

Sinnase-
mehaanika
DIAGRAMME

I

J.P.J.
Tallinn
1964

ARH

TALLINNA POLÜTEHNILINE INSTITUUT
Arhitektuuri kateeder

P I N N A S E M E H A A N I K A D I A G R A M M E

I

L. Jürgenson, E. Soonurm

PINGE- JA TUGEVUSOLUKORD PINNASE
ELEMENTAARKUUBIKUS

Tallinn 1964

Sõnaseletusi

deviaatorpinge	- tasandi normaalpinge σ_α erim antud punktis mõjuvast hüdrostaatilisest pingest σ_3 , s.o. $\sigma_\alpha - \sigma_3$
erim	- eri(ne)mise tulemus, suuruste vahe
hüdrostaatiline pinge	- normaalpinge σ_α kõikides suundades võrdne komponent, suuruselt võrdne väikseima peapingega σ_3
kaldenurk	- nurkerim tasandist
längenurk	- nurkerim tasandi normaalist
raugema	- kaotama võimet oma ülesannet täita (näit. pinget taluda)
surutugevus	- raugestav deviaatorsurve
tasand	- tasapind (abstraktses mõistes)
teimima	- materjali omadusi (laboratoorselt) määrama
tugevus	- vastupanuvõime pingele, vastupanuvõime ülempiir

2

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu

61721

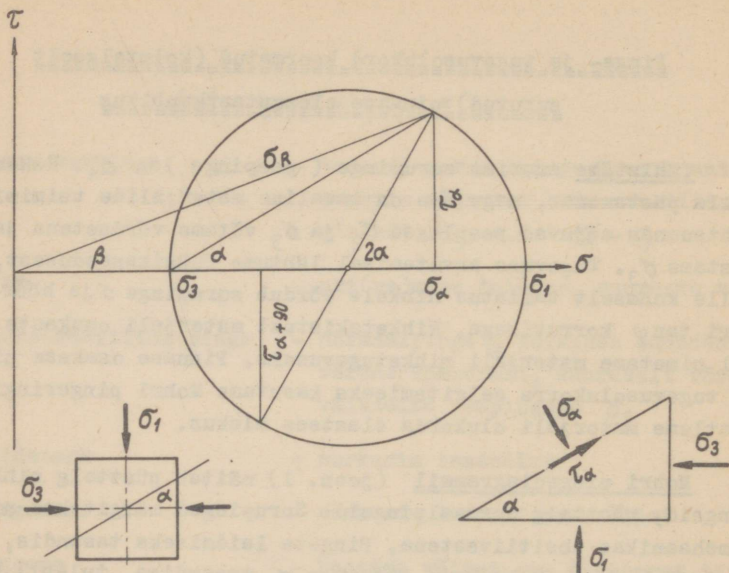
ARHIIVKOGU

Pinge- ja tugevusolukord koormatud (kolmtelgselt surutud) pinnase elementaarkuubikus

Tähistame suurima surupinge (peapinge) σ_1 . Rakendame selle püstsuunas, nagu see on tavaline materjalide teimimisel. Rõhtsuunas mõjuvad peapinged σ_2 ja σ_3 võtame võrdsetena ja tähistame σ_3 . Tugevuse arvutamisel lähtume füüsikaseadusest, mille kohaselt takistus nihkele võrdub surupinge σ ja hõõrdeteguriga $\tan \varphi$ korrutisega. Nihketakistust materjali osakeste vahel nimetame materjali nihketugevuseks. Pinnase osakese pingepinge ja tugevusolukorra selgitamiseks kasutame Mohri pingeringi. Vaatleme materjali olukorda elastses olekus.

Mohri pingediagrammil (joon. 1) näitab püsttelg nihkepingeid, rõhttelg normaalpingeid. Surupinged märgitakse pinnasemehaanikas positiivsetena. Pingete leidmiseks tasandis, mis moodustab nurga α suurima peapinge σ_1 tasandiga, tuleb: 1. Raadiusega $\frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3)$ tõmmata ring (pingering) läbi suurimat σ_1 ja vähimat σ_3 peapinget kujutava punkti. Punktid σ_1 ja σ_3 kujutavad ühtlasi tasandeid, milles antud pinge mõjub. 2. Nurga 2α all tõmmata joon läbi pingeringi tsentri. Joone lõikepunktist ringiga lasta normaaljoon rõhtteljele. Normaali pikkus näitab nihkepinget τ_α . Normaali kaugus püstteljest näitab surupinget σ_α . Joonte pikendused teisele poole rõhttelge kujutavad pingeid tasandis $\alpha + \frac{\pi}{2}$.

Järeldusi. Nihkepinge suureneb kiiresti α väikeste suuruste puhul, kuid α liginedes 45° kraadile - aeglaselt. Kui $\alpha = 45^\circ$, siis $\tau = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_3)$ ja $\sigma = \frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_3)$. Suurim nihkepinge mõjub tasandis $\alpha = 45^\circ$ (lugedes peapingete tasanditest). Suurima nihkepinge (peanihkepinge) suurus on pool peapingete erimist (suuruste vahest). Peanihkepinge tasandis on normaalpinge suurus pool peapingete summast.

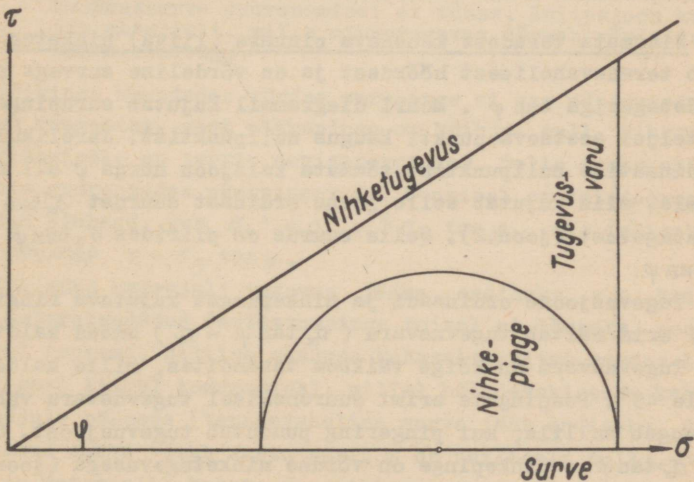
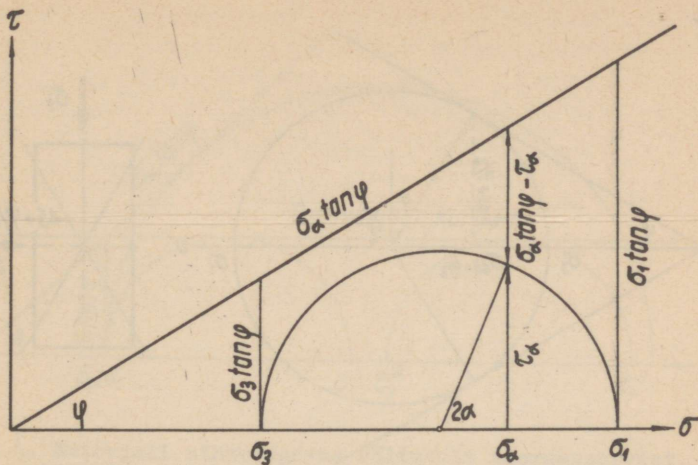


Joon. 1. Kaldtasandites mõjuvate pingete määramine Mohri pingeringi abil.

Deviaatorpinge. Kui $\sigma_1 = \sigma_3$, on nihkepinge kõikjal null. Surupinge ja nihketugevus on siis kõikides tasandites võrdsed. Sellist olukorda nimetatakse hüdrostaatiliseks (analoogia kohaselt pingeolukorraga vees). Järelikult hüdrostaatiline (suru)pinge tekitab küll tugevust, kuid ei tekita nihkepingeid. Et nihkepinget tekitada, peavad peapinged erima.

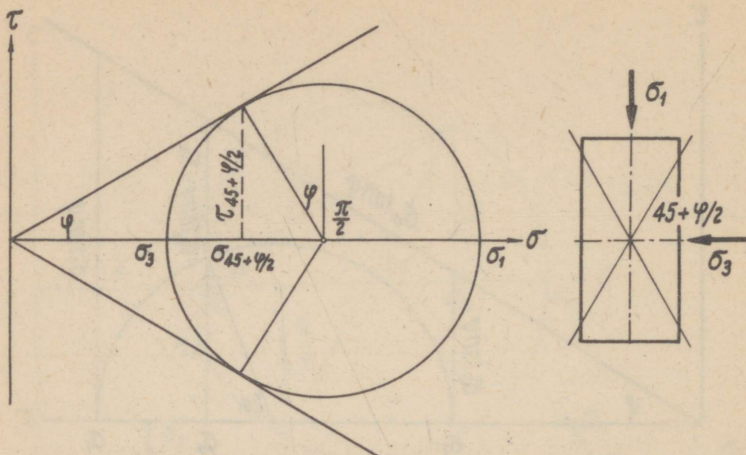
Antud tasandis mõjuva normaalpinge σ_α suuruse erimit antud punktis ruumselt mõjuvast hüdrostaatilisest pingest σ_3 , s.o. suurus $\sigma_\alpha - \sigma_3$, nimetame deviaatorpingeks. Antud punktis mõjuva deviaatorpinge suurus muutub nullist (σ_3 tasandis) kuni suuruseni $\sigma_1 - \sigma_3$ (σ_1 tasandis). Peadeviaatorpinge suurus on seega $\sigma_1 - \sigma_3$. Deviaatorpinge tekitab nii nihke- kui ka surupingeid ning järelikult ka tugevust, kuid eri tasandites ebavõrdsel määral.

Resultantpinget tasandis α kujutab suurus σ_R . Nurk β on resultantpinge lüngenurk (nurk σ_R suuna ja tasandinormaali vahel). Kui resultandi lüngenurk saab võrdseks hõõrdenurgaga,



Joon. 2. Suru- ja nihkepingete ning tugevuse ja tugevusvaru määramine Mohri ringi abil.

algab nihkumine (libisemine, raugemine, varisemine). See nähtus on analoogiline redeli libisemisega, kui redeli lühenurk võrdub hõõrdenurgaga.



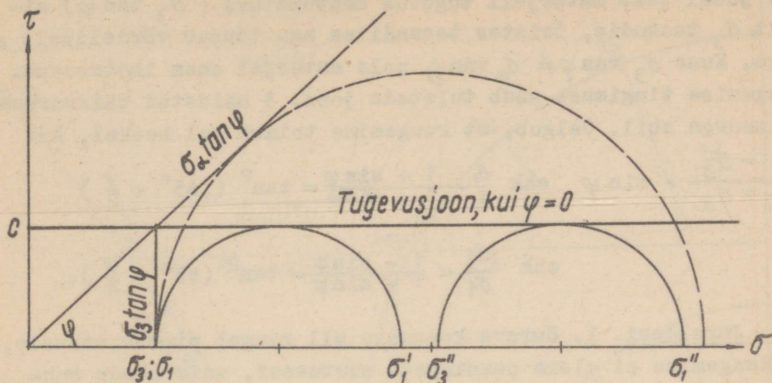
Joon. 3. Materjali raugemise olukord Mohri kujutluses.

Nidumata teradest koosneva pinnase (liiva) nihketugevus tekib teradevahelisest hõõrdest ja on võrdeline survega σ ning hõõrdeteguriga $\tan \varphi$. Mohri diagrammil kujutab surupinget rõhtteljel asetseva punkti kaugus nullpunktist. Järelikult, kui koordinaatide nullpunktist tõmmata kaldjoon nurga φ all rõhtteljele, siis kujutab selle joone ordinaat suurust $\sigma_x \tan \varphi$, s.o. nihketugevust (joon.2). Selle suurus on piirides $\sigma_3 \tan \varphi$ kuni $\sigma_1 \tan \varphi$.

Tugevusjoone ordinaadi ja nihkepinget kujutava ringi ordinaadi erim näitab tugevusvaru ($\sigma_x \tan \varphi - \tau_x$) antud kaldtasandis. Tugevusvaru on kõige väiksem tasandites, mille kaldenurk on üle 45° . Peapingete erimi suurenemisel tugevusvaru väheneb ja langeb nullile, kui pingering puudutab tugevusjoont. Siis $\tau_x = \sigma_x \tan \varphi$ - nihkepinge on võrdne nihketugevusega (joon.3).

Materjali raugemist näitab samuti asjaolu, et resultantpinge längenurk β võrdub nüüd hõõrdenurgaga φ .

Pingete ja tugevuse seos püstse koormuse suurenemisel. Lähtume hüdrostaatilisest pingeolukorrast $\sigma_1 = \sigma_3$, mida kujutab joon. 4 täisjoontes. Surupinged on kõikides tasandites võrdsed. Samuti on materjali tugevus kõikides tasandites võrdne $\sigma_3 \tan \varphi$.



Joon. 4. Materjali nihketugevus sõltuvalt koormussurveest. Täisjooned kujutavad materjali, mille nihketugevus koormussurve suurenemisel ei tõuse. Kriipsjoon kujutab materjali, mille nihketugevus tõuseb võrdeliselt koormussurvega.

Kõikides suundades võrdne surupinge ei saa põhjustada nihet ega raugemist, sest nihkepinge on kõikjal null. Nihkepinge tekitamiseks on tarvis deviaatorpinget. Selle saaks näiteks tekitada, suurendades püstpinget σ_1 . Joonisel on täisjoonega näidatud olukord, kus $\sigma_1' = \sigma_3 + 2\sigma_3 \tan \varphi$, mis tekitab peanihkepinge $\tau = \sigma_3 \tan \varphi$.

Kui nüüd materjali tugevus jääks endiseks, s.o. kui tugevus äsjarakendatud deviaatorpinge toimel ei tõuseks, peaks materjal raugema. Sellise seaduse kohaselt käitub rammus looduslik savi kiirel koormamisel, millal hõõrdetakistuse kasv ei jõua mõjule pääseda (teradevaheline surve jääb endiseks, äsjarakendatud surve võtab vastu vesi, φ on näiliselt null). Sel puhul on materjalil konstantne nihketugevus c . Raugestava deviaatorpinge suurus (mida tavaliselt nimetame surutugevuseks) on siis võrdne kahekordse nihketugevusega $2c$. Raugemise võib esile kutsuda iga olukord, kus peapingete erim võrdub $2c$, näit. olukord $\sigma_1'' - \sigma_3'' = 2c$ (joon. 4). Seega pinnased, millel φ on näiliselt null, raugavad kui $\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) = c$.

Kriipsjoon joonisel 4 näitab olukorda materjali puhul, kus hõõre koormuse rakendamisel kohe mõjule pääseb (näit. liiv).

Sel juhul jääb materjali tugevusmuutumatuks ($\sigma_3 \tan \varphi$) ainult σ_3 tasandis, teistes tasandites aga tõuseb võrdeliselt survega. Kuna $\sigma_3 \tan \varphi \neq \sigma_x \tan \varphi$, pole materjal enam isotroopne. Raugemise tingimuse saab tuletada joon. 3 näidatud täismurkse kolmnurga abil. Selgub, et raugemine toimub sel hetkel, kui

$$\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 + \sigma_3} = \sin \varphi \quad \text{ehk} \quad \frac{\sigma_1}{\sigma_3} = \frac{1 + \sin \varphi}{1 - \sin \varphi} = \tan^2 \left(45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right)$$

$$\text{ehk} \quad \frac{\sigma_3}{\sigma_1} = \frac{1 - \sin \varphi}{1 + \sin \varphi} = \tan^2 \left(45^\circ - \frac{\varphi}{2} \right).$$

Järeldusi. 1. Suruva koormuse all rauged pinnas nihkele. 2. Raugemine ei olene peapingete suurusest, vaid nende suhtest. 3. Raugemine ei kulge läbi tasandi, kus nihkepinge on suurim, vaid läbi tasandite, mis asetsevad nurga $\alpha = 45^\circ + \frac{\varphi}{2}$ all σ_1 tasandile ehk σ_3 suunale. 4. Olukorras (või materjalis), kus $\varphi = 0$, oleneb raugemine peapingete erimist (mitte suhtest) ja toimub tasandites $\alpha = \pm 45^\circ$.

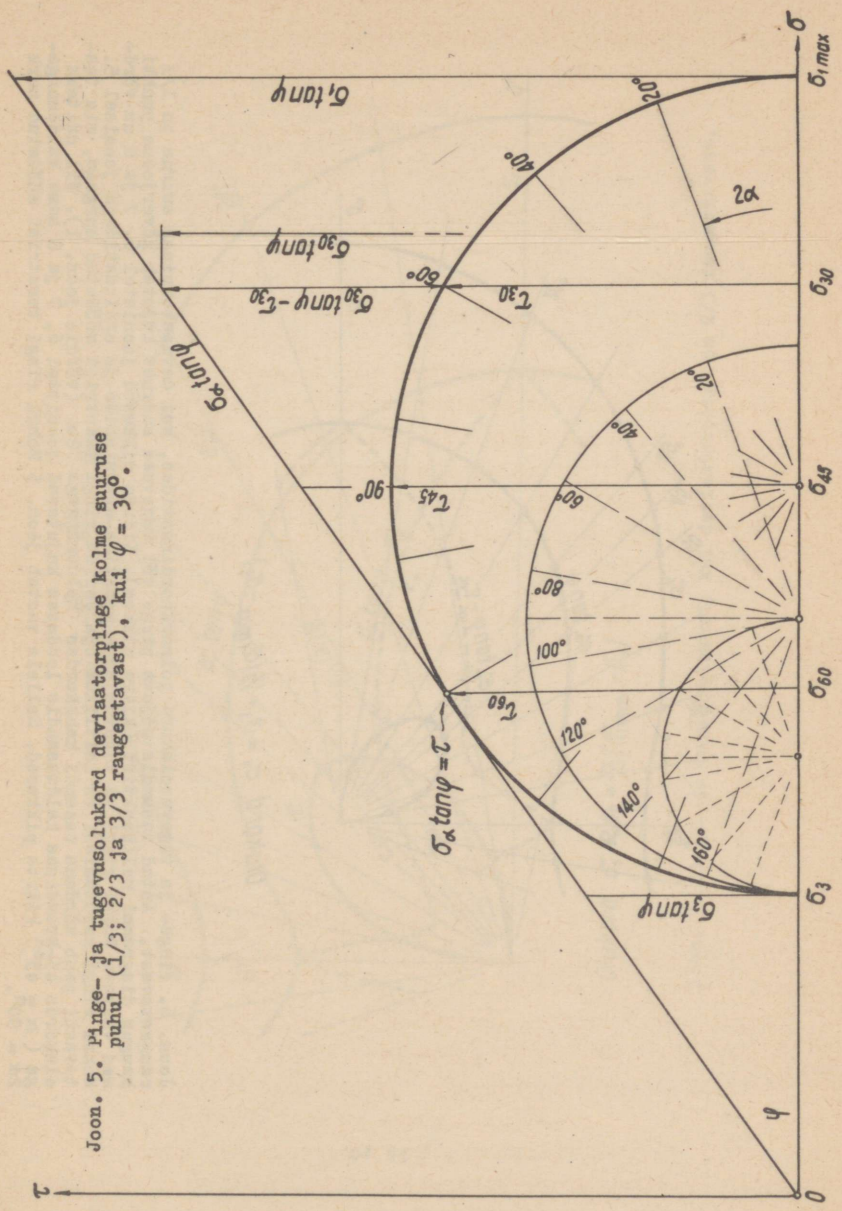
Materjali tugevuse ja nihkepingete kasvu koormuse suurenemisel selgitavad ligemalt joonised 5 - 8. Joon. 5 kujutab pingeid, tugevusi ja tugevusvaru Mohri diagrammil, joonised 6, 7 ja 8 aga polaarkoordinaatides. Suurima peapinge σ_1 suurus on näidetes võetud selliselt, et deviaatorpinge suurus oleks 1/3, 2/3 ja 3/3 raugemist põhjustavast suurusest (surutugevusest).

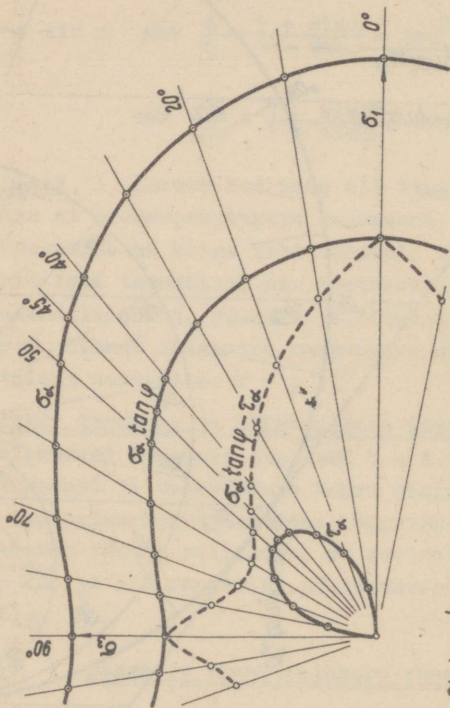
===== Pinge- ja tugevusolukord ruumis =====

Polaarkoordinaatides joonised kujutavad pinge- ja tugevusolukorda püstlõike ühes veerandis. Kui $\sigma_2 = \sigma_3$, on pingeolukord püsttelje ümber sümmeetriline.

Kujutluse ruumse pingeolukorra kohta saame sel teel, et pöörame diagramme ümber püsttelje. Saadud rotatsioonkeha, mis meenutab keskelt püstsuunas kokkusurutud karaskit, ongi surupingete ja nihketugevuste mudel ruumis. Nihkepingete ruumne mudel kujutab väliselt kaht vastastikku asetatud kausi, mille seinad on ristikulehe kujuga ja niivõrd paksud, et kausi sisemus on kitsa varrega lehtri kujuline.

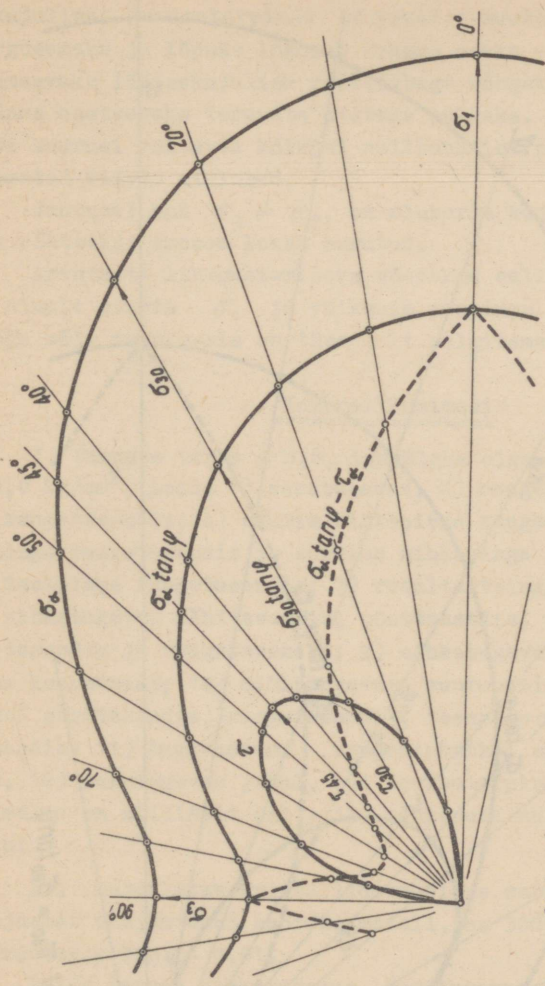
Joon. 5. Pinge- ja tugevusolukord deviaatorpinge kolme suuruse puhul ($1/3$; $2/3$ ja $3/3$ rangestavast), kui $\psi = 30^\circ$.





$$\text{Olukord } \sigma_1 = \sigma_3 + \frac{1}{2}(\sigma_{1\max} - \sigma_3)$$

Joon. 6. Pinge- ja tugevuslukord polaarkoordinaatides, kui deviaatorpinge suurus on $1/3$ raagestavast. Antud tasandis mõjuva pinge või tugevuse suurus kujutab kõverjoone punkti kaugus diagrammi nullpunktist (kiire pikkus). Kiirte pikkused joonistel 6, 7 ja 8 on võrdsed vastava Mohri ringi ja tugevusjoone punktide abstsisside ja ordinaatidega joonisel 5. Mohri ringi kasutamisel on näitlikum opereerida ringi tsentrist mõõdetud nurgaga, mis teavasti peab võrduma tasandi kehekordse kaldenurgaga 2α (võrdle joon. 1). Nii näiteks olukorda 45-kraadises kaldtasandis looduses kujutavad joonistel 6, 7 ja 8 sama kaldenurga ($\alpha = 45^\circ$) kiirte pikkused. Sellele vastab joon. 5 Mohri ringi tsentrist mõõdetud nurk $2\alpha = 90^\circ$.



Olukord $\sigma_1 = \sigma_3 + \frac{2}{3}(\sigma_{1max} - \sigma_3)$

Joon. 7. Pinge- ja tugevusolukord, kui deviaatorpinge on 2/3 raagestavast.

Tugevusvaru mudel on väikeste deviaatorpingete puhul vurr-rikujuline. Deviaatorpinge suurenedes muutub vurr järjest la-
pergusemaks ja lõpuks laguneb kaheks osaks - üheks rõhtpinnas
asetsevaks läätsekujulise ristlõikega rõngaks ja kaheks püst-
suunas asetsevaks teravate otstega pulgaks. Tugevuse ja pin-
gete suurusi näitavad kõikjal nullpunktist pöördkeha pinnale
tõmmatud kiirte pikkused.

Juhtumil kui $\sigma_3 \neq \sigma_2$, on olukorda kujutav pöördkeha
ühe rõhttelje suunas kokku surutud.

Arvutuste lihtsustamiseks võetakse sellisel juhul arves-
se ainult suurim σ_1 ja väikseim peapinge σ_3 . Keskmise pea-
pinge mõju tugevusele on täpsemalt selgitamata.

Kontrollküsimusid =====

I. Pinnase $\tan \varphi = 0,6$, igakülgne algsurve $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 =$
 $= 1,0 \text{ kg/cm}^2$. Leida 1) surutugevus; 2) raugenurk; 3) nihkepin-
ge raugetasandis; 4) suurim nihkepinge raugemishetkel; 5) su-
rupinge raugetasandis ja suurima nihkepinge tasandis; 6) re-
sultantpinge raugetasandis; 7) resultantpinge längenurk;
8) nihketugevus rõhttasandis, püsttasandis, suurima nihkepin-
ge tasandis ja raugetasandis; 9) nihketugevus algseisundis
enne koormamist; 10) nihketugevuse suurenemine koormussurve
mõjul püsttasandis, raugetasandis, tasandis $\alpha = 45^\circ$ ja rõht-
tasandis; 11) tugevusvaru raugemishetkel samades tasandi-
tes; 12) surutugevus juhul, kui deviaatorpinge (koormussurve)
toimel φ on näiliselt null; 13) raugenurk sellise olukorra
puhul.

II. Kujutletav kristallidevaheline surve terases, mida
põhjustab alajahtunud amorfne metall, on 300000 kg/cm^2 , sise-
hõõrdetegur $\tan \varphi = 0,01$.

Leida terase nihketugevus, surutugevus ja raugenurk. Se-
letada, miks võib metalli puhul raugemistingimuse väljendada
lihtsamalt kui pinnase puhul.

III. Pinnase kapillaarsus on 2 m (surve $0,2 \text{ kg/cm}^2$) ja
 $\tan \varphi = 0,5$. Leida silindri läbimõõt, mis talub 50-kg koormust.

Vastused

=====

I. 1) $3,12 - 1,0 = 2,12 \text{ kg/cm}^2$; 2) $\alpha = 60^\circ 29'$; 3) $\tau_\alpha = 0,91$;
4) $\tau_{max} = 1,06$; 5) $\sigma_\alpha = 1,51$ ja $\sigma_{45} = 2,06$; 6) $\sigma_R = 1,77$;
7) $\beta = \varphi = 30^\circ 58'$; 8) $1,87$; $0,60$; $1,24$ ja $0,91$; 9) $0,60$; 10) 0 ;
 $0,31$; $0,64$ ja $1,27$; 11) $0,60$; 0 ; $0,18$; $1,87$; 12) $1,20$;
13) $\alpha = 45^\circ$

II. 3000 kg/cm^2 ; 6000 kg/cm^2 ja $\alpha = 45^\circ$ (täpsemalt $45^\circ 17'$);
 $\tan \varphi = 0,01$ tõttu on $\varphi \approx 0$ ja materjali tugevusjoon praktili-
selt horisontaalne.

III. $d = 14,1 \text{ cm}$; surutugevus $0,32 \text{ kg/cm}^2$.

ТАЛЛИНСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
Кафедра архитектуры

ДИАГРАММЫ ПО МЕХАНИКЕ ГРУНТОВ

I

Состояние напряжений и прочности в
элементарном кубике грунта

На эстонском языке

Trükkimisele antud 24. XI 64. Paber 60x84/1/16

Trükipg. 1,0. Tingpg. 0,95. Tiraaž 300

MB-09473. Tell.nr. 320 TPI rotaprint, 1964

Hind 3 kop.

Hind 3 kop.

A-262

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00379290 2