

TARTU ÜLIKOOL
Arvutiteaduse instituut
Informaatika õppekava

Maret Tark

**Vektorite teemalise Nutispordi harjutuse
programmeerimine**

Bakalaureusetöö (9 EAP)

Juhendajad:

Ahti Põder

Kerli Orav-Puurand

Tartu 2022

Vektorite teemalise Nutisporti harjutuse programmeerimine

Lühikokkuvõte:

Arvutipõhise õppe kaasamine koolides ja sealhulgas ka matemaatikatundides on järjest aktuaalsemaks muutuv teema. Eriti suur vajadus veebiõppeplatvormide kasutamise järele tekkis koroonapandeemiast tingitud distantsõppe ajal. Üks interaktiivsete matemaatikaharjutuste veebikeskkond on Nutisport. Hetkel on selles keskkonnas valdav enamus harjutusi põhikooli matemaatika teemadele, mistõttu oli bakalaureusetöö eesmärk programmeerida Nutisporti keskkonda üks gümnaasiumile mõeldud matemaatikaharjutus. Töö raames valmis edukalt vektorite teemaline harjutus. Lisaks uuriti ka muid levinumaid matemaatika õppeplatvorme, analüüsiti nende omadusi ja võimalusi ning võrreldi neid omavahel. Leiti, et igal keskkonnal on teistega võrreldes omad head ja vead. Samuti analüüsiti, mida matemaatikaõpetajad ja gümnaasiumiõpilased arvutipõhisest õppes arvavad. Selleks käsitleti nii varasemaid uuringuid kui ka viidi ise läbi kaks küsitlust. Selgus, et õpetajad ei näe matemaatikatundide ajakasutuses suurt probleemi, aga nõustuvad veebiharjutuste kasulikkusega. Õpilased ei arva, et töö käigus valminud vektorite harjutuse lahendamine on meeldiv, aga tunnistavad selle kasulikkust valemite õppimisel.

Võtmesõnad: Nutisport, õpiprogrammid, matemaatikatunnid, hinnangud

CERCS: P160 Statistika, operatsioonanalüüs, programmeerimine, finants- ja kindlustusmatemaatika, S281 Arvuti õpiprogrammide kasutamise meetodika ja pedagoogika.

Programming a Nutisport Exercise on the Topic of Vectors

Abstract:

Incorporating computer based learning in schools, including math lessons, is becoming an increasingly relevant topic. Using online studying platforms got particularly important during the distance learning phase caused by the coronavirus pandemic. One of the websites for interactive math exercises is called Nutisport. At the moment most of the exercises in Nutisport are for basic school level. This is why the goal of the bachelor's thesis was to program a Nutisport math exercise for one secondary education math topic. In the frame of this paper an exercise on the topic of vectors was successfully programmed. Additionally, other online math learning platforms were researched and compared. It was found that each website has its own pros and cons. Furthermore, math teachers' and high school students' opinion on computer based studying was analysed. Both earlier studies and two new questionnaires were used to achieve that. It turned out that teachers do not see a problem with time management in math lessons, but they do agree with the benefits of web exercises. Students do not think that solving the vector themed exercise is pleasant, but they admit that it is useful for memorizing equations.

Keywords: Nutisport, study programs, math lessons, evaluations

CERCS: P160 Statistics, operation research, programming, actuarial mathematics, S281 Computer-assisted education.

Sisukord

1. Sissejuhatus.....	4
2. Matemaatikaharjutuste veebikeskkonnad	5
2.1. Opiq	5
2.2. Nutisport	6
2.3. 99math	7
2.4. Foxcademy.....	8
2.5. Eduten	9
2.6. Matific	10
2.7. Keskkondade võrdlus	12
3. Nutispordi harjutus „Vektorid“	16
3.1. Teema valik	16
3.2. Korrus 1	16
3.3. Korrus 2	18
3.4. Korrus 3	19
3.5. Korrus 4	20
3.6. Korrus 5	21
4. Varasemad uuringud	23
5. Tulemused.....	25
5.1. Matemaatikaõpetajad.....	25
5.2. Gümnaasiumiõpilased	29
6. Kokkuvõte.....	33
7. Viidatud kirjandus.....	34
Lisad	35
Lisa 1. Vektorite harjutuse „Vaata õpetust“ leht.....	35
Lisa 2. Vektorite harjutuse „NB!“ leht.....	36
Lisa 3. Litsents	37

1. Sissejuhatus

Bakalaureusetöö eesmärk oli programmeerida interaktiivne matemaatikaharjutus ning teha see Nutispordi keskkonnas kättesaadavaks. Nutisport¹ on veebikeskkond, kus on võimalik kasutada matemaatikaharjutusi, mis toetavad riiklikus õppekavas sätestatud matemaatikateadmiste ja -oskuste õppimist ja kinnistamist. Nutispordi matemaatikaharjutused on interaktiivsed – tehted genereerib arvuti, ning kasutaja saab kohe pärast vastuse esitamist tagasisidet, kas tegemist oli õige või vale vastusega. Vale vastuse korral ilmub ekraanile nähtavale ka õige vastus. Tehete lahendamine toimub kiiruse peale, ning õigete ja valede vastuste eest saab kasutaja vastavalt pluss- või miinuspunkte. Nutispordi keskkonnas toimuvad ka matemaatikaharjutuste lahendamise võistlused. Hetkel käsitleb enamuse Nutispordi matemaatikaharjutustest põhikooli riikliku õppekava teemasid ning ainult üks harjutus sisaldab gümnaasiumi riikliku õppekava teemasid. Seetõttu oli selle töö eesmärk programmeerida matemaatikaharjutus, mis põhineb gümnaasiumis õpitavatel teemadel.

Lisaks matemaatikaharjutuste programmeerimisele oli bakalaureusetööl veel kaks eesmärki. Üks neist oli koguda infot ka teiste eestikeelsete matemaatika veebiõppeplatvormide kohta, et neid platvorme siis omavahel võrrelda. Viimaks oli eesmärk uurida Nutispordi harjutuste ning ka üldiselt arvutipõhiste matemaatikaharjutuste kasulikkust matemaatika õppimisel ja õpetamisel. Kasulikkuse hindamisel võetakse arvesse nii õpilaste kui ka matemaatikaõpetajate arvamust. Selleks analüüsiti nii varem tehtud uuringuid kui viidi ka ise läbi kaks küsitlust. Gümnasistidel lasti töö raames valminud Nutispordi harjutust testida ning seejärel sellele tagasisidet anda. Matemaatikaõpetajatel lasti vastata küsimustikule, millega koguti infot õpetajate üldise suhtumise kohta info- ja kommunikatsioonitehnoloogia (edaspidi IKT) vahendite kasutamisesse matemaatika õpetamises.

Bakalaureusetöö autor on 2017. aastal Hugo Treffneri Gümnaasiumis kirjutatud praktilise töö [1] raames sarnaseid uurimusi gümnasistide ja matemaatikaõpetajate seas juba läbi viinud. Tänu sellele on bakalaureusetöös võimalik uurida ka seda, kas 5 aasta jooksul (2017-2022) on toimunud märkimisväärseid muutusi õpilaste ja õpetajate suhtumises arvutipõhisesse matemaatikaõppesse ning Nutispordi harjutustesse.

¹ <https://nutisport.eu/>

2. Matemaatikaharjutuste veebikeskkonnad

Bakalaureusetöö üks osa oli küsimustik matemaatikaõpetajatele. Seal oli muuhulgas küsimus, milliseid eestikeelseid matemaatikaharjutuste veebikeskkondi on õpetajad kasutanud. Vastuses olid märkeruutudena olemas valikud, millega töö autor varasemalt kursis oli: „Mitte ühtegi“, „Foxcademy“, „Nutisport“, „Opiq“, „99math“. Samuti oli lõpus valik „Muu“, kus vastajad said täpsustada, milliseid keskkondi nad veel kasutanud on. Lisaks küsimustikus olemas olnud neljale variandile tõid õpetajad välja veel 18 veebikeskkonda. Edasises analüüsitakse täpsemalt neid keskkondi, mida küsimustikust saadud andmete kohaselt on kasutanud vähemalt 5 õpetajat. Alapeatükid on järjestatud kasutatavate keskkondade populaarsuse järgi, alustades sellest, millega on kokku puutunud kõige rohkem õpetajaid.

2.1. Opiq

Õppeplatvormil *Opiq* on 409 erineva õpiku digitaalsed versioonid [2]. Kõik õpikud on otseses vastavuses paber kandjal oleva õpikuga – nt kirjastuse Avita õpik „Üldajalugu gümnaasiumile“ või kirjastuse Koolibri õpik „Bioloogia 7. klassile“. *Opiq*’u õpikutes on kirjas tavalise õpikuga analoogne tekst. Olemas on nii teooriaosa kui näiteülesanded kui ka joonised ja muud tähelepanekud. Lisaks tavalisele õpikule on veebikeskkonnas aga teksti sees ka interaktiivsed ülesanded. Tänu sellele saab õpilane õpiku teksti lugedes kontrollida, kas on teemast (õigesti) aru saanud. Nendes ülesannetes kirjutab õpilane kõigepealt oma vastused ning saab seejärel neid kontrollida. Programm annab tagasisidet, millised vastused olid õiged ja mis valed. Soovi korral saab õpilane sama ülesannet uuesti lahendada, et proovida oma vastuseid parandada. Samuti on võimalik lihtsalt õigeid vastuseid vaadata. Lisaks õpiku tekstile on iga peatüki juures ka eraldi ülesandekogu, kus on staatilised ülesanded.

Opiq’u õppeplatvormi kasutamiseks peab õpetaja kõigepealt looma päeviku. Päevikut on võimalik siduda nii eKooli kui ka Stuudiumi päevikuga, mille kaudu tekib päevikusse õpilaste nimekiri. Lisaks saab päevikuga siduda õppekomplekti, milleks on üks või mitu *Opiq*’u õpikut. Seejärel saab õpetaja koostada töö. Sealjuures saab valida, millise õppekomplekti (õpiku) millisest peatükist ülesandeid kasutatakse. Saab määrata, kas õpilane peab tööd lahendades kõigepealt ka vastava peatüki õpikus läbi lugema. Lisaks saab selle peatüki juurde kuuluvast ülesandekogust valida, milliseid õpilased lahendama peaksid. Samuti saab ühe õpilase kaupa valida, kellele see töö määratakse, tänu millele on võimalik rakendada individuaalset õpet. Kui töö on koostatud, siis saadetakse see õpilastele Stuudiumisse või eKooli koduseks tööks.

Lahendades õpetaja määratud ülesandeid *Opiq*'u ülesandekogust, ei saa õpilane kohe tagasisidet, kas tema vastused on õiged või valed. Õpetaja peab ise õpilase soorituse üle vaatama ning tulemuse õpilasele avaldama. Mõned ülesanded on automaatskontrollitavad, aga mitte kõik. Siiski ka automaatselt kontrollitud ülesanded peab õpetaja üle kontrollima, kuna ülesannetes, kus tuleb järjest teha mitu tehet, loeb programm valeks ka vastused, mis on jätkuva veaga õiged. Kui õpetaja tahab neid õigeks lugeda, peab ta need konkreetsed tehted ise käsitsi õigeks määrama. Tulemuse avaldamisel on õpetajal võimalik valida, kas näidata õpilasele *Opiq*'u poolt arvatud hinnet või sooritusprotsenti, või kirjutada hoopis kujundava hindamise tekst, või sisestada mingi muu hinne (nt A, B, ... vms). Kui õpetaja on tulemuse avaldanud, siis näeb õpilane oma tulemust, kus on näha ka kõik esitatud küsimused, koos sisestatud vastuse, õige vastuse ja õpetaja kommentaariga (juhul, kui õpetaja on kirjutanud kommentaare). Õpetajal on kokkuvõtlikult võimalik vaadata ühe tööga seotud tulemusi, aga ühe õpilase kaupa vaadet ei ole.

2.2. Nutisport

Keskkonnas Nutisport on matemaatikaharjutused, millest enamik on mõeldud põhikoolile. Keskkond on kujundatud Nutisporti linnana. Linna keskel on keskväljak, kus on suurhall. Suurhallis toimuvad võistlused ja saab teha ka treeningväljakuid. Linnas on erinevate matemaatikavaldkondade tänavad, nt „Algebra“, „Mõõtmine“, „Geomeetria“, jne. Igal tänaval on oma kujundus, nt kõrb, keskaeg, suurlinn, vms. Tänaval on erinevad majad, kus iga maja on mingi ühe teema harjutus. Majas (harjutusel) on viis korrust. Harjutust lahendades on igal korral mingit kindlat tüüpi ülesanded, alustades esimese ja lõpetades viienda korrusega. Üldiselt lähevad ülesanded kõrgematele korrustele jõudes järjest raskemaks. [3]

Harjutuse lahendamiseks tuleb valida üks viiest korrusest ning üks neljast variandist: „Võistlustrenn“, „Test 20-25 tehtega“, „Demo 5 tehtega“, „Treening ühel korral“. Kolme esimese variandi korral tähendab valitud korrus kõrgeimat korrust. See tähendab, et harjutuse lahendamisel alustatakse esimesest korrusest ja jõutakse maksimaalselt valitud korrusele. Sellest korrusest enam kõrgemale ei minda. Nende variantide korral on alati lahendamiseks aega antud täpselt 5 minutit ning mingi teatud arv tehteid. Harjutuse lahendamine käib katsetena. Ühe katse jooksul esitatakse õpilasele järjest parasjagu käes oleva korruse ülesandeid, kuni kas aeg saab otsa või lahendatud saab antud arv tehteid. Viimase variandi – treening ühel korral – puhul tähendab valitud korrus seda, et lahendatakse ainult selle korruse ülesandeid. Sellel variandil ajalimiiti ei ole ning antud tehet arv on 100. Õpilane saab

rahulikult omas tempos selle korruse ülesandeid lahendada nii kaua ja nii palju kui ise soovib (maksimaalselt 100 tk) ning võib katse lõpetada ka enne, kui 100 ülesannet lahendatud saab.

Harjutuse lahendamisel saab õpilane pärast iga ülesande vastuse esitamist kohe tagasisidet, kas see oli õige või vale. Kõikide muude variantide korral peale võistlustrenni näidatakse vale vastuse sisestamisel kohe ka õiget vastust. Pärast harjutuse lõppemist avaneb õpilasele vaade, kus ta näeb mitu tehet ta igal korrusel lahendas, ning näeb ka kõiki vigu, mida ta harjutuse jooksul tegi. Vigade juures on näha, mis korrusel antud viga tehti, ning ka õige vastus. Kõiki sooritatud tehteid aga tagantjärele vaadata ei saa. Õpetaja näeb Nutispordis oma õpilaste kõikide katsete tulemusi. Neid saab filtreerida tänavate järgi, harjutuste järgi, lahendamise kuupäeva, harjutuse korruse ja variandi ning õpilase klassi järgi. Lisaks on võimalik valida, kas näidatakse iga õpilase parimat tulemust, viimast tulemust, kõiki tulemusi või hoopis ainult vigu. Samuti on võimalik vaadata eraldi ainult ühe õpilase tulemusi. Iga katse kohta näeb õpetaja, mis korruse ja mis variandiga õpilane seda harjutust lahendas, palju ta punkte sai, mitu tehet kokku sooritas, mitu viga tegi, ning lahendamise kuupäeva ja kellaega.

Õpilane saab omal soovil igal hetkel lahendada ükskõik millist harjutust ükskõik millise korruse ja variandiga. Teisalt võib ka õpetaja anda õpilasele ülesandeks, et lahenda just seda harjutust just selliste parameetritega. Teine võimalus on õpetajal aga koostada treeningväljak, kus ta ise määrab ära harjutuse(d) koos soovitud korruse ja variandiga. Seejärel võib ta õpilasele ülesandeks anda loodud treeningväljakul osalemise.

2.3. 99math

Minnes *99math*'i veebilehele, on see alguses inglise keeles. Lehe kõige all ääres on võimalik keelt muuta, muuhulgas ka eesti keeleks. Eestikeelne versioon on arendatud Euroopa Sotsiaalfondi meetme „Kaasaegse ja uuendusliku õppevara arendamine ja kasutuselevõtt“ raames. Sellel platvormil on matemaatika õppevara 1.-6. klassi teemadele, mis on õpetajatele ja koolidele tasuta kättesaadav. [4]

Digiõppevara on kujundatud mängudena, mida saab mängida nii tunni ajast kogu klassiga koos, kui anda ka õpilastele iseseisvaks lahendamiseks. Õpetaja saab mängu luua kiirelt, ette antud malli järgi. Iga mäng koosneb mingi kindla teema ühetaolistest ülesannetest. Kokku on platvormil 18 erineva teema mängu. Kõik teemad vastavad 1.-6. klassi õppekavale, aga need ei ole veebilehel välja toodud klasside kaupa. Mängud on kirjas teemade pealkirjadega, nt „Liitmine“, „Tehete järjekord“ või „Ümbermõõt ja pindala“, ning õpetaja peab õige teema leidmiseks lihtsalt mängude nimekirja kerima, kuni jõuab otsitud mänguni. Õpilased saavad

ükskõik millises (nuti)seadmes õpetaja loodud mänguga liituda sellele mängule unikaalse koodi abil. See tähendab, et õpilased ei pea mängus osalemiseks kontosid looma.

Mängu käigus saab vastuseid sisestada nii hiirega ekraanil vastavat klahvi klõpsates kui ka klaviatuuriga kirjutades. Ülesannete lahendamise ajal ei saa õpilased otsest tagasisidet, kas parasjagu sisestatud vastus oli õige või vale. Kui jälgida lehe üleval nurgas olevat jooksvat punktisummat, siis on võimalik kindlaks teha, kas punkte tuli juurde või läks vähemaks (vastus oli järelikult vastavalt kas õige või vale), aga vale vastuse korral õiget vastust ei näidata. Pärast mängu lõppu näeb õpilane kõiki oma tehteid, iga tehte juures kas vastus oli õige või vale, ning valede korral ka õigeid vastuseid. Samuti on õpetajal võimalik vaadata tulemusi, kus on iga mängija kohta kirjas sooritatud tehete arv, õigete vastuste arv ja õigete vastuste protsent. Lisaks on võimalik vaadata ka igat sooritatud tehet ja sellele kulunud aega ning eraldi on välja toodud valed vastused ja kiireimad vastused. Tulemusi on aga võimalik vaadata ainult ühe mängu kaupa, ühe õpilase kaupa vaadet ei ole.

2.4. Foxcademy

Õppeplatvormil *Foxcademy* on materjalid füüsika, keemia ja matemaatika õppimiseks. Seal on võimalik õppida teooriat, kinnistada teadmisi harjutusülesannetega ning kontrollida õpitut testidega. Sellel platvormil on riiklikule õppekavale vastavad ja retsenseeritud õppematerjalid 7.-12. klassile. Materjalid on Eesti põhikoolidele tasuta kättesaadavad, mis on võimalik tänu Euroopa Sotsiaalfondi meetme „Kaasaegse ja uuendusliku õppevara arendamine ja kasutuselevõtt“ toetusele. [5]

Digiõppevara on kujundatud õpikutena, kus iga aine jaoks on eraldi õpik 7. klassile, 8. klassile, 9. klassile ning gümnaasiumile. Õpik on jaotatud eraldi teemadeks, mis võivad olla jaotatud veel alateemadeks. Igal teemal või alateemal on teooriaosad, mis võivad olla jaotatud mitmeks leheküljeks. Näiteks on õpikus „Matemaatika gümnaasiumile“ teema „Analüütiline geomeetria“, millel on alateema „Vektor tasandil“, kus on teooriaosa „Vektorite korrutamine ja projekteerimine“, mis on jaotatud lehekülgedeks „Vektori projektsioon“, „Skalaarkorrutis“ ja „Skalaarkorrutise rakendus“.

Igal leheküljel on kõigepealt kirjas vastava teema teooria, sealhulgas võivad olla ka interaktiivsed joonised ja (inglisekeelsed) videod. Teooriaosa sees on ka mõned väiksed ülesanded, millega saab kontrollida, kas käsitletav teooria on arusaadav. Kui sisestada sellises ülesandes vale vastus, siis kahel korral tekib ekraanile vastava ülesande andmetega lahendusvihje. Kui kolmandat korda veel valesti vastata, siis lihtsalt näidatakse õiget vastust.

Need vaheülesanded on aga staatilised, mistõttu saab neid sisuliselt lahendada ainult ühe korra. Iga lehekülje lõpus on test, mida saab nii õpilane niisama harjutada kui ka õpetaja läbi tegemiseks määrata. Testis on juhuslike algandmetega genereeritud ülesanded, nii et seda saab lahendada piiramatu arv kordi. Õpilasele antakse tagasisidet, kas vastus oli õige või vale, aga vale vastuse korral õiget ei näidata. Kui õpilane lihtsalt harjutab, siis tulemused ei salvestu ning õpetaja seda sooritust ei näe. Määratud töö korral salvestub tulemus antud õpilase õpianalüütikasse, mida näevad nii õpilane kui õpetaja. Samuti on iga (ala)teema lõpus kokkuvõtlik peatükiteist, mida saab analoogselt õpilane lihtsalt harjutada või õpetaja õpilastele määrata.

Õpetaja peab testi määramiseks looma grupi, mida saab kas üle kanda *Google Classroom*'ist, või lihtsalt käsitsi luua. Määrates mingit testi mingile grupile, kaasatakse vaikimisi kõik selle grupi õpilased, aga neid on ka ühekaupa võimalik selle testi juurest eemaldada. Niimoodi on võimalik rakendada individuaalset õpet. Kui õpetaja määrab mingit testi õpilastele lahendamiseks, siis ta saab valida, kas õpilased peavad arvestuse saamiseks mingi kindla arvu kordi testi läbi lahendama, või läheb hindena arvesse kas teatud arvu katsete keskmine tulemus või kõigi katsete parim tulemus. Parima tulemuse arvestamisel saab valida, kas õpilastel on võimalik testi lahendada mingi teatud arv kordi või piiramatult. Õpianalüütikas näeb õpetaja üldist statistikat testi tulemuste kohta protsentides, aga võimalik on ka vaadata iga õpilase igat katset. Näha on testi peale kulunud aeg ning kõik küsimused, koos õpilase sisestatud vastuste ja õigete vastustega. Kui tegemist on mitmest osast koosneva ülesandega, siis vaikimisi loeb programm jätkuva veaga õigesti tehtud vastuse valeks, aga õpetajal on võimalik see käsitsi õigeks hinnata.

2.5. Eduten

Veebikeskkonnas *Eduten* on võimalik lahendada matemaatikaülesandeid, mis on mõeldud põhikooliõpilastele. See platvorm on arendatud Soomes ning ülesanded on välja töötatud Soome õpetajate abil. Samas on võimalik veebilehte vaadata ja kasutada ka eesti keeles. [6]

Digiõppevara on kujundatud õppetundidena, nii et iga teema jaoks on eraldi õppetund. Õppetund koosneb paljudest eri tüüpi ülesannetest. Ülesanded on jaotatud kategooriatesse „Kerge“, „Keskmine“, „Raske“, „Lisaülesanne“, „Kordamine“, „Mõistatus“, „Väljakutse“ jne. Igas ülesandes genereeritakse juhuslike algandmetega tehted, mida õpilane lahendama peab. Ülesandeid ja tehteid on väga erinevaid – mõned on mängulised ja mõned on lihtsalt arvutamiseks. Mõnedes mängulistest ülesannetest on õpilasel teatud arv n-ö elusid, kus valesti

vastamine põhjustab ühe „elu“ kaotamise. Mäng saab läbi, kui õpilane saab määratud arvu tehteid lahendatud, või kui elud saavad otsa. Mõnes ülesandes on vastamine ka aja peale, kus aja otsa saamise korral läheb üks elu vähemaks ning tuleb uus tehe. Mõnedes ülesannetes saab järgmise tehte juurde minna ainult pärast õigesti vastamist. Sisestades vale vastuse, saab õpilane kohe tagasisidet, et see oli vale ning peab uuesti proovima, kuni saab õige vastuse. Mõnes ülesandes saab valesti vastamise korral ka lahendusvihje.

Kogu õppetunni kõikide ülesannete ära lahendamisel saab õpilane piisavalt hea tulemuse korral auhinnaks kas pronks-, hõbe- või kuldkarika, või teemanti. Platvormi töölaual näeb õpilane kogutud karikate ja teemantide arvu. Lisaks on õpilase töölaual näha kõik õpetaja määratud õppetunnid, mida õpilane saab lahendada. Ühe õppetunni vaates näeb õpilane iga ülesande juures oma parimat tulemust, kus näidatakse õigete vastuste arvu ning kogu tehete arvu. Pärast ülesande lõppemist ei ole võimalik tagantjärele vaadata tehteid ja sooritust.

Õpetaja vaates on selles keskkonnas palju rõhku tulemuste analüüsil. Õpilaste õpianalüütika põhineb tehisintellektil. Õpetaja näeb palju erinevaid jooniseid ja diagramme, kus on analüüsitud õpilaste täpsust (õigete vastuste protsent), ülesannetele kulunud aega, täpsuse ja kulunud aja vahelist seost, õpilase püüdlikkust, tulemuse ja ülesande tüübi vahelist seost. Lisaks on nädala kaupa näha õpilase tulemused, sooritatud tehete arv, täpsus ja aktiivsus. Kõike seda on võimalik vaadata nii kokkuvõttena üle kõikide õppetundide, kui ka ühe konkreetse õppetunni kohta. Veel on võimalik vaadata ühe konkreetse õpilase tulemusi – siis on näha ka iga ülesande sooritus eraldi, mitte ainult terve õppetunni kohta kokku. Avades veel eraldi ühe konkreetse ülesande vaate, siis on näha ülesandele kulunud aeg ja kõik õpilasele esitatud tehted, koos tema sisestatud vastuse ja õige vastusega.

2.6. Matific

Matific'u veebilehel on matemaatikaharjutused lasteaiast kuni 6. klassi tasemeni. Selles keskkonnas on ülesanded tehtud võimalikult mänguliseks, et vähendada matemaatikaärevust. *Matific*'ut on võimalik kasutada igas seadmes – see on olemas ka rakendusena *Apple*'i *App Store*'is ning *Android*'i *Play Store*'is. [7]

Digiõppevara on kujundatud harjutustena, mis jagunevad episoodideks, töölehtedeks ja tekstülesanneteks. Episoodid on sisuliselt matemaatilised mängud – taustal on mingi pilt, ning seda lahendades täidab õpilane mingit pildiga seotud eesmärki. Näiteks tuleb õiget värvi linde traadile panna, või raskuseid kaalule asetada, nii et see oleks tasakaalus, või arvutada, mitu paati läheb vaja, et kõik matkajad ära mahuksid vms. Töölehed on lihtsalt matemaatikaülesanded,

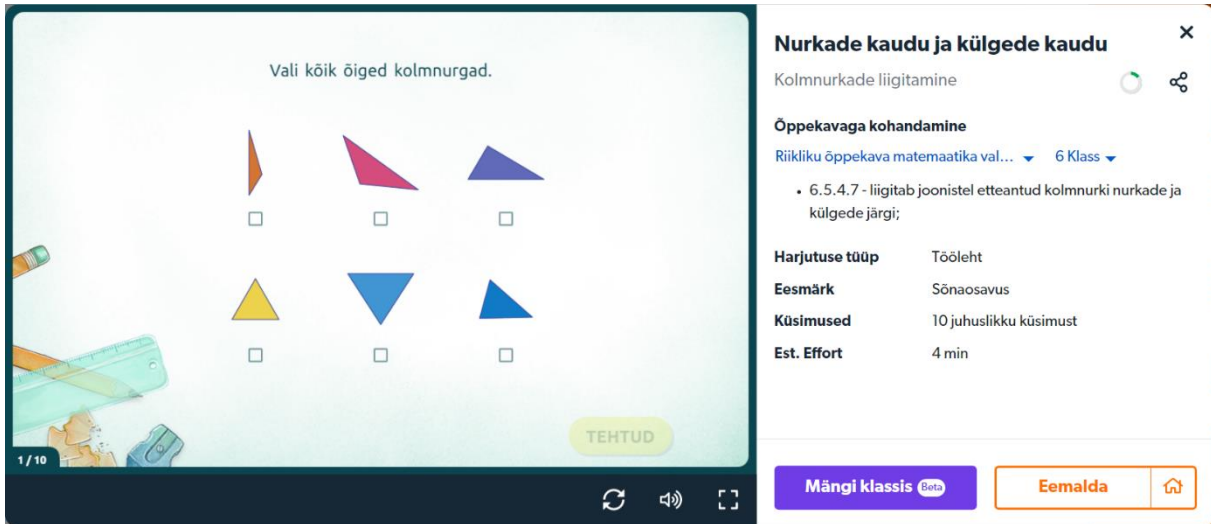
mis on kujutatud mingi pildi taustal. Ülesanne ise ei ole aga taustapildi sisuga seotud, vaid on lihtsalt nt jagamistehe või valikvastustega küsimus vms. Tekstülesande puhul näidatakse lihtsalt ekraanil teksti ning õpilane peab vastuse kasti kirjutama tekstülesande vastuse. Episoodides ja töölehtedel on juhuslike algandmetega genereeritud ülesanded, tekstülesanded on staatilised. Kõikide ülesandetüüpide korral antakse lahendajale kohe pärast vastuse sisestamist tagasisidet, kas vastus oli õige või vale, aga vale vastuse korral kohe õiget vastust ei näidata. Õpilane saab kolm korda vastamist proovida, ning kui ta on kolm korda valesti vastanud, siis kas näidatakse õiget vastust (episoodide ja töölehtede puhul) või antakse võimalus see ülesanne vahele jätta ja järgmise juurde minna (tekstülesannete puhul). Tekstülesannete korral õiget vastust ette ei näidata.

Õpilastel on selles keskkonnas nii treeningtsoon, kus nad saavad niisama harjutamiseks ülesandeid lahendada, kui ka määratud ülesannete ala, kuhu tekivad õpetaja määratud koolitööd ja kodutööd. Treeningtsoonis on õpilasel võimalik ise valida ükskõik milline *Matific*'u harjutus ja seda lahendada. Määratud ülesannete alla tulevad ainult need harjutused, mille õpetaja on valinud ja klassile määranud. Pärast harjutuse läbi tegemist ei ole õpilasel võimalik oma lahendatud tehteid ja ülesandeid vaadata. Tagasisideks saab õpilane iga harjutuse eest tärnikesi, kus ühe harjutuse maksimumtulemus on 5 tärnikest. Tärnikesed näitavad, kui hästi õpilane harjutuse sooritas. Treeningtsoonis on õpilasel lisaks võimalik näha teemade kaupa protsentuaalselt, kui hästi ta selle teema harjutusi lahendanud on. Kuna ülesanded sisaldavad palju liikuvat graafikat, siis on nende kasutamine vahel üsna aeglane.

Õpetajal on selles keskkonnas eraldi ülesannete vaade ja raportite vaade. Ülesannete vaates saab õpetaja otsida omale meeldivaid harjutusi, ning neid siis klassidele määrata. Harjutuste otsimisel on need kõigepealt jaotatud klasside kaupa ning seejärel teemade kaupa. Iga harjutuse juures on ka selgelt välja toodud, millist riiklikus õppekavas antud oskust see harjutus arendab. Õpetaja saab harjutust oma mingile klassile määrates valida, kas märkida seda kodutööks või koolitööks. Lisaks saab õpetaja iga määratud harjutuse juures ühekaupa õpilasi sellelt töölt maha võtta ja juurde panna, tänu millele on võimalik õpet individualiseerida.

Raportite vaates näeb õpetaja oma õpilaste tulemusi. Seda on võimalik teha nii klassi kaupa kui ka ühe õpilase kaupa. Tulemusi saab filtreerida töö liigi (kodutöö, koolitöö, treeningtsoon) ja soorituse aja (täna, viimane nädal, see trimester) järgi. Raportis näidatakse õpilaste tulemusi antud teemade kaupa, mitte üksikute harjutuste kaupa. Sooritusi mõõdetakse õigete vastuste protsendi järgi. Lisaks on õpilaste tulemusi võimalik võrrelda riikliku ja ka globaalse keskmisega. Õpetaja ei näe otseselt õpilase lahendatud ülesandeid ega ka nende tehtud vigu.

Keskkonda on küll võimalik vaadata eesti keeles, aga tõlge pole alati korrektne. Näiteks tähendab ingliskeelne „right triangle“ täisnurkset kolmnurka, mis on *Matific*’u keskkonnas tõlgitud aga „õigeks kolmnurgaks“ (vt joonis 1). Mõned tekstid on ka üldse tõlkimata jäänud, sealhulgas näiteks terve õpetajate abikeskuse leht on inglise keeles.



Joonis 1. Valesti tõlgitud ülesanne *Matific*’u keskkonnas.

2.7. Keskkondade võrdlus

Ülalmainitud kuue veebikeskkonna võrdlemiseks mõtles töö autor välja 25 üldist omadust ja tegevust, millega on võimalik neid keskkondi kirjeldada või mida on võimalik nendes keskkondades teha. Võrdluseks koostati tabel 1, mille veergudes on 6 õppeplatvormi ning ridades on 25 erinevat väidet. Lahtrites on märk „+“ juhul, kui antud väide kehtib antud keskkonna jaoks ning märk „+/-“ juhul, kui väide kehtib mingil määral, nt ainult teatud ülesandetüüpide korral vms. Mingil määral kehtivad väited seletatakse edasises täpsemalt lahti.

Mitmed *Foxcademy* keskkonna mingil määral kehtivad väited olenevad sellest, kas mõelda teooriaosa sees olevate väikeste vaheülesannete peale, või suurte, mitmest ülesandest koosnevate testide peale, mida ka õpetaja õpilastele määrata saab. Väide „Ülesannetel on juhuslikud algandmed, tänu millele saab neid korduvalt lahendada“ kehtib ainult testiülesannete kohta, kuna teooriaosa vaheülesanded on staatilised. Väited „Õpilasel on valesti vastamise korral võimalik uuesti proovida“ ja „Õpilasel on valesti vastamise korral võimalik saada lahendusvihje“ kehtivad ainult teooriaosa vaheülesannete korral, neid võimalusi testis ei ole. Lisaks kehtib väide „Õpetaja näeb, kui palju aega õpilasel ülesande lahendamiseks kulus“ selles mõttes, et näidatakse aega, mis kulus kogu testi (iga osa) lahendamisele, aga ei ole kirjas aega, kui kaua õpilane igat üksikut ülesannet lahendas. Viimaks kehtib väide „Materjal on tasuta kättesaadav ja kasutatav“ selles mõttes, et see on tasuta ainult põhikoolidele.

Nutispordi keskkonnas kehtib väide „Keskkonnas on olemas teooriaosa, tänu millele saab seda kasutada uue teema õppimiseks“ mingil määral selles mõttes, et igal harjutusel on „Vaata õpetust“ lehekülg, kus on kirjas selle harjutuse lahendamiseks vajalikud teadmised. See on aga lühikokkuvõte, mis sobib pigem teadmiste meelde tuletamiseks. Päris esimest korda teema õppimiseks ei ole sellel lehel materjal piisavalt lahti seletatud. Analoogselt *Foxcademy*'ga kehtib väide „Õpetaja näeb, kui palju aega õpilasel ülesande lahendamiseks kulus“ selles mõttes, et näidatakse aega, mis kulus kogu harjutuse peale kokku, aga ei ole kirjas aega, kui kaua õpilane erinevaid tasemeid või igat üksikut ülesannet lahendas.

Nagu *Foxcademy* keskkonnas, olenevad ka *Opiq*'u mingil määral kehtivad väited sellest, kas mõelda teooriaosa sees olevate väikeste vaheülesannete peale, või ülesandekogu ülesannetele. Mõlemad väited: „Õpilane saab vastuse sisestamisel kohe tagasisidet, kas see oli õige või vale“ ja „Õpilasel on valesti vastamise korral võimalik uuesti proovida“ kehtivad ainult õpiku teoorias sees olevate vaheülesannete korral. Ülesandekogu ülesannete juures neid võimalusi ei ole.

Keskkonnas *99math* kehtib väide „Õpilane saab vastuse sisestamisel kohe tagasisidet, kas see oli õige või vale“ selles mõttes, et jooksev punktisumma läheb olenevalt vastuse õigsusest kas suuremaks või väiksemaks, aga seda on küllalt raske mängu käigus tähele panna. Mingil paremini silmapaistval viisil seda tagasisidet õpilasele kohe ei anta. Väited „Tagantjärele on võimalik vaadata kõiki varem tehtud vigu koos õigete vastustega“ ja „Tagantjärele on võimalik vaadata kõiki varem sooritatud tehteid“ kehtivad selles mõttes, et seda infot näeb õpetaja, aga mitte õpilane ise. Väited „Õpilasel on võimalik ülesandeid harjutada, ilma et õpetaja peaks neid eraldi selleks määrama“ ja „Õpilasel on võimalik ülesandeid harjutada nii, et õpetaja ei näe tema tulemusi“ kehtivad juhul, kui õpilane loob ise endale mängu ja seda siis lahendab. Õpetaja loodud mängu korral need viimased kaks väidet ei kehti.

Eduten'i keskkonnas kehtivad analoogselt *99math*'iga väited „Tagantjärele on võimalik vaadata kõiki varem tehtud vigu koos õigete vastustega“ ja „Tagantjärele on võimalik vaadata kõiki varem sooritatud tehteid“ selles mõttes, et seda infot näeb õpetaja, aga mitte õpilane ise. Sarnaselt *Foxcademy* ja Nutispordi keskkondadega kehtib väide „Õpetaja näeb, kui palju aega õpilasel ülesande lahendamiseks kulus“ selles mõttes, et näidatakse aega, mis kulus kogu õppetunni peale ning ka aega, mis kulus õppetunni sees ühe ülesande peale, aga ei ole kirjas aega, kui kaua õpilane ühte üksikut tehet arvutas. Väited „Õpilasel on valesti vastamise korral võimalik uuesti proovida“ ja „Õpilasel on valesti vastamise korral võimalik saada lahendusvihje“ kehtivad ainult mõne *Eduten*'i ülesandetüübi korral.

Tabel 1. Matemaatikaharjutuste veebikeskkondade võrdlus.

	Foxcademy	Nutisport	Opiq	99math	Eduten	Matific
Keskkond kasutab korrektset eesti keelt.	+	+	+	+	+	
Õpetaja näeb õpilase tulemuste juures tehtud vigade arvu ning kokku sooritatud tehete arvu.	+	+	+	+	+	
Ülesandeid saab lahendamiseks otsida klassi numbri järgi (nt otsin 10. kl ülesandeid).	+	+	+		+	+
Õpetaja näeb õpilase tulemuste juures tema õigete vastuste protsenti.	+		+	+	+	+
Õpilane saab vastuse sisestamisel kohe tagasisidet, kas see oli õige või vale.	+	+	+/-	+/-	+	+
Keskkond on eesti päritolu (Eestis arendatud).	+	+	+	+		
Õpetaja saab tulemusi vaadata ühe õpilase kaupa.	+	+			+	+
Õpilane saab iga konkreetse oskuse õppimiseks järjest lahendada üle 10 täpselt ühetaolise tehte.		+		+	+	+
Õpetaja ei pea ise käsitsi õpilase sooritust/tulemust üle kontrollima.		+		+	+	+
Tagantjärele on võimalik vaadata kõiki varem tehtud vigu koos õigete vastustega.	+	+	+	+/-	+/-	
Ülesannetel on juhuslikud algandmed, tänu millele saab neid korduvalt lahendada.	+/-	+		+	+	+/-
Õpilasel on võimalik ülesandeid harjutada, ilma et õpetaja peaks neid eraldi selleks määrama.	+	+		+/-		+
Keskkonnas on ülesandeid gümnaasiumiastmele.	+	+	+			
Tagantjärele on võimalik vaadata kõiki varem sooritatud tehteid.	+		+	+/-	+/-	
Keskkonnas on olemas teooriaosa, tänu millele saab seda kasutada uue teema õppimiseks.	+	+/-	+			
Keskkonnas on ülesandeid peale matemaatika ka muudele ainetele.	+		+			
Keskkonna gruppi/klassi saab ühendada Google Classroomiga.	+					+
Õpilane saab ülesandeid lahendada ka ilma selle keskkonna kontota.			+	+		
Õpetaja näeb, kui palju aega õpilasel ülesande lahendamiseks kulus.	+/-	+/-		+	+/-	
Õpilasel on valesti vastamise korral võimalik uuesti proovida.	+/-		+/-		+/-	+
Materjal on tasuta kättesaadav ja kasutatav.	+/-			+		+/-
Õpilasel on võimalik ülesandeid harjutada nii, et õpetaja ei näe tema tulemusi.	+			+/-		
Õpilasele näidatakse vale vastuse sisestamise korral kohe õiget vastust.		+				
Keskkonna gruppi/klassi saab ühendada Stuudiumi ja eKooliga.			+			
Õpilasel on valesti vastamise korral võimalik saada lahendusvihje.	+/-				+/-	

Keskkonnas *Matific* kehtib väide „Ülesannetel on juhuslikud algandmed, tänu millele saab neid korduvalt lahendada“ episoodide ja töölehtede korral, tekstülesanded on staatilised. Väide „Materjal on tasuta kättesaadav ja kasutatav“ kehtib selles mõttes, et keskkonnal on 30-päevane tasuta prooviperiood, edasi on kasutamine tasuline.

Tabelist 1 selgub, et võrreldes ükskõik millist käsitletud keskkondadest ükskõik millise teise keskkonnaga, on mõlemal neist mingeid eeliseid teise ees, aga on ka puudusi. Iga keskkond on unikaalne kombinatsioon omadustest ja võimalustest, mistõttu võivad erinevad õpetajad erinevate eesmärkide saavutamiseks eelistada erinevaid keskkondi.

3. Nutispordi harjutus „Vektorid“

Lõputöö raames valmis rakenduslik osa – harjutus „Vektorid“ Nutispordi veebikeskkonnas. Selles peatükis kirjeldatakse nimetatud praktilise osa töö käiku. Nutispordi harjutuse programmeerimise jaoks oli kõigepealt vaja valida üks gümnaasiumi matemaatika teema ning panna kirja kõik selle teema jaoks vajalikud oskused ja valemid. Seejärel tuli kirjapandud teadmised jagada viite rühma ning need raskustaseme ja õppimise järjekorra alusel järjestada. Need viis rühma moodustavad Nutispordi harjutuse jaoks viis korrust, kus igal korral genereeritakse ülesandeid antud rühma valemite kohta. Viimaks oli vaja koostada veel kaks veebilehte, mis avanevad Nutispordi harjutuses nuppudele „Vaata õpetust“ ja „NB!“ vajutades. Nupu „Vaata õpetust“ alt avanev leht näitab kasutajale peamiseid matemaatilisi teadmiseid, mida antud harjutuse lahendamiseks vaja läheb (Lisa 1). Nupu „NB!“ alt avaneval lehel on kirjas iga korruse kirjeldus, s.t. millist tüüpi ülesandeid sellel korral lahendada tuleb, ning vajadusel ka vastuste sisestamise juhend (Lisa 2).

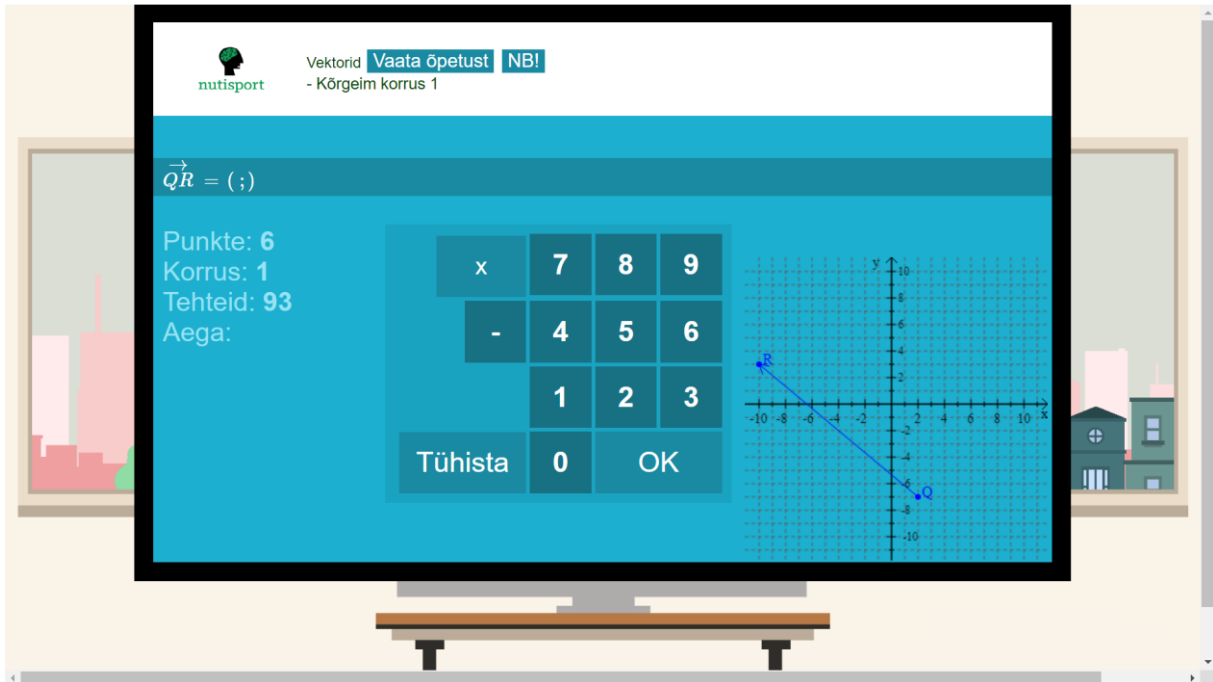
3.1. Teema valik

Programmeeritava Nutispordi harjutuse jaoks teema valimist mõjutasid mitmed tegurid. Esiteks oli oluline, et suur osa lõputööst on õpilaste tagasiside harjutusele, pärast selle läbi proovimist. Selleks, et võimalikult paljud õpilased saaksid harjutust katsetada, pidi see harjutus käsitlema mõnda 10. klassi teemat. Lisaks võeti arvesse, et matemaatikaõpetaja on parema meelega nõus oma tunni ajast õpilastega Nutispordi harjutust proovima, kui see puudutab parasjagu õpitavat teemat. Aprillis-mais on 10. klass tavaliselt trigonomeetria ja seejärel vektorite teema juures, aga trigonomeetria harjutus on Nutispordis juba olemas. Viimaks tuli mõelda selle peale, kas valitava teemaga seoses on piisavalt valemite jm baastadmisi, mille drillimiseks saaks arvuti suvaliste algandmetega ülesandeid genereerida ning hiljem ka vastust kontrollida. Vektorite jaoks tõepoolest leidub mitmeid valemite ja oskuste, mida on võimalik automaatselt testida ja kontrollida. Nii valitigi uue Nutispordi harjutuse teemaks vektorid.

3.2. Korrus 1

Esimesel korral kontrollitakse kasutaja oskust leida koordinaatteljestikul antud vektori koordinaate ning arvutada selle pikkust. Sellel korral on iga ülesande puhul antud joonis koordinaatteljestikuga, millel on nii x - kui ka y -teljel ühikud $-10 \dots 10$. Koordinaattasandil on alati märgitud üks vektor ning ülesandes küsitakse selle koordinaate või pikkust. Joonisel 2 on näide esimese korruse ülesandest ning selle juures antud joonisest. Tähistades vektori alguspunkti koordinaadid x_1 ja y_1 ning lõpp-punkti koordinaadid x_2 ja y_2 , peab kasutaja õige

vastuse sisestamiseks teadma, et vektori x -koordinaati leitakse tehtega $x_2 - x_1$ ning vektori y -koordinaati tehtega $y_2 - y_1$. Kui ülesandes küsitakse vektori pikkust, siis peab kasutaja lisaks teadma veel Pythagorase teoreemi ning aru saama, et selle abil saab vektori pikkust arvutada avaldisega $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Samuti peab kasutaja oskama vektori pikkuse arvutamisel võimalusel ruutjuure alt tegurit välja tuua.



Joonis 2. Näide ülesandest esimesel korrusel.

Esimese korruse ülesande loomist alustatakse juhuarvu 1...2 genereerimisest. Arvu juhuslikkus tekitatakse *JavaScript*'i teegi *Math* meetodiga *random()*. Kui juhuarvuks tuleb 1, siis luuakse ülesanne, mis küsib antud vektori koordinaate, kui 2, siis küsib vektori pikkust. Seejärel genereeritakse kaks juhuarvu $-10...10$, millest saavad vektori alguspunkti koordinaadid. Järgmise kahe juhuarvu – vektori lõpp-punkti koordinaatide – loomisel kontrollitakse, et saadud vektori pikkus oleks vähemalt 2 ühikut ning et vektor ei asuks täpselt ei x -telje ega y -telje peal. Kui need tingimused ei oleks täidetud, siis ei oleks joonis hästi loetav. Kui ülesandes küsitakse vektori pikkust, siis kontrollitakse lisaks veel, et vektori pikkus oleks ülimalt 10 ühikut. Vastasel juhul oleks vektori pikkuse peast arvutamine liiga keeruline.

Koordinaatteljestiku ekraanile kujutamise, sinna punktide märkimise ja punktide vahele lõigu joonestamise meetodid on olemas Nutispordi harjutuste baasfailis, seega neid ei pidanud töö autor ise kirjutama. Küll aga on vektori joonestamiseks vaja lõigule lisaks kujutada ka nooleots. Selle saavutamiseks pidi kirjutama lausa kümneid ridu programmikoodi, kus arvutatakse selle sirge, millel vektor asub, tõus ja sellest tõusnurk, ning sealt omakorda koordinaadid, millega

joonestada vektoriga kindla nurga all asuvad nooleotsad. Viimaks märgitakse joonisel vektori algus- ja lõpp-punkti juurde tähed. Nende valimisel kontrollitakse, et tähed oleksid erinevad.

Pärast ülesande genereerimist oodatakse, kuni kasutaja sisestab oma vastuse. Selle õigsuse määramiseks arvutatakse vastavalt vajadusele kas vektori koordinaadid või pikkus ning kontrollitakse, kas see ühtib kasutaja vastusega. Kui küsitud oli vektori pikkust, siis kontrollitakse nii kasutaja sisestatud vastuse väärtuse õigsust, kui ka seda, kas maksimaalne võimalik tegur on juuremärgi alt välja toodud. Kui vastus on väärtuse poolest õige, aga midagi saab (veel) juure alt välja tuua, siis antakse kasutajale märku, et ta peab ülesannet veel edasi lahendama. Kui vastus on vale, siis kuvatakse ekraanile punase tekstiga sisestatud vastus ning selle kõrvale rohelise tekstiga ka õige vastus.

3.3. Korrus 2

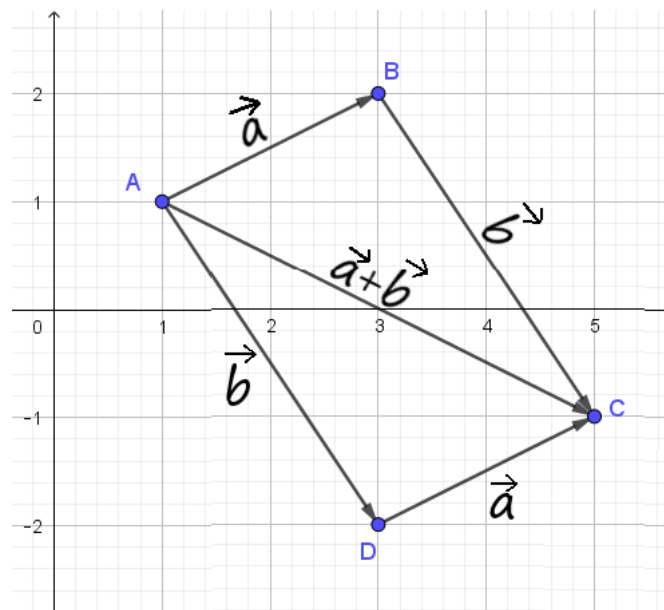
Teisel korrusel kontrollitakse kasutaja oskust kahte vektorit liita ja lahutada ning oskust ühte vektorit skalaariga korrutada. Sellel korrusel tuleb neid tehteid sooritada antud vektorite koordinaatide järgi. Tähistades vektorite \vec{a} ja \vec{b} koordinaate $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ja $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$ ning suvalist reaalarvu (skalaari) tähega c , peab kasutaja õige vastuse sisestamiseks teadma, et $\vec{a} + \vec{b} = (x_1 + x_2; y_1 + y_2; z_1 + z_2)$, $\vec{a} - \vec{b} = (x_1 - x_2; y_1 - y_2; z_1 - z_2)$ ning $\vec{a} \cdot c = c \cdot \vec{a} = (x_1 \cdot c; y_1 \cdot c; z_1 \cdot c)$. Lisaks peab kasutaja oskama sooritada samu tehteid kahe koordinaadiga tasandivektorite puhul. Teisel korrusel on igas ülesandes antud ainult vektorite koordinaadid, joonist ei ole.

Teise korruse ülesande loomist alustatakse juhuarvu 1...6 genereerimisest. Kui juhuarvuks tuleb 1 või 2, siis luuakse ülesanne, mis küsib kahe vektori summat, kui 3 või 4, siis küsib vektorite vahet ning 5 ja 6 korral ühe vektori korrutist skalaariga. Kui genereeritud arv on paarisarv, siis luuakse ülesanne kahe koordinaadiga vektoritega, kui paaritu arv, siis kolme koordinaadiga ruumivektoritega. Seejärel genereeritakse mõlemale vektorile (skalaariga korrutamise korral ühele vektorile) vastavalt juhuarvu paarsusele kaks või kolm koordinaati, kusjuures iga koordinaat on juhuarv $-100 \dots 100$. Kui ülesanne on skalaariga korrutamine, siis genereeritakse veel üks juhuarv 1...2, mis määrab, kas tehe kuvatakse kujul $\vec{a} \cdot c$ või $c \cdot \vec{a}$. Kui tehe on kujul $\vec{a} \cdot c$, siis kontrollitakse, kas skalaar c on positiivne või negatiivne, ja negatiivse korral lisatakse ülesande kuvamisel c ümber sulud.

Loodud ülesannet näidatakse ekraanil ning oodatakse kasutaja sisestavat vastust. Arvutatakse antud vektorite koordinaatide ja valitud tehte järgi õige vastus, ning võrreldakse seda kasutaja vastusega. Vale vastuse korral käitatakse samamoodi nagu esimesel korrusel.

3.4. Korrus 3

Kolmandal korrusel kontrollitakse kasutaja oskust kahte vektorit liita ja lahutada ning oskust ühte vektorit skalaariga korrutada. Sellel korrusel tuleb neid tehteid sooritada koordinaatteljestikul, s.t. vektorid on antud joonisel ning ka vastusvektor tuleb sinna märkida. Kasutaja peab liitmistehte õige vastuse sisestamiseks teadma n-ö rööpküliliku reeglit (vt joonis 3). Lahutamistehtest tuleb mõelda kui vastandvektoriga liitmisest, ning peab oskama koordinaatteljestikul ette kujutada joonestatud vektori vastandvektorit. Skalaariga korrutamise puhul peab teadma, et vektori pikkus muutub antud arv korda, siht ei muutu, ning suund jääb samaks või muutub vastupidiseks olenevalt sellest, kas skalaar on positiivne või negatiivne. Lisaks peab vastusvektori koordinaatteljestikule mahutamiseks märkima selle alguspunkti mingis kindlas piirkonnas. Selleks peab kasutaja teadma, et vektorid saavad olla samad, isegi kui nende alguspunktid on erinevad. Kolmandal korrusel on igas ülesandes antud ainult joonis, vektorite koordinaate välja kirjutatud ei ole.



Joonis 3. Vektorite liitmise n-ö rööpküliliku reegel.

Kolmanda korruse ülesande loomist alustatakse juhuarvu 1...3 genereerimisest. Kui juhuarvuks tuleb 1, valitakse tehteks liitmine, kui tuleb 2, siis lahutamine ja kui 3, siis skalaariga korrutamine. Igal juhul genereeritakse järgmisena ühe vektori koordinaadid, mõlemad $-7...7$, aga nii, et vähemalt ühe koordinaadi absoluutväärtus oleks vähemalt 4. Need tingimused on ühelt poolt selleks, et tulevane vastusvektor ka joonisele mahuks, ja teisalt, et vektor ei oleks liiga väike ja halvasti nähtav. Siis kuvatakse koordinaatteljestik ja loodud vektor ekraanile. Juhul, kui tegemist on liitmise või lahutamise, siis genereeritakse ja kuvatakse ka teine vektor analoogselt esimesega. Lisaks kontrollitakse, et saadud kaks vektorit ei asuks samal

sirgel. Kui vektorite algus- või lõpp-punktid ühtivad, siis määratakse neile sama täht ja märgitakse seda joonisele ainult ühe korra. Kui tegemist on skalaariga korrutamise, siis arvutatakse kõigepealt maksimaalne skalaar, millega korrutades vastusvektor koordinaat-teljestikule mahub. Lisaks tehakse kindlaks, kas skalaar peab olema täisarv, või võib olla ka 0,5-kordne – sõltuvalt sellest, kas vektori mõlemad koordinaadid on paarisarvud või mitte. Nimetatud tingimustele vastavalt genereeritakse juhuslik skalaar. Analoogselt teise korrusega genereeritakse veel üks juhuarv 1...2, mis määrab, kas tehe kuvatakse kujul $\vec{a} \cdot c$ või $c \cdot \vec{a}$, ning vajadusel lisatakse ülesande kuvamiseks c ümber sulud. Viimaks näidatakse ekraanil ülesannet kujul „Märgi joonisele vektor $\overrightarrow{KL} + \overrightarrow{BF}$ “, või „Märgi joonisele vektor $\overrightarrow{PT} \cdot (-1,5)$ “ vms.

Kasutaja sisestab vastuse, märkides joonisele vektori alguspunkti ja lõpp-punkti. Arvutatakse kasutaja märgitud punktide koordinaatide järgi sisestatud vektori koordinaadid. Arvutatakse antud vektorite koordinaatide ja valitud tehte järgi õige vastusvektori koordinaadid. Võrreldakse saadud koordinaate, et teha kindlaks, kas kasutaja sisestas õige vastuse või mitte. Kui sisestatud vastus on vale, siis muudetakse see joonisel punaseks ning kuvatakse ka õige vektor roheline joonega.

3.5. Korrus 4

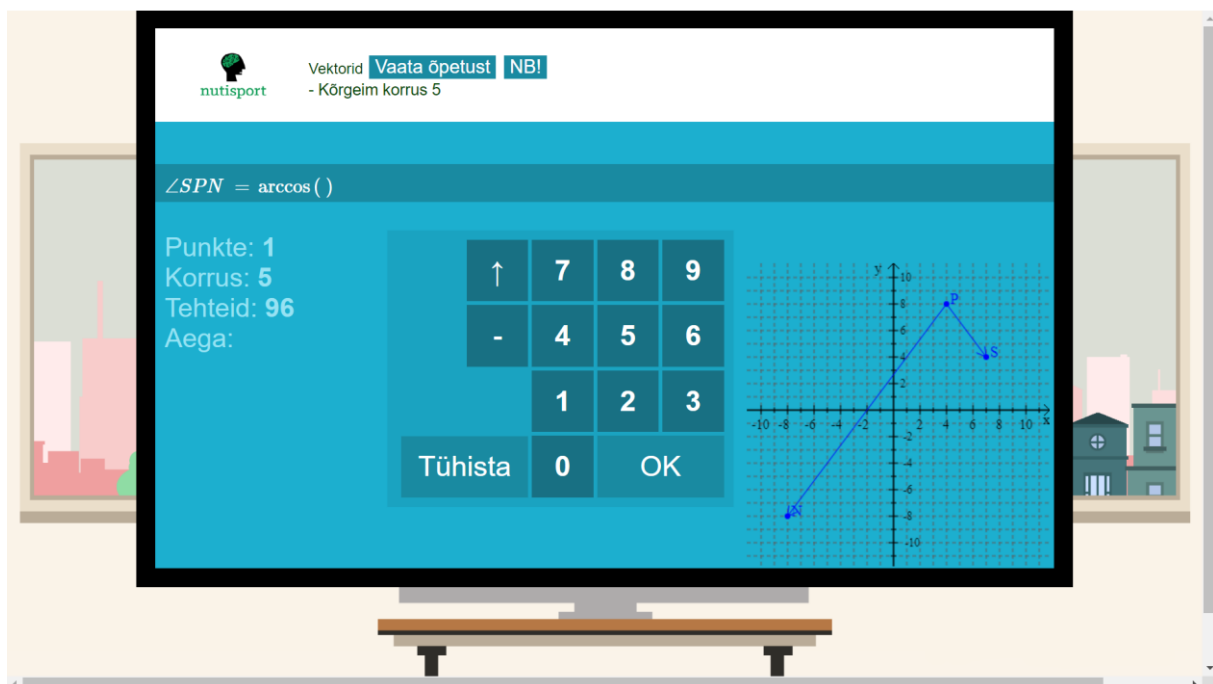
Neljandal korrusel kontrollitakse kasutaja oskust arvutada vektorite skalaarkorrutist. Sellel korrusel tuleb neid tehteid sooritada antud vektorite koordinaatide järgi. Tähistades vektorite \vec{a} ja \vec{b} koordinaate $\vec{a} = (x_1; y_1; z_1)$ ja $\vec{b} = (x_2; y_2; z_2)$, peab kasutaja õige vastuse sisestamiseks teadma, et $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1x_2 + y_1y_2 + z_1z_2$. Lisaks peab kasutaja oskama sooritada sama tehet kahe koordinaadiga tasandivektorite puhul. Neljandal korrusel on igas ülesandes antud ainult vektorite koordinaadid, joonist ei ole.

Neljanda korruse ülesande loomist alustatakse juhuarvu 1...2 genereerimisest. Kui juhuarvuks tuleb 1, siis kasutatakse ülesandes tasandivektoreid, kui 2, siis kolme koordinaadiga ruumivektoreid. Tasandivektorite korral genereeritakse vektorite koordinaadid nii, et vähemalt üks x -koordinaatidest ja vähemalt üks y -koordinaatidest oleks absoluutväärtuselt ülimalt 10. Ülejäänud koordinaadid on juhuarvud $-100...100$. See on selleks, et peast arvutatavad korrutustehted ei oleks liiga keerulised. Ruumivektorite korral on kõik koordinaadid $-10...10$, ning lisaks on tingimus, et skalaarkorrutis kokku oleks absoluutväärtuselt alla 100. Kuna ruumivektorite korral on vaja peast kokku liita kolm korrutist, siis on raskusastme mõttes mõistlik, et kõik korrutustehted jäävad korrutustabeli piiresse ning liitmistehted tuleb sooritada maksimaalselt kahekohaliste arvudega.

Sellel korrusel on kasutaja sisestatud vastuse kontrollimine küllaltki kerge, kuna vastus (skalaarkorrutis) on lihtsalt reaalarv. Arvutatakse ülesande algandmete põhjal õige vastus, ning vaadatakse, kas see on võrdne kasutaja sisestatud arvuga. Vale vastuse korral käitutakse samamoodi nagu esimesel korrusel.

3.6. Korrus 5

Viiendal korrusel kontrollitakse, kas kasutaja teab ja oskab kasutada skalaarkorrutise valemit vektorite pikkuste ja nende vahelise nurga koosinuse kaudu. Sellel korrusel on ülesande andmed antud joonisel. Joonisel on alati koordinaatteljestik, kuhu on märgitud kaks ühise alguspunktiga vektorit. Vektorid on tähistatud oma algus- ja lõpp-punktide kaudu, nt \overrightarrow{KL} ja \overrightarrow{KM} . Kasutajalt küsitakse antud vektorite vahelise nurga koosinust. Kasutaja peab teadma, et kui tähistada need vektorid \vec{a} ja \vec{b} , siis saab küsitud tulemust arvutada avaldisega $(\vec{a} \cdot \vec{b}) : (|\vec{a}||\vec{b}|)$. Küsimus on alati esitatud kujul nt „ $\angle LKM = \arccos()$ “ ning kasutaja peab sulgudesse sisestama oma arvutatud vastuse. Kui vastuseks ei tule täisarv, sisestatakse see harilikku murru kujul. Lisaks peab kasutaja saadud harilikku murru võimalusel taandama. Näide viienda korruse ülesandest on joonisel 4. Üldiselt ei ole Nutispordi harjutustes viienda korruse ülesanded mõeldud peast arvutades lahendamiseks. Nii on ka selles vektorite harjutuses kasutajale soovitatud, et viiendal korrusel võib vahetehteid nt arvuti kõrval paberi ja pliiatsiga kirja panna.



Joonis 4. Näide ülesandest viiendal korrusel.

Viiendal korrusel kasutatakse ainult selliseid vektoreid, mille koordinaadid ning ka pikkus on täisarvud. Vastasel juhul saaks lõppvastuses olla nii harilik murd kui ka ruutjuur, ning vastuse sisestamine oleks liiga keeruline. Selleks, et genereerida vektorit, mille koordinaadid ja pikkus on täisarvud, on kaks võimalust: kas joonestada kummagi teljega paralleelne vektor, või otsida täisnurkseid kolmnurki, mille kõigi kolme külje pikkused on täisarvud. Teise võimaluse korral peavad kolmnurga mõlemad kaatetid olema ülimalt 20 ühikut pikad, kuna suuremad kolmnurgad ei mahu antud koordinaatteljestikule. Ülesande raskusastme mõttes ei ole ka mõtet suuremate arvudega koordinaatteljestikku luua, muidu läheks arvutamine liiga keeruliseks. Täisarvuliste ja ülimalt 20-ühikuste külgedega täisnurkseid kolmnurki on 6 erinevat:

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 1. $a = 3, b = 4, c = 5;$ | 4. $a = 8, b = 15, c = 17;$ |
| 2. $a = 5, b = 12, c = 13;$ | 5. $a = 9, b = 12, c = 15;$ |
| 3. $a = 6, b = 8, c = 10;$ | 6. $a = 12, b = 16, c = 20,$ |

kus a ja b on täisnurkse kolmnurga kaatetid ning c on hüpotenuus. Seetõttu alustatakse viienda korruse ülesande loomist juhuarvu 1...8 genereerimisest. See arv määrab esimese vektori koordinaadid. Juhtudel 1...6 valitakse vastav täisnurkne kolmnurk, mille kaatetidest saavad vektori koordinaadid ning hüpotenuusist vektor ise (selle pikkus). Juhtudel 7 ja 8 luuakse vastavalt x -teljega või y -teljega paralleelne vektor. Nendel juhtudel genereeritakse lisaks juhuarv 3...20, millest saab teljega paralleelse vektori pikkus. Seejärel luuakse vektori mõlema koordinaadi jaoks juhuarv 1...2, mis määrab kas koordinaat muudetakse negatiivseks või mitte. Kogu seda protsessi korratakse teise vektori jaoks, kusjuures kontrollitakse, et saadud kaks vektorit ei oleks paralleelsed. Viimaks valitakse koordinaatteljestikul selline punkt, mis sobiks mõlema vektori alguspunktiks – s.t. mõlemad vektorid peavad sellest punktist alates koordinaatteljestikule ära mahtuma. Lõpuks kuvatakse ekraanile koordinaatteljestik ning sinna äsja genereeritud kaks vektorit.

Kui kasutaja on oma vastuse sisestanud, siis tuleb selle kontrollimiseks kõigepealt leida õige vastus. Arvutatakse vektorite skalaarkorrutis, vektorite pikkused, pikkuste korrutis ja sealtkaudu nende vektorite vahelise nurga koosinus. Võrreldakse saadud õiget vastust kasutaja sisestatud vastusega. Seejuures kontrollitakse nii kasutaja sisestatud vastuse väärtuse õigsust, kui ka seda, kas harilikku murdu on maksimaalselt taandatud. Kui vastus on väärtuse poolest õige, aga seda saab (veel) taandada, siis antakse kasutajale märku, et ta peab ülesannet veel edasi lahendama. Vale vastuse korral käitutakse samamoodi nagu esimesel korrusel.

4. Varasemad uuringud

IKT vahendite kasutamist matemaatikaõppes on uurinud ka näiteks Annika Hansalu oma 2012. aastal kirjutatud bakalaureusetöös [8] ning Helena Kukk oma 2015. aastal kirjutatud magistrیتöös [9]. Lisaks on Margus Pedaste jt 2017. aastal avaldatud artiklis uurinud õpilaste harjumusi kasutada õppetöös nutiseadmeid [10].

Hansalu bakalaureusetöö [8] koosnes kahest osast. Esimese osa põhieesmärk oli uurida, kuidas ja mil määral matemaatikaõpetajad tundides arvuteid jms kasutavad ning millised tegurid nende kasutamisharjumusi mõjutavad. Selleks koostas Hansalu ankeetküsitluse, millega küsis õpetajatelt mitmesuguseid küsimusi IKT vahendite rakendamise kohta ning ka õpetajate enda arvamust, millest sõltub nende otsus erinevaid tehnilisi lahendusi kasutada. Ankeetküsitlus sisaldas näiteks ühte küsimust selle kohta, mil määral on õpetajad andnud IKT vahendeid vajavaid koduseid ülesandeid. Selgus, et arvutipõhised kodused ülesanded on vähe levinud, kuna ainult veerand õpetajatest on mõnikord ning kolmveerand õpetajatest on väga harva või pole kunagi andnud arvutiga tehtavaid koduseid ülesandeid. Arvutipõhiste koduste ülesannete vähese rakendamise peamiste põhjustena tõid Hansalu küsitlusele vastanud õpetajad välja, et kõigil õpilastel pole arvutis vajalikke programme või pole üldse kodus arvuti kasutamise võimalust ning et koduste ülesannete andmine sõltub parasjagu õpitavast teemast ning iga teema jaoks ei ole vastavaid materjale olemas. Samas toob Hansalu esile asjaolu, et tema küsitlusele vastas vaid 20 õpetajat, mistõttu ei saa mainitud tulemuste põhjal teha mingeid üldistusi kõigi Eesti matemaatikaõpetajate kohta. Hansalu bakalaureusetöö [8] teine osa seisneb tema koostatud ankeetküsitluse analüüsimises ning parandusettepanekute tegemises. Ta rõhutab oma töös korduvalt, et tegemist oli pilootuuringuga ning arvestatavate tulemuste saamiseks tuleks tema ankeetküsitlust natukene kohendada ning seejärel kordusuuring läbi viia.

Kukk vaatleb oma magistrیتöös [9] kitsamat uurimisrühma – nimelt Tartu linna ja maakonna koolide klassiõpetajaid I ja II kooliastme matemaatikatundides. Ta toob oma töös välja viis uurimisküsimust, millest kaks puudutavad teemasid, mida käsitles ka Hansalu oma bakalaureusetöös [8]. Üks nendest uurib IKT vahendite ja matemaatikaprogrammide kasutamist matemaatika kodutöodes ning teine mõjureid, millest sõltub klassiõpetajate otsus matemaatikatundides tehnilisi lahendusi rakendada või mitte. Kukk koostas samuti oma uurimisküsimustele vastuste saamiseks ankeetküsitluse. Tulemuste analüüsimisel kasutas ta 105 küsitlusele vastanud klassiõpetaja vastuseid. Küsitluse vastuste põhjal ilmnes, et ligikaudu 80% klassiõpetajatest kasutavad I ja II kooliastme kodustes töödes matemaatikaprogramme vähem kui korra kuus või ei kasuta üldse. Kukk pakkus oma küsitluses välja 13 võimalikku

tegurit, mis võiksid mõjutada õpetajate otsust matemaatikatundides IKT vahendeid rakendada ning palus õpetajatel märkida, millised neid mõjutavad. Neli enim valitud põhjust, sealjuures ainsad, mida märkisid üle poolte õpetajatest, olid järgmised: IKT vahendite olemasolu koolis, ligipääs kooli arvutiklassile sobival ajal, uute materjalide loomiseks/otsimiseks kuluv aeg ning IKT vahendi või matemaatikaprogrammi sobivus tunniteemaga.

Erinevalt ülalmainitud bakalaureuse- ja magistritööst käsitleb Pedaste jt artikkel [10] kitsamalt just nutiseadmete kasutust loodusainete ja matemaatika õppimisel ning hoopis õpilaste vaatepunktist. Nende uuringus osales 3521 õpilast 6. ja 9. klassist. Nimetatud uuringu eesmärk oli analüüsida nutiseadmete kasutusviise õpikeskkonnas ning kasutamisharjumuste põhjal jagati õpilased klasteripuuks. Esimene jaotus jagas õpilased kahte rühma: nutiseadmete kasutajad ning nutiseadmete mittekasutajad. Rühmi eristab tingimus, et esimesse rühma kuuluvad õpilased kasutavad õppimise käigus nutiseadmeid iga kuu või sagedamini, ning teise rühma õpilased harvem kui kord kuus. Pedaste jt uuringus osalenud õpilastest 50,1% liigitusid nutiseadmete kasutajateks ning 49,9% nutiseadmete mittekasutajateks. Ilmnes, et ligi pool õpilastest ei kasuta õppetöös nutiseadmeid kuigi tihti, mis on aluseks kõikide õpilaste ühtseks netipõlvkonnaks klassifitseerimise ümber lükkamisele. Selline tulemus iseloomustab IKT vahendite õppimiseks kasutamise harjumuste analüüsimise vajalikkust ka õpilaste vaatepunktist.

5. Tulemused

Töö raames koostati kaks küsimustikku – üks matemaatikaõpetajatele ja teine gümnaasiumiõpilastele. Õpetajate küsimustiku eesmärk oli koguda andmeid selle kohta, mida õpetajad arvavad üldiselt arvutipõhise õppe kasutamisest matemaatikas. Lisaks oli seal eraldi küsimus õpetajatele, kes õpetavad (ka) gümnaasiumis, kas nad oleksid nõus mõne matemaatikatunni ajast oma õpilastega bakalaureusetöö käigus valminud vektorite Nutispordi harjutust katsetama. Õpilaste küsimustiku eesmärk oli uurida õpilaste arvamust selle konkreetse Nutispordi harjutuse kohta, vahetult pärast selle harjutuse lahendamise proovimist.

5.1. Matemaatikaõpetajad

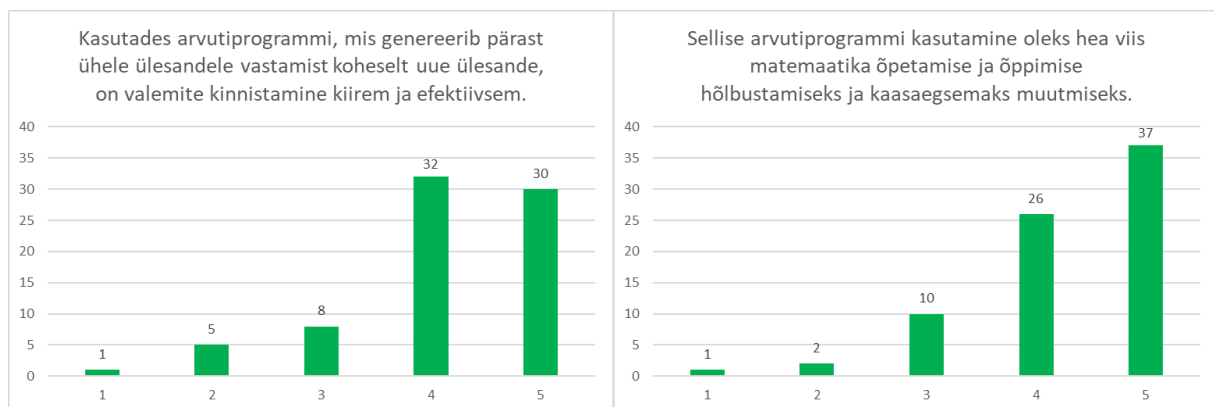
Õpetajate küsimustikus koguti andmeid nende õpetatavate kooliastmete, tööstaaži ning matemaatikaharjutuste veebikeskkondade kasutamise kogemuse kohta. Küsimustiku põhiosas esitati õpetajatele 9 väidet, kus iga väite kohta pidi märkima, mil määral ta sellega nõustub. Nõustumise märkimiseks oli viiepalliskaala, kus number 1 tähistab „Üldse mitte nõus“ ja 5 „Täiesti nõus“. Mainitud 9 väidet on järgmised:

1. Matemaatikatundides kulub liiga palju aega tüüpülesannete lahendamisele, et lahendusvõtted ja valemid kinnistuks ning seetõttu pole aega eluliste ülesannete jaoks.
2. Ühetaoliste ülesannete lahendamine ning ajapuudus eluliste ülesannetega tegelemiseks vähendab õpilaste huvi matemaatika vastu.
3. Valemite ja tüüpülesannete drillimiseks ülesannete otsimine ja/või töölehtede printimine on aja- ja paberikulukas.
4. Kasutades arvutiprogrammi, mis genereerib pärast ühele ülesandele vastamist koheselt uue ülesande, on valemite kinnistamine kiirem ja efektiivsem.
5. Sellise arvutiprogrammi kasutamine oleks hea viis matemaatika õpetamise ja õppimise hõlbustamiseks ja kaasaegsemaks muutmiseks.
6. Arvan, et õpilastele meeldiks sellise arvutiprogrammi abil valemite ja lahendusvõtete kinnistamine ning see tõstaks nende huvi matemaatika vastu.
7. Kui ma saaksin sellist arvutiprogrammi kasutada, kasutaksin aega oma tundidest selle abil valemite õpetamiseks.
8. Kui ma saaksin sellist arvutiprogrammi kasutada, annaksin lisaks teistele kodustele ülesannetele oma õpilastele koduseks tööks selle kasutamise.
9. Kui ma saaksin sellist arvutiprogrammi kasutada, annaksin teiste koduste ülesannete asemel oma õpilastele koduseks tööks selle kasutamise.

Püstitati hüpotees, et enamus õpetajaid nõustuvad nende väidetega. Sellisel juhul näitab väidetega 1.-3. nõustumine probleemi olemasolu – matemaatikatundides on ajapuudus ning õpilastel huvipuudus. Väidetega 4.-6. nõustumine tõestab, et arvutis interaktiivsete matemaatikaharjutuste lahendamine aitaks seda probleemi leevendada – matemaatika õppimine oleks efektiivsem, kaasaegsem ja huvitavam. Nõustudes väidetega 7.-9. annavad õpetajad märku, et nad ei kiida seda lahendust ainult idee poolest, vaid on ka päriselt valmis arvutipõhisele õppele aega panustama, nii matemaatikatundide ajast kui ka kodutöödena.

Küsimustikule vastas 76 matemaatikaõpetajat. Saadud andmeid analüüsiti nii küsimuste kaupa üldiselt kui ka prooviti leida seoseid õpetajate tunnuste ja nende arvamuse vahel. Lisaks oli autoril võimalik uurida seoseid 2017. aasta ja 2022. aasta vastuste vahel, tänu gümnaasiumis tehtud praktilises töös [1] kasutatud küsimustikule, kus olid need samad üheksa väidet. Siinkohal püstitati nullhüpotees, et viimase 5 aasta (2017-2022) jooksul ei ole matemaatikaõpetajate suhtumine arvutipõhisesse õppesse oluliselt muutunud. Alternatiivne ehk sisukas hüpotees on vastupidine, et õpetajate arvamuses on toimunud mingi märkimisväärne muutus.

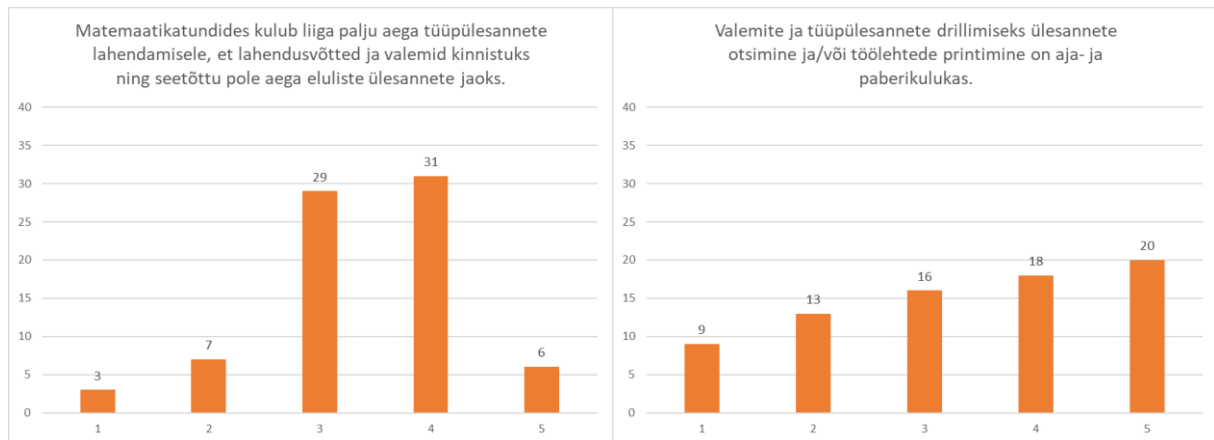
Kõigepealt arvutati iga väitega nõustumise hinnangutest aritmeetiline keskmine. Selle põhjal leiti, et kõige rohkem nõustusid õpetajad väidetega 4 ja 5. Mõlema väite andmed on näidatud joonisel 5. Sellest võib järeldada, et õpetajad nõustuvad kõige rohkem mõttega, et matemaatikaharjutuste veebikeskkonnad aitavad matemaatikatunde paremaks teha.



Joonis 5. Kõige rohkem nõustunud väidete (4 ja 5) andmed.

Kõige vähem nõustusid õpetajad väidetega 1 ja 3. Nende väidete andmed on toodud joonisel 6. Sellest võib järeldada, et õpetajad nõustuvad kõige vähem mõttega, et matemaatikatundides on probleemiks tüüpülesannete lahendamisele ja valemite drillimisele liigselt kuluv aeg. Siiski on ka nende väidete puhul rohkem õpetajaid, kes on väitega pigem nõus või täiesti nõus (märkinud vastuseks 4 või 5) kui neid õpetajaid, kes pigem või üldse ei nõustu (märkinud vastuseks 1 või 2). Peale nende kahe väite kõikide muude väidete puhul on pigem või täiesti nõustunud

õpetajaid lausa rohkem kui erapooletuid (märkinud vastuseks 3) ja pigem või üldse mitte nõustuvaid õpetajaid kokku. Seetõttu võib öelda, et püstitatud hüpotees kehtib – enamus õpetajaid tõepoolest nõustuvad ülaltoodud üheksa väitega.

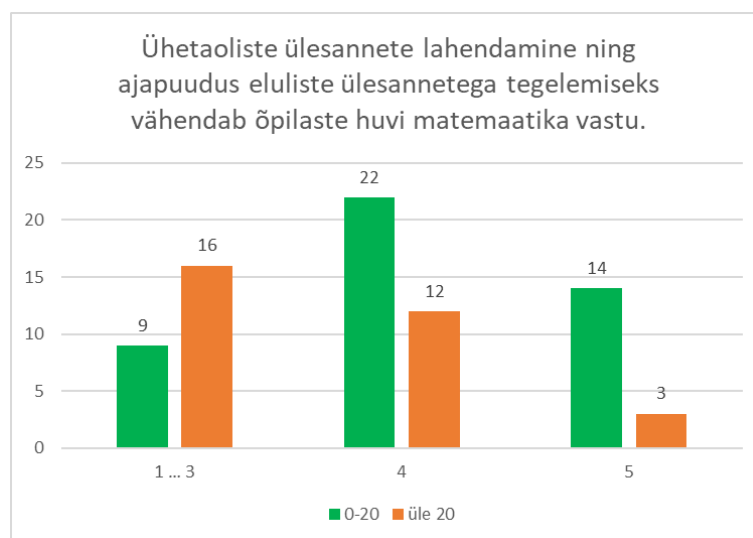


Joonis 6. Kõige vähem nõustunud väidete (1 ja 3) andmed.

Järgnevalt püüti leida seoseid õpetaja tunnuste ja tema vastuste vahel. Näiteks, kas õpetaja tööstaž ja tema nõustumine väitega 7, või kas õpetaja kogemus matemaatikaharjutuste veebikeskkondadega ja nõustumine väitega 8 on omavahel sõltuvad tunnused. Tunnused, mida õpetajate kohta analüüsiti, on staaž, õpetatavad kooliastmed ning kokkupuude veebiõppeplatvormidega.

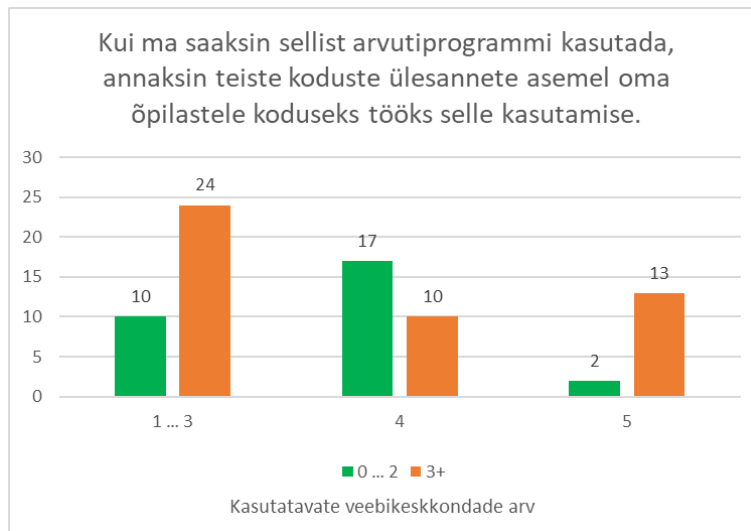
Küsimustikule vastanud õpetajate näol on tegemist valimiga Eesti matemaatikaõpetajate üldkogumist. Isegi kui valimis on uuritavad tunnused sõltuvad, siis on vaja kontrollida, kas see sõltuvus kehtib ka üldkogumis, ehk kõikide matemaatikaõpetajate jaoks. Kontrollimiseks kasutati χ^2 -testi. Hii-ruut testi käigus arvutatakse iga tunnuste paari jaoks teoreetiline ehk oodatav sagedus. See on sagedus, mis peaks nendel tunnustel olema juhul, kui need on sõltumatud. Seejärel arvutatakse iga tunnuste paari teoreetilise sageduse ja empiirilise (küsimustikust saadud) sageduse vahe ruut, jagatakse see teoreetilise sagedusega ning jagatiseid liidetakse kõik kokku. Saadud summat nimetatakse statistikuks. On tõestatud, et piisavalt suure valimi korral on selline statistik lähendatav χ^2 -jaotusele vabadusastmete arvuga $f = (k - 1)(l - 1)$, kus k on ühe vaadeldava tunnuse ning l teise tunnuse võimalike väärtuste arv. Valim loetakse piisavalt suureks juhul, kui iga teoreetiline sagedus on suurem kui 4. Hii-ruut jaotuse kriitilised väärtused erinevate olulisuse nivoo ja vabadusastmete korral on välja arvutatud [12]. Kui statistiku väärtus on suurem kui kriitiline väärtus mingi olulisuse nivoo korral, siis öeldakse, et statistiline sõltuvus on oluline sellel olulisuse nivool, ehk loetakse tõestatuks, et see sõltuvus kehtib ka üldkogumis. Vastasel juhul öeldakse, et statistilise seose olulisust ei õnnestunud tõestada. [11]

Kõiki erinevaid tunnuseid analüüsid leiti kaks seost, mis on statistiliselt olulised olulisuse nivool vähemalt 0,99. Esimesel juhul vaadeldi õpetaja staaži ja tema nõustumist väitega 2. Staaži alusel jagati õpetajad kahte rühma: need, kes on matemaatikaõpetajad olnud alla 20 aasta ning õpetajad, kes on matemaatikat õpetanud 20 aastat või kauem. Väitega 2 nõustumise alusel jagati õpetajad kolme rühma: hinnang 1...3, hinnang 4 ja hinnang 5. Õpetajate jaotus nende tunnuste alusel on toodud joonisel 7. Statistiku väärtuseks arvutati 9,772 ning χ^2 -jaotuse kriitiline väärtus vabadusastmete arvuga 2 olulisuse nivool 0,99 on 9,210 [12]. Statistiku väärtus on suurem kriitilisest väärtusest, seega hii-ruut testi põhjal saab öelda, et tõenäosusega 99% on nimetatud tunnused üldkogumis sõltuvad. Joonise 7 alusel võib anda hinnangu, et kauem töötanud õpetajad nõustuvad vähem väitega, et ühetaolised ülesanded ja ajapuudus vähendavad õpilaste matemaatikahuvi.



Joonis 7. Õpetajate staaži ja väitega 2 nõustumise vaheline seos.

Teisel juhul uuriti mitut erinevat matemaatikaharjutuste veebikeskkonda õpetaja kasutanud on ning tema nõustumist väitega 9. Selleks, et iga teoreetiline sagedus oleks vähemalt 4, jagati õpetajad kasutatavate keskkondade arvu alusel kahte rühma: õpetajad, kes on kasutanud alla kolme erineva õppeplatvormi, kaasa arvatud need, kes pole kasutanud ühtegi, ning need, kes on kasutanud kolme või rohkemat erinevat platvormi. Väitega 9 nõustumise alusel jagati õpetajad kolme rühma analoogselt esimese juhuga. Õpetajate jaotus nende tunnuste alusel on joonisel 8. Statistiku väärtuseks arvutati 12,060 ning χ^2 -jaotuse kriitiline väärtus on analoogselt esimese juhuga 9,210 [12]. Statistiku väärtus on suurem kriitilisest väärtusest, seega hii-ruut testi põhjal saab öelda, et tõenäosusega 99% on antud tunnused üldkogumis sõltuvad. Tõestati küll, et veebikeskkondade kasutamise ja väitega 9 nõustumise vahel on seos, aga küllaltki keeruline on hinnata, milline see seos täpsemalt on.



Joonis 8. Õpetajate veebikeskkondade kasutuse ja väitega 9 nõustumise vaheline seos.

Ülejäänud sõltuvuste analüüsimisel leiti küll iga tunnuse jaoks selle tunnuse ja vähemalt ühe väitega nõustumise vahel statistiliselt oluline seos, kuid ainult väiksematel olulisuse nivoodel kui 0,99. Huvitaval kombel aga 2017. aasta ja 2022. aasta andmete võrdlemisel ei suudetud mitte ühegi väite jaoks tõestada seose olulisust isegi olulisuse nivool 0,90, mis on väikseim nivoo, mille jaoks on χ^2 -jaotuse kriitilised väärtused tabelis [12] välja arvatud. Kuna nullhüpoteesi ei õnnestunud ümber lükata, siis tuleb jääda selle juurde – viimase 5 aasta jooksul ei ole matemaatikaõpetajate arvamus muutunud.

5.2. Gümnaasiumiõpilased

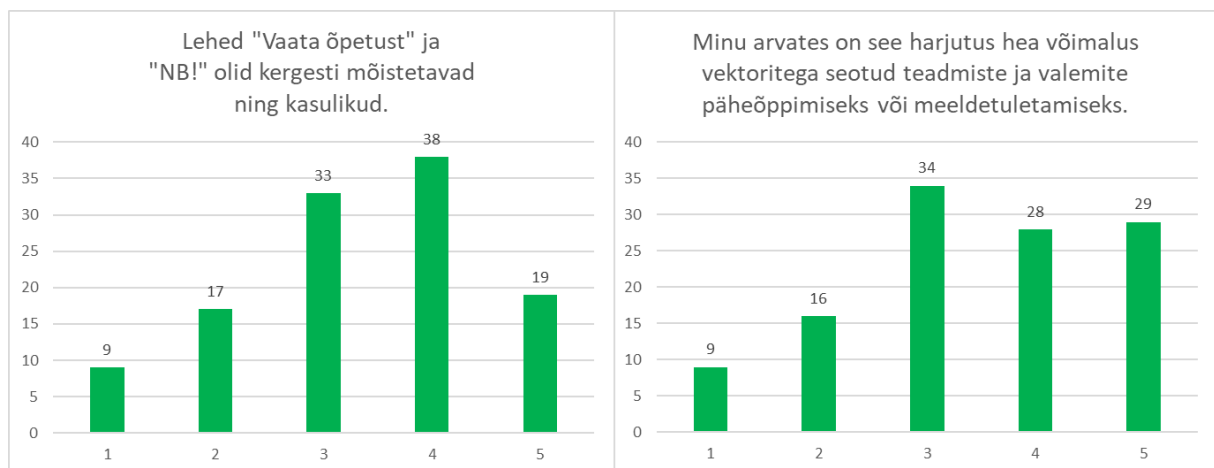
Õpilaste küsimustikus koguti andmeid nende kooli ja klassi, vektorite teema oskuse ja varasema Nutispordi kogemuse kohta. Küsimustiku põhiosas esitati õpilastele 10 väidet, kus iga väite kohta pidi märkima, mil määral ta sellega nõustub. Nõustumise märkimiseks oli samasugune viiepalliskaala nagu õpetajate küsimustikus. Mainitud 10 väidet on järgmised:

1. Harjutus oli väga hästi koostatud.
2. Harjutus oli liiga raske.
3. Harjutuse lahendamise tehnilise poole mõistmine oli lihtne.
4. Lehed "Vaata õpetust" ja "NB!" olid kergesti mõistetavad ning kasulikud.
5. Mulle meeldis seda harjutust lahendada.
6. Minu arvates on see harjutus hea võimalus vektoritega seotud teadmiste ja valemite päheõppimiseks või meeldetuletamiseks.
7. Minu arvates on selliste harjutuste lahendamine väga kasulik.
8. Minu arvates võiks selliseid harjutusi matemaatikatundide ajast lahendada.

9. Minu arvates võiks lisaks teistele matemaatika kodutöödele jätta koduseks ülesandeks ka selliste harjutuste lahendamise.
10. Minu arvates võiks teiste matemaatika koduste tööde asemel jätta koduseks ülesandeks selliste harjutuste lahendamise.

Küsimustikule vastas 116 gümnaasiumiõpilast. Püstitati hüpotees, et enamus õpilasi nõustuvad mainitud kümne väitega, välja arvatud väitega 2 („Harjutus oli liiga raske“), mille jaoks püstitati hüpotees, et suurem osa õpilasi ei nõustu sellega. Analoogselt õpetajate küsimustikuga, analüüsiti ka siin andmeid nii küsimuste kaupa üldiselt kui ka prooviti leida seoseid õpilaste tunnuste ja nende arvamuse vahel. Siiski otsustati 2017. aasta ja 2022. aasta õpilaste vastuste vahel seoseid mitte otsida, kuna töö autori hinnangul ei ole nende kahe aasta valimid võrreldavad. Gümnaasiumi praktilises töös [1] kasutatud õpilaste küsimustikus olid küll need samad kümme väidet, aga tookord vastasid küsimustikule autori enda klassi- ja koolikaaslased. Seetõttu on 2017. aasta valim liiga väike ja ühekülgne ning tõenäoliselt ei olnud mitmed vastajad täiesti objektiivsed.

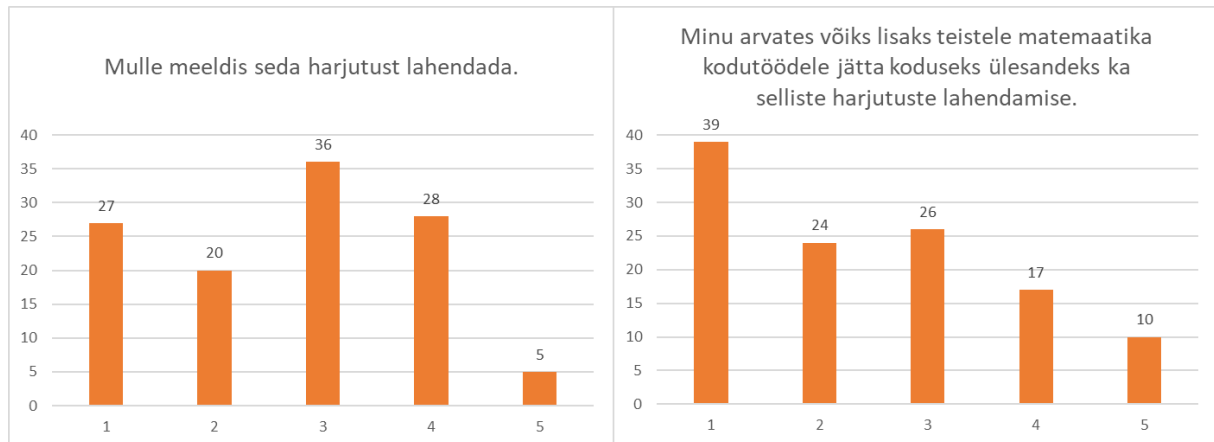
Taaskord arvutati väidetega nõustumise hinnangutest aritmeetiline keskmine ning leiti, et kõige rohkem nõustusid õpilased väidetega 4 ja 6. Mõlema väite andmed on näidatud joonisel 9. Väitega 4 nõustumine näitab, et vektorit harjutuse lisalehtede (Lisad 1 ja 2) koostamine õnnestus edukalt.



Joonis 9. Kõige rohkem nõustunud väidete (4 ja 6) andmed.

Kõige vähem nõustusid õpilased väidetega 5 ja 9. Nende väidete andmed on toodud joonisel 10. Väitega 9 mitte nõustumine ei olnud üllatav, kuna ilmselt ei arva paljud õpilased mitte ühegi ülesande ega harjutuse kohta, et seda võiks lisaks teistele kodutöödele veel kodus lahendamiseks anda, ükskõik kui hea või kasulik see ka ei oleks. Küll aga on huvitav laialdane nõustumine väitega 6 ning samaaegne mitte nõustumine väitega 5. See näitab, et isegi kui

õpilase arvates ei olnud harjutuse lahendamine just meeldiv, võib ta siiski osata väärtustada võimalust selle abil teadmiseid ja valemeid pähe õppida või meelde tuletada.



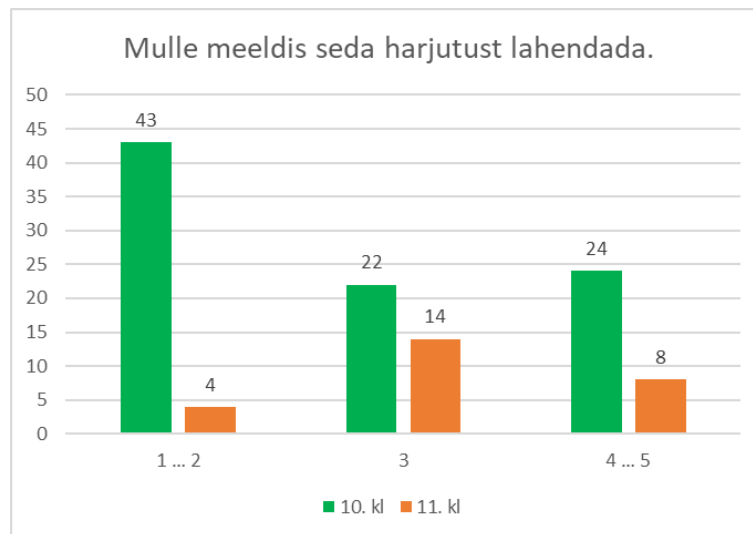
Joonis 10. Kõige vähem nõustunud väidete (5 ja 9) andmed.

Lisaks kahele kõige vähem nõustunud väitele (5 ja 9) oli veel kahe väite korral rohkem õpilasi, kes nende väidetega pigem või üldse ei nõustunud (märkinud vastuseks 1 või 2), kui neid õpilasi, kes olid väidetega pigem või täiesti nõus (märkinud vastuseks 4 või 5). Need väited olid 3 („Harjutuse lahendamise tehnilise poole mõistmine oli lihtne“) ja 10 („Minu arvates võiks teiste matemaatika koduste tööde asemel jätta koduseks ülesandeks selliste harjutuste lahendamise“). Samuti väite 2 („Harjutus oli liiga raske“) korral oli pigem või täiesti nõustuvaid õpilasi rohkem, kui neid, kes pigem või üldse ei nõustunud. Mitte ühegi väite korral ei olnud nõustuvaid õpilasi rohkem, kui erapooletuid (märkinud vastuseks 3) ja mitte nõustuvaid õpilasi kokku. Seega hüpotees, et õpilased valdavalt nõustuvad kõnealuste väidetega, ei kehti.

Järgnevalt püüti analoogselt õpetajate vastuste analüüsiga leida ka seoseid õpilaste tunnuste ja vastuste vahel. Tunnused, mida õpilaste kohta uuriti, on klass, kool, vektorite teemaga seotud teadmised ning varasem kogemus Nutispordi harjutustega. Seoste statistilise olulisuse kontrollimiseks kasutati taaskord χ^2 -testi [11].

Kõiki erinevaid tunnuseid analüüsides leiti üks seos, mis on statistiliselt oluline olulisuse nivool vähemalt 0,99. Leitud sõltuvus on õpilase klassi ja väitega 5 nõustumise vahel. Klassi alusel jagati õpilased kahte rühma: 10. klass ja 11. klass. Kuna küsimustikule vastas ainult üks 12. klassi õpilane, siis 12. klassi rühma ei olnud võimalik selle seose juures arvestada. Väitega 5 nõustumise alusel jagati õpilased kolme rühma: hinnang 1...2, hinnang 3 ja hinnang 4...5. Õpilaste jaotus nende tunnuste alusel on toodud joonisel 11. Statistiku väärtuseks arvutati 10,897 ning χ^2 -jaotuse kriitiline väärtus vabadusastmete arvuga 2 olulisuse nivool 0,99 on 9,210 [12]. Statistiku väärtus on suurem kriitilisest väärtusest, seega hii-ruut testi põhjal saab

öelda, et tõenäosusega 99% on nimetatud tunnused üldkogumis sõltuvad. Joonise 11 alusel võib anda hinnangu, et 11. klassi õpilastele meeldis vektorite teemalise Nutispordi harjutuse lahendamine rohkem kui 10. klassi õpilastele.



Joonis 11. Õpilaste klassi ja väitega 5 nõustumise vaheline seos.

Teiste sõltuvuste analüüsimisel leiti jällegi iga õpilase omaduse jaoks selle tunnuse ja vähemalt ühe väitega nõustumise vahel statistiliselt oluline seos, kuid ainult väiksematel olulisuse nivoodel kui 0,99.

6. Kokkuvõte

Bakalaureusetöö üks eesmärkidest oli programmeerida vektorite teemaline Nutispordi harjutus. Töö raames tõepoolest valmis nimetatud harjutus, mida katsetasid mitmed gümnaasiumiõpilased. Õpilased andsid harjutusele ka tagasisidet, kust ei tulnud välja, et harjutuse lahendamisel oleks programm üheski olukorras valesti käitunud. Seetõttu sai väita, et vektorite harjutuse programmeerimine õnnestus edukalt.

Teine eesmärk oli kaardistada, milliseid eestikeelseid matemaatikaharjutuste veebikeskkondi Eesti matemaatikaõpetajad kasutavad ning neid omavahel võrrelda. Kokku andsid õpetajad küsitluste kaudu teada 18 erinevast õppeplatvormist, mida nad on kasutanud. Põhjalikumalt analüüsi neist 6 populaarsemat keskkonda. Nendega tutvumisel ja nende võrdlemisel selgus, et igal platvormil on omad plussid ja miinused ning ükski ei ole kõikides aspektides teistest parem ega halvem.

Viimaks uuriti nii matemaatikaõpetajate suhtumist arvutipõhisesse matemaatikaõppesse kui ka gümnaasiumiõpilaste hinnangut konkreetselt vektorite Nutispordi harjutusele. Töös toodi välja, et valdav osa õpetajatest nõustub väidetega, et matemaatikatundides on probleem ajapuuduse ja õpilastel huvipuudusega, et veebiõppeplatvormide kasutamisega on võimalik seda probleemi lahendada, ning et nad on ka päriselt nõus nende kasutamisesse aega panustama. Siiski kõige vähem nõustuti probleemi olemasoluga ning kõige rohkem veebikeskkondade kasulikkusega. Õpilased vektorite harjutuse lihtsuse, kasulikkuse ja rakendatavusega valdavalt ei nõustunud. Kõige rohkem aga nõustuti lisalehtede kasulikkusega ja sellega, et kõnealune harjutus on hea viis valemite päheõppimiseks ning kõige vähem nõustuti harjutuse meeldivusega ja sooviga seda kodutööna lahendada.

7. Viidatud kirjandus

- [1] Sõmer M. Matemaatikaharjutuse programmeerimine Nutispordi keskkonnas. Hugo Treffneri Gümnaasiumi praktiline töö. 2017.
- [2] Õppeplatvormi Opiq tutvustus. <https://www.opiq.ee/Catalog> (05.05.2022)
- [3] Veebikeskkonna Nutisport tutvustus.
<https://nutisport.eu/var17/mati/how/6petus/tutvustus.html> (05.05.2022)
- [4] Õppeplatvorm 99math. <https://99math.com/> (05.05.2022)
- [5] Veebikeskkond Foxcademy. <https://foxcademy.com/#welcome> (05.05.2022)
- [6] Õppeplatvorm Eduten. <https://eduten.ee/> (05.05.2022)
- [7] Veebikeskkond Matific. <https://www.matific.com/ee/et/home/> (05.05.2022)
- [8] Hansalu A. Tegurid, mis mõjutavad õpetaja otsust matemaatikatunnis arvuteid kasutada. TÜ haridusteaduste instituudi bakalaureusetöö. 2012.
<http://dspace.ut.ee/bitstream/handle/10062/26005/Hansalu.pdf;jsessionid=A7DA2F8825FAA9858E06AE09FC73098B?sequence=1> (07.01.2021)
- [9] Kukk H. Info- ja kommunikatsioonitehnoloogia vahendite kasutamine ning kasutamist mõjutavad tegurid I ja II kooliastme matemaikatundides Tartu linna ja maakonna klassiõpetajate näitel. TÜ haridusteaduste instituudi magistritöö. 2015.
https://dspace.ut.ee/bitstream/handle/10062/48488/helena_kukk.pdf?sequence=1&isAllowed=y (07.01.2021)
- [10] Pedaste M., Must O., Leijen Ä., Mäeots M., Siiman L., Kori K., Adov L. Nutiseadmete kasutamise profiilid loodusainete ja matemaatika õppimise kontekstis. Eesti Haridusteaduste Ajakiri, 2017, kd 5, nr 1, lk 99-129.
<https://ojs.utlib.ee/index.php/EHA/article/view/eha.2017.5.1.04/8460> (07.01.2021)
- [11] Tiit E.-M., Möls M. Rakendusstatistika algkursus. 1997.
http://dspace.ut.ee/bitstream/handle/10062/24414/tiit_rakendus.pdf?sequence=1&isAllowed=y (09.05.2022)
- [12] Critical Values of the Chi-Square Distribution.
<https://www.itl.nist.gov/div898/handbook/eda/section3/eda3674.htm> (09.05.2022)

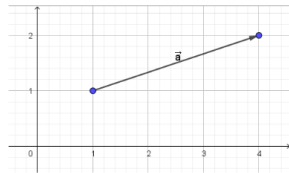
Lisad

Lisa 1. Vektorite harjutuse „Vaata õpetust“ leht

Vektoriks nimetatakse lõiku, millel on fikseeritud **alguspunkt** ja **lõpp-punkt**.

Kahemõõtmeline vektor (tasandvektor) on reaalarvude paar - näiteks $\vec{a} = (3; 1)$.

Sellisel juhul nimetatakse arvu 3 vektori \vec{a} x -koordinaadiks ja arvu 1 vektori \vec{a} y -koordinaadiks.



Kolmemõõtmeline vektor (ruumivektor) on reaalarvude kolmik - näiteks $\vec{b} = (0; -1; 2)$.

Sellisel juhul on arv 0 vektori \vec{b} x -koordinaat, arv -1 vektori \vec{b} y -koordinaat ja 2 z -koordinaat.

Kahemõõtmelise vektori **pikkust** saab leida **Pythagorase teoreemi** abil.

NÄIDE: $\vec{a} = (4; -6)$ $|\vec{a}| = \sqrt{4^2 + (-6)^2} = \sqrt{16 + 36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

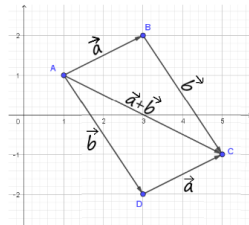
Vektorite **liitmine**, **lahutamine** ja **skalaariga korrutamine** käib koordinaatide kaupa.

NÄIDE: $(1; 0; -2) + (2; 2; 1) = (3; 2; -1)$

NÄIDE: $(1; 0; -2) - (2; 2; 1) = (-1; -2; -3)$

NÄIDE: $(1; 0; -2) \cdot 2 = (2; 0; -4)$

Geomeetriliselt käib vektorite **liitmine** n-õ rööpküliliku reegli järgi:



Lahutamisest võib mõelda kui vastandvektoriga liitmisest, s.t. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$.

Skalaariga korrutamine muudab vektori pikkust skalaar korda, vektori siht jääb samaks.

Vektori suund jääb samaks või muutub vastupidiseks olenevalt sellest, kas skalaar on positiivne või negatiivne.

Vektorite \vec{a} ja \vec{b} **skalaarkorrutist** tähistatakse $\vec{a} * \vec{b}$.

Skalaarkorrutise arvutamiseks on kaks erinevat valemit:

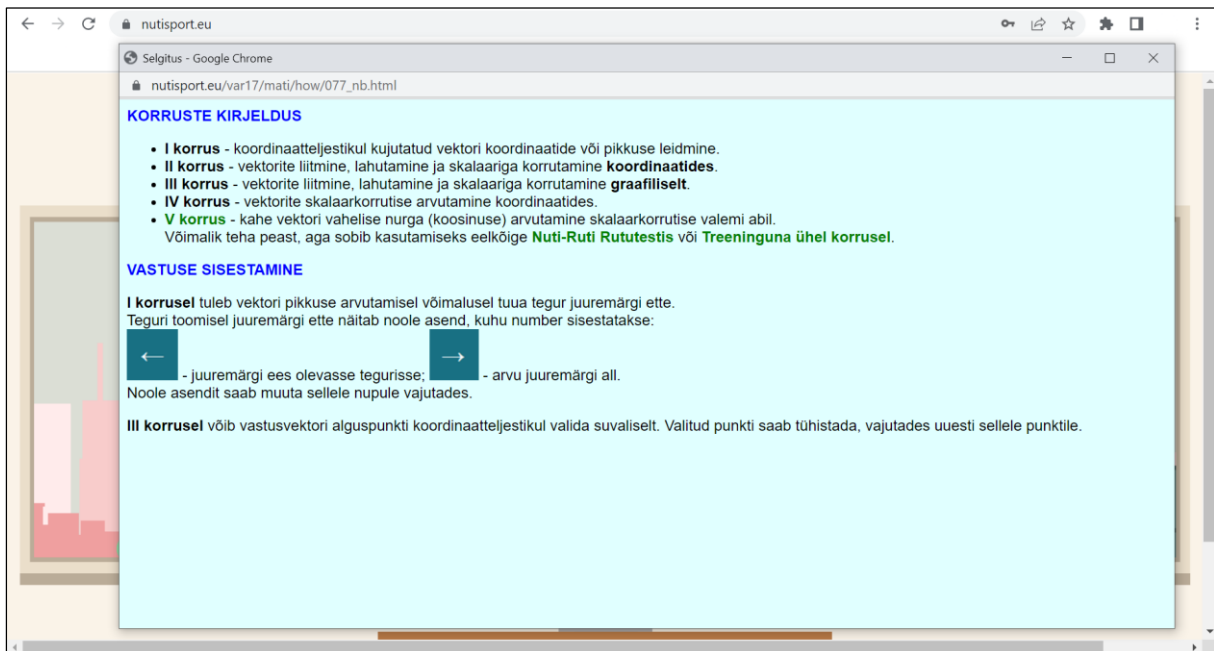
Valem

$$(x_1; y_1; z_1) * (x_2; y_2; z_2) = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2$$

Valem

$$\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\angle \vec{a}, \vec{b})$$

Lisa 2. Vektorite harjutuse „NB!“ leht



The screenshot shows a web browser window with the address bar displaying 'nutisport.eu/var17/mati/how/077_nb.html'. The page content is as follows:

KORRUSTE KIRJELDUS

- **I korrus** - koordinaatteljestikul kujutatud vektori koordinaatide või pikkuse leidmine.
- **II korrus** - vektorite liitmine, lahutamine ja skalaariga korrutamine **koordinaatides**.
- **III korrus** - vektorite liitmine, lahutamine ja skalaariga korrutamine **graafiliselt**.
- **IV korrus** - vektorite skalaarkorrutise arvutamine koordinaatides.
- **V korrus** - kahe vektori vahelise nurga (koosinuse) arvutamine skalaarkorrutise valemi abil.
Võimalik teha peast, aga sobib kasutamiseks eelkõige **Nuti-Ruti Rututestis** või **Treeninguna ühel korrusel**.

VASTUSE SISESTAMINE

I korrusel tuleb vektori pikkuse arvutamisel võimalusel tuua tegur juuremärgi ette. Teguri toomisel juuremärgi ette näitab noole asend, kuhu number sisestatakse:

← - juuremärgi ees olevasse tegurisse; → - arvu juuremärgi all.

Noole asendit saab muuta sellele nupule vajutades.

III korrusel võib vastusvektori alguspunkti koordinaatteljestikul valida suvaliselt. Valitud punkti saab tühistada, vajutades uuesti sellele punktile.

Lisa 3. Litsents

Lihtlitsents lõputöö reprodutseerimiseks ja üldsusele kättesaadavaks tegemiseks

Mina, Maret Tark,

1. annan Tartu Ülikoolile tasuta loa (lihtlitsentsi) minu loodud teose „Vektorite teemalise Nutispordi harjutuse programmeerimine“, mille juhendajad on Ahti Põder ja Kerli Orav-Puurand, reprodutseerimiseks eesmärgiga seda säilitada, sealhulgas lisada digitaalarhiivi DSpace kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
2. Annan Tartu Ülikoolile loa teha punktis 1 nimetatud teos üldsusele kättesaadavaks Tartu Ülikooli veebikeskkonna, sealhulgas digitaalarhiivi DSpace kaudu Creative Commons'i litsentsiga CC BY NC ND 3.0, mis lubab autorile viidates teost reprodutseerida, levitada ja üldsusele suunata ning keelab luua tuletatud teost ja kasutada teost ärieesmärgil, kuni autoriõiguse kehtivuse lõppemiseni.
3. Olen teadlik, et punktides 1 ja 2 nimetatud õigused jäävad alles ka autorile.
4. Kinnitan, et lihtlitsentsi andmisega ei riku ma teiste isikute intellektuaalomandi ega isikuandmete kaitse õigusaktidest tulenevaid õigusi.

Maret Tark

10.05.2022