Tallinna Polütehniline Instituut

G. Mets

JUHTIVUSE TEOORIA

Pooljuhid ja nende rakendusi

Tallinn
1964

A-26171

Tallinna Polütehniline Instituut
Füüsika kateeder

G. Mets

JUHTIVUSE TEOORIA

Pooljuhid ja nende rakendusi

Tallinn
1964

Таллинский политехнический институт
Кафедра физики

Георг Александрович Метс

ТЕОРИЯ ПРОВОДИМОСТИ. ПОЛУПРОВОДНИКИ И ИХ ПРИМЕНЕНИЯ

На эстонском языке

TARTU ÜLIKOOLI
RAAMATUKOGU

ARHIIVKOGU

I. KLASSIKALINE ELEKTRONGAASI TEOORIA

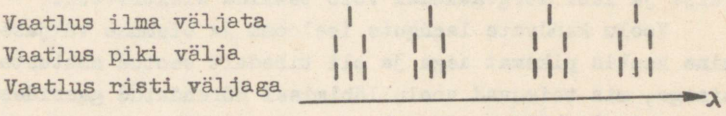
§ 1. Ajalooline ülevaade

Meie kujutame elektrivoolu kui elektrilaengute liikumist. Kuna Ohmi seadus $I = \frac{U}{R}$ kehtib metalliliste juhtide kohta ka äärmiselt väikeste pingete korral, siis tuleb sellest järeldada, et laengud metallis hakkavad liikuma kui tahes väikese tungi mõjul, sest tung laengule e avaldub $F = Ee$, kus $E = \frac{U}{l}$ on välja tugevus, l aga homogeense ühtlase ristlõikega juhtmeosa pikkus, millele on rakendatud pinge U. See aga tähendab, et laengud metallis on vabad ega ole seotud metalli aatomitega. Kuigi laengud võivad metallis vabalt liikuda, ei tule nad siiski metallist välja, sest vaakuumis metalliliste elektroodide vahel voolu ei teki, kui metallide vahel puudub otsene kontakt. Ainult siis, kui elektroodid on kuumutatud temperatuurideni ligi 2000°C, tulevad laengud elektroodidest välja ja läbi kõrgvaakuumi võib tekkida elektrivool.

Voolu kandvate laengute iseloomu ja olemuse väljaselgitamine kestis pikemat aega ja oli tihedalt seotud nähtuste uurimisega, mis toimuvad voolu läbimisel hõrendatud gaasidest. Voolu hõrendatud gaasides uuris juba Faraday aastail 1831 - 35. Ta kirjeldas huumlahendust ja selle kihilist struktuuri. 1857.a. avastas Plücker katoodkiired, mis tekkisid siis , kui rõhk lahendustorus oli järgult 0,01 Tr. Need kiired väljuvad katoodist, levivad sirgjooneliselt ja panevad fluorestseerima toru seinad, kuhu nad langevad. 1869. a. näitas Hittorf, et katoodkiired kalduvad magnetväljas. Goldstein 1876.a. ja H. Hertz 1883.a. näitasid, et katoodkiired kalduvad elektriväljas. Sheffieldi kongressil 1874. a. avaldas Crookes hüpoteesi, et katoodkiired koosnevad aatomite elementaarosakestest, sest katoodkiirte omadused olenevad vähe gaasist, milles lahendus toimub.

Faraday elektrolüüsi seadustest oli selgunud, et aatomi

iga valentsiga on seotud kindel elektrihulk. 1865. a. arvutas Loschmidt molekulide arvu gaasi ühes kuupsentimeetris normaaltingimustel. Sellest võis arvutada Avogadro arvu, s.o. molekulide arvu gramm-moolis, kuna gramm-mooli ruumala normaaltingimustel oli hästi teada. Ühevalentse aine gramm-mooli sadestamiseks kulub 96500 kulonit (Faraday arv) elektrit. Faraday arvu jagatis Avogadro arvuga annab elektrihulga, mis on seotud aatomi ühe valentsiga. See elektri hulk on kõikide keemiliste elementide jaoks üks ja sama ega olene muudest aatomi füüsikalistest ja keemilistest omadustest. Et väiksemat elektri hulka looduses tähele ei pandud, siis nimetati seda elementaarlaenguks. Seepärast tegi Stoney 1891.a. füüsikute kongressil ettepaneku nimetada elementaarset laengut elektroniks . 1895.a. näitas A. Perrin, et katoodkiired laevad kehi, milledele nad langevad, negatiivselt. 1896.a. alguses avastas Zeemann nn. Zeemann-efekti, mis seisneb selles, et kui helenduv gaas asetada magnetvälja, siis tema spektraaljooned mitmekordistuvad. Eriti lihtne pilt oli leelismetallidel. Kui kiirgamine toimub magnetvälja suunas, siis kahekordistuvad jooned; kui kiirgamine toimub risti magnetvälja suunaga, siis kolmekordistusid jooned. See on nn. normaalne Zeemann-efekt.



Zeemann-efekti skeem

Joon. 1

H.A. Lorentz oletas, et kiirgus aatomis tekib kergete negatiivselt laetud osakeste võnkumisest. Ta näitas, et laetud osakeste võnkesagedus magnetväljas muutub just nii, nagu seda leidis Zeemann oma katsetest. Arvutuste võrdlemine Zeemann-efekti mõõtmistega võimaldas määrata nende võnkuvate osakeste erilaengu, s.o. osakese laengu suhte massiga. Neid osakesi nimetas Lorentz elektronideks.

Järgmisel, 1897. a. määrasid J. J. Thomson, W. Kauffmann ja E. Wiechert igaüks omaette katoodkiirte osakeste erilaengu, mõõtes katoodkiirte kaldumist elektri- ja magnetväljas. Osutus, et katoodkiirte erilaengu suurus kõikides gaasides on

üks ja sama ning võrdne Lorentzi elektroni erilaenguga. Sellega oli lõplikult avastatud kõikide aatomite koostisosakene - elektron ja hakkas selguma tema osa voolu juhtimisel metallis.

1898. aastal püüavad A. Schuster, E. Riecke jt. seletada metallide head soojusjuhtivust ja elektrijuhtivust elektronide abil. Suure sammu edasi teeb P. Drude 1900.a. Ta vaatleb elektrone metallis kui gaasi, mis on soojuslikus tasakaalus metalli kristallvõrega. Drude kasutab oma teoorias keskmise kiiruse mõistet ja saab hea kooskõla mõõdetud suurustega. 1905.a. H.A. Lorentz täpsustab Drude teooriat sellega, et ta ei kasuta oma arvutustes keskmist elektronide kiirust, vaid võtab kasutusele Maxwelli kiiruste jaotuse. Saadud tulemused ei olnud aga nii heas kooskõlas katseliste tulemustega kui Drude tulemused. Need asjaolud panid kahtlema selle teooria alustes. Pealegi , vastavalt Drude oletusele, et elektrongaas on soojuslikus tasakaalus, peaks metalli aatomsoojus koosnema kahest osast - aatomite ja elektronide energiast:

$$C_v = \frac{i_a}{2} R + \frac{i_e}{2} R \quad ,$$

kus i_a - aatomi vabadusastmete arv,
i_e - elektroni vabadusastmete arv,
R - universaalne gaaside konstant.

Katse näitab, et

$$C_v = \frac{i_a}{2} R \quad .$$

See vastuolu selgus alles kvantmehaanikal baseeruva Fermi-Diraci statistika rakendamisel Sommerfeldi poolt 1926.a.

§ 2. P. Drude teooria

a) Ohmi seaduse tuletamine

Oletame koos Drudega , et metalli aatomite valentselektronid moodustavad elektrongaasi, siis metalli elektronide arv ühes kuupsentimeetris $n \approx 10^{23}$. Valemist

$$p = 1/3\, n\, m\, w^2 = \frac{2}{3} n\, k\, T,$$

kus p on elektrongaasi rõhk,
m - elektroni mass,

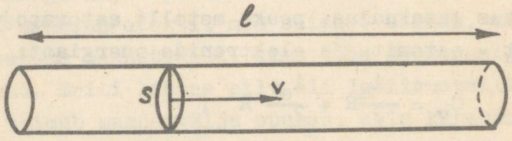
w - elektroni korrapäratu liikumise ruutkeskmine kiirus,
k - **Boltzmanni konstant ja**
T - temperatuur ^{o}K,

järgneb, et elektrongaasi rõhk toatemperatuuril on järgult 3000 at, ja seda rõhku tasakaalustavad metalli positiivsed ioonid.

Lähtudes elektrongaasi kujutelmast tuletame Ohmi seaduse. Selleks peame üles kirjutama voolutugevuse, s.o. laengu hulga, mis läbib juhtme ristlõiget ühes sekundis.

Vaatleme homogeenset metallvarrast (joon. 2,) mille pikkus on l, ristlõige S ja mille otstele on rakendatud pinge U. Juhtmes mõjuv elektriväli on seega

$$E = \frac{U}{l} . \qquad (1.2)$$



Joon. 2

Selle elektrivälja mõjul hakkavad elektronid kiirenema välja-le vastassuunas, kuid esimesel põrkel metalli iooniga selle kiiruse suund ja suurus muutuvad täiesti juhuslikult. Seega see suunatud kiirus muutub korrapäratu liikumise kiiruseks, s.o. elektrivälja töö, mis oli tehtud elektroni kiirendamisel, muutub kokkupõrkel soojuseks. Pärast põrget hakkab elektron uuesti kiirenema välja sihis jne. Selle tõttu lisandub igale elektronile mingi keskmine triivimise kiirus v elektrivälja sihis .

Kasutades elektronide triivimise kiiruse mõistet, võime kirjutada elektrivälja sihis ühe sekundi jooksul juhtme ristlõiget S läbivate elektronide mahu :

$$S.v \ \frac{cm^3}{sec} .$$

Et kuupsentimeetris on n elektroni, siis selles mahus on

$$n.S.v \ \frac{elektroni}{sec}$$

Iga elektroni laeng on e. Seega voolutugevus I (laengu hulk, mis läbib ristlõiget ühes sekundis) on:

$$I = e\,n\,S\,v \qquad (1.3)$$

Selles valemis esinev elektronide triivimiskiirus v ei ole otseselt mõõdetav. Seepärast püüame seda asendada mõõdetavate ja lihtsalt arvutatavate suurustega.

Põrkest põrkeni läbib elektron keskmise vaba tee $\bar{s}$ korrapäratu liikumise kiirusega w, milleks tal kulub aeg t.

Peame veel näitama, et triivimise kiiruse v võime tähele panemata jätta korrapäratu liikumise keskmise kiiruse w kõrval.

Gaaside kineetilisest teooriast teame, et molekuli korrapäratu liikumise keskmine kineetiline energia toatemperatuuril on

$$\frac{m.w^2}{2} = \frac{3}{2} kT \approx 0{,}03 \text{ eV}.$$

Teiselt poolt arvutame, millist kineetilist energiat saab elektron elektriväljalt keskmisel vabal teel puhtas vases, kui voolutihedus $i = 10 \text{ A/mm}^2$. See on suur voolutihedus, mille puhul juhe tugevasti kuumeneb. Tehnikas nii suurt voolutihedust juhtmetes ei kasutata.

Elektrivälja tugevus avaldub Ohmi seadusest

$$E = i.\rho = 10.1{,}7.10^{-6} = 1{,}7.10^{-5} \text{ V/cm},$$

kus $\rho = 1{,}7.10^{-6}\ \Omega$. cm on vase eritakistus.

Elektroni keskmine vaba tee vases toatemperatuuril on ligi sada aatomivahelist kaugust, seega $\bar{s} \approx 4.10^{-6}$ cm.

Sellel pikkusel elektron saab juurde kineetilist energiat

$$E.e.\bar{s} = 1{,}7.10^{-5}.4.10^{-6}.e = 7.10^{-11} \text{ eV}.$$

See energia on 5.10^8 korda väiksem korrapäratu liikumise keskmisest energiast. Vastavate kiiruste suhe on võrdne ruutjuurega kineetiliste energiate suhtest. Seega:

$$v \approx 10^{-4}\, w$$

ja võime õigustatult triivimise kiiruse tähele panemata jätta ning kirjutada:

$$t = \frac{\bar{s}}{w} . \qquad (1.4)$$

Selle aja vältel kiireneb elektron ja põrke momendiks saavutab kiiruse välja sihis

$$v_{max} = at \ , \qquad (1,5)$$

kus a on kiirendus, mida saame arvutada Newtoni II seadusest

$$m\,a = F = e.\,E = e.\frac{U}{l} \ . \qquad (1.6)$$

Pinge U on rakendatud vaatluse all olevale ühtlase ristlõikega homogeense juhtme lõigule pikkusega l (vaata joon.2).

Lahendanud võrrandi kiirenduse a suhtes, saame:

$$a = \frac{e\,U}{m\,l} \ . \qquad (1.6a)$$

Elektroni keskmine kiirus välja sihis

$$v = \frac{0 + v_{max}}{2} = \frac{v_{max}}{2} = \frac{at}{2} = \frac{e\,U\,\bar{s}}{2\,m\,l\,w} \ , \qquad (1.7)$$

kus a on asendatud (1.6a)-st ja t (1.4)-st.

Asendame (1.7) võrrandisse (1.3), saame

$$I = e\,n\,S\,\frac{e\,U\,\bar{s}}{2m\,lw} = \frac{e^2 n\,\bar{s}}{2\,m\,w} \cdot \frac{S}{l} \cdot U \qquad (1.8)$$

Võrrandist (1.7) me näeme, et elektronide triivimise kiirus välja sihis on võrdeline välja tugevusega. Kui me jagame võrrandi välja tugevusega, saame elektroni triivimise kiiruse, mis tekib ühikulise välja korral. See suurus iseloomustab seda, kuivõrd kergesti hakkab triivima antud metallis elektron, seda suurust u nimetatakse elektroni liikuvuseks.

$$u = \frac{v}{E} = \frac{e\,\bar{s}}{2\,m\,w} \qquad (1.9)$$

Võrrandi (1.8) võrdlemisel Ohmi seadusega leiame, et tegur, millega on korrutatud paremal pool pinge U, on takistuse pöördväärtus, seega

$$R = \frac{2\,m\,w}{e^2 n\,\bar{s}}\,\frac{l}{S} \ . \qquad (1.10)$$

Kui võrrandis (1.10) võtame l = 1 cm ja S = 1 cm^2, saame eritakistuse

$$\rho = \frac{2\,m\,w}{e^2 n\,\bar{s}} \ . \qquad (1.11)$$

Liikuvuse mõiste abil võime (1.11) kirjutada teisiti:

$$\rho = \frac{1}{e\,n\,u} \qquad (1.12)$$

b)**Franzi-Wiedemanni seaduse tuletamine**

Franzi-Wiedemanni seadus ütleb teatavasti, et soojusjuhtivuse λ suhe elektrijuhtivusesse $\sigma = \frac{1}{\rho}$ on kõikidel metallidel üks ja sama ja on võrdeline absoluutse temperatuuriga

$$\frac{\lambda}{\sigma} = \lambda\rho = a\,T, \qquad (1.13)$$

kus konstant a on ligikaudu $2{,}8.10^{-13}$ $\frac{\text{CGS ühikut}}{\text{kraadi}}$.
Eritakistuse avaldis on meil juba tuletatud. Soojusjuhtivuse valemi võtame gaaside peatükist

$$\lambda = 1/3\; m\, n\, w\, \bar{s}\, c_v\,, \qquad (1.14)$$

kus c_v on elektrongaasi erisoojus.

Kuna $m \cdot c_v$ on ühe elektroni keskmine erisoojus, see peab aga olema $\frac{3}{2}$ k. Seega elektrongaasi jaoks

$$\lambda = 1/2\; n\, w\, \bar{s}\, k \qquad (1.15)$$

Korrutame (1,11) ja (1.15), saame

$$\lambda\cdot\rho = 1/2\; n\, w\, \bar{s}\, k \cdot \frac{2\,m\,w}{e^2 n\,\bar{s}} = \frac{k\,m\,w^2}{e^2}\,. \qquad (1.16)$$

Et $m\,w^2 = 3\,k\,T$, siis

$$\lambda\rho = 3\,\left(\frac{k}{e}\right)^2 T = 2{,}5.10^{-13}\,T\,. \qquad (1.13a)$$

Näeme, et (1.13a) ühtib täiesti (1.13).

c)**Joule'i-Lentzi seaduse tuletamine**

Igal vabal teepikkusel saab elektron elektrivälja mõjul juurde kineetilist energiat

$$\frac{m\,v_{max}^2}{2}\,.$$

Ühes sekundis toimub $\frac{1}{t}$ põrget, kus t on aeg kahe kokkupõrke vahel ja antud avaldisega (1.4).

Seega ühes sekundis saab elektron elektriväljalt energiat

$$\frac{1}{t}\cdot\frac{m\,v_{max}^2}{2} = \frac{w\,m\,e^2\,U^2\,\bar{s}^2}{2\bar{s}\,m^2\,l^2\,w^2} = \frac{e^2\,\bar{s}}{2\,m\,w}\,E^2, \qquad (1.14)$$

kus v_{max} on valemist (1.7).

See energia muutub korrapäratu liikumise energiaks, seega soojuseks. Ühes kuupsentimeetris on n elektroni. Seega ühes kuupsentimeetris ühe ajaühiku kestel vabanev soojus on

$$\frac{N}{V} = \frac{e^2 \bar{s}\, n}{2\, m\, w} E^2 = \frac{E^2}{\rho}. \qquad (1.15)$$

See ongi Joule'i-Lentzi seadus diferentsiaalkujul. Kui juhtme pikkus on 1 ja ristlõige S, siis selles juhtmes sekundi vältel vabanev soojushulk on:

$$\frac{E^2}{\rho} \cdot l \cdot S = \frac{U^2\, l\, S}{\rho\, l^2} = \frac{U^2}{R} = N. \qquad (1.16)$$

II. KVANTMEHAANIKAL PÕHINEV ELEKTRONGAASI TEOORIA

§ 1. Ajalooline ülevaade kvantmehaanika aluste arengust

Üheksateistkümnenda sajandi viimastel aastatel oli olemas kaks kiirgusseadust. Üks neist oli tuletatud termodünaamika ja elektrodünaamika alusel Rayleigh'i ja Jeans'i poolt: absoluutselt musta keha kiirgusvõime $E_{\lambda T}$ avaldub lainepikkuse λ ja temperatuuri T funktsioonina:

$$E_{\lambda T} d\lambda = \frac{2\pi c\, d\lambda}{\lambda^4} k\, T\,, \qquad (2.1)$$

mida on otstarbekohasem kirjutada sageduse ν funktsioonina:

$$E_{\nu T} d\nu = \frac{2\pi k\, T}{c^2}\, \nu^2\, d\nu\,, \qquad (2.1a)$$

kus c - valguse kiirus,
k - Boltzmanni konstant.

Teine oli tuletatud klassikalise statistika ja elektrodünaamika alusel W. Wieni poolt:

$$E_{\lambda T}\, d\lambda = \frac{c_1}{\lambda^5}\, e^{-\frac{c_2}{\lambda T}}\, d\lambda\,, \qquad (2.2)$$

mis sageduse funktsioonina näeb välja:

$$E_{\nu T}\, d\nu = \frac{c_1 \nu^3\, d\nu}{c^4}\, e^{\frac{c_2 \nu}{cT}}\,, \qquad (2.2a)$$

kus c_1 ja c_2 on katseliselt määratavad konstandid. Kumbki valemitest ei anna head kooskõla katsetega. Rayleigh-Jeans'i valem annab head kooskõla katsetega kõrgete temperatuuride

korral pikalainelises piirkonnas, s.t. suurtel $\lambda \cdot T$ väärtustel.

W. Wieni valem, vastupidi, on kooskõlas katsetega madalamatel temperatuuridel ja lühilainelises piirkonnas, s.t. väikestel λT väärtustel.

Max Planck seadis endale algul puhtmatemaatilise ülesande: leida selline valem, mis esitaks mõlemaid valemeid, kuid ainult nendes piirkondades, kus valemid on katsetega kooskõlas. Tulemuseks oligi a. 1900 avaldatud tuntud Plancki kiirgusvalem:

$$E_{\nu T}\, d\nu = \frac{2\pi h \nu^3\, d\nu}{e^2} \cdot \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \qquad (2.3)$$

kus h on nn. Plancki konstant.

Valemi teoreetilisel põhjendamisel statistika alusel tuli teha oletus, et elementaarses kiirgamise protsessis väljakiiratav energia on täisarvkordne avaldisest

$$h\nu = E\,. \qquad (2.4)$$

Seega on $h\nu$ elementaarprotsessis väljakiiratav minimaalne energia. Teda hakati nimetama energia kvandiks ehk footoniks. Nii oli avastatud asjaolu, et kiirgamine toimub kvantide, portsjonite kaupa, mis on seda suuremad, mida suurem on kiirguse sagedus.

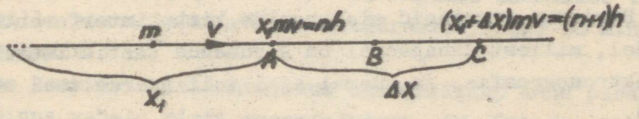
Kuid avastuse sügavam tuum peitus veidi teises asjaolus. Nimelt Plancki konstandi h olemasolus. Avastuse ajal ei võinud keegi aimatagi neid kaugeleulatuvaid järeldusi, mis ta enesega kaasa tõi. Selle mõistmisele tuldi märksa hiljem. Niels Bohr oli esimene, kes selle asjaolu 1913.a. kasutas ära vesiniku aatomi teooria loomiseks. Hiljem aga arenes sellest kogu tänapäeva aatommehaanika, kvantstatistika, kvantelektrodünaamika jm.

§ 2. Järeldused Plancki konstandi olemasolust. Mateeria lained. Heisenbergi ebatäpsuse relatsioon

Plancki konstandi dimensioon avaldub valemist (2.4) e n e r g i a j a a j a korrutisena või ka p i k k u s e j a i m p u l s i korrutisena. Sellise dimensiooniga suurust tuntakse mehaanikas juba ammu, teda nimetatakse "mõju". Mehaanikas on hästi tuntud R. W. Hamiltoni ehk nn. vähima mõju printsiip. Nüüd ilmnes, et see mehaanika suurus on atomaarse olemusega - tema "aatomiks" ongi Plancki konstant. See tähendab, et mõju võib minimaalselt muutuda vaid Plancki konstandi võrra. Plancki konstandist väiksemat mõju ei saa olla ühelgi kehal.

Plancki konstant on väga väike $h = 6{,}62.10^{-27}$ erg.sek, mistõttu makroskoopiliste kehade liikumisel meie ei märka ,et mõju muutub hüppeliselt. Väikeste massidega osakeste liikumisel, nagu aatomid, aatomituumad, neutronid, eriti aga elektronid ja muud elementaarosakesed, see asjaolu peaks juba kuidagi märgatavaks muutuma.

Näitena vaatame ühe elementaarosakese ühtlast sirgjoonelist liikumist (joon. 3).



Joon. 3

Kui osakene liigub ühtlaselt, siis tema impulss p = m v on konstant. Mõju px aga kasvab koos käidud teega x. Me kujutleme, et ühtlases liikumises läbikäidud tee x kasvab pidevalt, kuid siis peaks pidevalt kasvama ka korrutis px - mõju. Viimane võib muutuda vaid Plancki konstandi võrra korraga. See tähendab, et kui liikuva osakese mõju punktis A oli täisarv

Plancki konstante, s.o.

$$x_1 \, m \, v = n \, h \, ,$$

siis alles punktis C saab mõju võrdseks täisarvu Plancki konstantidega:

$$(x_1 + \Delta x) \, m \, v = (n + 1) \, h;$$

olles ühe mõjukvandi võrra kasvanud. Vahepealsetes punktides ei täida osake loodusseadust ega ole selge, mis temaga selles vahemikus toimub. Tuleb välja, et lihtsaim liikumine - ühtlane liikumine - on tegelikult nii keeruline, et me ei oska ette kujutada, kuidas ta toimub. Me võime arvutada pikkuse Δx, millel mõju kasvab ühe kvandi võrra

$$\Delta x = \frac{h}{mv} \, . \qquad (2.5)$$

L. de Broglie näitas 1924.a., et igale massile m võib vastavusse seada võnkesageduse:

$$m \, c^2 = h\nu \qquad (2.6)$$

ja liikuvale massile omistada lainepikkuse

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} \, . \qquad (2.7)$$

See on de Broglie' lainepikkus ehk mateeria lainepikkus. Me näeme, et mateeria laine pikkus ühtib valemis (2.5) arvutatud pikkusega Δx.

Me ei peatu praegu küsimusel, kuidas tänapäeva teadus seletab neid nähtusi ja mis tuleb mõista mateeria laine amplituudi all. Praegu tahaksin ainult märkida, et 1927.a. Germer ja Davisson avastasid elektronide kimbu interferentsi kristallidel, millest tänapäeval on kujunenud tähtis füüsika haru - elektronograafia, ja uuemal ajal tuli juurde veel neutronograafia.

Võiksime esitada küsimuse: kui me mõõdaksime mõju punktis B, millise tulemuse saaksime ? Kui mõõtmine on küllalt täppis, siis saame kas nh või $(n + 1)h$. Kui täpselt me ka ei püüaks mõõta, ei saa me murdarvulist väärtust ! Mõju määramiseks punktis B peame mõõtma samaaegselt (s.t. kui osake on punktis B) osakese impulsi ja asukoha. W. Heisenberg näitas 1927.a., et ühekordse mõõtmise korral impulsi mõõtmise vea Δp_x ja koordinaadi mõõtmise vea Δx korrutis ei või olla

väiksem kui mõju kvant

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq h \,. \qquad (2.8)$$

Korduvate mõõtmiste ruutkeskmiste vigade korrutis annab:

$$\Delta p_x \cdot \Delta x \geq \frac{h}{4\pi} \qquad (2.8a)$$

See ongi nn. Heisenbergi ebatäpsuse relatsioon. Relatsioon kehtib kõigi kolme koordinaadi kohta. Sellest järeldub, et kui korraldame katse nii, et $\Delta x \longrightarrow 0$, siis $\Delta p_x \longrightarrow \infty$. Sõnastatult: kui mõõdame osakese koordinaadi väga suure täpsusega (näiteks paneme ette väga kitsa pilu, mida osake peab läbima), siis impulss jääb määramatuks, aga see tähendab, et osake difrageerub pilul - kaldub teadmata suunas.

§ 3. Kvanditud energiaga süsteemid. Pauli printsiip

Peame silmas, et võrrand-võrratus (2.8) on universaalse kehtivusega, ta on loodusseadus. See asjaolu lubab teha palju kaugeleulatuvaid järeldusi. Tutvume mõnedega neist.

Kui osake liigub lõpliku suurusega ruumis, millest ta välja ei pääse, näiteks seetõttu, et tema kineetiline energia on väiksem kui negatiivne potentsiaalne energia (elektron aatomis), või asub kastis, mille seintelt ta tagasi põrkab jne., siis selle osakese koordinaadi määramise maksimaalne viga võrdub selle ruumi mõõtmetega, kus ta asub. Impulsi määramise viga on Δp, mille korrutis koordinaadi määramise veaga on minimaalselt mõjukvant.

Vaatleme konkreetselt juhtu, kus osake liigub kahe paralleelse tasapinna vahel, risti tasapindadega. (Me ütleme, et osake liigub potentsiaal-kastis). Osakese koordinaadi määramise maksimaalne viga võrdub tasapindade vahelise kaugusega, tähistame selle l-ga.

Siis võime kirjutada:

$$l \cdot \Delta p = h \,. \qquad (2.8b)$$

See võrrand määrab antud tingimustele vastava minimaalse impulsi määramise vea ehk impulsi minimaalse muutuse, mis on

sellises süsteemis võimalik. Kui osake on paigal, siis on tema impulss null. Oletame , et ta liigub, siis tema minimaalne impulss on Δp. Impulsiga on aga määratud ka osakese kineetiline energia

$$W_k = \frac{m v^2}{2} = \frac{(m v)^2}{2 m} = \frac{\Delta p^2}{2 m} = \frac{h^2}{2 m l^2} . \qquad (2.9)$$

Seega hindasime ligikaudu ebatäpsusrelatsiooni abil süsteemi energia kvandi. Allpool arvutame selle täpsemalt ja saame veidi väiksema suuruse.

Lähtudes mateeria laine kujutelmast, saame veidi selgema pildi. Osakese statsionaarsel liikumisel "kastis" peab välja kujunema seisev laine. Kui seisev laine ei teki, siis on tegemist jooksva lainega, millega kaasub energia vool. Energia vool on aga kiirgamine, mis toimub seni, kuni tekib seisev laine - statsionaarne osakese liikumine.

Seisva laine korral süsteemi pikkusesse peab mahtuma täisarv poollaineid:

$$l = n \frac{\lambda}{2} . \qquad (2.10)$$

Asetame λ võrrandist (2.7) ja lahendame p suhtes:

$$l = n \frac{h}{2 p} ,$$

$$p = \frac{nh}{2l} . \qquad (2.10a)$$

Arvutame sellest kineetilise energia

$$W_k = \frac{p^2}{2 m} = \frac{n^2 h^2}{8 l^2 m} . \qquad (2.11)$$

Vahepealsed energiad ei anna statsionaarset olekut ega ole seega võimalikud. Minimaalne energia muutus üleminekul ühest olekust teise:

$$W = \frac{h^2}{8 m l^2} . \qquad (2.9a)$$

Valemist näeme, et mida suurem on l, seda väiksem on hüpe ühest statsionaarsest olekust teise, ja alles siis kui $l \to \infty$, on hüpe lõpmata väike, s.t. energia võib muutuda pidevalt ja saada kõiki mõeldavaid väärtusi.

Eespool toodud arutlus näitab, et lõplikus ruumis liiku-

va osakese energia on kvanditud, mille tõttu lõplikus energia vahemikus on ka lõplik hulk statsionaarseid olekuid. Kui palju olekuid vahemikus on ja kuidas nad asetsevad energeetilises mõõtkavas, oleneb tungivälja jaotusest ruumis, s.o. sellest, kuidas väli muutub punktist punkti. Ülalpool toodud arutlus kehtib peegelduvate seintega kasti puhul.

Aatomspektrite uurimine ja nende süstematiseerimine andis meile veel ühe tähtsa printsiibi.

1924.a. uuris W. Pauli heeliumi spektrit ja leidis, et selle spektri kõikide joonte sagedusi võib esitada termide (arvude) vahedena, kusjuures termid grupeeruvad kahte skeemi. Erinevate skeemide termid ei kombineeru aga omavahel. Sellele iseärasusele leidis Pauli teoreetilise seletuse, mis edaspidi sai tähtsaks printsiibiks aatommehaanikas. Kui vaadelda elektroni olekut kolme kvantarvu n, l ja m funktsioonina, siis võib olla sellises olekus vaid kaks elektroni, kuid seejuures elektronide spinid peavad olema vastassuunalised. (Spin kirjeldab elektroni sisemist liikumist ja on analoogiline elektroni impulssmomendiga pöörlemisel ümber oma vaba telje.) Kui vaadelda olekut nelja kvantarvu n,l, m ja spini s funktsioonina, siis võib Pauli printsiipi formuleerida ka nii: a n t u d e n e r g e e t i l i s e s o l e k u s v õ i b o l l a v a i d ü k s e l e k t r o n . Hiljem selgus, et see printsiip kehtib elementaarosakeste kohta, milledel on poolearvuline spin (s.o. 1/2, 3/2, 5/2 jne. Plancki konstante), osakeste kohta spiniga 0, 1, 2 jne. see printsiip ei kehti.

Eespool öeldust järgneb, et mingis lõplikus ruumalas oleva gaasi osakeste energiad on kvanditud. Olenevalt osakeste spini väärtusest (kas täisarvuline või poolearvuline) võib ühes olekus olla kui tahes palju osakesi või ainult üks osakene. Selliseid tingimusi klassikaline statistika ei arvestanud. Kvanditud gaasile tuli luua uued statistikad. Kvantstatistikaid on kaks. Nendega tutvume lähemalt hiljem. Praegu märgime ainult seda, et täisarvulise spiniga osakeste statistika töötasid välja A. Einstein ja S. Bose 1924.a. Seda nimetatakse Bose-Einsteini statistikaks. Bose - Einsteini statistika kehtib näiteks valgusele, s.o. footonite gaasile; Plancki kiirgusvalem ei ole midagi muud kui üks erijuht Bose-Einsteini

energia jaotusest.

Poolearvulise spiniga osakestele kehtiva statistika lõid teineteisest olenematult E. Fermi ja P.M.A. Dirac a. 1926. Seda nimetatakse Fermi-Diraci statistikaks. Ta kehtib elektrongaasi, prootonite gaasi, neutronite gaasi jne. kohta.

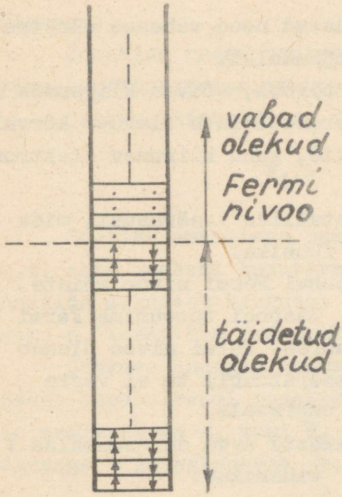
§ 4. Kvantmehaanikale alluva elektrongaasi kvalitatiivne mudel. Fermi-Diraci jaotus. Fermi nivoo

Elektrongaas liigub metallis, s.o. lõpliku suurusega ruumis, mille tõttu elektronide energia on kvanditud. Kuna elektroni spin on 1/2, siis kehtib elektronide kohta Pauli keeld.

Kujutleme, et metall on kuidagi jahutatud absoluutse nullini. Sel juhul elektronid on kõige madalamates olekutes. Kuid kõige madalama energiaga olekus vastavalt Pauli printsiibile on vaid kaks elektroni. Seejuures nende spinid on vastassuunalised. Teised elektronid on kõrgemates olekutes ja täidavad täielikult kõik madalad energeetilised olekud kuni teatud energiaga nivooni, niipalju kui elektrone jatkub, sellest nivoost peale on kõik olekud vabad. Seda energia nivood nimetatakse nullpunkti Fermi nivooks. Fermi nivoo kõrgus oleneb seega elektronide hulgast (täpsemalt: elektronide tihedusest) metallis.

Kuna vabade elektronide tihedus metallis on õige suur (10^{22} - 10^{23} elektroni kuupsentimeetris), siis nullpunkti Fermi nivoo kõigub erinevatel metallidel 6 - 8 eV vahel.

Kuidas muutub olukord, kui soojendada metalli toatemperatuurini ? Metalli võre ioonid hakkavad võnkuma suuremate amplituudidega, nende energia suureneb. Elektrongaas peab olema termilises tasakaalus kristallvõre ioonidega. Kuid võre ioonide võnkumise keskmine kineetiline energia toa-temperatuuril on 3/2 kT $\approx$ 0,03 eV. Sellist energiat võivad elektronid juurde saada, põrgates kokku ioonidega.



Joon. 4. Elektrongaasi energeetiline skeem absoluutse nulli juures

Kõrvaltoodud skeemilt (joon. 4) on aga selge, et sellist energiat võivad saada juurde ainult Fermi nivoo lähedaste energiatega elektronid, s.o. need elektronid, milledel on kas maksimaalne energia või sellest ligi 0,03 eV madalam. Ainult need elektronid satuvad üleminekul vabadesse energeetilistesse olekutesse. Elektronid, mis on madalamates energeetilistes olekutes, satuksid sellise energia juurdesaamisel olekutesse, mis on juba elektronidega täidetud, ja Pauli printsiibi alusel ei või elektrone sinna juurde tulla. Selline protsess ei ole võimalik.

Sellest järeldame, et temperatuursest liikumisest võtavad osa ainult vähesed elektronid, milledel on kõige suuremad kineetilised energiad, seega ka kõige suuremad kiirused.

Elektrongaasi oleku pilt toatemperatuuril erineb vähe olekust, mis on absoluutse nulli juures. Sellist elektrongaasi olekut nimetatakse kõdunud olekuks. Alles temperatuuridel, kus korrapäratu liikumise keskmine energia on küllaldane ka kõige sügavamates olekutes olevate elektronide ergastamiseks, s.o. kui $\frac{3}{2}$ kT $\approx$ 6 eV, sarnaneb elektrongaasi olek tavalise gaasi olekuga, mis allub Maxwelli kiiruste jaotusele. Temperatuurid, mille juures elektrongaasi kõdumine kaob, on järgult $(6 - 7) \cdot 10^4$ °K. Sellistel temperatuuridel on igasugune aine gaasilises olekus.

Eelnevast selgub, et ainult väike osa elektronidest võtab osa temperatuursest liikumisest. Sellepärast ongi nende osa metalli erisoojuses märkamatult väike. Kuid tänapäeval võime seda erisoojuse osa niihästi arvutada kui ka mõõta.

Samad elektronid teostavad ka soojusjuhtivust. Et nende

kiirused on väga suured, siis suudavad need vähesed elektronid kiiresti edasi kanda suuri soojushulki.

Elektronid, mis asuvad Fermi nivool, võivad kiireneda ka elektrivälja mõjul, sest nende energeetiliste olekute kõrval on olemas vabu energeetilisi olekuid, kuhu kiirenev elektron üle läheb.

Nii seletab kvantmehaanika metallide iseärasusi, mida ei suutnud selgitada klassikaline füüsika.

Edaspidi meil esineb mitmel puhul Fermi nivoo mõiste. Sellepärast peame seda täpsustama. Eespool tutvusime Fermi nivoo mõistega absoluutse nulli juures. Fermi nivoo oleneb aga temperatuurist ja kõrgemal temperatuuril ta ei vasta täpselt elektronide maksimaalsele energiale.

Fermi-Diraci jaotus annab osakeste arvu dn_1 ruumalas V, millede energia on W kuni W + dW vahemikus:

$$dn_1 = f.\, dZ \qquad (2.12)$$

Suurusi f ja dZ peame diskuteerima üksikasjalisemalt. dZ on kvantolekute arv energia vahemikus W kuni W+dW.

dZ leidmiseks peame tutvuma statistilise mehaanika ühe tähtsama mõiste – nn. faasiruumiga.

Faasiruum on mitmemõõtmeline ruum. Kui gaasi osakest vaatleme masspunktina, siis gaasi osakest kujutav punkt faasiruumis on antud kolme kohakoordinaadiga (x,y,z) ja impulssvektori kolme koordinaadiga (p_x, p_y, p_z). Faasiruumi on otstarbekohane vaadelda kahe ruumi kompleksina: konfiguratsiooniruum (koha koordinaadid) ja impulssruum.

Faasiruumi elemendi $d\tau = dxdydzdp_x dp_y dp_z$ dimensioon on pikkuse ja impulsi korrutise kuup - see on mõju kuup. Mõjul on olemas kvant - Plancki konstant h. Siit selgub, et vähim faasiruumi element on h^3. Sellega on määratud vaadeldava süsteemi (gaasi) kvantolekute minimaalne energeetiline vahe (kuna impulss on seotud energiaga).

Püüame faasiruumi mõiste abil arvutada dZ. Selleks arvutame faasiruumi mahu $d\tau$, milles asuvad punktid kineetiliste energiatega W_1 kuni $W_1 + dW_1$, ja jagame ta Plancki konstandi kuubiga. Kui me ei arvesta kristalli võre perioodilise potentsiaali mõju osakeste liikumisele, siis on see lihtne

ülesanne.

Ideaalse gaasi osakene liigub ruumis vabalt, seepärast tema konfiguratsiooniruumi element on lihtsalt gaasi maht V.

Osakese kineetiline energia avaldub:

$$W_1 = \frac{p^2}{2m} .$$

Sellise energiaga osakese impulsi absoluutväärtus on p, s.t. neid osakesi kujutavad punktid on impulsiruumi koordinaatide algusest kaugusel p, asuvad seega kera pinnal raadiusega p. Kerapinna tsentriks on koordinaatide algus.

Osakese energia muutusele dW_1 vastab impulsi muutus dp. Seega impulsiruumi punktid, mis kujutavad osakesi kineetiliste energiatega W_1 kuni $W_1 + dW_1$, asuvad kerapinna kihis raadiusega p ja paksusega dp. Kihi maht on

$$4\pi p^2 dp .$$

Korrutame selle impulsiruumi elemendi konfiguratsiooniruumi elemendiga V. Tulemuseks saame faasiruumi elemendi, kus asuvad punktid, mis kujutavad osakesi energiate W_1 ja W_1+dW vahel:

$$d\tau = 4\pi p^2 dpV. \qquad (2.13)$$

Jagades selle avaldise Plancki konstandi kuubiga, saame kvantolekute arvu. Peame aga veel silmas, et igasse olekusse mahub kaks elektroni, kui nende spinid on vastassuunalised. Sellepärast dZ-i saamiseks peame jagatise korrutama kahega:

$$dZ = 2\frac{d\tau}{h^3} = \frac{8\pi Vp^2 dp}{h^3} . \qquad (2.14)$$

Avaldame impulsid energia kaudu. Osakese kogu energia W koosneb üldiselt kahest osast: kineetilisest energiast W_1, mis oleneb temperatuurist, ja energiast W_0, mis temperatuurist ei olene (näiteks potentsiaalne energia või energeetilise tsooni alumise ääre energia jne.):

$$W_1 = W - W_0 = \frac{p^2}{2m} \; ; \; p = \sqrt{2m(W - W_0)} \; ; \; dp = \frac{m\,dW}{\sqrt{2m(W-W_0)}} .$$

(2.15)

Asetades need avaldised võrrandisse (2.14), saame:

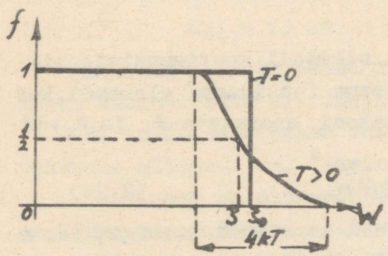
$$dZ = \frac{8\sqrt{2}\pi V m^{3/2}(W-W_0)^{1/2}dW}{h^3} . \qquad (2.16)$$

Peame meeles, et kristalli jaoks tuletatud dZ-i avaldis kehtib ligikaudu. Konstantse energia pinnad kristallis ei ole kerapinnad, vaid nn.Brillouin'i tsoonide piiridega deformeeritud pinnad, milles peegeldub kristalli tungidevälja sümmeetria.

Suurus

$$f = \frac{1}{\exp(\frac{W-\zeta}{kT}) + 1} \qquad (2.17)$$

on nn. Fermi funktsioon, kus ζ on Fermi nivoo, millega tutvusime ühel erijuhul juba eespool (lk.18) . Fermi funktsioon näitab, mitmendik kõikidest energeetilistest olekutest on elektronidega täidetud, kui gaasi temperatuur on T. Joonisel 5 on kujutatud Fermi funktsioon kahel juhul: 1) kui T = 0 ja 2) kui T>0. Esimesel juhul f = 1, kui $W < \zeta_0$ ja f = 0, kui $W > \zeta_0$. Kõrgemal temperatuuril f väheneb ühest nullini $W = \zeta$ ümbruses. Praktiliselt see muutus toimub energiavahemikus järgult 4 kT.



Joon. 5. Fermi funktsiooni graafik

Kui me asetame valemisse (2.17) $W = \zeta$, saame

$$f = 1/2.$$

See ongi Fermi nivoo üldisem definitsioon - selline osakeste energia, mille juures Fermi funktsioon saab väärtuse ½, s.t. energia, mille juures on täidetud ainult pooled olekud.

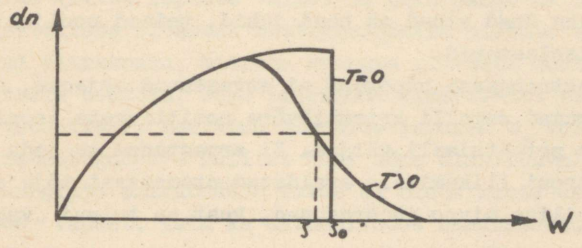
Fermi nivoo oleneb temperatuurist. Metallidel see olenevus on nõrk (kõdusus), kuna pooljuhtidel on ta oluline.

Üksikasjalikum termodünaamiline diskussioon näitab, et ζ on identne termodünaamilise funktsiooniga, mida nimetame

vabaks energiaks või keemiliseks potentsiaaliks, arvestatud ühe osakese (elektroni) kohta.

Nüüd võime kirjutada täidetud olekute arvu dn energia funktsioonina ruumala ühiku kohta. Selleks asetame avaldised (2.16) ja (2.17) võrrandisse (2.12) ja jagame ruumalaga V:

$$dn = \frac{dn_1}{V} = \frac{dZ}{V} \cdot f = \frac{8\sqrt{2}\pi m^{\frac{3}{2}}(W-W_o)^{1/2}dW}{h^3} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{W-\zeta}{kT}\right)+1} \quad (2.18)$$



Joon. 6. Fermi gaasi osakeste jaotus energiatele

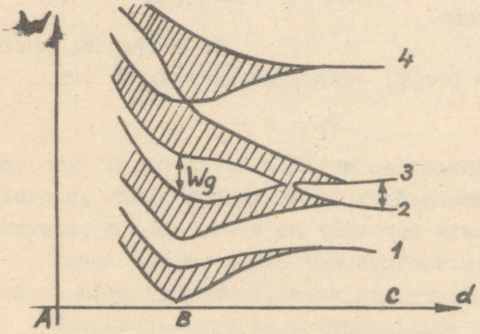
III. TSOONIDE TEOORIA ALUSED

§ 1. Energia tsoonide mõiste. Keelatud energia väärtuste piirkonnad

Kuigi Fermi statistika rakendamine elektrongaasile selgitas elektrongaasi väikese erisoojuse ja hea soojusjuhtivuse, jätab ta siiski seletamata terve rea nähtusi, kas või seda, miks ühed ained on head juhid, teised pooljuhid ja kolmandad isolaatorid.

Elektrongaasi hüpotees ei arvestanud asjaolu, et elektronid liiguvad metalli kristallvõre positiivsete ioonide perioodilise potentsiaali väljas. Ei arvestanud ka seda asjaolu, et elektroni liikumisele avaldavad otsustavat mõju aatomi energeetilise nivoo iseärasused, kust on tulnud „vaba" elektron.

Kui vaadelda kõva keha ehitust aatomi energeetiliste nivoode lähenduse seisukohalt, siis arvutus annab joonisel 7 esitatud tulemusi. Joonisel 7 on mõeldud üks aatom (A) koordinaatide alguses, teine asub punktis C mitme aatomi läbimõõdu kaugusel aatomist A. Selles asendis on aatomi C iga energeetiline nivoo määratud ühe kindla väärtusega. Kui aatom C hakkab lähenema aatomile A, siis hakkab aatomi A väli häirima aatomi C elektronide liikumist, mille tagajärjel aatomi C energeetilised nivood hakkavad laienema energeetilisteks ribadeks või tsoonideks. Samasugused



Joon.7. Tsoonide tekkimine aatomite nivoodest

muutused toimuvad muidugi ka aatomis A aatomi C välja mõjul. Suurematel kaugustel aatomite vahel mõjuvad alul tõmbetungid. Joonisel see väljendub selles, et tsooni kogu energia alaneb. See energia alanemine annabki kristallvõre sideenergia. Kaugusel AB on aatomid kristallvõres tasakaalus. Kui aatomitevaheline kaugus veelgi kahaneb, tekivad tõuketungid ja tsoon keerab järsku üles. Arvutus näitab, et aatomite nivoost tekkinud kristalli tsoonis ei ole lõpmata palju energeetilisi olekuid, vaid ainult 2 N, kus N on aatomite arv vaadeldavas kristallis (kehas). See on ka arusaadav, sest meil on alati tegemist lõplike mõõtmetega kehaga, temas liikuvate elektronide energiad on seega kvanditud, kahe oleku energia vahe on lõplik suurus (mitte lõpmata väike) ja neid mahub ka lõplik hulk energeetilisse ribasse. Statsionaarsete olekute tsoonide vahel asuvad piirkonnad, milledе energia ei vasta ühelegi statsionaarsele olekule. Neid piirkondi nimetatakse keelatud energiate tsoonideks. Keelatud tsoonide laiused W_g võivad olla väga mitmesugused - nullist kuni mõne elektronvoldini. Keelatud energiate piirkondade laius ei olene mitte üksnes aatomnivoode vahest, vaid ka aatomnivoode omadustest. Näiteks, kui üksikute aatomite vastavad nivood kombineeruvad homöopolaarse valentssideme nivooks, langeb nende energia 2 - 3 eV võrra. Mingi teistsuguse sümmeetriaga nivoo energia võib aga aatomite lähenemisel koguni suureneda. Kahe tsooni vahele tekib suur vahe, nagu on näidatud joonisel 7 nivoode 2 ja 3 jaoks.

Keelutsooni laius W_g oleneb nõrgalt ka temperatuurist. Temperatuuri tõustes W_g väheneb. Mõõtmine erinevate nähtuste abil annab erinevad olenevused temperatuurist.

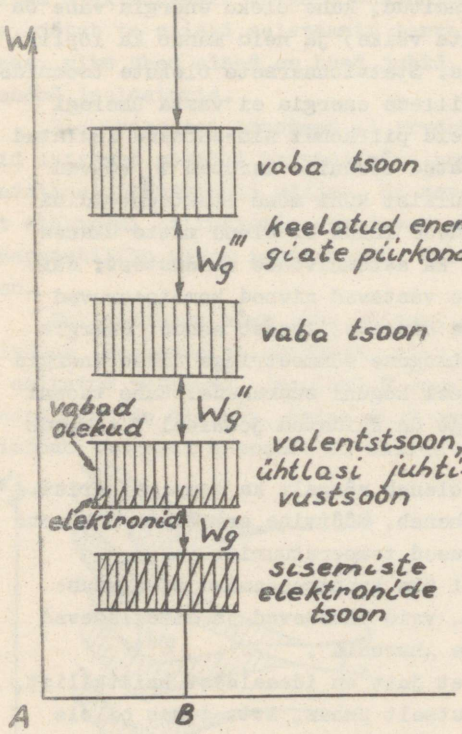
Jooniselt on näha veel üks kvantmehaanika iseärasus: nivood muutumisel ei lõiku, vaid lähenevad ja siis lähevad eemale, vahetades teineteise „harusid".

Siin peab toonitama, et jutt on ideaalsest kristallist, mis on keemiliselt absoluutselt puhas, s.t. temas ei ole võõraid aatomeid, teistsuguste energeetiliste nivoodega. Lisandi aatomite mõjust räägime allpool üksikasjalikumalt.

§ 2. Juhid ja isolaatorid

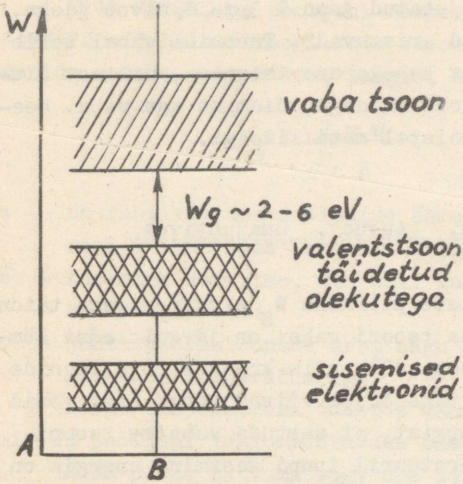
Aatomi kõige välimisi elektrone nimetame valentselektronideks, sest need teostavad valentssidemeid. Nende elektronide nivood nimetame valentsnivooks ja sellest nivoost tekkivat tsooni valentstsooniks.

Nüüd võime küsida: mitu elektroni annab iga aatom kõige kõrgemasse veel elektronidega täidetud tsooni, s.t. valentstsooni ?

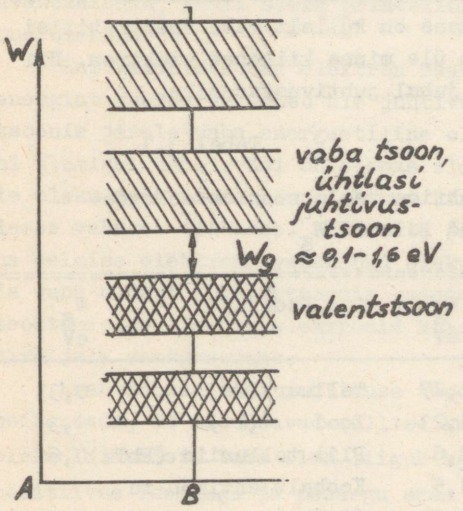


Joon.8. Tsoonide täitmine metallidel

Kui iga aatom annab valentstsooni ainult ühe elektroni, siis tsooni 2 N olekust on täidetud N olekut ja madala temperatuuri korral (me nägime, et toatemperatuur on elektrongaasi jaoks vägagi madal temperatuur) valentstsooni alumine osa on täidetud elektronidega. Tsooni ülemises pooles on kõik energeetilised olekud vabad (joon.8). Kui sellisest kehast ja pingeallikast moodustada vooluahel, siis võivad Fermi nivool olevad elektronid elektrivälja mõjul kiireneda - nad lähevad üle vabadesse, kõrgemal asuvatesse energeetilistesse olekutesse. Selline aine on elektrijuht.



Joon. 9. Tsoonide asetus isolaatoris.



Joon. 10. Tsoonide asetus pooljuhis.

Kui aga iga aatom annab valentstsooni kaks elektroni, siis 2 N elektroni täidavad kõik 2 N energeetilist olekut. Tsoonis ei ole enam vabu olekuid (joon.9). Elektriväli ei saa kiirendada elektrone, sest lähedal ei ole vabu energeetilisi olekuid, milledesse võiksid üle minna kiirenevad elektronid. Järgmine vaba energeetiline tsoon asub mõni elektronvolt kõrgemal. Nii suurt energiat (mõni elektronvolt) elektron ei saa elektriväljalt tihedas aines. Ka temperatuurse liikumise energia on liialt väike, et üle viia märgatavat arvu elektrone vabasse tsooni. Selline aine on isolaator.

Nüüd võib tekkida raskusi kahevalentsete metallide omaduste interpreteerimisega. Nendel metallidel on s -olekus (kõrvalkvantarv l = 0) kaks elektroni. Sellest olekust tekkivasse valentstsooni läheb vastavalt igalt aatomilt 2 elektroni ja eelmise seletuse järgi peab selline materjal olema isolaator.

Kuid s-olekule (l = 0) on äärmiselt lähedane p olek (l = 1), sellest olekust tekkiv tsoon kattub s-tsooniga.

Tekib olukord, mis on kujutatud joon.7 3. ja 4. nivoo jaoks. See tähendab, need nivood „ristuvad". Tsoonide vahel tekib sild; ja meil on tegemist kahekordse tsooniga, millest alumine pool on täidetud elektronidega, ülemine aga vaba. Seega olukord on sama, mis teistel metallidelgi.

§ 3. Pooljuhid. „Augud". Omajuhtivus

Kui keelatud energiate piirkond W_g elektronidega täidetud valentstsooni ja vaba tsooni vahel on järgult mõni kümnendik elektronvolti (joon. 10), siis kristallvõre ioonide temperatuurse liikumise tagajärjel võivad mõned elektronid saada küllaldast lisaenergiat, et sattuda vabasse tsooni. (Meenutagem, et toatemperatuuril iooni keskmine energia on 0,03 eV ja et ioonide energiad alluvad Maxwelli jaotusele.) Vabas tsoonis olev elektron on võimeline kiirenema elektrivälja mõjul, sest läheduses on küllalt vabu energeetilisi olekuid, milledesse võib üle minna kiirenev elektron. Nii osutub vaba tsoon antud juhul juhtivustsooniks.

Tabel 3.1

Mõnede pooljuhtide keelutsoonide energeetilised laiused W_g

Pooljuht	W_g eV	Pooljuht	W_g eV
Boor (B)	1,27	Telluur (Te)	0,33
Räni (Si)	1,21	Iood (I)	1,3
Fosfor (P) (valge)	2,6	Plii telluriid (PbTe)	0,6
- " - (punane)	1,5	Koobalt antimoniid	
- " - (must)	0,33	($CoSb_3$)	0,5
Germaanium (Ge)	0,78	Tsink antimoniid	
Tina (Sn) (hall)	0,08	(ZnSb)	0,6
		Vismut telluriid	
		(Bi_2Te_3)	0,25

Mida kõrgem on pooljuhi temperatuur, seda rohkem satub elektrone juhtivustsooni, seda suuremaks muutub juhtivuselektronide arv ja eritakistus langeb, sest valemi (1.11) järgi

$$\rho = \frac{2\,m\,w}{e^2 n\,\bar{s}},$$

w - on juhtivustsooni alumise ääre energiale vastav elektroni kiirus, mis temperatuuriga praktiliselt ei muutu;

$\bar{s}$ - keskmine vaba tee, mis küll kahaneb temperatuuri tõustes, kuid aeglaselt;

n - juhtivuselektronide arv, nagu me hiljem näeme, kasvab kiiresti temperatuuriga.

Seega temperatuuri tõustes väheneb pooljuhi takistus, mis on pooljuhi iseloomustavaks omaduseks.

Nüüd peame tutvuma veel ühe tähtsa mõistega pooljuhtide teoorias - „augu" mõistega, mis on tihedalt seotud energia kvantimisega, Pauli keelu printsiibiga ja Fermi gaasi kõdunud olekuga.

Kui valentstsooni elektron saab mingi protsessi tagajärel energiat juurde ja läheb üle juhtivustsooni, jääb valentstsoonis järele vaba energeetiline olek, mis asub valentstsooni ülemisel äärel. Kui on olemas elektriväli, siis võib selle oleku naabruses olev elektron kiireneda ja üle minna sellesse vabasse olekusse. Nüüd võib järgmine elektron üle minna eelmise elektroni vabanenud olekusse jne. Lühidalt - seda vaba olekut valentstsoonis kasutavad elektronid juhtivuse teostamiseks; paljud elektronid kiirenevad õige veidi elektriväljale vastassuunas.

Kvantmehaanilise juhtivuse teooria valemeid võib aga nii teisendada, et nad saavad sellise kuju, mis kirjeldab vaba oleku liikumist. Vaba olek liigub aga täpselt samuti nagu positiivse laenguga ja peaaegu sama massiga elektron. Sellepärast nimetatakse sellist vaba olekut lühidalt „auk". (Mõeldud on auku elektronidega täidetud tsoonis, sest tsooni ühes olekus puudub elektron.) Selline auk valentstsoonis on voolukandja. Lisandita pooljuhis on auke valentstsoonis nii sama palju kui elektrone juhtivustsoonis. Nende osa laen-

gu ülekandmisel on peaaegu võrdne elektronide osaga, ainult elektronid kiirenevad väljale vastassuunas nagu negatiivsed laengud, augud aga välja suunas nagu positiivsed laengud.

Rõhutame veel kord, et jutt on lisanditevabast pooljuhist. Et voolukandja on sel juhul pärit ainult pooljuhi ainest, siis nimetatakse neid pooljuhi o m a v o o l u k a n d j a - t e k s ja juhtivust o m a j u h t i v u s e k s . Vastandades sellega lisanditest tekkivaid l i s a n d v o o l u - k a n d j a i d ja l i s a n d v o o l u j u h t i v u s t.

Püüame järgnevas selgitada, millest oleneb juhtivuselektronide kontsentratsioon termilise tasakaalu korral. Meil on tegemist dünaamilise tasakaaluga. Põrgete tagajärjel võre ioonidega laheb teatud hulk elektrone üle juhtivustsooni.See elektronide hulk oleneb temperatuurist. Tasakaalu korral tuleb nii sama palju elektrone juhtivustsoonist tagasi. Üleminek juhtivustsoonist valentstsooni võib toimuda ainult siis, kui elektron „põrkab" kokku auguga, s.t. elektron ja auk satuvad ruumiliselt küllalt lähedale. Juhtivuselektroni kokkupõrke tõenäosus auguga on seda suurem, mida suurem on aukude hulk ruumala ühikus (kontsentratsioon), tähistame selle p-ga. Vastupidi , augu kokkupõrke tõenäosus elektroniga on seda suurem, mida suurem on juhtivuselektronide hulk ruumala ühikus, tähistame selle n-ga. Seega juhtivuselektroni ja augu põrke tõenäosus on võrdeline korrutisega np , mis tasakaalu korral peab olema konstant. See konstant on aga omakorda temperatuuri funktsioon. Üksikasjalik teooria annab järgmise avaldise (vt.lk. 47 - 50) :

$$n.p = n_i^2 = \frac{4(2\pi kT\sqrt{m_n.m_p})^3}{h^6} e^{-\frac{W_g}{kT}} = N_c^2 e^{-\frac{W_g}{kT}} \qquad (3.1)$$

Lisanditevabas pooljuhis n = p. Võttes võrrandist (3.1)ruutjuure, saame:

$$n = p = n_i = \frac{2(2\pi kT\sqrt{m_n.m_p})^{\frac{3}{2}}}{h^3} e^{-\frac{W_g}{2kT}} = N_c e^{-\frac{W_g}{2kT}}, \qquad (3.2)$$

kus N_c on efektiivne olekute tihedus juhtivustsoonis,s.o. olekute arv ühes kuupsentimeetris energia ühiku kohta;

m_n - elektroni efektiivne mass ;

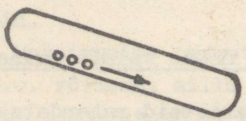
m_p - augu efektiivne mass ;

n_i - ühe märgiga omavoolukandjate tihedus.

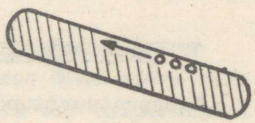
Avaldis (3.1) on täiesti analoogiline keemiliste reaktsioonide tasakaalu kohta kehtiva nn. mõjuvate masside seadusega.

Nagu täpsem teooria näitab, ei olene elektroni (ka augu) kiirendus kristallis elektrivälja mõjul üksnes välja tugevusest, vaid ka sellest, missuguses tsooni osas asub elektron (auk).See nähtus on tingitud elektronide mateerialainete koosmõjust kristallvõre perioodilise potentsiaalväljaga. Tsooni alumisel äärel elektroni efektiivne mass võrdub vaba elektroni massiga. Elektroni energia suurenedes kasvab efektiivne mass, ja kui energia ületab tsooni keskkoha, muutub efektiivne mass $+\infty \rightarrow -\infty$. Lähenedes riba ülemisele äärele efektiivse massi absoluutväärtus kahaneb. Tsooni ülemisel äärel saab see võrdseks vaba elektroni massiga, kuid jääb negatiivseks. Osakese negatiivne efektiivne mass tähendab seda , et osake kiireneb mõjuvale tungile vastassuunas.

Nähtuse selgitamiseks võib tuua analoogia raskusväljas. Olgu meil korgist kuulikesed tühjas klaastorus (joon. 11a). Kui kallutame toru parema otsa alla, hakkavad kuulid raskustungi mõjul paremale veerema, s.o. mõjuva tungi suunas. Torukese kallutamine raskusväljas on analoogiline elektrivälja tekitamisega kristallis. Täidame torukese veega, siis tõusevad korgitükikesed Archimedese tungi mõjul üles. Kui nüüd kallutame toru parema otsa alla, siis ei liigu kuulikesed paremale, vaid vasakule (joon. 11 b),s.o. vastu mõjuvale välja tungile ja me võime seekord ütelda, et korgist kuulikestel antud olukorras on negatiivne mass. Kui teeksime katse raskusvabades tingimustes, siis ei oleks ka Archimedese tungi ja mingit kiirenemist ühel ega teisel juhul me ei saaks.



Joon. 11 a. Tühi toru



Joon. 11b. Veega täidetud toru

Asetame juhtivuselektronide arvu ruumala ühikus võrrandist (3.2) eritakistuse avaldisesse (1.11), kusjuures peame silmas, et augud annavad peaaegu niisama suure panuse juhtivusesse kui elektronidki:

$$\rho = \frac{\sqrt{m_n m_p}\ w.h^3}{e^2 \bar{s}\ 2.(2\pi kT\ m_n m_p)^{3/2}} e^{+\frac{W_g}{2kT}} . \qquad (3.3)$$

Et kordaja eksponentsiaalfunktsiooni ees muutub aeglaselt temperatuuriga (peame silmas, et $\bar{s}$ kahaneb temperatuuriga!), siis küllaldase lähendusega võime kirjutada viimase võrrandi:

$$\rho = B \cdot e^{+\frac{W_g}{2kT}} , \qquad (3.3^a)$$

kus B-d vaatleme kui konstanti. See valem näitab, et temperatuuri tõustes pooljuhi eritakistus väheneb ja nimelt eksponentsiaalselt, s.o. väga tugevasti. Saadud valem on heas kooskõlas katseliste andmetega.

Eritakistuse suhteline muutus on pooljuhtidel negatiivne ja absoluutväärtuselt suur, kuid oleneb temperatuurist. Diferentseerides (3.3^a) ja jagades tuletise eritakistuse väärtusega, saame eritakistuse termilise teguri

$$\alpha_T = \frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dT} = -\frac{W_g}{2kT^2} . \qquad (3.4)$$

Valemist (3.4) näeme, et suhteline takistuse muutus (termiline tegur) on seda suurem, mida suurem on W_g ja mida väiksem on T.

§ 4. Termotakistid (termistorid) ja nende rakendamine

1. Termotakistite materjalid ja nende valmistamine

Temperatuuritundlikke pooljuhttakisteid rakendatakse tänapäeval väga mitmesugusteks otstarveteks. Vastavalt vajadusele kujundatakse takisti mõõtmed, kuju, isolatsioon,

eritakistus, takistuse muutus temperatuuriga jms. Pooljuhttakisti materjaliks on tavaliselt puhaste metallide oksüüdid, peamiselt ülemineku elementide seast, s.o. elementide hulgas alates Ti (aat.nr. 22) ja lõpetades Cu (aat.nr. 29). Et saavutada vajalikku eritakistust ja termilist tegurit, kasutatakse oksüüdide segusid, nagu $xTiO_2 + yMgO$, $xNi_2O_3 + yMnO_2$, $xFeO + yMgAl_2O_4$, $xFeO + yMgCr_2O_4$ jt. Takistite valmistamiseks rakendatakse keraamilisi meetodeid. Puhtad lähteained segatakse vajalikus vahekorras ja jahvatatakse peeneks pulbriks, millest pressitakse vajaliku suuruse ja kujuga takistid, mida kuumutatakse. Kontaktid valmistatakse plaatina, kulla või hõbeda pasta sissepõletamise teel. Valmistatakse näit. silindrilisi takisteid läbimõõtudega 20 μ kuni 10 mm ja pikkusega 1 mm - 50 mm .

Eriti õhukesi pooljuhtkihte saadakse pooljuhi materjali aurutamisel kõrgvaakumis mõnele isoleerivale alusele, eriti kvartsile.

2. Takistite parameetrid

Takisti rakendamisel on vaja teada tervet rida iseloomustavaid suurusi:

1. Termotakisti mõõtmed.

2. Termotakisti takistuse väärtus (mõõdetakse tavaliselt 20°C juures), mida tähistatakse siis R_{20}.

3. Takistuse termiline tegur.

4. Aja konstant τ , mis tähendab aega, mille vältel erineva temperatuuriga keskkonda asetatud termotakisti temperatuuri vahe keskkonna suhtes väheneb 63 % võrra. Temperatuuri vahe võetakse tavaliselt 100°C. See konstant iseloomustab termotakisti termilist inertsi.

5. Maksimaalne töötemperatuur t_{max}, s.o. maksimaalne temperatuur, mille juures võib termotakistit korduvalt ja pikemat aega hoida, ilma et tema karakteristikud oluliselt muutuksid.

6. Maksimaalne termotakisti poolt hajutatav võimsus N_{max}, s.o. võimsus, mille puhul 20° C juures õhus oleva termotakisti temperatuur ei ületa maksimaalset töö temperatuuri ega kutsu esile takisti parameetrite jäävaid muutusi.

7. Võimsuse hajutamise tegur H, mis võrdub võimsusega, mida hajutab termotakisti, kui takisti ja keskkonna temperatuuride vahe on $1^{o}C$.

8. Energeetiline tundlikkus G, mis võrdub võimsusega, mida on vaja anda temotakistile, et tema takistus väheneks 1 % võrra.

G ja H mõõdetakse tavaliselt vaikses õhus $20^{o}C$ juures.

Definitsioonidest järgneb seos:

$$G = \frac{\Delta N}{\frac{\Delta R}{R} \cdot 100} = \frac{\frac{\Delta N}{\Delta T}}{\frac{\Delta R}{\Delta T R} \cdot 100} = \frac{H}{100 \alpha} \cdot \qquad (3.5)$$

9. Soojamahtuvus C - energia hulk, mis on vajalik termotakisti temperatuuri tõstmiseks $1^{o}C$ võrra.

10. Pinge-voolu karakteristik.

Näitena toome andmed kodumaal massiliselt valmistatavatest termotakistitest MMT-1, MMT-4, KMT-1 ja KMT-4. Esimesed kaks tähte (MM või KM) tähendavad pooljuht-materjali. Viimane arv aga konstruktiivset kujundust. Tüüp (1) on kaetud lakiga, kuna tüüp (4) on hermeetilises isoleerivas kestas.

Tabel nr. 3.2

Parameeter	Parameetri väärtus	
	MMT-1 ja MMT-4	KMT-1 ja KMT-4
Takistuse nominaalväärtus kΩ	1 - 200	20 - 1000
Lubatud kõrvalekaldumine nominaalväärtusest %	± 20	± 20
Temperatuuri tegur α_{20}	-2,4 kuni -3,4	-4,5 kuni-6,0
Temperatuuri teguri kõikumine ühes partiis % /$1^{o}C$	± 0,2	± 0,2
Konstant B	2060 kuni 2920	3860 kuni 5150
Maksimaalne töö temperatuur	120	180 (KMT-1) 120 (KMT-4)
Maksimaalne hajutatav võimsus, vatti	0,4	0,8 - 0,9

Võimsus ,mis praktiliselt ei kutsu esile takisti temperatuuri muutust, vatti	$2 - 5.10^{-3}$ $2 - 5.10^{-3}$
Aja konstant τ õhus, sek.	85 Tüüp 1 ja 115 tüüp 4

3. Termotakisti pinge-voolu karakteristik

Termotakisti pinge-voolu karakteristiku määramisel peab vooluahelas olema võrdlemisi suur konstantne takistus voolu piiramiseks, nii nagu kõikides ahelates, kus on negatiivse karakteristikuga koormus. Kui termotakistile anda küllalt kõrge pinge voolu piirava takistuseta, siis termotakisti soojenemisel voolu mõjul tema takistus väheneb ja vool kasvab piiramata.

Kui ahelas on konstantne takistus R ja termotakisti R_T, siis võime kirjutada Kirchhoffi II seaduse:

$$U = IR + IR_T = U_R + U_T \quad . \tag{3.6}$$

Graafikul saaksime kõvera, mis on kahe funktsiooni summa (joon. 12):

$$U_R = IR \tag{3.6^a}$$

ja $$U_T = IR_T = U - IR \; . \tag{3.6^b}$$

U_R on sirge, mis läbib koordinaatide alguse. Kui U_R ordinaadi lahutame katsel saadud kõvera ordinaadist, saame soovitud pinge-voolu karakteristiku, nagu see järgneb võrrandist (3.6^b).

Graafikust näeme, et punktis A' pingelang termotakistil läbib maksimumi. Kogu karakteristiku võib jagada kahte piirkonda O - A', kus

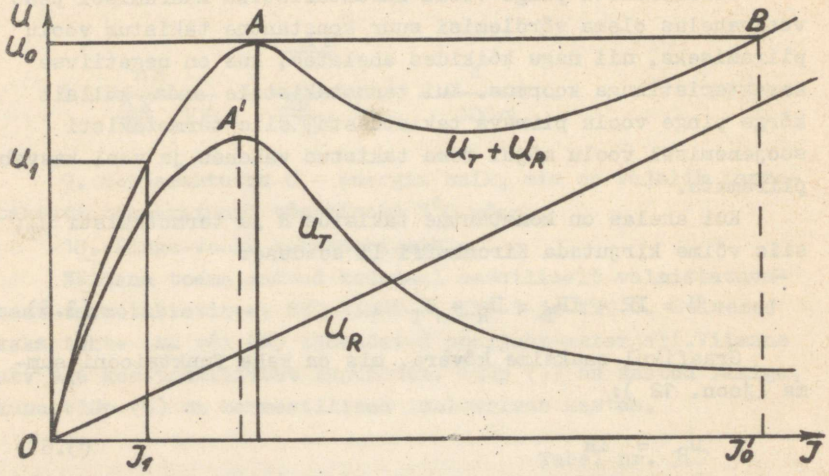
$$\frac{dU_T}{dI} > 0$$ ja A'-st paremale, kus $$\frac{dU_T}{dI} < 0 \; .$$

Sealjuures $\frac{dU_T}{dI}$ absoluutväärtus saavutab ühes punktis maksimumi ja suurtel voolu väärtustel läheneb nullile. Suurust $\frac{dU}{dI}$ nimetatakse diferentsiaalseks takistuseks.

Nüüd peame välja selgitama voolu piirava minimaalse takistuse väärtuse. Selleks joonistame graafikule (joon.12) termotakisti pinge-voolu karakteristiku ja konstantse takis-

tuse pinge-voolu karakteristiku, mis teatavasti (võrrand 3.6[a]) on koordinaatide algust läbiv sirge , mille tõus on võrdne takistusega. Et saada kogu ahela pinge-voolu karakteristikut, peame vastavalt võrrandile (3.6) liitma üksikute takistuste karakteristikute ordinaadid.

Kui ühisel karakteristikul ($U_T + U_R$) esineb miinimum, siis esineb sellises ahelas nn. relee-efekt.



Joon. 12. Termotakisti pinge-voolu karakteristik

Seni kui pinge takistite R_T ja R ahela otstel on väiksem kui U_0, saame voolu suuruse graafiku osast O - A. Kui aga pinge ületab veidi U_0-i, kasvab vool kiiresti väärtuseni I_0', s.o. mitmekordseks. Seda nähtust nimetatakse relee-efektiks ja rakendatakse laialt tehnikas. Sellises ahelas me ei saa karakteristiku punkte vahemikus AB. Et vältida relee-efekti, peame hoolitsema, et karakteristikul ei oleks miinimumi, s.o. et graafiku puutuja tangens oleks kõikjal positiivne:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{dU}{dI} = -\frac{dU_T}{dI} + R > 0 \qquad (3.7)$$

ehk

$$R > \left|\frac{dU_T}{dI}\right|_{max} . \qquad (3.7^a)$$

See tähendab, et pinge-voolu karakteristiku määramisel voolu piirav takistus peab olema suurem kui takisti maksimaalne

diferentsiaaltakistus $\left|\frac{dU_T}{dT}\right|_{max}$.

4. Rakendusi

Eespool selgitatud termotakistuste omaduste tõttu rakendatakse neid laialdaselt tehnikas. Vaatleme neid rakendusi üksikasjalikumalt.

a) T e m p e r a t u u r i m õ õ t m i n e . Termotakisti termiline tegur on järgult $0{,}06\,kr^{-1}$, kuna seni kasutatud plaatina termomeetril on see $0{,}0037\,kr^{-1}$, seega üle 15 korra suurem. Selle võrra on temperatuuri mõõtmine termotakisti abil tundlikum. Kuid termotakisti takistus ei muutu temperatuuriga lineaarselt, mis loob teatud määral ebamugavusi ja seepärast rakendatakse termotakisteid ainult väiksemate temperatuurivahemikkude mõõtmiseks. Kuid siin ei ole nendel asendajaid. Kuna eritakistus on pooljuhil suur, võib mõõtekeha olla väga väike, näiteks mikrotermomeetrites alla 0,1 mm. Seejuures on tal takistus küllalt suur, nii et ta on mugavalt mõõdetav ja mitu järku suurem kui juhtmete takistus. Mõõtmiseks kasutatavad voolu tugevused peavad olema väikesed, mis vastavad pinge-voolu karakteristiku sirgele osale. Seetõttu mõõteskeemides tuleb kasutada kas tundlikke peegelgalvanomeetreid või eelvõimendajaid. Sobivad takistite tüübid on MMT ja KMT, vastava viimase arvuga, mis tähendab konstruktsiooni tüüpi.

b) B o l o m e e t r i d . Bolomeetreid kasutatakse kiirguse registreerimiseks infrapunases, nähtavas ja isegi ultravioletses spektri osas. Bolomeetri tundlikuks osaks on õhukene takistustraat, mis asub kiirgust absorbeerival alusel. Kui kiirgus soojendab alust, muutub traadi takistus. Nüüd kasutatakse traadi asemel pooljuht-kelmet, mis annab suuremat tundlikkust. Bolomeetrite suur eelis on nende vähene selektiivsus registreeritava kiirguse lainepikkuse suhtes - nad registreerivad infrapunast ja ultraviolettkiirgust peaaegu ühtemoodi hästi. Tundlikkuselt fotoelektrilised meetodid ületavad bolomeetreid, kuid lainepikkuste diapasoonis 8 μ (jahutatud TePb ja PbSe fototakistid) kuni millimeetriteni

jäävad bolomeetrid ainukesteks. Nendest saadav signaal võimendatakse elektrooniliste skeemidega. Paremate konstruktsioonide tundlikkuse lävi on 10^{-10} W ja ajakonstant $\tau \approx 10^{-3}$ sek. Takistuse materjaliks on mangaani ja koobalti oksüüdide segud, germaanium jt. pooljuhtmaterjalid. Bolomeetreid kasutatakse registreerivates spektraalaparaatides, eriti infrapunastes spektrograafides, Neid kasutatakse kontaktituks temperatuuri mõõtmiseks, maapinna ja taeva radiatsioontemperatuuri mõõtmiseks. Selline radiomeeter annab maksimaalse mõõteriista väljalöögi, kui mõõdetava keha temperatuur muutub 2°C võrra, kusjuures vaatenurk objektile on ligi 30°. Riistal on mitu diapasooni ja ta on gradueeritud temperatuuride vahemikus $+60^{\circ}$C kuni -185°C. Seadme oma temperatuur võib sealjuures kõikuda -50°C kuni $+30^{\circ}$C.

c) P i n g e- j a t e m p e r a t u u r i r e l e e d. Mõlemad releed põhinevad relee-efektil, millest oli juttu eespool. Pingerelee töötamispõhimõte on ilma pikemata selge: kui vastavalt koostatud ahelas pinge ületab karakteristiku pinge maksimumi, tõuseb vool hüppeliselt ja paneb tööle vastavad juhtimisseadmed. Maksimaalse pinge väärtus oleneb aga temperatuurist ja tuleb hoolitseda, et relee temperatuur oleks võimalikult konstantne.

Temperatuuri tõustes alaneb pinge maksimum pinge-voolu karakteristikul. Seda asjaolu rakendatakse temperatuuri kontrolliks. Koostatakse ahel termotakistist ja lisatakistist ja antakse pinge, mille suurus on võrdne karakteristiku pinge maksimumiga reguleeritaval temperatuuril. Tõuseb temperatuur üle ettenähtud piiri, kasvab vool ahelas järsku ja paneb tööle reguleerivad seadmed.

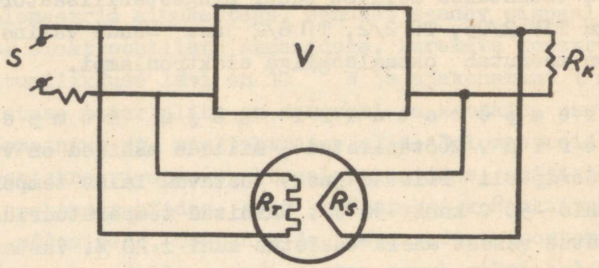
d) P i n g e s t a b i l i s a a t o r. Kui lülitada termotakistiga järjestikku paraja suurusega lisatakisti, võib saavutada, et suhteliselt suures voolu muutumise piirkonnas ahela pinge-voolu karakteristik kulgeb rööbiti voolu teljega. Praktiliselt võib saada konstantset pinget takistite ahela otstel isegi voolu muutumisel 200 - 300 %.

Tööstuses toodetakse sellist tüüpi pingestabilisaatoreid markidega TП 2/05, TП 2/2, TП 6/2 jne. Nende väline konstruktsioon meenutab oktaalsokliga elektronlampi.

e) Temperatuuri mõju kompensaatorid. Mõõteriistad, millede mähised on vasest (näit. pöördpooli riistad jne.) töötavad laias temperatuuri diapasoonis -50°C kuni +50°C. Mainitud temperatuuride vahemikus muutub vasest ahela takistus kuni ± 20 %. Vastavalt muutub riista tundlikkus. Kui lülitada järjestikku sellise ahelaga termotakisti, mille takistus on 20 - 40 % vase takistusest, võib kogu ahela takistuse muutust nimetatud temperatuuri vahemikus taandada ± 2%-le. Temperatuur-kompensaatoritena tulevad arvesse termotakistid MMT-8 ja MMT-9.

f) Koormustakistused võimsuse mõõtmiseks. Termotakisti väikeste mõõtmete ja suure takistuse tõttu on väga mugav koormustakistus ülikõrgesageduse ahelas. Töö piirkond on pinge-voolu karakteristiku osas, kus diferentsiaaltakistus on negatiivne. Takistuses eralduv võimsus määratakse takistuse mõõtmise teel. Kaliibritakse kas alalis- või madalsagedusvoolu abil. Mõõdetavad võimsused - mikrovati osad, kuni mõned millivatid. Sobivad termotakisti tüübid T8Д, T8Д, T8P, T8C1, T9 jt. on varustatud oktaalsokliga.

g) Termotakistid kaudse küttega. Tööstuses toodetavad termotakistid kaudse küttega kannavad marki TK-800 jne. Kujundatud on nad oktaalsokliga elektronlambina. Margi tähed näitavad tüüpi, kuna viimane arv tähendab takistust maksimaalse küttevoolu korral. Termotakistit läbiva voolu diapasoon on pinge-voolu karakteristiku positiivse diferentsiaaltakistuse piirkonnas. Kaudse küttega termotakisteid kasutatakse ahelate takistuse pidevaks reguleerimiseks (ka kaugjuhtimise teel), kõrgesagedusgeneraatorite amplituudi stabiliseerimiseks, võimendajate automaatseks reguleerimiseks, võimendaja väljumisahela kaitseks ülekoormuse eest (joon. 13) jne.



Joon. 13. Võimenduse automaatreguleerimise skeem ja ülekoormuse kaitse

S - sisenemine,
V - võimendaja,
R_k - koormus,
R_T - termotakisti,
R_s - soojendusmähis.

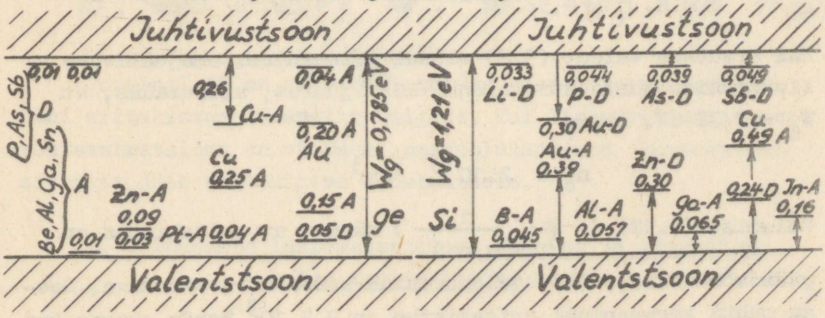
IV. LISANDITEGA POOLJUHID

§ 1. Lisandi ja kristallvõre defektide mõju pooljuhi juhtivusele. p- ja n-tüüpi pooljuhid

1. Lisandi aatomite nivoode asetus põhiaine tsoonide suhtes. Doonorid ja aktseptorid. Lisandjuhtivuse ja omajuhtivuse vahekord

Kogemused on näidanud, et mida puhtam, lisanditevaesem on pooljuht, seda kõrgem on ta eritakistus. Väga puhta germaaniumi monokristalli eritakistus on järgult 60 Ω cm. Kui sellisele germaaniumile lisada 10^{-4} aatom -% antimoni (see on iga 10^6 Ge aatomi kohta 1 aatom Sb), väheneb tema eritakistus 1000-kordselt. Sellest näitest selgub, et lisandite hulk pooljuhis on määrava tähtsusega pooljuhi omaduste kujundamisel.

Tutvume lähemalt, kuidas seletab neid nähtusi katse ja teooria. Mõõtmiste abil võib kindlaks teha , kuidas asetsevad lisandi elektronilised nivood põhimaterjali tsoonide suhtes. Mõnede lisandite nivoode asendid germaaniumis on näidatud joonisel 14 ja ränis joonisel 15.



Joon. 14 Joon. 15

Jooniselt näeme, et perioodilise süsteemi V grupi elementide ühe väliselektroni nivoo asub 0,01 eV allpool germaaniumi juhtivustsooni. Nendel elementidel on viis valentselektroni. Neli elektroni asuvad valents-sidemete tsoonis, kuna viies elektron peaaegu juhtivustsooni tasemel. Et toatemperatuuril keskmine liikumise energia on 0,04 eV, siis lisandi elektronid on praktiliselt kõik ergastatud ja läinud juhtivustsooni. Lisandi aatomeid, mis annavad eespool kirjeldatud viisil elektrone juhtivustsooni, nimetatakse d o o n o r i t e k s .

Perioodilise süsteemi III grupi aatomitel on vaid kolm valentselektroni, seega neljast sidemest Ge-aatomitega jääb ühes sidemes elektron puudu. Jooniselt 14 näeme, et selle puuduva elektroni olek on ligi sajandik elektronvolti kõrgemal valentstsooni ülemisest äärest. Et toatemperatuuril keskmine liikumise energia on 0,04 eV, siis elektronid valentstsoonist täidavad praktiliselt kõik lisandi nivood. Valentstsoonis vabaks jäänud olekud on aga augud, mis võivad teostada juhtivust, kuid nagu varem selgitatud, on sellise voolukandja laengu märk positiivne. Lisandite aatomeid, mis seovad endaga valentstsooni elektrone, nimetame a k t s e p t o r i t e k s .

Oletame nüüd, et lisandi hulk germaaniumis $\eta = 10^{-4}$ aatom-% germaaniumi 1 cm^3 on $N = 4{,}52.10^{22}$ aatomit. Arvutame, kui suurt juhtivuselektronide kontsentratsiooni tekitab see lisandi hulk:

$$n = N.\eta = 4{,}52.10^{22} \cdot 10^{-6} = 4{,}52.10^{16}\ 1/cm^3 .$$

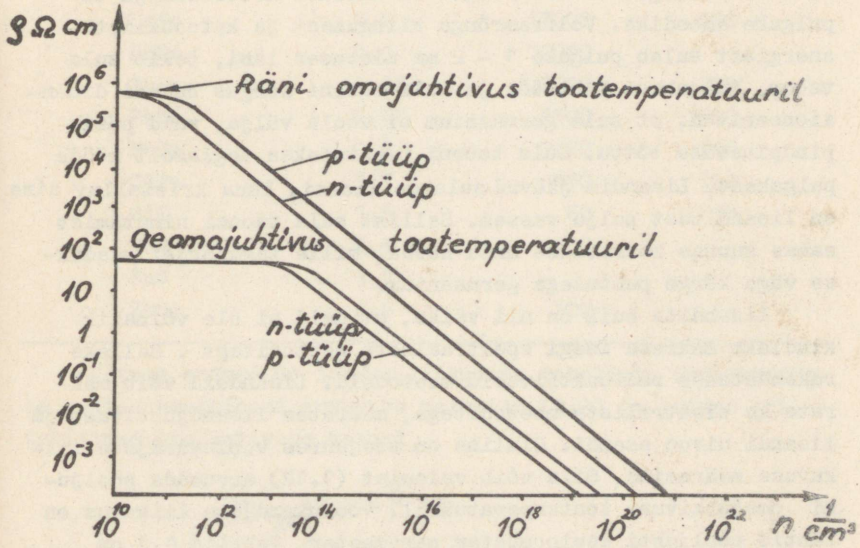
Kui arvutame valemi (3.2) alusel germaaniumi omajuhtivuse elektronide kontsentratsiooni 20°C juures, arvestades, et $W_g = 0{,}72$ eV, saame

$$n_o = 2.10^{13}\ 1/cm^3 .$$

Valemist (1.12) ($\rho = \frac{1}{e\,n\,u}$) näeme, et eritakistus on pöördvõrdeline juhtivuselektronide kontsentratsiooniga. Seega puhta germaaniumi eritakistus on $2{,}5.10^3$ korda suurem kui

ühe miljondikulise lisandisisaldusega germaaniumil. Siit selgub asjaolu, et kui me tahame germaaniumi omadusi vastavate lisanditega kujundada, siis peame teda esialgu puhastama selliselt, et lisanditest tingitud juhtivus oleks samas järgus nagu omajuhtivus toatemperatuuril. Seega puhtal lähteainel lisandite hulk ei tohi ületada 10^{-7} %. See kehtib germaaniumi kohta.

Võre defektid, nagu puuduvad aatomid, lahtised sidemed jms., tekitavad energeetilisi nivoosid väljaspoolt valentstsooni ja mõjuvad kui aktseptorid ja doonorid.



Joon. 16

Joonisel 16 on näidatud, kuidas oleneb germaaniumi ja räni eritakistus lisandite hulgast. Kui lisandvoolukandjate kontsentratsioon on väiksem omavoolukandjate kontsentratsioonist, jääb eritakistus konstantseks.

2. Ülipuhaste lähtematerjalide saamine ja lisandite hulga kontrollimine

10^{-4}% puhtuse astmega ainet ei ole võimalik saada

tavaliste keemiliste meetoditega. Puhastamiseks kasutatakse füüsikalisi meetodeid. Ge-kristalliseerimisel enamik lisandeid jääb sulasse germaaniumisse, kuna kristalliseerunud germaaniumis lisandite kontsentratsioon on ligi 100 korda väiksem. Seda asjaolu rakendataksegi nn. tsonaalses puhastusmeetodis.

Võetakse 20 - 30 cm pikkune ja mõnemillimeetrise läbimõõduga germaaniumpulgake. See kinnitatakse vertikaalses asendis mõlemast otsast hoidjasse ja asetatakse kõrgvaakuumisse. Pulgakese ümber asetatakse volframrõngas, mida kuumutatakse vooluga. Volframrõngas on ühtlasi katoodiks ja Ge-pulgake anoodiks. Volframrõnga kiirgusest ja katoodkiirte energiast sulab pulgake 1 - 2 mm ulatuses läbi, tekib sula tsoon. Pulgakese läbimõõt ja sula tsooni kõrgus on nii dimensioneeritud, et sula germaanium ei voola välja, vaid püsib pindpinevuse tõttu. Sula tsooni nihutatakse aeglaselt mööda pulgakest. Lisandid jäävad sulasse tsooni, kuna kristalluv aine on lisanditest palju vaesem. Sellist sula tsooni nihutamist samas suunas korratakse mitu korda, mille tagajärjel saadakse väga kõrge puhtusega germaanium.

Lisandite hulk on nii väike, et neid ei ole võimalik kindlaks määrata isegi spektraalsete meetoditega . Selleks rakendatakse radioaktiivseid meetodeid. Lisandeid võib määrata ka elektriliste meetoditega, määrates lisandjuhtivust ja lisandi nivoo asendi. Oluline on seejuures voolukandjate liikuvuse määramine. Siis võib valemist (1.12) arvutada pooljuhi omajuhtivuse toatemperatuuril. Voolukandjate liikuvus on tähtis pooljuhti iseloomustav parameeter. Tabelis 4.1 on toodud mitmesuguste pooljuhtmaterjalide voolukandjate liikuvus ja keelutsooni laius W_g .

Tabel 4.1

Pooljuht	W_g eV	u_n cm^2/Vsec	u_p cm^2/Vsec
B	1,5	1	1
Si	1,19	1200	500
Ge	0,72	3900	1900
Se	1,2		5
Te	0,35	1700	1200
InSb	0,18	80000	4000
Ag_2Te	0,17	4000	
HgTe	0,2	17000	100
HgSe	0,3	10000	
InAs	0,35	30000	200
PbSe	0,55	1500	1500
PbTe	0,6	2100	800
CdTe	1,5	450	100
SiC	1,5	60	10
Cds	2,4	200	
ZnS	3,7		
ZnSe	2,8	100	

Võtame andmed Ge jaoks: liikuvuse tabelist, voolukandjate kontsentratsiooni arvutame valemist (3.2) ja leiame eritakistuse omajuhtivuse korral

$$\rho_{Ge_{20^{\circ}}} = 68\ \Omega\ cm\ .$$

Meie tööstus toodab tänapäeval germaaniumi eritakistusega 60 Ω cm, s.t. küllaldase puhtusega.

Paljutõotavam on aga räni, sest tema W_g = 1,21 eV ja sulamistemperatuur 1420°C.

Kui arvutame valemist (3.2) räni voolukandjate kontsentratsiooni toatemperatuuril, saame $n = 2.10^9$. Sellise voolukandjate kontsentratsiooni annavad lisandid koguses

$\eta = \frac{2.10^9}{5.10^{22}} = 4.10^{-11}$. Toatemperatuuril puhta räni omajuhtivus oleks madal. Tema eritakistus $\rho = 2.10^6\ \Omega$ cm.

Sellise puhtusega räni pole veel üldse toodetud. Sellele vaatamata on ränist toodetud väga kõrgete näitajatega seadmeid.

3. n- ja p-tüüpi pooljuhid

Esimeses punktis nägime, et kui germaaniumile lisada mõnda V grupi elementi, siis annab selle elemendi iga aatom toatemperatuuril ühe juhtivuselektroni. Oletame, et lisandi juhtivuselektronide kontsentratsioon on 10^a korda suurem kui omajuhtivus-elektronide kontsentratsioon n_i, s.o.

$$n_L = n_i \, 10^a \, . \qquad (4.1)$$

Siis järeldub aga võrrandist (3.1)

$$n.p = n_i^2 = \frac{4(2\pi kT\sqrt{m_p.m_n})^3}{h^6} e^{-\frac{W_g}{kT}}$$

tähtis asjaolu. Et võrrandi parempoolne osa on ainult temperatuuri funktsioon, vasakule poole n asemele peame aga kirjutama $n_L = n_i 10^a$, siis lahendades võrrandi p suhtes, saame

$$p = \frac{n_i^2}{n_i 10^a} = n_i . 10^{-a} \, . \qquad (4.2)$$

Seega, kui lisandiga suurendasime juhtivuselektronide kontsentratsiooni 10^a korda, siis sama arv kordi vähendasime aukude kontsentratsiooni. Aukude arvu suhe juhtivuselektronide arvusse on 10^{-2a}. Tavaliselt $a \approx 6$ ja $2a \approx 12$. Sellises pooljuhis on auke 10^{-12} osa juhtivuselektronide hulgast. Seega aukude osa voolu kandmisel on kaduvväike. Meil on tegemist elektronilise juhtivusega pooljuhiga, mida nimetatakse n-tüüpi pooljuhiks. See nimetus vihjab sellele, et voolukandjad on negatiivsed. Aukude vähenemist võime vaadeldaval juhul seletada järgmiselt. Kuna lisandi juhtivuselektrone on väga palju omakandjatega võrreldes, siis täidavad lisandielektronid valentstsoonis olevad augud, kuid neid jääb juhtivustsooni ikkagi veel palju.

Vastupidi eelmisele , III grupi elemendi lisamine ger-

maaniumile tekitab lisandi iga aatomi kohta ühe augu. Selle tagajärjel väheneb juhtivuselektronide arv täpselt sama arv kordi, mitu korda suurenes aukude arv. Sellises pooljuhis elektronide osa voolu juhtimisel on kaduv-väike. Voolukandjateks on siin augud. Sellist pooljuhti nimetatakse „p-tüüpi" pooljuhiks, mis vihjab sellele, et voolukandjad on positiivse laenguga.

n-tüüpi pooljuhis jäävad augud lisandi nivoosse. p-tüüpi pooljuhis jäävad aga elektronid lisandi nivoosse. Need nivood on ruumiliselt lokaliseeritud. Kui lisandi hulk $\eta = 10^{-6}$, siis tähendab see seda , et 10^6 pooljuhi aatomi kohta on üks lisandi aatom. 10^6 aatomit moodustavad kuubi servaga 10^2 aatomitevahelist kaugust, nii et $10^2 \times 10^2 \times 10^2 = 10^6$. Sellises kuubis on üks lisandi aatom, järgmine lisandi aatom on samasuguses kuubis. See tähendab, et lisandi nivood on teineteisest keskmiselt 100 aatomi vahe kaugusel. See kaugus on liiga suur selleks, et nivood vahetaksid omavahel elektrone ja teostaksid juhtivust.

Märgime ära, et kui n- või p-juhtivus on mitu järku suurem omajuhtivusest ja toatemperatuuril on lisandi nivood praktiliselt kõik ergastatud, siis sellise pooljuhi eritakistus suureneb temperatuuri tõusuga nagu metallidelgi. Ainult väga kõrgetel temperatuuridel, kui omajuhtivus ületab lisandist tingitud juhtivuse, hakkab pooljuhi eritakistus temperatuuriga kahanema.

4. Fermi nivoo

Fermi-Diraci statistika, eriti aga Fermi nivoo mõiste mängib pooljuhtide teoorias tähtsat osa. Seepärast peatume sellel mõistel lähemalt. Fermi statistika jaotusvalemiga ja Fermi nivooga tutvusime juba teise paragrahvi neljandas punktis. Seal selgus, et metalli elektronide korral Fermi nivoo temperatuuri absoluutse nulli juures ühtib elektronide maksimaalse energiaga. Temperatuuri tõustes muutub Fermi nivoo metallides praktiliselt märkamatult.

Hoopis teine olukord on pooljuhtidega. Et saada ülevaadet, peame tegema rea arvutusi. Kõigepealt arvutame juhtivus-

elektronide tiheduse omajuhtivuse korral toatemperatuuri piirkonnas.

Selleks peame integreerima võrrandi (2.18) üle juhtivustsooni energiate, s.o. alumisest äärest W_c kuni ülemise ääreni W_c'. Toatemperatuuril Fermi funktsiooni väärtus on väike, s.t. $\exp\left(\frac{W_c - \zeta_n}{kT}\right) \gg 1$. Seetõttu Fermi funktsiooni nimetajas võime ühe tähele panemata jätta. Tulemuseks saame integraali:

$$n = \frac{8\sqrt{2}\pi m_n^{\frac{3}{2}}}{h^3} \int_{W_c}^{W_c'} (W - W_c)^{1/2} dW \exp\left(\frac{\zeta_n - W}{kT}\right). \quad (4.7)$$

Vahetame muutuja $W = W_c + W_1$, integraal saab kuju:

$$n = \frac{8\sqrt{2}\pi m_n^{\frac{3}{2}}}{h^3} \exp\left(\frac{\zeta_n - W_c}{kT}\right) \int_0^{W_c'-W_c} W_1^{1/2} dW_1 \exp\left(\frac{W_1}{kT}\right). \quad (4.7a)$$

Et integraal koondub väga kiiresti, siis ei tee me suurt viga, kui ülemise piiri võtame lõpmatuseks. Selle integraali leiame aga tabelitest: $1/2(\pi kT)^{1/2}kT$. Lõpptulemuseks on:

$$n = \frac{2}{h^3}(2\pi m_n kT)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{\zeta_n - W_c}{kT}\right) = N_c \exp\left(\frac{\zeta_n - W_c}{kT}\right), \quad (4.8)$$

kus m_n on elektroni efektiivne mass ja

ζ_n - elektronide Fermi nivoo.

Eksponentsiaalfunktsiooni kordaja

$$N_c = \frac{2}{h^3}(2\pi m_n kT)^{\frac{3}{2}} \quad (4.9)$$

on olekute efektiivne tihedus juhtivustsooni alumisel äärel, mis esines meil juba varem (võrrand 3.1).

Täiesti analoogilise arvutuse võime teha ka aukude jaoks. Lõpptulemus on:

$$p = \frac{2}{h^3}(2\pi m_p kT)^{\frac{3}{2}} \exp\left(\frac{W_v - \zeta_p}{kT}\right) = N_v \exp\left(\frac{W_v - \zeta_p}{kT}\right), \quad (4.10)$$

kus m_p - augu efektiivne mass,

W_v - valentstsooni ülemise ääre energia,
ζ_p - Fermi nivoo aukude jaoks.

Eksponentsiaalfunktsiooni kordaja

$$N_v = \frac{2}{h^3} (2\pi m_p kT)^{\frac{3}{2}} \qquad (4.11)$$

on valentstsooni ülemise ääre efektiivne olekute tihedus. Kui võrdleme avaldisi (4.9) ja (4.11), siis näeme, et nad on võrdsed, kui $m_n = m_p$. Kuna efektiivsete masside erinevus on tavaliselt väike, võime ligikaudu arvestada, et

$$N_c = N_v \,. \qquad (4.12)$$

Omajuhtivusega pooljuhis aukude tihedus valentstsoonis peab võrduma olekute efektiivse tihedusega, millest on maha arvatud elektronidega täidetud olekud:

$$p = N_c - N_c \cdot f_n(W_v) = N_c\left(1 - \frac{1}{\exp\left(\frac{W_v - \zeta_n}{kT}\right) + 1}\right) =$$

$$= \frac{N_c}{\exp\left(\frac{\zeta_n - W_v}{kT}\right) + 1} \,.$$

Eespool mainitud põhjustel võime nimetajas ühe ära jätta. Omajuhtivuse korral n = p, siis viimasest võrrandist ja (4.8)-st saame:

$$N_c \exp\left(\frac{\zeta_n - W_c}{kT}\right) = N_c \exp\left(\frac{W_v - \zeta_n}{kT}\right) \,.$$

Siit aga järeldub:

$$\zeta_n - W_c = W_v - \zeta_n$$

ehk

$$\zeta_n = \frac{W_c + W_v}{2} \,. \qquad (4.13)$$

Omajuhtivuse korral Fermi nivoo on keelutsooni keskpaigas. Analoogilise mõttekäigu võime läbi viia aukude jaoks ja leiaksime samuti, et omajuhtivuse korral aukude Fermi nivoo on keelutsooni keskpaigas. Seega o m a j u h t i v u s e k o r r a l a u k u d e j a e l e k t r o n i d e F e r m i n i v o o d ü h t i v a d .

Korrutades võrrandid (4.8) ja (4.10) teineteisega ja pidades silmas, et omajuhtivuse korral aukude ja elektronide Fermi nivood ühtivad ning $W_c - W_v = W_g$, saame võrrandi (3.1), mida me sealkohal ei tuletanud.

Vaatleme järgnevalt doonorlisanitega pooljuhti madalal temperatuuril. Oletame, et $W_c - W_d \ll W_g$, kus W_d on doonorite nivoo.

Juhtivuselektronide tiheduse võime kirjutada vastavalt võrrandile (4.8):

$$n = N_c \exp\left(\frac{\zeta_d - W_c}{kT}\right), \qquad (4.14)$$

kus ζ_d on Fermi nivoo, mis on lisandi tõttu muutunud ja mida me otsime.

Elektronidega täidetud doonor-olekute tihedust on lihtne üles kirjutada. Kuna doonor-nivoode tihedus $N_d = dZ$ on väike, on nivoode energia W_d konstantne. Võrrandi (2.18) võime antud juhul kirjutada:

$$n_d = N_d \frac{1}{\exp\left(\frac{W_d - \zeta_d}{kT}\right) + 1} . \qquad (4.14a)$$

Et temperatuur on madal ja $W_g \gg W_c - W_d$, siis omajuhtivuselektronide tihedus on väike ja selle võib arvestamata jätta. Sel juhul võime kirjutada, et doonor-nivoode tihedus N_d on võrdne täidetud doonor-nivoode tiheduse n_d ja juhtivuselektronide tiheduse n summaga:

$$N_d = n_d + n . \qquad (4.15)$$

Asetades sellesse võrrandisse avaldised (4.14) ja (4.14a), saame:

$$N_d = N_c \exp\left(\frac{\zeta_d - W_c}{kT}\right) + \frac{N_d}{\exp\left(\frac{W_d - \zeta_d}{kT}\right) + 1} . \qquad (4.15a)$$

See on ruutvõrrand $\exp\left(\frac{\zeta_d}{kT}\right)$ suhtes. Arvesse tulev positiivne lahend on:

$$\exp\left(\frac{\zeta_d}{kT}\right) = \tfrac{1}{2}\exp\left(\frac{W_d}{kT}\right)\left[\sqrt{1 + \frac{4N_d}{N_c}\exp\left(\frac{W_c - W_d}{kT}\right)} - 1\right]. \quad (4.16)$$

Väga madalatel temperatuuridel, kui $\exp\left(\frac{W_c - W_d}{kT}\right) \gg \frac{N_c}{4N_d}$, võime lahendis ühed tähele panemata jätta ja saame tulemuseks:

$$\zeta_d \approx \frac{W_c + W_d}{2} + \frac{kT}{2}\ln\frac{N_d}{N_c} . \quad (4.17)$$

Viimasest võrrandist näeme, et kui T = 0, siis

$$\zeta_d = \frac{W_d + W_c}{2} .$$

Fermi nivoo poolitab doonor-nivoo ja juhtivustsooni alumise ääre vahet.

Temperatuuri tõustes on logaritm avaldises (4.17) algul positiivne ja Fermi nivoo tõuseb ülespoole, kuid edaspidise temperatuuri kasvamisega N_c muutub N_d-st suuremaks ja Fermi nivoo hakkab langema.

Veelgi kõrgematel temperatuuridel (kui omajuhtivus on ikka veel märkamatult väike), aga

$$\exp\left(\frac{W_c - W_d}{kT}\right) \ll \frac{N_c}{4N_d} ,$$

võime ruutjuure arendada ritta ja saame:

$$\zeta_d = W_c + kT.\ln\left(\frac{N_d}{N_c}\right) . \quad (4.18)$$

Asetades tulemused võrrandisse (4.8), saame:

$$n = N_d ,$$

s.o. peaaegu kõik doonorid on oma elektronid ära andnud juhtivustsooni. Kuna nüüd doonor-nivood on tühjad, siis peab ζ_d olema allpool doonor-nivood.

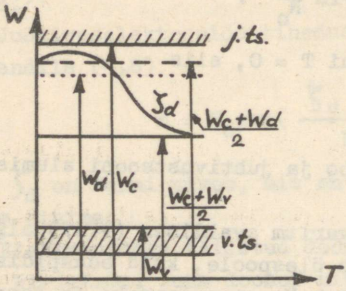
Küllalt kõrgel temperatuuril hakkab domineerima omajuhtivus, siis, nagu me teame, asub ζ väärtus keelutsooni keskkohas.

Täiesti analoogilisi arvutusi võiksime teha aukude kohta. Tulemus on see, et väga madalatel temperatuuridel aukude Fermi nivoo poolitab aktseptor-nivoo ja valentstsooni ülemi-

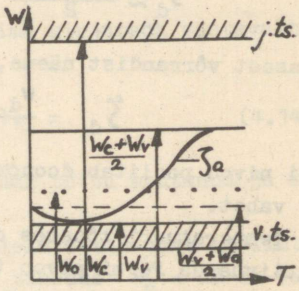
TARTU ÜLIKOOLI

se ääre vahet. Temperatuuri vähese tõusuga aukude Fermi nivoo langeb veelgi, kuid edaspidisel temperatuuri tõusul hakkab tõusma ja omajuhtivuse korral langeb praktiliselt elektronide Fermi nivooga ühte.

Kirjeldatud olukorrad on kujutatud joonistel 17 ja 18.



Joon. 17



Joon. 18

§ 2. Halli efekt ja tema rakendamine

1. Halli efekti elementaarne teooria

Halli efekt avastati 1879.a. Kui juhtmes kulgeb vool tihedusega j_z z telje suunas (joon. 19) ja x telje suunas on magnetväli H_x, siis tekib y suunas elektriväli E_y, mille tõttu juhtme xy tahkude vahel tekib Halli pinge

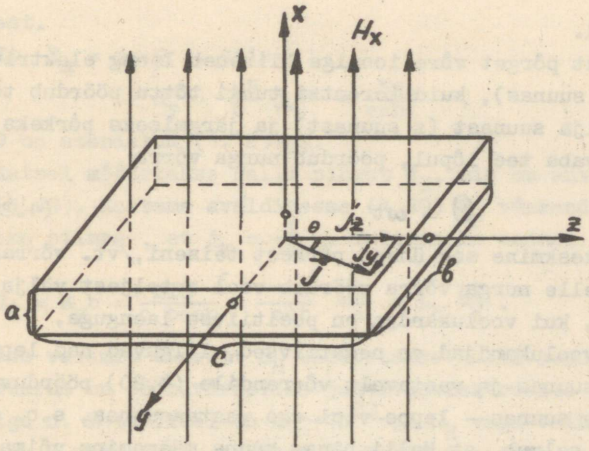
$$U_H = E_y b \quad . \tag{4.19}$$

Efekti seletus on lihtne. Ühtlases magnetväljas $\vec{H}$ kiirusega $\vec{w}$ liikuvale laengule e mõjub Lorentzi tung

$$\vec{F} = \frac{e}{c} \vec{w} \times \vec{H} \ , \tag{4.20}$$

kus c on elektrodünaamiline konstant.

TARTU ÜLIKOOLI



Joon. 19. Halli efekti skeem

Selle tungi mõjul liigub laeng ring-kruvijoone kujulisel **trajektooril.** Meie juhul laengute trajektoorid projekteeruvad ringidena yz tasapinnale. Kui juhtmes voolu ei ole, liigub kõikides suundades ühepalju elektrone ja magnetväljas vabal teel kaldub ühepalju elektrone paremale ja vasakule. Kui on olemas triivimise kiirus v_z, mis tekib elektrivälja mõjul, siis selle kiiruse komponendi tõttu kõik laengud pööravad vabal **teel Lorentzi tungi** mõjul y telje suunas. Eelnevast järgneb, et me ei pruugi arvestada laengute korrapäratu liikumise kiirust, vaid võime vaadelda, nagu liiguksid laengud magnetväljas ainult triivimise kiirusega v_z. Laengute trajektoorid oleksid siis yz tasapinnaga rööbikud ringid. Sellise liikumise kohta võime kirjutada, et kesktõmbe tung on võrdne kesktõrje tungiga.

$$\frac{e}{c} \cdot v_z \cdot H_x = \frac{mv_z^2}{r} \quad , \qquad (4.21)$$

kus m - laengu mass ja r - ringi raadius.
Sellest võrrandist leiame nurksageduse

$$\omega = \frac{v_z}{r} = \frac{eH}{mc} \quad . \qquad (4.22)$$

Viimasest võrrandist on näha, et homogeenses magnetväljas laengute nurksagedused on võrdsed, kui nende erilaengud $\frac{e}{m}$

on võrdsed.

Pärast põrget võre iooniga kiireneb laeng elektrivälja suunas (z suunas), kuid Lorentzi tungi tõttu pöördub tema kiirus välja suunast (z suunast) ja järgmiseks põrkeks, s.o. keskmise vaba tee lõpul, pöördub nurga võrra

$$\Theta = \omega t \,, \qquad (4.23)$$

kus t on keskmine aeg ühest põrkest teiseni,/vt. võrrand (1.3)./ Selle nurga võrra pöördub vool z teljest välja +y telje suunas, kui voolukandja on positiivse laenguga.

Kui voolukandjad on negatiivsed, liiguvad nad leppe-voolu vastassuunas ja vastavalt võrrandile (4.20) pöörduvad samuti +y suunas - leppe-vool aga vastassuunas, s.o. -y suunas. Siit selgub, et Halli pinge suuna määramine võimaldab määrata voolukandja märgi.

Nüüd näeme, et magnetväljas voolu vektor pöördub, tekib juurde y-suunaline komponent $j_y = \frac{E_y}{\rho}$; selle tagajärel koonduvad voolukandjad ühele juhi küljele, kuna juhi teisel küljel tekib laengute puudujääk. Need laengud tekitavad juhis -y-suunalise elektrivälja, mis tasakaalustab E_y , ja loomulikult y suunas vool puudub.

Jooniselt 19 näeme, et

$$\frac{\vec{E}}{\rho} = \vec{j} = \vec{j}_x + \vec{j}_y = \frac{\vec{E}_x}{\rho} + \frac{\vec{E}_y}{\rho} \,. \qquad (4.24)$$

Kui nurk Θ on väike, võime ligikaudu kirjutada

$$\Theta = \frac{E_y}{E_x} \,. \qquad (4.25)$$

Asetades Θ väärtuse (4.23)-st ja ω (4.22)-st, saame

$$\Theta = \frac{E_y}{E_x} = \frac{eHt}{mc} = \frac{uH}{c} \,, \qquad (4.26)$$

kus $u = \frac{et}{m}$ on liikuvus. See valem erineb valemist (1.9) teguri 2 võrra. See tegur oleneb hajumise mehhanismist ja elektrongaasi kõdususe astmest, kõikudes 1 - 2 vahel. Üldiselt tuleb eristada liikuvust, mis on määratud Halli efektiga, nn. Halli liikuvust , ja liikuvust, mis on määratud juh-

tivusest.

Et $E_x = j_x \cdot \rho$, siis

$$E_y = \frac{uH}{c} j_x \rho = \frac{Hj_x}{cen} \quad , \qquad (4.27)$$

kus ρ on asendatud (1.12)-ga.

Katsel mõõdetakse Halli pinget U_H, mis on antud avaldisega (4.19). Asetame avaldisesse (4.19) E_y võrrandist (4.27) ja peame silmas , et $j_x = \frac{I}{ab}$. Tulemuseks saame:

$$U_H = E_y b = \frac{HIb}{c\ baen} = \frac{1}{cen} \frac{HI}{a} = R_H \frac{HI}{a} . \qquad (4.28)$$

Viimases valemis suurust R_H nimetatakse Halli konstandiks. Tema suurus on pöördvõrdeline juhtivuselektronide kontsentratsiooniga n. Metallidel on $n \sim 10^{23}$ ja R_H väga väike. Pooljuhtidel on n mitu järku väiksem ja Halli konstant on niisama palju järke suurem. See tähendab aga, et Halli pinge pooljuhtidel on suur ja hõlpsasti mõõdetav, mille tõttu Halli efekt on leidnud rea tehnilisi rakendusi.

Kuna Halli pinge on võrdeline voolu tugevusega, siis suurema signaali saamiseks on vaja rakendada ka suuremat voolu, mis kutsub aga esile pooljuhi tugeva soojenemise. Soojenemise vähendamiseks kasutatakse Halli efektiks selliseid pooljuhte, millede voolukandjate liikuvus on suur. Siis sama voolukandjate kontsentratsiooni korral eritakistus on väiksem, signaali (pinge) suurus jääb samaks, kuid eralduv soojus on väiksem. Tabelist 4.1 (lk.45) näeme, et selles suhtes eriti perspektiivsed on n-tüüpi pooljuhid InSb, HgTe, InAs, Ge ja teised. Omajuhtivusega pooljuht ei kõlba üldse Halli efektiks, sest elektronide ja aukude efektid on vastassuunalised. Täpsem teooria annab selleks juhuks järgmise avaldise Halli konstandile:

$$R_H = \frac{3}{8} \cdot \frac{pu_p^2 - nu_n^2}{ce(pu_p + nu_n)^2} . \qquad (4.29)$$

Omajuhtivuse korral $n = p$ ja kui $u_n \approx u_p$, siis $R_H \approx 0$. See tähendab, et Halli elementide (andurite) materjaliks kõlbab lisandjuhtivusega pooljuht väikse voolukandjate kontsentratsiooniga, kuid milles voolukandjate liikuvus (u) on suur.

2. Halli efekti tehnilisi rakendusi

Halli pinge mõõtmine peab toimuma potentsiomeetriliselt. Kui Halli pinge tekitab mõõteahelas voolu, siis peab arvestama, et pooljuhis tekib pingelang. Samuti peab voolu tugevus läbi pooljuhi olema selline, et pooljuhi temperatuur oluliselt ei muutuks. Seejuures on muidugi suure tähtsusega pooljuhi jahutamise tingimused.

Edaspidi nimetan lühidalt Halli efekti tehnilisi rakendusi, ilma et peatuksin tehnilistel üksikasjadel, mida lugeja võib leida näit. raamatus /2/, lk. 368 - 414.

a) M a g n e t v ä l j a m õ õ t m i n e . Anduri asend magnetväljas on sama, mis on toodud joonisel 19. Kindla suurusega voolu juures mõõdetakse Halli pinget, mis on siis võrdeline välja tugevusega. Saavutatav tundlikkus kuni 0,1 Oe. Kuna mõõteelement (andur) on väikeste dimensioonidega, siis võib temaga magnetvälja mõõta punktist punkti ja uurida välja topograafiat. Riist jälgib pidevalt välja ajalist muutumist. On võimalik mõõta magnetvälja kitsastes piludes, näit. elektrimootorite ja generaatorite staatori-rootori vahelises pilus, mis võimaldab pidevalt jälgida jõuseadmete tööd ja teostada automaatset juhtimist.

Halli elementide abil on võimalik ostsillografeerida elektrimasinate võimsust üleminekureŽiimides.

b) Ü l i t u g e v a t e v o o l u d e m õ õ t m i n e . Voolu ümber olevas magnetahelas mõõdetakse magnetvälja tugevust Halli elemendiga, kuna $U_m = \frac{4\pi I}{c} \sim 1H$.

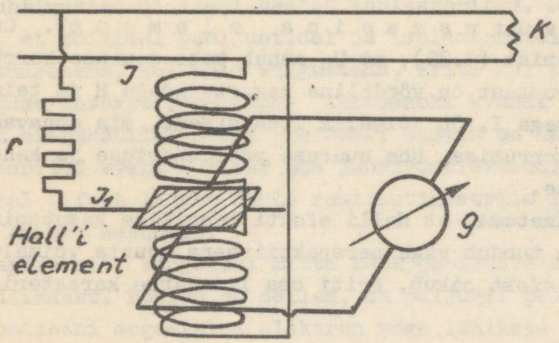
c) V a h e l d u v v o o l u v õ i m s u s e m õ õ t m i n e . Mõõdetav vool I lastakse läbi magnetvälja tekitava pooli (joon. 20). Siis $H = \alpha I$. Pingega võrdeline vool $I_1 = \frac{U}{r}$ lastakse aga läbi Halli elemendi. Halli pinge on siis võrdeline voolu ja pinge korrutisega:

$$U_H = R_H H I_1 = R_H I \alpha \cdot \frac{U}{r} = R_H \frac{\alpha}{r} \cdot IU \ .$$

Kui asetame $U = U_0 \sin \omega t$ ja $I = I_0 \sin(\omega t + \varphi)$, saame

$$U_H = R_H \frac{\alpha}{r} \cdot \left(\frac{I_0 U_0}{2}\right) \left[\cos\varphi - \cos(2\omega t + \varphi)\right] . \quad (4.30)$$

Seega tekib Halli alalispinge komponent, mis on võrdeline voolu aktiivvõimsusega $\frac{I_o U_o}{2}\cos\varphi$. Sellise skeemi järgi on ehitatud vattmeetrid sagedustele 20 Hz kuni 500 kHz. Ultrakõrgsagedusvõimsuse mõõtmiseks asetatakse Halli element lainejuhisse nii, et magnetväli läbiks teda ühemas suunas, elektriväli pikemas suunas. Risti mõlemale eelmisele suunale mõõdetakse Halli pinge.



Joon. 20

d). S i g n a a l i m u u n d a j a d . Alalisvoolu signaal antakse Halli elementi vooluna. Magnetvälja aga muudetakse sagedusega f. Halli pinge muutub samuti sagedusega f. Amplituud on aga võrdeline signaali suurusega. Saavutatud kasutegur 20 %. See tähendab, et kui alalisvoolu signaal on 10 V, siis saab vahelduvvoolu signaali 2 V, mida võib hõlpsasti võimendada.

Halli element võimaldab lineaarset detekteerimist, mis on ühtlasi ka faasitundlik. Töötamispõhimõte on analoogiline p. c) kirjeldatuga: detekteeriv element on magnetväljas, mis muutub detekteeritava sagedusega. Signaal antakse elementi vooluna. Detekteeritud pinge on antud võrrandi (4.30) ajast olenematu liikmega.

e) H a r m o o n i l i s e a n a l ü s a a t o r i e l e m e n t F o u r i e r'-k o m p o n e n t i d e v õ i m s u s e m õ õ t m i s e k s . Skeem sama, mis p.c).

f) Gyraator ehk mittepööratav neliklemm. Sellega võib saavutada, et ühes suunas läbib signaal liini normaalselt, vastassuunas aga 10^{-6} ja enam kordi nõrgemana.

g) Signaalide võimendaja ja elektriliste võnkumiste generaator. Võimendatav signaal antakse elektromagneti mähistesse.

h) Arvutusmasina element. On lihtne näha valemist (4.28), et U_H annab kahe suuruse korrutise, kui üks suurustest on võrdeline magnetväljaga H ja teine voolutugevusega I. On võimalik luua skeeme, mis annavad kolme suuruse korrutise, ühe suuruse pöördväärtuse ja kahe suuruse jagatise.

Peab nimetama, et Halli efekti tehniline kasutamine alles algab ja tundub väga perspektiivsena suurte võimaluste tõttu, mida efekt pakub, eriti oma lineaarse karakteristiku poolest.

§ 3. Fototakistused ja nende rakendusi.

Esimesed kirjanduses leiduvad andmed isolaatori takistuse muutumisest tema valgustamisel on pärit 1873.a. Smith ja May, otsides eriti head isolaatorit allveekaabli proovimiseks, uurisid seleeni elektrilisi omadusi, mille juures nad panid tähele, et iga kord, kui seleenile langeb tugev valgus, väheneb tema takistus. Seda nähtust kinnitas rida teisi uurijaid ja tehti katseid selle nähtuse rakendamiseks. Näitena võiks tuua Belli poolt väljatöötatud „Photophoni", millega võis valguse abil kõnet edasi anda. „Photophon" jäi varsti unustusse. Kuid füüsikud uurisid seda nähtust edasi. Nähtust rakendati mitmesugustel füüsikalistel uurimistel.

H. Hertz, uurides elektromagnetiliste lainete tekitamist, pani tähele, et negatiivse elektroodi valgustamine soodustab sädelahenduse tekkimist õhus. Nii oli avastatud fotoefekt. Hilisematel uurimistel (Hollweck, Stoletov, Lenard, Einstein) selgus, et valgus rebib ainest elektrone välja ja seda näh-

tust hakati nimetama väliseks fotoefektiks. Pooljuhi juhtivuse muutust valguse mõjul hakati nimetama sisemiseks fotoefektiks.

Alles 1937.a. püüdsid R. Hilsch ja R.W.Pohl anda nähtusele teoreetilist seletust.

Fototakistuse üldisi omadusi seletab võrdlemisi hästi tsoonide teooria. Nähtava valguse kvantide energia on 1,5 - 3 eV. See energia on piisav valentstsooni elektroni üleviimiseks juhtivustsooni isegi heades isolaatorites. Seega tuleb oodata, et kõikidel pooljuhtidel ja isolaatoritel peaks juhtivus suurenema, kui neid valgustada, eriti kui peame silmas, et valguse absorptsioon aines tähendabki kvandi energia üleandmist elektronile. Seega protsessi saagis on üks, s.t. iga absorbeeritud kvant tekitab ühe juhtivuselektroni. Valgustuse korral 1 fott langeb ühele ruutsentimeetrile ligikaudu 3.10^{15} kvanti sekundis.

Tegelikult kaugeltki mitte kõik pooljuhid ei näita valgustundlikkust. Põhjus on selles, et paljudel pooljuhtidel juhtivustsooni ergastatud elektron väga lühikese aja pärast (10^{-12}sec) annab oma energia ära ja pöördub valentstsooni tagasi, nii et isegi väga tugev valgustus ei suuda nendes pooljuhtides tekitada kuigi suurt juhtivuselektronide kontsentratsiooni. Ainult nendes pooljuhtides, milledes elektron ei saa nii kergesti oma energiat ära anda, jääb ta pikemaks ajaks juhtivustsooni. Sel korral võib valguse mõjul tekkida suur juhtivuselektronide kontsentratsiooni muutus. Selline pooljuht on valgustundlik.

Ergastatud elektron võib energiat ära anda kahesuguste protsesside kaudu:

1. Rändav ergastatud elektron kohtab rändavat „auku", kiirgab oma energia välja ja täidab selle vaba oleku valentstsoonis. Selliste protsesside tõenäosus kasvab võrdeliselt elektronide ja aukude kontsentratsioonide korrutisega. Teooria näitab, et tavalistes valgustustingimustes selliste protsesside tõenäosus on väga väike.

2. Hoopis suurema tõenäosusega on protsessid, kus ergastatud elektron kohtab aktseptorit ja ta seotakse selle nivoosse.

Nende protsessidega ongi põhiliselt määratud voolukandja iga. Et lisandite kontsentratsioon on tavaliselt palju suurem kui sisemisel fotoefektil tekkivate voolukandjate kontsentratsioon, siis nende protsesside tõenäosus on võrdeline voolukandjate kontsentratsiooniga.

Tähistame ruumiühikus ergastusprotsesside arvu sekundis f, siis tasakaalu korral ruumalaühikus valentstsooni üleminevate elektronide arv võrdub valentstsoonist lahkuvate elektronide arvuga ja võime kirjutada:

$$f = \Delta n = \frac{1}{\tau} n , \qquad (4.31)$$

kus n on juhtivuselektronide kontsentratsioon ja τ - juhtivuselektroni „eluiga", s.o. aeg, mille vältel juhtivuselektronide hulk väheneb e korda. Lahendades võrrandi n suhtes, saame

$$n = \tau f . \qquad (4.32)$$

Kui kogu katsekeha juhtivuselektronide arvu tähistame N ja ergastusprotsesside arvu sekundis vastavalt F, siis

$$N = \tau F . \qquad (4.32^a)$$

Katsed ja arvutused näitavad, et τ võib erinevatel materjalidel kõikuda (10^{-12} - 1) s. Nendes piirides võib kõikuda ka takistuse fototundlikkus. Eluiga τ on seda suurem, mida väiksem on madalate nivoodega aktseptorite kontsentratsioon. Mitte eriti hästi puhastatud ja kristalliseeritud germaaniumis juhtivuselektroni eluiga τ on järgult 10^{-7} s. Tundlikes fototakistites, näit. PbS, Tl_2S $\tau \sim (10^{-5} - 10^{-3})$ s. CdS ja CdSe ($10^{-3} - 10^{-2}$) s.

Voolu tugevust valgustatud katsekehas võime kirjutada

$$I = e F \frac{\tau}{T} , \qquad (4.33)$$

kus T on aeg , mille vältel voolukandja läbib pooljuhi pikkuse L; nii et

$$T = \frac{L}{v} = \frac{L}{Eu} = \frac{L^2}{Uu} , \qquad (4.34)$$

kus v on triivimise kiirus.

Paljundustegurit $G = \frac{\tau}{T}$ (4.35)

võib interpreteerida pooljuhti läbivate elementaarlaengute hulgana ühe absorbeeritud footoni kohta.

Võrrandist (4.33) järeldub, et voolu tugevus ja valgustuse intensiivsus on seotud lineaarselt. Tegelikult aga esineb pooljuhte, kus vool on võrdeline intensiivsusega astmel pool kuni üks (lineaarsus) ja isegi üle ühe (nn. ülilineaarsus):

$$I = a F^b . \qquad (4.33^a)$$

Seda võib seletada ainult voolukandja ea pikkuse muutumisega intensiivsuse muutudes. Voolukandja ea pikkuse katseline määramine olenevalt meetodist annab väärtusi, mis erinevad mitu järku. Kui määrata τ statsionaarse voolu järgi (võrrand 4.33), saadakse väiksem väärtus. Ea pikkuse määramine juhtivuse ajalise kahanemise järgi, kui valgustamine on lõpetatud, annab mitu järku suurema τ väärtuse.

Et neid nähtusi selgitada, peame jälgima, mis juhtub elektroniga pärast seda, kui ta on sattunud juhtivustsoonist seotud nivoosse. Et lisandid on väga mitmesugused, siis peame oletama, et nende nivood on enam-vähem pidevalt jaotatud üle kogu keelutsooni. Nende tihedus olenevalt energiast võib muutuda. Kui elektroni haarav nivoo asub mõni sajandik elektronvolti allpool juhtivustsooni, siis tõenäosus, et elektron soojusliku liikumise tagajärel läheb tagasi juhtivustsooni, on palju suurem kui tõenäosus üleminekuks valentstsooni (s.o. tõenäosus põrgata kokku vaba auguga). Selliseid nivoosid nimetatakse p ü ü n i s t e k s . Nende olemasolu põhjustabki fototakistuse suure inertsuse. Valgustamisel ergastatud elektronid täidavad esialgu püünised ja seetõttu kulub maksimumi saavutamiseks veidi aega. Juhtivuse kahanemine pärast valgustamise lõpetamist iseloomustab mitte voolukandja ea pikkust, vaid püüniste tühjenemist üle juhtivustsooni.

Kui voolukandja satub madalamal asuvasse nivoosse, siis tõenäosus järgmiseks üleminekuks valentstsooni on suurem kui juhtivustsooni. Neid nivoosid nimetatakse p õ h i o l e k u t e k s . Põhiolekud asuvad kahe piirjoone vahel: ülemine piirjoon on defineeritud nivoona, milles elektroni ülemineku tõenäosus valentstsooni võrdub ülemineku tõenäosusega juhtivustsooni. Alumine piirjoon on analoogiliselt defineeritud

aukude jaoks. Kui põhiolekutes on pooled elektronid ja pooled augud, siis ühtivad piirjooned vastavate Fermi nivoodega. Kui elektronidega täidetud põhiolekuid on 100 korda rohkem kui auke, siis asub piirjoon 0,1 elektronvoldi võrra allpool elektronide Fermi nivood. Kui auke on 100 korda rohkem kui elektrone, siis asub alumine piirjoon 0,1 eV ülalpool aukude Fermi nivood. Kvalitatiivse pildi loomiseks võime lugeda, et piirjooned langevad ühte vastavate Fermi nivoodega.

Kui valgustuse intensiivsus läheb suuremaks, suureneb elektronide ja aukude kontsentratsioon, mille tõttu elektronide Fermi nivoo tõuseb, aukude Fermi nivoo aga langeb. Sellega suureneb põhiolekute arv, ja kui nende olekute haaramise ristlõige on ühesugune, siis väheneb τ ja valguse intensiivsuse astmenäitaja b võrrandis (4.33^a) on alla ühe. Eriti muutub b väikeseks siis, kui lisandite nivoode tihedus suureneb keelutsooni äärte läheduses.

Ülilineaarsust võime seletada järgmiselt. Olgu lisandite nivoode seas kahte liiki olekuid. Nimetame I liiki olekuteks neid, millede haaramise ristlõiked mõlema märgiga voolukandjate jaoks on ühesugused ja suured (näit. 10^{-15} cm^2). II liigi olekutel olgu elektroni haaramise ristlõige väike (näit. $10^{-20} cm^2$), aukude jaoks aga suur (näit. $10^{-15} cm^2$). See tähendab, et II liigi olek annab kergesti elektroni ära, aga vastu ei võta. Termilise tasakaalu korral mõlemat liiki olekud on enam-vähem ühesuguselt täidetud. Kui voolukandjaid tuleb juurde, siis tekib ümberjaotus. II liigi olekud täidetakse siis aukudega, nende elektronid täidavad I liigi olekud. Nüüd I liiki olekud ei haara enam elektrone, sest nad on juba täidetud. II liigi olekud elektrone ei haara, sest ristlõige on väike. Sellise ümberjaotuse tagajärel juhtivuselektroni iga suureneks meie konkreetse näite korral 10^5 korda. Siit järeldub , et kui pooljuht ei ole puhas ja lisandid on I liiki olekutega, siis paras uus lisandi hulk, mis annaks II liigi olekuid, võib fototundlikkust tõsta ja , nagu kogemused näitavad, tõuseb tundlikkus kuni kaks järku. Kuid sellisel pooljuhil tundlikkus oleneb intensiivsusest.

Kirjeldatud ümberjaotuse tekkimiseks I ja II liigi olekute vahel kulub muidugi aega. Selle tõttu sellistel foto-

takistustel on kaunis suur inerts.

Eelnevast on selge, et fototakistuse suhteline muutus on seda suurem, mida väiksem on valgustamata pooljuhi voolukandjate kontsentratsioon (s.o. mida väiksem on nn. pimevool). Selleks tuleb pooljuht hästi puhastada lisanditest, et lisandjuhtivus oleks võimalikult madal. Et omajuhtivus oleks väike, tuleb valida kas laia keelutsooniga pooljuht või töötada madalatel temperatuuridel.

Teine tingimus suure tundlikkuse saamiseks on pikk voolukandja iga. Selle saavutamiseks tuleb jällegi valida sobiv pooljuht ja puhastada ta lisanditest, mis annavad põhiolekuid. Voolukandja pikk iga tähendab seadme aeglast reageerimist signaalile. See asjaolu on lubamatu seal, kus on vaja jälgida kiiresti muutuvat valgustust.

Ergastusprotsesside arv ühes sekundis F on võrdeline valguse vooga Φ , mis langeb fototakistile. Selletõttu võime võrrandi (4.33) kirjutada ka järgmiselt:

$$I = H\Phi \quad , \qquad (4.33^b)$$

kus tegur H iseloomustab fototakisti tundlikkust, mida mõõdetakse amprites luumeni kohta ($\frac{A}{lm}$). Parimatel fototakistitel (näit. CdS) $H \sim 50$ A/lm.

Pooljuhttakistusel on suur eelis teiste fototundlikkude seadmetega võrreldes spektraalse tundlikkuse suhtes infrapunases osas. Kui välisfotoefekti punane piir on määratud elektroni väljumistööga , mis on minimaalselt ca 1 eV (mis vastab $\lambda = 1{,}2\,\mu$), siis sisemisel fotoefektil on selleks piiriks elektroni ergastustöö valentstsoonist või ka lisandi ergastustöö. Seega pooljuhi valikuga või kindla pooljuhi korral lisandi valikuga võime seda suurust varieerida 1 eV kuni 0,01 eV, s.o. saavutada fototundlikkuse kuni $\lambda = 120\,\mu$. Fototakistil ergastustööga 0,01 eV on toatemperatuuril väga kõrge pimevool. Sellepärast jahutatakse teda temperatuurideni $4{,}2^{\circ}K$. Sellele temperatuurile vastav keskmine energia on 6.10^{-4} eV ja termiline voolukandjate genereerimine on väga madal.

Fototakistitel võib saavutada tundlikkuse, mis ületab seleenfotoelemendi tundlikkuse sada kuni tuhat korda. Nagu

nägime, reageerib fototakisti vastava materjali valiku korral pikalainelisele infrapunasele kiirgusele.

Fototakisteid rakendatakse automaatikas anduritena ja mõõtmistel, eriti pikalainelise infrapunase kiirguse mõõtmisel, kus fototakistitel tundlikkuse poolest puuduvad üldse võistlejad. Automaatikast tõrjub fototakisti kõik teised valgustundlikud andurid välja, sest juba mõõdukate valgustuste korral paneb fototakisti (näit. Φ C-K1) signaal tööle elektromagnetilise relee ega vaja võimendamist. Tuleb aga silmas pidada, et tundlikud fototakistid on suure inertsiga ega reageeri valguse ülikiiretele muutustele.

Kui fototakistit kasutatakse valguse mõõtmiseks, tuleb teda kaliibrida ja arvesse võtta temperatuuri mõju. Fototakistite tundlikkust iseloomustatakse voolumuutuse jagatisega valgustusega, mis on voolumuutuse esile kutsunud, ja rakendatud pingega. Näiteks fototakisti Φ C-K1 tundlikkus on 3000 A/lm.V. Fototakisti dimensioonid on väga väikesed - mõne millimeetri pikkune ja niisama lai õhuke kile isoleerival alusel monteeritud vastavasse hoidjasse. Töö pinge on mõnest voldist kuni sadade võltideni. Suurema tundlikkuse saame maksimaalse tööpinge juures, nagu see selgub võrranditest (4.33) ja (4.34). Et suurendada veelgi paljundustegurit, rakendatakse p-n-üleminekut (vaata allpool), millele pannakse vastassuunaline pinge. Sel korral kogu pingelang on õhukesel p-n-ülemineku kihil, mille tõttu T on väga väike. Sellist seadet nimetatakse f o t o d i o o d i k s .

§ 4. p-n üleminek

1. p-n-üleminek ja selle valmistamine

Ülalpool me nägime, kuidas võib kujundada vajalike parameetritega p- või n-tüüpi pooljuhte ja kuidas saab neid rakendada. Väga tähtsaid ja laialdasi rakendusi on aga sellistel pooljuht-süsteemidel, kus p-tüüpi pooljuht läheb üle n-tüüpi pooljuhiks. Selliseid süsteeme nimetatakse p - n - ü l e m i n e k u k s . Eriti kõrgete parameetritega on p-n-üleminek monokristallis. Olgu märgitud, et heasse kokkupuu-

tekontakti viidud p- ja n-tüüpi pooljuhid ei anna head p-n üleminekut. p-n ülemineku valmistamine toimub järgmiselt.

Sulatisest, milles on vähene kontsentratsioon näiteks aktseptorlisandeid, tõmmatakse vastavate seadeldiste abil monokristall. Sellisel monokristallil on aukjuhtivus. Kristalli tõmbamise ajal lisatakse sulatisesse doonorlisandeid suurema kontsentratsiooniga, kui seda oli aktseptorlisandite kontsentratsioon. Sellest peale kasvav monokristall saab n-tüüpi juhtivusega, nagu seda võib järeldada võrrandist (3.1).

Doonorite kontsentratsiooni suurenemisel toimuvad pooljuhis järgmised protsessid. Doonornivood on germaaniumis o,o1 eV allpool juhtivustsooni ja toatemperatuuril on nad kõik ergastatud. Aktseptorite nivood on märksa madalamal ja augud on valentstsoonis. Et doonorite kontsentratsioon on suurem aktseptorite kontsentratsioonist, siis täidavad elektronid kõik aktseptorite nivood, augud valentstsoonis ja elektrone jatkub ka juhtivustsooni, kus tekib suurem juhtivuselektronide kontsentratsioon, kui seda oli aukude kontsentratsioon p-tüüpi pooljuhis. Võrrandist (3.1) näeme, et kuna juhtivuselektronide kontsentratsiooni oleme kunstlikult suureks teinud, läheb aukude kontsentratsioon niisama palju kordi väiksemaks. Seega meil on tegemist n-tüüpi pooljuhiga.

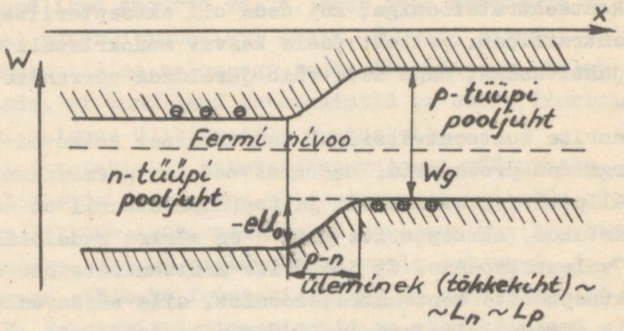
Kui lisada uuesti aktseptorlisandeid suurema kontsentratsiooniga, kui oli doonorite kontsentratsioon, hakkab kasvama jälle p-tüüpi juhtivusega kristall. Nii võib ühes monokristallis tekitada mitu p-n-p-jne. üleminekut. Kirjeldatud metoodikat kasutatakse tööstuses pooljuhtdioodide ja transistoride tootmisel.

2. p-n-üleminekul toimuvad protsessid

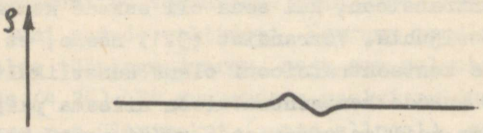
Üleminek p-tüübilt n-tüübile toimub tavaliselt väga kitsas piirkonnas, kus tekib eriliste omadustega kiht, nn. tõkkekiht. Tutvume lähemalt selle kihi omadustega ja olukordadega, mis tekivad sellel kihil. p-n-ülemineku teooria andis Davõdov juba 1938.a.

Peame meeles, et Fermi nivoo tähendab keemilist potent-

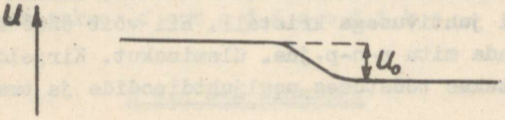
siaali ehk vabaenergiat. Kui viia kaks juhti (ka pooljuhti) kontakti, siis tasakaalu korral peavad mõlemas juhis Fermi nivood olema ühesugused. Fermi nivoode ühtlustamine toimub laengute vahetuse teel, mille tõttu juhtide vahel tekib kontaktpotentsiaal U_o (joon. 21a ja c). See potentsiaali hüpe toimub tõkkekihi kohal (vt. võrrandid 4.36 - 4.40).



a) Energeetilised tsoonid p-n-üleminekul



b) Laengu jaotus p-n-üleminekul



c) Potentsiaali käik p-n-üleminekul

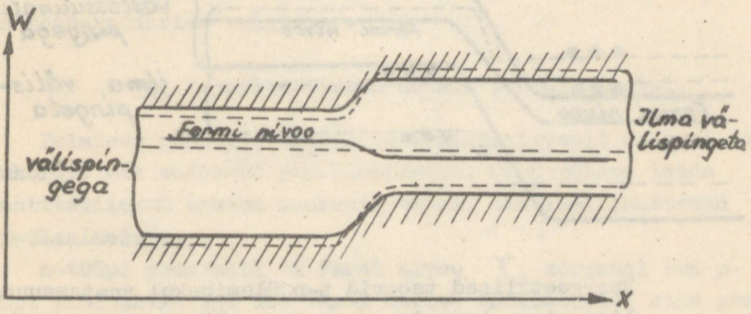
Joon. 21

Potentsiaali hüppe tekkimist võib seletada ka teisiti. n-pooljuhis on suur elektronide kontsentratsioon, p-pooljuhis väike. Kontsentratsooni gradiendi tõttu difundeeruvad elektronid p-tüüpi pooljuhti. Selle tõttu n-pooljuhi piiril

tekib elektronide puudus. Ergastatud doonorid, mis on võrega seotud, jäävad elektriliselt neutraliseerimata.

p-tüüpi pooljuhis on suur aukude kontsentratsioon, n-pooljuhis aga väike. Selle tõttu difundeerivad augud n-tüüpi pooljuhti ja suurendavad tema piiril veelgi positiivset laengut. Samadel põhjustel tekib p-tüüpi pooljuhis negatiivne laeng: augud difundeeruvad, jäävad elektronidega täidetud aktseptorid ja n-pooljuhist tuleb juurde elektrone. Tekkiv laengu jaotus on näidatud joonisel 21^{b}. Laengu sellise jaotuse tõttu tekibki tõkkekihil potentsiaali hüpe U_0, mis pidurdab edaspidist voolukandjate difusiooni: elektron, mis läheb n-pooljuhist p-pooljuhti, peab ületama potentsiaali tõkke $-eU_0$ ja auk ülemineku p-pooljuhist n-pooljuhti potentsiaali $+eU_0$. Voolu p-n-üleminekul ei ole (vt. võrrandid 4.41 - 4.45).

Kui p-n-üleminekule panna välispinge, nii et p-pooljuht oleks positiivsem ja n-pooljuht negatiivsem, s.t. välispinge on kontaktpinge suhtes vastassuunaline, siis väheneb potentsiaali tõkke kõrgus ja p-n-üleminekul tekib vool (joon.22). Elektronid difundeeruvad p-pooljuhti, kus nad rekombineeruvad aukudega. Pikkust, millel elektronide kontsentratsioon p-pooljuhis langeb e (~2,7) korda, nimetatakse elektronide difusiooni pikkuseks ja tähistatakse L_n (vt. võrrandid 4.48).



Energeetilised nivood p-n-üleminekul pärisuunalise pinge korral

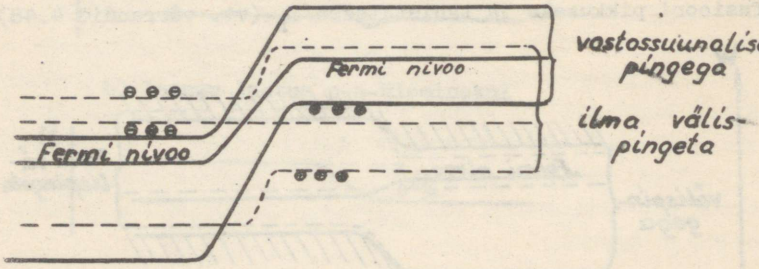
Joon. 22

Analoogiliselt difundeeruvad augud p-pooljuhti ja rekombinee-

ruvad seal elektronidega. Pikkust, millel n-pooljuhis aukude kontsentratsioon väheneb e-korda, nimetatakse aukude difusiooni pikkuseks ja tähistatakse L_p. Difusiooni pikkuse ulatuses toimubki potentsiaali hüpe. Seega tõkkekihi paksus on järgult võrdne difusiooni pikkusega. Eelmisest on selge, et n-pooljuhis on voolukandjateks elektronid, p-pooljuhis augud, tõkkekihil aga mõlemad voolukandjad (vt. võrrand 4.46).

Kui aukude kontsentratsioon p-pooljuhis on palju suurem kui elektronide kontsentratsioon n-pooljuhis, siis p-n-ülemineku kannavad voolu peamiselt augud, s.t. n-pooljuhti tuleb palju auke. Seda tüüpi p-n-üleminekuid kasutatakse transistorides aukude sisseviimiseks n-tüüpi pooljuhti. Öeldu kehtib ka elektronide kohta, kui n-pooljuhis elektronide kontsentratsioon on palju suurem kui aukude kontsentratsioon p-pooljuhis.

Eelnevast nägime, et pinge, mis pani elektronid liikuma n-pooljuhist p-pooljuhti ja augud vastupidises suunas, vähendas p-n-ülemineku tekkinud potentsiaali tõket. Ülemineku takistus selle tagajärel vähenes. Sellesuunalist pinget nimetame p-n-ülemineku p ä r i s u u n a l i s e k s p i n g e k s.



Energeetilised tsoonid p-n ülemineku vastassuunalise pinge korral

Joon. 23 a, b

Kui p-n-üleminekule panna vastupidine pinge, siis suureneb potentsiaali tõke (joon. 23^b), mille tagajärel n-pooljuhis elektronid tõmbuvad üleminekust tagasi . Sama toimub ka

p-pooljuhis. Üleminekul tekib lai riba, mis on vaene voolukandjatest, s.o. suure takistusega kiht, mille tõttu teda nimetataksegi t õ k k e k i h i k s .

n-pooljuhis genereeritakse soojusliku liikumise tõttu siiski auke, kuid vastavalt võrrandile (3.1) on nende kontsentratsioon nii mitu korda väiksem, võrreldes omajuhtivuse kontsentratsiooniga n_i, kui mitu korda oli n_i-st suurem lisandiga tekitatud juhtivuselektronide kontsentratsioon. Sellest järeldub, et n-pooljuhist võiksid voolu kanda augud, kuid nende kontsentratsioon on tõkkekihis palju väiksem kui omajuhtivuse korral, seega tõkkekihi takistus on mitu järku suurem kui puhta pooljuhi takistus (omajuhtivuse korral). Sama kehtib elektronide kohta, mida genereeritakse soojusliikumise tagajarel p-pooljuhis (vt.võrrand 4.49).

Seega vastassuunaline vool p-n-üleminekus (läbi tõkkekihi) on seda väiksem, mida suurem on põhikandjate kontsentratsioon omakandjate kontsentratsiooniga (n_i) võrreldes. See omakorda eeldab laia keelutsooni W_g ja madalat temperatuuri. Kui temperatuur on aga nii madal, et doonorite ja aktseptorite nivood jäävad ergastamata, muutub voolukandjate kontsentratsioon väikeseks ja kogu seadme takistus ka päripidise voolu jaoks liig suureks. Temperatuuri suurenedes kasvab aga vastassuunaline vool. Seega p-n-üleminek töötab ainult parajas temperatuuride vahemikus.

3. Kvantitatiivsed seosed p-n-üleminekul.

Eelmises punktis vaatlesime kvalitatiivselt nähtusi ja olukordi, mis esinevad p-n-üleminekul. Nüüd püüame leida kvantitatiivsed seosed suuruste vahel, mis iseloomustavad p-n-üleminekut.

n-tüüpi pooljuhil on Fermi nivoo ζ_n kõrgemal kui p-tüüpi pooljuhil ζ_p. Kui Fermi nivood ühtlustuvad, siis peab p-tüüpi pooljuhi juhtivustsooni energia tõusma, n-tüüpi pooljuhis langema. Siis aga tekib n- ja p-tüüpi pooljuhi juhtivustsoonidel energia vahe $\zeta_n - \zeta_p$, mis on võrdne tööga, mida peab sooritama auk, kui ta läheb n-tüüpi pooljuhti, või elektron, kui ta läheb p-tüüpi pooljuhti. See töö on aga

võrdne e.U_o, seega

$$eU_o = \zeta_n - \zeta_p \,. \qquad (4.36)$$

Et $W_c - \zeta$ on suur võrreldes kT-ga, siis võime Fermi funktsioonis ühe tähele panemata jätta ja kirjutada juhtivuselektronide kontsentratsiooni n-pooljuhis

$$n_n = N_c e^{\frac{W_c - \zeta_n}{kT}} \qquad (4.37)$$

ja p-pooljuhis

$$n_p = N_c e^{\frac{W_c - \zeta_p}{kT}} \,. \qquad (4.38)$$

Jagades ühe võrrandi teisega ja lahendades $\zeta_n - \zeta_p$ suhtes, saame

$$\zeta_n - \zeta_p = kT \ln \frac{n_n}{n_p} \,. \qquad (4.39)$$

Asendades (4.36)-st, saame:

$$eU_o = kT \ln \frac{n_n}{n_p} \,. \qquad (4.40)$$

Analoogilised võrrandid saaksime kirjutada aukude Fermi nivoode kohta. Tulemuseks saaksime (4.40)-ga analoogilise võrrandi

$$eU_o = kT \ln \frac{p_p}{p_n} \,, \qquad (4.41)$$

kus p_p on aukude kontsentratsioon p-pooljuhis.
p_n - aukude kontsentratsioon n-pooljuhis.

Lahendades võrrandi(4.40) n_p suhtes ja (4.41) p_n suhtes, saame:

$$n_p = n_n e^{-\frac{eU_o}{kT}} \,, \qquad (4.40^a)$$

$$p_n = p_p e^{-\frac{eU_o}{kT}} \,. \qquad (4.40^b)$$

Viimastest võrranditest näeme, et n- ja p-tüüpi pooljuhis on suur voolukandjate kontsentratsioonide vahe, mille tõttu elektronid difundeeriksid n-pooljuhist p-pooljuhti ja augud difundeeriksid p-pooljuhist n-pooljuhti ning tekiks difusino-

nivool. Seda difusioonivoolu takistab aga elektriväli tõkkekihil, mille pinge on U_o. Sageli öeldakse, et difusioonivool on võrdne ja vastupidine oomilise vooluga. Kirjutame vastavad võrrandid elektronide voolutiheduse kohta. Difusioonivool avaldub:

$$i_D = + D_n \text{grad } n_n . e \quad , \qquad (4.42)$$

n_n on antud võrrandiga (4.37). Selles avaldises ainuke kohast olenev suurus on W_c (vaata joonis 21[a]).

Seega

$$\text{grad } n_n = \text{grad } N_c e^{-\frac{W_c - \zeta_n}{kT}} =$$

$$= N_c e^{-\frac{W_c - \zeta_n}{kT}} \cdot \frac{\text{grad}(-W_c)}{kT} = \frac{n_n}{kT} . eE$$

sisuliselt grad W_c tähendab elektronile mõjuvat elektri jõudu, mis avaldub teatavasti $-eE$, kus E on välja tugevus. Seega

$$i_D = D_n \frac{e \cdot n_n eE}{kT} . \qquad (4.43)$$

Oomiline vool avaldub:

$$i_R = \frac{E}{\rho} = E u_n n_n e . \qquad (4.44)$$

Kui välispinge on null, on voolud võrdsed:

$$D_n \frac{e^2 n_n E}{kT} = E u_n n_n e .$$

Koondades saame

$$u_n = D_n \frac{e}{kT} . \qquad (4.45^a)$$

Analoogiline seos kehtib ka aukude jaoks:

$$u_p = D_p \frac{e}{kT} . \qquad (4.45^b)$$

Selle seose voolukandja liikuvuse ja tema difusioonikoefitsiendi vahel leidis esmakordselt Einstein ja seda nimetatakse E i n s t e i n i s e o s e k s .

Kui p-n-üleminekule rakendada välispinge, siis ei ole voolud enam võrdsed, tekib nullist erinev resulteeriv vool. Täpsem arvutus annab resulteeriva voolu jaoks järgmise avaldise:

$$I = I_s \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1\right), \qquad (4.46)$$

U - tõkkekihile rakendatud pinge,

I_s - vastassuunaline küllastusvool, kui U on suur. See küllastusvool avaldub pooljuhtide parameetrite kaudu järgmiselt:

$$I_s = I_{sp} + I_{sn} = \frac{e p_n \mu_p}{\sqrt{D_p \tau_p}} + \frac{e n_p D_n}{\sqrt{D_n \tau_n}}, \qquad (4.47)$$

τ_p - aukude iga n-pooljuhis,

τ_n - juhtivus-elektronide iga p-pooljuhis.

Suurus

$$\sqrt{D_p \tau_p} = L_p \qquad (4.48^a)$$

on aukude difusiooni pikkus , s.o. kaugus, millel difundeeruvate aukude kontsentratsioon väheneb e ($\sim 2{,}7$) korda.

Vastavalt

$$\sqrt{D_n \tau_n} = L_n \qquad (4.48^b)$$

on elektronide difusiooni pikkus.

Võrrandi (3.1) alusel võime kirjutada n-pooljuhi jaoks

$$p_n = \frac{n_i^2}{n_n} \qquad (4.49^a)$$

ja p-pooljuhi jaoks

$$n_p = \frac{n_i^2}{p_p} \qquad (4.49^b)$$

Kui lisandi nivood on ergastatud, siis võrranditest (4.49) ja (4.47) järgneb, et vastassuunaline küllastusvool kasvab temperatuuri tõusuga nagu n_i^2, s.o. võrdeliselt $e^{-\frac{W_c}{kT}}$. Temperatuuri tõusuga kasvab omajuhtivus ja sellega koos kahaneb potentsiaali tõke U_o vastavalt võrrandile (4.40), sest siis $n_n \rightarrow p_n$. Seega kõrgetel temperatuuridel kaob tõkkekiht. p-n-üleminek töötab seda kõrgematel temperatuuridel,

mida suurem on W_g.

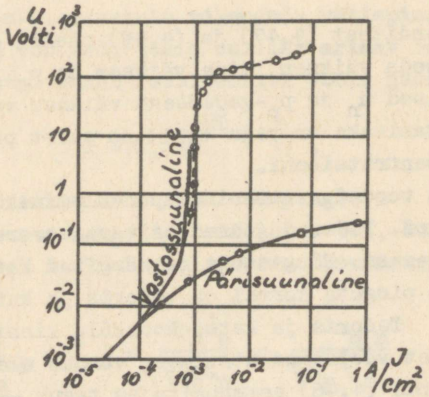
Samadest võrranditest (4.47) ja (4.49) näeme, et vastassuunaline vool on seda väiksem, mida väiksem on p_n ja n_p, mis on aga pöördvõrdelised n_n ja p_p-ga. Seega väikese vastassuunalise voolu saavutamiseks on vaja tekitada suurt põhiliste voolukandjate kontsentratsiooni.

Joonisel 24 on toodud germaaniumi p-n-ülemineku pingevoolu karakteristikud. Pidevad jooned esitavad teoreetilise võrrandi (4.46) tulemusi. Rõngastega on märgitud katselised tulemused. Väikeste pingete korral on teooria ja katse ühtelangemine väga hea. Teooria ja katse kooskõla kinnitab ühtlasi ka veel seda, et voolukandjate laeng võrdub elementaarlaenguga. Kui võrrandi (4.46) astmenäitajas tegur $\frac{e}{kT} = 39\,V^{-1}$ erineks sellest väärtusest 10 - 20 %, oleks sobivus hoopis halvem.

Lahkuminek suuremate pingete juures näitab, et juba nendel pingetel toimuvad protsessid, mis sarnanevad elektronide autoemissiooniga elektrivälja mõjul.

Tekib loomulikult küsimus, missuguste teguritega on piiratud maksimaalne vastassuunaline pinge p-n-ülemineku. Seleenalaldajatel tekivad suurematel pingetel ka suured vastassuunalised voolud, mis kuumutavad p-n-üleminekut, mille tõttu potentsiaali tõke väheneb ja üleminek kaotab alaldavad omadused.

Germaaniumi ja eriti räni korral vastassuunalised voolud jäävad väikeseks. Vastassuunalised pinged võivad siin olla õige suured. Meenutagem, et vastassuunalise pinge suurenedes kasvab elektriväli tõkkekihis siiski märgatavalt. Teatud väljatugevuse juures (Ge-l on see 200 kV/cm) algab nn. Zeneri efekt: voolukandja saab vabal teelõigul nii suure energia, et satub sellega juhtivustsooni. Sel teel voolu tugevus hakkab kiiresti kasvama. Selles väljatugevuse piirkonnas oleneb juhtivus väljatugevusest. Meie ütleme, et pooljuht ei ole enam lineaarne. Seda omadust rakendatakse samuti tehnikas.



Joon. 24. Pidev joon teoreetiline (4.46).
Ringidega on märgitud mõõtmise tulemused

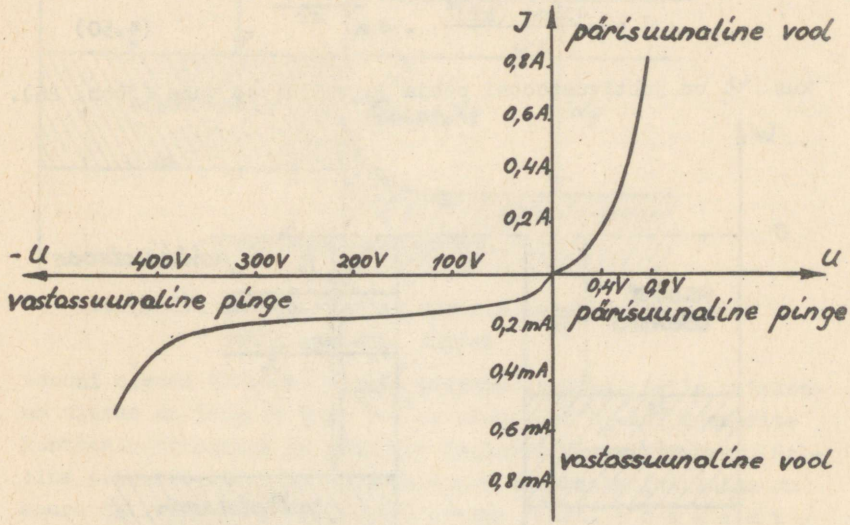
§ 5. Alaldajad

p-n-üleminekuid kasutatakse alaldajatena. Vanemaid neist on CuO, n.n. kuproksalaldajad. Veidi paremate näitajatega on seleenalaldajad. Kuid kummagi maksimaalne pinge tõkkekihil ei või ületada 15 volti, uuematel seleenalaldajatel siiski kuni 36 V. Voolu tihedus 15 mA/cm^2.

Hoopis kõrgemad näitajad on germaaniumi dioodidel. Pinge küünib siin juba 200 - 400 voldini ja voolutihedus mõnekümnele amprile ruutsentimeetril. Sellised parameetrid on saavutatud germaaniumi suure puhtusega.

Veelgi perspektiivsem on räni. Kuigi me ei suuda teda puhastada nii, et saavutaksime räni omajuhtivuse, kuid juba praegu saavutatud tulemused on suurepärased. Pinge p-n-üleminekul võib ületada 1000 V, voolutihedus sajad amprid ruutsentimeetrile. Kasutegur küünib 99,0 - 99,5 %-ni ! Kuproks- ja seleenalaldajad töötavad temperatuuride piirkonnas -60 kuni +60°C. Ränialaldaja töötab rahuldavalt isegi + 200°C juures. Kasuteguri suurus on määratud põhiliselt kahe parameetriga: 1) vastassuunalise voolu suurusega ja 2) tööpingega.

Mida kõrgem on tööpinge, seda väiksem on p-n-ülemineku pärisuunaline takistus. Joonisel 25 on kujutatud germaaniumi dioodi pinge-voolu karakteristik. Sellest näeme, et pärisuunalise pinge korral alla 0,2 V on dioodi takistus väga suur ja langeb kümneid kordi, kui pinge tõuseb 0,8 voldini.



Joon. 25

Pooljuhtalaldajaid rakendatakse tänapäeval väga laialdaselt: tugevate voolude alaldamiseks keevitusagregaatides ja elektrolüüsi seadmetes, kõrgepingevoolu alaldamiseks, röntgenitorude toiteks, võimsate kõrgsagedusgeneraatorite, raadioaparatuuri jne. toiteks, akumulaatorite laadimiseks, arvutusmasinate skeemide elementidena ja mitmesugustes automaatikaseadmete skeemides.

§ 6. Pooljuhi kontakt metalliga

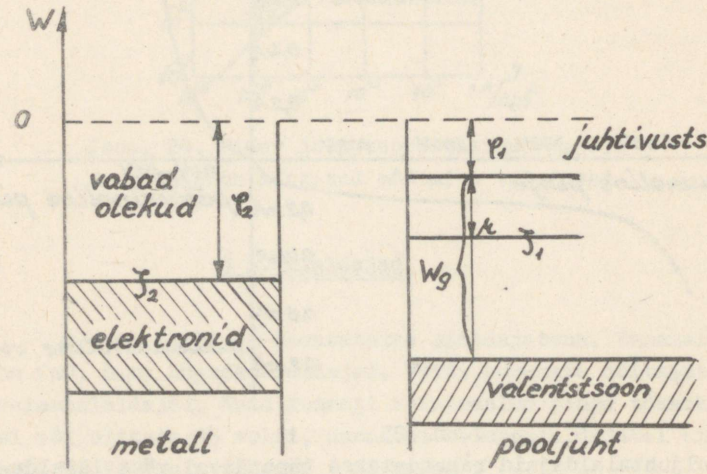
Siin peaksime vaatlema mitut erijuhtu, kuid me saame ülevaate neist kõigist, kui tutvume esialgu täpsemalt ühe erijuhuga. Vaatleme n-tüüpi pooljuhi kontakti metalliga, mille väljumistöö on suurem kui pooljuhi väljumistöö.

Kõigepealt peame täpsustama väljumistöö mõiste. Definit-

siooni kohaselt on see töö, mis kulub juhtivuselektroni väljatoomiseks pooljuhist (metallist), kus tema kogu energia on W_1, vaakuumi, kus tema energia on null. Kui arvutame elektronide termoemissiooni Fermi-Diraci statistika alusel , siis saame voolutiheduse avaldise

$$J = \frac{4\pi me\,(kT)^2}{h^3} \cdot e^{-\frac{\varphi_1 + \mu}{kT}}, \qquad (4.50)$$

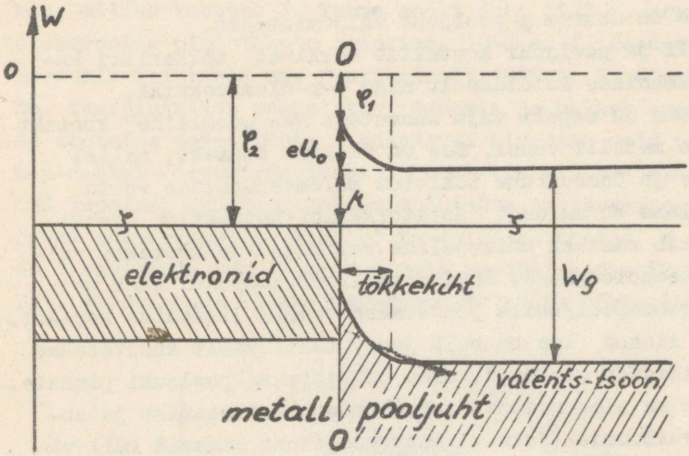
kus φ_1 on juhtivustsooni põhja ja nullnivoo vahe (joon. 26).



Joon. 26. Energeetilised nivood metallis ja pooljuhis, kui nad ei ole kontaktis

Suurust $\varphi_1 + \mu = \varphi_0$ nimetataksegi termodünaamiliseks väljumistööks ehk lihtsalt väljumistööks. Sellest järeldub, et väljumistöö on energia, mis kulub Fermi nivool oleva elektroni viimiseks vaakuumi. Kui viia metall ja pooljuht kontakti, siis ühtlustuvad Fermi nivood mõlemas süsteemis (joon.27).

Kuna metalli väljumistöö oletuse põhjal on suurem kui pooljuhis, siis läheb osa elektrone pooljuhist metalli, mille tõttu metall saab negatiivse laengu ja tekib kontaktpinge $eU_0 = (\varphi_2 - \varphi_0)$. Negatiivselt laetud metalli väli ulatub pooljuhti, mille tõttu metalli vastas olevast pooljuhi piirkonnast tõugatakse elektronid välja ja valents- ning juhtivus-



Joon. 27. Energeetilised tsoonid metallis ja pooljuhis kontakti korral

tsooni nivood tõusevad selles piirkonnas üles. Selle piirkonna ulatus on järgult kuni 10^{-4}cm olenevalt U_0-st, doonorite kontsentratsioonist ja pooljuhi dielektrilisest jäävast. Selline piirkond väiksema voolukandjate kontsentratsiooniga on suure takistusega ja seda nimetatakse samuti t õ k k e k i h i k s . Kui sellisele kontaktile panna pinge, nii et elektronid pooljuhis liiguksid kontaktist eemale, siis laieneb tõkkekiht veelgi ja ta takistus suureneb. Elektronid metallist peavad aga ületama potentsiaali tõkke eU_0. Kui pinge suunda pöörata, siis tõkkekiht kahaneb ja pinge suurenedes kaob hoopiski. Seda voolu suunda nimetatakse tõkkekihi pärisuunaks.

Kui n-tüüpi pooljuhi väljumistöö oleks suurem kui metallis, siis tekiks metallil positiivne laeng, mis tekitaks pooljuhi pinna kihis elektronide ülekülluse. Sellisel kihil on eritakistus väiksem kui pooljuhil ja teda nimetatakse antitõkkekihiks.

p-tüüpi pooljuhi korral saame tõkkekihi siis, kui metalli väljumistöö on väiksem pooljuhi väljumistööst, sest siis metall saab positiivse laengu, mis tõukab pooljuhis augud kontaktist eemale. Antitõkkekiht tekib siis, kui metalli

väljumistöö on suurem p-pooljuhi väljumistööst.

Metalli ja pooljuhi kontaktis tekkivat tõkkekihti kasutatakse tehnikas laialdaselt nagu p-n-üleminekutki.

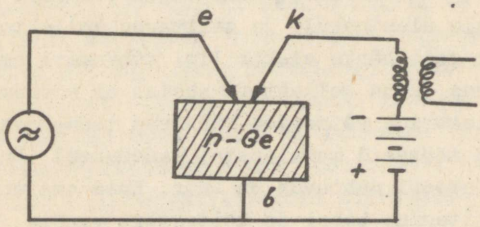
Tehnikas on sageli vaja saavutada hea „oomiline" kontakt pooljuhi ja metalli vahel. See on selline kontakt, millel oleks väike ja ühesuurune takistus mõlemasuunalise voolu jaoks. Selleks on muidugi antitõkkekihi kontaktid. Praktikas aga tekib raskusi materjalide valikuga ja kontakti valmistamise tehnoloogiaga. Head „oomilist" kontakti saab sel teel, et lisandpooljuhile joodetakse samast lisandist kontakt. Sageli aga lisand ise on halb juht. Laialdaselt kasutatakse väärismetallidest pastasid, mida põletatakse pooljuhi pinnale. Kasutatakse ka elektrolüütilist katmist, tolmutamist ja aurustamist vaakuumis. Kaks viimast menetlust annavad küll väga häid tulemusi, kuid on keerukad ja seotud suure ajakuluga.

§ 7. Transistorid (pooljuhttrioodid)

Esimesed katsed rakendada pooljuhi-metalli kontakti omadusi signaalide võimendamiseks tegi O. Lossev aastail 1922 - 1927. Et tolleaegsete materjalidega Lossev märkimisväärseid näitajaid ei saavutanud, jäid need tööd tähele panemata. Pealegi lähenes elektrontoru tol ajal kiiresti oma tippvõimetele.

Seoses raadiolokatsiooni arenguga 40-date aastate alguses tekkis vajadus detekteerida ülikõrgsagedusvoolusid (10^8 - 10^{10} Hz). Elektrontoru nendel sagedustel ei tööta. Tuli meelde tuletada kristalldetektoreid. Nende kohta oli juba sajandi algusest teada, et looduslikud PbS (galeniit) kristallid vastu metallteravikku annavad kõrge kasuteguri, kuid on ebastabiilsed. Räni täötab stabiilsemalt, samuti germaanium. Kuna 40-ndatel aastatel materjalid olid hoopis puhtamad kui sajandi alguses, siis seekord tulemused germaaniumi ja räniga olid paljutõotavad. Sõja ajal ei hakatud aga neid süsteeme uurima . 1946.a. ilmub Lark-Horowitzi ja Johnsoni teoreetiline uurimus germaaniumisulamite takistuse kohta. 1947.a. Bardeen avaldab metall-pooljuhtkontaktide alaldusteoo-

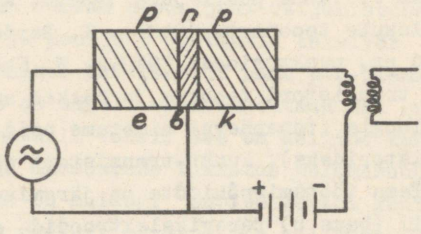
ria, milles kasutab J. Tamme poolt juba 1932.a. arendatud elektronide pindolekute teooriat. 1948.a. I. Bardeen ja W. H. Brattain leiutavad nn. punkttrioodi.1949.a. W. Shockley loob nn. tasapinnalise transistori teooria ja hakkab arenema nende tootmise tehnoloogia (tänapäeval nimetame neid p-n-p- või n-p-n-pind - transistorideks). Punkt-transistori skeem on toodud joonisel 28. Tema töötamispõhimõte on järgmine. n-germaaniumi monokristalli (baas b) teravikelektroodid e ja k. Nende teravikkude vahe germaaniumil on mõni sajandik millimeetrit. Teravikkude vastas germaaniumis tekib tõkkekiht. Kui



Joon. 28. Punkt-transistori skeem

elektroodile k (kollektor) on antud tõkkekihile vastassuunaline pinge, siis ei ole selles ahelas kuigi suurt voolu. Elektroodi e (emitter) teravik asub k teraviku tõkkekihi ligidal. Kui emitterile anda pärisuunaline pinge, tekib selle ahelas vool ja tõkkekihti paiskub palju auke, mis difundeeruvad selles kihis ja, sattudes kollektori elektrivälja, tekitavad voolu kollektori ahelas. Nii võib emitteri ahela väikese võimsusega elektrivõnkumistega muuta kõrgepingelist kollektori voolu ja tekitada suure võimsusega võnkumisi. Et teravikelektroodid suuri voolusid ei võimalda, on ka kogu seadme võimsus väike (~20 mW). Kuid ta on suuteline töötama väga kõrgete sageduste piirkonnas (~ 10 MHz). Voolu võimendus $\frac{dI_k}{dI_e}$ 1 kuni 20 ja pinge võimendus kuni mõnisada.

Pindtransistor (joon. 29) on monokristall, mille keskel on riba teise juhtivuse tüübiga (baas). Kollektoril k on p-n-üleminekule vastupidine pinge, nii et kollektori ahelas on väike vool. Kui emitteri ahelas tekitada voolu p-n-ülemi-



Joon. 29. Pindtransistori (p-n-p) skeem

neku pärisuunas, siis difundeeruvad augud vasakult p-n-üleminekult paremale üleminekule ja tekitavad kollektori ahelas voolu. Sel teel saab nõrku elektrilisi võnkumisi emitteri ahelas võimendada, kuna kollektori ahelas on kõrgem pinge.

Pindtransistoride võimsused küünivad tänapäeval 0,5 kW-ni. Alguses nad töötasid madalamatel sagedustel (kuni 100 kHz), kuna sellise süsteemi mahtuvus on suur. Kuid omajuhtivuse kihi (i-kihi) lülitamine baasi ja kollektori vahele, doonorite (aktseptorite) kontsentratsiooni gradiendi tekitamine baasis (nn. **triivtransistorid**), tugeva välja tekitamine p-n-ülemineku (spacistor) ja teised konstruktiivsed täiendused suurendasid tasapinnalise transistori töö sagedust kuni 10^9 Hz. Transistore rakendatakse võimendajates elektronlampide asemel. Võrreldes elektronlampidega on transistoril rida eeliseid: pikk tööiga, väikesed mõõtmed, suur mehaaniline tugevus ja stabiilsus; küttevoolu vajadus langeb ära, seega langeb ära vastava võimsuse kulutamine: soojenemise aeg töölehakkamisel on null; vajalikud pinged on madalad. Kõik need omadused on eriti olulised suurtes elektronarvutusmasinates, kus trioode on tuhandeid. Sellistes masinates elektronlampide rakendamisel tekiksid raskused eralduva soojuse hajutamisega (mis on järgult 100 kW!). Sama arvu transistoride korral hajutatav võimsus on tuhat korda väiksem.

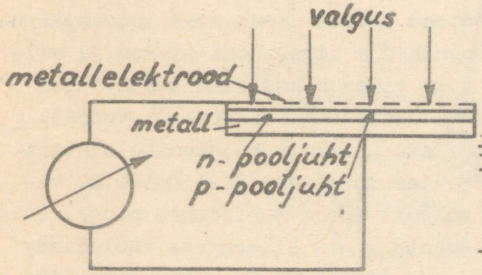
Seni on transistore toodetud germaaniumi alusel ja on välja arendatud vastav tootmistehnoloogia. Kuid Ge-transistorid on temperatuuritundlikud. See on suur puudus võrreldes elektronlampidega. Kuid ränitransistoridel seda puudust ei ole. Räni puhastamise ja transistoride tootmise tehnoloogia

on aga alles arenemise astmel.

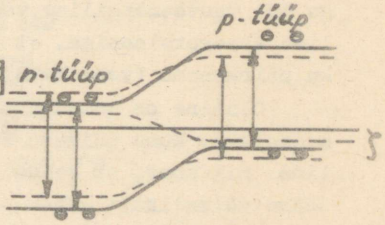
§ 8. Fotoelemendid

Juba 1876.a. Adams ja Day panid tähele, et metalli ja seleeni kontakti valgustamisel tekib väike emj. 1924.a. märkas Geiger kuproksalaldaja voolu-pinge karakteristiku määramisel, et tõkkekihi valgustamisel tekib emj. 1930. aastal B. Lange uuris seda nähtust üksikasjalikult, mille tulemusena töötas välja seleenfotoelemendi tootmise tehnoloogia. Seleenfotoelemendil on peaaegu sama spektraalne tundlikkus kui inimese silmal. Seepärast leidsid need fotoelemendid laialdast rakendamist valgustuse mõõtmisel, automaatikas jm. Nähtuse kvalitatiivne seletus oli olemas juba 30-ndatel aastatel, kuid täpse teooria andis alles R. Cummerow 1954. a.

Fotoelement ehitatakse nii (joon. 30), et valgus neelduks p-n-ülemineku piirkonnas elektroni difusiooni pikkuse piirides.



Joon. 30. Fotoelemendi skeem



Joon. 31. Tsoonide skeem fotoelemendis

Füüsikalisi protsesse, mis toimuvad fotoelemendis, kujutleme järgmiselt (joon. 31). Valguskvandid võivad mõlemal pool üleminekut ergastada elektrone juhtivustsooni. Valentstsooni jäävad augud. Et nüüd on voolukandjaid palju rohkem, siis oomiline vool, mis tekib voolukandjate liikumisena p-n-ülemineku kontaktelektrivälja mõjul, on suurem kui vastassuunaline voolukandjate difusiooni vool, sest kontsentratsioo-

ni gradient jäi samaks. p-pooljuhis tekkinud elektronid liiguvad välja mõjul n-pooljuhti. n-pooljuhis tekkinud augud liiguvad p-pooljuhti, ja kui ahel on lahti, tekib tõkkekihil päripidine pinge; tsoonide ääred n-pooljuhis langevad (punktiirjoon), keemilised potentsiaalid on erinevad. Kui ahel sulgeda mõõteriistaga, mille takistus on palju väiksem tõkkekihi takistusest (lühisvool), siis hakkab ahelas voolama vool, mis on võrdeline tõkkekihi läheduses ühes sekundis absorbeeritud kvantide arvuga.

Esimesed B. Lange fotoelemendid muutsid umbes 0,1 % nendele langevast valgusenergiast elektrienergiaks. Tänapäeva teooria näitab, et kasutegur võib olla palju suurem. Fotoelemendi kasutegur oleneb temperatuurist. Väikestel intensiivsustel langeb ta temperatuuri tõustes eksponentsiaalselt. Suuremate intensiivsuste korral (päikesevalgus) kasutegur temperatuuri tõustes kahaneb aeglasemalt.

Suurima kasuteguri saamiseks: 1) footoni energia peab olema lähedane keelutsooni laiusele W_g (viimasest veidi suurem!), 2) potentsiaali hüpe tõkkekihil peab olema lähedane $\frac{W_g}{e}$-le, 3) kogu seadme mõõtmed peavad olema sama suurusjärguga kui vastasmärgilise voolukandja difusiooni pikkus ja sellise absorptsiooniga, et kogu kiirgus neelduks p-n-üleminekku piirkonnas (voolukandjate difusiooni pikkuse ulatuses).

Oluline on muidugi päikese kiirguse muundumine elektrienergiaks. Kuna päikese spekter on pidev, siis tuleb W_g valida nii suur, et saaks küllalt kõrge tühijooksu pinge, kuid jääks võimalikult vähem kvante , mis ei ergasta voolukandjaid. Arvutused näitavad, et optimaalsed W_g väärtused päikese spektri jaoks asuvad 1,1 - 1,6 eV piirkonnas. Teoreetiliselt toatemperatuuril saaks kasuteguri ca 25 %. Praktiliselt on saavutatud räni fotoelemendiga 10 %. Väga perspektiivsed pooljuhid selleks otstarbeks on GaAs ja eriti CdTe.

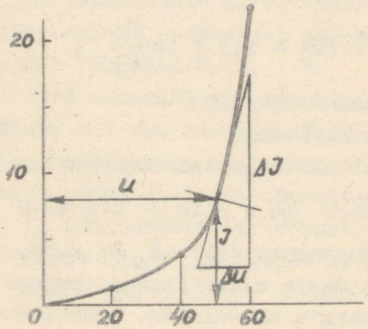
Selline seade 1 m^2 pinnaga annab 10 %-lise kasuteguri korral keskpäevases päikeses 100 W võimsust ! Selliseid seadmeid on ehitatud (nn. päikese patareid) eriti Maa kunstlike kaaslaste raadioaparatuuri toiteks.

§ 9. Varistorid

Varistorideks nimetatakse pooljuhtseadmeid, millede takistus kahaneb rakendatud pinge suurenedes. Seega on nad ebalineaarsed juhid. Nende töötamine baseerub nähtavasti p-n--ülemineku kihtide olemasolul. Põhiliseks materjaliks on siin nn. „vilit" - vastavalt prepareeritud ränikarbiit (SiC). Rakendatakse kõrgepingeliinide kaitsmiseks liigpingete vastu, telefoni piksekaitsmeteks (nn. ventiillahendid) jne.

Ebalineaarsust väljendatakse teguriga

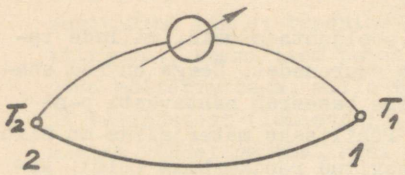
$$\beta = \frac{\sigma_{dif}}{\sigma} = \frac{1}{\sigma}\frac{dI}{dU} = \frac{U}{I}\cdot\frac{dI}{dU} \cdot \qquad (4.51)$$



Joon. 32

§ 10. Termoelemendid

Termoelement kujutab endast elektriahelat kahest erinevast materjalist (joon. 33). Kui üks jootekoht on kõrgemal temperatuuril kui teine, siis tekib ahelas emj. ja suletud ahelas vool. Selle nähtuse avastas Seebeck 1821. a. Sellises süsteemis tekib seega elektrienergia soojuse arvel. See on aga termodünaamika seisukohalt II liiki protsess (soojuse



Joon. 33

muundumine muu liiki energiaks), mis kulgeb ainult I liiki kompenseeriva protsessi olemasolu korral. Selliseks I-st liiki kompenseerivaks protsessiks antud juhul on soojema jootekoha (2) jahtumine ja külmema jootekoha (1) soojenemine voolu mõjul. Kui jootekohtade temperatuurid algul on samad, siis välisallikast tekitatud vool endise suunaga jahutaks jootekoha (2), kuna jootekoha (1) soojendaks. Vastupidine vool jahutaks jootekohta (1) ja soojendaks jootekohta (2) . Selle jahutusefekti avastas Peltier 1834. a. ja teda nimetatakse Peltier' efektiks. Termopinge suurusjärk on antud lihtsa teoreetilise valemiga

$$U = (T_2 - T_1)\,\frac{k}{e}\,\ln\frac{n_1}{n_2}\,, \qquad (4.52)$$

kus k - Boltzmanni konstant,

e - elementaarlaeng,

n_1 ja n_2 voolukandjate kontsentratsioonid.

Metallide jaoks $\frac{dU}{dT} = \frac{k}{e}\ln\frac{n_1}{n_2} \approx \frac{k}{e} \approx 10^{-4}$ V/kraad on suhteliselt madal. Vaatamata sellele on korduvalt tehtud katseid rakendada termoelemente mitte üksnes temperatuuride mõõtmiseks, vaid ka elektrienergia tootmiseks. Saavutatud kasutegurid on alla 1 %. Kasutegur on madal seetõttu, et soojus kasutult kandub soojusjuhtivuse teel mööda juhet külmale jootekohale. Tõsi küll, soojusjuhtivuse suhe elektrijuhtivusesse ($\frac{\lambda}{\sigma}$) on metallidel kõige soodsam, s.o. kõige väiksem.

Pooljuhtidel on $\frac{\lambda}{\sigma}$ veidi suurem kui metallidel, kuid termopinge on vähemalt järgu võrra suurem, mis lubab saavutada ka kõrgema kasuteguri.

Akadeemik A.F. Joffe juhendamisel ongi välja töötatud termoelektrigeneraatorid , millede kasutegur küünib 7 - 10 %-ni. Tööstuses toodetavad seadmed, nagu ТЭГУ-3, on ette nähtud raadioaparaatide toitmiseks.

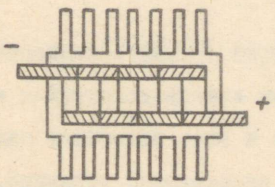
USA elektrifirma „Westinghouse" toodab silindri kujuga

termoelektrigeneraatorit. Silindri läbimõõt ja kõrgus on 76 cm. Silindri sisepinnal asuvad termoelementide soojad jootekohad, mida kuumutatakse petrooleumileeklampidega. Külmad jootekohad jahutatakse jooksva veega, mida pumpab elektripump. Jootekohtade temperatuurid +650° ja +10°C. Seadme netovõimsus on 5 kW. Kahes lülituses: 10 V 500 A ja 120 V 42 A. Firma reklaamib seadme eriti vaikset tööd. Andmed kasuteguri kohta puuduvad.

§ 11. Külmutusseadmed Peltier' efekti alusel

Pooljuhtidest kõrge kasuteguriga termoelemente võib kasutada ka jahutamiseks Peltier' efekti kaudu. Alates 1950. aastast viidi NSVL Leningradi Füüsika-tehnilises Instituudis, hiljem TA Pooljuhtide Instituudis A. F. Joffe juhtimisel läbi uurimisi külmutusseadmete kasuteguri parandamiseks ja külmutuspatarei materjali vähendamiseks.

1957. a. olid tööd edenenud nii kaugele, et õhkjahutusega töötav külmutuskapp oli oma kasuteguri ja temperatuurinäitajate poolest võistlusvõimeline vastavate kompressoragregaatidega ja märgatavalt parem absorptsioonagregaatidest. Külmutuskapi maht on 91 l, jahutuspatarei koosneb 45 termoelemendist, milledel on vasest külmad ja soojad radiaatorid. Termoelemendi skeem on toodud joonisel 34. Tööreziimis patarei



Joon. 34

tarvitab 25 A voolu pingega 3,3 V. Ühe termoelemendi külmatootlikkus on 400 cal/tunnis. Termoelemendi negatiivseks

haruks on ühendite Bi_2Te_3 - Bi_2Se_3 kõva lahus, kuna positiivne haru on valmistatud Bi_2Te_3 - Sb_2Te_3 kõvast lahusest. Selline termoelement annab jootekohtadel kuni 60° temperatuuride vahe. Sellise termopatarei valmistamiseks kulub keskmiselt 150 g pooljuhtmaterjale. Kapi sisemus on pooleks jaotatud horisontaalse vaheseinaga. Välistemperatuuri korral 20 - 22°C oli kapi ülemises osas temperatuur +6, alumises aga -6°C.

Termoelektriline jahutamine on väga mugav ja seda rakendatakse laialdaselt ka laboratoorses praktikas - termostateerimiseks, jahutamiseks ja madalate temperatuuride saamiseks (kuni -100°C). Viimasel juhul kasutatakse soojuslikult järjestikku lülitatud termoelemente: eelmise termoelemendi kuuma jootekohta jahutatakse järgmise termoelemendi külma jootekohaga jne. Seejuures peab arvestama, et mida madalam on kuuma jootekoha temperatuur, seda väiksem on temperatuuri vahe külmal jootekohal. Näiteks viimastel katsetel on saadud sooja jootekoha temperatuuril -78°C külma jootekoha temperatuur -97°C.

Termoelektriliselt võib jahutada väga väikestes ruumalades, mis on sageli hädatarvilik laboratoorses praktikas.

Kasutatud ja täiendav kirjandus

I. Г.А.Лоренц. Теория электронов. Москва, I953 г.

2. Г.А.Бете и А.Зоммерфельд. Электронная теория металлов. ОНТИ Москва-Ленинград, I938 г.

3. Ф. Зейтц. Современная теория твердого тела. Москва-Ленинград, I949.

4. Полупроводники в науке и технике. Т.I, М.-Л., I957, Т.П, М.-Л., I958.

5. В. Шокли. Теория электронных полупроводников. Москва, ИЛ, I953.

6. У. Данлэп. ВВедение в физику полупроводников. Москва, ИЛ, I959.

7. А. Кобленц, Г. Оуэнс. Транзисторы. Москва, ИЛ, I956.

8. Д. Райт. Полупроводники. Москва, ИЛ, I957.

9. Полупроводниковая электроника. М.-Л., Госэнергоиздат, I959.

I0. Полупроводниковые преобразователи энергии излучений. Москва, ИЛ, I959.

II. Г. Франк, В. Шнейдар. Полупроводниковые приборы. Прага, I960.

I2. Электрофизические свойства германия и кремния. Москва, I956.

I3. Технология полупроводниковых материалов. Москва, I96I.

I4. Рекомбинация носителей тока в полупроводниках. Москва, I959.

I5. Г. Буш, У.Винклер. Определение характеристических параметров полупроводников. Москва, I959.

I6. Е.П. Субботина. Лабораторные методы изучения полупроводниковых приборов. Ленинград, I960.

I7. Качество материалов для полупроводниковой техники, Москва, I959.

I8. А.Ф. Иоффе. Полупроводниковые термоэлементы, Изд-во Акад. Наук СССР, I956.

I9. Германий. Сборник статей, Москва, ИЛ, I955.

20. Проблемы физики полупроводников. Сборник, Москва, ИЛ, I957.

2I. Полупроводниковые материалы. Сборник. Москва, ИЛ, I954.

22. Полупроводниковые триоды и их применение. Под общей редакцией Р. Ши. Энергоиздат, I957.

23. В. Саммер. Фотоэлементы в промышленности. Госэнергоиздат, Москва-Ленинград, I96I.

24. Sominski, M. "Pooljuhid ja nende kasutamine", ERK, Tallinn, 1956.

25. Halliksoo, V. "Transistoride kasutamine raadioseadmetes", ERK, Tallinn, 1962.

26. Шефтель, И.Т. "Термосопротивления" физ-маш. тех, Москва, I958.

27. Шалимова К.В. Редактор "Специальный практикум по полупроводникам", Госэнергоиздат. Москва-Ленинград, I962.

28. "Полупроводниковые вещества" ред. Жузе, В.П.

29. "Полупроводниковая электроника" , Госэнергоиздат, Москва-Ленинград, I959.

30. Технология полупроводниковых материалов. Оборонгиз. Москва, I96I.

3I. Цидилковский, И.М. "Термомагнитные явления в полупроводниках". Физмашгиз, Москва, I960.

32. Болтокс, Б.И. "Диффузия в полупроводниках". Физмашгиз, Москва, I96I.

33. "Полупроводники", под ред. Хенней ИЛ. Москва, 1962.
34. Смит, Р. "Полупроводники" И.Л. Москва, 1962.
35. Пасынков, В.В. и др. "Нелинейные полупроводниковые сопротивления". Судпромгиз, Ленинград, 1962.
36. Ансельм , А.И. "Введение в теорию полупроводников". Физмашгиз. Москва-Ленинград, 1962.
37. Бьюб, Р. "Фотопроводимость твердых тел". ИЛ. Москва, 1962.
38. Шварц, "Полупроводниковые схемы". ИЛ.Москва, 1962.

S i s u k o r d

lk.

I. Klassikaline elektrongaasi teooria
§ 1. Ajalooline ülevaade 3
§ 2. P. Drude teooria 5
a) Ohmi seaduse tuletamine 5
b) Franzi-Wiedemanni seaduse tuletamine 9
c) Joule'i-Lentzi seaduse tuletamine 9

II. Kvantmehaanikal põhinev elektrongaasi teooria
§ 1. Ajalooline ülevaade kvantmehaanika aluste arengust 11
§ 2. Järeldused Plancki konstandi olemasolust. Mateeria lained. Heisenbergi ebatäpsuse relatsioon 13
§ 3. Kvanditud energiaga süsteemid. Pauli printsiip 15
§ 4. Kvantmehaanikale alluva elektrongaasi kvalitatiivne mudel. Fermi-Diraci jaotus. Fermi nivoo 18

III. Tsoonide teooria alused
§ 1. Energia tsoonide mõiste. Keelatud energia väärtuse piirkonnad 24
§ 2. Juhid ja isolaatorid 26
§ 3. Pooljuhid. „Augud". Omajuhtivus 28
§ 4. Termotakistid (termistorid) ja nende rakendamine 32
1. Termotakistite materjalid ja valmistamine 32
2. Takistite parameetrid 33
3. Termotakisti pinge-voolu karakteristik 35
4. Rakendusi
a) Temperatuuri mõõtmine 37
b) Bolomeetrid 37
c) Pinge-ja temperatuurireleed 38
d) Pingestabilisaator 38
e) Temperatuuri mõju kompensaatorid 39
f) Koormustakistused võimsuse mõõtmiseks 39

g) Termotakistid kaudse küttega 39

IV. Lisanditega pooljuhid

§ 1. Lisandi ja kristallvõre defekti mõju pooljuhi juhtivusele. p- ja n-tüüpi pooljuhid 41

1. Lisandi aatomite nivoode asetus põhiaine tsoonide suhtes. Doonorid ja aktseptorid. Lisandjuhtivuse ja omajuhtivuse vahekord 41

2. Ülipuhaste lähtematerjalide saamine ja lisandite hulga kontroll 43

3. n- ja p-tüüpi pooljuhid 46

4. Fermi nivoo 47

§ 2. Halli efekt ja tema rakendamine

1. Halli efekti elementaarne teooria 52

2. Halli efekti tehnilisi rakendusi 56

a) Magnetvälja mõõtmine 56

b) Ülitugevate voolude mõõtmine 56

c) Vahelduvvoolu võimsuse mõõtmine 56

d) Signaali muundajad 57

e) Harmoonilise analüsaatori komponentide mõõtja 57

f) Gyraator 58

g) Signaalide võimendaja ja elektriliste võnkumiste generaator 58

h) Arvutusmasina element 58

§ 3. Fototakistused ja nende rakendused 58

§ 4. p-n-üleminek

1. p-n-üleminek ja selle valmistamine 64

2. p-n-ülemineku toimuvad protsessid 65

3. Kvantitatiivsed seosed p-n-ülemineku 69

§ 5. Alaldajad 74

§ 6. Pooljuhi kontakt metalliga 75

§ 7. Transistorid (pooljuhttrioodid) 78

§ 8. Fotoelemendid 81

§ 9. Varistorid 83

§ 10. Termoelemendid 83

§ 11. Külmutusseadmed Peltier' efekti alusel 85

Kasutatud ja täiendav kirjandus 87

Vastutav toimetaja A. Altma
Korrektor E. Sarv

Trükkimisele antud 20. IV 1964. Paber 60x84¹/₁₆
Trükipg. 5,75. Tingtrükipg. 5,46
Tiraaž 2000 eks. MB-03428. Tell. nr I86
TPI rotaprint, 1964
Hind 17 kop.

Hind 17 kop.

A
26171

TÜ RAAMATUKOGU
1 0300 01016706 4