Tartu Ülikool
Sotsiaalteaduste valdkond
Haridusteaduste instituut
Õppekava: Klassiõpetaja

Oskar Pedosk

KUUENDA KLASSI ÕPILASTE MATEMAATILISTE PROBLEEMIDE LAHENDAMISOSKUS NING ÕPETAJATE TEADMISED JA ARVAMUSED SELLE KUJUNDAMISEST ÜHE KOOLI NÄITEL

magistritöö

Juhendaja: dotsent Anu Palu

Tartu 2019

Kuuenda klassi õpilaste matemaatiliste probleemide lahendamisoskus ning õpetajate teadmised ja arvamused selle kujundamisest ühe kooli näitel

Resümee

Eesti riigi üks hariduseesmärke on tõsta matemaatilist kirjaoskust ja tippsooritajate osakaalu. Selleks, et leida võimalusi õpilaste probleemilahendamisoskuse parandamiseks, on vajalik täpsemalt välja selgitada, millised on puudujäägid õpilaste lahendamisoskuses. Magistritöö eesmärgiks oli välja selgitada, millisel tasemel on 6. klassi õpilaste probleemide lahendamisoskus ning millised on õpetajate teadmised ja arvamused probleemide lahendamise õpetusest. Samuti oli eesmärgiks saada teada, milliseid lahendusstrateegiaid õpilased tunnevad, kas kasutavad neid teadlikult ning millises probleemilahendamise etapis teevad enim vigu. 91 õpilase teadmisi mõõdeti probleemilahendustesti ja kahe avatud küsimusega. Nende õpilaste kolm matemaatikaõpetajat vastasid küsimustikule. Saadud andmeid uuriti kvantitatiivselt. Tulemustest selgus, et kuuenda klassi õpilaste probleemilahendamisoskus on kasin. Kõige rohkem vigu teevad õpilased probleemi püstitamise ja ülesande kontrollimise etapis ning kõige vähem lahendusstrateegia rakendamise etapis ehk arvutamisel. Uuring näitas, et õpilased oskavad kasutada erinevaid lahendusstrateegiaid, aga ei tee seda teadlikult. Seda põhjusel, et õpivad lahendusstrateegiaid ja üldist probleemide lahendamist tekstülesannete lahendamise kaudu, mitte eraldi õpetusena. Probleemülesannete lahendamisoskuse kujundamise takistustena tõid õpetajad välja ülesannete lahendamise suure ajakulu ja vajaliku õppematerjali puudumise. Selleks, et õpilased tunneksid hästi probleemilahendamise etappe ja lahendusustrateegiaid ning kasutaksid neid teadlikult, on vajalik ainekavasse sisse tuua vastav õpetus. Vajadusel tuleks õpetajaid toetada täienduskoolituse kursustega.

Võtmesõnad: probleemilahendamisoskus, lahendusstrateegia, probleemilahendamise etapid.

Sixth grade students' mathematical problem solving skills and teachers' knowledge and opinions about the development of problem solving skills based on the example of one school

Abstract

One of Estonia's educational policies is to raise mathematical literacy and the number of high achieving students. To find opportunities, how to improve students' problem solving skills, it is necessary to identify the shortcomings in students' problem solving. Main aim of this study was to determine the level of sixth grade students' problem solving skills and teachers' knowledge and opinions about the teaching of problem solving. Another aim was to assert which problem solving strategies students know, do they use these strategies consciously and in which problem solving steps do they make the most errors. 91 students participated in a problem solving test and answered to two open-ended questions. Students' three mathematics teachers filled out questionnaires. Received data was analyzed quantitatively. Results indicated that sixth grade students' problem solving skills are poor. Students make the most errors in the problem posing and the results interpreting steps, while making very few computing errors. The study also revealed that students are capable of using different problem solving strategies, but don't use them consciously. That is because they learn strategies and problem solving steps by solving word problems rather than separate teaching. As obstacles to the development of problem solving skills, teachers highlighted that solving problems is time consuming and that they lack necessary textbooks with non-routine problem solving tasks. For students to know problem solving steps and strategies, and also use them consciously, it is necessary to add problem solving teaching to the curriculum. In case of need, teachers should also receive in-service training.

Keywords: problem solving skills, problem solving strategies, problem solving steps.

Sisukord

Sissejuhatus

Rahvusvahelised tasemeuuringud TIMSS ja PISA näitavad, et Eesti õpilased on ühed Euroopa tugevamad (Kitsing, 2008, 2011; Lepmann, 2013; Mullis, Martin, Gonzalez, & Chrostowski, 2004; Tire et al., 2016). Enamik Eesti õpilastest saavutab baas- ja kesktaseme ning võrreldes teiste riikidega on Eestis nõrkade õpilaste osakaal väike. Kahjuks ei ole viimaste PISA uuringutega suurenenud Eesti tippsooritajate osakaal. Tippsooritajad on need õpilased, kes suudavad lahendada kõige keerulisemaid liitprobleeme (Kitsing, 2011; Lepmann, 2013; Tire et al., 2016). Eesti elukestva õppe strateegia (Haridus- ja Teadusministeerium, 2014) üheks põhieesmärgiks on tõsta matemaatilist kirjaoskust ja tippsooritajate osakaalu aastaks 2020. Seetõttu on väga oluline, et mahajääjate keskmisele tasemele aitamise kõrval pööràtaks tähelepanu ka sellele, et meil oleks rohkem õpilasi, kes saavutaksid probleemide lahendamise kõrgema taseme.

Selleks, et toetada õpilaste probleemilahendamisoskuse arengut ja edendada selle õpetust, on vaja leida võimalusi õppe parandamiseks. Eelnevalt aga on vaja täpsemalt välja selgitada, millised on puudujäägid õpilaste probleemilahendamisoskuses. Magistritöö eesmärgiks on välja selgitada, millisel tasemel on 6. klassi õpilaste probleemide lahendamisoskus ning millised on õpetajate teadmised ja arvamused probleemide lahendamise õpetusest.

Probleemilahendamisoskuse kujundamine matemaatikaõpetuses

Tänapäevane õpikäsitlus ei toeta enam ainult faktiteadmisi, vaid pöörab rohkem rõhku arusaamisele ja probleemide lahendamisele. Inimene vajab probleemilahendamisoskust igapäevaelus ette tulevate probleemide lahendamiseks. Matemaatikaõpetuse üheks eesmärgiks on anda selleks vajalikud oskused, sest isegi argielu mittematemaatilisi probleeme lahendatakse matemaatikatunnis õpitud oskuste ja reeglite abil.

Põhikooli riikliku õppekavaga (2011) taotletakse, et II kooliastme õpilane 1) tunneb probleemülesande lahendamise üldist skeemi; 2) teab, et ülesannetel võib olla erinevaid lahendusteid, ja valib neist endale sobiva; 3) põhjendab oma mõttekäike ja kontrollib nende õigsust. Õppeprotsessi kirjelduses on öeldud, et II kooliastme lõpuks peab õpilane tundma tekstülesande lahendamise etappe, modelleerima õpetaja abiga tekstülesandeid, teadma lahendusidee leidmise erinevaid strateegiaid ja hindama tulemuse reaalsust.

Probleemülesannete lahendamise kaudu arendatakse õpilase analüüsimise, ratsionaalsete võtete otsimise ja tulemuste kriitilise hindamise oskusi. Robertsoni (2003) sõnul on probleemülesandega tegemist siis, kui on teada eesmärk, aga ei ole teada, kuidas seda saavutada. Kui eesmärgi saavutamist ei sega ükski takistus, ei ole tegemist probleemiga. Probleemülesande lahendamiseks peab õpilane kombineerima oma teadmisi ja oskusi uudsel viisil, et leida lahendus tundmatule olukorrale (Orton, 2004). Koolimatemaatikas on probleemülesanneteks enamasti tekstülesanded.

Probleemi lahendamisel võib eristada erinevaid etappe. Pólya (1971) jagas probleemide lahendamise neljaks etapiks: 1) saa probleemist aru, 2) koosta lahendusplaan ehk vali strateegia, 3) vii lahendusplaan ellu, 4) vaata tagasi ja kontrolli. Kuna probleemilahendamine on pidev protsess, siis on etapid üksteisest sõltuvad ja omavahel põimunud. Vahel peitub probleemi lahendus just probleemi mõistmises, sest kui õpilane ei mõista, mis on eesmärk, siis arvatavasti ei jõua ta õige tulemuseni.

Probleemülesande lahendamiseks ja eesmärgi saavutamiseks peab õpilane kasutama sobivat lahendusstrateegiat. 3.-6. klassi matemaatikas ühed enim kasutatavad probleemilahendamisstrateegiad on (Posamentier & Krulik, 2009): andmete korrastamine, arukas oletamine ja testimine, lihtsama analoogilise ülesande lahendamine, olukorra läbimängimine, tagurpidi lahendamine, mustri leidmine, loogiline põhjendamine, joonise tegemine ja teise vaatenurga võtmine. Lahendusstrateegiad ei ole algoritmid, mis garanteerivad õige vastuse. Need on meetodid, mis aitavad õpilasel ületada erinevaid takistusi ja jõuda eesmärgini.

Õpilaste vead probleemide lahendamisel

Arvutamine ei valmista õpilastele erilisi raskusi ning suurimaks puuduseks on üldine probleemilahendus- ja mõtlemisoskus (Kerikmäe, 2012; Koobas, 2014; Morales, Shute, & Pellegrino, 1985; Topbaş-Tat, 2018). Kõige rohkem vigu tehakse probleemi püstitamise ehk ülesandest arusaamise etapis. Kui õpilane ei leia probleemi, mõjutab see strateegia valikut ja eesmärgini jõudmist. Mida selgemini õpilane probleemi sõnastab, seda lihtsamini oskab ta sellele vastata ja sobiva lahenduskäigu leida (Kikas, 2005).

Esimesed raskused ilmnevad ülesande mõistmisel. Õpilastel on raskusi ülesandes pakutud informatsiooni mõistmisega ja seoste loomisega (Tambychik & Meerah, 2010). Tavaliselt ei suuda nad tuvastada lahenduseks vajalikke võtmesõnu ega neid matemaatiliselt tõlgendada. Õpilased, kes ei oska eristada olulist infot ebaolulisest, hakkavad mõtlemata vastust arvama (Phonapichat, Wongwanich, & Sujiva, 2014).

Probleemi püstitamise ja eduka lahendamise seost on põhjalikult uuritud. Seose paremaks mõistmiseks võrdlesid Chi jt (1981) ekspertide ja algajate probleemide lahendamist.

Eksperdid saavutasid paremaid tulemusi, kulutades rohkem aega probleemi püstitamise etapis. Sarnast seost näitas ka hilisem uuring (Kar, Özdemir, İpek, & Albayrak, 2010), mis tõestas, et head probleemi püstitajad on palju edukamad lahendajad.

Sageli ei kuluta õpilased piisavalt aega probleemi mõistmisele ja hakkavad tegema suvalisi tehteid etteantud numbritega (Özcan, İmamoğlu, & Bayraklı, 2017). Sellest tingituna on õpilasi, kes teevad õigeid tehteid, aga ei jõua õige tulemuseni, sest nad ei oska tulemusi tõlgendada. Edukaks probleemi lahendamiseks on õige tehe palju vähem tähtis, kui korrektne probleemi representatsioon (Charalambous, Kyriakides, & Philippou, 2003). Üheks põhjuseks võib olla tõsiasi, et suurem osa õpilasi läheneb erinevatele probleemidele alati samamoodi (Pape, 2004).

Sellel põhjusel ei oska õpilased lahendada ühte probleemi mitme erineva strateegiaga (Taspinar & Bulut, 2012). Webb (1975) leidis, et õpilased, kes tunnevad rohkem erinevaid strateegiaid, suudavad lahendada rohkem probleeme. On tähtis tunda erinevaid lahendusstrateegiaid, sest kõige mugavam strateegia ei ole alati kõige efektiivsem (Cai, 2003). Aga ei piisa ainult strateegiate tundmisest, sest edukaks probleemi lahendamiseks on oluline valida õige lahendusstrateegia (Lepmann, 2012).

Kui õpilased jõuavadki probleemi lahenduseni, ei kontrolli nad seda ega ole oma lahenduskäigu suhtes kriitilised (Bayazit, 2013). Selles samas Bayazit (2013) uuringus koostasid õpilased harjumusest õigeid probleemi mudeleid, aga ei osanud neid kasutada ega alternatiivseid lahenduskäike leida. Sealhulgas ei suutnud nad luua seoseid ülesannete ja reaalelu vahel ning andsid seepärast ebareaalseid vastuseid. Ometi on nende seoste loomine tähtis, sest reaaleluga seostuvaid probleeme lahendavad õpilased edukamalt (Hoogland, de Koning, Bakker, Pepin, & Gravemeijer, 2018).

Õpetajate teadmised probleemide lahendamisest

Kuna õpilased esitavad lahendustes sageli lihtsalt arvutusi, ei ole aru saada, mida nad mõtlevad. Isegi kui nad proovivad, ei oska õpilased tihti näidata, kuidas nad mõtlevad (Szetela & Nicol, 1992). See teeb õpetajate jaoks niigi keerulise protsessi hindamise veelgi keerulisemaks ning traditsiooniline hindamine ei näita, mida õpilased tegelikult teavad ja oskavad (Rosli, Goldsby, & Capraro, 2013). Probleemilahendamisoskuse hindamiseks kasutatakse erinevaid hindamismaatrikseid, mis hindavad probleemi lahendamise osaoskusi eraldi, aga taoliste hindamismaatriksite kasutamine ei ole koolides üldlevinud.

Üheks põhjuseks on õpetajate piiratud teadmised probleemide lahendamisest. Mwei (2017) leidis, et II kooliastme tegevõpetajad ei mõista täielikult mitterutiinseid probleemülesandeid ega ole teadlikud lahendamise etappidest. Suurem osa uuringus osalenud õpetajatest pidasid ülesande eesmärgiks vastuse leidmist ning ei jõudnudki probleemülesande neljandasse ehk vaata tagasi ja kontrolli etappi. Yew, Lian ja Meng (2017) leidsid, et enamik algklasside matemaatikaõpetajatest, kes jõuavadki probleemilahendamise neljandasse etappi, kasutavad kontrollimiseks sama strateegiat, mida lahendamiseks.

Teiseks põhjuseks on vajalike ülesannete väike valik. Õpetajatel ei tekigi võimalust hinnata probleemilahendamise osaoskusi, sest puuduvad hästi disainitud ülesanded ja õpikud originaalsete mitterutiinsete probleemide lahendamiseks (Doorman et al., 2007). Lisaks sellele on probleem, et paljud õpetajad ei väärtusta mitme võimaliku lahendusega ülesandeid, kuna neil on raskusi erinevate lahenduskäikude hindamisega (Bingolbali, 2011). Õpetajad keskenduvad rohkem lõpptulemuse hindamisele, mitte protsessile (Pedamäe, 2019). Ometi on õpetaja suhtumisel otsene ja kaudne mõju õpilase probleemilahendamisoskusele (Pimta, Tayruakham, & Nuangchale, 2009).

Võimalused probleemilahendamisoskuse arendamiseks

Kooli kontekstis puutuvad õpilased kõige rohkem kokku suletud ehk hästi struktureeritud probleemidega. Tavaliselt on probleem juba selgelt sõnastatud, esitatud õpilastele koos lahendamiseks vajaliku informatsiooniga ja laheneb õiget algoritmi kasutades. Probleemide lahendamise kõrgemale tasemele jõudmiseks, tuleks õpilastele õpetada vahet tegema avatud ja suletud probleemidel (Frederiksen, 1984). Koolis peaks üldiseks eesmärgiks olema õpilasele erinevate strateegiate, töövõtete ja reflektsiooni õpetamine teadvustatud probleemide lahendamise kaudu (Kikas, 2005).

Üheks peamiseks võimaluseks õpilaste probleemilahendamisoskust parandada, on õpetajatele ja õpilastele seda õpetada. Topbaş-Tat (2018) uuris tulevasi algklasside matemaatikaõpetajaid. Uuringust selgus, et õpetajad ei jälginud probleemilahendamise üldist skeemi ning teadsid probleemilahendamise protsessist vähe. Probleemilahendamise kursus aitas tõsta õpetajate teadlikkust probleemide lahendamisest. Hiljem jälgisid nad probleemilahendamise üldist skeemi, kasutasid erinevaid lahendusstrateegiaid ja mõistsid probleemist arusaamise olulisust. Kursusel oli positiivne mõju õpetajate hoiakutele probleemide lahendamise õpetusest. Ka Eisenmann, Novotná, Přibyl ja Břehovský (2015) täheldasid, kuidas õpetajad hakkasid pärast probleemide lahendamise kursust rohkem hindama erinevaid lahendusi ja probleemi mõistmist.

Sarnase seose leidis Karaoğlan (2009), kes leidis positiivse seose otsese probleemilahendamise õpetamise ja tulemuste vahel. Eraldi õpetusena, kus õpetatakse õpilastele probleemide lahendamise üldist skeemi ja erinevaid strateegiaid, paraneb nende oskus probleeme püstitada ja lahendada (Kurbal, 2015; Pintér, 2012; Verschaffel et al., 2009). Selle mõjul oskavad õpilased paremini kasutada erinevaid lahendusstrateegiaid. Kui õpetada õpilastele ainult lahendusstrateegiaid, siis ei taga see otseselt paremaid tulemusi (Depaepe, Corte, & Verschaffel, 2009). Kui aga ainult probleemide lahendamist õppida, võib tekkida uus probleem, kus õpilased õpivad paremini probleeme lahendama, aga jäävad õppekava teemades maha (Bostic, Pape, & Jacobbe, 2016). Ridlon (2009) seevastu leidis, et kui integreerida kaks ja õpetada matemaatika õppekava probleemõppe põhiselt, paraneb õpilaste saavutusvõime ja suhtumine matemaatikasse.

Kõrgemat saavutusvõimet ja paremat suhtumist märkasid ka Eisenmanni jt (2015). Nende läbiviidud eksperimendis õpetati õpilastele 16 kuu jooksul probleemide lahendamist. Eksperimendi jooksul arenes kõige enam õpilaste loovus. Kui varem kasutasid õpilased lahendusstrateegiaid spontaanselt, siis pärast suutsid nad kasutada erinevaid strateegiaid teadlikult ning ei olnud kinni ühes lahendusviisis. Selle abil paranes õpilaste suhtumine ning nad ei vältinud enam probleeme, millest nad kohe aru ei saanud.

Parem suhtumine matemaatikasse on väga oluline, sest õpilased kipuvad olema kärsitud. Neile ei meeldi neile lugeda matemaatilisi probleeme ning veel vähem pikki matemaatilisi probleeme (Phonapichat et al., 2014). Kui õpilased loevad ülesannet hooletult, ei pruugi nad sellest aru saada. Samuti on lugemisoskuse ja ülesandest arusaamise vahel tugev seos (Roe & Taube, 2006; Vilenius-Tuohimaa, Aunola, & Nurmi, 2008). Paremad lugejad jälgivad rohkem probleemi konteksti, tegureid ja antud informatsiooni (Pape, 2004). Seetõttu on oluline pöörata ka tähelepanu õpilaste lugemisoskuse tõstmisele.

Uurimistöö eesmärk ja uurimisküsimused

Selleks, et toetada ja parandada õpilaste probleemilahendamisoskust, on vaja täpsemalt teada, millised on õpilaste puudused selles valdkonnas. Kuna II kooliastme matemaatika ainekava järgi peavad õpilased II kooliastme jooksul saavutama teadliku probleemilahendamise oskuse, siis on oluline koguda vastavat infot just selle kooliastme õpilasi ja õpetajaid uurides. Magistritöö eesmärgiks oli välja selgitada, millisel tasemel on 6. klassi õpilaste probleemide lahendamisoskus ning millised on õpetajate teadmised ja arvamused probleemide lahendamise õpetusest. Eesmärgi saavutamiseks püstitati järgmised uurimisküsimused.

1. Milline on 6. klassi õpilaste probleemilahendamisoskus?
2. Milliseid probleemilahendusstrateegiaid õpilased tunnevad ja kas nad kasutavad neid teadlikult?

3. Millises probleemilahenduse etapis teevad õpilased enim vigu?
4. Millised on õpetajate ja õpilaste teadmised probleemide lahendamisest ning õpetajate arvamused selle õpetamisest?

Metoodika

Valim

Uuringu valimi moodustasid ühe Eesti põhikooli kuuendate klasside õpilased ja nende matemaatikaõpetajad. Kokku osales uuringus 91 õpilast ja 3 matemaatikaõpetajat. Uuritavate valimisel lähtuti lihtsast kättesaadavusest ja koostöövalmidusest, s.t kasutati mugavusvalimit. Uurimisküsimustest lähtuvalt oli oluline, et uuritavad õpiksid 6. klassis ja matemaatikaõpetajad õpetaksid just uuritavaid õpilasi. Uuritavad õppisid neljas erinevas klassis (Tabel 1).

Tabel 1. Uuritavate jaotus klassiti

	N
A klass	19
B klass	26
C klass	25
D klass	21
Kokku	91

Mõõtevahendid

Õpilaste mõõtmiseks kasutati probleemilahendustesti (Lisa 1), mille uurija koostas Anu Palu juhendamisel. Test koosnes kuuest probleemülesandest ja kahest avatud küsimusest. Probleemülesannete valikul lähtuti põhikooli riiklikust õppekavast ja varasematest uuringutest. Eraldi võeti arvesse, et ülesanded oleksid reaalelulised ja neid oleks võimalik lahendada erinevate lahendusstrateegiatega. Ülesanded vajasid oskust probleemi püstitada, valida ja rakendada sobivat lahendusstrateegiat ning hinnata tulemuse õigsust.

Esimene probleemülesanne ei olnud otseselt seotud ühegi õppekava teemaga. Antud probleemi lahendamiseks puudus otsene arvutuskäik. Kuna probleem oli ülesande tekstis hästi defineeritud, oli vastuse leidmiseks vaja kasutada õiget loogikat või valida sobiv lahendusstrateegia. Õpilane pidi mõistma probleemi, valima sobiva lahendusstrateegia ja selle abil aru saama, et ülesande lahenduseks on alati lõikamiste arv +1.

Teine probleemülesanne kontrollis, kas õpilane suudab ülesande tekstist eristada ebaolulist infot ning millist strateegiat ta lahendamiseks kasutab. Ülesande kirjeldusse oli lisatud üleliigne informatsioon „kahes kotis oli kokku 94 kg porgandeid“. Lahenduse jaoks ei olnud see info oluline. Vastuse leidmiseks oli vaja teada ainult kahte arvu, 23 ja 37. Nende järgi oli võimalik öelda, kummas kotis oli rohkem porgandeid ja mitme kilogrammi võrra.

Kolmanda probleemülesande põhitähelepanu oli probleemi püstitamisel. Lahendamiseks oli vaja märgata probleemi ning valida sobiv lahendusstrateegia. Üleliigset informatsiooni ülesande tekstis ei olnud ning õige vastuse leidmiseks oli vaja kõiki andmeid kasutada. Vastust oli võimalik leida mitme erineva lahendusstrateegiaga.

Neljanda ülesande eesmärgiks oli hinnata tekstist arusaamist. Õpilaste ülesandeks oli leida teksti põhjal avaldiste tähendused. Iga avaldis oli võrdse kaaluga ning ülesande eest maksimumpunktide saamiseks pidi vastama kõik kuus avaldist õigesti.

Viiendas ülesandes oli õpilastele probleem, lahenduskäik ning vastus ette antud. Õpilased pidid andma hinnangu lahendusstrateegiale ja vastuse õigsusele. Ülesande eesmärgiks oli hinnata, kuidas õpilased ülesannet kontrollivad ehk tagasi vaatavad. Punktide saamiseks pidi õpilane süvenema etteantud lahenduskäiku, mõistma ja kontrollima seda ning põhjendama oma arvamust.

Kuuenda ülesande eesmärgiks oli näha, milliseid lahendusstrateegiaid õpilased ebatavalise probleemi puhul kasutavad. Pärast andmete sisestamist arvas uurija antud ülesande probleemilahendustestist välja. Seda põhjusel, et ülesanne osutus oma sõnastuse tõttu paljude õpilaste jaoks arusaamatuks ning ei pakkunud analüüsiks piisavalt andmeid.

Õpilase probleemilahendustesti viimasel leheküljel oli kaks avatud küsimust. Esimesena küsiti neilt tekstülesande lahendamise etappe ja teisena paluti nimetada nii palju lahendamise strateegiaid kui nad teavad. See oli oluline, et kaardistada õpilaste teadmised probleemide lahendamisest, luua seoseid teooria ja tulemuste vahel ning teha järeldusi.

6. klassi matemaatikaõpetajatel paluti paralleelselt täita küsimustik (Lisa 2), mis koosnes kuuest küsimusest. Küsimused moodustati põhikooli riikliku õppekava põhjal ja uurimiseesmärkidele tuginedes, et selgitada välja, millised on õpetajate teadmised ja arvamused probleemide lahendamise õpetusest. Selle jaoks paluti õpetajatel defineerida probleemülesanne, kirjeldada oma õpetusmeetodeid, nimetada õpilastele õpetatud probleemilahendusstrateegiad ja tuua välja takistused probleemide lahendamise õpetamisel. Viimases ehk kuuendas küsimuses pidid õpetajad hindama ühe probleemi kahte näidislahendust ja põhjendama oma hinnangut.

Protseduur

Andmed koguti 2019. aasta veebruaris. Uurija kontakteerus kooli õpijuhiga, kellelt sai nõusoleku uuringu läbiviimiseks. Järgmisena võttis uurija ühendust 6. klasside kolme matemaatikaõpetajaga, kohtus nendega ja tutvustas neile uuringut. Õpetajatel oli võimalus esitada täiendavaid küsimusi ning uurijal võimalus oluline üle rõhutada. Järgmiseks viisid matemaatikaõpetajad nädala jooksul oma klassides testid läbi ja täitsid iseseisvalt õpetajate küsimustikud. Uurija testi ajal klassis ei viibinud. Kuna test oli ühes variandis, pidid õpetajad jälgima, et õpilased lahendaksid iseseisvalt. Õpilastel paluti vormistada oma mõttekäik ja lahendus selgelt. Taskuarvutit võis kasutada, aga selleks ei olnud vajadust. Testi sooritamiseks oli aega 45 minutit. Isikuandmete kaitseks lõikasid matemaatikaõpetajad probleemilahendustestidelt välja õpilaste nimed ning andsid seejärel testid ja õpetajate küsimustikud uurijale. Ülesandeid kontrollis ja andmeid sisestas magistritöö autor.

Andmetöötlus

Andmete sisestamiseks kasutati tabelarvutusprogrammi MS Excel ning analüüsimiseks ja sageduste leidmiseks statistikaprogrammi IBM SPSS. Kõiki kogutud andmeid analüüsiti kvantitatiivselt. Testi tulemused kodeeriti andmetöötluseks dihhotoomselt, s.t õige vastuse eest sai 1 punkti ja vale vastuse või vastamata jätmise eest 0 punkti. Iga õpilase ülesannete ja kogu testi keskmine tulemus arvutati välja ning maksimaalne tulemus sai olla 1,00. Kui lahenduses oli võimalik tuvastada, millist lahendusstrateegiat õpilane kasutas, märgiti see andmetesse, et hiljem leida lahendusstrateegiate kasutamise sagedused. Klasside omavaheliseks võrdlemiseks tehti dispersioonanalüüs ANOVA. Õpilaste testi avatud küsimuste ja õpetajate küsimustiku vastuseid uuriti kvantitatiivselt, leides vastuste sagedused.

Tulemused

Kuuenda klassi õpilaste probleemilahendamisoskus klasside võrdluses

Testi keskmine tulemus oli 0,52 (SD=0,24). 9,9% õpilastest sai punktiskooriks 0,90 või rohkem. Kõige parema tulemuse sai B klass, kelle keskmine tulemus 0,73 oli märkimisväärselt kõrgem kui paremuselt järgmise klassi tulemus. B klassil oli ka madalaim standardhälve, mis tähendab, et tegemist oli kõige ühtlasema tasemega klassiga. Ometi olid teiste klasside standardhälbed lähedased, millest võib järeldada, et klassi siseselt olid õpilased ühtlase tasemega. B klassi keskmine tulemus on hea, aga A, C ja D klassi oma puudulik ehk alla 50%.

Kui vaadata viie ülesande põhjal õpilaste tulemusi individuaalselt, siis ei saanud ükski õpilane kogu testi tulemuseks 0 punkti. Kõige madalam tulemus oli 0,05 ja kõige kõrgem 1,00. Maksimumtulemuse saavutasid 2 B klassi õpilast ja 1 C klassi õpilane. A klassi parim tulemus oli 0,80 ja D klassi parim 0,90. Tasub eraldi esile tuua, et B klassi kõige nõrgem tulemus oli 0,40, mis on kõrgem kui kõige nõrgema klassi ehk A klassi keskmine tulemus. Kõige paremini lahendasid õpilased 4. ülesande ning kõige nõrgemalt 3. ülesande. Kõik viis ülesannet lahendas kõige paremini B klass (Tabel 2).

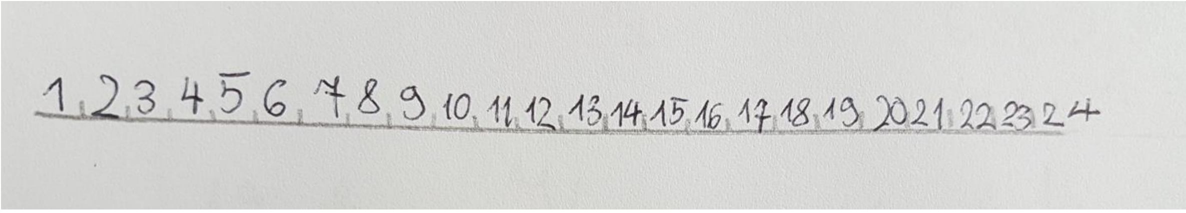
Tabel 2. Õpilaste keskmised tulemused klassiti

	A klass	B klass	C klass	D klass	Kõik (SD)
1. ülesanne	0,42	0,92	0,64	0,52	0,65 (0,48)
2. ülesanne	0,37	0,85	0,52	0,48	0,57 (0,50)
3. ülesanne	0,05	0,38	0,08	0,14	0,18 (0,38)
4. ülesanne	0,86	0,94	0,92	0,76	0,88 (0,21)
5. ülesanne	0,26	0,54	0,26	0,26	0,33 (0,32)
Kokku (SD)	0,39 (0,21)	0,73 (0,16)	0,48 (0,22)	0,43 (0,23)	0,52 (0,24)

Klasside keskmisi tulemusi võrreldi omavahel ANOVA testiga. Tulemused näitasid, et erinevate klasside keskmised tulemused olid statistiliselt oluliselt erinevad ($F=13,11$; $p < 0,01$). Järgmiseks uuriti, millised klassid olid omavahel statistiliselt oluliselt erinevad. Selgus, et A, C ja D klasside vahel statistiliselt oluline erinevus puudus ($p > 0,01$). Seevastu oli B klass ülejäänud kolmest klassist statistiliselt oluliselt erinev ($p < 0,01$).

Probleemilahendamise etapid ja lahendusstrateegiate kasutamine

Esimese probleemi puhul hinnati õpilase vastust ja analüüsiti lahenduskäike. Ülesanne kontrollis kõiki nelja probleemilahenduse etappi, aga kõige enam strateegia valikut. Antud probleemi lahendasid 88 õpilast, 3 jätsid ülesande lahendamata. Õige vastuse said 59 õpilast, mis on 64,8% kõigist õpilastest. Levinuim lahendusstrateegia oli *joonise tegemine*, mida kasutas kokku 57 õpilast. Enamasti joonistasid õpilased ühe pika joone, kriipsutasid selle 23 korda läbi ja lugesid nöörijupid kokku (Joonis 1). Sellegipoolest oli õpilasi, kes tegid õige joonise, aga vastasid valesti.



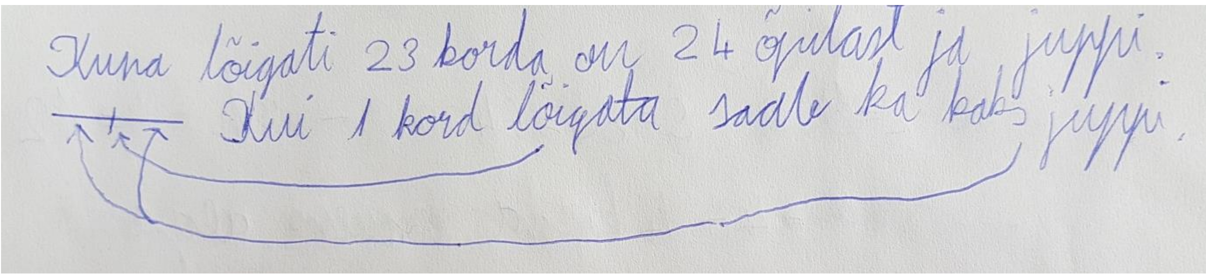
Joonis 1. Õpilase 1C joonis esimese probleemülesande lahendamiseks

Kuigi joonise tegemine ei garanteerinud õiget vastust, oli joonise teinud õpilaste hulgas probleemülesande lahendatavus palju kõrgem (Tabel 3). Õpilaste hulgast, kes ei teinud joonist, lahendas õigesti ainult 45% õpilastest. Nende hulgast, kes tegid joonise, lahendas õigesti koguni 79% õpilastest.

Tabel 3. Õpilaste esimese probleemülesande lahendatavus ilma jooniseta ja joonisega

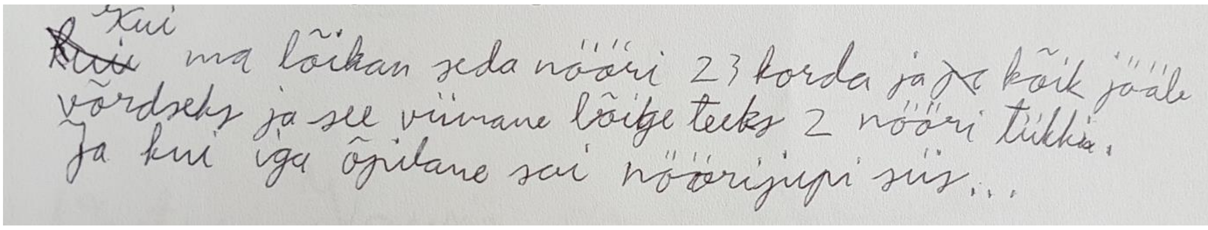
	Ei teinud joonist (sai õige vastuse)	Tegi joonise (sai õige vastuse)
A klass	10 (3)	8 (5)
B klass	0 (0)	26 (24)
C klass	9 (7)	14 (9)
D klass	12 (4)	9 (7)
Kokku	31 (14)	57 (45)

Kui A, C ja D klassides tegid joonise ligi pooled õpilased, siis B klassis tegi joonise iga õpilane. Lisaks joonisele, kasutasid kolm õpilast kahte lahendusstrateegiat. Nad lahendasid joonise abil *lihtsama analoogilise ülesande*. Nimetatud õpilased ei kriipsutanud nööri 23 korda läbi. Näiteks kriipsutas õpilane 9C nööri ainult ühe korra läbi ja sai aru, et vastus on lõikamiste arv + 1 (Joonis 2).



Joonis 2. Õpilase 9C lihtsama analoogilise ülesande õige lahendus

Sama järelduseni jõudis osa õpilasi ilma jooniseta. Loogiliselt põhjendatud seletuse järgi oli võimalik aru saada, kas õpilane sai ülesande sisust aru (Joonis 3). Nende hulgas esines ka õpilasi, kes põhjendasid oma vastust vigase loogikaga. Näiteks kui õpilane sai aru, et viimase lõikega tuleb kaks nöörijuppi, aga arvas, et siis tuleb nööri mõlemast otsast üks jupp juurde ning vastas 25. Kuid kõige sagedasem vale vastus oli siiski 23, mida vastas 18,7% (17) kõigist õpilastest. Ometi ei esinenud valesti vastanud õpilaste hulgas ühte kindlat tüüpviga, vaid palju erinevaid. Näiteks tehe 23·1=23 ja põhjendused „sest 23 on ainukene number ülesande tekstis“ või „õpetaja võtab ühe tüki endale“.



Joonis 3. Õpilase 1A loogiline arutelu, mis viis õige vastuseni

Teise probleemi puhul hinnati õpilase lahenduskäiku. Oluline oli probleemi püstitus ja lahendusplaani elluviimine. Kui lahenduskäik osutus õigeks, aga õpilane oli kasutanud valet algarvu, teinud arvutusvea või kirjutanud pooliku vastuse, hinnati tema lahendus õigeks. Õigesti lahendas ülesande 52 (57,1%) õpilast, valesti 23 (25,3%) ja lahendamata jättis 16 (17,6%). Vastuste sagedusi vaadates tuli välja, et õpilased andsid väga palju erinevaid vastuseid. 23 valesti vastajat andsid 17 erinevat vastust, mis tähendab, et tüüpviga ülesandes ei esinenud.

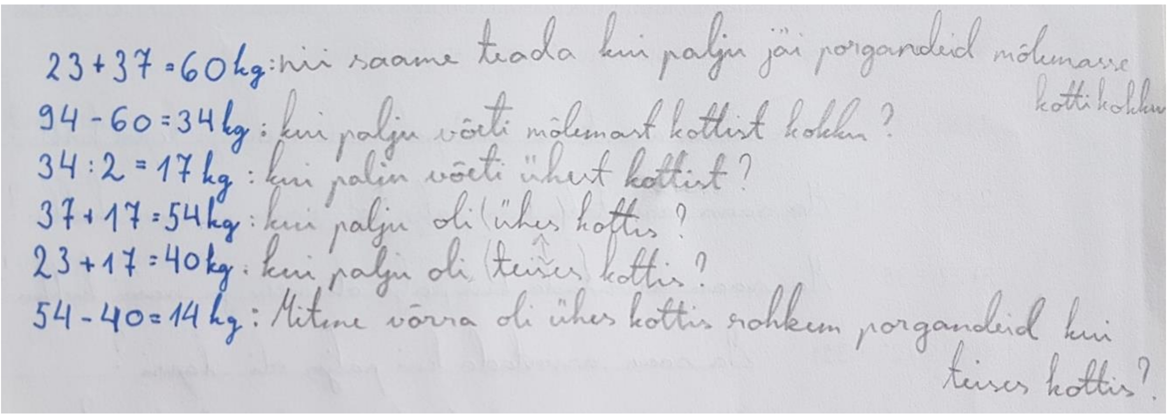
Enamasti oli vea põhjuseks teksti mittemõistmine. Näiteks õpilased, kes vastasid, et esimene kott on raskem, tegid kõik sama vea. Kuna „võeti ära“ tähendab lahutamist, tegid nad tehted 94–23=71 ja 94–37=57. Sellest tegid nad järelduse, et esimene kott (71>57) on 14 kilogrammi võrra raskem. Suurimaks erinevuseks osutus õigesti lahendanud õpilaste kirjalike tehete arv (Tabel 4), mille abil oli võimalik kindlaks teha, millist lahendusstrateegiat õpilane kasutas.

Tabel 4. Õpilase kirjalike tehete arv teises probleemülesandes ja lahendatavus

Kirjalike tehete arv	Vale lahendus	Õige lahendus
0	5	1
1	0	7
2	6	2
3	10	2
4	1	2
5	0	13
6	0	24
9	0	1

Kõik õpilased, kes said vastuse ühe tehtega, kasutasid sama lahendusstrateegiat. Nad arutlesid tagasisuunas ehk *lahendasid ülesannet tagurpidi*. Strateegia abil märkasid õpilased lahendust kiiremini ja vältisid lahenduseks ebaolulist informatsiooni. B klassist oli 4 õpilast, C klassist 2 õpilast ja A klassist 1 õpilane, kes lahendasid ülesannet tagurpidi ja said vastuse ühe tehtega. D klassis ei olnud ühtegi sellist õpilast, aga ometi oli D klassi õpetaja ainukene, kes oli õpilastele tagurpidi lahendamist õpetanud.

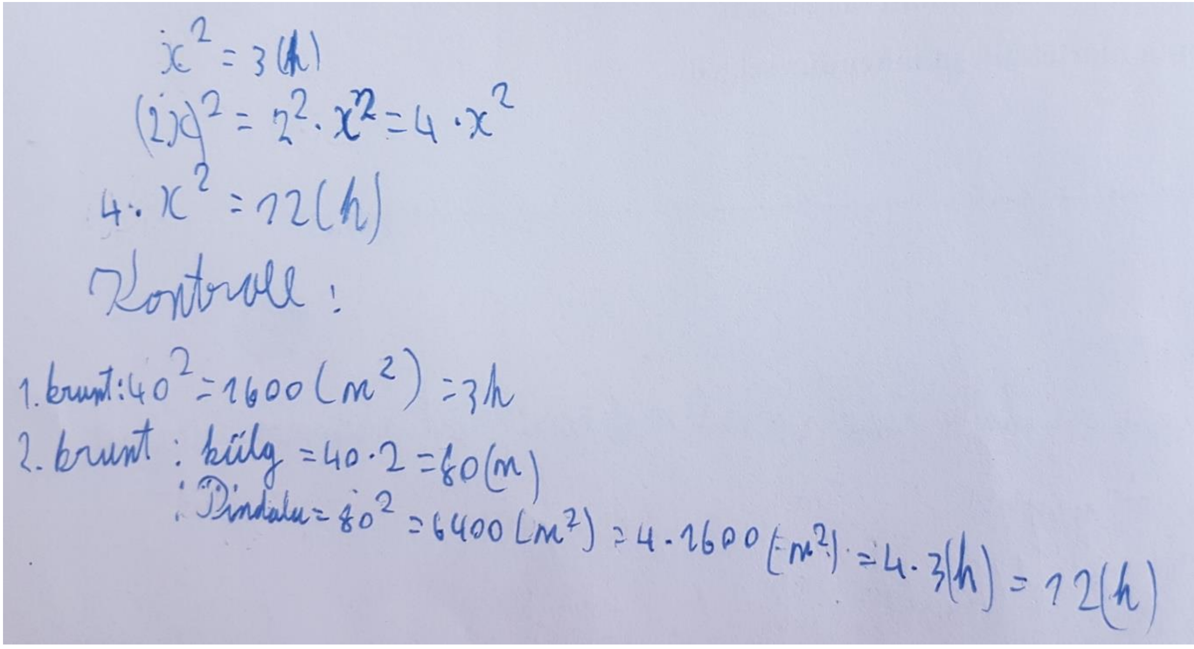
Õpilased, kes lahendasid ülesannet teksti algusest, vajasid lahendamiseks viit kuni kuut tehet. Sisulist erinevust viie või kuue tehtega lahenduse vahel ei olnud, sest viie tehtega lahendanud õpilased olid arvutanud ühe tehte peast. Arvutamist alustati 94 kilogrammist, leiti palju kottidest ära võeti, seejärel leiti kottide algsed kaalud ning alles siis vastus (Joonis 4). Kõik õpilased, kes lahendasid viie või kuue tehtega, said õige vastuse. Tasub veel eraldi märkida, et üks B klassi õpilane sai õige vastuse *aruka oletamise ja testimise* abil. Õpilane 22B liitis mõlemale kotile sama arvu, kuni sai kottide summaks 94 kilogrammi. Selle jaoks kulus tal kokku üheksa tehet.



Joonis 4. Õpilase 1D kuue tehtega lahenduskäik

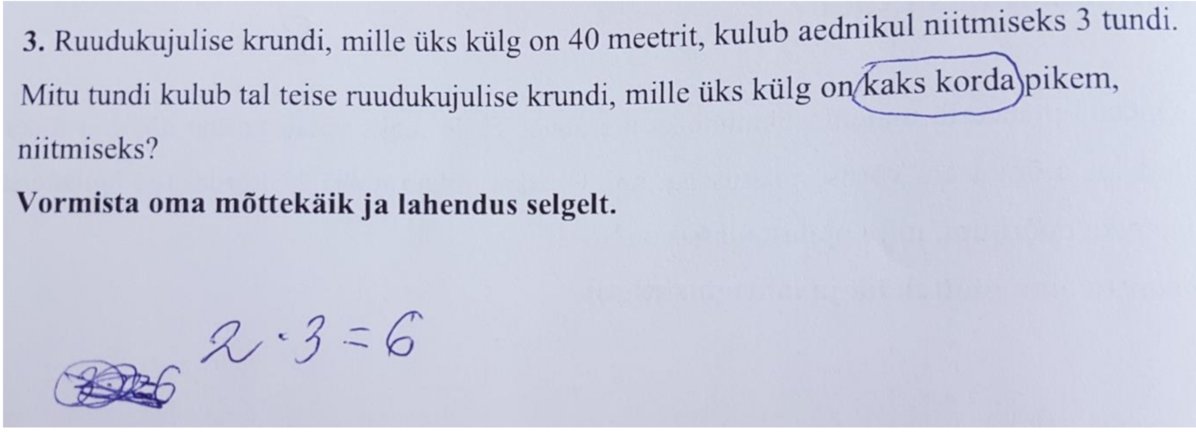
Kolmandas probleemülesandes oli peamine rõhk probleemi püstitamisel ja lahendusstrateegia valikul. Kõige tähtsam oli ülesandest aru saada, sest vastuse arvutamine ei olnud keeruline. Õpilased, kes probleemi ei märganud, ei jõudnud probleemi lahenduseni. 82,4% õpilastest vastas valesti või jättis ülesande lahendamata, s.t ülesanne osutus õpilaste jaoks keeruliseks. Õige vastuseni jõudis ainult 16 õpilast ehk 17,6% kõigist õpilastest, kelle hulgast 9 olid B klassi õpilased. Õigesti lahendamiseks pidid õpilased mõistma, et antud ülesandes ei tähenda ruudu „kaks korda pikem külg“ kaks korda suuremat ajakulu, sest niideti ruudu pindala, mitte ruudu külge.

Kõigi õigesti vastanud õpilaste lahenduskäikudest tuvastas uurija kolm erinevat lahendusstrateegiat. Kõige enam kasutasid õigesti lahendanud õpilased lahendusstrateegiat *olukorra läbimängimine*. 9 õpilast mängisid olukorra läbi, nad arvutasid välja mõlema krundi pindalad ja jagasid siis teise krundi pindala esimese krundi pindalaga. Seekaudu said nad teada, et teine krunt on neli korda suurem ja järelikult läheb selle niitmiseks neli korda kauem aega. 3 õpilast kasutasid *joonise tegemist* ning nägid juba jooniselt, et teise krundi niitmiseks läheb neli korda kauem aega, sest see on neli korda suurem. Ette tuli ka üksikjuhtum, kus õpilane lahendas *ühe tundmatuga lineaarvõrrandi* ja leidis õige vastuse (Joonis 5).



Joonis 5. Õpilase 1B lineaarvõrrandiga lahendus, mis viis õige vastuseni

Kui õige vastus oli 12 h, siis kõige populaarsem vastus oli 6 h, mille andis koguni 49 õpilast ehk 53,8% kõigist õpilastest. Need õpilased lihtsustasid probleemi seal, kus ei oleks tohtinud. Nad omistasid krundi küljepikkusele ja niitmisele kuluvale ajale võrdelise seose, nii mitu korda suureneb üks väärtus, suureneb ka teine. Ühesõnaga omistasid nad kahele muutujale seose, mis tegelikult ei kehtinud. Antud õpilased ei suutnud eristada võtmesõnu, ei saanud ülesandest aru ega näinud probleemi (Joonis 6). Ülejäänud valed vastused olid erandlikud ja vigade põhjused samuti. Näiteks arvutati välja kruntide ümbermõõdud, tehti omavahel tehteid minutite ja meetritega, teisendati 1000 m^2 = 1 km^2 või väideti, et „kindlat vastust ei ole, sest niitja võib erineva kiirusega niita“.


3. Ruudukujulise krundi, mille üks külg on 40 meetrit, kulub aednikul niitmiseks 3 tundi. Mitu tundi kulub tal teise ruudukujulise krundi, mille üks külg on kaks korda pikem, niitmiseks?

Vormista oma mõttekäik ja lahendus selgelt.

$2 \cdot 3 = 6$

Joonis 6. Kolmanda ülesande kõige levinum vale lahendus. Õpilane 13D ringitas märksõnad „kaks korda“

Neljas ülesanne kontrollis kõige rohkem õpilaste lugemisoskust. Antud ülesandes ei pidanud ühegi avaldise väärtust arvutama. Kuna paljud õpilased siiski arvutasid avaldiste väärtusi, võib arvata, et nad ei lugenud ülesande kirjeldust piisavalt hoolikalt. Sellest hoolimata oli ülesanne hästi lahendatud. 62 õpilast ei teinud ülesandes ühtegi viga ja vastasid kõik kuus avaldise tähendust õigesti. Kokku oli ainult 2 õpilast, kes vastasid kõik kuus avaldist valesti ja said ülesande eest 0 punkti.

Mõnevõrra üllatuslikult eksiti kõige rohkem 1. ja 2. avaldise tähendusega. 18,7% ehk 17 õpilast ei saanud nende kahe avaldise eest punkte. Vigade uurimisel selgus, et kuigi neid oli palju erinevaid, jagunesid vead enamasti kaheks, hooletusest tingitud tähelepanuvigadeks ja sisulisteks eksimusteks. Esimesel juhul olid õpilased teksti hooletult lugenud ning omavahel mehed ja naised ära vahetanud. Sisulised eksimused olid need, kus õpilane ei olnud avaldise tähendusest aru saanud. Näiteks väideti, et tegemist on istekohtade arvuga või poisslaste ja tütarlaste hulgaga.

3. ja 4. avaldise lahendasid õpilased peaaegu eksimatult. Nende kahe avaldise lahendatavus oli 97,8% ja 95,6%. Punkte kaotati uuesti 5. ja 6. avaldisega. Mõlema avaldise puhul vastas valesti ainult 4 õpilast, aga ligikaudu 10% õpilastest jättis nende vastamata. Kuna just 5. ja 6. avaldisele jättis kõige rohkem õpilasi vastamata (Tabel 5), on põhjust arvata, et kaks viimast avaldist valmistasid õpilastele enam raskusi. Kuna lahenduskäigud puuduvad, siis on keeruline täpset põhjust välja tuua.

Tabel 5. Neljanda ülesande õpilaste jaotus avaldiste haaval

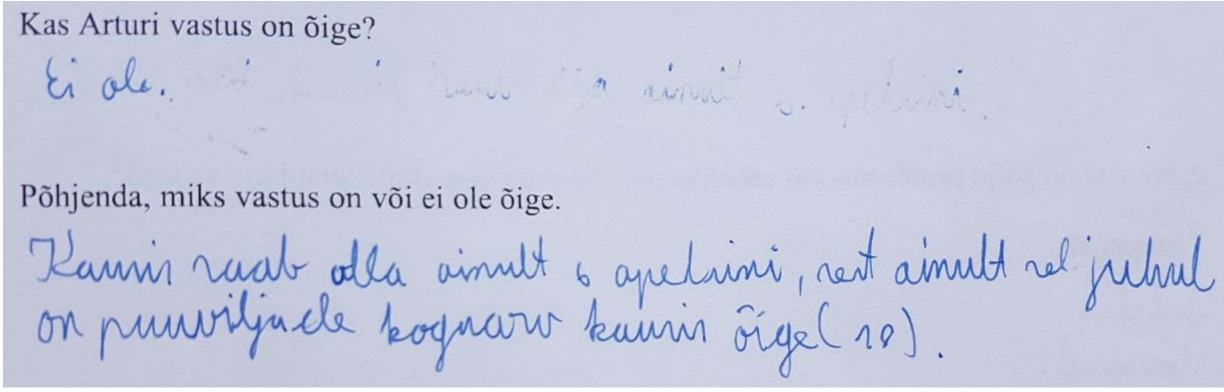
Avaldis	1.	2.	3.	4.	5.	6.
Õige vastus	74	74	89	87	78	77
Vale vastus	13	13	0	1	4	4
Jättis lahendamata	4	4	2	3	9	10

Viienda probleemülesande fookus oli probleemi lahendamise neljandal ehk kontrollimise etapil. Õpilase eesmärgiks oli hinnata ja tõlgendada etteantud lahenduskäiku. Ülesande eest maksimumpunktide saamiseks pidi õpilane vastama õigesti kahele küsimusele ja oma vastuseid põhjendama. Ülesande keskmine tulemus oli kõigest 0,34 ning ainult 9 õpilast said ülesande eest maksimumpunktid, kelle hulgast 5 olid B klassi õpilased. 33% (30) valimist said ülesande eest 0 punkti. Need õpilased ei vastanud kummalegi küsimusele õigesti, ega osanud oma vastuseid piisavalt põhjendada. Selle põhjal saab väita, et ka viies ülesanne osutus õpilastele võrdlemisi keeruliseks.

Kui vaadata ülesannet osade kaupa, selgub, et kõige raskemaks kujunes vastuste põhjendamine. Sellel võib olla mitu põhjust. Esiteks on suurem tõenäosus vastas õigesti kas-küsimusele kui miks-küsimusele. Teiseks olid küsimus ja põhjendus omavahel seotud. See tähendab, kui õpilane vastas küsimusele valesti, siis proovis ta põhjendada valet vastust. Siiski esines üksikuid õpilasi, kes said punkte ka ainult põhjenduse eest.

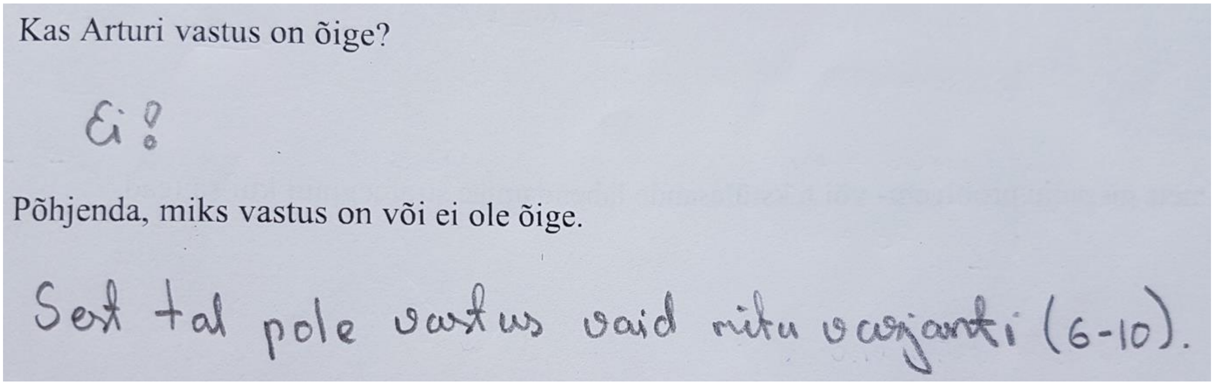
Esimesele küsimusele, kas Artur valis probleemi lahendamiseks hea strateegia, vastasid õigesti ainult 25 õpilast. Ülejäänud ehk 72,5% õpilastest ei pidanud Arturi valitud strateegiat heaks või jättis vastamata. Oma vastust põhjendasid õigesti 23 õpilast. Nende hulgas oli 4 õpilast, kes olid küsimusele valesti vastanud, aga oma vastust ehk strateegia valikut hästi põhjendanud. Statistiliselt ei esinenud põhjendustes tüüpvigu, aga kõige rohkem oli õpilasi, kes pidasid strateegiat liiga raskeks ja isegi arusaamatuks. See tähendab, et paljude õpilaste jaoks oli lahendusstrateegia tundmatu ning selle mõistmine valmistas neile raskusi.

Teisele küsimusele, kas Arturi vastus on õige, vastasid õpilased paremini. 51,6% õpilastest vastas õigesti ja pidas Arturi vastust valeks. 24,2% õpilastest vastas valesti ning 24,2% õpilastest jättis vastamata. Kuna sellele küsimusele vastas rohkem õpilasi õigesti, tõusis ka õigete põhjenduste arv. Kokku põhjendasid 28 õpilast oma vastust õigesti. Levinuim korrektne põhjendus oli, et kausis pidi kokku olema 10 puuvilja (Joonis 7). Järelikult ei saanud kausis üle 6 apelsini olla, sest siis ei oleks kõik ülesande tingimused täidetud. Kõige nutikama põhjenduseni jõudis vaid 4 õpilast, kellest 3 olid B klassi õpilased. Need õpilased kasutasid lahendamiseks loogikat ja vastasid, et apelsine ei saa olla paaritu arv, sest apelsinid maksid 50 senti tükk ja summa pidi olema 7 €.



Joonis 7. Õpilase 1B õige põhjendus, kus õpilane sai aru, et kõik vastuse tingimused polnud täidetud

Vigadest esines üks põhjendus teistest rohkem. Kõige sagedasem vale põhjendus oli „vastus on vale“. Selline sõnastus ei andnud objektiivset ülevaadet, kas õpilane sai ülesande sisust aru või mitte. Rohkem näitas see, et õpilane ei olnud Arturi lahenduskäiku kontrollinud ning ei osanud seetõttu välja tuua põhjust, miks vastus vale on. Sellele veale lisaks oli veel mitu õpilast, kes arvasid, et ülesandel ei saagi mitut vastus olla (Joonis 8) või, et antud andmetega polegi võimalik vastust leida.



Joonis 8. Õpilase 20B vastuse vale põhjendus, et ülesandel ei saa mitut vastust olla

Õpetajate ja õpilaste teoreetilised teadmised probleemilahendamisest

Esimesele küsimusele, mida mõistate probleemülesande all, vastasid kõik õpetajad erinevalt. A ja C klassi õpetaja vastas, et „õpilane peab aru saama ülesande sisust, kavandama lahendusplaani, lahendama probleemi ja kontrollima seda“. See tähendab, et ta esitas probleemülesande kirjelduse asemel Pólya (1971) neli probleemilahendamise etappi, aga seda ei olnud küsitud. D klassi õpetaja vastas, et tegemist on keerulise ülesandega, mis on „mitmeetapiline ning mille lahendamiseks ühest tehtest ei piisa“. B klassi õpetaja mõistis probleemülesannete all „tekstülesandeid". Kõik kolm õpetajat vastasid erinevalt, aga mitte ükski ei andnud õiget definitsiooni.

Küsimusele, kuidas õpetavad õpetajad probleemülesande lahendamise üldist skeemi, vastasid kõik kolm matemaatikaõpetajat „ülesannete lahendamise kaudu". Valikvastusena antud „eraldi õpetusena" ja „muul viisil" ei valitud. Seda sama probleemülesande lahendamise üldist skeemi küsiti õpilastelt lihtsustatud kujul. Nad pidid nimetama tekstülesande lahendamise etappe ning suurem osa õpilastest said sellega hakkama. 63 õpilast suutsid erinevas sõnastuses nimetada 3 kuni 5 tekstülesande lahendamise etappi. Kõige sagedasem vastus oli „küsimus, arvutamine, vastus", mida vastasid 25 õpilast. Ülejäänud õpilaste vastused olid sisult üsna sarnased. Ainult 9 õpilast vastasid, et kontrollimine on üks lahendamise etapp ning kõik 9 õpilast olid A ja C klassi õpetaja õpilased. Tulemused näitasid, et enamik õpilasi teavad, millises järjekorras tekstülesandeid lahendada, aga peavad ülesande eesmärgiks vastuse leidmist.

Lahendusstrateegiatest olid kõik kolm õpetajat õpilastele õpetanud *joonise tegemist* ja *lihtsama analoogilise ülesande lahendamist*. Kahele lahendusstrateegiale lisaks, olid B ja D klassi õpetajad õpetanud veel *loogilist põhjendamist* ja *andmete korrastamist* ning D klassi õpetaja ainukesena ka *arutlemist tagasisuunas*. Valikvastusena antud lahendusstrateegiat *arukas oletamine ja testimine* ei valinud ükski õpetaja. Küsimusele, kuidas omandavad õpilased erinevaid probleemilahendamise strateegiaid vastasid kõik kolm õpetajat „ülesannete lahendamise kaudu". Valikvastusena antud „eraldi õpetusena" ja „muul viisil" ei valitud.

Võrdluseks paluti õpilastel nimetada nii palju probleemilahendusstrateegiaid kui nad teavad. Erinevalt õpetajatest, ei antud õpilastele ette strateegiate loetelu, vaid nad pidid lahendusstrateegiaid ise meenutama. Lahendusstrateegiaid proovis nimetada ainult 41 õpilast, mis annab aimu, et küsimus oli raskem kui tekstülesande lahendamise etappide nimetamine. 25 õpilast vastasid „arvutamine" või nimetasid erinevaid matemaatilisi tehteid nagu „liitmine", „lahutamine", „korrutamine" jne. Kõige enam vastatud reaalseks lahendusstrateegiaks oli *joonise tegemine*, mida vastas 20 õpilast, kellest 17 olid B klassi õpilased. Järgmisena pakuti *loogilist põhjendamist* ning *arukat oletamist ja testimist*, mida vastas vastavalt 3 ja 2 õpilast. Ülejäänud vastused ei kvalifitseerunud lahendusstrateegiatena ja loomingulisemad vastused olid näiteks „sõbra kasutamine" ja „spikerdamine".

Probleemülesannete lahendamisoskuse kujundamise takistuste valikvastuste hulgast vastasid kaks õpetajat, et „probleemülesannete lahendamine võtab palju aega". Samuti vastasid kaks neist, et „õppematerjali valik on väike". Üks õpetajatest pidas oluliseks veel eraldi välja kirjutada, kuidas „soovida jätab õpilaste lugemisoskus ja tekstist arusaamine".

Ükski õpetajatest ei valinud valikvastust „probleemülesandeid on raske hinnata“, mis tähendab, et ülesannete hindamine õpetajatele raskusi ei valmista.

Kuuendas ehk viimases küsimuses pididki õpetajad hindama kahe õpilase lahenduskäiku ja põhjendama oma hinnangut. Kuigi maksimaalselt võisid õpetajad anda lahenduse eest 10 punkti, ei andnud ükski õpetaja üle 1 punkti. Peamise põhjusena tõid kõik kolm õpetajat välja, et nii Õpilane A kui Õpilane B ei osanud leida pindala. A ja C klassi õpetaja andis mõlema lahenduse eest 0 punkti. B klassi õpetaja andis mõlema lahenduse eest 1 punkti ja põhjendas, mis oli valesti. Kahjuks jäi arusaamatuks, mille eest punktid antud olid. D klassi õpetaja andis Õpilase A lahendusele 0 punkti ja Õpilase B lahendusele 1 punkti. Kuigi Õpilase B joonis oli vale, andis D klassi õpetaja selle punkti just joonise eest. D klassi õpetaja oli ka ainukene, kes vastas, et kumbki õpilane ei kontrollinud oma lahenduskäiku. Paraku jäi vastuste põhjal arusaamatuks, kas õpetajad hindavad rohkem protsessi või lõpptulemust.

Arutelu

Magistritöö eesmärgiks oli välja selgitada, millisel tasemel on 6. klassi õpilaste probleemide lahendamisoskus ning millised on õpetajate teadmised ja arvamused probleemide lahendamise õpetusest. Eesmärgi täitmiseks uuriti 6. klassi õpilasi ja nende matemaatikaõpetajaid.

Kuuenda klassi õpilaste probleemilahendamisoskus

Antud valimi põhjal on kuuenda klassi õpilaste probleemilahendamisoskus kasin. Testi keskmine tulemus oli 52%, mis annab koolis napilt hinde „3“. Uuringu tulemused kinnitavad rahvusvaheliste tasemeuuringute TIMSS ja PISA tulemusi (Kitsing, 2008, 2011; Lepmann, 2013; Mullis et al., 2004; Tire et al., 2016), mille järgi on palju õpilasi, kes on saavutanud probleemilahendamise baas- või kesktaseme, aga vähe tippsooritajaid.

Klassisiseselt varieerusid tulemused vähe, aga erinevate klasside vahel oli oluline erinevus. Nimelt saavutas üks klass märkimisväärselt paremad tulemused kui ülejäänud klassid. Selle klassi kõige nõrgem õpilane oli peaaegu samal tasemel, mis ülejäänud klasside keskmine õpilane. Ei ole kindlalt teada, kas antud klassis õpivadki andekamad ja võimekamad õpilased või mitte. Suure klassidevahelise erinevuse üheks põhjuseks võib olla õpetuse kvaliteet, sest kõik neli klassi õpivad probleemide lahendamist samamoodi – ülesannete lahendamise kaudu. Selle põhjal võib oletada, et antud klassi matemaatikaõpetaja õpetab probleemide lahendamist tõhusamalt ja pöörab oluliselt rohkem tähelepanu probleemi mõistmisele.

Õpilaste probleemilahendamisoskus erinevates etappides ja lahendusstrateegiate valdamine

Probleemilahendustesti tulemused näitasid, et kõige rohkem eksivad õpilased lahendamise esimeses ehk probleemist arusaamise etapis. Ülesannetes, mille peamine rõhk oli probleemist arusaamisel, tehti kõige rohkem vigu. Sama tulemuseni jõudsid Tambychik ja Meerah (2010) ning Phonapichat jt (2014), kes avastasid, et õpilastel on raskusi informatsiooni mõistmisega ja nad ei suuda eristada olulist infot ebaolulisest. Seda tõestas teine ülesanne, kus suurem osa õpilastest ei suutnud tuvastada võtmesõnu ning kolmas ülesanne, kus enamik õpilastest ei osanud antud informatsiooni mõista ja seetõttu probleemi näha. Üheks põhjuseks võib olla hooletu lugemine või õpilaste madal lugemisoskus (Roe & Taube, 2006).

Probleemilahendamise neljast etapist järgmine, mis valmistas raskusi, oli viimane ehk tagasi vaatamise ja kontrollimise etapp. Kolmandas ülesandes kaotasid väga paljud õpilased punkte, sest kiirustasid ja ei kontrollinud oma vastust. Isegi kui õpilased jõuavad lahenduseni, ei kontrolli nad seda ega ole oma lahenduskäigu suhtes piisavalt kriitilised (Bayazit, 2013). Viies ülesanne, mis seda probleemilahendamise etappi otseselt kontrollis, oli samuti nõrgalt lahendatud. Õpilased olid raskustes võõra lahenduskäigu kontrollimisega ja oma vastuste põhjendamisega.

Üheks põhjuseks on see, et õpilased ei olegi harjunud oma lahenduskäike kontrollima. Kui õpilastelt küsiti tekstülesande lahendamise etappe, pidas enamik neist ülesande eesmärgiks vastuse leidmist ning ainult 9 õpilast vastasid, et lahendust tuleb ka kontrollida. Teiseks, ei saanud paljud õpilased viiendas ülesandes etteantud lahenduskäigust aru. Ükski õpetaja ei olnud oma klassile õpetanud *aruka oletamise ja testimise* lahendusstrateegiat. Järelikult oli õpilastel raskusi enda jaoks tundmatu lahendusstrateegia mõistmisega. Kuna õpilased lahendavad erinevaid probleeme tihti ühtemoodi (Pape, 2004), siis tekkis neil raskusi uue vaatenurga võtmisega ja võõra lahenduskäigu kontrollimisega. Ometi on tähtis tunda erinevaid lahendusstrateegiaid, sest kõige mugavam strateegia ei ole alati kõige efektiivsem (Cai, 2003).

Kõige vähem tehti vigu probleemilahendamise kolmandas ehk lahendusplaani elluviimise ja arvutamise etapis. Kogu testi jooksul tegid õpilased väga üksikuid arvutusvigu. See tulemus oli oodatav, sest Eesti õpilaste arvutusoskus on heal tasemel ning rohkem tehakse vigu kõrgema mõtlemise tasandil (Kerikmäe, 2012; Koobas, 2014). Samuti oli vähe vigu probleemilahendamise teises ehk lahendusstrateegia valiku etapis. Õpilased kas valisid sobiva lahendusstrateegia või eksisid probleemi püstitamisel ja ei jõudnudki lahendusstrateegia valikuni.

Probleemide lahendamiseks kasutasid õpilased erinevaid lahendusstrateegiaid. Strateegiate rakendamisel õpilastel probleeme ei tekkinud ning saame väita, et õpilased oskavad neid kasutada. Erinevatest lahendusstrateegiatest kasutasid õpilased joonise tegemist, loogilist põhjendamist, arukat oletamist ja testimist, lihtsama analoogilise ülesande lahendamist, olukorra läbimängimist, tagurpidi lahendamist ja ühe tundmatuga lineaarvõrrandi lahendamist. Ometi ei kasutanud õpilased neid teadlikult, vaid mehaaniliselt.

Väga vähesed õpilased suutsid nimetada reaalseid lahendusstrateegiaid, mis annab aimu, et nad ei ole neist teadlikud. Kokku suutsid õpilased nimetada ainult kolm erinevat lahendusstrateegiat, aga testi jooksul kasutasid nad seitset lahendusstrateegiat. Järelikult ei suutnud õpilased nimetada ka neid lahendusstrateegiaid, mida nad olid testi jooksul juba kasutanud. Viimast kinnitavad Eisenmann jt (2015), kes avastasid, et õpilased, kes ei ole probleemide lahendamist eraldi õpetusena õppinud, kasutavad lahendusstrateegiaid spontaanselt mitte teadlikult.

Matemaatikaõpetajate teadmised ja arvamused probleemide lahendamise õpetusest

Uuringust selgus, et õpetajate teadmised probleemide lahendamise õpetusest on tagasihoidlikud. Sarnase tulemuseni jõudis Topbaş-Tat (2018), kes leidis, et algklasside matemaatikaõpetajad, kes pole probleemilahendamist eraldi õppinud, teavad probleemilahendamise protsessist tegelikult vähe. On põhjust arvata, et õpetajatel pole probleemide lahendamise kohta piisavalt teadmisi, et õpilaste probleemilahendamisoskusi teadlikult arendada.

Kolmest matemaatikaõpetajast mitte ükski ei õpeta probleemide lahendamist eraldi õpetusena. Kõik kolm õpetajat õpetavad nii probleemide lahendamist kui lahendusstrateegiaid ülesannete lahendamise kaudu. Ometi on mitmed uurijad tõestanud, et antud teemat on kõige tõhusam õpetada eraldi õpetusena, sest siis paraneb õpilaste probleemilahendamisoskus ja suhtumine õppeainesse (Kurbal, 2015; Pintér, 2012; Verschaffel et al., 2009). Seega tuleks erinevaid strateegiaid ja töövõtteid õpetada probleemide teadvustatud lahendamise kaudu.

Kuna kõik õpilased õppisid probleemide lahendamist ülesannete lahendamise kaudu, võib erinevate klasside tasemevahe olla tingitud õpetusest. Näiteks olid kõik õpetajad õpetanud *joonise tegemist*, aga millegipärast tegid esimeses ülesandes kõik ühe klassi õpilased joonise, aga ülejäänud kolmest klassist ainult pooled. Järelikult pööratakse selles klassis joonise tegemisele rohkem tähelepanu kui teistes klassides. Sarnane tasemevahe iseloomustas kogu probleemilahendustesti tulemusi, kus sama klass saavutas igas ülesandes paremaid tulemusi kui ülejäänud kolm klassi. Seetõttu on alust väita, et võrreldes teiste õpetajatega, pöörab antud klassi õpetaja rohkem tähelepanu teatud strateegiate kasutamisele ja ülesandest arusaamisele.

Õpetajate endi sõnul mõjutab probleemilahenduse õpetust probleemülesannete lahendamisele kuluv suur ajakulu ning vajaliku õppematerjali puudumine. Doormani jt (2007) sõnul puuduvad hästi disainitud õpikud originaalsete probleemide lahendamiseks. Samuti piirab õpetajate arvates probleemilahendamisoskuse arengut õpilaste madal lugemisoskus ja vilets tekstist arusaamine. Nende oskuste omavahelist seost on kinnitanud Vilenius-Tuohimaa jt (2008) ning Roe ja Taube (2006), kes leidsid, et paremad lugejad saavad tekstülesannetest paremini aru.

Kuna probleemilahendamisoskus on igapäevaeluks vajalik oskus, on vaja õpetajaid antud teema kohta täiendkoolitada, sest õpetajad ei valda ja mõista teemat piisavalt (Mwei, 2017). Topbaş-Tat (2018) ning Eisenmann jt (2015) leidsid, et vastavatel täienduskoolitustel on positiivne mõju probleemilahendamise õpetamisele. Täienduskoolitused aitavad õpetajatel paremini mõista probleemide lahendamise protsessi ja selle etappe. Nad muutuvad enesekindlamaks, oskavad probleemide lahendamist paremini õpetada ning hakkavad lahendamise protsessi rohkem väärtustama.

Kokkuvõtteks

Antud uuringu tulemused näitavad, et kuuenda klassi õpilaste probleemilahendamisoskus jätab soovida. On palju õpilasi, kes saavutavad probleemide lahendamise baas- või kesktaseme, aga vähe õpilasi, kes saavutavad probleemide lahendamise kõrgema taseme. Arvutusvigu teevad õpilased vähe ning põhilised vead on seotud üldise probleemilahendus- või mõtlemisoskusega. Kõige enam eksivad õpilased probleemilahendamise esimeses ehk ülesandest arusaamise etapis. Kui õpilane ülesandest aru ei saa, ei oska ta seda ka lahendada. Samuti valmistab õpilastele raskusi probleemilahendamise neljas ehk ülesande kontrollimise etapp, sest õpilased ei ole harjunud enda lahendust kontrollima.

Uurimistulemustest selgus veel, et õpetajate teadmised probleemide lahendamise õpetusest on piiratud. Probleemide lahendamist ja lahendusstrateegiaid õpetatakse õpilastele ülesannete lahendamise kaudu, mitte eraldi õpetusena. Kuigi õpilased ei ole lahendusstrateegiaid eraldi õppinud, oskavad nad kasutada mitmeid erinevaid. Paraku ei rakenda õpilased lahendusstrateegiaid teadlikult, vaid spontaanselt. Õpetajate sõnul takistab üldist probleemülesannete lahendamisoskuse kujundamist ülesannete lahendamise suur ajakulu ja vajaliku õppematerjali väike valik.

Uuringu piirangud ja edasised soovitused

Kuna uuringus kasutatud probleemilahendustest oli ühes variandis ning seda ei viinud läbi uurija, siis ei saa kindlalt väita, kas õpilased kirjutasid üksteiselt maha või mitte. Tulevikus võiks antud teemat uurida suurema valimiga või kvalitatiivselt. Suurem valim annaks täpsema ülevaate Eesti õpilaste probleemilahendamisoskusest ning kvalitatiivne uurimus aitaks paremini mõista õpilaste mõtteprotsesse ja lahendusstrateegiate valikut.

Koolides tuleks kindlasti pöörata rohkem tähelepanu õpilaste probleemilahendamisoskuse kujundamisele. Üheks võimaluseks on õpetajate täiendkoolitamine, mis arendaks õpetajaid ja seekaudu ka õpilasi. See on oluline, sest probleemide lahendamise õppimine peaks toimuma eraldi õpetusena ja probleemide teadvustatud lahendamise, mitte ülesannete lahendamise kaudu.

Autorsuse kinnitus

Kinnitan, et olen koostanud ise käesoleva lõputöö ning toonud korrektselt välja teiste autorite ja toetajate panuse. Töö on koostatud lähtudes Tartu Ülikooli haridusteaduste instituudi lõputöö nõuetest ning on kooskõlas heade akadeemiliste tavadega.

Oskar Pedosk 22.05.2019

Kasutatud kirjandus

Bayazit, İ. (2013). An Investigation of Problem Solving Approaches, Strategies, and Models Used by the 7th and 8th Grade Students when Solving Real-World Problems. *Educational Sciences: Theory & Practice*, *13*(3), 1920–1927.

Bingolbali, E. (2011). Multiple Solutions to Problems in Mathematics Teaching: Do Teachers Really Value Them? *Australian Journal of Teacher Education*, *36*(1).

Bostic, J. D., Pape, S. J., & Jacobbe, T. (2016). Encouraging Sixth-Grade Students' Problem-Solving Performance by Teaching through Problem Solving. *Investigations in Mathematics Learning*, *8*(3), 30–58.

Cai, J. (2003). Singaporean students' mathematical thinking in problem solving and problem posing: an exploratory study. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *34*(5), 719–737.

Charalambous, C., Kyriakides, L., & Philippou, G. (2003). *Testing a Comprehensive Model for Measuring Problem Solving and Problem Posing Skills of Primary Pupils*. Esitatud International Group for the Psychology of Mathematics Education Conference, Honolulu.

Chi, M. T. H., Feltovich, P. J., & Glaser, R. (1981). Categorization and Representation of Physics Problems by Experts and Novices. *Cognitive Science*, *5*, 121–152.

Depaepe, F., Corte, E., & Verschaffel, L. (2009). Teachers' metacognitive and heuristic approaches to word problem solving: analysis and impact on students' beliefs and performance. *International Journal of Mathematics Education*, *42*(2), 205–218.

Doorman, M., Drijvers, P., Dekker, T., van den Heuvel-Panhuizen, M., de Lange, J., & Wijers, M. (2007). Problem solving as a challenge for mathematics education in The Netherlands. *International Journal of Mathematics Education*, *39*(5), 405–418.

Eisenmann, P., Novotná, J., Přibyl, J., & Břehovský, J. (2015). The development of a culture of problem solving with secondary students through heuristic strategies. *Mathematics Education Research Journal*, *27*(4), 535–562.

Frederiksen, N. (1984). Implications of cognitive theory for instruction in problem solving. *Review of Educational Research*, *54*(3), 363–407.

Haridus- ja Teadusministeerium. (2014). *Eesti elukestva õppe strateegia 2020*. Külastatud aadressil https://www.hm.ee/sites/default/files/strateegia2020.pdf

Hoogland, K., de Koning, J., Bakker, A., Pepin, B. E. U., & Gravemeijer, K. (2018). Changing representation in contextual mathematical problems from descriptive to depictive: The effect on students' performance. *Studies in Educational Evaluation*, *58*, 122–131.

Kar, T., Özdemir, E., İpek, A. S., & Albayrak, M. (2010). The relation between the problem posing and problem solving skills of prospective elementary mathematics teachers. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *2*(2), 1577–1583.

Karaoğlan, D. (2009). *The relationship between 6th grade students' problem solving achievement and mathematics achievement scores after completing instruction on problem solving steps.* Magistritöö. Middle East Technical University.

Kerikmäe, I. (2012). *Teises kooliastmes saavutatud matemaatikapädevus ja õpetajate arvamused pädevuse parandamise võimalustest.* Magistritöö. Tartu Ülikool, Tartu.

Kikas, E. (2005). Õpioskused ja nende õpetamine. A. Ots (Toim), *Üldoskused – õpilase areng ja selle soodustamine koolis* (lk 47–94). Tartu: Tartu Ülikooli Kirjastus.

Kitsing, M. (2008). *PISA 2006 Eesti tulemused*. Tartu: Haridus- ja Teadusministeerium.

Kitsing, M. (2011). *PISA 2009 – Eesti õppetunnid*. Tartu: Haridus- ja Teadusministeerium.

Koobas, L. (2014). *Vead probleemi lahendamise erinevatel etappidel ja nende tuvastamine ühe kompleksse matemaatilise ülesande näitel.* Magistritöö. Tallinna Ülikool, Tallinn.

Kurbal, M. S. (2015). *An Investigation of Sixth Grade Students' Problem Solving Strategies and Underlying Reasoning in the Context of a Course on General Puzzles and Games*. Magistritöö. Middle East Technical University.

Lepmann, L. (2012). Probleemülesannete lahendamise oskuse arendamine põhikoolis. K. Kokk & A. Talts (Toim), *Matemaatika. Valdkonnaraamat põhikooliõpetajale* (lk 1–15). Riiklik Eksami- ja Kvalifikatsioonikeskus.

Lepmann, T. (2013). *Eesti ja vene õppekeelega koolide õpilaste tulemuste võrdlus tuginedes PISA uuringutele Lisa 1*. Tallinn: Haridus- ja Teadusministeerium.

Morales, R. V., Shute, V. J., & Pellegrino, J. W. (1985). Developmental Differences in Understanding and Solving Simple Mathematics Word Problems. *Cognition and Instruction*, *2*(1), 41–57.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Gonzalez, E. J., & Chrostowski, S. J. (2004). *TIMSS 2003 - international mathematics report: findings from IEA's trends in international mathematics and science study at the fourth and eighth grades*. Chestnut Hill, Mass: TIMSS & PIRLS International Study Center.

Mwei, P. K. (2017). Problem Solving: How do in-service secondary school teachers of mathematics make sense of a non-routine problem context? *International Journal of Research in Education and Science*, *3*(1), 31–41.

Orton, A. (2004). *Learning Mathematics: Issues, Theory and Classroom Practice*. A&C Black.

Pape, S. J. (2004). Middle School Children's Problem-Solving Behavior: A Cognitive Analysis from a Reading Comprehension Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, *35*(3), 187–219.

Pedamäe, P. (2019). *Algklassiõpetajate arvamused hindamisprotsessist ja erinevate hindamismeetodite kasutamisest matemaatikatundides ühe Tartu kooli näitel*. Magistritöö. Tartu Ülikool, Tartu.

Phonapichat, P., Wongwanich, S., & Sujiva, S. (2014). An Analysis of Elementary School Students' Difficulties in Mathematical Problem Solving. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *116*, 3169–3174.

Pimta, S., Tayruakham, S., & Nuangchale, P. (2009). Factors Influencing Mathematic Problem-Solving Ability of Sixth Grade Students. *Journal of Social Sciences*, *5*(4), 381–385.

Pintér, K. (2012). *On Teaching Mathematical Problem-Solving and Problem Posing*. Doktoritöö. University of Szeged, Szeged.

Pólya, G. (1971). *How to Solve it: A New Aspect of Mathematical Method*. Princeton University Press.

Posamentier, A. S., & Krulik, S. (2009). *Problem solving in mathematics, grades 3-6: powerful strategies to deepen understanding*. Thousand Oaks, California: Corwin.

Põhikooli riiklik õppekava. (2011). Külastatud aadressil https://www.riigiteataja.ee/aktilisa/1290/8201/4020/1m%20lisa3.pdf#

Ridlon, C. L. (2009). Learning Mathematics via a Problem-Centered Approach: A Two-Year Study. *Mathematical Thinking and Learning: An International Journal*, *11*(4), 188–225.

Robertson, S. I. (2003). *Problem Solving : Perspectives from Cognition and Neuroscience*. Psychology Press.

Roe, A., & Taube, K. (2006). How can reading abilities explain differences in maths performances? *Northern Lights on PISA 2003: A Reflection from the Nordic Countries* (lk 145–157). Nordic Council of Ministers.

Rosli, R., Goldsby, D., & Capraro, M. M. (2013). Assessing Students' Mathematical Problem-Solving and Problem-Posing Skills. *Asian Social Science*, *9*(16).

Szetela, W., & Nicol, C. (1992). *Evaluating Problem Solving in Mathematics*. *49*(8), 42–45.

Tambychik, T., & Meerah, T. S. M. (2010). Students' Difficulties in Mathematics Problem-Solving: What do they Say? *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *8*, 142–151.

Taspinar, Z., & Bulut, M. (2012). Determining of Problem Solving Strategies used by Primary 8, Grade Students' in Mathematics Class. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, *46*, 3385–3389.

Tire, G. (Toim)., Henno, I., Soobard, R., Puksand, H., Lepmann, T., Jukk, H., Lindemann, K., Kitsing, M., Täht, K. (2016). *PISA 2015 Eesti tulemused*. Tallinn: SA Innove.

Topbaş-Tat, E. (2018). Problem Solving Instruction: Prospective Mathematics Teachers' Opinions and Problem Solving Processes. *International Journal Of Eurasia Social Sciences*, *9*(32), 960–990.

Verschaffel, L., De Corte, E., Lasure, S., Van Vaerenbergh, G., Bogaerts, H., & Ratinckx, E. (2009). Learning to Solve Mathematical Application Problems: A Design Experiment With Fifth Graders. *Mathematical Thinking and Learning*, *1*(3), 195–229.

Vilenius-Tuohimaa, P. M., Aunola, K., & Nurmi, J.-E. (2008). The association between mathematical word problems and reading comprehension. *Educational Psychology*, *28*(4), 409–426.

Webb, N. (1975). *An Exploration of Mathematical Problem-Solving Processes*. Esitatud American Educational Research Association Annual Meeting.

Özcan, Z. Ç., İmamoğlu, Y., & Bayraklı, V. K. (2017). Analysis of Sixth Grade Students' Think-Aloud Processes While Solving a Non-routine Mathematical Problem. *Educational Sciences: Theory & Practice*, *17*(1), 129–144.

Yew, W. T., Lian, L. H., & Meng, C. C. (2017). Problem Solving Strategies among Primary School Teachers. *Journal of Education and Practice*, *8*(15).

Lisa 1. Õpilaste probleemilahendustest

1. Õpetaja planeerib matemaatikatunniks ülesannet. Selle jaoks võtab ta ühe nööri ja lõikab sellest igale õpilasele võrdse pikkusega jupi. Õpetaja lõikab nööri 23 korda. Iga õpilane sai sama pika nöörijupi, mitu õpilast klassis on?

Vormista oma mõttekäik ja lahendus selgelt.

VASTUS . . . .

2. Kahes kotis oli kokku 94 kg porgandeid. Kui kummastki kotist võeti ära ühesugune kogus, siis jäi ühte kotti 23 kg ja teise 37 kg porgandeid. Kummas kotis oli esialgu porgandeid rohkem ja mitme kilogrammi võrra?

Vormista oma mõttekäik ja lahendus selgelt.

VASTUS . . . .

3. Ruudukujulise krundi, mille üks külg on 40 meetrit, kulub aednikul niitmiseks 3 tundi. Mitu tundi kulub tal teise ruudukujulise krundi, mille üks külg on kaks korda pikem, niitmiseks?

Vormista oma mõttekäik ja lahendus selgelt.

VASTUS . . . .

4. Etendust käis vaatamas 83 inimest. Külastajate hulgas oli 27 meest ja 35 naist. Ülejäänud külastajad olid lapsed. Mida saad arvutada järgmiste avaldistega?

1) 83 – 27 ____

2) 83 – 35 ____

3) 27 + 35 ____

4) 83 – (27 + 35) ____

5) (83 – 27) – 35 ____

6) (83 – 35) – 27 ____

5. Kausis on 10 puuvilja (apelsinid ja ananassid). Apelsinid maksavad 50 senti tükk ja ananassid 1 euro tükk. Kõik puuviljad kokku maksid 7 €. Mitu apelsini on kausis? Artur lahendas probleemi järgmiselt:

$10 \cdot 0,5 = 5$
$2 \cdot 1 = 2$

7

$8 \cdot 0,5 = 4$
$3 \cdot 1 = 3$

$6 \cdot 0,5 = 3$
$4 \cdot 1 = 4$

Vastus: Kausis on 6 kuni 10 apelsini

Proovi aru saada Arturi lahendusest ja vasta küsimustele.

Kas Artur valis hea strateegia antud probleemi lahendamiseks?

Põhjenda, miks valitud strateegia on või ei ole sobilik.

Kas Arturi vastus on õige?

Põhjenda, miks vastus on või ei ole õige.

6. Karbis on 6 samasugust kuuli. 5 kuuli on täpselt sama kaaluga, üks kuulidest on teistest raskem. Milline on miinimumarv kaalumisi, et leida raskem kuul?

Vormista oma mõttekäik ja lahendus selgelt.

VASTUS . . . .

Vasta küsimustele.

1. Kirjuta, millised on tekstülesande lahendamise etapid.

2. Nimeta nii palju probleem- või tekstülesande lahendamise strateegiaid kui sa tead.

Lisa 2. Õpetajate küsimustik

Hea 6. klassi matemaatikaõpetaja

Olen Tartu Ülikooli klassiõpetaja eriala magistrant Oskar Pedosk. Minu lõputöö eesmärgiks on välja selgitada, millisel tasemel on 6. klassi õpilaste matemaatiliste probleemide lahendamisoskus ja millised on õpetajate arusaamad probleemide lahendamise õpetusest. Selleks palun Teie abi. **Esiteks palun Teid läbi viia matemaatika test enda 6. klassi õpilastega.** Selle testi ülesanded on mõeldud õpilastele iseseisvaks lahendamiseks.

Teiseks palun Teid vastata mõningatele õpetamisega seotud küsimustele.

Põhikooli riikliku õppekavaga (2011) taotletakse, et II kooliastme õpilane
1) tunneb probleemülesande lahendamise üldist skeemi;
2) teab, et ülesannetel võib olla erinevaid lahendusteid, ja valib neist endale sobiva;
3) põhjendab oma mõttekäike ja kontrollib nende õigsust.
Õppeprotsessi kirjelduses on täpsustatud õpitulemusi: õpilane
tunneb tekstülesande lahendamise etappe;
modelleerib õpetaja abiga tekstülesandeid;
teab lahendusidee leidmise erinevaid strateegiaid;
hindab tulemuse reaalsust.

Palun järgnevalt hinnake nende õpitulemuste saavutamise kergust või raskust, vastates esitatud küsimustele. Ringitage sobiv vastus või vastused.

Mida mõistate probleemülesande all? Palun kirjeldage lühidalt.

. . . .

. . . .

. . . .

1. Kuidas õpetate probleemülesande lahendamise üldist skeemi?
   a) ülesannete lahendamise kaudu
   b) eraldi õpetusena
   c) muul viisil (kirjeldage)

. . . .

. . . .

2. Milliseid probleemilahendusstrateegiaid olete oma õpilastele õpetanud? Valige järgnevate hulgast, vajadusel lisage strateegiaid.
   a) arukas oletamine ja testimine
   b) loogiline põhjendamine
   c) joonise tegemine
   d) lihtsama analoogilise ülesande lahendamine
   e) andmete korrastamine
   f) arutlemine tagasisuunas
   g) muu (lisage)

. . . .

. . . .

3. Kuidas omandavad õpilased erinevaid probleemilahendamise strateegiaid?
   a) ülesannete lahendamise kaudu
   b) eraldi õpetusena
   c) muul viisil (kirjeldage)

. . . .

. . . .

4. Milliseid raskusi/takistusi on probleemülesannete lahendamisoskuse kujundamisel?
   a) probleemülesannete lahendamine võtab palju aega
   b) probleemülesandeid on raske hinnata
   c) õppematerjali valik on väike
   d) muu (kirjeldage)

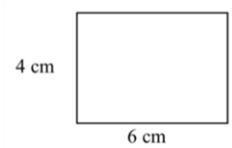
. . . .

. . . .

. . . .

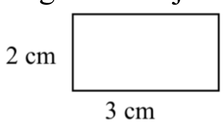
5. Järgnevalt on antud kahe õpilase lahendused probleemile. Kuidas hindaksite nende vastuseid kümnepallisüsteemis? Põhjendage.

Kui pikad võivad olla ristküliku küljed, mille pindala on antud ristküliku omast pool? Põhjenda.



Õpilase A vastus ja põhjendus:
„Et leida pool ristküliku pindalast, teen arvutuse $\frac{4+6}{2} = 5$. Küljed võivad olla 5 cm.“
Punktid (0-10): . . . .
Põhjendus:

Õpilase B vastus ja põhjendus:
„Ma võtaksin mõlemast küljest pool 6 : 2 = 3 ja 4 : 2 = 2 . Siis saaksin ristküliku, mille üks külg on 3 cm ja teine külg 2 cm.“ Õpilane teeb joonise:



Punktid (0-10): . . . .
Põhjendus:

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Oskar Pedosk,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose
„Kuuenda klassi õpilaste matemaatiliste probleemide lahendamisoskus ning õpetajate teadmised ja arvamused selle kujundamisest ühe kooli näitel“,

mille juhendaja on Anu palu,

reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commonsi litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.

3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.

4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Oskar Pedosk
22.05.2019