

A. Tammekann

Lühike

kaardiprojektsiooni - õpetus

Seletused — näited — ülesanded

Hind 130 marka

K/Ü „Loodus“, Tartus

1922

Stereon

K. N. Rashevski järel

Hind 85

K. N. Rashevski „Stereomeetria“ ilmunud õpperaamatutest. Vastab kursusele täiesti. Ülesannete hulka mõnekümne võrra suurendatud. Osi matemaatika-oskussõnade komisjoni maatikaõpetajate kongressi poolt va „Stereomeetria“ teiste temasarname kättesaadav.



Prof. G

Tasapinnalise analüütilise geomeetria põhijooned.

Elementaarne õpperaamat ja ülesanded.

148. lhk. 100 joon.

Hind 185 marka. 1921.

Sisust: Anal. geom. ülesanne. Koordinaatide mõiste. Funktsiooni mõiste. Funktsiooni graafiline kujutamine. Kõvera võrrand. Sirge. Mõned anal. geom. rakendused. Ring. Ellips. Hüperbool. Parabool. Koonuslõiked. Puutujad. Diameetrid. Koordinaatide teisendamine. Kõvera aste. Üldine teiseastmeliste kõverate uurimine.

Saatest: Selles raamatus käsitletakse selle matemaatilise teaduse osa põhijooni, mis analüütilise geomeetria nime kannab. Tema ülesandeks loetakse harilikult geomeetria kujude algebralist uurimist. Arvan tema teiseks, mitte vähem tähtsaks ülesandeks algebraliste mõistete ja tõdede geomeetria tõlkimise. See teine ülesanne seisab esimesel kohal matemaatilise õpetamise reformimise lipukirjas, mis viimastel aastatel Lääne-Euroopas nii suurt hoogu võtnud. Mitte abstraktne matemaatika käsitlemine kõigi mõtteliste peenustega, mis uue aja kriitilise perioodi nõuetel sellesse teadusse toodud, vaid geneetiline, näitlik õpetamine, mille keskkohtas seisab funktsiooni mõiste ja tema graafiline kujutamine! Nendele kahele on siis ka otse ja kaudselt suur osa minu raamatust pühendatud. . . Ma loen lubamatuks pealiskaudsuse põhjapanevate mõistete ja küsimuste käsitlemises, nagu see sagedasti sünnib funktsiooni, kõvera võrrandi ja teiste mõistetega. Niikaua kui need sõnad tühjaks kõlaks jäävad, oleks parem neist rääkimata jätta. Olen katsunud neid põhimõisteid võimalikult lihtsalt, näitlikult ja mitmekülgset seletada. . .

Prof. K. Väisälä arvustusest „Kasvatus“ nr. 22, 3. aastakäik, 1921: Raamat on määratud keskkoolidele ja iseõppimiseks. . . Raamat sisaldab peale analüütilise geomeetria väga laia ja näitliku esituse funktsioonide graafilisest kujutamisest ja võrrandite graafilisest lahendamisest. . . Praegust trükki võib minu arvates keskkoolides väga hästi tarvitada, kui õpetamise juures tähele pannakse tähtsamad nimetatud parandustest. On ju esitus raamatus üldse selge, kohati kiiduväärne, ja selgust juurde lisab veel suur hulk häid jooniseid. Ja peale selle olgu veel tähendatud, et raamat tutvustab lugejat praegu veel trükis oleva uue matemaatika-oskussõnastikuga.

A. Tammekann

Lühike

kaardiprojektsiooni - õpetus

Seletused — näited — ülesanded

*Erica Sits,
stud. rer. nat.*

K/Ü „Loodus“, Tartus

1922

K/Ü „Looduse“ keeleline korrektor Tartu Ülikooli eesti keele lektor
J. V. Veski.

atib xivē
las. 900. kuba

Kmr

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu

900

i 16199042

Tähtsam kirjandus kaardiprojektsioonide kohta:

- Bludau, A. Die Kartenprojektionen in elementarer Behandlung, Düsseldorf 1913.
- Breusing, A. Das Verebnen der Kugeloberfläche für Gradnetzentwürfe, Leipzig 1892.
- Defosse, L. Les cartes géographiques et leurs projections usuelles, Paris 1910.
- Eckert, M. Die Kartenwissenschaft I, Berlin 1921.
- Eckert, M. u. O. K ü m m e l. Geographisches Praktikum, Leipzig 1908.
- Fiorini, M. Le proiezioni delle carte geografiche, Bologna 1881.
- Germain, A. Traité des projections des cartes géographiques, Paris 1866.
- Granö, J. G. Matematis-maantieteellisiä ohjeita ja tauluja, Helsinki 1911.
- Gretschel, H. Lehrbuch der Kartenprojektionen, Weimar 1873.
- Groll-Graf. Kartenkunde, I (Sammlung Göschen Nr. 30), 5. Aufl., Leipzig 1922.
- Hammer, E. Über die geographisch wichtigsten Projektionen, Stuttgart 1889.
- Reeves, E. A. Maps and Map-Making, London 1910.
- Tissot, A., Mémoire sur la représentation des surfaces et les projections des cartes géographiques, Paris 1881. (Saksa keelde E. Hammeri poolt pealkirjaga: „Die Netzentwürfe geographischer Karten“, Stuttgart 1887).
- Wagner, H. Lehrbuch der Geographie, I, 1: Mathematische Geographie, 10. Aufl., Hannover 1920, S. 189–230.
- Wagner, H. Geographische Hilfstabellen, Geogr. Jahrb. III, Gotha 1870.
- Witkowski, W. (Витковский, В.). Картография, СПб. 1907.
- Zondervan, H. Allgemeine Kartenkunde, Leipzig 1901.
- Zöppritz, K. u. A. Bludau. Leitfaden der Kartenentwurfslehre, I, 3. Aufl. Leipzig 1912.

Märgld ja oskussõnad :

a — asimuut
 δ — kaugus peapunktist, pooluse kaugus
 φ — geograafiline laius
 λ — geograafiline pikkus, meridiaanide vaheline nurk koonuselises projektsioonis
 l — pikkuste vahe
 φ_0 — puuterööbik, peapunkti rööbik
 φ_1, φ_2 — õigepikkused lõikerööbikud
 λ_0 — keskmeridiaan

M — peamõõt.
 m — mõõt mingis kaardiosas
 n — projektsiooni konstant
 e — lõikerööbikute nurkkaugus keskrööbikust.
 R — maakera raadius
 r — rööbiku raadius
 ϱ — rööbiku raadius projektsioonis
 ϱ_0 — õigepikkuse keskrööbiku raadius koonuselises projektsioonis

abivõrk — Hilfsnetz
 asimuut — Azimut
 „ -koordinaadid — azimuthale Koordinaten
 asimuut-projektsioon — Azimutalprojektion
 asimutaalsus — Azimutalität
 horisontaalne, kald-projektsioon — schiefachsige (horizontale) Projektion.
 horisontring — Horizontalkreis
 kaugus — Abstand, Distanz
 keskrööbik — Mittelparallel
 keskmeridiaan — Mittelmeridian
 koonuseline projektsioon — Kegelpjektion.
 korraline pr. — echte Pr.
 kraadivõrk — Gradnetz
 kraadisilmus — Gradfeld, Gradnetzmasche
 kujunduspind — Abbildungsfläche
 kurss — Kurswinkel
 loksodroom — Loxodrome
 lõikerööbik — Schnittparallel
 meridiaan — Meridian
 naba, poolus — Erdpol
 normaalne, püst-projektsioon — erdachsige (normale) Projektion
 ortodroom — Orthodrome.
 peamõõt — Hauptmasstab
 peapunkt — Hauptpunkt

pearing — Hauptkreis
 plaanistusleht — Messtischblatt
 poolitaja — Äquator.
 pooluse kaugus — Polabstand
 puuterööbik — Berührungsparrallel
 põhiring — Grundkreis
 püstkülikuline labakaart — rechteckige, oblonge Plattkarte
 raadiusevõrrand — Halbmessergesetz
 ruut-labakaart — quadratische Plattkarte
 rööbik — Parallelkreis
 senitaalsus — Zenitalität
 siil — Meridianstreifen
 silindriline projektsioon — Zylinderprojektion
 sobe, konventsionaalne projektsioon — unechte, konventionelle Projektion
 tasapinnaline projektsioon — Projektion auf der Ebene
 transversaalne, põik-projektsioon — querachsige (transversale) Projektion
 õigenurkne — winkeltreu, konform
 õigepikkune — abstandstreu, längentreu, äquidistant
 õigepindne — flächentreu, äquivalent

Matemaatilised eelmõisted.

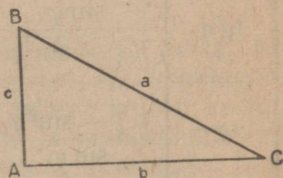
1. Trigonomeetrilised funktsioonid. Tähenname täisnurkses kolmnurgas (1. joon.) nurgad tähtedega A , B ja C ning nende vastasküljed tähtedega a , b ja c . Siis on:

$$1) \left. \begin{array}{l} \frac{b}{a} = \sin B \\ \frac{c}{a} = \sin C \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{teravnurga vastaskaateti ja hüpoteenuusi suhe on} \\ \text{selle nurga siinus.} \end{array}$$

$$2) \left. \begin{array}{l} \frac{c}{a} = \cos B \\ \frac{b}{a} = \cos C \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{lähiskaateti ja hüpoteenuusi suhe on teravnurga} \\ \text{koosinus.} \end{array}$$

$$3) \left. \begin{array}{l} \frac{b}{c} = \operatorname{tg} B \\ \frac{c}{b} = \operatorname{tg} C \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{vastaskaateti ja lähiskaateti suhe on teravnurga} \\ \text{tangens.} \end{array}$$

$$4) \left. \begin{array}{l} \frac{c}{b} = \operatorname{ctg} B \\ \frac{b}{c} = \operatorname{ctg} C \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{lähiskaateti ja vastaskaateti suhe on teravnurga} \\ \text{kootangens.} \end{array}$$



1. joon.

Siinus, koosinus, tangens ja kootangens on nurga trigonomeetrilised ehk goniomeetrilised funktsioonid, sest need muutuvad reeglipäraselt ühes nurga muutumisega. Nurk, mis täiendab antud nurka 90 kraadini, on antud nurga täiendusnurk. Täisnurkses kolmnurgas on teravnurgad üksteisele täiendusnurkadeks. Ühe nurga siinus on siin teise (täiendus-) nurga koosinus, ühe nurga tangens on teise kootangens ja vastuoksa, üldse, ühe nurga funktsioonid on teise nurga täiendusfunktsioonideks.

Ühe ja sama nurga φ neli funktsiooni ($\sin \varphi$, $\cos \varphi$, $\operatorname{tg} \varphi$, $\operatorname{ctg} \varphi$) on isekeskis seotud järgmiste kolme valemiga:

$$1) \sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1.$$

$$2) \operatorname{tg} \varphi = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi}.$$

$$3) \operatorname{ctg} \varphi = \frac{\cos \varphi}{\sin \varphi}.$$

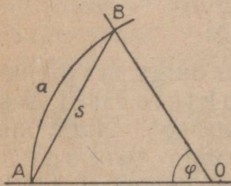
Need kolm valemite moodustavad võrrandite süsteemi nelja otsitavaga, millest võib iga otsitava funktsiooni määrata teiste kolme abil. See on kokkuvõtlikult kujutatud järgmisel tabelil:

	$\sin \varphi$	$\cos \varphi$	$\operatorname{tg} \varphi$	$\operatorname{ctg} \varphi$
$\sin \varphi$	$\sin \varphi$	$\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}$	$\frac{\operatorname{tg} \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}$	$\frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi}}$
$\cos \varphi$	$\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}$	$\cos \varphi$	$\frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi}}$	$\frac{\operatorname{ctg} \varphi}{\sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi}}$
$\operatorname{tg} \varphi$	$\frac{\sin \varphi}{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}}$	$\frac{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}{\cos \varphi}$	$\operatorname{tg} \varphi$	$\frac{1}{\operatorname{ctg} \varphi}$
$\operatorname{ctg} \varphi$	$\frac{\sqrt{1 - \sin^2 \varphi}}{\sin \varphi}$	$\frac{\cos \varphi}{\sqrt{1 - \cos^2 \varphi}}$	$\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi}$	$\operatorname{ctg} \varphi$

2. Kaar ja kõõl. Nurga $AOB = \varphi$ (2. joon.) suuruse määrab sellest nurgast piiratud kaare AB pikkus, mida mõõdetakse kaare raadiusega BO . Mõõdu üksusena on raadius BO võrdne ühega.

Et nurga suurus oleneb kaare pikkusest ja vastuoksaks, siis on nurk ja kaar funktsionaalses ühenduses, mida tähendatakse järgmiselt:

$$\frac{AB}{BO} = \frac{a}{1} = a = \operatorname{arc} \varphi \quad (\text{loe: arkus } \varphi).$$



2. joon.

Kaar, mis võrdub raadiusega, ehk teisiti öeldes, mille pikkus = 1, kannab radiaani nime. Sellele vastava nurga suurus on $57^{\circ}17'45''$. Ühekraadilisele nurgale vastava kaare pikkus on aga 0,017 radiaani.

Sirgjoont $AB = s$, mis ühendab nurga ja kaare ühiseid punkte, nimetatakse selle kõõluks. Kõõlu mõõdetakse kaare raadiusega ja ta pikkus on nurga suurusega funktsionaalses ühenduses:

$$\frac{AB}{BO} = \frac{s}{1} = s = \operatorname{chord} \varphi.$$

Kaardiprojektsiooni-õpetuses mõõdetakse nurki kraadidega, kaari ja kõõlusid aga radiaanidega. Selle raamatu lisan olevas 1. tabelis on näidatud nurkade, kaarte ja kõõlude vastavad suurused.

3. Kolmnurkade lahendamine. Järgnevasse tabelisse on mahutatud valemid, millede abil on võimalik täisnurkse kolmnurga antud külgede ja nurkade järele leida otsitavaid nurki ja külgi:

Andmed:	O t s i t a v a d:
a, B	$C = 90^\circ - B, \quad b = a \sin B, \quad c = a \cos B$
a, b	$\sin B = \frac{b}{a}, \quad C = 90^\circ - B, \quad c = a \sin C$
b, B	$C = 90^\circ - B, \quad a = \frac{b}{\sin B}, \quad c = \frac{b}{\operatorname{tg} B}$
b, c	$\operatorname{tg} B = \frac{b}{c}, \quad C = 90^\circ - B, \quad a = \frac{b}{\sin B}$

Need valemid ei määra mitte otsekohe otsitavat nurka, vaid selle funktsiooni — siinuse, koosinuse, tangensi või kootangensi. Kuid et funktsioon oleneb nurgast, siis on sellega ühtlasi ka nurk ära määratud. Tarvis ainult teada nurkade ja funktsioonide vastavaid suurusid. Need koondatakse iseäralistesse tabelitesse, nagu näiteks selle raamatu lisaks' olev 1. tabel. Et aga funktsioonid esinevad enamasti mitmesuguseis võrrandis, ja nendega tuleb toimendada tehteid, siis on mõnusam tarvitada mitte funktsiooni ennast, vaid tema logaritmi, mida leiame jällegi sellekohaseist tabeleist (näit. erivihuna ilmunud prof. J. Sarve tabelid).

4. Teisendamisvalemid. Logaritmade abil on võimalik arvutada ainult sääraseid võrrandeid, milledes pole liitmise ja lahutamise tehet. Kui aga võrrandis esinevad need tehet, siis peab talle andma logaritmilise kuju, s. o. peab võrrandit teisendama, nii et ta esineks korrutise, jagatise jne. kujul, üldse, et ta oleks logaritmitav. Seesugune teisendamine sünnib järgmiste valemite põhjal:

$$1) \sin(a \pm \beta) = \sin a \cos \beta \pm \cos a \sin \beta$$

$$\cos(a \pm \beta) = \cos a \cos \beta \mp \sin a \sin \beta$$

$$\operatorname{tg}(a \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} a \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} a \operatorname{tg} \beta}$$

$$\operatorname{ctg}(a \pm \beta) = \frac{\operatorname{ctg} a \operatorname{ctg} \beta \mp 1}{\operatorname{ctg} \beta \pm \operatorname{ctg} a}$$

$$2) \sin a = 2 \sin \frac{a}{2} \cos \frac{a}{2}$$

$$\cos a = \cos^2 \frac{a}{2} - \sin^2 \frac{a}{2}$$

$$\operatorname{tg} a = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{a}{2}}{1 - \operatorname{tg}^2 \frac{a}{2}}$$

$$\operatorname{ctg} a = \frac{\operatorname{ctg}^2 \frac{a}{2} - 1}{2 \operatorname{ctg} \frac{a}{2}}$$

$$3) \sin \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{2}}$$

$$\cos \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos a}{2}}$$

$$\operatorname{tg} \frac{a}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos a}{1 + \cos a}} = \frac{1 - \cos a}{\sin a} = \frac{\sin a}{1 + \cos a}$$

$$4) \sin a + \sin \beta = 2 \sin \frac{a + \beta}{2} \cdot \cos \frac{a - \beta}{2}$$

$$\sin a - \sin \beta = 2 \cos \frac{a + \beta}{2} \cdot \sin \frac{a - \beta}{2}$$

$$\cos a + \cos \beta = 2 \cos \frac{a + \beta}{2} \cdot \cos \frac{a - \beta}{2}$$

$$\cos a - \cos \beta = -2 \sin \frac{a + \beta}{2} \cdot \sin \frac{a - \beta}{2}$$

$$\operatorname{tg} a \pm \operatorname{tg} \beta = \frac{\sin(a \pm \beta)}{\cos a \cdot \cos \beta}$$

$$\operatorname{ctg} a \pm \operatorname{ctg} \beta = \frac{\sin(\beta \pm a)}{\sin a \cdot \sin \beta}$$

5. Tasapinnalised koordinaadid. Punktide asukoha määramiseks tasapinnal kujutatakse tasapinnale kaks vastastikku risti olevat sirgjoont XX' ja YY' (3. joon.), üks rõht-, teine püstsihis, ja neid nimetatakse koordinaattelgedeks: XX' on abstsisside ehk x -telg, YY' on ordinaatide ehk y -telg. Teljed lõikuvad koordinaatide alguspunktis O ning jagavad tasapinna neljaks veerandiks (I, II, III, IV). Punkt P asukoha määravad kindlaks: 1) tema kaugus x -teljest = PA , ja 2) kaugus y -teljest = OA . Esimest nimetatakse punkti ordinaadiks ja märgitakse tähega y , teist — punkti abstsissiks ja märgitakse tähega x . Abstsiss (x) ja ordinaat (y) on punkti täisnurksed tasapinnalised koordinaadid. Esimeses veerandis on koordinaadid mõlemad positiivsed ($+x$, $+y$), teises veerandis on x negatiivne, y positiivne ($-x$, $+y$), kolmandas — mõlemad negatiivsed ($-x$, $-y$), neljandas — x positiivne, y nega-

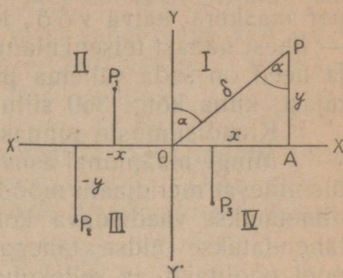
tiivne $(+x, -y)$. Säärasel teel tehakse vahet punktide vahel, mis asuvad samal kaugusel telgedest, kuid iseveerandis.

Punkti P asukohta tasapinnal võib määrata ka tema kauguse järele koordinaatide alguspunktist O ning nurga α järele, mis siht $OP = \delta$ moodustab y -teljega. Seda nurka nimetatakse punkti P asimuudiks, mis ühes kaugusega δ moodustavad punkti asimuutkoordinaadid. Nende järele võib hõlpsasti arvutada ka punkti täisnurkseid koordinaate ja vastuoksa. Kolm-nurgast OPA järgneb:

$$x = \delta \sin \alpha; \quad y = \delta \cos \alpha$$

ja vastuoksa:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{x}{y}; \quad \delta = \frac{x}{\sin \alpha} = \frac{y}{\cos \alpha}.$$



3. joon.

6. Kerapinnalised (geograafilised) koordinaadid. Punkti asukohta määramiseks maakera pinnal kujutatakse sellele rida suurja väikeringe, nimelt:

1) maakera nabadest ühesugusel kaugusel asuv suuring — poolitaja (ekvaator) ja sellega rööbiti jooksvad väikeringid — rööbikud (paralleelid). Rööbikud on seda väiksemad, mida kaugemal nad asuvad poolitajast. Poolitaja ise on kõige suurem rööbik ja tema pikkus on võrdne maakera ümbermõõduga = 40 000 km;

2) maakera nabasid ühendavad, poolitajale ja rööbikuile risti jooksvad poolringid — meridiaanid. Need on kõik ühepikkused (20 000 km) ja ühte neist nimetatakse nullmeridiaaniks. Praegusel ajal on selleks võetud meridiaan, mis läheb üle Greenwich'i tähetorni Inglismaal.

Üksikute rööbikute kui ka meridiaanide vaheliste pikkuste üksuseks on kraadüksus $\text{kr} \text{ a} \text{ a} \text{ d} = \frac{1}{360}$ suuringi. See jagatakse 60-ks vähe- maks üksuseks — minutiteks, milledest igaüks sisaldab omakord 60 sekundit. Poolitaja ja meridiaanid on suuringid; sellepärast on ka nende kraadid umbes ühesuurused = 111 km. Rööbikute kraadid on aga seda vähemad, mida kaugemal nad on poolitajast.

Rööbikuid loetakse poolitajalt põhja ja lõuna poole 1-st kuni 90-ni. Poolitaja ise on järjekult nullrööbik. Meridiaane loetakse nullmeridiaanist lääne ja ida poole 1-st kuni 180-ni või ainult ida poole 1-st kuni 360-ni.

2. tabelis on tähendatud meridiaani- ja 3. tabelis rööbiku- kraadide pikkused meetrites.

Poolitaja, rööbikud ja meridiaanid moodustavad üheskoos kraadivõrgu. See jagab maakera pinna mitmesuguse suuruse ja kujuga nelinurkseiks laikudeks — kraadisilmuseiks. Neid on üldse $360 \times 180 = 64\,000$. Iga kraadisilmus on piiratud kahe

meridiaani ja kahe rööbiku või rööbiku ja poolitaja kraadiliste kaartega, välja arvatud nabasid ümbritsevad silmused, mis on kolmnurksed ja piiratud kahe meridiaani ning ühe rööbiku kraadiliste kaartega.

Kahe rööbiku vahel asuvad kraadisilmused moodustavad ümber maakera käiva vöö, kahe meridiaani vahel olevad silmused — ühest nabast teiseni ulatava siilu. Võid on üldse $90 + 90 = 180$, ja need on seda vähema pindalaga, mida kaugemal nad on poolitajast, kuna kõigi 360 siilu pindalad on ühesuurused.

Kraadisilmuste pinnasuurused on näidatud 4. tabelis.

Mingi maapinnal asuva koha kaugust poolitajast, loetud kohast üleminevat meridiaani mööda selle kraadides (minutites, sekundites), nimetatakse vaadeldava koha geograafiliseks laiuks ja tähendatakse üldse tähega φ . Koht võib asuda põhja või lõuna-laiuse vahel. Esimest märgitakse tähega $+$, teist $-$, ehk lisatakse esimesele juurde täht N, teisele S. Et laiust mõõdetakse meridiaani kraadidega, siis nimetatakse viimaseid laiuskraadideks. Ühise laiusega kohad asuvad kõik ühisel rööbikul ja sellepärast nimetatakse rööbikuid ka samalajusjoonteks.

Koha kaugust lähemast nabast meridiaani kraadides nimetatakse selle koha pooluse kauguseks, ja märgitakse tähega δ . Koha laiuse ja pooluse kauguse summa on alati 90° .

Kaugus nullmeridiaani ja kohast ülemineva meridiaani vahel, loetud poolitajat mööda selle kraadides (minutites, sekundites), on vaadeldava koha geograafiline pikkus, mida tähendatakse üldse tähega λ . Koht võib asuda nullmeridiaanist lääne või ida pool, ja sellekohaselt on meil lääne- ja idapikkus. Esimest tähendatakse $-\lambda$, teist $+\lambda$, ehk lisatakse esimesele juurde täht W, teisele $-E$. Kui meridiaane loetakse ainult ühes sihis 0-st kuni 360-ni, siis langeb see vahetegemine ära. Et pikkust mõõdetakse poolitaja kraadidega, siis nimetatakse neid pikkuskraadideks. Ühise pikkusega kohad asuvad ühisel meridiaanil, sellepärast nimetatakse meridiaane ka samapikkusjoonteks.

Laius ja pikkus määravad koha asendi maapinnal kindlaks ja neid nimetatakse koha geograafilisteks koordinaatideks. 11. tabelis on näidatud Eestimaa linnade koordinaadid.

Kujutagu 4. joonis maakera lõiget mingi meridiaani tasapinda mööda. PP' on maakera telg, $AC = R =$ poolitaja raadius, ja $BE = r =$ mingi rööbiku raadius, mille geograafiline laius $= \varphi$ ning pooluse kaugus $= \delta$. Kolmnurgast BEC järgneb:

$$BE = r = BC \cos \varphi = R \cos \varphi \text{ ja}$$

$$BE = r = BC \sin \delta = R \sin \delta.$$

Rööbiku raadius võrdub maakera raadiuse ja rööbiku geograafilise laiuse koosinuse ehk pooluse kauguse siinuse korrutisega.

Et ringide ja nende sarnaste osade pikkused suhtuvad nagu nende raadiused, siis on eelmine lause maksev ka rööbiku kogupikkuse ja tema kraadi pikkuse kohta.

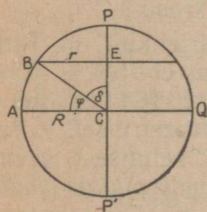
Maakera kogupindala $= 4\pi R^2$, kahe meridiaani vahel oleva siilu pindala $= \frac{4\pi R^2}{360} = \frac{\pi R^2}{90}$, rööbikust φ ja poolitajast piiratud vöö pindala $= 2\pi R^2 \sin \varphi$. Kahe rööbiku φ_1 ja φ_2 vahel oleva vöö pindala on järjekult $2\pi R^2 \sin \varphi_2 - 2\pi R^2 \sin \varphi_1 = 2\pi R^2 (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1) = 4\pi R^2 \cdot \sin \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{2} \cos \frac{\varphi_2 + \varphi_1}{2}$.

Kaartide projektimisel tõuseb sagedasti tarvidus muuta antud punkti geograafilised koordinaadid asimuutaseiks. Olgu A ja B (5. joon.) maakera pinnal punktid, millede geograafilised koordinaadid tuntud:

$$A \dots \varphi_0 = 30^\circ N, \lambda_0 = 30^\circ E$$

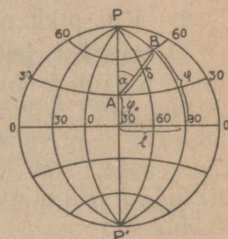
$$B \dots \varphi = 60^\circ N, \lambda = 90^\circ E.$$

Tuleb leida punkti B asimuut-koordinaadid (α, δ), punktist A arvates. Kaugust δ mõõdetakse siin mööda suurringi kaart, mis läheb üle antud punktide,



4. joon.

kuna asimuudiks α on nurk selle kaare ja punktist A läbimineva meridiaani vahel. Sfäärilises kolmnurgas APB on tuntud kül $AP = 90^\circ - \varphi_0 = 60^\circ$, kül $BP = 90^\circ - \varphi = 30^\circ$ ja nurk $APB = l = \lambda - \lambda_0 = 60^\circ$. Külje δ ja nurga α määrab nende



5. joon.

andmete põhjal järgmine sfäärilise trigonomeetria lause:

$$\cos \delta = \cos (90^\circ - \varphi_0) \cos (90^\circ - \varphi) + \sin (90^\circ - \varphi_0) \sin (90^\circ - \varphi) \cos l = \sin \varphi_0 \sin \varphi + \cos \varphi_0 \cos \varphi \cos l.$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin (90^\circ - \varphi) \sin l}{\sin \delta} = \frac{\cos \varphi \cdot \sin l}{\sin \delta}.$$

Kauguse δ avaldame selle järele harilikudes pikkusüksustes:

$$AB = \frac{2\pi R \cdot \delta}{360}, \text{ kus } 2\pi R \text{ on maakera ümbermõõt ja } \delta = \text{punkti } B \text{ kaugus kraadides. Käsoleval juhusel on } \delta = 49^\circ 30' \text{ ja tema pikkus on järjekult}$$

$\frac{40\,000 \cdot 49,5}{360} = 5499,45 \text{ km.}$

$$\frac{40\,000 \cdot 49,5}{360} = 5499,45 \text{ km.}$$

7. Ortodroom ja loksodroom, Ortodroomiks nimetatakse maakera pinnal sihti suurringi kaart mööda, näit. AB (5. joon.) Suurringi kaar on kõige lühemaks teeks kerapinnal asuva kahe punkti vahel. Kui vaadeldav suurring ei lange ühte mõne meridiaaniga või poolitajaga, siis lõikub ta iga meridiaaniga isesugusi nurgi.

Sellevastu on loksodroom niisugune kõverjoon maakera pinnal, mis lõikab kõiki meridiaane ühi ja samu, alguses määratud, nurgi. Loksodroomi tarvitavad meremehed oma sõiduteeks, sest nad juhivad laevu kompassi järele, mis näitab nurka (nn. kurss) laeva liikumissihhi ja meridiaani vahel. Kui kurss on muutumata, siis liigub laev mööda loksodroomi.

Näited ja ülesanded.

1. Leida järgmiste punktide asimuut-koordinaatide järele nende täisnurksed koordinaadid: a) $\alpha = 10^{\circ}12'$, $\delta = 4$; b) $\alpha = 65^{\circ}27'$, $\delta = 0,25$; c) $\alpha = 48^{\circ}42'$, $\delta = 13,8$.

Lahendus: a) $x = \delta \sin \alpha = 4 \sin 10^{\circ}12'$
 $\log x = \log 4 + \log \sin 10^{\circ}12' = 0.60206 + 9.24818 - 10 = 1.85024$. $x = 0.708$.
 $y = \delta \cos \alpha = 4 \cos 10^{\circ}12'$
 $\log y = \log 4 + \log \cos 10^{\circ}12' = 0.60206 + 9.99308 - 10 = 0.59514$. $y = 1.394$.

2. Kui pikk on Tartu rööbik ja selle üks kraad?

11. tabelist leiame Tartu $\varphi = 58^{\circ}22'47''$, järjekult on Tartu rööbiku pikkus $x = 2\pi r = 2\pi R \cos \varphi = 2\pi \cdot 6370$ km. $\cos 58^{\circ}22'47'' = 20984$ km (ligikaudu), ja ühe kraadi pikkus $= 20984$ km : 360 $= 58,3$ km. Et maakera pole mitte täiesti geomeetriliselt korrapärane kera, siis läheb rööbiku tõeline pikkus eelmisest arvust pisut lahku ja on nimelt 20957 km ning ühe kraadi pikkus vastavalt 58.2 km.

3. Kui suur on Eestimaa ulatus kilomeetrites põhjast lõuna ja läänest idasse, kui Eestimaa äärmiste punktide koordinaadid on järgmised:

	φ	λ
1) Keri saar (Soome lahes)	$59^{\circ}42'0''N$;	$25^{\circ}1'10''E$.
2) Kobõljaki küla (idapiiril)	$59^{\circ}22'35''N$;	$28^{\circ}22'0''E$.
3) Kuudepää mõisa (lõunapiiril)	$57^{\circ}26'40''N$;	$27^{\circ}22'0''E$.
4) Nootama saar (Läänemeres)	$58^{\circ}19'22''N$;	$21^{\circ}43'50''E$.

Kui suur on pindala, mida piiravad nende punktide rööbikute ja meridiaanide kaared?

Ulatus põhjast lõuna $\varphi_1 - \varphi_3 = 59^{\circ}42'0'' - 57^{\circ}26'40'' = 2^{\circ}15'20'' = 111$ km. $2^{\circ},26 = 250$ km.

Ulatus läänest idasse $\lambda_2 - \lambda_4 = 28^{\circ}22'0'' - 21^{\circ}43'50'' = 6^{\circ}38'10'' = 6^{\circ},64$, ehk lugedes $58^{\circ}30'$ rööbikut mööda: 111 km. $6,64 \cdot \cos 58^{\circ}30' = 385$ km.

Rööbikute φ_1 ja φ_3 vahel oleva vöö pindala on $4\pi R^2 \cdot \sin \frac{\varphi_1 - \varphi_3}{2} \cos \frac{\varphi_1 + \varphi_3}{2} = 4\pi \cdot 6370^2 \cdot \sin 1^{\circ}7'40'' \cos 58^{\circ}34'20'' = 5233000$ km².

Meridiaanide λ_2 ja λ_4 vahel olev osa sellest vööst $= \frac{5233000 \text{ km}^2 \cdot 6,64}{360} = 96520$ km²?

4. Leida punkti B (φ_1, λ_1) asimuut-koordinaadid punktist A (φ_0, λ_0) arvates ja muuta need täisnurkseiks, kui $\varphi_0 = 14^\circ 18' S$, $\lambda_0 = 32^\circ 59' W$ ja $\varphi_1 = 62^\circ 30' N$ ja $\lambda_1 = 2^\circ 12' E$.

Lahendus: $\cos \delta = \sin \varphi_0 \sin \varphi_1 + \cos \varphi_0 \cos \varphi_1 \cos(\lambda_1 - \lambda_0) = \sin(-14^\circ 18') \cdot \sin 62^\circ 30' + \cos(-14^\circ 18') \cos 62^\circ 30' \cdot \cos[2^\circ 12' - (-32^\circ 59')] = -\sin 14^\circ 18' \cdot \sin 62^\circ 30' + \cos 14^\circ 18' \cdot \cos 62^\circ 30' \cdot \cos 35^\circ 11'$.

$$\begin{aligned} \log \sin 14^\circ 18' &= 9.39270 - 10 \\ \log \sin 62^\circ 30' &= 9.94793 - 10 \\ \hline \text{num } 9.34063 - 10 &= \\ &= 0.2191 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \log \cos 14^\circ 18' &= 9.98633 - 10 \\ \log \cos 62^\circ 30' &= 9.66441 - 10 \\ \log \cos 35^\circ 11' &= 9.91239 - 10 \\ \hline \text{num } 9.56313 - 10 &= \\ &= 0.3657 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos \delta &= -0.2191 + 0.3657 = 0.1466 \\ \log \cos \delta &= 9.16613 - 10; \delta = 81^\circ 34' 12'' = 9062,3 \text{ km} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= \frac{\cos \varphi_1 \cdot \sin(\lambda_1 - \lambda_0)}{\sin \delta} = \frac{\cos 62^\circ 30' \cdot \sin 35^\circ 11'}{\sin 81^\circ 34' 12''} \\ \log \cos 62^\circ 30' &= 9.66441 - 10 \\ \log \sin 35^\circ 11' &= 9.76057 - 10 \\ \hline &= 9.42498 - 10 \\ \log \sin 81^\circ 34' 12'' &= 9.99528 - 10 \\ \log \sin \alpha &= 9.42970 - 10 \\ \hline \alpha &= 15^\circ 36' 3'' \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x = \delta \sin \alpha &= 9062,3 \sin 15^\circ 36' 3'' \\ \log 9062,3 &= 3.95724 \\ \log \sin 15^\circ 36' 3'' &= 9.99528 - 10 \\ \hline \text{num } 3.95252 &= \\ &= 8964.4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y = \delta \cos \alpha &= 9062,3 \cos 15^\circ 36' 3'' \\ \log 9062,3 &= 3.95724 \\ \log \cos 15^\circ 36' 3'' &= 9.98370 - 10 \\ \hline \text{num } 3.93094 &= \\ &= 8529.8 \end{aligned}$$

5. Missugused on Tallinna asimuut ja kaugus Tartust?

I. Kaardist ja projektsioonidest üldse.

8. Kaart on maakera kogupinna või selle üksiku ala pilt, kujutatud tasapinnal teatud matemaatiliste seaduste järgi.

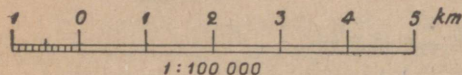
Seda tasapinnal kujutamist nimetatakse kaardi projektiivseks, ja neid matemaatilisi seadusi, mille järele seda tuleb toimetada, selgitatakse kaardi projektsiooni-õpetuses.

9. Kaardi mõõt. Maakera kogupinda või selle üksikut osa ei saa kaardil kujutada loomulikus suuruses, vaid seda peab vähendama suuremal või vähemal määral, kujutatava ala ja kaardi kausta kohaselt. Arvu, mis näitab, kui suurel määral on maa-ala kaardil vähendatud, nimetatakse selle kaardi mõõdukaks. Mõõt tähendatakse murruna, mille lugejaks on 1 ja nimetajaks arv, mis näitab, mitu korda on kujutatud alad kaardil vähendatud. Kui, näiteks, mõni maa-ala on kaardil kujutamiseks vähendatud 100 000 korda,

siis on selle kaardi mõõt $\frac{1}{100\,000}$ ehk 1:100 000.

Kaardimõõt tähendatakse harilikult ka veel joonena, mille osad näitavad, kui pikkadena esinevad kaardil loomulikud pikkusemõõdu üksused. Eelnimetatud kaardil mõõduga 1:100 000 vastab 1 sm pikkune joonlõik 1 km-le looduses, ja meie tähendame mõõdu 1 sm pikkusteks osadeks jaotatud joonena, mille iga jaotuse kohta kirjutame sellekohase arvu kilomeetreid (6. joon.)

Esimene pahempoolne lõik jaotatakse harilikult veel vähemaiks osadeks, ja igaüks neist tähendab käesoleval juhusel 100 m.



6. joon. Lihtmõõt 1:100.000.

kümnendikka ja sajandikka, missugune täpsus on hariliku joonmõõdu abil võimatu.

10. Kaartide liigitus. Kaardid jagunevad mõõdu järele järgmiselt:

1) **Plaanid** — mõõduga kuni 1:10 000, näiteks maja- ja õueplaanid, linnaplaanid jne. Suure mõõdu tõttu on võimalik neile mahutada rohkesti vähemaid üksikasju, ja neid tarvitatakse alati, kui seesugune üksikasjade kujutamine tähtis.

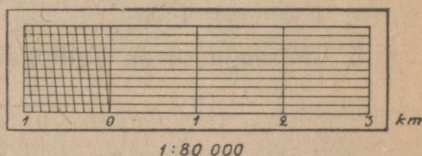
2) **Topograafilised kaardid** — mõõduga 1:10 000 kuni 1:150 000, näiteks Eesti sõjaväe kartograafia-osakonna kaardid mõõduga 1:25 000, 1:42 000, 1:126 000. Need on kokku seatud täpsate riistadega koha peal toimetatud mõõtmiste põhjal, ja neil on kujutatud tarvilise täpsusega koha maastikuline välimus, selle pinnavormid, jõed ja järved, taimkate ning inimeste asulad ja teed.

3) **Geograafilised kaardid** — mõõduga alla 1:150 000, näiteks tervete ilmajagude või üksikute maade ja riikide kaardid. Geograafilised kaardid on kokku seatud osalt kohaste topograafiliste kaartide, osalt muude andmete põhjal ja nende eesmärgiks on kujutada ülevaatlilikult suuremaid maa-alasid, ilma üksikasjadesse tungimata. Säärast kujutamiskiivi nimetatakse üldistamiseks ehk generaliseerimiseks. Mida väiksema mõõduga on kaart, seda enam on ta üldistatud.

Sisu ja otstarbe järele jagunevad kaardid füüsilisiks, poliitiliseks, statistiliseks, ajalooliseks jne.

11. Projektsioonide omadused. Et maa on kerajas keha, siis on tema õige ja igapidi sarnane kujutus võimalik ainult gloo-

Suurema täpsuse saavutamiseks mõõtmiste juures joonistatakse kaardile nn. trans-versaalmõõt, mille kujud selgub meile 7. joonisest. Selle abil võime määrata otsekohe terveid kilomeetreid, selle

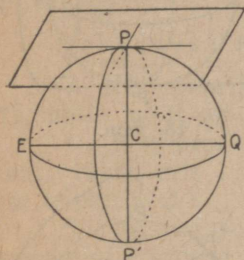


7. joon. Transversaalmõõt 1:80 000.

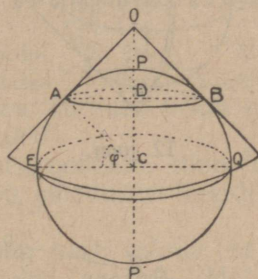
buse (kerase) näol. Ainult gloobusel püsivad joonte ja kujude sarnasuse kolm tähtsat tingimust:

- 1) õiged pikkused,
- 2) õiged pindalad,
- 3) õiged nurgad.

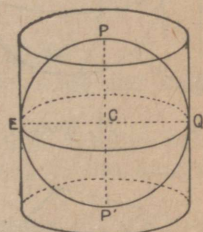
Kaardil on maakera kõver pind kujutatud tasapinnale laialilootatuna; selle tagajärjel moonutatakse kujud — kistakse laiali või surutakse kokku — pikkustes, pindalades ja nurkades ilmuvad vead. Kaardiprojektsioonid valitakse nii, et kõrvaldada üht või teist neist vigadest. Õiged pikkused võivad esineda kaardil teatud üksikute joonte sihis, kõigis kaardi osades on seda võimatu saavutada. Kaht teist viga — pindalades ja nurkades — võib aga täielikult kõrvaldada. Nii saame kolm liiki isesuguste omadustega projektsioone:



8. joon.



9. joon.



10. joon.

1) Õigepikkused (ekvidistantsed) — kus möödule vastavad õiged pikkused esinevad mõnede joonte, näiteks meridiaanide või rööbikute sihis. Nende joonte mõõtu nimetatakse kaardi peamööduks, mis aga muudel kaardi aladel pole maksev.

2) Õigepindsed (ekvivalentsed) — möödule vastavate õigete pindaladega (areaalidega).

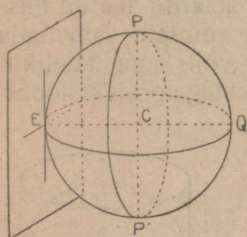
3) Õigenurksed (konformsed) — õigete nurkadega.

12. Kujunduspind. Tasapind langeb ühte kerapinnaga ainult ühes punktis P (8. joon.), ja kui me projektime kera pinnalt kujutusi tasapinnale, siis ainult selles punktis esinevad õiged pikkused, õiged pindalad ja õiged nurgad. Moonutused kasvavad seda suuremaks, mida kaugemale eemaldume sellest puutepunktist. Paremaid tagajärgi saavutame projektides kujutusi silindri või koonuse pinnale ja laotades siis neid tasapinnale laiali. Puutujal silindri või koonuse pinnal on kerapinnaga juba ühine joon AB (9. joon.) või EQ (10. joon.) ja kujude sarnasuse tingimused esinevad terve selle joone ulatusel.

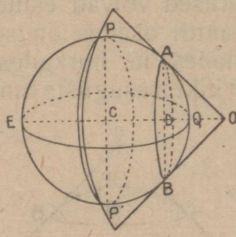
Pinda, millele projektitakse kerapinnalt kujutusi, nimetatakse üldse kujunduspinnaks. Selleks võib olla tasapind, koonuse või silindri pind. Nii saame kolm liiki projektsioone, mis lahknivad üksteisest kujunduspinna poolest:

- 1) tasapinnalised — kujunduspinnaks tasapind,
 - 2) koonuselised — kujunduspinnaks koonuse pind,
 - 3) silindrilised — kujunduspinnaks silindri pind.
- See on kõige tähtsam kaardiprojektsioonide liigitus.

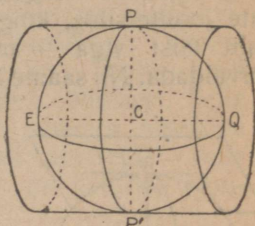
13. Projektsioonide liigitus kujunduspinna asendi järele. Kujunduspinna asend kera suhtes võib olla väga mitmesugune. Näiteks, tasapind võib puutuda kera selle pooluses, või mõnes poolitaja punktis, või viimati mis tahes muus punktis. Samuti



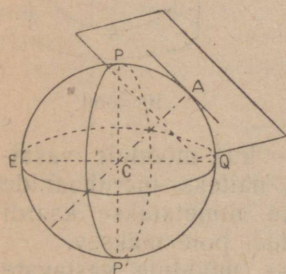
11. joon.



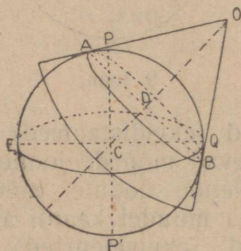
12. joon.



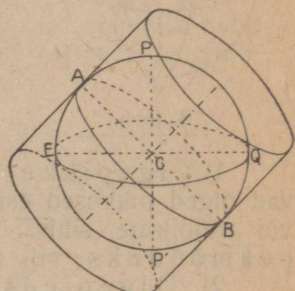
13. joon.



14. joon.



15. joon.



16. joon.

võib koonuse või silindri pind puutuda kera mõnda rööbikut või poolitajat mööda, või jälle meridiaane, või viimati mis tahes muud ringi mööda. Kujunduspinna asendi järgi jagatakse projektsioonid kolme liiki:

1) Püstprojektsioonid (ka normaalsed ehk tasapinnalise kujunduspinna puhul ka polaarsed) — tasapinna puutepunktiks on poolus, kõvera pinna puutejooneks poolitaja või mõni rööbik. Maakera telg on perpendikulaarne puutuja tasapinnaga ja langeb ühte koonuse või silindri teljega (8., 9. ja 10. joon.).

2) Põikprojektsioonid (ka transversaalsed ehk ekvatoriaalsed) — puutepunktiks on mõni poolitaja punkt, puutejooneks meridiaan või mõni sellega rööbiti jooksev väikering. Maakera telg on paralleelne puutuja tasapinnaga ja perpendikulaarne koonuse ning silindri teljega (11., 12. ja 13. joon.).

3) Kaldprojektsioonid (ehk horisontaalsed) — kujundspinnad on mis tahes muus asendis. Maakera telg moodustab puutuja tasapinnaga ja koonuse ning silindri telgedega mingi terava või nüri nurga (14., 15. ja 16. joon.).

Näited ja ülesanded.

1. Täienda murru abil kaardi mõõt, mille kujutatud alad on vähendatud oma pikkuse poolest: a) 25 korda, b) 1000 korda, c) 126 000 korda, d) 1 500 000 korda, e) 10 000 000 korda.

2. Tee sedasama kaartidega, millel: a) 1 sm pikkune joon vastab 10 m-le looduses, b) 25 mm kaardil vastavad 1 km-le, c) 2 sm vastavad 10 km-le, d) 5 sm vastavad 12,5 km-le, e) 1 mm vastab 42 km-le.

Lahendus: b) $\frac{\text{kaardil}}{\text{looduses}} = \frac{25 \text{ mm}}{1 \text{ km}} = \frac{25}{1\,000\,000} = \frac{1}{40\,000}$.

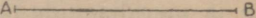
3. Kui pika joonena kujuneb 6 km pikkune sirge tee kaardil, mille mõõt on 1:25.000?

4. Kui suur on otsejooneline (linnulennuline) kaugus kahe linna vahel, mis 1:63 360 mõõdulisel kaardil asuvad 12 sm kaugusel teineteisest?

5. Missuguse mõõdu peab valima, et mahutada 60 × 80 sm kaustalisele lehele Eestimaa kaart? (Mõõt valitagu ümmarguse arvu näol.)


6. Kujuta joonena järgmised mõõdud:

a) 1:100, b) 1:3 500, c) 1:84 000, d) 1:185 200, e) 1:40 000 000.

7. Määra joonmõõdu (6. joon.) abil juuresoleva (17. joon.), kaardilt võetud  17. joon. joonlõigu vastav loomulik pikkus 10 m täpsusega.

Võtame sirkliga antud joonlõigu pikkuse ja kanname selle üle joonmõõdule esiteks nii, et üks sirkli jalg seisaks mõõdu nullpunktis ja teine ulatuks eemale paremale poole. Siis näeme, et parempoolne sirkljalg ei lange kokku ühegi jaotusjoonega, antud joonlõik sisaldab peale 3 terve kilomeetri veel selle vähema osa. Viimase määramiseks on mõõdu esimene pahempoolne jaotus. Seame sirkli parema jala kolmanda kilomeetri jaotusjoone kohta, siis näitab pahem jalg meile otsekohe otsitavat kilomeetri osa. Osav silm võib seda määrata kuni 10-meetrilise täpsusega.

8. Joonista transversaalmõõt 1:15 500.

9. Määra transversaalmõõdu (7. joon.)  18. joon. abil juuresoleva (18. joon.), kaardilt võetud joonlõigu vastav pikkus 10 m täpsusega.

Määrame kõige pealt joonlõigus sisalduvate tervete kilomeetrite arvu (v. 7. ülesanne), seame siis sirkli parema jala vastava püst-jaotusjoone kohta ja leiame sirklile niisuguse asendi mõnel rõht-jaotusjoonel, et sirkli pahem jalg mõõdu esimeses osas langeks ühte mõne rõht- ja kaldjoone lõikepunktiga. Käesoleval juhul on selleks kolmas lõikepunkt viiendal rõhtjoonel (alt lugedes), ja mõõdetava joonlõigu pikkus on 2250 m.

10. Mitu korda on vähendatud 1:75 000 mõõdulisel kaardil pindalad?

11. Liigita järgmised kaardid nende mõõdu järele: 1:150, 1:1 000 000, 1:20 000, 1:8000, 1:750 000.

12. Missugusesse liiki kuulub kaart, millel 1 km on kujutatud 4 sm pikkuse joonena?

13. Missugusesse liiki kuulub projektsioon: a) kui kujunduspind puutub maakera Tartu rööbikut mööda? b) kui puutejoon langeb ühte Tartu meridiaaniga? c) kui puutejooneks on maakera poolitaja? d) kui kujunduspind puutub maakera ainult ühes punktis, näiteks Tallinna kohal? e) kui puutepunktiq on põhjanaba?

II. Silindrilised projektsioonid.

14. Silindrilistest projektsioonidest üldse. Silindrilistel projektsioonidel on kujunduspinnaks silindri pind, mille telg langeb ühte maakera teljega, või asub poolitaja tasapinnal, või on viimati mõnes muus asendis. Vastavalt on meil silindriline püst-, põik- ja kaldprojektsioon.

Maakera kraadivõrk projektitakse silindri pinnale nii, et täide-taks üks eespool-seletatud kujude sarnasuse nõuetest: kas õige-pikkusus, või õigepindsus, või õigenurksus.

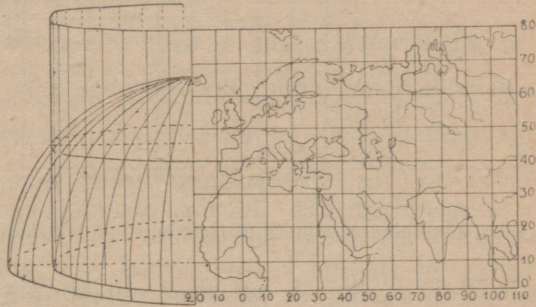
Kõige sagedamini tarvitavad ja kergemini konstrueeritavad on silindrilised püstprojektsioonid. Silindriline kujunduspind asub nii, et ta telg ühtib maakera teljega, ja puutejooneks on maakera poolitaja (10. joon.). Kujutame nüüd läbi maakera telje ja meridiaanide tasapinnad, mis lõikavad kujunduspinda paralleelseid püstjooni mööda. Need lõikejooned kujutavad projektsioonis meridiaane. Rööbikud projektitakse silindri pinnale võrdsete ja poolitajale rööbiti jooksvate ringidena, millede kauguse üksteisest määrab see omadus, mida projektsioonile tahetakse anda. Siin võib olla kolm erijuhust, mida vaatleme allpool üksikult.

15. Ruut-labakaart. Kui rööbikud projekttime silindri pinnale nii, et nende kaugused teineteisest vastaksid mõõdu kohaselt nende tõelisele vastastikule kaugusele meridiaani mööda, siis saame silindri pinna laialilaotamisel rööbiti jooksvaist poolitajast ja rööbikuist ning neid täisnurkselt lõikuvaist meridiaanidest moodustatud kraadivõrgu, mille silmused on kõik ühesuurused korrapärased ruudud. Poolitaja ja meridiaanid on õigepikkused, rööbikute pikkused on välja venitatud, ja seda suuremal määral, mida kaugemal nad on poolitajast. Projektsioonis on kõik rööbikud ühepikkused ja võrduvad poolitajaga $= 2\pi R$, kuna tõeliselt mingi rööbiku φ pikkus $= 2\pi R \cdot \cos \varphi$. Järjelikult moonduvad kujutused rööbikute sihis, ja nimelt venitatakse välja

$$\frac{\text{kujutatud pikkus}}{\text{õige pikkus}} = \frac{2\pi R}{2\pi R \cos \varphi} = \frac{1}{\cos \varphi} \text{ määral.}$$

See projektsioon pole järjekult ei täiesti õigepikkune, ei õigepindne ega õigenurkne, ja et kõige suuremad moonutused tulevad esile kõrgeil laiusil, siis on see projektsioon kohane ainult poolitaja lähedate alade kujutamiseks. Teda nimetatakse ruuduliste kraadisilmuste pärast ruut-labakaardiks. Esimestena tarvitasid teda arvatavasti Portugali meremehed oma kaugesõidu-kaartide konstrueerimiseks umbes XVI aastasaja algusest peale, kui kaartidel hakkas esinema poolitaja.

16. Püstkülikuline labakaart. Puutuja silindri asemele võib võtta kujunduspinnaks vähema raadiusega silindri, mis püstseisus lõikaks maakera kaht rööbikut mööda (19. joon.). Maakera pinnaga ühiste õigepikkuste joontena esinevad siin need lõikerööbikud. Kui projekttime jällegi meridiaanid silindri pinnale lõikerööbikutega perpendikulaarsete sirgjoontena ja rööbikud lõikerööbikutega paralleelsete ringidena, mis asuvad teineteisest mõõdule vastavalt õigel kaugusel, siis saame silindri pinna laiililaotamisel nn. püstkülikulise labakaardi, mille kraadisilmused on kõik ühesuurused püstkülikud. Õigepikkuste joontena esinevad selles projektsioonis, nagu juba nime-



19. joon. Püstkülikuline labakaart. $\varphi_1 = 40^\circ N$.

tatud, meridiaanid ja kaks lõikerööbikut. Kõik teised rööbikud ja poolitaja on ebaõige pikkusega, ja nimelt on kujunduspinnast väljaspool seisvad rööbikud ja poolitaja kokku surutud, kujunduspinnas seespool asuvad rööbikud aga välja venitatud. Olgu lõikerööbiku geograafiline laius φ_1 , mingi kujunduspinnast väljaspool asuva rööbiku laius φ_m ja seespool asuva oma φ_n , siis on esimene kokku

surutud $\frac{2\pi R \cos \varphi_1}{2\pi R \cos \varphi_m} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_m}$ määral, teine aga välja venitatud

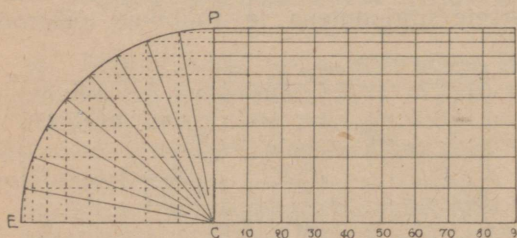
$\frac{2\pi R \cos \varphi_1}{2\pi R \cos \varphi_n} = \frac{\cos \varphi_1}{\cos \varphi_n}$ määral.

Püstkülikulisel labakaardil on samad omadused ja vead, mis ruut-labakaardilgi, ja teda tarvitatakse keskmiste laiuskraadide all olevate alade kujutamiseks, mis ulatuvad peaaesjalikult rööbikute sihis. Lõikerööbikuks valitakse kujutatava maa-ala keskmine rööbik, nii et üks pool ala jääks kujunduspinnas seespool ja venitatakse kaardil välja, teine aga jääks väljapoole ja surutaks kokku. Kui kujutatav ala on kitsas, siis pole moonutused kuigi suured.

Mida lähemal nabale on lõikerööbik, seda lühemad on ta kraadid võrdlemisi poolitaja omadega ja seda kitsamad püstkülikulised kraadisilmused. Poolitajaläheda lõikerööbiku puhul lähevad need aga ruutudest vähe lahku.

Püstkülikulise labakaardi ülesleidjaks ja esimeseks tarvitajaks peetakse vana aja kartograafi *Marinos't* Tüüruse linnast (elas umbes aastal 100 p. Kr.).

17. **Õigepindne silindriline projektsioon.** Rööbikuid võib projektida silindrilisele kujunduspinnale ka nii, et nendest moodustatud vööd (kahe rööbiku vahel) oleksid oma pindalade poolest võrdsed vastavate maakera vöödega. Siis on ka kogu projektsiooni pindala võrdne maakera pindalaga — projektsioon on õigepindne. Maakera kogupind $S = 4\pi R^2$, silindri võrdne küljepind $S_1 = 2\pi R \cdot h$, kus h on silindri küljepinna otsitav kõrgus. Sellest järgneb, et $h = 2R$.



20. joon. Õigepindne silindriline (Lamberti) projektsioon.

$= 2\pi R^2 \sin \varphi$, kus h_1 on selle vöö kõrgus ja ühtlasi rööbiku kaugus poolitajast projektsioonis. Järjekult $h_1 = R \sin \varphi$. Seda küsimust saab hõlpsasti ka graafiliselt lahendada, nagu 20. joonisest näha.

Õigepindse silindrilise projektsiooni konstrueeris esimesena saksa matemaatik *J. H. Lambert* 1772. aastal, ja projektsiooni nimetatakse sellepärast ka *Lamberti õigepindseks* ehk *isosilindriliseks projektsiooniks*. Vaatamata oma õigepindse peale on see projektsioon kohane ainult poolitajalähedate alade kujutamiseks, sest kõrgemal laiusil moonduvad alad äärmiselt, ja nimelt venitatakse rööbikute sihis välja ning surutakse ühtlasi meridiaanide sihis kokku. Esimene sünnib, nagu eelmiseski projektsioonis,

$$\frac{2\pi R}{2\pi R \cos \varphi} = \frac{1}{\cos \varphi}$$
 määral ja teine $\cos \varphi$ määral. Korrutamisel saame $\cos \varphi \cdot \frac{1}{\cos \varphi} = 1$, tähendab, pindala ise jääb moonutamata — projektsioon on õigepindne.

Moonutused muutuvad vähemaks, kui puutuja silindri asemele võtta lõikaja silinder, nii et projektsioonis esinevad õigepikkuse poolitaja asemel kaks õigepikkust lõikerööbikut. Et kaart jääks siiski õigepindseks, tuleb rööbikute kaugust poolitajast suurendada samal määral, mil poolitaja pikkus on vähendatud. Maakera kogu-

pinna kujutamisel on kõige kohasemaiks lõikerööbikuiks $+30^\circ$ ja -30° , sest moonutused on siis minimaalsed.

18. **Õigenurkne silindriline (Mercatori) projektsioon.** Igas silindrilises projektsioonis kujunevad meridiaanid paralleelsete sirgjoontena, ja selle tõttu on kõikide rööbikute kraadid ühepikkused ning võrdsed poolitaja kraadidega. Nad on välja venitatud $\frac{1}{\cos \varphi}$ määral. Õigenurksuse tingimuseks on projektitava kuju ja tema projektsiooni sarnasus, vaatamata nende võrdleva suuruse peale. Et silindriline projektsioon oleks õigenurkne, peab kraadisilmuseid, mis on välja venitatud rööbiku sihis $\frac{1}{\cos \varphi}$ määral, suurendama samal määral ka meridiaani sihis. Projektitud kraadisilmused saavad siis küll võrdlemisi suuremad, kuid jäävad kuju poolest oma algupära sarnaseks maakera pinnal.

Funktsioon $\frac{1}{\cos \varphi}$ suureneb ühes φ suurenemisega ja sellepärast on meridiaanide vahe seda suurem, mida kaugemal nad on poolitajast. Nabal on $\varphi = 90^\circ$, $\cos \varphi = 0$ ja $\frac{1}{\cos \varphi}$ on lõpmatu suur.

Tähendab, õigenurkses silindrilises projektsioonis ei saa nabasid kujutada, — need asuvad lõpmata kaugel. Nii meridiaanide kui rööbikute väljavenitamise tõttu suurenevad pindalad kõrgemais laiusis õige rohkel määral (60° laiusel juba 4 korda), ja projektsioon annab üksikute maa-alade võrdlevast suurusest võõra ning ebaõige pildi. Kuid oma erilise omaduse — samanurksuse pärast tarvitatakse projektsiooni iseäranis hea meelega merekaartide joonistamisel, sest siin pole tähtsad pindalad, vaid sihid. Laeva juhitakse loksodroomi mööda ja meremehele on väga tähtis, et see siht kujuneks kaardil sirgjoonena, — siis on teda hõlpus määrata. Õigenurkne silindriline projektsioon on ainuke, mis rahuldab seda nõuet. Selle projektsiooni ülesleidja on saksa geograaf ja mereasjanduse teoreetik Gerhard Kremer, keda harilikult kutsutakse Mercatoriks († 1594); sellepärast nimetatakse projektsiooni ka Mercatori projektsiooniks.

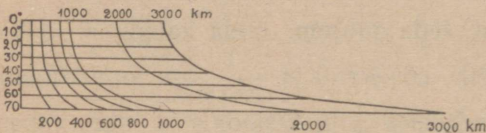
Mercatori kaardi konstrueerimiseks on tarvis teada rööbikute projektivat kaugust poolitajast. Need kaugused on välja arvatud iseäraliste valemite abil ja koondatud tabelisse, kust neid võib otsekohe võtta (5. tabel).

Mercatori kaardil suureneb mõõt ühes poolitajast eemaldumisega, ja nimelt $\frac{1}{\cos \varphi}$ ^{korda} määral. Pikkuste mõõtmiseks mitmesuguseil laiusil joonistatakse kaardile rida vastavaid joonmõõdusi, millele nullpunktid seatakse kohastikku, ja vastavad jaotused ühendatakse kõverjoontega (21. joon.).

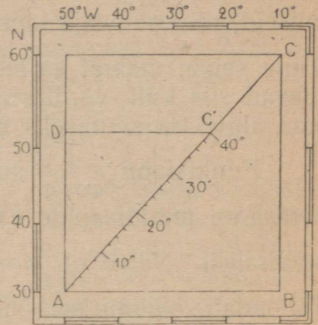
Selle abil on võimalik mõõta kaugusi rööbikute sihis. Rööbikuid ja meridiaane lõikuvate loksodroomiliste joonte pikkus määratakse aga järgmisel viisil. Kauguse AC mõõtmiseks (22. joon.) määrame punktide A ja C laiuste vahe, käesoleval juhusel 30° , võtame sirkliga sama palju kraade poolitajalt ja märgime need A meridiaanile, A -st kuni D -ni. Tõmbame punktist D rööbiku kuni AC -ga lõikumiseni punktis C' , siis on AC' loksodroomi AC õige pikkus poolitaja kraadides (siin umbes $40,5^\circ$ ehk $4494,5$ km).

See mõõtmisviis põhjeneb Mercatori kraadi omadusel, et loksodroom on välja venitatud samal määral kui tema kohal olev meridiaani lõik.

Puutuja silindri asemele võib Mercatori projektsioonis kujunduspinnaks võtta ka lõikaja silindri, kuid see ei muuda kraadivõrku, vaid vähendab ainult kraadimõõtu. Merekaartidel võetakse õige-



21. joon. Mercatori kaardi mõõt.



22. joon.

pikkuseks lõikerööbikuks kas kaardi alumine või keskmine rööbi- ja tehakse kaardi äärel sellekohane märkus.

19. Silindrilised põik- ja kaldprojektsioonid. Silindrilises kaldprojektsioonis moodustab kujunduspinna telg maakera teljega mingi nurga ja puutejooneks on suurring, mis lõikab poolitajat, kuid ei lähe üle nabade. Seesugune ring ei kuulu kaardivõrgu hulka ja teda nimetatakse põhiringiks. Punkte, milledes kujunduspinna telg lõikab maakera pinda, nimetatakse projektsiooni peapunktideks. Peapunktidest läbi kujutatakse suured ringid, mis kannavad pearingide nime ja kulgevad risti põhiringile. Viimasele kujutatakse ka rida rööbikuid, mis kannavad horisontiringide nime.

Kaldprojektsiooni peapunkt vastab nabale püstprojektsioonis, pearingid on analoogilised meridiaanidega, põhiring — poolitajaga, ja horisontiringid — rööbikuiga. Need ringid moodustavad nn. abivõrgu, mis on täiesti sarnane püstprojektsiooni kraadivõrguga, ja konstrueeritakse samal viisil. Selle abivõrgu abil tuleb nüüd joonistada lõplik meridiaanidest ja rööbikuist koos seisev võrk. Selleks avaldame nende lõikepunktide asimuut-koordinaadid peapunkti suhtes. Kõige pealt tuleb aga peapunkti enese koordinaadid (φ_0, λ_0) kindlaks määrata. Need olenevad muidugi põhi-

ringi asendist, see valitakse aga nii, et ta poolitaks kujutatavat ala; siis on mõlemapoolsed moonutused võrdsed.

Olgu $NASQ$ (23. joon.) maakera läbilõik nullmeridiaani mööda, N ja S — nabad, AQ — poolitaja, $G MK$ — projektsiooni põhiring ning $LMPR$ — pearing, mis kulgeb põhiringil antud punkti M . Punkti M koordinaadid olgu φ ja λ ning põhiringi asimuut selles punktis = α . Siis on otsitava peapunkti P asimuut $\alpha' = 90^\circ - \alpha$. Sfäärilises kolmnurgas MNP on tuntud: külg $MN = 90^\circ - \varphi$, külg $MP = 90^\circ$ ja nurk $NMP = \alpha'$. Külje $NP = 90^\circ - \varphi_0$ ja nurga $MNP = \lambda_0 - \lambda = l$ määravad järgmised laused:

$$\cos(90^\circ - \varphi_0) = \cos(90^\circ - \varphi) \cos 90^\circ + \sin(90^\circ - \varphi) \cdot \sin 90^\circ \cos \alpha',$$

ehk:

$$\sin \varphi_0 = \cos \varphi \cdot \cos \alpha' \text{ ja}$$

$$\cos(\lambda_0 - \lambda) = \frac{\cos 90^\circ - \cos(90^\circ - \varphi) \sin \varphi_0}{\cos \varphi \cos \varphi} = -\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi_0.$$

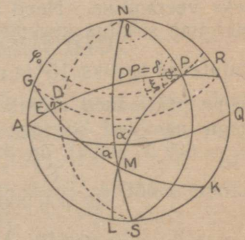
Kui peapunkti P koordinaadid φ_0 ja λ_0 on leitud, siis pruugib ainult avaldada konstrueeritava kraadivõrgu lõikepunktide asimuutkoordinaadid α ja δ peapunktist arvates (v. § 6 lhk. 11) ning kanda need üle abivõrku. Viimati ühendatakse punktid kõverate joontega ja kraadivõrk on valmis.

Silindrilises põikprojektsioonis on asi lihtsam, sest siin on kujunduspinna telg risti maakera teljele ja peapunktid asuvad poolitajal. Nullmeridiaani aset täitvaks pearingiks on poolitaja, kuna põhiringi moodustavad kaks vastastikku (180° teineteisest) asuvat meridiaani. Põhiringi asimuut α nende lõikepunktis on järjekult 0° ja pearingi asimuut $\alpha' = 90^\circ$. Seades need tähendused eelmistesse lausetesse, saame:

$$\sin \varphi_0 = \cos \varphi \cdot \cos \alpha' = 0; \varphi_0 = 0.$$

$$\cos(\lambda_0 - \lambda) = -\operatorname{tg} \varphi \cdot \operatorname{tg} \varphi_0 = 0; \lambda_0 - \lambda = 90^\circ; \lambda_0 = 90^\circ + \lambda.$$

Silindrilistel põik- ja kaldprojektsioonidel on samad omadused, mis püstprojektsioonil, ja igale eespool-käsitatud püstprojektsioonile vastab sellekohane põik- ja kaldprojektsioon. Nendest on tegelikult tarvitatavad ainult mõned üksikud. Ruut-labakaarti põikseisus nimetatakse Cassini projektsiooniks, prantsuse geodeedi Cassini (1714—1784) järelle, kes joonistas esimesena selles projektsioonis Prantsusmaa suure kaardi. Õigenurkse silindrilise põikprojektsiooni konstrueeris eespool-nimetatud Lambert, ja projektsiooni kutsutakse sagedasti tema nime järelle (mitte ära vahetada samanimelise silindrilise õigepindse projektsiooniga!).



23. joon.

Näited ja ülesanded:

1. Joonista kraadivõrk kogu maakera kujutamiseks ruut-laba-kaardina püstseisus, mõõduga 1 : 150 000 000. Kui suured on muutused selle kaardi rööbikul $\varphi = 40^\circ N$?

$$\text{Õigepikkune poolitaja} = \frac{40\,000\,000\,000 \text{ mm}}{150\,000\,000} = 266,7 \text{ mm.}$$

$$\text{Selle 10-kraadiline kaar} = \frac{266,7 \text{ mm}}{36} = 7,4 \text{ mm.}$$

$$\text{Õigepikkused meridiaanid} = \frac{20\,000\,000\,000 \text{ mm}}{150\,000\,000} = 133,3 \text{ mm.}$$

$$\text{Pikkused rööbikul } \varphi = 40^\circ N \text{ on välja venitatud } \frac{1}{\cos \varphi} = \frac{1}{\cos 40^\circ} = 1,3 \text{ korda.}$$

2. Joonista kraadivõrk ida-poolkera kujutamiseks Lamberti õigepindses silindrilises püstprojektsioonis, mõõduga 1 : 100 000 000. Missuguses mõõdus esinevad sellel kaardil pikkused meridiaani sihis rööbikute $\varphi_1 = 50^\circ N$ ja $\varphi_2 = 60^\circ N$ vahel?

Kaardi jaoks määratud paberilehe jaotame püst- ja rõhtjoonega neljaks võrdseks veerandiks. Need jooned kujutavad poolitajat ja keskmeridiaani. Poolitajale märgime sirkliga keskmeridiaanist paremale ja pahemale poole 9 võrdset osa, mis kujutavad igaüks 10° ja on $= \frac{40\,000\,000\,000 \text{ mm}}{100\,000\,000 \cdot 36} = 11,1 \text{ mm}$. Jaotuspunktidest tõmbame püstjooned rööbiti keskmeridiaanile. Rööbikute kaugused poolitajast leiame, nagu näidatud 20. joonisel. — Pikkused meridiaani sihis rööbikute $\varphi_1 = 50^\circ N$ ja $\varphi_2 = 60^\circ N$ vahel on kokku surutud $\cos \varphi = \cos 55^\circ = 0,57$ korda; järjekult on nende mõõt $\frac{1}{100\,000\,000} \cdot 0,57 = 1 : 175\,450\,000$ (ligikaudu).

3. Joonista Atlandi ookeani kraadivõrk Mercatori projektsioonis, mõõduga 1 : 50 000 000.

Poolitaja ja meridiaanid joonistame nagu eelmises ülesandes, rööbikute kaugused poolitajast võtame 5. tabelist. Need on antud seal kilomeetrites, ja kaardi jaoks tarvisminevate pikkuste saamiseks tuleb neid lihtsalt kaardi mõõduga korrutada. Näiteks, rööbiku $\varphi = 35^\circ N$ kaugus poolitajast on meie kaardil $\frac{4\,138\,970\,000}{50\,000\,000} = 82,8 \text{ mm}$.

4. Joonista Inglismaa kaart õigepindses silindrilises (Lamberti) kaldprojektsioonis, mõõduga 1 : 5 000 000, võttes põhiringiks suuringi, mis läheb üle Londoni ($\varphi_1 = 51^\circ 28' 38'' N$, $\lambda_1 = 0^\circ 0' 0''$) ja Edinburgh'i ($\varphi_2 = 55^\circ 57' 23'' N$, $\lambda_2 = 3^\circ 10' 47'' W$).

Põhiringi asimuuti Londonis arvutame valemite abil (§ 6 lhk. 11):

$$\sin \alpha = \frac{\cos \varphi_2 \cdot \sin l}{\sin \delta} \text{ ja } \cos \delta = \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \cos l.$$

Käesoleval juhusel on $l = \lambda_2$, järjekult $\cos \delta = \sin 51^\circ 28' 38'' \cdot \sin 55^\circ 57' 23'' + \cos 51^\circ 28' 38'' \cdot \cos 3^\circ 10' 47'' = 0.64826 + 0.34814 = 0.99640$.

$$\log \cos \delta = 9.99843, \delta = 4^\circ 52'.$$

$$\sin \alpha = \frac{\cos 55^\circ 57' 23'' \cdot \sin 3^\circ 10' 47''}{\sin 4^\circ 52'}; \alpha = 21^\circ 28' 15''$$

Nüüd leiame § 19 lhk. 23. esitatud valemite abil peapunkti koordinaadid φ_0, λ_0 :

$$\sin \varphi_0 = \cos \varphi_1 \cdot \cos (90^\circ - \alpha) = \cos \varphi_1 \cdot \sin \alpha = \cos 51^\circ 28' 38'' \cdot \sin 21^\circ 28' 15'';$$

$$\varphi_0 = 13^\circ 10' 39''.$$

$$\cos (\lambda_0 - \lambda_1) = \cos \lambda_0 = -\operatorname{tg} \varphi_1 \cdot \operatorname{tg} \varphi_0 = -\operatorname{tg} 51^\circ 28' 38'' \cdot \operatorname{tg} 13^\circ 10' 40'';$$

$$\lambda_0 = 107^\circ 6' 13''.$$

Et leida projektitava kraadivõrgu punktide, näit. D (23. joon.) koordinaadid $ED = \eta$ ja $EM = \xi$ abivõrgu suhtes, selleks arvutame nende punktide asimuutkoordinaadid α ja δ peapunktist P arvates (näit. punkti D : $\alpha = \sphericalangle NPD$ ja $\delta = DP$). Neist järgnevad ka koordinaadid $\eta = 90^\circ - \delta$ ja $\xi = \alpha_0 - \alpha$, kus α_0 on pearingi $LMPR$ asimuut peapunktis P . Käesoleval juhusel:

$$\sin \alpha_0 = \frac{\cos \varphi_1 \sin l}{\sin 90^\circ} = \cos 51^\circ 28' 38'' \sin 107^\circ 6' 13'' \text{ ja } \alpha_0 = 36^\circ 31' 56''.$$

Arvutame näiteks kraadivõrgu punkti D ($\varphi = 54^\circ N, \lambda = 0^\circ$) koordinaadid η, ξ :

$$\cos \delta = \cos (90^\circ - 54^\circ) \cos (90^\circ - 13^\circ 10' 39'') + \sin (90^\circ - 54^\circ) \sin (90^\circ - 13^\circ 10' 39'')$$

$$\cdot \cos 107^\circ 6' 13'' = \sin 54^\circ \sin 13^\circ 10' 39'' + \cos 54^\circ \cos 13^\circ 10' 39'' \cos 107^\circ 6' 13'' = 0.18443 -$$

$$- 0.16833 = 0.01610.$$

$$\log \cos \delta = 8.20683, \delta = 89^\circ 4' 39'', \eta = 90^\circ - \delta = 0^\circ 55' 21''.$$

$$\sin \alpha = \frac{\cos 54^\circ \cdot \sin 107^\circ 6' 13''}{\sin 89^\circ 4' 39''}; \alpha = 34^\circ 11' 6'', \xi = \alpha_0 - \alpha = 36^\circ 31' 56'' - 34^\circ 11' 6'' =$$

$$= 2^\circ 20' 50''.$$

III. Koonuselised projektsioonid.

20. Koonuselitest projektsioonidest üldse. Kui võtame kujunduspinnaks koonuse pinna, mis puutub maakera mõnda väikest ringi mööda, ja sellele koonuse pinnale projekttime ühel või teisel viisil maakera kraadivõrgu, siis saame koonuselise projektsiooni, mis võib olla püst-, põik- või kaldprojektsioon, — vastavalt koonuse asendile maakera suhtes. Kõige lihtsamini konstrueeritavad ja sagedamini tarvitavad on jällegi koonuselised püstprojektsioonid, mil koonuse telg ühtib maakera teljega ja puutejooneks on mõni rööbik. Meridiaanid projektitakse koonuse pinnale sirgjooneliste puutujana, mis kõik koonuse tippu kokku jooksevad. Rööbikud aga ringidena, mis seda vähemad, mida lähemal nad koonuse tipule. Projektitud rööbikute vastastikust kaugusest oleneb projektsiooni see või teine omadus — kas õigepikkus, või õigepindsus, või õigenurksus.

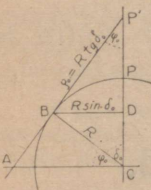
Koonuse pinna laalilaotamisel saame tasapinnalise sektori, millel meridiaanid esinevad keskpunktist kiirtena väljajooksvate sirgjoonte kimbuna, rööbikud aga sellest keskpunktist joonistatud ühiskesksete ringkaartena. Üks neist, nimelt puuterööbik, on õigepikkune. Kõik teised rööbikud on aga välja venitatud, sest koonuseline kujunduspind asub väljaspool maakera.

Koonuselise projektsiooni konstrueerimisel tuleb lahendada kaks küsimust: 1) leida sektori kesknurk ja sellest olenevad nurgad meridiaanide vahel, mis on alati vähemad kui vastavate meridiaanide vahelised nurgad maakera pinnal; ja 2) leida raadiused rööbikute joonistamiseks.

Sektori kesknurk on leitud nurgast $BP'D$ (24. joon.) koonuse telje ja küljjoone vahel. Nagu joonisest näha, on see nurk võrdne puuterööbiku laiusega φ_0 . Mida suurem on puuterööbiku laius, seda suurem on ka nurk koonuse telje ja küljjoone vahel ning ühtlasi suurem ka laialilaotatud sektori kesknurk. Puuterööbik, mis maakeral esineb $2\pi R \cos \varphi_0 = 2\pi R \sin \delta_0$ pikkuse suletud ringjoonena, on sektoril ainult ringjoone kaar, mille raadiuseks on koonuse küljjoon $BP' = \rho_0 = R \operatorname{ctg} \varphi_0 = R \operatorname{tg} \delta_0$, kuna terve ringjoone pikkus oleks $2\pi R \operatorname{ctg} \varphi_0$. Tähendab, sektori kaar on täis-

ringist $n = \frac{2\pi R \cos \varphi_0}{2\pi R \operatorname{ctg} \varphi_0} = \sin \varphi_0$ korda vähem. Vastavalt on sektori kesknurk $= \frac{360^\circ}{\sin \varphi_0}$, ja mingi kahe meridiaani vahel olev nurk l pro-

jekttsioonis $= \frac{l}{\sin \varphi_0} = \lambda$. Arvu $n = \sin \varphi_0$ nimetatakse koonuselise projektsiooni konstandiks. Konstandi $n = \sin \varphi_0$ leiame 7. tabelist ja nurga λ arvatud suuruse 6. tabelist.



24. joon.

Puuterööbiku raadiuseks oli koonuse küljjoone osa, tipust kuni rööbikuni, võrdne $R \operatorname{ctg} \varphi_0$. Teiste rööbikute raadiused aga olenevad sellest, missuguseid omadusi me soovime projektsioonilt, kas õigepikkusust teatavate joonte sihis, või õigepindsust, või õigenurksust. Puuterööbiku raadiused ja nende logaritmid iga terve ja poole laiuskraadi jaoks on välja arvatud ja koondatud 8. tabelisse, kust neid võib otsekohe võtta.

21. Harilik koonuselise projektsiooni õigepikkuste meridiaanidega ja puuterööbikuga. Me võime seada tingimuseks, et peale puuterööbiku oleksid õigepikkused ka kõik meridiaanid, jättes tähele panemata teiste rööbikute õigepikkususe ja projektsiooni õigepindsuse ning õigenurksuse. Säärasel juhul joonistame ühis-kesksed rööbikud seesuguste raadiustega, et nende vahelised meridiaanide lõigud oleksid võrdsed ja õigepikkused, s. o. vastaksid mõõdu kohaselt oma loomulikule pikkusele. Meridiaanid aga joonistame rööbikute ühisest keskpunktist välja jooksvate ja rööbikuid täisnurkselt lõikuvate sirgjoonte kimbuna, millede vahelised nurgad on n korda vähemad vastavaist nurkadest maakera pinnal. See-suguse projektsiooni konstrueerimine on õige lihtne ja on lähemalt selgitatud 2. ülesande juures.

Harilik koonuselise projektsiooni põhimõtte seadis esimesena üles vana aja astronoom ja geograaf Ptolomäos (elas II aastajal p. Kr.), ja see projektsioon on kohane alade kujutamiseks, mis ulatuvad peaaesjalikult rööbikute sihis. Meridiaanid on selles projektsioonis küll õigepikkused, kuid rööbikuist on seda ainult puuterööbik. Sellest kaugemal põhja või lõuna pool olevad alad venitatakse aga rööbikute sihis välja. Puutejooneks valitakse

röökik, mis poolitab kujutatavat ala; siis on mõlemapoolsed muutused võrdsed.

Koonuseliste projektsioonide konstrueerimisel teeb raskusi suurte raadiustega rööp-ringjoonte joonistamine. Näiteks, 1:1 000 000 mõõdulisel kaardil on 45° puuteröökiku raadius 6,39 m. Sääraseid suure raadiusega rööbikuid ei joonistata mitte sirkliga, vaid arvutamise teel määratud punktide abil. Olgu kaardi keskmeridiaan OA (25. joon.) y teljeks ja sellele perpendikulaarne abijoon AD x teljeks. Siis on rööbiku AC ja meridiaani OC lõikepunkti C koordinaadid

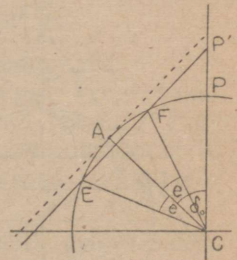
$$x = AD = BC = \rho \sin \lambda,$$

$$y = DC = AB = \rho - \rho \cos \lambda = \rho (1 - \cos \lambda).$$

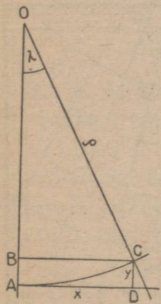
Arvutamise hõlbustamiseks on kokku seatud 7. tabel, kust leiame, otsekohe arvud $\sin \lambda$, $1 - \cos \lambda$ ja selle logaritmi.

22. Delisle'i projektsioon

lõikava koonusega. Puutuja koonuse asemele võime võtta ka lõikava koonuse, millel maake-raga kaks ühist õigepikkust rööbikuid (võrdluseks: püstkülikuline ja ruut-labakaart). Siis ei oleks aga meridiaanid enam õigepikkused, vaid lühendatud, sest lõikeröökikute vahel oleva meridiaani kaare AB asemele võetakse kõõl AB (26. joon.).



26. joon.



25. joon.

On võimalik siiski konstrueerida projektsiooni, kus kahe õige-

pikkuse lõikeröökiku juures hoitakse alal ka meridiaanide õigepikkus. Ainult konstandi n ja rööbikute raadiuse ρ leidmine on siis pisut keerulisem ja meie ei hakka seda siin üksikasjaliselt harutama. Toome ainult valemid n ja ρ jaoks, kus δ_0 on keskröökiku pooluse kaugus ja e lõikeröökikute nurkkaugus keskröökikust:

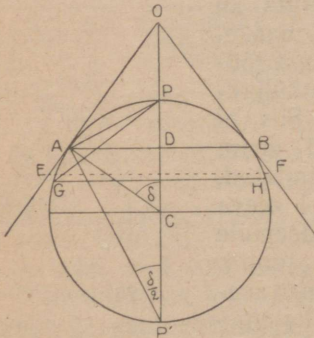
$$n = \frac{\cos \delta_0 \cdot \sin e}{\arccos e}; \quad \rho = R \operatorname{tg} \delta_0 \cdot \frac{\arccos e}{\operatorname{tg} e}.$$

Projektsiooni leidjaks on prantsuse astronoom Jos. Nic. Delisle (1745. a.), ja projektsiooni on tarvitanud peaaesjalikult vene kartograafid.

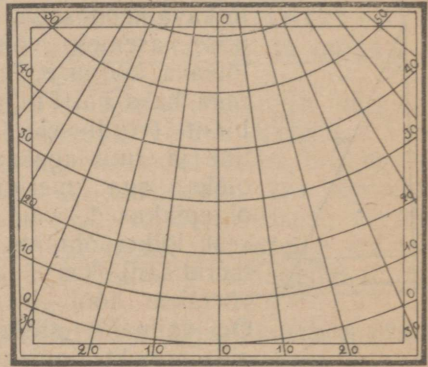
23. Õigepindne (Lamberti) koonuseline projektsioon. Kui seada koonuselise projektsiooni tingimuseks õigepindsus, siis peab iga kahe rööbiku, näiteks AB ja EF vahel (27. joon.) oleva vöö pindala võrduma vastava vöö pindalaga $ABHG$ maakera pinnal. Viimast võib vaadelda kui kera kahe lõigu GPH ja APB vahet. Kera lõigu APB pind aga võrdub ringi pinnaga, mille raadiuseks on kõõl AP lõigu keskpunkti P ja äärjoone vahel. Nagu jooni-

sest näha, on $AP = 2R \sin \frac{\delta}{2}$, ja järjekult seesuguste raadiustega joonistatud ühiskesksed ringid moodustavad tasapinnal vööd, millele pindalad võrduvad vastavate rööbikute vahel olevate vööde pindaladega maakera pinnal. Koonuselisel kujunduspinnal konstandiga n on täisringide ja -vööde asemel sektorid. Et vööd jääksid siiski õigepindseiks, peab nende raadiuste teisi astmeid (ruute) suurendama $\frac{1}{n}$ määral. Tähendab, õigepindse koonuselise projektsiooni rööbikute raadiuse võrrand on:

$$q^2 = \frac{4R^2 \sin^2 \frac{\delta}{2}}{n}; \quad q = \frac{2R \sin \frac{\delta}{2}}{\sqrt{n}}$$



27. joon.



28. joon. Õigepindne koonuseline (Lamberti) projektsioon.

Kui soovitakse projektsioonilt ühes õigepindsusega ka kesk-rööbiku õiget pikkust, siis tuleb võtta puutuja koonuse asemel lõikaja koonus. Seesuguse rööbikute raadiuse arvutas esimesena J. H. Lambert, ja sellepärast kutsutakse projektsiooni ka tema nime järele. Raadiuse võrrandid on siin järgmised:

$$\text{õigepikkuse rööbiku raadius } q_0 = 2R \operatorname{tg} \frac{\delta_0}{2},$$

$$\text{mingi muu rööbiku raadius } q = \frac{2R \sin \frac{\delta}{2}}{\cos \frac{\delta_0}{2}},$$

$$\text{projektsiooni konstant } n = \cos^2 \frac{\delta_0}{2}.$$

Raadiuste arvatud pikkused leiame 9. tabelist.

Lamberti õigepindne koonuseline projektsioon erineb teistest koonuselitest projektsioonidest selle läbi, et röökikute vahe väheneb ühes selle geograafilise laiuse vähenemisega (28. joon.). Selle tõttu surutakse pikkused meridiaanide sihis kokku, röökikute sihis aga venitatakse nad välja.

24. Albers'i õigepindne koonuseline projektsioon kahe õigepikkuse röökikuga. Projektsiooni õigepindsust võib ühendada ka tingimusega, et kaks röökikut oleksid õigepikkused. Seesugusel juhusel on kujunduspinnaks tüvikoonuse pind ja naba ei kujune projektsioonis punktina, vaid ringi kaarena. Raadiuse võrrandid:

$$\text{konstant } n = \frac{1}{2}(\cos \delta_1 + \cos \delta_2),$$

$$\text{naba kujutava ringi raadius } q_p = \frac{2}{n} \sin \frac{\delta_1}{2} \sin \frac{\delta_2}{2},$$

$$\text{mingi röökiku raadius } q = \sqrt{q_p^2 + \frac{4}{n} \sin^2 \frac{\delta}{2}},$$

kus δ_1 ja δ_2 on õigepikkuste röökikute pooluste kaugused.

Selle projektsiooni pani ette XIX aastasaja algul keegi sakslane Albers, kelle isiku kohta pole mingid muud teateid. Projektsiooni on seni vähe tarvitatud, kuid oma heade omaduste ja võrdlemisi väheste moonutuste tõttu leiab ta tulevikus kahtlemata rohkemat tarvitamist.

25. Õigenurkne koonuseline (Lambert-Gaussi) projektsioon. Õigenurkse koonuselise projektsiooni esitas esimesena J. H. Lambert ja seda arendas pärastpoole edasi Gauss, nii et projektsioon kannab Lambert-Gaussi nime. Nagu õigenurkses silindriliseski projektsioonis, saavutatakse õigenurksus siin selle abil, et röökikud nihutatakse teineteisest seda enam eemale, mida kaugemal nad on puuteröökikust. Raadiuse võrrandid:

$$q = c \left(\operatorname{tg} \frac{\delta}{2} \right)^n$$

$$q_0 = \operatorname{tg} \delta_0 = c \left(\operatorname{tg} \frac{\delta_0}{2} \right)^{\cos \delta_0},$$

kus c on iseäraline konstant, mis määrab poolitaja pikkuse projektsioonis:

$$c = \frac{\operatorname{tg} \delta_0}{\left(\operatorname{tg} \frac{\delta_0}{2} \right)^{\cos \delta_0}}.$$

Konstandi n võib valida ka nii, et kaks röökikut oleksid õigepikkused, ja kujunduspinnaks oleks järjelikult lõikava koonuse pind. Kuid see toob enesega kaasa ainult kraadimõõdu vähenemise, kraadivõrk jääb aga muutumatuks (võrdle: Mercatori projektsioon!).

26. Koonuselised kald- ja põikprojektsioonid. Koonuselises kaldprojektsioonis moodustab koonuselise kujunduspinna telg maakera teljega mingi nurga ja puutejooneks on väike ring, mis ei kuulu maakera kraadivõrgu hulka ja mida nimetatakse horisont-ringiks. Punktid, milleles kujunduspinna telg lõikab maakera pinda, on projektsiooni peapunktid, sellest 90° kaugusel olev, puuteringile paralleelne suuring on põhiring, ja meridiaanidele vastavad suuringid, mis lähevad üle peapunktide ja millele tasapinnad on perpendikulaarsed põhiringi tasapinnale, on pearingid. Nimetatud joontest moodustatud kraadivõrk ei lähe lahku püstprojektsiooni võrgust oma kuju, vaid ainult asendi poolest. Kaldprojektsiooni konstrueerimiseks joonistame esiti selle abivõrgu, määrame siis meridiaanide ja rööbikute lõikepunktide asimuut-koordinaadid peapunktist arvates, ja korrutades asimuuti α projektsiooni konstandiga n , kanname punktid üle abivõrku. Lõpuks ühendame punktid joontega. Sirgjoonena kujuneb ainult peapunkti meridiaan, kõik teised võrgu jooned on kõverad.

Koonuselises põikprojektsioonis asuvad peapunktid poolitajal, põhiring langeb ühte meridiaanidega ja poolitaja on üheks peapunktist läbiminevaks pearingiks. Selle tõttu esinevad projektsioonis kaks sirgjoont — peapunktist läbiminev meridiaan ja poolitaja.

Kui koonuselises kald- või põikprojektsioonis kujutada laiemat ala, nii et selleks tuleb ära kasutada tervet koonuse pinda, siis jätab see tasapinnale laiailaotatult sektorikujulise lapi katmata, mille nurksuurus on $360^\circ - 360^\circ \cdot n$. Kujunduspinna asend tuleb valida nii, et see katmata osa puudutaks kaardi vähemhuvitavaid alasid, nagu lagemat ookeani pinda jne.

Näited ja ülesanded.

1. Määra hariliku koonuselise projektsiooni konstant n ja puuterööbiku φ_0 raadius ρ_0 , kui a) $\varphi_0 = 8^\circ 30'$; b) $\varphi_0 = 37^\circ$; c) $\delta_0 = 85^\circ 15'$; d) puutejooneks on Tartu rööbik.

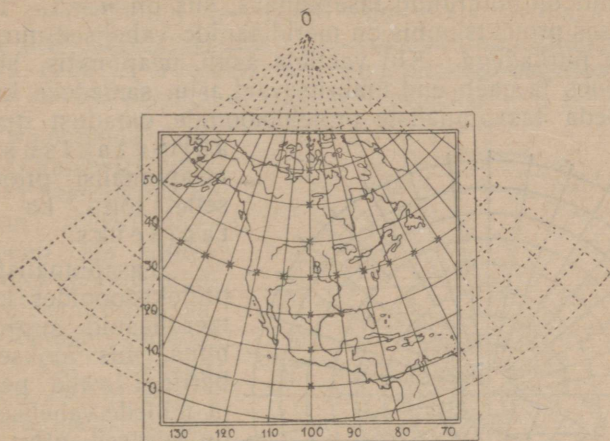
Lahendus d): Tartu $\varphi = 58^\circ 22' 47''$, järjekult on $\rho_0 = R \operatorname{ctg} \varphi = 6370 \text{ km}$. $\operatorname{ctg} 58^\circ 22' 47'' = 3926,1 \text{ km}$ ja $n = \sin \varphi = 0.852$.

2. Joonista kraadivõrk Põhja-Ameerika kujutamiseks harilikus koonuselises püstprojektsioonis õigepikkuste meridiaanidega. Mõõt 1 : 30 000 000, $\varphi_0 = 40^\circ N$, $\lambda_0 = 100^\circ W$.

Valime kaardi jaoks mõõdukohase kaustaga paberilehe ja jagame selle püstjoonega pahemaks ja paremaks pooleks. See püstjoon kujutab keskmeridiaani $\lambda_0 = 100^\circ W$. Tähenname nüüd selle keskohta punkti B (29. joon.), mis on keskmeridiaani ja õigepikkuse puuterööbiku $\varphi_0 = 40^\circ N$ lõikepunktiks, ja märgime sellest üles- ning allapoole keskmeridiaanile tarvilise arvu kümnekraadilisi õigepikkusi rööbikute vahesid, mida leiame 2. tabelist. Näit. rööbikute $40^\circ N$ ja $50^\circ N$ vahe = 5540,2 km — 4419,1 km = 1111,2 km, ehk 1 : 30 000 000 mõõdus 37,0 mm. Nüüd võtame 8. tabelist puuterööbiku φ_0 raadiuse $\rho_0 = 7610,8 \text{ km}$, ehk meie kaardi mõõdus 253,7 mm, ja märgime selle pikkuse keskmeridiaanile, punktist B ülespoole. Nii leiame rööbikute ühise keskpunkti O , ja seades sirkli jala sellesse punkti tõmbame

üle keskmeridiaani jaotuspunktide ringikaared, mis kujutavad rööbikuid. Puuterööbikule φ_0 , mis lõikab keskmeridiaani punktis B , märgime sirkliga mõlemile poole keskmeridiaani rea õigepikkusi kümnekraadilisi meridiaanide vahesid, mida leiame

3. tabelist ja mis võrduvad igaüks $\frac{85\,383\,600 \times 10}{30\,000\,000} = 28,4$ mm. Kui need pikkused laduda otsekohe sirkliga puuterööbikule, siis võib tekkida väike viga, sest kaarte asemele võtame meie kõõlud. Täpsama tagajärje saavutamiseks otsime 6. tabe-



29. joon. Harilik koonuseline projektsioon õigepikkuste meridiaanidega. $\varphi_0 = 40^\circ$.

list meridiaanide vahelise nurga, mis projektsioonis vastab tõelisele kümnekraadilisele meridiaanide vahele, see on käesoleval juhusel $0^\circ 38' 34'' \times 10 = 6^\circ 25' 40''$, ja arvutame 1. tabeli abil sellele vastava kõõlu $s = 0,112 \times 253,7 = 28,4$ mm. Nagu näeme, on käesoleval juhusel see viga vähem kui 0,1 mm ja sellepärast ka meridiaanidevaheliste pikkuste otsekohe sirkliga ladumine rööbikule lubatav. Kumeramate (vähema raadiusega) rööbikute puhul võib aga viga tunduvaks saada. — Õigepikkuse puuterööbiku jaotuspunktid ühendame rööbikute keskpunktiga O sirgjooneliste meridiaanide abil, jätkates viimaseid kuni kaardi alumise ääreni.

Kirjelatud konstruktsioon on hõlpsasti sooritatav ainuüksi sirkli ja joonlaua abil. Kui aga rööbikute raadiused on võrdlemisi suured ja keskpunkt O asub selle tõttu kaugel väljaspool kaardilehte, siis on otstarbekohasem tarvitada kraadivõrgu punktide ülekandmiseks paberile nende täisnurkseid koordinaate (§ 21 lhk. 27). Näit. punkti D ($\varphi = 50^\circ N, \lambda = 60^\circ W$) koordinaadid x ja y on:

$$x = \rho \sin \lambda = (253,7 - 37,0) \cdot 0,64279 = 216,7 \cdot 0,64279 = 139,3 \text{ mm.}$$

$$y = \rho (1 - \cos \lambda) = 216,7 \cdot 0,23396 = 50,7 \text{ mm.}$$

Arvud $\sin \lambda$ ja $1 - \cos \lambda$ leiame 7. tabelist.

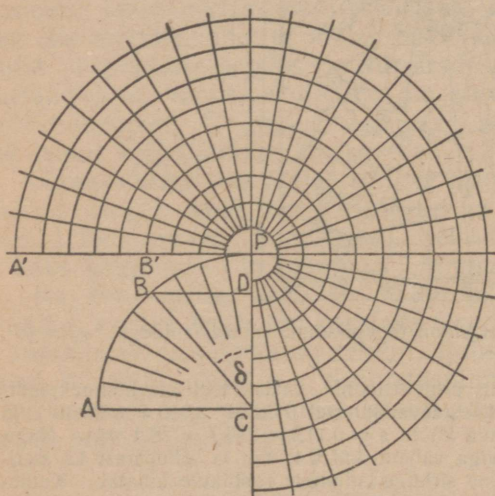
IV. Tasapinnalised projektsioonid.

27. Tasapinnalistest projektsioonidest üldse. Kui koonuselisel kujunduspinnal nurk telje ja küljjoone vahel ikka suureneb ja saab viimati täisnurgaks (90°), siis muutub koonuse pind tasapinnaks, mis ei puutu maakera enam joont mööda, vaid ainult ühes punktis, mida nimetatakse projektsiooni peapunktiks. Püst-

koonusest saab püstteljeline tasapind (peapunktiks naba), põikkoonusest — põikteljeline tasapind (peapunktiks mõni punkt poolitajal) ja kaldkoonusest — kald-tasapind (peapunktiks mingi muu punkt maakera pinnal).

Ühes koonuse telje ja küljjoone vahel oleva nurga suurenemisega suureneb ka koonuselise projektsiooni konstant n , ning kui koonuse pind on muutunud tasapinnaks, siis on $n = 1$. Tähendab, tasapinnalises projektsioonis on meridiaanide vahelised nurgad võrdsed tõeliste nurkadega. Kui vaatleja asub peapunktis, siis jäävad sihid, milledes ta näeb end ümbritsevaid asju, samadeks ka projektsioonis. Seda tasapinnaliste projektsioonide omadust nimetatakse

asimutaalsuseks ja tasapinnalisi projektsioone selle tõttu ka asimutaalseiks.



30. joon. Tasapinnaline püstprojektsioon õigepikkuste meridiaanidega.

asuvad ühisel ringjoonel. See tasapinnaliste projektsioonide omadus kannab senitaalsuse nime.

Lahkumine koonuselitest projektsioonidest on ainult selles, et kogu kraadivõrk ei kujune mitte sektorina, vaid täisringina (konstant $n = 1$). Ühiskesksete rööbikute raadiused ρ olenevad, nagu ikka, sellest, missugust omadust me soovime projektsioonile anda, kas õigepikkust, või õigepindust, või õigenurksust. Igal projektsioonil on oma rööbikute raadiuse võrrand.

28. Tasapinnaline projektsioon õigepikkuste meridiaanidega. Soovime meie näha tasapinnalises projektsioonis meridiaane õigepikkuste joontena, siis peame rööbikud joonistama niisuguste raadiustega, et nende vahed oleksid võrdsed ja vastaksid mõõdu kohaselt tõeliste meridiaani kaartele. Mingi rööbiku BD (30 joon.) projektamiseks, mille pooluse kaugus $= \delta$, peame võtma raadiuse $B'P = BP = R \text{ arc } \delta$. Raadiuse võrrand on järjekult:

$$\rho = R \text{ arc } \delta.$$

Et tõeline rööbiku raadius on $R \sin \delta$, siis on selles projektsioonis rööbikud välja venitatud $\frac{2\pi R \arccos \delta}{2\pi R \sin \delta} = \frac{\arccos \delta}{\sin \delta}$ määral, ja moonutused on seda suuremad, mida kaugemal on rööbik peapunktist. Projektsioon pole selle tõttu ei õigepindne ega õigenurkne ja on kohane ainult vähemate alade kujutamiseks peapunkti ümbruses.

Seda projektsiooni tarvitasid esimestena itaallane Vespucci (1524) ja saksa kartograaf Mercator (1569) ning hiljemini prantslane Postel (1581). Projektsiooni nimetatakse sagedasti viimase järele, sest Posteli peeti enne ekslikult projektsiooni leidjaks.

29. **Õigepindne tasapinnaline (Lamberti) projektsioon.** Et tasapinnaline projektsioon oleks õigepindne, peab iga rööbik piirama projektsioonis pindala, mis oleks võrdne samast rööbikust piiratud maakera - lõigu pinnaga. Mingi rööbik BD (31. joon.), pooluse kaugusega δ , piirab maakeral lõigu BPD pindalaga $S = 2\pi Rh$, kus h on lõigu kõrgus PD . Samapindse ringi pindala on aga $S_1 = \pi \varrho^2$, kus ϱ on selle ringi raadius. Järjekult $\varrho^2 = \frac{2\pi Rh}{\pi} = 2Rh$;

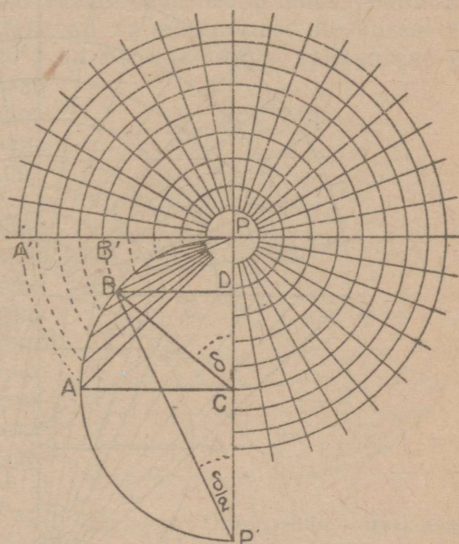
$$\varrho = \sqrt{2Rh} = PB = 2R \sin \frac{\delta}{2}$$

See on õigepindse tasapinnalise projektsiooni raadiuse võrrand. Geomeetriliselt kujutab see kõõlu PB , mis ühendab peapunkti rööbikuga.

Rööbiku δ pikkus selles projektsioonis on $4\pi R \sin \frac{\delta}{2}$, tõeline pikkus aga $2\pi R \sin \delta = 4\pi R \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2}$. Järjekult on kujutused

sellel rööbikul välja venitatud $\frac{4\pi R \sin \frac{\delta}{2}}{4\pi R \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2}} = \frac{1}{\cos \frac{\delta}{2}}$ määral.

Sellest on kujutused meridiaani sihis kokku surutud $\cos \frac{\delta}{2}$ mää-



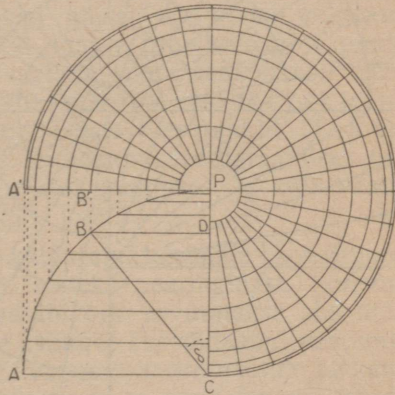
31. joon. Õigepindne tasapinnaline (Lamberti) püstprojektsioon.

määral, radiaalses sihis samuti $\frac{2R \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}}{R \sin \delta} = \frac{2R \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}}{2R \sin \frac{\delta}{2} \cos \frac{\delta}{2}} = \frac{1}{\cos^2 \frac{\delta}{2}}$

määral. Järjekult igas kaardi osas vastab suurenemisele radiaalses sihis suurenemine tangentsiaalses sihis samal määral, nagu see sünnib vastavate rööbikutega maakera pinnal, ja projektsioon on õigenurkne.

Projektsioon erineb teistest tasapinnalistest projektsioonidest väliselt selle läbi, et rööbikute vahed suurenevad ühes peapunktist eemaldumisega. Ühtlasi suurenevad ka moonutused keskusest ääre poole. Poolitaja, mille $\delta = 90^\circ$, on projektsioonis kahekordse pikkusega, ja tema lähedad pindalad on neljakordse suurusega. Sellepärast on projektsioon kohane ainult puutepunkti ümbruses olevate alade kujutamiseks.

Õigepindne tasapinnaline projektsioon, mida nimetatakse ka stereograafiliseks, oli tuntud juba vanal ajal. Tema leidjaks peetakse astronoomi Hipparchos't (160.—125. a. e. Kr.), kes tarvitas seda projektsiooni taevavõlvi kujutamiseks. Projektsiooni õigenurksuses jõuti aga alles hiljemal ajal otsusele (Mercator, 1587. a.). Nimetust „stereograafiline“ tarvitatakse ka alles 1613. a. saadik.



33. joon. Ortograafiline tasapinnaline püstprojektsioon.

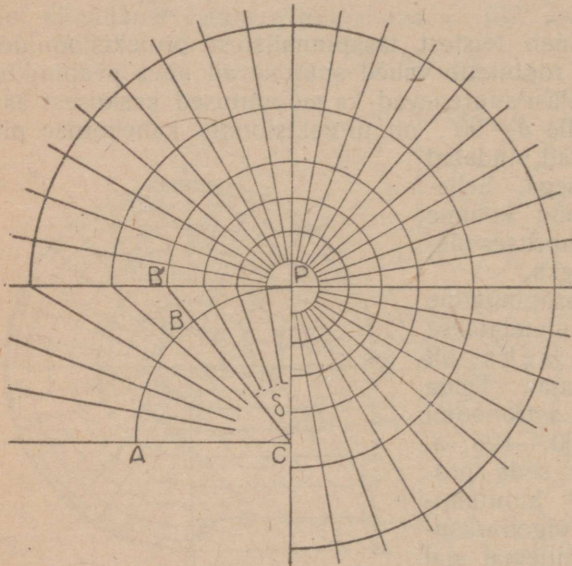
31. Ortograafiline tasapinnaline projektsioon. Tasapinnalises projektsioonis võime seada tingimuseks ka rööbikute (või põik- ja kaldprojektsioonis horisontringide) õigepikkuse. Järjekult peavad nende raadiused projektsioonis võrduma tõeliste raadiustega, ja raadiuse võrrandiks on:

$$\rho = R \sin \delta.$$

Seesuguse projektsiooni joonistamine on õige lihtne ja selgub 33. joonisest. Nagu näeme, muutub siin rööbikute vahe seda vähemaks, mida kaugemal nad on peapunktist. Pikkused rööbikute sihis jäävad õigeks, kuid pikkused meridiaanide sihis surutakse tublisti kokku, ja nimelt $\cos \delta$ määral. Samal määral vähenevad ka pindalad, ja poolitajal, kus $\delta = 90^\circ$ ja cos $\delta = 0$, muutuvad need nulliks. Projektsioon on järjekult geograafiliste kaartide joonistamiseks vähe kohane. Kuid ta annab iseäralise selge ja plastilise kujutuse kerapinna kumerusest ja sellepärast tarvitatakse teda astro-

noomias, iseäranis kuu kaartide joonistamisel. Projektsioon oli tuntud juba vanal ajal (Vitruv, Ptolemäos), kuid nimetust „ortograafiline“ tarvitatakse ainult 1613. a. saadik.

32. **Sentraalne tasapinnaline (gnomooniline) projektsioon.** Kui ühendame maakera keskuse C kujutatava punktiga B sirgjoone CB abil (34. joon.) ja pikendame seda joont kuni tasapinnalise kujunduspinnaga lõikumiseni punktis B' , siis saame sentraalse ehk gnomoonilise tasapinnalise projektsiooni, mille raadiuse võrand on



34. joon. Sentraalne tasapinnaline (gnomooniline) püstprojektsioon.

$\rho = R \operatorname{tg} \delta$,
nagu 34. joonisest näha. Pikkused rööbikute sihis venitatakse siin välja

$$\frac{2\pi R \operatorname{tg} \delta}{2\pi R \sin \delta} = \frac{1}{\cos \delta}$$

määral ja pikkused meridiaanide sihis venitatakse välja

$$\frac{1}{\cos^2 \delta}$$

määral, nii et pindalad suurenevad

$$\frac{1}{\cos \delta} \cdot \frac{1}{\cos^2 \delta} = \frac{1}{\cos^3 \delta}$$

määral. Sää-

raste suurte moonutuste tõttu on sentraalne tasapinnaline projektsioon pea täiesti kõlbmatu geograafiliste kaartide konstrueerimiseks, ja teda poleks pruukinud siin üldse kõne alla võtta, kui tal poleks üht iseäralist head omadust, nimelt et ortodroomid kujunevad selles projektsioonis sirgjoontena. Sest ortodroomid, kui suurtingide kaared, asuvad maakera keskusest läbiminevail tasapindadel, ja need tasapinnad lõikavad sentraalse projektsiooni kujunduspinda sirgejooneliselt. Selle omaduse tõttu tarvitatakse sentraalset projektsiooni merkaartide joonistamiseks, millede järele võib juhtida laevu ortodroomi sihis.

Sentraalne tasapinnaline projektsioon on üks vanemaist, teda tarvitasid juba vana aja astronoomid taevavõlvi kujutamiseks, ja seda tehakse veel praegugi.

33. **Tasapinnaliste projektsioonide ülevaade.** Kui seame viis vaadeldud tasapinnalist projektsiooni nende rööbikute raadiuse suurenemise järjekorda, siis saame järgmise rea:

Ortograafiline projektsioon	$\rho = R \sin \delta.$
Õigepindne „	$\rho = 2R \sin \frac{\delta}{2}.$
Õigepikkuste meridiaanidega projektsioon	$\rho = R \operatorname{arc} \delta.$
Õigenurkne (stereograafiline) „	$\rho = 2R \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}.$
Sentraalne (gnomooniline) „	$\rho = R \operatorname{tg} \delta.$

Esimeses projektsioonis surutakse kujutused kõige enam kokku, viimases venitatakse nad kõige enam välja. Vahepealsed annavad keskmiste moonutustega kujutused. Isekeskis sarnanevad ortograafiline ja õigepindne, teiselt poolt jälle õigenurkne ja sentraalne projektsioon. Ortograafilist, stereograafilist ja gnomoonilist projektsiooni nimetatakse ka perspektiivilisteks, sest nad on konstrueeritud perspektiiviseaduste järele. Kujutatav punkt maakera pinnal ja tema projektsioon asuvad ühisel sirgjoonel kolmanda punktiga, millest lähevad välja sihid igasse projektitavasse punkti ja mida võime sellepärast pidada vaatleja silma asukohaks. Sentraalses projektsioonis on selleks punktiks maakera keskus C (34. joon.), stereograafilises projektsioonis peapunkti vastas olev punkt P' (32. joon.) maakera pinnal (püstprojektsioonis lõunanaba), ortograafilises projektsioonis aga asub see punkt lõpmatus kauguses, ja kõik vaatlemisihid on isekeskis paralleelsed (33. joon.).

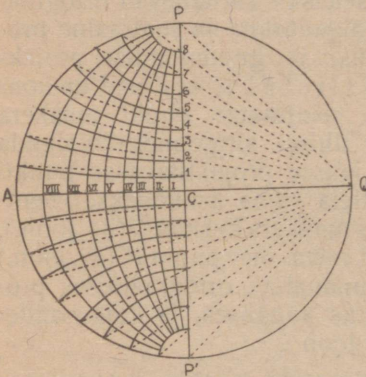
34. Tasapinnaliste põik- ja kaldprojektsioonide konstrueerimiseks kujutatakse, nagu harilikult, esiteks pearingidest, horisontiringidest ja põhiringist moodustatud abivõrk, arvutatakse siis meridiaanide ja röövikute lõikepunktide asimuut-koordinaadid peapunkti suhtes ja kantakse üle abivõrku. Et asimuut-koordinaatide ülekandmine sünnitab tegelikult suuri raskusi ja ei anna küllalt täpsaid tagajärgi, siis muudetakse nad enne täisnurkseiks tasapinnaliseks koordinaatideks (§ 6, lhk. 11), võttes algpunktiks peapunkti ja y teljeks peapunkti meridiaani, mis esineb alati sirgjoonena.

Tasapinnalisi projektsioone tarvitatakse põik- ja kaldseisus õige sagedasti ja sellepärast peatame lähemalt mõnel üksikul juhusel.

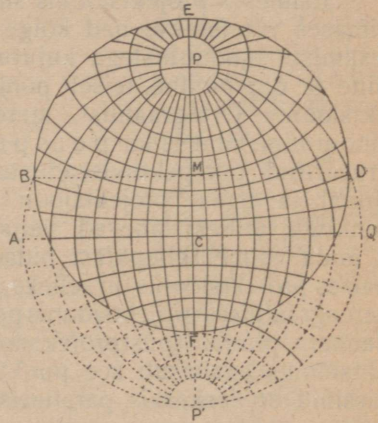
Sagedamini kui teisi tarvitatakse põik- ja kaldseisus Lambert'i õigepindset projektsiooni, sest õigepindsus on ikkagi kaardi kõige tähtsam geograafiline omadus. Põikprojektsioonis kujunevad sirgjoontena peapunktist läbi minev meridiaan ja poolitaja, teised kraadivõrgu jooned on aga kõverad, ja nende vahe väheneb ühes peapunktist eemaldumisega. Kaldprojektsioonis esineb sirgjoonena ainult peapunkti meridiaan.

Huvitavad on stereograafilised põik- ja kaldprojektsioonid, sest neid võib kergesti konstrueerida graafiliselt, ilma koordinaatide arvutamiseta. Seda võimaldab asjaolu, et stereograafilise projektsiooni võrgujoonteks on ainult sirgjooned ja ringikaared.

Põikprojektsioonis jagatakse projektsiooni piirav meridiaani ring $APQP'$ (35. joon.) võrdseiks osadeks, näiteks iga 10° takka, ja ühendatakse need jaotuspunktid stereograafilise projektsiooni põhimõtte kohaselt esiteks poolitaja ja meridiaani lõikepunktiga Q ja siis lõunanabaga P' . Need ühendavad jooned annavad keskmeridiaanil ja poolitajal rea punkte 1, 2, 3... I, II, III..., milledest ühes nabadega P ja P' ning ääremeridiaani $APQP'$ jaotuspunkti-dega on küllalt kraadivõrgu joonistamiseks sirkli abil.

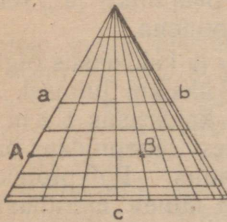


35. joon. Stereograafiline põikprojektsioon.



36. joon. Stereograafilise kaldprojektsiooni graafiline konstrueerimine.

Kaldprojektsiooni võib kergesti tuletada põikprojektsioonist puht-konstruktiiivsel teel. Olgu konstrueeritava kaldprojektsiooni peapunkti M laius $\varphi_0 = 40^\circ N$ (36. joon.), siis tõmbame põikprojektsioonis vastavale rööbikule puutuja BD ja joonistame peapunkti M , sellel kui diameetril, ringi $BEDF$, milles jätkame põikprojektsiooni rööbikuid ja meridiaane. Tarvilise mõõdu saavutamiseks joonistame esialgse põikprojektsiooni vastavalt suurema. See konstrueerimisviis on leitud inglise matemaatiku Cayley poolt.



37. joon.

Ortograafilises põikprojektsioonis kujunevad rööbikud sirgjoontena, meridiaanid aga ellipsitena. Rööbikute kaugused poolitajast $= R \sin \varphi$, samuti meridiaanide ja poolitaja lõikepunktide kaugused keskmeridiaanist. Meridiaanide ja rööbikute lõikepunktide kaugused keskmeridiaanist on aga vastavalt $= r \sin \lambda$, kus r tähendab vastava rööbiku raadiust ja λ konstrueeritava meridiaani ning keskmeridiaani pikkuste vahet.

Töö hõlbustamiseks tarvitatakse nn. „abikolmnurka“ (37. joon.), mille küljed a , b ja c on võrdsed konstrueeritava pro-

jektsooni ääremeridiaani raadiusega ning on jaotatud osadeks, analoogiliselt projektsiooni poolitaja ja keskmeridiaaniga. Jaotuspunktid ühendatakse sirgjoontega, nagu joonises näha, ja nende lõikepunktid annavad otsekohe tarvilised kaugused meridiaanide konstrueerimiseks. Näiteks, lõik AB kujutab meridiaani $\lambda = 40^\circ$ (keskmeridiaanist arvatud) ja rööbiku $\varphi = 50^\circ$ lõikepunkti kaugust keskmeridiaanist.

Ortograafilises kaldprojektsioonis on sirgejooneline ainult keskmeridiaan, kõik muud kraadivõrgu jooned on ellipsid. Nende konstrueerimiseks tuleb tarvitada abivõrku ja asimuut-koordinaate.

Näited ja ülesanded.

1. Joonista kraadivõrk põhja-poolkera kujutamiseks tasapinnalises püstprojektsioonis õigepikkuste meridiaanidega. Mõõt 1 : 100 000 000. Missugune punkt on käesoleval juhusel peapunktiks? Kui pikk on projektsioonis Tartu rööbiku raadius? Kui suurel määral on moonutatud pikkused selle rööbiku sihis?

Kraadivõrgu äärejooneks oleva poolitaja raadius $\rho = R \operatorname{arc} \delta = R \operatorname{arc} 90^\circ = \frac{6\,370\,000\,000 \cdot 1,571}{100\,000\,000} = 100 \text{ mm}$. Peapunktiks on püstprojektsioonidel maakera naba, käesoleval juhusel põhjanaba. Tartu rööbiku raadius projektsioonis on $\rho = R \operatorname{arc} 58^\circ 22' 47'' = \frac{6\,370\,000\,000 \cdot 1,019}{100\,000\,000} = 65 \text{ mm}$. Pikkused selle rööbiku sihis on välja venitatud $\frac{\operatorname{arc} \delta}{\sin \delta} = \frac{1,019}{0,851} = 1,2$ korda, järjekult on sellel rööbikul kaardimõõt $m = \frac{1,2}{1} = \frac{1,2}{100\,000\,000} = 83\,333\,333$.

2. Mis on õigenurkse tasapinnalise (stereograafilise) projektsiooni väliseks tunnuseks? Tõenda selle projektsiooni õigenurksust.

3. Missugune on sentraalse (gnomoonilise) tasapinnalise projektsiooni tähtsam geograafiline omadus? Selle projektsiooni raadiuse võrrand? Kui suurel määral on selles projektsioonis moonutatud pindala rööbikute $\varphi_1 = 35^\circ N$ ja $\varphi_2 = 40^\circ N$ ning meridiaanide $\lambda_1 = 140^\circ E$ ja $\lambda_2 = 145^\circ E$ vahel?

4. Joonista ühele ja samale meridiaanide võrgule normaalses seisus isevärviliste joontega kõigi viie eespool-esitatud tasapinnalise projektsiooni rööbikute võrgud ja võrdle neid isekeski. Missugused neist projektsioonidest sarnanevad üksteisega?

5. Joonista Aasia kaart õigepindses tasapinnalises (Lamberti) kaldprojektsioonis, mõõduga 1 : 35 000 000. Peapunkti koordinaadid: $\varphi_0 = 40^\circ N$, $\lambda_0 = 90^\circ E$.

Joonistame kraadivõrgu 10-kraadiliste silmustega. Võrgu punktide asimuut-koordinaadid (α , δ) arvutame § 6 toodud võrrandite järele:

$$\cos \delta = \sin \varphi_0 \cdot \sin \varphi + \cos \varphi_0 \cdot \cos \varphi \cdot \cos l \qquad \sin \alpha = \frac{\cos \varphi \cdot \sin l}{\sin \delta}$$

ja muudame need siis täisnurkseiks koordinaatideks, tarvitades võrrandeid (§ 5, lhk. 9):
 $x = \delta \sin \alpha$; $y = \delta \cos \alpha$.

Näiteks, rööbiku $\varphi = 50^\circ N$ ja meridtaani $\lambda = 60^\circ E$ lõikepunkti asimuut-koordinaadid peapunktist:

$$\cos \delta = \sin 40^\circ \cdot \sin 50^\circ + \cos 40^\circ \cdot \cos 50^\circ \cos 30^\circ = 0,49240 + 0,42643 = 0,91883$$

$$\log \cos \delta = 9,96324, \quad \delta = 23^\circ 14' 42''.$$

$$\sin \alpha = \frac{\sin 30^\circ \cdot \cos 50^\circ}{\sin 23^\circ 14' 42''}; \quad \alpha = 54^\circ 31' 20''.$$

Järjekulult on kaardil kujutatava punkti kaugus peapunktist:

$$\rho = \frac{R}{M} \cdot 2 \sin \frac{\delta}{2} = \frac{6\,370\,000\,000}{35\,000\,000} \cdot 2 \sin 11^\circ 37' 21'' = 73,3 \text{ mm}.$$

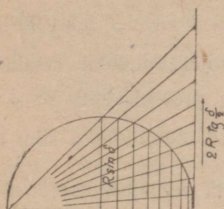
Punkti täisnurksed tasapinnalised koordinaadid:

$$x = 73,3 \text{ mm} \sin 54^\circ 31' 20'' = 59,7 \text{ mm}$$

$$y = 73,3 \text{ mm} \cos 54^\circ 31' 20'' = 42,5 \text{ mm}.$$

6. Joonista maakera kujutus ortograafilises kaldprojektsioonis, moodsuga 1 : 75 000 000, võttes peapunktiks Tartu.

Tarvitame selle ülesande lahendamiseks graafilist konstrueerimisviisi. Et asimuutnurkade täppis ülekanndmine teeb raskusi, siis on hõlpsam välja minna stereograafilisest kaldprojektsioonist, mille konstrueerimine on väga lihtne, nagu eespool selgitatud. Et tuletada sellest ortograafilist projektsiooni, on tarvis muuta ainult kraadivõrgu punktide kaugused δ peapunktist, vastavalt ortograafilise projektsiooni raadiuse võrrandile: $\rho = R \sin \delta$, kuna asimuudid jäävad samadeks, mis olid stereograafilises projektsioonis. Ka kauguste δ arvutamisest raadiuse võrrandi järele võib mööda pääseda, tarvitades järgmist graafikut (38. joon.). Selle tarvitamine selgub joonisest enesest ja see tuleb muidugi joonistada projektitava kaardiga ühises mõõdus.



38. joon.

Kui stereograafiline abivõrk valmis, siis kujuneb ortograafilise võrgu joonistamine järgmiselt. Võtame sirkliga järjekorras stereograafilise kraadivõrgu iga punkti

kauguse $2R \operatorname{tg} \frac{\delta}{2}$ peapunktist ja leiame eelnimetatud graafiku (38. joon.) abil sellele vastava kauguse $R \sin \delta$ ortograafilise projektsiooni jaoks ja märgime selle kaardile

peapunktist ääre poole, endises sihis. Sel teel saadud punktid ühendame kohaselt kõverjoontega, ja kraadivõrk on valmis.

V. Sobedad (konventsionaalsed) projektsioonid.

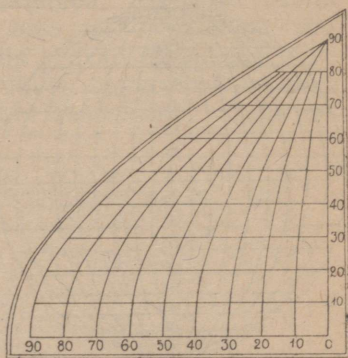
35. Sobedaist projektsioonidest üldse. Kõik eespool esitatud projektsioonid moodustavad nn. korraliste projektsioonide rühma, sest kraadivõrk projektitakse neis silindrilisele, koonuselisele või tasasele kujunduspinnale lihtsate geomeetriliste seaduste põhjal. Osa korralistest tasapinnalistest projektsioonidest (stereograafiline, ortograafiline ja gnomooniline) on peale selle veel perspektiivsed, sest neid konstrueeritakse perspektiivi seaduste järele. On olemas aga veel terve rida projektsioone, mida konstrueeritakse vabalt, ühe või teise põhimõtte järele, ilma et neid saaks seada ühendusse maakera puutuva või lõikava kujunduspinnaga. Et neil on siiski see või teine kindel omadus, kas õigepikkus, või õigepindsus, või õigenurksus, ja nad passivad

oma välise kuju poolest ühte või teise projektsioonide rühma, sarnanedes kas silindriliste, või koonuseliste, või tasapinnaliste projektsioonidega, siis nimetatakse neid sobedaiks ehk konventsionaalseiks projektsioonideks. Nende rohkearvulisest hulgast vaatleme siin ainult mõnda tähtsat ja sagedamini tarvitavat.

A. Silindrilised.

36. Trapets-silmuseline projektsioon. Üks lihtsamaist sobedaist projektsioonidest, tuletatud korralisest silindrilisest projektsioonist, nimelt püstkülikulisest labakaardist, on nn. trapets-silmuseline projektsioon. Nagu nimetus näitab, on siin püstkülikuliste silmuste asemel trapetsid, mis tekivad selle läbi, et projektsioonis kujutatakse õigepikkustena kaks äärmist, või äärmiste ja keskröökiku vahepealset rööbikut, ja ühendatakse nende jaotuspunktid sirgjoontega, mis kujutavad meridiaane. Viimastest on õigepikkune ainult keskmeridiaan, teised meridiaanid ja samuti rööbikud, peale eelnimetatud kahe, on projektsioonis lühendatud.

Kõige vanem kaart selles projektsioonis on ühes Ptolemäose kaardistiku XIV aastasaja ära kirjas, kuid iseäranis hoogsalt hakati seda projektsiooni tarvitama XV aastasajal, kui ilmusid esimesed trükitud kaardid ja kaardistikud. Alles XIX aastasajal tõrjusid teda välja koonuselised projektsioonid, ja praegu tarvitatakse teda ta lihtsa konstrueerimise tõttu ainult kaardikavandite joonistamiseks koolides.



39. joon.
Mercator-Sansoni projektsioon.

37. Mercator-Sansoni projektsioon. Kui eelmist projektsiooni täiendada sellega, et joonistada õigepikkustena kõik rööbikud ja keskmeridiaan, siis saame nn. Mercator-Sansoni projektsiooni: sirgete rööbikute ja kõverate meridiaanidega (39. joon.). See projektsioon on ühtlasi õigepindne, sest väikesed pindalad kujunevad siin trapetsitena, millede rööbiti-jooksev alus- ning pealisjoon ja kõrgus on õigepikkused. Kuid suurte moonutuste tõttu äärepoolseil aladel on projektsioon kohane ainult poolitaja lähedate alade kujutamiseks, mis on vähese ulatusega rööbikute sihis.

Esimesena tarvitas seda projektsiooni Mercator, omas 1606. a. ilmunud kaardistikus Lõuna-Ameerika kujutamiseks. Laiemaile hulgile tutvustas teda aga prantslane Sanson oma XVI aastasajal laialt tarvitatud kaardistiku kaudu.

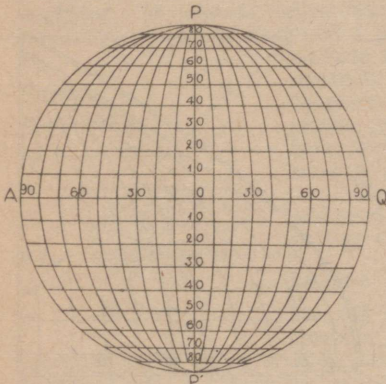
Sildudriidline

38. Mollweide projektsioon. See projektsioon on, nagu eelminegi, õigepindne, kuid õigepindsus on siin saavutatud selle läbi, et maa poolkera pind on kujutatud õigepindse ringina ja sirgejoonelised rööbikud joonistatud niisugustel kaugustel poolitajast, et nende vaheliste vööde pinnad oleksid mõõdukohaselt võrdsed vastavate vöödega maakera pinnal. Rööbikud jagatakse võrdseiks osadeks ja jaotuspunktid ühendatakse kõveraiga (ellipsitega), mis kujutavad meridiaane.

Poolkera pind $= 2\pi R^2$, sellele vastava ringi pind $= \pi q^2$, kus R on maakera raadius ja q otsitav ringi raadius. Järjekult

$$q = R\sqrt{2}.$$

Üksikute rööbikute kauguste arvutamine poolitajast on keeruline, ja projektsiooni konstrueerimiseks tarvitatakse valmisolevaid tabelleid (10. tab.). Nagu siit selgub, lähenevad rööbikud üksteisele seda enam, mida kaugemal nad on poolitajast (40. joon.). Järjekult pole keskmeridiaan enam õigepikkune ega pole seda ka poolitaja ning rööbikud.



40. joon. Mollweide projektsioon.

Projektsiooni võib laiendada ka üle poolkera piiride, jätkates rööbikute jaotusi väljapoole poolkera kujutavat ringi. Terve maakera pind kujuneb siis ellipsina, mille pikem telg $= 4R\sqrt{2}$ ja lühem telg $= 2R\sqrt{2}$.

Projektsioon on leitud juba 1805. a. sakslase K. B. Mollweide poolt, kuid laiemat tarvitamist leidis ta alles peale seda, kui prantslane Babinet esitas teda 1854. a. uuesti homalograafilise projektsiooni nime all. Praegu tarvitatakse teda õige sagedasti terve maakera kujutamiseks.

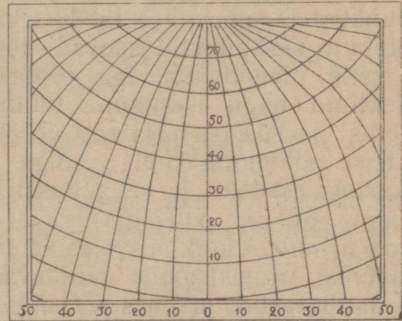
39. Eckert'i siinusejooneline projektsioon. Mercator-Sansoni ja Mollweide projektsioonide peapuuduseks on liiga suured moonutused kaardi äärepoolseil aladel. Seda puudust püüab vähendada M. Eckert oma 1906. a. esitatud projektsioonidega, milledes ta kujutab pooluseid mitte punktidenä, nagu eelnimetatud projektsioonides, vaid sirgjoontena, millede pikkus on pool poolitaja pikkusest. Et projektsioon oleks õigepindne, peab rööbikuid üksteisele lähendama seda enam, mida kaugemal nad on poolitajast. Üht neist esitatud projektsioonidest piirab Eckert külgedelt iseäraliste kõveratega, nn. siinusejoontega, jagab siis rööbikud võrdseiks osadeks ja ühendab jaotuspunktid kõverate meridiaanidega.

Selle projektsiooni konstrueerimiseks tarvimevad kraadivõrgu punktide koordinaadid leiame järgnevast tabelist, kus y = rööbiku kaugus poolitajast ja x = ääremeridiaani kaugus keskmeridiaanist seda rööbikut mööda :

φ	y	x	φ	y	x
0°	0 km	17 651 km	50°	6 092 km	12 953 km
10°	1 265 "	17 428 "	60°	7 131 "	11 447 "
20°	2 518 "	16 780 "	70°	8 007 "	10 100 "
30°	3 750 "	15 760 "	80°	8 610 "	9 164 "
40°	4 946 "	14 447 "	90°	8 826 "	8 826 "

B. Koonuselised.

40. Lihtsustatud koonuseline projektsioon. Korraliste koonuseliste projektsioonide konstrueerimisel teeb raskusi pikkade sirgjooneliste meridiaanide joonistamine, mis peavad ühendama õigepikkuse keskrööbiku jaotuspunkte rööbikute üldise keskpunktiga, mis asub aga enamasti kaugel väljaspool kaardilehte. Selle raskuse kõrvaldamiseks on harilikku koonuselist projektsiooni lihtsustatud, jagades kaks kaardilehte äärmist, või äärmiste ja keskrööbiku vahepealset rööbikut õigepikkusteks osadeks, ja ühendades jaotuspunkte sirgjoontega. Viimased ei löiku siis küll enam ühises keskpunktis ega pole kõik perpendikulaarsed rööbikuile ning õigepikkused. Sellepärast kuulub projektsioon sobedate hulka, kuid ta omab teiselt poolt kaks õigepikkust rööbikut, teda on hõlpsam joonistada, ja ta leiab sellepärast kaunis laialist tarvitamist. Esimesena kasutas seesugust lihtsustamise põhimõtet Mercator, ehk küll mitte koonuselise projektsiooni, vaid ühe tasapinnalise püstprojektsiooni juures.



41. joon. Bonne'i projektsioon. $\varphi_0 = 40^\circ N$. Paremal pool on rööbikute jaotuspunktid ühendatud sirgjoonidega.

41. Bonne'i projektsioon. Selles projektsioonis joonistatakse rööbikud ühiskesksete ringikaartena, nagu harilikus koonuselises projektsioonis, ja jagatakse siis need kõik õigepikkusteks osadeks. Jaotuspunkte ühendavad meridiaanid, peale keskmeridiaani, muutuvad selle läbi kõveraiks, ja seda suuremal määral, mida kaugemal nad on keskmeridiaanist (41. joon.). Projektsioon

on õigepindne, kuid äärepoolseil aladel esinevate suurte moonutuste tõttu tarvitamiseks vähe kohane. Tema ülesleidjaks oli prantslane R. Bonne (1752. a.), ja vaatamata oma puudulikkuse peale leidis projektsioon XVIII ja XIX aastasajal õige rohkem tarvitamist.

42. Stab-Werneri projektsioon. Kui Bonne'i projektsioonis puuteröökikud φ_0 lähendada poolitajale, siis muutuvad rööbikud ikka enam sirgemaks (nende raadius suureneb) ning meridiaanid ühtlasi kõveramaks ja kui viimati φ_0 langeb ühte poolitajaga, siis muutub Bonne'i projektsioon Mercator-Sansoni projektsiooniks. Vastuoksa, kui φ_0 lähendame ikka enam poolusele ja laseme neid viimati ühte langeda, siis saame Bonne'i projektsioonist nn. Stab-Werneri projektsiooni. Siin on rööbikute raadiusteks lihtsalt nende pooluste kaugused $\text{arc } \delta$, ja kuna rööbikud ise jagatakse ka õigepikkusteks osadeks, millede jaotuspunkte ühendavad kõverjoonelised meridiaanid, siis on projektsioon õigepindne. Selle projektsiooni panid esimestena ette saksa matemaatikud J. Stab ja J. Werner 1514. a. Ta erineb vähe Bonne'i projektsioonist ja teda vahetatakse sagedasti sellega ära. Terve maakera pind omandab Stab-Werneri projektsioonis südame kuju.

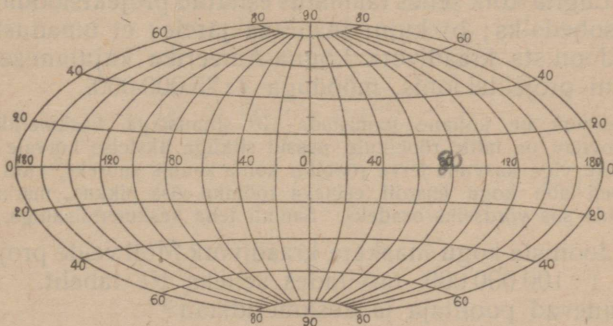
43. Polükoonilisteks projektsioonideks nimetatakse niisuguseid sobedaid koonuselisi projektsioone, milledes rööbikud pole mitte ühiskesksed ringikaared, vaid igaüks neist on joonistatud isepunktist ja niisuguse raadiusega, kui oleks ta puuteröökikuks. Rööbikute keskpunktid asuvad kõik sirgjoonelisel keskmeridiaanil (või selle pikendusel), iga rööbiku $\rho = R \text{tg } \delta$ ja iga rööbik on projektitud nagu isesugune puutuja koonuse pinnale. Sellest ka nimetus polükooniline. Rööbikuid võib jaotada osadeks ühe või teise põhimõtte järele; kõige sagedamini jagatakse nad õigepikkusteks osadeks, ja sel juhul kujunevad meridiaanid kõverainaks. Erijuhul on nn. ortogonaalne polükooniline projektsioon, milles kõik meridiaanid lõikavad rööbikuid täisnurgi. Polükoonilisi projektsioone tarvitavad peaaesjalikult inglise ja ameerika kartograafid, ja ühes seesuguses projektsioonis antakse praegu välja ka rahvusvahelist 1:1 000 000 moodsust ilmakaarti, missuguse ettevõtte eesotsas seisab Inglismaa.

44. Polüeedrilised projektsioonid. Maapinna väikest osa, näiteks ühte kraadisilmust või veel vähemat, võib vaadelda kui tasapinnalist trapetsit ja kujutada seda tasapinnal pea täiesti õigepikkuselt, -pindselt ja -nurkselt. Matemaatilisel vaadeldud, sünnitavad seesugused väikesed trapetsid maakera sisse joonestatud hulktahu (polüeedri), mille pinnale projektitakse siis loodide abil kujutatavad punktid. Sellepärast nimetatakse projektsiooni ka polüeedriliseks. Sel viisil konstrueeritakse harilikult suuremoodsust topograafilised kaardid, näiteks Eesti sõjaväe kartograafia-osakonna kaardid 1:42 000 moodsust (nn. plaanistuslehed), millede igal lehel on kujutatud 6 laiusminutit ja 12 pikkusminutit.

Kaardilehti piiravate meridiaanide ja rööbikute kõverus on seda võrt väike, et neid võib kujutada sirgjoonelistena. Et suurem hulk kaardilehti sünnitab hulktahulise pinna, siis on neid võimatu laotada tasapinnale ilma vahedeta või üksteist katmata.

C. Tasapinnalised.

45. Globulaarne projektsioon. See projektsioon tuleb oma kuju poolest meelde tasapinnalisi põikprojektsioone, ja teda tarvatakse ainult poolkerade kujutamiseks tranversaalses seisus. Konstruktsioon on väga lihtne, sest kõik kraadivõrgu jooned, peale sirgjoonelise poolitaja ja keskmeridiaani, on ringi kaared. Poolitaja ja temale perpendikulaarne keskmeridiaan joonistatakse õige-



42. joon. Hammeri õigepindne planisfäär.

pikkuste sirgjoontena ja piiratakse ringiga, mis joonistatud nende lõikepunktist. Siis jagatakse poolitaja võrdseks osadeks ja joonistatakse üle jaotuspunktide ning nabade ringikaared, mis kujutavad meridiaane ja millede keskpunktid asuvad poolitajal või selle pikendusel. Samuti tehakse keskmeridiaaniga ja ääreringiga — rööbikute joonistamiseks. Projektsioon pole ei õigepindne ega õigenurkne. Teda on praeguste teadete järele tarvitatud esimest korda itaallase Nicolosi poolt 1660. a.

Sakslane Nell täiendas 1852. a. globulaarset projektsiooni sellega, et jaotas poolitaja, keskmeridiaani ja ääreringi esiteks võrdseks osadeks (nagu eelnevas projektsioonis) ja siis stereograafilise põikprojektsiooni põhimõtte järele. Lõplikkudeks kraadivõrgu punktideks võttis ta aga nende kahe punktide rea vahepealsed punktid ja ühendas need siis ringikaarte abil. Sel teel saavutas ta enam ühtlase suurusega kraadisilmused ja lähendas projektsiooni õigenurksele.

46. Hammeri õigepindne planisfäär. Poolkera kujutusest tasapinnalises põikprojektsioonis võib hõlpsasti moodustada terve maa-

keras kraadivõrgu, kui tarvitada selleks M. D. Aitoff'i poolt 1891. a. ette pandud viisi: muuta kraadivõrgu kõikide punktide abstsissid kahekordseiks, jättes ordinaadid endisiks, mille tõttu kraadivõrk venitatakse välja poolitaja sihis, ja nummerdada siis meridiaanid vastavalt kahekordsete kraadiarvudega. Sel viisil valmistatud kraadivõrk hoiab alal mõned esialgse projektsiooni omadused. Näiteks, välja minnes õigepindsest tasapinnalisest põikprojektsioonist saame selle konstrueerimisviisi tagajärjel nn. Hammeri õigepindse planisfääri (42. joon.), mis on sellelaadiliste projektsioonide hulgast kõige sagedamini tarvitatav.

Näited ja ülesanded.

1. Liigita kõik selles raamatus esitatud projektsioonid: a) korralisiks ja sobedaiks; b) kujunduspinna järele; c) omaduste järele.

2. Joonista kraadivõrk Lõuna-Ameerika kujutamiseks Mercator-Sansoni projektsioonis, mõõduga 1:25 000 000.

Kraadivõrk on kohane joonistada 10^0 silmustega, keskmeridiaaniks võtta $60^0 W$. Soovitav on mitte rööbikute osasid sirkliga üksteise kõrvale laduda, sest nii võib väike viga kasvada terve rööbiku kohta kaunis suureks, vaid esiteks arvutada 3. tabeli abil kogu kaardil esineva rööbiku osa pikkus, märkida see kaardile ja jagada siis võrdseiks osadeks. Samuti teha keskmeridiaaniga.

3. Joonista kogu maakera kraadivõrk Mollweide projektsioonis, mõõduga 1:100 000 000, tarvitades selleks 10. tabelit. Kui pikkena kujunevad poolitaja ja keskmeridiaan?

Poolkera kujutava ringi raadius $\rho = R \sqrt{2} = \frac{6370\ 000\ 000 \cdot \sqrt{2}}{100\ 000\ 000} = 90,1$ mm, järjekult on keskmeridiaani pikkus $= 90,1$ mm $\times 2 = 180,2$ mm ja poolitaja pikkus $= 90,1$ mm $\times 4 = 360,4$ mm.

4. Joonista kraadivõrk Põhja-Ameerika kujutamiseks Bonne'i projektsioonis mõõduga 1:30 000 000, $\varphi_0 = 40^0 N$, $\lambda_0 = 100^0 W$. Missugused jooned on selles võrgus õigepikkused? Bonne'i projektsiooni tähtsam omadus?

5. Joonista sama võrk Stab-Werner'i projektsioonis ja võrdle neid teineteisega. Missugune on rööbiku $\varphi_0 = 40^0 N$ raadius ρ ühes ja teises projektsioonis?

$$\text{Bonne'i projektsioonis: } \rho = R \operatorname{tg} \delta = \frac{6370\ 000\ 000 \cdot \operatorname{tg} 50^0}{30\ 000\ 000} = 253,1 \text{ mm}$$

$$\text{Stab-Werner'i projektsioonis: } \rho_1 = \operatorname{arc} \delta = 185,4 \text{ mm.}$$

6. Joonista Eestimaa kaart polükoonilises projektsioonis õigepikkuste rööbikutega, mõõt = 1:1 000 000.

$$\text{Rööbikute raadiused: } \rho = R \operatorname{tg} \delta$$

φ	$57^0 30'$	58^0	$58^0 30'$	59^0	$59^0 30'$
δ	$32^0 30'$	32^0	$31^0 30'$	31^0	$30^0 30'$
ρ	4072,5	3994,6	3917,6	3841,4	3765,9 mm.

Need raadiused on sedavõrt suured, et pole võimalik joonistada rööbikuid sirkliga, vaid peab arvutama rööbikute üksikute punktide täisnurksed koordinaadid 7. tabeli abil.

7. Joonista ühele ja samale lehele maakera kraadivõrk esiteks liht- ja siis Nelli globulaarses projektsioonis, ja võrdle neid isekesksis. Kui suurel määral on välja venitatud neis projektsioonides pikkused ääremeridiaanil?

8. Moodusta Aitoffi konstrueerimisviisi järele maakera kraadivõrk stereograafilisest põikprojektsioonist.

Tabelid.

1. Nurkade kaared, kõõlud ja trigonomeetrilised funktsioonid.

Chord.	Arc.	°	Sin	Tang	Cotg	Cos	°	Arc.	Chord.
0,000	0,000	0	0,000	0,000	∞	1,000	90	1,571	1,414
0,017	0,017	1	0,017	0,017	57,290	1,000	89	1,553	1,402
0,035	0,035	2	0,035	0,035	28,636	0,999	88	1,536	1,389
0,052	0,052	3	0,052	0,052	19,081	0,999	87	1,518	1,377
0,070	0,070	4	0,070	0,070	14,301	0,998	86	1,501	1,364
0,087	0,087	5	0,087	0,087	11,430	0,996	85	1,484	1,351
0,105	0,105	6	0,105	0,105	9,514	0,995	84	1,466	1,338
0,122	0,122	7	0,122	0,123	8,144	0,993	83	1,449	1,325
0,140	0,140	8	0,139	0,141	7,115	0,990	82	1,431	1,312
0,157	0,157	9	0,156	0,158	6,314	0,988	81	1,414	1,299
0,174	0,175	10	0,174	0,176	5,671	0,985	80	1,396	1,286
0,192	0,192	11	0,191	0,194	5,145	0,982	79	1,379	1,272
0,209	0,209	12	0,208	0,213	4,705	0,978	78	1,361	1,259
0,226	0,227	13	0,225	0,231	4,331	0,974	77	1,344	1,245
0,244	0,244	14	0,242	0,249	4,011	0,970	76	1,326	1,231
0,261	0,262	15	0,259	0,268	3,732	0,966	75	1,309	1,218
0,278	0,279	16	0,276	0,287	3,487	0,961	74	1,292	1,204
0,296	0,297	17	0,292	0,306	3,271	0,956	73	1,274	1,190
0,313	0,314	18	0,309	0,325	3,078	0,951	72	1,257	1,176
0,330	0,332	19	0,326	0,344	2,904	0,946	71	1,239	1,161
0,347	0,349	20	0,342	0,364	2,747	0,940	70	1,222	1,147
0,364	0,367	21	0,358	0,384	2,605	0,934	69	1,204	1,133
0,382	0,384	22	0,375	0,404	2,475	0,927	68	1,187	1,118
0,399	0,401	23	0,391	0,424	2,356	0,921	67	1,169	1,104
0,416	0,419	24	0,407	0,445	2,246	0,914	66	1,152	1,089
0,433	0,436	25	0,423	0,466	2,145	0,906	65	1,134	1,075
0,450	0,454	26	0,438	0,488	2,050	0,899	64	1,117	1,060
0,467	0,471	27	0,454	0,510	1,963	0,891	63	1,100	1,045
0,484	0,489	28	0,469	0,532	1,881	0,883	62	1,082	1,030
0,501	0,506	29	0,485	0,554	1,804	0,875	61	1,065	1,015
0,518	0,524	30	0,500	0,577	1,732	0,866	60	1,047	1,000
0,534	0,541	31	0,515	0,601	1,664	0,857	59	1,030	0,985
0,551	0,559	32	0,530	0,625	1,600	0,848	58	1,012	0,970
0,568	0,576	33	0,545	0,649	1,540	0,839	57	0,995	0,954
0,585	0,593	34	0,559	0,675	1,483	0,829	56	0,977	0,939
0,601	0,611	35	0,574	0,700	1,428	0,819	55	0,960	0,923
0,618	0,628	36	0,588	0,727	1,376	0,809	54	0,942	0,908
0,635	0,646	37	0,602	0,754	1,327	0,799	53	0,925	0,892
0,651	0,663	38	0,616	0,781	1,280	0,788	52	0,908	0,877
0,668	0,681	39	0,629	0,810	1,235	0,777	51	0,890	0,861
0,684	0,698	40	0,643	0,839	1,192	0,766	50	0,873	0,845
0,700	0,716	41	0,656	0,869	1,150	0,755	49	0,855	0,829
0,717	0,733	42	0,669	0,900	1,111	0,743	48	0,838	0,813
0,733	0,750	43	0,682	0,933	1,072	0,731	47	0,820	0,797
0,749	0,768	44	0,695	0,966	1,036	0,719	46	0,803	0,781
0,765	0,785	45	0,707	1,000	1,000	0,707	45	0,785	0,765
Chord.	Arc.	°	Cos	Cotg	Tang	Sin	°	Arc.	Chord.

(E. Hammer, Lehr- und Handbuch der ebenen und sphärischen Trigonometrie, Stuttgart 1907.)

2. Meridiaanikraadide pikkused meetrites (Besseli mõõdete põhjal).

φ	Meridiaani kaare pikkus poolitajast m	Meridiaani- kraad m	φ	Meridiaani- kaare pikkus poolitajast m	Meridiaani- kraad m	φ	Meridiaani- kaare pikkus poolitajast m	Meridiaani- kraad m
0 ⁰	0		30 ⁰	3 319 786,5		60 ⁰	6 653 376,1	
1	110 563,8	110 563,8	31	3 430 636,0	110 849,4	61	6 764 783,6	111 407,5
2	221 128,3	110 564,5	32	3 541 502,5	110 866,6	62	6 876 207,7	111 424,1
3	331 694,1	110 565,8	33	3 652 386,5	110 884,0	63	6 987 648,0	111 440,3
4	442 262,9	110 567,8	34	3 763 288,3	110 901,8	64	7 099 104,2	111 456,2
5	552 832,4	110 570,5	35	3 874 208,0	110 919,8	65	7 210 575,8	111 471,6
6	663 406,3	110 573,9	36	3 985 146,1	110 938,0	66	7 322 062,4	111 486,6
7	773 984,2	110 577,9	37	4 096 102,5	110 956,5	67	7 433 563,5	111 501,1
8	884 566,7	110 582,6	38	4 207 077,7	110 975,2	68	7 545 078,8	111 515,2
9	995 154,6	110 587,9	39	4 318 071,7	110 994,0	69	7 656 607,6	111 528,9
10	1 105 748,5	110 593,9	40	4 429 084,8	111 013,1	70	7 768 149,6	111 542,0
11	1 216 349,0	110 600,5	41	4 540 117,0	111 032,2	71	7 879 704,2	111 554,6
12	1 326 956,7	110 607,7	42	4 651 168,5	111 051,5	72	7 991 270,8	111 566,6
13	1 437 572,3	110 615,6	43	4 762 239,3	111 070,8	73	8 102 849,0	111 578,2
14	1 548 196,3	110 624,1	44	4 873 329,6	111 090,2	74	8 214 438,1	111 589,1
15	1 658 829,4	110 633,1	45	4 984 439,3	111 109,7	75	8 326 037,6	111 599,5
16	1 769 472,2	110 642,8	46	5 095 568,5	111 129,2	76	8 437 647,0	111 609,4
17	1 880 125,3	110 653,1	47	5 206 717,1	111 148,7	77	8 549 265,6	111 618,6
18	1 990 789,2	110 663,9	48	5 317 885,2	111 168,1	78	8 660 892,7	111 627,1
19	2 101 464,4	110 675,2	49	5 429 072,7	111 187,5	79	8 772 527,8	111 635,1
20	2 212 151,6	110 687,1	50	5 540 279,5	111 206,8	80	8 884 170,3	111 642,5
21	2 322 851,1	110 699,6	51	5 651 505,6	111 226,0	81	8 995 819,5	111 649,2
22	2 433 563,7	110 712,6	52	5 762 750,7	111 245,1	82	9 107 474,8	111 655,3
23	2 544 289,7	110 726,0	53	5 874 014,7	111 264,0	83	9 219 135,6	111 660,8
24	2 655 029,6	110 739,9	54	5 985 297,5	111 282,8	84	9 330 801,1	111 665,5
25	2 765 783,9	110 754,3	55	6 096 598,9	111 301,4	85	9 442 470,6	111 669,5
26	2 876 553,1	110 769,2	56	6 207 918,7	111 319,7	86	9 554 143,5	111 672,9
27	2 987 337,6	110 784,4	57	6 319 256,5	111 337,9	87	9 665 819,2	111 675,7
28	3 098 137,7	110 800,1	58	6 430 612,3	111 355,7	88	9 777 496,9	111 677,7
29	3 208 953,9	110 816,2	59	6 541 985,6	111 373,3	89	9 889 176,0	111 679,1
30	3 319 786,5	110 832,6	60	6 653 376,1	111 390,6	90	10 000 855,8	111 679,8

4. Kraadililmuste pindalad ruutkilomeetrites (Besseli mõõdete põhjal).
I. Poolekraadilised silmused.

φ	km ²	φ	km ²	φ	km ²	φ	km ²	φ	km ²	φ	km ²	φ	km ²
0	3076,6	15	—15 ^{1/2} ₀	30	—30 ^{1/2} ₁	45	—45 ^{1/2} ₂	60	—60 ^{1/2} ₃	75	—75 ^{1/2} ₄	90	—90 ^{1/2} ₅
1 ^{1/2}	3076,4	15 ^{1/2}	—16	30 ^{1/2}	—31	45 ^{1/2}	—46	60 ^{1/2}	—61	75 ^{1/2}	—76	90 ^{1/2}	793,2
1	3075,9	16	—16 ^{1/2} ₁	31	—31 ^{1/2} ₂	46	—46 ^{1/2} ₃	61	—61 ^{1/2} ₄	76	—76 ^{1/2} ₅	90 ^{1/2}	766,9
1 ^{1/2}	3075,2	16 ^{1/2}	—17	31 ^{1/2}	—32	46 ^{1/2}	—47	61 ^{1/2}	—62	76 ^{1/2}	—77	91 ^{1/2}	740,6
2	3074,3	17	—17 ^{1/2} ₁	32	—32 ^{1/2} ₂	47	—47 ^{1/2} ₃	62	—62 ^{1/2} ₄	77	—77 ^{1/2} ₅	91 ^{1/2}	714,2
2 ^{1/2}	3073,2	17 ^{1/2}	—18	32 ^{1/2}	—33	47 ^{1/2}	—48	62 ^{1/2}	—63	77 ^{1/2}	—78	92 ^{1/2}	687,7
3	3071,8	18	—18 ^{1/2} ₁	33	—33 ^{1/2} ₂	48	—48 ^{1/2} ₃	63	—63 ^{1/2} ₄	78	—78 ^{1/2} ₅	92 ^{1/2}	661,2
3 ^{1/2}	3070,2	18 ^{1/2}	—19	33 ^{1/2}	—34	48 ^{1/2}	—49	63 ^{1/2}	—64	78 ^{1/2}	—79	93 ^{1/2}	634,6
4	3068,4	19	—19 ^{1/2} ₁	34	—34 ^{1/2} ₂	49	—49 ^{1/2} ₃	64	—64 ^{1/2} ₄	79	—79 ^{1/2} ₅	93 ^{1/2}	608,0
4 ^{1/2}	3066,3	19 ^{1/2}	—20	34 ^{1/2}	—35	49 ^{1/2}	—50	64 ^{1/2}	—65	79 ^{1/2}	—80	94 ^{1/2}	581,3
5	3064,0	20	—20 ^{1/2} ₁	35	—35 ^{1/2} ₂	50	—50 ^{1/2} ₃	65	—65 ^{1/2} ₄	80	—80 ^{1/2} ₅	94 ^{1/2}	554,6
5 ^{1/2}	3061,5	20 ^{1/2}	—21	35 ^{1/2}	—36	50 ^{1/2}	—51	65 ^{1/2}	—66	80 ^{1/2}	—81	95 ^{1/2}	527,8
6	3058,8	21	—21 ^{1/2} ₁	36	—36 ^{1/2} ₂	51	—51 ^{1/2} ₃	66	—66 ^{1/2} ₄	81 ^{1/2}	—82	95 ^{1/2}	501,0
6 ^{1/2}	3055,8	21 ^{1/2}	—22	36 ^{1/2}	—37	51 ^{1/2}	—52	66 ^{1/2}	—67	81 ^{1/2}	—82	96 ^{1/2}	474,2
7	3052,7	22	—22 ^{1/2} ₁	37	—37 ^{1/2} ₂	52	—52 ^{1/2} ₃	67	—67 ^{1/2} ₄	82	—82 ^{1/2} ₅	96 ^{1/2}	447,3
7 ^{1/2}	3049,2	22 ^{1/2}	—23	37 ^{1/2}	—38	52 ^{1/2}	—53	67 ^{1/2}	—68	82 ^{1/2}	—83	97 ^{1/2}	420,4
8	3045,6	23	—23 ^{1/2} ₁	38	—38 ^{1/2} ₂	53	—53 ^{1/2} ₃	68	—68 ^{1/2} ₄	83	—83 ^{1/2} ₅	97 ^{1/2}	393,4
8 ^{1/2}	3041,7	23 ^{1/2}	—24	38 ^{1/2}	—39	53 ^{1/2}	—54	68 ^{1/2}	—69	83 ^{1/2}	—84	98 ^{1/2}	366,4
9	3037,6	24	—24 ^{1/2} ₁	39	—39 ^{1/2} ₂	54	—54 ^{1/2} ₃	69	—69 ^{1/2} ₄	84	—84 ^{1/2} ₅	98 ^{1/2}	339,4
9 ^{1/2}	3033,3	24 ^{1/2}	—25	39 ^{1/2}	—40	54 ^{1/2}	—55	69 ^{1/2}	—70	84 ^{1/2}	—85	99 ^{1/2}	312,4
10	3028,8	25	—25 ^{1/2} ₁	40	—40 ^{1/2} ₂	55	—55 ^{1/2} ₃	70	—70 ^{1/2} ₄	85	—85 ^{1/2} ₅	99 ^{1/2}	285,3
10 ^{1/2}	3024,0	25 ^{1/2}	—26	40 ^{1/2}	—41	55 ^{1/2}	—56	70 ^{1/2}	—71	85 ^{1/2}	—86	100 ^{1/2}	258,2
11	3019,0	26	—26 ^{1/2} ₁	41	—41 ^{1/2} ₂	56	—56 ^{1/2} ₃	71	—71 ^{1/2} ₄	86	—86 ^{1/2} ₅	100 ^{1/2}	231,1
11 ^{1/2}	3013,8	26 ^{1/2}	—27	41 ^{1/2}	—42	56 ^{1/2}	—57	71 ^{1/2}	—72	86 ^{1/2}	—87	101 ^{1/2}	203,9
12	3008,4	27	—27 ^{1/2} ₁	42	—42 ^{1/2} ₂	57	—57 ^{1/2} ₃	72	—72 ^{1/2} ₄	87	—87 ^{1/2} ₅	101 ^{1/2}	176,8
12 ^{1/2}	3002,7	27 ^{1/2}	—28	42 ^{1/2}	—43	57 ^{1/2}	—58	72 ^{1/2}	—73	87 ^{1/2}	—88	102 ^{1/2}	149,6
13	2996,8	28	—28 ^{1/2} ₁	43	—43 ^{1/2} ₂	58	—58 ^{1/2} ₃	73	—73 ^{1/2} ₄	88	—88 ^{1/2} ₅	102 ^{1/2}	122,4
13 ^{1/2}	2990,7	28 ^{1/2}	—29	43 ^{1/2}	—44	58 ^{1/2}	—59	73 ^{1/2}	—74	88 ^{1/2}	—89	103 ^{1/2}	95,2
14	2984,4	29	—29 ^{1/2} ₁	44	—44 ^{1/2} ₂	59	—59 ^{1/2} ₃	74	—74 ^{1/2} ₄	89	—89 ^{1/2} ₅	103 ^{1/2}	68,0
14 ^{1/2}	2977,8	29 ^{1/2}	—30	44 ^{1/2}	—45	59 ^{1/2}	—60	74 ^{1/2}	—75	89 ^{1/2}	—90	104 ^{1/2}	40,8
													13,6

II. Ühekraadilised silmused.

φ	km ²	φ	km ²	φ	km ²
0—1 ⁰	12 305,9	30—31 ⁰	10 640,0	60—61	6 121,7
1—2	12 302,2	31—32	10 531,2	61—62	5 933,1
2—3	12 294,9	32—33	10 419,2	62—63	5 742,6
3—4	12 284,0	33—34	10 303,9	63—64	5 550,2
4—5	12 269,4	34—35	10 185,5	64—65	5 356,1
5—6	12 251,2	35—36	10 064,0	65—66	5 160,2
6—7	12 229,3	36—37	9 939,4	66—67	4 962,7
7—8	12 203,8	37—38	9 811,7	67—68	4 763,5
8—9	12 174,7	38—39	9 681,0	68—69	4 562,8
9—10	12 141,9	39—40	9 547,3	69—70	4 360,7
10—11	12 105,6	40—41	9 410,7	70—71	4 157,1
11—12	12 065,7	41—42	9 271,1	71—72	3 952,1
12—13	12 022,1	42—43	9 128,7	72—73	3 745,9
13—14	11 975,0	43—44	8 983,4	73—74	3 538,5
14—15	11 924,3	44—45	8 835,3	74—75	3 329,9
15—16	11 870,0	45—46	8 684,5	75—76	3 120,2
16—17	11 812,3	46—47	8 530,9	76—77	2 909,5
17—18	11 750,9	47—48	8 374,7	77—78	2 697,8
18—19	11 686,1	48—49	8 215,8	78—79	2 485,2
19—20	11 617,7	49—50	8 054,4	79—80	2 271,9
20—21	11 545,9	50—51	7 890,4	80—81	2 057,8
21—22	11 470,6	51—52	7 723,9	81—82	1 843,0
22—23	11 391,8	52—53	7 555,0	82—83	1 627,6
23—24	11 309,6	53—54	7 383,6	83—84	1 411,7
24—25	11 224,0	54—55	7 211,0	84—85	1 195,3
25—26	11 135,0	55—56	7 034,0	85—86	978,5
26—27	11 042,7	56—57	6 855,8	86—87	761,4
27—28	10 947,0	57—58	6 675,4	87—88	544,0
28—29	10 847,9	58—59	6 492,9	88—89	326,5
29—30	10 745,6	59—60	6 308,3	89—90	108,8

III. Kahekraadilised silmused.

φ	km ²	φ	km ²	φ	km ²
0—20	49 216	30—32 ⁰	42 342	60—62 ⁰	24 109
2—4	49 158	32—34	41 446	62—64	22 586
4—6	49 041	34—36	40 499	64—66	21 033
6—8	48 866	36—38	39 502	66—68	19 452
8—10	48 633	38—40	38 457	68—70	17 847
10—12	48 343	40—42	37 364	70—72	16 218
12—14	47 994	42—44	36 224	72—74	14 569
14—16	47 589	44—46	35 040	74—76	12 900
16—18	47 126	46—48	33 811	76—78	11 215
18—20	46 608	48—50	32 540	78—80	9 514
20—22	46 033	50—52	31 229	80—82	7 802
22—24	45 403	52—54	29 877	82—84	6 079
24—26	44 718	54—56	28 488	84—86	4 348
26—28	43 979	56—58	27 062	86—88	2 611
28—30	43 187	58—60	25 602	88—90	871

IV. Viiekraadilised silmused.

φ	km ²	φ	km ²	φ	km ²
0—5 ⁰	307 232	30—35	260 399	60—65 ⁰	143 518
5—10	305 005	35—40	245 217	65—70	119 050
10—15	300 463	40—45	228 146	70—75	93 617
15—20	293 685	45—50	209 301	75—80	67 423
20—25	284 709	50—55	188 814	80—85	40 676
25—30	273 591	55—60	166 832	85—90	13 596

V. Kümnekraadilised silmused.

φ	km ²	φ	km ²	φ	km ²
0—10 ⁰	1 224 572	30—40 ⁰	1 011 233	60—70	525 136
10—20	1 188 297	40—50	874 895	70—80	322 080
20—30	1 116 601	50—60	711 291	80—90	108 544

(H Wagner, Geogr. Jahrb. III. 1870 ja
Eckert-Krümmel, Geogr. Prakt., Leipzig, 1908.)

5. Rööbikute kaugused poolitajast meetrites õigenukses silindrilises (Mercatori) projektsioonis.

φ	Rööbiku kaugus poolitajast	φ	Rööbiku kaugus poolitajast	φ	Rööbiku kaugus poolitajast	φ	Rööbiku kaugus poolitajast	φ	Rööbiku kaugus poolitajast	φ	Rööbiku kaugus poolitajast
0°	0	15°	1 677 980	30°	3 481 840	45°	5 590 740	60°	8 361 840	75°	12 889 550
30'	55 283	30'	1 735 310	30'	3 545 940	30'	5 669 530	30'	8 473 810	30'	13 108 060
1	110 570	16	1 792 780	31	3 610 390	46	5 749 030	61	8 587 530	76	13 334 080
30	165 865	30	1 850 390	30	3 675 170	30	5 829 250	30	8 703 060	30	13 568 160
2	221 173	17	1 908 160	32	3 740 300	47	5 910 220	62	8 820 470	77	13 810 920
30	276 498	30	1 966 080	30	3 805 790	30	5 991 960	30	8 939 830	30	14 063 040
3	331 845	18	2 024 160	33	3 871 650	48	6 074 480	63	9 061 210	78	14 325 290
30	387 218	30	2 082 400	30	3 937 890	30	6 157 810	30	9 184 680	30	14 598 550
4	442 619	19	2 140 830	34	4 004 320	49	6 241 970	64	9 310 350	79	14 883 800
30	498 054	30	2 199 420	30	4 071 540	30	6 326 990	30	9 438 290	30	15 182 150
5	553 530	20	2 258 200	35	4 138 970	50	6 412 880	65	9 568 600	80	15 494 890
30	609 049	30	2 317 180	30	4 206 810	30	6 499 680	30	9 701 380	30	15 823 540
6	664 615	21	2 376 340	36	4 275 080	51	6 587 400	66	9 836 740	81	16 169 790
30	720 232	30	2 435 710	30	4 343 790	30	6 676 080	30	9 974 780	30	16 535 680
7	775 904	22	2 495 280	37	4 412 960	52	6 765 750	67	10 115 630	82	16 923 590
30	831 636	30	2 555 070	30	4 482 580	30	6 856 430	30	10 259 400	30	17 336 390
8	887 434	23	2 615 080	38	4 552 670	53	6 948 150	68	10 406 240	83	17 777 510
30	943 304	30	2 675 310	30	4 623 240	30	7 040 940	30	10 556 300	30	18 251 180
9	999 245	24	2 735 770	39	4 694 310	54	7 134 840	69	10 709 720	84	18 762 620
30	1 055 266	30	2 796 470	30	4 765 890	30	7 229 880	30	10 866 680	30	19 318 410
10	1 111 370	25	2 857 420	40	4 837 990	55	7 328 090	70	11 027 350	85	19 927 060
30	1 167 560	30	2 918 620	30	4 910 620	30	7 423 520	30	11 191 930	30	20 599 730
11	1 223 840	26	2 980 070	41	4 983 800	56	7 523 200	71	11 360 620	86	21 351 530
30	1 280 220	30	3 041 790	30	5 057 550	30	7 622 170	30	11 533 650	30	22 203 720
12	1 336 700	27	3 103 780	42	5 131 870	57	7 723 470	72	11 711 260	87	23 187 280
30	1 393 290	30	3 166 050	30	5 206 780	30	7 826 140	30	11 893 720	30	24 350 460
13	1 449 990	28	3 228 610	43	5 282 300	58	7 930 230	73	12 081 300	88	25 773 870
30	1 506 800	30	3 291 460	30	5 358 430	30	8 035 800	30	12 274 310	30	27 608 200
14	1 563 730	29	3 354 610	44	5 435 210	59	8 142 890	74	12 473 100	89	30 194 790
30	1 620 790	30	3 418 070	30	5 512 640	30	8 251 550	30	12 678 040	30	34 615 410
15	1 677 980	30	3 481 840	45	5 590 740	60	8 361 840	75	12 889 550	90	∞

Pöörjoone kaugus poolitajast = 2 670 280 m. Polaarjoone kaugus poolitajast = 9 986 411 m. (H. Wagner, Geogr. Jahrb. III, 1870.)

6. Meridiaanide vaheline nurk λ koonuselises projektsoonis vastav
tõelisele nurgale $I = 1^\circ$.

φ_0	λ	φ_0	λ	φ_0	λ	φ_0	λ	φ_0	λ	φ_0	λ
0	0' "	0	0' "	0	0' "	0	0' "	0	0' "	0	0' "
1	0 1 2,8	16	0 16 32,3	31	0 30 54,1	46	0 43 9,6	61	0 52 28,6	76	0 58 13,1
2	2 5,6	17	17 32,5	32	31 47,7	47	43 52,9	62	52 58,6	77	58 27,7
3	3 8,4	18	18 32,5	33	32 40,7	48	44 35,3	63	53 27,9	78	58 41,3
4	4 11,1	19	19 32,1	34	33 33,1	49	45 17,0	64	53 55,7	79	58 53,9
5	5 13,8	20	20 31,3	35	34 24,9	50	45 57,8	65	54 22,7	80	59 5,3
6	6 16,3	21	21 30,1	36	35 16,0	51	46 37,7	66	54 48,8	81	59 15,7
7	7 18,7	22	22 28,6	37	36 6,5	52	47 16,8	67	55 13,8	82	59 25,0
8	8 21,0	23	23 26,6	38	36 56,4	53	47 55,1	68	55 37,9	83	59 33,2
9	9 23,2	24	24 24,3	39	37 45,6	54	48 38,5	69	56 0,9	84	59 40,3
10	10 25,1	25	25 21,4	40	38 34,0	55	48 9,0	70	56 22,9	85	59 46,3
11	11 26,9	26	26 18,1	41	39 21,8	56	49 44,5	71	56 43,9	86	59 51,2
12	12 28,5	27	27 14,4	42	40 8,9	57	50 19,2	72	57 3,8	87	59 55,1
13	13 29,8	28	28 10,1	43	40 55,2	58	50 53,0	73	57 22,7	88	59 57,8
14	14 30,9	29	29 5,3	44	41 40,8	59	51 25,8	74	57 40,5	89	59 59,5
15	15 31,8	30	30 0,0	45	42 25,9	60	51 57,7	75	57 57,3	90	1° 0' 0''

(H. Wagner, Geogr. Jahrb. III, 1870.)

7. Arvud $\sin \lambda$, $1 - \cos \lambda$ ja $\log(1 - \cos \lambda)$ koonuselise kraadivõrgu punktide
täisnurksete koordinaatide arvutamiseks.

Nurk λ on loetud keskmeridiaanist.

λ	$\sin \lambda$	$1 - \cos \lambda$	$\log(1 - \cos \lambda)$	λ	$\sin \lambda$	$1 - \cos \lambda$	$\log(1 - \cos \lambda)$
10	0,01745	0,00015	6,18271	20	0,34202	0,06031	8,78037
2	0,03490	0,00061	6,78474	21	0,35837	0,06642	8,82230
3	0,05234	0,00137	7,13687	22	0,37461	0,07282	8,86223
4	0,06976	0,00244	7,38667	23	0,39073	0,07950	8,90034
5	0,08716	0,00381	7,58039	24	0,40674	0,08646	8,93679
6	0,10453	0,00548	7,73863	25	0,42262	0,09369	8,97170
7	0,12187	0,00745	7,87238	30	0,50007	0,13398	9,12702
8	0,13917	0,00973	7,98820	35	0,57358	0,18085	9,25731
9	0,15643	0,01231	8,09032	40	0,64279	0,23396	9,36913
10	0,17365	0,01519	8,18162	45	0,70711	0,29289	9,46671
11	0,19081	0,01837	8,26418	50	0,76604	0,35721	9,55293
12	0,20791	0,02185	8,33950	55	0,81915	0,42642	9,62984
13	0,22495	0,02563	8,40875	60	0,86603	0,50000	9,69897
14	0,24192	0,02970	8,47282	65	0,90631	0,57738	9,76146
15	0,25882	0,03407	8,53243	70	0,93969	0,65798	9,81821
16	0,27564	0,03874	8,58814	75	0,96593	0,74118	9,86992
17	0,29237	0,04370	8,64043	80	0,98481	0,82635	9,91717
18	0,30902	0,04894	8,68969	85	0,99620	0,91284	9,96040
19	0,32557	0,05448	8,73625	90	1,00000	1,00000	10,00000

(H. Wagner, Geogr. Jahrb. III, 1870.)

8. Koonuselise projektsiooni punterööbiku φ_0 raadiused meetrites.

φ_0	ϱ_0	$\log \varrho_0$	φ_0	ϱ_0	$\log \varrho_0$	φ_0	ϱ_0	$\log \varrho_0$
0 ⁰	∞		15 ⁰	23 806 090	7,37669	30 ⁰	11 055 200	7,04357
30'	730 777 500	8,86379	30'	23 001 640	7,36176	30'	10 836 000	7,03487
1	365 361 200	8,56272	16	22 246 270	7,34726	31	10 623 180	7,02625
30	243 543 600	8,38658	30	21 535 530	7,33316	30	10 416 460	7,01772
2	182 625 500	8,26156	17	20 865 480	7,31943	32	10 215 550	7,00926
30	146 067 400	8,16455	30	20 232 630	7,30605	30	10 020 170	7,00088
3	121 689 100	8,08525	18	19 633 870	7,29301	33	9 830 067	6,99256
30	104 270 800	8,01816	30	19 066 440	7,28027	30	9 645 009	6,98430
4	91 202 520	7,96001	19	18 527 860	7,26783	34	9 464 764	6,97611
30	81 034 180	7,90867	30	18 015 920	7,25566	30	9 289 124	6,96797
5	72 895 830	7,86270	20	17 528 600	7,24375	35	9 117 882	6,95989
30	66 233 830	7,82108	30	17 064 110	7,23203	30	8 950 860	6,95186
6	60 679 100	7,78304	21	16 620 820	7,22065	36	8 787 874	6,94388
30	55 976 090	7,74800	30	16 197 230	7,20944	30	8 628 752	6,93595
7	51 942 300	7,71552	22	15 792 010	7,19844	37	8 473 342	6,92805
30	48 443 900	7,68524	30	15 403 930	7,18763	30	8 321 484	6,92020
8	45 380 480	7,65687	23	15 031 870	7,17701	38	8 173 042	6,91238
30	42 675 290	7,63018	30	14 674 800	7,16657	30	8 027 875	6,90460
9	40 268 600	7,60497	24	14 331 790	7,15640	39	7 885 860	6,89685
30	38 113 300	7,58103	30	14 001 960	7,14619	30	7 746 870	6,88913
10	36 171 660	7,55837	25	13 684 530	7,13623	40	7 610 790	6,88143
30	34 413 170	7,53672	30	13 378 770	7,12642	30	7 477 507	6,87376
11	32 812 850	7,51604	26	13 084 000	7,11674	41	7 346 917	6,86611
30	31 350 070	7,49624	30	12 799 590	7,10720	30	7 218 923	6,85847
12	30 007 630	7,47723	27	12 524 960	7,09778	42	7 093 425	6,85086
30	28 771 080	7,45896	30	12 259 510	7,08848	30	6 970 332	6,84325
13	27 628 210	7,44135	28	12 002 970	7,07929	43	6 849 562	6,83566
30	26 568 610	7,42437	30	11 754 640	7,07021	30	6 731 026	6,82808
14	25 583 340	7,40796	29	11 514 160	7,06123	44	6 614 649	6,82051
30	24 664 730	7,39208	30	11 281 140	7,05235	30	6 500 353	6,81294
15	23 806 090	7,37669	30	11 055 200	7,04357	45	6 388 066	6,80537

φ_0	ϱ_0	$\log \varrho_0$	φ_0	ϱ_0	$\log \varrho_0$	φ_0	ϱ_0	$\log \varrho_0$
45°	6 388 066	6,80537	60°	3 691 243	6,56717	75°	1 714 164	6,23405
30'	6 279 164	6,79790	30'	3 625 652	6,55839	30'	1 654 490	6,21866
46	6 169 244	6,79023	61	3 544 108	6,54951	76	1 595 083	6,20278
30	6 062 578	6,78266	30	3 471 603	6,54053	30	1 535 932	6,18637
47	5 957 664	6,77508	62	3 399 780	6,53145	77	1 477 025	6,16939
30	5 854 439	6,76749	30	3 328 615	6,52226	30	1 418 354	6,15178
48	5 752 847	6,75988	63	3 258 090	6,51296	78	1 359 907	6,13351
30	5 652 836	6,75227	30	3 188 186	6,50354	30	1 301 674	6,11450
49	5 554 355	6,74463	64	3 118 884	6,49400	79	1 243 646	6,09470
30	5 457 352	6,73698	30	3 050 166	6,48432	30	1 185 803	6,07402
50	5 361 782	6,72931	65	2 982 014	6,47451	80	1 128 165	6,05237
30	5 267 600	6,72161	30	2 914 412	6,46455	30	1 070 692	6,02966
51	5 174 755	6,71389	66	2 847 341	6,45444	81	1 013 385	6,00577
30	5 083 211	6,70614	30	2 780 851	6,44418	30	956 235	5,98056
52	4 992 926	6,69836	67	2 714 732	6,43373	82	899 232	5,95387
30	4 903 861	6,69054	30	2 649 161	6,42311	30	842 562	5,92560
53	4 815 976	6,68268	68	2 584 060	6,41230	83	785 633	5,89522
30	4 729 235	6,67479	30	2 519 413	6,40130	30	729 018	5,86274
54	4 643 604	6,66686	69	2 455 205	6,39009	84	672 515	5,82770
30	4 559 048	6,65887	30	2 391 424	6,37866	30	616 114	5,78966
55	4 475 535	6,65085	70	2 328 054	6,36699	85	559 807	5,74804
30	4 393 032	6,64276	30	2 265 082	6,35508	30	503 585	5,70207
56	4 311 509	6,63463	71	2 202 496	6,34292	86	447 440	5,65073
30	4 230 937	6,62644	30	2 140 280	6,33047	30	391 362	5,59258
57	4 151 287	6,61818	72	2 078 425	6,31773	87	335 343	5,52549
30	4 072 529	6,60986	30	2 016 917	6,30469	30	279 375	5,44619
58	3 994 638	6,60148	73	1 955 744	6,29131	88	223 449	5,34918
30	3 917 590	6,59302	30	1 894 890	6,27758	30	167 173	5,22316
59	3 841 357	6,58448	74	1 834 355	6,26348	89	111 691	5,04802
30	3 765 916	6,57587	30	1 774 115	6,24898	30	55 841	4,74696
60	3 691 243	6,56717	75	1 714 164	6,23405	90	0	

Kui puuterööbikuks on pöörjooon, siis on $\varrho_0 = 14\,704\,004$ m.

„ „ „ polaarjoon „ „ $\varrho_0 = 2\,768\,881$ m.

(H. Wagner, Geogr. Jahrb. III, 1870.)

9. Lambertil õigepindse koonuselise projektsiooni rööbikute raadiused
($R = 100$).

φ	Kui keskrööbiku laius on:											
	5	10°	15°	20°	25°	30°	35°	40°	45°	50°	55°	60°
85°	—	—	—	—	—	—	9,84	9,62	9,44	9,28	9,13	9,03
80	—	—	—	—	—	—	19,65	19,23	18,87	18,55	18,28	18,05
75	—	—	—	—	—	30,14	29,43	28,80	28,26	27,78	27,37	27,03
70	—	—	—	—	—	40,11	39,15	38,31	37,59	36,96	36,41	35,95
65	—	—	—	—	51,33	49,98	48,79	47,75	46,85	46,06	45,38	44,81
60	—	—	—	—	61,38	59,77	58,35	56,98	56,03	55,08	54,28	53,59
55	—	—	—	73,40	71,31	69,44	67,79	66,34	65,08	63,98	63,06	62,26
50	—	—	—	83,50	81,12	79,00	77,12	75,47	74,04	72,80	71,73	70,82
45	—	—	96,45	93,42	90,74	88,37	86,28	84,43	82,83	81,43	80,24	79,23
40	—	—	106,5	103,1	100,2	97,59	95,28	93,24	91,48	89,93	88,61	87,50
35	—	120,5	116,4	112,7	109,5	106,7	104,1	101,9	99,95	98,26	96,83	95,61
30	—	130,5	126,0	122,1	118,6	115,5	112,7	110,3	108,2	106,4	104,9	103,5
25	145,5	140,3	135,4	131,1	127,5	124,1	121,2	118,6	116,3	114,3	112,7	—
20	155,6	149,7	144,5	140,1	136,0	132,4	129,3	126,6	124,2	122,1	120,3	—
15	165,1	158,9	153,5	148,6	144,3	140,6	137,2	134,3	131,7	129,5	—	—
10	174,4	167,8	162,0	156,9	152,4	148,5	145,0	141,8	139,2	136,8	—	—
5	183,2	176,4	170,3	164,9	160,2	156,1	152,3	149,1	146,2	—	—	—
0	191,9	184,6	178,2	172,6	167,7	163,3	159,4	156,1	153,1	—	—	—
-5	200,0	192,4	185,8	180,0	174,8	170,2	166,2	162,7	—	—	—	—
-10	207,9	200,0	193,1	187,1	181,7	176,1	172,8	169,0	—	—	—	—
-15	215,3	207,1	200,0	193,6	188,1	183,2	178,9	—	—	—	—	—

10. Rööbikute kaugused poolitajast Mollweide projektsioonis (projektsiooni raadius = 100).

φ	y	φ	y	φ	y	φ	y	φ	y	φ	y
10	1,371	16°	21,823	31°	41,693	46°	60,403	61°	77,292	76°	91,435
2	2,741	17	23,172	32	42,983	47	61,594	62	78,334	77	92,243
3	4,112	18	24,518	33	44,268	48	62,776	63	79,363	78	93,031
4	5,482	19	25,861	34	45,547	49	63,951	64	80,379	79	93,797
5	6,851	20	27,202	35	46,820	50	65,116	65	81,382	80	94,540
6	8,219	21	28,538	36	48,088	51	66,272	66	82,373	81	95,257
7	9,586	22	29,872	37	49,350	52	67,420	67	83,349	82	95,948
8	10,953	23	31,202	38	50,606	53	68,558	68	84,311	83	96,611
9	12,318	24	32,528	39	51,855	54	69,686	69	85,259	84	97,241
10	13,681	25	33,851	40	53,097	55	70,805	70	86,191	85	97,838
11	15,043	26	35,169	41	54,333	56	71,913	71	87,108	86	98,395
12	16,403	27	36,483	42	55,562	57	73,011	72	88,009	87	98,907
13	17,761	28	37,792	43	56,784	58	74,098	73	88,892	88	99,364
14	19,118	29	39,097	44	57,998	59	75,174	74	89,758	89	99,747
15	20,472	30	40,397	45	59,204	60	76,239	75	90,606	90	100,000

(A. Germain, Traité des projections etc., Paris 1866.)

11. Eestimaa linnade geograafilised koordinaadid.

Nimetus	Idapikkus Greenwichist	Põhjalaius
Tallinna	24°45'	59°26'
Tartu	26°43'	58°23'
Narva	28°12'	59°23'
Pärnu	24°30'	58°23'
Viljandi	26°36'	58°22'
Valga	26°02'	57°47'
Rakvere	26°22'	59°21'
Võru	27°31'	57°50'
Haapsalu	23°32'	58°57'
Kuresaare	23°29'	58°15'
Paide	26°34'	58°53'
Baltiski	24°33'	59°21'

12. Nullmeridiaanide vahed.

	Greenwich	Pariis	Pulkova	Ferro
Greenwich	—	2°20'14"E	30°19'39"E	17°39'46"W
Pariis	2°20'14"W	—	27°59'25"E	20°0'0"W
Pulkova	30°19'39"W	27°59'25"W	—	47°59'25"W
Ferro	17°39'46"E	20°0'0"E	47°59'25"E	—

Sisu:

	Lhk.
Tähtsam kirjandus kaardiprojektsioonide kohta	3
Märgid ja oskussõnad	4
Matemaatilised eelmõisted	5
I. Kaardist ja projektsioonidest üldse	13
II. Silindrilised projektsioonid	18
III. Koonuselised projektsioonid	25
IV. Tasapinnalised projektsioonid	31
V. Sobedad (konventsionaalsed) projektsioonid	40
Tabelid	48

J. Maramaa:

Geomeetria

algkooli kõrgematele klassidele, 128 lhk. 165 joon.

Hind 100 marka. 1922.

Sisu. Planimeetria: Sirgjoon. Ringjoon. Nurk. Rööbikud sirgjooned. Kolmnurk. Ülesannete lahendamine. Nelinurk. Ring. Hukknurk. Pindalade mõõtmine. Kujundite muundamine ja jagamine. Pythagorase lause. Kujundite sarnasus.

Stereomeetria: Sirgjoon ja tasapind. Tasapind ja tasapind. Hulktahud. Pöördkehade. Kehade pindalad. Kehade ruumalad.

Lisa: Koordinaadid ja graafilised kujutused. Mõned praktilise geomeetria küsimuste lahendused.

J. Maramaa „Geomeetria“ on heaks toeks V ja VI klassi õpilastele geomeetria tundides läbivõetud materjali kordamiseks. Õpetaja võib vabalt ainet käsitada kas ühe või teise meetodi järele. Kehade ruumalade mõõtmistel on aluseks võetud Cavalieri põhilause. Kõikide osade järele on toodud hulk harjutusi ja ülesandeid. Oskussõnad on võetud „Matemaatika sõnastiku“ kolmandast trükist (1922).

Jaan Rumma

maateaduse õpetaja Tartu seminaris.

Üldine maateadus.

Õpiraamat keskkoolidele

135 joonisega ja kahekülgse tahvliga kriidipaberil.

Hind 195 mk.

Väljavõte „Eessõnast“.

Eeloleva „Üldise maateaduse“ kirjutamisel olen silmas pidanud maateaduse uuemaid teaduslisi saavutusi ja meetoodilisi nõudeid kui ka meie keskkoolide õppekavade ulatust (2 t. näd.) ja õpilaste üldist arenemist ja töötamisvõimet. . . . Erielse osana esineb antud raamatus hulk küsimusi ja ülesandeid, mis osalt määratud klassitundide elustamiseks, osalt iseseisvateks töödeks õpilastele. . . .“

Maateadusliste oskussõnadena on, peale väheste erandite, tarvitatud geograafia-oskussõnade komisjonis vastuvõetud sõnu. . . .“

Sisust:

Maakerast üldse. Maakera kuju. Maakera suurus. Geograafiline kohamääramine. Gloobus. Kaart. Projektsioonid. Kaardi märgid. Maakera tihedus. Maakera sisemine temperatuur ja ehitus. Maakera tekkimine. Maakera ajalugu.

Maakera pinda teisevadavad tegurid. Sisejõud. Mägede kujunemine ja maakoore kõikumised. Rannik, rand ja rannajoon. Maakoore siirdus (dislokatsioon). Vulkanism. Maavärisemine. Välisjõud. Murenemine ja paljastumine. Maismaa ja vee vahetamine. Nüüdisaja pinnavormid. Kodumaa kõrgendikud ja nende tekkimine. Vesikond. Pinnaveed. Voolavad veed. Seisvad veed. Sood ja rabad. Karsti nähtused. Ookeanid. Vesi kindlas olekus. Tuule tegevus. Pinnavormide arenemine. Öhkkond. Tuuled. Sademed. Ilmastik. Kliima. Valgusnähtused öhkkonnas. Elukond. Taimikond. Taimevõõd. Loomastik. Kodustatud taimed ja loomad. Inimene. Elamisala. Riik. Riigi välised tunnused. Riigi sisemine ehitus.

K/Ü „LOODUS'E“ kirjastusel ilmu

Kmr 900.

- J. Rumma „Maateaduse õppeviis“ 95 m.
 J. Rumma „Üldine maateadus“ 195 m.
 A. P. Nishajev „Mere tegevus“. Tõlkinud ja
 J. Rumma. 60 m.
 Prof. J. Pilper „Üldise zooloogia põhijooned“ 140 m.
 L. Mahlstein ja M. Männik „Elux loodus“ algaste 145 m.
 Audova-Univer „Bioloogia õpiraamat“ keskk. van. kl. 100 m.
 Schmeil „Inimene“ Teinmani tõlge 60 m. 96 lhk.
 H. Männik „Praktilised tööd botaanikas“ (kaustik) 15 m.
 Wagner „Lood loomadest“ 40 m.
 K. Ewald „Loodus jutustab“ (lasteraamat), I 60 m., II 95 m.
 Ernest Seton Thompson „Tilo“ (lasteraamat) 60 m.
 H. Reichenbach „Zooloogia praktikum keskkoolidele“
 130 m.
 H. Reichenbach „Juhe zooloogilisteks vaatlusteks ja
 kogude korraldamiseks I“ (akvaarium) 55 m.
 H. Riikoja-B. E. Raikov „Anatoomia ja füsioloogia alg-
 praktikum“ 175 m.
 Prof. Polovtsov „Taimede ehitus ja elu“ (teine konts.) 125 m.
 G. Vilberg „Marjuma“ (maateadusline lugemik) 215 m.
 Prof. W. Oels „Katsed taimede elust“. Eesti keelde tõlme-
 tanud G. Vilberg 160 m.
 Prof. Wagner „Zooloogia“ (teine kontsentr) 145 m. I r.
 145 m. II r.
 Rumma-Raikov „Loodusloo praktiliste tööde õppeviis“.
 140 m.
 J. Kents „Eestimaa geograafia õpperaamat“ 155 m.
 O. Schmeil „Väike looduslugu“. Tõlkinud J. Piiper 150 m.
 „Tallinna juht“. Ülevaade Tallinna tähtsamatest kohtadest ja
 valitsuseasutustest 150 m.
 Shaposhnikov ja Valtsev „Algebraaliste ülesannete kogu“
 I jagu. Ümber töötanud ja täiend. K. Veski ja J. Grünthal. 140 m.
 Prof. J. Sarv „Logaritmi tabelid“ 28 m.
 K. Veski ja J. Grünthali „Aritmeetika“ (kuues andes) I õppe-
 aasta 65 m., II õppeaasta 55 m., III õppeaasta 70 m.,
 IV õppeaasta 100 m., V õppeaasta 75 m., VI õppe-
 aasta 135 m.
 Prof. G. Rägo „Tasapinnalise analüütilise geomeetria
 põhijooned“ (keskkoolidele) 185 m.
 Prof. G. Rägo „Matemaatilise analüüsi elemendid“ 200 m.
 K. Loskit ja A. Paris „Anorgaanilise kvalitatilise ana-
 lüüsi praktikum“ 90 m.
 Edm. Spöhr ja G. Vilberg „Õistaimede määramise abi-
 vihik“ 25 m.
 Loodus I, II, III, IV ja V à 60 m.
 Rashevski „Stereomeetria“. Tõlk. K. Veski ja J. Grünthal. 85 m.
 G. Vilberg „Eesti taimestik koolidele“, Schmeil-Fitscheni
 järele Eesti taimestiku kohaselt ümber töötatud. 220 m.
 Kegerman-Männik-Mahlstein „Looduseõpetus“ II tr. 130 m.
 S. Sütt ja D. Koppel „Maateaduse õpperaamat algkoo-
 lidele“, IV õppeaasta 65 m.
 D. Koppel ja S. Sütt „Maateaduse ülesannete kaustik“
 I vihik 25 m., II vihik 25 m.
 Arvo Yppö „Lastetoast koolipingile“, tõlkinud J. Tein-
 man. 100 m.
 J. Maramaa „Geomeetria“ 100 mk.
 Raamatute tutvustaja nr. 2.
 Ladu Vana t. nr. 1, telef. 435. Ärijuhi telef. 243.