Handbuch
der
Rechenkunst
für das gemeine Leben,
zunächst
für deutsche Lehranstalten
des russischen Reichs

von
Christian Carl Ludwig Klee,
öffentlichem Lehrer in Reval.

Bibl.: Academ: Dorpatens:

Zweiter Theil,
welcher einige weitere Ausführungen, noch besondere Uebungsaufgaben und die Resultate aller Aufgaben enthält.

Reval,
gedruckt bei Johann Hermann Gressel
1803.

Lrt.
TRÜ Raamatukogu
5996

Vorrede.

Die Rechenkunst ist nicht allein ein wichtiger Zweig der Jugendbelehrung in Rücksicht ihrer Anwendung auf die künftigen Geschäfte des Lebens, sondern auch, und zwar ganz vorzüglich ein vortreffliches Hülfsmittel die Verstandeskräfte der Kinder auf eine zweckmäßige Weise zu üben und zu schärfen. Sie zieht die Aufmerksamkeit derselben auf sich, befördert die innere Verarbeitung der Ideen, und macht dadurch eben so wohl zur Erlernung jeder andern Wissenschaft geschickter, als sie auf der andern Seite zu einem bedächtigen und sorgfältigen Berufsleben, worauf Ruhe und Wohlstand gegründet werden müssen, vorbereitet.

„Der Kopf geht dem Menschen nicht recht auf," sagt der würdige Pestalozzi, „wenn er nicht entweder durch viel große Erfahrungen oder durch Zahlenübungen, welche diese zum Theil ersetzen, eine Richtung erhalten, die dem Fassen und Festhalten dessen was wahr, angemessen ist."

Allein diese Vortheile können nicht erlangt werden, wenn man, anstatt die Kinder in der Arithmetik zu unterrichten, sich damit begnügt, sie bloß zu einem verstandlosen mechanischen Gebrauch der Zahlen abzurichten. Die Folgen eines so unmethodischen Verfahrens sind, daß Schüler, welche alle Theile ihres Rechenbuches vom Anfang bis zum Ende durchgerechnet haben, oftmals bei den leichtesten Fällen des gemeinen Lebens in Verlegenheit gerathen, und denen nachstehen müssen, die sich mit einer bloß natürlichen Rechenkunst zu behelfen suchen. Hierunter verstehe ich die durch Uebung und Nachdenken, jedoch ohne künstliche Hülfsmittel, weiter ausgebildete natürliche Anlage zum Rechnen, die sich, nur in verschiedenen Graden, bei jedem Menschen findet, und worin es einige, welche durch ihre Geschäfte zu mannigfaltigen Berechnungen veranlaßt worden, sehr weit gebracht haben, ob sie gleich niemals in der eigentlichen Rechenkunst unterrichtet worden sind.

So wenig nun dieses den Unterricht in der Arithmethik entbehrlich machen kann, so giebt es doch, meines Erachtens, einen Wink, wie derselbe einzurichten sey; wie man es anzufangen habe, daß er die vorhandene Naturanlage nicht ersticke, (welches bei einer bloß mechanischen Abrichtung in der That häufig genug geschieht) sondern dieselbe vielmehr, so weit als möglich entwickele und ausbilde.

Dieses kann nur dadurch geschehen, daß man mit Kindern, noch ehe sie die Ziffern und die künstliche Bezeichnung der Zahlen nach dem Decimalsystem kennen gelernt haben, mannigfaltige Zahlenübungen anstelle, und sie den Weg führe, auf welchem die Natur und die Bedürfnisse den Menschen noch vor der Erfindung irgend einer schriftlichen Bezeichnungsart die ersten Elemente dieser Wissenschaft gelehrt haben. Dieses stärkt die Denkkraft des Kindes und prägt ihm zugleich dasjenige, was bei der Rechenkunst Sache des Gedächtnisses ist, auf eine anschauliche Art ein.

Die Anleitung zu einer solchen Vorbereitung, ich komme hiemit auf die Einrichtung des vorliegenden Werkes, mit welcher sich Eltern und Lehrer vor dem Gebrauche desselben hinlänglich bekannt machen werden — macht den Anfang im zweiten für den Lehrer bestimmten Bande. Es ist freilich nur eine Hindeutung auf die Methode, und konnte nichts anderes seyn, weil eine etwa in katechetischer Form ausgeführte Anleitung mich weit über die Gränzen, die ich mir setzen mußte, hinausgeführt haben würde. Indessen hoffe ich doch, daß Lehrer und insbesondere Eltern sich dieser Anleitung mit Nutzen werden bedienen können. Wer aber etwas ausführlicheres darüber zu lesen wünscht, dem kann ich folgendes Werk vorzüglich empfehlen: Praktische Anweisung Kindern die ersten Anfangsgründe der Rechenkunst auf eine anschauliche,

den Verstand in Thätigkeit setzende und leichte Weise beizubringen von D. J. P. Pöhlmann. Erstes Bändchen. Erlangen 1803. Auch kann Pestalozzi's Anschauungslehre der Zahlenverhältnisse. Erstes Heft 1803. besonders in etwas zahlreichen Classen mit Nutzen gebraucht werden, wobei man jedoch, wie ich glaube, das ne quid nimis vor Augen haben müßte.

Nach der Vorbereitung wird dann der Anfang mit dem ersten Abschnitte des ersten Theils, der sich in den Händen der Schüler befinden muß, gemacht; wobei, wie bei jedem der folgenden Abschnitte der Lehrer dasjenige, was er im zweiten Theile für seinen Zweck brauchbar findet, benutzen wird. Die bei jedem Abschnitte befindlichen Exempel sind bestimmt, zuerst von dem Lehrer und nachher auch von den Schülern an der Schultafel gerechnet zu werden, wobei zugleich die Operationen durch Worte auszudrücken sind. Die angehängten Uebungsexempel, deren Resultate am Ende des zweiten Theils zu finden sind, werden dann dienen, die Schüler zu beschäftigen, wenn der Lehrer vielleicht eine andere Abtheilung seiner Classe mündlich zu belehren hat. Ich habe diese Uebungsexempel nicht so abdrucken lassen, daß sie auf Pappe könnten gezogen werden, ob es gleich anfangs meine Absicht war; die Bemerkung, daß solche Tafeln, auch auf sehr starke Pappe gezogen, zum Gebrauch der Jugend nicht geeignet sind, indem

sie nur zu bald unbrauchbar werden, und leicht verlohren gehen würden, haben mich davon zurückgebracht.

Die Nützlichkeit der im zweiten Theile befindlichen Uebungsaufgaben, an der Zahl 216, wird wohl nicht verkannt werden. Sie drehen sich nicht einzig um den Preis der Dinge, Ein- und Verkauf ꝛc. sondern sind großentheils aus den interessantesten Fächern des menschlichen Wissens entlehnt und indem sie das Interesse beim Rechnen erhöhen, geben sie zugleich einen Vorschmack von Kenntnissen, die Keinem, der auf Geistesbildung Anspruch macht, gänzlich fremd bleiben dürfen. Mehrere dieser Aufgaben sind aus des Herrn Prediger Koch (meines mir ewig theuren Lehrers) Exempelbuche, ein Hülfsmittel zur Beförderung des Geschmacks an Rechenübungen ꝛc. genommen, mehrere derselben aber auch, wie es mir das Locale zu fordern schien, abgeändert worden, und viele von eigner Erfindung.

Erst nach der völligen Beendigung meines Plans und schon ziemlich weit gediehener Ausführung desselben sind mir die Rechenbücher von Busse, Fischer und Brodhagen, deren Werth hoffentlich allgemein anerkannt wird, zu Gesichte gekommen, die ich dann auch benutzt habe.

Die eigentliche mathematische Schulsprache habe ich, ob es mir gleich meine Arbeit erleich-

tert haben würde, nicht gewählt, weil das Werk dadurch an allgemeiner Brauchbarkeit verlohren hätte. Wer indessen nach diesem Buche alle Aufgaben durchgeübt hat und die Gründe zu durchdenken angeführt worden ist, wird alle Schwierigkeiten in mathematischen Lehrbüchern leichter überwinden.

Daß endlich dieses Werk nicht frei von Mängeln sey, würde ich vermuthen, auch wenn ich selbst keine bemerkt hätte. Vielleicht kann es mir bei dem humanen Leser zu einiger Entschuldigung gereichen, wenn ich ihm sage, daß es die Frucht jener Stunden ist, die mir von einer 9 bis 10 stündigen täglichen Beschäftigung mit Unterricht, von der dazu nöthigen Vorbereitung und der Lectüre derjenigen Schriften die zunächst in mein Fach schlagen, übrig blieben, jener Stunden also, die ich ohne Vorwurf befürchten zu dürfen, der nicht selten von Geist und Körper dringend geforderten Erholung hätte widmen können.

Sobald ich mehr Muße gewinne, werde ich eine gemeinnützige Algebra, durchgängig mit zweckmäßigen, aus dem Gebiete des Wissenswürdigen genommenen Uebungsaufgaben versehen, herausgeben.

Reval, im December 1803.

Inhalt
des zweiten Theils.

Erste Vorbereitung. Seite 1.

Zum 1. Abschnitt. Vom Numeriren 5.

2. Vom Addiren. 8.

3. Vom Subtrahiren. 18.

4. Vom Multipliciren. 22.

5. Vom Dividiren. 29.

Nachtrag zu den vier einfachen Rechnungsarten

a. Buchstabenrechnung. 38.

b. Kennzeichen der Theilbarkeit der Zahlen ꝛc. 47.

c. Neunerprobe. 52.

Zum 6. Abschnitt. Anwendung der vier Species auf benannte Zahlen. 57.

Zusatz zur Subtraction die Zeit zu berechnen. 63.

Neunerprobe bei benannten Zahlen. 70.

Zur Bruchrechnung. 85.

Zum 9. Abschnitt. Von der Regel de Tri. 105.

Die Lehre von den Verhältnissen. 106.

Zum 10. Absch. Von der wälschen Practik. 117.

11. Von der Kettenrechnung. 122.

12. Von der Basedowschen Regel.

Auseinandersetzung einiger Aufgaben. 140.

Zum 13. Abschnitt. Von der einfachen Zinsrechnung. Rechnungsvortheile. Seite 143.
Zum 14. Abschnitt. Zusatz vom Disconto, Tara ꝛc. 147.
Zum 15. Abschnitt. Gesellschaftsrechnung. Formeln. 148.
Zum 16. Abschnitt. Algebraische Formel für die Mischungsrechnung. 151.
Vorkenntnisse vom Gelde. 155.
Vergleichung mehrerer Münzen mit dem Rubel. 157.
Vom Wechsel. 162.
Vergleichung verschiedener Maaße. 168.
Resultate aller Uebungsexempel. 173.
Resultate der Aufgaben des zweiten Theils. 243.

Erster Abschnitt.

Numeration.

§. 1. Eine Zahl ist der bestimmte Begriff einer Menge von Dingen die von einerlei Art sind.

Wenn man sagt: es waren viel oder wenig Menschen da; das Buch kostet viel oder wenig Geld, so ist der Begriff der Menge unbestimmt; um ihn zu bestimmen, muß man immer eins zu dem andern hinzuzählen, und die vorhandenen Einheiten alle in eine Zahl zusammen fassen. Dann kann man sagen: es waren zwölf Menschen; das Buch kostet drei Rubel; und nun ist der Begriff der Menge völlig bestimmt.

Ferner müssen die Dinge von einerlei Art seyn, wenn man sie in eine Zahl zusammen fassen will. Wenn Jemand einen Rubel, einen Ducaten, einen Thaler und einen Imperial in der Tasche hat, so kann man nicht diese so zusammenzählen, daß man sagt, er habe vier Rubel, oder vier Ducaten, vier Thaler oder vier Imperial; wenn sich aber die Dinge in gewisser Rücksicht unter einen Begriff bringen lassen, so kann man sie als solche zusammenzählen. So kann man z. B. in diesem Fall sagen: er habe vier Geldstücke. — Zahlen heissen benannte, wenn sie auf gewisse Dinge bezogen werden. Z. B. sechs Rubel; vier Pfund. Wenn man an den Zahlen bloß ihre Eigenschaften untersucht, oder die Rechenkunst übet, so kann in so fern die Beziehung auf gewisse Gegenstände wegbleiben. Z. B. Sechs ist mehr als vier, dieses wird immer richtig bleiben, was auch die beiden Zahlen andeuten mögen, vorausgesetzt nemlich, daß es immer gleichartige Dinge sind. Solche Zahlen die ohne Beziehung auf bestimmte Gegenstände gebraucht werden, heissen unbenannte. Wenn man ein gewisses Ding als ein Ganzes betrachtet, und nun dieses einige mal nimmt, so heißt es eine ganze Zahl; z. B. vier Rubel; drei Pfund. Nimmt man nun gewisse Theile eines solchen Ganzen, z. B. die Hälfte, den vierten, fünften Theil, so heißt es ein Bruch.

§. 2. Eine Ziffer ist ein willkührliches Zeichen einer Zahl. Die Zahlen können ohne Ende fortlaufen; allein der Ziffern giebt es nur neune, nemlich:

1 Eins	6 Sechs
2 Zwei	7 Sieben
3 Drei	8 Acht
4 Vier	9 Neun.
5 Fünf	

und ein Hülfszeichen 0 Null, welches an und für sich nichts bedeutet, sondern nur dazu dient, den Werth der übrigen Ziffern zu bestimmen.

§. 3. Die Numeration ist die Kunst mit den obigen zehn Zeichen jede auch noch so große Zahl zu bezeichnen. Zu den ersten neun Zahlen dienen die angezeigten neun Ziffern. Um die Zahl zehn anzudeuten bedient man sich wieder der Eins nebst einer zur Rechten gesetzten Null, also 10. Die Eins erhält also dadurch, daß sie in der zweiten Stelle gegen die linke Hand zu steht, einen zehnfach größeren Werth; und so alle übrige Ziffern;

denn es ist 20 = zweimal zehn oder zwanzig.
30 = dreimal zehn oder dreißig.
40 = viermal zehn oder vierzig.

und eben so 50, 60, 70, 80, 90.

Ehe man aber von einem Zehner bis auf den nächstfolgenden kommt, z. B. von 10 auf 20, oder von 30 auf 40 u. s. w. so müssen zu der

zehnfachen Einheit noch zehn einfache Einheiten hinzu kommen; also von zehn zu zwanzig, erstlich zehn und eins; zehn und zwei; .... zehn und neun. Wenn nun bei einer solchen zehnfachen Zahl noch einfache Einheiten sind, so bedarf es zur Bezeichnung der Zehnfachen keiner Null; sondern man setzt in die Stelle der Nulle die Ziffer der vorhandenen einfachen Einheiten; z. B. um zu schreiben zehn und drei, setzt man nicht 10 und 3 sondern 13; die hier befindliche 1 ist nun nicht eine einfache, sondern zehnfache Einheit, weil sie in der zweiten Stelle steht; so hat man also zwischen zehn und zwanzig folgende Zahlen nebst den dazu gehörigen Ziffern

11 Zehn und Eins oder Eilf.
12 Zehn und Zwei oder Zwölf.
13 Zehn und Drei oder Dreizehn.
14 Zehn und Vier oder Vierzehn.
.
.
.
19 Zehn und Neun oder Neunzehn.

Zwischen Zwanzig und Dreißig hat man wieder

21 Zwanzig und Eins oder Ein und Zwanzig.
22 Zwanzig u. Zwei oder Zwei und Zwanzig.
.
.
.
29 Zwanzig u. Neun oder Neun und Zwanzig.

Eben so geht es zwischen allen zehnfachen Zahlen bis zur nächst höhern, und es drückt also die zweite Stelle allemal die zehnfache Zahl aus, es mag eine Null oder eine Ziffer dabei stehen.

Eben so zählen und schreiben wir von Neunzig an

91 Ein und neunzig .... bis 99.

Setzen wir zu neun und neunzig noch eins, so haben wir die Zahl Einhundert. Diese Zahl wird wieder mit 1 bezeichnet, doch so, daß zwei Nullen ihr zur Rechten stehen. Und auf diese Weise deutet eine jede Ziffer, welche die dritte Stelle hat, hunderte an. Also

100 Einhundert; 200 Zweihundert .....
900 Neunhundert.

Um von Einhundert bis Zweihundert zu gelangen, muß man die Zahlen Einhundert und eins bis Einhundert neun und neunzig durchzählen. Will man nun Einhundert und eins schreiben, so setze man 101; die erste Eins zur Rechten, bezeichnet eine einfache Einheit, die andere aber, weil sie die dritte Stelle hat, eine hundertfache Einheit. Eben so schreibt man Einhundert und zwei u. s. w. 102; 103; 104; 105; 106; 107; 108; 109.

Will man Einhundert und zehn schreiben, so hat man eine hundertfache und eine zehnfache Einheit, man setze also 110.

Nun folgen die Zahlen 111; 112; .... 119.

Auf diese Weise gehe man die Zahlen 120, 121 .... 129; 130 und so weiter bis 999 durch.

Nun wird das Gesetz der Numeration begreiflich werden. Nemlich eine jede Zahl z. B. 4 deutet zwar immer Vier an, allein die Stelle bestimmt, ob es eine einfache Vier; eine zehnfache Vier oder Vierzig; eine hundertfache Vier oder Vierhundert sey, z. B. 444; 440; 404. Sind Hunderte vorhanden, aber keine zehnfache odereinfacheEinheiten,so wird dieStelle der fehlenden mit Null bezeichnet; denn unterließe man dieses, so würden die Hunderte nicht die dritte Stelle erhalten, und man könnte nicht erkennen, daß es Hunderte seyn sollten.

Aber 04, heißt nicht vierzig, sondern 4; 056 heißt 56; 007 ist 7.

Folgende Zahlen übe man sich auszusprechen, und auch wenn sie vorgesagt werden, zu schreiben. 364; 560; 704; 298; 900; 803; 107; 207; 180; 309; 495; 594; 945; 954; 666; 123; 321; 231; 312; 213; 203; 302; 320; 230.

§. 4. Wenn man die Fertigkeit erlangt hat, jede dreiziffrige Zahl lesen und schreiben zu können, so machen die größeren Zahlen keine Schwierigkeit, denn sie steigen nach der nemlichen Ordnung wie die ersten drei Stellen.

Die vierte Stelle enthält einfache Tausende. Als: 1000; 2000; 3000; 9000;
sind noch Hunderte, Zehner, oder Einer vorhanden, so fallen in den Stellen derselben die

Nullen weg. Z. B. 2476; 3450; 4700; 6079; 5008 u. s. w.

Die fünfte Stelle enthält zehnfache Tausende. Als: Zehn tausend 10000; Zwanzig tausend 20000; Dreißig tausend 30000; ..... Neunzig tausend 90000.

Man lese und übe: 25654; 20654; 20054; 20004; 25004; 25054; 25604. u. s. m.

Die sechste Stelle enthält hundertfache Tausende. Als: 100000; 200000; 300000 ..... 900000.

Man lese und übe: 475863; 475063; 470063; 400063; 470863; 470803; 470003; 400800; 405803 u. s. m.

So wie nun die ersten drei Stellen Einer, Zehner und Hunderter enthalten, so auch die folgenden drei, nemlich die vierte, fünfte und sechste, nur mit dem Unterschiede, daß die Einer hier einfache Tausende, die Zehner zehnfache und die Hunderte hundertfache Tausende sind.

Für Anfänger kann man zur Erleichterung nach den drei ersten Stellen einen kleinen Zwischenraum lassen.

§. 5. Sind mehr als sechs Stellen vorhanden, so enthält die siebente abermals Einer, aber Millionen; die achte Zehner oder zehnfache Millionen u. s. w. gerade in der Ordnung wie

die ersten sechs Stellen. Bei der dreizehnten Stelle fangen die Billionen, bei der neunzehnten die Trillionen, bei der fünf und zwanzigsten die Quadrillionen an. Eine Billion enthält eine Million Millionen; eine Trillion enthält eine Million Billionen u. s. w.

Zur Uebersicht diene folgende Tabelle:

Die erste Stelle rechter Hand enthält Einheiten.
— zweite — — Zehner.
— dritte — — Hunderte
— vierte — — Tausende.
— fünfte — — Zehntausende.
— sechste — — Hundert tausende.
— siebente — — Millionen.
— achte — — Zehner von Millionen.
— neunte — — Hunderte —
— zehnte — — Tausende —
— eilfte — — Zehn tausende —
— zwölfte — — Hundert tausende —
— dreizehnte — — Billionen ꝛc.

Wenn mehr als sechs Stellen vorhanden sind, so mache man immer nach sechs Stellen ein Zeichen, welches das Lesen der Zahlen erleichtern wird. Z. B.

5‴ 736 493″ 127 847′ 986 542

43‴ 007 070″ 004 000′ 030 201

§. 6. Wenn man durch diese Uebungen eine Fertigkeit erlangt hat, Zahlen nach ihren Stel-

len ihrem Werthe gemäß richtig zu lesen, so wird es keine Schwierigkeit machen, auch vorgesagte Zahlen nach ihrem Werthe richtig zu schreiben. Man fängt mit dreiziffrigen Zahlen an; Anfängern könnte man zuerst die Zahlen dergestalt vorsagen, daß man die Zehner, nicht zwanzig, dreißig ꝛc. sondern zwei Zehner, drei Zehner nennt; dadurch werden alle Schwierigkeiten gehoben, wenn man den Schüler darauf aufmerksam macht, daß jede Zahl z. B. zwei, vier, fünf, immer mit 2, 4 und 5 bezeichnet, daß aber die dabei genannten Tausende, Hunderte, Zehner nicht anders als durch die Stelle der Ziffern schriftlich ausgedruckt werden. Wo der Ausdruck kein Hunderter, kein Zehner vorkommt, wird eine Null gesetzt. So übe man erst das Schreiben einer dreiziffrigen Zahl: z. B. Siebenhundert, fünf Zehner, und acht Einer. Wenn die Zahl geschrieben ist, so lasse man lesen wie dictirt worden, aber auch auf die gewöhnliche Weise, nemlich: Siebenhundert und acht und funfzig. Ferner, Sechshundert, kein Zehner, drei Einer 603; Vierhundert, ein Zehner, zwei Einer 412; Zweyhundert, vier Zehner, kein Einer 240. Dann gewöhne man den Anfänger die fehlenden Stellen, ohne daß man sie angebe, selbst mit Nullen zu bemerken. Z. B. Sechshundert und drei Einer oder wie gewöhnlich, Sechshundert nnd drei.

Hat man es nun zu einer Fertigkeit im Schreiben dreiziffriger Zahlen gebracht, so fahre man auf gleiche Weise mit vierziffrigen fort. Wenn man jede dreyziffrige Zahl richtig schreiben kann, so mag folgendes die Sache zu erleichtern dienen: Man dictire die Zahl anfangs auf die Art, daß man eine kleine Pause macht, ehe man die nähere Bestimmung: Tausende, Millionen ꝛc. hinzusetzt. Z. B. Fünfhundert drei und zwanzig — Millionen; nun hat der Schüler während des Innehaltens 523 hingeschrieben; der Zusatz Millionen wird nun weiter nicht bezeichnet, indem dieses durch die Hinzufügung von sechs Stellen geschieht. Sollten nun etwa keine Tausende folgen, so muß man sagen: keine Tausende, da denn drei Nullen gesetzt werden ꝛc.

Eine weitere Ausführung scheint mir unnöthig zu seyn, da ein jeder Lehrer nach den Geistesfähigkeiten seiner Schüler diese Uebungen selbst weiter ausführen wird.

Zahlen zur Uebung: 568; 703; 3 247; 2 047; 54 679; 50 476; 49 705; 80 030; 80 201; 124 768; 125 705; 302 031; 466 740; 400 734; 450 032; 400 050; 123 123; 4 764 763; 5 095 097; 16 034 718; 234 786 459; 123 123 123; 102 310 231; 100 100 100; 12 012 012 003; 763 456 789 000 303; 1 000 020 003 004 050 000 600 020 009.

Um große Zahlen einigermaaßen zu versinn-

lichen, mag folgendes dienen. Eine Secunde ist ein kleiner Zeittheil, deren 60 in einer Minute und 86400 in einem Tage verfliessen. Eine Million Secunden macht über 11 und ein halben Tag aus; eine Billion Secunden aber mehr als 30000 Jahre.

Zweyter Abschnitt.

Addition.

§. 7. Die Addition besteht in einer vortheilhaften Vereinigung zweier oder mehrerer gleichartigen Zahlen zu einer einzigen. Zahlen, welche zu einer verbunden werden sollen, nennen wir die gegebenen Stücke, die Eine Zahl, welche aus der Verbindung entsteht, heißt die Summe. Daß die gegebenen Stücke von einerlei Art seyn müssen, erhellet aus § 1. Die Summe kann nicht anders als durch Hinzuzählen gefunden werden. Z. B. um die Summe von 4 und 3 zu wissen, müssen wir zu vier erst eins hinzuzählen, dann entsteht 5; hiezu wiederum eins, dann entsteht 6; und hiezu abermal eins, dann ist die Summe 7, weil nun alle in der 3 enthaltene Einheiten nach und nach hinzugefügt sind. Obwohl dieses Verfahren zum Zwecke führt, so

würde es dennoch sehr umständlich seyn. Die Rechenkunst lehrt daher die Summe auf eine vortheilhaftere Art finden.

Der erste Vortheil besteht in der Fertigkeit, die man sich erwerben muß, die Summen aller einfachen Zahlen mit einfachen Zahlen, z. B. 2 und 3; 4 und 7; 3 und 6 u. s. w. ohne einzelnes Zuzählen der Einheiten zu finden, welches durch die Vorübungen geschehen ist. Der andere Vortheil beruhet auf unserem Bezeichnungssystem der Zahlen.

§. 8. Das Zeichen + (welches plus oder und ausgesprochen wird) deutet an, daß die Zahlen, zwischen welchen es steht, addirt werden sollen. Z. B. 4 + 3 + 5 heißt: 4 und 3 und 5 sollen zu einander addiret werden.

§. 9. Das Zeichen = deutet die Gleichheit zweier Größen an. Z. B. 4 + 3 + 5 = 12.

§. 10. Es ist gleichgültig, in welcher Ordnung die gegebenen Stücke einander folgen, denn die Summe muß immer gleich seyn, sobald alle Theile aus denen sie besteht, einander gleich sind. Z. B. 4 + 3 + 5 = 12; 3 + 5 + 4 = 12; 5 + 4 + 3 = 12.

§. 11. Rechnungsvortheil. Sollen zwei oder mehrere Zahlen zu einander addirt werden, so setzt man sie so unter einander, daß die Stellen von einerlei Werth in einer Reihe von oben nach unten stehen: Einer unter Einer, Zehner

unter Zehner, Hunderte unter Hunderte u. s. w. dann addirt man jede solche Säule (indem man von der rechten Hand anfängt) als ob sie einfache Einer wären und schreibt die Summe einer jeden Säule gerade unter dieselbe. Z. B.

235	Hier sagt man	1) 5 + 2 = 7
362		2) 6 + 3 = 9
597		3) 3 + 2 = 5

Eigentlich hätte man bey der zweiten Stelle sagen sollen 3 Zehner und 6 Zehner, = 9 Zehner, oder 30 + 60 = 90; und eben so bey der dritten Stelle 200 + 300 = 500; allein des bequemern Rechnens wegen, sagt man so wie vorher angezeigt worden, denn die Summe wird dadurch nicht verändert; dadurch nemlich, daß man die 9 in die zweite Stelle schreibt, wird sie 90; und eben so die 5 deswegen 500 weil sie die dritte Stelle erhält.

§. 12. Wenn eine Säule mehr als neun Einheiten enthält, so ist ihre Summe eine zweiziffrige Zahl, von dieser schreibt man nun die Einer unter die Säule, die zweite Ziffer addiret man aber zur folgenden Säule der höheren Ordnung. Z. B.

479	Hier sind 19 Einer, oder 9 Einer,
267	und ein Zehner; die 9 setzt man un-
793	ter die Säule der Einer, und be-

hält die Einheit der folgenden Ordnung im Sinn, um sie zu der folgenden Säule mit zu

addiren; um sie nicht zu vergessen, kann man sie auch gleich unter der Säule der Zehner bemerken. Die Summe der in der zweiten Stelle enthaltenen Zahlen ist 23; also 3 Einheiten der zweiten Stelle, die man wieder unten hinschreibt, die 2 Einheiten der höhern Art addiret man ebenfalls zu den Zahlen der dritten Stelle; deren Summe ist 15 diese schreibt man ganz hin, weil keine vierte Säule mehr vorhanden ist. Die Rechnung siehet nun so aus:

```
  4 7 9
  2 6 7
  7 9 3
    2 1
-------
1 5 3 9
```

Hätte man alle Einheiten einer Ordnung gleich ganz hinschreiben wollen, so hätte es folgendermaaßen geschehen müssen.

```
  479
  267
  793
-------
   16  Einer
  22   Zehner
13     Hunderte
-------
1539
```

Dieses giebt eben die Summe, macht aber dann noch eine besondere Addition der Summen jeder Säule nothwendig.

Exempel. 247 + 3427 + 28 + 9 + 119 + 2359.

(Zur Uebung im Schreiben der Zahlen so wie auch des richtigen Untereinandersetzens dictire man die Exempel.)

```
   2 4 7
3 4 2 7
     2 8
       9
   1 1 9
2 3 5 9
  1 1 4
---------
6 1 8 9
```

Wollte Jemand die Summe dieser Zahlen, durch Hinzuzählung aller einzelnen Einheiten finden, so würde er dazu mehrere Stunden anwenden müssen; unser Zahlensystem gewährt uns aber den Vortheil, daß wir sehr große Zahlen wie bloße Einheiten zusammenzählen können; so zählt man in der dritten Säule gleich ganze Hunderte, in der vierten Tausende zusammen.

Um von der Richtigkeit der Summe desto mehr versichert zu seyn, ist es gut eine jede Säule zweymal, erstens von oben herunter, zweitens von unten hinauf zu addiren.

Exempel, an der Tafel zu rechnen.

N. 1. 8 + 2 + 3 + 7 + 9 + 6 + 4.
N. 2. 13 + 17 + 87 + 5 + 92 + 60 + 27.
N. 3. 85 + 157 + 16 + 233 + 9 + 780 + 205.

N. 4. 222 + 127 + 8 + 2317 + 1537
+ 789 + 10023.

N. 5. 5421 + 54064 + 97020 + 130
+ 200305.

N. 6. 27064 + 2770049 + 181 + 265
+ 5623 + 19842 + 677688.

N. 7. 49210314 + 19527 + 215069 +
70680405 + 3690021.

N. 8. 4708 + 36 + 745 + 80093 +
257000976 + 207 + 25039 + 987

N. 9. 5369 + 2478 + 769 + 837 +
+ 748693007 + 2483969 +
+ 376 + 809367 + 293096847.

N. 10. 496 + 15 + 70936 + 12839 +
74321 + 13909 + 66763085.

N. 11. 5436 + 97812 + 759638 + 23
+ 2478965 + 49 + 4756 + 90085
+ 987654 + 47578769 + 398.

N. 12. 456879 + 13754796 + 8399 +
5474973965 + 8039004102 + 69
+ 5096 + 798 + 895 + 4996.

Uebungsexempel von Num. 1 bis 100.

Dritter Abschnitt.

Subtraction.

§. 13. Die Subtraction besteht in

der vortheilhaften Erfindung des Unterschiedes zweier gegebenen gleichartigen Zahlen. Dieses Geschäft nennt man subtrahiren oder abziehen. Die Zahl, von welcher abgezogen werden soll, heißt das Ganze (der Diminuendus); die abzuziehende Zahl die vermindernde, oder der Abzug, (Diminutor) und das, was übrig bleibt, der Rest, Unterschied (Differenz). Wenn z. B. von der Zahl 9 die Zahl 4 soll abgezogen werden, so ist 5 der Rest.

§. 14. Das Zeichen — (welches man minus oder weniger ausspricht) wird zwischen zwei Zahlen gesetzt, und deutet an, daß die Zahl, die hinter dem Zeichen steht, von der, welche vor demselben steht, soll abgezogen werden.

Z. B. 9 — 4 = 5.

§. 15. Wenn man den Abzug zum Reste addiret, so muß die Summe der Zahl, von welcher abgezogen wurde, gleich seyn.

Z. B. 9 — 4 = 5. Folglich 4 + 5 = 9.

§. 16. Um eine Zahl z. B. 243 von einer andern 468 zu subtrahiren, setze man die zu subtrahirende unter die andere, so daß die gleichartigen Stellen unter einander zu stehen kommen, und ziehe dann, indem man von der rechten Hand anfängt, Einer von Einern, Zehner von Zehnern u. s. w. ab; ebenfalls, so wie bei der Addition, als ob sie alle einfache Einer

wären. Den jedesmaligen Rest schreibe man gerade unter jede Stelle.

5 6 8 Hier sagt man 1) 3 von 8 bleibt 5.
2 4 3 2) 4 von 6 bleibt 2.
3 2 5 3) 2 von 5 bleibt 3.

Eigentlich hätte man bey der zweiten Stelle sagen sollen, 4 Zehner von 6 Zehnern, bleiben 2 Zehner; oder 60 — 40 = 20; und eben so bei der dritten Stelle 500 — 200 = 300. Allein auch in jenem Falle wird der Rest durch die Stelle, welche er erhält, richtig angedeutet; denn die 2 in der zweiten Stelle ist nicht 2 sondern 20; und die 3 ist 300 weil sie in der dritten Stelle steht.

§. 17. Die Zahl, von welcher abgezogen werden soll, muß größer seyn, als der Abzug. Wenn jemand nur fünf Rubel hat, so kann er nicht sieben ausgeben. Gleichwohl trift es sich oft, daß die abzuziehende Zahl in einer Stelle eine größere Zahl hat, als diejenige, von welcher abgezogen werden soll. Z. B. 42 — 27

oder 42
27

da sind oben in der Stelle der Einer nur 2 und unten 7; das hindert aber nicht, daß nicht wirklich sollte abgezogen werden können; denn wer 42 Rubel hat, kann davon 27 ausgeben, und muß noch übrig behalten. In diesem Falle vermindert man die Einheiten der höheren Ordnung um eine Einheit, welche jederzeit zehn Einheiten der niedern enthält; also macht man in diesem Falle

aus der 40 eine 30; und addirt die Zehn zur 2; so kann man sagen: 7 von 12 bleibt 5. Um nun nicht zu vergessen, daß die Zahl in der zweiten Stelle keine 4 sondern eine 3 geworden sey, bemerke man sie mit einem Puncte zur rechten Hand. Also

4. 2
2 7
1 5

Dieses Vermindern der höhern Stelle nennt man Borgen.

Wenn drei Stellen vorhanden sind, und unten in der zweiten Stelle mehr als oben steht, so borgt man eben so von der dritten Stelle; eine Einheit der dritten Stelle enthält zwar Einhundert einfache Einheiten aber doch nicht mehr als zehn zehnfache, und diese gebraucht man eben hier. Also rechnet man in diesem Falle eben so, als ob es einfache Einheiten wären. Z. B.

5. 3 8
1 6 3
3 7 5

Man sagt; 1) 3 von 8 bleiben 5
2) 6 von 3 kann ich nicht abziehen, ich borge von der nächsten 5 eine Zehn; also 6 von 13 bleiben 7
und 3) 1 von 4 bleiben 3. (s. §. 16)

§. 18. Wenn aber die Stelle von welcher man borgen sollte, eine Null hat, so muß man über dieselbe, oder wenn mehrere Nullen nach der Reihe folgen, über alle weggehen, und von der Stelle die eine oder mehrere Einheiten hat, eins borgen.

Es sei z. B. gegeben 504 — 268 oder 5.04
268

Hier kann man bey der Stelle der Zehner nichts borgen, folglich muß man von der dritten Stelle Eins nehmen. Dieses sind aber Einhundert. Von diesen nehmen wir zehn zur vier, und sagen 8 von 14 bleiben 6; da nun aber erst 10 von jenen Hunderten verbraucht worden sind, so sind dann noch 90 übrig; das giebt also in der zweiten Stelle eine 9. Daher steht das Exempel so:

9
5.0 4
2 6 8
2 3 6

Es ist unnöthig die 9 über die Null, wie hier geschehen ist, hinzuschreiben; man kann sich nur ein für alle mal merken, daß, wenn man über Nullen weggeborgt hat, an die Stelle einer jeden, so viel ihrer auch sein mögen eine Neun zu denken sei.

Daß es richtig sey, wird durch noch ein Beispiel hinlänglich erwiesen werden. Es sei gegeben 600003 — 236725; wenn hier von der sechs eine Einheit weggenommen wird, so ist diese 100000; von diesen 100000 nimmt man 10 zur ersten 3; aber 100000 — 10 = 99990; folglich kommt nun in die Stelle der Zehner, Hunderte, Tausende und Zehntausende eine Neun.

Anmerkung. Wenn gegeben ist 8000476 — 3475634, so wird erst bei den Hunderten geborgt, und zwar von den 8 Millionen eine genommen; davon werden nun nicht 10 sondern 1000 genommen, und es bleiben also 999000; woraus erhellet, daß die Nullen auch hier in Neuner verwandelt werden. Dieses war zu bemerken, weil man auch hier nach dem an geführten Gebrauche sagen wird, 6 von 14 bleiben 8, und es also scheinen könnte, als ob von der geborgten Million nur 10 genommen wären, da dann 999990 übrig bleiben würden.

Exempel, an der Tafel zu rechnen.

A. Zu §. 16.

N. 1. 6854 — 2641.
N. 2. 5378 — 4161.
N. 3. 25347 — 12215.
N. 4. 91389 — 20134.
N. 5. 2783927 — 1531612.
N. 6. 549139876 — 237118065.

B. Zu §. 17.

N. 7. 24786 — 13887.
N. 8. 539867 — 247986.
N. 9. 12434766 — 12378699.
N. 10. 476341512 — 396782147.
N. 11. 521187682 — 149887954.
N. 12. 11378545186 — 11279456279.

C. Zu §. 18.

N. 13. 23045 — 14657.

N. 14. 140067 — 106079.
N. 15. 24054006 — 23176904.
N. 16. 100200036 — 99129117.
N. 17. 400100100101 — 234012045036.
N. 18. 1002003765001 — 992874769218.

Anmerkung. Nach §. 15. kann man leicht eine Probe anstellen, ob man richtig subtrahiret habe.

Uebungsexempel, Subtraction.
Num. 1 bis 50.

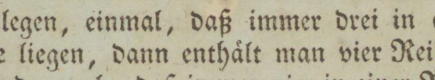
Vierter Abschnitt.

Multiplication.

§. 19. Die Multiplication (mit ganzen Zahlen) besteht in der Erfindung des vielfachen einer Zahl. Es müssen also zwei Zahlen gegeben seyn, Eine, welche gewisse mal genommen werden soll (der Multiplicandus), die Andere, welche anzeigt, wie viel mal jene genommen werden soll (der Multiplicator). Beide zusammen heissen auch die Factoren. Die Zahl welche aus diese Vervielfältigung entsteht, heißt das Product. Z. B. 4 mal 3 = 12; hier sind 4 und 3 die Factoren und 12 ist das Product.

§. 20. Das Zeichen X (welches mal ausgesprochen wird) deutet an, daß zwei Zahlen, zwischen welchen es steht, mit einander multiplicieret werden sollen. Z. B. $3 \times 4 = 12$. Anstatt dieses Kreuzes, (welches von dem Additionszeichen + wohl zu unterscheiden ist) bedient man sich zuweilen auch eines Punctes. Z. B. $4 . 3 = 12$.

§. 21. Bei jeder Multiplication kann man die Factoren mit einander verwechseln. Es ist einerlei ob man 4 Rubel dreimal, oder 3 Rubel viermal nimmt. Man könnte 12 Rubel dergestalt legen, einmal, daß immer drei in einer Reihe liegen, dann enthält man vier Reihen; das anderemal, daß immer vier in einer Reihe liegen, dann enthält man drei Reihen.



§. 22. Einer der Factoren muß (als solcher) eine unbenannte Zahl seyn. Man kann nicht 4 Rubel mal 3 Rubel nehmen. Wenn beide Factoren benannte Zahlen sind, so hat doch die Benennung des Einen auf das Product keinen Einfluß. Z. B. wenn Jemand jede Woche 6 Rubel ausgegeben hat, und wissen will, wie viel dieses in vier Wochen ausmache, so trägt die Benennung Woche zu dem Producte 24 gar nichts bei. Es könnten unter andern Voraussetzungen vier Tage, vier Monate seyn,

und es würde immer 24 herauskommen. Man trennt also die Benennung von der Zahl, und behält bloß den Begriff von dieser bei.

§. 23. Man kann das Vielfache einer gegebenen Zahl durch wiederholte Addition finden. Z. B. 8 X 6 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8; allein es würde dieses bei größeren Zahlen eine sehr langwierige Arbeit sein. Wenn z. B. 4783 X 2765 gegeben ist, so müßte man entweder den ersten Factor 2765 mal, oder den andern 4783 mal unter einandersetzen und dann addiren; eine Arbeit die viele Tage erfordern würde; da man hingegen vermittelst der Regeln der Multiplication das Product füglich in einer Minute finden kann.

Den Grund zur Multiplication muß man damit legen, daß man die Producte aller einfachen Zahlen, nemlich von 1 bis 9 mit 1 bis 9 sich wohl bekannt mache. Dieses ist das sogenannte Ein mal Eins, welches man von jedem Rechenschüler von Zahl zu Zahl einige mal selbst durch Addition muß machen lassen, und dann dem Gedächtniß wohl einprägen.

§. 24. Wenn einer der Factoren als das Product zweier oder mehrerer kleinerer Factoren vorgestellt werden kann, wie z. B. 6 = 2 X 3; 20 = 2 X 10; so kann man den andern Factor erst mit einem dieser kleineren Factoren und dann das herauskommende Product mit dem

andern Factor multipliciren; das Product wird eben so groß seyn, als wenn man beide Factoren gleich mit einander multiplicirt hätte. Z. B. 4 X 6 = 24; aber auch 4 X 2 X 3 = 24; denn 4 X 2 = 8 und 8 X 3 = 24. Eben so kann nun auch der andere Factor in seine einzelnen Factoren zerlegt werden. Hier besteht der Factor 4 aus 2 X 2 daher ist auch 2 X 2 X 6 = 24. Und zerlegt man beide, so ist doch 2 X 2 X 2 X 3 = 24.

§. 25. Das Zehnfache einer einfachen Zahl, ist dieselbe Zahl nur in der nächstfolgenden höhern Stelle. 8 X 10 ist 8 Zehner oder 80. Eben so wird auch eine zweistellige Zahl durch die Multiplication mit 10 weiter nicht verändert, als daß jede Stelle derselben, die nächst höhere wird. Einer werden zu Zehnern, Zehner zu Hunderten, Hunderte zu Tausenden. Z. B. 12 X 10 = 120; 45 X 10 = 450; 125 X 10 = 1250.

Hat man eine einfache Zahl mit Einhundert zu multipliciren, so bleibt sie selbst unverändert, nur daß sie die dritte Stelle erhält. 8 X 100 = 800. Eben so, wenn zwei und mehrstellige Zahlen mit 100 multipliciret werden. Zum Beispiel 24 X 100 = 2400; 126 X 100 = 12600. Eben so 7 X 1000 = 7000; 24 X 1000 = 24000 u. s. w.

§. 26. Wenn eine Zahl, welche sich mit ei-

ner oder mehreren Nullen endigt, mit einer andern multipliciret werden soll, so multiplicire man die gegebenen Zahlen ohne Rücksicht auf die Nullen, und hänge an das Product die Nullen an. Z. B. $80 \times 3 = 240$. Denn es ist eben so viel als $8 \times 3 \times 10$ oder $24 \times 10 = 240$.

§. 28. Wenn eine gegebene Zahl nicht auf einmal, sondern stückweise mit einer andern Zahl multipliciret wird, so ist die Summe aller Producte, dem Producte gleich, welches herauskommt, wenn man beide Factoren gleich ganz mit einander multipliciret. Z. B. $9 \times 5 = 45$. Da nun $9 = 4 + 3 + 2$ so ist auch $4 \times 5 + 3 \times 5 + 2 \times 5 = 20 + 15 + 10 = 45$; und weil $5 = 3 + 2$ so ist auch $9 \times 3 + 9 \times 2 = 27 + 18 = 45$.

§. 28. Wenn die Zahl 243 mit 2 multipliciret werden soll, so setze man sie dergestalt unter einander, daß die Einer unter die Einer kommen, und multiplicire nach und nach jede Stelle, indem man von der Stelle der Einer anfängt; das Product setze man unter jede Stelle hin. Also

$$\begin{array}{r} 243 \\ \times\ \ 2 \\ \hline 486 \end{array}$$

Man sagt hier: 1) 2 mal 3 ist 6; 2) 2 mal 4 ist 8 und 3) 2 mal 2 ist 4; bey der zweiten Stelle sollte man eigentlich sagen: 2 mal 40 ist 80; allein die 8 wird schon dadurch 80, daß sie die

zweite Stelle erhält; und eben so ist es mit den Hunderten.

Man hat hier nun nicht gleich die ganze gegebene Zahl 243 mit einem male, sondern stückweise, nemlich die 3, dann die 40, und endlich die 200 multipliciret; und hätte die verschiedenen Producte so unter einander schreiben, und dann durch Addition das ganze Product finden können.

```
  243
    2
 -----
    9
   80
  400
 -----
  486.
```

Auf gleiche Weise verfahre man mit folgenden Zahlen 4798 X 4 so erhält man

```
  4798
     4
 ------
    32
   360
  2800
 16000
 -------
 19192
```

Daß dieses richtig sei, erhellet aus §. 26.

Man siehet hier, daß das Product der Einer 3 zehnfache Einheiten, das Product der Zehner, 3 hundertfache Einheiten, das Product der

Hunderten 2 tausendfache Einheiten giebt; un
ausser dem jedes noch Einheiten seiner Ar
Man kürzt nun die Multiplication ab, inde
man nur die Einheiten der höheren Stelle i
Sinne behält, und dann zum Product der fo
genden Stelle hinzu addirt; dabei drückt ma
sich so aus, als ob alle Stellen nur einfach
Einheiten wären.

4798
4
19198

Man sagt 4 X 8 = 32; die 2 set
man hin, die 3 aber behält man i
Sinn; ferner 4 X 9 = 36 und
dazu = 39; davon schreibt man di
9 hin, und behält die 3 im Sinn
ferner 4 X 7 = 28 und 3 dazu =
31; davon schreibt man die 1 hin
und behält die 3 im Sinn; endlic
4 X 4 = 16 und 3 dazu = 19 wel
che man nun ganz hin schreibt.

§. 29. Es sei zu multipliciren 4789 mit 30
hier verfährt man eben so, wie vorhin, nur da
man nach Anleitung des 25. §. dem Product
eine Null anhängt.

Also 4798
30
143940

Hier sollte man eigentlich sage
30 X 8 ist 240; allein, da die Nul
schon die Stelle und den Werth de
Productes richtig bestimmt, so kan
man sich auch hier der Bequemlich
keit bedienen, alle Zahlen als einfa
che Einheiten zu behandeln.

§. 30. Aus den beiden Beispielen der vorhergehenden §. §. erhellet nun, wie man das Product zweier Zahlen finden müsse, wenn beide Factoren mehr als eine Nulle enthalten. Es ist nemlich:

$$4798 \times 34 = 4798 \times 4 + 4798 \times 30$$

also $19192 + 143940 = 163132$.

Beide Factoren werden unter einander gesetzt, dann mit jeder Zahl des untergesetzten Factors nach einander multipliciret, und hierauf die Summe beider Producte gemacht. Also

```
  4798
    34
 -----
 19192
143940
------
163132
```

Eben so verfährt man, wenn der untere Factor drei Stellen enthält; nur daß man bei dem Producte der dritten Stelle zwei Nullen anhängt. Z. B.

```
  4798
   234
 -----
 19192
143940
95960 0
-------
1122732
```

Da die Nullen in der zweiten und dritten Reihe auf die Summe der Producte keinen Einfluß haben, so werden sie gewöhnlich weggelassen, man muß aber geübt genug seyn, um nicht

aus der Acht zu lassen, daß jede folgende Stelle um eine Zahl eingerückt werde; denn sonst würde man etwas ganz Falsches herausbringen. Hätte man obiges Exempel ohne Nullen und ohne die Zahlen einzurücken, so gesetzt:

4798
234
19192
14394
9596

so würde man addiren 2 + 4 + 6 = 12; hier würden aber die 4 und 6 wie einfache Einheiten angesehen, da doch jene 40 und diese 600 seyn muß.

§. 31. Wenn der unterstehende Factor in der Stelle der Zehner, Hunderte u. s. w. Nullen hat, so wird man in die Reihe der Producte die dieser Stelle zugehöret, lauter Nullen zu setzen haben. Z. B.

478
203
1434
000
956
97034

indessen können diese Nullen ganz wegbleiben, nur muß man bemerken, daß das Product der darauf folgenden Zahl um so viel Stellen mehr,

als Nullen dazwischen gewesen sind, eingerückt werde. Also:

```
  478
  203
-----
 1434
956
-----
97034
```

die leicht zu bemerkende Regel ist: **Man rücke jede Reihe um so viel Stellen ein, als die Zahl, mit welcher man eben multipliciret, Stellen hinter sich hat.** z. B.

```
  14758
   3006
-------
  88548
44974
-------
45062548
```

§. 32. Sind einem oder beiden Factoren Nullen angehängt, so multiplicire man beide Factoren ohne Rükſicht auf die Nullen, hänge aber dem Product so viel Nullen an, als in beiden Factoren zusammen enthalten sind. Z. B. 47600 + 2400

```
  47600
   2400
-------
 1904
 952
-----------
114240000.
```

Hiezu muß man aber nicht diejenigen Nullen

rechnen, welche vielleicht durch die Multiplication der gegebenen Zahlen entstehen. Z. B. 37500 X 4800
hier ist schon 375 X 48 = 18000 und daran müssen nun die vier Nullen der Factoren gehängt werden, also: 180000000.

Exempel an der Tafel zu rechnen.

N. 1. 6243 X 2.
N. 2. 5748 X 5.
N. 3. 43096 X 8.
N. 4. 27938 X 9.
N. 5. 2765 X 10.
N. 6. 4368 X 11.
N. 7. 57023 X 12.
N. 8. 45627 X 15.
N. 9. 2768 X 16.
N. 10. 13079 X 17.
N. 11. 76468 X 18.
N. 12. 52367 X 19.
N. 13. 62354 X 24.
N. 14. 74891 X 29.
N. 15. 8976 X 45.
N. 16. 20406 X 50.
N. 17. 4780 X 89.
N. 18. 76909 X 92.
N. 19. 4761 X 129.
N. 20. 5783 X 405.
N. 21. 376 X 809.
N. 22. 7569 X 390.

N. 23. 4700 X 570.
N. 24. 6384 X 2008.
N. 25. 12014 X 20031.
N. 26. 40056 X 70008.
N. 27. 234006 X 400009.
N. 28. 7060000 X 576000.
N. 29. 45678 X 11023.
N. 30. 6080900 X 4002003.

Uebungsexempel, Multiplication. Num. 1 bis 120.

Fünfter Abschnitt.

Division.

§. 33. Die Division (mit ganzen Zahlen) besteht in der Erfindung einer Zahl, welche anzeigt, wie eine gegebene in einer andern gegebenen enthalten sey. Die eine gegebene Zahl, in welcher die andere gewisse mal enthalten seyn soll, heißt der Dividendus; die andere gegebene heißt der Divisor, und die Zahl welche gesucht wird, der Quotient. Wenn ich z. B. wissen will, wie oft 8 in 48 enthalten sey, so ist 48 der Dividendus, 8 der Divisor und 6 der Quotient.

§. 34. Das Zeichen der Division sind zwei Puncte : oder auch ein Querstrich, über wel-

chen der Dividendus, unter welchen aber der Divisor gesetzt wird. Bedient man sich der Puncte, so steht der Divisor zur rechten Seite derselben. Also: $48 : 6 = \frac{48}{6}$.

§. 35. Ein jedes Product zweier Factoren, kann wieder in diese zwei Factoren zerlegt werden. Bey einer jeden Zahl, welche dividiret werden soll, ist der eine Factor gegeben, (dieses ist der Divisor) und der andere Factor wird gesucht, (dieses ist der Quotient). Werden Divisor und Quotient mit einander multiplicirt, so ist das Product dem Dividendo gleich. In dem gegebenen Beispiele war $48 : 8 = 6$; und $8 \times 6 = 48$.

Es ist also die Division eine der Multiplication entgegengesetzte Arbeit, und daher ist die Producten-Tafel, oder das sogenannte Ein mal Eins ein Hülfsmittel den Quotienten zu finden. Will man nemlich wissen, wie viel mal 7 in 56 enthalten sey, und man weiß, daß $7 \times 8 = 56$ so wird man auch schliessen, daß 7 in 56 acht mal enthalten sey. Der angehende Rechner wird daher am besten thun, das Ein mal Eins auch als Divisionstafel zu üben; man kann es auch einigemal aufschreiben. Z. B. 2 in 4 ist 2 mal enthalten; 2 in $6 = 3$ u. s. w.

§. 36. Die Frage bei der Division kann auf zweierlei Art ausgedruckt werden, nemlich, wie schon oben geschehen: wie oft ist eine Zahl in

einer gegebenen enthalten; oder: wie viel beträgt ein gewisser Theil von einer Zahl. Z. B. Wenn man wissen will, wie viel Pfund 768 Loth sind, so muß man dividiren, (und zwar mit der Zahl, welche anzeigt, wie viel Loth auf ein Pfund gehen); wenn aber gefragt wird, wie groß der achte Theil von 96 Rubel sey, so muß man ebenfalls dividiren. In der Rechnung selbst aber macht es keinen Unterschied.

§. 37. Wenn der Divisor gerade gewisse mal in einer gegebenen Zahl enthalten ist, wie z. B. 4 in 32, so erschöpft der gefundene Quotient diese Zahl, das heißt die 4 ist in 32 gerade acht mal enthalten, oder 4 ist der achte Theil von 32; und dieses ist bey allen Producten der Fall, wo die Factoren aus ganzen Zahlen bestehen, wenn einer dieser Factoren Divisor ist. (s. §. 35.)

Es kann aber bey jeder möglichen Zahl der Fall eintreten, daß man wissen will, wie eine andere darin enthalten sey, oder sie soll in gewisse Theile getheilt werden; z. B. es sollen 11 Rubel in 2 Theile getheilt werden. Hier wird der Quotient 5 seyn, da aber $2 \times 5 = 10$ so bleibt vom Dividendo noch 1 übrig. Wird dieser Rubel auch noch durch 2 getheilt, so erhält man einen halben Rubel. Auf diese Weise entsteht ein Bruch. Wenn man nun 5 Rubel zwei mal, und auch den halben Rubel zwei

mal nimmt, so erhält man den Dividendus = 11. Sollen 21 in vier Theile getheilt werden, so kommen auf jeden Theil 5 Rubel; ein Rubel bleibt Rest, und der Quotient muß ausser den 5 Rubeln nun noch den vierten Theil eines Rubels enthalten. Der Anfänger übe sich nun, die Quotienten solcher Zahlen zu finden, die einen Rest lassen, nemlich solcher: wo Dividendus und Quotient nicht größer als 9 sind. Z. B. 6 in 45 ist 7 und 3 Rest; 8 in 50 ist 6 und 2 Rest u. s. w. Um die Natur der Brüche, die dadurch entstehen, bekümmern wir uns hier noch nicht, da die ausführlichere Lehre davon unten vorkommen wird.

§. 38. Wenn eine Zahl von mehreren Stellen durch eine einziffrige Zahl z. B. 6824 : 2 dividirt werden soll, so schreibe man den Divisor zur linken Hand neben den Dividendus, und mache ein Zeichen), damit man sie selbst nicht mit zum Dividendus ziehe. Also:

2) 6824

hinter den Divisor mache man einen Strich, hinter welchen der Quotient geschrieben wird. Dann fange man die Division bei der höchsten Stelle an, und sage: 2 in 6 habe ich 3 mal; diese drei schreibt man also hinter den Strich.

2) 6824 | 3

nun mache man das Product des Divisors mit dem gefundenen Quotienten, schreibe dieses unter die Zahl, welche eben dividiret wurde; und

ziehe es von derselben ab; wenn nichts übrig bleibt, wie hier der Fall ist, so braucht man auch keine Null unterzusetzen. Man verlängere aber den Strich, und setze die folgende Zahl des Dividendi unter denselben, mit welchem man die Division weiter fortsetzt, und so fährt man fort, bis die Quotienten aller Stellen gefunden sind. Der Augenschein und mündliche Erklärung werden das Verfahren ganz deutlich machen.

```
2) 6824 | 3412
   6:::
   ---
    8::
    8::
    ---
     2:
     2:
     --
      4
      4
      -
```

Hier hätte man sagen sollen:

2 in 6000 giebt 3000.
2 in 800 — 400.
2 in 20 — 10.
2 in 4 — 2.

Die Summe aller Quotienten ist = 3412.

Es erhält aber auch hier, wie bei den obigen Rechnungen gezeigt worden, jede Ziffer durch die Stelle ihren eigenthümlichen Werth, und man kann also der Kürze wegen die Zahlen wie einfache Einheiten behandeln.

Wenn bei einigen Stellen ein Rest bleibt, so wird dieser mit zur folgenden Zahl gezogen, wodurch der Dividendus zweiziffrig wird. Z. B. 7456 : 2.

```
2) 7 4 5 6 | 3 7 2 8
   6 . . .
   -------
     1 4 . .
     1 4 . .
     -------
         5 .
         4 .
         ---
       1 6
       1 6
       ---
```

Hier ist die Hälfte von sieben Tausenden zwar mehr als 3000 aber doch nicht mehr Tausende; Ein Tausend bleibt übrig, dessen Hälfte macht 500; diese fünf kann aber nicht in der Stelle der Tausende stehen; man nimmt daher dieses eine Tausend gleich zu den Hunderten, und hat also 14 Hunderte, deren Quotient nun 700 ist u. s. w.

(Diese Erklärungen welche schriftlich ohne große Weitläuftigkeit nicht die gehörige Deutlichkeit erhalten können, wird der Lehrer mündlich etwa an folgenden Beispielen, nach Maaßgabe der Fassungskraft seiner Schüler, weiter ausführen.

```
3) 74361 | 24787
   6 :  :  :  :
   --  :  :  :
   14  :  :  :
   12  :  :  :
   --  :  :
     23  :  :
     21  :  :
     --  :
       26  :
       24  :
       --
         21
         21
         --
```

```
4) 569864 | 142466
   4 :  :  :  :  :
   --  :  :  :  :
   16  :  :  :  :
   16  :  :  :  :
   --  :  :  :  :
      9  :  :  :
      8  :  :  :
      --  :  :
      18  :  :
      16  :  :
      --  :
        26  :
        24  :
        --
         24
         24
         --
```

§. 39. Wenn die erste Zahl nicht so groß ist, als der Divisor, so muß man die beiden ersten zusammen nehmen. Z. B. 2496 : 6

Hier kann man nicht sagen 6 sei in 2000 gewisse Tausende enthalten, man nimmt daher die

4 dazu, und sagt 6 in 24 hunderte, oder schlechthin 6 in 24.

```
6) 2496 | 416
   24 :
   ---
    9 :
    6 :
   ---
    36
    36
   ---
```

Wenn mitten in der Rechnung eine Stelle nicht soviel Einheiten enthält, daß der Divisor wenigstens einmal darin enthalten sey, so setzt man eine Null in den Quotienten, und zieht dann die folgende Stelle mit dazu, worin man dann wie gewöhnlich die nun folgende Stelle des Quotienten sucht. Z. B. 812 : 4.

```
4) 812 | 203
   8 :
   ---
    12
    12
   ---
```

Man sagt also 4 in 1 Null; würde man aber bei dieser Stelle keine Null gesetzt, sondern gleich auch die 2 heruntergezogen und darin 3 genommen haben, so wäre der Quotient = 23 geworden, welches falsch wäre, da 4 in 800, 200 mal enthalten seyn muß. Die 2 würde also dadurch nicht ihre gehörige Stelle erhalten haben.

Eben so verhält man sich, bei mehreren nach einander folgenden Stellen, die keine Zahl zum Quotienten geben. Z. B.

```
6) 2 8 2 0 5 4 0 4 8 | 47009008
   2 4 : : : : : :
   ---
     4 2 : : : : :
     4 2 : : : : :
     -----
         0 5 4 : :
           5 4 : :
           -----
               0 4 8
               4 8
               -----
```

§. 40. Wenn der Rest, welcher bei der Subtraction des Products von der dividirten Zahl, zum Vorschein kommt, größer ist, als der Divisor, so ist es ein Beweis, daß man den Quotienten zu klein genommen habe, weil der Rest den Divisor wirklich noch in sich enthält. Wenn aber umgekehrt das Product des Quotienten mit dem Divisor größer ist, als die eben dividirte Zahl, so hat man den Quotienten zu groß angenommen.

Exempel welche an der Tafel gerechnet werden.

N. 1. 24856 : 2.
N. 2. 134056 : 2.
N. 3. 190114016 : 2.
N. 4. 699309 : 3.

N. 5. 4 2 5 4 7 8 : 3.
N. 6. 2 0 4 6 0 1 2 : 3.
N. 7. 1 9 7 8 4 3 1 : 3.
N. 8. 5 7 4 3 9 0 8 : 4.
N. 9. 9 0 2 5 6 7 2 : 4.
N. 10. 1 2 3 4 0 7 6 4 : 4.
N. 11. 7 0 9 8 4 3 2 1 5 : 5.
N. 12. 6 4 1 0 0 3 5 : 5.
N. 13. 1 5 3 4 6 0 0 : 5.
N. 14. 4 3 7 6 4 : 6.
N. 15. 5 0 1 2 2 0 2 : 6.
N. 16. 9 3 9 0 4 2 6 : 6.
N. 17. 4 8 1 9 5 0 : 7.
N. 18. 4 7 5 2 3 8 6 4 1 5 : 7.
N. 19. 9 7 4 1 6 9 : 7.
N. 20. 9 4 3 7 0 0 2 4 : 8.
N. 21. 2 0 3 6 9 3 6 : 8.
N. 22. 1 7 4 0 2 4 1 6 4 : 8.
N. 23. 7 0 8 9 5 6 1 : 9.
N. 24. 5 9 1 7 4 3 7 : 9.
N. 25. 1 8 7 1 4 9 5 1 0 6 3 : 9.
N. 26. 1 0 0 2 6 0 1 7 8 4 2 5 : 9.

§. 41. Soll eine Zahl mit Zehn dividiret werden, so bleiben die Ziffern alle dieselben, nur daß jede zehnfach kleiner wird, also die nächst niedrige Stelle erhält. Die Tausende werden Hunderte; die Hunderte werden Zehner, und die Zehner werden Einer. Hat der Dividendus am Ende Nullen, so braucht man nur die Letzte derselben wegzustreichen, und die

Division ist verrichtet. Z. B. 460 : 10 = 46; 5200 : 10 = 520. Soll eine Zahl mit Hundert dividiret werden, so wird dadurch jede Ziffer um zwey Stellen niedriger; die Tausende werden zu Zehnern, die Hunderte zu Einern. Z. B.

700 : 100 = 7; 5400 : 100 = 54.

Hieraus läßt sich nun leicht folgern, wie die Division mit Eintausend, mit Zehntausend und überhaupt mit jeder Eins, der eine gewisse Anzahl Nullen angehängt sind, vorgenommen werde. So viele Nullen der Divisor hat, so viele Stellen nehme man am Ende das Dividendi ab; so ist die Division geschehen. Dieses gilt auch, wenn der Dividendus am Ende keine Nullen hat. Es ist 25 : 10 = 2, 5 d. h. der Quotient enthilt 2 ganze Einheiten; die 5 sind nun 5 Zehntheile, oder eine fünf, welche noch durch 10 getheilt werden soll.

Ferner 376 : 100 = 3, 76 d. h. der Quotient enthält 3 ganze Einheiten; die übrigen 76 sind Hunderttheile. Gesetzt es sei eine Anzahl Kopeken z. B. 545 gegeben; man will wissen wie viel Rubel diese ausmachen, und muß daher weil ein Rubel 100 Kopeken enthält mit 100 dividiren. Da ist nun 545 : 100 = 5, 45 das heißt 5 Rubel und 45 Kop.

§. 42. Besteht der Divisor aus mehreren Stellen und sind keine Nullen am Ende, so ist das sicherste Mittel, den Quotienten zu finden,

dieses, daß man die Producte des Divisors mit den Zahlen 2 bis 9 mache, da man denn leicht sehen kann, welches von diesen Producten in den jedesmal zu dividirenden Stellen enthalten sei. Dadurch wird also der Quotient bestimmt. Z. B. Es soll 23887872 durch 24 dividiret werden. Man setze nun die 8 Producte von 24 hin.

24 X 2 = 48.	24 X 6 = 144.
24 X 3 = 72.	24 X 7 = 168.
24 X 4 = 96.	24 X 8 = 192.
24 X 5 = 120.	24 X 9 = 216.

Nun sagt man: 24 in 238 ist 9; und weil 9 X 24 = 216 ist, so bleibt Rest 22, dazu wird die folgende 8 herunter gezogen ꝛc. wie die ausgeführte Rechnung zeigt:

```
24) 2 3 8 8 7 8 7 2 | 9 9 5 3 2 8
    2 1 6 :  :  :  :
    -------:  :  :  :
      2 2 8 :  :  :  :
      2 1 6 :  :  :  :
      -----:  :  :  :
        1 2 7 :  :  :
        1 2 0 :  :  :
        -----:  :  :
            7 8 :  :
            7 2 :  :
            ---:  :
              6 7 :
              4 8 :
              ---:
              1 9 2
              1 9 2
              -----
```

(Weil hier die 24 in den beiden ersten Stellen

nicht enthalten war, so hätte man sagen sollen 24 in 23 hat man 0. Diese erste Null wird aber weggelassen, weil sie auf die Größe des Quotienten keinen Einfluß hat.)

Dieses Mittel ist nun zwar immer anwendbar, und auch bei großen Aufgaben vortheilhaft, allein bei mäßigen Exempeln würde die Anfertigung der Productentafel mehr Zeit wegnehmen, als eigentlich ein geübter Rechner auf die ganze Rechnung wenden darf.

§. 43. Die Arbeit zu erleichtern dividiret man so, als ob man nur mit der höchsten Stelle allein zu dividiren hätte. Man sagt nemlich in dem vorhergehenden Exempel nicht 24 in 238 habe ich 9; sondern 2 in 23 habe ich 9. (Daß hiebei immer auf die folgende Zahl mit Rücksicht genommen werde, verstehet sich von selbst; denn sonst würde man hier schon nicht 2 in 23 sondern 2 in 2 genommen haben;) diesen Quotienten multipliciret man mit dem ganzen Divisor, setzt das Product, wie oben geschehen, unter die dividirte Zahl, und subtrahiret; dann setzt man die Rechnung auf eben die Weise weiter fort.

Hierbei kann es nun auch leicht geschehen, daß man den Quotienten entweder zu groß oder zu klein annimmt. Ist er zu groß, so ergiebt sich aber solches auch hier sogleich durch die Multiplication, weil das Product des Quotienten mit dem Divisor dann größer wird, als die Zahl,

von welcher subtrahirt werden soll; ist er zu klein, so ergiebt sich dieses aus dem Reste, denn wenn dieser größer ist als der Divisor, so ist es ein Beweis, daß der Divisor wenigstens noch einmal mehr in dem Dividendo enthalten seyn müsse.

Folgendes Beispiel diene zur näheren Erläuterung: Es soll 10791 durch 27 dividiret werden; so fängt man die Operation folgendermaaßen an: 2 in 10 habe ich 3. Eigentlich würde 2 in 10 die Zahl 5 geben; allein $27 \times 5 = 135$, kann also von 107 nicht subtrahirt werden; nähme man 4, so wäre das Product 108 also auch zu groß. Wäre aber der ganze Divisor 26 gewesen, so hätte man 4; und wäre er 21 gewesen, so hätte man 5 zum Quotienten nehmen müssen. Daraus erhellet nun, daß man nicht immer diejenige Zahl annehmen könne, welche der Quotient seyn würde, wenn man nur mit einer einfachen Zahl dividirte; auch läßt sich nicht bestimmen, wie viel man in jedem Fall weniger nehmen müsse. Es ist also ein Errathen des Quotienten, wo das Product desselben mit dem Divisor erst die Richtigkeit bestätigen muß; bei häufiger Uebung wird man aber eine Fertigkeit in der Uebersicht erlangen, die selten fehlen läßt. Die Rechnung stehet nun also:

27) 10719 | 3
81 :
261

Daß man nun ferner 2 in 26 neun zum Quotienten nehmen müsse, läßt sich leicht daher schließen, weil 26 beinahe so groß ist, als der ganze Divisor. Hätte man aber nur 8 genommen, so ist $27 \times 8 = 216$ und $261 - 216 = 45$ in welcher Zahl 27 noch enthalten ist ꝛc. Auf diese Art muß man mehrere Exempel durchrechnen, und es wird gut seyn, wenn der Lehrer zuweilen eins zu viel oder zu wenig nimmt, damit der Schüler den Irrthum beim Subtrahiren des Products gleich finden lerne.

Exempel, welche an der Tafel zu rechnen sind.

N. 1. 121104 : 12.
N. 2. 2313441 : 13.
N. 3. 614656 : 14.
N. 4. 4100625 : 15.
N. 5. 1048576 : 16.
N. 6. 45435424 : 17.
N. 7. 34012224 : 18.
N. 8. 47045881 : 19.
N. 9. 4084101 : 21.
N. 10. 20511149 : 29.
N. 11. 1048576 : 32.
N. 12. 3010936384 : 38.
N. 13. 164916224 : 44.
N. 14. 601692057 : 57.
N. 15. 38950081 : 79.
N. 16. 4704270176 : 86.

N. 17. 68574961 : 91.
N. 18. 1092517 : 101.
N. 19. 6751269 : 189.
N. 20. 48627125 : 365.
N. 21. 371694959 : 719.
N. 22. 904231063 : 967.
N. 23. 893871739 : 6859.
N. 24. 1544804416 : 39304.
N. 25. 102807170252 8 : 140608.
N. 26. 663420431289 0625 : 857375.

Anmerkung. Wenn sich sowohl der Divisor als Quotient mit Nullen endigen, so kann man von beiden eine gleiche Anzahl von Nullen wegstreichen, ehe man die Division anfängt. Z. B. 243750000 : 250000 ist eben so viel als 24375 : 25, denn jede dieser Zahlen ist als ein Product anzusehen, deren einer Factor = 10000 ist.

Uebungsexempel, Division.
Num. 1 bis 156.

Sechster Abschnitt.

Anwendung der vier Species auf benannte Zahlen.

§. 44. Eine Summe Geldes hat eine gewisse Größe; wenn ich sage: eine gewisse Größe, so ist dieses etwas Unbestimmtes; die

Angabe einer Zahl z. B. 15 bestimmt die Größe derselben auch noch nicht, weil die Größe oder der Werth der einzelnen Einheiten dadurch noch nicht bekannt ist. Setze ich aber hinzu Rubel, Thaler, Gulden ꝛc. so ist die Größe der Summe völlig bekannt, wenn man nur von der angegebenen Einheit, nemlich: dem Rubel, Thaler, Gulden einen Begriff hat. Es muß also beides vereinigt seyn, der bestimmte Begriff der Menge, d. i. die Zahl, und der bestimmte Werth der Einheiten, aus welchen die Menge besteht.

Eine unbekannte Größe durch Vergleichung mit einer anderen bekannten bestimmen, heißt dieselbe messen. Eine Summe Geldes wird also durch Rubel, Thaler, Gulden, Pfund Sterling ꝛc. gemessen.

Eine Quantität Getreide kann nicht nach der Menge der einzelnen Körner bestimmt werden, sondern entweder nach dem Gewicht, oder, wie gewöhnlich, nach dem Raume, den es einnimmt. Dieses geschieht vermittelst eines Gefäßes von bestimmter Größe, welches nach den verschiedenen Gegenden von verschiedener Größe ist, und Loof, Tschetwert, Scheffel ꝛc. genannt wird.

Flüßige Dinge werden ebenfalls nach dem Raume, den sie einnehmen, bestimmt. Die Maaße heissen: Tonne, Faß, Orhoft, Aam, Anker, Stoof ꝛc.

Viele Dinge werden nach dem Gewicht gemessen, dessen allgemeinste Benennung Pfund ist.

Andere Dinge werden nach der Länge gemessen, deren allgemeinstes Maaß die Elle oder der Fuß ist.

Diese Maaße sind nun auf verschiedene Art eingetheilt, und auf diesen Eintheilungen beruhet das Verfahren, wenn mit denselben gerechnet werden soll. Ich beziehe mich, um hier den Raum zu sparen, auf die angehängte Tabelle der Maaßverhältnisse.

§. 45. Die Namenveränderung besteht 1) in Namenverkleinerung (Resolvirung), da man größere Benennungen in kleinere verwandelt, als: Rubel in Kopeken; Thaler in Groschen und Pfennige; Tonnen in Löse, Külmit und Stöfe; Winspel in Scheffel und Metzen ꝛc. Die Regel ist: Man multiplicire die Anzahl der Dinge eines höheren Namens mit der Eintheilungszahl.

Resolvirung der Rubel zu Kopeken. Die Anzahl der Rubel wird mit 100 multiplicirt, daher man nur zwei Nullen anzuhängen hat.

Es sind also 15 Rbl. = 15 X 100 = 1500 Kop.
25 Rubel 18 Kop. = 2518 Kop.
32 Rubel 7 Kop. = 3207 Kop.

Wenn also ausser den Rubeln noch 10 bis

99 Kopeken vorhanden sind, so setzt man diese bloß neben die Anzahl der Rubel, diese Zahl drückt alsdann die Anzahl der Kopeken aus. Sind aber 1 bis 9 Kop. vorhanden, so muß man noch eine Null einschieben, weil sonst die Stelle der Hunderte erst den zweiten Platz bekommen würde; so würde man anstatt der 3207 Kop. nur 327 Kop. haben. Die 2 hiesse dann 20 Kop. da es doch, weil 2 Rubel vorhanden waren, 200 Kop. seyn müssen.

Wie viel Groschen enthalten 74 Thl. Alb.?

74
90
6660 Gr.

Wie viel Ferding enthalten 62 Thl. Alb. 45 Ferding?

62
80
4960
45
5005 Ferd.

Man kann auch die beistehende kleinere Benennung gleich bei der Multiplication mit hinzu addiren. Z. B. wie viel Groschen sind 216 Thl. Alb. 72 gr.?

216
90
19512 gr.

TRÜ Raamatukogu

Wie viel Pfennig sind 314 Rthr. 13 ggr. 8 pf.?

```
  314
   24
 ----
 1269
 628
 ----
 7549 ggr.
   12
 ----
15106
7549
 ----
90596 pf.
```

Hier sind die 13 ggr. gleich während des Multiplicirens mit eingerechnet, auf diese Weise: 4 X 4 = 16 und 13 dazu ist 29; welches meistens sicherer seyn wird, als erst nur die drei hinzu zu addiren, und die 1 erst bei der Multiplication der zweiten Stelle.

Wie viel Stoof sind 12 Last, 14 Tonnen, 2 Loof, 1 Külm. 7 Stoof?

```
   12
   24
  ---
   62
  24
  ---
  302 Tonnen.
    3
  ---
  908 Loof.
    3
  ---
 2725 Külm.
   12
 ----
 5457
2725
 ----
32707 Stoof.
```

Exempel an der Tafel zu rechnen.

N. 1. Wie viel Pfennig sind 48 Mark Lübisch, 4 ßl. 8 pf.?
N. 2. Wie viel Kreutzer sind 18 fl. rh. 43 kr.?
N. 3. Wie viel Pfennig sind 78 fl. holländisch 18 Stv. 13 pf.?
N. 4. Wie viel Pence sind 131 Pf. Sterling 15 sh. 8 pf.?
N. 5. Wie viel Pfennig sind 208 Rth. 21 ggr. 9 pf.?
N. 6. Wie viel Loth sind 3 ℔ 15 ℔ 18 ℔ 17 Loth?
N. 7. Wie viel Quentchen sind 8 ℔ 13 ℔ 19 Loth 1 qt.
N. 8. Wie viel Solotnik sind 21 Bkz. 7 P. 38 ℔ 71 Sol.
N. 9. Wie viel Stoof sind 3 Last Roggen (in Riga) 27 Loof 4 Külmit 7 Stf.?
N. 10. Wie viel Metzen sind 15 Winspel 21 Schfl. 14 Metzen?
N. 11. Wie viel Stoof sind 4 Orhoft 5 Anker 27 Stoof.
N. 12. Wie viel Tscharki sind 7 Weddr. 6 Kr. 10 Tsch.

Uebungsexempel V. Num. 1 bis 40.

§. 46. Die Namenveränderung besteht 2) in Namenvergrößerung, (Reduction) da

man kleinere Benennungen auf größere bringt, als; Kopeken zu Rubeln, Loth zu Pfunden ꝛc. macht. Die Regel ist: man dividire die Anzahl der Dinge der niedern Benennung mit der Eintheilungszahl. Der Quotient giebt nun die Anzahl der Dinge der höheren Benennung, wenn ein Rest bleibt, so behält dieser die niedere Benennung.

Um eine Anzahl Kopeken in Rubel zu verwandeln, nehme man bloß die beiden letzten Stellen davon, die vorhergehenden Zahlen sind die Rubel, die abgeschnittenen die Kopeken.

Z. B. 78356 Kop. = 783 Rub. 56 Kop.
47900 Kop. = 479 Rub.
36805 Kop. = 368 Rub. 5 Kop.

Wie viel Schiffpfund sind 2837651 Quentchen?

4) 2837651 | 709412 Lth.
3 Q.
32) 709412 | 22169 ℔.
4 Lth.
2) 22169 | 11084 ℔.
0
9 ℔
2) 11084 | 55 S℔.
0
8 ℔.

Also 55 S℔. 8 ℔. 9 ℔. 4 Lth. 3 Q.

8763217 Stoof, wie viel Last?

12) 8763217 | 730268 Külmit.
1 Stf.

3) 730268 | 243422 Loof.
2 Külmit.

3) 243422 | 81140 Tonnen.
2 Lf.

24) 81140 | 3380 Last
20 Ton.

Also 3380 Last, 20 T. 2 Lf. 2 Kmt. 1 Stf.

8756 Groschen wie viel Alb. Thaler?

9) 8656 | 96 Thl. Alb.
o
16 gr.

Exempel an der Tafel zu rechnen.

1) 3097 Pfennig wie viel Thaler?
2) 7869 — — Mark Lübisch?
3) 10000 — — Gulden Rheinl.?
4) 10037 — — Gulden Holl.?
5) 98059 Solotnick — Pud?
6) 3107682 Gran — Pf. Medicinalgew.?
7) 570 Garnitz — Tschetwert?
8) 71346 Stoof — Last Malz in Riga?
9) 58911 Metzen — Last in Berlin?
10) 2711 Stoof — Orhoft?

11) 31178 Stoof wie viel Last Revalsch?
12) 167971 Quent. — Schiffpfund?

Uebungsexempel VI. Num. 41 bis 80.

§. 47. Addition vielfach benannter Zahlen. Man setze die gleichartigen Größen in einer Säule unter einander, und fange die Summirung bei denen der kleinsten Benennung an. Die Summe dividire man mit der Eintheilungszahl und rechne den Quotienten zur Säule der nächst höheren Benennung. Den Rest aber setze man unter die eben addirte Säule.

Z. B. 5 Rubel 18 Kop. + 27 Rubel 35 Kop. + 19 Rubel 87 Kop. + 64 Rubel 11 Kop. + 37 Rubel 75 Kop. + 41 Rubel 38 Kop.

Dieses steht nun folgender Weise:

5	Rubel	18	Kop.	Man erhält zuerst 262
27	—	35	—	Kop. = 2 Rubel 64
19	—	87	—	Kop., von welchen
64	—	11	—	die Kopeken gleich hin-
37	—	75	—	gesetzt, die 2 Rub. aber
41	—	38	—	zur Säule der Rubel
195	Rubel	64	Kop.	gerechnet werden.

Ferner: 15 Tonnen 2 Loof 1 Külmit 8 Stoof + 9 Ton. 2 Külmit 9 Stoof + 8 Ton.

2 Loof 1 Külmit 7 Stoof + 17 Ton. 1 Loof 2 Külmit 11 Stoof.

Diese zu addirenden Stücke werden so unter einander gesetzt:

15 Ton.	2 Loof	1 Külmit	8 Stoof.
9 —	—	2 —	9 —
8 —	2 —	1 —	7 —
17 —	1 —	2 —	11 —
2	2	2	

2 Last, 3 Ton. 1 Loof 2 Külmit 11 Stoof.

Man erhält zuerst 35 Stoof. Werden diese mit 12 dividirt, so hat man 2 Külmit, welche zur folgenden Säule gezogen, die 11 übrig bleibenden Stoofe aber unter die Säule der Stöfe gesetzt werden. Die folgende Säule giebt 8 Külmit, in welcher 2 Loof enthalten sind, die zur Säule der Löfe gezogen werden, der in 2 Külmit bestehende Rest, kommt unter die Säule der Külmit. Eben so macht man es bei der dritten Säule. Die vierte Säule giebt 51 Tonnen; welche mit 24 dividiret, 2 Last geben. Die übrigbleibenden 3 Tonnen setzt man unter die Säule der Tonnen.

Exempel an der Tafel zu rechnen.

1) 15 Thl. Alb. 45 gr. + 27 Thl. Alb. 58 gr. + 39 Thl. Alb. 72 gr. + 95 Thl. Alb. 36 gr. + 103 Thl. Alb. 9 gr. + 9 Thl. Alb. 54 gr.

2) 113 Rthlr. 18 ggr. 6 Pfg. + 19 Rthlr. 9 Pfg. + 21 ggr. 8 Pfg. + 14 Rthlr. 13 ggr. + 27 Rthl. 11 ggr. 10 Pfg.
3) 7 Fl. holl. 9 Stv. 12 Pfg. + 11 Fl. 13 Stv. 6 Pfg. + 8 Fl. 8 Pfg. + 13 Fl. 14 Stv. 15 Pfg. + 21 Fl. 16 Stv. 9 Pfg. + 2 Fl. 19 Stv.
4) 3 L.℔ 8 ℔ 6 Loth + 2 S.℔ 13 ℔ 2 Qt. + 1 S.℔ 17 L.℔ 16 Loth + 4 S.℔ 13 ℔ 12 Loth 1 Qt. + 6 S.℔ 1 L.℔ 19 ℔ 30 Loth 3 Quentchen.
5) 5 Pud 35 ℔ 72 Stk. + 3 Pud 19 ℔ 80 Stk. + 2 Pud 46 Stk. + 9 Pud 12 ℔ 48 Stk. + 2 Pud 39 ℔ 92 Stk.
6) 2 Last 11 Tonnen 2 Loof 1 Külmit 8 Stoof + 1 Last 13 Ton. 2 Kmt. + 15 Ton. 2 Loof 9 Stoof + 1 Last 1 Loof 10 Stoof.
7) 1 Last (Waitzen in Riga) 12 Loof 4 Kmt. 8 Stoof + 2 Last 46 Loof 3 Kmt. + 1 Last 39 Loof 5 Kmt. 8 Stoof + 4 Last 27 Loof 1 Kmt. 7 Stoof.

Uebungsexempel VII. Num. 1 bis 60.

§. 48. Subtraction vielfach benannter Zahlen. Man setze die abzuziehenden Größen dergestalt unter die zu vermindernden, daß die gleichnamigen unter einander kommen. Wenn nun die in der obern Reihe stehen-

den, sämmtlich größer sind, als die in der untern, so verfährt man wie bei der Subtraction mit unbenannten Zahlen. Wenn aber in den Diminuendo einer Benennung nicht so viel Einheiten sind, als der Diminutor eben derselben Benennung hat, so borgt man eine Einheit der nächst höhern Benennung, verwandelt sie in die nächst kleinere, und addirt sie zu dem Diminuendo dieser Benennung. Z. B.

21 Tonnen	2 Loof	2 Külmit	9 Stoof
14 —	1 —	1 —	3 —
7 —	1 —	1 —	6 —

Hier ist die Subtraction von der in unbenannten Zahlen nicht verschieden:
Ferner:

2.5. Pfd	20 8. Lth	20 9. Pfd	32 14. Loth	4 2 Qt.
17 —	19 —	14 —	29 —	3 —
7 —	8 —	14 —	16 —	3 —

Hier wurde zu den 2 Quentchen im Diminuendo ein Loth = 4 Qt. geborgt, es sind also nun zusammen 6 Qt. und der Rest = 3 Quent. Ferner borgt man zu den 13 Loth noch ein Pfund = 32 Loth, und hat nun 45 Loth; der Rest ist also 16 Loth ꝛc.

Es erleichtert indessen die Rechnung sehr,

wenn man die geborgte Größe nicht zum vorhandenen Diminuendo addiret, sondern gleich von ihr abziehet, und zum Rest den Diminuendum addiret. Also in obigem Beispiele, 3 Qt. von 4 Qt. bleibt 1 Qt., und 2 Qt. dazu, giebt 3 Qt. zum ganzen Rest. Ferner 29 Loth von 32 Loth bleiben 3 Loth und dazu 13 Loth addiret giebt 16 Loth zum ganzen Rest ꝛc.

Wenn in einer Benennung, von welcher geborgt werden sollte, keine Einheiten sind, so borgt man von der nächst höheren, z. B.

2 Tonnen — Loof 1 Külmit
1 — 2 — 2 —

Hier sollte man zu dem Külmit ein Loof borgen, weil aber keine vorhanden sind, so borgt man eine Tonne, diese enthält drei Loof, von denen zwei in der Stelle der Löfe bleiben, eins aber, oder 3 Külmit nun zu den Külmit gezogen werden.

$$\begin{array}{llll} 2. & \text{Tonnen} & \overset{3.}{—} \text{ Loof} & \overset{3}{1} \text{ Külmit.} \\ 1 & — & 2 — & 2 — \\ \hline — & \text{Ton.} & — \text{ Loof} & 2 \text{ Külmit.} \end{array}$$

Daß hier nur zwei Külmit übrig bleiben, wird dem Anfänger vielleicht noch deutlicher werden, wenn man die Subtraction mit der höchsten Benennung anfängt. 2 Ton. — 1 Ton. = 1 Ton. Von dieser 1 Ton. werden 2 Loof weggenommen, also bleibt nur 1 Loof dieses 1 Loof nebst dem 1 Külmit macht 4 Külmit,

diese weniger 2 Kmt. lassen nur 2 Kmt. Rest. Man kann mehrere Exempel an der Tafel auf beide Arten rechnen.

Exempel an der Tafel zu rechnen.

1) 1254 Rub. 14 Kop. — 879 Rub. 94 Kop.
2) 805 Thl. Alb. 13 gr. — 136 Thl. Alb. 48 gr.
3) 1036 Thl. Alb. 72 gr. — 579 Thl. Alb. 82 gr.
4) 3 ℔ 4 ℔ 18 Loth — 1 ℔ 18 ℔ 13 ℔ 27 Loth 1 Qt.
5) 4 ℔ 12 ℔ 8 ℔ 3 Qt. — 2 ℔ 8 ℔ 19 ℔ 7 Loth 2 Qt.
6) 8 Twt. 3 Twk. 2 Grz. — 3 Twt. 4 Twk. 7 Grz.
7) 3 Last Roggen in Riga 18 Loof 2 Kmt. 3 Stoof. — 1 Last 33 Lf. 4 Kmt. 6 Stf.
8) 5 Weddra 3 Kr. 7 Tsch. — 2 Weddra 5 Kr. 10 Tsch.
9) 2 Orhoft 3 Anker 14 Stoof. — 1 Orhoft 3 Anker 26 Stoof.
10) 1802 Jahr 5 Monat 5 Tage. — 1743 Jahr 8 Monat 19 Tage (der Monat zu 30 Tagen.)

Uebungsexempel VIII. Num. 1 bis 80.

§. 49. Multiplication vielfach benannter Zahlen. Einer der Factoren muß

eine unbenannte Zahl seyn, denn man kann wohl 6 mal 8 Loth nehmen, aber nicht 6 Loth mal 8 Loth, welches gar keinen Begriff giebt.

Man fängt die Multiplication mit der kleinsten Benennung an, reducirt das Product auf die höhere Benennung; den Rest setzt man unter die multiplicirte Benennung, den Quotienten addirt man aber zum Product der höheren.

Die Multiplication der Rubel und Kopeken unterscheidet sich von der Multiplication unbenannter Zahlen nicht, wenn man nur die Kopeken nach § 45 der Anzahl der Rubel beisetzt und im Producte wieder wegschneidet wie § 46. gelehret worden.

Z. B. 16 Rubel 58 Kop. X 14

1658 Kop.
14
6632
1658
23212 = 232 Rubel 12 Kop.

Bei andern Geldsorten, Gewichten ꝛc. wird obige Regel angewandt.

15 Thl. Alb. 48 gr. X 9.

139 — — 72 gr.

Hier sind erstlich 9 X 48 gr. = 432 gr. Diese dividirt mit 90 giebt 4 Thl. 72 gr. Letz-

tere werden unter die Groschen gesetzt. Ferner sind 9 X 15 Thl. = 135 Thl. zu diesen werden nun 4 Thl. addiret, und man erhält 139 Thl.

1 Ton. 2 Lf. 2 Kmt. 9 Stf. X 39.

3 Last 4 Ton. 2 Lf. 2 Kmt. 3 Stf.

Hier erhält man zuerst 351 Stoof = 29 Külmit 3 Stoof.

Dann 2 X 39 = 78 Külmit. Zu diesen die 29 Kmt. = 107 Kmt. 107 Kmt. = 35 Loof + 2 Külmit.

Ferner 2 X 39 = 78 Lf. diese nebst den 35 Lf. = 113 Lf. = 37 Ton. + 2 Loof.

Endlich 39 Ton. + 37 Ton. = 76 Ton. = 3 Last 4 Ton.

Wenn der Multiplicator eine zwei oder mehrziffrige Zahl ist, die sich in einige kleinere Factoren zerfällen läßt, so kann man mit diesen hinter einander multiplicíren, welches vortheilhafter ist. Z. B.

6 ℔ 14 Loth 2 Quent. X 36 in

(4

1 ℔ 5 ℔ 26 Loth -- Quent.

(9

11 ℔ 12 ℔ 10 Loth --- Quent.

Exempel an der Tafel zu rechnen.

1) 18 Rthlr. 15 ggr. 6 Pfg. X 7.
2) 3 ℔ 17 ℔ 18 Loth 2 Qt. X 15.

3) 13 Pud 25 ℔ 78 Stk. X 32.
4) 1 Last Malz 54 Loof 3 Kmt. 8 Stf. X 45.
5) 3 Twt. 7 Twk. 5 Gz. X 56.

Oftmals kann es auch vortheilhaft seyn, einen Factor, der sich nicht in bequeme oder überhaupt nicht in Factoren zerlegen läßt, zu zerstückeln, wie oben § 27. gelehrt worden. Z. B.

5 Anker 14 Stoof X 91. Hier ist 91 = 90 + 1; die 90 zerlegt man, weil 1 Anker = 30 Stoof hier am besten in 30 X 3.

5 Anker 14 Stf.
(30
27 Drh. 2 Anker —
(3
82 — —
Nun addirt man 5 Anker 14 Stf.
82 Drh. 5 Anker 14 Stf.

Es läßt sich auch jedes Multiplicationsexempel in benannten Zahlen auf die Art rechnen, daß man alles zuerst auf die kleinste Benennung bringt, diese Zahl dann multiplicirt, und das Product dann wieder auf die höheren Benennungen reduciret. Z. B.

3 Ton. 2 Lf. 1 Kmt. 7 Stf. X 49.

3

11 Lf.

3

34 Kmt.

12

75

34

415 Stf.

49

1735

1660

18335 Stf.

12)

1527 Kmt. 11 Stf.

3)

509 Lf.

3)

169 Ton. 2 Lf. | Product

24)

7 Laſt 1 Ton. | 7 Laſt 1 T. 2 Lf. -- K. 11 Stf.

Dieſe Art iſt wegen der Weitſchweifigkeit zum gemeinen Gebrauche eben nicht zu empfehlen, indeſſen hat ſie doch für Anfänger den Nutzen, daß ſie die mechaniſche Fertigkeit im Multipliciren und Dividiren befördert, und wird auch von den meiſten am erſten gefaßt.

Die Uebungsexempel IX. Num. 1 - 72. können nun nach diesen verschiedenen Arten durchgerechnet werden.

§. 50. Division vielfach benannter Zahlen. Bei der Division kann der Divisor entweder eine benannte (jedoch mit dem Dividendo gleichbenannte) oder eine unbenannte Zahl seyn. Im ersten Fall ist der Quotient eine unbenannte Zahl, und umgekehrt im zweiten Fall. Man kann nemlich fragen: 1) der wie vielste Theil 8 Rub. von 120 Rubeln sey, oder welches dasselbe ist, wie vielmal man 8 Rubel aus der Summe von 120 Rubeln nehmen könne; darauf wird denn die Antwort folgen 15mal, nicht aber 15 Rubel mal. Oder die Frage ist 2) wie viel Rubel ist der achte Theil von 120 Rub., oder wenn 120 Rubel in 8 Theile getheilt werden sollen, wie viel kommt auf jeden, und da erfolgt die Antwort 15 Rubel.

Ob nun aber gleich entweder der Divisor oder Quotient unbenannte Zahlen seyn müssen, indem sie bloß die Theilung andeuten, so kann man doch unter diesen Theilen eine gewisse Benennung verstehen. Wenn man z. B. fragt: wie viel kostet ein Anker Wein, wenn man für 120 Rubel 8 Anker gekauft hat?

Erster Fall, wenn der Divisor eine dem Dividendo gleich benannte Zahl ist.

1. Sind beide Benennungen ganz gleich, d.

i. enthalten beide bloß Rubel, Thaler, Pfunde ꝛc. so dividirt man wie bei unbenannten Zahlen. Z. B. 3915 Rub. : 9 Rub. = 435.

2. Haben beide oder eins von beiden noch niedere Benennungen bei sich, so muß alles auf den kleineren Namen reducirt und dann dividiret werden. Z. B. 99 ℔ 14 Loth : 2 ℔ 22 Loth = 3182 Loth : 86 Loth = 37.

Exempel an der Tafel zu rechnen.

1) 136 Thl. Alb 15 gr. : 3 Thl. Alb. 15 gr.

2) 4 Last 8 Tonnen 1 Loof 2 Külmit 1 Stoof : 1 Ton. 2 Kmt. 1 Stoof.

3) 74 Rthl. 16 ggr. : 18 ggr. 8 Pfg.

4) 118 Pud 12 ℔ 40 Stk. : 1 Pud 3 ℔ 40 Stk.

Zweiter Fall, wenn der Divisor eine unbenannte Zahl ist.

1. Man dividire die höchste Benennnng, reducire den Rest auf die niedere, und addire die darin noch überdem gegebene Anzahl hinzu, und dividire von neuem. Z. B. 170 Thl. Alb. 36 gr. : 8.

8) 170 | 21 Thl. Alb.
16
10
8
2
90
8) 216 | 27 gr.
16
56

2. Man bringe zuerst alles auf die kleinste Benennung, dividire dann wie gewöhnlich, und reducire den Quotienten wieder auf die höheren Benennungen. Z. B.

37 ℔ 28 Loth 2 Quent. : 25
32
102
111
1212 Loth
4
4850 Qt. : 25 = 194 Qt. = 1 ℔ 16 Loth 2 Qt.

Exempel an der Tafel zu rechnen.

5) 20 Ton. 1 Loof 1 Kmt. 4 Stoof : 28.
6) 286 Thlr. Alb. 37 gr. : 149.
7) 207 Twt. 9 Twk. 4 Gz. : 168.
8) 16874 Rub. 55 Kop. : 231.
9) 64 Mk. Lübsch 2 ßl. 2 Pfg. : 94.

Uebungsexempel X. Num. 1 bis 80.

Siebenter Abschnitt.

Rechnung mit Brüchen.

§. 51. Man kann sich vorstellen, daß jede Einheit z. B. ein Rubel, ein Thaler, ein Pfund, eine Elle oder überhaupt eine Einheit an sich, in gleiche Theile getheilt sey. Denkt man sich alle diese Theile zusammen, so hat man das Ganze oder die Einheit selbst; nimmt man aber einen oder einige Theile davon, so ist die Zahl, die man alsdann denkt, ein Bruch oder gebrochene Zahl. Wenn man z. B. ein Pfund in vier Theile theilt, so sind ein Viertheil, zwei Viertheile, drei Viertheile, Brüche, alle vier Viertheile aber das Ganze oder ein Pfund.

§. 52. Zum Begriffe eines Bruches gehören zwei Zahlen, eine welche ausdrückt, in wie viel Theile das Ganze getheilt sey, diese heißt der Nenner; die andere, welche anzeigt, wie viel Theile genommen werden, diese heißt der Zähler. Man schreibt den Zähler über, den Nenner unter einen Querstrich. Z. B. $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{5}$, und spricht sie aus, drei Viertheile, ein Drittheil, zwei Fünftheile.

§. 53. Wenn der Zähler größer ist als der Nenner, so heißt der Bruch ein uneigentlicher. Z. B. $\frac{17}{3}$; ein solcher ist als ein Divi-

sionsexempel anzusehen, wo man durch Division die ganze Zahl findet; der Rest ist immer ein eigentlicher Bruch. $1\frac{7}{3} = 5 + \frac{2}{3}$ oder nach der gewöhnlichen Schreibart $5\frac{2}{3}$; denn so viel mal man drei Drittheile von der vorhandenen Anzahl der Drittheile hinwegnehmen kann, so viel Ganze erhält man.

Anmerkung. Hieraus folgt nun: wenn eine ganze Zahl mit einem angehängten Bruche gegeben ist, und man die ganze Zahl mit in der Benennung des Bruches ausdrücken will, so multiplicire man die ganze Zahl mit dem Nenner des Bruches, und addire zu dem Producte den Zähler desselben. Z. B. $2\frac{3}{4}$, hier ist $2 \times 4 = 8$; $8 + 3 = 11$ folglich ist $2\frac{3}{4} = \frac{11}{8}$; dieses nennt man einen uneigentlichen Bruch einrichten. $1\frac{1}{2}$ Rub. $= \frac{3}{2}$ Rub.; $3\frac{1}{4}$ Rub. $= \frac{13}{4}$ Rub.; $5\frac{1}{2}$ Elle $= \frac{11}{2}$ Elle.

§. 54. Ein jedes Divisionsexempel kann als Bruch betrachtet werden; aber auch jede ganze Zahl, wenn man ihr 1 zum Nenner giebt. Z. B. $6 = \frac{6}{1}$; die Einheit selbst kann als ein Bruch, dessen Zähler und Nenner gleich groß sind angesehen und ausgedrückt werden. $1 = \frac{2}{2}, \frac{3}{3}, \frac{4}{4}, \frac{5}{5}$, u. s. w.

§. 55. Multipliciret man den Zähler eines Bruchs mit einer ganzen Zahl, so wird der Werth des Bruches so viel mal größer, als die

ganze Zahl Einheiten enthält, oder man hat den Bruch selbst damit multipliciret. Z. B. $\frac{3}{8} \times 2 = \frac{6}{8}$.

§. 56. Dividiret man den Zähler eines Bruchs durch eine ganze Zahl, so wird der Werth des Bruchs so viel mal kleiner, als die ganze Zahl Einheiten enthält, oder man hat den Bruch selbst damit dividiret. Z. B. $\frac{6}{8} : 2 = \frac{3}{8}$.

§. 57. Multipliciret man den Nenner eines Bruchs mit einer ganzen Zahl, so werden die einzelnen Theile um so viel kleiner als die ganze Zahl Einheiten enthält; da nun der Zähler unverändert bleibt, so folgt, daß der Werth des Bruchs so viel mal kleiner werde, als der genommene Factor Einheiten enthält, mithin ist der Bruch dadurch eigentlich dividiret. Z. B. $\frac{3}{4} \times 2 = \frac{3}{8}$; da ich vorhin $\frac{3}{4}$, nun aber zwar auch noch 3 Theile aber nur halb so große habe, nemlich Achtel, so habe ich nur die Hälfte von $\frac{3}{4}$.

§. 58. Umgekehrt verhält es sich, wenn man den Nenner des Bruchs mit einer ganzen Zahl dividiret. Da werden nemlich die Theile so viel mal grösser, als der Divisor Einheiten enthält, und weil der Zähler unverändert bleibt, so folgt, daß der Werth des Bruches durch den Divisor des Nenners multipliciret sey. Z. B. $\frac{3}{8} : 2 = \frac{3}{4}$.

§. 59. Wenn man nun Zähler und Nenner

eines Bruches mit einer ganzen Zahl multipliciret, so folgt, daß der Werth des Bruches ungeändert bleibe, ob er gleich durch andere Zahlen ausgedrückt wird. Denn um so viel er durch die Multiplication des Zählers größer geworden ist, um so viel kleiner wird er durch die Multiplication des Nenners. Z. B. $\frac{3 \times 3}{4 \times 3} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$.

§. 60. Eben dieses folgt, wenn man Zähler und Nenner eines Bruchs mit einer ganzen Zahl dividiret; z. B. $\frac{9}{12} : \frac{3}{3} = \frac{3}{4}$. Es ist eben so viel, als ob der Bruch mit 1 multipliciret oder dividiret wäre. (s. §. 54.)

Dieses dient nun, Brüche in den möglichst kleinsten Zahlen auszudrücken.

Man setzt gewöhnlich die Zahl mit welcher Zähler und Nenner eines Bruches dividiret werden soll, folgendergestalt über einen Bruch und den kleinern Ausdruck hinter einen Strich.

Z. B. $\overset{9}{\underset{36}{27}}\Big|\overset{3}{4}$; $\overset{10}{\underset{180}{120}}\Big|\overset{6}{18}$ | $\frac{2}{3}$.

§. 61. Dieses findet vornemlich seine Anwendung, wenn eine Anzahl Größen von einer niedern Benennung als Bruch einer höheren soll ausgedrückt werden.

Ein Kop. ist der hundertste Theil eines Ru-

bels, folglich läßt sich jede Anzahl von Kopeken als Bruch eines Rubels ausdrücken, dessen Nenner 100 ist; so ist 1 Kopeken = $\frac{1}{100}$ Rub.; 2 Kop. = $\frac{2}{100}$ Rub. und eben so $\frac{3}{100}$, $\frac{4}{100}$, $\frac{8}{100}$, $\frac{10}{100}$, $\frac{20}{100}$, $\frac{50}{100}$, $\frac{75}{100}$, wo der Zähler die Anzahl der Kopeken angiebt. Es ist aber vortheilhafter sie in den kleinsten Zahlen auszudrücken, und dann erhält man:

$\frac{2}{100} = \frac{1}{50}$; $\frac{4}{100} = \frac{1}{25}$; $\frac{10}{100} = \frac{1}{10}$; $\frac{20}{100} = \frac{1}{5}$ ꝛc.

Also ist 1 Rub. 25 Kop. = $1\frac{1}{4}$ Rub.; 3 Rub. 75 Kop. = $3\frac{3}{4}$ Rub. ꝛc.

§. 62. Die Regel ist: Setze die Anzahl der gegebenen Dinge als Zähler, die Eintheilungszahl aber als Nenner hin, und bringe dann diesen Bruch auf den kleinsten Nenner durch Division des Zählers und Nenners mit einerlei Zahlen, die aber keinen Rest lassen dürfen.

Uebungsexempel XI. Num. 1 bis 100.

Man übe sich auch diese Brüche (nach §. 53. Anmerkung) einzurichten, als: $1\frac{1}{4}$ Rub. = $\frac{5}{4}$ Rub.; $3\frac{3}{4}$ Rub. = $\frac{15}{4}$ Rub.; $3\frac{2}{5}$ Thl. Alb. = $\frac{17}{5}$ Thl. Alb. ꝛc.

§. 63. Will man hingegen wissen, welchen Werth der Bruch einer höheren Benennung

habe, wenn er in der niedern ausgedrückt wird, so multiplicirt man den Zähler mit der Eintheilungszahl, und dividirt das Product mit dem Nenner, der Quotient giebt die verlangte Zahl. Z. B. $\frac{4}{5}$ Rub. $= \frac{4 \cdot 80}{5} = 80$ Kop.; $\frac{3}{8}$ Lb $= \frac{3 \cdot 32}{8} = 12$ Loth ꝛc.

Uebungsexempel XII. Num. 1 bis 30.

§. 64. Um den größten gemeinschaftlichen Theiler eines Bruches zu finden, dividire man den Zähler in den Nenner; wenn die Division aufgeht, ist der Zähler selbst der gesuchte Theiler; wenn aber ein Rest bleibt, so dividire man mit diesem in die Zahl, welche vorher Divisor war, und fahre eben so fort, wenn wieder ein Rest entsteht; bis man auf einen kommt, welcher den vorhergehenden Divisor ohne Rest theilt; dieser ist die gesuchte Zahl; ist der letzte Divisor Eins so läßt sich der Bruch nicht verkleinern.

Z. B. $\frac{407}{555}$; 555 : 407 = 1 und 148 Rest.
407 : 148 = 2 und 111 Rest.
148 : 111 = 1 und 37 Rest.
111 : 37 = 3 und kein Rest.

Folglich ist 37 der größte gemeinschaftliche Theiler des gegebenen Bruches. Der Grund davon ist leicht einzusehen, wenn man nur den vorletzten Divisor und Dividend betrachtet. 148 : 111 gab 1 und 37 zum Rest; wenn nun

111 mit 37 theilbar ist, so muß auch 148 durch 37 theilbar seyn, weil es aus 1 X 111 + 37 besteht. Ferner 407 bestehet aus 2 X 148 + 111; also ist auch 407 durch 37 theilbar u. s. w.

Uebungsexempel.

1) 12998 / 14472

2) 52788 / 78435

3) 34553 / 43709

4) 7414 1 / 102 680

5) 633598 / 814793

§. 65. Wenn zwei Brüche verschiedene Nenner haben, so läßt sich nicht anders entscheiden wie viel einer größer als der andere sey, als daß man ihnen nach §. 59. gleiche Nenner gebe, oder sie auf gleiche Benennung bringe. Dieses geschieht nun folgendermaaßen: Man multiplicire mit dem Nenner des einen Bruches, Zähler und Nenner des andern, und mit dem Nenner dieses Bruches den Zähler und Nenner

jenes. Z. B. $\frac{2}{5}$ und $\frac{3}{8}$; so ist $\frac{2}{5} \times \frac{8}{8} = \frac{16}{40} = \frac{2}{5}$; und $\frac{3}{8} \times \frac{5}{5} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$. Folglich ist $\frac{2}{5}$ größer als $\frac{3}{8}$. Sind mehrere Brüche von verschiedenen Nennern gegeben, so multiplicire man den Zähler und Nenner eines jeden mit dem Producte der Nenner aller übrigen, z. B. $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{4}$, sind $\frac{2}{3} \times \frac{40}{40}$, $\frac{1}{2} \times \frac{60}{60}$, $\frac{3}{5} \times \frac{24}{24}$, $\frac{1}{4} \times \frac{30}{30}$; oder $\frac{80}{120}$, $\frac{60}{120}$, $\frac{72}{120}$, $\frac{30}{120}$.

§. 66. Die im vorigen §. zuletzt gefundenen Brüche lassen sich sämmtlich durch $\frac{2}{2}$ in kleineren Zahlen ausdrücken, ohne daß sie die gleiche Benennung verliehren; man findet dann anstatt $\frac{80}{120}$, $\frac{60}{120}$, $\frac{72}{120}$, $\frac{30}{120}$ die Brüche $\frac{40}{60}$, $\frac{30}{60}$, $\frac{36}{60}$, $\frac{15}{60}$; 60 ist der möglichst kleinste gemeinschaftliche Nenner für diese Brüche. Hätte man diesen gleich anfangs finden wollen, so hätte man nicht mit einem Nenner multipliciren müssen, welcher schon als Factor in einem andern enthalten war. Dieses war die 2, welche in 4 als Factor befindlich ist.

§. 67. Will man den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner zweier oder mehrerer Brüche finden, so untersuche man, aus welchen Factoren die Nenner der gegebenen Brüche bestehen, und multiplicire den Zähler und Nenner eines Bruchs nur mit der Zahl, die nicht als Factor in ihm enthalten ist, und so wechselsweise.

Z. B. $\frac{3}{4}$ und $\frac{5}{8}$, hier ist $\frac{5}{8} = \frac{5}{4 \cdot 2}$ man hat also

$\frac{2}{3}$ und $\frac{5}{8}$; ferner $\frac{7}{15}$ und $\frac{6}{35}$; $\frac{7}{15} = \frac{7.5}{3.5}$, und $\frac{6}{35} = \frac{6.5}{7.5}$, man multiplicire also $\frac{7}{15}$ mit $\frac{7}{7}$ und $\frac{6}{35}$ mit $\frac{3}{3}$ so erhält man $\frac{49}{105}$ und $\frac{18}{105}$. Ferner $\frac{7}{15}$, $\frac{6}{35}$, $\frac{3}{14}$, $\frac{10}{21}$; hier hat man $\frac{7.5}{3.5}$, $\frac{6.5}{7.5}$, $\frac{3.2}{7.2}$, $\frac{10.3}{21.3}$. Der erste Bruch wird daher mit $\frac{2}{2} \times \frac{7}{7}$; der zweite mit $\frac{2}{2} \times \frac{3}{3}$; der dritte mit $\frac{5}{5} \times \frac{3}{3}$, und der vierte mit $\frac{5}{5} \times \frac{2}{2}$ zu multipliciren seyn. Dieses giebt $\frac{98}{210}$, $\frac{36}{210}$, $\frac{45}{210}$, $\frac{100}{210}$; hätte man aber ohne die Weglassung jener Factoren einen gemeinschaftlichen Nenner gesucht, so hätte man 154350 erhalten, welches viel unbequemer wäre.

§. 68. Wenn zwei Brüche gegeben sind, bei welchen der Nenner des einen als Factor in dem andern enthalten ist, so findet man die Zahl mit welcher Zähler und Nenner des durch kleinere Zahlen ausgedruckten zu multipliciren ist, dadurch daß man den kleinern Nenner in den größern dividiret.

Z. B. $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{15}$, da findet man diese Zahl $15 : 5 = 3$, hier wird nun der größere Nenner der gemeinschaftliche Nenner beider Brüche, welchen man nicht erst durch Multiplication zu suchen hat, sondern als bekannt annehmen kann. Um also den Bruch $\frac{3}{5}$ in Funfzehntheilen auszudrücken, dividire man 15 mit 5 und multiplicire mit der gefundenen 3 den Zähler des Bruches $\frac{3}{5}$; dem Producte 9 gebe man die 15 zum Nenner. Ein gleiches Verfahren

findet auch bei mehreren Brüchen statt, wenn in dem Nenner eines derselben die Nenner der übrigen als Factoren enthalten sind. Z. B. $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$.

Um die vier ersten gegebenen Brüche in Zwölftheilen auszudrücken, dividire man den Nenner eines jeden Zählers mit dem gefundenen Quotienten; das Product ist der Zähler eines jeden für den Nenner 12. Der Bequemlichkeit wegen setze man die Brüche folgendermaaßen unter einander, und den gemeinschaftlichen Nenner über einen Strich, welchen man neben den Brüchen herunter zieht; hinter dem Striche schreibe man die auf die beschriebene Weise gefundenen Producte, so steht neben jedem Bruche der ihm für den allgemeinen Nenner zukommende Zähler. Als:

12	
$\frac{2}{3}$	8
$\frac{3}{4}$	9
$\frac{1}{2}$	6
$\frac{5}{6}$	10
$\frac{7}{12}$	7

Mithin erhält man: $\frac{8}{12}$, $\frac{9}{12}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{10}{12}$, $\frac{7}{12}$.

Wenn sich unter den gegebenen Brüchen, welche auf gleiche Benennung sollen gebracht werden, kein Nenner befindet, welcher für alle gemeinschaftlicher Nenner seyn kann, so suche man solchen und verfahre eben so. Z. B.

$\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{12}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{9}{10}$ sey gegeben, so ist hier der gemeinschaftliche Nenner 60.

Folglich erhält man:

	60	
$\frac{2}{3}$	40	Also: $\frac{40}{60}$, $\frac{45}{60}$, $\frac{30}{60}$, $\frac{50}{60}$,
$\frac{3}{4}$	45	$\frac{35}{60}$, $\frac{36}{60}$, $\frac{54}{60}$.
$\frac{1}{2}$	30	
$\frac{5}{6}$	50	
$\frac{7}{12}$	35	
$\frac{3}{5}$	36	
$\frac{9}{10}$	54	

§. 69. Hülfsmittel den kleinsten gemeinschaftlichen Nenner zu finden. Dieses bestehet nach §. 66 und 67 darin, daß man die Nenner in ihre einfache Factoren zerfället und diejenigen wegläßt, welche schon aus andern Nennern aufgenommen sind. Für die weggelassenen setze man 1. das Product aller dieser Factoren, ist der gemeinschaftliche kleinste Nenner. Das mechanische Verfahren ist dieses: man schreibe die Nenner der Brüche neben einander, ziehe einen Querstrich unter sie, und dividire dann mit einer Primzahl, mit welcher mehrere derselben ohne Rest theilbar sind; die Quotienten setze man unter den Strich; die Nenner aber, welche sich nicht durch die angenommene Zahl theilen liessen, setze man ebenfalls unverändert unter denselben. Unter diese

Zahlen, ziehe man wieder einen Strich, und fahre mit einer andern Primzahl zu theilen fort, bis man zuletzt für jeden gegebenen Nenner eine Eins erhält. Die zur Theilung gebrauchten Zahlen sind die Factoren, deren Product den gesuchten Nenner giebt. Z. B. Es sey gegeben:

$\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{15}$, $\frac{11}{20}$, $\frac{29}{60}$, $\frac{7}{10}$, $\frac{17}{30}$, $\frac{8}{9}$

so erhält man nach dem beschriebenen Verfahren:

	4,	6,	15,	20,	60,	10,	30,	9
5)	4	6	3	4	12	2	6	9
2)	2	3	3	2	6	1	3	9
3)	2	1	1	2	2		1	3
2)	1			1	1			3
3)								1

Die Factoren sind 5, 2, 3, 2, 3, deren Product = 180. Hierauf verfahre man wie im vorigen §. gezeigt worden.

§. 70. Addition der Brüche. Wenn $\frac{3}{8}$ und $\frac{4}{8}$ zu addiren sind, so mache man die Summe der Zähler, und behalte den Nenner unverändert bei; also $\frac{3}{8} + \frac{4}{8} = \frac{7}{8}$; und eben so verhält es sich mit der Addition alter Brüche die gleiche Nenner ha-

ben. Weil der Nenner bloß den Werth der Einheiten, die der Zähler enthält, bestimmt, dieser Werth aber durch die Addition nicht verändert werden soll, so kann man auch die Nenner nicht besonders mit addiren.

§. 71. Wenn die zu addirenden Brüche verschiedene Nenner haben, so muß man sie zuvor auf gleiche Benennung bringen, und dann die Zähler addiren. Denn von $\frac{2}{3} + \frac{3}{4}$ ist die Summe weder $\frac{5}{3}$ noch $\frac{5}{4}$. (§. 1.)

Exempel. $\frac{1}{4} + \frac{5}{6} + \frac{4}{15} + \frac{11}{20} + \frac{29}{60} + \frac{7}{10} + \frac{17}{30} + \frac{8}{9}$.

Der gemeinschaftliche Nenner aller dieser Brüche nach §. 55. ist 180.

Also stehet es so:

180	
$\frac{1}{4}$	45
$\frac{5}{6}$	150
$\frac{4}{15}$	48
$\frac{11}{20}$	99
$\frac{29}{60}$	87
$\frac{7}{10}$	126
$\frac{17}{30}$	162
$\frac{8}{9}$	160
	817 Summe.

Diese Zähler der gegebenen Brüche für den Nenner 180 werden addiret, die Summe ist 817.

Also erhält man $\frac{817}{180} = 4\frac{97}{180}$.

§. 72. Subtraction der Brüche. Wenn sie gleiche Nenner haben, suche man den Unterschied ihrer Zähler; dieser behält den Nenner welchen beide haben. Wenn sie verschiedene Nenner haben, müssen sie zuvor auf gleiche Benennung gebracht werden. Z. B.

$\frac{3}{4} - \frac{2}{4} = \frac{1}{4}$; $\frac{5}{6} - \frac{3}{4} = \frac{10}{12} - \frac{9}{12} = \frac{1}{12}$.

Uebungsexempel an der Tafel zu rechnen.

N. 6. $\frac{4}{5} + \frac{8}{9} + \frac{6}{7} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} + \frac{9}{10} + \frac{13}{14}$.

N. 7. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{2}{3} + \frac{2}{5} + \frac{4}{6} + \frac{4}{12} + \frac{12}{18} + \frac{12}{24} + \frac{8}{10} + \frac{3}{9}$.

N. 8. $\frac{1}{3} + \frac{15}{16} + \frac{8}{9} + \frac{13}{36} + \frac{7}{24}$.

N. 9. $\frac{1}{4} - \frac{7}{29}$.

N. 10. $\frac{3}{8} - \frac{24}{96}$.

N. 11. $\frac{5}{5} + \frac{3}{8} - \frac{10}{20}$.

N. 12. $\frac{3}{4} + \frac{6}{7} + \frac{2}{3} - (\frac{4}{5} + \frac{5}{6} + \frac{1}{4})$.

Uebungsexempel XIV. Num. 1 - 30.

§. 73. Multiplication mit Brüchen. Wenn zwei Brüche zu multipliciren sind, so multiplicire man Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner. Z. B. $\frac{1}{2} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$; wenn die Factoren eigentliche Brüche sind, so ist das Product kleiner als einer der Factoren; welches

daher kommt, daß diese Multiplication ihrer Natur nach eigentlich eine Division ist. Wenn $\frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$ genommen wird, so drückt die Multiplication mit $\frac{1}{4}$ nichts anderes aus, als man soll den vierten Theil von $\frac{1}{2}$ nehmen; ist dieser vierte Theil gefunden, so zeigt der Zähler an, wie viel dieser Theile genommen werden sollen, und dieser multiplicirt wirklich; weil nun aber in einem ächten Bruche der Zähler kleiner als der Nenner ist, so muß das Product kleiner als die zu multiplicirende Zahl seyn, weil die Zahl mit welcher dividiret wurde, größer war, als diejenige, mit welcher man multipliciret. Multipliciret man eine ganze Zahl mit einem Bruche, so kann man die ganze Zahl zuförderst als einen Bruch ausdrücken und dann beide Factoren wie Brüche behandeln. Z. B. $3 \times \frac{1}{4} = \frac{3}{1} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ oder man multiplicirt bloß den Zähler mit der ganzen Zahl. (§. 57.)

§. 74. Da der Nenner des Multiplicators, als ein Divisor; der Zähler als Multiplicator angesehen werden kann, so folgt auch nach §. 57. und 58. daß man den einen Factor umkehren, den Zähler zum Nenner und den Nenner zum Zähler machen, und dann den Zähler des andern Bruchs mit dem, was eigentlich Nenner des andern Bruchs war, und eben so auch den Nen-

ner jenes Bruches mit dem Zähler des andern dividiren kann.

Z. B. $\frac{6}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{12}{24} = \frac{6}{8} : \frac{3}{2} = \frac{2}{4}$.

Auch kann man den Zähler des Multiplicators mit dem Zähler des Multiplicandi multipliciren und das Product mit dem Nenner des Multiplicators dividiren. Z. B.

$\frac{6}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{6 \cdot 2 : 3}{8} = \frac{12 : 3}{8} = \frac{4}{8}$.

§. 75. Division mit Brüchen. Dieses ist nun die der Multiplication entgegengesetzte Operation; daher dividire man entweder den Zähler des Dividendi mit dem Zähler des Divisors und eben so den Nenner des Dividendi mit dem Nenner des Divisors, oder man kehre den Divisor um und multiplicire den Dividendus. Z. B.

$\frac{6}{12} : \frac{2}{3} = \frac{3}{4}$ oder $\frac{6}{12} : \frac{2}{3} = \frac{6}{12} \times \frac{3}{2} = \frac{18}{24}$.

Oder man dividire den Zähler des Dividendi durch den Zähler des Divisors, und multiplicire den Quotienten mit dem Nenner des Divisors. Z. B. $\frac{6}{12} : \frac{2}{3} = 6 : \frac{2}{12} \cdot 3 = \frac{9}{12}$.

Bei der Division mit einem eigentlichen Bruche ist der Quotient größer als der Dividendus. Es sey z. B. 6 mit $\frac{1}{2}$ zu dividiren, so ist $\frac{1}{2}$ in 6 ganzen Einheiten 12mal enthalten. Eins ist in $\frac{1}{4}$, ein Viertheilmal enthalten, weil

1 viermal so groß ist als $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$ ist in $\frac{1}{4}$ ein halbmal enthalten, weil $\frac{1}{2}$ noch einmal so groß ist, als $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{4}$ ist in $\frac{1}{4}$ einmal enthalten; $\frac{1}{8}$ in $\frac{1}{4}$ zweimal u. s. w. welches alles man sich an einer geraden Linie, die man in solche gleiche Theile eintheilet, als der jedesmalige Nenner angiebt, deutlicher machen kann. Soll man eine ganze Zahl mit einem Bruche dividiren, so multiplicire man selbige mit dem Nenner, und mache den Zähler zum Nenner des Produets. Z. B. $1 : \frac{1}{4} = 4$; denn der vierte Theil der Einheit ist in der Einheit viermal enthalten, $4 : \frac{2}{3} = \frac{12}{2}$.

Uebungsexempel an der Tafel zu rechnen.

N. 13. $\frac{5}{6} \times \frac{1}{2}$.
N. 14. $1\frac{5}{16} \times \frac{4}{5}$.
N. 15. $2\frac{8}{30} \times \frac{6}{7}$.
N. 16. $3\frac{0}{42} \times \frac{7}{10}$.
N. 17. $2\frac{5}{32} : \frac{5}{8}$.
N. 18. $\frac{1}{3} : \frac{2}{5}$.
N. 19. $1\frac{8}{35} : \frac{3}{5}$.
N. 20. $\frac{1}{4} : \frac{4}{7}$.

Uebungsexempel XV. XVI. Num. 31 bis 85.

§. 76. Wenn Zähler und Nenner eines Bruches, oder einer von beiden noch einen Bruch

neben sich haben, so heißt ein solcher ein unreiner Bruch. Z. B.

$$\frac{1\frac{1}{2}}{2}; \quad \frac{1\frac{1}{2}}{2\frac{2}{3}}.$$

Um solche Brüche bequemer auszudrücken, richte man Zähler und Nenner ein, und dividire den Zähler durch den Nenner. Z. B.

$$\frac{1\frac{1}{2}}{2} = \frac{3}{2} : 2 = \frac{3}{4}; \quad \frac{1\frac{1}{2}}{2\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} : \frac{8}{3} = \frac{9}{16}.$$

Uebungsexempel an der Tafel zu rechnen.

N. 21.
$$\frac{\frac{1}{5} + \frac{3}{7\frac{1}{2}} + 1 - \frac{1\frac{1}{3}}{1\frac{1}{4}}}{\frac{1\frac{1}{2}}{4} + \frac{1}{2\frac{2}{3}} - \frac{7}{20}}$$

N. 22.
$$\frac{\frac{1\frac{1}{2}}{2} + \frac{2}{2\frac{1}{2}} - \frac{5\frac{1}{2}}{10}}{\frac{2\frac{1}{3}}{4} + \frac{1\frac{1}{3}}{3} + \frac{1}{4\frac{1}{2}} - 1}$$

Dieses findet seine Anwendung wenn kleinere Benennungen nebst deren Unterabtheilungen als Brüche eines gewissen Ganzen ausgedrückt werden sollen. Z. B. 1 ℔ 7 ℔ 16 Loth; 7 ℔ 16 Loth = $7\frac{1}{2}$ ℔ und als Bruch vom

Liespfunde $\frac{7\frac{1}{2}}{20}$ Lth $= 1\frac{5}{2} : 20 = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$,
ferner 1 Rthl. 10 ggr. 8 Pfg.; hier sind 10 ggr. 8 Pfg. $= 10\frac{2}{3}$ ggr., und als Bruch vom Thaler $= \frac{10\frac{2}{3}}{24}$ Rthl. $= \frac{32}{3} : 24 = \frac{32}{72} = \frac{8}{9}$.

3 Last 7 Ton. 1 Loof 1 Kmt. 6 Stf.
1 Kmt. 6 Stf. $= 1\frac{1}{2}$
Kmt., als Bruch vom Loof $= \frac{1\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{2}$ Loof
$1\frac{1}{2}$ Lf. als Bruch von der Tonne $= \frac{1\frac{1}{2}}{3}$ Ton.
$= \frac{1}{2}$ Ton.

$7\frac{1}{2}$ Ton. als Bruch von einer Last $= \frac{7\frac{1}{2}}{24} =$
$1\frac{5}{2} : 24 = \frac{15}{48} = \frac{5}{16}$ Last.

Uebungsexempel XVII. Num. 86 bis 100.

Achter Abschnitt.

Von den Decimalbrüchen.

§. 77. Nach unserem Bezeichnungssysteme ist die nächste Ziffer nach der Einheit zur Linken ein Product der Einheiten, die durch die Ziffer bezeichnet werden, mit zehn; die folgende mit zehnmal zehn oder hundert u. s. w. welches

hier als bekannt voraus gesetzt wird. Wenn nun die Stelle der Einer durch ein Kennzeichen bestimmt wird, so kann man nach eben dem Gesetze ihr zur rechten Hand Ziffern beifügen, deren Werthe so abnehmen, wie die Werthe der Ziffern linker Hand größer werden. Die Stelle der Einer wird durch ein Komma bestimmt; z. B. 467, 25 weil nun sieben die Stelle der Einer hat, so ist die nächstfolgende zur Linken 60, die folgende 400, oder 467; die nächstfolgende zur rechten, aber hat einen Factor, welcher zehnmal kleiner ist als derjenige der vorhergehenden Einheiten, also ein Zehntheil; die folgende wieder einen zehnmal kleinern, also ein Hundertheil. Man wird also die Zahlen zur rechten der Einheit aussprechen können, zwei Zehntheile, fünf Hunderttheile, oder auch fünf und zwanzig Hunderttheile. Denn $\frac{2}{10} = \frac{20}{100}$; wird nun die Zahl 467, 25 mit ihren Factoren ausgeschrieben, so kommt sie so zu stehen:

$4 \times 100 + 6 \times 10 + 7 + 2 \times \frac{1}{10} + 5 \times \frac{1}{100}$.

§. 78. Zahlen welche hinter der Stelle der Einer stehen, sind also Zähler wirklicher Brüche, und von den gewöhnlichen nur darin verschieden, daß sie keine andere Nenner haben als zehn, oder Producte zweier oder mehrerer Zehner mit einander; weil nun der Nenner aus der Stelle leicht erkennbar ist, so wird er weggelas-

sen. Sie heißen Decimal- oder zehntheilige Brüche. Will man einen Decimalbruch auf die gewöhnliche Art ausdrücken, so gebe man dem Zähler eine Eins mit so viel Nullen zum Nenner, als der Zähler Stellen hat. Z. B.

$0,25 = \frac{25}{100}$; $0,05 = \frac{5}{100}$

$0,720535 = \frac{720535}{1000000}$; $0,0005 = \frac{5}{10000}$.

§. 80. Einen eigentlichen Bruch in einen Decimalbruch zu verwandeln, dividire man den Zähler durch den Nenner, nachdem man zuvor dem Zähler so viel Nullen angehängt hat, als nöthig sind. In der Stelle der Einer erhält der Quotient eine Null mit dem charakteristischen Zeichen der Einer. Z. B.

$\frac{1}{2}$ = zehn Zehntheile dividirt mit 2.

2) 10 | 0,5 also $\frac{1}{2} = 0,5$.

$\frac{1}{4}$ = 4) 1,00 | 0,25
8
20
20

$\frac{3}{4}$ = 4) 3,00 | 0,75
28
20
20

Eins ist gleich zehn Zehntheilen, oder hundert

Hunderttheilen, oder tausend Tausendtheilen, u. s. w., eben so $2 = \frac{20}{10}, \frac{200}{100}, \frac{2000}{1000}$ u. s. w. welches die Richtigkeit der Auflösung jener Aufgaben beweiset. Wenn man bei der angestellten Division keine Zehntheile, Hunderttheile u. s. w. erhält, so erhalten diese Stellen Nullen. Z. B.

$\frac{1}{64}$; 64) 1 0 0 0 0 0 0 | 0,015625.

64 : : : :
360 : : : :
320 : : : :
400 : : : :
384 : : : :
160 : : :
128 : : :
320
320

Ferner $\frac{3}{512} = 0{,}005859375$.

§. 81. Ein uneigentlicher Bruch muß bei der Division auch Einer oder überhaupt ganze Zahlen geben. Z. B.

$\frac{7}{4} = 1{,}75$; $\frac{73}{4} = 18{,}25$.

§. 82. Brüche welche Nenner haben, deren einfachste Factoren andere Primzahlen als 2 und 5 enthalten, sind in 10, 100, 1000 u. s. w. und deren Producten mit andern Zahlen (wenn

es nur nicht die Factoren des Nenners sind) nicht ohne Rest theilbar. Daher lassen sich alle Brüche dieser Art, z. B. $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{2}{7}$, ... $\frac{1}{9}$, $\frac{2}{9}$ ... $\frac{1}{11}$ ... $\frac{1}{24}$ ... u. s. w. durch Decimalbrüche nicht genau ausdrücken, weil immer ein noch zu dividirender Rest bleibt, dem man wieder eine Null anhängen müßte. So ist z. B. $\frac{1}{3} = 0,3333333 + \frac{1}{3000000}$ $\frac{1}{7} = 0,142857142857142 + \frac{2}{7000000000000}$ Allein man nähert sich dem Werthe des Bruches immer mehr, je mehr Decimalstellen man ihm giebt. So ist z. B. der Decimalbruch für $\frac{1}{7}$ in 14 Decimalstellen ausdrückt, nur zwei, siebenhundert Billionentheilchen $\frac{700\ 000\ 000\ 000\ 000}{1}$ kleiner als $\frac{1}{7}$. Man kann bei einem so geringen und oft noch weit größern Unterschiede den Decimalbruch für denjenigen annehmen, dem er so nahe kommt. Wie viele Decimalstellen man nehmen müsse, um keine beträchtliche Fehler in die Rechnung kommen zu lassen, hängt vornemlich von der Größe des Ganzen ab, dessen Theile der Bruch angeben soll. Z. B. um den dritten Theil eines Rubels auszudrücken würden zwei Stellen noch nicht hinreichen, wenn ein Fehler von $\frac{1}{3}$ Kopeken in Betracht gezogen werden muß. 0, 333 eines Rubels würde seyn $33\frac{3}{5}$ Kopeken, welches in den meisten Fällen hinlänglich genau seyn möchte. Sollte das Ganze aber eine Summe oder ein Werth von 10000 Rubeln seyn, so müßte

man, um gleiche Genauigkeit zu erlangen, dem Decimalbruche, welcher für $\frac{1}{3}$ dieses Ganzen gesetzt werden soll, schon sieben Stellen geben; nemlich 0, 3333333. Ferner kommt es auch auf die Operation an, welche mit einem solchen Bruche vorgenommen werden soll; wenn er mit einer großen ganzen Zahl zu multipliciren wäre, so wäre es nothwendig, mehrere Decimalstellen zu nehmen. Oftmals ist es sehr leicht einen Bruch in so viel Decimalstellen zu bestimmen als man will, wenn nemlich eine gewisse Zahl, wie z. B. bei $\frac{1}{3}$ = 0, 333.... oder $\frac{1}{6}$ = 0, 16666 immer nur fortgeschrieben zu werden braucht. Immer aber kehren doch dieselben Ziffern wieder, wie bei dem Decimalbruche der $\frac{1}{7}$ gleich ist; welches nemlich dann geschieht, wenn man bei der Division auf einen Rest kommt, der schon einmal da gewesen ist.

§. 83. Man kann einem Decimalbruche am Ende Nullen anhängen, ohne daß der Werth desselben dadurch geändert wird. Z. B.

0, 5 = 0, 50; 0, 25 = 0, 2500;
0, 625 = 0, 6250000; denn dieses ist eben so viel als ob man setzte:

$\frac{5}{10} = \frac{5}{10} \times \frac{10}{10}$; $\frac{25}{100} = \frac{25}{100} \times \frac{100}{100}$

welches den Werth eines Bruches nicht verändert.

§. 84. Addition und Subtraction mit Decimalbrüchen ist von eben diesen beiden Opera-

tionen in ganzen Zahlen nicht verschieden, man setze nur die gleichartigen Stellen unter einander, nemlich Zehntheile unter Zehntheile, Hundertheile unter Hunderttheile u. s. w. Z. B.

0, 625 + 0, 125 = 0, 85.

0, 625
0, 125
0, 850 = 0, 85.

Ferner 1, 0765 — 0, 497655 = 0, 578845.

1, 07.65.00
0, 49 76 55
0, 57 88 45.

Uebungsexempel an der Tafel zu rechnen.

N. 1. 0, 715 + 3, 045 + 6, 70095 + 0, 008505 + 0, 030545.

N. 2. 0, 5 + 0, 33333 + 0, 25 + 0, 2 + 0, 16666 + 0, 14285 + 0, 125 + 0, 11111.

Anmerkung. In diesem letzten Exempel findet man die Brüche $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$, als Decimalbrüche ausgedrückt.

N. 3. 1, 25 — 0, 75.

N. 4. 1, 0475 — 0, 94675.

N. 5. 8, 00644 — 6, 4508845.

§. 85. Decimalbrüche werden multiplicirt wie ganze Zahlen; dem Producte gebe man

so viel Decimalstellen als beide Factoren erhalten. Z. B. 0, 25 X 0, 75 = 0, 1875.

0, 2 5
0, 7 5
1 2 5
1 7 5
0, 1 8 7 5.

Das Product ist hier kleiner als die Factoren, weil selbige eigentliche Brüche sind, deren Nenner bei der Multiplication derselben auch multipliciret werden müssen.

0, 25 = $\frac{25}{100}$; 0, 75 = $\frac{75}{100}$ und
$\frac{25}{100}$ X $\frac{75}{100}$ = $\frac{1875}{10000}$ = 0, 1875.

Uebungsexempel an der Tafel zu rechnen.

N. 6. 4, 605 X 3, 017.
N. 7. 0, 125 X 1, 16.
N. 8. 0, 625 X 4, 2.
N. 9. 70, 025 X 40, 8.

§. 86. Soll man einen Decimalbruch mit 10, 100, 1000 oder einem andern Product dessen Factoren Zehner sind, multipliciren, so rücke man in dem Multiplicando das Komma so viele Stellen weiter gegen die rechte Seite, als der Multiplicator Nullen enthält. Z. B.

0, 625 X 10 = 6, 25;
25, 035 X 100 = 2503, 5.

§. 87. Die Regel für die Division ist folgende: man dividire, wie mit ganzen Zahlen, und gebe dem Quotienten so viele Decimalstellen, als der Dividendus mehr hat als der Divisor; (denn weil das Product des Divisors mit dem Quotienten = dem Dividendo, so erhellet die Gültigkeit dieser Regel aus §. 85.) haben beide gleich viel, so wird also der Quotient keine Decimalstelle erhalten, wenn man nicht etwa zuletzt einem Reste noch Nullen anhängt, oder der Divisor größer ist als der Dividendus, da denn eben das gilt, was bei Verwandlung eigentlicher Brüche in Decimalbrüche angeführt ist. (§. 80.) Hat der Divisor mehr Decimalstellen als der Dividendus, so wird der Quotient so vielmal mit Zehn multipliciret, als jener Stellen mehr sind.

Um dieses zu erläutern, wollen wir es an einem Exempel in mehreren Veränderungen betrachten. Es ist 17125 : 125 = 137. Aber 1712,5 : 125 = 13,7 weil 1712,5 zehnmal kleiner ist als 17125, und folglich auch der Quotient zehnmal kleiner seyn muß. Eben so ist 171,25 : 125 = 1,37; 17,125 : 125 = 0,137; 1,7125 : 125 = 0,0137; 0,17125 : 125 = 0,00137.

Ferner da 17125 : 125 = 137 so muß eben diese Zahl mit 12,5 dividirt 1370 zum Quotienten geben, weil der Theiler zehnmal kleiner

ist als vorhin; so auch 17125 : 1, 25 = 13700; 17125 : 0, 125 = 137000 und 17125 : 0,0000125 = 1370000000.

Hieraus erhellet nun leicht wie es sich verhalten müsse, wenn Divisor und Dividendus Decimalstellen haben oder Decimalbrüche sind.

1712, 5 : 12,5 = 137.
17,125 : 12,5 = 1,37.
17, 125 : 0, 125 = 137.
17, 125 : 0,00 125 = 13700.

Aber auch 1712,5 : 12,5 = 17125 : 125.
17,125 : 12,5 = 171,25 : 125.
17,125 : 0,00125 = 1712500 : 125.

§. 88. Wenn die Division am Ende einen Rest läßt, so muß man, um nicht zu irren, erst die Decimalstellen bestimmen, bevor man in der Rechnung fortfährt. Z. B.

1,9518 : 0, 29 = 195, 18 : 29.

Also:

```
29) 195,18 | 6,7303448.....
    174
    ----
     211
     203
     ---
      88
      87
      --
       100
        87
        --
        130
        116
        ---
          u. s. w.
```

Hier schneide man also, wenn man den Quotienten 673 gefunden hat, zwei Decimalstellen ab, weil der Dividendus zwei Decimalstellen hat, und setze dann vermittelst angehängter Nullen die Rechnung fort.

Noch besser aber ist es, gleich hinter die gefundene erste Zahl des Quotienten das Komma zu machen, da nämlich nicht mehr als 21 von den ganzen Zahlen Rest bleiben, und 29 in 21 doch keine ganze Einheit mehr genommen werden konnte.

Exempel. 0,8321 : 0,314 = 832,1 : 314.

Also: 314) 832,1 | 2,65
628
2041
1884
1570
1570

Hier setzte man also nach obiger Regel gleich nach der ersten Zahl des Quotienten das Komma.

Uebungsexempel an der Tafel zu rechnen.

N. 10. 16,763 : 0,2.
N. 11. 1776,6 : 0,05.
N. 12. 2,303 : 0,7.

N. 13. 2,941 : 1,7.
N. 14. 321,1 : 0,19.
N. 15. 0,3451 : 0,119.
N. 16. 0,02329 : 1,37.
N. 17. 2,629 : 23,9.
N. 18. 250,36 : 0,1138.
N. 19. 7,1652 : 170,6.
N. 20. 147 : 525.

Hieher gehörige Uebungsaufgaben findet man unter den zu dictirenden Exempeln von Num. 110 und mehrere folgende.

Neunter Abschnitt.

Von der Regel de Tri.

§. 89. Wenn der Preis eines Pfundes, einer Elle, eines Stoofs ꝛc. bestimmt ist, so ist dadurch auch der Preis einer Menge solcher Einheiten bestimmt, und kann durch Rechnung gefunden werden. Es koste z. B. eine Elle Band 6 Kop. so müssen für 2 Ellen 6 X 2 = 12; für 3 Ellen 6 X 3 = 18 Kop. bezahlt werden. Man setze aber die Aufgabe folgendergestalt hin:

1 Elle kostet 6 Kop. 8 Ellen kosten wieviel Kop.
a b c x
oder 1 Elle : 6 Kop. = 8 Ellen : ?

a ist das erste Glied, b und c das zweite und

dritte, oder die beiden mittleren, und x dasjenige, welches gesucht wird. Die beiden mittleren Glieder b und c werden mit einander multiplicirt, und man erhält 1 Elle : 6 Kop. = 8 Ellen : 48 Kop.

Dieses ist eine Proportion; die Richtigkeit einer Proportion wird daraus erkannt, daß das erste Glied eben so groß gegen das zweite, als das dritte gegen das vierte ist; oder (wenn sich diese nicht vergleichen lassen) daß das dritte eben so groß gegen das erste, als das vierte gegen das zweite ist; (oder daß diese respectiven Glieder auf gleiche Art in einander enthalten sind.)

Ferner wenn man eine Menge Waaren, welche eine bestimmte Einheit zum Maaß haben, für eine Summe Geldes gekauft hat, so ist dadurch auch der Preis einer solchen Einheit so bestimmt, daß man ihn selbst ausrechnen kann. Ich habe z. B. 4 Ellen Tuch für 20 Rub. gekauft, so folgt daraus, daß eine Elle eben dieses Tuchs 5 Rub. koste. Man setzet:

4 Ellen 20 Rub. 1 Elle kostet? Rub.
4 : 20 = 1 Elle : Rub.
oder 4 : 20 = 1 : 5

Wenn man die Zahlen als unbenannte betrachtet, so ist 4 eben so groß gegen 20, wie die 1 gegen 5 und man drückt es aus:

4 verhält sich zu 20, wie 1 zu 5.

Man nennet überhaupt das ein Verhält-

niß zweier Zahlen, wenn man bloß darauf Rücksicht nimmt, welche Größe sie gegen einander haben. (*)

Nimmt man aber dabei auf die Benennung Rücksicht, so kann man freilich nicht sagen, es seyen 4 Ellen in 20 Rub. so enthalten, wie eine Elle in 5 Rub. aber doch, daß

4 Ellen : 1 Elle = 20 Rub. : 5 Rub.

Wenn man nun auf diese Weise die beiden mittleren Glieder verwechselt, so ist doch leicht einzusehen, daß das vierte Glied hier 5 bleiben müsse, und daher werden wir immer bei der gewöhnlichen Ordnung bleiben, daß der Quantität der Waare der bestimmte Preis gleich folgt; also, wie oben:

(*) Es kann das Verhältniß auf zweierlei Art untersucht werden, nemlich einmal: wieviel Einheiten die größere Zahl mehr habe, als die kleinere; dieses findet man, wenn man diese von jener subtrahirt, und das heißt das arithmetische Verhältniß; zweitens: wie vielmal die eine in der andern enthalten sey; dieses findet man durch die Division, und ein solches Verhältniß heißt das geometrische, von welchem hier nur allein die Rede ist. Die Größe des geometrischen Verhältnisses wird durch den Quotienten ausgedrücket, und dieser heißt der Exponent oder Anzeiger des Verhältnisses. In einer Proportion müssen beide Verhältnisse einerlei Exponenten haben.

4 Ellen : 20 Rub. = 1 Elle : 5 Rub.
oder 1 Loth : 8 Kop. = 3 Loth : 24 Kop.

In einer jeden Proportion hängt die Größe der Glieder von den andern ab, und sobald eines derselben geändert wird, so ist die ganze Proportion unrichtig oder eigentlich vernichtet, es ist dann keine Proportion mehr vorhanden.

Man setze in obiger Proportion:
1 : 8 = 3 : 24 (oder 1 : 3 = 8 : 24)
anstatt des vierten oder eines andern Gliedes eine andere Anzahl, so wird man sogleich den Mangel der Proportion wahrnehmen.

Z. B. 1 : 3 = 8 : 25
oder 1 : 3 = 9 : 24
oder 2 : 3 = 8 : 24.

Im letzten Falle ist das erste Glied zweimal größer gemacht, es ist also halbmal so viel im zweiten oder dritten Gliede enthalten, als das dritte oder zweite im vierten.

Wird nun aber das zweite, oder das dritte Glied ebenfalls noch einmal so groß gemacht, so wird die richtige Proportion wieder hergestellt.

Setzet man
2 : 6 = 8 : 24;
so ist zwar das erste Glied zweimal größer geworden, dagegen aber auch das dritte in gleichem Verhältniß gewachsen, und das Verhältniß vom

ersten zum zweiten, noch eben dasselbe, welches es bei 1 : 3 war. (*)

Setzet man aber

$$2 : 3 = 16 : 24;$$

so ist zwar das Verhältniß vom ersten zum zweiten Gliede geändert; allein das Verhältniß vom dritten zum vierten ist ebenmäßig geändert (**); versetzt man aber die mittleren Glieder

$$1 : 8 = 3 : 24$$
$$2 : 16 = 3 : 24$$

so ist das Verhältniß wieder ganz gleich.

Auf gleiche Weise kann das erste und zweite, oder das erste und dritte auch drei-, vier-, fünfmal größer gemacht, oder überhaupt mit jeder ganzen Zahl multipliciret werden, und die Proportion muß immer richtig bleiben. Also sind alle diese Proportionen richtig

$$1 : 3 = 8 : 24$$
$$2 : 6 = 8 : 24$$
$$3 : 9 = 8 : 24$$
$$4 : 12 = 8 : 24 \text{ u. s. w.}$$

(*) Die Exponenten beider Verhältnisse sind dieselben geblieben.

(**) Die Exponenten sind zwar verändert, aber doch noch gleiche Exponenten.

Ferner 2 : 3 = 16 : 24
4 : 3 = 32 : 24
5 : 3 = 40 : 24

Es erhellet aber auch hieraus, daß umgekehrt auch das erste und zweite, oder erste und dritte Glied mit einerlei Zahl könne dividirt werden, ohne daß dadurch die Richtigkeit der Proportion gestört würde, denn so wie aus

1 : 3 = 8 : 24

durch die Multiplication mit 4 entstand

4 : 12 = 8 : 24

so wird daraus durch die Division mit eben der Zahl wiederum

1 : 3 = 8 : 24. (*)

Endlich kann man auch erst das erste und zweite Glied mit einerlei Zahl multipliciren oder dividiren, und nachher noch das erste und dritte Glied auf gleiche Weise verändern. Z. B.

12 : 16 = 15 : 20.

Man dividire das erste und zweite Glied durch 4 so erhält man:

3 : 4 = 15 : 20

und ferner das erste und dritte Glied durch 3, dieses giebt

1 : 4 = 5 : 20.

(*) Daraus läßt sich nun auch die Folge herleiten, daß diese Glieder auch mit gebrochenen Zahlen multipliciret und dividiret werden können, ohne die Richtigkeit der Proportion zu stören.

Eine sichere Probe der Richtigkeit der Proportion ist diese, daß man das erste und vierte Glied mit einander multipliciret, und dann eben so das zweite und dritte, die Producte müssen gleich seyn.

§. 91. Diese Sätze werden nun bei den folgenden Rechnungen sehr nützliche Anwendung finden. Es ist nemlich bei der Regel de Tri die Absicht aus den drei gegebenen Gliedern das vierte zu finden. Nun können aber bei der Ausrechnung die oben angeführten Veränderungen der Glieder durch Multiplication und Division vorgenommen worden, ohne daß dadurch das vierte Glied anders herauskommen wird, und diese Veränderungen erleichtern die Rechnung, und kürzen sie ab.

Nehmen wir folgendes Exempel:

1 Elle Band kostet 4 Kop. = 5 Ellen : ? Kop.

so finden wir durch die Multiplication der mittlern Glieder $4 \times 5 = 20$ Kop.

Gesetzt aber ich habe vor einiger Zeit 8 Ellen Band für 56 Kop. gekauft, und gebrauche nun noch 12 Ellen von eben diesem Bande, wieviel werde ich dafür bezahlen müssen?

8 Ellen : 56 Kop. = 12 Ellen : ? Kop.

Man dividire das erste und zweite Glied durch 8 so erhält man

$1 : 7 = 12 : 12 \times 7 \ (= 84)$

Ferner 24 Ellen : 18 gr. = 16 Ellen : ? gr.

Man dividire zuvörderst das erste und zweite Glied durch 6, welches giebt

4 : 3 = 16 : X

und dann das erste und dritte durch 4, wodurch man erhält:

1 : 3 = 4 : 4 X 3 (=12.)

In beiden Fällen würde man aber auch das nemliche Resultat erhalten haben, wenn man ohne die Glieder der Proportion zu verändern, die mittleren multipliciret und das Product durch das erste dividiret hätte. Dieses wird durch folgendes einleuchtend werden:

Wenn 1 Elle kostete 56 Kop. so kosten 12 Ellen 12 X 56 Kop. = 672 Kop.

Hätte ich aber für 2 Ellen 56 Kop. bezahlt, so würde ich für 12 Ellen nur halb so viel zu zahlen haben, als wenn jede Elle 56 kostete; und eben so, da 8 Ellen mit 56 Kop. bezahlt werden, so brauche ich für 12 Ellen auch nur den achten Theil so viel zu zahlen, also 672 : 8 = 84 Kop.

Daraus folgt nun, daß man in solchen Fällen, wo die gegebenen Glieder sich nicht so gegen einander aufheben lassen, daß das erste = 1 wird, das Product der beiden mittlern Glieder durch das erste dividiren müsse. Wollte man es aber in jedem Falle thun, so würde zwar das Resultat richtig herauskommen, allein es wäre

ein Umweg zum Ziele, indem alsdann einerlei Zahl als Factor und Divisor gebraucht wird.

Noch ist zu bemerken: 1) daß das erste und dritte Glied einerlei Benennung haben müssen:

z. B. 1 Loth : 4 Kop. = 2 ℔ : ? Kop.

wenn man nun dieses Exempel ohne auf die verschiedene Benennung Rücksicht zu nehmen, ausrechnen wollte, so würde man zum 4ten Gliede 8 Kop. erhalten, welches aber nur der Preis zweier Lothe und nicht zweier Pfunde ist. Es müssen daher die Pfund in Loth verwandelt werden, und man erhält:

1 Loth : 4 Kop. = 64 Loth : 256 Kop.

2) das vierte Glied wird immer in der Benennung des zweiten gefunden. Z. B.

1 Elle : 27 gr. Alb. = 25 Ellen? Thl. Alb.

Hier giebt 27 X 25 = 675 gr. Denn Groschen müssen es seyn, weil solche 25mal genommen worden; will man die Summe in Thalern wissen, so muß man die Groschen mit der Eintheilungszahl 90 dazu reduciren und man findet $\frac{675}{90}$ = 7 Thl. 45 gr.

3) Wenn in einem Gliede außer einer höheren Benennung noch Größen in der niedern vorhanden sind, so bringe man alles auf die niedere Benennung.

Z. B. 1 Loth : 1 ggr. 4 Pfg. = 2 ℔ 20 Loth : ? Rthl.

ist so zu verändern:

1 Loth 16 Pfg. = 84 Loth : ? Pfg.

Die herauskommenden 1344 Pfennige werden dann zu Groschen und Thalern reduciret, welches 4 Rthl. 16 ggr. giebt.

Eben so muß auch das erste Glied, wenn es von höherer Benennung ist als das dritte, in die niedere verwandelt werden.

Z. B. 1 ℔ : 8 Rub. = 4 ℔ 12 Loth ? Rub.
man setze: 32 Loth 8 Rub. = 140 Loth : ? Rub.

§. 39. In den meisten Fällen wird es aber vortheilhafter seyn, die angehängte niedere Benennung als einen Bruch der höheren auszudrücken.

Z. B. 1 ℔ 16 Loth : 3 Rub. = 18 ℔ ? Rub.
Setze: $1\frac{1}{2}$ ℔ : 3 Rub. = 18 ℔ : ? Rub.
Das ist $\frac{3}{2}$ ℔ : 3 Rub. = 18 ℔ : ? Rub.
um den Nenner 2 des ersten Gliedes wegzuschaffen, multiplicire man dieses und das zweite (oder dritte, doch nur eins von beiden) mit 2, so erhält man:

3 ℔ : 6 Rub. = 18 ℔ : ? Rub.
oder 3 ℔ : 3 Rub. = 36 ℔ : ? Rub.
woraus sich hier das Resultat 36 Rub. gleich von selbst ergiebt.

Ferner 1 ℔ : 2 Rub. 50 Kop. = 5 ℔ 16 Loth : ? Rub.
das ist 1 ℔ : $2\frac{1}{2}$ Rub. = $5\frac{1}{2}$ ℔ : ? Rub.

$$1 : \frac{5}{2} = \frac{11}{2} : ? \text{ Rub.}$$

Multiplicire zuvörderst das erste und zweite

Glied mit 2, um den Nenner des zweiten wegzuschaffen; daher:

$$2 : \tfrac{5}{2} = \tfrac{11}{2} : ?$$

und dann auch das dritte und erste, um den Nenner des dritten wegzuschaffen, also:

$$4 : 5 = 11 : ? \quad (= \tfrac{55}{4} = 13\tfrac{3}{4} \text{ Rub.})$$

§. 94. Man kann überhaupt eine jede Aufgabe der Regel de Tri als einen Bruch ansehen, dessen Zähler aus dem Producte des zweiten und dritten Gliedes, der Nenner aber aus dem ersten Gliede besteht. Man würde also die Aufgabe:

25 ℔ : 19 Rub. = 120 ℔ : ? Rub.

folgendergestalt in Form eines Bruchs ausdrücken:

$$\frac{19 \times 120}{25}$$

Ehe man aber die einzelnen Größen des Zählers mit einander multipliciret, untersucht man, ob nicht eine derselben sich gegen den Nenner verkleinern lasse. Da nun in dem gegebenen Falle 120 und 25 durch 5 dividiret werden können, ohne einen Rest zu lassen, so verrichtet man diese Division zuvörderst und erhält dann:

$$\frac{19 \times 24}{5} = \frac{456}{5} = 91\tfrac{1}{2} \text{ Rub.}$$

Bei folgender Aufgabe kann man die Verkleinerung oder das Aufheben zweimal anbringen.

75 ℔ : 35 Rub. = 18 ℔ : ? Rub.

$$\frac{35 \times 18}{75} = \frac{7 \times 18}{15} = \frac{7 \times 6}{5} =$$

$$\frac{42}{5} = 8\frac{2}{5} \text{ Rub.}$$

§. 95. Sind Brüche vorhanden, so erhält die so angesetzte Aufgabe die Gestalt eines unreinen Bruches, welcher nach die §. 62 gegebenen Regel auf einen bequemeren Ausdruck gebracht wird. Z. B.

$2\frac{3}{4}$ ℔ : $16\frac{1}{2}$ Rub. = $8\frac{1}{3}$ ℔ : ? Rub.

Das giebt: $\frac{16\frac{1}{2} \times 8\frac{1}{3}}{2\frac{3}{4}} = \frac{\frac{33}{2} \times \frac{25}{3}}{\frac{11}{4}} =$

$$\frac{33 \times 25 \times 4}{11 \times 2 \times 3}$$

Die Nenner der Brüche über der Linie kommen also nach geschehener Einrichtung als Factoren unter die Linie, und der Nenner des Bruchs unter derselben, kommt als Factor über dieselbe.

Die niedern Benennungen werden bei dieser Rechnung fast immer als Brüche des höheren Namens ausgedrückt.

§. 96. Wenn die gleichnamigen Glieder Werthe verschiedener Benennungen enthalten, so drückt man entweder 1) den Werth der niede-

ren Benennung als Bruch der höheren aus. Z. B. 16 Loth : 9 ggr. = 18 ℔ : ? Rthl. anstatt dessen setzet man:

$\frac{1}{2}$ ℔ : $\frac{3}{8}$ Rthl. = 18 ℔ : ? Rthl.

also $\frac{\frac{3}{8} \times 18}{\frac{1}{2}} = \frac{3 \cdot 18 \cdot 2}{8} = \frac{3 \cdot 9}{2} =$

$13\frac{1}{2}$ Rthl.

oder 2) man setzt zu der höheren Benennung die Eintheilungszahl als Factor, mit welcher sie multipliciret werden muß, um sie in der kleineren Benennung auszudrücken. Wenn das letzte unbekannte Glied in einer höheren Benennung ausgedrückt ist, so wird die dazu gehörige Eintheilungszahl Divisor, oder Nenner des Bruchs. Das obige Exempel

16 Loth : 9 ggr. = 18 ℔ : ? Rthl.

würde also stehen:

$$\frac{9 \times 18 \times 32}{16 \times 24}.$$

Die Multiplication wird aber nicht eher vorgenommen bis man dasjenige was sich aufheben läßt, gegen einander aufgehoben hat.

§. 97. Um das mehrmals wiederholte Schreiben der Brüche zu vermeiden, gebe man dem Ansatze folgende Einrichtung: man ziehe eine senkrechte Linie auf die Tafel und betrachte die rechte Seite derselben als die Zähler- und die linke als die Nenner-Seite des Bru-

ches. Bei diesem Ansatze fängt man allemal mit der Fragezahl an, welche man oben zur Linken setzt. Z. B.

75 ℔ : 35 Rub. = 18 ℔ : ? Rub.

stehet also:

? Rub.	18 ℔
75 ℔	35 Rub.

Welches zu lesen ist: wieviel Rub. kosten 18 ℔, wenn 75 ℔ kosten 35 Rubel. Hiebei ist zu bemerken, daß die gleichnamigen Glieder kreutzweis einander gegenüber stehen. Hierauf hebt man auf, was sich aufheben läßt, macht dann das Product der auf der rechten Seite stehenden Zahlen, und dividirt solches durch die Zahl welche auf der linken Seite stehet, oder wenn deren mehr als eine ist, durch das Product derselben. Also erhält man bei obigem Exempel durch das Aufheben folgende Zahlen:

5	6	
	7	
	42	$8\frac{2}{5}$ Rub.
	40	
	2	

§. 98. Wenn Brüche vorhanden sind, so setze man die Renner derselben auf die andere Seite der Linie.

Z. B. $\frac{3}{8}$ Ellen : $\frac{3}{5}$ Rub. = $\frac{1}{4}$ Elle : ? Rub.

? Rub.	$\frac{1}{4}$ Elle	stehet also	? Rub.	1
			4	8
			5	
$\frac{3}{8}$ Elle	$\frac{3}{5}$ Rub.		3	3

Denn die Nenner auf der rechten Seite sind Divisoren, und kommen daher auf die linke Seite; die Nenner der Brüche auf der linken Seite sind aber Divisoren des Divisors, und müssen also das Product vergrößern, sie kommen daher als Factoren auf die rechte Seite, wie solches aus der Lehre von den Brüchen erhellet.

Ganze Zahlen mit angehängten Brüchen werden erst eingerichtet. Z. B.

$2\frac{3}{4}$ ℔ : $16\frac{1}{2}$ Rub. = $8\frac{1}{3}$ ℔ : ? Rub.

? Rub.	$8\frac{1}{8}$ ℔	? Rub.	$\frac{25}{3}$ ℔	25
	das ist		oder 3	4
			2	
$2\frac{3}{4}$ ℔	$16\frac{1}{2}$ Rub.		11	33
		$\frac{11}{4}$ ℔	$\frac{33}{2}$	

worauf nun aufgehoben wird. Man schreibt aber nach einiger Uebung den Ansatz nicht wieder von neuem ab, sondern macht die nöthigen Veränderungen gleich beim ersten Ansatze und streicht die veränderten Zahlen aus.

Das Exempel 16 Loth: 9 ggr. = 18 ℔: ? Rthl. kann auf zweierlei Art ausgerechnet werden. Einmal so, daß man die niedern Benennungen als Brüche ausdrückt, also:

? Rthl.	18 ℔
½ ℔	⅝ Rthl.

oder man setzt die Aufgabe unverändert hin; nemlich:

? Rthl.	18 ℔
16 Loth.	9 ggr.

Um nun die Pfunde in Lothe zu verwandeln, setzt man auf die rechte Seite 32 als Factor, ohne jedoch eher damit zu multipliciren, als bis man untersucht hat, ob er sich nicht gegen eine Zahl der linken Seite aufheben lasse.

Was herauskommt, werden Groschen seyn, da aber nach Thalern gefragt wird, so muß mit 24 dividirt werden. Diesen Divisor setzt man deshalb gleich unter die Fragezahl, und dann wird aufgehoben.

Auf diese Art, welche der Reesische Ansatz heißt, läßt sich die Auflösung der meisten Aufgaben sehr abkürzen.

§. 99. Die 370 zur Regel de Tri gehörigen Uebungsexempel sind in Abschnitte getheilt. Der Grund dieser Abtheilung ist folgender.

Num. 1 bis 80 enthält Aufgaben, welche wie Multiplicationsexempel in benannten Zahlen ausgerechnet werden können; jedoch wenn man will, auch nach dem Reesischen Ansatz. Am vortheilhaftesten aber wohl die meisten nach der wälschen Practik, zu welcher die Anleitung gleich folgen wird.

Num. 81. bis 158 enthält Aufgaben die als Divisionsexempel in benannten Zahlen anzusehen sind, doch aber größtentheils vortheilhafter nach der Reesischen Regel ausgerechnet werden.

Num. 159 bis 204 sind Exempel ohne Brüche, welche am vortheilhaftesten nach der Reesischen Regel berechnet werden.

Num. 205 bis 224 rathe ich, nach der gemeinen Regel de Tri auszurechnen, theils um auch darin sich zu üben, theils um sich desto besser von den Vorzügen der Reesischen Regel zu überzeugen.

Num. 225 bis 290 sind Exempel mit Brüchen, nach der Reesischen Regel zu rechnen.

Num. 290 bis 370 endlich, sind ebenfalls Exempel mit Brüchen, nur mit dem Unterschiede, daß der Bruch nicht gegeben ist, sondern man selbst die niedere Benennung als Bruch ausdrücken muß.

Ich setze noch von jeder Art einige hieher, um solche an der Tafel zu rechnen.

1. 1 Elle : 85 Kop. = 13 Ellen : ? Rub.

2. 1 Elle : 2 Rub. 36 Kop. = 34 Ellen : ? Rub.
3. 1 ℔ : 35 gr. = 68 ℔ : ? Thl. Alb.
4. 1 Kmt. Revalsch : 38 Kop. = 3 Ton. 2 Loof 2 Kmt. : ? Rub.
5. 1 Stf. : 18 Kop. : 5 Anker 9 Stf. : ? Rub.

---

6. 171 ℔ : 213 Rub. 75 Kop. = 1 ℔ : ? Rub.
7. 2 Last 11 Ton. 1 Loof : 373 Rub. 80 Kop. = 1 Loof : ? Rub.
8. 16 Ellen : 42 Thl. Alb. 64 Ferding. = 1 Elle : ? Thlr.
9. 38 Ellen : 49 Rthl. 7 ggr. 8 Pfg. = 1 Elle : ? Rthl.

---

10. 8 Ellen : 12 Rub. = 14 Ellen : ? Rub.
11. 15 Ellen : 9 Thl. Alb. = 25 Ellen : ? Thl. Alb.
12. 21 ℔ : 18 Marklübsch = 35 ℔ : ? Mk.
13. 45 ℔ : 65 Thl. Alb. = 39 ℔ : ? Thl. A.
14. 105 ℔ : 49 Rub. = 315 ℔ : ? Rub.
15. 108 ℔ : 60 Rthl. = 564 ℔ : ? Rthl.

---

16. 1 Lf. 2 Kmt. 6 Stf. 4 Rub. 40 Kop. = 8 Ton. 2 Lf. 1 Kmt. 6 Stf. : ? Rub.
17. 15 Lf. (Rigisch) 4 Kmt. 5 Stf. : 18 Thl. Alb. 82 gr. = 32 Lf. 3 Kmt. 6 Stf. : ? Thl. Alb.

18. 4 ℔ 9 Loth 2 Qt. : 2 Rthl. 20 ggr. 9 Pfg. = 18 ℔ 24 Rthl. : ? Rthl.

---

19. 23 Ellen : $15\frac{1}{15}$ Thl. Alb. = $34\frac{1}{2}$ Elle : ? Thl. Alb.
20. $12\frac{3}{4}$ Elle : $7\frac{1}{2}\frac{3}{0}$ Rub. = $16\frac{1}{2}$ Elle : ? Rub.
21. $5\frac{7}{10}$ Rub. : $34\frac{1}{5}$ Rub. = $9\frac{1}{4}$ Pud : ? Rub.
22. $12\frac{1}{2}$ Loth : $8\frac{1}{3}$ ggr. = $10\frac{5}{8}$ ℔ : ? Rthl.
23. $2\frac{3}{4}$ Anker : $17\frac{3}{5}$ fl. holl. = $3\frac{2}{3}$ Oxhoft : ? fl. holl.

---

24. 8 Stf. 2 Rub. 40 Kop. = 2 Loof 1 Kmt. (Reval) : ? Rub.
25. 1 Loof 2 Kmt. (Rig. Rog.) 3 Thl. Alb. 45 gr. = 1 Laft 15 Loof : ? Thl. Alb.
26. 7 ℔ 16 Thl. : 2 Rthl. 8 ggr. 3 Pfg. = 3 L℔ 8 ℔ : ? Rth.
27. 3 ℔ 8 Loth : 2 Mklbs. 2 ßl. 8 Pfg. = 16 Loth 2 Qt. : ? ßl.

Zehnter Abschnitt.

Von der Wälschen Practik.

§. 100. Wenn eine Elle 50 Kop. kostet, und man verlangt zu wissen, wieviel 16 Ellen kosten, so muß man der bisherigen Anleitung zufolge, die Anzahl der Ellen, mit dem Preise einer Elle

multipliciren, und das Product mit 100 dividiren. Kürzer erreicht man diesen Zweck, wenn man sagt: da eine Elle $\frac{1}{2}$ Rubel kostet, so muß ich halb so viel Rubel bezahlen, als ich Ellen kaufe. Man hat also die Anzahl der Ellen bloß mit 2 zu dividiren, welches ohne weitere Umstände leicht im Kopfe berechnet wird. Der schriftliche Ansatz werde auf folgende Art gemacht:

16 Ellen à (zu) 50 Kopeken.
50 Kop. = $\frac{1}{2}$ Rub.
16 : 2 = 8 Rubel.

Wenn 1 Ellen 25 Kop. kostet, so müssen 16 Ellen $\frac{16}{4}$ = 4 Rub. kosten.

Ist der Preis 75 Kop. so zerlege man ihn in 50 Kop. + 25 Kop.

Man wird also zuerst die gegebene Anzahl der Ellen oder Pfunde ꝛc. mit 2 und dann mit 4 zu dividiren haben, die Summe beider Quotienten ist das gesuchte Resultat.

Z. B. 30 Ellen à 75 Kop.
15 Rub. 50 = $\frac{1}{2}$ Rub.
7 50 Kop. 25 = $\frac{1}{4}$ Rub.
22 Rub. 50 Kop.

Man kann aber auch 25 Kop. als die Hälfte von 50 Kop. betrachten, und dividiret dann mit 2 in die 15 Rub. anstatt mit 4 in 30 zu dividiren; daß es das nemliche Resultat geben müsse, ist leicht einzusehen; denn wenn wegen

der 50 Kop. für alles 15 Rub. bezahlt worden, so muß man wegen der 25 Kop. noch halb so viel bezahlen.

§. 101. Ein jeder Bruch dessen Zähler 1 ist, heißt ein aliquoter Theil dessen, das als das Ganze angenommen wird. Es kommt nun bei dieser Rechnungsart darauf an, die Theile so zu zerlegen, daß sie als aliquote Theile des Ganzen, und wo es erforderlich ist, als aliquote Theile von anderen aliquoten Theilen ausgedrückt werden. Die Nenner dieser Brüche sind immer die Divisoren. Die Anzahl der Ellen, Pfunde ꝛc. denkt man sich dann als Rubel, Thaler, Gulden, oder überhaupt als höchste Ganze der Münzsorte, nach welcher gefragt wird. Denn wenn die Frage ist: wieviel Thaler kosten 20 Ellen à 18 ggr.? so geht man von dem Satze aus, daß 20 Ellen auch 20 Thaler kosten würden, wenn jede Elle einen Thaler kostete. Nun aber soll ich anstatt eines ganzen Thalers nur erst die Hälfte eines Thalers für jede Elle, und dann noch die Hälfte jener Hälfte bezahlen. Also erstens die Hälfte von 20 Thalern = 10 Thaler und dann noch 5 Thaler.

Dies ist wohl zu bemerken, weil man sonst wenn niedere Abtheilungen vorkommen, leicht irre werden könnte. Z. B.

31 ℔	à 1 Rub.	75 Kop.	
15	50 Kop.	50	
7	75	25	
54 Rub. 25 Kop.			

Würde man hier die 31 als Pfund behandelt haben, so hätte man 31 : 2 = 15 ℔ 16 Loth erhalten; aber man hat es hier nicht mehr mit Pfunden zu thun, sondern mit einem Factor, mit welchen das zweite Glied multiplicirt werden soll, daher das Product auch die Benennung dieses zweiten Gliedes erhalten muß.

§. 102. Vom Rubel sind folgende Aliquota: 50 Kop. = $\frac{1}{2}$ Rub., 25 = $\frac{1}{4}$; 20 = $\frac{1}{5}$; 10 = $\frac{1}{10}$; 5 = $\frac{1}{20}$; 4 = $\frac{1}{25}$; 2 = $\frac{1}{50}$.

Bei der Eintheilung in 24 Theile sind folgende Aliquota: 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1.

Bei einer Eintheilung in 90 Theile:
45, 30, 18, 15, 10, 9, 6, 5, 3, 2, 1.

Von der Zahl 60:
30, 20, 15, 12, 10, 6, 5, 4, 3, 2. 1.

auf diese Weise kann man sich zur Vorübung eine Tabelle der aliquoten Theile von jeder Art der Eintheilung, von welcher man Gebrauch zu machen hat, anfertigen.

§. 103. Hiernächst sind nun Uebungen in der Zerfällung anzustellen, und solche in Aliquoten

des Ganzen so wohl, als der aliquoten Theile selbst auszudrücken. Z. B. 60 Kop. in

50 $\frac{1}{2}$
10 $\frac{1}{5}$

nemlich 10 Kop. = $\frac{1}{5}$ von 50 Kop.

Ferner 85 Kop. in 50 $\frac{1}{2}$
25 $\frac{1}{2}$
10 $\frac{1}{5}$

In solchen Fällen muß man dann für die 10 Kop. den 5ten Theil der Summe berechnen, welche durch die 50 Kop. gefunden worden. Z. B.

25 Ellen à 85 Kop.

50 $\frac{1}{2}$ giebt	12 Rub.	50 Kop.
24 $\frac{1}{2}$	6	25
10 $\frac{1}{5}$	2	50 nemlich

der fünfte Theil von 12 Rub. 50 Kop.

Noch bequemer nimmt man 10 Kop. als den zehnten Theil des Ganzen, weil dieses am leichtesten zu berechnen ist.

Folgende Beispiele mögen als Anleitung zu dieser nur bei der Beschreibung schwer scheinenden, in der Ausübung aber sehr leichten Rechnungsart dienen. Die Zerfällungen sind, wo es erforderlich ist, mit Buchstaben bezeichnet, wodurch sogleich angegeben werden kann, von welchem Theile eine Zahl das Aliquotum sey.

68 Ellen à 36 Kop.

wegen a = 17 Rub. a) 25 $\frac{1}{4}$.

b = 6 80 Kop. b) 10 $\frac{1}{10}$ des Ganzen

c = 68 c) 1 $\frac{1}{10}$ von b.

24 48

oder 68 Ellen à 36 Kop.

wegen a,	13 Rub. 60 Kop.	a = 20; $\frac{1}{5}$
b =	6 80	b = 10; $\frac{1}{2}$ von a oder $\frac{1}{10}$ des Ganzen.
c =	3 40	c = 5; $\frac{1}{2}$ von b
d =	68	d = 1; $\frac{1}{5}$ von c. Hier ist aber weiter
	24 48	

keine Division nöthig, weil man wegen des einen Kop. natürlich 68 Kop. zahlen muß.

Es ist bei den ersten Uebungen gut, daß man mehrere Zerfällungsarten versuche, weil es die Fertigkeit verschaft, in der Folge gleich die vortheilhafteste wählen zu können. In diesem Falle war die erste Art offenbar vortheilhafter.

43 Ellen à 48 Kop.

wegen a =	10 Rub. 75 Kop.	a = 25; $\frac{1}{4}$
b =	4 30	b = 10; $\frac{1}{10}$ des Ganz.
c =	2 15	c = 5; $\frac{1}{2}$ b
d =	2 15	d = 5
e =	86	e = 2
f =	43	f = 1
	20 Rub. 64 Kop.	

Man versuche auch folgende Zerfällung 20 + 20 + 5 + 2 + 1.

59 Ellen à 56 Kop.

wegen a =	29 Rub.	50 Kop.	a = 50; $\frac{1}{2}$
b =	2	95	b = 5; $\frac{1}{10}$ von a
c =		59	c = 1; $\frac{1}{5}$ von b, oder
	33 Rub.	4 Kop.	ohne zu theilen hat man wegen eines Kop. 59 Kop.

Andere Zerfällung 25 + 20 + 1.

38 Ellen à 49 Kop.

wegen a =	9 Rub.	50 Kop.	a = 25; $\frac{1}{4}$
b =	7	60	b = 20; $\frac{1}{5}$ des Ganzen
c =	1	52	c = 4; $\frac{1}{5}$ von b.
	18	62	

Andere Zerfällung 50 — 1. Hier berechnet man nemlich was 38 Ellen zu 50 Kop. kosten, und zieht dann 38 Kop. davon ab, mithin 19 Rub. — 38 Kop. = 18 Rub. 62 Kop.

50 Ellen à 69 Kop.

kann durch die Zerfällung 50 + 10 + 5 + 2 + 2 oder 50 + 20 — 1 berechnet werden; am vortheilhaftesten aber, wenn man das Exempel umkehrt und setzt:

69 Ellen à 50 Kop.

welches einerlei Resultat geben muß.

26 Ellen à 70 gr. Alb.

wegen a ::	13 Thl. Alb.		a :: 45 ; ½
b ::	4	30 gr.	b :: 15 ; ⅓ von a
c ::	1	40	c :: 5 ; ⅓ von b
	1	40	5

20 T. A. 20 gr.

Andere Eintheilung 30 + 30 + 10.

51 Ellen à 38 gr. Alb.

wegen a ::	17 Thl. Alb.		a :: 30 ; ⅓
b ::	3	36 gr.	b :: 6 ; ⅕ von a
c ::	1	12	c :: 2 ; ⅓ von b
	21	48	

47 Ellen à 36 Ferding.

wegen a ::	11 Thl. A.	60 Frd.	a :: 20 ; ¼
b ::	5	70	b 10 ; ½ von a
c ::	2	75	c 5 ; ½ von b
d ::		47	d 1

21 Thl. A. 12 Frd.

26 Ellen à 16 ggr.

8 Rthl.	16 ggr.	8	½
8	16	8	
17	8		

Man kann die 16 ggr. auch in 12 + 4 theilen.

	25 Ellen	à	19 ggr.
wegen a ::	12 Rthl. 12 ggr.		a :: 12; $\frac{1}{2}$
b ::	4 4		b :: 4; $\frac{1}{3}$ von a
c ::	2 2		c :: 2; $\frac{1}{2}$ von b
d ::	1 1		d :: 1; $\frac{1}{2}$ von c
	19 Rthl. 19 ggr.		

Auch die Zerfällungen 12 + 6 + 1 oder 8 + 8 + 2 + 1.

Der kürzeste Weg ist aber der, wenn man schließt: für 24 Ellen muß ich soviel Thaler geben, als jede Elle Groschen kostet, also 19 Rth. und die eine Elle kostet dann noch 19 ggr.

	15 ℔	à	7 ggr. 6 pfg.
wegen a ::	3 Rthl. 18 ggr.		a :: 6; $\frac{1}{4}$
b ::	15		b :: 1; $\frac{1}{6}$ von a
c ::	7 6 pf.		c :: 6 pf. $\frac{1}{2}$ von b
	4 Rth. 16 ggr 6 pf.		

	18 ℔	à	17 ggr. 9 pfg.
wegen a ::	9 Rthl.		a :: 12; $\frac{1}{2}$
b ::	3		b :: 4; $\frac{1}{3}$ von a
c ::	18 ggr.		c :: 1; $\frac{1}{4}$ von b
d ::	9		d :: 6 pf. $\frac{1}{2}$ von c
e ::	4 6 pf.		e :: 3 $\frac{1}{2}$ von d
	13 T. 7 ggr. 6 pf.		

Andere Eintheilung. 8 ggr. + 6 ggr. + 3 ggr. + 9 pfg.

17 ℔ à 4 Marklübsch 13 ßl.
4
68 Mk.

wegen a :: 8 8 ßl. a :: 8; ½
b :: 4 4 b :: 4; ½ a
c :: 1 1 c :: 1; ¼ b
81 Mk. 13 ßl.

Auch hier ist es vortheilhafter erst zu berechnen, was 16 ℔ kosten.

Noch einige Uebungsexempel an der Tafel zu rechnen.

1) 41 Elle zu 64 Kop.
2) 25 81 Kop.
3) 30 70 gr. Alb.
4) 48 39 gr. Alb.
5) 27 19 ggr. 8 pfg.
6) 29 13 ggr. 10 pfg.
7) 31 9 ßl. Lbsch. 9 pfg.
8) 15 1 Mklbsch. 14 ßl. 6 pfg.
9) 20 17 Stüv. holl.
10) 41 11 Stüv. 13 pfg.
11) 387 Thl. Alb. zu 1 Rub. 82 Kop.
12) 1580 Thl. Alb. zu 1 Rub. 84 Kop.

Uebungsexempel XXIII.
Num. 1 bis 134.

§. 104. Die bisher berechneten Aufgaben

sind vollständige Exempel der Regel de Tri, denn der Ausdruck

41 Ellen à 64 Kop.

ist nichts anderes als:

1 Elle : 64 Kop. = 41 Ellen : ? Rub.

Der erste Satz, 41 Ellen ist eigentlich das dritte Glied, und der zweite 64 Kop. das zweite Glied der Proportion.

Bisher sind bloß solche Aufgaben gegeben, in welchen der zweite Satz allein niedere Benennungen neben sich hat; wir kommen nun zu solchen, in denen der erste Satz allein niedere Benennungen neben sich hat. Die Aufgabe

1 ℔ : 70 Kop. = 5 ℔ 16 Loth : ? Rub.

setzet man nach der wälschen Practik folgendergestalt:

5 ℔ 16 Loth à 70 Kop.

Man multipliciret nun zuerst die 70 Kop. mit 5, denn weil 1 ℔ 70 Kop. kostet, so kosten 5 ℔ = 5 × 70 = 350 Kop. Die 16 Loth sind ½ ℔, man hat also die 70 mit 2 zu dividiren. Also:

5 ℔ 16 Loth à 70 Kop.

½ ℔ 5

3 Rub. 50 Kop.

35

3 85

Die Zerfällungen in aliquote Theile werden

hiebei eben so gemacht, wie bei den niedern Benennungen des zweiten Satzes gelehret worden. Z. B.

7 ℔ 28 Loth à 6 Rub.

7

42 Rub.

a :: 16 :: ½ ℔	a :: 3		
b :: 8 :: ½ a	b :: 1	50	Kop.
c :: 4 :: ½ b	c ::	75	
	47 Rub.	25	Kop.

2 St ℔ 12 Lt ℔ 18 ℔ 20 Loth à 80 Thl. Alb. St ℔

2

160 Thl. Alb.

a :: 10 :: ½ St ℔	a :: 40		
b :: 2 :: ⅕ a	b :: 8		
c :: 10 ℔ :: ¼ b	c :: 2		
d :: 5 ℔ :: ½ c	d :: 1		
e :: 2 ℔ :: ⅕ c	e ::	36	gr.
f :: 1 ℔ :: ½ e	f ::	18	
g :: 16 Lth. :: ½ f	g ::	9	
h :: 4 Loth :: ¼ g	h ::	2 ¼	
	212	15 ¼	

§. 105. Wenn beide Sätze niedere Benennungen bei sich haben, so verfährt man bei der Ausrechnung zuerst wie bei den Aufgaben des 103 §. ohne auf die niedern Benennungen des ersten Satzes Rücksicht zu nehmen; hiernächst

macht man die Aliquota des ersten Satzes, und dividirt mit deren Nennern den ganzen zweiten Satz. Z. B.

12 Lth 15 th à 6 Rub. 60 Kop. per Lth.

Hier berechnet man erst

12 Lth. à 6 Rub. 60 Kop.

6

72 Rub.

6

1 20 Kop.

79 20

a = 50 = $\frac{1}{2}$ Rub.

b = 10 = $\frac{1}{10}$ Rub.

Dann 15 th à 6 Rub. 60 Kop. per Lth.

a = 10 = $\frac{1}{2}$ Lth

b = 5 = $\frac{1}{2}$ a

a = 3 Rub. 30 Kop.

b = 1 65

4 Rub. 95

Addiret beides

79 Rub. 20 Kop.

4 95

84 15

Es ist aber unnöthig die Aufgabe zweimal hinzusetzen, sondern man stellet sie so:

12 Lth 15 th à 6 Rub. 60 Kop.

72 Rub. 10 50

6 5 10

1 20 Kop. 3 Rub. 30 Kop.

4 95 1 65

84 15

19 Orh. 4 A. 27 Stf. à 118 Rub. 80 K. per Orh.

118

2242 Rub.

a	9	50 Kop.	a	50;	½ Rub.
b	4	75	b	25;	½ a
c		95	c	5;	⅕ b
d	59	40	d	3 Ank.	½ Orh.
e	19	80	e	1	⅓ d
f	9	90	f	15 Stf.	½ e
g	6	60	g	10	⅓ e
h	1	32	h	2	⅕ g
	2354	22			

Die Buchstaben sind hier und in allen Aufgaben der wälschen Practik bloß der Anleitung wegen hingesetzt; wenn man aber erst einige Uebung erlangt hat, so schreibe man das ganze Exempel auf folgende Art:

18 Ton. 2 Lf. 1 Kmt. à 5 Rub. 85 K. per Ton.

5		1	⅓		50	½	
90 Rub.		1	⅓		25	½	
9		1	⅓		10	1	1/10
4	50 K.			1	95		
1	80			1	95		
4	55				65		
109	85			4	55		

Nur muß man dabei wohl bemerken, wovon

die aliquoten Theile genommen sind; so sind die ersten beiden $\frac{1}{5}$ einander gleich, nemlich jedes 1 Loof; das letzte aber wieder davon ein Drittheil, nemlich 1 Külmit.

4℔ 17℔ 24Loth à 23Rub. 20Kop. per℔.

23	10	$\frac{1}{2}$	11	60
92 Rub.	4	$\frac{1}{5}$	4	64
80 Kop.	2	$\frac{1}{2}$	2	32
20 59	1	$\frac{1}{2}$	1	16
113 39	16	$\frac{1}{2}$		58
	8	$\frac{1}{2}$		29
			20Rub. 59 Kop.	

Uebungsexempel an der Tafel zu rechnen.

1) 19 ℔ 18 Loth à 4 Rthl.
2) 23 ℔ 22 Loth à 12 ggr.
3) 17 ℔ 16 Loth à 20 ggr. 6 pfg.
4) 273 Thl. Alb. 54 gr. à 1 Rub. 85 Kop.
5) 1730 Thl. Alb. 72 gr. à 1 Rub. 90 Kop.
6) 2℔. 9 ℔ 26 Loth à 35 Rub. 20 Kop. per ℔.
7) 5 ℔. 19 ℔ 31 Loth à 57 Rub. 60 K. per ℔.
8) 8 ℥. 3 ℔. 15 ℔ à 27 Thl. Alb. 18 gr. per ℥.
9) 2 ℥. 17 ℔. 16 ℔ à 46 Thl. Alb. 80 gr. per ℥.
10) 1 ℥. 11 ℔. 8$\frac{1}{4}$ ℔ à 17 Thl. Alb. 70 gr. per ℥.

11) 47 ℔ 24 Loth à 17 Stüv. holl. 9 pfg. per ℔.
12) 16 ℔ 19 Loth à 55 Xr. rh. per ℔.
13) 19 ℔ 27 Loth à 10 ßl. Lübsch 9 pfg.
14) 11 Lf. 2 Kmt. à 40 Thl. Alb. 45 gr. per Last Roggen.
15) 7 Lf. 2 Kmt. à 33 Thl. Alb. 66¾ gr. per Last Roggen.
16) 1 Berktz. 9 Pud à 115 Rub. per Berk.

Uebungsexempel XX. Num. 135 bis 260.

Eilfter Abschnitt.

Von der Kettenregel.

§. 106. Wenn folgende Aufgabe zu berechnen ist: 48 ℔ hamburgisch Gewicht kosten 45 Rub., wieviel kosten 6 ℔ revalsch Gewicht, so sind dieses eigentlich zwei Aufgaben der Regel de Tri, und sie können durch zwei Aufsätze berechnet werden.

Da der Preis des hamburgischen Pfundes bestimmt ist, so muß berechnet werden, wie viel hamburgische Pfunde die 6 revalschen sind. Weiß man nun, daß 9 ℔ reval. Gewicht = 8 ℔ hamb. Gew., so setze man:

? ℔ Hamb. G.	6 ℔ Reval. G.
9 ℔ Reval. G.	8 ℔ Hamb. G.

Dieses giebt $5\frac{1}{3}$ ℔ Hamb. Gewicht, welche nun in der zweiten Aufgabe, den 6 ℔ Reval. Gewichts substituirt werden, und man setzt:

? Rub.	$5\frac{1}{3}$ ℔
48 ℔	45 Rub.

welches 5 Rub. zum Resultate giebt.

Die Aufgabe wird aber vortheilhafter durch einen einzigen Ansatz aufgelöset, auf folgende Weise:

? Rub.	6 ℔ Reval. Gew.
9 ℔ R. G.	8 ℔ Hamb. Gew.
48 H. G.	45 Rub.

welches so zu lesen ist; wie viel Rubel kosten 6 ℔ R. G., wenn 9 ℔ R. G. = 8 ℔ Hamb. Gew. und 48 ℔ H. G. kosten 45 Rubel.

Daß dieses eben das Resultat geben müsse, was vorher durch zwei Berechnungen gefunden wurde, erhellet daraus, daß das Resultat des ersten Ansatzes, nemlich $5\frac{1}{3}$ ℔ in dem zusammengesetzten Ansatze auch enthalten ist; denn auf der rechten Seite stehen 6 ℔ Reval. und 8 ℔ Hamb. deren Product = 48; dieses durch 9 dividirt giebt $5\frac{1}{3}$ ℔.

Bei diesem Ansatze ist zu beobachten, daß diejenige Benennung, welche auf der rechten Seite ist, auf der linken Seite wieder anfangen.

müsse, so daß jede Benennung zweimal vorkommen muß; die Benennung der Fragezahl muß auch die Benennung des letzten Gliedes auf der rechten Seite seyn. Es ist also gleichsam eine Verkettung der gegebenen Größen, daher die Benennung Kettenregel. Es versteht sich übrigens, daß die Verhältnisse der verschiedenen Geldsorten, Maaße und Gewichte anderweitig bekannt seyn müssen, denn ohne dieses lassen sich dergleichen Rechnungsfragen nicht beantworten.

§. 107. Ist ausser der Verschiedenheit des Gewichts noch Verschiedenheit der Münzsorte vorhanden, so sind in einer Aufgabe drei auch mehrere Exempel der gewöhnlichen Regel de Tri enthalten, die sich aber alle zu einem Ansatze verbinden lassen.

Z. B. Wenn 35 ℔ Hamb. G. kosten 63 Mk.; wie viel Rub. kosten dann 27 ℔ Rev. G.

Hier würde man zuerst ausrechnen müssen, wieviel Hamb. ℔ die 27 ℔ Rev. sind; ferner: wieviel Mark sie kosten, und endlich wieviel Rub. die gefundenen Mark ausmachen.

Angenommen, daß 9 Mk. 5 ßl. 4 pf. = 4 Rub. so wird der Ansatz folgender seyn:

? Rub.	27 ℔ Rev.
9 ℔ Rev.	8 ℔ Hamb.
35 ℔ H.	63 Mk.
9 $\frac{1}{3}$ Mk.	4 Rub.

welches 18 Rub. 51$\frac{3}{7}$ Kop. giebt.

Man verfährt übrigens hiebei, wie bei der Reesischen Regel, nemlich, man hebt alle Zahlen gegen einander auf, die sich aufheben lassen.

§. 108. Eine solche Verkettung der Sätze findet auch Statt, wenn zur näheren Bestimmung des Maaßes, Gewichts oder der Münzsorten mehrere Zwischenverhältnisse erforderlich sind. Z. B.

56½ Elle Tuch in Aachen kosten 150⅔ Reichsthaler, Aachner Courant; eine Elle Revalisch, wieviel Rubel B. A.

Gesetzt man kenne nun nicht das unmittelbare Verhältniß der Aachner Elle zur Revalschen, sondern weiß bloß, daß 2373 Yards = 4055 Rev. Ellen;

ferner: 121 Yards = 193 Hamb. Ellen;

6 Aachner Ellen = 7 Hamb. Ellen;

so kann man vermittelst dreier Aufgaben der gewöhnlichen Regel de Tri berechnen, wieviel Revalsche Ellen jene 56½ Aachner Ellen ausmachen. Nemlich:

1) ? Hamb. Ellen | 56½ Aachner Ellen.
6 A. E. | 7 H. E.

Giebt 65 $\frac{1}{12}$ Hamb. Ellen.

2) ? Yards | 65$\frac{1}{12}$ H. E.
193 H. E. | 121 Y.

Giebt 41,32599 Yards.

3) ? Rev. | 41,3259 Y.
2373 Y. | 4055 R. E.

Giebt 70,618 Rev. E.

Die 56½ Aachner Ellen sind also = 70,618 Rev. Ellen und diese kosten 150⅔ Thl. Aachner Courant; man will aber wissen, wie viel dies in Rubeln ausmache.

Es sey: 165 Rthl. A. Cour. = 100 Thl. Amst. Cassa.
ferner 92 Thl. Alb. = 100 Thl. Amst. Cassa.
und 100 Thl. Alb. = 185 B. Assig.

So setzt man:

4) ? Thl. Amst. Cassa | 150⅔ Rth. Aach. Cour.
165 Aach. Cour. | 100 Amst. Cassa.

Giebt 91$\frac{3}{9}\frac{1}{9}$ Thl. Amst. Cassa.

5) ? Thl. Alb. | 91$\frac{3}{9}\frac{1}{9}$ Thl. Amst. Cassa.
100 Aach. C. | 92 Thl. Alb.

Giebt 84 Th. Alb. nebst einem kleinen Bruche.

6) ? Rub. | 84 Thl. Alb.
100 Thl. A. | 185 Rub.

Giebt 155 Rub. 40 Kop.

Nun kosten also die 56½ Aachner Ellen, welche 70$\frac{7}{10}$ Rev. Ellen ausmachen, 155⅖ Rub. mithin setzt man:

7)	? Rub.	1 Elle.
	70,618 Ellen.	$155\frac{3}{5}$.

Giebt ungefähr 2 Rub. 20 Kop.

Dies sind sieben Exempel, die sich alle in einen einzigen Ansatz bringen lassen, indem man die Zahlen, aus welchen die Resultate aller Exempel entstanden sind, dergestalt hinsetzt, daß diejenigen, welche Factoren waren, auch hier Factoren werden, und eben so die Divisores auch hier Divisoren. Das Product aller Factoren, dividirt durch das Product aller Divisoren muß gleiches Resultat geben.

? Rub. B. Assig.	1 Rev. Elle.
4055 R. E.	2373 Yards.
121 Yards	193 Hamb. Ell.
7 H. E.	6 Aachner Ell.
$56\frac{1}{2}$ A. E.	$150\frac{2}{3}$ Rth. Aach. Cour.
165 Rthl. A. C.	100 Thl. Amst. Cassa.
100 Thl. A. C.	92 Thl. Alb.
100 Thl. Alb.	185 Rub. B. Assig.
Giebt	2 Rub. 20 Kop.

Hiebei sind aber die Unkosten (Spesen) nicht mit in Rechnung gebracht worden.

Man kann sich sehr leicht überzeugen, welche Art der Berechnung die vortheilhaftere sey, wenn man obige sieben Aufgaben und nachher diesen einzigen Kettensatz berechnet. Die Ausrechnung jener sieben Aufgaben erfordert, wenn

man gleich genau (d. i. auf eben so viel Decimalstellen rechnet) vier bis fünf mal so viel Zeit, als der Kettensatz. Wollte man aber weniger Decimalstellen berechnen, so würden die Fehler im Resultat bei etwas beträchtlichen Summen sehr wichtig werden.

Uebungsexempel XXV.
Num. 1 bis 25.

Zwölfter Abschnitt.

Von der verkehrten Regel de Tri.

§. 109. Wenn man die Aufgabe: 5 Arbeiter vollenden ein Werk in 12 Tagen; wie viel Tage gebrauchen 20 Arbeiter dazu? folgendergestalt ansetzen

5 Arbeiter : 12 Tage = 20 Arb. : ? Tage.

und dann das Product der mittleren Glieder durch das erste dividiren wollte, so würde man zur Antwort erhalten 48 Tage; dieses ist aber widersinnig, denn der gesunde Menschenverstand lehrt schon, daß man nicht mehr Arbeiter anstellen werde, um länger arbeiten zu lassen, sondern vielmehr um das Werk schneller zu beendigen: und zwar soll, wenn man die Anzahl der Arbeiter verdoppelt, auch nur die Hälfte der Tage auf die Arbeit gewandt werden. Der Ansatz muß also seyn:

? Tage	5 Arb.	? Tage	12 Tage.
	oder		
20 Arb.	12 T.	20 Arb.	5 Arbeiter.

und wird gelesen: wieviel Tage gebrauchen 20 Arbeiter, wenn 5 Arbeiter 12 Tage gebrauchen.

Um den Ansatz nicht zu verfehlen, schreibe man erstlich:

12 Tage	5 Arbeiter.
?	20

nemlich man setzet in die untere Reihe das Frageglied, und in die obere das gleichnamige; nachher die andere Größe die zu dem Frageglede gehöret, und über dieselbe die gleichnamige. Nun mache man den Ansatz, wie bei der Kettenregel; (der aber hier nicht mehr Kettensatz heissen kann, weil sich die Glieder nicht so an einander ketten) auf die linke Seite schreibe man das Frageglied, und das darüberstehende auf die rechte Seite.

Bei der folgenden Größe 20 Arbeiter überlege man, ob, wenn solche doppelt genommen würde, die gesuchte Zahl auch zweimal so groß werden müßte, und wenn das der Fall ist, so setzt man sie auf die rechte Seite (als Factor). Ergiebt sich aber, daß sie dann zweimal kleiner ausfallen müßte, so schreibt man sie auf die linke Seite (als Divisor.)

In dem gegebenen Falle siehet man leicht, daß

die Anzahl der Tage zweimal so klein seyn müsse, wenn die Anzahl der Arbeiter verdoppelt wird, oder überhaupt daß die gesuchte Zahl desto kleiner ausfallen müsse, je mehr Arbeiter angestellt sind.

Dem zu folge setzet man:

? Tage	12 Tage
20 Arbeit.	5 Arbeiter

welches drei Tage giebt.

Zu einem Mantel gebraucht jemand $9\frac{1}{2}$ Elle Tuch welches $2\frac{1}{2}$ Elle breit ist. Wie viel Zeug müßte man nehmen, wenn solches nur $1\frac{1}{2}$ Elle breit wäre.

$9\frac{1}{2}$ Elle	$2\frac{1}{2}$ Elle breit
? Ellen	$1\frac{1}{2}$

? Elle	$9\frac{1}{2}$ Elle.
$1\frac{1}{2}$ Elle	$2\frac{1}{2}$ Elle.

$15\frac{5}{6}$ Ellen.

Denn je breiter daß Tuch ist, desto weniger Ellen gebraucht man davon.

100 Mann reichen mit einem gewissen Vorrathe 21 Wochen aus; wie lange reicht derselbe für 750 Mann?

21 Wochen	1000 Mann
?	750

? Wochen	21 Wochen.
750 M.	1000 M.

28 Wochen.

Denn je weniger Menschen sind, desto länger wird man damit auskommen.

Ein Fuhrmann hat für eine gewisse Fracht 12 Schiff℔ 180 Werst zu führen übernommen; wenn er nun für dieselbe Fracht eine andere Last 300 Werst führen soll, wie groß kann dieselbe seyn.

12 S℔	180 Werst
?	300

? S℔	12 S℔.
300 Werst	180 W.

7 S℔ 4 L℔.

112 Loth Silber das Loth zu 80 Kop. bekommen einen Zusatz so daß das Loth nur 70 Kop. an Werth hat; wie schwer ist nun die Masse?

112 Loth	80 Kop.
?	70 Kop.

? Loth	112 Loth
70 Kop.	80 Kop.

128 Loth.

Denn je geringer der Werth des Silbers ist, desto mehr unedles Metall ist hinzugesetzt werden.

600 Mann können einen Festungsbau in 24 Wochen und 3 Tage vollenden. Damit aber das Werk schneller fertig werden möge, so wer-

den ihnen noch 3 Wochen und 4 Tagen 150 Mann und wiederum noch 3 Wochen und 5 Tagen noch 405 Mann zu Hülfe gegeben; wie viel Zeit erfordert nun der Bau?

Hier arbeiten die 600 Mann erst 3 Wochen und 4 Tage allein, welche von der ganzen Zeit müssen abgezogen werden. Der Rest ist 20 Wochen 5 Tage. So lange nemlich würden sie noch mit dem Bau zubringen; nun muß zuförderst die Frage beantwortet werden, wie viel Wochen sie mit der Hülfe von 150 Mann noch gebrauchen.

$20\frac{5}{6}$ Wochen	600 Mann
?	750

? Wochen	$20\frac{5}{6}$ W.
750 Mann	600 Mann.

Die Antwort ist 16 Wochen 4 Tage; allein diese 750 Mann arbeiten nur 3 Wochen und 5 Tage mit einander, da dann wieder Hülfe kommt. Werden diese abgezogen, so bleiben 12 Wochen 5 Tage, die aber wieder durch die Zugabe einer Hülfe von 405 Mann abgekürzet werden.

? Wochen	$12\frac{5}{6}$ Wochen
1155 Mann	750 Mann

welches 8 Wochen 2 Tage giebt. Werden die Zeiten, welche jede gegebene Anzahl von Men-

schen allein gearbeitet hat, addiret, so hat man die gesuchte Antwort, welche ist:

15 Wochen 5 Tage.

Es leihet jemand einem Freunde 1000 Rub. ohne Zinsen zu verlangen, auf 3 Monat. Nachher borgt ersterer wieder von letzterem 600 Rub. wie lange kann er solche behalten, so daß keiner dabei verliehre?

3 Monat	1000 Rub.
?	600
? Monat	3 M.
600 Rub.	1000 Rub.

5 Monat.

§. 110. Wenn die Aufgabe mehrere Glieder hat, so wird es sich nach obiger Regel ebenfalls leicht entscheiden lassen, auf welche Seite ein jedes Glied zu stehen komme. Z. B.

100 Menschen gebrauchen auf 7 Monat 233 Tonnen 1 Loof Mehl. Wie viel Menschen werden mit 1200 Tonnen ein Jahr ausreichen?

100 Menschen $233\frac{1}{3}$ Ton. 7 Monat.

? 1200 12

? Menschen	100 Menschen
$233\frac{1}{3}$ Ton.	1200 Tonnen
12 Mann	7 Mann.

Antwort 300 Menschen.

nemlich bei 1200 Tonnen findet sich, daß wenn man die doppelte Quantität hätte, auch noch

einmal soviel Menschen sich davon ernähren könnten, mithin kommen 1200 Tonnen auf die rechte Seite, und die darüberstehenden 233⅓ Ton. auf die linke Seite.

In Ansehung der 12 Monat schließt man; wenn es 24 Monat wären, so würden von der vorhandenen Quantität Mehl nur halb soviel Menschen leben können, deshalb kommen die 12 Monat auf die linke, und die 7 Monat gegenüber auf die rechte Seite.

Ein gewisser Vorrath reicht für 1000 Mann 21 Wochen, wenn jeder wöchentlich 14 ℔ davon erhält. Wie lange werden 1200 Mann damit auskommen, wenn jeder wöchentlich nur 10½ ℔ bekömmt?

21 Wochen 1000 Mann 14 ℔
? 1200 10½ ℔

? Wochen	21 Wochen
1200 Mann	1000 Mann
10½ ℔	14 ℔

Antwort 23⅓ Woche.

Zu einem Stücke Zeug von 60 Ellen und 1¼ breit hat man 20 ℔ 20 Loth Garn gebraucht. Man will ein Stück von 63 Ellen und 2⅓ Ell. Breite haben, wie viel ℔ muß man von eben diesem Garn dazu geben?

$20\frac{5}{8}$ ℔ 60 Ellen $1\frac{3}{4}$ Ellen Breite
? 63 $2\frac{1}{3}$

? ℔	$20\frac{5}{8}$ ℔
60 Ell.	63 Ell.
$1\frac{3}{4}$ Ell. B.	$2\frac{1}{3}$ Ell. Breite

Antwort 28 ℔ 28 Loth.

In diesem Beispiele ist nichts widerkehrlich proportionirt, denn je länger und breiter das Stück werden soll, desto mehr Garn wird erfordert. Es werden aber absichtlich beide Arten der Aufgaben auch bei den Uebungsexpeln mit einander vermischt, weil es hier hauptsächlich um Uebung des Nachdenkens beim Ansatze zu thun ist.

Wenn 10 Arbeiter in 8 Tagen 24 Faden ausgraben; wie lange werden 15 Arbeiter bei 27 Faden zu bringen?

8 Tage 10 Arbeiter 24 Faden
? 15 27

? Tage	8 Tage
15 Arbeiter	10 Arb.
24 Faden	27 Faden

Antwort 6 Tage.

19 Arbeiter, welche 20 Wochen hindurch täglich 8 Stunden gearbeitet haben, bekommen 855 Rub. Um das Werk zu beschleunigen, werden noch 29 Arbeiter dazu genommen, welche

nun mit jenen zusammen täglich 10 Stunden arbeiten, und sie erhalten dafür nach Vollendung des Werkes 1012½ Rub. Wielange haben sie also noch gearbeitet?

20 Wochen 8 Stunden 19 Arb. 855 Rub.

?	10	48	1012½
? Wochen		20 Wochen	
10 Stunden		8 St.	
48 Arb.		19 Arb.	
855 Rub.		1012½ Rub.	

Antwort 7½ Woche.

§. 111. Die bisher erklärte Regel führt nach ihrem Erfinder den Namen der Basedowschen. Sie gewährt den Vortheil, daß alle Exempel dieser Art, sie mögen auch aus noch so vielen Gliedern bestehen, darnach gerechnet werden können, und macht daher die in älteren Rechenbüchern unter der Benennung der geraden und verkehrten Regula quinque, septem ꝛc. eingeführten Abschnitte überflüssig.

Uebungsexempel siehe am Ende des folgenden Abschnitts.

Dreizehnter Abschnitt.

Von der einfachen Interesse-Rechnung.

§. 112. Interesse oder Zins heißt das Geld,

welches ein Schuldner seinem Gläubiger dafür zahlt, daß er das geliehene Geld benutzen kann. Die Bestimmung der Interesse geschiehet dergestalt, daß man festsetzt, wie viel von jedem Hundert des Capitals jährlich gezahlt werden solle. Dieses drückt man aus pro Cent (für Hundert). Es heißt also 5 p. C., man muß für jedes Hundert an Thalern, Rubeln, Gulden, alle Jahr 5 Thaler, Rubel oder Gulden entrichten. Sollen die Zinsen für eine kürzere Zeit berechnet werden, so rechnet man gemeiniglich den Monat zu 30 oder das Jahr zu 360 Tagen.

Wenn Jemand den Zins nach Ablauf des Jahres nicht abgetragen hat, so könnte diese Summe wieder zum Capitale gerechnet und folglich im zweiten Jahre auch der Zins, von der durch Zinsen entstandenen Schuld genommen werden. Dies heißt Zins auf Zins, oder Anatocismus und ist widergesetzlich. Indessen giebt es doch Fälle, die eine solche Berechnung erfordern, wovon aber hier nicht gehandelt wird.

§. 113. Bei der einfachen Interesse-Rechnung kommt es nun auf folgende Größen an. a) Größe des Capitals. b) Der Zinsenfuß, oder die Größe der jährlichen Zinsen von 100. c) Länge der Zeit, welche das Capital stehet, und endlich die Größe des Zinses von dem ganzen Capital und der ganzen Zeit.

Sind drei dieser Sätze gegeben, so kann der vierte daraus gefunden werden. Eigentlich sind es aber fünf Sätze, denn der Ausdruck pro Cent schließt schon drei Sätze in sich, denn 5 p. C. heißt nichts anders als: 100 Rub. Capital geben in 12 Monat 5 Rub. Zinsen.

Es muß also die Rechnungsfrage, wie sie im gemeinen Leben aufgestellt wird, ergänzt werden, um daraus ein Exempel der Regel de Tri zu machen, welches übrigens auch widerkehrlich proportionirt seyn kann, daher die Regel des vorigen Abschnitts anzuwenden ist, wenn die Art des Ansatzes nicht sogleich von selbst einleuchtet.

Aufgabe. Wie viel geben 5000 Rub. à 5 p. C. in einem Jahr?

D. i. 100 Rub. Cap. geben 5 Rub. Interesse; 5000 Rub. Cap. ?

Hier ist Zeit und Zins gleich, und nur die Capitalien sind verschieden.

Wie viel geben 5000 Rub. in 2 Jahren und 3 Monaten, wenn sie in einem Jahre 250 Rub. gegeben?

? Rub.	in 2¼ Jahr
1	250 Rub.

Antwort 562½ Rub.

Weil hier das Capital immer dasselbe bleibt, so wird es gar nicht mit in den Ansatz gebracht. Es könnte auch heissen: wie viel giebt ein ge-

wisses Capital in $2\frac{1}{4}$ Jahren, wenn es in einem Jahre 250 Rub. gegeben?

Z. B. Ein gewisses Capital hat in 9 Jahren 405 Rub. Zinsen gegeben, wieviel in einem Jahre?

Antwort 45 Rub.

Indessen läßt sich aus dieser Angabe weder die Größe des Capitals noch der Zinsenfuß ausmitteln; um jene zu berechnen muß dieser gegeben seyn und umgekehrt.

Sind bei gleichem Zinsfuße Capital und Zeit verschieden, so hängt die gesuchte Größe sowohl vom Capital als der Zeit ab, und es entstehen 5 Glieder des Verhältnisses. Z. B.

5000 Rub. geben in $1\frac{1}{2}$ Jahre 375 Rubel wie viel geben 6400 Rub. in $4\frac{1}{4}$ Jahre?

375 Rub. Zinsen 5000 Rub. Cap. $1\frac{1}{2}$ Jahr.
? 6400 $4\frac{1}{4}$

? Rub. Z.	375 Rub. Z.
5000 Rub.	6400 R.
$1\frac{1}{2}$ Jahr	$4\frac{1}{4}$ Jahr.

Antwort 1360 Rub.

Dieselbe Aufgabe wird im gemeinen Leben meistens so heißen: wie viel geben 6400 Rub. Cap. zu 5 pro Cent in $4\frac{1}{4}$ Jahren.

Es kann in einer Aufgabe niemals Capital, Zinsenfuß und Zeit verschieden seyn; so ist in folgendem:

Wenn 5000 Rub. zu 5 p. C. in 3 Jahren geben 750 Rub., wie viel geben 7500 Rub. zu 6 p. C. in 6 Jahren? der ganze erste Satz gar nicht zur Aufgabe gehörig, sondern diese durch den zweiten Satz schon vollständig.

Wenn ein gewisses Capital in einer gewissen Zeit zu 5 p. C. 370 Rub. Zinsen gegeben hat, wie viel giebt dasselbe Capital in derselben Zeit zu $4\frac{1}{2}$ p. C.?

? Rub.	370 Rub.
5 p. C.	$4\frac{1}{2}$ p. C.
Antwort	333 Rub.

Ist aber das Capital oder die Zeit verschieden, so entsteht wieder ein zusammengesetztes Verhältniß.

Z. B. 1. Bei Verschiedenheit der Capitale: 5000 Rub. geben in einer gewissen Zeit zu 6 p. C. 750 Rub.; wie viel geben 4000 Rub. in eben der Zeit zu $4\frac{1}{2}$ p. C.?

? Rub. Z.	750 Rub. Z.
5000 Rub. C.	4000 Rub. Cap.
6 p. C.	$4\frac{1}{2}$ p. C.
Antw.	450 Rub.

2. Bei Verschiedenheit der Zeiten: Ein gewisses Capital giebt in $4\frac{1}{2}$ Jahren zu 4 p. C. 216 Rub.; wie viel giebt es in $3\frac{1}{4}$ Jahren zu 5 p. C.?

? Rub. Z.	216 Rub. Z.
$4\frac{1}{2}$ Jahr	$3\frac{1}{4}$ Jahr.
4 p. C.	5 p. C.

Antwort 195 Rub.

Aus dem ersten Satze dieser beiden Aufgaben hätte sich aber auch in jenem die Zeit, in diesem das Capital bestimmen lassen. Die vollständige Aufgabe bei dem zweiten heißt dann:

100 Rub. Cap. geben 4 Rub. Z. in 1 Jahr
? 216 in $4\frac{1}{2}$ J.

? Rub. Cap.	100 Rub. Cap.
4 Rub. Zinsen	216 Rub. Z.
$4\frac{1}{2}$ Jahren	1 Jahr.

Antwort 1200 Rub.

Ein Capital von 2800 Rub. hat in 2 Jahren 9 Monat 462 Rub. Zins gegeben, zu wie viel p. C. stehet es?

Vollständig 462 R. Z. von 2800 R. C. in $2\frac{3}{4}$ J.
? 100 1

? Zins	462 Z.
2800 Rub. C.	100 Rub. Cap.
$2\frac{3}{4}$ J.	1 Jahr.

Antwort 6 Rub. Z.

§. 114. Die Fälle sind also folgende vier:

Gegeben sind	Man sucht
1. Capital, Zinsfuß, Zeit;	den Ertrag an Zinsen.
2. Capit. Zinsfuß, Ertrag;	die Zeit.

3. Zinsfuß, Ertrag, Zeit; das Capital.
4. Capital, Zeit, Ertrag; Zinsfuß.

Der erste und gewöhnlichste Fall ist am leichtesten zu berechnen, besonders wenn der Zinsfuß 5 ist. Dieses ist $\frac{1}{20}$ vom Capital, man hat also nur das Capital mit 20 zu dividiren um die einjährigen Zinsen davon zu finden. Zu 6 p. C. ist der Bruch $\frac{6}{100} = \frac{3}{50}$; zu 4 p. C. $= \frac{1}{25}$.

Zuweilen erfordert diese Art von Aufgaben noch eine Nebenrechnung, welche in Subtraction der Zeit besteht. Z. B. Von einem Capital von 2500 Rub. à 6 p. C. sind die Zinsen den 10ten Novbr. 1802 bezahlt; das Capital wird den 1sten März 1803 zurückgezahlt und es sollen die Zinsen für diese Zeit berechnet werden.

Man setze:

1803	Jahr	2	Monat	Tage.
1802		10		10
=		4		20

Das $4\frac{2}{3}$ Monat. Daher:

? Rub. Z.	6 Rub. Zinsen
100 Rub. Cap.	2500 Rub. Cap.
12 Monat	$4\frac{2}{3}$ Monat.

Antwort $58\frac{1}{3}$ Rub.

Uebungsexempel zum 12ten und 13ten Abschnitt XXVI. Num. 1 bis 100.

Anmerkung. Man muß nie eher die

Rechnung anfangen, bis man nach der Regel geprüft hat, ob das Exempel wirklich zur verkehrten Regel de Tri gehöre.

Vierzehnter Abschnitt.

Einfache Rabatt- oder Disconto- und Zeitrechnung.

§. 115. Wenn A von B für 1000 Rubel Waaren kauft, mit der Bedingung erst nach einer gewissen Zeit, z. B. nach 12 Monat Zahlung zu leisten, ohne die Summe während dieser Zeit zu verzinsen, so ist dieses in so fern zum Nachtheil von B, als er bei gleich empfangener Zahlung die Kaufsumme sogleich wieder hätte benutzen, nemlich Zinsen davon ziehen können. Indessen nimmt der Verkäufer auch darauf Rücksicht und läßt sich Waaren die er auf Zeit verkauft, theurer bezahlen, als wenn solche gleich baar bezahlt würden. Wenn nun aber A das Geld früher bezahlen will, so kann B auch nicht die volle Zahlung verlangen, denn er bekäme den Vortheil, von dem Gelde Zinsen zu ziehen, zu welchem der Uebereinkunft gemäß doch A berechtigt ist. Daher muß sich B einen Abzug gefallen lassen, welcher der Rabatt oder das Disconto (auch wohl Interusurium) genannt wird. Weil Rabatt in der Folge auch

in einer andern Bedeutung vorkommt, so ziehe ich hier, wo bloß vom Rabatt wegen früherer Zahlung die Rede ist, den Ausdruck Disconto vor, welcher auch der gewöhnliche ist.

Die nach Ablauf des Termins zu zahlende Summe heißt: die ganze Schuld; die mit Abzug des Disconto jetzt zu zahlende Summe heißt: die ganze discontirte Schuld oder die baare Zahlung.

§. 116. Der Grundsatz der Rechnung ist: A muß an B nur so viel zahlen, daß, wenn er die empfangene Summe zu den gesetzlichen Zinsen nutzt, er bei Ablauf des Termins die bestimmte ganze Summe voll habe. Es müssen also die Zinsen und die baare Zahlung zusammen genommen, der ganzen Schuld gleich seyn.

§. 117. Wenn der Zinsfuß zu 5 p. C. angenommen wird, so beträgt jedes 100 Rub. das ich gleich bezahle, nach Ablauf des Termins 105 Rub. Betrüge also die ganze Zahlung 105 Rub., so würde die baare Zahlung 100 Rub. seyn, bei einjährigem Disconto.

Folglich setze man:

105 geben 100; 1000 Rub.?

?	1000
105	100

Antw. $952\frac{8}{21}$ Rub.

Wenn man nun frägt, wie viel geben $952\frac{8}{21}$ Rub. zu 5 p. C. in einem Jahre Zinsen, so erhält man zur Antwort $47\frac{3}{4}\frac{3}{1}$ Rub. welches mit den $952\frac{8}{21}$ Rub. gerade 1000 Rub. ausmacht.

§. 118. Auf die Zeit ist, wie bei der Interesse-Rechnung, Rücksicht zu nehmen. Z. B. 500 Rub. sind in einem Jahre zahlbar; was beträgt die baare Zahlung nach 6 Monat zu 5 p. C. jährlich.

Man suche zuförderst die Zinsen, welche 100 Rub. in der gegebenen Zeit betragen, und addire diese zu 100. Das sind also hier $102\frac{1}{2}$, nun schließe man nach der Regel de Tri.

$102\frac{1}{2} : 100 = 500$ Rub. (ganze Zahlung) : ? Rub. (baare Zahlung.)

?	500
$102\frac{1}{2}$	100

Antwort $487\frac{3}{4}\frac{3}{1}$ Rub.

Es hat jemand eine Parthei Baumwolle mit 13 Monat Rabatt zu 8 p. C. jährlich gekauft, welche $5012\frac{1}{2}$ Marklübsch kostet, wie groß ist die baare Zahlung?

Da für 13 Monat die Interesse von $100 = 8\frac{2}{3}$ so hat man:

?	$5012\frac{1}{2}$ Mk. Lbsch.
$108\frac{2}{3}$	100.

Antwort $4612\frac{1}{2}$ Mk. baare Zahlung.

Da von gewissen Waaren auf einem und demselben Handlungsplatze, auch in der Regel gleicher Rabatt gegeben wird, so kann man sich schon zum voraus berechnen, wie viel die Zinsen aufs 100 in der bestimmten Zeit ausmachen.

Beim Rabatt von 7 Monat zu 8 p. C. macht es $4\frac{2}{3}$
13 zu 8 p. C. $8\frac{2}{3}$
16 zu 8 p. C. $10\frac{2}{3}$

Z. B. Man hat in Hamburg für 1328 Mk. levantische Seide mit 16 Monat Rabatt zu 8 p. C. gekauft; wie groß ist die baare Zahlung?

?	1328 Mk.
$110\frac{2}{3}$	100.

Antwort 1200 Mk. baare Z. u. Disconto = 128 Mark.

§. 119. Auf gleiche Weise muß das Disconto berechnet werden, wenn man Obligationen, Wechsel oder andere Schuldscheine kauft. Z. B. Man kauft einen Schuldschein, von 1621 Rub. 80 Kop., den 1sten Julius 1803, welcher den 1sten März 1804 fällig ist, und genießt ein Disconto zu 9 p. C. jährlich. Da nun noch 8 Monat bis zur Zahlung verfließen, so tragen 100 Rub. zu 9 p. C. noch 6 Rub.

Daher setze man:

? baare Zahlung	1621 $\frac{4}{5}$ Rub.
106	100.
Antwort	1530 R. baare Zahlung.
	Disconto 91 $\frac{4}{5}$ Rub.

§. 120. Das Wort Rabatt hat nicht bloß die Bedeutung des Abzugs, der an einer Schuld wegen früherer Zahlung gemacht wird, sondern auch, wenn aus irgend einem andern Grunde ein bestimmter Theil der Schuld nachgelassen wird. So gestatten Buchhändler und andre Kaufleute bei einem starken Absatz, einen nach Procenten bestimmten Abzug, dieses ist der Rabatt. Ob nun aber dieser Rabatt wie beim Disconto aufs Hundert, oder im Hundert zu rechnen sey, das ist, ob man z. B. bei 5 p. C. 5 von 105 oder von 100 abziehen solle, das liegt hier nicht wie beim Disconto in der Natur der Sache, sondern hängt von Verabredung oder der Gewohnheit des Orts ab. Indessen ist es doch angemessener, hier den Rabatt im Hundert anzunehmen. Denn wenn mir jemand von einer ihm schuldigen Summe 5 p. C. Rabatt (Abzug) bewilligt, so mache ich den Abzug von 100 und zahle 95; aber nicht von 105, in welchem Falle es eigentlich heißen müßte, 5 von 105 Rub. Die Rechnung selbst hat keine Schwierigkeiten, sondern geschieht nach der einfachen Regel de Tri.

Es sollen von 480 Rub. 4 p. C. rabattirt werden. Der Ansatz ist:

1. Aufs Hundert		2. Im Hundert	
?	480	?	480
104	4	100	4

Ant. 18 Rub. $46\frac{2}{13}$ K. Ant. 19 Rub. 20 Kop.

§. 121. Zeitrechnung. A ist an B ohne Interessen zu zahlen schuldig nach einem Jahre 1000 Rub. und nach zwei Jahren 500 Rubel. Er will beide Summen auf einmal zahlen, und es frägt sich, wenn dieses geschehen müsse, ohne daß weder der eine noch der andere dabei leide. Sollte A die 1500 Rub. gleich zahlen, so verliehrt er den Nutzen, den er vermöge des Contractes, von seinem Gelde hätte ziehen können; wollte er erst nach 2 Jahren zahlen, so verliehrt B den Nutzen, den er ein Jahr hindurch von dem ersten Theile des Capitals hätte ziehen können. Das ist aber leicht einzusehen, daß A beides länger als 1 Jahr behalten könne, weil er die 500 Rub. die erst nach 2 Jahren fällig sind, gleich mit bezahlen will. Der Zeitpunkt, wo es ohne einigen Nachtheil für beide Theile geschehen kann, heißt der mittlere Zahlungstermin, und diesen zu bestimmen ist der Zweck der Zeitrechnung.

Auflösung. Man suche ein Capital, daß in einem Jahre so viel Zins trägt, als das ge-

gebene in 2 oder 3 Jahren, und nehme diese Verwandlung mit jedem einzelnen Posten vor. Addirt man die veränderten Capitalien, so ist die Summe ein solches Capital, das in einem Jahre eben den Zins bringt, welchen die verschiedenen gegebenen Capitale in ihren verschiedenen Terminen gaben.

Also bei obiger Aufgabe:

1000 geben in 1 Jahr so viel als 1000 in 1 Jahr.
500 2 1000

2000

Daraus bestimmt man nun wie lange die 1500 stehen müssen.

12 Monat 2000 Rub.
? 1500

? Monat | 12 Monat
1500 | 2000.

Antwort 16 Monat.

Auf den Zinsfuß kommt es hiebei nicht an.

A ist B schuldig zu zahlen nach 2 Jahren 300 Rub.; nach 2 Jahren 6 Monat 200 Rub. und nach 3 Jahren 250 Rub., welches ist der mittlere Zahlungstermin?

Setze:

300 geben in	2 Jahren	was 600 in	1 Jahr.
200	$2\frac{1}{2}$	500	1
250	3	750	1
750		1850	

Daher:

? Monat	12 M.
750	1850.

2 Jahr $5\frac{3}{5}$ Monat.

Practische Regel: dividire die Summe der reducirten Capitalien durch die Summe der gegebenen; der Quotient giebt die Anzahl der Jahre (oder Monate).

Uebungsexempel XXVII.
Num. 1 bis 25.

Funfzehnter Abschnitt.

Theilung einer Zahl nach vorgeschriebenem Verhältniß.

§. 122. A und B treten zu einer Unternehmung zusammen, und es giebt jener 575 dieser aber 325 Rubel dazu her. Nach Beendigung des Geschäftes beträgt das zusammengeschossene

Capital 1080 Rubel, wie viel kommt jedem davon zu?

Wenn jeder gleich viel gegeben hätte, so würden sie die Summe theilen, da das aber nicht der Fall ist, so muß auch jeder nach Verhältniß seiner Einlage Antheil am Gewinn haben; und so wie er zu einem verhältnißmäßigen Gewinne berechtigt ist, so braucht er sich im umgekehrten Falle auch nur einen verhältnißmäßigen Verlust gefallen zu lassen.

Regel der Rechnung. Man mache die Summe der zusammengeschossenen Capitalien und schließe dann; so wie sich die ganze Summe zum ganzen Gewinn oder Verlust, oder zu der daraus entstandenen Summe verhält, so verhält sich jede einzelne Einlage zu dem ihr zukommenden Antheil. Beide obige Einlagen sind 900 Rubel, folglich berechnet man in zwei Ansätzen:

900 : 1080 = 575 : dem Antheil von A.

900 : 1080 = 325 : dem Antheil von B.

Man suche gleich das Verhältniß des ersten und zweite Gliedes in den kleinsten Zahlen auszudrücken, um sich die Rechnung zu erleichtern. Hier ist es 5 : 6; daher hat man:

$$A = \frac{575 \times 6}{5} = 690 \text{ Rub.}$$

$$B = \frac{325 \times 6}{5} = 390 \text{ Rub.}$$

Summa 1080 Rub.

Diese Summe dient zugleich die Richtigkeit der Rechnung zu bestätigen.

Hätte man gleich unmittelbar den Gewinn eines jeden finden wollen, so wäre der Gewinn vom Ganzen allein in den Ansatz zu bringen gewesen, nemlich:

900 : 180 = 575 : A.
900 : 180 = 325 : B.

Das ist A = 115 Rub.
B = 65 Rub.

Summa 180 Rub.

Die Rechnung wird auf gleiche Weise bei mehreren Theilnehmern gemacht.

Die Einlage von A = 340 Rub.; von B = 520 Rub.; von C = 410 Rub.; von D = 230 Rub. Die daraus entstandene Summe = 1860 Rub. Wie viel erhält jeder?

Sämmtliche Einlagen betragen 1500 Rub.
weil nun 1500 : 1860 = 25 : 31

so erhält A $= \frac{340 \times 31}{25} =$ 421 Rub. 60 Kop.

mithin	B	644	80
	C	508	40
	D	285	20
	Summe =	1860	Rub.

Berechnet man bloß den Gewinn eines jeden, so wird man meistens bequemere Multiplicatoren erhalten, in diesem Beispiele hätte man anstatt der 31 nur mit 6 zu multipliciren gehabt.

§. 123. Man kann auch die gegebenen Größen vor der Summirung gegen einander verkleinern. Z. B. A giebt 1800 Rub.; B 1200; C 600; D 300; sie gewinnen damit 920 Rub. 40 Kop. Wie viel bekommt jeder?

A	1800	6	424	Rub. 80	Kop.
B	1200	4	283	20	
C	600	2	141	60	
D	300	1	70	80	
		13	920	Rub. 40	Kop.

§. 124. Rechnungen dieser Art kommen auch bei andern Geschäften vor, z. B. bei Erbschaften, bei gemeinschaftlichem Kauf und Verkauf, bei Zubereitung von Arzneimitteln und andern Zusammensetzungen, wo die Zuthaten in einem bestimmten Verhältniß zu neh-

men sind; bei Beiträgen nach Verhältniß des Vermögens, der Grundsteuern u. s. w.

§. 125. Zuweilen wird bestimmt was für einen Bruch des Ganzen jedes einzelne Stück machen soll. Z. B. Es hinterläßt Jemand ein Vermögen von 11380 Thlr. Alb. und hat im Testamente bestimmt, daß A $\frac{1}{3}$, B $\frac{3}{10}$, C $\frac{1}{5}$ und D $\frac{1}{6}$ des Ganzen bekommen soll.

In einem solchen Falle müssen die bestimmten Brüche gerade ein Ganzes ausmachen; denn machen sie weniger aus, so würde etwas übrig bleiben; machen sie aber mehr aus, so sollte eine größere Summe getheilt werden, als vorhanden ist. Man muß daher die Brüche addiren.

		30	
A	$\frac{1}{3}$	10	$\frac{10}{30}$
B	$\frac{3}{10}$	3	$\frac{9}{30}$
C	$\frac{1}{5}$	6	$\frac{6}{30}$
D	$\frac{1}{6}$	5	$\frac{5}{30}$
			$\frac{30}{30} = 1$

Folglich erhält A $11380 \times \frac{1}{3} = 3793$ T. Alb. 30 gr.
B $11380 \times \frac{3}{10} = 3414$
C $11380 \times \frac{1}{5} = 2276$
D $11380 \times \frac{1}{6} = 1896$ 60
11380 Thl. Alb.

§. 126. Wenn außer den eingelegten Ca-

pitalien noch auf die Zeit Rücksicht zu nehmen ist, so wird dadurch die Rechnung zusammengesetzter.

A giebt den	1sten März 1802	500 Rub.
B giebt den	1sten Julius 1802	500
C giebt den	1sten Sptbr. 1802	500

Nun sollen am Ende des Jahres 125 Rub. vertheilt werden, wobei vorausgesetzt wird, daß jede Einlage gleich vom Anfange benutzt worden sey. Das Capital des A hat 10, des B 6 und des C 4 Monate gestanden, das ist eben so viel, als ob 500 Rub. 20 Monate gestanden hätten; diese 20 Monate haben 125 Rub. eingebracht, wie viel also die 10, 6 und 4 Monate.

A	20 : 10	=	125 :	$62\frac{1}{2}$ Rub.
B	20 : 6	=	125 :	$37\frac{1}{2}$
C	20 : 4	=	125 :	25
				125 Rub.

Sind die Capitalien und Zeiten ungleich, so muß der Antheil aus beiden berechnet werden.

Z. B. A giebt den	1. März 1802	1500	Rub.
B	1. Jul.	900	
C	1. Sept.	1800	

Es sollen am Ende des Jahres 1150 Rub. vertheilt werden.

A hat seine 1500 Rub. 10 Monat stehen ge-

habt, welches eben so viel ist, als ob er 15000 Rub. 1 Monat lang gehabt hätte.

B also auf 1 Monat 5400 Rub.
und C auf 1 Monat 7200 Rub.

Dieses sind 27600 Rub. die in 1 Monat 1150 Rub. Ertrag gegeben. Nun ist 27600 : 1150 = 24 : 1.

Daher A $15000/24$ = 625; B $5400/24$ = 225; C $7200/24$ = 300.

Uebungsexempel XXVIII. Num. 1 bis 25.

Anmerkung zu § 125. Es giebt zwar Aufgaben wie folgende: 100 Rub. sollen unter 3 Personen dergestalt vertheilt werden, daß A $\frac{1}{2}$, B $\frac{1}{4}$ und C $\frac{2}{5}$ bekommen. Diese können nicht nach der Regel des 125. §. ausgerechnet werden. Denn:

$\frac{1}{2}$. 100 = 50
$\frac{1}{4}$. 100 = 25
$\frac{2}{5}$. 100 = 40

Summa 115 Rub.

Der Sinn der Aufgabe ist, es sollen 100 Rub. dergestalt vertheilt werden, daß sich die Theile unter einander verhalten wie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{2}{5}$; oder wie $\frac{10}{20}$, $\frac{5}{20}$, $\frac{8}{20}$; also auch wie 10, 5, 8. Man betrachte also die zu vertheilende Summe als eine aus 10 + 5 + 8 = 23 Theilen bestehende Größe; so erhält:

$$A\ \frac{100 \times 10}{23} = 43\tfrac{11}{23}\ \text{Rub.}$$

$$B\ \frac{100 \times 5}{23} = 21\tfrac{17}{23}$$

$$C\ \frac{100 \times 8}{23} = 34\tfrac{18}{23}$$

Summa 100 Rub.

Sechszehnter Abschnitt.

Mischungsrechnung.

§. 127. Wenn von mehreren Waaren, deren verschiedener Preis bekannt ist, eine bestimmte Menge untereinander gemischt wird, so kann man daraus den Preis der Mischung finden. Denn die ganze Mischung kostet so viel, als die zusammengemischten Theile, daraus findet man nach der Regel de Tri leicht den Preis, das ist den Werth eines Theils, den man als Eins annimmt.

Z. B. Man mischt 7 Stoof Rheinwein zu 2Rub.; 3 Stf. zu 150 Kop. und 5 Stf. zu 120 Kop. untereinander; was ist jedes Stoof der Mischung werth?

Setze:

7 Stoof	à	2 Rub.	=	14 Rub.
3	à	1 50 Kop.	=	4 Rub. 50 K.
5	à	1 20		6
15 Stoof				24 Rub. 50 K.

? Rub. | 1 Stoof
15 Stoof | 24½ Rub.

Antwort 1 Rub. 63⅓ Kop.

§. 128. Bei Gold- und Silbermischung muß man wissen, daß das Goldgewicht in Mark, Karat und Grän, das Silbergewicht in Mark, Loth und Grän eingetheilt wird.

1 Mark = 24 Karat.
1 12 Grän.
1 Mark = 16 Loth.
1 18 Grän.

Die Mark heißt fein, wenn sie bloß reines Gold oder Silber enthält. Beide Metalle werden aber mit andern, das Silber mit Kupfer, das Gold mit Silber oder Kupfer vermischt (legirt). Man benennt das so gemischte Metall nach der Menge der in der Mark befindlichen Karate oder Lothe edlen Metalls. Also heißt Gold, in welchem die Mark nur ein Karat Zusatz enthält 23 karatiges ꝛc., und Silber, 15, 14, 13 ꝛc. Löthiges, je nachdem 1, 2 oder 3 Loth Kupfer in der Mark enthalten sind.

Der feine Gehalt ist nun beim Silber und

Golde das, was bei einer Waare der Preis ist, und es läßt sich daraus der Gehalt einer gegebenen Menge bestimmen. Z. B. Ein Dutzend silberne Löffel von 13 löth. Silber wiegt 56 Loth, wie viel fein Silber ist darin enthalten?

Setze: $16 : 13 = 56 : 45\frac{1}{2}$ Loth.

Weiß man, daß in $7\frac{1}{4}$ Mark verarbeiteten Silbers $101\frac{1}{2}$ Loth fein Silber enthalten sind, so kann man daraus die Löthigkeit berechnen.

Man setze, weil $7\frac{1}{4}$ Mk. = 116 Loth.

$116 : 101\frac{1}{2} = 16 : 14.$

Es werden gemischt 3 Mark 14 löthiges, 6 Mark 8 löthiges, 2 Mark fein und 1 Mark Kupfer, welches ist der Gehalt der Mischung.

3 Mark	14 löthiges enthalten	42 Loth fein Silb.
6	8	48
2	16	32
1	Kupfer	0
12	Mischung	122

Also 1 Mark $10\frac{1}{6}$ Loth fein Silber.

§. 129. Es wird der Preis einer Mittelsorte bestimmt, und es soll berechnet werden, in welchem Verhältniß die einzelnen Sorten zu mischen sind.

Regel. Man subtrahire den schlechtern Preis vom mittleren; die Differenz zeigt an, wie viel Theile von der bessern Sorte zu nehmen sind; und die Differenz des Mittelpreises

vom bessern zeigt wie viel Theile vom schlechtern zu nehmen sind.

Z. B. Man hat Taback das Pfund zu 150 Kop. und andern das Pfund zu 80 Kop. Man soll ihn dergestalt mischen, daß das Pfund 120 Kop. zu stehen komme.

Setze: 150 | 40 Theile vom besseren
120 |
80 | 30 Theile vom schlechteren

wobei es übrigens einerlei ist, welche Benennung man den Zahlen geben will, ob 40 Loth und 30 Loth oder 40 ℔ und 30 ℔. Das Verhältniß kann auch natürlich in kleineren Zahlen ausgedrückt werden, also 4 und 3.

Beweis. Nimmt man nun 4 ℔ bessern Taback, so hat man in jedem Pfunde an Werth 30 Kop. mehr, als der Taback zum Mittelpreise, das macht 120 Kop. Nimmt man dazu 3 ℔ schlechteren, so hat man in jedem Pfunde am Werth 40 Kop. weniger als bei jedem Pfunde des Mittelpreises, dieses macht auch 120 Kop. Da sich nun beides hebt, so müssen auch 4 ℔ zu 150 Kop. + 3 ℔ zu 80 Kop., eben den Werth haben, als 4 ℔ zu 120 Kop. + 3 ℔ zu 120 Kop.

Wenn zugleich die Menge der Mischung vorgeschrieben ist, so ist die weitere Rechnung bloß ein Exempel des 15ten Abschnitts, nemlich eine Theilung in einem vorgeschriebenen Verhältniß.

Sollen z. B. von obiger Mischung $10\frac{1}{2}$ ℔ gemacht werden, so hat man:

$$7 : 4 = 10\frac{1}{2} : 6 \text{ ℔}.$$
$$7 : 3 = 10\frac{1}{2} : 4\frac{1}{2} \text{ ℔}.$$

§. 130. Bei Mischungen von mehr als drei Sorten ist die Aufgabe unbestimmt, das heißt, es giebt mehrere richtige Antworten darauf. Die Aufgabe sey: man soll aus dreierlei Sorten Wein, den Anker zu 32, 26 und 20 Rub. eine Mittelsorte, den Anker zu 24 Rub. mischen.

		Brüche
A	32	$\frac{1}{8}$
B	26	$\frac{1}{2}$
	24	
D	20	$\frac{2}{4}$

Hier sind die sämmtlichen Sorten nach dem Werthe unter einandergestellt; die daneben stehende Säule der Brüche ist so entstanden. Es wird zuerst der Nenner gesucht, welcher der Differenz des Preises der vorhandenen Sorten und des Mittelpreises gleich ist. Nemlich der erste Nenner 8 ist 32 — 24; der folgende 2 ist 26 — 24; der dritte 4 ist 24 — 20. Neben der Mittelsorte mache man einen Querstrich, der die Brüche, deren Nenner durch Subtraction des Mittelpreises von einem höheren entstanden sind, von denen scheidet, bei welchen der geringere Preis vom Mittelpreise abgezogen wurde.

Zu Zählern dieser Brüche kann man nehmen, was für Zahlen man will, wobei nur diese Bedingung zu beobachten ist, daß die Summen der Zähler über dem Querstriche, den Summen der Zähler unter demselben gleich seyen. (Die Summe der Zähler allein, nicht der ganzen Brüche.)

Nun ist die Rechnung der Hauptsache nach vollendet, denn man darf nur in dem Verhältniß der entstandenen Brüche die Mischung vornehmen, so wird der Preis der Mittelsorte herauskommen.

Nimmt man in obigem Beispiele für

	A $\frac{1}{8}$	1 Anker
so muß für	B $\frac{1}{2}$	4
und für	C $\frac{2}{4}$	4 genommen werden.

1 Anker	zu 32	Rub. =	32 Rub.
4	26		104
4	20		80
9 Anker			216 Rub.

Also der Mittelpreis $24\frac{6}{9}$ = 24 Rub.

Man nehme anstatt für A $\frac{1}{8}$ nun $\frac{5}{8}$

so ist A $\frac{5}{8}$	man setze	5 Ank.	à 32	Rub. = 160 Rub.
B $\frac{1}{2}$	das giebt	4	à 26	104
C $\frac{2}{4}$		12	à 20	240
		21 Ank.		504 Rub.

Folglich der Mittelpreis der Mischung = $\frac{504}{21}$ = 24 Rub.

Eben dieses gilt, wenn auch mehrere Sorten gemischt werden sollen.

Daß auf diese Weise der Mittelpreis richtig gefunden werden müsse, will ich noch an der ersten Auflösung dieses Exempels zeigen.

1 Anker zu 32 Rubel giebt:

1 X 24 + 8 = 24 Rub. + 8 Rub.

4 Ank. zu 26 Rub. geben:

4 X 24 + 8 = 96 Rub. + 8 Rub.

Diese 5 Anker kosten also 16 Rub. mehr, als 5 Anker zum Mittelpreise gekostet hätten.

Endlich 4 Anker zu 20 geben 4 X 24 — 4 X 4 das ist 96 — 16 Rub.

Diese 4 kosten also 16 Rub. weniger als 4 Anker zu 24 Rub. gekostet hätten.

Da nun jene 5 Anker so viel weniger kosten als die gleiche Anzahl von Anker zum Mittelpreise, so folgt daß die sämmtlichen 9 Anker gerade den Werth von 9 Ankern zum gesuchten Mittelpreise haben müssen.

Uebungsexempel Num. 1 - 10.

Uebungsexempel.

I. Addition
in unbenannten Zahlen.

Num.								
1.	8	+	4	+	7.			
2.	5	+	6	+	4	+	3.	
*3.	9		7		6		5.	
4.	4		9		9		7.	
5.	5		6		9		8.	
6.	3		2		8		9.	
7.	3		5		10		7.	
8.	4		11		8		9.	
9.	10		4		12		11.	
10.	11		13		6		12.	
11.	13		7		15		14.	
12.	16		9		18		15.	
13.	17		5		18		19.	
14.	15		19		8		14.	
15.	20		7		19		21.	
16.	22		3		24		23.	
17.	24		11		26		25.	
18.	27		28		6		[illegible]	
19.	29		27		8			
20.	30	+	13	+	0			

*) Das Additionszeichen ist i[illegible]
men zu ergänzen.

Num.									
21.	32	+	23	+	5	+	11	+	33.
22.	34		36		8		12		35.
23.	37		3		38		17		39.
24.	40		9		41		18		14.
25.	13		42		43		23		34.
26.	47		48		5		17		44.
27.	49		8		21		46		50.
28.	51		9		45		8		16.
29.	53		8		35		7		11.
30.	56		59		9		49		3.
31.	29		8		39		16		59.
32.	60		7		65		18		69.
33.	70		16		14		3		61.
34.	76		5		67		12		19.
35.	78		8		80		38		83.
36.	82		87		28		6		78.
37.	88		91		90		7		89.
38.	92		93		16		8		39.
39.	75		7		95		21		98.
40.	98		9		100		42		99.
41.	100		95		6		102		101.
42.	103		107		15		108		104.
43.	109		9		112		110		111.
44.	113		114		7		116		115.
45.	117		118		120		6		119.
46.	121		76		122		9		125.
47.	129		96		135		21		130.
48.	136		140		4		62		139.
49.	145	+	149	+	6	+	151	+	150.

Num.					
50.	155 ✝	159 ✝	8 ✝	160 ✝	167.
51.	163	126	19	162	169.
52.	170	21	188	189	180.
53.	190	199	12	200	198.
54.	201	220	209	24	210.
55.	230	237	240	249	31.
56.	251	215	263	24	236.
57.	269	275	288	76	290.
58.	291	300	299	39	298
	✝ 109.				
59.	302	209	310	83	325
	✝ 276.				
60.	390	400	399	406 ✝	
	398	91.			
61.	407	490	500	499 ✝	
	42	462.			
62.	511	501	599	600	37
	✝	509.			
63.	608	679	85	700	94
	✝	699.			
64.	704	799	740	800	16
	✝	180.			
65.	807	888	900	899	901
	✝	28	7	900.	
66.	905	909	990	1000	6
	✝	91	999.		
67.	1001	433	1121	1021	1303
	✝	1221.			

Num.					
68.	27 ✝	22 ✝	145 ✝	46 ✝	78
	✝ 57	69	121	38	
	✝ 12	217	19	1021.	
69.	15	16	117	19	28
	✝ 29	2113	14	127	
	✝ 59	208	79	97.	
70.	76	77	66	143	55
	✝ 263	70	82	311	
	✝ 23	37	71	465	
	✝ 53	42			
71.	47	158	39	178	47
	✝ 92	219	147	69	
	✝ 375.				
72.	123	18	376	59	446
	✝ 82	519	27	116	
	✝ 47.				
73.	123	27	89	476	273
	✝ 149	57	69	28	
	✝ 376	418.			
74.	219	479	86	238	98
	✝ 497	75	678	2308.	
75.	269	78	136	95	573
	✝ 29	8	75	369	
	✝ 78	169.			
76.	547	59	964	51	✝
	879	63	328	75	
	✝ 666	79.			

Num.

77. 185 + 47 + 36 + 8 + 45 + 9 + 76 + 431 + 71 + 979 + 86.

78. 235 + 421 + 95 + 7 + 84 + 376 + 673 + 79 + 58 + 210 + 109 + 391 + 247.

79. 451 + 125 + 114 + 127 + 228 + 476 + 71 + 78 + 178 + 9 + 246 + 25 + 131.

80. 614 + 718 + 196 + 721 + + 418 + 569 + 675 + 347 + 141 + 54 + 58 + 156 + 175.

81. 121 + 429 + 726 + 194 + 692 + 973 + 883 + 341 + 253 + 773 + 665 + 543 + 151.

82. 471 + 154 + 207 + 465 + 706 + 877 + 644 + 536 + 728 + 815 + 463 + 259. +

83. 276 + 54 + 97 + 48 + 369 + 879 + 419 + 969 + 756 + 86 + 95.

84. 1248 + 476 + 53 + 8 + 9 + 47 + 676 + 1478 + 4564 + 1009 + 2003.

Num.

85. 25 + 8 + 39 + 128 + 7 + 79 + 245 + 1234 + 675 + 13 2078 + 10497.

86. 84 + 69 + 121 + 35 + 1247 + 2438 729 + 366 2048 + 12476 + 1567 + 8400.

87. 12834 + 5769 + 847 + 69 + 9 + 8 + 12 + 19 35 + 128 + 219 + 348 + 7169 + 4876.

88. 5121 + 7998 + 4768 + 23769 + 245 + 8764 + 59384 + 1234 + 5467 + 87910.

89. 1214 + 12789 746 + 47817 + 5747 + 578 + 74 + 917 + 1084 + 2080 37841.

90. 207368 + 579648 95049 + 8769 47112 + 15109 + 78478 29 + 298 + 471.

91. 47867 + 234 5786 + 17841 + 76854 + 99108 + 791 + 497 + 586 + 60876.

92. 7769 + 7936 478 + 2097 + 476 + 58909 + 5798 + 43187 + 278496.

93. 334 + 73849 + 278476 + 3787 + 6576 + 478 + 1039 + 78645 + 789 + 127834.

Num.

94. 22783409 + 57894784 + 578986 + 7844515 + 27684 + 256789 + 499.

95. 9674 + 478976 + 574869 + 278476 + 3478 + 27936 + 478 + 7598434.

96. 470006 + 708009 + 45678 + 97641 + 7896 + 57843 + 4765 + 273 + 4891.

97. 2736 + 47896 + 100204 + 70040 + 60708 + 2043006 + 7080014 + 7084.

98. 987 + 49685 + 7496 + 57483 + 57943 + 34975 + 47846 + 745698.

99. 7468 + 57909 + 60847009 + 704709 + 86476 + 9989 + 4971 + 684 + 12009.

100. 911120 + 73489 + 70089047 + 4797109 + 22764 + 47840057 + 26084 + 6019 + 47312 + 57637 + 6409 + 57148.

II. Subtraction

in unbenannten Zahlen.

Num.	
1.	7468 — 2347.
2.	5689 — 4276.
3.	47689 — 24315.
4.	721046 — 511036.
5.	87965498 — 43714412.
6.	786514788926 — 156404772311.
7.	1346 — 1129.
8.	2745 — 1674.
9.	2931 — 1642.
10.	147653 — 138491.
11.	476540 — 137638.
12.	960407 — 416172.
13.	132070604 — 114623159.
14.	170905 — 84769.
15.	285043 — 192678.
16.	470020 — 146927.
17.	7612430407 — 5143678579.
18.	5001018700 — 2919841690.
19.	8490067014 — 8396071647.
20.	1031420049 — 924761104.
21.	4780910301 — 1780923761.
22.	2107004500 — 1407102680.
23.	1234025178 — 143268794.
24.	1173654706 — 54786907.

Num.	
25.	8430071658 — 1249998765.
26.	2401117004 — 309147098.
27.	5601410709 — 674873219.
28.	2780047685 — 829016586.
29.	2678401010 — 1679209674.
30.	1250012701 — 1249134789.
31.	74804769 — 54897659.
32.	37651002103 — 7661012345.
33.	84701234 — 4701348.
34.	61012013o1 — 104769810.
35.	4021174 — 1897085.
36.	1107612 — 98513.
37.	1780304 — 750912.
38.	168700101 — 9764103.
39.	187605401 — 81674706.
40.	5007601 — 4987942.
41.	48697001 — 14798201.
42.	4760345 — 2753827.
43.	170006031 — 169985247.
44.	6745041101203 7 — 6744941094763 8.
45.	7810031012 — 7809941763.
46.	790008417 — 690917777.
47.	154901 — 49302.
48.	100040 — 89724.
49.	1010101 — 919914.
50.	12020103010 — 11990004105.

III. Multiplication

in unbenannten Zahlen.

Num.	
1.	12314 x 2.
2.	23545 x 2.
3.	453525 x 2.
4.	5263725 x 2.
5.	12304 x 3.
6.	241526 x 3.
7.	4271618 x 3.
8.	56829 x 3.
9.	476589 x 3.
10.	121423 x 4.
11.	156819 x 4.
12.	451867 x 4.
13.	809765 x 4.
14.	125346 x 5.
15.	456189 x 5.
16.	578096 x 5.
17.	78909679 x 5.
18.	1234876 x 6.
19.	8762109 x 6.
20.	4789876 x 6.
21.	4056759 x 6.
22.	43210987 x 7.
23.	5709876 x 7.
24.	17098432 x 7.

Num.	
25.	16876987 x 7.
26.	43521098 x 8.
27.	786095 x 8.
28.	4721089 x 8.
29.	7569854 x 8.
30.	45670899 x 9.
31.	1232089 x 9.
32.	70908091 x 9.
33.	57987864 x 9.
34.	7654321 x 10.
35.	5683212 x 11.
36.	769345 x 12.
37.	685697 x 14.
38.	4578923 x 15.
39.	2789456 x 17.
40.	1234568 x 18.
41.	9963895 x 19.
42.	654122897 x 25.
43.	425360426 x 36.
44.	612433421 x 45.
45.	642305321 x 56.
46.	235432234 x 63.
47.	536243380 x 24.
48.	63248 x 26.
49.	873654980 x 32.
50.	2313441 x 39.
51.	4879681 x 47.
52.	656356768 x 58.
53.	987654321 x 23.

Num.	
54.	876543219 x 34.
55.	765432198 x 45.
56.	654321987 x 56.
57.	543219876 x 67.
58.	432198765 x 78.
59.	321987654 x 89.
60.	219876543 x 98.
61.	57909864 x 105.
62.	14879368 x 105.
63.	81640049911 x 109.
64.	60918142 x 115.
65.	509267 x 119.
66.	470968 x 137.
67.	629087 x 178.
68.	291819 x 199.
69.	4708306 x 209.
70.	47089 x 295.
71.	498267 x 305.
72.	345678912 x 456.
73.	456789123 x 567.
74.	24365 x 432.
75.	35476 x 543.
76.	68729 x 876.
77.	10365 x 980.
78.	43897600 x 760.
79.	658503000 x 870.
80.	7986347 x 623.
81.	5346823 x 853.
82.	36473894 x 732.

Num.	
83.	4635736 x 942.
84.	899876932 x 943.
85.	698945243 x 565.
86.	54721004 x 654.
87.	369708 x 709.
88.	987654321 x 999.
89.	478096 x 1105.
90.	236510 x 1024.
91.	708091 x 1009.
92.	568004 x 7008.
93.	1235703 x 10406.
94.	720347 x 20018.
95.	57090901 x 1010041.
96.	89674 x 68974.
97.	118171 x 47085.
98.	240608 x 50505.
99.	490715 x 78946.
100.	975319 x 864208.
101.	250369 x 147013.
102.	353535 x 797979.
103.	4700895 x 400609.
104.	12406854 x 1203009.
105.	4599978 x 547779.
106.	9078547 x 632470.
107.	56080050 x 4030900.
108.	29870654 x 36700150.
109.	36897741 x 4571900.
110.	57603847 x 121190100.
111.	69047600 x 9080110.

Num.	
112.	75480900 x 7608500.
113.	4762500 x 4688000.
114.	1250625 x 256128.
115.	869473 x 1998.
116.	4368975 x 4995.
117.	786954 x 9990.
118.	1538976 x 69993.
119.	137968 x 89991.
120.	478534 x 99989.



Division

in unbenannten Zahlen.

Num.	
1.	24628 : 2.
2.	47090 : 2.
3.	907050 : 2.
4.	10527450 : 2.
5.	36912 : 3.
6.	724578 : 3.
7.	12814854 : 3.
8.	170487 : 3.
9.	1429767 : 3.
10.	485692 : 4.
11.	627276 : 4.

Num.	
12.	1807468 : 4.
13.	32390616 : 4.
14.	626730 : 5.
15.	2280945 : 5.
16.	2890480 : 5.
17.	394548395 : 5.
18.	7409256 : 6.
19.	52572654 : 6.
20.	28739256 : 6.
21.	24340554 : 6.
22.	302476909 : 7.
23.	39968992 : 7.
24.	119661024 : 7.
25.	118138909 : 7.
26.	348168784 : 8.
27.	6288760 : 8.
28.	37768712 : 8.
29.	60558832 : 8.
30.	411038091 : 9.
31.	11088801 : 9.
32.	638172819 : 9.
33.	521890776 : 9.
34.	80211111103 : 9.
35.	137691897 : 11.
36.	20736 : 12.
37.	24336 : 12.
38.	28224 : 12.
39.	36864 : 12.
40.	147456 : 12.
41.	371293 : 13.
42.	11881376 : 13.
43.	90224199 : 13.
44.	380204032 : 13.
45.	7529536 : 14.

Num.	
46.	17210368 : 14.
47.	130691232 : 14.
48.	4182119424 : 14.
49.	759375 : 15.
50.	170859375 : 15.
51.	184528125 : 15.
52.	16777216 : 16.
53.	268435456 : 16.
54.	68719476736 : 16.
55.	1073741824 : 16.
56.	24137569 : 17.
57.	410338673 : 17.
58.	6975757441 : 17.
59.	1889568 : 18.
60.	34012224 : 18.
61.	11019960576 : 18.
62.	2176782336 : 18.
63.	47045881 : 19.
64.	16983563041 : 19.
65.	3192778096640 : 20.
66.	85766121 : 21.
67.	113379904 : 22.
68.	3404825447 : 23.
69.	4586471424 : 24.
70.	110075314176 : 24.
71.	2641807540224 : 24.
72.	9765625 : 25.
73.	6103515625 : 25.
74.	8031810176 : 26.
75.	10460353203 : 27.
76.	13492928512 : 28.
77.	594823321 : 29.
78.	196837200 : 30.
79.	10995116277776 : 32.

Num.	
80.	94931877133 : 37.
81.	5352009260481 : 39.
82.	194754273881 : 41.
83.	587068342272 : 48.
84.	34296447249 : 57.
85.	2488651484819 : 59.
86.	3142742836021 : 61.
87.	6722988818432 : 68.
88.	139314069504 : 72.
89.	16048523266853 : 77.
90.	282429536481 : 81.
91.	32694037336 9 : 83.
92.	51676101935731 : 91.
93.	735091890625 : 95.
94.	44231334895529 : 89.
95.	5578466012 3648 : 92.
96.	885842380864 : 98.
97.	941480149401 : 99.
98.	63600406062696 96 : 66.
99.	75084686279296875 : 75.
100.	29509034655744 : 84.
101.	7514474781 0816 : 96.
102.	760231058654565217 : 97.
103.	50953540 : 110.
104.	68217482400 : 120.
105.	13374442000 : 190.
106.	903920796800 0 : 980.
107.	51406667809 : 101.
108.	12338296982682 : 103.
109.	8898765440299 : 109.
110.	6538422709101 : 111.
111.	7005586330 : 115.
112.	573894064008 : 108.

Num.	
113.	60602773 : 119.
114.	3108127 : 121.
115.	64522616 : 137.
116.	111997486 : 178.
117.	58071981 : 199.
118.	984035954 : 209.
119.	13891255 : 295.
120.	151971435 : 305.
121.	80925922395 : 345.
122.	157629583872 : 456.
123.	258999432741 : 567.
124.	10525680 : 432.
125.	19263468 : 543.
126.	4975494181 : 623.
127.	95925925053 : 777.
128.	26698890408 : 732.
129.	4560840019 : 853.
130.	60206604 : 876.
131.	4366863312 : 942.
132.	6445252 : 1369.
133.	28693299 : 4791.
134.	71327844o : 9018.
135.	846771965 : 8749.
136.	243441461 : 8463.
137.	1345771628 : 70804.
138.	33062475 : 80147.
139.	149159724 : 49098.
140.	435768594 : 54079.
141.	391594546 : 76708.
142.	7088656642 : 100909.
143.	528296080 : 239048.
144.	241186240 : 118255.
145.	12858725418 : 411901.
146.	14419906246 : 720347.

Num.	
147.	4819604235 : 118171.
148.	282475249 : 117649.
149.	380204032 : 140608.
150.	418195493 : 148877.
151.	2706784157 : 456533.
152.	2887174368 : 474552.
153.	3939040643 : 571787.
154.	5584059449 : 704969.
155.	9659883693 : 804357.
156.	17249876309 : 707281.

Namenverkleinerung.

Num.	
1.	51 Rub. 6 Kop.
2.	120 5
3.	85 Thl. Alb. 38 gr.
4.	703 72
5.	801 69 Ferding.
6.	359 75
7.	25 Rthlr. 18 ggr. 9 Pfg.
8.	113 21 8
9.	120 Marklbsch. 12 ßl. 3 Pfg.
10.	78 14 8

Num.	
11.	39 fl. holl. 18 Stüv. 14 Pfg.
12.	115 9 8
13.	61 fl. rheinl 40 Kreuzer.
14.	133 15 –
15.	315 Last 17 Scheffel 8 Kmt.
16.	79 14 9
17.	35 ℔ 8 Loth.
18.	7 ℔ 16 Loth 2 Quent.
19.	3 L℔ 15 ℔ 18 Loth.
20.	2 S℔. 13 L℔. 12 ℔ 26 Loth.
21.	2 14 19 22 1 Qt.
22.	4 Orhoft 2 Anker 17 Stoof.
23.	15 5 19
24.	31 5 8
25.	5 Ton. 2 Loof 1 Kmt. 7 Stoof.
26.	8 Last 1 Ton. 1 Lf. 2 Kmt. 11 Stf.
27.	9 1 1 2 11
28.	1 Last Roggen (in Riga) 40 Lf. 3 K. 8 Stf.
29.	3 Last Weitzen 46 Lf. 4 Kmt. 6
30.	6 Last Malz 51 Loof 1 Kmt. 7
31.	13 Pud 38 ℔ 18 Loth.
32.	15 Pud 27 ℔ 61 Sol.
33.	10 Unzen 6 dr. 2 scr. 14 Gran.
34.	3 Tschwt. 3 Twk. 7 Grz.
35.	5 7 8
36.	5 Tage 6 Stunden 37′ 48″
37.	1 Ballen 6 Ries 8 Buch 17 Bogen (Druckpapier.)

Num.	
38.	2 Ballen 6 Ries 17 Buch 20 Bogen (Schreibpapier.)
39.	6 Weddra 6 Kruska 8 Tscharki.
40.	19 3 10

VI. Namenvergrößerung.

Num.	
41.	730010 Kop. ? Rub.
42.	81307 Kop. ? Rub.
43.	7778 gr. ? Thl. Alb.
44.	64242 gr. ? Thl. Alb.
45.	64949 Ferding ? Thl. Alb.
46.	30175 ?
47.	7713 Pfg. ? Rthl.
48.	35686 ?
49.	25113 Pfg. ? Marklübsch.
50.	17983 ?
51.	13096 Pfg. ? fl. holl.
52.	40148 ?
53.	3825 Kreuz. ? fl. rheinl.
54.	8670 ?
55.	76053 d. ? L.ster.
56.	43149 ?

Num.	
57.	1160 Loth ? ℔.
58.	1090 Quent. ? ℔.
59.	2674 Loth ? Pfd.
60.	34464 ? Stb.
61.	153561 Quent. ? Stb.
62.	977 Stoof ? Orhoft.
63.	2899 ?
64.	5798 ?
65.	667 Stf. ? Ton.
66.	21030 Stf. ? Laſt.
67.	24577 ?
68.	5216 Stoof ? Laſt Roggen in Riga.
69.	10842 Stf. ? Laſt Weitzen in Riga.
70.	22757 Stf. ? Laſt Malz in Riga.
71.	17940 Loth ? Pud.
72.	60319 Solotnik ? Pud.
73.	1899 Gran ? Unzen.
74.	1182 Garnitz ? Tſchwt.
75.	1919 ?
76.	1000000 Secunden ? Tage.
77.	11868 Bogen Druckpapier ? Ballen.
78.	18164 Bogen Schreibpapier ? Rieß.
79.	744 Tſcharki ? Weddra.
80.	1759 ?

VII. Addition

in benannten Zahlen.

Num.	
1.	1 Rub. 45 Kop. + 86 Kop. + 2 Rub. 35 Kop. + 1 Rub. 67 Kop.
2.	2 Rub. 95 Kop. + 3 Rub. 43 Kop. 6 Rub. 77 Kop. + 11 Rub. 69 Kop.
3.	5 Rub. 28 Kop. + 6 Rub. 90 Kop. + 7 Rub. 81 Kop. + 9 Rub. 34 Kop.
4.	23 Rub. 68 Kop. + 49 Rub. 57 Kop. + 61 Rub. 60 Kop. + 123 Rub. 49 Kop.
5.	25 Kop. + 1 Rub. 20 Kop. + 2 Rub. 95 Kop. + 5 Kop. + 4 Rub. 80 Kop. + 67 Kop. + 93 Kop. + 15 Rub. 8 Kop.
6.	18 Loth + 25 Loth + 30 Loth + 19 Loth + 14 Loth + 10 Loth + 8 Loth.
7.	17 Loth 2 Quent. + 19 Loth 3 Quent. + 25 Loth 2 Quent. + 29 Loth 2 Quent. 17 Loth 3 Qt. 14 Loth 1 Qt.
8.	8 ℔ 17 Loth 3 Qt. + 19 ℔ 21 Loth 2 Qt. + 16 ℔ 2 Qt. + 7 ℔ 24 Loth 1 Qt.

Num.

9. 15 ℔ 29 Loth 1 Qt. + 27 ℔ 31 Loth 3 Qt. + 18 ℔ 19 Loth 1 Qt. + 11 ℔ 24 Loth 2 Qt.

10. 21 L℔ 13 ℔ 16 Loth 2 Qt. + 23 L℔ 19 ℔ 24 Loth 1 Qt. + 18 L℔ 14 ℔ 21 Loth 1 Qt. + 19 L℔ 18 ℔ 31 Loth 2 Qt. + 16 L℔ 17 ℔ 19 Loth 3 Qt.

11. 15 L℔ 18 ℔ 18 Loth 2 Quent. + 14 L℔ 11 ℔ 8 Loth 1 Qt. + 19 L℔ 7 ℔ 24 Loth 2 Qt. + 11 L℔ 9 ℔ 30 Loth 2 Qt. + 10 L℔ 5 ℔ 14 Loth 2 Qt.

12. 15 S℔ 18 L℔ 19 ℔ 17 Loth 3 Qt. + 18 S℔ 14 L℔ 16 ℔ 25 Loth 1 Qt. + 19 S℔ 17 ℔ 31 Loth 1 Qt. + 14 S℔ 18 L℔ 21 Loth 1 Qt. + 17 S℔ 17 L℔ 9 ℔ 19 Loth 3 Qt.

13. 28 S℔ 17 L℔ 18 Loth + 31 S℔ 13 ℔ 25 Loth + 47 S℔ 14 L℔ 18 ℔ 27 Loth + 91 S℔ 13 L℔ 15 ℔ 29 Loth + 125 S℔ 11 L℔ 19 ℔ 30 Loth.

14. 3 ℔ 6 Loth + 7 ℔ 5 Loth 1 Qt. + 9 ℔ 16 Loth 3 Qt. + 24 Loth 2 Qt. + 1 ℔ 3 Qt. + 9 ℔ 14 Loth 1 Qt. + 12 ℔ 3 Loth 1 Qt.

15. 5 L℔ 16 ℔ + 3 L℔ 9 ℔ 17 Loth + 18 L℔ 19 ℔ 8 Loth + 7 L℔

Num.

13 ℔ 25 Loth ✝ 1 L℔ 16 Loth ✝ 19 ℔ 18 Loth ✝ 3 L℔ 2 ℔.

16. 1 Kmt. 5 Stf. ✝ 2 Kmt. 4 Stf. ✝ 1 Kmt. 9 Stf. ✝ 1 Kmt. 11 Stf. (Revalsch.)

17. 1 Loof 1 Kmt. 9 Stf. ✝ 1 Lf. 1 Kmt. 8 Stf. ✝ 2 Loof 1 Kmt. 10 Stoof ✝ 1 Loof 2 Kmt. 7 Stf.

18. 5 Ton. 2 Loof 2 Kmt. 6 Stf. ✝ 4 Ton. 1 Loof 2 Kmt. 7 Stf. ✝ 5 Ton. 1 Loof 2 Kmt. 9 Stf. ✝ 9 Ton. 2 Loof 1 Kmt. 8 Stf.

19. 12 Laſt 18 Ton. 2 Loof ✝ 16 Laſt 20 Ton. 1 Loof ✝ 17 Laſt 23 Ton. 1 Lf. ✝ 19 Laſt 15 Ton. 2 Lf.

20. 14 Laſt 19 Ton. 2 Loof 1 Kmt. ✝ 17 Laſt 21 Ton. 1 Loof 2 Kmt. ✝ 14 Laſt 23 Ton. 1 Loof 2 Kmt. ✝ 16 Laſt 20 Ton. 1 Loof 1 Kmt.

21. 16 Laſt 14 Ton. 2 Loof 2 Kmt. 9 Stoof ✝ 18 Laſt 17 Ton. 1 Loof 1 Kmt. 3 Stf. ✝ 13 Laſt 23 Ton. 1 Loof 2 Kmt. 2 Stf. ✝ 16 Laſt 15 Ton. 2 Lf. 2 Kmt. 10 Stf.

22. 1 Loof 1 Kmt. 8 Stf. ✝ 2 Loof 10 Stf. ✝ 1 Kmt. 6 Stf. ✝ 2 Loof 2 Kmt. 8 Stf. ✝ 2 Loof 1 Kmt. 8 Stf.

23. 4 Ton. 2 Loof 10 Stf. ✝ 3 Ton. 1 Loof

Num.

2Kmt. + 3T. 2K. 8 Stf. + 15 T. 2Lf. 2 Kmt. 10 Stf. + 6 Ton. 1 Loof 1 K. 9 Stf.

24. 1 Laſt 15 Ton. 2 Stf. + 1 Laſt 20 Ton. 1 Loof + 1 Laſt 19 Ton. 2 Kmt. + 2 Laſt 17 Ton. 2 Loof 1 Kmt. 9 Stf. + 3 Laſt 16 Ton. 1 Loof 1 Kmt. 10 Stoof.

25. 5 Anker 16 Stoof + 1 Anker 57 Stf. 4 Ank. 19 Stf. + 3 Ank. 27 Stf.

26. 2 Orhoft 4 Ank. 24 Stf. + 3 Orh. 3 Ank. 11 Stf. + 2 Orhoft. 5 Anker 21 Stf. + 8 Orhoft 2 Ank. 29 Stf.

27. 5 Orh. 3 Ank. 12 Stf. + 4 Orh. 2 Ank. 21 Stf. + 6 Orh. 5 Ank. 22 Stf. + 9 Orh. 4 Ank. 27 Stf.

28. 1 Orh. 4 Ank. 10 Stf. + 5 Anker 20 Stf. + 2 Orh. 24 Stf. + 3 Orh. 4 Ank. 17 Stf. + 1 Ank. 29 Stf. + 1 Orh. 5 Ank. 28 Stf.

29. 18 Pud 32 ℔ + 11 Pud 35 Stf. + 13 Pud 19 ℔ + 7 Pud 38 ℔.

30. 16 Pud 29 ℔ 81 Solotnik + 14 Pud 18 ℔ 72 Sol. + 18 Pud 34 ℔ 48 Sol. + 13 Pud 39 ℔ 92 Sol.

31. 25 Pud 38 ℔ 71 Sol. + 41 Pud 32 ℔ 85 Sol. + 19 Pud 19 ℔ 37 S. + 16 Pud 27 ℔ 69 Sol.

Num.

32. 15 Tschwt. 3 Tschetwerik 7 Grz. + 14 Twt. 4 Twk. 5 Grz. + 14 Twt. 6 Twk. 4 Grz. + 7 Twt. 7 Twk. 3 Garnitz.

33. 14 Twt. 4 Twk. 5 Grz. + 16 Twt. 7 Twk. 7 Grz. + 14 Twt. 7 Twk. 4 Grz. + 19 Twt. 7 Twk. 6 Grz.

34. 18 Twt. 3 Twk. 4 Grz. + 9 Twt. 5 Twk. 6 Grz. + 12 Twt. 7 Twk. 7 Grz. + 8 Twt. 6 Twk. 7 Grz.

35. 8 Faß 16 Weddr. 7 Kruschka + 7 Faß 31 Weddr. 4 Kr. + 5 Faß 35 Wdr. 6 Kr. + 9 Faß 18 Weddr. 5 Kr. + 13 Faß 19 Weddr. 3 Kr. + 7 Faß 29 Weddr. 2 Kr. + 19 Faß 27 W. 7 Kr.

36. 4 Faß 18 Weddr. 4 Kr. + 7 Faß 25 Weddr. 3 Kr. + 8 Faß 21 Weddr. 2 Kr. + 4 Faß 30 Weddr. 5 Kr. + 9 Faß 17 Weddr. 1 Kr. + 18 Faß 26 Weddr. 7 Kr. + 15 Faß 19 Weddr. 6 Kr.

37. 40 Thl. Alb. 40 Ferding + 27 Thl. A. 28 Ferd. + 76 Thl. 72 Ferd. + 49 Thl. 68 Ferd. + 25 Thl. 79 Ferd. + 37 Thl. 35 Ferd.

38. 69 Thl. Alb. 70 Ferd. + 76 Thl. 50 Ferd. + 53 Thl. 59 Ferd. + 58 Thl.

Num.	
	48 Ferd. + 47 Thl. 51 Ferd. + 67 T. 78 Ferd.
39.	25 Thl. Alb. 18 gr. + 19 Thl. 72 gr. + 33 Thl. 80 gr. + 17 Thl. 81 gr. + 29 Thl. 63 gr.
40.	73 Thl. Alb. 45 gr. + 82 Thl. 54 gr. + 92 Thl. 81 gr. + 109 Thl. 63 gr. + 65 Thl. 72 gr.
41.	756 Thl. Alb. 67 gr. + 489 Thl. 45 gr. + 578 Thl. 78 gr. 667 Thl. 56 gr.
42.	36 Last Roggen 40 Loof 2 Kmt. + 45 Last 28 Loof 3 Kmt. + 56 Last 38 Loof 4 Kmt. + 67 Last 25 Loof 5 K. + 78 Last 33 Loof 4 Kmt.
43.	23 Last Weitzen 32 Loof 1 Kmt. + 34 Last 33 Loof 2 Kmt. + 45 Last 36 Loof 3 Kmt. + 56 Last 37 Loof + 80 Last 41 Loof 5 Kmt. + 91 Last 42 Loof 3 Kmt.
44.	61 Last Malz 15 Loof 3 Kmt. + 16 Last 20 Loof 4 Kmt. + 29 Last 22 Loof 5 Kmt. + 32 Last 24 Loof 1 Kmt. + 52 Last 36 Last 4 Kmt. + 87 Last 42 Loof 1 Kmt.
45.	1 ggr. 8 pfg. + 9 pfg. + 2 ggr. 6 pfg. + 1 ggr. 7 pfg.
46.	5 ggr. 6 pfg. + 7 ggr. 4 pfg. + 8 ggr. 3 pfg. + 6 ggr. 9 pfg. + 4 ggr. 9 pfg.

Num.

47. 5 Rthl. 6 ggr. + 8 Rthl. 18 ggr. + 9 Rthl. 20 ggr. + 4 Rthl. 22 ggr. + 1 Rthl. 20 ggr.

48. 15 Rthl. 21 ggr. 6 pfg. + 14 Rthl. 20 ggr. 8 pfg. + 19 Rthl. 18 ggr. 6 pf. + 17 Rthl. 16 ggr. 11 pfg.

49. 81 Rthl. 14 ggr. 7 pfg. + 12 Rthl. 16 ggr. 4 pfg. + 43 Rthl. 19 ggr. 8 pf. + 16 Rthl. 15 ggr. 9 pfg.

50. 1258 Rthl. 16 ggr. 6 pfg. + 7839 Rt. 21 ggr. 7 pfg. + 4376 Rthl. 17 ggr. 8 pfg. + 3754 Rthl. 18 ggr. 9 pfg. + 4060 Rthl. 13 ggr. 4 pfg. + 1799 Rthl. 19 ggr. 8 pfg. + 4810 Rthl. 23 ggr. 11 pfg.

51. 47 fl. rheinl. 18 Kreuzer + 19 fl. 27 Krz. + 15 fl. 38 Krz. + 12 fl. 45 Krz. + 25 fl. 58 Krz.

52. 1 fl. holl. 15 stüv. 8 pfg. + 19 stüv. 15 pfg. + 11 stüv. 13 pfg. + 13 stüv. 7 pfg. + 9 stüv. 11 pfg.

53. 2178 fl. holl. 16 stüv. 12 pfg. + 1789 fl. 18 stüv. 11 pfg. + 2397 fl. 19 stüv. 13 pfg. + 5681 fl. 17 stüv. 15 pfg. + 4176 fl. 10 stüv. 10 pfg.

54. 4 fl. holl. 12 stüv. 6 pfg. + 8 fl. 18 stüv. 14 pfg. + 2 fl. 9 pfg. + 18 stüv. 10 pfg. + 7 fl. 19 stüv. + 8 fl 15 stüv. 15 pfg.

Num.	
55.	217 Marklbsch. 8 ßl. 6 pfg. + 9 Mk. 13 ßl. 10 pfg. + 27 Mk. 9 ßl. + 15 ßl. 5 pfg. + 139 Mk. 12 ßl. 11 pfg.
56.	41 Marklbsch. 5 ßl. 8 pfg. + 19 Mk. 14 ßl. 9 pfg. + 217 Mk. 15 ßl. + 9 Mk. 11 pfg. + 1473 Mk. 13 ßl. 10 pfg.
57.	235 Marklbsch. 8 ßl. 6 pfg. + 189 Mk. 9 ßl. 7 pfg. + 247 Mk. 8 ßl. 5 pfg. + 578 Mk. 11 ßl. 8 pfg. + 169 Mk. 13 ßl. 9 pfg. + 476 Mk. 14 ßl. 6 pfg.
58.	18 Lsterl. 19 sh. 8 d. + 7 L. 11 sh. 11 d. + 16 L. 10 sh. 7 d. + 19 L. 12 sh. 10 d. + 14 L. 13 sh. 8 d. + 17 L. 14 sh. 9 d. + 81 L. 15 sh. 6 d.
59.	48 Lsterl. 17 sh. 4 d. + 34 L. 16 sh. 8 d. + 29 L. 10 sh. 7 d. + 56 L. 15 sh. 9 d. + 39 L. 12 sh. 11 d. + 61 L. 13 sh. 3 d. + 41 L. 8 sh. 2 d.
60.	3 Centner (a 110 ℔) 109 ℔ 31 Loth 3 Qt. + 35 Cent. 87 ℔ 24 Loth 3 Qt. + 36 Cent. 91 ℔ 16 Loth 2 Qt. + 7 Cent. 24 Loth + 39 Cent. 68 ℔ 1 Qt. + 17 Cent. 9 ℔ 3 Loth 3 Q. + 4 Cent. 28 ℔ 30 Loth 3 Qt.

VIII. Subtraction

in benannten Zahlen.

Num.	
1.	81 Kop. — 39 Kop.
2.	2 Rub. — 85
3.	2 — 97
4.	2 15 Kop. — 1 Rub. 18 Kop.
5.	1 ℔ — 14 Loth.
6.	2 — 8 3 Qt.
7.	1 16 Loth — 23 Loth 2 Qt.
8.	2 8 — 30 1
9.	12 — 8 ℔ 14 Loth 3 Qt.
10.	15 ℔ 7 Loth — 9 ℔ 13 Loth 2 Qt.
11.	18 6 1 Qt. — 8 ℔ 6 Loth 3
12.	1 L℔ — 15 ℔ 16 Loth.
13.	1 — 8 4 2 Qt.
14.	5 13 ℔ — 1 L℔ 19 ℔ 18 Loth.
15.	16 16 Loth — 11 L℔ 2 ℔ 24 Loth.
16.	1 S℔ — 5 L℔ 8 ℔
17.	3 — 1 S℔ 15 L℔ 12 ℔ 8 Loth.
18.	9 6 L℔ — 4 S℔ 8 L℔ 16 ℔ 12 Loth.
19.	4 S℔ 9 ℔ — 2 L℔ 14 ℔.
20.	3 Pud — 25 ℔.
21.	8 — 3 Pud 15 ℔.
22.	9 16 ℔ — 4 Pud 24 ℔ 48 Sol.

Num.

23. 22 Pud 18 ℔ — 13 Pud 37 ℔ 90 Solot.
24. 14 Pud 12 ℔ 30 Sol. — 9 Pud 28 ℔ 32 Sol.
25. 2 Kmt. — 9 Stoof.
26. 1 Loof 2 Kmt. — 2 Kmt. 8 Stf.
27. 2 1 — 2 5
28. 1 Ton. 2 Loof — 2 Loof 1 Kmt. 7 Stf.
29. 8 1 2 Kmt. — 3 Ton. 2 Kmt. 8 Stoof.
30. 15 Ton. 1 Kmt. — 7 Ton 1 Loof 1 Kmt. 10 Stoof.
31. 18 Ton. 9 Stf. — 13 Ton. 2 Lf. 2 Kmt. 4 Stoof.
32. 2 Laſt — 15 Ton. 6 Stf.
33. 3 — 19 1 Loof 2 Kmt. 9 Stoof.
34. 18 1 Loof — 2 Laſt 17 Ton. 1 Loof 2 Kmt.
35. 10 14 Ton. — 8 Laſt 21 Ton. 1 Lf.
36. 2 ggr. — 8 pfg.
37. 4 — 1 ggr. 4 pfg.
38. 16 6 pfg. — 11 ggr. 6 pfg.
39. 16 6 — 8 9
40. 1 Rthl. 4 ggr, — 20 8
41. 5 8 2 pfg. — 1 Rthl. 8 ggr. 10 pfg.
42. 16 Rthl. 9 ggr. 5 pfg. — 15 Rthl. 9 ggr. 6 pfg.

Num.

43. 125 Rthl 13 ggr. 6 pfg. — 87 Rthl. 15 ggr. 8 pfg.
44. 8 Rthl. 4 pfg. — 3 Rthl. 20 ggr. 6 pfg.
45. 238 Rthl. 7 ggr. 6 pfg. — 149 Rthl. 16 ggr. 8 pfg.
46. 476 Rthl. 3 ggr. — 319 Rthl. 18 ggr. 4 pfg.
47. 1276 Rthl. 4 ggr. 9 pfg. — 976 Rthl. 20 ggr. 10 pfg.
48. 4769 Rthl. — 1399 Rthl. 15 ggr. 6 pfg.
49. 2 fl. rheinl. — 1 fl. rh. 48 Kreuzer.
50. 8 48 Krz. — 5 fl. 36 Krz.
51. 9 12 — 4 56
52. 216 9 — 148 30
53. 1 fl. holl. — 6 stüv. 14 pfg.
54. 21 8 pfg. — 6 fl. 18 stüv. 12 pfg.
55. 74 2 stüv. 6 pfg. — 54 fl. 16 stüv. 10 pfg.
56. 1003 fl. holl. 1 stüv. 8 pfg. — 476 fl. 8 stüv. 9 pfg.
57. 5 Thl. Alb. — 1 Thl. A. 40 Ferd.
58. 8 20 Ferd. — 6 Thl. A. 65 Fd.
59. 19 25 — 14 75
60. 125 28 — 97 59
61. 4 Mtlbsch. — 1 Mtlbsch. 4 ßl. 6 pfg.
62. 15 5 ßl. — 7 8 7
63. 9 10 — 2 15 4
64. 127 4 pfg. — 97 2 9

Num.	
65.	4 Anker — 1 Ank. 8 Stf.
66.	2 16 Stf. — 1 Ank. 24 Stf.
67.	1 Orhoft — 2 Ank. 15 Stf.
68.	3 20 Stf. — 1 Orhoft 2 Anker 25 Stf.
69.	15 Orh. 1 Ank. 12 Stf. — 8 Orh. 4 Ank. 20 Stf.
70.	3 Twt. — 2 Twk. 5 Grz.
71.	4 4 Twk. — 1 Twt. 5 Twk. 4 Grz.
72.	16 3 4 Grz — 9 Twt. 7 Twk. 6 Grz.
73.	15 Thl. Alb. 18 gr. — 7 Thl. A. 72 gr.
74.	213 14 — 108 20
75.	2316 42 — 1967 35
76.	21813 56 — 20948 60
77.	20015 17 — 13705 56
78.	3 Laſt Roggen 15 Loof 2 Kmt. 3 Stf. — 1 Laſt 40 Loof 5 Kmt. 7 Stf.
79.	4 Laſt Weitzen 18 Lf. 6 Stf. — 1 Laſt 46 Lf. 8 Stf.
80.	5 Laſt Malz 3 Kmt. — 4 Laſt 30 Loof 3 Kmt. 4 Stf.

Multiplication

in benannten Zahlen.

Num.							
1.	5 Rub.	85	Kop.	X 2.			
2.	7	50		X 3.			
3.	18	25		X 4.			
4.	5 Thl.	Alb.	18	gr.	X 5.		
5.	6		30		X 6.		
6.	14		75		X 7.		
7.	5 ℔	14	Loth	X 8.			
8.	11	12		X 9.			
9.	7	16		X 10.			
10.	1	3	2 Qt.	X 6.			
11.	3	18	3	X 8.			
12.	2 Kmt.	8	Stf.	X 9.			
13.	1 Loof	2	Kmt.	6	Stf.	X 8.	
14.	1 Ton.	1	Kmt.	8	Stf.	X 7.	
15.	3 Rthl.	14	ggr.	6	pfg.	X 5.	
16.	8	21	9	X 8.			
17.	2 Ank.	15	Stf.	X 9.			
18.	4	20	X 7.				
19.	Monatlich	18	Rub.	75	Kop.	?	Jährlich
20.		25	80	?			
21.		38	50	?			

Num.		
22.	Monatlich 5 Thl. Alb. 20 gr. ?	Jährlich
23.	13 36 ?	
24.	28 45 ?	
25.	7 Rthlr. 16 ggr. ?	
26.	25 fl. rhl. 15 Kreuz. ?	
27.	8 fl. holl. 10 stv. 14 pf. ?	
28.	2 Anker 27 Stoof ?	
29.	1 Ton. 2 Lf. 1 Kmt 7 Stf. ?	
30.	3 ℔ 20 Loth ?	Jährlich
31.	1 Twt. 5 Twk. 6 Grz. ?	
32.	1 L℔ 15 ℔ 16 Loth ?	
33.	Wöchentlich 3 Rub. 60 Kop. ?	Jährlich
34.	1 87 ?	
35.	18 15 ?	
36.	13 29 ?	
37.	4 Thl. Alb. 30 gr. ?	
38.	7 45 ?	
39.	11 70 ?	
40.	2 Rthl. 18 ggr. ?	
41.	14 21 8 pf. ?	
42.	5 fl. holl. 13 stv. 10 pf. ?	
43.	8 19 11 ?	
44.	15 Mk. 8 ßl. 9 pf. ?	
45.	21 14 8 ?	
46.	1 ℔ 12 Loth ?	
47.	5 24 ?	
48.	13 16 2 Qt. ?	
49.	1 Loof 2 Kmt. ?	

Num.	
50.	Wöchentlich 2 Loof 1 Kmt. 6 Stf. ? Jährl.
51.	1 Lf. 3 Kmt 8 Stf. Rig. ? Roggen.)
52.	5 Kmt. 7 Stf. Rig. ? Jährl. Gerste.)
53.	2 Lf. 4 Kmt. 6 Stf. Rig. ? Jährl. Malz.)
54.	Täglich 15 Kop. ? Jährl. (zu 365 Tagen)
55.	25 ?
56.	1 Rub. 80 Kop. ? Jährlich.
57.	5 Ferd. ? Thl. Alb.
58.	20 gr. ?
59.	1 Quentchen ?
60.	1 Loth ?
61.	11 Loth 2 Qt. ?
62.	1 ℔ 6 Loth 3 Qt. ?
63.	2 ggr. 6 pfg. ?
64.	14 9 ?
65.	1 Kmt. 8 Stf. ?
66.	1 Loof 1 Kmt. 6 Stf. ?
67.	1 Rthl. 4 ggr. 9 pfg. ?
68.	2 Stf. ? Orhoft.
69.	18 Stf. ?
70.	2 Mk. 12 ßl. 8 pfg. ?
71.	1 fl. holl. 15 stv. 14 pf. ?
72.	3 sh. Sterl. 6 d. ?

X. Division

in benannten Zahlen.

Num.		
1.	13 Rub.	: 2.
2.	25	: 4.
3.	75	: 6.
4.	18 40 Kop.	: 5.
5.	118 64	: 8.
6.	375	: 12.
7.	25 ℔ 12 Loth	: 7.
8.	55 8	: 13.
9.	28 Ton. 1 Loof 1 Kmt.	: 24.
10.	1 Last 12 Ton. 2 Lf.	: 24.
11.	482 Rub. 11 Kop.	: 37.
12.	46 Orhoft 3 Ank. 23 Stf.	: 109.
13.	4 Last 15 Ton. 1 Lf. 1 Kmt. 5 Stf.	: 119.
14.	16 6 1 1 6	: 198.
15.	7958 Thl. Alb.	: 207.
16.	26035 18 gr.	: 256.
17.	1153 Pud 18 ℔	: 391.
18.	1189 11 71 Sol.	: 793.
19.	Jährlich 210 Rub. 60 Kop.	? Monatlich
20.	228 96	?
21.	308 40	?
22.	406 20	?
23.	1504 20	?

Num.	
24.	Jährlich 3696 Rub. 60 Kop. ? Monatl.
25.	186 Thl. Alb. ?
26.	438 36 Ferd. ?
27.	574 60 ?
28.	54 ℔ ? Monatl.
29.	13 Ltb 7 ℔ ?
30.	34 1 ?
31.	20 12 6 Loth ?
32.	7 Ton. 1 Loof ?
33.	10 1 2 Kmt. ?
34.	1 Laſt 18 Ton. 1 Loof ?
35.	71 Twt. -- Twk. 4 Grz. ?
36.	86 L. ſterl. 4 ſh. ?
37.	139 Rthlr. 6 ggr. ?
38.	215 fl. holl. 19 ſtv. 4 pf. ?
39.	Jährlich 429 Rub. ? Wöchentlich
40.	579 Rub. 80 Kop. ?
41.	989 56 ?
42.	1147 64 ?
43.	940 68 ?
44.	1559 48 ?
45.	133 Thl. Alb. 20 Frd. ?
46.	200 16 ?
47.	410 64 ?
48.	670 46 gr. ?
49.	162 ℔ 16 Loth ?
50.	513 16 ?
51.	13 Tonnen ?

Num.						
52.	Jährlich	21 Ton.	2 Loof	?	Wöchentlich	
53.		158 Mklbsch.	2 ßl.	8 pfg.	?	
54.		25 Rub.	55 Kop.	?	Täglich	
55.		54	75	?		
56.		102	20	?		
57.		273	75	?		
58.		438		?		
59.		857	75	?		
60.		9 Thl. Alb.	10 Ferd.	?		
61.		20	25 gr.	?		
62.		328	45	?		
63.		10 Orhoft	25 Stoof	?		
64.		22	1 Ank. 25	?		
65.		6 Ton.	2 Loof	10 Stf.	?	
66.		23	1	2 Kmt.	11 Stf.	?
67.		2 Last	19 T.	1 Lf.	2 Kmt.	4 Stf. ?
68.		19 ℔	30 Loth	2 Qt.	?	Täglich
69.		57	1		?	
70.		96	30	2	?	
71.		368 ℔	15 ℔	22 Loth	2 Qt.	?
72.		22 Twt.	6 Twk.	4 Grz.	?	
73.		39	7	3	?	
74.		68	3	4	?	
75.		10 Pud	10 ℔	60 Sol.	?	
76.		16 Weddr.	4 Kr.	8 Tsch.	?	
77.		7 Rthl.	13 ggr.	6 pfg.	?	
78.		50	16	8	?	

Num.	
79.	Jährlich 273 fl. rhl. 45 Kreuz. ? Täglich
80.	23 Rieß 13 Buch 18 Bogen Schreibpapier ? Täglich

XI. Verwandlung der Größen, niederer Benennung in einen Bruch der höheren; oder: Bildung der Brüche.

Num.		
1.	50 Kop.	
2.	25	
3.	75	
4.	60	
5.	1 Rub.	20 Kop.
6.	2	40
7.	1	10
8.	2	45
9.	3	80
10.	1	65
11.	1	90
12.	8	85
13.	3	15
14.	1	4
15.	1	24
16.	1	64

Num.					
17.	2	Rub.	16	Kop.	
18.	3		22		
19.	1		44		
20.	1		91		
21.	1	Thl.	Alb.	45	gr.
22.	2			72	
23.	1			36	
24.	1			50	
25.	2			18	
26.	3			15	
27.	2			60	
28.	1			30	
29.	1			40	
30.	2			81	
31.	1			40	Ferding.
32.	2			20	
33.	4			32	
34.	1			60	
35.	1	Rthl.	12	ggr.	
36.	2		18		
37.	3		16		
38.	1		8		
39.	4		20		
40.	5		14		
41.	1		4		
42.	1		9		
43.	3		21		
44.	1		2		
45.	2		3		

Num.		
46.	1	ggr. 6 pfg.
47.	2	8
48.	3	4
49.	2	3
50.	3	9
51.	1	fl. holl. 10 stüv.
52.	2	5
53.	3	16
54.	4	15
55.	3	4
56.	1	Mark 8 ßl.
57.	2	4
58.	1	12
59.	1	fl. rheinl. 15 Kreuzer.
60.	2	40
61.	1	24
62.	1	℔ 16 Loth.
63.	1	24
64.	2	12
65.	1	20
66.	4	4
67.	2	8
68.	1	28
69.	3	30
70.	1	14
71.	1	6
72.	1	Ltb 15 ℔.
73.	2	4
74.	1	12

Num.				
75.	1	Lb	5	℔.
76.	2		16	
77.	3		18	
78.	1	Pud	30	℔.
79.	2		10	
80.	3		8	
81.	1		5	
82.	2		24	
83.	1		25	
84.	3		15	
85.	1		16	
86.	1		4	
87.	2		35	
88.	1		32	
89.	1		28	
90.	1		36	
91.	1	Tschetwerik	4	Garniz.
92.	1		6	
93.	1	℔	48	Solotnik.
94.	2		36	
95.	1		72	
96.	2		84	
97.	1		24	
98.	1		32	
99.	2		42	
100.	1		16	

XII. Auflösung der Brüche.

Num.	
1.	$3\frac{2}{5}$ Rub.
2.	$2\frac{7}{10}$
3.	$1\frac{3}{10}$ Thl. Alb. (? gr.)
4.	$2\frac{7}{8}$ ℔.
5.	$1\frac{3}{8}$
6.	$2\frac{11}{16}$
7.	$1\frac{1}{4}$ ℔.
8.	$1\frac{4}{5}$
9.	$2\frac{3}{8}$ Pud.
10.	$1\frac{3}{10}$
11.	$3\frac{4}{5}$
12.	$1\frac{3}{8}$ Rthl.
13.	$2\frac{5}{6}$
14.	$1\frac{2}{3}$
15.	$1\frac{4}{5}$ Rub.
16.	$1\frac{7}{4}$
17.	$1\frac{9}{9}$ Thl. Alb. (? gr.)
18.	$2\frac{8}{5}$
19.	$\frac{7}{2}\frac{7}{5}$ Rub.
20.	$\frac{6}{2}\frac{3}{6}$
21.	$1\frac{7}{6}$ Rthl.
22.	$\frac{3}{3}\frac{8}{}$
23.	$1\frac{4}{9}$
24.	$\frac{8}{5}\frac{1}{}$ fl. holl.
25.	$\frac{4}{8}\frac{3}{}$
26.	$\frac{2}{9}\frac{2}{}$ Last.

Num.	
27.	$\frac{30}{176}$ Lth.
28.	$\frac{57}{176}$ Last.
29.	$\frac{8}{3}$ Orhoft.
30.	$\frac{17}{12}$ Mklbsch.

XIII. Addition

mit gebrochenen Zahlen.

(Die Benennung des ersten Bruches einer Aufgabe gilt für die folgenden Brüche derselben Aufgabe ebenfalls; es sind also Aufgaben in gleichbenannten Zahlen, und die Benennung ist nur deswegen angegeben, damit man sich auch übe, selbige in die niedere Benennung aufzulösen, wo dergleichen statt haben kann.)

Num.	
1.	$\frac{1}{2}$ Rub. + $\frac{2}{5}$.
2.	$\frac{1}{4}$ + $\frac{3}{5}$ + $\frac{7}{10}$.
3.	$\frac{1}{3}$ Thl. Alb. + $\frac{1}{4}$ + $\frac{4}{5}$.
4.	$\frac{3}{4}$ Rub. + $\frac{1}{2}\frac{7}{5}$ + $\frac{3}{5}$ + $\frac{1}{2}\frac{3}{6}$.
5.	$\frac{1}{2}$ + $\frac{3}{4}$ + $\frac{4}{5}$ + $\frac{7}{8}$ + $1\frac{3}{10}$.
6.	$\frac{3}{4}$ Lth + $\frac{5}{8}$ + $\frac{11}{16}$.
7.	$\frac{1}{4}$ Lth + $\frac{2}{5}$ + $\frac{3}{8}$ + $\frac{3}{4}$.
8.	$6\frac{2}{3}$ Rthl. + $2\frac{1}{2}$ + $15\frac{7}{8}$.
9.	$3\frac{1}{2}$ ggr. + $4\frac{1}{4}$ + $2\frac{3}{4}$ + $3\frac{5}{6}$.
10.	$1\frac{1}{4}$ Elle + $2\frac{1}{3}$ + $1\frac{7}{8}$ + $1\frac{5}{6}$.
11.	$10\frac{3}{4}$ Lth + $11\frac{1}{8}$ + $12\frac{3}{8}$ + $9\frac{7}{8}$.

Num.

12. $1\frac{1}{3}$ Last + $3\frac{1}{4}$ + $2\frac{5}{6}$ + $4\frac{1}{8}$ (Rev.)
13. $2\frac{3}{8}$ Last + $1\frac{3}{4}$ + $5\frac{7}{12}$ + $3\frac{1}{6}$. (dito)
14. $1\frac{1}{9}$ Last + $5\frac{3}{5}$ + $2\frac{1}{3}$ + $1\frac{3}{5}$. (Roggen in Riga.)
15. $2\frac{3}{8}$ + $4\frac{1}{12}$ + $5\frac{1}{6}$ + $1\frac{7}{16}$ + $2\frac{1}{3}$ (Weitzen in Riga.)
16. $3\frac{1}{5}$ Last + $2\frac{1}{4}$ + $3\frac{7}{10}$ + $8\frac{1}{15}$ (Malz in Riga.)
17. $2\frac{1}{20}$ Last + $3\frac{1}{6}$ + $2\frac{5}{12}$ + $7\frac{1}{5}$, (dito)
18. $3\frac{7}{16}$ ℔ + $5\frac{1}{6}$ + $2\frac{2}{3}$ + $7\frac{1}{12}$ + $3\frac{5}{8}$ (Russisch Gewicht zu 96 Sol.)
19. $5\frac{1}{4}$ Pud + $3\frac{1}{8}$ + $2\frac{3}{4}$ + $1\frac{7}{10}$ + $2\frac{3}{5}$.
20. $3\frac{2}{5}$ Ank. + $2\frac{1}{6}$ + $3\frac{1}{3}$ + $4\frac{9}{10}$ + $2\frac{8}{15}$.

XIV. Subtraction

Num.

21. $1\frac{7}{10}$ Rub. — $\frac{3}{5}$ Rub.
22. $1\frac{3}{8}$ ℔ — $\frac{3}{4}$ ℔.
23. $2\frac{1}{4}$ L℔ — $1\frac{4}{5}$ L℔.
24. $3\frac{1}{3}$ Thl. Alb. — $2\frac{7}{9}$ Thl.
25. $3\frac{2}{3}$ Rthl. — $2\frac{3}{8}$ Rthl.
26. $3\frac{1}{8}$ Elle — $2\frac{3}{4}$ Ell.
27. $12\frac{3}{5}$ fl. — $7\frac{7}{8}$ fl. holl.
28. $11\frac{5}{12}$ fl. — $8\frac{1}{3}$ fl. rheinl.
29. $2\frac{1}{9}$ Last — $1\frac{3}{8}$ Last.
30. $3\frac{1}{4}$ Pud — $2\frac{7}{10}$ Pud.

XV. Multiplication.

Num.		
31.	12 Ellen zu	$\frac{1}{2}$ Rub.
32.	20	$\frac{1}{4}$
33.	6 ℔	$\frac{2}{5}$
34.	18	$\frac{4}{5}$
35.	15	$\frac{7}{10}$
36.	10	$2\frac{1}{2}$
37.	7 Ellen zu	$2\frac{1}{3}$ Thl. Alb.
38.	18	$3\frac{4}{5}$
39.	14	$2\frac{5}{6}$ Rthl.
40.	17	$3\frac{7}{9}$
41.	29 Loof zu	$2\frac{7}{20}$ Rub.
42.	$\frac{3}{4}$ Elle	$\frac{4}{5}$ Rub.
43.	$1\frac{3}{4}$	$4\frac{3}{5}$
44.	$3\frac{2}{5}$ Loof zu	$1\frac{3}{10}$ Thl. Alb.
45.	$8\frac{1}{8}$ ℔	$\frac{4}{15}$
46.	$5\frac{1}{6}$ Ank.	$13\frac{3}{5}$
47.	$6\frac{1}{4}$ ℔	$4\frac{2}{3}$ ggr.
48.	$2\frac{1}{4}$ Kmt.	$1\frac{4}{5}$ Rub.
49.	$3\frac{7}{8}$ Pud	$17\frac{8}{25}$
50.	$5\frac{1}{3}$ Elle zu	$3\frac{3}{4}$ fl. holl.
51.	$8\frac{3}{8}$ ℔	$5\frac{1}{3}$ ßl. Lbsch.
52.	$3\frac{1}{9}$ Ton.	$6\frac{2}{5}$ Rub.
53.	$2\frac{1}{8}$	$5\frac{7}{10}$
54.	$1\frac{1}{5}$ Twt.	$4\frac{3}{4}$
55.	$2\frac{1}{5}$ ℔	$3\frac{3}{5}$

Num.		
56.	$1\frac{1}{4}$ ℔ zu	$4\frac{1}{5}$ Rub.
57.	$3\frac{1}{8}$ ℔	$1\frac{1}{5}$ Rthl.
58.	$12\frac{1}{4}$ Elle	$3\frac{2}{3}$ fl. rheinl.
59.	$27\frac{3}{4}$	$7\frac{1}{3}$ sh. Sterl.
60.	$13\frac{1}{8}$	$2\frac{5}{6}$ Rthl.

XVI. Division.

Num.		
61.	$1\frac{3}{4}$ Rub.	: 5.
62.	$\frac{3}{4}$	: 3.
63.	$2\frac{1}{2}$	: 2.
64.	$3\frac{3}{4}$ Thl. Alb.	: 5.
65.	$7\frac{7}{8}$ Rthl.	: 4.
66.	5 Rub.	: $\frac{3}{4}$.
67.	11	: $\frac{4}{5}$.
68.	4	: $\frac{2}{3}$.
69.	46 Ellen	: $3\frac{1}{4}$ Elle.
70.	$34\frac{1}{2}$ Elle	: $5\frac{3}{4}$
71.	$29\frac{1}{4}$ ℔	: $2\frac{1}{4}$ ℔.
72.	$38\frac{2}{3}$ Thl. Alb.	: $3\frac{2}{6}$ Thl. A.
73.	$53\frac{1}{3}$	: $3\frac{1}{2}$
74.	$70\frac{1}{8}$ Rthl.	: $2\frac{3}{4}$ Rthl.
75.	$25\frac{1}{2}$ Rthl.	: $15\frac{3}{4}$ Elle.
76.	$124\frac{2}{3}$ Thl. Alb.	: $\frac{3}{4}$.
77.	$213\frac{3}{4}$ ℔	: $7\frac{1}{3}$ ℔.

Num.

78. $\frac{5}{8}$ Rthl. : $4\frac{4}{9}$.
79. $152\frac{1}{2}$ Rub. : $12\frac{1}{2}$ Pud.
80. $34\frac{1}{5}$: $9\frac{1}{2}$ ℔.
81. $78\frac{3}{10}$ Rub. : $13\frac{1}{2}$ Ton.
82. $38\frac{1}{2}$: $3\frac{2}{3}$ Ank.
83. $27\frac{3}{5}$: $17\frac{1}{4}$ Stf.
84. $36\frac{4}{15}$ Thl. Alb. : $2\frac{2}{15}$ Thl. A.
85. $359\frac{7}{16}$ Mark : $53\frac{1}{4}$ ℔.

XVII. Bildung der Brüche,

wenn zwei oder mehrere Unterabtheilungen der höheren Benennung vorhanden sind.

Num.

86. 2 Last 5 Ton. 1 Loof.
87. 7 Rthl. 4 ggr. 6 pfg.
88. 1 Mklbsch. 6 ßl. 8 pfg.
89. 2 fl. holl. 7 stüv. 8 pfg.
90. 3 Last 10 Ton. 1 Loof 1 Kmt. 6 Stoof.
91. 2 L. Sterl. 2 sh. 6 d.
92. 3 ℔ 12 ℔ 16 Loth.
93. 2 8 24
94. 3 Pud 16 ℔ 64 Sol.
95. 1 Unc. 3 dr. 2 scr. 4 Gran.
96. 5 Twt. 1 Twk. 4 Grz.

Num.			
97.	3 Last	31 Loof	3 Kmt. (Roggen)
98.	4 Last	52 Loof	3 Kmt. (Malz)
99.	1 Orhoft	2 Ank.	12 Stf.
100.	3	3	10

XVIII. Aufgaben zur Regel de Tri.

Num.							
1.	1 ℔	45 Kop.	=	8 ℔	?	Rub.	
2.	1	69	=	17 ℔	?		
3.	1	14	=	69	?		
4.	1	27	=	122	?		
5.	1	95	=	49	?		
6.	1	1 Rub.	25 Kop.	=	171 ℔	?	Rub.
7.	1 Elle	2	80	=	15	Ell.	?
8.	1	2	45	=	19		?
9.	1	3	68	=	23		?
10.	1	4	8	=	78		?
11.	1	6	95	=	18		?
12.	1	30 gr.	=	14	Ell.	?	Thl. Alb.
13.	1	40	=	18		?	
14.	1 ℔	27	=	13 ℔	?		
15.	1	54	=	27		?	

Num.

16. 1 Elle 1 Thl. A. 10 gr. = 31 Ell. ? Thl.
17. 1 1 50 = 46 ?
18. 1 ℔ 2 ggr. = 35 ℔ ? Rthl.
19. 1 Loth 8 pfg. = 17 Loth ? gr.
20. 1 9 = 19 ?
21. 1 ℔ 7 gr. 113 ℔ ? Rthl.
22. 1 21 29 ?
23. 1 Stf. 18 gr. 17 Stf. ? Rthl.
24. 1 Elle 45 Kreuzer. 38 Ell. ? fl. rheinl.
25. 1 58 29 ?
26. 1 ℔ 18 stüv. 28 ℔ ? fl. holl.
27. 1 19 79 ?
28. 1 65 Ferd. 91 ? Thl. Alb.
29. 1 Ell. 1 Rthl. 18 ggr. 25 Ell. ? Rthl.
30. 1 1 7 38 ?
31. 1 1 20 19 ?
32. 1 2 15 8 ?
33. 1 3 8 3 ?
34. 1 4 5 21 ?
35. 1 2 Thl. A. 20 Ferd. 18 Ell. ? T. A.
36. 1 1 45 11 ?
37. 1 2 54 16 ?
38. 1 1 fl. 40 Krz. 12 Ell. ? fl. rheinl.
39. 1 2 48 19 ?
40. 1 1 16 38 ?
41. 1 1 54 45 ?
42. 1 3 8 17 ?
43. 1 8 stüv. 8 pfg. 25 Ellen ? fl. holl.
44. 1 12 4 10 ?

Num.							
45.	1 Ell.	18 stüv.	6 pfg.	26 Ellen	? fl. holl.
46.	1	1 fl.	8 st.	10	14	?
47.	1	2	10	10	24	?
48.	1	2 Mklbsch.	8 ßl.	15 Ell.	? Mklbsch
49.	1	12 ßl.	8 pfg.	24	?
50.	1	11	9	48	?
51.	1 Kmt.	65 Kop.	1 Ton.	2 Lf.	2 Kmt.	? Rub.
52.	1	45	2	1	1	?
53.	1 Lf.	1 Rub.	78 Kop.	18 Ton.	2 Lf.	?
54.	1	2	10	2 Last	11 T.	1 Lf.	?
55.	1 Loth	2 ggr.	4 pfg.	8 ℔	? Rthl.
56.	1	1	8	4 ℔	16 Loth	? Rthl.
57.	1	2	6	7	24	?
58.	1	3	2	11 ℔	?
59.	1	1 stüv.	8 pfg.	2 ℔	? fl. holl.
60.	1	2	10	2	8 Loth	?
61.	1	15 Ferd.	8 ℔	13 Loth	? Thl. A.
62.	1	30	5	16	?
63.	1	8 pfg.	2 ℔	16 Loth	? Mklbsch
64.	1	1 ßl.	6 pfg.	3 ℔	20	?
65.	1 Stf.	24 Kop.	2 Ank.	12 Stf.	? Rub.
66.	1	32	1 Orhoft	? Rub.
67.	1	45	1	2 Ank.	20 Stf.	?
68.	1	1 Rub.	10 K.	1 Orh.	1 A.	12 Stf.	?
69.	1 Quent.	3 Kop.	18 Loth	? Rub.
70.	1	5	2 ℔	16 Loth	2 Qt.	?
71.	1 Garniz	15	7 Twk.	? Rub.
72.	1	25	3 Twt.	4 Twk.	6 Grz.	?

Num.									
73.	1 Loth	3 gr.	6 ℔	18 Loth	? Thl. Alb.
74.	1	5	8	24	?
75.	1 Stf.	6 gr.	2 Ank.	20 Stf.	?
76.	1 Kmt. (Rig.)	25 gr.	27 Lf.	4 Kmt.	?
77.	1	18	1 Last	Roggen	?
78.	1	30	1	Weitzen	?
79.	1	19	1	Malz	?
80.	1 Buch	30 gr.	1 Ballen	5 Rieß	?

XIX.

Num.									
81.	16 ℔	7 Rub.	20 Kop.	1 ℔	? Rub.
82.	34	23	46	1	?
83.	69	9	66	1	?
84.	122	32	94	1	?
85.	49	46	55	1	?
86.	171	213	75	1	?
87.	15 Ell.	42 Rub.	1 Elle	? Rub.
88.	19	46	55 Kop.	1 Elle	?
89.	23	84	64	1	?
90.	78	318	24	1	?
91.	18	125	10	1	?
92.	28	9 Thl. Alb.	30 gr.	1 Ell.	? Thl. A.
93.	19	8	40	1	?
94.	26 ℔	7	72	1 ℔	?
95.	27	16	18	1	?

Num.					
96.	62 Ell.	68 Thl. Alb.	80 gr.	1 Ell. ?	Thl. A.
97.	23	35	70	1 ?	
98.	35 ℔	2 Rthl.	22 ggr.	1 ℔ ?	ggr.
99.	17 Loth	11 ggr.	4 pfg.	1 Loth ?	pfg.
100.	29	21	9	1 ?	
101.	113 ℔	32 Rthl.	23 ggr.	1 ℔ ?	ggr.
102.	29 Loth	25	9	1 ?	
103.	17 Stf.	12	18	1 Stf. ?	
104.	38 Ell.	28 fl. rheinl.	30 Krz.	1 Elle ?	Krz.
105.	29	28	2	1 ?	
106.	23 ℔	20 fl. holl.	14 stv.	1 ℔ ?	stv.
107.	79	75	1	1 ?	
108.	97	78 Thl. A.	65 Frd.	1 ?	Frd.
109.	25 Ell.	43 Rthl.	18 ggr.	1 Ell ?	Rthl.
210.	38	49	2	1 ?	
111.	19	34	20	1 ?	
112.	8	21	1 Ell. ?		
113.	3	10	1 ?		
114.	21	89	5 ggr.	1 ?	
115.	18	40 Thl. A.	40 Frd.	1 ?	Thl. A.
116.	11	17	15	1 ?	
117.	16	42	64	1 ?	
118.	12	20 fl. rheinl.	1 ?	fl. rheinl.	
119.	19	53	12 Krz.	1 Ell. ?	
120.	38	48	8	1 ?	
121.	45	85	30	1 ?	
122.	17	53	16	1 ?	

Num.

123. 25 Ell. 10 fl. holl. 12 stv. 8 pf. 1 Ell? stv.
124. 10 6 2 8 1 ?
125. 29 26 12 14 1 ?
126. 14 20 12 pf. 1 Ell? fl. holl.
127. 24 60 15 stv. 1 Ell?
128. 15 37 Mk. 8 ßl. 1 Ell? Mk.
129. 34 27 1 6 pf. 1 Ell? ßl.
130. 48 35 4 1 Ell? ßl.
131. 1 Ton. 2 Lf. 2 Kt. 11 Rub. 25 Kop. 1 Kt.? R.
132. 2 1 1 9 90 1 ?
133. 18 2 99 Rub. 68 Kop. 1 Loof?
134. 2 Last 11 Ton. 1 Lf. 373 Rub. 80 K. 1 Lf.?
135. 8 ℔ 24 Rthl. 21 ggr. 4 pfg. 1 Loth? ggr.
136. 4 16 Loth 10 Rthl. 1 Loth?
137. 7 24 25 20 ggr. 1 Loth?
138. 11 18 48 19 8 pf. 1 ?
139. 2 4 fl. holl. 16 stüv. 1 Loth? stüv.
140. 2 8 Loth 9 fl. holl. 9 stüv. 1 Loth?
141. 8 13 50 Thl. A. 35 Frd. 1 Loth? Frd.
142. 5 16 66 1 Loth?
143. 2 16 3 Mklbsch. 5 ßl. 4 pf. 1 Loth? pf.
144. 3 20 10 14 1 Loth? ßl.
145. 2 Ank. 12 Stf. 17 Rub. 28 Kop. 1 Stf.? K.
146. 1 Orh. 57 Rub. 60 Kop. 1 Stf.? Kop.
147. 1 2 Ank. 20 Stf. 117 Rub. 1 Stf.?
148. 2 1 12 244 20 Kop. 1 Stf.? Kop.
149. 18 Loth 2 Rub. 16 Kop. 1 Qt.? Kop.
150. 2 ℔ 16 Loth 2 Qt. 16 Rub. 10 Kop. 1 Qt.?

Num.	
151.	7 Twk. 8 Rub. 40 Kop. 1 Grz. ? Kop.
152.	3 Twt. 4 Twk. 6 Grz. 57 Rub. 50 Kop. 1 Garniz ? Kop.
153.	25 Orhoft 3 Anker 10 Stf. 966 Rub. 1 Stf. ? Kop.
154.	42 Laſt 10 Ton. 2 Lf. 8098 Rub. 40 Kop. 1 Laſt ? Kop.
155.	22 Pud 18 ℔ 179 Rub. 70 Kop 1 ℔ ? K.
156.	26 24 1117 Rub. 20 K. 1 ?
157.	27 12 819 1 ℔ ? Kop.
158.	14 19 2316 1 ?

XX.

Num.				
159.	96 ℔	160 Rub.	246 ℔	? Rub.
160.	738	1230	45	?
161.	369	615	27	?
162.	1107	1845	39	?
163.	150	120	126	?
164.	80	64	97	?
165.	128	160	144	?
166.	675	1215	45	?
167.	405	225	243	?
168.	186 Ell.	248 Rub.	69 Ellen	?
169.	496	372	276	?
170.	504	288	168	?

Num.					
171.	192 Ell.	336 Rub.	864 Ell.	?	
172.	306	357	48	?	
173.	714	612	84	?	
174.	84 Ellen	28 Thl. Alb.	75	?	Thl. A.
175.	171	76	21	?	
176.	260	78	31	?	
177.	135	81	49	?	
178.	558	620	17	?	
179.	207	322	48	?	
180.	196	168 Rthl.	1071	?	Rthl.
181.	308	231	432	?	
182.	693	924	252	?	
183.	644	84	92	?	
184.	72	368	504	?	

185. 5 ℔ 6 Rub. 8 L℔ ? Rub.
186. 12 L℔ 288 Rub. 15 ℔ ?
187. 8 Loth 2 Rub. 7 ℔ ?
188. 20 5 18 ?
189. 13 ℔ 104 Rub. 17 Loth ?
190. 12 Stf. 16 Rub. 4 Ank. ? Rub.
191. 4 Loth 6 ggr. 15 ℔ ? Rthl.
192. 37 ℔ 74 Rthl. 19 Loth ?
193. 13 Ank. 120 Rub. 27 Stf. ? Rub.
194. 12 Loth 72 Kop. 18 ℔ ?
195. 2 Kmt. 60 Kop. 5 Ton. ?
196. 4 Stf. 25 Kop. 2 Loof ?
197. 8 85 2 Ton. ?
198. 4 Ton. 26 Rub. 3 Loof ?

Num.	
199.	10 Ton. 54 Rub. 2 Loof. ? Rub.
200.	15 ℔ 3 Rub. 2 S℔ ?
201.	2 Ellen 8 stüv. 15 Ell. ? fl. holl.
202.	3 40 Krz. 18 ?
203.	4 12 ßl. 38 ? Mklbsch.
204.	3 Loth 10 pfg. 6 ℔ ?

XXI.

Num.	
205.	16 Loth 1 Rthl. 8 ggr. 14 ℔ 24 Loth ? Rthlr.
206.	8 Stf. 2 Rub. 40 Kop. 2 Loof 1 Kmt. 5 Stoof. ? Rub.
207.	324 ℔ 40 Rthl. 12 ggr. 75 ℔ ? Rthl.
208.	399 49 21 85 ?
209.	348 116 35 ℔ 8 Loth ?
210.	213 ℔ 8 Loth 71 Rthl. 2 ggr. 349 ℔ 16 Loth ? Rthl.
211.	426 ℔ 12 Loth 142 Rthl. 3 ggr. 174 ℔ 24 Loth ?
212.	96 ℔ 20 Loth 32 Rthl. 5 ggr 241 ℔ 26 Loth ?
213.	246 ℔ 4 Loth 82 Rthl. 1 ggr. 77 ℔ 19 Loth ?
214.	511 ℔ 127 Rthl. 18 ggr. 87 ℔ 16 Loth ?

Num.

215. 175 ℔ 16 Loth 43 Rthl. 21 ggr. 78 ℔ 8 Loth ? Rthl.

216. 17 ℔ 16 Loth 21 Rthl. 21 ggr. 146 ℔ ? Rthl.

217. 139 ℔ 173 Rub. 75 K. 754 ℔ ? Rub.

218. 49 ℔ 14 Loth 79 Rub. 10 Kop. 763 ℔ 8 Loth ? Rub.

219. 18 ℔ 4 fl. holl. 10 stüv. 127 ℔ 16 Loth ? fl. holl.

220. 255 ℔ 63 fl. holl. 15 stüv. 1 ℔ 8 Loth ? stüver.

221. 2 ℔ 24 Loth 13 stüv 12 pfg. 87 ℔ ? fl.

222. 873 ℔ 16 Loth 174 Rub. 70 Kop. 73 ℔ 8 Loth ? Rub.

223. 176 ℔ 193 Rub. 60 Kop. 298 ℔ 16 Loth ? Rub.

224. 239 ℔ 298 fl. holl. 15 stüv. 28 ℔ 16 Loth ? fl. holl.

XXII.

Num.				
225.	32 ℔	$19\frac{1}{5}$ Rub.	205 ℔	? Rub.
226.	7	$5\frac{3}{5}$	171	?
227.	21	$16\frac{4}{5}$	86	?
228.	5	$12\frac{1}{2}$	85	?
229.	14	$16\frac{4}{5}$	78	?

Num.				
230.	171 ℔	136 4/5 Rub.	14 ℔	? Rub.
231.	186	102 3/10	13	?
232.	222	210 9/10	87	?
233.	618	432 3/5	35	?
234.	149	107 7/25	26	?
235.	180	64 4/5	117	?
236.	351	126 9/25	270	?
237.	141	98 7/10	59	?
238.	118	82 3/5	70 1/2	?
239.	219	197 1/10	84	?
240.	168	151 1/5	657	?
241.	56	31 9/25	65	?
242.	195	109 1/5	112	?
243.	95	20 9/10	78	?
244.	135	373 19/20	49	?
245.	69 Ell.	45 1/5	17 1/4 Ell.	?
246.	35	8 2/5	12 5/4	?
247.	25 1/2	15 3/10	70	?
248.	107 1/2	376 1/4	267	?
249.	16 1/2	108 9/25	57	?
250.	1198 2/5 Ell.	93 5/8 Rub.	2406 3/5 Ell.	?
251.	1 1/8 Ell.	7 1/2 Rub.	10 1/5 Ell.	?
252.	1/4 ℔	2 1/5	8 1/2 ℔	? Rub.
253.	3/4 ℔	1 1/20	7 1/2 ℔	?
254.	4/5 Anf.	16	1 1/3 Orh.	?
255.	1 1/2 Ell.	1/2 Thl. Alb.	11 1/2 Ell.	? Thl. A.
256.	2 3/4	1 2/9	17 1/4	?
257.	4 1/8 ℔	2 13/20	3/8 ℔	?

Num.

258. $2\frac{5}{6}$ ℔ $1\frac{7}{10}$ Thl. Alb. $12\frac{1}{2}$ ℔ ? Thl. Alb
259. $4\frac{1}{4}$ Ell. $3\frac{1}{1\,8}$ $19\frac{3}{4}$ Ell. ?
260. $2\frac{3}{4}$ $4\frac{5}{1\,8}$ $23\frac{1}{4}$?
261. $\frac{1}{8}$ ℔ $\frac{1}{4}$ Rthlr. $15\frac{1}{2}$ ℔ ? Rthl.
262. $\frac{3}{8}$ $19\frac{1}{2}$ ggr. $2\frac{5}{4}$?
263. $\frac{3}{4}$ $2\frac{5}{8}$ Rthl. $14\frac{1}{8}$?
264. $\frac{2}{3}$ Kmt. $2\frac{2}{3}$ Rub. $2\frac{1}{3}$ Lf. ? Rub.
265. $1\frac{1}{3}$ Kmt. $1\frac{1}{5}$ $4\frac{1}{2}$ Ton. ?
266. $1\frac{9}{10}$ Pud $11\frac{2}{5}$ $18\frac{1}{2}$ Pud ?
267. $1\frac{7}{20}$ $4\frac{1}{20}$ $30\frac{3}{4}$?
268. $\frac{7}{10}$ $4\frac{9}{10}$ $25\frac{3}{5}$?
269. $2\frac{1}{2}$ Loth $1\frac{2}{3}$ ggr. $2\frac{1}{8}$ ℔ ? Rthl.
270. $7\frac{1}{4}$ $4\frac{5}{6}$ $9\frac{3}{8}$?
271. $18\frac{3}{4}$ ℔ $16\frac{2}{3}$ Rthl. $11\frac{1}{2}$ Loth ? ggr.
272. $26\frac{1}{2}$ Loth $17\frac{2}{3}$ ggr $13\frac{5}{8}$ ℔ ? Rthl.
273. $27\frac{1}{4}$ ℔ $24\frac{2}{9}$ Rthl. $13\frac{1}{4}$ Loth ? ggr.
274. $18\frac{1}{2}$ Ell. $4\frac{7}{10}$ fl. holl. $\frac{1}{2}$ Ell. ? stüv.
275. 8 $1\frac{4}{5}$ $40\frac{3}{4}$? fl.
276. $6\frac{1}{2}$ $11\frac{3}{8}$ $125\frac{3}{4}$?
277. $5\frac{1}{2}$ Ank. $41\frac{1}{4}$ $3\frac{1}{4}$ Ank. ?
278. $4\frac{3}{5}$ $34\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{3}$ Orh. ?
279. $1\frac{4}{9}$ Orh. 65 5 Stf. ?
280. $1\frac{1}{2}$ Stf. $7\frac{1}{2}$ stüv. $8\frac{7}{9}$ Orhoft ?
281. $4\frac{1}{2}$ ℔ $1\frac{1}{2}$ Mklbsch. $1\frac{3}{4}$ ℔ ? Mark.
282. $31\frac{1}{2}$ $10\frac{1}{2}$ $28\frac{1}{4}$?
283. $5\frac{1}{2}$ Loth $1\frac{5}{6}$ ßl. $6\frac{1}{2}$ ℔ ?
284. $\frac{1}{2}$ ℔ $5\frac{1}{3}$ ßl. $13\frac{1}{4}$ ℔ ?

Num.			
285.	$1\frac{1}{3}$ Last Rig. Roggen $2\frac{2}{3}$ Loof ? Thl. Alb.		$157\frac{1}{2}$ Thl. Alb.
286.	$4\frac{1}{2}$ Loof Rig. Roggen $3\frac{3}{4}$ Last ? Thl. A.		$10\frac{9}{16}$ Thl. Alb.
287.	$1\frac{5}{6}$ Last Rig. Roggen $1\frac{2}{3}$ Loof ? Thl. A.		$154\frac{11}{16}$ Thl. Alb.
288.	$298\frac{1}{2}$ ℔	$328\frac{7}{20}$ Rub.	$176\frac{1}{2}$ ℔ ? Rub.
289.	$395\frac{3}{4}$	$474\frac{9}{16}$	$359\frac{3}{4}$?
290.	$766\frac{1}{4}$	$919\frac{1}{2}$	$1008\frac{3}{4}$?

XXIII.

Num.	
291.	241 ℔ 26 Loth 80 Rthl. 14 ggr. 6 pfg. 96 ℔ 20 Loth ?
292.	77 ℔ 19 Loth 25 Rthl. 20 ggr. 9 pfg. 61 ℔ 17 Loth ?
293.	78 ℔ 8 Loth 19 Rthl. 13 ggr. 6 pfg. 175 ℔ 16 Loth ?
294.	28 ℔ 16 Loth 35 fl. 12 stüv. 8 pfg. 239 ℔ ? fl.
295.	27 Last 6 Ton. 1576 Rub. 14 Kop. 4 Ton. ? Rub.
296.	10 Last 15 Ton. 1025 Rub. 10 Kop. 5 Last 22 Ton. ? Rub.

Num.

297. 1 Last 14 Ton. 128 Rub. 25 Kop. 1 La
13 Ton. 1 Loof ? Rub.

298. 9 Last 10 Ton. 762 Rub. 75 Kop. 7 La
18 Ton. 2 Loof ? Rub.

299. 6 Ton. 2 Loof 22 Rub. 50 Kop. 1 La
1 Ton. 1 Loof ? Rub.

300. 3 Kmt. 4 Stf. 1 Rub. 25 Kop. 13 To
2 Loof 2 Kmt. ? Rub.

301. 4 Last 18 Ton. 415 Rub. 15 Kop.
Ton. ? Rub.

302. 28 Stf. 2 Rub. 10 Kop. 5 Anker
Stf. ? Rub.

303. 2 Orh. 1 Ank. 27 Stf. 278 Rub. 10
Stf. ? Rub.

304. 3 Ank. 74 Thl. Alb. 20 Ferd. 2 Ank
15 Stf. ? Rub.

305. 4 Last 6 Ton. 109 Rthl. 13 ggr. 4 pf
217 Last 12 Ton. ? Rthl.

306. 14 Orh. 1296 Rthl. 16 ggr. 10 pfg.
Orhoft ? Rthl.

307. 4 Orh. 5 Ank. 149 Rthl. 3 ggr. 2 pf
19 Orh. 2 Ank. ? Rthl.

308. 12 Lth 2 th 21 Rthl. 20 ggr. 4 pfg.
th ? Rthl.

309. 15 th 4 Rthl. 16 ggr. 6 pfg. 33 Lth
8 th ? Rthl.

Num.	
310.	$5\frac{1}{2}$ Loth 4 ggr 7 pfg. 1 ℔ 17 ℔ 16 Loth ? Rthl.
311.	13 ℔ 8 Loth 8 Mklbsch. 13 ßl. 4 pfg. 16 Loth ? ßl.
312.	6 ℔ 16 Loth 4 Mklbsch. 5 ßl. 4 pfg. 5 Loth 2 Qt. ? ßl.
313.	28 ℔ 8 Loth 9 Mklbsch. 6 ßl. 8 pfg. 31 ℔ 16 Loth ? Mk.
314.	1 Loof 4 Kmt. 6 Stf. (in Riga) 2 Thl. Alb. 12 gr. 7 Loof 3 Kmt. 3 Stf. ? Thl. A.
315.	9 Loof 3 Kmt. 6 Stf. 11 Thl. Alb. 48 gr. 1 Last Roggen? Thl. Alb.
316.	2 Last Roggen 11 Loof 2 Kmt. 3 Stf. 121 Thl. Alb. 60 gr. 3 Loof 2 Kmt. ? Thl. Alb.
317.	8 Loof 1 Kmt. $4\frac{1}{2}$ Stf. 14 Thl. Alb. $76\frac{1}{2}$ gr. 1 Last Weitzen ? Thl. A.
318.	1 Last Weitzen 24 Lf. 4 Kmt. $3\frac{1}{2}$ Stf. 130 Thl. Alb. $85\frac{1}{2}$ gr. 4 Loof 2 Kmt. 6 Stf. ? Thl. A.
319.	5 Loof 3 Kmt. 11 Thl. Alb. 66 gr. 1 Last Weitzen ? Thl. A.
320.	3 Last 24 Loof 2 Kmt. Weitzen 356 Thl. Alb. 4 gr. 2 Loof 4 Kmt. $4\frac{1}{2}$ Stoof ? Thl. Alb.
321.	1 Loof 1 Kmt. 1 Stf. 1 Thl. A. 70 gr. 1 Last Malz 15 Lf. ? Thl. Alb.

Num.		N
322.	125$\frac{3}{4}$ Ell. 220 fl. holl. 1 stüv. 4 pfg. Ell. ? fl. holl.	63
323.	1 fl. holl. 16 stüv. 8 Ell. 9 fl. 3 stüv. 6 ? Ellen	3
324.	4 fl. holl. 3 stüv. 4 pfg. 18$\frac{1}{2}$ Ell. 2 stü 4 pfg. ? Ell.	3
325.	24 Rthl. 5 ggr. 4 pfg. 27 ℔ 8 Loth ggr. 10 pfg. ? Loth.	3
326.	12 Rthl. 2 ggr. 8 pfg. 13 ℔ 20 Loth ggr. 8 pfg. ? Loth.	13
327.	11 Loth 2 Quent. 7 ggr. 8 pfg. 18 ℔ Loth ? Rthl.	23
328.	7 Loth 1 Quent. 4 ggr. 10 pfg. 9 ℔ Loth ? Rthl.	13
329.	1 Rthl. 21 ggr. 4 pfg. 2 ℔ 4 Loth 1 gg 8 pfg. ? Loth.	3
330.	14 ℔ 4 Loth 44 Rthl. 17 ggr. 6 pf $\frac{3}{4}$ ℔ ? Rthl.	3
331.	77 ℔ 19 Loth 25 Rthl. 20 ggr. 9 pf 123 ℔ 2 Loth ? Rthl.	3
332.	241 ℔ 26 Loth 80 Rthl. 14 ggr. 6 pf 48 ℔ 10 Loth ? Rthl.	3
333.	19 Rthl. 13 ggr. 6 pfg. 78 ℔ 8 Lo 43 Rthl. 21 ggr. ? ℔.	3
334.	12 ℔ 6 Loth 6 Mklbsch. 12 ßl. 4 pf 9 Loth ? ßl.	3
335.	271 ℔ 16 Loth 135 Rub. 75 Kop. 3 16 Loth ? Rub.	3

Num.	
336.	189 ℔ 24 Loth 37 Rub. 95 Kop. 11 ℔ 8 Loth ? Rub.
337.	112½ Ell, 22 Thl. Alb. 45 gr. 5½ Elle ? Thl. Alb.
338.	318 ℔ 523 Rthl. 9 ggr. 7 ℔ 16 Loth ? Rthl.
339.	5 L℔ 12 ℔ 150 Mklbsch. 8 ßl. 4 ℔ 24 Loth ? Mark.
340.	20 L℔ 18 ℔ 714 Rthl. 2 ggr. 4 ℔ 8 Loth ? Rthl.
341.	10 L℔ 16 ℔ 2460 Rthl. 3 ℔ 24 Loth ? Rthl.
342.	5 L℔ 16 ℔ 1827 Mklbsch. 1 ℔ 16 Loth ? Mark.
343.	15 L℔ 14 ℔ 1138 Mklbsch 4 ßl. 1 ℔ 4 Loth ? Mark.
344.	9 L℔ 6 ℔ 138 Rthl. 5 ggr. 3 ℔ 16 Loth ? Rthl.
345.	36 L℔ 14 ℔ 528 Rub. 48 Kop. 2 ℔ 28 Loth ? Rub.
346.	5 L℔ 9 ℔ 143 Rub. 88 Kop. 1 ℔ 16 Loth ? Rub.
347.	8 L℔ 8 ℔ 235 Rub. 20 Kop. 5 ℔ 8 Loth ? Rub.
348.	2 ℔ 8 Loth 3 Rub. 78 Kop. 7 L℔ 2 ℔ ? Rub.
349.	5½ Elle 4 Rub. 84 Kop. 117¾ Ellen ? Rub.

Num.		N
350.	$7\frac{5}{8}$ Ellen 17 Rub. 70 Kop. $237\frac{5}{8}$ El ? Rub.	3
351.	106 Ellen 143 fl. holl. 2 stüv. $2\frac{1}{2}$ El ? fl. holl.	3
352.	$15\frac{3}{4}$ Ell. 40 Rub. 95 Kop. $183\frac{1}{4}$ El ? Rub.	3
353.	7 Pud 32 ℔ 46 Rub. 80 Kop. 1 Pu 12 ℔ ? Rub.	3
354.	2 S℔ 8 L℔ 10 ℔ 150 Thl. A. 31 gr. 1 L℔ 10 ℔ ? Thl. A.	3
355.	16 Last 40 Loof (Roggen) 523 Thl. All 50 gr. 9 Lf. ? Thl. A.	3
356.	3 Last 5 Lf. (Roggen) 152 Thl. A. 40 g 1 Last 3 Lf. ? Thl. A.	3
357.	35 ℔ 27 Loth 53 Mklbsch. 12 ßl. 3 pf 2 ℔ 24 Loth ? Mk.	
358.	4 L℔ 17 ℔ 24 Loth 113 Rub. 39 Ko 2 L℔ 10 ℔ ? Rub.	
359.	3 Centner (Hamburg) 56 ℔ 473 Mklbsch 6 ßl. 1 Cent. 42 ℔ ? Mk,	
360.	2 Cent. (Hamb.) 70 ℔ 104 Mk. 8 ß 3 pfg. 14 ℔ ? Mk.	
361.	2 Cent. (Berlin) 10 ℔ 94 Rthl. 21 gg 1 Cent. 22 ℔ ? Rthl.	
362.	8 ℔ 8 Loth) 104 Mklbsch. 2 ßl. 6 pf 3 ℔ 24 Loth ? Mk.	
363.	4 ℔ 16 Loth 115 Mklbsch. 14 ßl. 2 Loth ? Mark.	

Num.	
364.	8 ℔ 16 Loth 4 Rthl. 1 ggr. 9 pfg. 24 Loth ? ggr.
365.	3 Last (Malz) 30 Lf. 143 Thl. Alb. 45 gr. 1 Last 15 Loof ? Thl. Alb.
366.	5 Last (Malz) 3 Lf. 191 Thl. Alb. 81 gr. 9 Loof ? Thl. Alb.
367.	1 Kuhl (zu 10 Twk.) 6 Twk. 9 Rub. 60 K. 5 Twk. 4 Grz. ? Rub.
368.	1 Kuhl 2 Twk. 4 Grz. 10 Rub. 3 Kop. 3 Kuhl 5 Twk. 6 Grz. ? Rub.
369.	5 Kuhl 7 Twk. 4 Grz. 13 Rub. 80 Kop. 1 Kuhl 6 Grz. ? Rub.
370.	7 Kuhl 3 Twk. 6 Grz. 44 Rub. 25 Kop. 1 Twk. $5\frac{1}{3}$ Grz. ? Rub.

XXIII. Wälsche Practik.

Num.				
1.	25	Ellen	zu 11	Kop.
2.	27		13	
3.	34		15	
4.	48		15	

Num.					
5.	50	Ellen	zu	19	Kop.
6.	61			21	
7.	65			31	
8.	70			26	
9.	40			24	
10.	36			49	
11.	38			51	
12.	60			35	
13.	75			37	
14.	42			48	
15.	52			20	
16.	37			15	
17.	50			46	
18.	80			58	
19.	40			63	
20.	70			74	
21.	51			22	
22.	57			34	
23.	39			48	
24.	62			52	
25.	81½			56	
26.	64¾			28	
27.	45¼			60	
28.	16	Tb	zu	1 Rub.	75 Kop.
29.	30			1	20
30.	30			1	40
31.	40			1	60
32.	25			80	Kop.
33.	27			35	

Num.				
34.	13	℔	zu 15	Kop.
35.	17		62	
36.	30		45	
37.	10	Ellen	zu 45	gr. Alb.
38.	15		45	
39.	18		30	
40.	25		30	
41.	16		15	
42.	31		15	
43.	27		10	
44.	30		10	
45.	20		18	
46.	26		18	
47.	10		36	
48.	40		36	
49.	37		40	
50.	29		9	
51.	32		27	
52.	14		54	
53.	17		63	
54.	19		60	
55.	28		72	
56.	31		81	
57.	25		24	
58.	17		70	
59.	23		82	
60.	38		89	
61.	37		88	
62.	41		85	

Num.		
63.	54	Ellen zu 99 Kop.
64.	39	98
65.	47	90
66.	21	Ellen zu 1 Rub. 98 Kop.
67.	917	℔ zu 6 ggr.
68.	188	3
69.	916	3
70.	268	8
71.	242	3
72.	383	8 ßl. Lbsch.
73.	148	3 ggr.
74.	351	6
75.	144	16
76.	157	16
77.	132	1 Mklbsch. 8 ßl.
78.	315	1 Rthl. 12 ggr.
79.	123	1 fl. rheinl. 30 Krz.
80.	132	1 Mklbsch. 4 ßl.
81.	250	1 fl. rheinl. 15 Krz.
82.	120	1 Rthl. 6 ggr.
83.	132	1 8
84.	158	1 fl. rheinl. 20 Krz.
85.	78	4 ggr.
86.	112	14
87.	117	20
88.	98	11
89.	141	18
90.	217	21
91.	93	17

Num.					
92.	105	℔ zu	22	ggr.	
93.	68		23		
94.	152		9		
95.	79		5		
96.	210		15		
97.	319		19		
98.	148		19	ggr.	6 pfg.
99.	97		11		4
100.	155		7		8
101.	126		21		10
102.	142		9	ßl.	6 pfg. Lbsch.
103.	135		5	8	
104.	171		11	9	
105.	118		14	6	
106.	122		15	4	
107.	131		13	2	
108.	181		10	stüv. holl.	
109.	97		15		
110.	115		16		
111.	109		18		
112.	137		6		
113.	79		10	sh. Sterl.	
114.	111		5		
115.	37		3		
116.	201		3		6 d.
117.	93		3		9
118.	86		5		8
119.	117		45	Ferding.	
120.	139		18		

Num.						
121.	102	℔	zu	17	Frd.	
122.	108			19		
123.	214			11		
124.	177			38		
125.	68	℔	zu	18½	Kop.	
126.	112			21¼		
127.	64			26¾		
128.	78			92½		
129.	116			81¼		
130.	48			63¾		
131.	71			5	stüv.	8 pfg. holl.
132.	83			9		12
133.	69			11		14
134.	103			17		7

XXIV.

Num.							
135.	7	℔	16	Loth	zu	8	Rub. per ℔.
136.	19		8			4	
137.	25		24			2	
138.	16		28			6	
139.	11		30			4	
140.	14	Pud	15	℔	zu	10	Rub. per Pud.
141.	21		10			15	
142.	25		16			7	
143.	41		9			3	Rub. 60 K. p. Pud.
144.	18		14			10	80

Num.							
145.	24 ℔	16 Loth		zu 3	Rthl.	per ℔.	
146.	25	16		6			
147.	8	8		9			
148.	12	8		2	fl.	rheinl.	
149.	15	16		5			
150.	8	4		12	Mklbsch.		
151.	8	8		11			
152.	124	18		4	Rthl.		
153.	115	24		3			
154.	132	20		2			
155.	136	18		5			
156.	88	18		12	ggr.	per ℔.	
157.	91	30		16			
158.	154	28		22			
159.	175	16		20	6	pfg.	
160.	436 Thl.	Alb.	zu 1	Rub.	98	Kop.	
161.	476		2		2		
162.	15 ℔	17 ℔	16 Loth	zu 22	R.	40 K.	p. ℔
163.	18	13	28		28	80	
164.	11	9	26		35	20	
165.	3	19	31		57	60	
166.	4 Pud	21 ℔	zu 27	Kop.	per ℔.		
167.	5	22	90				
168.	5 S℔	3 ℔	10 ℔	zu 82	Thl.	Alb.	p. S℔
169.	11	7	7	16 Loth	zu 214	fl.	h.
170.	9 S℔	14 ℔	14 Loth	zu 80	Thl.	A.	
171.	12 Berk.	7 Pud	zu 73	Rub.	per Berk.		
172.	13	6	20 ℔	zu 90	Rub.		
173.	47 ℔	19 Loth	zu 11	fl.	holl.	per ℔.	

Num.					
174.	13 ℔	25 Loth	zu 19	Rthl.	per ℔.
175.	26	10	15	Mklbsch.	
176.	71	15	13		
177.	42	7	15	fl. rheinl.	
178.	45	14	16	ggr.	
179.	33	11	20		
180.	75	17	16	stüv. holl.	
181.	39	10	14	ßl. Lbsch.	
182.	53	28	60	gr. Alb.	
183.	37	20	21	ggr.	
184.	36	22	15		
185.	57	19	55	Krz.	
186.	87	13	12	stüv. holl.	
187.	94	27	55	Kop.	
188.	52	21	75	gr. Alb.	
189.	33	15	19	ggr.	
190.	19	18	52	gr. Alb.	
191.	93	27	10	ßl. 9 pfg.	Lbsch.
192.	37	24	17	stüv. holl. 9	pfg.
193.	72	28	14	ßl. 8 pfg.	Lbsch.
194.	4 Pud	36 ℔	zu 45	Rub.	per Pud.
195.	2	39	38		
196.	10	25	42		
197.	12	20	90		per Berk.
198.	17 ℔	5 ℔	zu 19	Thl. A. 40	Frd. p. ℔
199.	18	4	20	20	
200.	19	2	18	60	
201.	21	1	17	40	
202.	22	2	16	20	

Num.						
203.	59 ℔	3 ℔	15 ℥	zu 27	T. A.	18 gr. p. ℔
204.	23	17	16	46	80	
205.	136	4	8	15	75	
206.	15	15	15	16	32	
207.	16	4	10	17	45	
208.	3	18	6¾	17	70	

209. 6 Loof 3 Kmt. zu 40 Thl. Alb. 45 gr. per Last Roggen.

210. 8 Loof 2 Kmt. zu 33 Thl. A. 66¾ gr.

211. 13 Last 11¼ Loof zu 31 Thl. A. 66¾ gr.

212. 3 Centner 66 ℥ zu 25 Rthl. per Cent. Berlin.

213. 14 Pud 22 ℥ zu 3 Rub. per Pud.

214.	26	14	11		
215.	29	25	4	57	Kop.

216. 3 Cent. 86 ℥ zu 22 Rthl. p. Cent. Berlin.

217. 2 ℔ 8 ℥ 10 ℥ zu 62 Thl. A. p. ℔.

218. 14 Ton. 1 Loof 2 Kmt. zu 5 Rub. 85 Kop. per Ton.

219. 18 Ton. 2 Loof 1 Kmt. zu 5 Rub. 85 Kop. per Ton.

220. 1 Last 12 Ton. 2 Lf. zu 5 Rub. 85 K. per T.

221.	11 Ton.	1 Lf.	2 Kmt.	4	5	
222.	17	2	1	8	Stf. zu	4 Rub. 5 Kop. per Ton.

223. 1 Lf. 2 Kmt. 4 Stf. zu 4 Rub. 5 Kop. p. T.

224.	4 Ton.	2 Lf.	9 Stf.	7	56

Num.

225. 1 Last 1 Loof 1 Kmt. 11 Stf. zu 7 Rub. 56 Kop. per Ton.

226. 7 Ton. 2 Loof 2 Kmt. 5½ Stf. zu 7 Rub. 56 Kop. p. Ton.

227. 59 Pud 10 ℔ zu 9 Rub. 14 Kop. p. Pud.

228. 7 25 13 50

229. 3 S℔ 15 L℔ 5 ℔ zu 10 fl. holl. per L℔ zu 15 ℔.

230. 4 S℔ 16 L℔ 10 ℔ zu 68 Thl. Alb. per S℔ in Riga.

231. 13 Pud 7 ℔ zu 22 Rub. per Pud.

232. 16 Last 40 Loof zu 31 Thl. Alb. per Last Roggen.

233. 11 Last 36 Loof zu 50 Thl. Alb. per Last Weitzen.

234. 24 Last 50 Loof zu 48 Thl. Alb. per Last Malz.

235. 2 Winspel 20 Scheffel 8 Metzen zu 18 ggr. per Scheffel.

236. 16 Last 36 Loof zu 35 Thl. Alb. per Last Weitzen.

237. 22 Last 9 Loof zu 30 Thl. Alb. per Last Roggen.

238. 5 Pud 3 ℔ 16 Loth zu 1 Rub. 80 Kop. per ℔.

239. 55 ℔ zu 25 Rthl. 12 ggr. per Centner in Berlin.

Num.

240. 28 ℔ zu 95 Mklbsch. 8 ßl. per Centner in Hamburg.

241. 2 Cent. 10 ℔ zu 45 Rthl. 9 ggr. p. Cent. in Berlin.

242. 3 Cent. 56 ℔ zu 135 Mark 4 ßl. per Cent. in Hamburg.

243. 2 Cent. 70 ℔ zu 43 Mark 10 ßl. per Cent. in Hamb.

244. 5 ℔ zu 97 Rub. 60 Kop. per Pud.

245. 15 105 20

246. 4 76 50

247. 3 L℔ 18 ℔ zu 23 Rub. per L℔.

248. 4 17 24 Loth zu 23 Rub. 20 Kop. per L℔.

249. 15 L℔ 7 ℔ 29 Loth zu 12 Rub. 80 K.

250. 7 17 30 9 60

251. 9 Pud zu 115 Rub. per Berkwtz.

252. 3 Last 5 Lf. zu 49 Thl. A. per Last Roggen.

253. 16 15 50

254. 1 36 61 Weitzen.

255. 1 28 60

256. 13 ℔ 8 Loth zu 10 ßl. Lbsch. 8 pfg. per ℔.

257. 35 27 1 Mark 8 ßl.

258. 11 Last 14 Ton. zu 50 Thl. Alb. per Last spanisch Salz.

259. 13 Last 12 Ton, zu 47 Thl. A. p. Last

260. 16 10 45 lüneb.

XXV. Kettenrechnung.

Num.

1. 1 ℔ Rev. 15½ Kop. 8¾ Pud ? Rub.
(20 ℔ Ruß. Gew. = 19 ℔ Rev. G.)

2. 125 Arschin 95 Rub. 118 Ell. Rev. ? Rub.
(3 Arschin. = 4 Ellen Revalsch.)

3. 1 ℔ Rev. 75 Kop. 10 Pud 25 ℔ ? Rub.

4. 1 Ell. Rev. 2¼ Rub. 16 Arschin ? Rub.

5. 11 Pud 15 ℔ 155 Rub. 61 Kop. 25 ℔ Rev. ? Rub.

6. 21½ Arschin 64 Rub. 50 Kop. 15 Ell. Rev. ? Rub.

7. 100 ℔ Hamb. G. 45 Rub. 1 ℔ Rev. ? K.
(8 ℔ Hamburg. = 9 ℔ Rev. Gew.)

8. 135 ℔ Hamb. 60 Rub. 75 Kop. 17½ ℔ Rev. ? Rub.

9. 1 Yard 3 Rub. 85 Kop. 1 Ell. Rev. ? Rub.
(4 Yard = 7 Ell. Rev.)

10. 3½ Ell. Rev. 16 Rub. 10 Kop. 18 Yard ? Rub.

11. 20 Yard wie viel Arschinen ?
(Siehe Num. 2 und 9.)

12. 12 Yard 50 Rub. 40 Kop. 30 Arsch. ? Rub.

Num.

13. 5 Ellen Brab. 18 Rub. 25 Kop. $55\frac{1}{4}$ Ell. Rev. ? Rub.
(10 Ell. Brab. = 13 Ell. Rev.)

14. 1 Yard 5 sh. sterl. 25 Ell. Rev. ? Rub.
(Es sey: 1 L. sterl. = 380 gr. Alb.)
und 1 Thl. Alb. = 185 Kop.)

15. 35 Ell. Rev. 41 Rub. 30 Kop. $7\frac{1}{2}$ Yard ? L. sterl.

16. 1 Yard 5 sh. 3 d. 1 Ell. Rev. ? Rub.

17. 46 Ell. Brab. 195 fl. 10 stüv. 1 Arschin ? Rub.
(Wegen des Ellenmaßes siehe Num. 2 und 13. Es sey: 1 Thl. Amsterd. Cassa = $2\frac{1}{2}$ fl. = 175 Kop.

18. 1 Last Roggen Rev. 120 Rub. 1 Last in Riga ? Thl. Alb. wenn der Preis gleich seyn sollte. (1 Last Rig. = 45 Loof; 5964 Loof = 3285 Ton. Rev.; und es sey: 1 Thl. A. = $187\frac{1}{2}$ Kop.)

19. 767 ℔ Caffee 623 Mklbsch. 3 ßl. Hamb. Cour. 20 ℔ Rev. ? Rub.
Es sey $27\frac{5}{8}$ Mark Banko — 34 Mk. Courant und 1 Thl. Hamb. Banko = 185 Kop.

20. 602 ℔ Domingo. Zucker Hamb. Gew. 145 Mklbsch. 12 ßl. 9 pfg. Banko. 100 ℔ Rev ? Rub.

Num.

21. 832½ ℔ f. Ref. Zucker Hamb. Gew. zu 13¾ grot. vl. Was kostet diese Parthei in Rub.?
(1 Grot. vl. = 6 pfg. Hamb. Banco; 1 Thl. Banco sey = 186 Kop.)

22. 1600 ℔ Rosin. Hamburg. Gew. zu 17¾ Mklbsch. Cour. per 100 ℔; was kostet diese Parthei in Rub.? und was kostet 1 Pud Rußg. Gew. (siehe Num. 1 und 7. 1 Thl. Bco. = 186 Kop.)

23. 1197 ℔ Taback Hamb. Gew. 441 Mk. Lbsch. Cour. 1 Pud ? Rub.
(s. Num. 1, 7 und 19.)

24. 880 ℔ Marseill. Seife Hamb. Gew. zu 39 Mark 12¾ ßl. Cour. per 100 ℔ 1 L℔ Rig. Gew. ? Thl. Alb.
(800 Hamb. = 927 ℔ Rig. Gew.; Hamb. Cour. s. Num. 19. 101 Thl. A. = 100 Thl. Hamb. Bco.)

25. 1 Pipe Wein kostet in Oporto 35 M. R. 1 Anker in Reval ? Rub.
(1 Pipe = 122 Stübchen Hamb.; 10 Stübchen = 1 Ank. Hamb. und 72 Ank. Hamb. = 73 Ank. Rev. Es sey 400 Rees = 23 stüv. holl. und 36 stüv. = 130 Kop. B. Assig.)

Num.

26. 1 Last Weitzen Rev. 180 Rub. 1 Tschwt. ? Rub.

(26 Ton. Rev. = 48½ Loof Rig.; 3 Loof Rig. = 1 Tschwt. circa.)

27. Man hat in Berlin 120 Friedrichsd'or zu zahlen; und weiß folgende Verhältnisse: 1 Friedrichsd'or gilt in Hamburg 13 Mk. 2 ßl. Cour.; das Courant ist 22½ p. C. schlechter als Bankgeld, und der Cours ist 185 Kop. für den Thl. Hamb. Banco. Wie viel Rubel kostet diese Summe?

XXVI. Zur Basedowschen Regel und Interesserechnung.

Num.

1. 18 Arbeiter können ein gewisses Werk in 10 Wochen vollenden; wie viel Wochen gebrauchen 15 Arbeiter?

2. 120 Mann gebrauchen zu einem Bau 21 Wochen; wie viel gebrauchen 108 Mann.

Num.

3. Es soll eine Mauer um einen Garten gezogen werden; 17 Arbeiter können dieselbe in 8 Wochen 3 Tagen vollenden. Nach einer Woche u. einem Tage gehen 6 Arbeiter ab, und nach einer Woche fünf Tagen kann man wieder Arbeiter bekommen, wie viel muß man nehmen, um das Werk in der anfangs bestimmten Zeit fertig zu bekommen?

4. 140 Mann werden zu einem Schanzbau beordert, um solchen in 11 Wochen 4 Tagen zu vollenden; nach 3 Wochen 2 Tagen gehen 40 Mann ab. Wieder nach 4 Wochen 1 Tag sollen so viel Mann hinzugegeben werden, daß die ganze Arbeit anstatt der anfangs bestimmten 11 Wochen 4 Tage nur überhaupt 9 Wochen dauere. Wie viel Arbeiter muß man nehmen?

5. A leihet dem B 1000 Rub. ohne Zins; B bezahlt davon nach 3 Monaten 600 Rub. und den Rest nach 12 Monaten, und leihet dann dem A 1200 Rub. Wie lange kann A dieses Capital behalten, wenn ein Freundschaftsdienst dem andern gleich seyn soll?

6. A leihet dem B 1800 Rub. ohne Zins. B trägt monatlich 300 Rub. ab, und lei-

Num.

het dann dem A wieder 1200 Rub. Wie lange kann derselbe, unter obiger Voraussetzung, das Capital behalten?

7. 3600 Mann sind in einer Festung auf 10 Monat verproviantiret; nach Ablauf von 4 Monaten erhalten sie noch auf 3 Monat Proviant, und 2 Monat nachher rücken noch 600 Mann in die Festung, ohne daß der Proviant aufs neue vermehret worden. Wie lange kann nun die Besatzung auskommen?

8. Wenn man täglich 4 Stunden auf eine gewisse Arbeit verwendet, so wird sie in 6 Wochen fertig, arbeitet man aber 9 Stunden, in wie viel Wochen wird sie dann fertig seyn?

9. Es braucht Jemand zu seiner Wirthschaft 1200 Rub. auf 9 Monat. Wie viel hat er auf 4 Monat nöthig?

10. Man hat zur Bekleidung eines Zimmers 180 Ellen Papiertapeten nöthig, welche eine Elle breit sind. Wie viel Ellen würde man gebrauchen, wenn sie $1\frac{1}{4}$ Elle breit wären?

11. 2580 Rub. zu 5 p.C. ? Interesse in 1 Jahr.

12. 17680 ? $1\frac{1}{2}$

13. 480 Rub. zu 6 p.C. ? Interesse in 1 Monat.

14. 3775 ? 8

Num.	
15.	25000 Rub. zu 5½ p. C. ? Intereſſe in 15 Monat.
16.	760 Rub. zu 6 p. C. ? Intereſſe in Jahr 6 Wochen.
17.	1500 Rub. zu 12 p. C. ? Intereſſe in 3 Monat.
18.	2470 Rub. zu 6 p. C. ? Intereſſe in 70 Tagen.
19.	Für 8 Monat erhielt man von einem Kapital welches zu 6 p. C. ausgeliehen war, 93 Rub. 80 Kop. Intereſſen. Wie groß war das Kapital ?
20.	Für 1 Jahr 8 Monat von einem Kapital zu 5 p. C. 55 Rub. Intereſſen ? groß das Kapital.
21.	Für 1½ Jahr von einem Kapital zu 7½ p. C. 91 Rub. 11½ Kop. Int. ? groß das Kapital.
22.	Für 80 Tage zu 4½ p. C. 223 Rub. 65 Kop. Int. ? groß das Kap.
23.	Für 10 Monat zu 6 p. C. 4 Rub. 52½ Kop. Int. ? groß Kapital.
24.	Für 90 Tage zu 6 p. C. 11 Rub. 71½ K. Int. ? groß das Kapital.
25.	Für 72 Tage zu 6½ p. C. 13 Rub. 65 K. Int. ? groß das Kapital.
26.	500 Rub. Kapital geben in 8 Monat 20 Rub. Int. zu ? p. C.

Num.

27. 850 Rub. Kapital geben in 9 Monat 35 Rub. 6¾ Kop. Int. zu ? p. C.

28. 4500 Rub. geben in 144 Tagen 135 Rub. Int. zu ? p. C.

29. 1100 Rub. geben in 2 Monat 9 Rub. 90 Kop. Int. zu ? p. C.

30. 2880 Rub. geben in 8½ Monat 128 Rub. 52 Kop. Int. zu ? p. C.

31. 800 Rub. zu 5 p. C. geben 30 Rub. Int. in ? Monat.

32. 1200 Rub. zu 6 p. C. geben 60 Rub. Int. in ? Monat.

33. 3120 Rub. zu 5 Rub. 75 Kop. p. C. geben 67 Rub. 27½ Kop. Int. in ? Mon.

34. 3000 Rub. zu 6 Rub. 20 Kop. p. C. geben 186 Rub. Int. in ? Tagen.

35. 1080 Rub. zu 5 Rub. 80 Kop. p. C. geben 17 Rub. 40 Kop. Int. in ? Tagen.

36. 24000 Rub. zu 6 Rub. 40 Kop. p. C. geben 64 Rub. Int. ? Tagen.

37. 120 Arbeiter haben in 3 Tagen in einer Länge von 125 Fuß, 52 Fuß breit und 6 Fuß hoch, Erde aufgedämmt. Wenn nun 460 Fuß in der Länge, 45 Fuß in der Breite und 4 Fuß in der Höhe in einem Tage aufgedämmt werden sollen. Wie viel Arbeiter sind nöthig ?

Num.

38. 15 Arbeiten fällen 200 Faden Holz in 5 Wochen, wenn sie wöchentlich 4 Tage und täglich 8 Stunden arbeiten. In wie viel Wochen werden 50 Arbeiter 800 Faden fällen, wenn sie wöchentlich 6 Tage und täglich 10 Stunden arbeiten?

39. Es haben 2000 Mann in einer Festung auf 4 Wochen Proviant, wenn jeder täglich 2¼ ℔ Brod erhält. Es kommen aber noch 400 Mann hinzu und doch soll man sich 5 Wochen lang zu halten suchen. Wie viel Brod kann also nur jedem gegeben werden?

40. Durch ein Kapital von 2500 Rub. sind in 5 Jahren 960 Rub. erworben. Wie viel müßte man demnach in anderthalb Jahren mit 6000 Rub. erwerben?

41. Bei einer Creditmasse hat Jemand ein Kapital von 6000 Rub. stehen; erhält zwar das Kapital, aber für die seit 5 Jahren schuldigen Zinsen nur 375 Rub. Zu wie viel p. C. ist also das Kapital verzinset?

42. Wenn 20 Weber in 7 Wochen 9 Stück ¾ breites Zeug verfertigen, indem sie wöchentlich 5 Tage, und täglich 8 Stunden arbeiten; wie viel Stücke anderthalb Ellen breites Zeug werden 12 We-

Num.

ber in 8 Wochen verfertigen, wenn sie jede Woche 6 Tage und täglich 9 Stunden arbeiten?

43. Es arbeiten 20 Leute an einem Graben und führen ihn täglich 5 Fuß fort; wie viel Arbeiter werden erfordert um ihn täglich 28 Fuß fortzusetzen?

44. Fünf Arbeiter haben für 23 Tage $34\frac{1}{2}$ Rub. Lohn bekommen. Wie lange kann man demnach 13 Arbeiter mit 78 Rub. besolden?

45. Wenn 20 Arbeiter, welche täglich 6 Stunden arbeiten, in 5 Wochen 98 Rubel erhalten haben; wie viel Arbeiter kann man 10 Wochen hindurch mit 196 Rub. ablohnen, wenn solche täglich 8 Stunden arbeiten?

46.	1870 Rub.	zu 5 p. C.	in 1 Jahr.
47.	380	5	
48.	750	6	
49.	1150	6	
50.	1280	7	
51.	2050	$7\frac{1}{2}$	
52.	800	$6\frac{1}{2}$	
53.	950	8	
54.	720	8	
55.	1175	$8\frac{1}{2}$	
56.	270 Rub.	zu 5 p. C.	in 1 Monat.
57.	330	4	3

Num.					
58.	580	Rub.	zu 5	p. C.	in 6 Monat.
59.	975		4½		4
60.	460		6		3½
61.	420		6		2½
62.	780		3¾		3⅓
63.	225		5¼		2
64.	364		6½		6
65.	1000		6		5
66.	1200		7		9
67.	1350		7¼		8
68.	1575		6		7
69.	1660		6¼		3
70.	1780		8		4½
71.	2700		8½		4
72.	2400		12		6½
73.	1385		10		3
74.	2760		8		4½
75.	1750		6		1½
76.	500		6		45 Tagen.
77.	420		5		30
78.	720		4		40
79.	216		4½		80
80.	372		6		72
81.	1500		6		18
82.	1200		6		15
83.	750		6		60
84.	840		6		70
85.	1000		6		42
86.	1140		6		50

Num.			
87.	1700 Rub.	zu 6 p. C.	in 90 Tagen.
88.	1800	7	45
89.	1920	7½	39
90.	600	8	36
91.	540	9	40
92.	240	10	45
93.	960	12	48
94.	1350	6	14
95.	1470	6	17
96.	2000	6	30
97.	2200	6	45
98.	2400	6	48
99.	3600	6	52
100.	4800	6	20

XXVII. Rabatt und Discontrechnung.

Num.	
1.	1200 Rub. nach 18 Monat zahlbar; was ist die baare Zahlung zu 4 p. C. Disconto?

Num.				
2.	1500 Rub. nach $2\frac{1}{2}$ Jahr zahlbar; was ist die baare Zahlung zu 5 p. C. Disconto?			
3.	1000 Rthl. nach $3\frac{1}{4}$ Jahr zahlbar; was ist die baare Zahlung zu $3\frac{1}{2}$ p. C.?			
4.	875 Mark	zu 8 p. C.	Ziel 7 Monat.	
5.	519	8	16	
6.	1357 Mk.	$5\frac{1}{2}$ ßl.	zu 8 p. C.	Ziel 16 Mon.
7.	864	$15\frac{1}{4}$	8	13
8.	375	6	8	16
9.	2000		8	7
10.	850	12	8	13
11.	1750	10	8	16
12.	612 fl. holl.	5 stüv.	zu 8 p. C.	Ziel 21 M.
13.	497 Pf. vls.	13 ßl.	zu 8 p. C.	Ziel 33
14.	139	10	8	18
15.	Es hat Jemand eine Buchhändlerrechnung zu bezahlen von 256 Rub. wovon ihm 15 p. C. Rabatt bewilligt worden; wie viel beträgt die Zahlung so wohl a. in als b. auf Hundert gerechnet?			
16.	375 Rub. mit 25 p. C. Rabatt. Was beträgt die Zahlung für beide Fälle, u. eben so bei den folgenden 4 Aufgaben.			
17.	420 Rthl. mit $12\frac{1}{2}$ p. C. Rabatt.			
18.	365 Rthl.	20 ggr.	mit $16\frac{2}{3}$ p. C. Rabatt.	
19.	417	12	$33\frac{1}{3}$	
20.	2116	16	20	

Num.

21. Es sind 200 Rub. in 8 Monat, 400 Rub. in 1 Jahr und 500 Rub. in $1\frac{1}{2}$ Jahr zahlbar; welches ist der mittlere Zahlungstermin?

22. 250 Rub. in 6 Monat; 350 Rub. in 9 Monat; 875 Rub. in 10 Monat; 150 Rub. in 14 Monat zahlbar; welches ist der mittlere Zahlungstermin?

23. 400 Mk. in 4 Monat; 250 Mk. in 7 Monat und 350 Mk. in 9 Monat zahlbar; welches ist der mittlere Zahlungstermin?

24. 242 Thl. Alb. 60 gr. nach 3 Jahr; 360 Thl. 45 gr. nach 1 Jahr und 412 Thl. 72 gr. nach $\frac{1}{2}$ Jahr zahlbar; welches ist der mittlere Zahlungstermin?

25. Den 1sten März 1803 ist ein Contract geschlossen, vermöge dessen man 2000 Rub. den 1sten December 1803; 3000 Rub. den 1sten Septbr. 1804 u. 3000 Rub. den 1sten Junii 1805 zu zahlen hat. Wenn nun diese 8000 Rub. auf einmal gezahlt werden sollten, wann müßte es geschehen?

XXVIII. Gesellschafts- oder Theilungsrechnung.

Num.

1. Es geben zu einer gemeinschaftlichen Unternehmung: A 9600 Rub. B 6000 Rub. C 4800 und D 3600 Rub. Nach einiger Zeit sind 1000 Rub. Gewinn zu theilen. Wie viel erhält Jeder?

2. Es geben: A 482 Rub. B 308 Rub. C 510 Rub. D 450 Rub. E 375 Rub. F 275 Rub. G 1000 Rub. Der zu theilende Gewinn ist 680 Rub.

3. Es geben: A 241 Rub. B 564 Rub. C 490 Rub. D 470 Rub. E 325 Rub. F 285 Rub. G 625 Rub. Davon werden verlohren 300 Rub. Wie viel bekommt Jeder zurück?

4. Es geben: A 150 Rthl. B 210 Rthl. 16 ggr. C 324 Rthl. 20 ggr. D 94 Rthl. 8 ggr. E 120 Rthl. 4 ggr. Am Schlusse des Geschäfts erhält C nur 284 Rthl. 5 ggr. 6 pfg. von seiner Einlage zurück. Wie viel muß demnach am ganzen Capitale verlohren seyn, und welches ist der Verlust eines Jeden?

Num.

5. Es lassen sich 6 Personen 150 Last Weitzen kommen. A 15 Last, B 28 Last, C 14 Last 10 Ton. D 20 Last 12 Ton. E 41 Last 8 Ton. F 30 Last 18 Ton. Weil etwas davon verunglückt, so erhält C nur 11 Last 5 Ton. 1 Kmt. Wie viel erhält demnach Jeder, und was ist am Ganzen verlohren?

6. Es versenden 4 Personen Flachs: A 180 Schiff℔. B 105 S℔. 10 L℔.; C 90 S℔ 15 L℔ D 183 S℔ 15 L℔. Es werden daran 7000 Rub. gewonnen, wie groß ist eines Jeden Antheil?

7. Die in der 6ten Aufgabe erwähnten Personen haben ihren Einkauf gemacht: A zu 40 Rub. B zu 39 Rub. C zu 43 Rub. D zu 38 Rub. per S℔. Wie viel pro Cent gewinnt ein Jeder?

8. Bei einem Fallissement sind die Schulden: A 5000 Rub. B 14000 Rub. C 6950 Rub. D 21000 Rub. E 11700 Rub. F 2500 Rub. und G 10850 Rub. Die Masse beträgt nach Abzug aller Unkosten 48960 Rub. Wie viel wird für jeden obigen Posten bezahlt, und wie viel ist pro Cent gezahlt?

9. Es geben: A 4403, B 3652, C 7731, D 4214 fl. holl. Das Capital ist an-

Num.

gewachsen zu 24062 fl. 10 stüv. Wie viel gewinnt Jeder?

10. Es geben: A 603, B 1000, C 1405, D 1760 Mark. Bei der Zurückzahlung erhält B nur 645 Mk. 13 ßl. 4 pf. Wie viel ist also am Ganzen verlohren, und was erhält Jeder?

11. Es geben: A $145\frac{3}{4}$, B $51\frac{1}{2}$, C 50, D 41, E $37\frac{1}{2}$ und F $34\frac{1}{4}$ Rthl. Bei der Zurückzahlung bekommt F 47 Rthlr. 13 ggr. 8 pfg. Wie viel bekommt Jeder und wie viel ist pro Cent gewonnen?

12. A verlieret 14, B $11\frac{2}{3}$, C $11\frac{1}{3}$, D $9\frac{4}{5}$, E $9\frac{1}{10}$, F $8\frac{2}{5}$, G $5\frac{5}{6}$ fl. rheinl. Die ganze Einlage betrug 600 fl. und der Verlust davon 70 fl. Wie groß ist demnach eines Jeden Einlage gewesen?

13. A hat eingelegt 7500 Rthl., er gewinnt 113 Rthl. Die übrigen fünf Theilnehmer gewinnen:

B	120 Rthl.	12 ggr.	$9\frac{3}{5}$ pfg.
C	60	6	$4\frac{4}{5}$
D	22	14	$4\frac{4}{5}$
E	90	9	$7\frac{1}{5}$
F	45	4	$9\frac{3}{5}$

Man soll aus dieser Angabe berechnen, wie groß eines Jeden Einlage, das

Num.

gesammte Kapital und der ganze Gewinn gewesen sey.

14. A, B und C haben zusammen 24000 Thl. Alb. eingelegt. Davon sind 875 Thl. 30 gr. gewonnen worden, von denen A zu seinem Antheile 583 Thl. 50 gr. und C 109 Thl. 37½ gr. erhalten. Wie viel hat demnach B erhalten, und wie groß ist eines Jeden Einlage gewesen?

15. Die Foderungen verschiedener Creditoren sind: A 1500, B 1000, C 1200, D 5400, E 6300, F 700, G 800, H 5000, J 6000, K 4100 Mklbsch. Von der zu vertheilenden Fallitmasse erhielt B 73 Mk. 4 ßl. 9 pfg. Wie groß war demnach die Masse, und wie viel hat Jeder erhalten?

16. Es setzten 5 Personen in eine Lotterie. Der ganze Einsatz betrug 3 Rthl. und dazu gaben: A 16 ggr. B 1 Rthl. 4 ggr. C 13 ggr. 4 pfg. D 10 ggr. 8 pfg. E 5 ggr. 4 pfg. Der Gewinn war 2550 Rthl. Wie viel bekam davon ein Jeder?

17. Von einem von 4 Personen eingelegten Kapitale ist ein Gewinn herausgekommen, welcher folgendermaaßen vertheilt wurde: A 1500, B 600, C 1440, D 1860 Rub. Nun soll man berechnen,

Num.

wie groß das ganze Kapital und die Einlagen gewesen sind, da der Gewinn 15 p. C. beträgt.

18. Die Forderungen mehrere Creditoren sind A 45000, B 9000, C 3000, D 2000, E 1000, F 24000, G 16000, H 20000 fl. holl. Die zu vertheilende Masse beträgt nur 14500 fl. Wie viel erhält Jeder?

19. Von dem zu vertheilenden Gewinnst erhält: A 4010$\frac{5}{12}$, B 687$\frac{1}{2}$, C 3151$\frac{1}{24}$, D 1432$\frac{7}{24}$, E 1604$\frac{1}{8}$, F 572$\frac{11}{12}$, G 2062$\frac{1}{2}$, H 2864$\frac{7}{12}$, J 2234$\frac{3}{8}$, K 2692$\frac{7}{24}$, L 859$\frac{3}{8}$, M 5328$\frac{1}{8}$ L. sterl. Das ganze Kapital ist 480000 L. sterl. Wie groß ist die Einlage eines Jeden?

20. Verschiedene Creditoren haben zu fordern: A 21000, B 17000, C 16000, D 12000, E 10000, F 7000, G 3200, H 2100, J 2000, K 1400, L 1300, M 1200, N 800 Rub. Die zu vertheilende Masse beträgt 12500 Rubel. Wie viel erhält Jeder?

21. A und B haben ein Kapital von 15000 Rub. zusammengelegt, wovon A 8000, B 7000 gegeben hat. Nach drey Monaten tritt C mit 10000 Rub. und nach 5 Monaten D mit 12000 Rub.

Num.

zu. Nach Verlauf von $1\frac{1}{2}$ Jahre sind 13920 Rub. zu vertheilen. Wie viel erhält Jeder?

22. A giebt 1200, B 1400, C 2100, D 1300 Rub. Nach drey Monaten geben: E 3000, F 2000 und nach 6 Monaten G 2500, H 1800 Rubel. Nach 2 Jahren sind 5440 Rub. zu vertheilen. Wie viel erhält ein Jeder?

23. Von einem hinterlassenen Vermögen von 14400 Rub. soll erhalten: A $\frac{1}{3}$, B $\frac{5}{24}$, C $\frac{1}{5}$, D $\frac{2}{15}$, E $\frac{1}{8}$. Wie viel erhält demnach Jeder?

24. Es hinterläßt Jemand ein Vermögen von 22950 Rub. und verordnet, daß die jüngeren Kinder, als die Bedürftigeren, etwas mehr bekommen sollen. Das älteste Kind A soll $\frac{1}{7}$, B $\frac{1}{6}$, C $\frac{1}{5}$, D $\frac{1}{4}$, E $\frac{1}{3}$ erhalten. Wie ist die Theilung zu machen?

(Siehe Anmerkung zu § 125.)

25. Vier Erben sollen ein Vermögen von 27710 Thl. Alb. dergestalt unter sich theilen, daß A $\frac{2}{5}$, B $\frac{3}{8}$, C $\frac{1}{3}$, D $\frac{1}{4}$ erhält. Wie viel bekommt Jeder?

XXIX. Mischungsrechnung.

Num.

1. 20 ℔ Kaffee zu 70 Kop. werden mit 15 ℔ zu 60 Kop. gemischt; wie viel Kop. ist ein Pfund der Mischung werth?

2. Man mischt $2\frac{1}{4}$ ℔ Thee zu 3 Rub. 60 Kop. mit $1\frac{3}{4}$ ℔ zu 2 Rub. 40 Kop. Was kostet 1 ℔ der Mischung?

3. Es werden 108 ℔ Kupfer zu 70 Kop. mit 9 ℔ Zinn zu 20 Kop. und 6 ℔ Messing zu 90 Kop. gemischt. Wie viel kostet 1 ℔ der Mischung?

4. Aus zwei Sorten Wein, wovon ein Stf. des besseren 1 Rub. 40 Kop. und ein Stoof des schlechteren 90 Kop. kostet, soll eine Mittelsorte gemischt werden, wovon der Anker 36 Rub. werth ist. Wie viel muß man von jeder Sorte nehmen?

5. Aus feinem und 10 löthigem Silber sollen 12 Mark 13 löthiges Silber gemacht werden.

6. Aus 14 und 8 löthigem Silber sollen 15 Loth 12 löthiges Silber gemacht werden.

N. 7. Aus 23 und 19 karätigem Golde sollen 8 Loth 20 karätiges Gold gemacht werden.

N. 8. Man will 3 Sorten Wein mischen A zu 2 Rub. B zu 1 Rub. 60 Kop. C zu 1 Rub. das Stoof; ein Stoof der Mischung soll 1 Rub. 25 Kop. kosten.

N. 9. Man will 5 Sorten Wein mischen A zu 2 Rthl. B zu 1 Rthl. 16 ggr. C zu 1 Rthl. 12 ggr. D zu 1 Rthl. und E zu 19 ggr. Das Stoof der Mischung soll 1 Rthl. 8 ggr. kosten.

N. 10. Man will aus feinem, 14, 10 und 8 löthigem Silber 13 löthiges mischen.

Uebersicht der in diesem Rechenbuche gebrauchten Maaßverhältnisse.

I. Geld. 1 Rubel = 100 Kop. (Rußland)
1 Albertsthaler = 90 Groschen = 80 Ferding. (Riga)

Bei kaufmännischen Rechnungen ist die Eintheilung in Groschen die gewöhnliche; im gemeinen Leben aber die in Ferding, auch in Mark.

1 Thl. Alb. = 40 Mark = 16 Fünfer.
1 Reichsthaler (Rthl.) = 24 gute Groschen (ggr.)

1 ggr. = 12 Pfennig (pfg.) Deutschland.)
1 Gulden rheinländisch (fl. rh.) = 60 Kreutzer.
1 Kreutzer (Krz.) = 4 Pfennig.
1 Mark lübisch (Mklbsch.) = 16 Schilling (ßl.)
1 ßl. = 12 Pfennig.
1 Gulden holländisch (fl. holl.) = 20 Stüver.
1 Stüv. = 16 Pfennig.
1 Pfund Sterling (L. sterl.) = 20 Shilling (sh.)
1 sh. = 12 Pence (d.)

II. Gewicht. 1 Last = 6 Schiffpfund.
1 Schiffpfund (S℔.) = 20 Liespfund (L℔.)
1 L℔. = 20 Pfund (℔)
1 ℔ = 32 Loth.
1 Loth = 4 Quentchen (Qt.)
1 Quent. = 60 Gran oder 4 Pfenniggewicht.
1 Pfenniggewicht = 256 Richtpfennige.

1 Berkowitz (Berk.) = 10 Pud.
1 Pud = 40 ℔.
1 ℔ = 96 Solotnik.

1 Centner = 110 ℔ in Berlin, Leipzig, Königsberg.
1 Centner = 112 ℔ in England, Hamburg, Lübeck, Hannover.
1 Centner = 100 ℔ in Dännemark, Holland, Süd-Deutschland.

1 L℔ = 14 ℔ in Hamburg, Braunschweig.

1 ℔ = 15 ℔ in Holland.
1 ℔ = 16 ℔ in Dännemark.

1 ℔ Medicinalgewicht = 12 Unzen.
1 Unze = 8 Drachmen.
1 Drach. = 3 Scrupel.
1 Scrupel = 20 Gran.

III. Getreidemaaß.

1 Last = 24 Tonnen in Reval.
1 Tonne = 3 Loof.
1 Loof = 3 Külmit.
1 Külmit = 12 Stoof.

1 Tschetwert = 8 Tschetwerik = 64 Garnitz.

1 Last Roggen = 45 Loof in Riga.
1 Loof = 6 Külmit.
1 Kmt. = 9 Stoof.
1 Last Weitzen oder Gerste = 48 Loof.
1 Last Malz, Hafer, Erbsen = 60 Loof.
1 Tonne = 2 Loof.

1 Last = 24 Tonnen.
1 Tonne = 4 Viertel in Narva.

1 Last grob Salz = 18 Tonnen.
1 Last Lüneburger Salz = 12 Tonnen.
So auch Hering, Lein- Hanfsaat, Kalk ꝛc.

1 Winspel = 24 Scheffel in Berlin ꝛc.
1 Scheffel = 16 Metzen.

IV. Maaß flüßiger Dinge.

1 Oxhoft = 6 Anker.
1 Ahm = 4 Anker.
1 Anker = 30 Stoof.
1 Stf. = 4 Quartier.
1 Faß Branntwein oder Bier = 128 Stoof.
1 Fuder Rheinwein = 24 Anker.
1 Both Sect = 12 Anker.
1 Pipe spanischer Wein = 9 Anker.
1 Anthal ungarischer Wein = 2 Anker.

1 Faß = 40 Weddra (Eimer) in Rußland.
1 Weddra = 8 Kruska.
1 Kruska = 11 Tscharken.

V. Längen-Flächen- und Körpermaaß.

1 Faden = 6 Fuß.
1 Fuß = 12 Zoll.
1 Zoll = 12 Linien.

1 Quadratfaden = 36 Quadratfuß.
1 Quad. Fuß = 144 Quad. Zoll.
1 Quad. Zoll = 144 Quad. Linien.

1 Cubikfaden = 216 Cubikfuß.
1 Cub. Fuß = 1728 Cub. Zoll.
1 Cub. Zoll = 1728 Cubiklinien.

1 Elle = 2 Fuß.
1 Arschine = 16 Werschock;
1 Faden (Saschen) = 3 Arschinen.

VI. Zeitmaaß.

1 Jahr = 365 Tage (Schaltjahr 366 Tage.)
Bei Zeitrechnungen wird das Jahr gemeiniglich zu 360 und der Monat zu 30 Tagen gerechnet.
1 Woche hat 7 Tage; wenn von Arbeiten die Rede ist, wird sie zu 6 Tagen gerechnet.
1 Tag = 24 Stunden.
1 Stunde = 60 Minuten.
1 Minute = 60 Secunden.

VII. 1 Ballen Papier = 10 Rieß.
1 Rieß = 20 Buch.
1 Buch = 24 Bogen Schreibpapier.
1 Buch = 25 Bogen Druckpapier.

1 Schock = 60 Stück.
1 Mandel = 15 Stück.
1 Dutzend = 12 Stück.

1 Zimmer = 40 Stück bei Pelzwerk und Leder.
1 Decher = 10 Stück.

Die Bestimmung des Verhältnisses verschiedener Maaße gegen einander findet man im zweiten Theil.

Verbesserungen.

S. 2. Z. 3 von unten statt: nun lese man: nur
S. 26. Z. 7. v. oben statt: §. 28. §. 27.
S. 28. Z. 19. 4789 4798
S. 29. Z. 4. Nulle Stelle
S. 31. Z. 15. 44974 44274.
16. 45062548. 44362548.
S. 65. Zeile 11. von oben steht, 1735 statt: 3735. Der Fehler ist in dem ganzen Exempel geblieben. Das Resultat ist: 7 Last 20 Ton. 1 Loof 1 Külmit 1 Stoof.
S. 94. Z. 1. v. oben st. erhalten enthalten.
S. 108. Z. 4. von unten statt: 91½ l. m.: 91 ⅕.
S. 116. N. 26. st. 7 ℔ 16 Thl. l. m. 7 ℔ 16 Loth.
S. 122. Z. 9. v. oben l. m.: 25 + 20 + 10 + 1.
S. 141. Z. 1 u. 2. v. oben st.: noch l. m. nach.
S. 189. N. 98. Muß die erste 6 wegbleiben.
S. 192. N. 15. st.: Last ꝛc. l. m.: L. sterl. sh. d.
35. 8 Grz. 6 Garnitz.
S. 198. N. 25. statt: 57 Stf. l. m.: 17 Stf.
29. 35 Stf. 35 ℔.
S. 212. N. 68. 2 Qt. 3 Qt.
77. 13 ggr. 14 ggr.
S. 213. N. 80. 23 Nieß 13 Nieß.
S. 226. N. 92. statt: ? Thl. A. lese man: ? gr.
S. 227. N. 102. 29 Loth 29 ℔.
S. 229. N. 154. ? Kop. ? Rub.
S. 230. N. 193. 13 Ank. 3 Anker.
N. 198. 3 Lf. 3 Last.
S. 237. N. 315. 48 gr. 30 gr.
S. 241. N. 368. Muß 3 Kop. ganz wegbleiben.

N. 165. 3 Rev. Fuß 8 Zoll $6\frac{4}{11}\frac{6}{78}$ (d. i. beinahe $\frac{7}{10}$) Linien.

N. 166. Von Eisen $248\frac{3}{8}\frac{4}{4}\frac{8}{00}\frac{7}{0}$, Zinn $251\frac{1}{3}\frac{7}{1}\frac{1}{0}\frac{9}{0}$, Messing $289\frac{5}{8}\frac{7}{1}\frac{7}{0}\frac{9}{0}$, Kupfer $268\frac{1}{2}\frac{4}{0}\frac{1}{0}\frac{1}{0}$, Silber $361\frac{6}{1}\frac{11}{400}$, Blei $390\frac{3}{4}\frac{4}{5}$, Gold $664\frac{5}{11}\frac{9}{0}\frac{2}{0}\frac{2}{0}$ ℔.

N. 167. 17 ℔ 12 Loth 2 Quentchen $8\frac{8}{9}$ Gran.

N. 168. $1363\frac{7}{11}$ Nähnadeln.

N. 169. $1\frac{23}{400}$ Quent.

N. 170. a. $37\frac{6}{7}\frac{1}{2}$ also gegen 38 Pferde. b. $271\frac{1}{11}\frac{3}{7}$ also gegen 272 Menschen.

N. 171.)

Merkur a. $\frac{3}{7}\frac{4}{9}\frac{6}{0}\frac{5}{2}$ Lin.	b. 3 Fuß	5 Zoll	$8\frac{1}{3}\frac{0}{0}\frac{4}{0}\frac{1}{1}$ Lin.
Venus $\frac{1}{1}\frac{6}{5}\frac{4}{0}\frac{9}{64}$	6	5	$10\frac{3}{3}\frac{1}{0}\frac{2}{0}\frac{9}{1}$
Erde $\frac{1}{1}\frac{7}{5}\frac{1}{9}\frac{9}{64}$	8	11	$8\frac{2}{7}\frac{6}{0}\frac{3}{8}\frac{5}{2}$
Mars $\frac{4}{7}\frac{4}{9}\frac{7}{8}\frac{}{2}$	13	8	$1\frac{}{1}\frac{1}{9}\frac{8}{1}\frac{1}{5}\frac{3}{68}$
Jupiter $1\frac{1}{7}\frac{3}{0}\frac{5}{8}\frac{3}{2}$	46	8	$3\frac{1}{1}\frac{1}{9}\frac{5}{1}\frac{4}{5}\frac{9}{68}$
Saturn $1\frac{2}{3}\frac{9}{0}\frac{9}{0}\frac{}{1}$	85	7	$5\frac{1}{1}\frac{2}{9}\frac{1}{1}\frac{7}{5}\frac{3}{68}$
Uranus $\frac{3}{7}\frac{7}{9}\frac{2}{8}\frac{3}{2}$	171	2	$11\frac{1}{1}\frac{5}{5}\frac{6}{9}\frac{4}{64}$

N. 172. $95\frac{4}{6}\frac{2}{8}\frac{2}{5}\frac{6}{2}\frac{0}{6}\frac{3}{0}$ Werst.

N. 173. a. $1\frac{1}{3}\frac{5}{8}\frac{8}{0}\frac{5}{7}$ Meilen. b. $1\frac{1}{2}\frac{5}{5}\frac{7}{3}\frac{}{8}$ M. c. $21\frac{1}{5}\frac{0}{3}\frac{2}{0}$ Secunden. d. $28\frac{1}{5}\frac{3}{3}\frac{6}{0}$ Pulsschläge. e. $3\frac{2}{5}\frac{6}{6}\frac{6}{2}\frac{1}{1}\frac{9}{77}$ Secunden. f. $4\frac{3}{5}\frac{5}{6}\frac{4}{2}\frac{0}{1}\frac{2}{77}$ Pulsschläge.

N. 174. 1 Billion. b. $67816\frac{1}{1}\frac{2}{4}\frac{1}{4}$ Wspl. c. 706904 Ton. 2 Kmt. $7\frac{1}{0}\frac{5}{9}\frac{3}{4}$ Stf. d. 176726 Fuder. e. $1178\frac{1}{7}\frac{3}{5}$ Werst. f. 4310780 Rub.

(bloß die Tonne gerechnet mit Weglassung der Kmt. und Stf.)

N. 175. a. $3121\frac{491}{1095}$. b. $7249013\frac{52}{219}$, c. $1949559962991420\frac{1847}{3650}$ Jahr.

N. 176. a. 153600 Ellen. b. 1382400 Ellen. c. 1920000 Ellen. d. 9 mal. e. $12\frac{1}{2}$ mal.

N. 177. a. 1612800, b. 4608000 Eier.

N. 178. $407\frac{2983}{6031}$ Ducaten.

N. 179. $862\frac{6819362}{14493249}$ Q. Meilen.

N. 180. Nur $\frac{201}{550}$ eines Ducaten.

N. 181. a. 401 ℔ $16\frac{5}{8}$ Loth. b. 44 ℔ $19\frac{5}{8}$ Loth. c. 32 ℔ $3\frac{89}{100}$ Loth.

N. 182. 45 Jahr 207 Tage. (Divisores sind bei dieser Aufgabe 20, 60, 24 und 365.)

N. 183. 14 Fuß $1\frac{6719}{12868}$ Zoll.

N. 184. Merkur 3 Minuten $8\frac{60196}{84639}$ Sec. Venus 5 Min. $52\frac{52856}{84639}$ Sec. Erde 8 Min. $7\frac{14105}{28213}$ S. Mars 12 M. $22\frac{67720}{84639}$ S. Jupiter 42 Minuten $16\frac{30538}{84639}$ Sec. Saturn 1 Stunde 17 Min. $31\frac{8669}{84639}$ Sec. Uranus 2 Stunden 35 Min. $2\frac{31864}{84639}$ Secunden.

N. 185. $65\frac{474691}{657450}$ Jahr.

N. 186.)

	a.	b.
Dänische	$23197\frac{31}{477}$ p.F.	$24010\frac{230}{1477}$ r.F.
Engl. Landm.	$4957\frac{1}{32}$	$5130\frac{185}{288}$
— Seem.	$5710\frac{1}{2}$	$5910\frac{1}{2}$
Fran. Landm.	$13705\frac{1}{5}$	$14185\frac{1}{5}$
— Seem.	$17131\frac{1}{2}$	$17731\frac{1}{2}$
Holländische	$18033\frac{3}{19}$	$18664\frac{14}{19}$
Italiänische	$5710\frac{1}{2}$	$5910\frac{1}{2}$
Portugiesische	19035	$19701\frac{2}{3}$
Sächsische	$27878\frac{938}{1229}$	$28855\frac{2205}{1229}$
Spanische	$13052\frac{4}{7}$	$13509\frac{5}{7}$
Schwedische	$32913\frac{189}{347}$	$34066\frac{380}{347}$
Russische	$3285\frac{455}{1043}$	$3400\frac{1003}{1043}$
Türkische	$5139\frac{0}{20}$	$5319\frac{0}{20}$
Griech. Stad.	$472\frac{178}{181}$	$489\frac{096}{181}$
Röm. Stad.	$566\frac{596}{604}$	$586\frac{510}{604}$

N. 187. 47 Stunden $46\frac{2}{103}$ Minuten.

N. 188. Von Astrachan 2 St. 43 Min. 30 Sec.

	Tobolsk	3	51	31
	Irkutsk	7	39	12
Von Peter-Paulshafen		16	35	12

Des weggelassenen Bruches wegen ist dem Quotienten immer eine Secunde zugegeben worden.

N. 189. 10 Cubikfuß $226\frac{308}{333}$ Cubikzoll.

N. 190. 78750 Eier.

N. 191. $34\frac{7}{32}$ Pud.

N. 192. 6 ℔ $28\frac{14}{33}$ Loth.

N. 193. $168803\frac{479}{803}$ Ducaten.

N. 194. 56320 Spinnefaden. $9938\frac{14}{17}$

Seidenfaden. $408\frac{648}{2069}$ Menschenhaare. $106\frac{2}{3}$ Pferdehaare.

N. 195. 123 Rub. 80 Kop.

N. 196. $23684\frac{2}{5}$ Schiff ℔.

N. 197. a. $5133681\frac{7}{9}$ J. b. $2857138\frac{10}{27}$ Jahr. c. $3\frac{19603}{105192}$ Jahr.

N. 198. 114 Jahr $56\frac{2}{3}$ Tage.

N. 199. Die Anzahl der Rubel ist: 2963883424,0928. Der Bruch ist bei der fernern Rechnung weggelassen worden. Ueber 96 Jahr 236 Tage.

N. 200. Sie müßte $6601\frac{81059}{118341}$ Jahre dauern.

N. 201. a. $773261792115 93\frac{3}{4}$ Meilen. b. $1827199735\frac{35015}{56426}$ mal. c. beinahe 58 J.

N. 202. a. $1\frac{47678054545}{128055472129}$ Jahr. b. Ueber 1428630 Jahr. c. Ueber 2566772 Jahr.

N. 203. Salpeter 120, Schwefel 80, Mehlpulver 20 und Antimonium 15 ℔.

N. 204. Lebensluft $1244\frac{4}{25}$, Stickluft $3271\frac{17}{25}$, Luftsäure $92\frac{4}{25}$ Cubikfuß.

N. 205. Terpenthin 8, Zinnober 12, Schellack 12, Kreide 2 ℔.

N. 206. Terpenthin 12, Zinnober 8, Schellack 16, Kreide 4 ℔. Storax 4 Loth.

N. 207. Terpenthin 3, Mennig 3, Kolophonium 9, Kreide $13\frac{1}{2}$ ℔.

N. 208.	10 löthiges	648 ℔	27 Loth	$\frac{1}{4}$ Qt.
	11	655	25	$3\frac{7}{8}$
	12	662	24	$3\frac{1}{2}$
	13	669	23	$3\frac{1}{8}$
	14	676	22	$2\frac{3}{4}$
	15	683	21	$2\frac{3}{8}$

N. 209. 345 $(\frac{3}{5})$ Menschen.

N. 210. a. 44,5584 ℔ = 44 ℔ 17 Loth 3 Qt. $28\frac{1}{2}$ Gran. Die Cubikzahl von 144 ist 2985984. Die Cubikzahl von 118,7 ist 1672446,203.

b. 2 ℔ 24 Loth 1 Qt. $34\frac{7}{12}$ Gran.

N. 211. 3024 Stoof.

N. 212. $2314\frac{5}{11}$ ℔.

N. 213. 6 Loof 1 Kmt. 3,372 Stoof.

N. 214. a. 2365 2000000000 Cubikfuß.

b. 9716419062090 Cubikfuß.

c. 13935580937910 Cubikfuß.

N. 215. 6 Zoll $2\frac{6}{2}\frac{6}{9}\frac{9}{5}\frac{5}{5}\frac{8}{2}\frac{8}{5}$ Linien.

N. 216. $22024\frac{1}{1}\frac{1}{2}\frac{9}{4}\frac{3}{0}\frac{3}{8}$ ℔.

Verbesserungen.

S. 32.	Zeile 13.	statt:	damit sie ꝛc. lese man: damit der Schüler.
S. 59.	Z. 3. von unten	st.	15 Stf. l. m. 11 Stf.
	2		5 Sth. 15 Lth. l. m. 3 Sth. 5 Lth.
S. 60.	Z. 18. von oben	st.	3 Rthl. l. m. 2 Rthl.
	19.		1 Rthl. 2 Rthl.
S. 61.	Z. 7.		40 Lf. 30 Lf.
S. 102.	Z. 10.		aber eben.
S. 107.	Z. 3.		Thurm l. m. Thurms.
S. 164.	Z. 5. von unten	lese man:	Wechselcours.
S. 195.	Num. 37.	statt:	20 gr. lese man: 30 gr.
	39.		608 612.
S. 237.	Num. 17.	statt:	$6\frac{3}{39}$ lese man: $5\frac{5}{39}$.

ESTICA
A - 5577