

Tartu Ülikool  
Loodus- ja täppisteaduste valdkond  
Matemaatika ja statistika instituut

Urmas Aunin

# Weibulli jaotus ja tuuleenergia

Matemaatika ja statistika õppekava  
Matemaatika eriala

Magistritöö (30 AP)

Juhendajad professor Jaan Lellep  
*professor emeritus* Kalev Pärna

Tartu 2020

---

# *Infoleht*

---

## **Weibulli jaotus ja tuuleenergia magistritöö Urmas Aunin**

Magistritöö "Weibulli jaotus ja tuuleenergia" eesmärk on uurida tuule statistilisi omadusi, lähtudes Tartus tehtud mõõtmistest, ning muu hulgas kontrollida laialt levinud väidet Weibulli jaotuse sobivuse kohta tuule kiiruse modelleerimisel. Tuuleenergia tõhusama modelleerimiseni jõuti 20. sajandi lõpus. Tuuleenergia on tuule kineetilise energia muundamine tuulegeneraatorite abil mehaaniliseks energiaks või elektrienergiaks. Otsime matemaatilist lahendust, kuidas konverteerida tuule kineetiline energia elektrienergiaks ning koostada tuuleenergia toodangu prognoosi tuule kiiruse mõõtmisel saadud vaatlusandmetest. Kuna keha kineetiline energia sõltub keha massist ja keha kiirusest, siis uurime, milline on tuule kiiruse kui juhusliku suuruse jaotus. Tuule kiirust interpreteeritakse kui juhuslikku muutujat. Weibulli jaotus on üks võimalikke jaotusi tuulekiiruse andmete modelleerimiseks. Töös uurime, kas Weibulli kaheparameetriline jaotus sobib tuule kiiruse empiirilise jaotusega. Tuule suuna jaotuse kirjeldamiseks on leitud tuulteroosid ning analüüsitud nende sesoonsust. Töö on kirjutatud eesti keeles ja vormistamiseks on kasutatud tekstiredaktorit LaTeX.

**Märksõnad:** pideva keskkonna mehaanika, tuuleenergia, suurima tõepära meetod, Weibulli jaotus, empiiriliste tuuleandmete statistiline analüüs.

**CERCS:** P190 Matemaatiline ja üldine teoreetiline füüsika, klassikaline mehaanika, kvantmehaanika, relatiivsus, gravitatsioon, statistiline füüsika, termodünaamika

---

# *Weibull distribution and wind energy*

*Master's Thesis*

*Urmas Aunin*

---

**Abstract:** This study consist of presentation of general review of continuum mechanics, statistical analysis of empirical wind data and maximum likelihood estimation of Weibull distribution parameters. Wind energy is the conversion of the kinetic energy of the wind into mechanical energy or electrical energy by means of wind generators. We are looking for a mathematical solution on how to convert the kinetic energy of wind into electrical energy and to compile a forecast of wind energy production from observational data obtained by measuring wind speed. Since the kinetic energy of the body depends on the mass of the body and the speed of the body, we study the distribution of wind speed as a random quantity. Wind speed is interpreted as a random variable. The Weibull distribution is one of the possible distributions for modeling wind speed data. It is searched whether the two-parameter distribution of Weibull fits the empirical distribution of wind speed. To describe the distribution of wind direction, wind roses have been found and their seasonality has been analyzed.

**Keywords:** continuum mechanics, wind energy, maximum likelihood estimation, Weibull distribution, statistical analysis of empirical wind data

**CERCS:** P190 Mathematical and general theoretical physics, classical mechanics, quantum mechanics, relativity, gravitation, statistical physics, thermodynamics.

---

## *Sisukord*

---

<b>Sissejuhatus</b>	<b>6</b>
<b>1 Tuuleenergeetika: teooria ja praktika</b>	<b>7</b>
1.1 Pideva keskkonna mehaanikast . . . . .	7
1.2 Atmosfääridünaamikast . . . . .	10
1.3 Tuuleenergia uuringutest Eestis ja mujal . . . . .	12
1.4 Tuuleenergia tootja optimaalsest tootmistegevusest . . . . .	15
<b>2 Weibulli jaotus ja selle parameetrite hindamine</b>	<b>18</b>
2.1 Jaotusfunktsioon ja tihedus . . . . .	18
2.2 Weibulli jaotus . . . . .	19
2.3 Weibulli jaotuse parameetrite hindamine . . . . .	21
2.4 Näiteid Weibulli jaotuse kasutamisest tuuleenergia analüüsis . . . . .	24
2.5 Mõningaid näiteid tuulestatistika kohta kirjanduses . . . . .	25
<b>3 Empiiriliste tuuleandmete statistiline analüüs</b>	<b>27</b>
3.1 Andmete päritolu ja kirjeldus, analüüsis kasutatud tarkvara . . . . .	27
3.2 Tuule kiiruse komponentide $x$ ja $y$ jaotused . . . . .	27
3.3 Tuule kiiruse jaotus . . . . .	28
3.3.1 Weibulli jaotuse sobitamine tuule andmetele . . . . .	30
3.3.2 Tuule kiiruse modelleerimine teiste jaotustega . . . . .	34
3.4 Tuulteroosid ja nende analüüs . . . . .	37
3.5 Tuulterooside peakomponendid . . . . .	40
3.6 Tulemuste sõltuvus andmete keskmistamise intervalli pikkusest . . . . .	43
<b>Kokkuvõte</b>	<b>46</b>
<b>Summary</b>	<b>47</b>

<b>Kirjandus</b>	<b>48</b>
<b>Lisa 1. Waloddi Weibulli panusest</b>	<b>51</b>
<b>Lihtlitsents</b>	<b>52</b>

---

## *Sissejuhatus*

---

Magistritöö eesmärk on uurida tuule kui juhusliku nähtuse statistilisi omadusi, sealhulgas Weibulli ja teiste tõenäosusjaotuste sobivust tuuleenergia modelleerimiseks ning tuulteroose kasutamist tuule suuna varieeruvuse kirjeldamiseks. Energia on keha omadus, mida saab edasi anda teistele kehadele või muuta teisteks energialiikideks, st tuuleenergia on tuule kineetilise energia muundamine tuulegeneraatorite abil mehaaniliseks energiaks või elektrienergiaks. Otsime vastust küsimusele, kuidas koostada tuuleenergia toodangu prognoosi vastavalt tuule kiiruse mõõtmisel saadud juhuslike tulemustele.

Töö esimene pool koosneb kolmest sissejuhatavast peatükist, kus antakse ülevaade pideva keskkonna mehhaanikast, atmosfääridünaamikast ja tuuleenergeetikast. Töö teine pool sisaldab esimeses osas kirjeldatud meetodite rakendamist ning interpreteerimist. Rakendame tuule kineetilise energia leidmiseks pidevushüpooteesi, st eeldame, et uuritavad vedelikud, gaasid või tahked kehad on sellised keskkonnad, mis täidavad vaadeldava ruumi pidevalt. Pidevushüpootees võimaldab keskkondade matemaatilisel kirjeldamisel kasutada pidevaid funktsioone. Pideva keskkonna mehaanika võrrandid on teada ja kasutusel alates Lagrange'i, Euleri ja Poissoni töödest ca 200 aastat. Atmosfääris toimuvate liikumiste matemaatilise modelleerimise idee tekkis 20. sajandi alguses. Atmosfääridünaamika liikumisvõrranditest tuletatakse atmosfääridünaamika matemaatilised mudelid. Olekuvõrrandid seovad aga aine olekut kirjeldavaid parameetreid ja keskkonnatingimusi. Õhumassi tegelik tihedus sõltub õhu temperatuurist, kõrgusest, õhu koostisosadest, aluspinna karedusest, õhurõhust, jne.

Teades, et keha kineetiline energia sõltub keha massist ja keha kiirusest, uurime, kuidas interpreteerida tuule kiirust. Magistritöös interpreteeritakse tuule kiirust kui juhuslikku muutujat ning analüüsitakse statistiliselt empiirilisi tuuleandmeid. Kuna kasutatud kirjanduses on piisavalt erinevusi terminoloogias või funktsioonide tähistustes, siis on esitatud vastav osa teksti muutmata kujul ja lisatud vajadusel vasted inglise keeles. Töö on kirjutatud eesti keeles ja vormistamiseks on kasutatud tekstiredaktorit LaTeX [1].

# 1. Tuuleenergeetika: teooria ja praktika

## 1.1. Pideva keskkonna mehaanikast

Tuuleenergia on tuule kineetilise energia muundamine tuulegeneraatorite abil mehaaniliseks energiaks või elektrienergiaks. Kineetiline energia on energia, mis on tingitud keha liikumisest teiste kehade suhtes ning tähistatakse  $E_k$ . Järelikult võime vaadelda eelpool püstitatud ülesannet kui mehaanikasüsteemide modelleerimise ülesannet [2].

Mehaanika on füüsika haru, mis uurib tahkete kehade, vedelike ja gaaside liikumist, selle liikumise põhjusi ja tagajärgi. Iga füüsikalise suuruse põhitunnus on selle mõõdetavus. Mõõtmine tähendab mõõdetava füüsikalise suuruse ja mõõtühiku suuruse suhte katselist leidmist. Klassikalises mehaanikas piirduakse tavaliselt tahkete üksnes absoluutselt jäikade kehade uurimisega. Füüsikalise suuruse defineerimisel lepitakse kokku konkreetse suuruse mõõtmisviisis. Suurust, mis on kehade vastastikuse toime mõõduks, nimetame jõuks  $F$ . Masspunktide süsteemi  $M_n$  all mõistame mitme kokkukuuluvat masspunkti hulka, mis koosneb punktidest massidega  $m_1, m_2, \dots, m_n$ . Vaatleme masspunkti  $m$ , mis liigub kiirusega  $v$ . Korrutist  $mv$  nimetatakse masspunkti impulsiks ehk liikumishulgaks. Olgu tegemist jõuga  $F$ , mis on rakendatud masspunktile  $m$ . Nihkugu selle jõu rakenduspunkt jõu mõjutamise suunas edasi pikkuse  $s$  võrra. Sel juhul sooritas jõud töö  $A = Fs$ . Masspunkti kineetiliseks energiaks nimetatakse liikumisest tingitud võimet sooritada tööd. Kineetilise energia definitsioonivalem  $E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$  näitab, et kui keha massiga  $m$  liigub kulgevast kiirusega  $v$ , siis on tal kineetilist energiat, mis võrdub tööga, mida selline keha on suuteline seismajäämiseni sooritama.

Tuule kineetilise energia leidmiseks rakendame **pidevushüpoteesi**, st eeldame, et uuritavad vedelikud, gaasid või tahked kehad on sellised keskkonnad, mis täidavad vaadeldavat ruumi  $V$  pidevalt. Lisaks eeldame, et kahe pidevas ruumis asuva punkti vaheline kaugus on alati üheselt määratav. Pidevushüpotees võimaldab keskkondade matemaatilisel kirjeldamisel kasutada pidevaid funktsioone [3]. Mass on teatavasti positiivne suurus, mis on invariantne liikumise suhtes. Tema dimensioon  $M$  ei sõltu ei pikkuse dimensioonist  $L$  ega aja dimensioonist  $T$ . Kui mass on absoluutselt pidev, siis leidub funktsioon  $\rho$ , mida nimetatakse massi tiheduseks.

Sel juhul keha kogumass

$$M = \int_V \rho dV, \quad (1.1)$$

kus  $V$  on ruumala. Kui mass pole pidev üle kogu ruumala  $V$ , siis

$$M = \int_{V_1} \rho dV + \sum_n M_n, \quad (1.2)$$

kus  $V_1$  on pideva massijaotusega piirkond ja  $M_n$  massipunktide süsteem. Edaspidi vaatleme vaid pideva massijaotusega keskkondi, st, kus igas mahus on etteantud massi tihedus ning kui  $V \rightarrow 0$ , siis  $M \rightarrow 0$ , seega  $0 < \rho < \infty$ .

Defineerime materiaalse osakese kuitahes väikese, kuid lõplike mõõtmete ja nullist erineva massiga aineosakesena, mille võime iga suvalise ruumipunkti  $\kappa$  ümbrusest  $\partial$  välja eraldada. **Euleri koordinaatsüsteemis** tähistatakse keha elementaarruumala enamasti  $dV$ . Globaalne massi jäävuse aksioom on sõnastatud nii, et keskkonna kogumass on liikumisel invariantne

$$M = \int_V \rho dV. \quad (1.3)$$

Euleri kõverjoonelisi koordinaate tähistame  $x \equiv (x^1, x^2, x^3)$  ja Descartes'i ristkoordinaate  $z \equiv (z^1, z^2, z^3)$ . Koordinaatteisenduseks nimetatakse eeskirja, mis seob omavahel erinevad koordinaatsüsteemid. Et koordinaadid määravad ruumipunkti asukoha üheselt, siis peab koordinaatteisendusel leiduma ka pöördteisendus.

**Lagrange'i koordinaate** defineeritakse järgmiselt. Fikseerime ajahetkel  $t = t_0$  keskkonna ruumipunktide  $\kappa$  asendi ja seome nendega kõverjoonelise koordinaatsüsteemi  $L$ . Kui nüüd ajahetkel  $t > t_0$  keskkond liigub ja muudab kuju, siis liigub ja muudab kuju ka koordinaatsüsteem  $L$ . Sellist koordinaatsüsteemi nimetatakse Lagrange'i koordinaatsüsteemiks ehk materiaalseks koordinaatsüsteemiks ning vastavaid ruumipunkti  $\kappa$  koordinaate  $L$  Lagrange'i koordinaatideks ehk materiaaleteks koordinaatideks. Kõverjoonelise liikumise Lagrange'i kirjeldus esitakse tavaliselt kujul

$$Z^K = Z^K(X^1, X^2, X^3), K = 1, 2, 3. \quad (1.4)$$

Matemaatilisest analüüsist on tuntud teoreem ilmutamata funktsioonist. Ilmutamata kujul esitatud funktsiooni  $y = f(x)$  korral kõneldakse ka võrrandi  $F(x, y) = 0$  lahendina hulgal  $X$  defineeritud ilmutamata funktsioonist. Eeldame, et kahe muutuja funktsioon  $\omega = F(x, y)$  rahuldab punktis  $A = (a, b)$  järgmisi tingimusi:

1) punktil  $A$  on niisugune ümbrus  $U_\theta(A)$ , milles funktsioon  $F$  on pidev ja tal on selles ümbruses

pidev osatuletis  $\frac{\partial F}{\partial y}$ ,

$$2) F(A) = 0,$$

$$3) \frac{\partial F(A)}{\partial y} \neq 0,$$

siis leiduvad sellised arvud  $\delta, \sigma > 0$ , et võrrand  $F(x, y) = 0$  määrab ristkülikus  $K_{\delta, \sigma}(A)$  ilmutamata funktsiooni  $y = f(x)$ , mis on pidev vahemikus  $(a - \delta, a + \delta)$ .

Ilmutamata funktsiooni teoreemi [10] põhjal omab teisendus ruumipunkti  $\kappa$  lõpmata väikeses ümbruses  $U$  ühest pöördeisendust siis ja ainult siis, kui jakobiaan

$$J = \left| \frac{\partial z^k}{\partial x^l} \right| \neq 0; |x^k - x_0^k| < \delta. \quad (1.5)$$

Siin  $x_0^k$ ,  $k = 1, 2, 3$ ; on ruumipunkti  $\kappa$  koordinaadid ja

$$J = \left| \frac{\partial z^k}{\partial x^l} \right|. \quad (1.6)$$

Lokaalse massi jäävuse aksioomi saame, kui rakendame globaalset massi jäävuse aksioomi ruumipunkti  $\kappa$  lõpmata väikeses ümbruses  $U$ . Valemite põhjal saame, et

$$\rho_0 = \rho J_*, \quad (1.7)$$

kus  $\rho_0$  on tihedus ruumipunkti lõpmata väikeses ümbruses  $U$  ning  $J_*$  on jakobiaan,

$$J_* = \left| \frac{\partial z^k}{\partial Z^K} \right|, \quad (1.8)$$

millega kirjeldakse elementaarruumala  $dV$  muutumise kiirust. Jakobiaan väljendab pidevushüpooteesi, mida võib sõnastada ka nii, et aine positiivne lõplik ruumala ei saa deformeeruda nullruumalaks ega lõpmatult suureks ruumalaks.

Liikumisseaduste leidmine on üks pideva keskkonna mehaanika põhiülesandeid. Keha elementaarruumalas  $dV$  sisalduva massi  $M$  liikumishulk  $P$  avaldub kujul

$$P(x, t) = \int_M V(x, t) dM = \int_M V^k(x, t) g_k(x) dM, \quad (1.9)$$

kusjuures keskkonna liikumist kirjeldavad baasivektorid  $g_k(x)$  saab integraali ette tuua vaid sirgjooneliste koordinaatide puhul. Kuna pideva massijaotuse puhul  $dM = \rho dV$ , siis pole oluline, kas integreeritakse üle ruumala või massi. Keha elementaarruumalas  $dV$  sisalduva massi  $M$  kineetiline energia on seega kirjeldatav valemiga

$$K = \frac{1}{2} \int_M V^2 dM = \frac{1}{2} \int_M g_{kl} V^k V^l dM, \quad (1.10)$$

kus

$$V_k g^k = V^k g_k = \mathbf{v}, \quad (1.11)$$

st, et suvaline liikumisvektor  $\mathbf{v}$  on avaldatav nii kovariantse kui ka kontravariantse baasi kaudu [10]. Kovariantsed baasivektorid on suunatud piki koordinaatkõverate puutujaid ja liikumisel ühest ruumipunktist teise muutuvad nad nii suuruselt kui suunalt. Seega moodustavad nad vektorvälja  $g_k = \frac{\partial z^m}{\partial x^k} \cdot i_m$ , kus baasivektoreid on tähistatud  $i_m$ . Kõverjoonelisi koordinaate kasutatakse näit atmosfääridünaamikas.

Pidevat keskkonda iseloomustavad lisaks liikumisvõrranditele ka olekuvõrrandid ja nende tuletamiseks on mitmeid meetodeid. Olekuvõrrand defineerib idealiseeritud keskkonna. Et selline ideaalne keskkond kirjeldaks näit füüsikalist ainet adekvaatselt, peab ta rahuldama teatavaid füüsikalisi printsiipe [3].

## 1.2. Atmosfääridünaamikast

Pideva keskkonna mehaanika võrrandid on teada ja kasutusel alates Lagrange'i, Euleri ja Poissoni töödest ca 200 aastat. Kuna keha kineetiline energia sõltub keha massist ja keha kiirusest, siis uurime, kuidas interpreteerida tuule kiirust. Atmosfääridünaamikas defineeritakse kahte liiki tuletisi. Materiaalsed tuletised kirjeldavad mingi suuruse muutumist liikuvast materiaalses osakeses ning need esinevad jäävusseaduste Lagrange'i vormis. Euleri vormi saamiseks peame materiaalse tuletise siduma suuruse muutumiskiirusega fikseeritud ruumipunktis, mida kirjeldab lokaalne tuletis ehk tavaline osatuletis aja järgi. Atmosfääridünaamikas on ka üldlevinud kõverjooneliste koordinaatide kasutamine: globaalsete protsesside kirjeldamiseks on näiteks vaja rakendada sfäärilisi koordinaate; ringsümmeetriliste pöörise ja tsüklonite modelleerimisel kasutatakse silindrilisi koordinaate, jne.

Atmosfääris toimuvate liikumiste matemaatilise modelleerimise idee tekkis 20. sajandi alguses. Esimesena sõnastas selle Wilhelm Bjerkens 1904. aastal alg- ja rajatingimustega osatuletistega diferentsiaalvõrrandite süsteemi lahendamise probleemina: "*prognoosimine pole midagi muud, kui atmosfääri liikumisvõrrandite probleem*". Tema antud probleemi ise siiski lahendada ei püüdnud. Esimese katse numbriliste meetoditega ilma ennustada tegi inglise matemaatik Lewis Fry Richardson. Tänapäevaks on HIRLAM (*High Resolution Limited Area Model*) paljude Euroopa riikide ühine teadusarendusprojekt, mille eesmärkideks on kõrglahutusliku ja -kvaliteetse ilmaennustustarkvara loomine, arendamine ja kasutamine. Eesti on HIRLAM Konsortsiumi täisliige aastast 2007 ning mudeli arendustegevus toimub Tartu Ülikooli füüsika instituudi ja Riigi Ilmateenistuse mudelprognooside osakonna koostöös.

Materiaalne ehk Lagrange'i tuletis esitatakse atmosfäärifüüsikas kujul

$$\frac{d\varphi}{dt}, \quad (1.12)$$

kus funktsioon  $\varphi(x, y, z, t)$  tähistab ajalise muutumise kiirust liikuvast materiaalses aineosakeses (näit makroskoopilises gaasiosakeses),  $x, y, z$  koordinaate ja  $t$  aega. Materiaalse õhuosakese kiirust saab sel juhul avaldada vektorkujul

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{x}}{dt}, \quad (1.13)$$

kus  $\mathbf{v}$  on kiirusvektor ja  $\mathbf{x} = [x, y, z]$  ideaalse gaasi olekuvõrrand ruumpunktis hetkel  $t$ , st  $\mathbf{x}$  on materiaalse osakese kohavektor.

Liikumisvõrrandi Lagrange'i vormi võib esitada vektorkujul

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - \nabla\varphi - 2\bar{\Omega} \times \mathbf{v}, \quad (1.14)$$

kus  $\rho$  tähistab tihedust,  $p$  rõhku,  $\varphi(\mathbf{x})$  geopotentsiaali kohavektori  $\mathbf{x}$  funktsioonina ja  $\bar{\Omega}$  maakera nurkkiiruse vektorit. Maakera pöörlemise nurkkiirus on arvatav, kasutame seost joonkiiruse ja nurkkiiruse vahel:

$$v = \omega \cdot r = \frac{2\pi rad}{24h} \cdot 6400km \approx 1676 \frac{km}{h}. \quad (1.15)$$

Newtoni teist seadust pidevas gaasilises keskkonnas esitakse kujul

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{1}{\rho}\nabla p - g\nabla z - 2\bar{\Omega} \times \mathbf{v}, \quad (1.16)$$

kus  $g$  on raskuskiirendus ( $g \approx 9,81m/s^2$ ) ja  $z$  tähistab vertikaalset koordinaati. Liikumisvõrrandi saame, rakendades Newtoni teist seadust pidevas gaasilises keskkonnas, võrrandi vasakul pool on kiirendus ja paremal pool seda põhjustavad jõud ühikmassi kohta. See võrrand ei ole tuletatud Lagrange'i poolt, nimi tuleneb võrrandis sisalduvast Lagrange'i tuletisest [4].

Käesolevas töös keskendume teatud osale atmosfäärinäamikast, st õhumassi liikumisele. Õhumassi tihedus  $\rho$  sõltub õhu temperatuurist, kõrgusest, õhu koostisosadest, aluspinna karedusest ja õhurõhust. Õhurõhk on hüdrostaatiline rõhk, mida tekitab ühe pinnaühiku kohal kuni atmosfääri ülemiste kihtideni ulatuv õhusamba kaal. Meteoroloogias hakati alates aastast 1930 kasutama rõhuühikut millibaar (mbar, 1 mbar = 1 hPa). Õhurõhu erinevus õhumassides põhjustab gradientjõu, mis paneb õhu liikuma madalama rõhu suunas. Õhurõhu erinevuste

tulemusena tekib tuul ehk tuul on õhu liikumine maapinna suhtes, mille põhjustab õhurõhkude muutus erinevate ruumipunktide vahel. Mida kõrgem on temperatuur ja suurem kõrgus, seda väiksem on õhumassi tihedus ning sõltuvalt sellest väheneb ka energiatihedus [5]. Tuuleenergia tihedus avaldub järgmise valemiga:

$$P_w = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^3, \quad (1.17)$$

kus  $P_w$  on tuuleenergia tihedus  $W/m^2$ ;  $\rho$  - õhumassi tihedus  $kg/m^3$ ;  $v$  - tuule kiirus  $m/s$ .

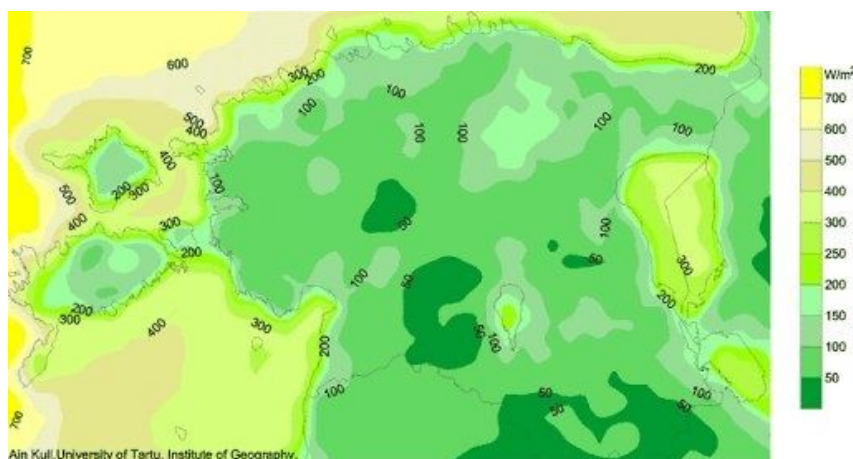
Seega, kõige olulisem tegur tuuleenergia tiheduses on tuule kiirus.

**Tuule kiiruse interpreteerimisel** peame arvestama, et tuul on igal hetkel ja igas kohas

- 1) anisotroopne, st puhub konkreetsest suunast,
- 2) kirjeldatav vähemalt kahe parameetriga.

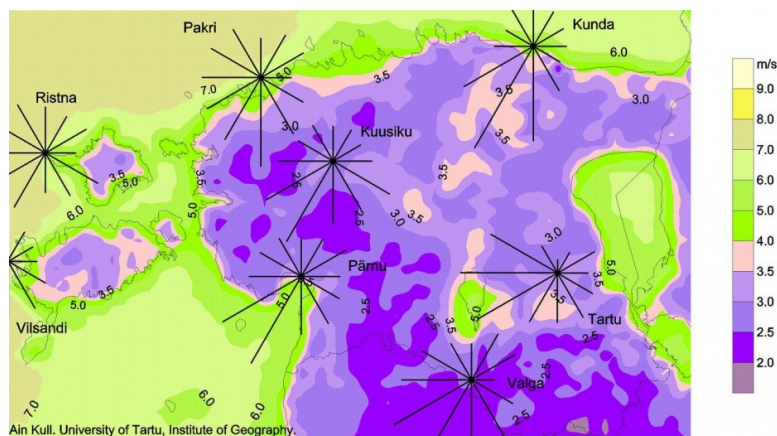
### 1.3. Tuuleenergia uuringutest Eestis ja mujal

Eestis ühendab tuuleenergia potentsiaalset huvitatud ettevõtteid, organisatsioone ja üksikisikuid Eesti Tuuleenergia Assotsiatsioon (ETEA), mis loodi 21. septembril 2001 Saksamaal Husumis toimunud maailma juhtival tuuleenergeetika messil "WindtechHusum - Markets of Tomorrow". ETEA asutajaliikmed olid neli Eestis aktiivselt tuuleenergeetika projektide arendusega tegelevat ettevõtet: Tuuleenergia OÜ, Tuulepargid AS, SeeBA Energiesysteme GmbH ja Ostwind Verwaltungsgesellschaft GmbH. Aastal 2019 on ETEA liikmeskonnaks 22 kodumaist ja rahvusvahelist organisatsiooni [6].



Joonis 1: tuule energiatihedus 30 meetri kõrgusel [7].

TÜ geograafide poolt koostatud "Eesti tuuleatlas" (Kull, A. Eesti Tuuleatlas. Magistritöö.



Joonis 2: tuulekiirus (m/s) 10 m kõrgusel, Eestis [7].

Juhendajad: Ü. Mander, J. Jaagus. Tartu Ülikool, 1996) on iga tuuleenergeetiku esmaseks töövahendiks. Energiatihedus on füüsikaline suurus, mis väljendab energiat ruumalaühiku kohta. Keskmise energiatihedus ( $W/m^2$ ) näitab tuulest põhjustatud energia hulka ühe  $m^2$  kohta.

Tuule suuna all mõistetakse nurka põhjasuuna (0 kraadi) ja tuule vektori vahel ehk tegemist on asimuudiga. Nt edelatuule all mõistetakse tuult, mis puhub edelakaarest (st sektorist ca 225-255 kraadi) vaateleja suunas [7].

**Anemomeeter** on mõõteriist, millega mõõdetakse tuule või gaasivoolu kiirust. Püsivaid tuuli mõõdetakse üldiselt 10 meetri kõrguselt ning iga 10 minuti kohta arvutatakse keskmine kiirus. Sellest nn kliimaatilisest ressursist on kasutatav vaid osa. Kasutatav energiahulk sõltub aerodünaamikaseadusest, elektrituuliku tehnilisest lahendusest, tuuliku püstitamisel kehtestatud piirangutest (kaitsealad, asustus, elektrivõrgu iseloom jne) ja muudest teguritest. Mereäärsetel tuulete avatud rannikualadel ulatuvad keskmise energiatiheduse väärtused  $550 W/m^2$ , saarte varjus ning Põhja- ja Edela-Eestis on keskmine energiatihedus  $50-150 W/m^2$ . Kasutakse enamasti Riigi Ilmateenistuse (EMHI) vaatlusjaamade võrgu andmeid, mõõtmised on üldjuhul teostatud 10 meetri kõrgusel. Spetsiifilistemateks vaatlusjaamadeks valitakse geograafilistel põhjustel kas rannikualal (nt Pakri ja Virtsu), Peipsi-äärsel (nt Tiirikoja) või sisemaal (nt Kuusiku ja Jõgeva) paiknevad jaamad. Eesti tuuleenergeetika tööstuse arengust on põhjalikumalt kirjutatud blogis "Energiatalgud" [8]. Kuna tuuleturbiinid (rahvakeeles ka tuulegeneraatorid või elektrituulikud) ei tarbi lisakütust ning nende käitamise- ja hoolduskulud on suhteliselt madalad, siis on ka tuuleenergia piirkulu minimaalne. Majanduslikult võib tuuleenergia osakaalu tõus toodetavas elektrienergiast tähendada seda, et turult tõrjutakse välja kulukamad ja saastavamad elektritootmise tehnoloogiad (põlevkivi, nafta, süsi ja gaas).

Vaatlusandmete valimid ja joonised Eesti tuule kiiruste perioodilisest käitumisest on too-

dud Ekaterina Lummo bakalaureusetöös "Eesti tuulekiiruste perioodilisuse analüüs" (Tartu 2016) [9], kus ta analüüsis kümne aasta keskmiste tuulekiiruste andmeid. Vaatlusandmetena kasutati Eesti Meteoroloogia ja Hüdroloogia Instituudi (EMHI) vaatlusjaamade võrgu 2006 – 2015 aastate andmeid, kus tuule keskmist kiirust määratakse sagedusega igas tunnis.

EMHI vaatlusjaamade võrgu andmetele tugineb ka Valmar Puusepp magistritöös "Eesti tuulekiiruste statistiline analüüs" (Tartu 2017), kus ta jõudis järelduseni, et "üha enam inimesi püstitab endale tuuleturbiine, kuid tihti juhuslikku asukohta, kus arvatakse, et tuult puhub piisavalt, kuid hiljem selgub, et valitud asukoht ei täida ootusi [10]." Tulemused kinnitavad, et EMHI meteoroloogiajaamas kasutatavaid seadmeid on võimalik kasutada ka tuule kiiruse mõõtmiseks kohtades, kuhu soovitakse püstitada väiksemaid tuuleturbiine. Enne tuuleturbiini püstitamist soovitakse siiski teostada põhjalik tuulemonitooring. EMHI vaatlusjaamades toimuvad mõõtmised teatavasti üsna suure intervalliga. Uurimistöös on mõõdetud tuule kiirust kuues asukohas aastaringselt ning neljas meteoroloogiajaamas on see teostatud 10 m kõrgusel; mõõtetulemuste salvestamise sagedus on iga tunni keskmine. 100 m kõrgusel tuuleturbiinis on tuule keskmise kiiruse mõõtmistulemuse salvestamise sageduseks 10 minutit [10]. Seetõttu tuleks vaatlusandmeid empiiriliselt korrigeerida.

Samasugust EMHI vaatlusandmete valimit kasutas juba Janar Õunpuu bakalaureusetöös "Tuuleenergeetika hetkeolukord, arenguvõimalused ning kolme huvipoolse suhtumine tuuleenergia tootmisesse Eestis", 2006 [11]. Riigi Ilmateenistus loodi pärast Keskkonnaagentuuri asutamist 1. juunil 2013. Teenistus on Keskkonnaagentuuri alluvuses tegutsev üksus, mis täidab oma eelkäija (Eesti Meteoroloogia ja Hüdroloogia Instituut) ülesandeid.

**Taani** positsioon ülemaailmselt juhtiva tuuleenergia keskusena on üldteada aastast 2006, kui loodi katusorganisatsioon Megavind LCOE [12]. Kõige olulisema tõuke andis Risø National Laboratory asutamine Taani Tehnikaülikoolis, Weibulli jaotusel põhineva WASP (*The Wind Atlas Analysis and Application Program*) tarkvaramudeli loomine ning Euroopa tuuleatlase koostamine. **Taani tuuletööstuse** olulised partnerid on ülikoolid ja teadusasutused, kes aitavad rakendada uusi teadmisi tuuletööstuses. Taani tuuletööstuse assotsiatsiooni [13] jaoks on see oluline, sest Taani tuuleenergiaettevõtted, teadusasutused, ülikoolid ning ametiasutused on koostanud ühised soovitusel tuuleelektrijaamade teadus-, arendus- ja tutvustustegevuseks, st Megavind näidisjuhised ja dokumentatsiooni [12]. Näiteid Megavind LCOE soovitustest **tarbijale**:

1. Tuuletööstuse jaoks on väga oluline, et osatakse õigesti kirjeldada tuulekiiruse muutusi. Turbiinidisainerid vajavad informatsiooni, et optimeerida oma turbiinide konstruktsiooni ning minimeerida tekkivaid kulusid. Turbiiniinvestorid vajavad teavet, et hinnata oma elektritootmisest saadavat tulu. Kui mõõta tuulekiirust aastaringselt, on võimalik märgata, et tugevaid tuuli esineb enamikus piirkondades harva, samas kui mõõdukad ja nõrgad tuuled on üsna tavalised.

Tüüpilise asukohaga määratud tuule kiiruse variatsiooni kirjeldatakse tavaliselt nn Weibulli jaotusega, nagu on näidatud joonisel 4. Selle konkreetse asukoha keskmine tuulekiirus on 7 meetrit sekundis ja kõvera kuju määratakse kuju parameetriga 2.

2. Andmed nii tuulekiiruste kui ka tuule suundade kohta kogutakse anemomeetrist elektroonilisel kiibil, väikesel andmekandjal, millel võib olla aku ja mida kasutatakse pikka aega. Kord kuus peaksid anemomeetri omanikud minema andmelugeri juurde, et koguda kiibid ja asendada need tühjade kiipidega järgmise kuu andmete jaoks. (Hoiatus: kõige tavalisem viga, mida teevad inimesed, kes teevad tuulemõõtmisi, on kiibid segamini ajada ja tuua tühjad kiibid tagasi!)

3. Tuulekiirust mõõdetakse tavaliselt **10-minutilise intervalliga**, et see ühilduks enamiku standardse tarkvaraga ja kirjandusega antud teemal. Tuulekiiruste mõõtmise tulemus on erinev, kui kasutate intervallideks erineva pikkusega perioode, nagu hiljem selgub [12].



Joonis 3: Ameerika leiutaja Marcellus Jacobs 2,5kW masinal 1940. aastatel [14].

Seadmeid (tuuleturbiinid, -generaatorid, jne), mis muundavad tuule kineetilise energia mehaaniliseks energiaks või elektrienergiaks, nimetame edaspidi **objektideks**.

#### 1.4. Tuuleenergia tootja optimaalsest tootmistegevusest

Meteoroloogilise muutujana on tuul nõ kütuseks tuuleenergiale. Energiatootmisel on tuulel sama roll kui teistel taastavenergia allikatel ja tuleks analüüsida tuulemuutujaid. Taastuvad

energiaallikad on vesi, tuul, päike, laine, tõus ja mõõn, maasoojus, prügilagaas, heitvee puhastamisel eralduv gaas, biogaas ja biomass. Nendest allikatest toodetud energia on taastuenergia [15].

Praktikas kasutatakse tuuleenergia hindamiseks kolme põhimeetodit:

- 1) olemasoleva tuuleenergia potentsiaali ja muude meteoroloogiliste andmete ning topograafilise teabe statistiline analüüs;
- 2) pikaajaliste tuulekiiruste kvalitatiivne uurimisviis;
- 3) piirkihi sarnasusteooria rakendamine ja pinna rõhu vaatluste kasutamine.

Tuulekiiruste esinemissageduse algoritmi kasutatakse tuuleenergia toodangu arvutamiseks juhul, kui konkreetne mõõtmiskoht on eelnevalt määratud, st koordinaatidega fikseeritud asukohas. Vastasel juhul võib tuulekiiruste sagedust esitada tuulekiiruste jaotuse analüütiliste jaotusfunktsioonidega. Üks taolistest funktsioonidest on Weibulli jaotusfunktsioon, mis on nime saanud rootsi füüsiku Weibulli järgi, kes rakendas seda 30ndatel aastatel, uurides materjalide pingete kontsentratsiooni ja väsimistugevust [16]. Mõned teadlased on välja pakkunud kasutada seda jaotusfunktsiooni ka tuuleenergeetikas, põhjuseks suurem paindlikkus ja lihtsus. Tuuleenergia on nüüdseks laialdaselt tunnustatud kui ülemaailmse energia oluline koostisosa ning energiamajanduse osapooltel ei ole muud valikut, kui tulla toime tuuleenergia tootmise vahelduva ja suurel määral ettearvamatu iseloomuga. Eelkõige, kuna garanteeritud ostukavad lõpetatakse järk-järgult või asendatakse rohkem turule orienteeritud subsiidiumidega, seisavad tuuleenergiatootjad silmitsi vajadusega müüa tulevikus toodetud elektrit avatud turgudel, kus puuduvad täpsed teadmised tootmismahu kohta. Tuuleenergia tootjatel tuleb kohandada oma tarne mahu hinnangud, kui prognoos muutub täpsemaks. Sest atmosfäärinäamika võrrandeid lahendatakse nii numbriliste meetoditega (näit Euleri skeemid, spektraalmeetod, lõplike elementide meetod, jne) kui ka integreeritud meetoditega (näit *Integrated Forecasting System*), mida pidevalt täiustatakse.

Zongjun Tan ja Peter Tankov [17], Universite Paris-Diderot, Prantsusmaal uurisid optimaalset tuuleenergia tootmistugevust tootja puhul, kes soovib müüa toodangut tähtajalistel, hetke- ja päevasisestel ning korrigeerimisvajadusega turgudel (*forward, spot, intraday and adjustment markets*) ning kellel on ligipääs ebatäiuslikele dünaamiliselt uuendatud prognoosidele tulevase tootmise kohta. Nad konstrueerisid prognooside tarbeks stohhastilise mudeli ja määrasid optimaalse kaubandustegevuse, mida dünaamiliselt uuendatakse. Nende tulemused võimaldavad tootjal hinnata prognooside majanduslikku väärtust. Mitmete riikide tuuleenergia tootjatel on dereguleeritud energiasektori puhul juurdepääs nelja liiki turgudele (*deregulated energy markets*): 1) tähtajaline turg – rohkem kui 1 päev enne tarnimist, tarneperioodideks on päev, nädal, kuu, kvartal ja aasta; 2) hetketurg – 1 päev enne tarnimist, tarneaeg 1 tund; 3) päevane turg – 1 päev ja 45 minutit, tarneperiood on 1 tund; 4) korrigeerimisvajadusega (tasakaalustamatuse) turg (mida haldab tavaliselt elektrivõrguettevõtja nagu RTE Prantsusmaal)

– viimased 45 minutit. Korrigeerimisvajadusega turul on pakkumise-nõudluse levik väga lai, mida võib tõlgendada ka kui karistust selle turu kasutamise eest.

## 2. Weibulli jaotus ja selle parameetrite hindamine

### 2.1. Jaotusfunktsioon ja tihedus

Tuule kiirus on vaadeldav juhusliku suurusena ("*tuul puhub sealt, kust tema tahab, aga mitte sealt, kust meile sobiks*", T. Soomere, 2010 [18]). Juhuslikuks suuruseks nimetatakse suurust, mis katse tulemusena omandab ühe paljudest võimalikest varem mitteteadaolevatest väärtustest. Pidev juhuslik suurus võib omandada kõiki väärtusi mingist lõplikust või lõpmatust vahemikust. Pideva juhusliku suuruse jaoks pole võimalik jaotusrida välja kirjutada. Üldisemaks juhusliku suuruse (nii diskreetse kui pideva) jaotusseaduse esituseks on jaotusfunktsioon.

Juhusliku suuruse jaotusfunktsiooniks nimetatakse funktsiooni  $F(x)$ , mis määrab iga reaalarvu  $x$  korral tõenäosuse, et juhuslik suurus  $X$  omandab väärtuse, mis on väiksem või võrdne reaalarvust  $x$ , st

$$F(x) = P(X \leq x), \text{ kus } x \in (-\infty, \infty). \quad (2.1)$$

Jaotusfunktsiooni abil on mõnevõrra raske otsustada juhusliku suuruse käitumise üle mingi punkti  $x_n$  ümbruses. Seetõttu kasutatakse lisaks jaotusfunktsioonile ka sellest tuletatud tõenäosuse tihedusfunktsiooni  $f(x)$  [19]. Diskreetse juhusliku suuruse jaotusfunktsioon võrdub argumentid rangelt väiksemate väärtuste  $x_i$  tõenäosuste summaga:

$$F(x) = \sum_{x_i \leq x} P(X = x_i). \quad (2.2)$$

Pideva juhusliku suuruse korral saame jaotusfunktsiooni tuletisena esitada tihedusfunktsiooni  $f(x) = F'(x)$ . Juhusliku suuruse  $X$  jaotusfunktsiooni  $F(x)$  täiendfunktsiooniks nimetatakse funktsiooni

$$FT(x) = 1 - F(x) = P(X > x). \quad (2.3)$$

Definitsioonist tulenevalt on tegu mittekasvava paremalt pideva funktsiooniga. Seda funktsiooni tuntakse kestusanalüüsis üleelamisefunktsiooni (ka kestusfunktsiooni) nime all, inglise

$k$  *survival function*. Kestusfunktsiooni kasutatakse näiteks objektide (tuuleturbiinide jne) projekteerimisel.

Juhusliku suuruse  $X$  riskifunktsiooniks nimetatakse funktsiooni

$$h(x) = \frac{f(x)}{FT(x)}, \quad (2.4)$$

kus  $f(x)$  on  $X$  tihedusfunktsioon ja  $FT(x)$  on  $X$  jaotusfunktsiooni täiendfunktsioon. Pideva juhusliku suuruse  $X$  riskifunktsioon kohal  $x$  on seega  $X$  tinglik tihedus kohal  $x$ , tingimusel, et  $X \geq x$ . Kui juhusliku suuruse riskifunktsioon on kahanev funktsioon, siis järelikult "juhusliku suuruse suurte väärtuste korral on antud konkreetse väärtuse tõenäosus vähenev ja suuremate väärtuste tõenäosus kasvav" [19]. Antud töös kasutatakse ka **töökindluse** mõisteid. **Piir seisund** on objekti seisund, mille korral tema edasine käit tuleb katkestada seoses tõrketus- või efektiivsusnõuete rikkumisega. **Tõrge** on sündmus, mille tagajärjel objekti töövõimelisus täielikult või osaliselt kaob. **Tõrketus** on objekti omadus säilitada teatavas ajavahemikus töövõimelisus [19].

## 2.2. Weibulli jaotus

**Kolme parameetriga Weibulli tihedusfunktsioon** on

$$f(t) = \frac{k}{\lambda} \left( \frac{t - \gamma}{\lambda} \right)^k \cdot e^{-\left( \frac{t - \gamma}{\lambda} \right)^k}, \quad (2.5)$$

kus

$$f(t) \geq 0; t \geq 0 \text{ või } \gamma; k > 0; \lambda > 0; -\infty < \gamma < \infty \quad (2.6)$$

ja  $\lambda$  = skaala parameeter,  $k$  = kuju parameeter,  $\gamma$  = asendi parameeter. Kuju parameetrit  $k$  (*shape parameter*) on viidatud kirjanduses nimetatud ka gradiendiks (*Weibull slope*). Skaala parameetri  $\lambda$  (*scale parameter*) kohta on viidatud kirjanduses kasutatud ka sõnavorme "mastaap", "mahu parameeter", "skaalategur" ja muid väljendeid. Parameeter  $\gamma$  on asendi parameeter (*location parameter*). Antud töös eelistatakse kasutada selgitavate terminitega "**kuju parameeter**", "**skaala parameeter**" ja "**asendi parameeter**", sest väga sageli ei kasutata praktikas andmehulkade analüüsimiseks asendi parameetrit  $\gamma$  ning selle parameetri väärtuse saab lugeda nulliks, st, et sellisel juhul muutub Weibulli jaotus kahe parameetriga Weibulli jaotuseks.

**Kahe parameeteriga Weibulli tihedusfunktsiooni** puhul võrdsustatakse asendi parameeter  $\gamma = 0$  ja esitatakse kujul

$$f(t) = \frac{k}{\lambda} \left( \frac{t}{\lambda} \right)^k \cdot e^{-\left( \frac{t}{\lambda} \right)^k}. \quad (2.7)$$

**Ühe parameetriga Weibulli tihedusfunktsiooni** puhul võrdsustatakse asendi parameeter taas  $\gamma = 0$  ja eeldades, et  $k = C$  (*constant*)

$$f(t) = \frac{C}{\lambda} \left(\frac{t}{\lambda}\right)^{C-1} \cdot e^{-\left(\frac{t}{\lambda}\right)^C} \quad (2.8)$$

on ainus tundmatu parameeter skaala parameeter  $\lambda$ . Ühe parameetriga Weibulli tihedusfunktsiooni puhul eeldasime, et kuju parameeter  $k$  on *a priori* varasema empiirilise kogemuse põhjal teada. Vaadeldav jaotus on nime saanud Waloddi Weibulli järgi, kes kirjeldas seda jaotust üksikasjalikult 1951. aastal [20].

Edaspidi vaatleme üksnes kaheparameetrilist Weibulli jaotust, kusjuures kasutame järgnevat tähistust:

$$f(x, \lambda, k) = \begin{cases} \left(\frac{k}{\lambda}\right) \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}, & \text{kui } x \geq 0, \\ 0, & \text{kui } x < 0, \end{cases} \quad (2.9)$$

kus  $\lambda$  on skaala parameeter ja  $k$  on kuju parameeter.

Kui  $0 < k < 1$ , siis tihedusfunktsiooni väärtus on  $\infty$ , kui  $x$  läheneb ülalt nullile ja on rangelt kahanev.

Kui  $k = 1$ , siis tihedusfunktsioon läheneb  $1/\lambda$ , kui  $x$  läheneb ülalt nullile ja on rangelt kahanev.

Kui  $k > 1$ , siis tihedusfunktsioon läheneb nullile, kui  $x$  läheneb ülalt nullile, kasvab modaalväärtuseni ja seejärel kahaneb. Peab märkima, et tihedusfunktsioonil on lõpmatu negatiivne gradient punktis  $x = 0$ , kui  $0 < k < 1$ , lõpmatu positiivne gradient punktis  $x = 0$ , kui  $1 < k < 2$  ja null-gradient punktis  $x = 0$ , kui  $k > 2$ .

Kui  $k = 2$ , siis tihedusfunktsioonil on lõplik positiivne gradient punktis  $x = 0$ .

Kui  $k$  läheb lõpmatusse, siis Weibulli jaotus läheneb keskpunktis  $x = \lambda$  Diraci deltafunktsioonile. Lisaks, asümmeetriakordaja (asümmeetria on jaotuskõvera maksimumi kõrvalekaldumine sümmeetriateljest) ja jaotuse asümmeetria koefitsient sõltuvad ainult kuju parameeterist [13].

Tõrkemäär  $h$  on

$$h(x, k, \lambda) = \frac{k}{\lambda} \cdot \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1}. \quad (2.10)$$

Weibulli jaotuse üks olulisi aspekte on, kuidas kuju parameetri ja skaala parameetri väärtused mõjutavad konkreetse jaotuse jaotusomadusi, nt kõvera kuju, usaldusväärsust, tõrkesagedust, jmt. Weibulli jaotus on üks levinumaid nõ "töökindlamaid" jaotusi, mida kasutatakse väga erinevates valdkondades. Sh näiteks oodatava eluea (*life expectancy*) või objekti töökindluse prog-

noosimiseks, jne. Antud töös eelistatakse termini *failure rate* (tõrkesageduse või -intensiivsuse) vastena kasutada eesti keeles sõna "**tõrkemäär**". Tõrkemäär kasutatakse tuuleturbiinide projekteerimisel. Tõrke jaotumist ajas iseloomustab tõrkesagedus, mis näitab tõrkuvate objektide suhtarvu muutumist ajas

$$f(t) = \frac{\Delta n}{N \cdot \Delta t} = \frac{\Delta Q(t)}{\Delta t}, \quad (2.11)$$

kus  $\Delta n$  ja  $\Delta Q(t)$  on tõrkunud objektide arvu kasv ja tõrke tekkimise tõenäosus (diskreetsel) ajavahemikul  $\Delta t$ . Tõrke tekkimise tõenäosus  $Q(t) = \int_0^t f(t)dt$ , kui  $t = \infty$ , siis  $Q(t) = 1$ . Sellisel juhul kõneldakse ka oodatavast ajast tõrke ilmnemiseni, inglise keeles *time to failure*, mida antud töös tähistamegi *TTF*. Tõrketu töö tõenäosust tähistatakse  $P(t) = 1 - Q(t)$ . Tõrkemäär  $\lambda(t)$  saab kirjeldada valemiga

$$\lambda(t) = \frac{\Delta n}{N_t \cdot \Delta t} = \frac{f(t)}{P(t)}. \quad (2.12)$$

Kui suurus  $X$  on *TTF* (*time-to-failure*), siis muutub Weibulli jaotus selliseks jaotuseks, kus tõrkemäär on proportsionaalne mingi ajaühikuga  $T$ . Kuju parameeter  $k$  on  $T + 1$  ja sel juhul võib parameetrit interpreteerida järgmiselt:

$k < 1$  näitab, et tõrkemäär kahaneb aja jooksul;

$k = 1$  näitab, et tõrkemäär on aja jooksul konstantne;

$k > 1$  näitab, et tõrkemäär kahaneb aja jooksul.

St, et funktsioon on kõigepealt nõgus, seejärel kumer, käänupunktiga  $(e^{1/k} - 1)/e^{1/k}$ ,  $k > 1$  [20].

### 2.3. Weibulli jaotuse parameetrite hindamine

Kuigi me teame, mis teoreetilisele jaotusele meie poolt uuritav suurus oma olemuselt vastab, ei tea me siiski selle jaotuse parameetreid. Viimaseid tuleb hinnata tuginedes andmetele (valimile). Vastav arvutusvalem on lihtsamal juhul leitav intuiitselt (nn mõistlikkuse printsiibist lähtudes – näiteks on loomulik võtta keskväärtuse hinnanguks valimi andmete aritmeetiline keskmine). Keerulisemal juhul ei pruugi aga intuiitsioonist piisata või kui ka piisab, siis peab seda intuiitsiooni kontrollima. Matemaatiline statistika pakub mitmeid võimalusi parameetrite hindamisvalemite teoreetiliseks konstrueerimiseks. Levinuimad meetodid on suurima tõepära meetod ja vähimruutude meetod.

Vähimruutude meetod ei eelda tihedus- ega tõenäosusfunktsiooni kasutamist. Jaotuse keskväärtus peab olema uuritava parameetri  $\theta$  funktsioon, mida tavaliselt tähistatakse  $\mu(\theta)$ .

Olgu antud valim  $x_1, x_2, \dots, x_n$  jaotusest  $F(\theta)$ . Defineerime

$$Q(\theta) = \sum_{i=1}^n (x_i - \mu(\theta))^2, \quad (2.13)$$

hälvete ruutude summana. Parameetri  $\theta$  vähimruutude hinnanguks nimetatakse  $\theta_*$  parameeter-ruumis  $A$ , mille korral  $Q(A)$  omandab vähima väärtuse

$$\theta_* \rightarrow \min_{\theta \in A} Q(A). \quad (2.14)$$

**Suurima tõepära meetodit** kasutatakse siis, kui teoreetiline jaotuse klass on teada ja hinnatav parameeter kujutab enesest selle teoreetilise jaotuse tihedus- või tõenäosusfunktsiooni parameetrit (argumenti). Suurima tõepära meetod on statistikas laialt kasutatav meetod hinnangute leidmiseks. Suurima tõepära meetod on üldjuhul efektiivsem kui muud levinud meetodid. Hinnanguks on siis loomulik valida see parameetri väärtus, mis realiseerub olemasolevate andmete puhul kõige paremini ehk saavutab antud valimi jaoks kõige tõepärasema väärtuse. Et eelduse kohaselt sõltus hinnatavast parameetrist ka üldkogumi jaotus, siis on ka hinnangule vastav jaotus tõepäraseim antud valimi jaoks. Teoreetilise definitsioonina sõnastades: parameetri  $\theta$  suurima tõepära hinnanguks nimetatakse väärtust  $\theta$ , mille korral tõepärafunktsioon  $L(\theta)$  saavutab maksimaalse väärtuse oma parameeterruumis  $A$ ,

$$L(\theta) = \begin{cases} f(x_1; \theta) \cdot f(x_2; \theta) \dots \cdot f(x_n; \theta), & \text{pideval juhul,} \\ p(x_1; \theta) \cdot p(x_2; \theta) \dots \cdot p(x_n; \theta), & \text{diskreetsel juhul,} \end{cases} \quad (2.15)$$

kus  $f(x; \theta)$  tähistab jaotuse  $F$  tihedusfunktsiooni (pideval juhul) ja  $p(x; \theta)$  tähistab  $F$  tõenäosusfunktsiooni (diskreetsel juhul),  $\theta \in A$ . Tõepärafunktsioon kujutab enesest sama valemit, mis tihedusfunktsioongi. Erinevus seisneb selles, et tõepärafunktsioonis loetakse vastupidiselt teoreetilistele jaotustele fikseerituks andmete osa (meil on ju olemas mingid realiseerunud väärtused) ja juhuslikuks, st kirjeldamist vajavaks, parameetrite osa. Juhul, kui tihedus- või tõenäosusfunktsiooni abil defineeritud teoreetiline jaotus vastab tegelikkusele, on parameetrite **suurima tõepära hinnangud** täpseimad. Teades uuritava tunnuse jaotust, võime otsitavad parameetrid leida suurima tõepära meetodil. Näiteks tuule kiiruse jaotuse kirjeldamiseks normaaljaotus ei sobi. Oluline, kuid mitte ainus põhjus on, et normaaljaotus on sümmeetriline mingi punkti suhtes. Kirjanduse andmetel sobib märksa paremini Weibulli vm tõenäosusjaotus.

**Teoreetilised jaotused on alati kirjeldatud parameetritest sõltuvate eeskirjadega**, mille abil on võimalik leida vastava jaotusega tunnuse (või statistikute) väärtuste esinemise tõenäosused. Teoreetilised jaotused on aluseks teaduslike järelduste tegemisel (statistiliste hüpoteeside kontrollimisel, sageli ka parameetrite väärtuste hindamisel ja nende hinnangute

usaldusväarsuse leidmisel). Tõenäosusjaotus on empiirilise jaotuse üldistus, selle aluseks ei ole tavaliselt reaalselt kogutud andmed. Tõenäosusjaotust kasutatakse mudelite loomiseks ja mudelite kaudu reaalse elu nähtuste analüüsimiseks [19].

### Suurima tõepära meetod Weibulli jaotuse jaoks

Olgu tuule kiiruse vaatlustulemused  $X_1, X_2, \dots, X_n$  ja oletame (lihtsuse mõttes), et nad on sõltumatud ja sama jaotusega juhuslikud suurused  $X_i \sim W(\lambda, k)$ , kus  $W(\lambda, k)$  tähistab Weibulli jaotust. Siis antud vaatluste komplekti tõepärafunktsioon on [20]

$$L(\lambda, k) = \prod_{i=1}^n f(X_i, \lambda, k), \quad (2.16)$$

kus  $f(X_i, \lambda, k)$  on Weibulli jaotuse  $W(\lambda, k)$  tihedusfunktsioon (2.8),  $\lambda$  skaala parameeter ja  $k$  kuju parameeter. Vastav logaritmiline tõepärafunktsioon avaldub kujul

$$\ln L(\lambda, k) = n[\ln k - k \ln(\lambda)] + \sum_{i=1}^n \ln X_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{\lambda}\right)^k. \quad (2.17)$$

Leides logaritmilise tõepärafunktsiooni osatuletised parameetrite  $\lambda$  ja  $k$  järgi ning võrdsustades need nulliga, saame:

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, k)}{\partial \lambda} = -\frac{nk}{\lambda} + \frac{k}{\lambda} \left(\frac{X_i}{\lambda}\right)^k = 0, \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial \ln L(\lambda, k)}{\partial k} = \frac{n}{k} - n \ln \lambda + \sum_{i=1}^n \ln X_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{X_i}{\lambda}\right)^k \ln \left(\frac{X_i}{\lambda}\right) = 0. \quad (2.19)$$

Edasi saame järgmised võrrandid:

$$\lambda = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k \right] \left( \frac{1}{k} \right), \quad (2.20)$$

kus  $\lambda$  on skaala parameeter, asendusega  $\lambda^k = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^k$  saame seose kuju parameetri  $k$  jaoks:

$$\frac{1}{k} + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln X_i - \frac{\sum_{i=1}^n X_i^k \ln X_i}{X_i^k} = 0. \quad (2.21)$$

Viimase võrrandi lahendamiseks tuleb kasutada mõnd iteratiivset meetodit.

## 2.4. Näiteid Weibulli jaotuse kasutamisest tuuleenergia analüüsis

Türgis Izmiris tehtud uuringus arvatati tuulekiiruse andmetest välja tuule kiiruse jaotusfunktsioon, kuju parameeter  $k$  (dimensioonita) ja skaala parameeter  $\lambda$  (m/s). Uuringu põhieesmärgiks oli määrata Weibulli jaotuse tihedusfunktsiooni kaks parameetrit –  $k$  ja  $\lambda$ , et oleks võimalik ennustada tuuleenergiasüsteemide energiatoodangut ja võrrelda selle uuringu tulemusi teiste olemasolevate eksperimentaalsete tulemustega [21]. Tuuleandmete puhul näitab Weibulli kuju parameeter  $k$  tuule kiiruse jaotuse laiust. Mida "madalam" on kuju parameeter, seda laiemalt varieerub tuule kiirus ning kõrgema parameetri korral jääb tuule kiirus kitsamasse vahemikku. Skaala parameeter  $\lambda$  näitab tuulisust ehk tuule keskmise kiiruse jaotust. Parameetri  $k$  väärtused on enamiku tuuletingimuste puhul vahemikus 1,5 kuni 3,0.

Tuuleenergia andmeid, mis koosnesid tuuleenergia igatunnistest mõõtmistest viie aasta jooksul 1995 – 1999, mõõdeti Ege Ülikooli Päikeseenergia Instituudi päikese-, tuule- ja meteoroloogiajaamas. Katseandmete põhjal leiti, et mõlema Weibulli parameetri ( $k$  ja  $\lambda$ ) arvulised väärtused varieeruvad Izmiris laias vahemikus.  $k$  iga-aastased väärtused on vahemikus 1,378 kuni 1,634, keskmise väärtusega 1,552; samas kui  $\lambda$  väärtused on vahemikus 2.956 – 3.444 ja keskmise väärtusega 3,222. Tuule kiiruse jaotust kirjeldati Weibulli jaotusega ja Rayleigh' jaotusega, st Weibulli jaotuse erijuhtumina, kus  $k = 2$ .  $k$  väärtused on enamiku tuuletingimuste puhul vahemikus 1,5 kuni 3,0 [21]. Jaotusfunktsioon  $F(v)$ , nagu esitasid Persaud et al. [22]; Lun and Lam [23], oli

$$F(v) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{v}{\lambda}\right)^k\right]. \quad (2.22)$$

Andmete kogumine toimus ühe sekundi järel ja salvestati ka tunni keskmised väärtused. Kõik mõõtmised tehti 15 meetri kõrgusel maapinnast (Colak et al. [23]). Empiirilised korrelatsioonid: tulemusi arvesse võttes jõuti järeldusele, et jaotusparameetrid varieeruvad keskmise tuulekiirusega ( $v_m$ ).

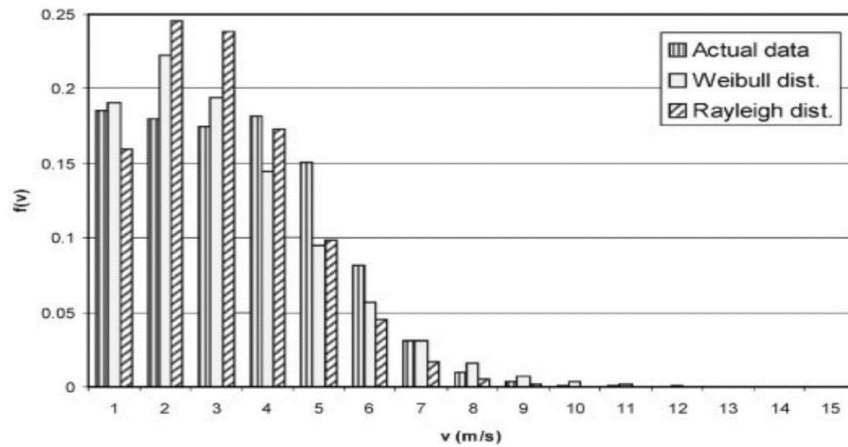
### Empiiriliste andmetega kalibreerides töötati välja mudel

$$F(v_m) = \exp\left(-\left(\frac{v_m}{3.22}\right)^{1.55}\right), \quad (2.23)$$

$$\lambda(v_m) = 1.1318v_m - 0.079, \quad (2.24)$$

$$k(v_m) = 0.1381v_m + 1.1608, \quad (2.25)$$

kus  $F(v_m)$  modelleeriti mittelineaarselt, kuna see peab vastama tingimustele  $F(0) = 1$  ja  $F(\infty) = 0$ , nagu soovitasid Persaud et al. (1999) [21]. **Järeldati**, et Weibulli jaotus sobis



Joonis 4: Weibulli ja Rayleigh' tõenäosusjaotuse lähendid kiiruse väärtusega Izmiris [21].

tuulekiiruse andmete lähendiks Izmiris, kui aasta keskmine tuulekiirus jäi vahemikku 3 – 4 m/s. Lisaks andis Rayleigh' jaotus parima tulemuse keskmistel tuulekiirustel 4 – 5 m/s.

## 2.5. Mõningaid näiteid tuulestatistika kohta kirjanduses

Tuulekiiruse hälve (*deviation*) ja muutlikkus sõltuvad ajast ja piirkonnast. Selline olukord nõuab tuuleenergia uuringutes uue suuna otsimist tuulekiiruse ja atmosfääri piirkihi modelleerimiseks. Nende teemade kohta on tehtud palju uuringuid. Tuulekiirus on piirkondlik muutuja, mida mõõdetakse erinevates asukohtades ebaregulaarselt. Tuuleenergia uuringud põhinevad peamiselt tuulekiiruse aritmeetilisel keskmisel. Paljud autorid tuginevad tuuleenergia prognoosimisel siiski väljatöötatud tuulekiiruse statistikal, sealhulgas standardhälbe, asümmeetriakordaja ja ekstsessikordaja kasutamisele [24],[25], [26], [27],[28]. Ekstsessikordaja (*kurtosis*) on normeeritud ja nihutatud neljandat järku moment, mis arvutub:

$$\gamma^2 = \int_R \left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^4 f_X(x) dx - 3. \quad (2.26)$$

Ekstsessikordaja on jaotuse tipu teravuse mõõt normaaljaotuse suhtes. Kui  $\gamma_2 < 0$ , siis on vaadeldava suuruse tihedusfunktsioon lamedam kui normaaljaotus ning kui  $\gamma_1 > 0$ , siis on vaadeldava suuruse tihedusfunktsioon teravam kui normaaljaotus. Asümmeetriakordajat ning ekstsessikordajat kutsutakse ka kuju parameetriteks. Näiteid leiab Germo Väli koostatud meteoroloogiliste ja okeanograafiliste andmete statistilise töötlemisest [29].

Hälvet saab statistikas kirjeldada valemiga

$$D_i = |x_i - m(X)|, \quad (2.27)$$

kus  $D_i$  on absoluuthälve,  $x_i$  on andmeelement ja  $m(X)$  on tõenäosusjaotuse tsentraalse tendentsi mõõdik (*measure of central tendency*). Eksperimentaalsete andmete hulk on alati diskreetne. Oletagem, et meil on kasutada vaatlusandmed 100 meetri kõrgusel asuvas tornis ja ainsad platvormil olevad instrumendid on üksikud anemomeetrid tuule kiiruse ja suuna salvestamiseks. Kui vaatlusandmeid on vähe, siis sellistes olukordades on tuntud mõned empiirilised meetodid, nagu näiteks regressioonanalüüs ja ekstrapoleerimine. Statistiliste ja empiiriliste meetodite abil on prognoositud tuule kiirust mitmetest uuringutest (näit Katz and Skaggs [30]; Mohandes et al [31]; Song [32]; Zhang [33]; jne). Hilisemates uuringutes [34] on kasutatud segujaotuse mudelit (*Mixture Distribution*), mis on tõenäosusjaotuse kaalutud keskmine: .

$$f(x) = \sum_{k=1}^K \lambda_k f_k(x), \quad (2.28)$$

kus  $f_1, f_2, \dots, f_n$  on jaotuse komponent ja  $\lambda_k$  on kaalud (st tõenäosused, kui suur on iga üksiku jaotuse osakaal segajaotuses) ja  $\lambda_k > 0$ ;  $\sum_k \lambda_k = 1$ . Kuna me segujaotuse mudelit empiiriliste andmete lähendiks ei kasuta, siis mainime, et parima "segu" optimaalne mudel sõltub siiski konkreetsetest lähteandmetest.

# 3. Empiiriliste tuuleandmete statistiline analüüs

## 3.1. Andmete päritolu ja kirjeldus, analüüsis kasutatud tarkvara

Lähteandmed on saadud Tartu Ülikooli füüsika instituudi atmosfäärifüüsika labori juhataja, meteoroloogia ja klimatoloogia dotsent Piia Postilt. Mõõtmised on atmosfäärifüüsika laboris (W. Ostwaldi 1, Tartu) tehtud intervalliga 1 minut, ca 26 m kõrgusel ja edastatud Excel-failina, mille struktuur näeb välja selline:

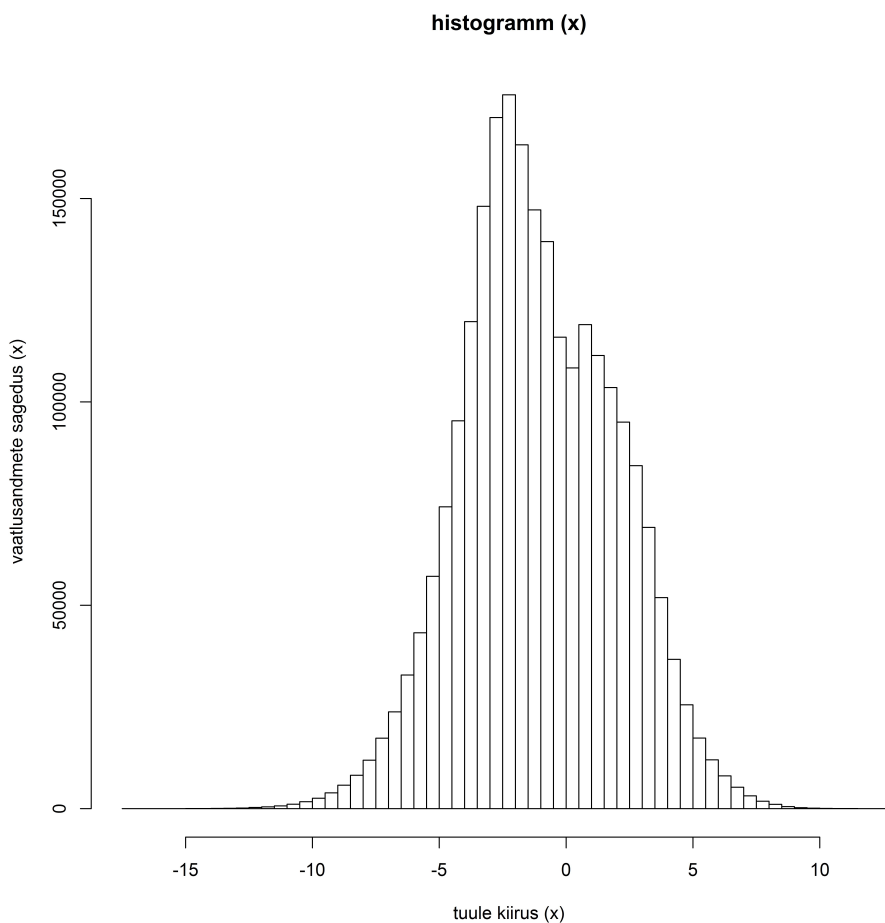
begin time	end time	wind mean x	wind mean y
2015-02-20 13:50:23.895985+00	2015-02-20 13:51:00+00	-6.026901408450705	-0.8511267605633803
2015-02-20 13:51:00+00	2015-02-20 13:52:00+00	-4.4915	-0.26083333333333336
2015-02-20 13:52:00+00	2015-02-20 13:53:00+00	-5.51175	-0.6685416666666666
2015-02-20 13:53:00+00	2015-02-20 13:54:00+00	-3.874625	-0.8605833333333333

Ülaltoodud tabelis tähistavad  $wind\_mean\_x$  ja  $wind\_mean\_y$  tuulevektori  $x$  ja  $y$  komponente, kus kokkuleppeliselt on  $x$  on idasuunaline ja  $y$  on põhjasuunaline komponent. Selguse mõttes märgime, et paar  $(x, y)$  kirjeldab seda, kustpoolt tuul puhub (mitte aga seda, kuhupoole tuul puhub). Lähteandmed katavad ajaperioodi 20. veebruar 2015 kuni 20. september 2019, mida nimetame **vaatlusperioodiks**. Arvutusteks ja analüüsiks on kasutatud tarkvarasid R keel RStudio keskkonnas (põhilised paketid olid MASS ja fitdistrplus jaotuste sobitamiseks andmetele, ggplot2 plot'ide tegemiseks, ggfortify ja stats PCA jaoks, gplots heat map'i jaoks) ja Excel.

## 3.2. Tuule kiiruse komponentide $x$ ja $y$ jaotused

Tuulevektori keskmistamisel liidetakse  $x$  ja  $y$  komponendid üle keskmistamise aja ning jagatakse liidetavate arvuga. Selleks, et kontrollida, kas Weibulli jaotust saab kasutada konkreetsete empiiriliste andmete lähendina, leiame tuule kiiruse  $x$  ja  $y$  komponentide jaotused ja esitame

need histogrammidena. Histogramm on statistiliste andmete graafiline kujutis, mis annab



Joonis 5: tuule kiiruse x-komponendi jaotus vaatlusperioodil.

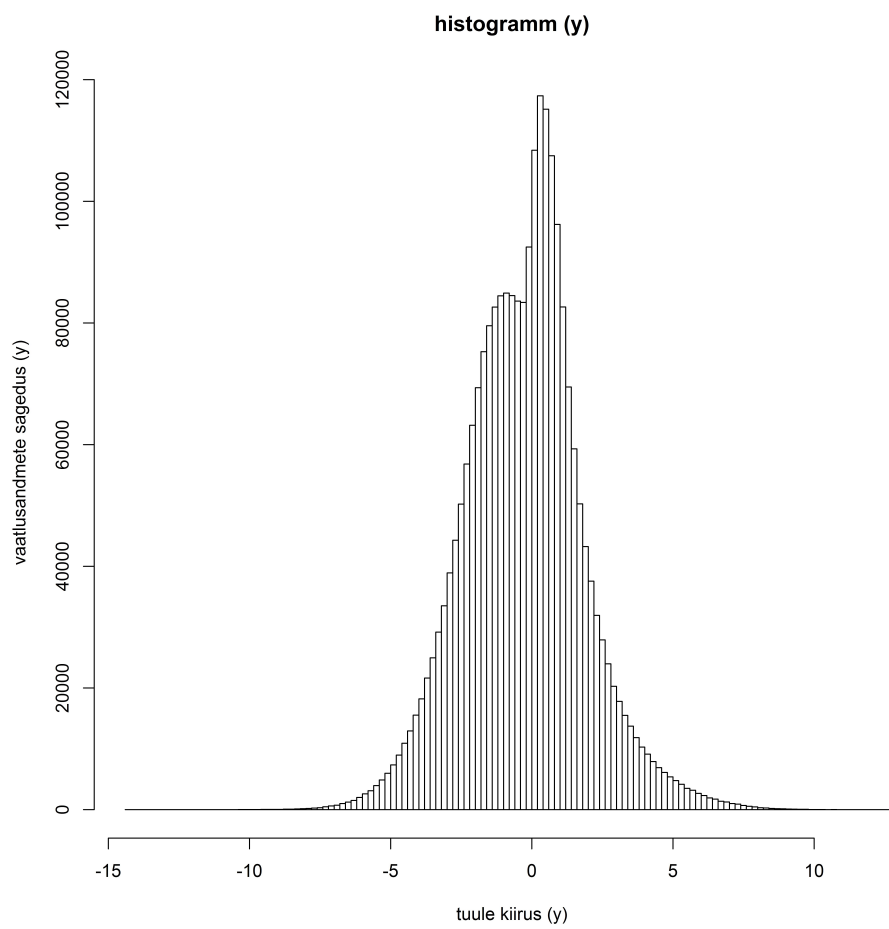
ülevaate andmete jaotumisest sageduse järgi. Vaadates kaht viimast histogrammi (joonis 5 ja joonis 6), torkab silma, et mõlemad jaotused on kahetipulised.

See osundab võimalusele, et tegu on kahe või enama jaotuse seguga, kus segu komponendid pärinevad erinevalt käituvatest ajaperioodidest. Aga nagu me järgnevas näeme, kaob kahe tipu efekt ära, kui vaadelda tuule (kogu)kiiruse  $v$  jaotust.

### 3.3. Tuule kiiruse jaotus

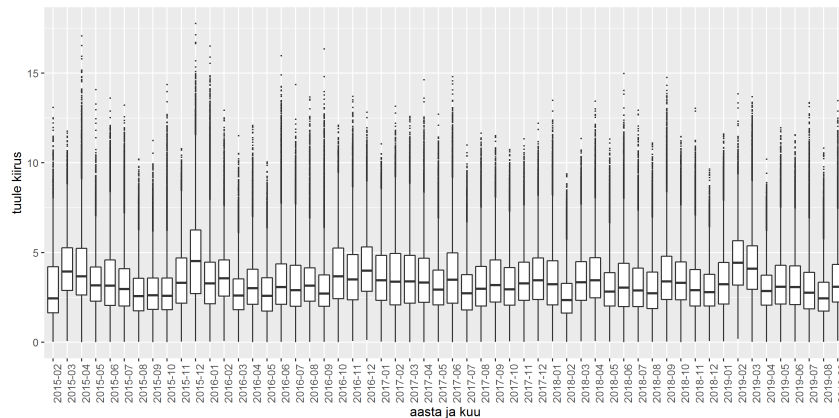
Tuule kiiruse all mõistame vektori  $(x, y)$  pikkust, st tuule kiirus  $v$  avaldub  $v = \sqrt{x^2 + y^2}$ . Tuule kiirusele  $v$  võib sobitada erinevaid jaotusi (sh Weibulli jaotus, normaaljaotus, gamma-jaotus, jne).

Tuule kiiruse kui juhusliku suuruse puhul võime esmalt arvutada ajaperioodi (minuti, tunni, kuu, jne.) keskmised ja standardhälbed. Vaatluste hajuvust keskmise ümber, saame



Joonis 6: tuule kiiruse y-komponendi jaotus vaatlusperioodil.

esitada graafiliselt, kasutades tarkvara R keel RStudio keskkonnas:

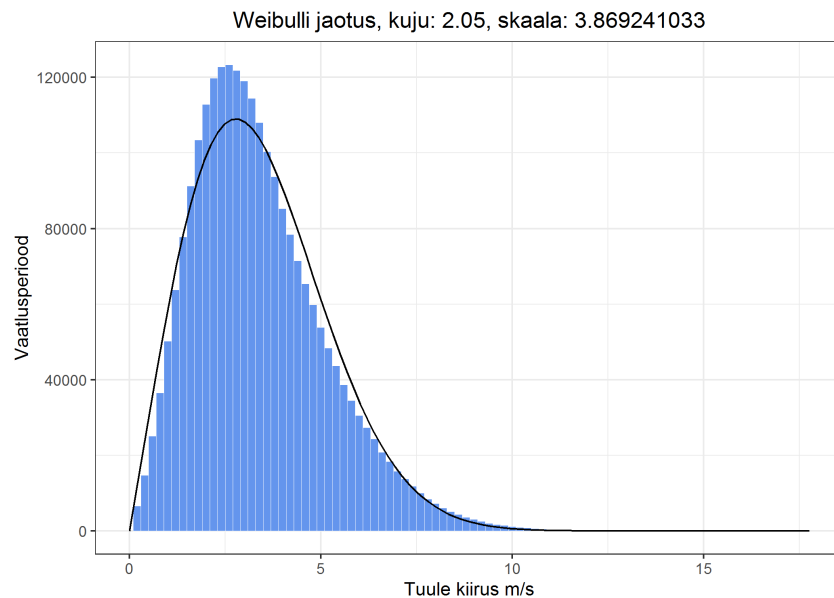


Joonis 7: tuule kiiruse karpdiagrammid vaatlusperioodil aasta ja kuu lõikes

Jooniselt 7 on näha, et väga suuri jaotuse kõikumisi kuude lõikes vaatlusperioodil ei ole.

### 3.3.1 Weibulli jaotuse sobitamine tuule andmetele

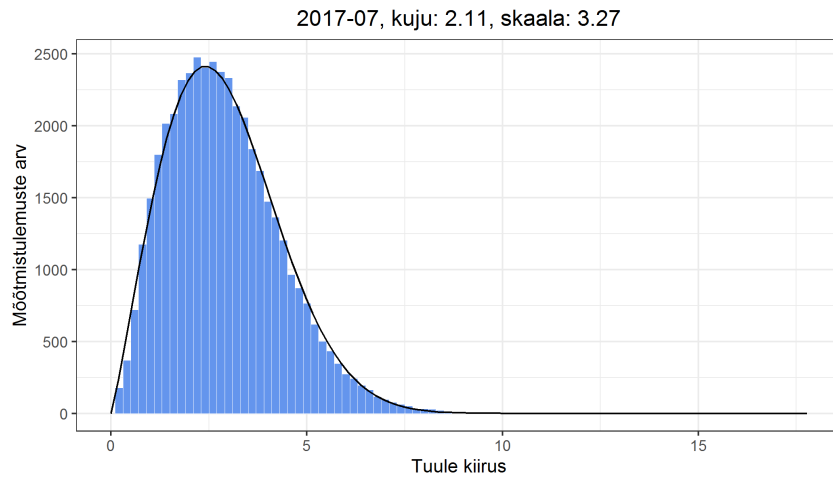
Järgnevalt vaatleme Weibulli jaotuse sobivust tuule kiiruse jaotuse modelleerimiseks. Selleks hindasime suurima tõepära meetodil Weibulli jaotuse parameetreid nii kogu vaatlusperioodi ulatuses kui ka üksikute kuude lõikes.



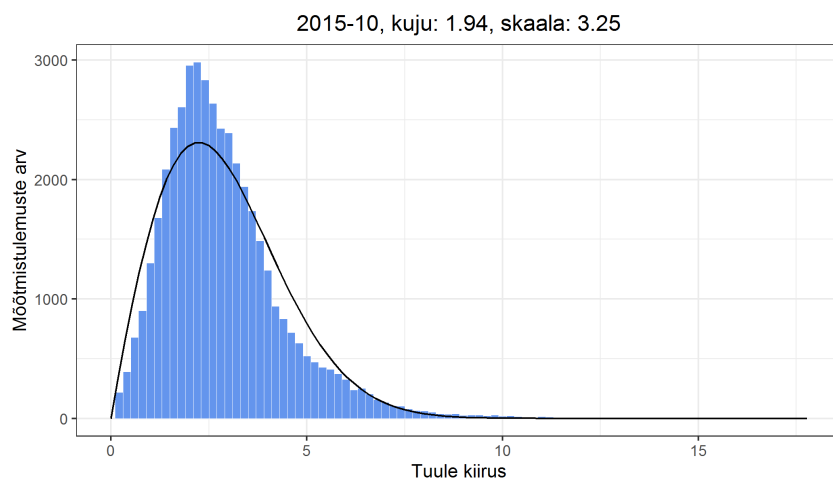
Joonis 8: Weibulli jaotus ja histogramm, kogu vaatlusperiood.

Jooniselt 8 on näha, et kogu vaatlusperioodi ulatuses Weibulli jaotus eriti ei sobi tuule kiiruse jaotuse kirjeldamiseks. Kuna vaatluste arv on väga suur, siis pole mõtet kooskõla teste kasutada

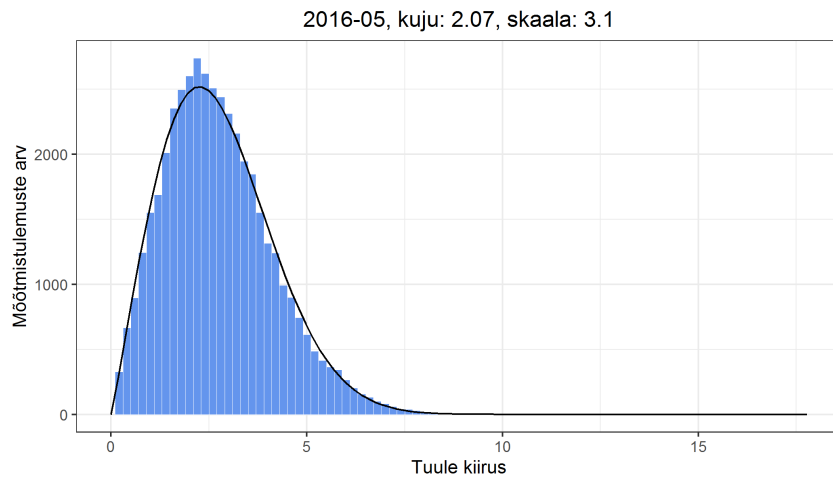
(Weibull jaotust toetava null-hüpooteesi ümberlukkamine on ette teada). Alljärgnevatest graafikutest (joonis 9 kuni joonis 13) näha, et mõnikord Weibulli jaotus sobib hästi tuule kiiruse lähendiks (näiteks juuli 2017), mõnikord aga ei sobi (näiteks oktoober 2015). Seejuures kuju ja skaala parameetrid muutuvad oluliselt.



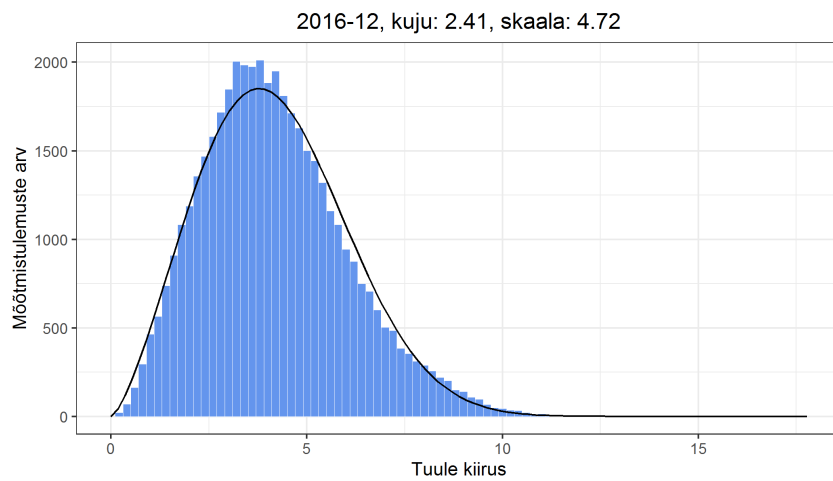
Joonis 9: Weibulli jaotus ja histogramm juuli 2017.



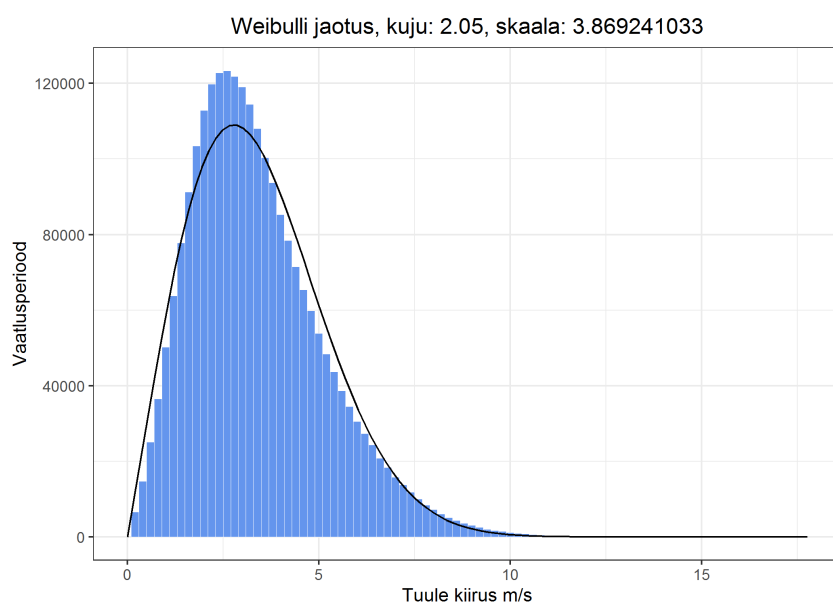
Joonis 10: Weibulli jaotus ja histogramm, oktoober 2015.



Joonis 11: Weibulli jaotus ja histogramm, mai 2016.

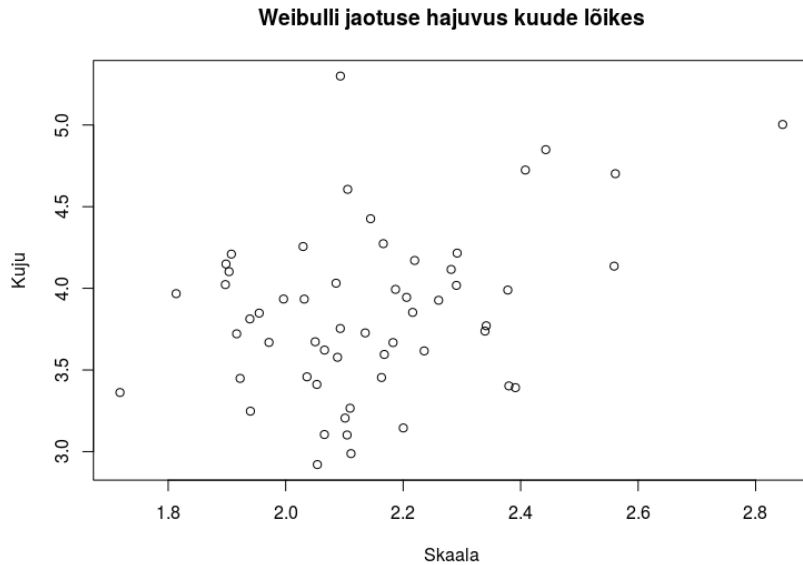


Joonis 12: Weibulli jaotus ja histogramm, detsember 2016.



Joonis 13: Weibulli jaotus ja histogramm, kogu vaatlusperiood.

Hinnates Weibulli parameetreid aga üksikute kuude kaupa, saame üsna kirju pildi, sest parameetrid erinevad märgatavalt. Seejuures leidsime arvutuste teel, et korrelatsiooni Weibulli jaotuse kuju parameetri ja skaala parameetri vahel ei esine, seda on näha hajuvusdiagrammilt. Analoogiliste arvutustega leidsime, et korrelatsiooni Weibulli jaotuse kuju parameetri ja skaala parameetri vahel ei esine, seda on näha hajuvusdiagrammilt (joonis 14).



Joonis 14: Weibulli jaotuse hajuvusdiagramm vaatlusperioodil, iga punkt vastab ühele kuule

Kokkuvõttes võib öelda, et Weibulli jaotuse sobivus tuule kiiruse modelleerimiseks võib olla praktikute jaoks piisav, kuid statistilisi kooskõla teste Weibulli jaotus üldiselt välja ei kannata.

### 3.3.2 Tuule kiiruse modelleerimine teiste jaotustega

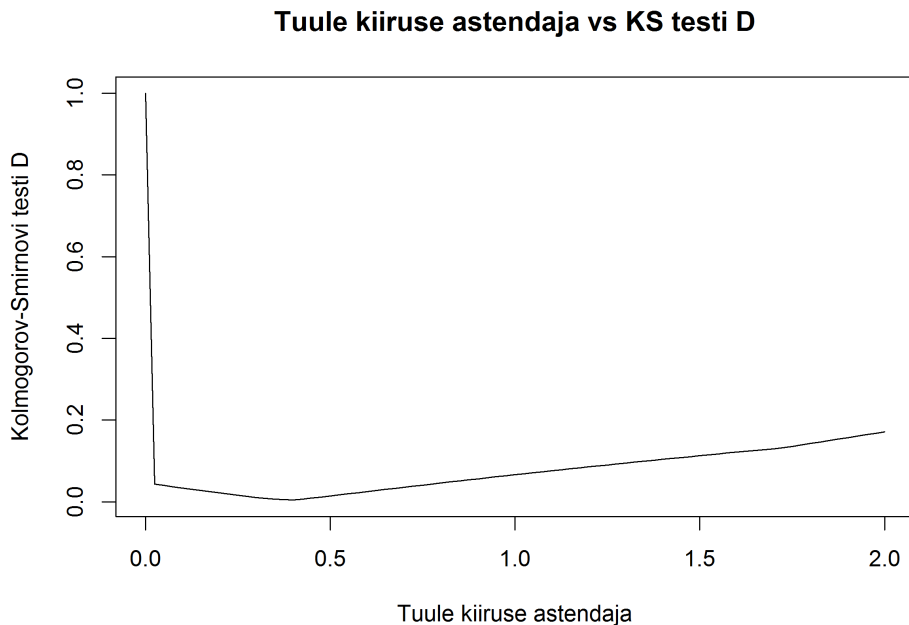
Seda, kui palju teoreetiline jaotusfunktsioon erineb empiirilisest jaotusfunktsioonist, saab kontrollida näiteks Kolmogorov-Smirnovi testiga. Kolmogorov-Smirnovi test võrdleb teoreetilist jaotusfunktsiooni empiirilise jaotusfunktsiooniga ja leiab nende kahe jaotusfunktsiooni vahelise kauguse. Empiiriline jaotusfunktsioon  $F_n$ ,  $n$  sõltumatu ja identselt jaotatud vaatluste  $X_i$  jaoks, avaldub valemiga

$$F_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{[-\infty, x]}(X_i), \quad (3.1)$$

kus indikaatorfunktsioon  $I_{[-\infty, x]}(X_i)$  on võrdne 1, kui  $X_i \leq x$ . Vastasel juhul on indikaatorfunktsioon võrdne 0. Kolmogorov-Smirnovi teststatistik kumulatiivse jaotusfunktsiooni  $F(x)$  jaoks on

$$D_n = \sup_x |F_n(x) - F(x)|, \quad (3.2)$$

kus  $\sup_x$  on kauguse supreemum.

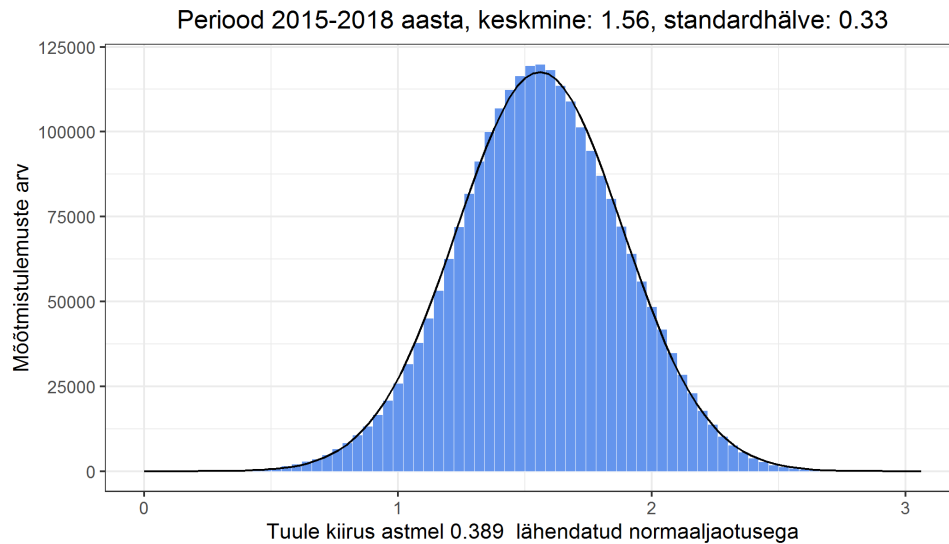


Joonis 15: Kolmogorov-Smirnovi test.

Järgnevalt on Kolmogorov-Smirnovi statistikut kasutatud tuule kiiruse sobiva astme välja selgitamiseks, et jõuda normaaljaotuseni. Kuna selgus, et Weibulli jaotus sobib tuule kiiruse kirjeldamiseks üksnes vahelduva eduga, siis on mõtet proovida samal eesmärgil ka teisi jaotusi. Kasuks võib tulla siin ka normaaljaotus, kui püüda näiteks sümmetriseerida tuule kiiruse jaotust ruutjuurteisenduse või sellele lähedase teisenduse abil. Joonis 15 näitab, kuidas muutub kaugus  $D$  empiirilise jaotuse ja normaaljaotuse vahel, kui muuta tuule kiiruse astendajat  $b$ . Analüüs näitas, et peagu ideaalse kooskõla normaaljaotusega saavutab tuule kiirus siis, kui

vaadelda tema astet  $v^{0,398}$  (ehk  $b=0,398$ ). Jooniselt 15 on näha, et  $D_n$  asub vahemikus 0,38 kuni 0,4. Kasutades lõigu poolitamise meetodit saamegi tulemuseks 0,389.

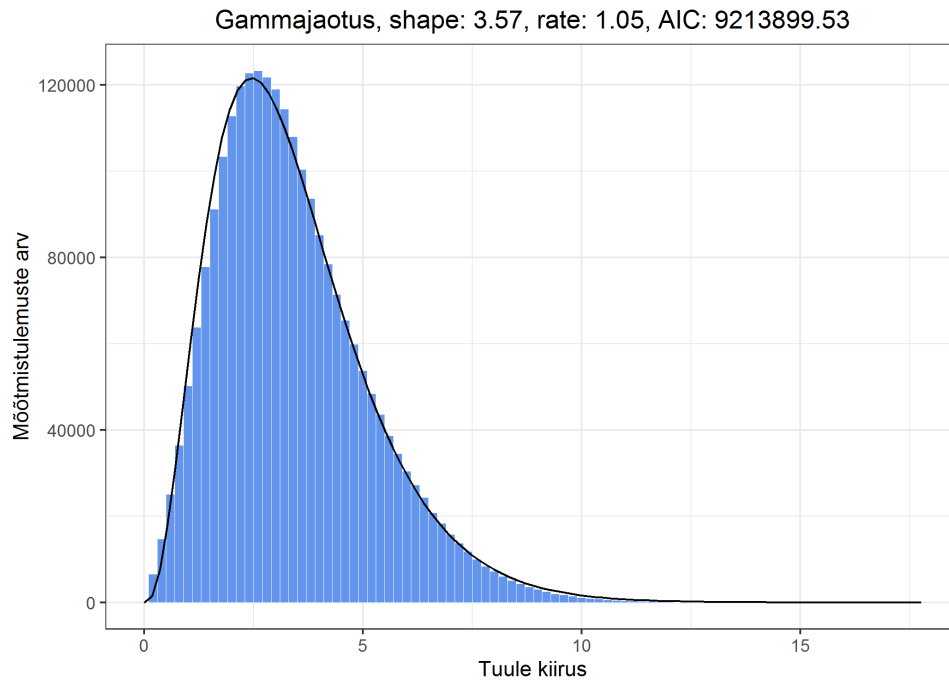
Arvutame eelpool saadud tulemuse järgi tuule kiirused astmel 0,389 ning ehitame sellise teisendatud juhusliku suuruse jaotuse histogrammi (joonis 16).



Joonis 16: Normaaljaotus ja histogramm, tuule kiirus astmel 0,389.

Korrektuse huvides peaks leitud lähendeid kontrollima ka Akaike informatsioonikriteeriumiga (*information criterion AIC*), mida kasutatakse mudelite võrdlemisel. Akaike võttis selle kriteeriumi kasutusele aegridade mudelite võrdlemiseks ja identifitseerimiseks. AIC kriteerium võtab lisaks mudeli tõepärale arvesse ka mudelis olevate parameetrite arvu, mis on vajalik nn ülesobitamise vältimiseks. Kui võrreldakse kahe samatüübilise mudeli sobivust, kus parameetrite arv on võrdne, siis AIC minimiseerimine annab sama tulemuse kui suurima tõepära meetod. Aegridade mudelite hindamisel kasutatakse enamasti suurima tõepära meetodit (*MLE*), mille korral maksimeeritakse logaritmilist tõepära.

Antud töös ei esita me AIC kriteeriumi arvutusvalemeid, küll aga on tehtud tarkvaraga R keel RStudio keskkonnas arvutused, mis näitavad, et konkreetsete empiiriliste andmete puhul võiks lähendina kasutada ka näiteks gammajaotust (joonis 17):



Joonis 17: AIC kriteeriumi põhjal sobitatud gammajaotus vaatlusperioodil.

Kokkuvõtteks näeme, et Weibulli jaotusest tunduvalt paremini lähendab tuule jaotust kogu vaatlusperioodi vältel hoopis gammajaotus. Lisaks jõuame peaaegu perfektse normaaljaotuseni, kui astendada tuule kiirust sobiva astmega.

### 3.4. Tuulteroodsid ja nende analüüs

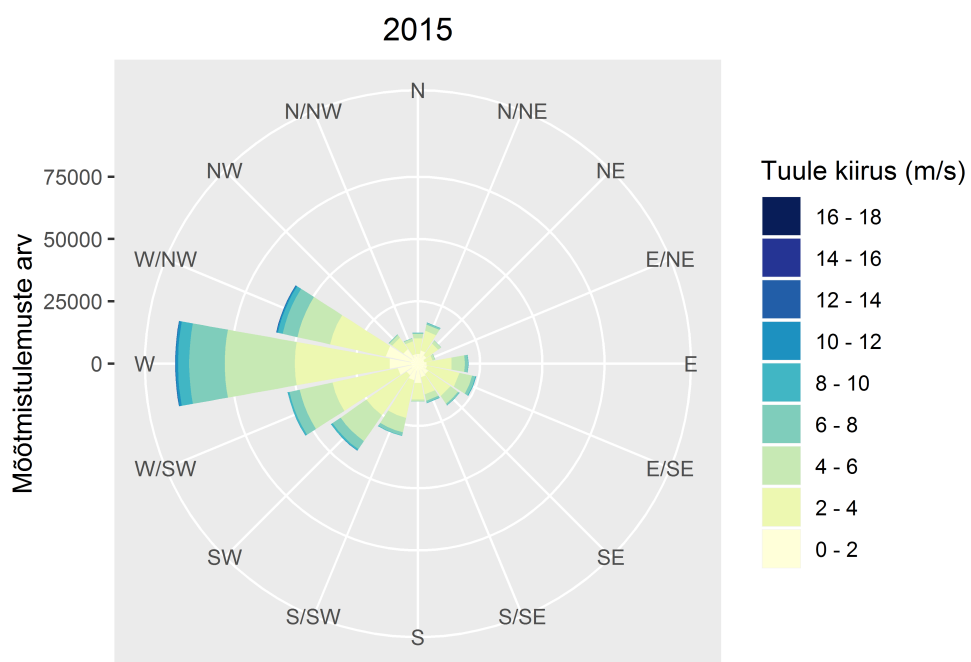
Tuulteroods on diagramm meteoroloogias, mis iseloomustab tuule suuna ja kiiruse jaotust konkreetses kohas mingi pikema ajavahemiku (kuude, aastate) jooksul. Tuulterooši saab jagada suunaklassideks, antud töös kasutame 16 suunaklassi ehk siis ilmakaari N; N/NE; NE; E/NE; E; E/SE; SE; S/SE; S; S/SW; SW; W/SW; W; W/NW; NW; N/NW. Märgime, et meteoroloogias on kasutusel erinevad variandid täisringi 360 kraadi jagamiseks suunaklassidesse ehk rumbideks. Tuule suuna määramiseks kasutatakse meteoroloogias 8 või 16 rumbilist skaalat, täpsusega vastavalt 45° või 22,5°.

Tuulteroodside ehitamiseks on vaja tuule suundade sagedusi erinevate kuude kaupa (joonis 18).

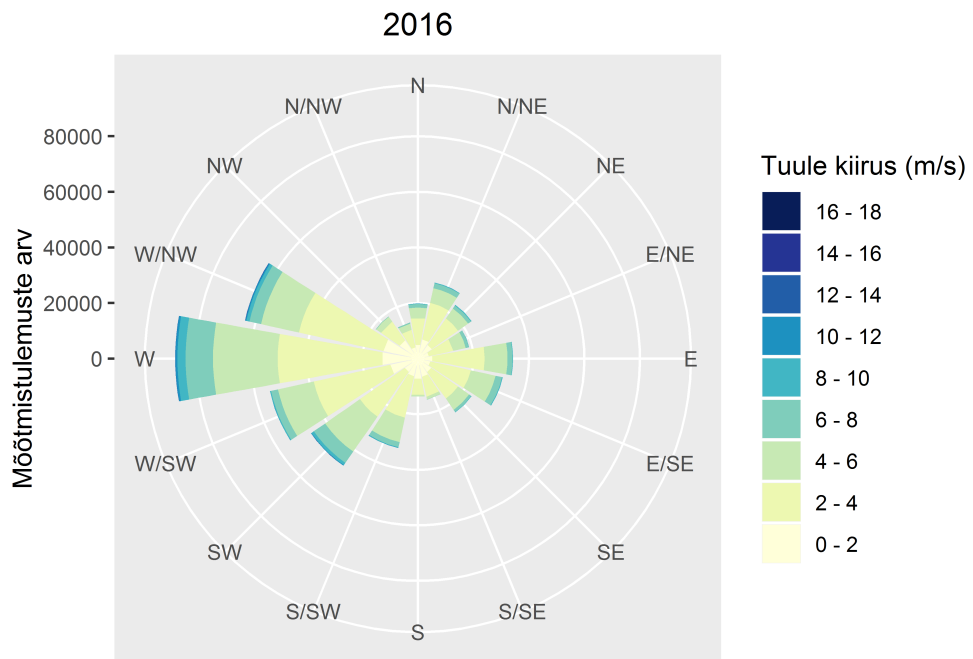
3.32	2.6	3.83	3.62	3.39	3.51	3.55	5.51	2.6	3.82	3.65	1.35	1.67	N
4.99	4.46	4.38	4.78	7.79	7.02	3.79	7.86	3.16	4.22	4.29	1.41	2.83	N/NE
4.73	2.83	3.27	3.84	7.74	7.32	1.86	7.84	2.66	3.32	4.32	1.23	2.62	NE
3.46	1.2	2.35	3.15	4.16	5.86	2.01	4.54	1.54	2.85	3.85	1.8	1.42	E/NE
6.63	5.35	5.03	7.28	6.96	9.76	4.8	7.1	3.79	7.57	6.14	3.9	3.15	E
5.83	6.79	4.39	7.15	5.93	6.75	3.88	4.79	4.8	6.92	6.96	5.01	4	E/SE
4.88	5.11	4.61	5.84	4.45	5.17	3.23	2.84	5.27	5.27	6.38	5.41	5.22	SE
3.67	3.66	5.69	4.84	3.58	2.89	2.34	1.89	4.14	3.43	3.89	4.8	3.84	S/SE
3.03	3.02	4.35	3.63	2.72	2.2	2.59	1.64	4.43	2.98	3.34	4.5	2.72	S
6.81	8.09	9.68	6.47	3.64	3.98	5.42	2.96	7.06	4.96	7.17	17.34	7.33	S/SW
9.55	12.73	10.79	8.17	6.4	5.67	7.69	4.65	11.05	11.19	10.77	14.52	13.03	SW
10.21	13.38	10.2	8.93	8.83	7.44	10.56	8.81	14.25	11.84	9.49	9.33	13.14	W/SW
15.96	17.08	16.43	17.24	15.91	15.75	23.62	17.02	18.52	14.71	13.15	14.31	22.21	W
11.36	10.3	9.78	9.78	12.32	11.65	17.47	14.32	11.41	10.52	9.99	11.33	12.65	W/NW
3.21	2.16	2.89	2.82	3.73	3.07	4.32	4.93	3.05	3.16	3.46	2.45	2.51	NW
2.36	1.23	2.34	2.45	2.45	1.95	2.88	3.3	2.28	3.24	3.14	1.29	1.65	N/NW
üldkeskmine	jaanuar	veebruar	märts	aprill	mai	juuni	juuli	august	september	oktoober	november	detsember	

Joonis 18: vaatlusperioodi suunaklasside minutikeskmised sagedusprotsendid tuulesuundade mõõtmistulemuste tabelist.

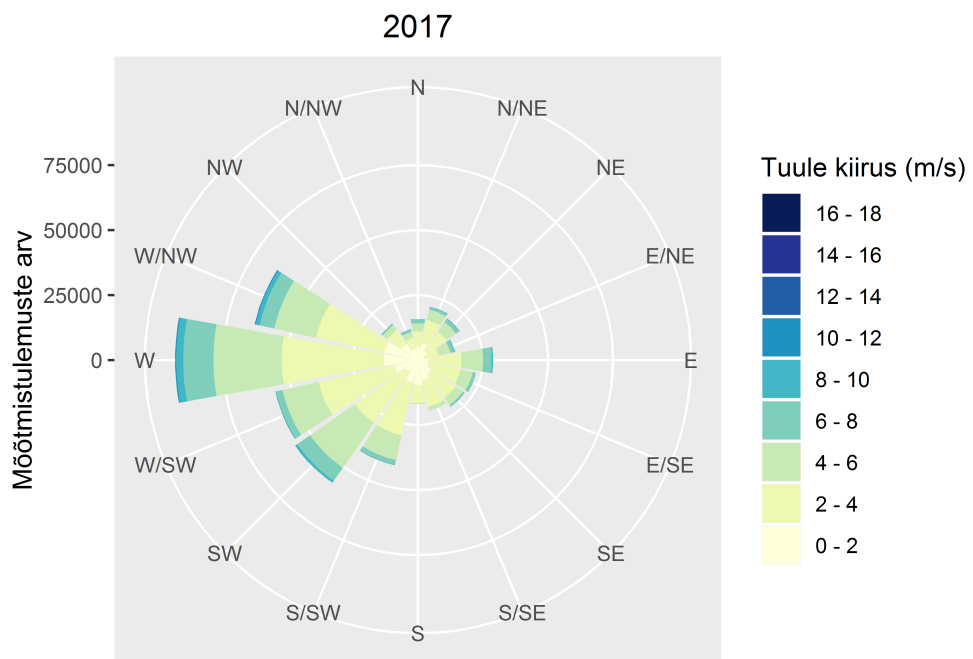
Joonistel 19 kuni 22 on esitatud tuulterooseid vaatlusperioodi aastate lõikes.



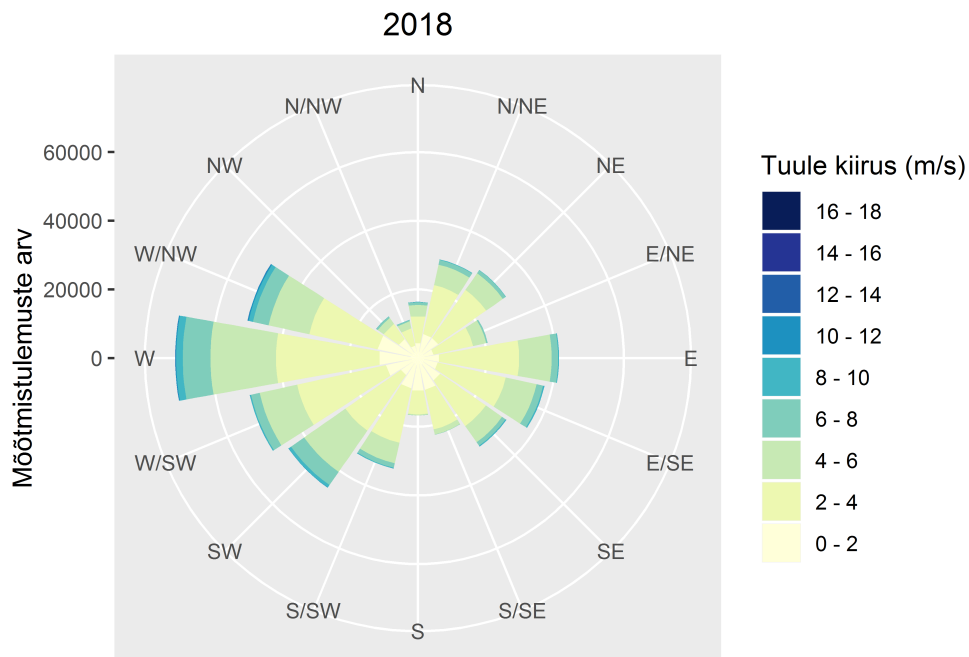
Joonis 19: 2015. aasta tuulteroo



Joonis 20: 2016. aasta tuulteroos



Joonis 21: 2017. aasta tuulteroos



Joonis 22: 2018. aasta tuulteroos

### 3.5. Tuulterooside peakomponendid

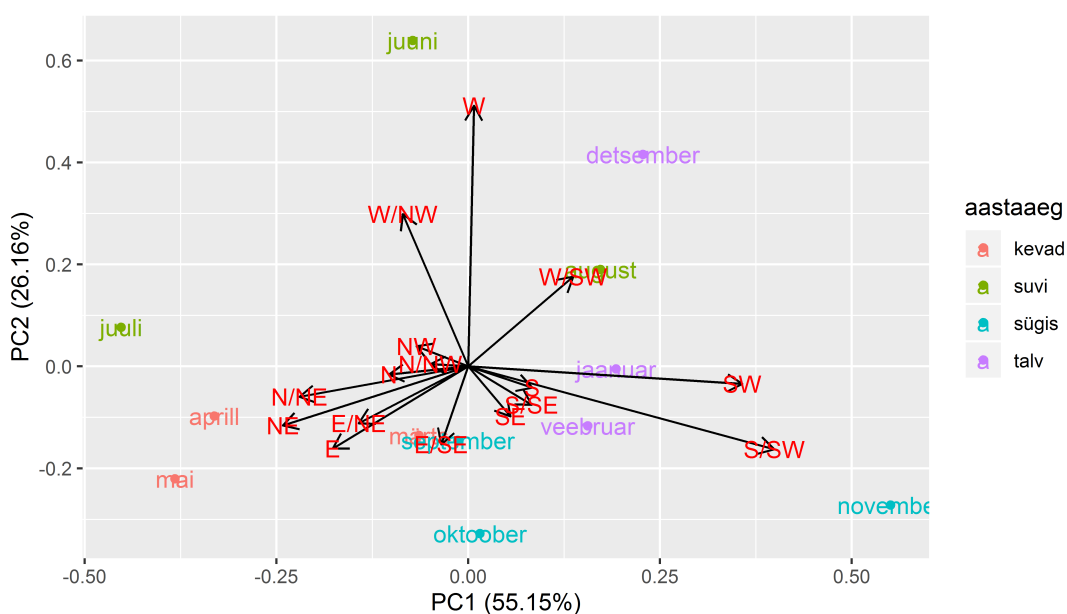
Meid huvitab ka tuulterooside sesoonne dünaamika, st kuidas tuule suunaklasside sagedused sõltuvad konkreetsest kalendrikuust. Selleks vaatlesime kolme aasta, 2016 – 2018 tuule suundi, ja uurisime, millal üks või teine kuueteistkümnest suunaklassist esineb kaheteistkümmes kalendrikuus sagedamini kui teised. Leidsime, et sesoonse dünaamika uurimise sobivaks vahendiks on teatavat tüüpi peakomponentide analüüs (korrespondentsanalüüs).

Peakomponentanalüüs (*principal component analysis, PCA*) kuulub mitmemõõtmeliste meetodite hulka. Peakomponentanalüüs on faktoranalüüsi levinuim erijuht. Peakomponentanalüüsi puhul esitatakse esialgne andmestik uute, mittekorreleeruvate tunnuste ehk peakomponentide abil. Taolisi lineaarkombinatsioone nimetatakse faktoriteks või **peakomponentideks**.

Esimene peakomponent on lähtetunnuste selline lineaarkombinatsioon, mille dispersioon on suurim ehk mis kirjeldab läheandmestiku varieeruvusest ära nii palju kui võimalik. Teine peakomponent valitakse nii, et ta on esimesega ortogonaalne ning kirjeldab andmestiku ülejäänud varieeruvusest maksimumi jne. Praktikas saab väikese arvu (2-5) peakomponentide abil suhteliselt täpselt kirjeldada lähteandmetes sisalduvat infot. Eespool toodud 12 x 16 sagedustabeli põhjal tehtud peakomponentide analüüsi tulemused on esitatud joonisel 23. Kaks esimest peakomponenti kirjeldavad lausa 81 % koguvarieeruvusest.

Peakomponentanalüüsi diagramme ehk jooniseid võib tõlgendada nii, et kui näiteks novembrikuu ja W-suund on joonisel lähedistiku (ja teistest suundadest eemal, kusagil kaugemal), siis see tähendab, et novembrikuus on W-suunalist tuult tunduvalt rohkem võrreldes teiste kalendrikuudega ja arvutatud üldkeskmisega.

Samas, jooniste tsentrites on need kalendrikuud, kus tuulesuundade jaotus (ehk tuulteroos) on umbes sama, mis **üldises tuulteroosis**. Kui aga rääkida tuule suundadest, siis tsentris on need **tuulesuunad**, mille jaotus kalendrikuude järgi on sama nagu üldine jaotus kuude järgi (ehk ühtlane jaotus, kui kõiki kalendrikuud on sama palju kui vaatlusandmeid). St, et tsentris on kõik see, mis ei eristu üldkeskmisest. Erinevused kalendrikuude tuule suundade vahel on kõige suuremad teljel kirre (NE) vs edel (SW). Komponent PC3 eristab sagedamaid läänekaarte tuuli (W/SW, W, W/NW), jne.



Joonis 23: suunavektorid PC1, PC2.

Märgime, et peakomponentanalüüsi käigus ilmnenud seoseid kuude ja tuulesuundade vahel võib näha ka alljärgneva kontrastide tabelit vaadeldes (joonis 24). Kontrastide tabelis on toodud konkreetse kuu jaotuse ja üldjaotuse vahelised erinevused protsendipunktidenä. Selleks arvutasime tuule 16 suunaklassi (N; N/NE; NE; E/NE; E; E/SE; SE; S/SE; S; S/SW; SW; W/SW; W; W/NW; NW; N/NW) esinemisagedused ja kandsime need Excel-tabelitesse.

Nüüd leidsime iga kalendrikuu (jaanuar – detsember) erinevuse üldjaotusest ning esitasime need 16 x 12 maatriksina. Numbriliselt on näha sesoonsed erinevused ka tuulesuundade tabelis (joonis 24), kus juuni- või novembrikuu ja W-suuna ristumiskoht on tugevalt roheline.

-0.72	0.51	0.3	0.07	0.19	0.23	2.19	-0.72	0.5	0.33	-1.97	-1.65	N
-0.53	-0.61	-0.21	2.8	2.03	-1.2	2.87	-1.83	-0.77	-0.7	-3.58	-2.16	N/NE
-1.9	-1.46	-0.89	3.01	2.59	-2.87	3.11	-2.07	-1.41	-0.41	-3.5	-2.11	NE
-2.26	-1.11	-0.31	0.7	2.4	-1.45	1.08	-1.92	-0.61	0.39	-1.66	-2.04	E/NE
-1.28	-1.6	0.65	0.33	3.13	-1.83	0.47	-2.84	0.94	-0.49	-2.73	-3.48	E
0.96	-1.44	1.32	0.1	0.92	-1.95	-1.04	-1.03	1.09	1.13	-0.82	-1.83	E/SE
0.23	-0.27	0.96	-0.43	0.29	-1.65	-2.04	0.39	0.39	1.5	0.53	0.34	SE
-0.01	2.02	1.17	-0.09	-0.78	-1.33	-1.78	0.47	-0.24	0.22	1.13	0.17	S/SE
-0.01	1.32	0.6	-0.31	-0.83	-0.44	-1.39	1.4	-0.05	0.31	1.47	-0.31	S
1.28	2.87	-0.34	-3.17	-2.83	-1.39	-3.85	0.25	-1.85	0.36	10.53	0.52	S/SW
3.18	1.24	-1.38	-3.15	-3.88	-1.86	-4.9	1.5	1.64	1.22	4.97	3.48	SW
3.17	-0.01	-1.28	-1.38	-2.77	0.35	-1.4	4.04	1.63	-0.72	-0.88	2.93	W/SW
1.12	0.47	1.28	-0.05	-0.21	7.66	1.06	2.56	-1.25	-2.81	-1.65	6.25	W
-1.06	-1.58	-1.58	0.96	0.29	6.11	2.96	0.05	-0.84	-1.37	-0.03	1.29	W/NW
-1.05	-0.32	-0.39	0.52	-0.14	1.11	1.72	-0.16	-0.05	0.25	-0.76	-0.7	NW
-1.13	-0.02	0.09	0.09	-0.41	0.52	0.94	-0.08	0.88	0.78	-1.07	-0.71	N/NW
jaanuar	veebruar	märts	aprill	mai	juuni	juuli	august	september	oktoober	november	detsember	

Joonis 24: väljavõte vaatlusperioodi tuulesuundade minutikeskmiste mõõtmistulemuste tabelist, erinevus üldjaotusest (kontrastid).

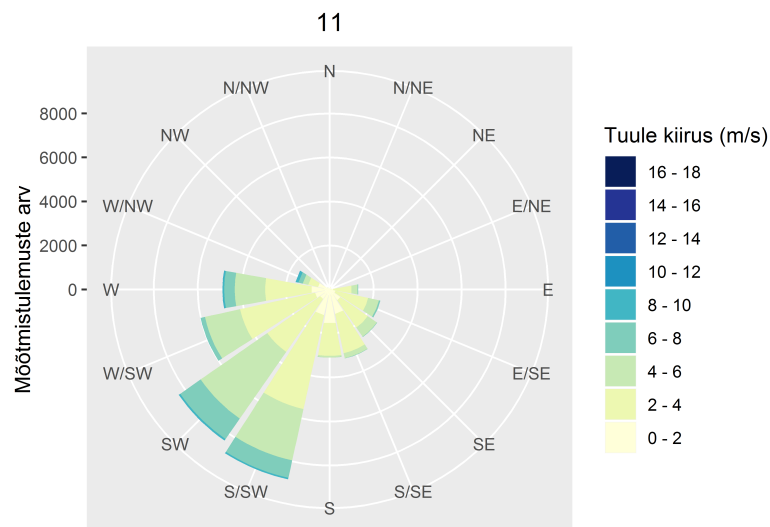
**Sesoonsuse** mustriks on, et kevadkuudel on rohkem kirdesuunalist tuult ja talvel rohkem edelasuunalist tuult. Kevadkuud (märts, aprill ja mai) on üksteisega küllaltki sarnased tuule suuna poolest. Kevadkuudega on sarnane tuule suuna poolest ka juuli.

Kevadkuudele vastupidise tuule suunatrendiga on aga detsember. Suvekuudel (samuti detsembris) esineb keskmisest rohkem läänekaarte tuult. Juulis ja juunis on keskmisest rohkem loodesuunalist tuult. Sügiskuudel (september, oktoober ja november) on tuul keskmisega võrreldes pigem "kiiva" lõunakaarte poole. Talvekuudel (aga ka augustis ja novembris) puhub keskmisest rohkem tuult edelasuunast. Eriti "heitlik", st varieeruva suunatrendiga on tuulesuund novembrikuus.

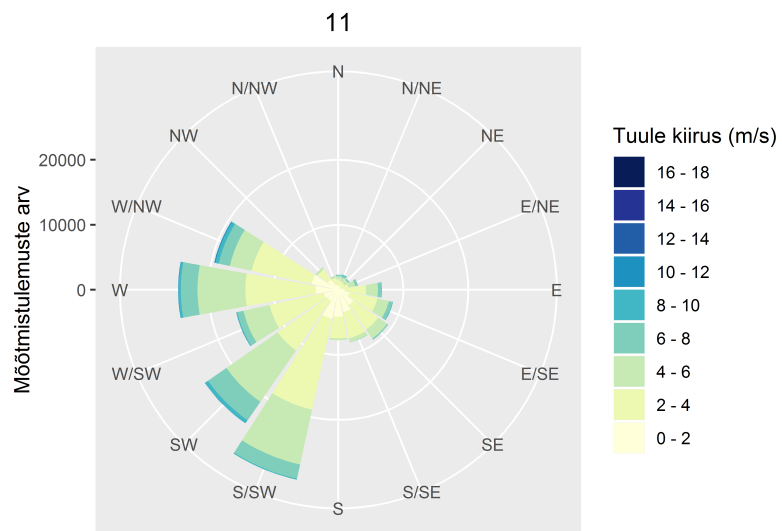
### 3.6. Tulemuste sõltuvus andmete keskmistamise intervalli pikkusest

Seni oleme analüüsinud tuuleandmeid, mis on keskmistatud minuti kaupa. Kuid keskmistada võib ka näiteks tunni kaupa. Järgnevas võrdleme minutistatistika põhjal saadud tuulterooside erinevusi tunnistatistika põhjal saadud tuulteroosidest. Selgub, et mõnes kuus võib esineda olulisi erinevusi minuti- ja tunnikeskmete vahel. St mõnes kalendrikuus võib teatud suunaklassi tuult esineda äkilise kiirusemuutusega, mida meteoroloogias nimetatakse tuule puhangulisuseks (tuule kiiruse lühiajaline kasv mõne sekundi jooksul).

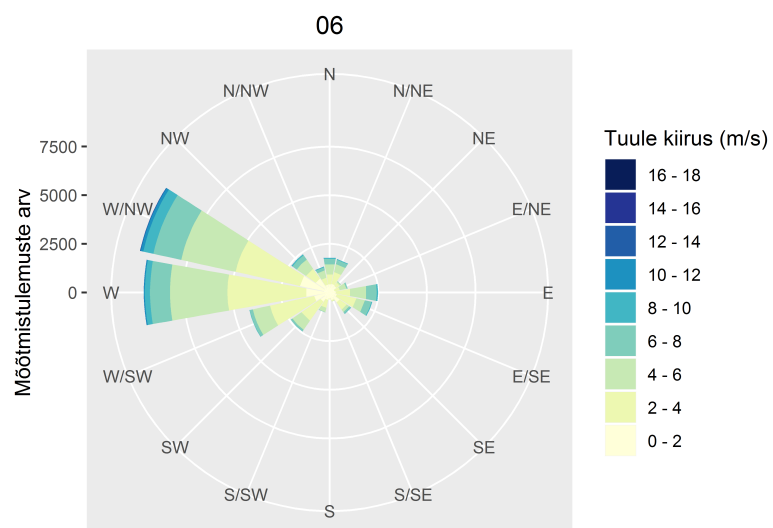
Joonised 25 kuni 28 illustreerivad tuulterooside erinevusi, mis on arvatud esmalt minutikeskmistena, seejärel tunnikeskistena samal aastal ja samal kalendrikuul.



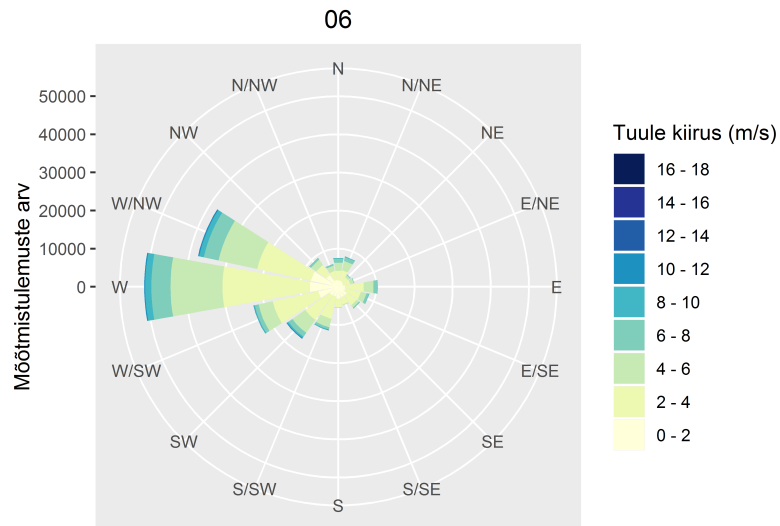
Joonis 25: novembri tuulteroos minutikeskmistena



Joonis 26: novembri tuuleroos tunnikeskmisena



Joonis 27: juuni tuuleroos minutikeskmisena



Joonis 28: juuni tuulterooos tunnikeskmisena

Kokkuvõttes on tuule minutistatistika ja tunnistatistika vahel märgata olulisi erinevusi. Praktikas sageli kasutatav 10-minutiline periood on ilmselt seotud võimsate tuulegeneraatorite pööramiseks kuluva ajaga, samas, kui väikeste generaatorite opereerimisel võib kasutada minutistatistikat.

---

## *Kokkuvõte*

---

Magistritöö "Weibulli jaotus ja tuuleenergia" eesmärgiks oli uurida tuule statistilisi omadusi lähtudes Tartus tehtud mõõtmistest ning muu hulgas kontrollida laialt levinud väidet Weibulli jaotuse sobivuse kohta tuule kiiruse modelleerimisel. Eesmärgiks oli uurida tuule kui juhusliku nähtuse statistilisi omadusi, sealhulgas tõenäosusjaotuste sobivust tuuleenergia modelleerimiseks ning tuulerooside kasutamist tuule suuna varieeruvuse kirjeldamiseks. Otsisime vastust küsimusele, kuidas koostada tuuleenergia toodangu prognoosi vastavalt tuule kiiruse mõõtmisel saadud juhuslikele tulemustele.

Empiirilised tuuleandmed on saadud Tartu Ülikooli füüsika instituudi atmosfäärifüüsika laborist. Mõõtmised on tehtud intervalliga 1 minut, ca 26 m kõrgusel ja edastatud Excel-failina statistilist analüüsi. Lähteandmed katavad ajaperioodi 20. veebruar 2015 kuni 20. september 2019. Tuule kiirust interpreteeriti kui juhuslikku muutujat. Tuule suuna jaotuse kirjeldamiseks leiti tuuleroosid ning analüüsiti nende sesoonsust. Näidati kaheparameetrilise Weibulli jaotus- ja tihedusfunktsioonide kasutamist tuulekiiruse vaatlusandmete matemaatiliseks tõlgendamiseks. Rootsi inseneri ja matemaatiku Waloddi Weibulli panust teaduse arengusse on ära märgitud Lisas 1.

Töö tulemusena analüüsisime statistiliselt empiirilisi tuuleandmeid ning leidsime, et Weibulli jaotus võiks olla sobiv meetod tuuleenergia modelleerimiseks. Samas tõdeti, et empiiriliste andmete puhul sõltub Weibulli jaotuse sobivus konkreetsetest mõõtmistulemustest ning, kui tuule kiiruse komponentide  $x$  ja  $y$  jaotused on kahetipulised, siis see osundab võimalusele, et tegu on kahe või enama jaotuse seguga, kus segu komponendid pärinevad erinevalt käituvatest ajaperioodidest. Tuule kiiruse jaotuse struktuuri detailsem analüüs võiks olla tulevikus tehtava uurimistöö teemaks.

---

## *Summary*

---

The main objectives of thesis "Weibull distribution and wind energy" was to study the statistical properties of wind based on measurements made in Tartu and, among other things, to verify the widespread statement about the suitability of Weibull distribution in wind speed modeling.

Empirical wind data were obtained from the laboratory of atmospheric physics of the Institute of Physics of the University of Tartu. The measurements were made in at intervals of 1 minute, at a height of approx. 26 m and transmitted as an Excel file for statistical analysis. In the input data, the variables *wind\_mean\_x* and *wind\_mean\_y* refer to the measured airflow or wind speed per unit time. Since the wind vector components are calculated from the measured wind speed  $v$  and the direction  $\theta$ , it was necessary to make the corresponding transformations to find the mathematical components of the wind speed  $x$  and  $y$ . The baseline data cover the period from February 20, 2015 to September 20, 2019. Wind speed was interpreted as a random variable. To describe the distribution of wind direction, wind roses were found and their seasonality was analyzed. The use of two-parameter Weibull distribution and density functions for mathematical interpretation of wind speed observation data was shown. The contribution of the Swedish engineer and mathematician Waloddi Weibull to the development of science is noted in Appendix 1.

As a result of our work, we statistically analyzed empirical wind data and found that the Weibull distribution could be a suitable method for wind energy modeling. However, it was noted that the empirical data of the wind speed components  $x$  and  $y$  had two peaks which indicates the possibility that it is a mixture of two or more distributions corresponding to different time periods. More detailed analysis of the structure of the wind speed distribution could be a topic for the future research.

---

## *Kirjandus*

---

- [1] Tamme, Tõnu (2017). Rakendustarkvara TeX. Loengukonspekt. Arvutiteaduse instituut, Tartu Ülikool, kevad 2017.
- [2] Lellep, Jaan (2019). Mehaanikasüsteemide modelleerimine. Loengukonspekt. Matemaatika ja statistika instituut, Tartu Ülikool, kevad 2019.
- [3] Salupere, Andrus (2004). Pideva keskkonna mehaanika. Loengukonspekt. Tallinna Tehnikaülikool, 2004.
- [4] Trofimov, Heido (2016). Pideva keskkonna dünaamika kõverjoonelistes koordinaatides. Bakalaureusetöö. Füüsika instituut, Tartu Ülikool, Tartu 2016.
- [5] Jürissaar, Milvi (2011). Meteoroloogia. Eesti Lennuakadeemia, 2011. ISBN 9789949218530.
- [6] Eesti Tuuleenergia Assotsiatsiooni koduleht.  
<http://http://www.tuuleenergia.ee//>
- [7] Kull, A (1996). Eesti Tuuleatlas. Magistritöö. Juhendajad: Ü.Mander, J. Jaagus. Tartu Ülikool, 1996.
- [8] Energiatalgud 2019.  
<https://energiatalgud.ee/index.php/Esileht:Esileht>.
- [9] Lummo, Ekaterina (2016). Eesti tuule kiiruste perioodilisuse analüüs. Bakalaureusetöö. Eesti Maaülikool, Tartu 2016.
- [10] Puusepp, Valmar (2017). Eesti tuulekiiruste statistiline analüüs. Magistritöö. Eesti Maaülikool, Tartu 2017.
- [11] Õunpuu, Janar (2006). Tuuleenergeetika hetkeolukord, arenguvõimalused ning kolme huvipoolse suhtumine tuuleenergia tootmisesse Eestis. Bakalaureusetöö. Tallinna Ülikool, Tallinn 2006

- [12] Report From MEGAVIND, May 2015. <http://windpower.org>.
- [13] Wind Denmark (*The Danish Wind Industry Association*) koduleht. <https://winddenmark.dk/>
- [14] <http://www.jacobswind.net/history>
- [15] Taastuenergia. <https://elering.ee/taastuenergia>
- [16] Weibull, Waloddi (1951). A Statistical Distribution Function of Wide Applicability. ASME Journal of Applied Mechanics. September, 1951. pp. 293 - 297.
- [17] Tan, Zongjun ; Tankov, Peter (2016). Optimal trading policies for wind energy producer. SIAM Journal on Financial Mathematics 9(1), September 2016.
- [18] Soomere, Tarmo (2010). Tuule ja lainetuse andmete analüüsi elemente ehk mõned matemaatilise statistika lihtsad rakendused. Esitlusetekanne, Tallinn, 2010.
- [19] Lehtla, Tõnu (2016). Elektriseadmete tõrked ja töökindlus, Loengukonspekt. Tallinna Tehnikaülikool, 2016.
- [20] Abernethy, Robert B. (2006). The New Weibull Handbook, Fifth Edition. December 2006. ISBN 0-9653062-3-2.
- [21] Ulgen, K.; Hepbasli, A. (2002). Determination of Weibull parameters for wind energy analysis of Izmir, Turkey (DOI: 10.1002/er.798.). *First published: 17 April 2002 Int. J. Energy Res. 2002; 26:495-506. K. Ulgen and A. Hepbasli, Solar Energy Institute, Ege University, 35100 Bornova, Izmir, Turkey. Department of Mechanical Engineering, Faculty of Engineering, Ege University and EBILTEM (Ege University Science Technology Application and Research Centre), 35100 Bornova, Izmir, Turkey.*
- [22] Persaud S., Flynn D., Fox B. (1999) Potential for Wind Generation on the Guyana Coastlands, *Renew Energy*; 1999; 18(2).pp. 175- 189.
- [23] Lun, Isaac Y.F.; Lam, Joseph C. (2000). A study of Weibull parameters using long-term wind observations. *Renewable Energy*, 2000, vol. 20, issue 2, pp. 145-153.
- [24] Colak M, Gunerhan H, Gunerhan G. (1999). Investigation on the relation between solar energy system and wind and the other meteorological conditions. Ege University Research Foundation project no. 93/GEE/007, Izmir, Turkey, 1999.
- [25] Möls, Märt (2018). Tõenäosusteooria ja statistika II. Loengukonspekt. Tartu Ülikool, sügis 2018.
- [26] Kaasik, Ants (2009). Jaotused finantsmatemaatikas. Loengukonspekt. Tartu Ülikool, 2009.

- [27] Kaart, Tanel (2009). Statistiline andmetöötlus. Loengukonspekt. Eesti Maaülikool, sügis 2009.
- [28] Wind Energy - The Facts: A Guide to the Technology, Economics and Future of Wind Power (2009). European Wind Energy Association. Earthscan, 2012. eBook published 4 May 2012, eBook ISBN 9781849773782.
- [29] Väli, Germo (2018). Meteoroloogiliste ja okeanograafiliste andmete statistiline töötlemine. Loengukonspekt. Tallinna Tehnikaülikool, Tallinn, 2018.
- [30] Katz R. W. ; Skaggs R. H. (1981). On use of autoregressivemoving average process to the meteorological time series; Mon. Weather. Rev. 109(2) pp. 479 - 484.
- [31] Mohandes A. M, Rehman S. and Halawani T. O. (1998). A neural network approach for wind speed prediction. Renewable Energy 13(3) pp. 345 - 354.
- [32] Song Y. D. (2000). A New Approach for Wind Speed Prediction; Wind Engineering 24(1) pp. 35 - 47.
- [33] Zhang G. P. (2003). Time series forecasting using a hybrid ARIMA and neural network model; Neurocomputing 50 pp. 159 - 175.
- [34] Sukkiramathi, K. ; Seshaiyah, C. V. (2019). Some Characteristics of Weibull Distribution and its Contribution to Wind Energy Analysis. International Journal of Trend in Scientific Research and Development (IJTSRD). Volume 3, Issue 3, Mar-Apr 2019.
- [35] Broberg, K.B. (1997). H.P. Rossmanith (ed.). Fracture Research in Retrospect: An anniversary volume in honour of G.R. Irwin's 90th birthday. CRC Press. pp. 142-146. ISBN 9054106794.

---

## *Lisa 1. Waloddi Weibulli panusest*

---

Ernst Hjalmar Waloddi Weibull (18. juuni 1887 - 12. oktoober 1979) oli Rootsi insener, teadlane ja matemaatik.

Weibull tuli perekonnast, kellel oli tugev seos firmaga Scania. Weibull liitus Rootsi rannavalvega 1904, 1907. aastal edutati alamleitnandiks, 1916. aastal kapteniks ja 1940. aastal majoriks. Rannakaitses viibides õppis Kuninglikus Tehnoloogiainstituudis. Lõpetades 1924. aastal, sai ta õppejõu ametikoha. Weibull omandas doktorikraadi Uppsala ülikoolis 1932. aastal. Ta töötas Rootsis ja Saksamaal konsultatsiooniinsenerina. 1914. aastal kirjutas Weibull Vahemere, Kariibi mere ja Vaikse ookeani ekspeditsioonidel uurimislaeval Albatross oma esimese töö plahvatusohtlike lainete leviku kohta. Ta töötas välja meetodi, kuidas kasutada lõhkeaineid, et määrata kindlaks ookeani põhja setete tüüp ja nende paksus. Samasugust tehnikat kasutatakse ikka veel avamere nafta uurimisel. Aastal 1939 avaldas ta oma töö Weibulli jaotuse kasutamisest tõenäosusteoorias ja statistikas. 1941. aastal sai ta relvi tootvalt firmalt Bofors AB isikliku professuuri tehnilise füüsika erialal Kuninglikus Tehnoloogiainstituudis Stockholmis. Weibull avaldas mitmeid töid materjalide tugevuse, väsimuse, tahkete materjalide, laagrite ja muidugi Weibulli jaotuse kohta, 1961. aastal lisaks ühe töö materjalide väsimusanalüüsist [20]. 27 neist töödest olid aruanded USA Wilbur Wright Field õhujõududele Weibulli jaotusest.

1951. aastal esitas ta Ameerika mehaanikainseneride seltsile (ASME) oma töö Weibulli jaotuse kohta, kasutades seitset juhtumiuuringut [16]. Ameerika mehaanikainseneride selts andis Weibullile oma kuldmedali 1972. aastal. Rootsi Kuningliku Inseneriteaduste Akadeemia suure kuldmedali andis talle isiklikult üle Rootsi kuningas Carl XVI Gustaf 1978. aastal. Weibull suri 12. oktoobril 1979 Annecys, Prantsusmaal [35].

---

## *Lihtlitsents*

---

### **Lihtlitsents magistritöö reprodutseerimiseks ja magistritöö üldsusele kättesaadavaks tegemiseks**

Mina, Urmas Aunin (sünnikuupäev: 08.09.1960)

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) enda loodud teose "Weibulli jaotus ja tuuleenergia", mille juhendajad on professor Jaan Lellep ja *professor emeritus* Kalev Pärna reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Tartus, 23.05.2020

Urmas Aunin