

B - 1253

# Zur Anwendung der gleichzeitigen Zeit- und Breitenbestimmung nach Azimutmethoden

---

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

genehmigt

**von der Philosophischen Fakultät**

der

**Friedrich-Wilhelms-Universität**

zu Berlin

von

**Ottomar Douglas**

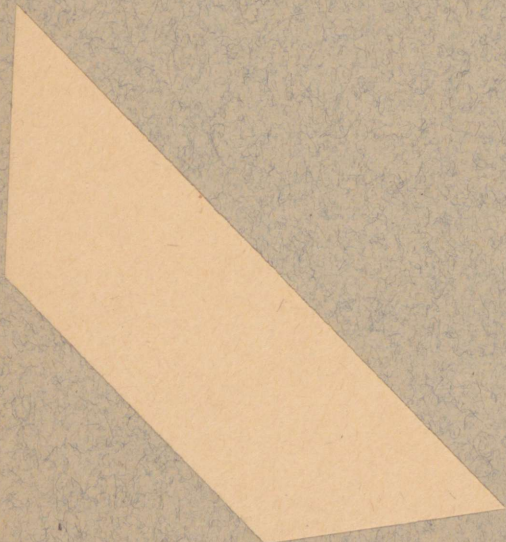
geboren 25. 9. 1893 (a. St.) zu Ampel in Estland.

---

---

ESTIA

B-1253



ad 243, 993.

*Der Bibliothekar des C! der Nobaltia  
gestiftet vom Verfasser*

# Zur Anwendung der gleichzeitigen Zeit- und Breitenbestimmung nach Azimutmethoden

Inaugural-Dissertation

zur

Erlangung der Doktorwürde

genehmigt

**von der Philosophischen Fakultät**

der

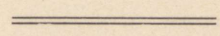
**Friedrich-Wilhelms-Universität**

zu Berlin

von

**Ottomar Douglas**

geboren 25. 9. 1893 (a. St.) zu Ampel in Estland.



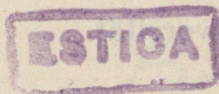
Tag der Promotion: 11. Mai 1926

No. *3210*  
Eigentum des  
Philister - Vereins



2110

Referenten: Prof. Dr. *Ernst Kohlschütter*, Prof. Dr. *Guthnik*.



B-1253

# Inhaltsübersicht.

	Seite
<b>I. Allgemeine Betrachtungen</b> . . . . .	1
<b>II. Die Methoden der Ausgleichung von Azimuten:</b>	
1. Die Ausgleichung von Einzelazimuten . . . . .	5
2. Die Ausgleichung von Azimutdifferenzen . . . . .	9
3. Sonderfall A: Sternpaare in Almukantaraten . . . . .	12
4. Sonderfall B: Sternpaare in Vertikalen . . . . .	27
<b>III. Versuchsbeobachtungen:</b>	
1. Allgemeine Bemerkungen . . . . .	36
2. Beobachtungen von Sternpaaren in Almukantaraten . . . . .	38
3. Beobachtungen von Sternpaaren in Vertikalen . . . . .	55
<b>IV. Zusammenfassung der Ergebnisse</b> . . . . .	69

## Literatur.

- P. Gast:** Ein Beitrag zur Polhöhenbestimmung. Zeitschrift für Vermessungswesen, Bd. XXXV, 1906, S. 81.
- C. C. Kayser:** Een methode van astronomische plaatsbepaling door hoekmeting in het horizontale vlak. Marineblad 1914/15, S. 134
- „ Astronomische plaatsbepaling zonder hoogtemeting. Marineblad 1917/18, S. 342; auch in den Annalen der Hydrogr. 1918, S. 305.
- v. Kobbe:** Astronomische Ortsbestimmung nach Horizontalwinkeln. Ein Beitrag zur Kolonialvermessung. Annalen der Hydrogr. 1910, S. 288.
- C. Stechert:** Azimutbestimmung aus Durchgangsbeobachtungen. Aus d. Archiv d. Deutschen Seewarte, XXXVI Jahrg. 1913, Nr. 2.
- A. Wedemeyer:** Die Azimutgleiche und das Pothenotsche Problem auf der Kugel. Annalen der Hydrogr. 1910, S. 417.
- C. W. Wirtz:** Geographische Ortsbestimmung, Nautische Astronomie. Encykl. d. Mathem. Wissenschaften, Bd. VI, 2A, S. 80.
-

# I. Allgemeine Betrachtungen.

## I.

Der allen Azimutmethoden der geographischen Ortsbestimmung gemeinsame Vorzug ist ihre Unabhängigkeit von den Wirkungen der Refraktion. Zwar sind nach den Erfahrungen des Zeitdienstes des Preussischen Geodätischen Instituts<sup>1)</sup> systematische Abendfehler, die durch eine etwaige Seitenrefraktion bewirkt sein könnten, bis zu dem Betrage einiger hundertstel Zeitsekunden nicht ausgeschlossen, doch werden bedeutendere Störungen kaum zu befürchten sein. Letztere wird man eher bei der Anwendung der Höhenmethoden erwarten müssen, denn die Refraktion stellt das grösste Hindernis für die genaue Messung der Zenitdistanzen dar<sup>2)</sup>. Auf Grund der Annahme, dass der gesamte Refraktionseffekt in gleichen Zenitdistanzen derselbe ist, vermag man sich wohl mit der Beobachtung von Sternpaaren in gleichen oder nahezu gleichen Zenitdistanzen, oder mit einer symmetrischen Anordnung der Zenitdistanzen eines Messungssatzes in bezug auf das Zenit zu behelfen, doch bleibt das völlige Zutreffen der Annahme, letzten Endes, doch noch fraglich. Die Beobachtungen des Internationalen Breitendienstes<sup>3)</sup> haben ja das Auftreten von Refraktionsanomalien im Betrage bis zu annähernd einer Bogensekunde wahrscheinlich gemacht. Es bleiben somit beide Arten der Ortsbestimmungsmethoden nicht ganz unbeeinflusst von etwaigen systematischen Abendfehlern, doch sind die letzteren auf Fehlereinflüsse zweiter Ordnung zurückzuführen, von denen noch nicht sicher bekannt ist, ob sie bei der Seitenrefraktion dasselbe Ausmass erreichen, wie bei der Höhenrefraktion.

Um zu gesicherten Ergebnissen der Ortsbestimmung auf Feldstationen zu gelangen, wird man, wegen der notwendigen Beschränkung der

1) B. W a n a c h, Der Zeitdienst des Geodätischen Instituts in den Jahren 1922 und 1923. Veröff. d. Preuss. Geod. Inst. Neue Folge Nr. 93, S. 18.

2) F. C o h n, Theorie der astron. Winkelmessinstrumente, der Beobachtungsmethoden und ihrer Fehler. Encykl. d. Mathem. Wissensch. VI, 2/5, S. 246.

3) Resultate des Internationalen Breitendienstes, Bd. III.

Beobachtungen auf nur wenige Abende, am zweckmässigsten Azimutals wie auch Höhenmethoden zur gegenseitigen Kontrolle anwenden müssen, wenn man nicht, wie z. B. auf Küstenstationen, schon aus der Lage des Beobachtungsorts mit einiger Wahrscheinlichkeit auf das Eintreten einer bestimmten Refraktionsanomalie schliessen und die jeweils günstigsten Beobachtungsmethoden danach auswählen kann. Es erscheint daher erforderlich, dass dem Beobachter die Anwendung beider Arten der Ortsbestimmungsmethoden ermöglicht wird, was ja freilich in bezug auf die Einzelbestimmungen von Zeit und Breite durch die grosse Auswahl unter den verschiedenen gebräuchlichen Methoden schon seit langem erreicht ist. Nur was die gleichzeitige Ausführung von Zeit- und Breitenbestimmungen nach Azimutmethoden betrifft, ist noch eine Lücke offen geblieben, da diese die allgemeinste Lösung der Ortsbestimmung aus Durchgangsbeobachtungen durch Vertikalebenen darstellenden Methoden kaum je in die geodätische Praxis eingedrungen sind.

Die Gründe dazu sind wohl hauptsächlich darin zu suchen, dass von allen Vertikalebenen der Meridian und der I Vertikal durch grössere Vorteile für die Ausführung, sowie für die Reduktion der Durchgangsbeobachtungen besonders hervortreten, und dass diese Vorzüge für die praktischen Zwecke der Ortsbestimmung auch noch beim Beobachten in der unmittelbaren Nähe der genannten Ebenen ausgenutzt werden können. Das Bestreben, diese von der Natur selbst gewiesenen günstigen Wege zu befolgen, führte so zu einer Einschränkung der Durchgangsbeobachtungen auf den Bereich des Meridians und des I Vertikals und damit zu einer Trennung der Ortsbestimmung in Einzelbestimmungen der Zeit und der Breite.

Andererseits lag aber auch für den Geodäten bisher kein zwingendes Bedürfnis vor, zu gleicher Zeit scharfe Bestimmungen der Zeit und der Breite auszuführen, da man sich bei der Bestimmung der astronomischen Koordinaten der trigonometrischen Punkte, wegen der Schwierigkeiten einer sicheren Längenbestimmung, meist nur mit Breiten- und Azimutmessungen begnügte. In der Nautik ist dagegen die gleichzeitige Ausführung der Zeit- und der Breitenbestimmung üblich geworden, aber auch der Forschungsreisende wendet sie mitunter bei seinen geographischen Ortsbestimmungen nach den Methoden der gleichen Höhen an.

Durch die in der letzten Zeit erfolgte Einführung der drahtlosen Zeitsignale ist insofern ein Wandel geschaffen worden, als jetzt der Ausführung von Längenbestimmungen auf allen trigonometrischen Punkten keine Schwierigkeiten mehr im Wege stehen. Der Geodät ist nun meist vor die Aufgabe gestellt, auf allen Feldstationen vollständige Ortsbestimmungen vornehmen zu müssen. Um die Zahl der Beobachtungsabende aber deswegen nicht zu sehr zu vergrössern, wird er an den einzelnen Abenden Breiten- und Zeitbestimmungen auszuführen haben, zu denen dann auch noch Azimutmessungen treten. Wenn es deshalb möglich wäre, ohne Beeinträchtigung der Genauigkeit der Ergebnisse, die Zeit- und Breitenbestim-

mung gleichzeitig auszuführen und womöglich auch dabei das Azimut noch mit zu messen, würde die dadurch erzielte Ökonomie der Beobachtungszeit einen Mehraufwand an Rechenmühe aufwiegen, ja vielleicht unter Umständen das ganze Verfahren vorteilhafter als das der Einzelbestimmungen erscheinen lassen.

Die nachstehenden Untersuchungen bezwecken die Frage der Anwendbarkeit der gleichzeitigen Zeit- und Breitenbestimmung nach Azimutmethoden für die geodätische Praxis zu klären.

## II.

Der Gedanke, durch Azimutmessungen, bzw. Durchgangsbeobachtungen in Vertikalebene zu einer vollständigen Ortsbestimmung zu gelangen, ist schon recht alt. Erwähnt seien die 1789 veröffentlichte Methode des Grafen Platen zu Hallermund<sup>4)</sup> aus den Durchgangszeiten von 4 Sternen durch zwei beliebige Vertikale die Uhrkorrektur und die Breite zu finden, sowie die zahlreichen Bearbeitungen des Pothenotschen Problems auf der Sphäre, von denen diejenige von Clausen<sup>5)</sup>, aus dem Jahr 1829, zeitlich wohl die erste sein dürfte. Allein die Azimutmethoden der gleichzeitigen Zeit- und Breitenbestimmung konnten sich, auch trotz späterer Bearbeitungen<sup>6)</sup>, nicht einbürgern, da sie eine zu weitläufige Reduktion der Beobachtungen erfordern, um so mehr da man ja, zwecks Elimination der zufälligen Fehler, stets eine grössere Anzahl von überschüssigen Messungen anstellt. Erst die Einführung von Näherungsrechnungen vermochte ihrer Anwendung die Wege zu ebnen.

In der geodätischen Praxis verfügt man meist schon über gute Näherungswerte für die Koordinaten des gesuchten Ortes, wenn nicht, so sind Näherungswerte jedenfalls stets leicht zu beschaffen. Macht man sich diesen Umstand zunutze und legt der Rechnung Näherungswerte für Breite und Uhrkorrektur zugrunde, lassen sich die umständlichen Formeln vermeiden. Auf diesem Prinzip beruhen die Vorschläge von Oberst v. Kobbé<sup>7)</sup> (1910) und C. C. Kayser<sup>8)</sup> (1914/15).

Für eine scharfe Ortsbestimmung, bei der man ja eine grosse Anzahl von Beobachtungen zu reduzieren hat, scheint es angezeigt zu sein, die Rechnung mit den Näherungswerten zur Aufstellung von Fehlergleichungen

<sup>4)</sup> Berliner astr. Jahrbuch für 1789, S. 125.

<sup>5)</sup> Th. Clausen, Eine neue Art, die Zeit und die Polhöhe zu bestimmen. Crelles Journal für die reine und angewandte Mathematik, Bd. VII, 1831.

<sup>6)</sup> Für die Methode des Grafen Platen zu Hallermund: Wislicenus, Astr. Nachr. Bd. 124 (1890), S. 89. C. C. Kayser, Marineblad, 32. Jahrg. 1917/18, S. 342—345 oder Annalen der Hydrographie, 1918, S. 305.

<sup>7)</sup> Astronomische Ortsbestimmung nach Horizontalwinkeln. Annalen der Hydrographie, 1910, S. 288—293.

<sup>8)</sup> Een methode van astronomische plaatsbepaling door hoekmeting in het horizontale vlak. Marineblad 1914/15, S. 134.

auszunutzen und die plausibelsten Korrekturen durch eine Ausgleichung zu bestimmen. Dabei können die noch unbekannt Instrumentalfehler, der Uhrgang, sowie die mitunter notwendige Korrektur wegen der Pfeilerdrehung gleichzeitig mit abgeleitet werden. Hierbei bieten sich im allgemeinen zwei gangbare Wege, die zu brauchbaren Methoden führen.

Misst man die Azimute von Sternen und beobachtet die dazugehörenden Durchgangszeiten, berechnet für letztere die Sternazimute mit Hilfe der Näherungswerte für Breite und Zeit, so gelangt man durch Vergleich der Rechnung mit der Beobachtung zur Aufstellung von Fehlergleichungen.

Oder man beobachtet in mindestens zwei verschiedenen Vertikalen eine Reihe von Sterndurchgängen, verschafft sich Näherungswerte für die die Lage der Vertikale angehenden Koordinaten, berechnet mit diesen Näherungswerten die Durchgangszeiten der Sterne und vergleicht wiederum die Rechnung mit der Beobachtung. Die Ausgleichung der Fehlergleichungen führt zur Kenntnis der genauen Lage der Vertikale, deren Schnittpunkt den gesuchten Ort finden lässt.

Man könnte diese Wege als Methoden der Ausgleichung von Azimuten und als solche der Ausgleichung von Stundenwinkeln bezeichnen.

Es ist naheliegend, diese beiden Arten der Ortsbestimmung als gleichwertig zu erachten, denn da ihr wesentlichster Unterschied nur in der Berechnungsart liegt, müsste die erzielbare Genauigkeit auch dieselbe sein. Für die praktische Anwendung ergibt sich aber ein grosser Unterschied, sobald die Instrumentalfehler, wie es beim Universalinstrument stets der Fall ist, nicht als bekannt oder eliminiert angenommen werden können.

Bei der Ausgleichung von Stundenwinkeln ist es, wegen Einführung der für den Beobachtungsvertikal geltenden Verbesserungen der Koordinaten als Unbekannten, erforderlich die Ausgleichung der Beobachtungen für jeden Vertikal getrennt auszuführen. Das ist kein besonders grosser Nachteil, wenn die Instrumentalfehler nicht mit bestimmt zu werden brauchen. Eine Ausgleichung mit 2 bis höchstens 3 Unbekannten nach der Methode der kleinsten Quadrate ist noch relativ einfach und nicht zeitraubend, doch mit der Zahl der Unbekannten steigert sich die Rechenmühe ganz enorm. Die Instrumentalfehler aber lassen sich aus den Beobachtungen eines Vertikals überhaupt nur dann mit ableiten, wenn man das Instrument inmitten eines Beobachtungssatzes umlegen kann. Damit ergibt sich eine instrumentelle Anforderung an die Konstanz der Aufstellung, der das Beobachtungsinstrument nicht immer gewachsen sein wird. Namentlich dürfte das gerade für geodätische Ortsbestimmungen in erster Linie in Betracht kommende Universal für derartige Beobachtungen nicht geeignet sein. Weil aber in erster Linie nur die Methoden der Ortsbestimmung praktisch verwertbar sind, die auch bei Benutzung des Universalinstruments angewandt werden können, wird die Ausgleichung von Stundenwinkeln hier nicht weiter untersucht.

## II. Die Methoden der Ausgleichung von Azimuten.

### 1. Die Ausgleichung von Einzelazimuten.

#### Bezeichnungen:

A. Für den Beobachtungsort:

$\varphi$  — Polhöhe,

$U$  — Uhrkorrektion,

$A_1, A_2$  — Azimute der irdischen  
Gegenstände  $M_1, M_2$ .

Die Näherungswerte der obigen Grö-  
ssen, kenntlich gemacht durch den Index  
Null, weichen von den wahren Werten  
um die Beträge der zu bestimmenden  
Verbesserungen  $\Delta \varphi, \Delta U$  usw. ab.

B. Für die beobachteten Sterne:

$\alpha$  — Rektaszension,

$\delta$  — Deklination,

$\Theta$  — Sternzeit des beobachteten Durch-  
gangs,

$t$  — Stundenwinkel, im Sinne  $\Theta - \alpha$ ,

$a$  — Azimut, gerechnet von N über E,

$z$  — Zenitdistanz,

$q$  — parallaktischer Winkel.

Die Koordinaten der nördlich vom Zenit  
beobachteten Sterne, der „Nordsterne“,  
erhalten den Index „n“, die der „Süd-  
sterne“ entsprechend den Index „s“.

C. Für die Beobachtungsvertikale:

Die Beobachtungsvertikale werden nach  
ihrem nördlichen Zweige kurz als NE, bzw.

Damit die gewählten Bezeichnungen auch im Falle eines zentrischen Fernrohrs  
gelten können, wird bei letzterem dasjenige im übrigen beliebig ausgewählte Achsen-  
ende, auf welches die Neigung bezogen werden soll, als das „Kreisende“ bezeichnet.  
Dann ist entsprechend diejenige Stellung des Instruments, bei der eine Erhebung  
des Kreisendes das Azimut der Zielachse vergrößert, die Lage „Fernrohr rechts“.

Aus der Durchgangszeit eines Sternes und der Polhöhe des Beobach-  
tungsorts lässt sich das Sternazimut für den Moment des Durchgangs  
berechnen, vorausgesetzt, dass die Sternkoordinaten gegeben sind. Die  
bekannte Formel hierfür ist:

$$ctg a \sin t = \sin \varphi \cos t - \cos \varphi \operatorname{tg} \delta \dots \dots \dots (1)$$

aus der sich, nach Ausführung der Differentiation und nach einigen Umfor-  
mungen, der Differentialausdruck des Azimuts:

$$\sin z da = \cos z \sin a d \varphi + \sin q d \delta + \cos \delta \cos q dt \dots \dots \dots (2)$$

ergibt.

NW-Vertikale bezeichnet; für sie gelten  
die Indizes „E“, bzw. „W“.

D. Für das Beobachtungsinstrument:

Die Enden der Horizontalachse wer-  
den als „Kreisende“ und „Fernrohrende“  
unterschieden, wodurch bei einem exzen-  
trischen Fernrohr die Bezeichnung der  
Instrumentlage während der Beobachtung  
als „Fernrohr rechts (FR)“, bzw. „Fern-  
rohr links (FL)“ stets eindeutig bestimmt  
ist.

$i$  — Erhebung des Kreisendes.

$c$  — Kollimation, positiv, wenn der  
Winkel zwischen dem über das  
Objektivende hinaus verlängerten  
Teil der Zielachse mit dem Kreis-  
ende der Horizontalachse grösser  
ist als  $90^\circ$ .

$\beta$  — Seitenbiegung des Fernrohrs, bzw.  
Durchbiegung der Achse, positiv,  
wenn durch sie die positive Kollima-  
tion vergrößert wird.

Auf Grund der obigen Defini-  
tionen werden die Korrekturen  
wegen der Instrumentalfehler bei  
(FR) zu den Azimutablesungen  
addiert, bei (FL) — von letzteren  
subtrahiert.

Sind nun  $\varphi_0$  und  $U_0$  derartig gute Näherungen der Breite und der Uhrkorrektion, dass sie von den wahren Werten nur um Beträge abweichen, deren Produkte vernachlässigt werden können, gelten für die zu bestimmenden Verbesserungen  $\Delta\varphi$  und  $\Delta U$  die in der Differentialformel (2) ausgedrückten Beziehungen. Die geometrische Deutung hierfür ist, dass die durch die Gleichung (1) gegebene Azimutgleiche in der Nähe des gegisteten Ortes durch eine Standlinie ersetzt wird. Berechnet man aus  $\varphi_0$  und  $U_0$  für die beobachtete Durchgangszeit das Näherungszazimut des Sternes  $a_0$ , wäre auf Grund der soeben angestellten Betrachtungen das wahre Azimut des Sternes, unter Berücksichtigung des Einflusses der täglichen Aberration:

$$a = a_0 + \frac{\cos z \sin a}{\sin z} \Delta\varphi + \frac{\cos \delta \cos q}{\sin z} \Delta U + 0'' \cdot 32 \frac{\cos \varphi \cos a}{\sin z} \dots (3)$$

Da die Sternkoordinaten gegeben sind, durfte hier die Uhrkorrektion für die Verbesserung des Stundenwinkels gesetzt werden; aus demselben Grunde ist auch  $d\delta$  gleich Null.

Wollte man dieses Azimut mit dem beobachteten vergleichen, müsste letzteres zuvor wegen der Instrumentalfehler: der Neigung der Horizontalachse, der Kollimation und der Seitenbiegung, bzw. der Durchbiegung der Achse <sup>9)</sup> korrigiert werden. Da die Neigung und die Kollimation bei der Aufstellung des Instruments stets sehr klein gemacht werden können und die Seitenbiegung  $\beta$  nur eine kleine Grösse sein kann, lassen sich hierfür die bekannten Näherungsausdrücke verwenden. Ist  $a_B$  das beobachtete Azimut und  $\Delta a_B$  die Korrektion des Meridianpunkts des Horizontalkreises, so ist der andere Ausdruck für das wahre Azimut des Sternes:

$$a = a_B + \Delta a_B \pm i \operatorname{ctg} z \pm c \operatorname{csc} z \pm \beta \operatorname{ctg} z \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(FR)} \\ \text{(FL)} \end{array} \right. \dots (4)$$

Ein Vergleich der Gleichungen (3) und (4) gibt eine Fehlergleichung. Da die numerischen Werte der Koeffizienten der Unbekannten nur annähernd bekannt zu sein brauchen, werden die in den Koeffizienten vorkommenden Grössen durch ihre aus  $\varphi_0$  und  $U_0$  zu berechnenden Näherungswerte ersetzt; dasselbe geschieht auch in den Ausdrücken für die Instrumentalfehler und die tägliche Aberration.

$$\Lambda = \left[ a_0 - a_B + 0'' \cdot 32 \frac{\cos \varphi_0 \cos a_0}{\sin z_0} \mp i \operatorname{ctg} z_0 \right] + \left[ \operatorname{ctg} z_0 \sin a_0 \Delta\varphi + \frac{\cos \delta \cos q_0}{\sin z_0} \Delta U - \Delta a_B \mp c \operatorname{csc} z_0 \mp \beta \operatorname{ctg} z_0 \right] \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(FR)} \\ \text{(FL)} \end{array} \right. \dots (5)$$

Diese Fehlergleichung enthält 5 Unbekannte:  $\Delta\varphi$ ,  $\Delta U$ ,  $\Delta a_B$ ,  $c$  und  $\beta$ . Bezeichnet man die in der eckigen Klammer enthaltenen bekannten

<sup>9)</sup> Albrecht, Formeln und Hilfstafeln für Geographische Ortsbestimmungen. IV Auflage, 1908, S. 24.

Glieder zusammen mit  $\Sigma$ , ersetzt den Koeffizienten bei  $\Delta U$  durch den gleichwertigen

$$\sin \varphi_0 - \cos \varphi_0 \operatorname{ctg} z_0 \cos a_0$$

und gruppiert die Unbekannten nach den von der Zenitdistanz abhängigen Faktoren, so wird die Fehlergleichung zu:

$$\Lambda = (\sin \varphi_0 \Delta U - \Delta a_B) + \operatorname{ctg} z_0 (\sin a_0 \Delta \varphi - \cos a_0 \cos \varphi_0 \Delta U \mp \beta) \mp \operatorname{csc} z_0 c + \sum \left\{ \begin{array}{l} \text{(FR)} \\ \text{(FL)} \end{array} \right. \quad (5a)$$

oder, wenn man für die eingeklammerten Ausdrücke die weiteren Abkürzungen  $\Delta M$  und  $\Delta N$  einführt:

$$\Lambda = \Delta M + \operatorname{ctg} z_0 \Delta N \mp \operatorname{csc} z_0 c + \sum \left\{ \begin{array}{l} \text{(FR)} \\ \text{(FL)} \end{array} \right. \dots \dots \dots (5b)$$

Wenn man in demselben Vertikal, aber auf der anderen Seite vom Zenit beobachtet, d. h. das Beobachtungszimut um  $180^\circ$  verändert, tritt nur ein Vorzeichenwechsel bei  $\Delta N$  und  $c$  ein. Die Gleichung (5) zeigt somit, dass man durch ausschliessliche Beobachtung in einem Vertikal keine Ortsbestimmung erlangen kann, sondern nur Werte für  $\Delta M$ ,  $\Delta N$  und  $c$  erhält.

Beobachtet man im Meridian, so verschwindet, da jetzt  $a_0$  gleich null ist, das  $\Delta \varphi$  enthaltende Glied. Die Durchgangsbeobachtungen im Meridian ergeben keine Bestimmung der Breite, ermöglichen aber dafür die Zeit unabhängig von der Kenntnis der Breite zu finden.

Im I Vertikal ist  $\cos a_0$  gleich null. Die Uhrkorrektion übt deswegen im I Vertikal in allen Zenitdistanzen ein und denselben Einfluss aus und ist daher leicht zu eliminieren. Dadurch wird es möglich im I Vertikal die Breite unabhängig von der Kenntnis der Uhrkorrektion zu bestimmen.

Beachtet man noch, dass durch ein Umlegen der Horizontalachse inmitten eines jeden Sterndurchgangs die Kollimation und die Seitenbiegung eliminiert werden, so sind ohne weiteres die Vorzüge des Gebrauchs eines Durchgangsinstruments im Meridian, bzw. im I Vertikal zu Zeit- bzw. Breitenbestimmungen einleuchtend.

Da  $\Delta \varphi$  mit dem Faktor  $\sin a_0$  und  $\Delta U$  mit  $\cos a_0$  auftreten und die Genauigkeit, mit der sich die Unbekannten aus einer Ausgleichung ergeben, von der Grösse ihrer Koeffizienten in den Fehlergleichungen abhängt, folgt weiter, dass je näher man zum Meridian beobachtet, um so genauer die Zeit und je näher zum I Vertikal, um so genauer die Breite gefunden werden. Für eine vollständige Ortsbestimmung empfehlen sich somit die Beobachtungen in der Nähe der Vertikale mit den Azimuten  $\pm 45^\circ$ , doch sind die Beobachtungen in der Nähe des Meridians, bzw. in der Nähe des I Vertikals ebenfalls verwendbar, wenn sie durch Beobachtungen in der Nähe des I Vertikals, bzw. des Meridians ergänzt werden.

Für Beobachtungen sehr nahe beim Meridian und sehr nahe beim I Vertikal bietet eine gleichzeitige Zeit- und Breitenbestimmung nur den Vorteil, dass man die Instrumentalfehler aus einer grösseren Anzahl von Beobachtungen bestimmen kann.

Wenn man nach der Gleichung (5) eine Ortsbestimmung ausführen wollte durch Beobachtung der Durchgangszeiten und Messung der Azimute verschiedener Sterne in verschiedenen Beobachtungszimuten, um die gesuchten Korrekturen  $\Delta\varphi$  und  $\Delta U$  durch eine Ausgleichung der Fehlergleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate zu bestimmen, so wäre dies nur statthaft, wenn während der Gesamtdauer der Beobachtung die Kollimation und die Seitenbiegung, bzw. die Durchbiegung der Achse konstant bleiben und sich weder die Uhrkorrektur, noch die Lage des Instruments verändern. Die letzten Bedingungen können aber nicht ohne weiteres angenommen werden. Es ist daher notwendig den Einfluss des Uhrgangs und den der Drehung des Pfeilers durch weitere Korrektionsglieder zu berücksichtigen. Besitzt man durch anderweitige Bestimmungen bereits plausible Werte dieser Grössen, würden die Korrekturen nur eine Änderung des Absolutglieds hervorrufen. Sind der Uhrgang und die Pfeilerdrehung nicht gegeben, müssen sie in die Fehlergleichungen als weitere Unbekannte eingeführt und bei der Ausgleichung mit abgeleitet werden. Man wird in diesem Fall die Anzahl der anzustellenden Beobachtungen entsprechend zu vergrössern haben.

Es sei  $g_h$  der stündliche Gang der Beobachtungsuhr. Bezeichnet man die Zeit, in Bruchteilen der Stunde, zwischen dem mittleren Moment, auf den sich die Ortsbestimmung bezieht, und dem Durchgange des Sternes  $S_i$  mit  $h_i$ , wobei  $h_i$  negativ oder positiv ist, je nachdem der Durchgang früher oder später erfolgt, so ist

$$+ \frac{\cos \delta \cos q_0}{\sin z_0} h_i g_h \dots \dots \dots (6)$$

das wegen des Uhrganges an die Fehlergleichung (5) anzubringende Korrektionsglied.

Ist  $\omega$  die in Bogensekunden ausgedrückte Drehung des Pfeilers, bzw. die azimutale Veränderung des Instruments während eines Beobachtungssatzes, positiv, wenn sich die Korrektur des Meridianpunkts des Horizontalkreises verringert, so ist, wenn man die Beobachtungen auf die anfängliche Stellung des Instruments reduzieren will,

$$+ H_i \omega \dots \dots \dots (7)$$

das in der Fehlergleichung (5) auftretende Korrektionsglied wegen der Pfeilerdrehung.  $H_i$  ist hier ein numerischer Faktor, der von der Hypothese abhängt, die man als Gesetz der Pfeilerdrehung, bzw. der azimutalen Veränderung des Instruments aufstellt. Wenn z. B. die Drehung des Pfeilers proportional der Zeit gesetzt wird, würde  $H_i$  die Bruchteile der Stunde anzugeben haben, die seit dem Beginn der Beobachtungen eines Satzes bis zu dem erfolgten Durchgange des Sternes  $S_i$  verflossen sind.

Wenn man berücksichtigt, dass die Fehlergleichungen (5) alle mit Gewichten zu versehen sind, weil ja die einzelnen Azimute mit verschiedener Genauigkeit erhalten werden, ist es einleuchtend, dass der soeben ausgeführte allgemeinste Fall der Methode der Ausgleichung von Azimuten, wegen der Schwierigkeit der Ausgleichung und wegen der durch die vielen Unbekannten verminderten Genauigkeit, praktisch nicht verwertbar ist.

## 2. Die Ausgleichung von Azimutdifferenzen.

Um die Zahl der Unbekannten in der Fehlergleichung (5) zu verringern, ist es zweckmässig von der Messung der Einzelazimute zur Messung von Azimutdifferenzen überzugehen, d. h. Sternpaare zu beobachten. Schreibt man die Gleichung (5<sup>a</sup>) unter Berücksichtigung der Korrektionsglieder (6) und (7) für zwei verschiedene Sterne  $S_1$  und  $S_2$ , so entsteht, durch Subtraktion, die Fehlergleichung für den Vergleich der Azimutdifferenz:

$$\begin{aligned} \Lambda_1 = \Sigma_1 - \Sigma_2 + \Delta \varphi (\sin a_{o;1} \operatorname{ctg} z_{o;1} - \sin a_{o;2} \operatorname{ctg} z_{o;2}) - \\ - (\Delta U + h_i g_h) \cos \varphi_o (\cos a_{o;1} \operatorname{ctg} z_{o;1} - \cos a_{o;2} \operatorname{ctg} z_{o;2}) \mp \\ \mp \beta (\operatorname{ctg} z_{o;1} \mp \operatorname{ctg} z_{o;2}) \mp c (\operatorname{csc} z_{o;1} \mp \operatorname{csc} z_{o;2}) + \omega (H_1 - H_2) \end{aligned} \quad \left. \begin{array}{l} \text{(FR)} \\ \text{(FL)} \end{array} \right\} \cdot \cdot (8)$$

Die unteren Vorzeichen in den Klammern gelten für den Fall, dass die Beobachtung des Sternes  $S_2$  in der entgegengesetzten Instrumentlage stattgefunden hat.

Da der Einfluss der Gangänderung der Beobachtungsuhr innerhalb der Beobachtungszeit eines Paares praktisch unmerklich ist, durfte für  $h_1$  und  $h_2$  der Mittelwert  $h_i$  gesetzt werden. Sind nur solche Sterne zu Paaren zusammengestellt worden, deren Durchgangszeiten nicht zu weit auseinanderliegen, dann sind  $H_1$  und  $H_2$  so nahe gleich, dass die Korrektion wegen der Pfeilerdrehung nicht berücksichtigt zu werden braucht. Die Korrektion des Nullpunkts des Horizontalkreises  $\Delta a_B$  tritt in der Gleichung (8) überhaupt nicht mehr auf.

Das Grundprinzip der Methode der Ausgleichung von Azimutdifferenzen ist demnach folgendes: Es werden die Durchgangszeiten zweier Sterne und die dazu gehörende Azimutdifferenz beobachtet. Der Vergleich der als fehlerfrei angesehenen gemessenen Azimutdifferenz mit der aus den Näherungswerten der Breite und der Uhrkorrektion berechneten, liefert eine Fehlergleichung zwischen der Breitenkorrektion und der Uhrkorrektion. Die noch nicht ermittelten Instrumentalfehler können in diese Fehlergleichung als weitere Unbekannte mit eingeführt werden. Eine Gesamtausgleichung aller derartiger Fehlergleichungen von Sternpaaren ergibt dann die plausibelsten Werte für die an die Näherungswerte der Zeit und der Breite anzubringenden Verbesserungen und für die Instrumentalkonstanten.

Eine der Gleichung (8) entsprechende Beziehung zwischen  $\Delta\varphi$  und  $\Delta U$ , jedoch ohne Berücksichtigung des Uhrgangs und der Instrumentalfehler, ist von C. C. Kayser<sup>8)</sup> im Marineblad 1914/15, S. 134 veröffentlicht worden. Sieht man von allen Korrektionsgliedern ab, stellt sich die Gleichung (8) in der Form dar:

$$A \Delta\varphi + B \Delta U \cos \varphi_0 + C = 0 \dots \dots \dots (9)$$

Denkt man sich in der Horizontebene ein rechtwinkliges Koordinatensystem, dessen Ursprung der gegisste Ort ist und dessen positive  $\Delta\varphi$ -Achse mit der Meridianebene zusammenfällt, während die positive  $\Delta U \cos \varphi_0$ -Achse nach Osten geht, so stellt die Gleichung (8) in diesem Koordinatensystem eine Gerade dar und zwar eine Standlinie. Hieraus ist ersichtlich, dass sich die Fehlergleichungen der beobachteten Sternpaare auch graphisch auswerten lassen, was namentlich im Falle zahlreicher überschüssiger Beobachtungen als graphische Ausgleichung vorteilhaft sein kann.

Die Gleichung (8) führt zu Standlinien. Es ist aber auch der Weg denkbar, dass man, von Standlinien ausgehend, zu einer Gleichung zwischen  $\Delta\varphi$  und  $\Delta U$  kommt. Auf diesem Wege hat v. K obbe<sup>7)</sup> im Jahre 1910 die Aufgabe der gleichzeitigen Zeit- und Breitenbestimmung aus Horizontalwinkelmessungen gelöst. V. K obbe hat, ausgehend von der Voraussetzung, dass die Zenitdistanzen der Sterne des Paares nicht sehr verschieden sind, den geometrischen Ort, von dem die beiden Sterne des Paares unter dem gemessenen Horizontalwinkel gepeilt werden, in der Nähe des gegissten Ortes durch eine Standlinie ersetzt, für die er den Abstand und das Azimut des Leitpunkts auf geometrischem Wege bestimmt. Der gesuchte Ort ist als Schnittpunkt zweier Standlinien definiert. Das so erhaltene Formelsystem, das ja aus einem Näherungsverfahren gewonnen ist, gilt natürlich auch nur für relativ kleine Werte der unbekanntenen Verbesserungen  $\Delta\varphi$  und  $\Delta U$ .

Bei der Ableitung der Gleichung (8) ist in bezug auf die Zenitdistanzen der Sterne des Paares keine Voraussetzung gemacht worden, weswegen diese Gleichung bei sehr verschiedenen Zenitdistanzen eine bessere Annäherung, als die v. Kobbesehen Formeln, geben könnte. Im Falle der Beobachtung von Sternpaaren in ein und derselben Vertikalebene, d. h. wenn  $a_1 = a_2 + 180^\circ$  ist, werden beide Systeme, bis auf die Korrektionsglieder wegen der Instrumentalfehler, die ja bei den v. Kobbesehen Standlinienformeln nicht mitgeführt werden können, identisch.

Für die allgemeine Lösung der Aufgabe sind die Gleichungen (8) bequemer, denn sie enthalten nur die Azimute und die Zenitdistanzen der Sterne, also Grössen, die aus der Azimutrechnung und aus den Einstell-  
daten entnommen werden können, während v. K obbe noch den Abstand und das Azimut des Leitpunkts berechnet. Beide Formelsysteme sind für die logarithmische Rechnung wenig geeignet, was aber bei der grossen Verbreitung der Rechenmaschine nicht weiter hinderlich ist.

Die Betrachtung der Standlinien gewährt auch den Überblick über die günstigsten Beobachtungsbedingungen. Letztere treten dann ein, wenn die einzelnen Standlinien:

a) die besten Annäherungen an die Ortslinien, die Azimutrestgleichen, darstellen und

b) sich unter einem rechten Winkel schneiden.

Der ersten Bedingung wird entsprochen, wenn die Azimutdifferenz der beiden Sterne eines Paares 0 oder  $180^\circ$  beträgt, weil ja in diesem Fall die Ortslinie in den Grosskreisbogen übergeht, der die Projektionspunkte der beiden Sterne verbindet. Für die Ortsbestimmung kommt aber in der Regel nur die Azimutdifferenz von  $180^\circ$  in Betracht, weil sonst, wie die Gleichung (8) zeigt, die Koeffizienten der Unbekannten  $\Delta\varphi$  und die  $(\Delta U + h_i g_h) \cos \varphi_0$ , falls nicht die Zenitdistanzen der beiden Sterne sehr verschieden sind, zu kleine Werte annehmen würden.

Für die praktische Anwendung folgt aus dem Obigen die Vorschrift, die Sterne eines Paares auf verschiedenen Seiten vom Zenit möglichst in ein und derselben Vertikalebene zu beobachten und zu jedem so erhaltenen Sternpaar ein ergänzendes in der Nähe des zum ersten senkrechten Vertikals zu wählen. Wird diese Bedingung der komplementären Sternpaare eingehalten, können zu einer Ortsbestimmung die Beobachtungen in allen beliebigen Azimuten dienen. Da bei  $\Delta\varphi$  und  $\Delta U \cos \varphi_0$  als Faktoren die Kotangenten der Zenitdistanz auftreten, kann man weiter schliessen, dass die Beobachtungen in kleinen Zenitdistanzen eine grössere Genauigkeit gewähren müssen, weil dann ein Fehler im Absolutgliede, den Neigungsfehler ausgenommen, einen geringeren Einfluss ausüben würde, und dass man, bei Beobachtung eines Sternes in grösserer Zenitdistanz, denselben am vorteilhaftesten mit einem Sterne in einer kleinen Zenitdistanz zu einem Paar vereinigt. An und für sich ist aber eine Gleichheit der Zenitdistanzen der Sterne eines Paares ein günstiger Umstand. Man darf aber die Beobachtungen andererseits auch nicht zu nahe an das Zenit ausdehnen, weil hier wegen der raschen Änderung des Azimuts die Anwendung der Differentialformel nicht mehr zulässig wäre.

Die Genauigkeit der Ortsbestimmung hängt einerseits von der Grösse der Fehler in: a) der beobachteten Durchgangszeit, b) den Sternkoordinaten, c) der gemessenen Azimutdifferenz und d) der Neigungsbestimmung, andererseits aber auch von e) der Konstanz der Instrumentalfehler und f) der Anzahl der Unbekannten in den Fehlergleichungen ab. Durch eine Auswahl von Sonderfällen können nicht nur die Formeln wesentlich vereinfacht werden, sondern auch die Genauigkeit der Ortsbestimmung vermag dadurch gesteigert zu werden: entweder man beobachtet die Sternpaare in Almukantaraten, wobei: 1) die Kollimation und die Seitenbiegung eliminiert werden, 2) die Unveränderlichkeit der Instrumentalfehler nur für die Dauer der Beobachtung eines Sternpaares wesentlich ist und 3) das Nivellement der Horizontalachse sicherer ausgeführt werden kann,

da man bloss die Neigungsdifferenz zu ermitteln und das Niveau daher nicht umzusetzen braucht, oder aber man schaltet die in der gemessenen Azimutdifferenz enthaltenen Fehler der Kreisteilung und der Kreisablesung aus, indem man sich nur auf Durchgangsbeobachtungen von Sternen durch Vertikalebene beschränkt. Beide Wege sind ihrem Wesen nach verschieden und lassen sich nicht vereinigen.

Der allgemeinste Fall, bei dem die Sterne des Paares beliebige, verschiedene Zenitdistanzen haben und eine beliebige in der Nähe von  $180^\circ$  liegende Azimutdifferenz gemessen wird, ist demnach auch noch ungünstig. Man wird ihn nur dann anwenden, wenn man sich zu einer Ortsbestimmung entschliesst, ohne die Vorausberechnung eines Beobachtungsprogramms und der Einstellungsgrößen gemacht zu haben. Man muss nur dazu imstande sein, durch blosser Betrachtung des Sternhimmels aus den identifizierbaren Sternen günstige Paare auszuwählen und die Sterne durch direktes Anvisieren einzustellen. Abgesehen von diesem Ausnahmefall, kommen für die geodätische Praxis nur die vorhin erwähnten Sonderfälle in Betracht, die auch dazu verhelfen können, über die Genauigkeit der Methode der Ausgleichung von Azimutdifferenzen eine leichte Übersicht zu gewinnen.

### 3. Sonderfall A.: Sternpaare in Almukantaraten.

Der erste Sonderfall der Methode der Ausgleichung von Azimutdifferenzen wird erhalten, wenn die beiden Sterne des Paares ohne Durchschlagen in ein und derselben Fernrohrlage beobachtet werden und dabei den vertikalen Mittelfaden in der gleichen Zenitdistanz passieren. Bei der praktischen Ausführung der Beobachtungen ist es aber schwierig, dem letzten Umstande in aller Strenge Rechnung zu tragen, dagegen aber stets leicht die Gleichheit der Zenitdistanzen innerhalb einiger Bogenminuten zu erreichen. Im allgemeinen wird das aber auch schon genügen, denn die angestrebte Gleichheit der Zenitdistanzen stellt hier, im Gegensatz zu den Methoden gleicher Höhen, kein Beobachtungselement dar, sondern dient nur dazu, um die Elimination der Kollimation und der Seitenbiegung herbeizuführen und um die absoluten Neigungsbestimmungen der Horizontalachse durch die einfachere und gleichzeitig genauere Messung einer Neigungsdifferenz ersetzen zu können.

Die Untersuchung der Bedingungen, an welche die Zulässigkeit einer Gleichsetzung der Zenitdistanzen in der Fehlergleichung (8) geknüpft ist, vorläufig noch hinausschiebend, sei anstatt der Zenitdistanzen  $z_{o,1}$  und  $z_{o,2}$  ihr Mittelwert  $z_o$  eingeführt. Dann wird, unter Berücksichtigung der nachstehenden Bezeichnungen (vgl. (5)):

Berechnete Azimutdifferenz

$$D_R = a_{o,1} + 0'' \cdot 32 \frac{\cos \varphi_o \cos a_{o,1}}{\sin z_o} - a_{o,2} - 0'' \cdot 32 \frac{\cos \varphi_o \cos a_{o,2}}{\sin z_o}$$

Gemessene Azimutdifferenz  $D_B = a_{B,1} - a_{B,2}$

die Gleichung (8) zu:

$$\Lambda_{,,} = D_R - D_B \mp (i_1 - i_2) \operatorname{ctg} z_o + \Delta \varphi \operatorname{ctg} z_o (\sin a_{o,1} - \sin a_{o,2}) - (\Delta U + h_i g_h) \cos \varphi_o (\cos a_{o,1} - \cos a_{o,2}) \operatorname{ctg} z_o \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(FR)} \\ \text{(FL)} \end{array} \right. \dots \dots \dots (10)$$

oder, da eine Fehlergleichung durch einen von Null verschiedenen numerischen Faktor dividiert werden darf, nach einer einfachen Umformung zu:

$$\Lambda_{,,} = \left[ \frac{1}{2} \operatorname{tg} z_o (D_R - D_B) \mp \frac{1}{2} (i_1 - i_2) \right] \operatorname{csc} \frac{a_{o,1} - a_{o,2}}{2} - \Delta \varphi \sin \frac{(a_{o,1} + a_{o,2} - 180^\circ)}{2} + (\Delta U + h_i g_h) \cos \varphi_o \cos \frac{(a_{o,1} + a_{o,2} - 180^\circ)}{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{(FR)} \\ \text{(FL)} \end{array} \right. \dots \dots (11)$$

Da angenommen werden soll, dass die Beobachtungen der Sterne eines Paares unmittelbar nacheinander stattfinden, konnte das den Einfluss der Pfeilerdrehung darstellende Korrektionsglied überhaupt fortgelassen werden.

Es möge stets  $a_1 > a_2$  sein und die Azimutdifferenz auf Grund der im vorigen Abschnitt entwickelten Beobachtungsbedingungen in der Nähe von  $180^\circ$  liegen, so dass  $190^\circ > D > 170^\circ$  ist. Dann ist der Faktor

$\operatorname{csc} \frac{(a_{o,1} - a_{o,2})}{2}$  stets positiv. Da sein numerischer Wert für eine Azimut-

differenz von  $180^\circ$  gleich eins ist und selbst bei  $D = 180^\circ \pm 10^\circ$  erst zu 1.004 wird, übt er bei einem kleinen, nur wenige Bogensekunden betragenden Absolutgliede überhaupt keinen merkbaren Einfluss aus. Es ist daher zu empfehlen, dafür Sorge zu tragen, dass die Absolutglieder der Fehlergleichungen nicht über eine gewisse Höchstgrenze hinauswachsen. Man wird dann nicht nur den erwähnten Faktor einfach fortlassen können, sondern sich auch günstige Bedingungen für die Anwendung des auf der Differentialrechnung beruhenden Formelsystems schaffen und noch dazu sich die Berechnung der Koeffizienten der Normalgleichungen erleichtern. Die Kleinheit des Absolutglieds hat aber zur Bedingung, dass die Neigungsdifferenz ( $i_1 - i_2$ ) klein bleibt und dass die der Rechnung zugrunde gelegten Näherungswerte der Breite und der Uhrkorrektion nicht zu weit von den wahren Werten abweichen. Beides lässt sich stets erreichen, das erstere durch Sorgfalt beim Horizontieren und Beobachten, das andere dadurch, dass man, unter Vernachlässigung des Uhrgangs aus zwei Sternpaaren zuerst die provisorischen Verbesserungen ( $\Delta \varphi_1$ ) und  $(\Delta U_1) \cos \varphi_o$  der Näherungswerte  $\varphi_o$  und  $U_o \cos \varphi_o$  ableitet, ehe man an die Gesamtreduktion und Ausgleichung der Beobachtungen geht. Aber auch wenn man sich mit den ursprünglichen Näherungen begnügen wollte, müssten diese schon um  $10''$  falsch sein, um infolge der Vereinfachung der Formel (11) im ungünstigsten Falle einen Fehler von  $0''.06$  im Absolutgliede hervorrufen zu können. Selbst aber auch dann wird im Hinblick auf die Beobachtungsgenauigkeit die Vernachlässigung oft noch zu rechtfertigen sein.

Die Fehlergleichung (11) lässt sich auch noch anders ausdrücken. Da die beiden Sterne des Paares in der gleichen Zenitdistanz beobachtet werden, gilt für das Azimut des Leitpunkts der Standlinie  $a_L$  die einfache Beziehung:

$$a_L = \frac{a_{o,1} + a_{o,2}}{2}$$

weswegen auch:

$$\Lambda_1 = (\text{Abs. Gl.})_1 - \Delta\varphi \cos a_{L,1} - (\Delta U + h_i g_h) \cos \varphi_o \sin a_{L,1} \quad \dots \quad (11a)$$

Die Bedingung des senkrechten Schnittes zweier Standlinien, deren Leitpunkte  $L_1$  und  $L_2$  sein mögen, ist:

$$a_{L,2} = a_{L,1} \pm 90^\circ$$

Daher erhält man für die Gleichung eines zweiten Sternpaares, dessen Standlinie die des ersten unter einem rechten Winkel schneidet, unter Beibehaltung von  $a_{L,1}$  als Ausgangsrichtung:

$$\Lambda_2 = (\text{Abs. Gl.})_2 \mp \Delta\varphi \sin a_{L,1} \pm (\Delta U + h_i g_h) \cos \varphi_o \cos a_{L,1} \quad \left. \begin{array}{l} a_{L,2} = a_{L,1} + 90^\circ \\ a_{L,2} = a_{L,1} - 90^\circ \end{array} \right\} (11b)$$

Aus der gemeinsamen Auflösung der Gleichungen (11a) und (11b) findet sich als Ergebnis der Ortsbestimmung aus zwei Sternpaaren, die sich senkrecht schneidende Standlinien ergeben:

$$\Delta\varphi = (\text{Abs. Gl.})_1 \cos a_{L,1} \pm (\text{Abs. Gl.})_2 \sin a_{L,1} \quad \left. \begin{array}{l} \text{oberes Vorzeichen:} \\ \text{unteres} \end{array} \right\} a_{L,2} = a_{L,1} \pm 90^\circ$$

$$(\Delta U + h_i g_h) \cos \varphi_o = (\text{Abs. Gl.})_1 \sin a_{L,1} \mp (\text{Abs. Gl.})_2 \cos a_{L,1}$$

Haben die beiden Paare ein und dasselbe Gewicht, wird auf Grund des Fehlerfortpflanzungsgesetzes die Genauigkeit der Ortsbestimmung im Falle des senkrechten Schnittes zweier Standlinien von der Lage der Beobachtungszimute gänzlich unabhängig. Auch werden in diesem Falle die beiden Unbekannten mit derselben Genauigkeit erhalten.

Um zu einem Urteil über die Genauigkeit der Methode zu gelangen, möge angenommen werden, dass die Azimutdifferenz der beiden Sterne eines Paares  $180^\circ$  betrage. Dieses wird zwar in der Praxis in aller Strenge fast nie erfüllt sein, doch sind die Genauigkeitsverhältnisse selbst bei einer Azimutdifferenz von  $180^\circ \pm 10^\circ$  nicht wesentlich anders als bei  $180^\circ$ . Die Annahme:  $a_{o,1} = a_{o,2} \pm 180^\circ$  vereinfacht aber die Formel und die Gleichung (11) wird zu:

$$\Lambda_{,,} = \left[ \frac{1}{2} \text{tg } z_o (D_B - D_R) \pm \frac{1}{2} (i_1 - i_2) \right] + \Delta\varphi \sin a_{o,2} - (\Delta U + h_i g_h) \cos \varphi_o \cos a_{o,2} \quad \left. \begin{array}{l} \text{(FR)} \\ \text{(FL)} \end{array} \right\} (12)$$

Die erste Aufgabe der Genauigkeitsuntersuchung ist die Aufstellung der Bedingungen für die Zulässigkeit der Einführung der mittleren Zenitdistanz durch Angabe der Grenzen, innerhalb derer die Gleichheit der Zenitdistanzen der beiden Sterne eines Paares von der Beobachtung verlangt werden muss. Ausschlaggebend ist hier die Grössenordnung der Instrumentalfehler  $c$ ,  $\beta$  und  $i$ , deren Kenntnis deswegen gefordert wird,

trotzdem  $c$  und  $\beta$  durch die Anordnung der Beobachtungen eliminiert werden und die Bestimmung von  $i_1$  und  $i_2$  durch die Messung der Neigungsdifferenz ( $i_1 - i_2$ ) ersetzt wird. Da aber keine sehr genauen Werte erforderlich sind, wird es meist genügen  $c$  und  $\beta$  aus früheren Beobachtungen abzuleiten oder, wo solche fehlen, zusammen mit  $i$  auf direktem Wege zu bestimmen. Die Änderungen der Koeffizienten der Unbekannten  $\Delta\varphi$  und  $(\Delta U + h_i g_h) \cos \varphi_0$  sind dagegen im Verhältnis unbedeutend und, da die Unbekannten selber stets sehr klein sind, wird sich wohl in nur den seltensten Fällen eine wesentliche Beeinträchtigung der Genauigkeit, infolge einer Veränderung dieser Koeffizienten, nachweisen lassen.

Es bedeute  $\Delta z$  die Abweichung einer Zenitdistanz von dem Mittelwert, so dass:

$$z_0 = z_{0,1} + \Delta z = z_{0,2} - \Delta z$$

Dann lassen sich die beim Übergange von der Gleichung (8) zur Gleichung (11) fortgelassenen Glieder folgendermassen ausdrücken, wobei zu bemerken ist, dass in den Klammern der Gleichung (8) jetzt nur die oberen Vorzeichen gelten:

$$\mp \beta \frac{\sin 2 \Delta z}{\sin 2 z_0} \mp c \frac{\sin \Delta z}{\sin z_0} \pm \frac{1}{2} \operatorname{tg} z_0 \left[ i_1 [ctg z_0 - ctg (z_0 - \Delta z)] - i_2 [ctg z_0 - ctg (z_0 + \Delta z)] \right] \cdot \begin{matrix} \text{(FR)} \\ \text{(FL)} \end{matrix}$$

Diese Formeln sollen aber nicht zur Berechnung von etwaigen Korrekturen dienen, sondern sie sind bloss zur Ableitung der Beobachtungsbedingungen aufgestellt worden. Es ist ja auch nur die Grössenordnung der einzelnen Glieder von Interesse. Deswegen kann man zur Vereinfachung für die bei sorgfältiger und stets kontrollierter Horizontierung und bei einer stabilen Aufstellung des Instruments nur sehr wenig voneinander verschiedenen Neigungen  $i_1$  und  $i_2$ , zur Angabe ihrer Grössenordnung, einen Mittelwert  $I$  einführen, der dann mit dem Koeffizienten von  $\beta$  in das Absolutglied der Fehlergleichung eingehen würde. Um über die Zulässigkeit der Gleichsetzung der Zenitdistanzen in der Fehlergleichung urteilen zu können, braucht man somit nur die numerischen Werte der Koeffizienten von  $\beta$  und  $c$  zu kennen, die auch in nachstehender Tafel in Einheiten der dritten Dezimalstelle gegeben sind.

**Tafel 1.**  
Koeffiz. d. Seitenbiegung.                      Koeffiz. d. Kollimation.

$Z_0$	$\Delta Z$	Koeffiz. d. Seitenbiegung.					Koeffiz. d. Kollimation.				
		30"	1'	3'	5'	10'	30"	1'	3'	5'	10'
10°		0.9	1.7	5.1	8.5	17.0	0.8	1.7	5.0	8.4	16.8
20		0.5	0.9	2.7	4.5	9.0	0.4	0.8	2.6	4.2	8.4
30		0.3	0.7	2.0	3.4	6.7	0.3	0.6	1.8	2.9	5.8
40		0.3	0.6	1.8	3.0	5.9	0.2	0.5	1.4	2.3	4.5
50		0.3	0.6	1.8	3.0	5.9	0.2	0.4	1.1	1.9	3.8
60		0.3	0.7	2.0	3.4	6.7	0.2	0.3	1.0	1.7	3.4
70		0.5	0.9	2.7	4.5	9.0	0.1	0.3	0.9	1.6	3.1

Bedenkt man, dass  $c$  und  $I$  bei der Aufstellung des Instruments leicht bis auf einige Bogensekunden berichtigt werden können und dass die Seitenbiegung, bzw. die Durchbiegung der Achse bei den transportablen Beobachtungsinstrumenten ebenfalls gewöhnlich nur wenige Bogensekunden beträgt, so wird in normalen Fällen, auch selbst bei Beobachtungen in kleinen Zenitdistanzen, wenn nur die Zenitdistanzen der Sterne des Paares innerhalb zweier Bogenminuten ( $\Delta z = 1'$ ) gleich sind, kaum eine Verfälschung des Absolutglieds im Betrage weniger Hundertstel einer Bogensekunde erwartet werden können. Bei der Beobachtung in mittleren und grösseren Zenitdistanzen liegen die Verhältnisse noch günstiger.

Eine Gleichheit der für den Mittelfaden geltenden Zenitdistanzen der Sterne eines Paares ist innerhalb zweier Bogenminuten leicht erreichbar. Man ist ja bei der Anwendung der Methode nicht an ein bestimmtes Azimut gebunden. Hat man daher die vorausberechnete Zenitdistanz der Beobachtung am Mittelfaden eingestellt, lässt sich, wenn das Bild des Sternes im Gesichtsfelde des Fernrohrs erschienen ist, das Azimut soweit berichtigen, dass der Stern den Mittelfaden innerhalb der Horizontalfäden treffen müsste. Darauf wird erst das Sternbild durch Änderung der Zenitdistanz zwischen die Horizontalfäden gebracht und, durch ständiges Nachdrehen der Mikrometerschraube während der Fadendurchgänge, dauernd zwischen denselben gehalten. Verfährt man ebenso bei der Einstellung und Beobachtung des anderen Sternes, dann wird anzunehmen sein, dass die für den Durchgang durch den Mittelfaden geltenden Zenitdistanzen bis auf wenige Bogenminuten gleich sind. Beim Gebrauch eines Universalinstruments, dessen Fernrohr eine etwa 60-fache Vergrößerung aufweist, fällt es schon nicht schwer, eine Übereinstimmung der Zenitdistanzen eines Paares innerhalb der Bogenminute zu erzielen.

Eine Beeinträchtigung der Genauigkeit der Ergebnisse durch die Anwendung der für die Methode der Sternpaare in Almukantaraten abgeleiteten Formeln, ist bei einer sorgfältigen Ausführung der Beobachtungen somit leicht zu vermeiden.

Sollte es jedoch nicht gelingen, die beiden Sterne in genügender Nähe eines Almukantaraten zu beobachten, wird man sich vor einer systematischen Verfälschung der Resultate am leichtesten schützen können, wenn man die Beobachtungen variiert, indem man bald mit dem Nordstern, bald mit dem Südstern des Paares beginnt, oder aber auch die Fernrohrlage wechselt.

Im folgenden soll vorausgesetzt werden, dass die soeben behandelte Fehlerquelle für die Genauigkeit der Ortsbestimmung bedeutungslos ist.

Bei der weiteren Untersuchung der Fehler des Absolutglieds sollen zuerst die Fehler der berechneten Azimutdifferenz, dann die der gemessenen und zuletzt die Fehler der Neigungsbestimmung besprochen werden.

Der Fehler der berechneten Azimutdifferenz entsteht aus der Differenz der Fehler der einzelnen Sternazimute. Letztere wiederum werden durch die Fehler der Sternkoordinaten und die Fehler der Durchgangsbeobachtungen bewirkt. Den Zusammenhang liefert die Ausgangsformel (2), der Differentialausdruck des Azimuts. Hier ist  $d\varphi$  gleich Null zu setzen und  $dt$  als bestehend aus dem Fehler der Rektaszension  $d\alpha$  und aus dem der Durchgangsbeobachtung  $d\Theta$  zu denken. Der letztgenannte Fehler besteht seinerseits aus dem zufälligen Fehler der Durchgangsbeobachtung  $d\Theta_z$  und aus dem systematischen  $d\Theta_s$ , der durch den persönlichen Fehler des Beobachters und durch den Fehler des benutzten Registrierapparats hervorgerufen wird. Sind  $da_{R,1}$  und  $da_{R,2}$  die Fehler der berechneten Sternazimute, so ergibt sich aus der Gleichung (2) für die berechnete Azimutdifferenz, da nach der Gleichung (11) die Fehler  $da_{R,1}$  und  $da_{R,2}$  in die Fehlergleichung mit dem Faktor  $\frac{1}{2} \operatorname{tg} z_o$  eingehen:

$$\frac{1}{2} \operatorname{tg} z_o (da_{R,1} - da_{R,2}) = \frac{1}{2} \sec z_o \left[ \sin q_1 d\delta_1 - \sin q_2 d\delta_2 + \cos \delta_1 \cos q_1 (-d\alpha_1 + d\Theta_{z,1} + d\Theta_{s,1}) - \cos \delta_2 \cos q_2 (-d\alpha_2 + d\Theta_{z,2} + d\Theta_{s,2}) \right] \dots \dots \dots (13)$$

Was die Fehler der Sternkoordinaten betrifft, sieht man, dass der Einfluss des Deklinationsfehlers im Meridian gleich Null ist, während er im Falle, dass der Stern in der Digression beobachtet wird, sein Maximum erreicht; beim Rektaszensionsfehler ist das Entgegengesetzte der Fall. Wenn man den mittleren Fehler der ausschliesslich beobachteten Fundamentalsterne als gleich annimmt:

$$\epsilon_\alpha \cos \delta = \epsilon_\delta = \epsilon_*$$

ist der durch die Fehler der Sternkoordinaten bedingte mittlere Fehler einer Azimutdifferenz, d.h. der mittlere Fehler eines Sternpaars:

$$\epsilon_1 = \frac{1/2\sqrt{2}}{\cos z_o} \epsilon_*$$

Bis zu einer Zenitdistanz von  $45^\circ$  ist der durch die Fehler der Sternkoordinaten bewirkte mittlere Fehler im Absolutglied kleiner als der mittlere Fehler einer Sternposition. Die numerischen Werte für  $\epsilon_1$  sind in nachstehender Tafel gegeben.

**Tafel 2.**

$z =$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$
$\epsilon_1 =$	$0.71 \epsilon_*$	$0.75 \epsilon_*$	$0.82 \epsilon_*$	$\epsilon_*$	$1.41 \epsilon_*$	$2.07 \epsilon_*$

Nach F. C o h n <sup>10)</sup> ist es möglich, die Positionen der Fundamentalsterne mit einem mittleren Fehler  $\epsilon_* = \pm 0''.1$  anzugeben. Wenn auch dieser Wert für die Entnahme der Sternpositionen aus den Jahrbüchern, wegen der noch unvollkommenen Berücksichtigung der Eigenbewegungen, als zu niedrig erscheint, ist doch wohl anzunehmen, dass in Zukunft diese Genauigkeit erreicht werden wird.

Um die Einwirkungen der systematischen Beobachtungsfehler auf die berechnete Azimutdifferenz zu untersuchen, ist es zweckmässig, die Gleichung (13) auf Grund der bekannten Grundformel für den parallaktischen Winkel:

$$\cos \delta \cos q = \sin \varphi \sin z - \cos \varphi \cos z \cos a \dots \dots \dots (14)$$

teilweise umzuformen. Unter der Annahme, dass der systematische Fehler der Durchgangsbeobachtung konstant ist, findet sich, eingedenk der Beziehung:  $a_2 = a_1 - 180^\circ$  und nach Fortlassung der bereits schon behandelten Fehler der Sternpositionen, für die Azimutdifferenz:

$$\frac{1}{2} \operatorname{tg} z_o d(a_{R,1} - a_{R,2}) = \frac{1}{2} \operatorname{sec} z_o \left[ \cos \delta_1 \cos q_1 d\Theta_{z,1} - \cos \delta_2 \cos q_2 d\Theta_{z,2} \right] + \cos \varphi_o \cos a_2 d\Theta_s \quad (15)$$

Ein Vergleich mit der Gleichung (12) zeigt, dass der systematische Beobachtungsfehler denselben Koeffizienten hat, wie  $\Delta U$ . Die Folge davon ist, dass dieser Fehler auf die Breite keinen Einfluss ausübt, dagegen sich von der Uhrkorrektur nicht trennen lässt, so dass die Ausgleichung als Unbekannte nur  $(\Delta U + d\Theta_s)$  zusammen bestimmt. Um zu dem plausibelsten Wert von  $\Delta U$  zu gelangen, muss sowohl der persönliche Fehler des Beobachters durch besonders dazu angestellte Untersuchungen gefunden werden, als auch der Fehler der Registriervorrichtung ermittelt sein.

Wenn der systematische Beobachtungsfehler für alle Beobachtungen konstant wäre, hätte er, im Falle er früher oder nachher bestimmt werden kann, für die Genauigkeit der Ortsbestimmung keine Bedeutung. Tatsächlich besteht aber eine Abhängigkeit des systematischen Durchgangsfehlers von verschiedenen äusseren Faktoren. Als solche kommen in Betracht:

- a) die Veränderlichkeit der persönlichen Gleichung des Beobachters, von Abend zu Abend oder auch während eines Beobachtungsabends,
- b) die verschiedene Bewegungsrichtung der Sterne im Gesichtsfelde des Fernrohrs,
- c) die schiefe Bewegung der Sterne gegen die Fäden,
- d) die Helligkeitsunterschiede der Sterne.

Die dadurch bedingten Änderungen des systematischen Durchgangsfehlers beeinträchtigen auch die Bestimmung der Breite und die des Uhr-

<sup>10)</sup> Theorie der astron. Winkelmessinstr., der Beobachtungsmethoden und ihrer Fehler (1907). Encykl. d. Mathem. Wiss. VI, 2, 5; S. 273.

gangs; die Wirkungen können den Charakter zufälliger Fehler haben, aber andererseits auch systematische Verfälschungen der Ergebnisse der Ortsbestimmung hervorrufen. Die Aufgabe der Beobachtung ist es nun, diese Veränderlichkeit des systematischen Durchgangsfehlers nach Möglichkeit unschädlich zu machen, sei es auf instrumentellem Wege durch die Verfeinerung der Beobachtungsmittel, sei es durch eine besondere Anordnung der Beobachtungen. Letztere würde in der Wahrung der Symmetrie der Beobachtungen bestehen und eine etwas günstigere Bestimmung der Breite gestatten.

Die Veränderlichkeit der persönlichen Gleichung ist physiologisch bedingt und kann daher nicht in Rechnung gezogen werden. Wenn diese Änderungen an den Beobachtungsabenden etwa proportional der Zeit erfolgen, würden sie in vollem Betrage auf den Uhrgang übergehen und die Breite nicht verfälschen. Am besten ist es natürlich, die persönliche Gleichung durch die Anwendung eines unpersönlichen Mikrometers zu eliminieren, doch bleibt es fraglich, ob dies bei der schiefen Bewegungsrichtung der Sterne mit derselben Sicherheit geschehen kann, wie bei den Meridianbeobachtungen. Gewöhnlich sind aber die für die Beobachtungen nach der Methode der Sternpaare in Almukantaraten wegen der notwendigen Horizontalwinkelmessungen allein in Frage kommenden Universalinstrumente nicht mit unpersönlichen Mikrometern ausgerüstet. Daher ist für diese Methode die chronographische Registrierung sehr wesentlich, die nicht nur eine grössere Genauigkeit der Durchgangsbeobachtungen ermöglicht, sondern die auch im Vergleich zur Aug- und Ohrmethode deswegen günstiger ist, weil die Beurteilung des Moments, wann der Stern von dem Faden halbiert ist, von der schiefen Bewegung des Sternes gegen den Faden nicht so stark beeinflusst ist, wie eine Schätzung der Durchgangszeit <sup>11)</sup>.

Der Einfluss der Helligkeitsgleichung ist durch das Vorsetzen von Gitterblenden bei der Beobachtung der hellen Sterne leicht zu eliminieren, dagegen fällt es aber schwer, die sich aus der verschiedenen Auffassung der Durchgangsmomente bei entgegengesetzten Bewegungsrichtungen der Sterne ergebenden Fehler zu vermeiden. Die Anwendung eines Reversionsprismas bei der Benutzung eines Universalinstrumentes kann, wegen des leichten Baues des Okularauszugs, unter Umständen Änderungen der Kollimation hervorrufen, so dass der Vorteil, den das Reversionsprisma bietet, weit grössere Nachteile nach sich ziehen könnte.

Die aus der verschiedenen Bewegungsrichtung der Sterne hervorgehenden systematischen Fehler haben auch eine systematische Verfälschung der Ortsbestimmung zur Folge. Den Betrag der letzteren wird man aber überhaupt nur in Rechnung ziehen können, wenn man, wie es auch schon allein zur Bestimmung des konstanten Durchgangsfehlers

<sup>11)</sup> Dr. F. Brünnow, Lehrbuch der sphärischen Astronomie, IV Auflage 1880, S. 520.

notwendig ist, die ausgeführten Ortsbestimmungen an einen gut bekannten Festpunkt anschliesst und dadurch, ausser der persönlichen Gleichung für die Zeitbestimmung, auch eine solche für die Breitenbestimmung ermittelt. In diesem Falle müsste aber die Momentanpolhöhe des Festpunkts bekannt sein.

Der durch den zufälligen Durchgangsfehler bewirkte mittlere Fehler des Mittels aus  $n$  Fadendurchgängen hat den bekannten Ausdruck:

$$\varepsilon_D = \pm \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{a^2 + \left(\frac{b}{W}\right)^2 \sec^2 \delta \sec^2 q}$$

und, nach Einsetzung der von Zinger<sup>12)</sup> für die chronographische Registrierung angegebenen Werte der Konstanten  $a$  und  $b$ :

$$\varepsilon_D = \pm \frac{1}{\sqrt{n}} \sqrt{(0.807)^2 + \left(\frac{3.80}{W}\right)^2 \sec^2 \delta \sec^2 q}$$

Der numerische Wert dieses Ausdrucks ist für die Breite:  $\varphi = 52^\circ 23'$ , bei der Annahme, dass 6 Fadendurchgänge beobachtet worden sind und dass die Vergrösserung des Fernrohrs  $W = 60$  beträgt, in nachstehender Zusammenstellung gegeben.

Tafel 3.

$\varphi = 52^\circ 23'$	$z = 10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$
Nordstern:	$s$	$s$	$s$	$s$	$s$	$s$
$a = 0$	$\pm 0.053$	$\pm 0.073$	$\pm 0.158$	$\pm 0.161$	$\pm 0.061$	$\pm 0.048$
$= +22^\circ.5$	$\pm 57$	$\pm 85$	$\pm 224$	$\pm 130$	$\pm 58$	$\pm 47$
$= +45$	$\pm 77$	$\pm 155$	$\pm 927$	$\pm 95$	$\pm 52$	$\pm 45$
$= \pm 67.5$	$\pm 224$	$\pm 397$	$\pm 109$	$\pm 59$	$\pm 46$	$\pm 42$
$= \pm 90$	$\pm 151$	$\pm 80$	$\pm 58$	$\pm 46$	$\pm 41$	$\pm 40$
Südstern:						
$a = 0$	$\pm 0.040$	$\pm 0.038$	$\pm 0.036$	$\pm 0.034$	$\pm 0.034$	$\pm 0.035$
$= +22^\circ.5$	$\pm 41$	$\pm 38$	$\pm 36$	$\pm 35$	$\pm 35$	$\pm 35$
$= +45$	$\pm 46$	$\pm 41$	$\pm 39$	$\pm 36$	$\pm 36$	$\pm 36$
$= \pm 67.5$	$\pm 63$	$\pm 50$	$\pm 44$	$\pm 40$	$\pm 38$	$\pm 37$

Hierbei ist zu bemerken, dass das Intervall der obigen Tafel noch zu weit ist, um die Änderungen des mittleren zufälligen Durchgangsfehlers der Nordsterne, der ja in der Nähe der Digression stark anwächst, anschaulich darzustellen. Es kommt aber, wie die folgenden Ausführungen zeigen werden, nicht so genau darauf an, denn der relativ grosse Durchgangsfehler der Nordsterne wird durch ihre langsame Bewegung im Azimut reichlich kompensiert, während der kleinere Durchgangsfehler der Südsterne die Genauigkeit der Azimutdifferenz bedingt.

<sup>12)</sup> Lehrbuch der Astronomie (Praktischer Teil), II Aufl. 1915, S. 112 (russisch).

Aus (15) folgt für den mittleren Fehler eines Sternpaares, der durch den zufälligen Durchgangsfehler bewirkt ist, der Ausdruck:

$$\varepsilon_2 = \pm \frac{1}{2} \sec z_o \sqrt{\cos^2 \delta_1 \cos^2 q_1 \varepsilon_{D,1}^2 + \cos^2 \delta_2 \cos^2 q_2 \varepsilon_{D,2}^2} \dots \dots \dots (A)$$

Die Koeffizienten:  $\cos \delta \cos q$  stellen die Winkelgeschwindigkeit der Sterne beim Passieren der Vertikalfäden dar.

Setzt man die allgemeinen Ausdrücke für  $\varepsilon_{D,1}$  und  $\varepsilon_{D,2}$  ein, so wird:

$$\varepsilon_2 = \pm \frac{1}{2} \sec z_o \sqrt{\frac{a^2}{n} (\cos^2 \delta_1 \cos^2 q_1 + \cos^2 \delta_2 \cos^2 q_2) + \frac{2}{n} \left(\frac{b}{W}\right)^2} \dots \dots \dots (B)$$

oder, auf Grund der Gleichung (14) und für die Annahme:  $a_{o,1} = a_{o,2} + 180^\circ$ :

$$\varepsilon_2 = \pm \sqrt{\frac{a^2}{2n} (\sin^2 \varphi_o \operatorname{tg}^2 z_o + \cos^2 \varphi_o \cos^2 a_2) + \frac{1}{2n} \left(\frac{b}{W}\right)^2 \sec^2 z_o} \dots \dots \dots (C)$$

Die Ausdrücke (B) u. (C) lassen erkennen, wie günstig es ist, wenn der Nordstern in der Nähe der Digression beobachtet wird und wenn die Beobachtungen überhaupt in kleinen Zenitdistanzen erfolgen. Aus (C) ersieht man, dass der Einfluss des zufälligen Durchgangsfehlers wohl von dem Azimut der Beobachtung abhängt, doch dass diese Abhängigkeit nicht sehr bedeutend und in allen Zenitdistanzen dieselbe ist.

Eine Erhöhung der Genauigkeit wird am leichtesten erreicht werden können, wenn man die Konstante  $W$  vergrößert, d. h. bei einem gegebenen Fernrohr das Okular mit der kürzesten Brennweite wählt. Es ist aber überhaupt ratsam für die Beobachtungen der Sternpaare keine zu schwache Vergrößerung anzuwenden.

Nachstehend sind zur besseren Illustration die Zahlenwerte des auf S. 20 angeführten Beispiels in den Ausdruck für  $\varepsilon_2$  eingesetzt und die sich für die verschiedenen Azimute ergebenden numerischen Werte von  $\varepsilon_2$  in der Tafel 4 zusammengestellt worden.

$$\varepsilon_2 = \pm \sqrt{(0''.240)^2 \operatorname{tg}^2 z_o + (0''.185)^2 \cos^2 a_{o,2} + (0''.216)^2 \sec^2 z_o}$$

**Tafel 4.**

$\varphi_o = 52^\circ 23'$	$Z = 10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$
$a = 0$	$\pm 0''.29$	$\pm 0''.31$	$\pm 0''.34$	$\pm 0''.42$	$\pm 0''.61$	$\pm 0''.92$
$= +22^\circ .5$	$\pm 0''.28$	$\pm 0''.30$	$\pm 0''.33$	$\pm 0''.42$	$\pm 0''.61$	$\pm 0''.92$
$= +45$	$\pm 0''.26$	$\pm 0''.27$	$\pm 0''.31$	$\pm 0''.40$	$\pm 0''.61$	$\pm 0''.92$
$= +67 .5$	$\pm 0''.24$	$\pm 0''.25$	$\pm 0''.29$	$\pm 0''.39$	$\pm 0''.60$	$\pm 0''.92$
$= +90$	$\pm 0''.23$	$\pm 0''.24$	$\pm 0''.28$	$\pm 0''.39$	$\pm 0''.59$	$\pm 0''.92$

Der Fehler der gemessenen Azimutdifferenz entsteht aus den Fehlern der Kreisteilung und der Kreisablesung. Es wird der stärkste Einwand gegen die Anwendung der Methode der Beobachtung von Sternpaaren in Almukantaraten sein, dass die genannten Fehler nicht eliminiert werden. In Wirklichkeit liegen aber die Verhältnisse nicht so ungünstig, wie es auf den ersten Blick den Anschein hat. Da es sich um Messungen von Azimutdifferenzen handelt, fallen die Ablese- und Einstellungsfehler, soweit sie für den Beobachter konstant sind, aus dem Resultat heraus. Werden die Azimutdifferenzen in der unmittelbaren Nähe von  $180^\circ$  gewählt, heben sich auch die systematischen Kreisteilungsfehler nahezu auf und es bleiben im wesentlichen nur die zufälligen Fehler der Kreisteilung und der Kreisablesung wirksam. Natürlich verlangt die Anwendung der Methode ein grosses transportables Universalinstrument mit fein geteiltem Horizontalkreis, wie es zu den Winkelmessungen bei den Triangulationen I. Ordnung verwandt wird und meist bei geographischen Ortsbestimmungen, die eine grössere Genauigkeit erstreben, in Gebrauch ist; auch müssen die Korrekturen für die Schraubenfehler der Ablesemikroskope und den Run sorgfältig bestimmt sein.

Ist  $\varepsilon_w$  der mittlere Fehler des gemessenen Horizontalwinkels, so ist der Ausdruck für den durch  $\varepsilon_w$  verursachten mittleren Fehler des Absolutglieds zufolge der Gleichung (11):

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{2} \operatorname{tg} z_0 \varepsilon_w$$

Der Faktor  $\frac{1}{2} \operatorname{tg} z_0$  hat für die verschiedenen Zenitdistanzen folgende Zahlenwerte:

**Tafel 5.**

Z	$10^\circ$	$15^\circ$	$20^\circ$	$25^\circ$	$30^\circ$	$35^\circ$	$40^\circ$	$45^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$
$\frac{1}{2} \operatorname{tg} z$	0.088	0.134	0.182	0.233	0.289	0.350	0.420	0.500	0.596	0.866	1.374

Der reine zufällige Fehler eines mit einem grossen Universalinstrument gemessenen Horizontalwinkels von  $180^\circ$ , ohne Einstellungsfehler, der bei den astronomischen Beobachtungen gesondert als zufälliger Durchgangsfehler betrachtet wird, ist in der Regel nicht gross und wird wohl bei 10-zölligen Kreisen und Ablesemikroskopen, die die ganzen Bogen Sekunden abzulesen und die Zehntel zu schätzen gestatten, nicht häufig den Betrag von  $1''$  überschreiten. Unter der Voraussetzung, dass der mittlere zufällige Fehler der gemessenen Azimutdifferenz  $\pm 0''.7$  betrage, wäre der durch ihn hervorgerufene mittlere Fehler eines Sternpaares, bei Beschränkung der Beobachtungen auf die Zenitdistanzen von  $10$  bis  $25^\circ$ , nur etwa  $\pm 0''.06$  bis  $\pm 0''.16$ . Bei Beobachtungen in geringen Zenitdistanzen haben diese Fehler somit keine grosse Bedeutung; ihres zufälligen Charakters

wegen wird, bei einer genügend grossen Anzahl von Beobachtungen, keine Verfälschung der Ergebnisse der Ortsbestimmung durch sie zu befürchten sein. Auch was diese Fehler betrifft, ist es günstig, die Beobachtungen in verschiedenen Beobachtungssazimuten anzustellen, da ja dann die Winkelmessungen auf verschiedenen Teilen des Kreises ausgeführt werden, ohne dass die Lage des Kreises dabei geändert zu werden braucht.

Wie aus der Gleichung (11) ersichtlich, ist die Neigungskorrektion von der Zenitdistanz der Beobachtung unabhängig. Das ist für die Anwendung der Methode sehr wesentlich, denn dadurch wird die Wahl der Zenitdistanz gänzlich freigestellt. Man wird daher die Vorteile der Beobachtung in kleinen Zenitdistanzen voll und ganz ausnutzen können.

Da in der Fehlergleichung nur die Neigungsdifferenz auftritt, braucht auch nur sie allein bestimmt zu werden, wodurch die Nivellierung der Horizontalachse erheblich sicherer ausfällt. Das Niveau bleibt während der Beobachtung eines Paares auf den Zapfen stehen und wird vor und nach einer jeden Durchgangsbeobachtung abgelesen. Die durch die Erschütterungen des Niveaus bei dem Umsetzen desselben erfolgenden Nullpunktänderungen<sup>13)</sup> werden so vermieden und es fallen ebenfalls die Fehler fort, die dadurch hervorgerufen werden, dass man beim Umsetzen das Niveau nicht genau auf ein und dieselbe Stelle der Zapfen aufzusetzen vermag. Die Neigungsbestimmung beruht aber auf der Voraussetzung, dass sich der Nullpunkt des Niveaus während der kurzen Zwischenzeit zwischen den einzelnen Durchgängen nicht verändert.

Bezeichnet man den Parswert des Niveaus mit  $P$ , den mittleren Fehler des Parswerts mit  $\varepsilon_p$ , den mittleren Fehler einer Blasenablesung mit  $\varepsilon_N$ , so wird man nach dem Obigen für den Einfluss der fehlerhaften Nivellierung auf das Absolutglied, folgenden mittleren Fehler annehmen dürfen:

$$\varepsilon_4 = \pm \frac{1}{2} \sqrt{2 P^2 \varepsilon_N^2 + (i_1 - i_2)^2 \varepsilon_p^2}$$

Dadurch, dass das Niveau nicht umgelegt zu werden braucht, wird es auch möglich ein empfindlicheres Niveau zu benutzen, als es sonst bei dem Gebrauch eines Universalinstruments der Fall ist. Eine Verringerung von  $P$  würde eine Vergrösserung der Genauigkeit der Nivellierung nach sich ziehen. Der Einfluss des ohnehin sehr kleinen Fehlers in der Bestimmung des Parswerts kann durch eine sorgfältige Horizontierung des Instruments eingeschränkt werden. Doch kann ein Fehler im Parswert auch durch die Unkenntnis eines etwaigen Temperaturkoeffizienten des Niveaus verursacht werden und, wegen seines systematischen

<sup>13)</sup> Th. Albrecht, Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen, IV Aufl. 1908, S. 22.

Charakters, die Ergebnisse der Ortsbestimmung verfälschen, wenn man nicht die Vorsicht gebraucht, die Neigung der Horizontalachse so zu halten, dass  $\Sigma (i_1 - i_2)$  aller Sternpaare einer Ortsbestimmung möglichst nahe Null ergibt.

Schliesslich ist auch für die Anwendung der Methode weder die Kenntnis der Zapfengleichheit, noch die der Zapfenunregelmässigkeit erforderlich; auch werden die Fehler vermieden, die durch das Verstauben der Zapfen während der Beobachtung veranlasst werden könnten.

Es bleibt aber trotzdem noch ein Übelstand bestehen, der freilich allen Azimutmethoden beim Verlassen der Meridianebene anhaftet. Da die Sterne ausserhalb des Meridians die Vertikalfäden nicht senkrecht schneiden, muss während des Durchgangs die Zenitdistanz des Instruments fortlaufend geändert werden. Inwieweit dieser Umstand zu Fehlern Veranlassung geben kann, hängt von den Eigenschaften des jeweiligen Beobachtungsinstruments ab und wird daher nur empirisch bestimmt werden können. Jedenfalls wird das Niveau, zwecks einer Kontrolle, vor und nach einer jeden Durchgangsbeobachtung abzulesen sein.

Fasst man die einzelnen Fehlereinflüsse zusammen, ergibt sich auf Grund des Fehlerfortpflanzungsgesetzes für  $\varepsilon$ , den gesamten mittleren Fehler des Absolutglieds, den man auch als mittleren Fehler der Beobachtung eines Sternpaares bezeichnen könnte, folgende Formel:

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \pm \sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \varepsilon_4^2} = \\ &= \pm \sqrt{\frac{1}{4} t g^2 z_o (\varepsilon_w^2 + 2 \frac{a^2}{n} \sin^2 \varphi_o) + \frac{1}{2} \sec^2 z_o (\varepsilon_*^2 + \frac{1}{n} (\frac{b}{W})^2) +} \\ &\quad + \frac{a^2}{2n} \cos^2 \varphi_o \cos^2 a_{o,2} + \frac{1}{2} P^2 \varepsilon_N^2 + \frac{1}{4} (i_1 - i_2)^2 \varepsilon_p^2} \end{aligned}$$

Setzt man hier die Zahlenwerte des Beispiels ein und macht die Annahmen:

$$\varepsilon_* = \pm 0''.15, \quad \varepsilon_w = \pm 0''.50, \quad \varepsilon_N = \pm 0''.125, \quad P = 2'', \quad i_1 - i_2 = 1^p \quad \text{und} \quad \varepsilon_p = \pm 0''.01,$$

so erhält man für  $\varepsilon$  den folgenden Ausdruck:

$$\varepsilon = \pm \sqrt{(0''.347)^2 t g^2 z_o + (0''.241)^2 \sec^2 z_o + (0''.185)^2 \cos^2 a_{o,2} + (0''.177)^2 + (0''.01)^2}$$

Für  $\varepsilon_N$  ist ein etwas grösserer Wert angenommen worden, um dem Umstande Rechnung zu tragen, dass  $\varepsilon_N$  nicht nur allein durch die Ablesung des Niveaus entsteht, sondern auch durch kleine reale Neigungsänderungen der Horizontalachse, infolge des Nachdrehens der Zenitdistanzschraube, mit bedingt sein kann, wie es jedenfalls durch das Auseinandergehen der Niveauablesungen vor und nach dem Durchgange angedeutet wird. Die Zahlenwerte von  $\varepsilon$  für die verschiedenen Zenitdistanzen und Beobachtungszimute gibt die Tafel 6.

Numerische Werte des mittleren Fehlers eines Paares:

$\alpha_0 \backslash z_0$	10°	20°	30°	35°	45°	60°
0	± 0".36	± 0".38	± 0".43	± 0".46	± 0".55	± 0".81
± 22°.5	± 0".35	± 0".37	± 0".42	± 0".45	± 0".54	± 0".81
± 45	± 0".33	± 0".36	± 0".41	± 0".44	± 0".53	± 0".80
± 67. 5	± 0".32	± 0".34	± 0".39	± 0".43	± 0".52	± 0".79 <sub>5</sub>
± 90	± 0".31	± 0".33	± 0".38	± 0".42	± 0".52	± 0".79

Wie man sieht, ist der Einfluss des Beobachtungsazimuts auf die Genauigkeit der Ergebnisse nicht sehr bedeutend. Deshalb wird man auch annehmen dürfen, dass die Genauigkeit der Ortsbestimmung nicht nur bei einem senkrechten Schnitt der Standlinien unabhängig von den Beobachtungsazimuten ist (vgl. S. 14), sondern dass diese Unabhängigkeit praktisch auch noch dann eintritt, wenn der Schnittwinkel etwa zwischen 90° und 90° ± 10° liegt.

Wenn auch die Zahlen der Taf. 6 nur Näherungswerte sind, da sich die Genauigkeit nach der Güte des Instruments und der Sorgfalt der angestellten Beobachtungen richtet, zeigen sie doch, dass im allgemeinen, bei Beschränkung der Beobachtungen auf Zenitdistanzen bis zu etwa 35°, die Genauigkeit der Methode den Vergleich mit den Methoden der Einzelbestimmungen aushält. Eine Ausgleichung von 10 — 12 Sternpaaren würde in dem obigen Fall jede der beiden Unbekannten  $\Delta \varphi$  und  $\Delta U \cos \varphi_0$ , vorausgesetzt, dass die Beobachtungen in der Nähe senkrecht zueinander liegender Vertikale erfolgt sind, mit einem mittleren Fehler von annähernd 0".12—0".18 ergeben; die Beobachtungsdauer würde, wegen der Kreisablesungen und ständigen Änderungen der Beobachtungsazimute, etwa 3 — 4 Stunden betragen.

Wenn man ausschliesslich in kleinen Zenitdistanzen beobachtet, erzielt man dadurch auch noch einen Vorteil für die Rechnung. Da nach dem Ausdruck für  $\epsilon_3$  ein Fehler im Azimut mit dem Faktor  $1/2 \operatorname{tg} z_0$  in das Absolutglied eingeht, kommt es jetzt auf eine scharfe Ermittlung des Zehntels der Bogensekunde nicht an, weswegen man die Berechnung des Azimuts mit 6-stelligen Logarithmen ausführen kann, wogegen sonst 7-stellige am Platze wären.

Die Reduktion der Beobachtungen ist nicht schwierig, da das Formelsystem sehr einfach ist und, wenn die Zenitdistanzen der beobachteten Sternpaare nicht allzu verschieden sind, die Fehlergleichungen alle mit demselben Gewicht angesetzt werden können. Letzterer Umstand bildet auch einen nicht unwesentlichen Vorzug der Methode.

Der Gang der Berechnung gestaltet sich folgendermassen. Beobachtungselemente sind die ermittelten Durchgangszeiten, die gemessenen

Azimet- und Neigungsdifferenzen. Zuerst müssen die einzelnen Fadenantritte auf den Mittelfaden reduziert werden. Dieses ist etwas umständlich, doch kann man sich wegen der gewöhnlich nur kleinen Aequatorealfadendistanzen die Rechnung durch Anwendung von Reihenentwicklungen erheblich erleichtern. Da man, wegen der Kreisablesungen, für jeden einzelnen Sterndurchgang auch schon das genäherte Azimet kennt, dürfte sich die von Schumann in den Astronomischen Nachrichten Bd. 134, S. 254 angeführte Form der Reihenentwicklung empfehlen. Die für den Mittelfaden gültigen Zeiten dienen nun, in Verbindung mit den Näherungswerten für die Breite und die Uhrkorrektion, zur Berechnung der Azimete nach der Gleichung (1) oder einer der anderen bekannten Azimetformeln. Am zweckmässigsten erscheinen aber die Formeln, bei denen von der Einführung eines Hilfswinkels Gebrauch gemacht wird, weil sie auch leicht die Zenitdistanzen finden lassen. Letztere dienen zur Berechnung der mittleren Zenitdistanz eines Paares, d. h. von  $z_0$  und geben auch an der Hand der Tafel 1 eine Kontrolle über die Zulässigkeit der Anwendung des vereinfachten Formelsystems. Natürlich brauchen die Zenitdistanzen nur bis auf Bruchteile der Bogenminute bekannt zu sein.

Die Aufstellung der Fehlergleichungen geschieht nach der Gleichung (11), unter Fortlassung des Faktors  $csc \frac{a_{o,1} - a_{o,2}}{2}$ . Wenn keine Gewichte einzuführen sind, ist die Ausgleichung, selbst wenn auch der Uhgang als dritte Unbekannte mit bestimmt werden muss, nicht sehr zeitraubend.

Im Falle die Ortsbestimmung zur Vergrösserung der Sicherheit auf mehrere Abende ausgedehnt wird, gestaltet sich die Anwendung der Methode sehr vorteilhaft, da man an den verschiedenen Abenden ein und dieselben Sternpaare beobachten kann. Dann würde man die zur Reduktion auf den Mittelfaden erforderlichen Grössen und ebenfalls die Koeffizienten der Fehlergleichungen nur einmalig zu berechnen brauchen. Auch würde die strenge Berechnung der Azimete nur für die einschliessenden Stundenwinkel erforderlich sein, da man für die dazwischenliegenden Differenzialformeln anwenden könnte. Die Voraussetzung hierfür aber ist, dass die Beobachtungen an allen Abenden mit genügender Annäherung in denselben Azimuten erfolgen.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass die Methode der Sternpaare in Almukantaraten für die Stationsbeobachtungen empfehlenswert ist. Die instrumentellen Anforderungen sind nur gering und durch jedes zu Winkelmessungen I Ordnung dienende Universalinstrument erfüllbar. An die Stabilität der Aufstellung werden, wegen der Elimination der Pfeilerdrehung, auch keine zu grossen Ansprüche gestellt. Freilich ist die Benutzung einer guten Uhr wesentlich, doch wird man sich, wenn die Zeitbestimmung zu Längenbestimmungen verwertet werden sollen, sowieso stets einer Pendeluhr bedienen müssen.

Für die praktische Anwendung bedarf man noch eines vorausgerechneten Sternverzeichnisses. Da man aber an kein bestimmtes Beobachtungssazimut gebunden ist, lassen sich auch für einen verhältnismässig engen Bereich der Zenitdistanzen aus den Jahrbuchsternen beliebig viele Paare zu einem lückenlosen Programm zusammenstellen. Die Auswahl der Paare ist nicht schwierig, dafür sind aber die Vorausberechnungen der Momente und Azimute gleicher Zenitdistanz etwas zeitraubend. Am geeignetsten sind hier noch graphische Verfahren, z. B. das von Stechert<sup>13)</sup> für die Methoden gleicher Höhen empfohlene. Man bedarf aber, im Gegensatz zu erwähnten Höhenmethoden, keines besonderen Verzeichnisses von Sternpaaren, sondern wählt sich beliebig die Vertikale, in deren Nähe man die Sternpaare beobachten will, und schreibt sich alle Jahrbuchsterne aus, die in der geplanten Beobachtungszeit die Vertikale in den gewünschten Zenitdistanzen passieren. Ein sehr bequemes, leicht anwendbares graphisches Verfahren hierzu ist ebenfalls von Stechert<sup>14)</sup> gegeben worden. Berechnet man nun noch die Zenitdistanzen und Durchgangszeiten nicht nur für jeden ausgewählten Vertikal, sondern auch für zwei benachbarte, um  $5^\circ$  abstehende, so kann man die Bewegung der Sterne im Azimut und in der Zenitdistanz graphisch als Funktion der Sternzeit darstellen. Die zahlreichen Schnittpunkte der Nordstern- und Südsternekurven ergeben dann die Sternzeit und die Azimute für den Moment, in dem beide Sterne gleichzeitig ein und dieselbe ebenfalls abzulesende Zenitdistanz erreichen. Für die für die Beobachtung gewünschte Dauer der Zwischenzeit zwischen den zu beobachtenden Durchgängen der beiden Sterne des Paares findet man dann in der Nähe dieser Punkte, je nachdem man die Beobachtung mit dem Nordstern oder mit dem Südstern beginnen will, die gemeinsame Zenitdistanz und kann die zu derselben gehörenden Einstelldaten ohne weiteres ablesen. Die Azimutdifferenz des so erhaltenen Sternpaares wird dann auch stets innerhalb der Grenzen  $170^\circ$  und  $190^\circ$  liegen.

#### 4. Sonderfall B.: Sternpaare in Vertikalen.

Bei dem zweiten Sonderfall der Ausgleichung von Azimuten wird, zwecks Elimination der Kreisteilungs- und Kreisablesefehler, die Messung der Azimutdifferenzen durch Durchgangsbeobachtungen von Nord- und Südsterne in Vertikalebene ersetzt. Das Instrument bleibt während der Durchgänge eines Paares im Azimut unverändert und nur das Fernrohr wird zur Beobachtung des zweiten Sternes durchgeschlagen; die beiden Sterne werden somit in verschiedenen Instrumentlagen beobachtet.  $D_B$  beträgt stets  $180^\circ$  und in den Koeffizienten der Unbekannten wird

<sup>13)</sup> Zeit- und Breitenbestimmungen durch die Methoden gleicher Zenitdistanzen. Aus dem Archiv der Deutschen Seewarte, XXVIII Jahrg. 1905, Nr. 1.

<sup>14)</sup> Azimutbestimmung aus Durchgangsbeobachtungen. Ebenda. XXXVI Jahrg. 1913, Nr. 2.

$a_{0,1} = a_{0,2} + 180^\circ$  gesetzt werden können. Bezeichnet  $a_1$  das Azimut des westlichen Sternes, so wird die Fehlergleichung (8) mit den Bezeichnungen bei (10) zu:

$$\begin{aligned} \Lambda = & [D_R - 180^\circ \pm (i_1 \operatorname{ctg} z_{0,1} + i_2 \operatorname{ctg} z_{0,2})] + \Delta \varphi \sin a_{0,1} (\operatorname{ctg} z_{0,1} + \operatorname{ctg} z_{0,2}) - \\ & - (\Delta U + h_i g_h) \cos \varphi_o \cos a_{0,1} (\operatorname{ctg} z_{0,1} + \operatorname{ctg} z_{0,2}) \pm \beta (\operatorname{ctg} z_{0,1} + \operatorname{ctg} z_{0,2}) \pm \\ & \pm c (\operatorname{csc} z_{0,1} + \operatorname{csc} z_{0,2}) + \omega (H_1 - H_2) \quad \left. \begin{array}{l} \text{westl. Stern (FL)} \\ \text{,, ,, (FR)} \end{array} \right\} \dots (16) \end{aligned}$$

Wenn die Durchgänge der beiden Sterne des Paares unmittelbar nacheinander erfolgen, wird für die kurze Zwischenzeit das letzte, die Korrektur wegen der Pfeilerdrehung darstellende Glied so klein, dass es meist vernachlässigt werden kann. Im folgenden wird dieses Glied auch stets fortgelassen werden.

Nach der Division durch den Faktor  $(\operatorname{ctg} z_{0,1} + \operatorname{ctg} z_{0,2})$  nimmt die Fehlergleichung (16) folgende einfachere Form an:

$$\begin{aligned} \Lambda = & \frac{\sin z_{0,1} \sin z_{0,2}}{\sin (z_{0,1} + z_{0,2})} \left[ (D_R - 180^\circ) \pm (i_1 \operatorname{ctg} z_{0,1} + i_2 \operatorname{ctg} z_{0,2}) \right] + \\ & + \Delta \varphi \sin a_{0,1} - (\Delta U + h_i g_h) \cos \varphi_o \cos a_{0,1} \pm \\ & \pm c \frac{\cos 1/2 (z_{0,1} - z_{0,2})}{\cos 1/2 (z_{0,1} + z_{0,2})} \pm \beta \quad \left. \begin{array}{l} \text{Westl. Stern (FL)} \\ \text{,, ,, (FR)} \end{array} \right\} \dots (17) \end{aligned}$$

Wenn die Neigung der Horizontalachse bei dem Durchgange des zweiten Sternes unverändert geblieben ist, oder wenn die erfolgte Änderung so gering ist, dass man mit dem Mittelwert der Neigungen  $i_M = 1/2 (i_1 + i_2)$  rechnen kann, nimmt das Korrektionsglied der Neigung den einfachen Ausdruck an:

$$\pm i_M \dots \left. \begin{array}{l} \text{Westl. Stern (FL)} \\ \text{,, ,, (FR)} \end{array} \right\}$$

Der Koeffizient der Kollimation kann den Hilfstafeln von Albrecht<sup>15)</sup> direkt entnommen werden; der Koeffizient des Absolutglieds ist mit Hilfe des in den genannten Tafeln ebenfalls tabulierten Ausdrucks  $\frac{\sin z}{\sin (z + z')}$  leicht zu berechnen, erforderlichenfalls auch zu tabulieren.

Für die praktische Ausführung der Ortsbestimmung nach der Methode der Sternpaare in Vertikalen bestehen zwei Möglichkeiten: entweder man beobachtet die Sternpaare in der beschriebenen Weise und führt die Instrumentalfehler  $c$  und  $\beta$ , zufolge der Fehlergleichung (17), als weitere Unbekannte mit in die Ausgleichung ein, oder aber man legt inmitten eines jeden Durchgangs die Horizontalachse in den Lagern um und befreit so

<sup>15)</sup> Formeln und Hilfstafeln für geographische Ortsbestimmungen. IV Aufl. 1908.

die Beobachtungen von dem Einfluss der genannten Fehler. Dieses letztere Verfahren käme dem Spezialfall des ersteren gleich, bei dem  $c = 0 = \beta$  gesetzt werden könnte. Im folgenden sollen auch die beiden Verfahren als „allgemeiner Fall“ und „Spezialfall“ unterschieden werden.

Die Anwendung des Spezialfalles bietet grosse Vorteile, da nicht nur durch die Verminderung der Anzahl der Unbekannten eine bedeutende Erleichterung der Ausgleichung eintritt, sondern infolge des Umlegens der Achse auch günstige Bedingungen zur Steigerung der Genauigkeit der Ortsbestimmung erzielt werden. Es sind dies: die Ausschaltung des Einflusses einer etwaigen Veränderlichkeit der Kollimation und die grössere Sicherheit der Nivellierung, im Falle das Niveau beim Umlegen der Achse nicht abgenommen zu werden braucht. Dagegen stellt aber das Verfahren grosse Ansprüche an die Stabilität des Instruments, denen auch selbst von einem grösseren Universalinstrument gewöhnlich nicht entsprochen wird. So ergab eine an einem 27.5 cm - Universal ausgeführte Versuchsreihe beim Umlegen der Achse Azimutänderungen bis zu dem Betrage von 6". Man ist deshalb, da das für diese Zwecke ebenfalls geeignete transportable Universaltransit einen zu seltenen Instrumententypus darstellt, auf die ausschliessliche Verwendung eines transportablen Passageninstruments angewiesen. Natürlich muss aber das letztere dann nicht mit dem üblichen Doellenschen Untersatz ausgerüstet sein, sondern einen Kreisuntersatz haben, der die Beobachtung in allen Azimuten gestattet. Derartige gusseiserne Grundplatten werden auch von den Firmen, die sich mit dem Bau astronomischer Instrumente befassen, hergestellt<sup>16)</sup>, so dass auch jedes transportable Passageninstrument für die Anwendung des Verfahrens tauglich gemacht werden kann.

Ist man gezwungen, die Beobachtungen mit einem Universalinstrument anzustellen, so ist die Mitbestimmung der Kollimation und der Seitenbiegung, wie sie der allgemeine Fall erfordert, schon unvermeidlich. Die Einführung von zwei neuen Unbekannten würde allein keinen grossen Nachteil für die Genauigkeit darstellen, wenn nicht jetzt die Ausgleichung überhaupt auf der Annahme der Konstanz der Instrumentalfehler mit beruhen müsste. Erfahrungsgemäss ist aber gerade bei dem Universalinstrument der Kollimationsfehler recht oft veränderlich, so dass eine Beeinträchtigung der Genauigkeit, infolge der Mitbestimmung der Kollimation, durchaus zu erwarten ist. Es ist daher notwendig, die resultierenden Wirkungen dieser Fehlerquelle, durch eine besondere Anordnung der Beobachtungen und eine Verteilung derselben auf beide Instrumentlagen, nach Möglichkeit abzuschwächen. Man wird auch nicht eine grössere Anzahl von Sternpaaren zusammen ausgleichen können, wenn man keine Handhabe dafür hat, dass die Kollimation unverändert geblieben ist. Erstrecken sich die Beobachtungen auf mehrere Stunden und sind sie genügend zahlreich, wird es

<sup>16)</sup> Vgl. den Katalog „Astro 40“ der F-ma Carl Bamberg, Askania Werke, Berlin — Friedenau.

wohl empfehlenswert sein, die Ausgleichung getrennter Beobachtungssätze vorzunehmen; man erhält so eine gute Kontrolle über das Verhalten des Instruments. Zu einer Beobachtung von etwa 12 Sternpaaren werden im allgemeinen zwei Stunden ausreichen.

Die symmetrische Verteilung der Beobachtungen auf beide Kreislagen ist auch für die Ausgleichung von grosser Bedeutung. Es wird dadurch nicht nur die gute Trennung der Instrumentalfehler von den übrigen Unbekannten erzielt, sondern auch die Rechenarbeit bei der Ausgleichung etwas erleichtert.

Die Untersuchung der Genauigkeit der Methode der Sternpaare in Vertikalen wird von der Betrachtung des allgemeinen Falles auszugehen haben und dabei an die im vorigen Abschnitt bei der Besprechung der Methode der Sternpaare in Almukantaraten gewonnenen Erfahrungen anknüpfen können. Nur tritt jetzt an die Stelle des Koeffizienten des Absolutglieds  $1/2 \operatorname{tg} z_o$  der Ausdruck:  $\sin z_{o,1} \sin z_{o,2} \operatorname{csc} (z_{o,1} + z_{o,2})$ , der für  $z_{o,1} = z_{o,2}$  in den erstgenannten übergeht.

### *Die Fehler der berechneten Azimutdifferenz.*

Bezüglich des systematischen Beobachtungsfehlers sei auf die Untersuchungen des vorigen § verwiesen, da das dort Gesagte auch für die Methode der Sternpaare in Vertikalen Gültigkeit hat. Zur Feststellung, inwieweit die Fehler der Sternkoordinaten und der zufällige Durchgangsfehler die berechnete Azimutdifferenz verfälschen können, bedarf man wiederum der Gleichung (2), der Differentialformel des Azimuts. Der Ausdruck für den durch die genannten Fehler bewirkten Fehler des Absolutglieds der Fehlergleichung lautet demnach:

$$\begin{aligned} \frac{\sin z_{o,1} \sin z_{o,2} d D_R}{\sin (z_{o,1} + z_{o,2})} = & \frac{\cos \delta_1 \cos q_1 \sin z_{o,2} d \Theta_{z_1} - \cos \delta_2 \cos q_2 \sin z_{o,1} d \Theta_{z_2}}{\sin (z_{o,1} + z_{o,2})} + \\ & + \frac{\sin q_1 \sin z_{o,2} d \delta_1 - \sin q_2 \sin z_{o,1} d \delta_2}{\sin (z_{o,1} + z_{o,2})} - \frac{\cos q_1 \sin z_{o,2} \cos \delta_1 d \alpha_1 - \cos q_2 \sin z_{o,1} \cos \delta_2 d \alpha_2}{\sin (z_{o,1} + z_{o,2})} \quad (18) \end{aligned}$$

Beim Übergange zu dem mittleren Fehler findet sich für den durch die mittleren Fehler der Sternkoordinaten hervorgerufenen mittleren Fehler des Absolutglieds:

$$\epsilon_I = \sqrt{\frac{\sin^2 z_{o,1} + \sin^2 z_{o,2}}{\sin (z_{o,1} + z_{o,2})}} \epsilon_*$$

Dieser Ausdruck wird gleich  $\epsilon_*$  entweder, wenn die Summe der Zenitdistanzen beider Sterne gleich  $90^\circ$  ist, oder wenn einer der Sterne sich im Zenit befindet. Sind die Zenitdistanzen der Sterne nicht allzu verschieden, ist  $\epsilon_I$  näherungsweise gleich  $1/2 \operatorname{sec} 1/2 (z_{o,1} + z_{o,2}) \sqrt{2} \epsilon_*$ . Von diesem Ausdruck wird man überhaupt Gebrauch machen, wenn es sich darum handelt, einen numerischen Näherungswert für den Koeffizienten von  $\epsilon_*$

zu finden, wie es durch Benutzung der Tafel 2 des vorigen § geschehen kann. So lange  $z_1 + z_2 < 90^\circ$  ist, bleibt der durch die Fehler der Sternkoordinaten bewirkte mittlere Fehler des Absolutglieds stets kleiner als der mittlere Fehler einer Sternposition. Innerhalb des in praktischen Fällen vorkommenden Bereichs der Zenitdistanzen von  $10 - 70^\circ$  liegt der numerische Wert des Koeffizienten von  $\varepsilon_*$  zwischen 0.7 und 2.1. Als wesentlichste Beobachtungsbedingung folgt somit:  $z_1 + z_2 < 90^\circ$ . Es ist zwecklos die Auswahl der Sternpaare noch durch die weitere Bedingung einzuschränken, dass zu einem gegebenen Stern  $S_1$  der andere so gewählt werden möge, dass der Koeffizient von  $\varepsilon_*$  ein Minimum ist, denn letzterer wird sich, bei Bevorzugung der möglichst kleinen Zenitdistanzen, die sehr nahe beim Zenit befindlichen Sterne sind ja von der Beobachtung ausgeschlossen, praktisch fast unmerklich von seinem Minimalwert unterscheiden.

Für den Einfluss der mittleren zufälligen Durchgangsfehler ergibt sich aus der Gleichung (18):

$$\varepsilon_{II} = \pm \sqrt{\frac{\sin^2 z_{o;2}}{\sin^2(z_{o;1} + z_{o;2})} \cos^2 \delta_1 \cos^2 q_1 \varepsilon_{D;1}^2 + \frac{\sin^2 z_{o;1}}{\sin^2(z_{o;1} + z_{o;2})} \cos^2 \delta_2 \cos^2 q_2 \varepsilon_{D;2}^2} \quad \dots (A)$$

Setzt man hier die allgemeinen Ausdrücke für  $\varepsilon_{D;1}$  und  $\varepsilon_{D;2}$  (S. 20) ein und benutzt die Gleichung (14), so wird:

$$\varepsilon_{II} = \pm \sqrt{\frac{1 \left(\frac{b}{W}\right)^2 \sin^2 z_{o;1} + \sin^2 z_{o;2}}{\sin^2(z_{o;1} + z_{o;2})} + \frac{a^2}{n} \left[ 2 \sin^2 \varphi_o \frac{\sin^2 z_{o;1} \sin^2 z_{o;2}}{\sin^2(z_{o;1} + z_{o;2})} + \cos^2 \varphi_o \cos^2 a_2 + \frac{\sin^2 z_{o;1} \cos^2 z_{o;2} + \cos^2 z_{o;1} \sin^2 z_{o;2}}{\sin^2(z_{o;1} + z_{o;2})} + \sin 2 \varphi_o \cos a_2 \frac{\sin z_{o;1} \sin z_{o;2} \sin(z_{o;2} - z_{o;1})}{\sin^2(z_{o;1} + z_{o;2})} \right]} \quad (B)$$

und nach Einsetzung der Zahlenwerte des Beispiels:

$$\varepsilon_{II} = \pm \sqrt{(0''.306)^2 \frac{\sin^2 z_{o;1} + \sin^2 z_{o;2}}{\sin^2(z_{o;1} + z_{o;2})} + (0''.477)^2 \frac{\sin^2 z_{o;1} \sin^2 z_{o;2}}{\sin^2(z_{o;1} + z_{o;2})} + (0''.261)^2 \cos^2 a_2 \frac{\sin^2 z_{o;1} \cos^2 z_{o;2} + \cos^2 z_{o;1} \sin^2 z_{o;2}}{\sin^2(z_{o;1} + z_{o;2})} + (0''.420)^2 \cos a_2 \frac{\sin z_{o;1} \sin z_{o;2} \sin(z_{o;2} - z_{o;1})}{\sin^2(z_{o;1} + z_{o;2})} \dots \dots \dots (C)}$$

Für den Spezialfall  $z_1 = z_2$  gehen diese Ausdrücke für  $\varepsilon_{II}$  in die bereits bei der Besprechung der Methode der Sternpaare in Almukantaraten untersuchten (vgl. S. 20 — 21) über. Es erscheint daher ausreichend, die numerischen Werte von  $\varepsilon_{II}$  nur für die Beobachtungen in den Vertikalen  $\pm 45^\circ$  anzuführen (Taf. 7), da man wegen des geringen Einflusses der Beobachtungsazimute (der Glieder mit  $\cos^2 a_2$  und  $\cos a_2$ ) an der Hand der Taf. 4 auch leicht die Verhältnisse in den übrigen Beobachtungsvertikalen überblicken kann.

Numerische Werte von  $\epsilon_{II}$ :

Z	Nordsterne							
	10°	20°	30°	40°	45°	50°	60°	70°
Südsterne								
10°	±0".26	±0".29	±0".31	±0".33	±0".34	±0".35	±0".37	±0".38
20	27	28	30	33	34	36	39	41
30	28	28	31	35	37	39	43	47
40	29	29	32	37	39	42	47	55
45	30	30	33	38	40	44	50	58
50	31	31	34	39	42	46	54	63
60	32	32	36	42	46	51	61	75
70	33	34	38	45	50	56	71	92

Die Zahlen der Taf. 7 zeigen, dass ein Paar, bestehend aus zwei Sternen mit den verschiedenen Zenitdistanzen  $z_1$  und  $z_2$  annähernd dieselbe Genauigkeit gewährt, wie ein Sternpaar, bei dem beide Sterne in der gleichen mittleren Zenitdistanz  $\frac{1}{2}(z_1 + z_2)$  beobachtet werden und dass eine Beobachtung genauer ausfällt, als die Beobachtung in der gleichen mittleren Zenitdistanz, wenn der Nordstern die kleinere Zenitdistanz hat, dagegen weniger genau, wenn er sich näher zum Horizont befindet. Diese Erscheinung, bedingt durch das letzte Glied des Ausdrucks (C), erklärt sich aus der Tatsache, dass der Nordstern in den Vertikalen  $\pm 45^\circ$  in den kleineren und mittleren Zenitdistanzen, wegen der Nähe der Digression, eine langsamere azimutale Bewegung hat und deswegen eine genauere Azimutbestimmung ergibt. Dieses führt zu der praktischen Folgerung, dass man die Vorteile der relativ grösseren Genauigkeit der Nordsternbeobachtungen in der Nähe der Digression besser ausnutzen kann, wenn man je einen Nordstern mit verschiedenen Südsternen zu Paaren vereinigt. Damit wird eine Ökonomie der Beobachtungen erzielt, die allerdings nur dann zulässig ist, wenn die Zwischenzeiten, für die man ja eine Konstanz der azimutalen Aufstellung des Instruments annehmen muss, nicht zu gross werden.

*Die Fehler der beobachteten Azimutdifferenz.*

Auf Grund der Taf. 7 könnte man geneigt sein den Bereich der zulässigen mittleren Zenitdistanz der Paare, da ja die Fehler der Kreisablesung und Kreisteilung ausgeschaltet sind, zu erweitern. Dagegen sprechen aber mehrere Einwände. Vor allem fragt es sich, wie weit zuverlässig die aus den Durchgangsbeobachtungen resultierende gemessene Azimutdifferenz ist. Letztere ergibt nur in dem Fall genau  $180^\circ$ , wenn die Zapfen des Instruments so vollkommen konstruiert sind und das Instrument selber so stabil ist, dass es der Bedingung des Innehaltens der Ebene entsprechen kann.

Ein Fehler in der durch das Durchschlagen des Fernrohrs gemessenen Azimutdifferenz von  $180^\circ$  geht in das Absolutglied der Fehlergleichung mit dem Koeffizienten  $\sin z_{o;1} \sin z_{o;2} \operatorname{csc}(z_{o;1} + z_{o;2})$  ein. Zur Übersicht über die numerischen Werte dieses Koeffizienten möge folgende Tafel dienen:

Tafel 8.

Z	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$
$10^\circ$	0.088	0.118	0.135	0.150	0.160	0.165
20	0.118	0.182	0.223	0.266	0.300	0.321
30	0.135	0.223	0.289	0.367	0.433	0.477
45	0.150	0.266	0.367	0.500	0.634	0.733
60	0.160	0.300	0.433	0.634	0.866	1.062
70	0.165	0.321	0.477	0.733	1.062	1.374

Man wird daher gut tun, bei der Anwendung eines Universalinstruments die Beobachtungen auf mittlere Zenitdistanzen der Paare von  $10$  bis  $35^\circ$  zu beschränken.

#### *Der Fehler in der Neigungsbestimmung der Horizontalachse.*

Die Nivellierung der Horizontalachse gestaltet sich bei der Methode der Beobachtung von Sternpaaren in Vertikalen schwieriger und weniger zuverlässig als bei der vorigen Methode der Sternpaare in Almukantanten. Man bedarf jetzt einer absoluten Neigungsbestimmung der Horizontalachse, die durch Umsetzen des Niveaus, bzw. durch Umlegen der Achse in den Lagern ausgeführt wird. Wie das Korrektionsglied der Neigung in der Gleichung (17) zeigt, hat ein Fehler in der Neigungsbestimmung bei der Beobachtung des Sternes in der kleineren Zenitdistanz den grösseren Einfluss. Da man aber gewöhnlich nicht für jeden Sterndurchgang eine Neigungsbestimmung ausführt, sondern sich meist damit begnügt, die Veränderung der Neigung bei dem zweiten Durchgange durch eine Niveauablesung festzustellen, wird man im allgemeinen sagen können, dass ein Fehler in der Neigungsbestimmung im vollen Umfange auf das Absolutglied übergeht. Es ist daher bei der Nivellierung eine grosse Sorgfalt geboten.

Bei der Ausführung der Neigungsbestimmung erscheint es ratsam, das Niveau nicht nur einmal umzusetzen, sondern stets eine überschüssige Messung anzustellen, um dadurch eine Kontrolle über die Unveränderlichkeit des Nullpunkts zu haben. Gegebenenfalls müssen die Neigungsbestimmungen so oft wiederholt werden, bis das Niveau nach zweimaligem Umsetzen dieselbe Ablesung ergibt. So gewinnt man wohl ein sicheres Mittel zur Ausführung einer Neigungsbestimmung, bei der sich der Nullpunkt nicht geändert hat, kann aber auch durch die Erschütterungen des

Instrumente infolge des mehrfachen Umsetzens des Niveaus eine nachträgliche reale Neigungsänderung der Achse hervorrufen, die dann die Ergebnisse verfälschen würde, wenn man sich allein auf die letzte Bestimmung verlassen wollte. Da auch durch das Nachdrehen der Zenitdistanzschraube eine Neigungsänderung der Achse inmitten eines Durchgangs veranlasst werden kann, weswegen die Niveauablesungen vor und nach der Beobachtung mitunter verschieden ausfallen, wird man, um zu gesicherten Resultaten zu gelangen, die häufig ausgeführten Neigungsbestimmungen erst einer Diskussion zu unterziehen haben, ehe man zur Ableitung der Neigungskorrekturen schreitet.

Glaukt man sich auf die Unveränderlichkeit des Nullpunkts für einen etwas längeren Zeitraum, wie z. B. für die Beobachtung von 2—3 Sternpaaren in ein und demselben Vertikal, verlassen zu können, dürfte es wohl zweckmässig sein, absolute Neigungsbestimmungen sowohl vorher als auch nachher auszuführen und bei den einzelnen Durchgangsbeobachtungen das Niveau bloss abzulesen. Zwischen den Durchgängen eines Paares sollte man sich überhaupt, wegen der Gefahr einer Erschütterung des Instruments, nur mit Niveauablesungen begnügen. Dagegen wird ein vorsichtiges Bewegen des Niveaus vor jedem Durchgange dazu beitragen können, die Blasenrührigkeit zu beseitigen.

Ist schon die Neigungsbestimmung an und für sich umständlich und zeitraubend geworden, so dass der Vorteil, keine Kreisablesungen ausführen zu müssen, dadurch aufgewogen wird, kommt noch hinzu, dass für die Berechnung der Neigungskorrekturen eine genaue Kenntnis der Zapfenungleichheit erforderlich ist.

Da ein Fehler in der Bestimmung der Zapfenungleichheit einen systematischen Charakter trägt, ist es notwendig die Beobachtungen auf beide Instrumentlagen zu verteilen.

Eine Berücksichtigung der Gestalt der Zapfen durch eine genaue Untersuchung derselben und eine Anbringung der für die verschiedenen Zenitdistanzen errechneten Korrekturen wird für die Feldbeobachtungen nicht in Frage kommen. Man wird sich begnügen müssen, die Beobachtungen in den verschiedenen Instrumentlagen, eventuell auch mit der in den Lagern umgelegten Horizontalachse, auszuführen, da man hoffen darf, bei der Verschiedenheit der Zenitdistanzen der beobachteten Sterne und bei der grossen Anzahl der überschüssigen Messungen, auch so eine systematische Verfälschung der Endergebnisse zu vermeiden.

### *Die Beurteilung der Methode.*

Die durch die Elimination der Kreisablesungen, im Vergleich zur Beobachtung der Sternpaare in Almukantaraten, erhöhte Genauigkeit der Methode der Beobachtung von Sternpaaren in Vertikalen, wird durch die grössere

Unsicherheit der Neigungsbestimmung und durch das eventuelle Nichteinhalten der Ebene aufgewogen, so dass man wohl beide Methoden bei der Anwendung eines Universalinstruments als gleich genau ansehen darf. Welche von beiden Methoden man zur Anwendung wählt, wird davon abhängen, ob bei dem gegebenen Instrument die Kreisteilung oder das Innehalten der Ebene als zuverlässiger erscheint. Die Methode der Beobachtung von Sternpaaren in Vertikalen ermöglicht ebenfalls eine Verteilung der Beobachtungen auf verschiedene Beobachtungszimute rings um den Horizont. Auch können die Fehlergleichungen bei Beschränkung der Beobachtungen auf die mittleren Zenitdistanzen von  $10$  bis  $35^\circ$  praktisch als gleichwertig angesehen werden, so dass sich eine Einführung von Gewichten erübrigt.

Die Aufstellung des Sternprogramms ist für die Beobachtung in Vertikalen wesentlich einfacher, denn die Berechnung der Zenitdistanzen und Stundenwinkel für die benachbarten Vertikale und überhaupt die graphische Darstellung der Sternwege fallen fort. Die Vorausberechnung liefert ebenfalls eine stets genügende Anzahl von Sternpaaren, denn wenn man auch jetzt an die ausgewählten Beobachtungsvertikale gebunden ist, braucht man doch nicht mehr eine Gleichheit der Zenitdistanzen zu erstreben. Erforderlich ist nur das Einhalten der als Beobachtungsbedingung aufgestellten zulässigen Grenzen der mittleren Zenitdistanz. Die Zwischenzeiten zwischen den einzelnen Durchgängen lassen sich aber jetzt nicht mehr willkürlich festsetzen. Hat man mit Hilfe des von Stechert<sup>14)</sup> angegebenen graphischen Verfahrens sich Verzeichnisse der Sterne angelegt, die die Beobachtungsvertikale in der zur Beobachtung vorgesehenen Zeit in den Zenitdistanzen von  $10 - 60^\circ$  passieren, so ist es dann ein leichtes die zusammenpassenden Sterne, deren Durchgänge zeitlich nicht zu weit auseinanderliegen, zu Paaren zu vereinigen, für die man dann durch vierstellige Rechnung die Einstelldaten ermittelt. Ein lückenloses Programm lässt sich auch hier bei der alleinigen Benutzung der Jahrbuchsterne leicht erzielen.

Die Beobachtung von Sternpaaren in Vertikalen gewährt aber noch einen besonderen Vorteil, wenn auf der Station ebenfalls eine Azimutmessung ausgeführt werden soll.

Da man nach der Ausgleichung der Fehlergleichungen über genaue Werte der Polhöhe, der Uhrkorrektion, sowie der Instrumentalfehler verfügt, kann man diese Werte in die Gleichungen (3) und (4) einsetzen und so mit leichter Rechenmühe aus jedem beobachteten Sterndurchgang als Nebenprodukt eine Bestimmung des Beobachtungszimuts, in diesem Falle des Ausdruckes  $a_B + \Delta a_B$ , erlangen. Wenn daher ein Teil der Durchgänge im Vertikal eines irdischen Gegenstandes beobachtet worden ist, hat man dadurch gleichzeitig auch das Azimut, und zwar mit Ausschaltung der Kreisablesungen, bestimmt. Der irdische Gegenstand wäre dann vor und nach den in seinem Vertikal auszuführenden Durchgangs-

beobachtungen mit Hilfe des beweglichen Fadens mehrfach einzustellen. Die Wiederholung der Einstellungen nach Schluss der Beobachtungen gewährt eine Kontrolle über die Unveränderlichkeit des Instrumentalazimuts; diese Kontrolle kann jedoch durch eventuelle Änderungen der Seitenrefraktion beeinträchtigt werden.

Zur Ableitung des Azimuts eignen sich besonders die in grossen Zenitdistanzen beobachteten Sterne; in diesem Falle wird man die Beobachtungen der Nord- und Südsterne auch mit dem gleichen Gewicht ansetzen können. Ganz ausgeschlossen für die Berechnung des Azimuts sind die zenitnahen Sterne, sowie die Südsterne in mittleren Zenitdistanzen. Gut verwendbar dagegen sind die Nordsterne in mittleren Zenitdistanzen, weil sie, wegen der durch die Nähe der Digression bedingten langsamen Bewegung im Azimut, relativ die genauesten Werte für das Azimut zu finden gestatten. Es bleibt aber doch fraglich, ob man im allgemeinen diesen Nordsternbeobachtungen ein grösseres Gewicht zusprechen soll, denn wegen der Kleinheit der Zenitdistanzen, sind sie dem vergrösserten Einfluss des Fehlers in der Neigungsbestimmung unterworfen; auch ein etwaiger Fehler der Kollimationskonstante geht vergrössert auf das Azimut über.

---

### III. Versuchsbeobachtungen.

#### 1. Allgemeine Bemerkungen.

Zur Ausführung von Versuchsbeobachtungen war es dem Verfasser vergönnt im Preussischen Geodätischen Institut Gastrechte zu geniessen, weswegen er es für seine angenehme Pflicht hält, dem Direktor des Instituts, Herrn Geheimrat Prof. Dr. E. Kohlschütter, der vorstehendes in hochherziger Weise ermöglicht, auch an dieser Stelle seinen tiefempfundenen Dank zum Ausdruck zu bringen.

Als Beobachtungsinstrument diente das Universalinstrument II des Geodätischen Instituts. Dieses Instrument ist 1866 von Pistor & Martins hergestellt worden und gehört dem meistverbreiteten Typus des Universalinstruments an. Es besitzt ein gerades, exzentrisches Fernrohr, mit einem Objektivdurchmesser von 47 mm und mit einer annähernd 60-fachen Vergrösserung, und ist mit 27,5 cm Kreisen ausgerüstet. Letztere sind von 5 zu 5' geteilt, welchem Intervall  $2\frac{1}{2}$  Umdrehungen der Mikroskopschrauben entsprechen. Die Ablesetrommeln gestatten die Bogensekunden direkt abzulesen und die Zehntel zu schätzen. Zur Einstellung der Striche dient ein Fadenpaar.

Eine Bestimmung des Runs und der Schraubenfehler der Ablesemikro-  
skope führte zu dem Ergebnis, dass die Maximalkorrektion einer Kreisab-  
lesung den Betrag von  $0''.5$  nicht erreichen kann. Deswegen brauchen die  
genannten Korrekturen für die Horizontalwinkelmessungen bei der Anwen-  
dung der Methode der Sternpaare in Almukantaraten, vorausgesetzt, dass  
die Beobachtungen in kleinen Zenitdistanzen ausgeführt sind, nicht an-  
gebracht zu werden.

Da für das Instrument keine Kreisteilungsuntersuchung vorlag,  
wurde zur Bestimmung des Einflusses der zufälligen Fehler der Kreis-  
teilung und Kreisablesung ein Horizontalwinkel von nahezu  $180^\circ$  zwischen  
zwei scharf einstellbaren irdischen Zielen wiederholt gemessen. Die Ziele  
waren beide in derselben Zenitdistanz, so dass die Zenitdistanzklemme  
während der Winkelmessung nicht gelöst zu werden brauchte. Die Mes-  
sungen wurden in der Zeit der ruhigen Bilder und bei verschiedenen Kreis-  
stellungen ausgeführt. Der mittlere Fehler eines einmal in einer Lage gemes-  
senen Horizontalwinkels betrug  $\pm 0''.8$  bis  $\pm 1''.0$ . Rechnet man die Einstel-  
lungsfehler der irdischen Ziele noch ab, dürfte sich wohl für den Ein-  
fluss der zufälligen Kreisteilungs- und Kreisablesfehler auf eine Winkel-  
messung von annähernd  $180^\circ$  ein mittlerer Fehler von  $\pm 0''.5$  bis  $\pm 0''.6$   
ergeben.

Die Versuchsbeobachtungen wurden in Potsdam im Garten des  
Geodätischen Instituts ausgeführt. Das Instrument stand dabei auf dem  
im Meridian des westlichen Meridianhauses gelegenen südlichen Garten-  
pfeiler und war durch ein aus Bretterwänden bestehendes und mit Segel-  
tuch bedecktes kleines Beobachtungshäuschen geschützt. Letzteres wurde  
an den Beobachtungsabenden völlig abgedeckt, so dass die Beobachtungs-  
verhältnisse den Verhältnissen im Freien ganz entsprachen.

Der Anschluss des Pfeilers an die Zentrierung der übrigen Beobach-  
tungspfeiler<sup>17)</sup> ergab eine Breitendifferenz gegen die Kuppel des Hel-  
mertturms im Betrage von  $-2''.43$ . Aus der von Prof. Schnauder  
bestimmten mittleren Breite des Helmertturms<sup>18)</sup> folgt somit als mitt-  
lere Breite des Beobachtungspfeilers:

$$\varphi = + 52^\circ 22' 52''.38 \pm 0''.016$$

Der Parswert des Aufsatzniveaus wurde auf dem Hildebrandschen  
Prüfer des Geodätischen Instituts neu bestimmt und im Mittel aus 8  
Beobachtungsreihen zu:

$$1^p = 1''.89$$

gefunden. Die Krümmung des von 0 bis 60 durchlaufend geteilten Niveaus  
ist durchweg recht gleichmässig.

<sup>17)</sup> A. Galle, Centrierung der Beobachtungspfeiler (Aus: Die Polhöhe von Potsdam,  
Heft 1, Veröff. d. Preussischen Geodätischen Instituts.).

<sup>18)</sup> E. Kohlschütter, Die Koordinaten des Zentralpunktes der deutschen Triangulationen.  
Zeitschr. f. Vermessungswesen 1924, Heft 17 u. 18.

Die Registrierung der Durchgänge erfolgte mit Hilfe eines Fuessschen Nadelchronographen, der mit einer der Hauptuhren des Instituts, mit Dencker 28, verbunden war. Es ist dieselbe Uhr, mit der im Institut die Zeitbestimmungen des Zeitdienstes registriert werden.

Die zur Reduktion der Beobachtungen benutzten Sternpositionen sind sämtlich dem Pulkwoer Katalog 1915.0 entnommen und zwar die Rektaszensionen aus: F. Renz, Katalog der Rektaszensionen von 1426 Sternen für die Epoche und das Aequinoxtium 1915.0<sup>19)</sup>, die Deklinationen aus: J. B. Bondorff, Resultate der absoluten Deklinationsbestimmungen des Pulkwoer Katalogs 1915<sup>20)</sup>. Die Berechnung geschah in der Weise, dass zuerst die Differenzen der mittleren Örter Pulkowo-Berliner Jahrbuch gebildet wurden, die dann zur Übertragung der dem Jahrbuch entnommenen scheinbaren Örter auf das Pulkwoer System dienten. Die numerischen Beträge der benutzten Korrekturen sind bei der Darstellung der Beobachtungen mit angeführt.

## 2. Die Beobachtungen von Sternpaaren in Almukantaraten.

Die weiter unten wiedergegebenen Beobachtungen wurden an 5 Abenden auf dem südlichen Gartenpfeiler des Geodätischen Instituts ausgeführt, um festzustellen, ob die bei der theoretischen Untersuchung der Methode der Beobachtung von Sternpaaren in Almukantaraten errechnete Genauigkeit tatsächlich auf Feldstationen erreicht werden kann. Geplant war, an jedem Abend mindestens 8 Sternpaare zu beobachten, die sich über den ganzen Horizont erstrecken sollten und dabei den Beobachtungsbedingungen:

$$10^\circ < z < 35^\circ$$

$$170^\circ < D < 190^\circ$$

genügen mussten. Dazu war das in Taf. 10 angegebene Sternprogramm auf graphischem Wege zusammengestellt worden. Die Zwischenzeiten zwischen den Durchgängen waren absichtlich etwas grösser gewählt, um der Ungeübtheit in der zu prüfenden Methode Rechnung tragend, das Ablesen der Mikroskope und das Einstellen der Beobachtungszimute in aller Ruhe ausführen zu können. Die überschüssigen Paare sollten als Ersatz für die durch eventuelle Bewölkung oder andere Ursachen nicht zustande gekommenen Beobachtungen dienen.

Da kurz vor diesen Beobachtungen das Okular des Fernrohrs gegen ein anderes ausgetauscht worden war, konnten die in dem Programm vorhandenen kleinen Lücken durch Bestimmungen der Fadendistanzen gut ausgefüllt werden. Versehentlich war aber bei der Berichtigung des Okulars die Kollimation nicht gänzlich, sondern nur bis auf den Betrag von 80''

<sup>19)</sup> Bulletin de l'observatoire central de Russie à Poulkovo. Vol. IX, 4, 1924, Nr. 91.

<sup>20)</sup> Helsinki 1922, Suomalaisen Tiedeakatemia Kunstantama.

beseitigt worden. Das hatte zur Folge, dass die Kollimation nicht als eliminiert angesehen werden konnte, sondern durch ein besonderes Korrektionsglied berücksichtigt werden musste. Deshalb mussten auch aus den für den Mittelfaden geltenden Durchgangszeiten die Zenitdistanzen  $z_{o;1}$  und  $z_{o;2}$  berechnet werden. Als  $z_o$  wurde dann das Mittel aus diesen gewöhnlich nur um einige Bogenminuten verschiedenen Werten angenommen. Die Kollimation liess sich mit hinreichender Genauigkeit aus dem Vergleich der berechneten und der am Horizontalkreis abgelesenen Azimute finden. Da der Gang der Beobachtungsuhr während der Beobachtung praktisch gleich Null war und alle Beobachtungen in der Lage (FL) ausgeführt wurden, konnte zur Berechnung die nachstehende Formel dienen:

$$\Lambda = \left[ 1/2 \operatorname{tg} z_o (D_R - D_B) + 1/2 (i_s - i_n) + 1/2 \operatorname{tg} z_o (\operatorname{csc} z_{o;s} - \operatorname{csc} z_{o;n}) e \right] - \\ - \sin \left( \frac{a_{o;s} + a_{o;n} - 180^\circ}{2} \right) \sin \left( \frac{a_{o;s} - a_{o;n}}{2} \right) \Delta \varphi + \\ + \cos \left( \frac{a_{o;s} + a_{o;n} - 180^\circ}{2} \right) \sin \left( \frac{a_{o;s} - a_{o;n}}{2} \right) \Delta U \cos \varphi_0 \dots \dots \dots (19)$$

Der Faktor  $\sin \left( \frac{a_{o;s} - a_{o;n}}{2} \right)$ , dessen numerischer Wert  $\pm 1$  ist, ist nur des Vorzeichens wegen beibehalten worden, weil es einheitlicher schien die Azimutdifferenzen stets im Sinne: Südsterne — Nordsterne zu bilden.

Hinsichtlich der Beobachtungsverhältnisse ist noch zu sagen, dass sie im allgemeinen eher ungünstig als günstig waren. Das neue Okular erwies sich wegen des Mikrometers als sehr unbequem, da man mit dem Auge jetzt nur schwer an das Okularprisma heran konnte. Deswegen sind auch die Beobachtungen in der Lage (FR) unterblieben. Durch den durch das Mikrometer bedingten weiteren Abstand des Prismas war das Gesichtsfeld sehr klein geworden, weswegen man während des Durchgangs die zur Verstellung des Gesichtsfelds vorhandene Mikrometerschraube wiederholt nachdrehen musste. Da an den Beobachtungsabenden die Tauwirkung beträchtlich war, verhinderte sogar die aufgesetzte Taukappe nicht restlos das Beschlagen des Objektivs, weswegen die schwächsten Sterne wiederholt nur sehr unsicher beobachtet werden konnten. An einzelnen Abenden, besonders am 29.XI, waren die Sternbilder sehr unruhig. Die Temperatur fiel gewöhnlich zum Schluss der Beobachtungen unter Null.

Die Bestimmung der Fadendistanzen ergab nachstehende Werte der Äquatorealfadendistanzen:

I — MF	26 <sup>s</sup> . 828	$\pm 0^s.014$	(mittl. Fehler)
II — MF	13 . 438	14	
III — MF	0 . 816	11	
MF — IV	0 . 816	11	
MF — V	13 . 500	14	
MF — VI	26 . 946	13	

Die Reihenfolge entspricht dem Durchgang eines Polsterns in oberer Kulmination bei (FL). Als Mittelfaden ist die ideelle Mitte des Abstandes zwischen den beiden mittleren Vertikalfäden angenommen worden.

Zur Reduktion der Durchgangszeiten auf den Mittelfaden diente die Reihenentwicklung von Schumann (vgl. S. 26). Wegen der Kleinheit der Fadendistanzen genügte für die Südsterne die Berechnung der beiden ersten Glieder, von denen das zweite auch für die äusseren Fäden nur einige hundertstel Zeitsekunden ausmachte. Für die Reduktion der Nordsterne wurde auch noch das dritte Glied mitgenommen, trotzdem dies bei der symmetrischen Anordnung des Fadennetzes nicht einmal notwendig war. Auf die höheren Glieder konnte überhaupt verzichtet werden.

Leider waren die Indexfehler der Kreise nur bis auf einige Bogenminuten genau bestimmt worden, was wohl zur Einstellung der Sterne ausreichte, aber zur Folge hatte, dass die gleichen Sterne an den verschiedenen Abenden nicht nahe genug in denselben Azimuten beobachtet werden konnten, um eine Vereinfachung der Rechnung zu ermöglichen. Es mussten daher nicht nur die Azimute für alle Abende nach der strengen Formel gerechnet werden, sondern es genügte auch nicht, die Elemente für die Reduktion auf den Mittelfaden einmalig abzuleiten. Dazu kam noch, dass wegen der, wie es sich herausstellte, unberechtigten Gering-schätzung des Einflusses der Kollimation, auf eine bessere Einhaltung der Gleichheit der Zenitdistanzen innerhalb eines Paares wenig geachtet wurde.

Im Verlauf der Beobachtungen hat sich folgendes Schema als zweckmässig erwiesen:

1. Einstellung des Azimuts und der für den Durchgang durch den Mittelfaden vorausberechneten Zenitdistanz.
2. Beim Erscheinen des Sternes im Gesichtsfelde des Fernrohrs: Berichtigung des Azimuts, so dass der Stern den Mittelfaden zwischen den beiden Horizontalfäden treffen müsste. Das letzte Drehen der Azimutalschraube erfolgt im Sinne des Hineindrehens.
3. Nach Beruhigung der Blase: Niveauablesung.
4. Mit Hilfe der Zenitdistanzschraube wird das Sternbild zwischen die horizontalen Fäden gebracht und durch ständiges Nachdrehen zwischen denselben bis zum letzten Fadendurchgange gehalten. Chronographische Registrierung der Durchgangsmomente.
5. Ablesung des Horizontalkreises: Mikroskop A.
6. Ablesung des Niveaus.
7. Kreisablesung: Mikroskop B.

Hierauf erfolgt die Einstellung und die Beobachtung des zweiten Sternes in der gleichen Weise. Die sich langsam bewegenden Nordsterne gestatten auch das Niveau zwischen den einzelnen Fadenantritten abzulesen.

Die Beobachtungen und die Ergebnisse der Rechnung, bis einschliesslich der Berechnung der Absolutglieder der Fehlergleichungen, sind in den Tafeln 11 — 15 wiedergegeben.  $\Theta_{MF}$  bedeutet hier die bereits auf den Mittelfaden reduzierte Durchgangszeit,  $z_{MF}$  — die berechnete Zenitdistanz des Durchgangs durch den Mittelfaden. Hinsichtlich der Niveauablesungen ist zu bemerken, dass für die Nordsterne die Mittelwerte aus allen, gewöhnlich 6 Niveauablesungen angeführt sind, während für die Südsterne die Stellung der Blase vor und nach der Durchgangsbeobachtung angegeben ist. Zur Berechnung der Neigungsdifferenz sind, wegen des Auftretens systematischer Unterschiede, die Ablesungen „vor“ verwandt worden, wenn nicht gerade, wie es einige Mal wegen Zeitmangels geschehen ist, das Niveau nur nach dem Durchgang abgelesen werden konnte. Näheres darüber bei der Diskussion der Ergebnisse. Die nicht zur Ableitung der Neigungskorrektion benutzten Werte sind eingeklammert.

Als Näherungen für Breite und Uhrkorrektion dienten:

$$\begin{aligned} \varphi_0 &= +52^\circ 22' 52''.00 \\ U_0 &= -3^s \end{aligned}$$

Bezüglich der benutzten Sternpositionen ist das Erforderliche bereits im vorigen Abschnitt gesagt worden. Die an die scheinbaren Örter des Berliner Jahrbuchs angebrachten Korrekturen sind in der Tafel 10 zusammengestellt (S. 46).

Die Berechnung der Azimute geschah durchweg mit 7-stelligen Logarithmen, trotzdem für einzelne Paare auch 6-stellige genügt hätten. Die für die verschiedenen Abende berechneten Azimute derselben Sterne wurden, zwecks einer Kontrolle, mit Hilfe der Differentialformel (2) untereinander verglichen und stimmen alle innerhalb der Genauigkeit dieser Formel überein.

Die Tafeln 16 und 17 geben die Koeffizienten der Fehlergleichungen, die Normalgleichungen und eine Zusammenstellung der Ergebnisse der Ortsbestimmungen. Zur besseren Anschaulichkeit sind auch die den einzelnen Fehlergleichungen zugrunde liegenden Standlinien in den Tafeln 20 bis 24 \*) graphisch dargestellt, wodurch sich auch die Ergebnisse der Ausgleichungen nach der Methode der kleinsten Quadrate mit den der graphischen Ausgleichungen vergleichen lassen.

Den an den einzelnen Beobachtungsabenden ermittelten Uhrkorrekturen (Tafel 17) sind die durch Anbringung der Längendifferenz —  $0^s.043$  auf den Beobachtungspfeiler bezogenen Uhrkorrekturen des Zeitdienstes des Geodätischen Instituts gegenübergestellt. Die Differenz der Uhrkorrekturen stellt die persönliche Gleichung des Beobachters und der Registriervorrichtung dar. Die Verzögerung des Chronographen ist nicht besonders bestimmt worden, da sie doch nur von untergeordneter Bedeutung ist und dazu die Stärke des auf den Chronographenanker einwirkenden Stromes während der Beobachtung nicht kontrolliert werden konnte. Die Nadelparallaxe des Chronographen war praktisch gleich Null.

\*) Siehe Anlage.

Bildet man aus den durch die Ausgleichung gewonnenen Werten von  $\Delta\varphi$  das Mittel, unter Berücksichtigung der Gewichte, so findet sich für die Breite des Gartenpfeilers:

$$\varphi_{1924.90} = +52^{\circ} 22' 52''.76 \pm 0''.06 \text{ (mittl. Fehler),}$$

ein Wert, der um  $+0''.38$  grösser ist, als die mittlere Breite. Der Verlauf der Polhöhenkurve des Internationalen Breitendienstes, die bereits bis zu 1924.1 veröffentlicht ist<sup>21)</sup>, lässt aber für die Monate Oktober-November ein Maximum der Koordinate X im Betrage von nahezu  $+0''.3$  erwarten, so dass die aus den 5 Beobachtungsabenden erhaltene Breite von dem wahren Werte nur etwa um  $0''.1$  abweicht.

Schliesslich sind, da man die Polhöhe für einen Zeitraum von 6 Tagen praktisch als konstant ansehen darf, die Fehlergleichungen aller 5 Abende auch nochmals zusammen ausgeglichen worden. Wie die Tafel 16b zeigt, ist dadurch der mittlere Fehler der Gewichtseinheit, der als Durchschnitt für die Einzelausgleichungen  $\pm 0''.383$  (vgl. Taf. 17) betrug, auf  $\pm 0''.394$  angewachsen. Als Ergebnis folgt für die Breite des Beobachtungspfeilers:

$$\varphi_{1924.90} = +52^{\circ} 22' 52''.77 \pm 0''.075,$$

während die Uhrkorrekturen mit ihren Gewichten, im Vergleich zu den Einzelausgleichungen, bis auf zu vernachlässigende Beträge von etwa  $0^s.001$  unverändert geblieben sind.

#### *Diskussion der Resultate.*

Die Tafel 18 gibt die Zusammenstellung der übrigbleibenden Fehler  $\lambda$  sowohl für die Einzelausgleichungen als auch für die Gesamtausgleichung, da zu erwarten ist, dass die letztere zutreffendere Werte für die tatsächlich erreichte Genauigkeit liefert. Die Mittelwerte des mittleren Fehlers eines Paares sind nach der Formel

$$\mu = \pm \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{n-m}}$$

gebildet worden (vgl. Taf. 16<sup>a</sup>), wobei aber zu bemerken ist, dass für die Ableitung der Abendwerte aus der Gesamtausgleichung  $m = 2$  gesetzt wurde. Wie man sieht, stimmt auch das so erhaltene Mittel aus allen Abenden ( $+0''.397$ ) mit dem aus der Gesamtausgleichung direkt bestimmten Werte ( $+0''.394$ ) gut überein.

Um den Einfluss der zufälligen Fehler der Sternkoordinaten abzuleiten, sind für die einzelnen Paare die Abweichungen  $\lambda'$  der übrigbleibenden Fehler  $\lambda$  von den Mittelwerten  $\lambda_M$  gebildet worden. Die Paare IV und XII mussten hierbei ausscheiden, da das erstere nur an einem, das letztere nur an zwei Abenden beobachtet worden ist. Die  $\lambda'$  können als

<sup>21)</sup> B. W a n a c h, Die Polbewegung im Jahre 1923. Astronomische Nachrichten, Bd. 223, Nr. 5345, S. 280.

übrigbleibende Fehler einer Ausgleichung mit 16 Unbekannten aufgefasst werden, da zu den früheren 6 Unbekannten der Gesamtausgleichung jetzt noch die 10 verschiedenen  $\lambda'$  hinzukommen. Der aus der  $[\lambda'\lambda']$  berechnete mittlere Fehler eines Paares entspricht dem von dem Einfluss des  $\varepsilon_*$  befreiten  $\varepsilon$ . Es ist daher:

$$\sqrt{\varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 + \varepsilon_4^2} = \pm \sqrt{\frac{4.3919}{46-16}} = \pm \sqrt{0.1464} = \pm 0''.383$$

Daraus folgt weiter :

$$\varepsilon_1 = \pm \sqrt{0.1556 - 0.1464} = \pm 0''.10 \text{ und nach Taf. 2 :}$$

$$\varepsilon_* = \pm 0''.13.$$

Diese letzte Zahl entspricht auch der von den Bearbeitern des Pulkowoer Katalogs 1915.0 (vgl. S. 38) angegebenen Genauigkeit.

Um den Einfluss des zufälligen Durchgangsfehlers festzustellen, sind für alle Beobachtungen die numerischen Werte dieses Fehlers aus den Abweichungen der für die einzelnen Fäden erhaltenen reduzierten Durchgangszeiten von ihrem Mittelwert berechnet worden. Die erhaltenen Zahlen dienten dann auch zur Ableitung der Konstanten „ $a$ “ und „ $b$ “ (vgl. S. 20). Zur Vereinfachung der Rechnung wurden aber nur diejenigen 18 Nord- und Südsterne benutzt, die an allen 5 Abenden an allen 6 Fäden beobachtet worden waren, weil man so gleich mit dem Mittelwert aus allen Abenden rechnen konnte. Die Resultate sind:

$$a = 0''.062 \pm 0''.038$$

$$\left(\frac{b}{W}\right) = 0''.069 \pm 0''.018.$$

Bei dem angenommenen Werte für die Vergrößerung des Fernrohrs  $W=60$  würde somit  $b=4''.13 \pm 1''.07$  betragen.

Der grössere Einstellungsfehler, wie auch die relativ grossen mittleren Fehler der Konstanten sind zum Teil dadurch zu erklären, dass das Okular keine ganz scharfen Bilder der Fäden lieferte und letztere am Rande des Gesichtsfeldes überhaupt unscharf erschienen, zum Teil dadurch, dass es verabsäumt worden war, die hellen Südsterne abzublenden. Im Beobachtungsprotokoll finden sich wiederholt Angaben über die Unsicherheit der Durchgangsbeobachtungen heller Sterne. Da diese Sterne meist in kleinen Zenitdistanzen beobachtet wurden, hat das Nichtabblenden die Genauigkeitsunterschiede der Paare verschiedener Zenitdistanzen mehr oder weniger verwischt.

Aus den zufälligen Durchgangsfehlern durch den Mittelfaden  $\varepsilon_D$  sind dann auch noch direkt die Ausdrücke  $\varepsilon_2$  nach der Formel (A) S. 21 berechnet worden (vgl. Taf. 19), denen die für die einzelnen Paare aus der Tafel 4 entnommenen Werte zum Vergleich gegenübergestellt sind. Der Mittelwert aus allen 49 Einzelwerten ist:

$$\varepsilon_2 = \pm 0''.363$$

Somit bleiben nur noch  $\varepsilon_3$  und  $\varepsilon_4$  übrig, für die nach dem Vorstehenden erhalten wird:

$$\sqrt{\varepsilon_3^2 + \varepsilon_4^2} = \pm \sqrt{0.1464 - 0.1318} = \pm \sqrt{0.0146} = \pm 0''.121$$

Für eine scharfe Trennung dieser beiden Fehlerquellen ist das vorliegende Beobachtungsmaterial unzureichend, da ja die Helligkeitsunterschiede der Sterne die Ergebnisse entstellen. Da für  $\varepsilon_W$  aus direkten Beobachtungen (vgl. S. 37) der plausible Wert  $\pm 0''.50$  erhalten worden ist, bleibt auf Grund der Tafel 5 als Einfluss des Neigungsfehlers nur  $\pm 0''.08$  übrig, woraus  $\varepsilon_N = 0^P.06$  folgt. Das deutet darauf hin, dass bei der Neigungsbestimmung im wesentlichen nur der reine Ablesefehler wirksam gewesen ist. Die für andere Werte von  $\varepsilon_W$  resultierenden Werte von  $\varepsilon_N$  zeigt die nachstehende Zusammenstellung:

$\varepsilon_W$	$\varepsilon_N$
$\pm 0''.60$	$\pm 0^P.04$
$\pm 0''.50$	$\pm 0.06$
$\pm 0''.40$	$\pm 0.07$
$\pm 0''.30$	$\pm 0.08$

Vergleicht man die einzelnen Abende untereinander, so ist, mit einer Ausnahme, eine gute Übereinstimmung der erhaltenen Genauigkeiten zu erkennen. Der grössere mittlere Fehler der Gewichtseinheit am 26.XI lässt sich durch die an diesem Abend vorhanden gewesene Indisposition des Beobachters erklären.

Gruppirt man die Sternpaare nach den Zenitdistanzen (vgl. Taf. 18), so sieht man, dass die günstigsten Ergebnisse in der mittleren Gruppe, d. h. in Zenitdistanzen von 18 bis 25° (Paare II, V, IX und X) erhalten wurden. Nach der Theorie müssten aber die in kleinen Zenitdistanzen beobachteten Paare genauere Resultate liefern. Der Widerspruch wird verständlich, wenn man die Grössenklassen der Sterne beachtet. Es mag aber auch der mehr oder weniger schiefe Durchgang der Sterne durch die Fäden eine Rolle spielen.

Unter den erwähnten Umständen ist es auch zu rechtfertigen, dass bei den Ausgleichungen von der Einführung von Gewichten abgesehen worden ist.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass, da der zufällige Durchgangsfehler von ausschlaggebender Bedeutung für die Genauigkeit gewesen ist, die Genauigkeit der Ergebnisse, auch bei der Benutzung eines Instruments von derselben Grössenordnung, noch gesteigert werden könnte. Es brauchten dazu bloss die aufgezählten instrumentellen Fehlerquellen beseitigt zu werden, was sich bei einer guten Konstruktion des Instruments ohne Schwierigkeiten erreichen lässt.

Es bleibt nur noch übrig, die systematischen Fehler zu behandeln, in erster Linie die Neigungsfehler. Aus den Beobachtungen geht hervor, dass die Neigung der Horizontalachse sich während der Durchgänge verändert hat und zwar meist im Sinne des Abnehmens. Bildet man für die Südsterne das Mittel aus den Differenzen der Ablesungen *v o r* und *n a c h* den Durchgängen, ergibt sich für die Paare I, III, V, IX, X und XII, bei denen die Zenitdistanzen der Südsterne proportional der Zeit wachsen,  $0^p.24$  und für die Paare, bei denen die Südsterne auf der anderen Seite des Meridians beobachtet werden, entsprechend  $0^p.07$ . Es besteht also ein Zusammenhang zwischen der Bewegungsrichtung der Zenitdistanzschraube und der Neigungsänderung der Horizontalachse. Wenn die zur Reduktion der Beobachtungen verwandte Niveauablesung nicht der für das Mittel aus allen Durchgängen gültigen Neigung entspricht, wird die Breite systematisch verfälscht.

Da beim Einstellen der Zenitdistanz des Durchgangs durch den Mittelfaden die Mikrometerschraube meist stets in ein und demselben Sinne gedreht wird, ergeben die Ablesungen *v o r* nicht immer die besten Werte. Aber ebensowenig sind die Ablesungen *n a c h*, wie auch die unter gegebenen Umständen aus der Mittelbildung hervorgehenden Werte, als die geeignetsten anzusehen. Man hätte der Schwierigkeit aus dem Wege gehen können, wenn die Ablesungen *v o r* erst nach der Einstellung der Zenitdistanz des ersten Fadenantritts erfolgt wären. In diesem Falle würde das Mittel aus den beiden Ablesungen zweifellos den sichersten Wert der Neigung ergeben haben.

Bei den vorliegenden Beobachtungen ist die Differenz der Ablesungen so klein, dass der systematische Breitenfehler kaum einige Hundertstel der Bogensekunde ausmachen könnte. Es hat aber auch den Anschein, als ob, ausser der Bewegungsrichtung der Schraube, noch das mehr oder weniger hastige Drehen derselben ebenfalls auf die Neigung der Achse eingewirkt hat.

Es sind schliesslich noch die Fehler zu erwähnen, die aus der verschiedenen Auffassung des Durchgangsmoments, bei entgegengesetzten Bewegungsrichtungen der Sterne hervorgehen. Bei den Paaren I, IV, VI und IX erfolgten die Durchgänge der Nordsterne in derselben Richtung, wie die der Südsterne, bei den anderen waren die Richtungen entgegengesetzt. Da die Auffassungsfehler für die einzelnen Paare konstant sein müssen, vereinigen sie sich mit den Fehlern der Sternkoordinaten. Die  $\lambda_M$  der vorhin aufgezählten Paare sind alle positiv; die der anderen überwiegend negativ. Es sind aber die Fehler der Sternpositionen nicht übermässig gross, sondern im Gegenteil klein gefunden worden, weswegen man wohl annehmen darf, dass die aus der verschiedenen Bewegungsrichtung entspringenden Fehler nur einen verschwindend kleinen Einfluss gehabt haben können.

Verzeichnis der beobachteten Sternpaare

Tafel 10.

Nr.	Vertikal	B. J. Nr.	Name	Gr.	Θ Mittel- faden	A	Z Mittel- faden	$\frac{1}{2}tgz$	Korrekturen d. B. J.	
									$\Delta\alpha$ in 0 <sup>s</sup> .001	$\Delta\delta$ in 0 <sup>s</sup> .01
I	+67°.5	780	ε Cygni	2.4	23 <sup>h</sup> 9 <sup>m</sup>	248° 50'	32° 3'	0.31	— 6	— 34
		108	γ Persei	3.0	23 22	66 24			+45	— 17
II	—45	33	μ Androm.	3.9	23 47	135 0	18 18	0.16	+19	— 38
		830	20 Cephei	5.7	23 58	314 10			— 16	— 1
III	+45	48	δ Cassiop.	2.7	0 11	45 30	12 12	0.11	+ 7	— 18
		891	ι Androm.	4.1	0 20	223 15			— 3	+ 21
IV	+45	859	λ Pegasi	3.9	0 36	226 45	36 9	0.37	+15	— 32
		203	17 Camel.	5.9	0 49	45 30			+29	+ 1
V	+22.5	20	δ Androm.	3.2	1 24	206 50	23 42	0.22	+15	— 61
		138	5H Camel.	4.5	1 32	25 45			+72	+ 25
VI	—67.5	144	ζ Persei	2.9	1 39	118 30	31 21	0.30	+ 4	— 41
		844	3 Lacertal	4.5	1 49	290 15			+23	+ 36
VII	—45	111	β Persei	2.2	2 12	138 15	14 39	0.13	+22	— 47
		32	γ Cassiop.	2.0	2 22	311 40			+26	+ 19
VIII	—22.5	111	β Persei	2.2	2 32	152 30	12 52	0.11	+22	— 47
		63	ε Cassiop.	3.3	2 41	333 15			+50	+ 2
IX	+67.5	33	μ Androm.	3.9	2 53	247 30	25 18	0.24	+19	— 38
		225	δ Aurigae	3.8	3 1	68 25			+14	— 48
X	+45	73	γ Androm.	2.1	3 10	235 25	15 45	0.14	+48	+ 8
		182	10 Camel.	4.1	3 18	49 50			+ 8	— 23
XI	—45	63	ε Cassiop.	3.3	3 46	317 0	18 48	0.17	+50	+ 2
		192	μ Aurigae	5.1	3 56	131 0			+ 7	— 26
XII	+45	109	ρ Persei	3.8	4 16	230 45	19 0	0.17	+15	— 40
		247	8 Lyncis	6.3	4 26	48 50			+46	— 42

$t = +6.4^\circ - +3.3^\circ \text{C}$   
 $B = 753.8 \text{ mm}$

24. XI. 1924. D.

Taf. 11.

Nr. des Paares *	B e o b a c h t e t e:			B e r e c h n e t:			$D_R - D_B$	$\frac{1}{2} \text{tg } Z_o$ ( $D_R - D_B$ )	Korrekturen		Absolut- glied
	$\Theta_{MF} + U_o$	Kreis- ablesung	Blasenmitte in halben Passwerten vor	$Z_{MF}$	$a_o + \text{Aberr.}$	$D_R$			Neigung	Kolli- mation	
I	S N	h m s 23 9 31.52 21 26.95	249 2 15.62 66 25 4.81	— 60.38	32 5.8 8.5	248 59 9.72 66 22 1.22	182 37 8.50	— 2.31	" — 0.72	" + 0.01	" — 0.66
III	N S	0 12 4.36 19 57.97	45 16 57.20 223 18 22.25	61.0 (62.0)	12 5.8 12.0	45 10 4.30 223 11 14.67	178 1 10.37	— 14.68	— 1.62	+ 0.52	— 1.45
V	S N	1 23 43.28 31 57.24	206 50 8.38 25 51 2.35	63.1 61.0	23 39.5 40.0	206 46 4.80 25 47 13.67	180 58 51.13	— 14.90	— 3.28	+ 1.00	— 2.28
VI	S N	39 19.76 48 50.45	118 30 59.40 290 15 29.40	— 61.3	31 22.1 16.1	118 27 46.22 290 12 22.86	188 15 23.36	— 6.64	— 1.99	+ 0 57	— 1.57
VII	S N	2 11 58.64 22 31.77	138 15 11.35 311 33 36.80	62.8 61.25	14 37.4 42.3	138 9 0.82 311 27 56.12	186 41 4.70	— 29.85	— 3.88	+ 0.74	— 2.91
VIII	S N	31 0.04 40 59.49	152 30 35.68 333 8 31.98	62.2 (62.2)	12 52.4 52.4	152 23 42.80 333 2 0.44	179 21 42.36	— 21.34	— 2.35	0	— 2.35
IX	S N	53 17.30 3 3 1.70	247 45 15.50 68 38 6.35	63.6 61.75	25 18.8 6.8	247 41 27.87 68 34 21.58	179 7 6.29	— 2.86	— 0.69	+ 0.87	— 0.14
X	S N	9 52.67 20 8.35	235 55 28.95 49 38 58.32	62.4 61.85	15 48.4 26.1	235 49 45.48 49 33 18.98	186 16 26.50	— 4.13	— 0.58	+ 0.27	— 1.29
XI	N S	46 39.85 55 56.61	316 55 16.55 131 0 36.85	61.9 61.7	18 49.2 47.3	316 50 40.78 130 55 44.08	174 5 3.30	— 17.00	— 2.89	+ 0.10	— 2.73

$t = +3,0^\circ - +0,0^\circ C$   
 $B = 752,3 \text{ mm}$

25. XI. 1924.  $\sigma$ .

Taf. 12.

Nr. des Paars *	B e o b a c h t e t e:			B e r e c h n e t:			$D_R - D_B$	$\frac{1}{2} tg Z_o$ ( $D_R - D_B$ )	Korrekturen		Absolut- glied		
	$\Theta_{MF} + U_o$	Kreis- ablesung	Blasenmitte in haben Parswerten vor	$Z_{MP}$	$a_o + \text{Aberr.}$	$D_R$			Neigung	Kolli- mation			
I	S	$h$ 23 8 48.46	248 49' 57.55	—	61.95	31 59.6	248 46' 53.31	182 26' 2.95	+ 3.68	+1.14	-1.03	+0.25	+0.36
	N	21 15.28	66 23 58.28	64.1		32 10.2	66 20 50.36						
II	S	47 1.84	135 0 11.78	62.6	(62.6)	18 16.7	134 55 16.09	180 40 46.36	-16.60	-2.66	+0.14	+0.57	-1.95
	N	0 0 38.68	314 19 8.82	62.3		32.5	314 14 29.73						
III	N	12 11.77	45 14 38.95	63.1	(62.5)	12 5.1	45 7 47.77	177 56 32.76	-7.61	-0.84	+0.18	-0.34	-1.00
	S	19 48.28	223 11 19.32	63.5		11.0	223 4 20.53						
V	S	1 24 7.48	207 2 20.90	—	63.6	23 37.1	206 58 23.45	181 14 31.05	-8.65	-1.90	+0.27	+0.03	-1.60
	N	32 26.14	25 47 41.20	63.05		38.6	25 43 52.40						
VI	S	40 0.06	118 43 47.25	—	63.35	31 16.7	118 40 34.67	188 28 31.88	-5.37	-1.61	+0.09	0	-1.52
	N	48 47.48	290 15 10.00	63.15		16.6	290 12 2.79						
VIII	S	2 31 59.51	152 30 6.72	63.5	(63.5)	12 52.5	152 23 17.31	179 14 3.37	-26.93	-2.96	+0.38	-0.07	-2.65
	N	40 41.34	333 15 36.42	62.7		51.2	333 9 13.94						
X	S	3 10 14.05	236 6 2.90	64.45	(64.0)	15 51.1	236 0 27.19	186 20 19.22	-6.88	-0.96	+0.62	-0.87	-1.21
	N	19 25.45	49 45 36.80	63.15		31.2	49 40 7.97						
XI	N	46 16.95	316 58 19.32	64.45	64.4	18 46.8	316 53 38.78	174 5 40.73	-8.50	-1.44	-0.46	+0.01	-1.89
	S	56 3.94	131 4 8.55	—	63.50	46.6	130 59 19.51						
XII	S	4 15 26.10	230 45 6.00	65.1	64.4	18 58.8	230 40 17.28	181 54 40.67	-9.91	-1.69	+1.05	-0.69	-1.33
	N	29 32.67	48 50 15.42	62.9		39.6	48 45 36.61						

$t = +0.1^\circ - 1.0^\circ C$   
 $B = 747.9 \text{ mm}$

26. XI. 1924. ☉.

Taf. 13.

Nr. des Paares	B e o b a c h t e t:			B e r e c h n e t:			$D_R - D_B$	$\frac{1}{2} \text{tg } Z_o$ ( $D_R - D_B$ )	Korrekturen:		Absolutglied	
	$\Theta_{MF} + U_o$	Kreisablesung	Blasenmitte in halben Parswerten vor nach	$Z_{MF}$	$a_o + \text{Aberr}$	$D_R$			Neigung	Kollimation		
I	S	23 8 48.84	248 50 8.45	65.3	(64.85)	31 59.7	248 47 0.00	182 20 37.79	0.16	"	"	+0.29
	N	22 10.29	66 29 30.82	—	64.9	32 2.3	66 26 22.21	182 20 37.79	+	+0.19	+0.05	
II	S	47 2.33	135 0 32.30	—	64.75	18 35.7	134 55 31.74	180 30 39.57	-22.13	+1.13	+0.24	-2.17
	N	59 13.14	314 29 30.60	—	62.38	29.1	314 24 52.17	180 30 39.57	—	+0.43	-0.13	+0.13
III	N	0 11 12.74	45 32 29.85	—	64.1	12 11.5	45 25 33.67	177 59 10.61	—	+0.85	+0.12	-0.21
	S	20 16.91	223 31 42.00	—	65.0	14.0	223 24 44.28	181 0 15.21	—	+0.86	-0.16	-1.08
IV	S	34 5.65	226 45 6.60	66.1	(66.1)	36 5.5	226 42 11.28	181 0 15.21	—	—	—	—
	N	49 1.85	45 44 48.70	—	64.3	10.2	45 41 56.07	181 0 15.21	—	—	—	—
V	S	1 24 14.54	207 5 59.50	65.9	65.1	23 41.7	207 1 58.92	181 20 27.62	—	—	—	—
	N	32 46.54	25 45 23.80	—	64.1	36.8	25 41 31.30	181 20 27.62	—	—	—	—
VI	S	39 16.46	118 29 54.88	—	64.5	31 22.5	118 26 42.85	188 7 31.17	—	—	—	—
	N	49 51.65	290 22 23.38	—	65.35	24.8	290 19 11.68	188 7 31.17	—	—	—	—
VII	S	2 11 48.37	138 8 39.20	64.5	(64.5)	14 38.3	138 2 29.82	186 36 29.64	-16.16	-0.45	+0.23	-2.32
	N	22 42.20	311 31 53.40	—	65.45	43.5	311 26 0.18	186 36 29.64	—	-0.36	-0.06	-2.60
VIII	S	31 59.62	152 30 16.52	64.05	(63.6)	12 52.5	152 23 22.23	179 14 44.37	-19.85	+1.33	-0.05	+0.15
	N	40 42.87	333 15 12.30	—	64.8	51.3	333 8 37.86	179 14 44.37	—	+1.19	-0.57	-1.10
IX	S	54 46.55	248 13 45.00	65.9	(66.0)	25 31.5	248 9 55.08	179 48 41.45	-4.80	—	—	—
	N	3 0 16.86	68 24 58.75	—	63.1	30.2	68 21 13.63	179 48 41.45	—	—	—	—
X	S	9 51.41	235 54 56.70	66.1	(65.7)	15 48.2	235 49 8.77	186 3 56.54	-12.26	-1.04	-0.02	-1.49
	N	18 52.90	49 50 47.90	—	63.6	34.9	49 45 12.23	186 3 56.54	—	+1.25	-0.19	-0.56
XI	N	46 18.75	316 58 10.90	—	66.2	18 47.0	316 53 25.34	174 1 58.40	—	—	—	—
	S	55 55.98	131 0 11.82	64.0	(63.45)	47.4	130 55 23.74	174 1 58.40	—	—	—	—
XII	S	4 15 26.12	230 45 8.48	65.85	(65.7)	18 58.9	230 40 18.09	181 42 59.94	-9.54	—	—	—
	N	27 32.52	49 1 59.00	—	63.2	53.3	48 57 18.15	181 42 59.94	—	—	—	—

$t = +1.1^\circ - +0.1^\circ \text{C}$   
 $B = 750.4 \text{ mm}$   
 28. XI. 1924. ☉  
 Taf. 14.

Nr. des Paares *	B e o b a c h t e t :			B e r e c h n e t :			$D_R - D_B$	$\frac{1}{2} tg Z_o$ ( $D_R - D_B$ )	Korrektionen:		Absolut- glied
	$\Theta_{MF} + U_o$	Kreis- ablesung	Blasenmitte in halben Parswerten vor nach	$Z_{MF}$	$a_o + \Delta \text{berr.}$	$D_R$			Neigung	Kolli- mation	
I	S	$23^h 9^m 22^s$	248 59 26.78	—	32	248 53 3.34	182 26 56.22	—	—	0	—
	N		66 32 41.08	65.4	2.8	66 26 7.12	182 26 56.22	+10.52	+3.26	-1.85	+1.41
II	S		46 49.60	—	18	134 48 51.98	180 20 56.38	—10.80	—	+1.00	-0.64
	N		58 48.36	61.15	31.8	314 27 55.60	180 20 56.38	—	—	—	—
III	N	0 11	3.56	63.0	12	45 28 15.00	177 42 45.31	+	+0.47	0	+0.49
	S	19	57.54	(62.2)	12.0	223 11 0.31	177 42 45.31	+	—	—	—
V	S	1 24	8.23	63.7	23	206 58 47.53	181 9 52.52	+	+0.38	-0.14	+0.24
	N	31	42.29	64.0	41.0	25 48 55.01	181 9 52.52	+	—	—	—
VI	S	39.26.52	118 30 39.95	63.1	31	118 29 53.83	188 11 7.33	—	-1.50	+0.38	-1.05
	N	49	47.82	62.3	24.3	299 18 46.50	188 11 7.33	—	—	—	—
VII	S	2 11	46.01	63.0	14	138 0 59.30	186 29 26.24	—	-0.82	+0.29	-0.47
	N	22	12.66	62.4	40.1	311 31 33.06	186 29 26.24	—	—	—	—
IX	S	53	14.84	63.0	25	247 40 41.89	179 14 57.45	+	+1.08	-0.14	+1.04
	N	3	13.18	63.3	22.2	68 25 42.44	179 14 57.45	+	—	—	—
X	S	9	34.22	63.15	15	235 40 32.03	186 0 39.65	+	+1.18	-0.15	+0.37
	N	19	26.90	63.5	30.9	49 39 52.38	186 0 39.65	+	—	—	—
XI	N	46	18.69	63.05	18	316 53 26.89	174 4 43.23	—	-0.37	+0.02	-0.35
	S	56	1.66	63.1	46.8	130 58 10.12	174 4 43.23	—	—	—	—

$t = +4.4^\circ - +1.7^\circ \text{C}$   
 $B = 756.4 \text{ mm}$

29. XI. 1924. h

Taf. 15.

Nr. des Paares *	B e o b a c h t e t:			B e r e c h n e t:			$D_R - D_B$	$\frac{1}{2} \text{tg } Z_o$ ( $D_R - D_B$ )	Korrekturen:		Absolut- glied	
	$\Theta_{MF} + U_o$	Kreis- ablesung	Blasenmitte in halben Parswerten vor nach	$Z_{MF}$	$\alpha_o + \text{Aber.}$	$D_R$			Neigung	Kolli- mation		
I	S	23 9 12.07	248 54 20.48	—	32 3.0	248 53 39.13	"	"	"	"	"	"
	N	22 34.00	66 29 29.65	64.6	31 59.2	66 28 43.89	182 24 55.24	+ 4.41	+ 1.37	- 0.71	- 0.10	+ 0.56
II	S	46 48.72	134 50 50.75	63.0	18 18.1	134 48 24.42	180 19 33.84	— 7.89	- 1.26	+ 0.95	+ 0.06	- 0.25
	N	58 40.96	314 31 9.02	61.0	19.7	314 28 50.58	177 43 50.65	+ 18.80	+ 2.07	- 0.65	0	+ 1.42
III	N	0 11 5.46	45 32 18.25	63.25	12 12.3	45 27 40.25	181 13 14.73	+ 2.23	+ 0.49	+ 0.02	- 0.05	+ 0.46
	S	19 58.24	223 15 50.10	61.9	12.0	223 11 30.90	188 13 25.05	— 5.22	- 1.57	+ 1.14	+ 0.10	- 0.33
V	S	1 24 8.68	207 0 33.65	63.2	23 41.3	206 59 1.53	186 27 43.12	— 4.70	- 0.61	+ 0.47	- 0.05	- 0.19
	N	32 9.40	25 47 21.15	63.15	39.3	25 45 46.80	179 17 31.62	+ 4.19	+ 0.46	- 0.21	- 0.04	+ 0.63
VI	S	39 33.52	118 32 54.85	63.3	31 20.3	118 32 7.00	179 12 21.78	+ 3.70	+ 0.87	- 0.19	- 0.04	+ 0.64
	N	49 47.12	290 19 24.58	60.9	24.2	290 18 41.95	186 0 30.23	+ 6.95	+ 0.97	+ 0.14	- 0.38	+ 0.73
VII	S	2 11 51.11	138 7 42.35	63.65	14 38.0	138 4 13.63	173 53 12.29	— 2.08	- 0.35	+ 0.05	- 0.06	- 0.36
	N	21 46.78	311 39 54.53	62.65	37.1	311 36 30.51	186 0 30.23	+ 6.95	+ 0.97	+ 0.14	- 0.38	+ 0.73
VIII	S	32 3.62	152 30 37.78	63.15	12 52.2	152 26 30.48	179 12 21.78	+ 3.70	+ 0.87	- 0.19	- 0.04	+ 0.64
	N	40 42.10	333 13 10.35	62.7	51.2	333 8 58.86	186 0 30.23	+ 6.95	+ 0.97	+ 0.14	- 0.38	+ 0.73
IX	S	53 15.61	247 42 15.78	62.5	25 18.7	247 40 57.18	173 53 12.29	— 2.08	- 0.35	+ 0.05	- 0.06	- 0.36
	N	3 1 49.62	68 29 57.70	62.9	17.0	68 28 35.40	186 0 30.23	+ 6.95	+ 0.97	+ 0.14	- 0.38	+ 0.73
X	S	9 58.72	235 55 57.08	62.85	15 49.2	235 52 49.82	173 53 12.29	— 2.08	- 0.35	+ 0.05	- 0.06	- 0.36
	N	18 6.46	49 55 33.80	62.55	40.3	49 52 19.59	186 0 30.23	+ 6.95	+ 0.97	+ 0.14	- 0.38	+ 0.73
XI	N	46 30.76	316 54 12.98	62.9	18 48.3	316 51 54.05	173 53 12.29	— 2.08	- 0.35	+ 0.05	- 0.06	- 0.36
	S	55 35.10	130 47 27.35	62.95	49.8	130 45 6.34	186 0 30.23	+ 6.95	+ 0.97	+ 0.14	- 0.38	+ 0.73

Nr. des Paares	$\Delta\varphi$	$\Delta U \cos \varphi_0$	A b s o l u t g l i e d				
			24. XI. ♂	25. XI. ♂	26. XI. ♀	28. XI. ♀	29. XI. ♀
I	-0.92	+0.38	-0.66	+0.36	+0.29	+1.41	+0.56
II	+0.71	+0.70	—	-1.95	-2.17	-0.64	-0.25
III	-0.70	+0.72	-1.45	-1.00	+0.13	+0.49	+1.42
IV	-0.72	+0.69	—	—	-0.21	—	—
V	-0.44	+0.90	-2.28	-1.60	-1.08	+0.24	+0.46
VI	+0.91	+0.41	-1.57	-1.52	-0.45	-1.05	-0.33
VII	+0.71	+0.70	-2.91	—	-2.32	-0.47	-0.19
VIII	+0.46	+0.89	-2.35	-2.65	-2.60	—	+0.63
IX	-0.93	+0.37	-0.14	—	+0.15	+1.04	+0.64
X	-0.80	+0.60	-1.29	-1.21	-1.10	+0.37	+0.73
XI	+0.72	+0.69	-2.73	-1.89	-1.49	-0.35	-0.36
XII	-0.76	+0.67	—	-1.33	-0.56	—	—

Datum	Normalgleichungen				Mittl. Fehler d. Gewichtseinheit
24. XI. 1924. ♂	$\Delta\varphi$	$\Delta U \cos \varphi_0$	Abs.-Gl.	S.	$\mu = \pm \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{n-m}} =$ $= \pm \sqrt{\frac{0.693}{9-2}} =$ $= \pm 0'' .31$
	+5.097	-0.298	-2.754	+2.045	
	[aa]	+3.895	-10.829	-7.232	
		[bb]	+33.329	+19.746	
			[ll]	+14.559	
			[ss]		
25. XI. 1924. ♂	+4.810	-0.463	-2.295	+2.052	$\mu = \pm \sqrt{\frac{0.798}{9-2}} =$ $= \pm 0'' .34$
		+4.207	-9.290	-5.546	
			+23.628	+12.043	
			+8.549		
26. XI. 1924. ♀	+6.697	-0.807	-4.426	+1.464	$\mu = \pm \sqrt{\frac{3.306}{12-2}} =$ $= \pm 0'' .57$
		+5.310	-8.570	-4.067	
			+22.127	+9.131	
				+6.528	
28. XI. 1924. ♀	+5.389	-0.210	-5.005	+0.174	$\mu = \pm \sqrt{\frac{0.712}{9-2}} =$ $= \pm 0'' .32$
		+3.593	+0.264	+3.647	
			+5.361	+0.620	
				+4.441	
29. XI. 1924. ♀	+5.601	+0.199	-3.472	+2.328	$\mu = \pm \sqrt{\frac{0.840}{10-2}} =$ $= \pm 0'' .32$
		+4.385	+2.194	+6.778	
			+4.218	+2.940	
				+12.046	

Taf. 16-b.

Normalgleichungen der Gesamtausgleichung aller Abende.

$a$ $\Delta\varphi$	$b$ $(\Delta U \cos \varphi_0)$ 24. XI.	$c$ $(\Delta U \cos \varphi_0)$ 25. XI.	$d$ $(\Delta U \cos \varphi_0)$ 26. XI.	$e$ $(\Delta U \cos \varphi_0)$ 28. XI.	$f$ $(\Delta U \cos \varphi_0)$ 29. XI.	$l$ Absol.-Gl.	$s$	Mittl. Fehler der Gewichts- einheit.
+27.594	-0.298 +3.895	-0.463 0 +4.207	-0.807 0 0 +5.310	-0.210 0 0 +3.593	+0.199 0 0 0 +4.385	-17.952 -10.829 - 9.290 - 8.570 + 0.264 + 2.194 +88.663	+ 8.063 - 7.232 - 5.546 - 4.067 + 3.647 + 6.778 +44.480 +46.123	$\mu = \pm \sqrt{\frac{[\lambda\lambda]}{n-m}}$ $= \pm \sqrt{\frac{6.692}{49-6}}$ $= \pm 0'' .39_4$

$$\varphi_0 = +52^\circ 22' 52'' .00$$

$$U_0 = -3^s$$

Taf. 17.

Datum	Anzahl der Paare	Mittl. Fehler der Gewichts- einheit	Ergebnisse der Ausgleichungen:		Uhrkorrek- tion des Zeitdienstes des Geod. Inst.	Differenz der Uhr- korrek- tionen
			$\Delta\varphi$	$\Delta\Delta = \Delta U \cos \varphi_0$		
24. XI. 1924. $\mathcal{D}$	9	$\pm 0'' .31$	$+0'' .71 \pm 0'' .14$	$+2'' .83 \pm 0'' .16$	$-2^s .690 \pm 0^s .017$	$+0^s .28$
25. XI. 1924. $\mathcal{O}$	9	$\pm 0'' .34$	$+0'' .70 \pm 0'' .16$	$+2'' .29 \pm 0'' .16$	$-2'' .750 \pm 0'' .017$	$+0'' .26$
26. XI. 1924. $\mathcal{S}$	12	$\pm 0'' .57$	$+0'' .87 \pm 0'' .22$	$+1'' .75 \pm 0'' .25$	$-2'' .809 \pm 0'' .027$	$+0'' .20$
28. XI. 1924. $\mathcal{Q}$	9	$\pm 0'' .32$	$+0'' .93 \pm 0'' .14$	$-0'' .02 \pm 0'' .17$	$-3'' .002 \pm 0'' .018$	$+0'' .14$
29. XI. 1924. $\mathcal{H}$	10	$\pm 0'' .32$	$+0'' .64 \pm 0'' .14$	$-0'' .53 \pm 0'' .16$	$-3'' .058 \pm 0'' .016$	$+0'' .15$
Mittel		$\pm 0'' .38_3$				

1) Am 24. XI. hat eine Zeitbestimmung am Passageninstrument stattgefunden; desgl. am 27. XI.

Zusammenstellung der übrigbleibenden Fehler.

Taf. 18.

	Z = 32°3'	18°18'	12°12'	36°9'	23°42'	31°21'	14°39'	12°52'	25°18'	15°45'	18°48'	19°0'	Mittelwerte
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
A: Einzelausgleichungen:													
24. XI	-0.24	"	+0.09	-	"	+0.23	-0.43	+0.49	+0.25	"	"	"	"
25. XI	+0.59	+0.14	+0.15	-	-0.05	+0.05	-	-0.30	-	-0.16	-0.27	-	-0.31
26. XI	+0.15	-0.34	+0.52	+0.36	+0.14	+0.25	-	+0.30	-	-0.40	+0.18	-0.33	+0.34
28. XI	+0.55	+0.01	-0.18	-	+0.10	+1.05	-0.49	-0.65	-0.02	-0.75	+0.34	-0.06	+0.57
29. XI	-0.23	-0.17	+0.59	-	-0.19	-0.21	+0.18	-	+0.17	-0.39	+0.19	-	+0.32
$\lambda_M$	+0.16	-0.09	+0.23	+0.36	-0.06	+0.23	-0.21	0	+0.06	-0.36	+0.04	-0.20	+0.383
$[\lambda]$	0.6492	0.1318	0.4078	0.1402	0.9384	0.2889	0.9551	0.0987	0.2622	0.3182			4.1905
B: Gesamtausgleichung													
24. XI	-0.30	"	+0.05	-	"	+0.29	-0.39	+0.52	+0.19	"	"	"	"
25. XI	+0.53	+0.19	+0.10	-	-0.08	+0.11	-	-0.27	-	-0.21	-0.23	-	+0.32 <sub>5</sub>
26. XI	+0.24	-0.41	+0.59	+0.43	+0.11	+0.96	-0.56	-0.70	+0.07	-0.46	+0.23	-0.38	+0.34 <sub>5</sub>
28. XI	+0.70	-0.10	-0.07	-	-0.14	-0.36	+0.07	-	+0.32	-0.67	+0.27	+0.02	+0.56
29. XI	-0.35	-0.08	+0.50	-	-0.36	+0.15	-0.02	+0.51	-0.27	-0.26	+0.07	-	+0.37
$\lambda_M$	+0.16	-0.10	+0.23	+0.43	-0.06	+0.23	-0.22	+0.02	+0.08	-0.36	+0.03	-0.18	+0.397
$[\lambda]$	0.9066	0.1806	0.3418	0.1529	0.9054	0.2686	1.0726	0.1923	0.2068	4.3919			

Der aus dem zufälligen Durchgangsfehler hervorgehende mittlere Fehler eines Paares.

Taf. 19.

	Z = 32°3'	18°18'	12°12'	36°9'	23°42'	31°21'	14°39'	12°52'	25°18'	15°45'	18°48'	19°0'	Mittel
	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	
24. XI	+0.27	-	+0.29	-	"	+0.52	+0.43	"	"	"	"	"	+0'.358
25. XI	+0.42	+0.23	+0.34	-	+0.24	+0.28	-	+0.33	+0.49	+0.38	+0.27	-	+0.363
26. XI	+0.34	+0.38	+0.26	+0.43	+0.37	+0.41	+0.37	+0.80	+0.20	+0.38	+0.57	+0.35	+0.389
28. XI	+0.21	+0.26	+0.35	-	+0.35	+0.35	+0.36	-	+0.35	+0.27	+0.43	+0.34	+0.326
29. XI	+0.42	+0.41	+0.29	-	+0.23	+0.43	+0.48	+0.30	+0.37	+0.34	+0.36	-	+0.368
Mittel:	+0.33	+0.32	+0.30 <sub>5</sub>	+0.43	+0.33	+0.40	+0.41	+0.44	+0.35	+0.34	+0.41	+0.34 <sub>5</sub>	+0'.363
Nach Taf. 4:	+0.31	+0.27	+0.26	+0.34	+0.28	+0.30	+0.27	+0.29	+0.27	+0.27	+0.27	+0.27	+0.28

### 3. Die Beobachtung von Sternpaaren in Vertikalen.

Um die Methode der Sternpaare in Vertikalen auf ihre Anwendbarkeit zu prüfen, wurden zunächst die Beobachtungen nur in den Vertikalen mit den Azimuten  $\pm 45^\circ$  ausgeführt. Diese Begrenzung hatte den Zweck, einerseits die völlige Gleichartigkeit aller Beobachtungen zu gewährleisten, andererseits bot aber gerade diese Kombination der zueinander senkrechten Vertikalebene die Möglichkeit, die Rechnung, durch Vereinfachung der Formeln, noch weiter zu erleichtern. Dieses geschah durch Multiplikation der Fehlergleichung (17) mit  $\sqrt{2}$ , wodurch die Koeffizienten von  $\Delta\varphi$  und  $(\Delta U + h_i g_i) \cos \varphi_0$  beide gleich eins wurden.

Als Beobachtungsort diente ebenfalls, wie bei den Beobachtungen des vorigen §, der südliche Gartenpfeiler des Geodätischen Instituts. Die Beobachtungsbedingungen waren auch dieselben, bis auf den Umstand, dass ein anderes Okular benutzt wurde. Letzteres hatte nahezu dieselbe 60-fache Vergrößerung, dagegen aber nur 5 Vertikalfäden. Beobachtet wurde mit Hilfe des Okularprismas. Die Durchgänge wurden chronographisch registriert. Der sehr geringe Uhrgang konnte vernachlässigt werden.

Nach dem Beobachtungsprogramm sollte je ein Nordstern mit 2—3 südlich vom Zenit befindlichen Sternen zu Paaren vereinigt werden. Um die Ergebnisse der Ortsbestimmung vor den durch eine etwaige Veränderlichkeit der Kollimation entstehenden Fehlern nach Möglichkeit zu bewahren, wurden die Beobachtungen auf beide Kreislagen gleichmässig verteilt, so dass in jedem Vertikal 2 Nordsterne und 4—6 Südsterne zu beobachten waren. Die Ausführung der Beobachtungen in beiden Lagen wäre ohnehin allein schon wegen ihrer Vorteile für die Ausgleichung notwendig gewesen.

Bei der Auswahl der Sternpaare wurde darauf geachtet, dass die Südsterne möglichst verschiedene Zenitdistanzen hatten, um eine Trennung der Kollimation von der Seitenbiegung zu ermöglichen. Sonst war nur das Prinzip massgebend, die Gesamtdauer der Beobachtung nach Möglichkeit zu verkürzen. Als Höchstdauer der Zwischenzeit zwischen den Durchgängen der Sterne eines Paares war die Grenze von 20 Minuten festgesetzt.

Das Verzeichnis der beobachteten Sternpaare ist in der Tafel 25 gegeben. Die Bezifferung der Paare richtet sich nur nach den Südsterne. Die Nordsterne sind durch den Buchstaben N besonders gekennzeichnet. In den Kolumnen VII und IX sind die Korrekturen angegeben, die nach dem Pulkowoer Katalog an die dem Berliner Jahrbuch entnommenen Sternpositionen angebracht worden sind. Die beiden letzten Kolumnen geben die numerische Grösse der Koeffizienten von  $\beta$  und  $c$  in den Fehlergleichungen an.

Bei den Sternpaaren 1—11 ist der Nordstern im Osten vor und im Westen nach seiner Digression, d. h. also in grösseren Zenitdistanzen

beobachtet worden. Von diesen Paaren wurden an 4 Abenden je 8 und an einem Abend je 6 Paare beobachtet, die dann im letztgenannten Falle durch die Paare 12 und 14 ergänzt werden mussten.

Die Paare 12—23, bei denen die Nordsterne kleinere Zenitdistanzen haben, konnten an drei aufeinanderfolgenden Abenden vollzählig beobachtet werden. Diese Paare müssten nach den Tafeln 6 und 7 eine genauere Ortsbestimmung ermöglichen als die erstgenannten, doch sind hier die Koeffizienten der Kollimation und der Seitenbiegung zu nahe gleich, um eine ausreichende Trennung dieser beiden Unbekannten herbeizuführen. Da an diesen drei Abenden, durch die vorausgegangene Beobachtung der Paare 1—11, eine doppelte Ortsbestimmung erhalten worden ist, bieten sie eine besonders gute Vergleichsmöglichkeit.

Die Tafel 26 enthält die Beobachtungen und die Ergebnisse der Ausgleichungen. Die Bezeichnung der Kreislage gilt stets nur für den westlichen Stern des Paares. Die angegebenen Durchgangszeiten ( $\Theta_{MF} + U_0$ ) sind bereits auf den Mittelfaden reduziert.

Die Bestimmung der Neigung geschah am 30.IX und am 12.X durch das Umsetzen des Niveaus bei einem jeden einzelnen Durchgange; am 11. und am 23.X wurde nur vor und nach den Beobachtungen der 2—3 Sternpaare in einer Instrumentlage das Niveau umgesetzt, dafür aber die bei den Durchgängen angestellten Niveauablesungen auf die so ermittelten Neigungen der Horizontalachse bezogen, desgleichen auch am 13.X, aber mit dem Unterschiede, dass jetzt nicht das Niveau, sondern die Achse umgelegt wurde.

Die Zapfenungleichheit wurde an den einzelnen Beobachtungsabenden stets mit bestimmt. Für die Reduktion diente der Mittelwert aus allen Bestimmungen

$$\frac{1}{4}(i-i')=0^{\circ}.40$$

Da die Ungleichheit der Zapfen die positive Neigung der Horizontalachse vergrößerte, wurde die Korrektion von den ermittelten Neigungen subtrahiert, bei den Beobachtungen des 13.X aber entsprechend addiert.

Zur besseren Übersicht sind die Ergebnisse der einzelnen Ortsbestimmungen in der Tafel 27 nochmals zusammengestellt, wobei auch die auf den Gartenpfeiler bezogenen Uhrkorrekturen des Zeitdienstes des Geodätischen Instituts mit angeführt sind.

### *Diskussion der Resultate.*

Auffallend ist die gute Übereinstimmung der für die einzelnen Abende erhaltenen Breitenkorrekturen, wie es wegen der beträchtlichen mittleren Fehler nicht zu erwarten war. Das Mittel aus allen 8 Ortsbestimmungen beträgt:

$$\varphi_{1924.78} = +52^{\circ} 22' 52''.74 \pm 0''.03$$

Das Ergebnis stimmt also nicht nur mit der sich aus der Kurve der Polhöenschwankungen ergebenden Momentanpolhöhe des Beobachtungs-orts bis auf den Betrag des verdoppelten mittleren Fehlers überein, sondern weicht auch von dem einen Monat später aus der Beobachtung von Sternpaaren in Almukantaraten (Abschnitt 2) gefundenen Werte nur um  $0''.02$  ab. Da ja die Momentanpolhöhen für beide Beobachtungsreihen auch sehr nahe gleich sind (vgl. Seite 42), lässt sich schliessen, dass bei der Methode der Sternpaare in Vertikalen, trotz der Mitbestimmung der Kollimation und der Biegung, sowie der Abhängigkeit von der Bestimmung der Zapfenungleichheit, keine anderen systematischen Fehlerquellen auftreten, wie bei der vorher genannten Methode.

Die Zeitbestimmung erscheint ebenfalls gesichert zu sein, denn die persönliche Gleichung hält sich in den bei der Beobachtung der Sternpaare in Almukantaraten gefundenen Grenzen zwischen  $+0^s.14$  und  $+0^s.30$ . Der Vergleich der beiden Ortsbestimmungen eines jeden Abends am 11, 12 und 13.X lässt die Veränderlichkeit der persönlichen Gleichung deutlich zu Tage treten.

Die Kollimation und die Seitenbiegung haben sich, wie es aus den grossen mittleren Fehlern hervorgeht, auch bei den Ortsbestimmungen aus den Sternpaaren 1—11 nur recht unvollkommen trennen lassen. Bildet man die Summe  $c+\beta$ , wie das auch in der Kolumne VI der Tafel 27 geschehen ist, wird die Übereinstimmung der einzelnen Abendwerte bedeutend besser. Doch man sieht, dass die Kollimation an und für sich innerhalb einiger Bogensekunden veränderlich sein muss; wie weit sie aber während der 2 Stunden dauernden Ortsbestimmung konstant bleibt, entzieht sich der Beurteilung. Die zweiten Ortsbestimmungen aus den 12 Sternpaaren mussten bei aufgesetzter Taukappe ausgeführt werden und geben deswegen keinen Aufschluss, da das Gewicht der Taukappe (68 g) eine reale Veränderung der Biegung bewirkt haben könnte, wie dies der stattgefundene Zeichenwechsel bei  $\beta$  anzudeuten scheint.

Eine Erklärung für diese Erscheinung ergibt sich aus der Betrachtung der Konstruktion des Instruments. Die Horizontalachse wird nämlich bei demselben, abweichend von der jetzt bei Universalinstrumenten mit exzentrischem Fernrohr meist üblich gewordenen Konstruktionen, nicht von zwei, sondern von drei Friktionsrollen unterstützt, von denen die eine zentrisch gelegen ist, während die beiden anderen sich ausserhalb der Zapfenlager, d. h. zwischen Zapfen und Fernrohr, bzw. zwischen Zapfen und Gewicht befinden. Dadurch wird nicht nur die Durchbiegung der Achse auf einen sehr geringen Betrag beschränkt werden können, sondern auch das Auftreten von einem negativen  $\beta$  möglich. Letzteres könnte um so eher zu erwarten sein, als der nahezu zentrisch gelegene Vertikalkreis des Instruments nachträglich gegen einen schweren massiven Vollkreis ausgetauscht worden ist.

Um den Einfluss des zufälligen Durchgangsfehlers festzustellen, wurde der letztere für alle Beobachtungen aus den Abweichungen der für die einzelnen Fäden berechneten Durchgangszeiten von dem Gesamtmittel abgeleitet. Da das benutzte Okular die Fäden sehr scharf erscheinen liess, stimmen die erhaltenen Resultate gut mit den in Taf. 3 (S. 20) für 6 Fäden angegebenen Zahlen überein, so dass die auf Grund der letzteren für den Einfluss des zufälligen Durchgangsfehlers in Taf. 6 berechneten Werte als Massstab für die theoretisch verlangte Genauigkeit dienen können. Danach würde der zufällige Durchgangsfehler für eine Ortsbestimmung aus den Paaren 1—11 im Mittel einen mittleren Fehler einer Beobachtung von nur  $\pm 0''.38$  und entsprechend für die Paare 12—23 von nur  $\pm 0''.30$  bewirken können, während die tatsächlich erhaltenen Zahlen nach der Tafel  $27 \pm 0''.53$  und  $\pm 0''.45$  betragen. Da nach den Ergebnissen der Beobachtung der Sternpaare in Almukantaraten diese Verminderung der Genauigkeit unmöglich von den Fehlern der Sternkoordinaten herrühren kann, muss eben das Auftreten von beträchtlichen Instrumentalfehlern angenommen werden. Um über diese Fehlerquellen Aufschluss zu erhalten, sind die bei den Ausgleichungen übrigbleibenden Fehler nochmals in der Tafel 28 zusammengestellt, wobei die in der einen Kreislage erfolgten Beobachtungen zum Unterschied von den Beobachtungen in der anderen, durch besonderen Druck hervorgehoben worden sind.

Die Betrachtung der Tafel 28 lässt zwei merkwürdige Erscheinungen erkennen. Erstens geben 4 Ortsbestimmungen, die beiden des 12.X, die des 23.X und die zweite des 13.X für beide Kreislagen stets in demselben Sinne verschiedene Ergebnisse, und zweitens, besteht meist ein bedeutender Unterschied zwischen den Beobachtungen der mit ein und demselben Nordstern gepaarten zenitnahen und aequatornahen Südsterne. Da die Ausgleichung einen mittleren Wert benutzt, haben deswegen die übrigbleibenden Fehler der Sternpaare mit Zenitsternen oder mit Sternen grösserer Zenitdistanz meist verschiedene Vorzeichen. Es ist aber keine Regelmässigkeit zu bemerken.

Der Einfluss der Kreislage auf das Ergebnis der Ortsbestimmung kann nicht durch eine fortschreitende Änderung der Kollimation erklärt werden, denn sonst müssten die ersten und letzten Beobachtungen stärkere Abweichungen geben als die mittleren, was jedoch nicht der Fall ist. Auch könnte so nicht eine derartige gute Übereinstimmung der Abendmittel erzielt werden, denn die Beobachtungen sind in bezug auf die Zeit meist unsymmetrisch und überhaupt verschieden ausgeführt worden. Ebenso besteht für die einzelnen Vertikale kein Zusammenhang zwischen dem Vorzeichen der Kollimation und der Grösse der Summe der übrigbleibenden Fehler. Es müssen also andere instrumentelle Fehler wirksam gewesen sein.

Die Unzulänglichkeiten der Zapfen scheidet hier aus, denn es sind ja doch stets Paare von Nord- und Südsternen beobachtet worden; auch

müsste sich sonst die Erscheinung bei jeder Ortsbestimmung wiederholen. Übrigens hat eine Untersuchung der Zapfen keine grossen Unregelmässigkeiten ergeben.

Es bleibt also nur noch die Möglichkeit, die Fehlerquelle in der Bewegung der Zenitdistanzmikrometerschraube anzunehmen, die ja, bei gleicher Bewegungsrichtung der Sterne, für beide Kreislagen in der entgegengesetzten Richtung erfolgt.

Das Instrument hatte bei den früheren Beobachtungen die Eigentümlichkeit gezeigt, dass Änderungen der Zenitdistanz mittels der Mikrometerschraube Neigungsänderungen der Horizontalachse bis zu 2 Niveauteilen hervorriefen. Das Nivellierung vor und nach dem Durchgang fiel daher so verschieden aus, dass keine genaue Beobachtung möglich war. Nachdem der Mechaniker des Geodätischen Instituts, Herr F e c h n e r, das Instrument nachgesehen und die Zenitdistanzschraube abgeändert hatte, trat diese Erscheinung nicht mehr auf. Es bleibt aber trotzdem nicht ausgeschlossen, dass auch jetzt noch das Drehen der Mikrometerschraube, das dazu dient den Stern während der Beobachtung dauernd zwischen den horizontalen Mittelfäden zu halten, die Horizontalachse um einen geringen Betrag aus ihrer Ruhelage bringt, in die sie nachher wieder zurücksinkt, so dass die ermittelten Neigungen nicht den wahren, für die Durchgangszeiten geltenden Werten entsprechen. Daraus würden sich die erwähnten systematischen Unterschiede zwischen den in beiden Lagen des Instruments ausgeführten Beobachtungen ergeben, denn ein Fehler in der Neigungsbestimmung übt ja, nach den theoretischen Untersuchungen (S. 28) auf alle Sternpaare nahezu denselben Einfluss aus. Natürlich sind hier auch noch andere Umstände wirksam, wie der jeweilige Grad der Reibung und ein eventuelles Verstauben der Zapfen, weswegen die Erscheinung auch nicht immer in derselben Masse aufzutreten braucht. Jedenfalls lässt sich sagen, dass eine Verfälschung der Ortsbestimmung durch den erwähnten Umstand nicht eintreten kann, wenn die Beobachtungen vollkommen symmetrisch in beiden Kreislagen ausgeführt werden.

Im Beobachtungsprotokoll ist am 13.X angegeben, dass die Zenitdistanzschraube wieder angefangen hat schwerer zu gehen, ja mitunter eine sprunghafte Bewegung des Sternbilds bewirkt. Später, vor dem Beginn der Beobachtungen in Almukantaraten, ist die Schraube vom Verfasser neu reguliert worden, wodurch ein leichterer Gang erzielt werden konnte. Dadurch ist es vielleicht zu erklären, dass diese Beobachtungen, trotz der Beschränkung auf die eine Kreislage, dasselbe Resultat, wie die vorliegenden Beobachtungen gezeitigt haben.

Was nun die andere Erscheinung betrifft, die den Unterschied zwischen der Beobachtung von näher oder weiter von Zenit abstehenden Südsterne hervorruft, kann die Ursache wohl nur in dem Durchschlagen, bzw. Neueinstellen des Fernrohrs vermutet werden. Das Nachziehen der Azi-

mutschraube, die Pfeilerdrehung, bzw. die Azimutänderung des Instruments, infolge thermischer Einflüsse, die Zapfenfehler, die etwaige Nichtübereinstimmung des angenommenen Biegungsgesetzes mit der Wirklichkeit, alles das würde systematische Wirkungen haben, während hier nicht nur die gänzliche Unregelmässigkeit deutlich hervortritt, sondern auch alle einzelnen Abendmittel gut übereinstimmen. Da die Ortsbestimmungen verschiedene Werte für die Kollimation ergeben haben, wird wohl anzunehmen sein, dass die Kollimation auch während der Beobachtungen innerhalb kleiner Grenzen leicht veränderlich war. Es können aber auch ebensogut kleine Erschütterungen beim Durchschlagen des Fernrohrs oder das Anziehen der Klemmschraube zufällige Azimutänderungen des Instruments bewirkt haben, die ihrerseits wiederum die scheinbare Veränderlichkeit der Kollimation veranlassten. Das vorhandene Material gestattet noch keine endgültige Entscheidung der Frage, bezeugt aber doch den zufälligen Charakter der Fehlerquelle.

Gegen die Anwendung der Methode der Sternpaare in Vertikalen bestehen somit keine Bedenken, um so mehr da die geschilderten Instrumentalfehler sehr klein sind. Im Hinblick auf das Instrument ist die erzielte Genauigkeit, die als mittleren Fehler einer Beobachtung  $+0''.34$  bis  $+0''.66$  ergab, als günstig zu betrachten. Trotzdem erscheinen die Ergebnisse der einzelnen Ortsbestimmungen noch genauer zu sein, als dies durch die Grösse der mittleren Fehler gekennzeichnet ist. Allerdings darf nicht vergessen werden, dass die vorliegenden Beobachtungen symmetrisch in bezug auf den Meridian, das Zenit und die Kreislage ausgeführt worden sind. Man kommt so zu dem Ergebnis, dass diese Bedingungen bei dem Gebrauch eines Universalinstruments unumgänglich gefordert werden müssen, um eine sichere Ortsbestimmung zu gewährleisten.

Aus dem zuletztgenannten Umstand lässt sich weiter folgern, dass für die gleichzeitige Zeit- und Breitenbestimmung aus Beobachtungen in nur zwei Vertikalen allein die Vertikale mit den Azimuten  $\pm 45^\circ$  in Betracht kommen. Wegen der Wiederholung der Beobachtungen in der anderen Kreislage sind es aber eigentlich stets 4 Vertikalebene, in denen die Beobachtungen ausgeführt werden müssen, nur dass in dem obigen Falle je zwei Vertikale sehr nahe zusammenfallen. Man könnte aber die Verteilung der Beobachtungen auch so ausführen, dass man eine beliebige Kombination zweier zueinander senkrechter Vertikale wählt und die Beobachtungen der anderen Kreislage in die Vertikalebene verlegt, die zu den ersten, in bezug auf den Meridian, symmetrisch gelegen sind.

Im allgemeinen lässt sich sagen, dass es nicht nur wegen der Elimination des Einflusses etwaiger lateraler Refraktionsstörungen günstiger ist, in möglichst vielen Vertikalen zu beobachten, vorausgesetzt, dass der Bedingung der Symmetrie der Beobachtungen Genüge geleistet wird, sondern es auch geradezu zwecklos erscheint, bei dem Gebrauch des Univer-

salinstruments in ein und demselben Vertikal eine grössere Anzahl von Sternen zu beobachten. Man hätte so den Nachteil, dass man entweder die Symmetrie der Beobachtungen nicht einhalten könnte, oder aber gezwungen wäre, eine zu grosse Anzahl von Beobachtungen zusammen auszugleichen, somit die Unveränderlichkeit des Instruments für einen bedeutend längeren Zeitraum voraussetzen müsste. Die Sicherheit der Ortsbestimmung würde aber darunter leiden.

Am rationellsten ist es, wie es bei den vorliegenden Versuchsbeobachtungen geschehen ist, in jedem Vertikal nur einen Nordstern und 2—3 Südsterne zu beobachten und nur kurze,  $1\frac{1}{2}$  bis 2 Stunden dauernde Einzelserien von 8—12 Sternpaaren auszugleichen. Der Mehraufwand an Rechenmühe würde nur in der Auflösung weiterer, bereits gebildeter Normalgleichungen bestehen, was aber bei einer symmetrischen Anordnung der Beobachtungen auch für 4 Unbekannte einfach und wenig zeitraubend ist. Die dadurch erkaufte Vorteile sind aber sehr wesentlich.

Hinsichtlich der Fehler der Sternkoordinaten, sei auf die Beobachtungen der Sternpaare in Almukantaraten verwiesen, denn die vorliegenden Beobachtungen der Sternpaare in Vertikalen geben, wegen der Einwirkungen der Instrumentalfehler, keine Möglichkeit ihren Einfluss abzuleiten. Bei einem mittleren Fehler einer Beobachtung von  $0''.45$  —  $0''.66$  sind die geringen Fehler der Jahrbuchsterne sowieso ohne Bedeutung.

Verzeichnis der in den Vertikalen  $\pm 45^\circ$  beobachteten Sternpaare.

Taf. 25.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
Nr des Paares	Vertikal	B.Jahrb. Nr.	*	Gr.	$\alpha_{1924}$	$\Delta \alpha$ in $s$ 0,001	$\delta_{1924}$	$\Delta \delta$ in $0'',01$	Sternzeit	Z	Faktor des Absolutglieds	Koeffizient der Biegung	Koeffizient der Kollimation
1	N	48	$\delta$ Cassiop.	2.7	$h$ 1 20 50	+ 6	+59 50	-18	$h$ 19 36 5	45 9	0.739	1.414	2.045
2	N	656	$\alpha$ Ophiuchi	2.1	17 31 24	+22	12 37	-9	40 21	47 24	0.075	1.414	1.448
3	N	738	$\beta$ Cygni	4.5	19 34 24	+ 5	50 3	+23	48 38	3 14			
4	N	108	$\gamma$ Persei	3.0	2 59 17	+46	53 13	-16	20 11 54	55 58	0.949	1.414	2.369
5	N	680	$\eta$ Ophiuchi	3.6	18 3 45	+ 3	9 33	-39	18 49	50 49	0.220	1.414	1.550
6	N	742	$\delta$ Cygni	2.8	19 42 36	- 5	44 57	+14	22 4	9 51			
7	N	549	Gr. 2164	5.8	14 49 31	+18	59 36	+31	20 37 57	45 35	0.445	1.414	1.698
8	N	835	$\pi$ Pegasi	4.3	22 6 37	-11	32 48	-25	44 56	24 30	0.714	1.414	2.010
9	N	871	$\alpha$ Pegasi	2.4	23 0 58	+22	14 48	+10	56 29	44 58			
10	N	892	$\iota$ Piscium	4.1	23 36 2	0	5 13	0	21 12 30	55 40	0.863	1.414	2.238
11	N	571	$\iota$ Dracon	3.2	15 23 14	+33	59 14	-3	15 50	46 18	0.107	1.414	1.465
12	N	821	$\pi^2$ Cygni	4.3	21 43 59	-34	48 57	-2	23 48	4 41	0.344	1.414	1.614
13	N	852	10 Lacertae	4.9	22 35 51	-23	38 39	-35	32 19	17 35			
14	N	122	2 H Camelop.	4.4	3 22 54	+47	59 41	-61	21 35 56	45 27	0.662	1.414	1.939
15	N	743	$\delta$ Sagittae	3.8	19 43 59	+10	18 21	-39	41 0	41 0	0.298	1.414	1.578
16	N	788	$\nu$ Cygni	3.9	20 54 20	- 2	40 52	+ 2	50 2	14 55			
17	N	767	$\beta$ Cephei	4.1	20 28 19	- 2	62 44	+ 5	22 27 37	18 51	0.300	1.414	1.542
18	N	1	$\alpha$ Androm.	2.1	0 4 27	+ 7	28 40	-43	31 33	29 25	0.384	1.414	1.670
19	N	36	$\epsilon$ Piscium	4.2	0 58 59	+18	7 29	-75	39 51	53 7	0.190	1.414	1.466
20	N	891	$\iota$ Androm.	4.1	23 34 24	- 3	42 51	+21	46 14	12 29			
21	N	803	$\alpha$ Cephei	2.5	21 16 46	-18	62 16	- 3	23 5 14	17 29	0.260	1.414	1.509
22	N	18	$\pi$ Androm.	4.2	0 32 49	- 6	33 18	-40	12 33	23 55	0.338	1.414	1.605
23	N	50	$\eta$ Piscium	3.6	1 27 25	+46	14 57	-47	23 14	44 47	0.356	1.414	1.642
24	N	60	$\sigma$ Piscium	4.3	1 41 23	+15	8 47	-43	24 47	51 40			
25	N	63	$\epsilon$ Cassiop.	3.3	1 48 54	+49	63 18	+ 2	23 34 25	20 38	0.243	1.414	1.496
26	N	852	10 Lacertae	4.9	22 35 51	-23	38 39	-35	39 23	17 35	0.208	1.414	1.477
27	N	869	$\sigma$ Androm.	3.5	22 58 25	+ 3	41 55	+25	50 12	13 38	0.408	1.414	1.682
28	N	815	$\epsilon$ Pegasi	2.3	21 40 27	+18	9 32	-32	55 34	50 51			
29	N	857	$\eta$ Pegasi	2.9	22 39 26	-16	29 49	-10	0 9 18	27 58	0.215	1.414	1.490
30	N	48	$\delta$ Cassiop.	2.7	1 20 50	+ 6	59 50	-18	12 39	12 1	0.154	1.414	1.447
31	N	891	$\iota$ Androm.	4.1	23 34 24	- 3	42 51	+21	22 34	12 29	0.262	1.414	1.578
32	N	834	$\theta$ Pegasi	3.6	22 6 22	+ 5	5 49	+16	28 43	55 0			

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Nr. des Paares	Kreislage	$\Theta_{MF} + U_0$	$a_0 + \text{Aberr.}$	Neigung + Zapfungleichheit	$D_R - 180^\circ$	Neigungs-korrektion	Absolutglied	$\lambda$	Ergebnisse der Ausgleichung
<p><b>30. IX. 1924. ♂</b></p> <p><math>B = 750.7 \text{ mm}</math>  <math>t = +9.0^\circ \text{ C}</math></p>									
N		$h$ 19 36 16.24	$o$ 45 0 19.63	$p$ +1.03	—	+ 2.84	— 0.51	$\varphi_0 = +52^\circ 22' 52''.00$	
1	(FL)	40 22.30	225 0 16.10	+0.52	— 3.53	+ 14.73	— 1.61	$U_0 = +2^s$	$[\lambda] = 0''.94$
2	(FL)	48 35.54	224 59 43.39	+0.38	— 36.24	—	—		$M = \pm 0''.48_5$
N		20 12 0.91	45 0 7.45	+1.45	—	—	—		$\mathfrak{M} = \pm 0''.34$
3	(FR)	18 48.80	224 59 58.51	+1.72	— 8.94	— 4.50	— 12.73		$\Delta \varphi = +0''.67 \pm 0''.17$
4	(FR)	22 0.43	224 59 28.68	+0.68	— 38.77	— 9.25	— 10.56		$\Delta U \cos \varphi_0 = +6''.84 \pm 0''.17$
N		20 37 21.16	315 0 14.33	— 2.65	—	—	—		$\beta = -1''.57 \pm 0''.70$
5	(FL)	44 59.15	134 59 31.73	— 2.33	+ 42.60	— 14.57	+ 12.46		$C = -1''.67 \pm 0''.53$
6	(FR)	56 32.14	134 59 46.73	— 2.23	+ 27.60	— 9.10	+ 13.23		
7	(FR)	21 12 35.56	135 0 12.66	+3.52	+ 13.16	— 10.78	+ 2.04		
N		15 46.48	315 0 25.82	+3.45	—	—	—		
8	(FR)	23 53.44	134 58 41.99	+3.32	+ 103.83	— 83.00	+ 2.29		
<p><b>11. X. 1924. ♀</b></p> <p><math>B = 760.6 \text{ mm}</math>  <math>t = +13.5^\circ - +12.0^\circ \text{ C}</math></p>									
N		20 12 3.40	45 0 21.39	+0.31	—	—	—	$\varphi_0 = +52^\circ 22' 52''.00$	
3	(FR)	18 49.78	225 0 17.43	+0.54	— 3.96	— 1.23	— 4.93	$U_0 = +1^s$	
4	(FR)	22 0.79	225 0 4.93	+0.06	— 16.96	— 1.05	— 3.96		$[\lambda] = 1''.57$
N		20 37 22.52	315 0 19.35	— 0.29	—	—	—		$M = \pm 0''.63$
5	(FL)	45 0 3.38	135 0 5.66	— 0.31	+ 13.69	— 1.70	+ 4.98		$\mathfrak{M} = \pm 0.44_5$
6	(FL)	56 33.41	135 0 10.52	— 0.11	+ 8.83	— 0.67	+ 5.83		$\Delta \varphi = +0''.72 \pm 0''.22_5$
7	(FR)	21 12 36.22	135 0 23.91	+1.01	— 7.05	— 3.41	— 8.98		$\Delta U \cos \varphi_0 = -1''.69 \pm 0''.22_5$
N		15 45.28	315 0 16.86	+1.17	—	—	—		$\beta = -1''.19 \pm 0''.99$
8	(FR)	23 54.64	135 0 35.53	+1.35	— 18.67	— 33.26	— 5.71		$C = -2''.59 \pm 0''.75$
N		21 36 8.43	45 0 21.13	+2.14	—	—	—		
10	(FL)	41 2.81	225 0 27.37	+1.49	+ 6.24	+ 7.22	+ 8.97		
11	(FL)	50 2.46	225 0 36.17	+1.34	+ 15.04	+ 13.48	+ 8.54		

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Nr. des Paares	Kreislage	$\Theta_{MF} + U_0$	$a_0 + \text{Aberr.}$	Neigung + Zapfenungleichheit	$D_R - 180^\circ$	Neigungs-korrektion	Absolutglied	$\lambda_1$	Ergebnisse der Ausgleichung
<b>11. X. 1924</b>									
$B = 760.6 \text{ mm}$ $t = +11.6^\circ - +11.0^\circ \text{ C}$									
N	(FL)	$20 \frac{h}{m} \frac{s}{s}$ 49.41	$315^\circ 0' 24.90$	+0.77	+9.34	+6.27	+4.68	$U_0 = +52^\circ 22' 52''.00$	$[\lambda\lambda] = 3''.20$ $M = \pm 0''.63$ $\mathfrak{M} = \pm 0''.45$ $\Delta \varphi = \pm 0''.71 \pm 0''.19$ $\Delta U \cos \varphi_0 = -1''.45 \pm 0''.18$ $\beta = +1''.20 \pm 2''.44$ $C = -4''.20 \pm 2''.22$
12		31 40.64	135 0 15.56	+0.60	+4.55	+5.48	+3.85	+0.65	
13		39 57.41	135 0 20.35	+0.86	+12.64	+8.10	+3.93	-0.77	
14		46 21.25	135 0 12.26	+0.45				+0.15	
N	(FR)	$23 \frac{h}{m} \frac{s}{s}$ 5 25.65	$315 0 20.34$	+1.94	-4.28	-16.54	-5.41	+0.01	
15		12 39.32	135 0 24.62	+1.15	-2.24	-14.46	-5.68	+0.07	
16		23 20.17	135 0 22.58	+1.48	-3.42	-13.51	-6.04	-0.12	
17		24 52.47	135 0 23.76	+1.25					
N	(FR)	$23 \frac{h}{m} \frac{s}{s}$ 34 15.66	$45 0 26.09$	+0.15	-4.98	-2.42	-1.80	+0.64	
18		39 24.36	225 0 21.11	+0.28	-5.75	-4.02	-2.05	+0.30	
19		50 13.33	225 0 20.34	+0.42	-8.41	-1.64	-5.08	-0.89	
20		55 36.35	225 0 17.68	+0.58					
N	(FL)	$0 \frac{h}{m} \frac{s}{s}$ 9 20.32	$225 0 31.75$	+0.90	+21.09	+12.97	+7.36	+0.69	
21		12 39.50	45 0 10.66	+1.10					
22		22 35.42	225 0 35.37	+0.65	+24.71	+15.32	+6.13	-0.37	
23		28 45.78	225 0 25.25	+1.13	+14.59	+11.27	+6.73	-0.36	
<b>12. X. 1924</b>									
$B = 763.4 \text{ mm}$ $t = +11.9^\circ - +11.0^\circ \text{ C}$									
N	(FL)	19 36 15.01	45 0 7.44	+3.64	+2.58	+12.48	+11.08	$U_0 = +52^\circ 22' 52''.00$	$[\lambda\lambda] = 2''.86$ $M = \pm 0''.85$ $\mathfrak{M} = \pm 0''.60$ $\Delta \varphi = +0''.75 \pm 0''.31$ $\Delta U \cos \varphi_0 = -2''.45 \pm 0''.30$ $\beta = -0''.68 \pm 1''.31$ $C = -0''.43 \pm 0''.98$
1		40 21.79	225 0 10.02	+3.24	+8.10	+104.44	+8.42	-0.10	
2		48 35.33	225 0 15.54	+2.90				-0.71	
N	(FR)	$20 \frac{h}{m} \frac{s}{s}$ 12 3.45	$45 0 21.38$	+0.27	-4.36	-0.71	+2.30	+1.08	
3		18 49.68	225 0 17.02	+0.24	-16.13	+0.97	+1.31	-0.27	
4		22 0.78	225 0 5.25	-0.12					
N	(FL)	$20 \frac{h}{m} \frac{s}{s}$ 37 22.07	$315 0 16.74$	+0.30	+11.09	+0.73	+0.21	+0.21	
5		45 0.38	135 0 5.65	+0.04	+9.22	+0.33	+0.75	+0.64	
6		56 33.24	135 0 7.52	-0.12	-8.33	-4.58	-4.42	-0.81	
N	(FL)	$21 \frac{h}{m} \frac{s}{s}$ 12 35.97	$135 0 19.75$	+1.34	-14.56	-9.65	-3.37	-0.03	
7		15 44.36	315 0 11.22	+1.58					
9		32 24.84	135 0 25.98	+1.14					

Taf. 26 (Fortsetzung).

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
Nr. des Paares	Kreislage	$\Theta_{MF} + U_0$	$a_0 + \text{Aberr.}$	Neigung + Zapfenungleichheit	$D_R - 180^\circ$	Neigungs-korrektion	Absolutglied	$\lambda$	Ergebnisse der Ausgleichung
12. X. 1924. $\odot$									
$B = 763.4 \text{ mm}$ $t = -10.0^\circ - +9.0^\circ \text{ C}$									
N	(FR)	$h^m$ 22 27 39.28	$315^\circ$ 1' 37.53	+1.18	-11.60	-12.26	-7.17	-0.80	$[\lambda] = 5''.03$
12		31 44.63	135 1 49.13	+1.71	-12.56	-9.08	-8.21	-0.68	$M = \pm 0''.65_5$
13		39 62.77	135 1 50.09	+1.80	-10.10	-2.38	-5.99	-0.25	$\mathfrak{M} = \pm 0''.46_5$
14		46 23.57	135 1 47.63	+1.74					$\Delta\varphi = \pm 0''.87 \pm 0''.19$
N	(FL)	23 5 26.26	315 0 15.24	+0.32	+13.18	+3.41	+4.32	+0.98	$\Delta U \cos \varphi_0 = -2''.25 \pm 0''.19$
15		12 38.44	135 0 2.06	+0.35	+10.45	+2.78	+4.46	+0.32	$\beta = \pm 6''.26 \pm 2''.78$
16		23 19.21	135 0 4.79	+0.45	+11.36	+2.44	+4.92	+0.42	$C = -8''.97 \pm 2''.52$
17		24 51.31	135 0 3.88	+0.35					
N	(FR)	23 34 15.55	45 0 25.88	-1.62	-20.62	+16.48	-1.01	+0.49	
18		39 23.85	225 0 5.26	-1.40	-22.17	+16.70	-1.15	+0.18	
19	(FR)	50 12.87	225 0 3.71	-1.10	-13.92	+8.87	-2.06	+1.06	
20	(FR)	55 36.00	225 0 11.96	-0.48	-3.30	+36.62	+7.17	-0.49	
N	(FL)	0 9 19.85	225 0 20.76	+3.18	-4.96	+50.66	+7.01	-0.26	
21		12 38.72	45 0 24.06	+2.85	-1.21	+29.73	+7.50	-0.96	
22	(FL)	22 35.00	225 0 19.10	+2.97					
23	(FL)	28 45.62	225 0 22.85	+3.35					
13. X. 1924. $\odot$									
$B = 765.2 \text{ mm}$ $t = +14.0^\circ - +13.0^\circ \text{ C}$									
N	(FR)	20 10 52.17	44 51 25.14	+1.17	-0.19	-3.37	-3.38	+0.46	$[\lambda] = 3''.50$
3		18 18.68	224 51 24.95	+1.22	-2.22	-10.96	-2.88	-0.60	$M = \pm 0''.94$
4	(FR)	21 50.14	224 51 22.92	+0.87					$\mathfrak{M} = \pm 0''.66$
N	(FL)	20 37 24.42	315 0 29.26	+0.20	+8.00	+1.95	+4.48	+1.00	$\Delta\varphi = \pm 0''.88 \pm 0''.33$
5		45 0.96	135 0 21.26	+0.38	+5.47	+1.47	+4.96	-0.85	$\Delta U \cos \varphi_0 = -2''.56 \pm 0''.33$
6		56 34.12	135 0 23.79	+0.58	-8.33	-3.31	-9.98	+0.27	$\beta = -0''.63 \pm 1''.46$
7		21 12 36.90	135 0 35.15	+1.05	-41.24	-15.10	-6.19	-0.07	$C = -2''.94 \pm 1''.10$
N	(FL)	15 47.09	315 0 26.82	+1.08					
8		23 54.98	135 1 8.06	+0.57					
N	(FR)	21 36 10.93	45 0 33.94	+1.83	+8.89	+6.98	+10.49	-0.83	
10	(FL)	41 3.57	225 0 42.83	+1.64	+13.33	+14.62	+8.37	+0.67	
11	(FL)	50 2.71	225 0 47.27	+1.58					

X

Ergebnisse der Ausgleichung

IX

$\lambda$

VIII

Absolutglied

VII

Neigungskorrektion

VI

$D_R - 180^\circ$

V

Neigung + Zapfengleichheit

IV

$a_0 + \text{Aberr.}$

III

$\Theta_{MR} + U_0$

II

Kreislage

I

Nr. des Paares

$\varphi_0 = +52^\circ 22' 52''.00$   
 $U_0 = +1^s$

$[\lambda] = 3''.14$   
 $M = \pm 0''.63$   
 $\mathfrak{M} = \pm 0''.445$   
 $\Delta \varphi = +0''.67 \pm 0''.19$   
 $\Delta U \cos \varphi_0 = -3''.30 \pm 0''.18$   
 $\beta = +0''.61 \pm 2''.44$   
 $C = -2''.60 \pm 2''.22$

13. X. 1924 ☉

N	2	27	47.90	315	0	35.94	$p$	+0.96	-13.59	-	8.33	-	6.57	-0.81
12	31	42.10	135	0	49.53			+0.90	-10.38	-	6.73	-	6.50	-0.36
13	39	58.97	135	0	46.32			+1.00	-19.07	-	9.07	-	5.34	+0.28
14	46	22.30	135	0	55.01			+0.44						
N	23	5	26.19	315	0	16.05		+0.25	-	0.25	+ 4.65	+ 1.14	+ 1.14	+ 0.69
15	12	38.99	135	0	16.30			+0.74	+ 0.03	+ 0.03	+ 3.25	+ 1.11	+ 1.11	+ 0.45
16	23	19.83	135	0	16.02			+0.92	-	1.56	+ 2.95	+ 0.50	+ 0.50	-0.26
17	24	52.13	135	0	17.61			+0.97						
N	23	34	15.39	45	0	25.98		+1.40	+13.92	+13.92	+15.68	+ 7.10	+ 7.10	+0.10
18	39	24.90	225	0	39.90			+1.45	+11.20	+11.20	+18.33	+ 6.19	+ 6.19	-0.76
19	50	13.72	225	0	37.18			+1.45	+ 8.96	+ 8.96	+ 8.95	+ 7.24	+ 7.24	-0.23
20	55	37.33	225	0	34.94			+1.25	-	7.74	+13.58	+ 1.26	+ 1.26	+0.27
21	0	9	20.63	225	0	39.95		-0.92	-12.75	-12.75	+18.33	+ 0.85	+ 0.85	-0.25
N	12	37.38	45	0	47.69			-1.16	-	4.84	+10.99	+ 1.60	+ 1.60	+0.87
22	22	35.36	225	0	34.94			-0.94						
23	28	46.83	225	0	42.85			-0.52						

$\varphi_0 = +52^\circ 22' 52''.00$   
 $U_0 = 0$

$[\lambda] = 3''.01$   
 $M = \pm 0''.87$   
 $\mathfrak{M} = \pm 0''.61$   
 $\Delta \varphi = \pm 0''.76 \pm 0''.31$   
 $\Delta U \cos \varphi_0 = -3''.20 \pm 0''.33$   
 $\beta = -2''.44 \pm 1''.26$   
 $C = -2''.58 \pm 0''.99$

23. X. 1924, ☽

N	20	12	4.70	45	0	26.56		+2.83	+ 4.07	+ 4.07	+ 7.89	+ 11.40	+ 11.40	-0.02
3	18	50.31	225	0	30.63			+2.78	+ 8.12	+ 8.12	+29.52	+ 8.27	+ 8.27	-1.08
4	22	1.06	225	0	34.68			+2.38	-	9.03	-	10.14	-	-0.56
7	21	12	36.79	135	0	34.18		+0.82	-67.00	-67.00	-	8.11	-	-0.54
N	15	47.26	315	0	25.15			+0.92	-	2.94	+ 0.37	-	1.70	+0.70
8	23	55.12	135	1	32.15			+0.22	-36.71	-36.71	+ 2.85	-	1.08	+0.40
N	21	36	8.10	45	0	13.63		-0.20						
10	41	1.72	225	0	10.69			0						
11	50	1.15	224	59	36.92			-0.35						
N	22	27	50.84	315	0	14.28		+2.08	-	6.06	+17.49	+ 3.42	+ 3.42	+0.52
12	31	40.88	135	0	20.34			+2.08	-12.08	-12.08	+29.28	+ 3.26	+ 3.26	+0.57
13	46	21.64	135	0	26.36			+2.08						

Taf. 27.

Datum	Anzahl der Paare	Ergebnisse der Ortsbestimmungen					Mittl. Fehler der Gewichteinheit (M)	Mittl. Fehler einer Beobachtung (m)	Uhrkorrektion des Zeitdienstes des Geod. Inst.	Differenz der Uhrkorrekturen	Anmerkungen
		$\Delta \varphi$	$\Delta U$	$\beta$	C	C + $\beta$					
30. IX. 1924 $\odot$	8	+0.67 ± 0.17	+2.748 ± 0.019	-1.57 ± 0.70	-1.67 ± 0.53	-3.24	± 0.48 <sub>5</sub>	± 0.34	+3.00	+0.25	*) An den betreffenden Abenden haben Zeitbestimmungen am Passageninstrument stattgefunden; desgl. auch am 29. IX und 10. X.
11. X. „ h	8	+0.72 ± 0.22 <sub>5</sub>	+0.815 ± 0.025	-1.19 ± 0.99	-2.53 ± 0.75	-3.78	± 0.63	± 0.44 <sub>5</sub>	+1.06	+0.24	
„ „ „	12	+0.71 ± 0.19	+0.842 ± 0.020	+1.20 ± 2.44	-4.20 ± 2.22	-3.00	± 0.63	± 0.45	+1.06	+0.22	
12. „ „ $\odot$	8	+0.75 <sub>5</sub> ± 0.31	+0.733 ± 0.033	-0.68 ± 1.31	-0.40 ± 0.98	-1.08	± 0.85	± 0.60	+1.01	+0.28	
„ „ „	12	+0.87 ± 0.19	+0.754 ± 0.021	+6.26 ± 2.78	-8.97 ± 2.52	-2.71	± 0.65 <sub>5</sub>	± 0.46 <sub>5</sub>	+1.01	+0.26	
13. „ „ D	8	+0.88 ± 0.33	+0.720 ± 0.036	-0.63 ± 1.46	-2.94 ± 1.10	-3.57	± 0.94	± 0.66	+0.98 <sup>s</sup> *	+0.26	
„ „ „	12	+0.67 ± 0.19	+0.679 ± 0.019	+0.61 ± 2.44	-2.60 ± 2.22	-1.99	± 0.63	± 0.44 <sub>5</sub>	+0.98 <sup>s</sup> *	+0.30	
23. „ „ $\odot$	8	+0.76 ± 0.31	-0.350 ± 0.036	-2.44 ± 1.26	-2.58 ± 0.99	-5.02	± 0.87	± 0.61	-0.21 <sup>s</sup> *	+0.14	
Mittel: +0.24 <sup>s</sup>											



## IV. Zusammenfassung der Ergebnisse.

Wenn auch die Genauigkeit der Methode der Beobachtung von Sternpaaren in Vertikalen, bei der Anwendung eines Universalinstruments und bei der deswegen notwendigen Mitbestimmung der Instrumentalfehler, geringer ausgefallen ist (mittlerer Fehler einer Beobachtung im Durchschnitt  $\pm 0''.50$ ), als bei gleichen äusseren Umständen die Genauigkeit der Almukantaratenmethode (mittlerer Fehler einer Beobachtung, d. h. eines Paares  $\pm 0''.37$ ), stimmen doch die Ergebnisse beider Methoden miteinander überein. Beide Methoden haben verhältnismässig genaue und nur äusserst geringfügig von systematischen Fehlern behaftete Ortsbestimmungen ermöglicht, trotzdem das benutzte Universal, das ja bald 60 Jahre im Gebrauch ist und vom Geodätischen Institut nur noch zu didaktischen Zwecken verwandt wird, nicht den höchsten Anforderungen entsprach. Daher dürften beide Methoden, hinsichtlich der erzielbaren Genauigkeit und Sicherheit der Ortsbestimmung, den Anforderungen der geodätischen Praxis vollauf genügen, um so mehr als nicht zu erwarten ist, dass die Methoden der Einzelbestimmung die erreichte Genauigkeit beim Gebrauch desselben Instruments übertreffen könnten.

Die Methoden haben als solche der gleichzeitigen Zeit- und Breitenbestimmung vor den der Einzelbestimmungen folgende Vorzüge:

1. die Bestimmung der einen Koordinate, der Zeit, bzw. der Breite hängt nicht mehr von den Fehlern in dem angenommenen Werte der anderen Koordinate, der Breite, bzw. der Zeit ab;

2. da jedes Sternpaar einen Beitrag zur Bestimmung der beiden Koordinaten liefert, werden jetzt  $\Delta\varphi$  und  $\Delta U \cos \varphi_0$  aus einer grösseren Anzahl von Beobachtungen abgeleitet, wodurch die Einflüsse der zufälligen Fehler der Beobachtung und der Sternkoordinaten besser eliminiert werden;

- 3 die Methoden der gleichzeitigen Zeit- und Breitenbestimmung gestatten die Beobachtungsdauer der einzelnen Abende zu verkürzen und

4. eine Mitbestimmung des Azimuts eines irdischen Gegenstandes auszuführen.\*)

---

\*) Leider ist es von dem Beobachtungspfeiler aus nicht möglich gewesen, ein genügend entferntes irdisches Ziel zum Zwecke der Mitbestimmung des Azimuts einzustellen. Deswegen mussten auch die Versuchsbeobachtungen hierzu ausbleiben.

Dem letztgenannten Punkte wird besonders von der Methode der Sternpaare in Vertikalen entsprochen; dagegen liefern die Beobachtungen der Sternpaare in Almukantaraten direkt nur Beiträge zur Kenntnis der Korrektion des Meridianpunkts des Horizontalkreises und deswegen eine mit den Teilungsfehlern des Kreises behaftete und daher weniger genaue Azimutbestimmung. Die zur Berechnung des Azimuts notwendigen Werte der Instrumentalfehler der Kollimation und der Seitenbiegung können bei dieser Methode durch eine Ausgleichung aller Nullpunktkorrekturen des Horizontalkreises ermittelt werden. Nur müssten dann auch in den Pausen zwischen den Beobachtungen der Sternpaare absolute Neigungsbestimmungen der Horizontalachse ausgeführt worden sein.

Ein Nachteil der Methoden besteht wohl in der grösseren Rechenmühe bei der Reduktion, doch wird aber der Nachteil gänzlich unwesentlich, wenn die Ortsbestimmung sich auf mehrere Abende ausdehnt und an den einzelnen Abenden ein und dieselben Sternpaare beobachtet werden. Da man zu einer gesicherten Längenbestimmung doch eine Reihe von Abenden braucht und die Beobachtungszeiten wegen des Empfanges der drahtlosen Zeitsignale an allen Abenden nahezu dieselben sein müssen, treffen die oben erwähnten günstigen Bedingungen bei den geodätischen Ortsbestimmungen meist zu, so dass die gleichzeitige Ausführung der Zeit- und Breitenbestimmung für dieselben überhaupt vorteilhafter sein kann, als die Anwendung der Methoden der Einzelbestimmung.

## Curriculum vitae.

Geboren bin ich, *Ottomar Douglas*, am 7. Oktober (25. September a. St.) 1893 als Sohn evangelisch-lutherischer Eltern, des Kaufmanns *Johann Douglas* und seiner Gattin *Amalie*, geb. *Jakobson*, zu *Ampel* in *Estland*, damals noch einer Provinz *Russlands*.

Der erste Unterricht wurde mir im Elternhause zuteil. Vom Jahr 1903 an besuchte ich die *Petri-Realschule* in *Reval*, die ich im Frühjahr 1910 mit dem Zeugnis der Reife absolvierte. Gleichzeitig bestand ich auch am dortigen *Nikolai-Gymnasium* die sich über das volle Gymnasialprogramm erstreckende Ergänzungsprüfung in der lateinischen Sprache. Damit war mir der Weg zu dem Universitätsstudium geebnet.

Im Herbst 1910 bezog ich die russische Universität *Dorpat* (*Jurjew*) und studierte *Mathematik* und *Astronomie* bis zum Ausbruch des Weltkriegs, der mich unmittelbar vor Abschluss meiner Studien in russische Heeresdienste führte.

1918 setzte ich meine Studien an der deutschen Okkupationsuniversität *Dorpat* fort und bekleidete gleichzeitig den Posten eines Assistenten an der Universitätssternwarte. Dem damaligen Direktor derselben, Herrn *Dr. Schoenberg*, verdanke ich auch die erste Anleitung zum selbständigen Arbeiten. Bereits Ende November 1918 rückte ich aber wieder ins Feld, diesmal um als Kriegsfreiwilliger an den *Estnischen Freiheitskämpfen* (1918—1920) teilzunehmen.

1920 liess ich mich erneut an der nunmehr estnischen Universität *Dorpat* (*Tartu*) immatrikulieren, trat aber bald darauf als Assistent in das *Hydrographische Amt* in *Reval* ein. In dieser Stellung habe ich im Laufe von zwei Jahren astronomisch-geodätische Arbeiten und Vermessungen auszuführen gehabt, bis ich, zwecks weiterer Ausbildung in der *Geodäsie* und *Astronomie*, zum Sommersemester 1922 die *Friedrich-Wilhelms-Universität* zu *Berlin* bezog.

Hier und auch an der landwirtschaftlichen Hochschule hörte ich im Laufe von 4 Semestern Vorlesungen bei den Herren Professoren: *Behrmann*, *Cohn* (†), *Hegemann*, *H. Maier*, *E. Kohlschütter*, *Ad. Schmidt*, *Schweydar* und *Witt*, denen allen ich vielen Dank schulde.

Insbesondere bin ich aber Herrn Geheimrat *Prof. Dr. E. Kohlschütter* zu Dank dafür verpflichtet, dass er mir in freundlichster Weise, durch Überlassung eines Instruments, die Ausführung von Versuchsbeobachtungen im *Geodätischen Institut* zu *Potsdam* gestattete und meiner Ausbildung, so wie dieser Arbeit, ein überaus grosses Interesse entgegengebracht hat.

Auch den Herren Abteilungsvorstehern und Observatoren des *Geodätischen Instituts* habe ich viel für das praktische Wissen, das ich mir im Institut erwerben durfte, zu danken; desgleichen auch dem *Mechaniker* des Instituts, Herrn *Fechner*, für die bereitwillige Berücksichtigung meiner Wünsche, hinsichtlich der Instandsetzung des Beobachtungsinstruments.

---





ESTICA

B-1253