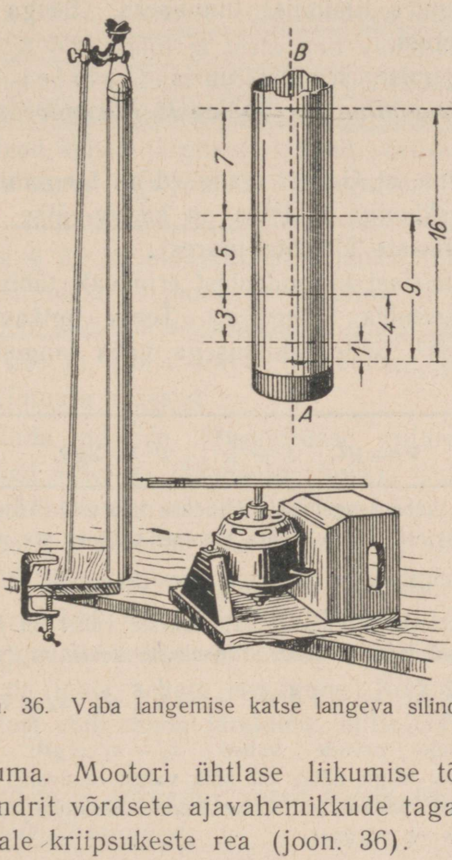
Igapäevastest kogemustest teame, et vaba langemine on sirgjooneline liikumine. Keha langeb vertikaalselt alla mööda püstjoont. Kerge on näha, et vaba langemise kiirus kasvab, järelikult vaba langemine on kiirenev liikumine. Kuidas veenduda selles, et vaba langemine on *ühtlaselt kiirenev liikumine*? Märgime ära, et vaba langemine on täpselt ühtlaselt kiirenev liikumine ainult õhuta ruumis. Õhu takistus rikub ühtlust. Kuid väikeste kauguste ja väga raskete kehade juures võime õhu segavad mõjud jätta arvestamata.

Et veenduda selles, et vaba langemine on ühtlaselt kiirenev liikumine, proovime, kas mõni §-s 21 toodud ühtlaselt kiireneva liikumise seadustest on rakendatav vaba langemise juures.

Kontrollime läbitud tee ja aja ruudu võrdelisust järgmise katsega.

Langevaks kehaks võtame filter- või kirjutuspaberiga ületõmmatud puust või metallist silindri (toru). Silinder on kareda niidiga riputatud statiivi külge (joon. 36). Aja märkijaks võetakse vahelduva või alalise voolu mootor ja asetatakse ta kindlale alusele nii, et telg oleks vertikaalne;

telje peale pannakse puuliist, mis lõpeb värviga immutatud linnusule või pintslikesega. Silinder ja mootor seatakse üles nii, et pintslike mootori pöörlemisel kergelt puudutaks silindri alumist osa. Kui mootor on käivitatud ja tema käik juba ühtlustunud, põletatakse niit läbi ja lastakse seega silinder



Joon. 36. Vaba langemise katse langeva silindriga.

vabalt kukkuma. Mootori ühtlase liikumise tõttu puudutab pintslike silindrit võrdsete ajavahemikkude tagant ja kirjutab silindri pinnale kriipsukeste rea (joon. 36).

Langemise lõppedes võetakse paber silindrilt ära, tõmmatakse sirge silindri moodustajat pidi nii, et ta läbistaks kõik kriipsukesed, ja mõõdetakse kõik üksteisele järgnevad vahemaad, alates kõige alumisest, mis vastab seisvale silindrile, kuni iga järgmise kriipsukeseni.

Saadud vahemaad kujutavad 1, 2, 3, 4,... võrdsel ajavahemikul langeva keha poolt läbitud teid $s_1, s_2, s_3, \dots$ Seaduse kehtivuse proovimiseks on tarvis võrrelda neid teid. Suhted $s_1 : s_2 : s_3 \dots$ on ligikaudu võrdsed $1 : 4 : 9 : 16 \dots$ jne. — tee osutub võrdeliseks langemise aja ruuduga. See on ühtlaselt kiireneva liikumise tunnuseks. Seega katse kinnitab tehtud oletust.

Vaba langemise seadusi uuris G a l i l e i ja leidis, et ***keha vaba langemine on ühtlaselt kiirenev sirgjooneline liikumine.***

Peab teadma, et Galilei seadused on langemise selle juhu jaoks, kus keskkonna takistus on kaduv-väike (näit. langemine õhus väikeste kiiruste juures).

Kõikidest teistest kiirendustest erinevalt tähistatakse vaba langemise kiirendus tähega g[1]. Tema ligikaudne väärtus $g \approx 980$ cm/sek^2. Selle tähistusega vaba langemise valemid võtavad kuju:

$$\boxed{v = gt; \quad s = \frac{gt^2}{2}; \quad v^2 = 2gs.} \qquad \text{(V)}$$

Kuidas leida vaba langemise kiirenduse suurust? Tema suurust võib saada samast katsest. Tuleb mõõta mootori pöörete arv sekundis. Kui n on pöörete arv sekundis, siis iga pööre välde $t = \frac{1}{n}$ sek. Siis ajavahemikuks üksteisele järgnevate kriipsukeste vahel on t sek. Langeva keha poolt läbitud teed üksikute kriipsukeste vahel on (vrd. § 21):

$$s_1' = \frac{g}{2} t^2; \quad s_2' = 3 \frac{g}{2} t^2; \quad s_3' = 5 \frac{g}{2} t^2; \quad s_4' = 7 \frac{g}{2} t^2.$$

Leiame nende arvude vahed $s_2' - s_1' = gt^2$; $s_3' = s_2' = gt^2$; $s_4' - s_3' = gt^2$ jne. Nagu näha, on kõik vahed omavahel võrdsed. Mõõdame need vahed paberil ja leiame nende keskmise väärtuse l. See keskmine väärtus on võrdne:

$$l = gt^2 \text{ ehk } l = g\left(\frac{1}{n}\right)^2; \quad l = \frac{g}{n^2}; \quad g = ln^2.$$

Suurused l ja n saadakse katsest; viimasest võrdusest saab arvutada g.

---

[1] Esimene täht sõnast *gravitas* — r a s k u s.

31. Kõikide kehade vaba langemise kiirendused on ühesuurused. Peale seda, kui on katseliselt kindlaks tehtud, et vaba langemine on ühtlaselt kiirenev liikumine, tuleb selgitada, kas vabalt langevate kehade kiirendused on võrdsed või mitte.

Kui võtta kätte võrdsete ruumaladega seatina-, teras- ja puukuulid ja lasta nad väikeselt kõrguselt üheaegselt käest lahti, siis põrandale või lauale kukkuvate kuulide löögid on kokkulangevad. Need kehad järelikult läbisid võrdsed teed ühel ja samal ajal, s. o. ühesuguste kiirendustega.

Joon. 37.

Kui võtta § 30 kirjeldatud katse jaoks mitmesugused silindrid — puust ja metallist ning korrata eespool kirjeldatud mõõtmisi, siis annavad katsed ühe ja sama vaba langemise tee väärtuse sõltumata massist.

Kui asetada pikasse klaastorusse mitmesugused kehad (kivike, linnusulg, kork), sulgeda toru, pumbata temast õhk välja ja keerata kord ühte, kord teist otsa üles (joon. 37), siis langevad kõik kehad tiheda grupina ühesuguse kiirendusega (katse nn. Newtoni toruga).

Õhus langevad kehad erinevate kiirendustega, sest et õhutakistus on igale kehale isesugune. Kõikidest sellelaadilistest katsetest võib saada järelduse, mille Galilei esimesena ka sai:

Vaba langemise kiirendus antud kohas Maa peal on kõikidele kehadele ühesugune.

Kehade langemise uurimistega lükkas Galilei ümber peaaegu kaks tuhat aastat püsinud vale vaate, et ühesuguselt kõrguselt raskem keha kukub kiiremini kui kerge keha.

Arvutamised vaba langemise kiirenduse kohta käivate katseandmetega näitavad, et erinevates kohtades Maa pinnal on kiirenduse väärtused erinevad: nad suurenevad ekvaatorilt poolusele. Samuti on nad erinevad ühe ja sama koha jaoks erinevatel kõrgustel ja sügavustel merepinnast. Kuna vaba langemise kiirendus on igas kohas isesugune, loetakse ühte nendest normaalseks.

Normaalseks vaba langemise kiirenduseks võetakse 980,655 cm/sek^2. Moskva jaoks on vaba langemise kiirendus 981,6 cm/sek^2. Arvutamise lihtsustamiseks võtame ta võrdsena 981-ga ehk veel rohkem ümardatult 980 cm/sek^2.

Kuna g on iga Maa koha jaoks muutumatu suurus, siis on ka keha kaal ühe ja sama koha jaoks samuti muutumatu suurus. Kuna g muutub ühest Maa kohast teise, siis on ka keha kaal isesugustes kohtades isesugune; keha mass aga, kui aine inertsi mõõt, jääb alati muutumatuks. [1]

Ühest kohast teise minekust tingitud keha kaalu muutust võime kindlaks teha vedrukaaludega.

Harjutus 6.

Ülesannete lahendamisel jätame õhutakistuse arvestamata.

1) Missuguse ajaga ja missuguse lõppkiirusega kukub keha 1 km kõrguselt?

Vastus: $t = 14$ sek. (täpsusega kuni 1 sek.).

2) Missuguselt kõrguselt keha kukkus, kui ta lõppkiirus on 50 m/sek?

Vastus: ≈ 127 m.

3) Missuguselt kõrguselt kukub keha 10 sek-ga? Kui suur on lõppkiirus?

4) Missuguse ajaga läbib langev keha esimese meetri oma teest, teise meetri ja kümnenda meetri?

---

[1] XX sajandil said teatavaks väikseimate aineosakeste hiigelsuured kiirused, kuni 200 000 km/sek ja isegi rohkem, mille juures selgus, et keha mass oleneb keha kiirusest: kiiruse suurenedes keha mass kasvab, kiiruse vähenedes — kahaneb. Seega peame muutma Newtoni vaadet massile. Tehnikas kasutatavate kiiruste jaoks on kiirusest tingitud massi muutus praktiliselt võrdne nulliga ja massi võime endiselt lugeda muutumatuks.

5) Tööline laseb vertikaalse kaevanduse avause kohal kukkuda kivi. Kivi lööb vastu kaevanduse põhja. Tööline kuuleb löögi häält 6,5 sek. pärast kivi lahtilaskmist. Arvutada (täpsusega 1 m) kaevanduse sügavus, kui hääl levib kiirusega 340 m/sek.

6) Miks ei saa kangkaaludega kindlaks teha keha kaalu muutust, kui keha viia ühest maakohast teise?

7) Kaks keha massidega 1 *g* ja 1 *kg* langevad õhuta ruumis. Kas on nende kiirendused võrdsed või erinevad?

32. Keha kaalu avaldamine massi ja kiirenduse kaudu. Raskuse toimel langevad kõik vabad kehad maa poole. Vaba langemine, nagu nägime, on ühtlaselt kiirenev liikumine. Ühtlaselt kiirenev liikumine toimub jääva (konstantse) kiirendusega. Keha kaal on Newtoni teise seaduse järgi võrdne massi ja vaba langemise kiirenduse korrutisega. Kui tähistada, nagu see on viisiks, keha mass tähega m, vaba langemise kiirendus g-ga ja keha kaal P-ga, siis kaalu avaldist massi kaudu võib anda valemiga.

$$\boxed{P = mg.} \qquad \text{(V-a)}$$

33. Masside võrdlemise viis. §-s 31 kirjeldatud katsed näitasid, *et ühes ja samas Maa kohas kõik kehad langevad ühesuguse kiirendusega g.*

Kui võtame kaks mingit keha m_1 ja m_2, siis nende kaalud mehaanika teise seaduse järgi avalduvad nii:

$$P_1 = m_1 g; \quad P_2 = m_2 g.$$

Võrdleme nende kehade kaalu jagamise teel:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1 g}{m_2 g}; \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{m_1}{m_2}.$$

See näitab, et *kehade massid on võrdelised nende kaaludega.* Kui kahest kehast ühe kaal on 2, 3 või 5 korda teise omast suurem, siis on ka ta mass sama arv kordi, s. o. 2, 3 või 5 korda suurem.

Kehade kaale võrreldakse seadise abil, mida nimetatakse kaaludeks.

Järelikult ka *kehade massi võib mõõta kaaludega.* Valem (V-a) näitab, et keha massi ei tohi kuidagi ära segada keha kaaluga. Kaal on jõud. Keha mass on antud keha omadus, mis ei olene sellest, kas keha mõjutavad mingid jõud, näiteks raskusjõud, või mitte. Keha mass kui keha inertsi mõõt ilmneb tema poolt jääva kiiruse säilitamises, kuni kehasse ei mõju jõud; mõjutavate jõudude olemasolu korral sõltub keha kiirendus massist. Keha kaalu võib tasakaalustada mistahes teise jõuga, tema mass aga jääb muutumatuks ka kaalu muutumise korral. Nii näiteks keha ülesriputamisel keha kaal tasakaalustub toetuspunkti vastujõu kaudu, kuid mass säilib ka sel juhul. Et panna ülesriputatud keha liikuma horisontaalses suunas, on tarvis rakendada jõudu massile kiirenduse andmiseks, aga mitte tema kaalu ületamiseks. Kohvrikaane tõstmisel tuleb kulutada jõudu tema kaalu ületamiseks ja talle kiirenduse andmiseks. Avades seina sisse tehtud kapi ust, on meil tegemist ainult ukse massiga, kuna kaal on tasakaalustatud. Kui planeeritakse tehase jaoks tarvitatavat söehulka, siis on tegemist massiga, kuna sellest oleneb söe soojendav toime. Põlev süsi annab soojust, kuigi tema kaal on aluspinnaga tasakaalustatud.

Kui aga peame sama söe tõstma kaevandusest või laadima veokile, siis peame, et valida sobivat liikumapanevat jõudu, arvestama tema kaalu.

34. Massi ühikud. Massi ühiku aluseks on rahvusvahelise kokkuleppe põhjal võetud plaatina ja iriidiumi sulamist valmistatud silindri *mass*, millist silindrit hoitakse alal Rahvusvahelises Mõõtude Büroos Pariisi ligidal. Seda massiühikut nimetatakse k i l o g r a m m i k s ja tähistatakse rahvusvahelise tähistuse järgi kg (vene keeles кг-ga).

Füüsikas on massiühikuks võetud gramm, mis on tuhandik kilogrammist. Tema rahvusvaheline tähis on g (vene keeles aga г).

Selle algkilogrammi kaal Pariisis[1] on võetud kaalu ühikuks või üldse jõu ühikuks. Seda ühikut nimetatakse kilogramm-jõuks ja tähistatakse rahvusvaheliselt kG, vene keeles кГ-ga (suur g). Tuhandik sellest kaalust on gramm-jõud ja tähistatakse G-ga (Г-ga).

35. Aine tihedus. Mitmesugused ained: metallid, mineraalid, vedelikud ja gaasid võivad evida ühesuguste ruumalade puhul erinevaid masse. Sellepärast võetakse ainete võrdluseks masside seisukohast tarvitusele uus suurus — *aine tihedus.*

Aine tiheduseks on suurus, mida mõõdetakse aine massiga ühes ruumiühikus. Kui tähistada keha mass m-ga, ruumala V-ga ja tihedus D-ga, siis

$$\boxed{D = \frac{m}{V}.} \qquad \text{(VI)}$$

Tiheduse ühikuks on g/cm^3. Kuna erikaal väljendub G/cm^3-ga, siis tihedus ja erikaal langevad arvuliselt ligikaudu ühte, kuid ainult arvuliselt. Oma olemuse poolest aga erinevad tihedus ja erikaal samuti kui mass ja kaal.

36. Jõu dünaamiline ühik. Senini me mõõtsime kõiki jõude raskusühikutega. Jõudude mõõduriistadeks olid dünamomeeter ja kangkaalud. Korduvalt oleme meenutanud seda, et ühe ja sama keha kaal maapinna erinevates kohtades ei ole ühesugune (Maa kuju ja telje ümber pöörlemise tõttu).

Mehaanika teise seaduse alusel võib kindlaks määrata jõu ühikut, mis ei sõltu keha kaalust ja on kõikjal ühesugune.

---

[1] Täpsemalt võetud normaalse kiirenduse jaoks $= 980{,}665$ cm/sek^2.

Kui valemis $F = ma$ võtta $m = 1$ g ja kiirendus $a = 1$ cm/sek², siis F on võrdne ühikuga.

Tõepoolest $F = 1 \text{ cm/sek}^2 \cdot 1 \ g = 1 \frac{g \cdot \text{cm}}{\text{sek}^2}$.

Seega *jõu ühikuks võetakse füüsikas selline jõud, mis massile 1 g annab kiirenduse 1 sentimeeter sekund ruudus.*

Seda jõuühikut nimetatakse „düüniks" $\left(\text{ehk } \frac{g \cdot \text{cm}}{\text{sek}^2}\right)$. Tema rahvusvaheline tähis on dn, vene — дн.

37. **Kilogramm-jõu ja düüni vaheline seos.** Nagu me praegu nägime, annab düün 1 g massile kiirenduse 1 cm/sek². Kuid sama mass saab oma raskuse, s. o. 1 G toimel, vaba langemise kiirenduse, s. o. ligikaudu 981 cm/sek². Järelikult 1 G-le vastab 981 düüni.

Igas Maa kohas on gramm-jõud võrdne nii mitme düüniga, mitme sentimeetriga sekund ruudus on antud kohas väljendatud vaba langemise kiirendus. Poolusel on 1 G = 983 dn, ekvaatoril 1 G = 978 dn, Moskvas 1 G = 981 dn, keskmiselt võib võtta 1 G = 981 dn. 1 kG on 981 000 dn.

38. **Ühikute süsteem CGS.** Mehaanikas me tutvusime kuue isesuguse suurusega: teepikkus, aeg, kiirus, kiirendus, mass ja jõud. Nendest kolme suuruse jaoks on ühikud valitud vabalt, ja nimelt:

pikkuse ühiku jaoks 1 sentimeeter [1] (centimeter),
massi „ „ 1 gramm [2] (gramm),
aja „ „ 1 sekund [3] (secunda).

---

[1] 1 cm on sajandik meetrist. 1 m on algmeetrile tõmmatud kahe kriipsu kaugus. Algmeeter on rahvusvaheliseks meetri prototüübiks ja teda hoitakse Rahvusvahelises Mõõtude Büroos. Rahvusvahelise algmeetri pikkus erineb 0,0856 mm võrra neljakümnemiljondikust Pariisi meridiaanist, mis esialgse kavatsuse kohaselt pidi olemagi meetriks. Meridiaani pikkus on nimelt 40 003 400 m.

[2] Kilogramm-massi valmistamisel oli mõeldud 1 dm³ destilleeritud vee mass 4° juures. Valmistatud kilogramm-massi mudel on suurem

Ühikud ülejäänud suurustele on kindlaks määratud kolme esimese kaudu, ja nimelt:

kiiruse ühiku jaoks 1 cm/sek,
kiirenduse „ „ 1 cm/sek^2
jõu „ „ 1 $\frac{g \cdot cm}{sek^2}$ ehk düün.

Edaspidi me näeme, et ülejäänud mehaanilised ühikud võib tuletada nendestsamadest kolmest ühikust.

Kolm ühikut — pikkuse-, massi- ja ajaühikud on vabalt valitud, neid nimetatakse põhiühikuteks; kõik ülejäänud ühikud, mis on põhiühikutest saadud, kannavad tuletatud ühikute nime. Põhi- ja tuletatud ühikud, mis on kindlate reeglite järgi saadud, moodustavad *ühikute süsteemi.*

Tähendatud süsteemi nimetatakse tema põhiühikute ladinakeelsete nimetuste esitähtede järgi CGS-süsteemiks.

39. Tehniline ühikute süsteem. Tehnikas tarvitatakse järgmist ühikute süsteemi:

Põhiühikud:	Tuletatud ühikud:
pikkusühik 1 m	kiirusühik 1 m/sek
jõuühik 1 kG	kiirendusühik 1 m/sek^2
ajaühik 1 sek.	

Tehnilises ühikute süsteemis on massiühik ka tuletatud. Tuletada saab teda Newtoni teise seaduse valemist $F = ma$, kust $m = \frac{F}{a}$.

---

1 dm^3 vee massist 0,03 g võrra. 4° juures 1 kg destilleeritud vee mahtu normaalsel rõhumisel nimetatakse liitriks; siit nähtub, et 1 l on suurem 1 dm^3-st 0,03 cm^3 võrra. 1000 kg = 1 tonn (t).

[3] Üks sekund on $^1/_{86\,400}$ keskmist päikese öö-päeva. Kuna Maa liikumise kiirus tema liikumisel ümber Päikese aasta jooksul päevast päeva muutub, siis ka öö-päeva pikkus on igal ajal isesugune. Ajaühiku saamiseks arvutatakse aasta keskmise öö-päeva pikkus.

Kui võtta

$$F = 1 \text{ kG}, \ a = 1 \text{ m/sek}^2, \text{ siis } m = \frac{1 \text{ kG}}{1 \text{ m/sek}^2} = 1 \ \frac{\text{kG} \cdot \text{sek}^2}{\text{m}}.$$

Tehnilises süsteemis võetakse massiühikuks niisugune mass, millele jõud 1 kG annab kiirenduse 1 m/sek^2.

Eri nime sellele ühikule pole antud. Teda nimetatakse „massi tehniliseks ühikuks" ehk lühendatult mtü ehk veel $\left(\frac{\text{kG} \cdot \text{sek}^2}{\text{m}}\right)$.

Kuna 1 kG kaaluga keha saab raskusjõult kiirenduse mitte 1 m/sek^2, vaid 9,8 m/sek^2, siis niisuguse keha mass ei ole mitte 1 mtü, vaid 9,8 korda väiksem, s. o. $\frac{1}{9{,}8}$ mtü.

5 kG kaaluga keha mass on $\frac{5}{9{,}8}$ mtü.

49 kG kaaluga keha mass on $\frac{49}{9{,}8} = 5$ mtü.

Keha, mille kaal on 1 tonn (t), evib massi $\frac{1000}{9{,}8} = 102$ mtü. Üldse, kui tahame saada keha massi mtü-des, kui keha kaal on P kG, tuleb kaal jagada vaba langemise kiirendusega g m/sek^2-tes

$$m = \frac{P}{g}.$$

Tehnilist süsteemi nimetatakse tema põhiühikute algtähtede järgi MKS-süsteemiks.

Ülesannete lahendamise reeglid.

Pärast seda, kui on läbi võetud mitmesugused ühikute süsteemid, on kasulik tarvitada ülesannete lahendamisel vigade vähendamiseks järgmisi reegleid, eriti keerulisemate ülesannete juures.

1. Tahvli või vihiku vasakul poolel tuleb üles märkida võrduste kujul kõik ülesandes antud suurused, tarvitades sõnade asemel suuruste kindlaksmääratud tähelisi sümboleid. Antud suuruste veeru alla tõmmata joon ja joone alla otsitav.

2. Pärast arvuliste andmete õiget ülesmärkimist tuleb vaadata, kas kõik suurused on avaldatud ühes ühikute süsteemis. Kui ei ole, siis avaldada kõik andmed valitud süsteemi ühikute kaudu.

3. Edasi peavad õpilased kujutama endale ette selge füüsilise pildi sellest, mis on antud ülesandes, ja nimelt: ülesandes kirjeldatud füüsilise protsessi ja ülesandes antud keha oleku, mida iseloomustatakse mitmesuguste suurustega. Sellisest arutelust võib saada õpilane kujutluse nendest seaduspärasustest, mis seovad omavahel otsitavaid ja antud suurusi. Edasi peab vaatama, kas pole vaja ülesande andmeid täiendada teiste suurustega.

Tuleb vaadata, kas ülesandes pole varjatud andmeid või pole neid tarvis võtta tabelist (kui näiteks räägitakse jaamast väljuvast rongist, siis tuleb juurde lisada algkiiruse väärtus $v = 0$, või kui on antud keha ruumala, aga tegemist on tema kaaluga, siis tuleb tabelist võtta erikaalu suurus jms.).

4. Pärast kõiki ettevalmistavaid toiminguid tuleb hoolikalt kaaluda, milliste suurustega on otsitav füüsikaliselt seotud, ja avaldada see seos valemina, mida kõige parem on teisendada nii, et vasakul poolel oleks otsitav ja paremal kõik muu.

5. Kui esimese valemi paremal poolel on ainult tuntud suurused, on ülesanne lahendatud. Kui see aga sisaldab uusi tundmatuid, siis tuleb endale selgitada nende tähendust füüsikas, meenutada, missuguste varem õpitud suurustega on nad seotud, väljendada see seos valemina ja talitada sedaviisi nii kaua, kui paremal pool on ainult tuntud suurused.

6. Peale niisuguse valemi saamist tuleb tähtede asemele panna nende arvulised väärtused ühes nimetustega, sooritada nende arvudega ja nimetustega valemis näidatud tehted ja jätkata asendamist seni, kui pole saadud otsitavat; mitte unustada märkimast ega kontrollimast viimase vastuse nimetust. Kui matemaatilised oskused lubavad, on parem enne teha asendused tähtedega, saada otsitavale tuntud suurustega lõplik täheline avaldis ja sellesse asetada arvulised suurused.

7. Igal pool, kus see vähegi võimalik, on soovitav valmistada joonis, mis kujutab nähtuse käiku või seadise skeemi.

ÜLESANNETE LAHENDAMISE NÄITEID.

1. Missugune jõud mõjutas paigalolevat keha massiga $m = 120$ g, kui tema selle jõu mõjul läbis $t = 5$ min. jooksul tee $s = 1800$ m?

$m = 120$ g	$m = 120$ g	$F = ma$	$a = \frac{2s}{t^2}$	$F = \frac{2 \cdot 120\ \text{g} \cdot 180\,000\ \text{cm}}{90\,000\ \text{sek}^2}$
$t = 5$ min.	$t = 300$ sek.	$S = \frac{at^2}{2}$	$F = \frac{2ms}{t^2}$	$F = 480\ \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sek}^2}$
$s = 1800$ m	$s = 180\,000$ cm			$F = 480$ dn.
$F = ?$	$v_0 = 0$			
	$F = ?$			

2. Vagonetti, mille kaal $P = 490$ kG, liigutatakse rööbastel paigalolekust jõuga $F = 2{,}5$ kG. Missuguse aja t pärast ta saab kiiruse $v = 2$ m/sek?

$P = 490$ kG	$P = 490$ kG	$t = \frac{v}{a}$	$a = \frac{Fg}{P}$	$t = \frac{2\ \text{m/sek} \cdot 490\ \text{kG}}{2{,}5\ \text{kG} \cdot 9{,}8\ \text{m/sek}^2}$
$F = 2{,}5$ kG	$F = 2{,}5$ kG	$a = \frac{F}{m}$	$t = \frac{vP}{Fg}$	$t = 40$ sek.
$v = 2$ m/sek	$v = 2$ m/sek	$m = \frac{P}{g}$		
$t = ?$	$v_0 = 0$			
	$g = 9{,}8$ m/sek			
	$t = ?$			

3. Kui suur peab olema pidurdamise jõud, et peatada 5 m ulatuses vagonetti, mille kaal $P = 980$ kG ja mis liigub ühtlaselt kiirusega $v = 18$ km/t.?

$P = 980$ kG	$P = 980$ kG	$F = ma$	$t = -\frac{v_0}{a}$
$s = 5$ m	$s = 5$ m	$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$	$s = -\frac{v_0^2}{a} + \frac{av_0^2}{2a^2}$
$v_0 = 18$ km/t.	$v_0 = 5$ m/sek	$t = \frac{v - v_0}{a}$	$s = \frac{-2v_0^2 + v_0^2}{2a}$
$F = ?$	$v = 0$	$m = \frac{P}{g}$	$s = -\frac{v_0^2}{2a}$
	$g = 9{,}8$ m/sek^2		$a = -\frac{v_0^2}{2s}$
	$F = ?$		

$$F = -\frac{v_0^2 P}{2sg}; \quad F = -\frac{25\ \text{m}^2/\text{sek}^2 \cdot 980\ \text{kG}}{2 \cdot 5\ \text{m} \cdot 9{,}8\ \text{m/sek}^2}; \quad F = -250\ \text{kG}$$ [1].

Harjutus 6-a.

1) Kaks erinevat keha liiguvad ühesuguse kiirusega. Mis nendega juhtub, kui rakendada neile üks ja sama liikumist-takistav jõud?

2) Kui suur on düünides jõud, mis annab massile 1 g kiirenduse 981 cm/sek^2?

3) Missugusele massile jõud 980 düüni annab kiirenduse 20 sm/sek^2?

Vastus: 49 g.

4) Missuguse kiirenduse võib anda jõud 9800 düüni massile 490 g?

Vastus: 20 cm/sek^2.

5) Keha massiga $m_1 = 10$ g mõjutab teist keha massiga $m_2 = 8$ g, jõuga $F = 64$ dn. Leida mõlema keha kiirendus.

Vastus: $a_1 = 6{,}4$ cm/sek^2; $a_2 = 8$ cm/sek^2.

6) Jõud $F = 1960$ dn mõjub vahetult paigalolevale kehale, mille mass $m = 490$ g. Missuguse kiirenduse ja kiiruse saab keha $t = 10$ sek. pärast?

Vastus: 40 cm/sek.

7) Massile $m = 100$ g mõjub jõud $F = 100$ dn. Missuguse tee läbib keha väljudes paigalolekust 1 min. jooksul?

Vastus: 18 m.

---

[1] Miinus näitab, et jõu suund on vastupidine kiiruse suunaga.

8) Paigalpüsivale massile $m = 200$ g mõjus jääv jõud, mille tõttu keha läbis 10 sek. jooksul 100 m. Kui suur on jõud?

Vastus: 40 000 dn.

9) Keha mass on 120 g ja ta liigub ühtlaselt kiirusega 10 m/sek. Kui suur on jõud, mis, mõjudes kiirusele vastassuunaliselt, paneb selle keha seisma 1 min. 20 sek. pärast? [1]

Vastus: 1500 dn.

10) Kui suur jõud annab 20-tonnisele kehale kiirenduse 0,5 m/sek^2?

Vastus: 10^9 dn.

11) Missugune jõud võib anda 100 G kaaluga kehale kiirenduse 0,5 cm/sek^2.

Vastus: 50 dn.

12) Missuguse kiirenduse saab 49 G kaaluga keha jõult 5 G?
Vastus: 100 cm/sek^2.

13) Missugusele massile annab 10 G jõud kiirenduse 980 cm/sek^2?

Vastus: 10 g.

14) Missuguse kiirenduse annab jõud 1 kG massile 2 kg (kõik suurused avaldada ühes ühikute süsteemis)?

Vastus: 490 cm/sek^2.

15) Kaks 400 g massi on tasakaalustatud liikumatul plokil. Kui suur kiirendus tekib, kui ilma tõuketa lisada teisele massile 20 g lisamass ($g = 980$)? Hõõrdumist mitte arvestada.

Vastus: ≈ 24 cm/sek^2.

16) Liikumatul plokil on tasakaalustatud kaks 475 g massi. Kui suur kiirendus tekib, kui ühele massile anda lisa 30 g ($g = 980$)? Võrrelda kahe viimase ülesande liikumapanevaid jõude ja kiirendusi.

Vastus: 30 cm/sek^2; 1,5; 1,25.

17) Liikumatul plokil on tasakaalustatud kaks 230 g massi. Kui suur kiirendus tekib, kui ühele massile anda 30 g lisa ($g = 980$). Võrrelda kiirendusi ja liikumapandud masse kahes viimases ülesandes.

Vastus: 60 cm/sek^2; 2.

18) Arvutada kõigi kolme viimase ülesande jaoks ühe ja kahe sekundiga läbitud teed.

Vastus: 12 cm, 15 cm, 30 cm, 48 cm, 60 cm, 120 cm.

---

[1] Kiirenduse miinusmärk näitab, et jõud on kiirusele vastupidises suunas, s. t. on takistuseks.

19) Arvutada ülesannete nr. 15, 16 ja 17 jaoks kiirused 3 sek. pärast.

Vastus: 72 cm/sek, 90 cm/sek, 180 cm/sek.

20) Poiss, tõustes redelit mööda, pillas käest pudeli veega. Millega võrdub langemise ajal vee rõhumine pudeli põhjale?

21) Missuguse jõuga rõhub autos istuv 70 kG raskusega inimene istme seljatuge, kui auto liigub kiirendusega 1 m/sek^2?

Vastus: 7,1 kG.

22) 3 t massiga kahurist lendab 15 kg massiga mürsk kiirusega 650 m/sek. Missuguse kiiruse saab kahur tagasipõrkel?

Vastus: 3,25 m/sek.

23) Kuul lendab vintpüssist kiirusega 860 m/sek. Kuuli mass $m = 9{,}6$ g, vintpüssi mass $m_1 = 4{,}45$ kg. Määrata vintpüssi kiirus tagasipõrkel.

Vastus: 1,9 m/sek.

24) 1891/1930. a. mudeli vintpüssi üldine kaal koos täägiga ja rihmaga ning ilma padruniteta on $P = 4{,}458$ kG, padruni kaal $P_1 \approx 23$ G (21,5 ja 24,5 G vahel). Kuuli algkiirus $v \approx 865$ m/sek (860 ja 870 vahel). Missugune oleks ühe padruniga laskmise korral vintpüssi tagasipõrke kiirus, kui ta saaks täiesti vabalt liikuda?

25) Õhutakistus 1908. a. mud. kuuli liikumisele, mille diameeter on 7,62 mm, on 3,5 G. Leida kuuli liikumise kiirendus torust väljumisel (vt. ülesannet 24).

Kirjandus: Перельман, Физическая хрестоматия, вып. I, „Падение в пустоте", стр. 61—64; „Падение в воздухе", стр. 64—66. Perelman, Huvitav füüsika, I osa, „Kahurist kuule", lk. 46—50. Тимердинг Г., Законы падения, их история и значение.

KONTROLLKÜSIMUSI.

1) Mida nimetatakse ühikute süsteemiks?

2) Missugused ühikute süsteemid on teada ja missugused ühikud on põhiühikuteks?

3) Mis on düün?

4) Missuguse liikumise tekitab jääv jõud kehale?

5) Mida nimetatakse keha vabaks langemiseks?

6) Missuguse jõu toimel sünnib vaba langemine?

7) Missugune on vaba langemise suund?

8) Missugusesse liikumise liiki kuulub vaba langemine?

9) Missugustest katsetest võib teha järeldusi vaba langemise liikumise liigi kohta?

10) Kuidas oleneb langemise kiirus langemise ajast?

11) Missuguse valemiga avaldub langemise kiirus läbitud tee kaudu?

12) Missuguses olenevuses on läbitud tee ja aeg vaba langemise juures?

13) Kuidas arvuliselt väljendub vaba langemise juures läbitud tee kiirenduse kaudu?

14) Kui suur on vaba langemise kiirendus?

15) Ühe keha mass on kolm korda suurem teise keha massist. Kui suured on nende kehade langemise kiirendused?

16) Kas oleneb vaba langemise kiirendus keha massist? Missugused vaatlused ja katsed annavad vastuse sellele küsimusele?

17) Millest tekib õhus või mingis teises keskkonnas langevate kehade kiiruste vahe?

18) Kuidas väljendub keha kaal massi ja kiirenduse kaudu?

19) Missuguses olenevuses on keha kaal ja mass?

20) Missuguse riistaga saame mõõta keha massi?

21) Mida nimetatakse aine tiheduseks? Missuguste ühikutega mõõdetakse tihedust?

22) Mida nimetatakse aine erikaaluks? Missugustes ühikutes seda mõõdetakse?

23) Kas erinevad teineteisest tiheduse ja erikaalu arvulised väärtused, kui esimene on väljendatud g/cm^3 ja teine G/cm^3-tes?

24) Mis on võetud CGS- ja tehnilises süsteemis massi ühikuks?

25) Missuguses vahekorras on düün ja kilogramm-jõud?

26) Kui suur on keha mass, mille kaal on 981 düüni?

3. Liikumiste liitmine.

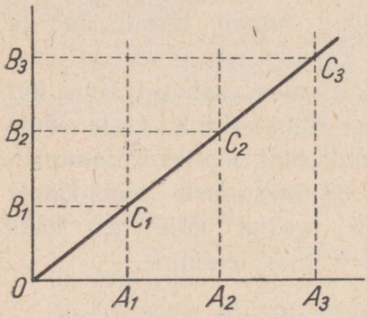
40. Jõu mõju olenematus keha liikumise olekust. Mehaanika teise seaduse järgi oleneb jõu poolt antud kiirendus ainult jõu suurusest ja keha massist. Järelikult *kiirendus ei olene sellest, kas oli keha, mida jõud mõjutas, liikumas või paigalolekus.* Kas keha liigub või on ta paigal, üks ja sama jõud annab temale suuruse ja suuna poolest ikka ühesuguse kiirenduse. Keha liikumine võib toimuda kas inertsi või temale mõjuva jõu tõttu. Järelikult *antud jõu mõju kehasse ei olene teiste* jõudude mõjust sellesse kehasse. Seda teisest seadusest tehtud järeldust nimetatakse *jõu mõju olenematuse seaduseks.*

Keha lõplik liikumine on muidugi mitme jõu koosmõjumisel teistsugune kui iga jõu mõjul üksikult; kuid ka sel juhul annab iga jõud samasuguse kiirenduse, missuguse ta oleks andnud üksikult. Raskusjõud annab kehale ühe ja sama kiirenduse, kui keha kukub algkiirusega 0 või on visatud mistahes algkiirusega. See kiirendus jääb nii õhus kui õhuta ruumis muutumatuks, kuigi õhus liitub raskusjõule veel õhutakistus. Viimane muudab küll lõplikku liikumist, kuid ei muuda raskusjõu mõju. Mitmesuguste tegelikkude liikumiste käsitelude juures tekib toodud kujutelust kaks uut ülesannet: liitliikumise tee ja kiiruse leidmine.

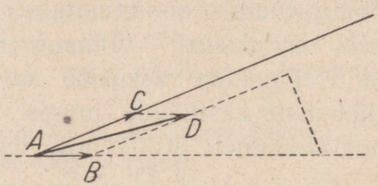
41. Kahe ühtlase sirgjoonelise liikumise tee liitmine. Ühtlaste sirgjooneliste liikumiste teede liitmise ülesannet on sobiv käsitella mingi konkreetse näite varal.

Kujutagu OA_3 (joon. 38) ühtlast sirgjoonelist auriku liikumist. Kui liiguks ainult aurik, siis punktis O seisev reisija liiguks samuti joont OA_3 mööda ja oleks 1 sek. pärast punktis A_1, 2 sek. pärast punktis A_2, 3 sek. pärast punktis A_3, kusjuures üksteisele järgnevad vahemaad punktide O, A_1, A_2 ja A_3 vahel on omavahel võrdsed. Kui aga aurik seisaks ja reisija liiguks ühtlaselt mööda laevalage ühest äärest teise, siis ta käiks mööda sirget OB_3, olles ühe sek. pärast punktis B_1, kahe sek. pärast punktis B_2, kolme sek. pärast punktis B_3 jne., kusjuures kaugused punktide O, B_1, B_2 ja B_3 vahel on võrdsed. Auriku ja reisija üheaegsel liikumisel läbib reisija laevalae suhtes sama tee ja satub punkti B_1, kuid samal ajal nihkub laevalagi ise joonele C_1A_1 ja kõik tema punktid, nende hulgas ka B_1, käivad ära paralleelsed teed; sellepärast osutub reisija 1 sek. pärast sirgete C_1A_1 ja B_1C_1 lõikepunktis C_1. 2 sek. pärast võtab reisija laevalae suhtes asendi B_2, laevalagi aga asetub joonele C_2A_2 ja reisija satub C_2A_2 ja B_2C_2 lõikepunkti C_2. 3 sek. pärast on reisija asukoht C_3A_3 ja B_3C_3 lõikepunktis C_3.

Samasuguse arutluse oleks võinud teha ka sekundi murdosadega. Küsitakse, missugusel joonel asuvad kõik üksteisele järgnevad reisija asukohad, s. o. punktid O, C_1, C_2 ja C_3?



Joon. 38. Kahe ühtlase sirgjoonelise liikumise tee liitmine.



Joon. 39. Katse liikumiste liitmise kohta.

Ühendades eraldi punktid C_1 ja C_3 punktiga O, saame[1] kaks kolmnurka OA_1C_1 ja OA_3C_3.

Need kolmnurgad on sarnased, kuna nende kaks paari külgi on võrdelised ($OA_3 : OA_1 = C_3A_3 : C_1A_1 = 3$) ja võrdeliste külgede vahelised nurgad A_1 ja A_3 on omavahel võrdsed. Sarnaste kolmnurkade vastavad nurgad on võrdsed; järelikult nurgad, mida moodustavad küljed C_1O ja C_3O küljega A_3O, on võrdsed, s. o. kõik punktid O, C_1, C_3 jne. on ühel sirgel.

Kerge on vastavate kolmnurkade võrdluse abil tõestada, et lõigud OC_1, C_1C_2, C_2C_3 jne. on omavahel võrdsed.

---

[1] Arutluse algul oletame, et sirged OC_3 ja OC_1 ei lange ühte.

Esitatud arutlusest ja joonisest on näha, et kahe ühtlase sirgjoonelise liikumise liitmisest tekib samuti ühtlane sirgjooneline liikumine.

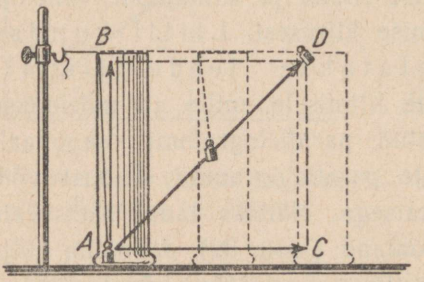
Reisija lõplik liikumine kannab liitliikumise, ja reisija liikumine laevalael ja laevalae liikumine liidetavate liikumiste nime. Ühte liidetavat — reisija liikumist laevalage mööda — nimetatakse suhteliseks liikumiseks, teist liidetavat — auriku liikumist — nimetatakse edasikandvaks liikumiseks. Siit — *kahe ühtlase sirgjoonelise liikumise liitmisel tekkinud liitliikumise tee on liidetavate liikumiste teedele ehitatud parallelogrammi diagonaal.*

Niiviisi näeb kaldal viibiv vaatleja reisijat liikumas kaldu ühest kaldast teise. Liikumise suuna ja kaldajoone vaheline nurk oleneb mõlema liikumise kiirusest. Liitliikumise tee leidmist nimetatakse teede liitmiseks. Ta taandub vektorite liitmisele, mille all mõeldakse antud vektorite peale ehitatud parallelogrammi diagonaali leidmist. Liikumiste liitmiste parallelogrammi seadust võib kontrollida mitme lihtsa katsega. Näiteks laual asetsevale paberilehele kinnitatakse joonlaud (joon. 39). Joonlaua külje vastu, millele on kantud jaotused, asetatakse hüpotenuusiga joonestamise kolmnurk, kaatetitele aga kantakse sentimeetrite jaotused. Kui mitte muuta kolmnurga asetust joonlaua suhtes ja tõmmata pliiatsiga punktist *A* kolmnurga külge pidi 10 cm, siis ta joonestab paberile sirge *AC*. Kui suruda pliiats punktis *A* kolmnurgale ja nihutada teda koos kolmnurgaga joonlauda pidi, näiteks 4 cm kaugusele, siis kirjutab pliiats joone *AB*. Kui nüüd tuua pliiats ja kolmnurk lähteasendisse tagasi ja üheaegselt liigutada kolmnurka mööda joonlauda samale kaugusele (4 cm) ja pliiatsit kolmnurga külge mööda endisele kaugusele (10 cm), siis kirjutab pliiats tee *AD*. See tee on teedele *AB* ja *AC* ehitatud parallelogrammi diagonaal.

Pannes kogu seadeldise endisesse asendisse tagasi, katsume sooritada mõlemad lihtliikumised teineteise järel, esiteks näiteks liigutame kolmnurka pliiatsiga mööda joonlauda 4 cm võrra ja selle järel pliiatsit mööda kolmnurga liikumatut külge 10 cm võrra (või teises järjekorras). Näeme, et pliiats igal juhul jõuab punkti *D*. Järelikult, *kui keha sooritab kahte liikumist, siis ei olene lõplikult saavutatud asend sellest, kas sooritati need liikumised üheaegselt või mingis vabalt võetud järjekorras.*

Selles seisab liikumiste olenematuse seadus, mis on aluseks liikumiste teede liitmisel.

Selle seaduse kontrollimiseks toome veel ühe katse. Paneme vertikaalsele tahvlile paberilehe. Ühele leheäärele paneme klaassilindri temasse lastud väikese kaaluvihiga. Vihikesele on kinnitatud niit, mis on keritud naela peale (joon. 40). Kui silindri seismise ajal tõmmata niidist, siis vihike käib ära tee *AB*. Kui vabastada vihike niidi küljest ja nihutada silindrit mööda tahvlit vasakult paremale, siis vihike käib ära tee *AC*. Kui siduda vihike nööri külge ja nihutada silindrit *AC* võrra, siis vihike, nihkudes ühes silindriga ja liikudes ühtlasi mööda silindri pinda, käib ära tee *AD*. Joonis kolme lõiguga: *AB*, *AC* ja *AD* näitab, et liitliikumise teed kujutab parallelogrammi diagonaal. Katset võib korrata silindri mitmesuguste kalletega.

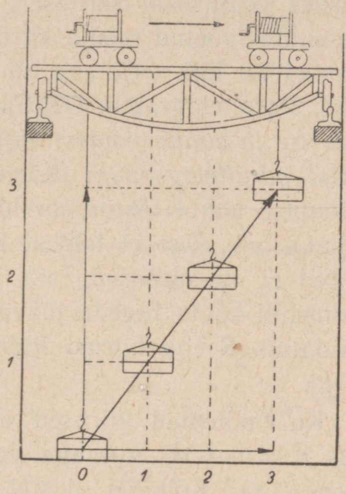


Joon. 40. Liitliikumine toimub parallelogrammi diagonaali mööda.

Ühte kahe ühtlase sirgjoonelise liikumise teede liitmise näidet võib näha sildkraana töötamise juures. Kraana abil võib koormat tõstes teda samal ajal kõrvale nihutada. Sarnane teede liitmine on kujutatud joon. 41.

Nihkumiste liitmise analüüsimisel selgub mehaanilise liikumise „suhtelisus”, millest oli jutt §-s 2.

Vaadeldes reisija liikumist laevalage mööda, näeme, et reisija liikumise kiirus ja trajektoor muutuvad olenevalt sellest, milline keha antud ülesandes loetakse paigalpüsivaks: maa peal seisev vaatleja märgib ära teistsuguse kiiruse ja trajektoori kui laevalael seisev vaatleja. Vaatlejale Päikese pealt paistaks reisija liikumine teistsugusena kui vaatlejale Maa peal, kuna reisija peale oma liikumise sooritab liikumise ümber Maa telje ja ümber Päikese.



Joon. 41. Koorma liikumine sildkraanaga tõstmisel.

Vaatleja mingil kinnistähel näeks aga omakorda erinevat pilti sellest, mida näeb vaatleja Päikesel, kuna tema suhtes reisija liikumine läheks keerukamaks päikesesüsteemi liikumise tõttu.

Vaatleja, kes on seotud ühtlaselt ja sirgjooneliselt liikuva kehaga, ei saa ütelda, kas see keha liigub või mitte.

Ühtlaselt liikuva auriku kinnises kajutis istuvad reisijad ei saaks ütelda, kas nad liiguvad või mitte, kui nad ei kuuleks masinate müra (sagedasti nad eksivad, kui sadamale lähenedes masinad jäetakse seisma). Sellepärast Maa elanikud ei märka (muidu kui kinnistähtede vaatluse kaudu) ei Maa öö-päevast pöörlemist ega tiirlemist ümber Päikese ega ka liikumist maailmaruumis ühes Päikesega. Kui aga liikumine on mitteühtlane, siis on võimalik liikumise olekut kindlaks teha. Rongi liikumise äkilisel aeglustumisel kukuvad asjad riiulitelt; järsu käänaku puhul surutakse autos sõitja välisele seinale jms.

42. Kiiruste liitmine. Joon. 38 võimaldab lihtliikumiste kiiruste järgi leida liitliikumise kiirust. Lõik OA_1 kujutab auriku 1 sek. läbitud teed, järelikult on ta auriku kiiruse graafiliseks kujutiseks. Sarnaselt sellega võib lõik OB_1 olla laevalae suhtes võetud reisija kiiruse graafiliseks kujutiseks samas mastaabis; lõik OC_1 aga on liitliikumise graafiliseks kujutiseks. Parallelogramm $OB_1C_1A_1$ näitab, et *liitliikumise kiirust suuruse ja suuna poolest kujutab lihtliikumiste kiirustele ehitatud parallelogrammi diagonaal.* See ühtlase sirgjoonelise liikumise kohta tehtud järeldus laieneb kõikidele võimalikele liikumistele, sest et kiirust kujutab alati sirglõik. Kui liikumised ei ole ühtlased, siis nende kiirusi võib iga üksiku momendi kohta lugeda jäävateks ja liita nii, nagu oli varem näidatud. Seega kiirusi liidetakse vektorite liitmise eeskirja järgi.

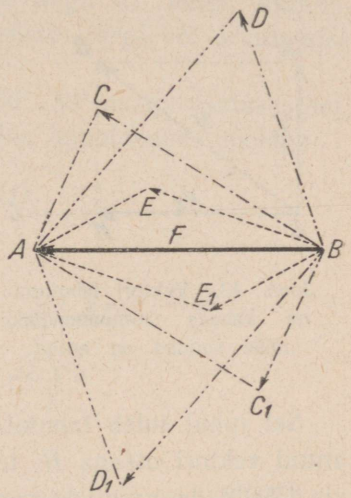
Kui mõlemad kiirused on suunatud ühte sirget mööda, siis $v = v_1 + v_2$; kui aga vastupidistes suundades, siis $v = v_1 - v_2$. Kõikidel teistel juhtudel $v_1 - v_2 < v < v_1 + v_2$, kuna iga kolmnurga külg on suurem kahe teise külje vahest ja väiksem nende summast.

43. Kiiruse lahutamine kaheks komponendiks. Liitliikumise analüüsi juures võib tekkida küsimus nende lihtliikumiste kiiruste kohta, mis moodustavad antud liitliikumise kiiruse; näiteks jõge mööda sõitva mootorpaadi kiiruse ja jõe voolu kiiruse järgi määrata paadile mootori poolt antav kiirus seisvas vees.

Lihtliikumiste kiiruste otsimist liitliikumise kiiruse kaudu nimetatakse kiiruse lahutamiseks. See ülesanne on eri juhtum üldisemast ülesandest — vektori komponentideks lahutamisest, ükskõik missugust füüsikalist suurust vektor ka kujutaks.

Antud vektori lahutamine komponentideks on määramatu ülesanne, sest on võimalik leida palju erinevaid komponente, mis annavad ühe ja sama resultandi.

Selles võime kergesti veenduda, kui tahame antud kiirust lahutada kaheks teineteise suhtes nurga all seisvaks komponendiks. Komponentide leidmiseks tuleb ehitada parallelogramm, mille diagonaaliks on antud vektor. Kuid nagu kerge on ette kujutada, on antud diagonaalile võimalik ehitada palju isesuguseid parallelogramme; iga parallelogrammi küljed kujutavad suuruse ja suuna poolest vektoreid, millest võib saada antud vektori (joon. 42).



Joon. 42. Antud vektorit võib mitmel viisil kaheks komponendiks lahutada.

Et teha vektori komponentideks lahutamise ülesannet määratuks, peame antud vektorile andma veel lisatingimusi. Kõige sagedamini kohtame järgmist kahte juhtu vektori nurga all mõjuvateks komponentideks lahutamisel.

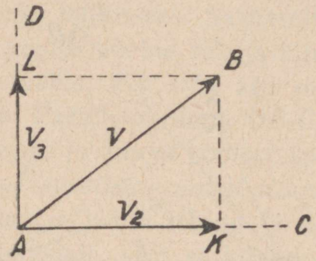
E s i m e n e j u h t u m. Antud on vektor (kiirus) ja komponentide suunad, leida komponentide suurused.

Olgu tarvis lahutada vektor v kaheks komponendiks, horisontaalseks ja vertikaalseks (joon. 43).

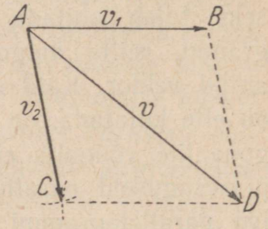
Sel juhul tuleb tõmmata läbi antud vektori v otspunkti B rööbikud antud suundadele AC ja AD kuni lõikumiseni nendega. Tekkinud parallelogrammis $ALBK$ parallelogrammi küljed AK ja AL kujutavad suuruse ja suuna poolest komponentvektoreid v_1 ja v_2 antud vektori v jaoks.

T e i n e j u h t u m. Antud on vektor ja ühe komponendi suurus ja suund; leida teise komponendi suurus ja suund.

Olgu tarvis lahutada vektor v kaheks komponendiks, millest üks on antud vektor v_1 (joon. 44).

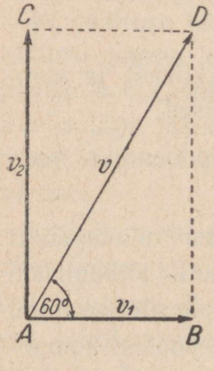


Joon. 43. Vektori lahutamine kaheks komponendiks, mille suunad on antud.



Joon. 44. Vektori lahutamine kaheks komponendiks, millest üks on antud.

Sel juhul tuleb lahutatava vektori otspunkt D ühendada antud vektori otsaga B; tekib kolmnurk ABD. Teda on tarvis täiendada parallelogrammiks, milles antud vektor oleks diagonaaliks. Selleks tõmbame läbi antud vektori otste A ja D rööbikud saadud kolmnurga külgedele kuni nende omavahelise lõikumiseni. Parallelogrammi $ABDC$ külg AC kujutab suuruse ja suuna poolest teist komponenti v_2. See vektori komponentideks lahutamise juhtum kujutab endast ühe vektori lahutamist teisest ja nimelt vektori v_1 lahutamist vektorist v.



Joon. 45.

N ä i d e. Sõudja sõuab risti üle jõe; jõe voolamise tõttu liigub paat kalda suhtes 60° nurga all kiirusega 2 m/sek. Leida jõe voolamise kiirus ja paadi liikumise kiirus seisvas vees.

Võttes mastaabina kiirusele 1 m/sek vastavaks pikkuseks 2 cm, kujutame lõiguga AD liitliikumise kiirust v (joon. 45). Siis AB suund näitab voolusuunda ja AC suund sõudja sõudmise suunda. Viimane on risti esimesega. Tõmmates jooned $DB \| AC$ ja $DC \| AB$, leiame voolu kiiruse lõigu AB kujul ja sõudja poolt paadile antud kiiruse lõigu AC kujul. Komponentide suurused võime leida mastaabi järgi või arvutamise teel.

Kolmnurgas ADB nurk D on 30°. 30° nurga vastaskaatet, nagu teada geomeetriast, on võrdne hüpotenuusi poolega:

$$AB = \frac{1}{2} AD.$$

Siis

$$BD = AC = \sqrt{AD^2 - AB^2} = \sqrt{AD^2 - \frac{AD^2}{4}} =$$

$$= \sqrt{\frac{3}{4} AD^2} = \frac{AD\sqrt{3}}{2}$$

ehk

$$AB = AD \cos 60° = AD \cdot \frac{1}{2}; \quad AC = AD \cos 30° = \frac{AD\sqrt{3}}{2}.$$

Harjutus 7.

1) Liikuva rongi viimasel platvormil seisev reisija pillab kivi raudteetammile. Millises seisangus on kukkumise ajal kivi platvormi suhtes (õhutakistust mitte arvestada)?

2) Rongi viimasel platvormil seisev reisija viskab kivi rongiliikumisele vastupidises suunas rongi liikumise kiirusele võrdse kiirusega. Küsimus on sama, mis eelmiseski ülesandes.

3) Vastata eelmise ülesande küsimusele, kui kivi viskamise kiirus on väiksem ja kui ta on suurem rongi kiirusest.

4) Jõe voolu kiirus on 3 m/sek; risti üle jõe sõitvale paadile annab mootor kiiruse 4 m/sek; leida liitliikumise kiiruse suurus ja suund (missuguse nurga all on ta kaldaga).

Vastus: 5 m/sek; peaaegu 53°.

5) Rongi kiirus on 20 m/sek; vertikaalselt langeva vihmapiisa langemise kiirus on 8 m/sek. Missugused on vihmapiisa kiirus ja suund vaguniakna suhtes? Kuhu poole näivad kalduvat vihmapiisad rongi liikumise ajal? Millest oleneb näiva kaldumise nurk? (Joonisel kujutada langeva piisa kiirus rongi suhtes.)

Vastus: 21,5 m/sek.

6) Ristjoont mööda mõõtes 1000 m kaugusel kaeviku ees sellele paralleelselt jookseb vaenlase jalaväelane kiirusega 2 m/sek. Missuguse nurga all kaeviku ristjoone suhtes tuleb suunata vintpüss, kui kuuli kiirus on 500 m/sek?

Vastus: $\approx 14'$.

7) Jalakäija liigub kiirusega 5 km/t. kirde suunas 30° nurga all põhjasuunaga. Missuguse kiirusega ta liigub põhja poole?

8) Kui vedur seisab jaamas, kannab tuul suitsu põhja. Kui vedur liigub läände kiirusega 50 km/t., siis suitsujoa suund veduri ligidal on kirdesse. Kui suur on tuule kiirus? Missugune on suitsuosakeste suund maa suhtes? Missuguses suunas näeb masinist suitsujuga?

9) Lasketabelites on küljelt mõjuva tuule puhul kuuli kõrvalekaldumise kohta näidatud, et 30° all ja kuuli jooksu suunas puhuva küljetuule korral on kuuli kõrvalekaldumine sama, mis kaks korda väiksema, kuid kuuli suunale risti puhuva tuule korralgi. Tõestada seda.

10) Näidata, et risti üle jõe ujumisel ujuja kõrvalekaldumine pärivett allapoole on võrdne jõe voolu kiiruse ja ujumise kiiruse suhtega, korrutatud jõe laiusega meetrites.

11) Arvutada ujuja pärivett kandumise suurus, kui jõe laius on 100 m, jõe voolu kiirus 1 m/sek ja ujuja kiirus 0,5 m/sek.

12) Missuguse nurga all kaldaga peab ujuma eelmise ülesande ujuja, et pääseda vastaskalda kõige lähemasse punkti.

13) 1940. a. mud. iselaadiv vintpüss annab kuulile algkiiruse $v_0 = 830$ m/sek. Laskmise puhul 90° nurga all kiirusega 3 m/sek jooksva märgi pihta võetakse sihtimise punkt 39 cm võrra ettepoole, kui laskmine toimub 100 m distantsilt, ja 180 cm võrra, kui laskmine on 400 m distantsilt. Kas säilitab kuul mõlemal juhul kogu lennu ulatuses oma algkiiruse? Kui ei säilita, siis missugune on mõlemal juhul keskmine kiirus?

Märkus. Ülesanne 9 on koostatud raamatu „Н. Филатов, Краткие сведения об основаниях стрельбы из винтовок и пулеметов. Воениздат, 1938" andmete järgi.

Ülesanded 10—12 põhinevad raamatu „Смирнов и Ховратович, Переправа с помощью подручных средств и материалов. Воениздат, 1941" andmetel.

Viimane ülesanne põhineb raamatu „Наставления по стрелковому делу, НСД-41. Самозарядная винтовка обр. 1940 г. Воениздат НКО, 1941, стр. 80" andmetel.

44. Vertikaalselt ülesvisatud keha liikumine. Vertikaalselt ülesvisatud kehale, mille algkiirus on v_0, mõjub esimesest momendist peale raskusjõud. Kuna raskusjõud on väiksematel vahemaadel konstantne suurus, siis annab ta ka kehale konstantse kiirenduse, ainult kiirusega vastupidiselt suunatult. Saame sirgjoonelise ühtlaselt aeglustuva liikumise (kiirendus on negatiivne arv). Selle liikumise uurimisel võib esitada neli järgmist ülesannet.

I. Arvutada keha tõusu aeg, kui on antud algkiirus v_0. Kuna keha lõppude lõpuks, enne kui alata langemist, seisatab paigal, siis lõppkiirus $v = 0$. Tähtedega lahendus:

$$v = v_0 + at;\ a = -g;\ v = v_0 - gt;\ 0 = v_0 - gt;\ t = \frac{v_0}{g}.$$

II. Arvutada tõusu kõrgus. Valemi järgi

$$s = v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

saame:

$$s = v_0 t - \frac{gt^2}{2};\ t = \frac{v_0}{g}\ (\text{vt. I});$$

$$s = \frac{v_0 \cdot v_0}{g} - \frac{g}{2}\left(\frac{v_0}{g}\right)^2 = \frac{v_0^2}{g} - \frac{gv_0^2}{2g^2} = \frac{v_0^2}{g} - \frac{v_0^2}{2g} = \frac{v_0^2}{2g}.$$

III. Määrata lõppkiirus langemisel maa peale. Peale momentaanset seisakut algab vaba langemine maa poole kõrguselt, mis oli arvutatud II punktis. Läbitud tee kaudu avaldub lõppkiirus valemiga $v^2 = 2gs$.

Kuid $s = \frac{v_0^2}{2g}$ (vt. II); $v^2 = \frac{2g \cdot v_0^2}{2g}$; $v = v_0$.

Langemise lõppkiirus on võrdne viske algkiirusega.

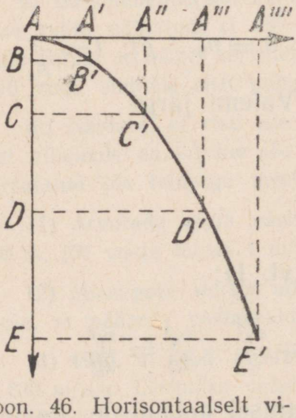
IV. Määrata langemise aeg. Valemi järgi

$$v = + gt; \quad v = v_0 \text{ (vt. III)}; \quad v_0 = gt; \quad t = \frac{v_0}{g} \text{ (vt. I)};$$

Langemise aeg on võrdne tõusu ajaga.

Märkus: Arvutamisel pole arvestatud õhu takistust.

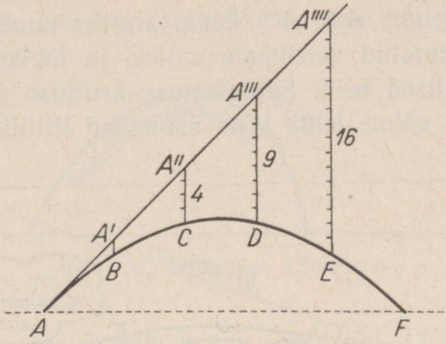
45. Horisontaalselt visatud keha liikumine. Keha on visatud horisontaalselt algkiirusega v. Kui poleks mõjumas keha raskust, siis ta liiguks inertsi tõttu horisontaalselt ning ühtlaselt ja võrdsete ajavahemikkude jooksul jõuaks punktidesse A', A'', A''' jne. (joon. 46). Horisontaalse liikumise puudumise korral annaks keha raskus temale ühtlaselt kiireneva liikumise vertikaalselt alla ja keha läbiks 1 sek. tee $\frac{g}{2}$, mis on joonisel kujutatud lõiguga AB, 2 sek. — neli korda pikema tee AC, 3 sek. — üheksa korda pikema tee AD jne. Mõlemate liikumiste olemasolu korral raskusjõudude mõjude olematuse seaduse põhjal annab sama kiirenduse, mis vaba langemisegi korral, — ainult nüüd see vertikaalne joon, mida mööda keha kukub, ise kandub ruumis edasi ja 1 sek. pärast võtab asendi $B'A'$, kahe pärast — $C'A''$, kolme pärast — $D'A'''$. Visatud keha ise nendesamade ajavahemikkude tagant satub punktidesse B', C', D' jne.



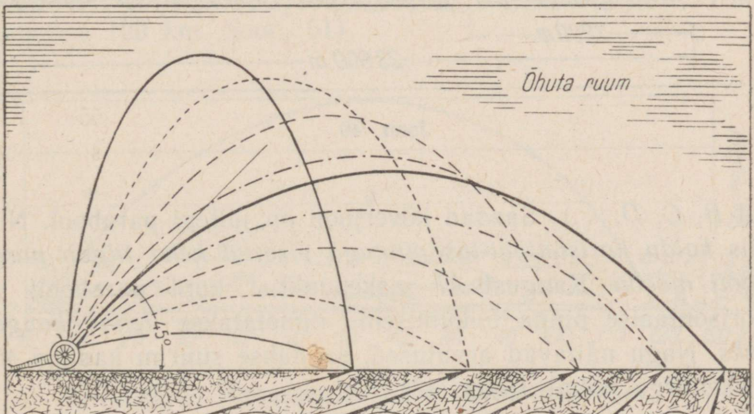
Joon. 46. Horisontaalselt visatud masspunkti tee.

Nende punktide kaugused vertikaalteljest AE, s. o. BB', CC', DD', suhtuvad omavahel nagu 1 : 2 : 3 jne. Samade punktide kaugused horisontaalteljest: $B'A'$, $C'A''$, $D'A'''$ suhtuvad nagu arvud 1 : 4 : 9 jne.

Kõverat joont, mille punktide kaugused ühest teljest suhtuvad nagu kauguste ruudud teisest teljest, nimetatakse geomeetrias p a r a b o o l i k s. Järelikult asuvad punktid B', C', D' jne. kõveral, mida nimetatakse paraboliks. Niisiis *horisontaalselt visatud keha liigub mööda parabooli, mille tipp (lagipunkt) asub viskepunktis.*

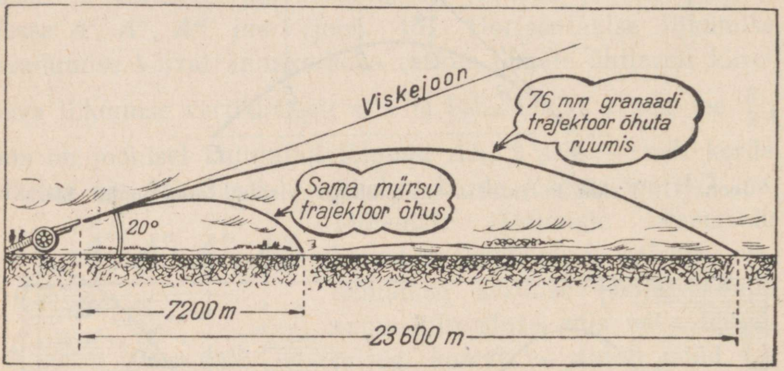


Joon. 47. Kaldu horisontaal-tasapinnaga visatud masspunkti tee.



Joon. 48. Suurima kauguse nurk ja mitmesugused trajektoorid mitmesuguste nurkade all laskmiste puhul.

46. Kaldu horisontaal-tasapinnaga visatud keha liikumine. Kujutagu sirge AA''' (joon. 47) viske suunda, mida mööda keha liiguks inertsi tõttu ühtlaselt. Punktid A', A'', A''' annavad kohad, kuhu jõuaks keha võrdsete ajavahemikkude tagant, kui ta liiguks ainult inertsi tõttu. Vaba langemise korral punktidest A', A'', A''', A'''' keha langeks punktidest A', A'', A''', A'''' tõmmatud vertikaale mööda ja läbiks aegade ruutudega võrdelised teed. Samasuguse arutluse abil nagu eelmiselgi juhul võime leida keha asukohad liitliikumisel (punk-

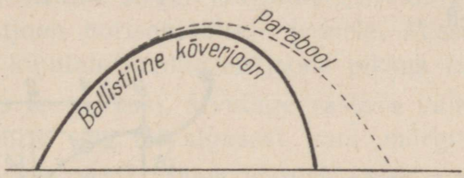


Joon. 49.

tid B, C, D, . . .). Saadud kõverjoon on jällegi parabool. Niisiis *kaldu horisontaal-tasapinnaga visatud keha liigub parabooli mööda.* Kaugust AF viskepunktist kuni parabooli ja horisontaalse pinna lõikumiseni nimetatakse *lennu kauguseks.* Nagu näitavad arvutused, saadakse suurim kaugus 45° viskenurga puhul (joon. 48).

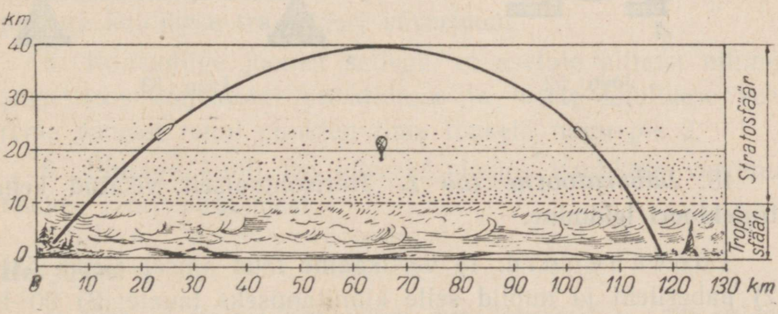
47. Ballistiline kõverjoon. Käsiteldud liikumise juhuga on tegemist püssiga ja suurtükiga laskmise juures. Laskmise juures ei saa me ainult arvestamata jätta õhu takistust, kuna mürskude liikumise kiirused on väga suured ja suurte kiiruste puhul on keskkonna takistus eriti märgatav. Õhu takistuse tõttu mürsu lennu kiirus väheneb, üksteisele järgnevad punktid A', A'', A''' lähenevad üksteisele (joon. 47) ja tegelik kõverjoon omas langevas osas on järsem teoreetilisest. Teda nimetatakse b a l l i s t i l i s e k s kõverjooneks (joon. 50).

Pariisi pommitamisel 1918. a. asetasid sakslased kahuri toru 65° nurga alla horisontaal-tasapinna suhtes, millejuures



Joon. 50. Ballistiline kõverjoon.

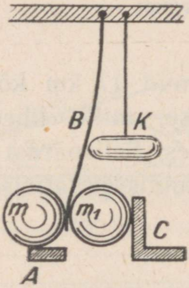
mürsu kiirus tõusis 1600 m/sek. Tõusnud 17 km kõrguseni stratosfääri, sattus mürsk õhukihtidesse, mille tihedus on märksa väiksem kui maapinna läheduses. Sellepärast sellisel kõrgusel mürsk lendas nagu õhuta ruumis ja andis lennukauguse 120 km (joon. 51).



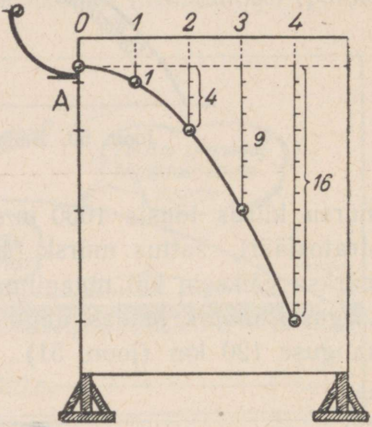
Joon. 51. Ülikaugelaske kahuri mürsu trajektoor.

Visatud kehade teede arvutamisel on vaja arvesse võtta mitte üksi seisva õhu takistust, vaid ka maa suhtes liikuva õhu toimet, s. o. tuule mõju.

Ühest h o r i s o n t a a l s e s t nivoost teise langemise aeg on ühesugune, kas kukub keha vertikaaljoont mööda või on ta visatud mingit parabooli mööda. Veenduda võib selles katseriistaga, mida kujutab joon. 52. Selles riistas metallplaat *B* oma survega hoiab alla langemast kuuli m_1 ja puudutab aluse serval seisvat kuuli *m*. Haamri *K* löögist annab plaat horisontaalse tõuke kuulile *m* ja samaaegselt vabastab langemiseks kuuli m_1. Mõlema kuuli löögid põranda pihta on üheaegsed.



Joon. 52.



Joon. 53.

48. *Laboratoorne töö 1.* Horisontaalselt visatud keha trajektoori leidmine.

T ö ö v a h e n d i d: 1) vertikaalne laud alusel (joon. 53); 2) paberileht ja nuplid selle kinnitamiseks lauale; 3) 90°-le vastavat ringi kaart mööda painutatud renn; 4) surukruvi renni kinnitamiseks laua külge; 5) kuulike.

T ö ö k ä i k: 1. Kinnitage paber nuplitega lauale ja kruvige laua ülemise nurga külge renn, nagu on näidatud joonisel 53, märkige ära paberil renni ots, millest kuulike hakkab veerema.

2. Lastes kuulikest ilma tõuketa veereda ringjoont mööda, katsume korduvate proovimiste teel leida mingit kuulikese teepunkti, mis asub rennist kaugemal. Selleks liigutame mööda lauda pliiatsit seni, kui kuulike korduvate katsete jooksul lööb vastu pliiatsit.

3. Võtke paber laualt ja tõmmake läbi punkti A horisontaalne ja vertikaalne sirge. Trajektoori äramärgitud punktist tõmmake ristjoon horisontaalsele joonele. Missuguse lihtliikumise teed kujutab saadud ristjoone pikkus L_1?

4. Teades tee pikkust, arvutage vastava valemi abil kuulikese langemise aeg tee algusest kuni märgitud punktini.

5. Missuguse tee L_2 läbis kuulike sama aja jooksul teisel lihtliikumisel horisontaalset joont mööda? Missugune on see liikumine?

6. Jagage leitud ajavahemik 4—6-ks võrdseks osaks ja leidke iga osa jaoks tee, mis keha läbib nii horisontaalse kui vertikaalse lihtliikumisega.

7. Ehitage punktid, mida läbis kuulike liitliikumisega võrdsete ajavahemikkude lõpuks. Nende punktide järgi joonistage kuulikese trajektoori kõverjoon.

8. Kontrollige joonist sellega, et asetate pliiatsi mitmesugustesse trajektoori punktidesse ja lasete kuulikese veerema samast renni punktist ilma tõuketa nagu p-s 2.

9. Ehitage kuuli tee kõverad, lastes kuulikese veerema teistest renni punktidest.

Harjutus 8.

1) Keha on visatud vertikaalselt üles kiirusega $v_0 = 245$ cm/sek. Leida tõusu aeg, tõusu kõrgus, langemise aeg ja langemise lõppkiirus ($g = 980$; õhu takistust ei võeta arvesse).

Vastus: $^1/_4$ sek.; $30^5/_8$ cm.

2) Ühest punktist on visatud vertikaalselt üles ja alla kaks keha algkiirusega C. Kuidas, olenevalt ajast, muutub nende kehade vaheline kaugus?

Vastus: Võrdeliselt ajaga.

3) Joonestage ühele joonisele masspunkti liikumise teed, kui horisontaalsed kiirused on 24,5 m/sek; 49 m/sek; 61,25 m/sek.

4) Joonestage ühele joonisele masspunkti teed, millel on kiirus 49 m/sek nurga all 30°, 45° ja 60° horisontaaltasapinna suhtes.

5) Horisontaalselt asetatud püssist lendab välja kuul kiirusega 880 m/sek märki, mis asub 440 m kaugusel. Kui palju horisontaalist madalamale on kuul tabanud?

Vastus: $\approx$ 122 cm.

6) 120 m kõrgusega künkal asuvast kahurist lendab horisontaalses suunas mürsk kiirusega $v_0 = 1000$ m/sek. Missugusel kaugusel kahurist, horisontaali mööda mõõtes, langeb mürsk maa peale?

Vastus: $\approx$ 5 km.

7) Lennuk lendab horisontaalselt kiirusega $v = 360$ km/t. 490 m kõrgusel. Punkti A kohal lennukist päästetakse pomm. Missugusel kaugusel kohast A kukub pomm maapinnale?

Vastus: 1000 m.

8) Lennukist, mis sõidab horisontaalselt 360 m kõrgusel, päästetakse punkti A kohal pomm. Pomm kukub 720 m kaugusele punktist A. Leida lennuki kiirus.

Vastus: 84 m/sek.

9) Ühe rongi pikkus on 150 m, teise oma 100 m; rongid liiguvad vastupidistes suundades. Esimese kiirus on $v_1 = 16$ m/sek, teise $v_2 = 20$ m/sek. Missuguse ajaga möödub esimene rong teise rongi vaguni aknast ja missuguse ajaga teine rong esimese rongi vaguni aknast?

Vastus: 4,2 sek; 2,8 sek.

10) Õhupall tõuseb kiirusega 4,9 m/sek. Liivakott lastakse välja 49 m kõrgusel. Kirjeldada koti liikumist ja arvutada iga liikumise liigi jaoks liikumise aeg ja läbitud tee.

11) Mürsk lendab horisontaalselt suunatud kahurist kiirusega 500 m/sek. Mis muutuks selle nähtuse juures (kiirus, trajektoor, lennu kaugus), kui sama lask toimuks Marsi peal, kus raskusjõud on 0,4 raskusjõust Maa peal?

12) Kas kuulikeste langemiseajad on ka siis võrdsed katses § 47, kui langemine toimub vees (joon. 52)?

13) Miks granaadi heitmisel „selja tagant üle õla" kohal seistes peab granaadi lahti laskma käelaba kõige kõrgemas seisus? Kuidas muutub kiirus, trajektoor ja viske kaugus, kui vabastada granaat mingil teisel momendil?

Miks granaadi järsu heitmise juures parema käega tuleb vasak käsi vintpüssiga viia vasakule ja tagasi?

(Raamatust „Т. А. Калачев, Уничтожай врага гранатой, Воениздат НКО, 1941".)

KONTROLLKÜSIMUSI.

1) Milles seisab jõudude mõjude olenematuse seadus?

2) Milles seisab vektorite liitmise reegel?

3) Milles seisab vektorite lahutamise reegel?

4) Missuguste andmetega muutub vektori kaheks komponendiks lahutamise ülesanne määratuks?

5) Missuguseid suurusi liidetakse ja lahutatakse vektorite reegli põhjal?

6) Kuidas liigub vertikaalselt üles visatud keha?

7) Millega on võrdne vertikaalselt üles visatud keha kiirendus?

8) Missuguses vahekorras on vertikaalselt üles visatud keha tõusu ja langemise ajad, kui puudub õhutakistus?

9) Missuguses vahekorras on vertikaalselt üles visatud keha algkiirus ja langemise lõppkiirus, kui puudub õhutakistus?

10) Missuguse tee moodustab horisontaalselt visatud keha?

11) Missuguse tee moodustab horisondiga kaldu visatud keha?

12) Mida nimetatakse viskekauguseks ja millest ta oleneb?

13) Mis on ballistiline kõverjoon?

Kirjandus. Perelman, Huvitav füüsika, I osa, „Kust ujus paat", lk. 25—27. Внуков, Физика и оборона страны, вып. I, гл. I. Под ред. Внукова, Артиллерия.

4. Mehaaniline energia.

49. Töö mõiste. Varem läbi vaadatud mehaanilistest suurustest ei piisa kõikide mitmekesiste mehaaniliste nähtuste tundmaõppimiseks. Sellepärast võetakse mehaanikas tarvitusele veel üks suurus — töö.

Töö mõiste saadakse inimese tegevusest.

Tõstes raskust üles, rakendades jõudu tõusu tee ulatuses, tööline teeb tööd.

Tööline saeb palki; sae ühtlase liikumise korral ta rakendab jõudu, mis on tarvilik puukiudude purustamiseks, ja nihutab jõu rakenduspunkti, kui liigutab saagi teatud teepikkusel.

Iga tööline-saagija hindab oma tööd selle järgi, missugust jõudu ta rakendab (kas pehme või kõva puu) ja missuguse tee ulatuses (kas jäme või peenike palk).

Jõu olemasolu ja selle jõu poolt tekitatud keha või keha osade liikumine on vajalikud tingimused mehaanilise töö tekkimisel.

Neid tunnuseid leiame ka teistel juhtudel, seal kus rakendame töö mõistet.

Töö mõistet kasutame füüsikas igal pool seal, kus üks keha paneb teise liikuma. Vedur paneb liikuma rongi; veduri tõmbejõud teeb ühtlase liikumise korral tööd, ületades rataste hõõrdumist ja õhutakistust. Liigub mingile kaugusele allvee-, pealvee- või õhulaev — tema jõumasina tõmbejõud teeb selle tee ulatuses tööd, ületades ühtlase liikumise korral õhu, vee või mõlemate takistuse ja liigutab laevaga kaasakistud õhu ja vee masse.

Kõik jõumasinad, mis panevad liikuma lõhkumise-, lõikamise-, hööveldamise- ja puurimiseseadised tööpinkide juures, või põllutööriistad pinnase ümbertöötamisel, teevad tööd veojõuga, ületades aine vastupanu, nende osakeste vahelist kohesiooni või liigutades osakesi endid.

Toodud näited, mis moodustavad tühise osa suurearvulistest tööjuhtudest, näitavad, et tööd tehakse siis, kui jõud nihutab keha mingile kaugusele.

Alati kui tehakse tööd, tunneb liikuv keha enda liikumisele vastupanu, mida ületatakse rakendatud jõuga.

Erandina võib näida keha liikumine tühjuses, kuid sel juhul jõud muudab keha kiirust, mida keha säilitab inertsi tõttu, ja annab talle kiirenduse.

Üldistades kõik juhud, võib öelda, *et jõu töö seisab keha liikumise takistuse ületamises.*

Töö mõiste füüsikas ei lange ühte igapäevases elus tarvitatava töö mõistega.

Füüsikas on tööst jutt ainult siis, kui jõud liigutab keha.

Raskusjõud, mis mõjub horisontaalsel laual seisvale kehale, tööd ei tee. Liikumatult seisev valvur või laadija kotiga seljas ei tee tööd; kuid nende organismis toimub lihaste pingutuste tõttu kiirendatud ainete vahetus ja sellega ühenduses soojuse eritamine. Järelikult füsioloogilises mõttes tehakse tööd.

Seega töö mõiste füüsikas erineb füsioloogilisest töö mõistest.

50. Töö mõõtmine. Kuna töö on seotud paigalt nihkumisega, on loomulik lugeda tööd nihke suurusega võrdeliseks. Kahekordse teepikkuse ulatuses teeb sama jõud kahekordse töö, kolmekordses ulatuses — kolmekordse jne.

Teiselt poolt, sama tee ulatuses kaks korda suurem jõud teeb kaks korda suurema töö, kolm korda suurem jõud — kolmekordse jne.

Töö on suurus, mida mõõdetakse jõu ja jõu suunas toimunud keha paigaltnihkumise suuruse korrutisega.

Kui tähistada jõudu F-ga, tee s-ga ja töö A-ga, siis

$$\boxed{A = Fs.} \qquad \text{(VII-a)}$$

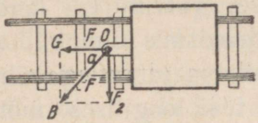
On võimalik, et keha liikumise tee ei lange ühte jõu suunaga. Näiteks hobune käib rööbaste kõrval ja veab rööbastel liikuvat vagonetti; paat liigub mööda jõge kaldal liikuvate inimeste tõmbe tõttu tõmbeköie abil. Keha raskus paneb keha liikuma kaldpinda mööda. Kõikidel nendel juhtudel liikumapaneva jõu suund ja nihkumise suund moodustavad omavahel nurga.

Üldisel juhul *mõõdetakse tööd jõu ja tee korrutisega, mis on korrutatud nendevahelise nurga koosinusega.*

Kui tähistada jõu suuna ja tee vaheline nurk α-ga, siis

$$\boxed{A = Fs \cos \alpha.} \qquad \text{(VII-b)}$$

Kui liikumise suund ühtib jõu suunaga, s. t. $\alpha = 0$, $\cos \alpha = 1$, siis valem võtab varem tuntud kuju $A = Fs$.



Joon. 54.

Missugune mõte on töövalemisse teguri $\cos \alpha$ sissetoomisel?

Joonisel 54 kehale rakendatud jõud F on lahutatud[1] kaheks komponendiks; üks F_1 tee suunas, teine F_2 — teega risti. Jõud, mis on risti selle tee suunaga, milles keha saab liikuda, ei saa välja kutsuda keha liikumist selles suunas. Seega keha liikumapanevaks jõuks on ainult liikumise suunas mõjuv jõud.

Kuid kolmnurgast BOG jõud $F_1 = F \cos \alpha$.

Sellepärast töö valem $A = Fs \cos \alpha$ väljendab seda mõtet, et kui kehasse on rakendatud jõud, mis moodustab keha võimaliku liikumise suunaga nurga, siis tööd teeb ainult see komponent, mis on keha liikumise suunas.

Ükski jõud, mis on risti võimaliku liikumise suunaga, ei tee tööd ka siis mitte, kui keha on mingi teise jõu poolt pandud liikuma.

Tõepoolest, kui $\alpha = 90°$, $\cos 90° = 0$ ja $A = Fs \cdot 0 = 0$.

Raskuse liikumisel horisontaalset teed mööda tema raskusjõu kui ristiseisva jõu töö on null.

Sel juhul raskuse nihutamise töö tehakse horisontaalse tõmbejõuga.

Kui jõud moodustab t e r a v a nurga keha võimaliku liikumise suunaga, siis ta annab kehale kiirenduse; ta on l i i k u m a p a n e v a k s jõuks. Terava nurga koosinus on positiivne, järelikult terve töö avaldis (VII-b) on positiivne. Töö tehakse vaadeldava keha juures teise keha poolt; sellepärast *liikumapaneva jõu töö on positiivne.*

Kui jõud moodustab nüri nurga keha nihkega, siis jõud vähendab liikuva keha kiirust; ta on liikumise t a k i s t a j a k s. Nüri nurga koosinus on negatiivne, järelikult töö avaldis on ka negatiivne. Takistus ületatakse liikuva keha enese poolt. Sellisel juhul ta ise teeb tööd kehade juures, mis tema liikumist takistavad. Sellepärast *takistava jõu töö on negatiivne.*

---

[1] Jõudu lahutatakse komponentideks parallelogrammi reegli järgi sarnaselt kiiruse vektori lahutamisega (vt. § 65).

51. Töö ühikud. 1. Et määrata töö ühikut CGS-süsteemis, võtame $F = 1$ düün, $s = 1$ cm. Siis $A = 1 \text{ dn} \cdot 1 \text{ cm} = 1 \text{ dn} \cdot \text{cm} = 1$ erg.

CGS-süsteemis nimetatakse töö ühikut ergiks [1].

Erg on 1-düünilise jõu töö 1 cm ulatuses jõu suunas.

Sellise töö — 1 ergi sooritab sipelgas, kui ta tõstab 1-milligrammise oksakese 1 cm kõrgusele.

Kuna düüni asendab nimetus $\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sek}^2}$, siis ergi asendab nimetus $\frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sek}^2} \cdot \text{cm}$ ehk $\frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{sek}^2}$. 10 000 000 ergi moodustab tööühiku, mida nimetatakse džauliks (J) [2]. 1000 džauli on 1 kilodžaul.

Praktikas, eriti sagedasti elektrilistes mõõtmistes, kasutatakse veel järgmisi ühikuid:

3 600 džauli nimetatakse vatt-tund [3],
360 000 „ „ hektovatt-tund,
3 600 000 „ $3,6 \cdot 10^6$ „ kilovatt-tund.

2. Tehnikas võetakse $F = 1$ kG, $s = 1$ m, siis

$$A = 1 \text{ kG} \cdot 1 \text{ m} = 1 \text{ kGm}.$$

Tehniliseks tööühikuks, mida nimetatakse kilogrammmeetriks (kGm), võetakse 1-kilogrammilise jõu töö 1 meetri ulatuses jõu suunas.

52. Mitmesuguste süsteemide tööühikute vahelised seosed. Teeme kindlaks seose kilogramm-meetri vahel ühelt poolt ja ergi ja džauli vahel teiselt poolt.

$1 \text{ kGm} = 1 \text{ kG} \cdot 1 \text{ m} = 1000 \text{ G} \cdot 100 \text{ cm} = 1000 \cdot 981 \text{ dn} \cdot 100 \text{ cm} = 98\,100\,000 \text{ dn} \cdot \text{cm} = 98\,100\,000 \text{ ergi} = 9{,}81$ džauli.

---

[1] Kreekakeelsest sõnast *ergon* — töö.

[2] Kuulsa inglise füüsiku Joule'i (džauli) auks.

[3] Nime suhtes vt. § 54.

1 kilogramm-meeter on võrdne 9,81 džauliga ehk 9,8 džauliga (täpsusega kuni kümnendikeni).

1 kilodžaul $=102$ kGm.

53. Võimsus. Jõumasinate poolt tehtud töö suuruse järgi ei saa neid võrdlevalt hinnata, kui ei ole teada töö aega. Me võime näiteks teada, et inimene sooritas mingil juhul 135 000 kGm tööd, aga auto teisel juhul 120 000 kGm. Siit aga ei saa hoopis mitte järeldada, et inimene alati on võimeline rohkem tööd tegema kui auto. Mitmesuguste masinate tootmise kiiruse hindamiseks peame arvestama nende tööd ühesugustes ajavahemikkudes. Selle eesmärgiga võetakse tarvitusele eriline suurus, mida nimetatakse võimsuseks.

Võimsus on suurus, mida mõõdetakse 1 sekundis tehtud tööga.

Kui tähistada, nagu alati, tööd A-ga, aega t-ga ja võtta tarvitusele võimsuse tähistamiseks N, siis need kolm suurust on definitsiooni järgi seotud järgmiselt:

$$\boxed{N=\frac{A}{t}.} \qquad \text{(VIII)}$$

54. Võimsuse ühikud. Eelmine valem lubab kindlaks määrata võimsuse ühikud igas süsteemis.

CGS-süsteemis võtame $A=1$ erg; $t=1$ sek., siis

$$N=\frac{1 \text{ erg}}{1 \text{ sek}}=1 \text{ erg/sek.}$$

CGS-süsteemis võetakse võimsuse ühikuks võimsus, mille puhul tehakse 1 erg tööd 1 sekundis.

See ühik on väga väike ja teda kasutatakse väga harva.

Võtame $A=1$ kilodžaul ja $t=1$ sek., siis

$$N=\frac{1 \text{ kdž}}{1 \text{ sek}}=1 \text{ kdž/sek}=1 \text{ kW.}$$

Võimsuse ühik kilovatt on võimsus, mille puhul tehakse 1 kdž tööd 1 sekundis.

Ühte tuhandikku kilovatist nimetatakse v a t i k s[1].

100 vatti moodustab 1 hektovati

1000 „ „ 1 kilovati

Tehnikas võetakse $A = 1$ kGm ja $t = 1$ sek., siis

$$N = \frac{1 \text{ kGm}}{1 \text{ sek}} = 1 \text{ kGm/sek.}$$

Selle võimsuse ühiku asemel võetakse 75 korda suurem ühik ja nimetatakse see h o b u j õ u k s[2].

Hobujõud on selline võimsus, mille puhul tehakse 75 kGm tööd 1 sek. jooksul:

$$75 \text{ kGm/sek} = 1 \text{ HJ}.$$

H o b u j õ u j a v a t i v a h e l i n e s e o s:

1 HJ $=$ 75 kGm/sek $= 75 \cdot 9{,}81$ dž/sek $=$ 736 W (täpsusega kuni 1) ehk:

$$1 \text{ HJ} = 0{,}736 \text{ kW (umbes } {}^3/_4\text{)}.$$

Siit $1 \text{ kW} = \frac{1 \text{ HJ}}{0{,}736} = 1{,}36$ HJ (ehk 1,4, täpsusega kuni 0,1).

N ä i t e i d. 1. Võimsus on $N = 1$ W. Leida töö 1 tunnis.

$A = N \cdot t = 1 \text{ W} \cdot 3600 \text{ sek.} = 1 \text{ dž/sek} \cdot 3600 \text{ sek.} =$
$= 3600 \text{ dž} = 1 \text{ Wh}.$

1 Wh on töö, mis tehakse 1 W võimsuse juures 1 tunni jooksul.

2. Võimsus $N = 1$ W. Leida töö $t = 10$ tunni jooksul.

$$A = Nt; \quad t = 3600 \cdot 10 \text{ sek.}$$

---

[1] See nimetus on antud Watt'i auks, kes täiustas aurumasinat.

[2] Peab märkima, et hobujõud pole hoopis mitte jõud, vaid võimsus, ja mitte keskmise hobuse võimsus pikemaajalise töö jooksul, vaid ligikaudu sellest kaks korda suurem.

$$A = 1\ \mathrm{W} \cdot 36\,000\ \text{sek.} = 36\,000\ \text{dž/sek} \cdot \text{sek.} = 36\,000\ \text{dž} =$$

$$= \frac{36\,000}{3\,600}\ \mathrm{Wh} = 10\ \mathrm{Wh}.$$

Sellest näitest on näha, et *töö arvutamiseks vatt-tundides tuleb võimsus vattides korrutada tundide arvuga.*

3. Võimsus on 8 hW. Leida töö $t = 5$ tunni jooksul:

$$A = N \cdot t = 8\ \mathrm{hW} \cdot 5\ \text{tundi} = 40\ \mathrm{hWh}.$$

4. Arvutada veevoolu võimsus, kui vee langemise kõrgus on 6 m ja 1 sekundis voolab läbi 5 m³ vett.

Vee kaal $Q = Vd$; kõrgus H. Võimsus $N = \frac{QH}{75}$ HJ.

$$N = \frac{5 \cdot 1000 \cdot 6}{75} = 400\ (\mathrm{HJ}).$$

55. Energia. Analüüsides keha tööd, me näeme, et keha, tehes teise keha kallal tööd, muudab ise oma mehaanilist olekut. Kuul, läbistades lauda, tehes tööd lõhkumisega ja puukiudude nihutamisega, lendab lauast välja juba väiksema kiirusega. Paksema laua puhul läbistab kuul ainult osa lauast. Järelikult tal oli teatud võime teha tööd, mida ta ka tegi tungimisel laua sisse.

Töö suurust, mida keha on võimeline tegema, nimetatakse keha energiaks.

Energia on keha uus kvaliteet, mis üksikult võttes on erinev keha massist või tema kiirusest.

Ilmneb see keha omadus vastastikusel mõjutusel teise kehaga, töö tegemisel.

Liikuv keha vastastikusel mõjutusel teisega nihutab kas tervet keha või tema osi, s. o. teeb tööd. Nii õhu liikuv mass — tuul — teeb tööd, liigutades purjelaeva ja pannes liikuma veski tiivad; suure kiirusega tuul — orkaan — teeb purustavaid ümberpaigutusi, kiskudes puid juurtega üles, tõstes katuseid ja liigutades paigalt mitmetonniseid kive. Vee aur, sattudes suure kiirusega auruturbiini labadele, paneb nad liikuma ja ühes nendega kogu turbiini rootori. Voolav vesi jõgedes ja koskedes paneb pöörlema vesirattad ja turbiinid, suuremate kiiruste ja masside puhul aga sooritab ka purustusi, viib ära sillad, ehitised ja uhub kaldad. Samuti teeb tööd iga liikuv keha, kukkudes teisele kehale: inimese käega visatud kepp, tänapäeva kaugelaske-relvade kuulid ja mürsud. Hästi on tuntud rongi suur purustav töö, kui ta põrkab kokku mingi takistusega. Rammimisnui, langedes vaiale, ja auruhaamer, tagudes metallitükki, teevad kasulikku tööd.

Kõikidel toodud juhtudel teevad kehad oma liikumise tõttu tööd teiste kehade kallal. Sellepärast nimetatakse liikuvate kehade energiat kineetiliseks — kreekakeelse sõna *kineo* — liigun — järgi.

Mida suurem on keha liikumise kiirus, seda suurem on ka tema kineetiline energia. Kuid energia suurus sõltub ka liikuva keha massist. Üks ja sama vintpüssi kuul võib ükskord, alguses, kui tal on suur kiirus, ühte ja teinekord, lõpus, kui tal kiirus on juba väiksem, teist toime panna. Kaks erinevate massidega vasarat, mis langevad võrdsete kiirustega, sooritavad erinevaid töid.

Seega tekib ülesanne — avaldada keha kineetiline energia massi ja kiiruse kaudu.

56. Kineetilise energia valem. Vaatleme seda juhtu, kus kehale mõjub jääv jõud ja keha võib liikuda jõu suunas, kohtamata takistust. Siis jõu mõju avaldub ainult kehale kiirenduse andmises ja tekib ühtlaselt-kiirenev liikumine. Vaatame, milleks kulub liikuva jõu töö mingil teeosal, mille alguses keha oli paigal, aga teeosa lõpul t sekundi pärast kiirus suureneb suuruseni v.

Siis sellel teeosal on: kiirendus $a = \frac{v}{t}$; keskmine kiirus $v_k = \frac{v}{2}$; keha poolt läbikäidud tee $s = \frac{v}{t} \cdot t$.

Kui keha mass on m, siis jõud $F = ma = m \cdot \frac{v}{t}$ ja töö

$$A = Fs = m \frac{v}{t} \cdot \frac{v}{2} t = \frac{mv^2}{2}; \quad Fs = \frac{mv^2}{2}.$$

Seega jõu töö, mis kulub paigalolevale kehale kiiruse v andmiseks, avaldub suurusega $\frac{mv^2}{2}$. Avaldist $\frac{mv^2}{2}$ võetakse kineetilise energia $W^{(k)}$ mõõduks, nii et

$$\boxed{W^{(k)} = \frac{mv^2}{2}.} \tag{IX}$$

Kui keha sel momendil, kui jõud mõjuma hakkas, oli paigal, siis

$$Fs = \frac{mv^2}{2}. \tag{X-a}$$

Siit on näha, et *keha kineetiline energia on võrdne selle tööga, mida jõud tegi, suurendades keha kiirust nullist kuni lõppväärtuseni.*

Vaatleme keha liikumist, kui ta oma teel kohtab takistust.

Kui liikumapanev jõud on F, aga takistus F_1, siis võib nähtust vaadelda nii, nagu oleks liikumapanevaks jõuks ainult jõud, mis on võrdne vahega $F - F_1$, kuid see jõud $F - F_1$ liigutab keha juba ilma takistuseta. Siis temale võib rakendada eelmist valemit, nimelt:

$$(F - F_1)s = \frac{mv^2}{2},$$

kust, avades sulud ja viies liikme $F_1 s$ teisele poole, saame:

$$\boxed{Fs = F_1 s + \frac{mv^2}{2}.} \tag{X-b}$$

Fs nagu ennegi kujutab liikumapaneva jõu kogu tööd; $F_1 s$ on takistuse F_1 ületamiseks tehtud töö teepikkusel s. Sellepärast saadud võrdus väljendab järgmist seost:

Liikumapaneva jõu töö mingi tee ulatuses on võrdne selle tee ulatuses takistuse ületamiseks tehtud tööga, pluss keha poolt saadud kineetiline energia.

57. Kineetilise energia ja töö vahelise seose tuletamine juhu jaoks, kui keha liigub mingi algkiirusega. Kui mingi teeosa alguses on kehal kiirus v_1, lõpul aga, aja t pärast, kiirus v_2, siis kiirendus selles teeosas on $a = \frac{v_2 - v_1}{t}$ ja keskmine kiirus $v = \frac{v_2 + v_1}{2}$; keha poolt aja t jooksul keskmise kiirusega läbikäidud tee on

$$s = \frac{v_2 + v_1}{2} \cdot t.$$

Kehasse massiga m mõjuv jõud $F = ma = m \frac{v_2 - v_1}{t}$; töö

$$A = Fs = m \frac{v_2 - v_1}{t} \cdot \frac{v_2 + v_1}{2} \cdot t = \frac{m(v_2^2 - v_1^2)}{2} = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Kui liikumapanev jõud on F ja liikumist takistav F_1, siis võib nähtust vaadelda nii, nagu oleks liikumapanevaks jõuks ainult jõudude vahe $F - F_1$, kuid see jõud liigutab keha juba ilma takistuseta. Siis võib temaga rakendada praegu saadud valemit, nimelt

$$(F - F_1)s = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.$$

Avades sulud ja viies liikme $F_1 s$ teisele poole, saame

$$\boxed{Fs = F_1 s + \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}.} \qquad \text{(X-c)}$$

Fs kujutab endiselt mõjuva jõu kogu tööd; $F_1 s$ on takistuse ületamiseks tehtud töö tee pikkusel s; sellepärast väljendab saadud võrdus järgmist seost:

Liikumapaneva jõu töö mingi tee ulatuses on võrdne selle tee ulatuses takistuse ületamiseks tehtud tööga pluss keha kineetilise energia juurdekasv.

Viimasest valemist võib tuletada rea erijuhtumeid.

1. Kui $F_1 = F$, siis $0 = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$; $v_2^2 = v_1^2$ ja $v_2 = v_1$.

Kui liikumapanev jõud on võrdne takistusega, siis keha liigub jääva kiirusega ja keha kineetiline energia ei muutu. Sel juhul liikumapaneva jõu ja takistuse resultant on null; see tähendab, et keha liigub inertsi tõttu. Näiteks võib olla rongi liikumine sirgjoonelisel ja horisontaalsel teeosal, kui vedur töötab ühtlaselt. Veduri tõmme teatud kiiruse saabumisel saab võrdseks takistavate jõudude summaga (hõõrdumine, õhu takistus). Rong liigub ühtlaselt inertsi tõttu, tema kineetiline energia jääb muutumatuks.

2. Kui $F_1 > F$, siis vahe $F - F_1$ on negatiivne; siis peab negatiivne olema ka vahe $\frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$; s. o. v_2 saab väiksemaks kui v_1.

Kui keha liikumisel kohtab takistust, mis on suurem liikumapanevast jõust (näit. rongi tõusmisel), siis keha liigub aeglustuvalt ja tema kineetiline energia kahaneb.

Kineetilise energia kahanemine läheb takistuse ja liikumapaneva jõu vahe ületamiseks tehtavaks tööks ja kestab nii kaua, kuni takistavad jõud saavad uuesti võrdseks liikumapaneva jõuga. Veduri sama suure tõmbejõu puhul liigub rong tõusval teel aeglasemalt kui horisontaalsel.

3. Kui $F = 0$, s. o. saades kiirust, keha jätkab liikumist ilma liikumapaneva jõu toimeta, näiteks iga visatud keha, siis

$$0 = F_1 s + \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}, \text{ kust}$$

$$F_1 s = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2}.$$

Kiirus $v_2 < v_1$, $\frac{mv_2^2}{2} < \frac{mv_1^2}{2}$; järelikult *mingil teeosal takistuse ületamiseks tehtav töö on võrdne kineetilise energia vähenemisega sellel teeosal.* Kui katkestada auru juurdevool veduris, siis rong liigub mõne aja edasi ületades liikumise takistusi oma olemasoleva kineetilise energia tagavara arvel, kuni lõpuks seisma jääb.

4. Kui viimasel juhul keha jäi seisma, s. t. $v_2 = 0$, siis

$$F_1 s = \frac{mv_1^2}{2}, \text{ siit:}$$

Liikuva keha kineetiline energia on võrdne tööga, mida keha võib teha takistuse ületamiseks kuni enda peatumiseni.

Rakendame valemeid lihtsamateks arvutamisteks.

Näiteid. 1. 20 G kuul lendab torust kiirusega 600 m/sek. Leida tema kineetiline energia. Arvutamise teeme CGS-süsteemi ühikutes. Kui kuuli raskus $P = 20$ G, siis tema mass $m = 20$ g, kiirus $v = 60\,000$ cm/sek.

$$W^{(k)} = \frac{mv^2}{2} = \frac{20\text{g} \cdot 60\,000^2\text{cm}^2/\text{sek}^2}{2} = 36\,000\,000\,000\,\frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{sek}^2} =$$

$$= 36 \cdot 10^9 \text{ ergi;}$$

$$W^{(k)} = 36 \cdot 10^2 \text{ džauli; } W^{(k)} = \frac{3600}{9{,}81} = 367 \text{ kGm.}$$

2. 20 G kuul lendab kiirusega 400 m/sek, tabab 20 cm jämedusega palki ja väljub temast kiirusega 100 m/sek. Leida palgi takistus.

Lahendus CGS-süsteemi ühikuis:

$m = 20$ g; $v_1 = 40\,000$ cm/sek; $v_2 = 10\,000$ cm/sek;

$$s = 20 \text{ cm}; \quad F = 0; \quad F_1 = x, \quad F_1 s = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{mv_2^2}{2};$$

$$F_1 = \frac{m}{2s}(v_1^2 - v_2^2);$$

$$x = \frac{20 \text{ g}}{2 \cdot 20 \text{ cm}} \cdot (4^2 \cdot 10^8 - 1 \cdot 10^8) \text{cm}^2/\text{sek}^2 =$$

$$= \frac{20 \cdot 15 \cdot 10^8}{2 \cdot 20} \frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{cm} \cdot \text{sek}^2} = 7{,}5 \cdot 10^8 \frac{\text{g} \cdot \text{cm}}{\text{sek}^2} =$$

$$= 75 \cdot 10^7 \text{ düüni};$$

$$x = \frac{75 \cdot 10^7}{981} G = \frac{75 \cdot 10^4}{981} \text{kG} \approx 764 \text{ kG}.$$

3. Arvutada õhuvoolu võimsus, kui õhuvoolu ristlõike pindala on 10 m^2 ja tuule kiirus 10 m/sek.

Tähistame õhuvoolu ristlõike pindala S-ga, kiiruse — v-ga ja õhu erikaalu d-ga.

Ühes sekundis mööduva õhuvoolu ruumala on Sv.
„ „ „ „ kaal on Svd.
„ „ „ „ mass on $\frac{Svd}{g}$.

Kineetiline energia, arvutatud $\frac{mv^2}{2}$ valemi järgi, on $W^{(k)} = \frac{Sv^2 d}{2g}$.

Võimsus hobujõududes $N = \frac{Sv^3 d}{2 \cdot 75 g}$.

Kuna $d = 1{,}3 \text{ kG/m}^3$; $g = 9{,}8 \text{ m/sek}^2$, siis tegurit $\frac{1{,}3}{2 \cdot 75 \cdot 9{,}8}$ võib välja arvutada kõikideks edaspidisteks juhtudeks; ta on ligikaudu 0,0009. Siis õhuvoolu võimsust võib anda valemiga

$$N = 0{,}0009 \; Sv^3 \text{ HJ}.$$

Harjutus 9.

1) Arvutada 100 kG jõu töö 10 m teel.

2) Höövli tera teeb laastu võtmisel 12 cm ulatuses 180 kGm tööd. Leida jõud.

Vastus: 1500 kG.

3) Millega võrdub automootori liikumapanev jõud, kui ta 24 HJ võimsusega sõidab 36 km 1 tunniga?

Vastus: 180 kG.

4) Kui suur on tõstja võimsus, kui ta tõstab 1000 kG 27 m kõrgusele 3 minutiga?

Vastus: 2 HJ.

5) Paigalolevale 500 kg massiga kehale mõjuv jõud nihutab teda ühtlaselt kiireneva liikumisega 64 m kaugusele 4 sekundiga. Leida jõu töö.

Vastus: 256 000 džauli.

6) Kuulipilduja kuuli mass on 10 g, toru pikkus 80 cm, kuuli väljalendamise kiirus 880 m/sek. Leida liikumapanev jõud ja selle töö, kui lugeda liikumist ühtlaselt kiirenevaks.

Vastus: $484 \cdot 10^6$ dn; $3872 \cdot 10^7$ ergi.

7) Leida kineetiline energia kehale, mille mass on 20 g ja mis lendab kiirusega 500 cm/sek.

Vastus: $25 \cdot 10^5$ ergi.

8) Leida kineetiline energia kehale, mille kaal on 19,6 kG ja mis liigub kiirusega 20 m/sek.

Vastus: 400 kGm.

9) Arvutada tehnilistes ühikutes mürsu kineetiline energia, mille kaal on 196 kG ja mis lendab kiirusega 1000 m/sek (merekahuri mürsu kiirus).

Vastus: 10^7 kGm.

10) Kui suurt tööd tuleb kulutada, et ühtlaselt tõsta 96 kG koorem 5 m kõrgusele?

11) Missuguse töö teeb raskusjõud keha langemisel, kui keha kaal on 1000 kG ja kõrgus 15 m?

12) Missuguse töö teeb hobuse tõmbejõud 4 tunniga, kui kiirus on 6 km 1 tunnis ja tõmme 45 kG?

13) Aurumasin tõstab 400 kG haamri 90 cm kõrgusele. Mitu korda ta tõstab haamrit, kui ta teeb tööd 54 000 kGm?

14) Minutis langeb 18 m^3 vett. Missuguselt kõrguselt ta langeb, kui ta võimsus on 30 HJ?

Vastus: 7,5 m.

15) Traktor tõmbab maad kündvat sahka kiirusega 1,2 m/sek. Määrata saha poolt ületatav mulla takistus, kui tema poolt tarvitatav võimsus on 24 HJ.

Vastus: 1500 kG.

16) Tsepeliin liigub kiirusega 15 m/sek. Määrata õhu takistus, kui tema ületamiseks kuluv võimsus on 168 HJ.

Vastus: 840 kG.

17) 375 kG rammimisnui tõuseb 12 korda minutis 1,6 m kõrgusele. Mitu töölist tuleks rakendada sellele tööle, kui igaühe võimsus on 0,1 HJ?

Vastus: 16 inimest.

18) 70 kG kaaluga inimene jookseb mäkke ühtlase kiirusega 3 m/sek. Tee tõus on 20 m iga 100 m kohta. Määrata jooksva inimese võimsus.

Vastus: 0,56 HJ.

19) 800 g massiga haamer, liikudes kiirusega 3 m/sek, lööb naela 6 mm sügavuselt laua sisse. Leida haamri ja naela keskmine vastastikune jõud nende kokkupuute ajal.

Vastus: 61,2 kG.

20) 19,6 kG mürsk lendab kiirusega 700 m/sek ja tungib 1,6 m sügavuselt maasse. Leida maapinna takistus.

Vastus: $\approx$ 306 200 kG.

58. Potentsiaalne energia. Tööd tegema on võimeline mitte ainult liikuv keha. Iga ülestõstetud keha võib teha tööd, kui talle anda võimalus kukkuda maa peale. Sellepärast evib ka ülestõstetud keha energiat. Kuid see energia ei olene liikumisest, vaid maapinna kohale ülestõstetud keha a s e n d i s t.

Selle asendi energia arvel võib keha kukkudes teha tööd. Kuni ülestõstetud keha on paigal, on tal vaid võimalus tööd teha, kuid ise ta tööd ei tee. Maast ülestõstetud keha energia on saanud p o t e n t s i a a l s e[1] energia nime, erinevalt liikuva keha kineetilisest energiast. Ülestõstetud keha saab sellepärast teatud varu potentsiaalset energiat, et tema ülestõstmiseks teiste kehade (näit. inimese, tuule jne.) poolt on tehtud raskusjõu vastu tööd.

Niiviisi on ülestõstetud rammimisnuial potentsiaalset energiat sellisel määral, millisel on kulutatud tööd tema tõstmiseks. Vesi tammi taga, mäestiku järv, pilv, rippuv kalju, üldse kõik kehad, mis võivad raskusjõu mõjul kuk-

---

[1] Nimi on tulnud ladinakeelsest sõnast *potentia*, mis tähendab v õ i m a l u s.

kuda madalamale nivoole, evivad potentsiaalset energiat. Teatavasti teeb tammiga tõstetud vesi ülevalt langedes ära suure töö (hüdroelektrijaamad).

Kõrgusele H tõstetud keha potentsiaalse energia määraks on töö, mida peame kulutama keha tõstmiseks sellele kõrgusele. Kui keha kaal on P, siis tema ühtlasel tõstmisel kõrgusele H tuleb pidevalt rakendada vertikaalselt üles jõudu P, mis tasakaalustaks raskusjõu.

Siis tõstmise töö $A = PH$. See töö mõõdab potentsiaalset energiat $W^{(p)}$. Siit

$$\boxed{W^{(p)} = PH} \quad \text{ehk} \quad \boxed{W^{(p)} = mgH.} \qquad \text{(XI)}$$

Kineetilise ja potentsiaalse energia valemite tuletamine töö valemist näitab, et *energiat mõõdetakse samade ühikutega, millega töödki.*

Kuid potentsiaalne energia ei teki mitte ainult siis, kui keha eemaldada maapinnast. Kujutleme, et kõrguselt langevaks kehaks on kummipall või elevandiluust kuul. Alust puudutades muutub keha kiirus nulliks ja tema kineetiline energia samuti muutub nulliks; pall või kuul, nagu me teame, hüppab ühe momendi pärast üles ja saab uuesti kineetilise energia. Peatumise momendil kineetiline energia läheb üle potentsiaalseks energiaks. Mis aga juhtus kehadega alusega kokkupuutumise momendil? Kummi, õhu ja elevandiluu osakesed nihkusid, lähenedes omavahel, ja kehad muutsid oma kuju. Molekulide lähenemisel nende vastastikune mõju ilmub ühe molekuli tõukamises teise poolt (ühes kehas rohkem, teises vähem). Kehades tekivad keha muutust takistavad jõud, mis väliste mõjude kadudes taastavad moonutatud kuju või ruumala endiseks ja mida nimetatakse elastsuse jõududeks. Langeva keha kineetiline energia kulub elastsusjõu ületamiseks ja muutub tema osakeste nihkumise tõttu keha elastse deformatsiooni potentsiaalseks energiaks [1].

Väliste mõjude lakkamisel molekulidevahelised tõuketungid eemaldavad molekulid üksteisest, keha taastab oma kuju ja tõukub aluselt; elastse deformatsiooni potentsiaalne energia muundub uuesti kineetiliseks.

Raudteerongi ja trammi õhupidurites, õhupostis ja torpeedo aparaatides saab õhk kokkusurumise, s. o. molekulide nihkumise tagajärjel potentsiaalse energia.

Katlas mitmeatmosfäärilise rõhu all olev vee aur hakkab tegema tööd oma potentsiaalse energia arvel, kui teda lastakse aurumasina kolvi taha. Samasugune potentsiaalne energia on tahketes elastsetes kokkusurutud või väljavenitatud kehades, näiteks kella vedrudes, veoki vedrudes, puhvrites, venitatud kummis jne.

Seega *potentsiaalseks energiaks nimetatakse energiat, mis oleneb vastastikku mõjuvate kehade või kehaosade suhtelisest asendist.*

Peab meeles pidama, et potentsiaalset energiat evib vähemalt kahe keha kogumik, näiteks ülestõstetud keha ja Maa, ja et ainult tingimisi võib rääkida ülestõstetud kivi potentsiaalsest energiast m a a s u h t e s.

59. Energia jäävuse seadus. Me nägime, et jõu töö on arvuliselt võrdne keha kineetilise või potentsiaalse energia muutusega. Loomulikult tekib küsimus nende energia liikide vahekorra kohta mehaanilistes nähtustes.

Et tõsta keha massiga m ühtlaselt kõrgusele H (joon. 55), peab rakendama jõudu $F = mg$ ja kulutama tööd tema raskuse ületamisel $A = mgH$. Siis kõrgemas punktis C

[1] Ideaalselt elastsetes kehades; reaalsetes kehades aga osa kineetilisest energiast muundub soojuseks.

potentsiaalne energia $W_C^{(p)} = mgH$; kineetiline $W_C^{(k)} = 0$. Kogu energia on potentsiaalse ja kineetilise energia summa, s. o. $W_C = mgH$. Langedes vabalt punktist C punkti A, saab keha punktis A kiiruse $v^2 = 2gH$ ja kineetiline energia

$$W_A^{(k)} = \frac{mv^2}{2} = \frac{2\,mgH}{2} = mgH.$$

Kui keha puudutab maad, siis tema potentsiaalne energia on 0, kogu energia on jällegi $W_A = mgH$.

Langemise tee iga punkti jaoks, näiteks punkti B jaoks kõrgusel $H—h$ maapinnast, on potentsiaalne energia $W_B^{(p)} = mg(H—h)$, kineetiline on $W_B^{(k)} = \frac{mv^2}{2}$; kuna keha käis ära punktist C kuni punktini B teepikkuse h ja sai kiiruse $v^2 = 2gh$, siis $W_B^{(p)} = \frac{m \cdot 2gh}{2} = mgh$. Kogu energia on võrdne $W_B = mgh + mg(H—h) = mgh + mgH — mgh = = mgH$.

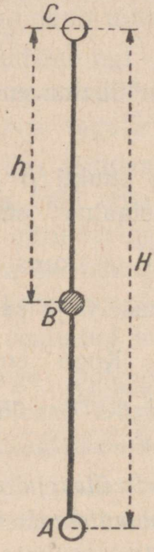
Siit järeldus: *keha lendamisel vertikaalselt üles ja vabal langemisel muundub kineetiline energia potentsiaalseks ja potentsiaalne kineetiliseks võrdsetes hulkades, nii et keha üldine energia hulk jääb muutumatuks.*

Kui mingist kõrgusest kukkumisel keha löök maapinna vastu oleks ideaalselt elastne, siis keha hüppaks üles ja tema kineetiline energia hakkaks jälle muunduma potentsiaalseks. Õhutakistuse puudumise korral keha tõuseks samale kõrgusele ja kogu nähtus hakkaks korduma.

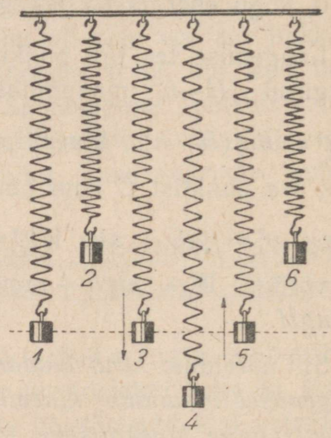
Niiviisi vertikaalselt langeva ja üleshüppava ideaalselt elastse palli energia läheks kineetilisest kujust potentsiaalsesse ja vastupidi.

Tegelikult on mittetäielik keha elastsus ja õhutakistus selle põhjuseks, et keha liikumine järjest aeglustub ja keha lõpuks seisma jääb.

Potentsiaalse energia üleminekut kineetiliseks ja vastupidi võib vaadelda järgmises katses. Vedru külge kinnitatud koormus võtab peale vedru deformeerimist teatud seisu, — joon. 56 märgitud numbriga 1.



Joon. 55.

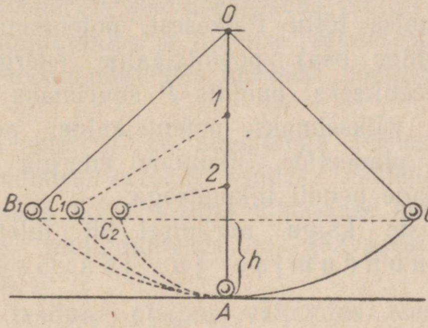


Joon. 56. Potentsiaalse energia muundumine kineetiliseks ja vastupidi elastse vedru võnkumise juures.

Kulutades tööd koormuse tõstmiseks asendisse 2, anname talle lisaks potentsiaalset energiat. Käest lahtilastud koormus hakkab kukkuma ja asendis 3 muundub kogu potentsiaalse energia tagavara kineetiliseks. Inertsi tõttu ei jää keha asendisse 3, vaid liigub edasi asendisse 4, kulutades oma kineetilise energia vedru deformeerimiseks ja järelikult potentsiaalse energia kujundamiseks.

Asendis 4 on kineetiline energia tühjaks ammutatud, potentsiaalse energia varu aga on saavutanud suurima väärtuse. Selle varu arvel kordub kogu nähtuse käik.

Selliseks energia vastastikuse ülemineku näiteks võib olla ka pendli võnkumine. Pendli tõusmisel tasakaaluseisust A punktisse B kõrgusele h (joon. 57) antakse temale potentsiaalse energia varu mgh, kineetiline energia aga punktis B, kus pendel on paigal, on 0; järelikult kogu energia on mgh. Üle minnes võnkumisele mööda kaart BA, pendel suurendab kiirust; järelikult kasvab kineetiline energia ja potentsiaalne kahaneb. Punktis A kogu potentsiaalse energia varu muu-



Joon. 57. Energia muundumine pendli võnkumisel.

tub nulliks, selle asemel kineetiline energia saavutab sama väärtuse mgh (kiirus $v_A^2 = 2gh$). Võnkumise teisel poolel kineetiline energia kulub potentsiaalse energia kasvamiseks ja tõstab pendli vasakul samale kõrgusele h, kus ta oli paremal. Siis nähtus kordub samas järjekorras. Võnkumine kestaks lõpmatuseni, kui energiat ei kuluks õhu kahjuliku takistuse ja kinnituspunkti hõõrdumise ületamiseks. Siis nimetatakse võnkumist summutamatuks. Tegelikult energia kulutuse tõttu takistuste ületamiseks amplituud järjest väheneb ja liikumine lakkab; sellist võnkumist nimetatakse summutatud võnkumiseks.

Kui lüüa ristjoone OA peale naelad, näiteks punkti 1 või 2, siis punktist B võnkuv pendel läheb mööda $\smile AC_1$, või $\smile AC_2$, tõustes igakord ühele ja samale kõrgusele h tasakaalu-asendi suhtes. Punktist *A* läbimineku ajaks kogunenud kineetiline energia võib muunduda ainult sama suureks hulgaks potentsiaalseks energiaks ja järelikult igal juhul pendel tõuseb samale kõrgusele.

Planeedid, nagu näitavad vaatlused, liiguvad ümber Päikese ellipseid mööda ja evivad Päikesele lähimates punktides suurimat kiirust, kaugeimates — väikseimat (joon. 180). Punktist *P* läbimineku ajaks kogunenud kineetiline energia kahaneb teel *PA* (ülemine ellipsi osa), selle asemel kasvab, kauguse kasvamise tõttu Päikesest, potentsiaalne energia. Teel *AP* (alumine osa) potentsiaalne energia kahaneb, muundudes kineetiliseks: punktis *P* suurimaks energiaosaks on kineetiline, väikseimaks potentsiaalne; punktis *A* — ümberpöördult; planeetide liikumine energia muundumise mõttes on sarnane pendli liikumisega.

Loodusnähtuste käigu uurimisel oli tuletatud üldine energia muundumise ja jäävuse seadus:

Üheski loodusnähtuses energia ei teki ega kao, vaid ainult muundub ühest liigist teiseks või läheb ühest kehast teise võrdsetes hulkades.

Tehnikas kasutatakse alatasa ühe energia liigi muundumist teiseks. Töölised tõstavad aeglaselt malmist rammimisnuia kõrgele, muutes oma energia rammimisnuia potentsiaalseks energiaks; siis see potentsiaalne energia muundub kineetiliseks, seda viimast aga kasutatakse maapinna takistuse ületamiseks ja vaia maasse tagumiseks. Lõpuks toimub vaia sisselöömine ikkagi tööliste energiaga, ainult selle vahega, et sisselöömisel nuia abil lühima aja jooksul kulutatakse ära aeglaselt kogutud energia ja saadakse selline takistust ületav jõud, mida poleks saanud anda töölised oma lihaste jõu otsesel rakendamisel.

Vastupidises suunas läheb energiakulu k e l l a üleskeeramisel. Kella üleskeeramisel teeb inimene lühema aja jooksul tööd ja annab kellavedrule potentsiaalse energia. See potentsiaalne energia kulutatakse hõõrdumise ületamiseks ja mehhanismile kineetilise energia andmiseks ööpäeva, või olenedes mehhanismi ehitusest, isegi nädala jooksul. Selliselt toimitakse ka õhkpidurite juures, kus õhu kokkusurumisest saadud potentsiaalset energiat võib pidurite töötamise jaoks kulutada mitme tunni jooksul.

Mehaanilise energia jäävuse seadus on eri juhtum üldisest energia muundumise ja jäävuse seadusest, mis kehtib alati, toimugu loodusnähtustes millised energia muundused tahes.

Mehaanilise energia üleminekutega teistesse kujudesse tutvume edaspidistes kursuse osades. Sellepärast eespool antud seadus saab kõige laiema tähenduse kui seadus, mis räägib energia muundumisest ja jäävusest igasugustes loodusnähtustes.

Esimesena teaduse ajaloos väljendas energia jäävuse seadust geniaalne vene õpetlane M. L o m o n o s s o v, kes ennetas piiritagused õpetlased peaaegu 100 aasta võrra.

Harjutus 10.

1) Jõud 1 kG mõjutab keha 10 m ulatuses. Kui suur on kineetiline energia tee lõpus, kui takistust ei ole?

Vastus: $981 \cdot 10^6$ ergi.

2) Arvutada rongi kineetiline energia tehnilistes ühikutes, kui kiirus on 36 km/t., veduri kaal 50 000 kG, tender 25 000 kG ja 25 vagunit à 16 600 kG.

Vastus: $25 \cdot 10^5$ kGm.

3) 10 g massiga kuul lendab püssist kiirusega 600 m/sek ja tabades lauda tungib temasse 20 cm sügavusse. Leida laua takistus.

Vastus: $9 \cdot 10^8$ düüni.

4) Kui sügavale tungib 10 g massiga kuul, kui ta kiirus on 500 m/sek ja aine takistus 800 kG.

Vastus: ≈ 16 cm.

5) 10 g massiga kuul tabab 4 cm paksust lauda kiirusega 600 m/sek ja väljub temast kiirusega 400 m/sek. Leida laua keskmine takistus.

Vastus: $250 \cdot 10^7$ düüni.

6) Analüüsige energia muundumist vibupüssist laskmisel.

7) Analüüsige energia muundumist õhupüssist laskmisel.

8) Mis tähendus on vedrudel sõidukites ja vagunipuhvrites?

9) Rong (ülesanne 2) sõidab peale auru katkestamist ilma piduriteta 1,5 km. Kui suur on rataste hõõrdumise jõud rööbaste vastu?

Vastus: 1666 kG.

10) Kui suur on eelmises ülesandes rongi pidurite jõud, kui rong peale auru katkestamist peatub 100 m kaugusel?

Vastus: $\approx$ 23 300 kG.

11) Määrata Dnepri paisul ühes sekundis langeva veehulga potentsiaalne energia alumise nivoo suhtes, kui veevool on 2000 m^3/sek ja langemise kõrgus 37 m.

12) Arvutada 30 m/sek kiirusega ülesvisatud keha kineetiline ja potentsiaalne energia 3 sekundit pärast viskamist, kui ta mass on 20 g ($g = 980$).

Vastus: $W^{(k)} = 36\,000$ ergi.

13) Keha on visatud üles kiirusega 49 m/sek. Missugusel kõrgusel tema kineetiline energia on võrdne potentsiaalsega?

Vastus: 61 m.

14) Ülesriputatud püssist, mille mass on 5 kg, lendab 10 g kuul kiirusega 700 m/sek. Võrrelge kuuli ja tagasipõrkava püssi energiaid.

15) Arvutada vintpüssi energia tagasipõrkel, kui vintpüssi kaal on $P = 4{,}456$ kG, kuuli kaal $P_1 = 9{,}6$ G; laengu kaal $P_2 = 5{,}2$ G, kuuli algkiirus $v_0 = 860$ m/sek, kiirendus $g = 9{,}8$ m/sek^2 ja kui kuuliga liigub kaasa pool püssirohugaasidest.

KONTROLLKÜSIMUSI.

1) Millega mõõdetakse tööd, kui keha nihkumine toimub jõu suunas?

2) Missugused on tööühikud? Missuguses vahekorras on erg, džaul ja kilogramm-meeter?

3) Kuidas mõõdetakse tööd, kui keha nihe moodustab nurga jõu suunaga?

4) Millal kehasse mõjuv jõud ei tee keha nihkumisel tööd?

5) Missuguse jõu ületamiseks kulub keha horisontaalseks nihutamiseks tehtud töö?

6) Mis on võimsus?

7) Missugused võimsuse ühikud on tuntud süsteemides ja missuguses vahekorras nad on?

8) Mida nimetatakse energiaks?

9) Mis on kineetiline ja mis on potentsiaalne energia?

10) Missuguse valemiga avaldub ülestõstetud keha potentsiaalne energia?

11) Missuguse valemiga avaldub kineetiline energia?

12) Missugustes ühikutes mõõdetakse energiat?

13) Missuguses vahekorras on keha juures tehtud töö ja keha poolt saadud kineetiline energia?

14) Millega võrdub takistuse ületamiseks tehtud töö, mida võib sooritada liikuv keha?

15) Milles seisab energia jäävuse seadus?

Kirjandus. Perelman, Huvitav füüsika I osa.

II. Staatika.

1. Jõudude liitmine ja lahutamine.

60. Jõu kolm tunnust. Jõu mõju kehasse avaldub selles, et keha saab kiirenduse või deformeerub, s. o. muudab kuju või mahtu. Deformeerumine on ka seotud kiirendusega, kuid mitte terve keha, vaid keha osakeste kiirendusega.

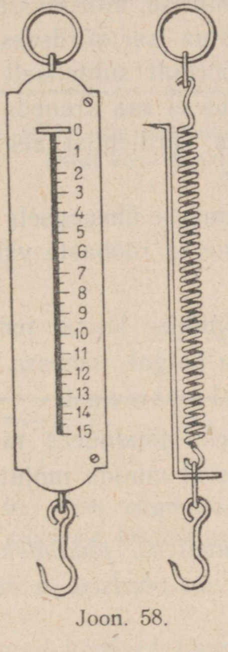
Nagu eespool määratud, on kiirendus vektor; sellepärast ka jõul, mis kiirendust tekitab, on kiirenduse suunaga ühtiv suund. Tähendab, jõud on vektor. Seega üheks jõu tunnuseks on tema suund, teiseks tunnuseks — tema arvuline väärtus teatavais ühikutes.

Peale nende kahe, iga vektorit iseloomustava tunnuse, on jõule vaja anda veel kolmas tunnus. Kui löögi juures üks keha puudutab teist, siis räägitakse, et jõud on rakendatud teise keha mingisse punkti. Vedur paneb vaguni liikuma keti rõnga abil, mis on pandud vaguni konksule: veduri tõmbejõud on rakendatud vaguni punkti. Üldse iga jõu jaoks, mis on kehale mõjumas, märgitakse tingimisi rakenduspunkt.

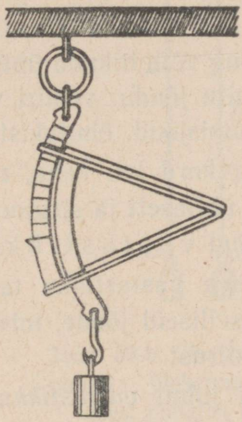
Jõu rakenduspunkt ongi kolmandaks jõu tunnuseks.

Kui kujutatakse jõudu graafiliselt vektori kujul, siis vektorjõudu kujutav lõik saab alguse rakenduspunktist ja tõmmatakse jõu suunas.

Jõudu võime mõõta kas kehale antud kiirenduse või temale tekitatud deformatsiooni kaudu. Harilikult toimub jõu mõõtmine deformatsiooni kaudu. Deformeeritavaks kehaks võetakse vedru kas spiraali kujul (joon. 58) või mõnel teisel kujul (joon. 58-a). Deformeeritav vedru gradueeritud skaa-



Joon. 58.



Joon. 58-a. Dünamomeeter.

laga kannab d ü n a m o m e e t r i ehk j õ u m õ õ t j a nime.

60-a. Tasakaalustuvad jõud. Senini oli meie tähelepanu pühendatud sellistele juhtudele, kus kehade vastastikune mõju kutsus välja liikumise oleku muutuse, teiste sõnadega, kus jõud andis kehale kiirenduse. Kuid on võimalikud ka sellised juhud, kus keha jõudude mõjul liigub ühtlaselt ja sirgjooneliselt: ühtlaselt püstjoones tõstetav raskus; sirgjoonelisel teeosal ühtlaselt liikuv rong.

Samalaadse liikumise juhtumi näiteks võib olla väikeste kehade (tolmukübeke, udutilgake) või väga suure pindalaga kehade (langevari) langemine õhus.

Langemise kiiruse kasvamisega õhu takistus kogu aeg kasvab ja saab lõppude lõpuks võrdseks keha kaaluga. Liikumine muutub ühtlaseks ja võtab selle kiiruse, milliseks see on kujunenud momendiks, mil õhu takistus sai võrdseks keha raskusega. Väga väikeste ja ümberpöördult suhteliselt väga suurte pindaladega kehade juures kiirus ei saa areneda väga suureks, sellised kehad liiguvad õhus võrdlemisi aeglaselt. Sellel põhjeneb langevarju kasutamine.

Rong võib liikuda ühtlaselt, kuigi temasse üheaegselt mõjuvad mitu jõudu: veduri veojõud, rataste ja rööbaste vaheline hõõrdumisjõud, õhutakistus jts.

Iga kord kui keha, mitme jõu mõjumise korral temasse, liigub ühtlaselt ja sirgjooneliselt või on paigal, temasse mõjuvad jõud v a s t a s t i k k u t a s a k a a l u s t u v a d.

Seega vastastikku tasakaalustuvateks jõududeks nimetatakse selliseid jõude, mis mõjudes koos ei muuda mõjutatava keha kiirust.

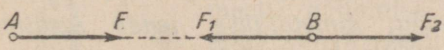
Eri juhul *vastastikku tasakaalustuvateks jõududeks on kaks jõudu, mis mõjuvad ühte punkti, on võrdsed ja vastassuunalised.*

Seda osa mehaanikast, mis käsitleb jõudude tasakaalu tingimusi mitmesugustel juhtudel, nimetatakse s t a a t i k a k s.

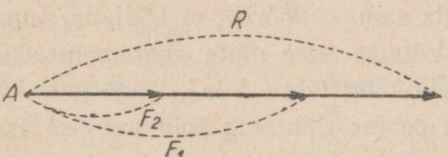
Staatikas jäetakse ära tahke keha tõelised omadused ja kasutatakse nn. ideaalselt kõva keha, s. o. sellist keha, mille kuju ja maht jõudude mõjul mitte sugugi ei muutu.

Kaks võrdset ja vastassuunalist jõudu, mõjudes ideaalselt kõvale kehale, tasakaalustuvad mitte ainult siis, kui nad on rakendatud ühes punktis, vaid ka sel juhul, kui nad on rakendatud erinevates punktides ja suunatud ühte sirgjoont pidi.

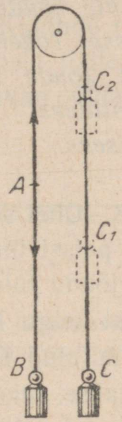
61. Jõu rakenduspunkti ülekanne tahkes kehas. Jõu rakenduspunkti võib jõu suunas igasse keha punkti üle kanda. Selles võib veenduda järgmise arutelu kaudu. Mõjugu tahkesse kehasse (joon. 59-a) jõud F, mis on rakendatud punktis A. Jõu pikendusel kehas võtame vabalt teise punkti B ja rakendame sellele AB suunas kaks vastupidist jõudu F_1 ja F_2,



Joon. 59-a. Jõu rakenduspunkti ülekanne ühest keha punktist teise.



Joon. 60. Ühel sirgel ja ühes suunas mõjuvate jõudude resultant.



Joon. 59-b. Jõu rakenduspunkti ülekanne keha ühest punktist teise.

mõlemad võrdsed jõuga F. Uuesti rakendatud jõud hävivad vastastikku ja ei saa muuta jõu F mõju kehasse.

Nüüd mõjuvad kehasse kolm jõudu ja avaldavad temasse samasugust mõju mis jõud F. Nendest kolmest kaks vastassuunalist jõudu F ja F_1, rakendatud punktides A ja B, ei avalda tahke keha muutumatuse tõttu kehasse mingit mõju ja mõjuma jääb F_2, kuid nüüd juba rakendatult punktis B.

Ülekande reeglit on kerge kontrollida katse abil. Kui visata üle ploki niit (joon. 59-b), otstesse riputada võrdsed koormused ja ühte neist kanda niidi mitmesugustesse punktidesse, siis vaatamata viimase raskuse asukohale, jõudude tasakaal säilib.

62. Resultantjõud. Ka siis, kui kehasse mõjub mitu jõudu, on võimalik neid asendada ühega.

Ühte jõudu, mis avaldab kehasse sama mõju kui mitu kehasse rakendatud jõudu, nimetatakse nende resultantjõuks. Jõude, mida resultantjõud asendab, nimetatakse komponentideks. Resultantjõu leidmist nimetatakse jõudude liitmiseks.

63. Ühel sirgel ja ühes suunas mõjuvate jõudude liitmine. Mitu poissi tõmbavad kelku nööripidi; võib küsida, missugust ühte jõudu tuleb rakendada samale nöörile, et tekitada samasugust kelgu liikumist. Võtame teise näite: dünamomeetrile on riputatud üksteise järele kolm vihti: 1 kG, 2 kG ja 3 kG. Küsitakse, missuguse vihi peame riputama kolme endise asemele, et kutsuda välja sama suurt dünamomeetri vedru venitamist?

Esitatud küsimustele on kerge vastata elukogemuste põhjal ja järelikult pole raske leida antud jõudude resultanti.

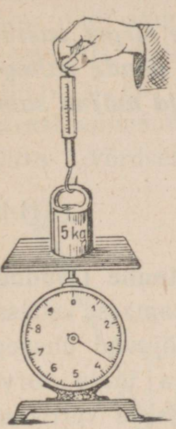
Kõikidel juhtudel tehtud vaatlustest võib järeldada:

Ühes punktis ja mööda ühte sirget samasuunaliselt mõjuvate jõudude resultant on võrdne komponentjõudude summaga, on selle juures rakendatud samasse punkti, mõjub sama sirget mööda ja on samasuunaline.

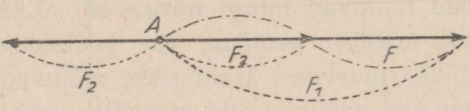
Kui tähistada ühte jõudu F_1, teist — F_2, nende resultanti R-ga, (joon. 60) siis:

$$\boxed{R = F_1 + F_2.} \qquad \text{(XII-a)}$$

64. Ühel sirgel ja vastassuunaliselt mõjuvate jõudude liitmine. Paneme vihi laua-vedrukaalule (surumisega töötav dünamomeeter). Kaalud näitavad vertikaalselt alla suunatud vihi kaalu. Kinnitame vihi külge dünamomeetri ja tõmbame vertikaalselt üles. Vedrukaalud näitavad nüüd jõudu, mis on võrdne vihi kaalu ja dünamomeetri näitamise vahega. Kaalude näitamine annab resultantjõu kahele jõule, mis on rakendatud vihile, mõjuvad ühte sirget pidi ja on vastassuunalised (joon. 61). Kuidas ka ei pingutataks ülemist dünamomeetrit (vihi raskuse piirides muidugi), alumine näitab ikka raskuse ja dünamomeetri näitamise vahet.



Joon. 61. Vastassuunaliste jõudude liitmine.



Joon. 62. Ühte sirget mööda ja vastassuunaliselt mõjuvate jõudude resultant.

Ühte sirget mööda ja vastassuunaliselt mõjuvate jõudude resultanti võime saada järgmise aruteluga. Olgu (joon. 62) ühes keha punktis A mõjumas ühes suunas jõud F_1 ja vastupidises F_2. Asendame suurema jõu F_1 kahe komponendiga, millest ühe võtame võrdsena jõuga F_2, teise aga võrdsena ülejäägiga $F = F_1 - F_2$. Eelmise paragrahvi reegli järgi on mõlemad komponendid F_2 ja F suunatud sama sirget mööda ja samale poole, mis jõud F_1. Peale sellist asendust mõjuvad keha peale punktis A juba kolm jõudu: jõud F_2 ühele poole ning jõud F_2 ja $F_1 - F_2$ vastupidisele. Kuid § 60-a reegli järgi jõud F_2 ja F_2 kui võrdsed, vastassuunalised ja ühte punkti rakendatud, hävivad vastastikku ja kõikide antud jõudude mõju taandub ühe jõu $F = F_1 - F_2$ mõjule, mis ongi antud jõudude resultandiks R.

Seega ***kahe ühte punkti ja mööda ühte sirget vastassuunaliselt mõjuva jõu resultant on võrdne nende vahega, on selle juures rakendatud samasse punkti ja mõjub sama sirget mööda suurema jõu suunas.***

$$\boxed{R = F_1 - F_2.} \qquad \text{(XII-b)}$$

65. Kehale nurga all mõjuva kahe jõu liitmine (jõudude parallelogramm). Vaatleme juhtu, kus ühte ja samasse kehasse jõud mõjuvad mingi nurga all. Laevasse mõjuvad üheaegselt mootori veojõud, vee voolamise jõud ja tuule surve. Mäkke tõusvasse traktorisse mõjuvad tema raskus vertikaalselt alla, veojõud piki mäenõlva ja hõõrdumisjõud vastassuunaliselt veojõule jt.

Hoone katusele võivad peale tema raskuse mõjuda katusel oleva lume raskus, mingi nurga all tuule surve jne.

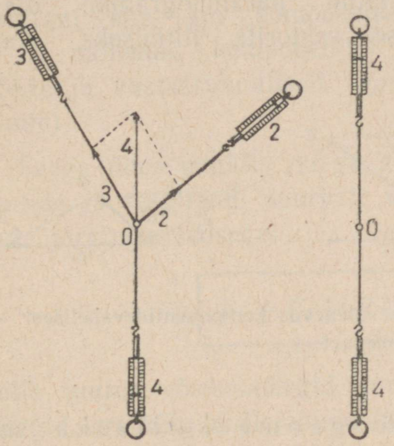
Seega tekib ülesanne liita nurga all kehale mõjuvad jõud.

Lahenduse otsimist algame juhuga, kus kaks jõudu mõjuvad ühele kehapunktile.

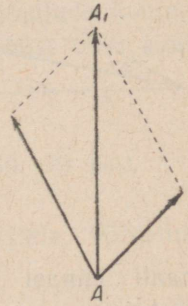
Katselise uurimise ülesanne seisab selles, et tekitada mingile kehale kaks nurga all mõjuvat jõudu, siis asendada need kaks ühe niisugusega, mis tekitaks samasuguse mõju, ja leida seos komponentide ja resultandi suuruste ja suundade vahel.

Võtame kolm tükki nööri, seome nende ühed otsad ühiseks sõlmeks, teised otsad aga kinnitame kolme dünamomeetri külge; dünamomeetrid ise kinnitame naeltega laua külge vabalt võetud väljavenitustega (joon. 63). Märgime lauale kinnitatud paberile sõlme asendi, kolme niidi suunad ja kolme jõu suurused dünamomeetritelt, näiteks $F_1 = 3$; $F_2 = 2$ ja $F_3 = 4$.

Siis vabastame kaks dünamomeetrit, näiteks esimese ja teise, kinnitame vabanenud niidid ühe dünamomeetri külge (joon. 63) ja venitame teda nii, et kolmas, mittevabanenud dünamomeeter, tema niit ja sõlm võtaksid endise asendi. Märgime niidi suuna ja näitamise $R = 4$ uuesti kinnitatud dünamomeetris. Siis tema vedru venitamise jõud mõjutab sõlme samaviisi, kui kahe vabanenud dünamomeetri omadki. Sellepärast võime lugeda jõudu R jõududele F_1 ja F_2 resultantjõuks („võrdselt mõjuvaks").



Joon. 63. Kolme jõu mõju ühele keha punktile.



Joon. 64. Jõudude parallelogramm.

Et saada komponentide ja resultandi suundade ja suuruste vahelist seost, võtame laualt dünamomeetrid ja tõmbame paberile läbi sõlme jooned komponentide ja resultandi suunas. Siis kanname kohaselt valitud mastaabis nendele joontele vastavaid jõude kujutavad lõigud. Ühendades komponentide otsad resultandiga, saame joon. 64 antud kujundi.

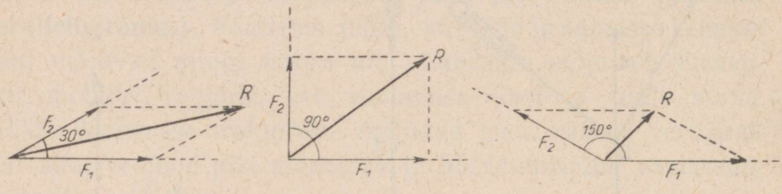
Võib katset korrata mitmesuguste dünamomeetrite venituste ja suundadega. Täpsed katsed näitavad, et niiviisi saadud kujundid on parallelogrammid.

Siit järeldus:

Ühes punktis nurga all mõjuva kahe jõu resultanti kujutab suuruse ja suuna poolest komponentidele ehitatud parallelogrammi diagonaal.

Komponentidele ehitatud parallelogrammi nimetatakse jõudude parallelogrammiks.

Antud vektoritele ehitatud parallelogrammi diagonaali leidmist nimetatakse vektorite liitmiseks, diago-



Joon. 65. Resultandi suuruse olenevus komponentidevahelisest nurgast.

naali ennast aga vektorite geomeetriliseks summaks.

Ei tule segada geomeetrilist summat algebralisega. Meie näitest on näha, et $R = 4$, kuna $F_1 + F_2 = 3 + 2 = 5$. Resultant R kui kolmnurga külg peab alati olema väiksem kahe teise, komponente kujutava külje summast ja suurem nende vahest.

Millest veel, peale komponentide suuruse, sõltub resultandi suurus ja suund?

Leiame resultandi samale kahele jõule $F_1 = 3$ ja $F_2 = 2$ kolmel juhul, kui jõud moodustavad nurgad 30°, 90° ja 150°. Igal kolmel juhul ehitame resultandi saamiseks komponente kujutavate lõikude peale parallelogrammi, tõmbame tema diagonaali (joon. 65) ja valitud mastaabi järgi mõõdame resultandi suuruse.

Jooniseid omavahel võrreldes leiame, et komponentidevahelise nurga vähenemisega resultant suureneb, nurga suurenemisega — väheneb. Resultant saab oma suurima väärtuse siis, kui komponentidevaheline nurk on null; siis on resultant komponentide summa. Sel juhul mõlemad komponendid mõjuvad ühte sirget mööda ja ühes suunas (vastab jõudude liitmise esimesele juhule). Väikseima väärtuse, komponentide vahega võrdse, saab resultant siis, kui komponentidevaheline nurk on 180°, s. o. mõlemad komponendid on mõjumas ühte sirget mööda ja vastassuunaliselt (vastab jõudude liitmise teisele juhule).

Seega ühes punktis nurga all mõjuvate jõudude komponentide ja resultandi suuruste vahelist olenevust võib avaldada järgmise seosega:

$$\boxed{F_1 + F_2 \geqslant R \geqslant F_1 - F_2,}$$

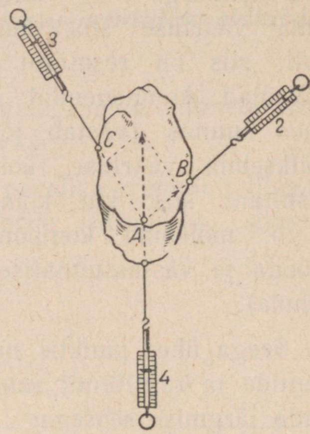
mille juures võrdusmärgid kuuluvad äärmistele, võrratuse märgid aga kõigile ülejäänud juhtudele.

Kolme jõu tasakaalustamisel, nagu näeme joon. 66, võib iga jõudude paari võtta komponentidena; siis kolmas on tasakaalustav, s. o. on võrdne ja vastassuunaline esimese kahe jõu resultandiga.

Tehke joon. 66 endale vihku, ehitage parallelogrammid vabalt võetud kahele jõule, silmas pidades mastaapi, ja kontrollige, kas resultant suuruse ja suuna poolest ühtib diagonaaliga. Kui liidetakse kahte täisnurga all seisvat komponenti, siis resultanti saab arvutada P y t h a g o r a s e teoreemi põhjal. Niiviisi joon. 65 keskmise joonestise jaoks

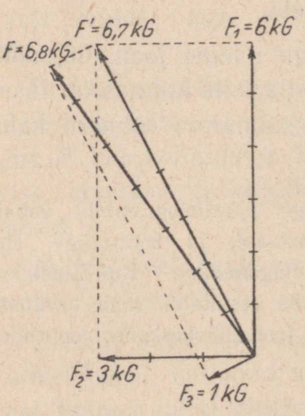
$$R^2 = F_1^2 + F_2^2$$
$$R^2 = 3^2 + 2^2$$
$$R = \sqrt{13}$$
$$R \approx 3{,}6 \text{ kG.}$$

66. Keha kahte punkti rakendatud kahe jõu liitmine. Kordame katset kolme dünamomeetriga, kinnitades niidid mitte ühe sõlme külge, vaid papi või vineeri mitmesugustele punktidele (joon. 66). Kui keha nihkub nii, et jõud vastastikku tasakaalustuvad ja keha nihkumine lakkab, siis tuleb märkida kõigi kolme jõu siht. Katsed näitavad, et kõigi kolme jõu sihid lõikuvad ühes punktis; see punkt on tipuks parallelogrammile, mis ehitatakse eespool saadud reegli järgi.



Joon. 66.

Seega, et liita kahte ühes tasapinnas olevat ja keha erinevatesse punktidesse rakendatud jõudu, tuleb joonisel kujutada vektor-jõud, pikendada nad lõikumiseni, viia komponentide rakenduspunktid lõikepunkti ja liita nad parallelogrammi reegli põhjal.



Joon. 67. Kolme komponendi resultandi leidmine.

67. Keha peale mõjuva mitme jõu liitmine. Analüüsime näidet. Paadile mõjuvad kolm jõudu: sõudjate jõud $F_1 = 6$ kG risti voolule, jõevoolu jõud $F_2 = 3$ kG ja tuule jõud $F_3 = 1$ kG 30° nurga all voolu suunaga. Leida kolme jõu resultant.

Kujutame jõud graafiliselt (joon. 67). Kui komponentide arv on kahest suurem, leitakse esiteks mingi kahe jõu resultant F', siis leitakse esimese resultandi F' ja mingi järgmise jõu resultant F jne., kuni pole leitud lõplik resultant.

Resultandi arvulise väärtuse võime leida kas arvutamise teel või mastaabi järgi $F = 6{,}8$ kG.

Harjutus 11.

1) Põrandal seisev kast kaalub 400 kG, tema peale astub inimene raskusega 80 kG. Kui suur on rõhumise jõud põrandale?

2) Põrandal seisavad üksteise peal 6 ühesuguse suurusega kasti; kaks alumist kaaluvad à 10 kG, kolm järgmist à 8 kG ja ülemine 6 kG. Kui suur on kõikide raskusjõudude resultant?

3) Saani veojõud horisontaalses suunas peab olema 100 kG. Saani ette on rakendatud teineteise järele kaks hobust, kes annavad horisontaalses suunas tõmmet 40 ja 45 kG. Kui suurt lisatõmmet on tarvis saani ühtlaseks liikumiseks?

4) 88 kG raskune tööline tõmbab üle liikumatu ploki visatud köie abil 48 kG koormat. Missuguse jõuga surub tööline maad?

5) Paati tõmmatakse kahe köie abil, mis moodustavad teineteisega 60° nurga, jõududega à 12 kG. Leida resultant (graafiliselt ja arvutamisega).

Vastus: 20,8 kG.

6) Selgitada graafiliselt resultandi muutumist, kui komponentidevaheline nurk eelmises ülesandes on 45° ja 30°.

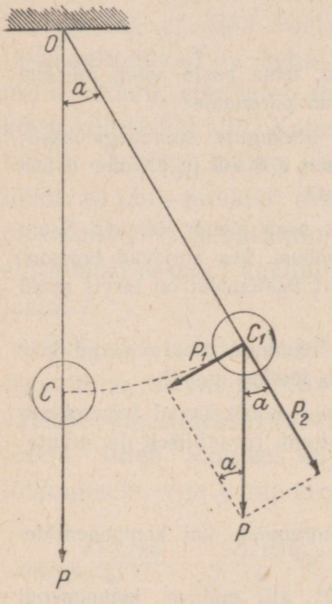
7) Millega võrdub kahe võrdse, 120° all mõjuva komponendi resultant?

8) Millega võrdub kolme võrdse, üksteise suhtes 120° all mõjuva komponendi resultant?

9) Traadil ripub 60 kG koorem. Koorma ülesriputamise kohale kinnitatakse dünamomeeter ja, hoides teda horisontaalselt, tõmmatakse raskus uude asendisse jõuga 20 kG. Leida resultant (graafiliselt ja arvutamisega).

10) Traadil ripub 45 kG raskus. Raskuse ülesriputamise kohale kinnitatakse dünamomeeter, millega tõmmatakse raskust horisontaaltasapinnaga 45° all ja 18 kG jõuga. Leida resultant (graafiliselt).

68. Jõu lahutamine komponentideks. Leitud reegel jõudude liitmiseks, mis mõjuvad ühes punktis nurga all, leiab laialdast rakendamist paljude praktiliste ülesannete lahendamisel. Ainult et paljudel juhtudel tuleb lahendada eelmises paragrahvis antud ülesandele vastupidist ja nimelt — tuleb asendada antud jõud tema kahe komponendiga.



Joon. 68. Pendlit võnkumapanev jõud.

Antud jõu järgi tema komponentide leidmist nimetatakse jõudude l a h u t a m i s e k s.

Samad katsed, mis olid aluseks kahe jõu asendamisel ühega, näitavad võimalust asendada ühte kahega, ilma et muudetaks selle juures keha peale avaldatavat mõju.

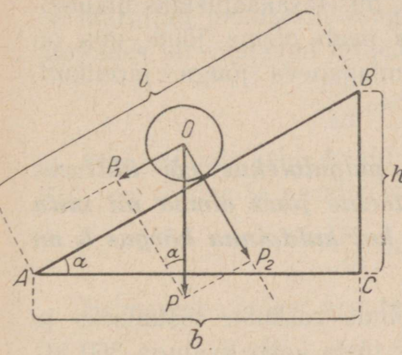
Jõu lahutamine komponentideks toimub üldise vektorilahutamise reegli järgi, mis on antud §-s 43.

Igas üksikus ülesandes (antud jõu lahutamisel teatud komponentideks) peab antud juhul olema kas mõlema komponendi suund või ühe komponendi suurus ja suund. Sellejuures suundade valik ei tohi olla juhuslik, vaid ära määratud antud ülesande konkreetsete andmetega.

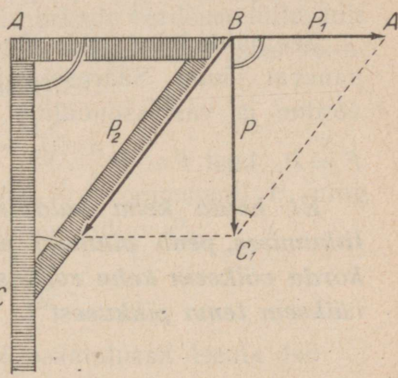
Vaatleme jõudude lahutamist näidetel.

N ä i t e i d. 1. Leida p e n d l i t liikumapanev jõud. Joon. 68 kujutab pendlit, mis võngub ümber telje *O*; temale mõjub raskus *P*, mis on rakendatud punktis *C*. Seni kui pendel on sellises asendis, et punktid *C* ja *O* asuvad ühel vertikaalil, jõu *P* mõju hävib toetuspunkti vastumõju tõttu ja pendel seisab paigal.

Kui need punktid aga ei asu ühel vertikaalil, siis raskuse mõju ei hävi toetuspunkti vastumõju tõttu ja pendel hakkab liikuma. Et selgitada, missugune jõud hakkab pendlit liigutama, on tarvis asendada pendli kaal, mida võtame resultandina, kahe komponendiga. Ühe komponendi suunaks võtame sellise suuna, mida mööda liikumine on ilmselt võimatu, s. o. suuna, mis läbib niidi OC suunas toetuspunkti, teise aga võtame risti esimesega, s. o. pendli trajektoori puutujat



Joon. 69. Kaldpinda mööda liikumapanev jõud.



Joon. 70. Tõmme ja surve kronsteinil.

mööda. Ehitades parallelogrammi antud diagonaali P ja komponentide valitud suundade järgi, leiame komponentide suurused P_1 ja P_2.

Jõu P_2 mõju, mille suund läbib toetuspunkti, hävib selle vastumõju tõttu; P_1-st saab pendlit kaart CC_1 mööda liigutav jõud.

2. Laud pikkusega $l = 2{,}5$ m on tõstetud ühe otsaga kõrgusele $h = 1{,}5$ m. Laual asetseb keha raskusega 60 kG. Leida jõud, mis paneb keha mööda kaldpinda alla liikuma (joon. 69).

Ühe komponendi suuna võtame kaldpinnaga, s. o. lauaga risti, teise aga — tema pikkusega paralleelselt. Antud jõule ja suundadele ehitatud parallelogrammi küljed annavad komponentide suurused P_1 ja P_2.

Jõud P_2 surub pinda; tema mõju hävib laua vastumõju tõttu. Jõud P_1 on liikumapanevaks jõuks.

Kolmnurkade OPP_1 ja BAC sarnasusest saame: $P_1 : P = BC : AB$; $P_1 : P = h : l$; $P_2 : P = AC : AB$; $P_2 : P = b : l$;

$$P_1 = P \cdot \frac{h}{l}; \quad P_1 = \frac{60 \cdot 1{,}5}{2{,}5} = 36; \quad P_1 = 36 \text{ kG}; \quad b = \sqrt{l^2 - h^2};$$

$$P_2 = P \frac{\sqrt{l^2 - h^2}}{1}; \quad P_2 = 60 \cdot \frac{2}{2{,}5} = 48; \quad P_2 = 48 \text{ kG}.$$

See näide lubab leida jõudu F, mis tasakaalustaks liikumapanevat jõudu. Sääraseks jõuks peab olema jõud, mis on võrdne ja vastassuunaline liikumapaneva jõuga, järelikult,

$F = P_1$, kust $F = P \frac{h}{l}$.

Et hoida keha kaldpinnal paigalolekus või ühtlases liikumises, peab pinnaga paralleelne jõud olema nii mitu korda väiksem keha raskusest, kui kaldpinna kõrgus h on väiksem tema pikkusest l.

Sel alusel kasutatakse kaldpinda raskuste tõstmiseks ja allalaskmiseks. On tarvis näiteks tõsta kasti kaaluga 360 kG maast veokile, kõrgusele 1,2 m. Otsestest tööliste pingutustest tõstmiseks ei piisa. Siis võib võtta tugevaid laudu, asetada nad ühe otsaga veokile, teisega maapinnale ja tõmmata kasti neid laudu mööda. Kui laudade pikkus on umbes 5 m, siis kasti tõstmiseks laudu mööda ilma hõõrdumiseta on vaja jõudu, mis kasti raskusest on nii mitu korda väiksem, kui kõrgus on väiksem pikkusest, s. o. 4 korda. Järelikult on küllaldane rakendada 90 kG jõudu (ilma hõõrdumiseta).

Raskeid kaste ei lasta käte peal keldrisse, vaid mööda kaldpinda, rakendades nii mitu korda väiksemat kinnipidavat jõudu, kui kõrgus on väiksem kaldpinna pikkusest. Majade trepid ja mäeteed ehitatakse väikese tõusuga kaldpinna kujul, et oleks kergem neid mööda liikuda ja koormaid vedada.

3. K r o n s t e i n i l ripub koormus $P=48$ kG (joon. 70), kronsteini horisontaalne varras $AB=0,9$ m, vertikaalne — $AC=1,2$. Leida varda AB tõmbejõud ja jõud, mis surub varrast BC.

Komponentide suundadeks valime BC ja AB pikenduse. Parallelogrammi ehitamisega leiame komponendid P_1 ja P_2. Jõud P_1 kutsub esile horisontaalse varda tõmbe ja jõud P_2 — kaldvarda surve.

Komponentide arvutamiseks võrdleme kahte kolmnurka ABC ja BA_1C_1. Nad on sarnased nurkade võrdsuse tõttu, mis on märgitud joonisel ühesuguste märkidega. Sarnastes kolmnurkades on vastavad küljed võrdelised:

$$\frac{BA_1}{AB}=\frac{BC_1}{AC}=\frac{A_1C_1}{BC}.$$

BC_1 kujutab keha kaalu P, BA_1 — komponenti P_1 ning A_1C_1 on võrdne ja paralleelne komponendiga P_2:

$$\frac{P_1}{AB}=\frac{P}{AC}=\frac{P_2}{BC}.$$

Esimesest võrdest arvutame:

$$P_1=\frac{P\cdot AB}{AC};\ P_1=\frac{48\cdot 0,9}{1,2}=36;\quad P_1=36\ \text{kG}.$$

Teisest võrdest leiame:

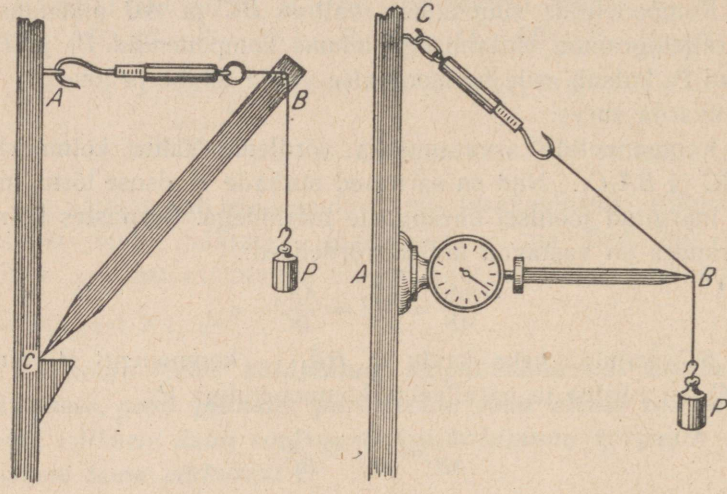
$$P_2=\frac{P\cdot BC}{AC};\ \text{aga}\ BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=1,5\ \text{ja}$$

$$P_2=\frac{48\cdot 1,5}{1,2}=60;\ P_2=60\ \text{kG}.$$

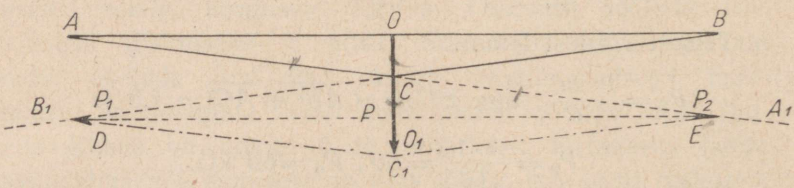
Arvutusi võime kontrollida katseliselt, nagu on näidatud joon. 71.

4. 20 meetri pikkuse trossi keskel ripub latern kaaluga $P=20$ kG. Trossi paindekõrgus OC on võrdne $h=0,1$ m. Leida trossi pinge (joon. 72).

Et saada jõude, mis tekitavad trossi pinget, lahutame laterna kaalu suundades CB_1 ja CA_1, mis kujutavad trossi osade pikendusi. Rombi CDC_1E küljed CD ja CE annavad komponendid P_1 ja P_2, mis põhjustavad pinget trossi osades. Nende võrdsete komponentide arvutamiseks tõmbame rombi teise diagonaali DE ja vaatleme kolmnurki AOC ja CO_1E. Nad on



Joon. 71. Põikpuule ja kaldpuule mõjuvate jõudude mõõtmine.



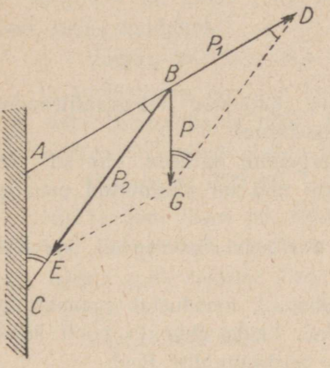
Joon. 72. Trossi pinge.

sarnased nurkade võrdsuse tõttu. Kolmnurkade sarnasusest järgneb:

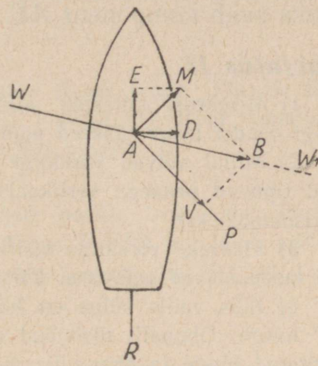
$$\frac{CE}{CO_1} = \frac{AC}{CO}; \quad CE = \frac{CO_1 \cdot AC}{CO}; \quad CO_1 = \frac{P}{2} = 10 \text{ kG},$$

$$CE = \frac{10 \cdot 10}{0{,}1} = 1000 \text{ kG}.$$

5. Seinakraana ABC abil tõstetakse üles koormus $P = 300$ kG. Pingevarras $AB = 2{,}7$ m, tugi $BC = 3{,}6$ m, $AC = 1{,}8$ m (joon. 73). Leida pingevarda AB tõmbejõud ja surve toele BC.



Joon. 73. Seinakraana.



Joon. 74. Purje mõjutava tuule jõu lahutamine.

Kolmnurgad ABC ja BDG on sarnased, kuna neil on võrdsed nurgad, mis on märgitud joonisel ühesuguste märkidega. Kolmnurkade sarnasusest järgneb külgede võrdelisus:

$$\frac{DG}{BC} = \frac{BG}{AC} = \frac{BD}{AB}; \quad DG = P_2; \quad BG = P; \quad BD = P_1;$$

$$\frac{P_2}{BC} = \frac{P}{AC} = \frac{P_1}{AB}; \quad P_1 = \frac{P \cdot AB}{AC}; \quad P_2 = \frac{P \cdot BC}{AC};$$

$$P_1 = \frac{300 \cdot 2{,}7}{1{,}8} = 450; \quad P_1 = 450 \text{ kG}; \quad P_2 = \frac{300 \cdot 3{,}6}{1{,}8} = 600;$$

$$P_2 = 600 \text{ kG}.$$

6. Jõudude lahutamine purje juures. Puri on paadis asetatud AP suunas, tuul puhub WW_1 suunas. Kujutame vektoriga AB tuule surve purjele tuule suunas (joon. 74).

Et saada jõudu, mis paneb liikuma paati ninaga ees, lahutame algul tuule survejõu AB kaheks komponendiks: AV —

piki purje ja AM — risti purje pinnaga. Komponent AV, libisedes piki purje, ei pane paati liikuma. Komponent AM tervikuna samuti ei suuda liigutada paati pära — nina sihis. Kuid seda viimast võib uuesti komponentideks lahutada ja saada AE — piki paati ja AD põiki paati. Liikumapanevaks jõuks saab komponent AE.

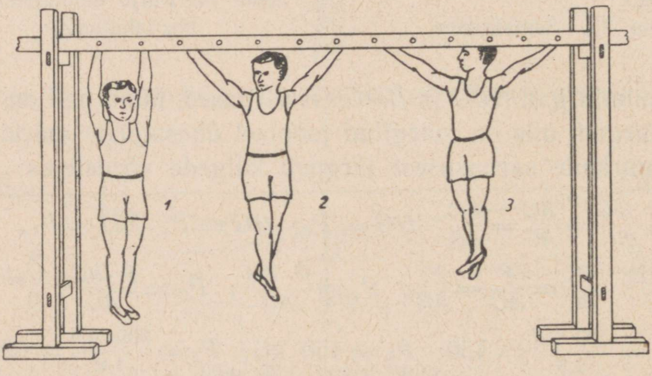
Harjutus 12.

1) Mispärast kiilasjää ajal mõnikord katkevad telegraafitraadid, kuigi nendel lasuv jääkord pole nimetamisväärne?

2) Millal võivad võrkkiige nöörid kergemini katkeda, kas siis, kui nad ripuvad peaaegu vertikaalselt, või kui nad on pingutatud peaaegu horisontaalseks?

3) Määrake võrkkiige nööride pinge teie keha raskuse all, kui nöörid moodustavad omavahel 120° nurga.

4) Köis, mille külge on kinnitatud õhupall, moodustab maapinnaga 60° nurga. Õhupalli tõstejõud on 1000 kG. Leida õhupalli poolt köiele tekitatud pinge ja õhupallile mõjuv tuule horisontaalne jõud.



Joon. 75. 5-nda ülesande juurde.

5) Kolm poissi, igaüks kaaluga 45 kG, ripuvad käsipidi horisontaalse redeli küljes, nii nagu näidatud joon. 75. Esimese käed on paralleelsed, teise käed moodustavad 90° nurga, ja kolmanda omad — 120° nurga. Leida iga poisi käte pinge.

6) Vaati hoitakse kaldpinnal nööriga, mis moodustab kaldpinnaga 45° nurga. Kujutada kõikide jõudude vektorid ja seletada, milles seisab iga jõu toime.

7) 2,25 m pikkusega ja 1,35 kõrgusega kaldpinnal asetseb kera kaaluga 90 kG. Kui suurt kaldpinnaga paralleelset jõudu on tarvis rakendada kerale, et takistada tema allaveeremist?

Vastus: 54 kG.

8) Kera kaaluga 48 kG asetseb kaldpinnal, mille pikkus on 5 m ja kõrgus 3 m. Leida jõud, mis paneb kera liikuma, ja jõud, millega kera surub kaldpinda.

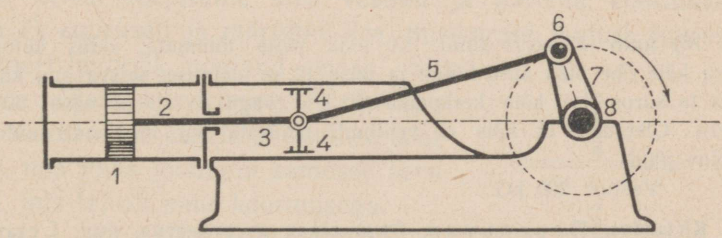
Vastus: 28,8 kG; 38,4 kG.

9) Elektrilamp on laua kohal riputatud traadi külge. Kõrvale tõmbab teda horisontaalne nöör. Lambi kaal $P = 0,8$ kG, traat moodustab horisondiga 60° nurga. Leida traadi ja nööri pinged.

Vastus: $\approx$ 0,92 kG; $\approx$ 0,46 kG.

10) Trammi juhe on riputatud kahele postile trossi abil. Postide vahe on (sirget mööda) 20 m. Paindekõrgus $h = 0,2$ m. Jõud, millega juhe mõjub enda raskuse tõttu ülesriputamise punktis, on 17,8 kG. Leida trossi pinge.

Vastus: 445 kG.



Joon. 76.

11) Aurumasina kolvi pind $S = 300$ cm²; auru rõhk $p = 10$ kG/cm². Leida kepsu (5) pidi mõjuv jõud ja jõud juhtijale (4), kui keps (5) moodustab kolvi varrega (3) nurga 150° (joon. 76).

Vastus: 3464 kG; 1732 kG.

12) 9 kG latern on riputatud kronsteinile ABC. Horisontaalne varb $AB = 1,2$ m, kaldvarb $BC = 1,5$ m. Punkt C on seinal A-st kõrgemal. Leida jõud, mis surub varba AB ja varva BC tõmbejõud.

Vastus: 12 kG; 15 kG.

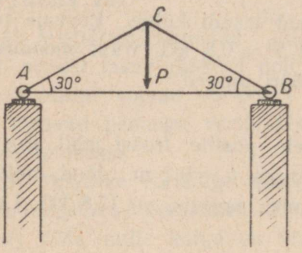
13) 18 kG latern on riputatud postil kandetoele ACB. Horisontaalse varva pikkus $AB = 96$ cm; toe (kaldvarva) pikkus $BC = 120$ cm.

Punkt A on postil kõrgemal kui punkt C. Leida varva AB tõmbejõud ja jõud, mis surub varba BC.

Vastus: 24 ja 30 kG.

14) Seinakraana pingevarras AB on 2,5 m; pingevarda ja toe otste kaugus seina mööda on $AC = 1$ m. Kraana otsas ripub koormus 960 kG. Leida pingevarda tõmbejõud ja surve toele, kui pingevarras on risti seinaga.

Vastus: 2400 kG; $480\sqrt{29}$ kG.



Joon. 77.

15) Sarikas moodustab horisontaalse talaga AB nurga 30° (joon. 77). Sarikate lõikepunkti on riputatud koormus $P = 10\,000$ kG. Määrata tala tõmme P_1 ja surve seinale P_2.

Vastus: 8 650 kG; 5 000 kG.

16) Auto jäi porri kinni. Et teda välja tõmmata, sidus autojuht kõva köie ühe otsa auto külge ja teise 12 m kaugusel seisva puu külge. Siis ta surus risti köie keskpaika 40 kG jõuga ja liikus edasi 60 cm võrra. Oletades, et köis ei veninud, määrata sel momendil autosse mõjuv jõud.

Vastus: 200 kG.

Kirjandus. Перельман, Физическая хрестоматия, вып. I, статьи: „Парусное судоходство", стр. 84; „Аэроплан", стр. 87. Жабров, Летательные машины. Perelman, Huvitav füüsika I. „Miks tõuseb paberlohe lendu?" lk. 63; „Elavad planeerid", lk. 65.

KONTROLLKÜSIMUSI.

1) Mida nimetatakse tasakaalustavaks jõuks?
2) Millal kaks jõudu teineteist vastastikku tasakaalustavad?
3) Missugune omadus antakse tahkele kehale staatikas?
4) Kuidas võib tahkes kehas raskuspunkti ümber asetada?
5) Mida nimetatakse resultandiks? komponentideks?
6) Millega võrdub kahe ühes keha punktis ja ühes suunas mõjuva jõu resultant? vastupidistes suundades?
7) Millega võrdub kahe ühes keha punktis nurga all mõjuva jõu resultant?

8) Kuidas oleneb resultant komponentidevahelisest nurgast?

9) Kuidas leida mitme ühes keha punktis mõjuva jõu resultant?

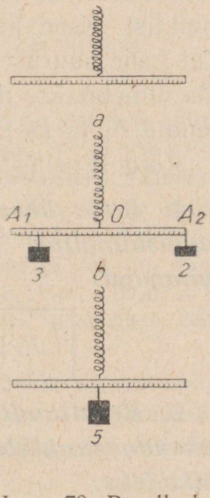
69. Ühesuunaliste paralleelsete jõudude liitmine. Paljudel juhtudel võib kohata mingi t a h k e k e h a peale mõjuvate paralleelsete jõudude liitmise ülesannet (mitme hobuse paralleelne rakendus põllutöömasina ette, tahke keha peale asetatud mitme koormuse mõju jne.).

Et tuletada katseliselt ühesuunaliste paralleelsete jõudude liitmise reeglit, riputame kerge sirge joonlaua vedru abil naela otsa, mis on löödud vertikaalselt asetseva ja millimeetripaberiga ületõmmatud tahvli külge. Joonlaud asetsegu horisontaalselt.

Joonlauale asetatud aasadele riputame kaks mingit koormust ja nihutame aasasid niikaua, kuni joonlaud võtab horisontaalse seisu. Kirjutame üles vasaku ja parema koormuse F_1 ja F_2 suurused ja märgime ära, missuguse jaotuse juures millimeetripaberil joonlaud seisab. Siis võtame mõlemad koormused ära ja riputame kolmandale aasale ühe sellise koormuse, mis viiks joonlaua samasse asendisse, mis tal oli kahe koormusega.

Silmanähtavalt jõud, millega mõjub üks koormus joonlauale, on resultandiks kahele jõule, millega mõjutavad joonlauda kaks koormust.

Kirjutame üles resultandi R suuruse ja tema rakenduspunkti O kaugused resultantide F_1 ja F_2 rakenduspunktidest A_1 ja A_2, A_1O ja A_2O (joon. 78). Kordame mõõtmisi mitmesuguste koormustega, riputades neid joonlaua mitmesugustele kohtadele, ja iga kord teeme eespool nimetatud üleskirjutused.



Joon. 78. Paralleelsete jõudude resultandi leidmine.

Katse lõpul koostatakse tabel sarnaselt allpool tooduga.

F_1	F_2	R	A_1O	A_2O	$F_1 \cdot A_1O$	$F_2 \cdot A_2O$
1	5	6	50	10	50	50
9	6	15	24	36	216	216
4	2	6	20	40	80	80
5	3	8	22	37	110	111
3	1	4	15	44	45	44
7	13	20	39	21	273	273
11	4	15	16	44	176	176

Resultandi suuruse annab kolmas veerg. Temast näeme, et resultant on komponentide summa. Resultant on paralleelne ja samasuunaline komponentidega. Komponentide rakenduspunktide asukohad A_1 ja A_2 annavad neljanda ja viienda veeru.

Kuuendasse ja seitsmendasse on paigutatud jõudude korrutised nende rakenduspunktide kaugustega resultandi rakenduspunktist. Need korrutised on igas katses omavahel võrdsed. Kui kahe suuruse vastavate väärtuste korrutised on võrdsed, siis nimetatakse neid suurusi pöördvõrdelisteks. Seega komponendid F_1 ja F_2 ja kaugused A_1O ja A_2O on pöördvõrdelised.

Kõigest sellest järgneb paralleelsete jõudude liitmise reegel:

1. ***Kahe ühesuunalise ja paralleelse jõu resultant on samasuunaline, nendega paralleelne ja võrdne nende summaga:***

$$\boxed{F_1 \parallel R \parallel F_2;} \qquad \boxed{R = F_1 + F_2.} \qquad \text{(XIII-a)}$$

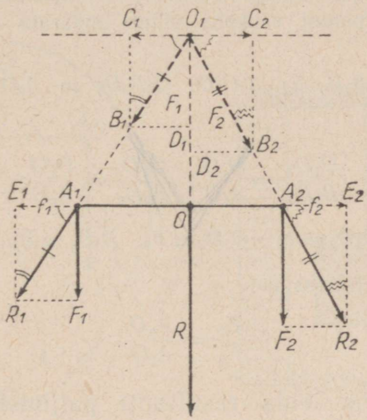
2. ***Resultandi rakenduspunkt jagab komponentide rakenduspunktide kauguse jõududega pöördvõrdelisteks lõikudeks:***

$$\boxed{F_1 \cdot A_1O = F_2 \cdot A_2O.} \qquad \text{(XIII-b)}$$

Ühesuunaliste paralleelsete jõudude liitmise reeglit võib tuletada teoreetiliselt.

Olgu mingile tahkele kehale rakendatud kaks paralleelset jõudu: punktis A_1 jõud F_1 ja punktis A_2 jõud F_2 (joon. 79).

Kuna tunneme ühesse punkti nurga all mõjuvate jõudude liitmise reeglit, siis tuleb antud juhtum viia sellele juhule.



Joon. 79. Kahe paralleelse ja ühesuunalise jõu liitmine.

Selle eesmärgiga rakendame punktidesse A_1 ja A_2 A_1A_2 pikenduse sihis kaks võrdset ja vastassuunalist jõudu f_1 ja f_2. Kaks säärast jõudu § 60-a põhjal tasakaalustuvad vastastikku. Järelikult nelja jõu F_1, F_2, f_1 ja f_2 mõju kehale on sama, mis endise kahegi. Samuti võime ilma jõudude mõju kehale muutmata asendada F_1 ja f_1 resultandiga R_1 ja F_2 ja f_2 — resultandiga R_2 ja kanda mõlemad resultandid keha punkti O_1 asendisse O_1B_1 ($O_1B_1 = R_1$) ja O_1B_2 ($O_1B_2 = R_2$). Punkt O_1 on resultantide pikenduste lõikepunkt.

Punktis O_1 lahutame jällegi iga endise resultandi kaheks komponendiks suundades: C_1C_2 paralleelselt A_1A_2-ga ja O_1O paralleelselt F_1 ja F_2-ga, mille tõttu kõikide jõudude lõplik mõju jääb muutumatuks.

Kolmnurgad $O_1C_1B_1$ ja $A_1E_1R_1$, $O_1C_2B_2$ ja $A_2E_2R_2$ on vastavalt võrdsed, järelikult $O_1C_1 = f_1$, $B_1C_1 = F_1 = O_1D_1$, $O_1C_2 = f_2$; $B_2C_2 = F_2 = O_1D_2$.

Jõud f_1 ja f_2 tasakaalustuvad vastastikku ja kogu mõju jääb samadele jõududele F_1 ja F_2, ainult nüüd juba rakendatult ühte punkti ühte sirget mööda samale poole.

Nende resultant on võrdne nende summaga ($R = F_1 + F_2$), on rööbik ja sama suunaga kui antudki jõud.

Resultandi rakenduspunkti võime viia punkti O, mis on resultandi pikenduse ja komponentide rakenduspunktide ühendusjoone lõikepunkt. Selle punkti asukoha võime määrata sarnastest kolmnurkadest:

$$O_1B_1D_1 \text{ ja } A_1O_1O; \; O_1B_2D_2 \text{ ja } A_2O_1O.$$

Nendest:

$$\frac{O_1D_1}{B_1D_1} = \frac{O_1O}{A_1O}; \quad \frac{O_1D_2}{B_2D_2} = \frac{O_1O}{A_2O};$$

$$O_1D_1 = F_1; \quad O_1D_2 = F_2; \quad B_1D_1 = B_2D_2.$$

Võrduste jagamisel saame:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{A_2O}{A_1O}.$$

Kui on tarvis leida resultanti paljudele paralleelsetele jõududele, mis mõjutavad ühte ja sama tahket keha, siis tuleb alguses liita saadud reegli järgi kaks paralleelset jõudu, selle järel saadud resultandile kolmas jõud jne.

N ä i t e i d. 1. Kehasse (joon. 80) mõjuvad kaks paralleelselt ja ühteviisi suunatud jõudu $F_1 = 4$ kG ja $F_2 = 5$ kG; nende rakenduspunktide kaugus $A_1A_2 = 36$ cm. Leida nende resultant:

$$F_1 \parallel R \parallel F_2; \quad R = F_1 + F_2 = 4 \text{ kG} + 5 \text{ kG} = 9 \text{ kG}.$$

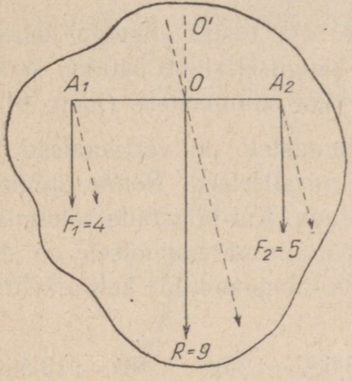
Et leida resultandi rakenduspunkti, tähistame tema kauguse A_1O ühest komponendi rakenduspunktist A_1 x-ga; siis kaugus teise komponendini $A_2O = 36 - x$ ja $F_1x = F_2\ (36 - x)$; $4x = 5(36 - x)$; $4x = 180 - 5x$; $9x = 180$; $x = 20$ cm.

2. Kehasse mõjub kaks paralleelset ja samasuunalist jõudu: $F_1 = 5$ kG ja $F_2 = 7$ kG. Resultandi rakenduspunkt O seisab

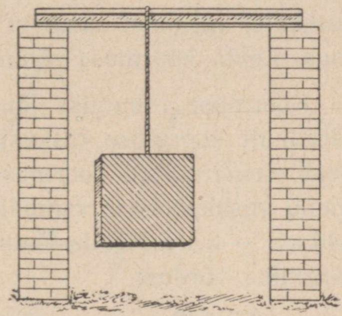
jõu F_1 rakenduspunktist A_1 35 cm kaugusel. Leida resultandi suurus ja komponentide rakenduspunktide kaugus A_1A_2.

$$R = F_1 + F_2;\quad R = 5\ \mathrm{kG} + 7\ \mathrm{kG} = 12\ \mathrm{kG}.$$

Tähistame kauguse A_1A_2 x-ga; on antud, et $A_1O = 35$, siis $A_2O = x - 35$. Kuid $F_1 \cdot A_1O = F_2 \cdot A_2O$; $5 \cdot 35 = 7(x - 35)$; $175 = 7x - 245$; $7x = 420$; $x = 60$ cm.



Joon. 80. Punkt O — paralleelsete jõudude keskpunkt.



Joon. 81. Tala surve sammastele.

70. Paralleelsete jõudude keskpunkt. Paralleelsete jõudude resultandi rakenduspunkt, mis on leitud eespool antud reegli järgi resultantide rakenduspunkte ühendaval joonel, nimetatakse *paralleelsete jõudude keskpunktiks.*

Paralleelsete jõudude keskpunkt O säilitab oma asukoha kehas, kui kõik paralleelsed jõud muudavad oma suunda ühe ja sama nurga võrra (punktiirjooned joonisel 80).

Selliseid punkte on kehal ainult üks. Joonisest on näha, et ükski teine punkt, näiteks O', ei või olla resultandi rakenduspunktiks paralleelsete komponentide mistahes suuna puhul.

Ainult paralleelsete jõudude keskpunkti asukoht ei olene nende suunast.

71. Jõu lahutamine kaheks paralleelseks komponendiks. Jõu lahutamisel kaheks paralleelseks komponendiks võib anda kas mõlema komponendi rakenduspunktide asukohad või ühe komponendi suuruse ühes selle rakenduspunktiga.

N ä i t e i d. 1. 4,5 m pikkune tala toetub otstega kahele sambale; vasakust sambast 2 m kaugusel ripub 540 kG koormus. Leida koormuse rõhumise jõud sammastele (joon. 81).

Koormuse rõhumise jõud sammastele on vertikaalsed ja järelikult koormuse raskusjõuga paralleelsed. Nende summa peab olema võrdne koormuse kaaluga. Kui tähistada rõhumise jõudu vasakpoolsele sambale x kG, siis parempoolsele on see 540 kG — x kG. Nende jõudude kui komponentide kohta kehtib järgmine võrdus:

$2 \cdot x = 2{,}5(540 - x)$; $20x = 13\,500 - 25x$; $45x = 13\,500$; $x = 300$; $F = 300$ kG; $F_1 = 540$ kG $- 300$ kG $= 240$ kG.

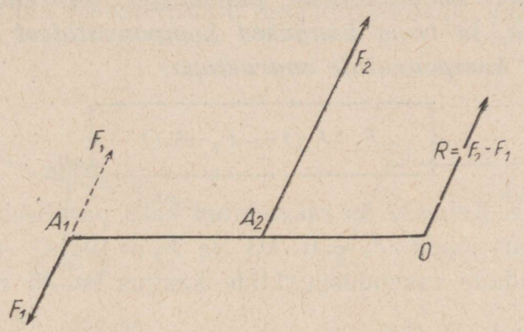
2. 600 kG jõud lahutada kaheks paralleelseks komponendiks, millest üks on 240 kG ja rakendatud 1,44 m kaugusele resultandi (antud jõu) rakenduspunktist.

Ülesanne viib teise jõu suuruse ja selle rakenduspunkti leidmisele. Otsitava jõu rakenduspunkt asub antud jõu ja esimese komponendi rakenduspunktide ühendussirgel. Otsitava komponendi suurus $F_1 = 600$ kG $- 240$ kG $= 360$ kG. Tähistame tema rakenduspunkti kauguse antud jõu rakenduspunktist x-ga. Siis

$$1{,}44 \cdot 240 = 360 \cdot x; \quad x = 0{,}96 \text{ m}.$$

72. Kahe paralleelse ja vastassuunalise jõu liitmine. Tahkele kehale mõjuvad kaks paralleelset ja vastassuunalist jõudu F_1 ja F_2, mis on rakendatud punktides A_1 ja A_2 (joon. 82).

Lahutame suurema jõu F_2 kaheks komponendiks, millest üks oleks võrdne jõuga F_1 ja rakendatud temaga ühisesse punkti A_1; siis teine on võrdne vahega $F_2—F_1$ ja on rakendatud teiselpool jõudu F_2 olevasse punkti O. O asukohta meie esialgu ei tea. Peale säärast lahutamist mõjub kehale kahe antud jõu F_1 ja F_2 asemel kolm jõudu: F_1, F_1 ja $F_2 — F_1$. Kuid F_1 ja F_1 on rakendatud ühte punkti, on vastassuunalised ja võrdsed ja sellepärast vastastikku hävivad ning kõikide



Joon. 82. Kahe paralleelse ja vastassuunalise jõu resultant.

jõudude mõju kujuneb ühe jõu $F_2 — F_1$ mõjuks, mis on rakendatud punkti O. Seega jõud $R = F_2 — F_1$ on kahe antud jõu F_1 ja F_2 resultandiks.

Et määrata tema rakenduspunkti asukohta, meenutame, et jõu F_2 kaheks komponendiks F_1 ja $F_2 — F_1$ lahutamise reegli põhjal peame saama võrdused:

$$F_1 \cdot A_1A_2 = (F_2 — F_1) \cdot A_2O;$$
$$F_1 \cdot A_1A_2 = F_2 \cdot A_2O — F_1 \cdot A_2O;$$
$$F_1 \cdot A_1A_2 + F_1 \cdot A_2O = F_2 \cdot A_2O;$$
$$F_1 (A_1A_2 + A_2O) = F_2 \cdot A_2O,$$

kuid $A_1A_2 + A_2O = A_1O$; siis $F_1 \cdot A_1O = F_2 \cdot A_2O$.

Siit järeldus:

1. ***Kahe paralleelse ja vastassuunalise jõu resultant on võrdne nende vahega, on nendega paralleelne ja suunatud suurema jõu poole:***

$$\boxed{R = F_2 - F_1.} \qquad \text{(XIV-a)}$$

2. ***Resultandi rakenduspunkt asub komponentide rakenduspunktide ühendusjoone pikendusel, suurema komponendi taga, ja tema kaugused komponentidest on pöördvõrdelised komponentide suurustega:***

$$\boxed{F_1 \cdot A_1O = F_2 \cdot A_2O.} \qquad \text{(XIV-b)}$$

Näide. Kehasse on rakendatud kaks paralleelset ja vastassuunalist jõudu $F_1 = 6$ kG ja $F_2 = 10$ kG (joon. 82). Nende jõudude rakenduspunktide kaugus on 36 cm. Leida resultant.

Resultant $R = F_2 - F_1 = 10 \text{ kG} - 6 \text{ kG} = 4$ kG; ta on komponentidega paralleelne, suunatud suurema poole ja rakendatud A_1A_2 pikendusel suurema taga. Et leida rakenduspunkti O, tähistame tema kauguse lähima jõu rakenduspunktist x-ga; $A_2O = x$; siis:

$$A_1O = A_1A_2 + x \quad \text{ja} \quad F_1(A_1A_2 + x) = F_2x;$$

$$F_1 \cdot A_1A_2 + F_1x = F_2x; \quad F_2x - F_1x = F_1 \cdot A_1A_2$$

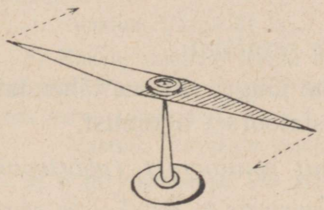
$$\text{ja} \quad (F_2 - F_1)x = F_1 \cdot A_1A_2; \quad x = \frac{F_1 \cdot A_1A_2}{F_2 - F_1};$$

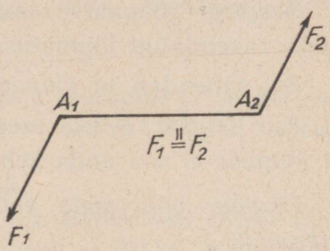
$$x = \frac{6 \cdot 36}{4} = 54; \quad A_2O = 54 \text{ cm}; \quad A_1O = 90 \text{ cm}.$$

73. Jõupaar. Väga sagedasti kohtume tehnikas juhuga, kus kehale mõjuvad kaks paralleelset, võrdset ja vastassuunalist jõudu. Selliseid jõude nimetatakse jõupaariks. Jõupaar mõjub kopeerpressi käepidemele; autojuht või madrus, juhtides rooliga, rakendab sellele jõupaari; kompassi magnetnõelale võib samuti mõjuda jõupaar jne. (joon. 83).

Enne kui leida jõupaari resultanti, vaatame, kuidas muutub paralleelsete ja vastassuunaliste jõudude resultant, kui nende vahe hakkab järjest vähenema.

Leiame näiteks jõudude 10 kG ja 11 kG resultandi, siis 10 kG ja 10,1 kG jaoks ja edasi 10 kG ja 10,01 kG jaoks. Kõikidel juhtudel olgu komponentide rakenduspunktide kaugus 36 cm.


Joon. 83. Jõupaar.



Joon. 84. Jõupaar.

Siis esimese juhu jaoks:

$$R = F_2 - F_1 = 1 \text{ kG};$$

$$x = \frac{F_1 \cdot A_1A_2}{F_2 - F_1} = \frac{10 \cdot 36}{1} = 360; \quad x = 360 \text{ cm} = 3{,}6 \text{ m}.$$

Teise juhu jaoks:

$$R = 0{,}1 \text{ kG}; \quad x = \frac{10 \cdot 36}{0{,}1} = 3600; \quad x = 36 \text{ m}.$$

Kolmanda juhu jaoks:

$$R = 0{,}01 \text{ kG}; \quad x = \frac{10 \cdot 36}{0{,}01} = 36000; \quad x = 360 \text{ m}.$$

Saadud arvude võrdlusest näeme, et kahe paralleelse ja vastassuunalise jõu vahe vähenemisega väheneb nende resultant, selle rakenduspunkt aga eemaldub ikka rohkem ja rohkem komponentide rakenduspunktidest.

Kui aga need jõud saavad võrdseteks, s. o. moodustavad j õ u p a a r i (joon. 84), siis resultant muutub nulliks, tema rakenduspunkt aga, nagu öeldakse matemaatikas, läheb lõpmatusse.

Tõepoolest, kui leiame jõupaarile resultandi suuruse ja rakenduspunkti asukoha §-s 72 (vt. näide) antud reegli järgi, siis saame:

$$R = F_2 - F_1 = 0 \text{ ja } x = \frac{F_1 \cdot A_1A_2}{F_2 - F_1} = \frac{F_1 \cdot A_1A_2}{0} = \infty.$$

Seejärgi jõupaari resultant oleks võrdne nulliga ja ta oleks rakendatud lõpmatuses.

See tähendab, et *jõupaaril ei ole resultanti.*

Kui jõupaari ei saa asendada ühe jõuga, siis see tähendab, et jõupaar ei saa anda kehale translatoorset liikumist.

Jõupaar võib anda kehale ainult rotatoorset (pöörlevat) liikumist.

Harjutus 13.

1) Talal, mille pikkus on 5,4 m, ripub 810 kG koormus 2,4 m kaugusel ühest äärest. Leida surve tugevused sammastele, millele see tala oma otstega toetub.

Vastus: Lähemale sambale 450 kG.

2) 1,2 m pikkuse mittepainduva varda otstele mõjuvad paralleelsed ja ühesuunalised jõud $F_1 = 5$ kG ja $F_2 = 7$ kG. Missuguses punktis on rakendatud resultant?

Vastus: 0,7 m kaugusel esimesest jõust.

3) 6 m pikkuse laua ühte otsa on rakendatud jõud $F_1 = 20$ kG ja 1,8 m kaugusele samast otsast on rakendatud teine jõud $F_2 = 32$ kG, paralleelne ja vastassuunaline esimesega. Leida resultandi suurus ja rakenduspunkt.

Vastus: $R = 12$ kG; $AO = 3$ m.

4) Kehasse on rakendatud kaks paralleelset ja vastassuunalist jõudu: $F_1 = 10$ kG ja $F_2 = 15$ kG, 36 cm kaugusel teineteisest. Leida resultandi rakenduspunkt.

Vastus: $A_2O = 72$ cm.

5) Lahutada 120 kG jõud kaheks paralleelseks ja vastassuunaliseks jõuks antud jõust 1 m ja 80 cm kaugusele.

Vastus: Ligem komponent on 600 kG.

6) Lahutada 160 kg jõud kaheks paralleelseks ja vastassuunaliseks jõuks, millest üks on 40 kG ja rakendatud 1,2 m kaugusele antud jõust.

Vastus: 200 kG; 24 cm.

7) Labidal on 16 kG koormus. Parem käsi hoiab labidat kolm korda kaugemalt koormuse rakenduspunktist kui vasak. Kuhu poole on suunatud parema ja vasaku käe jõud, et hoida labidat tasakaalus? Kuhu on suunatud koormuse poolt kätele tekitatud jõud? Arvutada vasaku ja parema käe poolt tekitatud jõud, mitte arvestades labida raskust.

Vastus: Vasak 24 kG.

8) Kahele sambale toetub oma otstega 6 m pikkune ja 140 kG raskune tala. Vasakust otsast 2 m kaugusele on riputatud 600 kG koormus. Leida surve sammastele.

Vastus: Vasakule sambale 470 kG.

9) 8 m pikkune ja 160 kG raskune tala asetseb oma otstega kahe samba peal. Talale on riputatud kaks koormust — 300 kG ja 500 kG — vasakust otsast 2 m ja 6 m kaugusel. Leida surve sammastele.

Vastus: Vasakule sambale 430 kG.

2. Keha raskuspunkt ja asendi stabiilsus.

74. Keha raskuspunkt. Väiksemate kehade osakestele mõjuvaid raskusjõude võib lugeda paralleelseteks. [1]

Sel juhul nimetatakse paralleelsete jõudude keskpunkti r a s k u s p u n k t i k s.

Järelikult, *raskuspunkt on keha osakestele mõjuvate paralleelsete raskusjõudude keskpunkt.*

Kuidas ka keha ei oleks pööratud raskusjõu suhtes, raskuspunkt asub kehas ikka kindlas kohas.

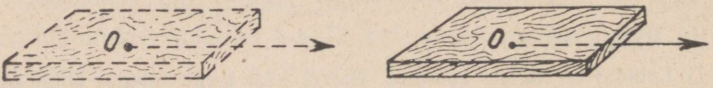
Kõikidele kehaosakestele mõjuvate raskusjõudude resultant, mis on rakendatud keha raskuspunktis, on keha k a a l.

---

[1] Raskusjõud kahes 31 m kaugusel olevas punktis moodustavad nurga 1″.

Et keha kaal ei paneks teda liikuma, peavad täidetud olema teatud tingimused.

Kui keha on kinnitatud ühte punkti (riputatud või toetub) ja on paigalolekus, siis *raskuspunkt ja toetuspunkt asuvad*



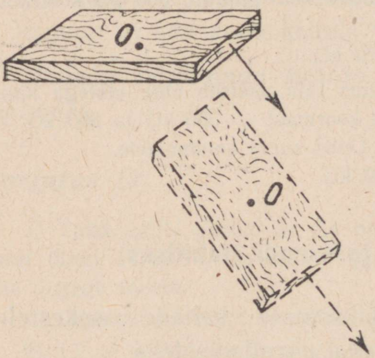
Joon. 84-a. Rakendatud jõu siht läbib raskuskeskpunkti.

ühel vertikaalil; keha raskus tasakaalustatakse toetuspunkti vastumõjuga ja keha jääb paigale (vt. joon. 68, 92).

Kui keha on kinnitatud k a h e s punktis (evib toetustelge), siis jääb keha seisma juhul, kui *raskuspunkti läbiv vertikaal* (raskusjõu suund) *lõikab toetustelge.*

Kui keha toetub k o l m e l e punktile (toetuspind), siis jääb keha seisma ainult sel juhul, kui *raskuspunkti läbiv vertikaal lõikab toetuspinda.*

Kui kehal pole ühtegi kinnituspunkti, siis jõu mõjul hakkab keha liikuma. See liikumine võib olla kahesugune. Keha liigub translatoorselt kui jõu siht läbib raskuskeskpunkti (joon. 84-a). Kui aga jõu siht läheb raskuskeskpunktist mööda, siis pöörleb keha niikaua kui jõu siht läheb raskuskeskpunktist läbi ja ainult pärast seda läheb keha üle translatoorsele liikumisele (joon. 84-b).

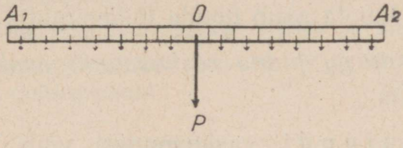


Joon. 84-b. Rakendatud jõu siht ei läbi raskuskeskpunkti.

Et autod, lennukid ja teised transportmasinad liiguksid translatoorselt, tuleb mootorid asetada nii, et liikumapaneva jõu siht läbiks masina raskuskeskpunkti. Sellest nähtub, milline tähtsus on keha raskuskeskpunkti leidmise oskusel.

75. Lihtsaima geomeetrilise kujuga kehade raskuspunkti määramine.

1. Ühtlase peenikese varva (joon. 85) raskuspunkti võime leida järgmise arutluse kaudu. Tükeldame varva paljudeks võrdsete ruumaladega osadeks. Varva ühtlus tähendab, et kõikides osades võrdsetele ruumaladele vastavad võrdsed

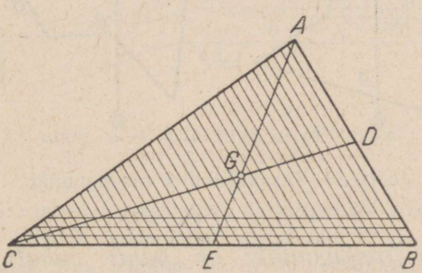


Joon. 85. Varva raskuspunkt.

kaalud. Sellepärast võime vaadelda üksteisele järgnevaid varva punkte kui võrdsete jõudude rakenduspunkte. Liites järjekorras paarikaupa võrdsed paralleelsed jõud, mis on rakendatud varva keskpunktist ühesugustele kaugustele, leiame, et iga sellise jõupaari resultant on rakendatud varva keskpunkti ja kõikide paralleelsete jõudude üldine resultant on samuti rakendatud varva keskpunkti. Seega *ühtlase varva raskuspunkt on tema keskpunktis.*

2. Rakendades analoogilist võtet ringi raskuspunkti saamiseks, leiame, et *ringi raskuspunkt ühtib ringi keskpunktiga.*

3. Kolmnurga pinna raskuspunkti leidmiseks kujutleme, et terve kolmnurk on lõigatud ühe kolmnurga kül-



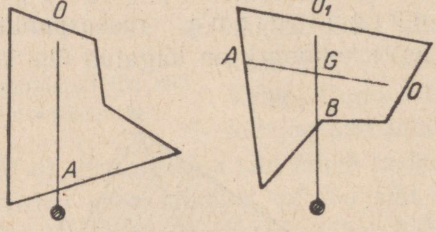
Joon. 86. Kolmnurga pinna raskuspunkt.

jele näiteks AB-le paralleelseteks kitsasteks ribadeks. Igal ribal, nagu ühtlasel varvalgi, on raskuspunkt keskel. Terve pinna raskuspunkt peab asuma joonel, mis läbib kõiki ribade keskpunkte, s. o. mediaanil ehk küljepoolitajal. Kui aga lõigata sama kolmnurga pind külje *CB*-le paralleelseteks ribadeks, siis sama arutelu annab meile järelduse, et raskuspunkt asub ka mediaanil *AE*. Raskuspunkt võib olla ühel ajal kahel mediaanil siis, kui ta asub nende lõikepunktis *G*.

Seega *kolmnurga pinna raskuspunkt asub tema mediaanide lõikepunktis.*

4. T a s a k u j u n d i raskuspunkti võib leida katselisel teel järgmiselt: kui riputada tasakujund mingisse punkti *O*, siis kujund pöördub nii, et raskuspunkt on toetuspunkti läbival vertikaalil *OA* (joon. 87). Märkides kujundil ära selle vertikaali, riputame kujundi mingisse teise punkti O_1. Siis ta jällegi pöördub nii, et raskuspunkt jääb uuesti toetuspunkti läbivale vertikaalile O_1B. Selle viimase vertikaali märgime samuti ära kujundil.

Raskuspunkt peab asetsema üheaegselt nii sirgel *OA* kui ka O_1B. See on võimalik siis, kui ta asub nende ühises punktis *G*, s. o. nende lõikepunktis.



Joon. 87. Tasakujundite raskuspunkt.

Tasakujundi raskuspunkt on kahte vabalt võetud ülesriputamise punkti läbiva vertikaali lõikepunkt.

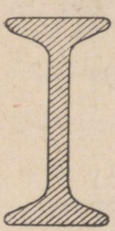
Rõnga raskuspunkt on tema geomeetrilises keskpunktis (joon. 92). Viimasest ja teistest sarnastest näidetest nähtub, et mõne keha raskuspunkt võib asetseda ka väljaspool keha.

Harjutus 14.

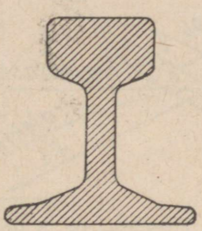
1) Leida ühtlase ruudu, rombi, ristküliku, võrdhaarse trapetsi ja tasarõnga pinna raskuspunkt.

2) Leida ühtlase kera, korrapärase prisma ja silindri raskuspunkt.

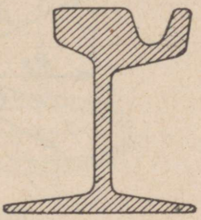
3) Lõigata papist või plekist joon. 88, 89 ja 90 näidatud ristlõiked ja määrata nende raskuspunktid.



Joon. 88. Tala ristlõige.



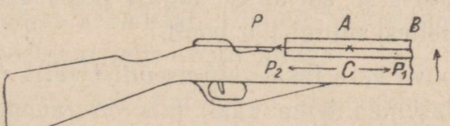
Joon. 89. Rööpa ristlõige.



Joon. 90. Teist tüüpi rööpa ristlõige.

4) Seletada, miks vintpüssist laskmisel ta toru hüppab üles (joon. 90-a.)

Vintpüssi raskuspunkt C asetseb madalamal kui toru õõne telg, mida mööda liigub kuul.



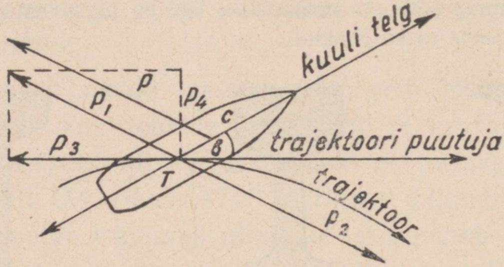
Joon. 90-a. Ülesande nr. 4 juurde.

Seletamiseks rakendada vintpüssi raskuspunkti kaks jõudu P_1 ja P_2, mis on võrdsed gaaside survejõuga vintpüssile P ja mis mõjuvad otse vastupidises suunas. Kas jõudude P_1 ja P_2 rakendamine muudab tagasipõrke jõu toimet vintpüssile (joon. 90-b)?

5) Kui kuul moodustab nurga liikumise suunaga (joon. 90-b), siis on õhutakistus suurem võrreldes sellega, mis tal oleks, kui kuuli telg ühtiks trajektoori puutujaga. Takistuse suurust ja suunda kujutatakse joonisel vektoriga P, selle rakenduspunkt aga asub kuuli teljel punktis C.

Et selgitada selle takistuse mõju kuuli liikumisele, rakendatakse kuuli raskuspunkti (T) kaks jõudu: P_1 ja P_2, võrdsed takistusega ja omavahel vastassuunalised. Jõudu P_1 kujutatakse lahutatuna kaheks komponendiks: üks puutuja suunas — P_3 ja teine temaga ristiseisvalt — P_4.

Missugust mõju avaldavad kuuli liikumisele rakendatud jõud?



Joon. 90-b. Ülesande nr. 5 juurde.

76. Toetuspunkti või -telge evivate kehade stabiilsus.

Kujutleme kera, mis on üles riputatud ühte punkti (joon. 68). Ta püsib paigal, kui tema raskuspunkt asetseb ühel vertikaalil toetuspunktiga. Kas on niisugune kera asend stabiilne?

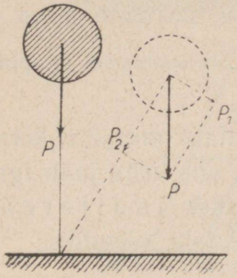
Keha asendit nimetatakse s t a b i i l s e k s (püsivaks), kui keha tuleb endisesse asendisse tagasi peale seda, kui ta on välja viidud sellest mingi jõu poolt.

Viime rippuva kera tasakaalu-asendist välja mingi nurga a võrra. Uues asendis tema kaal, mis on rakendatud raskuspunkti C_1, ei lähe enam oma suunaga toetuspunktist O läbi ja ei tasakaalusta toetuspunkti vastupanuga.

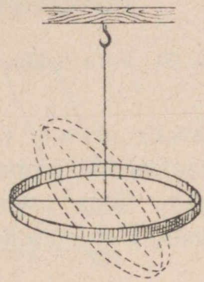
Lahutame kera kaalu kaheks komponendiks: ühe suunaga toetuspunkti ja teise sellega ristiseisvalt. Joonisest on näha, et komponent P_2 hävib toetuspunkti vastupanu tõttu, komponent P_1 aga paneb kera tasakaalu-asendi poole liikuma, kuhu see ka tuleb peale mõnda võnget (liikumist takistab hõõrdumine toetuses ja õhutakistus).

Järelikult, *kui kera on riputatud üles ühte punkti*, mis on raskuspunktiga ühel vertikaalil, siis ta on *stabiilses asendis* ehk *stabiilse tasakaalu asendis.*

Kujutlème, et meil õnnestus asetada kera varda otsa nii, et raskuspunkt C ja toetuspunkt O osutusid vertikaalil olevaiks



Joon. 91.



Joon. 92. Rehvi indiferentne tasakaal.

(joon. 91). Kera kaal sel juhul tasakaalustatakse toetuspunkti vastupanuga ja kera võiks olla tasakaalus. Kas on aga selline asend stabiilne?

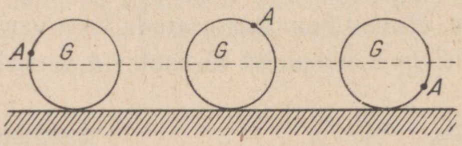
Juba väga väikese kõrvalekaldumise puhul esialgsest seisust nurga a võrra keha kaal ei lähe läbi toetuspunkti ja järelikult ei tasakaalustu selle vastupanuga.

Lahutame keha kaalu kaheks komponendiks: ühe suunatult toetuspunkti ja teise sellega risti. Joonis näitab, et komponent P_2 hävib toetuspunkti vastupanuga; komponent P_1 aga k a l l u t a b keha esialgsest asendist kõrvale.

Asendit nimetatakse l a b i i l s e k s (mittepüsivaks), kui keha, olles välja viidud tasakaalu-asendist, ei tule enam sinna raskusjõu mõjul tagasi.

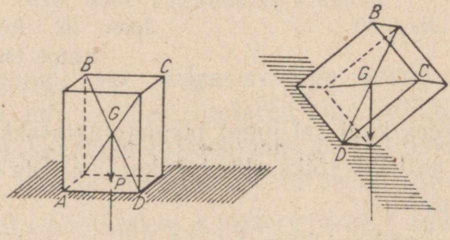
Järelikult, kui *ühe punkti peale ülesseatud keral toetuspunkt on raskuspunktiga ühel vertikaalil, siis on ta labiilses asendis ehk labiilse tasakaalu asendis.*

Kui toetuspunkt ühtib raskuspunktiga, nagu joon. 92 näidatud juhul, või kui raskuspunkt jääb igasuguste nihete



Joon. 93. Kera indiferentne tasakaal horisontaalsel tasapinnal.

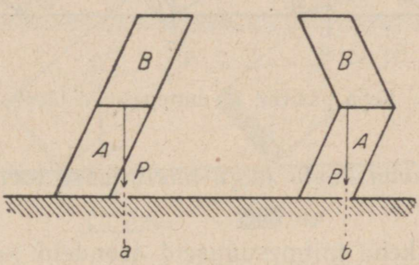
puhul samale nivoole (nii nagu ühtlase massiga kera juures horisontaalsel tasapinnal, joon. 93), siis keha jääb igas asendis paigale. Seda asendit nimetatakse indiferentseks (ükskõikseks) ehk indiferentse tasakaalu asendiks.



Joon. 94. Toetuspinda eviva keha tasakaal.

Kui kehal on *toetusjoon*, s. o. ta võib pöörelda ümber liikumatu telje, siis ta asend on püsiv juhul, kui raskuspunkt on toetusjoonest madalamal ja asub toetusjoont lõikaval vertikaalil; mittepüsiv — kui kõrgemal, ja ükskõikne, kui toetusjoon läbistab raskuspunkti.

Vaadeldes käsiteldud tasakaalujuhtude kohta käivaid jooniseid, võime näha, et stabiilse tasakaalu puhul on raskuspunkt kõige madalamal kõigist antud tingimustel võimalikest asendeist, labiilse puhul — kõige kõrgemal, ja indiferentse tasakaalu puhul on raskuspunkt keha kõigis asendites ühel ja samal horisontaalsel tasapinnal. Keha raskusjõud saab keha nihutada ainult selles suunas, milles raskuspunkt läheb madalamale. Sellepärast saame püstitada veel teise välise tunnuse toetuspunkti või -telge evivate kehade tasakaalu kohta. *Tasakaal on stabiilne*, kui *raskuspunkt* võtab kõigist võimalikest *kõige madalama* asendi;*labiilne*, — kui *kõige kõrgema*, ja *indiferentne*, kui raskuspunkt jääb igas asendis samale *horisontaalsele tasapinnale.*



Joon. 95. Kaldkeha püsiv ja mittepüsiv asend.

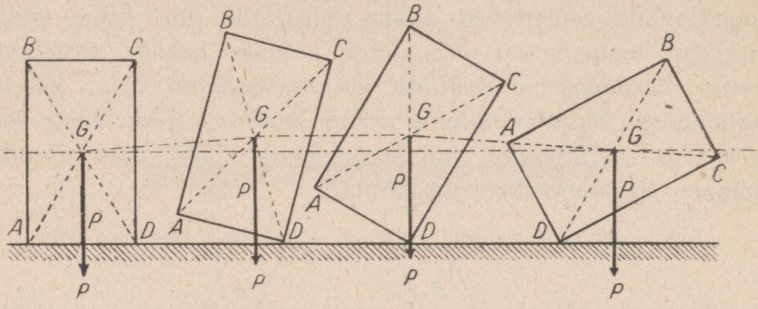
77. Toetuspinda evivate kehade stabiilsus. Kõik püstprisma- ja püstsilindrikujulised kehad horisontaalsele tasapinnale asetatult on paigalolekus. Kui aga kallutada pinda, millele nad on asetatud, siis teatud kaldenurga juures kehad kukuvad ümber (joon. 94). Sama nähtus võib tekkida siis, kui kallutada kehi endid.

Kaldkehad ei saa alati paigal püsida ka horisontaalsel tasapinnal. Niiviisi osadest *A* ja *B* koosnev keha, nagu näidatud joon. 95 b, jääb paigale; kui aga asetada *B A*-le nii, nagu näidatud joon. 95 a, siis see kehade paar ei saa jääda paigale ja kukub [1].

---

[1] Osadest *A* ja *B* koosneva ühtlase tihedusega liitkeha raskuspunkt on *A* ja *B* raskuspunktide ühenduslõigu keskpunktis.

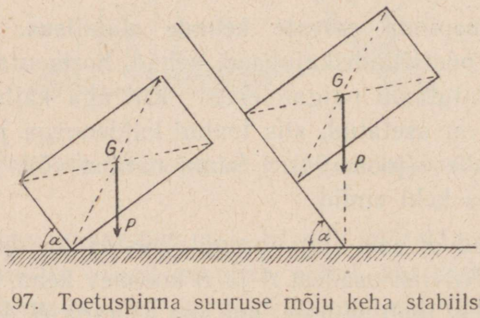
Vaadeldes raskusjõu suunda eelmistes joonistes näeme, et *toetuspinda eviv keha on stabiilse tasakaalu asendis niikaua, kui raskuspunktist tõmmatud vertikaal läbib toetuspinda.*



Joon. 96. Keha püsivad ja mittepüsivad tasakaalujuhud.

Sel juhul keha kaalu mõju hävitatakse toetuspinna vastupanuga.

Vaadeldes keha mitmesuguseid asendeid joon. 96, näeme, et keha tuleb tagasi endisesse asendisse, s. o. tema asend on

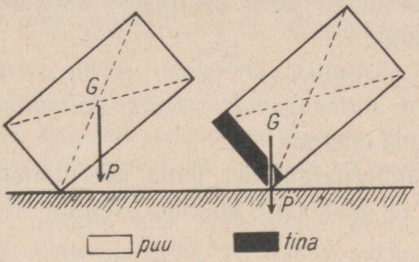


Joon. 97. Toetuspinna suuruse mõju keha stabiilsusele.

stabiilne kõigil neil nihkumise juhtudel, kus raskuspunkti läbiv vertikaal ei lähe toetuspinnast väljapoole; tasakaal rikutakse kõigil sellistel nihkumistel, kus raskuspunkti läbiv vertikaal läheb toetuspinna piiridest välja.

Vaadeldes keha asendit mitmesuguste kallete puhul toetuspinna suhtes, näeme, et kui keha tuleb oma endisesse asendisse tagasi, siis on iga kalde puhul raskuspunkt küll tõusnud selle asendi suhtes, mis tal oli tasakaalu puhul, kuid pole ületanud suurimat võimalikku asendit.

Kui aga keha kalle läheks üle piirasendi, siis keha kaal ei saa enam keha tasakaalu-asendisse tagasi tuua, sest siis peaks raskuspunkti viima üle kõrgeima asendi; kuna kaal aga jätkab raskuspunkti allapoole viimist, siis keha kukub.



Joon. 98. Raskuspunkti madaluse mõju keha stabiilsusele.

Sellest arutelust tuleneb praktiline võte — anda seintele, aparaatidele ja igapäevases elus tarvitatavatele asjadele maksimaalne stabiilsus: *toetuspinda evivad kehad on seda stabiilsemad, mida suurem on toetuspind* (joon. 97) *ja mida madalamal on nende raskuspunkt* (joon. 98). Sellepärast tehakse alustugede ja sammaste alused raskemast ainest kui ülejäänud osad ja laiemad kui ese ise.

77-a. **Potentsiaalse energia miinimum kui keha asendi stabiilsuse tingimus.** Keha väljaviimisel stabiilsest asendist keha raskuspunkt tõuseb. Keha tõstmiseks peame kulutama tööd hulgal, mis on võrdne keha kaalu ja tõusu kõrguse korrutisega. Järelikult, stabiilsest asendist väljumise korral peab keha väljastpoolt saama juurde potentsiaalset energiat. Paigaloleku asendis on tal väikseim potentsiaalne energia. Kui aga kõrvaldatakse jõud, mis viis keha välja paigalolekust, siis saab keha oma raskuse toimel minna ainult sellesse asendisse, milles tema potentsiaalne energia on kõigist võimalikest kõige väiksem; sellepärast viibki keha kaal keha endisesse asendisse tagasi. Labiilses asendis evivad kehad suuremat potentsiaalset energiat kui üheski teises võimalikus asendis. Iga väljumise juures labiilsest asendist väheneb keha potentsiaalne energia. Kui keha on jäetud omaette, siis keha kaal ei saa tõsta keha raskuspunkti, s. o. anda talle potentsiaalse energia lisa; sellepärast läheb keha esialgsest asendist ikka kaugemale ja kaugemale.

Siit saame järgmise järelduse: *keha asend on stabiilne siis, kui kehal on selles asendis kõigist võimalikest kõige väiksem potentsiaalne energia.*

Kui keha ümberpaigutusel tema potentsiaalne energia ei muutu, siis on ta ükskõikne kõikide asendite suhtes.

78. Toe vastumõju. Mõjub kehale raskus- või mõni teine jõud, jääb keha paigale, kui jõu suund läbib toetuspunkti, telje või pinna.

Sel ajal, kui keha mõjub temasse rakendatud jõududega teisesse kehasse, mis on esimesele toeks, mõjub see viimane esimesse mehaanika kolmanda seaduse järgi võrdse ja vastassuunalise jõuga.

Jõudu, millega tugi mõjub kehasse, nimetatakse toe vastumõjuks (toereaktsioon).

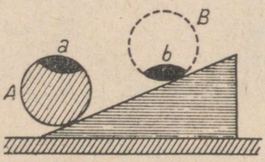
Toe vastumõju olemasolus võime veenduda, rõhudes käega lauda. Rõhumise juures me saame teatud taju, mis võib suuremate rõhumiste puhul kujuneda valutundeks. See taju näitab, et meie käele on rakendatud jõud. Tähendab, mitte ainult meie lihaste pingutus ei mõjuta lauda, vaid samal ajal ka laud mõjutab meie kätt vastassuunalise jõuga. Veendume selles, et vastumõju on mõjuga võrdne, kui paneme dünamomeetrid konksupidi kokku ja tõmbame. Vaatamata dünamomeetrite süsteemile või suurusele, näitavad nad võrdseid jõude. Iga dünamomeeter mõjutab teist võrdse jõuga. Järelikult, kui laual asetseb kera või mingi muu ese, siis kera või teine ese mõjutavad lauda kaaluga võrdse jõuga ja on omakorda mõjutatud laua poolt sama suure, kuid vastassuunalise jõu poolt.[1] Säärasel juhul on kerasse või asjasse rakendatud kaks võrdset ja vastassuunalist jõudu — kaal ja toe vastumõju. Neid jõude kui ühesse kehasse mõjuvaid jõude võime liita ja resultandina saame nulli. Sellepärast keha võibki jääda tasakaalu, kuigi teda on mõjutamas jõud.

Kirjandus. Perelman. Huvitav füüsika, I köide. RK „Teaduslik Kirjandus", Tartu 1948. „Tõuske", lk. 28; „Kõndimine ja jooks", lk. 32.

Harjutus 15.

1) Mitteühtlases keras on raskuspunkt raadiuse keskpunktis. Missuguses tasakaalu-asendis on see kera horisontaalsel tasapinnal (anda seletus)? Missugust laste mänguasja kujutab see kera?

2) Missuguses asendis võib mitteühtlane kera väikese kaldega kaldpinnal veereda ülespoole (joon. 99) (anda seletus joonise järgi)?



Joon. 99.

3. Jõu momendi mõiste.

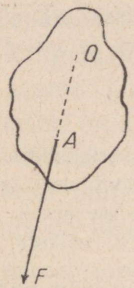
79. Jõu mõju telje ümber pöörlevasse kehasse. Me nägime, et kehale mõjuvat mitut jõudu võib teatud tingimustel asendada ühe resultandiga. See resultant annab vabale kehale

---

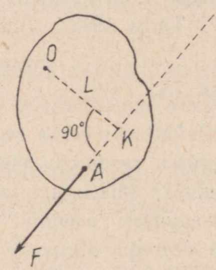
[1] Laual lebavast asjast laud paindub, deformeerub. Deformeeruv keha mõjub deformeerivale kehale elastsusjõuga. Selline on jõu päritolu, millega laud mõjub tema peal olevale kehale.

ühtlaselt kiireneva liikumise. Kui samale kehale mõjub resultandiga võrdne ja vastassuunaline jõud, siis ta tasakaalustab seda, s. o. nende ühine resultant on võrdne nulliga. Kui kõikide jõudude resultant on null, siis keha liigub ühtlaselt ja sirgjooneliselt või on paigal.

Vaatame, missugused on ümber telje pöörlevatesse kehadesse mõjuvate jõudude tasakaalutingimused, näit. masinate pöörlevates osades. Tasakaal saabub alati, kui jõu suund läbib



Joon. 100. Jõud, mille suund läbib pöörlemise telge, ei pane keha liikuma.



Joon. 101. Jõu õlg.

toetustelje (joon. 100). Sel juhul tasakaalustub jõud liikumatu telje vastumõjuga ja pöörlemist ei teki.

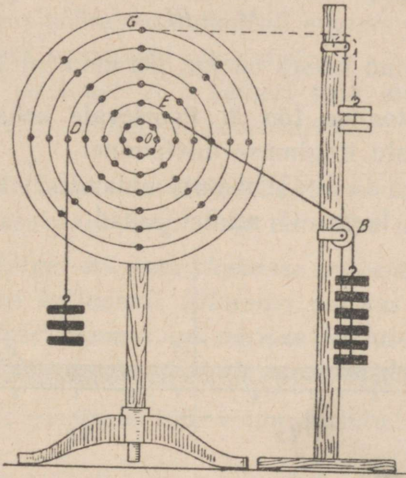
Kui aga jõu suund ei lähe läbi telje, siis paneb jõud tingimata keha liikuma; sellejuures ei olene pöörlemapaneva jõu mõju kehasse mitte üksi suurusest, vaid ka selle kaugusest teljest. Jõu väikseimat kaugust[1] pöörlemisteljest nimetatakse õ l a k s (joon. 101). Jõu ja õla suuruste mõju keha pöörlemisele näeme joon. 102 kujutatud katseriistal.

Riputame niidiga punktis D 3 ühesugust koormust. Selle jõu õlg OD on võrdne 4 ühikuga. See jõud üksi paneb ketta lii-

[1] S. o. ristjoon OK, mis on lastud telje punktist O jõu F suunale (joon. 101).

kuma kellaosuti suunale vastassuunas. Et hoida ketast paigal, tuleb rakendada teist jõudu, mis üksi liigutaks ketast vastupidises suunas, s. o. kellaosuti liikumise suunas.

Seda saavutame, kui kinnitame konksu *E* külge nööri, mis on visatud üle ploki *B*, ja riputame nööri külge 6 sellist koormust. Viimase jõu õlg *OE* on võrdne kahe ühikuga. Kuid



Joon. 102. Jõu momendi demonstreerimise riist.

tasakaalustada esimest koormust võib ka teise jõuga, mis on tekitatud kahest koormusest, kinnitades nööri selliselt, et õlg *OG* oleks võrdne 6 ühikuga.

Niiviisi jõud suurusega 6 ühikut ja õlaga 2 ühikut avaldab sama mõju, mis jõud suurusega 2 ühikut ja õlaga 6 ühikut, s. o. nad tasakaalustavad 3-ühikulise jõu, millele vastav õlg on 4 ühikut.

Surudes teatud jõuga ust, me teame, et avame ta kiiremini, kui surume pöörlemisteljest kaugemal. Soovides peatada pöörlevat ratast, haarame teda mitte teljele lähematest, vaid kaugematest kohtadest. Paljudest sellistest näidetest järgneb, et jõu mõju pöörlevale kehale oleneb jõu suurusest ja õla pikkusest. Sellepärast jõu mõju pöörlevale kehale mõõdetakse isesuguse suurusega, mida nimetatakse momendiks[1].

Jõu momenti mõõdetakse jõu ja õla korrutisega.

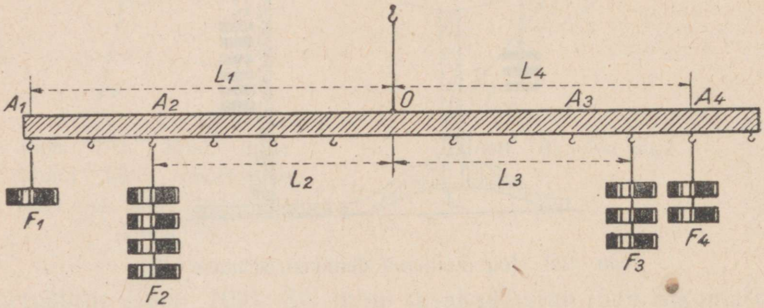
Kui tähistada pöörlemapanevat jõudu F-ga, õlga — L-ga ja momenti M-ga, siis

$$M = FL.$$

Eespool toodud katses on iga jõu moment 12 ühikut.

80. ***Laboratoorne töö 2.*** **Pöörlevale kehale rakendatud jõudude tasakaalu tingimuse tuletamine.**

Töövahendid: 1) meeterjoonlaud; 2) statiiv; 3) ühesuguste vihtide kogu; 4) niidist aasad.



Joon. 103. Keha paljude jõudude mõju all.

Töökäik. 1. Pange joonlaud aasa, riputage ta statiivi külge ja nihutage teda aasas niikaua, kuni ta jääb tasakaalu horisontaalses asendis.

2) Asetage aasadega (kolm, neli jne.) mitmesugused koormused joonlauale ja nihutage neid joonlaual, kuni taastub horisontaalne asend (joon. 103).

3) Kirjutage tabelisse jõudude suurused: F_1, F_2 jne., mõõtke ja kirjutage üles iga jõu õlg: L_1, L_2 jne.

[1] Ladinakeelsest sõnast *movimentum* — liikumine.

4) Arvutage iga jõu moment telje O suhtes, mis on risti joonise tasapinnaga; leidke jõudude momentide summa, mis tahavad keha pöörata ühele poole, ja jõudude momentide summa, mis tahavad teda pöörata vastupidisele poolele, ja võrrelge saadud summasid omavahel.

5) Korrake katset mitmesuguste koormustega, mis on asetatud mitmesugustele kohtadele, ja arvutage jõudude momentide summa, mis pööravad kellaosuti suunas ja vastassuunas, ja võrrelge neid summasid omavahel.

Missuguse järelduse võib katsest teha jõudude tasakaalu kohta keha juures, millel on pöörlemistelg?

81. Jõudude tasakaalu üldine tingimus. Kehasse rakendatud jõudude tasakaalu tingimuste uurimine näitab, et:

Pöörlemistelge evivasse kehasse rakendatud jõud on tasakaalus, kui kellaosuti liikumise suunas pööravate jõudude momentide summa on võrdne kellaosuti liikumisele vastassuunas pööravate jõudude momentide summaga.

Rakendatult joonisele 103, võime kirjutada tasakaalu tingimust nii:

$$F_1L_1 + F_2L_2 = F_3L_3 + F_4L_4. \qquad \text{(XIV-c)}$$

Eespool läbiarutatud ülesannet — paralleelsete jõudude resultandi rakenduspunkti leidmist — võib kergesti lahendada pöörlemistelge eviva keha tasakaalu tingimuse alusel. Kui rakendada kehasse resultandi rakenduspunktis resultanti tasakaalustav jõud, siis saabub tasakaal. Siis võime kujutella, et resultandi rakenduspunkti läbib liikumatu telg. Selle telje suhtes on paralleelsete komponentjõudude momendid võrdsed.

Näiteid. 1. Leida nelja ühesuunalise paralleelse jõu resultandi rakenduspunkt: $F_1 = 5$ kG, $F_2 = 8$ kG, $F_3 = 3$ kG, $F_4 = 10$ kG. Nende rakenduspunktide omavahelised kaugused on vastavalt: 36, 30, 40 cm.

Lahendus. Resultant $R = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 26$ kG.

Oletame, et resultandi rakenduspunkt on paremal pool jõust F_2 kaugusel x viimase rakenduspunktist. Kui me rakendame sellesse punkti tasakaalustava $R_1 = R$, siis jääb keha kõikide temasse rakendatud jõudude mõjul tasakaalu. Me võime läbi resultandi rakenduspunkti kujutella pöörlemistelge, mille suhtes kellaosuti liikumise suunas pööravate jõudude momentide summa peab olema võrdne kellaosuti vastassuunas pööravate jõudude momentide summaga.

Jõu F_1 õlg on võrdne $L_1 = 36 + x$; jõu F_2 jaoks õlg $L_2 = x$; jõu F_3 jaoks õlg $L_3 = 30 - x$; jõu F_4 jaoks õlg $L_4 = 70 - x$ (võib kasutada joon. 103).

Tasakaalustava R_1 moment on võrdne nulliga, kuna R_1 läbib telge ja tema õlg on null:

$$5(36 + x) + 8x = 3(30 - x) + 10(70 - x);$$
$$180 + 5x + 8x = 90 - 3x + 700 - 10x;$$
$$3x + 10x + 5x + 8x = 90 + 700 - 180;$$
$$26x = 610; \; x = \frac{610}{26} = 23{,}5; \quad x = 23{,}5 \text{ cm}.$$

2. Lae tala toetub kahele kivist toele, mis on teineteisest 8 m kaugusel. 3 m kaugusel parempoolsest toest on koormus 16 T. Leida surve kummalegi toele (joon. 81).

Lahendus. Tala mõjutab tugesid samasuguse jõuga, missugusega toed mõjutavad tala. Seega on talale rakendatud kolm jõudu: 16 T vertikaalselt alla, jõud x vasakule äärele ja jõud y parempoolsele äärele vertikaalselt üles. Tala on paigal. Seepärast peab kõikide jõudude summa olema null ja momentide summa samuti null. On arusaadav, et vastumõjude summa $x + y = 16$.

Momentide tingimuse rakendamiseks võtame mingi tala punkti, näiteks vasakpoolse ääre, pöörlemisteljeks, siis:

jõu x moment . . . . $x \cdot 0 = 0$;
koormuse raskuse moment $5 \cdot 16 = 80$ (kellaosuti suunas);
vastumõju y moment . . $8y$ (kellaosuti vastassuunas);

$$8y = 80; \quad y = 10 \text{ T}; \quad x = 6 \text{ T}.$$

Võttes tala parema ääre pöörlemisteljeks, saame:

jõu x moment $8x$ (kellaosuti suunas);

koormuse raskuse moment $3 \cdot 16 = 48$ (kellaosuti vastassuunas);

vastumõju y moment $y \cdot 0 = 0$;

$$8x = 48; \; x = 6 \text{ T}; \; y = 10 \text{ T}.$$

4. Jõudude tasakaalu tingimused ja lihtsate mehhanismide töö seadus.

82. Tööriist, mehhanism, masin. Jõudude tasakaalu tingimused leiavad rakendamist masinate juures tehtavatel arvutustel. Masinad teostavad neile mõjuvate jõudude toimel enamikul juhtudel ühtlast liikumist.

Oma elu ülalpidamiseks on inimene alati tööd teinud. Oma toiduks tappis ta loomi ja kandis neid oma elamusse. Elamu ehitamisel tuli tal kanda palke ja oksi, ümber paigutada kive ja murda kasvavate puude tüvesid.

Juba oma olemasolu esimestest aegadest peale hakkas inimene kasutama töö sooritamisel, mis oli vajalik tema elu säilitamiseks, peale ihuliikmete ka kõrvalisi kehi.

Pähklikoore purustamiseks ta võttis kätte kivi ja selle kivivasaraga purustas koore. Kivide ja puutüvede tõstmiseks ja nihutamiseks ta kasutas oksa kui kangi. Puude langetamisel ta kasutas kirvest.

Keha, mida kasutame töö juures rakendatava jõu suuruse või suuna muutmiseks, nimetatakse tööriistaks.

Tööriista kasutamine oligi see, mis eraldas inimese teistest loomadest.

Tööriist, mida inimene hoiab käes töö ajal, kordab neid liigutusi, mida pidi tegema ka paljas käsi.

Nii näiteks pähklikoore purustamisel tõuseb ja langeb vasar samuti kui rusikaski. Need liigutused ei saa olla absoluutselt täpsed ega ka kuigi suure kiirusega. Vasara, kiilu või teraviku löögid ei lähe alati ühte ja samasse kohta. Samuti tuleb õmblemisel väga kerge nõela ja niidi tõstmiseks tõsta ka rasket kätt, raisates sellega palju tööd.

Tootmise protsessis tekkinud vajadus vähendada tööd kasututele liigutustele ning suurendada tööriista täpsust ja kiirust sundis inimest tööriista asetama nõrgast ja ebatäpsest käest teistesse kehadesse, mis olid suutelised sooritama kindlaid ja kiireid liigutusi.

Kehade kogumikku, milles ühe keha (juhtiva) liikumine kutsub esile sama süsteemi teiste kehade täiesti kindlaksmääratud liigutusi, nimetatakse m e h h a n i s m i k s.

Mehhanismide kogumikku, mis on ette nähtud otstarbekaks energia muundamiseks ja selle arvel teatud kasuliku töö tegemiseks, nimetatakse m a s i n a k s.

K. Marxi definitsiooni järgi („Kapital”, I k., 8. tr. v. k., 1936, lk. 302) masin on „mehhanism, mis saades teatud liikumise, sooritab oma riistadega samu operatsioone, mida tööline tegi samasuguste tööriistadega ... Peale seda, kui tööriist sõna otseses tähenduses läks inimeselt mehhanismile, astub masin lihtsa tööriista asemele”.

Igasuguse masina konstruktsiooni eesmärk on saada tema liikumapanemiseks kulutatud energiast suurimat hulka kasulikku tööd. Kasuliku töö suurenemine saavutatakse peaasjalikult masina liikuvate osade liikumise kindlaksmääramisega. See asjaolu lubab suuresti kiirendada osade liikumist ja tõsta töö kvaliteeti, võrreldes vähemtäpsete käeliigutustega sama töö juures.

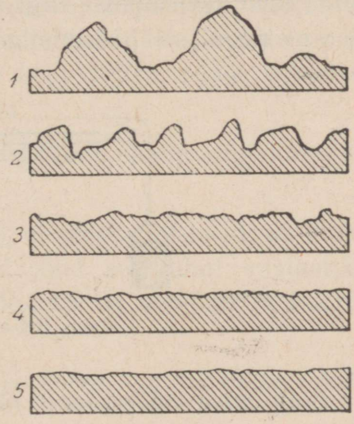
Nii teeb mehaanilise ajamiga õmblusmasin 1500 pistet minutis, kuna õmblejanna suudab sama aja jooksul teha 50 pistet. Naelamasin viskab välja 500 naela minutis, kuna tööline teeb neid käsitsi ainult mõne saja päevas.

Meie ülesandeks on jõudude tasakaalu tingimuste ja töö seaduse tundmaõppimine mõnede kehade juures, mida ammu nimetatakse mittetäpselt „lihtmasinateks" (täpsemalt on need l i h t m e h h a n i s m i d), ja nimelt ploki, pööra, kangi, kaldpinna, kiilu ja kruvi juures.

Kolmel esimesel on pöörlemistelg, sellepärast saab nende jaoks jõudude tasakaalu tingimusi tuletada jõudude momentide reegli abil.

83. Hõõrdumine ja selle tekkimine. Kui üks keha liigub teise suhtes ja on sellega kokkupuutumises, siis seisab hõõrdumine ühe keha liikumise takistamises teise suhtes.

Ühe keha liikumisega teise pinda mööda või teise sees käib alati kaasas hõõrdumine. Sellepärast on tähtis õppida tundma hõõrdumisseadusi.



Joon. 104. Pindade profiilid: 1) koorimisel, 2) silumisel, 3) smirgelpaberiga puhastamisel, 4) poleerimisel, 5) hoolikal poleerimisel.

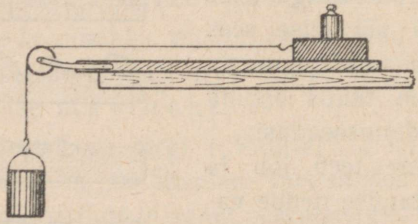
Hõõrdumine teeb jõu ja kiiruste arvutamise nende valemite järgi, mis me saime mehaanika seaduste alusel, keerukamaks; et anda massile m kiirendus a, kui on tegemist hõõrdumisega, on tarvis suuremat jõudu kui $F = ma$, millest piisaks hõõrdumise puudumisel. Kui on liikumine hõõrdumisega, siis ei ole kehade kiirused enam pöördvõrdelised massidega, vaid väiksemad — määral, mis oleneb hõõrdumise suurusest.

Esialgne ligikaudne teooria seletab ühe keha hõõrdumist teise vastu hõõrduvate kehade ebatasasuste ja konarustega (joon. 104).

Liikumisel haagivad ühe keha nukid teise keha lohkudesse, mille tõttu mõjutab liikumatu keha liikuvat *kiirusele vastupidiselt suunatud jõuga*. Seda jõudu nimetatakse h õ õ r d u m i s j õ u k s.

Lähem uurimine muudab seda esialgset kujutlust. On leitud, et väga puhtate pindadega kehade kokkupuutumisel toimub nagu kokkupuutepindade kokkukasvamine ja suhtelise liikumise korral tekivad palja silmaga nähtamatud pinda kahjustavad rebenemised.

83-a. Hõõrdumise liigid. Olenevalt liikumise liigist tehakse vahet kahe hõõrdumise liigi vahel: l i u g u m i s e hõõrdumine ja v e e r e m i s e hõõrdumine.



Joon. 104-a. Tribomeeter.

Liugumise hõõrdumist täheldatakse sel juhul, kui liikumisel üks keha libiseb teisel kehal.

Liugumise hõõrdumise näitena võime tuua hõõrdumist saani liikumisel mööda jääd.

Liugumise hõõrdumine toimub aurumasina kolvi liikumisel silindris ja kolvi liikumisel pumbas ning paljudel tööpinkidel.

Veeremise hõõrdumist täheldatakse sel juhul, kui liikuv keha veereb teisel kehal.

Veeremise hõõrdumise näiteks võib olla rullide või rataste veeremine mingisugusel pinnal.

83-b. Hõõrdumisseadused. Kuna hõõrdumine väga suurel määral oleneb hõõrduvate pindade töötlemisest ja seisukorrast, siis hõõrdumisseadused on väga ligikaudsed.

Coulomb uuris liugumise hõõrdumisseadusi katseriistaga (joon. 104-a), mida nimetatakse tribomeetriks[1].

a) Rõhumisjõu ja liugumise hõõrdumisjõu vaheline olenevus. Uuritavast ainest horisontaalsele lauale asetatakse rööptahukas samast või mingist teisest uuritavast ainest. Rööptahuka küljes olevale konksule kinnitatakse dünamomeeter või üle ploki visatud nöör; nööri teises otsas on kausike koormuste asetamiseks. Tuleb silmas pidada, et nöör oleks alumise lauaga paralleelne. Määratakse rööptahuka raskus P_n. Nööri otsa seotud kausikesele asetatakse järk-järgult niipalju vihikesi, et rööptahukas kerge koputamise peale alumisele lauale hakkaks ühtlaselt liuguma.

Samasugust ühtlast liugumist võib saada dünamomeetri vedru venitamisega.

Ühtlane liugumine näitab, et rööptahukas liigub inertsi tõttu. Rööptahukale rakendatud jõud sel juhul vastastikku tasakaalustuvad. Sellisteks jõududeks on veojõud ja hõõrdumisjõud.

Järelikult *ühtlase liugumise korral on veojõud võrdne hõõrdumisjõuga.*

Veojõudu ja vastavalt ka hõõrdumisjõudu F mõõdetakse vihikestega või dünamomeetriga.

Katset korratakse mitu korda, asetades rööptahukale mitmesuguseid koormusi; mõõdetakse iga kord üldine rõhumine, mis on võrdne raskusega P_n, ja hõõrdumisjõud F.

Võrreldes rõhumisjõu ja hõõrdumisjõu vastavate väärtuste ridu, võime tuletada liugumise hõõrdumise seaduse.

---

[1] Kreeka keeles *tribe* — hõõrdumine, *metreo* — mõõdan.

Liugumise hõõrdumisjõu suhe normaalrõhumisega[1] on antud pindade kohta jääv. Selle jääva suhte suurust nimetatakse hõõrdumiskoefitsiendiks ehk -teguriks.

$$\text{Hõõrdumiskoefitsient} = \frac{\text{hõõrdumisjõud}}{\text{rõhumisjõud}}.$$

Kui tähistada hõõrdumiskoefitsienti tähega f, siis $f = \frac{F}{P_n}$ ehk

$$\boxed{F = fP_n.} \qquad \text{(XV)}$$

Liugumise hõõrdumiskoefitsient on nimeta arv.

b) Hõõrdumiskoefitsiendi olenematus kokkupuutepindade suurusest. Asetades rööptahuka alumisele lauale mitmesuguste tahkudega ja korrates samu katseid, mis esimeselgi juhul, saame:

Hõõrdumiskoefitsient ei olene kokkupuutepinna suurusest.

Peab tähendama, et saadud seadus on õige vaid tingimisi. Kahe keha kokkupuutumine sünnib konaruse tõttu ainult vähestes punktides, mitte aga tervet geomeetrilist pinda mööda.

Väga väikeste pindade juures, näiteks naela teraviku liikumisel puud mööda, sünnib „sissesööbimine” — ühe keha tungimine teisesse. Sellistel juhtudel pole hõõrdumisseadused rakendatavad.

c) Hõõrdumise olenevus liugumise kiirusest. Eelmistega sarnased katsed näitavad, et väikeste kiiruste juures hõõrdumiskoefitsient ei olene kiirusest. Suurte kiiruste puhul hõõrdumiskoefitsient muutub kiiruse muutudes. Olenevus on keerukas. Auto hõõrdumine 90 km/t. kiiruse juures on väiksem kui kiirusega 30 km/t.

d) Määrde mõju hõõrdumisele. Korrates eelmisi katseid

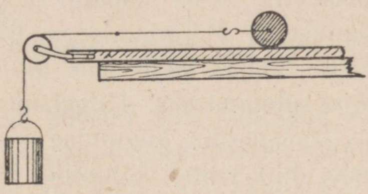
---

[1] Sõna „normaalrõhumine” antud juhul tähendab seda, et rõhumise jõud on pinnaga risti. Geomeetrias nimetatakse ristjoont pinnale n o r m a a l i k s.

mitmesuguste ainetega (peaasjalikult metallidega), algul ilma määrdeta, aga pärast määrides pinnad mingi määrdeainega — õliga, rasvaga, seebilahusega —, võib tähele panna, et määre õhukese kihina vähendab suuresti hõõrdumist.

Pinna katmine isegi väga õhukese määrdeaine kihiga kaitseb pinda vigastuste eest ja teeb sujuva liuglemise võimalikuks. Määre peab olema küllalt vedel, et määritud pinnad kergelt liugleks teineteisel. Teiseltpoolt peab määre olema küllalt sitke, et ta ei voolaks ära määritud pindade vahelt.

Määrdeks kasutatakse mineraalõlisid, mis on välja töötatud naftast. Peale selle kasutatakse kastooriõli (lennukite mootorite määrimiseks), seedri- ja kondiõli (täpsete riistade, kellade määrimiseks). Kõige paksemaks mineraalõliks on tavott.



Joon. 104-b. Hõõrdumine veeremisel.

Määrimisel suureneb hõõrdumine kokkupuutepindade suurenemisega ja liikumise kiiruse suurenemisega.

e) Hõõrdumiskoefitsient veeremisel. Asendame tribomeetril rööptahuka silindriga (joon. 104-b). Kinnitame algul silindri klambrisse nii, et see ei saaks pöörelda. Lohistame teda lauda mööda; dünamomeeter näitab hõõrdumisjõudu liugumisel. Vabastame silindri klambrist ja laseme tal ühtlaselt veereda lauda mööda. Dünamomeeter näitab hõõrdumisjõudu veeremisel. Nende kahe jõu võrdlus näitab, et ühe ja sama pinna jaoks on hõõrdumine veeremisel palju väiksem hõõrdumisest liugumisel.

Valime silindrid ühesugusest ainest, ühesuguse pikkusega ja ühesuguse raskusega, kuid erinevate raadiustega *r*. Veeretame neid ühtlaselt sama lauda mööda dünamomeetri abil ja märgime ära hõõrdumisjõud. Vaatlused näitavad, et hõõrdumisjõud väheneb pöördvõrdeliselt silindri raadiusega.

Hõõrdumiskoefitsiendid on toodud raamatu lõpus tabelis III.

83-c. Hõõrdumise tähtsus looduses ja tehnikas. Hõõrdumisega käib alati kaasas hõõrduvate pindade soojenemine. Lauast hõõrdumisega väljakistud nael osutub soojenenuks. Rataste tugeva hõõrdumise puhul vastu telgi võivad puust teljed põlema hakata; metallist telgedel hakkab põlema määrdeõli. Kõik tööpingi riistad liiguvad töötamise ajal hõõrdumisega. Hõõrdumisega liikumisel tekkinud soojus hajub, kaob. Soojus tekib selle töö arvel, mis on kulutatud hõõrdumise ületamiseks. Hiigelsuur tööhulk kulutatakse masinates ja transpordis liugumise ja veeremise hõõrdumise ületamiseks. Siit selgub kahjuliku hõõrdumise vähendamise erakordselt suur majanduslik tähtsus.

Kuid hõõrdumise kahjulikkusega ühelt poolt on seotud kasulikkus teiselt poolt.

Ilma hõõrdumiseta poleks võimalik ei käimine ega sõitmine maad mööda. Märga jääd mööda on väga raske liikuda. Hobune, kes vabalt veab koormat kuival teel, ei suuda seda liigutada libedal kohal. Veduri rattad libisevad märgadel rööbastel ja rong ei saa sõita edasi. Riie seisab koos lõnga hõõrdumise tõttu. Kirved, labidad ja paljud teised tööriistad seisavad varte otsas hõõrdumise tõttu.

Hõõrdumisel põhjeneb sõidukite ja vagunite igat liiki pidurite ehitus.

Ilma hõõrdumiseta poleks võimalik seadme osade kinnitamine poltidega, naeltega, kruvidega ja neetidega.

Hõõrdumise tõttu on võimalik anda edasi liikumist transmissioonivõllilt rihmülekandega tööpingile. Mõnel juhul masinaosad liiguvad omavahelise hõõrdumise tõttu.

Hõõrdumisjõu tõttu on võimalik metalli valtsimine, rööbaste, profiilraua, traadi jts. valmistamine.

83-d. Kahjuliku hõõrdumise vähendamise ja kasuliku hõõrdumise suurendamise viisid. Kuna hõõrdumine toob rahvamajandusele transpordis ja masinates suurt kahju, siis võetakse tarvitusele abinõusid selle vähendamiseks. Hõõrdumisseaduste alusel rakendatakse kahte põhilist viisi hõõrdumise vähendamiseks:

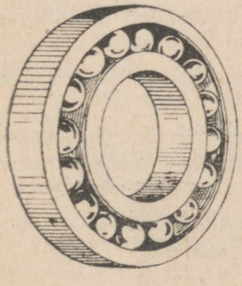
a) määrimine.

b) liugumise hõõrdumise asendamine veeremise hõõrdumisega.

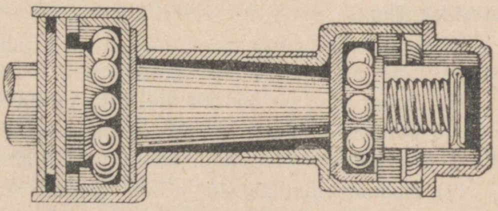
Hõõrduvate pindade pidevaks määrimiseks kasutatakse mitmesuguseid määrimissüsteeme.

Liugumise asendamist veeremisega teostatakse rull- või kuullaagritega.

Kuul- või rull-laagrites toetub pöörlev võll kuulidele või rullidele (joon. 104-c), mis on asetatud erilisse masina korpusega ühenduses olevasse rõngasse. Töötamise ajal kuulid pöörlevad ja seega liugumise hõõrdumine laagri vastu asendatakse veeremise hõõrdumisega kuulide vastu (joon. 104-d).



Joon. 104-c. Kuullaager.



Joon. 104-d. Jalgratta osa kuullaagritel.

Kuni 1931. a. Nõukogude Liidus ei olnud kuullaagrite tööstust, välja arvatud üks väike tehas. Hiljem ehitati Moskvasse L. M. Kaganovitši nimeline hiigeltehas, mis vabastas meie maa selles suhtes sõltuvusest välismaast ja rahuldas selleks ajaks kerkinud masinaehitustehaste kuullaagrite tarviduse. Praegu töötab NSV Liidus mitu kuullaagrite tehast.

Hõõrdumise suurendamiseks kaetakse libedad teed ja rööpad liivaga, veorihmad kaetakse spetsiaalse pulbriga ja viiuli poognat hõõrutakse kampoliga.

Kirjandus. Перельман, Физическая хрестоматия, вып. I. „Трение скольжения", стр. 69, „Телега и паровоз", стр. 70, „Движение поезда", стр. 73, „Значение трения", стр. 74, „Внутреннее трение", стр. 76. Фридман, Трение в природе и технике, изд. „Начатки науки". Perelman. Huvitav füüsika II, RK „Teaduslik Kirjandus", Tartu 1949. Millest oleneb sõlmede tugevus?, lk. 48. Л. Лисовский, А. Саломонович, Силы трения, М. 1948.

Harjutus 16.

1) Miks autokummid tehakse reljeefse mustriga (protektoriga)?

2) Miks talvel veoautode ratastele tõmmatakse peale ketid?

3) Miks vedur varustatakse liivakastiga?

4) Miks on raske hoida käes elavat kala?

5) Tooge peale raamatu näidete veel teile tuntud näiteid kasulikust ja kahjulikust hõõrdumisest.

6) Miks ei saa kirjutada kriidiga õliga määritud tahvlile?

7) Miks kiiresti käiv jalakäija, üle minnes karedalt teelt siledale, kukub tahapoole, aga üle minnes siledalt karedale kaldub ettepoole?

8) Missuguse hõõrdumise liigiga on tegemist uisutamisel harilike ja ratasuiskudega?

9) Kirjeldage, missugused muudatused juhtuksid teiega ja teie toa asjadega, kui äkki kaoks hõõrdumine?

10) Rongi kaal on 490 000 kG. Millega on võrdne veojõud ja hõõrdumisjõud ühtlase liikumise korral? Ülesannete lahendamisel kasutada tabelit III (ülesannetes 11—19 on liikumine ühtlane).

11) Hobune tõmbab 45 kG-se jõuga. Missuguse raskusega koormat ta suudab vedada munakivi-teel? kivitamata teel?

Vastus: 2250 kG.

12) Koorem kaaluga 500 kG liigub veojõuga 50 kG. Leida hõõrdumiskoefitsient.

13) Terasjalastega saan koos koormusega kaalub 650 kG. Kui suur on veojõud libedal jääl?

14) Puust kast koos koormusega, 500 kG raske, liigub mööda puust põrandat (risti kiududega). Leida hõõrdumisjõud.

15) Lihvitud pronksvalam liigub mööda pronksist lauda jõuga 50 kG. Leida valami raskus.

16) Metallkeha kaaluga 1000 kG liigub oma lihvitud küljega mööda samasugust horisontaalset õlitatud metall-lauda jõuga 70 kG. Leida hõõrdumiskoefitsient.

17) Tellis raskusega 4 kG liigub teist tellist mööda 2 kG jõu mõjul. Leida hõõrdumiskoefitsient.

18) Missugust hõõrdumist tuleb ületada kiviseina nihutamisel maapinda mööda, kui seina kaal on 900 kG ja hõõrdumiskoefitsient 0,45.

19) Terasjalastega saan kaaluga 800 kG liikus 2 tunni jooksul kiirusega 18 km/t. Leida kulutatud töö.

20) Miks lauale asetatud rööptahukas ei hakka kohe lauda mööda libisema, kui lauda ühest otsast tõsta?

21) Miks kotist väljalastud terad ei lähe lauda mööda laiali, vaid moodustavad koonilise kuhja?

KONTROLLKÜSIMUSI.

1) Millal tekib ühe keha hõõrdumine teise vastu?

2) Kuidas võib seletada hõõrdumise tekkimist?

3) Missugused hõõrdumise liigid on olemas?

4) Missuguse katseriistaga ja kuidas saab uurida hõõrdumisseadusi?

5) Kuidas oleneb liugumise hõõrdumisjõud normaalrõhumisest?

6) Mida nimetatakse hõõrdumiskoefitsiendiks?

7) Missuguse arvuga avaldub liugumise hõõrdumiskoefitsient?

8) Kas oleneb liugumise hõõrdumiskoefitsient kokkupuutepinnast ja liikumise kiirusest?

9) Missugune tähtsus on pinna määrimisel?

10) Millest oleneb veeremise hõõrdumiskoefitsient?

11) Võrrelge liugumise hõõrdumist veeremise hõõrdumisega.

12) Milles seisab hõõrdumise kahjulikkus?

13) Milles seisab hõõrdumise kasulikkus?

14) Missugused hõõrdumise vähendamise viisid on olemas?

15) Millal on tarvis hõõrdumist suurendada ja milliste vahenditega saab seda teostada?

16) Kuidas on ehitatud kuul- ja rull-laagrid?

×84. **Jõu töö koormuse tõstmisel kaldpinda mööda.** Võrdleme koormuse tõstmisel vertikaali mööda tehtud tööd kaldpinda mööda tehtud tööga.

Nagu me nägime §-s 68, *kaldpinnaga paralleelne jõud (joon. 69), mis on vajalik keha hoidmiseks paigal või ilma* *hõõrdumiseta ühtlases liikumises, peab olema nii mitu korda väiksem kaldpinna kõrgusega paralleelsest jõust, kui kaldpinna kõrgus on väiksem selle pikkusest, s. o.*

$$\frac{F}{P}=\frac{h}{l}.$$

Teisendades saame:

$$\boxed{Fl=Ph.} \qquad \text{(XVI)}$$

Ph väljendab keha ühtlaseks tõstmiseks kaldpinna kõrgusele h tehtavat tööd.

Fl väljendab liikumapaneva jõu F poolt keha ühtlaseks hõõrdumiseta liikumiseks tehtavat tööd piki kaldpinna pikkust l.

Teine kehamõjutav komponent P_2 selle liikumise juures tööd ei tee, kuna ta on vertikaalne keha võimaliku liikumise suunaga. See jõud kui normaalrõhumine mõjub hõõrdumise suurusele.

Keha hõõrdumiseta ühtlase tõstmise juures mööda kaldpinda on jõu töö võrdne tööga, mis kulub keha tõstmiseks vertikaali mööda samale kõrgusele.

Seega keha tõstmisel kaldpinna abil võidetakse jõus, kuna liikumapanev jõud on alati väiksem keha raskusest. Kuid seeeest tee pikkus kaldpinda mööda on pikem teest vertikaali mööda nii mitu korda, kui jõud on väiksem keha raskusest, sellepärast ei ole ühtlase liikumise puhul ja hõõrdumise puududes töös võitu ega kaotust.

Tegelikult, nagu me teame, tekib ühe keha liikumisel teise pinda mööda möödapääsematult hõõrdumine.

Tegelik kaldpinda mööda liikumapanev jõud on isegi ühtlase liikumise korral varem arvutatud jõust suurem.

Kui tähistada antud keha hõõrdumiskoefitsient liikumisel kaldpinda mööda f-ga, siis hõõrdumisjõud F_1, mis on võrdeline normaalrõhumise P_n-ga, on võrdne $F_1=fP_n$.

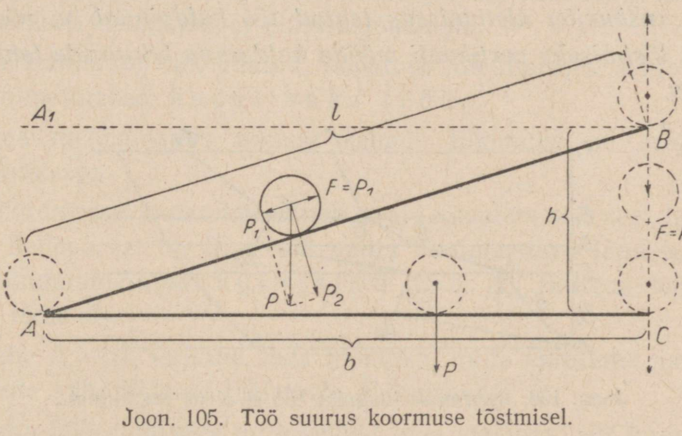
Seepärast on ühtlase liikumise tekitamiseks kaldpinnal tarvis jõudu F_2, mis on veeremapaneva jõu F ja hõõrdumisjõu F_1 summa.

Jõud $F = P \sin\alpha$; $P_n = P_2 = P \cos\alpha$; järelikult hõõrdumisjõud $F_1 = fP \cos\alpha$; $F_2 = F + F_1$; $F_2 = P \sin\alpha + fP \cos\alpha$.

Veojõu F_2 töö teepikkusel l on võrdne:

$$A = F_2 l = Fl + F_1 l.$$

85. Raskusjõu ületamiseks tehtav töö, kui keha viiakse ühest horisontaalasendist teise. Kui on tarvis tõsta koormust raskusega P horisontaalsest asendist AC horisontaalsele asendile A_1B (joon. 105) kõrgusele h, siis võib punktist A punkti B minna kas horisontaali AC ja vertikaali BC mööda, või mööda kaldpinda AB.



Joon. 105. Töö suurus koormuse tõstmisel.

Keha liikumisel ilma hõõrdumiseta horisontaali AC mööda tööd raskusjõu ületamiseks ei ole vaja, kuna keha kaal on keha võimaliku liikumissuunaga risti. Järelikult keha raskusjõu ületamiseks vajalik töö keha liikumisel AC mööda on võrdne nulliga, s. o.

$$A_{AC} = 0.$$

Raskusjõu ületamiseks vertikaali BC mööda tehtud töö on ühtlase tõusu korral:

$$A_{BC} = Ph.$$

Terve töö $AC + CB$ ulatuses:

$$A_{AC+BC} = A_{AC} + A_{BC} = Ph.$$

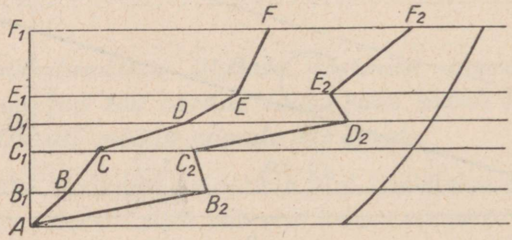
Kaldpinda mööda ühtlaselt liikuma paneva jõu töö ilma hõõrdumiseta on:

$$A_{AB} = Fl.$$

Nagu varem tuletatud, $Ph = Fl$, järelikult:

$$A_{AB} = A_{BC},$$

s. o. *raskusjõu ületamiseks tehtud töö kaldpinnal on võrdne keha tõstmiseks vertikaali mööda kaldpinna kõrgusele tehtava tööga.*



Joon. 106. Koormuse tõstmise töö ei olene tee kujust.

Töö keha tõstmiseks kaldsirget mööda kahe horisontaalse tasapinna vahel on võrdne tööga, mis tuleb tema tõstmiseks teha vertikaali mööda samale kõrgusele.

Kui kahe horisontaali vaheline tõus toimub (joon. 106) mingit murdjoont, näiteks $ABCDEF$ mööda, siis on töö esimese lüli AB ulatuses võrdne tööga vertikaalil AB; töö teist lüli BC mööda on võrdne tööga vertikaali B_1C_1 mööda jne.

Terve töö murdjoont $ABCDEF$ mööda on võrdne tööga äärmiste horisontaalpindade vahelist kaugust AF_1 mööda. Sama järelduse saame teha liikumise suhtes mööda $AB_2C_2D_2E_2F_2$.

Lõpuks kahe horisontaalpinna vaheline koormuse tõstmise töö kõverat joont mööda on samuti võrdne tööga vertikaali mööda, kuna kõverat joont võime vaadelda kui väga suure lülide arvuga murdjoont. Järelikult:

Keha liikumisel ühest horisontaalpinnast teise raskusjõu ületamiseks tehtav töö oleneb nende pindadevahelisest kaugusest, aga mitte tee kujust.

86. Kasutegur. Mehhanismide kasutamisel ületame alati mingeid takistusi: tõstmisel raskusjõudu, kokkusurumisel, venitamisel ja lõikamisel elastsusjõudu jts.

Mehhanismile rakendatud takistuse ületamiseks tehtavat tööd nimetatakse k a s u l i k u k s t ö ö k s.

Igas mehhanismis toimuv kehade liikumine on seotud hõõrdumisega.

Hõõrdumise ületamine nõuab peale kasuliku töö veel lisatööd. Sellepärast on terve töö, mida liikumapanev jõud teeb, ehk nõndanimetatud k u l u t a t u d t ö ö A, suurem kasulikust tööst A_1.

Vahe $A - A_1$ kujutab seda tööhulka, mida kulutame paratamatute kahjulikkude takistuste ületamiseks.

Kuna hõõrdumisega on tegemist igas masinas, siis ka igaühes neist tuleb vahet teha terve ehk kulutatud ja saadud ehk kasuliku töö vahel.

Mida suurem on kasulik töö kulutatud tööhulga juures, seda tulusam on masina tegevus. Masina tulukuse üle otsustame selle järgi, missuguse osa kogu kulutatud tööst moodustab kasulik töö.

Kasuliku töö ja kulutatud töö suhet nimetatakse masina kasuteguriks.

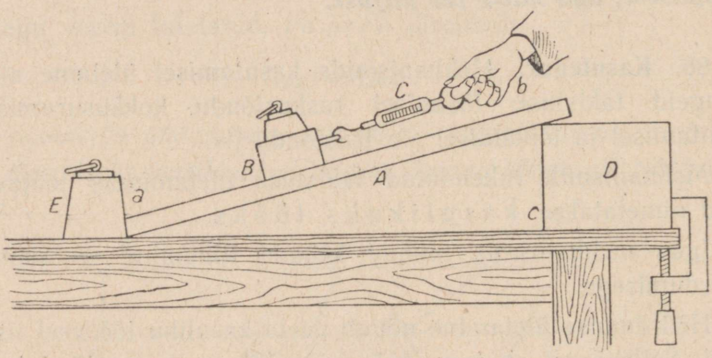
Kui tähistada kasutegur kreeka tähega η (eeta), siis

$$\boxed{\eta = \frac{A_1}{A}.} \qquad \text{(XVII)}$$

Igal masinal on oma kasutegur.

Kõik tuntud võtted hõõrdumise vähendamiseks, nagu määrimine ja liugumise asendamine veeremisega, ongi selleks, et tõsta masina tootlikkust, tõsta kasutegurit.

87. *Laboratoorne töö 3.* Kaldpinna kasuteguri arvutamine.



Joon. 107.

Töövahendid: 1) laud; 2) rööptahukas; 3) koormuste kogu; 4) meetermõõt; 5) dünamomeeter või selle asemel plokk, plekktoos, niit, haavlid või liiv; 6) kaalud vihtidega; 7) alus.

Töö jaguneb kaheks osaks: mõõta ära kasulik töö ja mõõta ära kulutatud töö keha ühtlasel tõstmisel kaldpinda mööda.

Kasulik töö kaldpinda mööda tõstmisel on võrdne, nagu nägime varem, Ph-ga. Siit on näha, milliseid suurusi peame mõõtma, et määrata kasulikku tööd.

Kulutatud töö saame, kui korrutame ühtlasel liikumisel veojõu F kaldpinna pikkusega l. Kerge on näha, milliseid suurusi on tarvis määrata kulutatud töö arvutamiseks.

T ö ö k ä i k. 1) Seadke töövahendid nii üles, nagu on näidatud joon. 107.

2) Mõõtke kaldpinna kõrgus laua suhtes $h = bc$, võttes ta esimene kord võrdseks 10 cm-ga, ja mõõtke ära kaldpinna pikkus $l = ab$.

3) Leidke rööptahuka ja temale asetatavate koormuste raskus P kG.

4) Asetage koormustega rööptahukas kaldpinnale, ühendage rööptahuka rõngas dünamomeetriga ja tõmmake ta ühtlaselt liikuma. Märkige ära dünamomeetri näitamine; niiviisi leiate veojõu F. Jälgige, et dünamomeeter oleks kogu aja kaldpinnaga paralleelne.

Veojõu mõõtmisel pole vajadust vedada rööptahukat kogu kaldpinna ulatuses.

Dünamomeetri puudumisel võib veojõudu mõõta vihtidega plekktoosis, mis ripub üle ploki visatud nööri otsas; teine nööriots on rööptahuka küljes. Plekktoosi raskust tuleb mõõta koos vihtidega.

5) Koostage tabel mõõdetud suuruste jaoks; kandke sinna ka kasuliku töö A_1, kulutatud töö A ja kasuteguri η arvutatud väärtused.

6) Sama kõrguse jaoks võtke uus koormus ja määrake uuesti kasutegur. Arvutage ühe ja sama kõrguse jaoks kahe leitud kasuteguri väärtuse järgi keskmine väärtus.

7) Korrake katset teiste kõrgustega.

8) Võrrelge kasutegureid mitmesugustel kõrgustel. Kas ja kuidas oleneb kasutegur kaldpinna kõrgusest?

9) Arvutage iga kõrguse jaoks hõõrdumise ületamiseks tehtud töö teepikkuse l ulatuses ja arvutage selle järgi hõõrdumisjõu suurus.

10) Arvutage normaalrõhumise suurus P_n; hõõrdumisjõu ja normaalrõhumise järgi määrake hõõrdumiskoefitsiendi suurus ja võrrelge seda tabeli omaga.

Harjutus 17.

1) Missugusele kõrgusele tuleb tõsta 2 m pikkuse laua ots, et lauda mööda oleks võimalik vedada 100 kG koormust jõuga 16 kG (ilma hõõrdumiseta)?

Vastus: 32 cm.

2) Miks tee mäetippu tehakse siksakiliselt?

3) Kui suur on kaldpinna tõus iga 100 m pikkuse kohta, kui seda mööda tõstetakse koormust 960 kG jõuga 120 kG (ilma hõõrdumiseta)?

Vastus: 12,5 m.

4) 20 000 kG kaaluga vagun tõmmatakse köiega 50 m pikkust kaldpinda mööda 7,5 m kõrgusele. Leida köie tõmbejõud ühtlase hõõrdumisega ja hõõrdumiseta liikumise puhul ja kasutegur.

Vastus: 0,98.

5) 1000 kG kaaluga keha tõstetakse vagunisse 5 m pikkuse ja 1 m kõrguse kaldpinna abil. Hõõrdumiskoefitsient on 0,2. Leida: jõud ühtlasel hõõrdumisega liikumisel; hõõrdumisjõud tõusmisel ja kasutegur.

Vastus: 200 kG; 196 kG $\approx$ 50%.

6) Rong kaaluga 500 000 kG tõuseb mäkke, mille tõus on 1 m 1000 m-i kohta. Leida veojõud hõõrdumisega ühtlase liikumise puhul; normaaljõud lugeda kaldenurga väiksuse tõttu võrdseks raskusega (hõõrdumiskoefitsient — 0,002).

Vastus: 1500 kG.

7) Rong kaaluga 500 000 kG ja kiirusega 36 km/t. tõuseb iga 100 m kohta 1 m (tõus 0,01). Hõõrdumiskoefitsient on 0,002. Leida veduri võimsus (kehtib eelmise ülesande märkus).

Vastus: 800 HJ.

8) Saan koormusega, mille koguraskus on 200 kG, tõuseb ühtlaselt 10 m kõrgusega mäkke mööda 40 m-list tõusuteed. Hõõrdumiskoefitsient on 0,02. Leida veojõud, kasulik töö ja kasutegur.

Vastus: $\approx$ 54 kG.

9) Leida jõud, millega saan eelmises ülesandes sõidaks alla samast mäest.

Vastus: $\approx$ 46 kG.

10) 80 m pikkusega ja 16 m kõrgusega kaldpinda mööda tõmmatakse ühtlaselt koormust 225 kG. Kuidas muutub kasutegur, kui asetada kaldpind 30° nurga alla? Hõõrdumiskoefitsient on 0,1.

Vastus: 0,67; 0,85.

11) Vedur võimsusega 400 HJ veab rongi üldise kaaluga 500 000 kG teel, mille kalle on 0,005, kiirusega 18 km/t. Määrata hõõrdumiskoefitsient (lugeda $P_n = P$).

Vastus: 0,007.

12) 600 HJ-lise võimsusega vedur veab 500 000 kG-se kaaluga rongi tõusvat teed mööda 100 m ulatuses kiirusega 36 km/t. Hõõrdumiskoefitsient on 0,003. Leida tõusu kõrgus (lugeda $P_n = P$).

Vastus: 0,6 m.

13) 880 HJ-lise võimsusega vedur veab ühtlaselt 1 000 000 kG kaaluga rongi teel, mille tõus on 0,008. Leida 2 minutiga läbitud tee (lugeda $P_n = P$)?

Vastus: 720 m.

14) Määrata Dneprogesi keskmine võimsus, kui veekulu on 2000 m³/sek, kõrgus 37 m ja kasutegur 0,85 (energiakaotuste tõttu voolamistakistuste ületamiseks).

Vastus: $\approx$ 840 000 HJ.

15) Leida tuuleseadise kasutegur, kui õhuvoolu ristlõige on 4 dm², voolu kiirus 10 m/sek ja kui seadis suudab tõsta 4 kG kõrgusele 1,5 m poole minutiga.

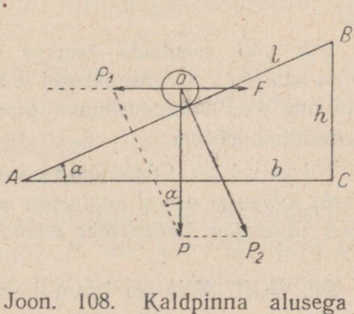
Vastus: $\approx$ 8%.

16) Traktori kaal on 5,5 T, veokoefitsient sillutamata teel on 0,1, traktori võimsus on 60 HJ; kasutegur — 0,9, kiirus — 5,4 km/t. Maha arvates traktori enese liikumapanemiseks tarvitatud võimsuse, arvutada, missuguse võimsusega veab traktor külgehaagitud osi.

Vastus: 43 HJ.

88. **Teine viis jõu tasakaalustamiseks kaldpinnal.** Keha võib hoida kaldpinnal tasakaalus või ühtlases liikumises jõuga, mis on alusega paralleelne.

Et leida sel juhul tasakaalustavat jõudu, lahutame koormuse kaalu kaheks komponendiks, millest üks on kaldpinnaga risti, teine alusega rööbiti (joon. 108). Ristiseisva komponendi P_2 mõju hävib kaldpinna vastumõjuga. Komponent P_1 võib panna keha liikuma. Keha hoidmiseks paigal või ühtlases hõõrdumiseta liikumises kald-



Joon. 108. Kaldpinna alusega paralleelne tasakaalustav jõud.

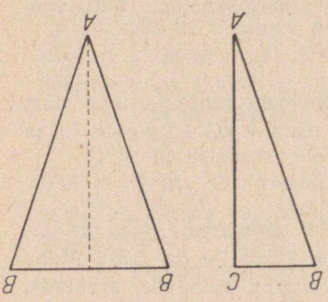
pinda mööda üles on küllaldane rakendada P_1-le võrdset ja vastassuunalist jõudu F. Võrdsete nurkadega OPP_1 ja BAC sarnastest kolmnurkadest järgneb, et $P_1 : P : P_2 = BC : AC : AB$ ehk $P_1 : P : P_2 = h : b : l$, kust

$$\boxed{P_1 = P\,\frac{h}{b},} \qquad \text{(XVIII)}$$

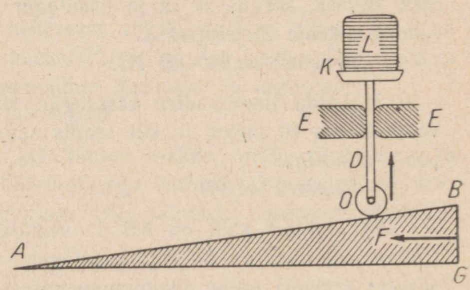
$$\boxed{P_2 = P\,\frac{l}{b}.}$$

Vabastades võrduse $P_1 = P\,\frac{h}{b}$ nimetajast, saame

$$P_1 b = Ph.$$



Joon. 109. Kiilu läbilõige.



Joon. 110. Keha tõstmine liikuva kaldpinna abil.

Ph on vertikaalsel tõusul kõrgusele h raskusjõu ületamiseks tehtud töö.

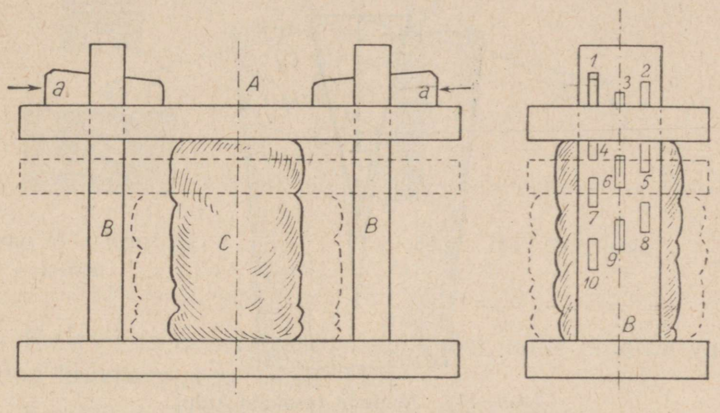
$P_1 b$ võib asendada temaga võrdse suurusega Fb, kuna $P_1 = F$. Fb on aga jõu F töö teepikkusel b. Et tõsta keha kõrgusele h, peab jõud F nihutama oma rakenduspunkti punktist A kuni punktini B kaugusele b horisontaali mööda.

Nii ka sel juhul *kaldpinna alusega paralleelse jõu töö ühtlase hõõrdumiseta liikumise korral kaldpinda mööda on võrdne vertikaali mööda tõstmisel raskusjõu ületamiseks tehtud tööga.*

89. Kiil. Kiil on kõva keha, mille pikilõige on täisnurkne kolmnurk (joon. 109). Mõnikord tarvitatakse kiilu kahest täisnurksest kiilust kokkupandud kujul. Siis tema pikilõige on võrdhaarne kolmnurk.

Kiil esineb põhilise osana lõhastavate, lõikavate ja hööveldavate riistade juures, nagu nuga, käärid, kirves, peitel, höövel, ader jt.

Kiilu võib tarvitada kehade tõstmiseks (joon. 110). Varras *D* on asetatud kahe juhtiva pinna *EE* vahele, mis lasevad teda liikuda ainult üles-alla. Varda alumine ots



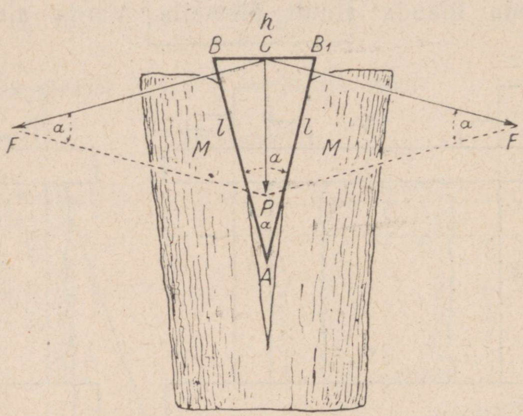
Joon. 111. Kiilpress.

lõpeb rattaga, ülemine aga taldrikuga, millele asetatakse koormus *L*. Selleks et tõsta keha *L*, on tarvis liigutada kaldpinda vasakule jõuga *F*, nii nagu näidatud joonisel.

Kiilu kasutatakse veel kiilpresside juures (joon. 111) kehade kokkusurumiseks, osadeks lõhastamiseks või üldse sissetungimiseks töödeldavasse materjalisse (lõikavad ja lõhastavad tööriistad) ja toote osade kinnitamiseks.

Kujutleme, et kiil BAB_1 on löödud mingisse töödeldavasse materjalisse *MM* (joon. 112) jõuga *P*, mis on risti kiilu seljaga $BB_1 = h$. Kehasse tunginud kiil tekitab selles survet ja kannatab omakorda ise keha vastumõju all. See vastumõju on suunatud risti kiilu külgedega, mis on võrdsed l-ga. Joonisel 112 on kiiluseljaga ristiseisev jõud P lahutatud kaheks komponendiks F ja F, mis on külgedega risti.

Iga komponent on võrdne ja vastassuunaline jõuga (joonisel see ei ole kujutatud), millega keha mõjutab kiilu ja seepärast tasakaalustab seda jõudu. Kui ei oleks rakendatud



Joon. 112. Jõudude tasakaal kiilul.

jõudu P, siis oleks kiil hõõrdumise puudumisel kehast välja tõugatud.

Kahe võrdsete tipunurkadega võrdhaarse kolmnurga sarnasusest järgneb:

$$F : P = AB : BB_1,$$

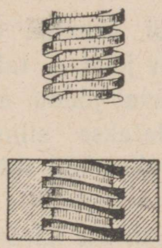
ehk

$$\boxed{F : P = l : h.} \qquad \text{(XIX)}$$

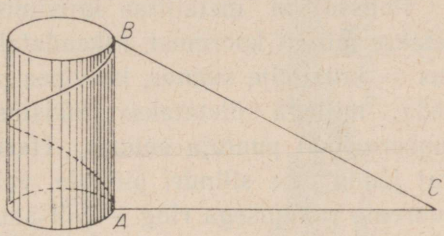
Et hoida kiilu paigal või ühtlases hõõrdumiseta liikumises, peab kiilu seljaga ristimõjuv jõud olema nii mitu korda väiksem kiilu küljega ristiseisvast jõust, kui mitu korda selja laius on väiksem külje pikkusest.

Kiilu kasutamisel on võit jõus seda suurem, mida kitsam on selg ja pikem külg. Kiilu moodustavad endast kaldpinnad. Sellepärast kiil, nagu kaldpindki, mille üks liike ta on, ei saa anda võitu töös.

90. Kruvi. Teiseks tööriistaks, mida võime vaadelda kui kaldpinda, on kruvi.



Joon. 113. Kruvi ja mutter.



Joon. 114. Kruvijoon.

K r u v i k s nimetatakse püstsilindrit, mille pind on varustatud kruvikeermega (joon. 113).

Kruvikeere läheb kruvijoont mööda. K r u v i j o o n e k s nimetatakse joont, mille tekitab silindri pinnale kolmnurga hüpotenuus, kui kolmnurga alus on võrdne silindri ümbermõõduga ja kui kolmnurk mähitakse silindri peale (joon. 114).

Kruvijoone naaberpunktide vahet, mõõdetult mööda silindri moodustajat, nimetatakse k r u v i s a m m u k s.

Joon. 115. Puur.

Kruvi kui tööriista kasutatakse materjalide töötlemisel ning puusse, metallisse ja maasse aukude puurimisel. Sellisteks otstarveteks kasutatavat kruvi nimetatakse p u u r i k s (joon. 115).

Keha, mis tihedalt haarab kruvikeeret, nimetatakse m u t r i k s. Ka mutri sisepinnal on keere, ainult vastupidine kruvikeermele; kruvi kumerusele vastab mutri nõgusus ja ümberpöördult.

Kui kinnitame mutri ja pöörame kruvi, siis kogu kruvi liigub oma telje sihis mingi lõigu võrra. Kui hoiame kinni kruvi ja pöörame mutrit, siis see liigub kruvi telje sihis mingi lõigu võrra. Kui teha kruviga üks pööre, siis kruvi (või mutter) liigub edasi ühe kruvisammu võrra.

Puusse või metallisse kruvimisel või kui kruviga tõstetakse mingit koormust, rakendatakse ületatav jõud — takistus — kruvitelje suunas, kruvipea poole. Mõjuvat jõudu aga, seda, millega ületatakse takistust, rakendatakse silindri ümbermõõdu puutuja suunas. Harilikult ei rakendata mõjuvat jõudu otse silindri pinnale, vaid tehakse kruvile pea — suurema raadiusega ring — või pannakse silindrisse käepide; käepideme otspunkt või ringi punkt ongi mõjuva jõu rakenduspunktiks.

Et tuletada jõudude tasakaalu tingimust kruvi juures, kasutame kaldpinna kohta saadud tööhulkade võrdumise seadust. Seda seadust võime laiendada kruvile, kuna selle juures üks jõud on paralleelne kõrgusega, teine aga paralleelne sama kaldpinna alusega, mille pikkus moodustab kruvijoone.

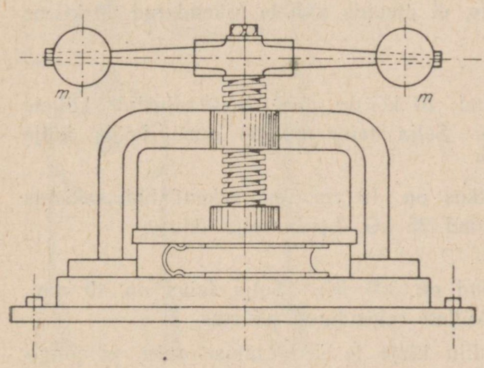
Tähistame kruvisammu h-ga, kruvipea raadiuse — R-ga, kruvi telje suunas rakendatud takistusjõu — P-ga, kruvipea puutuja suunas mõjuva jõu — F-ga. Siis kruvi ühe pöörde puhul mõjuv jõud F nihutab oma rakenduspunkti kruvipea ümbermõõdu $2\pi R$ võrra ja sooritab töö $A_F = 2\pi RF$. Samal ajal takistuse rakenduspunkt P nihkub kruvisammu h võrra. Takistuse P ületamiseks tehtud töö on võrdne $A_P = Ph$. Tööde võrdsusest $A_F = A_P$ järgneb: $2\pi RF = Ph$, kust

$$\boxed{F = \frac{Ph}{2\pi R}.} \qquad \text{(XX)}$$

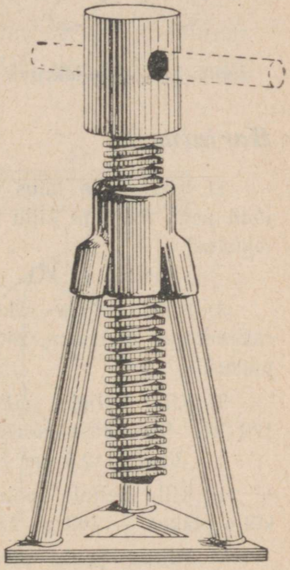
Kruvi hoidmiseks paigal või ühtlases hõõrdumiseta liikumises peab kruvipeale rakendatud jõud olema nii mitu

korda väiksem telje suunas rakendatud jõust, kui kruvisamm on väiksem kruvipea ümbermõõdust.

Igal tegelikul kruviga töötamise juhul tuleb arvestada veel hõõrdumisjõudu. Kui kruvijoont tekitava hüpotenuusi kaldenurk α on teatud kindla suurusega, siis kruvi on isepidurduv: kui suur ka ei oleks koormuse raskus



Joon. 116. Kruvipress.

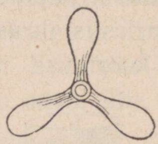


Joon. 117. Tungraud.

telje suunas, kruvi ei hakka hõõrdumisjõu tõttu liikuma, kuigi tema ringjoonele pole rakendatud mingisugust kinnihoidvat jõudu.

Selle põhjal rakendatakse kruvi masinaosade kinnitamiseks. Et kruvi paremini peaks, tehakse kruvisamm hästi väike ja soon kolmnurkne, kuna see annab suurema hõõrdumise kui täisnurkne. Viimast, ümberpöördult, kasutatakse seal, kus kruvi annab edasi liikumist, näiteks pressi (joon. 116) ja tungraua (117) juures.

Tungraua juures me näeme, et kruvi kasutatakse ka keha ümberpaigutamiseks. Pöörlev kruvi (joon. 118) paneb liikuma laeva ja lennuki (joon. 119).



Joon. 118. Sõudekruvi.

Joon. 119. Propeller.

Harjutus 18.

1) Kiilu selja laius $h = 5$ cm, külje pikkus $= 25$ cm. Missugune jõud peab mõjuma kiilu seljale, et ületada küljele rakendatud 60 kG-ne takistus?

Vastus: 12 kG.

2) Kiilu seljale rakendatud 10 kG-ne jõud tasakaalustab küljele rakendatud takistuse 240 kG. Selja laius on 60 mm. Leida külje pikkus.

3) Kiilu küljele, mille pikkus on 10 cm, on rakendatud takistus 100 kG. Seda tasakaalustab jõud 25 kG. Leida selja laius.

Vastus: 2,5 cm.

4) Kiilu seljale mõjuv jõud on 300 kG. Selja laius on 40 mm, külje pikkus — 160 m. Leida küljele rakendatud takistus.

5) Milline peaks olema kiilu külje ja selja laiuse suhe, et jõuga 120 kG ületada takistust 1000 kG?

Vastus: $8^1/_3$.

6) Kui suure koormuse võib tõsta tungrauaga, kui kruvisamm $h = 4$ mm, käepideme pikkus $R = 1$ m, käepidemele mõjuv jõud $F = 25$ kG ja kasutegur $\eta = 0,4$?

Vastus: 15 700 kG.

7) Kopeerpressi kruvisamm $h = 0,5$ cm, käepideme pikkus $R = 20$ cm, kasutegur $\eta = 0,7$. Kui suure jõu peab rakendama käepideme otsale, et ületada takistust 600 kG?

Vastus: 3,4 kG.

8) Kiilu selja (joon. 112) $h = 1$ cm, külje pikkus $l = 10$ cm, seljale mõjuv jõud $P = 16$ kG. Leida ületatav takistus.

Vastus: 160 kG.

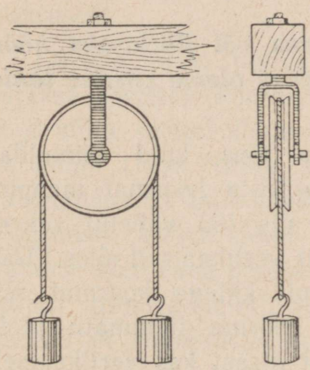
9) Kui suure jõu peab rakendama kruvi käepidemele, et ületada takistust $P = 2$ T, kui kruvisamm $h = 2$ cm ja käepideme pikkus $R = 50$ cm?

Vastus: 12,7 kG.

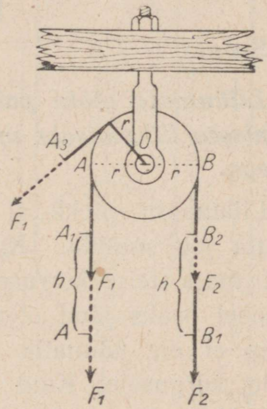
10) Käepideme pikkus $R = 40$ cm; käepideme otsale rakendatud jõud $F = 18$ kG. Kruvisamm $h = 4$ mm. Leida ületatav takistus.

Vastus: 11304 kG.

91. Plokk. Plokiks nimetatakse ümber telje pöörlevat silindrit, mille külgpinnal on uure nööri või köie jaoks (joon. 120).



Joon. 120. Plokk.



Joon. 121. Liikumatu ploki skeem.

Kui ploki telg jääb töö ajal liikumatuks (joon. 121), siis p l o k k i nimetatakse l i i k u m a t u k s; kui ploki telg liigub, siis ka p l o k k i nimetatakse l i i k u v a k s (joon. 122). Plokke kasutatakse koormate ümberpaigutamiseks.

L i i k u m a t u ploki uurdesse pannakse köis. Köie ühte otsa B kinnitatakse koormus või rakendatakse mingi teine takistav jõud F_2. Teise otsa rakendatakse m õ j u v jõud F_1 (joon. 121).

Ploki paigalpüsimise või ühtlase pöörlemise jaoks ümber telje O on vaja, et jõu moment, mis pöörab teda kellaosuti liikumise suunas, oleks võrdne jõu momendiga, mis pöörab kellaosutile vastassuunas.

Liikumatu ploki juures on nii ühe kui teise jõu õlaks ploki raadius. Jõud F_2 pöörab plokki kellaosuti suunas ja evib momenti F_2r. Jõud F_1 pöörab plokki kellaosutile vastassuunas ja selle moment on F_1r. Momentide võrdusest järgneb: $F_2r = F_1r$, kust

$$\boxed{F_2 = F_1.} \qquad \text{(XXI)}$$

Seega:

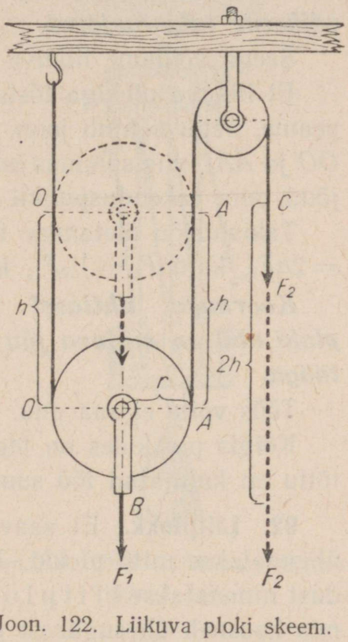
Liikumatu ploki paigalhoidmiseks või ühtlaseks hõõrdumiseta liikumiseks mõjuv jõud peab olema võrdne takistusega.

Liikumatu plokk ei anna võitu jõus, kuid võimaldab muuta jõu suunda. Kui on tarvis tõsta koormat maapinnalt maja teise korruse tasemele, siis jõu vahetul rakendamisel peaks jõud olema suunatud vertikaalselt üles. Töötades ei ole võimalik tõsta vahetult kätega koormat sellisele kõrgusele. Kuid kinnitades koorma liikumatu ploki köie ühte otsa ja tõmmates teisest otsast kas vertikaalselt või kaldu (näiteks suunas A_3F_1), võib tõsta koormat mistahes kõrgusele.

Hindame mõjuva jõu ja takistuse ületamiseks tehtavat tööd liikumatu ploki juures. Et tõsta koormat või üldse takistuse rakenduspunkti kõrgusele h, tuleb tõmmata köie teist otsa, s. o. paigutada mõjuva jõu rakenduspunkti jõu suunas ümber samuti h võrra. Et ületada takistust F_2, tuleb selle rakenduspunkti rakendada võrdne ja vastassuunaline jõud. Siis on takistuse ületamiseks tehtav töö teepikkuse h ulatuses võrdne $A_2 = F_2h$. Mõjuva jõu F_1 töö samal teepikkusel h on $A_1 = F_1h$. Kuna $F_2 = F_1$, siis ka $A_2 = A_1$.

Koormuse ühtlasel hõõrdumiseta tõstmisel liikumatu ploki abil on mõjuva jõu töö võrdne takistuse ületamise tööga.

Siit järgneb, et ka liikumatu plokiga ei ole võimalik saada töös võitu. Vastupidi, igas plokis esineb vältimatult hõõrdumine; sellepärast on mõjuv jõud F_1 suurem takistusjõust hõõrdumisjõu võrra. Kulutatud töö on suurem koormuse tõstmise kasulikust tööst ja liikumatul plokil on suurem või väiksem kasutegur, olenedes hõõrdumise suurusest.



Joon. 122. Liikuva ploki skeem.

Liikuva ploki juures kinnitatakse tõstetav koormus ploki telje külge seatud klambri konksu külge (joon. 122); takistuse rakenduspunkt asub ploki teljel. Koormust tõstev jõud rakendatakse köie vaba otsa mingisse punkti, näiteks punkti A. Selle asemel et suunata jõudu vertikaalselt üles, võib, visates köie üle liikumatu ploki, rakendada samasugust jõudu vertikaalselt alla. Tõstmisel liikuv plokk pöörleb ümber punkti O läbiva telje. Punkt O on kinnise köieotsa puutepunkt ja telg on risti joonise tasapinnaga. Et selles veenduda, teeme ploki välisele äärele mingid märgid.

Ploki tõstmisel liigub märk telje läheduses kõige vähem. Järelikult läbib pöörlemistelg sel momendil punkti O. Selle telje suhtes on takistusjõule F_1 õlaks ploki raadius r ja momendiks F_1r. Mõjuva jõu õlg on $2r$ ja moment $2rF_2$. Jõud F_1

püüab plokki pöörata kellaosuti suunas, jõud F_2 — vastassuunas. Momentide võrdusest $2rF_2 = F_1 r$ järgneb:

$$\boxed{F_2 = {}^1/_2 F_1.} \qquad \text{(XXII)}$$

Liikuva ploki paigalhoidmiseks või ühtlaseks hõõrdumiseta liikumiseks mõjuv jõud peab olema kaks korda väiksem takistusjõust.

Seega võidame liikuva plokiga jõus kaks korda.

Et liikuva plokiga tõsta takistuse rakenduspunkti h võrra, peame, nagu nähtub joon. 122, tõmbama köie vabanevaid osi OO ja AA_1, mis summas annavad $2h$. Järelikult nihutab mõjuv jõud oma rakenduspunkti kaks korda rohkem kui takistusjõud.

Takistusjõu ületamise töö $A_1 = F_1 h$. Mõjuva jõu töö $A_2 = 2hF_2$, kuid $F_2 = {}^1/_2 F_1$, kust $A_2 = 2h \cdot {}^1/_2 F_1 = F_1 h$.

Koormuse ühtlasel hõõrdumiseta tõstmisel liikuva ploki abil on mõjuva jõu töö võrdne takistusjõu ületamise tööga.

Töös võitu ei saa olla.

Kõigis plokkides on tegelikult olemas hõõrdumine ja selle tõttu on kulutatud töö suurem kasulikust tööst.

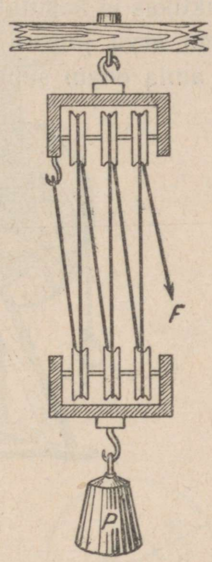
92. Liitplokk. Et saavutada jõus veel suuremat võitu, ühendatakse mitu plokki. Teatud viisil saadud plokkide ühendust nimetatakse l i i t p l o k i k s ehk polüspastiks[1]. Liitplokk, mis koosneb ühesugusest plokkide arvust mõlemas hargis — ühes liikuvad, teises liikumatud —, nimetatakse t a l i k s (joon. 123). Mõnikord asetatakse kõik liikuvad plokid ühele teljele ja liikumatud teisele teljele (joon. 124). Et tõsta koormust 1 m kõrgusele 6 plokiga tali abil, mis on kujutatud joonisel 123, peame tõmbama 1 m võrra igaühte kuuest nöörist. Seega peab nööri vaba ots liikuma 6 m võrra. Siin peab töö-hulkade võrdsuse tõttu mõjuv jõud olema kuus korda väiksem takistusest.

---

[1] Kreekakeelsetest sõnadest: *polys* — p a l j u, *spao* — t õ m b a n.

Üldiselt n ploki puhul, koormuse tõstmisel h m võrra, tuleb n nöörist igaühte nihutada h m võrra, järelikult peab nööri vaba ots liikuma nh m võrra.

Joon. 123. Tali.



Joon. 124. Ühel teljel asuvate plokkidega tali.

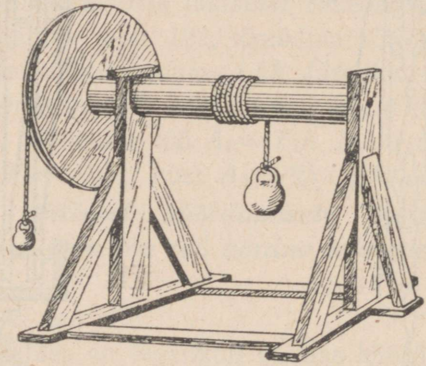
Takistuse F_1 ületamiseks tehtav töö teepikkusel h on $A_1 = F_1 h$. Mõjuva jõu F_2 töö teepikkusel nh on võrdne $A_2 = nhF_2$. Tööhulkade võrdumisel $nhF_2 = hF_1$, kust

$$\boxed{F_2 = \frac{F_1}{n}.} \qquad \text{(XXIII)}$$

Koormuse paigalhoidmiseks või ühtlaseks hõõrdumiseta nihutamiseks liitplokil peab mõjuv jõud olema takistusest niimitu korda väiksem, kui liitplokis on plokke.

Talisid kasutatakse ladudes koormate tõstmiseks, ehitustel — materjalide tõstmiseks, raudteejaamades — kivisöe laadimiseks tendritele ja purjelaevadel — maste hoidvate köite (vantide) pingutamiseks. Tali printsiipi kasutatakse ekraanide ja purikatuste (telgikatte) pingutamisel jne.

Praktikas ei kasutata talide juures üle kolme liikuva ploki. Suurema arvu juures läheb hõõrdumine niivõrd suureks, et tali ei anna enam suuremat võitu jõus.

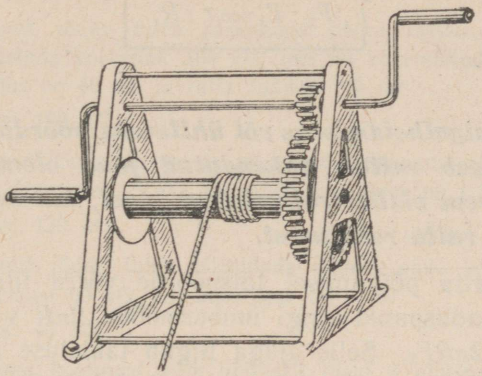


Joon. 125. Pöör.

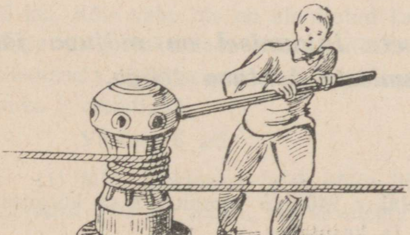
93. Pöör. Pööraks nimetatakse võlli koos selle teljele asetatud rattaga (joon. 125). Pööra töötamise ajal pöörleb selle telg liikumatutes laagrites. Ratast võib asendada üksikute raadiuse sihis asetatud kodaratega. Sellist pööra kasutatakse kaevust vee tõstmiseks. Pöör on koostisosaks vintsile, mida tarvitatakse raskemate kehade ümberpaigutamisel (joon. 126). Vertikaalse teljega pööra nimetatakse p e l i k s ehk kabestaniks (joon. 126-a). Peli kasutatakse sagedasti laevadel ankrute vinnamisel.

Pööra abil ületatav takistus rakendatakse harilikult võlli ümber mähitud köiele. Takistust tasakaalustav või pööra ühtlaselt liikumapanev jõud rakendatakse rattale mähitud köiele.

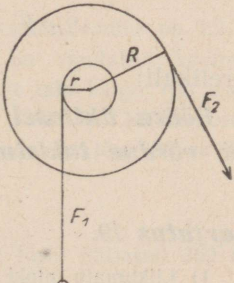
Mõjuvat jõudu võib ka otseselt ilma köieta rakendada rattale või radiaalse kodara otsale. Mõlemad jõud mõjuvad võlli ja ratta puutujate sihis (joon. 127). Mõjuv ja ületatav jõud pea-



Joon. 126. Vints.



Joon. 126-a. Peli.



Joon. 127. Pööra skeem.

vad olema rakendatud póörale nii, et anda vastassuunalisi pöördemomente.

Mõjuva jõu F_2 õlg on ratta raadius R; selle moment on F_2R. Takistusjõu F_1 õlg on võlli raadius r; selle moment on F_1r.

Momentide võrdusest $F_2R = F_1r$ järgneb:

$$\boxed{F_2 : F_1 = r : R,} \qquad \text{(XXIV)}$$

järelikult:

Pööra paigalhoidmiseks või ühtlaseks hõõrdumiseta pööramiseks peab rattale rakendatud jõud olema nii mitu korda väiksem võllile rakendatud jõust, kui võlli raadius on väiksem ratta raadiusest.

Pööra ratta pööramisel täispöörde võrra liigub mõjuva jõu F_2 rakenduspunkt ringi ümbermõõdu $2\pi R$ võrra ja teeb tööd $A_{F_2} = 2\pi RF_2$. Selle ajaga liigub takistuse F_1 rakendus punkt võlli ümbermõõdu $2\pi r$ võrra. Takistuse ületamiseks tehtav töö $A_{F_1} = 2\pi rF_1$.

Korrutades mõlemad võrduse (XXIV) $F_1r = F_2R$ pooled 2π-ga, saame:

$$2\pi rF_1 = 2\pi RF_2, \text{ s. o. } A_{F_1} = A_{F_2},$$

järelikult:

Pööra ühtlasel takistuseta liikumisel on mõjuva jõu töö võrdne takistuse ületamiseks tehtava tööga.

Harjutus 19.

1) Liikumatu ploki abil tõstetakse 240 kG koormus 2 m kõrgusele jõuga 300 kG. Leida kasulik töö ja kasutegur.

Vastus: 0,8.

2) Liikuva ploki abil tõstetakse 210 kG koormus 1,5 m kõrgusele jõuga 120 kG. Leida kasulik töö ja kasutegur.

Vastus: 0,87.

3) Missugust jõudu, võrreldes oma kaaluga, rakendab inimene, tõstes ennast üle liikumatu ploki visatud ja keha külge seotud köie abil?

4) Liitplokk koosneb neljast plokipaarist. Missugust hõõrdumiseta jõudu on tarvis rakendada, et tõsta koormust 500 kG? Missugusele kõrgusele tõstetakse koormus, kui köie vaba ots liigub 10 m võrra? Leida kasulik töö.

Vastus: 62,5 kG.

5) Missugust jõudu tuleb rakendada pööra rattale, et hõõrdumiseta tasakaalustada koormust 300 kG, mis on rakendatud pööra võllile, kui võlli raadius on 40 cm ja ratta raadius 1,2 m?

Vastus: 100 kG.

6) Missugust jõudu on tarvis rakendada liikumatu ploki nöörile, et ühtlaselt tõsta koormust 96 kG, kui ploki kasutegur on 0,8?

Vastus: 120 kG.

7) Kui suurt jõudu tuleb rakendada liikuva ploki köiele, et ühtlaselt tõsta koormust 60 kG, kui kasutegur on 0,75?

Vastus: 40 kG.

8) Missugust koormust võib ühtlaselt tõsta 3 plokipaariga liitploki abil jõuga 95 kG, kui kasutegur on 0,6?

9) Missugust jõudu tuleb rakendada pööra rattale, et tõsta ühtlaselt pööra võlli külge rakendatud koormust 120 kG, kui võlli raadius on 30 cm, ratta diameeter 1,5 m ja kasutegur 0,75?

10) Kaevu pööra võlli raadius on 30 cm ja ratta raadius on 1,2 m. Võlli köis käib ümber liikuva ploki, millele on riputatud koormus 48 kG. Köie vaba ots on kinnitatud kaevu ülemise tala külge. Kui suurt jõudu tuleb rakendada pööra rattale koormuse ühtlaseks hõõrdumiseta liikumiseks ja missugust võimsust tuleks arendada, et tõus 30 m toimuks 2 minutiga?

Vastus: 6 kG.

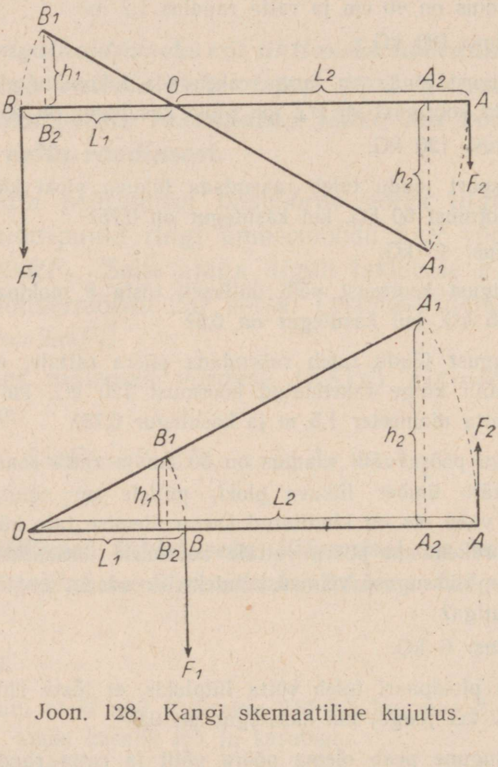
11) Mitu plokipaari tuleb võtta liitplokis, et tõsta ühtlaselt 360 kG koormust 100 kG jõuga, kui kasutegur on 0,6?

12) Missugune peab olema pööra võlli ja ratta raadiuste suhe, et oleks võimalik ühtlaselt tõsta 400 kG koormust 100 kG jõuga, kui kasutegur on 0,8?

Vastus: 1 : 5.

13) Koormuse ühtlasel tõstmisel liitplokiga 2 m võrra on tehtud 840 kGm tööd. Mõjuv jõud on 100 kG ja kasutegur 0,7. Mitu plokipaari on liitplokis?

94. **Kang.** Tahket keha, millele on rakendatud mõjuvad jõud ja takistusjõud, mis püüavad seda keha pöörata ümber mingi telje, nimetatakse kangiks. Tõstes teibaga kivi, kangutades haamri terava otsaga naelu, kaevates labidaga maad, kandes pihtidega raskusi, sõudes aerudega ja töötades vikatiga, tarvitatakse neid kehi kõige lihtsamat liiki kangidena.



Joon. 128. Kangi skemaatiline kujutus.

Kasutame kangi juures põhilist jõudude tasakaalu tingimust. Ühte kangile rakendatud jõududest nimetatakse takistusjõuks, teist (või teisi), mis on ette nähtud kangi telje ümber pöörlema panemiseks, nimetatakse mõjuvaks jõuks. Rakendades kangi juures üldist pöörlevate kehade tasakaalu tingimust, saame:

Kangi paigalseismiseks või ühtlaseks hõõrdumiseta pöörlemiseks ühes suunas peab pöörlemapaneva jõu moment olema võrdne vastassuunas pöörlemapaneva jõu momendiga.

Kui kujutada kange skemaatiliselt nii nagu joonisel 128, siis võib tasakaalu tingimust märkida nii:

$$\boxed{F_2L_2 = F_1L_1 \text{ ehk } F_2 : F_1 = L_1 : L_2.} \qquad \text{(XXV)}$$

Kui kangid on tasakaalu-asendist mingi nurga võrra välja viidud, siis lähevad jõudude rakenduspunktid F_2 ja F_1 õlale tõmmatud ristjoone sihis kaugusele h_2 ja h_1. Kolmnurkade A_1OA_2 ja B_1OB_2 sarnasusest järgneb:

$$h_1 : h_2 = L_1 : L_2.$$

Kahe viimase võrde võrdlusest saame:

$$F_2 : F_1 = h_1 : h_2,$$

siit

$$F_2h_2 = F_1h_1.$$

Saadud võrdusest me tuleme järeldusele: mõjuv jõud on takistusjõust väiksem nii mitu korda, kui selle rakenduspunkti edasiliikumine on suurem takistuse rakenduspunkti edasiliikumisest. Kummagi rakenduspunkti liikumine toimub ühel ja samal ajal. Järelikult liigub väiksema jõu rakenduspunkt suurema kiirusega.

Sellest kangi omadusest ilmneb nn. m e h a a n i k a k u l d r e e g e l:

Jõus võidetakse sama palju kui kaotatakse liikumise kiiruses, ja ümberpöördult.

Jõu F_2 tööd teepikkusel h_2 mõõdab korrutis F_2h_2. Jõu F_1 tööd teepikkusel h_1 mõõdab korrutis F_1h_1.

Nende korrutiste võrdusest järgneb:

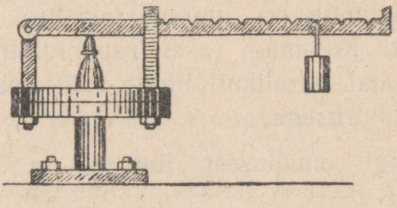
Kangi ühtlasel hõõrdumiseta nihkumisel on mõjuva jõu töö võrdne takistuse ületamiseks tehtava tööga.

Ka sel juhul me jällegi veendume, et tööriistaga ei saa olla töös võitu. Kui vaadelda jõudu F_1 kui takistust, siis kasutades kangi, me paremal juhul (hõõrdumise puudumisel) sooritame mõjuva jõuga F_2 sama suure töö, kui me oleksime kulutanud takistuse F_1 rakenduspunkti ümberpaigutamiseks kauguse h_1 võrra ilma kangita.

Hõõrdumise tõttu aga peab mõjuva jõu töö kangil suurem olema, kui see on takistuse otsesel ületamisel ilma kangita, kuna osa kulutatud tööst peab minema kahjulikkude takistuste ületamiseks. Kangi kui tööriista kasu ei seisa mitte tööhulga võitmises, vaid selles, et kangi abil saame väiksema jõuga ületada suuremaid takistusi, kui töötades ilma selleta. Kuid sel juhul on tegemist kaotusega selles teepikkuses, mille võrra nihkub ületatav takistus, võrreldes liikumapaneva jõu rakenduspunkti poolt läbitud teepikkusega. Kui aga kasutada on suurem jõud kui ületatav takistus, siis, rakendades suuremat jõudu lühemale õlale, võib võita teepikkuses.

Harjutus 20.

1) Aurukatla kaitseventiil kujutab endast kangi, mille pöörlemistelg on ühes otsas (joon. 129). Ümmarguse ventiili diameeter $D = 6$ cm.



Joon. 129. Kaitseventiil.

Auru rõhumine $p = 11$ kG/cm^2. Ventiili kaugus teljest on 7 cm. Ühtlase kangi kaal $P = 1$ kG. Kangi pikkus 43 cm. Kui suurt jõudu on vaja rakendada kangi otsale, et tasakaalustada aurusurvet?

Vastus: ≈ 50 kG.

2) Kangi õlgade pikkus on 25 ja 45 cm. Lühemale õlale on rakendatud takistus 100 kG, suuremale — jõud 60 kG, mis on samasuunaline ja hoiab kangi ühtlases liikumises. Leida kangi kasutegur.

Vastus: $\approx 0{,}93$.

3) Kangi õlale pikkusega 20 cm on rakendatud 96 kG jõud, teisele õlale pikkusega 50 cm on rakendatud paralleelne vastassuunaline jõud 40 kG; kang on ühtlases liikumises. Leida kangi kasutegur.

Vastus: 0,96.

4) 12 cm õlale on rakendatud 150 kG jõud. Kui suure paralleelse ja samasuunalise jõu peame rakendama teisele õlale pikkusega 40 cm, et hoida kangi ühtlases liikumises?

Vastus: 45 kG.

5) 18 cm õlale on rakendatud 200 kG jõud. Kui suure paralleelse vastassuunalise jõu peame rakendama 30 cm-sele õlale, et hoida kangi ühtlases liikumises?

Vastus: 120 kG.

6) Kangi 24 cm-sele õlale on rakendatud 300 kG jõud. Kui kaugele teisele poole telge on tarvis rakendada 96 kG jõudu ja kuhu poole seda suunata, et hoida kangi ühtlases liikumises?

Vastus: 75 cm.

7) 20 cm-sele õlale on rakendatud 60 kG jõud. Kui kaugele samale poole telge, kus esimenegi jõud, on vaja rakendada teist 24 kG-st jõudu ja kuhu seda suunata, et kangi hoida ühtlases liikumises?

Vastus: 50 cm.

8) Millega on võrdne ja kuhu on suunatud vastumõju kõikides eelmistes kangi ülesannetes?

Kirjandus. Ханфштенгель, Общедоступное введение в технику, статья „Расчёт мостовой фермы на основе закона рычага", стр. 25—28. Perelman, Huvitav füüsika I, „Tugevam iseendast", lk. 53. Perelman. Huvitav füüsika II, RK „Teaduslik Kirjandus", Tartu 1949. „Kas Archimedes oleks saanud tõsta Maad?" lk. 42. Г. Покровский, Движение и сила, гл. III.

95. Tööhulga jäävuse seadus masinate juures. Meie eest käis läbi terve rida tööriistu — kaldpind, kiil, kruvi, kang, plokk ja pöör, mis on inimese poolt leiutatud selleks, et nende abil sooritada tööd talle majanduslikuks otstarbeks vajalikkude kehade juures, selle asemel et nende kehade juures tarvitada otseselt lihaste jõudu.

Me nägime, et nende tööriistadega töötades inimene võidab kas jõus või teepikkuses, kuid mitte kunagi ega ühegi riistaga ta ei saavuta võitu töös.

Tööriistadele rakendatud mõjuva jõu töö on alati täpselt võrdne kõikide — nii kasulike kui ka kahjulike takistuste ületamiseks tehtava tööga.

Need tööriistad kuuluvad keerukamate seadeldiste koostisse, mida nimetatakse m a s i n a t e k s. Seepärast kehtib ka nende kohta eespool formuleeritud üldine seadus, mida nimetatakse töö jäävuse seaduseks.

Eespool käsiteldud mehaanilistest nähtustest ja masinate tööst ilmneb, et mehaanilistes nähtustes toimub ainult e n e r g i a m u u n d u m i n e, mitte aga kadumine ega tekkimine.

Energia jäävuse seadus purustab paljude leiutajate igivana lootuse ehitada jõumasin, mis saanud kord teatud energia hulga, võib ise kasulikule tööle kulunud osa alatasa uuendada ja anda pidevalt kasulikku tööd. Selline masin on saanud i g a v e s t i l i i k u v a masina ehk ladina keele järgi *perpetuum mobile* nime. Palju vahendeid, jõudu, tervist ja isegi elusid on toodud ohvriks mõttele ehitada igavesti liikuv masin.

Ajaloo sajandite jooksul on esitatud tuhandeid perpetuum mobile projekte, mille hulgas on palju väga huvitavaid[1].

Kuid täpsem füüsika tundmine ja tema põhilise seaduse — energia jäävuse seaduse avastamine löövad sellel ideel jalad alt. Sajandite jooksul rohkearvulistel katsetel ilmnenud võimatus ehitada perpetuum mobile't kinnitab aga omalt poolt katseliselt energia jäävuse seaduse kehtivust.

KONTROLLKÜSIMUSI.

1) Mida nimetatakse masinaks?

2) Missugune on kaldpinnal asuva keha tasakaalu tingimus, kui mõjuv jõud on paralleelne kaldpinnaga?

---

[1] Mõned projektid võiksid olla füüsikaringi referaatide teemadeks.

3) Missugune on kaldpinnal asuva keha tasakaalu tingimus, kui mõjuv jõud on paralleelne kaldpinna alusega?

4) Milles seisab kaldpinna juures tööhulga seadus?

5) Millist mõju avaldab keha liikumisele kaldpinnal kaldpinnaga ristiseisev keha raskusjõu komponent?

6) Kas kaldpinnaga ristiseisev kaalu komponent keha liikumisel kaldpinda mööda teeb tööd?

7) Millega on võrdne veojõud keha ühtlasel hõõrdumisega liikumisel kaldpinda mööda?

8) Mida nimetatakse kaldpinna kasuteguriks?

9) Kas kaldpinna kasutegur oleneb kaldenurgast ja kuidas?

10) Missugune on jõudude tasakaalu tingimus kiilul?

11) Kas saab kiilu abil töös võita, kui ei ole hõõrdumist?

12) Milleks võib tarvitada kiilu?

13) Miks kiilu saab kasutada seadistes osade kinnitamiseks?

14) Mida nimetatakse kruvisammuks?

15) Anda jõudude tasakaalu tingimus kruvi juures.

16) Milles seisab tööhulkade seadus hõõrdumiseta kruvi juures?

17) Milleks kasutatakse kruvi?

18) Miks saab kruvi kasutada osade kinnitamiseks?

19) Mida nimetatakse jõu õlaks pöörlemistelje suhtes?

20) Mida nimetatakse jõu momendiks pöörlemistelje suhtes?

21) Missugune on pöörlemistelge eviva keha tasakaalu tingimus, kui temasse mõjub palju jõude?

22) Milles seisab kangi kasutamisel kasu ja kahju?

23) Kas hõõrdumise olemasolu korral on kulutatud töö võrdne kasuliku tööga?

24) Missugune on liikuva ploki tasakaalu tingimus?

25) Missugune on pööra tasakaalu tingimus?

26) Näidata toetuspunkt, takistusjõu ja mõjuva jõu rakenduspunktid ja jõudude suunad järgmistes riistades: kangkaalud, vasar naela väljatõmbamisel lauast, rätsepa käärid, koormaga käru liikumisel, pähklitangid, söetangid, paadi mõla sõudmisel, sulgpoom (ülesõidu kohas) ja käsi, kui peopesal hoitakse mingit koormust.

27) Tooge näiteid riistadest, kus kange rakendatakse selleks, et võita teepikkuses ja näiteid riistadest, kus kange rakendatakse selleks, et võita jõus.

Kirjandus. Г. Покровский, Движение и сила, гл. III.

III. Hüdro-aeromehaanika.

96. Vedelikkude kokkusurutavus. Kuidas muutub vedeliku ruumala igakülgse surve puhul? Kallame pikasse silindrisse liitri vett või mingit teist vedelikku. See täidab silindri teatud kõrguseni. Kallame veel 1 liitri juurde. Kaheliitrise samba kõrgus on kaks korda suurem kui üheliitrise samba kõrgus, kolmeliitrise — kolm korda suurem jne. Siit järgneb, et kõrgemal asuvate osade rõhumine ei muuda alumiste ruumala.

Teadlased uurisid vedelikkude kokkusurutavust hiiglasuurte, üle 40 000 kG/cm² rõhkude juures ja leidsid, et *vedelikkude kokkusurutavus on tühiselt väike.*

Rõhu suurenedes 1 $\frac{kg}{cm^2}$ võrra piirides kuni 500 kG/cm² laseb end vesi 0° juures kokku suruda 47 miljondiku võrra esialgsest ruumalast, piiritus 77 miljondikku, eeter 107 miljondiku võrra. 2 500 kG/cm² ja 3 000 kG/cm² rõhu piirides vesi laseb end kokku suruda 26, piiritus 28 ja eeter 32 miljondiku võrra esialgsest ruumalast.

Vee tühise kokkusurutavuse tõttu hukkuvad allveelaevad pommi lõhkemisel isegi kuni 50 m kaugusel, juhul kui pommi lõhkemine toimub sellisel sügavusel, et vesi ei kerki merepinnal.

96-a. Rõhumise edasiandumine vedelikkudes ja gaasides.

Staatikas vaatlesime tahket keha kui sellist, mille osad ei liigu jõudude mõjul üksteise suhtes. Vastandina sellele on vedelikkude ja gaaside osakesed üksteise suhtes kergesti liikuvad. Sellest liikuvusest oleneb, et vedelikud ja gaasid annavad teisiti rõhku edasi kui tahked kehad.

Meenutame, et rõhk on suurus, mida mõõdab ühele pinnaühikule risti mõjuv jõud.

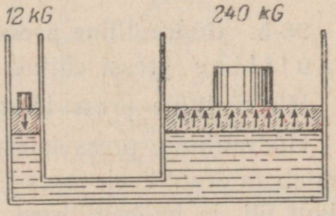
Kui jõudu tähistada F-ga, pinda, millele mõjub jõud, S-ga ja rõhku p-ga, siis

$$\boxed{p = \frac{F}{S}.} \qquad \text{(XXVI)}$$

P a s c a l (XVII saj.) leidis, et:

Kinnises anumas annab vedelik või gaas nendele mõjuvat rõhku edasi igas suunas ja ühtlaselt.

Kui vabalt võetud kujuga anumas on vedelik, ja kui selle anuma mingi avausse asetada tihedasti liikuv kolb ja tekitada sellega vedelikule rõhku näit. 2 kG/cm², siis igale ruutsentimeetrile mingist vedelikus võetud pinnast antakse seda lisarõhku 2 kG/cm² suuruses.



Joon. 130. Rõhu edasiandmine vedelikkudes.

Vedeliku selles omaduses võime veenduda järgmise katsega. Võtame kaks erinevate läbilõikepindadega anumat (joon. 130), ühendame nad alt peenikese toruga ja täidame vedelikuga.

Anumatesse paneme kolvid ja oletame, et nad liiguvad tihedalt ja ilma hõõrdumiseta. Kui väiksema pindalaga kolvile mõjuda mingi ristimõjuva jõuga, siis teine kolb hakkab tõusma. Et seda paigal hoida, peame ka sellele rakendama mingi ristiseisva jõu. See tasakaalustav jõud osutub esimesest jõust nii mitu korda suuremaks, kui teise kolvi pindala on suurem esimese kolvi pindalast.

Kui esimese kolvi pindala on näiteks $S_1 = 6$ cm² ja temale mõjub jõud $F_1 = 12$ kG, aga teise kolvi pindala $S_2 = 120$ cm², kui suur jõud mõjub siis teisele kolvile?

Rõhk esimesele kolvile on:

$$p = \frac{F_1}{S_1} \ (1); \quad p = \frac{12 \text{ kG}}{6 \text{ cm}^2} = 2 \text{ kG/cm}^2.$$

Rõhk antakse teisele kolvile ühtlaselt edasi, järelikult igale cm²-le mõjub 2 kG jõud, aga kogu pinnale S_2 — jõud F_2. Siis

$$F_2 = pS_2; \quad F_2 = 2 \text{ kG/cm}^2 \cdot 120 \text{ cm}^2 = 240 \text{ kG}.$$

Kuna $p = \frac{F_2}{S_2}$ (2), siis (1) ja (2) võrdusest järgneb: $\frac{F_2}{S_2} = \frac{F_1}{S_1}$, s. o. vedeliku poolt edasiantud rõhumine pinnale on võrdeline pinna suurusega.

Seda vedeliku omadust kasutatakse tehnikas sageli, näiteks hüdraulilise pressi juures.

96-b. Hüdrauliline press. Pascali seadusel põhjeneb hüdraulilise pressi ehitus.

Hüdrauliline press leiutati 1812. a.

Hüdrauliline press koosneb kahest osast: pumbast, mis annab hüdraulilisele pressile suure rõhu all vedelikku, harilikult õli, ja hüdraulilisest pressist enesest.

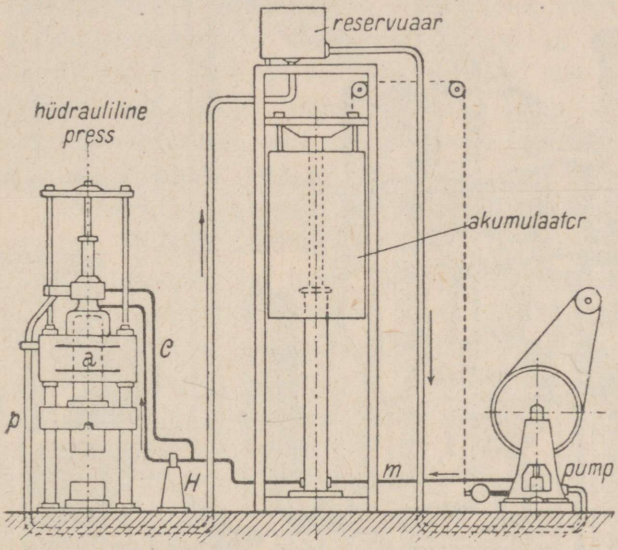
Läbilõikes on hüdrauliline press kujutatud joonisel 130-a. Malmist või terasest raam asetseb neljal terassambal, mis on kinnitatud alumisele raamile.

Selles alumises raamis asetseb silinder. Silindrisse antakse toru kaudu vedelikku. See tõstab üles sileda pinnaga kolvi, mida nimetatakse pumbakolviks. See pumbakolb on ühendatud ristplaadiga, mis surub töödeldava eseme ülemise liikumatu raami vastu.

Tagasikäik toimub ristplaadi enda raskuse arvel, siis kui õli lastakse kolvi alt välja.

Kui hüdraulilist pressi kasutatakse metalli pressimiseks, siis peab pumbakolb koos ristplaadiga alla laskuma ja õli antakse hüdraulilise pressi ülemises osas asetsevale silindrile.

Tagasikäik, s. o. pumbakolvi tõus teostatakse õli laskmisega teise silindrisse, mis on eriti selleks ette nähtud.



Joon. 130-a. Hüdraulilise pressi läbilõige.

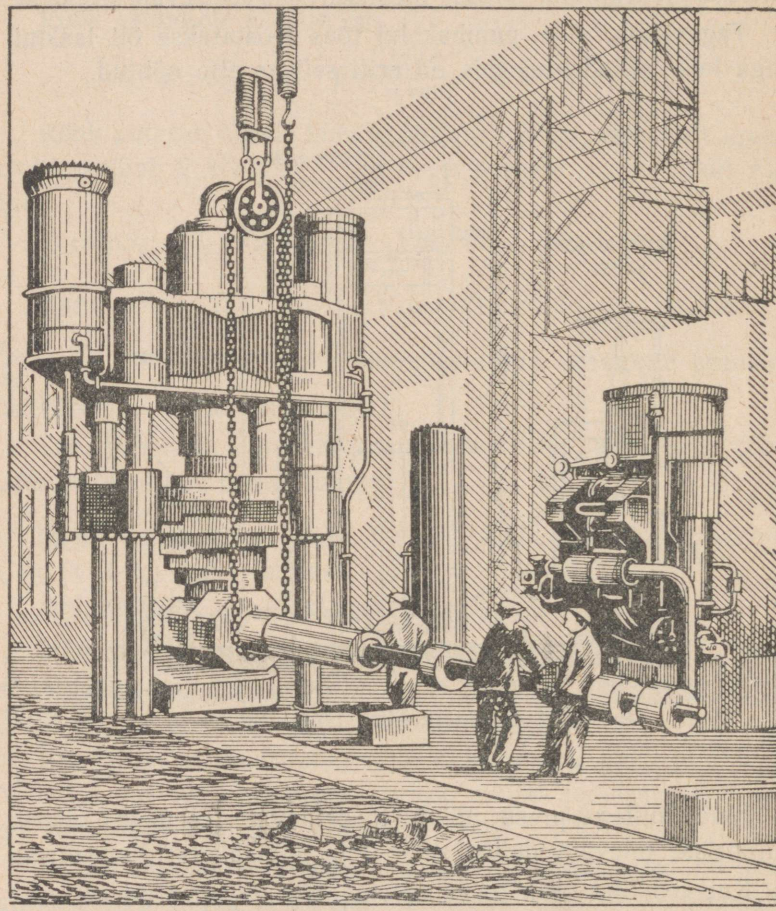
Jõud, millega press mõjub töödeldavale esemele, oleneb silindrisse tuleva vedeliku survest ja pumbakolvi diameetrist.

Kui vedeliku rõhk on p kG/cm², *siis mõjuv jõud on rõhu ja pumbakolvi ristlõike (ringikujulise) pindala korrutis.*

Kui pumbakolvi diameeter on D cm, siis ristlõike pindala on $\frac{\pi D^2}{4}$ cm² ja mõjuv jõud on võrdne

$$F = \frac{\pi D^2 p}{4} \text{ kG.}$$

Õli andmine on näidatud joonise parempoolses osas. Õli andev pump pannakse tööle mingi mootori, suuremalt jaolt elektrimootori



Joon. 130-b. Hüdrauliline press.

poolt. Õli satub toru *m* mööda akumulaatorisse (seadis, mis hoiab rõhu pidevana), sealt jaotajasse *H* ja siis toru *C* kaudu töötavasse silindrisse *a*. Silindrist *a* voolab õli tagasikäigu ajal välja toru *p* kaudu reservuaari, kust ta jälle läheb pumba kaudu käiku. Õli surve kõigub väga suures vahemikus 6 at-st kuni 500 at-ni.

Kõige tarvitatavam hüdraulilise pressi jõud on 1000 t-st kuni 2000 t-ni. Suurim jõud küünib kuni 15 000 t-ni.

Hüdraulilisi presse kasutatakse metallitööstuses. Terasvalamid, mida valmistatakse laevaehituse, relvatööstuse ja paljude teiste rasketööstuse alade jaoks, võtavad iga aastaga ikka suuremad ja suuremad mõõted ja küünivad kaalult kuni 60 t-ni ja isegi rohkem. Neid ei saa töödelda auruhaamriga, kuna löögi mõju ei ulatu kuigi sügavale. Hüdraulilise pressi surve aga mõjub tervele metallimassile.

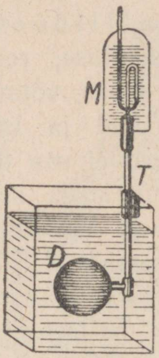
Laialt on levinud hüdrauliliste presside kasutamine vormimasinate juures, mida kasutatakse rehvide panemisel ratastele, valtside seadmisel võllidele, portselani, tselluloosi, papi, kunstsarve ja teiste plastmasside pressimisel. Eriti laialt kasutatakse hüdraulilisi presse toiduainetetööstuses: taimeõli saamiseks lina, päevalille, puuvillataime, mooni, õlipuu, pähkli, kakao jt. seemnetest ja viljadest, viinamarja ja puuvilja mahlade pressimisel, makaronide valmistamisel ning vedelikkude filtreerimisel.

Joonisel 130-b kujutab ühte suuremat hüdraulilist pressi.

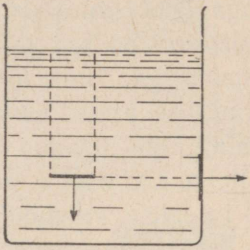
97. Rõhumine vedeliku sees. Küsimusele, kas on kaalust sõltuvat rõhumist vedeliku sees ja kui on, siis kuidas ta muutub sügavuse muutudes, võime vastata, tuginedes järgmisele katsele. Võtame madala, õõnsa metallsilindri D üheks põhjaks õhukese elastse kummikile. Selle silindrilise karbi küljesse on pandud toru T, mis ühendab silindri sees olevat õhku vesimanomeetriga (joon. 131).

Karpi saab pöörata telje ümber, mis langeb ühte kummikile diameetriga. Ühendades karbi kummitoru abil manomeetriga, pööratakse kile üles ja lastakse sügavasse vedelikuga (vesi või mingi teine vedelik) anumasse. Silindri sukeldumisel sügavusse tõuseb vedelik manomeetri M lahtisel poolel. See toimub selle tõttu, et kile paindumisega sissepoole silindris olev õhk surutakse kokku ja õhk surub toru kaudu manomeetri vedeliku ühelt poolt teisele.

Silindri edaspidisel laskumisel sügavamale manomeetri vedelik lahtisel poolel tõuseb ikka kõrgemale ja kõrgemale.



Joon. 131. Riist, mille abil näidatakse rõhumist vedeliku sees.



Joon. 131-a. Rõhumine küljele on võrdsete sügavuste puhul võrdne rõhumisega horisontaalsele pinnale.

Kui peatada silinder mingil sügavusel ja pöörata teda, siis jääb pööramise kestel, tingimusel, et sügavus ei muutuks, manomeetri näitamine muutumatuks, olenemata sellest, kas kile asetseb horisontaalselt, kaldu või vertikaalselt, kas ta on pööratud üles või alla.

Järeldused katsest:

1) *Vedeliku sees on vedeliku kaalust sõltuv rõhumine;*

2) *rõhumine vedelikus suureneb sügavusega;*

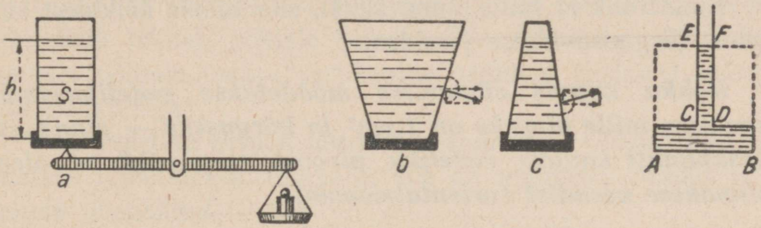
3) *antud sügavuses rõhumine ei sõltu pinna asendist; rõhumine antud pinnale selle mitmesugustes asendites, külgedelt ja alt üles on sama mis ülalt alla.*

Et rõhumine kasvab sügavusega ja et ta antud sügavusel on igas suunas ühesugune, tuleneb vedeliku põhilisest omadusest, s. o. ta kaaluvusest ja sellest, et ta annab rõhumist edasi ühtlaselt ja igas suunas.

Iga horisontaalne vedeliku kiht tekitab oma kaaluga rõhumist allpool asetsevatele kihtidele. Kihi kaalu võib vaadelda kui välist koormat, mis mõjutab ülejäänud vedelikku. Vedelik aga annab Pascali seaduse järgi rõhumist edasi ühtlaselt ja kõikides suundades.

Vedeliku raskusest olenevat **rõhumise suurenemist sügavusega** ei tule ära segada **välise rõhu** ühtlase edasiandmisega.

Toodud katsest võib järeldada, et vedelik avaldab rõhumist anuma põhjale ja seintele.



Joon. 132. Vedeliku poolt anuma põhjale tekitatud rõhumise mõõtmine.

Milline ka oleks seina kuju, iga selle ruutsentimeeter on sama rõhu all mis horisontaalseski asendis, kui sügavuseks võtta anuma küljepealt võetud samasuguse pinna keskmine sügavus (joon. 131-a).

Millega võrdub siis vedeliku rõhumine vedeliku sees asuvale pinnale?

Vastuse sellele küsimusele saame järgmisest katsest: plaat *a* (joon. 132) on kinnitatud võrdsete õlgadega kangi ühte otsa; teises otsas rippuvale kausile asetatakse koormus, mis täpselt tasakaalustab plaadi; eraldi seisvale statiivile kinnitatud püstsilinder asetatakse nii, et plaat *a* oleks talle põhjaks (vt. joon. 132 vasakult).

Siis asetatakse kausile mingi koormus; selle koormuse raskusega surub plaat vastu silindrit. Silindrisse kallatakse ettevaatlikult vedelikku senikaua, kuni plaat *a* veidi nihkub silindrist ära, mis avaldub kohe selles, et anum laseb vedelikku läbi. Teades anuma põhja pindala ja vedeliku kõrgust anumas, võime arvutada silindrilise anuma ruumala. Teades aga vedeliku erikaalu, võime leida anumasse valatud vedeliku raskuse. Vedeliku raskust ja tema rõhu suurust anuma põhjale väljendavate arvude võrdlemine näitab, et need on võrdsed. Järelikult on vedeliku rõhk põhjale või üldse mingile horisontaalsele pinnale võrdne vedeliku vertikaalse samba raskusega, kui samba aluseks on 1 cm² ja kõrguseks pinna kaugus vedeliku pinnast (nivoost), mis on mõõdetud vertikaali mööda.

Kuna rõhk ei sõltu pinna sihist, siis saame kõikidest katsetest järgmise üldise järelduse:

Rõhku mingis sügavuses mõõdetakse vedelikusamba kaaluga, mille aluseks on 1 cm² ja kõrguseks — pinnakese keskpunkti kaugus vedeliku nivoost; see rõhk ei olene pinnakese asendist (orientatsioonist).

Kui pind on S, kõrgus h ja vedeliku erikaal d, siis vertikaalsamba ruumala on hS, aga vedeliku kaal või pinnale mõjuv jõud on $F = dhS$, rõhk $p = \frac{F}{S}$, siit

$$\boxed{p = dh.} \qquad \text{(XXVII)}$$

Milline ka oleks anuma kuju ja pinnakese suund, rõhumine ühes ja samas sügavuses antud vedelikus on ühesugune. Võib katseliselt veenduda, et erisuguste kujudega anumates, mis on asetatud riista (joon. 132) liikuvale põhjale, tuleb vedelikku kallata ühele ja samale kõrgusele, et saada ühte ja sama rõhumisjõudu.

Ei tule ära vahetada rõhumisjõudu põhjale vedeliku kaaluga, mida määrame vedeliku kaalumisega koos anumaga. Vedeliku kaal anumas *b* on suurem, anumas *c* aga väiksem kui anumas a. Rõhk põhjale on aga kõikides anumates ühesugune. Anumas oleva vee kaalu ja põhjale tekitatava rõhumisjõu vahelise erinevuse seletamiseks lahutame vabalt võetud külgpinna osakesele avaldatava rõhumise kaheks komponendiks: ühe horisontaalseks ja teise vertikaalseks. Kui joonisel 132 a, b ja c kujutatud iga anum asetada kaalukausile, siis kõikide külgrõhkude horisontaalsete komponentide resultant ei avalda mõju kaalukausile; kõikide vertikaalsete komponentide resultant liitub põhja rõhule anumas b ja lahutub anumas c. Sellest tingituna on vedeliku kaal anumas b suurem kui vedeliku rõhk põhjale, anumas c aga väiksem. Märgime, et anumas AB peenikeses torus olev tühine vedeliku hulk tekitab põhjale samasuguse rõhumise mis terve samale põhjale toetuv vertikaalne sammas (joonisel märgitud punktiiriga).

98. Vedeliku nivood ühendatud anumates. Ühendatud anumateks nimetatakse anumaid, mis on alumistes osades toru kaudu ühendatud.

Üksteist vastastikku tasakaalustavad paigalolevad (mitteliikuvad) vedelikkude sambad (joon. 133) ühendatud anumates asetuvad nii, et nad oma alustele[1] avaldavad võrdseid rõhke, s. o.

$$\boxed{d_1h_1 = d_2h_2.} \qquad \text{(XXVIII)}$$

Seda võrdust võib teiste sõnadega väljendada nii:

Vastastikku tasakaalustuvate erinevate vedelikkude sammaste kõrgused on pöördvõrdelised nende erikaaludega.

Kui ühendatud anumad täita ühe ja sama vedelikuga, siis on ülemised nivood kõikides anumates ühel horisontaalil, s. o.

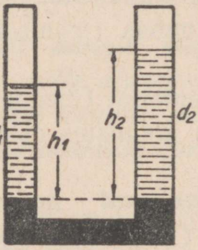
---

[1] Vedelikkude sammaste alused on nende kokkupuutepinnad kolmanda vedelikuga, mille nivood on mõlemas anumas ühesugused. Harilikult on kolmandaks vedelikuks elavhõbe.

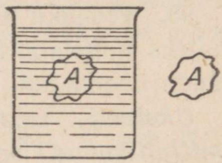
vedelikusambad on kõikides anumates ühesuguste kõrgustega.

Seda vedeliku omadust kasutatakse geodeetiliste tööde juures horisontaaljoone määramiseks, veevärgis vee jaotamiseks korruste järgi, arteesiakaevude — purskkaevude, vee ja nafta mõõteklaaside ehitamisel jm.

99. Vedeliku mõju vedelikku asetatud kehasse. Füüsika algkursuses kirjeldatud lihtsa katsega tehakse kindlaks vedeliku ja gaasi mõju neisse asetatud kehasse. See mõju oli avastatud kreeka teadlase Archimedese poolt peaaegu 2200 aastat tagasi ja on tuntud Archimedese seaduse nime all.



Joon. 133. Erinevate vedelikkude asetus ühendatud anumates.

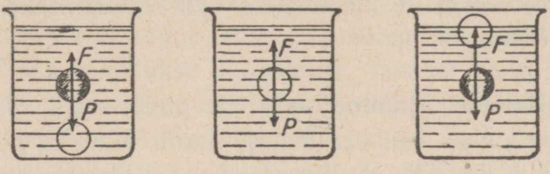


Joon. 134. Archimedese seaduse tuletamine.

Vedelik või gaas mõjuvad neisse asetatud kehasse vertikaalselt üles suunatud jõuga, mis on võrdne vedeliku või gaasi kaaluga selle keha sukeldunud osa ruumalas.

Saab näidata, et see mõju tuleneb nendest rõhumistest, mida vedelik või gaas avaldab temasse asetatud pindadele. Sukeldunud keha on ümbritsetud erinevate sügavustega pindadest. Alumised, sügavamal asetsevad kannatavad rõhumist alt üles, ülemised — ülalt alla. Kuna alumistele pinnaosadele mõjuvad jõud on suuremad ülemistest, siis üldine pinnale mõjuvate jõudude resultant on suunatud vertikaalselt üles.

Võtame mistahes kujuga keha (joon. 134) ja eraldame mõttes vedeliku sees täpselt sama suure ja samasuguse kujuga vedeliku osa *A*. See osa vedelikust ei liigu mitte kuhugi poole. Järelikult tema pinna osadele ümbritseva vedeliku poolt mõjuvate jõudude summa tasakaalustub tema raskusega. See resultant on võrdne väljatõrjutud vedeliku



Joon. 135.

kaaluga ja suunatud vertikaalselt üles. Kujutleme, et see vedelikuosa on välja võetud ja asendatud sama suure ja samakujulise kehaga, siis teda ümbritseva vedeliku asetuses ja rõhumises midagi ei muutu; järelikult nii nagu enne vedeliku osa peale, nii ka praegu tahke keha peale mõjub jõud, mis on võrdne selle keha ruumala suuruses võetud vedeliku raskusega ja suunatud vertikaalselt üles. Seda kinnitatakse Archimedese seadusega. Sama arutelu kõlbab ka gaaside kohta.

Seega mõjuvad vedelikku või gaasi asetatud kehasse üheaegselt kaks jõudu: keha kaal *P* suunaga vertikaalselt alla ja üleslüke *F*, mis on võrdne keha poolt väljatõrjutud vedeliku või gaasi kaaluga ja suunatud vertikaalselt üles. Kerge on taibata (joon. 135), et

kui kaal *P* on suurem üleslükkest *F*, siis keha vajub põhja,
„ „ „ „ võrdne üleslükkega „ „ on keha tasakaalus,
„ „ „ „ väiksem üleslükkest „ „ keha ujub.

Vahe *F* — *P* on tõstejõud.

Neid vahekordi arvestatakse allveelaevade juhtimise juures. Allveelaevade sukeldumiseks lastakse tema kambritesse vett ja sellega tehakse ta üldkaal väljasurutud vee kaalust suuremaks. Allveelaeva tõstmiseks veepinnale surutakse vesi kambritest suruõhuga välja ja tehakse allveelaeva kaal väljatõrjutud vee kaalust väiksemaks.

Samasuguseid arvestusi rakendatakse aerostaatide ja stratostaatide üleslaskmisel, pontoonsildade ehitamisel, mitmesuguste vahendite kasutamisel jõe ületamiseks, uppunud laevade tõstmisel jne.

100. Kehade ujumine vedeliku pinnal. Kui $P < F$, siis keha tõuseb üles. Kui osa kehast ilmub vedeliku pinnast kõrgemale, siis üleslüke ja ühes sellega ka tõstejõud vähenevad. Keha tõuseb nii kaua, kuni üleslüke võrdub keha kaaluga. Seega saame järgmise tingimuse keha ujumiseks vedeliku pinnal:

Kui keha ujub vedeliku pinnal, siis on keha kaal võrdne vedeliku sees oleva keha osa poolt väljatõrjutud vedeliku kaaluga.

Ujumise seadus on arvutuste aluseks peal- ja allveelaevade ning õhust kergemate (õhupallid, dirižaablid) õhulaevade ehitamisel. Laeva võimaliku laadungi määramisel peame teadma laeva kaalu ja selle osa ruumala, mis võib jääda vee alla. Väljatõrjutud vee kaalu ja laeva kaalu vahe annab võimaliku laadungi suuruse.

Laeva kogukaalu, s. o. laeva enese ja laadungi kaalu kokku laeva normaalse vajumise korral nimetatakse t o n n a a ž i k s. Laeva peale märgitud joont, mis näitab, kui kõrgele ulatub veepind laeva normaalse vajumise puhul, nimetatakse v e s i j o o n e k s (vaterliin). 10 000 t-ne laev vajub vette vesijooneni juhul, kui üleslüke on 10 000 t. Järelikult on väljatõrjutud vee kaal ka 10 000 t. Selle ruumala on 10 000 m^3. Seega on tonnaaž arvuliselt võrdne laeva vee all oleva osa ruumalaga kuupmeetrites. Seepärast räägitakse tonnaaži asemel v e e v ä l j a s u r v e s t.

Allveelaeva sukeldumisel on tarvis suurendada kaalu. Selleks otstarbeks lastakse vesi laeva siseruumis olevatesse kambritesse. Laeva tõusmiseks veepinnale surutakse vesi kambritest suruõhuga välja.

Õhulaevade (dirižaabel, õhupall) laadungi suuruse määramisel lahutame laeva ruumala suuruse õhuhulga kaalust laeva enda kaalu. Kuna õhu erikaal on võrdlemisi väike, tuleb õhulaevad, et saada suuremat tõstevõimet, ehitada väga suured. Need täidetakse vesinikuga, mis on 14 korda õhust kergem, või heeliumiga, mis on küll vesinikust raskem, kuid tulekahju mõttes vähem kardetav, kuna heelium ei põle. Õhulaeva kasutatakse õhuühenduste pidamisel, õhupallid aga on tähtsad teaduslikel uurimistel ja sõjaasjanduses (vaatlus- ja tõkkepallid).

101. Erikaalu määramine Archimedese seaduse põhjal. Keha erikaalu $d = \frac{P}{V}$ määramiseks on tarvis mõõta keha kaal P ja ruumala V ning esimene arv jagada teisega.

Tahke keha erikaalu määramiseks Archimedese seaduse põhjal on vaja leida:

1) keha kaal õhus P,

2) keha kaal vedelikus P_1.

Arvutada väljatõrjutud vedeliku kaal või üleslüke $P - P_1$.

Teades väljatõrjutud vedeliku kaalu, leiame selle ruumala $V = \frac{P - P_1}{d_0}$, kus d_0 on selle vedeliku erikaal, milles toimub kaalumine. Kaalutava keha ruumala on sama suur. Keha erikaalu saamiseks tuleb selle kaal õhus P jagada selle ruumalaga V:

$$d = \frac{P}{V}; \quad d = \frac{P}{P - P_1} d_0 .$$

Vedeliku erikaalu määramiseks Archimedese seaduse põhjal on vaja:

1) leida mingi tahke keha kaal õhus P;

2) leida selle keha kaal P_1 tuntud erikaaluga d_0 vedelikus;

3) leida selle sama keha kaal P_2 uuritavas vedelikus.

Siis $P - P_2$ annab uuritava vedeliku kaalu keha ruumalas, $P - P_1$ aga on vedeliku kaal keha ruumalas, mille erikaal on d_0; siit saame keha ruumala: $V = \frac{P - P_1}{d_0}$, järelikult

$$d = \frac{P - P_2}{P - P_1} d_0.$$

Vedeliku erikaalu määramise teine viis Archimedese seaduse järgi: tuleb võtta tuntud erikaaluga d tahke keha ja tema jaoks leida:

1) kaal õhus P,

2) kaal uuritavas vedelikus P_1 ja koostada tahke keha erikaalu jaoks eespool tuletatud seos

$$d = \frac{P}{P - P_1} d;$$

sellest saame arvutada uuritava vedeliku erikaalu

$$d_0 = \frac{d(P - P_1)}{P}.$$

Vees lahustuvate tahkete kehade erikaalu määramise jätame õpilaste taibukuse arvele.

M ä r k u s. Kuna õhk avaldab kehale üleslükkavat mõju, siis iga keha kaal õhus on väiksem kaalust tühjuses ja muutub rõhumise, temperatuuri ja niiskuse muutudes.

102. Areomeeter. Vedelikku kaalumata saame erikaalu määrata riistaga, mida nimetatakse a r e o m e e t r i k s[1].

---

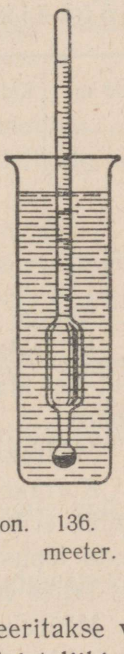
[1] Kreekakeelseist sõnadest *araios* — v e d e l, *metron* — m õ õ t.

See kujutab endast otstest kinnisulatatud õõnsat toru (joon. 136), mille ülemises otsas on pikk peenike toru, alumises osas aga on elavhõbe või haavlid selleks, et areomeeter ujuks vedelikus vertikaalses asendis.

Kui areomeeter ujub vedelikus, siis, nagu me teame, selle kaal on võrdne sukeldunud osa poolt väljatõrjutud vedeliku kaaluga.

Kui asetame areomeetri mitmesuguste tihedustega vedelikkudesse, siis üks ja sama areomeeter vajub tihedamates vedelikkudes vähem, väiksema tihedusega vedelikkudes rohkem. Esimesel juhul piisab väljatõrjutud vedeliku väiksemast hulgast kui teisel juhul, et selle kaal oleks võrdne areomeetri kaaluga.

Et oleks võimalik tiheduse arvuline määramine areomeetriga, tuleb areomeeter varustada skaalaga, s. o. gradueerida. Harilikult kasutatakse kahte liiki areomeetreid: erikaalude määramiseks, mis on suuremad kui üks, ja erikaalude määramiseks, mis on väiksemad ühest.


Joon. 136. Areomeeter.

Kui areomeeter on ette nähtud ühest suuremate erikaalude määramiseks, siis kallatakse temasse niipalju elavhõbedat, et ta vajuks puhtas vees kuni peenikese toru ülemise otsani; kui ühest väiksemate erikaalude jaoks, — siis peenikese toru aluseni. Esimest tüüpi areomeeter lastakse tuntud erikaaludega vedelikkudesse, näiteks lahustesse erikaaluga 1,1; 1,2; 1,3 jne. Areomeeter vajub igaühes isesugusele sügavusele ja iga kord tehakse areomeetrile vedeliku pinna kohal märk. Samuti gradueeritakse vedelikkudes, mille erikaalud on 0,9; 0,8; 0,7 jne., teist liiki areomeetrit. Et mõõta mingi vedeliku erikaalu, lastakse temasse gradueeritud areomeeter ja skaalal märgitakse ära jaotus, mille kohal seisab vedeliku pind.

Mõnikord märgitakse areomeetrile erikaalu asemel mingid teised erikaalust olenevad suurused. Nii näiteks l a k t o m e e t r i l — areomeetril piima jaoks — märgitakse rasva protsendid; alkoholimõõtjal — areomeetril piirituse ja vee segu jaoks — piirituse protsendid jts.

103. *Laboratoorne töö 4.* Keha erikaalu määramine hüdrostaatilise kaalumise kaudu.

T ö ö v a h e n d i d: 1) kaalud vihtidega; 2) mõned veest raskemad kehad; 3) niidid; 4) klaas; 5) traaditükk pikkusega 10—15 cm; 6) mitmesuguseid vedelikke.

Ülesanne 1. Määrata veest raskema keha erikaal.

T ö ö k ä i k. 1. Koostage andmete jaoks tabel:

Katse nr.	Keha kaal õhus	Keha kaal vees	Üleslüke	Keha erikaal

2. Siduge keha kaalukangi külge ja kaaluge ta õhus.

3. Määrake selle keha kaal vees (valvake, et keha ei puudutaks klaasi seinu, samuti ei tohi klaas puudutada kaalusid).

4. Määrake Archimedese seaduse järgi keha erikaal.

5. Korrake määramist mitu korda, leidke uuritava aine keskmine erikaal ja võrrelge seda tabeli omaga (tabel IV raamatu lõpus).

6. Tehke määramist mitme kehaga.

7. Määrake samade kehade erikaal selle rõhumise järgi, mis sukeldunud keha tekitab vedelikule. Korraldage see järgmiselt:

Pange ühele kaalukausile pooleni veega täidetud klaas ja tasakaalustage kaalud. Kaal ja teised andmed kandke tabelisse:

Katse nr.	Keha kaal õhus	Klaasi kaal veega	Klaasi kaal veega, kui vette on lastud keha	Keha ruumala	Keha erikaal

8. Laske klaasis olevasse vette mingi varem võetud kehadest, riputage see niidi otsa (valvake, et keha ei puudutaks klaasi seinu); niit hoidke käes või riputage statiivile.

9. Tasakaalustage kaalud, hoides keha vees.

10. Kaal kirjutage tabelisse.

11. Arvutage keha poolt veele tekitatud rõhumine.

12. Teades keha kaalu ja keha rõhumist vedelikule, arvutage keha erikaal.

Ülesanne 2. Määrake vedeliku erikaal (piiritus).

Töökäik. 1. Siduge tükk metalli kaalukangi külge.

2. Laske metallitükk vette ja leidke rõhumine metallitükile.

3. Laske metallitükk piiritusse ja leidke rõhumine metallitükile.

4. Archimedese seaduse järgi määrake piirituse erikaal.

5. Korrake katset mingi teise vedelikuga.

Seda tööd võib teha ka §-s 101 kirjeldatud võtte abil.

104. *Laboratoorne töö 5.* Keha ujumise tingimuste katseline tuletamine.

Töövahendid: 1) ülevooluanum; 2) katseklaas, mille sisse on kleebitud millimeetrijaotustega pabeririba; 3) kaalud; 4) haavlid; 5) klaas; 6) piiritus; 7) keedusoola kange lahus; 8) vasevitrioli lahus.

Töökäik. 1. Kaaluge katseklaas.

2. Kaaluge väike hulk haavleid ja pange katseklaasi.

3. Kallake ülevooluanumasse vett; ülevoolutoru alla pange tühi klaas.

4. Laske katseklaas ülevooluanumasse.

5. Märkige ära katseklaasi sukeldumise sügavus.

6. Võrrelge ujuva katseklaasi ja haavlite kaalu ülevooluanumast väljatõrjutud vedeliku kaaluga.

7. Lisage haavleid katseklaasi, neid enne kaaludes.

8. Märkige katseklaasi uus sügavus.

9. Võrrelge ujuva katseklaasi ja haavlite kaalu väljatõrjutud vee kaaluga. Mida võib tähele panna ujuva keha kaalu ja väljatõrjutud vedeliku kaalu vahekorra kohta?

10. Asendage vesi piiritusega ja korrake katset.

11. Asendage piiritus ülevooluanumas keedusoola kange lahusega ja korrake katset.

12. Missuguses vahekorras on ujuva keha kaal väljatõrjutud vedeliku kaaluga.

13. Kuidas muutub ujuva keha vajumise sügavus vedeliku erikaalu muutumisega?

Torricelli (1608—1647).

105. Õhu rõhumine. Maad ümbritseb õhuookean — atmosfäär. Kuna õhul on raskus ja ta annab sarnaselt vedelikuga rõhumist edasi igas suunas ja ühteviisi, siis õhuookeanis, nii nagu vee omaski, peab olelema rõhumine, mis suureneb allapoole ja väheneb ülespoole minnes.

Õhurõhu mõõtmise viis on antud Torricelli poolt XVII s.

Tuleb võtta umbes 1 m pikkune, ühest otsast kinnine toru ja kallata see ääreni elavhõbedat täis, sulgeda lahtine ots näpuga (joon. 137), pöörata ümber ja lasta kaetud ots elavhõbeda anumasse. Kui sõrm eemaldada, siis elavhõbe veidi langeb ja jääb teatud kõrgusele püsima. Elavhõbedasamba peale tekib õhuta ruum, nn. Torricelli tühik. Et elavhõbeda-sammas ei lange, on seletatav sellega, et tema alusele on mõjumas samba kaaluga võrdne ja vastassuunaline jõud. Kuna peale õhu pole keha, mis oleks elavhõbedaga kokkupuutumises, siis selleks tasakaalustavaks jõuks saab olla ainult õhu rõhumine, mis mõjub anumas elavhõbeda pinnale vertikaalselt alla ja antakse elavhõbeda poolt edasi igas suunas ja ühteviisi, järelikult ka elavhõbeda-samba alusele vertikaalselt üles. Katse annab ühe ja sama elavhõbedasamba kõrguse, lugedes vertikaali mööda, iga toru jämeduse juures ja toru igas asendis (kuni toru pole tervikuna täidetud). Kõik need asjaolud näitavad, et meil on nende katsete juures tõepoolest õhu rõhumisega tegemist.

Seega *õhurõhku mõõdab vertikaalse elavhõbeda-samba kaal, mille alus on 1 cm^2.*

Katsed, mis on korraldatud mitmesugustel kellaaegadel, päevadel ja kohtades, näitavad, et õhu rõhumist taaskaalustav elavhõbeda-sammas on eri juhtudel natuke erinev.

Ühte rõhu väärtust loetakse tingimisi normaalseks ja nimelt:

Normaalseks õhurõhuks loetakse 76 cm kõrgusega elavhõbeda-samba rõhku.

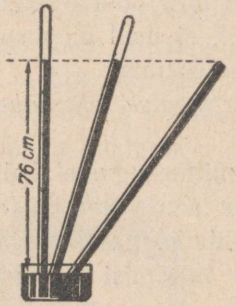
Pascal näitas, et elavhõbeda-samba kõrgus langeb, kui tõuseme kõrgemale. Põhjus on sama, mis vedelikugi puhul: kui tõuseme põhjast kõrgemale, siis rõhk väheneb, sest väheneb rõhku tekitav kiht.

Õhurõhu arvutamine: kuna elavhõbeda erikaal on 13,6 G/cm^3, siis 76 cm kõrgusega ja 1 cm^2 läbilõikepinnagu vertikaalse elavhõbeda-samba kaal ja järelikult ka õhurõhk on:

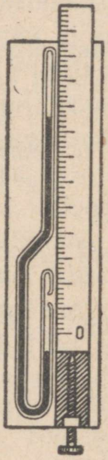
$$p = 76\ \mathrm{cm} \cdot 13{,}6\ \mathrm{G/cm^3} = 1033\ \mathrm{G/cm^2} = 1{,}033\ \mathrm{kG/cm^2}.$$

Rõhku 1 kG/cm² nimetatakse t e h n i l i s e k s a t m o s f ä ä r i k s.

Väga sagedasti avaldatakse rõhku lihtsalt elavhõbeda-samba cm-tes või mm-tes. Ei või ütelda või kirjutada, et atmosfääri rõhk $p = 760$ mm; peab väljendama nii: $p = 760$ mm elavhõbeda-sammast ehk 760 mm Hg (Hg on



Joon. 137. Toru elavhõbedaga Torricelli katse jaoks.



Joon. 138. Elavhõbebarometeer.

elavhõbeda kui elemendi keemiline märk). Õhurõhku võib mõõta ka mõne teise vedelikuga, näiteks vee või õliga. Siis saame nende vedelikkude sammaste kõrgusi järgmisest seosest:

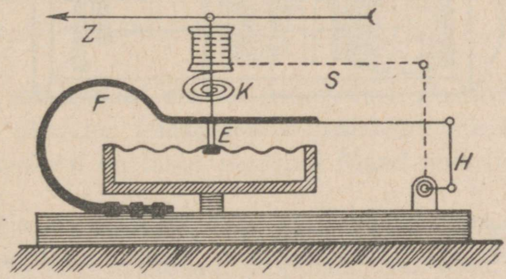
$$d_{\mathrm{elavh.}} \cdot h_{\mathrm{elavh.}} = d_{\mathrm{vesi}} \cdot h_{\mathrm{vesi}} = d_{\mathrm{õli}} \cdot h_{\mathrm{õli}} = \ldots.$$

CGS-süsteemis võetakse rõhu ühikuks 1-düünine rõhk 1 cm^2 peale. [1]

106. Baromeetrid. Õhurõhk igas kohas Maa pinnal muutub ööpäeva jooksul ja päevast päeva aasta jooksul, kõikudes teatud keskmise ümber.

Kuna õhurõhk on üks nähtustest, mis oma kogumikus moodustavad ilmastiku, ja on seejuures tihedalt seotud teiste nähtustega, siis on ilmastiku uurimisel tarvis mõõta õhurõhku.

Õhurõhu mõõtmiseks tarvitatavat riista nimetatakse b a r o m e e t r i k s. Baromeetreid on kahte liiki — elavhõbe-



Joon. 139. Metallbaromeetri (aneroid) skeem.

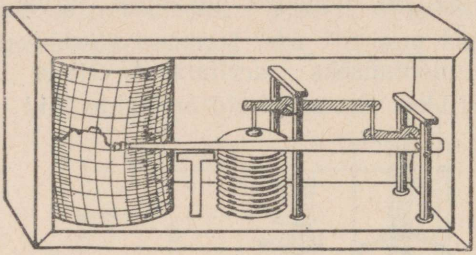
(joon. 138) ja metallbaromeetrid (joon. 139). Peale selle ehitatakse baromeetreid, mis oma näitamised üles kirjutavad — b a r o g r a a f i d (joon. 140). Lihtsaimaks baromeetriks võiks olla Torricelli toru: rõhu suurenedes osa elavhõbedat surutakse torru; selle nivoo tõuseb, anumas aga langeb. Õhurõhu langedes võib tähele panna ümberpöördut. Rõhu

[1] Rõhk 1 düün 1 cm^2-le kannab nimetust m i k r o b a a r. 1000 mikrobaari = 1 m i l l i b a a r (rõhk 1000 dm/cm^2). (Toimetaja märkus.) Meteoroloogilistes andmetes väljendatakse praegusel ajal õhurõhku millibaarides. 1 millibaar vastab ligikaudu 0,75 mm Hg.

mõõtmiseks on iga kord tarvis mõõta elavhõbeda ülemise ja alumise nivoo vahe.

Täpsuse tõstmiseks antakse elavhõbebaromeetritele mitmesugune kuju. Üks levinumaid on kujutatud joon. 138.

Metallbaromeetrit nimetatakse a n e r o i d b a r o m e e t r i k s. Aneroid koosneb õhutühjast metallkarbist, mille kaas on liikuvuse suurendamise otstarbel tehtud laineliseks.



Joon. 140. Barograaf.

Õhurõhu suurenemisel surutakse karbi kaas sissepoole ja ta tõmbab endaga kaasa varda *E*; varda liikumist suurendatakse kangi *FH* abil ja antakse edasi nöörile *S*, mis pöörab osutit *Z*. Rõhu vähenedes kaane elastsus vähendab lohku ja osuti pöördub vedru *K* toimel vastupidises suunas. Aneroidi skaala gradueeritakse elavhõbebaromeetri samaaegse näitamise järgi.

Kui osutiga ühendada pöörlevale paberist silindrile toetuv kirjutamisseadis, siis riist kirjutab oma näitamised üles ja kannab b a r o g r a a f i nime.

Barograaf on kujutatud joonisel 140. Peab teadma, et ilma ennustamisel baromeetri näidust üksi on vähe.

107. Altimeeter. Teiseks baromeetri ülesandeks on mõõta õhus tõusu kõrgust. Kõrgemale tõusmisel lüheneb baromeetris elavhõbeda-sammas.

Selle järgi võib arvutada tõusu kõrgust. Selline arvutus oleks lihtne siis, kui õhu tihedus kõrgusega ei muutuks.

Kuid õhu tihedus muutub kõrgusega, sellepärast valem muutub palju keerukamaks. Võib arvestada, et piirides kuni 600 m kõrguseni elavhõbedasamba alanemisele 1 mm võrra vastab tõus 10,5 m temperatuuril 0°. Suuremate kõrguste jaoks läheb arvutamine keerukamaks.

Järgmine tabel näitab kõrguse ja rõhu vahelist seost:

Kõrgus m-tes	0	650	1360	2150	5200	10 000
Rõhk cm-tes Hg	76	70	64	58	40	25

Baromeetrit, millel cm Hg asemel on tõusu kõrgus meetrites, nimetatakse altimeetriks. Seda kasutatakse õhupallidel ja stratostaatidel.

107-a. Atmosfääri ehitus. Atmosfääri alumine piir langeb ühte Maa pinnaga. Ülemist piiri pole võimalik täpselt anda, kuna õhuosakesi on laiali paisatud Maad ümbritsevasse maailmaruumi.

Atmosfääri olemasolu mitmesugustel, mõnikord päris suurtel kõrgustel näitavad järgmised nähtused:

1) Hämarik tekib päikesekiirte hajumise tõttu 60—70 km kõrgusel.

2) Valgust kiirgavaid pilvi täheldatakse 70—80 km kõrgusel.

3) Virmalised tekivad 80—800 km kõrgusel.

4) Langevad tähed hakkavad helendama 100—300 km kõrgusel.

Atmosfääri võib jaotada erinevate omadustega kihtideks. Alumist kihti nimetatakse troposfääriks. Selle keskmine paksus on 11 km. (Ekvaatori ümbruses on paksus umbes 18 km, üle 60° laiusel — umbes 9 km ja vahepealsetel laiustel umbes 11 km).

Troposfääris toimuvad alatised gaaside segunemised tuulte, tõusvate ja laskuvate õhuvoolude mõjul.

Segunemise tõttu on troposfääris õhu koostis igal pool ühesugune, nagu nähtub alltoodud tabelist, kus on antud protsentuaalne gaaside sisaldus maapinnal ja 11 km kõrgusel:

Kõrgus	GAASID						Üldine rõhk mm-tes
	Argoon	Lämmastik	Vee aur	Hapnik	Süsihapu gaas	Vesinik	
0	0,93	77,08	1,20	20,75	0,03	0,01	760
11	0,94	78,02	0,01	20,99	0,03	0,01	168

Peale nende kooste-osade võib troposfääris olla väikesi veepiisku ja jääosakesi pilvede või udu kujul, mineraaltolmu (vulkaaniline tolm, liiv, nõgi ja soolad) või orgaanilist laadi osakesi, nagu seenekesi, baktereid ja eoseid.

Suurtes linnades on maapinna läheduses igas kuupsentimeetris kuni pool miljonit tolmukübekest.

Troposfääris õhu tihedus, temperatuur ja rõhk üldiselt vähenevad kõrgusega. Troposfääris toimuvad muudatused põhjustavad ilmastiku muutusi antud maakohas.

Järgmiseks kihiks on s t r a t o s f ä ä r. Selle kihi uurimine toimub automaatsete mõõteriistade abil. Need lastakse üles sondide ja raadiosondide[1] abil ja samuti vaatlejatega stratostaatidel.

Stratosfääri põhiline omadus seisab selles, et temas puuduvad õhukihtide segunemised vertikaalses suunas.

Vastupidiselt troposfäärile, kus temperatuur kõrgusega väheneb, on stratosfääri alumises osas temperatuur jääv ehk

---

[1] R a a d i o s o n d — õhupall, mis on varustatud raadiojaamaga. Viimane mõõdab automaatselt meteoroloogilisi suurusi ja annab nad raadio kaudu edasi.

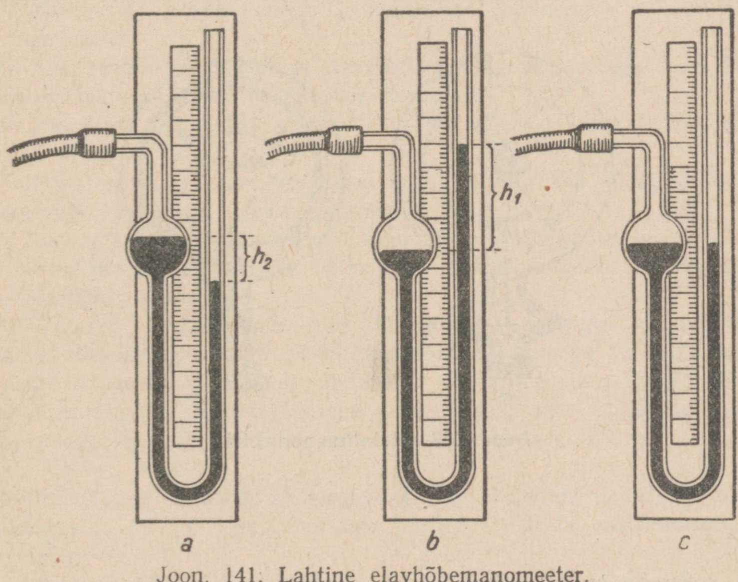
täpsemalt öeldes väga vähe muutuv kõrgusega. Minimaalsed temperatuurid, mis kõige sagedamini esinevad stratosfääri selles osas, on —45° ja —60° vahel. Stratosfääri ülemises osas temperatuur isegi tõuseb.

Sellise temperatuuri jaotumise tõttu on õhuliikumine stratosfääris suuremalt jaolt palju nõrgem kui troposfääris.

Need asjaolud, samuti väike õhutihedus, mis lubab arendada suuri kiirusi, pilvede puudumine, võimalus alati näha taevatähti ja nende järgi orienteeruda, kõik see loob stratosfäärile suured eelised kaugelennus.

Sellepärast on stratosfääri uurimine kogu inimkonnale tähtis ülesanne. Tähelepandav osa selles uurimises on nõukogude teadlastel.

Atmosfääri kõrgemad kihid said nime i o n o s f ä ä r, kuna seal leidub elektriliselt laetud osakesi — ioone.



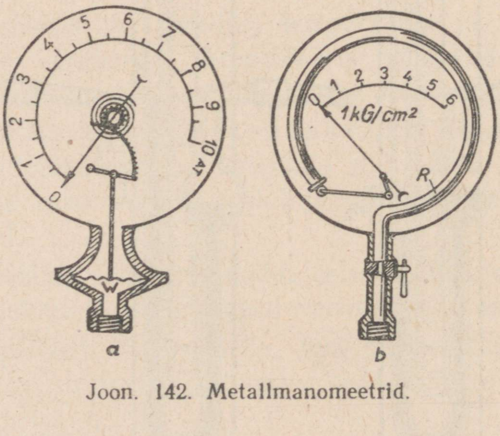
Joon. 141. Lahtine elavhõbemanomeeter.

108. Manomeetrid. Auru- või gaasirõhu mõõtmiseks kinnises anumas kasutatakse m a n o m e e t r e i d[1].

On olemas v e d e l i k- ja m e t a l l m a n o m e e t r i d. Vedelikmanomeetrid on lahtised ja kinnised. Lahtine vedelikmanomeeter kujutab endast kahte alumises osas ühendatud toru, täidetud teatud kõrguseni vedelikuga. Ühe toru ülemine ots on ühendatud anumaga, milles asub mõõdetav gaas. Selle juures märgitakse baromeetri seis h cm Hg.

Kui manomeetri ühendamisel anumaga vedeliku nivoo ei muutu (joon. 141 c), siis gaasirõhk on võrdne õhurõhuga. Kui manomeetri vedelikuks on elavhõbe ja ta võtab asendi nagu joonisel 141 b, siis gaasirõhk $p_1 = H + h_1$ cm Hg; kui elavhõbe manomeetris võtab joonisel 141 a näidatud asendi, siis rõhk $p_2 = H - h_2$ cm Hg.

Kui manomeetris on elavhõbeda asemel mingi teine vedelik, siis tuleb selle näitamine ümber arvutada elavhõbeda peale valemi $d_{\text{ved.}} \cdot h_{\text{ved.}} = d_{\text{elavh.}} \cdot h_{\text{elavh.}}$ järgi. Kerge on näha vedelikmanomeetri ebasobivust eriti suurte rõhkude



Joon. 142. Metallmanomeetrid.

---

[1] Kreeka keeles *manos* — h õ r e, *metron* — m õ õ t.

mõõtmisel (näiteks aururõhk aurukateldes ja gaasirõhk kompressorites).

Seepärast asendatakse nad tehnikas metallmanomeetriga. Metallmanomeeter koosneb kas lainelisest metallvaheseinast *W* (joon. 142 a), mille paindumine antakse edasi osutile, või kõveraks painutatud elastsest õõnsast torust *R*, mis teatud määral sirgeneb rõhu suurenedes (joon. 142 b) ja samuti annab selle liikumise edasi osutile, mis liigub „atmosfäärideks" jaotatud skaalal.

Välisõhuga ühendamisel seisab manomeetri osuti nulli peal. Skaala jaotused näitavad, mille võrra gaasirõhk on suurem õhurõhust.

Harjutus 21.

1) Näidata, et hüdraulilise pressi (joon. 130) juures on liikumapaneva jõu töö võrdne takistuse tööga.

2) Millega võrdub rõhk vees sügavusel 10 m? 100 m?

3) Millega on võrdne petrooli[1] rõhumine tsisterni põhja 1 m^2-le 2 m sügavusel?

4) Kas voolab vesi veevärgi kraanist ühesuguse survega mitmekorruselise maja alumisel ja ülemisel korral?

5) Mispärast mõnikord veevärgi kraanist ülemisel korral vett ei saa, aga alumisel saab?

6) Mispärast purskkaevu vee nivoo kunagi ei saa olla nii kõrge kui purskkaevuga ühenduses olevas anumas?

7) Linnas on ehitisi kõrgusega kuni 45 m. Missuguse surve all peab olema maapinnal vesi, et seda vett saaks kasutada tulekahju puhul ülemistel korrustel.

8) Tõstetav meditsiiniline tool tõuseb vee survega ja seisab 10 cm-se diameetriga kolvil. Tooli kaal koos inimesega on 100 kg. Kui suurt rõhku on vaja tooli ühtlaseks tõstmiseks (ilma hõõrdumiseta)? Kui rõhumist tekitatakse teise kolvi kaudu, mille diameeter on 2 cm, missugust jõudu on tarvis siis rakendada teisele kolvile?

Vastus: 4 kG.

9) Ühendatud anumate alumises osas on elavhõbe; ühel pool on vesi kõrgusega 30 cm, teisel pool aga piiritus. Määrata piiritusesamba

---

[1] Tiheduste tabel IV — raamatu lõpus.

kõrgus, kui elavhõbe seisab mõlemal pool ühel kõrgusel (piirituse $d = 0,8$).

Vastus: 37,5 cm.

10) Piiritusesamba kõrgus ühendatud anumates on 30 cm, seda tasakaalustava teise vedeliku samba kõrgus 28 cm. Leida teise vedeliku erikaal.

Vastus: 0,84 G/cm^3.

11) Ühendatud anumate alumine osa on täidetud elavhõbedaga. Elavhõbeda peal on ühel pool piiritus, teisel pool hape, mille erikaal on 1,2 G/cm^3. Määrata elavhõbeda nivoode vahe, kui piirituse ja elavhõbeda ülemised pinnad on ühel ja samal horisontaalil ja happesamba kõrgus on 30 cm.

Vastus: 0,94 cm.

12) Mispärast sile puust plaat, mis on tihedalt surutud anuma põhjale, ei tõuse pinnale, kui anumasse kallata vett (proovige!)?

13) Kas on üleslüke ühesugune, kui lasta kaaluviht veeämbrisse mitmesugustele sügavustele.

14) Kui suur on vee üleslüke 1 kG-sele rauatükile? 1 kG-sele korgitükile?

15) Missugust lisaraskust kannab silindrikujuline tükk korki, mille kaal on 1 kG, kui ta vajub vette kuni ülemise aluseni?

16) Kui suur on 1 dm^3 alumiiniumi tõeline kaal õhuta ruumis?

17) Kaalukangi otstesse on tasakaalustatud vasest ja klaasist kerad. Kas tasakaal rikutakse, ja kui, siis kuhupoole, kui see riist asetada õhuta ruumi? Ruumi, mis on täidetud süsihapu gaasiga? Vette?

18) Missugune osa jääpangast on allpool jõevee pinda (jääpanka võib kujutella risttahukana).

19) Archimedesele tehti ülesandeks selgitada, kas kroon, mis oli valmistatud kuningas Hiero jaoks, on puhtast kullast. Krooni kaal õhus oli 1 kG, vees 0,94 kG. Missuguse vastuse pidi andma Archimedes?

20) Et leida vees lahustuvate kehade erikaalu Archimedese seaduse järgi, ei lasta neid mitte vette, vaid mingisse teise vedelikku, mille erikaal on teada ja milles antud keha ei lahustu.

Tükk vasevitrioli kaalub õhus 22 G, petrooleumis aga 14 G. Leida vasevitrioli *e*.

Vastus: 2,2 G/cm^3.

21) Missugune koormus tuleb asetada puust rööptahukale, mille pikkus on 20 cm, laius 10 cm ja paksus 5 cm, et see vajuks ülemise ääreni vette (puidu $d = 0,6$)?

Vastus: 400 G.

22) Raudtala tõstetakse merevees. Tala kaal on 5 000 kG. Missuguse jõuga peame teda vees tõstma, kui merevee $d = 1{,}03$ g/cm³?
Vastus: 4350 kG.

23) Veepinnal on auriku ristlõike pindala $S = 3000$ m². Aurik vajus laadimisel 2 m võrra. Leida laadungi kaal (merevee $d = 1{,}03$).
Vastus: 6180 T.

24) Auriku lõike keskmine pikkus on veepinnal 150 m, laius 30 m. Kui palju vajub laev tema laadungi suurendamisel 2000 T võrra, kui laev asub merevees? magedas vees?
Vastus: 0,43 m; 0,44 m.

25) 4000 m²-se lõikepinnaga aurik kaalub 6000 T. Kuidas muutub auriku vajumise sügavus jõest merre sõitmisel?
Vastus: 4,5 cm võrra.

26) Õhulaeva kogukaal on 15 000 kG, tema ruumala — 20 000 m³. Õhulaeva kambrites on 19 700 m³ vesinikku. Leida õhulaeva tõstejõud, kui 1 m³ vesinikku kaalub 100 G ja õhu $d = 0{,}00129$ g/cm³.
Vastus: 8830 kG.

27) Muulide ehitamisel kasutatakse tänapäeval järgmist võtet. Raudbetoonist valmistatakse õõnsad kuubid, mis lastakse vette ja pukseeritakse muuli ehitamiskohale, kus nad täidetakse kividega ja lastakse ettenähtud kohal põhja.

Kui sügavale vajub vette selline kuup, kui selle serv on 2 m, keskmine seina paksus 10 cm, raudbetooni $d = 3{,}5$ ja vee $d_0 = 1{,}03$?
Vastus: 0,97 m.

28) Täisnurksel söepraamil pinnaga 100 m² on vertikaalsed pardad. Söega laadimisel on lubatud vajumine 1,5 m. Kui suur on söelaadung?
Vastus: 150 m³.

29) Ujuva jääpanga ruumala on 10 000 m³. Jää erikaal on 0,9 G/cm³. Leida vee all oleva osa ruumala, kui merevee erikaal on 1,02 G/cm³.
Vastus: $\approx$ 8820 m³.

30) Tuletada Archimedese seadus risttahukakujulise keha abil, arvutades rõhku igale tahule.

31) Areomeeter on määratud veest tihedamate vedelikkude mõõtmiseks. Kus asub sellise areomeetri skaalal „1”, kas all või ülal?

32) Kus vajub areomeeter sügavamale, kas jõe- või merevees?

33) Kui suur on õhu rõhumine inimese keha pinnale, mis on keskmiselt 1,6 m²?

34) Maapinnast tõusmisel langes elavhõbe baromeetris 3 mm võrra. Kui suur oli tõus?

35) Piiritusmanomeetri ühendamisel gaasiga täidetud anumaga tekkis nivoode vahe 27,2 cm. Kui suur on gaasirõhk, kui õhurõhk on 750 mm Hg?

36) Kui baromeetrisse allpool elavhõbeda nivood teha avaus, kas hakkab siis elavhõbe voolama välja või õhk sisse?

37) Kuidas määrata veest kergemate kehade erikaalu? Tehke selline määramine katseliselt.

38) Miks elavhõbedasamba kõrgus baromeetris ei olene samba laiusest?

39) Miks baromeetri toru kallutamisel elavhõbe voolab torusse?

KONTROLLKÜSIMUSI.

1) Mis on rõhk?

2) Missuguseid rõhuühikuid tarvitatakse?

3) Kuidas annab rõhku edasi vedelik, gaas?

4) Millest oleneb rõhumine vedeliku sees?

5) Kas oleneb rõhumine vedeliku sees pinna asendist?

6) Missuguse valemiga arvutame rõhumist vedeliku sees?

7) Missuguste katsetega tõestatakse, et rõhumine pinnale alt üles on sama suur kui ülalt alla?

8) Kuidas seletada seda, et rõhumine põhjale ei olene anuma kujust?

9) Miks on rõhumine põhjale väiksem vedeliku raskusest ülespoole laienevates anumates ja suurem kitsenevates?

10) Missugune on erisuguste vedelikkude tasakaalu tingimus ühendatud anumais?

11) Milles seisab Archimedese seadus?

12) Kui suur on jõud, millega sukeldunud keha mõjutab vedelikku?

13) Missugust kolme asendit võib võtta vedelikku lastud keha, olenevalt keha ja selle poolt väljatõrjutud vedeliku kaalust?

14) Missugusel tingimusel keha ujub vedeliku pinnal?

15) Mis on laeva tonnaaž?

16) Kuidas määrata tahke keha erikaalu hüdrostaatilise võtte abil?

17) Kuidas määrata vedeliku erikaalu hüdrostaatilise võtte abil?

18) Kuidas on ehitatud areomeeter ja kuidas teda kasutada?

19) Millistest nähtustest võib järeldada õhurõhumise olemasolu?

20) Missuguse võttega mõõdetakse õhurõhku?

21) Kuidas arvutada õhurõhumist mingile pinnale?

22) Kuidas muutub õhurõhk maapinnast kõrgemale tõusmisel?

23) Missugune on baromeetri ehitus, ülesanne ja kuidas teda kasutada?

24) Missugune on manomeetri ehitus, ülesanne ja kuidas teda kasutada?

Kirjandus. Васильев, Аэронавтика. Виноградов, Водопровод и канализация в нашем жилище. Перельман, Физическая хрестоматия, вып. I, гл. III, IV, V. Дюрнбаум, Гидравлический пресс и его применение. Рубель, Манометр. Perelman, Huvitav füüsika I, RK „Teaduslik Kirjandus", Tartu, 1948, peatükk V vastavad palad ja II osa (RK „Teaduslik Kirjandus", Tartu, 1949) VI peatükk. Болгаров, Н., Подводная лодка, Детиздат 1940, 127 стр. Бобрицкий, Т., Завоевание глубин. Этюды из жизни ЭПРОНа.

109. Vedelikkude ja gaaside sisehõõrdumine. Vedeliku ja gaasi liikumisel torus, vee voolamisel jões ja õhumasside liikumisel atmosfääris on osakeste liikumise kiirused erinevates kihtides erisugused. Selle poolest erineb vedelikkude ja gaaside liikumine tahkete kehade liikumisest.

Jões on vastu põhja ja kaldaid asetsevate vedelikukihtide kiirused kõige väiksemad, kuna siin on tegemist jõesängi kivimite ja vee vahelise hõõrdumisega.

Kuid põhjast ja kallastest kaugenedes kasvab vee kiirus järjest ja saavutab suurimat väärtust jõe keskel (kallastest arvates) ja pinnale lähemal.

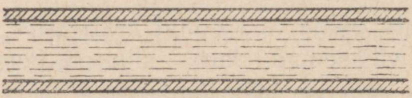
Vee üksikud kihid, liikudes järjest kasvava kiirusega, liuguvad teisi kihte mööda. Selle liugumise juures nad mõjutavad üksteist jõuga, mida nimetatakse sisehõõrdumisjõuks.

Kui vedelik või gaas voolab mööda toru, siis on kõige väiksem kiirus vastu toru seina olevail kihtidel. Igal järgmisel õõnsal silindrikujulisel kihil on kiirus suurem ja teljel asuv täissilindrikujuline kiht voolab suurima kiirusega.

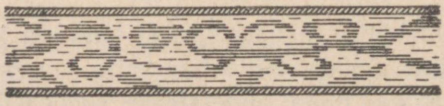
Üksikud kihid, liugudes üksteist mööda, mõjutavad üksteist jõududega, mis on sarnased hõõrdumisjõududega tahkete kehade liuglemise juures. Olenevalt sisehõõrdumise ehk viskoossuse suurusest, tehakse vahet väiksema (vesi, piiritus) või suurema (määrdeõli, siirup) viskoossusega ainete vahel.

Gaaside viskoossus on vedelikkude omaga võrreldes väga väike.

Gaaside viskoossust näitab järgmine katse. Väike silinder riputatakse üles või asetatakse alusele nii, et ta võiks pöörelda ümber telje. Silindri sisse riputatakse niidi otsas teine väiksem silinder, nii et seinad ei puutuks kokku. Kui panna välimine silinder pöörlema, siis hakkab pöörlema ka sisemine. Esimese silindri sisemisele seinale kleepuv õhukiht mõjutab sisehõõrdumisjõuga ehk viskoossusega naaberkihti ja tõmbab selle kaasa; teine tõmbab kolmandat jne.; lõpuks kiht, mis on kleepunud sisemise silindri välimisele seinale, paneb ka selle liikuma.



Joon. 143-a. Laminaarne voolamine.



Joon. 143-b. Turbulentne voolamine.

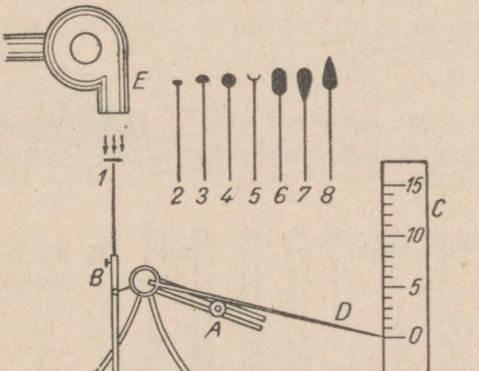
110. Keerised liikuvas vedelikus ja gaasis. Sisehõõrdumisjõud oleneb liuguvate kihtide kiiruste vahest. Seni kui kiiruste muutumine ühest kihist teise on väike, ei muutu voolava vedeliku kihtide suhteline asetus ja vedeliku (või gaasi) voolamine on niisugune, nagu see on kujutatud joonisel 143-a. Sellist vedeliku voolamist nimetatakse l a m i n a a r s e k s.

Kui aga kiirus ületab igal üksikul konkreetsel juhul teatud piiri, mida nimetatakse kriitiliseks kiiruseks, siis liuguvate kihtide vastastikune mõju muudab vedeliku- või gaasiosakeste suhtelist asendit ja tekivad keerised, nagu on kujutatud joonisel 143-b. Sellist vedeliku voolamist nimetatakse turbulentseks.

Sellest joonisest nähtub, et ühes keerise osas langeb pöörlevate aineosakeste kiirus ühte voolu kiirusega, teistes osades on sellele vastassuunaline.

Keerised teevad kiiruse ja sellega seotud rõhumise jaotumise keerulisemaks.

110-a. Gaasi ja vedeliku takistus liikuvale kehale. Voolujoonelisus. Kehade õhutakistuse kindlakstegemiseks kasutatakse joonisel 144 kujutatud riista.



Joon. 144.

Riista olulisemaks osaks on kang — kaalukangiga sarnane, ainult painutatud. Kangi üks osa hoiab varba *B*, mis lõpeb pesaga; teises osas on nihutatav koormus *A*, mida kasutatakse selleks, et seada osuti nulli peale, kui varva pessa asetatakse mitmesuguse kujuga kehi.

Nende kehade kujud on joonisel näidatud nr. 1—8 all. Takistus oleneb ainult õhu ja keha suhtelisest liikumisest. Seepärast võib liikuva keha ja seisva õhu asemel võtta liikuva õhu ja seisva keha.

Õhu liikumist tekitatakse nn. fööni abil. Föön on elektriventilaator kitsa avausega katte sees (skeem on joon. 144 vasakul ülal).

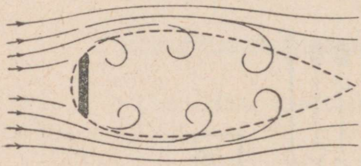
Voolutugevuse muutmisega mootoris võime muuta fööni tuule kiirust.

Uurimiseks võetakse mitmesuguse kujuga, kuid võrdsete f r o n t l õ i g e t e g a kehad. Keha frontlõikeks nimetatakse liikumise suunaga ristiseisvale tasandile saadud projektsiooni.

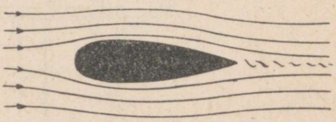
Asetades varva *B* pessa mitmesuguseid kehi kogust 1—8 ja juhtides nende esipinnale ühe ja sama tugevusega õhuvoolu, võime osuti *D* asendi järgi võrrelda erineva kujuga kehade takistusi.

Säärased katsed on näidanud, et suurimat takistust osutab avausega ülespoole õõnes poolkera nr. 5; kõige väiksemat — nr. 7.

Seda keha, mille takistus antud frontlõike juures on väiksem võrreldes teiste kehadega, nimetatakse v o o l u j o o n e l i s e m a k s.



Joon. 145. Plaat.



Joon. 146. Voolujooneline keha õhuvoolus.

Millest tuleneb see, et üks keha on suuremaks takistuseks kui teine? Selle selgitamiseks vaatleme õhu või vee voolamist mitmesuguste kehade ümber.

Katsed on näidanud, et kui asetada plaat vee voolusuunaga risti, siis võime näha joon. 145 kujutatud pilti; tekivad keerised, milles vesi liigub ringjooni mööda ümber vertikaalse telje. Voolud mõlemal pool plaati ei ühti plaadi keskel, vaid liiguvad mõne aja inertsi tõttu sirgjooneliselt. Toimub voolu lahtirebimine keha pinnast.

Kui aga tarvitada voolujoonelist keha, siis on, nagu näitab katse põhjal tehtud joon. 146, voolujooned keha küljes kuni lõpuni, lahtirebimist ei ole ja keeriseid ei teki, ainult viimases otsas tekib turbulentsus.

Katseliselt on kindlaks tehtud, et l i i k u v a k e h a t a k i s t u s o n s e d a v ä i k s e m, m i d a v ä h e m s e l l e t a g a o n k e e r i s e i d. Vedeliku osad keerises saavad võrreldes rahulikult liikuvate osadega suurema kineetilise energia, mille nad saavad liikuvalt kehalt. Seetõttu keha liikumisenergia väheneb ja keha nagu kannataks keeriste tõttu lisatakistuse all.

Keeriste puudumise tõttu ongi voolujoonelise keha takistus väiksem.

Seega keha liikumise takistus vedelikus või gaasis sõltub:

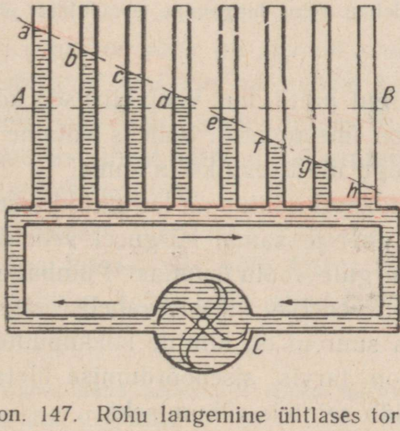
1) keha selle osa pindalast, mis on pööratud liikumise suuna poole (plaadi liikumisel lapiti on takistus suurem kui liikumisel serviti);

2) liikumise kiirusest (takistus on suurema kiiruse juures suurem kui väiksema kiiruse juures);

3) ühesuguse frontlõike pindala puhul keha kujust.

Eriti suur mõju on takistuse suurenemisele keha taga tekkivatel keeristel. Sellepärast suurima kiiruse saamiseks jõumasina teatud võimsuse juures antakse lennukitele ja tema tiibadele, allveelaevadele, autodele, vagunitele, torpeedodele, aviopommidele jts. võimalikult voolujoonelisem kuju.

111. Voolukiiruse ja rõhu vaheline seos. Eespool (§ 98) oli märgitud, *et seisvas vedelikus ühel ja samal horisontaal-*



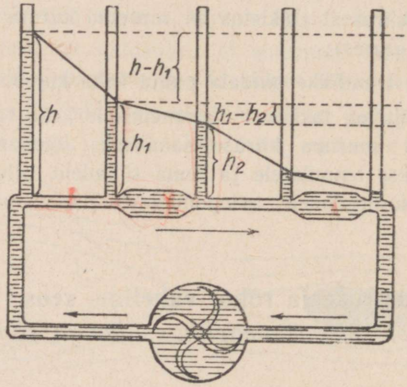
Joon. 147. Rõhu langemine ühtlases torus.

sel nivool on rõhumine (hüdrostaatiline) kogu anuma või ühendatud anumate ulatuses ühesugune.

Et uurida rõhkude jaotumist liikuvas vedelikus, võib koostada ahela pumbast ja kõveraks painutatud klaastorust (joon. 147). Klaastoru külge on võrdsetel kaugustel sulatatud lahtised torud (manomeetri ülesandega).

Ahela täitmisel veega tõuseb vesi kõikides torudes ühesugusele kõrgusele *AB* sel juhul, kui pump ei tööta.

Vaatame, mis toimub siis, kui pump paneb vee kinnist toru mööda liikuma.



Joon. 148. Vedeliku rõhu langemine ebaühtlase jämedusega torus.

Vaatleme algul juhtu, kus voolukiirused kõikides toru ristlõikekohtades on ühesugused. Selleks võtame toru, mille diameeter oleks kogu ulatuses üks ja sama.

Sel juhul tekkinud nähtus on kujutatud samal joonisel. Sellest näeme, et ühel ja samal kõrgusel vedeliku rõhk seintele väheneb järk-järgult voolu suunas. Pumbaga tekitatud rõhk kulub nähtavasti vedeliku kihtide vahelise sisehõõrdumise ületamiseks. Mida suurem on kihtide kokkupuutepind, seda suuremat jõudu on tarvis sisehõõrdumise ületamiseks ja seda väiksem osa jääb seintele rõhumiseks.

Pumba kiiruse suurenemine toob endaga kaasa rõhu muutuse suurenemise, ja joone *ah* kalle suureneb.

Katse andmetel saadud joonisest võime järeldada: *jääva kiirusega voolava vedeliku (või gaasi) rõhu langemine torus on võrdeline toru pikkusega* [1].

Kuidas muutub nähtus, kui kiirus torus ühest kohast teise muutub?

Et vastata sellele küsimusele, võtame samasuguse veeahela nagu varemgi, ainult selle vahega, et ahelas on mitmesuguste diameetritega torusid (joon. 148).

Igast ahela toru ristlõikest (läbi vesiküttetorude ristlõigete, läbi jõe ristlõigete) läbib ajaühikus üks ja sama hulk vedelikku; vastasel korral tekiks kestvama voolamise puhul ühes kohas vedeliku kuhjumine ja teises kohas voolu katkemine.

Kuid laia ja kitsa ristlõike võivad võrdsed vedelikuhulgad läbida ühes ajaühikus ainult siis, kui kitsas lõikes on kiirus suurem kui laias. Meenutagem kärestikke jõgede madalamates kohtades.

Seega võime meie katses väiksema ristlõikega toru osades tähele panna suurimat kiirust ja suurimat vedelikusamba langust vertikaalses torus.

Vedeliku- või gaasijoa rõhk on suurim seal, kus on väikseim kiirus, ja väikseim seal, kus on suurim kiirus.

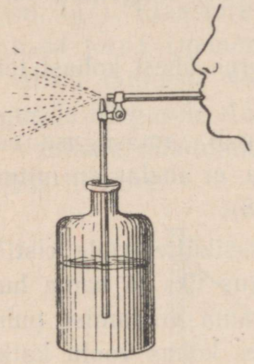
Seal, kus kiirus suureneb, läheb suurem osa vedelikku või gaasi liikumapanevast jõust kiirenduse andmiseks ja väiksem osa rõhumise tekitamiseks.

Sellest põhinähtusest saab teha järgmise järelduse: kui teha ristlõige väga kitsas, siis võib kiirus suureneda sellevõrra, et rõhk vastavas kohas jääb atmosfäärist väiksemaks.

---

[1] Võrdelisust võime näha sellest, et rõhku mõõtvate vedelikusammaste otsad asuvad ühel sirgjoonel.

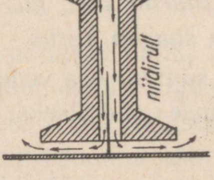
Kui sellesse kohta teha avaus, siis ei hakka vedelik sealt välja voolama, vaid vastupidi, õhurõhu ülekaal surub sinna sisse õhku. Selles avaldub kiiresti voolava joa i m e v toime.



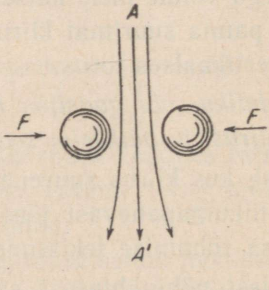
Joon. 149. Pulverisaator.

K a t s e p u l v e r i s a a t o r i g a (joon. 149). Tugeva puhumise korral langeb rõhk vertikaalse toru ülemises otsas alla atmosfääri, õhurõhk tõstab anumast vedelikku kuni ülemise ääreni, kus õhuvool selle pihustab.

K a t s e p a p i s t k e t t a j a n i i d i r u l l i g a. Asetame lauale väikese papist ketta, mille keskele on pistetud nööpnõel. Lähendame kettale niidirulli, nii et nööpnõel läheks rulli auku (suuna andmiseks), ja puhume tugevasti rulli ülemisest otsast, nagu näidatud joonisel 150. Me näeme ketta tõmbumist rulli külge.



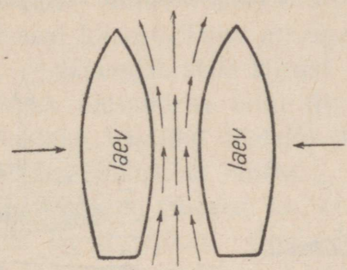
Joon. 150. Õhujoa imev toime.



Joon. 151. Õhujuga kahe kuuli vahel lähendab neid.

Ketta ja rulli kitsas vahes muutub õhujoa kiirus nii suureks, et selle rõhk kettale saab atmosfäärist väiksemaks ja õhk surub ketta vastu rulli.

Katse kuulidega. Riputame kaks kerget kuuli niidi otsa umbes 5 cm kaugusele teineteisest (joon. 151) ja puhume nende vahelt läbi tugeva õhujoa. Õhurõhu ülekaal väljastpoolt surub kuulid kokku.



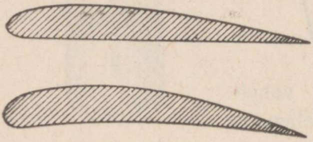
Joon. 152. Laevade vahele tekkinud kärestik lähendab laevu.

Nii võivad teineteise lähedal paralleelsete kurssidega sõitvad laevad kokku põrgata (joon. 152). Nende vahele kujunenud kärestik tekitab laevade vahel väiksema rõhu kui väljastpoolt ümbritseva vee oma ja kutsub välja kokkupõrke.

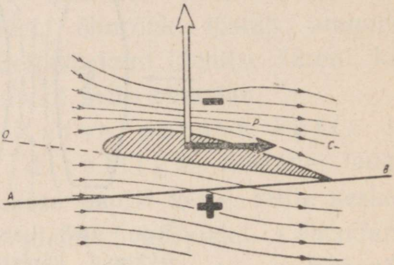
112. Voolu kiirusest oleneva rõhu kasutamine lennuki tõusmisel. Iga lennuki põhiliseks osaks, mille abil saadakse tõstejõud, on tiivad. Lennuki liikumine toimub ühe või mitme propelleri tõmbe mõjul. Propellerid pannakse pöörlema sisepõlemismootorite abil.

Tänapäeva lennukite tiivad valmistatakse spetsiaalse kujuga ehk nagu öeldakse profiiliga. Tiiva alumine pind tehakse tasane või vähe nõgus, kuid ülemine tehakse kumer kas suuremal või vähemal määral (joon. 153).

Asetatud horisontaalselt või väikese nurga (atakinurk) alla lennuki liikumisest tekkinud voolu suhtes, lennuki tiib on ümbritsetud õhujugadest nii, nagu näidatud joonisel 154. Seejuures osutub õhuvoolu kiirus tiiva peal natuke suuremaks kiirusest tiiva all. Seletatav on see sellega, et mööda tiiva ülemist osa peavad õhuosakesed käima pikema tee kui alumist pinda mööda. Õhujugade kiiruste mittevõrdsuse tõttu tekib väike õhurõhkude vahe: tiiva peal on rõhk väiksem. Kogu tiib saab selle vahe tõttu ülessuunatud tõukejõu. See jõud ongi tiibade tõstejõuks.



Joon. 153.



Joon. 154.

Rõhkude vahe tänapäeva lennukites moodustab 1—2% õhurõhust, s. o. umbes 20 G iga ruutsentimeetri kohta. Ühe ruutmeetri kohta saadakse juba kuni 200 kG-ne jõud.

Seaduse, mis määrab lennuki tiiva tõstejõu suuruse, andis suur vene õpetlane Žukovski[1]. Tema lõi teoreetilised alused kogu tänapäeva lennuasjandusele.

[1] Žukovski Nikolai Jegorovitš (1847—1921) on geniaalne vene õpetlane, aerodünaamika alusepanija.

Väljudes oma teoreetilistest vaadetest, ennustas N. J. Žukovski inimese lendamise võimalust aparaadi abil, mis on õhust raskem, enne seda, kui esimene lennuk tõusis õhku. Ta ütles: „Inimesel ei ole tiibu ja oma keha raskusega võrreldes on tema lihased 72 korda nõrgemad kui linnul ... Kuid ma arvan, et ta siiski hakkab lendama, mitte toetudes oma lihaste, vaid mõistuse jõule."

N. J. Žukovski tegi esimesena kindlaks seaduse, mis määrab lennuki tiiva tõstejõu. See seadus on igasuguste lennuarvestuste aluseks. Ta töötas välja teoreetilised meetodid lennukite tiibade ja roolide pro-

Teoreetiliste arvestuste juures võib, nagu tõestas seda Žukovski, kujutella asja nii, nagu oleks põhilisele õhuvoolule, mis ühtlaselt ja sümmeetriliselt voolab tiiva ümber, seltsinud tsirkuleeriv lisavool, mis voolab tiiva ümber, nagu näidatud joonisel 155. Liitudes üldise vooluga tiiva peal, suurendab tsirkuleeriv vool seal kiirust. Tiiva all aga, lahutudes vastutulevast voolust, — vähendab selle kiirust. Üheks uue lennuki ehitamise põhiliseks ülesandeks ongi tiivale sellise profiili valik, mis kindlustaks vajaliku tõstejõu nõutava kiiruse ja minimaalse frontaalse takistuse juures.

Mida õhem on tiib, seda väiksem on selle frontaalne takistus, kuid väiksem ka tõstejõud. Õhukesi tiibu kasutatakse suurte kiirustega lennukite, näiteks hävitajate juures, kuid

---

fiilide saamiseks ja uurimiseks. Need profiilid, mis kannavad Žukovski nime, on tuntud inseneridele üle maailma kui „profiilid НЕЖ" ja nendega võrreldakse kõiki uusi väljatöötamisele tulevaid tiibade ja profiilide kujusid.

N. J. Žukovski lõi esimesena teaduses propelleri keeriste teooria, mille järgi saab arvutada propelleri veojõudu, ja andis propelleri kõige kasulikuma kuju.

N. J. Žukovski näpunäidete järgi projekteeritud propellerid nimetati samuti tema nime järgi „propellerid НЕЖ".

N. J. Žukovski oli NSV Liidu suurima teadusliku asutise Aerohüdrodünaamilise Keskinstituudi (Центральный аэрогидродинамический институт, lühend. ЦАГИ) asutaja. See asutis töötas läbi aerodünaamika küsimused.

N. J. Žukovskil on ka teisi suure tähtsusega töid teistelt mehaanika ja tehnika aladelt. Nii oli tema poolt loodud nn. hüdraulilise löögi teooria, mis andis aluse vedelikkude voolamiste arvestuseks torudes, eriti veevärgi arvestusel. N. J. Žukovski tegeles masina reguleerimise teooriaga, liikumise stabiilsuse teooriaga jne.

N. J. Žukovski kogu teaduslik tegevus on tihedalt seotud praktilise elu ja areneva tehnika vajadustega.

N. J. Žukovski oli Moskva tehnilise kooli ja Ülikooli professoriks. Paljud silmapaistvad nõukogude konstruktorid on Žukovski õpilased.

N. J. Žukovski nimi on antud Sõjaasjanduse Akadeemiale.

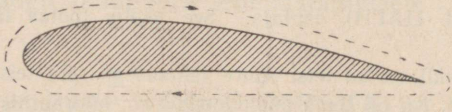
Nõukogude riik hindab kõrgelt N. J. Žukovski tööd. Lenin nimetas teda „vene lennuasjanduse isaks".

paksemaid — väikese kiirusega transportlennukite juures, seal, kus väikese kiiruse juures on vaja suurt tõstejõudu. Praegusel ajal on välja töötatud sajad mitmesugused lennukite tiibade profiilid ja tehakse lakkamatult uusi tüüpe juurde.

N. J. Žukovski (1847—1921).

Lendamise juures mõjuvad lennukisse neli jõudu: veojõud (joon. 156), mida tekitavad mootorid, ja frontaalse takistuse jõud, mis tasakaalustab veojõudu; raskusjõud ja raskusjõudu tasakaalustav tõstejõud. Ühtlane horisontaalne lend on võimalik ainult siis, kui need jõud on paarikaupa tasakaalus. Selle tasakaalu kadumise puhul hakkab lennuk kas laskuma või tõusma, kiiremini või aeglasemalt lendama.

Lennuki juhtimiseks kasutatakse eleroone (kaldroole), mis on liikuvad lisapinnad tiibade pikenduseks. Peale selle kasutatakse veel lennuki juhti-

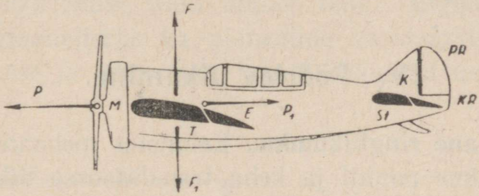


Joon. 155.

misel vertikaalset pöörete rooli ja horisontaalset kõrgusrooli. Roolid on paigutatud lennukikere tagumisse ossa nn. stabilisaatori peale, mille ülesandeks on anda lennukile stabiilsust.

Stabilisaator koosneb väikesest tiivast ja kiilust (vt. joon. 156). Lenduri oskus seisab roolide ja eleroonide sellises käitlemises, et oleks kindlustatud lennuki stabiilne lend ettenähtud suunas või kõrgema pilotaaži keerulisi kõverjooni mööda.

Sõja ajal loodi meie konstruktorite J a k o v l e v i, I l j u š i n i, L a v o t š k i n i, M i k o j a n i, T u p o l e v i ja teiste poolt lennukite konstruktsioonid, mis märksa ületasid vaenlase omad.



Joon. 156.

Viimasel ajal meie konstruktorid töötavad edukalt reaktiivmootoriga lennuki loomise kallal, mis lendab sellise kiirusega, mis on lähedane ja isegi ületab hääle levimiskiiruse $\left(1200 \frac{\text{km}}{\text{t.}}\right)$.

Suurte kiiruste aeromehaanika — ülikiire lendamise — aluste loojaks on üks suuremaid vene teadlasi S. A. T š a p l õ g i n[1].

Kirjandus. Б о б р о в, Н. С., Чудесные крылья. Изд. детской литературы, 1939, 125 стр. со многими рисунками. — Г у м и л е в с к и й, Л., Крылья родины, 1945. И с а к о в и ч, М. А., Теория полета, 1947.

---

[1] T š a p l õ g i n Sergei Aleksejevitš (1869—1942) on kuulus vene õpetlane, akadeemik, sotsialistliku töö kangelane, Moskva Ülikooli professor.

S. A. Tšaplõgin on Žukovski õpilane. Tema töötas läbi lennuasjanduse teooria raskeimad küsimused. Tema lõi suurte kiiruste aeromehaanika alused, millel on hiigelsuur tähtsus tänapäeva ülikiire lendamise arenemisele. S. A. Tšaplõgin töötas välja lennuki nn. mehhaniseeritud tiiva teooria. Ta andis lennuki lennustabiilsuse küsimuse lahenduse.

S. A. Tšaplõgin juhtis peale N. J. Žukovski surma Aerohüdrodünaamilist Keskinstituuti.

IV. Pöörlev liikumine.

113. Ühtlane ringliikumine. Eelmistes mehaanika peatükkides vaatlesime punkti ja keha translatoorse liikumise seadusi.

Läheme nüüd üle juhule, kus punkti trajektoor on kõverjooneline.

Üks sellistest juhtudest, visatud keha liikumine, esines meil juba. Visatud keha trajektoor tekkis kõverjoonelisena sellepärast, et kiiruse suhtes nurga all olev jõud mõjutas kiirust saanud keha. Need kaks tingimust — keha kiiruse olemasolu ja kiirusega nurga all mõjuv jõud — on alati vajalikud kõverjoonelise liikumise tekkimiseks.

Laual asetsev kuul liigub saadud tõukest sirgjooneliselt; kui aga kuul on seotud nööri külge, mille ots on kuhugi kinnitatud, siis tõukest hakkab kuul niidi tõmbe tõttu kõverjooneliselt liikuma.

Kaldrenni mööda vabalt veerev kuul jätkab sirgjoonelist liikumist laual. Kui aga tema teele panna nõgus takistus, siis takistuse vastava asendi puhul ta hakkab liuguma mööda takistust kõverjoonelist trajektoori mööda (joon. 157).

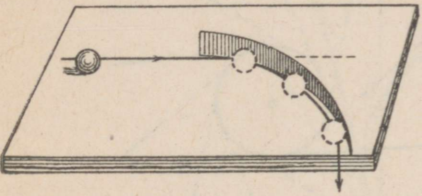
Kui lasta raudkuul kaldrenni mööda liikuma ja asetada tema sirgjoonelise tee lähedusse tugev magnet, siis trajektoor kõverdub magnetjõu tõttu (joon. 158).

Kõverjoonelistest liikumistest lihtsaim on ühtlane ringliikumine.

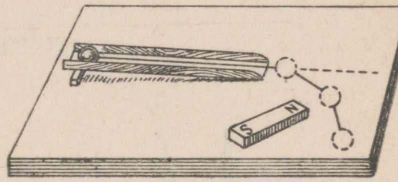
Selle liikumisliigiga on tegemist keha pöörlemisel.

Tehnikas ja looduses on sageli näha pöörlevat liikumist. Nii on hooratta, käia, tehase tööpinkide paljude rihmaseibide, transmissioonvõlli, vesi- ja auruturbiinide ja veskitiibade punktide liikumine ringliikumine.

Samuti liiguvad ringjoont mööda kõik Maa punktid tema ööpäevase pöörlemise tõttu ümber telje. Ligikaudselt võib lugeda ringjooneliseks ka planeetide keskpunktide liikumist ümber Päikese ja planeetide kuude liikumist ümber planeetide.



Joon. 157. Nõgusa takistuse tõttu muundub kuuli sirgjooneline liikumine kõverjooneliseks.



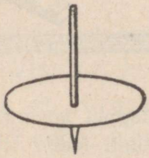
Joon. 158. Magnet kõverdab raudkuuli teed.

Keha liikumist nimetatakse pöörlevaks, kui kõik selle punktid liiguvad ringjooni mööda, mille tasapinnad on rööbikud ja keskpunktid asuvad ühel liikumatul sirgel, mida nimetatakse pöörlemisteljeks.

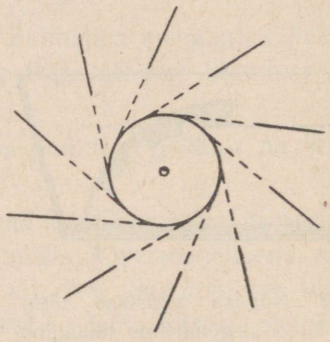
114. Kõverjoonelise liikumise kiiruse suund. Kuidas on suunatud kiirus kõverjoonelise trajektoori suhtes?

Sirgjoonelise liikumise juures on kerge leida kiiruse suunda: ta ühtib liikumise suunaga. Kuid kiirus on vektor. Vektor sirglõiguna ei saa aga ühtida kõigi oma punktidega kõverjoonelise trajektooriga.

Et vastata eespool esitatud küsimusele, vaadelge, kuidas lendavad sädemed terasnoa teritamisel käia peal. Säde on ju hõõguv terase osake. Tal on sama kiiruse suund mis sellel käia osakeselgi, mis rebis teda noa küljest. Tähelepanelikul vaatlemisel näete, et igast käia punktist on sädemete lend käia ümbermõõdu (ringjoone) puutuja suunaline. Selletaolise vaatluse võib igaüks teha oma laua peal. Võtke raske ketas, kas või näiteks vineerist, ja asetage ta terava otsaga teljele. Telg



Joon. 159-a.

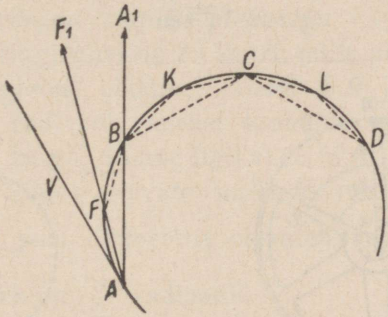


Joon. 159-b.

ulatugu vähe kettast välja (joon. 159-a). Pange ketas valgel paberil vurrina kiiresti pöörlema. Pöörlemise ajal tilgutage sule või pipeti abil pöörleva ketta äärtele tinti. Need tilgad paiskuvad pöörlemisel kettast ja märgivad ära paberile oma teed. Need teed on tekkinud liikumisest inertsi tõttu, seega näitavad nad ka kiiruste suundi. Paberile tekib niisugune pilt nagu joon. 159-b. Joonisest nähtub, et ringjoone mitmesugustest punktidest paiskunud tilkade kiirused on suunatud puutujaid mööda.

Sellest ja teistest sarnastest katsetest võib järeldada: *kõverjoonelise liikumise juures on kiirusel igas kõverjoone punktis sellesse punkti tõmmatud puutuja suund.*

Selle järelduse õigsuses võib veenduda järgmise arutelu kaudu. Asendame ajutiselt trajektoori kõverjoone mingi murdjoonega *ABCD* (joon. 159-c), oletusega et suuna muutmine toimub murdjoone tippudes. Siis *AB* ulatuses on kiirus suunatud *AB*-d mööda ja ta suurus on näiteks AA_1. Kuid võetud murdjoone asemel võime võtta teise *AFBKCLD* suurema lõikude arvuga ja murdjoone ja kõverjoone ühiste punktide suurema arvuga. Sel juhul on kujuteldav liikumine murdjoont mööda lähemal tõelisele liikumisele kõverjoont mööda. Esi-



Joon. 159-c. Kõverjoonelise liikumise kiirus on suunatud piki puutujat.

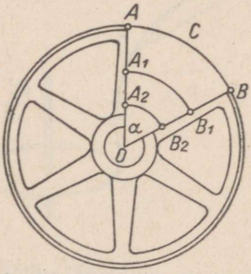
mese lüli kiirus punktis *A* võtab *AF* suuna ja ta suurus on näiteks AF_1. Et läheneda tõelisele liikumisele, tuleb suurendada murdjoone lülide arvu. Iga kord on kiirusel punkti *A* läbiva lõikaja suund, millejuures kaks lõikepunkti kõveraga lähenevad teineteisele. Piirjuhul, tõelise kõverjoonelise liikumise jaoks, sulavad mõlemad lõikaja punktid ühte ja lõikajast saab kõverjoone puutuja punktis *A*.

115. Tiirlemise periood, tiirude arv ja joonkiirus. Punkti ühtlane ringliikumine on määratud järgmiste suurustega. Ühe täistiiru tegemise aega nimetatakse tiirlemise p e r i o od i k s. Perioodi tähistatakse T-ga. Perioodi asemel võib tiirlemist määrata tiirude arvuga sekundis ν[1]. Siis tiirlemise periood

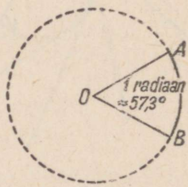
$$T = \frac{1}{\nu}\,; \quad \nu = \frac{1}{T}\,.$$

Tõepoolest, kui tiirude arv ühes sekundis on 50, siis periood $T = \frac{1}{50} = 0{,}02$ sek.; ümberpöördult, kui periood $T = 2$ sek., siis tiirude arv sekundis $\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2}$ tiiru 1 sek-s. Tehnikas võetakse harilikult tiirude arv n minutis, siis

$$\nu = \frac{n}{60}\,.$$



Joon. 160. Nurkkiiruse jäävus ja joonkiiruse muutlikkus raadiuse mitmesugustes punktides.



Joon. 161.

Kui selle ringjoone raadiuse, mida mööda liigub punkt, tähistame R-ga, siis ühtlase ringliikumise kiirust või nn. joonkiirust võime arvutada järgmiselt. Täistiiru T vältel käib punkt läbi ringjoone pikkusega $2\pi R$, siit joonkiirus

$$\boxed{v = \frac{2\pi R}{T} \quad \text{või} \quad v = 2\pi R\nu.} \qquad \text{(XXIX-a)}$$

[1] Kreeka täht „nüü".

116. Nurkkiirus. Keha pöörleva liikumise iseloomustamiseks pole küllaldane teada joonkiirust, mida mõõdab 1 sek-s läbikäidud kaare pikkus. Ringliikumise juures on igal raadiuse punktil isesugune joonkiirus; ühesuguse aja jooksul nad käivad läbi erinevad teed, näiteks AB, A_1B_1 ja A_2B_2 (joon. 160). Olgugi et igal punktil on oma joonkiirus, on nende kõikide jaoks pöördumisnurk üks ja sama. Selle põhjal iseloomustatakse ringliikumist nurkkiirusega. *Pöörlemise nurkkiirust mõõdab raadiuse poolt ühes sekundis moodustatud nurk.*

Nurkkiiruse mõõtmise juures nurki ei mõõdeta kraadides, vaid r a d i a a n i d e s. *Radiaaniks nimetatakse nurka, millele vastav kaar on võrdne raadiuse pikkusega.*

Kuna terves ringjoones on 2π kaart, mille pikkus on võrdne raadiusega (ringjoone pikkuse valemi $2\pi R$ järgi), siis on silmanähtav, et radiaani suurust kraadides saame kergesti, kui jagame 360° 2π-ga. Saame ligikaudu 57,3° (joon. 161).

Ühe punkti ümber olevate nurkade radiaanide arv on $\frac{2\pi R}{R} = 2\pi$; ühel pool diameetrit olevate nurkade radiaanide arv on π; täisnurk on $\frac{\pi}{2}$ radiaani.

Ühe täispöörde (T) jooksul raadius moodustab nurga 2π radiaani. Kui märkida nurkkiirus ω-ga (omega), siis

$$\boxed{\omega = \frac{2\pi}{T}, \text{ ehk } \omega = 2\pi\nu.} \qquad \text{(XXX)}$$

Siis joonkiirus $v = 2\pi\nu R = \omega R$;

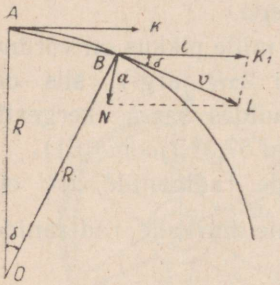
$$\boxed{v = \omega R.} \qquad \text{(XXX-a)}$$

Nurkkiiruse ühikuks võetakse niisugune nurkkiirus, kus 1 sek. jooksul toimub pööre 1 radiaani võrra.

Tähistatakse: $\frac{\text{radiaan}}{\text{sekund}}$.

117. Kesktõmbe kiirendus. Ühtlasel ringliikumisel kiiruse arvuline suurus on j ä ä v, kuid järjest muutub kiiruse suund, kuna see igal momendil on suunatud piki puutujat. (Peame meeles, et kiirus on vektor.) Seepärast peame ühtlase ringliikumise kiirust lugema muutuvaks suuruseks. Sel juhul on tegemist kiiruse muutumisega igas ajavahemikus, s. o. kiirendusega.

Sirgjooneliselt liikumiselt kõverjoonelisele siirdumisega laieneb kiirenduse mõiste. Mitteühtlase sirgjoonelise liikumise kiirendus muudab ainult kiiruse suurust, mitte selle suunda. Ühtlase ringliikumise kiirendus ei muuda suurust, vaid selle suunda. Mitteühtlases kõverjoonelises liikumises muutuvad nii kiiruse suurus kui ka suund. Siit nähtub, et kõverjoonelise liikumise kiirenduse vektor ei ühti kiiruse vektoriga.



Joon. 162. Kesktõmbe kiirenduse valemi tuletamise juurde.

Kiiruse muutuse kindlakstegemiseks punktist A kuni punktini B (joon. 162) tõmbame läbi punkti B joone BK_1 paralleelselt kiirusega punktis A ja asetame talle lõigu BK_1, võrdse AK-ga. Asend B on võetud väga väikese ajavahemiku t tagant ja väga lähedal asendile A; ainult joonise selguse mõttes on võetud kaar AB suurem. Seega BK_1 näitab, milline oleks olnud kiirus punktis B, kui poleks olnud vahepeal mingit muutust, aga BL kujutab tegeliku kiiruse suurust ja suunda samas punktis.

Et kindlaks teha, kuidas sai vektorist BK_1 vektor BL, lahutame vektori BL parallelogrammi reegli järgi kaheks komponendiks, millest üks olgu võrdne BK_1-ga; siis teiseks on BN.

Nagu jooniselt näha, kiiruse BL saame esialgse kiiruse BK liitmisest teatud vektoriga BN parallelogrammi reegli järgi.

Järelikult vektor BN kujutab seda kiiruse muutust, mis tuleb liita kiirusega punktis A, et saada kiirust punktis B.

Kiirendus a on arvuliselt võrdne lõigu BN-ga, jagatud kaare AB läbimiseks kuluva ajaga t $\left(a = \frac{BN}{t}\right)$. Seejuures saadud suurus kujutab otsitavat kiirendust punktis A seda täpsemalt, mida väiksem on ajavahemik. BN arvutamiseks võrdleme kahte kolmnurka BLN ja AOB; need on võrdhaarsed: $AO = BO = R$ (raadiused;) $BL = LN = BK_1 = v$ (joonkiirus); nendes kolmnurkades on tipunurgad võrdsed: $\angle AOB = \angle BLN$ (kui ristiseisvate haaradega nurgad). Need kolmnurgad on sarnased. Nende vastavad küljed on võrdelised:

$$\frac{BN}{BL} = \frac{AB}{AO}.$$

Kõõlu AB võib asendada kaarega AB, kui ajavahemik on kaduvväike (matemaatika annab võimaluse selle asendamise juures arvutada vea suurust: 1′ kaare jaoks ilmneb viga kaheteistkümnendas kohas pärast koma).

Kaar AB on ühtlasel liikumisel aja t jooksul läbitud tee pikkus, s. o. $\overset{\frown}{AB} = v \cdot t$; $\frac{BN}{t} = a$; kust $BN = a \cdot t$;

$$BL = v;\ AO = R;\ \text{siis}\ \frac{a \cdot t}{v} = \frac{v \cdot t}{R};$$

$$\boxed{a = \frac{v^2}{R}.} \qquad \text{(XXXI-a)}$$

Valem näitab, et kiirenduse suurus oleneb ainult pöörlemise kiirusest ja raadiusest. *Kiirendus on võrdeline joonkiiruse ruuduga ja pöördvõrdeline ringi raadiusega.*

Et määrata kiirenduse vektori suunda, tuleb arvutada, kui suur on parallelogrammi külgede BN ja BL vaheline nurk, kui ajavahemik t muutub nulliks ja punkt B ühtib punktiga A.

Kui tähistada nurk AOB δ-ga, siis $\angle BLN = \delta$ ja nurk $NBL = \frac{180 - \delta}{2} = 90 - \frac{\delta}{2}$. Aja t vähenedes kaar AB ja kesknurk δ lähenevad nullile ja asendis A on nurk $NBL = 90°$. Järelikult igas punktis on *ühtlase ringliikumise kiirendus suunatud ringi keskpunkti*, mispärast nimetataksegi seda k e s k t õ m b e k i i r e n d u s e k s.

Asetades kiirenduse valemisse v väärtused, saame järgmised valemid a jaoks:

$$\left.\begin{aligned} a &= \frac{\left(\frac{2\pi R}{T}\right)^2}{R} = \frac{4\pi^2 R^2}{T^2 R}; & \boxed{a = \frac{4\pi^2 R}{T^2}.} \\ a &= \frac{(2\pi \nu R)^2}{R}; & \boxed{a = 4\pi^2 \nu^2 R.} \\ a &= \frac{(\omega R)^2}{R}; & \boxed{a = \omega^2 R.} \end{aligned}\right\} \quad \text{(XXXI-b)}$$

118. Kesktõmbe- ja kesktõrjejõud [1]. Me nägime eespool, et ühtlase ringliikumise juures on tegemist kesktõmbekiirendusega. Järelikult igasse ringliikumises olevasse kehasse peab mõjuma jõud.

Selle suund ühtib kesktõmbekiirenduse suunaga.

Sellepärast nimetatakse seda jõudu k e s k t õ m b e j õ u k s. Iga jõud võib tekitada kiirendust ainult iseenda suunas ja liikumine oleks sirgjooneline, kui ei oleks antud jõu suunaga mitteühtivat algkiirust.

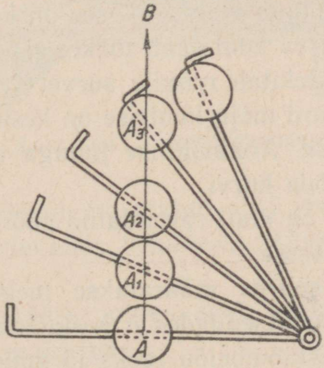
Järelikult masspunkti ühtlaseks ringliikumiseks on tarvilikud kaks tingimust: algkiiruse olemasolu ja suuruselt konstantse, kiirusega ristiseisva kesktõmbejõu tekkimine.

---

[1] Kesktõmbejõudu nimetatakse ka tsentripetaaljõuks, kesktõrjejõudu — tsentrifugaaljõuks. Tõlkija.

Ringliikumisel jõud muudab kiiruse suunda, painutades teed kogu aja, kuid mitte mingil tingimusel ei lähenda keha ringi tsentrile, vaid ümberpöördult, hoiab seda kõrvalekaldumatult ringjoonel.

Kesktõmbejõu tekkimise seletamiseks võtame ühe lihtsaima juhu. Kuul on pandud teljel-pöörlevale vardale: varda ots on keeratud konksu (joon. 163). Kui pöörata varrast joonisel näidatud horisontaalsest asendist kellaosuti liikumise suunas, siis esimesel momendil saavad varda kõik punktid ja kuul kiiruse, mille suund kuuli jaoks on kujutatud noolega AB. Kuuli inertsi tõttu liigub kuul piki varrast ja võtab üksteisele järgnevalt asendid A_1, A_2 ja A_3, nihkudes varda otsa. Liikumine esialgses suunas lakkab, kui kuul puudutab konksu. Säilitades inertsi tõttu kiirust, kuul surub konksule; see jõud on raadiuse sihis ja väljapoole. See tekitab konksule deformatsiooni, kus ka



Joon. 163. Kesktõmbejõu tekkimine.

tekib elastsusjõud. Viimane jõud mõjutab kuuli. Mehaanika kolmanda seaduse järgi mõjub konks kuulile jõuga, mis on suuruselt võrdne, kuid vastassuunaline, järelikult raadiuse sihis keskpunkti poole. Jõud, millega konks mõjutab kuuli, ongi kesktõmbejõuks. Seega *kesktõmbejõud on jõud, millega* *kinnihoidev keha mõjub ringliikumises olevasse kehasse.* See on rakendatud pöörlevasse kehasse ja suunatud keskpunkti.

Mõju takistusele aga tekib pöörleva keha inertsi tõttu. *Jõudu, millega ringliikumises olev keha inertsi tõttu mõjub kinnihoidvasse kehasse, nimetatakse kesktõrjejõuks ja selle mõjumise suund on keskpunktist kaugemale. Kesktõmbe- ja kesktõrjejõud on rakendatud kahesse erinevasse kehasse ja neid ei saa asendada ühe resultandiga.*

Kesktõmbe- ja kesktõrjejõud tekivad ja kaovad mõlemad ühel ajal.

Mehaanika kolmanda seaduse järgi on nad võrdsed ja vastassuunalised.

Vaatleme teisi ringliikumise näiteid. Nööri otsas rippuv kaaluviht saab käe liikumisest nööri kaudu tõuke; tal tekib kiirus v; inertsi tõttu püüab viht liikuda kiiruse suunas ja kutsub nööris välja tõmbe — see on kesktõrjejõud. Nööris tekkinud elastsusjõud mõjub vihisse — see on kesktõmbejõud.

Ringrennil asetsev kuul saab tõuke; saadud kiiruse säilitamine inertsi tõttu tekitab rennile survet (rennile rakendatud kesktõrjejõud). Renni mõju kuulisse on kesktõmbejõud; see on rakendatud kuulisse. Analoogilise juhuga on tegemist vagunite liikumisel mööda kurvi.

Kesktõmbejõud on alati rakendatud pöörlevasse kehasse ja kesktõrjejõud seotisesse.

Kesktõmbejõu suurus määratakse mehaanika teise seaduse järgi: $F = ma$. Asendades a kesktõmbejõu kiirendusega §-st 117, saame kesktõmbejõu jaoks järgmise avaldise:

$$F = \frac{mv^2}{R}; \quad F = \frac{4\pi^2 mR}{T^2}; \quad F = 4\pi^2\nu^2 mR; \quad F = \omega^2 mR.$$

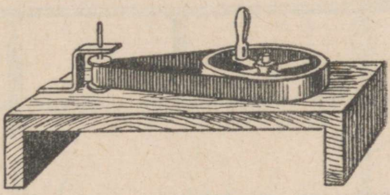
Kesktõrje- ja kesktõmbejõude saab mõõta, kui siduda nöör vihiga dünamomeetrile ja panna see pöörlema. Dünamomeeter näitab jõu suurust.

Katsed kooskõlas eelmiste valemitega näitavad, et *ühe ja sama ringi raadiuse puhul on jõud võrdeline kiiruse ruuduga;*

ühe ja sama perioodi puhul on jõud võrdeline selle ringi raadiusega, mida mööda pöörleb keha.

Alguses näib, nagu poleks esimesed kaks jõuavaldist omavahel kooskõlas. Esimeses on raadius nimetajas, teises — lugejas, s. o. esimeses avaldises osutub jõud *pöördvõrdeliseks* raadiusega, kuid teises *võrdeliseks* raadiusega. See vasturääkivus kaob, kui täheldame, et jõud peale raadiuse sõltub veel kiirusest, mis samuti võib olla muutuv suurus. Esimeses valemis on antud joonkiirus (v), kuid teises nurkkiirus $\left(\frac{2\pi}{T}\right) = \omega$; seepärast esimene valem väljendab järgmist sõltuvust: *jääva joonkiiruse juures on jõud pöördvõrdeline raadiusega* ja teine: *jääva nurkkiiruse juures on jõud võrdeline raadiusega.*

Kiiruse kasvades kahe-, kolme-, nelja- jne. kordseks kasvab kesktõmbejõud 4, 9, 16 jne. korda.



Joon. 164. Tsentrifugaalmasin.

Sellepärast võivad üle teatud piiri võetud kiirused saada kardetavaks pöörlevatele kehadele, näiteks turbiinidele, hooratastele jt.

Kiiruse ülemmäära juures saab kesktõmbejõud võrdseks materjali tugevuse piiriga.

Tugevuspiir on suurim deformeeriv jõud, mille puhul keha säilitab veel oma terviklikkuse.

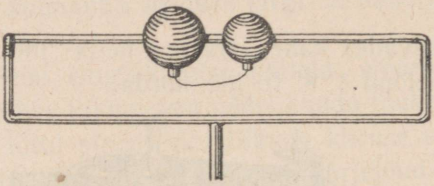
Kui kiirus kasvaks ülemmäärast suuremaks, siis oleks kehaosakeste pöörlemise jätkamiseks tarvis tugevuse piirist suuremat kesktõmbejõudu.

Seda pole aineosakesed võimelised andma. Seepärast puudub jõud, mis saaks muuta osakeste kiiruse suunda, ja osakesed lendavad puutujaid mööda laiali. Sellest tulenevadki pöörlevate kehade purunemised liigselt suurest kiirusest, nagu näiteks: niitide katkemised, rööbaste, hoorataste ja rennide murdumised jne.

Purunemise või katkemise momendil kaovad üheaegselt omavahel võrdsed kesktõmbe- ja kesktõrjejõud ja kehaosad jätkavad oma teed inertsi tõttu, esialgu puutujat mööda.

Eespool tuletatud jõu, massi ja tiirude arvu vahelist sõltuvust võib kontrollida nn. tsentrifugaalmasinaga (joon. 164 [1]).

Tsentrifugaalmasin koosneb lauast, millele on kinnitatud kahe ratta teljed. Rattad on ühendatud lõputu rihmaga. Väik-



Joon. 165. Kesktõmbejõu olenevus massist.

sema ratta tsentrisse on tehtud pesa, millesse saab asetada mitmesuguste riistade pidemeid.

Joonisel 165 kujutatud riistal saab näidata keha massi mõju kesktõmbejõu suurusele.

Kaks erinevate massidega kuuli, mis on niidiga ühendatud, asetatakse vardale nii, et nende tsentrid asetseksid pöörlemisteljest ühesugusel kaugusel. Kui rattad panna pöörlema, siis paiskuvad mõlemad kuulid suurema poolele. Mõlemad mõjuvad niidile, kuid suurema mõju osutub suuremaks.

Lähendades suuremat tsentrile, võib leida sellise asendi, kus enam ei teki ühele poolele paiskumist. Selline asend saab tekkida ainult võrdsete kesktõrjejõudude F_1 ja F_2 puhul.

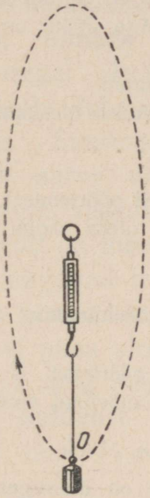
---

[1] Joonisel 164 kujutatud riista asemel kasutatakse sagedasti vertikaalse teljega elektrimootorit.

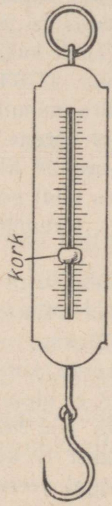
Jõudude võrdumisest saame võrduse:

$$4\pi^2\nu^2 m_1 R_1 = 4\pi^2\nu^2 m_2 R_2,$$

kust $m_1R_1 = m_2R_2$, s. o. kuulide kaugused pöörlemisteljest on sel juhul pöördvõrdelised kuulide massidega, mida ka mõõtmised kinnitavad.



Joon. 166. Kesktõrjejõu mõõtmine dünamomeetri abil.



Joon. 167. Dünamomeeter korgitükiga.

Kui lõpuks kinnitada tuntud massiga kuul niidi otsa, niit siduda dünamomeetri külge (joon. 166) ja panna pöörlema, siis saame dünamomeetri abil mõõta igale massile, raadiusele ja tiirude arvule vastavat kesktõmbejõudu.

Et oleks võimalik saada dünamomeetri näitamist, asetatakse tema pilusse tükk korki, mis jääb seisma dünamomeetri suurima näitamise kohale (joon. 167).

Harjutus 22.

1) Rong sõidab kurvil, mille raadius $R = 200$ m, kiirusega 36 km/t. Leida kesktõmbekiirendus.

Vastus: 0,5 m/sek^2.

2) Ratas, mille diameeter on 80 cm, teeb 3000 tiiru/min. Leida kesktõmbekiirendus ja äärmisel pinnal asuva punkti joonkiirus.

Vastus: 39 480 m/sek^2.

3) Kuul, mille mass $m = 20$ g, pöörleb 60 cm-lise niidi otsas vertikaalses tasapinnas ja teeb 60 tiiru/min. Mitu düüni on kesktõmbejõud? Võrrelda seda kuuli kaaluga.

Vastus: 47 374 dn; 2,4 korda suurem.

4) Mitu tiiru minutis peab tegema eelmise ülesande kuul, et kesktõmbejõud oleks võrdne selle kaaluga?

Vastus: 38 tiiru minutis.

5) Kui pika niidi peame võtma, et kuuli pöörlemisel niidi tasapinnas kiirusega 120 tiiru/min kesktõmbejõud oleks kolm korda kaalust suurem?

Vastus: $\approx$ 18 cm.

6) Arvutada Maa pöörlemise kesktõmbekiirendus ekvaatoril; Maa raadius — 6370 km.

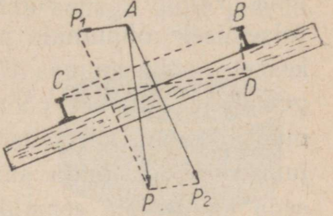
7) Mitu korda kiiremini peaks Maa pöörlema, et ekvaatoril asetsevatel kehadel ei oleks kaalu, s. o. kesktõmbejõud võrduks Maa külgetõmbega (võtta $g = 980$)?

Vastus: 17 korda.

8) Kas kõigil veereva ratta punktidel on ühesugune kiirus; kui ei ole, siis kus on suurim ja kus on väikseim?

119. Pöörlemise inertsiga seletatavaid nähtusi; tsentrifugaalmehhanismid. 1. Kurvidel asetatakse välimine rööbas sisemisest kõrgemale. Sellest tekib vaguni kaldumisel raskusjõu P komponent P_1 (joon. 168), mis ongi kesktõmbejõuks ja muudab inertsi tõttu tekkiva sirgjoonelise liikumise ringliikumiseks. Elavad olendid tekitavad pöördel ise oma lihastega tarviliku keha kalde. Autod, mis ei saa teha kallet, peavad kurvidel oma liikumist tublisti aeglustama, muidu autokere tagumine osa jätkab sirgjoonelist liikumist ja auto võib ümber pöörduda.

Vagun, liikudes raudteetammil, peab avaldama rööbastele raudteetammiga ristiseisvat survet, muidu tekiks rööbastele külgsurve ja nad kuluksid ruttu läbi. Horisontaalset sirget mööda liikudes tekitatakse surve vaguni raskusega ja sellejuures teostub jõu ja tee ristiseis. Kurvil annab vaguni raskus ühe komponendi kesktõmbejõu näol ja teise, mis tekitab survet. Et surve oleks seejuures risti rööbastega, on tarvis tõsta välimist rööbast. Kaldenurga suurusest oleneb kesktõmbejõu lubatud suurus, viimane aga on seotud kiirusega; järelikult on iga kalde jaoks lubatud ainult teatud kiirus. Suurema kiiruse juures tekib surve välimisele, väiksema juures sisemisele rööpale. Tegelikult on lubatud raudteekurvidel mitmesugused kiirused, mis kõiguvad teatud vahemikus. Kui aga kiirus väga palju ületab normaalse, siis rööpa elastsusest tekkinud kesktõmbejõust ei piisa sirgjoonelise liikumise muutmiseks ringliikumiseks ja rong jookseb inertsi tõttu rööbastest välja.



Joon. 168. Vaguni liikumine käänakul.

Kiiruse sõltuvust kaldnurgast määratakse järgmiselt (joon. 168): $\triangle APP_1 \backsim \triangle BCD$. Kolmnurkade sarnasusest saame:

$$\frac{P_1}{P} = \frac{BD}{CD}.$$

Kui rööbaste laius on d [1], välimise rööpa tõusu kõrgus sisemise suhtes on $h = BD$, kõverusraadius R, siis $\frac{P_1}{P} = \frac{h}{d}$; kuid

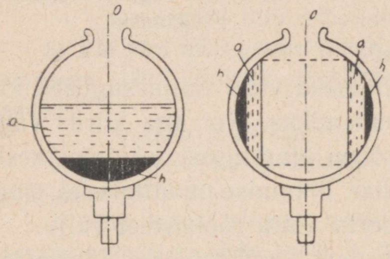
$$P_1 = \frac{mv^2}{R}; \quad P = mg \quad \text{ja} \quad \frac{mv^2}{R} = \frac{mgh}{d};$$

kust

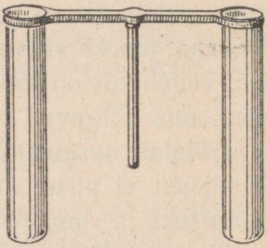
$$v = \sqrt{\frac{ghR}{d}} \quad \text{ja} \quad h = \frac{dv^2}{Rg}.$$

[1] Seetõttu et nurk on väike, võib rööbaste laiust CB võtta täisnurkse kolmnurga küljeks CD.

2. Kui kallata kerakujulisse klaasnõusse mitmesuguse tihedusega vedelikke, näiteks (joon. 169) õli, vett ja elavhõbedat, lisada veel korgitükikesi ja panna kõik pöörlema tsentrifugaalmasinal, siis võime näha, et vedelikud asetuvad rõngastena: välimine — elavhõbe, järgmine — vesi, edasi — õli (sisemisele õlipinnale paigutuvad korgitükikesed) ja lõpuks keskel — õhusammas. Üldse, mida tihedam vedelik, seda kaugemale asetub see pöörlemisteljest. Samalaadne nähtus toimub ka juhul, kui vedelikus on mitmesuguseid pulbreid. Seejuures jällegi, mida suurem on pulbri aineosakeste erikaal, seda kaugemale eemalduvad nad teljest. Sellist pöörlemist



Joon. 169. Erinevate tihedustega vedelikkude jagunemine pöörlemisel.



Joon. 170. Pulbrite analüüs.

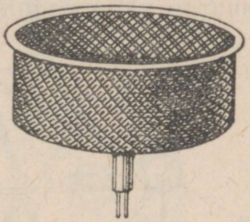
tsentrifugaalmasinal ehk nn. tsentrifuugimist kasutatakse pulbrite eraldamiseks terakeste suuruse järgi, vere analüüsil, mitut liiki kõvade kehade eraldamisel uriinist jts. (joon. 170). Tsentrifugaalmasinat, mida kasutatakse väiksema erikaaluga rasvaine eraldamiseks teistest piima osadest, nimetatakse s e p a r a a t o r i k s ehk koorelahutajaks.

Auklikkude seintega tsentrifuugi kasutatakse mee eraldamiseks kärgedest, vee eraldamiseks suhkrust (suhkru kuivatamine), vee eraldamiseks märjast riidest, pesust jts. (joon. 171).

3. T s e n t r i f u g a a l r e g u l a a t o r. Kesktõrjeregulaatori ehitust näeme joonisel 172. Muhv on kangi abil ühen-

datud klapiga, mis reguleerib auru juurdevoolu aurumasina silindrisse. Regulaator pöörleb ühes võlliga.

Kiiruse suurenemisel kaugenevad inertsi tõttu kerad M ja M_1 teineteisest ja tõstavad muhvi kõrgemale; sellega ühenduses olev kang pöörab klappi, vähendab sellega auru juurdevoolu silindrisse ja masina kiiruse kasvamine lakkab. Kiiruse vähenemisel on nähtuse käik vastupidine.


Joon. 171. Kesktõrjekuivati.

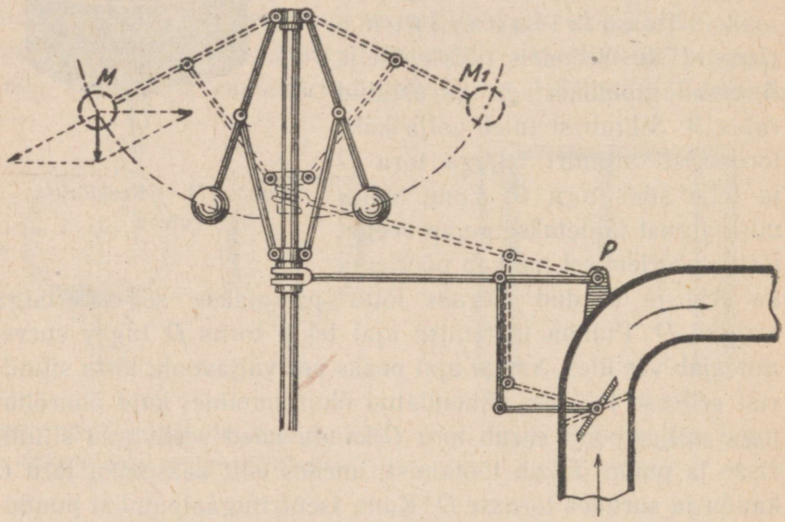
4. T s e n t r i f u g a a l p u m p (joon. 173). Silindris pöörleb telje A otsas labidakestega varustatud ratas B. Silindrist tuleb välja kaks toru: risti silindri teljega toru D ja telje sihis toru C. Enne töötamise algust täidetakse pump veega. Ratta pöörlemisel hakkab pöörlema ka vesi ja saadud kiiruse tõttu paisatakse see inertsiga torusse D. Pumba töötamise ajal tekib torus D tugev surve, mis ajab vee üles. Samal ajal peaks vee väljavoolu tõttu silindrist sellesse tekkima vähendatud õhurõhumine, kuid õhurõhumine väljastpoolt surub toru C kaudu uued veehulgad silindrisse ja pump jätkab töötamist, imedes vett basseinist toru C kaudu ja surudes torusse D. Kuna tsentrifugaalpumbal puuduvad klapid, siis võib ta läbi lasta ka sogast vett ja isegi liiva.

Tsentrifugaalpumpa kasutatakse nii veevärgis kui ka kanalisatsioonivõrgus.

Seda võib kasutada ka õhu imemiseks ja surumiseks. Selliseks otstarbeks kasutatud pumpa nimetatakse v e n t i l a a t o r i k s.

5. V e t r u v a r õ n g a p ö ö r l e m i n e. Kui asetada tsentrifugaalmasinale vetruvad rõngad, mis on alt kinnised ja ülevalt libisevad varrast mööda (joon. 174), ja panna masin pöörlema, siis rõngas laieneb pöörlemisteljega ristiseisvat dia-

meetrit mööda ja võtab ovaalse kuju. Rõnga iga punkt saab pöörlemisel isesuguse joonkiiruse: teljel enesel nullilise ja suurima ekvaatoril. Et muuta inertsi tõttu tekkivat sirgjoonelist liikumist ringliikumiseks, on tarvis seal suurimat kesktõmbejõudu, kus on suurim kiirus; kuid suurim kesktõmbejõud saab tekkida elastsuse arvel suurima venituse juures; sellepärast suurim väljavenimine tekib ekvaatoril ja kera surutakse telje

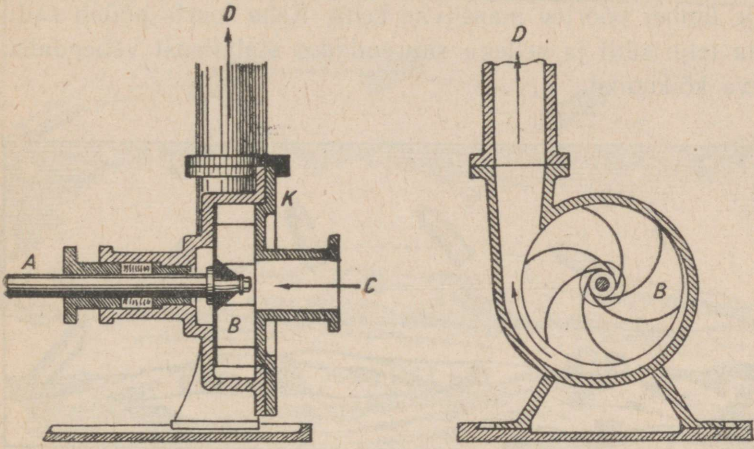


Joon. 172. Tsentrifugaalregulaator.

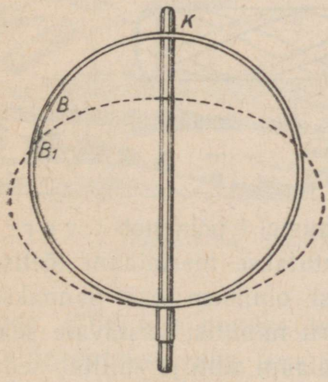
sihis kokku. See katse seletab kõikide planeetide juures tähelepandavat lapikust pöörlemistelje sihis. See võis tekkida sel ajal, kui planeedid olid veel vedelas olekus.

6. Pöörlemistelje sihi säilimine. Kõik pöörleva keha punktide kiirused asetsevad pöörlemistasapinnas (joon. 175). Keha inerts avaldub kiiruse suuruse ja suuna säilimises. Pöörleva keha inerts viib sellele, et pöörlemistasapind ja pöörlemistelg säilitavad oma sihi. Kui võtta pöörleva ratta

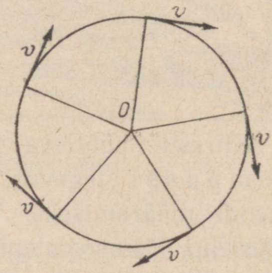
telg laagritelt, siis ta veereks teed mööda, säilitades pöörlemistelje sihti, kuni hõõrdumine selle kiirust ei vähenda. Pöörleva keha inertsil põhjeneb vurrilaskmine.



Joon. 173. Tsentrifugaalpump.



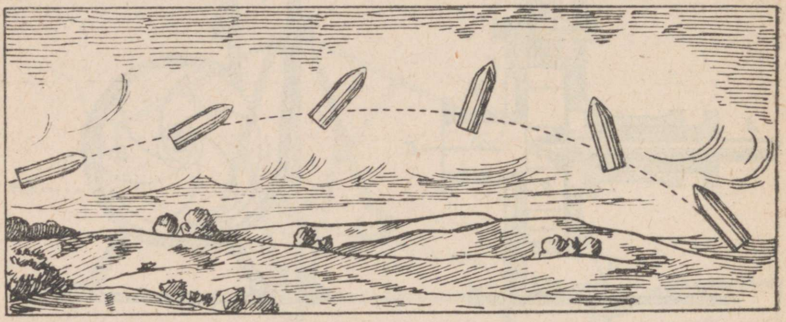
Joon. 174. Vetruva rõnga pöörlemine.



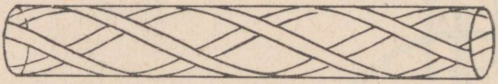
Joon. 175. Kiiruse suuna ja pöörlemistelje sihi säilimine.

Samuti kasutatakse seda nähtust stabiilsuse andmiseks laevadele ja üherööpaga raudtee vagunitele (meil üherööpaga raudteid ei tarvitata).

Et vähendada laeva kõikumist, asetatakse tema sisemusse telje ümber pöörlev massiivne keha. Keha inerts püüab säilitada telje sihti ja sellega suurendades stabiilsust vähendabki laeva kõikumist.



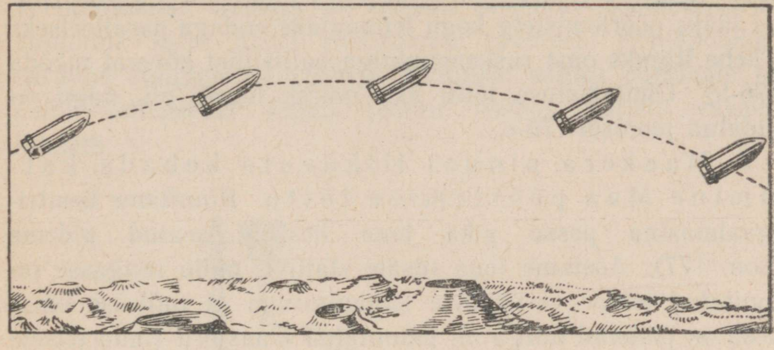
Joon. 176. Mittepöörleva pikerguse kuuli lend õhus.



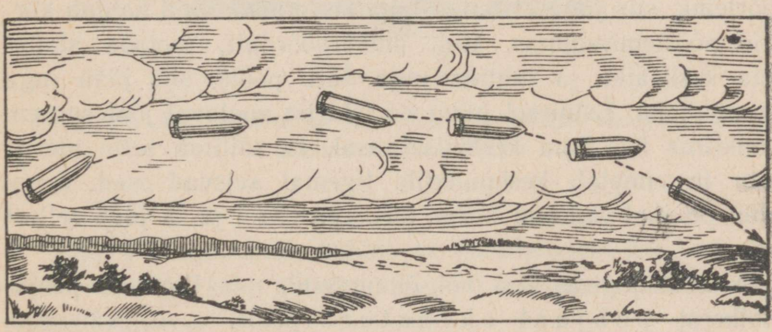
Joon. 176-a. Kruvijooneline lõige vintpüssi sisemisel seinal.

Kiiresti pöörleva keha omadustel põhjeneb **vurrkompassi** tegevus, mida kasutatakse meridiaani tõelise asendi määramiseks. Vurrkompassi olulisem osa pannakse pöörlema kiirusega kuni 20 000 tiiru minutis; vastavate seadiste abil tuleb selle telg alati meridiaani sihti ja säilitab seda pöörleva keha inertsi tõttu.

Pöörlemistelje sihi säilivust kasutatakse lasketabavuse tõstmiseks. Kui asendada kerakujuline mürsk terava otsaga silindrikujulise mürsuga, siis õhutakistus märksa väheneb. Kuid säärase kujuga kuulid teeksid õhus uperpalli ja tabaksid märki kas küljega või põhjaga, aga mitte teravikuga



Joon. 176-b.



Joon. 176-c. Pöörleva mürsu liikumine õhus.

(joon. 176). See puudus kõrvaldatakse nii, et mürsule või kuulile antakse raua sees peale translatoorse liikumise veel ümber telje pöörlev liikumine.

Selleks otstarbeks tehakse toru sisemisele seinale kruvijooneline lõige, mis on kujutatud joonisel 176-a.

Laengu plahvatusel saab kuul või mürsk püssirohu gaasidelt tõuke, mille tõttu nad hakkavad liikuma piki toru, aga kruvijoonelise lõike tõttu samal ajal pöörlema ümber telje. Torust väljumisel nad säilitavad kiire pöörlemise; õhuta ruumis jääks pöörlemistelg kogu lennuajaks endaga paralleelseks ja keha liiguks oma raskuspunktiga ballistilist kõverat mööda (176-b). Õhutakistuse tõttu aga mürsk liigub nii, nagu on näidatud joonisel 176-c.

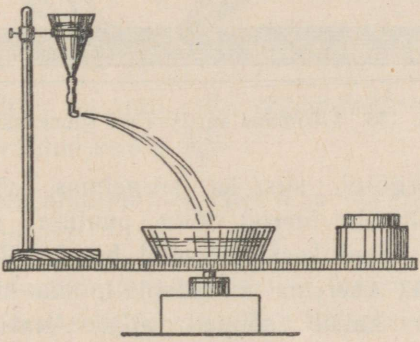
7. Maakera pinnal liikuvate kehade kaldumine Maa pöörlemise tõttu. Kinnitame tsentrifugaalmasina pessa pika laua keskele seatud pideme (joon. 177). Asetame laua otsale statiivi, mille rõngasse on kinnitatud lehter vertikaalse kummitoruga ja millesse omakorda on pistetud nurga all painutatud klaastoru (laua teisele otsale paneme statiivi tasakaalustamiseks mingi raskuse). Kui kallata lehtrisse vett, siis joonisel näidatud juhul juga langeb keskpaika, niikaua kui laud on paigal. Kui aga laud panna pöörlema, siis juga ei lange laua keskpaika, vaid kaldub kõrvale pöörlemissuunas. Kui, ümberpöördult, asetada statiiv laua keskpaika ja juhtida juga ääre poole, siis jääb juga lauast maha. Esimesel juhul on lehtrist voolaval joal suurem joonkiirus kui laua keskmisel osal, ta säilitab selle inertsi tõttu ja ennetab keskpunktile ligemal seisvad osad. Teisel juhul on joal väiksem kiirus kui laua äärel ja ta jääb sellest maha.

Niiviisi jõgede vesi või õhumassid, mis liiguvad põhjapoolkeral põhjast ekvaatori poole, s. o. väiksema joonkiirusega kohtadest suurema joonkiirusega kohtade poole, jäävad neist maha, ja kalduvad läände (Maa pöörleb läänest itta), s. o. kalduvad paremale, kui vaadata liikumise suunas. Samasuguste masside liikumisel ekvaatorilt põhja poole tekib kaldumine itta, s. o. jällegi paremale[1]. Siit

[1] Veevoolude kaldumise põhjapoolkeral paremale avastas vene õpetlane Baer ja see kannab Baeri seaduse nime.

tekib põhjapoolkeral jõgede paremate kallaste ühtumine ja tuulte kõrvalekaldumine meridiaani sihist.

Maa pöörlemine põhjustab veel terve rea sarnaseid kõrvalekaldumisi. Sellega on näiteks seletatav rööbaste erinev kulumine kahe paari rööbastega raudteel. Põhjapoolkeral suruvad rongirattad rohkem liikumise suhtes paremale rööpale; sellepärast kulub parem rööbas küljelt vasakust rohkem.



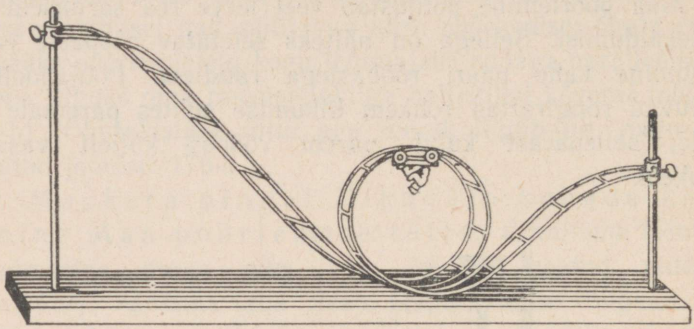
Joon. 177. Maa pöörlemise tõttu liikuvate kehade kõrvalekaldumise demonstreerimise seadis.

Vabalt langev keha kaldub vertikaaljoonest itta; see saab nähtavaks, kui keha kukub suuremalt kõrguselt, näiteks sügavasse šahti.

Analoogiliselt jõeveele ja tuulele kalduvad kahurimürsud kõrvale, kui laskmine toimub meridiaani või sellele lähedases sihis, mida märkilaskmisel tuleb arvestada.

8. L i i k u m i n e v e r t i k a a l s e t s õ l m e m ö ö d a. Tsirkustes liiguvad sagedasti autod ja jalgrattad vertikaalsesse ringsõlme keeratud teed mööda (joon. 178). Selline liikumine on võimalik ainult suurema algkiiruse juures. Kui

kiiruse suurus on tõusu algul sõlme juures arvuliselt suurem sellest vähenemisest, mis tekib raskusjõu tõttu sõlme



Joon. 178. Liikumine vertikaalset sõlme mööda.

läbimõõdu kõrgusel, siis ka kõrgeimas sõlmpunktis on kehal tung liikuda inertsi tõttu puutujat mööda. Sõlme elastsusest tekitatud kesktõmbejõud hoiab keha sõlme peal. Kui lasta keha veerema madalamalt, siis kiirus pole piisav ja keha kukub sõlmelt alla. Analoogilist katset võib teha kopsiku ja veega: tiirlemise küllaldase kiiruse juures vesi ei voola kopsikust välja ka siis, kui kopsikul on põhi ülal.

1. n ä i d e. Arutame läbi küsimuse, missuguselt kõrguselt peame kuuli renni mööda alla laskma, et ta, tehes 20 cm läbimõõduga ringsõlme, ei kukuks kõrgeimast sõlmepunktist alla.

A n t u d: Sõlme raadius r, vabalangemise kiirendus g. L e i d a langemiskõrgus h.	Kuul ei kuku kõrgeimast sõlmepunktist sel juhul, kui tema kaal on võrdne selle kesktõmbejõuga, mis on vajalik kuuli ringliikumiseks.

Siis saab keha enda kaalu arvel kesktõmbekiirenduse ja ei jää üle jõudu, mis kutsuks välja vaba langemise. Kui tähistame keha massi m-ga, kaalu P-ga ja kesktõmbejõu F-ga, siis selleks tingimuseks, et kuul ei kukuks sõlme kõrgeimast punktist, on võrdus:

$$P = F.$$

Kuid $P = mg$ ja $F = \frac{mv^2}{r}$, kus v on kiirus sõlme kõrgeimas punktis, järelikult:

$$mg = \frac{mv^2}{r} \text{ ehk } v = \sqrt{gr}.$$

Kuid oma kiiruse saab kuul kaldpinnast allaveeremisel.

Kui algkiirus on null, siis langemiskiirus ei olene tee kujust ja on võrdne $v = \sqrt{2gs}$.

Kuul langeb alguses kõrguselt h ja siis tõuseb sõlme diameetri $2r$ kõrgusele.

Selline liikumine vastab kuuli langemisele kõrguselt $h - 2r$. Seepärast selle kiirus sõlme kõrgeimas osas on:

$$v = \sqrt{2g(h - 2r)}.$$

Mõlemad kiiruse avaldised peavad olema võrdsed:

$$\sqrt{gr} = \sqrt{2g(h - 2r)};$$

$$gr = 2g(h - 2r); \quad r = 2h - 4r; \quad 5r = 2h; \quad h = \frac{5}{2} r;$$

$$h = \frac{5}{2} \cdot 20; \quad h = 50 \text{ cm}.$$

(Arvutamisel on eeldatud kuuli hõõrdumiseta liugumist, aga mitte veeremist.)

2. n ä i d e. Kui suur peaks olema kahurist lastud mürsu horisontaalne kiirus v (kahur asub mittekaugel maapinnast),

et mürsk ei langeks maha, vaid hakkaks liikuma ringjoont mööda ümber Maa, saades viimase satelliidiks.

Antud: Maa raadius R, vabalangemise kiirendus g. Leida v.	Horisontaalselt visatud keha hakkab liikuma ringjoont mööda raadiusega R ainult sel juhul, kui sellele mõjub kesktõmbejõud F.

See jõud peab hoidma keha ringjoonel, s. o. andma temale kesktõmbekiirenduse $\frac{v^2}{R}$.

Kust saab tulla selline jõud? Ainult keha kaalust. Ülesande tingimuste kohaselt annab keha kaal kehale ainult kesktõmbekiirenduse, kuid ei pane teda vabalt langema Maa tsentri poole.

Seega, et kehast saaks Maa kaaslane, on vaja, et kesktõmbejõud saaks kaaluga võrdseks $F = P$:

$$\frac{mv^2}{R} = mg; \quad v = \sqrt{gR}.$$

Kui võtta $R = 6300$ km $= 63 \cdot 10^5$ m ja $g \approx 10$ m/sek^2, siis:

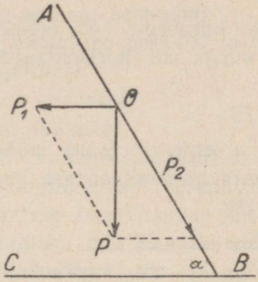
$$v = \sqrt{63 \cdot 10^6 \text{ m}^2/\text{sek}^2}; \quad v = 7{,}9 \text{ km/sek}.$$

3. näide. Missuguse nurga võrra horisondi suhtes peab kalduma inimene, kui ta tahab joosta kiirusega v ringjoont mööda, mille raadius on R (joon. 179)?

Antud: Joonkiirus v, raadius R, vaba langemise kiirendus g. Leida kaldenurk α.	Et tiirelda ringjoont mööda, mille raadius on R kiirusega v, peab kesktõmbekiirendus olema $\frac{v^2}{R}$. Missugune jõud saab anda sellist kiirendust?

Kesktõmbejõud saab tekkida keha kaalu arvel, kuid ei saa sellega võrdseks nagu eelmistes näidetes.

Lahutame keha kaalu P kaheks komponendiks: üks suunaga toetuspunkti B, teine horisontaalses suunas ringi tsentri



Joon. 179.

poole. Esimene jõud P_2 hävib toetuspunkti vastumõju tõttu; teine P_1 saab kesktõmbejõuks. $P_1 = P \cot \alpha$ (kolmnurgas OPP_1) $P_1 = \frac{mv^2}{R}$ (kui kesktõmbejõud); $P = mg$.

Siit $\frac{v^2}{R} = g \cot \alpha$; $\cot \alpha = \frac{v^2}{gR}$ ehk $\tan \alpha = \frac{gR}{v^2}$.

Kui kiiruse asemel on antud tiirude arv ν $(v = 2\pi R\nu)$, siis $\tan \alpha = \frac{g}{4\pi^2\nu^2 R}$.

Sellest seosest võib määrata iga suurust: α, ν ja R, kui teised on antud. Samasugust mõttekäiku rakendame tsentrifugaalregulaatori kerade kõrvalekaldumise nurga määramisel jts.

Harjutus 23.

1) 100 g massiga kuul tiirleb horisontaalset ringjoont mööda 1 m pikkuse niidi otsas ja teeb 60 tiiru minutis; niit moodustab selle juures koonuse külgpinna. Leida kesktõmbejõud.

Vastus: 380 600 dn.

2) Missuguse nurga all vertikaali suhtes peaks olema eelmises ülesandes niit, et kesktõmbejõud oleks 60 000 dn?

Vastus: umbes 33°.

3) Kui pikk peaks olema niit, et kuul teeks 60 tiiru minutis ja pingutaks niiti 30° all vertikaali suhtes?

Vastus: 28,8 cm.

4) Uisutaja liigub kiirusega 10 m/sek ringjoonel raadiusega $R = 40$ m. Missuguse nurga all horisontaal-tasapinna suhtes ta peab kalduma?

Vastus: umbes 75°.

5) Hobune jookseb areenil ringjoont mööda raadiusega $R = 10$ m 25 sek-ga. Leida kaldenurk horisontaal-tasapinna suhtes.

Vastus: umbes 86°.

6) Pendli niidi pikkus $L = 25$ cm. Mitu tiiru minutis peab pendel tegema ringjoont mööda, et niit moodustaks pöörlemisteljega nurga 30°, 45°, 60°?

Vastus: 1,0; 1,2; 1,4.

7) Arvutage Maa pöörlemise kesktõmbekiirendus ekvaatoril ja Kiievi laiusel ($\varphi = 50°$). Maa raadius võtta 6350 km.

Vastus: 2,2 cm/sek^2.

8) Reisija sõidab kinnises autos kõverat teed mööda raadiusega 40 m ja kiirusega 4 m/sek. Tee on horisontaalne. Millisena (sirge, kõver, kuidas suunatud) paistab reisijale autos kukkuva raske kera tee? Millisena paistab sama tee väljaspool autot seisvale vaatlejale? Kuidas ripub kera, kui see riputada pendlina auto lakke?

9) Lendur, kelle kaal $P = 75$ kG, lennates kiirusega $v = 160$ km/t., teeb vertikaalses tasapinnas surmasõlme raadiusega 60 m.

a) Kui suur on lenduri surve lennukile kõige madalamas sõlme punktis?

Vastus: 327 kG.

b) Kui suur on surve kõrgeimas punktis?

Vastus: 177 kG.

10) Missugune rööbas — kas parem või vasak liikumise suunas — kulub rohkem lõunapoolkeral?

11) Miks on ühe rööpapaariga teel mõlema rööpa kulumine ühesugune?

Kirjandus. П а в ш а А. В., Центробежная сила и её техническое использование. P e r e l m a n, Huvitav füüsika II, RK „Teaduslik Kirjandus", Tartu 1949, peatükk III, Ringliikumine. П е р р и, Вращающийся волчок.

KONTROLLKÜSIMUSI.

1) Missugune on kõverjoonelise liikumise kiiruse suund igas kõverjoone punktis?

2) Missugust liikumist nimetatakse ühtlaseks ringliikumiseks?

3) Mida nimetatakse pöörlemise perioodiks? Kuidas on seotud pöörlemise periood pöörete arvuga sekundis?

4) Kuidas väljendub joonkiirus perioodi ja tiirude arvu kaudu?

5) Mis mõõdab nurkkiirust?

6) Mida nimetatakse radiaaniks?

7) Mis on nurkkiiruse ühikuks?

8) Kuidas joonkiirust avaldada nurkkiiruse kaudu?

9) Kas on ühtlasel ringliikumisel kiirendust?

10) Milles avaldub ühtlase ringliikumise kiirendus?

11) Kuidas tuletada ühtlase ringliikumise kiirenduse valemit?

12) Andke kõik kesktõmbekiirenduse valemid.

13) Missugune on kesktõmbe- ja kesktõrjejõudude päritolu, suund, suurus ja toime?

14) Kuidas rakendatakse tehnikas ringliikumise inertsi?

15) Kas keha ühtlasel pöörlemisel kesktõmbejõud teeb tööd?

V. Üldine gravitatsiooniseadus.

120. Taevakehade liikumise uurimine enne Kopernikust. Juba kõige varajasematel kultuurielu aegadel oli inimkonna tähelepanu suunatud taevakehade liikumisele ja huvi selle vastu on kasvanud kultuuri arenemisega. Inimese tootmistegevuse laienemisega komplitseerusid ühiskondlikud suhted, mis omakorda nõudis ajamõõtu ja ajaarvutamist. Esimesed aastapikkuse mõõtmised, kalendri koostamised ja taevakehade vaatlused suuremal hulgal tekkisid neis mais, kus tootmistegevus saavutas suurima arengu, ja nimelt suurte jõgede orgude põllumajanduslikes maades: Egiptuses — Niiluse, Irakis — Tigrise ja Eufrati, Indias — Induse jõe ja Hiinas — Huangho ja Jangtsekiangi kallastel.

Kopernikus (1473—1543).

Kui tootmis-kultuurilise tegevuse tsenter siirdus kreeklastega asustatud maadesse, siis paljud silmapaistvad kreeka astronoomid rikastasid astronoomiat suurte avastustega.

Kreeka astronoom P t o l e m a i o s (sünd. 70. või 77., surn. 147. a.) oma töös „Maailma hiigelehitus” arendas nn. g e o t s e n t r i l i s t (*geo* — kr. k. m a a) süsteemi, asetades maailma keskpunkti liikumatu Maa, mille ümber ringlevad Päike, Kuu, planeedid ja tähed. Geotsentriline vaatepunkt vastas antropotsentrilisele (kr. k. *antropos* — inimene), mida esitasid kõik religioonid, nende hulgas ka kristlik. Selle õpetuse järgi on inimene kõige tsenter ja eesmärk, tema jaoks on jumala poolt loodud kõik looduses, nii loomad kui taimed ja terve anorgaaniline loodus. Kristlik kirik võttis Ptolemaiose süsteemi oma kaitse alla ja toetas seda oma mitu sajandit kestnud võimu jooksul, läbi terve keskaja.

121. Maailma ehitus Kopernikuse järgi. Juba XV sajandil kasvas tugevasti Lääne-Euroopa kaubandus läbikäimise tõttu Idaga.

Kepler[1] (1571—1630).

Kaubavahetust toimetati peamiselt mereteed kaudu; meremehed määrasid oma teed lahtisel merel taevatähtede järgi. Kuid tol ajal olemasolnud planeetide ja tähtede asendite tabelid olid väga vananenud ja erinesid tublisti taevakehade tegelikust asendist. Tabelite parandamise vajadus oli väga suur, huvi astronoomiliste küsimuste vastu kasvas ja selle huvi pinnal tekkis uus maailma ehituse teooria, mille lõi poola astronoom Kopernikus (1473—1543).

Tarvitades tänapäeva keelt, võime Kopernikuse teooria peajooni väljendada järgmiselt:

---

[1] Kepler sündis Würtembergis vaeses perekonnas; 1594. aastast alates — matemaatika õpetaja Gratzi gümnaasiumis; 1600. a. peale tegeles Tycho Brahe asutatud observatooriumis uute planeetide tabelite koostamisega kuni 1627. a. Avastas planeetide liikumise seadused, leiutas pikksilma ja tegeles palju optika küsimustega, seletas ära nägemise protsessi, akommodatsiooni, lühinägevuse ja kaugenägevuse.

1. Maailma tsentris on Päike (siit süsteemi nimi h e l i o t s e n t r i l i n e, kuna päike on kreeka keeles *helios*).

2. Päikese ümber liiguvad Maa ja kõik teised planeedid mitmesugustel kaugustel järgmises järjekorras: Merkuur, Veenus, Maa, Marss, Jupiter ja Saturn (rohkem planeete polnud tol ajal teada). Planeetide taga on tähed, mis ei liigu Päikese ümber.

3. Taevavõlvi ööpäevane näiv liikumine koos kinnistähtede ja planeetidega seletub Maa tegeliku pöörlemisega ümber oma telje, mis seisab 66,5° all Maa tee ehk nn. orbiidi tasapinna suhtes.

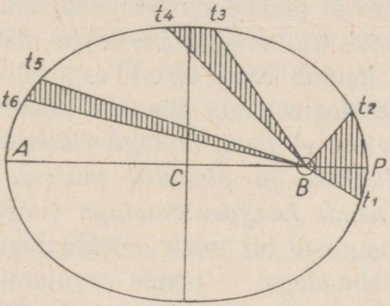
122. Uue maailmavaate võitlus kiriku autoriteediga. Kuna Kopernikuse teooria tõi suure lihtsustuse taevakehade liikumise seletusse ja sellega kergendas nende praktiliste ülesannete lahendamist, mida astronoomiale ette seadis kaasaja kaubandus-majanduslik elu, siis katoliku kirik kui merekaubanduse suur osanik suhtus algul soodsalt uude õpetusse. Kuid varsti sai ta aru, et Kopernikuse õpetus läheb kaugemale puhtastronoomiliste küsimuste lahendamisest ja paneb aluse uuele maailmavaatele. Maa, kiriku õpetuse järgi „jumala trooni" tugi ja inimese — „maailma loomise mõtte ja krooni" tegutsemise paik, kaotab oma liikumatuse ja hakkab samuti kui teisedki taevakehad kiiresti liikuma ümber Päikese. Kiriku õpetuse alus maailma loomise mõttest ja looja ülitarkusest sai seeläbi õõnestatud ja ühes sellega ähvardas langeda ka kiriku võim inimese mõistuse üle. Sellepärast algas XVI sajandi lõpul kiriku pöörane võitlus uue õpetusega. Selle võitluse esimeseks ohvriks oli B r u n o, kes põletati 1600. a. tuleriidal.

Kuid selles võitluses põrkas kirik kokku oma jõulisema vastasega G a l i l e i g a, kes oma teadusliku tegevuse ajal kuuekümne aasta jooksul paljudes loengutes ja töödes uut õpetust arendas ja läbi viis, esitades vastuvaidlematuid tõestusi selle kasuks ja lükates ümber vastuväiteid.

123. Kepleri seadused. Sada aastat pärast Kopernikuse teooria ilmumist avastati planeetide liikumise seadused. Mitmeaastase töö tulemusena taani astronoomi Tycho Brahe (1546—1601) vaatlusandmete põhjal leidis saksa astronoom Kepler (1571—1630) üldised seadused planeetide liikumise kohta ümber Päikese ja kuude liikumise kohta ümber planeetide.

Esimene seadus. **Planeetide liikumise tee ümber Päikese on ellips, mille ühes fookuses asetseb Päike.**

Arvutamisel võib võtta esimeses lähenduses planeetide orbiitideks ringjooned.



Joon. 180. Kepleri teine seadus.

Teine seadus. **Planeetide raadius-vektorid moodustavad võrdsetes ajavahemikkudes võrdsed pindalad.**

Teise seaduse järgi on planeetide liikumise kiirused igas punktis erinevad. Need kiirused muutuvad nii, et raadius-vektorite poolt võrdsetes ajavahemikkudes moodustatud pinnad on võrdsed (joon. 180 — viirutatud pinnad). Jooniselt 180 on näha, et joonkiirus on seal väiksem, kus kaugus Päikesest on suurem, ja suurem seal, kus kaugus on väiksem. See on sektorkiiruse jäävuse seadus.

Kolmas seadus. **Planeetide tiirlemisperioodide ruudud suhtuvad nagu nende keskmiste kauguste kuubid:**

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{R_1^3}{R_2^3},$$

kus T_1 ja T_2 on kahe planeedi tiirlemisperioodid; R_1 ja R_2 — nende keskmised kaugused Päikesest.

Näiteks Veenuse[1] jaoks:

$R_v = 0{,}7233; \quad T_v = 0{,}61519;$

$$\frac{T_v^2}{T_M^2} = 0{,}37846; \qquad \frac{R_v^3}{R_M^3} = 0{,}37846.$$

Marsi jaoks:

$$R_{Marss} = 1{,}5237; \qquad T_{Marss} = 1{,}8808;$$

$$\frac{T^2_{Marss}}{T^2_{Maa}} = 3{,}5375; \qquad \frac{R^3_{Marss}}{R^3_{Maa}} = 3{,}5375.$$

124. Päikese ja planeetide vaheline külgetõmme. Kepleri seadused kirjeldavad planeetide liikumisi, kuid ei näita, missugused jõud neid tekitavad. Päikese ja planeetide vahelise jõu avastamine kuulub N e w t o n i l e.

Arvutades kesktõmbejõudu planeedi liikumisel ümber Päikese, leidis Newton, et *jõud, millega Päike tõmbab planeeti, on võrdeline Päikese ja planeedi masside korrutisega ja pöördvõrdeline nende kauguse ruuduga* (misjuures kerakujuliste masside kauguste all tuleb mõelda nende keskpunktide kaugust; teiste sõnadega — nende arvutamiste juures tuleb kerakujulise keha mass võtta koondatuna ühte punkti).

Kuna samad seadused on kehtivad ka kaaslaste kohta, siis planeetide ja kaaslaste vahel ja üldse kahe taevakeha vahel mõjuvad jõud, mis on võrdelised nende massidega ja pöördvõrdelised nende tsentrite vahelise kauguse ruuduga.

Kui võtta planeetide orbiidid ringjoontena, siis võime pöördvõrdelisust kauguse ruudust leida järgmise lihtsa võtte abil.

Olgu R_1 ja R_2 kahe planeedi keskmised kaugused Päikesest; T_1 ja T_2 — nende tiirlemisperioodid ümber Päikese. Siis jõud F_1, millega Päike mõjub 1 g massile esimese planeedi tsentris, kesktõmbejõu valemi järgi on:

$$F_1 = \frac{4\pi^2 R_1}{T_1^2}.$$

---

[1] Planeetide kaugused Päikesest ja tiirlemisperioodid on avaldatud Maa kauguse ja tiirlemisperioodi kaudu.

Teise planeedi 1 g massile mõjuv jõud on:

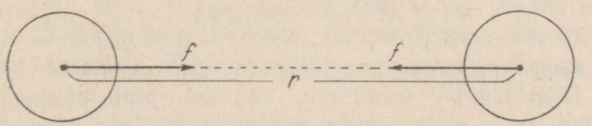
$$F_2 = \frac{4\pi^2 R_2}{T_2^2}, \text{ kust } \frac{F_1}{F_2} = \frac{4\pi^2 R_1 T_2^2}{T_1^2 \cdot 4\pi^2 R_2^2} \text{ ehk } \frac{F_1}{F_2} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{T_2^2}{T_1^2},$$

kuid $\frac{T_2^2}{T_1^2}$ on Kepleri kolmanda seaduse järgi võrdne $\frac{R_2^3}{R_1^3}$. Tehes asenduse eelmises avaldises, saame:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{R_2^3}{R_1^3} = \frac{R_2^2}{R_1^2}.$$

See võrdus väljendab jõu ja kauguse ruudu pöördvõrdelisust.

Selle gravitatsiooniseaduse põhjal tehakse kõik taevakehade liikumiste arvutused ja need langevad suure täpsusega ühte vaatlustega. Ei tule unustada, et mehaanika kolmanda seaduse järgi mõjuvad mõlemale kehale jõud, mis on võrdsed ja vastassuunalised.



Joon. 181. Massiosakeste tõmbumine.

125. Kuu tõmme Maa poolt. Kuu on Maa satelliit (kaaslane). Maa osutub kahe jõu allikaks: 1) Kuu tõmme Maa poolt; 2) raskusjõud ehk maapealsete kehade tõmme Maa poole. Loomulikult tekib küsimus: kas need jõud on ühest või erinevaist liikidest? Esimene jõud muutub pöördvõrdeliselt kauguse ruuduga. Kas kehtib sama seadus ka teise jõu, maapealse raskusjõu kohta?

Selle küsimuse lahendamiseks Newton oletas, et raskusjõud muutub samuti pöördvõrdeliselt kauguse ruuduga. Ta arvutas raskusjõu suuruse Kuu kaugusel Maa tsentrist ja võrdles saadud arvu selle kesktõmbejõu suurusega, millega Maa mõjutab Kuud. Mõlemad jõud osutusid võrdseteks.

Sel teel tegi Newton kindlaks, et Kuu tõmme Maa poolt ja maapealne raskus on identsed.

Iga maapealse keha raskusjõud on võrdeline Maa ja keha masside korrutisega ja pöördvõrdeline nendevahelise kauguse ruuduga [1].

Jõude võib võrrelda järgmiselt. Maa pinnal, s. o. Maa raadiuse R kaugusel tsentrist, massi iga gramm tõmbub Maa poole jõuga 980 düüni (keskmiselt). Kui see gramm viia Kuu kaugusele, mis on 60 korda suurem Maa raadiusest (täpsemalt 60,3 R), siis sellisel kaugusel Maa tõmbejõud F oleks 60^2 korda väiksem, kui jõu vähenemine toimuks Newtoni sama seaduse järgi, siis

$$F = \frac{980}{60^2} = 0{,}27 \text{ düüni.}$$

Teiselt poolt, kuu tõmme Maa poolt arvutatakse kesktõmbejõu valemi järgi 1 g massi jaoks:

$$F = \frac{4\pi^2 R}{T^2},$$

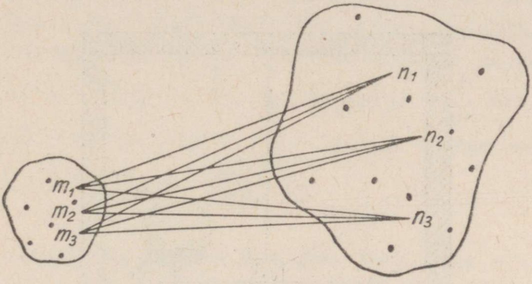
kus $R = 384\,400$ km $= 3844 \cdot 10^7$ cm, aga $T = 27$ ööpäeva 7 tundi 43 min. 11 sek. $= 2\,360\,591$ sek., kust $F = 0{,}27$ düüni. Seega, kui oletame, et maapealse raskuse muutumine on samasugune kui taevakehadevahelise külgetõmbejõu muutumine, siis Kuu peal mõlemad jõud on väljendatud ühe ja sama arvuga. Sellega on kindlaks tehtud nende jõudude indentsus ehk samasus.

126. Üldine gravitatsiooniseadus. Kuna üks ja sama jõud mõjub päikesesüsteemi kehade vahel, Maa ja iga aineosakese vahel, siis Newton tuli järeldusele, et tõmbejõud tekivad kõigi aineosakeste vahel. Tema poolt antud seadus kannab üldise tõmbe- ehk gravitatsiooniseaduse nime ja väljendub järgmiselt:

Kaks masspunkti tõmbuvad teineteise poole jõuga, mis on võrdeline nende massidega ja pöördvõrdeline nende kauguse ruuduga (joon. 181).

[1] Oletame, et kehal on kera kuju. Siis Maa ja kera vahelise kauguse all mõeldakse nende tsentrite vahelist kaugust.

Maa ja keha või mingi kahe taevakeha vaheline vastastikune mõju on nende kehade aineosakeste vaheliste jõudude resultant (joon. 182). Mõlemad vastastikuse mõju jõud kahe keha juures on omavahel suuruselt võrdsed, vastassuunalised ja rakendatud kahesse eri kehasse.



Joon. 182. Kahe keha vastastikune mõju.

Üldise gravitatsiooniseaduse võime anda järgmise valemiga, kui tähistada F-ga masside m_1 ja m_2 vahelist tõmbejõudu kaugusel r:

$$\boxed{F = f\frac{m_1 m_2}{r^2}.} \qquad \text{(XXXII)}$$

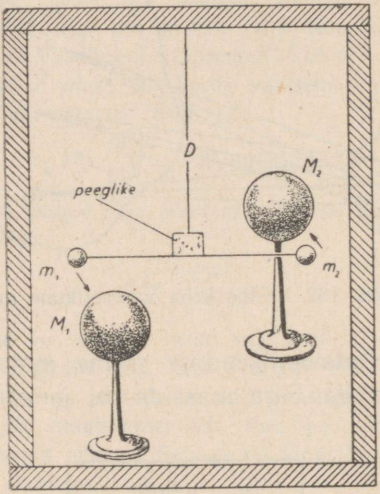
Koefitsient f kannab Newtoni gravitatsiooni konstandi nime.

Kui massid $m_1 = m_2 = 1$ g, aga $r = 1$ cm, siis $F = f$. Siit järgneb, et f on arvuliselt võrdne jõuga, millega teineteist tõmbavad kaks kera massiga 1 g, kui nende tsentrite vaheline kaugus on 1 cm. Tänapäeva mõõtmised annavad f-i suurusena $6{,}67 \cdot 10^{-8}$ ehk ligikaudu

$$\frac{1}{15\,000\,000}\ \frac{\mathrm{dn}\cdot\mathrm{cm}^2}{g^2}\,[1].$$

[1] Newtoni gravitatsiooni konstandi nimetuse võime saada võrdusest $f = \frac{Fr^2}{m^2}$; f on $\frac{\mathrm{dn}\cdot\mathrm{cm}^2}{g^2}$ ehk $\frac{\mathrm{cm}^3}{g\cdot\mathrm{sek}^2}$.

127. Üldise gravitatsiooniseaduse katseline kontroll. Peale üldise gravitatsiooniseaduse kehtivuse kinnitamist astronoomilisel teel tehti mitmeid katseid kontrollida selle kehtivust katseliselt. Üks esimesi oli Cavendishi katse (joon. 183). Niidi *D* otsa oli riputatud varb, mille otstesse oli kinnitatud kaks väikest tinakuuli m_1 ja m_2. Siis ühe kuuli ette ja teise taha ase-



Joon. 183. Cavendishi katse.

tati kaks ühesugust suurt tinakera M_1 ja M_2 ning varb hakkas pöörduma ja pöördus, kuni kerade külgetõmbejõud tasakaalustus niidi keerdumisjõuga. Viimast jõudu arvutati varva pöördenurga järgi, aga nurka ennast niidi külge kinnitatud peeglikese kujutise (heleda laigu) kaldumise suuruse järgi.

Kerade vastastikune mõju arvutati valemi järgi ja seda võrreldi niidi keerdumisjõuga. Muutes kerade kaugust ja masside suurust, võime kontrollida kõiki valemi osi ja leida *f* suuruse.

128. Gravitatsiooniväli. Ruumi, milles avaldub mingi massi külgetõmme, nimetatakse selle massi g r a v i t a t s i o o n i v ä l j a k s. Nii võime rääkida Päikese gravitatsiooniväljast, Maa gravitatsiooniväljast jne.

Iga gravitatsioonivälja iseloomustab eriline suurus, mida nimetatakse välja t u g e v u s e k s.

Välja tugevust mõõdab ühele massiühikule mõjuv tõmme.

Kuna iga keha külgetõmme Maa gravitatsiooniväljas väljendub selle keha kaaluga $P = mg$, siis maavälja tugevuse saame, kui võtame raskusjõu ühe massiühiku kohta. Siis tugevus $\Pi = \frac{P}{m}$ ehk $\Pi = g$.

Järelikult maavälja tugevus on arvuliselt võrdne vaba langemise kiirendusega; ta väljendub $\frac{\text{düün}}{\text{gramm}}$-des.

129. Raskusjõu muutumine Maa peal. Kuna Maa ei ole kera, vaid poolustelt kokku surutud, ja tema pooluse-raadius ($R_p = 6357$ km) on väiksem ekvaatori raadiusest ($R_e = 6378$ km), siis ka külgetõmme ekvaatoril peab olema väiksem kui poolusel, pöördvõrdelisuse tõttu kauguse ruuduga. Sel põhjusel väheneb keha kaal pooluselt ekvaatorile.

Teiseks raskuskiirenduse muutumise põhjuseks on Maa pöörlemine telje ümber.

Poolusel kesktõmbejõud on 0. Ekvaatoril on 1 g-le mõjuv kesktõmbejõud võrdne

$$F_e = \frac{4\pi^2 \cdot 1 \cdot R_e}{T^2}.$$

Kui asendada $R_e = 6378$ km $= 6378 \cdot 10^5$ cm ja $T = 24$ tundi $=$ $= 24 \cdot 3600$ sek., siis saame $F_e = 3{,}4$ düüni.

See kesktõmbejõud tekib Maa külgetõmbe arvel.

Kui ei oleks Maa pöörlemist, siis oleks vaba langemise kiirendus ekvaatoril arvuliselt võrdne eespool toodud arvuga (≈ 981 cm/sek^2) ja 1 g massi tõmbuks jõuga ≈ 981 düüni.

Seega **mõlemast põhjusest — Maa kujust ja selle ööpäevasest pöörlemisest tingituna keha kaal väheneb pooluselt ekvaatorile.**

g väärtus Maa mitmesugustes punktides on:

ekvaator	978,05	Moskva ($\varphi = 55°45'$)	981,56
$\varphi = 45°$	980,62	poolus ($\varphi = 90°$)	983,24

KONTROLLKÜSIMUSI.

1) Milles seisab Newtoni gravitatsiooniseadus ja missugune on ta valem?

2) Kuidas muutub raskusjõud Maakera pinnal geograafilise laiuse muutudes?

3) Kuidas muutub raskusjõud kõrgusega Maakera pinnast?

4) Missugune katse kinnitab üldist gravitatsiooniseadust?

5) Mida nimetatakse Newtoni gravitatsiooni konstandiks ja kuidas seda mõõdetakse?

LISAD.

Tabel I. **Keskmised kiirused.**

Jalakäija	1,5 m/sek
Jalgrattur	5 „
Galoppiv hobune	8 „
Kaubarong	10 „
Kõva tuul	10 „
Ristleja	14,6 „
Miinilaev	17,5 „
Sulgpilved	20 „
Torm	25 „
Kiirrong	33 „
Orkaan	40 „
Auto kuni	40 „
Lennuk kuni	300 „
Hääl 0° juures	332 „
Hääl 15° „	340 „
Maakera ekvaatori punkt ööpäevases pöörlemises	465 m/sek
Välikahuri mürsk torust väljumisel	800 „
Kuul väljumisel	880 „
Kuu liikumine orbiiti mööda	1000 „
Kaugelaskekahuri mürsk väljumisel	1600 „
Päikese ekvaatori punkt pöörlemisel ümber telje	2000 „
Maa liikumine ümber Päikese	29,8 km/sek
Valgus	300 000 „

Tabel II. **Mitmesuguste süsteemide mehaanilised ühikud.**

Nr.	Suuruse nimetus	CGS-süsteem	Tehniline süsteem
1	Pikkus	**cm**	**m**
2	Mass	**g**	kG sek²/m
3	Aeg	**sek**	**sek**
4	Kiirus	cm/sek	m/sek
5	Kiirendus	cm/sek²	m/sek²
6	Jõud	dn	**kG**
7	Töö ja energia	erg	kGm
8	Võimsus	gcm²/sek³	kGm/sek
			75 kGm/sek = 1HJ

Rasvase trükiga on märgitud põhiühikud.

Tabel III. **Hõõrdumiskoefitsiendid.**

Liugumise hõõrdumine.

Pronks pronksil	0,20
Pronks malmil	0,21
Raud raual	0,14
Raud malmil	0,18
Malm tammel (piki kiudusid)	0,49
Tamm tammel (piki)	0,48
Nahkrihm tammel	0,27
Nahkrihm malmil	0,56
Teras jääl	0,014
Puust jalased jääl	0,035
Raudjalased	0,02

Veoki hõõrdumine.

Rööpad	0,003
Asfalttee	0,010
Hea kivitee	0,016
Munakivitee	0,02—0,03
Kivitamata tee	0,08—0,16
Liiv	0,15—0,30

Tabel IV. **Tihedus** $\left(\frac{g}{cm^3} \text{ ehk } \frac{t}{m^3}\right)$.

Tahked kehad

Alumiinium	2,58
Grafiit	2,10
Gutapertš	0,97
Hõbe	10,5
Inglistina (valatud)	7,2
Klaas (pudeli)	2,7
Kork	0,24
Kuld	19,3
Malm	7,00
Marmor	2,70
Nikkel	8,80
Parafiin	0,9
Plaatina	21,5
Raud	7,86
Savi (kuiv)	1,38
Seatina	11,4
Steariin	0,97
Teras (valatud)	7,86
Tellis	1,8
Tsink	7,05
Vaha	0,97
Valgevask	8,45
Vask	8,92

Vedelikud

(1 at rõhu ja $t = 15°$ juures).

Eeter	0,72
Elavhõbe	13,6
Oliiviõli	0,92
Petrool	0,79—0,82
Piiritus (etüül)	0,79
Soolhape (40%)	1,2
Vesi (4° juures)	1
Väävelhape (50%)	1,40

Gaasid

(normaalse rõhu ja $t = 0°$ juures).

Hapnik	0,001429	Süsinikoksüüd	0,001250
Heelium	0,000180	Süsihappegaas	0,001977
Kloor	0,003214	Vesinik	0,000090
Lämmastik	0,001251	Õhk	0,001293

Sisukord.

Üldine sissejuhatus füüsikasse.

Mehaanika.

Sissejuhatus mehaanika osasse.

Lk.
1. Mehaaniline liikumine 5
1-a. Mehaanika jaotus 6
2. Mehaanilise liikumise suhtelisus 6
3. Suhteline paigalolek 7
4. Masspunkt 7

I. Sirgjoonelise liikumise kinemaatika ja dünaamika.

1. Sirgjoonelise liikumise lihtsamad liigid.

5. Punkti liikumise trajektoor ja liikumiste liigitus trajektoori järgi 9
6. Tee, aeg, kiirus ja liikumiste liigitus kiiruse järgi 9
7. Ühtlane sirgjooneline liikumine 11
8. Ühtlase liikumise kiirus 12
9. Kiiruse ühik 12
10. Ühtlase liikumise võrrand 13
11. Keha translatoorne liikumine 13
11-a. Ülesannete lahendamine ühtlase liikumise kohta 15
Harjutus 1 16
12. Kiirus — vektor 16
13. Ühtlase liikumise tee ja kiiruse graafikud 17
Harjutus 2 21
14. Mitteühtlane liikumine 22
15. Mitteühtlase liikumise keskmine kiirus ja kiirus antud punktis 22
16. Ühtlaselt muutuv liikumine 23

Lk.
17. Kiirendus 23
18. Kiirenduse ühikud 25
Harjutus 3 26
19. Ilma algkiiruseta ühtlaselt kiireneva liikumise kiirus ja tee 26
19-a. Ühtlaselt kiireneva liikumise kiiruse ja tee graafikud . . . 28
20. Ühtlaselt kiireneva liikumise lõppkiiruse ja läbikäidud tee vaheline seos, kui $v_0 = 0$ 30
21. Ühtlaselt kiireneval liikumisel üksteisele järgnevates sekundites läbitud teed, kui algkiirus on $v_0 = 0$ 31
21-a. Ühtlaselt muutuv liikumine, millel on algkiirus 33
22. Algkiirusega ühtlaselt muutuva liikumise kiiruse graafik . . 35
22-a. Ühtlaselt muutuva liikumise teepikkuse võrrandi teine tuletamise viis 37
22-b. Mistahes algkiirusega ühtlaselt muutuva liikumise ülesannete lahendamine 38
Harjutus 4 39
Kontrollküsimusi 41

2. Newtoni liikumisseadused.

23. Mehaanika arenemine 42
23-a. Mehaanika põhiülesanne 43
24. Mehaanika esimene seadus 43
Harjutus 4-a 47
25. Jõud 48
25-a. Looduses on olemas ainult kehade vastastikune mõjutus . . 49
26. Jõu ja kiirenduse vaheline olenevus 50
26-a. Keha massi mõiste 52
27. Mehaanika teine seadus 55
28. Jõu kestev ja momentaanne mõju 57
Harjutus 4-b 59
29. Mehaanika kolmas seadus 60
29-a. Mehaanika kolmas seadus tehnikas 66
Harjutus 5 69
Kontrollküsimusi 71
30. Kehade vaba langemine 72
31. Kõikide kehade vabalangemise kiirendused on ühesuurused . 75
Harjutus 6 76
32. Keha kaalu avaldamine massi ja kiirenduse kaudu 77
33. Masside võrdlemise viis 77

Lk.
34. Massi ühikud 78
35. Aine tihedus 79
36. Jõu dünaamiline ühik 79
37. Kilogramm-jõu ja düüni vaheline seos 80
38. Ühikute süsteem CGS 80
39. Tehniline ühikute süsteem 81
Harjutus 6-a 85
Kontrollküsimusi 87

3. Liikumiste liitmine.

40. Jõu mõju olenematus keha liikumise olekust 88
41. Kahe ühtlase sirgjoonelise liikumise tee liitmine 89
42. Kiiruste liitmine 94
43. Kiiruse lahutamine kaheks komponendiks 94
Harjutus 7 97
44. Vertikaalselt ülesvisatud keha liikumine 99
45. Horisontaalselt visatud keha liikumine 100
46. Kaldu horisontaal-tasapinnaga visatud keha liikumine . . . 102
47. Ballistiline kõverjoon 102
48. *Laboratoorne töö 1* 104
Harjutus 8 105
Kontrollküsimusi 107

4. Mehaaniline energia.

49. Töö mõiste 107
50. Töö mõõtmine 109
51. Töö ühikud 111
52. Mitmesuguste süsteemide tööühikute vahelised seosed 111
53. Võimsus 112
54. Võimsuse ühikud 112
55. Energia 114
56. Kineetilise energia valem 115
57. Kineetilise energia ja töö vahelise seose tuletamine juhu jaoks, kui keha liigub mingi algkiirusega 117
Harjutus 9 120
58. Potentsiaalne energia 122
59. Energia jäävuse seadus 124
Harjutus 10 129
Kontrollküsimusi 130

II. Staatika.

1. Jõudude liitmine ja lahutamine.

	Lk.
60. Jõu kolm tunnust	132
60-a. Tasakaalustuvad jõud	133
61. Jõu rakenduspunkti ülekanne tahkes kehas	135
62. Resultantjõud	136
63. Ühel sirgel ja ühes suunas mõjuvate jõudude liitmine	136
64. Ühel sirgel ja vastassuunaliselt mõjuvate jõudude liitmine	137
65. Kehale nurga all mõjuva kahe jõu liitmine (jõudude parallelogramm)	138
66. Keha kahte punkti rakendatud kahe jõu liitmine	142
67. Keha peale mõjuva mitme jõu liitmine	142
Harjutus 11	143
68. Jõu lahutamine komponentideks	143
Harjutus 12	150
Kontrollküsimusi	152
69. Ühesuunaliste paralleelsete jõudude liitmine	153
70. Paralleelsete jõudude keskpunkt	157
71. Jõu lahutamine kaheks paralleelseks komponendiks	158
72. Kahe paralleelse ja vastassuunalise jõu liitmine	158
73. Jõupaar	160
Harjutus 13	162

2. Keha raskuspunkt ja asendi stabiilsus.

74. Keha raskuspunkt	163
75. Lihtsaima geomeetrilise kujuga kehade raskuspunkti määramine	165
Harjutus 14	167
76. Toetuspunkti või -telge evivate kehade stabiilsus	168
77. Toetuspinda evivate kehade stabiilsus	171
77-a. Potentsiaalse energia miinimum kui keha asendi stabiilsuse tingimus	173
78. Toe vastumõju	174
Harjutus 15	175

3. Jõu momendi mõiste.

79. Jõu mõju telje ümber pöörlevasse kehasse	175
80. *Laboratoorne töö 2*	178
81. Jõudude tasakaalu üldine tingimus	179

4. Jõudude tasakaalu tingimused ja lihtsate mehhanismide töö seadus.

		Lk.
82.	Tööriist, mehhanism, masin	181
83.	Hõõrdumine ja selle tekkimine	183
83-a.	Hõõrdumise liigid	184
83-b.	Hõõrdumisseadused	185
83-c.	Hõõrdumise tähtsus looduses ja tehnikas	188
83-d.	Kahjuliku hõõrdumise vähendamise ja kasuliku hõõrdumise suurendamise viisid	189
	Harjutus 16	190
	Kontrollküsimusi	191
84.	Jõu töö koormuse tõstmisel kaldpinda' mööda	191
85.	Raskusjõu ületamiseks tehtav töö, kui keha viiakse ühest horisontaalasendist teise	193
86.	Kasutegur	195
87.	*Laboratoorne töö 3*	196
	Harjutus 17	198
88.	Teine viis jõe tasakaalustamiseks kaldpinnal	199
89.	Kiil	200
90.	Kruvi	203
	Harjutus 18	206
91.	Plokk	207
92.	Liitplokk	210
93.	Pöör	212
	Harjutus 19	214
94.	Kang	216
	Harjutus 20	218
95.	Tööhulga jäävuse seadus masinate juures	219
	Kontrollküsimusi	220

III. Hüdro-aeromehaanika.

96.	Vedelikkude kokkusurutavus	222
96-a.	Rõhumise edasiandmine vedelikkudes ja gaasides	222
96-b.	Hüdrauliline press	224
97.	Rõhumine vedeliku sees	227
98.	Vedeliku nivood ühendatud anumates	231
99.	Vedeliku mõju vedelikku asetatud kehasse	232
100.	Kehade ujumine vedeliku pinnal	234
101.	Erikaalu määramine Archimedese seaduse põhjal	235
102.	Areomeeter	236
103.	*Laboratoorne töö 4*	238

Lk.
104. *Laboratoorne töö 5* 239
105. Õhu rõhumine 240
106. Baromeetrid 243
107. Altimeeter 244
107-a. Atmosfääri ehitus 245
108. Manomeetrid 248
Harjutus 21 249
Kontrollküsimusi 252
109. Vedelikkude ja gaaside sisehõõrdumine 253
110. Keerised liikuvas vedelikus ja gaasis 254
110-a. Gaasi ja vedeliku takistus liikuvale kehale. Voolujoonelisus 255
111. Voolukiiruse ja rõhu vaheline seos 257
112. Voolu kiirusest oleneva rõhu kasutamine lennuki tõusmisel . 261

IV. Pöörlev liikumine.

113. Ühtlane ringliikumine 266
114. Kõverjoonelise liikumise kiiruse suund 267
115. Tiirlemise periood, tiirude arv ja joonkiirus 269
116. Nurkkiirus 271
117. Kesktõmbe kiirendus 272
118. Kesktõmbe- ja kesktõrjejõud 274
Harjutus 22 280
119. Pöörlemise inertsiga seletatavaid nähtusi; tsentrifugaalmehhanismid 280
Harjutus 23 293
Kontrollküsimusi 295

V. Üldine gravitatsiooniseadus.

120. Taevakehade liikumise uurimine enne Kopernikust 296
121. Maailma ehitus Kopernikuse järgi 297
122. Uue maailmavaate võitlus kiriku autoriteediga 298
123. Kepleri seadused 299
124. Päikese ja planeetide vaheline külgetõmme 300
125. Kuu tõmme Maa poolt 301
126. Üldine gravitatsiooniseadus 302
127. Üldise gravitatsiooniseaduse katseline kontroll 304
128. Gravitatsioonivâli 305
129. Raskusjõu muutumine Maa peal 305
Kontrollküsimusi 306
Lisad 307

III väljaanne.

Vastutav toimetaja R. Siirak.
Tehniline toimetaja E. Lellep.

Ladumisele antud 5. X 1950. Trükkimisele antud 11. XI 1950. Trükiarv 7000. Paber 54×84, 1/16. Trükipoognaid 19,75. Formaadile 60×92 kohaldatud trükipoognaid 16,195. Arvutuspoognaid 16,10. MB-08733. Trükikoda „Hans Heidemann", Tartu, Vallikraavi 4. Tellimise nr. 2902.

На эстонском языке.

Hind rbl. 5.—

Trükivigu.

Lk. 214	12.	rida	ülalt	on	rakendus	peab olema	rakendus-
lk. 222	13.	„	„	„	$1 \frac{kg}{cm^2}$	„ „	$1 \frac{kG}{cm^2}$
lk. 222	15.	„	„	„	miljondikku	„ „	miljondiku
lk. 243	3.	„	alt	„	dm/cm^2	„ „	dn/cm^2
lk. 314	18.	„	ülalt	„	jõe	„ „	jõu

319