TARTU ÜLIKOOL

Haridusteaduskond

Eripedagoogika osakond

MATEMAATILISTE OSKUSTE TEGEVUSLIKU ALUSE OMANDATUS I KLASSI ÕPILASTEL

Magistritöö

Koostaja: Meelika Maila

Läbiv pealkiri: Matemaatiliste oskuste tegevuslik alus

Juhendaja: Ph.D Eha-Mai Viitar

Tartu 2005

Sisukord

Kokkuvõte

Matemaatika on kujunenud üheks raskemaks õppeaineks. Uuringud näitavad, et matemaatika õpiraskustega õpilaste arv järjest kasvab. Samas on matemaatika õppeaine, mille valdamiseta vähemalt igapäevaelus hakkama saamiseks vajalikul määral ei saa me rääkida inimese normaalsest elukvaliteedist.

Matemaatika õppimist mõjutavad oluliselt oskused, mis asuvad hierarhiliselt madalamal tasemel. Seega on oluline, et õpilased omandaksid enne matemaatika süstemaatilise kursuse õppima asumist tegevused, millel matemaatika õppimine põhineb (protsessuaalsed alused). Sellest eeldusest tuleneb ka uurimisprobleem – kuidas on esimese klassi õpilased omandanud matemaatiliste oskuste tegevusliku aluse. Töö eesmärgiks on matemaatiliste oskuste tegevusliku aluse omandatuse taseme välja selgitamine 1.klassi edutute rühma õpilastel.

Tegevusliku aluse omandatuse selgitamiseks uuriti kooliaasta algul 95 teise klassi õpilast, kelle hulgast valiti välja 20 matemaatika algkursuse omandamisraskustega õpilast. Uurimistulemuste põhjal töötati välja pedagoogilised soovitused tööks matemaatika algkursuse omandamisraskustega õpilastega.

Summary

Mathematics has become one of the most difficult subjects at school. Studies show that the number of students with mathematics disabilities is growing. At the same time mathematics is so important in a person's life that we cannot speak about the normal quality of life without these skills. Studying mathematics is greatly affected by skills which are on the hierarchically lower stage. Hence it is important that students before starting learning the basics of mathematics will gain activities on which studying mathematics is based – processual basics. In this study the author examines the ways how the quality of gaining primary mathematics learning and the quality of gaining processual basics are connected. In order to find out the ties 95 second-formers were examined at the beginning of the school year. 20 of them were ascertained as students with learning disabilities in the area of basic mathematics. The results show the existence of connection and pedagogical suggestions were evolved for working with children with learning difficulties in basic mathematics.

1. Matemaatiliste oskuste tegevusliku aluse omandatus I klassi õpilastel

Sissejuhatus

Matemaatika õppimise/õpetamise probleemide puhul tõstatuvad mitmed küsimused – kas matemaatika on raske õppeaine, ja kui on, kas seda ainet on siis vaja õpetada kõigile lastele, ning lõpuks – mida ja kuna peab matemaatikas õpetama? Selle loetelu juurde peaks kuuluma ka küsimus – kuidas õpetada, kuid see jääb antud töö temaatikast kõrvale.

Seda, et matemaatika on raske õppeaine, on rõhutatud aastakümneid. Eestis läbi viidud uurimused näitavad matemaatikaraskusi 12-20% V klassi õpilastest (Plado, 1997), probleemile on viidanud ka teiste maade uurijad. Nii näiteks toob Stern (2004) esile, et üle poole keskkoolilõpetajatest ei saa aru rohkemast kui protsentarvutusest. Need andmed annavad tunnistust, et matemaatika omandamisraskustega on väga suur osa õpilasi. Seda hoolimata sellest, et matemaatika õppimisega on koolis haaratud kõik õpilased esimesest kaheteistkümnenda klassini (Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava, 2002). Olukorra lahenduseks võiks olla matemaatikatundide arvu suurendamine, kuid samas on õppekavad niigi üle paisutatud ning nende mahu suurendamist ei peeta võimalikuks (Kuus, 2004). Kuigi Eesti koolimatemaatika tase on arvestatav (TIMMSi uuring 2004 paigutab Eesti õpilaste tulemused matemaatikas kõigi uuringus osalenud riikide järjestuses VIII kohale ja Euroopas III kohale (Haridusministeerium, 2004)), on vaja siiski tähelepanu pöörata matemaatika õpiraskuste levikule.

Teisele küsimusele – kas matemaatikat kui rasket õppeainet peab õpetama kõigile õpilastele – vastamine peaks lähtuma elementaartõest, et inimene on sotsiaalne olend. Osa matemaatika tulemustest ja keelest on aga sedavõrd juurdunud igapäevaellu, et neid valdamata on inimesel mõeldamatu ühiskonnas toime tulla (Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava, 2002). Seega peavad vähemalt hädavajalikul tasemel saama matemaatikaõpet kõik õpilased.

Mida ning kuna peab matemaatikatundides õpetama on küsimus, millele on võimatu lühidalt vastata. Vastus küsimusele „mida õpetada" on praktilises koolitöös kergesti leitav – matemaatika õpetamine toetub alati mingile konkreetsele ainekavale, mis esitab ühe või teise konkreetse astme õppesisu. Ainekava annab vastuse ka küsimusele „kuna õpetada”. Põhikooli- ja gümnaasiumi riiklik õppekava (2002) kehtestab teiste õppeainete seas ka matemaatikas iga kooliastme lõpuks nõutavad oskused ja pädevused. Õppekavale toetuvad ka õpikute ja töövihikute koostajad, õppematerjalidele aga omakorda õpetajad (Org, Afanasjev, 2004). Selline süsteem ei arvesta aga õpilaste individuaalsete erinevustega ning ainult õppekavast lähtuv õpetamine muutub ainekeskseks.

Matemaatika on väga hierarhiline aine, üksikud lüngad algõppes annavad end tunda ka palju hiljem (Leino, 2004). Seega on vaja tähelepanu pöörata laste oskustele kõige varasemas koolieas – I klassis. Teiselt poolt on aga alati lapsi, kelle kognitiivne areng on eakaaslastest veidi maas ning need lapsed ei ole veel võimelised mõningaid teadmisi ja oskusi õppima. Vastavalt Piaget´i ja tema koolkonna teooriale (Flavell, 1970) sõltub vaimse tegevuse omandatus selle protsessuaalsest ehk tegevuslikust alusest. Igal vaimsel tegevusel (matemaatika mõistel) on talle omane tegevuslik alus ning selle omandamine pole võimalik enne, kui täielikult on omandatud vastav tegevus. Mõtestatud õppimisest saab rääkida vaid siis, kui laps neid tegevusi mõistab ja õppimisel kasutab, kui ta aga vajalikke tegevusi õigel ajal sooritama ei õpi, ei suuda ta neid ka kasutada ja matemaatika muutub raskeks. Siit tuleneb ka vastuolu – I klassi lõpuks ei ole paljudel õpilastel omandatud ainekavaga määratletud matemaatilised oskused, mistõttu kannatab kogu matemaatikaõppe kvaliteet.

Üldreeglina õpivad ühevanused lapsed ühes ja samas klassis. Samas ei ole kõik lapsed ühesugusel arengutasemel, mõju avaldavad nii bioloogilised kui ka sotsiaalsed tegurid, mis võivad olla ühe klassi laste puhul vägagi erinevad. Erinev arengutase toob endaga kaasa ka selle, et laste võimekus midagi õppida on erinev. Samas rõhutatakse, et kui lapse mõtlemise arengu tase ei võimalda tal ainet mõtestada, tuleb vastava mõiste või aineosa õpetamine lükata edasi senikaua, kuni laps jõuab vastavasse arengutasemesse (Noor, 1998). Selle soovituse rakendamist raskendab aga see, et alati pole õpetajatele päris selge, millisel tasemel laps on ning (lähtudes tegevuslikest alustest) millistes protsessuaalsesse alusesse kuuluvates tegevustes on puudujääke. Loomulikult tuleb arvestada ka sellega, et matemaatika omandamisraskustel võib olla mitmeid põhjusi, protsessuaalse aluse mittekvaliteetne omandatus on vaid üks nendest, kuid just selles osas on koolides võimalik kõige rohkem ja kõige kiiremini ära teha.

Eelpoolöeldust tuleneb uurimisprobleem – mil määral on I klassi nõrgemad õpilased omandanud matemaatiliste oskuste tegevuslikud alused.

Käesoleva töö **uurimisobjektiks** on matemaatiliste oskuste tegevuslik alus.

Töö **eesmärgiks** on selgitada välja matemaatiliste oskuste tegevusliku aluse omandatuse tase matemaatikas edututel esimese klassi õpilastel.

Töö **ülesanneteks** on:

(a) koostada ja läbi viia ainetest (kontrolltöö), selgitamaks I klassi

(b) matemaatikakursuse omandamisel edutud õpilased;

(c) koostada individuaalkatsete uurimismetoodika ja katsematerjal, selgitamaks matemaatiliste oskuste tegevusliku aluse omandatuse tase;

(d) töötada välja korrektsiooniplaan ning selle rakendamise metoodika ühe konkreetse õpilase kohta.

Oma uurimusega loodab autor leida kinnitust järgmisele lähtehüpoteesile – ligi viiendikul esimese klassi õpilastest on raskusi matemaatikakursuse omandamisega ning nad ei ole täielikult omandanud tegevuslikke aluseid.

Vastavalt töö probleemiseadele ja eesmärgile on töö **meetoditeks** matemaatika omandamisraskuste ja aine omandamiseks vajalike osaoskuste teoreetiline käsitlemine kirjanduse alusel ning õpilaste uurimine rühma- ja individuaalkatsetega. **Katseisikuteks** on II klassi õpilased esimesel õppeveerandil. See võimaldab uurida lapsi esimese klassi pädevuste põhjal ja välja selgitada õppematerjali omandatuse kvaliteet. Kontrolltööga selgitatakse välja lapsed, keda hakatakse uurima individuaalselt.

Katseisikute valimine alustatakse kvantitatiivse uuringuga (kontrolltööga matemaatika omandamisraskustega õpilaste väljaselgitamiseks). Matemaatika omandamisraskustega lapsi uuritakse süvendatult kvalitatiivse uuringu meetodiga (uurimise alla võetakse individuaalsed matemaatika omandamisraskuste põhjused).

Katseisikute esialgseks selgitamiseks kasutatakse programmitesti (test ainekava omandatuse mõõtmiseks) tunnustega kontrolltööd.

Töös antakse ülevaade lapse arengu seaduspärasustest rõhuasetusega neile, mis mõjutavad matemaatika omandamist, samuti antakse ülevaade matemaatiliste oskuste arengust. Töö teoreetiline baas lähtub Piaget´i uurimustest matemaatiliste oskuste kujunemisest, arvesse võetakse ka Bruneri ning Võgotski seisukohti õpetamisest.

1.1. Matemaatika õpetamise-õppimise üldised põhimõtted

Eestis alustavad lapsed kooliteed seitsmeaastaselt. Selles vanuses on nad juba piisavalt arenenud, et osaleda õppetöös ning omandada uusi (akadeemilisi) teadmisi. Seitsmeaastaselt kooli astumist toetab ka tuntuim – J. Piaget`i arenguastmete teooria. Piaget jaotas lapse arengu neljaks järjestikuseks astmeks – sensomotoorne periood (kuni teise eluaastani, laps suhtleb maailmaga vaid oma reflekside põhjal); operatsioonide-eelne periood (teisest seitsmenda eluaastani, laps omandab võime mõelda sümbolites); konkreetsete operatsioonide periood (seitsmendast kaheteistkümnenda eluaastani; mõtlemine muutub reversiivseks, kujunevad säilitamis-, klassifitseerimis-, järjestamis-, eitamis-, identifitseerimis- ja kompenseerimisvõime); formaalsete operatsioonide aste (algab kaheteistkümnendal eluaastal; kujunevad välja formaalloogilise mõtlemise alused ja võime opereerida abstraktsete sümbolitega) (Flavell, 1970; Seefeld, Barbour, 1990, lk. 384-386; Piaget, 1994, lk. 594-608). Piirid nende astmete vahel on ligikaudsed, nii võib kuueaastane laps toimida kooskõlas osaliselt operatsioonide eelse mõtlemisega, osaliselt konkreetsete operatsioonide tasemega (Lindgren, Suter, 1994, lk. 44). Seega on ka arenguastmete teooria toeks väitele, et esimeses klassis õppivad lapsed võivad olla oma arengus erineval tasemel. Ka matemaatika omandamise seisukohalt on just kooli tulnud lastele vaja pöörata kõige enam tähelepanu, operatsioonide-eelsel ja konkreetsete operatsioonide perioodil kujuneb lastel välja oskus mõelda sellest, mis väljub nende vahetust keskkonnast (Flavell, 1970, lk. 129-135; Piaget, 1994, lk. 596-598; Lindgren, Suter, 1994, lk. 44-45) ning kujuneb invariandi mõiste – laps hakkab aru saama sellest, et säilib hulga samaväärsus (säilib hulgas olevate elementide arv, aga ka näiteks vee või plastiliini kogus). Oluline on ka selliste loogiliste operatsioonide nagu järjestamine, klassifitseerimine ja nummerdamine kujunemine (Flavell, 1970, lk. 164-201; Piaget, 1994, lk. 598-602;Gleitman, 1995, lk. 510-511).

1.1.1. Matemaatika õppimise tegevuslik alus

Muidugi jääb edukaks õppimiseks ainult vastavast vanusest väheks, esmatähtis on siiski lapse mõtlemise areng. Piaget´i järgi on mõtlemine selline psüühiline protsess, mille areng kulgeb loogiliste operatsioonide kaudu. Mõtlemisoperatsioon on kas mõtteliselt sooritatav tegevus või tegevuste ahel (toiming). Tegevuse kujunemisel on kolm etappi:

(a) käelise tegevuse etapp (laps sooritab kogu tegevuse konkreetsete esemetega);

(b) sõnalise ehk verbaalse tegevuse etapp (laps kirjeldab tegevust);

(c) mõttelise tegevuse etapp (laps suudab kogu tegevusest luua kujutluspildi) (Karlep, 1999, lk. 37).

Mõtlemisoperatsioonide ühinemisel kujuneb mõtlemisoperatsioonide süsteem (protsess). Algklasside matemaatika õppesisu protsessuaalne komponent sisaldab endas matemaatika põhimõistete loogilist struktuuri silmas pidades vähemalt kaheksat tegevust:

järjestamine, rühmitamine, samaväärse hulga moodustamine, hulga säilitamine ehk püsimine, terviku ja tema osa võrdlemine, loendamine, mõõtmine ja modelleerimine.

Lisaks neile tegevustele kasutab algklasside matemaatika paljusid üldkasutatavaid tegevusi, nagu vaatlemine, lugemine, kirjutamine jne (Noor, 1998; Viitar, 1998). Kõik need aitavad kaasa matemaatika aine ehk kõigi nende kujutluste-mõistete, otsustuste, eeskirjade, reeglite, järelduste jne õpetamisele, mille abil saab realiseerida matemaatika õpetamise kognitiivseid eesmärke (Noor, 1998). Eesti koolimatemaatika on ajast-aega oma aine saanud matemaatikateaduse põhimõistetest: hulgast, seosest, arvust, suurusest ja kujundist (Lints, 1974; Noor, 1986; Noor, 1998; Noor, 2004). Õpetamisel lähtutakse J. Bruneri ideedest, mille kohaselt on teadmine protsess ja lapse õppimisvalmidus sõltub õppematerjali esitamise viisist. Laps omandab teadmisi kõige edukamalt siis, kui ta avastab konkreetset maailma ning leiab sealt kõik vajaliku ise. Õpetaja omakorda peab õppematerjali esitama nii, et lapsel oleks võimalik tajuda seda konkreetsete käeliste tegevuste abil, seejärel minna üle kujundilisele ja siis sõnalisele tasandile (Lindgren, Suter, 1994, lk. 198-201; Krull, 2000, lk. 282-287; Kaasik, Leppmann, 2002, lk. 15; Noor, Rohtla, 2004, lk. 11-14).

Kuigi ka Bruner pooldab astmelist arengut, ei seosta ta etappide kujunemist kindlate bioloogiliste vanustega ning näiteks matemaatikamõistete kujunemist saab tema järgi suunata läbi protsessi kuuluvate tegevuste otstarbeka õpetamisega (Noor, Rohtla, 2004, lk.14). Kogu õppematerjal tuleb Bruneri järgi esitada spiraalselt, st alustada tuleb võimalikult vara sobivas esitusviisis ning edaspidi tulla sama materjali juurde tagasi, iga kord uut teavet lisades. Sellele teooriale põhineb ka kontsentrilise õpetamise meetod. Bruneri vaated õpetamisele sisaldavad endas ka soovituse arvestada õpetamisel laste erinevate arengutasemetega (Krull, 2000, lk. 284), samuti õpetada koos erinevas bioloogilises vanuses lapsi (Noor, Rohtla, 2004, lk. 13). Vaatamata nende mõtete tuntusele, on protsessuaalsete alustega tegelemine jäetud lasteaiamatemaatika hooleks (Alushariduse raamõppekava, 1999) ning koolides alustatakse arvude tundmaõppimisest. Siiski tuleb koolidesse üha rohkem lapsi, kes ei ole saanud korralikku alusõpet või kellel on pidurdunud vaimne areng. Hoidmaks selliste laste muutumist vaid mälule tuginevateks tuupijateks, on õpetajatel kindlasti vaja nende kujutlusi tegelikkusest täpsustada ja parandada. Protsessuaalsete alustega oleks vaja intensiivselt tegeleda esimese kooliaasta algusnädalatel ning jätkata vajadusel sellega kolmanda õppeaasta lõpuni (Noor, 1998, lk. 10).

Arvestada tuleb ka sellega, et protsessuaalset alust ei saa kujundada tahtlikult. Neid tegevusi on küll püütud lastele spetsiaalselt õpetada, kuid need katsed on andnud erinevaid tulemusi. Mõned autorid väidavad, et selline õpetus jäi tulemusteta, teised jälle, et tulemuseks oli matemaatiliste oskuste oluline paranemine (Dowker, 2004). Nende andmete põhjal võib järeldada, et antud küsimus vajaks veel täiendavat uurimist ning praeguste teadmiste valguses on raske otsustada, kas näiteks hulga elementide jäävuse mõiste õpetamine aitab kaasa matemaatiliste oskuste kujunemisele või mitte. Küll aga võib kahtluseta väita, et koolides tuleb kõigile õpilastele luua tingimused protsessuaalsesse alusesse kuuluvate tegevuste omandamiseks.

1.1.2. Jõukohase õppimise põhimõtted

Lapse areng ei toimu kogu lapseea kestel ühtlaselt, igal vanuseastmel on lapse arengule omased spetsiifilised iseärasused. Nii näiteks toimub viienda ja seitsmenda eluaasta vahel kiire aju kasvamine, eriti frontaalsagara piirkonnas. Just sel aju osal on oluline roll planeerimisel ja järjestikuste tegevuste ja mõtete organiseerimisel (Butterworth, Harris, 2002, lk. 250), st see eluperiood on väga tähtis inimese kognitiivses arengus. Kognitiivne areng seostub selliste toimingutega nagu mõtlemine, tajumine ja/või probleemide lahendamine – st toimingutega, mida käsitletakse intellektuaalsetena (Gleitman, 1995, lk. 531).

Vaimse arenguga on tihedalt seotud õppimine, selle all mõistetakse protsessi, mille tulemusel kujunevad püsivad muutused õppuri tegevusvõimes või käitumises (Lindgren, Suter, 1998, lk. 125; Karlep, 1999; Krull, 2000). Oluline on, et õppimise tulemusel peab lisanduma uusi teadmisi või toimuma olemasoleva muutus, õppimiseks ei loeta muutusi, mis on väga lühiajalised ja/või viivad teadmiste kadumise ning samaaegse mõistetevaheliste seoste lihtsustumiseni (Kikas, 2004). Seega peab õppimise tulemusel õppijal arenema mõni väline või sisemine tegevus ehk erinevad materiaalsed või vaimsed toimingud (Karlep, 1999, lk. 37-38).

Piaget´i järgi on noorematel lastel õppimise aluseks teatud tegevused ehk lähtealuseks tema arusaamadele kognitiivsest arengust on idee sellest, et teadmised maailmast on meie vastastikkuse toime resultaadiks selle maailmaga (Lindgren, Suter, 1994, lk. 44). Piaget väidab, et arenguks on vaja

> … tegevust. Mõistus on operatsioonide süsteem, kogu matemaatika on operatsioonide süsteem. Operatsioon pole midagi muud kui tegevus; see on reaalne, kuid interioriseeritud, ümberpööratavaks muutunud tegevus. Selleks et laps jõuaks operatsioonide ühendamiseni, teostaks arvulisi ja ruumilisi operatsioone, on vajalik manipuleerimine, praktiline tegevus, katsetamine, ent mitte ainult jooniste, vaid

reaalse materjali, füüsikaliste objektide, punktide, pindadega jne (Piaget, Szeminska, 2002, lk. 367)

Säljo (2003, lk. 66-69) järgi toetavad Piaget´i ideed haridusfilosoofia olulist komponenti – õppimise induktiivset käsitlust, mille kohaselt omandatakse kõigepealt kogemus ning seejärel toimub õppimine ja areng, kusjuures laps peaks kogemusi omandama iseseisvalt. Selle kõige põhjal kujunes välja õpetamine, kuhu kuuluvad õpilasi aktiveerivad õppemeetodid, grupitööd jne, ehk lapsekeskse õpetamise diskursus. Ja kuigi Piaget oma töödes otseselt õpetamise metoodikat ei käsitle (Säljo, 2003, lk. 61-69), on tema töödest tuletatav mõte, et matemaatika õpetamine saab olla vaid siis jõukohane, kui õppe raskus vastab lapse arengutasemele.

Mitmed uurijad (Bösch, 2003; Moser Opitz, 2004) on rõhutanud, et mõtlemise arengu perioodid ei seostu rangelt vanusega ning piirid arenguastmete vahel (näiteks operatsioonide-eelse ja konkreetse operatsioonilise mõtlemise vahel) ei pruugi olla nii selged, nagu arvas Piaget. Mõningaid probleeme, mida Piaget´i järgi peaksid lapsed lahendama alles formaalsete operatsioonide perioodil, suudavad mõned lapsed lahendada juba konkreetsete operatsioonide perioodil (Kaasik, Lepmann, 2002, lk. 14). Siiski ei lükka ükski neist Piaget´i uurimistulemusi täielikult ümber ning matemaatika-teadmiste ja oskuste arengut vaadeldakse enamasti Piaget´i teooria valguses.

Lisaks kirjeldatud probleemidele on kahtluse alla pandud ka astmelise arengu teooria üleüldse. Samuti on viidatud võimalusele, et ühesuguste nähtuste analüüsi tulemused olenevad sellest, millist analüüsi tasandit kasutatakse (Scarr, 1993). Nii võib see olla ka matemaatiliste oskuste arengus ning selline käsitlus selgitaks ka näiteks ühes vanuses laste liitmisoskuste erinevust (Fischer, Rose, 1998; Toomela, 1999, lk. 84-85; 2004; Krull, 2000, lk. 116-124).

Seega ei saa astmelise arengu teooriat kõrvale jätta ning õpetamise metoodikas tuleb sellega arvestada. Mitmete uurimuste põhjal tuleb välja ka see, et üheks olulisemaks vanuseks mõtlemise arengus on I klassi õpilaste keskmine vanus – seitsmes eluaasta. Näiteks tuntud Vene psühholoogi Lev Võgotski mõtlemise arengu etappidele tuginedes on Toomela (2004) eristanud mõtlemise tavamõistetes (umbes kolmandast eluaastast, toetutakse otsestele tajukogemustele), mõtlemise teadusmõistetes (alates seitsmendast eluaastast, mõtlemisel toetutakse kategooriatele) ja mõtlemise süsteemsetes mõistetes (alates orienteeruvalt kaheteistkümnendast eluaastast). Selline jaotus toetub ühelt poolt Võgotski teooriale ning teiselt poolt uuematele arengupsühholoogilistele käsitlustele (Roberts, Lee, 2002; Nelson jt, 2003).

Sellest kõigest saame teha kaks järeldust – seitsmes eluaasta (ehk Eestis I klass) on mitmeski mõttes murranguline – selles vanuses jõuab laps oma mõtlemises järgmisele astmele, tal kujuneb välja võime mõelda uutes kategooriates, mis omakorda on ülimalt oluline matemaatiliste oskuste kujunemisel. Teiselt poolt on see vanus selline, mil on veel võimalik lapse mõtlemise arengut suhteliselt kergesti mõjutada, leides talle sobiva ja vajaliku õpetamise taseme. Juhul, kui lapse mõtlemise areng pidurdub, on järgmise arenguastme alguses head võimalused arengut kiirendada. Teoreetilise põhjenduse sellele mõttele annavad Võgotski vaated õppimisest ja mõtlemise arengust.

Õppimine peab Võgotski järgi olema aktiivne, õppimine pole passiivne vastuvõtmine, vaid lapsed peavad olema seesmiselt aktiivsed. Kasvatajad ja õpetajad peavad organiseerima sobivaima õppekeskkonna, kus õppimine oleks maksimaalne, kuid õppida saab vaid laps ise läbi oma aktiivse tegevuse (Veressov, 1998, lk. 59-67).

Õppimise mehhanismide seletamiseks võttis Võgotski kasutusele *lähima arengu tsooni* (*zone of proximal development, ZPD*) mõiste. Võgotski järgi on arengutsoon kui „vahemaa" ühelt poolt selle vahel, mida indiviid võib korda saata kõrvalise abita, ja teiselt poolt selle vahel, mida ta võib saavutada kas täiskasvanu juhtimisel või koostöös võimekate kaaslastega (Säljö, 2003, lk. 131). Kui lähima arengu tsooni kuuluvaid ülesandeid suudetakse täita vaid abiga, siis *aktuaalsesse arenguvalda* (saavutatud areng) kuuluvaid ülesandeid täidetakse iseseisvalt. Õppimise kontekstist on nendest olulisem lähima arengu tsoon, kuna sellel tasandil toimubki õppimine ja areng (Võgotski, 1991, lk. 207-213; Veressov, 1998, lk. 147-158; Karlep, 2002, lk. 38-39). Sellist lähenemist õpetamise korraldamisele on soovitatud ka Eestis kasutusel olevates õpetajaraamatutes (Noor, 1998). Õpetamisel tuleb õpetajal esmalt kindlaks teha õpilase arengutase, millel ta suudab ülesandeid lahendada välise abita, ning seejärel tuleb selgitada, mida suudab õpilane teha täiskasvanu abiga. Võgotski järgi õigustab end vaid selline õpetamine, mis on õpilase tegelikust arengutasemest ees, õppetöö peab käivitama alles kujunemisjärgus olevad vaimsed toimingud. Erinevalt Piaget´ist rõhutab Võgotski välise, sotsiaalse keskkonna mõju õppimisele ning lapse vaimsele arengule (Võgotski, 1991; Veressov, 1998; Krull, 2000, lk. 126-130) ning selles toetavad teda ka teised uurijad (Scarr, 1993; Roberts, Lee, 2002; Nelson, Skwerer, jt, 2003).

Vaated õppimisele ja õpetamisele ei mõjuta otseselt ainult koolitundidest tehtavat. Säljö (2003, lk. 24) järgi on Stevenson ja Stigler (1992) leidnud, et õppimise ja õppetingimuste erinevad käsitlused mõjutavad otsustavalt nii laste käitumist koolis kui nende edasijõudmist matemaatikas. Nii arvatakse Ameerikas, et lapse koolis edasijõudmise määravad tema vaimuanded, millel on bioloogiline olemus ja mida muuta ei saa. Jaapanis domineerib aga kujutlus, et kõik lapsed on õppimisvõimelised, tähelepanu pööratakse sellele, mida laps ise, vanemad, õpetajad ja kool saavad raskuste ületamiseks teha ning selle tulemusena ei esine Jaapanis nii palju õpiraskusi nagu Euroopa maades ja USAs.

Paljud uuringud on näidanud, et keskkonnal ja koolil on otsustav tähtsus lapse matemaatiliste oskuste arengul. Sobiv õpetus on ära hoidnud paljud hilisemad matemaatika õpiraskused ning paljud raskused matemaatikas on kahtlemata sobimatu õppetöö tulemus (Dowker, 2004). Ideest, et kõik lapsed on õppimisvõimelised ning raskuste puhul on vaja leida neile jõukohase õppimise tasand ja jõukohased õppemeetodid, lähtutakse ka käesolevas töös.

Kirjeldatud arenguteooriate peamine vahe seisneb sotsiaalse keskkonna mõju arvestamise ulatuses lapse arengule. Piaget´i arenguastmete teooria on seotud küllaltki jäigalt lapse bioloogilise kasvamisega, ühelt astmelt teisele ülemineku ning uue mõtlemistüübi arengu eelduseks peetakse eelkõige lapse bioloogilist vanust. Sellele seisukohale vastandina võib Võgotski ning Nelsoni töödele tuginedes väita, et lapse areng toimub küll astmete kaupa, kuid arengu kiirust mõjutavad oluliselt lapse elukeskkond, kultuuritaust, sotsiaalsed olud jne, millega tuleb arvestada ka õpetamisel. See omakorda aga tähendab, et õpetamisega saab arengut mõjutada, õpetaja ülesandeks on välja selgitada, millist õpet laps vajab ning seejärel neid teadmisi ka igapäevatöös rakendada.

Erinevate seisukohtadega tuleb arvestada ka õppeviisi valikul. Eristatakse biheiviorismil põhinevat traditsioonilist ning kognitiivse psühholoogia põhimõtetest lähtuvat aktiivsuspedagoogikat. Läänemets (2003) on esile toonud, et tavaliselt kiputakse esimest pidama vanamoodsaks ning drillil põhinevaks, teist aga nüüdisaegseks ning atraktiivseks. Puhtal kujul kasutamiseks ei sobi aga kumbki, õppimisel on vaja rakendada kombineeritud lähenemisi. Ka matemaatika õpetamisel tuleb arvesse võtta erinevaid lähenemisi – oskuste arenemist läbi protsessi, arenguastmete järgnevust, aga ka sotsiaalseid ja kultuurilisi mõjusid.

1.2. Matemaatilise mõtlemise tekkimine

Matemaatilised teadmised erinevad näiteks enesekohastest või sotsiaalsetest teadmistest. Sotsiaalsed või konventsionaalsed teadmised on kokkuleppelised – täna on *reede*, selle asja nimi on *tool*. Psüühilised teadmised kuuluvad aga konkreetse objekti juurde. Samas matemaatilised teadmised on ühelt poolt kokkuleppelised ja teiselt poolt kuuluvad konkreetse objekti juurde. Näiteks kui laps võtab kätte kolm pliiatsit, ütlevad sotsiaalsed ja konventsionaalsed teadmised talle, et neid asju kutsutakse pliiatsiteks ning psüühilised teadmised annavad talle informatsiooni nende omaduste kohta. Samas on lapsel, kui tal on käes rohkem kui üks pliiats, vaja konstrueerida enda jaoks arusaam, et rohkem kui ühte pliiatsit nimetatakse näiteks *kolmeks*. Arusaam *kolmest* pole seotud pliiatsite nimetamise või omadustega, vaid see teadmine tuleb mõtlemisest (Seefeldt, Barbour, 1990, lk. 386). Samalaadne on ka arusaam, et kirjalik informatsioon võib sisaldada endas arvulisi väärtusi. Juba 3-4 aastased lapsed saavad aru, et paberile on võimalik üles tähendada infot mingite objektide arvu kohta. Enne kirja ja numeratsiooni omandamist võivad nad selleks kasutada primitiivset märgisüsteemi, näiteks tõmmata vastava arvu kriipse, kuid oluline on see, et nad omandavad sellise arusaamise põhimõtteliselt (Clements, Sarama, 2004).

Kuigi matemaatiliste oskuste tekkimine jääb varasesse lapsepõlve (ja on tõenäoliselt vähemalt osaliselt kaasasündinud), nõuab elementaarsete matemaatiliste mõistete omandamine lapselt küllaltki kõrget arengutaset, tal peavad olema omandatud niisugused loogilise mõtlemise protsessid nagu analüüs, süntees, üldistamine, võrdlemine jt.

Perova (2001, lk. 19) rõhutab, et matemaatika kui õppeaine omandamiseks on vajalikud:

(a) matemaatilise materjali formaalse struktuuri tunnetamise võime;

(b) võime kiiresti ja laialdaselt üldistada;

(c) leida seoseid ja lahendada tehteid;

(d) võime matemaatiliselt arutleda;

(e) mõtlemisprotsesside paindlikkus;

(f) matemaatiline mälu (matemaatiliste seoste, ülesannete lahendamise meetodite üldistuste säilitamine mälus).

Teisalt ei saa matemaatikaoskuste arengut seostada ainul matemaatilise mõtlemisega. Lisaks kujutlustele arvudest, loendamisest, arvutamisest, mõõtmisest jne, vajab matemaatika omandamine ka arenenud verbaalset mõtlemist.

Matemaatikat kutsutakse universaalseks keeleks, see on kõigi kultuuride ja tsivilisatsioonide keel. Tegu on sümbolkeelega, mis võimaldab inimesel mõelda arvudes, nende suhetest ja kogustest. Matemaatikasse kuuluvad loendamine, mõõtmine, aritmeetika, arvutamine, geomeetria ja algebra, kuid kõik need vajavad ka verbaalseid vahendeid (Lerner, 1993, lk. 472).

Seega ei ole matemaatika õpetamine ainult opereerimine arvude, hulkade ja esemetega. Väga olulised on ka matemaatika õppimise-õpetamise keelelised küsimused. Kõikvõimalike matemaatiliste suhete (suurus-, ruumi-, ajasuhted) väljendamiseks vajab laps vastavat sõnavara. Suur osa sellest on ainekeskne (arvude ja mõõtühikute nimetused, osaliselt geomeetriliste kujundite nimetused), suur osa on aga igapäevases kasutuses ning seob matemaatikaõpet emakeelega (Karlep, 1999, lk. 240-242).

1.2.1. Matemaatilised võimed varases lapseeas.

Kaasasündinud oskuste hilisemal arengul põhinevad inimese matemaatilised teadmised. Arengu seisukohalt peetakse oluliseks teist eluaastat, mil hakkab kujunema mõtlemine, mis lubab säilitada mälus kujutlust objektide arvust. Mõne aja pärast hakkavad lapsed ka asju loendama. See oskus ei teki kiiresti ja loendamise omandamisel käiakse läbi viis astet:

(a) laps loendab kõiki hulga elemente, kasutades sealjuures arvurida suvaliselt;

(b) laps loendab esemeid üks-üheses vastavuses arvureaga, kuid võib sealjuures mõnest loendatavast elemendist üle libiseda;

(c) laps mõistab, et viimane loendatav arv näitab elementide arvu hulgas (oskab vastata küsimusele „kui palju?”);

(d) laps omandab oskuse loendada objekte igas järjekorras;

(e) loendamine on muutunud abstraktseks (põhimõtteliseks) tegevuseks, loendada saab kõike, mitte ainult konkreetseid esemeid (Clements, Sarama, 2004).

Lastel tekivad esimesed arusaamad arvutamisest hoolimata sellest, millises kultuurikeskkonnas on nad üles kasvanud või kas nad on koolis käinud. Seni, kuna nad ei ole omandanud täielikult loendamist, seda struktureerinud ning ei tea peast lahendusi, ei ole teisi lahendusstrateegiaid võimalik kasutada (Schipper, 2001a). Lihtsate liitmisülesannete lahendamisel on välja toodud kolm arengustaadiumi: kõige loendamine, juurde loendamine ja arvuliste faktide meenutamine.

Kõige loendamise puhul esitatakse iga liidetav sõrmedel ja loendatakse kokku koguarv. Kuna seda strateegiat ei saa rakendada tehetes, mille summa on suurem kui kümme, võetakse kasutusele juurde loendamise strateegia, mille puhul loendatakse sõrmi ühest liidetavast ülespoole. Kolmas arengustaadium on varasemates liitmistehetes antud vastuste meenutamine (Butterworth, Harris, 2002, lk. 289-290).

Lihtsate liitmisstrateegiate kasutamisel valmistab lastele põhiliselt raskusi hulkade visuaalne haaramine, juurde loendamise strateegia kasutamisel on vaja üheaegselt läbi viia kaks tegevust – loendamine ja hulga kontroll (näiteks tehe 3+4, laps hakkab tõstma oma sõrmi, samal ajal loendades 4, 5, 6, 7). Väikeste arvudega (kuni neli) suudab ta seda teha, suuremate arvude puhul on võimalik kontrolli säilitada ainult arve rütmiliselt loendades (Schipper, 2001a).

1.2.2. Arvutamine

Erinevate uurijate poolt välja toodud arvutamisstrateegiaid saab jagada neljaks – liitmine kümneni ja üle kümne, lahutamine kümne piires ja lahutamine kahekohalisest arvust (Thompson, 1999).

Kümne piires liitmisel on välja toodud järgmises strateegiad (näiteks avaldise 3+5=? baasil):

(a) summa (Laps tõstab kolm sõrme, loendab „1,2,3”. Tõstab viis sõrme, loendab „1,2,3,4,5”. Seejärel alustab loendamist uuesti ühest „1,2,3,4,5,6,7,8”),

(b) lühi-summa (*short-cut sum*) (Loendab „1,2,3,4,5,6,7,8”, tõstes iga loendatava arvu juures sõrme);

(c) loendamine esimesest liidetavast (Loendab „4,5,6,7,8”, tõstes iga loendatava arvu juures sõrme);

(d) *min-strateegia* (Loendamist alustab suuremast liidetavast, loendab „6,7,8”, tõstes iga loendatava arvu juures sõrme);

(e) hulga äratundmine (Tõstab kolm sõrme. Tõstab viis sõrme. Ütleb vastuseks „8” ilma sõrmi loendamata);

(f) meenutamine (Annab kohe vastuse, selgituseks ütleb „Ma tean seda”) (Siegler, Jenkins,1989; Siegler, Crowley, 1991; Thompson, 1999; Schipper, 2001a; Ostad, 2002).

Lasteaialaste kasutatavaid liitmisstrateegiaid uurinud Siegler ja Crowley (1991) andmetel ei ole strateegiad hierarhilises järjestuses, uuringu läbiviimise ajal (11 nädalat) kasutas iga uuritav laps vähemalt viit liitmismoodust. Üldjuhul alustavad lapsed liitmisel siiski loendamist suuremast liidetavast, see tähendab, et nad saavad aru liidetavate vahetamise seadusest (Torbeyns, Verschaffel, Ghesquiere, 2004).

Üle kümne ulatuvate liitmistehete lahendamiseks kasutatakse heuristilisi strateegiaid, eelkõige liitmist kümneni ja liitmist kümnele (7+8=7+3+5=10+5=15) ning dekompositsiooni (6+8=6+6+2). Selline arvutusmeetod omab suurt tähtsust arvutamisel 100-ni (Schipper, 2001a; 2001b).

Ka lahutamine alla kümne põhineb peamiselt loendamisel. Välja on toodud järgmised strateegiad:

(a) kõige lugemine (Avaldise 5-3=? lahendamiseks loendab laps viis sõrme, seejärel loendab nendest kolm ning lõpuks ülejäänud kaks, mis annavad ka vastuse);

(b) loendamine üles (Laps alustab üles loendamist vähendajast ning loendab vähendatava väärtuseni, avaldise 7-4=? puhul alustab laps neljast ning loendab „viis, kuus, seitse", kõverdades iga arvu puhul sõrme. Vastuse leidmiseks loendab üle kõverdatud sõrmed, näite puhul on neid kolm);

(c) loendamine alla (Vastuse leidmiseks alustatakse loendamist vähendatavast, millest loendatakse maha vähendaja väärtus. Avaldise 8-3=? lahendamiseks alustab laps loendamist vähendatavast ühe võrra väiksemast arvust ning loendab „seitse, kuus, viis". Viimasena öeldud arv on vastus);

(d) lahutamine kui liitmise pöördtehe (Avaldise 7-3=? vastuseks ütleb laps „neli, sest kolm pluss neli on seitse");

(e) meenutamine (Laps ütleb kohe vastuse, põhjendab „Ma tean seda") (Thompson, 1999; Ostad, 1999).

Kui arvuvald ulatub üle kümne, põhineb ka lahutamine peamiselt dekompositsioonil (Vähendatav ja vähendaja jaotatakse osadeks nii, et arvutamine oleks lihtsam, 14-6=?, laps jaotab selle osadeks – 14-4=10, 6-4=2 ja 10-2=8, nii ongi 14-6=8) (Suydam, 1985; Thompson, 1999; Ostad, 1999).

Jordan, Hanisch ja Kaplan (2003) leidsid, et matemaatika omandamisraskustega lapsed kasutavad arvutamisel tunduvalt vähem erinevaid strateegiaid, kui nende eakaaslased, kellel omandamisraskusi ei esine. Ostad´i (2002) Norras läbi viidud uuringutest on selgunud, et matemaatika omandamisraskustega lapsed eelistavad arvutamisel tugineda loendamisele, samas kui nende probleemideta eakaasalased kasutavad arvutamisel vastuse leidmiseks ka teisi võimalusi (vastuse otsing või tuletamine).

Noor (1998; Noor, Rohtla, 2004) rõhutab ühekohaliste arvudega arvutamisel põhiülesannete tähtsust. Need on liitmisülesanded ja kuna lahutamisülesanded tuletatakse liitmisülesannete toel, ei nimetata neid põhiülesanneteks. Liitmise põhiülesannete tuletamisel on kasutusel kaks erinevat käsitlusviisi. **Sünteetiline** õpetamisviis seisneb eelnevalt kindlaks määratud hulgale teise hulga esemete juurdeloendamises. Lahutamine toimub vastupidi – teadaoleva esemetega hulgast loendatakse vajalik arv esemeid ära. Selline arvutamine taandub Noore ja Rohtla (2004, lk. 102) hinnangul järjest loendamisele ning seda kasutavad paljud kodus õpetatud lapsed, võttes abivahenditeks sõrmed.

Analüütilis-sünteetilise käsitlusviisi puhul lähtutakse tervikust – **analüüsi** osas jaotab õpetaja terviku kaheks osaks ja kujundab lastes arusaama, et iga jaotus asendab tervikut. **Sünteesiga** loob laps asendaja terviku seose, milleks ongi liitmisülesanne, mis põhineb arvu liitehituse tundmisel. Liitmisülesannete järel tuletatakse kohe lahutamisülesanne – ühe arvu asendaja äravõtmine annab lahutamise. Oluliseks peetakse ka seda, et lapsed õpiksid kõik ülesanded pähe (Noor, Rohtla, 2004, lk. 102-103).

Siiski ei saa arvutamisõpet analüütilis-sünteetilisele tasemele viia enne, kui on omandatud loendamisoskusele tuginevad arvutamisvõtted. Sel juhul on lapsel raskuste korral võimalik minna aste tagasi ja leida vastus loendamise abil.

1.3. Matemaatika õpetamise keelelised küsimused

Matemaatika õpetamisel ei tohi tähelepanu alt välja jätta ka verbaalse väljendusega seotud probleeme. Lisaks mitmesuguste suhete (aja-, ruumi- jne) väljendamisele on keelelised küsimused olulised ka matemaatiliste tekstülesannete mõistmisel ning lahendamisel, tekstülesanded on aga vajalikud seostamaks õpitut igapäevase eluga.

Kehtivas riiklikus õppekavas (Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava, 2002) rõhutatakse muu hulgas, et inimese täisväärtuslik areng ega toimetulek kaasaegses ühiskonnas pole võimalik loogilise mõtlemise kultuurita. Loogilist mõtlemist ei saa aga arendada tekstülesannete lahendamisest saadava kogemuseta, jõukohastele probleemidele lahendusi leidmata, õpitavaid algoritme mõtestamata. Seepärast on matemaatika õpetamisel eriliselt tähtis koht tekstülesannetel (Kaasik, 1997, lk. 119). Lisaks sellele loovad tekstülesannete tekstides kirjeldatud situatsioonid ja probleemid seose igapäevase eluga ning annavad aluse lapse toimetulekuks igapäevaelus. Elus toimetulek toetub aga enamasti oskusele opereerida arvudega erinevates olukordades ja tingimustes. Nende tingimuste sõnastamine on see, mida matemaatika tunnis lahendatakse tekstülesandena. Leontjev on esile toonud, et matemaatika tekstülesande lahendamiseks on vaja ette kujutada matemaatilist situatsiooni ning seejärel leida lahendus (Karlep, 2003, lk. 29-30). Võib nentida, et tekstülesannete mõistmine ja lahendamine nõuab mitmete oskuste (keele ja kirjeldatud situatsiooni mõistmine) koondamise suutlikkust, võrduse leidmise oskuse ja arvutamisoskuse ühendamist (Stern, 1993).

Õpilased peavad õppima lihtsaid, mõne arvu liitmist või lahutamist nõudvaid tekstülesandeid rühmitama vastavalt neis sisalduvatele suhetele hulkade vahel:

(a) hulkade muutmine ehk osahulga eraldamine;
(b) hulkade ühendamine ehk kombineerimine;
(c) hulkade võrdlemine (Kintsch, Greeno, 1985; Stern, 1993).

Igasuguste probleemülesannete, sealhulgas ka tekstülesannete lahendamine eeldab, et lahendaja loob mentaalse mudeli, mis sisaldab endas probleemi lahendamiseks vajalikku informatsiooni. Iga probleemi puhul püstitatakse kõigepealt oletus, kuidas jõuda lahenduseni. Samm-sammult lahenduse suunas liikudes kohandatakse esialgset oletust vastavalt ilmnevatele asjaoludele. (Briars, Larkin, 1984) .

Matemaatiliste tekstülesannete puhul võivad probleeme põhjustada mitmed mittematemaatilised nüansid (laste lugemisoskus, taustteadmised, ülesande sõnavara, arvsõnade esitamine, suhete väljendamine, lauseehitus, teksti struktuur, küsimuse sõnastamine) (Karlep, 1998, lk. 184).

Kaasik (1997, lk. 119) väidab, et vähemalt „I klassist alates tuleb lapsi õpetada neid ümbritsevas tegelikkuses nägema arve, suhteid ja probleeme ning suunata probleemidele lahendusi otsima, tulemusi reaalselt hindama”. Tekstülesannete abil saab lastes kujundada arusaama, et matemaatikaülesanded ei ole ainult õpikutes, vaid neid leidub kõikjal meie ümber, et ilma neid lahendamata ei ole võimalik igapäevases elus hakkama saada. Kui õpilased seda mõistavad, on loodud alus ka nende huvile matemaatika õppimise vastu.

Eelnevalt on kirjeldatud, millest sõltub matemaatika omandamine ning millisel eluperioodil on selle omandamiseks suurem tähtsus. Samas on siiani vastamata põhiküsimus – millest tekivad matemaatika omandamisraskused. Järgnevas peatükis on ülevaade kahest matemaatika omandamisraskuste käsitlemise suunast – neuropsühholoogilisest ning pedagoogilisest.

1.4. Õpiraskuste selgitamine matemaatikas

Laste matemaatikaoskuste uurimisega ei tohi viivitada, sellega tuleb alustada juba enne kooli, nii saab ette ennustada võimalikke raskusi, neile reageerida ja varajase sekkumisega on võimalik neid ära hoida (Dowker, 2004; Jordan, Hanisch, Kaplan, 2003). Matemaatiliste oskuste omandamisraskuste uurimused võib kõige üldisemalt jaotada kaheks – neuropsühholoogilise ja pedagoogilise suundumusega (Magne, 1991; Lerner, 1993; Viitar, 1996; Munro, 2003; Goswami, 2004; Dowker, 2004).

1.4.1. Neuropsühholoogiline suunitlus

Matemaatika omandamisraskuste neuropsühholoogilise suunitlusega uurimused said alguse peavigastustega täiskasvanute uurimisest ning on vanemad, kui pedagoogilise suunitlusega uurimused (Viitar, 1996, lk. 73-75). Uuringute algusaegadest on pärit ka matemaatiliste oskuste puudulikkust tähistav mõiste düskalkuulia (Magne, 1991, lk. 6). Erinevad uurijad (Henschen, Luria, Tsvetkova) on jaotanud matemaatikapuudeid erinevalt ning andnud neile erinevaid nimetusi. Kõigi nende uurimuste ühendavaks jooneks on see, et uuriti ajukahjustusega täiskasvanuid ning nende põhjal selgitati matemaatiliste toimingute operatsionaalseid koostisi (Viitar, 1996, lk. 75-76; Neumärker, 2000). Luria (1974) on näidanud matemaatikapuuete seost mäluga, samuti seda, et erinevad kahjustused mõjutavad erinevaid matemaatilisi oskusi (Luria, 1973, lk. 166-168).

Laste matemaatiliste oskuste neuroloogilise ja neuropsühholoogilise suunaga uurimusi on vähem, kuna ajupiirkondade diferentseeritud funktsioonid kujunevad alles 16-aastaselt (Viitar, 1998, lk. 76; Neumärker, 2000).

Kosc (Viitar, 1998, lk. 77; Neumärker, 2000; Munro, 2003) on kasutusele võtnud mõiste arenguline düskalkuulia, mis tähistab pärilikke või kaasasündinud hälbeid aju nendes osades, mis on seotud matemaatiliste võimete arenemisega. Arenguline düskalkuulia on (Kosc, 1974; Rosselli & Ardila, 1997; Munro, 2003 järgi) avaldumise järgi jaotatud kuueks vormiks:

(a) raskused kasutada matemaatilist terminoloogiat (verbaalne düskalkuulia);

(b) raskused läbi viia operatsioone konkreetsete esemetega, loendamisraskused (apraktilis-gnostiline düskalkuulia);

(c) raskused lugeda matemaatilisi märke (verbaalne düskalkuulia);

(d) raskused kirjutada matemaatilisi märke ja joonestada kujundeid (graafiline düskalkuulia);

(e) raskused matemaatiliste ideede ja suhete mõistmisel (ideognostiline düskalkuulia);

(f) raskused matemaatiliste operatsioonide sooritamisel (operatsionaalne düskalkuulia) (Munro, 2003). Loetletud raskuste püsival ilmnemisel võivad nende põhjused olla neuropsühholoogilised, neouroloogiliste kahjustuste korral on aga otstarbekas rakendada eripedagoogilisi meetmeid kompenseerimaks kahjustatud funktsioone.

Neuroloogilised uuringud näitavad, et matemaatika omandamine on seotud mitmete aju piirkondade arenguga ning mingit konkreetset *aritmeetika keskust* meie ajus ei leidu. Suurbritannias läbi viidud uuringute põhjal võib mõningaid matemaatika omandamisega seotud raskusi ennustada aju-uuringutel, kuid antud meetod pole veel lõplikult läbi uuritud (Goswami, 2004).

1.4.2. Pedagoogiline suunitlus

Matemaatika omandamisraskusi käsitledes ei tohi tähelepanuta jätta õpetamist. Sobiv õpetus on ära hoidnud paljud hilisemad matemaatika õpiraskused ning paljud raskused matemaatikas on kahtlemata sobimatu õppetöö tulemus (Dowker, 2004). Sellest ideest on lähtunud ka omandamisraskuste uurimise teine – pedagoogiline suund.

Pedagoogilise suunitlusega uurimused jagunevad omakorda kaheks – ainekeskne ja lapsekeskne lähenemine. Ainekesksed uurimused lähtuvad ideest, et õppeplaanide koostamisel on lähtutud lapse arengu ealistest iseärasustest ning seetõttu on raskuste analüüs ainekeskne. Eelkõige keskenduvad selle suuna uurimused õppeaine mitmesuguste valdkondade omandatuse uurimisele. Näiteks kirjaliku liitmise puhul (liitmist peetakse neljast aritmeetilisest tehtest kõige kergemaks) on välja toodud kuus veatüüpi:

(a) algteadmiste puudulikkusest tingitud vead;

(b) järguületusvead;

(c) algoritmi vale kasutamine;

(d) tehte komponentide valesti üksteise alla märkimine;

(e) nullivead;

(f) hooletusvead. Antud veatüüpe võib nimetada ka liitmisvigade koondklassifikatsiooniks (Viitar, 1996, lk. 81-82).

Pedagoogilise uurimissuuna teise – lapsekeskse suuna esindajad lähtuvad matemaatika algkursuse omandamisraskuste uurimisel lapse arengu iseärasustest. Uurimisobjektiks on lapse psüühilise arengu ealised ja individuaalsed iseärasused, aga ka matemaatika algkursuse omandamist mõjutavad sotsiaalpsühholoogilised mõjurid (Viitar, 1996, lk. 85). Samuti tuleb arvestada, et enamik lapsi omandab matemaatika tegevusliku aluse mitte teadliku õppimise teel, vaid üldise arengu käigus. See aga tähendab, et laste teadmised koolieelsel ajal on väga ebaühtlased – üks laps võib kooli minnes teada, et 8 on 3 võrra suurem kui 5, samas teise lapse teadmised piirduvad vaid sellega, et 8 on suurem kui 5 ja tal võtab veel hulk aega, enne kui ta omandab arvutamisstrateegia, mille abil on tal võimalik arvutada, kui palju 8 viiest suurem on. Kodu mõju näitab ka see, et paremateest sotsiaalsetest oludest pärit laste teadmised on kooli astudes paremad kui nende eakaaslastel, kelle elukeskkond ei toetanud arengut (Gersten, Chard, 1999). Lock (1996) rõhutab, et koolides tuleb rohkem tähelepanu pöörata matemaatika tegevuslikule alusele. Tihti jäetakse see osa kooli tulnud laste teadmistes tähelepanuta, sel juhul aga ei suuda lapsed edaspidi omandada vajalikke teadmisi edukalt.

Magne (1991, lk. 15) on välja toonud neli kõige sagedamini esinevat ja matemaatika omandamisraskusi põhjustavat sümptomite gruppi:

(a) õppimisvõimetuse erinevad vormid, nagu madal intelligentsus, madal õppimisvõime jne;

(b) madal püsivus ja tahtejõud;

(c) afektiivsed häired, mis on sageli spetsiifilistes seostes matemaatikaga, nagu spetsiifiline matemaatika sallimatus ja ahistatus;

(d) ebastabiilsus, hüperaktiivsus, püsimatus või alanenud kontsentratsioonivõime.

Garnett (1998) on välja toonud, et raskusi matemaatika õppimisel põhjustavad peamiselt õpilaste võimetus jätta meelde arvutamise põhiteheteid ning suutmatus aru saada instruktsioonidest ja algoritmidest. Rõhutades ka matemaatika tegevusliku aluse tähtsust, on Garnett´i (1998) järgi üheks raskuste põhjustajaks suutmatus rakendada olemasolevaid teadmisi koolimatemaatikas. Formaalne keel, matemaatika protseduurid ja sümbolite kasutamine tekitab lastes tunde, et tegu on millegi täiesti uue ja väga raskega. Sellised õpilased vajavad tunduvalt rohkem näitlikustamist õppetöös, vastasel juhul nende probleemid süvenevad.

Lisaks nendele võivad matemaatika omandamisraskusi tekitada taju passiivsus, suurustevaheliste seoste omandamatus, mõtlemise inertsus, olemasolevate teadmiste mehhaaniline ülekandmine uude situatsiooni, analüüsi puudulikkus, kõne reguleeriva funktsiooni puudulikkus ning lugemisraskused (Lerner, 1993, lk. 472-476). Wright (1996) rõhutab, et matemaatika omandamisraskustel ei ole ühtset avaldumisvormi ning erinevalt levinud praktikast ei saa neid alati seostada lugemispuuetega. Nii võivad mõnel juhul olla raskused seotud õpilaste keeleliste probleemidega, teisel juhul aga nende ruumitajuga.

Munro (2003) on lisanud neile veel näiteks motivatsiooni või huvi puudumise matemaatika õppimise vastu, madala töövõime, ebapiisava algõppe jne. Tema hinnangul ei tohi alahinnata ka neuroloogilisi probleeme, kuigi nende esinemissagedus võrreldes pedagoogiliste probleemidega on väike.

1.4.3. Matemaatika omandamisraskuste ületamine

Laste matemaatilistel raskustel on mitu väljendusviisi ja mitmeid põhjusi. Sekkumise tüüp ja ulatus sõltuvad eelkõige sellest, kas puudujäägid on tekkinud neuroloogilistel või pedagoogilistel põhjustel (Dowker, 2004).

Sekkumine võib olla edukas igal õppeaastal, kuid siiski soovitatakse sellega alustada võimalikult vara, osalt sellepärast, et hiljem hakkavad matemaatilised raskused mõjutama teiste õppeainete omandamise edukust ja ka selleks, et ära hoida matemaatika suhtes negatiivse hoiaku teket.

USAs läbi viidud pikaajaline uuring (Jordan, Hanich, Kaplan, 2003) näitas, et matemaatika omandamisraskustega lapsed, kes kaasati juba esimeses klassis täiendõppesse, saavutasid kahe aasta pärast matemaatikas paremaid tulemusi. Samuti näitas see uuring, et matemaatika omandamisraskused ei ole alati seotud kirjaliku kõne puuetega, kuid kui need probleemid esinevad koos, on nende ületamine raskendatud.

Kui neuroloogilistel põhjustel tekkinud matemaatika omandamispuuete esinemissagedus jääb suhteliselt väikeseks, siis hoopis rohkem on raskuste tekkepõhjuseks mõne matemaatika algteadmiste puudulik omandamine, näiteks kui probleeme on loendamise omandamisega, mõjutab see edaspidi arvutamist (Dowker, 2004).

Matemaatika omandamisraskuste ületamise plaani koostamist tuleb alustada lapse uurimisest, kuna matemaatilised võimed koosnevad paljudest komponentidest - loendamine, mõõtmine, järjestamine, probleemide lahendamine jne. Edukaks korrektsioonitööks on vaja teada raskuste avaldumise vorm ning tekkimise põhjused, ainult sel juhul on võimlik välja töötada efektiivne korrektsiooniplaan. Sekkumine peab olema individuaalne, lapsekeskne, kõigile efektiivset abistrateegiat välja töötada on võimatu (Dowker, 2004).

Igati tuleb vältida lastes matemaatika suhtes negatiivsete hoiakute teket. Magne (1991) järgi esineb matemaatika sallimatus või matemaatiline ahistatus 25-50% matemaatika omandamisraskustega õpilastel. Seda väidet toetab ka Jordan, kelle uurimuse kohaselt (Jordan, Hanisch, Kaplan, 2003) arvutavad matemaatika omandamisraskustega õpilased paremini sel juhul, kui nende tööaega ei piirata. See vähendab nende ebakindlust ning õige vastus võidakse anda isegi lühema ajaga, kui seda oleks tehtud limiteeritud ajaga.

Kokkuvõte

Matemaatika õpetamisel esimeses kooliastmes tuleb arvesse võtta arengupsühholoogia teooriaid, mis selgitavad, kuidas ning millal on laps valmis ühte või teist oskust omandama. Matemaatika elementaarkursuse õpetamisel Eesti koolides lähtutakse Piaget´i arenguteooriast ning Bruneri õppimisteooriast, mida on rakendatud ka teistes Euroopa maades ning USAs. Piaget´i arenguastmete teooria väidab, et laps on võimeline matemaatilisi elementaarteadmisi omandama alles siis, kui ta on jõudnud oma arengus astmele, kus saab tekkida protsessuaalne alus ehk laps on omandanud teatavad tegevused. Kuna Piaget´i järgi on järgmisele arenguastmele jõudmine seotud lapse bioloogilise vanusega, on õpetamisel soovitav arvestada ka teisi arenguteooriaid, mis seovad õppimist tihedamini sotsiokultuurilise keskkonna mõjudega.

Esimesi matemaatilisi teadmisi on uurijad täheldanud juba imikutel. Sellel põhineb ka hilisem matemaatika õppimine, kõige olulisemaks peetakse koolieelseid aastaid (vanus 5-6 aastat). Koolis tuleb erilist tähelepanu pöörata I klassi õpilastele, kui äsja kooli tulnud õpilastele antakse nende mõtlemise arengule mittevastavaid ülesandeid, on selle tulemuseks omandamisraskused.

Matemaatika omandamisraskuste ärahoidmise seisukohalt on oluline laste uurimine juba koolieelses eas, omandamisraskuste korrigeerimine on edukam, kui sellega alustatakse võimalikult vara. Arvestama peab veel sellega, et kui omandamisraskused on tekkinud neuroloogilistel põhjustel, tuleb rakendada eripedagoogilisi meetmeid kompenseerimaks kahjustunud funktsiooni. Seega peab omandamisraskuste uurimist alustama nende tekkepõhjuste kindlaks tegemisega. Uurida on vaja protsessuaalsete aluste hulka kuuluvate tegevuste kvaliteeti, samuti arvutamisoskust. Arvesse tuleb võtta ka seda, et matemaatilisi oskusi mõjutavad verbaalsed oskused, eriti tekstülesannete puhul. Tekstülesannete lahendamise oskus on aga oluline loogilise mõtlemise arenguks.

Matemaatika omandamisraskused võivad olla neuropsühholoogilise või pedagoogilise taustaga. Antud töös keskendutakse pedagoogilistele probleemidele, uurimuse aluseks on arusaam, et matemaatika omandamisraskuste korrektsiooniplaani koostamist tuleb alustada lapse uurimisest. Edukaks korrektsioonitööks on vaja teada raskuste avaldumise vormi ning tekkimise põhjusi, ainult sel juhul on võimalik välja töötada efektiivne korrektsiooniplaan.

1.5. Uurimistöö hüpoteesid

Käesoleva uurimistöö lähtealusteks on kirjanduse andmed matemaatiliste oskuste arenemise kohta. Töö **eesmärgiks** on selgitada välja matemaatiliste oskuste tegevusliku aluse omandatuse tase matemaatikas edututel esimese klassi õpilastel.

Samaealiste laste areng toimub erineva kiirusega, samuti erinevad lapsed mõtlemise arengult ehk oskustelt organiseerida oma tegevusi ja kogemusi. See on ka üheks põhjuseks, miks ühes ja samas klassis ning ühe ja sama õpetaja juhendamisel töötavate õpilaste teadmiste ja oskuste areng on ebaühtlane. Ka on õppekavad koostatud nii, et aine õppimine oleks jõukohane enamusele, samas on teatav hulk õpilasi, kellele õppeülesanded on liiga kerged või liiga rasked. Võib eeldada, et õpilaste jaotumine edukateks-mitteedukateks toimub normaaljaotuse alusel. **Sellest tulenevalt on uurimistöö esimeseks hüpoteesiks väide, et ligi viiendikul esimese klassi õpilastest on matemaatika tegevusliku aluse omandamisega raskusi.**

Töö teoreetiliseks aluseks on idee, et kogu matemaatika on operatsioonide süsteem, kusjuures operatsioonid on tegevused. Samas on igasuguse inimtegevuse aluseks mõtlemine, mis on loogiliste operatsioonide kaudu kulgev psüühiline protsess. Mõtlemise areng toimub kindlate etappide kaudu, kui madalam järk on omandamata, ei teki ka kõrgemat järku. Esimeseks etapiks on käeline tegevus, mille kujunemise edukus on edu aluseks ka teistel, kõrgematel etappidel. Lähtudes sellest, et igasuguse operatsiooni kujunemise aluseks on tegevus (Flavell, 1970), võib väita, et igal matemaatikamõistel on temale omane tegevuslik alus.

Eeltoodust tulenevalt on uurimistöö **teiseks hüpoteesiks väide, et suuremal osal juhtudest on koolimatemaatika algkursuse omandamisraskustega neuroloogilise näidustuseta õpilastel omandatud matemaatika tegevusliku aluse komponendid mittetäielikult**.

Sellest väitest tulenevad ka esitatud hüpoteesi allhüpoteesid:

1. Numeratsiooniülesannete lahendamist mõjutab järjestamisoskuse omandatuse kvaliteet.
2. Loendamisoskuse kvaliteeti mõjutab klassifitseerimis- ja järjestamisoskus omandatus.
3. Arvutamisoskuse kvaliteeti mõjutab see, kuidas on omandatud tegevused hulkadega.
4. Loendamisoskuse kvaliteet mõjutab arvutustulemusi, parema loendamisoskusega õpilaste arvutamisoskus on parem kui halvema loendamisoskusega õpilastel.

2. Meetod

2.1. Katseisikute kirjeldus

Käesoleva töö koostamiseks vajaliku katsegrupi moodustamiseks viidi Tartu linna kahe üldhariduskooli (Tartu Kesklinna Kool II A ja II B /edaspidi TKK2A ja TKK2B/; Tartu Raatuse Gümnaasium II A ja II B /edaspidi RG2A ja RG2B/) II klasside õpilaste hulgas läbi rühmakatse, milleks kasutati autori koostatud standardiseerimata ainetesti (kontrolltööd). Õpilaste uurimine toimus 2003 aasta septembrikuus, sellest võttis osa 95 õpilast, neist 42 poissi ja 53 tüdrukut (vt. Tabel 1). II klasside õpilased valiti testimiseks seetõttu, et nad on läbinud esimese klassi ainekava.

Tabel 1. Katseisikute sooline jaotus

Klass	Õpilasi	Poisse	Tüdrukuid
RG2A	26	12	14
RG2B	28	12	16
TKK2A	21	11	10
TKK2B	20	7	13
Kokku	95	42	53

Rühmakatse (kontrolltöö) tulemuste põhjal selgitati välja 20 matemaatikas nõrgemate tulemustega õpilast (nn nõrgemate grupp), kelle raskuste põhjusi uuriti individuaalkatsetega. Nõrgemate grupi õpilaste jaotust klasside järgi selgitab tabel 2.

Tabel 2. Nõrgemate grupi õpilased

Klass	Õpilasi	Poisse	Tüdrukuid
RG2A	1	0	1
RG2B	7	4	3
TKK2A	4	0	4
TKK2B	8	4	4
KOKKU	20	8	12

Rühmakatsete tulemuste põhjal selgitati välja ka 20 edukamat matemaatika I klassi ainekursuse omandanud õpilast (nn tugevamate grupp), kelle testimisel saadud tulemusi võrreldi katsegrupi tulemustega. Tugevamate grupi õpilastega individuaalkatseid tegevusliku aluse omandatuse uurimiseks läbi ei viidud, nende heade tulemuste põhjal rühmakatses eeldati, et nad on omandanud uuritavate matemaatiliste oskuste tegevusliku aluse.

2.2. Läbiviidud katsete kirjeldused

Konkreetsete probleemide ja nende põhjuste selgitamiseks toimus katsegruppi kuuluvate laste uurimine individuaal- ja rühmakatsete abil – põhitegevuste ja osaoskuste omandatuse kvaliteedi selgitamine ja analüüs.

Iga matemaatika omandamiseks vajalikku põhitegevust uuriti eraldi.

Katsematerjali koostamisel lähtuti esimese klassi matemaatika õpetamise eesmärkidest:

- luua matemaatika õppimisele tegevuslik alus:
- avada arvude rea tähendus 100 piires;
- rajada arvude kümnendsüsteemi mõiste;
- kujundada liitmise ja lahutamise oskus 20 piires;
- käsitleda praktilise kasutamise tasemel olulisemaid pikkus-, väärtus-, aja-, massi- ja mahuühikuid;
- koostada, analüüsida ja lahendada ühetehtelisi tekstülesandeid;
- eelkursusena käsitleda lihtsamaid ruumilisi ja tasandilisi kujundeid (Noor, 1998, lk. 6). Nimetatud eesmärgid on välja toodud Riigi Kooliameti poolt aastal 1994, pärast seda on riiklikult määratletud pädevused vaid kooliastmeti. Rühmakatse ehk kontrolltöö koostamisel lähtuti matemaatika õpik-tööraamatutest I klassile (Belilas I-II, 1996).

Individuaalkatsete koostamisel lähtuti algklasside matemaatika õppesisu protsessuaalsest komponendist (järjestamine, rühmitamine, samaväärse hulga moodustamine, hulga säilitamine ehk püsimine, terviku ja tema osa võrdlemine, loendamine, mõõtmine ja modelleerimine (Noor, 1998, lk. 27)). Katsematerjali koostamisel võeti aluseks I klassi avatud ainekava, millest jäeti kõrvale tegevuste ja mõistete eelkäsitlused. Kontrolltöö koostamisel arvestati nõuetega, mida tavakooli esimese klassi programm esitab õpilaste matemaatikaalastele teadmistele ja oskustele õppeaasta lõpuks; st uurimise alla võeti kõik matemaatika kursuses käsitletavad ainelõigud: numeratsioon, tehted arvudega (liitmine-lahutamine 20 piires järguületamiseta ja järguületamisega), geomeetria, lõikude mõõtmine ja tekstülesannete lahendamine (vt. Lisa 1).

Loetletud matemaatilised oskused ja teadmised on arvatud esimese klassi materjali hulka väga erinevates õppekavades ka mujal maailmas (Lerner, 1993, lk. 491).

Järjestusseoste tundmist ja kasutamise oskust selgitati välja kahel tasemel:

1) tehti kindlaks, kas laps suudab esemete järgi nimetada neid eristava tunnuse (*esemed*→ *sõna*);

2) selgitati, kas antud sõna järgi suudab laps etteantud esemeid järjestada (*sõna*→ *esemed*).

Suurusetunnusel põhinevaid järjestamisi uuriti lastele tuttavate erineva pikkuse, paksuse, laiuse, kõrguse ja suurusega esemete abil.

Uurimise teine pool (sõnalt esemele) ei järgnenud kohe. Vahepeal keskendati lapse tähelepanu teistele suurustunnustele ja siis tuldi uuesti sõnade *pikem* ja *lühem* juurde tagasi.

Asenditunnustel põhinevate järjestusseoste omandamist selgitati välja spetsiaalselt seatud olukorras, kus katseisikutel tuli nimetada pildil esinevaid asendisuhteid.

Ajatunnustel põhinevaid ajaseoseid suudab laps "näitlikustada" ainult oma igapäevategevuste ja -toimingute toel. Kaheosalise katsega uuriti ajamõistete omandatust ning lapse oskusi luua seos ajatunnuse ja konkreetse sündmuse vahel.

Rühmitamis- ja klassifitseerimisoskust selgitati põhimõtteliselt sama metoodika abil, mida kasutati järjestamisoskuse kontrollimiseks, kuid esemete erinevus asendati ühisega. Rühmitamisel võrreldakse kahte või enamat objekti (eset, nähtust) nende ühise tunnuse alusel. Klassifitseerimine on ühe ja sama esemete ja nähtuste hulga jaotamine kahe või enama ühise tunnuse järgi osahulkadeks.

Oluliseks on oskus rühmitada objekte (esemeid) kord ühe, siis teis(t)e tunnus(t)e alusel. Rühmitamine toetub kõigepealt tajudele (*Leia samasugused*), seejärel verbaliseeritud kujutlustele (*Leia kõik väikesed…*). Laste rühmitamisoskusi kontrolliti esemete rühmitamise ning klassifitseerimisega (vt. Lisa 1).

Samaväärse hulga moodustamise oskust uuriti klassikalise Piaget' katsega nr. 1.

Hulkade samaväärsuse hoidmise oskus selgitati välja klassikalise Piaget' katsega nr. 2.

Osa ja terviku (või vastupidi) võrdlemise oskust uuriti klassikalise Piaget' katsega nr. 3.

Lapse **loendamisoskust** õpiti tundma esemete praktilise loendamise najal. Seejuures jälgiti, kas loendamise juures

1) töötab füsioloogiline mehhanism,
2) millise tähenduse annab laps viimasena öeldud arvsõnale.

Mõõtmisoskusi uuriti kolmel raskusastmel – konkreetse joone mõõtmisoskust ning oskust väljendada saadud tulemus mõõtühikutes, oskust mõõta etteantud esemeid, samuti oskust leida eseme pikkus mõõtepulga abil ning vastata küsimusele – *Mitu mõõtepulka on pliiats pikk?*

Modelleerimisoskusi selgitati geomeetriliste mudelite (kolmnurk, nelinurk, ring) äratundmise ja joonestamise kaudu.

Erinevate kujundite nimetuste tundmist uuriti geomeetriliste kujundite (kuup, risttahukas, ruut, ristkülik, ring, kera) nimetuste kasutamisega konkreetsete esemete kirjeldamisel.

Numeratsiooni omandatust selgitati konkreetsete ülesannete lahendamisega kontrolltöös.

Arvude võrdlemise oskust uuriti ülesandega, kus lastel tuli etteantud arvude vahel leida õige seos (*on suurem kui...; on väiksem kui…; …on võrdne…*).

Arvu liitehituse omandatust selgitati ülesannetega, kus katseisikutel tuli leida arvu puuduv komponent. **Arvu kümnendkoostise** omandatust uuriti ülesandega, kus etteantud arvud tuli esitada järkarvude summana.

Arvutamisoskuse omandatust uuriti kontrolltöös sisaldunud ülesannete lahendamise abil. Katseülesannete koostamisel jaotati uuritav oskus osaoskusteks ning uuriti nende omandatuse kvaliteeti eraldi.

Individuaalse uurimise käigus jälgiti lapse töötamist, esitati küsimusi lahenduskäigu kohta (*Räägi, kuidas sa arvutad*) ning lasti lahenduse leidmist selgitada (*Põhjenda, miks sa nii arvutad*). Lapse vastused ja põhjendused võimaldasid mõista tema mõttekäike ja lahendamise strateegiaid, avastada vigu nii arvutamises kui ka algoritmide kasutamises.

Tekstülesande lahendamisoskust uuriti tekstülesande praktilise lahendamisega.

Kirjeldatud rühmakatsete läbiviimiseks kasutati standardiseerimata ainetesti (kontrolltöö, vt Lisa 2), mis sisaldas 17 ülesannet.

2.3. Rühmakatsete läbiviimine

Standardiseerimata ainetest (kontrolltöö) viidi läbi neljas testitavas klassis erinevatel aegadel:

Tartu Kesklinna Kool, 2A – 08.09.03

Tartu Kesklinna Kool, 2B – 09.10.03

Tartu Raatuse Gümnaasium, 2A – 10.09.03

Tartu Raatuse Gümnaasium, 2B – 10.09.03

Töö viisid läbi antud klasside matemaatikaõpetajad, kes lähtusid töö läbiviimisel matemaatika standardiseerimata ainetesti manuaalist (Lisa 2). Kontrolltöö ülesannete lahendamiseks anti õpilastele aega 45 minutit ehk üks koolitund. Enamus lapsi lahendas selle ajaga kõik kontrolltöös sisaldunud ülesanded, mõnedel kulus selleks vaid 12-14 minutit.

Samas oli ka lapsi, kelle jaoks jäi etteantud aeg (45 minutit) lühikeseks ja nad ei jõudnud oma tööd lõpetada. Enamus nendest lastest sattus hiljem ka nõrgemate gruppi.

Laste küsimused ja vastused neile protokolliti õpetajate poolt. Kontrolltöö tulemusi kontrollis ning skooris töö autor.

2.4. Katsegruppide moodustamine

Töös kasutatud IQ-punktide all mõistetakse standardpunkte. "Oma olemuselt on IQ-ühikud õieti standardpunktid. IQ on niisugune mõõteskaala, mille aritmeetiliseks keskmiseks on 100 ja sigmaks 15. Nii võib teda käsitleda ka standardpunktide ühe liigina" (Kees III, 1984, lk. 121) (vt. Lisa 3).

Õpilaste tulemused teisendati analüüsi esimeses etapis klasside kaupa.

Tabel 3. Õpilaste jaotus tasemetesse IQ-punktide järgi

		KK2A		KK2B		RG2A		RG2B	
Tase	IQ-punktid	arv	%	arv	%	arv	%	arv	%
1. väga kõrge	120 ja rohkem	0	0	0	0	0	0	0	0
2. kõrge	110-119	4	19	2	10	13	50	7	25
3. keskpärane	90-109	14	66	12	60	12	46	15	54
4. madal	80-89	2	10	4	20	1	4	4	14
5. väga madal	79 ja vähem	1	6	2	10	0	0	2	7

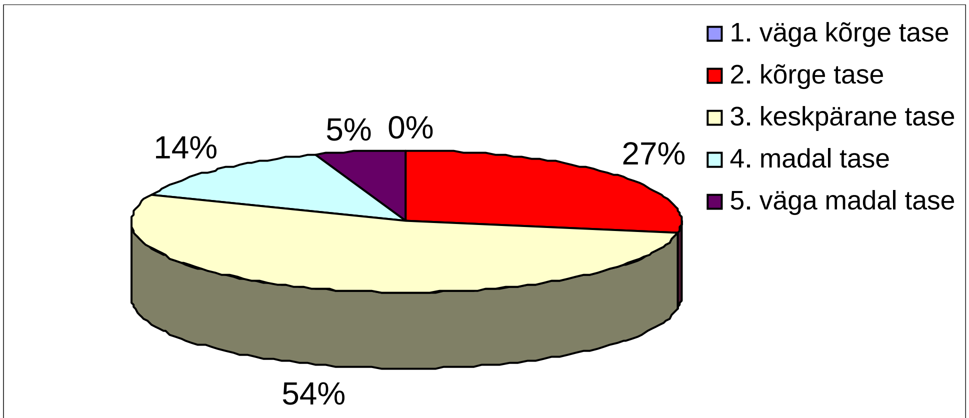
Kuna ühe klassi (RG2 A) õpilaste testitulemused olid kolmest ülejäänud klassist oluliselt paremad, viidi õpilaste IQ-punktide arvutus läbi kahe jaotuse alusel. Kahe jaotuse vahel (I jaotus puhul teisendati RG2A klassi testitulemused ainult selle klassi tulemuste põhjal IQ punktideks ning ülejäänud kolme klassi testitulemused teisendati IQ punktideks ühiselt; II jaotuse puhul kasutati tulemuste teisendamisel kõigi nelja klassi andmeid) seose leidmiseks leiti Spearmani kordaja (0,93), mis näitab tihedat positiivset seost kahe jaotuse tulemuste vahel (vt. Lisa 4). Edaspidises töös lähtutakse II jaotusest, mille puhul teisendati õpilaste kontrolltöö toorpunktid IQ-punktideks kõigi nelja klassi andmete põhjal korraga.

Tabel 4. Õpilaste eeldatav ja tegelik jaotamine jõudluskategooriatesse

Tase	IQ-punktid	Õpilaste eeldatav %	Õpilaste arv	Õpilaste tegelik %
1. väga kõrge tase ehk tulemus	120 ja rohkem	8,9	0	0
2. kõrge tase	110-119	16,1	26	27
3. keskpärane tase	90-109	50	51	54
4. madal tase	80-89	16,1	13	14
5. väga madal tase	79 ja vähem	8,9	5	5

(Õpilaste eeldatava jaotuse on andnud P. Kees (Kees III, 1984, lk. 123)).

Moodustunud jõudlusgrupid näitavad, et analüüsi aluseks olnud kontrolltöö raskusaste oli õpilaste diferentseerimiseks piisav, kuna reaalne jõudlusgruppidesse jaotumine on ligilähedaselt sarnane eeldatavale normaaljaotuse alusel jõudlusgruppidesse jaotumisega. Samas oli töö raskusaste tugevamate õpilaste jaoks madal, kuna väga kõrget taset töö põhjal välja ei tulnud, samuti tõusis töö põhjal vähemalt keskpärase (54%) või kõrgema (27%) taseme saavutanud õpilaste protsent (kokku 81%) üle eeldatava 75% (Joonis 1).



Joonis 1. Õpilaste jaotus tasemetesse

IQ-punktide alusel moodustati kaks 20-liikmelist õpilasgruppi – nõrgemate grupp ja tugevamate grupp. Nõrgemate gruppi langesid kõik väga madala ja madala tasemega õpilased, samuti paigutati sinna gruppi 2 õpilast keskpärase tasemega õpilaste hulgast, kelle IQ-punktid jäid alla 81 (Vt lisa 5).

Tugevamate grupp moodustati IQ-punktide järgi kõrgesse tasemesse kuuluvatest õpilastest, kelle hulgast valiti välja enam IQ-punkte ning kontrolltöö toorpunkte saanud 20 õpilast. Edasises töös oli tugevamate grupp kontrollgrupiks, kelle tulemustega võrreldi nõrgemate grupi tulemusi.

Nõrgemate gruppi kuuluvate õpilastega viidi edasise töö käigus läbi individuaalkatsed.

2.5 Individuaalkatsete korraldus

Matemaatika tegevusliku aluse omandatuse selgitamiseks viidi rühmakatse alusel nõrgemate gruppi sattunud õpilastega läbi individuaalkatsed. Individuaalkatsete koostamisel lähtuti matemaatikateadmistele aluse panevatest tegevustest (aine protsessuaalne alus). Nende tegevuste valdamise uurimisel põhinesid ka individuaalkatsed, mis viidi läbi kolme nädala jooksul (24.09.03.-16.10.03.).

Individuaalkatsete läbiviimisel abistas katse läbiviija katseisikuid ülesannete sooritamisel. Selleks rakendati kolme põhimõttelist abistamise astet:

(a) ülesande korralduse kordamine/ümbersõnastamine;

(b) katseisiku tähelepanu juhtimine ülesande ebaolulistele tunnustele;

(c) katseisiku tähelepanu juhtimine ülesande olulistele tunnustele.

Konkreetsed esitatud küsimused/antud juhised varieerusid vastavalt situatsioonile ning õpilaste reageeringule.

Järgnevas individuaalkatsete analüüsis antakse iga teemavaldkonna puhul abi vajanud õpilaste arv ning märgitakse ära, mitmenda abistamise astme toel õpilane ülesande sooritas. Juhul, kui abistamine ei andnud tulemusi, loeti õpilane ülesande mittesooritanuks.

Individuaalkatsete tulemuste skoorimisel jaotati vastav ainevaldkond ülesanneteks ning seejärel kasutati järgnevat jaotust:

(a) ülesanne sooritati iseseisvalt – 4 punkti;

(b) ülesanne sooritati I astme abiga – 3 punkti;

(c) ülesanne sooritati II astme abiga – 2 punkti;

(d) ülesanne sooritati III astme abiga – 1 punkt;

(e) ülesannet ei sooritatud – 0 punkti.

3. Tulemused

Järgnevalt on kirjeldatud ja analüüsitud töö teoreetilises osas püstitatud hüpoteeside kontrollimiseks läbi viidud katsete tulemusi.

3.1. Rühmakatsete tulemused

Standardiseerimata ainetesti (kontrolltöö) tulemuste põhjal jaotati õpilased jõudlusgruppidesse ning selgitati välja tugevamate ja nõrgemate rühmad.

3.1.1. Rühmakatsete tulemuste kvantitatiivne analüüs

Läbiviidud kontrolltöö tulemustest selgus, et keskmiselt saadi kontrolltöö lahendamisel 48,64 punkti (maksimaalne punktisumma 58), mis annab keskmiseks lahendusprotsendiks 83,86%.

Tabel 5. Kontrolltöö tulemused toorpunktide alusel

Klass	Õpilasi kokku			Poisse			Tüdrukuid		
	n	$\bar{x}$	%	n	$\bar{x}$	%	n	$\bar{x}$	%
RG 2A	26	52,93	91,26	12	52,60	90,69	14	53,21	91,74
RG 2B	28	48,19	83,09	12	45,77	78,91	16	50	86,21
KK 2A	21	47,54	81,97	11	51,41	88,64	10	43,28	74,62
KK 2B	20	45,88	79,10	7	45,07	77,71	13	46,31	79,84
Keskmine		48,64	83,86		48,71	83,99		48,2	83,1
Kokku	95			42			53		

n – laste arv;

$\bar{x}$ – kontrolltöö toorpunktide aritmeetiline keskmine;

% - lahendusedukuse protsent (Lisa 3).

Tabelis toodud tulemustest on näha, et erinevate klasside ning poiste ja tüdrukute kontrolltöö keskmised tulemused on lähedased. Kõige paremini lahendasid kontrolltöö Raatuse Gümnaasiumi 2A klassi tüdrukud (lahendusprotsent 91,74), kõige rohkem eksisid lahendamisel Kesklinna Kooli 2B poisid (lahendusprotsent 77,71; p=0,87).

Kontrolltöö tulemused olid katsegrupis tervikuna suhteliselt kõrged, eriti matemaatika omandamise aluseks olevasse protsessi kuuluvate ülesannete osas. Samas valmistas kõige suuremaid raskusi mõõtmine (mis kuulub samuti matemaatika protsessuaalsete aluste hulka), tekstülesannete lahendamine ja arvutamine. Ka ei olnud tulemuste hajuvus katsegrupi lõikes kuigi suur, suurim standardhälve oli mõõtmisoskuse uurimise tulemuste puhul (2,29). Kuna lahendamata ülesanded loeti tulemuste hindamisel valesti lahendatuteks, ei saa nende tulemuste põhjal teha lõplikke järeldusi õpilaste oskuste kohta. Selle puudujäägi likvideerisid individuaalkatsed.

Kõigi ülesannete lahendamise edukused on antud järgnevas tabelis (Tabel 6).

Tabel 6. Ülesannete lahendamise edukus

Ülesanded	Lahendamise edukus (%)	Standardhälve
Eelneva ja järgneva arvu kirjutamine	95,66	0,34
Antud arvude vahel oleva arvu kirjutamine	93,42	0,23
Arvureas puuduvad arvud	99,82	0,04
Arvude võrdlemine	96,05	0,64
Ühe võrra suurem arv	92,89	0,25
Ühe võrra väiksem arv	88,42	0,35
Puuduva arvu kirjutamine	86,32	0,61
Arvutamine (10 piires)	94,21	0,57
Puuduva tehtekomponendi leidmine	94,21	0,61
Arvutamine (20 piires)	93,33	0,84
Arvutamine (järguületamisega)	85,09	1,39
Arvu esitamine järkarvude summana	63,42	1,74
Arvutamine (täiskümnetega)	84,74	1,04
Tekstülesanne (liitmine)	75,09	1,02
Tekstülesanne (lahutamine)	78,95	0,91
Mõõtmine	62,46	2,29
Geomeetrilised kujundid	78,95	1,33

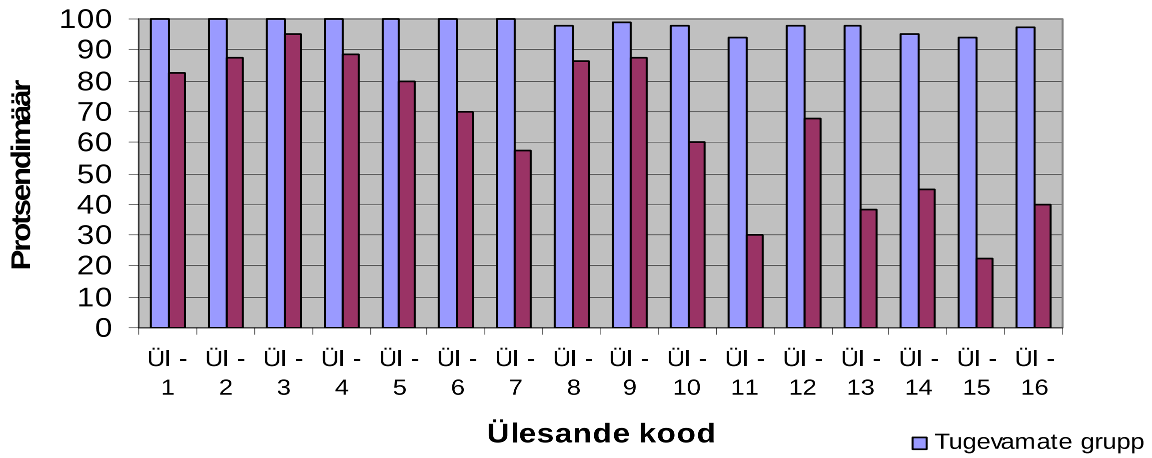
Nõrgemate grupi analüüsist selgus, et kõige paremini olid õpilased omandanud numeratsiooni 20-ne piires (sealhulgas ka arvude võrdlemise), seose ühe võrra väiksem/suurem, liitmise/lahutamise 10-ne piires ning seosed tehtekomponentide vahel. Kõige rohkem vigu põhjustasid mõõtmisel mõõtühiku leidmine, tekstülesande vastuse sõnastamine, arvude kümnendkoostis (õpilastel oli vaja kirjutada kahekohaline arv järkarvude summana, eksimusi põhjustas peamiselt tehtekomponentide järjekorra valik), geomeetriliste kujundite ja nende nimetuste seostamine ning arvutamine järguületamisega.

Tugevamate grupi võrdlus nõrgemate grupiga näitab, et eksimusi põhjustanud ülesanded on suhteliselt raskemad mõlema grupi jaoks. Näiteks ülesandes, milles tuli mõõta lõikude pikkus ja valida sobiv mõõtühik, oli tugevamate grupi lahendamise edukus 94%, nõrgemate grupi edukus 23%. Samal ajal olid vastavad lahendamise protsendid kõige madalamad mõlemas grupis. Samasugune seos ilmneb arvutamisel 20-ne piires järguületamisega, kus tugevamate grupi lahendamise edukus oli 94%, nõrgemate grupi edukus 30%. Mõlema grupi edukus on antud tabelis 7 ja joonisel 2.

Tabel 7. Ülesannete lahendamise edukuse võrdlus tugevamate ja nõrgemate grupis (%)

Ülesande tüüp	Tugevamate grupp	Nõrgemate grupp
Eelneva ja järgneva arvu kirjutamine	100	83
Antud arvude vahel oleva arvu kirjutamine	100	88
Arvureas puuduvad arvud	100	95
Arvude võrdlemine	100	89
Ühe võrra suurem arv	100	80
Ühe võrra väiksem arv	100	70
Arvutamine (10 piires)	99	86
Arvutamine (järguületamisega)	99	30
Arvutamine (täiskümnetega)	99	68
Puuduva arvu kirjutamine	98	58
Puuduva tehtekomponendi leidmine	98	88
Mõõtmine	98	23
Tekstülesanne (osahulkade ühendamine)	97	38
Tekstülesanne (osahulkade eraldamine)	97	45
Geomeetrilised kujundid	96	40
Arvutamine (20 piires)	95	60
KESKMINE	98	65
Standardhälve	1,54	22,88

Tugevamate ja nõrgemate grupi tulemuste vahelist seost näitab ka positiivne korrelatsioon (R=0,59; p=0,017) kahe õpilasgrupi ülesannete lahendamise edukuse vahel.



Joonis 2. Ülesannete lahendamise edukus (%)

Eelnev ja järgnev arv	Ül - 1	Puuduv tehtekomponent	Ül - 9
Antud arvude vahel	Ül - 2	Arvutamine (20 piires)	Ül - 10
Puuduvad arvud	Ül - 3	Arvutamine (järguületamine)	Ül - 11
Arvude võrdlemine	Ül - 4	Arvutamine (täiskümned)	Ül - 12
Ühe võrra suurem arv	Ül - 5	Tekstülesanne (ühendamine)	Ül - 13
Ühe võrra väiksem arv	Ül - 6	Tekstülesanne (eraldamine)	Ül - 14
Puuduv arv	Ül - 7	Mõõtmine	Ül - 15
Arvutamine (10 piires)	Ül - 8	Geomeetrilised kujundid	Ül - 16

Vaadeldes nõrgemate grupis kõige vähem eksimusi põhjustanud ülesandeid tehete kaupa, selgub, et 95% õpilastest sooritasid veatult lünkliku arvurea täitmise (20-ne piires), võrdlesid võrdseid arve (17=17), leidsid puuduva tehtekomponendi ja tundsid seoseid liitmis-lahutamistehte vahel (5+…=8; 8-…=5) ning arvutasid järguületamiseta (tehted 8-2; 10+7; 12-1).

Kõige rohkem eksimusi nõrgemate grupis põhjustas lõikude mõõtmine, kus vaid 5% nõrgemate gruppi kuuluvatest õpilastest leidis õige mõõtühiku, samas kui mõõtmise ilma mõõtühikuta sooritas 40% antud grupi õpilastest. Mõõtmise lahendamise protsendi viis alla ka see, et 45% nõrgemate grupi õpilastest ei jõudnud selle ülesande lahendamiseni (tegemist oli kontrolltöö viimase ülesandega).

Tabel 8. Kontrolltöö tulemused ainevaldkondade kaupa

Ainevaldkond	Nõrgemate grupp		Tugevamate grupp	
	Tulemused (%)	Standard-hälve	Tulemused (%)	Standard-hälve
Numeratsioon ja arvude võrdlemine	80,88	1,32	100	0
Seos ühe võrra väiksem/suurem	75,0	0,69	100	0
Puuduva tehtekomponendi leidmine	77,5	1,57	99,16	0,2
Liitmine/lahutamine 20 piires	75,0	4,68	97,25	0,8
Arvude kirjutamine järkarvude summana	30,0	1,59	98,75	0,2
Tekstülesannete lahendamine	41,7	1,82	96,67	0,4
Mõõtmine	22,5	1,51	98,33	0,3
Geomeetriliste kujundite tundmine	40,0	1,64	96,25	0,3
Keskmine	55,32		98,30	
Korrelatsioon tugevamate ja nõrgemate grupi tulemuste vahel	0,48			

Kontrolltöö analüüs ainevaldkondade kaupa näitas, et tugevamate grupis oli üldine tase kõrge ning ühtlane ning nõrgemate rühmas oli tase madalam ning hajus. Kõige hajuvam oli üldine tase nõrgemate grupis arvutamisel (standardhälve 4,68), kõige ühtlasem aga seose ühe võrra suurem/väiksem tundmisel (standardhälve 0,69).

3.1.2. Vigade kvalitatiivne analüüs

Kontrolltöö analüüsis ülesannete kaupa on antud nõrgemate gruppi kuuluvate õpilaste vead, võrdluseks on lisatud ka tugevamate gruppi kuuluvate õpilaste vead, välja arvatud juhul, kui tugevamate grupi õpilased vastava ülesande lahendamisel ei eksinud. Ülevaade standardiseerimata ainetesti enamesinenud vigadest on antud töö lisas nr. 6. Ülesannete analüüsis leiti tehte raskus ning ülesande õigesti lahendajate protsent grupist (Lisa 3).

Numeratsioon

Antud ülesannetega kontrolliti, millisel tasemel on õpilased omandanud numeratsiooni 20-ne piires. Numeratsiooni käsitlevad ülesanded olid õpilaste jaoks jõukohased, võrreldes teiste ülesandetüüpidega lahendas nõrgemate grupp numeratsiooniülesandeid paremini (lahendatus 80,88%), tugevamate gruppi iseloomustab numeratsiooni väga hea valdamine (lahendatus 100%).

Tabel 9. Numeratsiooni-ülesannete lahendamine tehete kaupa

Töö-käsk	Ülesande osa	Nõrgem grupp (n=20)			Tugevam grupp (n=20)		
		N	%	TR	N	%	TR
Kirjuta eelnev ja järgnev arv	..,6,..	17	85	15	20	100	0
	..,15,..	17	85	15	20	100	0
	..,11,..	16	80	20	20	100	0
	..,3,..	16	80	20	20	100	0
Kirjuta antud arvude vahel olev arv	7, .., 9	18	90	10,00	20	100	0
	17, .., 19	18	90	10,00	20	100	0
	13, .., 15	16	80	20,00	20	100	0
	4, .., 6	18	90	10,00	20	100	0
Täida lüngad arvureas	Arvurida	19	95	5	20	100	0
Kirjuta ühe võrra suurem arv	4--…	16	80	20	20	100	0
	1--…	16	80	20	20	100	0
	7--…	16	80	20	20	100	0
	6--…	16	80	20	20	100	0
Kirjuta ühe võrra väiksem arv	9--…	14	70	30,00	20	100	0
	8--…	14	70	30,00	20	100	0
	3--…	14	70	30,00	20	100	0
	5--…	14	70	30,00	20	100	0

(N – lahendajate arv; % - lahendajate protsent grupist; TR – tehte raskus)

Ainevaldkonda ülesannete kaupa analüüsides võib näha, et esimese ülesande (kirjuta antud arvule eelnev ja järgnev arv) tüüpiliseks veaks oli puuduvate arvude kirjutamine vastupidises järjekorras ehk kirjutati kõigepealt järgnev ja siis eelnev arv (7 6 5; 16 15 14; 12 11 10; 4 3 2) (15% nõrgemate grupi õpilastest). Võib eeldada, et antud vea põhjustas töökäsu ebaõige mõistmine. Esines veel arvatavaid hooletusvigu (4 15 6) (5% nõrgemate grupist) ning ülesande mittetäielikku sooritamist (10% nõrgemate grupi õpilastest jättis ülesandest tegemata vähemalt ühe avaldise).

Ülesandes "kirjuta antud arvude vahel olev arv" tegid nõrgemate grupi õpilased mitmeid erinevaid vigu, kirjutades antud arvude vahele suuremast arvust omakorda ühe võrra suurema arvu (13 16 15) (5%), võrreldes arve omavahel (5%) ning jättes kirjutamata kümnelise (13 4 15) (5%). Ka sel juhul võib eeldada töökäsust mittearusaamist. Üks õpilastest pani kõigi arvude vahele arvu 2 (7 2 9; 17 2 19; 13 2 15; 4 2 6) (5%). Selle konkreetse vea põhjust on raske oletada, kuid võib arvata, et õpilane kirjutas vastuseks mehhaaniliselt ülesande järjekorranumbri.

Ülesandes, kus tuli täita lüngad arvureas 1-20, esines nõrgemate õpilaste grupis vaid üks eksimus, kui number 8 asemele oli kirjutatud S.

Ülesandes "kirjuta ühe võrra suurem arv" eksisid nõrgema grupi õpilased enim sellega, et kirjutasid vastuseks kahe võrra suurema arvu (4 6; 1 3; 7 9; 6 8) (15% grupi õpilastest); vastuseks kirjutati ka huupi valitud arv või sama arv, mis oli algselt antud (4 2; 1 1; 7 7 ; 6 6) (5%).

Ülesandes "kirjuta ühe võrra väiksem arv" kirjutasid mitmed nõrgemasse gruppi kuuluvad õpilased vastuseks kas ühe võrra suurema arvu (9 10; 8 9; 3 4; 5 6) (20% nõrgemate grupist), kahe võrra väiksema arvu (9 7; 8 6; 3 1; 5 3) (5%) või antud arvu (9 9; 8 8; 3 3; 5 5) (5%). Ühe võrra suurema arvu kirjutamise põhjuseks võis olla kinnijäämine eelmise ülesande korraldusse, kahe võrra väiksema või sama arvu kirjutamise võis põhjustada ülesande töökäsu vale tõlgendamine. See võib ka tähendada, et antud vead teinud õpilased ei mõista korrektselt, mida tähendab "ühe võrra väiksem arv".

Nendest vigadest ja eksimustest võib järeldada, et arvurida kasvavas järjekorras õpilastele raskusi ei valmista. Loogilist mõtlemist nõudvad ülesanded nagu eelneva ja järgneva arvu leidmine ning antud arvude vahel oleva arvu leidmine näitasid, et arvureaga sisuliselt opereerimine põhjustab eksimusi.

Arvude võrdlemine

Ülesandega kontrolliti arvude võrdlemise oskust 20-ne piires. Ülesande lahendamise analüüsist tehete kaupa (tabel 11) on näha, et see ainevaldkond tugevamate grupile raskusi ei valmistanud ning ka nõrgemasse gruppi kuuluvad õpilased said ülesande lahendamisega suhteliselt hästi hakkama.

Tabel 10. Võrdlemis-ülesannete lahendamine tehete kaupa

Töö-käsk	Ülesande osa	Nõrgem grupp (n=20)			Tugevam grupp (n=20)		
		N	%	TR	N	%	TR
Võrdle arve	6>2	18	90	10	20	100	0
	10<15	16	80	20	20	100	0
	17=17	19	95	5	20	100	0
	14>9	18	90	10	20	100	0

Tugevamate gruppi kuuluvad õpilased lahendasid ülesande veatult, nõrgemate gruppi kuuluvate õpilaste tüüpiliseks veaks oli see, et arvu 10 peeti suuremaks kui arvu 15 (10≥15) (sellist viga tegid 15% grupi õpilastest, vt. Lisa 6). Kuna sellele tehtele eelnes võrdlus 6≥2, võib eeldada, et võrdlusmärk kanti uude avaldisse üle. Omavahel ei võrrelnud arve üks nõrgemasse gruppi kuuluv õpilane, kes kirjutas arvude vahele õpilase meelest sinna sobivad arvud (6 5 2; 10 14 15). Kuna õpilane kirjutas vastuseks kõigepealt esimesest võrreldavast arvust ühe võrra väiksema ja seejärel võrdluspaari teisest arvust ühe võrra väiksema arvu, võib eeldada, et vea põhjustas korralduse mittemõistmine. Üks õpilane ei lahendanud ülesannet täielikult, jättes sobiliku võrdlusmärgi märkimata kahte avaldisse neljast.

Vigade analüüsist nähtub, et arvude võrdlemine tugevamate grupile probleeme ei valmistanud ning osutus suhteliselt jõukohaseks ka nõrgemate grupile.

Arvu liitehitus ja kümnendkoostis

Arvu liitehituse tundmist kontrolliti ülesannetega, kus õpilastel tuli leida etteantud arvu või tehte puuduv komponent. Ülesande lahendamise raskust tehete kaupa näitab tabel 12.

Tabel 11. Arvu liitehituse ja kümnendkoostise tundmine

Töökäsk	Ülesande osa	Nõrgem grupp (n=20)			Tugevam grupp (n=20)		
		N	%	TR	N	%	TR
Kirjuta puuduv arv	9=.. ja ..	11	55	45	20	100	0
	6=.. ja ..	12	60	40	20	100	0
Kirjuta puuduv tehte-	5+…=8	19	95	5	19	95	5
	4+…=9	17	85	15	20	100	0
	8-…=5	19	95	5	20	100	0
kompo-					20		
nent	9-…=4	15	75	25		100	0
Kirjuta arv täis-kümne ja ühelise abil	25=*20+5*	5	25	75	20	100	0
	52=*50+2*	7	35	65	20	100	0
	37=*30+7*	5	25	75	20	100	0
	19=*10+9*	7	35	65	19	95	5

Kui tugevamate grupi õpilastele antud teemavaldkond probleeme ei valmistanud, siis nõrgemate grupile põhjustasid antud ülesanded mitmeid eritüübilisi vigu (Lisa 6).

Analüüs enamesinenud vigade kaupa näitab, et ülesandes "kirjuta puuduv arv" eksisid pooled nõrgemate grupi õpilastest. Sagedasemaks eksimuseks oli, et õpilased liitsid antud arvud kokku ja kirjutasid vastuseks antud arvude summa (9 on 6 ja 15; 6 on 3 ja 9) (25% nõrgemate grupist). Niisama paljud õpilased kirjutasid vastuseks juhuslikult valitud arvu (9 on 6 ja 7; 6 on 3 ja 4) (25%). Võrreldes aga huupi vastuse kirjutanud õpilaste tulemusi arvutamisel 10-ne piires, selgus, et samad õpilased arvutamisel ei eksi. Võib oletada, et lapsed ei mõistnud õigesti korraldust *Kirjuta puuduv arv*.

Puuduva tehtekomponendi leidmisel eksis 30% nõrgemate grupi õpilastest vähemalt ühe tehtega, neist pooled (15% üldarvust) lahendas valesti omavahel seotud tehete paarid (4+4=9; 9-4=4), 15% õpilastest aga eksisid ühe tehtetüübi lahendamisel (5+7=8; 4+8=9; 9-6=4). See asjaolu näitab eksimuste seost 15% õpilaste puhul algteadmiste puudulikkusega, teisel juhul aga viitab see analüüsi puudulikkusele (õpilased ei oska leida sarnasust ülesannete vahel) (Viitar, 1996, lk. 87).

Tugevamate grupi õpilastest tegi antud ülesande puhul vea 5%. Tõenäoliselt on tegu hooletusveaga (5+2=8), kuna eelmine ülesanne sisaldas endas avaldist 2+6=8, on tõenäoline ka eelmise ülesande mehhaaniline ülekandmine.

Arvu kümnendkoostise tundmist kontrolliti ülesandega, kus õpilastel tuli antud arv kirjutada täiskümne ja ühelise abil. Ülesanne osutus nõrgemate grupile väga raskeks, lahendamise edukus nõrgemate grupis oli 30%, samas tugevamate grupi lahendamise edukus oli 95%.

Nõrgemate grupi õpilaste tüüpilise veana antud ülesandes saab välja tuua eksimise järkarvude kirjutamise järjekorras (mitte kümneline ja üheline, vaid üheline ja kümneline) (25=5+20; 52=2+50; 37=7+30; 19=9+10) (30%); aritmeetiliselt õige, kuid sisuliselt vale vastuse (arv on antud kahe kahekohalise arvu summana) (25=10+15; 52=40+12; 37=20+17) andis vastuseks kaks nõrgemate gruppi kuuluvat õpilast (10% kogu nõrgemate grupist). Nende vigade põhjusena võib oletada, et töökäsku ei mõistetud. 35% nõrgemate grupi õpilastest jättis ülesande lahendamata.

Arvu kirjutamisel täiskümne ja ühelise abil tekitas probleeme 5% tugevamate grupi õpilastest, tõenäoliselt oli tegu hooletusveaga (19=11+9).

Analüüsist on näha, et enim probleeme valmistab nõrgemate grupi õpilastele antud valdkonnas korralduste mõistmine. Arvukate vigade põhjusena arvu kümnendkoostise määramisel võib oletada ka õpetajatepoolset vähest tähelepanu arvu koostisosade kirjutamise järjekorrale.

Arvutamisoskus

Arvutamisoskuse omandatust kontrolliti tulpülesannete lahendamisega.

Katseülesannete koostamisel jaotati kontrollitav oskus osaoskusteks ning uuriti nende omandatuse kvaliteeti eraldi.

Liitmis- ja lahutamisoskust 10-ne piires kontrolliti kahte liitmis- ja kahte lahutamistehet sisaldanud tulpülesandega.

Arvutamisel tegid vigu nii tugevama kui nõrgema grupi õpilased, kuid tugevamate grupis oli vigade arv väiksem kui nõrgemate grupis (tabel 12). Tugevamate gruppi kuulunud õpilased tegid vigu väga juhuslikult, vead ei olnud ühetüübilised ning ei kordunud ühtedel ja samadel õpilastel. See näitab, et tugevamate grupi õpilased olid omandanud kümne piires arvutamise, kuid tegid arvutamisel hooletusvigu. Nõrgemasse gruppi kuulunud õpilaste poolt tehtud vigade kordumine aga näitas, et vastavalt liitmis- ja lahutamisvigade koondklassifikatsioonile (Viitar, 1996, lk. 81-85) oli enamasti tegemist algteadmiste puudulikkusest tingitud vigadega (vt. Lisa 6).

Tabel 12. Aritmeetilisi tehteid käsitlevate ülesannete lahendamine tehete kaupa

Töö-käsk	Ülesande osa	Nõrgem grupp (n=20)			Tugevam grupp (n=20)		
		N	%	TR	N	%	TR
Arvutamine 10 piires	7-5=…	16	80	20	19	95	5
	8-2=…	19	95	5	19	95	5
	3+4=…	16	80	20	20	100	0
	2+6=…	18	90	10	20	100	0
Arvutamine 20 piires järgu-ületamiseta	10+7=…	19	95	5	20	100	0
	13-3=…	16	80	20	20	100	0
	15+3=…	18	90	10	20	100	0
	12-1=…	19	95	5	20	100	0
	20-5=…	16	80	20	20	100	0
	18+2=…	17	85	15	18	90	10
Arvutamine 20 piires järgu-ületamisega	6+6=	14	70	30	20	100	0
	5+9=	14	70	30	20	100	0
	7+5=	14	70	30	20	100	0
	12-8=	9	45	55	19	95	5
	11-5=	12	60	40	18	90	10
	17-8=	9	45	55	17	85	15
Arvutamine täiskümne-tega	20+40=	14	70	30	19	95	5
	50+30=	15	75	25	20	100	0
	70-20=	13	65	35	20	100	0
	90-40=	12	60	40	20	100	0

Järgnevalt antakse ülevaade arvutamisülesannete tulemustest vastavalt mõlemas grupis esinenud vigade sagedusele (vt Lisa 6).

Ühekohaliste arvude liitmine järguületamiseta (liitmine 10 piires) valmistas raskusi 25% nõrgemate grupi õpilastest. Eksimusi valmistas kõige rohkem avaldis 3+4, mille vastuseks saadi kas 6 (10% õpilastest), 8 (5%) ja 0 (5%); samuti 2+6, mille vastusteks saadi vastavalt 6 ja 9.

Samuti valmistas nõrgemate grupi õpilastele raskusi **ühekohalisest arvust ühekohalise arvu lahutamine**. Kõige rohkem vigu esines avaldise 7-5 lahendamisel – 15% õpilastest sai vastuseks 1, 5% õpilastest 6 ja 5% õpilastest jättis ülesande lahendamata. Avaldise 8-2 jättis lahendamata 5% ja vastuse 7 sai samuti 5% nõrgemate grupi õpilastest.

Tugevamate grupi õpilastest eksis ühekohalisest arvust ühekohalise arvu lahutamisel 10% õpilastest, kes tegid tõenäoliselt hooletusvigu (7–5= <u>3</u>, 8-2=<u>4</u>), kuna teistes arvutusülesannetes samad lapsed ei eksinud.

Arvutamisel 20-ne piires (järguületamiseta) ilmnes nõrgemate grupi õpilaste töödes mitmeid eritüübilisi vigu:

(a) liitmis- ja lahutamistehete segistamine (5%) (15+3=<u>12</u>);

(b) kümnelised juurde- või mahaarvamata (10%) (nt 13-3=0; 10+7=7);

(c) huupi kirjutatud vastused ja lahendamata ülesanded (15%) (13-3=14; 12-1=16; 20-5=27;

(d) ühe tehtekomponendi märkimine vastusesse (5%) (18+2=18).

Tugevamate grupi õpilastest asendas 10% liitmistehte lahutamistehtega (18+2=16).

Arvutamisel **järguületamisega** võib välja tuua peamiselt liitmis- ja lahutamistehte segistatuse (20%) (nt 11-5=16, 7+5=2; 11-5=14) . Vigu tegi arvutamisel 70% nõrgemate grupi õpilastest, vigu on põhjustanud enamasti algteadmiste puudulikkus (nt 11-5=5; 6+6=11). Järguületamisega arvutamisel oli tugevamate grupis edukus 80%, vigu tekitas liitmis- ja lahutamistehte segistamine (12-8=20), esines veel tõenäolisi hooletusvigu (11-5=7; 7+5=14) ning segatüüpi vigu, mille puhul on vahetatud vähendatava ja vähendaja ühelised ning toimus suuremast arvust väiksema lahutamine (17-8=11).

Täiskümnete liitmis- ja lahutamisoskust saja piires uuriti kontrolltöö ühe ülesandega. Antud ülesande vastuste põhjal võib eeldada, et õpilased on omandanud täiskümnetega arvutamise põhimõtted, kuid vigu tekitasid puudulikud algteadmised (liitmine-lahutamine 10-ne piires). Ülesande jättis lahendamata või lahendas osaliselt 20% nõrgemate grupi õpilastest, 5% kirjutas vastuse peegelkirjas, 30% tegi muid arvutusvigu (20+40=50; 50+30=4; 70-20=70; 90-40=07). Arvutamine täiskümnetega tekitas probleeme 5% tugevamate grupi õpilastele, tõenäoliselt oli tegu hooletusveaga (20+40=50).

Järguületamiseta liitmis- ja lahutamisülesannete lahendamises nõrgemate grupi õpilastel erinevusi ei ilmnenud, edukalt lahendati mõlemat tüüpi ülesandeid. Küll aga ilmnes liitmis- ja lahutamisoskuse omandatuse erinevus arvutamisel 20-ne piires järguületamisega, lahutamine osutus raskemaks kui liitmine. Tugevamate gruppi kuuluvate õpilaste hulgas sellist tendentsi ei ilmnenud.

Tekstülesannete lahendamine

Tekstülesannete lahendamise oskust kontrolliti kahe ühetehtelise tekstülesande lahendamisega kontrolltöös. Üks tekstülesanne sisaldas endas hulkade ühendamist, teine hulkade eraldamist. Õpilastel tuli tekstülesande lahendamiseks aru saada ülesande tekstist ja sisust, leida ülesande lahendamiseks vajalik tehe, sooritada arvutus ja sõnastada täislauseline vastus.

Tekstülesannete lahendamisel kujunes nõrgemate grupis üldiseks edukusprotsendiks 41,87%. Hulkade ühendamist sisaldava tekstülesande lahendas veatult 15% õpilastest, lahendamisel tegi vigu või jättis ülesande lahendamata ühtekokku 85% nõrgemate grupi õpilastest. Hulkade eraldamist sisaldava tekstülesande lahendas veatult 20% nõrgemate grupi õpilastest, lahendamisel tegi vigu või jättis ülesande lahendamata 80% (Lisa 6).

Esimese tekstülesande lahendamisel jättis ülesande tegemata 20% nõrgemate grupi õpilastest. Kõige enam vigu põhjustas ülesande vastuse sõnastamine, selles eksis 45% ja vastuse jättis kirjutamata 5% grupi õpilastest. Sellise eksimuste arvu põhjal võib oletada, et lapsed ei ole harjunud iseseisvalt tekstülesandele vastust sõnastama ja seda ka märkima. Vale tehte ülesande lahendamiseks valis 25% ja arvutamisel eksis 30% nõrgemate grupi õpilastest. Tugevamate grupi õpilastest eksis hulkade ühendamist sisaldava tekstülesande lahendamisel 10% õpilastest, kes jätsid ülesandele täislauselise vastuse andmata.

Teise tekstülesande lahendamisel jättis ülesande tegemata 35% nõrgemate grupi õpilastest. Sarnaselt eelneva ülesandega põhjustas enim vigu ülesande vastuse sõnastamine, milles eksis 35% (ei andnud täislauselist vastust) ja vastuse jättis üldse kirjutamata 10% nõrgemate grupi õpilastest. Vale tehte ülesande lahendamiseks valis 5% ja arvutamisel eksis 10% nõrgemate grupi õpilastest. Tugevamate grupi õpilastest eksis hulkade eraldamist sisaldava tekstülesande lahendamisel 5% õpilastest, vigu tehti ülesandele vastuse sõnastamisel. Ülesande lahendamise edukust tehete kaupa vaadeldes tuleb arvesse võtta ka seda, et mitmed õpilased jätsid ülesande lahendamata, see aga viis alla lahendamise edukuse (tabel 13).

Tabel 13. Tekstülesande lahendamine tehete kaupa

Töö-käsk	Ülesande osa	Nõrgem grupp (n=20)			Tugevam grupp (n=20)		
		N	%	TR	N	%	TR
I tekst-ülesanne	tehte valik	9	45	55	20	100	0
	arvutus	8	40	60	20	100	0
	vastus	6	30	70	18	90	10
II tekst-ülesanne	tehte valik	12	60	40	20	100	0
	arvutus	11	55	45	20	100	0
	vastus	4	20	80	18	90	10

Kuna tekstülesanded olid paigutatud kontrolltöö lõpuossa, ei jõudnud paljud õpilased nende lahendamiseni. Võib tõdeda, et ülesannet lahendanud õpilased mõistsid ülesande sisu, leides õige tehte ja sooritades arvutuse, kuid olulisi raskusi valmistas korrektse vastuse vormistamine. Vestlustest klasside matemaatikaõpetajatega selgus, et õpetajad on esitanud õpilastele erinevaid nõudeid tekstülesande vastuse sõnastamisel. See võib olla üheks põhjuseks suurele vigade arvule.

Lõikude mõõtmine

Mõõtmisoskust kontrolliti standardiseerimata ainetesti ühe ülesandega. Õpilastel tuli mõõta kolme lõigu pikkus ning valida selle väljendamiseks sobiv mõõtühik.

Tabel 14. Lõikude mõõtmine tehete kaupa

Töökäsk	Ülesande osa	Nõrgem grupp (n=20)			Tugevam grupp (n=20)		
		N	%	TR	N	%	TR
Mõõda puude vahelised kaugused. Kirjuta vastus iga lõigu juurde.	Mõõtmine 2	8	40	60	20	100	0
	Mõõtmine 7	8	40	60	20	100	0
	Mõõtmine 5	8	40	60	19	95	5
	Mõõtühiku kasutamine (2 cm)	1	5	95	20	100	0
	Mõõtühiku kasutamine (7 cm)	1	5	95	20	100	0
	Mõõtühiku kasutamine (5 cm)	1	5	95	19	95	5

Lõikude mõõtmine osutus nõrgemate grupi õpilaste jaoks üheks raskemaks ülesandeks (tabel 15). Antud ülesannet tervikuna ei sooritanud veatult ükski nõrgemate grupi õpilane (vt. Lisa 6). 45% õpilastest jättis antud ülesande tegemata, 20% jättis mõõtühiku kirjutamata, 20% kirjutas vale või absurdse mõõtühiku (10% meetrid, 5% mc, 5% VAHE), 15% tegi muid eritüübilisi vigu.

Tugevamate grupi õpilastest eksis lõikude mõõtmisel 10%, 5% kasutas vale ühikut (meeter) ja 5% kirjutas mõõtühiku arvulise väärtuse ette (cm5).

Üheks põhjuseks, miks paljud õpilased jätsid antud ülesande sooritamata, võib olla kontrolltööks ette nähtud aja lõppemine, kuna ülesanne asus töö lõpuosas. Samas aga näitab suur eksimuste arv sobiliku mõõtühiku leidmisel seda, et õpilastel puudub kindel ettekujutus mõõtühikutest ning nende pikkustest. Ka läbiviidud individuaalkatsed näitasid, et lapsed eelistavad jätta mõõtühiku nimetamata või kahtlevad pakutus. Mõõtmisel tekkinud vigade põhjus võis olla ka vales mõõtmistehnikas (mõõtmisel paigutatakse alguspunkti joonlaua serv).

Geomeetrilised kujundid

Geomeetriliste kujundite tundmist kontrolliti kontrolltöö ülesandega, kus õpilastel tuli etteantud kujundite nimetuste hulgast valida kujundile või kehale (ring, ristkülik, kuup, kolmnurk) õige nimetus. Ülesande lahendamise analüüs tehete kaupa (tabel 16) näitab, et nõrgemate grupi jaoks oli tegemist raske, tugevamate grupi jaoks aga suhteliselt kerge ülesandega.

Tabel 15. Geomeetriliste kujundite tundmine

Töö-käsk	Ülesande osa	Nõrgem grupp (n=20)			Tugevam grupp (n=20)		
		N	%	TR	N	%	TR
Kirjuta iga geo-meetrilise kujundi alla selle nimetus	kuup	7	35	65	20	100	0
	ring	8	40	60	18	90	10
	kolmnurk	9	45	55	20	100	0
	ristkülik	8	40	60	19	95	5

Ülesande analüüsist enamlevinud vigade kaupa (vt. Lisa 6) selgub, et ülesande jättis tervikuna tegemata 40% nõrgemate grupi õpilastest, osaliselt tegemata 10% grupist. Enim eksimusi põhjustas ringi nimetamine keraks (15%) ja kuubi nimetamine ristkülikuks (10%). Ühtekokku eksis antud ülesande lahendamisel 85% nõrgemate grupi õpilastest. Tugevamate grupi õpilastest eksis geomeetriliste kujundite nimetamisel 10% õpilastest. 5% nimetas ringi keraks, 5% segistas ristküliku ja tetraeedri.

Ka selle ülesande madal lahendamisprotsent on osaliselt seletatav paiknemisega kontrolltöö lõpus. Ringi, kolmnurga ja ristküliku äratundmine ei valmistanud probleeme õpilastele, kes ülesande lahendamiseni jõudsid.

3.1.3. Kokkuvõte

Rühmakatse tulemuste analüüs näitas, et kontrolltöö täitis oma eesmärgi, milleks oli nõrgemate grupi väljaselgitamine. Selgus, et ~20% II klassi õpilastest ei ole täielikult omandanud I klassi matemaatika ainekavas ette nähtud oskusi. Kontrolltöö analüüsist võib järeldada, et õpilaste tehtud vigade peamiseks põhjuseks on puudulikud eeloskused. Vaadeldes eelkatsetes kasutatud standardiseerimata ainetesti kui koolitöös kasutatavat kontrolltööd, saaks selle põhjal leida ainevaldkonnad, mida tuleks õpilastega süvendatult korrata. Samas ei ole ühe testi tulemuste põhjal võimalik välja selgitada tehtud vigade põhjusi, saab vaid järeldada, et uuritavas grupis oli õpilasi, kellele töö aluseks olnud materjal on raske. Sellest tõdemusest olulisem on aga selgitada, kas uuritavate õpilaste jaoks oleks vaja rakendada individuaalset ainekava või õpetamist madalama taseme ainekava järgi või vajaksid nad mingis valdkonnas lisaselgitusi ja abi. Kirjaliku testi puhul tuleb arvesse võtta ka töö tegemise situatsiooni, nii näiteks viidi antud töö tarbeks kontrolltöö läbi tavalise koolitunni tingimustes (see tähendab limiteeritud ajaga) ning aeglasemalt töötanud õpilased ei jõudnud töö lõpuosas paiknevate ülesannete lahendamiseni.

Arvestada tuleb ka seda, et rühmakatsed sisaldasid endas ülesandeid, mis põhinesid riiklikus õppekavas antud I klassi pädevustel. I klassi matemaatika aine põhineb omakorda lasteaiamatemaatikal, mis on valdavalt protsessikeskne. Ja kuna ainet ei saa lapsele õpetada enne, kui selleks vajalikud tegevused on selged, on ka esimesel kooliaastal protsessi osakaal õppesisus üsnagi suur. Seega tuleb matemaatika omandamisraskuste põhjuste selgitamiseks pöörata tähelepanu ka erinevatele aine protsessuaalsesse alusesse kuuluvatele tegevustele, kuna nende puudumisel ei ole võimalik omandada uusi, kõrgemal tasemel olevaid oskusi. Ainet toetavate tegevuste omandatust ei saa aga välja selgitada kirjaliku katsega, nende uurimiseks on vajalik läheneda õpilasele individuaalselt, anda talle aega tegevuse sooritamiseks ning lasta ta selgitada, miks ja milleks ta tegi.

Töö järgmises peatükis käsitletakse õpilaste poolt tehtud vigade põhjuste selgitamiseks ning matemaatika tegevusliku aluse omandatuse uurimiseks nõrgemate grupi õpilastega läbi viidud individuaalkatseid. Individuaalkasted keskendusid matemaatika ainet toetavatele kaheksale tegevusele.

3.2. Individuaalkatsete tulemused

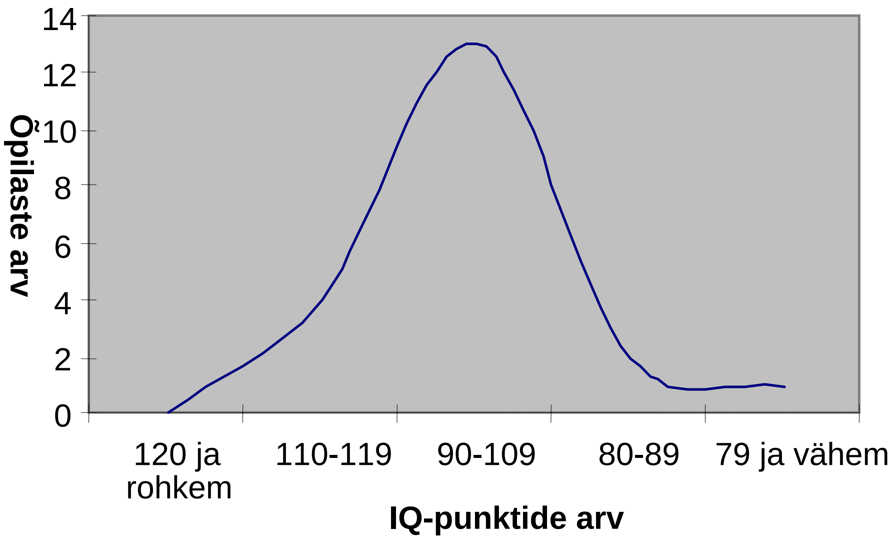
3.2.1. Individuaalkatsete tulemuste kvantitatiivne analüüs

Individuaalkatsete tulemuste tõlgendamist alustati katsete toorpunktide teisendamisest standardpunktideks (IQ-punktideks (vt. Lisa 3)). Saadud tulemused on antud alljärgnevas tabelis (õpilased on reastatud keskmiste IQ-punktide järgi).

Tabel 16. Õpilaste IQ-punktid individuaalkatsetes

Õpilase nr.	Järjestamine	Mõõtmine ja model-leerimine	Tege-vused hulka-dega	Rühmitamine ja klassifitseeri-mine	Keskmiselt	Standard hälve
7	115,46	126,28	108,96	117,98	117,17	6,21
69	125,22	114,15	108,96	117,98	116,58	5,93
72	98,10	106,06	129,44	117,98	112,90	11,88
9	100,27	114,15	108,96	117,98	110,34	6,64
92	119,79	114,15	108,96	90,32	108,31	11,07
10	104,61	126,28	108,96	81,10	105,24	16,12
8	94,85	97,98	108,96	117,98	104,94	9,17
93	119,79	97,98	108,96	90,32	104,26	11,15
94	93,76	97,98	129,44	90,32	102,87	15,57
73	100,27	102,02	88,48	117,98	102,19	10,50
29	72,07	102,02	108,96	117,98	100,26	17,23
28	106,78	93,94	88,48	99,54	97,18	6,78
68	112,20	102,02	88,48	81,10	95,95	12,01
60	112,20	102,02	88,48	81,10	95,95	12,01
70	95,93	93,94	88,48	99,54	94,47	4,00
6	105,69	77,76	93,60	99,54	94,15	10,38
71	85,09	97,98	68,00	108,76	89,96	15,19
37	86,17	85,85	88,48	90,32	87,71	1,82
74	76,41	85,85	88,48	81,10	82,96	4,61
91	75,33	61,59	88,48	81,10	76,62	9,85

Saadud tulemustest on näha, et õpilaste tulemused erinevate katseosade lõikes ei kõigu oluliselt. Kõige vähem keskmiselt IQ-punkte saanud õpilasel on ka muudes katseosades tulemused nõrgad, samas keskmiselt kõige rohkem punkte saanud õpilane on erinevatest testiosadest saanud parimaid tulemusi vaid ühel juhul. Õpilaste jaotus jõudlusgruppidesse IQ-punktide alusel on lähedane normaaljaotusele (joonis 3).



Joonis 3. Õpilaste arv tasemetes

Järgnevalt selgitati välja õpilaste edukus ülesannete lahendamisel. Selleks arvutati, mitu protsenti ülesannetest lahendas laps iseseisvalt, mitu abi erinevatel astmetel ja mitu protsenti ülesannetest katseisik ei lahendanud.

Tabel 17. Ülesannete sooritamise edukus (%)

Õpilase nr.	Iseseisvalt	Abi I	Abi II	Abi III	Ei sooritanud
69	84,9	1,89	3,77	1,89	7,55
93	83,01	0	1,89	1,89	13,21
92	83,02	0	3,77	5,66	7,55
7	81,13	1,89	5,66	1,89	9,43
68	75,48	1,89	3,77	3,77	15,09
72	73,58	0	7,55	1,89	16,98
60	73,58	1,89	7,55	3,77	13,21
9	73,58	1,89	3,77	3,77	16,99
10	73,58	1,89	11,32	1,89	11,32
73	71,7	0	5,66	0	22,64
94	71,7	0	3,77	5,66	18,87
6	71,7	0	3,77	3,77	20,76
28	71,7	1,89	9,43	0	16,98
70	69,81	0	1,89	3,77	24,53
8	69,81	0	5,66	3,77	20,76
37	64,15	1,89	3,77	5,66	24,53
71	62,26	0	5,66	1,89	30,19
29	58,49	1,89	5,66	5,66	28,3
74	56,61	3,77	3,77	3,77	32,08
91	52,99	1,89	5,66	8,27	31,19

Tulemustest nähtub, et kõige edukamalt lahendas katseülesanded õpilane nr. 69 ja kõige vähem ülesandeid lahendas iseseisvalt õpilane nr. 91.

Järgnevalt võetakse vaatluse alla katsetulemused ainevaldkondade kaupa.

3.2.2. Järjestamine

Järjestamistegevus viib välja matemaatikas tuntud järjestusseosele. Järjestamise abil korrastab laps oma ümbrust, määrab oma asukohta ruumis ja ajas ning võrdleb ümbritsevaid esemeid ja nähtusi. Matemaatikas järjestatakse objekte eeskätt nende kvantitatiivse erinevuse alusel. Vastavaid tunnussõnu jaotatakse nelja rühma (suurustunnused, asenditunnused, ajatunnused, hulgatunnused) (Noor, 1998, lk. 27-28).

Individuaalkatsete läbiviimisel uuriti katseisikute järjestamisoskusi kolme katsega, millest igaüks kontrollis ühe objektidevahelise järjestamisseose omandatust.

Järjestamiskatses jaotusid õpilased jõudlusgruppidesse (tabel 18).

Tabel 18. Õpilaste jaotus jõudlusgruppidesse

Tase	IQ-punkide arv	Õpilaste arv	%
1. väga kõrge	120 ja rohkem	1	5
2. kõrge	110-119	5	25
3. keskpärane	90-109	9	45
4. madal	80-89	2	10
5. väga madal	79 ja vähem	3	15

Järjestamisoskuse uurimise katse erinevate osade sooritamise taset vaadeldi vastuse leidmise edukuse järgi.

Järjestamine suurustunnuste alusel

Antud ainevaldkonna ülesannete sooritamise tasemetest on näha, et õpilased on oluliselt paremini omandanud oskuse etteantud suurustunnuse järgi esemeid määratleda kui öelda esemete järgi neid eristav sõna.

Tabel 19. Katse JÄRJESTAMINE SUURUSTUNNUSTE alusel sooritamise tase (%)

Katseisikule antav korraldus	Ise-seisvalt	Abiga			Ei soorita
		I	II	III	
Mille poolest erinevad sinu ees olevad pliiatsid?	20	0	25	10	45
Mille poolest erinevad joonlaud ja raamat?	5	5	30	0	60
Mille poolest erinevad raamat ja vihik?	20	10	5	10	55
Mille poolest erinevad kustutuskumm ja vihik?	70	0	10	10	10
Näita, milline pliiats on pikem?	100	0	0	0	0
Näita, kumb on laiem, kas joonlaud või raamat?	95	0	0	0	5
Näita, kumb on õhem, kas raamat või vihik?	100	0	0	0	0
Näita, kumb on suurem, kas kustutuskumm või raamat?	100	0	0	0	0

Katse esimeses osas valmistas katseisikutele kõige vähem raskusi tunnuse *suurem-väiksem* kasutamine ja selle iseseisva leidmise sagedus oli kõige suurem (70% katsegrupist). Samas tunnuse *on laiem kui…* iseseisva leidmise ja kasutamisega sai hakkama vaid üks katsegruppi kuuluvatest isikutest. Olulisi raskusi valmistas ka tunnuste *lühem-pikem* ja *paksem-õhem* iseseisev leidmine ja kasutamine. Võib oletada, et lapsed ei ole omandanud kõiki suurustunnuseid või vastavaid keelendeid, kuid on omandanud kõige põhilisema tunnuse *suurem-väiksem*.

Teise katseosa sooritasid õpilased peaaegu veatult, vaid 5% katsegrupist (1 õpilane) ei tulnud toime esemete määratlemisega tasandil *laiem-kitsam*.

Järgnevalt võetakse vaatluse alla katse käigus õpilastele osutatud abi.

Küsimuse ümbersõnastamist (*Vaata veel. Missugune ta teisega võrreldes on?*) kasutati juhul, kui õpilane pööras tähelepanu võrdlusobjektide mingitele muudele tunnustele (*See pliiats on heledam*), mitte suurustunnustele.

Katsevahendite ebaolulistele tunnustele (abi II aste) tähelepanu juhtimist rakendati juhul, kui abi I aste osutus ebaefektiivseks ning katseisik oluliste tunnuste väljatoomiseni ei jõudnud (*Seda pliiatsit on palju teritatud, see on väiksem*). Katse läbiviija esitas sel juhul küsimusi (*Missugune see väiksem välja näeb?; Kuidas me vihiku kohta ütleme, kui tal on vähem lehti?*), mis võisid katseisikut juhtida korrektsete vastuste andmiseni.

Abi III astet (tähelepanu juhtimine olulistele tunnustele) rakendati juhul, kui kaks esimest astet osutusid ebaefektiivseteks ning katseisik ei suutnud anda korrektset vastust. Katseisikute üks vigadest seisnes selles, et omavahel seostati kokkusobimatuid suurustunnuseid (*Vihik on peenem ja raamat on laiem*), sel juhul juhtis katse läbiviija tähelepanu olulistele tunnustele (*Vaata nende suurust*).

Abi kasutamise analüüsist võib järeldada, et kõige rohkem vigu põhjustas õpilastele suutmatus leida iseseisvalt katsevahendite olulisi tunnuseid. Samas aga näitab teine katseosa, et õpilased tundsid suurustunnuseid tähistavad sõnu. Seega võib eeldada, et antud mõisted ei ole veel täielikult kinnistunud ning õpilaste sõnavara on väike, nii et vajalikku mõistet ei suudeta iseseisvalt kiiresti leida.

Järjestamine asenditunnuste alusel

Järgmise teemana on vaatluse all asenditunnused. Järjestamine asenditunnuste alusel tagab orienteerumise ajas ja ruumis (Noor, 1998, lk. 63).

Tabel 20. Katse JÄRJESTAMINE ASENDITUNNUSTE alusel sooritamise tase (%)

Katseisikule esitatav küsimus/antav korraldus	Ise-seisvalt	Abiga I	Abiga II	Abiga III	Ei soorita
Mis on pildil paremal?	55	15	0	0	30
Mis on pildil vasakul?	60	0	5	10	25
Mis on pildil üleval?	75	0	10	0	15
Mis on pildil all?	35	0	55	0	10
Kus on kassi suhtes koer?	70	0	5	5	20
Kus on kassi suhtes poiss?	60	0	20	0	20
Kes on kõige kõrgemal?	85	0	10	0	5
Kes on kõige madalamal?	85	0	5	0	10
Aseta pliiats raamatu ette.	50	0	0	0	50
Aseta pliiats raamatu taha.	45	0	0	0	55
Aseta pliiats raamatust vasakule.	70	0	0	0	30
Aseta pliiats raamatust paremale.	70	0	0	0	30
Aseta pliiats raamatu alla.	45	0	0	0	55
Aseta pliiats raamatust kaugele.	100	0	0	0	0
Aseta pliiats raamatu lähedale.	90	0	0	0	10
Aseta pliiats raamatust kõrgemale.	55	0	0	0	45
Aseta pliiats raamatust madalamale.	25	0	0	0	75

Antud ülesannete lahendamise tasemest võib näha, et katseisikud olid edukamad tegevuste sooritamisel reaalsete esemetega kui järjestusseose sõnastamisel pildi kirjeldamisel. Kõige edukamalt täideti korraldus *Aseta pliiats raamatust kaugele* (iseseisvalt 100%), samas valmistas kõige suuremaid raskusi korralduse *Aseta pliiats raamatust madalamale* (iseseisvalt 25%, ei sooritanud 75%).

Individuaalkatsete asenditunnuste alusel järjestamise osas osutati tulemuslikku abi ühtekokku 29-l korral, kõige tulemuslikumaks osutus abistamise II aste. Abistamise esimest astet rakendati juhul, kui õpilane ei pööranud tähelepanu katse seisukohalt olulistele objektidele. Sel juhul esitati tähelepanu suunavaid küsimusi (*Mis veel?; Vaata veel!*), mis võis katseisikut suunata õige vastuseni. Samuti loeti abistamise I astmeks juhud, kui õpilane ei suutnud määratleda vasak-parem poolt. Abistamiseks juhiti lapse tähelepanu mõnele asjaolule, mis võis teda aidata poolte määramisel (*Millise käega sa kirjutad?*).

Abistamise II astmel juhiti lapse tähelepanu katse seisukohalt õigete objektide ebaolulistele tunnustele. Lapsi juhendati otsima õigeid objekte, kui nad pakkusid välja katse seisukohalt valesid objekte (*Kas koera kohta ütleme mis?*).

Abistamise III astmel juhiti lapse tähelepanu katse seisukohalt olulistele objektidele (*Kas kõrgemal on veel midagi?; Vaata kus on…?*).

Abistavate küsimuste kokkuvõte näitab, et katseisikud ei pööranud tähelepanu kõigile katse seisukohalt olulistele objektidele. Pildi kirjeldamisel etteantud asenditunnuste alusel tekitas suurimaid probleeme see, et lapsed ei leidnud pildilt kõiki objekte, nimetasid neist vaid mõned, kuid jätsid nimetamata mõne olulise objekti. Katse teine osa näitas, et opereerimine esemetega põhjustas küll mõnevõrra vähem vigu, kuid samas ei aidanud nende puhul ka abi osutamine.

Järjestamine ajatunnuste alusel

Esemete järjestamine ei toimu mitte ainult ruumis, järjestamisseoste alla kuulub ka järjestamine ajas. Seega viib järjestamine välja nii ajaliste kui ruumiliste paiknevussuhete mõistmisele. Järjestamisloogika omandamine võimaldab lapsel objekte järjestada lähtuvalt sellest, millal sündmused ajaliselt aset leidsid (Butterworth, Harris, 2002, lk 256).

Ajatunnustel põhinevate järjestusseoste kontroll toimus kahes osas, esimeses katseosas uuriti õpilaste teadmisi ööpäevast ning oskust ajahetki järjestada, katse teises osas uuriti ajakujutluste olemasolu läbi õpilase tegevuse.

Tabel 21. Õpilaste teadmised ööpäevast ning oskus ajahetki järjestada (sooritamise %)

Katseisikule esitatav küsimus/antav korraldus	Ise-seisvalt	Abiga I	II	III	Ei soorita
Millistest osadest koosneb ööpäev?	5	0	15	15	65
Millega päev algab?	65	5	5	0	25
Mis tuleb pärast hommikut?	70	0	10	10	10
Mis tuleb pärast lõunat?	95	0	5	0	0
Mis tuleb pärast õhtut?	80	0	0	0	20
Kas eile on juba möödas, kestab või alles tuleb?	80	0	0	0	20
Kas täna on juba möödas, kestab või alles tuleb?	80	5	0	0	15
Kas homme on juba möödas, kestab või alles tuleb?	85	5	5	0	5

Tabel 22. Ajakujutluse kasutamine tegevuste kirjeldamisel (sooritamise %)

Katseisikule esitatav küsimus/antav korraldus	Ise-seisvalt	Abiga			Ei soorita
Mida sa teed hommikul?	100	0	0	0	0
Mida sa teed õhtul?	100	0	0	0	0
Mida sa teed öösel?	95	0	5	0	0
Mida sa eile tegid?	100	0	0	0	0
Mida sa täna teinud oled?	95	5	0	0	0
Mida sa täna veel teed?	85	10	5	0	0
Mida sa homme teed?	100	0	0	0	0

Katsetulemustest selgus, et kõige raskem oli õpilaste jaoks küsimus *Millistest osadest koosneb ööpäev?*, kõige kergemaks aga osutus küsimus *Mis tuleb pärast lõunat?* Ööpäeva osade nimetamise raskuste põhjustena võib eeldada nimetusest tulenevat seost õpilastel vaid päeva ja ööga, hommik ning õhtu unustatakse tihti ära ning ka nendele tähelepanu juhtimine ei andnud paljudel juhtudel tulemuslikke tagajärgi. Samas võis ööpäeva osade küsimine ühekaupa tuletada lastele neid meelde.

Individuaalkatsete ajatunnuste alusel järjestamise osas osutati tulemuslikku abi ühtekokku 21-l korral. Taas oli kõige efektiivsem II astme abi.

I astme abi korral sõnastati küsimus ümber (*Millega päev pihta hakkab?*), II astme abi korral juhiti lapse tähelepanu mõnele küsimuse ebaolulisele tunnusele või esitati lisaküsimus (*Kui sa üles tõused, missugune ööpäeva osa siis on?*). III astme abi korral juhiti lapse tähelepanu mõnele olulisele tunnusele või esitati mitu lisaküsimust (*Millal on pime? Millal kuu paistab? Mis peale ööd tuleb?*).

Individuaalkatsetest nähtub, et ajatunnuste alusel järjestamisel osutus katseisikutele edukaks isiklike kogemuste sidumine määratletud ajahetkega. Kuna aga ööpäeva osade paigutamine ajateljele ning ööpäeva osade nimetamine valmistas katseisikutele raskusi, võib eeldada, et kujunenud on konkreetsed ajakujutlused, kuid nende üldistamine (ühendamine ööpäevaks) valmistab veel raskusi.

Kokkuvõte järjestamisoskustest

Individuaalkatsetest selgus, et nõrgemate grupi lastele oli jõukohasem etteantud sõna järgi esemeid järjestada kui öelda esemete järgi nende järjestust/asendit iseloomustav sõna. Sellest nähtub, et üldjuhul nõrgemate grupi õpilased mõistavad järjestamise aluseks olevaid tunnuseid tähistavaid sõnu, kuid tunnuse iseseisev leidmine valmistab olulisi raskusi. Järelikult ei ole õpilased omandanud täielikult suurus-, asendi- või ajatunnustel põhinevaid järjestusseoseid. Kuna järjestamisel põhineb arvude rea tundmaõppimine ning võrratuste selgitamine ja lahendamine, valmistasid õpilastele raskusi vastavad ülesanded ka rühmakatses.

Seostades individuaalkatsete järjestamise osa tulemusi rühmakatse (kontrolltöö) tulemustega, leiti korrelatsioon individuaalkatse ülesannete standardpunktide (IQ-punktide) ja kontrolltöö numeratsiooniülesannete (1-4, vt Lisa 2) standardpunktide (IQ-punktide) vahel. Selgus, et korrelatsioon nende kahe katseseeria vahel on nõrk (R=0,11; p=0,46) ning tugevat seost järjestamise ja numeratsiooniülesannete raskuste vahel ei ilmnenud. Nendevahelise nõrga seose selgitamiseks võib püstitada hüpoteesi, et õpilased olid omandanud arvurea ning selle kasutamise mehhaaniliselt, kuid põhjalikumat arusaama sellest neil ei ole. Püstitatud oletust saab kontrollida õpilaste loendamisoskuse uurimisega.

3.2.3. Rühmitamine ja klassifitseerimine

Rühmitamise abil korrastab laps teda ümbritsevat esemete ja nähtuste maailma ning orienteerub ajas ja ruumis. Järjestamine ja rühmitamine on olulisemad tegevused, mille abil laps mõtestab asjade maailma. Hiljem muutuvad rühmitamisel kasutatavad ekvivalentseosed koolimatemaatika vahetuks uurimisobjektideks: neil põhineb võrduste ja samasuste selgitamine, suuruste võrdlemine, võrrandite koostamine ja lahendamine jne. Rühmitamise kaudu jõuab laps kiiresti ka klassifitseerimiseni, mis on ühe ja sama esemete või nähtuste hulga jaotamine kahe või enama ühise tunnuse järgi osahulkadeks (Noor, 1998, lk. 29).

Tabel 23. Õpilaste jaotus jõudlusgruppidesse:

Tase	IQ-punkide arv	Õpilaste arv	%
1. väga kõrge	120 ja rohkem	0	0
2. kõrge	110-119	7	35
3. keskpärane	90-109	8	40
4. madal	80-89	5	25
5. väga madal	79 ja vähem	0	0

Saadud tulemustest on näha, et rühmitamine ja klassifitseerimine oli õpilastele jõukohane, võrdlus normaaljaotusega näitab, et katse kõrgel tasemel sooritanud õpilaste suhtarv on suurem, samas madalal tasemel sooritanute protsent vastab normaaljaotusele. Kõrgel tasemel katse sooritanute arv on tõusnud võrreldes katse keskpäraselt sooritanutega.

Individuaalkatsete rühmitamise ja klassifitseerimise osa viidi läbi kahes osas. Esimese katseosaga kontrolliti katseisikute rühmitamisoskusi.

Tabel 24. Individuaalkatse RÜHMITAMINE sooritamise tase (%)

Katseisikule esitatav küsimus/antav korraldus	Ise-seisvalt	Abiga			Ei soorita
		I	II	III	
Võta pliiatsite hulgast välja pikemad pliiatsid.	100	0	0	0	0
Võta pliiatsite hulgast lühemad pliiatsid.	100	0	0	0	0
Vaata pliiatseid. Ütle, mille poolest erinevad need pliiatsid teistest.	35	5	15	20	25

Katse tulemustest on näha, et lapsed on omandanud oskuse rühmitada esemeid etteantud tunnuse järgi, kuid sõnaline tegevus (tunnuse nimetamine) valmistab neljandikule katsegrupile nii suuri raskusi, et ka abiga ei suutnud nad seda katseosa sooritada. See aga näitab, et lastel ei ole kujunenud veel üldistusoskus ning rühmitamisoskuse sisulisest omandamisest ei saa nende õpilaste puhul veel rääkida.

Rühmitamisoskuse kontrollimiseks läbi viidud individuaalkatsete sooritamisel osutati õpilastele tulemuslikuks osutunud abi 8 juhul. I astme abi puhul juhiti õpilase tähelepanu sellele, et katseobjektide rühmitamisel võib esineda veel võimalusi (*Pliiatsid on erinevat värvi. **Kas näed veel mõnda erinevust?** Ühed on pikemad kui teised.*). II astme abi puhul toimus õpilase tähelepanu juhtimine katseobjektide ebaolulistele tunnustele (*Pliiatsid on erinevat värvi. **Kas on veel mõni erinevus?** Väikeseid on palju teritatud. **Millised need palju teritatud pliiatsid nüüd on?** Lühemad on.*); III astme abi puhul juhiti tähelepanu juba otseselt objektide olulistele tunnustele (*Osad pliiatsid on suuremad, teised väiksemad. **Kas ütleme pliiatsite kohta suuremad-väiksemad?** Ei, pikemad-lühemad ütleme.*).

Klassifitseerimisoskuse kontrollimine toimus individuaalkatse teises osas. Katseisikute klassifitseerimisoskust kontrolliti praktiliste esemete ühiste tunnuste leidmisega ning esemete leitud tunnuste alusel jaotamisega.

Katse algfaasis tuli õpilastel leida üks võimalik viis etteantud kujundite jaotamiseks, katse jätkudes pidi katseisik leidma veel võimalusi objektide jaotamiseks. Kokku oli võimalik objekte jaotada kolme tunnuse (suurus, kujund, värv) alusel.

Kolme tunnuse alusel jaotas objekte 15% katseisikutest, 2 tunnuse alusel 40%, ühe tunnuse alusel 35% ja ühtegi tunnust ei suutnud leida 10% õpilastest. Samas sooritasid samad õpilased klassifitseerimiskatsele vahetult eelnenud rühmitamisülesande iseseisvalt.

Klassifitseerimisoskuse nõrkus või selle puudumine näitab üldistamisoskuse puudulikkust.

3.2.4. Loendamine

Loendamiseks nimetatakse käelist ja sõnalist tegevust, mis seab loendatavad esemed ja järjestikused arvsõnad üksühesesse vastavusse. Viimasena öeldud arvsõna tähistab loendatavate esemete arvu ja vastab küsimusele *Mitu on*? Loendamine on ainus vahend, millega saab kindlaks teha esemete arvu (Noor, 1998, lk. 35).

Loendamisoskust kontrolliva katse tulemuste alusel jagunesid õpilased järgnevatesse jõudluskategooriatesse:

Tabel 25. Õpilaste jaotus jõudlusgruppidesse

Tase	IQ-punkide arv	Õpilaste arv	%
1. väga kõrge	120 ja rohkem	0	0
2. kõrge	110-119	7	35
3. keskpärane	90-109	11	55
4. madal	80-89	1	5
5. väga madal	79 ja vähem	1	5

Kategooriatesse jaotumisel iseloomustab katsegruppi suhteliselt suur kõrgesse tasemesse kuuluvate õpilaste arv (võrreldes normaaljaotusega, mille kohaselt on kõrge tasemega õpilasi ~16%), samas kui keskpäraste taseme suurus jääb normaaljaotuse piiridesse.

Katsegruppi kuuluvate õpilaste loendamisoskust kontrolliti esemete praktilise loendamisega. Loendamise käigus jälgiti ka lapse füsioloogilise mehhanismi tööd.

Tabel 26. Individuaalkatse LOENDAMINE sooritamise tase (%):

LOENDAMINE	Iseseisvalt	Ei soorita
Loenda need esemed. (10 tk)	90	10
Kus on viis?	35	65
Loenda need esemed. (20 tk)	95	5

Saadud tulemuste põhjal võib väita, et katsegruppi kuuluvad õpilased said esemete praktilise loendamisega suhteliselt edukalt hakkama.

Samas tuleb arvestada, et loendamisoskuse omandatust ei näita see, kui õpilane teab peast arvude nimetusi (Perova, 2001, lk. 109). Tegeliku loendamisoskuse kontrolliks esitati katseisikutele küsimus "*Kus on viis?*" Kui õpilane osutas vastuseks sellele küsimusele viimasena osutatud esemele, mitte ei osutanud viiele loendatud esemele, võis selle põhjal öelda, et laps ei mõista loendamise matemaatilist tähendust (Noor, 1998, lk. 36). Selle põhjal võib järeldada, et üle poole katsegrupi kuuluvatest õpilastest ei ole loendamist täielikult omandanud.

Loendamisoskuse uurimise käigus jälgiti ka füsioloogilise mehhanismi käivitumist. Selgus, et neljandik õpilastest ütles vaid järjestikuseid arvsõnu, sealjuures sai aga 5% nendest lastest hakkama katseosaga *Kus on viis*?

Tabel 27. Füsioloogilise mehhanismi rakendumine loendamisel

LOENDAMINE	Õpilaste arv	%
Puudutab sõrmega	1	5
Loendab, sama ajal osutades esemele	8	40
Noogutab pead arvude järjestikuste nimetuste ütlemise rütmis	5	25
Jälgib silmadega, seejärel hakkab esemele osutama	1	5
Jälgib silmadega	5	25

Loendamine on alati käeline ja sõnaline tegevus, mis seab üksühesesse vastavusse loendatavad esemed ja järjestikused arvsõnad: samaaegselt esemele osutamisega öeldakse arvsõnu alates ühest (Noor, 1998, lk. 15). Mida madalamal tasemel on lapse mõtlemise areng, seda enam vajab ta praktilist tegevust (Karlep, 1998, lk. 46). Loendamise puhul on kõige praktilisemaks (ehk kõige madalama taseme) tegevuseks loendatavate esemete otsene puudutamine loendamise ajal, sellele järgnev tasand on loendamise ajal esemetele osutamine, kõrgemal tasemel on loendatavate esemete jälgimine silmadega. Katsest selgus, et peamiselt töötas füsioloogiline mehhanism loendamisel madalamal tasemel, kuna enamus õpilasi (40%) osutas loendamise ajal esemele. Samas tuleb arvestada, et loendamine ei muutu kunagi ainult vaimseks tegevuseks, vaid jääb alati vaimseks ja käeliseks tegevuseks.

Loendamine on klassifitseerimise ja järjestamise süntees (Noor, 1998, lk. 11). Seega võib eeldada, et laste loendamisoskused on sõltuvuses nende klassifitseerimis- ja järjestamisoskustest. Selle selgitamiseks leiti korrelatsioon katsegrupi klassifitseerimis- ning järjestamiskatsete tulemuste ning loendamiskatse tulemuste vahel. Saadud tulemus (korrelatsioonikordaja $R=0{,}49$ $p = 0{,}026$) näitab seost kahe katserühma tulemuste vahel.

Seosed oskuste vahel avalduvad ka laste individuaalsel tulemuste analüüsil, nii on kõige nõrgema loendamiskatse tulemuse (0 punkti) saaja ka kõige nõrgema tulemusega järjestamis- ja klassifitseerimiskatse tulemuste summeerimisel.

3.2.5. Tegevused hulkadega

Hulga mõiste on matemaatika esimene põhimõiste, mida defineerida pole võimalik, kuna hulgast üldisemad mõisted matemaatikas puuduvad (Noor, 1998, lk. 14).

Tegevusi hulkadega uuriti kolmes osas (samaväärse hulga moodustamine; hulga samaväärsuse säilitamine; osa võrdlemine tervikuga) nn Piaget katsetega nr. 1-3.

Tabel 28. Õpilased jagunemine jõudluskategooriatesse

Tase	IQ-punkide arv	Õpilaste arv	%
1. väga kõrge	120 ja rohkem	2	10
2. kõrge	110-119	0	0
3. keskpärane	90-109	9	45
4. madal	80-89	8	40
5. väga madal	79 ja vähem	1	5

Nendest tulemustest on näha, et katsed osutusid õpilastele võrdlemisi rasketeks, madalas või väga madalas tasemes oli ühtekokku 45% katsegrupist. Raskemaks osutus Piaget katse nr. 2 ehk *hulga samaväärsuse säilitamine*.

Tabel 29. Individuaalkatsete TEGEVUSED HULKADEGA sooritamise tase (%)

Kasteosa	Iseseisvalt	Abiga	Ei soorita
Samaväärse hulga moodustamine	90	5	5
Hulga samaväärsuse säilitamine	30	0	70
Osa võrdlemine tervikuga	35	5	60

Tegevusi hulkadega kontrollivad katsed on välja töötanud J. Piaget. **Piaget katse nr. 1** kontrollib *samaväärse hulga moodustamise* oskust. Katse eesmärgiks on kontrollida, kas laps suudab luua etteantud katseesemete rea toel sellega üksüheses vastavuses olevate uute katseesemete rea. Katse käigus jälgiti, et laps ei loendaks katseesemeid, kuna "samaväärse hulga moodustamisel üksühese vastavuse toel kujuneb mõtlemisoperatsioon, mille praktilisi ja ainealaseid rakendusi loendamine asendada ei suuda" (Noor, 1998, lk. 31).

Katsetulemustest on näha, et katsegruppi kuulunud lapsed said suures osas samaväärse hulga moodustamisega hakkama, vaid 5% (1 õpilane) pani 7 katseesemega vastavusse 6 uut eset. Samuti 5% katsegrupist (1 õpilane) hakkas kõigepealt katseesemeid loendama, kuid katse läbiviija märkuse peale sooritas katse edukalt.

Piaget katse nr. 2 kontrollib *hulga samaväärsuse säilitamise* oskust. "Säilimine on igasuguseks mõistusepäraseks tegevuseks vajalik tingimus. (…) Hulk või esemete kogum on mõistetavad ainult siis, kui nende koguväärtus, vaatamata elementidevahelistes seostes tekkida võivatele muutustele, jääb muutumatuks (…) mõistus postuleerib kõikjal ja alati millegi säilimise igasuguse matemaatilise mõtlemise vajaliku tingimusena" (Piaget, Szeminska, 2002, lk. 15-16).

Antud katse osutus õpilastele tunduvalt raskemaks kui Piaget katse nr. 1, katset ei sooritanud enamus (70%) katsegrupist. Katset mittesooritanud õpilastele esitati lisaküsimus

Miks on valgeid nuppe rohkem kui musti nuppe? 45% õpilastest sellele küsimusele vastuseks mingit selgitust ei andnud, piirdudes väitega, et *Neid on rohkem*. 25% õpilastest tõi lisaküsimusele vastates välja selle, et valgete nuppude (pikendatud) rida võtab enda alla rohkem ruumi kui mustade nuppude (paigalejäänud) rida.

Piaget katse nr. 3 kontrollib oskust *võrrelda osa tervikuga*. Tegemist on mõttelise tegevusega, mis järjestab hulga ja tema osahulga neid eristava tunnuse alusel (Noor, 1998, lk. 33). Ka antud katset ei sooritanud enamus katsegrupist (60%), sealjuures kõik katset mittesooritanud õpilased vastasid, et *rohkem on laual musti nuppe*. Antud vastus näitab, et katset mittesooritanud õpilased võrdlevad osi õigesti, kuid ei suuda veel osa tervikuga võrrelda (Noor, 1998, lk. 34).

Abi osutus antud katseosas efektiivseks 5% õpilaste puhul, rakendati I astme abi (küsimuse kordamine koos tähelepanu juhtiva korraldusega *Kuula!*).

Kõik tegevused hulkadega on üheks aluseks arvude maailmale, kuna "loendamine, numeratsioon ning liitmine ja lahutamine on lõpmatu järjestus- ja ekvivalentseose rakendamine" (Noor, 1998, lk. 30). Selle seose kontrolliks leiti korrelatsioon individuaalkatsete tulemuste ja rühmakatse (kontrolltöö) arvutamise tulemuste vahel, kuid leitud seos osutus nõrgaks (R=0,16; p=0,48).

Leitud seose nõrkust võib seletada sellega, et I kooliastme matemaatika ainekava põhineb Peano aksiomaatikast tuleneval arvuõpetusel. Koolis põhjendatakse liitmist juurdeloendamisega, lahutamist äraloendamisega (Noor, 1997, lk. 98-99).

3.2.6. Mõõtmine ja modelleerimine

Individuaalkatsete läbiviimisel ühendati ühte katsesse oskused *mõõtmine* ja *modelleerimine*.

Mõõtmine on käeline ja sõnaline tegevus, mis seisneb mõõtühiku järjestikus paigutamises mõõdetavale suurusele. Mõõtmistel põhineb suuruste mõiste, hiljem viib mõõtmine ka arvu mõiste juurde, esimeses kooliastmes selgitatakse tema abil murdarvu olemust (Noor, 1998, lk. 36).

Modelleerimine on käeline, sõnaline ja/või mõtteline tegevus, mis asendab reaalsed objektid neid lihtsustavate analoogidega (mudelitega). Koolimatemaatika on modelleerimisega seotud väga tihedalt, modelleerimine viib lõpuks välja teksti, arvude, valemite, skeemide, graafikute jms juurde (Noor, 1998, lk. 37).

Tabel 30. Õpilaste jaotus jõudlusgruppidesse

Tase	IQ-punkide arv	Õpilaste arv	%
1. väga kõrge	120 ja rohkem	2	10
2. kõrge	110-119	3	15
3. keskpärane	90-109	11	55
4. madal	80-89	2	10
5. väga madal	79 ja vähem	2	10

Saadud andmed näitavad, et õpilaste jaotus antud katseosas on sarnane normaaljaotusele.

Vaadeldavas katseosas kontrolliti õpilaste mõõtmis- ja modelleerimisoskusi, samuti oskust seostada geomeetriliste kujundite nimetusi pildil kujutatud reaalsete objektidega.

Tabel 31. Individuaalkatse MÕÕTMINE, MODELLEERIMINE sooritamise tase (%)

Katseisikule antav korraldus	Iseseisvalt	Abiga			Ei soorita
		I	II	III	
Mitu mõõtepulka on pliiats pikk?	25	0	20	25	30
Mõõda, kui pikad on need pulgad?	70	0	0	10	20
Joonesta siia lehele kolmnurk.	100	0	0	0	0
Joonesta siia lehele nelinurk.	100	0	0	0	0
Joonesta siia lehele ring.	100	0	0	0	0
Leia pildilt ruudukujulisi esemeid.	40	0	0	45	15
Leia pildilt ristkülikukujulisi esemeid.	95	0	0	5	0
Leia pildilt ringikujulisi esemeid.	95	0	5	0	0
Leia pildilt kolmnurkseid esemeid.	70	0	5	25	0

Saadud andmetest on näha, et edukalt said õpilased hakkama modelleerimisega (geomeetriliste kujundite kujutamine paberil), kõik õpilased tundsid kujundeid ning said nende kujutamisega abita hakkama. 75% õpilastest kasutas kujundite kujutamisel abivahendit (joonlaud), sealjuures ringi kujutamisel valis abivahendiks joonlauas olnud ringi kuju vaid 5% õpilastest, 95% eelistas ringi kujutada vaba käega.

Ka geomeetriliste kujundite nimetuste seostamine pildil kujutatud reaalsete objektidega ei valmistanud õpilastele suuri probleeme. Kõige keerulisemaks nende jaoks kujunes ruudukujuliste esemete leidmine, ka kolmnurksete esemete leidmine tekitas raskusi kokku 30% katseisikutest, siiski said abiga esemete leidmisega hakkama enamus õpilastest.

Antud katseosa kokkuvõttena võib tõdeda, et üldjuhul tundsid õpilased geomeetrilisi kujundeid, kuid kujundite seostamine pildil kujutatud reaalsete esemetega tekitas raskusi (näiteks maja katuse kuju seostamine kolmnurgaga). Probleeme valmistas ruudu oluliste tunnuste tundmine, ruutu segistati mitmel juhul ristkülikuga (õpilaste jaoks olid nii ruut kui ristkülik ühesugused “nelinurgad”).

Katsegrupi mõõtmisoskuste kontrollimisel ilmnes, et õpilastele kujunes raskemaks mõõtepulgaga pliiatsi mõõtmine kui joonlauaga esemete mõõtmine. Tõenäoliselt oli tegu õpilastele harjumatu ülesandega, samal ajal kui joonlauaga mõõtmist oli varem harjutatud.

Efektiivset abi osutati õpilastele mõõtmiskatse sooritamisel kokku 11 korda, tulemuslikumaks osutus abi III aste. Mõõtepulgaga pliiatsi mõõtmisel osutati 20% õpilastest II astme abi (juhiti õpilaste tähelepanu asjaolule, et mõõtepulka võib pliiatsil liigutada) ja 25% õpilastest III astme abi (mõõteliigutus näidati ette). Joonlauaga mõõtmisel eksisid õpilased eelkõige nullpunkti paigutamisel (mõõtmist alustati joonlaua servast, mitte nullpunktist).

Leidmaks seost rühmakatse (kontrolltöö) ja individuaalkatsete mõõtmise ning modelleerimise tulemuste vahel leiti nendevaheline korrelatsioon. Selgus, et kahe katse vahel valitses nõrk negatiivne korrelatsioon ($R= -0{,}14$; $p=0{,}55$). Tõenäoliselt on selle põhjuseks asjaolu, et kontrolltöös oli tegu viimaste ülesannetega, mille lahendamiseni mitmed õpilased ei jõudnud, individuaalkatse puhul oli aga õpilastel aega ülesandega tegelda ning õigeid vastuseid leida.

3.2.7. Arvutamine

Katsegrupi arvutamisoskust kontrolliti 9 avaldisega, mille hulgas oli 4 liitmis- ja 5 lahutamisülesannet, 2 liitmis- ja 2 lahutamisülesannet olid järguületamisega.

Tabel 32. Õpilaste jaotumine jõudlusgruppidesse

Tase	IQ-punkide arv	Õpilaste arv	%
1. väga kõrge	120 ja rohkem	0	0
2. kõrge	110-119	8	40
3. keskpärane	90-109	9	45
4. madal	80-89	1	5
5. väga madal	79 ja vähem	2	10

Nendest tulemustest on näha, et aritmeetiliste tehete sooritamisel olid õpilased küllaltki edukad, vaid 15% katsegrupi õpilastest jäi madalale või väga madalale tasemele.

Tabel 33. Katse tulemused avaldiste kaupa

Avaldis	Lahendajate arv	% katsegrupist
3+4	17	85
2+6	19	95
8-5	17	85
9-4	18	90
13-3	18	90
11-5	15	75
7+5	14	70
4+8	17	85
17-8	16	80

Nendest andmetest on näha, et katsegrupis tervikuna olid arvutustulemused võrdlemisi head, avaldiste järgi suuri erinevusi lahendamise edukuses ei olnud (kõige raskemaks osutus avaldis 7+5, selle lahendas edukalt 70% katsegrupist). Õpilaste kaupa olid aga avaldiste lahendamises suured erinevused, need on antud alljärgnevas tabelis.

Tabel 34. Lahendustulemused õpilaste kaupa

Õigesti lahendatud avaldiste arv	Lahendus-protsent	Õpilaste arv	Õpilaste protsent	IQ-punktid
9	100	8	40	111,45
8	89	5	25	103,55
7	78	4	20	95,66
6	67	1	5	87,76
3	33	1	5	64,08
2	22	1	5	56,18

Siit on näha, et kui 40% katsegrupist lahendas edukalt kõik avaldised, siis 5% grupist suutis lahendada vaid 2 avaldist. Samas tunnistas edutu õpilane, et ta *ei vaata kunagi tehtemärki, vaid liidab alati*.

Katse käigus jälgiti ka seda, kuidas õpilane lahenduseni jõuab ja milliseid arvutamist toetavaid tegevusi kasutab. Erinevad tegevused jaotati nelja rühma (arvu ühe võrra suurendamine/vähendamine; sõrmede abil arvutamine; arvutamine toetudes arvu liitehitusele; vastuse märkimine toetudes mälule), neile lisandus mõnel juhul ebaselge meetod. Selgus, et kõige enam kasutasid lapsed sõrmede abil arvutamist.

Tabel 35. Arvutamise meetod

Avaldis	Ühe võrra juurde/maha loendamine	Sõrmede abil arvutamine	Arvutamine toetudes arvu liitehitusele	Mälule toetudes	Meetod selgusetu
3+4	8	8	1	3	0
2+6	6	9	2	4	0
8-5	2	10	3	5	0
9-4	0	10	3	7	0
13-3	2	3	10	4	1
11-5	2	6	6	4	2
7+5	2	10	4	4	0
4+8	3	9	3	5	0
17-8	0	7	9	1	3
Kasutamise sagedus	14%	40%	23%	20%	3%

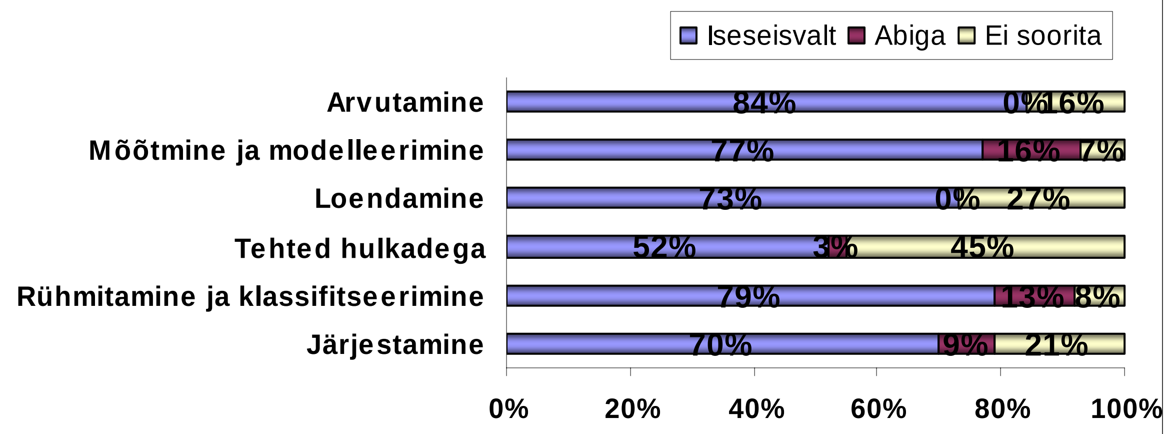
Arvutamise meetodit avaldiste kaupa vaadeldes selgub, et kümne piires arvutades eelistati arvule ühe võrra juurde/arvust ühe võrra maha loendada või arvutada sõrmede abil, arvutamisel järguületamisega oli üheks eelistatud meetodiks samuti sõrmede abi, kuid kasvas ka toetumine arvu liitehitusele ehk arvutamine algoritmi toel. Selle meetodi puhul arvutasid õpilased kõigepealt kümneni ja siis kümnest edasi. Antud meetod osutus ka kõige tulemuslikumaks, seda kasutanud lapsed tegid arvutamisel vähem vigu. Teiste meetodite hulgas jäi vigade sagedus ühtlaseks.

Välja selgitati ka korrelatsioon kontrolltöö ja individuaalkatsete arvutamisülesannete vahel, mis osutus tugevaks (R=0,79; p =0,002).

Erinevate autorite (Siegler, Jenkins,1989; Siegler, Crowley, 1991; Thompson, 1999; Schipper, 2001a; Ostad, 2002) poolt on välja toodud, et omavahel on seotud loendamis- ja arvutamisoskus. Selle seose tuvastamiseks summeeriti kahe katseosa (rühmakatsed ja individuaalkatsed) arvutamise tulemused ning võrreldi neid loendamistulemustega. Kahe oskuse vahel leiti positiivne korrelatsioon (R=0,48, p=0,34), selle põhjal võib väita, et kaks oskust on omavahel seotud. Kuna aga tulemuse statistiline usaldusväärsus on väike, oleks saadud tulemust vaja kontrollida tunduvalt suurema valimi korral.

3.2.8. Kokkuvõte

Läbiviidud individuaalkatsete tulemusi saab hinnata katsete sooritamise/mittesooritamise järgi (vt joonis 4).



Joonis 4 **Individuaalkatsete sooritamine**

On näha, et enim probleeme valmistasid tehted hulkadega – samaväärse hulga moodustamine, hulga säilitamine samaväärsena ja osa võrdlemine tervikuga. Veidi vähem raskusi valmistasid rühmitamine ja klassifitseerimine, mõõtmine ja modelleerimine, loendamine, järjestamine ning kõige edukamad olid lapsed arvutamises. Kuna katsetulemused näitavad teiste ainevaldkondade suhtelist nõrkust võrreldes arvutamisega, ei saa eeldada katseisikute täielikku arvutusoskust. Katsetulemused näitasidki, et eelistatuim arvutusmeetod on sõrmede abil arvutamine, samuti kinnitasid laste õpetajad, et kõik 20-ne piires liitmise-lahutamise avaldised on lapsed pidanud pähe õppima.

Katsed näitasid ka seda, et probleeme esines kõigis kontrollitud valdkondades. Seega võib eeldada, et enamusele katsegruppi kuulunud õpilastele on matemaatika ka edaspidi raskusi valmistav õppeaine. Kontrollisid ju vaatluse all olnud katsed koolimatemaatika baasi – protsessuaalsete aluste omandatust. Selgus, et kõiki koolimatemaatika edukaks omandamiseks vajalikke tegevusi ei ole täielikult omandanud ükski katseisik. Omandamata või pinnapealselt omandatud baasoskused põhjustavad aga raskusi vanemates klassides. Tulevaste raskuste ärahoidmiseks on vaja algklassides pöörata tähelepanu õpetamise protsessile ning kontrollida protsessuaalsete aluste (kaheksa põhitegevust) omandatust. Puudujääkide korral on aga vaja asuda koheselt nende kõrvaldamisele.

4. Arutelu

Käesoleva töö eesmärgiks oli selgitada välja matemaatiliste oskuste tegevusliku aluse omandatuse tase I klassi matemaatika omandamisel edutute õpilaste seas. I klassi matemaatika õppesisule põhineva standardiseerimata ainetesti abil tuvastati, et matemaatika omandamisraskustega on ligi viiendik õpilastest (20%), kõigil neil oli probleeme ka matemaatika omandamise aluseks olevate tegevustega.

Uurimusega selgitati ka matemaatika omandamise aluste seos matemaatiliste oskustega. Statistilise analüüsiga leiti kõige tugevam seos klassifitseerimis/järjestamisülesannete ning loendamise vahel (R=0,49; p=0,026), positiivne korrelatsioon leiti ka hulkadega opereerimise ning arvutamise (R=0,16; p=0,48), loendamise ja arvutamise (R=0,48, p=0,34) ning järjestamisülesannete ja numeratsiooniülesannete lahendamisoskuse vahel (R=0,11; p=0,46). Suhteliselt nõrk seos erinevate oskuste vahel võib tuleneda sellest, et erinevaid oskusi uuriti erinevates tingimustes – matemaatika algkursuse (I klassi ainekavale põhinev) omandatust uuriti kirjaliku kontrolltööga, protsessuaalsesse alusesse kuuluvate tegevuste omandatust aga individuaalkatsetega. Esimesel juhul pidid õpilased tegutsema piiratud aja tingimustes, teisel juhul nende tööle ajapiiranguid ei kehtestatud ning katse läbiviija osutas neile abi. Samas näitab kahe katseosa vahelist seost positiivne korrelatsioon nii kirjalikus uuringus kui ka individuaalkatses esinenud arvutusülesannete vahel (R=0,79; p=0,002). Väga nõrk negatiivne korrelatsioon samuti mõlemat tüüpi katsetega uuritud mõõtmis- ja modelleerimisoskuste vahel (R=-0,14; p=0,55) on tulemuste analüüsi põhjal seletatav sellega, et suur osa õpilastest (45%) jättis kirjalikus töös antud ülesanded lahendamata. Siiski võib saadud tulemuste põhjal eeldada seost matemaatika alustegevuste ning matemaatiliste oskuste vahel, kuid nendevaheline seos ning selle mõju matemaatika õppimisele vajaks veel edasisi uuringuid. Tõenäoliselt oleks vaja uurida ka matemaatika õppimisel edukate õpilaste matemaatika alustegevuste omandatuse kvaliteeti, saamaks võrdlevaid andmeid.

Tulenevalt läbiviidud katsetes osalenud isikute väikesest arvust (n=20) ei saa katsete tulemusi laialt üldistada. Küll aga ilmnesid tendentsid, mis võivad anda alust järgnevatele uuringutele ning täiendades tulemusi analoogiliste uurimuste tulemustega, on võimalik teha ka mõningaid järeldusi.

1995-dal aastal avaldatud Eesti algkoolilõpetajate matemaatikateadmiste ja –oskuste uuringu tulemustest selgub, et kõige paremini (88% ulatuses) tulid õpilased toime arvude kirjutamise ja võrdlemisega, suhteliselt hästi tuldi toime ka kirjaliku liitmisega (85%) ning lahutamisega (80%), kõige suuremaid raskusi valmistas aga tekstülesande lahendamine (46,7%) (Sikka, 1995). Muidugi ei saa neid tulemusi võrrelda üks-ühele, arvesse tuleb võtta, et viidatud juhul uuriti algkoolilõpetajate oskusi, antud töös aga I klassi lõpetanud õpilaste oskusi. Samas aga on tõenäoline, et töö autori poolt uuritud arvude kirjutamisel ja võrdlemisel saadud head tulemused (edukus 95-83% nõrgemate grupis) näitavad, et arvurea omandatus algklassides on hea ning edasises õppetöös saab sellele tugineda.

Kuigi töö autoril puuduvad andmed selle kohta, kas ja milliste tulemustega on uuritud matemaatika omandamisraskuste ning protsessuaalsete aluste omandamiskvaliteedi seost, on andmeid ühe või teise matemaatilise osaoskuse omandamisprotsessi ning vajadusel selle korrigeerimise kohta. Nii on leitud, et näiteks arvutamisoskust ei saa omandada enne, kui pole omandatud oskust loendada (Kaufmann, Handl, Thony, 2003). Sellest seisukohast lähtub ka Van Luit (2000), kelle võrdlev uurimus näitas, et parema arvutamisoskuse saavutasid need õpilased, kellele koolieelses eas (4-7 aastaselt) õpetati mitmeid eeloskusi, sealhulgas loendamist. Loendamine omakorda aga sisaldab vähemalt nelja matemaatika omandamiseks vajalikku eeloskust, need on:

(a) hulkade võrdlemisoskus;

(b) esemete klassifitseerimisoskus;

(c) eseme asukoha määramine reas (vastus küsimusele mitmes?);

(d) hulkade võrdlemine üks-ühese vastavuse toel (Van Luit 2000). Loendamis- ja arvutamisoskuse vaheline seos ilmnes ka antud uurimuses, kuid kuna tegu on statistiliselt ebausaldusväärsete tulemustega (p=0,34), oleks tulemusi vaja kontrollida järgnevate uuringutega tunduvalt suurema katsegrupi puhul. Tuleb rõhutada, et nii nagu seda tulemust, oleks ka kõiki teisi seoseid vaja kontrollida tulevastes uurimistöödes.

Matemaatika omandamisraskuste põhjused ei ole reeglina seotud õpilase neuropsühholoogilise arenguga. Geary (2004) toob esile, et paljudel matemaatika omandamisraskustega õpilastel ei ole leitud neuropsühholoogilistest puudujääkidest tingitud raskusi ning kõige tõenäolisemalt on nende õpilaste puhul tegemist elementaaroskuste mittetäieliku omandamisega. Geary (2004) andmetel on matemaatika õpiraskused seotud loendamise, arvumõiste ja aritmeetiliste tehete omandamisega. Samas ei saa selle uuringu põhjal teha kaugeleulatuvaid järeldusi, kuna Geary (2004) toob esile, et geomeetriliste ja algebraliste oskuste normaalsest arengust on teada liiga vähe, uurimaks süstemaatiliselt õpiraskuste olemust ja tekkimise põhjusi matemaatika omandamisel.

Kui käesoleva uurimuse teoreetilised järeldused vajaksid veel täpsustamist ja kontrolli, siis praktilised tulemused on kasutatavad igapäevases koolitöös. Toimunud katsetest selgus, et kõigil õpilasel oli probleeme mitmes matemaatika valdkonnas. Erinevaid matemaatika valdkondi on jaotatud esemete, arvude, suuruste ja kujundite maailmaks, õppetöös tuleb tegelda nende kõigi arendamisega, pöörates tähelepanu aine protsessuaalsele alusele. Arvestada tuleb ka seda, et kui õpilase uurimisel liigutakse raskemalt kergemale, siis õpetamisel on liikumise suund vastupidine, kergemalt raskemale. Seega on vaja katsetega leitud puudujäägid teadmistes ning mittetäielikult omandatud oskused järjestada vastavalt sellele põhimõttele. Korrektsiooni on vaja järelikult alustada protsessuaalsetest alustest, nende uurimise metoodikat on aga käesolevas töös kirjeldatud.

Uuring annab suuremaid võimalusi laste individuaalseks uurimiseks, kirjeldatud katsete abil on võimalik välja selgitada konkreetse õpilase matemaatika õppimise puudujääkide tekkepõhjused ning välja töötada neile vastav korrektsiooniplaan. Nii õpilaste uurimist kui korrektsiooniplaani koostamist on järgnevalt kirjeldatud.

4.1. Korrektsiooniplaani koostamine

Õpilase matemaatilise teadmiste ja oskuste uurimiseks koostatud katsematerjal sisaldab kirjalikke ja suulisi ülesandeid. Kirjalike ülesannetega uuritakse eelkõige I klassi aine omandatust, suulised ülesanded keskenduvad aine aluseks olevate tegevuste omandatusele. Suuliste katsete läbiviimisel saab ja tuleb lastele vajadusel osutada abi, selgitamaks õpilase potentsiaalset arenguvalda. Rakendada saab kolme põhimõttelist abistamise astet:

(a) ülesande korralduse kordamine/ümbersõnastamine;

(b) katseisiku tähelepanu juhtimine ülesande ebaolulistele tunnustele;

(c) katseisiku tähelepanu juhtimine ülesande olulistele tunnustele.

Konkreetsed esitatud küsimused/antud juhised varieeruvad vastavalt situatsioonile ning õpilase reageeringule.

Õpilase abistamine katseülesannete sooritamise käigus lähtub tegevusteooriast, mille kohaselt laps ja ka täiskasvanu sooritab alati mingeid ülesandeid iseseisvalt, teisi abiga ja kolmandaid üldse mitte. Abiga sooritatud ülesanded moodustavad potentsiaalse arenguvalla. Selles ulatuses toimub õppimine ja areng (Karlep, 1998, lk. 46). Kui ülesande täitmine pole jõukohane ka abiga, siis vastavat oskust ja teadmisi õpetada ei saa. Osa nendest oskustest võib osutuda ja osutubki jõukohaseks tulevikus, nende puhul saab rääkida *tuleviku arenguvallast* (Karlep, 2002, lk. 38).

Õpilase teadmiste ja oskuste mõõtmise järel on vaja läbi viia saadud tulemuste kvalitatiivne analüüs, mille käigus selguvad tehtud vigade põhjused. Järgnevas materjalis on antud kõigepealt oskuste uurimiseks mõeldud katsete kirjeldus, seejärel on näitena analüüsitud ühe õpilasega (õpilane nimega Raul) läbi viidud katseid. I klassi ainekava nõudeid arvestavad katsed on läbi viidud II klassi alguses (septembrikuus), kuid katseid saab läbi viia kohe peale vastava aineosa käsitlemist. Matemaatika eelkursust käsitlevad katsed on kasutatavad ka I klassi alguses.

Koostatud materjali on koondatud katsematerjal kõigi matemaatika elementaaroskuste uurimiseks. Materjali järjestamisel on lähtutud katsete läbiviimise loogikast – raskemalt lihtsamale. Erinevaid matemaatika põhiteemasid uurivad katsed on grupeeritud teemade järgi ning silmas pidades oskuste arengut. Ühe konkreetse õpilase matemaatika omandamisraskuste uurimiseks pole alati vaja läbi viia kõiki kirjeldatud katseid, *Lapse vaatluse kaardi* või igapäevase töö põhjal peaks õpetaja saama esmase kujutluse omandamisraskuste valdkonnast ja olemusest, konkreetsete probleemide ja nende põhjuste selgitamine toimub aga kirjeldatud katsete alusel lapse individuaalse uurimise käigus.

Järgnevas katsete analüüsis on iga teemavaldkonna puhul märgitud, mitmenda abistamise astme toel õpilane ülesande sooritas ning kirjeldatud on ka abistamise võtet. Juhul, kui abistamine ei andnud tulemusi, loeti ülesanne mittesooritatuks. Kirjalike ülesannete puhul abistamist ei kasutatud, kuna need ülesanded olid osa kontrolltööst.

Analüüsis on Rauli vastused antud *kursiivis*.

SUURUSTE MAAILM

Mõõtmine

Mõõtmisoskusi kontrollitakse kolmel raskusastmel – kõigepealt kontrollitakse konkreetse joone mõõtmisoskust ning oskust väljendada saadud tulemus mõõtühikutes, seejärel oskust mõõta konkreetseid esemeid ning oskust leida eseme pikkus konkreetse mõõtepulga abil ning vastata küsimusele – *Mitu mõõtepulka on pliiats pikk?*

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps on omandanud oskuse kasutada mõõtmisel joonlauda ja mõõta joonestatud lõigu pikkust ning leida sobiv mõõtühik.	Laps peab mõõtma paberil kujutatud objektide vahel olevate sirglõikude pikkusi ning väljendama saadud tulemust sobilikes mõõtühikutes (sentimeetrites).

Selgitada, kas laps on omandanud oskuse kasutada mõõtmisel joonlauda ja mõõta esemete pikkust sentimeetrites.	Lapsele antakse kolm pulka (näiteks pikkustega 5, 9 ja 15 sentimeetrit) ja joonlaud ning antakse ülesanne: *Mõõda, kui pikad on need pulgad?*
Selgitada, kas laps on omandanud oskuse esemeid võrrelda, üht eset järjestikku teisele paigutada või mahutada.	Lapsele antakse kaks eset – pikk pliiats ja mõõtepulk. Lapselt küsitakse: *Mitu mõõtepulka on pliiats pikk?*

Mõõtmine (katse analüüs)

Ülesanne: Mõõda puude vahelised kaugused. Kirjuta vastus iga lõigu juurde.

Ülesanne näitas, kas laps on omandanud oskuse kasutada mõõtmisel joonlauda ja mõõta joonestatud lõigu pikkust ning leida sobiv mõõtühik. Antud juhul sai õpilane järgmised vastused: *7; 5; 2.* Need vastused näitavad, et õpilane oskab joonlauaga lõigu pikkust mõõta (mõõdud olid õiged), kuid jääb hätta sobiva mõõtühiku valikuga.

Individuaalse uurimise käigus selgitati õpilase oskus mõõta joonlauga materiaalseid esemeid, lugeda joonlaualt mõõt ning leida sobiv mõõtühik. Õpilasele anti kolm pulka (pikkusega 5, 9 ja 15 sentimeetrit) ja joonlaud. Töökorraldus oli: *Mõõda, kui pikad on need pulgad?* Mõõtmisel eksis õpilane esimese pulga (5 cm) pikkuse määramisega, pakkudes pikkuseks 4 cm. Abistamiseks anti õpilasele korraldus *Mõõda seda veel!* ning seejärel leidis õpilane õige mõõdu. Vea tingis ebaõige mõõtmistehnika, õpilane alustas pulga mõõtmist joonlaua algusest, mitte nullpunktist. Ülejäänud pulgad mõõtis õpilane veatult.

Selgitamaks, kas laps on omandanud mõõtmise olemuse (ehk oskuse esemeid võrrelda, üht eset järjestikku teisele paigutada või mahutada), anti talle kaks eset – pikk pliiats ja mõõtepulk. Lapselt küsiti: *Mitu mõõtepulka on pliiats pikk?* Õpilane pliiatsit mõõtma ei hakanud ning hoolimata katse läbiviija abistamisest ei tulnud mõõtmisega toime. Seega võib järeldada, et õpilane ei ole omandanud mõõtmise olemust, joonlauga mõõtmise oskus on aga formaalne. Kuigi esmase mõõtmisoskuse peaks laps saama juba enne kooli, pole Raul seda omandanud, seega on vajalik mõõtmisoskuse arendamisega tegelda nüüd.

KUJUNDITE MAAILM

Modelleerimine

Modelleerimisoskusi kontrollitakse geomeetriliste mudelite (kolmnurk, nelinurk, ring) äratundmise ja joonestamise kaudu.

Ruumiliste kujundite nimetuste tundmist kontrollitakse geomeetriliste kujundite (kuup, risttahukas, ruut, ristkülik, ring, kera) nimetuste kasutamisega konkreetsete esemete kirjeldamisel.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps on omandanud geomeetriliste kujundite nimetuse.	Laps peab leidma etteantud valikust geomeetrilisele kujundile õige nimetuse (antud on *kuubi, ringi, kolmnurga ja ristküliku* kujutised; õpilane peab tegema loetelu valikust *kera, kolmnurk, kuup, ristkülik, tetraeeder, ring*).
Selgitada, kas laps on omandanud oskuse joonestada tasapinnalisi geomeetrilisi kujundeid.	Lapsel palutakse joonestada kolmnurk, nelinurk ja ring. Katse läbiviija ei täpsusta, kas joonestamisel tuleb kasutada abivahendeid. Juhul, kui laps soovib kasutada abivahendeid, võimaldab katse läbiviija talle nende kasutamise.
Selgitada, kas laps on omandanud oskuse leida pildilt geomeetrilisi kujundeid.	Lapsel palutakse pildi kirjeldamisel kasutada geomeetriliste kujundite nimetusi (pilt kujutab tuba ja seal mängivat last (E. Noor, Esimesed sammud matemaatikas. Töövihik I klassile. I osa. 6. trükk, 1994, lk. 8).

Modelleerimine (katse analüüs)

Ülesanne: Kirjuta iga geomeetrilise kujundi alla selle nimetus.

Ülesanne näitab, kas laps on omandanud geomeetriliste kujundite nimetuse.

Ülesandes oli antud kuubi, ringi, kolmnurga ja ristküliku kujutised. Õpilasel oli vaja leida õiged kujundite nimetused loetelust kera, kolmnurk, kuup, ristkülik, tetraeeder, ring.

Õpilane ülesannet ei lahendanud (tegemist oli ühe ülesandega kirjalikust kontrolltööst, mille täitmise aeg oli limiteeritud) ning selle põhjal ei saa teha järeldusi õpilase teadmiste ja oskuste kohta. Seega oli vaja õpilase modelleerimisoskused välja selgitada järgmiste katsetega.

Selgitamaks, kas laps on omandanud oskuse joonestada tasapinnalisi geomeetrilisi kujundeid, paluti tal joonestada kolmnurk, nelinurk ja ring. Kõigi kujundite joonestamisega sai laps hakkama abita, kolmnurga ja nelinurga joonestamisel kasutas ta joonlauda, ringi joonestas vabakäega.

Selgitamaks, kas laps suudab geomeetrilisi kujundeid seostada reaalsete objektidega, paluti tal pildi kirjeldamisel kasutada geomeetriliste kujundite nimetusi. Tuba ja seal mängivaid lapsi kujutavalt pildilt tuli õpilasel leida ruudu-, ristküliku-, ringi- ja kolmnurgakujulisi esemeid. Esialgu jäi õpilane hätta ruudukujuliste esemete leidmisega, kuid peale õpetaja küsimust *Milline on ruut?* leidis õpilane esemed. Ristküliku-, ringi- ja kolmnurgakulised esemed leidis õpilane pildilt probleemideta. Seega võib järeldada, et õpilane on omandanud modelleerimisoskused ja tunneb geomeetrilisi kujundeid. Esimese, lahendamata jäänud ülesande mittesooritamise põhjustas ajapuudus, edasised katsed näitasid, et õpilane geomeetriliste kujundite nimetusi teab ja oskab neid kujunditega seostada. Siiski on tegemist geomeetriliste kujundite kõige lihtsama ja elementaarsema käsitlusega, edasistes kooliastmetes on kujundite käsitlemine juba uuel tasandil. Arvesse tuleb ka võtta, et kujutluse ruumist loob laps asjade maailma toel, seega on vaja kujundite maailmas orienteerumise potentsiaali ennustamiseks arvestada ka suurus- ja asendimõistete tundmist.

ARVUDE MAAILM

Neli aritmeetiliste tehet – arvutamisoskus

Arvutamisoskuse omandatuse uurimist alustatakse ülesannete lahendamise tulemuste põhjal. Ülesannetes ilmnenud vigade põhjal koostatakse spetsiaalsed katseülesanded lapse individuaalseks uurimiseks.

Katseülesannete koostamisel jaotatakse kontrollitav oskus osaoskusteks ning uuritakse nende omandatuse kvaliteeti eraldi.

Individuaalse uurimise käigus jälgitakse lapse töötamist ja esitatakse küsimusi lahenduskäigu kohta: *Räägi, kuidas sa arvutad,* lastakse põhjendada: *Põhjenda, miks sa nii arvutad.* Lapse vastused ja põhjendused võimaldavad mõista tema mõttekäike ja lahendamise strateegiaid, avastada vigu nii arvutamises kui ka algoritmide kasutamises.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Kontrollida liitmis- ja lahutamisoskust 10-ne piires.	Katsega kontrollitakse liitmis- ja lahutamisoskust lähtuvalt järgmistest raskusastmetest: ühekohaliste arvude liitmine järguületamiseta (liitmine 10 piires) (4+5=…); ühekohalisest arvust ühekohalise arvu lahutamine (8-5=…);
Kontrollida liitmis- ja lahutamisoskust 20-ne piires.	Katsega kontrollitakse **liitmisoskust** lähtuvalt järgmistest raskusastmetest: kümnele ühekohalise arvu liitmine (10+4=…); kahekohalisele arvule ühekohalise liitmine järguületamiseta (12+3=…);

	kahekohalisele arvule ühekohalise liitmine nii, et vastuseks on kakskümmend (18+2=…); ühekohaliste arvude liitmine järguületamisega (7+8=…); **lahutamisoskust** kontrollitakse lähtuvalt järgmistest raskusastmetest: ühekohalise arvu lahutamist kahekohalisest arvust nii, et vastuseks on kümme (13-3=…); kahekohalisest arvust ühekohalise arvu lahutamine järguületamiseta (16-4=…); kahekümnest ühekohalise arvu lahutamine (20-5=…); kahekohalisest arvust ühekohalise arvu lahutamist järguületamisega (15-8=…).
Kontrollida täiskümnete liitmis- ja lahutamisoskust saja piires.	Katsega kontrollitakse täiskümnete liitmis- ja lahutamisoskust saja piires (20+40=…; 90-20=…).

Neli aritmeetiliste tehet – arvutamisoskus (katse analüüs)

Arvutamisoskuse omandatuse uurimist alustati kirjalike ülesannete lahendamisega.

Ülesanne: Arvuta.

7-5=*2* **3+4**=*7*

8-2=*6* **2+6**=*8*

Ülesanne kontrollis liitmis- ja lahutamisoskust 10-ne piires.

Õpilase vastustest võib eeldada, et ta on omandanud 10-ne piires liitmise ja lahutamise, kuid lõplike järelduste tegemiseks on vaja oskusi veel kontrollida ning selgitada välja, kuidas õpilane vastuseni jõuab.

Ülesanne: Arvuta.

10+7=*17* **12-1**=*11* **13-3**=*10*

20-5=*15* **15+3**=*18* **18+2**=*20*

Ülesanne: Arvuta.

6+6=*12* **12-8**=*4* **5+9**=*14*

11-5=*6* **7+5**=<u>*10*</u> **17-8**=<u>*8*</u>

Ülesanne: Arvuta.

20+40=*…* **70-20**=*…*

50+30=*…* **90-40**=*…*

Kõigi nende ülesannete lahendamise antud vastuste põhjal võib eeldada, et õpilane ei ole omandanud arvutamisoskust kõigis raskusastmetes. Samas ei saa nende ülesannete põhjal teha mingeid järeldusi arvutusviiside kohta, mida õpilane kasutab. Selle kohta võib teha järeldusi alles peale õpilase individuaalset uurimist, mille käigus sai õpilane jagada täpsemaid selgitusi. Õpilasele anti lahendamiseks üheksa avaldist.

3+4=7 Võtsin kõigepealt 4 näppu, siis lugesin 3 juurde.

2+6=8 Võtsin 2 näppu, lugesin 6 juurde.

8-5=3 Lugesin 8 näppu ja siis 5 maha.

9-4=5 Lugesin 9 näppu ja siis 4 maha, järele jäi 5.

13-3=10 Kolmeteistkümnest lugesin 3 tagasi – 12, 11, 10.

11-5=5 Üheteistkümnest lugesin tagasi 5.

7+5=11 Lugesin 7 sõrme ja sinna 5 sõrme juurde, kui sõrmed otsa said, jätsin meelde ja lugesin edasi.

4+8=12 Lugesin 4-le sõrmele juurde (*õpilane reaalselt sõrmi ei lugenud*).

17-8=9 Lugesin 16, 15, 14 (*Sõrmed abiks*).

Nendest arvutustest ja õpilase antud selgitustest on näha, et arvutamisel toetub õpilane eelkõige abivahenditele (sõrmed). Arvutamisel tehtud vigadest on aga näha, et sõrmedel arvutamist tuleb piirata, õpilane peaks omandama liitmise-lahutamise algoritmi (arvutan kümneni ja siis sealt edasi). See aga toetub arvu liitehituse tundmisele, mille omandatust tuleb veel uurida.

Arvu liitehitus ja kümnendkoostis

Arvu liitehituse omandatust kontrollitakse ülesannetega, kus katseisikutel tuleb leida arvu puuduv komponent. Arvu kümnendkoostise omandatust kontrollitakse ülesandega, kus etteantud arvud tuleb esitada järkarvude summana.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps on omandanud arvu liitehituse.	Ülesandes peab laps leidma etteantud arvu ühe puuduva komponendi. Etteantud arvude suurus jääb 10-ne piiresse (7 on 3 ja …).
Selgitada, kas laps on omandanud seose liitmise ja lahutamise vahel ning seosed tehtekomponentide vahel.	Ülesandes peab laps leidma puuduva tehtekomponendi liitmis- ja lahutamistehtes (3+…=5; 5-…=3).
Selgitada, kas laps on omandanud arvu kümnendkoostise.	Laps peab esitama etteantud arvu järkarvude summana, tehtemärk on ette antud (11=…+…).

Arvu liitehitus ja kümnendkoostis (katse analüüs)

Nende oskuste omandatust kontrolliti ülesannetega, kus tuli leida arvu puuduv komponent või etteantud arvud esitada järkarvude summana.

Ülesanne: Kirjuta puuduv arv.

9 on **6** ja *11*; **6** on **3** ja *8*

Ülesanne näitas, et laps ei ole omandanud arvu liitehitust, ei saa aru ülesande töökäsust või ei oska arvutada.

Ülesanne: Kirjuta puuduv arv.

5+*3*=**8**   **8**-*3*=**5**

4+*4*=**9**   **9**-*4*=**4**

Ülesande lahendamisel antud vastustest võib järelda, et õpilane on omandanud seose liitmise ja lahutamise vahel, kuid ta eksib arvutamisega 10-ne piires.

Ülesanne: Kirjuta arvud täiskümnete ja üheliste abil.

25=…+…   **37**=...+…

52=…+…   **19**=…+…

Õpilane jättis ülesande lahendamata.

<u>Kuna ka arvutusülesanded näitasid, et õpilane ei kasuta arvutamisel arvu liitehitust, võib nendest katsetest järeldada, et lapsel on arvu liitehitus ning kümnendkoostis omandamata.</u>

<u>Seega tuleks õpilase abistamisel pöörata tähelepanu arvureale, arvu liitehitusele, arvutamisele kümne piires ning liitmise-lahutamise algoritmi õpetamisele.</u>

Arvude võrdlemine

Arvude võrdlemise oskust kontrollitakse kirjaliku ülesandega, kus lapsel tuleb etteantud arvude vahel leida õige seos (*on suurem kui...; on väiksem kui…; …on võrdne…*).

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps oskab arve võrrelda ja kasutada õigesti märke >,<,=.	Ülesandega kontrollitakse suurustunnusel põhineva järjestusseose rakendamise oskust arvude võrdlemisel ja märkide > < = tähenduse tundmist ja kasutamisoskust; samuti ühekaupa juurde ja äraloendamise (ühe liitmise ja lahutamise) oskust. Ülesannetega kontrollitakse ka seoste “võrra suurem”, “võrra väiksem” mõistmist ja kasutamist ülesande lahendamisel (oskust valida ja sooritada õige tehe või märkida järgnev või eelnev arv).

Arvude võrdlemine (katse analüüs)
Ülesanne: Võrdle arve. Kirjuta õige märk (< > =).

6	>	*2*	*17*	=	*17*
10	<	*15*	*14*	>	*9*

Ülesanne: Kirjuta arv, mis on ühe võrra suurem.

4	**1**	**7**	**6**
?	?	?	?
6	*3*	*9*	*8*

Ülesanne: Kirjuta arv, mis on ühe võrra väiksem.

9	**8**	**3**	**5**
?	?	?	?
8	*7*	*2*	*4*

Ülesannete lahendamine näitas, et õpilane suudab arve võrrelda ning on omandanud mõiste „ühe võrra väiksem”. Ülesande, kus tuli leida „ühe võrra suurem” arv, lahendas õpilane valesti (kirjutas kahe võrra suurema arvu). Ülesande valesti lahendamise põhjus võib olla selles (antud juhul viidi kirjeldatud katsed läbi kirjalike ülesannetena, seega puudus õpilaste individuaalne jälgimine ning nende katsete sooritamise edukus sõltus ka töökäsust arusaamisest), et õpilane ei lugenud töökäsku tähelepanelikult või et õpilane eksis sõrmedel loendamisel. Edasises töös on vajalik vea põhjus välja selgitada (selgub individuaalsel uurimisel) ning seejärel saab leida ka vajaliku korrektsiooniviisi. Antud juhul saab toetuda arvutusoskuse uurimisel läbi viidud katsetele, kust selgus, et õpilane võib küll sõrmedel loendamisel eksida, kuid on ebatõenäoline, et ta eksiks järjepidevalt. Seega võib eeldada, et õpilane ei saanud töökäsust aru.

Numeratsioon

Numeratsiooni omandatust kontrollitakse konkreetsete ülesannete lahendamisega.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps on omandanud numeratsiooni 20-ne piires.	Erinevate kirjalike ülesannetega kontrollitakse teadmisi arvude paiknemisest arvureas ja väljendite “vahetult eelnev”, “vahetult järgnev arv” ning “arvude vahel olev arv” mõistmist; arvurea tundmist 20 piires ja arvude kirjutamise oskust 20-ne piires.

Numeratsioon (katse analüüs)
Numeratsiooni omandatust kontrolliti konkreetsete ülesannete lahendamisega, nende põhjal võis järeldada, kas laps on omandanud numeratsiooni 20-ne piires.

Ülesanne: Kirjuta igale antud arvule vahetult eelnev ja järgnev arv.

5	**6**	*7*	*10*	**11**	*12*
14	**15**	*16*	*2*	**3**	*4*

Ülesanne: Kirjuta antud arvude vahel olev arv.

7	*8*	**9**	**13**	*14*	**15**
17	*18*	**19**	**4**	*5*	**6**

Ülesanne: Kirjuta arvureas puuduvad arvud.

1	*2*	*3*	**4**	*5*	**6**	*7*	*8*	*9*	**10**	*11*	*12*	**13**	*14*	**15**	*16*	*17*	**18**	**19**	*20*

Ülesannete lahendamisest võib järeldada, et õpilane on omandanud numeratsiooni 20-ne piires. Samas ei saa nende ülesannete põhjal teha järeldusi omandatuse taseme kohta, ülesanded ei näita, kas õpilane on arvurea pähe õppinud või on ta omandanud arvude vahelised seosed.

Loendamine

Lapse loendamisoskust kontrollitakse esemete praktilise loendamise najal. Seejuures jälgitakse, kas loendamise juures

1) töötab füsioloogiline mehhanism,
2) millise tähenduse annab laps viimasena öeldud arvsõnale.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Välja selgitada, kas laps on omandanud arvude järjestikused nimetused praktilise loendamise piires.	Lapsel lastakse loendada kümmet eset, mis on paigutatud tema ette lauale. Kui laps sooritab loendamisülesande veatult, pannakse tema ette lauale veel kümme eset (kokku 20 eset) ja lastakse neid loendada.
Välja selgitada, kas loendamise ajal käivitub füsioloogiline mehhanism;	Sel ajal kui laps loendab esemeid, jälgitakse, kas lapse käsi, pea või keha hakkab arvude järjestikuste nimetuste ütlemise rütmis liikuma mööda loendatavaid esemeid (sellega luuakse üksühene vastavuse seos loendatavate esemete ja arvude järjestikuste nimetuste vahel).
Välja selgitada, kas laps on omandanud arvsõna tähenduse	Lapsel palutakse loendamine peale *viis* ütlemist peatada ja küsitakse: *Kus on viis?*

Loendamine (katse analüüs)

Kuna arvude rida mõtestatakse loendamise toel, on vaja järgnevalt kontrollida õpilase **loendusoskusi**. Selle kontrollimiseks pidi laps loendama kõigepealt 10 eset (sooritas ülesande edukalt), seejärel 20 eset (sooritas loendamisülesande edukalt). Selgus, et laps on omandanud arvude järjestikused nimetused praktilise loendamise (kasvavas järjekorras) piires (loendamisoskust kahanevas järjekorras ei kontrollitud). Loendamise ajal hakkas lapse pea arvude järjestikuste ütlemise rütmis liikuma mööda loendatavaid esemeid (sellega luuakse üksühene vastavuse seos loendatavate esemete ja arvude järjestikuste nimetuste vahel), seega füsioloogiline mehhanism töötas. Selgitamaks, kas laps on omandanud arvsõna tähenduse, paluti tal loendamine peale *viis* ütlemist peatada ja küsiti: *Kus on viis?* Laps osutas seepeale viiele esemele, seega sooritas ülesande edukalt. Kokkuvõtteks võib öelda, et laps on omandanud loendamise matemaatilise tähenduse.

ESEMETE MAAILM (PÕHITEGEVUSED)

Enamuse nendest põhitegevustest peaks laps omandama juba enne kooli. Matemaatika protsessuaalse aluse moodustavate põhitegevuste omandamine ei toimu kindlas järjekorras vaid üksteist täiendades.

Samaväärse hulga moodustamine

Samaväärse hulga moodustamise oskust kontrollitakse klassikalise **Piaget' katsega nr. 1**.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Välja selgitada, kas on omandatud üksühese vastavuse seos, kas laps tuleb toime etteantud hulga järgi teise, samaväärse hulga moodustamisega.	Katse viiakse läbi individuaalselt. Katsevahenditeks on komplekt kabenuppe. Katsetaja võtab karbist 7 musta kabenuppu ja paneb need lapse ette ritta erinevate vahedega. Ülejäänud mustad nupud pannakse lapse vaateväljast kõrvale. Seejärel antakse lapse kätte komplekti kuuluvad valged nupud. Lapsel palutakse asetada mustade nuppude alla, uude ritta niisama palju valgeid nuppe, kui neid on mustade nuppude reas. Kui laps alustab mustade nuppude arvu kindlaksmääramist loendamisega, peab katsetaja lapse peatama.

Hulga samaväärsuse säilitamine

Hulkade samaväärsuse püsimist kontrollitakse klassikalise **Piaget' katsega nr. 2**. Katse on individuaalne ning sooritatakse vahetult pärast Piaget' katset nr. 1.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps suudab säilitada hulga samaväärsust. Samaväärsuse säilitamine on tegevus, mis kindlustab hulga püsimise ka siis, kui tema esemete paigutuses on tehtud muudatusi.	Kaste lähtub klassikalisest Piage' katsest nr. 1. Katse nr. 2 algab katse nr. 1 lõppsituatsioonist. Laual on üksüheses vastavuses olevad valgete ja mustade kabenuppude read. Katsetaja nihutab alumises reas paar nuppu teise kohta nii, et nuppude rida pikeneb. Laps peab seda tegevust jälgides veenduma, et katsetaja ei võta ühtegi nuppu ära ega lisa juurde. Lapselt küsitakse: *Milliseid nuppe on laual rohkem - musti või valgeid?* Kui laps vastab valesti, küsitakse: *Miks on valgeid nuppe rohkem kui musti nuppe?*

Osa võrdlemine tervikuga

Osa ja terviku (või vastupidi) võrdlemise oskust kontrollitakse klassikalise **Piaget' katsega nr. 3**.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps on omandanud oskuse võrrelda osa tervikuga.	Lapse ette lauale asetatakse ühte ritta ja ühesuguste vahedega 7 kabenuppu, millest 3 on valged ja 4 mustad. Ühte ja sama värvi nupud on järjestikku. Lapselt küsitakse: *Milliseid nuppe on laual rohkem - valgeid nuppe või kabenuppe?* Üht osahulka, mille tunnussõnaks on *must*, küsimuses ei ole.

Katsete analüüs

Arvude võrdlemise eeloskuseks on s**amaväärse hulga moodustamise** oskus, mida kontrollitakse klassikalise **Piaget' katsega nr. 1**. Õpilane sooritas katse positiivselt (abita), mis näitab, <u>et õpilane on suuteline mõtestama kõik asjade maailma kuuluvad seosed, samuti on tal eeldused mõista arvude vahelisi seoseid</u>.

Selgitamaks lapse mõtlemise arengut ning lähtudes katsete sooritamise loogikast, on selle katse järel sobilik uurida lapse oskust säilitada **hulga samaväärsust**, mille omandatus on üks arvumõiste kujunemise eeltingimusi ning mille põhjal areneb pööratavusel põhinev mõtlemisoskus, mis on oluliseks eelduseks edasistele matemaatikaõpingutele. Hulga samaväärsuse püsimist kontrollitakse klassikalise **Piaget' katsega nr. 2**. Antud katse osutus õpilasele raskemaks kui Piaget katse nr. 1 ning õpilane katset ei sooritanud. Õpilastele esitati lisaküsimus *Miks on valgeid nuppe rohkem kui musti nuppe*?, kuid laps sellele küsimusele vastuseks mingit selgitust ei andnud, piirdudes väitega, et *Neid on rohkem*. <u>Seega ei suuda õpilane säilitada hulga samaväärsust ning tõenäolised on raskused arvumõiste kujunemisel. Nagu eespool näidati, on Raulil tõepoolest raskused arvu liitehituse omandamisel.</u>

Õpilase mõtlemisoskuse ning matemaatiliste oskuste arengupotentsiaali selgitamiseks viidi seejärel läbi **Piaget katse nr. 3**, millega kontrolliti oskust **võrrelda osa tervikuga**. Tegemist on mõttelise tegevusega, mis järjestab hulga ja tema osahulga neid eristava tunnuse alusel. Ka antud katset õpilane ei sooritanud, vastates, et *rohkem on laual musti nuppe*. <u>Antud vastus näitab, et õpilane võrdleb osi õigesti, kuid ei suuda veel osa tervikuga võrrelda, see aga tähendab, et õpilasele võivad raskusi valmistada mitmed koolimatemaatika teemad: üht ja sama liiki suuruste võrdlemine, arvurea mõtestamine, arvu liitehituse tundmaõppimine, edaspidi ka jagamine ning murdude olemus. Nagu eelpool näitasime, on mõned neist</u>

raskustest ka selgunud, Raulile valmistab raskusi arvude liitehitusest arusaamine ning sellest on tingitud ka vead arvutamisel.

Järjestamine

Järjestusseoste tundmist ja kasutamise oskust tuleb kontrollida kahel tasemel:

1) teha kindlaks, kas laps suudab esemete järgi nimetada neid eristava tunnuse (*esemed*→ *sõna*);
2) selgitada, kas antud sõna järgi suudab laps etteantud esemeid järjestada (*sõna*→ *esemed*).

Järjestamine suurustunnuste alusel

Suurusetunnusel põhinevaid järjestamisi saab kontrollida lastele tuttavate erineva pikkuse, paksuse, laiuse, kõrguse ja suurusega esemete abil.

Kontrollimise teine pool (sõnalt esemele) ei järgne kohe. Vahepeal keskendatakse lapse tähelepanu teistele suurustunnustele ja siis tullakse uuesti sõnade *pikem* ja *lühem* juurde tagasi.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada välja, kas laps on omandanud kujutluse suurustunnustest ning seose vastava sõnaga.	Lapse ette lauale asetatakse kaks erineva pikkusega pliiatsit nii, et nende ühed otsad on kohakuti. Lapselt küsitakse: *Mille poolest erinevad sinu ees olevad pliiatsid?* Laps peaks sõnastama ühe või mõlemad seosed, st kasutama sõnu *pikem* ja/või *lühem*. Sama küsimuse (*mille poolest erinevad…*) alusel lastakse lapsel võrrelda esemeid teiste suurustunnuste (*lai-kitsas; jäme-peenike; kõrge-madal; pikk-lühike; suur-väike*) järgi. Kasutatavateks küsimusteks on: *Mille poolest erinevad joonlaud ja raamat?* *Mille poolest erinevad raamat ja vihik?* *Mille poolest erinevad kustutuskumm ja vihik?*
Selgitada välja, kas laps oskab esemeid suurustunnuste alusel võrrelda ja tulemust seostada õige sõnavara abil.	Katse esimeses pooles kasutatud esemete hulgast lastakse lapsel valida etteantud suurustunnuse põhjal kindel ese (*Näita, milline pliiats on pikem/lühem*). Samamoodi kontrollitakse teiste suurustunnuste alusel esemete võrdlemist: *Näita, kumb on laiem/kitsam, kas joonlaud või raamat?* *Näita, kumb on õhem/paksem, kas raamat või vihik?* *Näita, kumb on kõrgem/madalam, kas taburet või kapp?* *Näita, kumb on suurem/väiksem, kas kustutuskumm või raamat?*

Järjestamine suurustunnuste alusel (katse analüüs)

Suurustunnuste alusel järjestamisoskuse kontrolliva katse esimeses osas valmistas õpilasele raskusi vaid tunnuse *suurem-väiksem* kasutamine ja selle iseseisev leidmine. Tunnuste *on laiem kui…* ning *on paksem kui…* leidmisel vajas Raul abi, efektiivseks osutus tähelepanu juhtimine katsevahendite ebaolulistele tunnustele (*Missugune see väiksem välja näeb?; Kuidas me vihiku kohta ütleme, kui tal on vähem lehti?*).

Teise katseosa (sõna järgi etteantud esemete järjestamine) sooritas õpilane veatult.

Järjestamine asenditunnuste alusel

Asenditunnustel põhinevate järjestusseoste omandamist kontrollitakse spetsiaalselt seatud olukorras.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Välja selgitada, kas laps on omandanud kujutlused ruumisuhetest ning seosed vastava sõnavaraga	Lapsele näidatakse pilti, mis kujutab mitmekorruselist maja, puud ja ühekorruselist maja. Pildi alusel küsitakse: *Mis on pildil paremal?* *Mis on pildil vasakul?* *Mis on pildil üleval?* *Mis on pildil all?* *Kus on kassi suhtes koer?* *Kus on kassi suhtes poiss?* *Kes on kõige kõrgemal?* *Kes on kõige madalamal?*
Välja selgitada, kas laps on omandanud oskuse muuta eseme asukohta ruumis enda ning teiste objektide suhtes.	Katse teine osa viiakse läbi praktiliselt esemetega. Lapsele antakse korraldused: *Aseta pliiats raamatu ette, taha, vasakule, paremale, üles, alla, lähedale, kõrgele, madalale.*

Järjestamine asenditunnuste alusel (katse analüüs)

Asenditunnustel põhinevate järjestusseoste omandamist kontrolliva katse esimene osa näitas, kas laps on omandanud kujutlused ruumisuhetest ning seosed vastava sõnavaraga. Selleks näidati talle pilti, mis kujutas mitmekorruselist maja, puud ja ühekorruselist maja. Pildi alusel esitati õpilasele 8 küsimust, mis kirjeldasid erinevate objektide asumist pildil. Abita leidis õpilane, mis on pildil paremal, vasakul ja all, samuti objektide asendi tunnuste *kõrgemal-madalamal* alusel. Samas ei suutnud õpilane ka abistavate küsimuste (*Kas kõrgemal on veel midagi?; Vaata kus on…?*) toel määratleda, *kes on kõige kõrgemal/madalamal?* Abistava korralduse toel (Vaata veel.) leidis õpilane, *mis on pildil üleval?* <u>Katse näitas, et õpilasel on kujunenud arusaam ruumisuhetest ning vastavast sõnavarast.</u>

Katse teise osaga selgitati, kas laps on omandanud oskuse muuta eseme asukohta ruumis enda ning teiste objektide suhtes. See katseosa viidi läbi praktiliselt esemetega (pliiats ja raamat). Lapsele anti korraldused: *Aseta pliiats raamatu ette, taha, vasakule, paremale, alla, kaugele, lähedale, kõrgele, madalale.* Neist korraldustest suutis õpilane iseseisvalt täita vaid kaks (*aseta pliiats raamatust kaugele/lähedale*), ülejäänud korralduste täitmisega ei tulnud õpilane toime. Seega ei ole õpilane omandanud oskust muuta esemete asukohta ruumis teiste objektide suhtes, edasises töös on vajalik vastavate harjutuste sooritamine.

Järjestamine ajatunnuste alusel

Ajatunnustel põhinevaid ajaseoseid suudab laps "näitlikustada" ainult oma igapäevategevuste ja -toimingute toel.

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Välja selgitada, kas laps on omandanud ööpäeva osade nimetused, saab aru nende järgnevusest ning mõistab väljendeid eile-täna-homme.	Lapselt küsitakse: *Millistest osadest koosneb ööpäev? Millega päev algab? Mis tuleb pärast hommikut? Mis tuleb pärast lõunat? Mis tuleb pärast õhtut? Kas eile on juba möödas, kestab või alles tuleb? Kas täna on juba möödas, kestab või alles tuleb? Kas homme on juba möödas, kestab või alles tuleb?* Lähtudes konkreetsest katse sooritamise ajast, võib valida välja ka kolm sündmust, milles laps osales/osaleb, ning küsida, millal need sündmused toimusid/toimuvad. Sündmuste valikul tuleb lähtuda sellest, et laps peaks kasutama ajamõisteid eile-täna-homme.
Välja selgitada, kas laps on omandanud seose ajatunnuse ja konkreetse sündmuse vahel.	Lapsel palutakse nimetada sündmusi, mis seostuvad konkreetsete ajatunnustega: *Mida sa teed hommikul? Mida sa teed lõuna ajal? Mida sa teed õhtul? Mida sa teed öösel? Mida sa eile tegid? Mida sa täna teinud oled? Mida sa täna veel teed? Mida sa homme teed?* Juhul, kui laps ei suuda nendele küsimustele adekvaatselt vastata, kasutatakse katse läbiviimisel temaatilisi seeriapilte.

Järjestamine ajatunnuste alusel (katse analüüs)

Katsest selgus, et õpilane ei tunne ööpäeva osi (*K: Millistest osadest koosneb ööpäev? V: Päike paistab ja järsku saab öö. K: Millal päike paistab? V: Kui on hommik. K: Kuna veel? V: Vahepeal öösel. K: Tead veel mõnda ööpäeva osa nimetada? V: Ei tea.*), tal on raskusi erinevate ööpäeva osade järjestamisega (*teab, et päev algab hommikuga; ei tea, mis tuleb pärast hommikut; teab, mis tuleb pärast lõunat; ei tea, mis tuleb pärast õhtut*) ning õpilane ei tunne mõistest eile, kuid tunneb mõisteid täna/homme.

Kaste teise osaga selgitati, kas laps on omandanud seose ajatunnuse ja konkreetse sündmuse vahel. Selleks paluti tal nimetada sündmusi, mis seostuvad konkreetse ajatunnusega: *Mida sa teed hommikul? Mida sa teed lõuna ajal? Mida sa teed õhtul? Mida sa teed öösel? Mida sa eile tegid? Mida sa täna teinud oled? Mida sa täna veel teed? Mida sa homme teed?* Kõigile neile küsimustele vastas õpilane adekvaatselt.

Läbiviidud katsete põhjal võib järeldada, et õpilane ei ole omandanud oskust järjestada esemeid erinevate tunnuste alusel, see aga võib takistada tema matemaatiliste oskuste arengut, eriti arvude rea mõtestamist ning võrratuste selgitamist ja lahendamist.

Rühmitamine ja klassifitseerimine

Rühmitamisoskust kontrollitakse põhimõtteliselt sama metoodika abil, mida kasutatakse järjestamisoskuse kontrollimiseks, kuid esemete erinevus asendatakse ühisega.

Oluliseks on oskus rühmitada objekte (esemeid) kord ühe, siis teis(t)e tunnus(t)e alusel. Rühmitamine toetub kõigepealt tajudele (*Leia samasugused*), seejärel verbaliseeritud kujutlustele (*Leia kõik väikesed…*).

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Välja selgitada, kas on omandatud oskus rühmitada esemeid ühise tunnuse alusel.	Lapse ette lauale on asetatud 10 pliiatsit, millest pooled on pikemad kui ülejäänud pliiatsid. Lapsel palutakse leida pliiatsite hulgas pikemad (lühemad) pliiatsid. Samamoodi kontrollitakse kõigi kolme rühmitamistunnuse (suurustunnused; asenditunnused; ajatunnused) tundmist.
Välja selgitada, kas on omandatud oskus väljendada sõnaga rühmitamise aluseks olnud tunnust	Lapse ette lauale pannakse lühikesed pliiatsid ja neist selgelt eristatavasse paika pikad pliiatsid. Seejärel palutakse lapsel öelda, mille poolest pliiatsid erinevad.
Välja selgitada, kas on omandatud oskus rühmitada esemeid kahe ja enama tunnuse alusel.	Lapse ette lauale on asetatud 4 liiki kujundid (kolmnurgad, ringid, ruudud, südamed), mida kõiki on kolmes suuruses ja neljas värvis. Lapsel palutakse näidata, kuidas ta saab neid kujundeid rühmitada.

Rühmitamine ja klassifitseerimine (katse analüüs)

Antud oskuste kontroll jagunes kolmeks. Kõigepealt selgitati, kas õpilane on omandatud oskus rühmitada esemeid ühise tunnuse alusel. Pliiatsite hulgast pikemat/lühemate leidmisega sai õpilane hakkama iseseisvalt ning seega on tal see oskus omandatud.

Kaste teise osaga selgitati, kas õpilane on omandatud oskuse väljendada sõnaga rühmitamise aluseks olnud tunnust. Seda oskust õpilane omandanud ei olnud.

Kolmas katseosa näitas, kas õpilane on omandatud oskuse rühmitada esemeid kahe ja enama tunnuse alusel. Kolmest võimalikust rühmitamisvariandist leidis õpilane kaks, suutes rühmitada kujundeid suuruse ja värvi järgi.

Läbiviidud katsed näitavad, et õpilane ei ole täielikult omandanud rühmitamisoskust. Kuigi õpilane suudab näha ümbritsevates esemetes ja nähtustes ühist ning tajuda ühiste tunnustega esemetes tervikut, ei suuda ta tajutud ühist tunnust sõnaga väljendada. Seega on vajalik arendada õpilase rühmitamisoskust spetsiaalsete ülesannete abil.

Järeldused

Rauli matemaatiliste oskuste uurimine näitas, et õpilasel on probleeme mitmes matemaatika valdkonnas. Erinevaid matemaatika valdkondi on jaotatud esemete, arvude, suuruste ja kujundite maailmaks, antud juhul tuleb edaspidi tegelda nende arendamisega, pöörates erilist tähelepanu aine protsessuaalsele alusele. Arvestada tuleb ka seda, et kui õpilase uurimisel liigutakse raskemalt kergemale, siis õpetamisel on liikumise suund vastupidine, kergemalt raskemale. Seega on vaja järgnevalt katsetega leitud puudujäägid teadmistes ning mittetäielikult omandatud oskused järjestada vastavalt sellele põhimõttele. Korrektsiooni on vaja järelikult alustada protsessuaalsete alustega.

Katsetest selgus, et Raulil on puudulikult omandatud järjestamise, rühmitamise, hulkadega opereerimise ning mõõtmise oskused. Põhitegevustele tuginevate oskuste uurimisel selgus, et Raulile valmistab raskusi arvutamine 20-ne piires. Arvutamisraskused on aga omakorda põhjustatud sellest, et Raul ei mõista arvu liitehituse ning kümnendkoostise olemust ning teiseks ei ole ta omandanud järguületamisega liitmise-lahutamise algoritmi. Nende oskuste arendamisega tuleks tegelema hakata alles siis, kui põhitegevused on omandatud.

Vastav metoodika on publitseeritud Tartu Ülikooli õppekava arenduskeskuse poolt (Individuaalse õppekava koostamine ja rakendamine, Lisad, versioon 21.01.05; Matemaatika omandatuse uurimismaterjal I klassile; lk. 33-49; http://www.ut.ee/curriculum/orb.aw/class=file/action=preview/id=68875/IOK_lisad_21_01_05.pdf).

Toodud juhendisse on koondatud katsematerjal kõigi matemaatika elementaaroskuste uurimiseks. Erinevaid matemaatika põhiteemasid uurivad katsed on grupeeritud teemade järgi ning pidades silmas oskuste arengut. Ühe konkreetse õpilase matemaatika omandamisraskuste uurimiseks pole alati vaja läbi viia kõiki kirjeldatud katseid, Lapse vaatluse kaardi või igapäevase töö põhjal peaks õpetaja saama esmase kujutluse omandamisraskuste valdkonnast ja olemusest, konkreetsete probleemide ja nende põhjuste selgitamine toimub aga kirjeldatud katsete alusel lapse individuaalse uurimise käigus. Saadud tulemuste põhjal on vaja koostada korrektsiooniplaan igale uuritud lapsele individuaalselt, arvestades kirjanduses antud (Lints, 1974; Noor, 1986; 1997; 1998; Noor, Rohtla, 2004; Perry, 2000; Van Luit, 2000) ja käesoleva töö põhjal koostatud pedagoogiliste soovitustega:

1. Järjestamisoskused kujunevad lõplikult välja alles paljude praktiliste järjestamiste käigus. Praktilistes järjestustes tekib aga üha enam vajadus mõõtmiste järele. Mõõtmiste all mõeldakse esemete võrdlemist nende kõrvuti, peale või sisse paigutamise teel.
2. Rühmitamisoskuste ja -vilumuste kujundamine toimub kindlate käeliste ja sõnaliste tegevuste kaudu. Kõigepealt õpetatakse last määrama ja nimetama teda ümbritsevate esemete ühiseid tunnuseid, seejärel moodustama ühiste tunnuste alusel esemete hulki, sellele järgneb ümbruse kirjeldamine erinevate hulkade esiletoomise kaudu.
3. Mõõtmisoskust saab kujundada läbi lihtsamate mõõtmiste, kõige lihtsam on mõõta sammude abil. Kuna aga sammude abil ei saa täpselt mõõta, tuleb üle minna mõõtepulgaga mõõtmisele. Õiged mõõtmisvõtted tuleb õpetajal mitu korda ette näidata. Joonlauaga mõõtmist alustatakse mõõtühikut kasutamata, alles siis, kui need oskused on omandatud, saab kasutada nummerdatud skaalaga joonlauda.
4. Loendamise kõige olulisemateks eeldusteks on loendatavate esemete olemasolu ja arvude nimetuste tundmine. Õige loendamisoskuse kujunemiseks peavad loendatavad esemed olema lapse käeulatuses, loendamise ajal puudutab laps esemeid sõrmega või osutab neile, öeldes arvude järjestikuseid nimesid. Nii hakkab tööle loendamise füsioloogiline mehhanism, mis on loendamise esialgseks kriteeriumiks. Ainult järjestikuste arvsõnade ütlemine ei ole loendamine.
5. Modelleerimine ja mudelite mõtestamine tuginevad vaatlemisele ja võrdlemisele. Matemaatikaõpingute algul on vaadeldavateks objektideks reaalsed ruumilised ja tasapinnalised esemed, millest teatud tingimustel saab valmistada erinevate kehade ja kujundite mudeleid.
6. Täisväärtuslikud kujutlused hulkadevahelistest seostest tekivad ainult siis, kui nad kujunevad käeliste ja sõnaliste tegevuste kaudu. Õpetamist tuleb korraldada kolmeastmeliselt:
    (a) tuletatakse meelde paari tähendus ja näidatakse, kuidas kahe hulga elementidest saab neid joonega ühendades moodustada paare;
    (b) üksühese vastavuse kaudu moodustatakse samaväärseid hulki;
    (c) hulki võrreldakse esilagu üksühese vastavuse kaudu, hiljem ka esemete loendamise abil.

7. Arvutamine on kompleksne tegevus, mis sisaldab paljude osaoskuste sünteesi. Arvutamisoskuse omandamine toimub kindlate raskusastmete kaupa, mille õigest järjepidevusest on vaja õpetajal kinni pidada. Kui õpilase uurimisel selgub tema arvutamisoskuse puudulikkus, on üks võimalikke tegevusplaane järgmine:

(a) korrata ja süvendada oskust leida arvu asendajad;

(b) korrata 10-ne piires liitmise ja lahutamise põhiülesandeid;

(c) harjutada liitmist ja lahutamist 10-ni;

(d) korrata õpitud kahekohaliste arvude liitehitust;

(e) süvendada teadmisi arvutamise algoritmist – enne liidan(lahutan) kümneni, siis ülejäänud osa.

8. Tekstülesande lahendamisoskuse korrigeerimine peab algama selgitamisest, millise ülesande teadvustamise tasandil õpilasel probleemid tekivad. Seejärel tuleb korrektsiooniga tegelda juba vastavalt õpilase individuaalsetele erinevustele.

Antud pedagoogilisi soovitusi tuleks täita loetletud järjekorras, kuna need arvestavad oskuste ja teadmiste kujunemise loogikat lihtsamalt keerulisemale. Iga konkreetse õpilase puhul tuleb korrektsioonikava koostada vastavalt temaga läbi viidud katsete põhjal, arvestades tema teadmiste ja oskuste taset.

Käesoleva uuringu temaatikast jäi kõrvale õpetamise meetodid, kuid ka need on olulised matemaatika omandamisel. Nii näiteks on leitud, et kui õpilastele antakse rohkem selgitusi matemaatikatunnis tehtava töö kohta, on nende matemaatilised teadmised-oskused paremad. Selline tulemus saadi USA, Jaapani ja Hiina I ja V klassi õpilaste matemaatikaoskuste ning õppemeetodite võrdlevas uuringus (Perry, 2000). Edasistes uuringutes oleks otstarbekas võtta arvesse ka õppemeetodite mõju matemaatika omandamisele.

Kasutatud kirjandus

Alushariduse raamõppekava (1999) Riigi Teataja I 28.10.1999, 80, 737; https://www.riigiteataja.ee/ert/act.jsp?id=26072

Belials, K. (1996) Matemaatika õpik-tööraamat, I klass, I-II osa. Tallinn: Avita.

Bösch, M. F. (2003) Schwierigkeiten im Lernbereich Mathematik. http://www.swiss-paediatrics.org/agenda/cfc/fribourg2003/fluckiger.pdf 22.07.2004.

Briars, J. D.; Larkin, J. H. (1984) An integrated model of skill in solving elementary word problems. *Cognition and Instruction*, 1 (3), 245-296.

Butterworth, G.; Haris, M. (2002) Arengupsühholoogia alused. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.

Clements, D. H.; Sarama, J. (2004) Building Abstract Thinking Through MATH. *Early Childhood Today*, Mar2004, Vol. 18 Issue 5, p. 34.

Cohen, L. B.; Marks, K. S. (2002) How infants process addition and subtraction events. *Developmental Science*. May, Vol. 5, Issue 2, p. 186.

Dowker, A. (2004) What works for children with mathematical difficulties? (University of Oxford) http://www.dfes.gov.uk/research/data/uploadfiles/RR554.pdf 29.08.2004.

Fischer, K. W.; Rose, S. P. (1998) Crowth cycles of brain and mind. *Educational Leadership*, November, 56-60.

Flavell, J. (1970), The developmental psychology of Jean Piaget. New York [etc.] Van Nostrand Reinhold Company.

Geary, D. C. (2004) Mathematics and Learning Disabilities; *Journal of Learning Disabilities*; Vol 37, N 1, January/February, p. 4–15.

Gleitman, H. (1995) Psychology. Fourth edition. New York, London, WW Norton&Company.

Goswami, U. (2004) Neuroscience and education. *British Journal of Educational Psychology*, 74, 1–14.

Haridus- ja Teadusministeerium (2004), Rahvusvahelises võrdlusuuringus TIMSS on Eesti õpilaste tulemused väga head; http://www.hm.ee/uus/hm/client/index.php?035262301312041852 14.12.2004.

Jordan, N. C.; Hanich, L. B., Kaplan, D. (2003), Arithmetic fact mastery in young children: a longitudinal investigation. *Journal of Experimental Child Psychology* 85 (2003) 103–119.

Kaasik, K. (1997). Mõningaid matemaatika õpetamise probleeme ja rõhuasetusi põhikooli I astmes (1.-3. klass). Õppekava. Põhikooli I aste (II osa) (lk. 119-123) Tallinn: Eesti Vabariigi Haridusministeerium.

Kaasik, K.; Leppmann, L. (2002) Väike metoodikaraamat II kooliastme matemaatikaõpetajale. Avita.

Karlep, K. (1998). Psühholingvistika ja emakeeleõpetus. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.

Karlep, K. (1999). Emakeele abiõpe I. Üldküsimused. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.

Karlep. K. (2002). Õpitoimingute raskuastme reguleerimine. Koost: Plado, K. *Eripedagoogika. Logopeedia ja emakeel* – 3. Tartu: Eesti Eripedagoogide Liit.

Karlep. K. (2003). Kõnearendus. Emakeele abiõpe II. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.

Kaufmann, L.; Handl, P.; Thony, B. (2003) Evaluation of a Numeracy Intervention Program Focusing on Basic Numerical Knowledge and Conceptual Knowledge: A Pilot Study. *Journal of Learning Disabilities*, Nov/Dec, Vol. 36 Issue 6, p. 564-574

Kees, P. (1984) Statistika pedagoogidele ja psühholoogidele: I osa, Tallinn: E. Vilde nimeline Tallinna Pedagoogiline Instituut.

Kees, P. (1984) Statistika pedagoogidele ja psühholoogidele: III osa, Tallinn: E. Vilde nimeline Tallinna Pedagoogiline Instituut.

Kees, P. (1984) Statistika pedagoogidele ja psühholoogidele: III osa, Tallinn: E. Vilde nimeline Tallinna Pedagoogiline Instituut.

Kikas, E. (2004) Õppimine ja õpioskused http://www.ut.ee/curriculum/orb.aw/class=file/action=preview/id=36731/opi_yld.pdf 16.07.2004.

Kintsch, W., Greeno, G. J. (1985). Understanding and Solving Word Arithmetic Problems. *Psychological Review*, 92, No. 1, 109-129.

Krull, E. (2000) Pedagoogilise psühholoogia käsiraamat. Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.

Kuus, A. (2004) Tõsiseim koolimure on õpilaste suur koormus. *Postimees.* 29.10.2004.

Läänemets U. (2003). Õppekavad erivajadustega lastele. *Haridus*, nr 6, lk 10-12.

Leino, M. (2004) Käitumismatemaatika. *Õpetajate Leht*, Nr. 29; 27.08.04.

Lernen, J. (1993) Learning disabilities. Theories, diagnosis & teaching strategies. Sixth edition. Boston, Toronto, Houghton Mifflin company.

Lindgren, H. C.; Suter, W. N. (1994) Pedagoogiline psühholoogia koolipraktikas. Tartu: Tartu Ülikool.

Lints, A. (1974) Matemaatika õpetamisest I klassis. Metoodilisi nõuandeid õpetajaile. Tallinn: Valgus.

Magne, O. (1991) Dysmathematics. Facts and theories concerning mathematics learning for handicapped child. Malmö, School of Education.

Mikk, J. (2002) Ainetestid. Tartu: Tartu Ülikool, Pedagoogika osakond.

Moser Opitz, E. (2004) Mathematical knowledge and progress in the mathematical learning of children with special needs in their first years of school. (Institute for Special Education, University of Freiburg/CH) http://www.mathematik.uni-dortmund.de/didaktik/mathe2000/_publikationen/index.htm 22.07.2004.

Munro, J. (2003) Dyscalculia: a unifying concept in understanding mathematics learning disabilities. *Australian Journal of Learning disabilities*, 8, (4).

Nelson, K; Skwerer, D. P.; Goldman, S.; Henseler, S.; Presler, N.; Walkenfeld, F. F. (2003) Entering a community of minds: an experiential approach to `theory of mind`. *Human Development*. 46, 24-46.

Neumärker, K.-J.(2000) Mathematics and the brain: uncharted territory? *European Child & Adolescent Psychiatry* 9: II/2-II/10.

Noor, E. (1986) Matemaatika õpetamisest 1. klassis. Tallinn: Eesti NSV Haridusministeerium.

Noor, E. (1997) Mõnda uuest matemaatika ainekavast. Õppekava. Põhikooli I aste (II osa) (lk. 90-108) Tallinn: Eesti Vabariigi Haridusministeerium.

Noor, E. (1998). Matemaatika I-II klassis. Õpetajaraamat. Tallinn: Koolibri.

Noor, E., Rohtla, I. (2004) Matemaatika koolieelikutele. Õpetajaraamat. Tallinn: Koolibri.

Org, E. Afanasjev, J. (2004) Matemaatika uus õppekava põhikoolis. *Õpetajate Leht*. Nr. 3; 23.01.2004.

Ostad, S. A. (1999) Developmental progression of subtraction strategies: a comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *European Journal of Special Needs Education*. Vol. 14, No. 1. p. 21-36.

Ostad, S. A. (2002) Mathematical difficulties: Aspects of learner characteristics in developmental perspective (Lecture at Department of Experimental Psychology, Oxford University 22 May 2002) http://folk.uio.no/snorreo/paper1.doc (29.08.2004).

Perry, M. (2000) Explanations of Mathematical Concepts in Japanese, Chinese, and U.S. First- and Fifth-Grade Classrooms. *Cognition & Instruction*, Vol. 18 Issue 2, p. 181-207.

Piaget, J.; Szeminska, A. (2002) Arvumõiste kujunemine lapsel. Tallinn: TPÜ Kirjastus.

Plado, K. (1997) Hariduslike erivajadustega lapsed Kagu-Eestis. *Eripedagoogika: oktoober 1997*. Tartu, Eesti Eripedagoogide Liit.

Plado, K. (1998). Tekstülesanne kui tekst. *Eripedagoogika: Matemaatika*. Tartu: Eesti Eripedagoogide Liit.

Põhikooli ja gümnaasiumi riiklik õppekava (2002) Riigi Teataja, 2002, 51, 317; https://www.riigiteataja.ee/ert/act.jsp?id=174787

Roberts, L. D.; Lee, C. (2002) Problems about young children´s knowledge of the theory of mind and of intentionality. *Journal of the Theory of Social Behavior*. 32:3, 0021-8308, 295-310.

Säljö, R. (2003) Õppimine tegelikkuses. Sotsiokultuuriline käsitlus. Võru: Eesti Vabaharidusliit, Eesti Vabaharidusliidu Kirjastus.

Scarr, S. (1993) Biological and cultural diversity: the legacy of Darwin for development. *Child Development*, 64, 1333-1353.

Schipper, W. (2001a) Verfahren erten Rechnens. http://www.grundschule.bildung-rp.de/gs/_Lernprozesse/texte/rechenstrategien.html 24.10.2004.

Schipper, W. (2001b) Verfahren weiterführenden Rechnens. http://www.grundschule.bildung-rp.de/gs/_Lernprozesse/texte/weiterfuehrendeRS.html 24.10.2004.

Seefeldt, C.; Barbour, N. (1990) Early childhood education an introduction. Second edition. Merrill publishing company.

Siegler, R. S.; Crowley, K. (1991) The microgenetic method. A direct means for studying cognitive development. *American Psychologist*. Vol. 46, No 6, 606-620.

Siegler, R. S.; Jenkins, E. A. (1989). How children discover new strategies. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Sikka, H. (1995) Algkoolilõpetanute matemaatikateadmised ja oskused. Koost: Hiie, E. *Algõpetuse aktuaalseid probleeme V*. Teadustööde kogumik. (lk. 127-143). Tallinn: TPÜ Kirjastus.

Stern, E (2004), Lernen ist der mächtigste Mechanismus der kognitiven Entwicklung: Der Erwerb mathematischer Kompetenzen (Max-Planck-Institut für Bildungsforschung, Berlin); http://www.mpg.de/bilderBerichteDokumente/dokumentation/jahrbuch/2004/bildungsforschung/forschungsSchwerpunkt/ 24.10.2004.

Stern, E. (1993). What Makes Certain Arithmetic Word Problems Involving the Comparison of Sets So Difficult for Children? *Journal of Educational Psychology*, Vol. 85, No 1, 7-23.

Suydam, M. S. (1985) Recent research on mathematics instruction. ERIC/SMEAC mathematics education digest no. 2 http://www.ericfacility.net/databases/ERIC_Digests/ed266019.html 11.10.2004.

Thompson, I (1999), Mental calculation strategies for addition and subtraction. *Mathematics in School*. November, Volume 28, Issue No. 5, p. 2-4.

Tooding, L.-M. (1999) Andmeanalüüs sotsiaalteadustes, Tartu: Tartu Ülikool.

Toomela, A. (1999) Ülevaade psühholoogiast. I, Taju, mälu ja mõtlemise psühholoogia. Tallinn: Koolibri.

Toomela, A. (2004) Mõtlemise areng ja õppekava. *Haridus*, nr. 1, 12-17.

Torbeyns, J.; Verchaffel, L; Ghesquiere, P. (2004) Strategy development in children with mathematical disabilities: insights from the choice/no-choice method and the chronological-age/ability-level-match design. *Journal of Learning Disabilities*. Volume 37, number 2, march/april. p. 119-131.

Van Luit, J. E. H. (2000) Improving Early Numeracy of Young Children with Special Educational Needs. *Remedial & Special Education*, Jan/Feb, Vol. 21 Issue 1, p. 27-41.

Veressov, N (1998), Vygotsky before Vygotsky : the path to the cultural-historical theory of human consciousness (1917-1927). Historical and methodological analysis.. Acta Universitatis Ouluensis. E, Scientiae rerum socialium, Oulu : Oulun yliopisto.

Viitar, E. (1996) Matemaatiliste elementaaroskuste omandamisraskused. Toim. Karlep, K. Töid eripedagoogikast XIV (lk. 73-91), Tartu: Tartu Ülikool, Eripedagoogika osakond.

Viitar, E. (1998) Matemaatika algkursuse omandamise jõukohasus ja jõukohastamine. Toim. Karlep, K.; Kõrgesaar, J. Hariduslikud erivajadused 98 : konverentsi materjalid (lk. 217-223) Tartu: Tartu Ülikool. Eripedagoogika osakond.

Wakeley, A.; Rivera, S.; Langer, J. (2000) Not proved: reply to Wynn. *Child Development*. Nov-Dec, Volume 71, number 6, p. 1537-1539.

Выготский, Л. С. (1991), Педагогическая психология. Москва: Педагогика (380 ст).

Лурия, А. Р. (1973), Основы нейропсихологии. Издательство Московского университета (376 ст).

Лурия, А. Р. (1974), Нейропсихология памяти. Москва: Педагогика (312 ст).

Лурия, А. Р. (1974). Об историческом развитии познавательных процессов. Москва: НАУКА (172 ст).

Перова, М. Н. (2001). Методика преподавания математики в коррекционной школе. Москва: Владос.

Пиаже, Ж. (1994), Психология интеллекта. (ст. 51-237) – Избранные психологические труды. Москва: Международная педагогическая академия

Lisad

Lisa 1. Läbiviidud katsete kirjeldused

Lisa 2. Matemaatika standardiseerimata ainetest, II klass. Manuaal. Kontrolltöö matemaatikast. II klass.

Lisa 3. Kasutatud statistilised näitajad.

Lisa 4. Seosed I ja II jaotuse vahel.

Lisa 5. Õpilaste jaotus IQ-punktide järgi.

Lisa 6. Standardiseerimata ainetestis esinenud vead.

Lisa 1.

Läbiviidud katsete kirjeldused.

JÄRJESTAMINE

Suurustunnused

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada välja, kas laps on omandanud kujutluse suurustunnustest ning seose vastava sõnaga.	Lapse ette lauale asetatakse kaks erineva pikkusega pliiatsit nii, et nende ühed otsad on kohakuti. Lapselt küsitakse: *Mille poolest erinevad sinu ees olevad pliiatsid?* Laps peaks sõnastama ühe või mõlemad seosed, st kasutama sõnu *pikem* ja/või *lühem.* Sama küsimuse (*mille poolest erinevad…*) alusel lastakse lapsel võrrelda esemeid teiste suurustunnuste (*lai-kitsas; jäme-peenike; kõrge-madal; pikk-lühike; suur-väike*) järgi. Kasutatavateks küsimusteks on: *Mille poolest erinevad joonlaud ja raamat?* *Mille poolest erinevad raamat ja vihik?* *Mille poolest erinevad kustutuskumm ja vihik?*
Selgitada välja, kas laps oskab esemeid suurustunnuste alusel võrrelda ja tulemust seostada õige sõnavara abil.	Katse esimeses pooles kasutatud esemete hulgast lastakse lapsel valida etteantud suurustunnuse põhjal kindel ese (*Näita, milline pliiats on pikem/lühem*). Samamoodi kontrollitakse teiste suurustunnuste alusel esemete võrdlemist: *Näita, kumb on laiem/kitsam, kas joonlaud või raamat?* *Näita, kumb on õhem/paksem, kas raamat või vihik?* *Näita, kumb on suurem/väiksem, kas kustutuskumm või raamat?*

Asenditunnused

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Välja selgitada, kas laps on omandanud kujutlused ruumisuhetest ning seosed vastava sõnavaraga	Lapsele näidatakse pilti (lisa 1-1), mis kujutab mitmekorruselist maja, puud ja ühekorruselist maja. Pildi alusel küsitakse: *Mis on pildil paremal?* *Mis on pildil vasakul?* *Mis on pildil üleval?* *Mis on pildil all?* *Kus on kassi suhtes koer?* *Kus on kassi suhtes poiss?* *Kes on kõige kõrgemal?* *Kes on kõige madalamal?*
Välja selgitada, kas laps on omandanud oskuse muuta eseme asukohta ruumis enda ning teiste objektide suhtes.	Katse teine osa viiakse läbi esemetega. Lapsele antakse korraldused: *Aseta pliiats raamatu ette.* *Aseta pliiats raamatu taha.* *Aseta pliiats raamatust vasakule.* *Aseta pliiats raamatust paremale.* *Aseta pliiats raamatu alla.* *Aseta pliiats raamatust kaugele.* *Aseta pliiats raamatu lähedale.* *Aseta pliiats raamatust kõrgemale.* *Aseta pliiats raamatust madalamale.*

Ajatunnused

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Välja selgitada, kas laps tunneb ja oskab kasutada ajamõisteid ööpäev (osadega), eile, täna, homme.	Lapselt küsitakse: *Millistest osadest koosneb ööpäev?* *Millega päev algab?* *Mis tuleb pärast hommikut?* *Mis tuleb pärast lõunat?* *Mis tuleb pärast õhtut?* *Kas eile on juba möödas, kestab või alles tuleb?* *Kas täna on juba möödas, kestab või alles tuleb?* *Kas homme on juba möödas, kestab või alles tuleb?*
Välja selgitada, kas laps on omandanud seose ajatunnuse ja konkreetse sündmuse vahel.	Lapsel palutakse nimetada sündmusi, mis toimusid konkreetse ajatunnuse alusel: *Mida sa teed hommikul?* *Mida sa teed lõuna ajal?* *Mida sa teed õhtul?* *Mida sa teed öösel?* *Mida sa eile tegid?* *Mida sa täna teinud oled?* *Mida sa täna veel teed?* *Mida sa homme teed?* Juhul, kui laps ei suuda nendele küsimustele adekvaatselt vastata, kasutatakse katse läbiviimisel temaatilisi seeriapilte (lisa 1-2). Kuuest pildist koosnev seeria antakse lapsele korraga kätte ning esitatakse korraldus: *Järjesta pildid! Alusta hommikust!*

Rühmitamine ja klassifitseerimine

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Välja selgitada, kas on omandatud oskus rühmitada esemeid ühise tunnuse alusel.	Lapse ette lauale on asetatud 10 pliiatsit, millest pooled on pikemad kui ülejäänud pliiatsid. Lapsele esitatakse kõigepealt korraldus: *Võta pliiatsite hulgast välja pikemad pliiatsid.* Seejärel pannakse kõik pliiatsid taas lapse ette ning esitatakse uus korraldus: *Võta pliiatsite hulgast lühemad pliiatsid.*
Välja selgitada, kas on omandatud oskus väljendada sõnaga rühmitamise aluseks olnud tunnust	Lapse ette lauale pannakse erinevat värvi lühikesed pliiatsid ja neist selgelt eristatavasse paika erinevat värvi pikad pliiatsid. Lapsele esitatakse korraldus: *Vaata pliiatseid. Ütle, mille poolest erinevad need pliiatsid teistest.*
Välja selgitada, kas on omandatud oskus rühmitada esemeid kahe ja enama tunnuse alusel.	Lapse ette lauale on asetatud 4 liiki kujundid (kolmnurgad, ringid, ruudud, südamed), mida kõiki on kahes suuruses ja neljas värvis (lisa 1-3). Lapsele esitatakse korraldus: *Mul on siin terve hulk erinevaid kaarte. Kuidas sa neid jaotaksid?* Kui laps rühmitas esemekaardid mingi tunnuse järgi, esitati lisaküsimus: *Kas sa saad neid veel kuidagi jaotada?*

Samaväärse hulga moodustamine

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Välja selgitada, kas on omandatud üksühese vastavuse seos, kas laps tuleb toime etteantud hulga järgi teise, samaväärse hulga moodustamisega.	Katsevahenditeks on komplekt kabenuppe. Katsetaja võtab karbist 7 musta kabenuppu ja paneb need lapse ette ritta erinevate vahedega. Ülejäänud mustad nupud pannakse lapse vaateväljast kõrvale. Seejärel antakse lapse kätte komplekti kuuluvad valged nupud. Lapsel palutakse asetada mustade nuppude alla, uude ritta niisama palju valgeid nuppe, kui neid on mustade nuppude reas. Kui laps alustab mustade nuppude arvu kindlaksmääramist loendamisega, peatab katse läbiviija lapse tegevuse, öeldes: *Ära loenda. Pane mustade nuppude alla niisama palju valgeid nuppe.*

Hulga samaväärsuse säilitamine

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps suudab säilitada hulga samaväärsust. Samaväärsuse säilitamine on tegevus, mis kindlustab hulga püsimise ka siis, kui tema esemete paigutuses on tehtud muudatusi.	Kaste lähtub klassikalisest Piage' katsest nr. 1. Katse nr. 2 algab katse nr. 1 lõppsituatsioonist. Laual on üksüheses vastavuses olevad valgete ja mustade kabenuppude read. Katsetaja nihutab alumises reas paar nuppu teise kohta nii, et nuppude rida pikeneb. Laps peab seda tegevust jälgides veenduma, et katsetaja ei võta ühtegi nuppu ära ega lisa juurde. Lapselt küsitakse: *Milliseid nuppe on laual rohkem - musti või valgeid?* Kui laps vastab valesti, küsitakse: *Miks on valgeid nuppe rohkem kui musti nuppe?*

Osa võrdlemine tervikuga

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps on omandanud oskuse võrrelda osa tervikuga.	Lapse ette lauale asetatakse ühte ritta ja ühesuguste vahedega 7 kabenuppu, millest 3 on valged ja 4 mustad. Ühte ja sama värvi nupud on järjestikku. Lapselt küsitakse: *Milliseid nuppe on laual rohkem - valgeid nuppe või kabenuppe?* Üht osahulka, mille tunnussõnaks on *must*, küsimuses ei ole.

Loendamine

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Välja selgitada, kas laps on omandanud arvude järjestikused nimetused praktilise loendamise piires.	Lauale on paigutatud ühte ritta kümme musta kabenuppu. Lapsele antakse korraldus: *Loenda.* Kui laps sooritab loendamisülesande veatult, pannakse tema ette lauale lisaks kümme valget kabenuppu (kokku kakskümmend eset). Lapsele antakse korraldus: *Loenda.*
Välja selgitada, kas loendamise ajal käivitub füsioloogiline mehhanism;	Sel ajal kui laps loendab esemeid, jälgitakse, kas lapse käsi, pea või keha hakkab arvude järjestikuste nimetuste ütlemise rütmis liikuma mööda loendatavaid esemeid (sellega luuakse üksühene vastavuse seos loendatavate esemete ja arvude järjestikuste nimetuste vahel).

Välja selgitada, kas laps on omandanud arvsõna tähenduse	Kui laps on loendamisel jõudnud viienda esemeni, peatatakse loendamine korraldusega: *Näita, kus on viis?* Kui laps on korralduse täitnud, öeldakse: *Jätka loendamist!*

Mõõtmine

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps on omandanud oskuse kasutada mõõtmisel joonlauda ja mõõta joonestatud lõigu pikkust ning leida sobiv mõõtühik.	Katse viiakse läbi kõigi katseisikutega kontrolltöö ühe ülesandena (lisa 2, ül. 16). Laps peab mõõtma paberil kujutatud objektide vahel olevate sirglõikude pikkusi ning väljendama saadud tulemust sobilikes mõõtühikutes (sentimeetrites).
Selgitada, kas laps on omandanud oskuse kasutada mõõtmisel joonlauda ja mõõta esemete pikkust täissentimeetrites.	Lapsele antakse kolm pulka (lisa 1-4) pikkustega 5, 9 ja 15 sentimeetrit ja joonlaud ning antakse ülesanne: *Mõõda, kui pikad on need pulgad!*
Selgitada, kas laps on omandanud oskuse esemeid võrrelda, üht eset järjestikku teisele paigutada või mahutada.	Lapsele antakse kaks eset – pikk pliiats (lisa 1-4) ja mõõtepulk. Lapselt küsitakse: *Mitu mõõtepulka on pliiats pikk?*

Modelleerimine

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps on omandanud geomeetriliste kujundite nimetused.	Katse viiakse läbi kõigi katseisikutega kontrolltöö ühe ülesandena (lisa 2, ül. 17). Laps peab leidma etteantud valikust geomeetrilisele kujundile õige nimetuse, samas töökorraldus antud valikule ei viita.
Selgitada, kas laps on omandanud oskuse joonestada tasapinnalisi geomeetrilisi kujundeid.	Lapsele antakse korraldused: *Joonesta siia lehele kolmnurk.* *Joonesta siia lehele nelinurk.* *Joonesta siia lehele ring.* Katse läbiviija ei täpsusta, kas joonestamisel tuleb kasutada abivahendeid, samas on laual ringikujuliste aukudega joonlaud. Juhul, kui laps soovib kasutada abivahendeid, võimaldab katse läbiviija talle nende kasutamise.
Selgitada, kas laps suudab leida pildilt geomeetrilisi kujundeid.	Lapsel palutakse pildi kirjeldamisel kasutada geomeetriliste kujundite nimetusi (lisa 1-5): *Leia pildilt ruudukujulisi esemeid.* *Leia pildilt ristkülikukujulisi esemeid.*

	Leia pildilt ringikujulisi esemeid. *Leia pildilt kolmnurkseid esemeid.*

Numeratsioon

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps on omandanud numeratsiooni 20-ne piires.	Katse viiakse läbi kõigi katseisikutega kontrolltöö viie ülesandega (lisa 2, ül. 1-3, 5, 6), millega kontrollitakse teadmisi arvude paiknemisest arvureas ja väljendite "vahetult eelnev", "vahetult järgnev arv" ning "arvude vahel olev arv" mõistmist; arvurea tundmist 20 piires ja arvude kirjutamise oskust 20-ne piires.

Arvude võrdlemine

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps oskab arve võrrelda ja kasutada õigesti märke >,<,=.	Katse viiakse läbi kõigi katseisikutega kontrolltöö ülesandega (lisa 2, ül. 4), millega kontrolliti suurustunnusel põhineva järjestusseose rakendamise oskust arvude võrdlemisel ja märkide > < = tähenduse tundmist ja kasutamisoskust; samuti ühekaupa juurde ja äraloendamise (ühe liitmise ja lahutamise) oskust. Ülesannetega kontrolliti seoste "võrra suurem", "võrra väiksem" mõistmist ja kasutamist ülesande lahendamisel (oskust valida ja sooritada õige tehe või märkida järgnev või eelnev arv).

Arvu liitehitus ja kümnendkoostis

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps on omandanud arvu liitehituse.	Katse viiakse läbi kõigi katseisikutega kontrolltöö ühe ülesandena (lisa 2, ül. 7). Laps peab leidma etteantud arvu ühe puuduva komponendi. Etteantud arvude suurus jääb 10-ne piiresse (9=6+3).
Selgitada, kas laps on omandanud seose liitmise ja lahutamise vahel ning seosed tehtekomponentide vahel.	Katse viiakse läbi kõigi katseisikutega kontrolltöö ühe ülesandena (lisa 2, ül. 9). Laps peab leidma puuduva tehtekomponendi liitmis- ja lahutamistehtes.
Selgitada, kas laps on omandanud arvu kümnendkoostise.	Katse viiakse läbi kõigi katseisikutega kontrolltöö ühe ülesandena (lisa 2, ül. 12). Laps peab etteantud arvu esitama järkarvude summana, tehtemärk on ette antud.

Liitmine ja lahutamine – arvutamisoskus

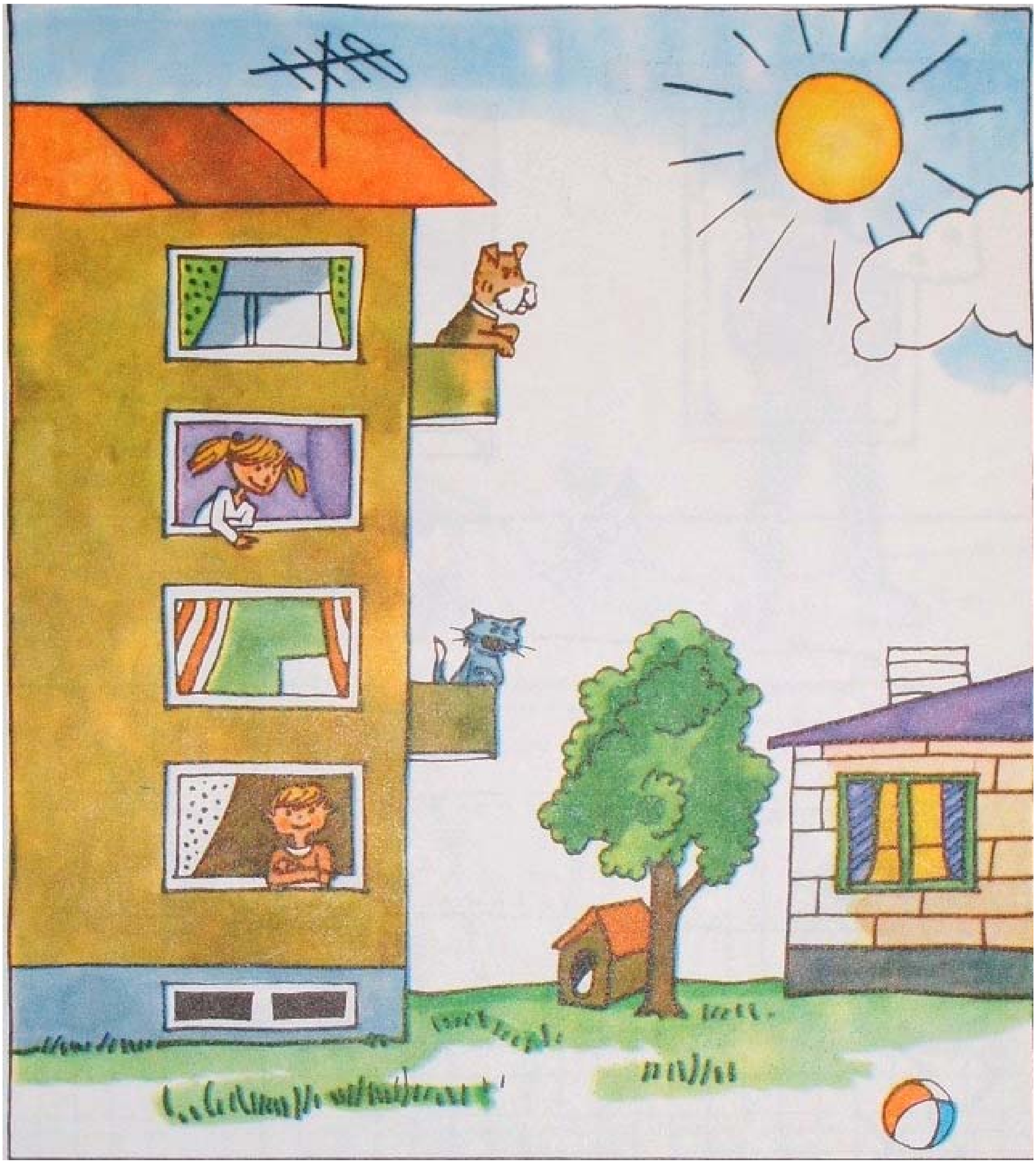
Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Kontrollida liitmis- ja lahutamisoskust 10-ne piires.	Katsega (lisa 2, ül. 8) kontrollitakse liitmis- ja lahutamisoskust lähtuvalt järgmistest raskusastmetest: ühekohaliste arvude liitmine järguületamiseta (liitmine 10 piires); ühekohalisest arvust ühekohalise arvu lahutamine;
Kontrollida liitmis- ja lahutamisoskust 20-ne piires.	Katsega (lisa 2, ül. 10, 11) kontrollitakse liitmisoskust lähtuvalt järgmistest raskusastmetest: kümnele ühekohalise arvu liitmine; kahekohalisele arvule ühekohalise liitmine järguületamiseta;

	kahekohalisele arvule ühekohalise liitmine nii, et vastuseks on kakskümmend; ühekohaliste arvude liitmine järguületamisega; lahutamisoskust kontrollitakse lähtuvalt järgmistest raskusastmetest: ühekohalise arvu lahutamist kahekohalisest arvust nii, et vastuseks on kümme; kahekohalisest arvust ühekohalise arvu lahutamine järguületamiseta; kahekümnest ühekohalise arvu lahutamine; kahekohalisest arvust ühekohalise arvu lahutamist järguületamisega.
Kontrollida täiskümnete liitmis- ja lahutamisoskust saja piires.	Katsega (lisa 2, ül. 13) kontrollitakse täiskümnete liitmis- ja lahutamisoskust saja piires.

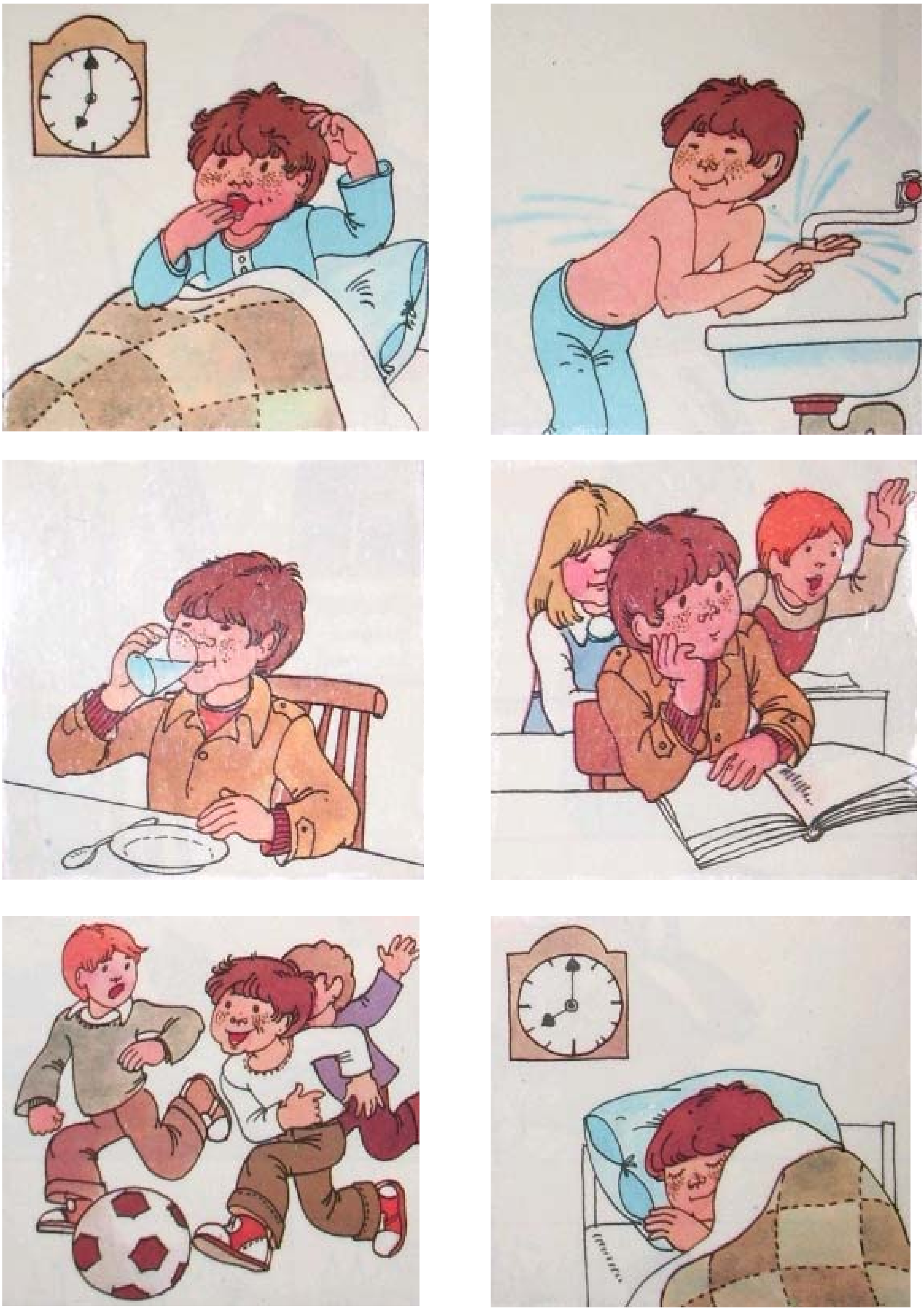
Tekstülesanded

Uurimise eesmärk	Katse kirjeldus
Selgitada, kas laps on omandanud ühetehteliste tekstülesannete lahendamise ja vormistamise oskuse.	Katse viiakse läbi kõigi katseisikutega korraga kontrolltöö kahe ülesandena. (lisa 2, ül. 14, 15) Laps peab lahendama ülesande ning vormistama täislauselise vastuse.

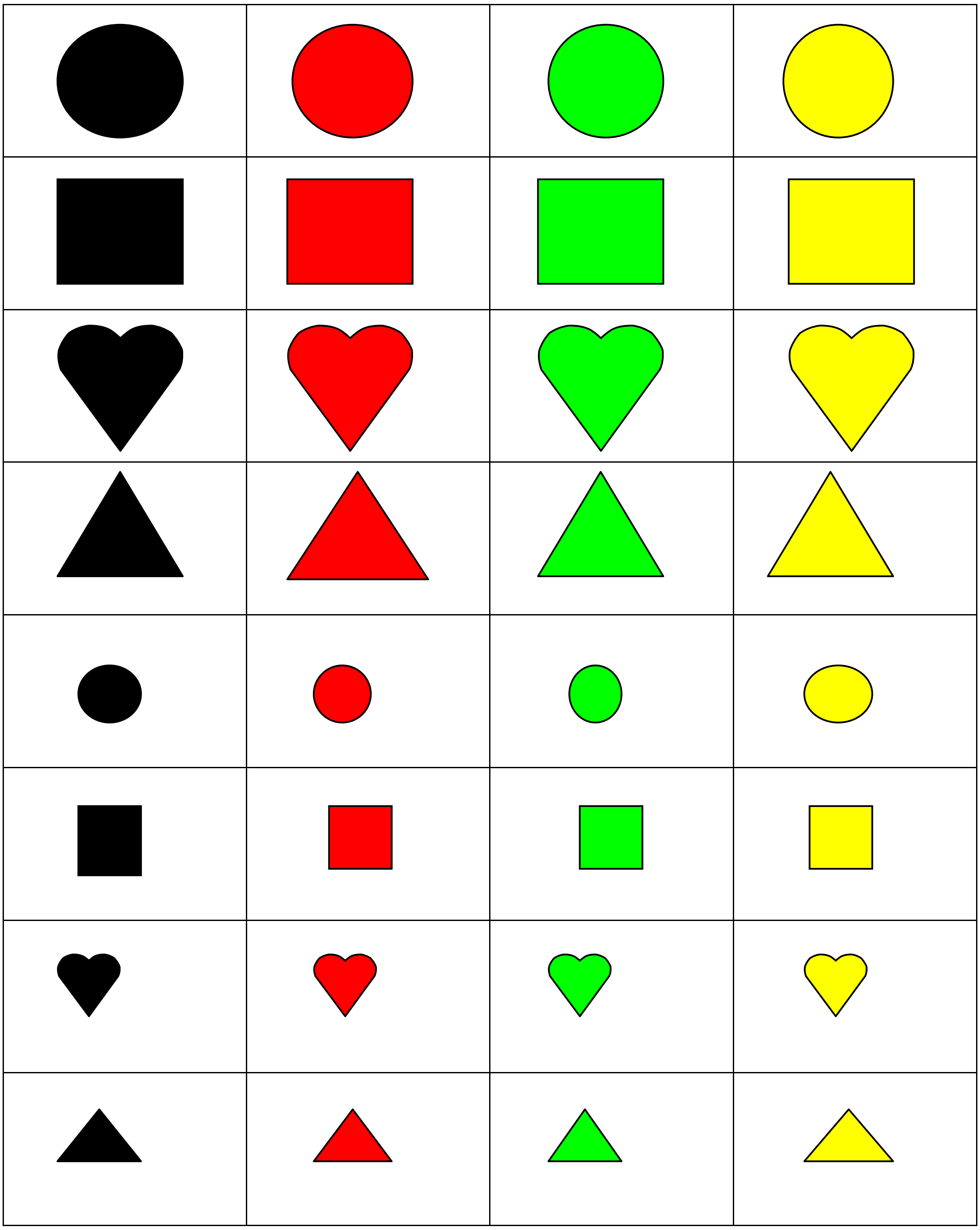
Lisa 1-1.



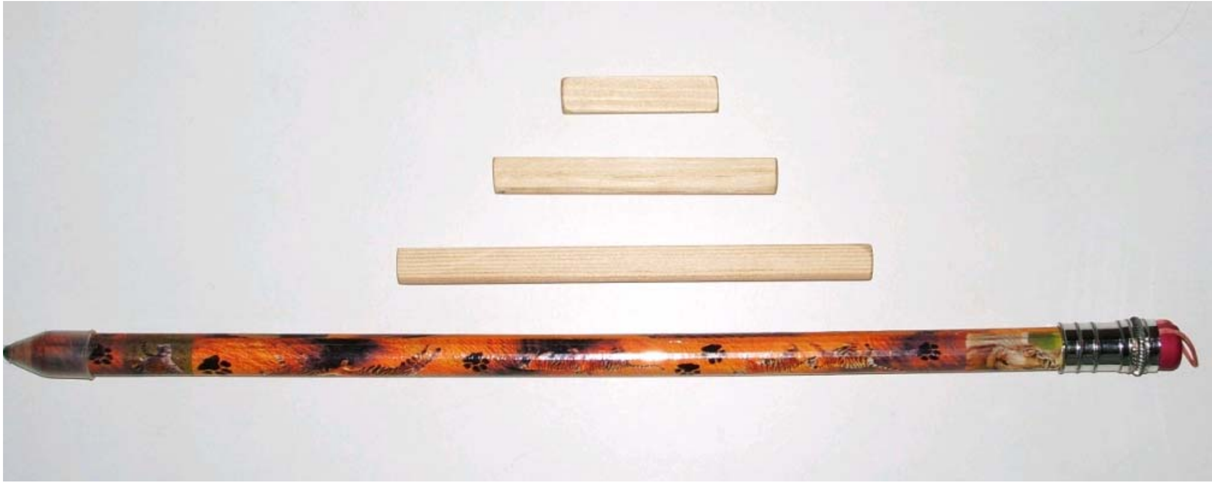
Lisa 1-2.



Lisa 1-3.

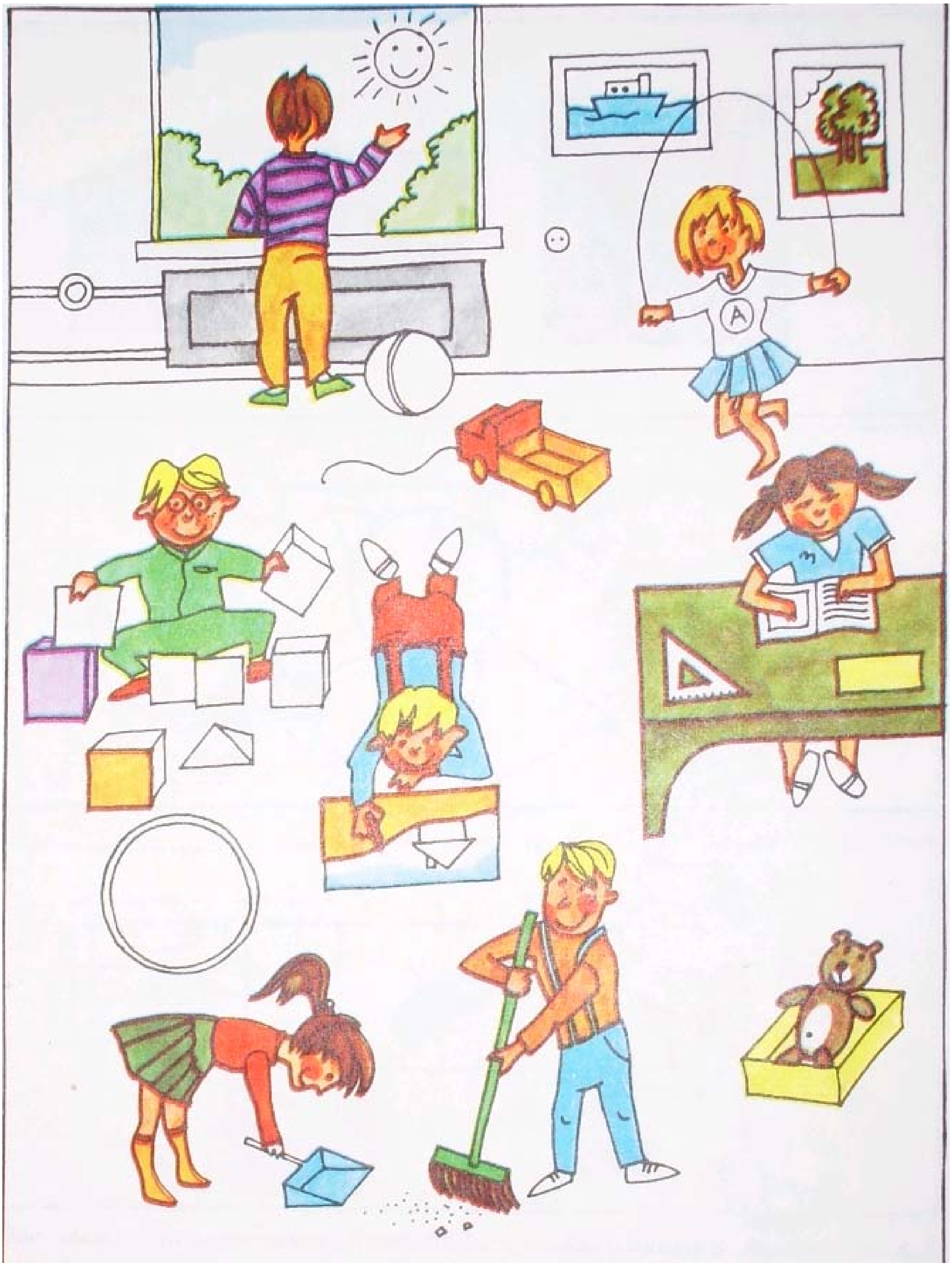


Lisa 1-4.



Pildil on kujutatud individuaalsel mõõtmiskatsel kasutatud vahendid (v.a. joonlaud). Keskmise pikkusega pulk oli ühtlasi pliiatsi pikkuse mõõtmiseks kasutatud mõõtepulk.

Lisa 1-5.



Lisa 2.

MATEMAATIKA STANDARDISEERIMATA AINETEST

II KLASS

MANUAAL

Käesolev standardiseerimata ainetest ehk kontrolltöö matemaatikast on mõeldud kasutamiseks tavakooli II klassis septembri keskel. Testi eesmärgiks on kontrollida matemaatika ainekava omandatust tavakooli I klassi ulatuses.

Test on koostatud lähtudes riiklikust matemaatika ainekavast.

Test viiakse läbi kõigi katseisikutega korraga.

Õpetaja-eksperimentaator protokollib testi täitmist. Protokolli märgitakse standardiseerimata ainetesti läbiviimise kuupäev, alustamise kellaaeg, töös osalevate õpilaste arv, tegevus, mis toimub testi lehtede välja jagamisest kuni testi lõpetamiseni ja testi lõpetamise kellaaeg. Õpetaja-eksperimentaator kinnitab protokolli oma allkirjaga ning lisab selle kontrolltööde juurde.

Enne töö alustamist instrueerib õpetaja-eksperimentaator õpilasi alljärgnevalt:

1. Loeb õpilastele ette "Pöördumise" teksti.
2. Jagab õpilastele testi lehed. (kuna katserühmad on väikesed, siis tuleb järgida, et õpilased istuksid üksteisest piisavalt kaugel, vältimaks kontrolltöö teise variandi kasutamise vajalikkust).
3. Palub õpiastel kirjutada lehele oma nimi ja kool.
4. Selgitab, et ülesannete lahendused ja vastused tuleb kirjutada testi lehele selleks ettenähtud kohale.
5. Tutvustab lastele kontrolltööd.
   a) palub lastel avada testi esimese lehe;
   b) palub lastel läbi lugeda esimese ülesande korralduse;
   c) küsib: "Kas te saite aru, mida teha tuleb?" Jaatava vastuse korral palub õpetaja paaril õpilasel seletada, mida ülesandes teha tuleb. Õige vastuse korral minnakse järgmise ülesande juurde. Vale vastuse puhul loeb õpetaja tööjuhendi ette ja esitab küsimuse: "Millest te aru ei saanud?" Õpilaste vastustest lähtuvalt selgitab õpetaja tööjuhendis esinevaid mõisteid või toob ülesande lahendamise näite (analoogilise ülesande). Näidis ülesanne peab olema madalamal raskusastmel kui töös kasutatav ülesanne. Ülesande näite võib tuua tahvlile, kuhu see võib jääda töö lõpuni.
   d) Analoogiliselt eelneva punkiga jätkatakse kuni kontrolltöö viimase ülesandeni.

NB! Kogu tegevus protokollitakse.

6. Vastab laste küsimustele testi kohta. Töö ajal on keelatud igasugune õpilaste aitamine. Vastata on lubatud ainult küsimustele, mis puudutavad ülesannete korralduste mõistmist. Kõik testi täitmise ajal esitatud küsimused ja neile antud vastused protokollitakse. Pannakse kirja ka küsimuse esitaja nimi.

Õpilastel on töö täitmise ajal lubatud kasutada pliiatsit, pastapliiatsit, kustutuskummi ja joonlauda.

Kontrolltöö sisaldab 15 ülesannet. Testi eest on maksimaalselt võimalik saada 73 punkti.

Töö sooritamiseks on aega 45 minutit.

Testi ülesanded on jaotatud nelja gruppi (numeratsioon, tehted arvudega, tekstülesanded, geomeetria). Iga ülesande juurde on antud lühidalt eesmärk ning oskused, mille omandatust antud ülesandega kontrollitakse, kirjeldatakse ka skoorimist.

Järgnevalt kirjeldatakse ülesannete kaupa kontrollitavaid oskusi ja tulemuste hindamist.

I Numeratsiooni käsitlevad ülesanded

Esimese ja teise ülesandega kontrollitakse teadmisi arvude paiknemisest arvureas ja väljendite "vahetult eelnev", "vahetult järgnev arv" ning "arvude vahel olev arv" mõistmist.

Iga õige vastus annab 1 punkti, kokku 1. ülesande eest 8 punkti, 2. ülesande eest – 4 punkti.

1. Kirjuta igale antud arvule vahetult eelnev ja järgnev arv.

	6	
	15	

	11	
	3	

2. Kirjuta antud arvude vahel olev arv.

7		9
17		19

13		15
4		6

Kolmanda ülesandega uuritakse arvurea tundmist 20 piires ja arvude kirjutamise oskust 20 piires.

Õpilane saab ülesande täitmise eest maksimaalselt 3 punkti, iga õige vastus annab 0,25 punkti.

3. Kirjuta arvureas puuduvad arvud.

1			4		6				10			13		15			18	19	

Neljanda ülesandega kontrolliti suurustunnusel põhineva järjestusseose rakendamise oskust arvude võrdlemisel ja märkide > < = tähenduse tundmist ja kasutamisoskust.

Iga õige vastus annab 1 punkti, kokku 4 punkti.

4. Võrdle arve. Kirjuta õige märk (> < =). *(arvude võrdlemine)*

6		2
10		15

17		17
14		9

<u>Viies ja kuues</u> ülesanne põhinevad ühekaupa juurde ja äraloendamisele (ühe liitmisele ja lahutamisele). Ülesannetega kontrollitakse seoste “võrra suurem”, “võrra väiksem” mõistmist ja kasutamist ülesande lahendamisel (oskus valida ja sooritada õige tehe või märkida järgnev või eelnev arv).

Iga õige vastuse eest saab õpilane 1 punkti, kahe ülesande eest maksimaalselt 8 punkti.

5. Kirjuta arv, mis on ühe võrra suurem.

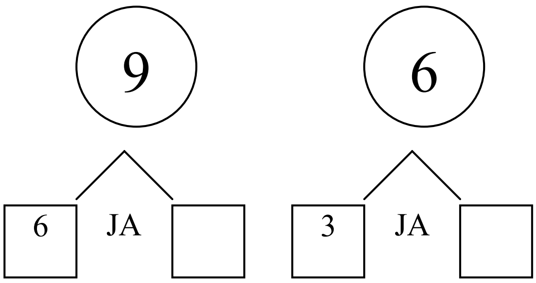
4	1	7	6
?	?	?	?

6. Kirjuta arv, mis on ühe võrra väiksem.

9	8	3	5
?	?	?	?

<u>Seitsmenda</u> ülesandega kontrollitakse arvu liitehituse tundmist 10 piires.
Iga õige vastuse eest saab õpilane 1 punkti, kokku võib saada 2 punkti.

7. Kirjuta puuduv arv. *(arvu liitehitus)*



II Tehted arvudega

<u>Kaheksanda</u> ülesande eesmärgiks on kontrollida ühekohaliste arvude liitmis- ja lahutamisoskust 10 piires (liitmise-lahutamise põhiülesannete omandatus).

8. Arvuta!

7 – 5 = ...	3 + 4 = ...
8 – 2 = ...	2 + 6 = ...

<u>Üheksanda</u> ülesandega kontrollitakse puuduva tehtekomponendi leidmise oskust liitmis- ja lahutamistehetes. Oskus põhineb tehtekomponentide vaheliste seoste, liitmise ja lahutamise vahelise seose tundmisel. Arvuvald on valitud 10 piires, et vältida arvutamisraskusi.

Iga õige vastus annab 1 punkti, kokku võib ülesande eest saada 4 punkti.

9. Kirjuta puuduv arv

5 + ... = 8	8 – ..... = 5
4 + ... = 9	9 – ..... = 4

Järgneva ülesande eesmärgiks on kontrollida liitmis- ja lahutamisoskust 20-ne piires järguületamiseta.
Ülesandes on kasutatud täiskümnele ühekohalise arvu liitmist (10+7); ühekohalise arvu lahutamist kahekohalisest arvust nii, et vastuseks on täiskümme (13-3); kahekohalisele arvule ühekohalise arvu liitmist järguületamiseta (15+3); kahekohalisest arvust ühekohalise arvu lahutamist järguületamiseta (12-1); kahekohalisele arvule ühekohalise arvu liitmist nii, et vastuseks on kakskümmend (18+2); kahekümnest ühekohalise arvu lahutamist (20-5). Seega põhitähelepanu on ülesannete valikul pööratud järguületamisega liitmise ja lahutamise eeloskuste kontrollimisele.

Iga ülesande õige lahendamise eest saab õpilane 1 punkti, kokku võib ülesande eest saada 10 punkti.

10. Arvuta

10 + 7 = ...	12 - 1 = …..
13 – 3 = ...	20 – 5 = ...
15 + 3 = ...	18 + 2 = ...

Järgneva ülesande eesmärgiks on kontrollida ühekohaliste arvude liitmisoskust järguületamisega (vastuseks on kahekohaline arv) (7+5) ning kahekohalisest arvust ühekohalise arvu lahutamist järguületamisega (17 - 8).

Iga ülesande õige vastus annab 1 punkti, kokku võib ülesande eest saada 6 punkti.

11. Arvuta

6 + 6 = ...	12 – 8 =...
5 + 9 = ...	11 - 5 = ...
7 + 5 = ...	17 - 8 = …

Kaheteistkümnenda ülesandega kontrollitakse oskust esitada kahekohalist arvu järkarvude summana. Oskuse rakendamine eeldab numeratsiooni tundmist 100 piires, oskust arve esitada kümnendsüsteemis.

Iga õigesti kirjutatud vastus annab 1 punkti, kokku võib ülesande eest saada 4 punkti. Iga valesti kirjutatud täiskümme või ühelise puhul arvestatakse valeks terve tehe.

12. Kirjuta arvud täiskümnete ja üheliste abil.

25 = ... + ...	37 = ... + ...
52 = ... + ...	19 = ... + ...

Kolmeteistkümnes ülesanne näitab täiskümnete liitmise ja lahutamise oskust, mis kinnitab ka täiskümnete numeratsiooni omandatust.

Iga ülesande õige vastus annab 1 punkti, kokku võib ülesande eest saada 4 punkti.

13. Arvuta.

20 + 40 = ...   70 – 20 = ...
50 + 30 = ...   90 – 40 = ...

III Tekstülesanded

Ülesannete 14 ja 15 lahendamise eesmärkideks on kontrollida:

1) *ühetehteliste tekstülesannete analüüsimise oskust hulkade ühendamise ja eraldamise situatsioonides;*
2) *ühetehteliste tekstülesannete lahendamise ja vormistamise oskust;*
3) *liitmis- ja lahutamisoskust 10 piires.*

Kummagi ülesande puhul võib õpilane saada 3 punkti, kokku kahe tekstülesande eest 6 punkti. Vale tehte valiku puhul ülesandes saab õpilane 1 punkti, valesti arvutamise puhul 2 punkti, ülesande vastuse ebakorrektse (mittetäislauselise) kirjutamise puhul 2 punkti.

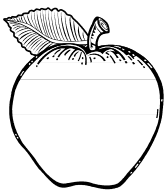
14. Lahenda ülesanne.

Raivo läks poodi. Ta ostis 4 krooni eest jäätise ja 5 krooni eest õuna. Mitme krooni eest Raivo ostis?

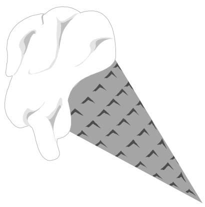
....

Vastus:

....



5 krooni



4 krooni

15. Lahenda ülesanne.

Maril oli 9 kommi. Ta sõi 3 kommi ära. Mitu kommi jäi järele?

....

Vastus:

....

IV Geomeetria

Järgneva ülesandega selgitatakse, kas laps on omandanud oskuse kasutada mõõtmisel joonlauda ja mõõta joonestatud lõigu pikkust ning leida sobiv mõõtühik tulemuse märkimiseks.

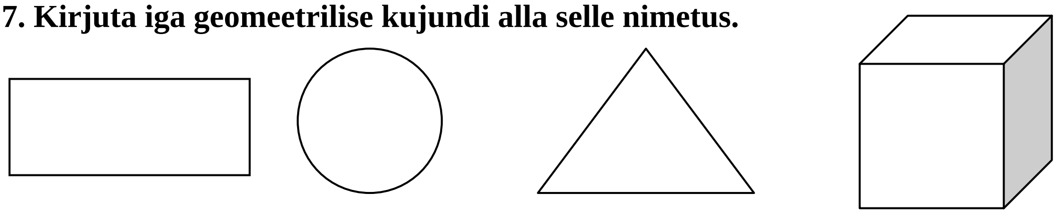
Ülesande eest võib laps saada kokku 6 punkti. Iga mõõtmise ja mõõtühiku kirjutamise eest arvestatakse õpilasele 1 punkt.

16. Mõõda puude vahelised kaugused. Kirjuta vastus iga lõigu juurde. Kontrollida sirglõikude mõõtmise kaudu mõõtmisoskust.

Ülesandega 17 selgitatakse, kas õpilane on omandanud geomeetriliste kujundite ja kehade nimetused.

Ülesande eest võib õpilane saada kokku 4 punkti, iga õige nimetuse puhul arvestatakse 1 punkt.

17. Kirjuta iga geomeetrilise kujundi alla selle nimetus.



(KERA, KOLMNURK, KUUP, RISTKÜLIK, TETRAEEDER, RING)

Armas õpilane!

Iga päev õpid Sa matemaatikas midagi uut ja huvitavat, ka möödunud aastal õppisid. Selleks, et teada saada, kui hästi Sa õpitut mäletad ja kasutada oskad, on vaja Sinu teadmisi kontrollida. Sinu ees olev matemaatika kontrolltöö II klassile ongi üks kontrollimise vahend.

Kontrolltöö täitmise ajal võid kasutada pastapliiatsit, pliiatsit, kustutuskummi ja joonlauda. Kui Sa mõnest ülesandest aru ei saa, küsi õpetaja käest.

Kõik ülesannete lahendused ja vastused tuleb kirjutada kontrolltöö lehele.

Kontrolltöö täitmiseks on aega 45 minutit.

JÕUDU TÖÖLE!

Nimi…………..

Kool…………..

Klass………….

KONTROLLTÖÖ MATEMAATIKAST

II KLASS

1. Kirjuta igale antud arvule vahetult eelnev ja järgnev arv.

	6	
	15	

	11	
	3	

2. Kirjuta antud arvude vahel olev arv.

7		9
17		19

13		15
4		6

3. Kirjuta arvureas puuduvad arvud.

1			4		6				10			13		15			18	19	

4. Võrdle arve. Kirjuta õige märk (> < =).

6		2
10		15

17		17
14		9

5. Kirjuta arv, mis on ühe võrra suurem.

4 1 7 6

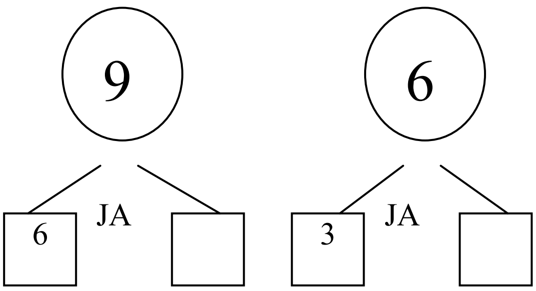
? ? ? ?

6. Kirjuta arv, mis on ühe võrra väiksem.

9 8 3 5

? ? ? ?

7. Kirjuta puuduv arv.



8. Arvuta.

7 – 5 = ...   3 + 4 = ...

8 – 2 = ...   2 + 6 = ...

9. Kirjuta puuduv arv.

5 + ... = 8   8 – ..... = 5

4 + ... = 9   9 – ..... = 4

10. Arvuta.

10 + 7 = ...   12 - 1 = …..

13 – 3 = ...   20 – 5 = ...

15 + 3 = ...   18 + 2 = ...

11. Arvuta.

6 + 6 = ...   12 – 8 =...

5 + 9 = ...   11 - 5 = ...

7 + 5 = ...   17 - 8 = …

12. Kirjuta arvud täiskümnete ja üheliste abil.

25 = ... + ...   37 = ... + ...

52 = ... + ...   19 = ... + ...

13. Arvuta.

20 + 40 = ...   70 – 20 = ...

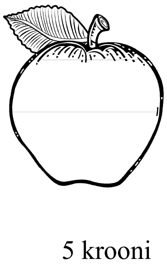
50 + 30 = ...   90 – 40 = ...

14. Lahenda ülesanne.

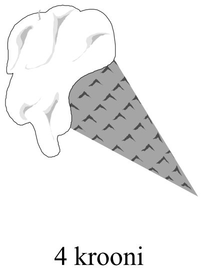
Raivo läks poodi. Ta ostis 4 krooni eest jäätise ja 5 krooni eest õuna. Mitme krooni eest Raivo ostis?

....

Vastus:...



5 krooni



4 krooni

15. Lahenda ülesanne.

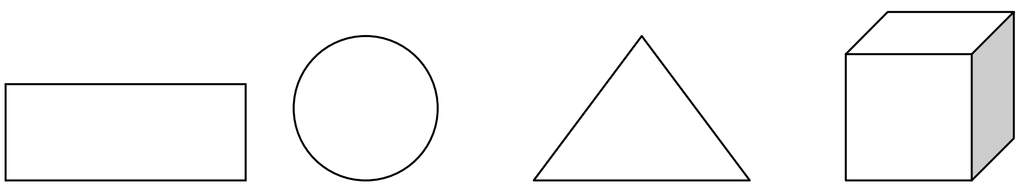
Maril oli 9 kommi. Ta sõi 3 kommi ära. Mitu kommi jäi järele?

....

Vastus:...

16. Mõõda puude vahelised kaugused. Kirjuta vastus iga lõigu juurde.

17. Kirjuta iga geomeetrilise kujundi alla selle nimetus.



______________ ______________ ______________ ______________

(KERA, KOLMNURK, KUUP, RISTKÜLIK, TETRAEEDER, RING)

Lisa 3.

Kasutatud statistilised näitajad

Töös kasutatud IQ-punktide all mõistetakse standardpunkte. "Oma olemuselt on IQ-ühikud õieti standardpunktid. IQ on niisugune mõõteskaala, mille aritmeetiliseks keskmiseks on 100 ja sigmaks 15. Nii võib teda käsitleda ka standardpunktide ühe liigina" (Kees III, 1984, lk. 121).
Testi toorpunkide teisendamisel IQ-punktideks toimus valemi järgi:

$$X' = \frac{\sigma'}{\sigma}\left(X - \overline{x}\right) + \overline{x'},$$

kus X on teisendatava algpunkti väärtus;
X' on teisendatud punktisüsteemi väärtus;
$\overline{x}$ on algpunktides antud vaatlusseeria aritmeetiline keskmine;
$\overline{x}'$ on teisendatud punktisüsteemi aritmeetiline keskmine (väärtus IQ-punktide skaalal 100);
σ on algpunktides antud vaatlusseeria standardhälve;
σ' on teisendatud punktisüsteemi standardhälve (väärtus IQ-punktide skaalal 15). (Kees III, 1984, lk. 116, 121).

Katsetulemuste andmete analüüsil on kasutatud tabelarvutusprogrammi MS Excel. Erinevate tunnuste vahelised lineaarsed korrelatsioonikordajad (R) on leitud programmi funktsiooniga REGRESSION, sama funktsiooniga on saadud ka olulisuse tõenäosus (p).

Töö kasutatud Spearmani korrelatsioonikordaja arvutati valemiga:

$$\varsigma = 1 - \frac{6\sum d^2}{n\left(n^2 - 1\right)},$$

kus
d on kõrvutiolevate suuruste järjekorranumbrite vahe
ning *n* on korreleeritavate väärtuspaaride arv (Kees II, 1984, lk. 9).

Ülesannete lahendamise edukuse leidmiseks kasutati valemit:

$$\% = \frac{\overline{x} \cdot 100}{T}$$

kus T on ülesande eest saadud toorpunktide maksimum.

Ülesande raskuse arvutamiseks kasutati valemit

$$D = \left(1 - \frac{R}{N}\right) \times 100$$

ning lahendajate protsent grupis arvutati valemiga

$$P = \left(\frac{R}{N}\right) \times 100$$

kus:
D – tehte raskus
R – tehte õigesti lahendanud õpilaste arv grupis
N – õpilaste arv grupis
P – tehte õigesti lahendanud õpilaste protsent grupis (Mikk, 2002, lk. 53).

Lisa 4.

Seosed I ja II jaotuse vahel

Õpilase ID-number	I jaotuse tulemused	Järjekorra-number	Õpilase ID-number	II jaotuse tulemused	Järjekorra-number
72	38	1	72	32	1
94	50	2	94	45	2
79	57	3	68	54	3
68	59	4	73	68	4
30	70	5	21	73	5
73	72	6	75	81	6,5
21	77	8	52	81	6,5
81	77	8	35	82	8
53	77	8	93	84	10,5
75	84	10	5	84	10,5
52	85	11	42	84	10,5
35	86	12	79	84	10,5
60	87	13	62	86	14
93	88	15	32	86	14
5	88	15	2	86	14
42	88	15	26	87	16
62	89	18	19	88	17
32	89	18	28	89	18
2	89	18	90	90	19
26	90	20	30	91	21
19	91	21	4	91	21
28	92	22	91	91	21
38	93	23,4	44	92	23
90	93	23,5	83	93	25
4	94	25,5	89	93	25
91	94	25,5	77	93	25
44	95	27	81	95	28
83	96	29,5	80	95	28
67	96	29,5	53	95	28
89	96	29,5	47	97	30
77	96	29,5	27	98	33
80	98	32	6	98	33
47	99	33	63	98	33
29	100	35	43	98	33
51	100	35	23	98	33
23	100	35	60	100	38,0
40	101	39	22	100	38,0
27	101	39	71	100	38,0
6	101	39	24	100	38,0
63	101	39	76	100	38,0
43	101	39	57	102	43,5
48	103	44,5	17	102	43,5
86	103	44,5	61	102	43,5
22	103	44,5	7	102	43,5
71	103	44,5	82	102	43,5
24	103	44,5	34	102	43,5
76	103	44,5	38	104	49
57	104	50,5	50	104	49
17	104	50,5	64	104	49
61	104	50,5	58	104	49

7	104	50,5	11	104	49
82	104	50,5	66	105	52
34	104	50,5	70	106	55,0
55	106	56,5	87	106	55,0
50	106	56,5	36	106	55,0
49	106	56,5	67	106	55,0
64	106	56,5	1	106	55,0
58	106	56,5	54	107	61,5
11	106	56,5	3	107	61,5
66	107	60	59	107	61,5
70	108	62,5	69	107	61,5
87	108	62,5	51	107	61,5
36	108	62,5	29	107	61,5
1	108	62,5	14	107	61,5
59	109	65	84	107	61,5
41	110	71,5	40	108	66,5
25	110	71,5	85	108	66,5
65	110	71,5	48	109	68,5
54	110	71,5	86	109	68,5
3	110	71,5	55	111	71
69	110	71,5	49	111	71
85	110	71,5	88	111	71
14	110	71,5	41	113	77,5
78	110	71,5	39	113	77,5
84	110	71,5	25	113	77,5
10	110	71,5	45	113	77,5
37	110	71,5	65	113	77,5
31	113	80	9	113	77,5
33	113	80	56	113	77,5
15	113	80	78	113	77,5
88	113	80	10	113	77,5
18	113	80	37	113	77,5
39	115	84,5	31	115	86,5
45	115	84,5	33	115	86,5
9	115	84,5	15	115	86,5
56	115	84,5	12	115	86,5
12	116	89	20	115	86,5
20	116	89	18	115	86,5
95	116	89	13	115	86,5
13	116	89	74	115	86,5
74	116	89	46	116	93
16	118	92	8	116	93
46	118	94	95	116	93
8	118	94	16	116	93
92	118	94	92	116	93

Kahe jaotuse vahel (jaotus I puhul teisendati RG2A klassi testitulemused ainult selle klassi tulemuste põhjal IQ punktideks ning ülejäänud kolme klassi testitulemused teisendati IQ punktideks ühiselt; II jaotuse puhul kasutati tulemuste teisendamisel kõigi nelja klassi andmeid) seose leidmiseks kasutati Spearmani kordaja valemit (vt. Kees II, 1984, lk. 9).
"Spearmani järjekorranumbrite korrelatsiooni olemus seisneb selles, et variantide väärtused asendatakse nende järjekorranumbritega ning seejärel uuritakse korrapärasust kahe seeria järjekorranumbrite vahekorras." (Kees II, 1984, lk. 5).
Spearmani kordajaks tuli 0,93332.

Lisa 5.

Õpilaste jaotus IQ-punktide järgi

Toorpunktid	IQ-punktid	Õpilase ID-number	Kool ja klass
10,75	32	63	Kesklinna Kool, 2A
18	45	10	Raatuse Gümnaasium, 2B
23	54	72	Kesklinna Kool, 2B
31	68	30	Raatuse Gümnaasium, 2B
34	73	21	Kesklinna Kool, 2B
38	81	7	Raatuse Gümnaasium, 2B
38,5	81	71	Kesklinna Kool, 2B
39	82	6	Raatuse Gümnaasium, 2B
40	84	93	Kesklinna Kool, 2A
40	84	70	Kesklinna Kool, 2B
40	84	92	Kesklinna Kool, 2A
40	84	37	Raatuse Gümnaasium, 2A
41	86	73	Kesklinna Kool, 2B
41	86	28	Raatuse Gümnaasium, 2B
41	86	94	Kesklinna Kool, 2A
41,5	87	29	Raatuse Gümnaasium, 2B
42	88	69	Kesklinna Kool, 2B
42,75	89	68	Kesklinna Kool, 2B
43	90	60	Kesklinna Kool, 2B
43,75	91	8	Raatuse Gümnaasium, 2B
44	91	9	Raatuse Gümnaasium, 2A
44	91	61	Kesklinna Kool, 2B
44,5	92	95	Kesklinna Kool, 2A
45	93	81	Kesklinna Kool, 2A
45	93	26	Raatuse Gümnaasium, 2B
45	93	82	Kesklinna Kool, 2A
46	95	39	Raatuse Gümnaasium, 2A
46	95	25	Raatuse Gümnaasium, 2B
46	95	36	Raatuse Gümnaasium, 2A
47	97	27	Raatuse Gümnaasium, 2B
47,5	98	24	Raatuse Gümnaasium, 2B
48	98	83	Kesklinna Kool, 2A
48	98	62	Kesklinna Kool, 2B
48	98	91	Kesklinna Kool, 2B
48	98	84	Kesklinna Kool, 2A
49	100	54	Raatuse Gümnaasium, 2A
49	100	64	Kesklinna Kool, 2B
49	100	85	Kesklinna Kool, 2A
49	100	11	Raatuse Gümnaasium, 2A
49	100	23	Raatuse Gümnaasium, 2B
50	102	65	Kesklinna Kool, 2B
50	102	87	Kesklinna Kool, 2A
50	102	86	Kesklinna Kool, 2A
50	102	59	Raatuse Gümnaasium, 2B
50	102	12	Raatuse Gümnaasium, 2B
50	102	88	Kesklinna Kool, 2A
51	104	3	Raatuse Gümnaasium, 2A
51	104	67	Kesklinna Kool, 2B
51	104	56	Kesklinna Kool, 2B

51	104	89	Kesklinna Kool, 2A
51	104	13	Raatuse Gümnaasium, 2B
51,5	105	66	Kesklinna Kool, 2B
52	106	80	Kesklinna Kool, 2A
52	106	90	Kesklinna Kool, 2A
52	106	15	Raatuse Gümnaasium, 2B
52	106	53	Raatuse Gümnaasium, 2A
52	106	18	Raatuse Gümnaasium, 2B
52,75	107	22	Kesklinna Kool, 2B
53	107	57	Kesklinna Kool, 2B
53	107	17	Raatuse Gümnaasium, 2B
53	107	75	Kesklinna Kool, 2A
53	107	52	Raatuse Gümnaasium, 2A
53	107	14	Raatuse Gümnaasium, 2B
53	107	16	Raatuse Gümnaasium, 2B
53	107	51	Raatuse Gümnaasium, 2A
53,25	108	40	Raatuse Gümnaasium, 2A
53,5	108	19	Raatuse Gümnaasium, 2B
54	109	50	Raatuse Gümnaasium, 2A
54	109	49	Raatuse Gümnaasium, 2A
55	111	47	Raatuse Gümnaasium, 2A
55	111	48	Raatuse Gümnaasium, 2A
55	111	20	Raatuse Gümnaasium, 2B
56	113	41	Raatuse Gümnaasium, 2A
56	113	74	Raatuse Gümnaasium, 2B
56	113	46	Raatuse Gümnaasium, 2A
56	113	5	Raatuse Gümnaasium, 2B
56	113	45	Raatuse Gümnaasium, 2A
56	113	38	Raatuse Gümnaasium, 2B
56	113	4	Raatuse Gümnaasium, 2B
56	113	44	Raatuse Gümnaasium, 2A
56	113	43	Raatuse Gümnaasium, 2A
56	113	42	Raatuse Gümnaasium, 2A
57	115	31	Raatuse Gümnaasium, 2A
57	115	33	Raatuse Gümnaasium, 2A
57	115	35	Raatuse Gümnaasium, 2A
57	115	58	Kesklinna Kool, 2B
57	115	77	Kesklinna Kool, 2A
57	115	34	Raatuse Gümnaasium, 2A
57	115	79	Kesklinna Kool, 2A
57	115	76	Kesklinna Kool, 2A
58	116	55	Kesklinna Kool, 2B
58	116	1	Raatuse Gümnaasium, 2B
58	116	32	Raatuse Gümnaasium, 2A
58	116	78	Kesklinna Kool, 2A
58	116	2	Raatuse Gümnaasium, 2B

18 õpilast läks IQ punktide järgi nõrgemate ja 26 tugevamate gruppi. Individuaalsele uurimisele võeti lisaks 18-le veel 2, tugevamatest jäeti välja 6 õpilast.

Lisa 6.

Standardiseerimata ainetestis esinenud vead

Alljärgnevalt on antud standardiseerimata ainetestis (kontrolltöös) tehtud vead. Ühesuguste värvidega on tähistatud erinevate õpilaste poolt tehtud ühesugused vead. Õpilased on tähistatud koodiga, tehtes antud vale vastus on kirjutatud *kursiivis*.

Ülesanne 1 – kirjuta eelnev ja järgnev arv

92 – *7* **6** *5*; *12* **11** *10*
73 – *7* **6** *5*; *16* **15** *14*; *12* **11** *10*; *4* **3** *2*
71 – __ **3** __
7 – __ **11** __; __ **3** __
8 – *7* **6** *5*; *16* **15** *14*; *12* **11** *10*; *4* **3** *2*
29 – *4* **15** *6*
Ülesandes kirjutas 15% nõrgemate gruppi kuuluvatest õpilastest puuduvad arvud vastupidises järjekorras (järgnev ja eelnev arv). 5% puhul võib eeldada hooletusvigu, 10% antud grupi õpilastest jättis ülesandest tegemata vähemalt ühe tehte.

Ülesanne 2 – kirjuta antud arvude vahel olev arv

91 – **13** *16* **15**
93 – kirjutas arvude vahele võrdlemise märgi
68 – **13** *4* **15**;
8 – **7** *2* **9**; **17** *2* **19**; **13** *2* **15; 4** *2* **6**
Ülesande juures eksis 20% nõrgemate grupi õpilastest. 5% kirjutas antud arvude vahele suuremast arvust omakorda ühe võrra suurema arvu, 5% võrdles arve omavahel, 5% jättis kirjutamata kümnelise ja 5% pani kõigi arvude vahele arvu 2.

Ülesanne 3 – arvurida

8 – number 8 asemel kirjutatud S
Antud ülesandes esines nõrgemate grupis vaid üks eksimus, kui number 8 asemele oli kirjutatud S.

Ülesanne 4 – võrdle arve

Õpilased nr. 37 ja 92 – **10>15**
68 – **10>15**; **6<2**; **14<9**
91 – **6** *5* **2**; **10** *14* **15**; teine tulp tegemata
15% õpilastest pidas arvu 10 suuremaks kui arvu 15. Kuna sellele tehtele eelnes võrdlus 6>2, võib eeldada, et võrdlusmärk kanti uude tehtesse üle automaatselt. 5% puhul pole arve omavahel võrreldud, vaid arvude vahele on kirjutatud (õpilase meelest sinna sobiv) arv.

Ülesanne 5 – kirjuta ühe võrra suurem arv

Õpilased nr. 68; 72; 74 – **4** *6*; **1** *3*; **7** *9*; **6** *8*
91 – **4** *2*; **1** *1*; **7** *7* ; **6** *6*
15% gruppi kuuluvatest õpilastest on kirjutanud vastuseks kahe võrra suurema arvu; 5% kirjutas vastuseks huupi valitud arvu või sama arvu, mis oli algselt antud.

Ülesanne 6 – kirjuta ühe võrra väiksem arv

Õpilased nr. 93; 73; 71; 60 – **9** *10*; **8** *9*; **3** *4*; **5** *6*
72 – **9** *7*; **8** *6*; **3** *1*; **5** *3*
91 – **9** *9*; **8** *8*; **3** *3*; **5** *5*
20% õpilastest kirjutas vastuseks ühe võrra suurema arvu, 5% kahe võrra väiksema arvu ja 5% antud arvu.

Ülesanne 7 – kirjuta puuduv arv

Õpilased nr. 10 ja 94 – **9** on **6** ja *15*; **6** on **3** ja *9*
74 – **9** on **6** ja *11*; **6** on **3** ja *8*
Õpilased nr. 70 ja 7 – **9** on **6** ja *2*
92 – **9** on **6** ja *12*; **6** on **3** ja *9*
93 – **6** on **3** ja *9*
73 – **9** on **6** ja *7*; **6** on **3** ja *4*
71 – **9** on **6** ja *18*; **6** on **3** ja *9*
91 – **9** on **6** ja *7*; **6** on **3** ja *4*
25% õpilastest on antud arvud kokku liitnud ja vastuseks kirjutanud antud arvude summa, 25% juhtudest võib eeldada, et vastuseks on kirjutatud huupi valitud arv.

Ülesanne 8 – arvuta

Õpilased nr 29 ja 37 – **7-5**=*1*
Õpilased nr. 72 ja 94 – **3+4**=*6*
9 – 7-5=; **8-2**=
91 – **2+6**=*6*
93 – **7-5**=*6*
70 – **3+4**=*8*; **2+6**=9
10 – **7-5**=*1*; **8-2**=*7*; **3+4**=*0*
Antud ülesanne koosnes neljast tehtest, millest kõige nõrgemate tulemustega õpilane lahendas vaid ühe. Vigu tegi 45% õpilastest. 15% õpilastest on tehte 7-5 puhul vastuseks saanud 1, 10% tehte 3+4 puhul vastuseks 6.

Ülesanne 9 – kirjuta puuduv tehtekomponent

74 – **4+4**=*9*; **9-4**=*4*
10 – **8-4**=*5;* **9-6**=*4*
93 – **4+6**=*9*; **9-3**=*4*
91 – **5+7**=*8;* **4+8**=*9*; **9-6**=*4*
9 – **9-4**=*4*
29 – **8-2**=5; **9-3**=*4*
Puuduva tehtekomponendi leidmisel eksis 30% nõrgemate grupi õpilastest vähemalt ühe tehtega, neist pooled (15% üldarvust) lahendas valesti omavahel seotud tehete paarid, 15% õpilastest aga eksisid ühe tehtetüübi lahendamisel.

Ülesanne 10 – arvutamine 20-ne piires

37 – **13-3**=*0*; **20-5**=*30*
72 – **20-5** *tegemata*; **18+2** *tegemata*
71 – **13-3**=*11*
92 – **15+3**=*12*
91 – **10+7**=*7*; **13-3**=*14*; **12-1**=*16*; **20-5**=*27*; **18+2**=*18*
10 – **13-3**=*11*; **15+3**=*17*; 2**0-5**=*16*; 1**8+2**=*19*
Arvutamisel 20-ne piires (järguületamiseta) ilmnes nõrgemate grupi õpilaste töödes mitmeid eritüübilisi vigu:
Liitmis- ja lahutamistehete segistamine (5%);
Kümnelised juurde- või mahaarvamata (10%) (nt 13-3=0; 10+7=7);
Huupi kirjutatud vastused ja lahendamata ülesanded (15%).

Ülesanne 11 – arvutamine järguületamisega

72 - tegemata
74 – *7+5=10*
93 – **12-8**=*2*; **17-8**=*8*
9 – **12-8**, **11-5** ja **17-8** *tegemata*
29 – **5+9**=*4;* **17-8**=*8*
7 – **6+6**=*22*; **5+9**=*19*; **12-**8=*17*; **11-5**=*16*
73 – **11-5**=*5*
60 – **17-8**=*10*
68 – **12-8**=*3*
6 – **6+6**=*16*
28 – **5+9**=*13*; **12-8**=*20*; **11-5**=*16*; **17-8**=*15*
69 – **17-8**=*8*
8 – *7+5=10*; **12-8**=*3*
70 – **7+5**=*11*; **12-8**=*3*; **11-5**=*5*; **17-8**=*7*
10 – **6+6**=*11*; **5+9**=*11*; **7+5**=*11*; **12-8**=*5*; **17-8**=*10*
91 – **6+6**=*16*; **5+9**=*7*; **7+5**=*2*; **12-8**=*6*; **11-5**=*10*; **17-8**=*2*
37 – **6+6**=*13*; **12-8**=*15*; **11-5**=*14*; **17-8**=*16*
Antud ülesande puhul võib välja tuua peamiselt liitmis- ja lahutamistehte segistatuse (20%).
Vigu tegi arvutamisel 70% nõrgemate grupi õpilastest, vigu on põhjustanud enamasti algteadmiste puudulikkus (nt 11-5=5; 6+6=11).

Ülesanne 12 – kirjuta arvud täiskümnete ja ühelise abil

Õpilased nr. 72; 10; 70; 73; 28; 9; 74 – ülesanne tegemata
Õpilased nr. 92; 60; 93 – **25**=*5+20*; **52**=*2+50*; **37**=*7+30*; **19**=*9+10*
94 – **52**=*17+10*; **37**=*17+20*; **19**=*9+10*
8 – **25**=*10+15*; **52**=*40+12*; **37**=*20+17*
69 – **25**=*5+20*; **37=***7+30*; **19**=*8+11*
29 – **25**=*5+20*; **37**=*20+7*
68 – **25**=*10+5*; **37**=*10+7*; **19**=*1+9*
91 – **25**=*14+…;* **52**=*52+52*; **37**=*37+4*; **19**=*13+13*
30% õpilastest esines viga, mille puhul eksiti järkarvude kirjutamise järjekorras (mitte kümneline ja üheline, vaid üheline ja kümneline); 10% on kirjutanud vastuseks aritmeetiliselt õige, kuid sisuliselt vale vastuse (arv on antud kahe kahekohalise arvu summana).

Ülesanne 13 – arvutamine täiskümnetega

Õpilased nr. 72; 74; 10 – *tegemata*
6 – **70-20**, **90-40** *tegemata*
9 – **90-40**=*60*
60 – **20+40**=*16*; **50+30**=*70*
68 – **70-20**=*40*
28 – **20+40**= (*peegelkirjas 6*); **90-40**= (*peegelkirjas 6*)
69 – **90-40**=*60*
8 – **70-20**=*70*
91 – **20+40**=*50*; **50+30**=*4*; **70-20**=*70*; **90-40**=*07*
Antud ülesande vastuste põhjal võib eeldada, et õpilased on omandanud täiskümnetega arvutamise põhimõtted, kuid vigu tekitavad puudulikud algteadmised (liitmine-lahutamine 10-ne piires).

Ülesanne 14 – I tekstülesanne

Õpilased nr. 72; 10; 6; 91 – *tegemata*
92 – *tehe kirjutamata; arvutus tegemata*
94 – *tehe kirjutamata; arvutus tegemata; vastus vale*
70 – *vastus mittetäielik*
73 – *tehte valik vale; vastus valesti sõnastatud*
29 – *arvutus vale; vastus valesti sõnastatud*
93; – *arvutus vale*
71 – *arvutus vale; vastus kirjutamata*
37 – *tehe vale; arvutus vale; vastus vale*
Õpilased nr. 7; 8 – *vastus vale*
28 – *tehe vale; arvutus vale; vastus vale*
60 – *tehe vale*
9 – *tehe vale; arvutus vale; vastus vale*
Ülesande jättis lahendamata 20% grupi õpilastest, vale tehe valis 25%, arvutusega eksis 30%, vastuse esitas mittetäielikul kujul (mitte täislausega) 45%, vastuse jättis kirjutamata 5% grupi õpilastest.

Ülesanne 15 – II tekstülesanne

Õpilased nr. 72; 10; 6; 91; 71; 7; 9 – *tegemata*
74 – *tehe vale*, *arvutus vale*, *vastus kirjutamata*
Õpilased nr. 69; 60; 8; 70 – *vastus valesti sõnastatud*
93 – *arvutus vale*, *vastus vale*
Õpilased nr. 29; 73 – *vastus vale*
94 – *vastus puudub*
Ülesande jättis lahendamata 35% grupi õpilastest, vale tehe valis 5%, arvutusega eksis 10%, vastuse esitas mittetäielikul kujul (mitte täislausega) 35%, vastuse jättis kirjutamata 10% grupi õpilastest.

Ülesanne 16 – mõõtmine
Õpilased nr. 72; 10; 6; 91; 71; 7; 9; 94; 69 – *ülesanne tegemata*
Õpilased nr. 70; 93; 8; 74 – *ühikud puudu*
28 – *8* cm, *3* cm, *6* cm
68 – *3, 1, 2*
73 – *ühikud mc-d*
29 – *ühikuks VAHE*
37 – *m*8, *m*3, *m*6
60 – *mõõdud meetrites*
92 – *1-2; 1-3; 1-3*
Mõõtmisülesannet ei sooritanud veatult ükski nõrgemate grupi õpilane. 45% õpilastest jättis ülesande tegemata, 20% jättis mõõtühiku kirjutamata, 20% kirjutas vale mõõtühiku (10% meetrid, 5% mc, 5% VAHE), 15% tegi muid eritüübilisi vigu.

Ülesanne 17 – geomeetrilised kujundid

Õpilased nr. 72; 10; 6; 91; 71; 7; 9; 74 – ülesanne tegemata
69 – *kuubi all ruut, teised vastamata*
60 – *kuup-ristkülik*; *ristkülik-tetraeeder*
37 – *ring-kera*
29 – *kuup-ristkülik*, *ring-kera*, *ristkülik-kuup*
73 – *kuup-nelinurk*
70 – *kuup-…, ristkülik-…*
94 – *ring-kera*
28 – *kolmnurk-tetraeeder*
92 – *kolmnurk-3nurk*
Ülesande jättis tegemata 40% grupi õpilastest, osaliselt tegemata 10%, ringi nimetas keraks 15%, ristkülikut segistas kuubiga 10%, kuupi segistas ristkülikuga 5%, kolmnurka segistas tetraeedriga 10% grupi õpilastest.

Tugevamate grupi vead

Ülesanne 8 – arvuta
33 – **7–5**= *3*
43 – **8-2**=*4*
Tugevamate grupi õpilastest on 10% õpilastest teinud tõenäoliselt hooletusvigu (7–5= 3, 8-2=4).

Ülesanne 9 – kirjuta puuduv tehtekomponent
77 – **5+2**=*8*
Vea teagi 5% tugevamate grupi õpilastest. Tõenäoliselt on tegu hooletusveaga (5+2=8), tõenäoline on ka eelmise ülesande mehhaaniline ülekandmine.

Ül 10 – arvutamine 20-ne piires
79 – **18+2**=*16*
45 – **12-1**=*19*
46 – **18+2**=*16*
Tugevamate grupi õpilaste tehtud vigadest 10% puhul oli tegemist liitmistehte asendamisega lahutamistehtega (18+2=16, 18+2=16), 5% õpilastest tegi tõenäoliselt hooletusvea (12-1=19).

Ülesanne 11 – arvutamine järguületamisega

31 – **17–8**= *11*
42 – **7+5**=*…*
43 – **12-8**=*20*
21 – **11-5**=*…*; **17-8**=*…*
4 – **11-5**=*7*; **17-8**=*11*
3 – **7+5**=*14*
47 – **12-8**=*20*
48 – **17-8**=*10*
Järguületamisega arvutamine tekitas vigu 40% tugevamate grupi õpilastele. 10% nendest segistas liitmis- ja lahutamistehte (12-8=20), 30% puhul on tõenäolised hooletusvead (11-5=7; 17-8=11).

Ülesanne 12 – kirjuta arv täiskümne ja ühelise abil

34 – **19**=*11+9*
47 – **19**=*1+9*
Arvu kirjutamisel täiskümne ja ühelise abil tekitas probleeme 10% tugevamate grupi õpilastele, tõenäoliselt on tegu hooletusvigadega (19=11+9; 19=1+9).

Ülesanne 13 – arvutamine täiskümnetega

44 – **20+40**=*50*
47 – **20+40**=*80*
Arvutamine täiskümnetega tekitas probleeme 10% tugevamate grupi õpilastele, tõenäoliselt on tegu hooletusvigadega (20+40=50; 20+40=80).

Ülesanne 14 – I tekstülesanne

Õpilased nr. 35; 41; 3; 48 – *tekstülesande vastus oli vormistatud mittetäielikult*

Ülesanne 15 – II tekstülesanne

Õpilased nr. 76; 45; 48 – *tekstülesande vastus oli vormistatud mittetäielikult*
42 – *vale tehte valik (9+3=6)*

Ülesanne 16 – mõõtmine

44 – *cm5*
5 – *4cm*
20 – *ühikud meetrites*
15% tugevamate grupi õpilastest eksis mõõtmisel mõõtühikute valikuga.

Ülesanne 17 – geomeetrilised kujundid

Õpilased nr. 58; 5 – ring-kera
46 – *ristkülik-tetraeeder*
10% tugevamate grupi õpilastest segistas ringi keraga, 5% ristküliku tetraeedriga