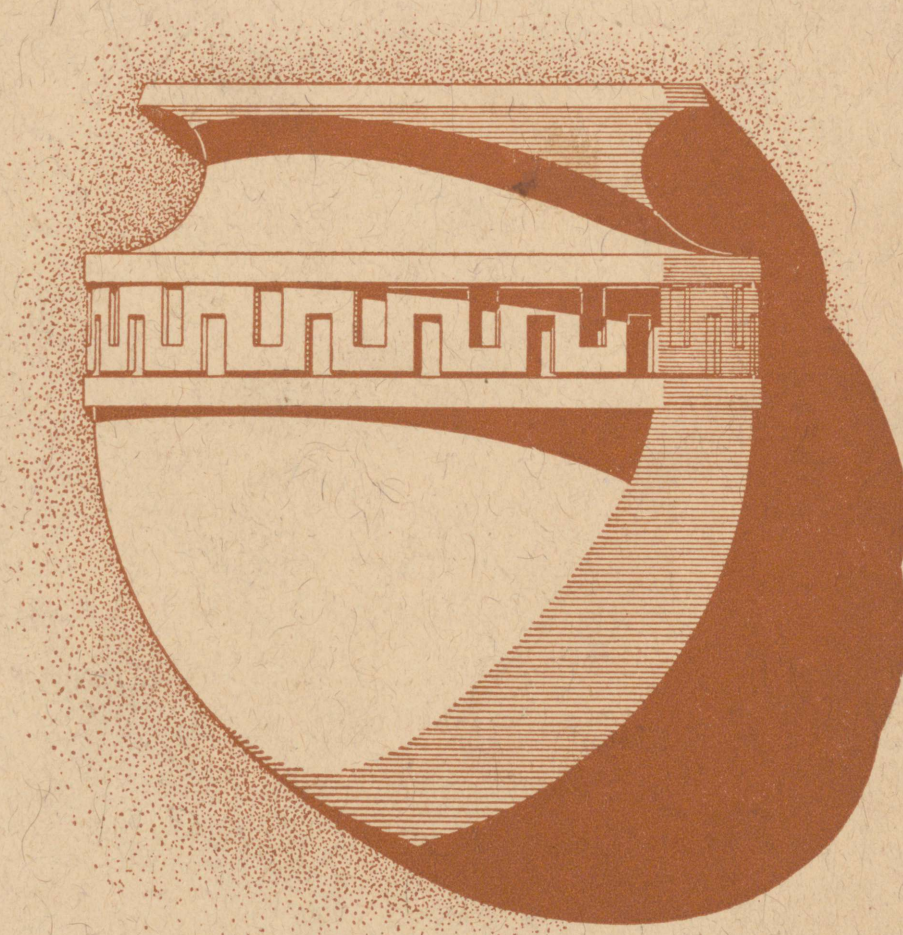


ALBERT HANSEN

VARJUDE
EHITAMISEST

ortogonaalprojektsioonis



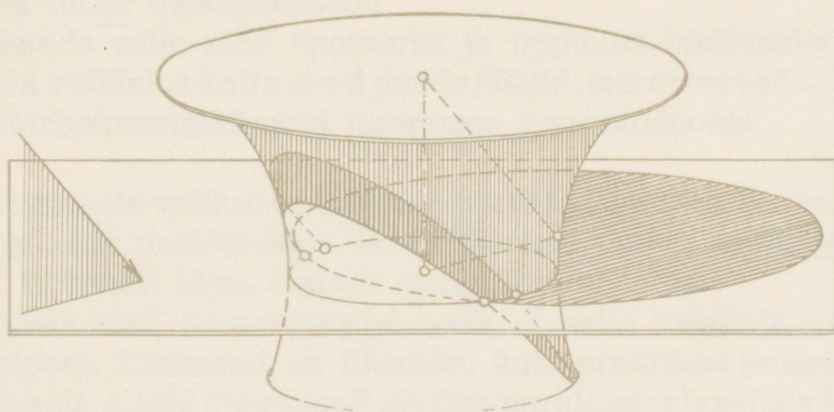
ARK

VARJUDE EHITAMISEST
ortogonaalprojektsioonis

B-16982

ALBERT HANSEN

VARJUDE EHITAMISEST
ortogonaalprojektsioonis



ERNO

RIIKLIK KUNSTIINSTITUUT

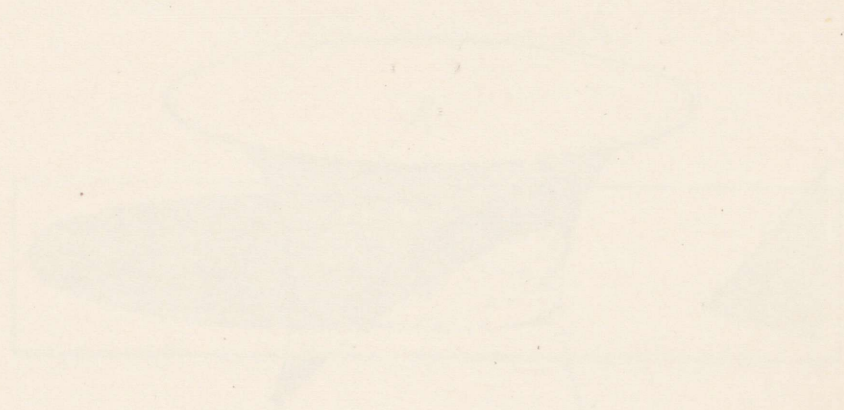
TALLINN

1 9 5 9

ALBERT HANSEN

VARJUDE EHTAMISEST

õudusõnades ja õudusõnadest



ARHIIVKOGU

TARTU ÜLIKOOI
RAAMATUKOGU

Essõna

Tehnika võidukäigu ja produktsiooni kasvuga meie maal kaasneb rahva heaolu tõus, suurenevad ka eluoluliste tarbeesemete kunstilise kujunduse suhtes esteetilised nõuded.

Teiselt poolt seab reaalne elu kunstnikele, kes oma loominguga teenivad rahvast, kohustusi üha enam süvenema teooriatesse, millede abil on võimalik tõsta meisterlikkust.

Ka varjud looduses alistuvad kindlatele seadustele ning nende seaduste tundmine teataval määral on vajalik igale kunstnikule, ka tarbekunstnikule kui kujundajale ning kavandajale, et ta suudaks oma idee paberil õigesti, selgesti ja loetavalt ning võimalikult realistlikult väljendada.

Teame, et kavandit kasutatakse väga paljudel aladel, ta on kujutavas kunstis oluline loominguline etapp, kuid tööstuse seisukohalt tuleb kavandit pidada üheks toodangu põhielemendiks.

Käesoleva teose ülesandeks on:

- 1) abistada selle aine õpetamist ja õppimist instituudis;
- 2) anda võimalus katta need puudujäägid, mis esinevad üliõpilaskonnas ja tarbekunstnikkonna nooremas generatsioonis.

Näidis-ülesannete valikul on silmas peetud tarbekunstnike vajadusi kavandamisel. Käsitatud probleemide läbitöötamine annab mõningaid teadmisi, mis aitavad kavandil tõsta esitatu ruumilist illusiooni.

Teose koostamisel on arvestatud seda, et selle kasutaja tunneb ortogonaalprojektsiooni. Käsitatud on lihtsaim, kuid praktikas peaaegu eranditult kasutatav, nimelt: kuubi diagonaali sihilise paralleelvalgustuse juures tekkiva omavarju ja heitevarju piirjoone määramine. Meetod on punktist lähtuv, s. t. lahenduste käigus on varjud määratud peamiselt üksikpunktide abil.

Lugeja huvisid arvestades on iga joonise juurde kuuluv selgitav tekst mahutatud ühele leheküljele. Seega raamatu avamisel oleks tekst vastava joonise kõrval, mis võimaldab hästi jälgida ülesande lahenduskäiku. Ka kasutatud sümbolika peaks kergendama jälgimist, sest on rakendatud kindlad tunnused — põhikujutuspinnal (T_1) esinevatele nii tähelistele kui numbrilistele väljendustele on lisatud indeks 1, näit. a_1 , esikujutuspinnal (T_2) — indeks 2, näit. a_2 ja külge- ehk abikujutuspinnal (T_3) — indeks 3, näit. a_3 . Kõigi heitevarjupunktide ette on asetatud V (sõnast „vari“), näit. Va_2 .

Loodan, et teos täidab ülesande, kuna sellealast eesti keeles senini pole ilmunud.

Autor

Sissejuhatuses

Igast ruumikujundist saame anda kahel või kolmel projektsioonipinnal tasapinnalised kujutised, nn. projektsioonid — joonised, mis loovad antud kujundist kindla kujutluse ja võimaldavad tuletada selle eseme valmistamiseks kõik vajalikud mõõted.

Kujutise piltlikkust võime tõsta, kui kujundit kindlal viisil valgustame, arvestades üht valitsevat valgusallikat, ja selle mõjul tekkinud varjud kujutisel-joonisel määrame õigesti.

Valgusallikaiks võivad olla päike, kuu ja kunstlikud valgusallikad: küünal, lamp jne. Valgusallikast väljuvad kõik kiired sirgjooneliselt ja radiaalselt igasse suunda. Kunstliku, ligidase valgustuse puhul on kiirte radiaalsus selgesti nähtav. Päikesekiirte radiaalsus on aga maapinnal niivõrd tähtsusetu, et me võime kõnelda paralleelvalgustusest.

Käesolevas töös käsitletakse lahendusi ainult paralleelvalgustusel.

Valguskiired, kohates läbipaistmatut keha, valgustavad tema pinda osaliselt. Seda osa keha pindalast, mida valguskiired kohtavad, nimetame *valgustatud* pindalaks; seda keha pindala osa aga, kuhu valguskiired ei satu, nimetame *omavarjuliseks* pindalaks. Valguskiired, mis pidevalt puudutavad keha, kujundavad omavarju piirjoone. Omavarju piirjooneks tahkkehadel on selle teatud servad, kõverpinnalistel kehadel on see kindel kõverjoon, erijuhtumel ka sirge.

Tasapinna üksikud pinnaelemendid on kõik ühtlaselt valgustatud, kõveral pinnal aga erinevalt. Heledam koht kehal on seal, kus pinna üksusele langeb kõige rohkem kiiri, s. o. kuhu valguskiired pinnale langevad risti. Et kõverpinnal pinnaelemendid ei ole ühtlaselt valgustatud, siis muutub nendel pindadel valgus sujuvalt varjuks.

Läbipaistmatu keha või selle osa, katkestades valguskiiri, jätab kehale endale või selle läheduses olevale teisele kehale või pinnale valgustamata laigu — nn. *heitevarju*. Heitevarju kontuuri määravad valguskiired, mis läbivad omavarju piiri puutujatena ja lõikavad mõnd eesolevat pinda (ka kujutuspinna). Heitevarju kuju oleneb: kehast, mis heitevarju annab, ja pinnast (tasane, kõver või nende kombinatsioonid), millele vari langeb.

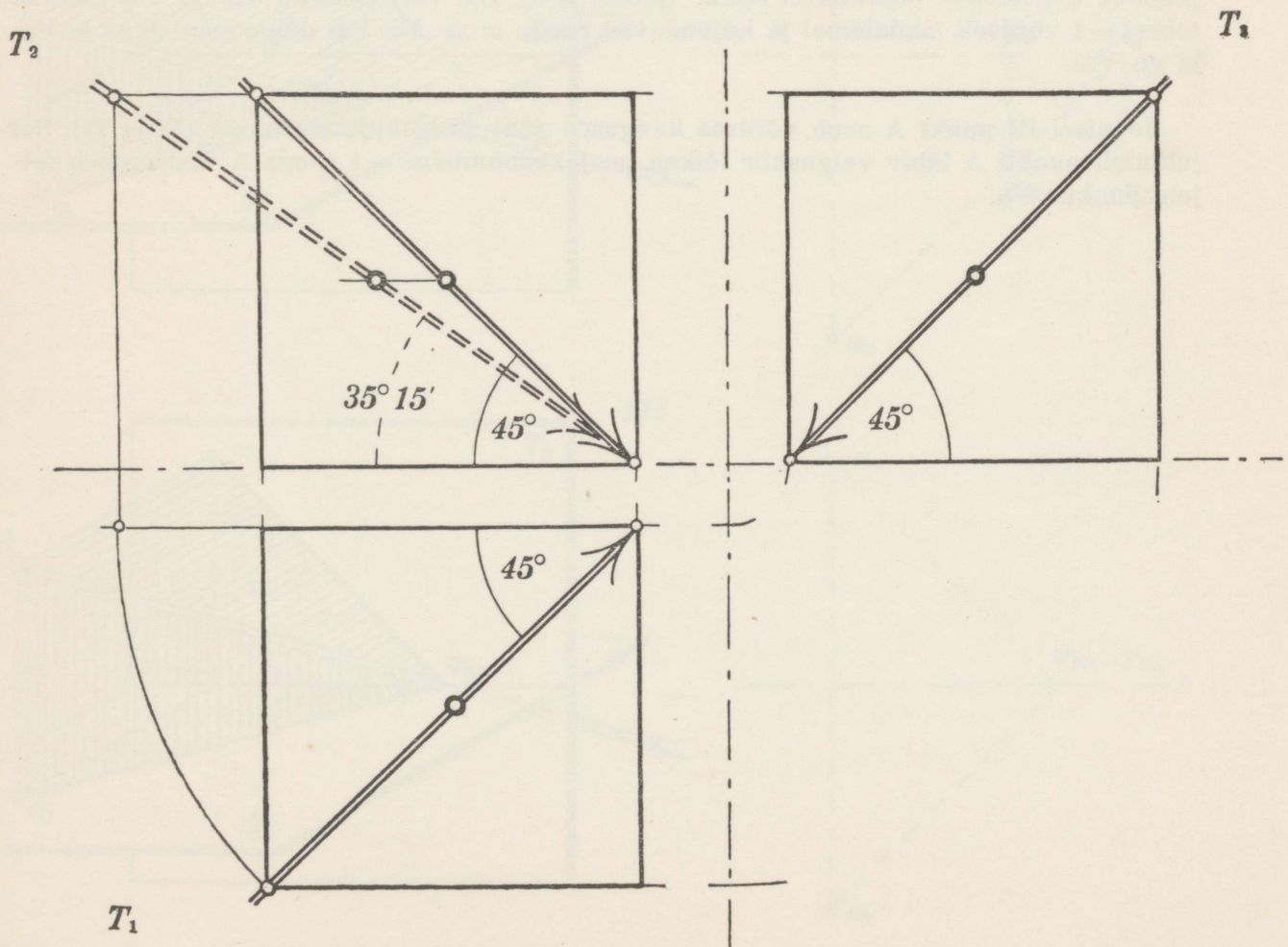
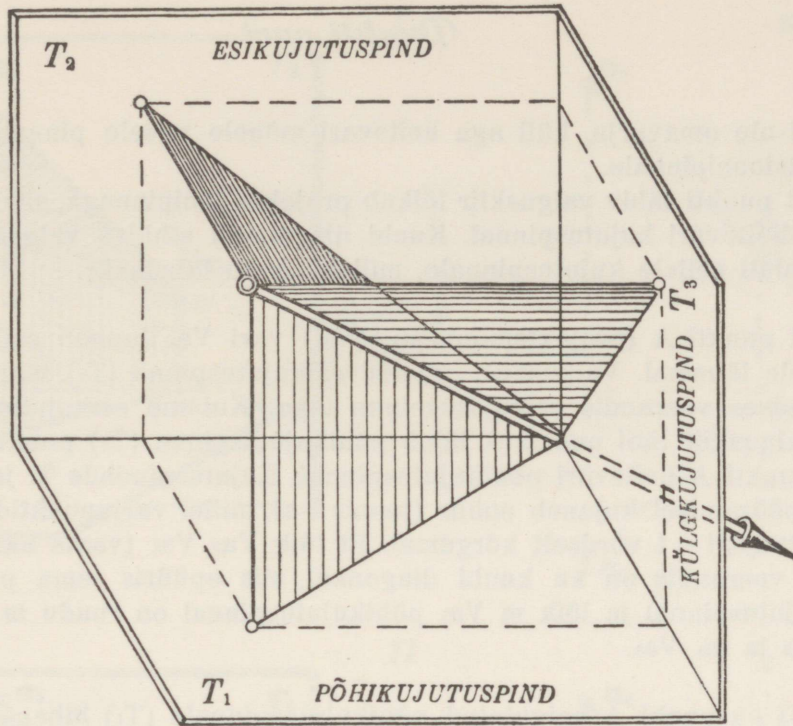
Varjude ehitamisel tuleb lähtuda järgnevast:

- 1) määrata kehal omavarju piirjoon. Tahkkeha puhul määrata varjuservad; pöördkeha puhul konstrueerida keha pinnale omavarju piirjoon.
- 2) Määrata heitevari — silmas pidades:
 - a) kas kehast endast tekib tema pinnale heitevari;
 - b) kas keha annab heitevarju mõnele teisele pinnale, mis võib ka projektsioonipind olla.

Valguskiirte suund

Praktikas kasutatakse tehniliste jooniste juures peaaegu eranditult paralleelvalgustust. Kui valguskiirte suund on vabalt valitav, siis võetakse harilikult kiirte kimp rööbiti kuubi diagonaaliga. Seejuures on kuup asetatud oma tahkudega rööbiti kujutuspindadega. Valguskiir läbib kuubi eesmise ülemise vasempoolse ning tagumise alumise parempoolse nurga. Kuubi diagonaalil on ühine tõusunurk kõigi kolme kujutuspinna suhtes ja näib epüüris ruudu diagonaalina, omades projektsiooniteljega 45° -list nurka (vaata lehel nr. 1). Tegelik valguskiire ja kujutuspinna vaheline tõusunurk on $35^\circ 15'$ (täpsemalt $35^\circ 15,9'$), mida näeme, kui valguskiire pöörame kujutuspinnaga rööbiti.

Kõrvaloleval joonisel on valguskiir pööratud rööbiti esikujutuspinnaga T_2 .



Punkti vari

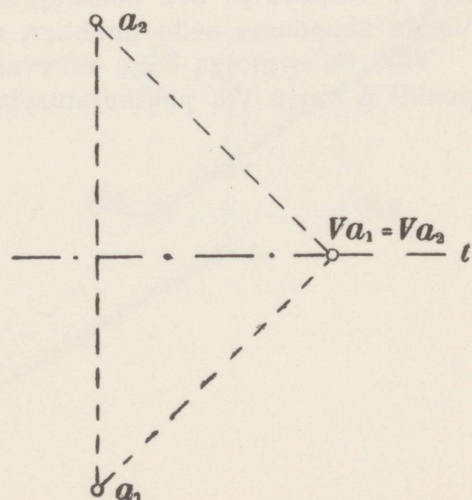
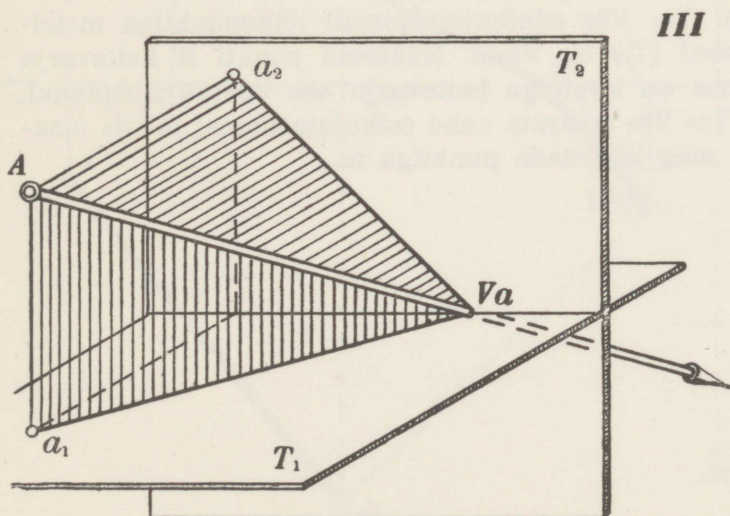
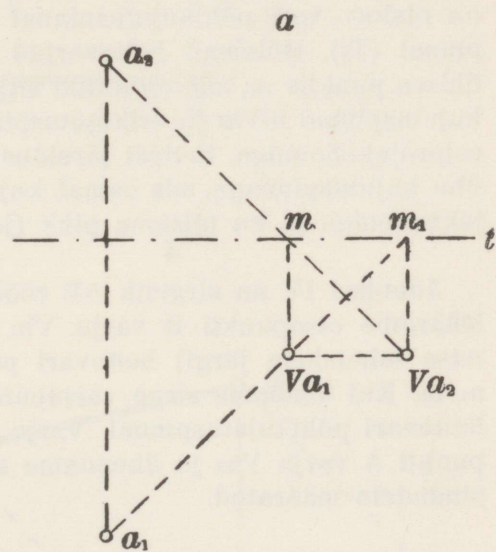
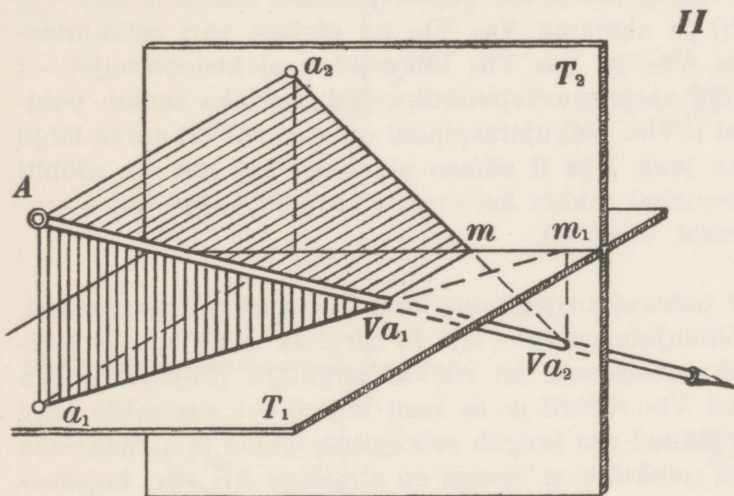
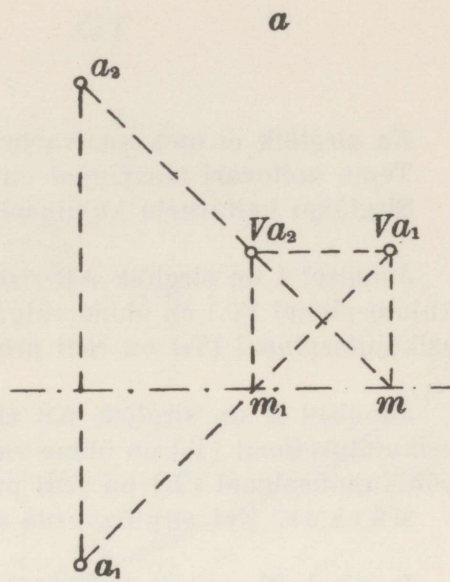
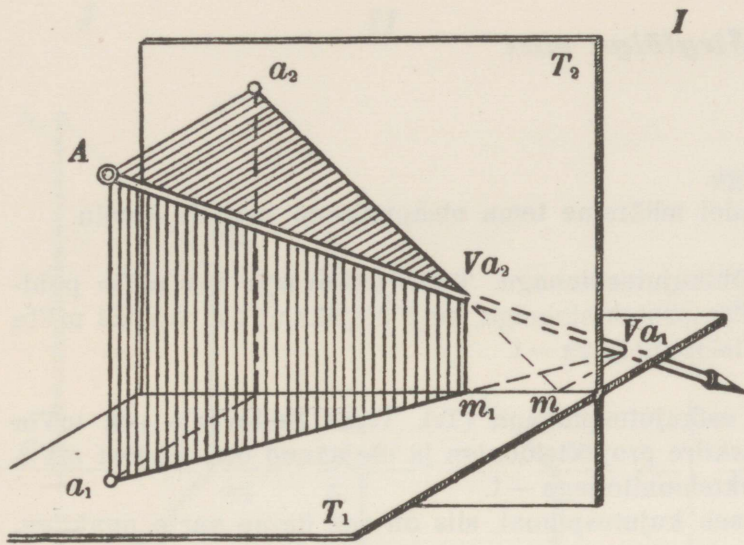
Punktil ei ole omavarju, küll aga heitevari mõnele teisele pinnale — käesoleval juhtumil projektsioonipinnale.

Kui antud punkti läbiv valguskiir lõikub projektsioonipinnaga, siis tekkinud jälgpunkt ongi otsitav heitevari kujutuspinnal. Kuubi diagonaali sihilise valgustuse juures langeb punkti vari alati sellele kujutuspinnale, millele ta on lähemal.

Joonisel I punkti A (projektsioonid a_1 ja a_2) vari Va_2 langeb esikujutuspinnale, sest ta asub sellele lähemal. Valguskiir, läbinud esikujutuspinna (T_2), läbib veel põhikujutuspinna (T_1) teises veerandis esikujutuspinna taga. Kui me esikujutuspinna (T_2) kõrvaldame, siis valguskiir läbi punkti A läbib põhikujutuspinna (T_1) punktis Va_1 , mis sel juhtumil ongi punkti A heitevari põhikujutuspinnal. Kujutuspindade T_1 ja T_2 telje — t ümber teineteisele pööramisel kujuneb epüür (joonis I-a), millel varjupunktid Va_1 ja Va_2 asuvad projektsiooniteljest — t võrdselt kõrgemal. Et lõik $Va_2 Va_1$ (vaata aksonomeetrilisel joonisel) teises veerandis on ka kuubi diagonaal, siis epüüris tema projektsioonid — lõik $m Va_2$ esikujutuspinnal ja lõik $m Va_1$ põhikujutuspinnal on ruudu $m m_1 Va_2 Va_1$ diagonaalid $m Va_2$ ja $m_1 Va_1$.

Joonisel II on punkt A paigutatud põhikujutuspinnale (T_1) lähemale, seega vari langeb põhikujutuspinnale. Valguskiir, läbinud põhikujutuspinna (T_1), läbib veel esikujutuspinna (T_2) neljandas veerandis. Sarnevalt eelnevale juhtumile kujuneb siin projektsioonipindade teineteisele pööramisel epüür (joonis II-a), kus varjupunktid Va_1 ja Va_2 asuvad teljest — t võrdselt madalamal ja kujundavad ruudu $m m_1 Va_2 Va_1$ diagonaalidega $m Va_2$ ja $m_1 Va_1$.

Joonisel III punkt A asub võrdses kauguses põhi- ja esikujutuspinnast (T_1 ja T_2). Sel juhtumil punkti A läbiv valguskiir lõikab projektsioonitelge — t seega A vari langeb teljele punktis Va .



Sirglõigu vari

Ka sirglõik ei oma omavarju.

Tema heitevari tasapinnal on sirge.

Sirglõigu heitevarju kujutuspindadel määrame tema otsapunktide varjude kaudu.

Joonisel I on sirglõik AB risti põhikujutuspinnaga. Tema heitevarju osa mVa_1 põhikujutuspinnal (T_1) on ühine valguskiire projektsiooniga, kuid ülejäänud osa varjust mVb_2 esikujutuspinnal (T_2) on risti projektsiooniteljega — t.

Joonisel II on sirglõik AB risti esikujutuspinnaga (T_2). Tema heitevarju osa mVb_2 esikujutuspinnal (T_2) on ühine valguskiire projektsiooniga ja ülejäänud osa varjust mVa_1 põhikujutuspinnal (T_1) on risti projektsiooniteljega — t.

Märkus. Kui sirglõigu ots asetseb kujutuspinnal, siis on see ühine varju punktiga.

Joonisel III on sirglõik rööbiti esikujutuspinnaga, kuid kaldu põhikujutuspinnaga. Määrame sirglõigu otsapunktide heitevarjud mõlemale kujutuspinnale. Sidejoon $Va_1 Vb_1$ on otsitav vari põhikujutuspinnal (T_1) ja sidejoon $Va_2 Vb_2$ on otsitav vari esikujutuspinnal (T_2). Mõlemad heitevarjud $Va_1 Vb_1$ ja $Va_2 Vb_2$ lõikuvad projektsiooniteljel — t ühises punktis m, mis on antud sirglõigu varju murdepunktiks. Heitevarjuks osutub põhikujutuspinnal mVa_1 ja esikujutuspinnal mVb_2 . Esikujutuspinnal on vari rööbiti antud lõigu esiprojektsiooniga. Sellest järeldus (ka joon. I ja II silmas pidades): kui lõik on rööbiti ühe kujutuspinnaga, siis samal kujutuspinnal tekkiv heitevari on rööbiti antud sirge projektsiooniga ja ka niisama pikk (joonisel $Va_2 Vb_2$).

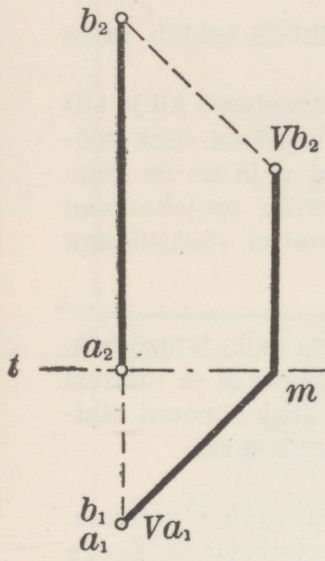
Joonisel IV on sirglõik AB rööbiti põhikujutuspinnaga, kuid kaldu esikujutuspinnaga. Määrame otsapunkti B varju Vb_1 põhikujutuspinnal (T_1). Et sirglõik $AB \parallel T_1$, siis (eelmise lahenduse järgi) heitevari põhikujutuspinnal on rööbiti sirglõigu projektsiooniga $a_1 b_1$. Kui tõmbame sirge varjupunktist Vb_1 rööbiti $a_1 b_1$ kuni teljeni — t, siis mVb_1 ongi heitevari põhikujutuspinnal. Varju ülejäänud osa langeb esikujutuspinnale (T_2). Määrame punkti A varju Va_2 ja ühendame selle punktiga m. Seega on sirglõigu AB vari kujutuspindadele määratud.

Joonisel IV on sirglõik AB kaldu mõlemale kujutuspinnale.

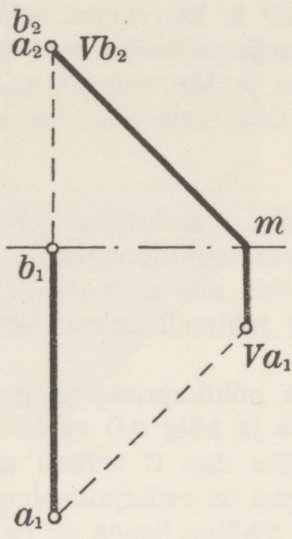
Määrame sirglõigu kogu heitevarju $Va_1 Vb_1$ põhikujutuspinnal lõikepunktiga m teljel — t. Heitevarju osa põhikujutuspinnal (T_1) on $Va_1 m$. Määrame punkti B heitevarju Vb_2 ja ühendame selle punktiga m, mis on sirglõigu heitevarju osa põhikujutuspinnal.

Võib ka sirglõigu kogu heitevarju $Va_2 Vb_2$ määrata enne esikujutuspinnal ja siis otsapunkti A varju Va_1 põhikujutuspinnal ning ühendada punktiga m.

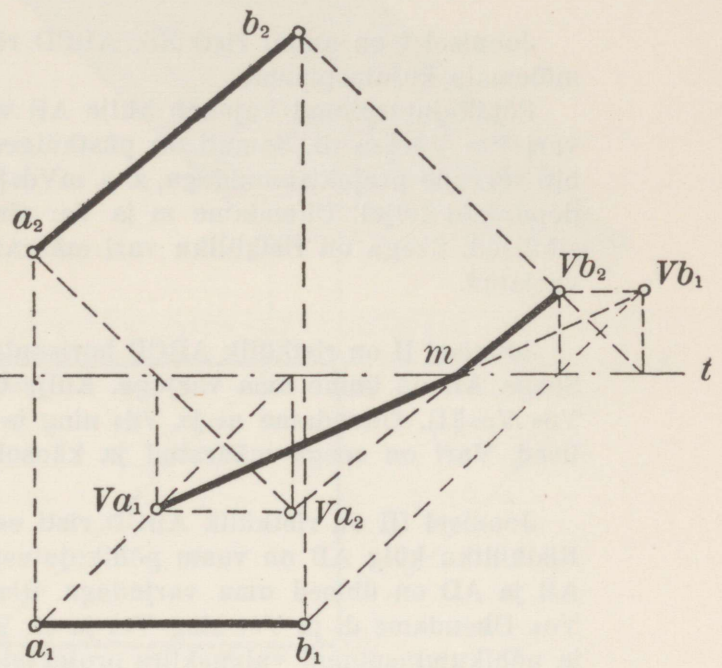
I



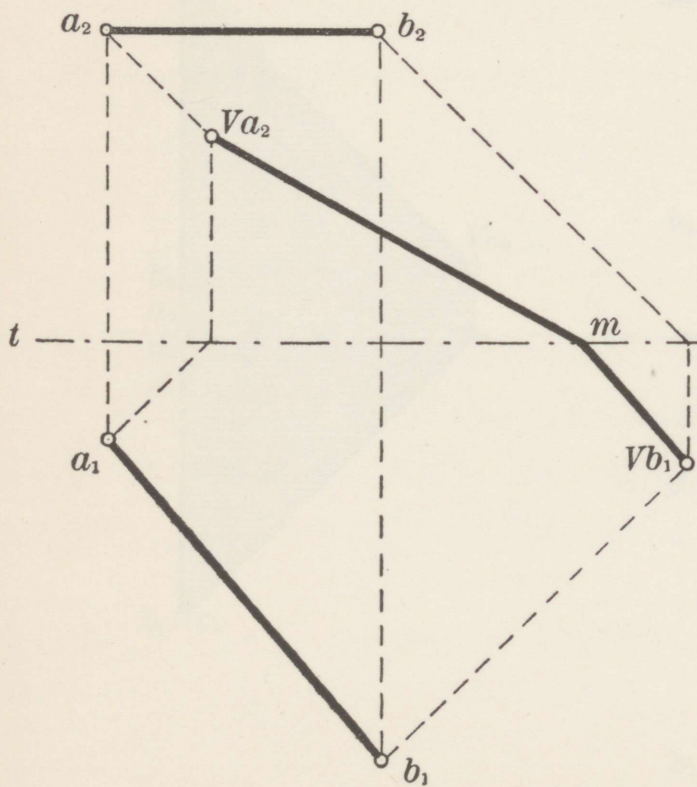
II



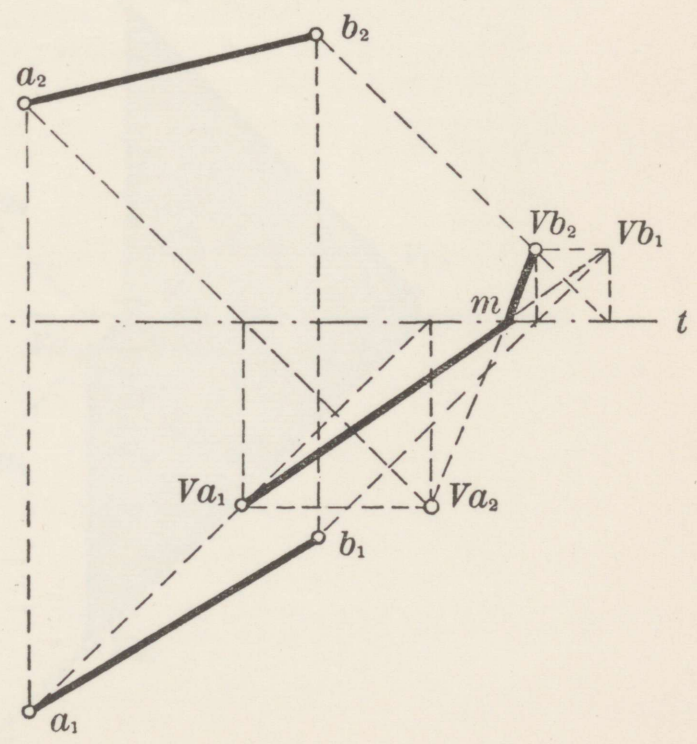
III



IV



V



Ristküliku vari

Joonisel I on antud ristkülik ABCD rööbiti esikujutuspinnaga. Ristkülik heidab varju mõlemale kujutuspinnale.

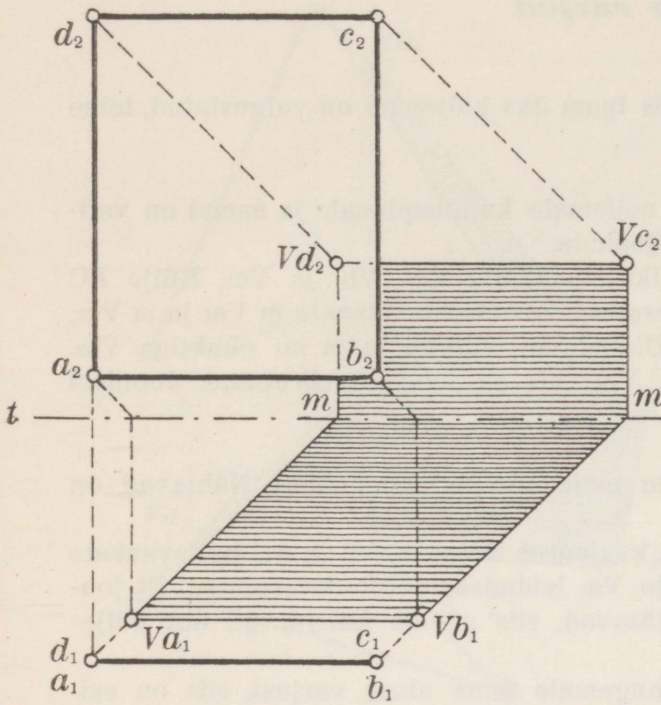
Põhikujutuspinnal kujuneb külje AB vari $Va_1 Vb_1 \parallel a_1 b_1$ ja esikujutuspinnal külje CD vari $Vc_2 Vd_2 \parallel c_2 d_2$. Samuti on püstkülgede AD ja BC varjud esikujutuspinna osas rööbiti servade projektsioonidega, s. o. $mVd_2 \parallel d_2 a_2$ ja $m_1Vc_2 \parallel c_2 b_2$. Punktid m ja m_1 on murdepunktid teljel. Ühendame m ja Va_1 ning m_1 ja Vb_1 , mis on valguskiire projektsiooni sihilised. Seega on ristküliku vari määratud. Osa heitevarju on esijoonisel ristkülikuga varjatud.

Joonisel II on ristkülik ABCD horisontaalne ja oma küljega AB vastu esikujutuspinda. Seega AB on ühine oma varjuga. Külje CD vari esikujutuspinnal $Vd_2 Vc_2 \parallel d_2 c_2$ (ühtlasi $Vd_2 Vc_2 \parallel t$). Ühendame a_2 ja Vd_2 ning b_2 ja Vc_2 , mis on valguskiire projektsiooni sihilised. Vari on seega määratud ja käesoleval juhtumil tervelt esikujutuspinnal.

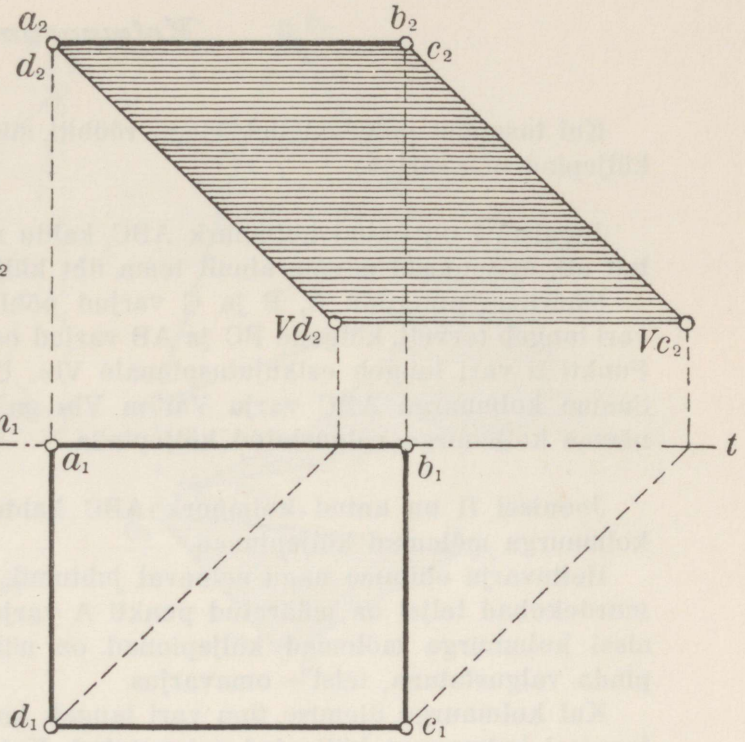
Joonisel III on ristkülik ABCD risti esi- ja põhikujutuspinnaga, s. t. küljelt nähtuna. Ristküliku külg AB on vastu põhikujutuspinda ja külg AD vastu esikujutuspinda. Seega AB ja AD on ühised oma varjudega. Ristküliku tipp C heidab varju esikujutuspinnale Vc_2 . Ühendame d_2 ja Vc_2 ning Vc_2 ja c_1 . Viimane on esikujutuspinna osas risti teljega — t ja põhikujutuspinnal valguskiire projektsiooni sihiline. Seega on ristküliku vari määratud.

Joonisel IV on ristkülik ABCD. Ta on risti teljega — t , s. t. samuti küljelt nähtuna, kuid ei puuduta oma külgedega kujutuspindu. Külg AB heidab põhikujutuspinnale varju $Va_1 Vb_1 \parallel a_1 b_1$ ja külg CD esikujutuspinnale $Vc_2 Vd_2$, mis on valguskiire projektsiooni sihiline. Ühendame Va_1 ja Vd_2 ning Vb_1 ja Vc_2 (põhijoonisel on varjud telje suhtes 45° , esijoonisel — risti), ning vari ongi määratud.

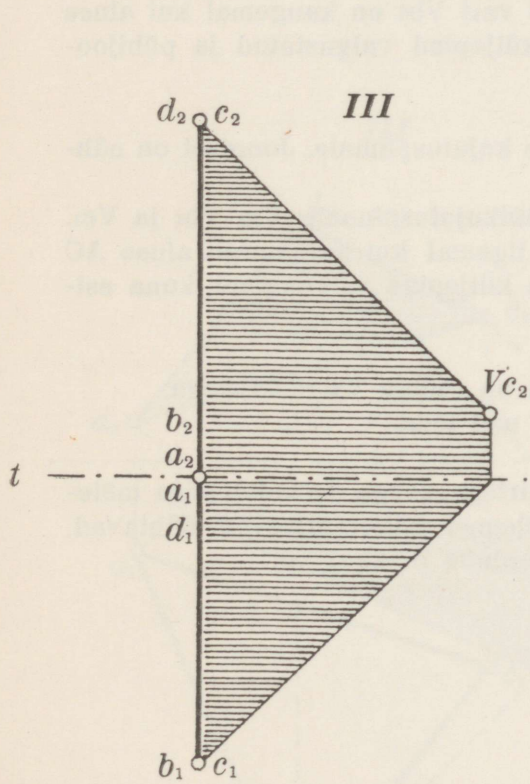
I



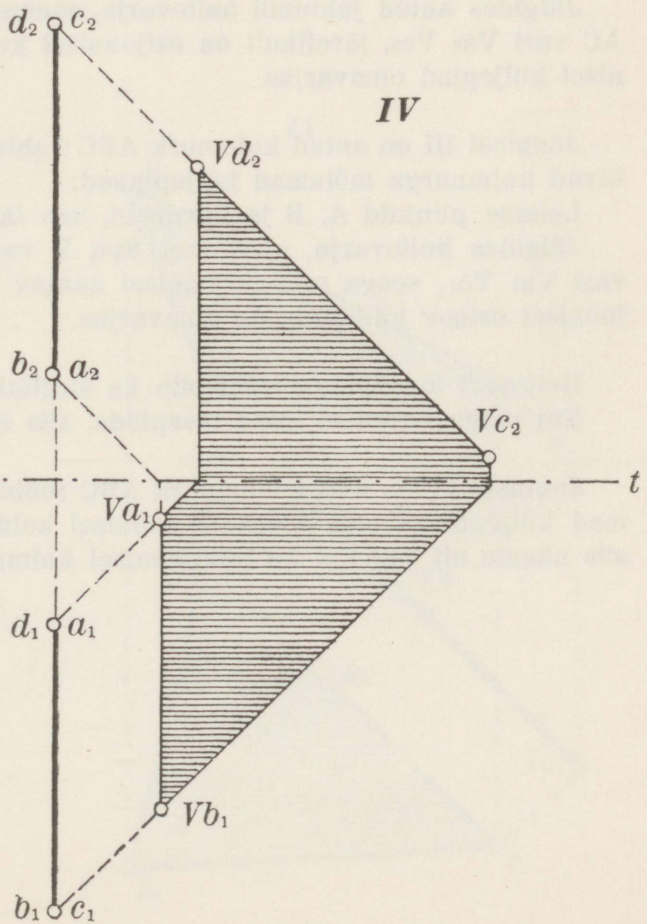
II



III



IV



Kolmnurga varjud

Kui tasapind pole valguskiirtega rööbiti, siis tema üks küljepind on valgustatud, teine küljepind omavarjus.

Joonisel I on antud kolmnurk ABC, kaldu mõlemale kujutuspinnale ja asend on valitud nii, et joonisel näeme ainult tema üht küljepinda.

Määrame punktide A, B ja C varjud põhikujutuspinnal Va_1 , Vb_1 ja Vc_1 . Külje AC vari langeb tervelt, külgede BC ja AB varjud osaliselt põhikujutuspinnale m Va_1 ja m Vc_1 . Punkti B vari langeb esikujutuspinnale Vb_2 . Ühendame punktid m ja m_1 punktiga Vb_2 . Saame kolmnurga ABC varju Va_1 m Vb_2 m_1 Vc_1 , mis on joonisel viirutatud. Joonisel näeme kolmnurga valgustatud küljepinda.

Joonisel II on antud kolmnurk ABC kaldu mõlemale kujutuspinnale. Nähtavad on kolmnurga mõlemad küljepinnad.

Heitevarju ehitame nagu eelneval juhtumil, kusjuures külgede AB ja AC heitevarjude murdekohad teljel on määratud punkti A varju Va_2 leidmisega esikujutuspinnal. Et joonisel kolmnurga mõlemad küljepinnad on nähtavad, siis näeme kolmnurga üht küljepinda valgustatuna, teist — omavarjus.

Kui kolmnurga ülemise tipu vari langeb kaugemale tema aluse varjust, siis on esijoonisel kolmnurga küljepind valgustatud. Kui aga kolmnurga tipu vari langeb lähemale tema aluse varjust, siis on põhijoonisel kolmnurga küljepind valgustatud (vt. joon. III).

Jälgides antud juhtumil heitevarju, näeme, et tipu B vari Vb_2 on kaugemal kui aluse AC vari Va_2 Vc_2 , järelikult on esijoonisel kolmnurga küljepind valgustatud ja põhijoonisel küljepind omavarjus.

Joonisel III on antud kolmnurk ABC kaldu mõlemale kujutuspinnale. Joonisel on nähtavad kolmnurga mõlemad küljepinnad.

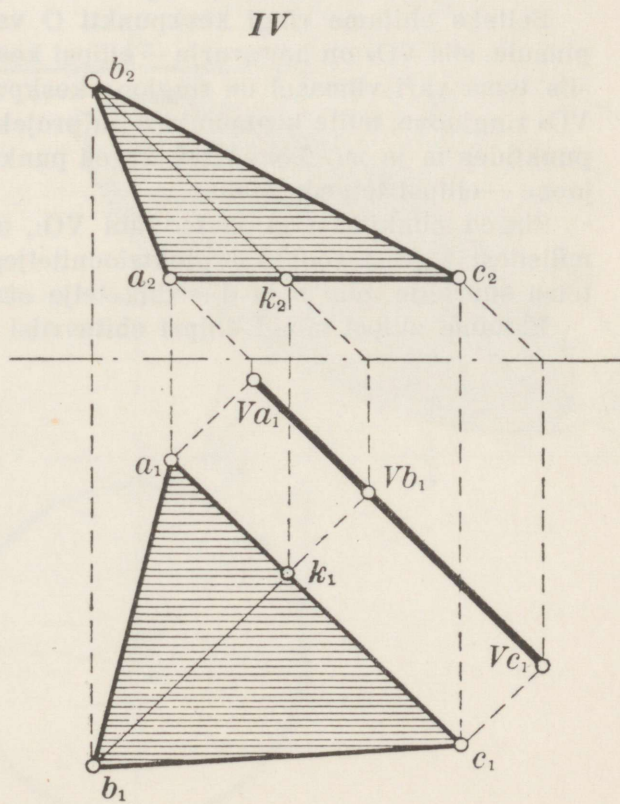
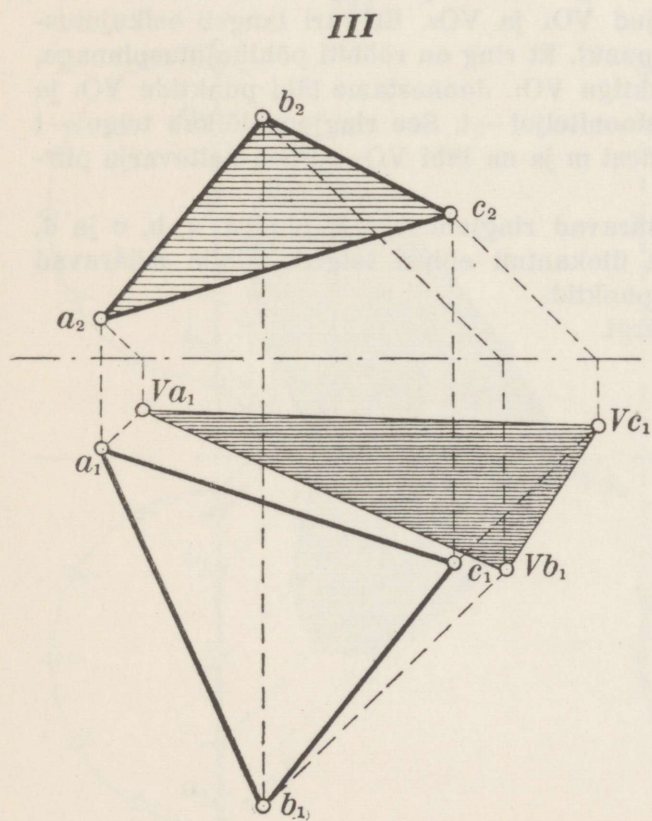
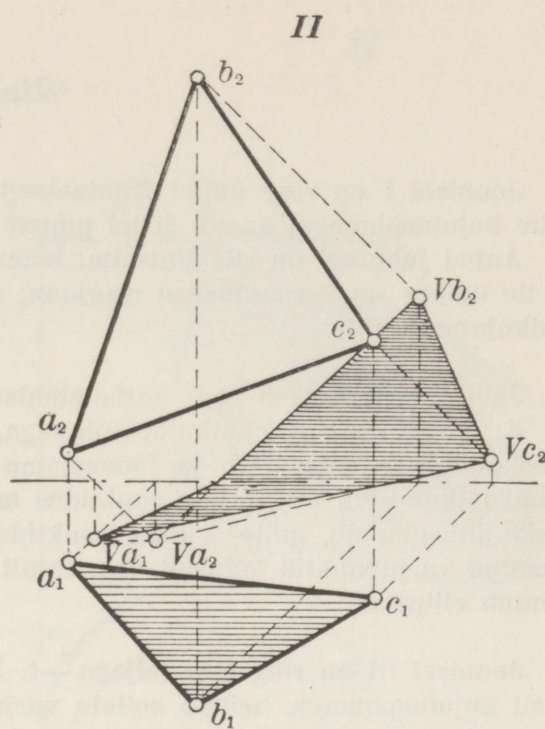
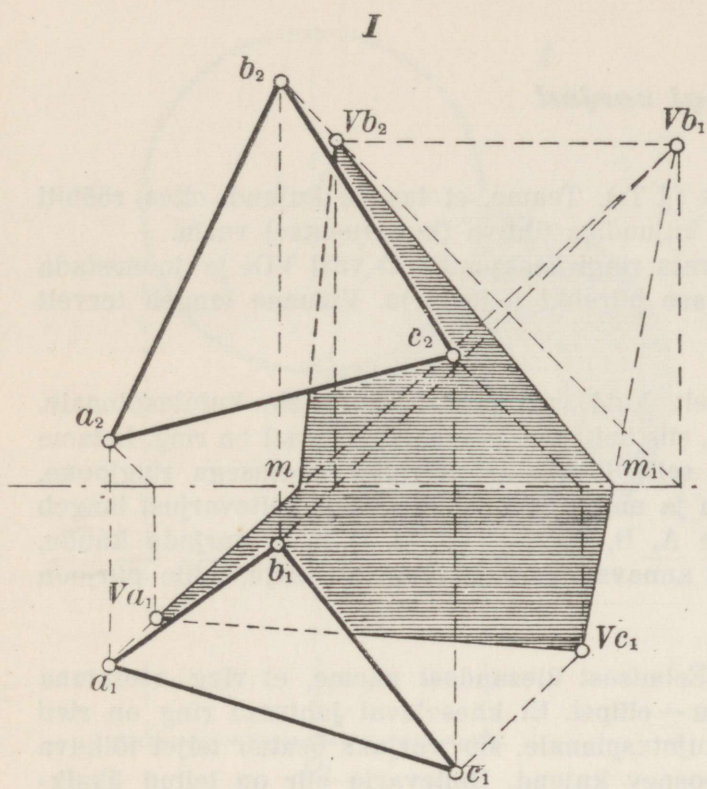
Leiame punktid A, B ja C varjud, mis langevad põhikujutuspinnale Va_1 Vb_1 ja Vc_1 .

Jälgides heitevarju, näeme, et tipu B vari Vb_1 on ligemal kui kolmnurga aluse AC vari Va_1 Vc_1 , seega on põhijoonisel nähtav kolmnurga küljepind valgustatud, kuna esijoonisel esinev küljepind on omavarjus.

Heitevari tasapinnast võib olla ka sirglõik, kui pind on rööbiti valguskiirtega.

Kui valguskiired ei löika tasapinda, siis ei valgusta nad teda.

Joonisel IV on antud kolmnurk ABC rööbiti valguskiirtega, seega on kolmnurga mõlemad küljepinnad omavarjus. Et joonisel kolmnurga mõlemad küljepinnad on nähtavad, siis näeme nii esi- kui ka põhijoonisel kolmnurga küljepindu omavarjus.



Ringi varjud

Joonisel I on ring antud frontaalselt ($\parallel T_2$). Teame, et tasane kujund, olles rööbiti ühe kujutuspinnaga, annab sellel pinnal kujundiga ühtiva (kongruentse) varju.

Antud juhtumil on siis lihtsaim: määrata ringi keskpunkti O vari VO_2 ja joonestada selle ümber sama raadiusega ringjoon; see piirabki heitevarju. Viimane langeb tervelt esikujutuspinnale.

Joonisel II asetseb ring horisontaalselt, kuid vari langeb mõlemale kujutuspinnale.

Et ring on rööbiti põhikujutuspinnaga, siis heitevari põhikujutuspinnal on ring. Leiame keskpunkti O varju VO_1 ja joonestame selle ümber antud ringi raadiusega ringjoone, kuni lõikumiseni teljega — t punktides m ja m_1 . Ulejäänud osa ringi heitevarjust langeb esikujutuspinnale, mille leiame punktide A, B, C, D, E, F, G, H ja L varjude kaudu. Saadud varjupunktid ladusalt ühendatult annavad esikujutuspinnal varju, mille piirjoon osutub ellipsiks.

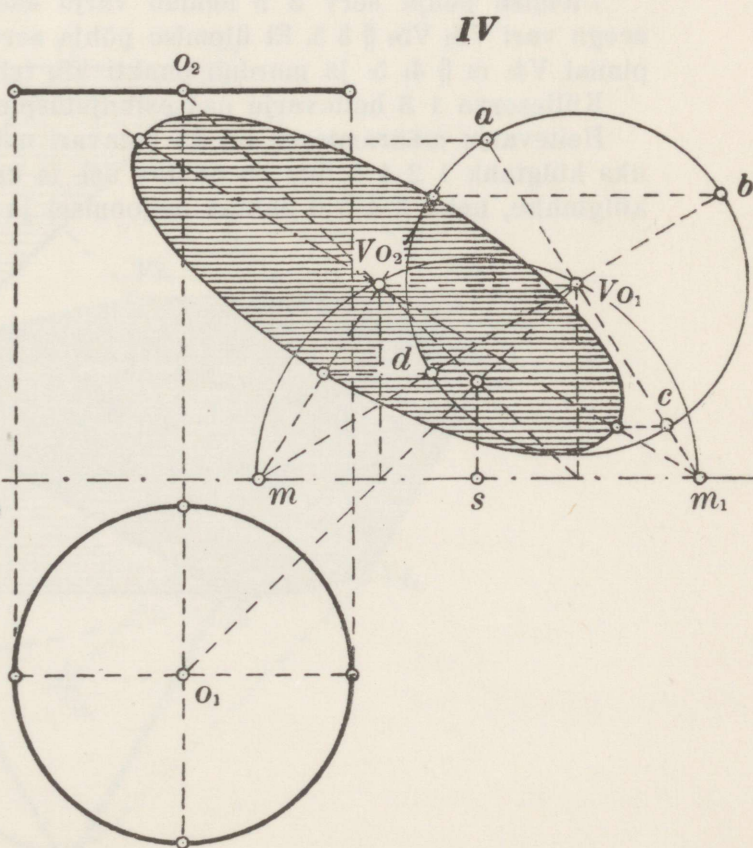
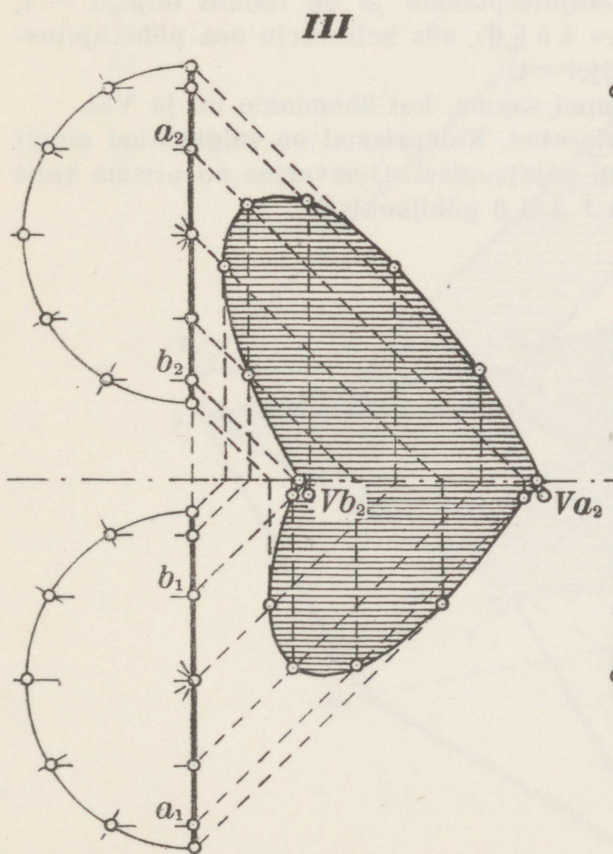
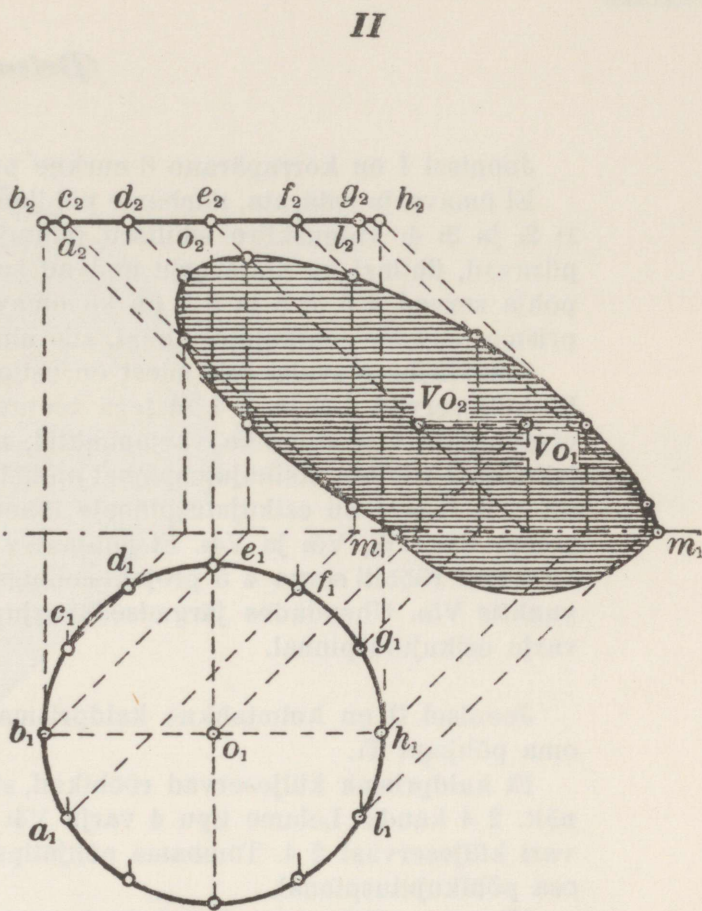
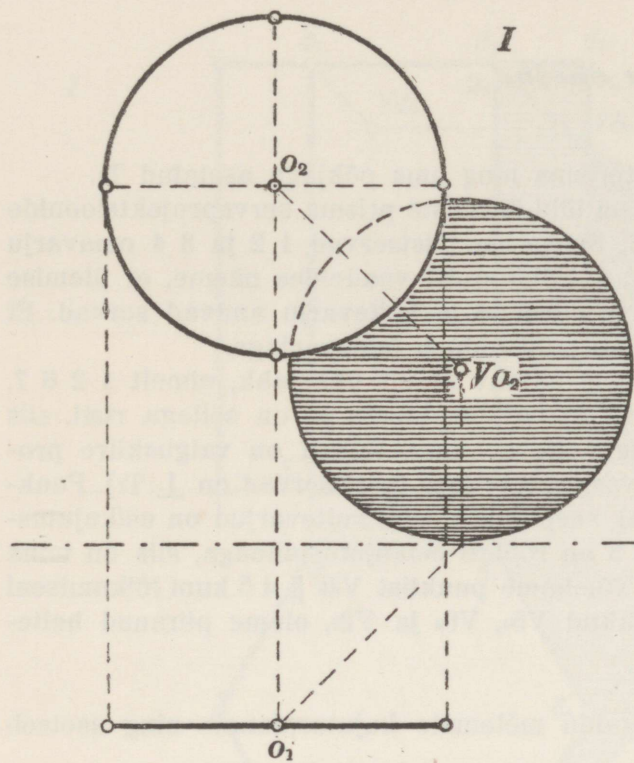
Joonisel III on ring risti teljega — t. Eelmisest ülesandest näeme, et ring, asetatuna risti kujutuspinnaga, heidab sellele varju — ellipsi. Et käesoleval juhtumil ring on risti teljega — t ning vari langeb mõlemale kujutuspinnale, siis varjuks osutub teljel lõikuva kahe ühesuuruse ellipsi segmentidest koosnev kujund. Heitevarju piir on leitud üksikpunktide kaudu, millede määramiseks ringi jagame mahapöördel võrdseteks osadeks (näit. 12-ks). Varju murdekoha täpsemaks määramiseks teljel — t on punktide A ja B varjud Va_2 ja Vb_2 leitud esikujutuspinnal.

Joonisel IV on näidatud ringi heitevarju piirjoone — ellipsi telgede määramise võte.

Selleks ehitame ringi keskpunkti O varjud VO_1 ja VO_2 . Et vari langeb esikujutuspinnale, siis VO_2 on heitevarju — ellipsi keskpunkt. Et ring on rööbiti põhikujutuspinnaga, siis tema vari viimasel on ringjoon keskpunktiga VO_1 . Joonestame läbi punktide VO_1 ja VO_2 ringjoone, mille keskpunkt s on projektsiooniteljel — t. See ringjoon lõikab telge — t punktides m ja m_1 . Tõmmates sirged punktides m ja m_1 läbi VO_2 , saame heitevarju piirjoone — ellipsi telgede sihid.

Sirged punktides m ja m_1 läbi VO_1 , määravad ringjoonel neli punkti: a, b, c ja d, milledest a ja c rööbiti projektsiooniteljega ülekantult ellipsi telgede sihile määravad tema suurtelje ning b ja d — väiketelje otsapunktid.

Ehitame ellipsi mingi ellipsi ehitusviisi järgi.



Prisma varjud

Joonisel I on korrapärane 6-nurkne püstprisma ning oma põhjaga asetatud T_1 .

Et omavarju määrata, tõmbame põhijoonisel läbi äärmiste prisma servaprojektsioonide $1_1 2_1$ ja $3_1 4_1$ valguskiire sihilised puutujad. Seega on püstservad 1 2 ja 3 4 omavarju piiravad, ühtlasi ka heitevarju andvad servad. Põhijoonist vaadeldes näeme, et ülemise põhja servad 4 5, 5 6 ja 6 2 on ka omavarju piiravad ja heitevarju andvad servad. Et prisma asetseb põhikujutuspinnal, siis alumine põhi ühineb heitevarjuga.

Omavarjus olevaist tahkudest on esijoonisel nähtav ainult üks tahk, nimelt 1 2 6 7. Et küljeservad 1 2 ja 3 4 otstega toetuvad põhikujutuspinnale ja on sellega risti, siis otsapunktid 1 ja 3 on ka varjupunktid, ning heitevari kuni teljeni on valguskiire projektsiooni sihiline. Esikujutuspinnal on heitevari risti teljega (sest servad on $\perp T_1$). Punktid 2, 6, 5 ja 4 on esikujutuspinnale lähemal, seepärast nende heitevarjud on esikujutuspinnal V_{2_2} , V_{6_2} , V_{5_2} ja V_{4_2} . Et põhjaserv 4 5 on rööbiti esikujutuspinnaga, siis on tema heitevari rööbiti serva 4 5 projektsiooniga. Tõmbame punktist $V_{4_2} \parallel 4 5$ kuni lõikumiseni punktis V_{5_2} . Ühendades järgmised varjupunktid V_{5_2} , V_{6_2} ja V_{2_2} , oleme piiranud heitevarju esikujutuspinnal.

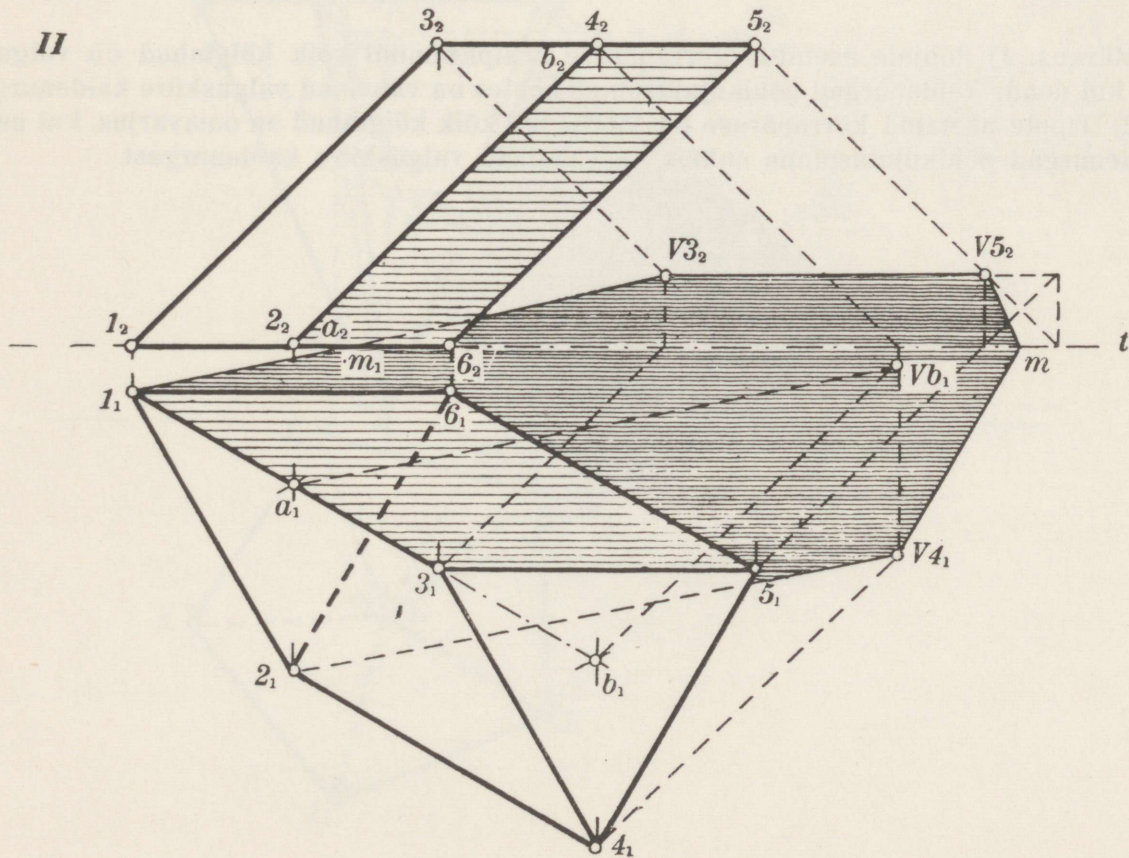
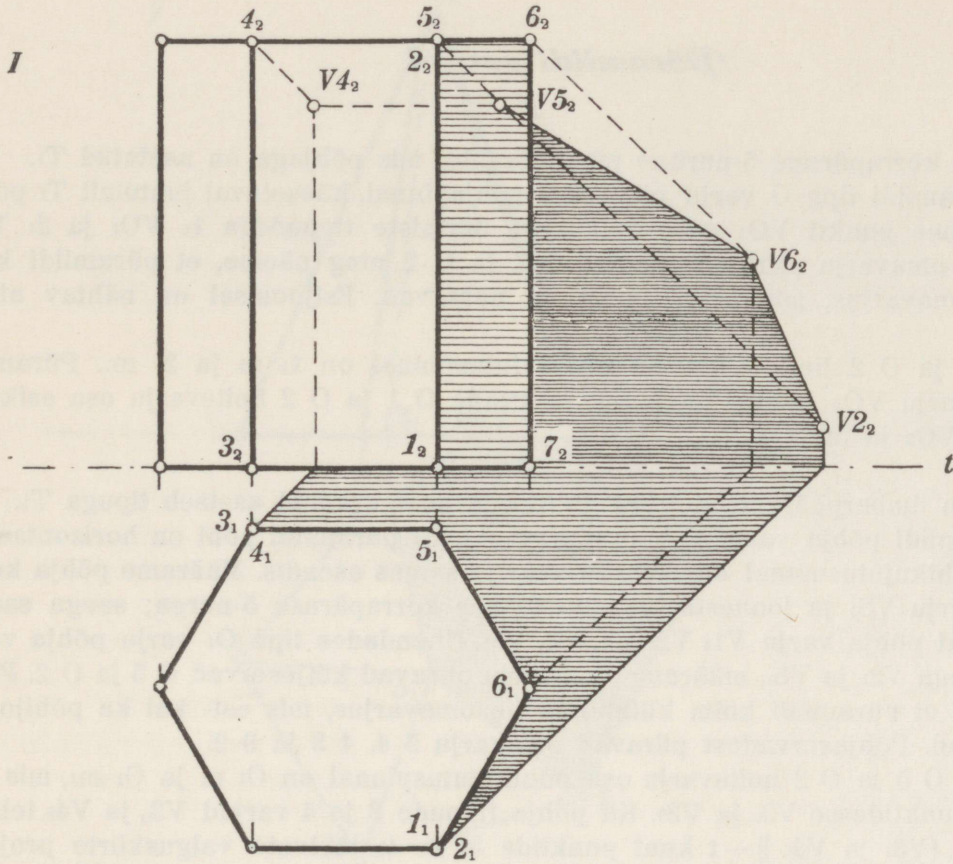
Joonisel II on kolmtahkne kaldprisma, kaldu mõlemale kujutuspinnale ning asetseb oma põhjaga T_1 .

Et kaldprisma küljeservad rööbikud, siis määrame nende varju suuna ühe küljeserva, näit. 2 4 kaudu. Leiame tipu 4 varju V_{4_1} ja ühendame selle punktiga 2_1 , mis ongi heitevari küljeservast 2 4. Tõmbame põhjatipust $1_1 m_1 \parallel 2_1 V_{4_1}$, mis on serva 1 3 heitevarju osa põhikujutuspinnal.

Ülemise põhja serv 3 5 heidab varju esikujutuspinnale ja on rööbiti teljega — t , seega vari $V_{3_2} V_{5_2} \parallel 3 5$. Et ülemise põhja serv 4 5 $\parallel T_1$, siis heitevarju osa põhikujutuspinnal $V_{4_1} m \parallel 4_1 5_1$ ja murdub punkti V_{5_2} teljel — t .

Küljeserva 1 3 heitevarju osa esikujutuspinnal saame, kui ühendame m_1 ja V_{3_2} .

Heitevarju määramisega on ka omavari määratud. Kaldprismal on valgustatud ainult üks külgtahk 1 2 4 3, mis on nähtav esi- ja ka põhijoonisel. Omavarjus on prisma kaks külgtahku, neist 2 4 5 6 nähtav esijoonisel ja 1 3 5 6 põhijoonisel.



Püramiidi varjud

Joonisel I on korrapärase 5-nurkne püstpüramiid, mis põhjaga on asetatud T_1 .

Määrame püramiidi tipu O varju püramiidi põhjapinnal, käesoleval juhtumil T_1 punktis VO_1 . Ühendame punkti VO_1 põhjahulknurga äärmiste tippudega $1_1 VO_1$ ja $2_1 VO_1$. Seega määrame omavarju piiravad servad O 1 ja O 2 ning näeme, et püramiidi kaks külgtahku on omavarjus, mis põhijoonisel on nähtavad. Esijoonisel on nähtav ainult üks tahk.

Servade O 1 ja O 2 heitevarju osa põhikujutuspinnal on $1_1 m$ ja $2_1 m_1$. Püramiidi tipp O heidab varju VO_2 esikujutuspinnale. Servade O 1 ja O 2 heitevarju osa esikujutuspinnal on $m VO_2$ ja $m_1 VO_2$.

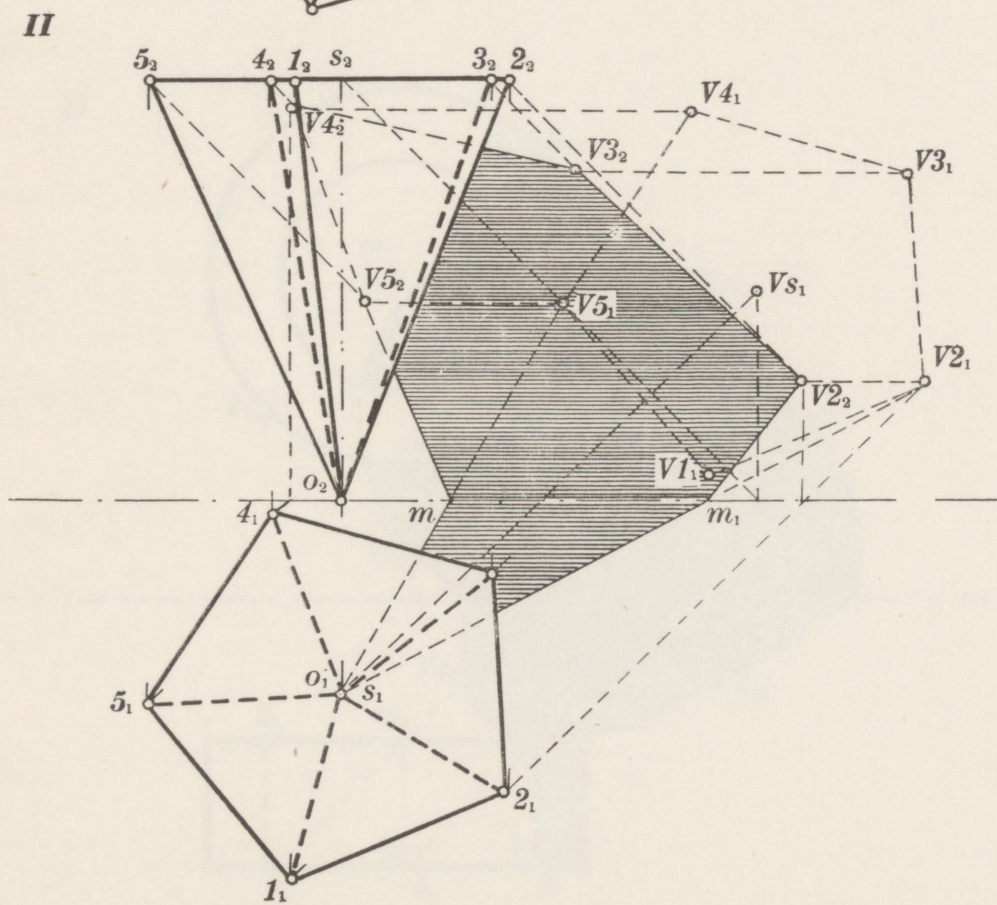
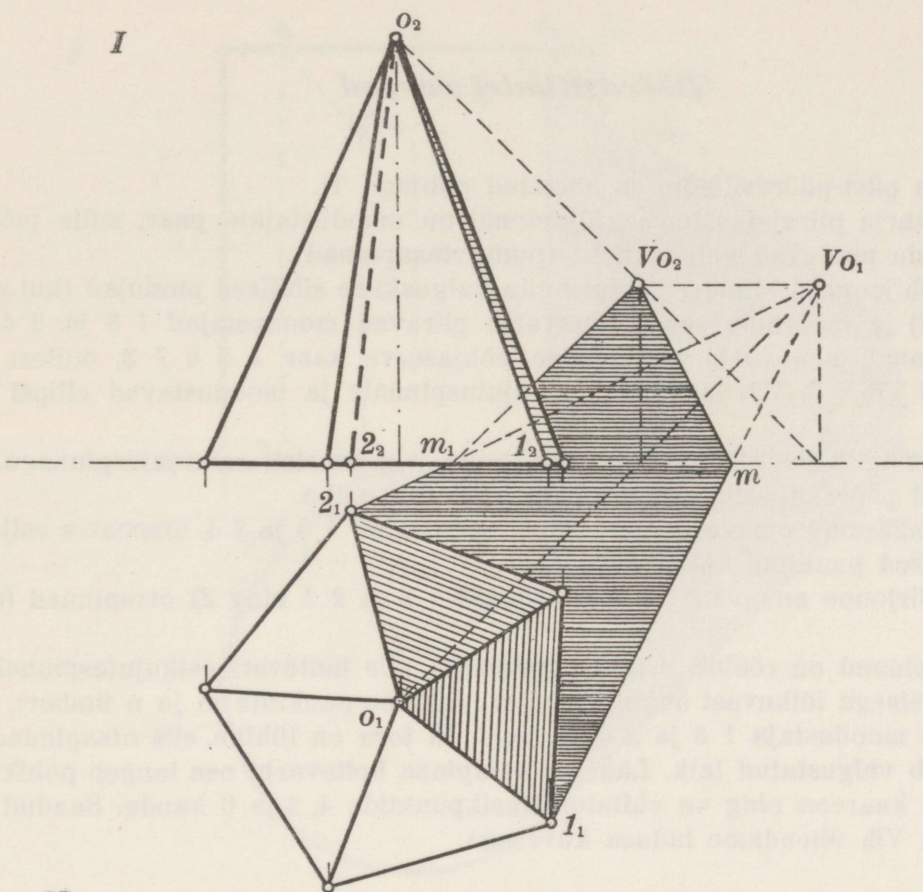
Joonisel II on ümberpööratud olukord: 5-nurkne püstpüramiid asetseb tipuga T_1 .

Leiame püramiidi põhja varju põhikujutuspinnal. Et püramiidi põhi on horisontaalne, siis heitevari põhikujutuspinnal on niisama suur ja samas asendis. Määrame põhja keskpunkti S heitevarju VS_1 ja joonestame selle ümber korrapärase 5-nurga; seega saame põhikujutuspinnal põhja varju $V1_1 V2_1 V3_1 V4_1 V5_1$. Ühendades tipu O_1 varju põhja varju äärmiste tippudega $V2_1$ ja $V5_1$, määrame omavarju piiravad küljeservad O 5 ja O 2. Põhijooniselt näeme, et püramiidi kolm külgtahku on omavarjus, mis esi- kui ka põhijoonisel pole nähtavad. Põhjaservadest piiravad omavarju 5 4, 4 3 ja 3 2.

Küljeservade O 5 ja O 2 heitevarju osa põhikujutuspinnal on $O_1 m$ ja $O_1 m_1$, mis teljelt murduvad punktidesse $V5_2$ ja $V2_2$. Ka põhja tippude 3 ja 4 varjud $V3_2$ ja $V4_2$ leiame esikujutuspinnal ($V3_1$ ja $V4_1$ || — t kuni punktide 3_2 ja 4_2 läbivate valguskiirte projektsioonide lõikumiseni). Ühendame $V2_2 V3_2$, $V3_2 V4_2$ ja $V4_2 V5_2$, seega piirame heitevarju esijoonisel.

Märkus. 1) Põhjale asetatud korrapärase püstpüramiidi kõik külgtahud on valgustatud, kui nende kaldenurgad põhikujutuspinna suhtes on vähemad valguskiire kaldenurgast.

2) Tipule asetatud korrapärase püstpüramiidi kõik külgtahud on omavarjus, kui nende kaldenurgad põhikujutuspinna suhtes on vähemad valguskiire kaldenurgast.



Pöördsilindri varjud

Joonisel I on püst-pöördsilinder ja asetatud põhjaga T_1 .

Silindri omavarju piirajaiks tema küljepinnal on moodustajate paar, mille määravad silindri küljepinda puutuvad valguskiired (puutuvtasapinnad).

Tõmbame põhijoonisel silindri põhjaringile valguskiire sihilised puutujad (kui puutuvtasapinna jäljed) ja määrame seega omavarju piiravad moodustajad 1 3 ja 2 4. Peale moodustajate annab heitevarju ka ülemise põhjaserva kaar 4 5 6 7 3, millest varjupunktid V_4 V_5 V_6 V_7 V_3 langevad esikujutuspinnaile ja moodustavad ellipsi kaare.

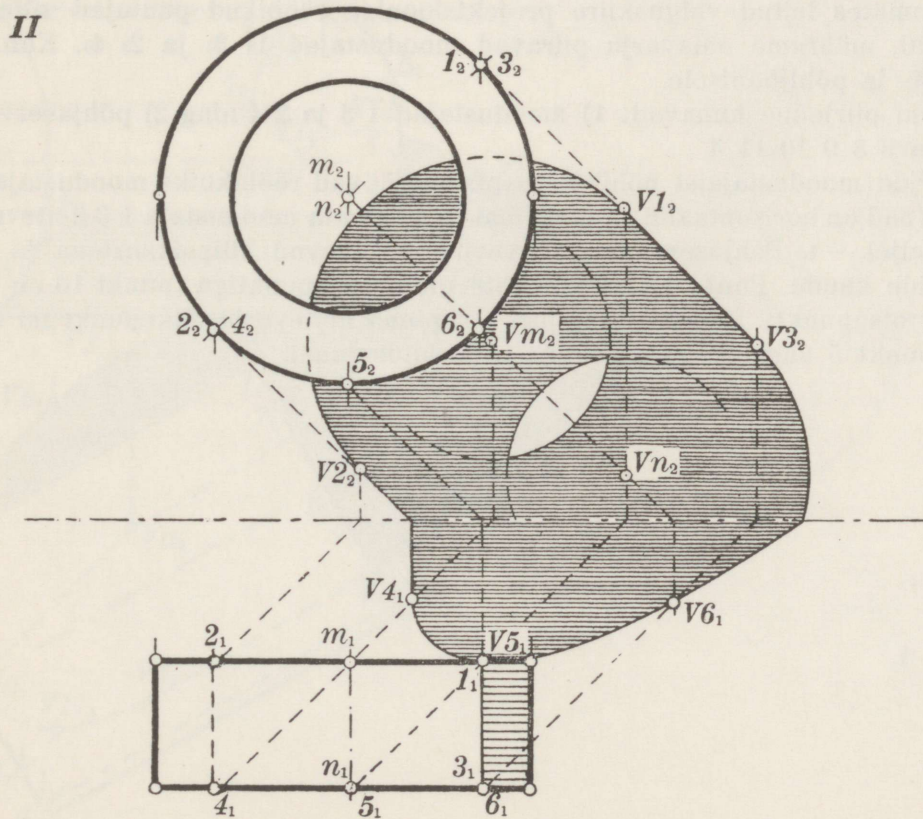
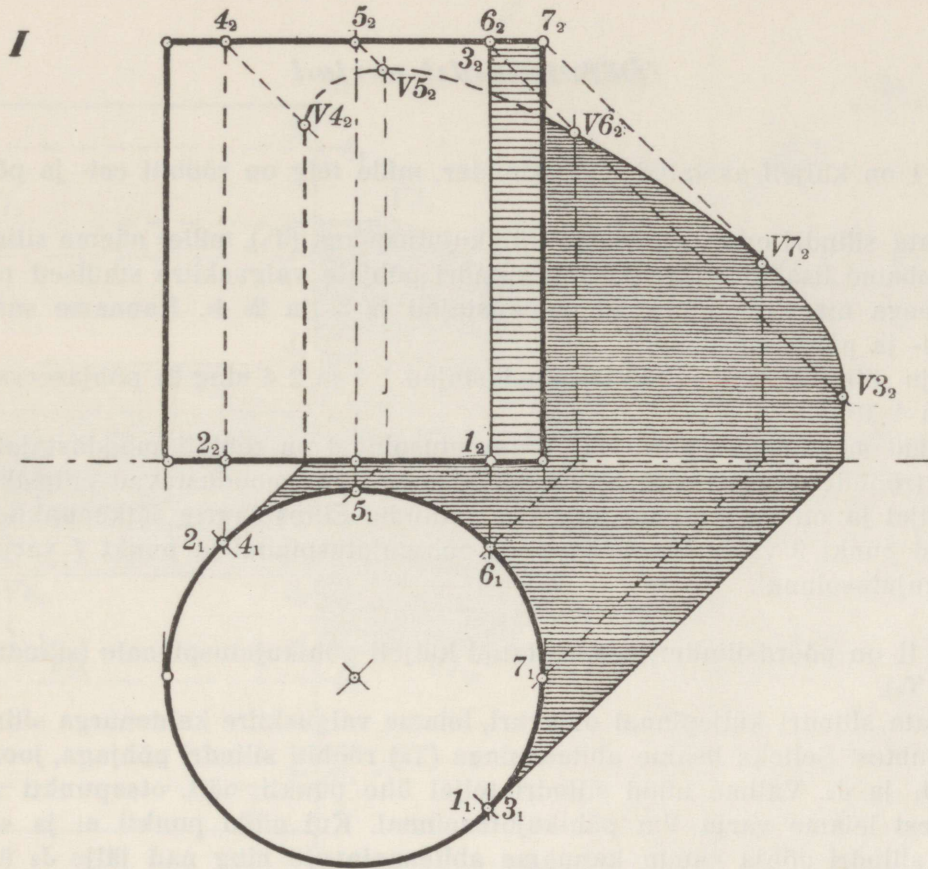
Joonisel II on tükk pöördsilindrulist toru, mille telg on risti esikujutuspinnaile.

Toru sisemist pöördsilindrulist pinda ei ole joonisel näha.

Välispinnal määrame omavarju piiravad moodustajad 1 3 ja 2 4, tõmmates esijoonisel valguskiiresihilised puutujad välisringile.

Heitevarju piirjoone annavad: 1) moodustajad 1 3 ja 2 4 ning 2) otsapinnad (auguga ringid).

Et toru otsapinnad on rööbiti esikujutuspinnaile, siis heitevari esikujutuspinnaile koosneb kahest üksteisega lõikuvast auguga ringist (ehitame punktide m ja n ümber), mis on ühendatud kahe moodustaja 1 3 ja 2 4 varjuga. Et toru on lühike, siis otsapindade varjude vahele jääb valgustatud laik. Lähema otsapinna heitevarju osa langeb põhikujutuspinnaile — ellipsi kaarena ning on ehitatud üksikpunktide 4, 5 ja 6 kaudu. Saadud varjupunktid V_4 V_5 V_6 ühendame ladusa kõveraga.



Pöördsilindri varjud

Joonisel I on küljeli asetatud pöördsilinder, mille telg on rööbiti esi- ja põhikujutus-pinnaga.

Et määrata silindri omavari, lisame küljkujutuspinna (T_3), millel näeme silindri põhja-vaadet. Tõmbame lisatud kujutuspinna silindri põhjale valguskiire sihilised puutujad ja määrame seega omavarju piiravad moodustajad 1_3 3_3 ja 2_3 4_3 . Kanname saadud moodustajad esi- ja põhijoonisele.

Heitevarju piirjoone annavad: 1) moodustajad 1 3 ja 2 4 ning 2) põhjaservade kaared 3 5 6 7 4 ja 1 10 9 8 2.

Heitevarjud moodustajaist esi- ja põhikujutuspinna on rööbiti moodustajate projektioonidega (rööbiti teljega — t). Silindri põhjaservadest moodustuvad ellipsikaared, mis lõikuvad teljel ja on saadud üksikpunktide kaudu. Ellipsikaarte lõikepunktid teljel — t on määratud punkt 9 varju V_9 leidmisega põhikujutuspinna ja punkt 7 varju V_7 leidmisega esikujutuspinna.

Joonisel II on pöördsilinder, mis asetatud küljeli põhikujutuspinna (silindri telg $\parallel T_1$, kuid kaldu T_2).

Et määrata silindri küljepinna omavari, leiame valguskiire kaldenurga silindri põhjatasapinna suhtes. Selleks lisame abitasapinna (T_3) rööbiti silindri põhjaga, joonisel antud jälgedega J_1 ja J_2 . Valime nüüd silindri teljel ühe punkti, näit. otsapunkti A (proj. a_1 ja a_2), millest leiame varju V_{a_1} põhikujutuspinna. Kui nüüd punkti a_1 ja selle varju punkti V_{a_1} silindri põhja kaudu kanname abitasapinnale ning nad jälje J_2 ümber frontaalseks pöörame, näeme sellel silindri põhja keskpunkti a_3 ja viimase varjupunkti V_{a_3} . Sirge läbi punktide a_3 ja V_{a_3} on valguskiire suuna projektsioon silindri põhjatasapinna suhtes. Tõmmates leitud valguskiire projektsiooniga rööbikud puutujad silindri põhjale abitasapinnal, määrame omavarju piiravad moodustajad 1_3 3_3 ja 2_3 4_3 . Kanname moodustajad esi- ja põhijoonisele.

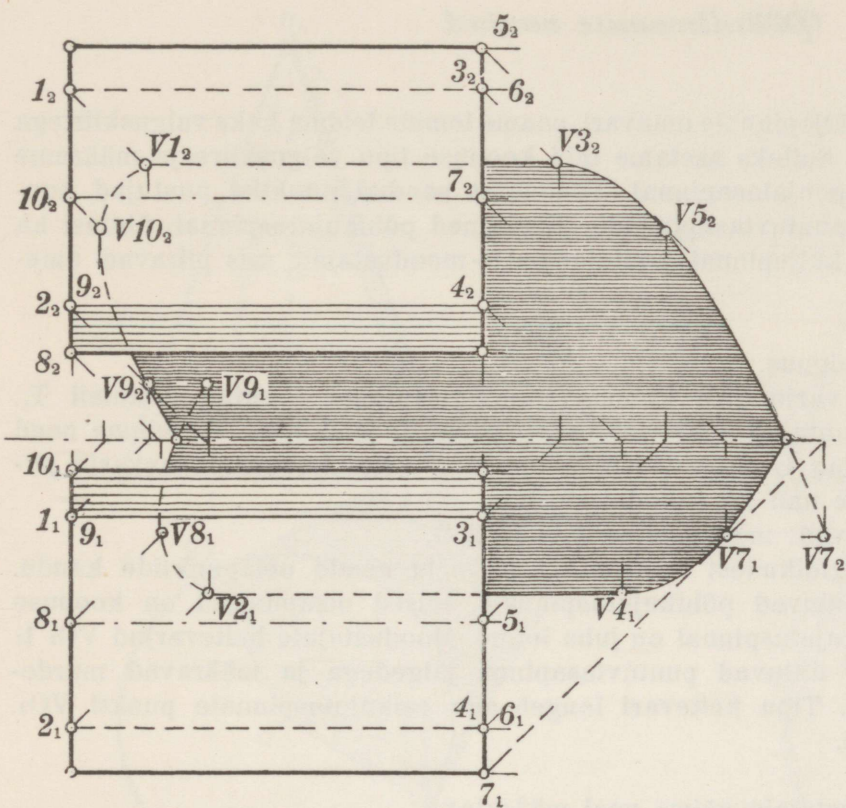
Heitevarju piirjoone annavad: 1) moodustajad 1 3 ja 2 4 ning 2) põhjaservade kaared 1 7 6 5 2 ja 3 8 9 10 11 4.

Heitevarjud moodustajaist põhikujutuspinna jäävad rööbikuiks moodustajate projektioonidega (nad on horisontaalid), mis võimaldab määrata moodustaja 1 3 heitevarju murdepunkti m teljel — t . Põhjaservade heitevarjud kujunevad ellipsikaartena ja on saadud üksikpunktide kaudu. Punkt 10 langeb ühte oma varjupunktiga (punkt 10 on T_1 asetseva moodustaja otsapunkt). Silindri kaugema otsapinna heitevarju lõikepunkt m_1 teljel — t on määratud punkt 5 varju V_5 leidmisega esikujutuspinna.

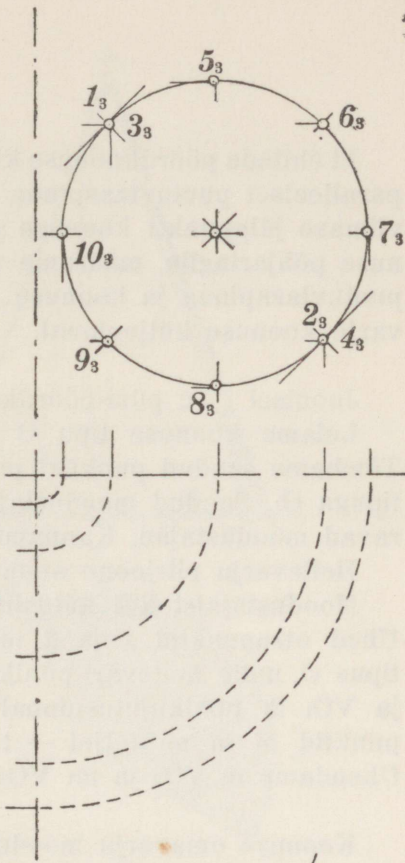
T₂

I

T₃

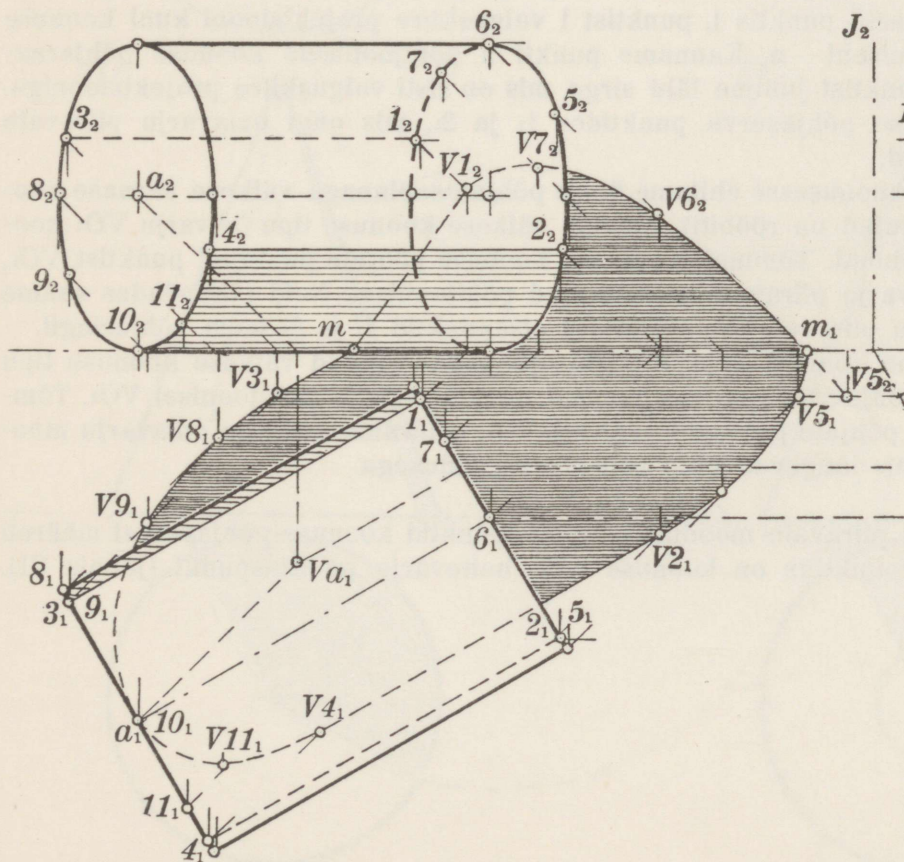


T₁

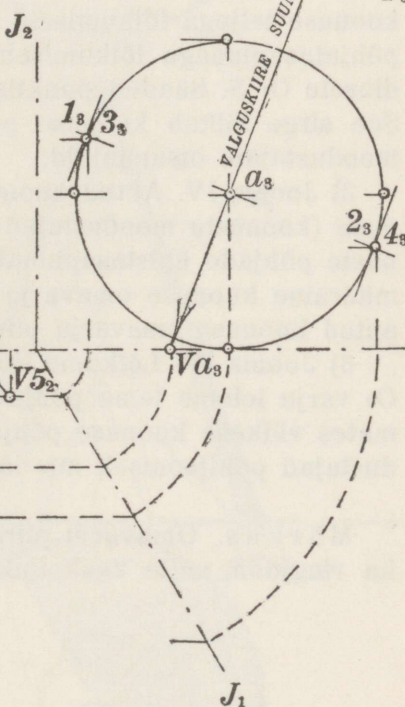


II

T₂



T₁



Pöördkoonuse varjud

Et ehitada pöördkoonuse küljepinnale omavari, peame temale leidma kaks valguskiirtega paralleelset puutuvtasapinda. Selleks asetame läbi koonuse tipu valguskiire ja määrame viimase jälgpunkti koonuse põhjatasapinnal. Tõmmates saadud punktist puutujad koonuse põhjaringile, määrame puutuvtasapindade jälgjooned põhikujutuspinnal, ühtlasi ka puutuvtasapinna ja koonuse küljepinnal puutejooned — moodustajad, mis piiravad omavarju koonuse küljepinnal.

Joonisel I on püst-pöördkoonus.

Leiame koonuse tipu O varju VO_1 koonuse põhjatasapinnal — antud juhtumil T_1 . Tõmbame saadud punktist puutujad põhjaringile punktides 1_1 ja 2_1 ning ühendame need tipuga O_1 . Saadud moodustajad $1_1 O_1$ ja $2_1 O_1$ põhijoonisel ongi koonuse omavarju piiravad moodustajad. Kanname nad ka esijoonisele.

Heitevarju piirjoone annavad: moodustajad $1 O$ ja $2 O$.

Moodustajaist kui kaldsirglõikudest määrame heitevarju nende otsapunktide kaudu. Ühed otsapunktid 1 ja 2 toetuvad põhikujutuspinnale, teised otsapunktid on koonuse tipus O , mille heitevari põhikujutuspinnal on juba leitud. Moodustajate heitevarjud $VO_1 1_1$ ja $VO_1 2_1$ põhikujutuspinnal ühtuvad puutuvtasapinna jälgedega ja määravad murdepunktid m ja m_1 teljel — t . Tipu heitevari langeb aga esikujutuspinnale punkti VO_2 . Ühendame $m VO_2$ ja $m_1 VO_2$.

Koonuse omavarju moodustajaid võime veel määrata:

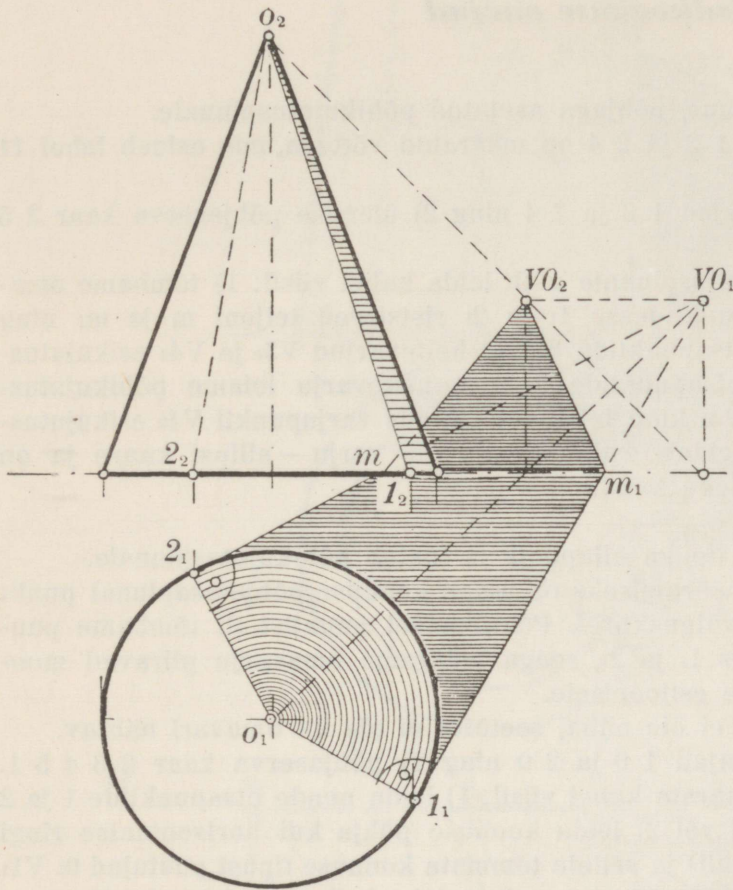
1) Joonis II. Tõmbame esijoonisel moodustaja projektsioonile $O_2 a_2$ ristsirge kuni koonuse teljega lõikumiseni punktis l , punktist l valguskiire projektsiooni kuni koonuse põhjatasapinnaga lõikumiseni — n . Kanname punkti n põhijoonisele koonuse põhjaradiusele $O_1 S$. Saadud punktist juhime läbi sirge, mis on risti valguskiire projektsiooniga. See sirge lõikab koonuse põhjaserva punktides 1_1 ja 2_1 , mis ongi omavarju piiravate moodustajate otsapunktid.

2) Joonis IV. Antud koonusesse ehitame ühise põhjatasapinnaga väikese sarnase koonuse (koonuste moodustajad on rööbiti). Leiame väikese koonuse tipu O_0 varju VO_1 koonuste põhjade ühistasapinnal. Tõmmates väikese koonuse põhjale puutujad punktist VO_1 , määrame koonuse omavarju piiravad moodustajad põhijoonisel. Neid pikendades saame antud koonuse omavarju piiravate moodustajate otsapunktid 1_1 ja 2_1 tema põhjaringil.

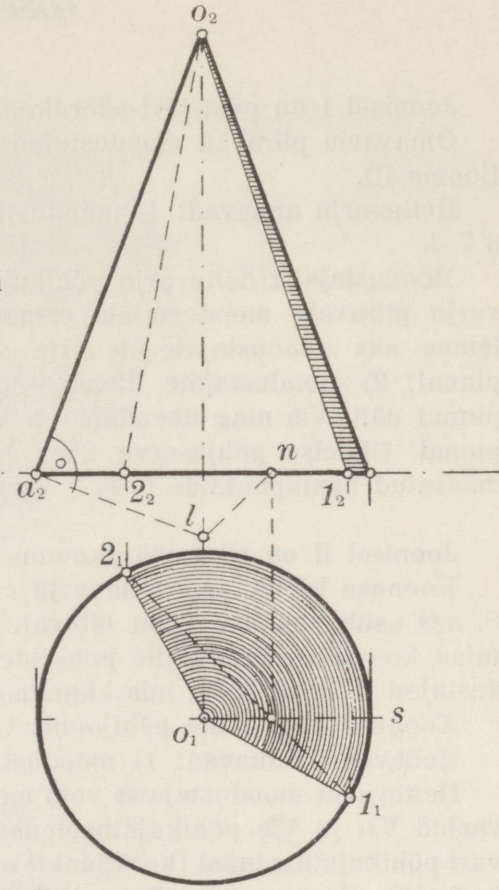
3) Joonis IV. Lõikame koonust horisontaaltasapinnaga. Saadud väikese koonuse tipu O_2 varju leiame tema põhjatasapinnal, esijoonisel punktis VO_2 ja põhijoonisel VO_1 . Tõmmates väikese koonuse põhjale puutujad punktist VO_1 , määrame koonuse omavarju moodustajad põhijoonisel, mis langevad ühte eelneva lahendusega.

Märkus. Omavarju piiravate moodustajate otsapunktid koonuse põhjaserval määrab ka ringjoon, mille keskpunktiks on koonuse telje heitevarju poolituspunkt (joonis III).

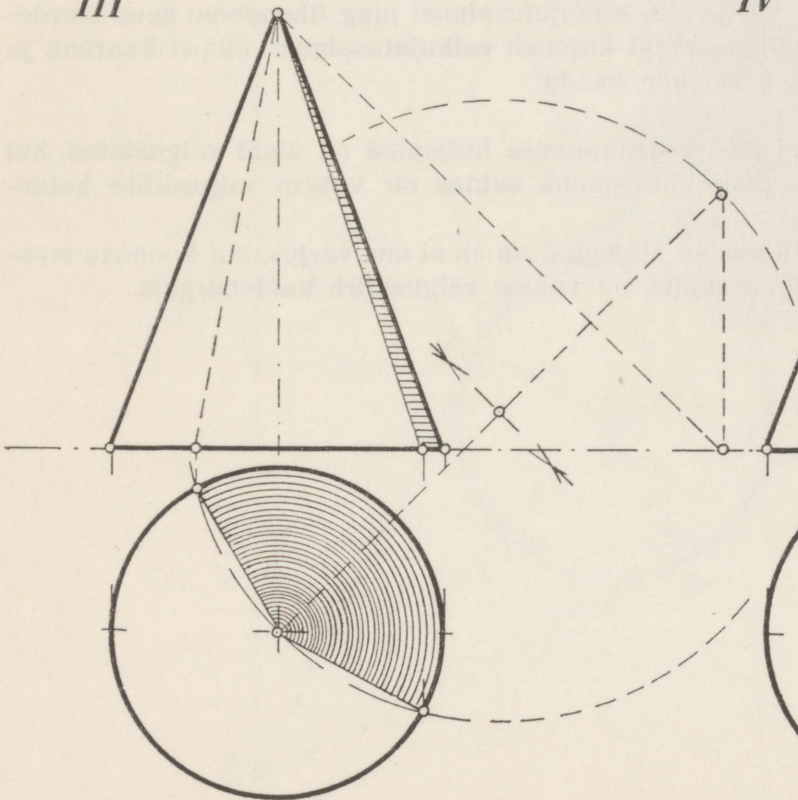
I



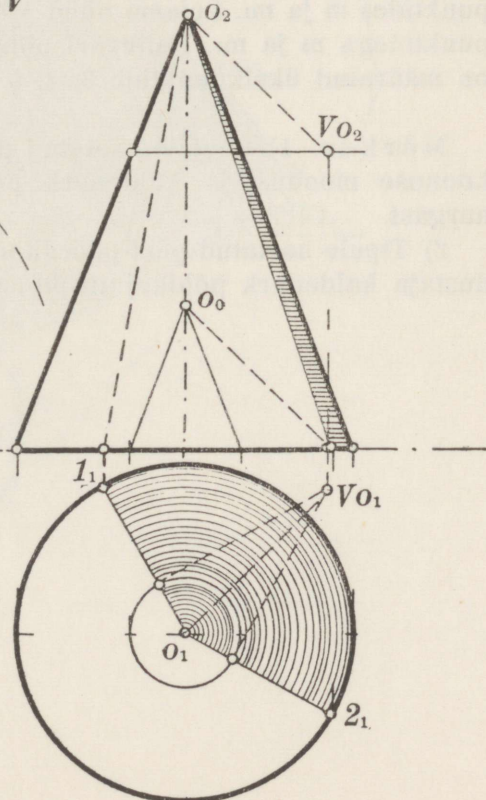
II



III



IV



Pöördkoonuse varjud

Joonisel I on püst-tüvi-pöördkoonus, põhjaga asetatud põhikujutuspinnaile.

Omavarju piiravad moodustajad 1 3 ja 2 4 on määratud võttega, mis esineb lehel 11 (joonis II).

Heitevarju annavad: 1) moodustajad 1 3 ja 2 4 ning 2) ülemise põhjaserva kaar 3 5 6 7 4.

Moodustajaist heitevarju põhikujutuspinnaile võib leida kahel viisil: 1) tõmbame omavarju piiravate moodustajate otsapunktidesse 1_1 ja 2_1 ristsirged teljeni m ja m_1 ning leiame siis moodustajate ülemiste otsapunktide 3 ja 4 heitevarjud V_{3_2} ja V_{4_2} esikujutuspinnaile; 2) moodustajate ülemiste otsapunktide 3 ja 4 heitevarju leiame põhikujutuspinnaile näit. V_{4_1} ning ühendame 2_1 V_{4_1} kuni teljeni m_1 ja siis varjupunkti V_{4_2} esikujutuspinnaile. Ülemise põhjaserva kaar heidab esikujutuspinnaile varju — ellipsi kaare ja on määratud üksikpunktide 5, 6, 7 varjude kaudu.

Joonisel II on püst-pöördkoonus tipuga allapoole ja toetub põhikujutuspinnaile.

Koonuse küljepinnal omavarju määramiseks on leitud koonuse põhjatasapinnal punkt S , mis asub koonuse tippu läbival valguskiirel. Põhijoonisel punktist S_1 tõmbame puutujad koonuse põhjaringile punktides 1_1 ja 2_1 , seega määrame omavarju piiravad moodustajad 1_1 0_1 ja 2_1 0_1 , mis kanname esijoonisele.

Koonuse küljepinda põhijoonisel ei ole näha, seetõttu ei ole ka omavari nähtav.

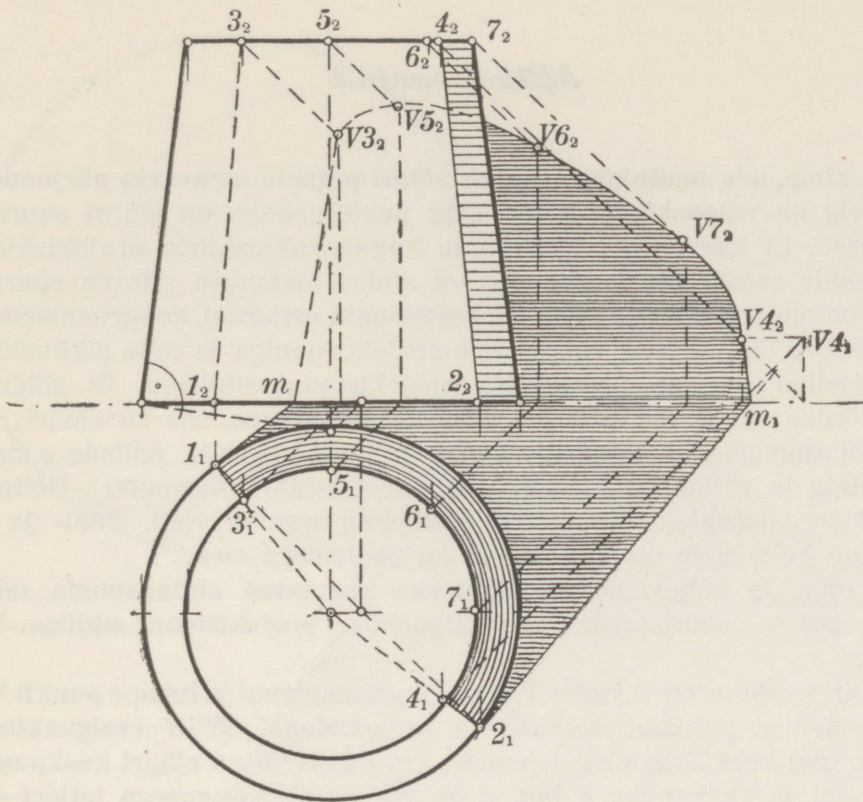
Heitevarju annavad: 1) moodustajad 1 0 ja 2 0 ning 2) põhjaserva kaar 2 3 4 5 1.

Heitevarju moodustajaist võib määrata kahel viisil: 1) leida nende otsapunktide 1 ja 2 varjud V_{1_1} ja V_{2_1} põhikujutuspinnaile või 2) leida koonuse põhja kui horisontaalse ringi vari põhikujutuspinnaile (keskpunkti abil) ja sellele tõmmata koonuse tipust puutujad 0_1 V_{1_1} ja 0_1 V_{2_1} . Seega määrasime põhikujutuspinnaile moodustajaist heitevarjud kuni teljeni — t punktides m ja m_1 . Leiame nüüd V_{1_2} ja V_{2_2} esikujutuspinnaile ning ühendame need murdepunktidega m ja m_1 . Heitevari põhjaservast kujuneb esikujutuspinnaile ellipsi kaarena ja on määratud üksikpunktide 3, 4, 5 varjude kaudu.

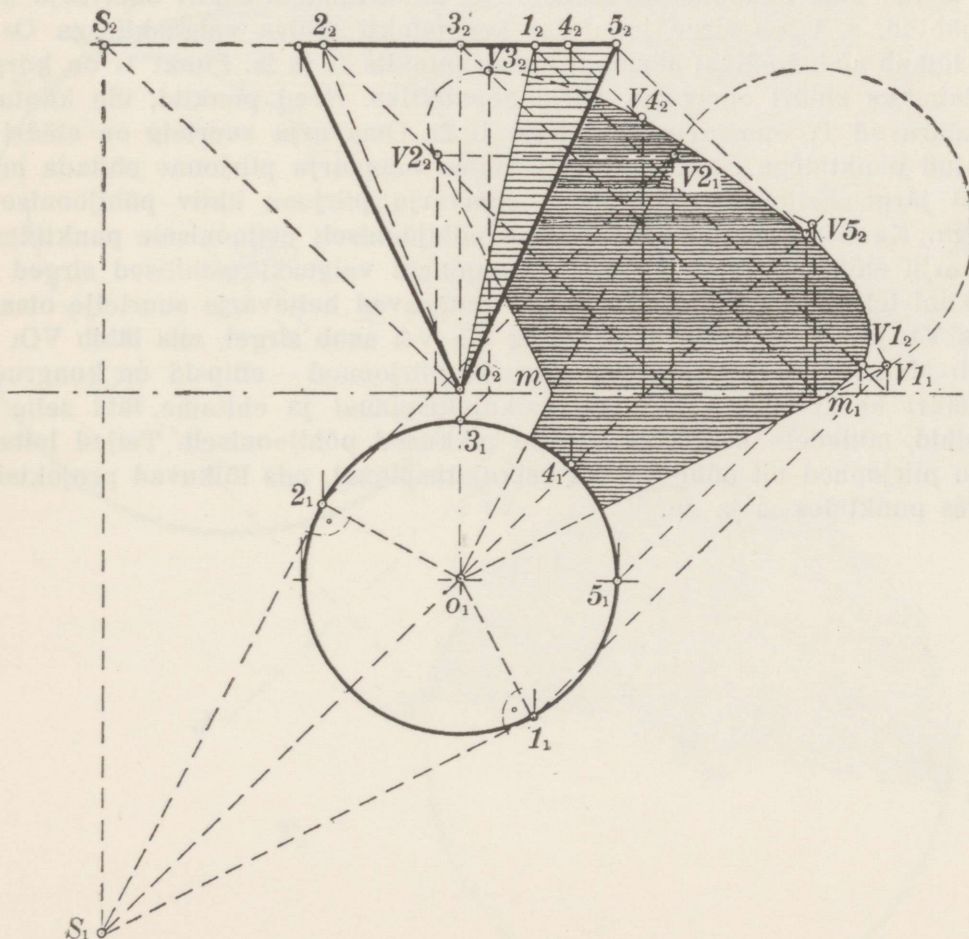
Märkus. 1) Põhjale asetatud püst-pöördkoonuse küljepind on üleni valgustatud, kui koonuse moodustaja kaldenurk põhikujutuspinna suhtes on vähem valguskiire kaldenurgast.

2) Tipule asetatud püst-pöördkoonuse küljepind on üleni omavarjus, kui koonuse moodustaja kaldenurk põhikujutuspinna suhtes on vähem valguskiire kaldenurgast.

I



II



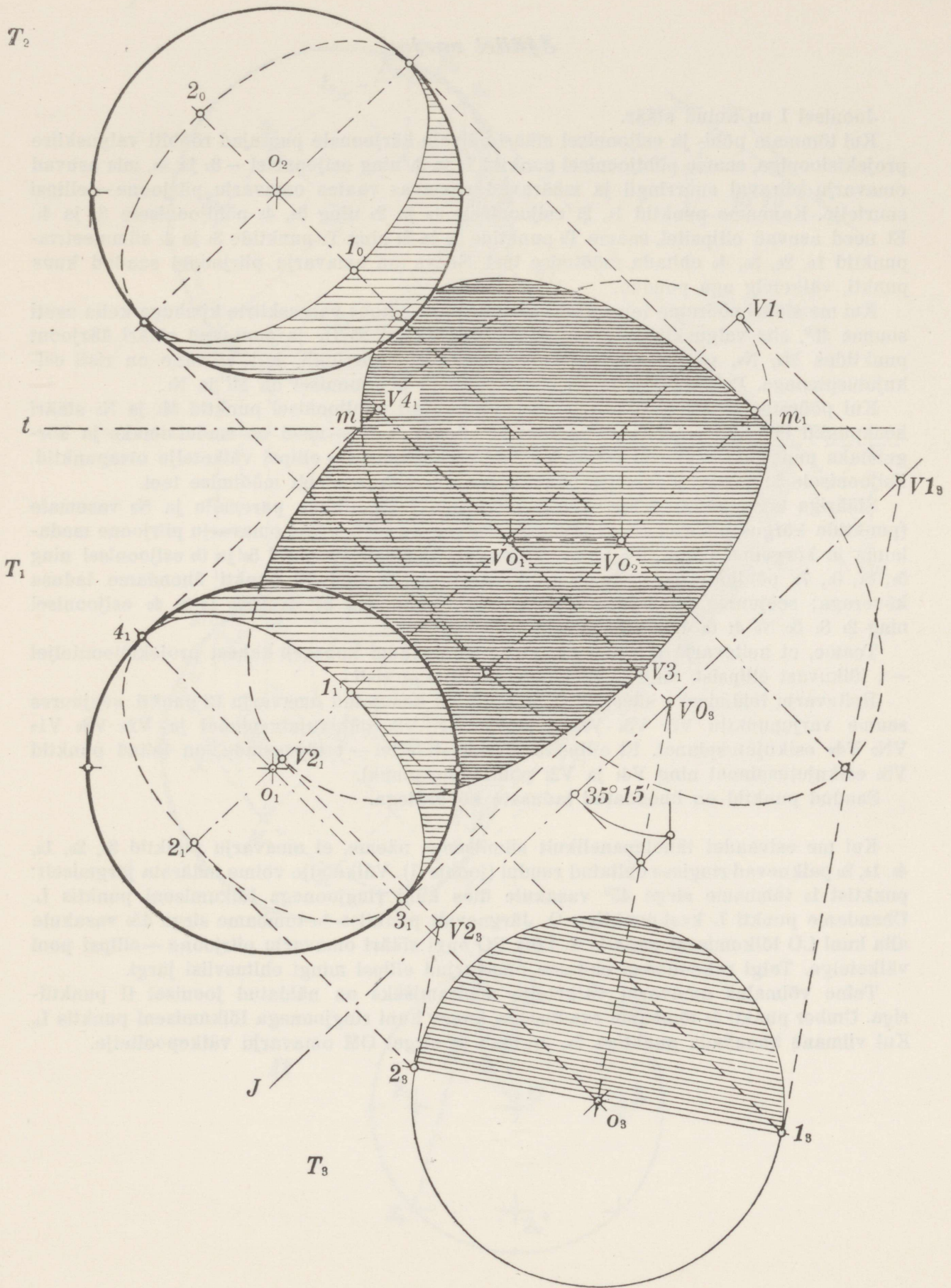
Sfääri varjud

Valguskiirte kimp, mis puutujana määrab sfääri pinnale omavarju piirjoone, on pöörd-silinder, mille telg on valguskiirtesihiline ning puutejooneks on sfääri suuring, mis on valguskiirtega risti. Et käesolevas ülesannete kogus valguskiirte projektsioon on mõle-male kujutuspinnale samavõrra kaldu, siis on sfääri omavarju piirava suuringi kallak mõlema kujutuspinnaga võrdne ja tema projektsioonid esinevad kongruentsete ellipsitena. Nende ellipsite suurteljed on risti valguskiire projektsiooniga ja telje pikkuseks on sfääri läbimõõt. Väiketeljed on aga valguskiire projektsiooni sihilised. Et sfääri omavarju suuringid on võrdse kallakuga projektsioonipindade suhtes, siis ka sfääri heitevari nii põhi- kui ka esikujutuspinnal koosneb kahest ühtivast ellipsist, millede suurtelje annab omavarju väiketelg ja väiketelje omavarju suurtelg (sfääri diameeter). Heitevarju suur-telg on valguskiire projektsiooni sihiline, väiketelg aga — risti. Põhi- ja esikujutus-pinnal kujunevate heitevarju ellipsite teljed on üksteisega risti.

Joonisel on oma- ja heitevarju määramiseks kasutatud abitasapinda, mis on põhi-kujutuspinnaga risti ja esikujutuspinnaga valguskiire projektsiooni sihiline. Põhijoonisel antud jäljega J.

Määrame sfääri keskpunkti O varju VO_1 põhikujutuspinnal ja leiame punkti VO_3 abitasa-pinnal. Ehitame sellest punktist valguskiire projektsiooni $35^\circ 15'$ (valguskiir on rööbiti selle abitasapinnaga) kuni lõikumiseni punktis O_3 . Punkt O_3 on sfääri keskpunkti projekt-sioon abitasapinnal ja O_3 kaugus J jäljest on võrdne O_2 kaugusega teljest — t. Joones-tame O_3 ümber sfääri raadiusega ringi. Sellel abitasapinnal sfääri omavarju suuring on servalt nähtud, s. t. on sirge ja sfääri keskpunkti läbiva valguskiirega $O_3 VO_3$ risti. Omavari lõikab sfääri näivat äärjoont kahes punktis 1_3 ja 2_3 . Punkt 1_3 on kõrgeimaks ja 2_3 madalaimaks sfääri omavarju piirjoonepunktiks. Need punktid, üle kantud põhijoo-nisele, määravad T_1 omavarju väiketelje $1_1 2_1$. Omavarju suurtelg on sfääri diameeter ja määratud punktidega 3_1 ja 4_1 . Seega võime omavarju piirjoone ehitada mingi ellipsi ehitusviisi järgi. Esijoonisel on sfääri omavarju piirjoon ühtiv põhijoonise omavarju piirjoonega. Kanname väiketelje pikkuse põhijooniselt esijoonisele punktides $1_0 2_0$.

Heitevarju ehitamiseks tõmbame abitasapinnal valguskiiresihilised sirged punktides 1_3 ja 2_3 kuni teljeni J, punktid V_1_3 ja V_2_3 määravad heitevarju suurtelje otsapunktid T_1 punktides V_1_1 ja V_2_1 . Heitevarju väiketelg $V_3_1 V_4_1$ asub sirgel, mis läbib $VO_1 \perp V_1_1 V_2_1$ ja võrdub sfääri diameetriga. Et heitevarju piirjooned — ellipsid on kongruentsed, siis leiame sfääri keskpunkti varju VO_2 esikujutuspinnal ja ehitame läbi selle heitevarju telgede sihid, milledele kanname telgede pikkused põhijooniselt. Teljed leitud, ehitame heitevarju piirjooned nii põhi- kui ka esikujutuspinnal, mis lõikuvad projektsiooni teljel — t ühistes punktides m ja m_1 .



Sfääri varjud

Joonisel I on antud sfäär.

Kui tõmmata põhi- ja esijoonisel sfääri näivale äärjoonele puutujad rööbiti valguskiire projektsiooniga, saame põhijoonisel punktid 1_1 ja 2_1 ning esijoonisel — 3_2 ja 4_2 , mis asuvad omavarju piiraval suuringil ja määravad vastavas vaates omavarju piirjoone — ellipsi suurtelje. Kanname punktid 1_1 , 2_1 esijoonisele 1_2 ja 2_2 ning 3_2 , 4_2 põhijoonisele 3_1 ja 4_1 . Et need asuvad ellipsitel, saame T_2 punktide 1_2 ja 2_2 ning T_1 punktide 3_1 ja 4_1 sümmeetriapunktid 1_0 , 2_0 , 3_0 , 4_0 ehitada mõõtmise teel. Seega on omavarju piirjoonel saadud kuus punkti, väiketelg aga puudub.

Kui me sfääri pöörame tema vertikaaltelje ümber koos valguskiirte kimbuga kella osuti suunas 45° , siis valguskiired, olles rööbiti T_2 , omavad $35^\circ 15'$ ja puutuvad sfääri äärjoont punktides M_2 , N_2 , mis asuvad omavarju piiraval suuringil, kui viimane on risti esikujutuspinnaga. Punktide M_2 ja N_2 projektsioonid põhijoonisel on M_1 ja N_1 .

Kui pöörame sfääri endisse asendisse, nihkuvad põhijoonisel punktid M_1 ja N_1 sfääri keskpunkti läbivale valguskiire projektsioonile M_0 ja N_0 — need on madalaimaks ja kõrgeimaks punktiks omavarju piirjoonel, ühtlasi omavarju — ellipsi väiketelje otsapunktid. Esijoonisele kanname väiketelje punktid 7_2 ja 8_2 põhijoonisel mõõtmise teel.

Sfääriga tagasipööret tehes — esijoonisel punkt M_2 nihkub paremale ja N_2 vasemale (punktide kõrgus pööramisel ei muutu) — saame ka esijoonisel omavarju piirjoone madalaima ja kõrgeima punkti M_0 ja N_0 . Viimaste sümmeetriapunktid 5_2 ja 6_2 esijoonisel ning 5_1 , 8_1 , 6_1 , 7_1 põhijoonisel ehitame mõõtmise teel. Saadud 12 punkti ühendame ladusa kõveraga; seejuures on nähtav omavarju piirjoone osa 3_2 M_0 2_0 7_2 1_2 6_2 4_2 esijoonisel ning 2_1 8_1 3_0 N_0 4_1 6_1 1_1 põhijoonisel.

Teame, et heitevarju piirjoon projektsioonipindadel koosneb kahest projektsioonteljel — t lõikuvast ellipsist, millede teljed on üksteisega risti.

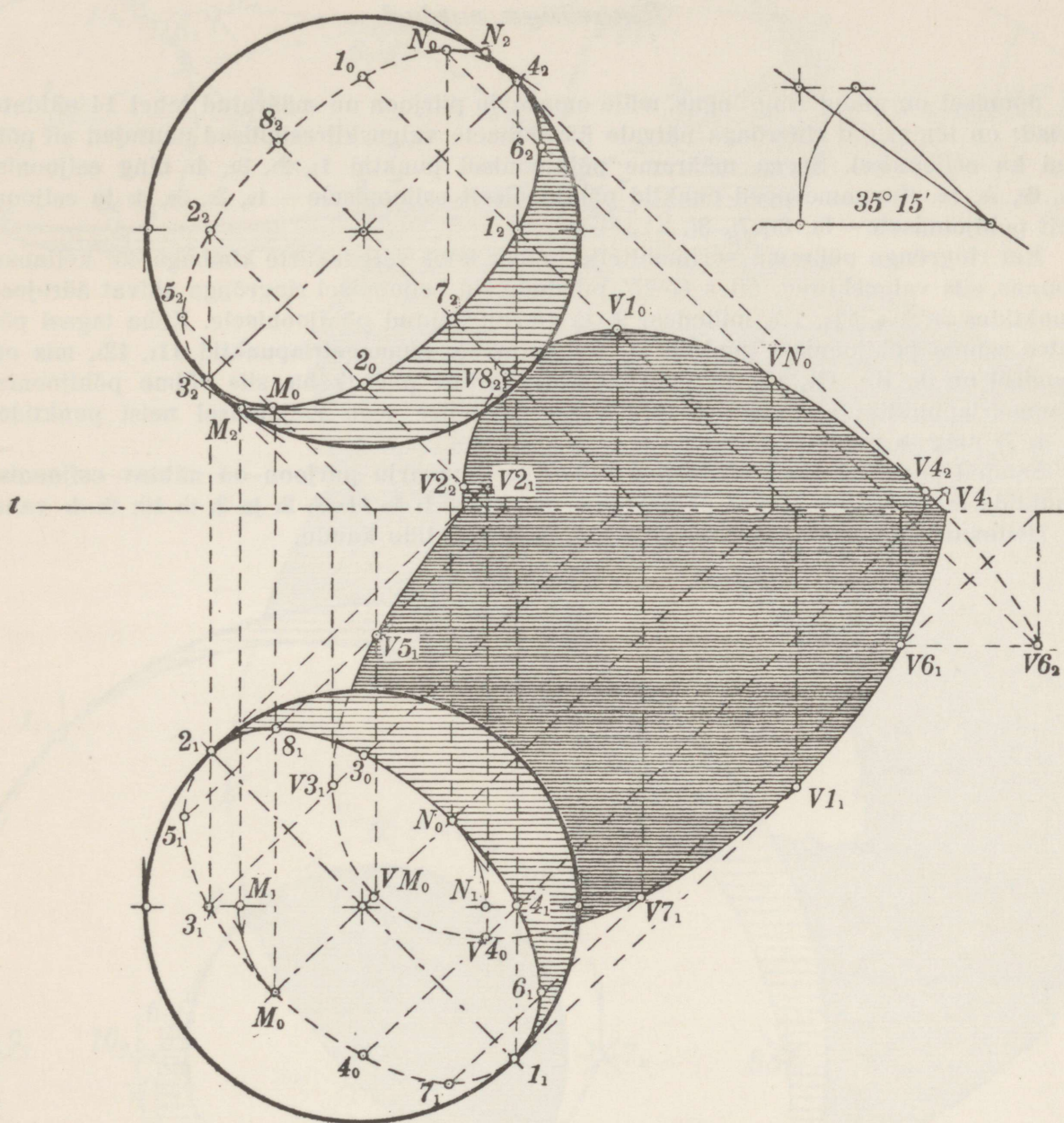
Heitevarju leidmiseks käesoleval juhtumil on kasutatud omavarju 12 punkti, seejuures saame varjupunktid $V5_1$ $V3_1$ VM_0 $V4_0$ $V7_1$ $V1_1$ $V6_1$ põhikujutuspinnal ja $V2_2$ $V8_2$ $V1_0$ VN_0 $V4_2$ esikujutuspinnal. Et ellipsite lõikumist teljel — t täpsustada, on leitud punktid $V6_2$ esikujutuspinnal ning $V4_1$ ja $V2_1$ põhikujutuspinnal.

Saadud punktid on ühendatud ladusate kõveratega.

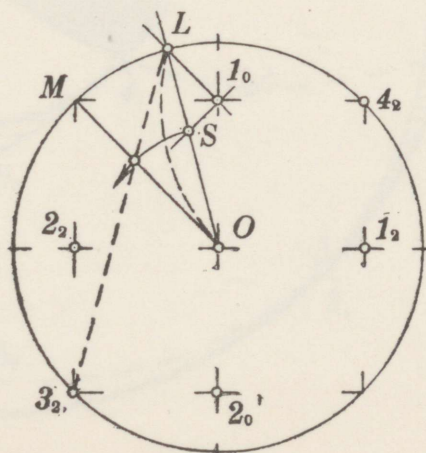
Kui me esivaadet tähelepanelikult silmitseme, näeme, et omavarju punktid 3_2 , 2_0 , 1_2 , 4_2 , 1_0 , 2_2 paiknevad ringisse ehitatud ruudul (joonis II). Väiketelje võime määrata järgmiselt: punktist 1_0 tõmbame sirge 45° vasakule üles kuni ringjoonega lõikumiseni punktis L. Ühendame punkti L keskpunktiga O. Järgnevalt punktist 1_0 tõmbame sirge 45° vasakule alla kuni LO lõikumiseni punktis S. Lõik SO ongi sfääri omavarju piirjoone — ellipsi pool väiketelge. Telgi rakendadas ehitame omavarjud ellipsi mingi ehitusviisi järgi.

Teine võimalus omavarju väiketelje määramiseks on näidatud joonisel II punktiga. Umber punkti 4_2 tõmbame raadiusega kaare kuni ringjoonega lõikumiseni punktis L. Kui viimane ühendada punktiga 3_2 , eraldab ta sirgel OM omavarju väikepooltelje.

I



II

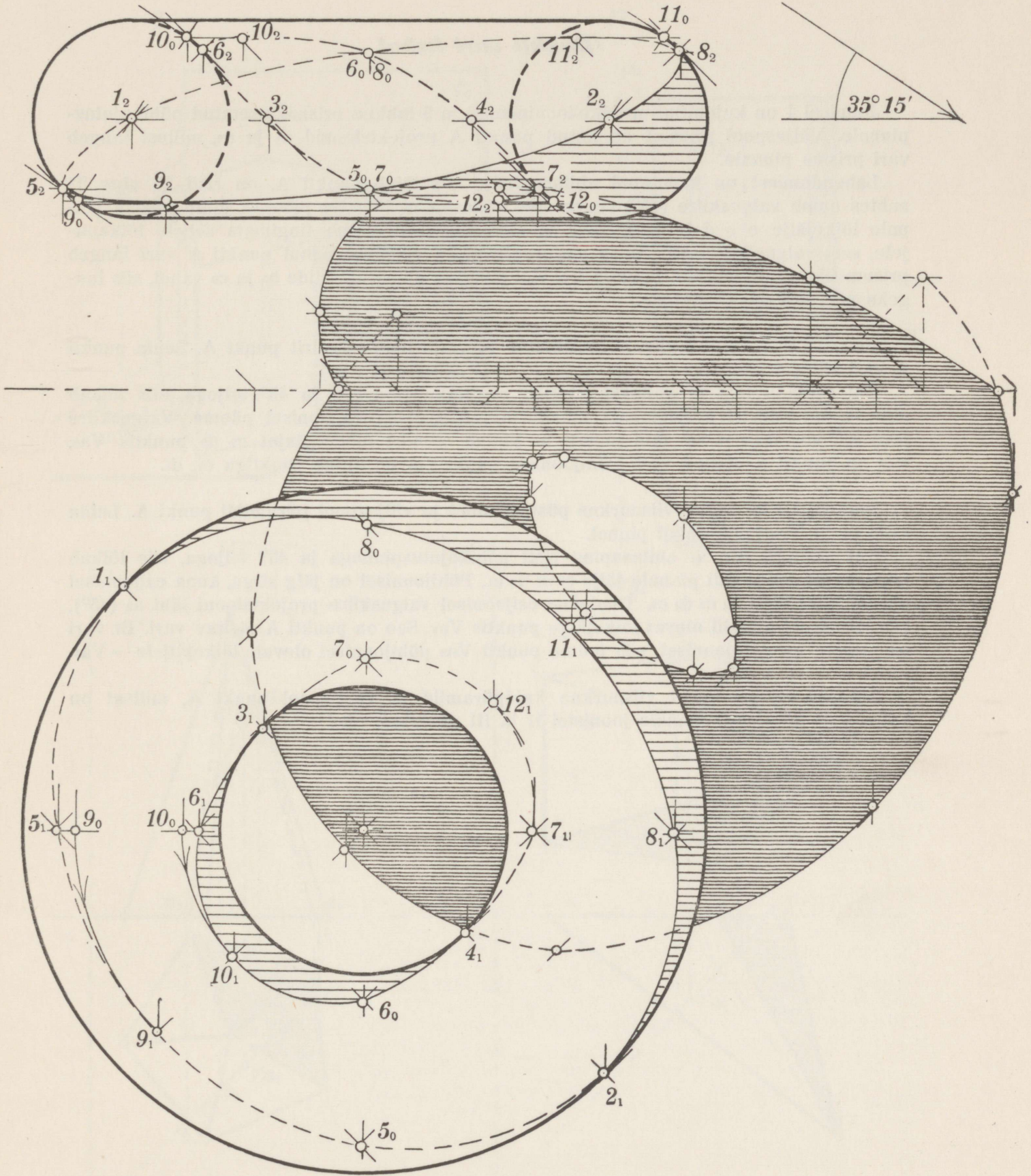


Ringrõnga oarjud

Joonisel on antud ringrõngas, mille omavarju piirjoon on määratud lehel 14 näidatud viisil: on tõmmatud ringrõnga näivale äärejoonele valguskiiresihilised puutujad nii põhikui ka esijoonisel. Seega määrame põhijoonisel punktid $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$ ning esijoonisel $5_2, 6_2, 7_2, 8_2$. Kanname need punktid põhijooniselt esijoonisele — $1_2, 2_2, 3_2, 4_2$ ja esijooniselt põhijoonisele — $5_1, 6_1, 7_1, 8_1$.

Kui ringrõnga pöörame vertikaaltelje ümber koos valguskiirte kimbuga 45° kellaosuti suunas, siis valguskiired, olles $35^\circ 15'$, puudutaksid esijoonisel ringrõnga näivat äärejoont punktides $9_0, 10_0, 11_0, 12_0$, milledest 9_0 ja 10_0 on kantud põhijoonisele. Keha tagasi pöörates saame põhijoonisel punktid $9_1, 10_1$ ja nende sümmeetriapunktid $11_1, 12_1$, mis esijoonisel on $9_2, 10_2, 11_2, 12_2$. Et meil on korrapärane pöördkeha, siis võime põhijoonisel sümmeetriapunktid $5_0, 8_0, 6_0$ ja 7_0 ehitada mõõtmise teel. Esijoonisel neist punktidest 5_0 ja 7_0 ning 6_0 ja 8_0 langevad ühte.

Saadud punktide read ühendame ladusalt. Omavarju piirjoon on nähtav esijoonisel punktide $5_2, 9_2, 5_2, 2_2, 8_2$ vahel, põhijoonisel punktide $1_1, 8_0, 11_1, 8_1, 2_1$ ja $3_1, 6_1, 10_1, 6_0, 4_1$ vahel. Heitevari kujutuspindadel on ehitatud üksikpunktide kaudu.



Punkti vari kehal

Joonisel I on kujutatud projektsioonipinnad ja 5-tahkne prisma, asetatud põhikujutus-pinnale. Väljaspool prismat on antud punkti A projektsioonid a_1 ja a_2 , millest langeb vari prisma pinnale.

Lahendamisel on kasutatud abitasapinda, mis läbib punkti A, on risti T_1 ning T_2 suhtes omab valguskiire (45°) suuna. See abitasapind, lõigates prismat, jätab prisma pinnale lõikejälje $c e d b$. Valguskiir läbides punkti A, satub tingimata sellele lõikejäljele, sest valguskiir asub samas abitasapinnas. Käesoleval puhul punkti A vari langeb prisma ülemisele põhjale punktis Va. Kui punkt A oleks punktide b_0 ja c_0 vahel, siis langeks vari prisma külgtahule.

Joonisel II on antud püst-pöördsilinder ja väljaspool silindrit punkt A. Leida punkti A vari silindri pinnal.

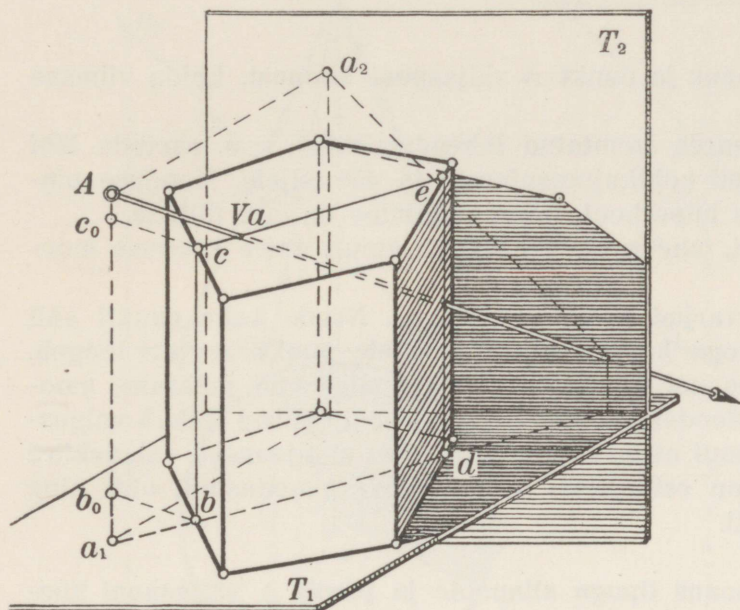
Kui asetada läbi a_1 abitasapind risti põhikujutus-pinnaga ja 45° teljega, siis lõikab abitasapind silindri küljepinnale moodustaja $c d$, mida esijoonisel näeme. Valguskiire projektsioon esijoonisel läbi punkti a_2 lõikab silindri moodustajat $c_2 d_2$ punktis Va₂, mis on punkti A otsitav vari. Põhijoonisel punkt Va₁ on ühine punktiga c_1, d_1 .

Joonisel III on antud viisnurkne püstpüramiid ja väljaspool püramiidi punkt A. Leida selle punkti vari püramiidi pinnal.

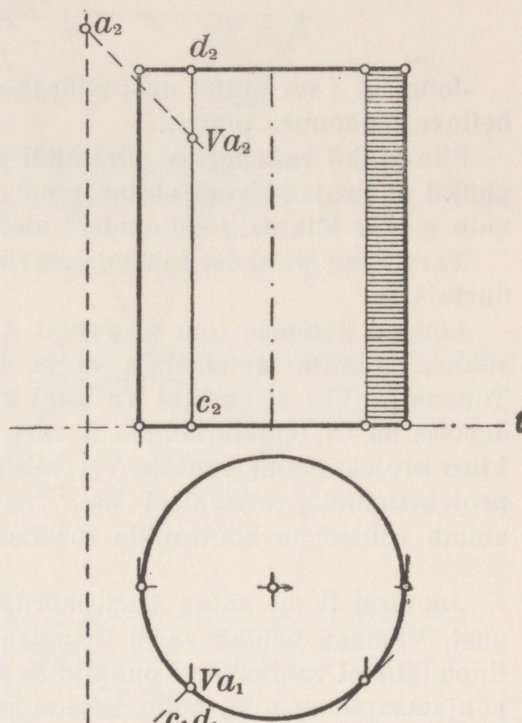
Kui asetada läbi a_1 abitasapind risti põhikujutus-pinnaga ja 45° teljega, siis lõikab abitasapind püramiidi pinnale jälje $b_1 c_1 d_1 e_1$. Põhijoonisel on jälg sirge, kuna esijoonisel näeme lõikejälge $b_2 c_2 d_2 e_2$. Tõmbame esijoonisel valguskiire projektsiooni läbi a_2 (45°), mis lõikab püramiidil olevat lõikejälge punktis Va₂. See on punkti A otsitav vari. Et vari on nähtav ka põhijoonisel, siis toome punkti Va₂ põhijoonisel olevale lõikejäljele — Va₁.

Joonisel IV on antud viisnurkne kaldpüramiid ja väljaspool punkt A, millest on leitud vari püramiidi pinnale joonistel II ja III näidatud viisil.

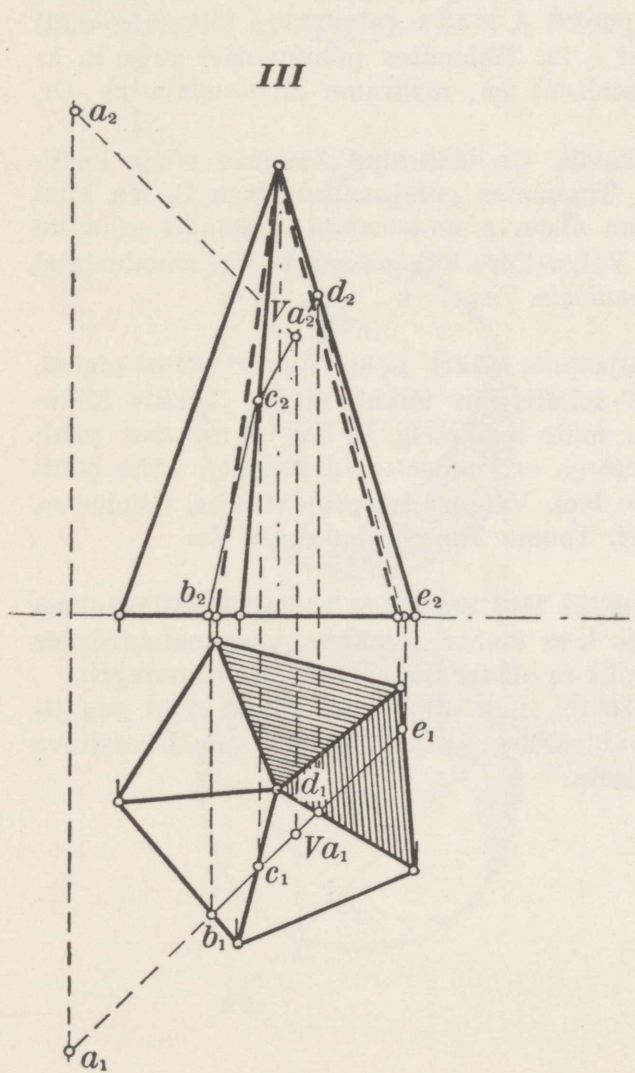
I



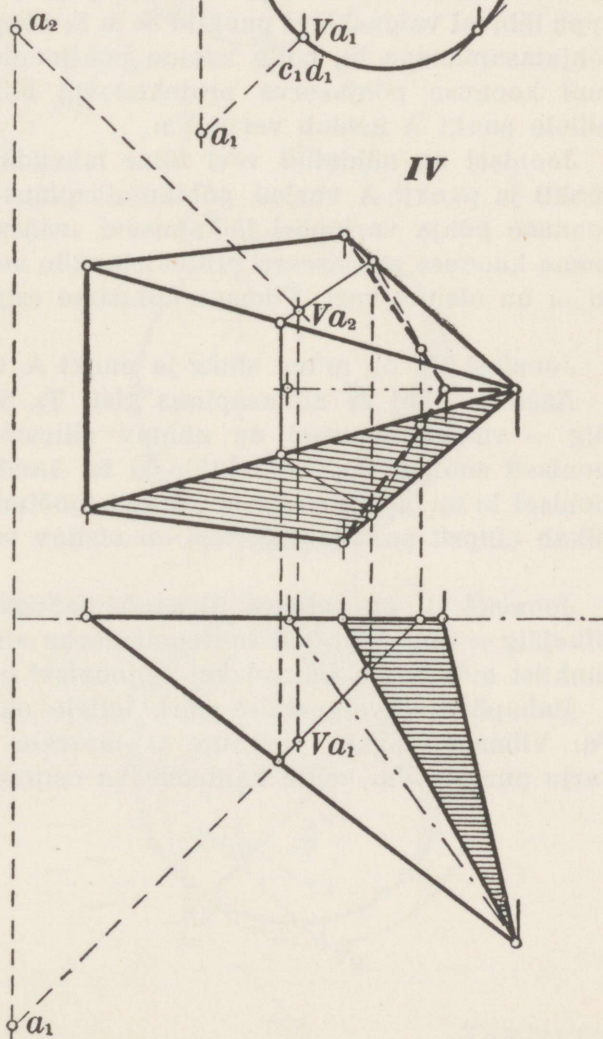
II



III



IV



Punkti vari kehal

Joonisel I on antud püst-pöördkoonus ja punkt A väljaspool koonust. Leida viimase heitevari koonuse pinnal.

Siin võiks rakendada püramiidi juures kasutatud lahendamisviisi, s. o. asetada läbi punkti a_1 projektsiooni abitasapind risti põhikujutuspinnale ja 45° teljele. Koonuse pinnale tekkiv lõikejalg esijoonisel oleks hüperbool, mille ehitamine on aga tülikas.

Tarvitame järgmist lahendamisviisi, teades, et vari langeb ainult ühele koonuse moodustajaist.

Leiame koonuse tipu ja punkti A varjud põhikujutuspinnal. Nende kahe punkti abil saame määrata moodustaja varju, seega ka moodustaja, millele punkti A vari langeb. Tõmmates VO_1 sirge läbi Va kuni koonuse põhjaservaga lõikumiseni m_1 , määrame moodustaja $m_1 O_1$, millele langeb A vari. Moodustaja projektsioon põhijoonisel lõikab valguskiire projektsiooni punktis Va_1 , mis ongi otsitav vari. Viime Va_1 sidejoonega valguskiire projektsioonile esijoonisel Va_2 . Va_2 on esijoonisel määratav ka moodustaja abil ning annab võimaluse kontrollida resultaati.

Joonisel II on antud püst-pöördkoonus tipuga allapoole ja punkt A väljaspool koonust. Viimane heidab varju koonuse pinnale. Määrame koonuse põhjatasapinnal koonuse tippu läbival valguskiirel punktid S_2 ja S_1 ning punkti A läbiva valguskiire lõikumispunkti põhjatasapinnaga k_2 , mille leiame põhijoonisel — k_1 . Tõmmates põhijoonisel sirge $S_1 k_1$ kuni koonuse põhjaserava projektsiooni lõikamiseni m_1 , määrame moodustaja $m_1 O_1$, millele punkt A heidab varju Va_1 .

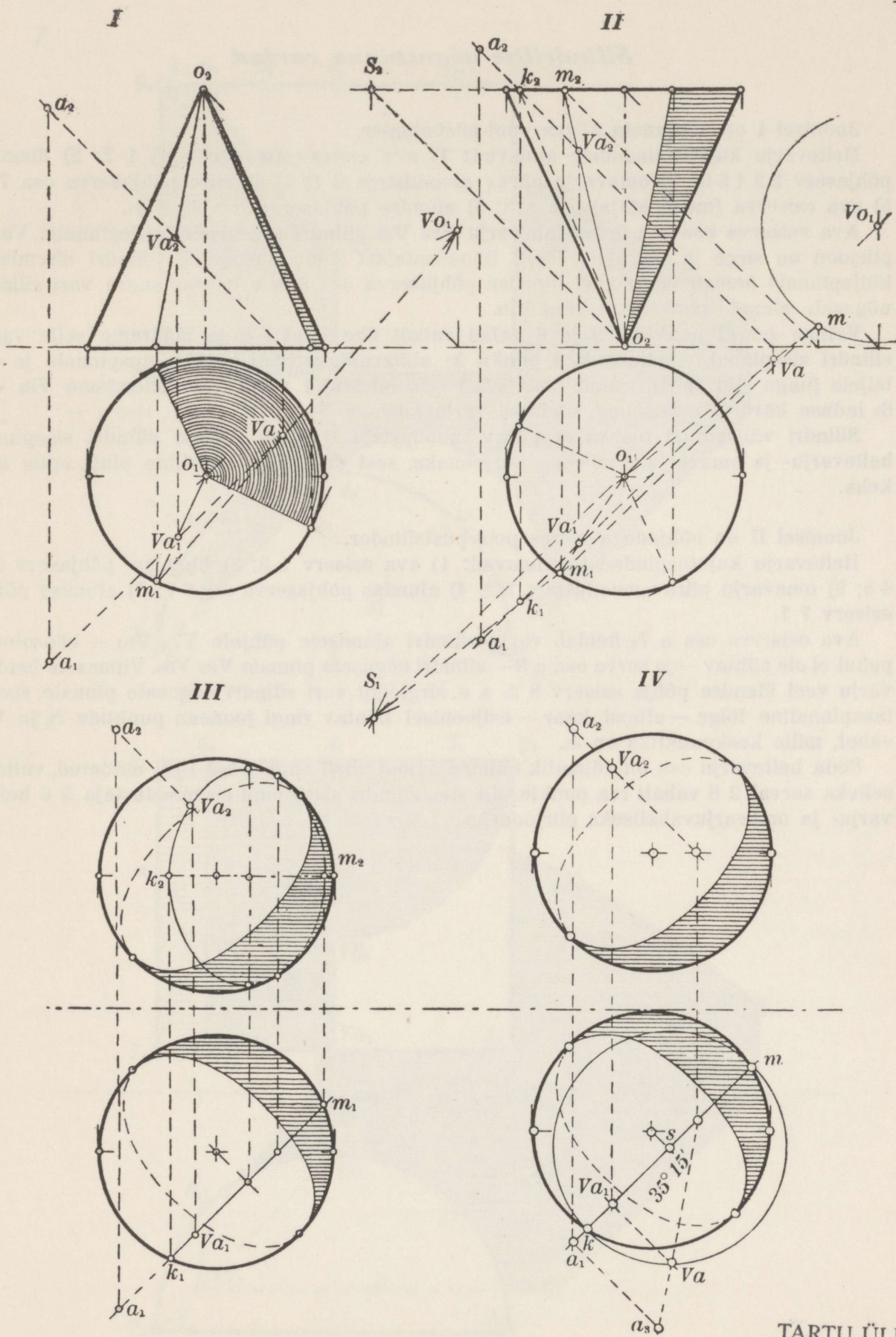
Joonisel on näidatud veel teine lahendamisviis. On määratud koonuse põhja keskpunkti ja punkti A varjud põhikujutuspinnal. Tõmmates põhijoonisel sirge $O_1 Va$ kuni koonuse põhja varjupiiri lõikamiseni, määrame otsitava moodustaja otspunkti m , mille toome koonuse põhjaserava projektsioonile m_1 . Valguskiire lõikumispunkt Va_1 moodustajal $m_1 o_1$ on otsitav vari. Viimase kanname esijoonisele Va_2 .

Joonisel III on antud sfäär ja punkt A väljaspool sfääri. Leida A vari sfääri pinnal.

Asetame läbi a_1 abitasapinna risti T_1 , 45° teljele, mis lõikab sfääri. Tekkiv lõikejalg — ring esijoonisel on nähtav ellipsina, mille väiketelg $k_2 m_2$ on saadud põhijooniselt suuringi lõikepunktide $k_1 m_1$ kandmisega esijoonisele. Suurtelg on näha põhijoonisel $k_1 m_1$ ja esijoonisele kantud mõõtmise teel. Valguskiire projektsioon, läbides a_2 , lõikab ellipsit punktis Va_2 , mis on otsitav vari. Toome Va_2 põhijoonisele Va_1 .

Joonisel IV on eelneva ülesande lahendamisel läbi punkti a_1 asetatud abitasapinna lõikejalg — ring pööratud horisontaalseks sirge $k m$ ümber. Punkt a_3 asub mahapöördes punktist a_1 niisama kaugel kui esijoonisel punkt a_2 sfääri horisontaalsest suuringist.

Mahapöördel valguskiire nurk teljele on $35^\circ 15'$ ning läbides a_3 lõikab ringi punktis Va. Viimane, tagasi pöörates a_1 läbivale valguskiire projektsioonile, annab otsitava varju punktis Va_1 , mille kanname ka esijoonisele.



Silindrilise nõguspinna varjud

Joonisel I on põhjadeta nõgus pool-püstsilinder.

Heitevarju kujutuspindadele annavad: 1) ava esiserv (moodustaja) 1 2; 2) ülemine põhjaserv 2 3 4 5 6; 3) omavarju piirav moodustaja 6 7; 4) alumise põhjaserva osa 7 8; 5) ava esiserva (moodustaja) osa a 8; 6) alumise põhjaserva osa 4₀ 3₀ 1₁.

Ava esiserva osa — a 9₂ heidab varju Va₂ V9₂ silindri sisemisele küljepinnale. Varju piirjoon on sirge ja servaga rööbiti (moodustajast || moodustajale). Silindri sisemisele küljepinnale heidab varju veel ülemise põhjaserva osa 9 6, s. o. ringikaare vari silindri nõgusale pinnale punktist 6₂ kuni V9₂.

Valime serval punktide 9 ja 6 vahel vabalt ühe punkti k ja määrame selle varju silindri sisepinnal. Asetame läbi punkti k₁ abitasapinna risti põhikujutuspinnale ja 45° teljele (nagu leht 15-II), saame lõikejäljel — moodustajal varju Vk₂. Ühendame V9₂ Vk₂ 6₂ ladusa kõveraga, mis ongi otsitava varju piirjoon.

Silindri välispinnal omavarju piirav moodustaja 6 7 on ühtlasi silindri sisepinnal heitevarju- ja omavarjuvaheliseks piirjooneks, sest meil on silindriline pind, mitte aga keha.

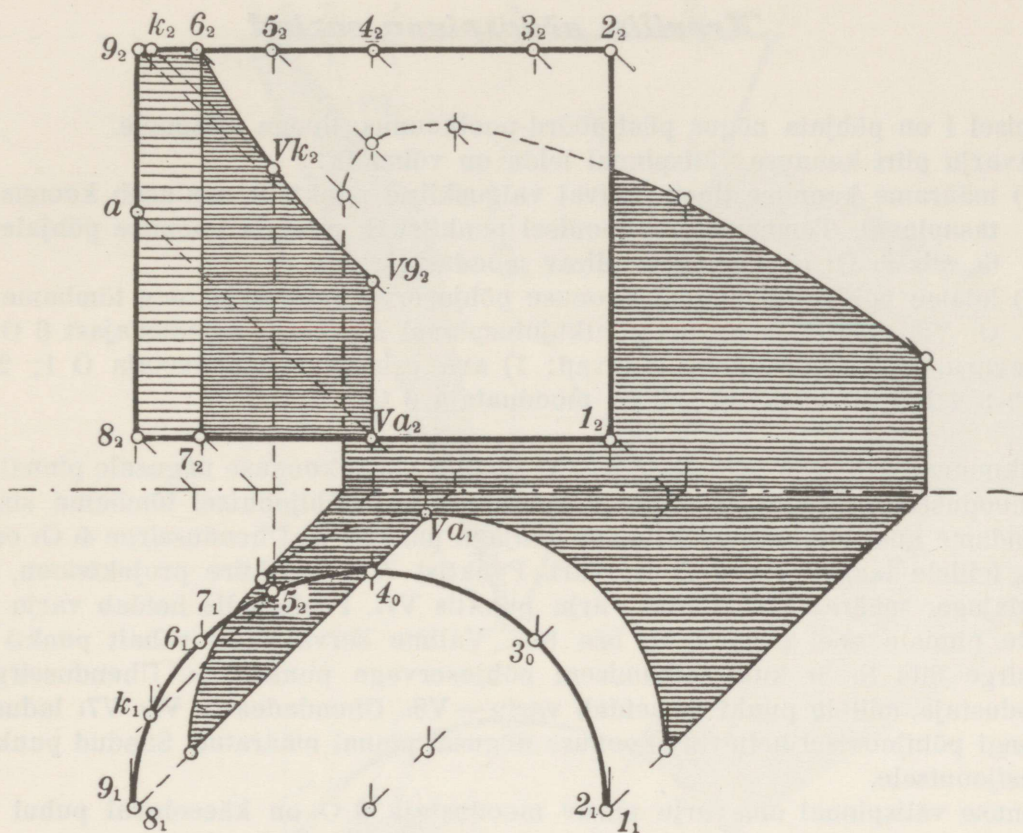
Joonisel II on põhjadega nõgus pool-püstsilinder.

Heitevarju kujutuspindadele annavad: 1) ava esiserv 1 2; 2) ülemine põhjaserv 2 3 4 5; 3) omavarju piirav moodustaja 5 6; 4) alumise põhjaserva osa 6 7; 5) alumise põhja esiserv 7 1.

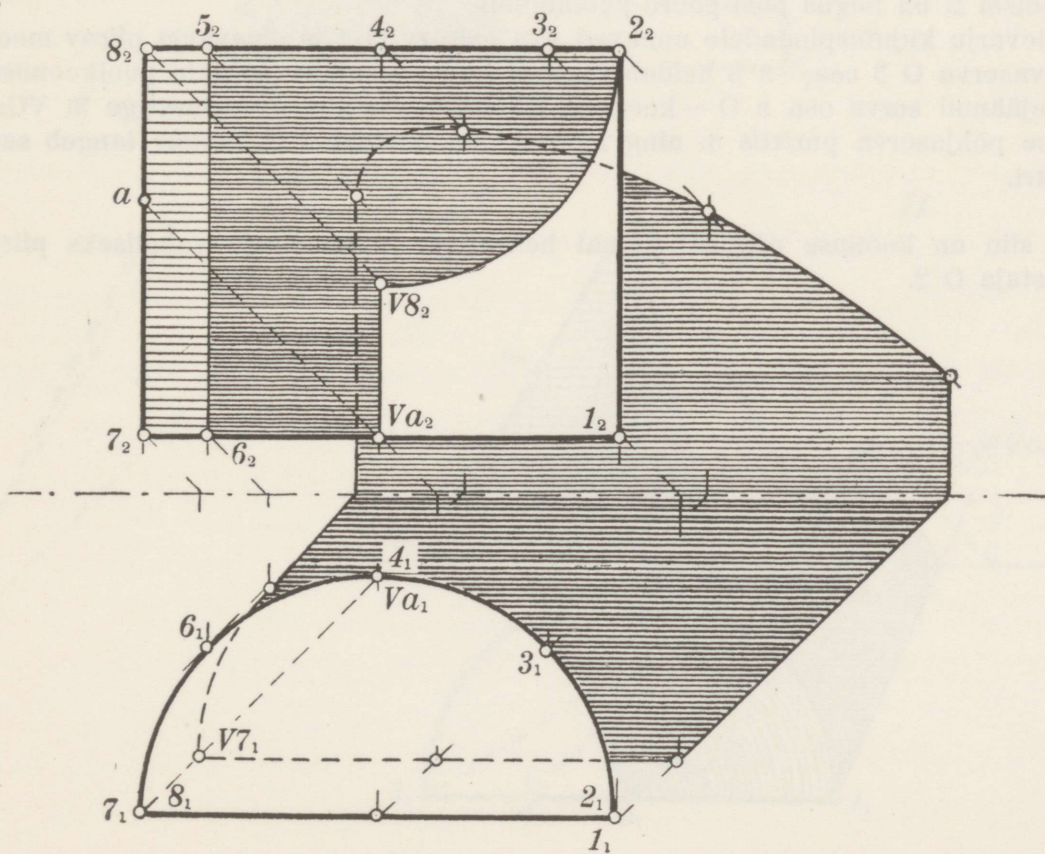
Ava esiserva osa a 7₂ heidab varju silindri alumisele põhjale V7₁ Va₁ — käesoleval puhul ei ole nähtav — ja serva osa a 8 — silindri nõgusale pinnale Va₂ V8₂. Viimasele heidab varju veel ülemise põhja esiserv 8 2, s. o. sirglõigu vari silindri nõgusale pinnale, seega tasapinnaline lõige — ellipsi kaar — esijoonisel nähtav ringi joonena punktide 2₂ ja V8₂ vahel, mille keskpunktiks on 4₂.

Seda heitevarju osa on võimalik ehitada samal viisil nagu lehel 15-II näidatud, valides selleks serval 2 8 vabalt rea punkte. Ka siin, silindri sisepinnal on moodustaja 5 6 heitevarju- ja omavarjuvaheliseks piirjooneks.

I



II



Koonilise nõguspinna varjud

Joonisel I on põhjata nõgus püst-pöörd-poolkoonus, tipuga allapoole.

Omavarju piiri koonuse välispinnal leida on võimalik:

- 1) määrame koonuse tippu läbival valguskiirel punkti S, mis asub koonuse põhjatasapinnal. Tõmbame põhijoonisel punktist S₁ puutuja koonuse põhjale punktis 6₁, siis 6₁ O₁ on omavarju piirav moodustaja;
- 2) leiame põhikujutuspinnal koonuse põhjaserva heitevarju ning tõmbame puutuja O₁ V6₁, mis on heitevari põhikujutuspinnal omavarju moodustajast 6 O.

Heitevarju kujutuspindadele annavad: 1) ava esiserv — moodustaja O 1; 2) põhjaserv 1 2 3 4 5 6; 3) omavarju piirav moodustaja 6 O.

Poolkoonuse ava serv (moodustaja) 7 O heidab varju koonuse nõgusale pinnale, nimelt ühele moodustajaist. Selle moodustaja määrame, kui põhijoonisel tõmbame sirge S₁ 7₁ ja pikendame kuni lõikumiseni koonuse põhjaga punktis 4₁. Ühendussirge 4₁ O₁ ongi moodustaja, millele langeb serva 7₁ O₁ vari. Punktist 7₁ valguskiire projektsioon, lõikudes moodustajaga, määrab serva otsa varju punktis V7₁. Peale selle heidab varju koonuse nõgusale pinnale veel põhjaserva osa 6 7. Valime servakaarel vabalt punkti 8₁, tõmbame sirge läbi S₁ 8₁ kuni lõikumiseni põhjaservaga punktis 5₁. Ühendussirge 5₁ O₁ on moodustaja, millele punkt 8₁ heidab varju — V8₁. Ühendades 6₁ V8₁ V7₁ ladusa kõveraga, ongi põhijoonisel heitevari koonuse nõgusal pinnal määratud. Saadud punktid kanname esijoonisele.

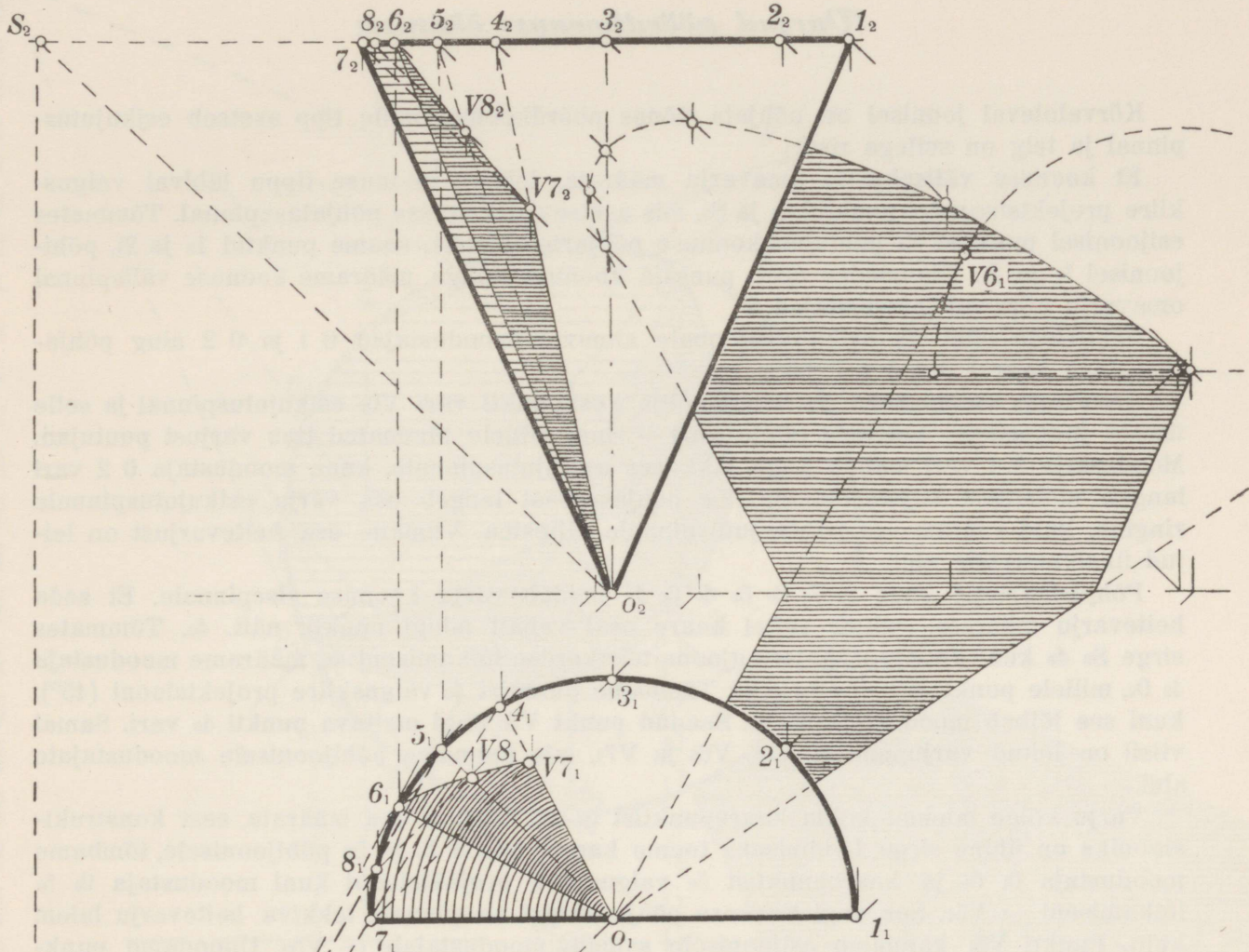
Koonuse välispinnal omavarju piirav moodustaja 6 O on käesoleval puhul ka koonuse nõgusal pinnal heitevarju ja omavarju vaheliseks piirjooneks.

Joonisel II on nõgus püst-pöörd-poolkoonus.

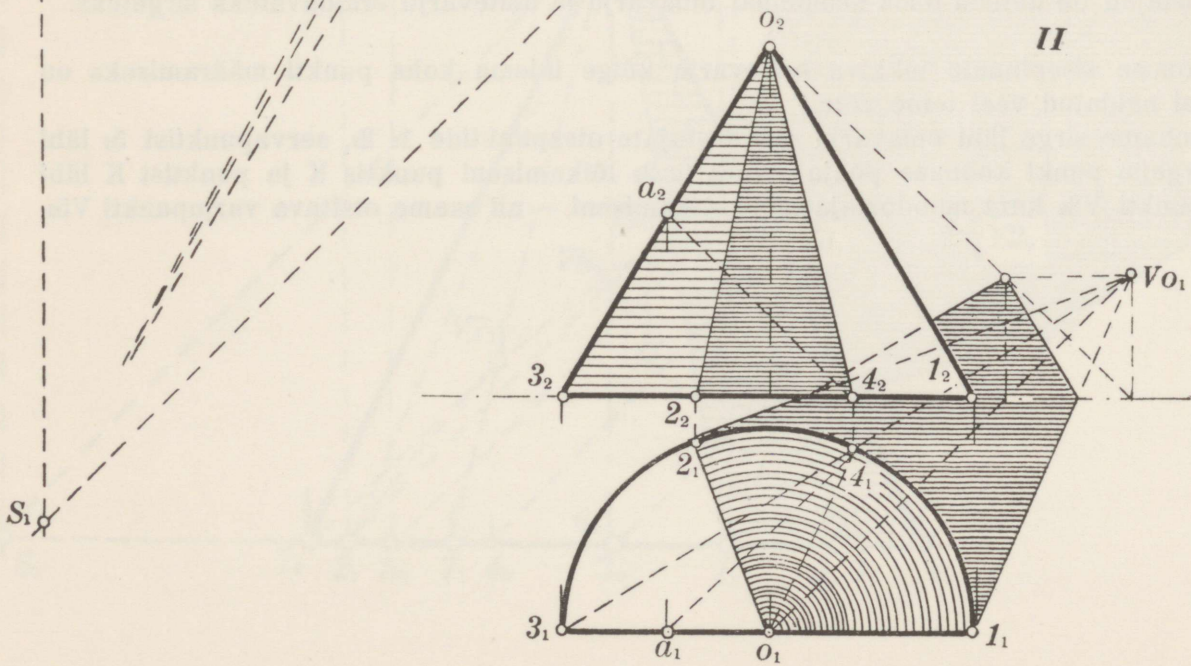
Heitevarju kujutuspindadele annavad ava esiserv O 1 ja omavarju piirav moodustaja O 2. Avaserva O 3 osa — a 3 heidab varju koonuse põhjale (põhjata poolkoonuse puhul T₁), ülejäänud serva osa a O — koonuse nõgusale pinnale. Ühendussirge 3₁ VO₁ lõikab koonuse põhjaserva punktis 4₁ ning määrab moodustaja 4 O, millele langeb serva osa a O vari.

Ka siin on koonuse nõgusal pinnal heitevarju ja omavarju vaheliseks piirjooneks moodustaja O 2.

I



II



Varjud pöördkoonuse õõnsuses

Kõrvaloleval joonisel on põhjata õõnes pöördkoonus, mille tipp asetseb esikujutus-pinnal ja telg on sellega risti.

Et koonuse välispinnale omavarju määrata, leiame koonuse tippu läbival valgus-kiire projektsioonidel punktid S_1 ja S_2 , mis asetsevad koonuse põhjatasapinnal. Tõmmates esijoonisel punktist S_2 puutujad koonuse põhjaringjoonele, saame punktid 1_2 ja 2_2 , põhijoonisel 1_1 ja 2_1 . Ühendades need punktid koonuse tipuga, määrame koonuse välispinnal omavarju piiravad moodustajad.

Heitevarju põhi- ja esikujutuspinnaile annavad moodustajad $0\ 1$ ja $0\ 2$ ning põhjaringjoone kaar $1\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 2$.

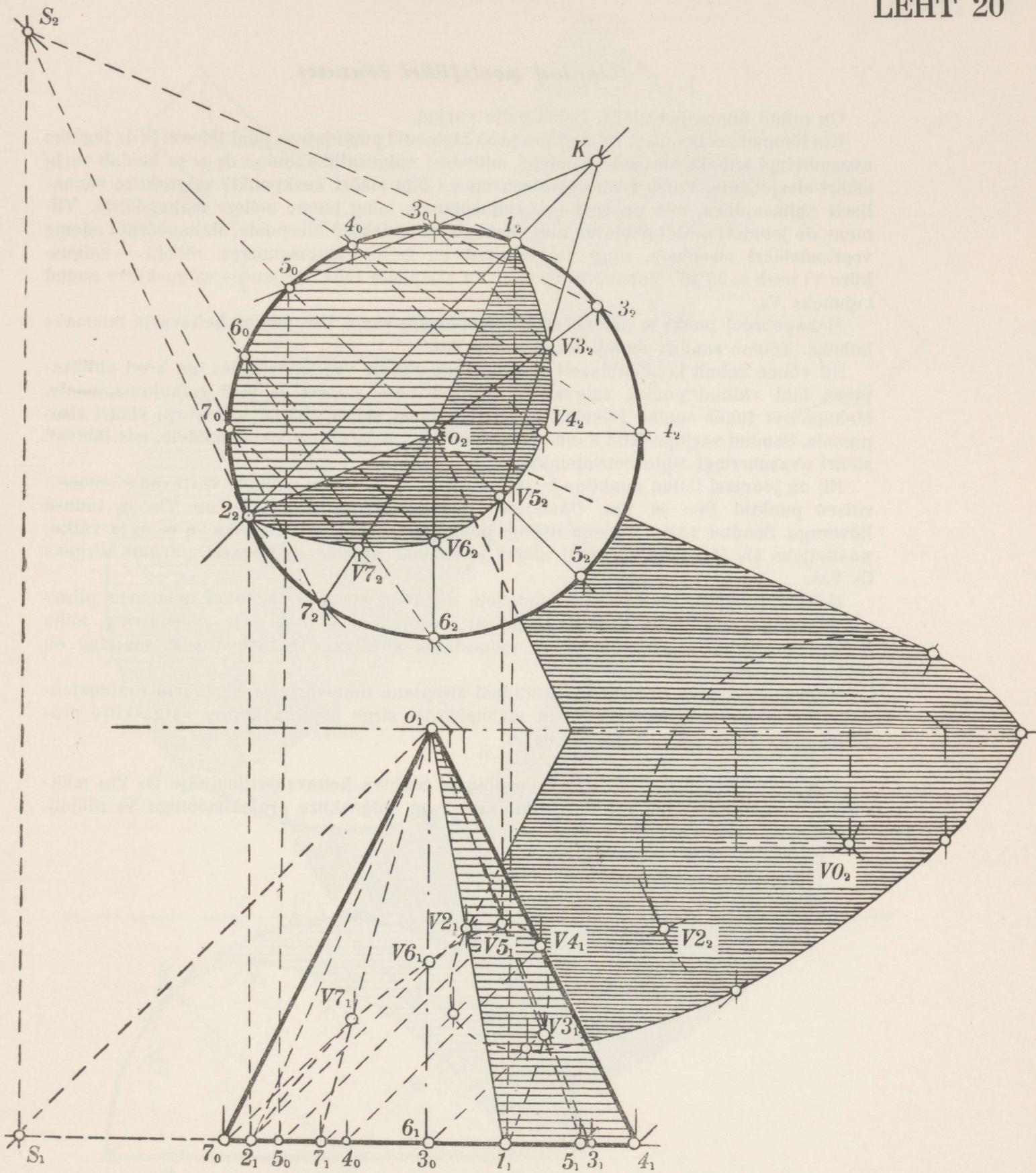
Heitevarju ehitamiseks on leitud põhja keskpunkti vari V_{0_2} esikujutuspinnaile ja selle ümber joonestatud koonuse põhja vari — ring, millele tõmmatud tipu varjust puutujad. Moodustaja $0\ 1$ vari mahub kogu pikkuses esikujutuspinnaile, kuna moodustaja $0\ 2$ vari langeb mõlemale kujutuspinnaile. Ka põhjaservast langeb osa varju esikujutuspinnaile ringina, kuid suurem osa põhikujutuspinnaile ellipsina. Viimane osa heitevarjust on leitud üksikpunktide abil.

Põhjaringjoone kaar $2_2\ 7_0\ 6_0\ 5_0\ 4_0\ 3_0\ 1_2$ heidab varju koonuse sisepinnale. Et seda heitevarju määrata, valime sellel kaare osal vabalt mingi punkti, näit. 4_0 . Tõmmates sirge $S_2\ 4_0$ kuni koonuse põhjaringjoone teistkordse lõikumiseni 4_2 , määrame moodustaja $4_2\ 0_2$, millele punkt 4_0 varju heidab. Tõmbame punktist 4_0 valguskiire projektsiooni (45°), kuni see lõikab moodustajat $4_2\ 0_2$. Saadud punkt V_{4_2} ongi otsitava punkti 4_0 vari. Samal viisil on leitud varjupunktid V_{3_2} , V_{6_2} ja V_{7_2} , mis kanname põhijoonisele moodustajate abil.

Varju kõige laiemat kohta kaarepunktist 5_0 sel viisil ei saa määrata, sest konstruktsiooniks on ühine sirge. Leidmiseks toome kaarepunktid 5_0 ja 5_2 põhijoonisele, tõmbame moodustaja $0_1\ 5_1$ ja kaarepunktist 5_0 valguskiire projektsiooni kuni moodustaja $0_1\ 5_1$ lõikamiseni — V_{5_1} . See ongi koonuse põhjaservast sisepinnale tekkiva heitevarju laiem koht. Punkti V_{5_1} kanname esijoonisele samale moodustajale — V_{5_2} . Ühendame punktid $2_2\ V_{7_2}\ V_{6_2}\ V_{5_2}\ V_{4_2}\ V_{3_2}\ 1_2$ ladusa kõveraga. Koonilisel välispinnal omavarju piiravad moodustajad on ühtlasi tema sisepinnal omavarju ja heitevarju eraldavateks sirgeteks.

Koonuse sisepinnale tekkiva heitevarju kõige laiema koha punkti määramiseks on joonisel näidatud veel teine võte.

Tõmbame sirge läbi omavarju moodustajate otsapunktide $1_2\ 2_2$, servapunktist 5_0 läbi 3_0 (kõrgeim punkt koonuse põhjal) kuni $1_2\ 2_2$ lõikumiseni punktis K ja punktist K läbi varjupunkti V_{3_2} kuni moodustaja $5_2\ 0_2$ lõikamiseni, — nii saame otsitava varjupunkti V_{5_2} .



Varjud poolsfääri õõnsuses

On antud õõnes poolsfäär. Leida selle varjud.

Kui tõmmata esijoonisel valguskiire projektsioonid puutujatena punktides c_2 ja d_2 , jagame avasuuringi kaheks võrdseks pooleks, milledest valgusallikapoolne $d_2 a_2 c_2$ heidab varju sfääri sisepinnale. Varju määramiseks asetame läbi sfääri keskpunkti valguskiire suunaliselt abitasapinna, mis on risti esikujutuspinnale, ning teeme sellest mahapöörde. Viimane on joonisel eraldi näidatud ning mahapööre on tehtud ülespoole. Mahapöördel näeme veerandsfääri sisepinda, ning valguskiired on selle kujutuspinnaga rööbiti — valguskiire V_1 nurk = $35^\circ 15'$. Mahapöörde võime ka allapoole teha, kusjuures valguskiirte suund kujuneks V_2 .

Mahapöördel punkt a_3 heidab sfääri sisepinnale varju Va_3 , mis on heitevarju laiemaks kohaks. Toome saadud punkti esijoonisele Va_2 .

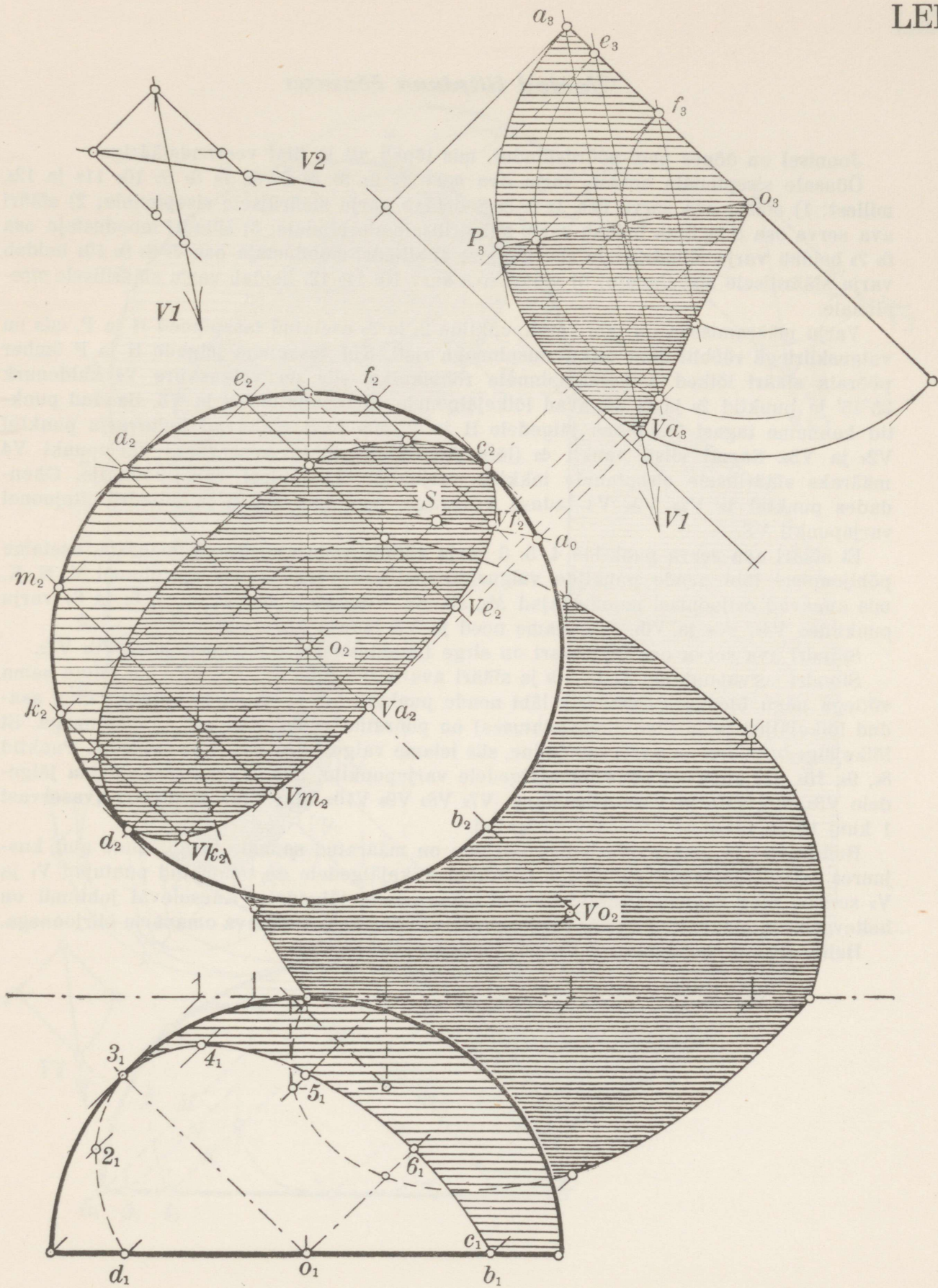
Nii võime vabalt ja küllaldaselt avasuuringil punkte valida, asetades iga kord abitasapinna läbi valitud punkti valguskiire projektsiooni suunas ja risti esikujutuspinnale. Mahapööret tehes saame lõikejäljel määrata igast servapunktist heitevarju sfääri sisepinnale. Saadud varjupunktid kanname ka neile valguskiirte projektsioonidele, mis läbivad sfääri avasuuringi sümmeetriapunkte $a_2 b_2$ sihis.

Nii on joonisel leitud punktide e_2 ja f_2 varjud Ve_2 ja Vf_2 ja nendele vastavad sümmeetrilised punktid Vm_2 ja Vk_2 . Ühendame punktid $c_2 Vf_2 Ve_2 Va_2 Vm_2 Vk_2 d_2$ ladusa kõveraga. Saadud varju piirjoon osutub poolellipsiks, mille suurteljeks on $c_2 d_2$ ja väikepoolteljeks $O_2 Va_2$. Mahapöördel sfääri sisepinnal kujuneb heitevarju piirjoon sirgeks $O_3 Va_3$.

Heitevarju põhi- ja esikujutuspindadele annavad sfääri välispinnal omavarju piirav suuringjoone osa (projektsioonis ellipsina) $T_1 — d_1 2_1 3_1 4_1 5_1 6_1 c_1$ ja avasuuring, mille heitevarju osa esikujutuspinnale on joonestatud sirkliga VO_2 ümber, sest suuring on rööbiti esikujutuspinnaga.

Välispinna omavarju piirjoon on ühtlasi sisepinna heitevarju ja omavarju eraldusjooneks. Ka see eraldusjoon $O_3 P_3$ on mahapöördel sirge ning määratav valguskiire projektsiooni sihilise puutujaga punktis P_3 .

Joonisel on veel näidatud sfääri sisepinnale tekkiva heitevarju pooltelje $O_2 Va_2$ määramine punktide $a_2 S$ ja a_0 abil, milline suund on valguskiire projektsiooniga V_2 rööbiti.



Varjud liitpinna õõnsuses

Joonisel on õõnes pool-pöördsilinder, mis lõpeb all ja ülal veerandsfääriga.

Õõnsale sisepinnale heidab varju ava serv 1_2 2_2 3_2 4_2 5_2 6_2 7_2 8_2 9_2 10_2 11_2 ja 12_2 , millest: 1) sfääri ava serva osa 1_2 2_2 3_2 S heidab varju sfäärilisele sisepinnale; 2) sfääri ava serva osa S 4_2 5_2 6_2 heidab varju silindrilisele sisepinnale; 3) silindri moodustaja osa 6_2 7_2 heidab varju silindrilisele sisepinnale; 4) silindri moodustaja osa 7_2 8_2 9_2 10_2 heidab varju sfäärilisele sisepinnale; 5) sfääri ava serv 10_2 11_2 12_2 heidab varju sfäärilisele sisepinnale.

Varju määramiseks on läbi servapunktide 2_2 ja 3_2 asetatud tasapinnad H ja P, mis on valguskiirtega rööbiti ning esikujutuspinnaga risti. Kui tasapinna jälgede H ja P ümber pöörata sfääri lõiked esikujutuspinnale rööbikuiks, siis on valguskiire V_2 kaldenurk $35^\circ 15'$ ja punktid 2_2 ja 3_2 annavad lõikejälgedele varjupunktid V_2 ja V_3 . Saadud punktid kanname tagasi tasapinna jälgedele H ja P, mis ongi otsitavad heitevarju punktid V_{2_2} ja V_{3_2} . Samal viisil punkti 4_2 (lõikejalg langeb ühte esiservaga) varjupunkt V_4 määraks sfäärilisele sisepinnale tekkiva varjukujundi — ellipsi väike-pooltelje. Ühendades punktid 1_2 V_{2_2} V_{3_2} V_4 ladusa kõveraga, määrame sfääri ja silindri liitejoonel varjupunkti VS.

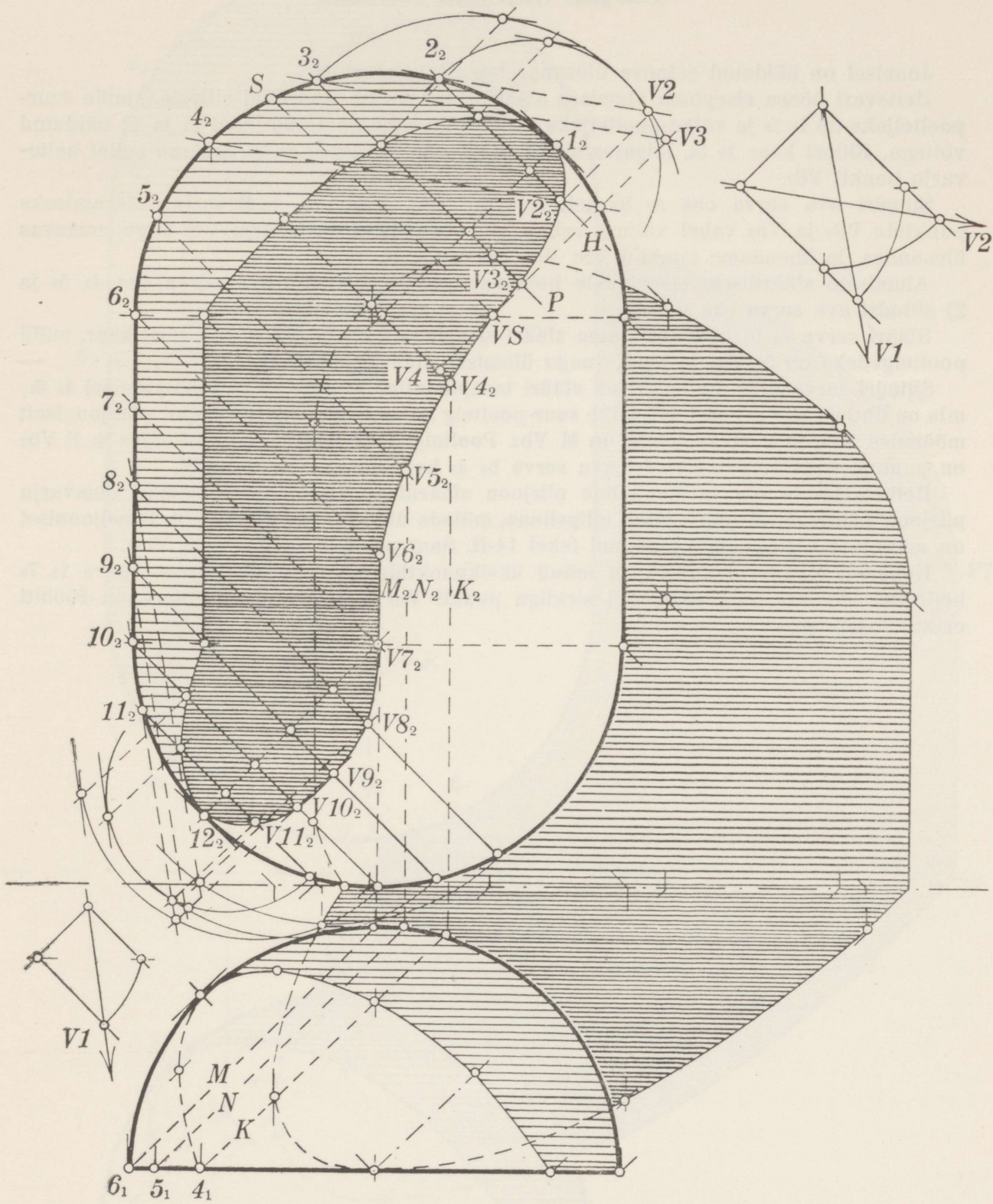
Et sfääri ava serva punktide 4, 5, 6 varju silindrilisele sisepinnale määrata, asetame põhijoonisel läbi nende punktide valguskiiresihilised vertikaalsed tasapinnad M, N, K, mis annavad esijoonisel moodustajad M_2 , N_2 , K_2 . Viimastele heidavad 4_2 , 5_2 ja 6_2 varju punktides V_{4_2} , V_{5_2} ja V_{6_2} . Ühendame need ja VS ladusa kõveraga.

Silindri ava serva osa 6_2 7_2 vari on sirge (moodustajast — moodustajale) V_{6_2} V_{7_2} .

Silindri servapunktide 8_2 , 9_2 , 10_2 ja sfääri ava serva punkti 11_2 varjud on leitud sama võttega nagu ülemises osas, s. t. läbi nende punktide on asetatud tasapinnad ning saadud lõikejäljed (sfäärilise pinna ulatuses) on pööratud rööbikuiks esikujutuspinnaga. Et lõikejälgede pööre on vastassuunaline, siis leiame valguskiire nurga $V_1 = 35^\circ 15'$. Punktid 8_2 , 9_2 , 10_2 , 11_2 annavad neile lõikejälgedele varjupunktid, mis kanname tasapinna jälgedele V_{8_2} , V_{9_2} , V_{10_2} ja V_{11_2} . Ühendame V_{7_2} V_{8_2} V_{9_2} V_{10_2} V_{11_2} V_{12_2} . Heitevari avaservast 1 kuni 12 on liitpinna õõnsuses määratud.

Heitevarju- ja omavarjuvaheline piirjoon on määratud samade tasapindade abil, kusjuures esikujutuspinnale rööbikuks pööratud lõikejälgedele on tõmmatud puutujad V_1 ja V_2 suunas ning saadud punktid kantud tasapindade jälgedele. Käesoleval juhtumil on heitevarju- ja omavarjuvaheline piirjoon ühine välispinnal kujuneva omavarju piirjoonega.

Heitevari kujutuspindadel on saadud üksikpunktide abil.



Varjud liitpinna õõnsuses

Joonisel on näidatud eelneva ülesande teine lahendusviis.

Heitevari õõnsa sisepinna ülemises sfäärilises osas on määratud ellipsiga, mille suur-poolteljeks on $1_2 2_2$ ja väike-poolteljeks — $2_2 3_2$. Viimane on antud lehel 21 ja 22 näidatud võttega. Ellipsi kaar $1_2 3_2$, lõigates sfääri ja silindri liitejoont $a_2 7_2$, määrab sellel heitevarju punkti VS_2 .

Silindri ava serva osa $a_2 b_2$ heitevari on sirge $Va_2 Vb_2$. Heitevarju määramiseks punktide VS_2 ja Va_2 vahel valime vabalt servapunkti c_2 heitevarju Vc_2 nagu eelnevas ülesandes, ja ühendame punktid $VS_2 Vc_2 Va_2$ ladusalt.

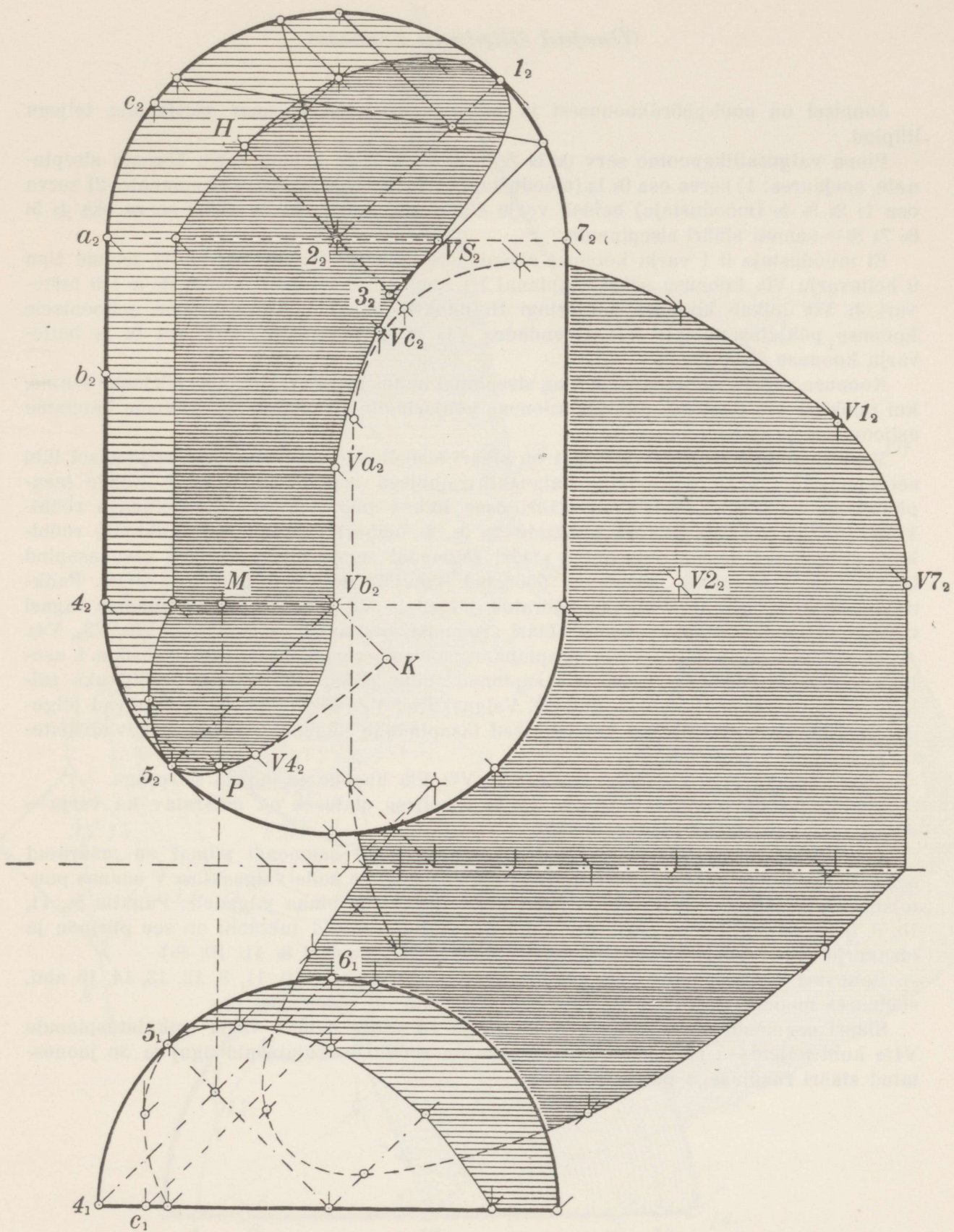
Alumisele sfäärilisele sisepinnale heidavad varju: 1) sfääri ava serva osa $4_2 5_2$ ja 2) silindri ava serva osa $b_2 4_2$.

Sfääri serva $4_2 5_2$ heitevari sama sfääri sisepinnale on $5_2 V4_2$, s. o. ellipsi kaar, mille pooltelgedeks on $5_2 Vb_2$ ja $Vb_2 K$ (nagu ülemises sfäärilises osas).

Silindri serva $b_2 4_2$ heitevari on sfääri tasapinnaline lõige — ellips (põhijoonisel $4_1 6_1$, mis on ühtlasi ellipsi suurtelg), mille suur-pooltelg MP on esijoonisele kantud põhijooniselt mõõtmise teel, ja väike-pooltelg on $M Vb_2$. Pooltelgede abil ehitatud pool-ellips $4_2 P Vb_2$ on puutuja punktis $V4_2$. Silindri ava serva $b_2 4_2$ heitevarjuks on $V4_2 Vb_2$.

Heitevarju- ja omavarjuvaheline piirjoon sfäärilistel sisepindadel, samuti omavarju piirjoon põhijoonisel on ehitatud ellipsitena, millede ühine väike-pooltelg $2_2 H$ esijoonisel on määratud võttega, mis näidatud lehel 14-II. Suur-pooltelg on $1_2 2_2$ ($5_2 Vb_2$).

Heitevari kujutuspindadele on leitud üksikpunktide abil, kusjuures ava kaare $1_2 7_2$ heitevari $V1_2 V7_2$ on joonestatud sirkliga punkti $V2_2$ ümber, sest ava serv on rööbiti esikujutuspinnaga.



Varjud liitpinna õõnsuses

Joonisel on pool-pöördkoonusest ja -sfääri segmendist koosnev vertikaalse teljega liitpind.

Pinna valgusallikapoolne serv $0_2 1_2 2_2 3_2 4_2 5_2 6_2 7_2 8_2$ heidab varju õõnsale sisepinnale, seejuures: 1) serva osa $0_2 1_2$ (moodustaja) heidab varju koonuse sisepinnale; 2) serva osa $1_2 2_2 3_2 4_2$ (moodustaja) heidab varju sfääri sisepinnale ja 3) sfääri serva osa $4_2 5_2 6_2 7_2 8_2$ — samuti sfääri sisepinnale.

Et moodustaja $0 1$ varju koonuse sisepinnale määrata (vaata leht 19-II), leiame tipu 0 heitevarju $V0_1$ koonuse põhjatasapinnal H ; käesoleval juhtumil moodustaja $4 0$ heitevari $4_1 V0_1$ lõikab koonuse põhjaringi H_1 punktis $V1_1$. Viimase kanname esijoonisele koonuse põhjatasapinnale $V1_2$. Ühendades $V1_2$ ja 0_2 määrame serva osa $0_2 1_2$ heitevarju koonuse sisepinnal.

Koonuse välispinnal omavarju ning sisepinnal heite- ja omavarju ühise piirjoone saame, kui punktist $V0_1$ tõmbame puutuja koonuse põhjaringile H_1 punktis S_1 . Viimase kanname esijoonisele ja ühendame $S_2 0_2$.

Vari ülejäanud moodustaja osast on sfääri sisepinnale määratav, kui esijoonisel läbi servapunktide $2_2, 3_2, 4_2$ asetame valguskiirtesihilised tasapinnad M, N, P . Nende tasapinnajälgedele M, N, P ümber on sfääri osas lõiked pööratud esikujutuspinnaga rööbikuks (lõiked on joonestatud punktide $2_0, 3_0, 4_0$ ümber). Tasapinna N lõikejalg rööbikuks pööramisel langeb ühte antud sfääri segmendi servaprojektsiooniga, sest tasapind läbib sfääri keskpunkti. Rööbikuks pööratud lõikejälgedel valguskiir $V = 35^\circ 15'$. Punktide $2_2, 3_2, 4_2$ annavad rööbikuks pööratud jälgedele $V2, V3, V4$. Need kanname tagasi tasapinnajälgedele M, N, P , saades sfääri sisepinnal otsitavad varjupunktid $V2_2, V3_2, V4_2$.

Segmendi servast sfäärilisele sisepinnale määrame varjupunktid samal viisil, s. t. asetame läbi servapunktide 5_2 ja 7_2 tasapinnad, mille jäljed on pööratud rööbikuks esikujutuspinnaga (punktide $5_0, 7_0$ ümber). Valguskiired $V = 35^\circ 15'$ läbi $5_2, 7_2$ annavad jälgedel punktid $V5$ ja $V7$. Tagasi kandes need tasapindade jälgedele saame otsitavad heitevarju punktid $V5_2$ ja $V7_2$.

Kõik varjupunktid $V1_2 V2_2 V3_2 V4_2 V5_2 V7_2 V8_2$ ühendame ladusa kõveraga.

Varju piirjoon punktide $V4_2 V5_2 V7_2 8_2$ vahelises ulatuses on määratav ka varju — ellipsi pooltelgedele abil (vaata leht 21).

Heitevarju- ja omavarjuvaheline eraldusjoon sfääri segmendi pinnal on määratud samade rööbikuks pööratud lõikejälgedele abil. Tõmmates neile valguskiire V suunas puutuvad, saame punktid $6_2, 9_2, 10_2, 11_2$, mis kanname tagasi pinna jälgedele. Punktide $8_2, 11, 10, 9, 6$ ühendame ladusa kõveraga kuni punktini S_2 . Antud juhtumil on see piirjoon ja omavarju piirav ellips sfääri välispinnal ühised (põhijoonisel $8_1 11_1 10_1 S_1$).

Heitevari kujutuspindadel on saadud üksikpunktide $0, S, 10, 11, 8, 12, 13, 14, 15$ abil, seejuures moodustaja $0_2 15_2$ ja tema vari $V0_2 V15_2$ on rööpsirged.

Sfääri segmendi serva osa punktide 15 ja 14 vahel heidab varju esikujutuspinnale $V15_2$ kuni teljeni — t ringina (segmendi serv on rööbiti esikujutuspinnaga) ja on joonestatud sfääri raadiusega punkti k ümber.

Liitkeha varjud

Joonisel on liitkeha — kuusnurkne prisma, mille telg on risti põhikujutuspinnaga ja prisma ülemisele põhjale on asetatud risttahukakujuline plaat ning sama prisma keskele — silindriline plaat.

Tõmbame põhijoonisel valguskiiresihilised puutujad prisma põhjale, seega määrame omavarju servad 1 2 ja 3 4. Kolm prisma tahku on omavarjus, milledest üks nähtav esijoonisel.

Samuti tõmbame põhijoonisel puutujad plaatidele ning määrame risttahukal omavarju piiravad servad ja silindrilisel plaadil omavarju piiravad moodustajad. Et risttahukakujulise plaadi ühed külgtahud on rööbiti esikujutuspinnaga ja plaadi diagonaal võrdub silindrilise plaadi diameetriga, siis antud juhtumil mõlema plaadi omavarjupunktid 5 6 ja 7 8 langevad põhijoonisel ühte.

Ehitame heitevarjud prismale ja kujutuspindadele.

1) Risttahuka vari prismal.

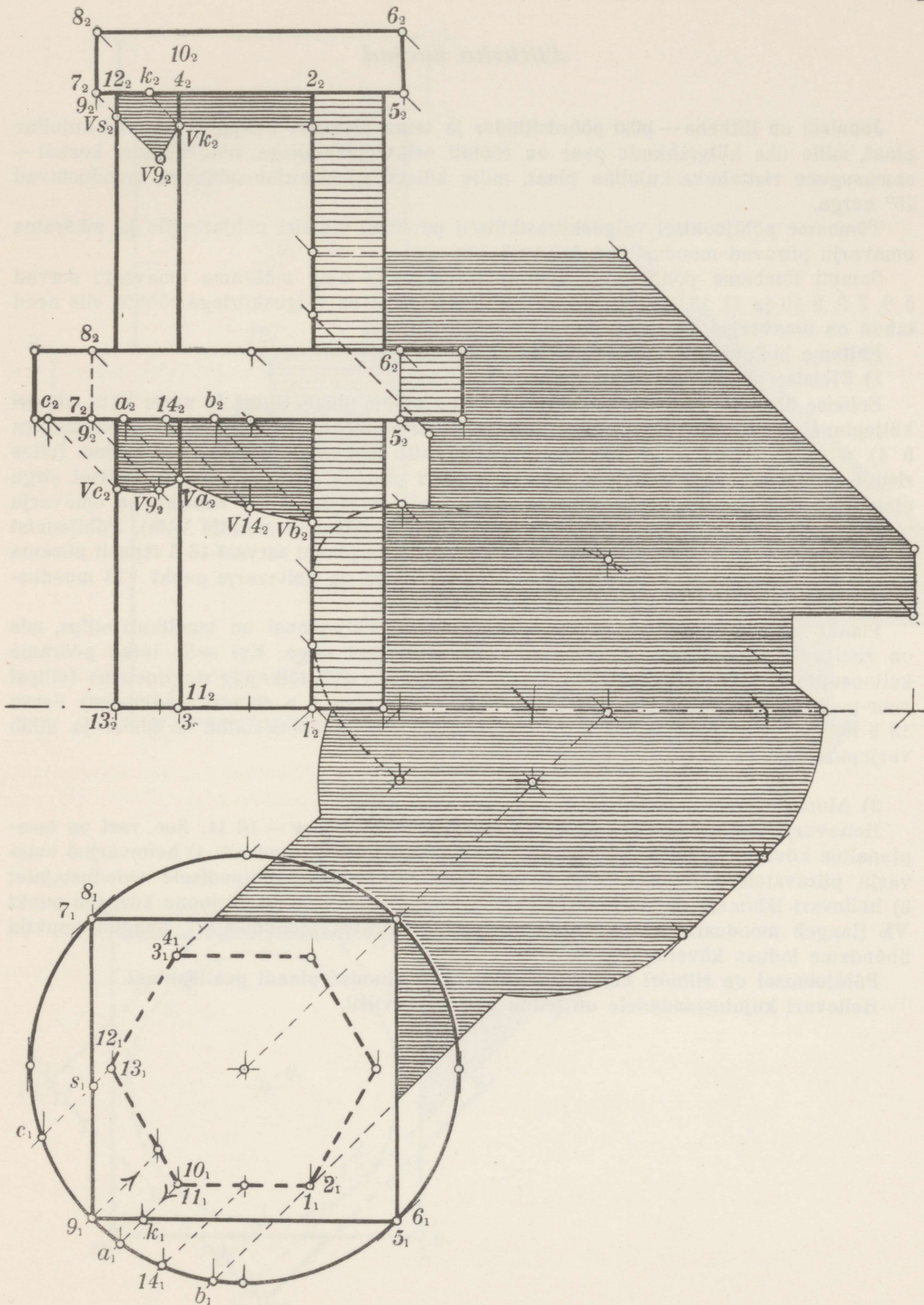
Et risttahuka alumine esiserv 9 5 on rööbiti prisma esitahuga, siis viimasele tekkiv heitevari on rööbiti servaga 9 5. Varju laiuse määramiseks asetame läbi prisma serva 10 11 valguskiiresihilise vertikaalse tasapinna, mis lõikab plaadi serva 5 9 punktis k. Punkt k heidab varju servale 10 11 punktis V_{k2} . Sama võttega leiame varju punkti V_{s2} prisma servale 12 13 ja plaadi nurga varju V_{92} punktist 9 prisma tahule 10 11 13 12. Ühendame punktid V_{s2} , V_{92} , V_{k2} ning heitevari esijoonisel nähtavatel prismatahkudel on määratud.

2) Silindrilise plaadi vari prismal.

Kasutame risttahuka heitevarju lahenduse käiku ja määrame prisma servale 1 2 silindrilise plaadi servapunkti b varju V_{b2} ; servale 10 11 punkti a varju V_{a2} ja servale 12 13 punkti c varju V_{c2} .

Et prisma tahkudele heidab varju silindrilise plaadi põhjaring, siis heitevarju 'piirjooneks osutub mõlemal tahul ellipsi kaar. Selle määramiseks leiame tahkudel eespool kasutatud võttega veel vahepealsed varjupunktid V_{92} ja V_{142} ning ühendame V_{c2} V_{92} V_{a2} ja V_{a2} V_{142} V_{b2} ladusate kõveratega. Seega on silindrilise plaadi heitevari prisma nähtavatele tahkudele määratud.

Tähelepanu tuleb pöörata veel põhijoonisel osaliselt nähtavale heitevarjule, mis langeb prismast silindrilise plaadi ülemisele põhjale. Heitevari kujutuspindadele on määratud meile tuttavate võtetega.



Liitkeha varjud

Joonisel on liitkeha — püst-pöördsilinder ja tema ülemisel põhjal risttahuka-kujuline plaat, mille üks külgtahkude paar on rööbiti esikujutuspinna, ning silindri keskel — samasugune risttahuka-kujuline plaat, mille külgtahud esikujutuspinna moodustavad 45° nurga.

Tõmbame põhijoonisel valguskiiresihilised puutuvad silindri põhjaringile ja määrame omavarju piiravad moodustajad 1 2 ja 3 4.

Samuti tõmbame põhijoonisel puutuvad plaatidele ning määrame omavarju servad 5 6, 7 8, 9 10 ja 11 12. Et alumise plaadi kaks tahku on valguskiirtega rööbiti, siis need tahud on omavarjus. Üks neist on esijoonisel nähtav.

Ehitame heitevarjud silindrile ja kujutuspinna.

1) Ülemise plaadi vari silindril.

Eelmise ülesande lahenduskäiku rakendades leiame plaadi tipust 13 varju V_{13_2} silindri küljepinnale (antud juhtumil langeb ühte omavarju piirava mittenähtava moodustajaga 3 4). Et plaadi serv 8 13 on horisontaalne, siis läbi selle kujutatav tasapind (olles risti esipinnaga ning 45° teljega) lõikab silindri pinnale jälje, mis on esijoonisel sirge ning määrab serva 8 13 heitevarju k V_{13_2} . Serva 8 13 heitevari määrab ka omavarju piiraval moodustajal 3 4 varju punkti (esijoonisel ühtelangev punktis V_{13_2}). Põhijoonisel jälgides näeme, et omavarju piirav moodustaja 1 2 on plaadi servast 13 5 täpselt niisama kaugel kui moodustaja 3 4 plaadi servast 8 13; seega on heitevarju punkt V_{13} moodustajal 1 2 niisama kõrgel kui moodustajal 3 4.

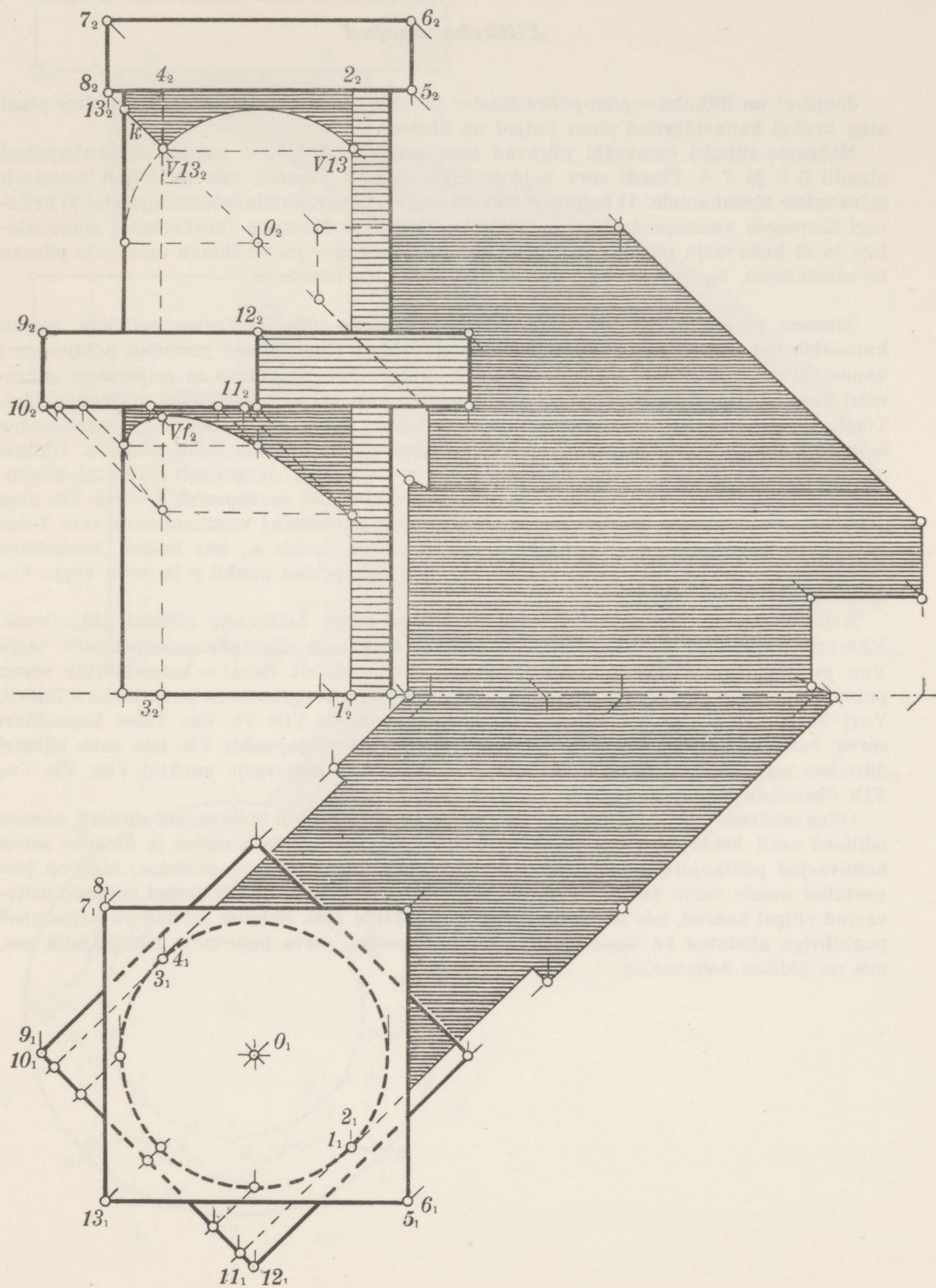
Plaadi serva 8 13 läbiva tasapinna lõige silindri küljepinnal on tegelikult ellips, mis on risti esikujutuspinna ja seetõttu näib esijoonisel sirge. Kui selle lõike pöörame kellaosutite vastassuunas silindri telje ümber 90° , siis näib lõikejalg ringijoonena (ellipsi suur-pooltelg k O_2 ärapööratuna võrdub väike-poolteljega, s. o. silindri raadiusega). Serva 13 5 heitevari ühtub esivaates selle ringjoonega, mis on joonestatud O_2 ümber ja läbib varjupunktid V_{13_2} ja V_{13} .

2) Alumise plaadi vari silindril.

Heitevarju silindri pinnale annab ainult plaadi üks serv — 10 11. See vari on tasapinnaline kõver — ellips, mis määratud üksikpunktide abil järgmiselt: 1) heitevarjud omavarju piiravatele moodustajatele; 2) heitevari äärmisele vasakpoolsele moodustajale; 3) heitevari lähimale (keskmisele) moodustajale ja 4) heitevarju piirjoone kõrgeim punkt V_{12} (langeb moodustajale, mis katab omavarju piiravat moodustajat). Saadud punktid ühendame ladusa kõveraga.

Põhijoonisel on silindri heitevarju osalt näha alumise plaadi pealispinnal.

Heitevari kujutuspinna on leitud üldtuntud viisil.



Litkeha varjud

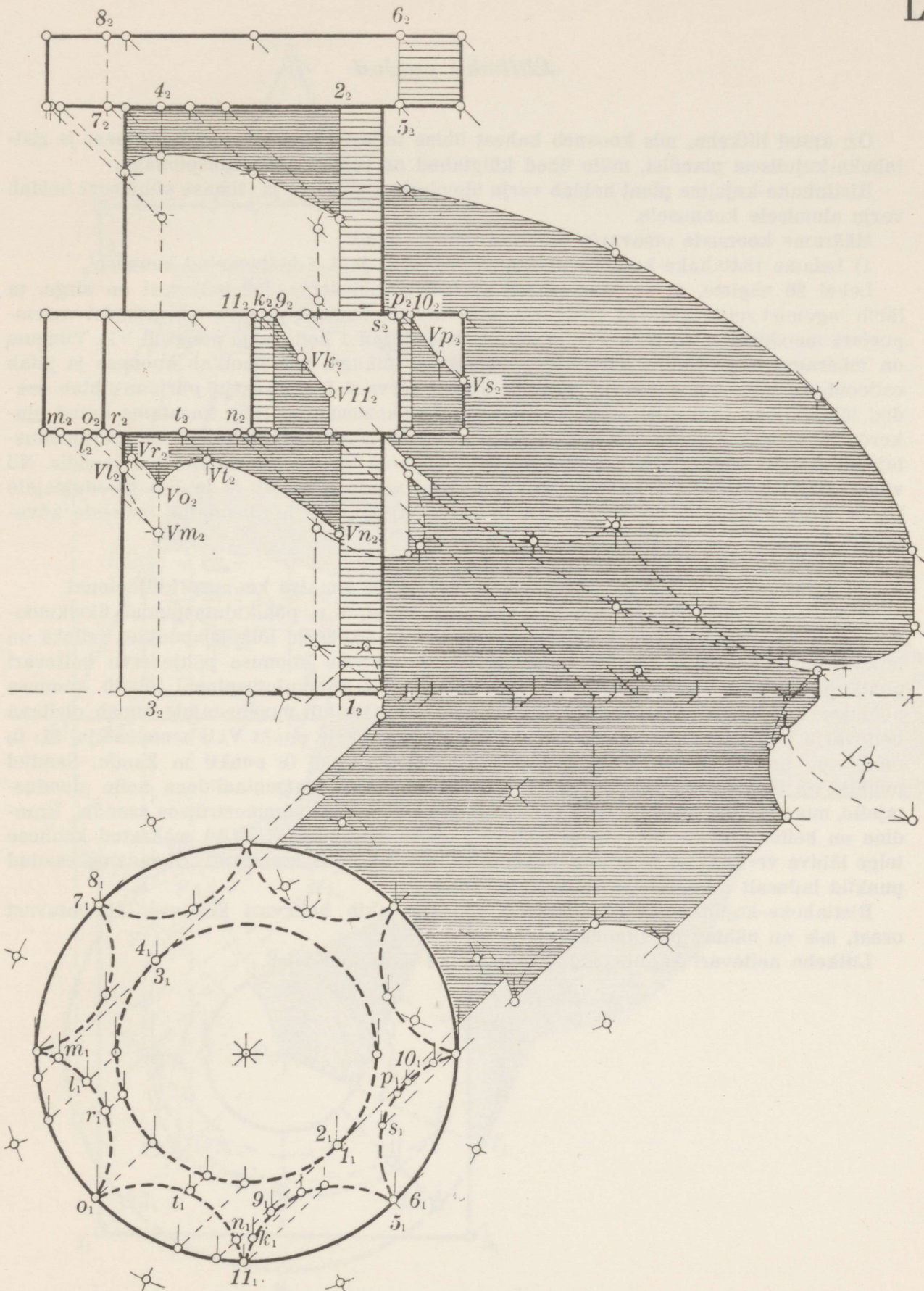
Joonisel on litkeha — püst-pöördsilinder ja tema ülemisel põhjal silindrikujuline plaat ning keskel kannelüüritud plaat (teljed on ühised).

Määrame silindri omavarju piiravad moodustajad 1 2 ja 3 4, samuti silindrikujulisel plaadil 5 6 ja 7 8. Plaadi serv heidab varju silindri pinnale, mis on leitud sarnaselt eelnevatele ülesannetele: 1) heitevari silindri omavarju piiravatele moodustajatele; 2) heitevari äärmisele vasempoolsele moodustajale, ühtlasi ka lähimale (keskmisele) moodustajale ja 3) heitevarju piirjoone kõrgeim punkt (ühtelangev mittenähtava omavarju piirava moodustajaga). Saadud punktid on ühendatud ladusa kõveraga.

Alumise plaadi varjud on palju huvipakkumamad. Siin määrame eelkõige varjud kannelüüritud plaadil (vt. leht 18-I). Tõmbame valguskiiresihhilised puutujad põhijoonisel kannelüüride tippudele 11_1 ja 5_1 (6_1). Selgub, et käesoleval juhtumil on esijoonisel nähtavaist kannelüüridest kaks valgustatud, kuna kahe kannelüüri nõguspinnal tekivad varjud. Tõmmates põhijoonisel valguskiiresihhilised puutujad kannelüüride sisepindadele punktides 9_1 ja 10_1 , jagame nende ülemised servad valgustatud ja varjusolevaks osadeks. Ühtlasi määrame ka heitevarju ja omavarju eraldavad moodustajad. Järgnevalt määrame kannelüüri tipu 11 varju $V11_2$ nõguspinnal ja veel ühe vahepealse servapunkti k varju Vk_2 ning ühendame 9_2 Vk_2 $V11_2$. Punktist $V11_2$ allapoole on kannelüüri vertikaalserva vari. Teise kannelüüri nõguspinnal serval määrame põhijoonisel punkti s_1 , mis heidab kannelüüri vertikaalsele servale varju Vs_2 . Valime veel ühe vahepealse punkti p ja selle varju Vp_2 ning ühendame 10_2 Vp_2 Vs_2 .

Nüüd määrame kannelüüritud plaadi alumise serva heitevarju silindri küljepinnal. Määrame punktid m ja n, mis heidavad silindri omavarju piiravaile moodustajale varju Vm_2 ja Vn_2 . Siis — kannelüüri tipust O vari VO_2 silindril. Edasi — kannelüüride serva punktidest t ja r varjud Vt_2 ja Vr_2 , mis on heitevarju kõrgeimateks punktideks silindril. Vari ühest kannelüüri servast on selgunud — ühendame VO_2 Vt_2 Vn_2 . Teise kannelüüri serva heitevarju lõplikuks määramiseks leiame veel varjupunkti Vl_2 , mis asub silindri äärmisel moodustajal. Nüüd võime ka selle kannelüüri heitevarju punktid Vm_2 , Vl_2 , Vr_2 , VO_2 ühendada ladusa kõveraga.

Olles määranud heitevarjud kannelüüritud plaadil ja plaadi heitevarjud silindril, näeme, millised osad heidavad varju kujutuspindadele. Kannelüüride alumise ja ülemise serva heitevarjud põhikujutuspinnal jäävad ringjoonteks (plaat on horisontaalne) ning on joonestatud nende varju keskpunktide ümber. Esikujutuspinnal on nimetatud servade heitevarjud ellipsi kaared, mis on määratud üksikpunktide abil. Selguse mõttes on esijoonisel punktiiriga näidatud ka kannelüüritud plaadi ülemise serva heitevarju mittevajalik osa, mis on üldises heitevarjus.



Liitkeha varjud

On antud liitkeha, mis koosneb kahest ühise teljega ühesuurusest koonusest ja risttahuka-kujulisest plaadist, mille ühed külgtahud on rööbiti esikujutuspinnaga.

Risttahuka-kujuline plaat heidab varju ülemisele koonusele ja viimase põhjaserv heidab varju alumisele koonusele.

Määrame koonuste omavarju piiravad moodustajad.

1) Leiame risttahuka-kujulise plaadi servade 1 2 ja 1 5 heitevarjud koonusel.

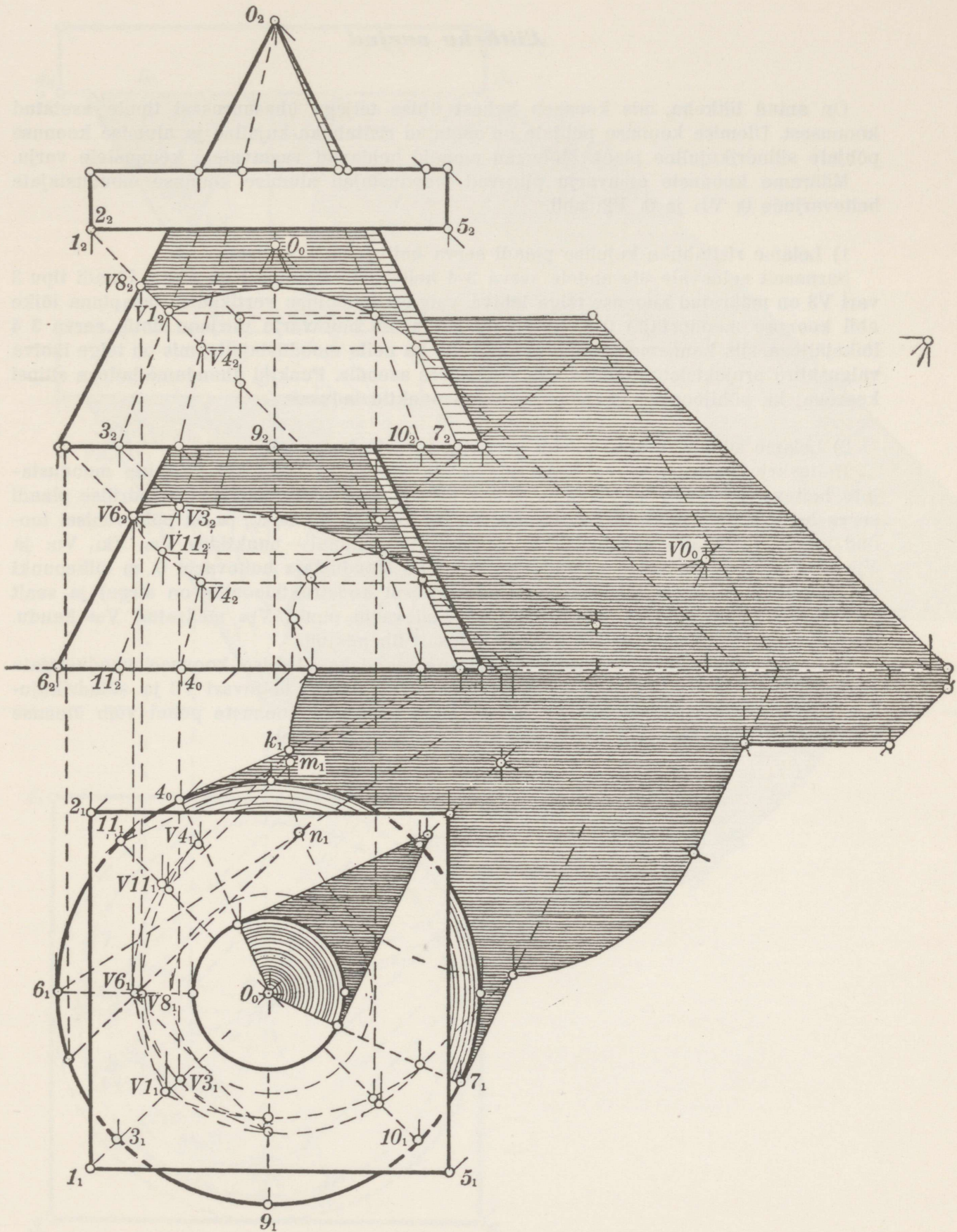
Lehel 26 nägime, et sarnase plaadi asetuse puhul serva 1 2 heitevari on sirge, ta läbib tagumist mittenähtavat omavarju piiravat moodustajat punktis V_{4_2} , äärmist vasempoolset moodustajat punktis V_{8_2} ja ulatub plaadi tipu 1 heitevarju punktini V_{1_2} . Viimane on määratud telge läbiva vertikaalse tasapinna lõikega, mis poolitab koonuse ja jätab esijoonisele jälje — moodustaja $3_2 0_2$. Et plaadi serva 1 5 heitevarju piirjoon ühtub saadud lõikejäljega (kui jälje pöörame kellaosutile vastassuunas 90°), kasutame antud olukorda ja kanname serva 1 2 heitevarju punktid horisontaalidega neile koonuse moodustajaile, mis on telge läbiva valguskiire projektsiooni suhtes sümmeetrilises asendis. Nii viime varjupunktid V_{4_2} moodustajale $7_2 0_2$, V_{8_2} moodustajale $9_2 0_2$ ja V_{1_2} moodustajale $10_2 0_2$. Kõik heitevarju punktid on kantud ka põhijoonisele ja ühendatud ladusate kõveratega nii põhi- kui ka esijoonisel.

2) Leiame ülemise koonuse põhjaserva heitevarju alumise koonuse küljepinnal.

Määramisel on kasutatud lehel 17 näidatud võtet, s. o. põhikujutuspinnal üksikmoodustaja heitevarju ja ülemise koonuse põhjaserva heitevarju lõikumispunkte. Selleks on leitud alumise koonuse tipu 0_0 heitevari V_{0_0} ja ülemise koonuse põhjaserva heitevari põhikujutuspinnal. Moodustaja $4_0 0_0$ heitevari $4_0 V_{0_0}$ põhikujutuspinnal lõikab koonuse põhjaserva heitevarju piirjoont punktis k_1 , mis tagasikantult moodustajale annab otsitava heitevarju punkti V_{4_1} . Samal viisil on määratud heitevarju punkt V_{11_1} moodustajal $11_1 0_0$ punkti m_1 kaudu ja heitevarju punkt V_{6_1} moodustajal $6_1 0_0$ punkti n_1 kaudu. Saadud punktid on üle kantud esijoonisele V_{4_2} , V_{11_2} , V_{6_2} ning horisontaalidega neile moodustajaile, mis on telge läbiva valguskiire projektsiooni suhtes sümmeetrilises asendis. Erandina on heitevarju kõrgeim punkt V_{3_2} esijoonisel (põhijoonisel V_{3_1}) määratud koonuse telge läbiva vertikaalse tasapinna lõike abil (nagu ülemisel koonusel). Ühendame saadud punktid ladusalt nii põhi- kui ka esikujutuspinnal.

Risttahuka-kujulise plaadi ülemisele pinnale tekib heitevari koonuse läbiulatuvast osast, mis on nähtav põhijoonisel.

Liitkeha heitevari kujutuspindadel on leitud üldtuntud viisil.



Liitkeha varjud

On antud liitkeha, mis koosneb kahest ühise teljega ühesuurusest tipule asetatud koonusest. Ülemise koonuse põhjale on asetatud risttahuka-kujuline ja alumise koonuse põhjale silindrikujuline plaat. Mõlemad plaadid heidavad vastavatele koonustele varju.

Määrame koonuste omavarju piiravad moodustajad alumise koonuse moodustajate heitevarjude $O_1 V_{11}$ ja $O_1 V_{21}$ abil.

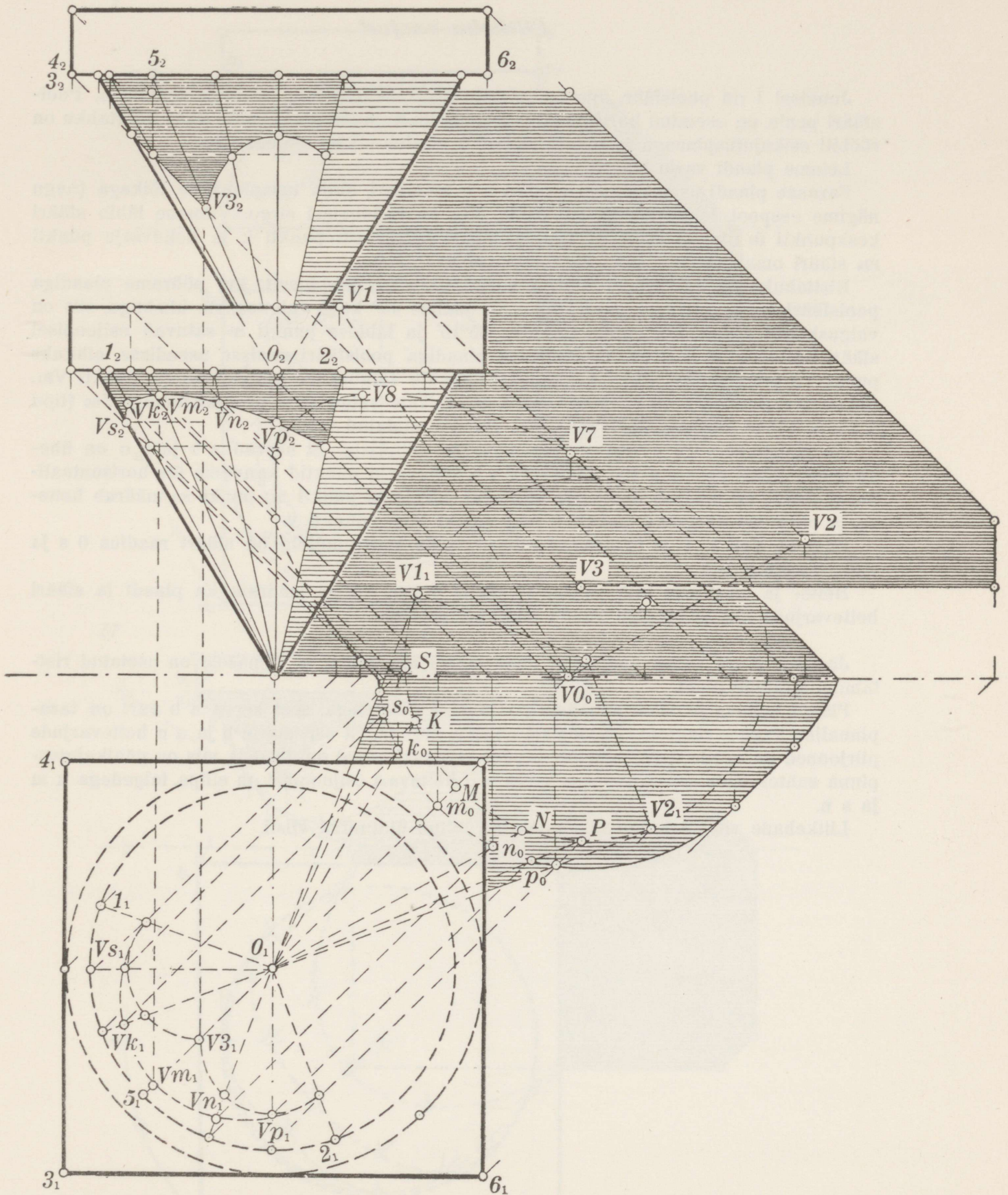
1) Leiame risttahuka-kujulise plaadi serva heitevarju koonusel.

Sarnaselt eelnevale ülesandele serva 3 4 heitevari esijoonisel on sirge. Plaadi tipu 3 vari V_3 on määratud koonuse telge läbiva valguskiiresihilise vertikaalse tasapinna lõike abil koonuse moodustajal 0 5. Et plaadi serva 3 6 heitevarju piirjoon ühtib serva 3 4 lõikejäljega, siis kanname saadud punktid üle ka neile moodustajale, mis on telge läbiva valguskiire projektsiooni suhtes sümmeetrilises asendis. Punktid ühendame ladusa ellipsi kaarega; ka põhijoonisel ühendame saadud punktid ladusalt.

2) Leiame silindrikujulise plaadi serva heitevarju koonusel.

Heitevarju määramisel on kasutatud (nagu ülesandes lehel 28) üksikute moodustajate heitevarjude $O_1 S$, $O_1 K$, $O_1 M$, $O_1 N$, $O_1 P$ lõikumist põhikujutuspinna silindrilise plaadi serva heitevarjuga punktides s_0 , k_0 , m_0 , n_0 , p_0 . Punktid s_0 , k_0 , n_0 , p_0 on põhijoonisel toodud tagasi vastavaile moodustajale koonuse küljepinnal — punktides V_{S1} , V_{K1} , V_{N1} ja V_{P1} ning neist esijoonisele kantud V_{S2} , V_{K2} , V_{N2} . Moodustaja heitevarju $O_1 m$ lõikepunkt m_0 on viidud enne esijoonisele V_{m2} (põhijoonisel konstruktsiooniks on sirge) ja sealt kantud põhijoonisele V_{m1} . Esijoonisel on heitevarju punkt V_{p2} määratud V_{S2} kaudu. Saadud punktid on põhi- ja esijoonisel ladusalt ühendatud.

Heitevarju määramisel kujutuspindadele on leitud ka ülemise koonuse moodustajate varjud $V_{00} V_1$ ja $V_{00} V_2$, risttahuka-kujulise plaadi tipu 3 heitevari V_3 ja silindrikujulise plaadi serva varjupunktid V_7 ja V_8 , kuna pikemate koonuste puhul võib ülemise koonuse heitevari tulla nähtavale plaatide heitevarjude vahel.



Liitkeha varjud

Joonisel I on poolsfäär, mis on asetatud lõikesuuringiga põhikujutuspinna. Poolsfääri peale on asetatud horisontaalne risttahuka-kujuline plaat, mille kaks külgtahku on rööbiti esikujutuspinna ja plaadi läbimõõt võrdub sfääri diameetriga.

Leiame plaadi varju sfääril.

Sarnase plaadi asetuse juures serva a ja b heitevari ühtib tasapinnalise lõikega (nagu nägime eespool, lehed 26, 28, 29), mille jälg on esijoonisel sirge. Viimane läbib sfääri keskpunkti O_2 ning määrab sfääri äärejoonel heitevarju punkti k ja heitevarju punkti m_2 sfääri omavarju piirjoone mittenähtaval osal.

Risttahuka-kujulise plaadi tipu a varju määrame järgmiselt: kui pöörame plaadiga poolsfääri vertikaaltelje ümber kellaosuti suunas 45° koos valguskiirte kimbuga, siis on valguskiired rööbiti T_2 , telje — t suhtes $35^\circ 15'$ ja läbides punkti a_0 satuvad esijoonisel sfääri äärejoonele punktis V_a . Pöörates plaadiga poolsfääri endisse asendisse, nihkuks punkt V_a põhijoonisel sfääri keskpunkti läbivale valguskiire projektsioonile punkti V_{a1} . Esijoonisel punkt V_a nihkuks paremale, a_2 läbivale valguskiire projektsioonile V_{a2} (tipu a varju võime määrata ka lehel 17-III või -IV näidatud viisil).

Ka plaadi serva a ja c vari on tasapinnaline lõikejalg. Et servad a ja b ja a ja c on ühekaugusel sfääri keskpunktist, siis serva a ja b heitevarju punktid kanname üle horisontaalidega: punkt m_2 määrab omavarju nähtaval piirjoonel punkti m ; punkt k_2 määrab heitevarju piirjoone kõrgeima punkti k ning punkt V_{a2} — punkti v .

Punktid V_{a2} , k , v ja m asuvad ellipsil, mille suur-pooltelg on sfääri raadius O ja väike-pooltelg $O_2 k$.

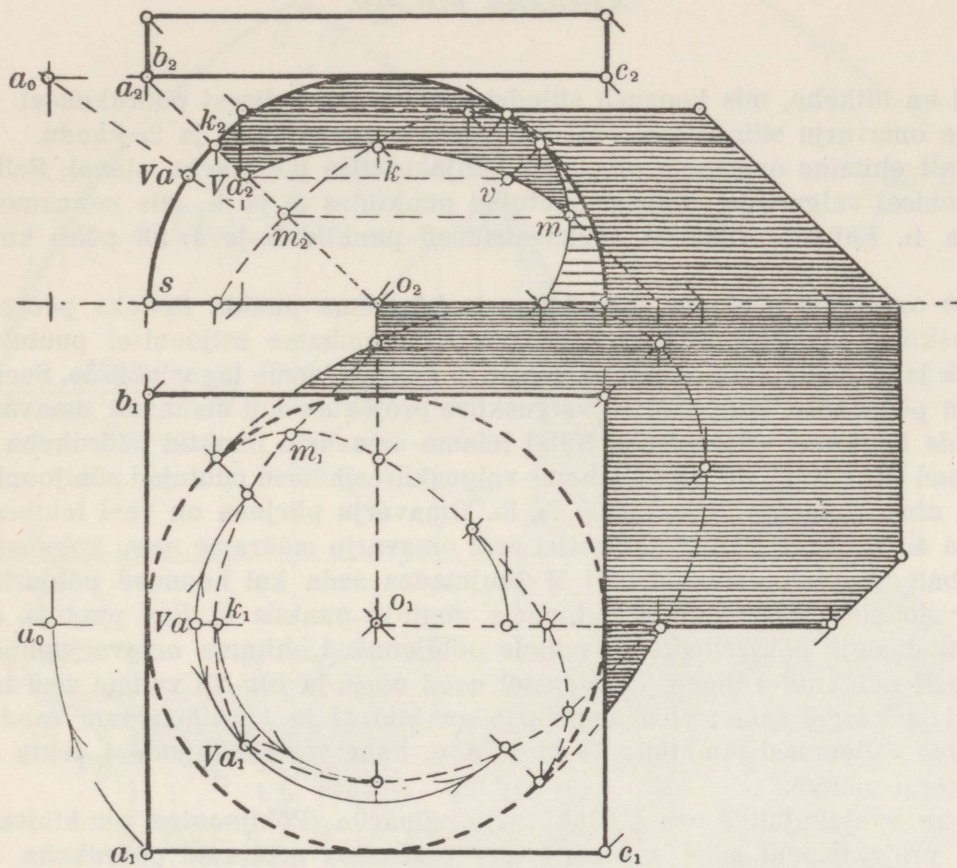
Heite- ja omavarju lõikepunkti m sfääri pinnal võime määrata ka plaadi ja sfääri heitevarjude lõikumispunkti kaudu põhikujutuspinna.

Joonisel II on antud poolsfäär, lõikeringiga ülespoole, ja viimasele on asetatud risttahuka-kujuline plaat.

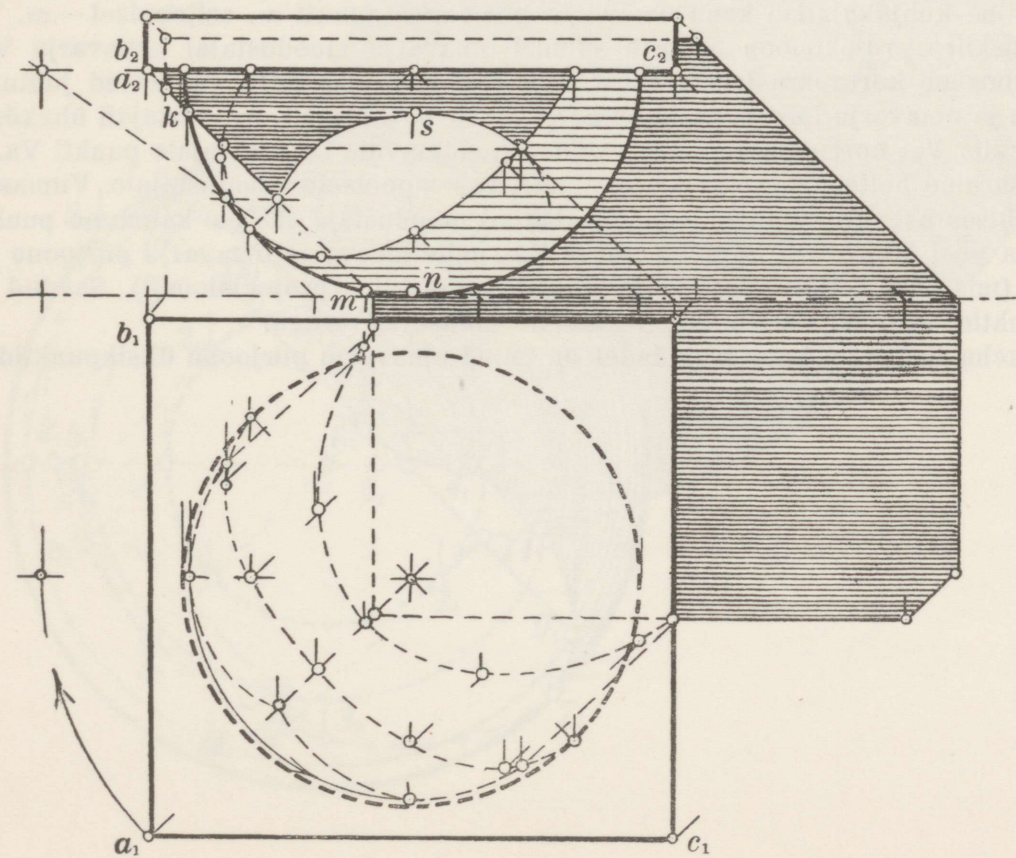
Plaadi heitevarju sfäärile määrame joonise I võtetega, sest serva a ja b vari on tasapinnaline lõige — ringjoon, esijoonisel nähtav sirgena. Et servade a ja b ja a ja c heitevarjude piirjooned on võrdsed ringid (sest plaadi ja sfääri teljed on ühised), mis on põhikujutuspinna suhtes ühevõrra kaldu, siis serva a ja c heitevari esijoonisel on ellips, telgedega k ja s ja n .

Liitkehade varjud kujutuspinna peale on leitud üldtuntud viisil.

I



II



Liitkeha varjud

Joonisel on liitkeha, mis koosneb silindrist ja kuhjakujulisest pöördkehast.

Määrame omavarju silindrilisel osal põhijoonisel punktide 1_1 ja 2_1 kaudu.

Järgnevalt ehitame omavarju piirjoone kuhjakujulise pöördkeha pinnal. Selleks tõmbame esijoonisel valguskiiresihilised puutujad punktides 3_2 ja 4_2 , mis kanname põhijoonisele 3_1 ja 4_1 . Ehitame viimaste sümmeetrilised punktid 3_0 ja 4_0 nii põhi- kui ka esijoonisel.

Määrame omavarju piirjoone madalaima ja kõrgeima punkti. Selleks pöörame keha koos valguskiirte kimbuga kellaosuti suunas 45° , tõmbame esijoonisel puutujad $35^\circ 15'$ punktides 5_2 ja 6_2 , mis kanname põhijoonisele 5_1 ja 6_1 ja teeme tagasipöörde. Seega saame põhijoonisel pöördkeha telge läbival valguskiire projektsioonil otsitavad omavarju punktid 5_0 , 6_0 , mis kanname esijoonisele. Nüüd leiame omavarju punktid pöördkeha suurimal horisontaalsel lõikeriingil. Selleks tõmbame valguskiiresihilised puutujad põhijoonisel punktides 7_1 , 8_1 ning kanname esijoonisele 7_2 , 8_2 . Omavarju piirjoon on veel leidmata punktide 4_2 , 7_2 ja 4_0 , 8_2 vahel. Pöördkeha sellel osal omavarju määrame nagu koonusegi puhul. Valime vabalt mingi horisontaalringi M (kujutades seda kui koonuse põhjaringi) ning tõmbame esijoonisel pöördkeha äärejoonele puutuja punktis K. See puutuja oleks kui koonuse moodustaja põhjaringile M, millele põhijoonisel ehitame omavarjupunktid 9_1 ja 10_1 lehel 11-II näidatud võttega. Esijoonisel need on 9_2 ja 10_2 . Nii valime veel teise horisontaalringi ja leiame samal viisil omavarju punktid 11 ja 12. Ühendame saadud punktid, kusjuures esijoonisel punktides 7_2 ja 8_2 , s. o. kahe vormi liitejoonel, tekib omavarju piirjoonel kerge murre.

Pöördkeha kuhjakujuline osa heidab varju silindrile. Põhijoonisel punktide 1_1 ja 2_1 valguskiire projektsiooni sihis vasemale alla tõmmates määrame pöördkeha omavarju piirjoone osa a_1 5_0 b_1 , mis heidab varju silindri pinnale. Punktist 1_1 vasemale alla tõmmates saame kuhjakujulise keha omavarju piirjoonel punkti a_1 , esijoonisel — a_2 . Viimast valguskiire projektsioon määrab silindri omavarju moodustajal heitevarju Va_2 . Et liitkeha koosneb korrapärastest osadest, mis omavad ühise telje, siis antud juhtumil on heitevarju ja omavarju lõikepunktid silindri omavarju piiravil moodustajail ühekõrgusel. Kanname siis Va_2 horisontaaliga omavarju mittenähtavale moodustajale punkti Va. Järgnevalt määrame heitevarju punkti Vb_2 silindri vasempoolsele moodustajale. Viimasele on sümmeetrilises asendis silindri keskmine (lähim) moodustaja, millele kanname punkti Vb. Jääb leida veel heitevarju kõrgeim punkt $V5_2$, mille määrame omavarju piirjoone punkti 5_0 kaudu (mis asub põhijoonisel telge läbival valguskiire projektsioonil). Saadud heitevarju punktid Va Vb_2 $V5_2$ Vb Va_2 ühendame ladusa kõveraga.

Pöördkeha heitevari kujutuspindele on leitud omavarju piirjoone üksikpunktide abil.

Pöördpinna varjud

On antud vaasikaela-kujuline pöördpind, mille ülemine serv heidab varju pöördpinnale enesele.

On näidatud kaks lahendusviisi.

1. viis. Heitevarju määramiseks pöördpinnal on kasutatud esikujutuspinna rööbiti olevat tasapinda, mis läbib pöördpinna telje. Sellel frontaalsel pinnal on leitud pöördpinna ülemise serva — poolringi — heitevari 5_2 $V1_2$ $V2_2$ $V3_2$ $V4_2$ servapunktide 1_2 , 2_2 , 3_2 , 4_2 abil. Saadud heitevarju piirjoon lõikab pöördpinna äärejooni punktides Vk_2 ja m . Heitevarju punkti Vk_2 kanname horisontaaliga keskmisele (esimesele) meridiaanile — punkti Vk (mõlemad meridiaanid on telge läbiva valguskiire suhtes sümmeetrilises asendis). Heitevarju piirjoone kõrgeima punkti määrame, kui esijoonisel läbi 5_2 tõmbame sirge $35^\circ 15'$ (kujutledes 45° pöörast) kuni äärejoone lõikumiseni — 5_0 . Pöörast põhijoonisel 5_0 telge läbivale valguskiire projektsioonile $V5_1$ ja kanname selle esijoonisele $V5_2$. Ühendame Vk_2 $V5_2$ Vk m ladusalt.

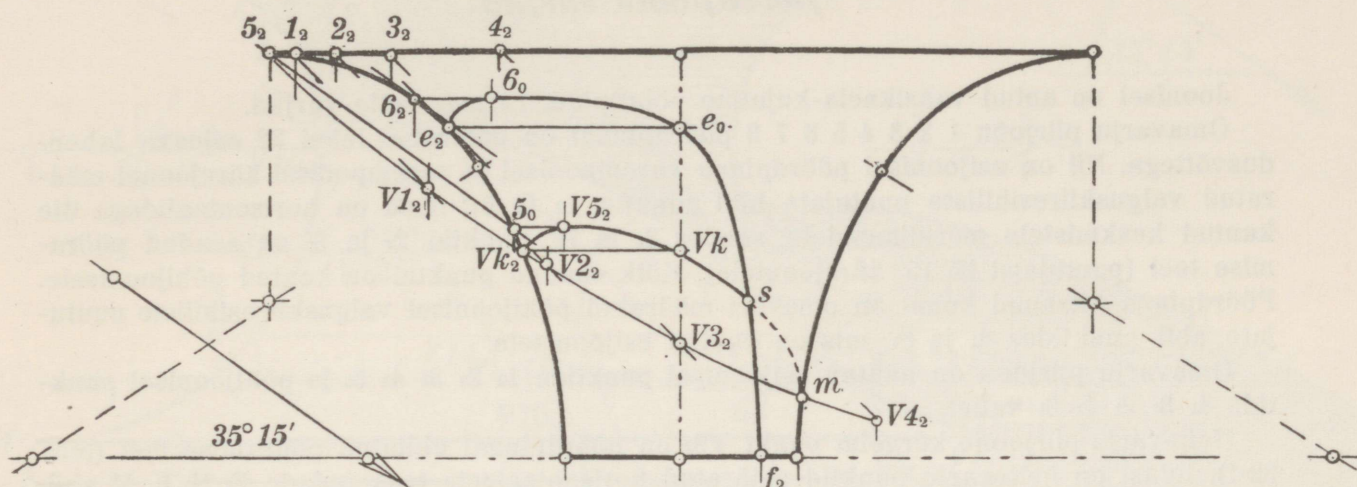
Omarvarju piirjoone määrame, kui pöördpinna vasempoolsele äärejoonele tõmbame valguskiiresihilise puutuja punktis e_2 , mille kanname keskmisele meridiaanile — e_0 . Omarvarju piirjoone kõrgeima punkti saame, kui tõmbame äärejoonele puutuja $35^\circ 15'$ punktis 6_2 ja pöörast selle põhijoonisel telge läbivale valguskiire projektsioonile 6_0 , ning kanname esijoonisele. Pöördpinna alumise serva (asub antud juhtumil pöördpinna kõige kitsamal kohal) punkti f_2 määrame, kui tõmbame põhijoonisel valguskiiresihilise puutuja punktis f_1 . Ühendame esijoonisel e_2 6_0 e_0 f_2 ladusa kõveraga, mis lõikab heitevarju piirjoont punktis s .

2. viis. Varjude ehitamiseks valime pöördpinna ülemisel serval rea punkte a , b , c , d , läbi millede asetame valguskiiresihilised ja põhikujutuspinna ristil olevad tasapinnad. Viimastest tekivad lõikejäljed ehitame esijoonisel horisontaallõigete H , K , M , N abil.

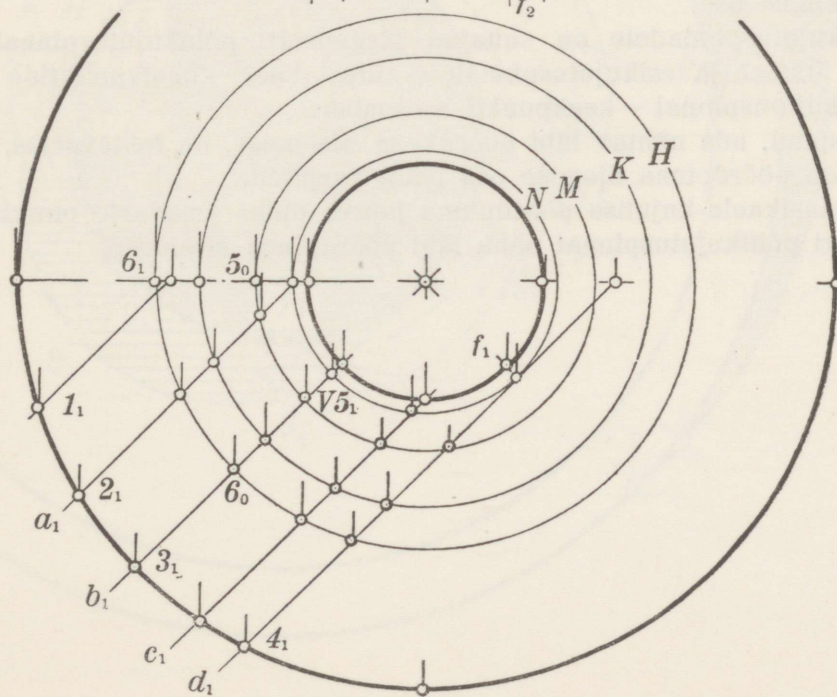
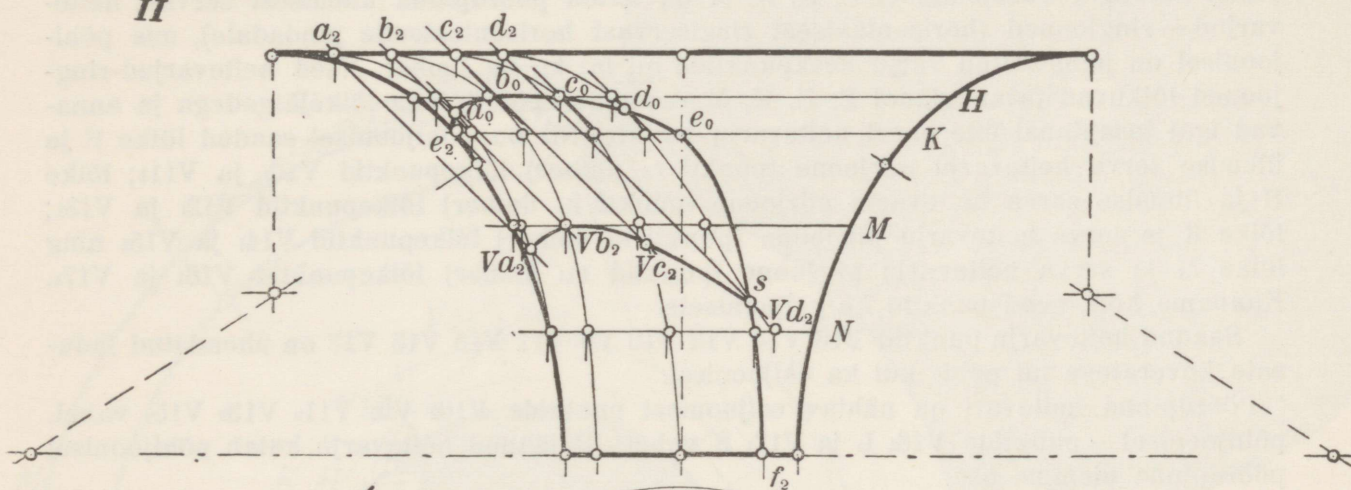
Esijoonisel määrame omavarju piirjoone, kui saadud lõikejälgedele tõmbame valguskiiresihilised puutujad punktides a_0 , b_0 , c_0 , d_0 , ning vasempoolsele äärejoonele punktis e_2 . Viimase kanname horisontaaliga keskmisele meridiaanile — e_0 . Pöördpinna alumisel serval omavarju punkti f_2 määrame nagu eelmises lahenduses. Ühendades punktid e_2 a_0 b_0 c_0 d_0 e_0 f_2 saame omavarju piirjoone.

Ülemise serva heitevarju pöördpinnale annavad esijoonisel valguskiirte projektsioonid läbi punktide a_2 , b_2 , c_2 , d_2 kuni vastava lõikejäljega lõikumiseni punktides Va_2 , Vb_2 , Vc_2 , Vd_2 , kusjuures Vd_2 on juba omavarjus. Ühendades saadud punktid ladusalt, saame ka heitevarju ja omavarju lõikumispunkti s . Heitevarju pikendame punktist Va_2 vasemale, kuni ta lõikab pöördkeha äärejoont. Viimase täpseks määramiseks kasutada eelmise lahenduse võtet.

I



II



Pöördpinna varjud

Joonisel on antud vaasikaela-kujuline pöördpind. Leiame selle varjud.

Omavarju piirjoon 1 2 3 4 5 6 7 8 pöördpinnal on määratud lehel 32 esineva lahendusvõttega. Nii on esijoonisel pöördpinna vasempoolsel ja parempoolsel äärejoonel määratud valguskiiresihiliste puutujate abil punktid 1_2 ja 5_2 ; need on horisontaalidega üle kantud keskmistele meridiaanidele, saades 3_2 ja 7_2 ; punktid 2_2 ja 6_2 on saadud pööramise teel (puutujaist $35^\circ 15'$ äärejoontele). Kõik saadud punktid on kantud põhijoonisele. Pöördpinna kitsamal kohal on omavari määratud põhijoonisel valguskiiresihiliste puutujate abil punktides 4_1 ja 8_1 , mis on kantud esijoonisele.

Omavarju piirjoon on nähtav esijoonisel punktide 1_2 2_2 3_2 4_2 5_2 ja põhijoonisel punktide 4_1 3_1 2_1 1_1 8_1 vahel.

Heitevarju piirjoone kõrgeim punkt $V9_2$ on pöördpinnal ehitatud pööramise teel (leht 32-I). Edasi on heitevarju punktid määratud horisontaalsete tasapindade E, H, K, M abil, kusjuures tasapind E on pöördpinna kõige kitsamal kohal ja tasapind M ühtib pöördpinna servaga. Tasapindadel E, H, K, M on leitud pöördpinna ülemisest servast heitevarjud — ringjooned (horisontaalsest ringiservast horisontaalseile pindadale), mis põhijoonisel on joonestatud varju keskpunktide e_1 , h_1 , k_1 , m_1 ümber. Need heitevarjud-ringjooned lõikuvad tasapindadel E, H, K, M vastavate pöördpinna lõikejälgedega ja annavad igal tasapinnal ühe paari heitevarju punkte. Nii on põhijoonisel saadud lõike E ja ülemise serva heitevarju piirjoone (punkti e_1 ümber) lõikepunktid $V10_1$ ja $V11_1$; lõike H ja ülemise serva heitevarju piirjoone (punkti h_1 ümber) lõikepunktid $V12_1$ ja $V13_1$; lõike K ja serva heitevarju piirjoone (punkti k_1 ümber) lõikepunktid $V14_1$ ja $V15_1$ ning lõike M ja serva heitevarju piirjoone (punktid m_1 ümber) lõikepunktid $V16_1$ ja $V17_1$. Kanname kõik need punktid ka esijoonisele.

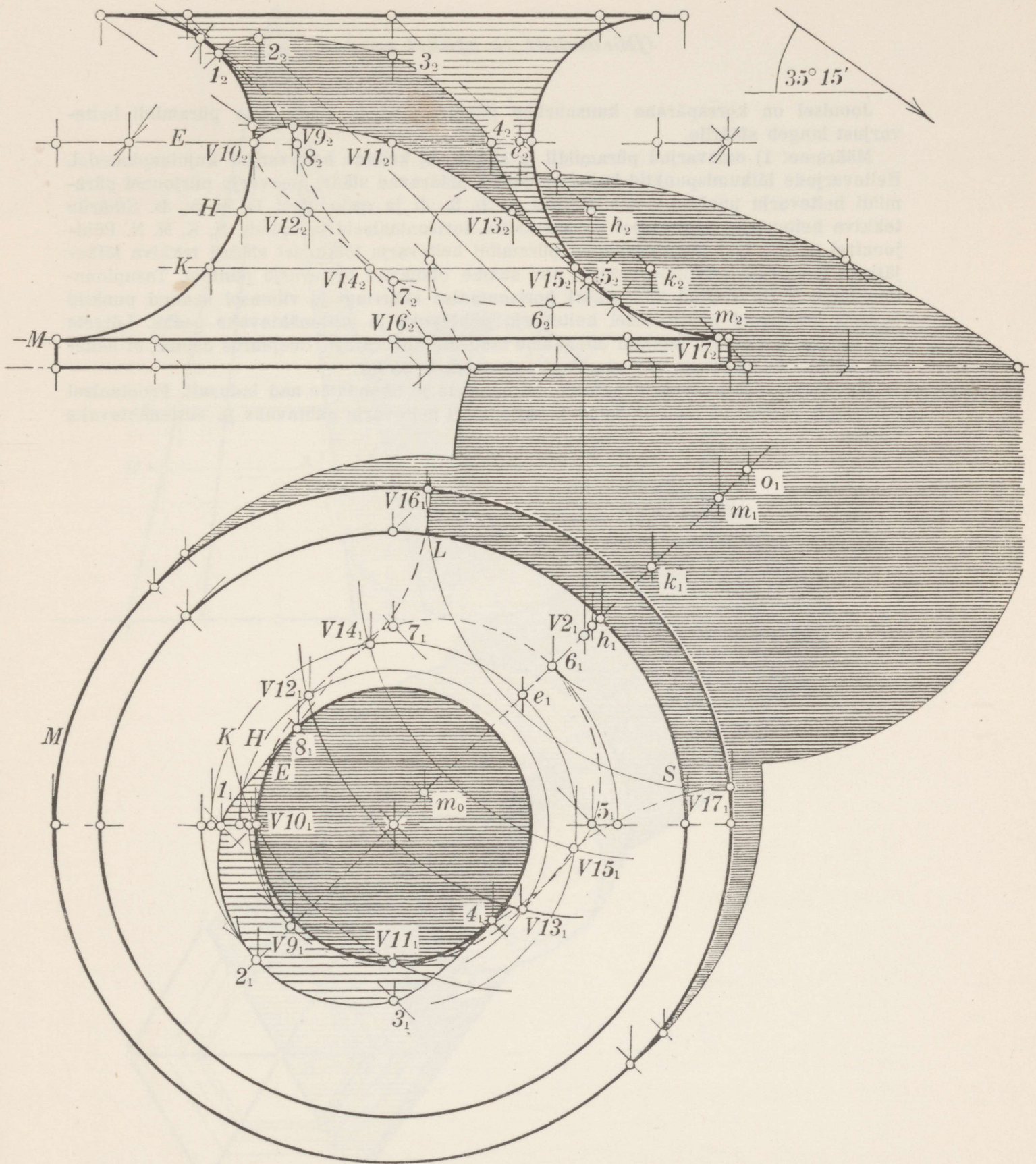
Saadud heitevarju punktid $V16$ $V14$ $V12$ $V10$ $V9$ $V11$ $V13$ $V15$ $V17$ on ühendatud ladusate kõveratega nii põhi- kui ka esijoonisel.

Pöördpinna heitevari on nähtav esijoonisel punktide $V10_2$ $V9_2$ $V11_2$ $V13_2$ $V15_2$ vahel, põhijoonisel — punktide $V16_1$ L ja $V17_1$ S vahel; ülejäänud heitevarju katab põhijoonisel pöördpinna ülemine osa.

Heitevari kujutuspindadele on ehitatud järgmiselt: põhikujutuspinnale ringikaar — keskpunkti 0_1 ümber ja esikujutuspinnale — ellipsi kaar — üksikpunktide abil. Serva M heitevari põhikujutuspinnal — keskpunkti m_0 ümber.

Põhikujutuspind, mis nähtav läbi pöördkeha sisemuse, on heitevarjus, kuna punkti 2 heitevari $V2_1$ on pöördpinna ülemise osa poolt varjatud.

Avarama vaasikaela-kujulise pöördpinna juures oleks omavarju punktidest 8 1 2 3 4 tekkiv heitevari põhikujutuspinnal näha läbi pöördpinna sisemuse.

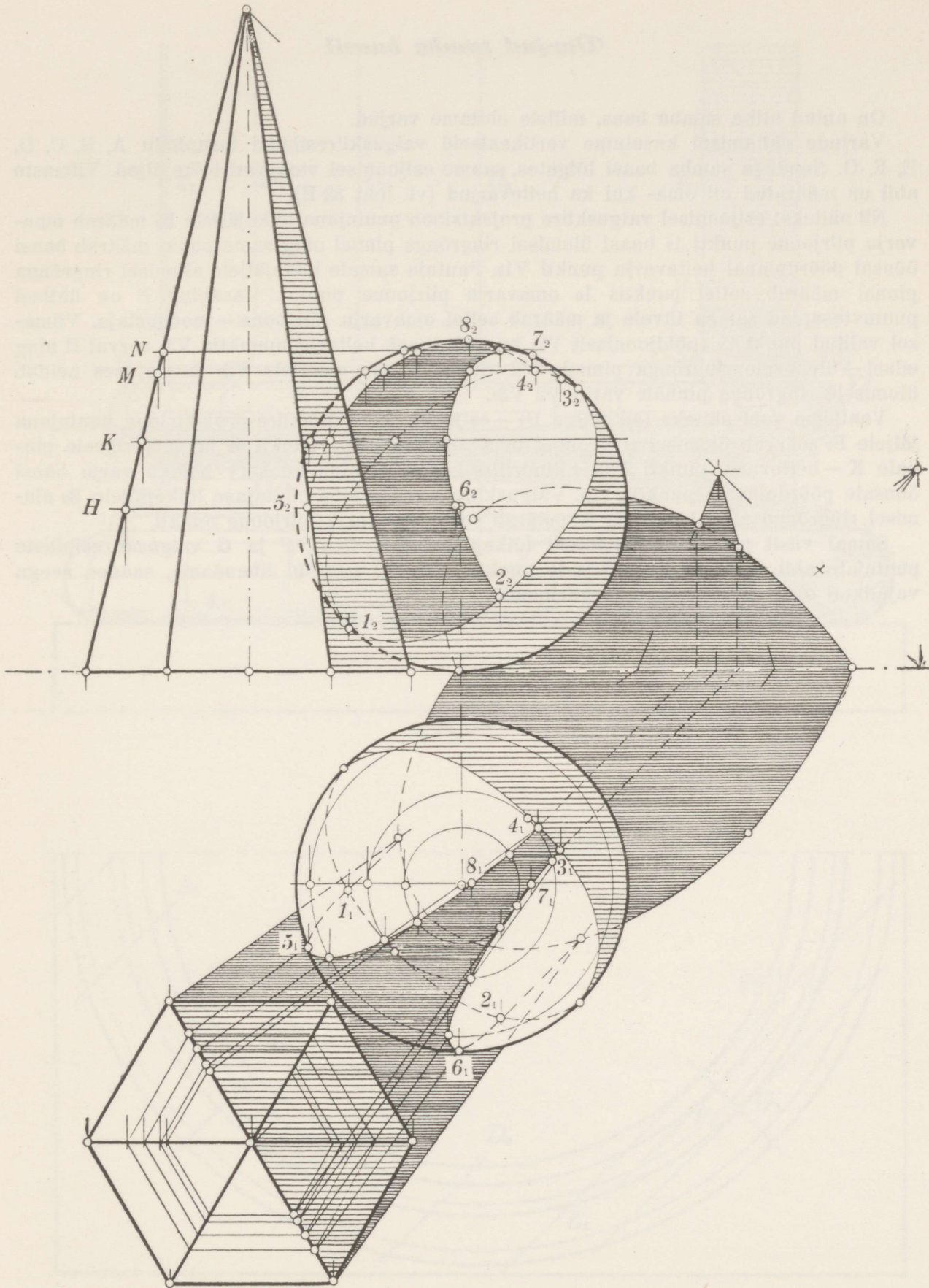


Püramiidi ja sfääri varjud

Joonisel on korrapärane kuusnurkne püstpüramiid ja sfäär. Osa püramiidi heitevarjust langeb sfäärile.

Määrame: 1) omavarjud püramiidil ja sfääril, 2) kehade heitevarjud kujutuspindadel. Heitevarjude lõikumispunktid kujutuspindadel määravad sfääri omavarju piirjoonel püramiidi heitevarju punktid — põhijoonisel $1_1, 2_1, 3_1, 4_1$ ja esijoonisel $1_2, 2_2, 3_2, 4_2$. Sfäärile tekkiva heitevarju määramisel on kasutatud horisontaalseid tasapindu H, K, M, N. Põhijoonisel näeme igal lõiketasapinnal püramiidi heitevarju lõikumist sfääril tekkiva lõikejäljega (ringiga). Lõikumispunktide abil saame otsitavad heitevarju punktid. Tasapinnaline lõige H on valitud läbi sfääri horisontaalse suuringi ja viimasel saadud punktid 5_1 ja 6_1 eraldavad põhijoonisel heitevarju nähtavaks ja mittenähtavaks osaks. Lõigete abil saadud heitevarju punktid ühendame ladusate kõveratega. Seejuures näeme, et heitevari ületab sfääri frontaalse suuringi punktides 7_1 ja 8_1 .

Kanname kõik heitevarju punktid esijoonisele ja ühendame nad ladusalt. Frontaalsel suuringil eraldavad punktid 7_2 ja 8_2 esijoonisel heitevarju nähtavaks ja mittenähtavaks osaks.



Varjud samba baasil

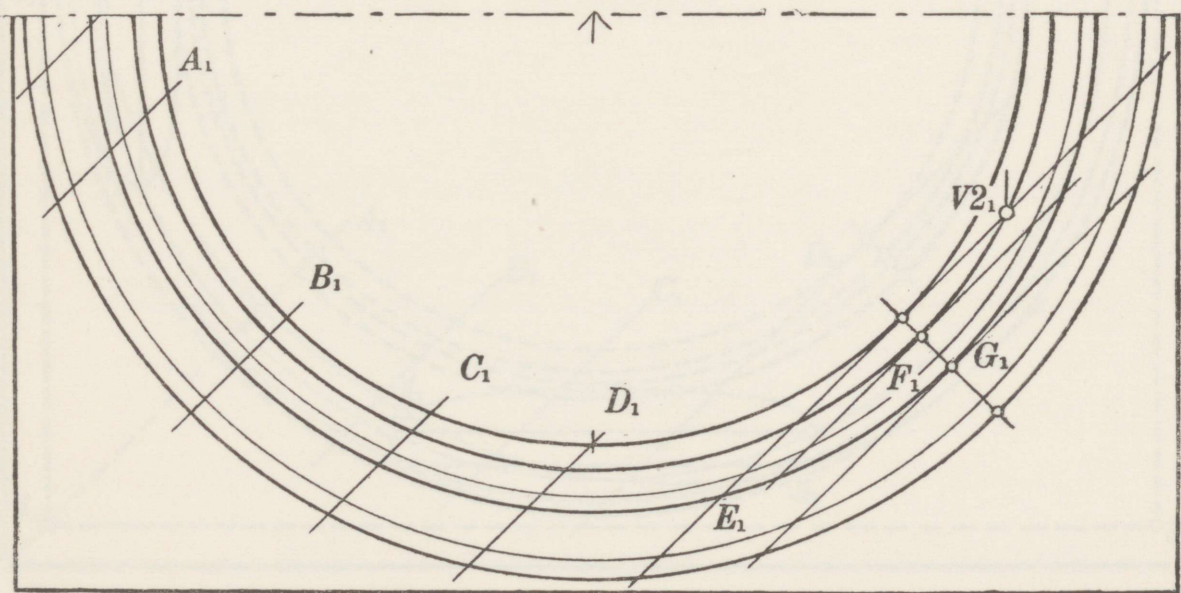
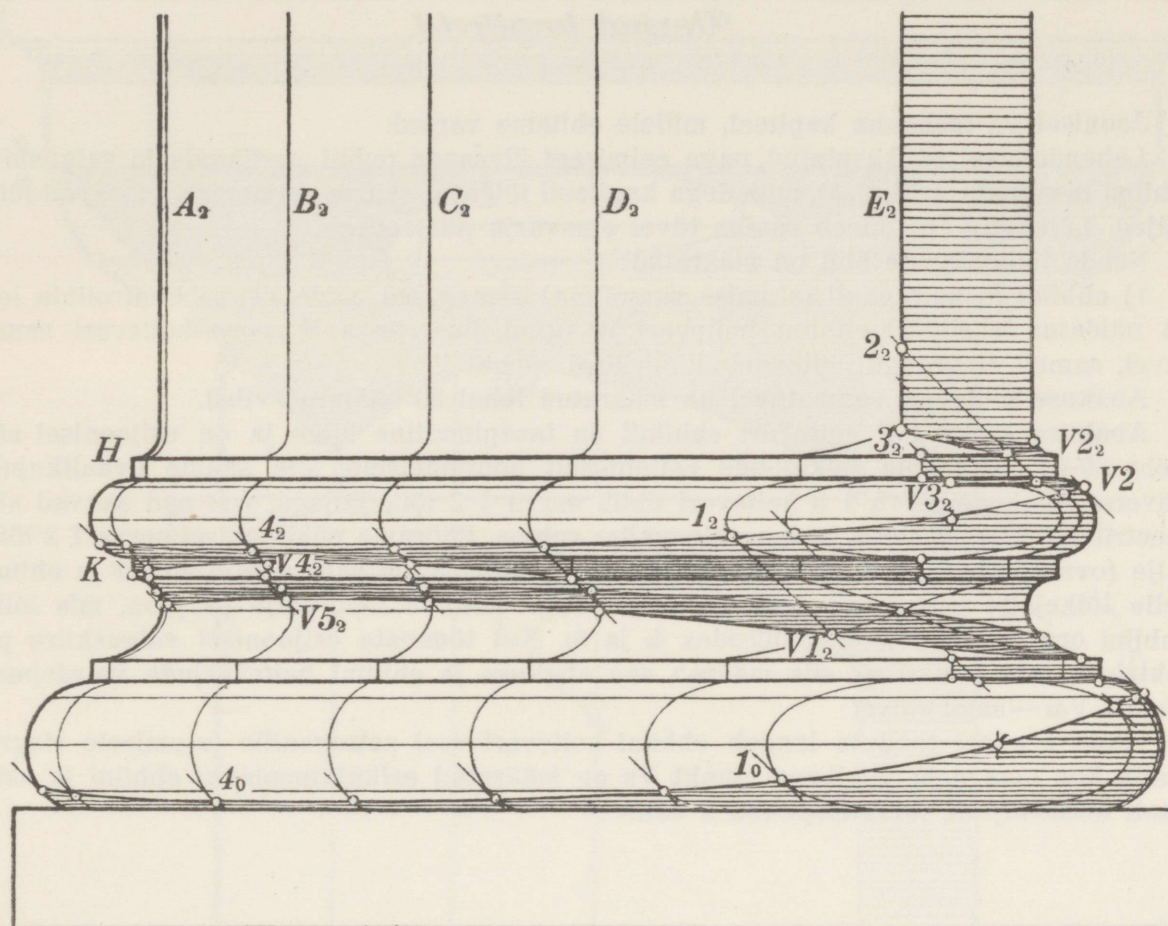
On antud atika samba baas, millele ehitame varjud.

Varjude ehitamisel kasutame vertikaalseid valguskiiresihilisi tasapindu A, B, C, D, E, F, G. Nendega samba baasi lõigates, saame esijoonisel vastavad lõikejäljed. Viimaste abil on määratud nii oma- kui ka heitevarjud (vt. leht 32-II).

Nii näiteks: esijoonisel valguskiire projektsioon puutujana lõikejäljele E_2 määrab omavarju piirjoone punkti 1_2 baasi ülemisel ringrõnga pinnal ning sama punkt määrab baasi õõnsal pöördpinnal heitevarju punkti $V1_2$. Puutuja samale lõikejäljele alumisel ringrõnga pinnal määrab sellel punktis 1_0 omavarju piirjoone punkti. Tasapind E on ühtlasi puutuvtasapind samba tüvele ja määrab sellel omavarju piirjoone — moodustaja. Viimasel valitud punkt 2_2 (põhijooniselt $V2_1$ kaudu) annab heitevarjupunktid $V2_2$ serval H ning edasi — ülemisele ringrõnga pinnale V2. Serva H osa punktide $V2_2$ 3_2 ulatuses heidab ülemisele ringrõnga pinnale varju $V2$ $V3_2$.

Vaatleme veel näiteks lõikejälge B_2 — esijoonisel. Valguskiire projektsioon puutujana jäljele B_2 määrab ülemisel ringrõngal omavarju piirjoone punkti 4_2 ja silindrilisele pinnale K — heitevarju punkti $V4_2$. Silindrilise pinna K alumine serv heidab varju baasi õõnsale pöördpinnale punktis $V5_2$. Valguskiire projektsioon puutujana lõikejäljele B_2 alumisel ringrõnga pinnal punktis 4_0 määrab sellel omavarju piirjoone punkti.

Samal viisil määrame ülejäänud lõikejälgedel A, C, D, F ja G valguskiiresihiliste puutujate abil oma- ja heitevarjude punkte. Saadud punktid ühendame, saades seega vajalikud oma- ja heitevarjude piirjooned.



Varjud kapiteelil

Joonisel on toskaana kapiteel, millele ehitame varjud.

Lahendamisel on kasutatud, nagu eelmisegi ülesande puhul, vertikaalseid valguskiire-sihilisi tasapindu A, B, C, D, milledega kapiteeli lõigates saame esijoonisel vastavad lõikejäljed. Lõikejalg D_2 ühineb samba tüvel omavarju piirjoonega.

Nende lõikejalgede abil on määratud:

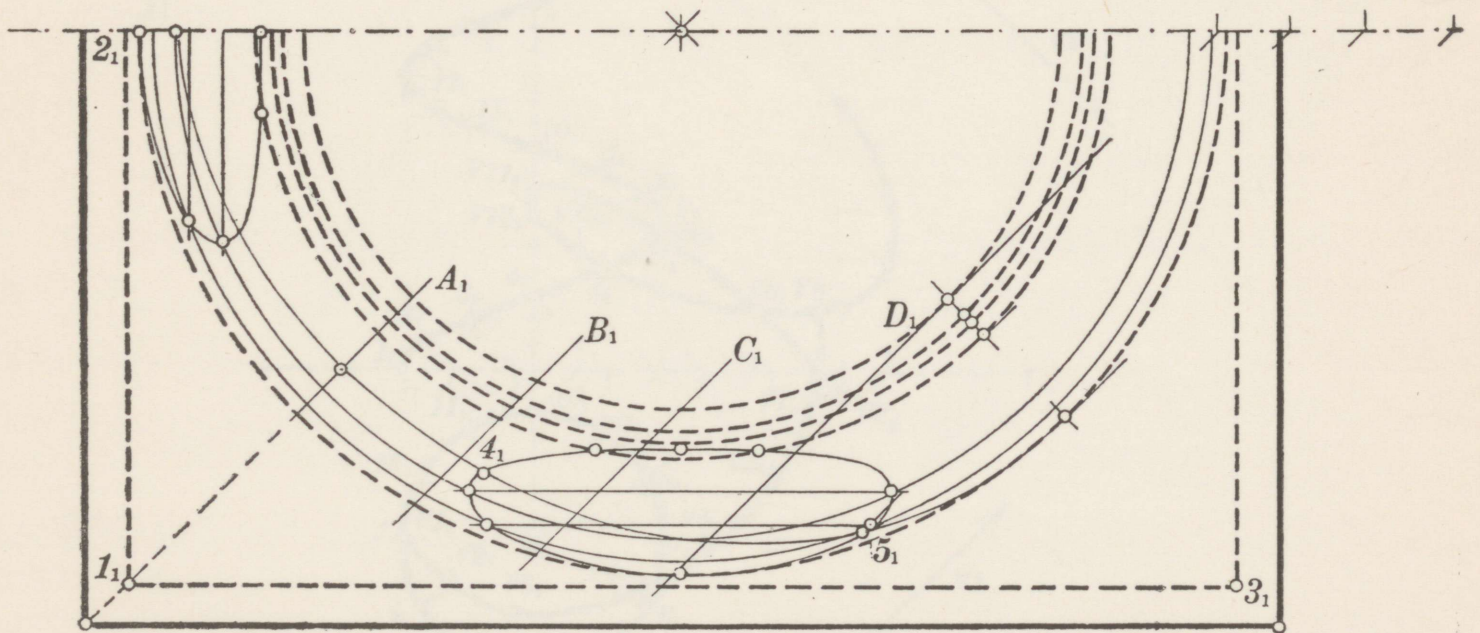
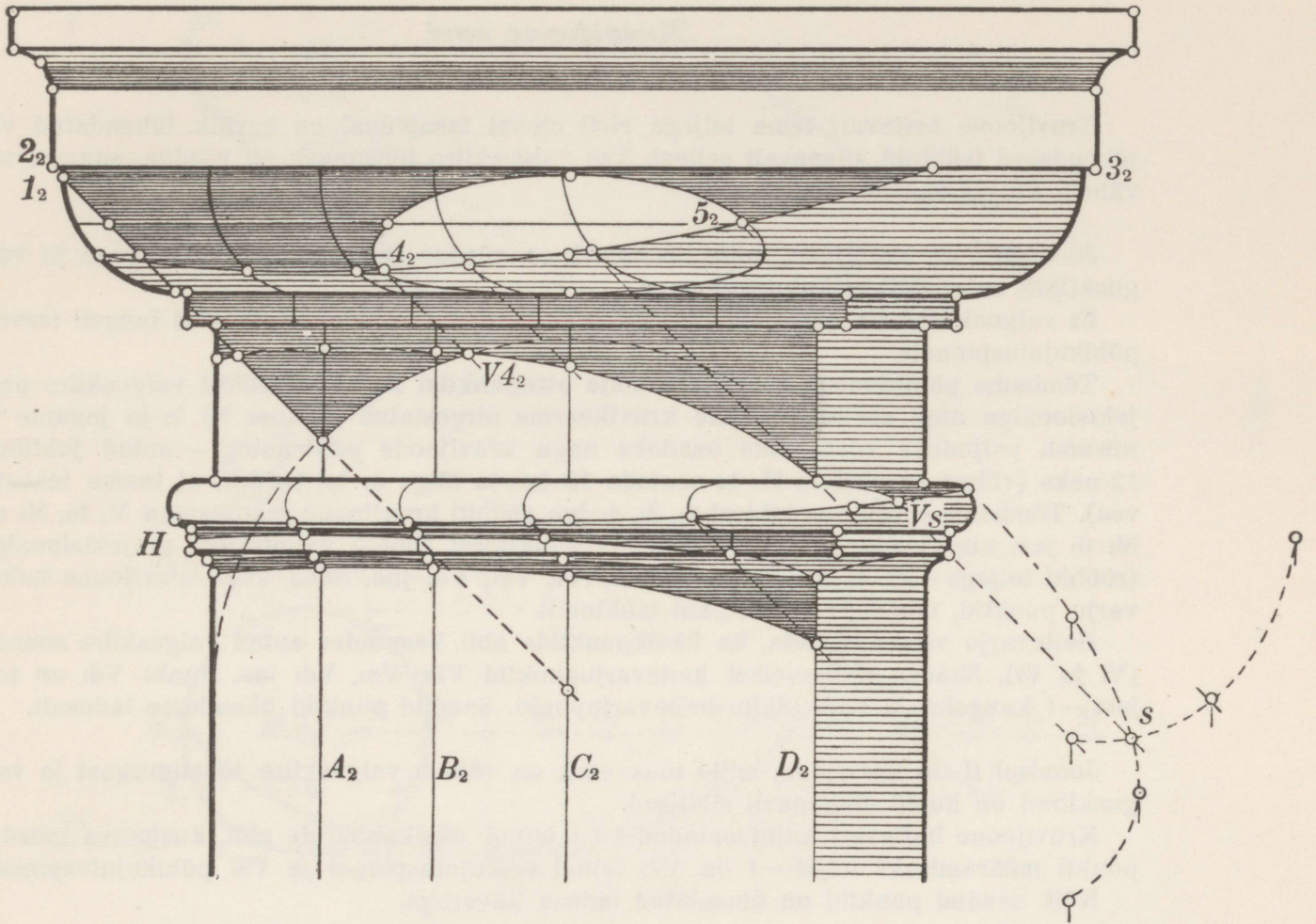
1) ehhiini ja astragaali (alumise ringrõnga) omavarjud, mida võime kontrollida lehel 15 näidatud viisil; 2) ehhiini heitevari ja silindrilise rõnga H serva heitevari sambatüvel, samuti ringrõnga heitevari silindrilisel rõngal H.

Abakuse heitevari sambatüvel on määratud lehel 26 näidatud viisil.

Abakuse serva 1 2 heitevari ehhiinil on tasapinnaline lõige ja on esijoonisel sirge (leht 30-II). Kanname lõikejoone esijooniselt põhijoonisele, kus saame ovaalikujuulise kõvera. Abakuse serva 1 3 heitevari ühtib serva 1 2 lõikejäljega, sest nad asuvad sümmeetrilises asendis telge läbiva valguskiire suhtes. Pöörame põhijoonisel serva 1 2 lõikejälje (ovaalikujuulise kõvera) 90° vastassuunas kellaosutile samba telje ümber ja ehitame selle lõikejälje esijoonisel. Saadud kõver ongi otsitava heitevarju piirjoon, mis lõikab ehhiini omavarju piirjoont punktides 4_2 ja 5_2 . Kui tõmmata esijoonisel valguskiire projektsioon läbi punkti 4_2 , siis määrab see abakuse ja ehhiini heitevarjude murdepunkti punkti $V4_2$ — sambatüvel.

Peale eespool toodute langeb ehhiini heitevari veel astragaalile (alumisele ringrõngale), kus omavarju piirjoonel punkt V_s on määratud esikujutuspinnal ehhiini ja astragaali heitevarjude lõikumispunkti s abil.





Kruviyoone vari

Kruviyoone heitevari tema teljega risti oleval tasapinnal on harilik, lühendatud või pikendatud tsükloid, olenevalt sellest, kas valguskiire tõusunurk on võrdne, suurem või vähem kruviyoone tõusunurgast.

Joonisel I on kruviyoon, mille tõusunurk on võrdne valguskiire tõusunurgaga ja valguskiired on rööbiti esikujutuspinnaga.

Et valguskiired on esikujutuspinnaga rööbiti, siis kruviyoone heitevari langeb tervelt põhikujutuspinnale.

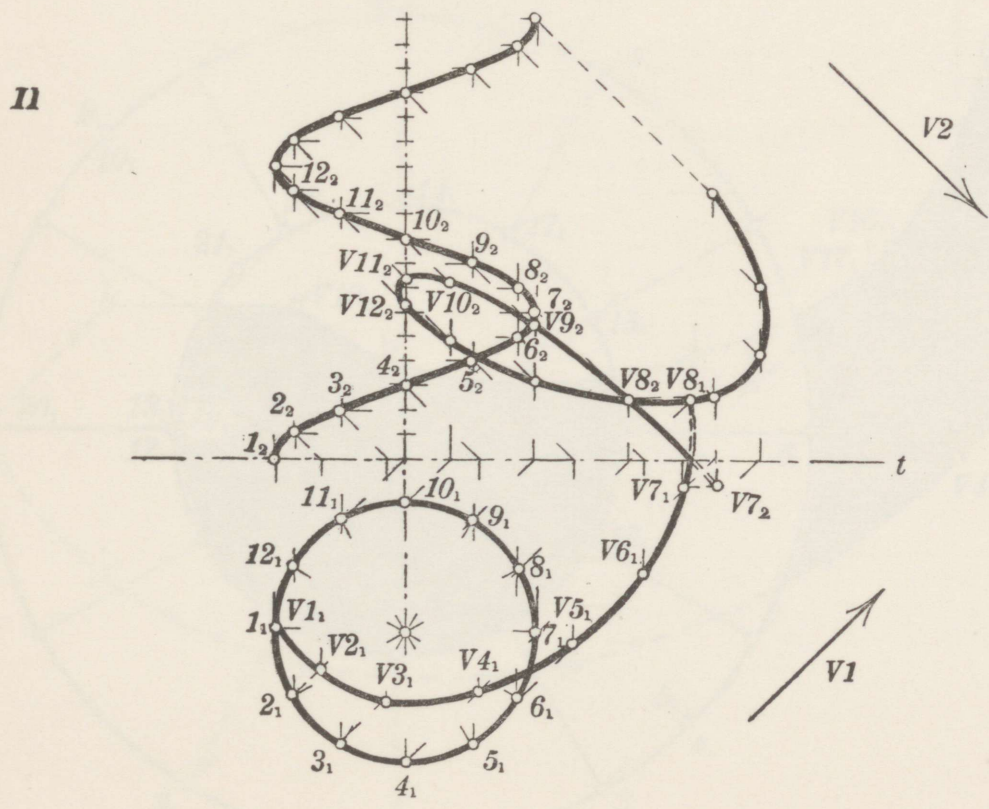
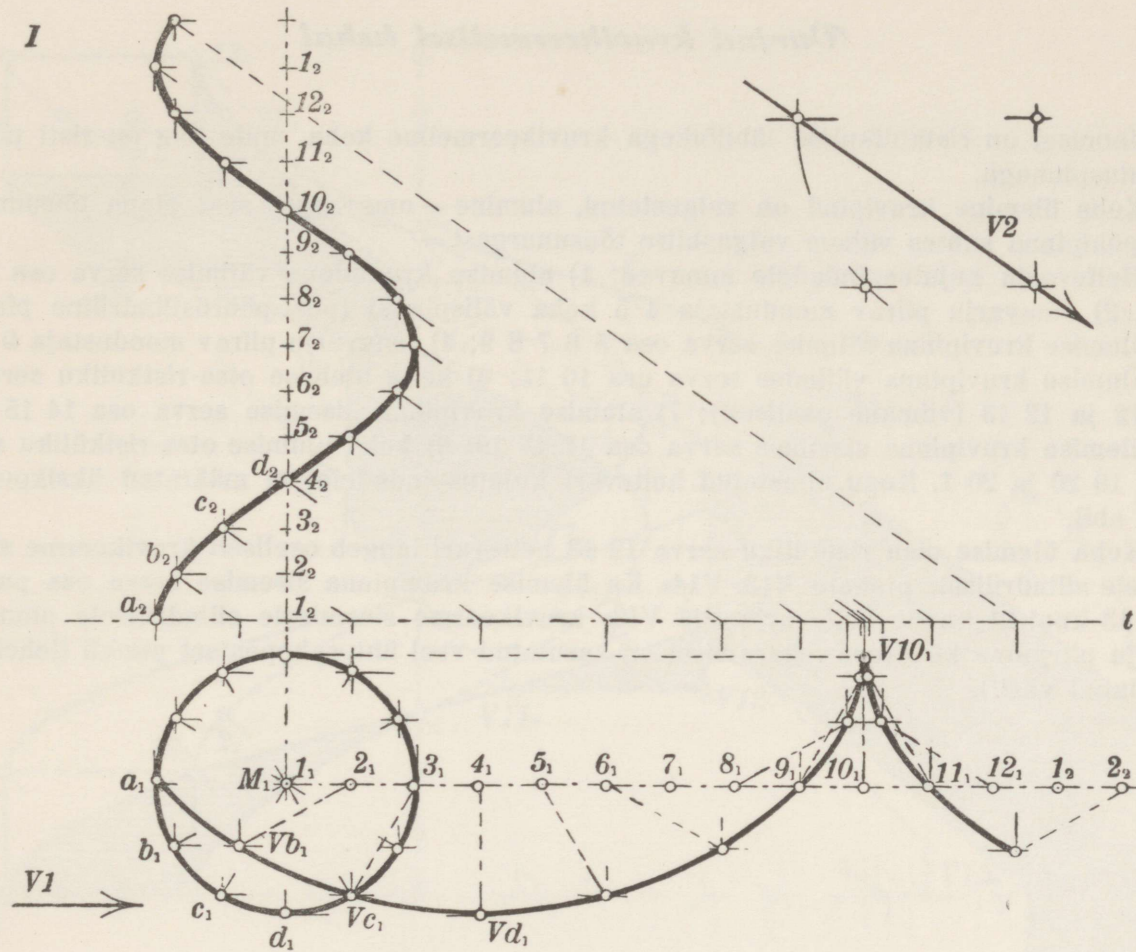
Tõmbame põhijoonisel kruviyoone telje otsapunktist M_1 sirge rööbiti valguskiire projektsiooniga ning asetame sellele kruvikeerme sirgestatud pikkuse $M_1 1_2$ ja jagame ta niisama paljudeks võrdseteks osadeks nagu kruviyoone põhivaategi — antud juhtumil 12-neks (võime ka sirgele $M_1 1_2$ asetada 12 korda lõigu $a_1 b_1$, teades, et teeme teatava vea). Tõmbame sirged punktidest $2_1, 3_1, 4_1$ jne. rööbiti kruviyoone raadiustega $M_1 b_1, M_1 c_1, M_1 d_1$ jne. ning vastavatest raadiuste otsapunktidest rööbiti valguskiire projektsiooniga (rööbiti teljega — t), saame lõikepunktid Vb_1, Vc_1, Vd_1 jne. Need ongi kruviyoone heitevarju punktid, mis asuvad harilikul tsükloidil.

Heitevarju võime ehitada, ka üksikpunktide abil, kasutades antud valguskiire suunda (V_1 ja V_2). Saame põhijoonisel heitevarjupunktid Vb_1, Vc_1, Vd_1 jne. Punkt Vd_1 on teljest — t kaugeim ja $V10_1$ lähim heitevarjupunkt. Saadud punktid ühendame ladusalt.

Joonisel II on kruviyoon, mille tõusunurk on vähem valguskiire tõusunurgast ja valguskiired on kuubi diagonaali sihilised.

Kruviyoone heitevari kujutuspindadel on leitud üksikpunktide abil, kusjuures murdepunkti määramiseks teljel — t on $V7_2$ leitud esikujutuspinnal ja $V8_1$ põhikujutuspinnal.

Kõik saadud punktid on ühendatud ladusa kõveraga.



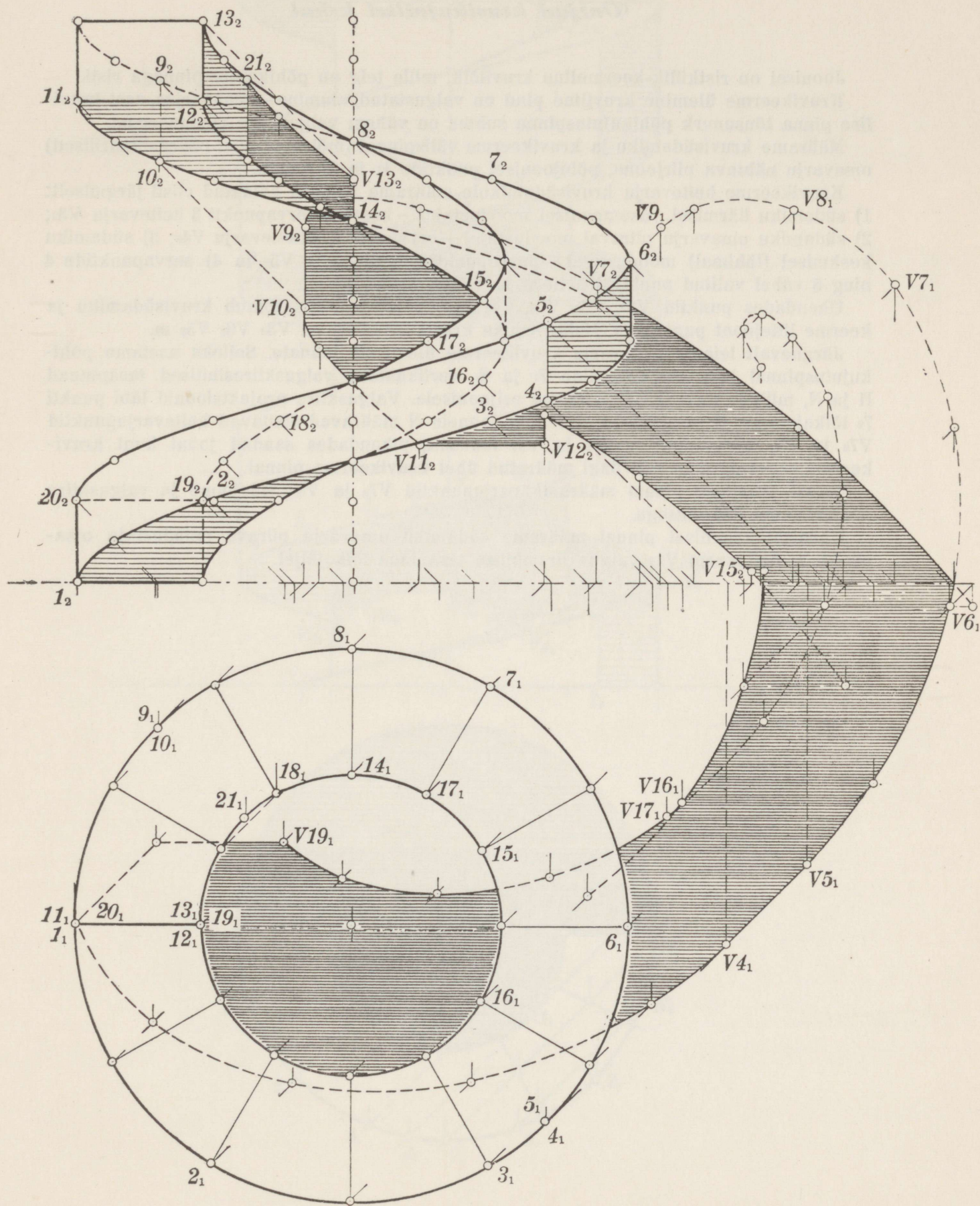
Varjud kruvikeermelisel kehal

Joonisel on ristkülikulise läbilõikega kruvikeermeline keha, mille telg on risti põhikujutuspinnaga.

Keha ülemine kruvipind on valgustatud, alumine — omavarjus, sest pinna tõusunurk on põhipinna suhtes vähem valguskiire tõusunurgast.

Heitevarju kujutuspindadele annavad: 1) alumise kruvipinna välimise serva osa 1 2 3 4; 2) omavarju piirav moodustaja 4 5 keha välispinnal (püst-pöördsilindriline pind); 3) ülemise kruvipinna välimise serva osa 5 6 7 8 9; 4) omavarju piirav moodustaja 9 10; 5) alumise kruvipinna välimise serva osa 10 11; 6) keha ülemise otsa-ristküliku servad 11 12 ja 12 13 (viimane osaliselt); 7) alumise kruvipinna sisemise serva osa 14 15 16; 8) ülemise kruvipinna sisemise serva osa 17 18 19; 9) keha alumise otsa-ristküliku servad 19 20 ja 20 1. Kogu nimetatud heitevari kujutuspindadele on määratud üksikpunktide abil.

Keha ülemise otsa ristküliku serva 12 13 heitevari langeb osaliselt kruvikeerme sisemisele silindrilisele pinnale V_{13_2} V_{14_2} . Ka ülemise kruvipinna sisemise serva osa punktist 13 kuni 21 annab heitevarju 21_2 V_{13_2} kruvikeerme sisemisele silindrilisele pinnale. Varju piirjoone kõveruse määramisel on kasutatud veel üht vahepealset punkti (lehel 18 näidatud viisil).



Varjud kruvikujulisel kehal

Joonisel on ristkülik-keermeline kruvilõik, mille telg on põhikujutuspinnaga risti.

Kruvikeerme ülemine kruviline pind on valgustatud, alumine — omavarjus, sest kruvilise pinna tõusunurk põhikujutuspinna suhtes on vähem valguskiire tõusunurgast.

Määrame kruvisüdamiku ja kruvikeerme välispinnal (mõlemad püst-pöördsilindrilised) omavarju nähtava piirjoone, põhijoonisel punktide 1₁ ja 2₁ kaudu.

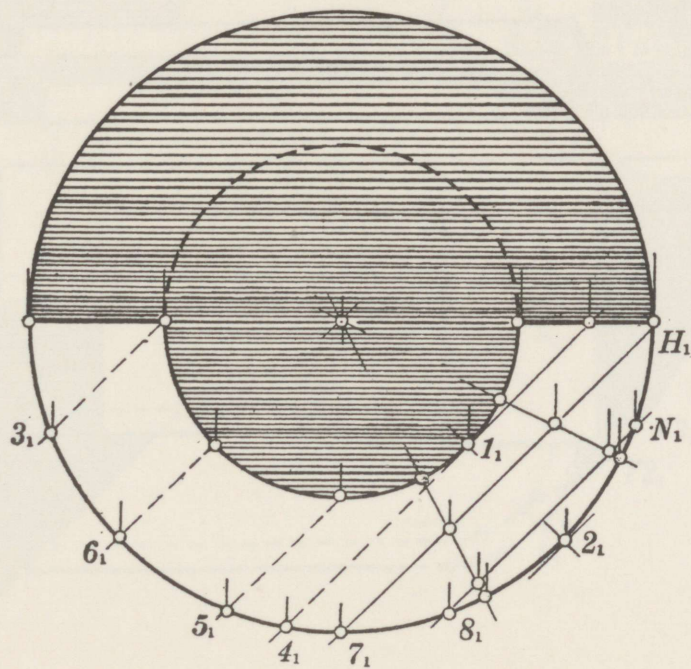
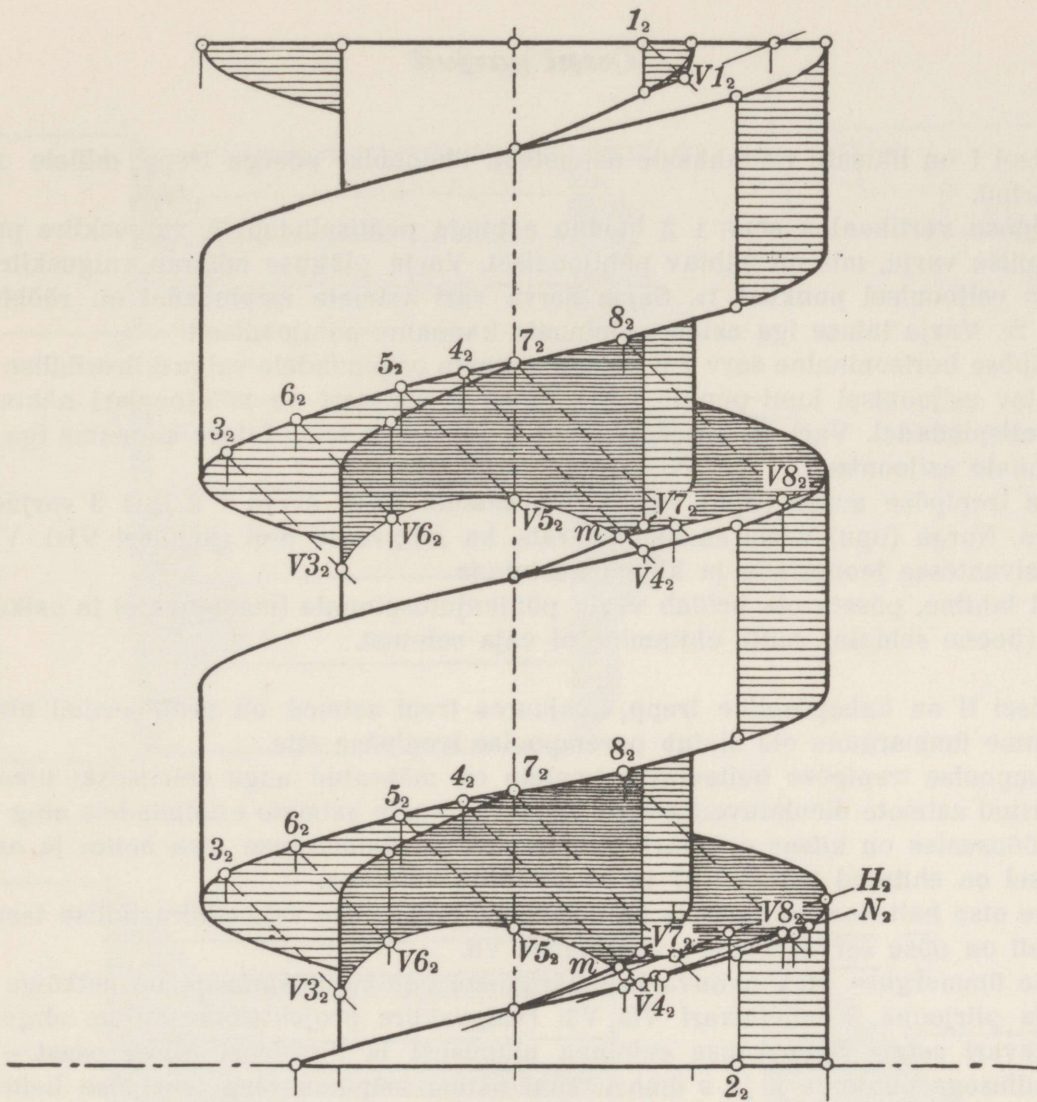
Kruvikeerme heitevarju kruvisüdamikule määrame lehel 27 näidatud viisil järgmiselt: 1) südamiku äärmisel vasempoolsel moodustajal — keerme servapunkti 3 heitevarju V3₂; 2) südamiku omavarju piiraval moodustajal — servapunkti 4 heitevarju V4₂; 3) südamiku keskmisel (lähimal) moodustajal — servapunkti 5 heitevarju V5₂ ja 4) servapunktide 4 ning 5 vahel valitud punkti 6 heitevarju V6₂.

Ühendades punktid V3₂, V6₂, V5₂, V4₂ saame kõvera, mis lõikub kruvisüdamiku ja keerme liitejoont punktis m. Heitevarjuks kruvisüdamikul on V3₂ V6₂ V5₂ m.

Järgnevalt leiame heitevarju kruvikeerme ülemisele pinnale. Selleks asetame põhikujutuspinnal läbi servapunktide 7₁ ja 8₁ vertikaalsed valguskiiresihhilised tasapinnad H ja N, millede lõikejäljed kanname esijoonisele. Valguskiire projektsioonid läbi punkti 7₂ lõikejoonele H ja läbi punkti 8₂ lõikejoonele N määravad otsitavad heitevarjupunktid V7₂ ja V8₂. Ühendame m V7₂ ja V8₂ ladusalt, pikendades saadud joont kuni kruvikeerme servani, ning vari ongi määratud ühel kruvikeerme pinnal.

Teisel kruvilisel pinnal määrame varjupunktid V7₂ ja V8₂ sidejoone ja valguskiire projektsiooni lõikumisega.

Ülemisel kruvilisel pinnal määrame südamiku omavarju piirava moodustaja otsapunkti 1₂ heitevarju V1₂ valguskiiresihhilise tasapinna lõikejäljel.



Trepi varjud

Joonisel I on lihtsate risttahksete astmetega ühepoolse põsega trepp, millele on ehitatud varjud.

Trepipõse vertikaalne serv 1 2 heidab astmete pealispindadele valguskiire projektsioonisihilise varju, mis on nähtav põhijoonisel. Varju pikkuse määrab valguskiire projektsioon esijoonisel punktist 1₂. Sama serva vari astmete esipindadel on rööbiti servaga 1₂ 2₂. Varju laiuse iga astme esipinnale kanname põhijooniselt.

Trepipõse horisontaalne serv 1 3 heidab astmete esipindadele valguskiiresihilise varju, mis nähtav esijoonisel kuni punktini V1₂. Sama serva vari on põhijoonisel nähtav astmete pealispindadel. Vari on põseservaga 1 3 rööbiti ja tema laiuse kanname iga astme pealispinnale esijooniselt.

Seega trepipõse nurga (tipu) vari V1 on saadud kahe serva 1 2 ja 1 3 varjude lõikumisega. Nurga (tipu) varju saame määrata ka külgvaate abil (joonisel V1₃). Viimase võime esivaatesse joonestada ja hiljem kustutada.

Trepi lahtine, põseta ots heidab varju põhikujutuspinna (maapinnale) ja esikujutuspinna (hoone seinale), mille ehitamine ei vaja seletust.

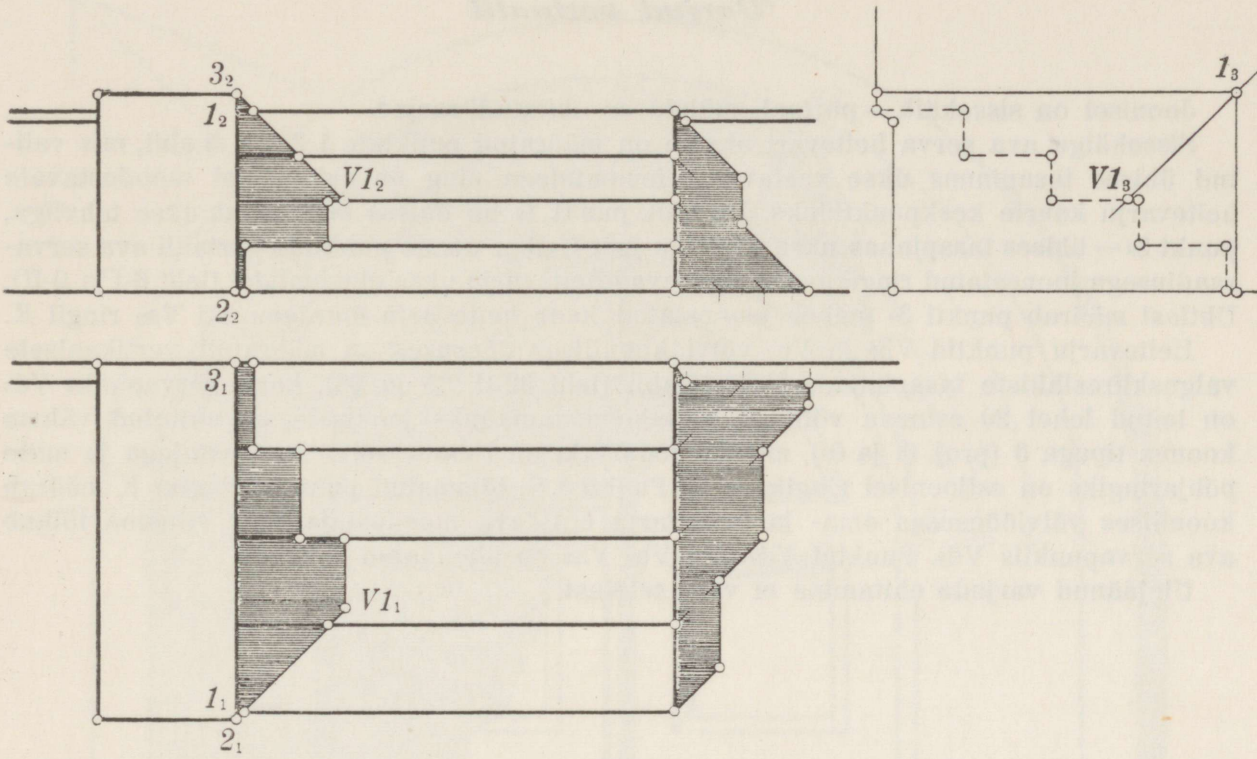
Joonisel II on kahepõseline trepp, kusjuures trepi astmed on profileeritud ning esimese astme ümmargune ots ulatub parempoolse trepipõse ette.

Vasempoolse trepipõse heitevari astmetele on määratud nagu eelmiseski ülesandes. Profileeritud astmete üleulatuvad servad heidavad varju astmete esipindadele ning servalustes õõnsustes on kitsas omavari. Esimese astme ümmarguse otsa heite- ja omavari esijoonisel on ehitatud lehtedel 27 ja 33 näidatud võtetega.

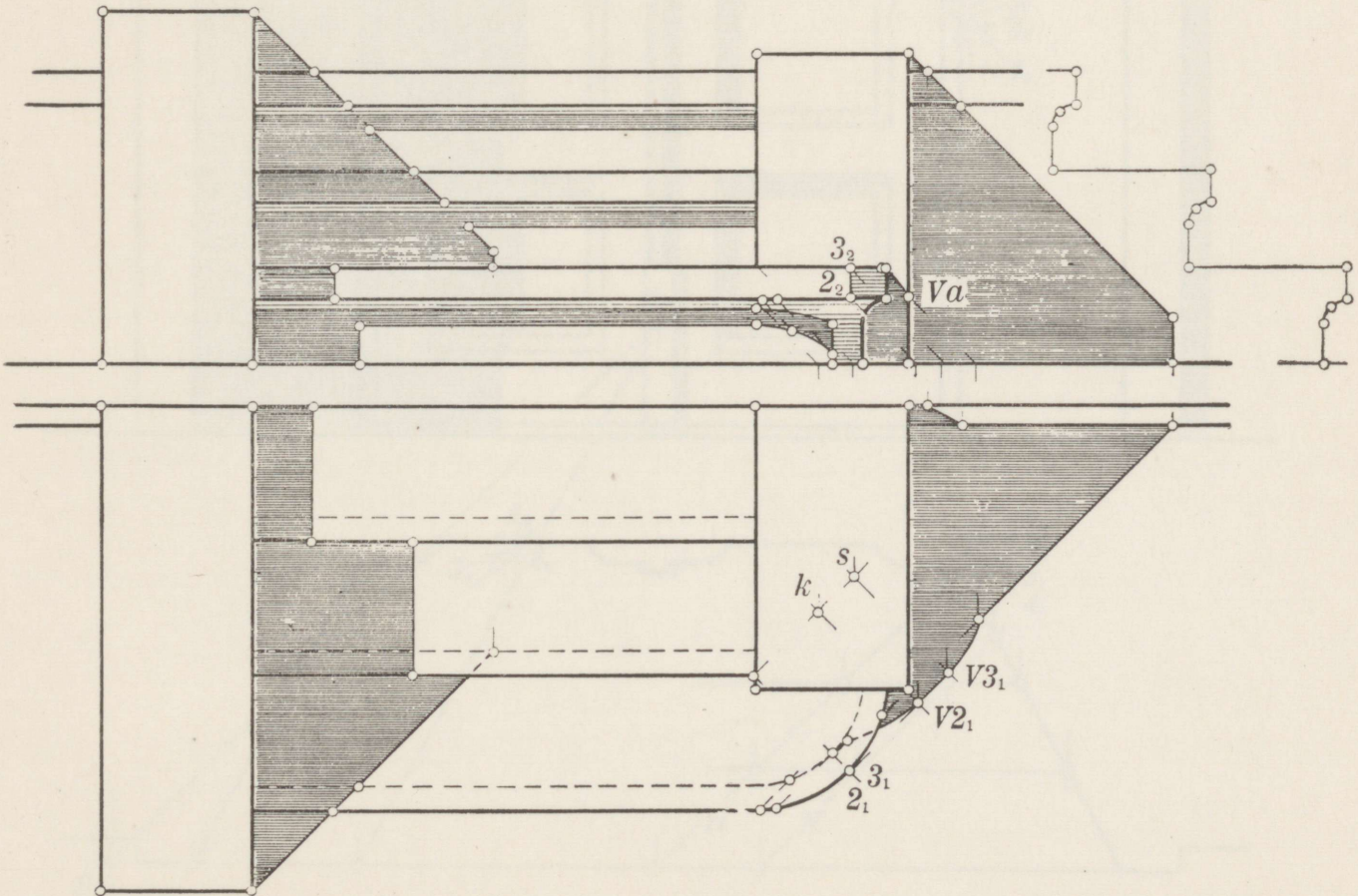
Astme otsa heitevari trepipõsele on määratud vertikaalse valguskiiresihilise tasapinna abil ja nii on põse serval saadud varjupunkt Va.

Astme ümmarguse otsa heituvarju määramisel põhikujutuspinna on eelkõige leitud omavarju piirjoone 2 3 heitevari V2₁ V3₁ (valguskiire projektsioonisihiline sirge) ning siis heitevari astme ümmarguse esipinna alumisest ja ülemisest serva osast — astme otsa raadiusega punktide k ja s ümber kuni astme esipinna ning trepipõse heitevarjudega lõikumiseni.

I



II



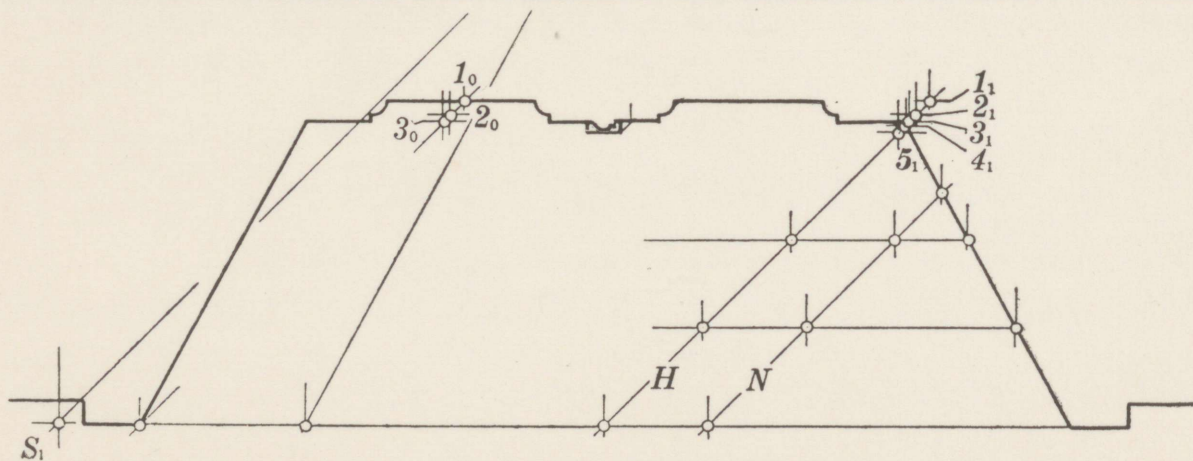
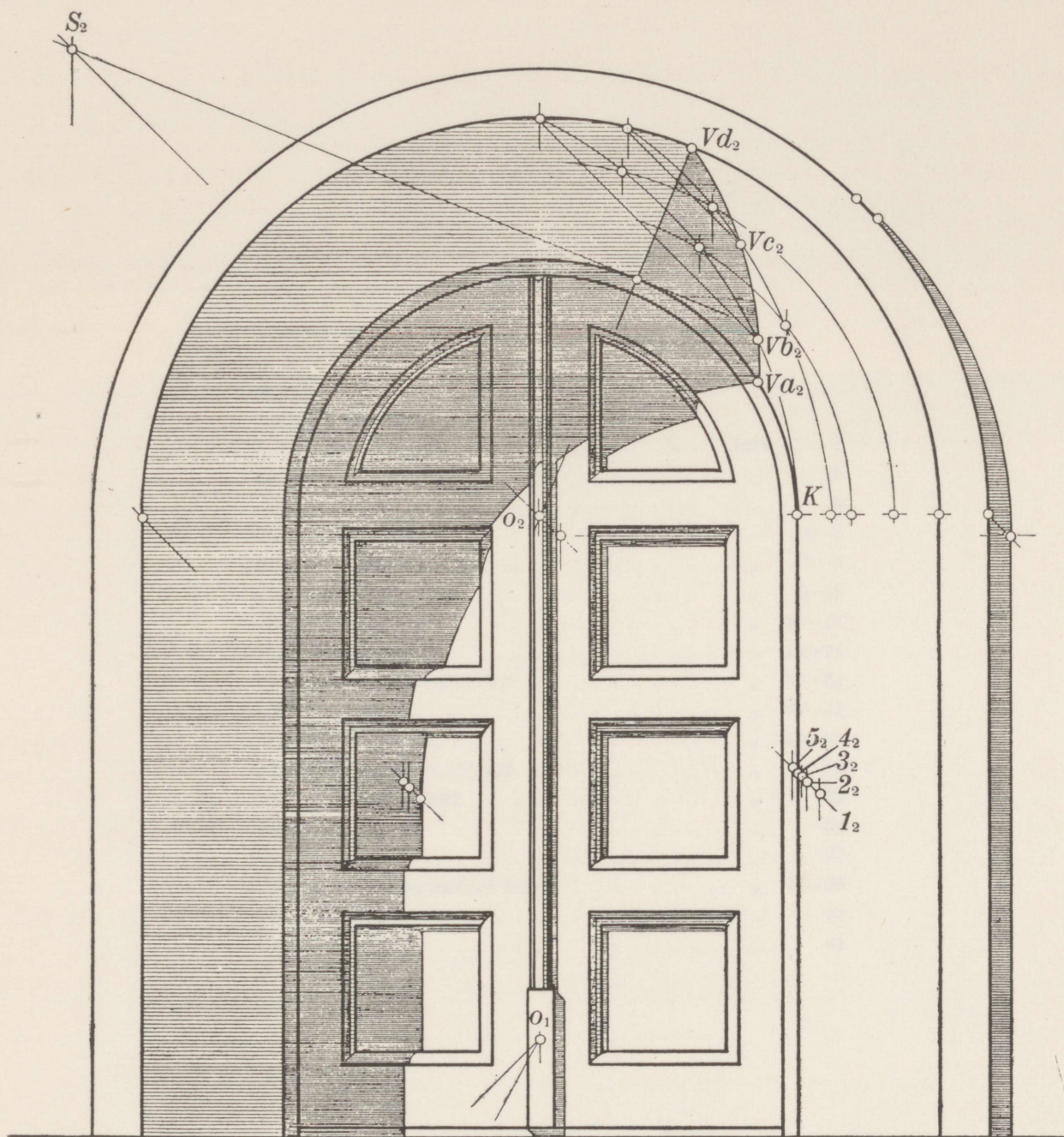
Varjud portaalil

Joonisel on sissekäik — portaal, millele on ehitatud varjud.

Sissekäigu ava serva heitevari uksele on määratud punktide 1 2 3 4 5 abil, mis valitud ühises tasapinnas ukse vastavate elementidega ning on esijoonisel moodustavate heitevarju kaarte keskpunktideks. Nii näit. punkt 1₂ on ühises tasapinnas ukse tahvliga, punkt 3₂ — ühises tasapinnas ukse raamiga jne. Ümber nende punktide portaali ava serva raadiusega joonestatud ringikaared määravad heitevarju ukse elementidel (leht 6-I ja 9-II). Ühtlasi määrab punkti 3₂ ümber joonestatud kaar heitevarju murdepunkti Va₂ ringil K.

Heitevarju punktid Vb₂ ja Vc₂ võlvi koonilises õõnsuses on määratud vertikaalsete valguskiiresihiliste tasapindade H ja N abil (leht 32-II, 35 ja 36), kuna servapunkt Vd₂ on leitud lehel 20 esineva võttega. Et lahendus mahuks joonisele, on ehitatud vähem koonus tipuga 0 (proj. 0₁ ja 0₂), mille moodustaja on rööbiti võlvi moodustajaga ja mille põhjaringiks on esijoonisel ringikaar K. Punktist S₂ tõmmatud puutuja ringile K määrab koonilises võlviõõnsuses oma- ja heitevarju eraldava moodustaja ning viimane lõikub ava servapunktis Vd₂. Punktid Vd₂ Vc₂ Vb₂ Va₂ on ühendatud ladusalt.

Ülejäänud varjude ehitamine ei vaja seletust.



Sisukord

Eessõna	
Sissejuhatuseks	
Valguskiire suunast	leht 1
Punkti vari	" 2
Sirglõigu vari	" 3
Tasapinna varjud	" 4—6
Tahkkeha varjud	" 7—8
Pöördkeha varjud	" 9—15
Punkti vari kehal	" 16—17
Nõguspinna varjud	" 18—21
Varjud liitpinna õõnsuses	" 22—24
Liitkeha varjud	" 25—31
Pöördpinna varjud	" 32—33
Püramiidi ja sfääri varjud	" 34
Varjud samba baasil	" 35
Varjud kapiteelil	" 36
Kruvijoone vari	" 37
Varjud kruvikeermelisel kehal	" 38—39
Trepi varjud	" 40
Varjud portaalil	" 41

Toimetaja Oskar Raunam.

Tehniline toimetaja Hans Treumann.

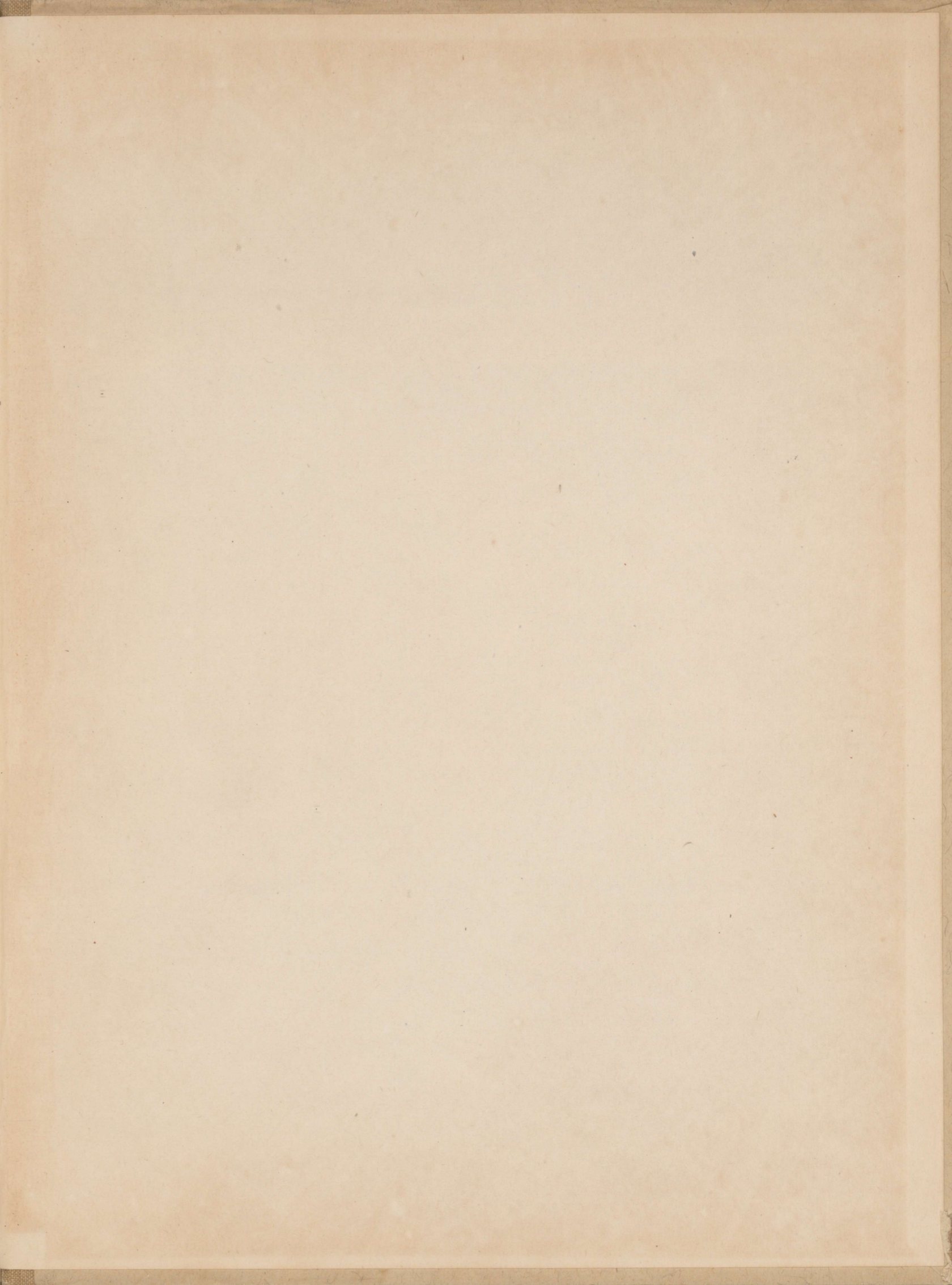
Trükitud 250 eksemplari
Eesti NSV Riiklikus Kunstiinstituudis
Tallinn, Tartu maantee 11.
MB-00868. 31. I 1959.
Tellimise nr. 10.

На эстонском языке:
Альберт Ханзен, Построение теней
в ортогональной проекции.

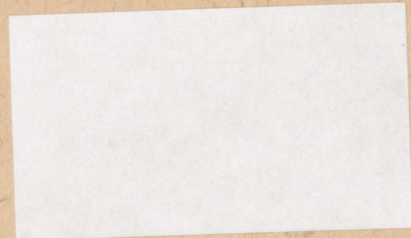
Государственный
Художественный Институт
Эстонской ССР
Таллин, Тартуское шоссе 11.

VIGADE PARANDUS

	On	Peab olema
Leht 2 — 11. rida alt	lõik m Va ₁	lõik m ₁ Va ₁
„ 15 — 2. „ „	punktide 5 ₂ 9 ₂ 5 ₂ 2 ₂ 8 ₂ vahel	punktide 5 ₂ 9 ₂ 5 ₀ 2 ₂ 8 ₂ vahel
„ 18 — 11. „ ülalt	(nagu leht 15-II)	(nagu leht 16-II)
„ 18 — 3. „ alt	lehel 15-II näidatud	lehel 16-II näidatud
„ 24 — 13. „ „	varjupunktid V ₁₂ V ₂₂ V ₃₂ V ₄₂ V ₅₂ V ₇₂ V ₈₂	varjupunktid V ₁₂ V ₂₂ V ₃₂ V ₄₂ V ₅₂ V ₇₂ 8 ₂
„ 37 — 9. „ ülalt	asetame sellele krüvi- keerme sirgestatud pikkuse	asetame sellele krüvi- joone põhjaringi sir- gestatud pikkuse



Rbl. 17.—



TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 01019151 0