D. ŠAPIRO · A. PODORVANOVA · A. MIRONOV

Tugevus-võimlemine

ÜLESANNETE KOGU

A-28829

D. ŠAPIRO · A. PODORVANOVA · A. MIRONOV

TUGEVUSÕPETUS

ÜLESANNETE KOGU

KIRJASTUS „VALGUS" · TALLINN 1967

6
S 12

Kunstiliselt kujundanud E. Tali

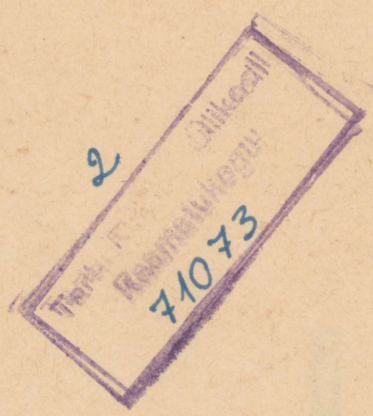
Originaali tiitel:
Д. М. Шапиро, А. И. Подорванова, А. Н. Миронов
Сборник задач по сопротивлению материалов
Издание 2-е, переработанное
Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР в качестве учебного пособия для машиностроительных техникумов
Издательство «Высшая школа»
Москва 1965

Ülesannete kogu on koostatud vastavalt tehnikumide tugevusõpetuse programmile ning sisaldab üle 500 ülesande, nende seas ka ülesandeid plastmasside tugevuse alalt ning selliseid, milles nõutakse majanduslike näitajate arvutamist ja võrdlemist. Kõigis osades on toodud näidisülesandeid koos lahendustega. Ülesanded ja lahendused on esitatud rahvusvahelises mõõtühikute süsteemis (SI), kusjuures paralleelselt on antud samad suurused ka varem kasutatud ühikutes.

Raamat on mõeldud õppevahendiks tehnikumide õpilastele.

Vene keelest tõlkinud I. Raiend

Retsenseerinud O. Saar



3—1—4
33—67

EESSÕNA

Tugevusõpetuse ülesannete kogu teine trükk on tunduvalt ümber töötatud ja täiendatud uute ülesannetega.

Täiesti uuesti on kirjutatud peatükid «Nihe ja pindsurve» ja «Tasakujundite geomeetrilised karakteristikud». Paragrahv «Staatiliselt määramatud ülesanded tõmbel ja survel» on täiendatud ülesannetega, kus käsitletakse montaažil tekkivaid pingeid. Peatükki «Vääne» on sisse viidud staatiliselt määramatud ülesanded. Paragrahvis «Tala elastne joon» on peale talade deformatsioonide määramise universaalvõrrandi abil antud talade deformatsioonide määramine Vereštšagini meetodiga. Kõikides peatükkides on suurendatud praktilist tähtsust omavate ülesannete arvu. Üksikutesse peatükkidesse on sisse viidud ülesanded, milles on nõutud ökonoomiliste näitajate arvutamist ja võrdlust.

Igas peatükis on antud ülesanded kontrolltöödeks ja kodusteks graafilisteks töödeks. Need ülesanded on tähistatud tärnikestega.

Ülesannete kogu on täielikult ümber töötatud rahvusvahelise SI süsteemi järgi, ka üksikute peatükkide teooria osas on valemid antud SI süsteemis. Näidisülesannete lahendused on samuti esitatud rahvusvahelise SI süsteemi põhjal.

Kuna rahvamajanduses toimub üleminek SI süsteemile järkjärgult ja siiamaani kasutatakse teisi mõõtühikute süsteeme, siis on ülesannete tingimustes ja vastustes sulgudes antud samad suurused varem kasutatud ühikutes. See võimaldab ülesandeid lahendada nii SI süsteemis kui ka varem kasutatud süsteemides.

Antud ülesannete kogu töötasid ümber ja valmistasid teiseks trükiks ette: D. M. Šapiro (sissejuhatus, peatükid I, II, III, IV — § 4, V, VIII, IX), A. I. Podorvanova (peatükid VII ja X) ja A. N. Mironov (peatükid IV — § 1, 2, 3 ja VI).

Autorid avaldavad tänu Moskva ja Dnepri-äärsete rajoonide tehnikumide tugevusõpetuse õppejõudude kollektiividele, kes tegid rea häid ettepanekuid ülesannete kogu esimesele trükile.

Nende poolt tehtud ettepanekuid on teises trükis maksimaalselt kasutatud.

SISSEJUHATUS

LÜHIKE KIRJELDUS SI SÜSTEEMI KASUTAMISEST TUGEVUSÕPETUSES

Alates 1. jaanuarist 1963. a. on NSVL kehtestatud rahvusvaheline mõõtühikute süsteem SI (ГОСТ 9867-61). Tabelis 1 on toodud selle süsteemi ühikud, mida kasutatakse tugevusõpetuses.

Tabel 1

Suuruse nimetus	Ühikud	Tähis
	Põhiühikud	
Pikkus	meeter	m
Mass	kilogramm	kg
Aeg	sekund	s
	Täiendavad ühikud	
Tasanurk	radiaan	rad
	Tuletatud ühikud	
Nurkkiirus	radiaan sekundis	rad/s
Kiirus	meeter sekundis	m/s
Kiirendus	meeter sekundi ruudu kohta	m/s^2
Pindala	ruutmeeter	m^2
Ruumala	kuupmeeter	m^3
Tihedus	kilogramm kuupmeetri kohta	kg/m^3
Jõud	njuuton	N
Erikaal	njuuton kuupmeetri kohta	N/m^3
Pinge (rõhk)	njuuton ruutmeetri kohta	N/m^2
Töö ja energia	džaul	J
Võimsus	vatt	W

Peale tabelis 1 antud tuletatud ühikute kasutatakse tugevusõpetuses veel tuletatud ühikuid, mis ei ole antud ГОСТ 9867-61, näiteks: jõu moment (Nm), inertsmoment (m^4), vastupanumoment (m^3) ja teised.

Paljudel juhtudel on otstarbekohane kasutada suuremaid või väiksemaid mõõtühikuid, mis ei ole antud SI süsteemis. Vastavalt ГОСТ 7663-55 kasutatakse kuut eesliidet suurte ühikute moo-

dustamiseks ja kuut eesliidet väiksemate ühikute moodustamiseks. Tabelis 2 on ära toodud tugevusõpetuses enam kasutatavad eesliited.

Tabel 2

Eesliited	Lühend	Kordaja, millega korrutatakse SI süsteemi ühikuid	Kasutamise piirkond
Mega	M	10^6	Pingete ja rõhu ühikute jaoks
Kilo	k	10^3	Jõu, jõu momendi, võimsuse ja töö ühikute jaoks
Senti	c	10^{-2}	Pikkuse ühikud
Milli	m	10^{-3}	Pikkuse ühikud

Nii näiteks: meganjuuton ruutmeetri kohta (1 $MN/m^2 = 10^6$ N/m^2), kilonjuuton (1 kN = 10^3 N), kilovatt 1 kW = 10^3 W), sentimeeter (1 cm = 10^{-2} m), millimeeter (1 mm = 10^{-3} m).

Eesliidet kasutatakse ainult koos süsteemi ühikutega, välja arvatud massi ühikud, kus eesliidet ei kasutata massi põhiühiku kilogrammi (kg) ees, vaid grammi (g) ees, näiteks: 1 Mg (megagramm) = 10^6 g (gramm).

Eesliited kombineeritud ühikute korral asetatakse alati lugeja ette, näiteks: 1 MN/m^2 tähendab 10^6 N/m^2.

Eesliidet ei tohi asetada nimetaja ette. Vigane on kirjutusviis N/cm^2 või N/mm^2.

Pikkuse ühikuks SI süsteemis on meeter (m), sellepärast kõik tuletatud pikkuse ühikud tuleb koostada meetri (m) alusel. Nii on: pindala — m^2, ruumala, pinna staatiline moment ja vastupanumoment — m^3, inertsmoment — m^4. Vigane on kirjutada SI süsteemis pinnaühik cm^2 või inertsmoment cm^4, kuna selles kirjutusviisis eesliide senti (c) tähendab 0,01 ühikut m^2 ja m^4 sellepärast, CGS süsteemis kasutatakse pikkuse ühikuna sentimeetrit (cm), cm^2 tähendab 10^{-4} m^2 ja cm^4 — 10^{-8} m^4.

Vanade ja mittesüsteemiliste ühikute ja SI süsteemi ühikute kasutamisel tugevusõpetuses kasutatakse järgmisi ülemineku koefitsiente:

1 kG = 9,80665 N ≈ 10 N;
1 T = 9806,65 N ≈ 10 kN;
1 kGm = 9,80665 Nm ≈ Nm;
1 kGcm = 0,0980665 Nm ≈ 0,1 Nm;
1 Tm = 9806,65 Nm ≈ 10 kNm;
1 kG/cm^2 = 1 at = 98066,5 N/m^2 ≈ 0,1 MN/m^2;
1 kG/mm^2 = 9806650 N/m^2 ≈ 10 MN/m^2;

1 p/min = $\frac{\pi}{30}$ rad/s;

1 hj = 735,499 W ≈ 736 W.

Enamus tugevusõpetuse valemeid kirjutatakse ühesuguselt niihästi vanades kui ka SI mõõtühikute süsteemis. Muutuvad ainult kolme liiki valemid:

1) varda omakaalu arvutusvalemid;

2) valemid, milledes kasutati mittesüsteemilisi mõõtühikuid (võimsus — hj-des ja nurkkiirus — p/min);

3) valemid, mis sisaldavad empiirilisi koefitsiente.

Muudetud valemid on toodud ülesannete kogu vastavates peatükkides.

Arvutusvalemitesse tuleb asetada kõik suurused SI süsteemis (ilma eesliideteta). Lõpptulemused võivad olla kas SI süsteemis või eesliidetega. Mõningatel juhtudel, kui SI süsteemi kasutamine ei ole otstarbekohane, võib vahepealsetes arvutustes kasutada eesliidetega ühikuid; näiteks joonmõõdete või pingete liitmisel.

Ülesannetes, mille lahendamise juures kasutatakse profiilteraste tabeleid, mille andmed ei ole SI süsteemis, tuleb kõik suurused ümber arvutada SI süsteemi. Näiteks [-terase nr. 24 tabelis ГОСТ 8240-56 on antud: ristlõike pind $F = 30{,}6$ cm^2, inerts- ja vastupanumomendid $I_x = 2900$ cm^4, $I_y = 208$ cm^4, $W_x = 242$ cm^3 ja $W_y = 31{,}6$ cm^3.

Vastavalt SI süsteemile tuleb selle profiili karakteristikud avaldada järgmiselt:

$F = 30{,}6 \cdot 10^{-4}$ m^2, $I_x = 2900 \cdot 10^{-8}$ m^4, $I_y = 208 \cdot 10^{-8}$ m^4, $W_x = 242 \cdot 10^{-6}$ m^4 ja $W_y = 31{,}6 \cdot 10^{-4}$ m^4.

PÕHILISED TÄHISED

Tabel 3

Tähis	Nimetus	Mõõtühikud	
		SI süsteemis	Varem kasutatud süsteemis
A	Välisjõudude töö	J	kGm, kGcm
a	Kiirendus	m/s^2	m/s^2
$c = \frac{D}{d}$	Vedru indeks	—	—
D, d	Läbimõõt	m	cm, mm
E	Normaalelastsusmoodul	MN/m^2	kG/m^2; kG/mm^2
F	Varda ristlõike pind	m^2	cm^2, mm^2
f	Läbipaine	m	cm, mm
$[f]$	Lubatav läbipaine	m	cm, mm
G	Nihkeelastsusmoodul	MN/m^2	kG/cm^2, kG/mm^2
	Varda omakaal	N	kG, T
g	Raskuskiirendus	m/s^2	m/s^2
I_x, I_y	Pinna inertsmomendid	m^4	cm^4
I_{xy}	Pinna tsentrifugaalinertsmoment	m^4	cm^4
I_{max} I_{min}	Peainertsmomendid	m^4	cm^4

Tabel 3 (järg)

Tähis	Nimetus	Mõõtühikud	
		SI süsteemis	Varem kasutatud süsteemis
I_p	Polaarinertsmoment	m^4	cm^4
i_x, i_y	Inertsraadiused x- ja y-telje suhtes	m	cm
i_{min}	Minimaalne inertsraadius	m	cm
K_d	Dünaamikategur	—	—
l_{kr}	Varda kriitiline pikkus	m	cm
l_p	Varda piirpikkus	m	cm
Δl	Varda absoluutne (staatiline) pikenemine	m	cm, mm
Δl_d	Varda absoluutne dünaamiline pikenemine	m	cm, mm
M_p	Paindemoment	Nm	kGm, kGcm, Tm
M_y, M_z	Paindemomendid peatsentraaltelgede y ja z suhtes	Nm	kGm, kGcm, Tm
M_v	Väändemoment	Nm	kGm, kGcm
M_R^{III} } M_R^{IV} }	Ekvivalentmomendid (redutseeritud momendid) tugevusteooriate järgi	Nm	kGm, kGcm
m	Mass	kg	kGs^2/m
N	Võimsus	W, kW	hj
	Pikijõud	N	kG, T
n_B	Varutegur lähtudes tugevuspiirist	—	—
n_T	Varutegur lähtudes voolavuspiirist	—	—
n_{st}	Stabiilsuse varu	—	—
n_σ	Varutegur normaalpingete järgi	—	—
n_τ	Varutegur tangentsiaalpingete järgi	—	—
$[n]$	Normatiivne (vajalik) varutegur	—	—
$[n]_{st}$	Normatiivne (vajalik) stabiilsuse varutegur	—	—
P	Koondatud jõud	N	kG, T
P_{kr}	Kriitiline jõud nõtkel	N	kG, T
$[P]$	Lubatav jõud	N	kG, T
p	Rõhk	MN/m^2	at
Q, Q_x	Põikjõud	N	kG, T
q	Jaotatud koormuse intensiivsus	N/m	kG/m, kG/cm
S_x, S_y	Pinna staatilised momendid	m^3	cm^3
U	Elastse deformatsiooni energia (töö)	J	kGcm
u	Elastse deformatsiooni erienergia	J/m^3	kG cm/cm^3
W_x, W_y	Telgvastupanumomendid x- ja y-telgede suhtes	m^3	cm^3
W_p	Polaarvastupanumoment	m^3	cm^3
α_{ef}	Efektiivse pingete kontsentratsiooni tegur	—	—

Tähis	Nimetus	Mõõtühikud	
		SI süsteemis	Varem kasutatud süsteemis
ε	Suhteline joondeformatsioon; mastaabitegur;	—	—
ε_1, ε_2 ε_3	Suhteline joondeformatsioon peapingete σ_1, σ_2, σ_3 suundades	—	—
μ	Poisson'i tegur	—	—
ϱ	Materjali tihedus	kg/m³	kG/m³
σ	Normaalpinge	MN/m²	kG/cm², kG/mm²
σ_{pr}, σ_e; σ_T; σ_B	Proportsionaalsus-, elastsus-, voolavus- ja tugevuspiir	MN/m²	kG/cm², kG/mm²
$[\sigma]$	Lubatav normaalpinge	MN/m²	kG/cm², kG/mm²
$[\sigma]_t$, $[\sigma]_s$ $[\sigma]_{ps}$ $[\sigma]_p$	Lubatavad pinged tõmbel, survel, pindsurvel (muljumisel) ja paindel	MN/m²	kG/mm², kG/cm²
σ_R^{III} } σ_R^{IV} }	Redutseeritud pinged, arvutuslikud pinged tugevusteooriate järgi	MN/m²	kG/cm², kG/mm²
σ_{-1}	Väsimuspiir paindel	MN/m²	kG/cm², kG/mm²
σ_{-1t}	Väsimuspiir tõmbel ja survel	MN/m²	kG/cm², kG/mm²
σ_d	Dünaamiline pinge	MN/m²	kG/cm², kG/mm²
τ	Tangentsiaalpinge (nihkepinge)	MN/m²	kG/cm², kG/mm²
$[\tau]$	Lubatav tangentsiaalpinge	MN/m²	kG/cm², kG/mm²
$[\tau]_v$	Lubatav väändepinge	MN/m²	kG/cm², kG/mm²
$[\tau]_l$	Lubatav lõikepinge	MN/m²	kG/cm², kG/mm²
φ	Väändenurk	rad	rad; kraad
	Nõtketegur	—	—
$[\varphi]$	Lubatav väändenurk	rad/m	rad/m, kraad/m
ω	Nurkkiirus	rad/s	p/min

ÜLDANDMED ÜLESANNETE JAOKS

Kui ülesannetes ei ole erilisi nõudmisi, siis tingimata kasutada suurusi:

Terase normaalelastsusmoodul	$E = 2 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 2 \cdot 10^6$ kG/cm²)
Vase normaalelastsusmoodul	$E = 10^5$ MN/m² ($\approx 1 \cdot 10^6$ kG/cm²)
Duralumiiniumi normaalelastsusmoodul	$E = 0{,}7 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 0{,}7 \cdot 10^6$ kG/cm²)
Puidu normaalelastsusmoodul	$E = 10^4$ MN/m² ($\approx 1 \cdot 10^5$ kG/cm²)
Terase nihkeelastsusmoodul	$G = 8 \cdot 10^4$ MN/m² ($\approx 8 \cdot 10^5$ kG/cm²)
Terase tihedus	$\varrho = 7800$ kg/m³
Vase tihedus	$\varrho = 8900$ kg/m³
Raskuskiirendus	$g = 9{,}81$ m/s²
Terase joonpaisumistegur	$\alpha = 12{,}5 \cdot 10^{-6}$
Vase joonpaisumistegur	$\alpha = 16{,}5 \cdot 10^{-6}$

I PEATÜKK

SIRGE VARDA TÕMME JA SURVE

§ 1. STAATILISELT MÄÄRATUD ÜLESANDED

A. Pinge ja deformatsioon vardas omakaalu arvestamata

Varda ristlõikes tekkiv tõmbepinge (survepinge) määratakse valemiga:

$$\sigma = \frac{N}{F} \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)}.$$

Konstantse ristlõikega varda absoluutne pikenemine (lühenemine) kuni proportsionaalsuspiirini määratakse

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{EF},$$

kus N — pikijõud N (kG);
l — varda pikkus m (cm);
F — varda ristlõike pindala m^2 (cm^2);
E — elastsusmoodul N/m^2 (kG/cm^2).

Pikijõuks N varda ristlõikes nimetatakse siseelastsusjõudude resultanti, mis on suunatud piki varrast. Pikijõud N varda meelevaldses ristlõikes on võrdne välisjõudude algebralise summaga, mis asetsevad ühel pool ristlõiget ja mõjuvad piki varda telge. Erijuhul, kui varrast tõmmatakse või surutakse välisjõududega P, mis on rakendatud varda otstele, on pikijõud N varda kõikides ristlõigetes võrdne välisjõuga.

Graafikut, mis näitab pikijõu muutust varda pikkuse ulatuses, nimetatakse *pikijõudude epüüriks*; graafikut, mis näitab pingete muutumist varda pikkuse ulatuses, nimetatakse *pingete epüüriks*.

Varda suhteline ruumala muutus tõmbel või survel

$$\varepsilon_v = (1 - 2\mu),$$

kus ε — suhteline joondeformatsioon;
μ — Poisson'i tegur.

Varda maht tõmbel suureneb, survel väheneb.

6,67

Deformatsiooni energia tõmbediagrammi meelevaldsest punktist kuni elastsuspiirini võib määrata ühega järgmistest valemitest:

$$U = \frac{N^2 l}{2EF}, \quad U = \frac{\Delta l^2 EF}{2l} \text{ või } U = \frac{\sigma^2 Fl}{2E} \text{ J (kG/cm)}.$$

Elastse deformatsiooni erienergia (energia, mis on varutud elastse keha ühe mahuühiku kohta) määratakse valemiga

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\sigma_e^2}{2E} \text{ J/m}^3 \text{ (kG cm/cm}^3\text{)},$$

kus σ_e — elastsuspiir N/m² (kG/cm²);
V — elastse keha ruumala m³ (cm³).

B. Pinge ja deformatsioon varda omakaalu mõjul

Pinge omakaalust konstantse ristlõikega varda meelevaldses lõikes, mis asetseb alumisest otsast kaugusel x, määratakse

$$\sigma_x = \varrho g x,$$

kus ϱ — varda materjali tihedus kg/m³;
g — raskuskiirendus m/s².

Varda absoluutne pikenemine (lühenemine) omakaalu mõjul kuni proportsionaalsuspiirini määratakse valemiga

$$\Delta l = \frac{Gl}{2EF},$$

kus G — varda kaal N (kG);
l — varda pikkus m (cm);
E — elastsusmoodul N/m² (kG/cm²);
F — varda ristlõike pind m² (cm²).

Varda kriitiline pikkus

$$l_{kr} = \frac{\sigma_B}{\varrho g}.$$

Varda piirpikkus $l_p = \frac{[\sigma]}{\varrho g}$,

kus σ_B — varda materjali tugevuspiir N/m² (kg/cm²);
$[\sigma]$ — lubatav pinge N/m² (kG/cm²).

C. Tugevusarvutused tõmbel (survel)

Tõmmatud või surutud varda tugevustingimus omakaalu arvestamata kirjutatakse välja kujul:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F} \leqslant [\sigma],$$

kust arvutuslik ristlõike pind

$$F \geqslant \frac{N}{[\sigma]} \text{ m}^2 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Kui varda omakaalu arvestatakse, siis

$$\sigma_{max} = \frac{N + G}{F} \leqslant [\sigma].$$

Asendades $G = Fl\varrho g$, saame valemi, mille järgi arvutatakse varda ristlõike pind, arvestades varda omakaalu:

$$F \geqslant \frac{N}{[\sigma] - l\varrho g} \text{ m}^2 \text{ (cm}^2\text{)}.$$

Lubatavate pingete suurus tõmbel või survel võetakse teatud osana materjali piirpingetest. Plastsete materjalide puhul võetakse piirpingeks voolavuspiir, habraste puhul — tugevuspiir.

Plastsete materjalide puhul $[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[n]_T}$;

habraste materjalide puhul $[\sigma] = \frac{\sigma_B}{[n]_B}$,

kus $[n]_T$ ja $[n]_B$ — normatiivsed varutegurid lähtudes voolavus- ja tugevuspiirist. Mõningatel juhtudel, näiteks kettide ja terastrosside arvutamisel, kuigi nad on valmistatud plastsest materjalist, võetakse lubatav pinge teatud osana tugevuspiirist.

Tegelik varutegur määratakse valemitega:

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma} \quad \text{ja} \quad n_B = \frac{\sigma_B}{\sigma}.$$

kus σ — tegelik pinge vardas.

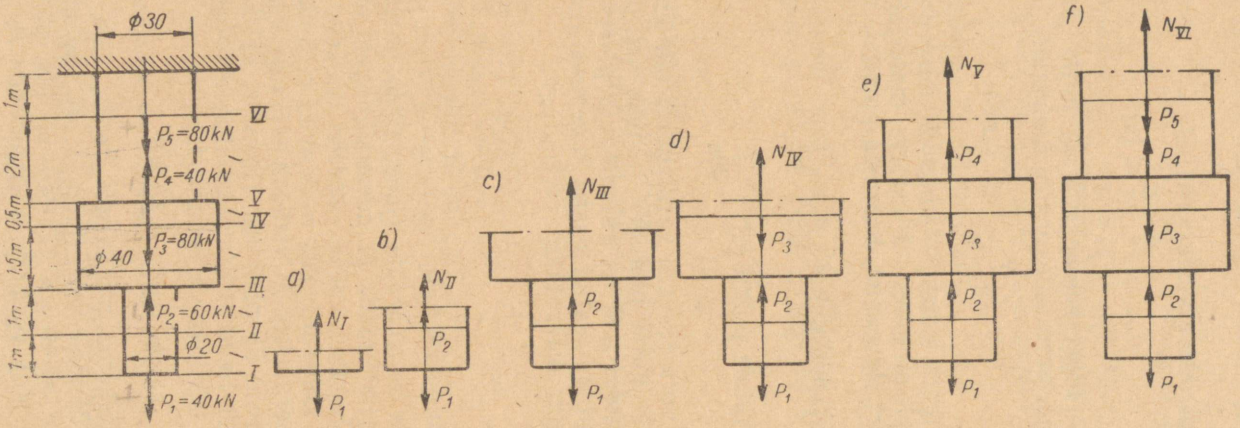
1.1. Astmelisele terasvardale (joon. 1) mõjuvate jõudude alusel konstrueerida pikijõudude ja normaalpingete epüürid.

L a h e n d u s. Jagame varda osadeks. Osade piirid määratakse ristlõigetega kohtades, kus muutuvad ristlõiked ja kuhu on rakendatud väliskoormused. Mõtteliselt lõikame varda läbi lõikes *I* ja eemaldame varda ülemise osa (joon. 1, *a*). Selleks et tasakaalustada jõude $P_1 = 40$ kN, on vajalik, et sisejõudude resultant (pikijõud N_I) võrduks välisjõuga P_1:

$$N_I = P_1 = 40 \text{ kN}.$$

Analoogiliselt lõikame mõtteliselt varda läbi lõikes *II* ja eemaldame varda ülemise osa (joon. 1, *b*). Selleks et tasakaalustada välisjõud $P_1 = 40$ kN ja $P_2 = 60$ kN, peab sisejõudude resultant (pikijõud N_{II}) võrduma välisjõudude P_1 ja P_2 algebralise summaga.

$$N_{II} = P_1 - P_2 = 40 - 60 = -20 \text{ kN}.$$


ϕ30
1m
2m
0,5m
1,5m
1m
1m
VI
V
IV
III
II
I
P5=80kN
P4=40kN
P3=80kN
ϕ40
P2=60kN
ϕ20
P1=40kN
a)
NI
P1
b)
NII
P2
P1
c)
NIII
P2
P1
d)
NIV
P3
P2
P1
e)
NV
P4
P3
P2
P1
f)
NVI
P5
P4
P3
P2
P1

JOON. 1

Tehes mõtteliselt lõike *III* (joon. 1, *c*), leiame

$$N_{III} = P_1 - P_2 = 40 - 60 = -20 \text{ kN}.$$

Nagu näha, on pikijõud lõikes *III* võrdne pikijõuga lõikes *II*. See on tingitud sellest, et selles lõikes ei ole rakendatud välisjõudu.

Analoogiliselt määrame järgmistes lõigetes:
lõikes *IV* (joon. 1, *d*)

$$N_{IV} = P_1 - P_2 + P_3 = 40 - 60 + 80 = 60 \text{ kN};$$

lõikes *V* (joon. 1, *e*)

$$N_V = P_1 - P_2 + P_3 - P_4 = 40 - 60 + 80 - 40 = 20 \text{ kN};$$

lõikes *VI* (joon. 1, *f*)

$$N_{VI} = P_1 - P_2 + P_3 - P_4 + P_5 =$$
$$= 40 - 60 + 80 - 40 + 80 = 100 \text{ kN}.$$

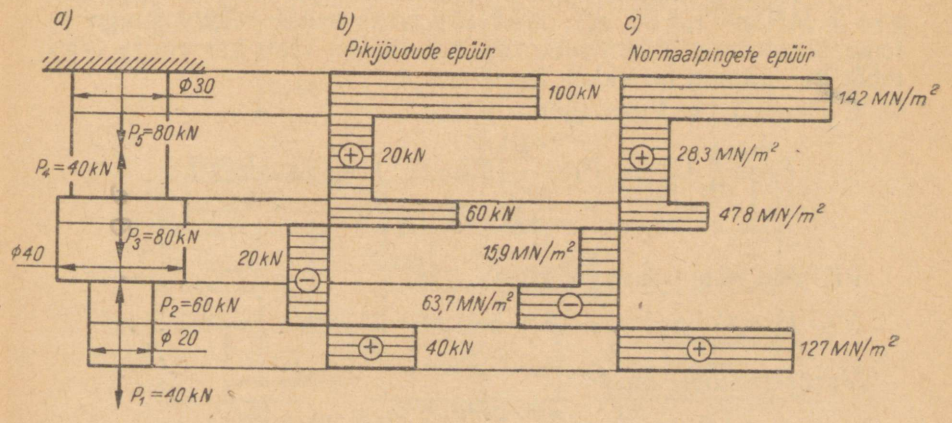
Pikijõud lõigetes *IV*, *V* ja *VI* võib määrata, eemaldades varda alumise osa ja vaadeldes ülemise osa tasakaalu. Selleks aga on vaja määrata ülemise osa reaktsioon. Varras on lõigetes *I*, *IV*, *V* ja *VI* tõmmatud ja lõigetes *II* ja *III* surutud.

Vastavalt saadud andmetele ehitame pikijõudude epüüri (joon. 2, *b*).

Pingete määramiseks ristlõigetes tuleb pikijõud jagada vastava ristlõike pinnaga. Määrame varda ristlõigete pinnad.

Varda ristlõigete pinnad lõigetes *I* ja *II*

$$F_I = F_{II} = \frac{\pi(2 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 3{,}14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$



JOON. 2

analoogiliselt

$$F_{III} = F_{IV} = \frac{\pi(4 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 12{,}56 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$F_V = F_{VI} = \frac{\pi(3 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 7{,}06 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Määrame pinged varda üksikutes ristlõigetes:

$$\sigma_I = \frac{N_I}{F_I} = \frac{40000}{3{,}14 \cdot 10^{-4}} = 127 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 127 \text{ MN/m}^2;$$

$$\sigma_{II} = \frac{N_{II}}{F_{II}} = -\frac{20000}{3{,}14 \cdot 10^{-4}} = -63{,}7 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = -63{,}7 \text{ MN/m}^2;$$

$$\sigma_{III} = \frac{N_{III}}{F_{III}} = -\frac{20000}{12{,}56 \cdot 10^{-4}} = -15{,}9 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = -15{,}9 \text{ MN/m}^2;$$

$$\sigma_{IV} = \frac{N_{IV}}{F_{IV}} = \frac{60000}{12{,}56 \cdot 10^{-4}} = 47{,}8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 47{,}8 \text{ MN/m}^2;$$

$$\sigma_V = \frac{N_V}{F_V} = \frac{20000}{7{,}06 \cdot 10^{-4}} = 28{,}3 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 28{,}3 \text{ MN/m}^2;$$

$$\sigma_{VI} = \frac{N_{VI}}{F_{VI}} = \frac{100000}{7{,}06 \cdot 10^{-4}} = 142 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 142 \text{ MN/m}^2.$$

Vastavalt saadud tulemustele joonestame normaalpingete epüüri (joon. 2, *c*).

1.2. Ehitada joon. 3 antud varrastele pikijõudude epüürid.

1.3. Ehitada joon. 4 antud varrastele pikijõudude ja normaalpingete epüürid.

1.4. Kolvile läbimõõduga $D = 250$ mm (joon. 5) mõjub rõhk $p = 5$ MN/m^2 (≈ 50 at). Määrata terasvardas tekkiv pinge ja tema absoluutne pikenemine ühe kolvikäigu ajal, kui varda läbimõõt $d = 50$ mm ja pikkus $l = 1$ m.

L a h e n d u s. Kolvi töötav pind

$$F_k = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}[(25 \cdot 10^{-2})^2 - (5 \cdot 10^{-2})^2] =$$

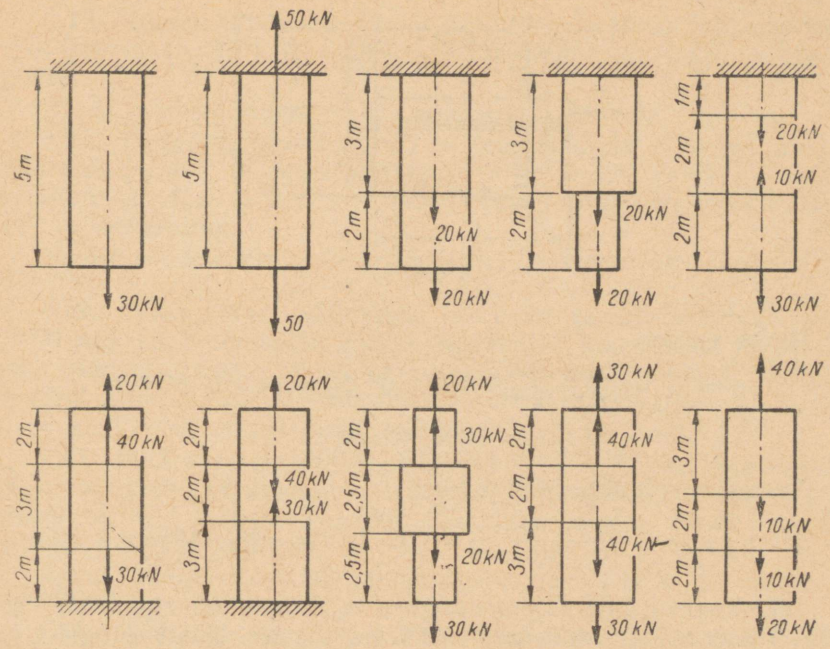
$$= 471 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Pikijõud tõmmatavas vardas:

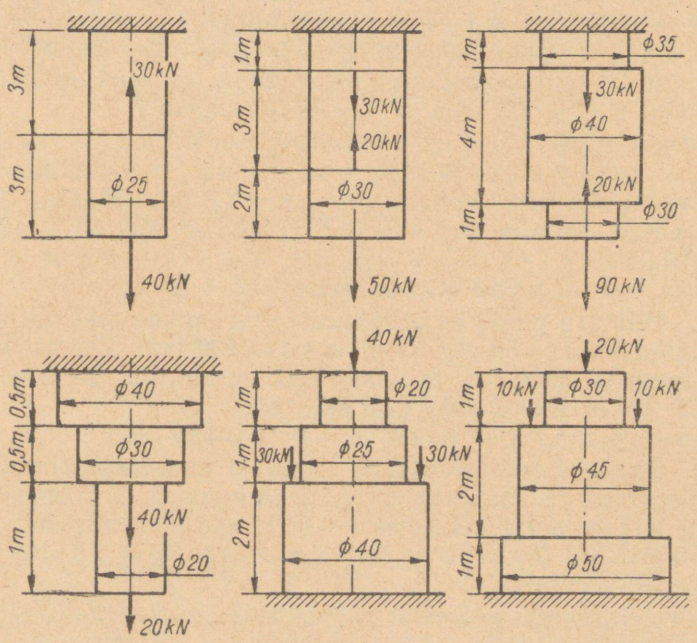
$$N = P = F_k \cdot p = 471 \cdot 10^{-4} \cdot 5 \cdot 10^6 = 235\,500 \text{ N} = 235{,}5 \text{ kN}.$$

Varda ristlõike pind

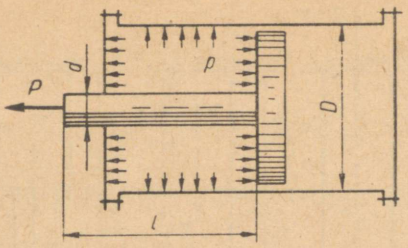
$$F_v = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(5 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 19{,}6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$


50 kN
5 m
30 kN
5 m
50
3 m
2 m
20 kN
20 kN
3 m
2 m
20 kN
20 kN
1 m
2 m
2 m
20 kN
10 kN
30 kN
20 kN
2 m
3 m
2 m
40 kN
30 kN
20 kN
2 m
2 m
3 m
40 kN
30 kN
20 kN
2 m
2,5 m
2,5 m
30 kN
20 kN
30 kN
30 kN
2 m
2 m
3 m
40 kN
40 kN
30 kN
40 kN
3 m
2 m
2 m
10 kN
10 kN
20 kN

JOON. 3


3 m
3 m
30 kN
ϕ 25
40 kN
1 m
3 m
2 m
30 kN
20 kN
ϕ 30
50 kN
1 m
4 m
1 m
ϕ 35
30 kN
ϕ 40
20 kN
ϕ 30
90 kN
0,5 m
0,5 m
1 m
ϕ 40
ϕ 30
40 kN
ϕ 20
20 kN
40 kN
1 m
1 m
2 m
ϕ 20
30 kN
ϕ 25
30 kN
ϕ 40
20 kN
1 m
2 m
1 m
10 kN
ϕ 30
10 kN
ϕ 45
ϕ 50

JOON. 4



JOON. 5

Pinge vardas

$$\sigma = \frac{N}{F_v} = \frac{235{,}6 \cdot 10^3}{19{,}6 \cdot 10^{-4}} = 120 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 120 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx 1200 \text{ kG/cm}^2).$$

Varda absoluutne pikenemine

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{EF_v} = \frac{235{,}5 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 19{,}6 \cdot 10^{-4}} = 0{,}6 \cdot 10^{-3} \text{ m ehk } \Delta l = 0{,}6 \text{ mm}.$$

1.5. Vaskvardale läbimõõduga $d = 10$ mm on riputatud raskus $G = 4$ kN (≈ 400 kG). Määrata vardas tekkiv pinge ning absoluutne ja suhteline pikenemine, kui varda pikkus $l = 2$ m.

Vastus: $\sigma = 51$ MN/m² (≈ 510 kG/cm²); $\Delta l = 1$ mm; $\varepsilon = 0{,}0005$.

1.6. Vinüülplastist varrast läbimõõduga $d = 36$ mm ja pikkusega $l = 1{,}5$ m, tõmmatakse jõuga $P = 8$ kN (≈ 800 kG). Määrata pinge ja varda absoluutne pikenemine, kui vinüülplasti elastsusmoodul $E = 4 \cdot 10^3$ MN/m² ($\approx 4 \cdot 10^4$ kG/cm²).

Vastus: $\sigma = 7{,}85$ MN/m² ($\approx 78{,}5$ kG/cm²); $\Delta l = 2{,}94$ mm.

1.7. Terasvarras pikkusega $l = 3$ m sai teljesuunalise koormuse mõjul absoluutse pikenemise $\Delta l = 1{,}8$ mm. Määrata vardas tekkiv pinge, kui elastsusmoodul $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 2{,}1 \cdot 10^6$ kG/cm²).

Vastus: $\sigma = 126$ MN/m² (≈ 1260 kG/cm²).

1.8. Määrata pinge ja absoluutne pikenemine tekstoliitvardas, mille läbimõõt $d = 50$ mm ja pikkus $l = 200$ mm. Varrast tõmmatakse jõuga $P = 20$ kN (≈ 2000 kG), tekstoliidi elastsusmoodul $E = 0{,}7 \cdot 10^4$ MN/m² ($\approx 0{,}7 \cdot 10^5$ kG/cm²).

Vastus: $\sigma = 10{,}2$ MN/m² (≈ 102 kG/cm²); $\Delta l = 0{,}29$ mm.

1.9. Ühesuguste mõõtmetega tsink- ja terastraati tõmmatakse sama koormusega. Määrata, mitu korda tsinktraadi pikenemine on suurem terastraadi pikenemisest, kui terase elastsusmoodul $E_t = 2 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 2 \cdot 10^6$ kG/cm²), et tsingi $E_{ts} = 1{,}6 \cdot 10^4$ MN/m² ($\approx 1{,}6 \cdot 10^5$ kG/cm²).

Vastus: Tsinktraadi pikenemine on 12,5 korda suurem terastraadi pikenemisest.

1.10. Terastraat läbimõõduga $d = 2$ mm pikenes telgkoormuse $P = 300$ N (≈ 30 kG) mõjul 0,5 mm. Määrata pinge ja traadi pikkus.

Vastus: $\sigma = 95{,}5$ MN/m² (≈ 955 kG/cm²); $l = 1050$ mm.

1.11. Duralumiiniumist varras läbimõõduga $d = 25$ mm ja pikkusega $l = 2$ m saab koormuse $P = 30$ kN (≈ 3 T) mõjul pikenemisel $\Delta l = 1{,}75$ mm. Määrata duralumiiniumi elastsusmoodul ja tõmbepinge.

Vastus: $\sigma = 61{,}2$ MN/m² (≈ 612 kG/cm²); $E = 0{,}7 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 0{,}7 \cdot 10^6$ kG/cm²).

1.12. Terasvarras pikkusega $l = 2$ m ja läbimõõduga $d = 50$ mm saab tõmbejõu mõjul absoluutse pikenemise $\Delta l = 0{,}75$ mm. Määrata vardas tekkiv pinge ja tõmbejõud. Normaalelastsusmoodul $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 2{,}1 \cdot 10^6$ kG/cm²).

Vastus: $\sigma = 79$ MN/m² (≈ 790 kG/cm²); $P = 155$ kN ($\approx 15{,}5$ T).

1.13. Määrata tekstoliitkuubiku $40 \times 40 \times 40$ mm purustamiseks vajaminev minimaalne survejõud, kui tugevuspiir survel piki kiudu on 150 MN/m² (≈ 1500 kG/cm²) ja risti kiudu — 250 MN/m² (≈ 2500 kG/cm²).

Vastus: Purustav jõud piki kiudu $P_1 = 240$ kN (≈ 24 T) ja risti kiudu $P_2 = 400$ kN (≈ 40 T).

1.14. Määrata astmelise varda absoluutne pikenemine ülesande 1.1. andmetel. Varda elastsusmoodul $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 2{,}1 \cdot 10^6$ kG/m²).

Lahendus. Varda täielik absoluutne pikenemine võrdub astmete absoluutsete pikenemiste algebralise summaga:

$$\Delta l = \Delta l_I + \Delta l_{II} + \Delta l_{III} + \Delta l_{IV} + \Delta l_V + \Delta l_{VI};$$

$$\Delta l = \frac{N_I l_I}{E F_I} + \frac{N_{II} l_{II}}{E F_{II}} + \frac{N_{III} l_{III}}{E F_{III}} + \frac{N_{IV} l_{IV}}{E F_{IV}} + \frac{N_V l_V}{E F_V} + \frac{N_{VI} l_{VI}}{E F_{VI}}.$$

Ülesandest 1.1. on teada pikijõud:

$$N_I = 40 \text{ kN}; \; N_{II} = -20 \text{ kN}; \; N_{III} = -20 \text{ kN}; \; N_{IV} = 60 \text{ kN};$$
$$N_V = 20 \text{ kN}; \; N_{VI} = 100 \text{ kN};$$

Varda ristlõikepinnad:

$$F_I = F_{II} = 3{,}14 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2; \; F_{III} = F_{IV} = 12{,}56 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$
$$F_V = F_{VI} = 7{,}06 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$$

ja astmete pikkused:

$$l_I = l_{II} = l_{VI} = 1 \text{ m}; \; l_{III} = 1{,}5 \text{ m}; \; l_{IV} = 0{,}5 \text{ m}; \; l_V = 2 \text{ m}.$$

Asendades väärtustega, leiame:

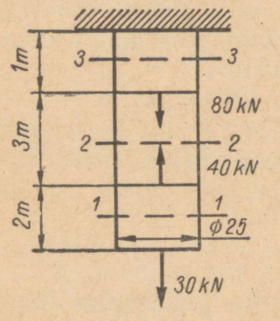
$$\Delta l = \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 1}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-4}} - \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 1}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 3{,}14 \cdot 10^{-4}} - \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 1{,}5}{2{,}1 \cdot 10^{11} \cdot 12{,}56 \cdot 10^{-4}} +$$

$$+\frac{60\cdot10^3\cdot0{,}5}{2{,}1\cdot10^{11}\cdot12{,}56\cdot10^{-4}}+\frac{20\cdot10^3\cdot2}{2{,}1\cdot10^{11}\cdot7{,}06\cdot10^{-4}}+\frac{100\cdot10^3\cdot1}{2{,}1\cdot10^{11}\cdot7{,}06\cdot10^{-4}};$$

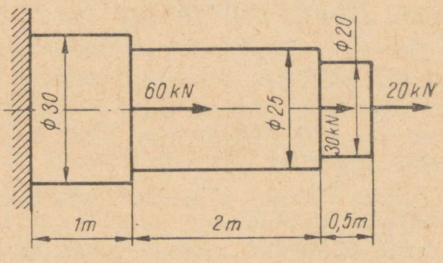
$\Delta l = 0{,}60\cdot10^{-3} - 0{,}30\cdot10^{-3} - 0{,}11\cdot10^{-3} + 0{,}11\cdot10^{-3} + 0{,}27\cdot10^{-3} + 0{,}65\cdot10^{-3} = 1{,}22\cdot10^{-3}$ m ehk $\Delta l = 1{,}22$ mm.

1.15. Terasvarras on koormatud, nagu näidatud joonisel 6. Määrata pinged ristlõigetes 1 — 1, 2 — 2 ja 3 — 3 ja varda absoluutne pikenemine. Konstrueerida pikijõudude ja normaalpingete epüürid.

Vastus: $\sigma_{1-1} = 61{,}2$ MN/m² (≈ 612 kG/cm²); $\sigma_{2-2} = -20{,}4$ MN/m² (≈ -204 kG/cm²); $\sigma_{3-3} = 143$ MN/m² (≈ 1430 kG/cm²); $\Delta l = 1{,}02$ mm.



JOON. 6



JOON. 7

1.16. Määrata terasvarda astmetes tekkiv pinge ja kogu varda absoluutne pikenemine (joon. 7). Konstrueerida pikijõudude ja normaalpingete epüürid.

Vastus: vasakpoolses osas $\sigma = 155$ MN/m² (≈ 1550 kG/cm²);
keskmises osas $\sigma = 102$ MN/m² (≈ 1020 kG/cm²);
parempoolses osas $\sigma = 63{,}7$ MN/m² (≈ 637 kG/cm²);
$\Delta l = 1{,}94$ mm.

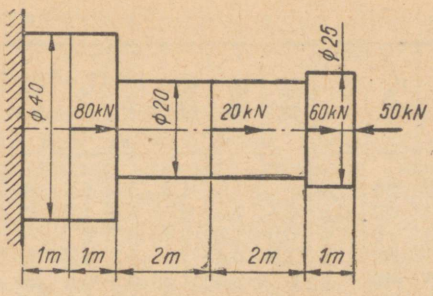
1.17. Määrata terasvarda astmetes tekkiv pinge ja kogu varda absoluutne pikenemine (joon. 8). Konstrueerida pikijõudude ja normaalpingete epüürid.

Vastus: $\sigma_{1-1} = -102$ MN/m² (≈ -1020 kG/cm²); $\sigma_{2-2} = 32$ MN/m² (≈ 320 kG/cm²); $\sigma_{3-3} = 96$ MN/m² (≈ 960 kG/cm²); $\sigma_{4-4} = 24$ MN/m² (≈ 240 kG/cm²); $\sigma_{5-5} = 88$ MN/m² (≈ 880 kG/cm²); $\Delta l = 1{,}32$ mm.

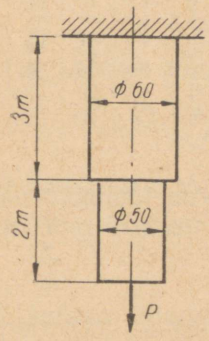
1.18. Astmelist terasvarrast (joon. 9) tõmmatakse jõuga P. Määrata jõu P suurus ja varda igas astmes tekkiv pinge, kui kogu varda absoluutne pikenemine on 2 mm.

Vastus: $P = 192$ kN (≈ 19200 kG); pinge varda ülemises astmes $\sigma = 68$ MN/m² (≈ 680 kG/cm²); pinge alumises astmes $\sigma = 98$ MN/m² (≈ 980 kG/cm²).

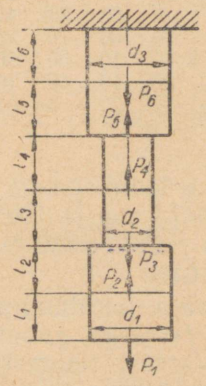
1.19* Konstrueerida pikijõudude ja normaalpingete epüürid ning astmelise varda vaba otsa paigutus (joon. 10) vastavalt variandile, mis on toodud tabelis 4.



JOON. 8



JOON. 9



JOON. 10

Tabel 4

Variant	P_1, kN	P_2, kN	P_3, kN	P_4, kN	P_5, kN	P_6, kN	l_1, m	l_2, m	l_3, m	l_4, m	l_5, m	l_6, m	d_1, mm	d_2, mm	d_3, mm
1	40	10	0	40	0	10	1,0	0,5	1,5	1,0	0,5	1,5	20	20	30
2	60	20	40	0	40	60	1,5	1,0	0,5	0	1,0	0,5	25	30	35
3	70	0	30	20	90	0	0,5	1,5	0,5	0,5	1,0	0	30	32	40
4	50	60	50	0	70	80	0,5	2,0	0	0,5	1,0	0,5	25	20	25
5	60	20	20	40	0	60	0,5	1,0	0,5	1,5	1,5	0,5	30	20	30
6	100	50	0	20	80	0	1,0	0,5	1,5	2,0	0	1,0	35	30	20
7	0	100	40	60	0	40	0	2,0	0,5	1,5	0,5	0,5	35	35	40
8	30	0	60	40	60	120	1,0	0	0,5	1,5	1,0	0,5	20	30	35
9	20	60	80	0	10	50	0,5	0,5	0,5	0	1,0	0,5	20	25	30
10	40	20	50	40	20	0	1,5	0,5	1,0	0,5	1,5	0	25	30	20
11	80	40	0	10	20	100	0,5	1,0	1,0	0,5	0,5	0,5	30	25	35
12	0	60	20	40	0	80	0	1,0	1,2	0,6	0,3	1,5	25	30	35
13	100	0	20	30	20	60	0,8	0	1,0	1,2	0,8	1,0	32	30	40
14	90	30	20	0	40	70	1,5	0,5	0	0,5	1,5	1,0	30	28	35
15	70	80	40	20	90	0	0,6	0,5	1,5	0,5	2,0	0,5	25	25	30
16	0	40	60	40	60	40	0	1,0	0,5	1,5	0,8	0,6	20	20	30
17	40	80	100	40	0	80	1,2	0,8	0,5	0,5	0,8	1,2	20	25	30
18	100	80	20	0	20	70	0,8	0,5	0,6	0,6	1,2	0,8	30	20	30

Tabel 4 (järg)

Variant	P_1, kN	P_2, kN	P_3, kN	P_4, kN	P_5, kN	P_6, kN	l_1, m	l_2, m	l_3, m	l_4, m	l_5, m	l_6, m	d_1, mm	d_2, mm	d_3, mm
19	20	0	40	20	20	50	1,5	0	0,5	1,2	0,5	0,8	20	25	30
20	60	20	40	30	0	20	0,5	0,8	1,5	0,7	1,0	1,2	25	25	25
21	30	80	40	20	30	0	1,0	0,5	1,5	0,8	0,6	0	24	20	25
22	70	30	20	40	0	80	1,2	1,5	0,6	1,6	1,5	1,2	30	25	35
23	40	0	20	0	80	40	0,6	0	0,6	1,5	0,5	0,8	20	20	25
24	0	60	30	20	50	20	0	1,0	1,0	0,5	1,0	1,5	25	30	35
25	40	20	40	20	90	0	1,0	1,5	0,8	0,6	0	1,0	20	25	25
26	60	40	0	80	20	40	1,5	0,6	0,5	0,8	1,5	1,0	25	30	35
27	50	20	20	100	0	20	1,0	0,8	0,6	0,6	0,5	1,2	25	28	30
28	10	0	20	10	60	50	0,8	0	1,0	0,8	0,5	0,8	30	20	20
29	0	80	20	10	40	30	0	0,7	1,0	0,5	1,2	0,5	30	25	40
30	80	40	0	20	0	80	0,8	1,2	0,6	0,6	0,8	0,8	30	20	40

1.20. 20 mm läbimõõduga vinüülplastist varda läbimõõt väheneb tõmbel 0,0175 mm ja 100 mm pikkus suurenes 0,25 mm. Määrata Poisson'i tegur vinüülplasti jaoks.

Vastus: $\mu = 0{,}35$.

1.21. Määrata duralumiiniumist varda ruumala muutus, kui varda pikkus $l = 1$ m, ruudukujulise ristlõike külje pikkus $a = 100$ mm. Varrast tõmmatakse jõuga $P = 400$ kN (≈ 40 T). Poisson'i tegur duralumiiniumi jaoks $\mu = 0{,}36$.

Lahendus. Varda ristlõike pind

$$F = a^2 = (100 \cdot 10^{-3})^2 = 100 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Määrame suhtelise pikideformatsiooni ε Hooke'i seaduse järgi:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} = \frac{P}{EF} = \frac{400 \cdot 10^3}{7 \cdot 10^{10} \cdot 100 \cdot 10^{-4}} = 5{,}7 \cdot 10^{-4}.$$

Varda ruumala muutus:

$$\Delta_V = a^2 l \varepsilon (1 - 2\mu) = (100 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 1 \cdot 5{,}7 \cdot 10^{-4}(1 - 2 \cdot 0{,}36) = 1{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Suhteline ruumala muutus

$$\varepsilon_v = \varepsilon(1 - 2\mu) = 5{,}7 \cdot 10^{-4}(1 - 2 \cdot 0{,}36) = 1{,}6 \cdot 10^{-4}$$

ehk 0,016%.

1.22. Määrata vasest varda suhteline ruumala muutus, kui varda läbimõõt $d = 50$ mm ja tõmbejõud $P = 100$ kN (≈ 10 T). Poisson'i tegur vase jaoks $\mu = 0{,}32$.

Vastus: 0,0184%.

1.23. Malmist silindrile läbimõõduga $d = 30$ mm surutakse jõuga $P = 60$ kN (≈ 6 T). Määrata silindri läbimõõt peale defor-

matsiooni. Poisson'i tegur malmi jaoks $\mu = 0{,}25$, elastsusmoodul $E = 1{,}6 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 1{,}6 \cdot 10^6$ kG/cm²).

Vastus: $d_1 = 30{,}004$ mm.

1.24. Duralumiiniumist varda (mille ristlõike mõõtmed on $20{,}4 \times 3{,}1$ mm ja arvutuslik pikkus $l_0 = 90$ mm) tõmbekatsel saadi järgmised andmed: koormus tugevuspiiril $P_B = 28{,}3$ kN (≈ 2830 kG), koormus voolavuspiiril $P_T = 20{,}6$ kN (≈ 2060 kG), proovikeha pikkus pärast katkemist $l_k = 104{,}8$ mm, kaela ristlõige pärast katkemist $F_k = 50{,}5 \cdot 10^{-6}$ m². Määrata tugevuspiir σ_B, voolavuspiir σ_T, suhteline pikenemine $\delta\%$ ja suhteline ahenemine $\psi\%$.

Lahendus. Proovikeha algristlõige

$$F_0 = 20{,}4 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}1 \cdot 10^{-3} = 63{,}2 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Tugevuspiir tõmbel

$$\sigma_B = \frac{P_B}{F_0} = \frac{28300}{63{,}2 \cdot 10^{-6}} = 448 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \ (\approx 44{,}8 \text{ kG/mm}^2).$$

Voolavuspiir tõmbel

$$\sigma_T = \frac{P_T}{F_0} = \frac{20600}{63{,}2 \cdot 10^{-6}} = 326 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 326 \text{ MN/m}^2$$
$$(\approx 32{,}6 \text{ kG/mm}^2).$$

Suhteline pikenemine katkemisel

$$\delta = \frac{l_k - l_0}{l_0} 100 = \frac{104{,}8 - 90}{90} \cdot 100 = 16{,}5\%.$$

Ristlõike suhteline ahenemine katkemisel

$$\psi = \frac{F_0 - F_k}{F_0} \cdot 100 = \frac{63{,}2 \cdot 10^{-6} - 50{,}5 \cdot 10^{-6}}{63{,}2 \cdot 10^{-6}} \cdot 100 = 20\%.$$

1.25. Terasvarda, mille läbimõõt $d_0 = 8$ mm ja arvutuslik pikkus $l_0 = 80$ mm, tõmbekatsel saadi järgmised andmed: koormus tugevuspiiril $P_B = 30{,}4$ kN (≈ 3040 kG), koormus voolavuspiiril $P_T = 16{,}1$ kN (≈ 1610 kG), koormus proportsionaalsuspiiril $P_p = 13{,}9$ kN (≈ 1390 kG), proovikeha pikkus pärast katkemist $l_k = 92{,}1$ mm ja kaela läbimõõt pärast katkemist $d_1 = 6{,}1$ mm. Määrata tugevuspiir σ_B, voolavuspiir σ_T, proportsionaalsuspiir σ_p, suhteline pikenemine $\delta\%$ ja suhteline ahenemine $\psi\%$.

1.26*. Materjalide asendamisel plastmassidega on määrava tähtsusega kvaliteeditegur, s. o. materjali tugevuse suhe tema tihedusse. Määrata tabelis 5 antud materjalidele kvaliteeditegur.

1.27. Määrata legeeritud terase mehaanilised omadused [σ_B, σ_T, σ_p, $\delta(\%)$, $\psi(\%)$], kui proovikeha, mille läbimõõt $d_0 = 8{,}5$ mm ja arvutuslik pikkus $l_0 = 85$ mm, tõmbekatsel saadi järgmised andmed: $P_B = 42{,}8$ kN (≈ 4280 kG), $P_T = 35{,}1$ kN (≈ 3510 kG), $P_p = 30{,}9$ kN (≈ 3090 kG), $l_k = 93{,}7$ mm ja $d_1 = 6{,}3$ mm.

Tabel 5

Materjal	Antud			Vastus	
	Tihedus kg/m²	Tugevuspiir MN/m²		Kvaliteeditegur	
		tõmbel	survel	tõmbel	survel
Konstruktsiooniteras	7850	800	800	$102 \cdot 10^3$	$102 \cdot 10^3$
Duralumiinium	2800	400	400	$143 \cdot 10^3$	$143 \cdot 10^3$
Deltapuit	1400	240	170	$172 \cdot 10^3$	$121 \cdot 10^3$
Tekstoliit ПТК	1300	100	250	$78 \cdot 10^3$	$193 \cdot 10^3$
Klaastekstoliit	1750	408	260	$240 \cdot 10^3$	$153 \cdot 10^3$
Getinaks Б	1300	100	170	$78 \cdot 10^3$	$130 \cdot 10^3$
Baliniit	1250	180	120	$144 \cdot 10^3$	$96 \cdot 10^3$

1.28. Määrata elastse deformatsiooni erienergia tõmbel terasele, vasele, duralumiiniumile ja kautšukile tabeli 6 andmetel.

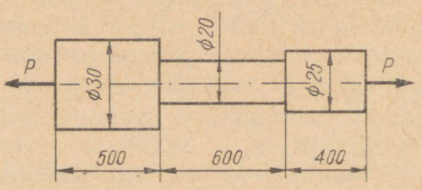
Tabel 6

Materjal	Antud		Vastus
	σ_e MN/m²	E MN/m²	u kJ/m²
Teras	200	$2 \cdot 10^5$	100
Vask	140	$1 \cdot 10^5$	100
Duralumiinium	160	$0{,}7 \cdot 10^5$	180
Kautšuk	2	8	250

1.29. Eelmise ülesande andmetel võrrelda elastse deformatsiooni erienergiat materjali ühe massiühiku kohta, kui terase tihedus $\varrho_t = 7800$ kg/m³; vase tihedus $\varrho_v = 8900$ kg/m³; duralumiiniumi tihedus $\varrho_d = 2700$ kg/m³ ja kautšuki tihedus $\varrho_k = 1000$ kg/m³.

Vastus: terasel — 12,8 J/kg; vasel — 11,3 J/kg; duralumiiniumil — 66,7 J/kg; kautšukil — 250 J/kg. Siit selgub, et kautšuk neelab kõige rohkem tõmbeenergiat. Selle omaduse tõttu kasutatakse kautšukit (kummit) amortisaatorites.

1.30. Määrata astmelise terasvarda elastse deformatsiooni töö tõmbejõu $P = 15$ kN ($\approx$ 1500 kG) mõjul (joon. 11).



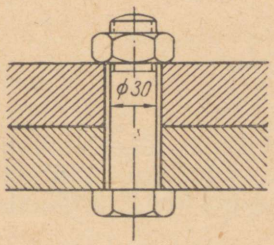
JOON. 11

Märkus: Astmelise varda deformatsiooni töö on võrdne astmete deformatsiooni tööde summaga.

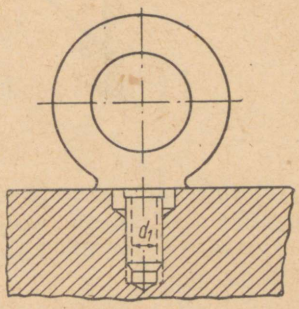
Vastus: $U = 1{,}93$ J ($\approx 19{,}3$ kGcm).

1.31. Teraspolt ühendab kahte jäika detaili kogupaksusega 700 mm (joon. 12). Missugune täiendav tõmbepinge tekib poldi keermestamata osas, kui mutrit pööratakse $^1/_6$ pöörde võrra? Keerme samm $s = 3{,}5$ mm. Elastsusmoodul $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 2{,}1 \cdot 10^6$ kG/cm²). Ühendatud detailide ja keerme deformatsioone mitte arvestada.

Vastus: $\sigma = 175$ MN/m² (≈ 1750 kG/cm²).



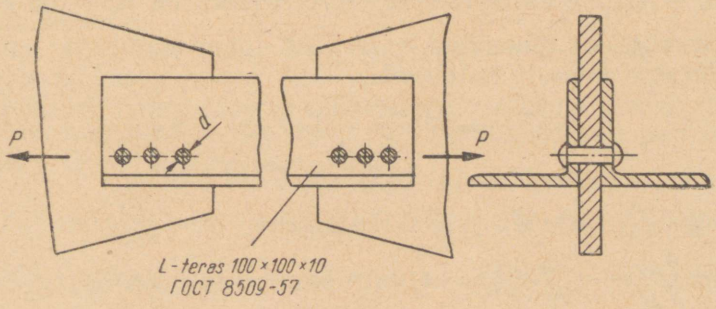
JOON. 12



JOON. 13

1.32. Aaspolt M30 (keerme siseläbimõõt $d_1 = 26{,}2$ mm) on keeratud detaili, mille kaal on 20 kN (≈ 2 T) (joon. 13). Milline pinge tekib aaspoldi keermestatud osas detaili tõstmisel?

Vastus: $\sigma = 37{,}1$ MN/m² (≈ 371 kG/cm²).

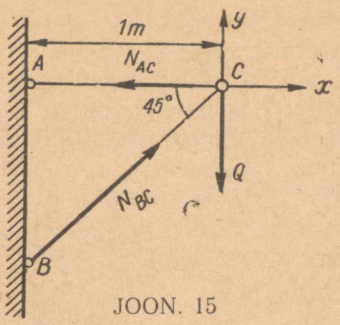


JOON. 14

1.33. Sõrestiku varras, mis koosneb kahest võrdkülgsest nurkterasest (joon. 14), võtab vastu tõmbejõudu $P = 500$ kN (≈ 50 T). Neediaugu läbimõõt $d = 20$ mm. Määrata pinged varda nõrgestamata ja nõrgestatud ristlõigetes.

Vastus: 130 MN/m² (≈ 1300 kG/cm²); 145 MN/m² (≈ 1450 kG/cm²).

1.34. Kronsteini ABC (joon. 15) sõlme C on rakendatud jõud $Q = 100$ kN (≈ 10 T). Varras AC on terasest, ümmarguse rist-



JOON. 15

lõikega läbimõõduga $d = 30$ mm. Varras BC on duralumiiniumist ruudukujulise ristlõikega, külje pikkus $a = 40$ mm. Määrata pinged varrastes ja samuti sõlme C horisontaalne, vertikaalne ja täielik paigutus.

Lahendus. Varraste AC ja BC sisejõudude määramiseks koostame sõlme C kohta tasakaalu võrrandid:

$$\Sigma X = 0; \qquad -N_{AC} + N_{BC} \cos 45° = 0;$$
$$\Sigma Y = 0; \qquad N_{BC} \sin 45° - Q = 0,$$

kust

$$N_{BC} = \frac{Q}{\sin 45°} = \frac{100 \cdot 10^3}{0{,}707} = 141 \cdot 10^3 \text{ N} = 141 \text{ kN};$$

$$N_{AC} = N_{BC} \cos 45° = 141 \cdot 10^3 \cdot 0{,}707 = 100 \cdot 10^3 \text{ N} = 100 \text{ kN}.$$

Varras AC on tõmmatud, varras BC — surutud.

Määrame varraste ristlõiked:

$$F_{AC} = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (3 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 7{,}06 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$F_{BC} = a^2 = (4 \cdot 10^{-2})^2 = 16 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Pinged varraste AC ja BC ristlõigetes:

$$\sigma_{AC} = \frac{N_{AC}}{F_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3}{7{,}06 \cdot 10^{-4}} = 141 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 141 \text{ MN/m}^2;$$

$$\sigma_{BC} = -\frac{F_{BC}}{N_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3}{16 \cdot 10^{-4}} = -88 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = -88 \text{ MN/m}^2.$$

Leiame varraste pikenemised:

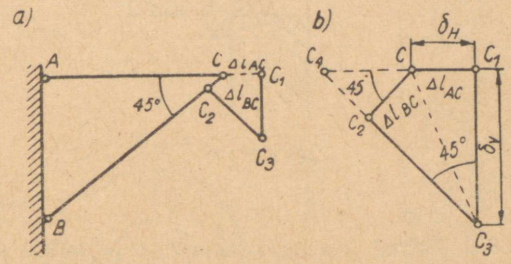
$$\Delta l_{AC} = \frac{N_{AC} l_{AC}}{E_t \cdot F_{AC}} = \frac{100 \cdot 10^3 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 7{,}06 \cdot 10^{-4}} = 0{,}71 \cdot 10^{-3} \text{ m};$$

$$\Delta l_{BC} = -\frac{N_{BC} l_{BC}}{E_d \cdot F_{BC}} = -\frac{141 \cdot 10^3 \cdot 1{,}41}{7 \cdot 10^{10} \cdot 16 \cdot 10^{-4}} = -1{,}77 \cdot 10^3 \text{ m},$$

kus

$$l_{BC} = \frac{AC}{\cos 45^\circ} = \frac{1}{0{,}707} = 1{,}41 \text{ m.}$$

Punkti C paigutuse määramiseks lahutame mõtteliselt vardad liigendist ja märgime nende uued pikkused AC_1 ja BC_2 (joon. 16, *a*).



JOON. 16

Selleks et määrata punkti C uus asend, on vajalik deformeeritud vardad pöörata ümber liigendite A ja B, et nende otsad kokku viia. Punktid C_1 ja C_2 liiguvad pööramisel mööda kaari, kuna aga kaarte pikkused on väikesed, siis võib neid asendada sirglõikudega C_1C_3 ja C_2C_3, mis on risti varrastega AC ja BC. Nende ristsirgete lõikepunkt (C_3) määrab sõlme C asukoha peale deformatsiooni. Joonisel 16, *b* on toodud paigutuste diagramm suurendatud mõõtkavas.

Sõlme C horisontaalne paigutus on $\delta_H = \Delta l_{AC} = 0{,}71 \cdot 10^{-3}$ m ehk $\delta_H = 0{,}71$ mm.

Selleks et määrata vertikaalne paigutus, teeme täiendava joonise. Pikendame jooni C_1C ja C_3C_2 kuni lõikumiseni punktis C_4.

Sõlme C vertikaalne paigutus

$$\delta_v = C_1C_3 = \frac{C_1C_4}{\operatorname{tg} 45^\circ} = C_1C_4 = C_1C + CC_4 = \Delta l_{AC} + \frac{\Delta l_{BC}}{\cos 45^\circ};$$

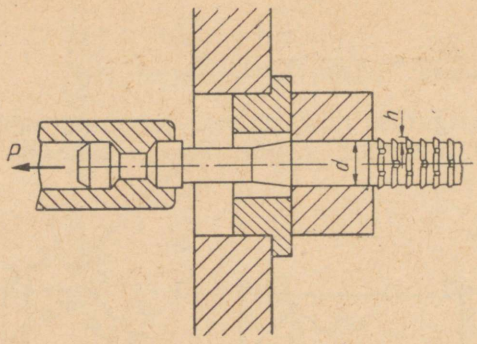
$$\delta_v = 0{,}71 \cdot 10^{-3} + \frac{1{,}77 \cdot 10^{-3}}{0{,}707} = 3{,}21 \cdot 10^{-3} \text{ m ehk } \delta_v = 3{,}21 \text{ mm.}$$

Sõlme C täielik paigutus

$$\delta = CC_3 = \sqrt{\delta_H^2 + \delta_v^2} = \sqrt{0{,}71^2 + 3{,}21^2} = 3{,}29 \text{ mm.}$$

1.35. Määrata, kas joonisel 17 näidatud kammlõikur peab vastu, kui tõmbejõud $P = 152$ kN (≈ 15200 kG), kammlõikuri läbimõõt esimese lõikehamba juures $d = 39$ mm ja hamba kõrgus $h = 4{,}5$ mm. Lubatav pinge kammlõikuri materjalis $[\sigma]_t = 250$ MN/m^2 (≈ 25 kG/mm^2).

Märkus. Ohtlik ristlõige asub esimese lõikehamba juures.

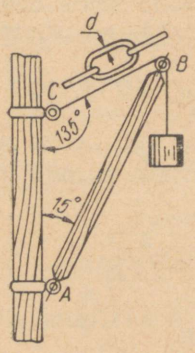


JOON. 17

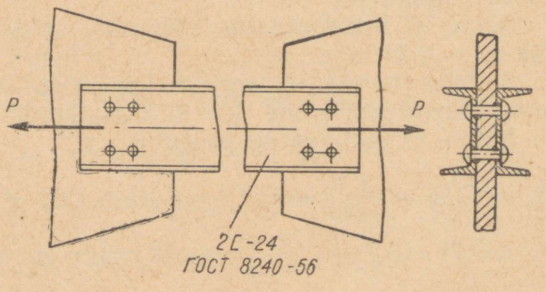
Vastus: $\sigma_t = 216$ MN/m² ($\approx 21{,}6$ kG/mm²) $< [\sigma]_t = 250$ MN/m² (≈ 25 kG/mm²).

1.36. Kontrollida 30 kN (≈ 3 T) tõstejõuga kraana keti tugevust asendis, mis on näidatud joonisel 18. Keti lüli läbimõõt $d =$ $= 16$ mm. Keti materjali lubatav pinge $[\sigma]_t = 40$ MN/m² (≈ 400 kG/cm²).

Vastus: $\sigma_t = 38{,}8$ MN/m² (≈ 388 kG/cm²) $< [\sigma]_t = 40$ MN/m² (≈ 400 kG/cm²).



JOON. 18



JOON. 19

1.37. Kontrollida joon. 19 näidatud sõrestiku varda tugevust, kui $P = 870$ kN (≈ 87 T), $[\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²) ja neediaukude läbimõõt 26 mm.

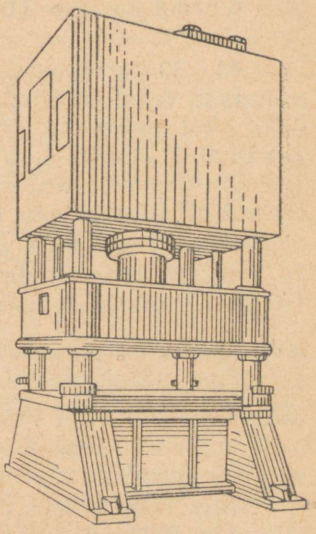
Vastus: $\sigma_t = 157$ MN/m² (≈ 1570 kG/cm²) $< [\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

1.38. Määrata purustav ja suurim lubatav koormus keti plaadis (joon. 20).

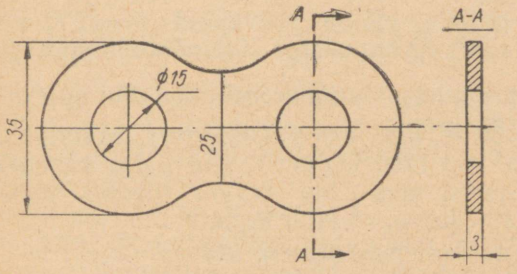
Plaadi materjali tugevuspiir $\sigma_B = 450$ MN/m² (≈ 4500 kG/cm²). Normatiivne varutegur tugevuspiiri järgi $[n]_B = 5$.

Vastus: 27 kN (≈ 2700 kG); 5,4 kN (≈ 540 kG).

JOON. 20

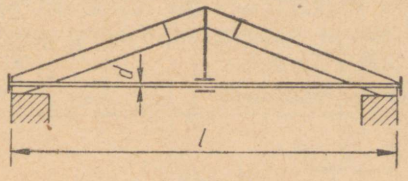


JOON. 21



1.39. Määrata hüdraulilise pressi sammaste läbimõõt (joon. 21), kui press toetub neljale sambale ($n = 4$) ja arendab jõudu 5000 kN (≈ 500 T). Lubatav pinge $[\sigma]_t = 70$ MN/m² (≈ 700 kG/cm²).

Vastus: $d = 150$ mm.



JOON. 22

1.40. Määrata katusesarika terasest tõmbitsa läbimõõt (joon. 22). Tõmbits töötab tõmbejõul $P = 60$ kN (≈ 6 T), lubatav pinge $[\sigma]_t = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²). Määrata tõmbitsa absoluutne pikenemine, kui tema pikkus $l = 8$ m.

Vastus: $d = 25{,}2$ mm; $\Delta l = 4{,}8$ mm.

1.41. Määrata klaastekstoliidist varda läbimõõt, kui ta töötab tõmbejõuga $P = 50$ kN (≈ 5000 kG) ja varutegur on neli. Klaastekstoliidi tõmbetugevus $\sigma_B = 408$ MN/m² (≈ 4080 kG/cm²).

Vastus: $d = 25$ mm.

1.42. Määrata duralumiiniumist varda läbimõõt, kui tõmbejõud $P = 50$ kN (≈ 5 T). Vardas tekkiv pinge ei tohi ületada $\sigma_t = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²) ja suhteline pikenemine ei tohi olla suurem kui $\varepsilon = 0{,}0015$.

Vastus: $d = 24{,}6$ mm.

1.43. 30 mm läbimõõduga tõmbele töötav terasvarras otsustati asendada tekstoliitvardaga. Määrata tekstoliitvarda vajalik läbimõõt, kui on teada, et terasvarras töötas pingega 140 MN/m² (≈ 1400 kG/cm²). Lubatav pinge tekstoliidile $[\sigma]_t = 40$ MN/m² (≈ 400 kG/cm²). Kui palju väheneb vahetamisel varda mass, kui tekstoliidi tihedus $\varrho = 1300$ kg/m³?

Vastus: 56 mm, mass väheneb 42%.

1.44. Malmist puks, millele mõjub survejõud $P = 200$ kN (≈ 20 T), otsustati asendada kapronpuksiga läbimõõtude suhtega $\alpha = \frac{d}{D} = 0{,}6$. Määrata kapronpuksi ristlõike mõõtmed, kui kaproni lubatav survepinge $[\sigma]_s = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²). Malmpuks töötas pingega 120 MN/m² (≈ 1200 kG/cm²). Kui palju väheneb selle vahetuse tagajärjel puksi mass, kui malmi tihedus $\varrho_m = 7700$ kg/m³ ja kaproni tihedus $\varrho_k = 1130$ kg/m²?

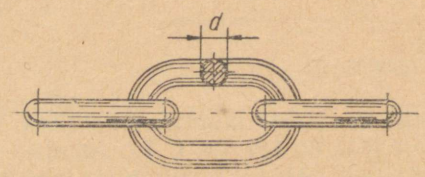
Vastus: $D = 70{,}5$ mm; $d = 42{,}3$ mm, mass väheneb 78%.

1.45. Määrata lühikese silindrilise malmposti ristlõige, kui ta on koormatud survejõuga $P = 500$ kN (≈ 50 T). Lubatav pinge $[\sigma]_s = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²). Valida a) täis- ja b) õõnesposti ristlõige, kui sise- ja välisläbimõõdu suhe $\alpha = \frac{d}{D} = 0{,}6$.

Vastus: a) $d = 89$ mm; b) $D = 112$ mm ja $d = 67$ mm.

1.46. Getinaksist Б valmistatud puks peab ohutult kandma survekoormust $P = 40$ kN (≈ 4 T). Määrata puksi ristlõige, kui sise- ja välisläbimõõdu suhe on 0,6 ning lubatav pinge $[\sigma]_s = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²).

Vastus: $D = 36$ mm; $d = 22$ mm.



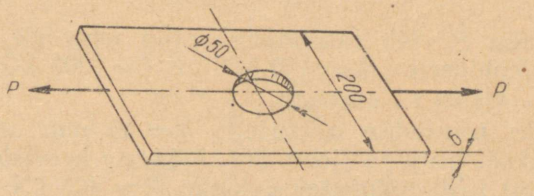
JOON. 23

1.47. Määrata keti lüli terase läbimõõt d (joon. 23), kui sellega tõstetakse 20 kN (≈ 2 T) raskust. Lülide materjali tõmbetugevus $\sigma_B = 400$ MN/m² (≈ 4000 kG/cm²) ja normatiivne varutegur tugevuspiiri järgi on kaheksa.

Vastus: $d = 16$ mm.

1.48. Missugust tõmbekoormust võib ohutult vastu võtta terastoru, mille välisläbimõõt $D = 300$ mm, siseläbimõõt $d = 280$ mm, kui lubatav pinge $[\sigma]_t = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²). Määrata toru absoluutne pikenemine, kui tema algpikkus $l = 3$ m.

Vastus: $P = 1274$ kN ($\approx$ 127,4 T); $\Delta l = 2{,}1$ mm.



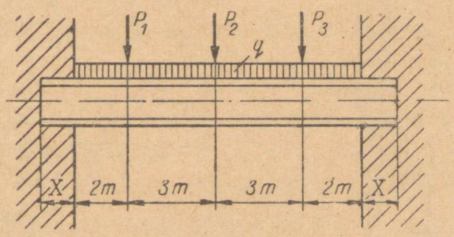
JOON. 24

1.49. Määrata maksimaalne lubatav tõmbekoormus, mida võib rakendada baliniidist lehele (joon. 24). Baliniidi tõmbetugevus $\sigma_B = 170$ MN/m² (≈ 1700 kG/cm²). Varutegur tugevuspiiri järgi valida kolm.

Vastus: $P = 51$ kN (≈ 5100 kG).

1.50. Mahalaadimise platvorm toetub 16 ruudukujulise ristlõikega tellispostile küljepikkusega $a = 40$ cm. Kui suure ühtlaselt jaotatud koormusega võib koormata platvormi, kui tellismüüritise lubatav pinge $[\sigma]_s = 1{,}2$ MN/m² (≈ 12 kG/cm²)?

Vastus: 3070 kN ($\approx$ 307 T).



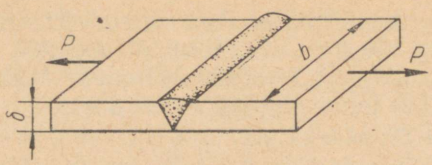
JOON. 25

1.51. I-tala nr. 20 (ГОСТ 8239-56) (joon. 25) on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 5$ kN/m ($\approx 0{,}5$ T/m) ja koondatud jõududega $P_1 = P_3 = 20$ kN (≈ 2 T) ja $P_2 = 50$ kN ($\approx$ 5 T).

Määrata, millisele sügavusele X tuleb tala otsad müürida seina sisse, kui lubatav pinge tellismüüritisele $[\sigma]_s = 1{,}2$ MN/m² (≈ 12 kG/cm²)?

Vastus: $X = 58{,}4$ cm.

1.52. Kaks teraslehte, mõõtmetega $b \times \delta = 300 \times 18$ mm (joon. 26) on keevitatud kokku põkkõmblusega. Millist maksimaal-



JOON. 26

set tõmbejõudu P võib rakendada antud lehtedele, kui lubatav pinge keevisõmblusele $[\sigma]_t = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²)?

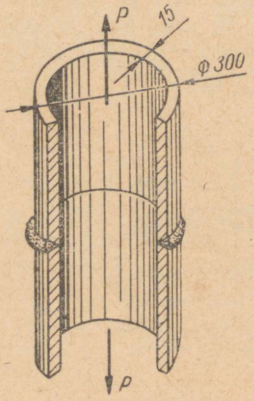
Vastus: $P = 648$ kN (≈ 64800 kG).

1.53. Kaks teraslehte paksusega $\delta = 20$ mm on ühendatud omavahel põkkõmblusega (joon. 26). Määrata keevisõmbluse vajalik pikkus, kui lehti tõmmatakse jõuga $P = 300$ kN (≈ 30 T) ja lubatav pinge keevisõmblusele $[\sigma]_t = 128$ MN/m² (≈ 1280 kG/cm²).

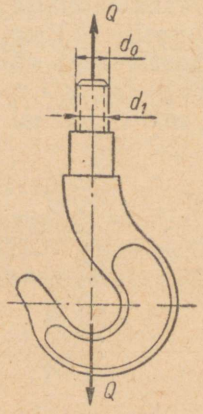
Vastus: $b = 117$ mm.

1.54. Kaks terastoru on kokku keevitatud põkkõmblusega (joon. 27). Kui suurt maksimaalset tõmbekoormust on lubatud rakendada torudele, kui lubatav pinge keevisõmblusele $[\sigma]_t = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²)?

Vastus: $P = 1340$ kN (≈ 134 T).



JOON. 27



JOON. 28

1.55. Kraana konksu keermestatud osa (joon. 28) välisläbimõõdu määramiseks soovitatakse valemit:

$$d_0 = 0{,}177 \cdot 10^{-3} \sqrt{Q} \text{ m} \quad (d_0 = 0{,}056 \sqrt{Q} \text{ cm}),$$

kus Q on tõstetava koorma kaal N (kG). Missuguse lubatava pinge järgi on koostatud antud valem, kui keerme välisläbimõõt on ligikaudu 1,22 keerme siseläbimõõdust?

L a h e n d u s. Keerme siseläbimõõt olenevalt tõstetavast koormast määratakse:

$$d_1 = \frac{d_0}{1{,}22} \frac{0{,}177 \cdot 10^{-3} \sqrt{Q}}{1{,}22} = 0{,}145 \cdot 10^{-3} \sqrt{Q} \text{ m}.$$

Teiselt poolt võib keerme siseläbimõõdu olenevalt tõstetavast koormast määrata valemiga:

$$Q = \frac{\pi d_1^2}{4} [\sigma]_t,$$

kust

$$d_1 = \sqrt{\frac{4Q}{\pi [\sigma]_t}},$$

järelikult

$$\sqrt{\frac{4Q}{\pi [\sigma]_t}} = 0{,}145 \cdot 10^{-3} \sqrt{Q}.$$

Tõstes võrduse mõlemad pooled ruutu, saame

$$\frac{4Q}{\pi [\sigma]_t} = 0{,}021 \cdot 10^{-6} Q,$$

kust

$$[\sigma]_t = \frac{4}{\pi \cdot 0{,}021 \cdot 10^{-6}} = 60 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 60 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 600 \text{ kG/cm}^2).$$

1.56. Rasketes töötingimustes töötava keti põhilises arvutusvalemis kasutatakse lubatavat pinget $[\sigma]_t = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²). Avaldada keti lüli materjali läbimõõdu arvutusvalem vastavalt rakendatud koormusele.

Vastus: $d = 0{,}113 \cdot 10^{-3} \sqrt{Q}$ m ($d = 0{,}036 \sqrt{Q}$), kus Q on koormus N (kG).

1.57. Missuguse lubatava tõmbepingega on arvutatud kalibreeritud keti materjali läbimõõt, kui läbimõõt ja keti koormus njuutonites on seotud järgmiselt:

a) vähem koormatud ketid: $d = 0{,}126 \cdot 10^{-3} \sqrt{Q}$ m;

b) rasketes töötingimustes töötavad ketid: $d = 0{,}145 \cdot 10^{-3} \sqrt{Q}$ m;

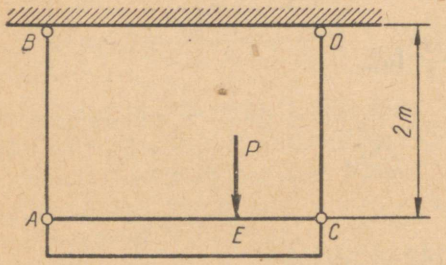
c) eriti rasketes töötingimustes töötavad ketid:

$$d = 0{,}18 \cdot 10^{-3} \sqrt{Q} \text{ m}.$$

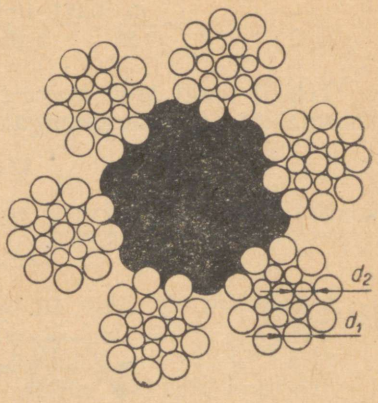
Vastus: a) $[\sigma]_t = 40$ MN/m²; b) $[\sigma]_t = 30$ MN/m²; c) $[\sigma]_t = 20$ MN/m².

1.58. Jäik tala AC, mis on riputatud kahe terasvarda AB ja CD abil (joon. 29), on koormatud punktis E jõuga $P = 60$ kN (≈ 6 T). Määrata varraste läbimõõdud ja absoluutne pikenemine, kui lubatav pinge $[\sigma]_t = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²), elastsusmoodul $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 2{,}1 \cdot 10^6$ kG/cm²) ja $AE = 2CE$. Tala omakaalu ja deformatsiooni mitte arvestada.

Vastus: $d_{AB} = 14{,}6$ mm; $d_{CD} = 20{,}6$ mm; $\Delta l_{AB} = \Delta l_{CD} = 1{,}15$ mm.



JOON. 29



JOON. 30

1.59. Kui suurt koormust võib tõsta terastrossi abil, mis koosneb kuuest keest, igas kees 37 traati (joon. 30), kui traadi materjali tõmbetugevus $\sigma_B = 1400$ MN/m² (≈ 140 kG/mm²) ja varutegur tõmbetugevuse järgi on kaheksa? Igas kees on 22 traati läbimõõduga $d_1 = 1{,}6$ mm ja 15 traati läbimõõduga $d_2 = 1{,}12$ mm. Kanepsüdamiku tugevust mitte arvestada.

L a h e n d u s. Kogu tross sisaldab $22 \cdot 6 = 132$ traati läbimõõduga $d_1 = 1{,}6$ ja $15 \cdot 6 = 90$ traati läbimõõduga $d_2 = 1{,}12$ mm. Kõikide traatide summaarne ristlõikepind

$$F = \frac{\pi d_1^2}{4} \cdot 132 + \frac{\pi d_2^2}{4} \cdot 90 = \frac{\pi (1{,}6 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot 132 +$$

$$+ \frac{\pi (1{,}12 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot 90 = 353 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Lubatav traatide tõmbepinge

$$[\sigma]_t = \frac{\sigma_B}{[n]_B} = \frac{1400 \cdot 10^6}{8} = 175 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2.$$

Suurim raskus, mida võib antud trossiga tõsta:

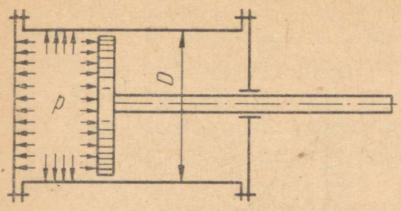
$$G = F[\sigma]_t = 353 \cdot 10^{-6} \cdot 175 \cdot 10^6 \approx 61800 \text{ N} \quad (\approx 6180 \text{ kG}).$$

1.60. Terastross koosneb 6-st keest, igas 61 traati, ja on ette nähtud koormuse $G = 70$ kN (≈ 7 T) tõstmiseks. Määrata trossi pinge ja tugevusvaru, kui traadi läbimõõt $d = 0{,}9$ mm ja materjali tõmbetugevus $\sigma_B = 1800$ MN/m² (≈ 180 kG/mm²).

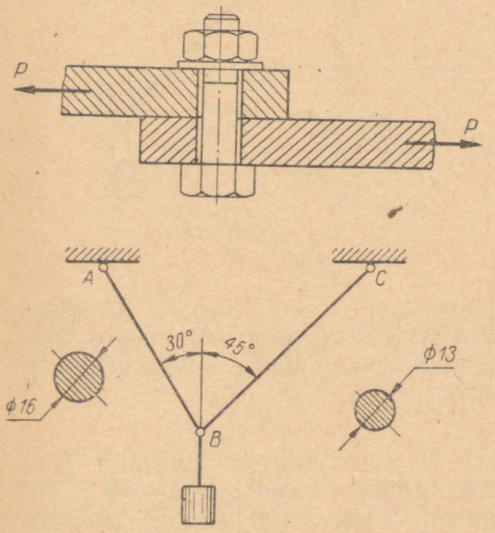
Vastus: $\sigma = 300$ MN/m² (≈ 300 kG/mm²); $n_B = 6$.

1.61. Silindri kaas kinnitatakse poltidega, mille läbimõõt $d = 24$ mm (joon. 31). Rõhk silindris $p = 5$ MN/m² (≈ 50 at), silindri siseläbimõõt $D = 320$ mm. Määrata kinnituspoltide arv, kui lubatav pinge poltidele $[\sigma]_t = 75$ MN/m² (≈ 750 kG/cm²).

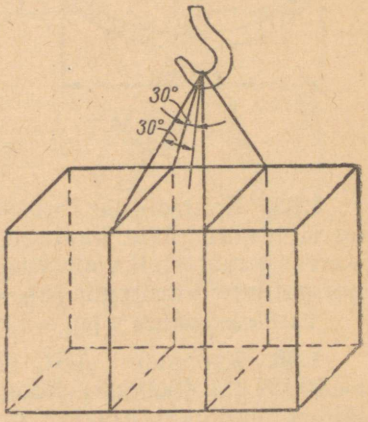
Vastus: 12 polti.



JOON. 31



JOON. 32



JOON. 33

JOON. 34

1.62. Polt, millega on kinnitatud kaks teraslehte, on asetatud avasse vabalt ja ei tööta lõikele (joon. 32). Teraslehti tõmmatakse jõuga $P = 9$ kN (≈ 900 kG). Määrata poldi keermestatud osa siseläbimõõt, kui lubatav pinge poldis $[\sigma]_t = 100$ MN/m^2 (≈ 1000 kG/cm^2) ja lehtedevaheline hõõrdetegur $f = 0{,}15$.

Märkus: Kuna polt ei tohi töötada lõikele, siis peab mutter olema kinni keeratud selliselt, et lehtede vahel tekkiv hõõrdejõud oleks võrdne tõmbejõuga.

Vastus: $d_1 = 27{,}6$ mm.

1.63. Varrastele AB ja BC (joon. 33) on riputatud koormus $G = 40$ kN (≈ 4000 kG).

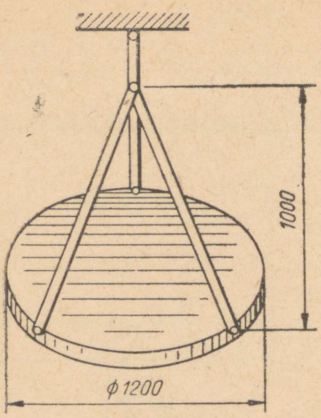
Kontrollida varraste tugevust, kui nad on valmistatud terasest Ст.3, mille voolavuspiir $\sigma_T = 240$ MN/m^2 (≈ 2400 kG/cm^2).

Normatiivne varutegur voolavuspiiri järgi $[n]_T = 1{,}5$.

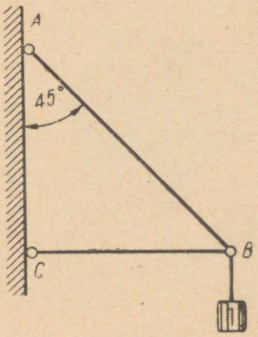
Vastus: $n_{T\,AB} = 1{,}63$; $n_{T\,BC} = 1{,}55$. Varraste tugevus on küllaldane.

1.64. Raskus $G = 50$ kN (≈ 5000 kG) on riputatud konksu külge troppidega (joon. 34). Kontrollida trossi tugevust, kui traadi materjali tõmbetugevus $\sigma_B = 1300$ MN/m^2 (≈ 130 kG/mm^2), kõikide traatide ristlõike pind $F = 90 \cdot 10^{-6}$ m^2 ja normatiivne varutegur tugevuspiiri järgi $[n]_B = 8$.

Vastus: $n_B = 8{,}1 > [n]_B = 8$.



JOON. 35



JOON. 36

1.65. Kontrollida varraste tugevust ($d = 6$ mm), mille külge on riputatud plaat kaaluga $G = 10$ kN (≈ 1000 kG) (joon. 35). Varraste materjali voolavuspiir $\sigma_T = 240$ MN/m² (≈ 2400 kG/cm²), normatiivne varutegur $[n]_T = 1{,}7$.

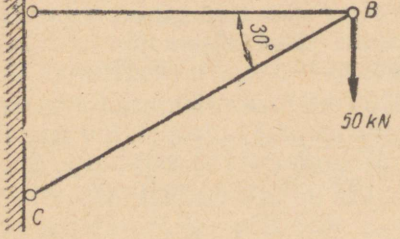
Vastus: $n_T = 1{,}74 > [n]_T = 1{,}7$.

1.66. Kronsteini ABC sõlme B on riputatud koormus $G = 40$ kN (≈ 4000 kG) (joon. 36). Määrata terasvarraste AB ja BC läbimõõdud, kui lubatav pinge $[\sigma]_t = [\sigma]_s = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²).

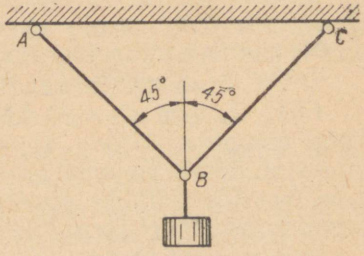
Vastus: $d_{AB} = 22{,}5$ mm; $d_{BC} = 19$ mm.

1.67. Kronstein ABC on valmistatud kahest deltapuidu lehest paksusega 10 mm. Määrata lehtede AB ja BC vajalik laius, kui maksimaalne koormus liigendile B on 50 kN (≈ 5000 kG) (joon. 37). Deltapuidu tõmbetugevus $\sigma_B = 220$ MN/m² (≈ 2200 kG/cm²) survetugevus $\sigma_{BS} = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²) ja normatiivne varutegur tugevuspiiri järgi $[n]_B = 3$.

Vastus: lehe AB laius 118 mm, lehe BC laius 188 *mm*.



JOON. 37



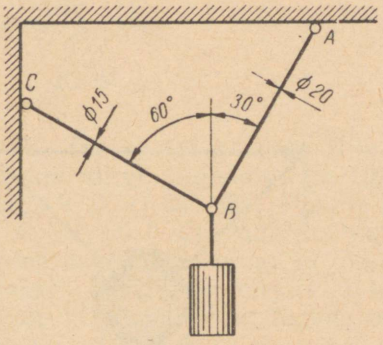
JOON. 38

1.68. Raskus $G = 50$ kN (≈ 5000 kG) on riputatud kahe terasvarda abil nii, nagu näidatud joon. 38. Määrata varraste läbimõõdud, kui lubatav pinge $[\sigma]_t = 150$ MN/m² (≈ 1500 kG/cm²).

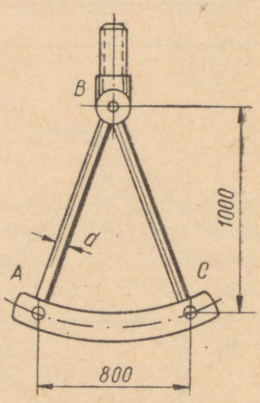
Vastus: $d = 17{,}3$ mm.

1.69. Kui suurt koormust võib ohutult riputada liigendile B (joon. 39), kui varrastes tekkiv pinge ei tohi ületada 160 MN/m² (≈ 1600 kG/cm²)?

Vastus: $Q = 56{,}6$ kN (≈ 5660 kG).



JOON. 39



JOON. 40

1.70. Eriti suurte raskuste tõstmiseks kasutatakse joon. 40 näidatud haarajat. Määrata varraste AB ja BC läbimõõt, kui tõstetav koormus $G = 1000$ kN (≈ 100 T) ja lubatav pinge $[\sigma]_t = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²). Liistu AC deformatsiooni mitte arvestada.

Vastus: $d = 83$ mm.

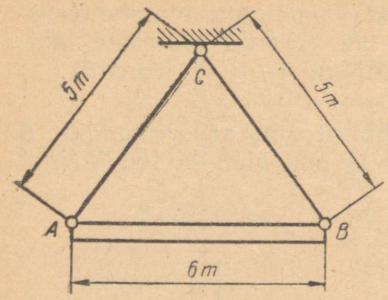
1.71. Jäik tala, mille deformatsiooni mitte arvestada, on üles riputatud kahe terasvarda abil (joon. 41). Määrata varraste läbimõõdud ja kui palju vajub tala AB alla, kui tala kaal $G = 80$ kN (≈ 8000 kG) ja varraste materjali lubatav pinge $[\sigma]_t = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²).

Vastus: $d_{AC} = d_B = 23$ mm; $h = 2{,}4$ mm.

1.72. Viiest terasvardast moodustatud konstruktsioonile mõjuvad jõud $P = 500$ kN (≈ 50 T) (joon. 42). Määrata tõmmatud varraste läbimõõdud, kui lubatav pinge $[\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

Vastus: $d = 53$ mm.

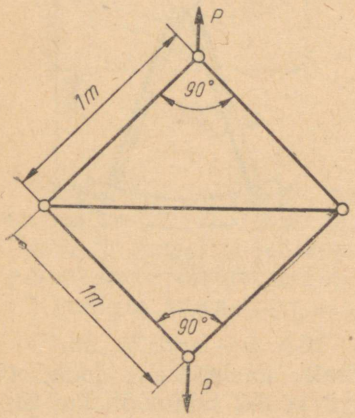
1.73. Tsementkuubiku M surumiseks neljast küljest kasutatakse liigendmehhanismi (joon. 43), millel vardad AB, BC ja CD moodustavad ruudu $ABCD$. Vardad 1, 2, 3 ja 4 on võrdsed ja asetsevad antud ruudu diagonaalidel. Määrata liigendmehhanismi var-

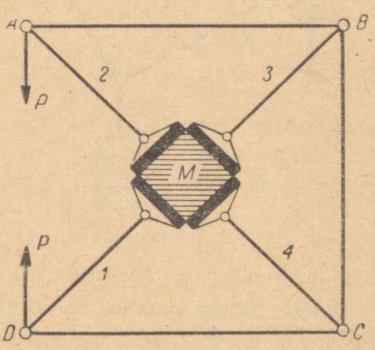


JOON. 41

JOON. 42

JOON. 43





raste läbimõõdud, kui liigenditele A ja D mõjuvad jõud $P = 80$ kN (≈ 8 T). Lubatav pinge $[\sigma]_t = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²) ja $[\sigma]_s = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²).

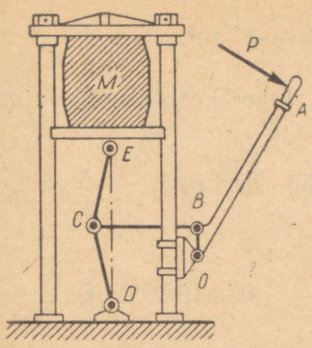
Vastus: $d_{AB} = d_{BC} = d_{CD} = 29{,}2$ mm; $d_1 = d_2 = d_3 = d_4 = 38$ mm.

1.74. Määrata käsipressi varraste CD ja CE läbimõõdud (joon. 44) järgmistel andmetel: jõud $P = 200$ N (≈ 20 kG); $OA = 1$ m; $OB = 100$ mm; ülemises tööseisus on varras CB risti OB-ga ja poolitab nurga ECD, kusjuures $\angle CED = \angle CDE = 5°$. Lubatav pinge $[\sigma]_s = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²).

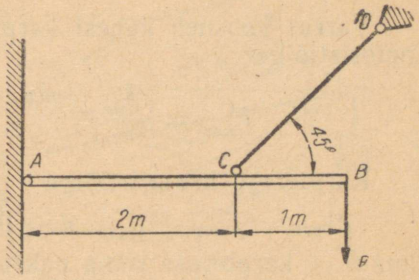
Vastus: $d = 12$ mm.

1.75. Jäik tala AB, mille deformatsiooni mitte arvestada, hoitakse horisontaalses asendis terasvarda CD abil, mille pikkus $l = 2$ m (joon. 45). Tala on koormatud vabas otsas jõuga $P = 60$ kN (≈ 6000 kG). Määrata varda läbimõõt, kui lubatav pinge $[\sigma]_t = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²). Kui palju vajub alla tala vaba ots (tala kaalu mitte arvestada)?

Vastus: $d = 34$ mm; $h = 1{,}5$ mm.



JOON. 44

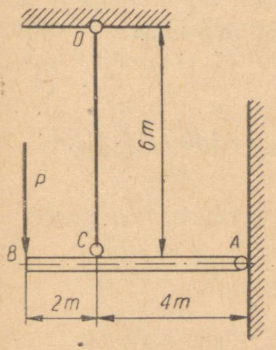


JOON. 45

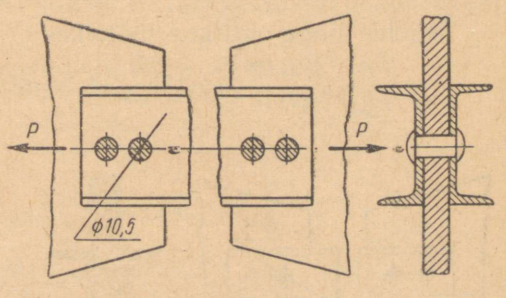
1.76. Terasplaat kaaluga $G = 60$ kN (≈ 6000 kG) on kinnitatud seina külge liigendiga ja riputatud vertikaalse ümarterasest vardaga CD (joon. 46). Plaadi servale mõjub vertikaalne jõud $P = 30$ kN (≈ 3 T). Määrata varda CD läbimõõt. Millise nurga all tuleb monteerida plaat, et jõudude mõjumisel ta jääks horisontaalseks? Varda materjali lubatav pinge $[\sigma]_t = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2). Plaat lugeda absoluutselt jäigaks.

Märkus: Seoses varda CD väikese deformatsiooniga, võib lugeda, et ta jääb vertikaalseks ka peale deformatsiooni.

Vastus: $d = 27$ mm; $\alpha = 4'08''$.



JOON. 46



JOON. 47

1.77. Sõrestiku varras, mis koosneb kahest [-terasest, on sõlmlapi külge kinnitatud üherealise neetõmblusega (joon. 47) ja on ette nähtud tõmbejõu $P = 4000$ kN (≈ 40 T) vastuvõtmiseks. Valida varda ristlõige ja kontrollida tema tugevust, kui lubatav pinge $[\sigma]_t = 140$ MN/m^2 (≈ 1400 kG/cm^2).

L a h e n d u s: Määrame varda netoristlõike (ohtlik ristlõikepind)

$$F^{\text{II}}_{\text{neto}} = \frac{P}{[\sigma]_t} = \frac{400 \cdot 10^3}{140 \cdot 10^6} = 28{,}6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Varras koosneb kahest karpterasest. Ühe karpterase vajalik netoristlõige

$$F^{\text{I}}_{\text{neto}} = \frac{F^{\text{II}}_{\text{neto}}}{2} = \frac{28{,}6 \cdot 10^{-4}}{2} = 14{,}3 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Karpterase brutoristlõige

$$F^{\text{I}}_{\text{bruto}} = F^{\text{I}}_{\text{neto}} + d_{\text{ava}} \cdot d = 14{,}3 \cdot 10^{-4} + 1{,}05 \cdot 10^{-2} \cdot d \text{ m}^2,$$

kus d — karpterase seina paksus.

Nagu näha tabelist ГОСТ 8240-56, on kõige sobivamaks profiiliks karpteras nr. 14 seinapaksusega $d = 4{,}9$ mm. Antud seinapaksuse järgi arvutame valitud karpterase brutoristlõike:

$$F^{\text{I}}_{\text{bruto}} = 14{,}3 \cdot 10^{-4} + 1{,}05 \cdot 10^{-2} \cdot d = 14{,}3 \cdot 10^{-4} + 1{,}05 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}49 \cdot 10^{-2} = 14{,}8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

ГОСТ 8240-56 põhjal valime karpterase nr. 14 ristlõikega $F^{\text{I}}_{\text{bruto}} = 15{,}6$ cm^2, SI süsteemi üle viies saame $F^{\text{I}}_{\text{bruto}} = 15{,}6 \cdot 10^{-4}$ m^2.

Karpterase nr. 14 netoristlõige

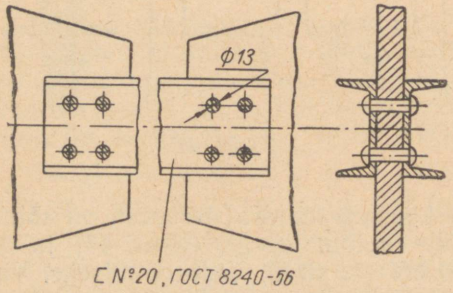
$$F^{\text{I}}_{\text{neto}} = F^{\text{I}}_{\text{bruto}} - d_{\text{ava}} \cdot d = 15{,}6 \cdot 10^{-4} - 1{,}05 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}49 \cdot 10^{-2} = 15{,}1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Varda netoristlõige

$$F^{\text{II}}_{\text{neto}} = 2F^{\text{I}}_{\text{neto}} = 2 \cdot 15{,}1 \cdot 10^{-4} = 30{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Tegelik pinge ohtlikus ristlõikes

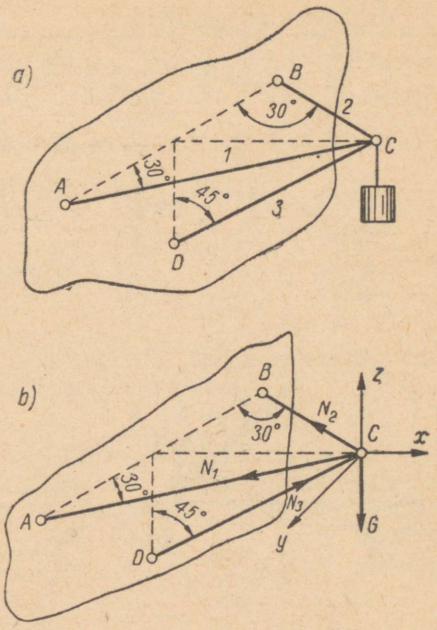
$$\sigma = \frac{P}{F^{\text{II}}_{\text{neto}}} \frac{400 \cdot 10^3}{30{,}2 \cdot 10^{-4}} = 132 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 < [\sigma]_t = 140 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2.$$



JOON. 48

1.78. Kui suurt tõmbejõudu võtab vastu varras (joon. 48), kui lubatav pinge $[\sigma]_t = 140$ MN/m^2 (≈ 1400 kG/cm^2).

Vastus: $P = 617$ kN ($\approx 61{,}7$ T).



JOON. 49

1.79. Joonisel 49 näidatud kronsteinile mõjub koormus $G = 80$ kN (≈ 800 kG). Määrata varraste läbimõõdud, kui lubatavad pinged $[\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²) ja $[\sigma]^*_s = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²).

Lahendus. Koostame sõlme C tasakaaluvõrrandid (joon. 49, *b*)

$$\Sigma X = 0;\ N_1 \cos 60° + N_2 \cos 60° + N_3 \cos 45° = 0;$$
$$\Sigma Y = 0;\ N_1 \sin 60° - N_2 \sin 60° = 0;$$
$$\Sigma Z = 0;\ N_3 \cos 45° - G = 0.$$

Sisejõud varrastes

$$N_3 = \frac{G}{\cos 45°} = \frac{80000}{0{,}707} = 113 \cdot 10^3 \text{ N};$$

$$N_1 = N_2 = \frac{N_3 \cos 45°}{2 \cos 60°} = \frac{113 \cdot 10^3 \cdot 0{,}707}{2 \cdot 0{,}5} = 80 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

Varraste ristlõiked

$$F_1 = F_2 = \frac{N_1}{[\sigma]_t} = \frac{80 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$F_3 = \frac{N_3}{[\sigma]_s} = \frac{113 \cdot 10^3}{50 \cdot 10^6} = 22{,}1 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

* Survele töötavad pikad vardad tuleb arvutada stabiilsusele, sellepärast survele töötavate varraste arvutamisel lihtsurve meetodiga tuleb lubatavat pinget vähendada.

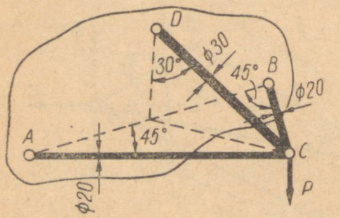
Varraste läbimõõdud:

$$d_1 = d_2 = \sqrt{\frac{4F_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 5 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 2{,}53 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk}$$

$$d_1 = d_2 = 25{,}3 \text{ mm};$$

$$d_3 = \sqrt{\frac{4F_3}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 22{,}1 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 5{,}30 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk}$$

$$d_3 = 53 \text{ mm}.$$



JOON. 50

1.80. Kronstein on valmistatud kolmest lühikesest vardast (joon. 50). Vardad *AC* ja *CB* on valmistatud terasest, varras *CD* duralumiiniumist. Kui suure vertikaalse koormuse võib ohutult riputada sõlmele *C*, et pinge terasvarrastes ei ületaks 140 MN/m² (≈ 1400 kG/cm²) ja duralumiiniumist vardas 100 MN/m² (≈ 1000 kG/cm²).

Vastus: $P = 61{,}2$ kN (≈ 6120 kG).

1.81. Kui suur peaks olema eelmises ülesandes duralumiiniumist varda läbimõõt, et kõik kronsteini vardad oleksid võrdvastupidavad? Kui suurt vertikaalset koormust võib ohutult rakendada liigendile *C*?

Vastus: $d = 40$ mm; $P = 108$ kN (≈ 10,8 T).

1.82. Määrata terasest, vasest ja duralumiiniumist valmistatud traatide kriitilised pikkused, kui materjalide tõmbetugevused ja tihedused on:

terasel $\sigma_B = 635$ MN/m² ja $\varrho = 7800$ kg/m³;
vasel $\sigma_B = 235$ MN/m² ja $\varrho = 8900$ kg/m³;
duralumiiniumil $\sigma_B = 390$ MN/m² ja $\varrho = 2700$ kg/m³.

Vastus: terase puhul $l_{kr} = 8330$ m; vase puhul $l_{kr} = 2700$ m; duralumiiniumi puhul $l_{kr} = 14800$ m.

1.83. Määrata kriitiline pikkus tabelis 7 antud plastmassidele.

1.84. Missuguse vasktraadi pikkuse juures tekib omakaalu

Tabel 7

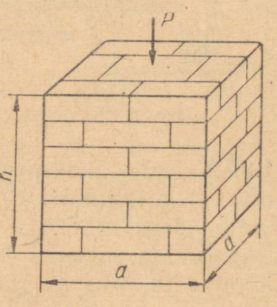
Materjal	Antud		Vastus
	Tugevuspiir σ_B MN/m²	Tihedus ϱ kg/m³	Kriitiline pikkus l_{kr} m
Tekstoliit	98	1300	7700
Klaastekstoliit	400	1700	24000
Getinaks	98	1400	7150
Deltapuit	180	1400	13100
Lehtbaliniit	175	1250	14300
Kapron	635	1130	5750

mõjul pinge $\sigma_t = 30$ MN/m² (≈ 300 kG/cm²), kui traat ripub vertikaalselt? Määrata traadi absoluutne pikenemine.

Vastus: $l = 344$ m; $\Delta l = 51{,}5$ mm.

1.85. Määrata ruudukujulise ristlõikega tellisposti külje pikkus, kui posti kõrgus $h = 5$ m (joon. 51). Post on koormatud tsentriliselt survejõuga $P = 200$ kN (≈ 20 T). Tsementmördiga valmistatud tellismüüritise lubatav pinge $[\sigma]_s = 1{,}2$ MN/m² (≈ 12 kG/cm²), tellismüüritise tihedus $\varrho = 1500$ kg/m³. Joonestada pingete epüür.

Vastus: $a = 423$ mm.



JOON. 51

1.86. Kui suurt raskust võib vertikaalses šahtis ohutult tõsta trossiga, mis on kokku punutud kuuest keest, igas kees 37 traati, iga traadi läbimõõt $d = 0{,}9$ mm? Trossi pikkus $l = 300$ m ja ühe meetri mass 1,2 kg. Lubatav pinge $[\sigma]_t = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²). Määrata pinge trossi alumises lõikes.

Lahendus. Tross koosneb $37 \cdot 6 = 222$ traadist.

Trossi ristlõike pind

$$F = \frac{\pi d^2}{4} \cdot 222 = \frac{\pi (0{,}9 \cdot 10^{-3})^2}{4} \cdot 222 = 141 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Üldine lubatav koormus trossile

$$[P] = F[\sigma]_t = 141 \cdot 10^{-6} \cdot 12 \cdot 10^6 = 16900 \text{ N}.$$

300 m pikkuse trossi omakaal $G = m_1 gl = 1{,}2 \cdot 9{,}81 \cdot 300 =$ $= 3330$ N määrab, et tõstetav raskus ei tohi olla suurem kui $Q = [P] - G = 16900 - 3330 = 13570$ N (≈ 1357 kG).

Pinge trossi alumises lõikes

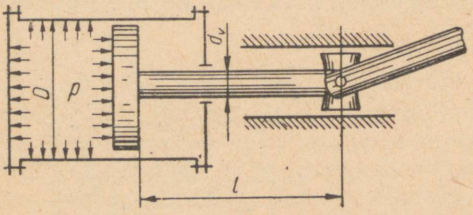
$$\sigma = \frac{Q}{F} = \frac{13570}{141 \cdot 10^{-6}} = 96 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 96 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 960 \text{ kG/cm}^2).$$

1.87. Määrata terasvarda läbimõõt ja absoluutne pikenemine, võttes arvesse omakaalu, kui varda pikkus $l = 60$ m, tõmbekoormus $P = 300$ kN (≈ 30 T), lubatav pinge $[\sigma]_t = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/m²) ja elastsusmoodul $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 2{,}1 \cdot 10^6$ kG/cm²).

Vastus: $d = 53{,}2$ mm; $\Delta l = 40$ mm.

1.88. Terasvarras läbimõõduga $d = 50$ mm ja pikkusega 150 m on ette nähtud tõmbekoormuse vastuvõtmiseks. Esialgsel arvutusel ilma varda omakaalu arvestamata saadi lubatav koormus $P = 157$ kN ($\approx 15{,}7$ T). Määrata lubatav koormus, arvestades varda omakaalu, ja leida varda absoluutne pikenemine.

Vastus: $P = 134$ kN ($\approx 13{,}4$ T); $\Delta l = 56$ mm.



JOON. 52

1.89.* Surve kompressori silindris on p, silindri siseläbimõõt D, kolvivarda läbimõõt d_v ja pikkus l (joon. 52). Ühe tabelis 8 antud variandi järgi määrata: suurim pinge kolvivardas ja selle lühenemine. Leida silindri kaane kinnituspoltide arv, kui poldi läbimõõt on d ja lubatav pinge $[\sigma]_t = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²).

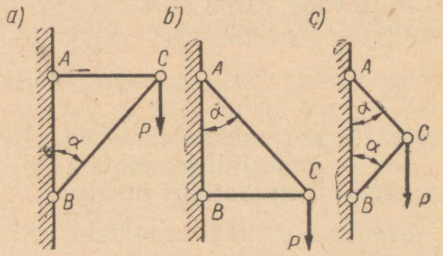
Tabel 8

Variant	p		D	d_v	l	d
	MN/m²	at	mm	mm	mm	mm
1	1	10	350	40	950	20
2	1,2	12	370	38	1000	18
3	1,1	11	380	40	1100	24
4	1,4	14	380	45	1150	22
5	1,5	15	320	35	850	18
6	1,3	13	390	38	1100	16
7	1	10	310	35	1050	24
8	1,6	16	300	30	800	21

Tabel 8 (järg)

Variant	p		D	d_v	l	d
	MN/m²	at	mm	mm	mm	mm
9	0,8	8	400	36	1000	18
10	1,1	11	340	32	1080	20
11	0,9	9	330	35	880	16
12	1,7	17	390	50	1040	27
13	1,2	12	330	30	960	22
14	1,1	11	360	35	900	16
15	0,8	8	350	30	930	20
16	1,3	13	350	36	1060	18
17	1,5	15	450	50	940	22
18	1,2	12	360	35	920	18
19	1,6	16	340	36	860	20
20	0,9	9	350	40	970	18
21	0,7	7	380	35	830	16
22	1,1	11	320	38	870	20
23	1,6	16	380	38	1000	18
24	1	10	330	30	870	22
25	0,7	7	400	32	900	16
26	1,2	12	350	40	880	18
27	1,4	14	320	40	720	20
28	0,9	9	300	35	800	18
29	1,5	15	280	45	930	16
30	1,1	11	350	45	1000	18

1.90.* Kronsteini varras AC koosneb kahest võrdkülgsest nurkterasest ja varras BC kahest karpterasest. Kronsteini liigendisse C on rakendatud vertikaalne koormus P. Ühe joonisel 53 antud skeemi ja tabelis 9 toodud variandi andmete järgi valida



JOON. 53

Tabel 9

Variant		I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X
P	α	30°	45°	60°	30°	45°	60°	30°	45°	60°	30°
	kN	150	200	220	180	250	180	250	300	270	220
	T	15	20	22	18	25	18	25	30	27	22

varraste ristlõiked ja kontrollida nende tugevust, kui lubatav tõmbepinge $[\sigma]_t = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²) ja lubatav survepinge $[\sigma]_s = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²). Neediaukude arvel väheneb ristlõige 10%.

§ 2. STAATILISELT MÄÄRAMATUD ÜLESANDED

Teoreetilises mehaanikas vaadeldakse absoluutselt kõva keha tasakaalu välisjõudude mõjul. Tasakaalu kohta on võimalik koostada kuni kolm tasakaaluvõrrandit tasapinnalise jõudude süsteemi puhul ja kuni kuus võrrandit ruumilise jõudude süsteemi puhul. Kasutades staatika võrrandeid, võime lahendada ainult neid ülesandeid, kus tundmatute arv ei ületa tasakaaluvõrrandite arvu. Paljudes tugevusõpetuse ülesannetes osutub staatika tasakaaluvõrrandite arv sisejõudude määramisel väiksemaks tundmatute arvust. Selliseid ülesandeid nimetatakse staatiliselt määramatuteks ja nende lahendamisel lisatakse staatika tasakaaluvõrranditele puuduv arv elastse deformatsiooni võrrandeid. Need võrrandid erinevad staatika tasakaaluvõrranditest selle poolest, et peale sisejõudude ja geomeetriliste suuruste sisaldavad veel suurust, mis iseloomustab materjali elastsusomadusi, s. o. normaalelastsusmoodulit E. Üks seda tüüpi ülesandeid on pingete määramine staatiliselt määramatutes ülesannetes temperatuuri muutumise tagajärjel.

Temperatuuri muutumise tagajärjel toimub ühest otsast kinnitatud varda pikenemine või lühenemine. Kui varda mõlemad otsad on kinnitatud, siis vardal ei ole võimalik deformeeruda ja selle tõttu materjali sisemuses tekivad temperatuuri muutumise tagajärjel pinged, mis võivad olla küllaltki suured.

Mittevaba varda puhul temperatuuri muutumisest tekkivad normaalpinged arvutatakse valemiga:

$$\sigma = E\alpha\Delta t \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)},$$

kus E — normaalelastsusmoodul N/m² (kG/cm²);
α — materjali joonpaisumistegur;
Δt — temperatuuri muutus.

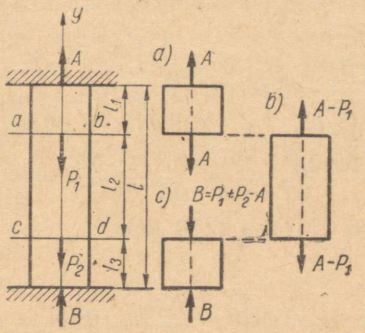
Staatiliselt määramatuteks on veel ülesanded, kus määratakse alg- ehk montaažpinged.

Peamiseks montaažpinge tekkimise põhjuseks on staatiliselt määramatute konstruktsioonide elementide mittetäpne valmistamine. Montaažpinged võivad osutuda kas kasulikkudeks või kahjulikkudeks niihästi ühes elemendis kui ka kogu konstruktsioonis.

Montaažpinged võivad tekkida veel masinate üksikute sõlmede monteerimisel etteantud pinguga. Näiteks vaguniratta bandaaži ist ratta rummul või tigu- ja hammasrataste vööde istud rataste

rummudel. Bandaaži siseläbimõõt tehakse natuke väiksem kui ratta rummu välisläbimõõt, millele nad pannakse. Bandaaž kuumutatakse vajaliku temperatuurini ja seejärel pannakse rummule. Peale jahtumist tekib tugev ühendus bandaaži sisepinna ja ratta rummu välispinna vahel. Sel juhul tekkivad montaažpinged on kasulikud.

1.91. Terasvarras pikkusega $l = 800$ mm on kinnitatud mõlemast otsast ja koormatud kahe koondatud jõuga $P_1 = 20$ kN (≈ 2 T) ja $P_2 = 30$ kN (≈ 3 T) (joon. 54). Jõud on rakendatud lõigetesse *ab* ja *cd*, millede kaugused kinnituskohtadest on $l_1 = l_3 = 200$ mm. Määrata reaktsioonid A ja B kinnituskohtades.



JOON. 54

L a h e n d u s. Reaktsioonide A ja B määramiseks saab koostada ainult ühe staatika tasakaaluvõrrandi:

$$\Sigma Y = 0; \qquad A + B - P_1 - P_2 = 0. \tag{1}$$

Kuna on vaja määrata kaks tundmatut jõudu, tasakaaluvõrrandeist saab aga kasutada ainult ühte, siis tuleb kasutada veel varda elastse deformatsiooni võrrandit.

Jõudude P_1 ja P_2 mõjul varda üksikud osad kas pikenevad või lühenevad ja kogu varda pikenemiste ja lühenemiste summa peab võrduma nulliga, kuna varras on mõlemast otsast jäigalt kinnitatud. See võimaldab koostada teise võrrandi:

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = 0. \tag{2}$$

Määrame varda üksikute osade deformatsioonid.

Varda ülemist osa pikkusega l_1 tõmmatakse jõuga A (joon. 54, *a*) ja selle pikenemine

$$\Delta l_1 = \frac{A \cdot l_1}{EF};$$

varda keskmine osa pikkusega l_2 (joon. 54, *b*) deformeerub jõudude $A - P_1$ mõjul:

$$\Delta l_2 = \frac{(A - P_1) l_2}{EF}.$$

Varda alumist osa (joon. 54, *c*) surutakse jõuga *B*, mille võime avaldada valemist (1): $B = P_1 + P_2 - A$.

Varda alumise osa lühenemine

$$\Delta l_3 = -\frac{B l_3}{EF} = -\frac{(P_1 + P_2 - A) l_3}{EF}.$$

Asendades võrrandis (2) varda üksikute osade pikideformatsioonid Δl_1, Δl_2 ja Δl_3 nende avaldistega, saame:

$$\frac{A l_1}{EF} + \frac{(A - P_1) l_2}{EF} - \frac{(P_1 + P_2 - A) l_3}{EF} = 0$$

ehk

$$A l_1 + (A - P_1) l_2 - (P_1 + P_2 - A) l_3 = 0.$$

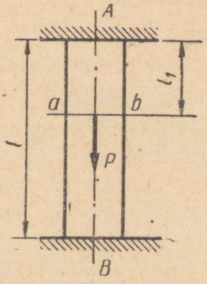
Avaldades reaktsiooni *A*, leiame:

$$A = \frac{P_1 (l_2 + l_3) + P_2 l_3}{l_1 + l_2 + l_3} = \frac{20 \cdot 10^3 (0{,}4 + 0{,}2) + 30 \cdot 10^3 \cdot 0{,}2}{0{,}2 + 0{,}4 + 0{,}2} =$$
$$= 22{,}5 \cdot 10^3 \text{ N} = 22{,}5 \text{ kN} \ (\approx 2250 \text{ kG}).$$

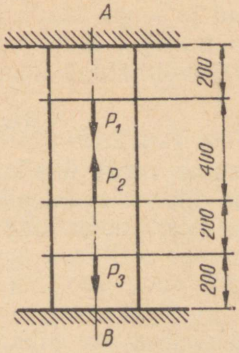
Reaktsiooni *B* leidmine:

$$B = P_1 + P_2 - A = 20 \cdot 10^3 + 30 \cdot 10^3 - 22{,}5 \cdot 10^3 \text{ N} =$$
$$= 27{,}5 \cdot 10^3 \text{ N} = 27{,}5 \text{ kN} \ (\approx 2750 \text{ kG}).$$

1.92. Terasvarras pikkusega $l = 800$ mm ja ristlõikepindalaga $F = 10 \cdot 10^{-4}$ m^2 (10 cm^2) on kinnitatud mõlemast otsast ning koormatud koondatud jõuga $P = 100$ kN (≈ 10 T) (joon. 55). Jõud on rakendatud lõikesse *ab*, mille kaugus ülemisest kinnituskohast $l_1 = 300$ mm. Määrata vardas tekkivad reaktsioonid ja pinged.



JOON. 55



JOON. 56

Vastus: $A = 62{,}5$ kN (≈ 6250 kG); $B = 37{,}5$ kN (≈ 3750 kG); $\sigma_A = 62{,}5$ MN/m² (≈ 625 kG/cm²); $\sigma_B = -37{,}5$ MN/m² (≈ -375 kG/cm²).

1.93. Mõlemast otsast kinnitatud vardale (joon. 56) mõjuvad kolm jõudu $P_1 = 20$ kN (≈ 2 T), $P_2 = 40$ kN (≈ 4 T), $P_3 = 30$ kN (≈ 3 T). Määrata reaktsioonid A ja B.

Vastus: $A = 6$ kN (≈ 600 kG); $B = 4$ kN (≈ 400 kG).

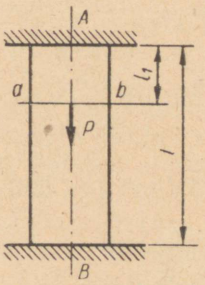
1.94. Terasvarras pikkusega $l = 1$ m on kinnitatud mõlemast otsast (joon. 57). Määrata maksimaalne jõud P, mida võib rakendada vardale lõikes ab, mis asub ülemisest otsast kaugusel $l_1 = 400$ mm. Varda ristlõikepind $F = 20 \cdot 10^{-4}$ m² (20 cm²). Suurim pinge vardas ei tohi ületada 120 MN/m² (≈ 1200 kG/cm²).

Vastus: $P = 400$ kN (≈ 40 T).

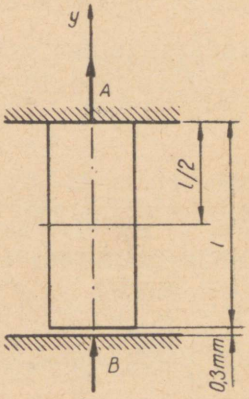
1.95. Mõlemast otsast kinnitatud terasvardale pikkusega $l = 800$ mm mõjub lõikes ab jõud $P = 50$ kN (≈ 5 T) (joon. 57). Lõige ab asub varda ülemisest otsast kaugusel $l_1 = 200$ mm. Määrata varda ristlõike pind tingimusel, et pinge varda ülemises osas ei ületaks 75 MN/m² (≈ 750 kG/cm²).

Vastus: $F = 5 \cdot 10^{-4}$ m² (5 cm²).

JOON. 57



JOON. 58



1.96. Terasvarras pikkusega $l = 3$ m ja ristlõikega $F = 25 \cdot 10^{-4}$ m² on kinnitatud ülemisest otsast jäigalt, alumise otsa ja toe vahele jääb pilu 0,3 mm (joon. 58). Määrata toereaktsioonid, kui varda keskel mõjub piki telge jõud $P = 200$ kN (≈ 20 T). Määrata pinged varda ülemises ja alumises ristlõikes.

Lahendus. Kirjutame tasakaaluvõrrandi

$$\Sigma Y = 0; \quad A + B - P = 0. \tag{1}$$

Puuduva teise võrrandi koostame varda elastse deformatsiooni järgi. Ülesandes on öeldud, et varda alumise otsa ja toe vahel on 0,3 mm pilu. See tähendab, et kuni kokkupuutumiseni alumise

toega peab varras pikenema 0,3 mm. Peale seda varda pikenemine katkeb. Aga ülemise osa pikenemine toimub varda alumise osa lühenemise tõttu. Järgnevalt kirjutame teise puuduva võrrandi.

$$\Delta l_1 + \Delta l_2 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}. \qquad (2)$$

Varda ülemist poolt tõmmatakse jõuga A ja tema pikenemine on:

$$\Delta l_1 = \frac{A l_1}{E F}.$$

Pärast pilu kadumist surutakse varda alumist poolt jõuga $B = P - A$; lühenemine

$$\Delta l_2 = -\frac{B l_2}{E F} = -\frac{(P - A) l_2}{E F}.$$

Asendades pikideformatsioonid Δl_1 ja Δl_2 võrrandis (2) nende väärtustega, saame:

$$\frac{A l_1}{E F} - \frac{(P - A) l_2}{E F} = 3 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

ehk

$$A l_1 - (P - A) l_2 = 3 \cdot 10^{-4} \cdot EF;$$

Asendades tuntud suurused

$$A \cdot 1{,}5 - (200 \cdot 10^3 - A)\, 1{,}5 = 3 \cdot 10^{-4} \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 25 \cdot 10^{-4},$$

kust

$$A = 150 \cdot 10^3 \text{ N} = 150 \text{ kN}.$$

Järgnevalt leiame reaktsiooni B

$$B = P - A = 200 \cdot 10^3 - 150 \cdot 10^3 = 50 \cdot 10^3 \text{ N} = 50 \text{ kN}.$$

Pinge varda ülemises pooles

$$\sigma_1 = \frac{A}{F} = \frac{150 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^{-4}} = 60 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 60 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 600 \text{ kG/cm}^2).$$

Pinge varda alumises pooles

$$\sigma_2 = \frac{B}{F} = -\frac{50 \cdot 10^3}{25 \cdot 10^{-4}} = -20 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$

$$= -20 \text{ MN/m}^2 \ (\approx -200 \text{ kG/cm}^2).$$

1.97. Terasvarras pikkusega $l = 2$ m on kinnitatud ülemisest otsast — alumise otsa ja toe vahele jääb 0,2 mm pilu (joon. 58). Kui suurt jõudu võib rakendada varda keskele, et pinge ülemises osas σ_A ei ületaks 50 MN/m² (≈ 500 kG/cm²)? Varda ristlõike pind $F = 20 \cdot 10^{-4}$ m² (20 cm²).

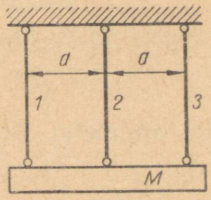
Vastus: $P = 120$ kN (≈ 12 T).

1.98. Missugusesse eelmises ülesandes antud varda ristlõikesse tuleb rakendada jõud 200 kN (≈ 20 T), et pinge ülemises osas 50 MN/m² (≈ 500 kG/cm²) jääks muutumatuks?

Vastus: Ristlõige peab asetsema ülemisest kinnituskohast kaugusel $l_1 = 140$ cm.

1.99. Horisontaalne tala M kaaluga $G = 30$ kN ($\approx$ 3000 kG) on riputatud kolme terasvarda abil (joon. 59). Kahe äärmise varda ristlõiked on võrdsed $F_1 = F_3 = 2 \cdot 10^{-4}$ m^2 (2 cm^2), keskmise varda ristlõige $F_2 = 10^{-4}$ m^2 (1 cm^2). Määrata varrastes tekkivad sisejõud ja pinged. Tala M lugeda absoluutselt jäigaks.

Vastus: $T_1 = T_3 = 23$ kN ($\approx$ 2300 kG); $T_2 = 6$ kN ($\approx$ 600 kG);
$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = 60$ MN/m^2 ($\approx$ 600 kG/cm^2).



JOON. 59

1.100. Lahendada eelmine ülesanne, kui tala kaalub 50 kN ($\approx$ 5000 kG), keskmine varras on duralumiiniumist ja äärmised terasest.

Vastus: $T_1 = T_3 = 23$ kN ($\approx$ 2300 kG); $T_2 = 4$ kN ($\approx$ 400 kG);
$\sigma_1 = \sigma_3 = 115$ MN/m^2 ($\approx$ 1150 kG/cm^2); σ_2 40 MN/m^2 ($\approx$ 400 kG/cm^2).

1.101. Raudbetoonist post ristlõikega 24 $\times$ 24 cm on koormatud jõuga $P = 480$ kN ($\approx$ 48 T). Määrata koormused, mis kanduvad betoonile ja armatuurile, ning pinged betoonis ja armatuuris. Armatuuri ristlõige moodustab ühe kaheteistkümnendiku posti ristlõikest. Betooni elastsusmoodul $E_b = 2 \cdot 10^4$ MN/m^2 ($\approx 2 \cdot 10^5$ kG/cm^2).

Lahendus. Terase ja betooni koostöö on staatiliselt määramatu süsteem. Tähistame koormused, mis kanduvad terasele ja betoonile, vastavalt P_t ja P_b. Betoonile ja terasele kanduvate koormuste leidmiseks saab koostada ühe staatika tasakaaluvõrrandi:

$$\Sigma Y = 0; \quad P_t + P_b = P. \tag{1}$$

Teise võrrandi koostame armatuuri ja betooni pikideformatsioonide võrdsusest:

$$\Delta l_t = \Delta l_b. \tag{2}$$

Armatuuri lühenemine

$$\Delta l_t = \frac{P_t l}{E_t F_t},$$

ja betooni lühenemine

$$\Delta l_b = \frac{P_b l}{E_b F_b};$$

asetame väärtused võrrandisse (2):

$$\frac{P_t l}{E_t F_t} = \frac{P_b l}{E_b F_b},$$

kust

$$\frac{P_b}{P_t} = \frac{E_b F_b}{E_t F_t}.$$

Kogu posti ristlõikepind

$$F = (24 \cdot 10^{-2})^2 = 576 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Ülesande andmetel moodustab armatuuri pind $\frac{1}{12}$ posti ristlõikepinnast:

$$F_t = \frac{1}{12} \cdot F = \frac{576 \cdot 10^{-4}}{12} = 48 \cdot 10^{-4} \text{ m}.$$

Betooni pind

$$F_b = F - F_t = 576 \cdot 10^{-4} - 48 \cdot 10^{-4} = 528 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$\frac{P_b}{P_t} = \frac{E_b F_b}{E_t F_t} = \frac{2 \cdot 10^{10} \cdot 528 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{11} \cdot 48 \cdot 10^{-4}} = 1{,}1,$$

kust

$$P_b = 1{,}1 P_t.$$

Lahendades seda koos võrrandiga (1), leiame

$$P_t = 0{,}476\,P \text{ ja } P_b = 0{,}524\,P$$

ehk

$$P_t = 0{,}476 \cdot 480 \cdot 10^3 = 228{,}5 \cdot 10^3 \text{ N} = 228{,}5 \text{ kN}$$

ja

$$P_b = 0{,}524 \cdot 480 \cdot 10^3 = 251{,}5 \cdot 10^3 \text{ N} = 251{,}5 \text{ kN}.$$

Pinge armatuuris

$$\sigma_t = \frac{P_t}{F_t} = \frac{228{,}5 \cdot 10^3}{48 \cdot 10^{-4}} = 48 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 48 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx 480 \text{ kG/cm}^2);$$

pinge betoonis

$$\sigma_b = \frac{P_b}{F_b} = \frac{251{,}5 \cdot 10^3}{528 \cdot 10^{-4}} = 4{,}8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 4{,}8 \text{ kN/m}^2$$

$$(\approx 48 \text{ kG/cm}^2).$$

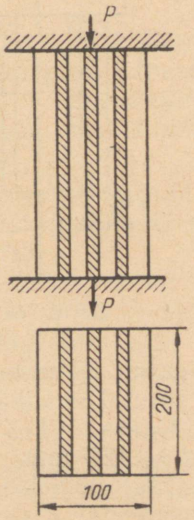
1.102. Kui suurt survekoormust võib rakendada raudbetoonist postile, mille ristlõige on 30×30 cm, kui pinge betoonis ei tohi

ületada 6 MN/m² (≈60 kG/cm²)? Armatuuri pind moodustab 8% kogu posti ristlõikepinnast. Terase elastsusmoodul $E_t = 2 \cdot 10^5$ MN/m² (≈ $2 \cdot 10^6$ kG/cm²), betoonil $E_b = 2 \cdot 10^4$ MN/m² (≈ $2 \cdot 10^5$ kG/cm²).

Vastus: 928 kN (≈ 92,8 T).

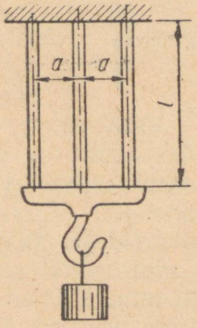
1.103. Penoplastist sein, mis on armeeritud duralumiiniumiga (joon. 60), on koormatud survejõuga $P = 60$ kN (≈ 6 T). Määrata jõud ja pinged, mis tekivad duralumiiniumis ja penoplastis, kui armatuuri pind moodustab 4% ristlõikest. Penoplasti elastsusmoodul $E_p = 200$ MN/m² (≈ 2000 kG/cm²).

Vastus: $P_d = 56{,}2$ kN (≈ 5600 kG); $P_p = 3{,}8$ kN (≈ 380 kG); $\sigma_d = 70$ MN/m² (≈ 700 kG/cm²); $\sigma_p = 0{,}2$ MN/m² (≈ 2 kG/cm²).



JOON. 60

JOON. 61



1.104. Kui suurt survekoormust võib lubada penoplastist seinale, mis on armeeritud tekstoliidiga? Seina ristlõige on 800 × × 150 mm. Penoplastis ja tekstoliidis tekkivad pinged ei tohi ületada vastavalt 0,5 MN/m² (≈ 5 kG/cm²) ja 60 MN/m² (≈ 600 kG/cm²). Elastsusmoodulid $E_p = 200$ MN/m² (≈ 2000 kG/cm²) ja $E_t = 10^4$ MN/m² (≈ 10^5 kG/cm²). Armatuuri pind on 5% ristlõikest.

Vastus: 207 kN (≈ 20,7 T).

1.105. Raskus $G = 28$ kN (≈ 2800 kG) on riputatud kolme varda abil. Kaks äärmist varrast on valmistatud getinaksist Б ja omavad ristlõiget 10 × 40 mm, keskmine varras — duralumiiniumist ristlõikega 5 × 40 mm (joon. 61). Määrata varrastes tekkivad sisejõud ja pinged, kui getinaksi elastsusmoodul $E_g = 10^4$

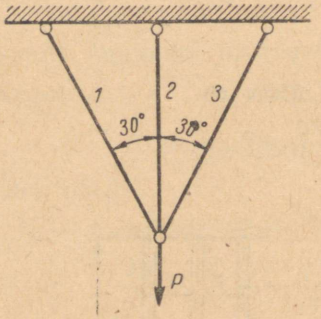
TRÜ Raamatukogu

MN/m² ($\approx 1{,}10^5$ kG/cm²). Plaate, millede külge vardad on kinnitatud, lugeda absoluutselt jäikadeks.

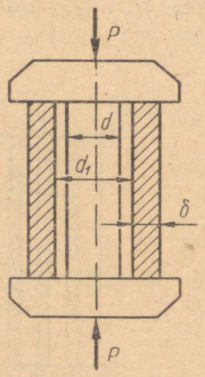
Vastus: $T_g = 5{,}1$ kN (≈ 510 kG); $T_d = 17{,}8$ kN (≈ 1780 kG); $\sigma_g = 12{,}7$ MN/m² (≈ 127 kG/cm²); $\sigma_d = 89$ MN/m² (≈ 890 kG/cm²).

1.106. Kolmele võrdse ristlõikega tekstoliitvardale on rakendatud jõud $P = 60$ kN (≈ 6 T) (joon. 62). Määrata varrastes tekkivad sisejõud ja varraste vajalikud ristlõikepinnad tingimusel, et pinge varrastes ei ületaks 30 MN/m² (≈ 300 kG/cm²).

Vastus: $T_1 = T_3 = 19{,}6$ kN (≈ 1960 kG); $T_2 = 26{,}1$ kN (≈ 2610 kG); $F = 8{,}7 \cdot 10^{-4}$ m² (8,7 cm²).



JOON. 62



JOON. 63

1.107. Vasest varras on paigutatud sama pikkusega tekstoliidist puksi (joon. 63). Varrast ja puksi surutakse kokku absoluutselt jäikade plaatidega jõuga $P = 350$ kN (≈ 35 T). Varda läbimõõt $d = 80$ mm, puksi siseläbimõõt $d_1 = 120$ mm, puksi seina paksus $\delta = 40$ mm. Määrata sisejõud vardas ja puksis ning nendes tekkiv pinge, kui tekstoliidi elastsusmoodul $E_t = 10^4$ MN/m² ($\approx 10^5$ kG/cm²).

Vastus: $T_t = 100$ kN (≈ 10 T); $T_v = 250$ kN (≈ 25 T); $\sigma_t = 5$ MN/m² (≈ 50 kG/cm²); $\sigma_v = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²).

1.108. Duralumiiniumist varras läbimõõduga $d = 120$ mm on asetatud baliniidist puksi, mille siseläbimõõt $d_1 = 180$ mm (joon. 63). Varras ja puks on asetatud kahe absoluutselt jäiga plaadi vahele. Määrata puksi seina paksus ja pinge vardas, kui suruv jõud $P = 400$ kN (≈ 40 T). Pinge puksis ei tohi ületada 6 MN/m² (≈ 60 kG/cm²). Baliniidi elastsusmoodul $E_b = 2 \cdot 10^4$ MN/m² ($\approx 2 \cdot 10^5$ kG/cm²).

Vastus: $\delta = 40$ mm; $\sigma_d = 21$ MN/m² (≈ 210 kG/cm²).

1.109. Terasvarras on kinnitatud mõlema otsaga seintesse temperatuuril 18° C. Määrata pinged vardas, kui temperatuur tõuseb kuni + 50° C, langeb kuni —14° C.

Lahendus. Pinged temperatuuri muutumisest määratakse valemiga:

$$\sigma = Ea(t_2 - t_1) = Ea\Delta t.$$

Temperatuuri tõustes varrast surutakse, langedes — tõmmatakse. Kui varda temperatuur tõuseb 50° C, siis on temperatuuri tõus 32 kraadi ja survepinge

$$\sigma_s = -2 \cdot 10^{11} \cdot 12{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 32 = -80 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = \\ = -80 \text{ MN/m}^2 \ (\approx -800 \text{ kG/cm}^2).$$

Kui varda temperatuur langeb —14° C, tekib temperatuuri lang 32 kraadi; siis tõmbepinge

$$\sigma_t = 2 \cdot 10^{11} \cdot 12{,}5 \cdot 10^{-6} \cdot 32 = 80 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 80 \text{ MN/m}^2 \\ (\approx 800 \text{ kG/cm}^2).$$

1.110. Ülesande 1.92 andmetel määrata vardas tekkivad pinged, kui temperatuur tõuseb 50 kraadi võrra.

Vastus: $\sigma_A = -62{,}5$ MN/m² (≈ -625 kG/cm²);
$\sigma_B = -162{,}5$ MN/m² (≈ -1625 kG/cm²).

1.111. I-tala nr. 24 (ГОСТ 8239-56) pikkusega $l = 6$ m on mõlema otsaga kinnitatud seina sisse temperatuuril 15° C. Määrata talas tekkiv pinge ja surve seintele, kui tala temperatuur tõuseb kuni 75° C.

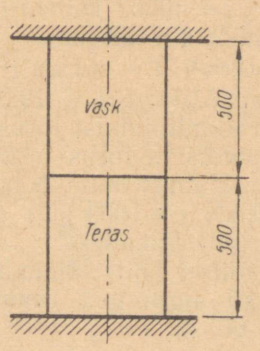
Vastus: $\sigma = -150$ MN/m² (≈ -1500 kG/cm²);
$P = 522$ kN ($\approx 52{,}2$ T).

1.112. Määrata talas tekkiv pinge ja surve seintele eelmise ülesande andmetel, kui tala ühe otsa ja seina vahel on pilu suurusega 1,5 mm.

Vastus: $\sigma = -100$ MN/m² (≈ -1000 kG/cm²); $P = 348$ kN ($\approx 34{,}8$ T).

1.113. Joonisel 64 näidatud konstantse ristlõikega varras on mõlemast otsast kinnitatud. Kui suur on pinge vardas, kui temperatuuri tõus on 40 kraadi?

Vastus: $\sigma_t = \sigma_v = -77{,}4$ MN/m² (≈ -774 kG/cm²).



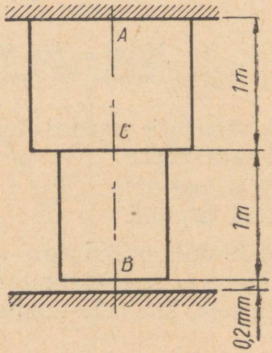
JOON. 64

1.114. Trammiröödad on paigaldatud temperatuuril $+15°$ C. Määrata vajalik pilu suurus, et röödaste vahel ei tekiks survet, kui suvine temperatuur ei ületa $+40°$ C. Määrata samuti pinge röödastes, kui pilu ei ole. Rööpa pikkus $l = 8$ m.

Vastus: $\Delta = 2{,}5$ mm; $\sigma = -62{,}5$ MN/m² (≈ -625 kG/cm²).

1.115. Eelmise ülesande andmetel määrata pilu röödaste vahel, kui talvel temperatuur langeb $-30°$ C. Kui suur pinge tekiks röödastes, kui pilu ei ole?

Vastus: $\Delta = 7$ mm; $\sigma = 112{,}5$ MN/m² (≈ 1125 kG/cm²).



JOON. 65

1.116. Varras AB koosneb kahest osast (joon. 65). Ülemine osa AC on vasest, ristlõikega $F_v = 25 \cdot 10^{-4}$ m², ja alumine terasest, ristlõikega $F_t = 12 \cdot 10^{-4}$ m². Määrata pinged varda mõlemas osas, kui temperatuur tõuseb 60 kraadi võrra.

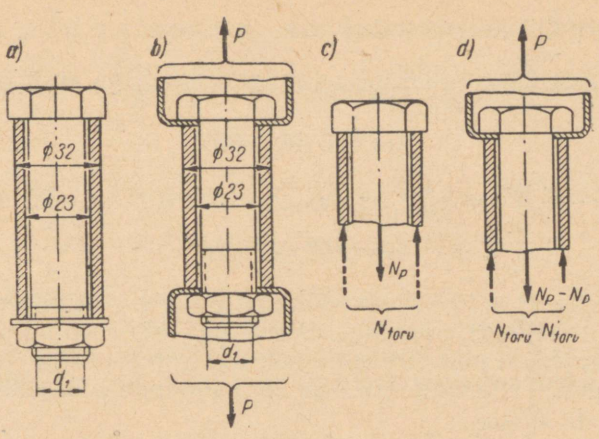
Vastus: $\sigma_v = -75{,}2$ MN/m² (≈ -752 kG/cm²), $\sigma_t = 157$ MN/m² (≈ 1570 kG/cm²).

1.117. Vinüülplastist torustik, mis monteeriti temperatuuril 0° C, on jäigalt kinnitatud tugede külge. Määrata toru materjalis tekkiv pinge ja survejõud, kui mööda torustikku voolab vedelik temperatuuriga 30° C. Vinüülplasti joonpaisumistegur $\alpha = 7 \cdot 10^{-5}$, elastsusmoodul $E = 4 \cdot 10^3$ MN/m² (≈ 40000 kG/cm²). Toru välisläbimõõt $D = 76$ mm ja siseläbimõõt $d = 60$ mm.

Vastus: $\sigma = -8{,}4$ MN/m² (≈ -84 kG/cm²); $P = 14{,}4$ kN (≈ 1440 kG).

1.118. Teraspolt keerme siseläbimõõduga $d_1 = 19{,}3$ mm ja sammuga $s = 2{,}5$ mm on asetatud duralumiiniumist torusse pikkusega 800 mm (joon. 66, *a*). Määrata poldis ja torus tekkiv pinge, kui mutrit keeratakse $^1/_6$ pöörde võrra. Kuidas muutub pinge, kui poldile rakendada tõmbejõud $P = 10$ kN (≈ 1000 kG) (joon. 66, *b*)? Poldi pea ja seib lugeda absoluutselt jäikadeks.

L a h e n d u s. Mutri kinnikeeramisel polti tõmmatakse ja toru surutakse. Poldis ja torus tekivad algpinged (montaažpinged). Staatika tasakaaluvõrrand (joon. 66, *c*):



JOON. 66

$$N_{toru} - N_p = 0, \text{ s. t. } N_{toru} = N_p. \tag{1}$$

Lisatingimusena võime kasutada deformatsioonivõrrandit, mille saab tingimusest, et poldi ja toru absoluutse pikenemise ja lühenemise aritmeetiline summa võrdub mutri nihkumise pikkusega:

$$\Delta l_p + \Delta l_{toru} = \frac{s}{6}, \tag{2}$$

$$\Delta l_p = \frac{N_p l}{E_t F_p} \text{ ja } \Delta l_{toru} = \frac{N_{toru} l}{E_d F_{toru}}.$$

Võttes arvesse, et $N_{toru} = N_p = N$, võime kirjutada:

$$\frac{N \cdot l}{E_t F_p} + \frac{N \cdot l}{E_d F_{toru}} = \frac{s}{6}. \tag{2'}$$

Määrame poldi ja toru ristlõikepinnad:

$$F_p = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi (19{,}3 \cdot 10^{-3})^2}{4} = 293 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2,$$

$$F_{toru} = \frac{\pi[(32 \cdot 10^{-3})^2 - (23 \cdot 10^{-3})^2]}{4} = 389 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Terase ja duralumiiniumi elastsusmoodulid:

$$E_t = 2 \cdot 10^5 \text{ MN/m}^2 \text{ ja } E_d = 7 \cdot 10^4 \text{ MN/m}^2.$$

Asetades suurused võrrandisse (2′), saame:

$$\frac{N \cdot 0{,}8}{2 \cdot 10^{11} \cdot 293 \cdot 10^{-6}} + \frac{N \cdot 0{,}8}{7 \cdot 10^{10} \cdot 389 \cdot 10^{-6}} = \frac{2{,}5 \cdot 10^{-3}}{6},$$

kust

$$N = 9700 \text{ N}.$$

Pinged poldi keermestatud osas ja torus:

$$\sigma_p = \frac{N_p}{F_p} = \frac{9700}{293 \cdot 10^{-6}} = 33 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 33 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx 330 \text{ kG/cm}^2),$$

$$\sigma_{toru} = -\frac{N_{toru}}{F_{toru}} = \frac{9700}{389 \cdot 10^{-6}} = -25 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = -25 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx -250 \text{ kG/cm}^2).$$

Pärast jõu $P = 10$ kN rakendamist poldile polt pikeneb ja algjõud (montaažjõud) suureneb. Toru, mis oli surutud mutri keeramise tagajärjel, pikeneb sama suuruse võrra ja alg- (montaaž-) jõud väheneb. Tähistame poldi ja toru jõudude juurdekasvud vastavalt N'_p ja N'_{toru}.

Kirjutame staatika tasakaaluvõrrandi:

$$P - (N_p + N'_p) + (N_{toru} - N'_{toru}) = 0;$$

et

$$N_p = N_{toru} = N, \text{ siis võib kirjutada}$$

$$N'_p + N'_{toru} = P = 10000. \tag{3}$$

Nagu näha, ei olene jõudude juurdekasvud poldis ja torus montaažjõust, mis tekkis mutri keeramise tagajärjel.

Teise võrrandi koostame poldi ja toru jõudude juurdekasvude võrdsusest, mis on tekitatud tõmbekoormusega P:

$$\Delta l'_p = \Delta l'_{toru},$$

$$\Delta l'_p = \frac{N'_p \cdot l}{E_t F_p} \quad \text{ja} \quad \Delta l'_{toru} = \frac{N'_{toru} \cdot l}{E_d \cdot F_{toru}}, \tag{4}$$

$$\frac{N'_p \cdot l}{E_t F_p} = \frac{N'_{toru} \cdot l}{E_d \cdot F_{toru}}$$

ehk

$$\frac{N'_p}{N'_{toru}} = \frac{E_t F_p}{E_d F_{toru}} = \frac{2 \cdot 10^{11} \cdot 293 \cdot 10^{-6}}{7 \cdot 10^{10} \cdot 389 \cdot 10^{-6}} = 2{,}16,$$

kust

$$N'_p = 2{,}16 \; N'_{toru}.$$

Lahendades saadud võrrandi koos võrrandiga (3), saame:

$$N'_p = 6840 \text{ N ja } N'_{toru} = 3160 \text{ N}.$$

Siit selgub, et kui poldis esinevad algpinged (montaažpinged), siis moodustab jõu juurdekasv poldis teatud osa poldi koormusest ja on seda väiksem, mida väiksem on pindade suhe $\frac{F_p}{F_{toru}}$. Täiskoormuse võtab polt vastu siis, kui torus kaob surve.

Pinged poldi keermestatud osas ja torus tõmbejõust P on:

$$\sigma_1 = \frac{N_p + N'_p}{F_p} = \frac{9700 + 6840}{293 \cdot 10^{-6}} = 56{,}5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 56{,}5 \text{ MN/m}^2$$

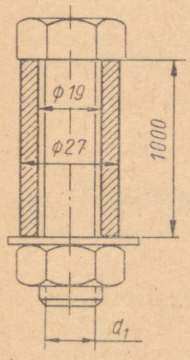
$$(\approx 565 \text{ kG/cm}^2);$$

$$\sigma_2 = \frac{N_{\text{toru}} - N'_{\text{toru}}}{F_{\text{toru}}} = -\frac{9700 - 3160}{389 \cdot 10^{-6}} = -16{,}8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$

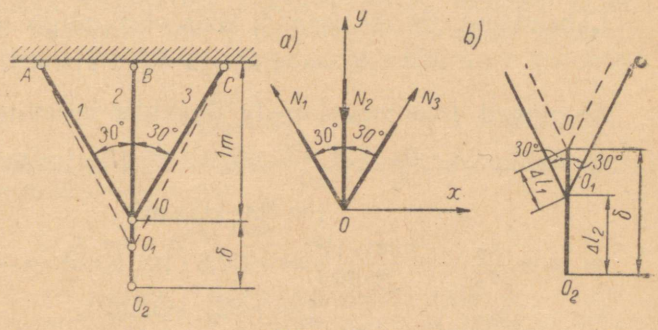
$$= -16{,}8 \text{ MN/m}^2 \ (\approx -168 \text{ kG/cm}^2).$$

1.119. Teraspolt keermè siseläbimõõduga $d_1 = 15{,}3$ mm ja sammuga $s = 2{,}5$ mm on asetatud vasktorusse (joon. 67). Määrata pinged poldi keermestatud osas ja torus, kui mutrit keeratakse $^1/_4$ pöörde võrra. Kui suur osa koormusest langeb sel juhul poldile?

Vastus: $\sigma_p = 54{,}5$ MN/m² (≈ 545 kG/cm²); $\sigma_{\text{toru}} = -34{,}6$ MN/m² (≈ -346 kG/cm²). Polt võtab vastu 56% koormusest.



JOON. 67



JOON. 68

1.120. Kolmest terasvardast valmistatud konstruktsiooni monteerimisel selgus, et keskmine varras oli nõutavast mõõtmest pikem $\delta = 1$ mm (joon. 68). Määrata algpinged (montaažpinged) varrastes, kui varraste ristlõiked $F_1 = F_3 = 8 \cdot 10^{-4}$ m² ja $F_2 = 12 \cdot 10^{-4}$ m².

Lahendus. Monteerimisel selgus, et keskmine varras on surutud, äärmised — tõmmatud. Sõlme O kohta (joon. 68, *a*) võib kirjutada kaks tasakaaluvõrrandit.

$$\Sigma X = 0; \ N_1 \sin 30° + N_3 \sin 30° = 0 \text{ ehk } N_1 = N_3; \quad (1)$$

$$\Sigma Y = 0; \ N_1 \cos 30° - N_2 + N_3 \cos 30° = 0$$

ehk

$$N_2 = 2 N_1 \cos 30° = 1{,}732 \ N_1. \quad (2)$$

Kolmanda võrrandi kirjutame välja deformatsioonitingimusest,

sest keskmine varras ei ole täpselt valmistatud. Jooniselt 68, *b* on näha, et peale monteerimist liigend võtab uue asendi O_1. Keskmine varras lüheneb Δl_2 võrra, aga äärmised pikenevad $\Delta l_1 = \Delta l_3$ võrra.

$$OO_1 = \delta - \Delta l_2 = \frac{\Delta l_1}{\cos 30^\circ},$$

kust

$$\Delta l_2 + \frac{\Delta l_1}{\cos 30^\circ} = \delta. \qquad (3)$$

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 l_1}{EF_1} = \frac{N_1 \frac{l_1}{\cos 30^\circ}}{EF_1} = \frac{N_1 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 8 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}866} = 7{,}2 \cdot 10^{-9} N_1 \text{ m},$$

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 l_2}{EF_2} = \frac{N_2 \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 12 \cdot 10^{-4}} = 4{,}2 \cdot 10^{-9} N_2 \text{ m}.$$

Asetame väärtused võrrandisse (3):

$$4{,}2 \cdot 10^{-9} N_2 + \frac{7{,}2 \cdot 10^{-9} N_1}{0{,}866} = 1 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

Lahendades antud võrrandi koos võrrandiga (2), saame:

$$N_1 = N_3 = 64 \text{ kN ja } N_2 = 111 \text{ kN}.$$

Algpinged (montaažpinged) sõrestiku varrastes on:

$$\sigma_1 = \sigma_3 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{64 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^{-4}} = 80 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 80 \text{ MN/m}^2;$$

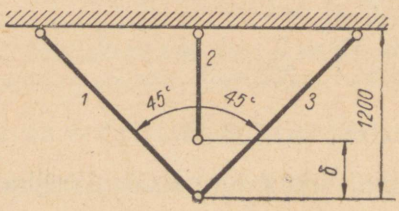
$$(\approx 800 \text{ kG/cm}^2).$$

$$\sigma_2 = -\frac{N_2}{F_2} = -\frac{111 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^{-4}} = -92{,}5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = -92{,}5 \text{ MN/m}^2$$

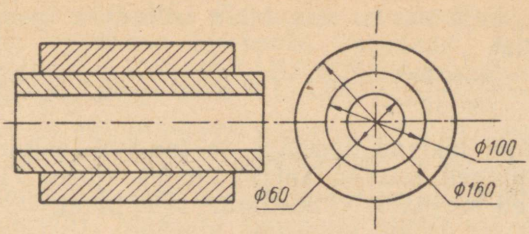
$$(\approx -925 \text{ kG/cm}^2).$$

1.121. Kolmest vardast valmistatud konstruktsiooni monteerimisel selgus, et keskmine varras, mis oli valmistatud vasest, oli nõutavast pikkusest lühem $\delta = 1{,}5$ mm (joon. 69). Määrata algpinged (montaažpinged) varrastes, kui äärmiste terasvarraste ristlõike pind $F_1 = F_3 = 6 \cdot 10^{-4}$ m² ja $F_2 = 9 \cdot 10^{-4}$ m².

Vastus: $\sigma_1 = \sigma_3 = -64$ MN/m² (≈ -640 kG/cm²);
$\sigma_2 = 60{,}5$ MN/m² (≈ 605 kG/cm²).



JOON. 69



JOON. 70

1.122. Määrata suurimad algpinged (montaažpinged), mis tekivad kahe terassilindri pressimisel teineteise peale (joon. 70). Radiaalne ping $\Delta = 0{,}06$ mm, Poisson'i tegur $\mu = 0{,}3$.

L a h e n d u s. Peale välimise silindri pealepressimist tekib kokkupuutepindadel surve, mis suurendab välimise silindri siseraadiust ja vähendab sisemise silindri välisraadiust. Raadiuste muutumise algebraline summa on võrdne radiaalse pinguga. Radiaalsed paigutused määratakse paksuseinaliste anumate teooria valemite järgi *. Vastavalt sellele on silindri sisepinna radiaalne paigutus, kui mõjub ainult sisemine surve, määratav valemiga:

$$\Delta_s = p\frac{r_0}{E}\left(\frac{R_0^2 + r_0^2}{R_0^2 - r_0^2} + \mu\right),$$

aga radiaalne paigutus silindri välispinnal, millele mõjub ainult välissurve, määratakse valemiga

$$\Delta_v = -p\frac{R_0}{E}\left(\frac{R_0^2 + r_0^2}{R_0^2 - r_0^2} - \mu\right),$$

kus p — surve silindri välispinnal N/m² (at);
R_0 ja r_0 — silindri väli- ja siseraadiused m (cm);
E — elastsusmoodul N/m² (kG/cm²);
μ — Poisson'i tegur.

Välimise silindri siseraadiuse suurenemine

$$\Delta_s = p\frac{r_0}{E}\left(\frac{R_0^2 + r_0^2}{R_0^2 - r_0^2} + \mu\right) = p\frac{50\cdot 10^{-3}}{2\cdot 10^{11}}\left[\frac{(80\cdot 10^{-3})^2 + (50\cdot 10^{-3})^2}{(80\cdot 10^{-3})^2 - (50\cdot 10^{-3})^2} + 0{,}3\right] =$$
$$= 65\cdot 10^{-14} p \text{ m},$$

sisemise silindri välisraadiuse vähenemine

$$\Delta_v = p\frac{R_0}{E}\left(\frac{R_0^2 + r_0^2}{R_0^2 - r_0^2} - \mu\right) = p\frac{50\cdot 10^{-3}}{2\cdot 10^{4}}\left[\frac{(50\cdot 10^{-3})^2 + (30\cdot 10^{-3})^2}{(50\cdot 10^{-3})^2 - (30\cdot 10^{-3})^2} - 0{,}3\right] =$$
$$= 25\cdot 10^{-14} p \text{ m}.$$

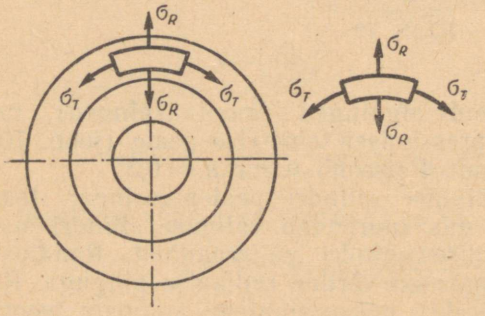
Raadiuste muutumiste aritmeetiline summa peab võrduma radiaalse pinguga. $\Delta_s + \Delta_v = \Delta$ ehk $65\cdot 10^{-14}p + 25\cdot 10^{-14}p =$

* Paksuseinaliste anumate arvutus ei ole programmis ette nähtud.

$= 0{,}06 \cdot 10^{-3}$, kust surve, mis tekib silindrite pindadel pärast pealepressimist

$$p = \frac{0{,}06 \cdot 10^{-3}}{90 \cdot 10^{-14}} = 66{,}7 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 66{,}7 \text{ MN/m}^2.$$

Surve mõjul tekivad normaal- ja tangentsiaalpinged, kusjuures normaalpinged tekivad kahes suunas (joon. 71). Suuremad pinged tekivad harilikult välissilindri sisepinnal.



JOON. 71

$$\sigma_T = \frac{p(R_0^2 + r_0^2)}{R_0^2 - r_0^2} = \frac{66{,}7 \cdot 10^6[(80 \cdot 10^{-3})^2 + (50 \cdot 10^{-3})^2]}{(80 \cdot 10^{-3})^2 - (50 \cdot 10^{-3})^2} =$$

$$= 153 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 153 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1530 \text{ kG/cm}^2),$$

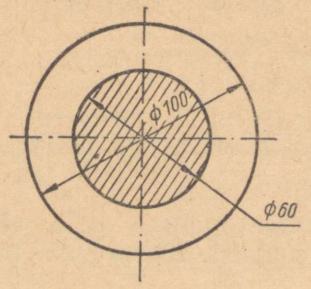
$$\sigma_R = -p = -66{,}7 \text{ MN/m}^2 \ (\approx -667 \text{ kG/cm}^2),$$

$$\tau_{max} = p\frac{R_0^2}{R_0^2 - r_0^2} = \frac{66{,}7 \cdot 10^6 (80 \cdot 10^{-3})^2}{(80 \cdot 10^{-3})^2 - (50 \cdot 10^{-3})^2} = 110 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$

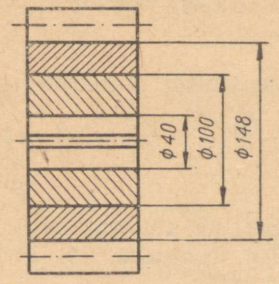
$$= 110 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1100 \text{ kG/cm}^2).$$

1.123. Määrata suurimad algpinged (montaažpinged), mis tekivad puksi pealepressimisel võllile (joon. 72), kui radiaalne ping $\Delta = 0{,}04$ mm. Puksi ja võlli materjal on teras. Poisson'i tegur $\mu = 0{,}3$.

Vastus: $\sigma_T = 182$ MN/m² (≈ 1820 kG/cm²); $\sigma_R = -85{,}5$ MN/m² (≈ -855 kG/cm²); $\tau_{max} = 134$ MN/m² (≈ 1340 kG/cm²).



JOON. 72



JOON. 73

1.124. Millega võrduvad algpinged (montaažpinged), kui eelmise ülesande andmetes teraspuks asendada pronkspuksiga? Pronksi elastsusmoodul $E = 1{,}1 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 1{,}1 \cdot 10^6$ kG/cm²). Poisson'i tegur $\mu = 0{,}35$.

Vastus: $\sigma_T = 109$ MN/m² (≈ 1090 kG/cm²); $\sigma_R = -51{,}5$ MN/m² (≈ -515 kG/cm²); $\tau_{max} = 80{,}5$ MN/m² (≈ 805 kG/cm²).

1.125. Pronksist hammasvöö on peale pressitud malmist rattarummule (joon. 73). Määrata suurimad algpinged (montaažpinged), mis tekivad pealepressimisel, kui radiaalne pilu $\Delta = 0{,}05$ mm. Elastsusmoodulid: $E_p = 1{,}1 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 1{,}1 \cdot 10^6$ kG/cm²) ja $E_m = 1{,}3 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 1{,}3 \cdot 10^6$ kG/cm²), Poisson'i tegurid $\mu_p = 0{,}35$ ja $\mu_m = 0{,}25$. Hammaste mõõtmeid mitte arvestada.

Vastus: $\sigma_T = 74{,}5$ MN/m² (≈ 745 kG/cm²), $\sigma_R = -27{,}8$ MN/m² (≈ -278 kG/cm²), $\tau_{max} = 51$ MN/m² (≈ 510 kG/cm²).

II PEATÜKK

PINGEOLUKORD

§ 1. LINEAARNE, TASAPINNALINE JA RUUMILINE PINGEOLUKORD

Elastsusteooriast on teada, et üldjuhul võib ruumilises pingeolukorras läbi keha iga punkti asetada kolm üksteisega ristiasetsevat pinda, milledes tangentsiaalpinged on nullid. Neid pindu nimetatakse peapindadeks.

Normaalpingeid, mis mõjuvad peapindades, nimetatakse *peapingeteks*. Neid tähistatakse σ_1, σ_2 ja σ_3, kusjuures $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$. Pingeolukordi (pingusi) on kolm.

1. *Lineaarne pingeolukord (lineaarpingus)*, kus kaks peapinget võrduvad nulliga (üheteljeline tõmme või surve).

2. *Tasapinnaline pingeolukord (tasapingus)*, kus üks peapingetest võrdub nulliga (kaheteljeline tõmme või surve).

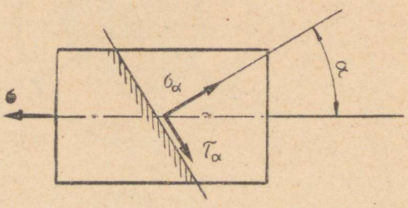
3. *Ruumiline pingeolukord (ruumpingus)*, kus ükski kolmest peapingest ei võrdu nulliga (kolmeteljeline tõmme või surve).

Normaal-, tangentsiaal- ja kogupinge lineaarses pingeolukorras (joon. 74) määratakse valemitega:

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha,$$

$$\tau_\alpha = -\frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha,$$

$$p_\alpha = \sigma \cos \alpha \quad \text{ehk} \quad p_\alpha = \sqrt{\sigma_\alpha^2 + \tau_\alpha^2}.$$



JOON. 74

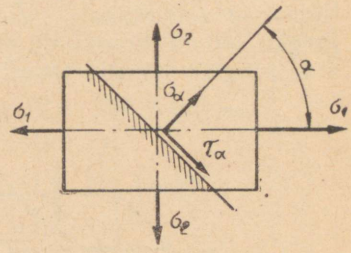
Suurim tangentsiaalpinge esineb pinnas, mis asetseb 45° all peapinge σ suhtes ja võrdub

$$\tau_{max} = \frac{\sigma}{2}.$$

Normaal- ja tangentsiaalpinged tasapinnalises pingeolukorras (joon. 75) määratakse valemitega:

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha,$$

$$\tau_\alpha = \frac{1}{2} (\sigma_1 - \sigma_2) \sin 2\alpha.$$



JOON. 75

Suurim tangentsiaalpinge mõjub pinnas, mis asetseb 45° all peapinge σ_1 suhtes ja võrdub:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}.$$

Tasapinnalises pingeolukorras määratakse suhtelised deformatsioonid Hooke'i seadusest

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E};$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \mu \frac{\sigma_1}{E};$$

$$\varepsilon_3 = -\frac{\sigma_1}{E} - \mu \frac{\sigma_2}{E},$$

kus

μ — Poisson'i tegur;
E — normaalelastsusmoodul.

Ruumilises pingeolukorras määratakse suhtelised deformatsioonid Hooke'i seadusest valemitega:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \mu \left(\frac{\sigma_2}{E} + \frac{\sigma_3}{E}\right),$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \mu \left(\frac{\sigma_1}{E} + \frac{\sigma_3}{E}\right),$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \mu \left(\frac{\sigma_1}{E} + \frac{\sigma_2}{E}\right).$$

Suhteline ruumala muutus ruumilises pingeolukorras leitakse ühega järgmistest valemitest:

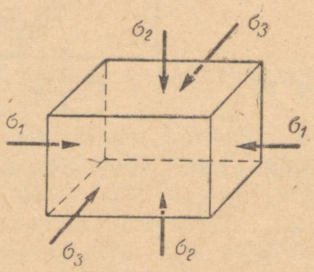
$$\varepsilon_v = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3$$

või

$$\varepsilon_v = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{E}(1 - 2\mu).$$

Ruumilises pingeolukorras määratakse nn. võrdpinged. Neid vaadeldakse kui tõmbepinget lineaarses pingeolukorras, mis on ekvivalentne ruumilises pingeolukorras tekkiva pingega materjali tugevuse seisukohalt. Võrdpinged määratakse tugevusteooriate järgi. Nii on kolmanda tugevusteooria, s. o. suurimate tangentsiaalpingete teooria järgi:

$$\sigma_R^{III} = \sigma_1 - \sigma_3,$$



JOON. 76

aga neljanda, energeetilise tugevusteooria järgi

$$\sigma_R^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \cdot \sigma_2 - \sigma_1 \cdot \sigma_3 - \sigma_2 \cdot \sigma_3}$$

ehk

$$\sigma_R^{IV} = \sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2\right]},$$

kus σ_1, σ_2 ja σ_3 on peapinged.

Ruumilises pingeolukorras on tugevustingimus järgmine:
kolmanda tugevusteooria järgi

$$\sigma_1 - \sigma_3 \leqslant [\sigma];$$

neljanda tugevusteooria järgi

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3} \leqslant [\sigma],$$

kus $[\sigma]$ — lubatav tõmbe- või survepinge.

Tasapinnalises pingeolukorras on tugevustingimus järgmine:
kolmanda tugevusteooria järgi $\sigma_1 \leqslant [\sigma]$;
neljanda tugevusteooria järgi

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \leqslant [\sigma].$$

2.1. Varrast läbimõõduga $d = 50$ mm tõmmatakse teljesuunalise jõuga $P = 100$ kN (≈ 10 T). Määrata normaal-, tangentsiaal- ja kogupinge pinnas, mis moodustab varda ristlõikepinnaga nurga 60°.

Lahendus. Varda ristlõikepind

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (5 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 19{,}6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Normaalpinge pinnas, mis on risti varda teljega

$$\sigma = \frac{P}{F} = \frac{100 \cdot 10^3}{19{,}6 \cdot 10^{-4}} = 51 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2.$$

Normaal-, tangentsiaal- ja kogupinge lõikes, mis moodustab varda teljega 60° nurga, arvutatakse valemitega:

$$\sigma_\alpha = \sigma \cos^2 \alpha = 51 \cdot 10^6 \cdot \cos^2 60° = 12{,}8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$
$$= 12{,}8 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 128 \text{ kG/cm}^2);$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma}{2} \sin 2\alpha = \frac{51 \cdot 10^6}{2} \sin 120° = 22{,}1 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$
$$= 22{,}1 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 221 \text{ kG/cm}^2);$$

$$p_\alpha = \sigma \cos \alpha = 51 \cdot 10^6 \cos 60° = 25{,}5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$
$$= 25{,}5 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 255 \text{ kG/cm}^2).$$

2.2. Varrast läbimõõduga $d = 40$ mm tõmmatakse teljesuunalise jõuga $P = 150$ kN (≈ 15 T). Määrata normaal-, tangentsiaal- ja kogupinge pinnas, mis moodustab varda ristlõikepinnaga nurga 30°.

Vastus: $\sigma_\alpha = 89$ MN/m² (≈ 890 kG/cm²); $\tau_\alpha = 51{,}5$ MN/m² (≈ 515 kG/cm²); $p_\alpha = 103$ MN/m² (≈ 1030 kG/cm²).

2.3. Normaalpinge ühes tõmmatud varda lõikes on 90 MN/m² (≈ 900 kG/cm²). Määrata selle lõike asend ja tangentsiaalpinge, kui normaalpinge varda ristlõikes on 120 MN/m² (≈ 1200 kG/cm²).

Vastus: $\alpha_1 = 30°$; $\tau_{\alpha 1} = 52$ MN/m² (≈ 520 kG/cm²); $\alpha_2 = 330°$; $\tau_{\alpha 2} = 52$ MN/m² (≈ 520 kG/cm²).

2.4. Terasvarras on tõmmatud teljesuunalise jõuga $P = 180$ kN (≈ 18 T). Määrata varda läbimõõt tingimusel, et tagentsiaalpinge varda meelevaldses lõikes ei ületaks 70 MN/m² (≈ 700 kG/cm²).

Vastus: $d = 40{,}5$ mm.

2.5. Kui suurt survejõudu võib rakendada betoonist prismale, ristlõikega 400×400 mm, et tangentsiaalpinge prisma meelevaldses lõikes ei ületaks 1,6 MN/m² (≈ 16 kG/cm²)?

Vastus: $P = 512$ kN (51,2 T).

2.6. Määrata ristkülikukujulise ristlõikega terasvarda suhtelised deformatsioonid, kui tahkudel mõjuvad peapinged $\sigma_1 = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²) ja $\sigma_2 = 70$ MN/m² (≈ 700 kG/cm²). Elastsusmoodul $E = 2{,}1 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 2{,}1 \cdot 10^6$ kG/cm²), Poisson'i tegur $\mu = 0{,}26$.

Vastus: $\varepsilon_1 = 485 \cdot 10^{-6}$; $\varepsilon_2 = 185 \cdot 10^{-6}$; $\varepsilon_3 = -236 \cdot 10^{-6}$.

2.7. Määrata ristkülikukujulise ristlõikega vaskvarda suhtelised deformatsioonid, kui tahkudel mõjuvad peapinged $\sigma_1 =$

$= 40$ MN/m² (≈ 400 kG/cm²) ja $\sigma_2 = -30$ MN/m² (≈ -300 kG/cm²). Poisson'i tegur vase jaoks $\mu = 0{,}34$.

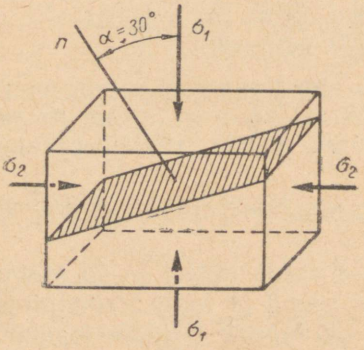
Vastus: $\varepsilon_1 = 502 \cdot 10^{-6}$; $\varepsilon_2 = -436 \cdot 10^{-6}$; $\varepsilon_3 = -34 \cdot 10^{-6}$.

2.8. Määrata terasvarda elemendis tekkivad peapinged σ_1 ja σ_2, kui suhtelised deformatsioonid tekivad peapingete suundades ja on $\varepsilon_1 = 6 \cdot 10^{-4}$ ning $\varepsilon_2 = 4{,}5 \cdot 10^{-4}$. Poisson'i tegur $\mu = 0{,}28$.

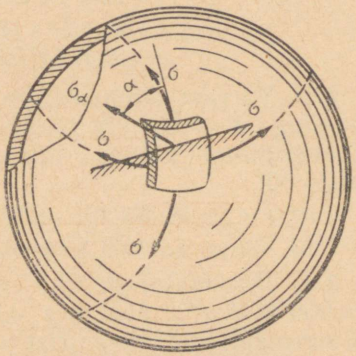
Vastus: $\sigma_1 = 157{,}5$ MN/m² (≈ 1575 kG/cm²); $\sigma_2 = 134$ MN/m² (≈ 1340 kG/cm²).

2.9. Ristkülikukujulise paralleelepipeedi tahkudel mõjuvad peapinged $\sigma_1 = -50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²) ja $\sigma_2 = -80$ MN/m² (≈ -800 kG/cm²) (joon. 77). Määrata normaal- ja tangentsiaalpinged antud ristlõikes.

Vastus: $\sigma_\alpha = -57{,}5$ MN/m² (≈ -575 MN/m²); $\tau_\alpha = -13$ MN/m² (≈ -130 kG/cm²).



JOON. 77



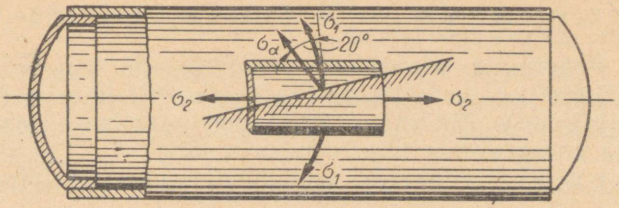
JOON. 78

2.10. Ristkülikukujuline element, mis on välja lõigatud sfäärilise anuma seinast, on surve all ja talle mõjuvad kahes teineteisega risti asetsevas suunas võrdsed tõmbepinged σ (joon. 78). Määrata normaalpinged ja tangentsiaalpinged lõikes, mille normaal moodustab ühe antud pingega nurga α.

Vastus: $\sigma_\alpha = \sigma$; $\tau_\alpha = 0$; sellest selgub, et sfäärilise anuma kõikides ristlõigetes, mis on surve all, mõjuvad ühesuurused normaalpinged. Tangentsiaalpingeid ristlõigetes ei esine.

2.11. Surve all töötava silindrikujulise katla seinast on välja lõigatud ristkülikukujuline element, mille üks külg on paralleelne silindri moodustajaga. (joon. 79). Elemendile mõjuvad peapinged $\sigma_1 = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²) ja $\sigma_2 = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²). Määrata normaal- ja tangentsiaalpinged lõikes, mille normaal moodustab pinge σ_1 suunaga nurga $\alpha = 20°$.

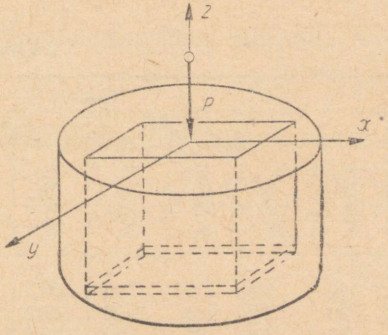
Vastus: $\sigma_\alpha = 94{,}2$ MN/m² (≈ 942 kG/cm²); $\tau_\alpha = -16{,}1$ MN/m² (≈ -165 kG/cm²).



JOON. 79

2.12. Määrata malmelemendi suhtelised deformatsioonid, kui elemendile mõjub ühes suunas tõmbepinge $\sigma_1 = 20$ MN/m² (≈ 200 kG/cm²) ja kahes ülejäänud suunas survepinged $\sigma_2 = -10$ MN/m² (≈ -100 kG/cm²) ja $\sigma_3 = -30$ MN/m² (≈ -300 kG/cm²). Määrata elemendi ruumala suhteline muutus. Elastsusmoodul $E = 1{,}6 \cdot 10^5$ MN/m² ($\approx 1{,}6 \cdot 10^6$ kG/cm²), Poisson'i tegur $\mu = 0{,}25$.

Vastus: $\varepsilon_1 = 187 \cdot 10^{-6}$; $\varepsilon_2 = -47 \cdot 10^{-6}$; $\varepsilon_3 = -203 \cdot 10^{-6}$; $\varepsilon_v = -63 \cdot 10^{-6}$ (maht väheneb).



JOON. 80

2.13. Vinüülplastist kuubik $50 \times 50 \times 50$ mm on tihedalt asetatud massiivse terasvormi pessa ja teda surutakse jõuga $P = 12$ kN (≈ 1200 kG) (joon. 80). Lugedes vormi absoluutselt jäigaks, määrata kuubikus tekkivad peapinged. Poisson'i tegur vinüülplasti jaoks $\mu = 0{,}35$.

Märkus. Et terasvorm on absoluutselt jäik, siis kuubik ei deformeeru ristsuunas, s. t. $\varepsilon_x = \varepsilon_y = 0$.

Vastus: $\sigma_x = \sigma_y = -2{,}6$ MN/m² (≈ -26 kG/cm²); $\sigma_z = -4{,}8$ MN/m² (≈ -48 kG/cm²).

2.14. Betoonist kuubikut $100 \times 100 \times 100$ mm surutakse igast küljest jõuga $P = 40$ kN (≈ 4 T). Määrata peapinged, suhtelised deformatsioonid ja kuubiku mahumuutus peale deformatsiooni. Betooni elastsusmoodul $E = 2 \cdot 10^4$ MN/m² ($\approx 2 \cdot 10^5$ kG/cm²), Poisson'i tegur $\mu = 0{,}2$.

Vastus: $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = -4$ MN/m² (≈ -40 kG/cm²); $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = -1{,}2 \cdot 10^{-4}$; $\Delta V = -0{,}36 \cdot 10^{-6}$ m³.

2.15. Peapinged klaaskiust kuubikus on $\sigma_1 = 10$ MN/m² (≈ 100 kG/cm²), $\sigma_2 = 5$ MN/m² (≈ 50 kG/cm²) ja $\sigma_3 = -5$ MN/m² (≈ -50 kG/cm²). Määrata võrdpinged suurimate tangentsiaalpingete ja energeetilise tugevusteooria järgi.

Lahendus. Võrdpinged suurimate tangentsiaalpingete teooria järgi

$$\sigma_R^{III} = \sigma_1 - \sigma_3 = 10 \cdot 10^6 - (-5 \cdot 10^6) = 15 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 15 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1500 \text{ kG/cm}^2)$$

ja energeetilise tugevusteooria järgi

$$\sigma_R^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_3 - \sigma_2\sigma_3};$$

$$\sigma_R^{IV} = \sqrt{(10 \cdot 10^6)^2 + (5 \cdot 10^6)^2 + (-5 \cdot 10^6)^2 - 10 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^6 - \ldots}$$

$$\ldots - 10 \cdot 10^6(-5 \cdot 10^6) - 5 \cdot 10^6(-5 \cdot 10^6)} =$$

$$= 13{,}2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 13{,}2 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 132 \text{ kG/cm}^2).$$

2.16. Määrata ekvivalentpinged suurimate tangentsiaalpingete ja energeetilise tugevusteooria järgi, kui peapingete suurused on antud tabelis 10.

Tabel 10

Jrk. nr.	Antud						Vastus			
	σ_1		σ_2		σ_3		σ_R^{III}		σ_R^{IV}	
	MN/m²	kG/cm²	MN/m²	kG/cm²	MN/m²	kG/cm²	MN/m²	kG/cm²	MN/m²	kG/cm²
1	140	1400	80	800	40	400	100	1000	87,2	872
2	100	1000	60	600	—20	—200	120	1200	105,8	1058
3	80	800	70	700	30	300	50	500	45,8	458
4	60	600	—20	—200	—30	—300	90	900	85,4	854
5	40	400	20	200	10	100	30	300	26,5	265
6	20	200	10	100	—30	—300	50	500	45,8	458
7	—10	—100	—20	—200	—30	—300	20	200	17,3	173
8	—20	—200	—30	—300	—50	—500	30	300	26,5	265
9	—40	—400	—50	—500	—60	—600	20	200	17,3	173
10	—60	—600	—100	—1000	—120	—1200	60	600	52,9	529

§ 2. ÕHUKESESEINALISTE ANUMATE ARVUTUS

Tasapinnalise pingeolukorra (tasapinguse) näitena võib tuua pingeolukorra õhukeseseinaliste anumate seintes. Rakendame tugevustingimusi sfääriliste ja silindriliste anumate seinte paksuse arvutamiseks.

Sfäärilised anumad. Peapinged sfäärilistes anumates

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{pD}{4\delta},$$

kus p — gaasi või vedeliku rõhk N/m² (at);
D — anuma läbimõõt m (cm);
δ — seina paksus m (cm).

Tugevustingimus kolmanda tugevusteooria (suurimate tangentsiaalpingete teooria) järgi:

$$\sigma_1 \leqslant [\sigma] \text{ ehk } \frac{pD}{4\delta} \leqslant [\sigma],$$

kust vajalik seina paksus

$$\delta \geqslant \frac{pD}{4[\sigma]}.$$

Tugevustingimus neljanda (energeetilise) tugevusteooria järgi:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \leqslant [\sigma].$$

Asendades peapingete väärtused, saame:

$$\sqrt{\left(\frac{pD}{4\delta}\right)^2 + \left(\frac{pD}{4\delta}\right)^2 - \frac{pD}{4\delta} \cdot \frac{pD}{4\delta}} \leqslant [\sigma]$$

ehk

$$\frac{pD}{4\delta} \leqslant [\sigma],$$

kust

$$\delta \geqslant \frac{pD}{4[\sigma]}.$$

Siit järgneb, et sfääriliste õhukeseseinaliste anumate arvutamisel kolmanda ja neljanda tugevusteooria järgi saame ühe ja sama arvutusvalemi:

$$\delta \geqslant \frac{pD}{4[\sigma]}.$$

Silindrilised anumad. Peapinged silindrilistes anumates

$$\sigma_1 = \frac{pD}{2\delta} \text{ ja } \sigma_2 = \frac{pD}{4\delta}.$$

Tugevustingimus kolmanda tugevusteooria järgi:

$$\sigma_1 \leqslant [\sigma]$$

ehk

$$\frac{pD}{2\delta} \leqslant [\sigma],$$

kust seina paksus

$$\delta \geqslant \frac{pD}{2[\delta]}.$$

Tugevustingimus neljanda tugevusteooria järgi:

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} \leqslant [\sigma]$$

ehk

$$\sqrt{\left(\frac{pD}{2\delta}\right)^2 + \left(\frac{pD}{4\delta}\right)^2 - \frac{pD}{2\delta}\cdot\frac{pD}{4\delta}} \leqslant [\sigma];$$

peale asendamist saame:

$$\frac{pD}{2{,}31\delta} \leqslant [\sigma],$$

kust

$$\delta \geqslant \frac{pD}{2{,}31[\sigma]}.$$

See tähendab, et õhukeseseinaliste silindriliste anumate seina paksus, mis on arvutatud neljanda tugevusteooria järgi, on 13,5% väiksema seina paksusest, mis on arvutatud kolmanda tugevusteooria järgi.

Oksüdeerivas keskkonnas suurendatakse seina paksust 1 . . . 3 mm.

2.17. Silindriline terasanum läbimõõduga $D = 400$ mm ja seina paksusega $\delta = 8$ mm töötab rõhul $p = 12$ MN/m² (≈ 120 at). Määrata varutegur voolavuspiiri järgi, kui anuma materjali voolavuspiir $\sigma_T = 500$ MN/m² (≈ 5000 kG/cm²). Arvutada neljanda tugevusteooria järgi.

L a h e n d u s. Peapinged silindrilise anuma piki- ja ristlõigetes on vastavalt:

$$\sigma_1 = \frac{pD}{2\delta} = \frac{12\cdot 10^6\cdot 0{,}4}{2\cdot 8\cdot 10^{-3}} = 300\cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 300 \text{ MN/m}^2;$$

$$\sigma_2 = \frac{pD}{4\delta} = \frac{12\cdot 10^6\cdot 0{,}4}{4\cdot 8\cdot 10^{-3}} = 150\cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 150 \text{ MN/m}^2.$$

Võrdpinged anuma seintes neljanda tugevusteooria järgi on:

$$\sigma_R^{IV} = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - \sigma_1\sigma_2} =$$

$$= \sqrt{(300\cdot 10^6)^2 + (150\cdot 10^6)^2 - 300\cdot 10^6\cdot 150\cdot 10^6} =$$

$$= 260\cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 260 \text{ MN/m}^2.$$

Varutegur voolavuspiiri järgi

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma_R^{IV}} = \frac{500 \cdot 10^6}{260 \cdot 10^6} = 1{,}92.$$

2.18. Vinüülplastist valmistatud torustikku mööda juhitakse vedelikku rõhu all $p = 0{,}5$ MN/m² (≈ 5 at). Määrata torustiku varutegur tugevuspiiri järgi, kui vinüülplasti tugevuspiir tõmbel $\sigma_B = 40$ MN/m² (≈ 400 kG/cm²). Torustiku välisläbimõõt $D = 160$ mm, seina paksus 8 mm. Arvutada kolmanda tugevusteooria järgi.

Vastus: $n_B = 8$.

2.19. Kui suurt rõhku võib lubada sfäärilises gaasihoidlas, mille välisläbimõõt $D = 13$ m, minimaalne seina paksus $\delta = 16$ mm ja lehtmaterjalile lubatav pinge $[\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²)?

Vastus: $p = 0{,}79$ MN/m² ($\approx 7{,}9$ at).

2.20. Sfääriline terasanum läbimõõduga $D = 800$ mm töötab rõhu all $p = 4$ MN/m² (≈ 40 at). Määrata anuma vajalik seina paksus, kui anuma materjali voolavuspiir $\sigma_T = 320$ MN/m² (≈ 3200 kG/cm²) ja vajalik varutegur $n_T = 2$. Võimalik seina paksuse vähenemine korrosiooni arvel võtta 2 mm.

Vastus: $\delta = 7$ mm.

2.21. Sfääriline duralumiiniumist anum läbimõõduga $D = 300$ mm ja seina paksusega $\delta = 4$ mm on täidetud vedelikuga, mis on rõhu all $p = 7$ MN/m² (≈ 70 at). Määrata pinged anuma seintes ja varutegur, kui duralumiiniumi voolavuspiir $\sigma_T = 330$ MN/m² (≈ 3300 kG/cm²).

Vastus: $\sigma = 131$ MN/m² (≈ 1310 kG/cm²); $n_T = 2{,}5$.

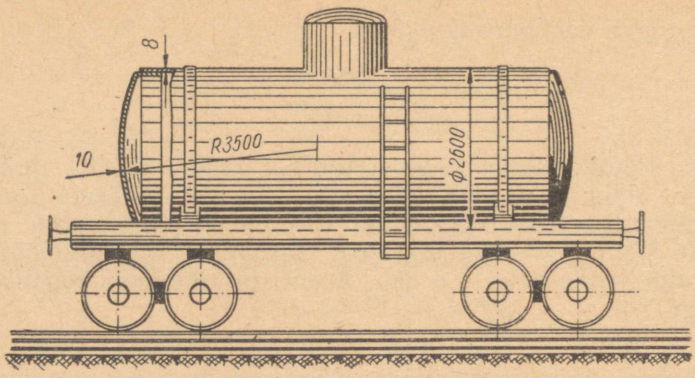
2.22. Gaasi magistraaltorustik läbimõõduga $D = 320$ mm ja seina paksusega $\delta = 6$ mm töötab rõhu all $p = 5{,}5$ MN/m² (≈ 55 at). Määrata toru seinas tekkivad võrdpinged kolmanda ja neljanda tugevusteooria järgi.

Vastus: $\sigma_R^{III} = 164{,}7$ MN/m² (≈ 1647 kG/cm²); $\sigma_R^{IV} = 127$ MN/m² (≈ 1270 kG/cm²).

2.23. Raudtee tsisterne kontrollitakse rõhu all $p = 0{,}6$ MN/m² (≈ 6 at). Määrata suurimad pinged tsisterni silindrilises osas ja põhjas (joon. 81), lugedes katsetusel tekkiva rõhu arvutuslikuks surveks. Arvutada kolmanda tugevusteooria järgi.

Vastus: $\sigma_s = 97{,}5$ MN/m² (≈ 975 kG/cm²); $\sigma_p = 105$ MN/m² (≈ 1050 kG/cm²).

2.24. Autole, mis on seadistatud survegaasi kütusele, on monteeritud tugevast legeeritud terasest valmistatud balloonid. Kui suur peab olema antud terase voolavuspiir, kui suurim gaasi rõhk $p = 20$ MN/m² (≈ 200 at)? Ballooni siseläbimõõt $D = 215$ mm, seina paksus $\delta = 5{,}5$ mm ja varutegur voolavuspiiri



JOON. 81

järgi ei tohi olla väiksem kui 2. Arvutada ballooni keskmise läbimõõduga kolmanda tugevusteooria järgi.

Vastus: $\sigma_T \geqslant 810$ MN/m² (≈ 8100 kG/cm²).

2.25. Gaasiga töötavate autode vedelgaasi balloonid valmistatakse lehtsüsinikterasest keevitamise teel. Määrata balloonide seina paksus, kui maksimaalne rõhk $p = 1{,}6$ MN/m² (≈ 16 at), ballooni läbimõõt $D = 310$ mm, lubatav pinge põhimaterjalile $[\sigma]_t = 85$ MN/m² (≈ 850 kG/cm²). Keevisõmbluse tugevuse varutegur ühepoolse õmbluse puhul $\varphi = 0{,}65$. Arvutada kolmanda tugevusteooria järgi.

Märkus. Keevisõmbluse varuteguriks nimetatakse õmbluse ja põhimaterjali tugevuste suhet.

Vastus: $\delta = 4{,}5$ mm.

2.26. Vinüülplastist torud siseläbimõõduga üle 150 mm valmistatakse vinüülplastist lehtedest painutamise ja keevitamise teel. Määrata 250 mm läbimõõduga torustiku valmistamiseks vajalik vinüülplasti lehe paksus, kui mööda torustikku juhtitakse vedelikku rõhuga $p = 0{,}2$ MN/m² (≈ 2 at). Lubatav pinge vinüülplastile $[\sigma]_t = 5$ MN/m² (≈ 50 kG/cm²). Keevisõmbluse varutegur $\varphi = 0{,}75$. Arvutada neljanda tugevusteooria järgi.

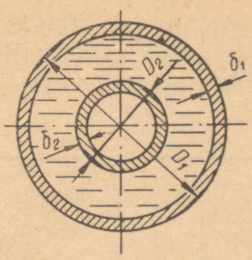
Vastus: $\delta = 5{,}8$ mm.

2.27. Faoliidist toru läbimõõt $D = 300$ mm. Mööda toru voolab vedelik survega $p = 0{,}2$ MN/m² (≈ 2 at). Lubatav pinge faoliidile $[\sigma]_t = 4$ MN/m² (≈ 40 kG/cm²). Määrata toru seina paksus neljanda tugevusteooria järgi.

Vastus: $\delta = 6{,}5$ mm.

2.28. Kahte kontsentriliselt asetatud pronkstoru mööda voolab vedelik rõhu all $p = 6$ MN/m² (≈ 60 at) (joon. 82). Määrata torude seinte paksused, kui lubatav pinge $[\sigma]_t = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²). Välimise toru läbimõõt $D_1 = 600$ mm, sisemise

JOON. 82



toru läbimõõt $D_2 = 400$ mm. Arvutada neljanda tugevusteooria järgi.

Vastus: $\delta_1 = 15{,}6$ mm; $\delta_2 = 10{,}4$ mm.

2.29. Terastoru läbimõõduga $D = 800$ mm ja seina paksusega $\delta = 7$ mm on paigutatud 60 m sügavusele veepinnast. Mööda toru juhitakse vedelgaasi rõhuga $p = 2$ MN/m² (≈ 20 at). Määrata pea- ja võrdpinged toru seintes. Arvutada neljanda tugevusteooria järgi.

Märkus. Ülerõhk torude seintele on gaasi rõhu ja hüdrostaatilise rõhu vahe.

Vastus: $\sigma_1 = 80{,}6$ MN/m² (≈ 806 kG/cm²); $\sigma_2 = 40{,}3$ MN/m² (≈ 403 kG/cm²); $\sigma_R^{IV} = 69{,}8$ MN/m² (≈ 698 kG/cm²).

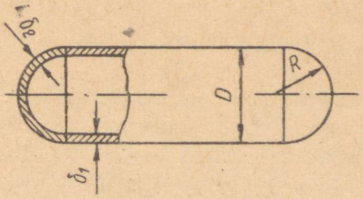
2.30. Kui suurt rõhku talub terasest veetoru läbimõõduga $D = 500$ mm ja seina paksusega $\delta = 6$ mm, kui lubatav pinge $[\sigma]_t = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²). Võimalik seina paksuse vähenemine roostetamise tagajärjel võtta 2 mm. Arvutada kolmanda ja neljanda tugevusteooria järgi.

Vastus: kolmanda tugevusteooria järgi $p = 1{,}92$ MN/m² ($\approx 19{,}2$ at), neljanda tugevusteooria järgi $p = 2{,}22$ MN/m² ($\approx 22{,}2$ at).

2.31. Määrata silindrilise anuma seina paksus, kui anuma läbimõõt $D = 8$ m ja ta on ette nähtud petrooleumi hoidmiseks. Anuma maksimaalne petrooleumiga täitumise kõrgus $h = 7{,}5$ m. Petrooleumi tihedus $\varrho = 800$ kg/m³. Anuma materjalile lubatav pinge $[\sigma]_t = 70$ MN/m² (≈ 700 kG/cm²). Võimalik seina paksuse vähenemine roostetamise tagajärjel võtta 3 mm. Seina paksus on konstantne kogu kõrguse ulatuses. Arvutada kolmanda tugevusteooria järgi.

Vastus: $\delta = 6{,}5$ mm.

2.32.* Ühe tabelis 11 antud variandi järgi määrata anuma seina paksus silindrilises osas ja põhjas (joon. 83), kui lubatav



JOON. 83

pinge $[\sigma]_t = 140$ MN/m² ($\approx$ 1400 kG/cm²). Võimalik seina paksuse vähenemine roostetamise arvel valida 1 kuni 3 mm. Arvutada kolmanda ja neljanda tugevusteooria järgi.

Tabel 11

Variant	p		D mm	R mm	Variant	p		D mm	R mm
	MN/m²	at				MN/m²	at		
1	3	30	800	700	16	1,5	15	700	400
2	2	20	1750	1400	17	2,3	23	2000	1750
3	1,5	15	2500	2200	18	0,7	7	1100	700
4	1	10	2800	2000	19	0,8	8	1000	600
5	1,8	18	1500	1200	20	1,2	12	600	400
6	1,2	12	2500	2300	21	1,6	16	1200	800
7	1,4	14	1400	800	22	0,6	6	1200	600
8	1,4	14	3500	3000	23	2,4	24	900	500
9	1,3	13	1800	1200	24	2,6	26	700	500
10	2,5	25	1200	1000	25	1,7	17	1300	700
11	1,2	12	3200	2000	26	2,7	27	600	500
12	2,8	28	1700	1500	27	1,9	19	800	500
13	1,6	16	1900	1400	28	2,1	21	1400	800
14	2,2	22	1000	800	29	1,3	13	1600	900
15	1,1	11	3000	2000	30	0,9	9	1250	1000

III PEATÜKK

NIHE JA PINDSURVE

Nihkel (lõikel) tekivad tangentsiaalpinged, mis määratakse valemiga:

$$\tau = \frac{P}{F} \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)},$$

kus

P — nihkejõud N (kG)

F — nihke-(lõike) pind m^2 (cm^2).

Tugevustingimus nihkel (lõikel):

$$\tau = \frac{P}{F} \leqslant [\tau],$$

kus $[\tau]$ — lubatav nihkepinge (lõikepinge).

Pindsurvel (muljumisel) tekivad normaalpinged, mis määratakse valemiga:

$$\sigma_m = \frac{P}{F} \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)},$$

kus P — koormus, mis tekitab pindsurve N (kG);

F — muljutav pind m^2 (cm^2).

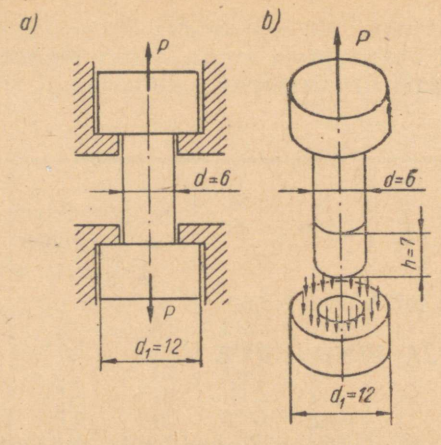
Tugevustingimus pindsurvel (muljumisel):

$$\sigma_m = \frac{P}{F} \leqslant [\sigma]_{ps},$$

kus $[\sigma]_m$ — lubatav pindsurve- (muljumis-)pinge.

§ 1. ARVUTUSED NIHKELE JA PINDSURVELE

3.1. Tõmbemasina ümmargustesse haaratsitesse on asetatud terasest proovikeha (joon. 84, *a*), mida katsetatakse tõmbele. Määrata suurimad nihke- ja pindsurvepinged proovikeha peas, kui materjali tõmbetugevus $\sigma_B = 500$ MN/m^2 (≈ 50 kG/cm^2).



JOON. 84

Lahendus. Määrame koormuse P_B, mis vastab tõmbetugevusele.

$$P_B = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \sigma_B = \frac{\pi (6 \cdot 10^{-3})^2}{2} \cdot 500 \cdot 10^6 = 14200 \text{ N}.$$

Jõu P_B mõjul tekivad nihkepinged silindrilises pinnas; lõiketugevuseni tõustes võivad nad ära lõigata proovikeha pea (joon. 84, *b*). Samal ajal tekib muljumine pea rõnga tugipinnal.

Nihke- (lõike-) pind

$$F_l = \pi dh = \pi \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 7 \cdot 10^{-3} = 132 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Muljumispind

$$F_m = \frac{\pi (d_1^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi [(12 \cdot 10^{-3})^2 - (6 \cdot 10^{-3})^2]}{4} = 85 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2.$$

Nihke- (lõike-) pinge proovikeha peas

$$\tau = \frac{P_B}{F_l} = \frac{14200}{132 \cdot 10^{-6}} = 107 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 107 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx 1070 \text{ kG/cm}^2).$$

Pindsurvepinge tugirõnga pinnal

$$\sigma_m = \frac{P_B}{F_m} = \frac{14200}{85 \cdot 10^{-6}} = 167 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 167 \text{ MN/m}^2$$

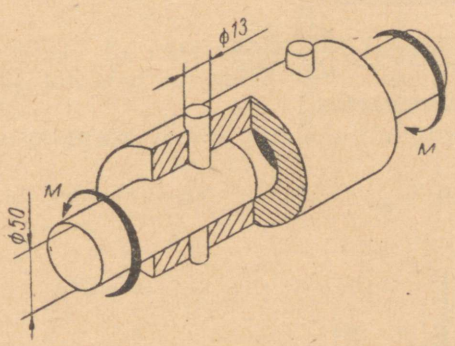
$$(\approx 1670 \text{ kG/cm}^2).$$

3.2. Poolitamata muhvsiduriga on ühendatud kaks võlli (joon. 85). Määrata nihkepinged tihvtides, kui ülekantav pöördemoment $M = 500$ Nm (≈ 50 kG m).

Vastus: $\tau = 75{,}5$ MN/m² (≈ 755 kG/cm²).

3.3. Määrata ülekantava pöördemomendi suurus, kui poolitamata muhvsiduri tihvtid lõigatakse läbi (joon. 85). Tihvti materjali lõiketugevus $\tau_b = 220$ MN/m² (≈ 2200 kG/cm²).

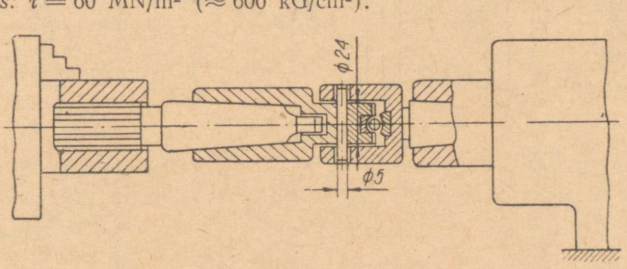
Vastus: 1460 Nm (≈ 146 kG m).



JOON. 85

3.4. Detaili ava lõplikuks töötlemiseks kasutatakse ujuvat kinnitusrakist (joon. 86). Määrata tihvti lõigetes tekkiv lõikepinge, kui padrunile on rakendatud pöördemoment $M = 28$ Nm (≈ 280 kGcm).

Vastus: $\tau = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²).



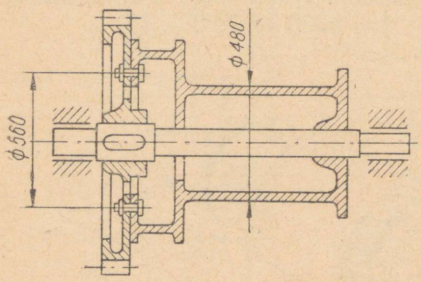
JOON. 86

3.5. Tõstejõuga $Q = 50$ kN (≈ 5000 kG) kraana vintsi trummel on ühendatud hammasrattaga kaheksa poldiga M16, mis istuvad täpselt avades (joon. 87). Määrata poltide ristlõigetes tekkiv nihkepinge.

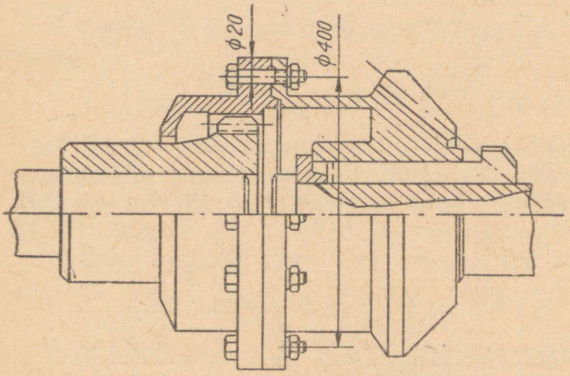
Vastus: $\tau = 26{,}6$ MN/m² (≈ 266 kG/cm²).

3.6. Valtspingi transmissiooni võlli hammassidur (joon. 88) kannab üle pöördemomenti $M = 24$ kNm (≈ 2400 kGm). Määrata siduri pooli ühendavate poltide M20 lõigetes tekkiv nihkepinge, kui poltide arv $z = 12$. Poldid on asetatud avadesse ilma lõtkuta.

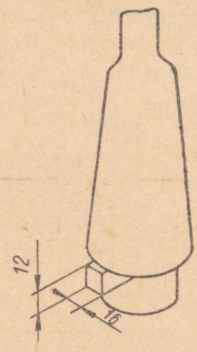
Vastus: $\tau = 31{,}8$ MN/m² (≈ 318 kG/cm²).

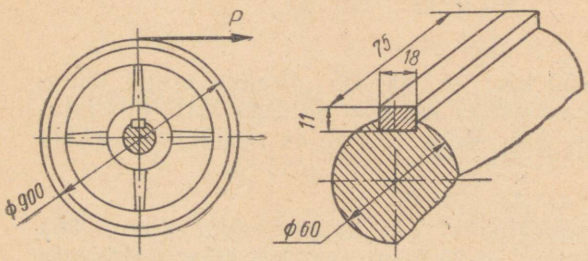


JOON. 87

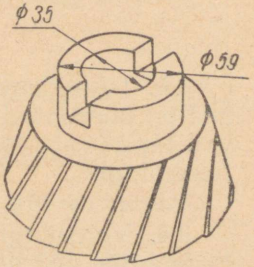


JOON. 88





JOON. 89



JOON. 90

3.7. Määrata nihke- ja pindsurvepinge liistus, millega rihmaratas on võllile kinnitatud (joon. 89), kui ringjõud $P = 2$ kN (≈ 200 kG). Pool liistu asetseb rummu ja pool võlli liistusoones.

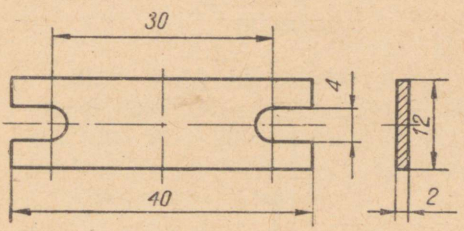
Vastus: $\tau = 22{,}2$ MN/m² (≈ 222 kG/cm²); $\sigma_m = 72{,}7$ MN/m² (≈ 727 kG/cm²).

3.8. Määrata nihke- ja pindsurvepinged otsfreesi torni liistusoontes (joon. 90), kui pöördemoment tornis freesimisel on 425 Nm ($\approx 42{,}5$ kG/m).

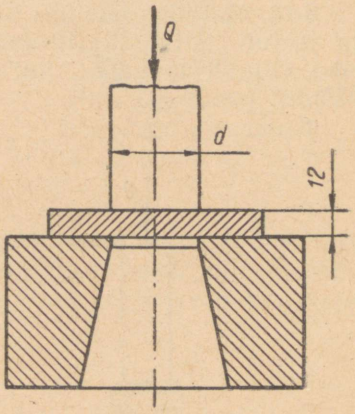
Pindsurvepinge lugeda soonte pindade ulatuses ühtlaselt jaotatuks.

Vastus: $\tau = 63{,}5$ MN/m² (≈ 635 kG/cm²); $\sigma_m = 62{,}5$ MN/m² (≈ 625 kG/cm²).

JOON. 91



JOON. 92



3.9. 2 mm paksusest teraslehest stantsitakse detail (joon. 91). Määrata stantsimiseks vajalik jõud, kui materjali lõiketugevus $\tau_b = 200$ MN/m² (≈ 2000 kG/cm²).

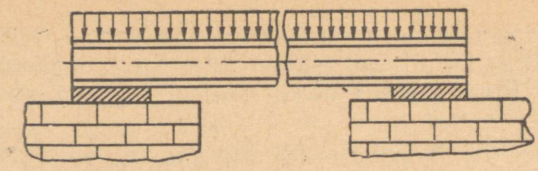
Vastus: $Q = 52$ kN (≈ 5200 kG).

3.10. Määrata, kui suur jõud Q tuleb rakendada templile (joon. 92) ja samuti suurim ava läbimõõt, mida võib läbi lüüa 12 mm paksusest teraslehest, kui lehtmaterjali lõiketugevus $\tau_b = 400$ MN/m² (≈ 4000 kG/cm²) ja karastatud templi lubatav pindsurvepinge $[\sigma]_m = 1200$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²).

Vastus: $Q = 241$ kN (≈ 24100 kG); $d = 16$ mm.

3.11. I-tala toetub mõlema otsaga tellisseinale (joon. 93). Talale mõjub ühtlaselt jaotatud koormus, mille resultant $Q = 120$ kN (≈ 12 T). Määrata tala otsa alla asetatud aluslapi pindala tingimusel, et pindsurvepinge seinale ei ületaks 1,2 MN/m² (≈ 12 kG/cm²).

Vastus: $F = 500 \cdot 10^{-4}$ m² (≈ 500 cm²).



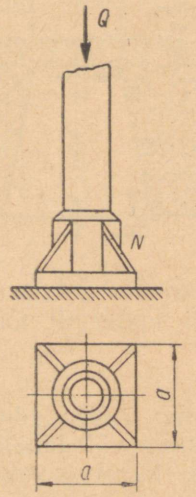
JOON. 93

3.12. Malmist sammas, mis kannab koormust $Q = 90$ kN ($\approx$ 9 T) on asetatud malmist taldrikule, mis omakorda toetub tellisvundamendile (joon. 94). Määrata ruudukujulise taldriku vajalik pindala tingimusel, et surve vundamendile ei ületaks 1,2 MN/m² ($\approx$ 12 kG/cm²). Leida taldriku külje pikkus.

Vastus: $F = 750 \cdot 10^{-4}$ m² (≈ 750 cm²); $a = 274$ mm.

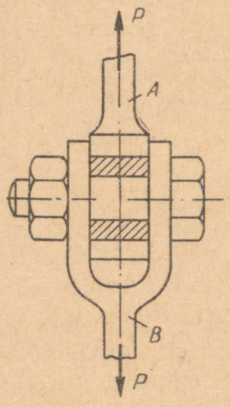
3.13. Malmist sammas kannab koormust $Q = 400$ kN ($\approx$ 40 T) ja toetub malmist taldrikuga plastmassist toele. Määrata taldriku vajalik läbimõõt, kui lubatav pinge plastmassile $[\sigma]_m = 5$ MN/m² ($\approx$ 50 kG/cm²).

Vastus: $d = 320$ mm.



JOON. 94

JOON. 95



3.14. Varras A on ühendatud kahvliga B pesas täpselt istuva poldi abil (joon. 95). Määrata poldi läbimõõt, kui vardale ja kahvlile mõjuvad võrdsed jõud $P = 32$ kN (≈ 3200 kG). Lubatav pinge poldi materjalile $[\tau] = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²).

Vastus: $d = 20$ mm.

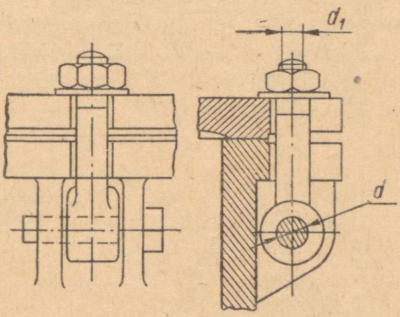
3.15. Määrata liigendpoldi M20 tihvti läbimõõt (joon. 96), lähtudes nende võrdvastupidavusest. Poldi keerme siseläbimõõt $d_1 = 16{,}527$ mm. Lubatavad pinged poldi materjalile $[\sigma]_t = 75$ MN/m²

($\approx$ 750 kG/cm^2) ja tihvti materjalile $[\tau] = 40$ MN/m^2 ($\approx$ 400 kG/cm^2).

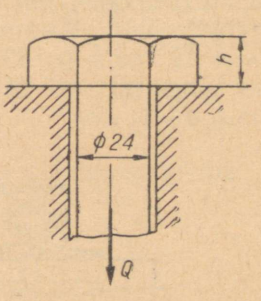
Vastus: $d = 16$ mm.

3.16. Määrata poldipea kõrgus h (joon. 97), kui tõmbejõud $Q = 54$ kN ($\approx$ 5400 kG). Lubatav pinge poldi materjalile $[\tau] = 60$ MN/m^2 ($\approx$ 600 kG/cm^2).

Vastus: $h = 12$ mm.



JOON. 96

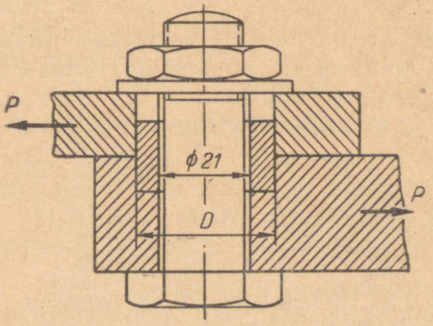


JOON. 97

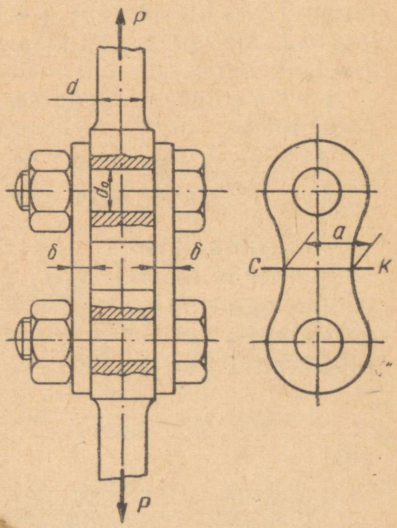
3.17. Poldi koormuse vähendamiseks ristsuunas mõjuval koormusel kasutatakse puksi (joon. 98). Määrata puksi välisläbimõõt, kui jõud $P = 20$ kN ($\approx$ 2000 kG) ja lubatav pinge puksi materjalile $[\tau] = 50$ MN/m^2 ($\approx$ 50 kG/cm^2).

Vastus: $D = 31$ mm.

JOON. 98



JOON. 99

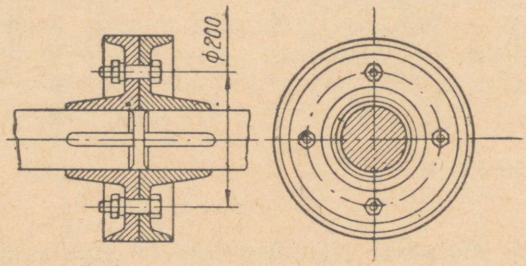


3.18. Liigendilist poltliidet tõmmatakse jõuga $P = 48$ kN (≈ 4800 kG) (joon. 99). Määrata varda vajalik läbimõõt d ja poltide läbimõõdud d_0 ning plaadi vajalik laius a lõikes ck. Plaadi paksus $\delta = 8$ mm. Lubatavad pinged varda ja plaadi materjalidele $[\sigma]_t = 120$ MN/m^2 (≈ 1200 kG/cm^2), poldi materjalile $[\tau] = 80$ MN/m^2 (≈ 800 kG/cm^2).

Vastus: $d = 22{,}6$ mm, $d_0 = 19{,}5$ mm, $a = 25$ mm.

3.19. Kaks võlli A ja B on ühendatud ketassiduriga, mille pooled on omavahel ühendatud nelja avas täpselt istuva poldiga (joon. 100). Võll A kannab üle võimsust $N = 30$ kW nurkkiirusega $\omega = 12$ rad/s (≈ 115 p/min). Määrata poltide läbimõõt, kui lubatav pinge $[\tau] = 40$ MN/m^2 (≈ 400 kG/cm^2).

Vastus: $d = 14$ mm.



JOON. 100

3.20. Määrata sarika tõmmitsa sisselõike vajalikud mõõtmed a, h ja l (joon. 101), kui materjalile lubatavad pinged lõikele piki kiudu $[\tau] = 1{,}2$ MN/m^2 (≈ 80 kG/cm^2), pindsurvele piki kiudu $[\sigma]_m = 8$ MN/m^2 (≈ 80 kG/cm^2) ja risti kiudu $[\sigma]_{m90} = 1{,}5$ MN/m^2 (≈ 15 kG/cm). Jõud $P = 30$ kN (≈ 3 T).

L a h e n d u s. Lahutame jõu P horisontaal- ja vertikaalkomponentideks:

$$P_h = P \cdot \cos 30^\circ = 30 \cdot 10^3 \cdot 0{,}866 = 26 \cdot 10^3 \text{ N};$$
$$P_v = P \cdot \sin 30^\circ = 30 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5 = 15 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

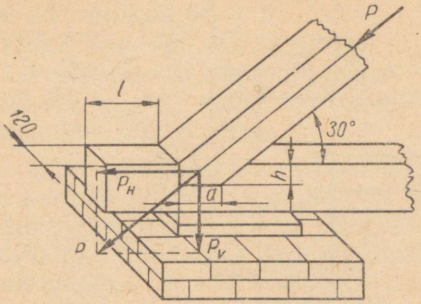
Horisontaaljõud P_h tekitab tõmmitsa sisselõike vertikaalpinnas muljumist ja nihet (lõiget) piki tõmmitsa kiudu. Vertikaaljõud P_v tekitab aga muljumist sisselõike horisontaalpinnas.

Vajaliku sisselõike sügavuse h määrame muljumise tugevustingimusest piki kiudu.

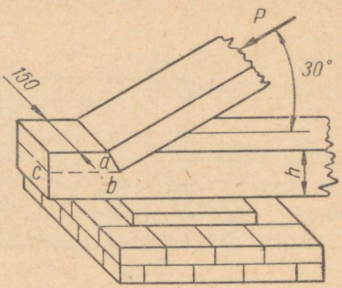
$$\sigma_m = \frac{P_h}{bh} \leqslant [\sigma]_m,$$

kust

$$h \geqslant \frac{P_h}{b[\sigma]_m} = \frac{26 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^{-2} \cdot 80 \cdot 10^6} = 2{,}7 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } h = 27 \text{ mm}.$$



JOON. 101



JOON. 102

Kauguse l sisselõikest kuni tõmmitsa otsani määrame nihke (lõike) tugevustingimusest

$$[\tau] = \frac{P_h}{b \cdot l} \geqslant [\tau],$$

kust

$$l \geqslant \frac{P_h}{b[\tau]} = \frac{26 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}2 \cdot 10^6} = 0{,}18 \text{ m ehk } l = 180 \text{ mm}.$$

Tõmmitsa sisselõike horisontaalmõõtme a määrame muljumise tugevustingimusest risti kiudu:

$$\sigma_{m\,90} = \frac{P_v}{ab} \leqslant [\sigma]_{m\,90},$$

kust

$$a \geqslant \frac{P_v}{b[\sigma]_{m\,90}} = \frac{15 \cdot 10^3}{12 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}5 \cdot 10^6} = 8{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } a = 84 \text{ mm}.$$

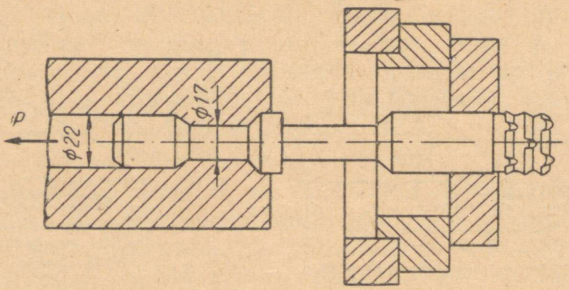
3.21. Määrata sarika tõmmitsa sisselõike vajalikud mõõtmed ab ja bc (joon. 102), kui jõud $P = 50$ kN (≈ 5 T). Lubatavad pinged lõikele ja pindsurvele piki kiudu $[\tau] = 1{,}2$ MN/m² (≈ 12 kG/cm²) $[\sigma]_m = 8$ MN/m² (≈ 80 kG/cm²). Määrata samuti tõmmitsa kõrgus h tingimusel, et sisselõike sügavus ei tohi ületada $^1/_3$ tema kõrgusest.

Vastus: $ab = 42$ mm; $bc = 240$ mm; $h \geqslant 110$ mm.

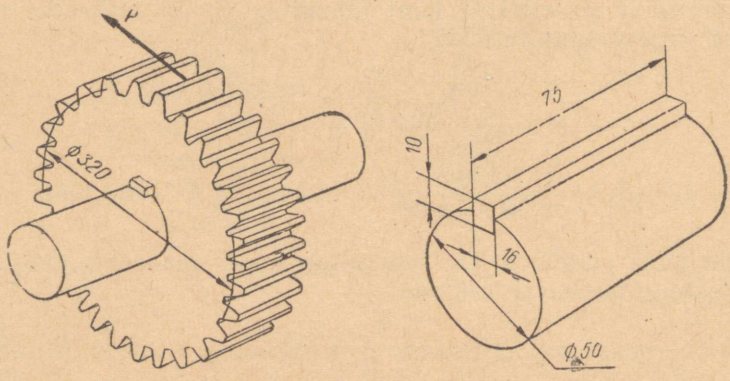
3.22. Kontrollida kammlõikuri saba luku puutepindade tugevust (joon. 103), kui suurim lubatav lõikejõud $P = 75$ kN (≈ 7500 kG) ja lubatav pinge $[\sigma]_m = 600$ MN/m² (≈ 60 kG/mm²).

Vastus: $\sigma_m = 490$ MN/m² (≈ 49 kG/mm²) $< [\sigma]_m = 600$ MN/m² (≈ 60 kG/mm²) — ristlõige on küllaldane.

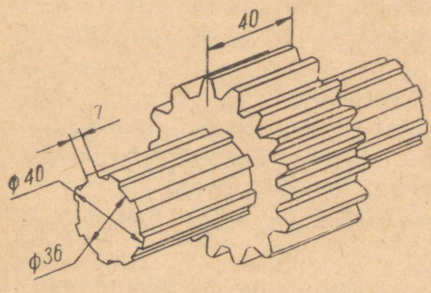
3.23. Kontrollida liistliite tugevust hammasratta ühendamisel võlliga (joon. 104), kui ringjõud $P = 5750$ N (≈ 575 kG). Luba-



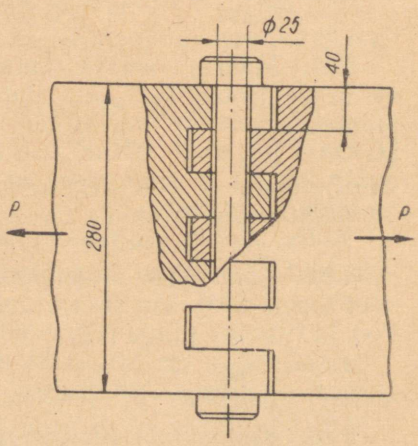
JOON. 103



JOON. 104



JOON. 105



JOON. 106

tavad pinged $[\tau] = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²) ja $[\sigma]_m = 110$ MN/m² (≈ 1100 kG/cm²).

Vastus: $\tau = 30{,}7$ MN/m² (≈ 307 kG/cm²) $< [\tau] = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²); $\sigma_m = 98$ MN/m² (≈ 980 kG/cm²) $< [\sigma]_m = 110$ MN/m² (≈ 1100 kG/cm²) — liist on tugev.

3.24. Võll pöörleb nurkkiirusega $\omega = 60$ rad/s (≈ 575 p/min) ja kannab üle võimsust $N = 24$ kW (joon. 105). Kontrollida võlli hammaste tugevust, kui lubatav pinge $[\sigma]_m = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²). Hammaste arv $z = 8$. Arvutamisel lugeda, et ainult $^3/_4$ hammastest on koormatud.

Vastus: $\sigma_m = 43{,}7$ MN/m² (≈ 437 kG/cm²) $< [\sigma]_m = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²) — hammasliide on tugev.

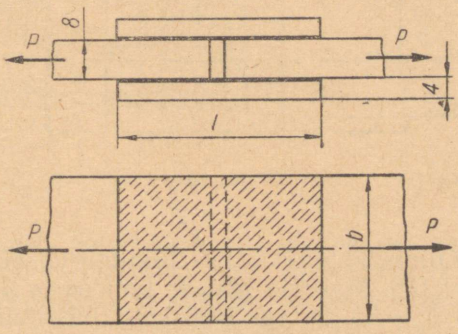
3.25. Kontrollida roomiku lüli sõrme tugevust (joon. 106), kui jõud $P = 206$ kN (≈ 20600 kG). Lubatavad pinged $[\tau] = 75$ MN/m² (≈ 750 kG/cm²) ja $[\sigma]_m = 300$ MN/m² (≈ 3000 kG/cm²). Lõtku sõrme ja lüli vahel mitte arvestada.

Vastus: $\tau = 70$ MN/m² (≈ 700 kG/cm²) $< [\tau] = 75$ MN/m² (≈ 750 kG/cm²); $\sigma_m = 68{,}6$ MN/m² (≈ 686 kG/cm²) $< [\sigma]_m = 300$ MN/m² (≈ 3000 kG/cm²).

§ 2. LIIMITUD, NEEDITUD JA KEEVITATUD LIIDETE ARVUTUS

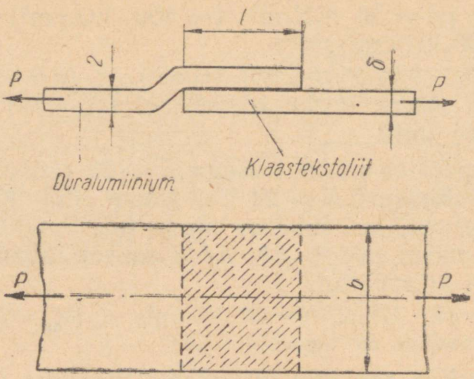
3.26. Kaks tekstoliitlehte on ühendatud kahepoolse lappliitega liimi БФ-2 abil (joon. 107). Määrata lehtede ja lappide laiused ja lappide pikkused, kui jõud $P = 20$ kN (≈ 2 T) ja lubatav pinge tekstoliidile $[\sigma]_t = 25$ MN/m² (≈ 250 kG/cm²). Lubatav pinge liimitud õmblusele $[\tau] = 3$ MN/m² (≈ 30 kG/cm²).

Vastus: $b = 100$ mm; $l = 67$ mm.



JOON. 107

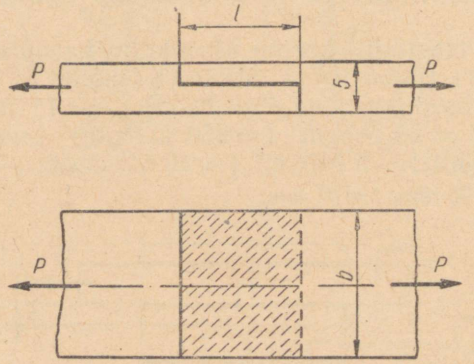
3.27. Duralumiiniumist ja klaastekstoliidist lehed on omavahel ühendatud ülekatteliite abil liimiga БФ-2 (joon. 108). Määrata klaastekstoliitlehe paksus, lehtede laiused ja liimitud õmbluse pikkus, kui jõud $P = 10$ kN (≈ 1 T). Lubatavad pinged duralumii-



JOON. 108

niumile $[\sigma]_{td} = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²), klaastekstoliidile $[\sigma]_{tk} = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²) ja liimitud õmblusele $[\tau] = 2{,}5$ MN/m² (≈ 25 kG/cm²).

Vastus: $\delta = 3$ mm; $b = 42$ mm; $l = 95$ mm.

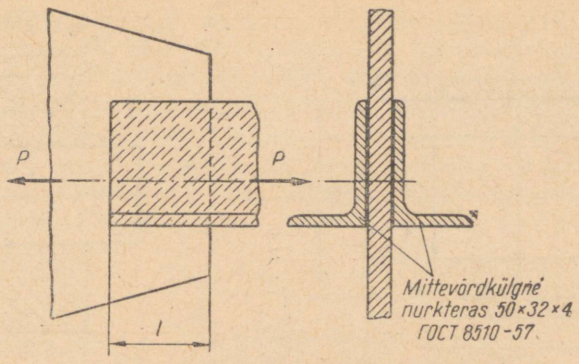


JOON. 109

3.28. Kaks baliniitlehte on kokku liimitud kaseiinliimiga, nagu näidatud joonisel 109. Määrata lehtede laiused ja liimitud õmbluse pikkus, kui jõud $P = 30$ kN (≈ 3000 kG), lubatavad pinged baliniidile $[\sigma]_t = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²) ja liimitud õmblusele $[\tau] = 2{,}5$ MN/m² (≈ 25 kG/cm²).

Vastus: $b = 100$ mm; $l = 120$ mm.

3.29. Nurkterased on liimitud teraslehe külge liimiga BK-32-200 (joon. 110). Määrata liimitud õmbluse pikkus tingimusel, et see oleks võrdvastupidav liimitud nurkterastega.



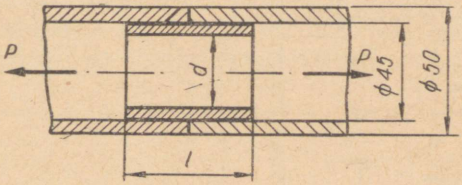
JOON. 110

Lubatav pinge nurkterase materjalile $[\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²) ja liimitud õmblusele $[\tau] = 6$ MN/m² (≈ 60 kG/cm²).

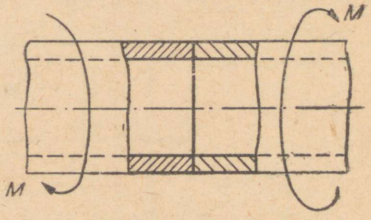
Vastus: $l = 170$ mm.

3.30. Kaks duralumiiniumist toru on omavahel ühendatud duralumiiniumist puksiga, mis on torude külge liimitud liimiga БФ-4 (joon. 111). Lähtudes liite võrdvastupidavusest, määrata puksi siseläbimõõt ja pikkus. Lubatav pinge duralumiiniumile $[\sigma]_t = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²) ja liimitud õmblusele $[\tau] = 5$ MN/m² (≈ 50 kG/cm²).

Vastus: $d = 39{,}3$ mm; $l = 126$ mm.



JOON. 111



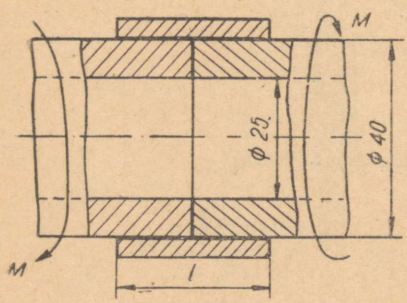
JOON. 112

3.31. Kui suurt pöördemomenti võivad üle kanda võllid, mis on omavahel ühendatud põkkliitega (joon. 112), kui liimitud õmbluse lubatav pinge $[\tau] = 6$ MN/m² (≈ 60 kG/cm²), võllide väliläbimõõt $D = 50$ mm ja siseläbimõõt $d = 30$ mm?

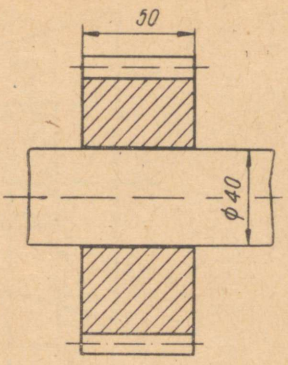
Vastus: 150 Nm (≈ 1500 kGcm).

3.32. Kaks terasvõlli on ühendatud põkkliitega ja puksiga liimi БФ-4 abil (joon. 113). Määrata puksi vajalik pikkus, et võllidega saaks üle kanda pöördemomenti $M = 300$ Nm (≈ 30 kGm). Liimitud õmbluse lubatav pinge $[\tau] = 5$ MN/m² (≈ 50 kG/cm²).

Vastus: $l = 38$ mm.



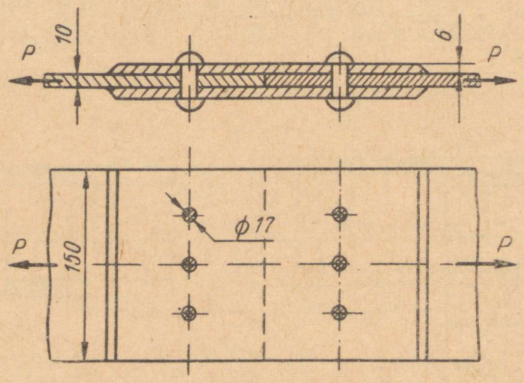
JOON. 113



JOON. 114

3.33. Hammasratas on võlli külge liimitud liimiga BC-10T (joon. 114). Kui suurt võimsust võib üle kanda võllilt hammasrattale nurkkiirusega $\omega = 50$ rad/s (≈ 480 p/min), lähtudes liimitud liite tugevusest, kui lubatav pinge liimitud õmblusele $[\tau] = 2{,}5$ MN/m^2 (≈ 25 kG/cm^2).

Vastus: 15,7 kW.



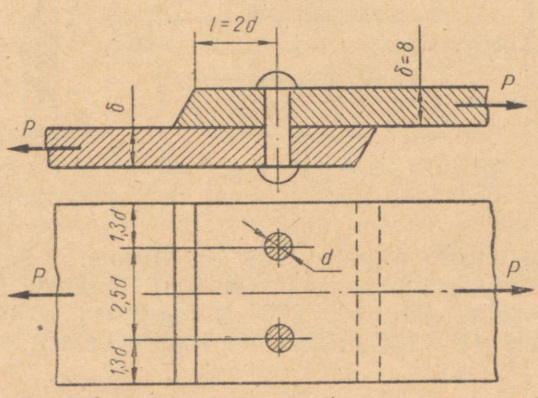
JOON. 115

3.34. Kontrollida neetliite tugevust (joon. 115), kui jõud $P = 130$ kN (≈ 13 T). Lubatavad pinged: $[\sigma]_t = 140$ MN/m^2 (≈ 1400 kG/cm^2); $[\sigma]_m = 280$ MN/m^2 (≈ 2800 kG/cm^2) ja $[\tau] = 100$ MN/m^2 (≈ 1000 kG/cm^2).

Vastus: $\sigma_t = 131$ MN/m^2 (≈ 1310 kG/cm^2) $< [\tau]_t = 140$ MN/m^2 (≈ 1400 kG/cm^2); $\tau = 96$ MN/m^2 (≈ 960 kG/cm^2) $< [\tau] = 100$ MN/m^2 (≈ 1000 kG/cm^2), $\sigma_m = 255$ MN/m^2 (≈ 2550 kG/cm^2) $< [\sigma]_m = 280$ MN/m^2 (≈ 2800 kG/cm^2). Neetliide on tugev.

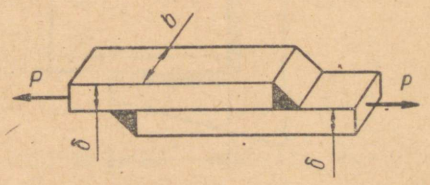
3.35. Määrata vajalik neetide läbimõõt (joon. 116), kui jõud $P = 40$ kN (≈ 4000 kG). Kontrollida liite tugevust, kui lubatavad pinged $[\sigma]_t = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²), $[\tau] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²) ja $[\sigma]_m = 280$ MN/m² (≈ 2800 kG/cm²).

Vastus: $d = 16$ mm; $\sigma_t = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²) $< [\sigma]_t = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²); $\tau = 52$ MN/m² (≈ 520 kG/cm²) $< [\tau] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²); $\sigma_m = 156$ MN/m² (≈ 1560 kG/cm²) $< [\sigma]_m = 280$ MN/m² (≈ 2800 kG/cm²). Neetliide on tugev.



JOON. 116

3.36. Kaks lehte $b \times \delta = 200 \times 8$ mm on kokku keevitatud kahepoolse nurkõmblusega (joon. 117). Määrata maksimaalne lubatav koormus, mida võib rakendada lehtedele, kui lubatav pinge lehtedele $[\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²) ja keevisõmblusele $[\tau] = 110$ MN/m² (≈ 1100 kG/cm²).



JOON. 117

L a h e n d u s. Kahepoolse nurkõmbluse tugevustingimuse võib kirjutada kujul:

$$\tau = \frac{P}{2 \cdot 0{,}7 \delta b} \leqslant [\tau].$$

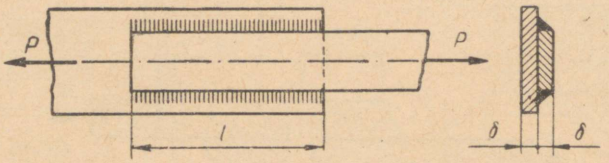
Maksimaalne lubatav tõmbekoormus, lähtudes keevisõmbluse tugevustingimusest, määratakse valemiga:

$$P = 2 \cdot 0{,}7 \delta b [\tau] = 2 \cdot 0{,}7 \cdot 200 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 110 \cdot 10^{6} =$$
$$= 246000 \text{ N} = 246 \text{ kN}.$$

Maksimaalne lubatav tõmbekoormus, lähtudes lehe tugevustingimusest

$$P = b\delta[\sigma]_t = 200 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-3} \cdot 160 \cdot 10^6 = 256000 \text{ N} = 256 \text{ kN}.$$

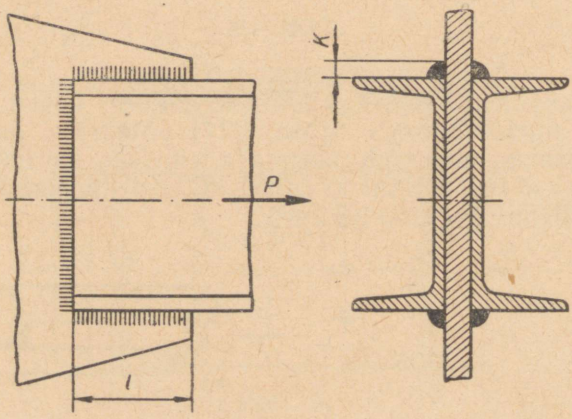
Kahest saadud tulemusest valitakse väiksem koormus, tähendab, lehtedele langev koormus ei tohi ületada $P = 246$ kN (≈ 24600 kG).



JOON. 118

3.37. Kaks teraslehte paksusega $\delta = 10$ mm on kokku keevitatud kahepoolse külgõmblusega (joon. 118). Määrata külgõmbluse vajalik pikkus l, kui jõud $P = 230$ kN (≈ 23 T) ja lubatav pinge keevisõmblusele $[\tau] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²).

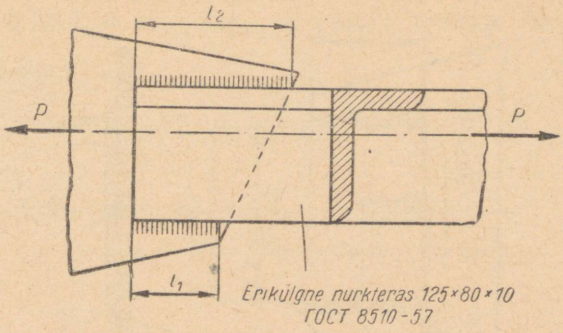
Vastus: $l = 174$ mm.



JOON. 119

3.38. Sõrestiku varras (joon. 119), mis on koormatud tõmbejõuga $P = 400$ kN (≈ 40 T), on keevitatud sõlmlapi külge kombineeritud õmblusega. Määrata karpterase ristlõige ja külgõmbluste pikkused, kui lubatav pinge karpterase materjalile on $[\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²) ja keevisõmblusele $[\tau] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²). Õmbluse kaatet $k = 6$ mm.

Vastus: Karpteras nr. 12 (ГОСТ 8240-56); $l = 180$ mm.

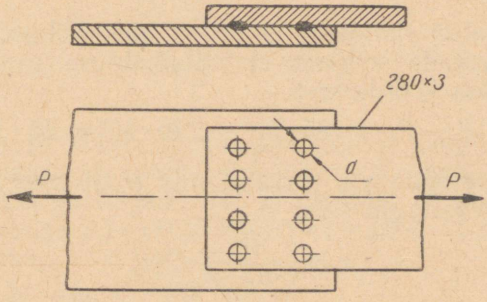


JOON. 120

3.39. Määrata külgõmbluste pikkused, millega nurkteras kinnitatakse sõlmlapi külge (joon. 120). Liide peab olema võrdvastupidav nurkterasega. Lubatav pinge nurkterase materjalile $[\sigma]_t =$ $= 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²) ja keevisõmblusele $[\tau] = 84$ MN/m² (≈ 840 kG/cm²). Õmbluse kaatet $k = 10$ mm.

Märkus. Mittesümmeetriliste profiilide keevitamisel külgõmblustega peavad külgõmbluste pikkused olema pöördvõrdelised õmbluste kaugustega profiili raskuskeskmest.

Vastus: $l_1 = 166$ mm; $l_2 = 324$.



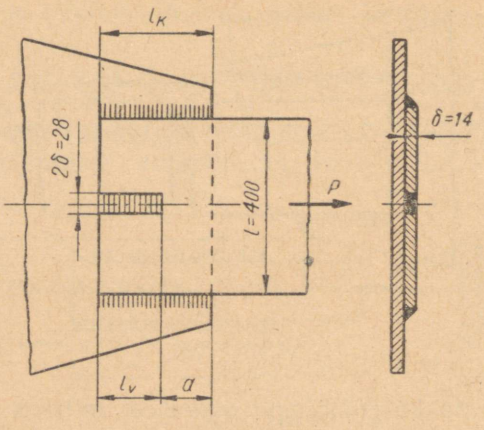
JOON. 121

3.40. Lähtudes liite võrdvastupidavusest määrata keevituspunktide arv lehes (joon. 121). Lubatav pinge lehe materjalile $[\sigma]_t = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²) ja punktkeevitusele $[\tau] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²). Keevitatud punkti läbimõõt $d = 8$ mm.

Vastus: $n = 24$.

3.41. Määrata külgõmbluste pikkused ja õmbluse pikkus väljalõikes, lähtudes liite võrdvastupidavusest (joon. 122). Lubatav pinge lehele $[\sigma]_t = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²) ja keevisõmblusele $[\tau] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²).

L a h e n d u s. Nõrgestamata ristlõikes võib leht vastu võtta koormust



JOON. 122

$$P = l\delta[\sigma]_t = 400 \cdot 10^{-3} \cdot 14 \cdot 10^{-3} \cdot 140 \cdot 10^6 = 785 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

Nõrgestatud ristlõikes võib leht vastu võtta koormust

$$P_1 = (l - 2\delta)[\sigma]_t\delta = (400 - 28) \cdot 10^{-3} \cdot 14 \cdot 10^{-3} \cdot 140 \cdot 10^6 = 730 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

Et nõrgestatud ristlõikes ei tekiks ülekoormust, tuleb keevisõmblused paigutada selliselt, et külgõmbluse osa pikkusega a võtaks vastu osa koormusest:

$$P' = P - P_1 = 785 \cdot 10^3 - 730 \cdot 10^3 = 55 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

Külgõmbluse selle osa pikkuse, mis võtab vastu koormust P', määrame tugevustingimusest

$$\tau = \frac{P'}{2 \cdot 0{,}7 \cdot a\delta} \leqslant [\tau],$$

kust

$$a \geqslant \frac{P'}{2 \cdot 0{,}7 \cdot \delta[\tau]} = \frac{55 \cdot 10^3}{2 \cdot 0{,}7 \cdot 14 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^6} = 2{,}8 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

ehk $a = 28$ mm.

Koormuse P_1 võtavad vastu külgõmblused pikkusega $l_k - a$ ja väljalõike õmblus. Nimetatud õmbluste vajaliku ristlõikepinna määrame tugevustingimusest

$$\tau = \frac{P_1}{F'} \leqslant [\tau],$$

kust

$$F' \geqslant \frac{P_1}{[\tau]} = \frac{730 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^6} = 73 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$

kuid

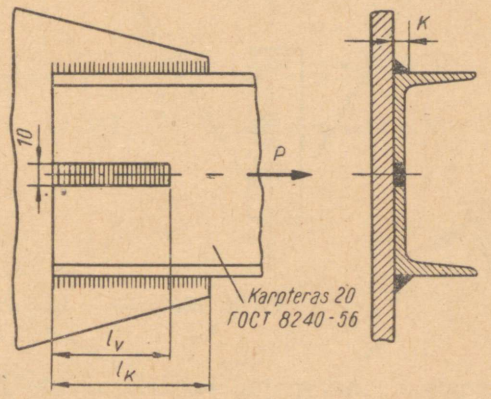
$F' = 2 \cdot 0{,}7\delta(l_k - a) + 2\delta l_v$, ja võttes arvesse, et $l_k - a = l_v$, saame $F' = 3{,}4\delta l_v$ ehk

$$l_v = \frac{F'}{3{,}4\delta} = \frac{73 \cdot 10^{-4}}{3{,}4 \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-2}} = 15{,}3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

ehk $l_v = 153$ mm.

Külgõmbluste pikkused

$$l_k = l_v + a = 153 + 28 = 181 \text{ mm}.$$



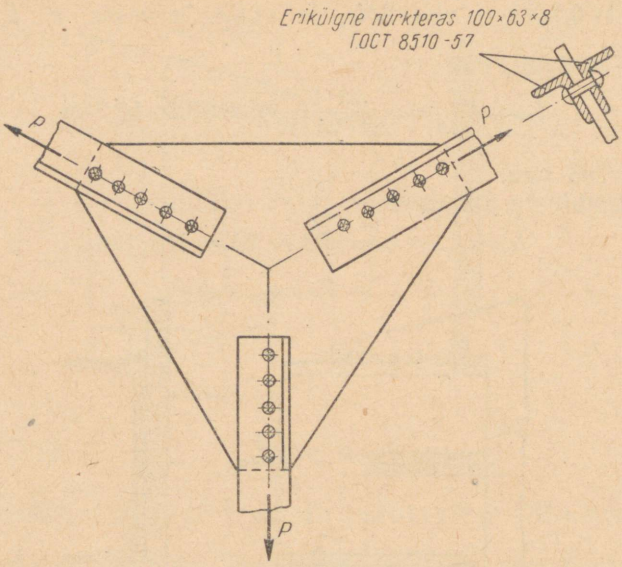
JOON. 123

3.42. Määrata külgõmbluste pikkused ja õmbluse pikkus väljalõikes, lähtudes liite võrdvastupidavusest (joon. 123). Lubatav pinge karpterase materjalile $[\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²) ja keevisõmblusele $[\tau] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²). Õmbluse kaatet $k = 5$ mm.

Vastus: $l_k = 227$ mm; $l_v = 215$ mm.

3.43. Sõrestiku needitud sõlm (joon. 124), mis koosneb kolmest ühesugusest vardast, otsustati asendada sama tugeva keevisliitega (joon. 125). Määrata keevisõmbluste vajalikud pikkused ja ökonoomia neetliidete asendamisel keevisliidetega, kui 1000 kG (1 T) keevitatud ehituskonstruktsioonide maksumus on ligikaudu 80% needitud konstruktsioonide maksumusest. Varda lubatavad pinged tõmbele ja pindsurvele ning neetide lubatav pinge lõikele: $[\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²); $[\sigma]_m = 260$ MN/m² (≈ 2600 kG/cm²) ja $[\tau] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²). Keevisõmbluse materjali lubatav pinge $[\tau]' = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²).

L a h e n d u s. Kuna sõrestiku vardad on asetatud sümmeetriliselt ja ühesuguselt koormatud, siis arvutame välja ainult ühe varda.



JOON. 124

Kuna koormus P, mis mõjub vardale, ei ole antud, siis määrame lubatava koormuse suuruse varda tugevustingimustest tõmbel ja pindsurvel ning neetide tugevustingimusest lõikel.

Lähtudes varda tugevustingimusest tõmbel, määrame lubatava koormuse valemiga:

$$\sigma_t = \frac{P}{F_{neto}} \leqslant [\sigma]_t,$$

kust

$$P \leqslant F_{neto}[\sigma]_t,$$

kus F_{neto} — varda ristlõikepind, mis on nõrgestatud neediaukudega.

ГОСТ 8510-57 järgi leiame nurkterase $100 \times 63 \times 8$ ristlõikepinna $F_{\llcorner} = 12{,}6$ cm^2 ehk $F_{\llcorner} = 12{,}6 \cdot 10^{-4}$ m^2.

$$F_{neto} = 2(F_{\llcorner} - d\delta) = 2(12{,}6 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-2}) =$$
$$= 22 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$

siis

$$P \leqslant F_{neto}[\sigma]_t = 22 \cdot 10^{-4} \cdot 160 \cdot 10^{-6} = 352 \cdot 10^3 \text{ N}$$

ehk

$$P \leqslant 352 \text{ kN}.$$

Lähtudes varda tugevustingimusest pindsurvel, määrame lubatava koormuse valemiga:

$$\sigma_m = \frac{P}{F_m} \leqslant [\sigma]_m,$$

kust

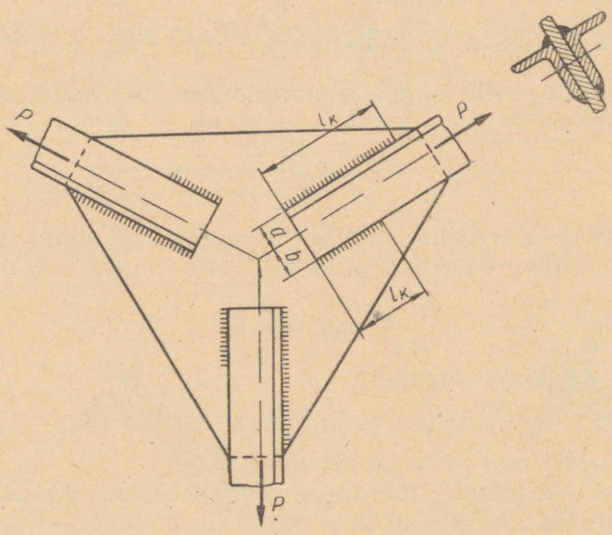
$$P \leqslant F_m \cdot [\sigma]_m = 5 \cdot 2 \cdot d \cdot \delta [\sigma]_m = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-2} \cdot 260 \times$$
$$\times 10^6 = 416 \cdot 10^3 \text{ N ehk } P \leqslant 416 \text{ kN}.$$

Lähtudes neetide tugevustingimusest lõikel, määrame lubatava koormuse

$$\tau = \frac{P}{F_l} \leqslant [\tau],$$

kust

$$P \leqslant F_l \cdot [\tau] = 5 \cdot 2 \cdot \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot [\tau] = 5 \cdot 2 \frac{\pi (2 \cdot 10^{-2})^2}{4} \cdot 100 \cdot 10^6 =$$
$$= 314 \cdot 10^3 \text{ N ehk } P \leqslant 314 \text{ kN}.$$



JOON. 125

Kolmest leitud koormusest valime väiksema, nimelt $P = 314$ kN. See tähendab, et teiste elementide lubatav koormus, lähtudes tugevustingimustest, ei tohi olla suurem kui 314 kN. Neetliitega võrdvastupidava keevisliite arvutame samuti koormusele $P = 314$ kN. Määrame kahest erikülgsest nurkterasest koosneva varda vajaliku ristlõikepinna (joon. 125).

$$F_{\lrcorner\llcorner} = \frac{P}{[\sigma]_t} = \frac{314 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 19{,}6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Ühe nurkterase ristlõikepind

$$F_{\llcorner} = \frac{F_{\sqcup\!\llcorner}}{2} = \frac{19{,}6 \cdot 10^{-4}}{2} = 9{,}8 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

Tabelist ГОСТ 8510-57 valime nurkterase $100 \times 63 \times 6$ ristlõikepinnaga $F_{\llcorner} = 9{,}59$ cm^2 ehk $F_{\llcorner} = 9{,}59 \cdot 10^{-4}$ m^2. Valitud varda ristlõike pind on 2% väiksem vajalikust pinnast, mis on täiesti lubatud. Ühe nurkterase keevisõmbluse vajaliku pikkuse määrame keevisõmbluse tugevustingimusest:

$$\tau' = \frac{\frac{P}{2}}{0{,}7 l_k \cdot k} \leqslant [\tau]'.$$

Võttes kaateti $k = 6$ mm, saame

$$l_k \geqslant \frac{\frac{P}{2}}{0{,}7 \cdot k[\tau]'} = \frac{\frac{314 \cdot 10^3}{2}}{0{,}7 \cdot 6 \cdot 10^{-3} \cdot 100 \cdot 10^6} = 0{,}375\ \text{m ehk}\ l_k = 375\ \text{mm}.$$

Kuna varda profiil ei ole sümmeetriline, siis õmbluste pikkused määrame suhtest:

$$\frac{l_{k1}}{l_{k2}} = \frac{b}{a}.$$

ГОСТ 8510-57 tabelist valime $a = y_0 = 32{,}3$ mm, siis $b = 100 - a = 100 - 32{,}3 = 67{,}7$ mm.

$$\frac{l_{k1}}{l_{k2}} = \frac{67{,}7}{32{,}3} = 2{,}1.$$

Lahendades koos võrrandid

$$l_{k1} = 2{,}1 \cdot l_{k2} \text{ ja } l_{k1} + l_{k2} = l_k = 375,$$

saame $l_{k1} = 255$ mm ja $l_{k2} = 120$ mm.

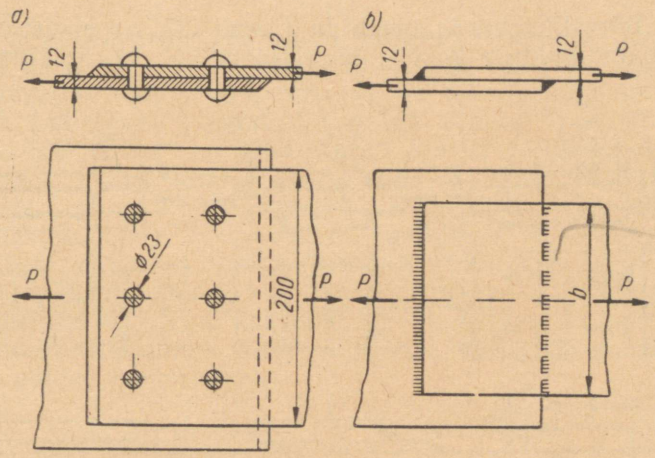
Määrame ökonoomia, mis on saadud needitud liite asendamisel keevisliitega. Selleks leiame eelnevalt metalli kulu suhtelise vähenemise. Võttes arvesse, et varraste pikkused nii keevitatud kui ka needitud liidetes on samad, on metalli kulu proportsionaalne varraste ristlõigetega, mida kasutati keevitatud ja needitud liidetes.

$$\frac{m_k}{m_n} = \frac{F_{\llcorner}\ 100 \times 63 \times 6}{F_{\llcorner}\ 100 \times 63 \times 8} = \frac{9{,}59 \cdot 10^{-4}}{12{,}6 \cdot 10^{-4}} = 0{,}76;$$

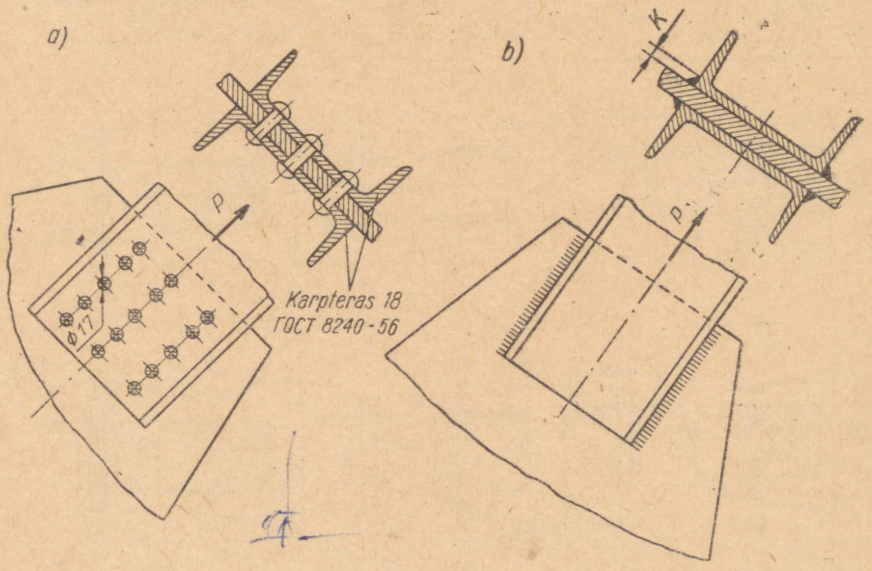
s. t. sõrestikkonstruktsioon, mis on projekteeritud keevitatud sõlmedega, on 24% kergem analoogilisest needitud sõlmedega konstruktsioonist. Ülesande tingimusel 1000 kG (1 T) keevitatud ehituskonstruktsiooni maksumus moodustab ligikaudu 80% needitud konstruktsiooni maksumusest. Seega on keevitatud sõrestiku mak-

sumus $0{,}8 \cdot 0{,}76 = 0{,}61$ ehk 61% needitud konstruktsiooni maksumusest. Saadud ökonoomia on 39%, mis räägib keevitatud liidete eelisest needitud liidete ees.

3.44. Needitud liide (joon. 126, *a*) otsustati asendada võrdvastupidava keevisliitega (joon. 126, *b*). Määrata lehtede laius ja keevisõmbluste pikkused ning selle vahetuse tagajärjel saadud



JOON. 126

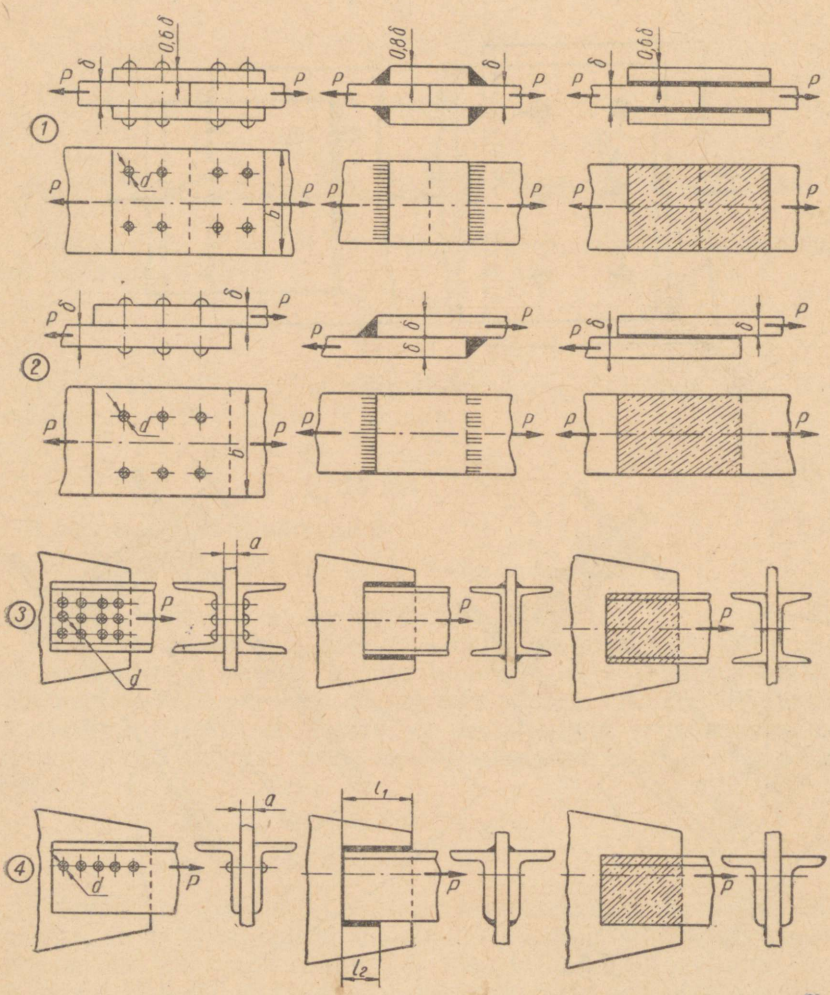


JOON. 127

ökonoomia, kui 1000 kG (1 T) keevitatud lehtmetallist konstruktsioonide maksumus moodustab ligikaudu 75% needitud konstruktsioonide maksumusest. Lubatav pinge lehtmaterjalile $[\sigma]_t = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²) ja keevisõmblustele $[\tau] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²). Tegelikult pinged needitud konstruktsiooni lehtedes $\sigma_t = 132$ MN/m² (≈ 1320 kG/cm²).

Vastus: $l = b = 125$ mm; ökonoomia on 53%.

3.45. Sõrestiku varda neetliide (joon. 127, *a*) otsustati asendada võrdvastupidava keevisliitega (joon. 127, *b*). Määrata karp-



JOON. 128

terase ristlõige, vajalikud külgõmbluste pikkused ja asendamisel saadud ökonoomia, kui 1000 kG (1 T) keevitatud metallkonstruktsioonide maksumus moodustab ligikaudu 80% needitud konstruktsioonide maksumusest. Lubatav pinge karpterase materjalile $[\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²) ja keevisõmblusele $[\tau] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²). Õmbluse kaatet $k = 10$ mm.

Vastus: karpteras nr. 16 (ГОСТ 8240-56); $l_k = 210$ mm; ökonoomia on 30%.

3.46* Ühe joon. 128 antud variandi skeemi ja tabeli 12 andmetel määrata lubatav koormus vardale, lähtudes selle tugevustingimustest tõmbel ja pindsurvel ja neetide tugevustingimusest lõikel. Lubatavad pinged: $[\sigma]_t = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²), $[\sigma]_m = 320$ MN/m² (≈ 3200 kG/cm²) ja $[\tau] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²). Projekteerida neetliitega võrdvastupidav keevisliide. Lubatav pinge keevisõmbluse materjalile $[\tau]' = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²). Projekteerida neetliitega võrdvastupidav liimitud liide. Lubatav pinge liimitud õmblusele $[\tau]'' = 5$ MN/m² (≈ 50 kG/cm²). Määrata ökonoomia, mis on saadud neetliite asendamisel keevisliitega, kui 1000 kG (1 T) keevitatud ehituskonstruktsiooni maksumus moodustab ligikaudu 80% needitud konstruktsioonide maksumusest.

Tabel 12

Variant	Skeem	$b \times \delta$ mm	Karpterase nr.	Võrdkülgne nurkteras	d mm	a mm
1	1	200 × 8	—	—	17	—
2	1	180 × 8	—	—	17	—
3	1	240 × 10	—	—	20	—
4	1	220 × 12	—	—	23	—
5	1	260 × 12	—	—	23	—
6	1	250 × 12	—	—	23	—
7	1	280 × 10	—	—	20	—
8	2	180 × 8	—	—	17	—
9	2	210 × 8	—	—	17	—
10	2	230 × 10	—	—	20	—
11	2	240 × 10	—	—	20	—
12	2	250 × 12	—	—	23	—
13	2	280 × 12	—	—	23	—
14	2	300 × 12	—	—	23	—
15	3	—	14	—	17	9
16	3	—	16	—	17	9
17	3	—	18	—	20	10
18	3	—	18a	—	20	10
19	3	—	20	—	20	10
20	3	—	22	—	23	12
21	3	—	22a	—	23	12
22	3	—	24	—	23	12
23	4	—	—	90 × 90 × 7	23	12
24	4	—	—	90 × 90 × 9	23	12

Tabel 12 (järg)

Variant	Skeem	$b \times \delta$ mm	Karpterase nr.	Võrdkülgne nurkteras	d mm	a mm
25	4	—	—	100 × 100 × 8	23	12
26	4	—	—	100 × 100 × 10	23	14
27	4	—	—	100 × 100 × 12	26	16
28	4	—	—	110 × 110 × 7	23	12
29	4	—	—	125 × 125 × 8	26	14
30	4	—	—	125 × 125 × 10	26	16

IV PEATÜKK

VÄÄNE

§ 1. ÜMARVARDA ARVUTUS VÄÄNDELE

Suurimad pinged ümarvarda (võlli) väändel arvutatakse valemiga:

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{W_p} \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)},$$

kus M_v — väändemoment vaadeldavas varda ristlõikes Nm (kGcm);
W_p — ümarvarda polaarvastupanumoment m^3 (cm^3).
Varda väändenurk määratakse:

$$\varphi = \frac{M_v l}{GI_p} \text{ rad ehk } \varphi^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{M_v l}{GI_p},$$

kus l — varda pikkus m (cm);
G — varda (võlli) nihkeelastsusmoodul N/m^2 (kG/cm^2);
I_p — varda ristlõike polaarinertsmoment m^4 (cm^4).
Varda ristlõike polaarinertsmoment ja polaarvastupanumoment määratakse valemitega:
ümara täisristlõike puhul

$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0{,}1d^4 \text{ m}^4 \text{ (cm}^4\text{)};$$

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \approx 0{,}2d^3 \text{ m}^3 \text{ (cm}^3\text{)},$$

kus d — varda läbimõõt m (cm);
õõnesvarda puhul

$$I_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32} = \frac{\pi D^4(1 - \alpha^4)}{32} \approx 0{,}1D^4(1 - \alpha^4) \text{ m}^4 \text{ (cm}^4\text{)};$$

$$W_p = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{32\frac{D}{2}} = \frac{\pi D^3(1 - \alpha^4)}{16} \approx 0{,}2D^3 (1 - \alpha^4) \text{ m}^3 \text{ (cm}^3\text{)},$$

kus

D — varda välisläbimõõt m (cm);

d — varda siseläbimõõt m (cm);

$a = \frac{d}{D}$ — varda sise- ja välisläbimõõtude suhe.

Ümarvarda tugevustingimus väändele omab kuju:

$$\tau_{v\,max} = \frac{M_v}{W_p} \leqslant [\tau]_v,$$

kus $[\tau]_v$ — lubatav väändepinge N/m² (kG/cm²).

Ümarvarda jäikuse valem kirjutatakse kujul:

$$\varphi = \frac{M_v \cdot l}{G I_p} \leqslant [\varphi]$$

ehk

$$\varphi^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{M_v \cdot l}{G I_p} \leqslant [\varphi^\circ],$$

kus $[\varphi]$ ja $[\varphi^\circ]$ — lubatav väändenurk vastavalt rad/m ja kraad/m.

Võlli läbimõõtu võib otseselt määrata võlli poolt ülekantava võimsuse ja nurkkiiruse abil või väändemomendi abil tabelis 13 toodud valemite abil.

Tabel 13

Võlli ristlõige	Valemi kuju SI süsteemis	Endise kujuga valem
	Tugevustingimusest	
Täis	$d \geqslant 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{M_v}{[\tau]_v}}$ m	$d \geqslant 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{M_v}{[\tau]_v}}$ cm
	$d \geqslant 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{N}{\omega[\tau]_v}}$ m	$d \geqslant 72 \sqrt[3]{\frac{N}{n[\tau]_v}}$ cm
	Jäikustingimusest	
	$d \geqslant 1{,}79 \sqrt[4]{\frac{M_v}{G[\varphi]}}$ m	$d \geqslant 15{,}3 \sqrt[4]{\frac{M_v}{G[\varphi^\circ]}}$ cm
	$d \geqslant 1{,}79 \sqrt[4]{\frac{N}{\omega G[\varphi]}}$ m	$d \geqslant 250 \sqrt[4]{\frac{N}{nG[\varphi^\circ]}}$ cm

Võlli ristlõige	Valemi kuju SI süsteemis	Endise kujuga valem
Õõnes	Tugevustingimusest	
	$D \geqslant 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{M_v}{[\tau]_v(1-\alpha^4)}}$ m	$D \geqslant 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{M_v}{[\tau]_v(1-\alpha^4)}}$ cm
	$D \geqslant 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{N}{\omega[\tau]_v(1-\alpha^4)}}$ m	$D \geqslant 72 \sqrt[3]{\frac{N}{n[\tau]_v(1-\alpha^4)}}$ cm
	Jäikustingimusest	
	$D \geqslant 1{,}79 \sqrt[4]{\frac{M_v}{G[\varphi](1-\alpha^4)}}$ m	$D \geqslant 15{,}3 \sqrt[4]{\frac{M_v}{G[\varphi^\circ](1-\alpha^4)}}$ cm
	$D \geqslant 1{,}79 \sqrt[4]{\frac{N}{\omega G[\varphi](1-\alpha^4)}}$ m	$D \geqslant 250 \sqrt[4]{\frac{N}{nG[\varphi^\circ](1-\alpha^4)}}$ cm

kus M_v — väändemoment Nm (kGcm);
N — võimsus W (hj);
$[\tau]_v$ — lubatav väändepinge N/m² (kG/cm²);
$\omega(n)$ — nurkkiirus, rad/s (p/min);
$[\varphi]$ ja $[\varphi^\circ]$ — lubatavad väändenurgad rad/m või kraad/m.

Ülesannete lahendamisel SI süsteemis võib kuni erikorralduseni kasutada ka mittesüsteemilist ühikut lubatava väändenurga tähistamisel $[\varphi^\circ]$ kraad/m.

Vastavalt sellele määratakse võllide läbimõõdud jäikustingimusest lähtudes valemitega:

täisvõllide korral

$$d \geqslant 4{,}9 \sqrt[4]{\frac{M_v}{G[\varphi^\circ]}} \text{ m}, \quad d \geqslant 4{,}9 \sqrt[4]{\frac{N}{\omega G[\varphi^\circ]}} \text{ m};$$

õõnesvõllide korral

$$d \geqslant 4{,}9 \sqrt[4]{\frac{M_v}{G[\varphi^\circ](1-\alpha^4)}} \text{ m}, \quad d \geqslant 4{,}9 \sqrt[4]{\frac{N}{\omega G[\varphi^\circ](1-\alpha^4)}} \text{ m}.$$

4.1. Terasest täisvõlli, mille läbimõõt $d = 30$ mm, väänatakse momendiga $M = 60$ Nm (≈ 6 kGm). Määrata suurimad väändepinged võlli ristlõikes ja väändenurk, kui võlli pikkus $l = 1{,}5$ m.

Lahendus. Määrame võlli ristlõike polaarvastupanu- ja polaarinertsmomendid:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi}{16}(3 \cdot 10^{-3})^3 = 5{,}30 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3;$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} d^4 = \frac{\pi}{31} (3 \cdot 10^{-2})^4 = 7{,}96 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Suurimad väändepinged

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{W_p} = \frac{60}{5{,}3 \cdot 10^{-6}} = 11{,}3 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 11{,}3 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx 113 \text{ kG/cm}^2).$$

Võlli väändenurk

$$\varphi^\circ = \frac{M_v l}{GI_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{60 \cdot 1{,}5}{8 \cdot 10^{10} \cdot 7{,}96 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0{,}8^\circ$$

ehk $\varphi = 48'$.

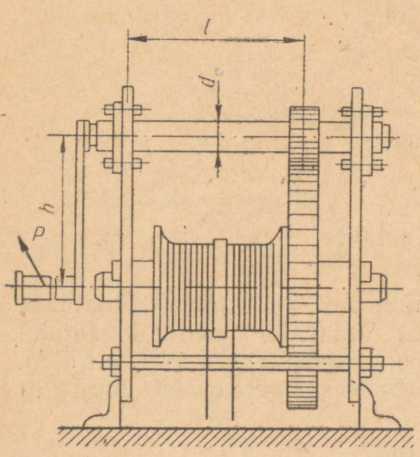
4.2. Terasest täisvõll läbimõõduga $d = 60$ mm pöörleb nurkkiirusega $\omega = 55$ rad/s (≈ 525 p/min) ja kannab üle võimsust $N = 103$ kW. Määrata suurim väändepinge ja väändenurk, kui võlli pikkus $l = 1{,}2$ m.

Vastus: $\tau_{max} = 44{,}1$ MN/m² (≈ 441 kG/cm²); $\varphi^\circ = 1^\circ 16'$.

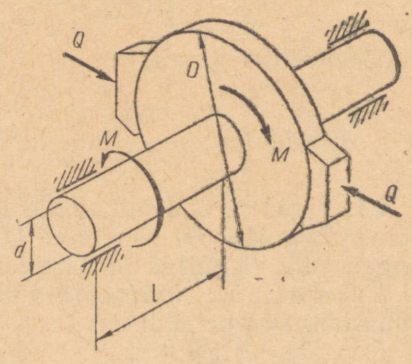
4.3. Tööline, tõstes vintsi abil raskust, rakendab vända käepidemele jõudu $P = 120$ N (≈ 12 kG) (joon. 129). Määrata suurimad väändepinged ja väändenurk võllis, kui võlli läbimõõt $d = 30$ mm, võlli väänatud osa pikkus $l = 0{,}8$ m ja käepideme õlg $h = 300$ mm. Võlli materjali nihkemoodul $G = 8{,}1 \cdot 10^4$ MN/m² ($\approx 8{,}1 \cdot 10^5$ kG/cm²).

Vastus: $\tau_{max} = 6{,}8$ MN/m² (≈ 68 kG/cm²); $\varphi = 15'$.

4.4. Kraana kahe klotsiga piduri ketas läbimõõduga $D = 300$ mm on jäigalt kinnitatud terasvõllile läbimõõduga $d =$



JOON. 129



JOON. 130

$= 30$ mm (joon. 130). Määrata suurimad väändepinged võlli ristlõikes, kui klotside survejõud kettale $Q = 820$ N (≈ 82 kG), liugehõõrdetegur piduri klotside ja ketta vahel $f = 0{,}4$. Määrata võlli väändenurk, kui võlli pikkus $l = 400$ mm.

Lahendus. Ringjõud pidurikettal

$$P = 2Qf = 2 \cdot 820 \cdot 0{,}4 = 656 \text{ N}.$$

Väändemoment pidurikettal

$$M_v = P\frac{D}{2} = 656 \cdot \frac{30 \cdot 10^{-2}}{2} = 98{,}4 \text{ Nm}.$$

Võlli ristlõike polaarvastupanu- ja polaarinertsmomendid

$$W_p = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\pi}{16} (3 \cdot 10^{-2})^3 = 5{,}30 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3;$$

$$I_p = \frac{\pi}{32} d^4 = \frac{\pi}{32} (3 \cdot 10^{-2})^4 = 7{,}96 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Suurimad pinged võlli ristlõikes

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{W_p} = \frac{98{,}4}{5{,}30 \cdot 10^{-6}} = 18{,}5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 18{,}5 \text{ MN/m}^2$$
$$(\approx 185 \text{ kG/cm}^2).$$

Piduriketta võlli väändenurk

$$\varphi^\circ = \frac{M_v l}{GI_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{98{,}4 \cdot 0{,}4}{8 \cdot 10^{10} \cdot 7{,}96 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0{,}36^\circ$$
$$\text{ehk } \varphi = 22'.$$

4.5. Terasest täisvõlli, mille otsa on kinnitatud põrkratas (joon. 131), väänatakse ringjõuga $P = 1180$ N (≈ 118 kG), mis tekib põrklingi ja põrkratta hamba kokkupuutepunktis A. Määrata võllis tekkiv suurim väändepinge ja väändenurk, kui võlli läbimõõt $d = 30$ mm, võlli pikkus $l = 200$ mm ja põrkratta läbimõõt $D = 260$ mm.

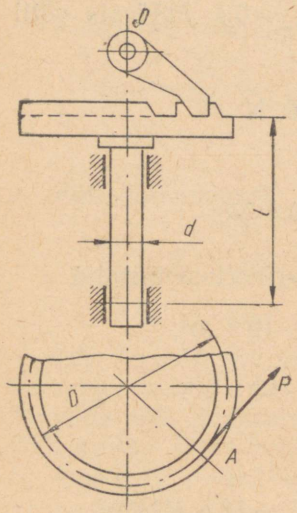
Vastus: $\tau_{max} = 29$ MN/m² (≈ 290 kG/cm²); $\varphi = 17'$.

4.6. Määrata terasvõlli suurimad väändepinged ja väändenurk (joon. 132), kui lõikejõud treimisel $P = 4800$ N (≈ 480 kG). Võlli läbimõõt $d = 60$ mm ja pikkus $l = 180$ mm.

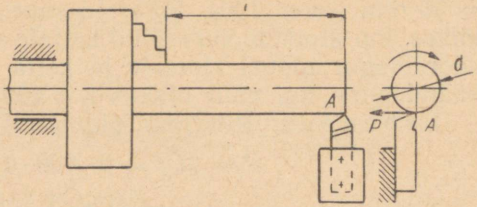
Vastus: $\tau_{max} = 3{,}4$ MN/m² (≈ 34 kG/cm²); $\varphi = 0{,}84'$.

4.7. Teraspuksi, mille läbimõõdud $D = 50$ mm ja $d = 30$ mm, treitakse mööda välispinda (joon. 133). Treimiseks on puks asetatud koonilisele tornile ja kinnitatud mutriga. Mitte arvestades torni koonilisust, määrata suurimad väändepinged torni ristlõikes, kui lõikejõud $P = 2800$ N (≈ 280 kG).

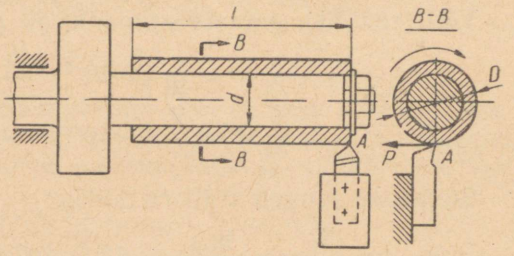
Vastus: $\tau_{max} = 13{,}2$ MN/m² (≈ 132 kG/cm²).



JOON. 131



JOON. 132



JOON. 133

4.8. Kepsupea ava lõikamisel kasutatakse kahe lõiketeraga puurvõlli (joon. 134). Määrata puurvõlli suurimad väändepinged ja väändenurk, kui puurvõlli läbimõõt $d = 50$ mm, lõikejõud $P_1 = 4650$ N (≈ 465 kG) ja $P_2 = 3100$ N (≈ 310 kG), ava algläbimõõt $D_1 = 85$ mm ja lõppläbimõõt $D_2 = 88$ mm; $l_1 = 140$ mm, $l_2 = 130$ mm.

Vastus: $\tau_{max} = 13{,}6$ MN/m² (≈ 136 kG/cm²); $\varphi = 3{,}15'$.

4.9. Terasvõll kannab üle võimsust $N = 60$ kW nurkkiirusega $\omega = 35$ rad/s (≈ 334 p/min). Määrata väändepinged õõnesvõlli pealis- ja sisepinnal, kui võlli välisläbimõõt $D = 80$ mm ja siseläbimõõt $d = 60$ mm.

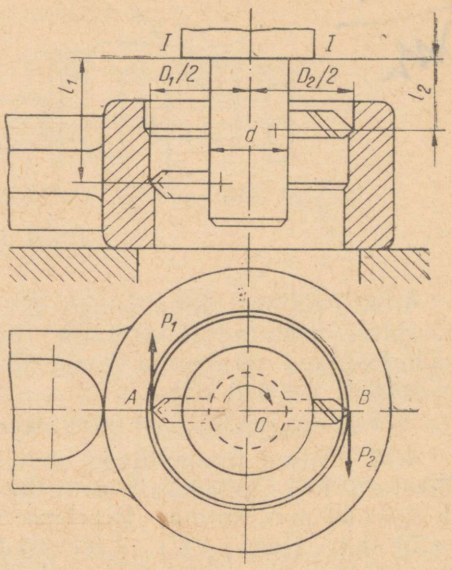
Vastus: $\tau_{max} = 24{,}5$ MN/m² (≈ 245 kG/cm²);
$\tau_{sise} = 18{,}4$ MN/m² (≈ 184 kG/cm²).

4.10. Paadimootor kannab üle võimsust $N = 18$ kW nurkkiirusega $\omega = 30$ rad/s (≈ 286 p/min). Määrata suurimad väändepinged propelleri võllis, kui võlli läbimõõt $d = 40$ mm.

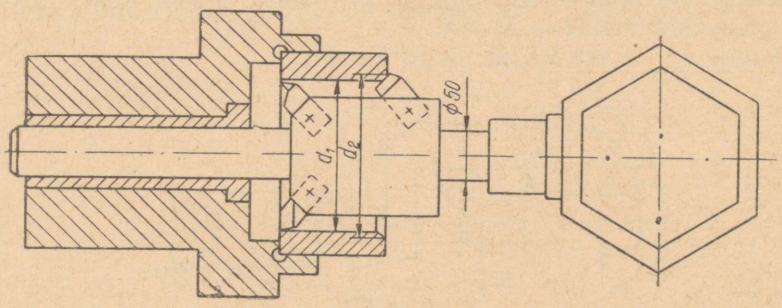
Vastus: $\tau_{max} = 47{,}8$ MN/m² (≈ 478 kG/cm²).

4.11. Võll kannab esialgu üle võimsust $N_1 = 7{,}5$ kW nurkkiirusega $\omega_1 = 35$ rad/s (≈ 334 p/min). Kuidas muutub suurim vään-

JOON. 134



JOON. 135



depinge, kui võll hakkab üle kandma võimsust $N_2 = 15$ kW nurkkiirusega $\omega_2 = 100$ rad/s (≈ 960 p/min)?

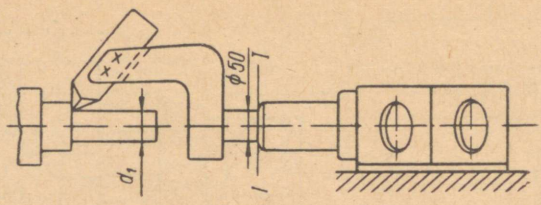
Vastus: suurimad väändepinged vähenevad 30%.

4.12. Määrata puurpingi spindlis tekkivad suurimad väändepinged, kui spindli läbimõõt $d = 30$ mm ja väändemoment $M_v = 90$ Nm (≈ 9 kGm).

Vastus: $\tau_{max} = 17$ MN/m² (≈ 170 kG/cm²).

4.13. Määrata suurimad väändepinged tornis (joon. 135) ava treimisel kahe lõiketeraga läbimõõdul $d_1 = 120$ mm ja samaaegselt faasi lõikamisel läbimõõdul $d_2 = 125$ mm. Lõikejõud treimisel $P_1 = 1400$ N (≈ 140 kG) ja faasi lõikamisel $P_2 = 900$ N (≈ 90 kG).

Vastus: $\tau_{max} = 9{,}1$ MN/m² (≈ 91 kG/cm²).



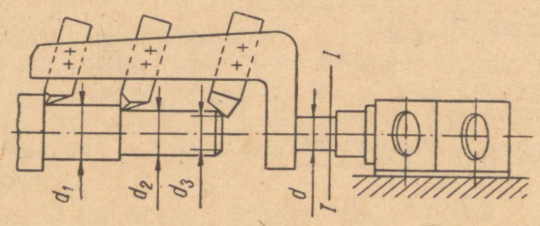
JOON. 136

4.14. Toorikut läbimõõduga $d_1 = 60$ mm treitakse revolverpea hoidjasse asetatud lõiketeraga (joon. 136). Määrata suurimad väändepinged terahoidja kaela lõikes I — I, kui lõikejõud $P = 4600$ N (≈ 460 kG).

Vastus: $\tau_{max} = 5{,}6$ MN/m² (≈ 56 kG/cm²).

4.15. Mitme terahoidjaga revolverpeasse on kinnitatud kolm lõiketera. Kaks lõiketera treivad toorikut läbimõõtudel $d_1 = 82$ mm ja $d_2 = 80$ mm, kolmas lõiketera lõikab faasi läbimõõdul $d_2 = 78$ mm (joon. 137). Lõikejõud on vastavalt: $P_1 = 3{,}2$ kN (≈ 320 kG), $P_2 = 3{,}4$ kN (≈ 340 kG) ja $P_3 = 2{,}8$ kN (≈ 280 kG). Määrata suurimad väändepinged terahoidja kaela lõikes I — I, kui kaela läbimõõt $d = 50$ mm.

Vastus: $\tau_{max} = 15{,}3$ MN/m² (≈ 153 kG/cm²).



JOON. 137

4.16. Terasvõll läbimõõduga $d = 40$ mm ja pikkusega $l = 650$ mm kannab üle pöördemomenti $M = 330$ Nm (≈ 33 kGm), sealjuures tekib täielik väändenurk $\varphi = 0{,}0105$ rad (0,6°). Määrata võlli materjali nihkemoodul.

Vastus: $G = 8{,}1 \cdot 10^4$ MN/m² ($\approx 8{,}1 \cdot 10^5$ kG/cm²).

4.17. Terasvõll läbimõõduga $d = 30$ mm kannab üle väändemomenti $M = 160$ Nm (≈ 16 kGm). Kontrollida võlli tugevust, kui lubatav pinge $[\tau]_v = 32$ MN/m² (≈ 320 kG/cm²).

Lahendus. Tugevustingimus väände puhul omab kuju:

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{W_p} \leqslant [\tau]_v.$$

Võlli ristlõike polaarvastupanumoment

$$W_p = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\pi}{16} (3 \cdot 10^{-2})^3 = 5{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Suurim väändepinge võlli ristlõikes

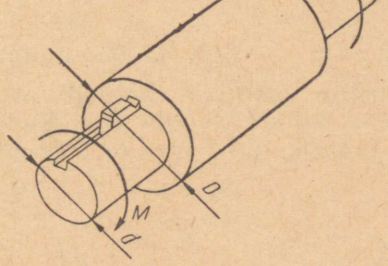
$$\tau_{max} = \frac{M_v}{W_p} = \frac{160}{5{,}3 \cdot 10^{-6}} = 30{,}2 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 30{,}2 \text{ MN/m}^2$$
$$(\approx 302 \text{ kG/cm}^2).$$

Siit selgub, et $\tau_{max} = 30{,}2$ MN/m² (≈ 302 kG/cm²) $< [\tau]_v =$ $= 32$ MN/m² (≈ 320 kG/cm²) — võlli ristlõige on küllaldane.

4.18. Võll kannab üle võimsust $N = 15$ kW nurkkiirusega $\omega = 80$ rad/s (≈ 765 p/min). Kontrollida võlli ristlõike tugevust, kui võlli läbimõõt $d = 35$ mm ja lubatav pinge $[\tau]_v = 25$ MN/m² (≈ 250 kG/cm²).

Vastus: $\tau_{max} = 22{,}2$ MN/m² (≈ 222 kG/cm²) $< [\tau]_v = 25$ MN/m² (≈ 250 kG/cm²) — võlli tugevus on küllaldane.

4.19. Kaks võlli läbimõõduga $d = 60$ mm on ühendatud muhviga. Muhv kannab üle momenti $M = 7$ kNm (≈ 700 kGm). Kontrollida muhvi ristlõike tugevust, kui lubatav pinge $[\tau]_v = 25$ MN/m²



JOON. 138

(≈ 250 kG/cm²). Muhvi diameetrite suhe $\alpha = \frac{d}{D} = 0{,}5$. Muhvi nõrgestust liistusoonega mitte arvestada.

Vastus: $\tau_{max} = 22$ MN/m² (≈ 220 kG/cm²) $< [\tau]_v = 25$ MN/m² (≈ 250 kG/cm²). Muhvi ristlõige on küllaldane.

4.20. Võll läbimõõduga $d = 40$ mm ja pikkusega $l = 1$ m võtab vastu väändemomenti $M = 260$ Nm (≈ 26 kGm). Kontrollida võlli ristlõike tugevust ja jäikust, kui $[\tau]_v = 25$ MN/m² (≈ 250 kG/cm²) ja $[\varphi°] = 1°$.

L a h e n d u s. Kontrollime, kas võlli ristlõige on küllaldane, s. t. kas on täidetud tingimus $\tau_{max} \leqslant [\tau]_v$. Võlli ristlõike polaarvastupanumoment

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi}{16}(4 \cdot 10^{-2})^3 = 12{,}56 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3.$$

Suurim väändepinge

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{W_p} = \frac{260}{12{,}56 \cdot 10^{-6}} = 20{,}6 \cdot 10^6\ \text{N/m}^2 = 20{,}6\ \text{MN/m}^2$$
$$(\approx 206\ \text{kG/cm}^2);$$
$$\tau_{max} = 20{,}6\ \text{MN/m}^2 \approx 206\ \text{kG/cm}^2 < [\tau]_v = 25\ \text{MN/m}^2$$
$$(\approx 250\ \text{kG/cm}^2).$$

Võlli ristlõike tugevus vastab nõuetele.

Järgnevalt kontrollime, kas võlli ristlõige on küllalt jäik, s. t. kas on täidetud tingimus $\varphi^\circ \leqslant [\varphi^\circ]$. Võlli ristlõike polaarinertsmoment

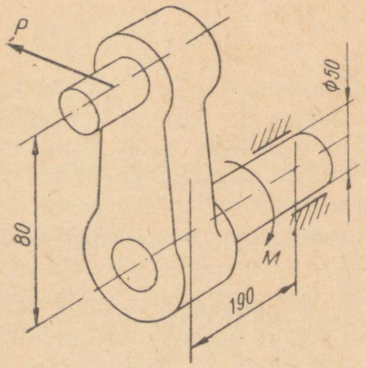
$$I_p = \frac{\pi d^4}{32} = \frac{\pi}{32}(4 \cdot 10^{-2})^4 = 25{,}2 \cdot 10^{-8}\ \text{m}^4.$$

Võlli ristlõike täielik väändenurk

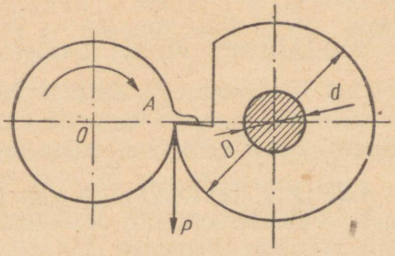
$$\varphi^\circ = \frac{M_v l}{G I_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{260 \cdot 1}{8 \cdot 10^{10} \cdot 25{,}2 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0{,}74^\circ.$$

$\varphi^\circ = 0{,}74^\circ < [\varphi^\circ] = 1^\circ$ — võlli jäikustingimus on rahuldatud.

4.21. Ühesilindrilise mootori väntvõlli vändakaelale (joon. 139) mõjub jõud $P = 6{,}9$ kN (≈ 690 kG). Kontrollida kaela ristlõike tugevust ja jäikust, kui $[\tau]_v = 24$ MN/m² (≈ 240 kG/cm²) ja $[\varphi^\circ] = 0{,}15^\circ$.



JOON. 139



JOON. 140

Vastus: $\tau_{max} = 22{,}4$ MN/m² (≈ 224 kG/cm²) $< [\tau]_v = 24$ MN/m² (≈ 240 kG/cm²); $\varphi° = 0{,}12° < [\varphi°] = 0{,}15°$ — kaela ristlõige on küllaldane ja rahuldab jäikustingimust.

4.22. Ketaslõikuri võll väändub lõikeprotsessi ajal (joon. 140). Määrata ketaslõikuri võlli läbimõõt, kui ketaslõikuri läbimõõt $D = 50$ mm, lõikejõud $P = 8400$ N (≈ 840 kG) ja lubatav väändepinge $[\tau]_v = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²).

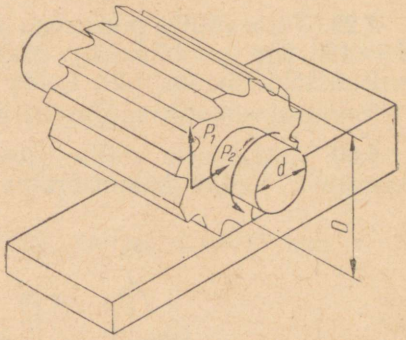
Vastus: $d = 27{,}8$ mm.

4.23. Täpse arvutuse korral arvutatakse freestorni liittugevusele, s. t. võetakse arvesse painet, mida tekitavad ringjõud P_1 ja radiaaljõud P_2, ning väänet, mida tekitab jõud P_1 (joon. 141).

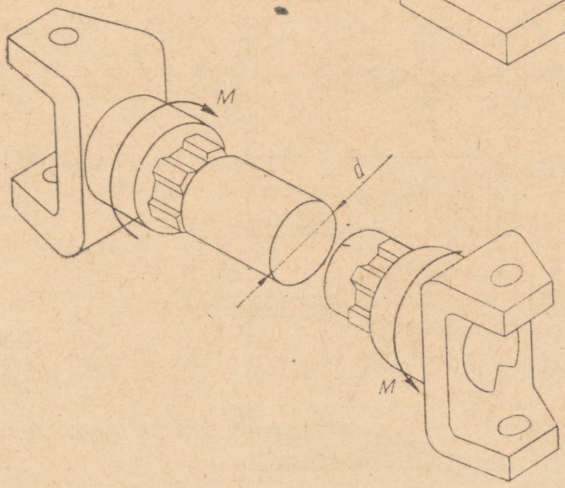
Määrata freestorni läbimõõt, lähtudes ainult väände tugevustingimusest, kui $P_1 = 1950$ N (≈ 195 kG), freesi läbimõõt $D = 80$ mm ja freestorni materjali lubatav pinge $[\tau]_v = 42$ MN/m² (≈ 420 kG/cm²).

Vastus: $d = 21$ mm.

4.24. Hammasvõll kannab üle võimsust $N = 20$ kW (joon. 142) nurkkiirusega $\omega = 90$ rad/s (≈ 860 p/min). Määrata võlli siseläbimõõt (hambavahe põhjade läbimõõt), kui lubatav pinge $[\tau]_v =$



JOON. 141



JOON. 142

$= 40$ MN/m² (≈ 400 kG/cm²). Hammaste tugevust mitte arvestada.

Vastus: $d = 30$ mm.

4.25. Määrata õõnesvõlli välis- ja siseläbimõõt, kui ta kannab üle võimsust $N = 885$ kW nurkkiirusega $\omega = 100$ rad/s (≈ 955 p/min). Lubatav pinge $[\tau]_v = 40$ MN/m² (≈ 400 kG/cm²) ja läbimõõtude suhe $\alpha = \frac{d}{D} = 0{,}75$.

Vastus: $D = 118$ mm; $d = 88{,}6$ mm.

4.26. Võllile mõjub väändemoment $M = 150$ Nm (≈ 15 kGm). Määrata võlli läbimõõt ja suurim väändepinge, kui võlli pikkusel $l = 20d$ väändenurk ei tohi ületada 0,6°.

Vastus: $d = 33$ mm; $\tau_{max} = 20{,}8$ MN/m² (≈ 208 kG/cm²).

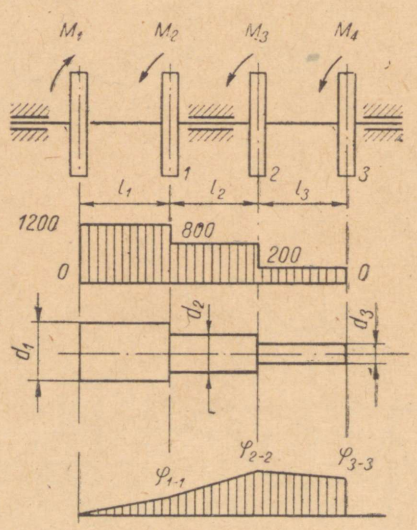
4.27. Võll kannab üle võimsust $N = 18$ kW nurkkiirusega $\omega = 80$ rad/s (≈ 760 p/min). Määrata võlli läbimõõt ja suurimad väändepinged, kui võlli pikkusel $l = 30d$ väändenurk ei tohi ületada 0,8°.

Vastus: $d = 40$ mm; $\tau_{max} = 18$ MN/m² (≈ 180 kG/cm²).

4.28. Terasvõllile pikkusega $l = 1{,}8$ m on rakendatud moment $M = 460$ Nm (≈ 46 kGm). Määrata võlli läbimõõt, kui väändenurk ei tohi ületada 1,2°. Leida suurimad väändepinged.

Vastus: $d = 48$ mm, $\tau_{max} = 21{,}2$ MN/m² (≈ 212 kG/cm²).

4.29. Astmelisele võllile (joon. 143) on kinnitatud neli hammasratast. Vedav hammasratas kannab võllile pöördemomenti



JOON. 143

$M_1 = 1200$ Nm. Teised hammasrattad kannavad pöördemomendi üle võllidele, mis on paralleelsed esimese võlliga: $M_2 = 400$ Nm; $M_3 = 600$ Nm, $M_4 = 200$ Nm. Konstrueerida väändemomentide epüür, määrata võlli astmete läbimõõdud ja täielik väändenurk ning joonestada väändenurkade epüür. Lubatav pinge $[\tau]_v = 32$ MN/m^2, $l_1 = 120$ mm, $l_2 = 180$ mm ja $l_3 = 100$ mm.

Lahendus. Selleks et konstrueerida väändemomentide epüüri, tuleb määrata väändemomentide suurused võlli igas lõikes. Selleks kasutame reeglit: väändemoment võlli meelevaldses ristlõikes on arvuliselt võrdne kõigi ühel pool lõiget asuvate välismomentide algebralise summaga. Vaatleme välismomentide mõju lõikest vasakul pool. Lõikes $1-1$ $M_{v1} = M_1 = 1200$ Nm; lõikes $2-2$ $M_{v2} = M_1 - M_2 = 1200 - 400 = 800$ Nm; lõikes $3-3$ $M_{v3} = M_1 - M_2 - M_3 = 1200 - 400 - 600 = 200$ Nm.

Võlli väändemomentide epüür on antud joonisel. Võlli läbimõõdud igas astmes määrame valemiga

$$d \geqslant 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{M_v}{[\tau]_v}} \text{ m}.$$

Võlli läbimõõt esimeses astmes

$$d_1 = 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{1200}{32 \cdot 10^6}} = 5{,}76 \cdot 10^{-2} \text{ m, valime } d_1 = 58 \text{ mm},$$

teises

$$d_2 = 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{800}{32 \cdot 10^6}} = 5{,}04 \cdot 10^{-2} \text{ m, valime } d_2 = 50 \text{ mm};$$

kolmandas

$$d_3 = 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{200}{32 \cdot 10^6}} = 3{,}18 \cdot 10^{-2} \text{ m, valime } d_3 = 32 \text{ mm}.$$

Selleks et määrata võlli täielikku väändenurka, arvutame võlli üksikute ristlõigete polaarinertsmomendid:

$$I_{p1} = \frac{\pi d_1^4}{32} = \frac{\pi}{32} (5{,}8 \cdot 10^{-2})^4 = 110 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4;$$

$$I_{p2} = \frac{\pi d_2^4}{32} = \frac{\pi}{32} (5 \cdot 10^{-2})^4 = 61{,}5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4;$$

$$I_{p3} = \frac{\pi d_3^4}{32} = \frac{\pi}{32} (3{,}2 \cdot 10^{-2})^4 = 10{,}2 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Võlli astmete väändenurgad:

$$\varphi^\circ_{AB} = \frac{M_{v1} \cdot l_1}{G I_{p1}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{1200 \cdot 12 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{10} \cdot 110 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0{,}094^\circ;$$

$$\varphi^\circ_{BC} = \frac{M_{v2} \cdot l_2}{GI_{p2}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{800 \cdot 18 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{10} \cdot 61{,}5 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0{,}168^\circ;$$

$$\varphi^\circ_{CD} = \frac{M_{v3} \cdot l_3}{GI_{p3}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{200 \cdot 10 \cdot 10^{-2}}{8 \cdot 10^{10} \cdot 10{,}2 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0{,}143^\circ.$$

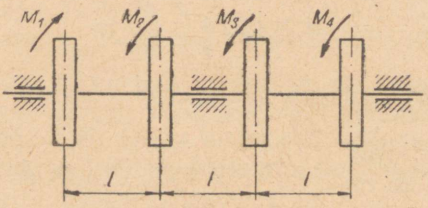
Nende andmete järgi joonestame võlli väändenurkade epüüri (joon. 143).

Võlli täielik väändenurk

$$\varphi^\circ = \varphi^\circ_{AB} + \varphi^\circ_{BC} + \varphi^\circ_{CD} = 0{,}094^\circ + 0{,}168^\circ + 0{,}143^\circ = 0{,}405^\circ$$

ehk $\varphi = 24'$.

4.30. Konstantse ristlõikega terasvõllile on jäigalt kinnitatud neli rihmaratast (joon. 144). Vedav rihmaratas kannab võllile pöördemomenti $M_1 = 2300$ Nm (≈ 230 kGm). Teised rihmarattad kannavad üle momente $M_2 = 400$ Nm (≈ 40 kGm), $M_3 = 1100$ Nm

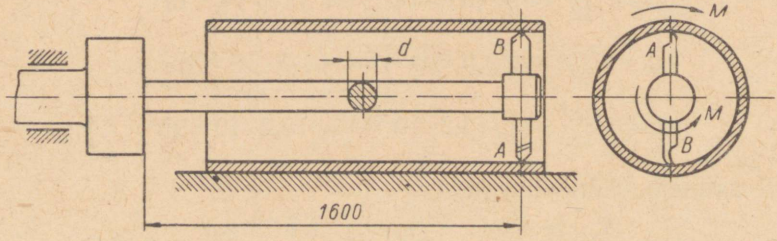


JOON. 144

(≈ 110 kGm) ja $M_4 = 800$ Nm (≈ 80 kGm). Konstrueerida väändemomentide epüür ja määrata võlli läbimõõt. Lubatav pinge $[\tau]_v = 28$ MN/m^2 (≈ 280 kG/cm^2). Kuidas tuleb asetada rihmarattad, et samade andmete juures saada väikseim võlli läbimõõt? Kui suur peab see läbimõõt olema?

Vastus: $d_I = 75$ mm; $d_{II} = 60$ mm.

4.31. Sügavate avade treimisel kasutatakse kahe lõiketeraga puurvõlli (joon. 145). Määrata puurvõlli läbimõõt, lähtudes väändetugevusest, ja väändenurk, kui puurvõll kannab üle võimsust



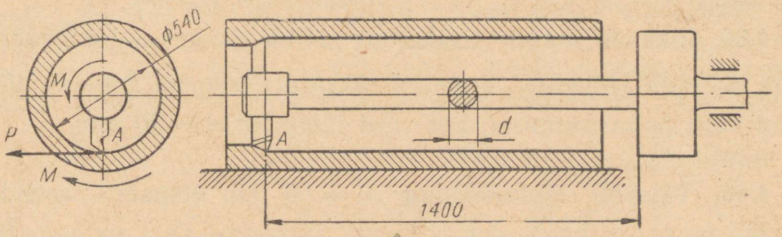
JOON. 145

$N = 10$ kW nurkkiirusega $\omega = 6{,}28$ rad/s (≈ 60 p/min). Puurvõlli materjalile lubatav pinge $[\tau]_v = 40$ MN/m² (≈ 400 kG/cm²).

Vastus: $d = 59$ mm; $\varphi = 1°32'$.

4.32. Silindrit treitakse üheteralise puurvõlliga (joon. 146). Määrata puurvõlli läbimõõt ja väändenurk, kui lõikejõud $P = 6800$ N (≈ 680 kG) ja lubatav pinge $[\tau]_v = 40$ MN/m² (≈ 400 kG/cm²).

Vastus: $d = 62$ mm, $\varphi = 1°16'$.



JOON. 146

4.33. Määrata auruturbiini võlli läbimõõt, kui turbiin arendab võimsust $N = 150000$ kW nurkkiirusega $\omega = 3{,}14$ rad/s (≈ 3000 p/min). Kui suur on võlli väändenurk, kui tema pikkus $l = 6{,}5$ m?

Vastus: $d = 392$ mm; $\varphi = 1°41'$.

4.34. Terasvõll peab üle kandma võimsust $N = 170$ kW nurkkiirusega $\omega = 70$ rad/s (≈ 670 p/min). Määrata võlli läbimõõt, lähtudes tugevus- ja jäikustingimusest, kui $[\tau]_v = 42$ MN/m² (≈ 420 kG/cm²) ja $[\varphi°] = 0{,}4°$.

Vastus: $d = 82$ mm.

4.35. Määrata suurim pöördemoment, mida võib üle kanda võll läbimõõduga $d = 30$ mm, kui suurimad väändepinged ei tohi ületada $\tau_{max} = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²).

Lahendus. Suurimad väändepinged määratakse valemiga $\tau_{max} = \frac{M_v}{W_p}$, kust suurima väändemomendi väärtus $M_v = W_p \tau_{max}$.

Võlli ristlõike polaarvastupanumoment

$$W_p = \frac{\pi}{16} d^3 = \frac{\pi}{16} (3 \cdot 10^{-2})^3 = 5{,}3 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3,$$

siis

$$M_v = W_p \tau_{max} = 5{,}3 \cdot 10^{-6} \cdot 50 \cdot 10^6 = 265 \text{ Nm} \quad (\approx 26{,}5 \text{ kGm}).$$

4.36. Kui suurt võimsust võib üle kanda võll välisläbimõõduga $D = 95$ mm ja siseläbimõõduga $d = 76$ mm nurkkiirusega $\omega = 80$ rad/s (≈ 765 p/min)? Suurim väändepinge võlli ristlõikes ei tohi ületada $\tau_{max} = 38$ MN/m² (≈ 380 kG/cm²).

Vastus: $N = 300$ kW.

4.37. Terasvõll läbimõõduga $d = 60$ mm pöörleb nurkkiirusega $\omega = 80$ rad/s (≈ 764 p/min). Määrata võlli poolt ülekantav võimsus, kui väändenurk võlli pikkusel $l = 1{,}2$ m on $\varphi = 0{,}3°$.

Vastus: $N = 35{,}6$ kW.

4.38. Terasvõll läbimõõduga $d = 40$ mm ja pikkusega $l = 1{,}6$ m pöörleb nurkkiirusega $\omega = 16$ rad/s (≈ 153 p/min). Kui suurt võimsust võib võll üle kanda, kui täielik väändenurk $\varphi = 1°$? Määrata suurim väändepinge.

Vastus: $N = 3{,}52$ kW; $\tau_{max} = 17{,}5$ MN/m² (≈ 175 kG/cm²).

4.39. Pikkade täpselt töödeldud võllide puhul ei tohi väändenurk ületada $[\varphi°] = \frac{1}{30}$ kraad/m. Määrata suurim lubatav lõikejõud võlli puhastreimisel, kui võlli läbimõõt $d = 30$ mm.

Vastus: $P_{max} = 247$ N ($\approx 24{,}7$ kG).

4.40. Täisvõll läbimõõduga $d_1 = 50$ mm otsustati asendada võrdvastupidava õõnesvõlliga, mille läbimõõtude suhe $\alpha = \frac{d_2}{D_2} = 0{,}6$. Määrata õõnesvõlli välis- ja siseläbimõõt. Kui palju väheneb õõnesvõlli mass võrreldes täisvõlliga, kui võllide materjalid ja pikkused on samad?

Lahendus. Kuna ülesande tingimusena on antud, et võllid on võrdvastupidavad, siis nende polaarvastupanumomendid peavad olema võrdsed, s. t. $W_{1p} = W_{2p}$.

$$W_{1p} = \frac{\pi d_1^3}{16} \quad \text{ja} \quad W_{2p} = \frac{\pi D_2^3 (1 - \alpha^4)}{16},$$

järelikult

$$\frac{\pi d_1^3}{16} = \frac{\pi D_2^3 (1 - \alpha^4)}{16}, \quad \text{kust õõnesvõlli välisläbimõõt}$$

$$D_2 = \frac{d_1}{\sqrt[3]{(1 - \alpha^4)}} = \frac{5 \cdot 10^{-2}}{\sqrt[3]{(1 - 0{,}6^4)}} = 5{,}3 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

ehk $D_2 = 53$ mm.

Õõnesvõlli siseläbimõõt

$d_2 = \alpha \cdot D_2 = 0{,}6 \cdot 5{,}3 \cdot 10^{-2} = 3{,}2 \cdot 10^{-2}$ m ehk

$$d_2 = 32 \text{ mm}.$$

Et võllide pikkused ja materjal on samad, siis nende masside suhe on võrdeline ristlõikepindaladega:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{F_2}{F_1} = \frac{\frac{\pi}{4}(D_2^2 - d_2^2)}{\frac{\pi}{4} d_1^2} = \frac{D_2^2 - d_2^2}{d_1^2} =$$

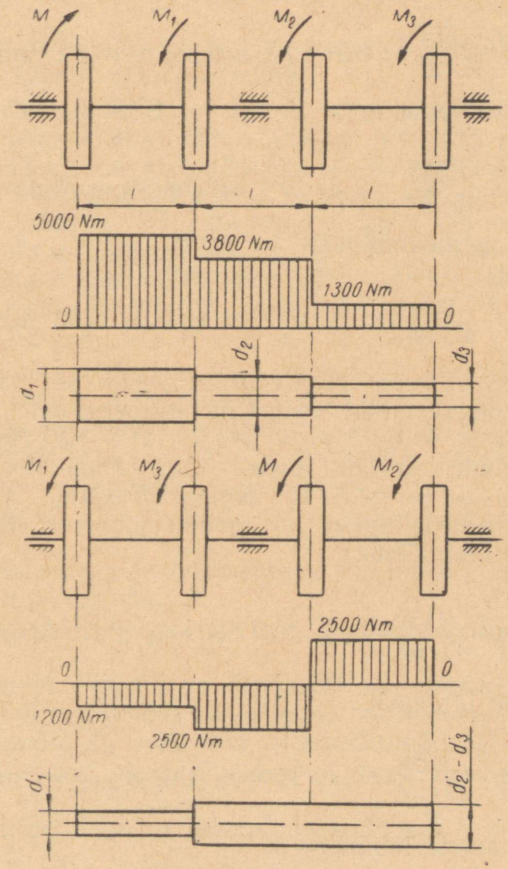
$$= \frac{(5{,}3 \cdot 10^{-2})^2 - (3{,}2 \cdot 10^{-2})^2}{(5 \cdot 10^{-2})^2} = 0{,}71,$$

seega õõnesvõll on täisvõllist 29% kergem.

4.41. Võll läbimõõduga $d_1 = 42$ mm asendati võrdvastupidava õõnesvõlliga läbimõõtude suhtega $\alpha = \frac{d_2}{D_2} = 0{,}8$. Määrata õõnesvõlli välis- ja siseläbimõõt. Kui palju vähenes õõnesvõlli mass võrreldes täisvõlliga? Võllide pikkused ja materjalid on samad.

Vastus: $D_2 = 50$ mm; $d_2 = 40$ mm. Mass vähenes 49%.

4.42. Astmelisele võllile on jäigalt kinnitatud neli rihmaratast (joon. 147). Vedav rihmaratas kannab võllile üle pöördemomendi $M = 5$ kNm (≈ 500 kGm). Teiste rihmarataste momendid on vastavalt $M_1 = 1{,}2$ kNm (≈ 120 kGm), $M_2 = 2{,}5$ kNm (≈ 250 kGm) ja $M_3 = 1{,}3$ kNm (≈ 130 kGm). Konstrueerida väändemomentide epüürid; määrata võlli astmete läbimõõdud; ratsionaal-



JOON. 147

selt paigutada rihmaratad nii, et väändemomentide epüürid jaotuksid ühtlaselt piki võlli; leida võlli astmete läbimõõdud. Kuidas muutus võllide mass, kui materjal ja astmete pikkused on samad? Lubatav pinge $[\tau]_v = 45$ MN/m^2 (≈ 450 kG/cm^2).

Lahendus. Väändemomendid, mida kannavad üle võlli astmed: esimene aste — $M = 5$ kNm; teine aste — $M - M_1 = 5 \cdot 10^3 - 1{,}2 \cdot 10^3 = 3{,}8 \cdot 10^3$ Nm $= 3{,}8$ kNm; kolmas aste — $M - M_1 - M_2 = 5 \cdot 10^3 - 1{,}2 - 10^3 - 2{,}5 \cdot 10^3 = 1{,}3 \cdot 10^3$ Nm $= 1{,}3$ kNm.

Väändemomentide epüür on toodud joonisel 147. Võlli astmete läbimõõdud määrame valemiga:

$$d \geqslant 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{M_v}{[\tau]_v}} \text{ m}.$$

Esimese astme läbimõõt

$$d_1 = 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{5000}{45 \cdot 10^6}} = 8{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } d_1 = 82 \text{ mm}.$$

Teise astme läbimõõt

$$d_2 = 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{3800}{45 \cdot 10^6}} = 7{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } d_2 = 75 \text{ mm}.$$

Kolmanda astme läbimõõt

$$d_3 = 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{1300}{45 \cdot 10^6}} = 5{,}3 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } d_3 = 53 \text{ mm}.$$

Kõige ratsionaalsem rihmarataste paigutus on näidatud joonisel 147. Väändemomendid vastavalt: esimene aste $-M_1 = -1{,}2$ kNm; teine aste $-M_1 + M_3 = -1{,}2 \cdot 10^3 - 1{,}3 \cdot 10^3 = -2{,}5 \cdot 10^3$ Nm $= -2{,}5$ kNm; kolmas aste $-M_1 + M_2 + M = -1{,}2 \cdot 10^3 - 1{,}3 \cdot 10^3 + 5 \cdot 10^3 = +2{,}5 \cdot 10^3$ Nm $= 2{,}5$ kNm.

Väändemomentide epüür on toodud joonisel. Määrame võlli esimese astme läbimõõdu:

$$d'_1 = 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{1200}{45 \cdot 10^6}} = 5{,}1 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } d'_1 = 51 \text{ mm}.$$

Teise astme läbimõõt

$$d'_2 = 1{,}72 \sqrt[3]{\frac{2500}{45 \cdot 10^6}} = 6{,}6 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } d'_2 = 66 \text{ mm}.$$

Kolmanda astme läbimõõt

$$d'_3 = d'_2 = 6{,}6 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } d'_3 = 66 \text{ mm}.$$

Võlli mass esimese variandi puhul

$$m_1 = \left(\frac{\pi d_1^2}{4} l + \frac{\pi d_2^2}{4} l + \frac{\pi d_3^2}{4} l\right) \varrho = \frac{\pi}{4} (d_1^2 + d_2^2 + d_3^2) l\varrho.$$

Võlli mass teise variandi puhul

$$m_2 = \left(\frac{\pi d'^2_1}{4} l + \frac{\pi d'^2_2}{4} 2l\right) \varrho = \frac{\pi}{4} (d'^2_1 + 2d'^2_2) l\varrho.$$

Võlli masside suhe

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{\frac{\pi}{4} (d'^2_1 + 2d'^2_2) l\varrho}{\frac{\pi}{4} (d_1^2 + d_2^2 + d_3^2) l\varrho} = \frac{d'^2_1 + 2d'^2_2}{d_1^2 + d_2^2 + d_3^2};$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{(51 \cdot 10^{-3})^2 + 2(66 \cdot 10^{-3})^2}{(83 \cdot 10^{-3})^2 + (75 \cdot 10^{-3})^2 + (53 \cdot 10^{-3})^2} = 0{,}74.$$

See tähendab, et võlli mass teise variandi puhul on 26% võrra väiksem kui esimese variandi puhul.

4.43. Astmelisele võllile on jäigalt kinnitatud neli rihmaratast. Vedav rihmaratas kannab üle võimsust $N = 13{,}2$ kW nurkkiirusega $\omega = 45$ rad/s (≈ 430 p/min). Teiste rihmarataste võimsused: $N_1 = 5{,}4$ kW; $N_2 = 3{,}2$ kW ja $N_3 = 4{,}6$ kW. Joonestada väändemomentide epüür ja määrata võlli astmete läbimõõdud; ratsionaalselt paigutada rihmarattad nii, et väändemomentide epüürid jaotuksid ühtlaselt piki võlli; leida võlli astmete läbimõõdud. Lubatav pinge $[\tau]_v = 45$ MN/m^2 (≈ 450 kG/cm^2).

Vastus: $d_1 = 32$ mm; $d_2 = 27$ mm, $d_3 = 22{,}6$ mm.

4.44. Kaks terasvõlli, üks täis, teine õõnes, on ühesuuruse ristlõikepinnaga ning valmistatud ühest ja samast materjalist. Võrrelda suurimaid pöördemomente, mida võllid võivad üle kanda, kui täisvõlli läbimõõt $d_1 = 40$ mm ja õõnesvõlli välisläbimõõt $D_2 = 50$ mm ning siseläbimõõt $d_2 = 30$ mm.

Vastus: Õõnesvõll võib üle kanda 70% suuremat pöördemomenti kui täisvõll.

4.45. Eelmine ülesanne lahendada tingimusel, et $d_1 = 43$ mm, $D_2 = 50$ mm, $d_2 = 25$ mm.

Vastus: Õõnesvõll võib üle kanda 48% suuremat pöördemomenti kui täisvõll.

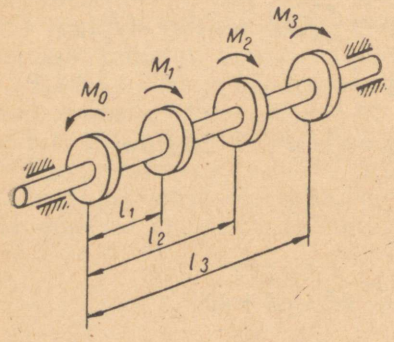
4.46. Terasest täisvõll ja õõnesvõll on ühesuguse jäikusega. Määrata täisvõlli läbimõõt ja võrrelda võllide masse, kui õõnesvõlli välisläbimõõt $D_1 = 70$ mm ja siseläbimõõt $d_1 = 35$ mm.

Vastus: $d = 69$ mm. Õõnesvõlli mass on 22,7% võrra väiksem täisvõlli massist.

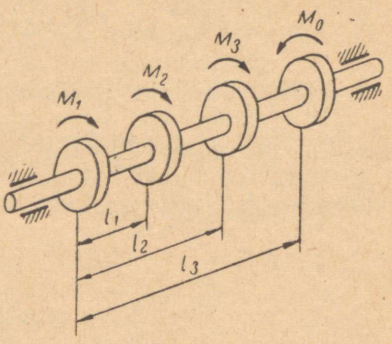
4.47. Eelmine ülesanne lahendada andmetel $D_1 = 50$ mm, $d_1 = 30$ mm.

Vastus: $d = 48{,}3$ mm. Õõnesvõlli mass on 31% väiksem täisvõlli massist.

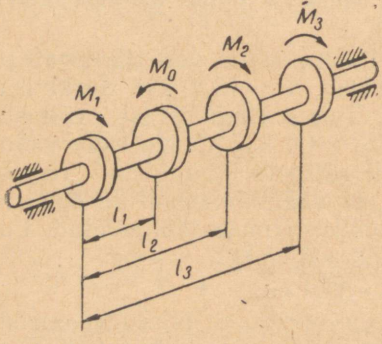
Variant I



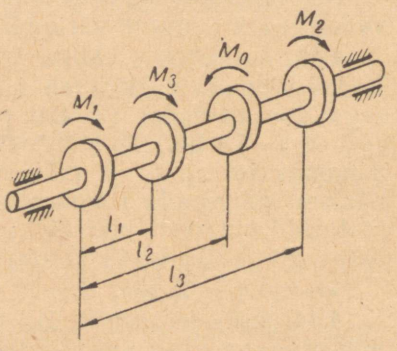
Variant IV



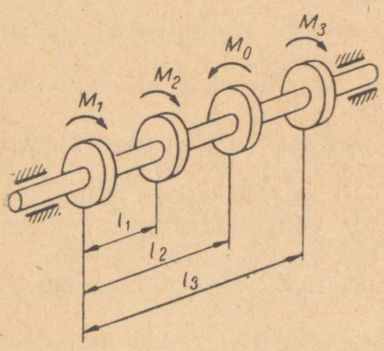
Variant II



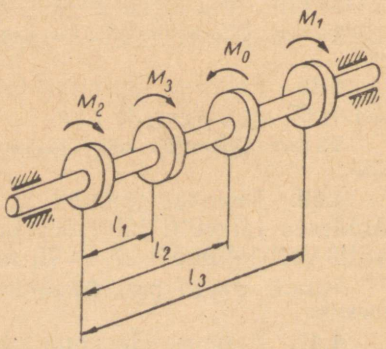
Variant V



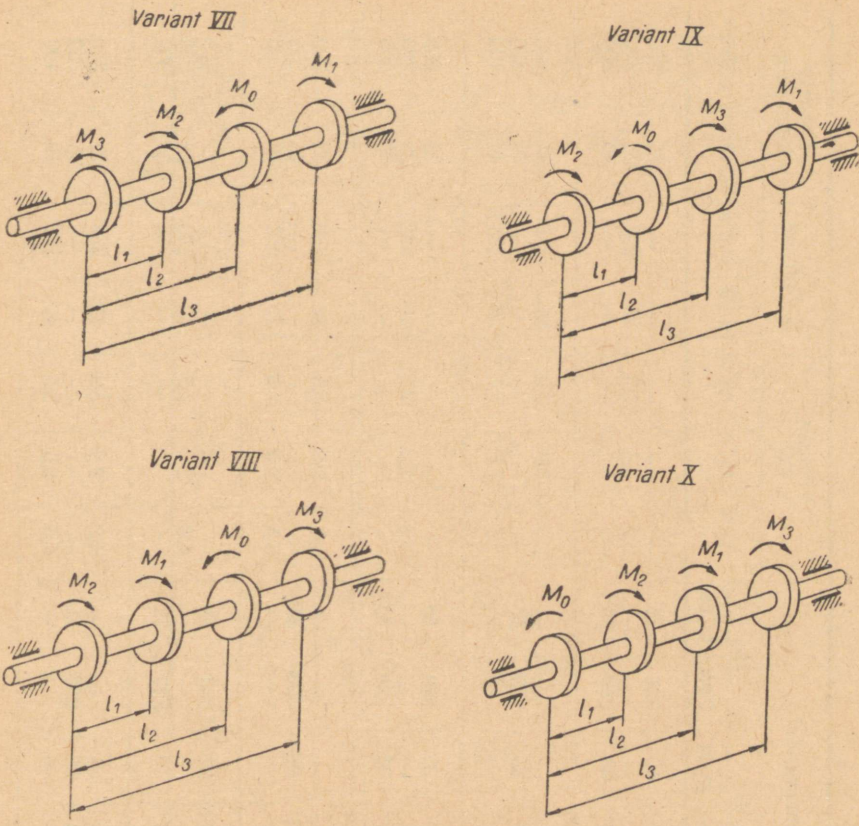
Variant III



Variant VI



JOON. 148



JOON. 148 (järg)

4.48*. Ühe joon. 148 antud variandi skeemi ja tabeli 14 andmetel on vaja joonestada väändemomentide epüür; määrata võlli astmete läbimõõdud ja konstrueerida võlli pöördenurkade epüür.

Märkus: 1. väändemomentide epüüri konstrueerimisel võtta aluseks, et $M_0 = M_1 + M_2 + M_3$ või $N_0 = N_1 + N_2 + N_3$.

2. Arvutusel saadud võllide läbimõõdud (mm) tuleb ümardada lähema suurema arvuni, mis lõpevad 0, 2, 5 ja 8-ga.

$M = \frac{N}{w}$

Tabel 14

Variant		Kaugus m			Pöördemomendid						Võimsus kW			Nurkkiirus		Lubatav väändepinge	
					M_1		M_2		M_3								
		l_1	l_2	l_3	Nm	kGm	Nm	kGm	Nm	kGm	N_1	N_2	N_3	rad/s	p/min	MN/m²	kG/cm²
I	a	0,4	0,1	0,7	300	30	400	40	220	22	—	—	—	—	—	25	250
	b	0,5	0,2	0,6	—	—	—	—	—	—	2,0	3,5	2,8	25	238	28	280
	c	0,6	0,3	0,5	320	32	380	38	250	25	—	—	—	—	—	30	300
II	a	0,1	0,4	0,4	—	—	—	—	—	—	2,5	3,2	3,0	30	286	32	320
	b	0,2	0,5	0,3	350	35	350	35	280	28	—	—	—	—	—	35	350
	c	0,3	0,6	0,8	—	—	—	—	—	—	2,8	3,0	3,5	35	334	40	400
III	a	0,4	0,6	0,7	380	38	320	32	300	30	—	—	—	—	—	25	250
	b	0,5	0,5	0,6	—	—	—	—	—	—	3,0	2,8	2,2	40	382	28	280
	c	0,6	0,4	0,5	400	40	300	30	320	32	—	—	—	—	—	30	300
IV	a	0,1	0,3	0,4	—	—	—	—	—	—	3,2	2,5	2,5	26	248	32	320
	b	0,2	0,2	0,7	420	42	280	28	350	35	—	—	—	—	—	35	350
	c	0,3	0,1	0,6	—	—	—	—	—	—	3,5	2,0	2,8	28	267	40	400
V	a	0,4	0,2	0,5	450	45	200	20	380	38	—	—	—	—	—	25	250
	b	0,5	0,3	0,4	—	—	—	—	—	—	4,0	2,0	3,2	30	286	28	280
	c	0,6	0,4	0,3	300	30	400	40	220	22	—	—	—	—	—	30	300
VI	a	0,2	0,5	0,7	—	—	—	—	—	—	4,2	2,2	3,0	35	334	32	320
	b	0,3	0,6	0,5	320	32	380	38	250	25	—	—	—	—	—	35	350
	c	0,4	0,7	0,4	—	—	—	—	—	—	4,5	2,5	3,5	40	382	40	400

Tabel 14 (järg)

Variant	Kaugus m			Pöördemomendid						Võimsus kW			Nurk-kiirus		Lubatav väändepinge	
				M_1		M_2		M_3								
	l_1	l_2	l_3	Nm	kGm	Nm	kGm	Nm	kGm	N_1	N_2	N_3	rad/s	p/min	MN/m²	kG/cm²
a	0,5	0,2	0,3	350	35	320	32	280	28	—	—	—	—	—	25	250
VII b	0,6	0,3	0,7	—	—	—	—	—	—	2,0	2,8	2,2	45	430	28	280
c	0,1	0,4	0,6	380	38	350	35	300	30	—	—	—	—	—	30	300
a	0,2	0,5	0,5	—	—	—	—	—	—	2,5	3,0	2,5	50	477	32	320
VIII b	0,3	0,6	0,4	400	40	380	38	220	22	—	—	—	—	—	35	350
c	0,4	0,7	0,6	—	—	—	—	—	—	2,8	3,2	2,6	60	572	40	400
a	0,5	0,7	0,5	420	42	400	40	250	25	—	—	—	—	—	25	250
IX b	0,6	0,6	0,4	—	—	—	—	—	—	3,0	3,5	2,8	70	667	28	280
c	0,1	0,5	0,6	300	30	220	22	280	28	—	—	—	—	—	30	300
a	0,2	0,4	0,5	—	—	—	—	—	—	3,2	2,0	2,6	80	765	32	320
X b	0,3	0,3	0,4	320	32	280	28	300	30	—	—	—	—	—	35	350
c	0,4	0,2	0,3	—	—	—	—	—	—	3,5	2,5	2,8	50	477	40	400

§ 2. RISTKÜLIKUKUJULISE RISTLÕIKEGA VARDA ARVUTUS

Suurimad tangentsiaalpinged ristkülikukujulises vardas ja väändenurk määratakse valemitega:

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{\alpha h b^2} \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)}; \quad \varphi^\circ = \frac{M_v l}{\beta G h b^3} \cdot \frac{180^\circ}{\pi},$$

kus M_v — väändemoment Nm (kGcm);
l — varda pikkus m (cm);
G — nihkemoodul N/m² (kG/cm²);
b — varda ristlõike laius m (cm);
h — varda ristlõike kõrgus m (cm);
α ja β — tegurid, mis olenevad varda ristlõike mõõtmete suhtest. Tegurite α ja β väärtused on antud tabelis 15.

Tabel 15

h/b	1,0	1,5	1,75	2,0	2,5	3,0	4,0	6,0	8,0	10,0	∞
α	0,208	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,299	0,307	0,312	0,333
β	0,140	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,312	0,333

4.49. Ristkülikukujulise ristlõikega terasvõllile, mille mõõtmed $b = 40$ mm ja $h = 60$ mm, mõjub pöördemoment $M = 1{,}2$ kNm (≈ 120 kG/m). Määrata võllis tekkivad suurimad tangentsiaalpinged ja täielik väändenurk, kui võlli pikkus $l = 0{,}8$ m.

Lahendus. Ristkülikukujulise ristlõikega võllides määratakse suurimad tangentsiaalpinged valemiga:

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{\alpha h b^2}.$$

Tabelist 15 leiame $\frac{h}{b} = \frac{60}{40} = 1{,}5$ korral $\alpha = 0{,}231$.

Siis

$$\tau_{max} = \frac{M_v}{\alpha h b^2} = \frac{1{,}2 \cdot 10^3}{0{,}231 \cdot 6 \cdot 10^{-2}(4 \cdot 10^{-2})^2} = 54 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$
$$= 54 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 540 \text{ kG/cm}^2).$$

Võlli väändenurk määratakse valemiga

$$\varphi^\circ = \frac{M_v \cdot l \cdot 180^\circ}{\beta G h b^3 \pi}.$$

Tabelist 15 leiame $\frac{h}{b} = 1{,}5$ korral $\beta = 0{,}196$

Siis

$$\varphi^\circ = \frac{1{,}2 \cdot 10^3 \cdot 0{,}8 \cdot 180^\circ}{0{,}196 \cdot 8 \cdot 10^{10} \cdot 6 \cdot 10^{-2}(4 \cdot 10^{-2})^3 \pi} = 0{,}92^\circ \text{ ehk } \varphi = 55'.$$

4.50. Postiaukude puurimise masinal on ruudukujulise ristlõikega (külje pikkusega $a = 80$ mm) võll, mille otsa on kinnitatud tigu. Puurimisel võll koos teoga tungib pinnasesse. Siis katkestatakse pöörlemine ja pinnas koos teoga tõmmatakse maapinnale. Seejärel protsess kordub. Määrata suurimad tangentsiaalpinged võlli ohtlikus ristlõikes ja võlli väändenurk, kui võimsus võllil $N = 36$ kW, nurkkiirus $\omega = 30$ rad/s (≈ 286 p/min) ja võlli pikkus $l = 1{,}4$ m.

Vastus: $\tau_{max} = 11{,}3$ MN/m² (≈ 113 kG/cm²); $\varphi = 13'$.

4.51. Ruudukujulise ristlõikega võll kannab üle võimsust $N = 4{,}5$ kW nurkkiirusega $\omega = 80$ rad/s (≈ 760 p/min). Määrata ruudu külje pikkus, kui lubatav pinge $[\tau]_v = 30$ MN/m² (≈ 300 kG/cm²).

Vastus: $a = 21$ mm.

4.52. Ristkülikukujulise ristlõikega terasvarrast väänatakse momendiga $M = 2{,}8$ kNm (≈ 280 kGm). Määrata varda ristlõike mõõtmed, kui külgede suhe on $\frac{h}{b} = 1{,}75$ ja lubatav pinge $[\tau]_v = 30$ MN/m² (≈ 300 kG/cm²).

Vastus: $b = 60$ mm; $h = 105$ mm.

4.53. Kartulivõtmise masina võll on ruudukujulise ristlõikega külje pikkusega $a = 40$ mm. Määrata suurimad väändepinged võllis, kui võimsus võllil $N = 26$ kW ja nurkkiirus $\omega = 32$ rad/s (≈ 305 p/min).

Vastus: $\tau_{max} = 61$ MN/m² (≈ 610 kG/cm²).

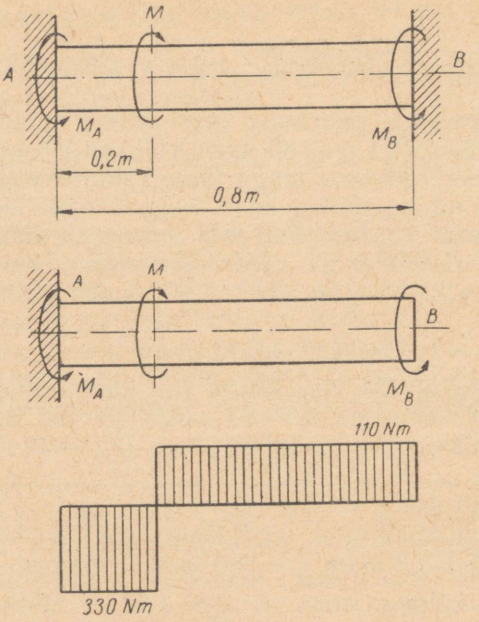
§ 3. STAATILISELT MÄÄRAMATUD ÜLESANDED VÄÄNDEL

4.54. Terasvõllile, mille mõlemad otsad on liikumatult kinnitatud (joon. 149), on rakendatud väändemoment $M = 440$ Nm (≈ 44 kGm). Määrata reaktsioonimomendid kinnituskohtades A ja B ja konstrueerida väändemomentide epüürid.

L a h e n d u s. Tähistame reaktsioonimomendid kinnituskohtades M_A ja M_B. Nende määramiseks annab staatika ühe tasakaaluvõrrandi:

$$-M_A + M - M_B = 0 \text{ ehk } M_A + M_B = M \qquad (1)$$

Teise vajaliku võrrandi saame võlli deformatsioonitingimusest. Selleks eemaldame mõttes võlli parempoolse kinnituse ja asendame tema mõju tundmatu reaktsioonimomendiga M_B. Momendi M_B suuruse määrame tingimusest, et võlli parempoolse otsa pöördenurk momentide M ja M_A mõjul on null, sest lõige on tegelikult liikumatu. Võlli parempoolse vaba otsa pöördenurga määrame



JOON. 149

jõudude mõju sõltumatuse printsiibi alusel kui kahe liidetava summa:

$$\varphi = \varphi' + \varphi'', \tag{2}$$

kus φ' ja φ'' — võlli parempoolse vaba otsa pöördenurgad, mis on eraldi leitud momentide M ja M_B mõjust, kusjuures

$$\varphi' = \frac{Ml_1}{GI_p} \quad \text{ja} \quad \varphi'' = -\frac{M_B l}{GI_p}.$$

Märk (—) avaldise φ'' ees on võetud sellepärast, et momendid M ja M_B mõjuvad vastupidiselt.

Parempoolse otsa (kinnitatud) ristlõike täielik pöördenurk võrdub nulliga, sellepärast

$$\varphi = \varphi' + \varphi'' = \frac{Ml_1}{GI_p} - \frac{M_B l}{GI_p} = 0, \tag{2}$$

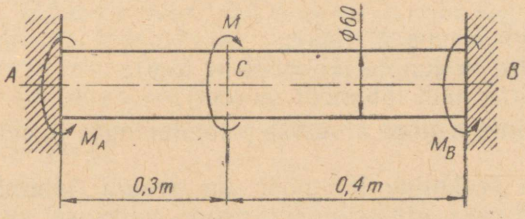
kust

$$M_B = \frac{Ml_1}{l} = \frac{440 \cdot 0{,}2}{0{,}8} = 110 \text{ Nm } (\approx 11 \text{ kGm}).$$

Teades M_B väärtust, määrame M_A võrrandist (1), siis $M_A = M - M_B = 440 - 110 = 330$ Nm (≈ 33 kGm). Väändemomentide epüür on toodud joonisel.

4.55. Terasvõlli mõlemad otsad on liikumatult kinnitatud (joon. 150). Võlli ristlõikes C on rakendatud väändemoment $M = 6000$ Nm (≈ 600 kGm). Määrata reaktsioonimomendid kinnituskohtades A ja B ning suurimad väändepinged võlli ristlõigetes.

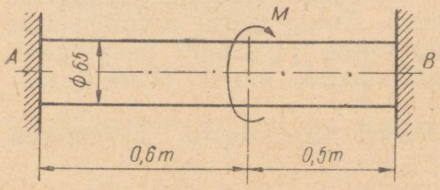
Vastus: $M_A = 3430$ Nm (≈ 343 kGm); $M_B = 2570$ Nm (≈ 257 kGm); $\tau_A = 81$ MN/m² (≈ 810 kG/cm²); $\tau_B = 61$ MN/m² (≈ 610 kG/cm²).



JOON. 150

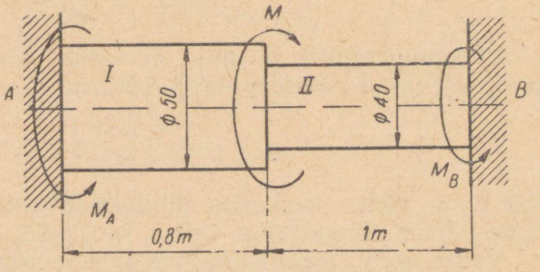
4.56. Mõlemast otsast kinnitatud terasvõlli väänatakse momendiga $M = 4200$ Nm (≈ 420 kGm) (joon. 151). Määrata reaktsioonimomendid kinnituskohtades A ja B, suurimad väändepinged ja võlli ristlõike pöördenurgad kinnituskohtade suhtes.

Vastus: $M_A = 1910$ Nm (≈ 191 kGm); $M_B = 2290$ Nm (≈ 229 kGm); $\tau_A = 35$ MN/m² (≈ 350 kG/cm²); $\tau_B = 57$ MN/m² (≈ 570 kG/cm²); $\varphi_A = \varphi_B = 28'$.



JOON. 151

JOON. 152



4.57. Mõlemast otsast kinnitatud astmelist varrast (joon. 152) väänatakse momendiga $M = 5800$ Nm (≈ 580 kGm). Määrata suurimad väändepinged varda ristlõigetes.

Vastus: $\tau_I = 46$ MN/m² (≈ 460 kG/cm²); $\tau_{II} = 29{,}4$ MN/m² (≈ 294 kG/cm²).

§ 4. VÄIKESE SAMMUGA SILINDRILISTE KEERDVEDRUDE ARVUTUS

Suurimad tangentsiaalpinged väikese sammuga silindriliste keerdvedrude ristlõikes määratakse valemiga:

$$\tau_{max} = \frac{8PD}{\pi d^3} + \frac{4P}{\pi d^2} \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)},$$

kus

P — telgkoormus N (kG);
D — vedru keskmine läbimõõt m (cm);
d — vedrutraadi läbimõõt m (cm).

Valemi esimene liige arvestab väändepinget ja teine liige nihkepinget.

Kui vedru keskmine läbimõõt on traadi läbimõõdust mitu korda suurem, siis nihkepingeid nende väiksuse tõttu ei arvestata. Sellised vedrud arvutatakse ainult väändele.

Sel juhul määratakse väändepinged valemiga:

$$\tau_{max} = \frac{8PD}{\pi d^3} \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)}.$$

Arvutusvalem omab kuju

$$\tau_{max} = \frac{8PD}{\pi d^3} \leqslant [\tau].$$

Lubatavad tangentsiaalpinged võetakse staatilise koormuse puhul 350 ... 500 MN/m^2 ja rohkem. Antud vedru arvutusvalem on ligikaudne, kuna ta ei arvesta nihke- ja samuti lisapingeid, mis tekivad vedrus teiste deformatsioonide mõjul. (Vedrutraadi paine, pikideformatsioonid jt.)

Nimetatud pingete arvessevõtmisel kasutatakse täpsustatud arvutusvalemit:

$$\tau_{max} = k \frac{8PD}{\pi d^3} \leqslant [\tau].$$

Parandustegurit k, mis arvestab teiste pingete olemasolu (välja arvatud väändepinge), võib arvutada valemist

$$k = \frac{4c + 1}{4c - 4},$$

kus c on vedru keskmise läbimõõdu suhe vedrutraadi läbimõõdusse, seda nimetatakse vedru indeksiks.

Vedru siire (pikenemine või lühenemine) määratakse valemiga

$$\lambda = \frac{8PD^3n}{Gd^4} \text{ m (cm)},$$

kus n — vedru töötavate keerdude arv;
G — nihkemoodul N/m^2 (kG/cm^2).

Vedru potentsiaalne energia, mis on kogunenud vedru keeramisel

$$U = \frac{P\lambda}{2} \text{ J (kGcm)}.$$

4.58. Silindriline keerdvedru on valmistatud terastraadist läbimõõduga $d = 10$ mm ja koormatud survejõuga $P = 1000$ N (≈ 100 kG). Määrata suurimad tangentsiaalpinged vedru keerdudes ligikaudse ja täpsustatud valemi järgi ning vedru siire ja potentsiaalne energia, kui vedru keskmine läbimõõt $D = 80$ mm ja töötavate keerdude arv $n = 8$.

Lahendus. Määrame suurimad tangentsiaalpinged ligikaudse valemi järgi.

$$\tau_{max} = \frac{8PD}{\pi d^3} = \frac{8 \cdot 1000 \cdot 80 \cdot 10^{-3}}{\pi (10 \cdot 10^{-3})^3} = 204 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 204 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx 240 \text{ kG/cm}^2).$$

Suurimad tangentsiaalpinged täpsustatud valemi järgi

$$\tau_{max} = k \frac{8PD}{\pi d^3};$$

vedru indeks

$$c = \frac{D}{d} = \frac{80}{10} = 8.$$

Parandustegur

$$k = \frac{4c + 1}{4c - 4} = \frac{4 \cdot 8 + 1}{4 \cdot 8 - 1} = 1{,}18.$$

Suurimad tangentsiaalpinged täpsustatud valemi järgi

$$\tau_{max} = k \frac{8PD}{\pi d^3} = 1{,}18 \frac{8 \cdot 1000 \cdot 80 \cdot 10^{-3}}{\pi (10 \cdot 10^{-3})^3} = 240 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$

$$= 240 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 2400 \text{ kG/cm}^2).$$

Vedru siire

$$\lambda = \frac{8PD^3 n}{Gd^4} = \frac{8 \cdot 1000 \cdot (80 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 8}{8 \cdot 10^{10} (10 \cdot 10^{-3})^4} =$$

$$= 4{,}1 \cdot 10^{-2} \text{ m}; \ \lambda = 41 \text{ mm}.$$

Vedru potentsiaalne energia

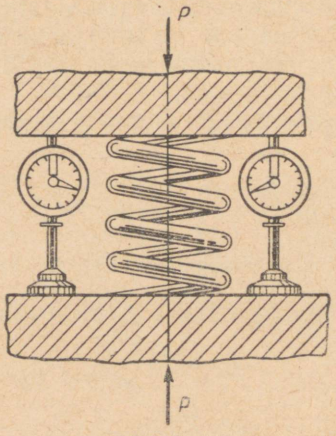
$$U = \frac{P\lambda}{2} = \frac{1000 \cdot 41 \cdot 10^{-3}}{2} = 20{,}5 \text{ J } (\approx 205 \text{ kGcm}).$$

4.59. Kuidas muutub vedru siire, kui eelmises ülesandes antud terasvedru asendada pronksvedruga? Pronksi nihkemoodul $G = 4{,}2 \cdot 10^4$ MN/m^2 ($\approx 4{,}2 \cdot 10^5$ kG/cm^2).

Vastus: $\lambda = 78$ mm.

4.60. Selleks et määrata suure süsinikusisaldusega terasest vedru nihkemoodulit, asetati vedru pressi alla (joon. 153). Kui suur on antud terase nihkemoodul, kui pressi survel 750 N (≈ 75 kG) indikaatorid näitasid vedru siiret 8,47 mm? Vedru välisläbimõõt $D = 90$ mm, traadi läbimõõt $d = 12$ mm ja töötavate keerdude arv $n = 5$.

Vastus: $G = 8{,}1 \cdot 10^4$ MN/m² ($\approx 8{,}1 \cdot 10^5$ kG/cm²).



JOON. 153

4.61. 14-millimeetrisest terastraadist silindriline keerdvedru töötab tõmbele. Määrata jõud, mille mõjul keerdudevaheline pilu kahekordistub võrreldes piluga koormamata olekus. Koormamata olekus on keerdudevaheline pilu kolm millimeetrit. Määrata sel puhul tekkivad tangentsiaalpinged, kui vedru välisläbimõõt $D = 120$ mm.

Vastus: $P = 970$ N (≈ 97 kG); $\tau_{max} = 114$ MN/m² (≈ 1140 kG/cm²).

4.62. Terasest silindriline keerdvedru on valmistatud traadist läbimõõduga $d = 16$ mm ja keskmise keerdude läbimõõduga $D = 120$ mm. Määrata suurim lubatav survekoormus, kui vedru keerdudes pinge ei tohi ületada 300 MN/m² (≈ 3000 kG/cm²). Leida vedru siire, kui töötavate keerdude arv $n = 6$.

Vastus: $P = 3400$ N (≈ 340 kG); $\lambda = 54$ mm.

4.63. Kuidas muutub eelmises ülesandes vedrus lubatav koormus, kui vedru keskmist läbimõõtu ja traadi läbimõõtu vähendada kaks korda?

Vastus: Lubatav koormus väheneb neli korda.

4.64. Missuguse läbimõõduga traadist tuleb keerata vedru, et keeru keskmise läbimõõdu $D = 120$ mm juures oleks tõmbekoormus $P = 350$ N (≈ 35 kG) ja sammu pikenemine 6 mm? Määrata sel juhul suurimad tangentsiaalpinged.

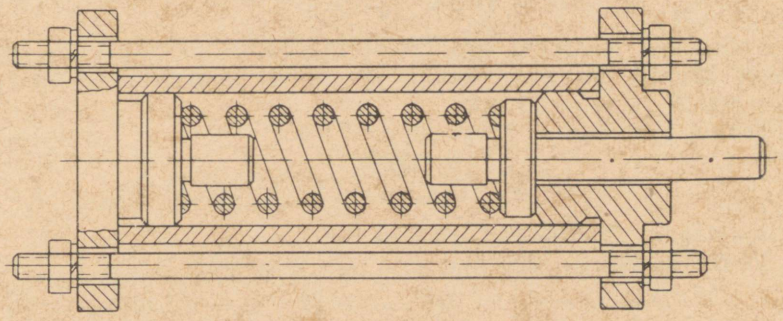
Vastus: $d = 10$ mm; $\tau_{max} = 119$ MN/m² (≈ 1190 kG/cm²).

4.65. 14-millimeetrisest terastraadist keerdvedrul välisläbimõõduga $D = 100$ mm on kümme töötavat keerdu. Määrata vedru potentsiaalne energia ja suurimad tangentsiaalpinged, kui vedru siire on 15 mm.

Vastus: $U = 6{,}8$ J (≈ 68 kGcm); $\tau_{max} = 90$ MN/m² (≈ 900 kG/cm²).

4.66. Kontrollida sildkraana puhvervedru tugevust (joon. 154), kui suurim survejõud puhvrile $P_{max} = 36$ kN (≈ 3600 kG), vedru keskmine läbimõõt $D = 140$ mm ja vedrutraadi läbimõõt $d = 30$ mm. Määrata vedru siire ja kulutatud kineetiline energia. Vedru töötavate keerdude arv $n = 7$. Nihkemoodul $G = 8{,}2 \cdot 10^4$ MN/m² ($\approx 8{,}2 \cdot 10^5$ kG/cm²). Lubatav pinge $[\tau] = 640$ MN/m² (≈ 6400 kG/cm²).

Vastus: $\tau_{max} = 635$ MN/m² (≈ 6350 kG/cm²) $< [\tau] = 640$ MN/m² (≈ 6400 kG/cm²); $\lambda = 83$ mm; $U = 1500$ J (≈ 150 kGm).



JOON. 154

4.67. Projekteerida survele töötav terasest silindriline keerdvedru antud töö iseloomu graafiku järgi (joon. 155). Vedru indeks $c = 5$. Lubatav pinge $[\tau] = 400$ MN/m² (≈ 4000 kG/cm²).

L a h e n d u s. Projekteerida vedru tähendab määrata traadi läbimõõt d, vedru keskmine läbimõõt D ja töötavate keerdude arv n.

Vedru tugevustingimus omab kuju:

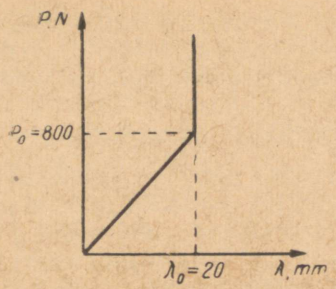
$$\tau_{max} = k \frac{8P_0D}{\pi d^3} \leqslant [\tau].$$

Asendades tugevustingimuses $\frac{D}{d}$ asemele vedru indeksi, saame

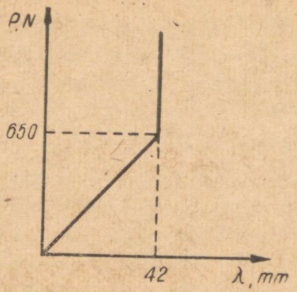
$$\tau_{max} = k \frac{8P_0c}{\pi d^2} \leqslant [\tau],$$

kust traadi läbimõõt

$$d \geqslant \sqrt{\frac{k8P_0c}{\pi[\tau]}} = 1{,}6 \sqrt{\frac{kP_0c}{[\tau]}}.$$



JOON. 155



JOON. 156

Parandustegur

$$k = \frac{4c+1}{4c-4} = \frac{4\cdot 5+1}{4\cdot 5-4} = 1{,}31.$$

Vedru töö iseloomu graafikust määrame koormuse P_0, mille juures keerud puutuvad kokku ja samuti vedru siirde suuruse: $P_0 = 800$ N ja $\lambda_0 = 20$ mm.

Traadi läbimõõt

$$d \geqslant 1{,}6\sqrt{\frac{1{,}31\cdot 800\cdot 5}{400\cdot 10^6}} = 5{,}8\cdot 10^{-3} \text{ m};$$

valime traadi läbimõõduks $d = 6$ mm.

Vedru keskmine läbimõõt

$$D = cd = 5\cdot 6\cdot 10^{-3} = 30\cdot 10^{-3} \text{ m} = 30 \text{ mm}.$$

Töötavate keerdude arvu määrame vedru siirde valemist:

$$n = \frac{Gd^4\lambda_0}{8P_0D^3} = \frac{8\cdot 10^{10}(6\cdot 10^{-3})^4\cdot 20\cdot 10^{-3}}{8\cdot 800(30\cdot 10^{-3})^3} = 12.$$

4.68. Projekteerida survele töötav silindriline keerdvedru antud töö iseloomu graafiku järgi (joonis 156). Vedru indeks $c = 6$, traadi materjal on fosforpronks. Lubatav pinge $[\tau] = 200$ MN/m^2 (≈ 2000 kG/cm^2). Nihkemoodul $G = 4{,}8\cdot 10^4$ MN/m^2 ($\approx 4{,}8\cdot 10^5$ kG/cm^2).

Vastus: $d = 8$ mm; $D = 48$ mm; $n = 14{,}3$.

4.69. Määrata terasest silindrilise keerdvedru keeru keskmine läbimõõt ja traadi läbimõõt, kui ühe keeru energia on 10 J (≈ 100 kGcm). Lubatav pinge $[\tau] = 200$ MN/m^2 (≈ 2000 kG/cm^2). Vedru indeks $c = 10$.

Vastus: $d = 16$ mm; $D = 160$ mm.

4.70. Kahe jäiga plaadi vahele on (joon. 157) kontsentriliselt asetatud terasest silindrilised keerdvedrud, mida surutakse jõuga $P = 500$ N (≈ 50 kG). Välisvedru keeru keskmine läbimõõt $D_1 = 90$ mm, traadi läbimõõt $d_1 = 9$ mm ja töötavate keerdude arv $n_1 = 7$. Sisemisel vedrul on keeru keskmine läbimõõt $D_2 = 70$ mm,

traadi läbimõõt $d_2 = 7$ mm ja töötavate keerdude arv $n_2 = 9$. Määrata vedru siire, koormuse jaotus mõlema vedru vahel ja suurimad tangentsiaalpinged mõlemas vedrus eraldi.

L a h e n d u s. Välisvedrule mõjuva jõu P_1 ja sisevedrule mõjuva jõu P_2 määramiseks annab staatika ühe tasakaaluvõrrandi:

$$P_1 + P_2 = P = 500 \text{ N}.$$

Ülesanne on staatiliselt määramatu. Puuduva teise võrrandi saame deformatsioonitingimusest. Kuna mõlemad plaadid on jäigad, siis vedrude siirded on ühesuurused. Välis- ja sisevedru siirded määratakse valemitega:

$$\lambda_1 = \frac{8P_1D_1^3 \cdot n_1}{Gd_1^4} \text{ ja } \lambda_2 = \frac{8 \cdot P_2D_2^3n_2}{Gd_2^4}.$$

Kuna mõlema vedru siirded on võrdsed, siis

$$\frac{8P_1D_1^3n_1}{Gd_1^4} = \frac{8P_2D_2^3n_2}{Gd_2^4}$$

ehk

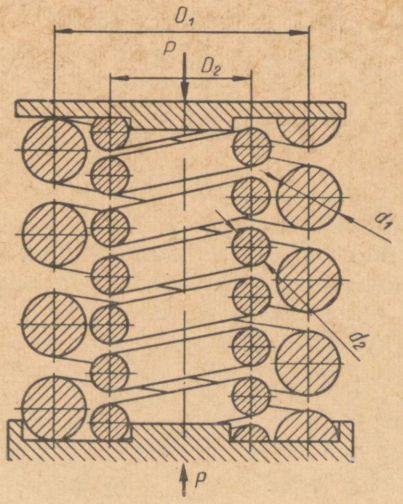
$$\frac{P_1D_1^3n_1}{d_1^4} = \frac{P_2D_2^3n_2}{d_2^4}.$$

Siit leiame jõudude suhte

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{D_2^3n_2d_1^4}{D_1^3n_1d_2^4} = \frac{(70 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 9(9 \cdot 10^{-3})^4}{(90 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 7(7 \cdot 10^{-3})^4} = 1{,}65.$$

Lahendades koos

$$P_1 + P_2 = 500$$



JOON. 157

ja

$$P_1 = 1{,}65P_2,$$

saame

$$P_1 = 311 \text{ N } (\approx 31{,}1 \text{ kG}) \text{ ja } P_2 = 189 \text{ N } (\approx 18{,}9 \text{ kG}).$$

Vedru siire

$$\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = \frac{8 \cdot P_1 D_1^3 n_1}{G d_1^4} = \frac{8 \cdot 311 \ (90 \cdot 10^{-3})^3 \cdot 7}{8 \cdot 10^{10} (9 \cdot 10^{-3})^4} =$$

$$= 24 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 24 \text{ mm}.$$

Välisvedru indeks

$$c_1 = \frac{D_1}{d_1} = \frac{90}{9} = 10,$$

parandustegur

$$k_1 = \frac{4c_1 + 1}{4c_1 - 4} = \frac{4 \cdot 10 + 1}{4 \cdot 10 - 4} = 1{,}19.$$

Suurimad tangentsiaalpinged välisvedrus

$$\tau_{\max 1} = k_1 \frac{8 \cdot P_1 D_1}{\pi d_1^3} = 1{,}19 \ \frac{8 \cdot 311 \cdot 90 \cdot 10^{-3}}{\pi (9 \cdot 10^{-3})^3} = 117 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$

$$= 117 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1170 \text{ kG/cm}^2);$$

Sisevedru indeks

$$c_2 = \frac{D_2}{d_2} = \frac{70}{7} = 10.$$

Kuna vedrude indeksid on ühesugused, siis parandustegurid on võrdsed:

$$k_2 = k_1 = 1{,}19.$$

Suurimad tangentsiaalpinged sisevedrus

$$\tau_{\max 2} = k_2 \frac{8 P_2 D_2}{\pi d_2^3} = 1{,}19 \frac{8 \cdot 189 \cdot 70 \cdot 10^{-3}}{\pi (7 \cdot 10^{-3})^3} = 117 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$

$$= 117 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1170 \text{ kG/cm}^2).$$

4.71. Kahe jäiga plaadi vahele on kontsentriliselt asetatud silindrilised keerdvedrud (joon. 157), mida surutakse jõuga $P = 200$ N (≈ 20 kG). Välisvedru on valmistatud 8-millimeetrisest terastraadist keerdude keskmise läbimõõduga $D = 120$ mm ja koosneb 6 töötavast keerust. Sisevedru on valmistatud 6-millimeetrisest pronkstraadist keeru keskmise läbimõõduga $D_2 = 80$ mm ja koosneb 8 töötavast keerust. Määrata vedrude siirded, koormuste jaotus nende vahel ja suurimad tangentsiaalpinged mõlemas vedrus eraldi. Pronksi nihkemoodul $G = 4{,}2 \cdot 10^4$ MN/m^2 ($\approx 4{,}2 \cdot 10^5$ kG/cm^2).

Vastus: $P_t = 141$ N ($\approx 14{,}1$ kG), $P_p = 59$ N ($\approx 5{,}9$ kG); $\lambda_t = \lambda_p = 36$ mm; $\tau_{\max t} = 92$ MN/m^2 (≈ 920 kG/cm^2), $\tau_{\max p} = 61$ MN/m^2 (≈ 610 kG/cm^2).

4.72. Projekteerida terasest silindriline keerdvedru, kui maksi-

maalne survekoormus $P = 600$ N (≈ 60 kG), lubatav pinge $[\tau] = 600$ MN/m² (≈ 60 kG/mm²), vedru indeks $c = 8$ ja siire $\lambda = 35$ mm.

Lahendus. Silindrilise keerdvedru tugevustingimus

$$\tau_{max} = k\frac{8PD}{\pi d^3} \leqslant [\tau].$$

Vedru keskmise läbimõõdu avaldame vedru indeksi kaudu: $D = cd$,
siis

$$\tau_{max} = k\frac{8Pcd}{\pi d^3} \leqslant [\tau],$$

peale taandamist

$$\tau_{max} = k\frac{8Pc}{\pi d^2} \leqslant [\tau].$$

Siit määrame vedru valmistamiseks vajamineva traadi läbimõõdu

$$d \geqslant \sqrt{\frac{8kPc}{\pi[\tau]}} = 1{,}6\sqrt{\frac{kPc}{[\tau]}}.$$

Parandustegur antud vedru indeksi $c = 8$ puhul on

$$k = \frac{4c+1}{4c-4} = \frac{4\cdot 8+1}{4\cdot 8-4} = 1{,}18,$$

vajalik traadi läbimõõt

$$d \geqslant 1{,}6\sqrt{\frac{kPc}{[\tau]}} = 1{,}6\sqrt{\frac{1{,}18\cdot 600\cdot 8}{600\cdot 10^6}} = 4{,}9\cdot 10^{-3}\ \text{m} = 4{,}9\ \text{mm};$$

valime $d = 5$ mm, siis vedru keeru keskmine läbimõõt

$$D = cd = 8\cdot 5 = 40\ \text{mm}.$$

Vajaliku töötavate keerdude arvu määrame vedru siirde suurusest.

$$\lambda = \frac{8PD^3 n}{Gd^4} = 35\cdot 10^{-3}\ \text{m},$$

kust vajalik töötavate keerdude arv

$$n = \frac{GD^4\lambda}{8PD^3} = \frac{8\cdot 10^{10}(5\cdot 10^{-3})^4\cdot 35\cdot 10^{-3}}{8\cdot 600(40\cdot 10^{-3})^3} = 5{,}7,$$

valime töötavate keerdude arvuks $n = 6$. Töötava vedru pikkus ei tohi olla väiksem kui

$$l = nd + \lambda = 6\cdot 5 + 35 = 65\ \text{mm},$$

kus nd — vedru töötava osa pikkus, kui keerud on üksteise vastas.

4.73. Projekteerida terasest silindriline keerdvedru, kui maksimaalne tõmbekoormus $P = 800$ N (≈ 80 kG), lubatav pinge $[\tau] = 500$ MN/m² (≈ 5000 kG/cm²), vedru indeks $c = 6$ ja vedru suurim pikenemine on 21 mm.

Vastus: $d = 5{,}5$ mm; $D = 33$ mm; töötavate keerdude arv $n = 6{,}7$.

V PEATÜKK

TASAKUJUNDITE GEOMEETRILISED KARAKTERISTIKUD

Tasakujundite *geomeetrilisteks karakteristikuteks* nimetatakse geomeetrilisi suurusi, mis iseloomustavad varraste vastupanu deformatsioonile. Tasakujundite geomeetrilised karakteristikud on: pindala, raskuskeskme asend, tasakujundite staatilised momendid, inertsmomendid ja vastupanumomendid.

1. TASAKUJUNDITE STAATILISED MOMENDID

Tasakujundi *staatiliseks momendiks* (joon. 158) telje suhtes nimetatakse pinnaelementide korrutiste summat nende kaugustega teljest. See summa on võetud üle kogu ristlõikepinna.

$$S_x = \int_F y\,dF \text{ m}^3 \text{ (cm}^3\text{)};$$
$$S_y = \int_F x\,dF \text{ m}^3 \text{ (cm}^3\text{)}.$$

Kui on teada raskuskeskmete koordinaadid, siis leitakse staatilised momendid valemitega:

$$S_x = Fy_c,$$
$$S_y = Fx_c.$$

Tasakujundite staatilised momendid tsentraaltelgede suhtes on nullid. Liittasakujundi staatilised momendid võrduvad lihtkujundite staatiliste momentide summaga:

$$S_x = F_1y_1 + F_2y_2 + \ldots + F_ny_n,$$
$$S_y = F_1x_1 + F_2x_2 + \ldots + F_nx_n,$$

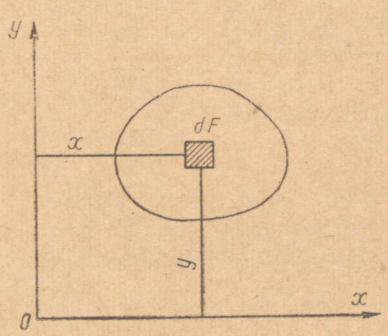
kus $F_1, F_2, \ldots, F_n$ on liitkujundi osade pindalad ja $x_1, x_2, \ldots, x_n$ ja $y_1, y_2, \ldots, y_n$ on pinna osade raskuskeskmete koordinaadid valitud telgede suhtes.

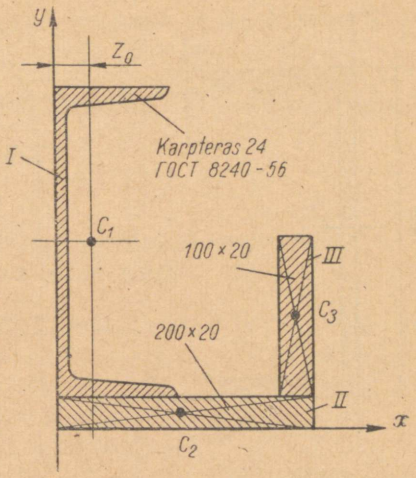
Tasakujundite staatiliste momentide abil võib määrata pinna raskuskeskme koordinaadid valitud telgede suhtes:

$$x_c = \frac{S_y}{F} = \frac{F_1x_1 + F_2x_2 + \ldots + F_nx_n}{F_1 + F_2 + \ldots + F_n};$$

JOON. 158

JOON. 159





$$y_c = \frac{S_x}{F} = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2 + \ldots + F_n y_n}{F_1 + F_2 + \ldots F_n}.$$

5.1. Määrata joonisel 159 antud liitkujundi raskuskese.

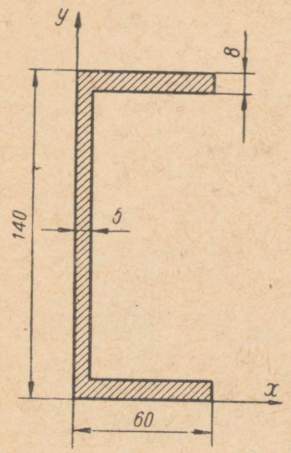
Lahendus. Jagame liitkujundi lihtsateks elementideks: kaheks ristkülikuks ja karpteraseks ning valime teljed x ja y, nagu näidatud joonisel. Iga elemendi pindala ja raskuskeskme koordinaadid telgede x ja y suhtes kirjutame tabelisse 16. Karpterase andmed saame ГОСТ 8240-56 tabelist ja viime need üle SI süsteemi.

Tabel 16

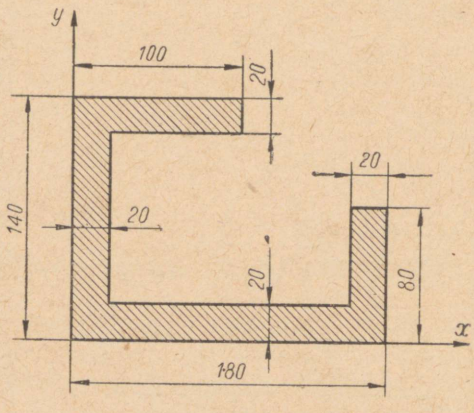
Elemendi nr.	Elementide pindalad F_i 10^{-4} m²	Elementide raskuskeskmete koordinaadid telgede x ja y suhtes 10^{-2} m		Elementide staatilised momendid telgede x ja y suhtes 10^{-6} m³	
		x_i	y_i	$S_{yi} = F_i x_i$	$S_{xi} = F_i y_i$
I	30,6	2,42	14	74	428
II	40	10	1	400	40
III	20	19	7	380	140
—	90,6 Kogu ristlõike pindala	—	—	854 Kogu ristlõike jaoks	608

Ristlõike raskuskeskme koordinaadid:

$$x_c = \frac{S_y}{F} = \frac{854 \cdot 10^{-6}}{90{,}6 \cdot 10^{-4}} = 9{,}43 \cdot 10^{-2} \text{ m};$$



JOON. 160



JOON. 161

$$y_x = \frac{S_x}{F} = \frac{608 \cdot 10^{-6}}{90{,}6 \cdot 10^{-4}} = 6{,}71 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

ehk

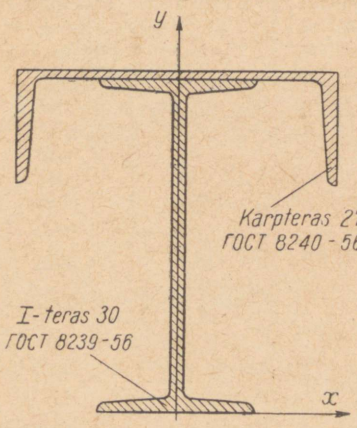
$$x_c = 94{,}6 \text{ mm ja } y_c = 67{,}1 \text{ mm.}$$

5.2. Määrata joonisel 160 antud ristlõike raskuskeskme koordinaadid.

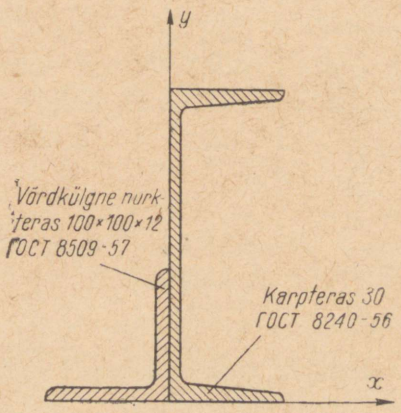
Vastus: $x_c = 19{,}2$ mm; $y_c = 70$ mm.

5.3. Määrata joonisel 161 antud ristlõike raskuskeskme koordinaadid.

Vastus: $x_c = 73{,}6$ mm; $y_c = 56{,}4$ mm.



JOON. 162



JOON. 163

5.4. Määrata joonisel 162 antud ristlõike raskuskeskme koordinaadid.

Vastus: $x_c = 0$; $y_c = 207$ mm.

5.5. Määrata joonisel 163 antud ristlõike raskuskeskme koordinaadid.

Vastus: $x_c = 5{,}6$ mm; $y_c = 106$ mm.

2. TASAKUJUNDITE TELGINERTSMOMENDID JA TELGVASTUPANUMOMENDID

Tasakujundi *telginertsmomendiks* nimetatakse pinnaelementide korrutiste summat nende kauguste ruutudega vastavast teljest, võetud üle kogu pinna.

$$I_x = \int_F y^2 dF \text{ m}^4 \text{ (cm}^4\text{)};$$
$$I_y = \int_F x^2 dF \text{ m}^4 \text{ (cm}^4\text{)}.$$

Tasakujundi *tsentrifugaalinertsmomendiks* nimetatakse pinnaelementide korrutiste summat nende kaugustega mõlemast koordinaatteljest. See summa on võetud üle kogu lõikepinna:

$$I_{xy} = \int_F xy dF \text{ m}^4 \text{ (cm}^4\text{)}.$$

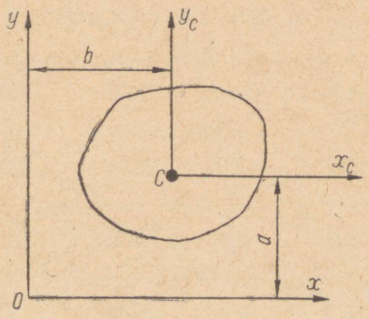
Tasakujundi telg- ja tsentrifugaalinertsmomendid paralleelsete telgede suhtes (joon. 164) määratakse valemitega:

$$I_x = I_{x_c} + a^2 F;$$
$$I_y = I_{y_c} + b^2 F;$$
$$I_{xy} = I_{x_c y_c} + abF,$$

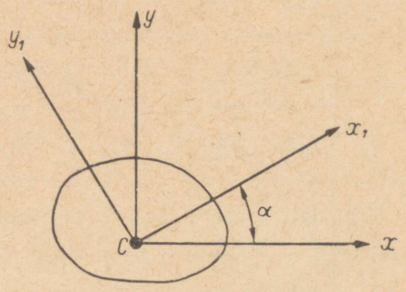
kus I_{x_c} ja I_{y_c} — telginertsmomendid tsentraaltelgede suhtes;

$I_{x_c y_c}$ — tsentrifugaalinertsmoment tsentraaltelgede suhtes;

a ja b — valitud telgede kaugused samanimelistest tsentraaltelgedest.



JOON. 164



JOON. 165

Nurga α võrra pööratud telgede suhtes leitakse inertsmomendid valemiga (joon. 165):

$$I_{x_1} = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha;$$
$$I_{y_1} = I_y \cos^2 \alpha + I_x \sin^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha;$$
$$I_{x_1 y_1} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha.$$

Kui telgede pöördenurk saavutab suuruse, mis on määratud valemiga

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x},$$

siis telginertsmomentidel on maksimaalne ja minimaalne väärtus, tsentrifugaalinertsmoment võrdub aga nulliga. Nimetatud asendis olevaid telgi nimetatakse *peainertstelgedeks* ja nende suhtes võetud telginertsmomente *peainertsmomentideks.* Peainertstelgi, mis läbivad tasakujundi raskuskeset, nimetatakse *peatsentraalinertstelgedeks.*

Peainertsmomentide suurus määratakse valemiga:

$$I_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(I_x - I_y)^2 + 4 I_{xy}^2}.$$

Telgvastupanumomendiks nimetatakse telginertsmomendi suhet äärmise kiu kaugusesse tsentraalteljest:

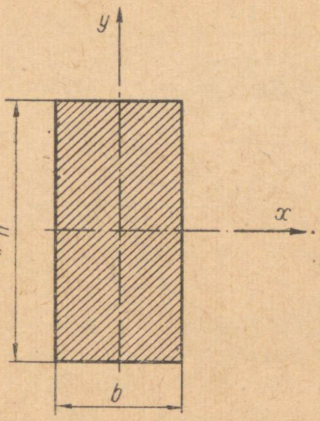
$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} \text{ m}^3 \ (\text{cm}^3),$$

$$W_y = \frac{I_y}{x_{\max}} \text{ m}^3 \ (\text{cm}^3).$$

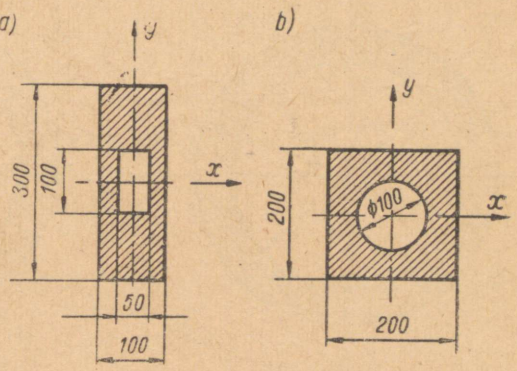
5.6. Arvutada ristküliku inerts- ja vastupanumomendid tsentraaltelgede suhtes (joon. 166) tabeli 17 andmetel.

Tabel 17

Antud	$b \times h$ mm	50 × 100	80 × 150	100 × 160	100 × 200	120 × 200	150 × 220
	$I_x\ 10^{-8}$ m^4	416	2250	3400	6670	8000	13300
	$I_y\ 10^{-8}$ m^4	104	640	1330	1670	2880	6200
Vastused	$W_x\ 10^{-6}$ m^3	83,2	300	425	667	800	1210
	$W_y\ 10^{-6}$ m^3	41,6	160	267	334	480	825



JOON. 166



JOON. 167

5.7. Arvutada inerts- ja vastupanumomendid tsentraaltelgede suhtes (joon. 167).

Vastus: a) $I_x = 22100 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_y = 2400 \cdot 10^{-8}$ m^4;
$W_x = 1473 \cdot 10^{-6}$ m^3; $W_y = 480 \cdot 10^{-6}$ m^3;
b) $I_x = I_y = 12800 \cdot 10^{-8}$ m^4; $W_x = W_y = 1280 \cdot 10^{-6}$ m.

5.8*. Arvutada võllide inerts- ja vastupanumomendid tsentraaltelgede suhtes. Võllide läbimõõdud on antud tabelis 18.

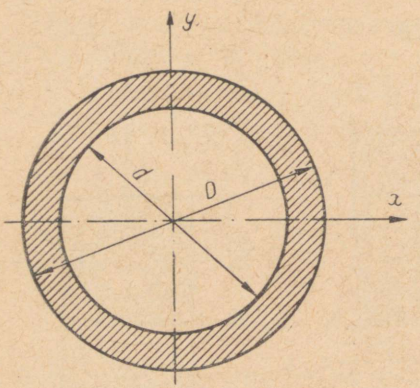
Tabel 18

Antud	d mm	30	45	60	75	90	100
Vastus	$I_x = I_y$, 10^{-8} m^4	4	20,1	63,6	155	322	491
	$W_x = W_y$, 10^{-6} m^3	2,7	9	21,2	41,4	71,6	98,2

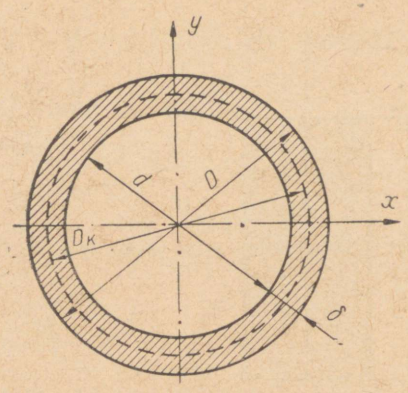
5.9. Arvutada torude inerts- ja vastupanumomendid tsentraaltelgede suhtes (joon. 168). Andmed antud tabelis 19.

Tabel 19

Antud	$D \times d$ mm	100 × 90	110 × 100	130 × 120	140 × 130	150 × 140	240 × 220	250 × 240
	$I_x = I_y$, 10^{-8} m^4	169	228	384	484	600	4787	2890
Vastus	$W_x = W_y$, 10^{-6} m^3	33,8	41,5	59,1	69,1	80	399	231



JOON. 168



JOON. 169

5.10. Tuletada valemid inerts- ja vastupanumomentide arvutamiseks tsentraaltelgede suhtes torude jaoks, mille seina paksus võrreldes toru läbimõõduga on väike (joon. 169).

L a h e n d u s. Rõngakujulise ristlõike inertsmomendid arvutatakse tuntud valemiga:

$$I_x = I_y = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64},$$

kui $D^4 - d^4$ lahutada teguriteks, võtab valem kuju:

$$I_x = I_y = \frac{\pi}{64}[(D + d)(D - d)(D^2 + d^2)],$$

kuna $D + d = 2D_k$; $D - d = 2\delta$ ja kuna toru seina paksus antud tingimustes on väike võrreldes toru läbimõõduga, siis ligikaudselt võib võtta

$$D^2 + d^2 \approx 2D_k^2.$$

Asetades need suurused valemisse, saame:

$$I_x = I_y = \frac{\pi}{64} 2D_k 2\delta 2D_k^2 = \frac{\pi}{8} D_k^3 \delta.$$

Vastupanumomendid määratakse valemitega

$$W_x = W_y = \frac{I_x}{\frac{D}{2}}.$$

Võttes ligikaudu $D \approx D_k$, saame

$$W_x = W_y = \frac{I_x}{\frac{D_k}{2}} = \frac{\frac{\pi}{8} D_k^3 \delta}{\frac{D_k}{2}} = \frac{\pi}{4} D_k^2 \delta.$$

5.11. Eelmises ülesandes leitud ligikaudsete valemite järgi arvutada torude tsentraalinerts- ja vastupanumomendid tabeli 20 andmetel.

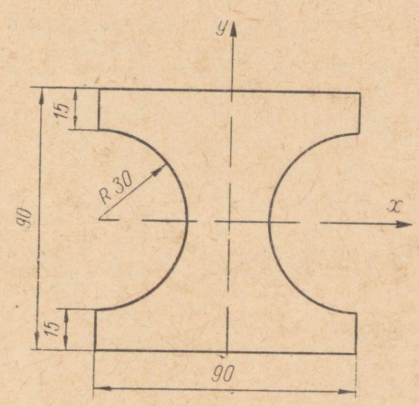
Antud	$D \cdot d$, mm	90 · 86	110 · 105	80 · 76	70 · 67	60 · 58	100 · 96
	$I_x = I_y$, 10^{-8} m^4	53,5	122	37,3	19	8,1	74
Vastus	$W_x = W_y$, 10^{-6} m^3	11,9	22,2	9,3	5,4	2,7	14,8

5.12. Arvutada tasakujundi inerts- ja vastupanumomendid (joon. 170) x-telje suhtes.

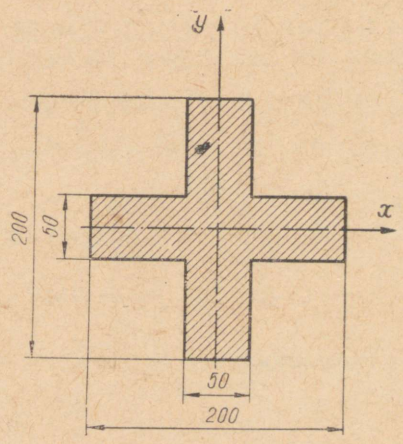
Vastus: $I_x = 483 \cdot 10^{-8}$ m^4; $W_x = 107 \cdot 10^{-6}$ m^3.

5.13. Arvutada ristlõike peainerts- ja vastupanumomendid (joon. 171).

Vastus: $I_x = I_y = 3490 \cdot 10^{-8}$ m^4; $W_x = W_y = 349 \cdot 10^{-6}$ m^3.



JOON. 170



JOON. 171

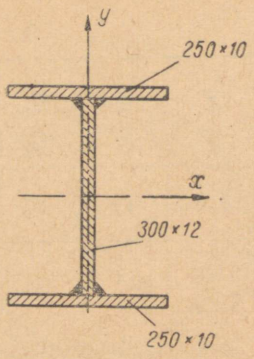
5.14. Arvutada keevitatud I-profiili peainerts- ja vastupanumomendid (joon. 172).

Vastus: $I_x = 14700 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_y = 2600 \cdot 10^{-8}$ m^4; $W_x = 920 \cdot 10^{-6}$ m^3; $W_y = 208 \cdot 10^{-6}$ m^3.

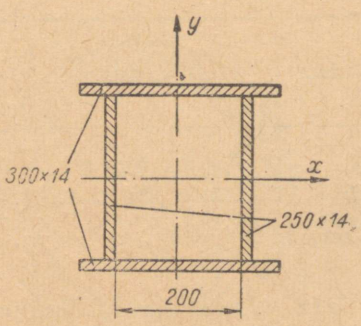
5.15. Arvutada ristlõike peainerts- ja vastupanumomendid (joon. 173).

Vastus: $I_x = 18280 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_y = 14290 \cdot 10^{-8}$ m^4; $W_x = 1310 \cdot 10^{-6}$ m^3; $W_y = 950 \cdot 10^{-6}$ m^3.

5.16. Arvutada peainertsmomendid ristlõikele (joon. 174), mis koosneb kahest karpterasest nr. 20a (ГОСТ 8240-56), kui nende



JOON. 172



JOON. 173

vaheline kaugus $d = 60$ mm. Määrata samuti karpterastevaheline kaugus, mille juures peainertsmomendid oleksid omavahel võrdsed.

Lahendus: ГОСТ 8240-56 tabelist võtame andmed ühe karpterase nr. 20a jaoks: ristlõikepind $F = 25{,}2$ cm^2, inertsmoment $I^{[}_{x_c} = 1670$ cm^4, $I^{[}_{y_c} = 139$ cm^4 ja $z_0 = 2{,}28$ cm. Viime antud suurused üle SI süsteemi: $F = 25{,}2 \cdot 10^4$ m^2, $I^{[}_{x_c} = 1670 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I^{[}_{y_c} = 139 \cdot 10^{-8}$ m^4.

Liitkujundi inertsmoment telje x_c suhtes on

$$I^{][}_x = 2I^{[}_{x_c} = 2 \cdot 1670 \cdot 10^{-8} = 3340 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Inertsmomendi $I^{][}_y$ määrame valemiga

$$I^{][}_y = 2(I^{[}_{y_c} + a^2F),$$

kus

$$a = z_0 + \frac{d}{2} = 2{,}28 + 3 = 5{,}28 \text{ cm}.$$

$$I^{][}_y = 2(I^{[}_{y_c} + a^2F) = 2[139 \cdot 10^{-8} + (5{,}28 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 25{,}2 \cdot 10^{-4}] =$$
$$= 1730 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Peainertsmomendid on omavahel võrdsed, kui on täidetud tingimus

$$I^{][}_{x_c} = I^{][}_{y_c} = 3340 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4 \text{ ehk } I^{[}_{y_c} + a_1^2F = 1670 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4,$$

kust

$$a_1 = \sqrt{\frac{1670 \cdot 10^{-8} - I_{y_c}^{I}}{F}} = \sqrt{\frac{1670 \cdot 10^{-8} - 139 \cdot 10^{-8}}{25{,}2 \cdot 10^{-4}}} =$$

$$= 7{,}8 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } a_1 = 7{,}8 \text{ cm.}$$

Kuna

$$a_1 = \frac{d_1}{2} + z_0,$$

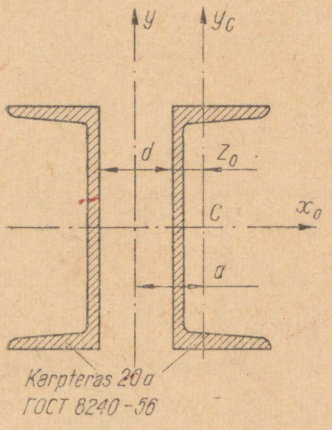
siis

$$\frac{d_1}{2} = a_1 - z_0 = 7{,}8 - 2{,}28 = 5{,}52 \text{ cm.}$$

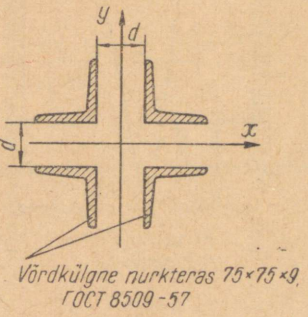
ja karpterastevaheline kaugus $d_1 = 11{,}04$ cm ≈ 110 mm.

5.17. Kui suur peab olema nurkteraste $75 \times 75 \times 9$ mm (ГОСТ 8509-57) vaheline kaugus d (joon. 175), et liitkujundi inertsmomendid x- ja y-telje suhtes oleksid võrdsed $2000 \cdot 10^{-8}$ m⁴?

Vastus: $d = 72{,}8$ mm.



JOON. 174



JOON. 175

5.18. Määrata ristlõike peainertsmomendid (joon. 176).

Vastus: $I_x = 6900 \cdot 10^{-8}$ m⁴; $I_y = 3250 \cdot 10^{-8}$ m⁴.

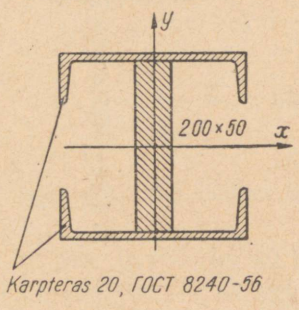
5.19. Arvutada ristlõike peainertsmomendid (joon. 177).

Vastus: $I_x = 7000 \cdot 10^{-8}$ m⁴; $I_y = 3440 \cdot 10^{-8}$ m⁴. $W_x = 636 \cdot 10^{-6}$ m³; $W_y = 382 \cdot 10^{-6}$ m³.

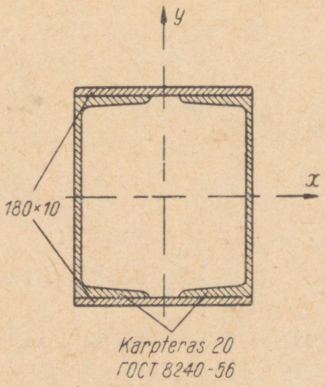
5.20. Arvutada ristlõike peainerts- ja vastupanumomendid (joon. 178).

Vastus: a) $I_x = 15480 \cdot 10^{-8}$ m⁴; $I_y = 5820 \cdot 10^{-8}$ ~~cm²~~ m⁴; $W_x = 995 \cdot 10^{-6}$ m³; $W_y = 485 \cdot 10^{-6}$ m³;

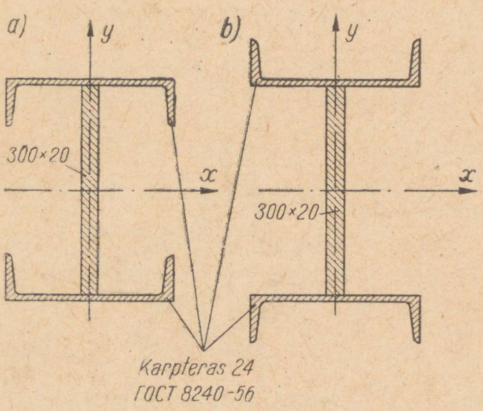
b) $I_x = 23460 \cdot 10^{-8}$ m⁴; $I_y = 5820 \cdot 10^{-8}$ m⁴; $W_x = 977 \cdot 10^{-6}$ m³; $W_y = 485 \cdot 10^{-6}$ m³.



JOON. 176



JOON. 177



JOON. 178

5.21. Arvutada ristlõike peainerts- ja vastupanumomendid (joon. 179).

Vastus: $I_x = 38200 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_y = 14200 \cdot 10^{-8}$ m^4; $W_x = 2420 \cdot 10^{-6}$ m^3; $W_y = 950 \cdot 10^{-6}$ m^3.

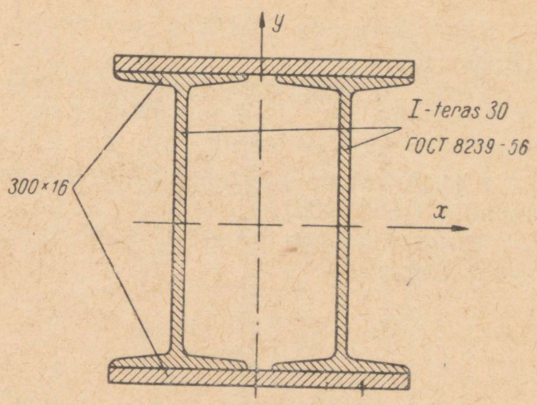
5.22. Arvutada ristlõike peainerts- ja vastupanumomendid (joon. 180).

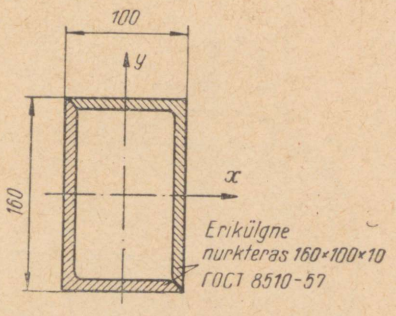
Vastus: $I_x = 1720 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_y = 780 \cdot 10^{-8}$ m^4; $W_x = 215 \cdot 10^{-6}$ m^3; $W_y = 156 \cdot 10^{-6}$ m^3.

5.23. Arvutada õhukeseseinaliste duralumiiniumist profiilide inertsmomendid x-telje suhtes (joon. 181). Profiili seina paksus on konstantne ja võrdub $\delta = \frac{a}{12}$.

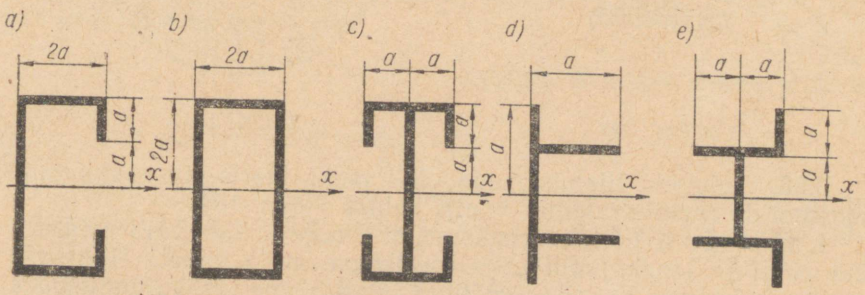
Vastus: a) $2{,}17a^4$; b) $0{,}44a^4$; c) $256a^4$; d) $0{,}77a^4$.

JOON. 179

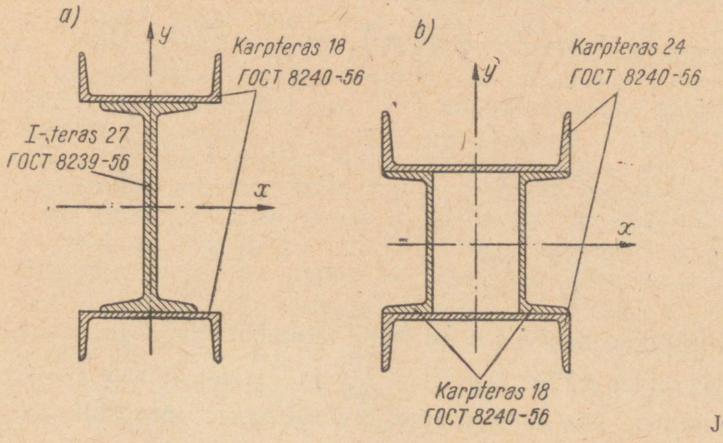




JOON. 180



JOON. 181



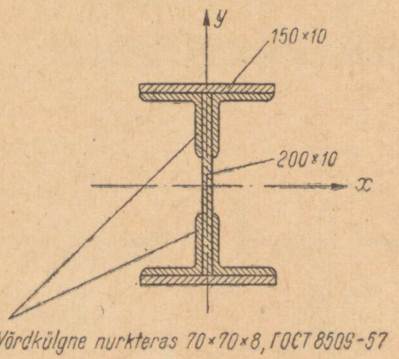
JOON. 182

5.24. Arvutada ristlõike peainerts- ja vastupanumomendid (joon. 182).

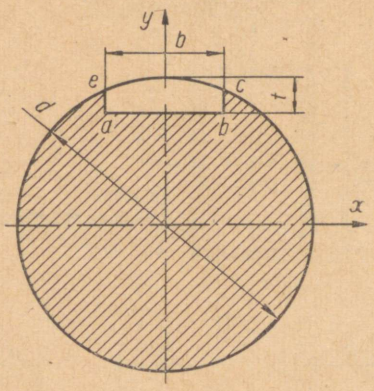
Vastus: a) $I_x = 15080 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_y = 2440 \cdot 10^{-8}$ m^4; $W_x = 730 \cdot 10^{-6}$ m^3; $W_y = 271 \cdot 10^{-6}$ m^3; b) $I_x = 10560 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_y = 7960 \cdot 10^{-8}$ m^4; $W_x = 586 \cdot 10^{-6}$ m^3; $W_y = 663 \cdot 10^{-6}$ m^3.

5.25. Arvutada I-kujulise liitprofiili peainerts- ja vastupanumomendid (joon. 183).

Vastus: $I_x = 6900 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_y = 1030 \cdot 10^{-8}$ m^4; $W_x = 627 \cdot 10^{-6}$ m^3; $W_y = 137 \cdot 10^{-6}$ m^3.



JOON. 183



JOON. 184

5.26. Tuletada liistusoonega võlli jaoks inerts- ja vastupanumomentide arvutusvalemid x-telje suhtes (joon. 184).

L a h e n d u s. Võlli inertsmomendi x-telje suhtes võib määrata kui ringi ja tasakujundi *abce* inertsmomentide vahet. Lihtsuse mõttes asendame kaare *ce* kõõluga ja vaatleme tasakujundit *abce* ristkülikuna külgedega b ja t. Inertsmoment x-telje suhtes

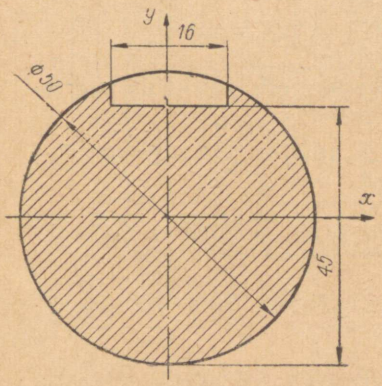
$$I_x = \frac{\pi d^4}{64} - \left[\frac{bt^3}{12} + bt\left(\frac{d}{2} - \frac{t}{2}\right)^2\right] = \frac{\pi d^4}{64} - \frac{bt^3}{12} - \frac{bt}{4}(d-t)^2.$$

Võlli ristlõike vastupanumoment

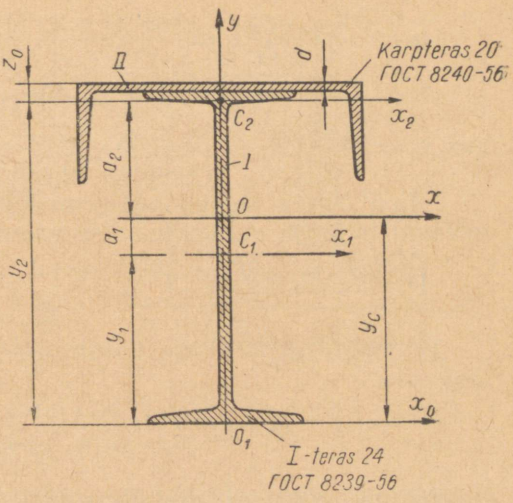
$$W_x = \frac{I_x}{\frac{d}{2}} = \frac{\frac{\pi d^4}{64} - \frac{bt^3}{12} - \frac{bt}{4}(d-t)^2}{\frac{d}{2}} =$$

$$= \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt^3}{6d} - \frac{bt}{2d}(d-t)^2.$$

Kuna liistusoone sügavus t on võlli läbimõõduga d ja soone laiusega b võrreldes väike, tegurites $\frac{bt^3}{6d}$ ja $\frac{bt^3}{12}$ on suurus t aga kolmandas astmes, siis neid tegureid praktikas ei arvestata ja



JOON. 185



JOON. 186

liistusoonega võlli inerts- ja vastupanumomendid arvutatakse ligikaudsete valemitega:

$$I_x = \frac{\pi d^4}{64} - \frac{bt}{4}(d-t)^2;$$

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt}{2d}(d-t)^2.$$

5.27. Kasutades eelmises ülesandes tuletatud valemeid, arvutada liistusoonega võlli inerts- ja vastupanumomendid x-telje suhtes (joon. 185).

Vastus: $I_x = 26{,}6 \cdot 10^{-8}$ m^4; $W_x = 10{,}6 \cdot 10^{-6}$ m^3.

5.28. Määrata ristlõike peatsentraalteljed ja peainertsmomendid (joon. 186).

Lahendus. Selleks et määrata peatsentraaltelgede asukohta, tuleb kõigepealt määrata ristlõike raskuskese. Kuna ristlõige on sümmeetriline, siis raskuskese asetseb y-teljel. Jagame ristlõike kaheks elemendiks: I-teraseks ja karpteraseks. GOST 8239-56 tabelist võtame I-terase nr. 24 ristlõike pinna $F = 34{,}8$ cm^2 ja inertsmomendid tema tsentraaltelgede suhtes $I_x = 3460$ cm^4 ja $I_y = 198$ cm^4. Viime need suurused SI süsteemi: $F = 34{,}8 \cdot 10^{-4}$ m^2; $I_x = 3460 \cdot 10^{-8}$ m^4 ja $I_y = 198 \cdot 10^{-8}$ m^4. Analoogiliselt võtame GOST 8240-56 tabelist karpterase nr. 20 jaoks: $F = 23{,}4$ cm^2; $I_x = 1520$ cm^4, $I_y = 113$ cm^4, $z_0 = 2{,}07$ cm ja $d = 5{,}2$ mm. Viies üle SI süsteemi, saame: $F = 23{,}4 \cdot 10^{-4}$ cm^4, $I_x = 1520 \cdot 10^{-8}$ m^4, $I_y = 113 \cdot 10^{-8}$ m^4.

Tõmbame abitelje O_1x_0 ja määrame ristlõike raskuskeskme koordinaadid valemiga:

$$y_c = \frac{F_1 y_1 + F_2 y_2}{F_1 + F_2} = \frac{34{,}8 \cdot 10^{-4} \cdot 12 \cdot 10^{-2} + 23{,}4 \cdot 10^{-4} \cdot 22{,}45 \cdot 10^{-2}}{34{,}8 \cdot 10^{-4} + 23{,}4 \cdot 10^{-4}} =$$

$$= 16{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } y_c = 162 \text{ mm},$$

kus $y_2 = 240 + d - z_0 = 240 + 5{,}2 - 20{,}7 = 224{,}5$ mm
ehk $y_2 = 22{,}45 \cdot 10^{-2}$ m.

Teljed Ox ja Oy on peatsentraalinertsteljed. I-profiili inertsmoment telje Ox suhtes leitakse valemiga:

$$I_x' = I_{x1} + a_1^2 F_1 = 3460 \cdot 10^{-8} + (4{,}2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 34{,}8 \cdot 10^{-4} =$$
$$= 4070 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Analoogiliselt leitakse karpterase inertsmoment telje Ox suhtes:

$$I_x'' = I_{x2} + a_2^2 F_2 = 113 \cdot 10^{-8} + (10{,}45 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 23{,}4 \cdot 10^{-4} =$$
$$= 2670 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Peainertsmoment telje Ox suhtes:

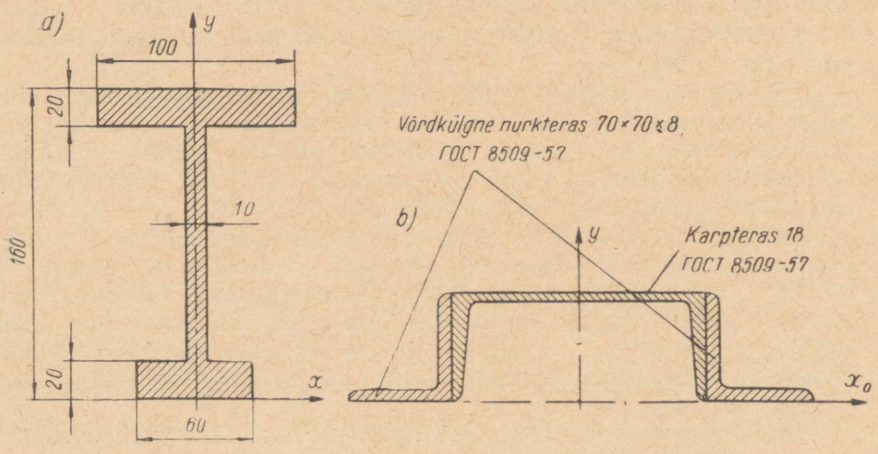
$$I_x = I_x' + I_x'' = 4070 \cdot 10^{-8} + 2670 \cdot 10^{-8} = 6740 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Telg Oy on liitkujundi peatsentraaltelg ja samal ajal on tsentraalteljeks I-profiilile ja karpterasele, sellepärast liitkujundi peainertsmoment I_y on võrdne telje Oy suhtes võetud I-profiili ja karpterase inertsmomentide summaga:

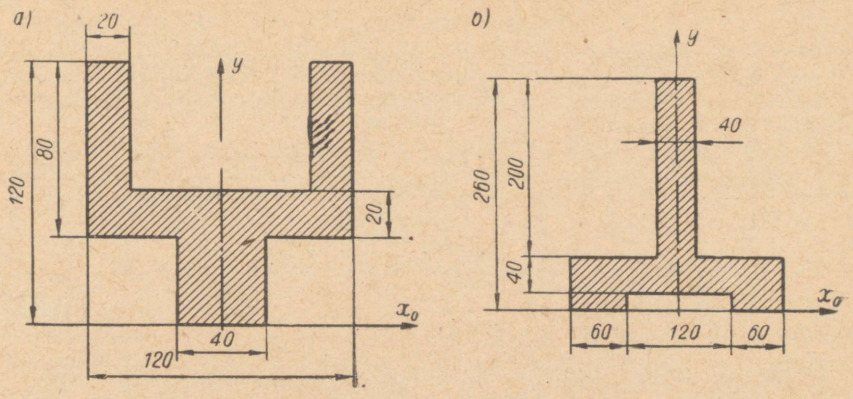
$$I_y = I_y' + I_y'' = 198 \cdot 10^{-8} + 1520 \cdot 10^{-8} \approx 1720 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

5.29. Määrata ristlõike peatsentraaltelgede asend ja arvutada peainertsmomendid (joon. 187).

Vastus: a) $y_c = 92{,}7$ mm; $I_{max} = 1650 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_{min} = 204 \cdot 10^{-8}$ m^4; b) $y_c = 35$ mm, $I_{max} = 3780 \cdot 10^{-8}$ m^4, $I_{min} = 280 \cdot 10^{-8}$ m^4.



JOON. 187



JOON. 188

5.30. Määrata ristlõike peatsentraaltelgede asend ja arvutada peainertsmomendid (joon. 188).

Vastus: a) $y_c = 57{,}5$ mm; $I_{max} = 917 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_{min} = 590 \cdot 10^{-8}$ m^4; b) $y_c = 84{,}4$ mm; $I_{max} = 10580 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_{min} = 6730 \cdot 10^{-8}$ m^4.

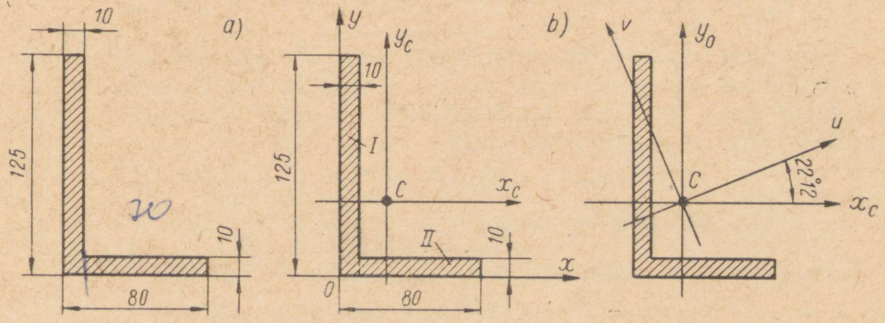
5.31. Määrata nurkprofiili peatsentraal-inertsteljed ja arvutada peainertsmomendid (joon. 189).

L a h e n d u s. Määrame nurkprofiili raskuskeskme koordinaadid *Oxy*-teljestikus. Selleks jagame nurgiku kaheks elemendiks (ristkülikuks) (joon. 189, *a*) ja koostame tabeli 21.

Ristlõike raskuskeskme koordinaadid:

$$x_c = \frac{S_y}{F} = \frac{37{,}75 \cdot 10^{-6}}{19{,}5 \cdot 10^{-4}} = 1{,}94 \cdot 10^{-2} \text{ m};$$

$$y_c = \frac{S_x}{F} = \frac{81{,}6 \cdot 10^{-6}}{19{,}5 \cdot 10^{-4}} = 4{,}18 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$



JOON. 189

Elemendi nr.	Elementide pinnad F_i, 10^{-4} m^2	Elementide raskuskeskmete koordinaadid x ja y 10^{-2} m		Elementide staatilised momendid telgede suhtes, 10^{-6} m^3	
		x_i	y_i	$S_{y_i} = F_i x_i$	$S_{x_i} = F_i y_i$
I	12,5	0,5	6,25	6,25	78,1
II	7	4,5	0,5	31,5	3,5
—	19,5 kogu ristlõike pindala	—	—	37,75 kogu ristlõike pindala jaoks	81,6

Määrame lihtkujundite (ristkülikute) inertsmomendid telgede x_c ja y_c suhtes:

$$I'_{x_c} = \frac{1 \cdot 10^{-2}(12{,}5 \cdot 10^{-2})^3}{12} + 12{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-2}(6{,}25 \cdot 10^{-2} - 4{,}18 \cdot 10^{-2})^2 = 216{,}3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4;$$

$$I'_{y_c} = \frac{12{,}5 \cdot 10^{-2}(1 \cdot 10^{-2})^3}{12} + 12{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-2}(1{,}94 \cdot 10^{-2} - 0{,}5 \cdot 10^{-2})^2 = 26{,}9 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4;$$

$$I''_{x_c} = \frac{7 \cdot 10^{-2}(1 \cdot 10^{-2})^3}{12} + 7 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-2}\ (4{,}18 \cdot 10^{-2} - 0{,}5 \cdot 10^{-2})^2 = 95{,}4 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4;$$

$$I''_{y_c} = \frac{1 \cdot 10^{-2}(7 \cdot 10^{-2})^3}{12} + 7 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-2}(4{,}5 \cdot 10^{-2} - 1{,}94 \cdot 10^{-2})^2 = 74{,}4 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Nurkprofiili inertsmomendid telgede x_c ja y_c suhtes on võrdsed lihtkujundite inertsmomentide summaga eespool nimetatud telgede suhtes:

$$I_{x_c} = I'_{x_c} + I''_{y_c} = 216{,}3 \cdot 10^{-8} + 95{,}4 \cdot 10^{-8} = 311{,}7 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4;$$
$$I_{y_c} = I'_{y_c} + I''_{y_c} = 26{,}9 \cdot 10^{-8} + 74{,}4 \cdot 10^{-8} = 101{,}3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Määrame ristkülikute tsentrifugaalinertsmomendid telgede x_c ja y_c suhtes, võttes arvesse, et iga ristküliku tsentrifugaalinertsmoment oma tsentraaltelgede suhtes on null. Vertikaalse ristküliku tsentrifugaalinertsmoment

$$I'_{x_c y_c} = 12{,}5 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-2}[-(1{,}94 \cdot 10^{-2} - 0{,}5 \cdot 10^{-2})] \times (6{,}25 \cdot 10^{-2} - 4{,}18 \cdot 10^{-2}) = -37{,}2 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Horisontaalse ristküliku tsentrifugaalinertsmoment

$$I''_{x_c y_c} = 7 \cdot 10^{-2} \cdot 1 \cdot 10^{-2}(4{,}5 \cdot 10^{-2} - 1{,}94 \cdot 10^{2}) \times [-(4{,}18 \cdot 10^{-2} - 0{,}5 \cdot 10^{-2})] = -65{,}9 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Kogu ristlõike tsentrifugaalinertsmoment

$$I_{x_c y_c} = I'_{x_c y_c} + I''_{x_c y_c} = -37{,}2 \cdot 10^{-8} + (-65{,}9 \cdot 10^{-8}) = -103{,}1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Olles määranud nurkprofiili telg- ja tsentrifugaalinertsmomendid tsentraaltelgede suhtes, leiame peatsentraalinertstelgede u ja v asendi valemiga:

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2I_{x_c y_c}}{I_{y_c} - I_{x_c}} = \frac{2(-103{,}1 \cdot 10^{-8})}{101{,}3 \cdot 10^{-8} - 311{,}7 \cdot 10^{-8}} = 0{,}98.$$

Trigonomeetriliste funktsioonide tabelist leiame, et $2\alpha = 44°24'$, tähendab $\alpha = 22°12'$. Kuna $\alpha > 0$, siis kanname nurga x_c-teljest vastu kellaosuti liikumissuunda. Peatsentraalinertstelgede asend on näidatud joonisel 189, *b*.

Määrame nurkprofiili peatsentraalinertsmomendid:

$$I_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{I_{x_c} + I_{y_c}}{2} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(I_{x_c} - I_{y_c})^2 + 4I^2_{x_c y_c}};$$

$$I_{\substack{\max \\ \min}} = \frac{311{,}7 \cdot 10^{-8} + 101{,}3 \cdot 10^{-8}}{2} \pm$$

$$\pm \frac{1}{2}\sqrt{(311{,}7 \cdot 10^{-8} - 101{,}3 \cdot 10^{-8})^2 + 4(-103{,}1 \cdot 10^{-8})^2} =$$

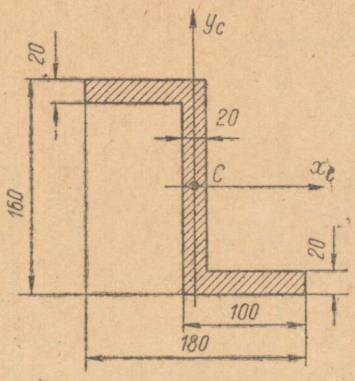
$$= 206{,}5 \cdot 10^{-8} \pm 147{,}5 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

$$I_{\max} = I_u = 206{,}5 \cdot 10^{-8} + 147{,}5 \cdot 10^{-8} = 354 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4;$$

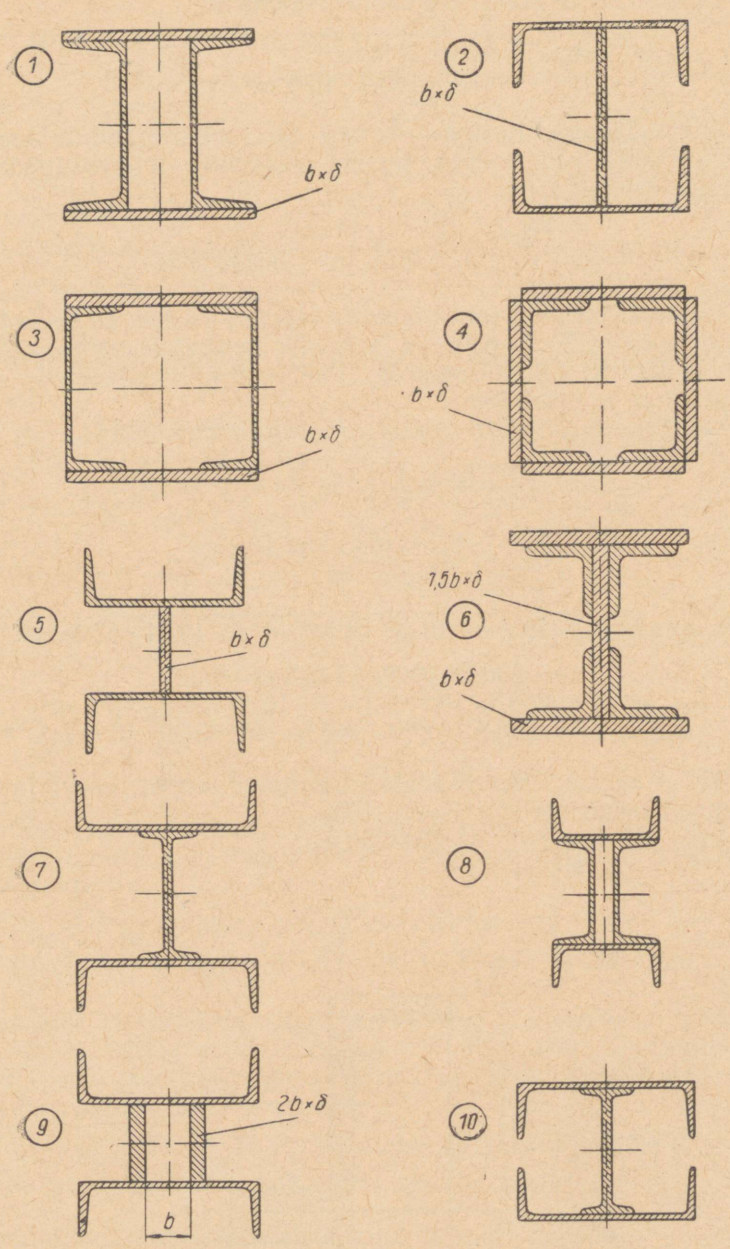
$$I_{\min} = I_v = 206{,}5 \cdot 10^{-8} - 147{,}5 \cdot 10^{-8} = 59 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

5.32. Määrata z-terase peatsentraalinertstelgede asend ja arvutada peainertsmomendid (joon. 190).

Vastus: $\alpha = 31°08'$; $I_{\max} = 2840 \cdot 10^8$ m^4;
$I_{\min} = 310 \cdot 10^{-8}$ m^4.



JOON. 190



JOON. 191

5.33*. Arvutada joon. 191 kujutatud ristlõigete peainertsmomendid tabelis 22 antud variantide järgi.

Tabel 22

Variant	Skeem	$b \times \delta$	I-profiili nr. ГОСТ 8239-56	Karpterase nr. ГОСТ 8240-56	Võrdkülgne nurkteras ГОСТ 8509-57
1	1	160 × 16	—	14	—
2	1	200 × 18	—	20	—
3	1	240 × 24	—	24	—
4	2	180 × 12	—	16a	—
5	2	220 × 20	—	18a	—
6	2	250 × 22	—	22a	—
7	3	190 × 16	—	20	—
8	3	260 × 20	—	24a	—
9	3	300 × 22	—	27	—
10	4	200 × 16	—	—	80 × 80 × 6
11	4	300 × 18	—	—	110 × 110 × 8
12	4	400 × 20	—	—	160 × 160 × 14
13	5	140 × 12	—	10	—
14	5	180 × 14	—	16	—
15	5	240 × 16	—	22	—
16	6	220 × 10	—	—	90 × 90 × 8
17	6	300 × 14	—	—	125 × 125 × 10
18	6	340 × 16	—	—	140 × 140 × 12
19	7	—	24	20	—
20	7	—	27	24	—
21	7	—	30	27	—
22	8	—	—	12	—
23	8	—	—	18	—
24	8	—	—	22	—
25	9	40 × 10	—	8	—
26	9	100 × 12	—	14	—
27	9	140 × 14	—	20a	—
28	10	—	20	16	—
29	10	—	24a	18	—
30	10	—	33	22	—

VI PEATÜKK

SIRGE VARDA PAINE

1. PÕIKJÕUDUDE JA PAINDEMOMENTIDE EPÜÜRIDE KONSTRUEERIMINE

Talade tugevusarvutuse teostamiseks on vaja teada paindemomentide ja põikjõudude suurimaid väärtusi. Need suurused määratakse põikjõudude ja paindemomentide epüüridest. *Põikjõudude epüüriks* nimetatakse graafikut, mis näitab põikjõu muutust tala pikkuse ulatuses. Põikjõuks (Q) tala meelevaldses lõikes nimetatakse kõigi ühel pool lõiget asuvate välisjõudude (kaasa arvatud toereaktsioonid) projektsioonide algebralist summat vertikaalteljele.

Paindemomentide epüüriks nimetatakse graafikut, mis näitab paindemomentide muutumist tala pikkuse ulatuses. Paindemomendiks (M) tala meelevaldses lõikes nimetatakse kõigi ühel pool lõiget asuvate välisjõudude (kaasa arvatud toereaktsioonid) momentide algebralist summat, mis on võetud vaadeldava ristlõike raskuskeskme suhtes.

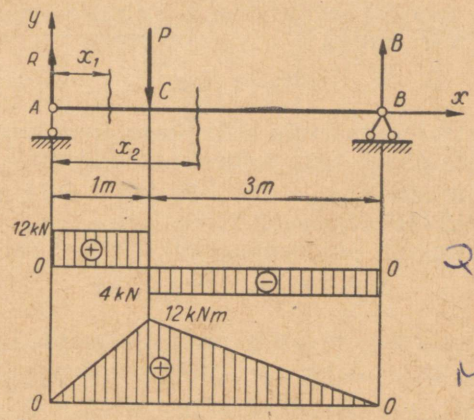
Q ja M epüüride konstrueerimisel tuleb arvesse võtta põikjõudude ja paindemomentide märke. Põikjõud tala ristlõikes (tala vasakpoolse osa järgi) loetakse positiivseks, kui ta on suunatud vertikaalselt üles. Tala parempoolses osas on märkide reegel vastupidine. Paindemoment tala ristlõikes loetakse positiivseks, kui ta painutab tala kumerusega alla, ja negatiivseks, kui ta painutab tala kumerusega üles. Praktiliselt vastab see järgmisele reeglile: paindemoment tala vasakpoolses osas loetakse positiivseks, kui ta püüab tala pöörata kellaosuti suunas, ja negatiivseks, kui ta püüab tala pöörata vastu kellaosuti liikumise suunda. Tala parempoolses osas on see reegel vastupidine.

Q ja M epüüride konstrueerimisel on kaks erinevat meetodit: ristlõigete meetod ja iseloomulike punktide meetod. Teine meetod on otstarbekohasem, kuna ta on vähem aegaviitev. Selle meetodi järgi arvutatakse iseloomulike punktide ordinaatide väärtused.

Q ja M epüüride konstrueerimisel kantakse ordinaadid epüüri nulljoonest vastavalt märkidele kas üles või alla ja ühendatakse joontega kursuses õpitud reeglite kohaselt.

Tala ristlõike iseloomulikeks punktideks loetakse kohti, kuhu on rakendatud koondatud jõud ja momendid, samuti lõikeid, mis määravad ühtlaselt jaotatud koormuse. Suurima paindemomendi väärtuse määramiseks arvutame paindemomendi väärtuse nendes lõigetes, kus põikjõu väärtus on null.

6.1. Lihttalale (joon. 192) mõjub koondatud jõud $P = 16$ kN ($\approx 1{,}6$ T). Konstrueerida põikjõudude ja paindemomentide epüürid, kasutades lõikemeetodit ja iseloomulike punktide meetodit.



JOON. 192

L a h e n d u s. Toereaktsioonid

$$\Sigma M_A = 0;\ P \cdot 1 - B \cdot 4 = 0,$$

kust

$$B = \frac{P \cdot 1}{4} = \frac{16 \cdot 10^3 \cdot 1}{4} = 4 \cdot 10^3 \text{ N} = 4 \text{ kN}.$$

$$\Sigma M_B = 0;\ -P \cdot 3 + A \cdot 4 = 0,$$

kust

$$A = \frac{P \cdot 3}{4} = \frac{16 \cdot 10^3 \cdot 3}{4} = 12 \cdot 10^3 \text{ N} = 12 \text{ kN}.$$

Toereaktsioonide õigsuse kontrolliks võtame kõikide jõudude projektsioonide summa vertikaalteljele. $A - P + B = 0$ ehk $12 \cdot 10^3 - 16 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^3 = 0$, $0 = 0$, siit näeme, et toereaktsioonid on suuruselt ja suunalt õigesti määratud. Põikjõudude Q ja paindemomentide M epüüride määramiseks kasutame lõigete meetodit.

Oletame tinglikult, et tala koosneb kahest osast: esimene osa asetseb punktide A ja C vahel; teine punktide C ja B vahel. Mää-

rame põikjõu väärtuse mõlemas tala osas. Esimeses osas valime vabalt lõike, mis asetseb toest A kaugusel x_1. Põikjõud selles tala ristlõikes on:

$$Q_{x_1} = A = 12 \cdot 10^3 \text{ N} = 12 \text{ kN}.$$

Teises tala osas valime vabalt lõike, mis asetseb toest A kaugusel x_2. Põikjõud selles tala ristlõikes on:

$$Q_{x_2} = A - P = 12 \cdot 10^3 - 16 \cdot 10^3 = -4 \cdot 10^3 \text{ N} = -4 \text{ kN}.$$

Põikjõudude epüür on toodud joonisel.

Määrame paindemomentide väärtused igas tala osas. Selleks kasutame samu tala osi ja ristlõikeid. Paindemomendi tala esimeses osas leiame võrrandiga

$$M_{x_1} = Ax_1.$$

Paindemoment muutub tala selles osas lineaarselt ja sirgjoone konstrueerimiseks piisab tema kahest punktist.

1) kui $x_1 = 0$, siis $M_{x_1=0} = 0$; 2) kui $x_1 = 1$ m, siis $M_{x_1=2} = 12 \cdot 10^3 \cdot 1 = 12 \cdot 10^3$ Nm $= 12$ kNm.

Tala teises osas on paindemomendi võrrand selline:

$$M_{x_2} = Ax_2 - P(x_2 - 1).$$

Ka tala selles osas muutub paindemoment lineaarselt. Kui $x_2 = 1$ m, siis $M_{x_2=1} = 12 \cdot 10^3 \cdot 1 = 12 \cdot 10^3$ Nm $= 12$ kNm; kui $x_2 = 4$ m, siis $M_{x_2=4} = 12 \cdot 10^3 \cdot 4 - 16 \cdot 10^3 \cdot 3 = 0$.

Paindemomentide epüür on näidatud joonisel. Q ja M epüüridest selgub, et suurim põikjõu väärtus $Q_{\max} = Q_{x1} = 12$ kN ja suurim paindemomendi väärtus $M_{\max} = 12$ kNm.

Sama ülesande lahendame iseloomulike punktide meetodil. Antud tala iseloomulikeks punktideks (ristlõigeteks) on punktid A, C ja B (joon. 192). Nimetatud ristlõigetes määrame põikjõudude väärtused:

lõikes A $Q_A = A = 12 \cdot 10^3$ N $= 12$ kN;

lõikes C (vasakul pool) $Q_C^v = A = 12 \cdot 10^3$ N $= 12$ kN;

lõikes C (paremal pool) $Q_C^p = A - P = 12 \cdot 10^3 - 16 \cdot 10^3 = -4 \cdot 10^3$ N $= -4$ kN;

lõikes B (vasakul pool) $Q_B^v = A - P = 12 \cdot 10^3 - 16 \cdot 10^3 = -4 \cdot 10^3$ N $= -4$ kN.

Samades lõigetes arvutame paindemomentide väärtused:

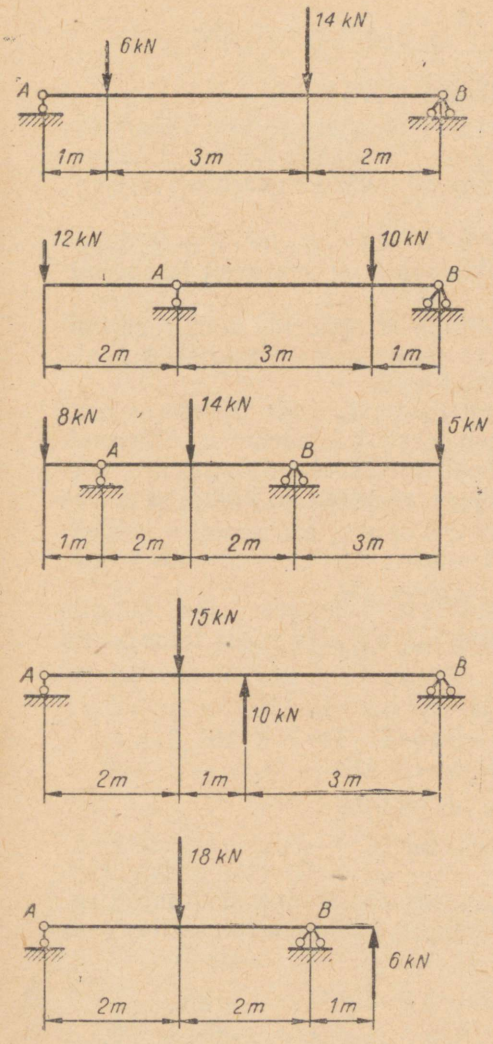
lõikes A $M_A = 0$;

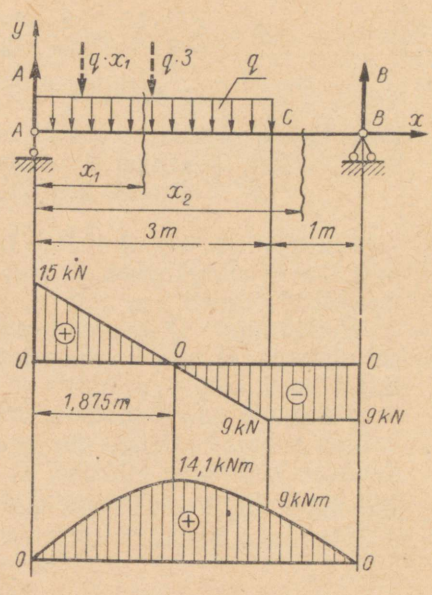
lõikes C $M_C = A \cdot 1 = 12 \cdot 10 \cdot 10^3 \cdot 1 = 12 \cdot 10^3$ Nm $= 12$ kNm;

lõikes $M_B = A \cdot 4 - P \cdot 3 = 12 \cdot 10^3 \cdot 4 - 16 \cdot 10^3 \cdot 3 = 0$,

6.2. Konstrueerida talade põikjõudude ja paindemomentide epüürid (joon. 193).

6.3. Talale (joon. 194) on rakendatud ühtlaselt jaotatud koormus intensiivsusega $q = 8$ kN/m ($\approx 0{,}8$ T/m). Konstrueerida





JOON. 193

JOON. 194

põikjõudude ja paindemomentide epüürid lõigete ja iseloomulike punktide meetodil.

L a h e n d u s. Tala toereaktsioonide määramiseks asendame ühtlaselt jaotatud koormuse resultantjõuga, mis võrdub $q \cdot 3$ ja on rakendatud koormuse pikkuse keskele. Koostame tasakaaluvõrrandid:

$$\Sigma M_A = 0;\ q \cdot 3 \cdot 1{,}5 - B \cdot 4 = 0,$$

kust

$$B = \frac{q \cdot 3 \cdot 1{,}5}{4} = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 1{,}5}{4} = 9 \cdot 10^3 \text{ N} = 9 \text{ kN};$$

$$\Sigma M_B = 0; \quad -q \cdot 3 \cdot 2{,}5 + A \cdot 4 = 0,$$

kust

$$A = \frac{q \cdot 3 \cdot 2{,}5}{4} = \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 2{,}5 \cdot 3}{4} = 15 \cdot 10^3 \text{ N} = 15 \text{ kN}.$$

Kontroll: $A - q \cdot 3 + B = 0$ ehk $15 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^3 \cdot 3 + 9 \cdot 10^3 = 0$, $0 = 0$; siit järgneb, et toereaktsioonid on suuruselt ja suunalt määratud õigesti.

Põikjõudude Q ja paindemomentide M epüüride konstrueerimisel oletame, et tala koosneb kahest osast: 1. osa punktist A punktini C ja 2. osa — punktist C punktini B.

Määrame põikjõudude suurused igas tala osas. Esimeses osas valime vabalt ristlõike, mis asetseb toest A kaugusel x_1. Ühtlaselt jaotatud koormuse pikkusel x_1 asendame resultantjõuga, mis võrdub $q \cdot x_1$ ja on rakendatud pikkuse x_1 keskele. Põikjõud selles lõikes

$$Q_{x_1} = A - qx_1.$$

Võrrandist selgub, et põikjõud tala esimeses osas muutub lineaarselt. Sirgjoone konstrueerimiseks on vaja teada tema kahte punkti:

kui $x_1 = 0$, siis $Q_{x_1=0} = A = 15 \cdot 10^3 \text{ N} = 15 \text{ kN}$;

kui $x_1 = 3$ m, siis $Q_{x_1=3} = A - 3q = 15 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^3 \cdot 3 = -9 \cdot 10^3 \text{ N} = -9 \text{ kN}$.

Tala teises osas valitud lõikes on põikjõud

$$Q_{x_2} = A - 3q.$$

Võrrandist selgub, et põikjõud tala teises osas muutub sirgjoone järgi, mis on paralleelne x-teljega. Põikjõud tala selles osas on konstantne:

$$Q_{x_2} = 15 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^3 \cdot 3 = -9 \cdot 10^3 \text{ N} = -9 \text{ kN}.$$

Leitud suuruste järgi konstrueerime põikjõudude epüüri. Määrame paindemomentide väärtused igas tala osas. Selleks kasutame samu tala osi ja lõikeid, mis olid valitud varem. Paindemoment tala esimeses osas

$$M_{x_1} = Ax_1 - qx_1 \frac{x_1}{2} = Ax_1 - q\frac{x_1^2}{2}.$$

Paindemoment selle osa ulatuses muutub ruutparabooli järgi. Epüüri konstrueerimiseks on küllaldane teada kolme väärtust:

kui $x_1 = 0$, siis $M_{x_1=0} = 0$;

kui $x_1 = 3$ m, siis $M_{x_1=3} = 15 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^3 \frac{9}{2} =$

$$= 9 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 9 \text{ kNm};$$

kolmanda paindemomendi väärtuse määrame lõikes, kus põikjõud on null, see tähendab, et paindemoment on seal maksimaalne. Leiame väärtuse x_1, mille juures põikjõud on null.

$$Q_{x1} = A - qx_1 = 0,$$

kust

$$x_1 = \frac{A}{q} = \frac{15 \cdot 10^3}{8 \cdot 10^3} = 1{,}875 \text{ m}.$$

Suurim paindemoment

$$M_{\max} = Ax_1 - q\frac{x_1^2}{2} = 15 \cdot 10^3 \cdot 1{,}875 - \frac{8 \cdot 10^3 \cdot 1{,}875^2}{2} =$$

$$= 14{,}1 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 14{,}1 \text{ kNm}.$$

Leitud kolme väärtuse järgi konstrueerime paindemomendi epüüri esimese osa kohta. Paindemomendi võrrand tala teise osa kohta on

$$M_{x_2} = Ax_2 - 3q(x_2 - 1{,}5).$$

Selles osas muutub paindemoment lineaarselt ja sirgjoone konstrueerimiseks on vaja kaks väärtust:

kui $x_2 = 3$ m, siis $M_{x_2=3} = 3A - 3q(3 - 1{,}5) = 15 \cdot 10^3 \cdot 3 -$

$$- 8 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 1{,}5 = 9{,}10^3 \text{ Nm} = 9 \text{ kNm};$$

kui $x_2 = 4$, siis $M_{x_2=4} = 4A - 3q(4 - 1{,}5) = 15 \cdot 10^3 \cdot 4 -$

$$- 8 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 2{,}5 = 0.$$

Leitud arvuliste väärtuste järgi konstrueerime paindemomentide epüüri tala teise osa jaoks.

Sama ülesande lahendame iseloomulike punktide meetodil. Antud tala iseloomulikeks punktideks (ristlõigeteks) on punktid A, C ja B (joon. 194). Määrame põikjõudude väärtused antud lõigetes:

lõikes A $Q_A = A = 15 \cdot 10^3 \text{ N} = 15 \text{ kN}$;

lõikes C $Q_C = A - 3q = 15 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^3 \cdot 3 =$

$$= -9 \cdot 10^3 \text{ N} = -9 \text{ kN};$$

lõikes B (vasakul pool) $Q_B^v = A - 3q = 15 \cdot 10^3 - 8 \cdot 10^3 \cdot 3 =$

$$= -9 \cdot 10^3 \text{ N} = -9 \text{ kN}.$$

Arvutame antud punktides (ristlõigetes) paindemomentide väärtused:

lõikes A $M_A = 0$;

lõikes C $M_C = 3A - q \cdot 3 \cdot 1{,}5 = 15 \cdot 10^3 \cdot 3 - 8 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 1{,}5 =$

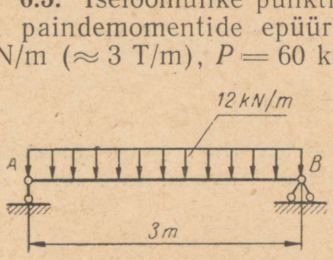
$$= 9 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 9 \text{ kNm};$$

lõikes B $M_B = 4A - 3q \cdot 2{,}5 = 15 \cdot 10^3 \cdot 4 - 8 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 2{,}5 = 0.$

Arvutatud paindemomentide väärtused ei võimalda täpselt konstrueerida paindemomentide (M) epüüri vahemikus AC. Täpse M epüüri konstrueerimiseks selles vahemikus leiame väärtuse x_1, mille juures $Q_{x_1} = 0$, see tähendab, et sel juhul paindemoment on maksimaalne. Q epüürist võime määrata x_1 väärtuse suhte abil või eespool kasutatud lõigete meetodiga. Kasutades üht või teist meetodit, leiame, et $Q_{x_1} = 0$, kui $x_1 = 1{,}875$ m. Sellele x_1 väärtusele vastab $M_{max} = 14{,}1$ kNm. Leitud nelja paindemomendi väärtuse järgi konstrueerime M epüüri.

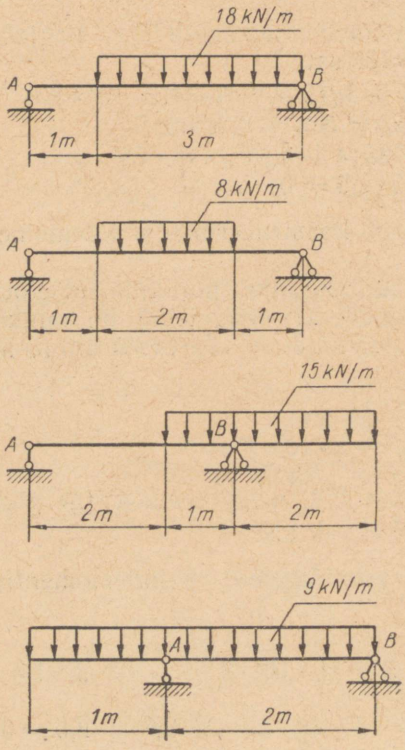
6.4. Konstrueerida talade (joon. 195) põikjõudude ja paindemomentide epüürid.

6.5. Iseloomulike punktide meetodil konstrueerida põikjõudude ja paindemomentide epüürid konsoolis (joon. 196), kui $q = 30$ kN/m (≈ 3 T/m), $P = 60$ kN (≈ 6 T) ja $M = 30$ kNm (≈ 3 Tm).



JOON. 195

JOON. 196



L a h e n d u s. Kuna konsooli üks ots on jäigalt kinnitatud ja teine ots vaba, siis epüüride konstrueerimiseks ei ole vaja leida toereaktsioone. Põikjõudude ja paindemomentide väärtuste määramisel vaatleme konsooli vasakpoolse osa tasakaalu, liikudes punktist B punkti A poole.

Antud konsooli iseloomulikeks punktideks (ristlõigeteks) on punktid B, *1*, *2* ja A. Määrame põikjõudude väärtused nimetatud lõigetes:

lõikes B $Q_B = 0$;
lõikes *1* (vasakul pool) $Q_1^v = 0$;
lõikes *1* (paremal pool) $Q_1^p = -P = -60$ kN;
lõikes *2* $Q_2 = -P = -60$ kN;
lõikes A $Q_A = -P - 2q = -60 \cdot 10^3 - 30 \cdot 10^3 \cdot 2 =$
$= -120 \cdot 10^3 = -120$ kN.

Põikjõudude epüür on toodud joonisel 196.

Määrame samades punktides (ristlõigetes) paindemomentide väärtused:

lõikes B $M_B = M = 30$ kNm;
lõikes *1* $M_1 = M = 30$ kNm;
lõikes *2* $M_2 = M - P \cdot 1 = 30 \cdot 10^3 - 60 \cdot 10^3 \cdot 1 =$
$= 30 \cdot 10^3$ Nm $= -30$ kNm;
lõikes A $M_A = M - 3P - q \cdot 2 \cdot 1 = 30 \cdot 10^3 -$
$- 60 \cdot 10^3 \cdot 3 - 30 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 1 =$
$= -210 \cdot 10^3$ Nm $= -210$ kNm.

Paindemomentide epüür on toodud joonisel.

6.6. Iseloomulike punktide meetodil konstrueerida põikjõudude ja paindemomentide epüürid konsooliga talas (joon. 197), kui $M_1 = 20$ kNm (≈ 2 Tm), $M_2 = 40$ kNm (≈ 4 Tm), $q_1 = 10$ kN/m (≈ 1 T/m); $q_2 = 20$ kN/m (≈ 2 T/m), $P_1 = 40$ kN (≈ 4 T) ja $P_2 = 10$ kN (≈ 1 T).

L a h e n d u s. Määrame toereaktsioonid:

$$\Sigma M_A = 0;\ M_1 + q_1 \cdot 4 \cdot 2 + P_1 4 - M_2 - B \cdot 6 + q_2 2 \cdot 7 - P_2 \cdot 8 = 0,$$

siis

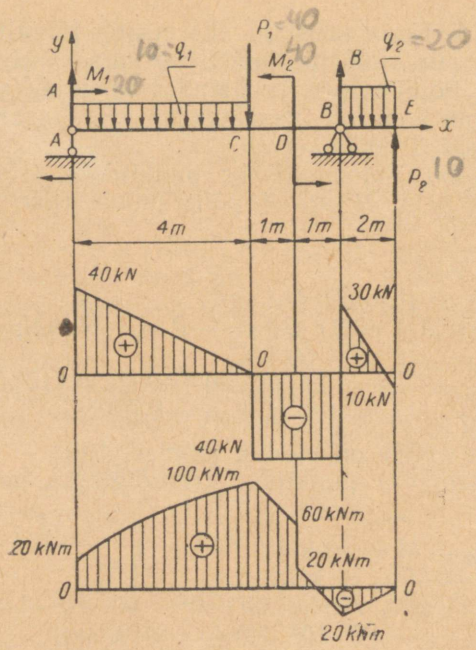
$$B = \frac{M_1 + q_1 4 \cdot 2 + P_1 4 - M_2 + q_2 \cdot 2 \cdot 7 - P_2 \cdot 8}{6} =$$

$$= \frac{20 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3 \cdot 8 + 40 \cdot 10^3 \cdot 4 - 40 \cdot 10^3 + 20 \cdot 10^3 \cdot 14 - 10 \cdot 10^3 \cdot 8}{6} =$$

$$= 70 \cdot 10^3 \text{ N} = 70 \text{ kN};$$

$$\Sigma M_B = 0;\ M_1 - q_1 \cdot 4 \cdot 4 - P_1 \cdot 2 - M_2 + q_2 \cdot 2 \cdot 1 - P_2 \cdot 2 + A \cdot 6 = 0,$$

kust



JOON. 197

$$A = \frac{-M_1 + q_1 \cdot 4 \cdot 4 + P_1 \cdot 2 + M_2 - q_2 \cdot 2 + P_2 \cdot 2}{6} =$$

$$= \frac{-20 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3 \cdot 16 + 40 \cdot 10^3 \cdot 2 + 40 \cdot 10^3 - 20 \cdot 10^3 \cdot 2 + 10 \cdot 10^3 \cdot 2}{6} =$$

$$= 40 \cdot 10^3 \text{ N} = 40 \text{ kN}.$$

Kontroll: $A - 4q_1 - P_1 + P_2 + B - 2q_2 = 0$ ehk

$$40 \cdot 10^3 - 10 \cdot 10^3 \cdot 4 - 40 \cdot 10^3 + 10 \cdot 10^3 + 70 \cdot 10^3 - \\ - 20 \cdot 10^3 \cdot 2 = 0,$$

$0 = 0$; see tähendab, et toereaktsioonid on suuruselt ja suunalt õigesti määratud.

Antud tala iseloomulikeks punktideks (ristlõigeteks) on punktid A, C, D, B ja E. Määrame põikjõudude väärtused nimetatud lõigetes:

lõikes A $Q_A = A = 40$ kN;

lõikes C (vasakul pool) $Q_C^v = A - 4q_1 = 40 \cdot 10^3 - 10 \cdot 10^3 \times \\ \times 4 = 0$;

lõikes C (paremal pool) $Q_C^p = A - 4q_1 - P_1 = 40 \cdot 10^3 - \\ - 10 \cdot 10^3 \cdot 4 - 40 \cdot 10^3 = -40 \cdot 10^3$ N $= -40$ kN;

lõikes D $Q_D = Q_C^p = -40$ kN;

lõikes B (vasakul pool) $Q_B^v = Q_D = -40$ kN;

lõikes B (paremal pool) $Q_B^p = A - 4q_1 - P_1 + B =$
$= 40 \cdot 10^3 - 10 \cdot 10^3 \cdot 4 - 40 \cdot 10^3 + 70 \cdot 10^3 =$
$= 30 \cdot 10^3$ N $= 30$ kN;

lõikes E (vasakul pool) $Q_E^v = 4 - Aq_1 - P_1 + B - 2q_2 =$
$= 40 \cdot 10^3 - 10 \cdot 10^3 \cdot 4 - 40 \cdot 10^3 + 70 \cdot 10^3 - 20 \cdot 10^3 \cdot 2 =$
$= -10 \cdot 10^3$ N $= -10$ kN;

Põikjõudude epüür on näidatud joonisel.
Arvutame samades ristlõigetes paindemomentide väärtused:

lõikes A $M_A = M_1 = 20$ kNm;
lõikes C $M_C = M_1 - q_1 4 \cdot 2 + A \cdot 4 = 20 \cdot 10^3 -$
$- 10 \cdot 10^3 \cdot 8 + 40 \cdot 10^3 \cdot 4 = 100 \cdot 10^3$ Nm $= 100$ kNm;
lõikes D (vasakul pool) $M_D^v = M_1 + A \cdot 5 - q_1 \cdot 4 \cdot 3 - P_1 \cdot 1 =$
$= 20 \cdot 10^3 + 40 \cdot 10^3 \cdot 5 - 10 \cdot 10^3 \cdot 12 - 40 \cdot 10^3 \cdot 1 =$
$= 60 \cdot 10^3$ Nm $= 60$ kNm;
lõikes D (paremal pool) $M_D^p = M_1 + A \cdot 5 - q_1 4 \cdot 3 -$
$- P_1 \cdot 1 - M_2 = 20 \cdot 10^3 + 40 \cdot 10^3 \cdot 5 - 10 \cdot 10^3 \cdot 12 -$
$- 40 \cdot 10^3 \cdot 1 - 40 \cdot 10^3 = 20 \cdot 10^3$ Nm $= 20$ kNm;
lõikes B $M_B = M_1 + A \cdot 6 - q_1 \cdot 4 \cdot 4 - P_1 \cdot 2 - M_2 = 20 \cdot 10^3 +$
$+ 40 \cdot 10^3 \cdot 6 - 10 \cdot 10^3 \cdot 16 - 40 \cdot 10^3 \cdot 2 - 40 \cdot 10^3 =$
$= -20 \cdot 10^3$ Nm $= -20$ kNm.
lõikes E $M_E = M_1 + A \cdot 8 - q_1 \cdot 4 \cdot 6 - P_1 \cdot 4 - M_2 + B \cdot 2 -$
$- q_2 \cdot 2 \cdot 1 = 20 \cdot 10^3 + 40 \cdot 10^3 \cdot 8 - 10 \cdot 10^3 \cdot 24 -$
$- 40 \cdot 10^3 \cdot 4 - 40 \cdot 10^3 + 70 \cdot 10^3 \cdot 2 - 20 \cdot 10^3 \cdot 2 = 0.$

Paindemomentide epüür on näidatud joonisel.

6.7. Konstrueerida talade põikjõudude ja paindemomentide epüürid (joon. 198).

6.8. Konstrueerida tala summaarsed paindemomentide epüürid (joon. 199), kui $P = 2000$ N (≈ 200 kG), $A = 600$ N (≈ 60 kG) ja $T = 400$ N (≈ 40 kG).

L a h e n d u s. Kuna talale mõjuvad jõud asuvad kahes risti-asetsevas tasapinnas, siis vaatleme kõigepealt vertikaaltasapinnas asetsevate jõudude T ja A mõju talale. Määrame toereaktsioonid:

$$\Sigma M_A = 0; \quad T \cdot 200 \cdot 10^{-3} + A \cdot 120 \cdot 10^{-3} - B_v \cdot 280 \cdot 10^{-3} = 0,$$

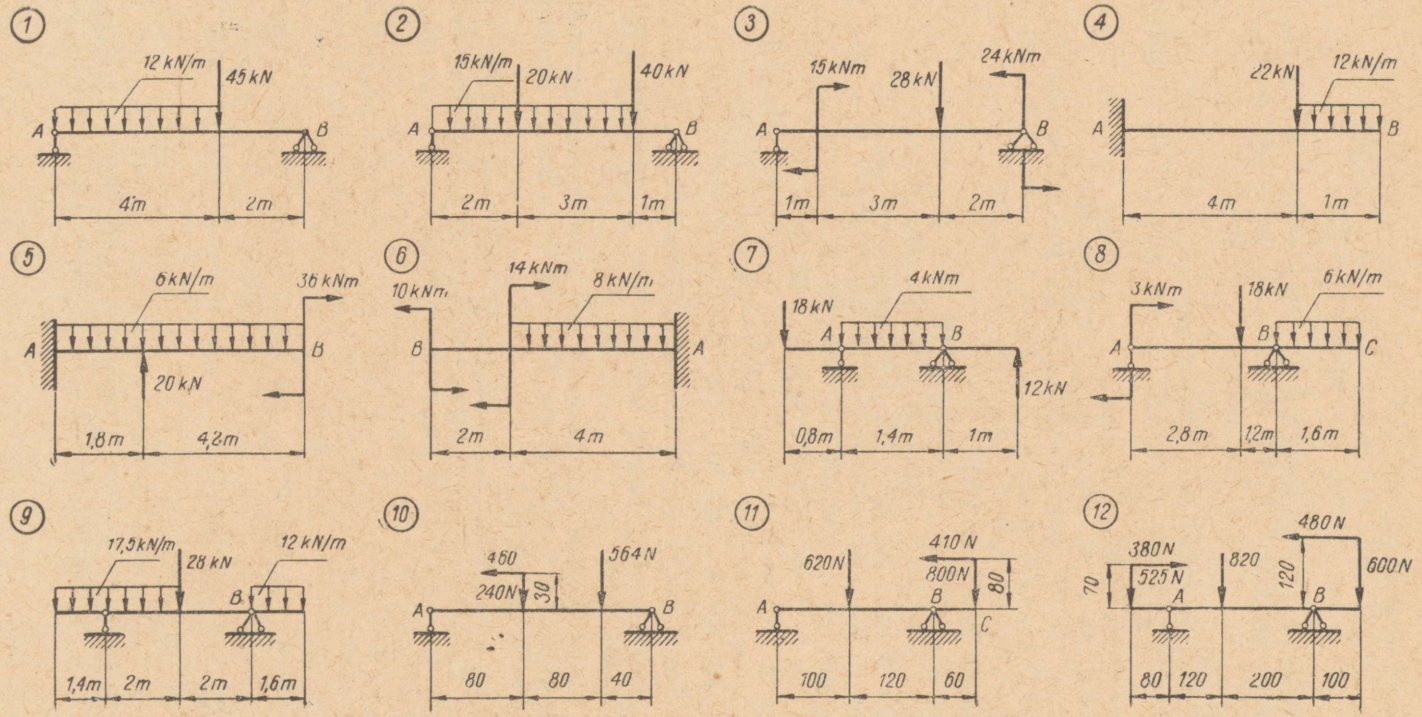
kust

$$B_v = \frac{T \cdot 200 \cdot 10^3 + A \cdot 120 \cdot 10^{-3}}{280 \cdot 10^{-3}} = \frac{400 \cdot 200 \cdot 10^{-3} + 600 \cdot 120 \cdot 10^{-3}}{280 \cdot 10^{-3}} = 543 \text{ N};$$

$$\Sigma M_B = 0; \; A_v \cdot 280 \cdot 10^{-3} - T \cdot 80 \cdot 10^{-3} + A \cdot 120 \cdot 10^{-3} = 0,$$

kust

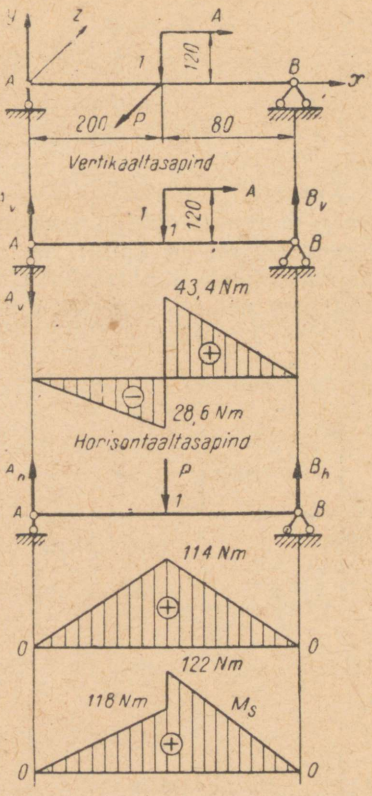
$$A_v = \frac{T \cdot 80 \cdot 10^{-3} - A \cdot 120 \cdot 10^{-3}}{280 \cdot 10^{-3}} = \frac{400 \cdot 80 \cdot 10^{-3} - 600 \cdot 120 \cdot 10^{-3}}{280 \cdot 10^{-3}} = -143 \text{ N}.$$


1
12 kN/m
45 kN
A
B
4m
2m
2
15kN/m
20kN
40kN
A
B
2m
3m
1m
3
15kNm
28 kN
24kNm
A
B
1m
3m
2m
4
22kN
12kN/m
A
B
4m
1m
5
6kN/m
36 kNm
A
B
20 kN
1,8m
4,2m
6
10kNm
14kNm
8kN/m
B
A
2m
4m
7
18kN
4kNm
A
B
12kN
0,8m
1,4m
1m
8
3kNm
18kN
6kN/m
A
B
C
2,8m
1,2m
1,6m
9
17,5kN/m
28 kN
12 kN/m
B
1,4m
2m
2m
1,6m
10
460
564N
240N
30
A
B
80
80
40
11
620N
410 N
800N
80
A
B
C
100
120
60
12
480 N
380N
820
600N
70
525 N
120
A
B
80
120
200
100

JOON. 198

Kuna reaktsioon A osutus negatiivseks, siis sellest järeldub, et tema suund oli valitud valesti. Muudame reaktsiooni esialgse suuna vastupidiseks (vertikaalselt alla) ja samuti märgi A_v ees, siis $A_v = 143$ N ja $B = 543$ N. Kontroll: $A_v - T + B_v = 0$ ehk $143 - 400 + 543 = 0$, s. t. $0 = 0$ ja reaktsioonide väärtused ning suunad on valitud õigesti.

Konstrueerime M epüüri iseloomulike punktide meetodil. Antud tala iseloomulikeks punktideks (ristlõigeteks) on punktid A, *1* ja B (joon. 199). Määrame nendes lõigetes paindemomentide väärtused:



JOON. 199

lõikes A $M_{A_v} = 0$;

lõikes *1* (vasakul pool) $M_{1_v}^{v} = -A_v \cdot 200 \cdot 10^{-3} = -143 \cdot 200 \cdot 10^{-3} = -28{,}6$ Nm;

lõikes *1* (paremal pool) $M_{1_v}^{p} = -A_v \cdot 200 \cdot 10^{-3} + A \cdot 120 \cdot 10^{-3} = -143 \cdot 200 \cdot 10^{-3} + 600 \cdot 120 \cdot 10^{-3} = 43{,}4$ Nm;

lõikes B $M_{B_v} = -A_v \cdot 280 \cdot 10^{-3} - T \cdot 80 \cdot 10^{-3} + A \cdot 120 \cdot 10^{-3} = -143 \cdot 280 \cdot 10^{-3} - 400 \cdot 80 \cdot 10^{-3} + 600 \cdot 120 \cdot 10^{-3} = 0$.

Paindemomentide epüür vertikaaltasapinnas on näidatud joonisel.

Vaatleme horisontaaltasapinnas asetseva jõu P mõju talale. Määrame toereaktsioonid:

$$\Sigma M_A = 0; \quad P \cdot 200 \cdot 10^{-3} - B_h \cdot 280 \cdot 10^{-3} = 0,$$

kust

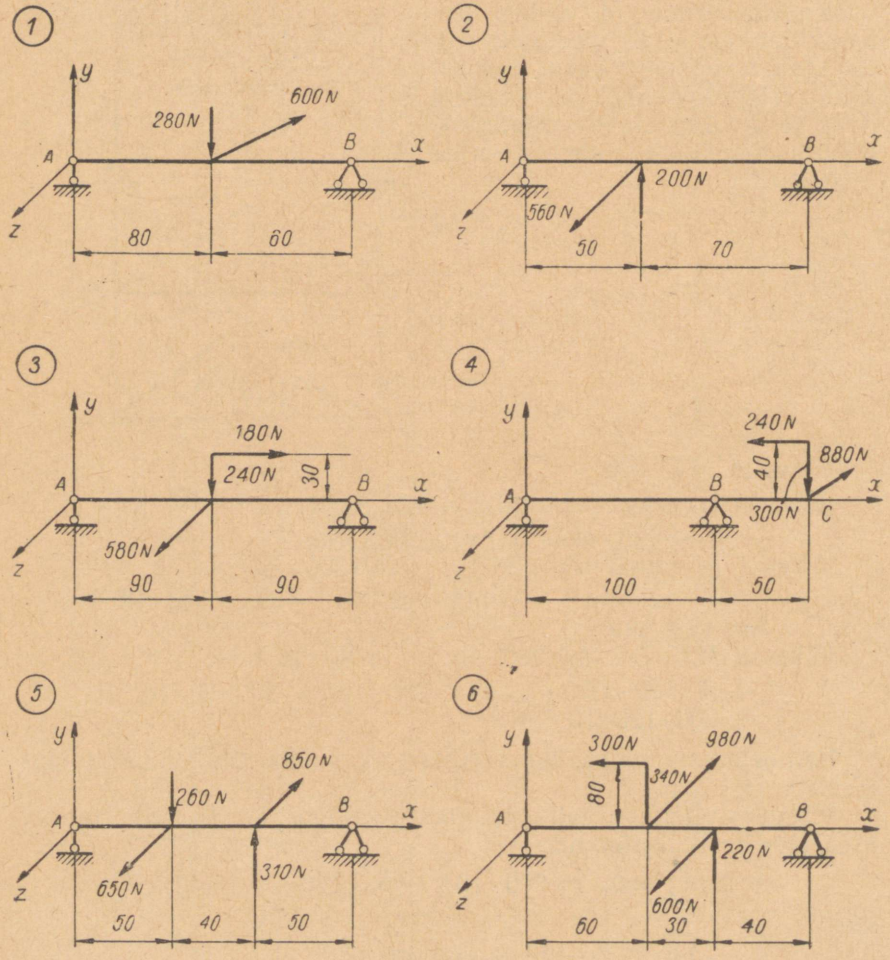
$$B_h = \frac{P \cdot 200 \cdot 10^{-3}}{280 \cdot 10^{-3}} = \frac{2000 \cdot 200 \cdot 10^{-3}}{280 \cdot 10^{-3}} = 1430 \text{ N};$$

$$\Sigma M_B = 0;\ A_h \cdot 280 \cdot 10^{-3} - P \cdot 80 \cdot 10^{-3} = 0,$$

kust

$$A_h = \frac{P \cdot 80 \cdot 10^{-3}}{280 \cdot 10^{-3}} = \frac{2000 \cdot 80 \cdot 10^{-3}}{280 \cdot 10^{-3}} = 570 \text{ N}.$$

Kontroll: $A_h - P + B_h = 0$ ehk $570 - 2000 + 1430 = 0$, s. t. $0 = 0$ ja reaktsioonide suurused ning suunad on valitud õigesti. Konstrueerime M epüüri iseloomulike punktide meetodiga. Tala iseloomulikeks punktideks (ristlõigeteks) on punktid A, *1* ja B. Määrame nendes lõigetes paindemomentide väärtused:



JOON. 200

lõikes A $M_{A_h} = 0$;

lõikes 1 $M_{1_h} = A_h \cdot 200 \cdot 10^{-3} = 570 \cdot 200 \cdot 10^{-3} = 114$ Nm;

lõikes B $M_{B_h} = A_h \cdot 280 \cdot 10^{-3} - P \cdot 80 \cdot 10^{-3} =$
$= 570 \cdot 280 \cdot 10^{-3} - 2000 \cdot 80 \cdot 10^{-3} \approx 0$.

Paindemomentide epüür horisontaaltasapinnas on näidatud joonisel.

Summaarse paindemomendi leiame valemiga

$$M_s = \sqrt{M_v^2 + M_h^2},$$

kus M_v — vertikaaltasapinnas asetsevate paindemomentide epüüri ordinaadid;
M_h — horisontaaltasapinnas asetsevate paindemomentide epüüri ordinaadid.

Summaarsed paindemomendid tala punktides (ristlõigetes) A, 1 ja B on vastavalt:

punktis A $M_{A_s} = 0$;

punktis 1 $M_{1_s} = \sqrt{(-28{,}6)^2 + 114^2} \approx 118$ Nm;

punktis 1 $M_{1_s} = \sqrt{43{,}4^2 + 114^2} = 122$ Nm;

punktis B $M_{B_s} = 0$.

Summaarne paindemomentide epüür on näidatud joonisel. Suurim summaarne paindemoment on

$$M_{1_s} = 122 \text{ Nm } (\approx 12{,}2 \text{ kGm}).$$

6.9. Konstrueerida talade summaarsed paindemomentide epüürid (joon. 200).

2. PINGETE MÄÄRAMINE JA RISTLÕIGETE VALIK

A. Normaalpinged

Normaalpinged paindel tala ristlõikes määratakse valemiga:

$$\sigma = \frac{My}{I} \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)},$$

kus M — tala ristlõikes esinev paindemoment Nm (kGm);
y — vaadeldava kiu kaugus tala ristlõike neutraalteljest m (cm);
I — tala ristlõike telginertsmoment m^4 (cm^4).

Neutraalkihi suhtes sümmeetrilise ristlõikega varda suurimad normaalpinged paindel määratakse valemiga

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)},$$

kus

W — tala ristlõike telgvastupanumoment m^3 (cm^3).

Paindele töötava tala tugevust kontrollitakse suurimate normaalpingete järgi. Tugevustingimus paindel normaalpinge järgi omab kuju

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W} \leqslant [\sigma]_p,$$

kus $[\sigma]_p$ — lubatav paindepinge N/m^2 (kG/cm^2).

B. Tangentsiaalpinged

Tangentsiaalpinged paindel määratakse valemiga

$$\tau = \frac{QS}{bI} \; N/m^2 \; (kg/cm^2),$$

kus

Q — tala ristlõikes esinev põikjõud N (kG);

S — vaadeldavast kihist ülalpool asetseva ristlõikepinna osa staatiline moment neutraaltelje suhtes m^3 (cm^3);

I — tala ristlõike telginertsmoment m^4 (cm^4).

Tala tugevustingimus paindel tangentsiaalpingete järgi on

$$\tau_{max} = \frac{Q_{max} S_{max}}{b\,I} \leqslant [\tau]_p,$$

kus

$[\tau]_p$ — lubatav tangentsiaalpinge paindel N/m^2 (kG/cm^2).

6.10. Neljateljelise raudteevaguni kandejõud $Q = 600$ kN (≈ 60 T) ja omakaal $G = 220$ kN (≈ 22 T). Leida tapikaelas esinevad suurimad paindepinged eeldusel, et koormus kandub 8 tapile. Tapi läbimõõt $d = 145$ mm, $2l_1 = 234$ mm ja $l = 1524$ mm (joon. 201).

L a h e n d u s. Määrame jõu, mis mõjub telje tapile:

$$R_0 = \frac{Q+G}{8} = \frac{600 \cdot 10^3 + 220 \cdot 10^3}{8} = 102{,}5 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

See jõud on rakendatud tapi keskele, järelikult suurim paindemoment on

$$M_{max} = R_0 l_1 = 102{,}5 \cdot 10^3 \cdot 127 \cdot 10^{-3} = 13000 \text{ Nm}.$$

Tapi ristlõike telgvastupanumoment

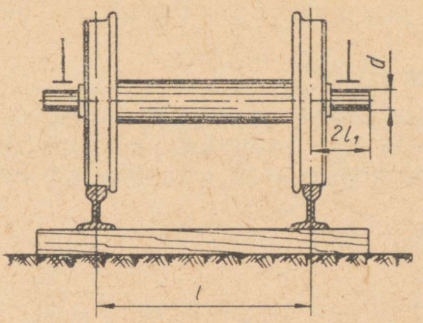
$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi (14{,}5 \cdot 10^{-2})^3}{32} = 300 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Suurimad paindepinged tapis

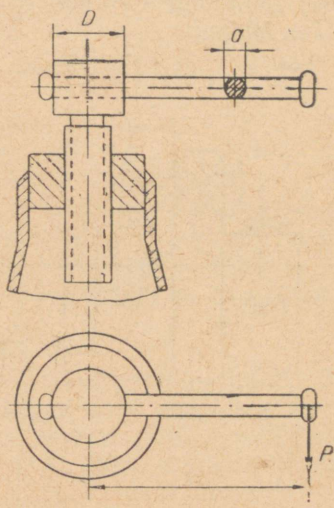
$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{13000}{300 \cdot 10^{-6}} = 43{,}4 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2 =$$

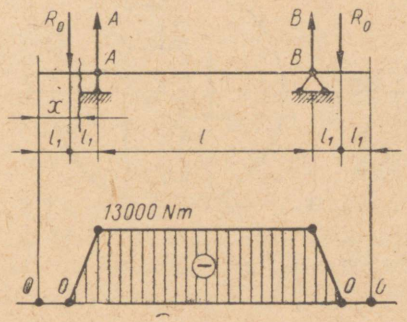
$$= 43{,}4 \text{ MN/m}^2 \; (\approx 434 \text{ kG/cm}^2).$$

JOON. 201



JOON. 202

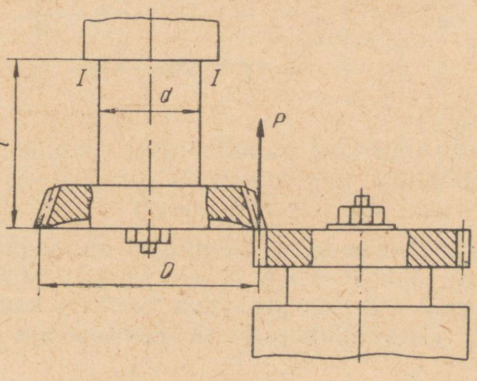




6.11. Määrata suurimad paindepinged tungraua käepidemes (joon. 202), kui selle läbimõõt $d = 30$ mm, käepidet painutav jõud $P = 300$ N (≈ 30 kG), $l = 450$ mm ja $D = 120$ mm.

Vastus: $\sigma_{max} = 44{,}1$ MN/m² (≈ 441 kG/cm²).

6.12. Määrata hambatõukepingi spindli (joon. 203) ristlõikes $I - I$ tekkivad suurimad paindepinged, kui spindli läbimõõt $d =$



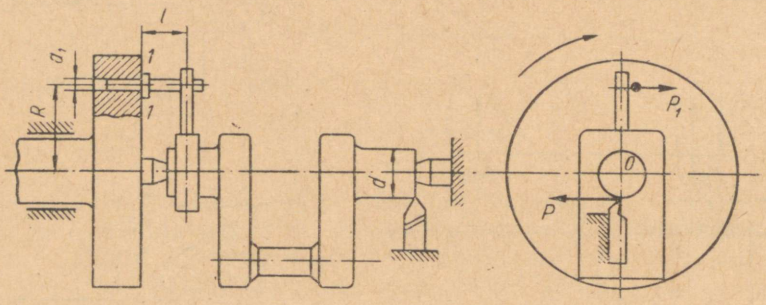
JOON. 203

$= 50$ mm, lõikejõud tõukamisel $P = 1200$ N (≈ 120 kG) ja tõukuri läbimõõt $D = 100$ mm.

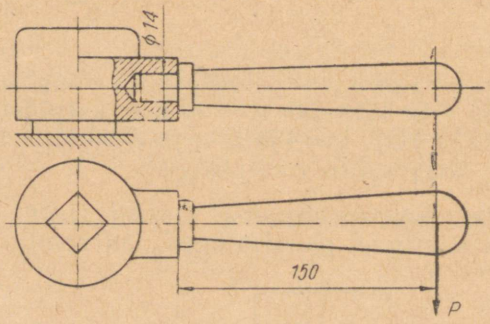
Vastus: $\sigma_{max} = 4{,}89$ MN/m² (≈ 489 kG/cm²).

6.13. Määrata suurimad paindepinged plaanseibi sõrme ristlõikes $I - I$, mille läbimõõt $d_1 = 15$ mm (joon. 204), kui tapi treimisel lõikejõud $P = 900$ N (≈ 90 kG), $d = 80$ mm, $R = 120$ mm ja $l = 30$ mm.

Vastus: $\sigma_{max} = 27{,}1$ MN/m² (≈ 271 kG/cm²).



JOON. 204



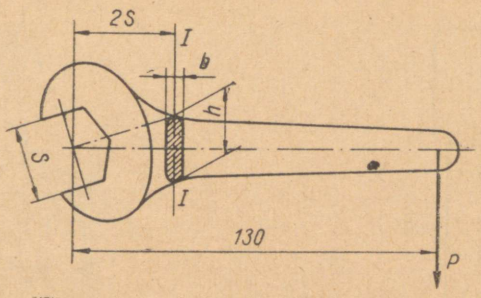
JOON. 205

6.14. Määrata suurimad paindepinged käepideme ohtlikus ristlõikes (joon. 205), kui jõud $P = 100$ N (≈ 10 kG).

Vastus: $\sigma_{max} = 55{,}5$ MN/m² (≈ 555 kG/cm²).

6.15. Määrata suurimad paindepinged mutrivõtme lõikes $I - I$ (joon. 206), kui jõud $P = 150$ N (≈ 15 kG) ja võtme ava $s = 17$ mm. Lõige $I - I$, mis asub ava tsentrist kaugusel $2s$, arvutada tinglikult ristkülikukujulisena mõõtmetega $h = s$ ja $b = 5{,}2$ mm.

Vastus: $\sigma_{max} = 57{,}6$ MN/m² (≈ 576 kG/cm²).



JOON. 206

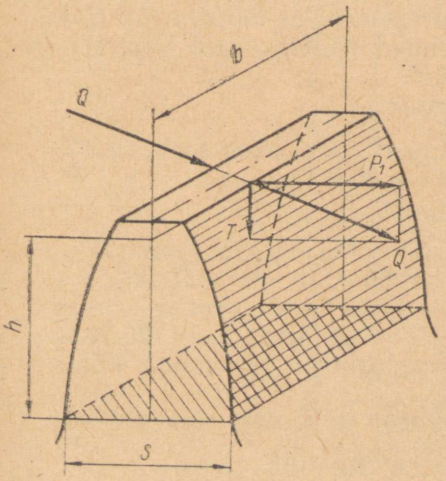
6.16. Hammasratta hammas (joon. 207) töötab paindele jõuga P_1 ja survele jõuga T. Jättes arvestamata jõu T, määrata suurimad paindepinged tekstoliithammasratta hamba ristlõikes, kui $P_1 = 1200$ N (≈ 120 kG), $h = 8{,}8$ mm, $s = 6{,}2$ mm ja $b = 80$ mm.

Vastus: $\sigma_{max} = 20{,}6$ MN/m² (≈ 206 kG/cm²).

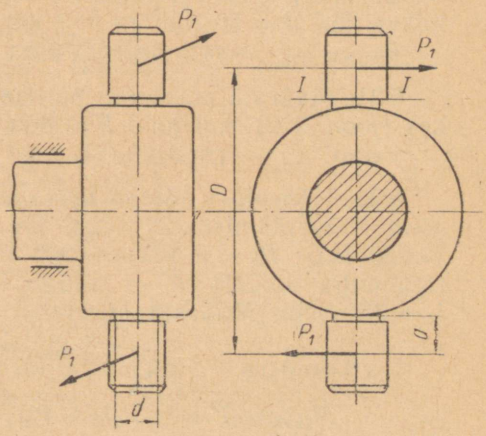
6.17. Kardaanvõlli risti tapp (joon. 208) töötab paindele jõu P_1 mõjul. Määrata suurimad paindepinged tapi ristlõikes $I-I$, kui tapi läbimõõt $D = 30$ mm, võimsus kardaanvõllil $N = 85$ kW, nurkkiirus $\omega = 30$ rad/s (≈ 286 p/min), $D = 100$ mm ja $a = 15$ mm.

Vastus: $\sigma_{max} = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

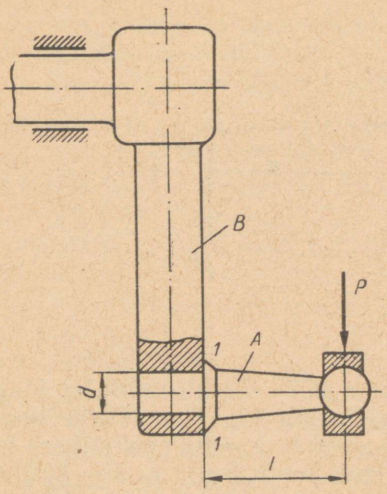
6.18. Auto roolimehhanismi hoova B kuulliigendiga sõrm A (joon. 209) töötab paindele. Määrata suurimad paindepinged



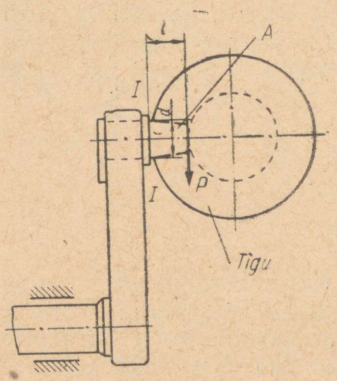
JOON. 207



JOON. 208



JOON. 209



JOON. 210

sõrme ristlõikes $I-I$ (joon. 209), kui $P = 16{,}8$ kN (≈ 1680 kG), $d = 30$ mm ja $l = 25$ mm.

Vastus: $\sigma_{max} = 158$ MN/m² (≈ 1580 kG/cm²).

6.19. Auto roolimehhanismi hoova sõrm A (joon. 210) töötab paindele jõu $P = 2720$ N (≈ 272 kG) mõjul. Määrata suurimad paindepinged sõrme ristlõikes $I-I$, kui $d = 12$ mm ja $l = 10$ mm.

Vastus: $\sigma_{max} = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm).

6.20. Ploki telg (joon. 211) võtab vastu köies mõjuva jõu $Q = 100$ kN (≈ 10 T). Määrata suurimad paindepinged telje ristlõikes, kui $d = 80$ mm ja $l = 300$ mm.

Vastus: $\sigma_{max} = 74{,}5$ MN/m² (≈ 745 kG/cm²).

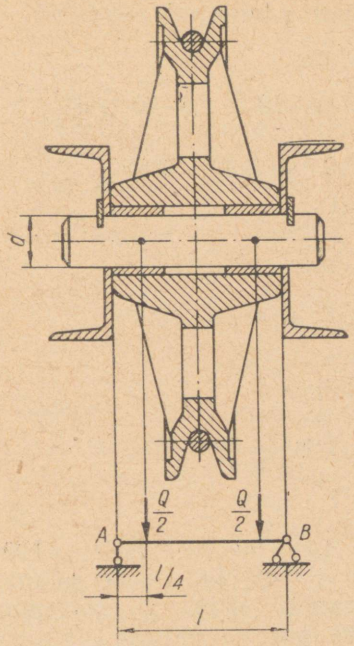
6.21. Määrata suurimad paindepinged vintsi käepideme ristlõikes (joon. 212), kui jõud $P = 800$ N (≈ 80 kG).

Vastus: $\sigma_{max} = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²).

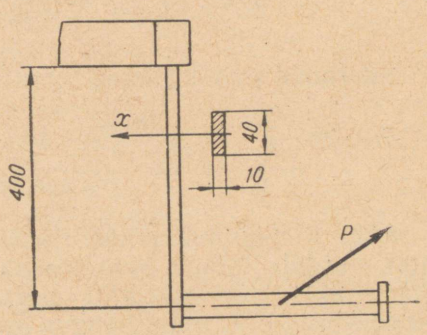
6.22. Höövelpea töötab korraga kolme lõiketeraga (joon. 213). Jõud hööveldamisel $P_1 = 2{,}6$ kN (≈ 260 kG), $P_2 = 2{,}2$ kN ($\approx \approx 220$ kG), $P_3 = 2$ kN (≈ 200 kG). Lõiketerade servad asuvad terahoidja lõikest $I-I$ kaugusel $l_1 = 120$ mm, $l_2 = 126$ mm, $l_3 = 130$ mm. Määrata suurimad paindepinged terahoidja lõikes $I-I$.

L a h e n d u s. Suurim paindemoment terahoidja lõikes $I-I$:

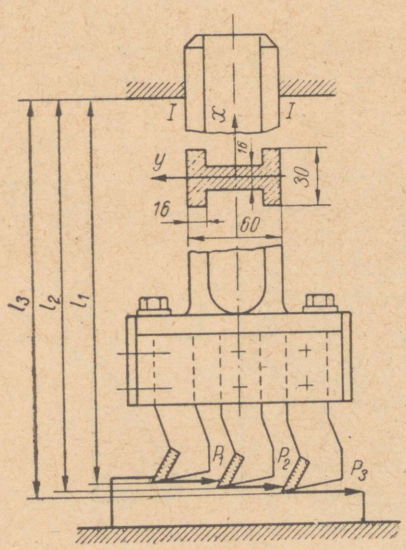
$$M_{max} = P_1 l_1 + P_2 l_2 + P_3 l_3 = 2{,}6 \cdot 10^3 \cdot 120 \cdot 10^{-3} +$$
$$+ 2{,}2 \cdot 10^3 \cdot 126 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 10^3 \cdot 130 \cdot 10^{-3} \approx 849 \text{ Nm}.$$



JOON: 211



JOON. 212



JOON. 213

I-kujulise terahoidja telginertsmoment x-telje suhtes:

$$I_x = 2I_{1x} + I_{2x} =$$

$$= 2\left[\frac{3 \cdot 10^{-2}(1{,}6 \cdot 10^{-2})^3}{12} + (2{,}2 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 3 \cdot 10^{-2} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-2}\right] +$$

$$+ \frac{1{,}6 \cdot 10^{-2}(2{,}8 \cdot 10^{-2})^3}{12} = 2 \cdot 24{,}2 \cdot 10^{-8} + 2{,}93 \cdot 10^{-8} \approx$$

$$\approx 51{,}3 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Terahoidja telgvastupanumoment x-telje suhtes:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}} = \frac{51{,}3 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 10^{-2}} = 17{,}1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Suurimad paindepinged terahoidja lõikes $I - I$

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{849}{17{,}1 \cdot 10^{-6}} = 49{,}6 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 49{,}6 \text{ MN/m}^2 \approx$$

$$(\approx 496 \text{ kG/cm}^2).$$

6.23. Ristkülikukujulise ristlõikega ($b = 50$ mm ja $h = 100$ mm) vardale mõjub paindemoment $M = 600$ Nm (≈ 60 kGm) (joon. 214). Konstrueerida normaalpingete epüür ja määrata pinge kius $I - I$, mille kaugus $y_{I-I} = 40$ mm.

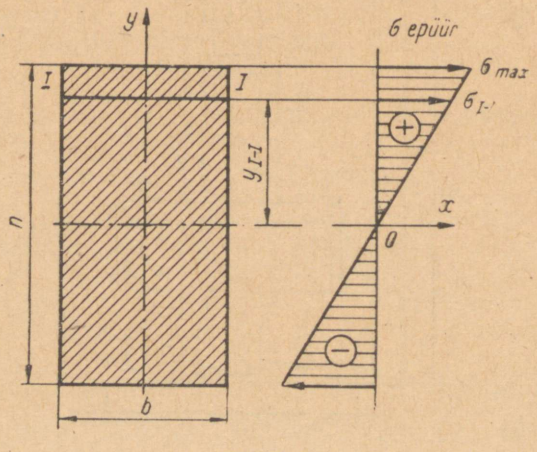
Lahendus. Normaalpinged paindel

$$\sigma = \frac{M_{max}\, y}{I_x},$$

kus

I_x — varda ristlõike telginertsmoment;

y — valitud kiu kaugus neutraalteljest.



JOON. 214

Ristkülikukujulisele ristlõikele

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{5 \cdot 10^{-2}(10 \cdot 10^{-2})^3}{12} = 416 \cdot 10^{-8}\ \text{m}^4.$$

Selleks et konstrueerida normaalpingete epüüri, valime kaks y väärtust:

kui $y = 0$, siis $\sigma = 0$ — ristlõike neutraalteljel;

kui $y_{max} = \frac{h}{2} = 50$ mm; siis

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max} y_{max}}{I_x} = \frac{600 \cdot 5 \cdot 10^{-2}}{416 \cdot 10^{-8}} = 7{,}2 \cdot 10^6\ \text{N/m}^2 =$$

$$= 7{,}2\ \text{MN/m}^2\ (\approx 72\ \text{kG/cm}^2).$$

Kius $I-I$, mille kaugus $y_{I-I} = 40$ mm, on

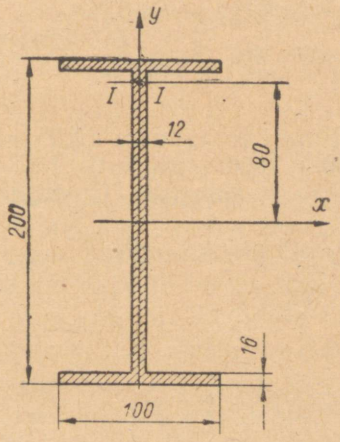
$$\sigma_{I-I} = \frac{M_{max} y_{I-I}}{I_x} = \frac{600 \cdot 4 \cdot 10^{-2}}{416 \cdot 10^{-8}} = 5{,}8 \cdot 10^6\ \text{N/m}^2 =$$

$$= 5{,}8\ \text{MN/m}^2\ (\approx 58\ \text{kG/cm}^2).$$

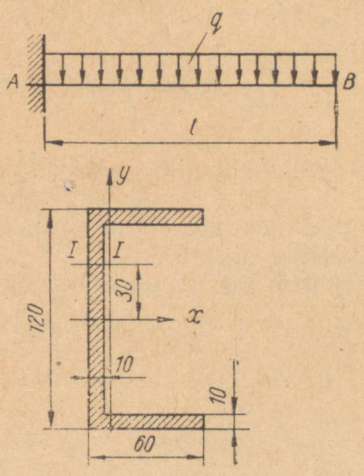
6.24. Konstrueerida I-kujulise ristlõikega talale normaalpingete epüür (joon. 215), kui paindemoment tala ristlõikes $M = 44{,}5$ kNm (≈ 4450 kGm). Kui suur on pinge lõikes $I-I$ asuvas kius?

Vastus: $\sigma_{max} = 139{,}6$ MN/m² (≈ 1396 kG/cm²);
$\sigma_{I-I} = 117$ MN/m² (≈ 1170 kG/cm²).

6.25. Konstrueerida karpterasest talale normaalpingete epüür (joon. 216). Tala pikkus $l = 1{,}2$ m, $q = 14$ kN/m (≈ 1400 kG/m). Kui suur on pinge lõikes $I-I$ asuvas kius?



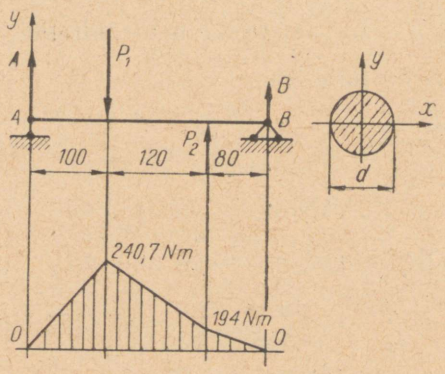
JOON. 215



JOON. 216

Vastus: $\sigma_{max} = 135$ MN/m² (≈ 1350 kG/cm²);
$\sigma_{I-I} = 67{,}5$ MN/m² (≈ 675 kG/cm²).

6.26. Talale mõjuvad jõud $P_1 = 4{,}25$ kN (≈ 425 kG) ja $P_2 = 116$ kN (≈ 160 kG) (joon. 217). Kontrollida ümarristlõikega



JOON. 217

tala tugevust, kui läbimõõt $d = 25$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

Lahendus. Määrame tala toereaktsioonid A ja B:

$$\Sigma M_A = 0;\ 0{,}1P_1 - 0{,}22P_2 - 0{,}3B = 0,$$

$$B = \frac{0{,}1P_1 - 0{,}22P_2}{0{,}3} = \frac{0{,}1 \cdot 4250 - 0{,}22 \cdot 1600}{0{,}3} \approx 243 \text{ N};$$

$$\Sigma M_B = 0;\ 0{,}08P_2 - 0{,}2P_1 + 0{,}3A = 0,$$

kust

$$A = \frac{0{,}2P_1 - 0{,}08P_2}{0{,}3} = \frac{0{,}2 \cdot 4250 - 0{,}08 \cdot 1600}{0{,}3} \approx 2407 \text{ N}.$$

Toereaktsioonide võrdsust kontrollime võrrandiga $\Sigma Y = 0$; $A - P_1 + P_2 + B = 0$ ehk $2407 - 4250 + 1600 + 243 = 0$. Nii et $0 = 0$; tähendab, et toereaktsioonid A ja B suuruselt ja suunalt on valitud õigesti.

Suurim paindemoment asub jõu P_1 all olevas lõikes:

$$M_{max} = A \cdot 0{,}1 = 2407 \cdot 0{,}1 = 240{,}7 \text{ Nm}.$$

Tala ristlõike vastupanumoment

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi}{32}(2{,}5 \cdot 10^{-2})^3 = 1{,}53 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Suurimad normaalpinged

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{240{,}7}{1{,}53 \cdot 10^{-6}} = 157 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 157 \text{ MN/m}^2$$
$$(\approx 1570 \text{ kG/cm}^2);$$
$$\sigma_{max} = 157 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1570 \text{ kG/cm}^2) < [\sigma]_p = 160 \text{ MN/m}^2$$
$$(\approx 1600 \text{ kG/cm}^2).$$

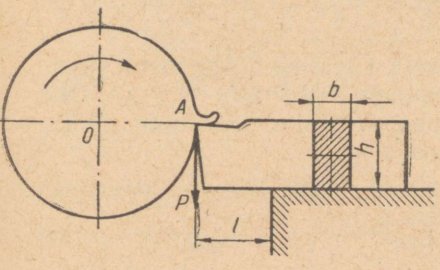
Tala ristlõige on küllaldane.

6.27. Ruudukujulise ristlõikega tekstoliitvarras küljepikkusega $a = 40$ mm on asetatud kahele toele, mille vahekaugus $l = 600$ mm ja on painutatud keskele rakendatud jõuga $P = 2400$ N ($\approx$ ≈ 240 kG). Kas varda tugevus on küllaldane, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 38$ MN/m² (≈ 380 kG/cm²)?

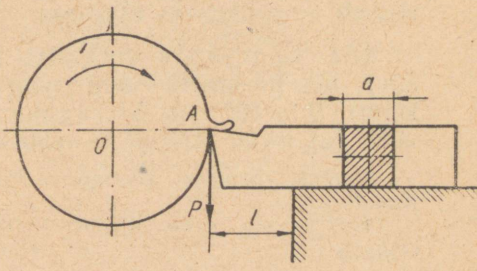
Vastus: $\sigma_{max} = 33{,}8$ MN/m² (≈ 338 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 38$ MN/m² (≈ 380 kG/cm²) — varda ristlõige on küllaldane.

6.28. Ristkülikukujulise ristlõikega lõiketerale (joon. 218) mõjub lõikejõud $P = 2800$ N (≈ 280 kG). Kas lõiketera ristlõige on küllaldane, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 210$ MN/m² (≈ 2100 kG/cm²), $b = 10$ mm, $h = 16$ mm ja tera väljaulatus $l = 30$ mm?

Märkus: Lõiketera vaadelda konstantse ristlõikega konsoolina.
Vastus: $\sigma_{max} = 197$ MN/m² (≈ 1970 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 210$ MN/m² ($\approx$ ≈ 2100 kG/cm²) — lõiketera ristlõige on küllaldane.



JOON. 218

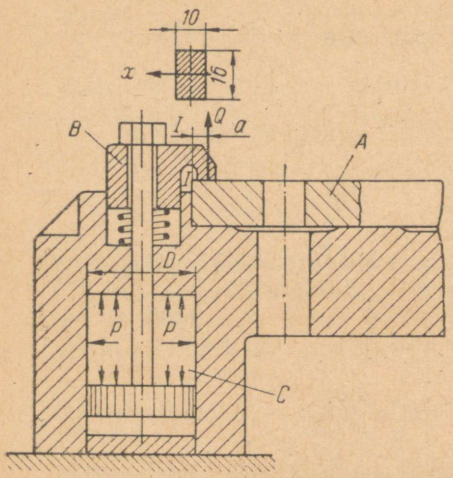


JOON. 219

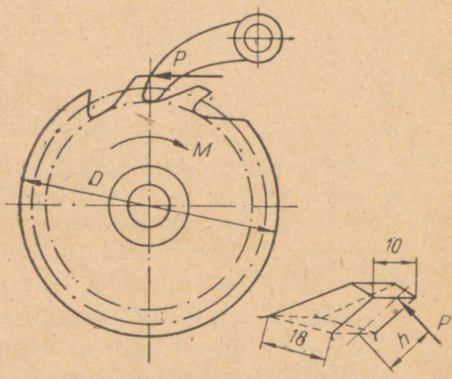
6.29. Ruudukujulise ristlõikega lõiketerale (joon. 219) mõjub lõikejõud $P = 3240$ N (≈ 324 kG). Kas lõiketera ristlõige on küllaldane, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 210$ MN/m² (≈ 2100 kG/cm²), tera väljaulatus $l = 25$ mm ja $a = 14$ mm?

Vastus: $\sigma_{max} = 177$ MN/m² (≈ 1770 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 210$ MN/m² (≈ 2100 kG/cm²) — tera ristlõige on küllaldane.

6.30. Detail A (joon. 220) kinnitatakse kahe käpaga B (joonisel on näidatud üks käpp). Käpad pannakse tööle pneumaatiliste silindritega C. Kontrollida käpa tugevust lõikes $I-I$, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 180$ MN/m² (≈ 1800 kG/cm²) ja $a = 12$ mm. Pneu-



JOON. 220



JOON. 221

maatilise silindri kolvi läbimõõt $D = 100$ mm, õhurõhk $p = 0{,}6$ MN/m² (≈ 6 at).

Vastus: $\sigma_{max} = 133$ MN/m² (≈ 1330 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 180$ MN/m² (≈ 1800 kG/cm²) — ristlõige on küllaldane.

6.31. Kontrollida põrkratta hamba ristlõike tugevust (joon. 221), kui põrkratta võlli pöördemoment $M = 243$ Nm ($\approx 24{,}3$ kGm), $D = 180$ mm, $h = 12$ mm. Lubatav pinge, arvestades lööke, võtta $[\sigma]_p = 65$ MN/m² (≈ 650 kG/cm²).

Märkus. Hammast arvutatakse kui konsooli, mille otsale on rakendatud jõud P.

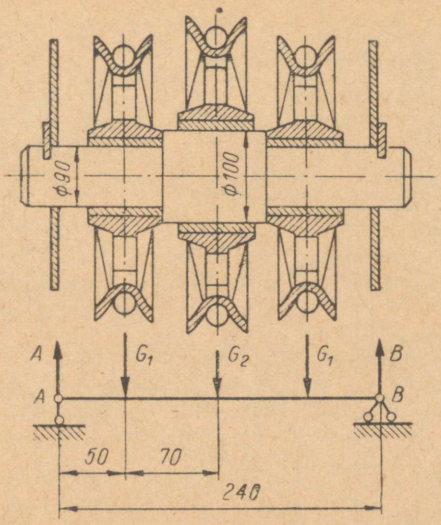
Vastus: $\sigma_{max} = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 65$ MN/m² (≈ 650 kG/cm²).

6.32. Tõstekraana konksu teljele on paigutatud kolm plokki (joon. 222). Kontrollida telje ristlõigete tugevust plokkide all, kui kraana tõstejõud $Q = 150$ kN (≈ 15 T), $G_1 = G_2$ ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²).

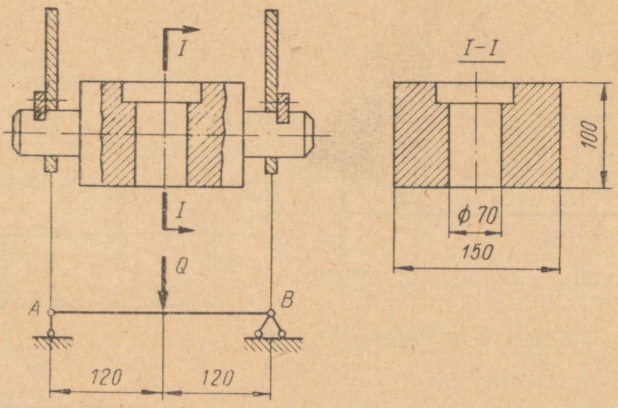
Vastus: $\sigma_{2max} = 55$ MN/m² (≈ 550 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²); ristlõige on küllaldane.
$\sigma_1 = 51$ MN/m² (≈ 510 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²).

6.33. Kontrollida kraana konksu traaversi tugevust lõikes $I - I$ (joon. 223). Kraana tõstejõud $Q = 120$ kN (≈ 12 T), lubatav pinge $[\sigma]_p = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²).

Vastus: $\sigma_{max} = 54$ MN/m² (≈ 540 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²).



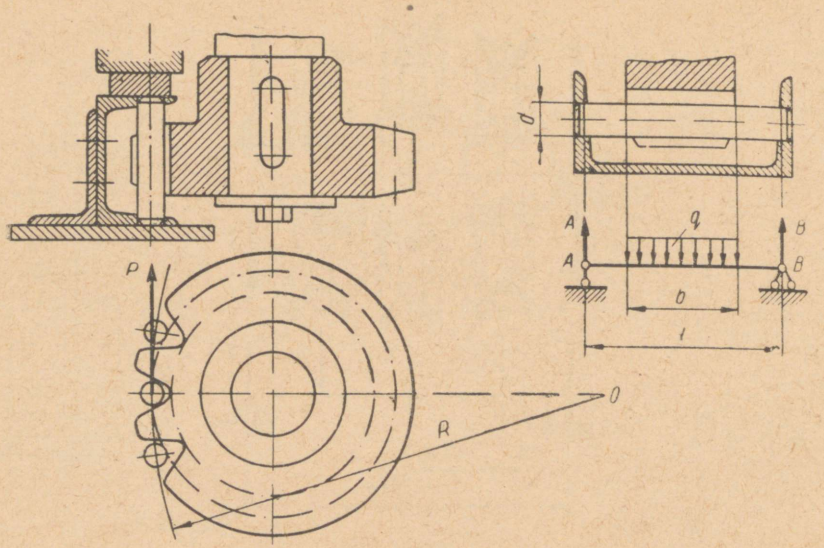
JOON. 222



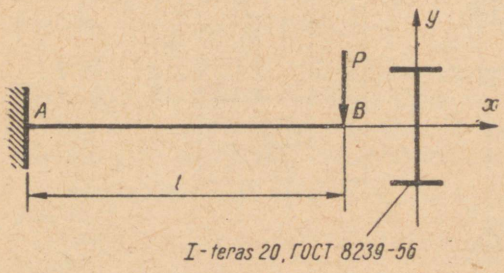
JOON. 223

6.34. Suure tõstejõuga kraanade pöördemehhanismides kasutatakse tappmehanisme (joon. 224). Nende ülekannete suurem ratas on ringikujuliseks painutatud karpteras, mille tallasse puuritud aukudesse on asetatud tapid, mis asendavad hambaid. Kontrollida tapi ristlõike tugevust, kui selle läbimõõt $d = 30$ mm ja tapi pikkus taldade vahel $l = 100$ mm. Väiksema ratta hamba pikkus $b = 90$ mm, rattale mõjuv ringjõud $P = qb = 18$ kN (≈ 1800 kG), $[\sigma]_p = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²).

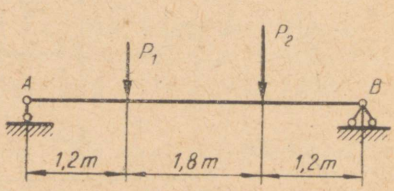
Vastus: $\sigma_{max} = 91{,}7$ MN/m² (≈ 917 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 100$ MN/m² (≈ 100 kG/cm²).

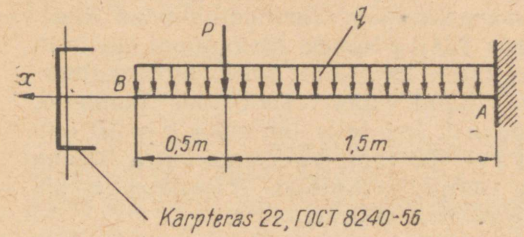


JOON. 224

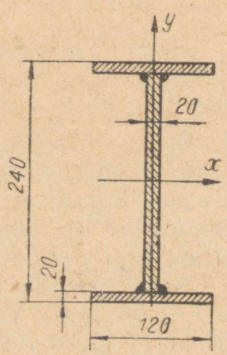


JOON. 225





JOON. 226



JOON. 227

6.35. Kontrollida konsooli ristlõike tugevust, kui selle pikkus $l = 1{,}8$ m, $P = 12$ kN (≈ 1200 kG) (joon. 225) ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²).

Vastus: $\sigma_{max} = 117$ MN/m² (≈ 1170 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²) — ristlõige on küllaldane.

6.36. Kontrollida konsooli ristlõike tugevust (joon. 226), kui $q = 2$ kN/m (≈ 200 kG/m), $P = 14$ kN (≈ 1400 kG) ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²).

Vastus: $\sigma_{max} = 130$ MN/m² (≈ 1300 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²) — ristlõige on küllaldane.

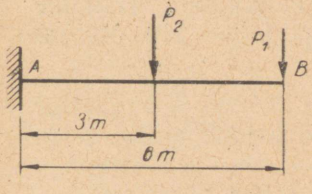
6.37. Kontrollida keevitatud tala ristlõike tugevust (joon. 227), kui $P_1 = 50$ kN (≈ 5000 kG), $P_2 = 70$ kN (≈ 7000 kG) ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²). Keevisõmbluste mõõtmeid mitte arvestada.

Vastus: $\sigma_{max} = 130$ MN/m² (≈ 1300 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²) — ristlõige on küllaldane.

6.38. Kontrollida konsooli ristlõike tugevust (joon. 228), kui $P_1 = 3$ kN (≈ 300 kG), $P_2 = 8{,}5$ kN (≈ 850 kG) ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²).

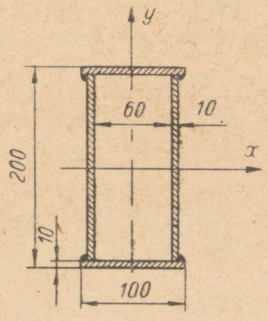
Vastus: $\sigma_{max} = 135{,}5$ MN/m² (≈ 1355 kG/cm²) $< [\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²) — ristlõige on küllaldane.

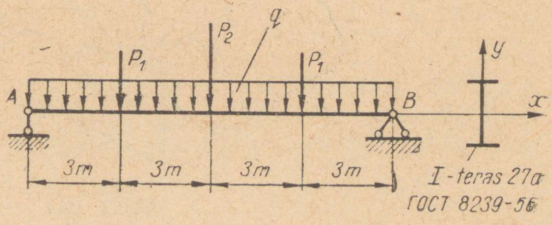
6.39. Kontrollida tala ristlõike tugevust (joon. 229), kui $q = 2$ kN/m ($\approx 0{,}2$ T/m), $P_1 = 4$ kN ($\approx 0{,}4$ T) ja $P_2 = 6$ kN ($\approx 0{,}6$ T). Lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).



JOON. 228

JOON. 229





Vastus: $\sigma_{max} = 162$ MN/m² (≈ 1620 kG/cm²) $> [\sigma]_p = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²) — ülepinge 1,25% on lubatav, sellepärast ristlõige on küllaldane.

6.40. Valida ristkülikukujulise ristlõikega lõiketera mõõtmed b ja h (joon. 218), kui külgede suhe $\frac{h}{b} = 1{,}5$, lõikejõud $P = 3$ kN (≈ 300 kG), $l = 30$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 210$ MN/m² (≈ 2100 kG/cm²).

Lahendus. Suurim paindemoment

$$M_{max} = P \cdot l = 3 \cdot 10^3 \cdot 30 \cdot 10^{-3} = 90 \text{ Nm}.$$

Vajalik lõiketera ristlõike vastupanumoment

$$W_x \geqslant \frac{M_{max}}{[\sigma]_p} = \frac{90}{210 \cdot 10^6} = 0{,}43 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Ristkülikukujulise ristlõike korral $W_x = \frac{bh^2}{6}$, ülesande tingimusest $h = 1{,}5b$, siis

$$W_x = \frac{b(1{,}5b)^2}{6} = \frac{2{,}25 \cdot b^3}{6} = 0{,}43 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3,$$

kust

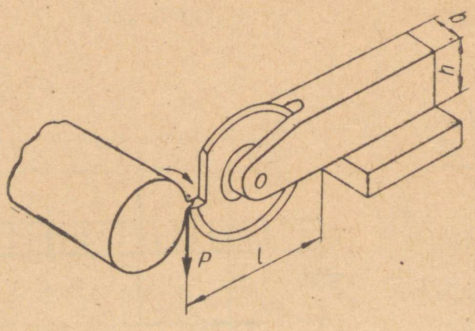
$$b = \sqrt[3]{\frac{6 \cdot 0{,}43 \cdot 10^{-6}}{2{,}25}} = 1{,}05 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } b = 10{,}5 \text{ mm};$$

$$h = 1{,}5b = 1{,}5 \cdot 10{,}5 = 15{,}8 \text{ mm}.$$

6.41. Ruudukujulise ristlõikega lõiketerale (joon. 219) mõjub lõikejõud $P = 4$ kN (≈ 400 kG). Määrata lõiketera ristlõike mõõtmed, kui $l = 24$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 210$ MN/m² (≈ 2100 kG/cm²).

Vastus: $a = 14$ mm.

6.42. Määrata keermetera hoidja mõõtmed b ja h (joon. 230),



JOON. 230

kui külgede suhe $\frac{b}{h} = \frac{1}{2}$, lõikejõud $P = 3{,}46$ kN (≈ 346 kG), $l =$ $= 60$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 180$ MN/m² (≈ 1800 kG/cm²).

Vastus: $b = 12$ mm; $h = 24$ mm.

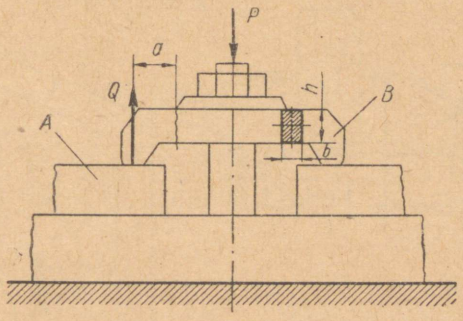
6.43. Määrata hammasratta hamba pikkus b (joon. 207), kui $P_1 = 2{,}8$ kN (≈ 280 kG), $h = 6{,}6$ mm, $s = 4{,}8$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²).

Vastus: $b = 40$ mm.

6.44. Määrata hammasratta hamba pikkus b (joon. 207), kui $P_1 = 350$ N (≈ 35 kG), $h = 4{,}4$ mm ja $s = 3{,}2$ mm. Polüamiidi nr. 68 tugevuspiir paindel $\sigma_{Bp} = 90$ MN/m² (≈ 900 kG/cm²) ja varutegur $n_B = 3$.

Vastus: $b = 30$ mm.

6.45. Detail A kinnitatakse käpa B abil (joon. 231). Määrata käpa mõõtmed ohtlikus ristlõikes, kui külgede suhe $\frac{b}{h} = \frac{1}{2}$.



JOON. 231

Survejõud $P = 4100$ N (≈ 410 kG), $a = 20$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²).

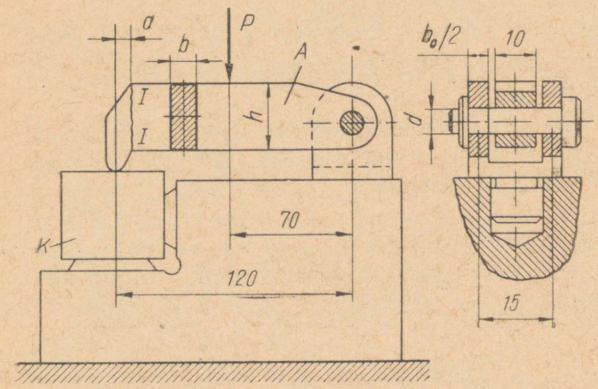
Vastus: $b = 8$ mm; $h = 16$ mm.

6.46. Detail K kinnitatakse rakisesse käpa A abil (joon. 232). Survejõud $P = 13{,}9$ kN (≈ 1390 kG). Määrata käpa ristlõike mõõtmed b ja h ristlõikes $I-I$ ja sõrme läbimõõt d, kui külgede suhe $\frac{b}{h} = \frac{1}{2}$, lubatav pinge $[\sigma]_p = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²) ja $a = 10$ mm.

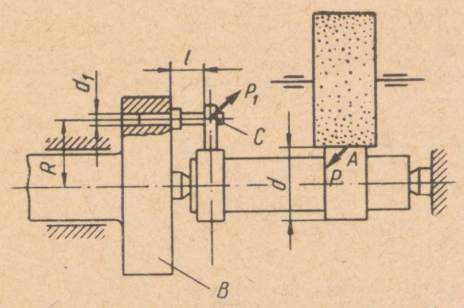
Vastus: $b = 10$ mm; $h = 20$ mm ja $d = 12$ mm.

6.47. Lõikejõud lihvimisel $P = 152$ N ($\approx 15{,}2$ kG). Määrata plaanseibi B sõrme C läbimõõt d_1 (joon. 233), kui $R = 80$ mm, $l = 35$ mm, $d = 40$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²).

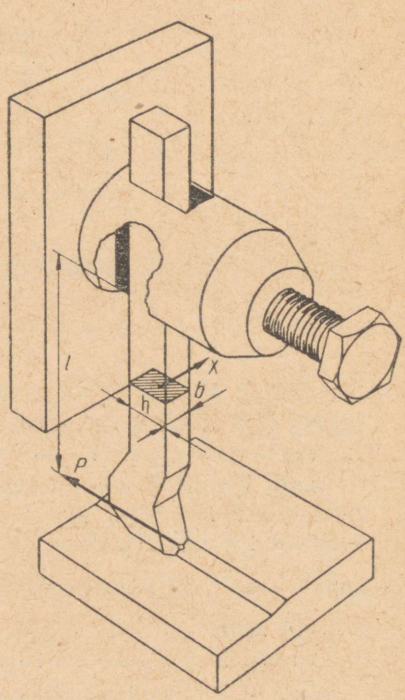
Vastus: $d_1 = 5{,}5$ mm.



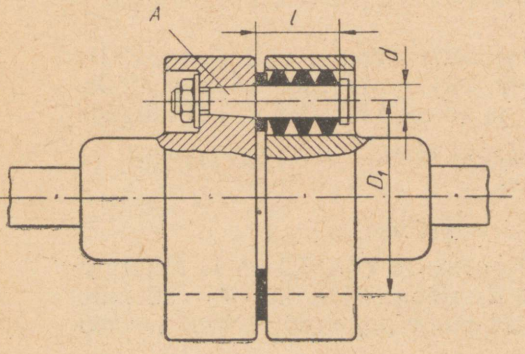
JOON. 232



JOON. 233



JOON. 234



JOON. 235

6.48. Määrata lõiketera ristlõike mõõtmed b ja h (joon. 234), kui lõikejõud hööveldamisel $P = 4800$ N (≈ 480 kG), külgede suhe $\frac{h}{b} = 1{,}5$, $l = 50$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 210$ MN/m^2 (≈ 2100 kG/cm^2).

Vastus: $b = 14{,}5$ mm; $h = 22$ mm.

6.49. Elektrimootori võll on ühendatud reduktori võlliga siduri abil (joon. 235) ja kannab üle võimsust $N = 18$ kW nurkkiirusega $\omega = 80$ rad/s (≈ 764 p/min). Määrata siduri sõrme A läbimõõt d, kui $l = 22$ mm, $D_1 = 70$ mm, sõrmede arv $z = 6$ ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 80$ MN/m^2 (≈ 800 kG/cm^2).

Lahendus. Pöördemoment võllil

$$M = \frac{N}{\omega} = \frac{18 \cdot 10^3}{80} = 225 \text{ Nm}.$$

Siduri sõrmedele mõjuv ringjõud

$$Q = \frac{M}{D_1} = \frac{2 \cdot 225}{70 \cdot 10^{-3}} = 6430 \text{ N}.$$

Jõud ühele sõrmele

$$Q_1 = \frac{Q}{z} = \frac{6430}{6} = 1070 \text{ N}.$$

Sõrme vaadeldakse kui konsooli, mis on koormatud kogu pikkuse ulatuses ühtlaselt jaotatud koormusega $q = \frac{Q}{l}$ ja arvutatakse paindele.

Suurim paindemoment

$$M_{max} = \frac{ql^2}{2} = \frac{Ql}{2} = \frac{1070 \cdot 22 \cdot 10^{-3}}{2} = 11{,}8 \text{ Nm}.$$

Tugevustingimus paindel

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \leqslant [\sigma]_p, \text{ kust } W_x \geqslant \frac{M_{max}}{[\sigma]_p} = \frac{11{,}8}{80 \cdot 10^6} =$$
$$= 0{,}147 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

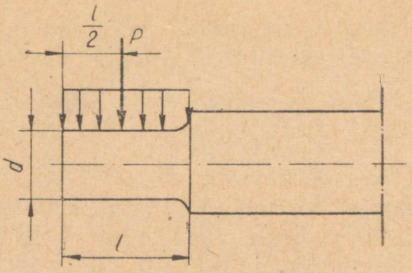
Ümarristlõike puhul $W_x = \frac{\pi}{32} d^3$,

kust

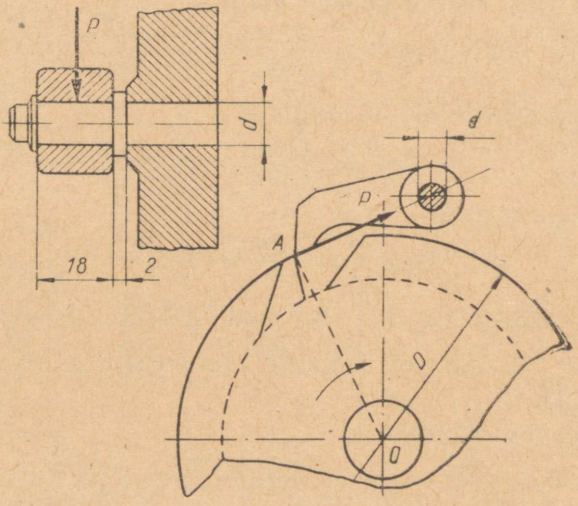
$$d = \sqrt[3]{\frac{32 W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 0{,}147 \cdot 10^{-6}}{\pi}} \approx 1{,}15 \cdot 10^{-2} \text{ m};$$
$$d = 11{,}5 \text{ mm}.$$

6.50. Radiaaltapp (joon. 236) on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega, mille resultant $P = 27$ kN (≈ 2700 kG). Määrata radiaaltapi läbimõõt d, kui $l = 120$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 120$ MN/m^2 (≈ 1200 kG/cm^2).

Vastus: $d = 51$ mm.



JOON. 236



JOON. 237

6.51. Määrata põrkratta põrklingi telje läbimõõt d (joon. 237), kui põrkratta pöördemoment $M = 180$ Nm (≈ 18 kGm), $D = 120$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²).

Vastus: $d = 15{,}5$ mm.

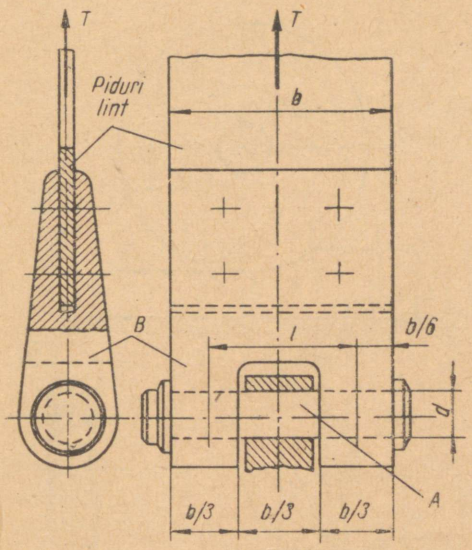
6.52. Piduri lindi kahvli B telg A (joon. 238) võtab vastu koormust $T = 1500$ N (≈ 150 kG). Määrata telje läbimõõt d, kui $b = 30$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²).

Märkus: Arvutamisel lugeda telg lihttalaks avaga $l = 20$ mm, mis on ava keskel koormatud koondatud jõuga T.

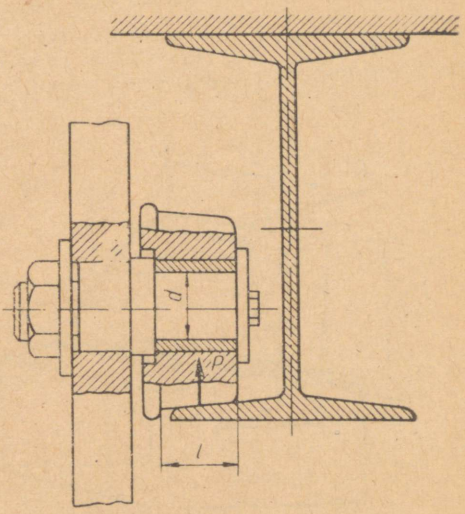
Vastus: $d = 10{,}8$ mm.

6.53. Määrata elektritelferi ratta telje läbimõõt d (joon. 239), kui $P = 6720$ N (≈ 672 kG), $l = 150$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 80$ MN/m² (800 kG/cm²).

Vastus: $d = 40$ mm.



JOON. 238

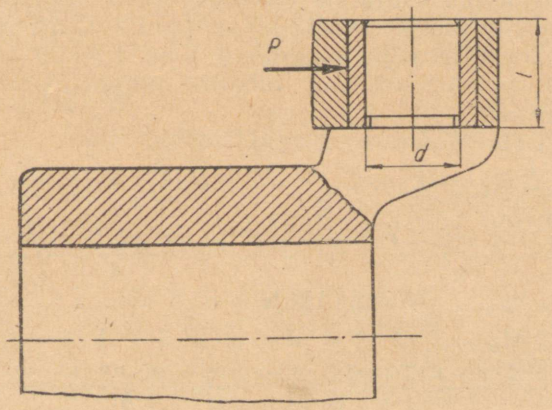


JOON 239

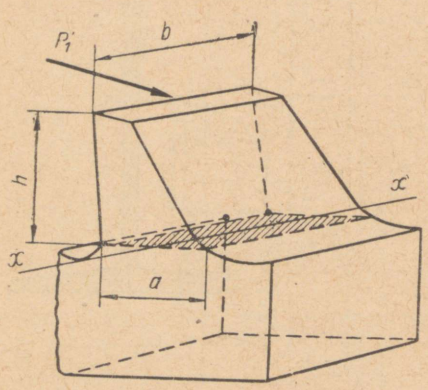
6.54. Kardaani risti tapp töötab paindele ühtlaselt jaotatud koormuse mõjul (joon. 240). Resultantjõud $P = 12{,}7$ kN (≈ 1270 kG). Määrata tapi läbimõõt d, kui $l = 20$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 140$ MN/m^2 (≈ 1400 kG/cm^2).

Vastus: $d = 21$ mm.

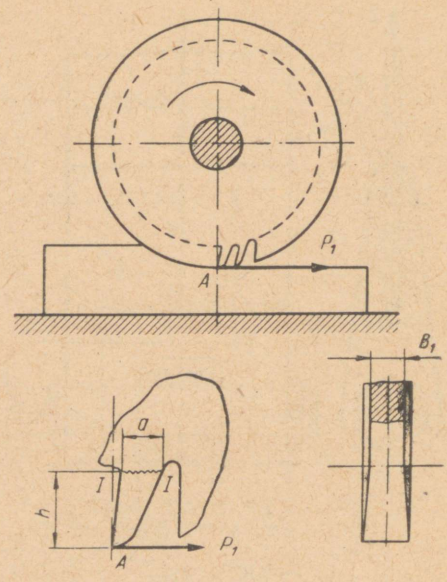
6.55. Kammlõikuri hammas töötab paindele (joon. 241). Lõikejõud $P = 132$ kN (≈ 13200 kG). Lõikeprotsessis töötavad korraga viis kammlõikuri hammast. Määrata hamba laius b ohtlikus rist-



JOON. 240



JOON. 241



JOON. 242

lõikes, kui $h = 6$ mm, $a = 12$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 310$ MN/m^2 (≈ 31 kG/mm^2).

Vastus: $b = 21{,}3$ mm.

6.56. Ketasfreesi lõikeprotsessis on lõikejõud ühel hambal $P_1 = 1300$ N (≈ 130 kG). Määrata hamba laius b_1 hamba ristlõikes $I-I$, kui $a = 6$ mm, $h = 10$ mm (joon. 242) ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 310$ MN/m^2 (≈ 31 kG/mm^2).

Vastus: $b_1 = 7$ mm.

6.57. Konsooliga lihttalale on rakendatud ühtlaselt jaotatud koormus intensiivsusega $q = 12$ kN/m ($\approx 1{,}2$ T/m), moment $M = 40$ kNm (≈ 4 Tm) ja koondatud jõud $P = 30$ kN (≈ 3 T). Valida karpterasest tala, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2).

Lahendus. Määrame toereaktsioonid

$$\Sigma M_A = 0;\ q \cdot 2 \cdot 1 + M - B \cdot 4 + P \cdot 5 = 0,$$

kust

$$B = \frac{q \cdot 2 \cdot 1 + M + P \cdot 5}{4} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 1 + 40 \cdot 10^3 + 30 \cdot 10^3 \cdot 5}{4} =$$

$$= 53{,}5 \cdot 10^3 \text{ N} = 53{,}5 \text{ kN};$$

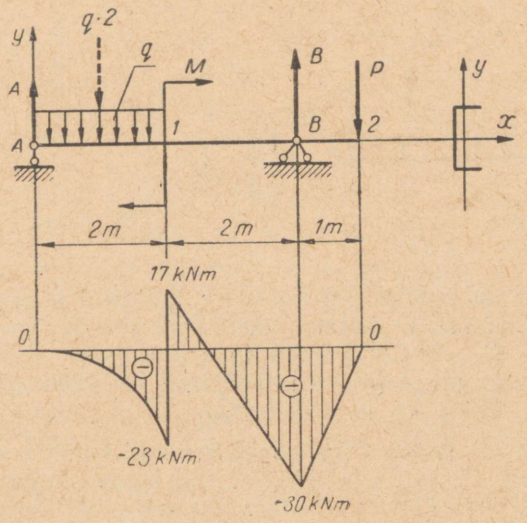
$$\Sigma M_B = 0;\ P \cdot 1 + M - q \cdot 2 \cdot 3 + A \cdot 4 = 0;$$

$$A = \frac{q \cdot 2 \cdot 3 - P \cdot 1 - M}{4} = \frac{12 \cdot 10^3 \cdot 6 - 30 \cdot 10^3 \cdot 1 - 40 \cdot 10^3}{4} =$$

$$= 0{,}5 \cdot 10^3 \text{ N} = 0{,}5 \text{ kN}.$$

Kontroll: $A - q \cdot 2 + B - P = 0$;
$0{,}5 \cdot 10^3 - 12 \cdot 10^3 \cdot 2 + 53{,}5 \cdot 10^3 - 30 \cdot 10^3 = 0$; s. t. $0 = 0$; see tähendab, et toereaktsioonid on suuruselt ja suunalt valitud õigesti.

Tala iseloomulikeks punktideks (ristlõigeteks) on punktid *A*, *1*, *B*, *2* (joon. 243). Arvutame nendes ristlõigetes paindemomentide väärtused:



JOON. 243

lõikes *A* $M_A = 0$;

lõikes *1* (vasakul pool)

$$M_1^v = A \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 = 0{,}5 \cdot 10^3 \cdot 2 - 12 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 1 = \\ = -23 \cdot 10^3 \text{ Nm} = -23 \text{ kNm};$$

lõikes *1* (paremal pool)

$$M_1^p = A \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot 1 + M = 0{,}5 \cdot 10^3 \cdot 2 - 12 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 1 + \\ + 40 \cdot 10^3 = 17 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 17 \text{ kNm};$$

lõikes *B*

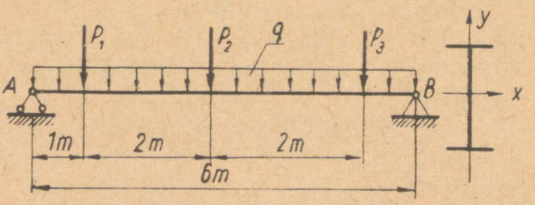
$$M_B = A \cdot 4 - q \cdot 2 \cdot 3 + M = 0{,}5 \cdot 10^3 \cdot 4 - 12 \cdot 10^3 \cdot 6 + \\ + 40 \cdot 10^3 = -30 \cdot 10^3 \text{ Nm} = -30 \text{ kNm};$$

lõikes *2* $M_2 = 0$.

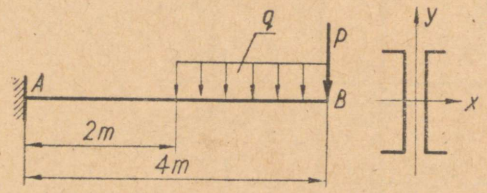
Paindemomentide epüür on toodud joonisel. Suurim paindemoment $M_{max} = 30 \cdot 10^3$ Nm. Vajalik ristlõike telgvastupanumoment

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]_p} = \frac{30 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 187{,}5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Vastavalt ГОСТ 8240-56 valime karpterase nr. 22, mille $W_x = 192$ cm³, SI süsteemis $W_x = 192 \cdot 10^{-6}$ m³.



JOON. 244



JOON. 245

6.58. Tala on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 2$ kN/m ($\approx 0{,}2$ T/m) ja kolme koondatud jõuga $P_1 = P_3 = 12$ kN ($\approx 1{,}2$ T) ja $P_2 = 8$ kN ($\approx 0{,}8$ T) (joon. 244). Valida I-terasest tala, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2).

Vastus: I-teras nr. 20a (ГОСТ 8239-56), $W_x = 203$ cm^2 ($= 203 \cdot 10^{-6}$ m^3).

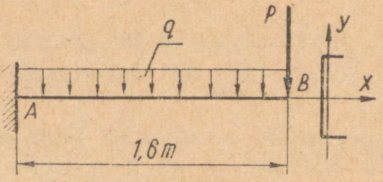
6.59. Konsool (joon. 245) on koormatud koondatud jõuga $P = 20$ kN (≈ 2 T) ja ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 10$ kN/m (≈ 1 T/m). Valida kahest karpterasest koosneva konsooli ristlõige, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2).

Vastus: kaks karpterast nr. 33 (ГОСТ 8240-56),

$W_x = 484$ cm^3 ($= 484 \cdot 10^{-6}$ m^3).

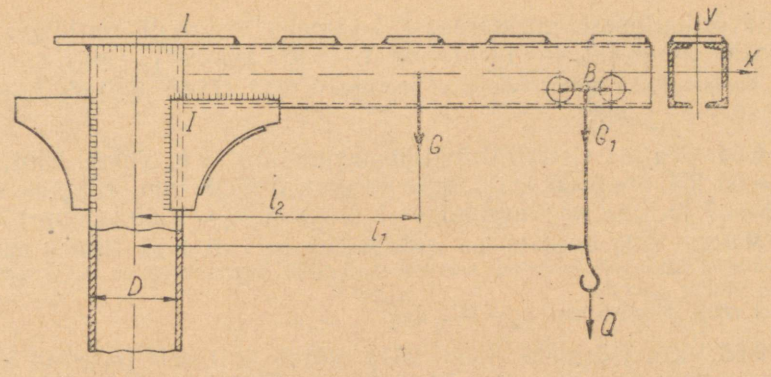
6.60. Konsool (joon. 246) on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 2$ kN/m (≈ 200 kG/m) ja koondatud jõuga $P = 2$ kN (≈ 200 kG). Valida konsooli karpterasе ristlõige, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2).

Vastus: Karpteras nr. 12 (ГОСТ 8240-56), $W_x = 50{,}6$ cm^2 ($50{,}6 \cdot 10^{-6}$ m^3).



JOON. 246

6.61. Kraana pöördsamba konsooli (noole) omakaal $G = 2{,}7$ kN (≈ 270 kG) ja kraana tõstejõud $Q = 20$ kN (≈ 2000 kG) (joon. 247). Konsool koosneb kahest karpterasest ja kannab elekt-



JOON. 247

ritali omakaaluga $G_1 = 5{,}5$ kN (550 kG). Valida konsooli karpteraste ristlõige, kui $l_1 = 3000$ mm, $l_2 = 1800$ mm, $D = 420$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

Lahendus. Suurim paindemoment konsooli ristlõikes $I-I$

$$M_{max} = (Q + G_1)\left(l_1 - \frac{D}{2}\right) + G\left(l_2 - \frac{D}{2}\right) =$$

$$= (20 \cdot 10^3 + 5{,}5 \cdot 10^3)(3000 \cdot 10^{-3} - 210 \cdot 10^{-3}) + 2{,}7 \cdot 10^3 \cdot (1800 \cdot 10^{-3} - 210 \cdot 10^{-3}) = 75440 \text{ Nm}.$$

Konsooli ristlõike vajalik vastupanumoment

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]_p} = \frac{75440}{160 \cdot 10^6} = 470 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

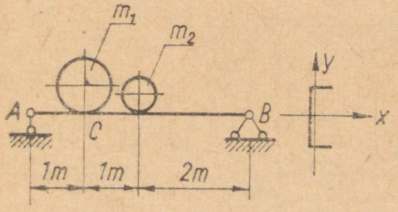
Valime 2 karpterast nr. 24 (ГОСТ 8240-56),

$$W_x = 242 \text{ cm}^3 \ (= 242 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3).$$

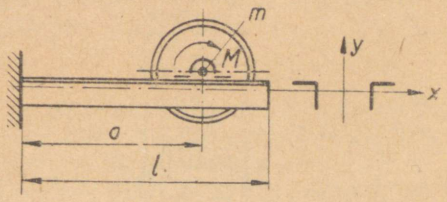
6.62. Tala (joon. 248) on koormatud raskustega, mille massid $m_1 = 200$ kg ja $m_2 = 100$ kg. Valida karpterasest tala ristlõige, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²).

Vastus: karpteras nr. 6,5 (ГОСТ 8240-56), $W_x = 16{,}8$ cm² ($16{,}8 \cdot 10^{-6}$ m³).

6.63. Konsoolile on asetatud rihmaratas koos võlli ja laagritega (joon. 249) kogumassiga $m = 120$ kg. Rihmaratta pöördemoment $M = 80$ Nm (≈ 8 kGm), $a = 0{,}75$ m. Valida kahest



JOON. 248



JOON. 249

mittevõrdkülgsest nurkterasest koosneva konsooli ristlõige, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²); $l = 1$ m.

Vastus: Kaks mittevõrdkülgset nurkterast 5/3,2 (ГОСТ 8510-57) $I_x = 6{,}17$ cm⁴ ($6{,}17 \cdot 10^{-8}$ m⁴).

6.64. Valida ristkiilliite kiilu mõõtmed b ja h_k (joon. 250), kui $P = 65$ kN (≈ 6500 kG), $d_0 = 60$ mm, $\delta = 28$ mm, külgede suhe $h_k/b = 7$ ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 136$ MN/m² (≈ 1360 kG/cm²).

Märkus. Kiilu arvutada kui ristkülikukujulise ristlõikega lihttala, mis on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega, mille intensiivsus on q, ja koorma mõju pikkus $l_1 = d_0$.

Vastus: $b = 9{,}5$ mm, $h_k = 66{,}5$ mm.

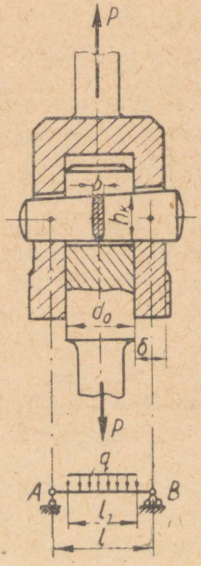
6.65. Kolvisõrmele (joon. 251) mõjub ühtlaselt jaotatud koormus, milles resultant $P = 37{,}5$ kN (≈ 3750 kG). Määrata kolvisõrme välisläbimõõt d ja siseläbimõõt d_1, kui läbimõõtude suhe $\alpha = \frac{d_1}{d} = 0{,}645$, $b = 28$ mm, $b_1 = 36$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 220$ MN/m² (≈ 22 kG/mm²).

Märkus. Kolvisõrme arvutada kui lihttala, mis on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega, mille intensiivsus on q ja mõjupikkus $l_1 = b$.

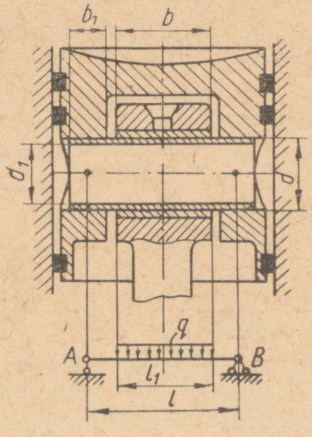
Vastus: $d = 30$ mm, $d_1 = 19{,}3$ mm.

6.66. Määrata silinderfreesi torni läbimõõt d, lähtudes tugevustingimusest paindel. Jõud $P_1 = 1950$ N (≈ 195 kG) ja $P_2 = 500$ N (≈ 50 kG) asetsevad kahes risttasapinnas (joon. 252). Lubatav pinge $[\sigma]_p = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²) ja $\frac{l}{2} = 300$ mm.

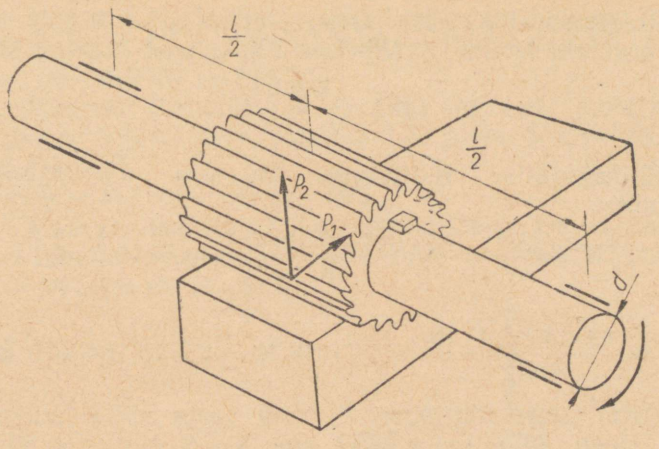
Vastus: $d = 34$ mm.



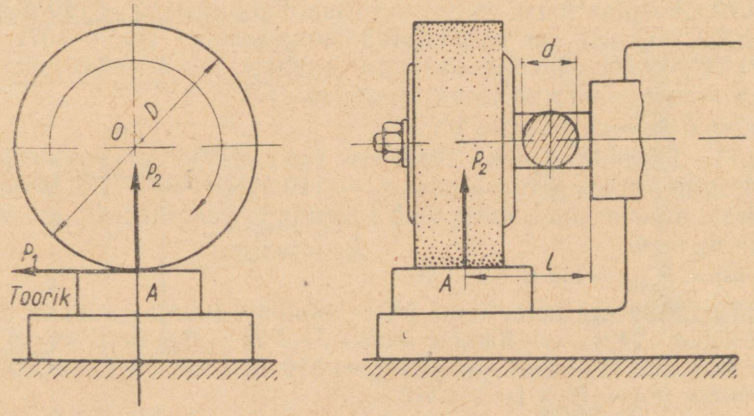
JOON. 250



JOON. 251



JOON. 252



JOON. 253

6.67. Määrata lihvimisketta spindli läbimõõt d, lähtudes tugevustingimusest paindel. Jõud $P_1 = 100$ N (≈ 10 kG) ja $P_2 = 430$ N (≈ 43 kG) asetsevad kahes risttasapinnas (joon. 253). Lubatav pinge $[\sigma]_p = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²) ja $l = 60$ mm.

Vastus: $d = 15$ mm.

6.68. Määrata ristkülikukujulise ristlõikega lõiketerale lubatav lõikejõud P (joon. 218), kui $b = 12$ mm, $h = 20$ mm, $l = 25$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 210$ MN/m² (≈ 21 kG/mm²).

L a h e n d u s. Lõiketera on konsool, mis on vabas otsas koormatud jõuga P. Suurim lubatav paindemoment $[M_{max}] = [P] \cdot l$.

Tugevustingimusest paindel järgneb, et $[M_{max}] = W_x[\sigma]_p$. Nendest kahest võrdusest leiame, et $[P] \cdot l = W_x[\sigma]_p$, kust lubatav lõikejõud

$$[P] = \frac{W_x[\sigma]_p}{l}.$$

Ristkülikukujulise ristlõikega lõiketera vastupanumoment x-telje suhtes

$$W_x = \frac{bh^2}{6} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-2} \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2}{6} = 0{,}8 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3,$$

siis

$$[P] = \frac{0{,}8 \cdot 10^{-6} \cdot 210 \cdot 10^6}{25 \cdot 10^{-3}} \approx 6{,}7 \cdot 10^3\ \text{N} = 6{,}7\ \text{kN}\ (\approx 670\ \text{kG}).$$

6.69. Kui suurt ringjõudu P_1 võib vastu võtta hammasratta hammas (joon. 207), kui $h = 11$ mm, $s = 9$ mm, $b = 80$ mm ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 120$ MN/m² (≈ 12 kG/mm²)?

Vastus: $P_1 = 11{,}8$ kN (≈ 1180 kG).

6.70. Puitplastikust, mille tugevuspiir paindel $\sigma_B = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²), on valmistatud hammasratas (joon. 207). Kui suurt ringjõudu võib lubada ratta hambale, kui $h = 6{,}6$ mm, $s = 4{,}8$ mm, $b = 50$ mm ja varutegur $n_b = 3$.

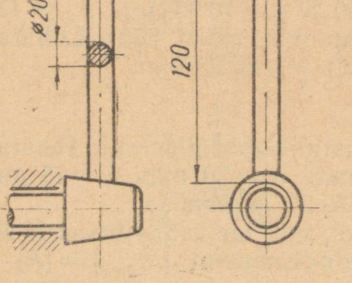
Vastus: $P_1 = 1160$ N (116 kG).

6.71. Käepide (joon. 254) on valmistatud pressmaterjalist AГ-4, mille tugevuspiir paindel $\sigma_B = 110$ MN/m² (≈ 1100 kG/cm²). Määrata suurim jõud, mida võib rakendada käepidemele, kui varutegur $n_B = 4$.

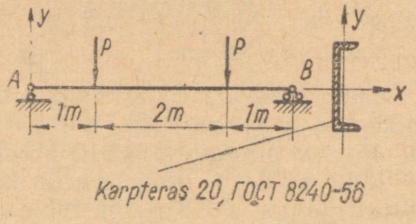
Vastus: $P_{max} = 180$ N (≈ 18 kG).

6.72. Määrata ketasfreesi ühele hambale lubatav suurim lõikejõud (joon. 242), kui hamba lõikes I—I $b_1 = 0{,}8$ mm, $a = 6$ mm ja $h = 8$ mm. Lubatav pinge $[\sigma]_p = 310$ MN/m² (≈ 31 kG/mm²).

Vastus: $[P_1] = 186$ N ($\approx 18{,}6$ kG).



JOON. 254



JOON. 255

6.73. Määrata talale (joon. 255) lubatavate jõudude suurused, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

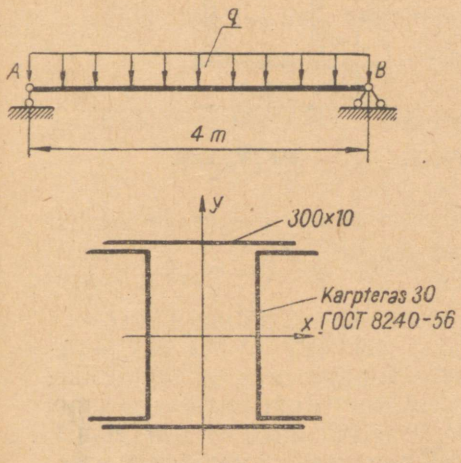
Vastus: $[P] = 24{,}3$ kN ($\approx 2{,}43$ T).

6.74. Määrata lihttalale (joon. 256) ühtlaselt jaotatud koormuse lubatav intensiivsus, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

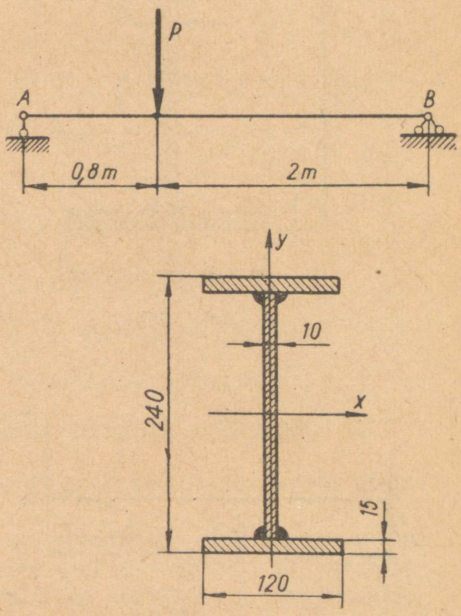
Vastus: $[q] = 14{,}5$ kN/m ($\approx 1{,}45$ T/m).

6.75. Määrata keevitatud I-talale lubatava jõu suurus (joon. 257), kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

Vastus: $[P] = 124$ kN ($\approx 12{,}4$ T).



JOON. 256



JOON. 257

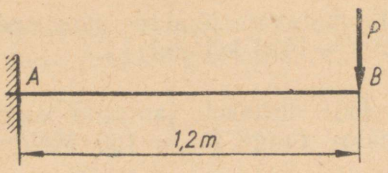
6.76. Määrata keevitatud T-kujulisele konsoolile lubatava jõu suurus (joon. 258), kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²).

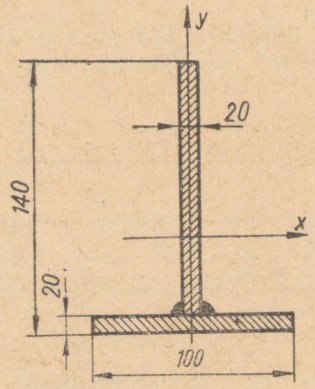
Vastus: $[P] = 10{,}5$ kN (≈ 1050 kG).

6.77. Määrata karbikujulise ristlõikega talale (joon. 259) ühtlaselt jaotatud koormuse lubatav intensiivsus, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²).

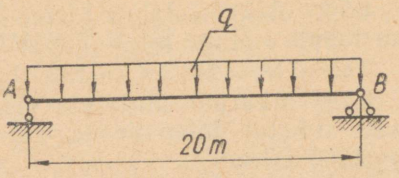
Vastus: $[q] = 10{,}8$ kN/m ($\approx 1{,}08$ T/m).

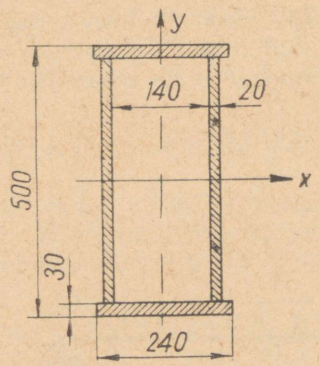
6.78. Määrata karbikujulise ristlõikega konsoolile (joon. 260) lubatava jõu suurus, kui konsool on valmistatud malmist, mille lubatav tõmbepinge $[\sigma]_t = 30$ MN/m² (≈ 300 kG/cm²) ja survepinge $[\sigma]_s = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²).



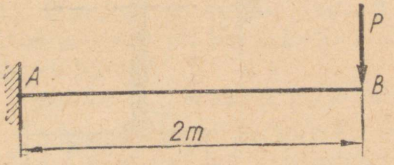


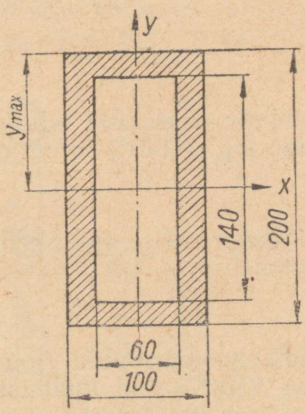
JOON. 258



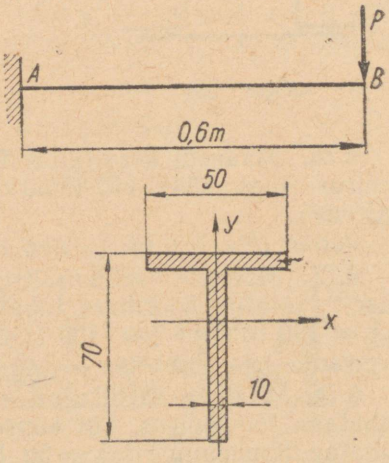


JOON. 259





JOON. 260



JOON. 261

Lahendus. Suurim paindemoment määratakse valemiga

$$M_{max} = P \cdot l,$$

tugevustingimusest paindel järgneb, et $M_{max} = W_x[\sigma]$ ehk $P \cdot l = W_x[\sigma]$, kust $P = \frac{W_x[\sigma]}{l}$.

Kuna malm ei talu tõmmet ja survet ühtemoodi, siis lubatav jõu väärtus määratakse lähtudes lubatavatest pingetest

$$P_t = \frac{W_x[\sigma]_t}{l} \text{ ja } P_s = \frac{W_x[\sigma]_s}{l}.$$

Tala ristlõike inertsmoment x-telje suhtes

$$I_x = \frac{BH^3}{12} - \frac{bh^3}{12} = \frac{10 \cdot 10^{-2}(20 \cdot 10^{-2})^3}{12} - \frac{6 \cdot 10^{-2}(14 \cdot 10^{-2})^3}{12} =$$
$$= 5300 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Tala ristlõike vastupanumoment x-telje suhtes

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}} = \frac{5300 \cdot 10^{-8}}{10 \cdot 10^{-2}} = 530 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Lubatava jõu suurus lähtudes lubatavast tõmbepingest

$$P_t = \frac{W_x[\sigma]_t}{l} = \frac{30 \cdot 10^6 \cdot 530 \cdot 10^{-6}}{2} = 7950 \text{ N} = 7{,}95 \text{ kN}.$$

Lubatava jõu suurus lähtudes lubatavast survepingest

$$P_s = \frac{W_x[\sigma]_s}{l} = \frac{80 \cdot 10^6 \cdot 530 \cdot 10^{-6}}{2} = 21200 \text{ N} = 21{,}2 \text{ kN}.$$

Antud ristlõikega konsooli puhul tuleb võtta lubatavaks jõuks $P_t = 7{,}95$ kN (≈ 795 kG).

Selgub, et neutraaltelje suhtes sümmeetrilise ristlõikega malmtala ei saa täielikult kasutada. Kui talad on valmistatud materjalidest, mis ei tööta ühtlaselt tõmbele ja survele, on ratsionaalseteks ristlõigeteks neutraaltelje suhtes ebasümmeetrilised ristlõiked, näiteks T-kujuline ristlõige. Ristlõike täielikuks ärakasutamiseks peab olema täidetud tingimus

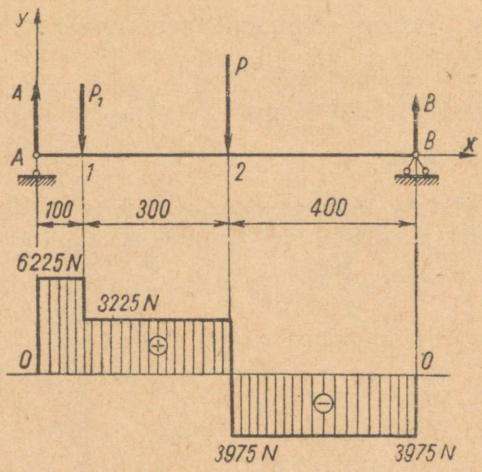
$$\frac{y_t}{y_s} = \frac{[\sigma]_t}{[\sigma]_s},$$

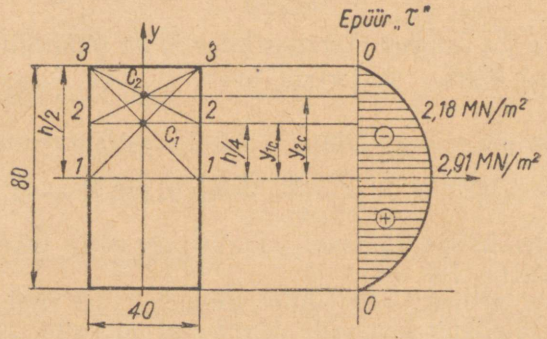
kus y_t ja y_s — ristlõigete tõmbe- ja survetsooni äärmiste punktide kaugused neutraalteljest.

6.79. Määrata lubatav jõud T-kujulise ristlõikega malmkonsoolile (joon. 261), kui lubatav tõmbepinge $[\sigma]_t = 32$ MN/m² (≈ 320 kG/cm²) ja survepinge $[\sigma]_s = 90$ MN/m² (≈ 900 kG/cm²).

Vastus: $[P] = 1150$ N (≈ 115 kG).

6.80. Ristkülikukujulise ristlõikega getinaksist Б valmistatud vardale (joon. 262) mõjuvad jõud $P_1 = 3$ kN (≈ 300 kG) ja $P_2 = 7{,}2$ kN (≈ 720 kG). Konstrueerida tangentsiaalpingete epüür ja määrata nende suurimad väärtused.





JOON. 262

L a h e n d u s. Määrame toereaktsioonid:

$\Sigma M_A = 0;\ P_1 \cdot 0{,}1 + P_2 \cdot 0{,}4 - B \cdot 0{,}8 = 0,$

kust

$$B = \frac{P_1 \cdot 0{,}1 + P_2 \cdot 0{,}4}{0{,}8} = \frac{3000 \cdot 0{,}1 + 7200 \cdot 0{,}4}{0{,}8} = 3975 \text{ N}.$$

$\Sigma M_B = 0;\ -P_2 \cdot 0{,}4 - P_1 \cdot 0{,}7 + A \cdot 0{,}8 = 0,$

kust

$$A = \frac{P_2 \cdot 0{,}4 + P_1 \cdot 0{,}7}{0{,}8} = \frac{7200 \cdot 0{,}4 + 3000 \cdot 0{,}7}{8} = 6225 \text{ N};$$

Kontroll: $A - P_1 - P_2 + B = 0$
ehk $6225 - 3000 - 7200 + 3975 = 0$, s. t. $0 = 0$,
siit järgneb, et toereaktsioonid on suuruselt ja suunalt määratud õigesti.

Konstrueerime põikjõudude epüüri iseloomulike punktide meetodil. Tala iseloomulikeks punktideks (ristlõigeteks) on punktid *A*, *1*, *2* ja *B*. Arvutame nendes ristlõigetes põikjõudude väärtused:

lõikes *A* (paremal pool) $Q_A^{\mathrm{p}} = A = 6225$ N;

lõikes *1* (vasakul pool) $Q_1^{\mathrm{v}} = A = 6225$ N;

lõikes *1* (paremal pool) $Q_1^{\mathrm{p}} = A - P_1 = 6225 - 3000 = 3225$ N;

lõikes *2* (vasakul pool) $Q_2^{\mathrm{v}} = Q_1^{\mathrm{p}} = 3225$ N;

lõikes *2* (paremal pool) $Q_2^{\mathrm{p}} = Q_1^{\mathrm{p}} - P_2 = 3225 - 7200 = -3975$ N;

lõikes *B* (vasakul pool) $Q_B^{\mathrm{v}} = Q_2^{\mathrm{p}} = -3975$ N.

Põikjõudude epüür on toodud joonisel; $Q_{\max} = 6225$ N ($\approx 622{,}5$ kG).

Ristlõike inertsmoment x-telje suhtes

$$I_x = \frac{bh^3}{12} = \frac{4 \cdot 10^{-2}(8 \cdot 10^{-2})^3}{12} = 171 \cdot 10^{-8}\ \mathrm{m}^4.$$

Tangentsiaalpingete epüür on paraboolne. Selle kõverjoone konstrueerimiseks leiame kolm tangentsiaalpinge väärtust: $y = 0$ (kius 1—1); $y = \frac{h}{4} = 20$ mm (kius 2—2); $y = \frac{h}{2} = 40$ mm (kius 3—3).

Arvutame pindade staatiliste momentide väärtused x-telje suhtes:

$S_{x(1-1)} = F_1 y_{1c} = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 4 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2} = 32 \cdot 10^{-6}$ m^3;

$S_{x(2-2)} = F_2 y_{2c} = 4 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 3 \cdot 10^{-2} = 24 \cdot 10^{-6}$ m^3;

$S_{x(3-3)} = 0$.

Määrame tangentsiaalpinged valemiga

$$\tau = \frac{Q_{\max} S}{bI};$$

Kius 1—1

$$\tau_{1-1} = \frac{Q_{\max} S_{x(1-1)}}{bI_x} = \frac{6225 \cdot 32 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-2} \cdot 171 \cdot 10^{-8}} = 2{,}91 \cdot 10^6\ \mathrm{N/m^2} = 2{,}91\ \mathrm{MN/m^2}\ (\approx 29{,}1\ \mathrm{kG/cm^2});$$

kius 2—2

$$\tau_{2-2} = \frac{Q_{\max} S_{x(2-2)}}{bI_x} = \frac{6225 \cdot 24 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 10^{-2} \cdot 171 \cdot 10^{-8}} = 2{,}18 \cdot 10^6\ \mathrm{M/m^2} = 2{,}18\ \mathrm{MN/m^2}\ (\approx 21{,}8\ \mathrm{kG/cm^2});$$

kius 3—3

$$\tau_{(3-3)} = 0.$$

Tangentsiaalpingete epüür on toodud joonisel. Suurimad tangentsiaalpinged $\tau_{\max} = \tau_{(1-1)} = 2{,}91$ MN/m^2 ($\approx 29{,}1$ kG/cm^2).

6.81. Puidust laetala pikkusega $l = 4$ m on ruudukujulise ristlõikega külje pikkusega $a = 200$ mm. Tala on kogu pikkuse ulatuses koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 6$ kN/m

($\approx 0{,}6$ T/m). Määrata suurimad tangentsiaalpinged tala ristlõikes.

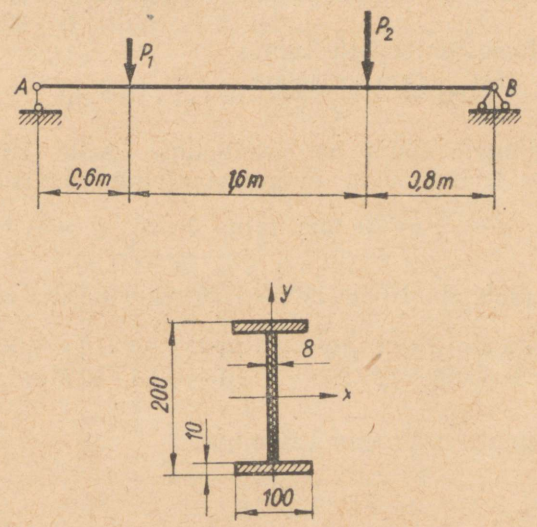
Vastus: $\tau_{max} = 0{,}45$ MN/m² ($\approx 4{,}5$ kG/cm²).

6.82. Terasest lihttala läbimõõduga $d = 40$ mm on koormatud keskelt jõuga $P = 36$ kN ($\approx 3{,}6$ T). Tugede vahekaugus $l = 600$ mm. Määrata suurimad tangentsiaalpinged tala ristlõikes.

Vastus: $\tau_{max} = 19{,}1$ MN/m² (≈ 191 kG/cm²).

6.83. Keevitatud I-kujulise ristlõikega tala (joon. 263) on koormatud jõududega $P_1 = 20$ kN (≈ 2 T) ja $P_2 = 26$ kN ($\approx 2{,}6$ T). Määrata suurimad tangentsiaalpinged tala ristlõikes.

Vastus: $\tau_{max} = 16{,}9$ MN/m² (≈ 169 kG/cm²).



JOON. 263

6.84. T-kujulise ristlõikega konsool on koormatud jõuga $P = 12$ kN ($\approx 1{,}2$ T) (joon. 264). Määrata suurimad tangentsiaalpinged konsooli ristlõikes.

Vastus: $\tau_{max} = 6{,}16$ MN/m² ($\approx 61{,}6$ kG/cm²).

6.85. Karbikujulise ristlõikega tala (joon. 265) on koormatud jõududega $P_1 = 50$ kN (≈ 5 T) ja $P_2 = 80$ kN (≈ 8 T). Määrata suurimad tangentsiaalpinged tala ristlõikes.

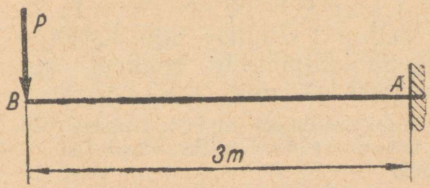
Vastus: $\tau_{max} = 16{,}7$ MN/m² (≈ 167 kG/cm²).

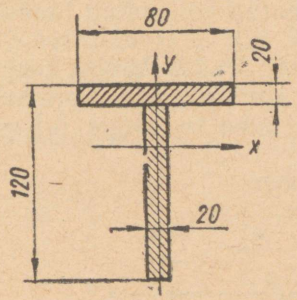
6.86. Määrata suurimad tangentsiaalpinged tala ristlõikes (joon. 266), kui $P = 62$ kN ($\approx 6{,}2$ T).

Vastus: $\tau_{max} = 11{,}9$ MN/m² (≈ 119 kG/cm²).

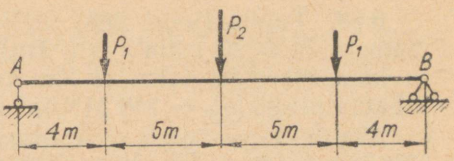
6.87. Määrata puitkonsooli ristlõike mõõtmed (joon. 267) ja konstrueerida normaal- ja tangentsiaalpingete epüürid. Külgede suhe $b : h = 1 : 2$, $q = 200$ N/m (≈ 20 kG/m), $P = 620$ N (≈ 62 kG), lubatav pinge $[\sigma]_p = 10$ MN/m² (≈ 100 kG/cm²).

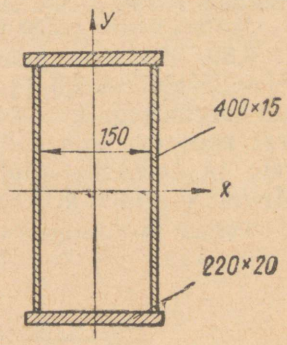
Vastus: $b = 60$ mm; $h = 120$ mm; $\tau_{max} = 0{,}2$ MN/m² (≈ 2 kG/cm²).



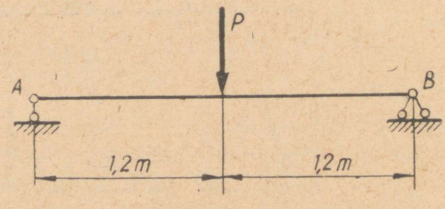


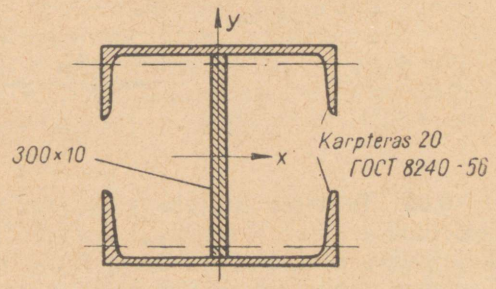
JOON. 264



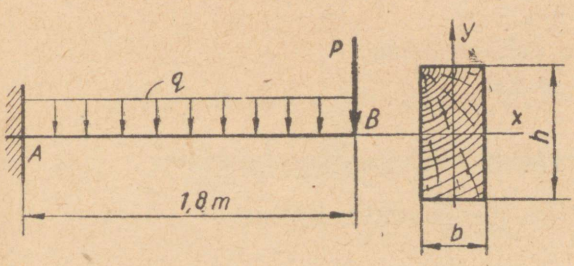


JOON. 265





JOON. 266



JOON. 267

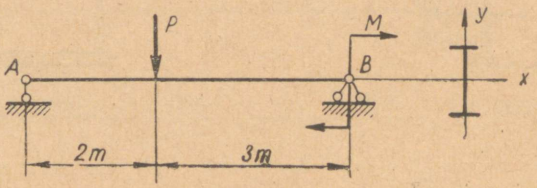
6.88. Talale (joon. 268) mõjuvad jõud $P = 60$ kN (≈ 6 T) ja moment $M = 20$ kNm (≈ 2 Tm). Valida I-kujulise tala ristlõige ja konstrueerida normaal- ja tangentsiaalpingete epüürid, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 140$ MN/m^2 (≈ 1400 kG/cm^2).

Märkus. Tangentsiaalpingete epüüri konstrueerimisel lugeda I-terase vöö paksuseks t kogu profiili laiuse ulatuses, ümardusraadiusi mitte arvestada.

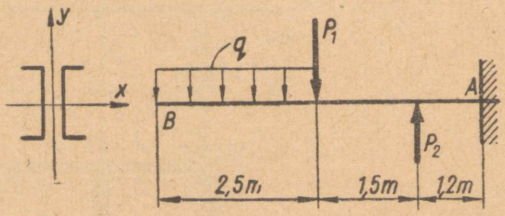
Vastus: I-teras nr. 30 (ГОСТ 8239-56).

6.89. Konsool (joon. 269) on koormatud koondatud jõududega $P_1 = 25$ kN ($\approx 2{,}5$ T), $P_2 = 12$ kN ($\approx 1{,}2$ T) ja ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 6$ kN/m ($\approx 0{,}6$ T/m). Valida kahest karpterasest koosneva konsooli ristlõige ning konstrueerida normaalpingete ja tangentsiaalpingete epüürid. Lubatav pinge $[\sigma]_p = 140$ MN/m^2 (≈ 1400 kG/cm^2).

Vastus: kaks karpterast nr. 33 (ГОСТ 8240-56).



JOON. 268



JOON. 269

6.90. Terasest lihttala pikkusega $l = 2{,}4$ m on ava keskel koormatud jõuga $P = 62$ kN ($\approx 6{,}2$ T). Valida I-kujulise, ristkülikukujulise ja ümarristlõikega talad ning võrrelda nende masse. Lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2). Ristkülikukujulise lõike puhul võtta $\frac{b}{h} = \frac{1}{2}$.

L a h e n d u s. Suurim paindemoment

$$M_{max} = \frac{P \cdot l}{4} = \frac{62 \cdot 10^3 \cdot 2{,}4}{4} = 37{,}2 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 37{,}2 \text{ kNm}.$$

Vajalik tala ristlõike vastupanumoment x-telje suhtes

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]_p} = \frac{37{,}2 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 232 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Valime tala ristlõike:

a) I-kujulise ristlõike võtame tabelist ГОСТ 8239-56: I-teras nr. 22, mille vastupanumoment $W_x = 232$ cm^3 $(232 \cdot 10^{-6}$ m$^3)$ ja $F = 30{,}6$ cm^2 $(30{,}6 \cdot 10^{-4}$ m$^2)$;

b) ristkülikukujulise ristlõike $W_x = \frac{bh^2}{6}$, kuid tingimusest $h = 2b$ leiame $W_x = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{4b^3}{6}$, kust $b^3 = \frac{3}{2} W_x = \frac{3}{2} \cdot 232 \cdot 10^{-6} = 348 \cdot 10^{-6}$ m^3 ja $b \approx 7 \cdot 10^{-2}$ m, seega $b = 70$ mm, $h = 2b = 140$ mm ja ristlõikepind $F = bh = 7 \cdot 10^{-2} \cdot 14 \cdot 10^{-2} = 98 \cdot 10^{-4}$ m^2;

c) ümarristlõike puhul $W_x = \frac{\pi d^3}{32}$, kust $d = \sqrt[3]{\frac{32\,W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 232 \cdot 10^{-6}}{\pi}} = 13{,}3 \cdot 10^{-2}$ m ehk $d = 133$ mm ja ristlõikepind

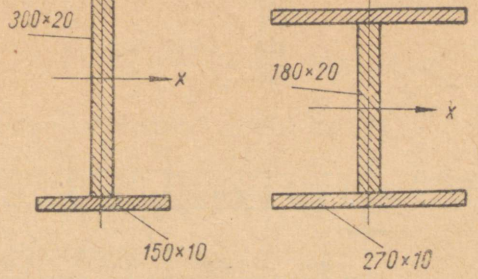
$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \pi \frac{(13{,}3 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 139 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Samast materjalist ühesuguse pikkusega talade masside suhe võrdub ristlõigete suhtega, s. t.

$$m_I : m_r : m_ü = 30{,}6 \cdot 10^{-4} : 98 \cdot 10^{-4} : 139 \cdot 10^{-4} = 1 : 3{,}2 : 4{,}55.$$

Nii on I-tala 3,2 korda kergem ristkülikukujulisest ja 4,55 korda kergem ümarast talast, seega I-tala on kõige ökonoomsem.

6.91. Tekstoliitvarras pikkusega $l = 0{,}8$ m on ühest otsast kinnitatud jäigalt ja vabale otsale rakendatud koormus $P = 900$ N (≈ 90 kG). Valida ristkülikukujulise, ruudukujulise ja ümarristlõikega vardad ja võrrelda nende masse. Lubatav pinge $[\sigma]_p = 30$ MN/m^2 (≈ 300 kG/cm^2). Ristkülikukujulise ristlõike külgede suhe $b : h = 1 : 2$. Missugune kolmest ristlõikest on kõige ökonoomsem?



JOON. 270

Vastus: $b = 33$ mm ja $h = 66$ mm; $a = 52{,}5$ mm; $d = 62{,}5$ mm; $m_{rk} : m_r : m_ü = 1 : 1{,}26 : 1{,}4$. Kolmest ristlõikest on kõige ökonoomsem ristkülikukujuline.

6.92. On antud kaks I-kujulise ristlõikega tala — üks harilik, teine laiaflanšiline (joon. 270). Profiilid on valmistatud samast materjalist ja on võrdse ristlõikepinnaga (samad massid). Võrrelda profiilide kandevõimet.

Vastus: hariliku I-terase kandevõime on 26% suurem laiaflanšilise omast.

6.93. Võrrelda I-kujulise ja ristikujulise ristlõikega talade kandevõimet, kui ristikujuline ristlõige on saadud I-kujulise ristlõike lõikamisel mööda x-telge (joon. 271).

Vastus: I-kujulise ristlõikega tala kandevõime on 2,15 korda suurem ristikujulise ristlõikega talast.

6.94. Lihttalale (joon. 272) valida I-kujuline ristlõige OCT 10016-39 ja ГОСТ 8239-56 järgi ja võrrelda nende masse, kui $q = 2$ kN/m ($\approx 0{,}2$ T/m) ja $P = 4$ kN ($\approx 0{,}4$ T). Lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2).

L a h e n d u s. Toereaktsioonid

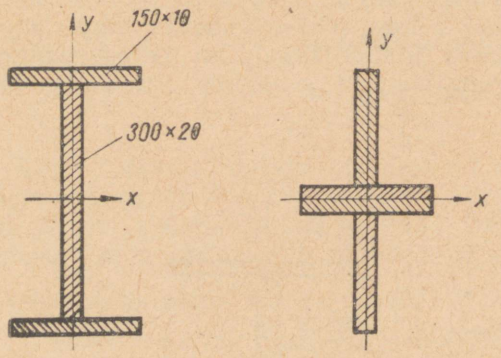
$$A = B = \frac{16q + 3P}{2} = \frac{2 \cdot 10^3 \cdot 16 + 3 \cdot 4 \cdot 10^3}{2} = 22 \cdot 10^3 \text{ N} = 22 \text{ kN}.$$

Suurim paindemoment

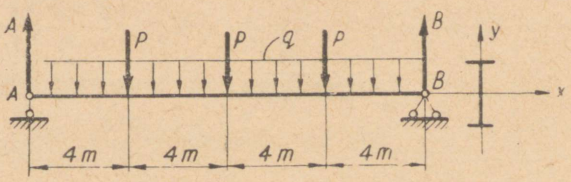
$$M_{max} = A \cdot 8 - q \cdot 8 \cdot 4 - P \cdot 4 = 22 \cdot 10^3 \cdot 8 - \\ - 2 \cdot 10^3 \cdot 32 - 4 \cdot 10^3 \cdot 4 = 96 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 96 \text{ kNm}.$$

Vajalik ristlõike telgvastupanumoment

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]_p} = \frac{96 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 600 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$



JOON. 271



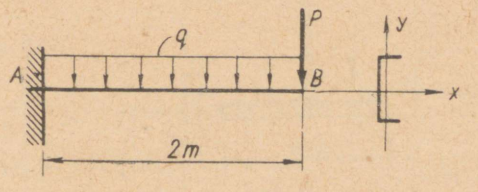
JOON. 272

ОСТ 10016-39 järgi valime I-terase nr. 30a, mille $W_x = 597$ cm^3 ($597 \cdot 10^{-6}$ m^3) $< 600 \cdot 10^{-6}$ m^3 — see on lubatav, kuna viga on 0,5%.

Ühe meetri pikkuse tala mass $m_{\text{ОСТ}} = 48{,}0$ kg. ГОСТ 8239-56 järgi valime I-terase nr. 33, mille $W_x = 597$ cm^3 ($597 \cdot 10^{-6}$ m^3) ja ühe meetri mass $m_{\text{ГОСТ}} = 42{,}2$ kg. Masside suhe $m_{\text{ОСТ}} : m_{\text{ГОСТ}} = 48{,}0 : 42{,}2 = 1{,}14$; see tähendab, et ГОСТ 8239-56 järgi valitud tala mass on 14% väiksem.

6.95. Konsool (joon. 273) on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 4$ kN/m (0,4 T/m) ja jõuga $P = 11$ kN ($\approx 1{,}1$ T). Valida karpterasest konsooli ristlõiked ОСТ 10017-36 ja ГОСТ 8240-56 järgi ja võrrelda nende masse. Lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2).

Vastus. ГОСТ 8240-56 järgi valitud profiil on 23% kergem.



JOON. 273

6.96. Keevitatud I-kujulise ristlõikega konsool (joon. 274) on valitud lubatava pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2) järgi. Kontrollida ristlõike tugevust lõikes 1—1 peanormaalpingetele ja tangentsiaalpingetele, kui $q = 20$ kN/m (≈ 2 T/m), $P = 110$ kN (≈ 11 T) ja $\tau_p = 0{,}5\,[\sigma]_p = 80$ MN/m^2 (≈ 800 kG/cm^2).

L a h e n d u s. Suurim paindemoment mõjub kinnituskohas:

$$M_{\max} = q \cdot 2 \cdot 1 + P \cdot 2 = 20 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 1 + 110 \cdot 10^3 \cdot 2 = 260 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 260 \text{ kNm}.$$

Suurim põikjõud mõjub samuti kinnituskohas:

$$Q_{\max} = q \cdot 2 + P = 20 \cdot 10^3 \cdot 2 + 110 \cdot 10^3 = 150 \cdot 10^3 \text{ N} = 150 \text{ kN}.$$

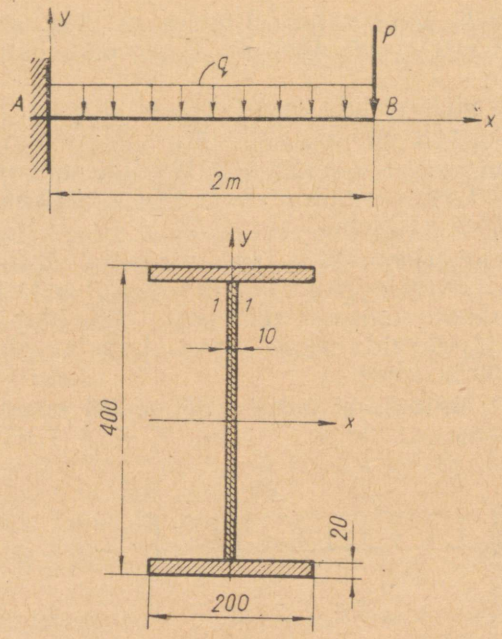
Ristlõike inertsmoment x-telje suhtes

$$I_x = 2\left[\frac{20 \cdot 10^{-2}(2 \cdot 10^{-2})^3}{12} + (19 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 20 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2}\right] + \frac{1 \cdot 10^{-2}(36 \cdot 10^{-2})^3}{12} = 32800 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Ristlõike vastupanumoment x-telje suhtes

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}} = \frac{32800 \cdot 10^{-8}}{20 \cdot 10^{-2}} = 1640 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Suurimad paindepinged



JOON. 274

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{260 \cdot 10^3}{1640 \cdot 10^{-6}} = 159 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 159 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx 1590 \text{ kG/cm}^2).$$

Normaalpinged ristlõike kius lõikes 1—1

$$\sigma_{1-1} = \frac{M_{max} \cdot y_{1-1}}{I_x} = \frac{260 \cdot 10^3 \cdot 18 \cdot 10^{-2}}{32800 \cdot 10^{-8}} = 143 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 143 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx 1430 \text{ kG/cm}^2).$$

Lõikes 1—1 asuvast kiust ühel pool asuva ristlõikepinna osa (flanši) staatiline moment x-telje suhtes:

$$S_{x(1-1)} = F_1 y_{1c} = 20 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 19 \cdot 10^{-2} = 760 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Tangentsiaalpinged ristlõike kius lõikes 1—1

$$\tau_{1-1} = \frac{Q_{max} \cdot S_{x(1-1)}}{I_x b_1} = \frac{150 \cdot 10^3 \cdot 760 \cdot 10^{-6}}{32800 \cdot 10^{-8} \cdot 10^{-2}} = 34{,}8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$

$$= 34{,}8 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 348 \text{ kG/cm}^2).$$

Peanormaalpinged ristlõike kius lõikes 1—1

$$\sigma_{max} = \frac{\sigma_{1-1}}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2_{1-1} + 4\tau^2_{1-1}} = \frac{143 \cdot 10^6}{2} +$$

$$+ \frac{1}{2}\sqrt{(143 \cdot 10^6)^2 + 4(34{,}8 \cdot 10^6)^2} = 137{,}8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$

$$= 137{,}8 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1378 \text{ kG/cm}^2).$$

Peatangentsiaalpinged ristlõike kius lõikes 1—1

$$\tau_{max} = \frac{1}{2}\sqrt{\sigma^2_{1-1} + 4\tau^2_{1-1}} = \frac{1}{2}\sqrt{(143 \cdot 10^6)^2 + 4(34{,}8 \cdot 10^6)^2} =$$

$$= 66{,}3 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 66{,}3 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 663 \text{ kG/cm}^2).$$

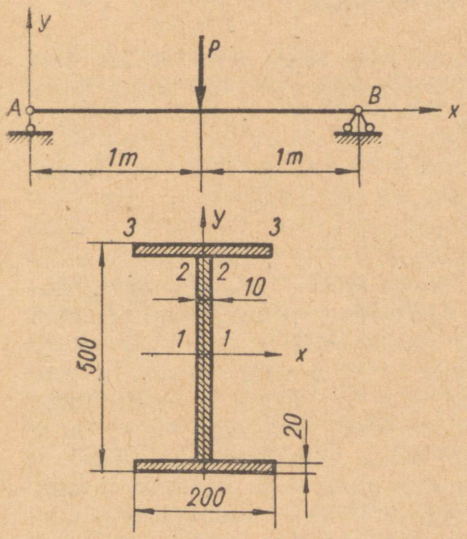
Seega

$$\sigma_{max} = 137{,}8 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1378 \text{ kG/cm}^2) < [\sigma]_p = 160 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1600 \text{ kG/cm}^2) \text{ ja}$$

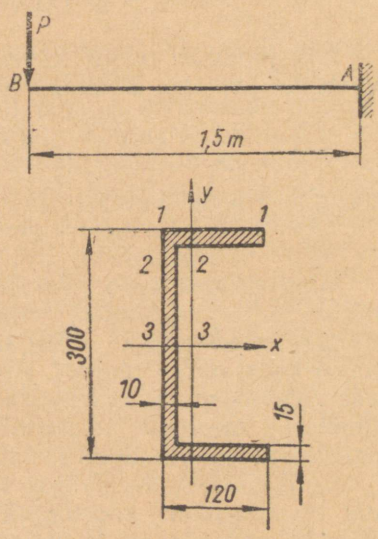
$$\tau_{max} = 66{,}3 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 663 \text{ kG/cm}^2) < [\tau]_p = 80 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 800 \text{ kG/cm}^2);$$

järelikult tala tugevus lõikes 1—1 on küllaldane.

6.97. Lihttala (joon. 275) on koormatud jõuga $P = 120$ kN (≈ 12 T). Määrata peapinged lõigetes 1—1; 2—2 ja 3—3 ristlõike ülemises osas.



JOON. 275



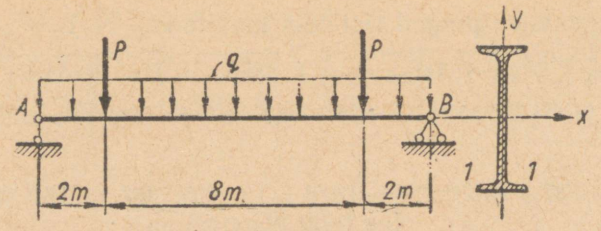
JOON. 276

Vastus: $\sigma_{max\ 3-3} = 0$; $\sigma_{min\ 3-3} = -27{,}7$ MN/m² (≈ -277 kG/cm²); $\sigma_{max\ 2-2} = 3{,}9$ MN/m² (≈ 39 kG/cm²) ja $\sigma_{min\ 2-2} = -29{,}4$ MN/m² (≈ -294 kG/cm²); $\sigma_{max\ 1-1} = -\sigma_{min\ 1-1} = 13{,}5$ MN/m² (≈ -135 kG/cm²).

6.98. Konsool on koormatud jõuga $P = 40$ kN (≈ 4 T) (joon. 276). Määrata suurimad peapinged konsooli ristlõigetes.

Vastus: $\sigma_{max} = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²).

6.99. Valida talale (joon. 277) I-ristlõige, kui $q = 4$ kN/m ($\approx 0{,}4$ T/m), $P = 20$ kN (≈ 2 T) ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$



JOON. 277

MN/m² (≈ 1600 kG/cm²). Kontrollida valitud ristlõike tugevust kius 1—1 peanormaalpingete järgi.

Vastus: I-teras nr. 36 (ГОСТ 8239-56).

3. TALA ELASTNE JOON

Välisjõudude mõjul kõverdunud tala telge nimetatakse tala elastseks jooneks. Elastse joone diferentsiaalvõrrand omab kuju:

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = \pm M,$$

kus E — normaalelastsusmoodul N/m² (kG/cm²),
I — ristlõike inertsmoment m⁴ (cm⁴),
M — paindemoment Nm (kG/cm).

Integreerides seda võrrandit kaks korda, saame seose läbipainde y ja abstsissi x vahel. Igakordsel integreerimisel tekib integreerimiskonstant, sellepärast sisaldab lõppvastus kahte tundmatut konstantset suurust. Kui teljele mõjub mitu välisjõudu, millede rakenduspunktid on erinevad, siis tala üksikute osade kohta nimetatud meetodit kasutades saame lõpptulemusena suure tundmatute arvuga võrrandite süsteemi, mida on tülikas lahendada.

Akadeemik A. N. Krõlov lahendas nimetatud ülesande talaga, mis on tinglikult koormatud kõigi võimalike tüüpkoormustega. Selle tulemusena saadi üldistatud ehk universaalsed tala elastse joone võrrandid.

Tala elastse joone pöördenurkade võrrand:

$$EI\frac{dy}{dx} = EIa_0 + \Sigma m(x-a) + \Sigma P\frac{(x-b)^2}{2} + \Sigma q\frac{(x-c)^3}{6} - \\ - \Sigma q\frac{(x-d)^3}{6};$$

läbipainde võrrand:

$$EIy = EIf_0 + EIa_0x + \Sigma m\frac{(x-a)^2}{2} + \Sigma P\frac{(x-b)^3}{6} + \Sigma q\frac{(x-c)^4}{24} - \\ - \Sigma q\frac{(x-d)^4}{24},$$

kus m — talale mõjuvad paindemomendid Nm (kGcm);
q — ühtlaselt jaotatud koormuste intensiivsused N/m (kG/cm);
P — koondatud jõud N (kG);
f_0 — tala läbipaine koordinaatide alguses m (cm);
α_0 — elastse joone puutuja kaldenurga tangens koordinaatide alguses;
a — kaugus koordinaatide algusest ristlõikeni, milles mõjub välismoment, m (cm);
b — kaugus koordinaatide algusest ristlõikeni, milles mõjub koondatud koormus, m (cm);
c — kaugus koordinaatide algusest ristlõikeni, milles algab ühtlaselt jaotatud koormus, m (cm);
d — kaugus koordinaatide algusest ristlõikeni, milles lõpeb ühtlaselt jaotatud koormus, m (cm);
x — vaadeldava ristlõike kaugus koordinaatide algusest, m (cm).

Selle meetodi järgi paigutuste määramisel võetakse koordinaatide alguseks alati tala vasakpoolne ots.

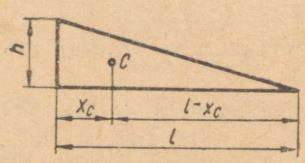
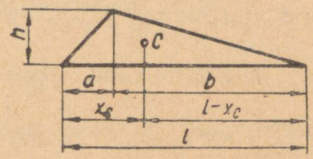
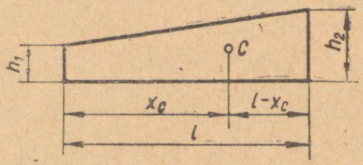
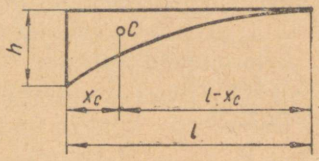
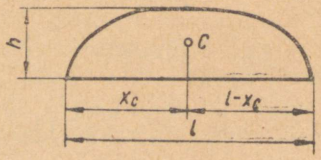
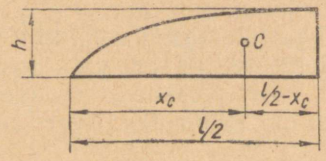
1924. a. tegi A. N. Vereštšagin ettepaneku konstantse pikkuse ja jäikusega (EI) talade puhul nende paigutuste (läbipaine ja telje pöördenurk) määramisel kasutada lihtsustatud meetodit. Vereštšagini meetodi eeliseks on see, et kõik arvutused asendatakse lihtsate geomeetriliste tehetega, mida tehakse paindemomentide epüüridega. Konstrueeritakse kaks epüüri: üks antud koormusega (koormustega), teine ühikkoormusega, mis on rakendatud koormuse mõjumise suunas. Ühikkoormuseks võib olla kas koondatud jõud (läbipainde määramiseks) või jõupaar (pöördenurkade määramiseks). Ühikjõud tuleb rakendada tala sellesse ristlõikesse, kus soovitakse määrata läbipainet, aga ühikmoment sellesse ristlõikesse, kus soovitakse määrata telje pöördenurka. Tala läbipaine ja pöördenurk määratakse järgmiste valemitega:

$$y = \frac{\omega \eta_c}{EI} \text{ ja } \Theta = \frac{\omega \eta'_c}{EI},$$

kus ω — talale mõjuva koormuse paindemomendi epüüri pindala;
η_c, η'_c — ühikjõu ja ühikmomendi epüüride ordinaatide väärtused, mis asetsevad ω epüüri pindala raskuskeskme kohal;
EI — tala jäikus.

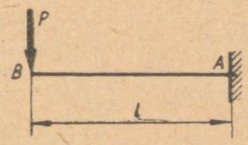
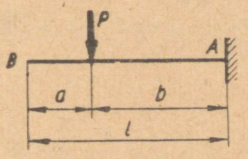
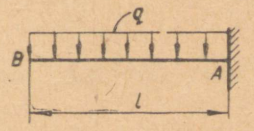
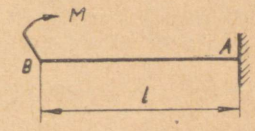
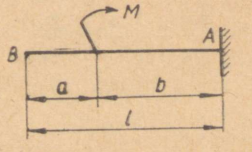
Kui ühikkoormuse epüüris on murdekohti, siis korrutis $\omega \cdot \eta_c$ tuleb määrata tala iga osa kohta eraldi ja tulemused summeerida.

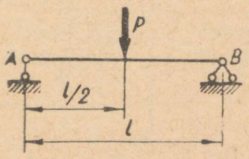
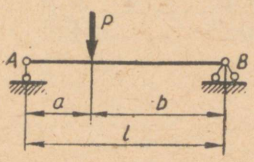
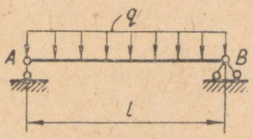
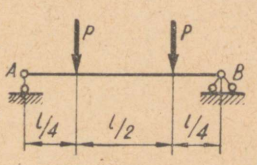
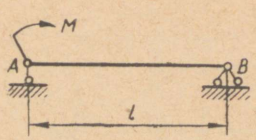
Paigutuste määramisel Vereštšagini meetodiga on vaja teada nende kujundite pindalade väärtusi ja raskuskeskmete asendeid, mis sagedamini esinevad paindemomentide epüürides. Need andmed on toodud tabelis 23.

Paindemomentide epüüride kujud	Epüüri pindala ω	Raskuskeskme kaugus	
		x_c	$l - x_c$
	$\frac{1}{2} h \cdot l$	$\frac{1}{3} l$	$\frac{2}{3} l$
	$\frac{1}{2} hl$	$\frac{a+l}{3}$	$\frac{b+l}{3}$
	$\frac{1}{2}(h_1+h_2)l$	$\frac{h_1+2h_2}{h_1+h_2} \cdot \frac{l}{3}$	$\frac{h_2+2h_1}{h_2+h_1} \cdot \frac{l}{3}$
	$\frac{1}{3} hl$	$\frac{1}{4} l$	$\frac{3}{4} l$
	$\frac{2}{3} hl$	$\frac{1}{2} l$	$\frac{1}{2} l$
	$\frac{2}{3} h \frac{l}{2} = \frac{hl}{3}$	$\frac{5}{16} l$	$\frac{3}{16} l$

Paindele töötavate talade arvutusel jäikusele määratakse suurimad läbipainde ja pöördenurkade väärtused ja võrreldakse neid lubatavatega. Lihtsamatel juhtudel kasutatakse praktikas suurimate läbipainete ja pöördenurkade määramiseks tabeleid. Tabelis 24 on toodud arvutusvalemid konstantse ristlõikega talade jaoks.

Tabel 24

Talade skeemid	Toereaktsioonid	Suurim paindemoment M_{max}	Suurim läbipaine f	Suurim pöördenurk Θ
	$A = P$	Pl	$\frac{P \cdot l^3}{3EI}$	$\frac{P \cdot l^2}{2EI}$
	$A = P$	$P \cdot b$	$\frac{P}{6EI}(3b^2l - b^3)$	$\frac{Pb^2}{2EI}$
	$A = q \cdot l$	$q\frac{l^2}{2}$	$\frac{q \cdot l^4}{8EI}$	$\frac{q \cdot l^3}{6EI}$
	$A = 0$	M	$\frac{M \cdot l^2}{2EI}$	$\frac{M \cdot l}{EI}$
	$A = 0$	M	$\frac{M \cdot b}{EI}\left(l - \frac{1}{2}b\right)$	$\frac{M \cdot b}{EI}$

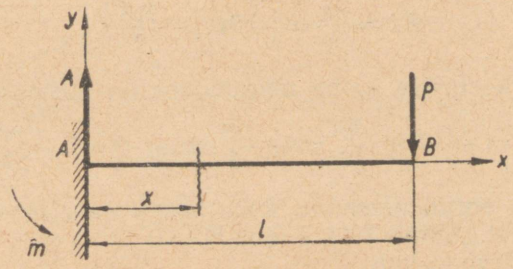
Talade skeemid	Toereaktsioonid	Suurim paindemoment M_{max}	Suurim läbipaine f	Suurim pöördenurk Θ
	$A = B = \frac{P}{2}$	$\frac{P \cdot l}{4}$	$\frac{P \cdot l^3}{48EI}$	$\frac{P \cdot l^2}{16EI}$
	$A = P\frac{b}{l}$ $B = P\frac{a}{l}$	$\frac{Pab}{l}$	$\frac{Pb}{48EI} \cdot (3l^2 - 4b^2)$, kui $a > b$, siis $x = a\sqrt{\frac{1}{3}a(a+2b)}$	Punktis A $\frac{P}{6EI}\left(bl - \frac{b^3}{l}\right)$. Punktis B $\frac{P}{6EI} \cdot (2bl + \frac{b^3}{l} - 3b^2)$
	$A = B = \frac{ql}{2}$	$\frac{ql^2}{8}$	$\frac{5}{384} \cdot \frac{ql^4}{EI}$	$\frac{ql^3}{24EI}$
	$A = B = P$	$\frac{Pl}{4}$	$\frac{11}{384} \cdot \frac{Pl^3}{EI}$	$\frac{3Pl^2}{32EI}$
	$A = -\frac{M}{l}$ $B = \frac{M}{l}$	M	$0{,}0642\frac{Ml^2}{EI}$ kui $x = 0{,}422$	Punktis A $\frac{Ml}{3EI}$

6.100. Määrata konsooli suurim läbipaine ja telje pöördenurk (joon. 278).

L a h e n d u s. Koordinaatide alguseks valime punkti A. Toereaktsioonid $A = P$ ja $m = P$.

Paindemoment tala meelevaldses lõikes

$$M_x = -m + Ax = -Pl + Px.$$



JOON. 278

Tala elastse joone diferentsiaalvõrrand

$$EI\frac{d^2y}{dx^2} = -Pl + Px.$$

Esimene integreerimine annab

$$EI\frac{dy}{dx} = -Plx + P\frac{x^2}{2} + C, \qquad (1)$$

peale teist integreerimist saame

$$EIy = -\frac{Plx^2}{2} + \frac{Px^3}{6} + Cx + D. \qquad (2)$$

Määrame integreerimiskonstandid C ja D. Punktis A tala elastse joone puutuja ühtib x-teljega, sellepärast $x = 0$ korral

$$\frac{dy}{dx} = \operatorname{tg}\alpha = 0.$$

Asendades võrrandisse (1) $x = 0$ ja $\frac{dy}{dx} = 0$, saame, et $C = 0$. Tala läbipaine punktis A on samuti null ja oletades, et võrrandis (2) $x = 0$ ja $y = 0$, saame $D = 0$. Seega tala elastse joone võrrand (2) omab kuju

$$EIy = \frac{Px^3}{6} - \frac{Plx^2}{2}.$$

Konsooli suurim läbipaine on siis, kui $x = l$, sellepärast

$$EIy_{max} = \frac{Pl^3}{6} - \frac{Pl^3}{2} = -\frac{Pl^3}{3}, \text{ kust}$$

$$y_{max} = -\frac{Pl^3}{3EI}.$$

Tala elastse joone pöördenurkade võrrand (1) omab kuju

$$EI = \frac{dy}{dx} = -Plx + \frac{Px^2}{2}.$$

Suurim tala elastse joone pöördenurk on siis, kui $x = l$, siis

$$EI\Theta = -Pl^2 + \frac{Pl^2}{2} = -\frac{Pl^2}{2}, \text{ kust } \Theta = -\frac{Pl^2}{2EI}.$$

Lahendame antud ülesande, kasutades tala elastse joone universaalvõrrandit. Antud tala puhul $f_0 = 0$ ja $\alpha_0 = 0$, seega $x = l$ korral omab võrrand kuju

$$EIy_{x=l} = -m\frac{l^2}{2} + A\frac{l^3}{6}$$

ehk

$$EIy_{x=l} = -\frac{Pl^3}{2} + \frac{Pl^3}{6} = -\frac{Pl^3}{3},$$

kust

$$y_{max} = -\frac{Pl^3}{3EI}.$$

Tala elastse joone pöördenurk $x = l$ korral on

$$EI\Theta = -Pl^2 + \frac{Pl^2}{2} = -\frac{Pl^2}{2},$$

kust $\Theta = -\frac{Pl^2}{2EI}$.

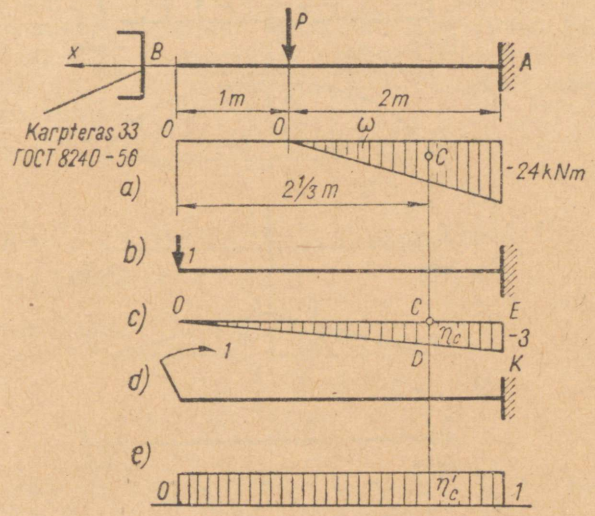
6.101. Määrata konsooli vaba otsa läbipaine ja pöördenurk (joon. 279), kui $P = 12$ kN ($\approx 1{,}2$ T).

Lahendus. Lahendame antud ülesande Vereštšagini meetodiga. Antud talale konstrueerime paindemomentide epüüri (joon. 279, *a*). Epüüri pindala $\omega = \frac{1}{2}(-24 \cdot 10^3) \cdot 2 = -24 \cdot 10^3$. Raskuskeskme kaugus konsooli vabast otsast on $2 - 1/3$ m. Rakendame konsooli vabale otsale ühikjõu (joon. 279, *b*) ja konstrueerime paindemomentide epüüri (joon. 279, *c*). Ühikjõu epüüri ordinaadi η_c määrame kolmnurkade *OCD* ja *OEK* sarnasusest:

$$\frac{\eta_c}{-3} = \frac{OC}{OE} = \frac{2\frac{1}{3}}{3}, \text{ kust } \eta_c = -2\frac{1}{3} \text{ m}.$$

ГОСТ 8240-56 tabelist leiame karpterase nr. 33 jaoks $I_x = 7980$ cm^4, SI süsteemis $I_x = 7980 \cdot 10^{-8}$ m^4. Konsooli vaba otsa läbipaine

$$y_{max} = \frac{\omega\eta_c}{EI_x} = \frac{(-24 \cdot 10^3)\left(-\frac{7}{3}\right)}{2 \cdot 10^{11} \cdot 7980 \cdot 10^{-8}} = 3{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ m ehk } y_{max} = 3{,}5 \text{ mm}.$$



JOON. 279

Tala vaba otsa pöördenurga määramiseks rakendame sellesse lõikesse ühikmomendi (joon. 279, *d*) ja konstrueerime paindemomentide epüüri (joon. 279, *e*). Ühikmomendi epüüri ordinaat $\eta'_c = 1$. Konsooli vaba otsa pöördenurk

$$\alpha_B = \frac{\omega\eta'_c}{EI_x} = \frac{(-24 \cdot 10^3) \cdot 1}{2 \cdot 10^{11} \cdot 7980 \cdot 10^{-8}} = -1{,}5 \cdot 10^{-3}.$$

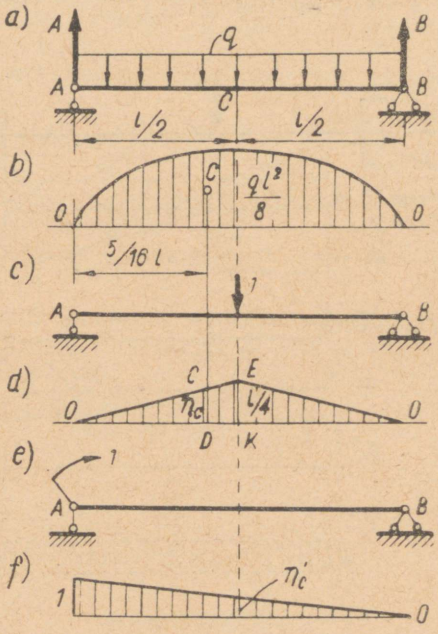
Miinusmärk tähendab, et lõige B pöördub vastupidi ühikmomendi suunale, s. o. vastu kellaosuti liikumist.

6.102. Määrata lihttala suurim läbipaine ja telje pöördenurk (joon. 280, *a*).

Lahendus. Kasutame Vereštšagini meetodit. Tala toereaktsioonid on omavahel võrdsed: $A = B = \frac{q \cdot l}{2}$. Antud tala paindemomentide epüür on ruutparabooli (joon. 280, *b*) suurima momendiga

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8}.$$

Rakendame tala keskele (suurima läbipainde lõikesse) ühikjõu (joon. 280, *c*) ja konstrueerime ühikjõu paindemomentide epüüri (joon. 280, *d*). Saadud epüür on murdjooneline ja sellepärast jagame ta kaheks võrdseks osaks, mille ulatuses epüür on sirg-



JOON. 280

jooneline. Välisjõudude paindemomentide epüüri jagame samuti kaheks võrdseks osaks. Välisjõudude epüüri poole pindala leiame tabelis 23 antud sarnase epüüri järgi

$$\omega = \frac{2}{3} h \frac{l}{2} = \frac{2}{3} \frac{ql^2}{8} \cdot \frac{l}{2} = \frac{ql^3}{24}.$$

Epüüri raskuskeskme kauguse tala vasakpoolsest toest leiame samuti tabelis 23 antud sarnase epüüri järgi:

$$x_c = \frac{5}{8} \frac{l}{2} = \frac{5}{16} l.$$

Ühikjõu epüüri ordinaadi η_c määrame sarnastest kolmnurkadest *OCD* ja *OEK*:

$$\frac{\eta_c}{\frac{l}{4}} = \frac{\frac{5}{16} l}{\frac{l}{2}}, \text{ kust } \eta_c = \frac{5}{32} l.$$

Suurim läbipaine

$$y_{max} = 2\frac{\omega\eta_c}{EI_x} = 2\frac{ql\frac{3}{24}\cdot\frac{5}{32}\cdot l}{EI_x} = \frac{5ql^4}{384EI_x}.$$

Suurim telje pöördenurk on tugede kohal. Selle määramiseks rakendame toe lõikesse ühikmomendi (joon. 280, *e*) ja konstrueerime paindemomentide epüüri ühikmomendist (joon. 280, *f*). Saadud epüür on kogu tala pikkuse ulatuses sirgjooneline ja sellepärast ei ole vaja teda jagada osadeks. Vastavalt tabelile 23 on kogu epüüri pindala

$$\omega = \frac{2}{3}hl = \frac{2}{3}\frac{ql^2}{8}\cdot l = \frac{ql^3}{12}.$$

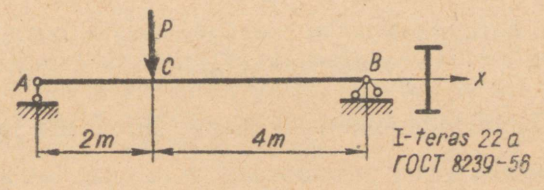
Selle epüüri raskuskese on tala pikkuse keskel. Ühikjõu epüüri ordinaat tala keskel on $\eta'_c = \frac{1}{2}$.

Suurim pöördenurk

$$\alpha_A = \frac{\omega\eta'_c}{EI_x} = \frac{\frac{ql^3}{12}\cdot\frac{1}{2}}{EI_x} = \frac{ql^3}{24EI_x}.$$

6.103. Määrata lihttala läbipaine punktis *C* (joon. 281), kui $P = 9$ kN ($\approx 0{,}9$ T).

Vastus: $y_c = 5{,}74$ mm.



JOON. 281

6.104. Määrata konsooli läbipaine ja telje pöördenurgad lõigetes *B* ja *C* (joon. 282).

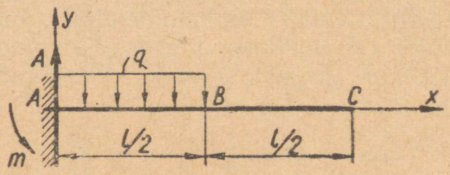
Lahendus. Toereaktsioonid

$$\Sigma Y = 0;\ A - \frac{ql}{2} = 0,\ \text{kust}\ A = \frac{ql}{2};$$

$$\Sigma M_A = 0;\ -m + \frac{ql}{2}\cdot\frac{l}{4} = 0,\ \text{kust}\ m = \frac{ql^2}{8}.$$

Tala elastse joone universaalvõrrand:

$$EI_y = EIf_0 + EI\alpha_0 x + \Sigma m \frac{(x-a)^2}{2} + \Sigma P \frac{(x-b)^3}{6} +$$
$$+ \Sigma q \frac{(x-c)^4}{24} - \Sigma q \frac{(x-d)^4}{24}.$$



JOON. 282

Koordinaatide alguses $f_0 = 0$ ja $\alpha = 0$. Peale selle antud koormuse puhul $a = 0$, $b = 0$, $c = 0$ ja $d = \frac{l}{2}$. Võrrand omandab kuju

$$EI_y = -m\frac{x^2}{2} + A\frac{x^3}{6} - q\frac{x^4}{24} + \frac{q\left(x-\frac{l}{2}\right)^4}{24}.$$

Asendades väärtused A, m ja $x = l$, saame

$$EIy_C = -\frac{ql^2}{8}\cdot\frac{l^2}{2} + \frac{ql}{2}\cdot\frac{l^3}{6} - \frac{ql^4}{24} + \frac{ql^4}{24\cdot 16} = -\frac{7ql^4}{384},$$

kust

$$y_C = -\frac{7ql^4}{384EI}.$$

Konsooli läbipainde punktis B saame, kui elastse joone võrrandis asendame $x = \frac{l}{2}$;

$$EIy_B = -\frac{ql^2}{8}\cdot\frac{l^2}{8} + \frac{ql}{2}\cdot\frac{l^3}{8\cdot 6} - \frac{ql^4}{24\cdot 16} = -\frac{ql^4}{128};$$

kust

$$y_B = \frac{ql^4}{128EI}.$$

Tala elastse joone pöördenurga võrrand

$$EI\frac{dy}{dx} = -\Sigma m(x-a) + \Sigma P\frac{(x-b)^2}{2} + \Sigma q\frac{(x-c)^3}{6} - \Sigma q\frac{(x-d)^3}{6}.$$

Lõikes C $x = l$ korral saame:

$$EI\frac{dy}{dx} = -\frac{ql^2}{8}\cdot l + \frac{ql}{2}\cdot\frac{l^2}{2} - \frac{ql^3}{6} + \frac{ql^3}{48} = -\frac{ql^3}{48},$$

kust $\alpha_C = -\frac{ql^3}{48EI}$.

Lõikes B $x = \frac{l}{2}$ korral saame:

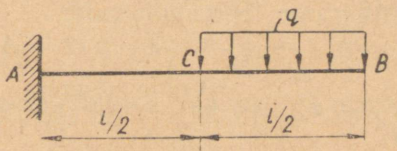
$$EI\frac{dy}{dx} = -\frac{ql^2}{8}\cdot\frac{l}{2} + \frac{ql}{2}\cdot\frac{l^2}{2\cdot 4} - \frac{ql^3}{6\cdot 8} = -\frac{ql^3}{48},$$

kust $\alpha_B = -\frac{ql^3}{48EI}$.

Nagu näha, on elastse joone puutuja pöördenurk lõikes B sama mis lõikes C. See tähendab, et elastne joon on vahemikus BC sirge.

6.105. Määrata konsooli suurim läbipaine (joon. 283) ja elastse joone puutuja pöördenurk lõikes C.

Vastus: $y_C = -\frac{41\cdot ql^4}{384EI}$; $\alpha_c = \frac{7ql^3}{48EI}$.



JOON. 283

6.106. Konsool pikkusega $l = 2$ m on koormatud kogu pikkuse ulatuses ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 20$ kN/m (≈ 2 T/m) ja konsooli otsale rakendatud jõuga $P = 30$ kN (≈ 3 T). Leida I-terase ristlõige ja määrata suurim läbipaine, kui lubatav pinge $[\sigma]_p = 150$ MN/m^2 (≈ 1500 kG/cm^2).

Lahendus. Suurim paindemoment tekib konsooli kinnituskohas:

$$M_{max} = \frac{ql^2}{2} + P\cdot l = \frac{20\cdot 10^3\cdot 2^2}{2} + 30\cdot 10^3\cdot 2 = 100\cdot 10^3 \text{ Nm} =$$

$$= 100 \text{ kNm}.$$

Tala ristlõike vajalik vastupanumoment:

$$W_x \geqslant \frac{M_{max}}{[\sigma]_p} = \frac{100\cdot 10^3}{150\cdot 10^6} = 667\cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

ГОСТ 8239-56 tabelist valime I-profiili nr. 36, mille $W_x = 743$ cm^3, mis vastab $W_x = 743\cdot 10^{-6}$ m^3. Valitud ristlõike inertsmoment

$I_x = 13380$ cm^4, SI süsteemis $I_x = 13380 \cdot 10^{-8}$ m^4. Suurim läbipaine on konsooli vabas otsas. Kasutades jõudude mõju sõltumatuse printsiipi, määrame konsooli vaba otsa läbipainde, kui kahe eraldi mõjuva koormuse läbipainete summa:

$$y_{max} = \frac{ql^4}{8EI} + \frac{Pl^3}{3EI} = \frac{20 \cdot 10^3 \cdot 2^4}{8 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} + \frac{30 \cdot 10^3 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 13380 \cdot 10^{-8}} =$$

$$= 1{,}5 \cdot 10^{-3} + 3 \cdot 10^{-3} = 4{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ m ehk } y_{max} = 4{,}5 \text{ mm.}$$

6.107. Ülesande 6.63 andmetel määrata tala läbipaine punktis C.

Vastus: $y_C = 7{,}4$ mm.

6.108. Ülesande 6.60 andmetel määrata tala läbipaine jõu P all.

Vastus: $y_B = -7$ mm.

6.109. Ülesande 6.61 andmetel määrata kraana konsooli suurim läbipaine, kui elektritali on äärmises asendis.

Vastus: $y_B = -16$ mm.

6.110. Ülesande 6.62 andmetel määrata tala läbipaine punktis C, kui inertsmoment $I_x = 54{,}5 \cdot 10^{-8}$ m^4.

L a h e n d u s. Määrame toereaktsioonid:

$$\Sigma M_B = 0; \quad -m_1 g \cdot 3 - m_2 \cdot g \cdot 2 + A \cdot 4 = 0,$$

kust

$$A = \frac{m_1 g \cdot 3 + m_2 g \cdot 2}{4} = \frac{200 \cdot 9{,}81 \cdot 3 + 100 \cdot 9{,}81 \cdot 2}{4} = 1960 \text{ N.}$$

Kirjutame tala elastse joone universaalvõrrandi, kui

$$x = l = 4 \text{ m, ja } y = y_B = 0,$$

siis

$$0 = EIa_0 \cdot 4 + A\frac{(4-0)^3}{6} - m_1 g\frac{(4-1)^3}{6} - m_2 g\frac{(4-2)^3}{6}$$

ehk

$$0 = EIa_0 \cdot 4 + 1960\frac{(4-0)^3}{6} - 200 \cdot 9{,}81\frac{(4-1)^3}{6} - 100 \cdot 9{,}81\frac{(4-2)^3}{6},$$

kust

$$a_0 = -\frac{2700}{EI}.$$

Tala elastse joone universaalvõrrand osas AC on

$$EIy = -2700 + A\frac{(x-0)^3}{6}; \text{ võttes } x = 1 \text{ m, saame}$$

$$EIy_C = -2700 + 1960\frac{(1-0)^3}{6} = -2370,$$

siis

$$y_C = -\frac{2370}{EI} = -\frac{2370}{2 \cdot 10^{11} \cdot 54{,}5 \cdot 10^{-8}} = -21{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

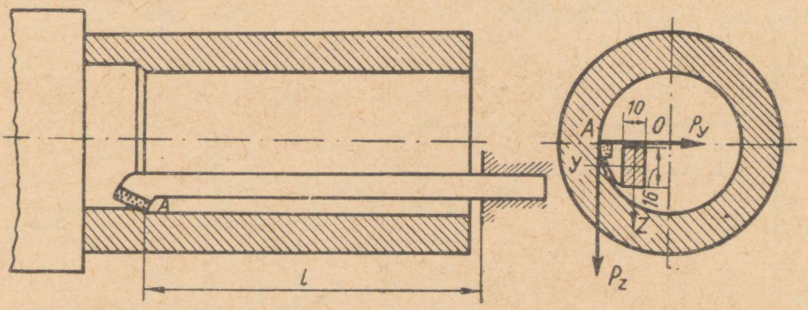
ehk

$$y_C = -21{,}8 \text{ mm.}$$

6.111. Detaili ava treimisel mõjuvad lõiketerale lõikejõud $P_z = 250$ N (≈ 25 kG) ja $P_y = 100$ N (≈ 10 kG). Määrata lõiketera suurim läbipaine, kui $l = 100$ mm.

Lahendus. Jõudude mõju sõltumatuse printsiibi järgi võib lõiketera läbipainet vaadelda kui vertikaal- ja horisontaaltasapindades tekkivate läbipainete geomeetrilist summat.

Leiame lõiketera ristlõike telginertsmomendi:



JOON. 284

$$I_y = \frac{1 \cdot 10^{-2}(1{,}6 \cdot 10^{-2})^3}{12} = 0{,}34 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4;$$

$$I_z = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-2}(1 \cdot 10^{-2})^3}{12} = 0{,}133 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Suurim lõiketera läbipaine vertikaaltasapinnas (kus mõjub lõikejõud P_z) on

$$f_z = \frac{P_z l^3}{3EI_y} = \frac{250 \cdot 0{,}1^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}34 \cdot 10^{-8}} = 0{,}123 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

ehk

$$f_z = 0{,}123 \text{ mm}.$$

Suurim lõiketera läbipaine horisontaaltasapinnas (kus mõjub lõikejõud P_y) on

$$f_y = \frac{P_y l^3}{3EI_z} = \frac{100 \cdot 0{,}1^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 0{,}133 \cdot 10^{-8}} = 0{,}125 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

ehk

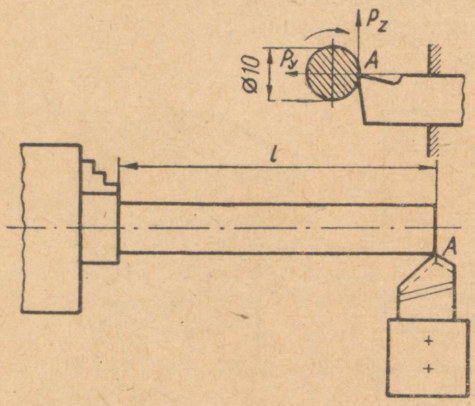
$$f_y = 0{,}125 \text{ mm}.$$

Lõiketera suurim läbipaine

$$f = f_z^2 + f_y^2 = \sqrt{0{,}123^2 + 0{,}125^2} = 0{,}175 \text{ mm}.$$

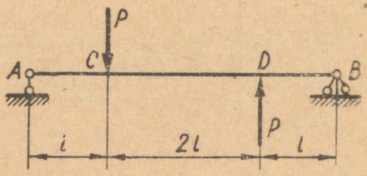
6.112. Määrata treipingi kolmepakilisse padrunisse kinnitatud võlli suurim läbipaine treimisel (joon. 285), kui $l = 80$ mm, lõikejõud $P_z = 160$ N (≈ 16 kG) ja $P_y = 50$ N (≈ 5 kG).

Märkus. Arvutamisel vaadelda võlli kui konsooli.
Vastus: $f = 0{,}284$ mm.



JOON. 285

JOON. 286



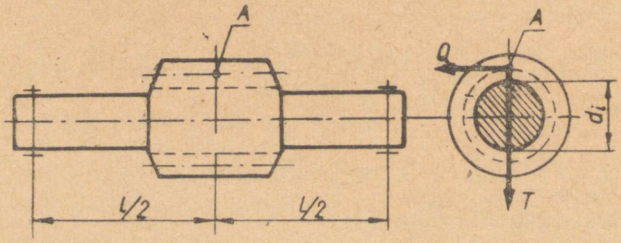
6.113. Talale (joon. 286) mõjuvad kaks suuruselt võrdset ja suunalt vastupidist jõudu P. Määrata tala elastse joone puutuja pöördenurgad tugedel ja läbipaine tala keskel ning punktides C ja D.

Vastus: tala läbipaine keskel on null; $\Theta = \pm \frac{Pl^2}{4EI}$

$$y_D = -y_C = \frac{Pl^3}{6EI}.$$

6.114. Määrata tiguvõlli suurim läbipaine (joon. 287), kui teo siseläbimõõt $d_i = 38$ mm, teole mõjuv ringjõud $Q = 2{,}26$ kN (≈ 226 kG), radiaaljõud $T = 4$ kN (≈ 400 kG) ja tiguvõlli tugede vahekaugus $l = 180$ mm.

Märkus. Arvutada tinglikult teo siseläbimõõdu järgi.
Vastus: $f = 0{,}027$ mm.



JOON. 287

6.115. Määrata, mitu korda on suurem maksimaalne paindemoment ja läbipaine talal, mis on kinnitatud ühe otsaga jäigalt ja koormatud vabal otsal jõuga P, võrreldes sama talaga, mis on koormatud kogu pikkuse ulatuses ühtlaselt jaotatud koormusega, mille resultant on samuti P.

Vastus: paindemoment on kaks korda suurem; läbipaine on 2,67 korda suurem.

6.116. Lihttala on keskel koormatud jõuga P. Määrata, mitu korda on suurem maksimaalne paindemoment ja suurim läbipaine, võrreldes sama talaga, mis on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega kogu pikkuse ulatuses ja mille resultant on niisama suur.

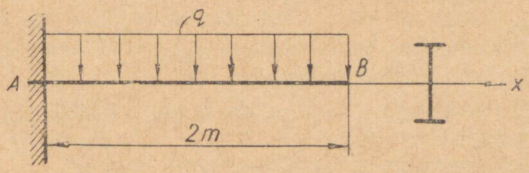
Vastus: paindemoment on kaks korda suurem; läbipaine 1,6 korda.

6.117. Valida I-terasest konsooli ristlõige tingimusel, et suurim läbipaine ei ületaks 2,5 mm. Konsooli pikkus $l = 1{,}5$ m ja ta on vabal otsal koormatud jõuga $P = 20$ kN (≈ 2 T). Kui suur on valitud tala suurim läbipaine?

Vastus: I-teras nr. 27 (ГОСТ 8239-56), $y_{max} = 2{,}25$ mm.

6.118. Valida I-terasest konsooli ristlõige (joon. 288) ja määrata suurim läbipaine, kui $q = 6$ kN/m ($\approx 0{,}6$ T/m) ja lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2).

Vastus: I-teras nr. 14 (ГОСТ 8239-56), $y_{max} = 10{,}5$ mm.



JOON. 288

6.119. Määrata suurim konsooli pikkus, kui ta läbipaine ei tohi ületada 1 mm. Konsool on kogu pikkusel koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 20$ kN/m (≈ 2 T/m) ja tala on valmistatud karpterasest nr. 18a (ГОСТ 8240-56).

Vastus: $l = 990$ mm.

6.120. Konsool pikkusega $l = 2$ m on koormatud kahe võrdse jõuga $P = 10$ kN (≈ 1 T). Üks jõud on rakendatud keskele, teine vabale otsale. Valida I-terase ristlõige, kui lubatav läbipaine $[f] = 0{,}135$ cm.

Vastus: I-teras nr. 36 (ГОСТ 8239-56).

6.121. Valida karpterasest konsooli (joon. 283) ristlõige tingimusel, et suurim läbipaine ei ületaks 2 mm. Kui suur on konsooli vaba otsa läbipaine, kui $q = 12$ kN/m ($\approx 1{,}2$ T/m) ja $l = 2$ m?

Vastus: karpteras nr. 30 (ГОСТ 8240-56); $y_{max} = 1{,}76$ mm.

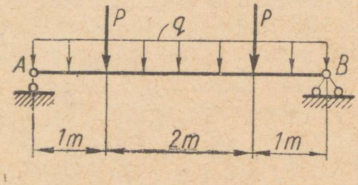
6.122. Puitkonsool pikkusega $l = 1$ m on koormatud vabas otsas jõuga $P = 1800$ N (≈ 180 kG). Valida ristlõike mõõtmed

b ja h, kui ristlõike külgede suhe $h/b = 2$, tingimusel, et suurim läbipaine ei ületaks 1,5 mm.

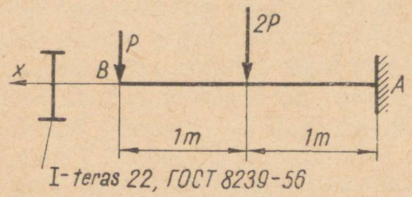
Vastus: $b = 88$ mm; $h = 176$ mm.

6.123. Valida karpterasest tala ristlõige (joon. 289), lähtudes tugevus- ja jäikustingimusest, kui $P = 10$ kN (≈ 1 T), $q = 5$ kN/m ($\approx 0{,}5$ T/m), lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2) ja lubatav läbipaine $[f] = 10$ mm.

Vastus: karpteras nr. 24 (ГОСТ 8240-56).



JOON. 289



JOON. 290

6.124. Kontrollida valitud konsooli ristlõiget (joon. 290) tugevuse ja jäikuse järgi, kui $P = 5$ kN ($\approx 0{,}5$ T), lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2) ja lubatav läbipaine $[f] = 5$ mm.

Vastus: $\sigma_{max} = 86{,}3$ MN/m^2 (≈ 863 kG/cm^2) $< [\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2) — tugevustingimus on rahuldatud, $y_{max} = 4{,}25$ mm $< [f] = 5$ mm — jäikustingimus on samuti rahuldatud.

6.125. Lihttala avaga $l = 4$ m on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 10$ kN/m (≈ 1 T/m). Arvestades tala massi, valida kahest karpterasest koosnev ristlõige nii, et suurim läbipaine ei ületaks $\frac{1}{1000} l$.

Lahendus. Mitte arvestades tala massi, arvutatakse selle suurim läbipaine valemiga:

$$y_{max} = \frac{5ql^4}{384EI},$$

võttes ühele karpterasele $q = 5$ kN/m ($\approx 0{,}5$ T/m), leiame karpterase inertsmomendi:

$$I = \frac{5ql^4}{384EI} = \frac{5ql^4}{384E\frac{1}{1000}\cdot l} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 4^4}{384 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot \frac{4}{1000}} = 2080 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

ГОСТ 8240-56 järgi valime karpterase nr. 22, mille $I_x = 2330$ cm^4 ($2330 \cdot 10^{-8}$ m^4) ja ühe meetri mass $m = 22{,}6$ kg. Läbipaine ühtlaselt jaotatud koormuse mõjul

$$y_q = \frac{5ql^4}{384 \cdot EI_x} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 4^4}{384 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2330 \cdot 10^{-8}} = 3{,}58 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

ehk

$$y_q = 3{,}58 \text{ mm}.$$

Läbipaine tala massi mõjul

$$y_m = \frac{5q_m l^4}{384 \cdot EI_x} = \frac{5 \cdot 22{,}6 \cdot 9{,}81 \cdot 4^4}{384 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 2330 \cdot 10^{-8}} = 1{,}63 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0{,}163 \text{ mm}$$

ehk

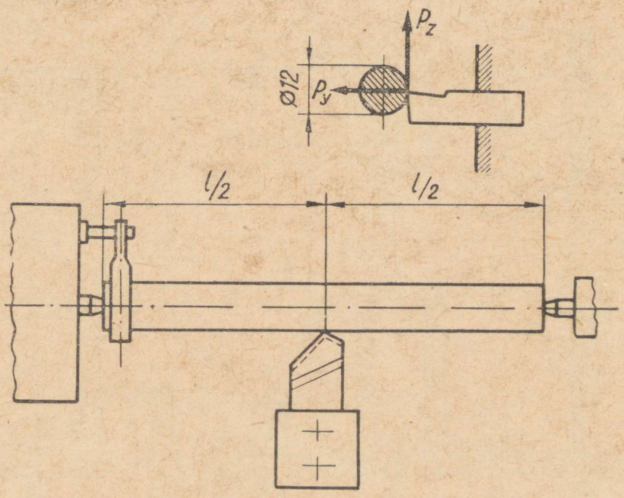
$$y_m = 0{,}163 \text{ mm} \approx 0{,}16 \text{ mm}.$$

Summaarne läbipaine $y = y_q + y_m = 3{,}58 + 0{,}16 = 3{,}74$ mm.

Lubatav läbipaine $[f] = \frac{1}{1000} l = \frac{1}{1000} \cdot 4 = 0{,}004$ m $= 4$ mm, järelikult $y = 3{,}74$ mm $< [f] = 4$ mm.

6.126. Määrata võlli suurim läbipaine treimisel tsentrite vahel (joon. 291), kui $l = 120$ mm, lõikejõud $P_z = 200$ N (≈ 20 kG) ja $P_y = 80$ N (≈ 8 kG).

Märkus: arvutamisel vaadelda võlli lihttalana.
Vastus: $f = 0{,}039$ mm.



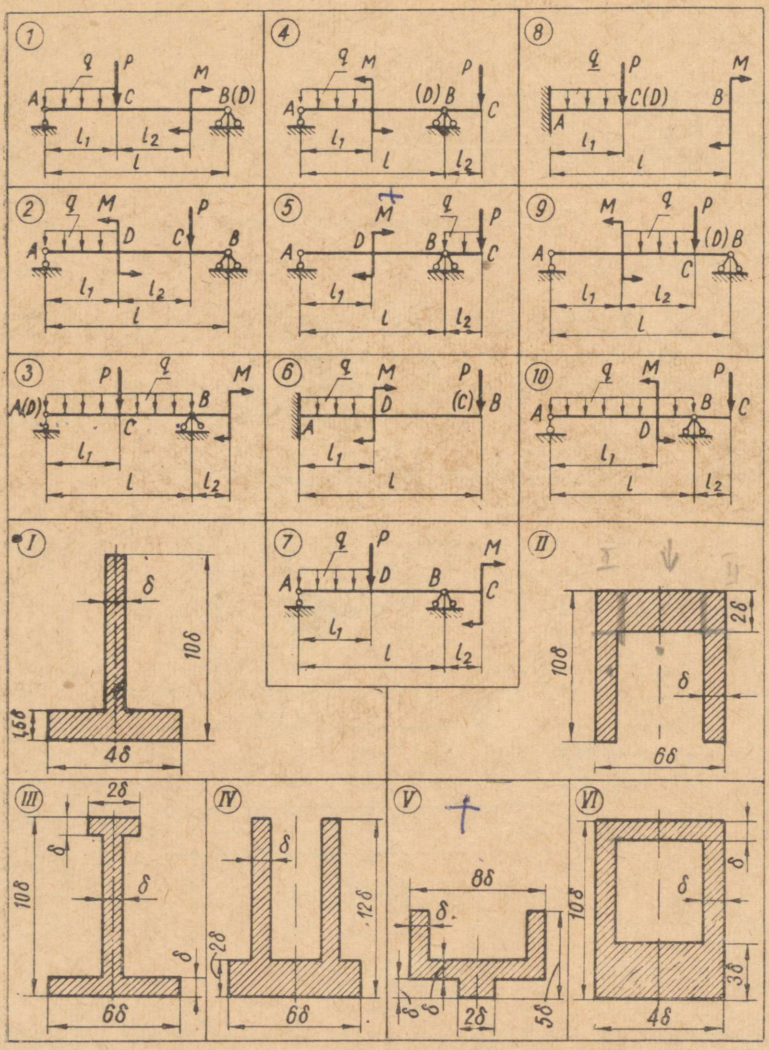
JOON. 291

6.127*. Ühe tabelis 25 antud tala skeemi variandi järgi (joon. 292) on vaja konstrueerida põikjõudude Q ja paindemomentide M epüürid; valida tala ristlõige:

a) ristkülikukujuline ristlõige; materjal Ст. 3, lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2);

b) I-ristlõige; materjal — teras Ст. 3, lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2);

c) ristlõige tabelis antud joonise järgi; materjal malm, lubatav tõmbepinge $[\sigma]_t = 40$ MN/m^2 (≈ 400 kG/cm^2) ja survepinge



JOON. 292

$[\sigma]_s = 70$ MN/m² (≈ 700 kG/cm²); välja joonestada kõik kolm ristlõiget samas mõõtkavas; võrrelda punktide «a» ja «b» järgi valitud talade masse ning määrata ökonoomne ristlõige; konstrueerida malmtalale normaalpingete epüür; määrata suurimad tangentsiaalpinged tala ristlõigetes punktide «a» ja «b» järgi ning konstrueerida tangentsiaalpingete epüürid; arvutada punkti «b» järgi tala läbipaine punktis C ja telje pöördenurk punktis D ning välja joonestada tala elastse joone kuju.

Tabel 25

Variant	Tala skeem	Mõõtmed m			Koormused						Malmtala ristlõike tüüp	Ristkülikukujuline ristlõige h/b
					P		q		M			
		l_1	l_2	l	kN	T	kN/m	T/m	kNm	Tm		
1	1	2	1	5	10	1	2	0,2	10	1	I	1,5
2	2	1	1	4	12	1,2	4	0,4	20	2	II	2
3	3	1	2	2	14	1,4	6	0,6	30	3	III	2,5
4	4	0,6	0,8	2,4	16	1,6	8	0,8	40	4	IV	3
5	5	1	2	3	18	1,8	10	1	12	1,2	V	1,5
6	6	2	—	4	20	2	12	1,2	22	2,2	VI	2
7	7	0,6	1	1,4	22	2,2	1	0,1	32	3,2	I	2,5
8	8	2	—	4	24	2,4	3	0,3	42	4,2	II	3
9	9	1	1	3	26	2,6	5	0,5	15	1,5	III	2
10	10	1	1	2	10	1	7	0,7	25	2,5	IV	1,5
11	1	1	2	4	12	1,2	9	0,9	35	3,5	V	2,5
12	2	2	1	5	14	1,4	11	1,1	45	4,5	VI	3
13	3	2	3	3	16	1,6	13	1,3	14	1,4	I	2,5
14	4	0,5	1	2	18	1,8	18	1,8	24	2,4	II	1,5
15	5	2	1	3	20	2	4	0,4	34	3,4	III	3
16	6	1,5	—	3	22	2,2	6	0,6	44	4,4	IV	2
17	7	0,5	1,2	1,6	24	2,4	8	0,8	16	1,6	V	3
18	8	2,5	—	3,5	26	2,6	10	1	26	2,6	VI	1,5
19	9	1,2	1,6	4	28	2,8	12	1,2	36	3,6	I	2
20	10	1	1	3	10	1	1	0,1	46	4,6	II	2,5
21	1	2	2	6	11	1,1	3	0,3	10	1	III	2
22	2	1	2	4	13	1,3	5	0,5	20	2	IV	1,5
23	3	2	1	4	15	1,5	7	0,7	30	3	V	2,5
24	4	0,8	0,5	3	17	1,7	9	0,9	40	4	VI	3
25	5	1,5	1	3	19	1,9	11	1,1	12	1,2	I	1,5

Tabel 25 (järg)

Variant	Tala skeem	Mõõtmed m			Koormused						Malmtala ristlõike tüüp	Ristkülikukujuline ristlõige h/b
					P		q		M			
		l_1	l_2	l	kN	T	kN/m	T/m	kNm	Tm		
26	6	1,2	—	3,2	21	2,1	13	1,3	22	2,2	II	2
27	7	0,4	1,6	1,4	23	2,3	2	0,2	32	3,2	III	2,5
28	8	3	—	4	25	2,5	4	0,4	42	4,2	IV	3
29	9	1,4	1,6	3,6	10	1,0	6	0,6	14	1,4	V	2
30	10	1,5	1	2	11	1,1	8	0,8	24	2,4	VI	1,5
31	1	2	1	4	13	1,3	10	1	34	3,4	II	2,5
32	2	2	2	6	15	1,5	12	1,2	44	4,4	IV	3
33	3	0,5	1,5	3	17	1,7	1	0,1	15	1,5	VI	2,5
34	4	1	0,8	3	19	1,9	3	0,3	25	2,5	I	3
35	5	0,6	1,2	2	20	2	5	0,5	35	3,5	III	1,5
36	6	1,8	—	3	21	2,1	7	0,7	45	4,5	V	2
37	7	0,8	1,2	2,6	23	2,3	9	0,9	10	1	II	1,5
38	8	3,5	—	4	25	2,5	11	1,1	20	2	IV	2
39	9	1,5	2	4	9	0,9	13	1,3	30	3	VI	2,5
40	10	2	1	3	11	1,1	2	0,2	40	4	I	3
41	1	2	2	5	12	1,2	4	0,4	12	1,2	III	2,5
42	2	2	1	6	13	1,3	6	0,6	22	2,2	V	3
43	3	1	2	4	14	1,4	8	0,8	32	3,2	II	2
44	4	1,5	1	3	15	1,5	10	1	42	4,2	IV	1,5
45	5	1,2	1,6	2	16	1,6	12	1,2	14	1,2	VI	2
46	6	1,4	—	3,2	17	1,7	1	0,1	24	2,4	I	1,5
47	7	0,9	1,2	2,1	18	1,8	3	0,3	34	3,4	III	2,5
48	8	4	—	5	19	1,9	5	0,5	44	4,4	V	3
49	9	1,6	2	5	20	2	7	0,7	15	1,5	II	1,5
50	10	1,2	1	2,4	21	2,1	9	0,9	25	2,5	IV	2

Tabel 25 (järg)

Variant	Tala skeem	Mõõtmed m			Koormused						Malmtala ristlõike tüüp	Ristkülikukujuline ristlõige h/b
					P		q		M			
		l	l_1	l_2	kN	T	kN/m	T/m	kNm	Tm		
51	1	1	1	5	22	2,2	11	1,1	35	3,5	VI	2,5
52	2	2	3	6	23	2,3	13	1,3	45	4,5	I	3
53	3	1	2,5	3	24	2,4	2	0,2	10	1	III	1,5
54	4	1	1,5	2,5	25	2,5	4	0,4	20	2	V	2
55	5	1	1	3	8	0,8	6	0,6	30	3	II	2,5
56	6	0,8	—	2,6	10	1	8	0,8	40	4	IV	3
57	7	1	1,4	3	12	1,2	10	1	10	1	VI	2,5
58	8	2	—	5	14	1,4	12	1,2	20	2	I	3
59	9	1,2	2,4	4,2	16	1,6	2	0,2	30	3	III	1,5
60	10	1,4	1,2	2,5	18	1,8	4	0,4	40	4	V	2

VII PEATÜKK

LIITTUGEVUS

§ 1. VILDAKPAINE

Vildakpaine tekib sel juhul, kui paindemomendi mõjutasapind ei lange ühte tala ühegi peatasapinnaga. Vildakpainet vaadeldakse kui kahte tasapinnalist painet, mille koormused mõjuvad peatelgede y ja z suundades. Rakendades jõudude mõju sõltumatuse printsiipi, määratakse pinged ja läbipainded momentide M_y ja M_z mõjul eraldi. Pinge tala meelevaldses lõikes on võrdne pingete σ_1 ja σ_2 algebralise summaga, s. t.

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{M_z y}{I_z} + \frac{M_y z}{I_y}.$$

Koordinaadid y ja z ning paindemomentide väärtused asetatakse valemisse oma märkidega.

Absoluutselt suurim summaarne pinge vildakpaindel määratakse valemiga

$$\sigma_{max} = \sigma_{1\,max} + \sigma_{2\,max} = \frac{M_{z\,max}}{W_z} + \frac{M_{y\,max}}{W_y}.$$

Tala täielik läbipaine määratakse tala peatasapindades mõjuvate paindemomentide mõjul tekkivate läbipainete f_y ja f_z geomeetrilise summana.

Täielik läbipaine arvutatakse valemiga

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2};$$

täieliku läbipainde suund leitakse valemist

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{f_y}{f_z},$$

kus β — telje Oz ja täieliku läbipainde vaheline nurk.

Kui tala ristlõike peateljed ühtivad vertikaal- ja horisontaalsuundadega, siis M_z tekitab painet vertikaaltasapinnas ja M_y pai-

net horisontaaltasapinnas. Siis võib suurimate pingete valemit kirjutada kujul:

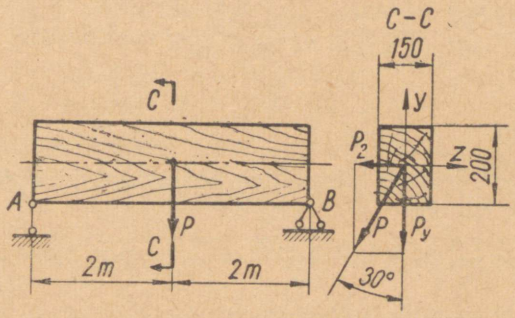
$$\sigma_{max} = \sigma_{1\,max} + \sigma_{2\,max} = \frac{M_{v\,max}}{W_z} + \frac{M_{h\,max}}{W_y},$$

kus $M_{v\,max}$ — maksimaalne paindemoment vertikaaltasapinnas;
$M_{h\,max}$ — maksimaalne paindemoment horisontaaltasapinnas.

7.1. Määrata puittalas (joon. 293) tekkiv suurim normaalpinge ja täielik läbipaine, kui talale mõjub jõud $P = 5$ kN (≈ 500 kG).

L a h e n d u s. Lahutame jõu P kaheks komponendiks, mis tekitavad läbipainet vertikaal- ja horisontaaltasapindades:

$P_y = P \cos 30° = 5000 \cdot 0{,}866 = 4330$ N;
$P_z = P \sin 30° = 5000 \cdot 0{,}5 = 2500$ N.



JOON. 293

Suurim paindemoment vertikaaltasapinnas on tala ava keskel:

$$M_{v\,max} = \frac{P_y \cdot l}{4} + \frac{4330 \cdot 4}{4} = 4330 \text{ Nm}.$$

Suurim paindemoment horisontaaltasapinnas on samas lõikes:

$$M_{h\,max} = \frac{P_z \cdot l}{4} = \frac{2500 \cdot 4}{4} = 2500 \text{ Nm}.$$

Ristkülikukujulise tala ristlõike vastupanumomendid W_z ja W_y:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{15 \cdot 10^{-2}(20 \cdot 10^{-2})^2}{6} = 1000 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3;$$

$$W_y = \frac{b^2h}{6} = \frac{(15 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{6} = 750 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Tala suurim normaalpinge

$$\sigma_{max} = \frac{M_{v\,max}}{W_z} + \frac{M_{h\,max}}{W_y} = \frac{4330}{1000 \cdot 10^{-6}} + \frac{2500}{750 \cdot 10^{-6}} = 4{,}33 \cdot 10^6 + 3{,}34 \cdot 10^6 = 7{,}67 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 7{,}67 \text{ MN/m}^2.$$

Tala täielik läbipaine on vertikaal- ja horisontaaltasapindades tekkivate läbipainete geomeetriline summa:

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2}.$$

Läbipainde vertikaaltasapinnas leiame valemiga

$$f_y = \frac{P_y l^3}{48 E I_z}.$$

Puidu normaalelastsusmoodul $E = 10^4$ MN/m; inertsmoment z-telje suhtes

$$I_z = \frac{bh^3}{12} = \frac{15 \cdot 10^{-2} (20 \cdot 10^{-2})^3}{12} = 10\,000 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Asetades antud suurused läbipainde valemisse, saame

$$f_y = \frac{P_y l^3}{48 E I_z} = \frac{4330 \cdot 4^3}{48 \cdot 10^{-10} \cdot 10000 \cdot 10^{-8}} = 5{,}8 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

ehk

$f_y = 5{,}8$ mm.

Analoogiliselt leiame läbipainde horisontaaltasapinnas. Inertsmoment y-telje suhtes

$$I_y = \frac{b^3 h}{12} = \frac{(15 \cdot 10^{-2})^3 \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{12} = 5625 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Läbipaine horisontaaltasapinnas

$$f_z = \frac{P_z l^3}{48 E I_y} = \frac{25000 \cdot 4^3}{48 \cdot 10^{-10} \cdot 5625 \cdot 10^{-8}} = 5{,}9 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

ehk $f_z = 5{,}9$ mm.

Täielik läbipaine

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{5{,}8^2 + 5{,}9^2} = 8{,}9 \text{ mm}.$$

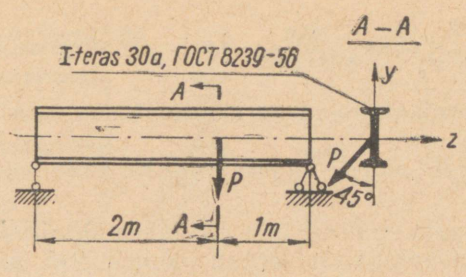
Määrame nurga y-telje ja täieliku läbipainde suuna vahel:

$$\cos \widehat{(f, y)} = \frac{f_y}{f} = \frac{5{,}8}{8{,}9} = 0{,}7; \quad \widehat{(f, y)} \approx 45°.$$

7.2. I-terasest lihttala (joon. 294) on koormatud jõuga $P = 10$ kN (≈ 1000 kG). Määrata suurimad normaalpinged tala ristlõikes.

Vastus: $\sigma_{max} = 87{,}6$ MN/m² (≈ 876 kG/cm²).

7.3. Konsool on koormatud vabas otsas jõuga $P = 2$ kN (≈ 200 kG), $\alpha = 15°$. Konstrueerida normaalpingete epüürid, määrata suurimad normaalpinged ja vaba otsa täielik läbipaine (joon. 295).



JOON. 294

Lahendus.

$P_y = P \cos 15° = 2000 \cdot 0{,}96 = 1920$ N;

$P_z = P \sin 15° = 2000 \cdot 0{,}26 = 520$ N.

Maksimaalsed paindemomendid vertikaal- ja horisontaaltasapindades on konsooli kinnituskohas:

$M_{v\,max} = P_y \cdot l = 1920 \cdot 2 = 3840$ Nm;

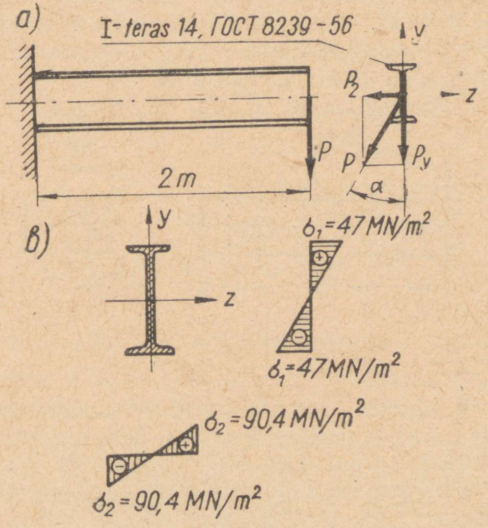
$M_{h\,max} = P_z \cdot l = 520 \cdot 2 = 1040$ Nm.

ГОСТ 8239-56 tabelist saame profiili jaoks ristlõike inerts- ja vastupanumomendid.

$I_z = 572$ cm^4; $I_y = 41{,}9$ cm^4; $W_z = 81{,}7$ cm^3 ja $W_y = 11{,}5$ cm^3, viies üle SI süsteemi, saame:

$I_z = 572 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_y = 41{,}9 \cdot 10^{-8}$ m^4, $W_z = 81{,}7 \cdot 10^{-6}$ m^3 ja $W_y = 11{,}5 \cdot 10^{-6}$ m^3.

Suurimad normaalpinged vertikaaltasapinnas



JOON. 295

$$\sigma_{1\,max} = \frac{M_{v\,max}}{W_z} = \frac{3840}{81{,}7 \cdot 10^{-6}} = 47 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 47 \text{ MN/m}^2$$

ja suurimad normaalpinged horisontaaltasapinnas

$$\sigma_{2\,max} = \frac{M_{h\,max}}{W_y} = \frac{1040}{11{,}5 \cdot 10^{-6}} = 90{,}4 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 90{,}4 \text{ MN/m}^2.$$

Normaalpingete epüürid tala ristlõikes kinnituskohal vertikaal- ja horisontaaltasapinnas on antud joonisel 295, *b*. Suurimad normaalpinged on tala ristlõike äärmistes nurkades, nagu on näha normaalpingete epüüridest:

$\sigma_{max} = 47 + 90{,}4 = 137{,}4$ MN/m²;
$\sigma_{min} = -47 - 90{,}4 = -137{,}4$ MN/m².

Konsooli vaba otsa läbipaine vertikaaltasapinnas

$$f_y = \frac{P_y l^3}{3EI_z} = \frac{1920 \cdot 12^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 572 \cdot 10^{-8}} = 4{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

ehk $f_y = 4{,}5$ mm
ja läbipainde suurus horisontaaltasapinnas

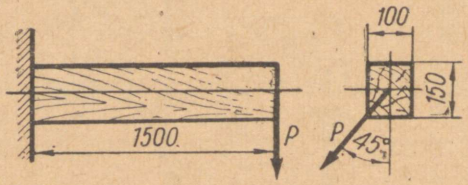
$$f_z = \frac{P_z l^3}{3EI_y} = \frac{520 \cdot 2^3}{3 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 41{,}9 \cdot 10^{-8}} = 16{,}5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

ehk $f_z = 16{,}5$ mm.
Tala vaba otsa täielik läbipaine

$$f = \sqrt{f_y^2 + f_z^2} = \sqrt{4{,}5^2 + 16{,}5^2} = 17{,}1 \text{ mm}.$$

7.4. Puitkonsool (joon. 296) on koormatud koondatud jõuga $P = 1$ kN (≈ 100 kG). Määrata suurimad normaalpinged, konstrueerida normaalpingete epüürid konsooli ristlõikes kinnituskohal ja arvutada vaba otsa suurim läbipaine.

Vastus: $\sigma_{max} = 7$ MN/m² (≈ 70 kG/cm²); $f = 7{,}2$ mm.

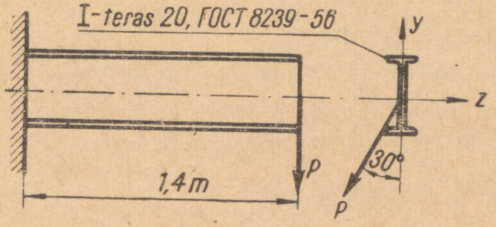


JOON. 296

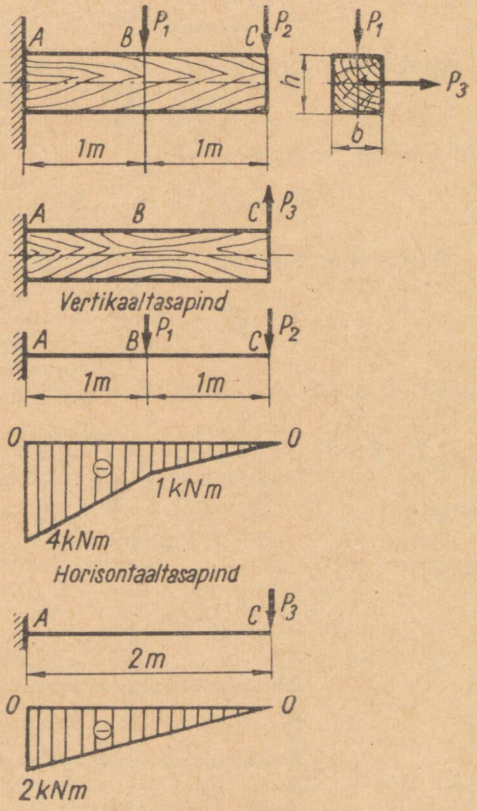
7.5. Määrata suurim jõud P, mida võib rakendada konsoolile (joon. 297), kui lubatav pinge $[\sigma] = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

Vastus: $P = 4340$ N (≈ 434 kG).

7.6. Puitkonsool on koormatud jõududega $P_1 = 2$ kN (≈ 200 kG) ja $P_2 = P_3 = 1$ kN (≈ 100 kG) (joon. 298). Konstrueerida paindemomentide epüürid vertikaal- ja horisontaaltasapinnas ja



JOON. 297



JOON. 298

määrata konsooli ristkülikukujuline ristlõige külgede suhtega $\frac{h}{b} = 2$. Lubatav pinge $[\sigma] = 10$ MN/m² (≈ 100 kG/cm²).

Lahendus. Vaatleme eraldi painet vertikaal- ja horisontaaltasapinnas. Painet vertikaaltasapinnas tekitavad jõud P_1 ja P_2. Paindemomendid vertikaaltasapinnas:

$$M_{vC} = 0;\ M_{vB} = -P_2 \cdot l = -1000 \cdot 1 = -1000 \text{ Nm} = -1 \text{ kNm};$$
$$M_{vA} = -P_2 \cdot 2 - P_1 \cdot 1 = -1000 \cdot 2 - 2000 \cdot 1 = -4000 \text{ Nm} = -4 \text{ kNm}.$$

Painet horisontaaltasapinnas tekitab jõud P_3.

Paindemomendid horisontaaltasapinnas:

$$M_{hC} = 0;\ M_{hA} = -P_3 \cdot 2 = -1000 \cdot 2 = -2000\ \text{Nm} = -2\ \text{kNm}.$$

Paindemomentide epüürid on toodud joonisel.

Ristlõike valikuks kasutame tugevustingimust:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{v\,max}}{W_z} + \frac{M_{h\,max}}{W_y} \leqslant [\sigma].$$

Maksimaalsed paindemomendid on konsooli kinnituskohas:

$$M_{v\,max} = 4\ \text{kNm ja } M_{h\,max} = 2\ \text{kNm}.$$

Ristkülikukujulise ristlõike vastupanumomendid:

$$W_z = \frac{bh^2}{6}; \qquad W_y = \frac{b^2h}{6};$$

kui $h = 2b$, saame

$$W_z = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2}{3}\ b^3 \text{ ja } W_z = \frac{b^2 2b}{6} = \frac{b^3}{3}.$$

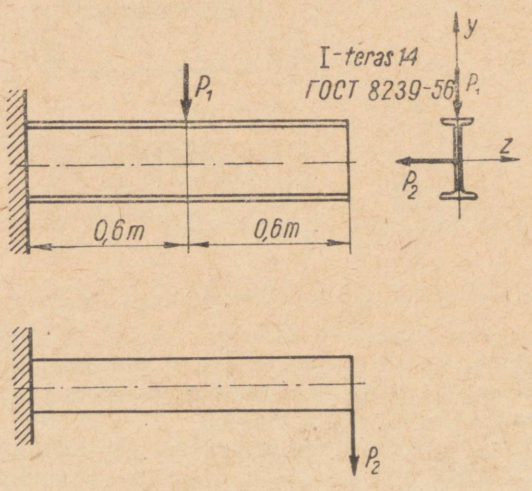
Asendame saadud suurused tugevustingimuse võrrandisse:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{v\,max}}{W_z} + \frac{M_{h\,max}}{W_y} = \frac{4000}{\frac{2}{3}b^3} + \frac{2000}{\frac{b^3}{3}} \leqslant 10 \cdot 10^6,$$

kust $b \geqslant 0{,}106$ m. Võttes $b = 106$ mm, leiame $h = 2b = 2 \cdot 106 = 212$ mm.

7.7. Kontrollida tala (joon. 299) tugevust, kui mõjuvad jõud on $P_1 = 5$ kN (≈ 500 kG) ja $P_2 = 1{,}1$ kN (≈ 110 kG). Lubatav pinge $[\sigma] = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

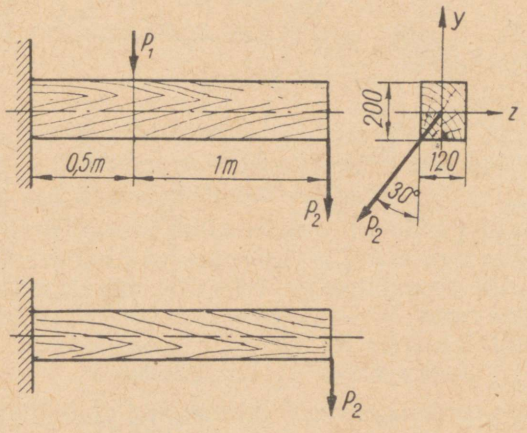
Vastus: $\sigma_{max} = 151$ MN/m² (≈ 1510 kG/cm²) $< [\sigma] = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).



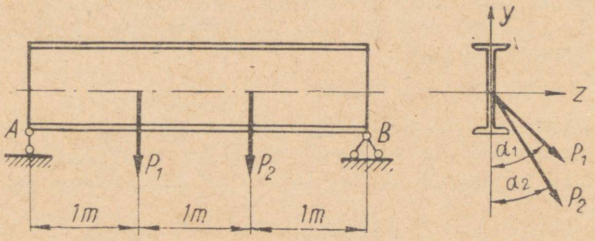
JOON. 299

7.8. Konsoolile (joon. 300) on vaja konstrueerida paindemomentide epüürid vertikaal- ja horisontaaltasapinnas ja määrata suurim normaalpinge, kui $P_1 = P_2 = 2$ kN (≈ 200 kG).

Vastus: $\sigma_{max} = 7{,}7$ MN/m² (≈ 77 kG/cm²).



JOON. 300

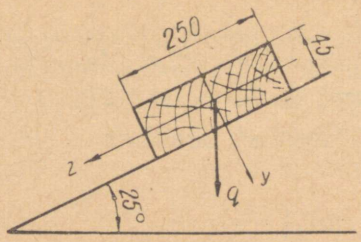


JOON. 301

7.9. Määrata talas tekkiv suurim normaalpinge (joon. 301), kui $P_1 = 5$ kN (≈ 500 kG), $P_2 = 10$ kN (≈ 1000 kG), $\alpha_1 = 45°$ ja $\alpha_2 = 30°$.

Vastus: $\sigma_{max} = 87{,}1$ MN/m² (≈ 871 kG/cm²).

7.10. Katuse kaldenurk on 25° (joon. 302). Deltapuidust valmistatud katuseroov sildeavaga $l = 2$ m on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 3$ kN/m (≈ 300 kG/m), mis mõjub vertikaalselt. Määrata suurim pinge deltapuidus ja roovi tugevusvaru, kui deltapuidu tugevuspiir tõmbele piki kiudu $\sigma_B = 160$ MN/m²



JOON. 302

($\approx$ 1600 kG/cm^2) ja survele $\sigma_{Bs} = 265{,}5$ MN/m^2 ($\approx$ 2655 kG/cm^2). Roovi kinnitused tugedega lugeda šarniirseteks.

Vastus: $\sigma_{max} = 17{,}5$ MN/m^2 ($\approx$ 175 kG/cm^2); $n_B = 9{,}15$.

7.11. Katuse pärlin on valmistatud I-terasest nr. 12 (ГОСТ 8239-56) sildeavaga $l = 2$ m. Lugedes, et pärlin töötab lihttalana, määrata suurim normaalpinge. Pärlinile mõjub ühtlaselt jaotatud vertikaalne koormus $q = 4$ kN/m ($\approx$ 400 kG/m). Sarika kaldenurk horisontaali suhtes on 30°.

Vastus: $\sigma_{max} = 144{,}3$ MN/m^2 ($\approx$1443 kG/cm^2).

7.12. Määrata deltapuidust valmistatud ristkülikukujulise ristlõikega pärlini mõõtmed, kui külgede suhe $\frac{h}{b} = 2$, katusefermide vaheline kaugus $l = 1{,}5$ m ja ühtlaselt jaotatud koormus $q = 2{,}1$ kN/m (210 kG/m) mõjub vertikaalselt. Deltapuidu tugevuspiir piki kiudu $\sigma_B = 160$ MN/m^2 ($\approx$ 1600 kG/cm^2); katuse kaldenurk 15° ja varutegur on neli.

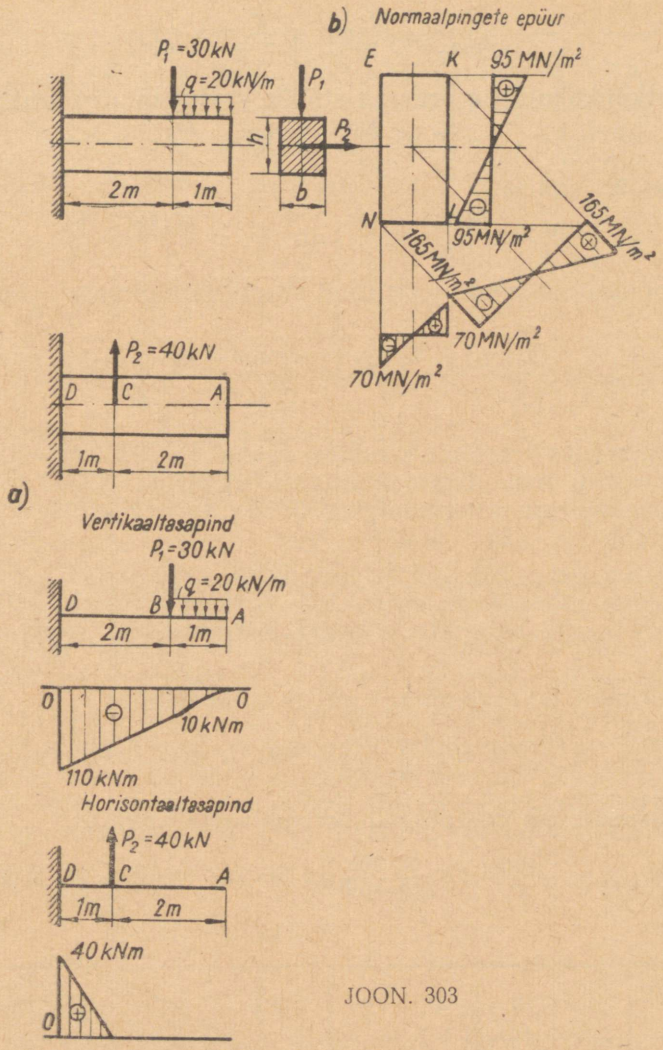
Vastus: $b = 63$ mm; $h = 126$ mm.

7.13. Konstrueerida ristkülikukujulise ristlõikega prussile (joon. 303) paindemomentide epüürid ristlõike peatasapindades; arvutada ristlõike mõõtmed, võttes $[\sigma] = 160$ MN/m^2 ($\approx$ 1600 kG/cm^2) ja külgede suhte $\frac{h}{b} = 2$; ohtlikus ristlõikes konstrueerida normaalpingete epüürid paindemomentide järgi eraldi ja summaarne normaalpingete epüür.

Lahendus. Jõudude mõju sõltumatuse printsiibi järgi vaatleme eraldi jõude, mis tekitavad painet horisontaal- ja vertikaaltasapinnas. Painet vertikaaltasapinnas tekitab jõud P_1 ja ühtlaselt jaotatud koormus. Leiame paindemomentide väärtused iseloomulikes punktides:

$$M_{vA} = 0;$$
$$M_{vB} = -q \cdot 1 \cdot 0{,}5 = -20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 0{,}5 = -10 \cdot 10^3 \text{ Nm} = -10 \text{ kNm};$$
$$M_{vD} = -q \cdot 1 \cdot 2{,}5 - P_1 \cdot 2 = 20 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 2{,}5 - 30 \cdot 10^3 \cdot 2 =$$
$$= -110 \cdot 10^3 \text{ Nm} = -110 \text{ kNm}.$$

Painet horisontaaltasapinnas tekitab jõud P_2. Määrame paindemomentide väärtused iseloomulikes punktides:



JOON. 303

$$M_{hA} = 0;\ M_{hB} = 0;\ M_{hC} = 0;\ M_{hD} = P_2 \cdot 1 = 40 \cdot 10^3 \cdot 1 = \\ = 40 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 40 \text{ kNm}.$$

Paindemomentide epüürid on toodud joonisel 303, *a*. Maksimaalsed paindemomendid vertikaal- ja horisontaaltasapinnas on lõikes D:

$$M_{v\,max} = M_{vD} = 110 \text{ kNm};$$
$$M_{h\,max} = M_{hD} = 40 \text{ kNm}.$$

Konsooli ohtlikuks ristlõikeks on kinnituskoht. Kirjutame ohtliku ristlõike kohta tugevustingimused:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{v\,max}}{W_z} + \frac{W_{h\,max}}{W_y} \leqslant [\sigma].$$

Ristkülikukujulise prussi ristlõike vastupanumomendid on:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} \quad \text{ja} \quad W_y = \frac{b^2h}{6};$$

kui $h = 2b$, saame

$$W_z = \frac{b(2b)^2}{6} = \frac{2b^3}{3} \quad \text{ja} \quad W_y = \frac{b^2 \cdot 2b}{6} = \frac{b^3}{6}.$$

Asetades saadud väärtused tugevustingimuse võrrandisse, saame

$$\sigma_{max} = \frac{M_{v\,max}}{W_z} + \frac{W_{h\,max}}{W_y} = \frac{110 \cdot 10^3}{\frac{2}{3}b^3} + \frac{40 \cdot 10^3}{\frac{1}{3}b^3} \leqslant 160 \cdot 10^6.$$

Lahendades võrrandi b suhtes, saame $b = 0{,}12$ m $= 120$ mm ja $h = 2b = 240$ mm. Normaalpingete epüüride konstrueerimiseks määrame suurimad normaalpinged. Arvutame ristlõike vastupanumomendid:

$$W_z = \frac{bh^2}{6} = \frac{12 \cdot 10^{-2}(24 \cdot 10^{-2})^2}{6} = 1152 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3;$$

$$W_y = \frac{b^2h}{6} = \frac{(12 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 24 \cdot 10^{-2}}{6} = 576 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3.$$

Suurimad normaalpinged vertikaaltasapinnas

$$\sigma_{v\,max} = \frac{M_{v\,max}}{W_z} = \frac{110 \cdot 10^3}{1152 \cdot 10^{-6}} = 95 \cdot 10^6\ \text{N/m}^2 = 95\ \text{MN/m}^2.$$

Suurimad normaalpinged horisontaaltasapinnas

$$\sigma_{h\,max} = \frac{M_{h\,max}}{W_y} = \frac{40 \cdot 10^3}{576 \cdot 10^{-6}} = 70 \cdot 10^6\ \text{N/m}^2 = 70\ \text{MN/m}^2.$$

Tabel 26

Variandi nr.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_1	kN	5	3	6	2	5	5	6	8	10	2
	kG	500	300	600	200	500	500	600	800	1000	200
P_2	kN	3	2	4	1	2	3	2,5	5	4	1
	kG	300	200	400	100	200	300	250	500	400	100
l_1	m	2	1,5	1,2	1,6	2	1,1	1,8	1,5	1,4	1,2
$h/b = k$		2	1,8	1,5	1,2	1,6	2,2	1,6	1,8	2	1,5

Variandi nr.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
q	kN/m	1,2	1,5	2,0	2,2	2,5	3,0	2,4	2,5	2,0	1,5
	kG/m	120	150	200	220	250	300	240	250	200	150
$\frac{h}{b} = k$		2	1,8	1,6	2	1,8	1,6	1,4	1,5	1,8	2
l m		4	3	3	4	4	3	2,5	3	4	4
α		15°	18°	20°	25°	30°	20°	15°	20°	25°	30°

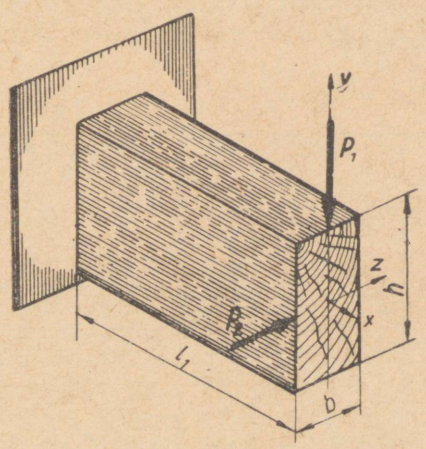
Suurimad normaalpinged on punktides K ja N:

$\sigma_K = 95 + 70 = 165$ MN/m²;
$\sigma_N = -95 - 70 = -165$ MN/m².

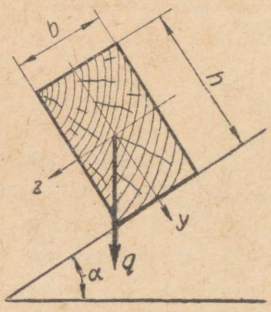
Normaalpingete epüür on toodud joonisel 303, *b*.

7.14.* Puitkonsool on koormatud, nagu näidatud joonisel 304. Ühe tabeli 26 variandi järgi konstrueerida paindemomentide epüürid vertikaal- ja horisontaaltasapinnas; määrata konsooli ristlõike mõõtmed külgede suhtega $\frac{h}{b} = k$, kui lubatav pinge $[\sigma] = 10$ MN/m² (≈ 100 kG/cm²); määrata täielik suurim läbipaine.

7.15.* Puidust pärlin pikkusega l toetub sõrestiku ülemisele vööle, moodustades horisontaaliga nurga α (joon. 305). Pärlin on kinnitatud liigendiga ja talle mõjub ühtlaselt jaotatud vertikaalne koormus intensiivsusega q. Ühe tabeli 27 variandi järgi konst-



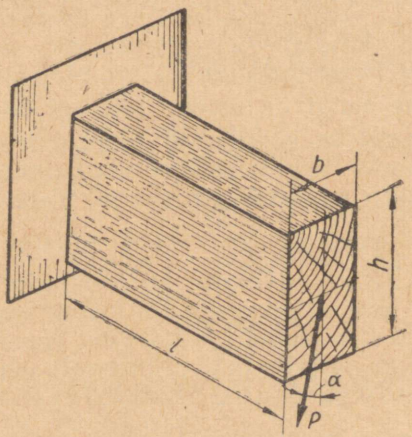
JOON. 304



JOON. 305

rueerida paindemomentide epüürid vertikaal- ja horisontaaltasapinnas; määrata pärlini ristlõike mõõtmed, kui külgede suhe $\frac{h}{b} = k$ ja lubatav pinge $[\sigma] = 10$ MN/m² (≈ 100 kG/cm²); määrata täielik suurim läbipaine.

7.16.* Puitkonsooli vabale otsale on rakendatud jõud P, mis moodustab y-teljega nurga α (joon. 306). Ühe tabeli 28 variandi järgi konstrueerida paindemomentide epüürid vertikaal- ja horisontaaltasapinnas; määrata ristlõike mõõtmed, kui lubatav pinge $[\sigma] = 10$ MN/m² (≈ 100 kG/cm²) ja külgede suhe $\frac{h}{b} = k$; ohtlikus ristlõikes konstrueerida paindemomentide epüürid eraldi paindemomentide järgi ja normaalpingete summaarne epüür; määrata täielik suurim läbipaine.



JOON. 306

Tabel 28

Variandi nr.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	kN	5	6	8	4	9	7	8	6	5	9
	kG	500	600	800	400	900	700	800	600	500	900
α		20°	30°	45°	50°	60°	30°	40°	65°	20°	30°
l, m		1	1,5	1,3	0,8	1,8	1,5	1,4	1,6	2	1,8
$\frac{h}{b} = k$		2	2	1,3	1,1	0,5	1,2	1,6	0,4	1,6	2

§ 2. PAINE KOOS TÕMBE VÕI SURVEGA

Pinge suurus paindel koos tõmbe või survega määratakse üksikute deformatsioonide poolt tekitatud pingete algebralise summana. Pinged tõmbest või survest ja paindest määratakse valemiga:

$$\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{P}{F} + \frac{My}{I_z},$$

kus P — tõmbe- või survejõud N (kG);
F — ristlõikepind m^2 (cm^2);
M — paindemoment Nm (kGcm);
y — kaugus neutraalteljest ristlõike selle punktini, milles määratakse pinge m (cm);
I_z — tsentraalinertsmoment m^4 (cm^4).

Suurimad normaalpingete väärtused tõmbel koos paindega määratakse valemiga

$$\sigma_{max} = \sigma_t + \sigma_{p\,max} = \frac{P}{F} + \frac{M_{max}}{W_z},$$

aga survel koos paindega

$$\sigma_{min} = -\sigma_s - \sigma_{p\,max} = -\frac{P}{F} - \frac{M_{max}}{W_z},$$

kus M_{max} — suurim paindemoment;
W_z — ristlõike vastupanumoment.

Paine koos tõmbe või survega on ka ekstsentriline tõmme ja ekstsentriline surve. *Ekstsentriliseks surveks* või *ekstsentriliseks tõmbeks* nimetatakse sellist surve või tõmbe juhust, kus survevõi tõmbejõud on paralleelne varda teljega, aga tema rakenduspunkt ei ühti ristlõike raskuskeskmega. Absoluutselt suurimad pingete väärtused ekstsentrilise surve puhul määratakse valemiga

$$\sigma_{min} = -\frac{P}{F} - \frac{P \cdot e}{W_z}$$

ja ekstsentrilise tõmbe puhul

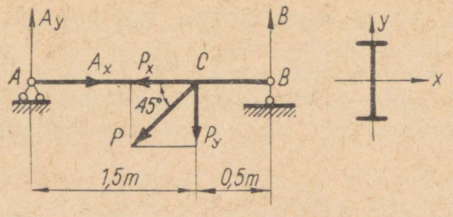
$$\sigma_{max} = \frac{P}{F} + \frac{P \cdot e}{W_z},$$

kus e — jõu ekstsentrilisus.

7.17. I-tala (joon. 307) on koormatud jõuga $P = 50$ kN (≈ 5000 kG). Määrata suurim normaalpinge tala ristlõikes.

Lahendus. Lahutame jõu P kaheks komponendiks: jõuks P_y, mis tekitab painet, ja jõuks P_x, mis tekitab survet tala osas AC.

$P_x = P \cos 45° = 50 \cdot 10^3 \cdot 0{,}707 = 35350$ N;
$P_y = P \sin 45° = 50 \cdot 10^3 \cdot 0{,}707 = 35350$ N.



JOON. 307

Määrame tala toereaktsioonid:

$$\Sigma M_A = 0;\ P_y \cdot 1{,}5 - B \cdot 2 = 0;\ B = \frac{1{,}5P_y}{2} = \frac{1{,}5 \cdot 35350}{2} =$$
$$= 26500 \text{ N};$$

$$\Sigma M_B = 0;\ A_y \cdot 2 - P_y \cdot 0{,}5 = 0;\ A_y = \frac{0{,}5 \cdot P_y}{2} = \frac{0{,}5 \cdot 35350}{2} =$$
$$= 8850 \text{ N}.$$

$$\Sigma x = 0;\ A_x - P_x = 0;\ A_x = P_x = 35350 \text{ N}.$$

Suurim paindemoment mõjub lõikes C:

$$M_{max} = \frac{P_y \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}5}{2} = \frac{35350 \cdot 1{,}5 \cdot 0{,}5}{2} = 13270 \text{ Nm}.$$

Suurim pinge absoluutse väärtuse järgi on lõikes C:

$$\sigma_{min} = -\frac{P_x}{F} - \frac{M_{max}}{W_z}.$$

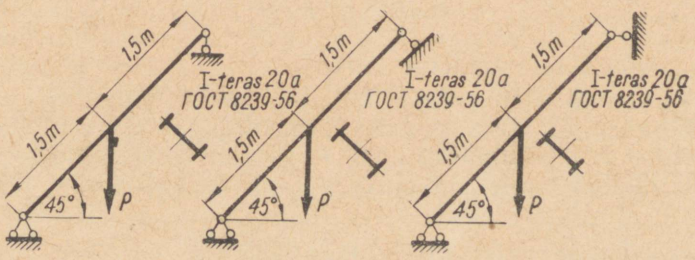
ГОСТ 8239-56 tabelist saame I-talale nr. 16 ristlõikepindala ja vastupanumomendi:

$F = 20{,}2 \text{ cm}^2$ ja $W_z = 109 \text{ cm}^3$.

SI süsteemis:

$F = 20{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ ja $W_z = 109 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$.

Asendades antud suurused eelmisse valemisse, saame



JOON. 308

$$\sigma_{min} = -\frac{35350}{20{,}2 \cdot 10^{-4}} - \frac{13270}{109 \cdot 10^{-6}} = -17{,}5 \cdot 10^6 - 121{,}8 \cdot 10^6 =$$

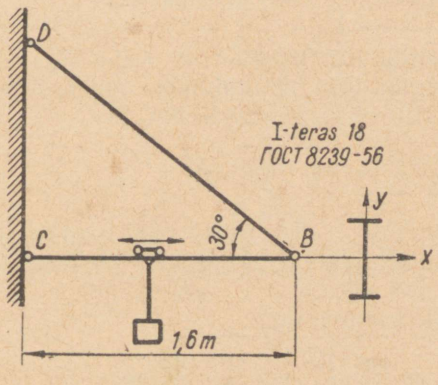
$$= -139{,}3 \cdot 10^6 = -139{,}3 \text{ MN/m}^2 \ (\approx -1393 \text{ kG/cm}^2).$$

7.18. Kaldu asetatud I-tala on koormatud jõuga $P = 60$ kN (≈ 6000 kG). Ülemine liigendtugi on mitmes variandis (joon. 308). Määrata suurimad pinged, mis tekivad tala materjalis iga variandi puhul.

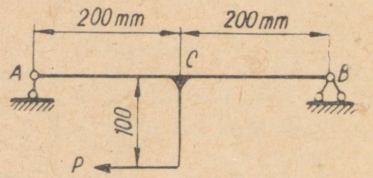
Vastus: I variant: $\sigma = 164$ MN/m² (≈ 1640 kG/cm²);
II variant: $\sigma = 171$ MN/m² (≈ 1710 kG/cm²);
III variant: $\sigma = 179$ MN/m² (≈ 1790 kG/cm²).

7.19. Piki I-tala liigub vanker (joon. 309), mille külge on riputatud raskus $G = 50$ kN (≈ 5 T). Kontrollida tala tugevust, kui lubatav pinge $[\sigma] = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

Vastus: $\sigma_{max} = 158$ MN/m² (≈ 1580 kG/cm²) $< [\sigma] = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).



JOON. 309



JOON. 310

7.20. Ümartalale (joon. 310), mille läbimõõt $d = 40$ mm, mõjub jõud $P = 10$ kN (≈ 1000 kG). Kontrollida tala tugevust, kui lubatav pinge $[\sigma] = 90$ MN/m² (≈ 900 kG/cm²).

Vastus: $\sigma_{max} = 85$ MN/m² (≈ 850 kG/cm²) $< [\sigma] = 90$ MN/m² (≈ 900 kG/cm²) — tala tugevus on küllaldane.

7.21. Valida I-terasest konsooli (joon. 311) ristlõige, kui see on koormatud jõuga $P = 40$ kN (≈ 4000 kG). Lubatav pinge $[\sigma] = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

L a h e n d u s. Lahutame jõu P kaheks komponendiks:

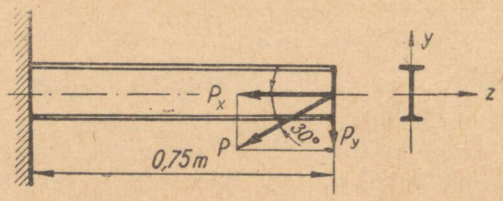
$P_x = P \cos 30° = 40 \cdot 10^3 \cdot 0{,}866 = 34600$ N;

$P_y = P \sin 30° = 40 \cdot 10^3 \cdot 0{,}5 = 20000$ N.

Suurim paindemoment on konsooli kinnituskohas:

$M_{max} = P_y \cdot l = 20000 \cdot 0{,}75 = 15000$ Nm.

Suurim pinge kinnituskohas määratakse valemiga:



JOON. 311

$$\sigma_{\min} = -\frac{P_x}{F} - \frac{M_{\max}}{W_z}.$$

Tala valikul lähtume tingimusest, et maksimaalsete pingete absoluutne väärtus peab võrduma lubatava pingega:

$$|\sigma_{\min}| = \frac{34{,}6 \cdot 10^3}{F} + \frac{15 \cdot 10^3}{W_z} = [\sigma] = 1600 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2.$$

Saadud võrrandis on kaks tundmatut suurust — F ja W_z. Lahendame antud võrrandi ligikaudse lähendamise meetodiga ehk järk-järgulise valikuga. Vajalik vastupanumoment:

$$W_z = \frac{M_{\max}}{[\sigma]} = \frac{15 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 94 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

ГОСТ 8239-56 järgi valime I-tala nr. 16, mille vastupanumoment $W_z = 109$ cm^3 ja ristlõikepind $F = 20{,}2$ cm^2, SI süsteemis $W_z = 109 \cdot 10^{-6}$ m^3 ja $F = 20{,}2 \cdot 10^{-4}$ m^3.

Määrame summaarsed pinged konsoolis:

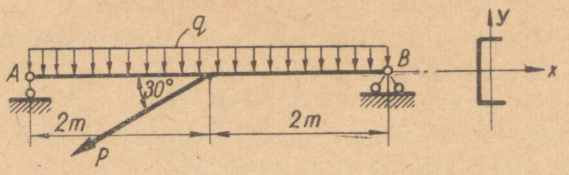
$$\sigma_{\min} = -\frac{P}{F} - \frac{M_{\max}}{W_z} = -\frac{34{,}6 \cdot 10^3}{20{,}2 \cdot 10^{-4}} - \frac{15 \cdot 10^3}{109 \cdot 10^{-6}} =$$

$$= -154{,}6 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 \ (\approx -1546 \text{ kG/cm}^2);$$

$$|\sigma_{\min}| = 154{,}6 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1546 \text{ kG/cm}^2) < [\sigma] = 160 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1600 \text{ kG/cm}^2).$$

Summaarsed pinged on veidi väiksemad lubatavast pingest, seega on konsooli ristlõige valitud õigesti.

7.22. Terastala (joon. 312) on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 2$ kN/m ($\approx 0{,}2$ T/m) ja jõuga $P = 50$ kN



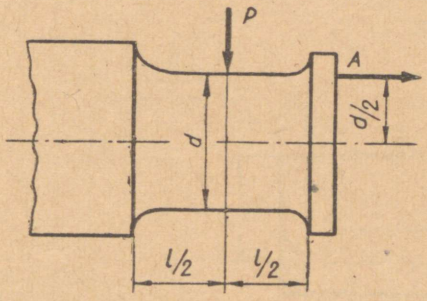
JOON. 312

($\approx$ 5000 kG). Valida karpterasest tala, kui lubatav pinge $[\sigma] = 160$ MN/m^2 ($\approx$ 1600 kG/cm^2).

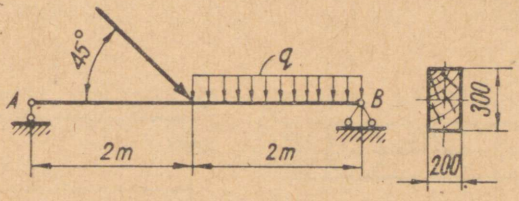
Vastus: karpteras nr. 16a (ГОСТ 8240-50).

7.23. Vagunitelje tapp (joon. 313) on koormatud põikjõuga $P = 100$ kN ($\approx$ 1000 kG) ja pikijõuga $A = 0{,}5P$. Määrata suurimad pinged tapis, kui $d = 100$ mm, $l = 180$ mm. Tapi ümardust mitte arvestada.

Vastus: $\sigma_{max} = 123{,}4$ MN/m^2 ($\approx$ 1234 kG/cm^2).



JOON. 313



JOON. 314

7.24. Määrata suurimad pinged joonisel 314 kujutatud talas, kui $P = 20$ kN ($\approx$ 2000 kG) ja $q = 10$ kN/m ($\approx$ 1000 kG/m).

Vastus: $\sigma_{max} = 8{,}26$ MN/m^2 ($\approx$ 826 kG/cm^2).

7.25. Tekstoliitvardale (joon. 315) mõjuvad jõud $P_1 = 1$ kN ($\approx$ 100 kG) ja $P_2 = 0{,}5$ kN ($\approx$ 50 kG). Määrata tekstoliitvarda tugevusvaru, kui tekstoliidi tõmbetugevus $\sigma_B = 100$ MN/m^2 ($\approx$ 1000 kG/cm^2).

Vastus: $n_B = 3$.

7.26. Tekstoliittala läbimõõduga $d = 30$ mm on koormatud jõuga P (joon. 316). Kui suurt jõudu võib ohutult rakendada talale, kui tekstoliidi tõmbetugevus $\sigma_B = 100$ MN/m^2 ($\approx$ 1000 kG/cm^2) ja varutegur peab olema neli?

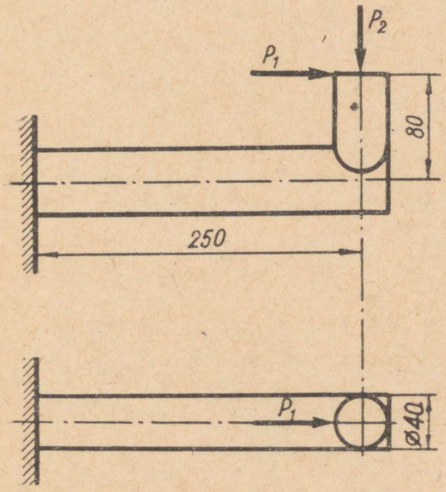
Vastus: $P = 640$ N ($\approx$ 64 kG).

7.27. Tellisseinale (joon. 317) mõjub tuule rõhk 800 N/m² (≈ 80 kG/m). Määrata suurimad ja väiksemad pinged tellisseina aluses, võttes arvesse seina massi. Tellismüüritise tihedus on 1600 kg/m³.

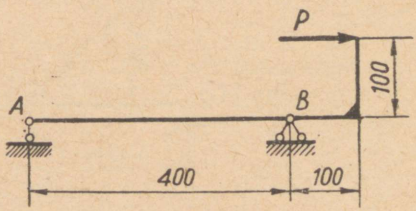
Vastus: $\sigma_A = -25{,}6$ kN/m² ($\approx -0{,}256$ kG/cm²);
$\sigma_B = -92{,}4$ kN/m² ($\approx -0{,}924$ kG/cm²).

7.28. Joonisel 318 on skemaatiliselt näidatud betoonist tugiseina ristlõige. Võttes betooni tiheduseks 2000 kg/m³, määrata seina paksus nii, et aluses ei tekiks tõmbepingeid.

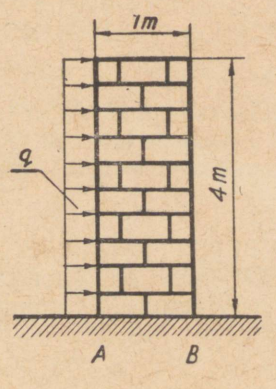
Vastus: $a = 6$ m.



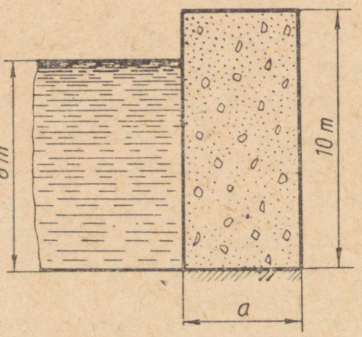
JOON. 315



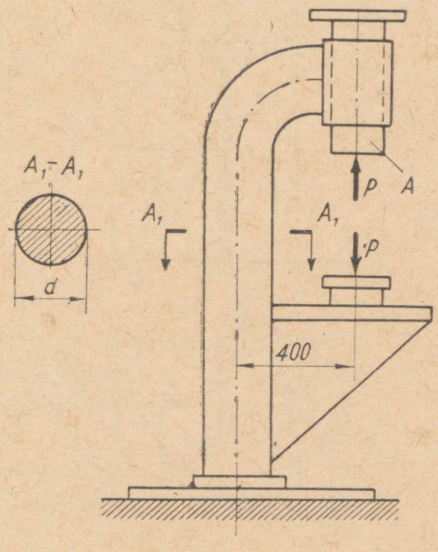
JOON. 316



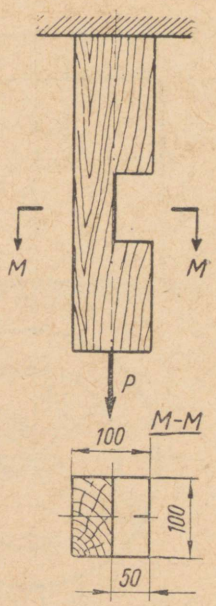
JOON. 317



JOON. 318



JOON. 319



JOON. 320

7.29. Eelmise ülesande andmetel leida suurimad survepinged betoonist tugiseina vundamendi all, kui $a = 6$ m.

Vastus: $\sigma_{max} = 0{,}4$ MN/m² (≈ 4 kG/cm²).

7.30. Detaili puurimisel rakendatakse puurpingi spindlile A survejõudu $P = 10$ kN (≈ 1000 kG). Määrata suurimad pinged puurpingi sambas, kui selle läbimõõt $d = 100$ mm (joon. 319).

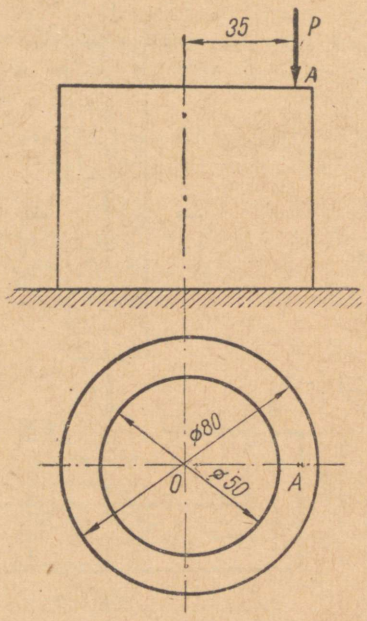
Vastus: $\sigma_{max} = 41{,}3$ MN/m² (≈ 413 kG/cm²).

7.31. Ruudukujulise ristlõikega puitvarda keskele on tehtud ristkülikukujuline sisselõige mõõtmetega 100×50 mm (joon. 320). Varrast tõmmatakse telgjõuga $P = 10$ kN (≈ 1000 kG). Määrata suurimad pinged varda materjalis.

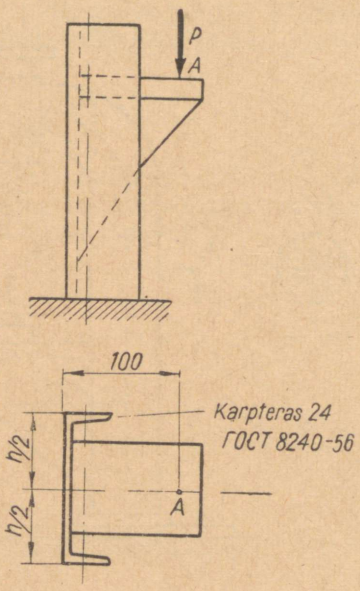
Vastus: $\sigma_{max} = 8$ MN/m² (≈ 80 kG/cm²).

7.32. Lühikest rõngakujulise ristlõikega varrast tekstoliidist ПТ (joon. 321) surutakse jõuga $P = 20$ kN (≈ 2000 kG). Määrata suurimad surve- ja tõmbepinged varda materjalis ja varutegur, kui materjali tõmbetugevus $\sigma_B = 85$ MN/m² (≈ 850 kG/cm²) ja survetugevus $\sigma_b = 240$ MN/m² (≈ 2400 kG/cm²).

Vastus: $\sigma_{max} = 9{,}5$ MN/m² (≈ 95 kG/cm²);
$\sigma_{min} = -22{,}6$ MN/m² (≈ -226 kG/cm²); $n_B = 8{,}9$.



JOON. 321



JOON. 322

7.33. Lühikese posti külge (joon. 322) on kinnitatud kronstein, millele mõjub jõud $P = 40$ kN (≈ 4 T). Määrata suurimad pinged posti ristlõikes. Post on valmistatud karpterasest nr. 24 (ГОСТ 8240-56).

Vastus: $\sigma = 109$ MN/m² (≈ 1090 kG/cm²).

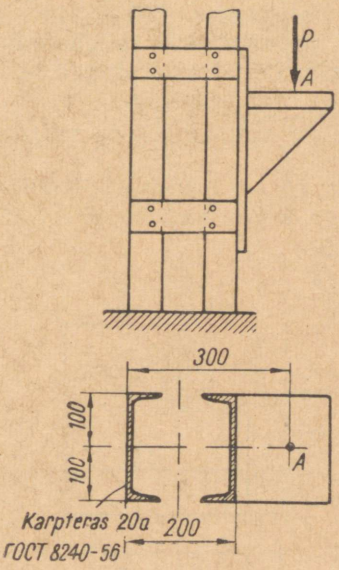
7.34. Lühike vertikaalne post (joon. 323) on valmistatud kahest karpterasest nr. 20a (ГОСТ 8240-56). Posti külge on kinnitatud kronstein, millele mõjub jõud $P = 200$ kN (≈ 20 T). Määrata suurimad normaalpinged posti ristlõikes, kui posti alumine ots on kinnitatud jäigalt ja ülemine on vaba.

Vastus: $\sigma_{max} = 160{,}8$ MN/m² (≈ 1608 kG/cm²).

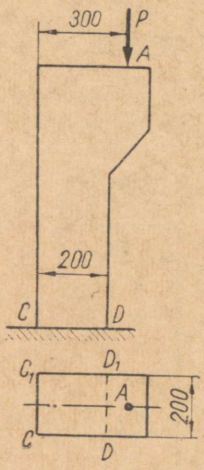
7.35. Alumises osas ruudukujulise ristlõikega betoonpost mõõtmetega 200×200 mm on koormatud ülemises osas survejõuga P (joon. 324). Määrata suurim lubatav survejõud P, kui betooni lubatav survepinge $[\sigma]_s = 7$ MN/m² (≈ 70 kG/cm²) ja lubatav tõmbepinge $[\sigma]_t = 0{,}6$ MN/m² (≈ 6 kG/cm²).

Lahendus. Posti tahus CC_1 tekib survepinge jõust P ja suurim tõmbepinge paindemomendist $M = Pe$, kus e on koormuse ekstsentrilisus. Tugevustingimuse võrrand tahu CC_1 punktide jaoks kirjutatakse järgmiselt:

$$\sigma_{max\,t} = -\frac{P}{F} + \frac{Pe}{W_z} \leqslant [\sigma]_t.$$



JOON. 323



JOON. 324

Määrame arvulised suurused antud valemi jaoks. Koormuse ekstsentrilisus $e = 300 - 100 = 200$ mm.

Posti ristlõike pindala $F = (20 \cdot 10^{-2})^2 = 400 \cdot 10^{-4}$ m^2. Vastupanumoment

$$W_z = \frac{a^3}{6} = \frac{20 \cdot (10^{-2})^3}{6} = 1330 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Asetades leitud suurused tugevustingimuse võrrandisse, saame:

$$\sigma_{\max t} = -\frac{P}{400 \cdot 10^{-4}} + \frac{P \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{1330 \cdot 10^{-6}} \leqslant 0{,}6 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2,$$

kust leiame otsitava jõu $P \leqslant 4800$ N (≈ 480 kG). Posti tahus DD_1 tekib survepinge jõust P ja suurim survepinge paindemomendist. Tugevustingimuse võrrand tahu DD_1 punktide jaoks:

$$\left|\sigma_{\max s}\right| = \left|-\frac{P}{F} - \frac{Pe}{W_z}\right| = [\sigma]_s$$

ehk

$$\left|\sigma_{\max s}\right| = \left|-\frac{P}{400 \cdot 10^{-4}} - \frac{P \cdot 20 \cdot 10^{-2}}{1330 \cdot 10^{-6}}\right| \leqslant 7 \cdot 10^6 \text{ MN/m}^2,$$

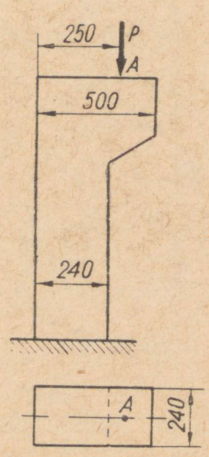
kust jõud $P \leqslant 40000$ N (≈ 4000 kG).

Kahest lubatavast jõu suurusest peab valima väiksema, seega on suurim lubatav jõud $P = 4800$ N (≈ 480 kG).

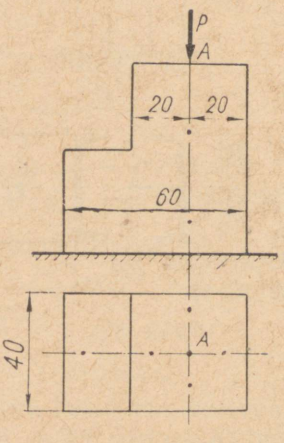
7.36. Kontrollida ruudukujulise ristlõikega 240×240 mm betoonposti (joon. 325) alumise osa tugevust, kui sellele mõjub koondatud jõud $P = 15$ kN (≈ 1500 kG). Lubatavad pinged betoonile:

$[\sigma]_t = 0{,}6$ MN/m^2 (≈ 6 kG/cm^2); $[\sigma]_s = 7$ MN/m^2 (≈ 70 kG/cm^2).

Vastus: $\sigma_s = 1{,}1$ MN/m^2 (≈ 11 kG/cm^2) $< [\sigma]_s = 7$ MN/m^2 (≈ 70 kG/cm^2); $\sigma_t = 0{,}585$ MN/m^2 ($\approx 5{,}85$ kG/cm^2) $< [\sigma]_t = 0{,}6$ MN/m^2 (≈ 6 kG/cm^2).



JOON. 325



JOON. 326

7.37. Lühike vertikaalne klaastekstoliitvarras läbimõõduga $d = 100$ mm on koormatud survejõuga $P = 40$ kN (≈ 4 T), mille ekstsentrilisus $e = 30$ mm. Määrata töötava varda varutegur, kui tekstoliidi survetugevus $\sigma_B = 260$ MN/m^2 (≈ 2600 kG/cm^2).

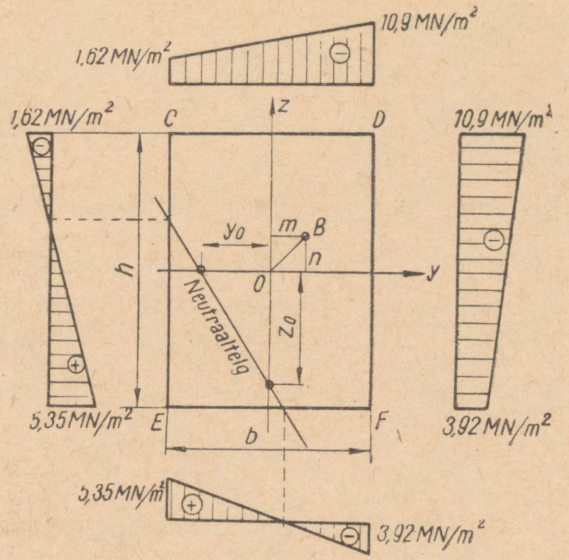
Vastus: $n_B = 15{,}1$.

7.38. Lühike klaastekstoliitvarras (joon. 326) on koormatud survejõuga $P = 24$ kN (≈ 2400 kG). Määrata varda materjalis tekkivad suurimad survepinged ja varutegur, kui tekstoliidi survetugevus $\sigma_B = 260$ MN/m^2 (≈ 2600 kG/cm^2).

Vastus: $\sigma_{max} = 20$ MN/m^2 (≈ 200 kG/cm^2); $n_B = 13$.

7.39. Ristkülikukujulise ristlõikega $b \times h = 180 \times 240$ mm puitvarras on surutud pikijõuga $P = 120$ kN (≈ 12 T), mis on rakendatud punkti B. Punkt B asub ristlõike mõlemast peainertsteljest 50 mm kaugusel (joon. 327). Konstrueerida normaalpingete epüürid ristküliku külgedel, määrata neutraaltelje asend ja suurim normaalpinge väärtus.

L a h e n d u s. Pingete määramiseks varda ristlõikes kasutame ekstsentrilise surve üldjuhu valemit



JOON. 327

$$\sigma = -\left(\frac{P}{F} + \frac{Pnz}{I_y} + \frac{Pmy}{I_z}\right) = -\frac{P}{F}\left(1 + \frac{nz}{i_y^2} + \frac{my}{i_z^2}\right).$$

Antud juhul $P = 120\,000$ N, $n = 5 \cdot 10^{-2}$ m, $m = 5 \cdot 10^{-2}$ m. Ristlõike inertsmomendid ja pindala:

$$I_y = \frac{bh^3}{12} = \frac{18 \cdot 10^{-2}(24 \cdot 10^{-2})^3}{12} = 20790 \cdot 10^{-8}\ \text{m}^4;$$

$$I_z = \frac{b^3h}{12} = \frac{(18 \cdot 10^{-2})^3\, 24 \cdot 10^{-2}}{12} = 11600 \cdot 10^{-8}\ \text{m}^4;$$

$$F = bh = 18 \cdot 10^{-2} \cdot 24 \cdot 10^{-2} = 432 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

Ristkülikukujulise ristlõike inertsraadiuste ruudud:

$$i_z^2 = \frac{I_z}{F} = \frac{11600 \cdot 10^{-8}}{432 \cdot 10^{-4}} = 27 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2;$$

$$i_y^2 = \frac{I_y}{F} = \frac{20790 \cdot 10^{-8}}{432 \cdot 10^{-4}} = 48 \cdot 10^{-4}\ \text{m}^2.$$

Asetades arvulised väärtused pingete valemisse, saame:

$$\sigma = -\frac{120000}{432 \cdot 10^{-4}}\left(1 + \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot z}{48 \cdot 10^{-4}} + \frac{5 \cdot 10^{-2} \cdot y}{27 \cdot 10^{-4}}\right) =$$

$$= -2{,}78 \cdot 10^6\left(1 + \frac{500z}{48} + \frac{500y}{27}\right).$$

Neutraaljoone võrrand

$$1 + \frac{500z}{48} + \frac{500y}{27} = 0.$$

Võttes kordamööda $z = 0$ ja $y = 0$, leiame punktid, kus neutraaljoon lõikab y- ja z-telge:

kui $y = 0$, siis $z_0 = -\frac{48}{500} = -0{,}096$ m ehk $z_0 = -96$ mm;

kui $z_0 = 0$, siis $y_0 = -\frac{27}{500} = -0{,}054$ m ehk $y_0 = -54$ mm.

Selleks et konstrueerida normaalpingete epüüre ristlõike külgede järgi, on küllalt, kui arvutame pingete väärtused punktides E, C, D ja F (ristküliku nurkade tippudes). Asendades neutraaljoone võrrandis nurkade tippude koordinaadid, saame:
punktis D

$$\sigma_D = -2{,}78 \cdot 10^6 \left(1 + \frac{500 \cdot 12 \cdot 10^{-2}}{48} + \frac{500 \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{27}\right) =$$

$$= -10{,}9 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = -10{,}9 \text{ MN/m}^2;$$

punktis F

$$\sigma_F = -2{,}78 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{500 \cdot 12 \cdot 10^{-2}}{48} + \frac{500 \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{27}\right) =$$

$$= -3{,}92 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = -3{,}92 \text{ MN/m}^2;$$

punktis E

$$\sigma_E = -2{,}78 \cdot 10^6 \left(1 - \frac{500 \cdot 12 \cdot 10^{-2}}{48} + \frac{500 \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{27}\right) =$$

$$= 5{,}35 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 5{,}35 \text{ MN/m}^2;$$

punktis C

$$\sigma_C = -2{,}78 \cdot 10^6 \left(1 + \frac{500 \cdot 12 \cdot 10^{-2}}{48} + \frac{500 \cdot 9 \cdot 10^{-2}}{27}\right) =$$

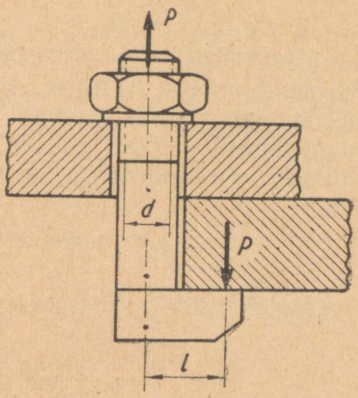
$$= -1{,}62 \cdot 10^6 \text{ N/m} = -1{,}62 \text{ MN/m}^2.$$

Epüürid on kujutatud joonisel 327.

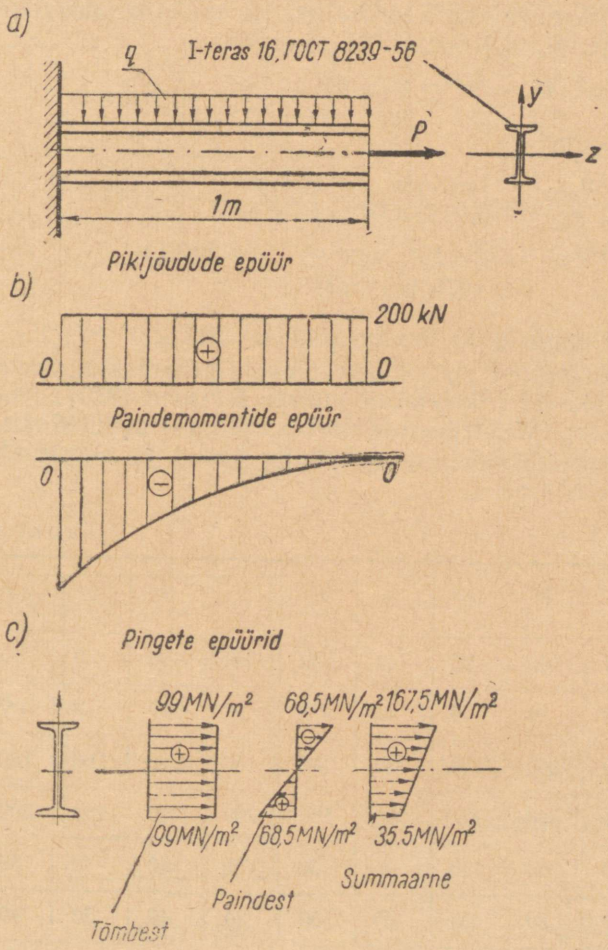
7.40. Polt (joon. 328) on koormatud tõmbejõuga $P = 1000$ N (≈ 100 kG). Poldi keerme siseläbimõõt $d_1 = 14{,}527$ mm, koorma ekstsentrilisus $l = 14$ mm. Määrata suurimad pinged poldi materjalis, jättes arvestamata mutri keeramisest tekkivad pinged.

Vastus: $\sigma_{max} = 38{,}8$ MN/m² (≈ 388 kG/cm²).

7.41. I-terasest konsool (joon. 329) on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 15$ kN/m ($\approx 1{,}5$ T/m) ja telgjõuga $P = 200$ kN (≈ 20 T). Konstrueerida pikijõudude ja paindemomentide epüürid; ohtlikus ristlõikes konstrueerida normaalpingete epüürid igast mõjufaktorist eraldi; konstrueerida summaarne normaalpingete epüür; kontrollida tala tugevust, kui lubatav pinge $[\sigma] = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).



JOON. 328



JOON. 329

Lahendus. Jõud P tekitab tõmmet ja ühtlaselt jaotatud koormus põikpainet. Joonisel 329, *b* on näidatud pikijõudude ja paindemomentide epüürid. Pikijõud on kogu tala ulatuses konstantne, aga paindemomendi suurim väärtus on kinnituskohal; seega kinnituskohas on ohtlik ristlõige. Suurimad tõmbepinged tõmbest ja paindest ohtlikus ristlõikes

$$\sigma_{\max t} = \frac{P}{F} + \frac{M_{\max}}{W_z}.$$

Jõud $P = 200$ kN. Suurima paindemomendi absoluutne väärtus

$$M_{\max} = ql\frac{l}{2} = 15 \cdot 1 \cdot 0{,}5 = 7{,}5 \text{ kNm}.$$

ГОСТ 8239-56 järgi valime I-terase nr. 16, mille karakteristikud $F = 20{,}2$ cm^2 ja $W_z = 109$ cm^3. SI süsteemis:

$F = 20{,}2 \cdot 10^{-4}$ m^2; $W_z = 109 \cdot 10^{-6}$ m^3.

Asendame ja saame:

$$\sigma_{\max} = \frac{P}{F} + \frac{M_{\max}}{W_z} = \frac{200 \cdot 10^3}{20{,}2 \cdot 10^{-4}} + \frac{7{,}5 \cdot 10^3}{109 \cdot 10^{-6}} = 99 \cdot 10^6 +$$
$$+ 68{,}5 \cdot 10^6 = 167{,}5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 167{,}5 \text{ MN/m}^2$$
$$(\approx 1675 \text{ kG/cm}^2).$$

Normaalpingete epüürid on toodud joonisel 329, *c*.

7.42*. Ristkülikukujulise ristlõikega lühike puitvarras on surutud pikijõuga P, mis on rakendatud punkti B (joon. 330). Ühe tabeli 29 variandi järgi konstrueerida normaalpingete epüürid ristküliku külgede järgi; määrata neutraaltelje asend ja suurimate normaalpingete väärtused.

Tabel 29

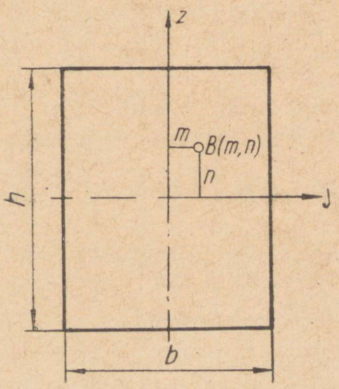
Variandi nr.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	kN	100	120	140	90	80	50	60	100	80	90
	T	10	12	14	9	8	5	6	10	8	9
b mm		180	180	200	160	120	120	150	200	160	180
h mm		200	280	300	200	200	180	200	300	240	300
m mm		50	40	40	50	30	30	50	40	30	30
n mm		40	50	30	20	30	30	20	40	20	40

Tabel 30

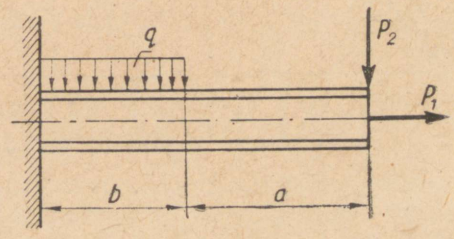
Variandi nr.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P_1	kN	15	20	10	15	20	30	50	50	30	15
	T	1,5	2	1	1,5	2	3,0	5	5	3	1,5
P_2	kN	2	2	3	4	4	4	6	3	4	4
	kG	200	200	300	400	400	400	600	300	400	400
q	kN/m	2	2	3	4	4	4	4	6	3	4
	kG/m	200	200	300	400	400	400	400	600	300	400
a	m	1,0	1,0	0,8	1,0	1,2	1,4	1,0	1,0	1,0	0,75
b	m	1,0	1,0	0,8	1,0	1,0	1,2	2,0	2,0	1,4	0,75
I-terase nr. ГОСТ 2839-56 järgi		10	12	10	12	16	18	22	24	16	12

7.43*. Ühe tabeli 30 variandi järgi konstrueerida konsoolile joonisel 331 pikijõudude ja paindemomentide epüürid; tala ohtlikus ristlõikes normaalpingete epüürid tõmbest ja paindest; summaarne normaalpingete epüür ja leida suurim normaalpinge.

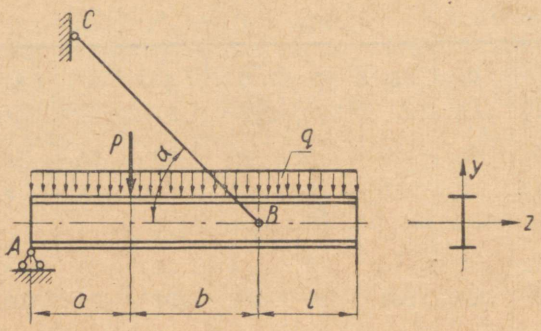
7.44*. I-tala on kinnitatud punktis A liigendi abil ja punktis



JOON. 330



JOON. 331



JOON. 332

B riputatud kaldtõmmitsaga *BC*, mis moodustab tala teljega nurga *α*. Ühe tabeli 31 variandi järgi konstrueerida pikijõudude ja paindemomentide epüürid; tala ohtlikus ristlõikes normaalpingete epüürid survest ja paindest; summaarne pingete epüür.

Tabel 31

Variandi nr.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
P	kN	20	10	20	20	15	18	30	50	30	40
	T	2	1	2	2	1,5	1,8	3	5	3	4
q	kN/m	4	2	5	3	4	4	5	10	5	5
	kG/m	400	200	500	300	400	400	500	1000	500	500
a	m	2,0	2,0	2,0	1,0	1,5	2,5	1,6	2,0	1,4	1,8
b	m	2,0	2,0	2,0	1,0	2,5	1,5	2,4	2,0	1,8	2,2
l	m	2,0	1,0	1,0	0,5	2,0	2,0	2,0	2,0	1,6	1,6
I-terase nr. ГОСТ 8239-56 järgi		18	16	20	14	20	20	20	20	30	24
α		45°	60°	30°	48°	50°	36°	55°	60°	45°	30°

Painde ja väände koosmõjul tekivad varda ristlõikes normaal- ja tangentsiaalpinged. Ümarvarda arvutamisel paindele koos väändega määratakse redutseeritud ehk ekvivalentpinged, mis kujutavad endast summaarpingete suurimat väärtust.

Lähtudes kolmandast tugevusteooriast, s. o. suurimate tangentsiaalpingete teooriast, on arvutusvalem:

$$\sigma_R^{III} = \frac{1}{W}\sqrt{M^2 + M_v^2} \leqslant [\sigma],$$

kus

W — telgvastupanumoment m^3 (cm^2);
M — paindemoment Nm (kGcm);
M_v — väändemoment Nm (kGcm);
$[\sigma]$ — lubatav pinge MN/m^2 (kG/cm^2).

Õõnesvõlli arvutusvalem paindel koos väändega on analoogiline arvutusvalemiga paindel selle vahega, et paindemomendi asemele võetakse ekvivalentmoment (redutseeritud moment):

$$M_R^{III} = \sqrt{M^2 + M_v^2}.$$

Masinate võllid arvutatakse painde ja väände koosmõjule. Kui võllile mõjuvad välisjõud ei asetse ühes tasapinnas, siis iga jõud lahutatakse kaheks komponendiks vertikaal- ja horisontaalsuunas. Selle järgi konstrueeritakse paindemomentide epüürid vertikaal- ja horisontaaltasapinnas. Vertikaal- ja horisontaaltasapinnas mõjuvate paindemomentide järgi konstrueeritakse summaarne paindemomentide epüür. Summaarse paindemomendi väärtus määratakse valemiga

$$M = \sqrt{M_{vr}^2 + M_h^2};$$

ja redutseeritud moment

$$M_R^{III} = \sqrt{M_{vr}^2 + M_h^2 + M_v^2}.$$

Kui aluseks võtta neljas, s. o. energeetiline tugevusteooria, siis omandab ümarvarda arvutusvalem kuju:

$$\sigma_R^{IV} = \frac{1}{W}\sqrt{M^2 + 0{,}75M_v^2} \leqslant [\sigma]$$

ja redutseeritud moment

$$M_R^{IV} = \sqrt{M^2 + 0{,}75M_v^2}.$$

7.45. Täisvõll läbimõõduga $d = 100$ mm kannab üle võimsust $N = 30$ kW nurkkiirusega $\omega = 8{,}4$ rad/s (≈ 80 p/min). Suurim paindemoment võlli ohtlikus ristlõikes $M = 4$ kNm (≈ 400 kGm).

Määrata suurim redutseeritud pinge väärtus võlli materjalis, lähtudes III-st ja IV-st tugevusteooriast.

Vastus: $\sigma_R^{III} = 53{,}6$ MN/m² (≈ 536 kG/cm²); $\sigma_R^{IV} = 50{,}6$ MN/m² (≈ 506 kG/cm²).

7.46. Ümarristlõikega terasvõll kannab üle võimsust $N = 14{,}7$ kW nurkkiirusega $\omega = 10{,}5$ rad/s (≈ 100 p/min). Suurim paindemoment $M = 1{,}5$ kNm (≈ 150 kGm). Lähtudes III ja IV tugevusteooriast määrata võlli läbimõõt, kui lubatav pinge $[\sigma] = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²).

L a h e n d u s. Võlli läbimõõt painde ja väände koosmõjul määratakse valemiga:

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_R}{0{,}1[\sigma]}}.$$

Määrame ülekantava väändemomendi:

$$M_v = \frac{N}{\omega} = \frac{14{,}7 \cdot 10^3}{10{,}5} = 1400 \text{ Nm}.$$

Redutseeritud moment III tugevusteooria järgi:

$$M_R^{III} = \sqrt{M^2 + M_v^2} = \sqrt{1500^2 + 1400^2} = 2050 \text{ Nm}$$

ja võlli läbimõõt

$$d_{III} = \sqrt[3]{\frac{M_R^{III}}{0{,}1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{2050}{0{,}1 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 6{,}35 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

ehk $d_{III} = 63{,}5$ mm.

Redutseeritud moment IV tugevusteooria järgi:

$$M_R^{IV} = \sqrt{M^2 + 0{,}75 M_v^2} = \sqrt{1500^2 + 0{,}75 \cdot 1400^2} = 1930 \text{ Nm}$$

ja võlli läbimõõt

$$d_{IV} = \sqrt[3]{\frac{M_R^{IV}}{0{,}1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{1930}{0{,}1 \cdot 80 \cdot 10^6}} = 6{,}23 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk}$$

$$d_{IV} = 62{,}3 \text{ mm}.$$

7.47. Terasest õõnesvõllile mõjuvad väändemoment $M_v = 10$ kNm (≈ 1000 kGm) ja paindemoment $M = 12$ kNm (≈ 1200 kGm). Õõnesvõlli siseläbimõõt peab olema pool välisläbimõõdust. III tugevusteooria järgi määrata sise- ja välisläbimõõdud, kui lubatav pinge $[\sigma] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²).

Vastus: $D = 118$ mm, $d = 59$ mm.

7.48. Tekstoliidist torule mõjuvad väändemoment $M_v = 80$ Nm (≈ 8 kGm) ja paindemoment $M = 60$ Nm (≈ 6 kGm). Määrata toru materjali tugevusvaru, kui tekstoliidi tugevuspiir $[\sigma]_B = 100$

MN/m² ($\approx$ 1000 kG/cm²). Toru välisläbimõõt $D = 50$ mm ja siseläbimõõt $d = 40$ mm. Arvutada IV tugevusteooria järgi.

Vastus: $n_B = 8{,}7$.

7.49. Võllile, mille läbimõõt $d = 60$ mm, on kinnitatud kaks hammasratast (joon. 333). Hammasrataste surved võllile on suunatud vertikaalselt alla; $P_1 = 5$ kN ($\approx$ 500 kG) ja $P_2 = 2$ kN ($\approx$ 200 kG). Ühelt hammasrattalt kantakse teisele üle võimsust $N = 7$ kW nurkkiirusega $\omega = 8{,}4$ rad/s ($\approx$ 80 p/min). Määrata suurimad redutseeritud pinged III ja IV tugevusteooria järgi.

Lahendus. Leiame toereaktsioonid $\Sigma M_A = 0$; $P_1 \cdot 0{,}3 + P_2 \cdot 0{,}7 - B \cdot 1 = 0$; $B = P_1 \cdot 0{,}3 + P_2 \cdot 0{,}7 = 5000 \cdot 0{,}3 + 200 \cdot 0{,}7 = 2900$ N;

$\Sigma Y = 0$; $A - P_1 - P_2 = B = 0$; $A = P_1 + P_2 - B = 500 + 200 - 2900 = 4100$ N.

Konstrueerime paindemomentide epüüri, milleks tuleb enne leida paindemomentide väärtused lõigetes A, B, C ja D:

$M_A = 0$; $M_C = A \cdot 0{,}3 = 4100 \cdot 0{,}3 = 1230$ Nm;

$M_D = A \cdot 0{,}7 - P_1 \cdot 0{,}4 = 4100 \cdot 0{,}7 - 5000 \cdot 0{,}4 = 870$ Nm;

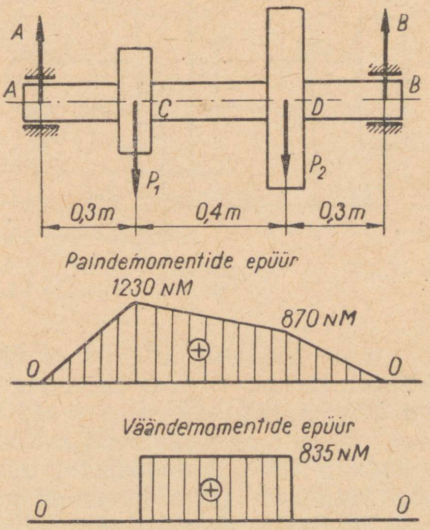
$M_B = 0$.

Suurim paindemoment on lõikes C:

$M_{max} = M_C = 1230$ Nm.

Võlliga ülekantav väändemoment

$$M_v = \frac{N}{\omega} = \frac{7000}{8{,}4} = 835 \text{ Nm}.$$



JOON. 333

Määrame redutseeritud momendi III tugevusteooria järgi:

$$M_R^{III} = \sqrt{M^2 + M_v^2} = \sqrt{1230^2 + 835^2} = 1490 \text{ Nm}.$$

Võlli ristlõike vastupanumoment

$$W \approx 0{,}1d^3 = 0{,}1\,(6 \cdot 10^{-2})^3 = 21{,}6 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Redutseeritud pinge III tugevusteooria järgi

$$\sigma_R^{III} = \frac{M_R^{III}}{W} = \frac{1490}{21{,}6 \cdot 10^{-6}} = 69{,}4 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 69{,}4 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx 694 \text{ kG/cm}^2).$$

Redutseeritud moment IV tugevusteooria järgi

$$M_R^{IV} = \sqrt{M^2 + 0{,}75M_v^2} = \sqrt{1230^2 + 0{,}75 \cdot 835^2} = 1430 \text{ Nm}.$$

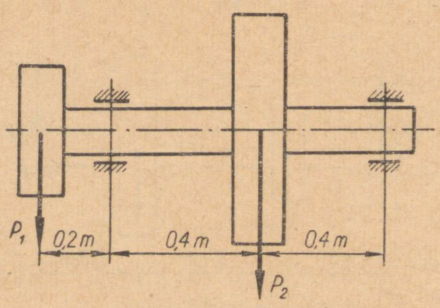
Redutseeritud pinge IV tugevusteooria järgi

$$\sigma_R^{IV} = \frac{M_R^{IV}}{W} = \frac{1430}{21{,}6 \cdot 10^{-6}} = 66{,}4 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 66{,}4 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx 664 \text{ kG/cm}^2).$$

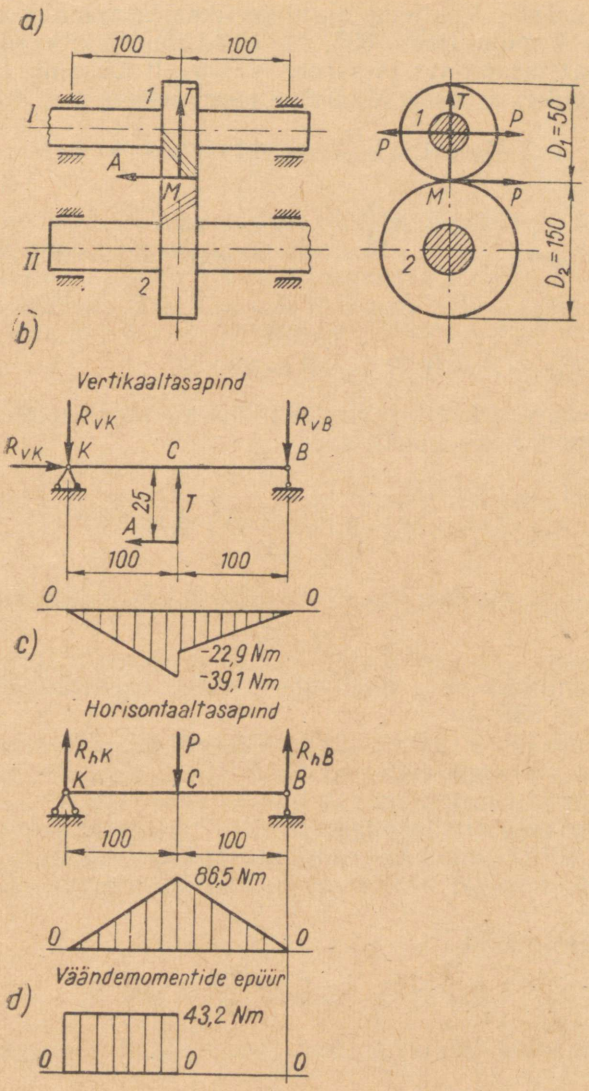
7.50. Võll kannab üle võimsust $N = 9$ kW nurkkiirusega $\omega = 10{,}5$ rad/s ($n = 100$ p/min). Võllile on kinnitatud kaks hammasratast (joon. 334). Määrata võlli läbimõõt III tugevusteooria järgi, kui $P_1 = 1000$ N (≈ 100 kG), $P_2 = 4000$ N (≈ 400 kG) ja lubatav pinge $[\sigma] = 90$ MN/m² (≈ 900 kG/cm²).

Vastus: $d = 50$ mm.



JOON. 334

7.51. Joon. 335, *a* on näidatud silindrilise üheastmelise kaldhammastega reduktori skeem. Reduktori vedav võll kannab üle võimsust $N = 6{,}45$ kW nurkkiirusega $\omega = 149$ rad/s ($n = 1450$ p/min). Vedava võlli keskele on kinnitatud kaldhammastega hammasratas *1*, mis kannab üle pöördemomenti teisele võllile hammasratta *2* kaudu. Hammasrataste hambumispunktis M mõjub hammasrattale *1* kolm jõudu: ringjõud $P = 1730$ N (≈ 173 kG) mis on suunatud hammasratta jaotusringjoone puutujat mööda;



JOON. 335

telgjõud $A = 650$ N (≈ 65 kG), mis on suunatud paralleelselt võlli teljega ja radiaaljõud $T = 620$ N (≈ 62 kG), mis on suunatud piki raadiust hammasratta tsentrisse. Mitte arvestades telgjõust tekkivat survet, määrata vedava võlli läbimõõt III tugevusteooria järgi. Lubatav pinge $[\sigma] = 90$ MN/m^2 (≈ 900 kG/cm^2). Telgjõudu võtab vastu vasakpoolne laager.

Lahendus. Vaatleme algul vertikaaltasapinnas asuvate jõudude T ja A mõju (joon. 335, *b*). Need jõud tekitavad võllis painet vertikaaltasapinnas ja survet. Vastavalt ülesande tingimustele survepingeid ei arvesta. Määrame toereaktsioonid:

$$\Sigma M_K = 0;\ A\frac{D_1}{2} - T\frac{l}{2} + R_{vB} \cdot l = 0;$$

$$R_{vB} = \frac{T\frac{l}{2} - A\frac{D_1}{2}}{l} = \frac{620\frac{0{,}2}{2} - 650\frac{0{,}05}{2}}{0{,}2} = 229 \text{ N};$$

$$\Sigma Y = 0;\ -R_{vK} + T - R_{vB} = 0;\ R_{vK} = T - R_{vB} = 620 - 229 = 391 \text{ N};$$

$$\Sigma X = 0;\ R_{xK} - A = 0;\ R_{xK} = A = 650 \text{ N}.$$

Määrame vertikaaltasapinnas mõjuvate paindemomentide väärtused iseloomulikes punktides:

$$M_{vK} = 0;$$

$$M_{vC} = R_{vK}\frac{l}{2} = -391 \cdot 0{,}1 = -39{,}1 \text{ NM};$$

$$M_{2vC} = R_{vB}\frac{l}{2} = -229 \cdot 0{,}1 = -22{,}9 \text{ Nm};$$

$$M_{vB} = 0.$$

Vertikaaltasapinnas mõjuvate paindemomentide epüür on toodud joonisel 335, *b*.

Vaatleme jõu P mõju võllile. Rakendame võlli tsentrisse kaks võrdset ja vastassuunalist jõudu P (joon. 335, *a*). Selle tulemusena saame jõu P, mis on rakendatud võlli tsentrisse, ja jõupaari, mis mõjub võlli ristlõikepinnas. Võlli tsentrisse rakendatud jõud P tekitab võllis painet horisontaaltasapinnas. Jõupaar tekitab võllis väänet. Joonisel 335, *c* on toodud võlli arvutusskeem jõu P mõjul.

Toereaktsioonid

$$R_{hK} = R_{hB} = \frac{P}{2} = \frac{1730}{2} = 865 \text{ N}.$$

Maksimaalne paindemoment horisontaaltasapinnas on võlli keskel:

$$M_{hC} = \frac{Pl}{4} = \frac{1730 \cdot 0{,}2}{4} = 86{,}5 \text{ Nm}.$$

Tugedel K ja B on paindemoment null:

$$M_{hK} = 0;\ M_{hB} = 0.$$

Horisontaaltasapinnas mõjuvate paindemomentide skeem on toodud joon. 335, *c*. Määrame reduktori vedava võlli väändemomendi:

$$M_v = \frac{N}{\omega} = \frac{6450}{149} = 43{,}2 \text{ Nm}.$$

Arvuliselt on väändemoment võrdne jõupaari momendiga:

$$M_v = P\frac{D_1}{2} = 1730 \cdot 0{,}025 = 43{,}2 \text{ Nm}.$$

Väändemomendid on suuruselt võrdsed. Reduktori võlli väändemomentide epüür on näidatud joon. 335, *d*.

Redutseeritud moment III tugevusteooria järgi

$$M_R^{III} = \sqrt{M_{vr}^2 + M_h^2 + M_v^2} = \sqrt{(-39{,}1)^2 + 86{,}5^5 + 43{,}2^2} = \\ = 104 \text{ Nm}$$

ja võlli läbimõõt

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_R^{III}}{0{,}1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{104}{0{,}1 \cdot 90 \cdot 10^6}} = 2{,}26 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk}$$

$$d = 22{,}6 \text{ mm}.$$

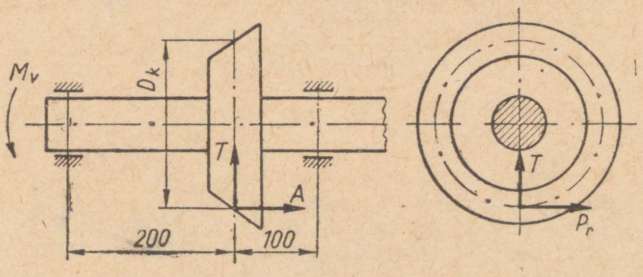
7.52. Eelmise ülesande andmetel määrata reduktori veetava võlli läbimõõt.

Märkus. Teisele võllile mõjuvad samasugused jõud nagu esimesele, ainult suunad on vastupidised.

Vastus: $d = 26{,}4$ mm.

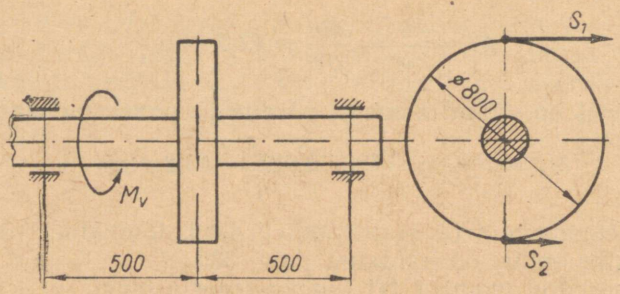
7.53. Määrata reduktori võlli läbimõõt, kui sellele on kinnitatud kooniline hammasratas (joon. 336). $P_r = 2000$ N (≈ 200 kG), $T = 700$ N (≈ 70 kG), $A = 500$ N (≈ 50 kG), $D_k = 200$ mm. Lubatav pinge $[\sigma] = 80$ MN/m^2 (≈ 800 kG/cm^2). Survepinget võllis mitte arvestada. Arvutada III tugevusteooria järgi.

Vastus: $d = 32$ mm.



JOON. 336

7.54. Võll kannab üle võimsust $N = 40$ kW nurkkiirusega $\omega = 76{,}5$ rad/s (≈ 730 p/min). Võllile on kinnitatud rihmaratas kaaluga $G = 3$ kN. Rihma harudes on pingused $S_1 = 2P_r$ ja $S_2 =$



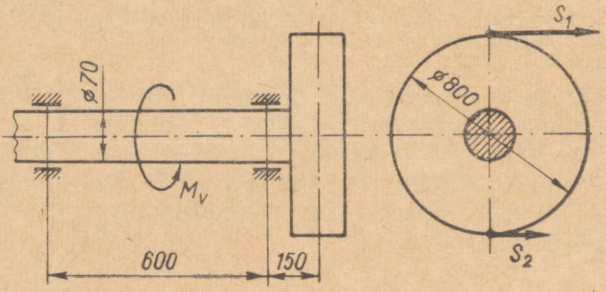
JOON. 337

$= P_r$ ning on suunatud horisontaalselt (joon. 337). Määrata võlli läbimõõt, kui lubatav pinge $[\sigma] = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²). Arvutada III tugevusteooria järgi.

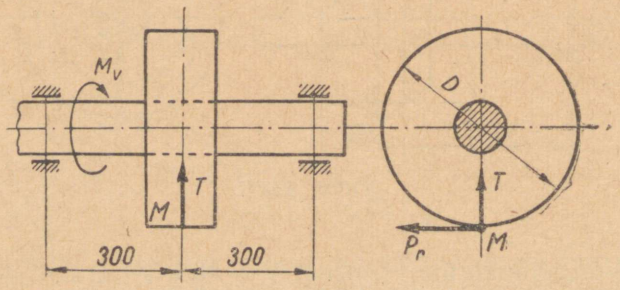
Vastus: $d = 55$ mm.

7.55. Võllile on kinnitatud rihmaratas kaaluga $G = 3$ kN (joon. 338). Määrata suurimad pinged võlli ristlõikes III tugevusteooria järgi, kui pingused rihma osades $S_1 = 8$ kN ($\approx$ 800 kG) ja $S_2 = 4$ kN (≈ 400 kG).

Vastus: $\sigma_{max} = 71{,}6$ MN/m² (≈ 716 kG/cm²).



JOON. 338



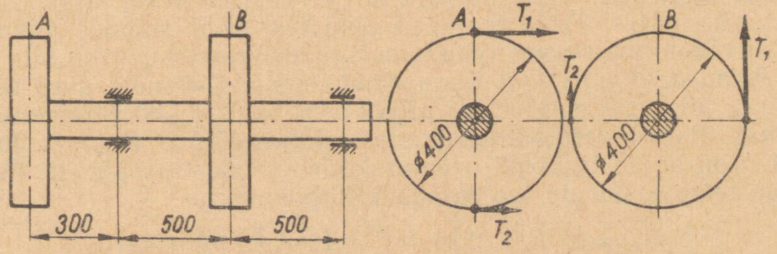
JOON. 339

7.56. Võllile kinnitatud hammasratta (joon. 339) hambumisel punktis M mõjub kaks jõudu: ringjõud $P_r = 2000$ N (≈ 200 kG) ja radiaaljõud $T = 700$ N (≈ 70 kG). Hammasratta jaotusringjoone läbimõõt $D = 300$ mm. Määrata võlli läbimõõt, kui lubatav pinge $[\sigma] = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²). Arvutada III tugevusteooria järgi.

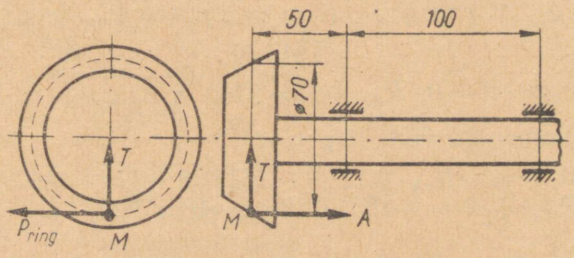
Vastus: $d = 35$ mm.

7.57. Kaks ühesugust rihmaratast on kinnitatud võllile (joon. 340). Pingused rihma osades $T_1 = 2T_2 = 3400$ N (≈ 340 kG). Mitte arvestades rihmarataste omakaalu, määrata võlli läbimõõt III tugevusteooria järgi, kui lubatav pinge $[\sigma] = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²).

Vastus: $d = 58$ mm.



JOON. 340



JOON. 341

7.58. Reduktori võlli konsooli otsa (joon. 341) on kinnitatud kooniline hammasratas, mis kannab üle võimsust $N = 5{,}55$ kW nurkkiirusega $\omega = 100$ rad/s (≈ 950 p/min). Hambumispunktis M mõjub kolm jõudu, mille suunad on näidatud joonisel. Mitte arvestades survepinget telgjõust A, määrata võlli läbimõõt III tugevusteooria järgi, kui $P_r = 1580$ N (≈ 158 kG), $A = 230$ N (≈ 23 kG), $T = 530$ N (≈ 53 kG) ja $[\sigma] = 100$ MN/m² (≈ 1000 kG/cm²).

Vastus: $d = 21{,}4$ mm.

7.59. Kontrollida koonilise reduktori võlli (joon. 342) tugevust. $P_r = 2000$ N (≈ 200 kG), $T = 700$ N (≈ 70 kG), $A = 500$ N (≈ 50 kG) ja $[\sigma] = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²). Arvutada III tugevusteooria järgi.

Vastus: $\sigma = 42{,}2$ MN/m² (≈ 422 kG/cm²) $< [\sigma] = 50$ MN/m² (≈ 500 kG/cm²).

7.60. Joonisel 343 on näidatud tigureduktori skeem. Tiguvõll kannab üle võimsust $N = 5$ kW nurkkiirusega $\omega = 100$ rad/s (≈ 960 p/min). Hambumispunktis M mõjub kolm omavahel risti-asetsevat jõudu: $P = 5260$ N (≈ 526 kG), $T = 1700$ N (≈ 170 kG), $Q = 1580$ N (≈ 158 kG).

Määrata materjali suurim redutseeritud pinge, kui teo sise-läbimõõt $d_{it} = 46{,}2$ mm ja teo jaotusringjoone läbimõõt $d_t = 63$ mm, tiguvõlli pikkus $l = 240$ mm. Telgjõudu võtab vastu vasakpoolne tugilaager. Arvutada III ja IV tugevusteooria järgi.

L a h e n d u s. Teole mõjuvad jõud tekitavad painde-, väände- ja survedeformatsioone. Vaatleme iga deformatsiooni eraldi.

Paindedeformatsioon. Kuna hambumisjõud ei mõju ühes tasapinnas, siis vaatleme eraldi painet vertikaal- ja horisontaaltasapinnas. Painet vertikaaltasapinnas tekitavad jõud P ja T. Joon. 343, *b* on antud tiguvõlli arvutusskeem vertikaaltasapinnas. Määrame toereaktsioonid teo tasakaalutingimusest:

$$\Sigma M_A = 0;\ R_{vB} \cdot 0{,}24 - T \cdot 0{,}12 + P \cdot 0{,}0315 = 0;$$

$$R_{vB} = \frac{T \cdot 0{,}12 - P \cdot 0{,}0315}{0{,}24} = \frac{1700 \cdot 0{,}12 - 5260 \cdot 0{,}0315}{0{,}24} = 155 \text{ N};$$

$$\Sigma Y = 0;\ -R_{vA} + T - R_{vB} = 0;\ R_{vA} = T - R_{vB} = 1700 - 155 = 1545 \text{ N};$$

$$\Sigma X = 0;\ R_{Ax} - P = 0;\ R_{Ax} = P = 5260 \text{ N}.$$

Paindemomendid võlli lõigetes

$$M_{vA} = 0;\ M_{1vC} = -R_{vA} \cdot 0{,}12 = -1545 \cdot 0{,}12 = -185 \text{ Nm};$$
$$M_{2vC} = -R_{vB} \cdot 0{,}12 = -155 \cdot 0{,}12 = -18{,}6 \text{ Nm};$$
$$M_{vB} = 0.$$

Järelikult suurim paindemoment vertikaaltasapinnas

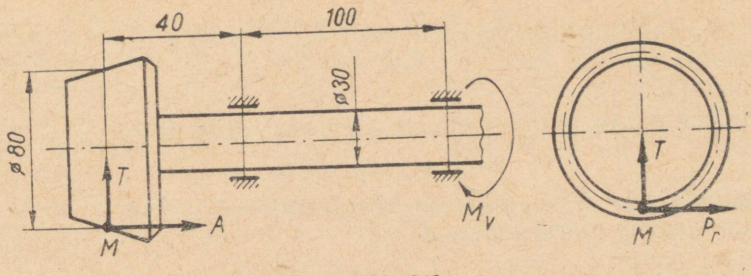
$$M_{v\,max} = 185 \text{ Nm}.$$

Vertikaaltasapinnas mõjuvate paindemomentide epüür on näidatud joon. 343, *b*.

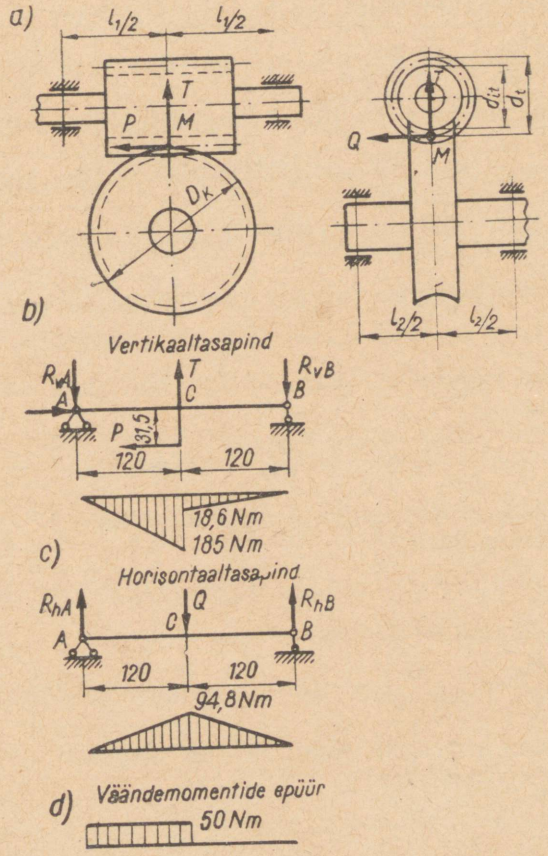
Painet horisontaaltasapinnas tekitab jõud Q. Joonisel 343, *c* on antud tiguvõlli arvutusskeem horisontaaltasapinnas. Horisontaalsed toereaktsioonid:

$$R_{hA} = R_{hB} = \frac{Q}{2} = \frac{1580}{2} = 790 \text{ N}.$$

Paindemomendid võlli lõigetes:



JOON. 342



JOON. 343

$$M_{hA} = 0;\ M_{hC} = \frac{Ql}{4} = \frac{1580 \cdot 0{,}24}{4} = 94{,}8 \text{ Nm};$$

$M_{hB} = 0$.

Maksimaalne paindemoment horisontaaltasapinnas

$$M_{h\,max} = 94{,}8 \text{ Nm}.$$

Paindemomentide epüür on näidatud joonisel 343, *c*.

Summaarne paindemoment

$$M_{max} = \sqrt{M_{v}^2{}_{max} + M_{h}^2{}_{max}} = \sqrt{185^2 + 94{,}8^2} = 208 \text{ Nm}.$$

Praktikas arvutatakse teo telgvastupanumoment siseläbimõõdu järgi:

$$W = 0{,}1 d_{it}^3 = 0{,}1 (4{,}62 \cdot 10^{-2})^3 = 9{,}9 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Summaarne paindepinge teo ohtlikus ristlõikes

$$\sigma_p = \frac{M_{max}}{W} = \frac{208}{9{,}9 \cdot 10^{-6}} = 21 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 21 \text{ MN/m}^2.$$

Survedeformatsioon. Telgjõust $P = 5260$ N tekivad survepinged

$$\sigma_s = \frac{P}{F};\ F = \frac{\pi d_{it}^2}{4} = \frac{3{,}14 (4{,}62 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 16{,}8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

$$\sigma_s = \frac{5260}{16{,}8 \cdot 10^{-4}} = 3{,}1 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 3{,}1 \text{ MN/m}^2.$$

Suurim normaalpinge väärtus paindest ja survest

$$\sigma = \sigma_p + \sigma_s = 21 + 3{,}1 = 24{,}1 \text{ MN/m}^2.$$

Väändedeformatsioon. Määrame tiguvõllile mõjuva väändemomendi suuruse:

$$M_v = \frac{N}{\omega} = \frac{5000}{100} = 50 \text{ Nm}.$$

Joonisel 343, *d* on näidatud väändemomentide epüür. Teo polaarvastupanumoment

$$W_p = 0{,}2 d_{it}^3 = 0{,}2 (4{,}62 \cdot 10^{-2})^3 = 19{,}8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Suurimad tangentsiaalpinged

$$\tau = \frac{M_v}{W_p} = \frac{50}{19{,}8 \cdot 10^{-6}} = 2{,}5 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 2{,}5 \text{ MN/m}^2.$$

Määrame teo materjalis redutseeritud pinged:

a) III tugevusteooria järgi

$$\sigma_R{}^{III} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \sqrt{24{,}1^2 + 4 \cdot 2{,}5^2} = 24{,}6 \text{ MN/m}^2;$$

b) IV tugevusteooria järgi

$$\sigma_R{}^{IV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} = \sqrt{24{,}1^2 + 3 \cdot 2{,}5^2} = 24{,}4 \text{ MN/m}^2.$$

7.61. Eelmise ülesande andmetel määrata tigureduktori tiguratta võlli läbimõõt. Tiguratta võlli arvutada III tugevusteooria järgi ainult painde ja väände koosmõjule. Tiguratta läbimõõt $D = 252$ mm. Tiguratta võlli laagrite vaheline kaugus $l_2 = 140$ mm. Tiguratta võlli nurkkiirus $\omega = 7{,}4$ rad/s (≈ 71 p/min). Lubatav pinge $[\sigma] = 80$ MN/m² (≈ 800 kG/cm²).

Märkus. Tiguajami hambumisel punktis M mõjuvad tigurattale samasugused jõud nagu tiguvõllile, ainult vastupidises suunas.

Vastus: $d = 45$ mm.

7.62.* Tigureduktor kannab üle võimsust N kW nurkkiirusega ω rad/s (joon. 343). Punktis M teo ja tiguratta hambumisel mõjub kolm omavahel ristiasetsevat jõudu P, T ja Q. Tiguvõllile on vaja konstrueerida paindemomentide epüürid vertikaal- ja horisontaal-

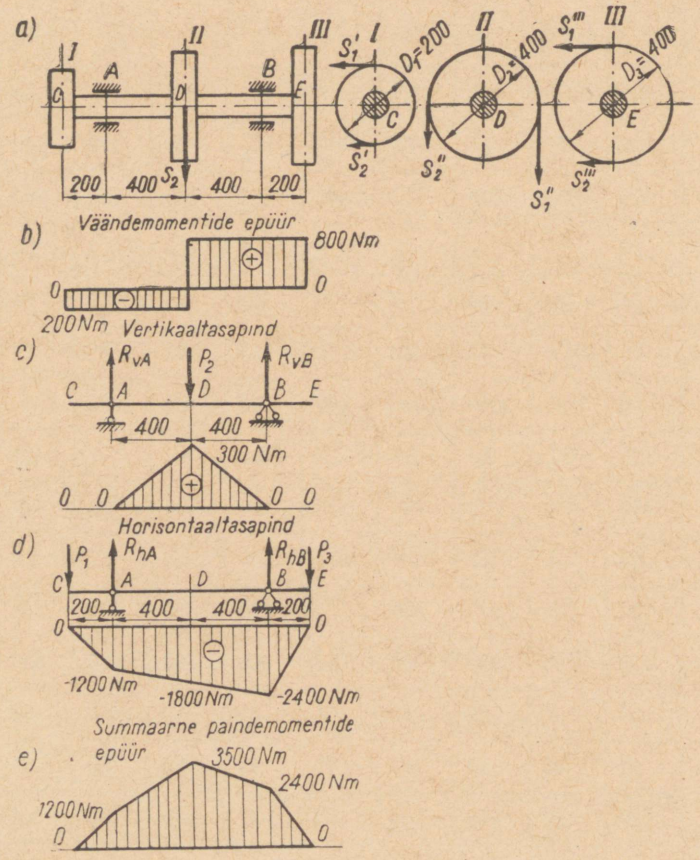
Tabel 32

Variandi nr.		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
N kW		4,5	4,5	4,5	4,5	7	7	7	7	10	10
ω_1 rad/s		150	100	77	77	303	150	100	77	100	77
n_1 p/min		1440	950	730	730	2890	1440	960	730	960	730
ω_2 rad/s		4	2,5	2	2	8	4	2,5	2	2,5	2
n_2 p/min		38	24	19	19	76	38	28	19	24	19
P	kN	12	20	20	20	6	12	14	19	17	22
	kG	1200	2000	2000	2000	600	1200	1400	1900	1700	2200
T	kN	4,5	7,5	7,3	7,3	2,2	4,5	5,0	7	6,2	8,2
	kG	450	750	730	730	220	450	500	700	620	820
Q	kN	1,2	1,7	2,2	1,8	0,75	1	1,8	1,7	2,1	2
	kG	120	170	220	180	75	100	180	170	210	200
l_1 mm		200	200	250	300	300	300	400	400	500	500
d_t mm		50	60	54	66	64	88	80	110	90	132
d_{jt} mm		38	48	40	42	45	49	56	86	67	103
l_2 mm		140	140	160	160	180	180	200	250	300	300
D_r mm		200	200	240	240	320	320	400	400	480	480

tasapinnas; väändemomentide epüür; määrata suurima redutseeritud pinge väärtus tiguvõlli materjalis III ja IV tugevusteooria järgi. Arvutusandmed võtta tabelist 32.

7.63.* Reduktori tiguratta võllile (joon. 343) on vaja tabelis 32 toodud variandi järgi konstrueerida paindemomentide epüürid vertikaal- ja horisontaaltasapinnas; väändemomentide epüürid; määrata võlli läbimõõt, kui lubatav pinge $[\sigma] = 70$ MN/m² (≈ 700 kG/cm²). Arvutada III tugevusteooria järgi.

7.64. Võllile on kinnitatud kolm rihmaratast (joon. 344). Pingused rihma vedavates osades $S'_1 = 4$ kN (≈ 400 kG), $S''_1 = 10$ kN (≈ 1000 kG) ja $S'''_1 = 8$ kN (≈ 800 kG). Pingused veetavates osades $S'_2 = 2$ kN (≈ 200 kG), $S''_2 = 5$ kN (≈ 500 kG) ja $S'''_2 = 4$ kN (≈ 400 kG). Lubatav pinge $[\sigma] = 70$ MN/m² (≈ 700 kG/cm²). Antud võllile konstrueerida väändemomentide epüür, paindemomentide epüür vertikaal- ja horisontaaltasapinnas; sum-



JOON. 344

maarne paindemomentide epüür; määrata võlli läbimõõt III tugevusteooria järgi, lugedes läbimõõdu konstantseks kogu pikkusel.

Lahendus: Määrame rihmarataste pöördemomentide väärtused:

$$M_{1v} = -(S'_1 - S'_2)\frac{D_1}{2} = -(4000 - 2000)\ \frac{0{,}2}{2} = -200 \text{ Nm};$$

$$M_{2r} = (S''_1 - S''_2)\frac{D_2}{2} = (10000 - 5000)\ \frac{0{,}4}{2} = 1000 \text{ Nm};$$

$$M_{3r} = -(S'''_1 - S'''_2)\frac{D_3}{2} = -(8000 - 4000)\ \frac{0{,}4}{2} = -800 \text{ Nm};$$

nende andmete järgi konstrueerime väändemomentide epüüri (joon. 344, *b*).

Konstrueerime paindemomentide epüüri *vertikaaltasapinnas*. Surve võllile vertikaaltasapinnas on võrdne teise rihmaratta pinguste summaga: $P_2 = S''_1 + S''_2 = 10000 + 5000 = 15000$ N. Määrame toereaktsioonid:

$$R_{vA} = R_{vB} = \frac{P_2}{2} = \frac{1500}{2} = 7500 \text{ N}.$$

Leiame paindemomentide suurused:
$M_{vA} = 0$; $M_{vD} = 7500 \cdot 0{,}4 = 3000$ Nm;
$M_{vB} = 0$.

Paindemomentide epüür vertikaaltasapinnas on näidatud joonisel 334, *c*.

Horisontaaltasapinnas mõjuvate paindemomentide epüüri konstrueerimine.

Koormus võllile horisontaaltasapinnas punktis *C*:

$$P_1 = S'_1 + S'_2 = 4 + 2 = 6 \text{ kN};$$

punktis *E*

$$P_3 = S'''_1 + S'''_2 = 8 + 4 = 12 \text{ kN}.$$

Määrame toereaktsioonid:

$$\Sigma M_A = 0;\ -P_1 \cdot 0{,}2 - R_{hB} \cdot 0{,}8 + P_3 \cdot 1 = 0;$$

$$R_{hB} = \frac{P_3 \cdot 1 - P_1 0{,}2}{0{,}8} = \frac{12000 \cdot 1 - 6000 \cdot 0{,}2}{0{,}8} = 13500 \text{ N};$$

$$\Sigma Y = 0;\ -P_1 + R_{hA} + R_{hB} - P_3 = 0;\ R_{hA} = P_1 + P_3 - R_{hB} = 6000 + 12000 - 13500 = 4500 \text{ N}.$$

Leiame paindemomentide väärtused:
$M_{hC} = 0$; $M_{hA} = -P_1 \cdot 0{,}2 = -6000 \cdot 0{,}2 = -1200$ Nm;
$M_{hD} = -P_1 \cdot 0{,}6 + R_{hA} \cdot 0{,}4 = -6000 \cdot 0{,}6 + 4500 \cdot 0{,}4 = -1800$ Nm;
$M_{hB} = -P_3 \cdot 0{,}2 = -12000 \cdot 0{,}2 = -2400$ Nm.

Nende andmete järgi konstrueerime paindemomentide epüüri horisontaaltasapinnas (joon. 344, *d*). Määrame summaarsed paindemomendid, liites vertikaal- ja horisontaaltasapinnas mõjuvad paindemomendid geomeetriliselt:

$$M_C = 0;\ M_A = 1200 \text{ Nm};\ M_D = \sqrt{M_{vD}^2 + M_{hD}^2} =$$

$$= \sqrt{3000^2 + (-1800)^2} = 3500 \text{ Nm};$$

$M_B = 2400$ Nm; $M_E = 0$.

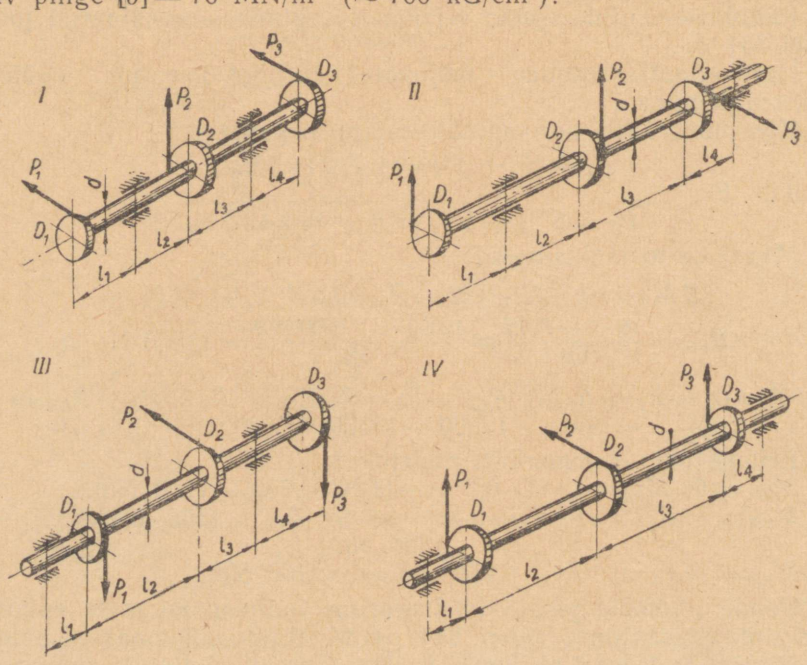
Leitud suuruste järgi konstrueerime summaarsete paindemomentide epüüri (joon. 334, *e*). Ohtlikuks lõikeks osutub ristlõige, mis läbib punkti *D*. Suurima redutseeritud momendi määrame ohtlikus lõikes III tugevusteooria järgi:

$$M_R^{III} = \sqrt{M^2 + M_v^2} = \sqrt{3500^2 + 800^2} = 3600 \text{ Nm}.$$

Leiame võlli läbimõõdu valemiga

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_R^{III}}{0{,}1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{3600}{0{,}1 \cdot 70 \cdot 10^6}} = 8 \cdot 10^{-2} \text{ m ehk } d = 80 \text{ mm}.$$

7.65.* Ühele võllile, mille skeem on antud joon. 345, konstrueerida ühe tabelis 33 antud variandi järgi väändemomentide epüür; paindemomentide epüür vertikaal- ja horisontaaltasapinnas; määrata võlli läbimõõt kolmanda ja neljanda tugevusteooria järgi, arvestades, et võlli läbimõõt kõikides ristlõigetes on sama. Lubatav pinge $[\sigma] = 70$ MN/m² (≈ 700 kG/cm²).



JOON. 345

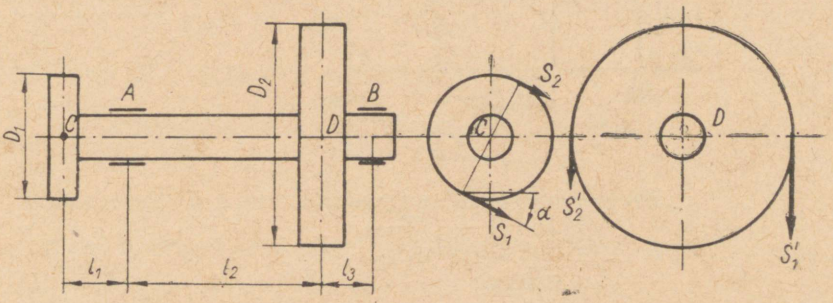
Tabel 33

Variant	Skeem	D_1 mm	D_2 mm	D_3 mm	l_1 mm	l_2 mm	l_3 mm	l_4 mm	P_1		P_2		P_3	
									kN	kG	kN	kG	kN	kG
1	I	200	250	300	200	200	300	100	2	200	4	400	2	200
2		250	300	200	100	300	200	100	2	200	3	300	2	200
3		200	300	200	200	300	100	100	1,5	150	3	300	3	300
4		300	250	200	100	400	200	100	1	100	2	200	1	100
5	II	300	250	200	100	300	100	100	2	200	4	400	2	200
6		200	300	250	200	300	200	200	2	200	3	300	2	200
7		200	300	200	100	100	200	100	1,5	150	3	300	3	300
8		150	300	300	150	200	200	100	2	200	4	400	3	300
9	III	200	300	100	100	300	100	100	2	200	2	200	2	200
10		100	300	200	200	200	100	100	3	300	2	200	1,5	150
11		200	400	100	300	200	200	100	3	300	2	200	2	200
12		150	300	300	100	200	300	100	2	200	2	200	1	100
13	IV	100	300	200	200	200	200	100	3	300	3	300	3	300
14		200	300	100	200	200	200	100	2	200	2	200	2	200
15		200	400	100	200	200	200	200	3	300	2	200	2	200
16		150	300	300	300	100	200	100	2	200	2	200	1	100

Tabel 34

Variandid	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
α°	30	30	30	30	30	30	60	60	60	60	60	45	45	45	45	45
D_1 mm	900	450	800	400	450	400	600	400	450	400	900	450	400	300	400	450
D_2 mm	1200	600	1200	800	600	800	800	800	600	800	1200	500	800	600	800	600
l_1 mm	250	300	150	100	300	200	200	100	200	100	300	200	100	150	200	300
l_2 mm	600	500	300	300	400	400	400	400	400	500	500	600	300	350	250	400
l_3 mm	600	500	200	200	300	200	200	100	100	100	400	200	200	150	300	300
G_1 kN	2	1	3	2	1	1	1	2	1,5	1	2	1	2	2	1,5	1
G_2 kN	6	5	5	5	5	4	4	5	5	4	6	5	5	5	2,5	5
kN	8	4	6	8	4	8	8	8	4	8	8	4	8	6	8	4
S_1 kG	800	400	600	800	400	800	800	800	400	800	800	400	800	600	800	400
kN	4	2	3	4	2	4	4	4	2	4	4	2	4	3	4	2
S_2 kG	400	200	300	400	200	400	400	400	200	400	400	200	400	300	400	200
kN	6	3	4	4	3	4	6	4	3	4	6	3	4	3	4	3
S'_1 kG	600	300	400	400	300	400	600	400	300	400	600	300	400	300	400	300
kN	3	1,5	2	2	1,5	2	3	2	1,5	2	3	1,5	2	1,5	2	1,5
S'_2 kG	300	150	200	200	150	200	300	200	150	200	300	150	200	150	200	150

7.66.* Terasvõllile, mis toetub laagritele A ja B, on kinnitatud rihmarattad C ja D omakaaluga G_1 ja G_2 (joon. 346). Rihma osade pinguste väärtused on antud tabelis 34 ja on suunatud rihmarattal D vertikaalselt alla ja rihmarattal C horisondi suhtes nurga α all. Ühe tabelis 34 toodud variandi järgi konstrueerida väändemomentide epüür vertikaal- ja horisontaaltasapinnas. Määrata võlli läbimõõt III tugevusteooria järgi. Lubatav pinge $[\sigma] = 70$ MN/m² (≈ 700 kG/cm²).



JOON. 346

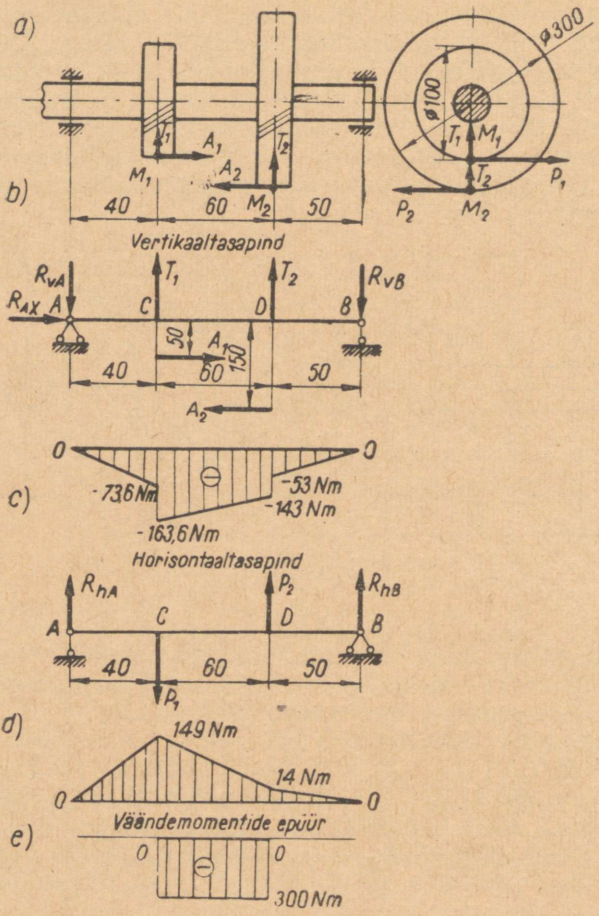
7.67. Joonisel 347, *a* on näidatud kaheastmelise reduktori vahevõlli skeem. Võllile on kinnitatud kaks kaldhammastega hammasratast. Hammasrataste hambumispunktides M_1 ja M_2 on rakendatud kolm omavahel ristiasetsevat jõudu: $P_1 = 6000$ N (≈ 600 kG), $T_1 = 2200$ N (≈ 220 kG), $A_1 = 1800$ N (≈ 180 kG), $P_2 = 2000$ N (≈ 200 kG), $T_2 = 750$ N (≈ 75 kG), $A_2 = 600$ N (≈ 60 kG). Määrata võlli läbimõõt, kui lubatav pinge $[\sigma] = 70$ MN/m² (≈ 700 kG/cm). Telgjõudu võtab vastu vasakpoolne laager. Arvutada III tugevusteooria järgi. Survepingeid telgjõududest mitte arvestada.

L a h e n d u s. Võllile mõjuvad jõud tekitavad painet, väänet ja survet. Ülesande tingimuse kohaselt mitte arvestada survedeformatsiooni telgjõududest. Vaatleme eraldi võlli painet vertikaal- ja horisontaaltasapinnas. Joon. 347, *b* on antud arvutusskeem jõududest, mis tekitavad painet vertikaaltasapinnas. Määrame toereaktsioonid:

$$\Sigma M_A = 0; \quad -T_1 \cdot 0{,}04 - A_1 \cdot 0{,}05 - T_2 \cdot 0{,}1 + R_{vB} \cdot 0{,}15 + \\ + A_2 \cdot 0{,}15 = 0;$$

$$R_{vB} = \frac{T_1 \cdot 0{,}04 + A_1 \cdot 0{,}05 + T_2 \cdot 0{,}1 - A_2 \cdot 0{,}15}{0{,}15} =$$

$$= \frac{2200 \cdot 0{,}04 + 1800 \cdot 0{,}05 + 700 \cdot 0{,}1 - 600 \cdot 0{,}15}{0{,}15} = 1060 \text{ N};$$



JOON. 347

$\Sigma Y = 0;\ -R_{vB} + T_1 + T_2 - R_{vA} = 0;$

$R_{vA} = T_1 + T_2 - R_{vB} = 2200 + 700 - 1060 = 1840$ N;

$\Sigma X = 0;\ -A_1 + A_2 + R_{Ax} = 0;$

$R_{Ax} = A_1 - A_2 = 1800 - 600 = 1200$ N.

Määrame paindemomendid lõigetes A, B, C ja D:

$M_{vA} = 0;\ M_{1vC} = -R_{vA} \cdot 0{,}04 - 1840 \cdot 0{,}04 = -73{,}6$ Nm;

$M_{2vC} = -R_{vA} \cdot 0{,}04 - A_1 \cdot 0{,}05 = -1840 \cdot 0{,}04 - 1800 \cdot 0{,}05 =$

$= -163{,}6$ Nm;

$M_{1vD} = -R_{vB} \cdot 0{,}05 = -1060 \cdot 0{,}05 = -53{,}5$ Nm;

$M_{2vD} = -R_{vB} \cdot 0{,}05 - A_2 \cdot 0{,}15 = -1060 \cdot 0{,}05 - 600 \cdot 0{,}15 =$

$= -143$ Nm;

$M_{vB} = 0.$

Paindemomentide epüür vertikaaltasapinnas on näidatud joon. 347, *c*.

Jõud P_1 ja P_2 tekitavad painet horisontaaltasapinnas ja väänet. Joon. 347, *d* on antud võlli arvutusskeem jõududest P_1 ja P_2, mis tekitavad painet horisontaaltasapinnas.

Määrame toereaktsioonid:

$$\Sigma M_A = 0;\ P_1 \cdot 0{,}04 - P_2 \cdot 0{,}10 - R_{hB} \cdot 0{,}15 = 0;$$

$$R_{hB} = \frac{-P_2 \cdot 0{,}1 + P_1 \cdot 0{,}04}{0{,}15} = \frac{-2000 \cdot 0{,}1 + 6000 \cdot 0{,}4}{0{,}15} = 270 \text{ N};$$

$$\Sigma M_B = 0;\ R_{hA} \cdot 0{,}15 - P_1 \cdot 0{,}11 + P_2 \cdot 0{,}05 = 0;$$

$$R_{hA} = \frac{P_1 \cdot 0{,}11 - P_2 \cdot 0{,}05}{0{,}15} = \frac{600 \cdot 0{,}11 - 2000 \cdot 0{,}05}{0{,}15} = 3730 \text{ N}.$$

Määrame paindemomendid lõigetes *A*, *B*, *C* ja *D*:

$$M_{hA} = 0;\ M_{hC} = R_{hA} \cdot 0{,}04 = 3730 \cdot 0{,}04 = 149 \text{ Nm};$$

$$M_{hD} = R_{hB} \cdot 0{,}05 = 270 \cdot 0{,}05 = 14 \text{ Nm};\ M_{hB} = 0.$$

Horisontaaltasapinnas mõjuvate paindemomentide epüür on näidatud joon. 347, *d*.

Suurim paindemoment mõjub lõikes *C*:

$$M_C = \sqrt{M_{2vC}^2 + M_{hC}^2} = \sqrt{163{,}6^2 + 149^2} = 217 \text{ Nm}.$$

Väändemoment on väärtuselt konstantne ja mõjub võlli osale *CD*:

$$M_v = -P\frac{D_1}{3} = -600\frac{0{,}1}{2} = -300 \text{ Nm}.$$

Väändemomentide epüür on näidatud joonisel 347, *e*.

Määrame redutseeritud momendi III tugevusteooria järgi.

$$M_R^{III} = \sqrt{M^2 + M_v^2} = \sqrt{217^2 + 300^2} = 373 \text{ Nm}.$$

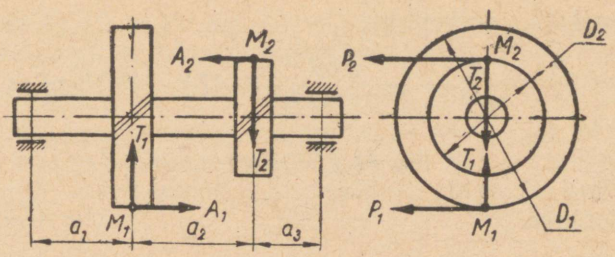
Võlli arvutuslik läbimõõt ohtlikus lõikes

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_R^{III}}{0{,}1[\sigma]}} = \sqrt[3]{\frac{373}{0{,}1 \cdot 70 \cdot 10^6}} = 3{,}73 \cdot 10^{-2} \text{ m} = 37{,}3 \text{ mm}.$$

7.68*. Joon. 348 on antud silindrilise reduktori vahevõlli skeem. Võllile on kinnitatud kaks kaldhammastega hammasratast. Reduktori töötamisel tekivad kolm omavahel ristiasetsevat jõudu: punktis M_1 jõud P_1, T_1 ja A; punktis M_2—P_2, T_2 ja A_2. Ühe tabelis 35 antud variandi järgi konstrueerida paindemomentide epüür

Tabel 35

Variant	a_1 mm	a_2 mm	a_3 mm	D_1 mm	D_2 mm	P_1		T_1		A_1		P_2		T_2		A_2	
						kN	kG	kN	kG	kN	kG	kN	kG	kN	kG	kN	kG
1	60	60	40	100	40	2	200	0,8	80	0,7	70	5	500	1,5	150	2	200
2	40	60	40	100	50	2,4	240	1	100	0,9	90	4,8	480	2	200	1,8	180
3	50	60	50	120	60	3	300	1,2	120	1,1	110	6	600	2,3	230	2,2	220
4	60	100	60	120	60	2	200	0,8	80	0,7	70	4	400	3,1	310	3,2	320
5	50	50	50	100	100	1,8	180	0,7	70	0,6	60	3,6	360	1,4	140	1,2	120
6	50	80	50	100	40	2	200	0,8	80	0,7	70	5	500	2	200	1,5	150
7	50	60	40	100	50	1,2	120	0,45	45	0,4	40	2,4	240	0,9	90	0,8	80
8	60	80	60	120	50	2	200	0,8	80	0,5	50	4,8	480	1,9	190	1	100
9	70	80	60	120	50	4	400	1,6	160	1	100	9,6	960	3,9	390	2	200
10	50	60	50	100	50	1,2	120	0,5	50	0,4	40	2,4	240	0,9	90	0,8	80



JOON. 348

vertikaal- ja horisontaaltasapinnas; väändemomentide epüür; määrata võlli läbimõõt ohtlikus lõikes, kui lubatav pinge $[\sigma] = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²). Arvutada IV tugevusteooria järgi.

§ 4. VÄÄNE KOOS TÕMBE VÕI SURVEGA

Väände ja tõmbe või surve koosmõjul tekivad silindrilise varda ristlõikes samaaegselt tangentsiaal- ja normaalpinged. Selle koosmõju arvutamisel määratakse redutseeritud pinge, mis kujutab endast suurimat summaarpingete väärtust. Lähtudes III tugevusteooriast, s. o. suurimate tangentsiaalpingete teooriast, on arvutusvalem tugevuse kontrolliks järgmine:

$$\sigma_R^{III} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leqslant [\sigma],$$

aga lähtudes IV tugevusteooriast, saame arvutusvalemi tugevuse kontrolliks kujul:

$$\sigma_R^{IV} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \leqslant [\sigma].$$

Normaalpinge väärtus tõmbest või survest ja tangentsiaalpinge väärtus väändest määratakse valemitega

$$\sigma = \frac{P}{F} \quad \text{ja} \quad \tau = \frac{M_v}{W_p},$$

kus P — surve või tõmbejõud N (kG);
F — ristlõike pindala m² (cm²);
M_v — väändemoment Nm (kGcm);
W_p — polaarvastupanumoment m³ (cm³).

7.69. Kruvitungraua spindlile mõjub survejõud $Q = 60$ kN (≈ 6 T) ja keerme hõõrdumisest tekkiv väändemoment $M_v = 300$ Nm (≈ 30 kGm).

Määrata suurim redutseeritud pinge tungraua spindli materjalis, kui keerme siseläbimõõt $d_1 = 40$ mm. Arvutada III tugevusteooria järgi.

Lahendus. Survepinge

$$\sigma_s = \frac{P}{F} = \frac{P}{\frac{\pi d_1^2}{4}} = \frac{60000}{\frac{3{,}14(4 \cdot 10^{-2})^2}{4}} = 47{,}8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 =$$

$$= 47{,}8 \text{ MN/m}^2,$$

aga väändepinge

$$\tau = \frac{M_v}{0{,}2 d_1^3} = \frac{300}{0{,}2(4 \cdot 10^{-2})^3} = 23{,}4 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 23{,}4 \text{ MN/m}^2.$$

Redutseeritud pinge III tugevusteooria järgi:

$$\sigma_R^{III} = \sqrt{\sigma_s^2 + 4\tau^2} = \sqrt{47{,}8^2 + 4 \cdot 23{,}4} = 66{,}8 \text{ MN/m}^2$$

$$(\approx 668 \text{ kG/cm}^2).$$

7.70. Tungraua kruvi keerme siseläbimõõt $d_1 = 46$ mm. Tungraua tõstejõud $Q = 100$ kN. Jõukruvile mõjub keerme hõõrdumisest väändemoment $M_v = 580$ Nm (≈ 58 kGm). Määrata III tugevusteooria järgi suurim redutseeritud pinge.

Vastus: $\sigma_R^{III} = 85$ MN/m² (≈ 850 kG/cm²).

7.71. Tekstoliidist ПТ valmistatud lühikesele ümmargusele vardale läbimõõduga $d = 50$ mm mõjub väändemoment $M_v = 200$ Nm (≈ 20 kGm) ja survejõud $P = 30$ kN (≈ 3 T). Lähtudes III tugevusteooriast, määrata suurim redutseeritud pinge varda materjalis ja varutegur, kui tekstoliidi ПТ tugevuspiir survel $\sigma_{Bs} = 130$ MN/m² (≈ 1300 kG/cm²).

Vastus: $\sigma_R^{III} = 22{,}2$ MN/m² (≈ 220 kG/cm²); $n_B = 5{,}85$.

7.72. Terasest õõnesvõll välisläbimõõduga $D = 200$ mm ja siseläbimõõduga $d = 100$ mm on koormatud survejõuga $P = 800$ kN (≈ 80 T) ja väändemomendiga $M_v = 60$ kNm (≈ 6 Tm). Määrata suurim redutseeritud pinge võlli materjalis, lähtudes III ja IV tugevusteooriast.

Vastus: $\sigma_R^{III} = 52{,}5$ MN/m² (≈ 525 kG/cm²); $\sigma_R^{IV} = 48{,}5$ MN/m² (≈ 485 kG/cm²).

7.73. Teraspoldile M18 mõjub tõmbejõud $P = 7{,}7$ kN (≈ 770 kG) ja väändemoment $M_v = 13{,}4$ Nm ($\approx 1{,}34$ kGcm). Lähtudes IV tugevusteooriast, määrata suurim redutseeritud pinge poldi materjalis. Keerme siseläbimõõt $d_1 = 14{,}53$ mm.

Vastus: $\sigma_R^{IV} = 60$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²).

7.74. Kruvitungraua korpuse hülsi siseläbimõõt $d = 55$ mm ja välisläbimõõt $D = 62$ mm. Tungraua töötamisel mõjuvad temale survejõud $P = 40$ kN (≈ 4000 kG) ja väändemoment $M_v = 600$

Nm (≈ 60 kGm). Lähtudes III tugevusteooriast, määrata suurim redutseeritud pinge korpuse hülsi materjalis.

Vastus: $\sigma_R^{III} = 63{,}5$ MN/m² (≈ 635 kG/cm²).

7.75. Pitskruvi spindlile mõjuvad survejõud $P = 15$ kN (≈ 1500 kG) ja väändemoment $M_v = 200$ Nm (≈ 20 kG/m). Määrata spindli siseläbimõõt, kui lubatav pinge $[\sigma] = 600$ MN/m² (≈ 600 kG/cm²).

Vastus: $d_1 = 20$ mm.

VIII PEATÜKK

SURUTUD VARRASTE STABIILSUS

Kriitilise jõu suurus varraste telgsurvel kuni proportsionaalsuspiirini määratakse Euleri valemiga:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(\mu \cdot l)^2} \text{ N (kG)}.$$

Kriitilisele jõule vastav kriitiline pinge määratakse valemiga:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)},$$

kus

E — varda materjali normaalelastsusmoodul N/m² (kG/cm²);

I_{min} — varda ristlõike inertsmoment väiksema jäikusega telje suhtes, s. o. kahe tsentraaltelje suhtes võetud inertsmomentidest väiksem m⁴ (cm⁴);

l — varda pikkus m (cm);

λ — varda saledus;

μ — tegur, mis oleneb varda otste kinnitustest. Kui mõlemad varda otsad on kinnitatud liigendiga, siis $\mu = 1$; kui varda üks ots on kinnitatud jäigalt, teine vaba, siis $\mu = 2$; kui mõlemad otsad on kinnitatud jäigalt, siis $\mu = 0{,}5$; kui üks ots on kinnitatud jäigalt, teine liigendiga, siis $\mu = \frac{2}{3} \approx 0{,}7$.

Varda saledus määratakse valemiga:

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}},$$

kus

i_{min} — ristlõike minimaalne inertsraadius, mis määratakse valemiga:

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{F}}.$$

Lubatav jõud ja lubatav pinge pikipaindel määratakse valemitega

$$[P] = \frac{P_{kr}}{[n]_{st}} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{[n]_{st}(\mu l)^2}; \quad [\sigma]_n = \frac{\sigma_{kr}}{[n]_{st}} = \frac{\pi^2 E}{[n]_{st}\lambda^2},$$

kus $[n]_{st}$ — normatiivne varutegur, mis oleneb varda materjalist.

Terasvarrastele $[n]_{st} = 1{,}8 \ldots 3{,}0$; malmvarrastele $[n]_{st} = 5 \ldots 5{,}5$; puitvarrastele $[n]_{st} = 3 \ldots 3{,}2$.

Kuna kriitiline pinge ei tohi ületada varda materjali proportsionaalsuspiiri, siis varda saledus, mille juures määratakse eespool toodud valemitega kriitiline jõud ja kriitiline pinge, peab vastama tingimusele:

$$\lambda \geqslant \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{pr}}} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{pr}}},$$

kus σ_{pr} — varda materjali proportsionaalsuspiir.

Väikese saledusega varraste puhul ei ole Euleri valem kasutatav ja kriitilist pinget võib määrata empiirilise valemiga:

$$\sigma_{kr} = a - b\lambda + c\lambda^2,$$

kus a, b ja c on tegurid, mis olenevad varda materjalist ja omavad pinge dimensiooni. Tabelis 36 on toodud nimetatud tegurite a, b ja c väärtused mõningate materjalide jaoks.

Lubatavat pinget nõtkel (pikipaindel) võib vaadelda kui osa lubatavast lihtsurvepingest

$$[\sigma]_n = \varphi[\sigma]_s.$$

Tegurit φ nimetatakse nõtketeguriks. Nõtketegur oleneb materjalist ja varda saledusest. Tabelis 37 on antud teguri φ väärtused olenevalt materjalist ja saledusest λ.

Varraste arvutamisel stabiilsusele tuleb püüda, et peatsentraalinertsmomendid oleksid omavahel võrdsed, sest sel juhul kasutatakse varda ristlõiget kõige otstarbekohasemalt.

Tabel 36

Materjal	Tegurid					
	a		b		c	
	MN/m²	kG/cm²	MN/m²	kG/cm²	MN/m²	kG/cm²
Teras Ст. 3	304	3100	1,12	11,4	0	0
Teras Ст. 5	455	4640	3,55	36,2	0	0
Räniteras	578	5890	3,75	38,2	0	0
Malm	761	7760	11,77	120	0,052	0,53
Puit	28,7	293	0,19	194	0	0

Tabel 37

Varda saledus	Terased Ст.2, Ст. 3, Ст. 4	Teras Ст. 5	Teras СПК	Malm	Puit
0	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
10	0,99	0,98	0,97	0,97	0,99
20	0,96	0,95	0,95	0,91	0,97
30	0,94	0,92	0,91	0,81	0,93
40	0,92	0,89	0,87	0,60	0,87
50	0,89	0,86	0,83	0,57	0,80
60	0,86	0,82	0,79	0,44	0,71
70	0,81	0,76	0,72	0,34	0,60
80	0,75	0,70	0,65	0,25	0,48
90	0,69	0,62	0,55	0,20	0,38
100	0,60	0,51	0,43	0,16	0,31
110	0,52	0,43	0,35	—	0,25
120	0,45	0,36	0,30	—	0,22
130	0,40	0,33	0,26	—	0,18
140	0,36	0,29	0,23	—	0,16
150	0,32	0,26	0,21	—	0,14
160	0,29	0,24	0,19	—	0,12
170	0,26	0,21	0,17	—	0,11
180	0,23	0,19	0,15	—	0,10
190	0,21	0,17	0,14	—	0,09
200	0,19	0,16	0,13	—	0,08

§ 1. KRIITILISE JÕU JA STABIILSUSE VARUTEGURI MÄÄRAMINE

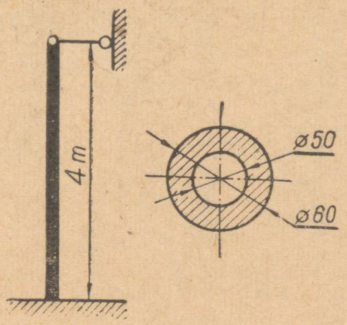
8.1. Määrata Euleri valemi rakendatavuse piirid tabelis 38 antud materjalidele.

Tabel 38

Materjal	σ_{pr} MN/m² (kG/cm²)	E MN/m² (kG/cm²)
Teras Ст. 3	200 ($\approx$ 2000)	$2 \cdot 10^5$ ($\approx 2 \cdot 10^6$)
Legeeritud teras	800 ($\approx$ 8000)	$2 \cdot 10^5$ ($\approx 2 \cdot 10^6$)
Duralumiinium	210 ($\approx$ 2100)	$7 \cdot 10^4$ ($\approx 7 \cdot 10^5$)
Deltapuit	145 ($\approx$ 1450)	$2 \cdot 10^4$ ($\approx 2 \cdot 10^5$)
Tekstoliit	26 ($\approx$ 260)	10^4 ($\approx 10^5$)
Getinaks	39,5 ($\approx$ 395)	10^4 ($\approx 10^5$)
Baliniit	140 ($\approx$ 1400)	$2 \cdot 10^4$ ($\approx 2 \cdot 10^5$)

8.2. Määrata joon. 349 toodud vardale kriitilise jõu, kriitilise pinge, lubatava survejõu ja pinge väärtused. Varda materjal on teras Ст. 3. Vajalik stabiilsuse varutegur $[n]_{st} = 2{,}5$.

L a h e n d u s. Rõngakujulise ristlõike puhul iga tsentraaltelg



JOON. 349

on peatelg ja kõik tsentraalinertsmomendid on omavahel võrdsed. Määrame rõngakujulise ristlõikega varda inertsmomendi:

$$I_{min} = I = \frac{\pi}{64}(D^4 - d^4) = \frac{\pi}{64}[(6 \cdot 10^{-2})^4 - (5 \cdot 10^{-2})^4] =$$

$$= 33 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Varda ristlõikepind

$$F = \frac{\pi}{4}(D^2 - d^2) = \frac{\pi}{4}[(6 \cdot 10^{-2})^2 - (5 \cdot 10^{-2})^2] = 8{,}64 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Ristlõike pinna inertsraadius

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{33 \cdot 10^{-8}}{8{,}64 \cdot 10^{-4}}} = 1{,}95 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Antud otste kinnituste puhul $\mu = 0{,}7$. Määrame varda saleduse:

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i} = \frac{0{,}7 \cdot 4}{1{,}95 \cdot 10^{-2}} = 144.$$

Määrame varda piirsaleduse. Võtame tabelist 38 terase Ст. 3 jaoks $E = 2 \cdot 10^5$ MN/m^2 ja $\sigma_{pr} = 200$ MN/m^2.

$$\lambda_{piir} = \pi \sqrt{\frac{E}{\sigma_{pr}}} = \pi \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{11}}{200 \cdot 10^6}} = 100.$$

Kuna varda tegelik saledus on piirsaledusest suurem ($\lambda > \lambda_{piir}$), siis määrame kriitilise jõu Euleri valemiga:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 E I_{min}}{(\mu \cdot l)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 33 \cdot 10^{-8}}{(0{,}7 \cdot 4)^2} = 83 \cdot 10^3 \text{ N} = 83 \text{ kN}$$

$$(\approx 8{,}3 \text{ T}).$$

Kriitiline pinge

$$\sigma_{kr} = \frac{P_{kr}}{F} = \frac{83 \cdot 10^3}{8{,}64 \cdot 10^{-4}} = 96 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 96 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 960 \text{ kG/cm}^2).$$

Lubatav survejõud ja lubatav pinge

$$[P] = \frac{P_{kr}}{[n]_{st}} = \frac{83 \cdot 10^3}{2{,}5} = 33{,}2 \cdot 10^3 \text{ N} = 33{,}2 \text{ kN} \ (\approx 3320 \text{ kG}),$$

$$[\sigma]_n = \frac{\sigma_{kr}}{[n]_{st}} = \frac{96 \cdot 10^6}{2{,}5} = 38{,}4 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 38{,}4 \text{ kN/m}^2$$
$$(\approx 384 \text{ kG/cm}^2).$$

8.3. Määrata deltapuidust valmistatud ristkülikukujulise ristlõikega 17×200 mm ja pikkusega $l = 1400$ mm elemendile lubatava survejõu suurus. Elemendi mõlemad otsad on kinnitatud jäigalt. Vajalik stabiilsuse varutegur peab olema kolm. Deltapuidu proportsionaalsuspiir ja normaalelastsusmoodul võtta tabelist 38.

Vastus: $[P] = 11$ kN (≈ 1100 kG).

8.4. Puitposti läbimõõduga $d = 150$ mm ja pikkusega $l = 5$ m surutakse kahe telgjõuga. Määrata kriitiline ja lubatav koormus. Vajalik stabiilsuse varutegur peab olema kolm. Posti otsad on kinnitatud liigenditega.

Vastus: $P_{kr} = 100$ kN (≈ 10 T); $[P] = 33{,}3$ kN (≈ 3330 kG).

8.5. Määrata kriitiline jõud, kriitiline pinge ja lubatav koormus surutud vardas, mis on valmistatud I-terasest nr. 33 (ГОСТ 8239-56) pikkusega $l = 4$ m. Varda alumine ots on kinnitatud jäigalt, ülemine liigendiga. Varda materjali proportsionaalsuspiir $\sigma_{pr} = 300$ MN/m^2 (≈ 3000 kG/cm^2). Vajalik stabiilsuse varutegur $[n]_{st} = 2{,}5$.

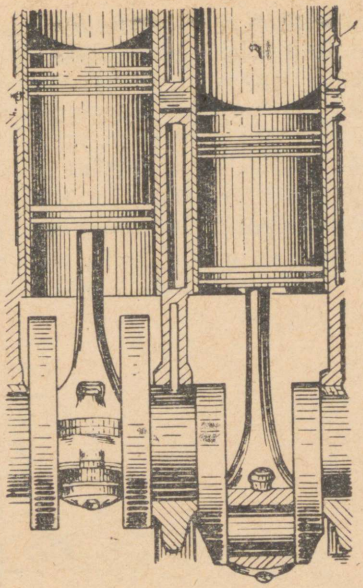
Vastus: $P_{kr} = 1160$ kN (≈ 116 T); $P = 464$ kN ($\approx 46{,}4$ T); $\sigma_{kr} = 216$ MN/m^2 (≈ 2160 kG/cm^2).

8.6. Määrata kriitiline jõud ja kriitiline pinge duralumiiniumist torus, mille pikkus $l = 2$ m ja mis on surutud piki telge. Toru läbimõõt $D = 100$ mm, siseläbimõõt $d = 80$ mm. Toru alumine ots on kinnitatud jäigalt, ülemine vaba. Duralumiiniumi proportsionaalsuspiir ja normaalelastsusmoodul võtta tabelist 38.

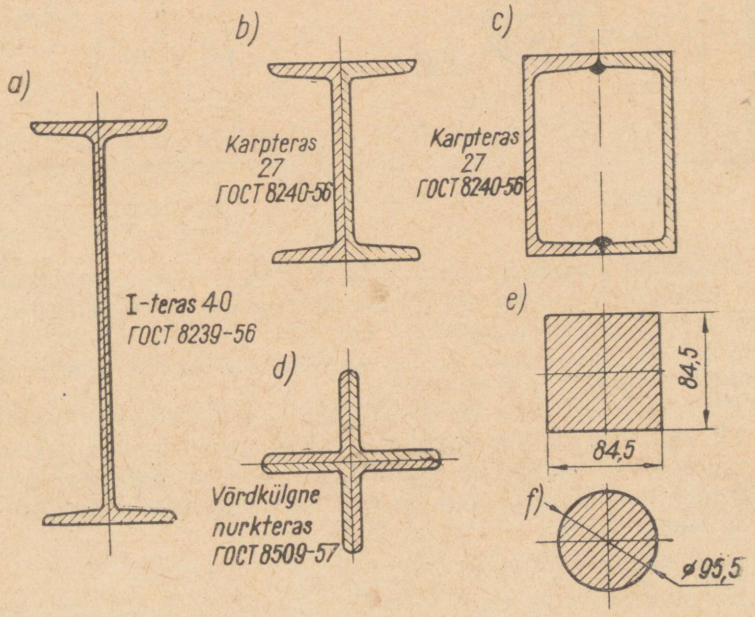
Vastus: $P_{kr} = 125$ kN ($\approx 12{,}5$ T); $\sigma_{kr} = 44{,}2$ MN/m^2 (≈ 442 kG/cm^2).

8.7. Väntmehhanismi kepsu (joon. 350) kontrollitakse harilikult stabiilsusele telgsurvejõudude mõjul. Liikumise tasapinnas loetakse kepsu otsad kinnitatuks liigendiga, aga liikumisega ristiasetsevas tasapinnas — jäigalt kinnitatuks. Milline peab olema kepsu ristlõike telginertsmomentide suhe, et keps oleks võrdvastupidav nimetatud tasapindades?

Märkus. Vaadelda juhtu, millal on kehtiv Euleri valem.



JOON. 350



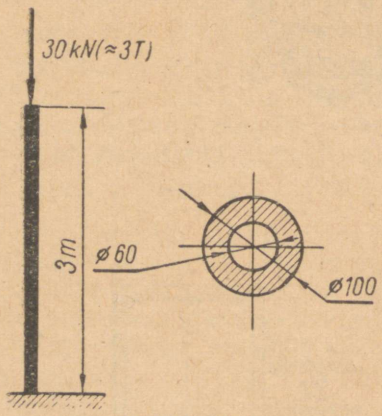
JOON. 351

8.8. Joonisel 351 antud ristlõiked on peaaegu võrdsete pindaladega, see tähendab, et ühe meetri pikkuse osa massid on peaaegu võrdsed. Võrrelda koormusi, mida võivad vastu võtta antud ristlõigetega vardad samasuguste tingimuste juures. Võrdlus anda protsentides, võttes 100% pikikoormuse, mida talub I-kujuline ristlõige. Vaadelda juhtu, millal on kasutatav Euleri valem.

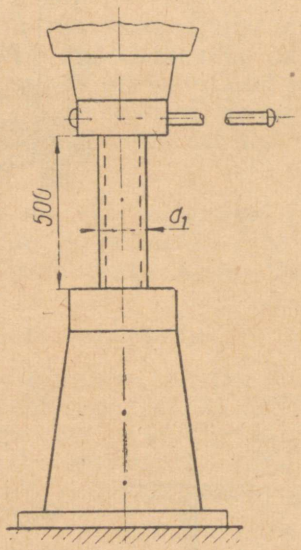
Vastus: a) 100%; b) 142%; c) 600%; d) 212%; e) 64%; f) 61%.

8.9. Kontrollida malmposti stabiilsust survele (joon. 352), kui vajalik stabiilsuse varutegur $[n]_{st} = 5$. Normaalelastsusmoodul $E = 1{,}3 \cdot 10^5$ MN/m^2 ($\approx 1{,}3 \cdot 10^6$ kg/cm^2).

Vastus: $n_{st} = 5{,}077 > [n]_{st} = 5$.



JOON. 352



JOON. 353

8.10. Määrata kriitiline jõud ja kriitiline pinge malmpostis, mille läbimõõt $d = 300$ mm ja pikkus $l = 4{,}5$ m. Mõlemad otsad on kinnitatud liigenditega.

Märkus. Kui Euleri valem ei ole kasutatav, siis määrata kriitiline pinge empiirilise valemiga.

Vastus: $P_{kr} = 17{,}1$ MN (≈ 1710 T); $\sigma_{kr} = 242$ MN/m^2 (≈ 2420 kG/cm^2).

8.11. Määrata minimaalne survejõud, mille juures terastoru pikkusega $l = 4$ m kaotab stabiilsuse. Toru välisläbimõõt $D = 100$ mm, siseläbimõõt $d = 90$ mm. Toru mõlemad otsad on kinnitatud liigenditega.

Vastus: 209 kN ($\approx 20{,}9$ T).

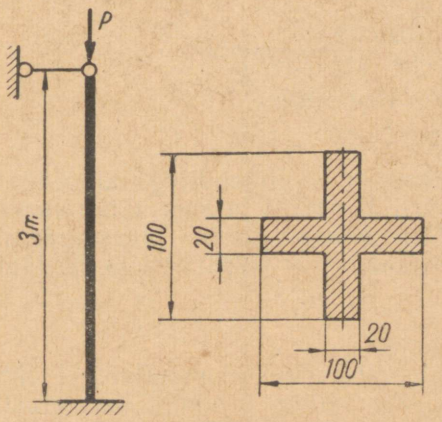
8.12. Määrata 100 kN (≈ 10 T) tõstejõuga tungraua spindli stabiilsuse varutegur (joon. 353). Tungraud on valmistatud tera-

sest Ст. 5, spindli siseläbimõõt $d_1 = 52$ mm. Maksimaalne tõstekõrgus on 500 mm. Spindli üks ots on kinnitatud jäigalt, teine on vaba.

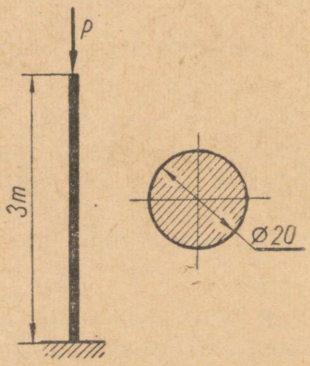
Vastus: $n_{st} = 3{,}65$.

8.13. Kontrollida malmposti stabiilsust (joon. 354), kui ta on koormatud survejõuga $P = 87$ kN ($\approx 8{,}7$ T). Vajalik stabiilsuse varutegur $[n]_{st} = 5$. Normaalelastsusmoodul $E = 1{,}2 \cdot 10^5$ MN/m^2 ($\approx 1{,}2 \cdot 10^6$ kG/m^2).

Vastus: $n_{st} = 5{,}3 > [n]_{st} = 5$.



JOON. 354



JOON. 355

8.14. Lähtudes puitposti stabiilsusest, määrata lubatav survekoormuse suurus (joon. 355). Vajalik stabiilsuse varutegur $[n]_{st} = 3{,}2$.

Vastus: $[P] = 67$ kN ($\approx 6{,}7$ T).

8.15. I-tala nr. 24 (ГОСТ 8239-56) pikkusega $l = 6$ m on kinnitatud mõlema otsaga jäigalt seintesse temperatuuril $t_1 = 20°$ C. Hoone ekspluatatsiooni ajal tala kuumeneb. Määrata temperatuur, mille juures tala läbi nõtkub.

Lahendus. I-tala nr. 24 ristlõikepinna ja väiksema inertsmomendi võtame ГОСТ 8239-56 tabelist: $I_{min} = I_y = 198$ cm^4, $F = 34{,}8$ cm^2, SI süsteemis: $I_{min} = I_y = 198 \cdot 10^{-8}$ m^4 ja $F = 34{,}8 \cdot 10^{-4}$ m^2.

I-tala minimaalne inertsraadius

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_{min}}{F}} = \sqrt{\frac{198 \cdot 10^{-8}}{34{,}8 \cdot 10^{-4}}} = 2{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Tala maksimaalne saledus

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}} = \frac{0{,}5 \cdot 6}{2{,}4 \cdot 10^{-2}} = 125 > 100$$

näitab, et Euleri valem on kehtiv. Määrame kriitilise pinge Euleri valemi järgi:

$$\sigma_{kr} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{11}}{125^2} = 126 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2.$$

On ilmne, et maksimaalsed temperatuuripinged peavad olema võrdsed kriitilise pingega:

$$\sigma = E\alpha(t_2 - t_1) = \sigma_{kr},$$

kust leiame

$$t_2 - t_1 = \frac{\sigma_{kr}}{E\alpha} = \frac{126 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^{11} \cdot 12{,}5 \cdot 10^{-6}} = 50°.$$

Temperatuur, mille juures tala läbi nõtkub,

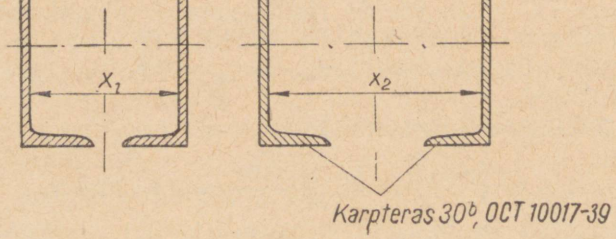
$$t_2 = t_1 + 50° = 20° + 50° = 70° \text{ C}.$$

8.16. Terastoru pikkusega $l = 8$ m on liigenditega kinnitatud kahe jäiga toe külge temperatuuril $t = 10°$ C ja koormatud survejõuga $P = 200$ kN (≈ 20 T). Millise temperatuuri juures kaotab toru oma stabiilsuse? Toru välisläbimõõt $D = 200$ mm ja siseläbimõõt $d = 180$ mm.

Vastus: 52° C.

8.17. Profiilteraste ristlõikeid revideeritakse aeg-ajalt, et ökonoomsemalt kasutada materjali. Nii näiteks asendati karpteraste standard ГОСТ 10017-39 uue standardiga ГОСТ 8240-56.

Määrata ökonoomiline efekt, mis on saadud ristlõike mõõtmete muutmise tagajärjel, kui näiteks üks varras on valmistatud kahest karpterasest nr. 30b (ОСТ 10017-39) ja teine kahest karpterasest nr. 30 (ГОСТ 8240-56) (joon. 356). Võrdlevaks ökonoomiliseks näitajaks võtta kriitilise jõu suhe sorditerase massiühiku kohta. Kui suur peab olema karpterastevaheline kaugus x_1 ja x_2, et

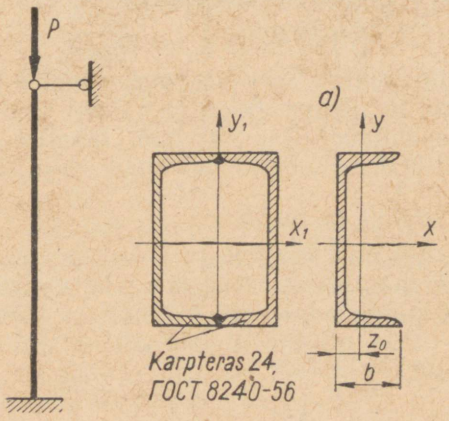


JOON. 356

oleks kindlustatud iga varda võrdvastupidavus tsentraaltelgede suhtes? Vajalikud karpterase nr. 30b (ОСТ 10017-39) andmed SI süsteemis: 1 m pikkuse profiilterase mass $m = 39{,}16$ kg; ristlõikepind $F = 49{,}59 \cdot 10^{-4}$ m^2; inertsmomendid $I_x = 6497{,}9 \cdot 10^{-8}$ m^4 ja $I_y = 289{,}2 \cdot 10^{-8}$ m^4; mõõtmed $b = 87$ mm, $d = 9{,}5$ mm ja $z_0 = 2{,}13$.

Vastus. Varras, mis on valmistatud karpterasest nr. 30 (ГОСТ 8240-56), on 10% ökonoomsem vardast, mis on valmistatud karpterasest nr. 30b (ОСТ 10017-39); $x_1 = 270$ mm; $x_2 = 247$ mm.

8.18. Määrata lubatav surve 5 m kõrgusele sambale, mille üks ots on kinnitatud jäigalt, teine liigendiga (joon. 357). Lubatav pinge $[\sigma]_s = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2).



JOON. 357

Lahendus. ГОСТ 8240-56 tabelist võtame karpterase nr. 24 peainertsmomentide ja ristlõikepinna väärtused (joon. 357): $I_x = 2900$ cm^4, $I_y = 208$ cm^4; $F = 30{,}6$ cm^4; $b = 90$ mm; $z_0 = 2{,}42$ cm. SI süsteemis: $I_x = 2900 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_y = 208 \cdot 10^{-8}$ m^4; $F = 30{,}6 \cdot 10^{-4}$ m^2; kahest karpterasest koostatud karbikujulise ristlõike peatsentraalinertsmomendid (joon. 357, *a*):

$$I_{x1} = 2I_x = 2 \cdot 2900 \cdot 10^{-8} = 5800 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4;$$

$$I_{y1} = 2[I_y = F(b - z_0)^2];$$

$$I_{y1} = 2[208 \cdot 10^{-8} + 30{,}6 \cdot 10^{-4}(9 \cdot 10^{-2} - 2{,}42 \cdot 10^{-2})^2] = 3060 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Siit on näha, et koostatud ristlõike minimaalseks inertsmomendiks on inertsmoment telje y_1 suhtes. Seda inertsmomendi väärtust kasutataksegi järgnevates arvutustes.

Minimaalne ristlõike inertsraadius

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I_{y1}}{F}} = \sqrt{\frac{3060 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 50{,}6 \cdot 10^{-4}}} = 7{,}07 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Varda saledus

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{min}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 5}{7{,}07 \cdot 10^{-2}} = 47.$$

Samba materjaliks on Ст. 3. Terase Ст. 3 nõtketeguri määrame tabelist 35 interpoolimise teel: kui $\lambda = 40$, siis $\varphi = 0{,}92$; kui $\lambda = 50$, siis $\varphi = 0{,}89$; järelikult, kui $\lambda = 47$, siis

$$\varphi = 0{,}92 - \frac{(0{,}92 - 0{,}89) \cdot 7}{10} = 0{,}90.$$

Lubatav surve sambale

$$[P] = \varphi[\sigma]_s F = 0{,}90 \cdot 160 \cdot 10^6 \cdot 61{,}2 \cdot 10^{-4} = 880000 \text{ N};$$

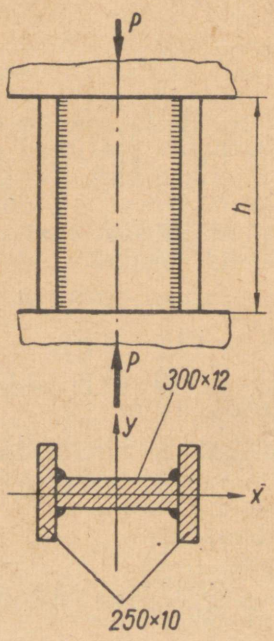
$$[P] = 880 \text{ kN } (\approx 88 \text{ T}).$$

8.19. Määrata lubatav survekoormus rõngakujulise ristlõikega malmpostile, mille pikkus $l = 5$ m. Posti välisläbimõõt $D = 250$ mm, siseläbimõõt $d = 200$ mm, lubatav pinge $[\sigma]_s = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²). Posti mõlemad otsad on kinnitatud jäigalt.

Vastus: $[P] = 1980$ kN (≈ 198 T).

8.20. Keevitatud post kõrgusega $h = 5$ m on valmistatud kolmest teraslehest (joon. 358). Määrata lubatav survekoormus postile, kui lubatav pinge $[\sigma]_s = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²). Posti mõlemad otsad on kinnitatud liigendiga.

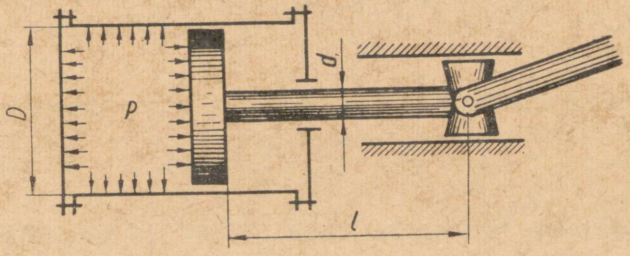
Vastus: $[P] = 1090$ kN (≈ 109 T).



JOON. 358

8.21. Kompressori varras pikkusega $l = 1400$ mm ja läbimõõduga $d = 70$ mm (joon. 359) on valmistatud terasest Ст. 5. Kolvi läbimõõt $D = 650$ mm. Kui suur on lubatav gaaside rõhk kolvile, kui lugeda, et varda üks ots on kinnitatud jäigalt, teine liigendiga? Lubatav pinge varda materjalis $[\sigma]_s = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²).

Vastus: $p = 1{,}8$ MN/m² ($\approx 11{,}8$ at).



JOON. 359

8.22. Määrata terasest Ст. 3 valmistatud rõngakujulise ristlõikega postile lubatav surve ja stabiilsuse varutegur. Posti üks ots on kinnitatud jäigalt, teine liigendiga. Posti välisläbimõõt $D = 200$ m, siseläbimõõt $d = 100$ m, posti pikkus $l = 9$ m, lubatav pinge $[\sigma]_s = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

Lahendus. Rõngakujulise ristlõike inertsmoment kõigi ristlõike raskuskeset läbivate telgede suhtes on

$$I = \frac{\pi(D^4 - d^4)}{64} = \frac{\pi[(20 \cdot 10^{-2})^4 - (10 \cdot 10^{-2})^4]}{64} = 7360 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Ristlõikepind

$$F = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi[(20 \cdot 10^{-2})^2 - (10 \cdot 10^{-2})^2]}{4} = 236 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Ristlõike inertsraadius

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{7360 \cdot 10^{-8}}{236 \cdot 10^{-4}}} = 5{,}6 \cdot 10^{-2} \text{ m},$$

siit posti saledus

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{\frac{2}{3} \cdot 9}{5{,}6 \cdot 10^{-2}} = 107.$$

Nõtketeguri määrame tabelist 37 interpoolimise teel: kui $\lambda = 100$, siis $\varphi = 0{,}60$; kui $\lambda = 110$, siis $\varphi = 0{,}52$; siit järgneb, et kui $\lambda = 107$, siis

$$\varphi = 0{,}60 - \frac{0{,}60 - 0{,}52}{10} \cdot 7 = 0{,}54.$$

Postile lubatav koormus

$$[P] = \varphi[\sigma]_s F = 0{,}54 \cdot 160 \cdot 10^6 \cdot 236 \cdot 10^{-4} = 2040 \cdot 10^3 \text{ N}$$

ehk

$$[P] = 2040 \text{ kN } (\approx 204 \text{ T}).$$

Kuna posti saledus on suurem kui 100, siis kriitilise koormuse määrame Euleri valemiga:

$$P_{kr} = \frac{\pi^2 EI}{(\mu \cdot l)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 7360 \cdot 10^{-8}}{\left(\frac{2}{3} \cdot 9\right)^2} = 4050 \cdot 10^3 \text{ N}.$$

Stabiilsuse varutegur

$$n_{st} = \frac{P_{kr}}{[P]} = \frac{4050 \cdot 10^3}{2040 \cdot 10^3} = 1{,}98.$$

§ 2. NÕTKELE TÖÖTAVATE VARRASTE RISTLÕIKE VALIK

8.23. Ülesande 1.72 andmetel määrata surutud varda läbimõõt. Varras on valmistatud terasest Ст. 3. Lubatavaks pingeks võtta $[\sigma]_s = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

Vastus: $d = 74$ mm.

8.24. Ülesande 1.79 andmetel määrata varda DC läbimõõt ja stabiilsuse varutegur. Varras on valmistatud terasest Ст. 3; pikkus $l = 2100$ mm. Lubatavaks pingeks võtta $[\sigma]_s = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

Vastus: $d = 55$ mm; $n_{st} = 1{,}77$.

8.25. Määrata kompressori varda läbimõõt (joon. 359), lähtudes selle stabiilsusest. Silindri läbimõõt $D = 600$ mm, gaasi rõhk silindris $p = 1{,}8$ MN/m² (≈ 18 at), varda pikkus $l = 1200$ mm, varda materjal on Ст. 5, lubatav pinge $[\sigma]_s = 120$ MN/m² (≈ 1200 kG/cm²). Varda üks ots on kinnitatud jäigalt, teine liigendiga.

Vastus: $d = 78$ mm.

8.26. Malmpostile, mille pikkus $l = 1{,}5$ m ja mis on mõlemast otsast kinnitatud liigendiga, mõjub survejõud $P = 200$ kN (≈ 20 T). Määrata posti ristlõige kahe variandi järgi: a) ristlõige on ring, b) ristlõige on rõngas läbimõõtude suhtega $\alpha = \frac{d}{D} = 0{,}6$. Määrata, missugune leitud ristlõigetest on ökonoomsem. Malmi lubatavaks survepingeks võtta $[\sigma]_s = 90$ MN/m² (≈ 900 kG/cm²).

Lahendus. Ringikujulise ristlõikega posti arvutus.

Valime eelnevalt nõtketeguriks $\varphi = 0{,}5$. Määrame posti vajaliku ristlõike:

$$F = \frac{P}{\varphi[\sigma]_s} = \frac{200 \cdot 10^3}{0{,}5 \cdot 90 \cdot 10^6} = 44{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$

siit posti läbimõõt

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 44{,}4 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 7{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Ringi inertsraadius

$$i = \frac{d}{4} = \frac{7{,}5 \cdot 10^{-2}}{4} = 1{,}9 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Posti saledus

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i} = \frac{1 \cdot 1{,}5}{1{,}9 \cdot 10^{-2}} = 79.$$

Nõtketeguri määrame tabelist 37 interpoolimise teel; kui $\lambda = 70$, siis $\varphi = 0{,}34$; kui $\lambda = 80$, siis $\varphi = 0{,}26$; järelikult, kui $\lambda = 79$, siis

$$\varphi = 0{,}34 - \frac{(0{,}34 - 0{,}26) \cdot 9}{10} = 0{,}27.$$

Arvutatud ja valitud nõtketegurite φ erinevus on suur. Sellepärast võtame $\varphi = 0{,}4$ ja kordame arvutust. Vajalik posti ristlõige:

$$F = \frac{P}{\varphi[\sigma]_s} = \frac{200 \cdot 10^3}{0{,}4 \cdot 90 \cdot 10^6} = 55{,}5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Posti läbimõõt

$$d = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 55{,}5 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 8{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Inertsraadius

$$i = \frac{d}{4} = \frac{8{,}4 \cdot 10^{-2}}{4} = 2{,}1 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Posti saledus

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i} = \frac{1 \cdot 1{,}5}{2{,}1 \cdot 10^{-2}} = 71,$$

kui $\lambda = 71$, siis $\varphi = 0{,}33$.

Valitud ja tegeliku nõtketeguri φ väärtused on jällegi väga erinevad. Vähendame φ väärtust, võttes $\varphi = 0{,}36$.

Posti vajalik ristlõige:

$$F = \frac{P}{\varphi[\sigma]_s} = \frac{200 \cdot 10^3}{0{,}36 \cdot 90 \cdot 10^6} = 61{,}8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Posti läbimõõt

$$D = \sqrt{\frac{4F}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 61{,}8 \cdot 10^{-4}}{\pi}} = 8{,}8 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Inertsraadius

$$i = \frac{d}{4} = \frac{8{,}8 \cdot 10^{-2}}{4} = 2{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Posti saledus

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i} = \frac{1 \cdot 1{,}5}{2{,}2 \cdot 10^{-2}} = 68.$$

Nõtketeguri määrame tabelist 35 interpoolimise teel; kui $\lambda = 60$, siis $\varphi = 0{,}44$; kui $\lambda = 70$, siis $\varphi = 0{,}34$, järelikult, kui $\lambda = 68$, siis

$$\varphi = 0{,}44 - \frac{(0{,}44 - 0{,}34) \cdot 8}{10} = 0{,}36.$$

Tegelik φ väärtus ühtib valitud φ väärtusega, s. t. et ringikujulise ristlõikega posti läbimõõt $d = 88$ mm.

Rõngakujulise ristlõikega posti arvutus. Võtame orienteeruvalt nõtketeguriks $\varphi = 0{,}5$. Vajalik posti ristlõige:

$$F = \frac{P}{\varphi[\sigma]_s} = \frac{200 \cdot 10^3}{0{,}5 \cdot 90 \cdot 10^6} = 44{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Rõnga pindala

$$F = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} = \frac{\pi D^2}{4}(1 - \alpha^2),$$

kus $\alpha = \frac{d}{D} = 0{,}6$.

$$\frac{\pi D^2}{4}(1 - 0{,}6^2) = 44{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$

kust rõnga välisläbimõõt

$$D = \sqrt{\frac{4 \cdot 44{,}4 \cdot 10^{-4}}{\pi(1 - 0{,}6^2)}} = 9{,}4 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Rõnga siseläbimõõt

$$d = \alpha \cdot D = 0{,}6 \cdot 9{,}4 \cdot 10^{-2} = 5{,}6 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Rõnga telginertsmoment

$$I = \frac{\pi D^4}{64}(1 - \alpha^4).$$

Rõnga pindala

$$F = \frac{\pi D^2}{4}(1 - \alpha^2).$$

Rõnga inertsraadius

$$i = \sqrt{\frac{I}{F}} = \sqrt{\frac{\frac{\pi D^4}{64}(1 - \alpha^4)}{\frac{\pi D^2}{4}(1 - \alpha^2)}} = \frac{D}{4}\sqrt{1 + \alpha^2};$$

$$i = \frac{9{,}4 \cdot 10^{-2}}{4} \sqrt{1 + 0{,}6^2} = 2{,}7 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Posti saledus

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i} = \frac{1 \cdot 1{,}5}{2{,}7 \cdot 10^{-2}} = 55.$$

Nõtketeguri määrame tabelist 35 interpoolimise teel: kui $\lambda = 50$, siis $\varphi = 0{,}57$; kui $\lambda = 60$, siis $\varphi = 0{,}44$; järelikult, kui $\lambda = 0{,}55$, siis $\varphi = 0{,}505$. Saadud väärtus $\varphi = 0{,}505$ on ligilähedane valituga. Rõngakujulise ristlõike puhul posti välisläbimõõt peab olema $D = 94$ mm, aga siseläbimõõt $d = 56$ mm. Täisristlõike puhul $F_t = 61{,}8 \cdot 10^{-4}$ m², rõngakujulise ristlõike pindala $F_r = 44{,}4 = 10^{-4}$ m². Nagu näha, on rõngakujulise ristlõikega post ökonoomsem täisristlõikega postist. Määrame metalli kokkuhoiu rõngakujulise ristlõike puhul. Rõngakujulise ja täisristlõikega postide masside suhe sama pikkuse ja materjali korral on võrdne ristlõigete pindalade suhtega:

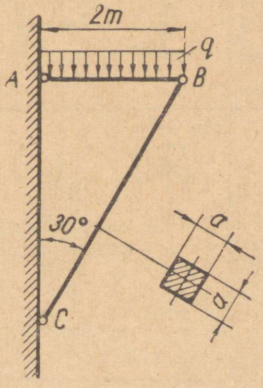
$$\frac{m_r}{m_t} = \frac{F_r}{F_t} = \frac{44{,}4 \cdot 10^{-4}}{61{,}8 \cdot 10^{-4}} = 0{,}72,$$

siit järgneb, et rõngakujulise ristlõikega post on 28% kergem täisristlõikega postist.

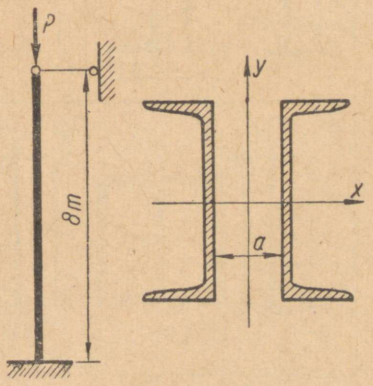
8.27. Kronstein ABC (joon. 360) on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 10$ kN/m (≈ 1 T/m). Määrata puidust ruudukujulise ristlõikega kaldtoe BC mõõtmed, lähtudes stabiilsuse arvutusest, kui lubatav pinge $[\sigma]_s = 5$ MN/m² (≈ 50 kG/cm²).

Vastus: $a = 110$ mm.

8.28. Valida kahest karpterasest koosneva posti ristlõige (joon. 361). Survejõud $P = 600$ kN (≈ 60 T). Materjal — teras Ст. 3.



JOON. 360



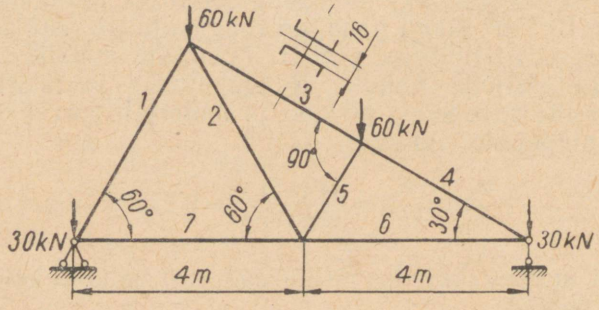
JOON. 361

Lubatav pinge $[\sigma]_s = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²). Määrata vajalik karpterastevaheline kaugus, mille juures posti ristlõige oleks kasutatud ökonoomselt.

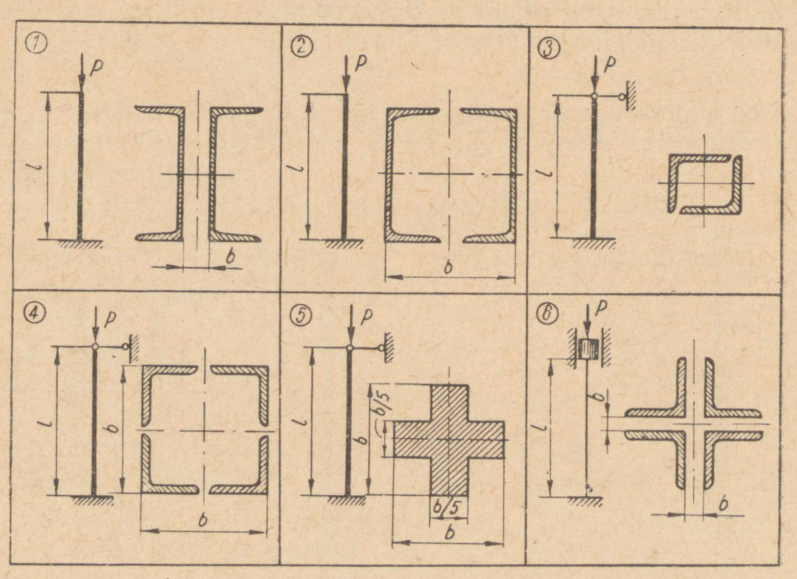
Vastus: kaks karpterast nr. 20 (ГОСТ 8240-56); $a = 114$ mm.

8.29. Valida joonisel 362 näidatud sõrestiku surutud varda *3* ristlõige. Varda ristlõige peab koosnema kahest karpterasest. Materjal — Ст. 3. Lubatav pinge $[\sigma]_s = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²). Varda otsad on kinnitatud liigenditega.

Vastus: kaks karpterast nr. 6,5 (ГОСТ 8240-56).



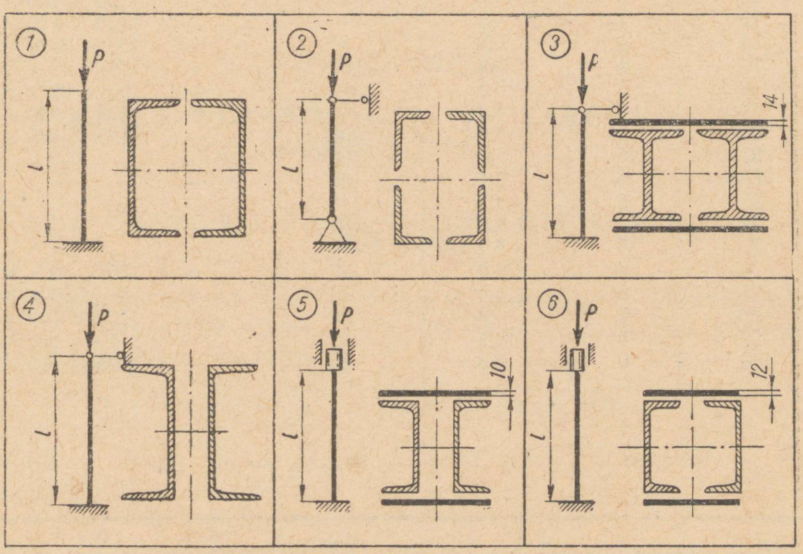
JOON. 362



JOON. 363

8.30.* Ühele terasest Ст. 3 valmistatud postile (joon. 363) määrata ühe tabelis 39 antud variandi järgi lubatav survejõud, võttes $[\sigma]_s = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).

8.31.* Ühele terasest Ст. 3 valmistatud postile (joon. 364) määrata ühe tabelis 40 antud variandi järgi posti ristlõiked, lähtudes materjali ratsionaalsest kasutamisest. Lubatav pinge $[\sigma]_s = 160$ MN/m² (≈ 1600 kG/cm²).



JOON. 364

Tabel 39

Variant	Skeem	l m	b mm	Karpteras ГОСТ 8240-56	Nurkteras ГОСТ 8509-57
1	1	2	30	10	—
2	1	2,8	40	12	—
3	1	3,2	50	14	—
4	1	3,5	54	16	—
5	1	4	60	18	—
6	2	2,5	120	8	—
7	2	3,0	140	12	—
8	2	3,4	160	14a	—
9	2	4,0	180	18a	—
10	2	4,4	200	20	—
11	3	2,4	—	—	70 × 70 × 8

Tabel 39 (järg)

Variant	Skeem	*l* m	*b* mm	Karpteras ГОСТ 8240-56	Nurkteras ГОСТ 8509-57
12	3	3,0	—	—	80 × 80 × 6
13	3	3,6	—	—	90 × 80 × 8
14	3	4,0	—	—	100 × 100 × 12
15	3	4,8	—	—	110 × 110 × 8
16	4	2,8	140	—	63 × 63 × 6
17	4	3,2	180	—	75 × 75 × 8
18	4	3,8	210	—	90 × 90 × 6
19	4	4,2	250	—	100 × 100 × 8
20	4	4,6	300	—	125 × 125 × 10
21	5	3,0	100	—	—
22	5	3,6	120	—	—
23	5	4,2	140	—	—
24	5	4,8	160	—	—
25	5	5,2	180	—	—
26	6	3,2	20	—	70 × 70 × 6
27	6	4,0	24	—	80 × 80 × 8
28	6	4,8	30	—	100 × 100 × 10
29	6	5,2	32	—	110 × 110 × 7
30	6	5,6	36	—	125 × 125 × 12

Tabel 40

Variant	Skeem	*P*		*l* m	Variant	Skeem	*P*		*l* m
		kN	T				kN	T	
1	1	100	10	2,5	16	4	140	14	3,2
2	1	150	15	2,0	17	4	170	17	2,7
3	1	200	20	2,2	18	4	200	20	3,4
4	1	250	25	1,8	19	4	220	22	3,8
5	1	300	30	2,1	20	4	280	28	4,0
6	2	120	12	3,0	21	5	180	18	3,5
7	2	160	16	2,8	22	5	230	23	4,0
8	2	180	18	2,5	23	5	260	26	4,2
9	2	200	20	2,3	24	5	300	30	5,0
10	2	220	22	2,0	25	5	340	34	4,5
11	3	200	20	3,4	26	6	200	20	4,4
12	3	250	25	2,8	27	6	220	22	4,0
13	3	300	30	3,2	28	6	270	27	3,6
14	3	350	35	3,6	29	6	320	32	4,6
15	3	400	40	2,5	30	6	360	36	5,2

IX PEATÜKK

TUGEVUS DÜNAAMILISTEL JA VAHELDUVATEL KOORMUSTEL

§ 1. TUGEVUSARVUTUSED DÜNAAMILISTE KOORMUSTE MÕJUMISEL

Tugevusarvutused inertskoormuste mõjumisel. Dünaamilised pinged, mis tekivad vardas (trossis) koorma tõstmisel kiirendusega, määratakse valemiga:

$$\sigma_d = \sigma_{st}\left(1 + \frac{a}{g}\right) \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)},$$

kus σ_{st} — pinge vardas (trossis) staatilisest koormusest N/m² (kG/cm²);
a — tõstetava koorma kiirendus m/s²;
g — raskuskiirendus m/s².

Dünaamilised pinged, mis tekivad ühtlaselt pöörlevas õhukeseseinalises rõngas, määratakse valemiga:

$$\sigma_d = \varrho v^2 \text{ N/m}^2 \text{ (kG/cm}^2\text{)},$$

aga rõnga raadiuse suurenemine

$$\Delta r = \frac{\sigma_d}{E} r \text{ m (cm)},$$

kus ϱ — rõnga materjali tihedus kg/m³;
v — rõnga ringkiirus m/s (cm/s);
r — rõnga raadius m (cm);
E — normaalelastsusmoodul N/m² (kG/cm²).

Tugevusarvutus löögil. Dünaamilised pinged ja deformatsioonid vardas raskuse löögil, kui see kukub kõrguselt h, määratakse valemitega:

$$\sigma_d = K_d \sigma_{st},$$
$$\delta_d = K_d \delta_{st},$$

kus K_d — dünaamikategur;
σ_{st} — pinged staatilistest koormustest;

δ_{st} — deformatsioonid (pikenemine, läbipaine) staatilistest koormustest.

Dünaamikategurit võib määrata valemiga:

$$K_d = \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} + 1.$$

Kui kõrgus h on tunduvalt suurem staatilisest deformatsioonist δ_{st}, siis dünaamikategur arvutatakse valemiga

$$K_d \approx \sqrt{\frac{2h}{\delta_{st}}}$$

Kui langemise kõrgus $h = 0$, siis on dünaamikategur

$$K_d = 1 + \sqrt{1 + \frac{0}{\delta_{st}}} = 2.$$

9.1. Tõstemehhanism tõstab koormust $G = 35$ kN (≈ 3500 kG) kiirendusega $a = 6$ m/s. Määrata dünaamilised pinged terastrossis, kui selle ristlõige $F = 4 \cdot 10^{-4}$ m^2. Trossi omakaalu mitte arvestada.

Vastus: $\sigma_d = 141$ MN/m^2 (≈ 1410 kG/cm^2).

9.2. Määrata terastrossi, mille pikkus $l = 30$ m, ristlõike pindala, kui tõstetakse koormust $G = 30$ kN (≈ 3000 kG) kiirendusega $a = 5$ m/s^2. Lubatav pinge $[\sigma]_t = 100$ MN/m^2 (≈ 1000 kG/cm^2).

Vastus: $F = 4{,}7 \cdot 10^{-4}$ m^2.

9.3. Õhukeseseinaline terasrõngas läbimõõduga $d = 500$ mm pöörleb ühtlaselt ringkiirusega $v = 40$ m/s. Määrata rõngas tekkiv pinge ja rõnga raadiuse pikenemine.

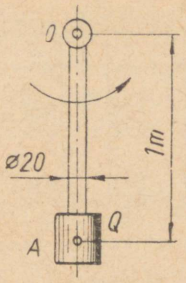
Vastus: $\sigma_d = 12{,}5$ MN/m^2 (≈ 125 kG/cm^2); $\Delta r = 0{,}0156$ mm.

9.4. Millise suurima nurkkiirusega võib ühtlaselt pöörelda õhukeseseinaline pronksrõngas läbimõõduga $d = 600$ mm, kui pinge temas ei tohi ületada 60 MN/m^2 (≈ 600 kG/m^2)? Kui suur on rõnga raadiuse pikenemine? Pronksi tihedus $\varrho = 8800$ kg/m^3 ja normaalelastsusmoodul $E = 1{,}1 \cdot 10^5$ MN/m^2 ($\approx 1{,}1 \cdot 10^6$ kG/cm^2).

Vastus: 275 rad/s (≈ 2610 p/min); $\Delta r = 0{,}164$ mm.

9.5. Duralumiiniumist varras OA, mille otsa on kinnitatud raskus $Q = 200$ N (≈ 20 kG), pöörleb ühtlaselt vertikaaltasapinnas punkti O ümber (joon. 365). Määrata varda piirnurkkiirus (lubatav nurkkiirus) ja samuti nurkkiirus, mille juures toimub varda purunemine, kui duralumiiniumi tugevuspiir $\sigma_B = 440$ MN/m^2 (≈ 4400 kG/cm^2) ja lubatav pinge $[\sigma]_t = 120$ MN/m^2 (≈ 1200 kG/cm^2). Varda omakaalu mitte arvestada.

Vastus: 42,9 rad/s (≈ 410 p/min); 82,2 rad/s (≈ 785 p/min).



JOON. 365

9.6. Määrata pinged malmist rihmaratta pöias, mille läbimõõt $D = 630$ mm. Rihmaratas pöörleb ühtlaselt nurkkiirusega $\omega = 90$ rad/s (≈ 860 p/min). Malmi tihedus $\varrho = 7400$ kg/m^3.

Vastus: $\sigma_d = 6$ MN/m^2 (≈ 60 kG/cm^2).

9.7. Terasvarrast pikkusega $l = 2$ m ja ristlõikepinnaga $F = 4 \cdot 10^{-4}$ m^2 tõmmatakse äkki konstantse jõuga $P = 30$ kN (≈ 3 T). Määrata dünaamilised pinged ja varda pikenemine.

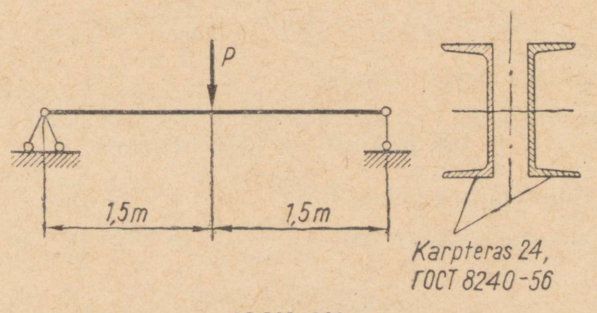
Vastus: $\sigma_d = 150$ MN/m^2 (≈ 1500 kG/cm); $\Delta l_d = 1{,}5$ mm.

9.8. Määrata terasvarda läbimõõt, kui see on ette nähtud hetkelise konstantse koormuse $P = 60$ kN (≈ 6 T) vastuvõtmiseks. Lubatav pinge $[\sigma]_t = 140$ MN/m^2 (≈ 1400 kG/cm^2).

Vastus: $d = 33$ mm.

9.9. Terastala keskele (joon. 366) on rakendatud hetkeliselt konstantne koormus $P = 30$ kN (≈ 3000 kG). Määrata dünaamilised pinged ja tala läbipaine.

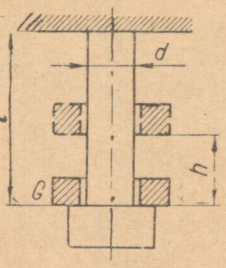
Vastus: $\sigma_d = 93$ MN/m^2 (≈ 930 kG/cm^2); $f_d = 2{,}9$ mm.



JOON. 366

9.10. Valida I-terasest konsooli ristlõige, kui selle pikkus $l = 2$ m. Konsooli vaba ots peab vastu võtma hetkeliselt mõjuvat konstantset koormust $P = 20$ kN (≈ 2 T). Lubatav pinge $[\sigma]_p = 160$ MN/m^2 (≈ 1600 kG/cm^2).

Vastus: I-teras nr. 30a (ГОСТ 8239-56).



JOON. 367

9.11. Koormus $G = 200$ N (≈ 20 kG) langeb kõrguselt $h = 50$ mm ja lööb varda vabale otsale kinnitatud krae vastu (joon. 367). Määrata dünaamikategur, dünaamiline pinge ja varda dünaamiline pikenemine, kui $l = 500$ mm ja $d = 30$ mm.

L a h e n d u s. Varda ristlõikepindala

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi(3 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 7{,}07 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Staatilised pinged vardas

$$\sigma_{st} = \frac{G}{F} = \frac{200}{7{,}07 \cdot 10^{-4}} = 283 \cdot 10^3 \text{ N/m}^2.$$

Varda staatiline pikenemine

$$\delta_{st} = \Delta l_{st} = \frac{Q \cdot l}{EF} = \frac{200 \cdot 0{,}5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 7{,}07 \cdot 10^{-4}} = 7{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ m}.$$

Dünaamikategur

$$K_d \approx \sqrt{\frac{2h}{\sigma_{st}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50 \cdot 10^{-3}}{7{,}1 \cdot 10^{-7}}} = 375.$$

Dünaamilised pinged vardas

$$\sigma_d = K_d \cdot \sigma_{st} = 375 \cdot 283 \cdot 10^3 = 106 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = \\ = 106 \text{ MN/m}^2 \ (\approx 1060 \text{ kG/cm}^2).$$

Varda dünaamiline pikenemine

$$\Delta l_d = K_d \cdot \Delta l_{st} = 375 \cdot 7{,}1 \cdot 10^{-7} = 267 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

ehk

$$\Delta l_d = 0{,}267 \text{ mm}.$$

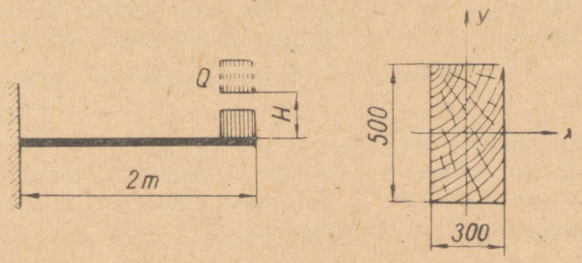
9.12. Duralumiiniumist varrast läbimõõduga $d = 40$ mm ja pikkusega $l = 1{,}5$ m tõmmatakse koormusega $Q = 100$ N (≈ 10 kG), mis kukub kõrguselt $h = 50$ cm. Määrata staatilised ja dünaamilised pinged.

Vastus: $\sigma_{st} = 80000$ N/m² ($\approx 0{,}8$ kG/cm²); $\sigma_d = 61{,}3$ MN/m² (≈ 613 kG/cm²).

9.13. Määrata minimaalne kõrgus H, millelt peab kukkuma vasar raskusega $G = 1$ kN (≈ 100 kG), et terastoorikus, mille kõrgus $h = 100$ mm ja ristlõike pindala $F = 50 \cdot 10^{-4}$ m^2, tekiksid dünaamilised pinged, mis ületaksid tooriku materjali elastsuspiiri. Elastsuspiir $\sigma_e = 200$ MN/m^2 (≈ 2000 kG/cm^2). Alasi deformatsiooni mitte arvestada.

Vastus: $H \geqslant 50$ mm.

9.14. Määrata dünaamilised normaalpinged, mis tekivad puitkonsooli kinnituskohal (joon. 368) ja dünaamiline läbipaine sel hetkel, kui konsooli vabale otsale kukub kõrguselt $H = 0{,}5$ m raskus $Q = 200$ N (≈ 20 kG).



JOON. 368

Lahendus. Tala ristlõike telginertsmoment x-telje suhtes on:

$$I_x = \frac{30 \cdot 10^{-2}(50 \cdot 10^{-2})^3}{12} = 312500 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Tala ristlõike telgvastupanumoment sama telje suhtes

$$W_x = \frac{30 \cdot 10^{-2}(50 \cdot 10^{-2})^2}{6} = 12500 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3.$$

Paindemoment konsooli kinnituskohas

$$M_{max} = 200 \cdot 2 = 400 \text{ Nm},$$

staatilised pinged antud ristlõikes on

$$\sigma_{st} = \frac{M_{max}}{W_x} = \frac{400}{12500 \cdot 10^{-6}} = 0{,}032 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2.$$

Konsooli vaba otsa staatilise läbipainde määrame valemiga:

$$\delta_{st} = f_{st} = \frac{Ql^3}{3EI} = \frac{200 \cdot 2^3}{3 \cdot 10^{10} \cdot 312500 \cdot 10^{-8}} = 0{,}017 \cdot 10^{-3} \text{ m}.$$

Dünaamikategur

$$K_d \approx \sqrt{\frac{2H}{f_{st}}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0{,}5}{0{,}017 \cdot 10^{-3}}} = 244.$$

Dünaamilised normaalpinged konsooli kinnituskohas

$$\sigma_d = K_d\sigma_{st} = 244 \cdot 0{,}032 \cdot 10^6 = \\ = 7{,}8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = 7{,}8 \text{ MN/m}^2 \\ (\approx 78 \text{ kG/cm}^2).$$

Dünaamiline läbipaine

$$f_d = K_d f_{st} = 244 \cdot 0{,}017 \cdot 10^{-3} \text{ m ehk } f_d = 4{,}1 \text{ mm}.$$

9.15. I-tala nr. 30 (ГОСТ 8239-56), mille pikkus $l = 5$ m, keskele kukub kõrguselt $h = 300$ mm koormus $Q = 600$ N (≈ 60 kG). Määrata dünaamilised pinged ja läbipaine tala keskel löögi hetkel. Kui suurt staatilist koormust peaks rakendama tala keskele, et tekitada talas niisama suurt pinget ja deformatsiooni?

Vastus: $\sigma_d = 118$ MN/m² (≈ 1180 kG/cm²); $f_d = 8{,}1$ mm; $P = 44{,}4$ kN (≈ 4440 kG).

9.16. Kui suurelt kõrguselt peaks kukkuma koormus talale, et löögi tagajärjel tekkivad pinged ja deformatsioonid oleksid 5 korda suuremad pingetest ja deformatsioonidest, mis on tekitatud niisama suure staatilise koormuse poolt?

Vastus: $h = 7{,}5 f_{st}$.

§ 2. TUGEVUSARVUTUSED VAHELDUVATEL PINGETEL

Sümmeetrilise tsükliga vahelduvpingetel määratakse lubatav pinge (lubatavate pingete amplituud) valemiga:

$$[\sigma]_a = \frac{\sigma_{-1}}{\alpha n} \text{ või } [\tau]_a = \frac{\tau_{-1}}{\alpha n},$$

kus σ_{-1} — väsimuspiir paindel või tõmbel-survel sümmeetrilisel tsüklil;
τ_{-1} — väsimuspiir väändel sümmeetrilisel tsüklil;
α — efektiivse pingekontsentratsiooni tegur;
n — varutegur.

Efektiivse pingekontsentratsiooni tegur määratakse harilikult graafikute või tabelite järgi.

Asümmeetrilise tsükliga vahelduvpingete korral määratakse lubatavad nominaalpinged järgmiste valemitega:

normaalpingete mõjul

$$[\sigma]_a = \frac{\sigma_{-1}}{n} \cdot \frac{1}{\alpha + \varphi_\sigma \frac{\sigma'_k}{\sigma'_a}}, \quad [\sigma]_k = \frac{\sigma_{-1}}{n} \cdot \frac{1}{\frac{\sigma'_a \alpha}{\sigma'_k} + \varphi_\sigma};$$

tangentsiaalpingete mõjul

$$[\tau]_a = \frac{\tau_{-1}}{n} \cdot \frac{1}{\alpha + \varphi_\tau \frac{\tau'_k}{\tau'_a}}, \quad [\tau]_k = \frac{\tau_{-1}}{n} \cdot \frac{1}{\frac{\tau'_a \alpha}{\sigma'_k} + \varphi_\tau},$$

kus σ_{-1} — väsimuspiir paindel või tõmbel-survel sümmeetrilisel tsüklil;
τ_{-1} — väsimuspiir väändel sümmeetrilisel tsüklil;
n — varutegur;
α — efektiivse pingekontsentratsiooni tegur;
φ_τ ja φ_σ — asümmeetrilise tsükli redutseerimistegur võrdohtlikkusega sümmeetrilisele tsüklile;
σ'_a ja τ'_a — pingete amplituudid;
σ'_k ja τ'_k — keskmised pinged.

Normaalpingete määramiseks tuleb eelnevalt võtta pingete amplituudi suhe keskmisesse pingesse

$$\left(\frac{\sigma'_a}{\tau'_k}, \frac{\tau'_a}{\sigma'_k}\right).$$

Varutegur asümmeetrilise pingete tsükli puhul määratakse valemiga

$$n_\sigma = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\sigma'_a \alpha}{\varepsilon} + \varphi_\sigma \cdot \sigma'_k}$$ — normaalpingete mõjul ja

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\tau'_a \alpha}{\varepsilon} + \varphi_\sigma \cdot \tau'_k}$$ — tangentsiaalpingete mõjul,

kus ε on mastaabitegur.

Eespool toodud valemitesse tuleb keskmised pinged (σ'_k, τ'_k) asetada absoluutväärtustega. Tabelis 41 on antud mastaabiteguri ε väärtused mitmesugustele läbimõõtudele.

Tabel 41

d mm	10	20	30	40	50	60	80	100
ε	1	0,93	0,87	0,82	0,78	0,75	0,70	0,65

Liitpingeolukorras määratakse üldine varutegur valemiga

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n^2_\sigma + n^2_\tau}},$$

kus n_σ ja n_τ — varutegurid normaal- ja tangentsiaalpingetele.

9.17. Siledat silindrilist varrast läbimõõduga $d = 50$ mm tõmmatakse-surutakse sümmeetrilise tsükli järgi. Määrata vardale lubatava koormuse suurus, kui varutegur $n = 1{,}8$. Varda materjali väsimuspiir $\sigma_{-1t} = 250$ MN/m² (≈ 2500 kG/cm²).

Lahendus. Väsimuspiiri väärtus $\sigma_{-1t} = 250$ MN/m² kuulub väikeseläbimõõdulistele (7 + 12 mm) proovikehadele. Väsimuspiir vardas läbimõõduga $d = 50$ mm.

$$\sigma^{d}_{-1t} = \sigma_{-1t} \cdot \varepsilon = 250 \cdot 10^6 \cdot 0{,}78 = 195 \cdot 10 \text{ N/m}^2,$$

kus $\varepsilon = 0{,}78$, mis on võetud tabelist 41 proovikeha läbimõõdu $d = 50$ mm järgi.

Lubatavate pingete amplituud

$$[\sigma]_a = \frac{\sigma^{d}_{-1t}}{n} = \frac{195 \cdot 10^6}{1{,}8} = 108 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2.$$

Varda ristlõikepind

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (5 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 19{,}6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Lubatava koormuse amplituud

$$[P]_a = F[\sigma]_a = 19{,}10^{-4} \cdot 108 \cdot 10^6 = 212 \cdot 10^3 \text{ N} = 212 \text{ kN} \ (\approx 21{,}2 \text{ T}),$$

see tähendab, et vardale mõjuv koormus võib muutuda sümmeetrilise tsükli järgi piirides +212 kN kuni —212 kN.

9.18. Kui suurt sümmeetrilist tõmmet — survet võib rakendada vardale, mille läbimõõt $d = 60$ mm? Varutegur $n = 2$; varda materjali väsimuspiir $\sigma_{-1t} = 210$ MN/m² (≈ 2100 kG/cm²).

Vastus: $P_a = 223$ kN.

9.19. Terasest silindriline varras läbimõõduga $d = 30$ mm on koormatud sümmeetrilise tõmbe ja survega amplituudiga $P_a = 100$ kN (≈ 10 T). Määrata varda varutegur, kui materjali väsimuspiir $\sigma_{-1t} = 280$ MN/m² (≈ 2800 kG/cm²).

Vastus: $n = 1{,}72$.

9.20. Määrata lubatavad nominaalpinged vardas, mis on koormatud vahelduva telgjõuga. Varda materjali tugevuspiir $\sigma_B = 750$ MN/m² (≈ 7500 kG/cm²). Väsimuspiir sümmeetrilisel tõmbel-survel $\sigma_{-1t} = 230$ MN/m² (≈ 2300 kG/cm²). Asümmeetrilise tsükli redutseerimistegur võrdohtlikkusega sümmeetrilisele tsüklile $\varphi_\sigma = 0{,}12$. Efektiivse pingekontsentratsiooni tegur $\alpha = 1{,}8$. Suhe $\frac{\sigma'_k}{\sigma'_a} = 0{,}4$. Varda varutegur peab olema 2.

Vastus: $[\sigma]_k = 24{,}9$ MN/m² (≈ 249 kG/cm²); $[\sigma]_a = 60{,}5$ MN/m² (≈ 605 kG/cm²).

9.21. Määrata lubatavad nominaalpinged võllis, kui sellele mõjub pulseeriv väändemoment. Väsimuspiir väändel sümmeetrilisel tsüklil $\tau_{-1} = 200$ MN/m² (≈ 2000 kG/cm²). Asümmeetrilise tsükli redutseerimistegur võrdohtlikkusega sümmeetrilisele tsüklile $\varphi = 0{,}08$. Efektiivse pingekontsentratsiooni tegur $\alpha = 1{,}8$. Võlli varutegur peab olema $n = 2{,}5$.

Vastus: $[\tau]_k = [\tau]_a = 42{,}5$ MN/m² (≈ 425 kG/cm²).

9.22. Terasvarras läbimõõduga $d = 50$ mm on koormatud telgjõuga, mis mitmekordselt muutub piirides $+200$ kN ($\approx +20$ T) kuni -80 kN (≈ -8 T). Voolavuspiir $\sigma_T = 360$ MN/m² (≈ 3600 kG/cm²), väsimuspiir sümmeetrilisel tsüklil $\sigma_{-1t} = 200$ MN/m² (≈ 200 kG/cm²). Asümmeetrilise tsükli redutseerimistegur võrdohtlikkusega sümmeetrilisele tsüklile $\varphi_\sigma = 0{,}11$. Efektiivse pingekontsentratsiooni tegur $\alpha = 1{,}25$. Määrata varda varutegur väsimuspiiri järgi ja võrrelda varuteguriga voolavuspiiril.

L a h e n d u s. Varda ristlõikepind

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi (5 \cdot 10^{-2})^2}{4} = 19{,}6 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Maksimaalsed ja minimaalsed pinged:

$$\sigma_{max} = + \frac{200 \cdot 10^3}{19{,}6 \cdot 10^{-4}} = +102 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = +102 \text{ MN/m}^2,$$

$$\sigma_{min} = - \frac{80 \cdot 10^3}{19{,}6 \cdot 10^{-4}} = -40{,}8 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2 = -40{,}8 \text{ MN/m}^2.$$

Leiame keskmise pinge ja pingete amplituudi

$$\sigma'_k = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \frac{102 + (-40{,}8)}{2} = 30{,}6 \text{ MN/m}^2,$$

$$\sigma'_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{102 - (-40{,}8)}{2} = 71{,}4 \text{ MN/m}^2.$$

Varda varuteguri määrame väsimuspiiri järgi valemiga

$$n = \frac{\sigma_{-1t}}{\frac{\sigma'_a \alpha}{\varepsilon} + \varphi_\sigma \sigma'_k}.$$

Mastaabiteguri väärtuse leiame tabelist 41. Vardale läbimõõduga $d = 50$ mm $\varepsilon = 0{,}78$. Leiame varuteguri väsimuspiiri järgi

$$n = \frac{\sigma_{-1t}}{\frac{\sigma'_a \alpha}{\varepsilon} + \varphi_\sigma \sigma'_k} = \frac{200 \cdot 10^6}{\frac{71{,}4 \cdot 10^6 \cdot 1{,}25}{0{,}78} + 0{,}11 \cdot 30{,}6 \cdot 10^6} = 1{,}7.$$

Varutegur voolavuspiiri järgi

$$n_T = \frac{\sigma_T}{\sigma'_a + \sigma'_k} = \frac{360 \cdot 10^6}{71{,}4 \cdot 10^6 + 30{,}6 \cdot 10^6} = 3{,}52.$$

Võrreldes arvutatud varutegureid selgub, et varda purunemisoht väsimusest on tunduvalt suurem temas tekkivatest plastsetest deformatsioonidest.

9.23. Terasvarras läbimõõduga $d = 40$ mm on koormatud telgjõuga, mis pidevalt muutub piirides $+50$ kN ($\approx +5$ T) kuni -70 kN (≈ -7 T). Varda materjali voolavuspiir $\sigma_T = 420$ MN/m² (≈ 4200 kG/cm²) väsimuspiir $\sigma_{-1t} = 230$ MN/m² (≈ 2300 kG/cm²). Asümmeetrilise tsükli redutseerimistegur võrdohtlikkusega sümmeetrilisele tsüklile $\varphi_\sigma = 0{,}12$. Efektiivse pingekontsentratsiooni tegur $\alpha = 2$. Määrata varda varutegur väsimuspiiri järgi ja varutegur voolavuspiiri järgi.

Vastus: $n = 2$; $n_T = 7{,}6$.

9.24. Terasvõllile läbimõõduga $d = 50$ mm mõjub väändemoment, mis mitmekordselt muutub piirides $+820$ NM ($\approx +8200$ kGcm) kuni -340 Nm (≈ -3400 kGcm). Voolavuspiir väändel $\tau_T = 190$ MN/m² (≈ 1900 kG/cm²), väsimuspiir väändel sümmeetrilisel tsüklil $\tau_{-1} = 140$ MN/m² (≈ 1400 kG/cm²). Asümmeetrilise tsükli redutseerimistegur võrdohtlikkusega sümmeetrilisele tsüklile $\varphi_\tau = 0{,}08$. Efektiivse pingekontsentratsiooni tegur $\alpha = 1{,}25$. Määrata võlli varutegur väsimuspiiri järgi ja varutegur voolavuspiiri järgi.

Vastus: $n = 3{,}8$, $n_T = 5{,}7$.

9.25. Kontrollida terasvõlli, mille läbimõõt $d = 55$ mm, tugevust, kui sellele mõjub vahelduv paindemoment. Paindemomendi maksimaalne väärtus $M_{p\,max} = 1250$ Nm (≈ 12500 kGcm). Minimaalne paindemoment $M_{p\,min} = 680$ Nm (≈ 6800 kGcm). Võlli materjali väsimuspiir paindel sümmeetrilisel tsüklil $\sigma_{-1} = 280$ MN/m² (≈ 2800 kG/cm²), asümmeetrilise tsükli redutseerimistegur võrdohtlikkusega sümmeetrilisele tsüklile $\varphi_\sigma = 0{,}17$. Efektiivse pingekontsentratsiooni tegur $\alpha = 1{,}85$. Varutegur ei tohi olla väiksem kui 1,8.

Vastus: $n = 1{,}92 > 1{,}8$.

9.26. Terasvõllile läbimõõduga $d = 60$ mm mõjub vahelduv painde- ja väändemoment. Nende momentide maksimaalsed ja minimaalsed väärtused on järgmised: $M_{p\,max} = 1260$ MN (≈ 12600 kGcm), $M_{p\,min} = -820$ Nm (≈ -8200 kGcm), $M_{v\,max} = 1080$ Nm (≈ 10800 kGcm) ja $M_{v\,min} = -640$ Nm (≈ -6400 kGcm). Võlli materjali väsimuspiir väändel $\tau_{-1} = 190$ MN/m² (≈ 1900 kG/cm²), väsimuspiir paindel $\sigma_{-1} = 330$ MN/m² (≈ 3300 kG/cm²). Asümmeetrilise tsükli redutseerimistegurid võrdohtlikkusega sümmeetrilisele tsüklile $\varphi_\sigma = 0{,}25$ ja $\varphi_\tau = 0$. Efektiivse pingekontsentratsiooni tegur $\alpha = 2$. Määrata võlli üldvarutegur.

L a h e n d u s. Vaadeldav võll on liitpinge olukorras. Üldvarutegur liitpinge olukorras määratakse valemiga:

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}},$$

kus n_τ ja n_τ — varutegurid normaal- ja tangentsiaalpingetele.

Leiame esiteks varuteguri normaalpingete järgi. Võlli ristlõike vastupanumoment

$$W = \frac{\pi d^3}{32} = \frac{\pi(6 \cdot 10^{-2})^3}{32} = 21{,}2 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3.$$

Maksimaalsed ja minimaalsed normaalpinged on:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{p\,max}}{W} = +\frac{1260}{21{,}2 \cdot 10^{-6}} = +59{,}5 \cdot 10^6\ \text{N/m}^2 =$$
$$= +59{,}5\ \text{MN/m}^2;$$

$$\sigma_{min} = \frac{M_{p\,min}}{W} = -\frac{820}{21{,}2 \cdot 10^{-6}} = -38{,}7 \cdot 10^6\ \text{N/m}^2 = -38{,}7\ \text{MN/m}^2.$$

Leiame keskmise normaalpinge ja normaalpinge amplituudi

$$\sigma'_k = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} = \frac{59{,}5 + (-38{,}7)}{2} = 10{,}4\ \text{MN/m}^2,$$

$$\sigma'_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} = \frac{59{,}5 - (-38{,}7)}{2} = 49{,}1\ \text{MN/m}^2.$$

Mastaabiteguri valime tabelist 41. Läbimõõdule $d = 60$ mm $\varepsilon = 0{,}75$. Leiame varuteguri normaalpingete järgi:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{\sigma'_a \alpha}{\varepsilon} + \varphi_\sigma \sigma'_k} = \frac{330 \cdot 10^6}{\frac{49{,}1 \cdot 10^6 \cdot 2}{0{,}75} + 0{,}25 \cdot 10{,}4 \cdot 10^6} = 2{,}5.$$

Järgnevalt määrame varuteguri tangentsiaalpingete järgi. Leiame võlli polaarvastupanumomendi:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} = \frac{\pi(6 \cdot 10^{-2})^3}{16} = 42{,}4 \cdot 10^{-6}\ \text{m}^3.$$

Maksimaalsed ja minimaalsed tangentsiaalpinged

$$\tau_{max} = \frac{M_{v\,max}}{W_p} = +\frac{1080}{42{,}4 \cdot 10^{-6}} = +25{,}5 \cdot 10^6\ \text{N/m}^2 =$$
$$= +25{,}5\ \text{MN/m}^2;$$

$$\tau_{min} = \frac{M_{v\,min}}{W_p} = -\frac{640}{42{,}4 \cdot 10^{-6}} = -15{,}1 \cdot 10^6\ \text{N/m}^2 =$$
$$= -15{,}1\ \text{MN/m}^2.$$

Leiame keskmise tangentsiaalpinge ja tangentsiaalpingete amplituudi

$$\tau'_k = \frac{\tau_{max} + \tau_{min}}{2} = \frac{25{,}5 + (-15{,}1)}{2} = 5{,}2 \text{ MN/m}^2;$$

$$\tau'_a = \frac{\tau_{max} - \tau_{min}}{2} = \frac{25{,}5 - (-15{,}1)}{2} = 20{,}3 \text{ MN/m}^2.$$

Varem määratud mastaabiteguri väärtus $\varepsilon = 0{,}75$.
Määrame varuteguri tangentsiaalpingete järgi.

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\tau'_a \alpha}{\varepsilon} + \varphi_\tau \tau'_k} = \frac{190 \cdot 10^6}{\frac{20{,}3 \cdot 10^6 \cdot 2}{0{,}75} + 0 \cdot 5{,}2 \cdot 10^6} = 3{,}5.$$

Võlli üldine varutegur

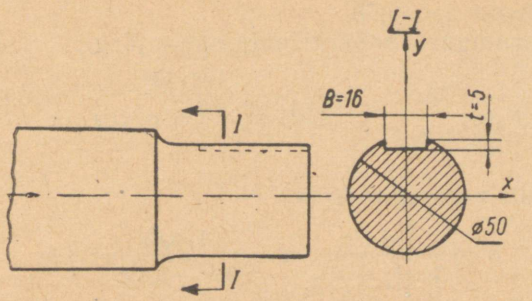
$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n^2_\sigma + n^2_\tau}} = \frac{2{,}5 \cdot 3{,}5}{\sqrt{2{,}5^2 + 3{,}5^2}} = 2{,}0.$$

9.27. Õõnesvõllile, mille välisläbimõõt $D = 60$ mm ja siseläbimõõt $d = 40$ mm, mõjub vahelduv painde- ja väändemoment. Nende momentide maksimaalsed ja minimaalsed väärtused on järgmised: $M_{p\,max} = 860$ Nm (≈ 8600 kGcm), $M_{p\,min} = -500$ Nm (≈ -5000 kGcm), $M_{v\,max} = 1240$ Nm (≈ 12400 kGcm) ja $M_{v\,min} = -560$ Nm (≈ -5600 kGcm). Võlli materjali väsimuspiir paindel $\sigma_{-1} = 280$ MN/m² (≈ 2800 kG/cm²), väsimuspiir väändel $\tau_{-1} = 150$ MN/m² (≈ 1500 kG/cm²), asümmeetrilise tsükli redutseerimistegurid võrdohtlikkusega sümmeetrilisele tsüklile $\varphi_\sigma = 0{,}17$ ja $\varphi_\tau = 0$. Efektiivse pingekontsentratsiooni tegur $\alpha = 1{,}25$. Määrata võlli üldvarutegur.

Vastus: $n = 2{,}6$.

9.28. Määrata võlli üldvarutegur lõikes I—I (joon. 369) järgmistel andmetel: võlliga ülekantav väändemoment muutub pulseeriva tsükli järgi. $M_{v\,max} = 5500$ Nm (≈ 55000 kGcm), paindemoment vaadeldavas lõikes muutub sümmeetrilise tsükli järgi $M_{p\,max} = 3630$ Nm (≈ 36300 kGcm) kuni $M_{p\,min} = -3630$ Nm (≈ -36300 kGcm), võlli materjali väsimuspiir paindel $\sigma_{-1} = 330$ MN/m² (≈ 3300 kG/cm²), väsimuspiir väändel $\tau_{-1} = 190$ MN/m² (≈ 1900 kG/cm²). Asümmeetrilise tsükli redutseerimistegur võrdohtlikkusega sümmeetrilisele tsüklile $\varphi_\tau = 0$. Efektiivse pingekontsentratsiooni tegurid lõikes I—I paindel $\alpha_p = 2{,}2$ ja väändel $\alpha_v = 1{,}9$. Võlli ja kiilusoone mõõtmed on näidatud joonisel. Ristlõike telgvastupanumoment määrata ligikaudse valemi järgi

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d}.$$



JOON. 369

L a h e n d u s. Leiame varuteguri normaalpingete järgi. Võlli ristlõike telgvastupanumoment lõikes I—I

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d} =$$

$$= \frac{\pi(5\cdot 10^{-2})^3}{32} - \frac{1{,}6\cdot 10^{-2}\cdot 0{,}5\cdot 10^{-2}(5\cdot 10^{-2} - 0{,}5\cdot 10^{-2})^2}{2{,}5\cdot 10^{-2}} = 121\cdot 10^{-6}\ \text{m}^3.$$

Maksimaalsed ja minimaalsed normaalpinged:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{p\,max}}{W_x} = +\frac{3630}{121\cdot 10^{-6}} = +30\cdot 10^6\ \text{N/m}^2,$$

$$\sigma_{min} = \frac{M_{p\,min}}{W_x} = -\frac{3630}{121\cdot 10^{-6}} = -30\cdot 10^6\ \text{N/m}^2.$$

Kuna pingete tsükkel on sümmeetriline, siis keskmine pinge $\sigma_k = 0$, aga pingete amplituud $\sigma_a = \sigma_{max} = 30\cdot 10^6$ N/m^2. Mastaabiteguri valime tabelist 41. Võlli läbimõõdul $d = 50$ mm $\varepsilon = 0{,}78$. Leiame varuteguri normaalpingete järgi:

$$n_\sigma = \frac{\sigma_{-1}\cdot\varepsilon}{\sigma_a\alpha_p} = \frac{330\cdot 10^6\cdot 0{,}78}{30\cdot 10^6\cdot 2{,}2} = 3{,}9.$$

Leiame varuteguri tangentsiaalpingete järgi. Võlli polaarvastupanumoment lõikes I—I:

$$W_p = 2W_x = 2\cdot 121\cdot 10^{-6} = 242\cdot 10^{-6}\ \text{m}^3.$$

Maksimaalsed ja minimaalsed tangentsiaalpinged:

$$\tau_{max} = \frac{M_{v\,max}}{W_p} = \frac{5500}{242\cdot 10^{-6}} = 22{,}8\cdot 10^6\ \text{N/m}^2,\ \tau_{min} = 0.$$

Pulseerivale tsüklile

$$\tau'_a = \tau'_k = \frac{\tau_{max}}{2} = \frac{22{,}8\cdot 10^6}{2} = 11{,}4\cdot 10^6\ \text{N/m}^2.$$

Mastaabitegur $\varepsilon = 0{,}78$.

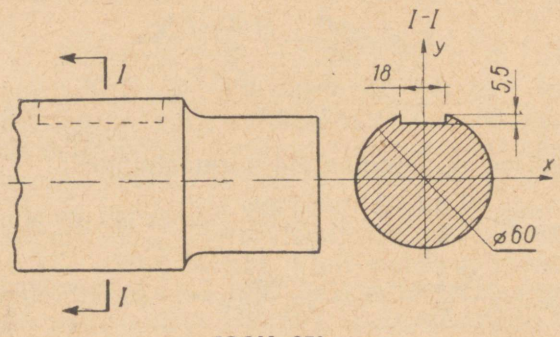
Leiame varuteguri tangentsiaalpingete järgi:

$$n_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\frac{\tau'_a \alpha_v}{\varepsilon} + \varphi_\tau \tau'_k} = \frac{190 \cdot 10^6}{\frac{11{,}4 \cdot 10^6 \cdot 1{,}9}{0{,}78} + 0 \cdot 11{,}4 \cdot 10} = 6{,}85.$$

Üldine võlli varutegur lõikes I—I

$$n = \frac{n_\sigma \cdot n_\tau}{\sqrt{n^2_\sigma + n^2_\tau}} = \frac{3{,}9 \cdot 6{,}85}{\sqrt{3{,}9^2 + 6{,}85^2}} = 3{,}4.$$

9.29. Kontrollida võlli tugevust lõikes I—I (joon. 370). Võlliga ülekantav väändemoment muutub pulseeriva tsükli järgi, $M_{v\,max} = 7500$ Nm (≈ 75000 kGcm). Paindemomendid muutuvad sümmeetrilise tsükli järgi: $M_{p\,max} = 5460$ Nm (≈ 54600 kGcm) ja



JOON. 370

$M_{p\,min} = -5460$ Nm (≈ -54600 kGcm). Võlli materjali väsimuspiir paindel $\sigma_{-1} = 280$ MN/m² (≈ 2800 kG/cm²), väsimuspiir väändel $\tau_{-1} = 150$ MN/m² (≈ 1500 kG/cm²), $\varphi_\tau = 0$. Efektiivse pingekontsentratsiooni tegurid: $\alpha_p = 1{,}9$ ja $\alpha_v = 1{,}7$. Võlli ristlõike telgvastupanumoment määrata ligikaudse valemiga:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt(d-t)^2}{2d};$$

üldine varutegur ei tohi olla väiksem kui 3.

Vastus: $n_{I-I} = 3{,}7 > 3$; võlli tugevus on küllaldane.

X PEATÜKK

EHITUSKONSTRUKTSIOONIDE ARVUTUS PIIROLUKORRA EHK KANDEVÕIME JÄRGI

Teraskonstruktsioonide projekteerimise aluseks, vastavalt tehnilistele tingimustele ja normidele, on võetud uus tugevusarvutuse metoodika — konstruktsioonide arvutus piirolukorra ehk kandevõime järgi. Konstruktsiooni piirolukorraks nimetatakse sellist olukorda, mille juures ehitis või konstruktsioon lakkab rahuldamast temale esitatud nõudeid.

Kui konstruktsioon saavutab piirolukorra, siis ta lakkab vastu võtmast välisjõudude mõju või saab selliseid jäävdeformatsioone, mille juures edaspidine ekspluatatsioon ei ole võimalik. Antud arvutusmetoodika erinevus tavalisest arvutusmetoodikast seisneb selles, et tugevuskriteeriumiks, konstruktsiooni vastupanuks, võetakse mitte lubatava pinge väärtus, vaid konstruktsiooni kandevõime. See arvutusmeetod on paindlikum ja on otseselt seotud konstruktsiooni töötingimustega.

Konstruktsiooni kandevõimet iseloomustatakse mõningate teguritega, mis iseloomustavad koormuse suuruse muutumist, materjali kvaliteeti ja konstruktsiooni töötingimusi. Neid tegureid määratakse vastavalt konstruktsiooni töötingimustele.

Konstruktsiooni arvutuse põhitingimuseks kandevõime järgi on konstruktsiooni mittepurunemise tingimus ekspluatatsioonis. Konstruktsiooni mittepurunemise tingimus on:

$$N \leqslant \Phi,$$

kus N — jõud konstruktsiooni vaadeldavas elemendis, N on ehitisele mõjuva koormuse funktsioon.

Φ — konstruktsiooni elemendi piirtugevus, mis vastab momendile, millal konstruktsioon kaotab oma kandevõime ja edaspidine ekspluatatsioon ei ole võimalik.

Funktsioon Φ, mis määrab elemendi kandevõime, oleneb elemendi mõõtmetest, materjali arvutuslikust tugevusest ja konstruktsiooni töötingimustest. Seoses sellega võib funktsioon Φ olla määratud avaldisega

$$\Phi = FRm,$$

kus F — konstruktsiooni elemendi geomeetriline faktor. Arvutamisel tõmbe-, surve- ja nihkedeformatsioonile kujutab F endast pindala, aga arvutades paindedeformatsioonile — vastupanumomenti või inertsmomenti;
R — materjali arvutuslik tugevus;
m — töötingimuste tegur.

Vaatame eraldi materjali arvutusliku tugevuse ja töötingimuste tegurit vastavalt ehituse ja projekteerimise normidele.

Materjali arvutuslik tugevus on piirpinge, mille juures konstruktsioon ei kaota veel oma kandevõimet. Materjali arvutuslik tugevus saadakse materjali normatiivse tugevuse ja ühtlusteguri korrutamise teel:

$$R = R^{H} \cdot k,$$

kus R^{H} — materjali normatiivne tugevus, mille väärtus antakse normides ja vastab materjali voolavuspiirile;
k — materjali ühtlustegur. Selle väärtused antakse samuti normides ja ta kujutab endast materjali väikseima voolavuspiiri suhet normatiivsesse. Normatiivseks väärtuseks võetakse voolavuspiiri keskmine suurus. Ühtlustegur iseloomustab materjali standardsust. Projekteerimise normides on selles teguris arvesse võetud ka tolerantside mõju valtsimisel.

Arvutuslik tugevus lõikepingete jaoks saadakse tõmbetugevuse korrutamisel üleminekuteguriga 0,6, mis vastab puhta nihke pingete ja normaalpingete suhtele, mis on kooskõlas IV tugevusteooriaga.

Töötingimuste tegur m iseloomustab üksikute elementide või ehitiste töötingimusi võrreldes teistega, ekspluatatsioonilisi erinevusi ja muid põhjusi. Töötingimuste tegurite väärtused antakse normides ja projekteerimise tehnilistes tingimustes.

Ehitiste projekteerimise normide alusel on sisse viidud kohustuslik arvutusmetoodika ehituskonstruktsioonide jaoks.

I. Elementide arvutus tsentraalsel tõmbel või survel teostatakse valemitega:

a) tugevusele tsentraalsel tõmbel või survel

$$N \leqslant mRF_{\text{neto}};$$

b) stabiilsusele tsentraalsel survel

$$N \leqslant m\varphi RF_{\text{bruto}},$$

kus N — arvutuslik pikijõud N (kG);
R — arvutuslik tugevus tõmbel või survel N/m² (kG/cm²) (võetakse normidekohaselt tabelist 42, kus on antud

arvutuslik tugevus valtsitud terastele paksusega 4 . . . 40 mm);

m — töötingimuste tegur (võetakse normide kohaselt tabelist 43, kus on antud töötingimuste tegurid teraskonstruktsioonide elementide jaoks);

F_{bruto} — brutoristlõikepind m² (cm²);

F_{neto} — netoristlõikepind m² (cm²);

φ — nõtketegur (võetakse normide kohaselt tabelist 37).

Tabel 42

Pingeolukord	Tähis		Valtsitud teraste margid			
			Ст. 0	Ст. 2	Ст. 3 Ст. 4	Ст. 5
Tõmme, surve ja paine	R	MN/m² kG/cm²	170 1700	200 2000	210 2100	240 2400
Lõige	$R_{ср}$	MN/m² kG/cm²	100 1000	120 1200	130 1300	140 1400
Otspinna muljumine	$R_{смт}$	MN/m² kG/cm²	230 2300	300 3000	320 3200	360 3600
Kohalik muljumine tihedal kokkupuutumisel	$R_{смм}$	MN/m² kG/cm²	130 1300	150 1500	160 1600	180 1800
Rullšarniiride diametraalpinna surve	$R_{смк}$	MN/m² kG/cm²	6 60	7 70	8 80	9 90

Tabel 43

Konstruktsioonielemendi nimetus	m
Ehitussõrestike tõmmatud elemendid	1,0
Katusesõrestike surutud vardad ning katuseroovid	0,95
Tsiviilhoonete ja veetornide postid ja sõrestike surutud elemendid	0,9
Reservuaaride seinad ja põhjad	0,8
Tsiviilhoonete vahelagede talad	1,0
Raamatuhoidlate vahelagede talad	0,9

II. Painutatud elementide tugevusarvutus viiakse läbi valemitega:

$$M \leqslant mRW_{neto};\ Q \leqslant mR_{ср}\frac{I_{bruto}\cdot\delta}{S_{bruto}},$$

kus M — arvutuslik paindemoment Nm (kGcm);
Q — arvutuslik põikjõud N (kG);
W_{neto} — netoristlõike vastupanumoment m^3 (cm^3);
I_{bruto} — brutolõike inertsmoment neutraaltelje suhtes m^4 (cm^4);
S_{bruto} — ühel pool telge asuva brutoristlõike osa staatiline moment neutraaltelje suhtes lõikes, kus esinevad suurimad tangentsiaalpinged m^3 (cm^3);
δ — seina paksus m (cm);
R — arvutuslik paindetugevus N/m^2 (kG/cm^2);
R_{cp} — arvutuslik lõiketugevus N/m^2 (kG/cm^2).

III. Ekstsentriliselt tõmmatud ja surutud elementide tugevuse kontrolli teostatakse valemiga:

$$N \leqslant \frac{mRF_{neto}}{1 + e\frac{F_{neto}}{W_{neto}}},$$

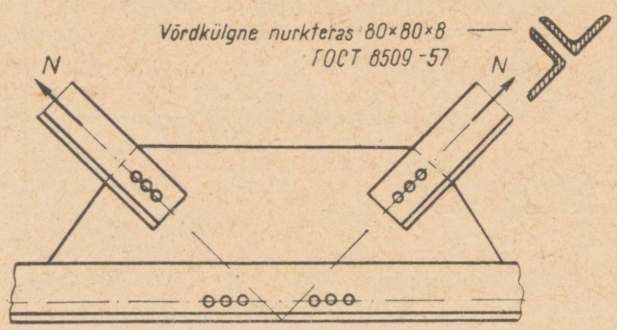
kus e — pikijõu ekstsentrilisus m (cm);
F_{neto} — netoristlõike pind m^2 (cm^2);
W_{neto} — netovastupanumoment m^3 (cm^3).

10.1. Sõrestiku diagonaalid töötavad tõmbele (joon. 371). Iga diagonaal on sõlmlapi külge kinnitatud kolme neediga. Neetide läbimõõt $d = 20$ mm. Määrata suurim lubatav koormus sõrestiku diagonaalidele. Materjal — nurkteras Ст. 3.

Lahendus. Lubatav tõmbejõud diagonaalis

$$N = mRF_{neto}.$$

Normide kohaselt sõrestiku tõmmatud varrastele $m = 1$ (tab. 43), arvutuslik tugevus $R = 210$ MN/m^2 (tab. 42). Nurkterase $80 \times 80 \times 8$ ristlõike pindala on ГОСТ 8509-57 järgi $F = 12{,}3$ cm^2, SI süsteemis saame $F = 12{,}3 \cdot 10^{-4}$ m^2. Kahe nurkterase brutopinda $F_{bruto} = 2 \cdot 12{,}3 \cdot 10^{-4} = 24{,}6 \cdot 10^{-4}$ m^2,



JOON. 371

kahe nurkterase netopindala (arvestades ristlõike nõrgenemist neediaukude arvel)

$$F_{neto} = F_{bruto} - 2d\delta = 24{,}6 \cdot 10^{-4} - 2 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 0{,}8 \cdot 10^{-2} = \\ = 21{,}4 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Lubatav tõmbejõud

$$N = mRF_{neto} = 1 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 21{,}4 \cdot 10^{-4} = 450000 \text{ N} = \\ = 450 \text{ kN } (\approx 45 \text{ T}).$$

10.2. Sõrestiku diagonaalides mõjuvad tõmbejõud. Diagonaal on moodustatud kahest nurkterasest $90 \times 90 \times 9$ (ГОСТ 8509-57). Diagonaalid on sõlmlapi külge keevitatud. Nurkteraste materjal on Ст. 3. Määrata suurim lubatav tõmbejõud sõrestiku diagonaalis.

Vastus: $N = 660$ kN (≈ 66 T).

10.3. Kaarsõrestiku tõmmitsas mõjub tõmbejõud 600 kN (≈ 60 T). Tõmmits koosneb kahest karpterasest, mille materjal on Ст. 3. Määrata karpteraste ristlõige.

Vastus: kaks karpterast nr. 14 (ГОСТ 8240-56).

10.4. Sõrestiku vardas mõjub tõmbejõud 200 kN (≈ 20 T). Varras koosneb kahest võrdkülgsest nurkterasest ja on sõlmlapi külge keevitatud. Varda materjal — teras Ст. 3. Valida nurkteraste ristlõige.

Vastus: kaks võrdkülgset nurkterast $50 \times 50 \times 5$ (ГОСТ 8509-57).

10.5. Määrata suurim lubatav survekoormus sõrestiku vardas, kui selle pikkus $l = 1{,}5$ m, materjal — karpteras nr. 12 (ГОСТ 8240-56) Ст. 3. Varda otsad on kinnitatud liigenditega.

Lahendus. Lubatav arvutuslik pikikoormus stabiilsusele määratakse valemiga

$$N = mR\varphi F_{bruto}.$$

Töötingimuste tegur sõrestike surutud elementidele $m = 0{,}9$ (tab. 42). Valtsitud terase Ст. 3 arvutuslik survetugevus tabeli 43 järgi $R = 210$ MN/m^2.

Nõtketeguri määramiseks leiame varda saleduse. Kuna varda otsad on kinnitatud liigendiga, siis $\mu = 1$. Minimaalse inertsraadiuse leiame ГОСТ 8240-56 tabelist.

Karpterase nr. 12 $i_{min} = i_y = 1{,}58$ cm, SI süsteemis $i_{min} = 1{,}58 \cdot 10^{-2}$ m.

Varda saledus

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}} = \frac{1 \cdot 1{,}5}{1{,}58 \cdot 10^{-2}} = 95.$$

Nõtketeguri määrame interpoolimise teel. Tabelist 37 leiame, et kui $\lambda = 90$, siis $\varphi = 0{,}69$; kui $\lambda = 100$, siis $\varphi = 0{,}60$, järelikult, kui $\lambda = 95$, siis $\varphi = 0{,}645$.

Karpterase nr. 12 (ГОСТ 8240-56) ristlõikepind $F_{bruto} = 13{,}3$ cm^2, SI süsteemis $F_{bruto} = 13{,}3 \cdot 10^{-4}$ m^2.

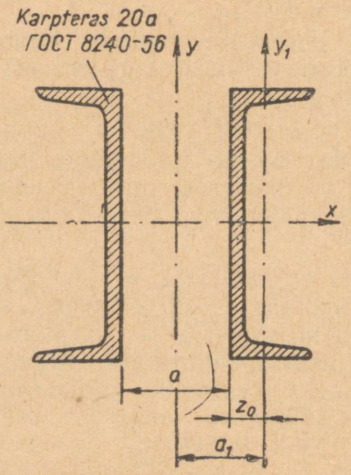
Määrame vardale lubatava survekoormuse:

$$N = mR\varphi F_{\text{bruto}} = 0{,}9 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 0{,}645 \cdot 13{,}3 \cdot 10^{-4} = 162000 \text{ N} = 162 \text{ kN } (\approx 16{,}2 \text{ T}).$$

10.6. Määrata suurim lubatav survekoormus sõrestiku vardas, kui selle pikkus $l = 1{,}4$ m, varda ristlõige — karpteras nr. 20a (ГОСТ 8240-56). Varda materjal — Ст. 3.

Vastus: $N = 388$ kN (≈ 38800 kG).

10.7. Määrata suurim lubatav survekoormus postile, mille ristlõige koosneb kahest karpterasest nr. 20a (ГОСТ 8240-56) ja mis on asetatud nii, et tsentraalinertsmomendid mõlema telje suhtes on võrdsed (joon. 372). Materjal — Ст. 3. Posti kõrgus $l = 4$ m. Posti üks ots on kinnitatud jäigalt, teine liigendiga. Määrata minimaalne karpteraste vahekaugus.



JOON. 372

Lahendus. Ühe karpterase nr. 20a jaoks leiame ГОСТ 8240-56 tabelist: $I_{1x} = 1670$ cm^4; $I_{1y} = 139$ cm^4; $F_1 = 25{,}2$ cm^2, $z_0 = 2{,}28$ cm, SI süsteemis: $I_{1x} = 1670 \cdot 10^{-8}$ m^4; $I_{1y} = 139 \cdot 10^{-8}$ m^4, $F_1 = 25{,}2 \cdot 10^{-4}$ m^2, $z_0 = 2{,}28 \cdot 10^{-2}$ m.

Koostatud ristlõike peainertsmomendid:

$$I_x = 2I_{1x} = 2 \cdot 1670 \cdot 10^{-8} = 3340 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4;$$

$$I_y = 2[I_{1y} + (\frac{a}{2} + z_0)^2 F_1] = 2(139 \cdot 10^{-8} + a_1^2 \cdot 25{,}2 \cdot 10^{-4}) = 278 \cdot 10^{-8} + 50{,}4 \cdot 10^{-4}\, a_1^2,$$

kus

$$a_1 = \frac{a}{2} + z_0.$$

Määrame a_1 väärtuse, lähtudes inertsmomentide võrdsusest: $I_x = I_y = 3340 \cdot 10^{-8}$ m^4 $\cdot 3340 \cdot 10^{-8} = 278 \cdot 10^{-8} + 50{,}4 \cdot 10^{-4}\, a_1^2$, kust

$$a_1 = 10^{-2}\sqrt{\frac{3062}{50{,}4}} = 10^{-2} \cdot 7{,}8 \text{ m} = 7{,}8 \text{ cm}.$$

Võrdusest $a_1 = \frac{a}{2} + z_0$ määrame a väärtuse:

$$a = 2(a_1 - z_0) = 2(7{,}8 - 2{,}28) = 11 \text{ cm}.$$

Lubatava survejõu määrame valemiga:

$$N = mR\varphi F_{\text{bruto}}.$$

Töötingimuste teguri posti jaoks võtame tabelist 43; $m = 0{,}9$. Valtsitud terase Ст. 3 arvutuslik survetugevus leitakse tabelist 42, $R = 210$ MN/m^2. Nõtketeguri määramiseks leiame varda saleduse. Vastavalt tingimusele, et varda üks ots on kinnitatud jäigalt, teine liigendiga, leiame et $\mu = 0{,}7$. Koostatud ristlõike inertsraadius

$$i_{\min} = i_x = i_y = \sqrt{\frac{I_x}{F}} = \sqrt{\frac{3340 \cdot 10^{-8}}{2 \cdot 25{,}2 \cdot 10^{-4}}} = 8{,}15 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Varda saledus

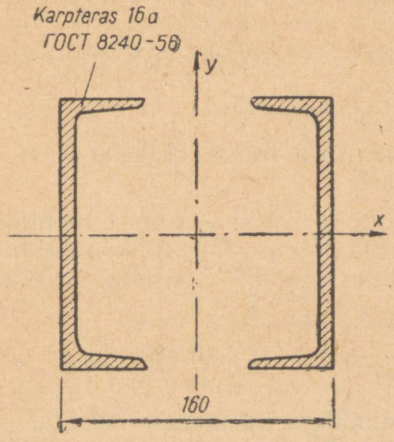
$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{0{,}7 \cdot 4}{0{,}15 \cdot 10^{-2}} = 35.$$

Nõtketeguri määrame interpoolimise teel tab. 37: kui $\lambda = 30$, siis $\varphi = 0{,}95$; kui $\lambda = 40$, siis $\varphi = 0{,}92$, järelikult, kui $\lambda = 35$, siis $\varphi = 0{,}935$.

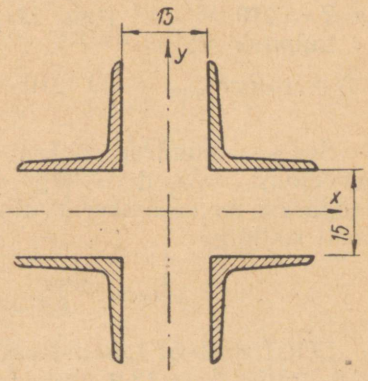
Lubatav survejõud

$$N = mR\varphi F_{\text{bruto}} = 0{,}9 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 0{,}935 \cdot 2 \cdot 25{,}2 \cdot 10^{-4} = 89000 \text{ N} = 890 \text{ kN} \ (\approx 89 \text{ T}).$$

10.8. Määrata suurim lubatav survekoormus postile, mille ristlõige koosneb kahest karpterasest nr. 16a (ГОСТ 8240-56), mis on



JOON. 373



JOON. 374

asetatud nii, nagu näidatud joon. 373. Mõlemad otsad on kinnitatud liigendiga, posti pikkus $l = 3$ m, materjal — Ст. 5.

Vastus: $N = 740$ kN (≈ 74 T).

10.9. Valida nurkterastest koostatud tsiviilhoone posti ristlõige (joon. 374). Posti kõrgus $l = 3{,}5$, survejõud $P = 700$ kN (≈ 70 T). Posti otsad on kinnitatud liigendiga, materjal — Ст. 3.

Lahendus. Posti ristlõike valime lähendusmeetodil. Võtame eelnevalt nõtketeguri väärtuseks $\varphi = 0{,}5$ ja määrame vajaliku ristlõikepinna.

$$F = \frac{N}{MR\varphi} = \frac{700000}{0{,}9 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 0{,}5} = 74 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

Sorditeraste tabelist ГОСТ 8509-57 on näha, et arvutatud pindala võime saada, võttes neli nurkterast $100 \times 100 \times 10$. Ühe nurkterase pindala on $F_1 = 19{,}2$ cm^2, $I_{1x} = I_{1y} = 179$ cm^4 ja $z_0 = 2{,}83$ cm. SI süsteemis:

$$F_1 = 19{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2,$$
$$I_{1x} = I_{1y} = 179 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Postile tervikuna

$$F_{\text{bruto}} = 4F_1 = 4 \cdot 19{,}2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2 = 76{,}8 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

$$I_x = I_y = 4[I_{1x} + F_1(z_0 + \frac{45 \cdot 10^{-2}}{2})^2] = 4[179 \cdot 10^{-8} +$$

$$+ 19{,}2 \cdot 10^{-4}(2{,}83 \cdot 10^{-2} + \frac{1{,}5 \cdot 10^{-2}}{2})^2] = 1700 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Posti ristlõike inertsraadius

$$i_{\min} = i_x = i_y = \sqrt{\frac{I_x}{F}} = \sqrt{\frac{1700 \cdot 10^{-8}}{76{,}8 \cdot 10^{-4}}} = 4{,}71 \cdot 10^{-2} \text{ m},$$

posti saledus

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 3{,}5}{4{,}71 \cdot 10^{-2}} = 74{,}3;$$

tabelist 37 leiame interpoolimise teel: $\varphi = 0{,}78$, $m = 0{,}9$ (tab. 43) ja $R = 210$ MN/m^2 (tab. 42).

Lubatav pikijõud

$$N = mR\varphi F_{\text{bruto}} = 0{,}9 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 0{,}78 \cdot 76{,}8 \cdot 10^{-4} = 1130000 \text{ N} = 1130 \text{ kN}.$$

See survejõud on rohkem kui poolteist korda suurem etteantud survejõust, valitud ristlõige on järelikult tugevasti alakoormatud. Seepärast teeme ümberarvutuse, valides $\varphi = 0{,}7$. Sel juhul vajalik posti ristlõige

$$F_{\text{bruto}} = \frac{70000}{0{,}9 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 0{,}7} = 53 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2.$$

ГОСТ 8509-57 tabelist valime võrdkülgse nurkterase $90 \times 90 \times 8$, mille $F_1 = 13{,}9$ cm^2; $I_{1x} = I_{1y} = 106$ cm^4; $z_0 = 2{,}51$ cm. SI

süsteemis saame: $F_1 = 13{,}9 \cdot 10^{-4}$ m²; $I_{1x} = I_{1y} = 106 \cdot 10^{-8}$ m⁴. Kogu posti ristlõike jaoks

$$I_x = I_y = 4[I_{1x} + F_1(z_0 + \frac{1{,}5 \cdot 10^{-2}}{2})^2] = 4[106 \cdot 10^{-8} +$$

$$+ 13{,}9 \cdot 10^{-4}(2{,}51 \cdot 10^{-2} + \frac{1{,}5 \cdot 10^{-2}}{2})^2] = 1000 \cdot 10^{-8} \text{ m}^4.$$

Inertsraadius

$$i_{min} = \sqrt{\frac{I_x}{F}} = \sqrt{\frac{1000 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 13{,}9 \cdot 10^{-4}}} = 4{,}2 \cdot 10^{-2} \text{ m}.$$

Posti saledus

$$\lambda = \frac{\mu \cdot l}{i_{min}} = \frac{1 \cdot 3{,}5}{4{,}2 \cdot 10^{-2}} = 84.$$

Tabelist 37 leiame interpoolimise teel $\varphi = 0{,}71$.
Lubatav jõud

$$N = mR\varphi F_{bruto} = 0{,}9 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 0{,}71 \cdot 4 \cdot 13{,}9 \cdot 10^{-4} =$$
$$= 740000 \text{ N} = 740 \text{ kN}.$$

Käesoleval juhul posti ristlõige, mis on koostatud neljast nurkterasest $90 \times 90 \times 9$, on stabiilne.

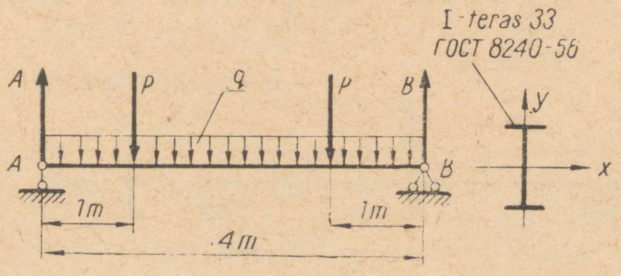
10.10. Valida I-profiiliga posti ristlõige, kui survejõud $P = 300$ kN (≈ 30 T). Kõrgus on 3 m. Posti üks ots on kinnitatud jäigalt, teine liigendiga. Posti materjal — Ст. 3.

Vastus: I-profiil nr. 20 (ГОСТ 8239-56).

10.11. Teostada raamatuhoidla vahelae tala kontrollarvutus normaal- ja tangentsiaalpingete järgi. Tala on koormatud, nagu näidatud joon. 375; $q = 10$ kN/m (≈ 1 T/m) ja $P = 90$ kN (≈ 9 T). Tala materjal — Ст. 3.

Lahendus. Määrame toereaktsioonid:

$$A = B = \frac{10 \cdot 4 + 2 \cdot 90}{2} = 110 \text{ kN}.$$



JOON. 375

Suurim paindemoment on tala keskel:

$$M_{max} = A \cdot 2 - P \cdot 1 - q \cdot 2 \cdot 1 = 110 \cdot 10^3 \cdot 2 - 90 \cdot 10^3 \cdot 1 - 10 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 1 = 110 \cdot 10^3 \text{ Nm} = 110 \text{ kNm}.$$

Suurim põikjõud on toel ja selle väärtus võrdub toereaktsiooniga:

$$Q_{max} = A = 110 \text{ kN}.$$

Kontrollarvutuse paindele teostame valemitega:

$$M \leqslant mRW_{neto} \text{ ja } Q \leqslant mR_{cp} \frac{I_{bruto}\delta}{S_{bruto}}.$$

Raamatuhoidla vahelagede talade töötingimuste teguri võtame tabelist 43; $m = 0{,}9$. Terase Ст. 3 arvutuslik paindetugevus $R = 210 \cdot 10^6$ N/m^2. Arvutuslik tugevus lõikele $R_{cp} = 130 \cdot 10^6$ N/m^2 (tab. 42). ГОСТ 8239-56 tabelist I-tala nr. 33 jaoks: $W_x = 597$ cm^3; $I_x = 9840$ cm^4; $S_x = 339$ cm^3; $\delta = 0{,}7$ cm, SI süsteemis saame: $W_x = 597 \cdot 10^{-6}$ m^3, $I_x = 9840 \cdot 10^{-8}$ m^4, $S = 339 \cdot 10^{-6}$ m^3; $\delta = 0{,}7 \cdot 10^{-2}$ m.

Leitud suurused asetame kontrollvalemisse:

$$M = 110000 \text{ Nm} < mRW_{neto} = 0{,}9 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 597 \cdot 10^{-6} = 113000 \text{ Nm}.$$

$$Q = 110000 < mR_{cp} \frac{I_{bruto}\delta}{S_{bruto}} =$$

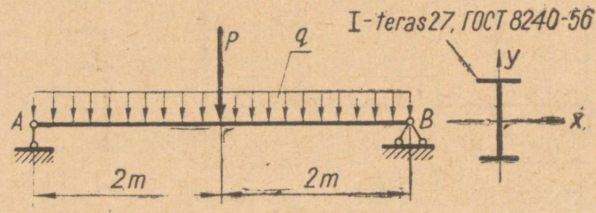
$$= 0{,}9 \cdot 130 \cdot 10^6 \frac{9840 \cdot 10^{-8} \cdot 0{,}7 \cdot 10^{-2}}{339 \cdot 10^{-6}} = 214000 \text{ N}.$$

Siit järeldame, et tala tugevus on küllaldane.

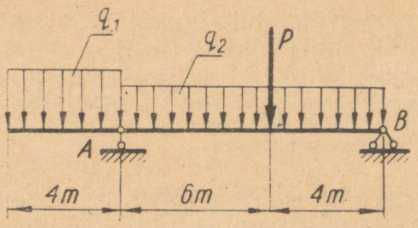
10.12. Tsiviilhoone vahelae I-terasest tala on koormatud joon. 376 näidatud viisil. Teostada tala kontrollarvutus normaal- ja tangentsiaalpingetele, kui $q = 5$ kN/m (≈ 500 kG/m) ja $P = 50$ kN (≈ 5000 kG). Tala materjal — Ст. 3.

Vastus: $M = 60$ kNm $< mRW_{neto} = 64{,}5$ kNm;

$$Q = 35 \text{ kN} < mR_{cp} \frac{I_{bruto}\delta}{S_{bruto}} = 182 \text{ kN}.$$



JOON. 376



JOON. 377

10.13. I-terasest vahelae tala on koormatud vastavalt joon. 377. Valida tala ristlõige, kui $q_1 = 12{,}5$ kN/m ($\approx 1{,}25$ T/m); $q_2 = 10$ kN/m (≈ 1 T/m; $P = 8$ kN (≈ 800 kG) ja tala materjal — Ст. 3.

Märkus: ristlõike valikut teostatakse valemiga

$$M \geqslant \frac{M}{mR}$$

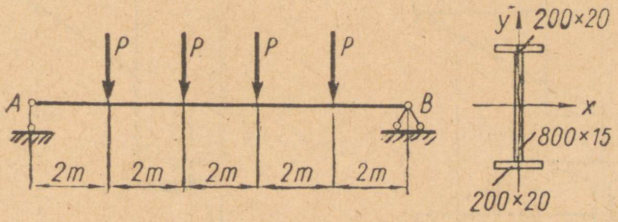
ja siis tehakse kontroll tangentsiaalpingete järgi.

Vastus: I-teras nr. 45 (ГОСТ 8239-56).

10.14. I-tala pikkusega $l = 5$ m on koormatud ühtlaselt jaotatud koormusega $q = 5$ kN/m (≈ 500 kG/m) ja koondatud jõuga $P = 80$ kN (≈ 800 kG), mis on rakendatud vasakpoolsest toest 1 m kaugusele. Valida I-tala ristlõige. Tala on ette nähtud tsiviilhoone korrustevaheliseks laetalaks.

Vastus: I-teras nr. 27 (ГОСТ 8239-56).

10.15. I-kujulisele keevitatud talale, mille pikkus $l = 10$ m ja ristlõike mõõtmed on antud joon. 378, mõjub neli koondatud jõudu



JOON. 378

P. Määrata jõu P suurim lubatav väärtus, lähtudes tala tugevusest. Tala materjal — Ст. 3. Tala on ette nähtud tsiviilhoone korrustevaheliseks laetalaks.

Vastus: $P = 167$ kN (≈ 16700 kG).

10.16. Määrata suurima lubatava jõu P väärtus I-talale nr. 20a (ГОСТ 8239-56), mille pikkus $l = 4$ m, lähtudes tala tugevusest. Jõud P on rakendatud tala keskele risti teljega. Tala on ette nähtud tsiviilhoone korrustevaheliseks laetalaks.

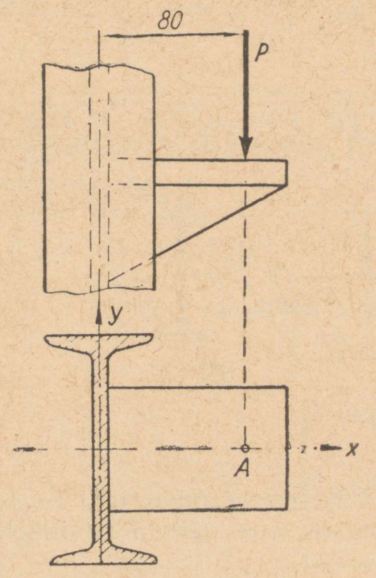
Vastus: $P = 40{,}3$ kN (≈ 4030 kG).

10.17. Lühikesele postile (joon. 379), mille alumine ots on kinnitatud jäigalt ja ristlõige on I-profiil, mõjub koormus $P = 100$ kN (≈ 10 T). Valida I-tala ristlõige. Tala materjal — Ст. 3. Töötingimuste teguriks võtta $m = 1$.

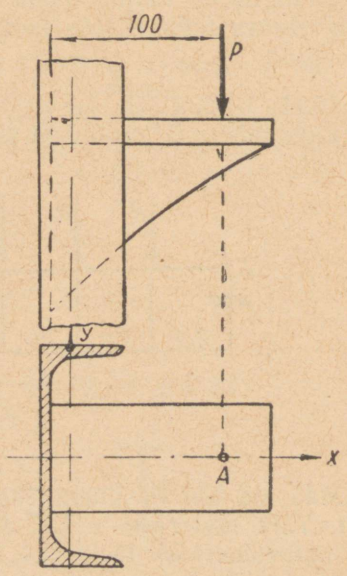
Lahendus. Ekstsentriliselt surutud elementide kontrollarvutus teostatakse valemiga:

$$N = \frac{mRF_{\text{neto}}}{1 + e\,\frac{F_{\text{neto}}}{W_{\text{neto}}}}.$$

Ülesande lahendame lähendusmeetodiga. Valime I-terase nr. 20a, millele ГОСТ 8239-56 tabeli järgi leiame: $F_{\text{neto}} = F = 28{,}9$ cm^2; $W_{\text{neto}} = W_y = 28{,}2$ cm^3; SI süsteemis saame: $F_{\text{neto}} = F = 28{,}9 \cdot 10^{-4}$ m^2; $W_{\text{neto}} = W_y = 28{,}2 \cdot 10^{-6}$ m^3. Terase Ст. 3 arvutuslik survetugevus $R = 210 \cdot 10^6$ N/m^2 (tab. 42). Koormuse ekst-



JOON. 379



JOON. 380

sentrilisus on antud ülesandes $e = 80$ mm $= 8 \cdot 10^{-2}$ m. Määrame posti piirkoormuse:

$$N = \frac{mRF_{\text{neto}}}{1 + e\dfrac{F_{\text{neto}}}{W_{\text{neto}}}} = \frac{1 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 28{,}9 \cdot 10^{-4}}{1 + 8 \cdot 10^{-2}\dfrac{28{,}9 \cdot 10^{-4}}{28{,}2 \cdot 10^{-6}}} = 66000 \text{ N}.$$

Kuna antud jõud on väiksem mõjuvast jõust, siis ristlõiget tuleb suurendada. Võtame I-terase nr. 27a, millele ГОСТ 8239-56 tabeli järgi: $F_{\text{neto}} = F = 43{,}2$ cm^2; $W_{\text{neto}} = W_y = 50$ cm^3; SI süsteemis saame: $F_{\text{neto}} = 43{,}2 \cdot 10^{-4}$ m^2; $W_{\text{neto}} = 50 \cdot 10^{-6}$ m^3.

Posti piirkoormus on:

$$N = \frac{mRF_{\text{neto}}}{1 + e\dfrac{F_{\text{neto}}}{W_{\text{neto}}}} = \frac{1 \cdot 210 \cdot 10^6 \cdot 43{,}2 \cdot 10^{-4}}{1 + 8 \cdot 10^{-2}\dfrac{43{,}2 \cdot 10^{-4}}{50 \cdot 10^{-6}}} = 115\,000 \text{ N},$$

järelikult valitud ristlõige sobib.

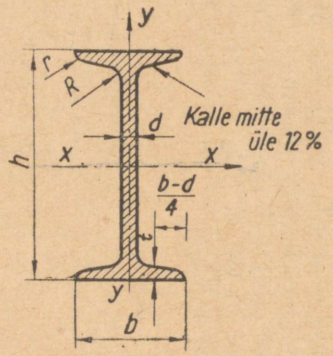
10.18. Lühikesele karpterasest postile, mille üks ots on kinnitatud jäigalt, mõjub kronsteini kaudu koormus $P = 95$ kN ($\approx 9{,}5$ T). Jõud on rakendatud punkti A (joon. 380). Valida karpterase ristlõige. Posti materjal — Ст. 3.

Vastus: karpteras nr. 30 (ГОСТ 8240-56).

LISA

Tabel L. 1

Valtsitud I-terased ГОСТ 8239-56



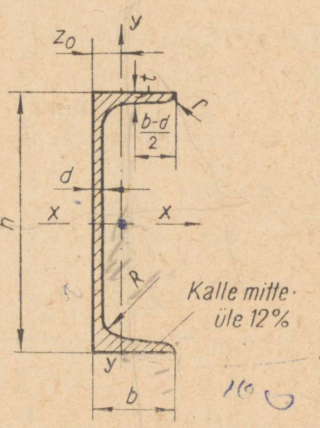
Profiili nr.	1 m kaal	Mõõtmed						Ristlõike pindala	Ristlõike staatilised karakteristikud						
									x — x				y — y		
		h	b	d	t	R	r		I_x	W_x	i_x	S_x	I_y	W_y	i_y
	kg	mm						cm²	cm⁴	cm³	cm	cm³	cm⁴	cm³	cm
10	9,46	100	55	4,5	7,2	7	2,5	12,0	198	39,7	4,06	23,0	17,9	6,49	1,22
12	11,5	120	64	4,8	7,3	7,5	3	14,7	350	58,4	4,88	33,7	27,9	8,72	1,38
14	13,7	140	73	4,9	7,5	8	3	17,4	572	81,7	5,73	46,8	41,9	11,5	1,55
16	15,9	160	81	5,0	7,8	8,5	3,5	20,2	873	109	6,57	62,3	58,6	14,5	1,70
18	18,4	180	90	5,1	8,1	9	3,5	23,4	1290	143	7,42	81,4	82,6	18,4	1,88
18a	19,9	180	100	5,1	8,3	9	3,5	25,4	1430	159	7,51	89,8	114	22,8	2,12

Tabeli L. 1 järg

Profiili nr.	1 m kaal	Mõõtmed						Ristlõike pindala	Ristlõike staatilised karakteristikud						
									x — x				y — y		
		h	b	d	t	R	r		I_x	W_x	i_x	S_x	I_y	W_y	i_y
	kg	mm						cm^2	cm^4	cm^3	cm	cm^3	cm^4	cm^3	cm
20	21,0	200	100	5,2	8,4	9,5	4	26,8	1840	184	8,28	104	115	23,1	2,07
20a	22,7	200	110	5,2	8,6	9,5	4	28,9	2030	203	8,37	114	155	28,2	2,32
22	24,0	220	110	5,4	8,7	10	4	30,6	2550	232	9,13	131	157	28,6	2,27
22a	25,8	220	120	5,4	8,9	10	4	32,8	2790	254	9,22	143	206	34,3	2,50
24	27,3	240	115	5,6	9,5	10,5	4	34,8	3460	289	9,97	163	198	34,5	2,37
24a	29,4	240	125	5,6	9,8	10,5	4	37,5	3800	317	10,1	178	260	41,6	2,63
27	31,5	270	125	6,0	9,8	11	4,5	40,2	5010	371	11,2	210	260	41,5	2,54
27a	33,9	270	135	6,0	10,2	11	4,5	43,2	5500	407	11,3	229	337	50,0	2,80
30	36,5	300	135	6,5	10,2	12	5	46,5	7080	472	12,3	268	337	49,9	2,69
30a	39,2	300	145	6,5	10,7	12	5	49,9	7780	518	12,5	292	436	60,1	2,95
33	42,2	330	140	7,0	11,2	13	5	53,8	9840	597	13,5	339	419	59,9	2,79
36	48,6	360	145	7,5	12,3	14	6	61,9	13380	743	14,7	423	516	71,1	2,89
40	56,1	400	155	8,0	13,0	15	6	71,4	18930	947	16,3	540	666	85,9	3,05
45	65,2	450	160	8,6	14,2	16	7	83,0	27450	1220	18,2	699	807	101	3,12
50	76,8	500	170	9,5	15,2	17	7	97,8	39290	1570	20,0	905	1040	122	3,26
55	89,8	550	180	10,3	16,5	18	7	114	55150	2000	22,0	1150	1350	150	3,44
60	104	600	190	11,1	17,8	20	8	132	75450	2510	23,9	1450	1720	181	3,60
65	120	650	200	12,0	19,2	22	9	153	101400	3120	25,8	1800	2170	217	3,77
70	138	700	210	13,0	20,8	24	10	176	134600	3840	27,7	2230	2730	260	3,94
70a	158	700	210	15,0	24,0	24	10	202	152700	4360	27,5	2550	3240	309	4,01
70b	184	700	210	17,5	28,2	24	10	234	175370	5010	27,4	2940	3910	373	4,09

Tabel L.2

Valtsitud karpterased ГОСТ 8240-56

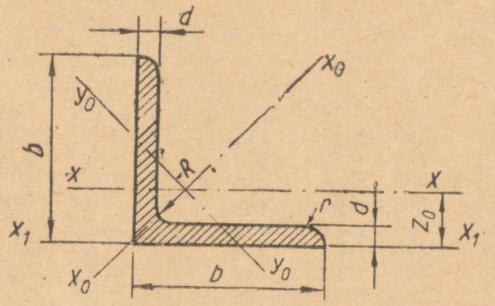


Profiili nr.	1 m kaal	Mõõtmed						Ristlõike pindala	Ristlõike staatilised karakteristikud							z_0
		h	b	d	t	R	r		x—x				y—y			
									I_x	W_x	i_x	S_x	I_y	W_y	i_y	
	kG	mm						cm²	cm⁴	cm³	cm	cm³	cm⁴	cm³	cm	cm
5	4,84	50	32	4,4	7,0	6	2,5	6,16	22,8	9,10	1,92	5,59	5,61	2,75	0,954	1,16
6,5	5,90	65	36	4,4	7,2	6	2,5	7,51	48,6	15,0	2,54	9,00	8,70	3,68	1,08	1,24
8	7,05	80	40	4,5	7,4	6,5	2,5	8,98	89,4	22,4	3,16	13,3	12,8	4,75	1,19	1,31
10	8,59	100	46	4,5	7,6	7	3	10,9	174	34,8	3,99	20,4	20,4	6,46	1,37	1,44
12	10,4	120	52	4,8	7,8	7,5	3	13,3	304	50,6	4,78	29,6	31,2	8,52	1,53	1,54
14	12,3	140	58	4,9	8,1	8	3	15,6	491	70,2	5,60	40,8	45,4	11,0	1,70	1,67

Tabeli L. 2 järg

Profiili nr.	1 m kaal	Mõõtmed						Ristlõike pindala	Ristlõike staatilised karakteristikud							z_0
									$x-x$				$y-y$			
		h	b	d	t	R	r		I_x	W_x	i_x	S_x	I_y	W_y	i_y	
	kG	mm						cm^2	cm^4	cm^3	cm	cm^3	cm^4	cm^3	cm	cm
14a	13,3	140	62	4,9	8,7	8	3	17,0	545	77,8	5,66	45,1	57,5	13,3	1,84	1,87
16	14,2	160	64	5,0	8,4	8,5	3,5	18,1	747	93,4	6,42	54,1	63,3	13,8	1,87	1,80
16a	15,3	160	68	5,0	9,0	8,5	3,5	19,5	823	103	6,49	59,4	78,8	16,4	2,01	2,00
18	16,3	180	70	5,1	8,7	9	3,5	20,7	1090	121	7,24	69,8	86,0	17,0	2,04	1,94
18a	17,4	180	74	5,1	9,3	9	3,5	22,2	1190	132	7,32	76,1	105	20,0	2,18	2,13
20	18,4	200	76	5,2	9,0	9,5	4	23,4	1520	152	8,07	87,8	113	20,5	2,20	2,07
20a	19,8	200	80	5,2	9,7	9,5	4	25,2	1670	167	8,15	95,9	139	24,2	2,35	2,28
22	21,0	220	82	5,4	9,5	10	4	26,7	2110	192	8,89	110	151	25,1	2,37	2,21
22a	22,6	220	87	5,4	10,2	10	4	28,8	2330	212	8,99	121	187	30,0	2,55	2,46
24	24,0	240	90	5,6	10,0	10,5	4	30.6	2900	242	9,73	139	208	31,6	2,60	2,42
24a	25,8	240	95	5,6	10,7	10,5	4	32,9	3180	265	9,84	151	254	37,2	2,78	2,67
27	27,7	270	95	6,0	10,5	11	4,5	35,2	4160	308	10,9	178	262	37,3	2,73	2,47
30	31,3	300	100	6,5	11,0	12	5	40,5	5810	387	12,0	224	327	43,6	2,84	2,52
33	36,5	330	105	7,0	11,7	13	5	46,5	7980	484	13,1	281	410	51,8	2,97	2,59
36	41,9	360	110	7,5	12,6	14	6	53,4	10820	601	14,2	350	513	61,7	3,10	2,68
40	48,3	400	115	8,0	13,5	15	6	61,5	15220	761	15,7	444	642	73,4	3,23	2,75

Valtsitud võrdkülgsed nurkterased ГОСТ 8509-57



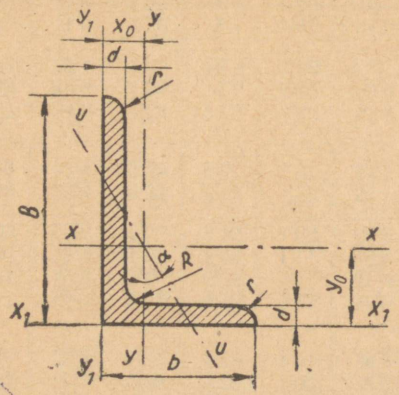
Profiili nr.	Mõõtmed				Ristlõike pinnala	1 m kaal	Ristlõike staatilised karakteristikud							
							$x-x$		x_0-x_0		y_0-y_0		x_1-x_1	z_0
	b	d	R	r			I_x	i_x	I_{x0max}	i_{x0max}	I_{y0min}	i_{y0min}	I_{x1}	
	mm				cm²	kG	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm
2	20	3 4	3,5	1,2	1,13 1,46	0,89 1,15	0,40 0,50	0,59 0,58	0,63 0,78	0,75 0,73	0,17 0,22	0,39 0,38	0,81 1,09	0,60 0,64
2,5	25	3 4	3,5	1,2	1,43 1,86	1,12 1,46	0,81 1,03	0,75 0,74	1,29 1,62	0,95 0,93	0,34 0,44	0,49 0,48	1,57 2,11	0,73 0,76
2,8 3,2	28 32	3 3 4	4 4,5	1,3 1,5	1,62 1,86 2,43	1,27 1,46 1,91	1,16 1,77 2,26	0,85 0,97 0,96	1,84 2,80 3,58	1,07 1,23 1,21	0,48 0,74 0,94	0,55 0,63 0,62	2,20 3,26 4,39	0,80 0,89 0,94
3,6	36	3 4	4,5	1,5	2,10 2,75	1,65 2,16	2,56 3,29	1,10 1,09	4,06 5,21	1,39 1,38	1,06 1,36	0,71 0,70	4,64 6,24	0,99 1,04

Profiili nr.	Mõõtmed				Ristlõike pinnala	1 m kaal	Ristlõike staatilised karakteristikud							
							$x-x$		x_0-x_0		y_0-y_0		x_1-x_1	z_0
	b	d	R	r			I_x	i_x	I_{x0max}	i_{x0max}	I_{y0min}	i_{y0min}	I_{x1}	
	mm				cm²	kG	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm
4	40	3/4	5	1,7	2,35 3,08	1,85 2,42	3,55 4,58	1,23 1,22	5,63 7,26	1,55 1,53	1,47 1,90	0,79 0,78	6,35 8,53	1,09 1,13
4,5	45	3/4	5	1,7	2,65 3,48 4,29	2,08 2,73 3,37	5,13 6,63 8,03	1,39 1,38 1,37	8,13 10,5 12,7	1,75 1,74 1,72	2,12 2,74 3,33	0,89 0,89 0,88	9,04 12,1 15,3	1,21 1,26 1,30
5	50	3/4/5	5,5	1,8	2,96 3,89 4,80	2,32 3,05 3,77	7,11 9,21 11,2	1,55 1,54 1,53	11,3 14,6 17,8	1,95 1,94 1,92	2,95 3,80 4,63	1,00 0,99 0,98	12,4 16,6 20,9	1,33 1,38 1,42
5,6	56	3,5/4/5	6	2	3,86 4,38 5,41	3,03 3,44 4,25	11,6 13,1 16,0	1,73 1,73 1,72	18,4 20,8 25,4	2,18 2,18 2,16	4,80 5,41 6,59	1,12 1,11 1,10	20,3 23,3 29,2	1,50 1,52 1,57
6,3	63	4/5/6	7	2,3	4,96 6,13 7,28	3,90 4,81 5,72	18,9 23,1 27,1	1,95 1,94 1,93	29,9 36.6 42,9	2,45 2,44 2,43	7,81 9,52 11,2	1,25 1,25 1,24	33,1 41,5 50,0	1,69 1,74 1,78
7	70	4,5/5/6/7/8	8	2,7	6,20 8,86 8,15 9,42 10,7	4,87 5,38 6,39 7,39 8,37	29,0 31,9 37,6 43,0 48,2	2,16 2,16 2,15 2,14 2,13	46,0 50,7 59,6 68,2 76,4	2,72 2,72 2,71 2,69 2,68	12,0 13,2 15,5 17,8 20,0	1,39 1,39 1,38 1,37 1,37	51,0 56,7 68,4 80,1 91,9	1,88 1,90 1,94 1,99 2,02

Profiili nr.	Mõõtmed				Ristlõike pinnala	1 m kaal	Ristlõike staatilised karakteristikud								z_0
							$x-x$		x_0-x_0		y_0-y_0		x_1-x_1		
	b	d	R	r			I_x	i_x	I_{x0max}	i_{x0max}	I_{y0min}	i_{y0min}	I_{x1}		
	mm				cm²	kG	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴		cm
7,5	75	5	9	3	7,39	5,80	39,5	2,31	62,6	2,90	16,4	1,49	69,6		2,02
		6			8,78	6,89	46,6	2,30	73,9	2,91	19,3	1,48	83,9		2,06
		7			10,1	7,96	53,3	2,29	84,6	2,89	22,1	1,48	98,3		2,10
		8			11,5	9,02	59,8	2,28	94,9	2,87	24,8	1,47	113		2,15
		9			12,8	10.1	66,1	2,27	105	2,86	27,5	1,46	127		2,18
8	80	5,5	9	3	8,63	6,78	52,7	2,47	83,6	3,11	21,8	1,59	93,2		2,17
		6			9,38	7,36	57,0	2,47	90,4	3,11	23,5	1,58	102		2,19
		7			10,8	8,51	65,3	2,45	104	3,09	27,0	1,58	119		2,23
		8			12,3	9,65	73,4	2,44	116	3,08	30,3	1,57	137		2,27
9	90	6	10	3,3	10,6	8,33	82,1	2,78	130	3,50	34,0	1,79	145		2,43
		7			12,3	9,64	94,3	2,77	150	3,49	38,0	1,78	169		2,47
		8			13,9	10,9	106	2,76	168	3,48	43,8	1,77	194		2,51
		9			13,6	12,2	118	2,75	186	3,46	48.6	1,77	219		2,55
10	100	6,5	12	4	12,8	10,1	122	3,09	193	3,88	50,7	1,99	214		2,68
		7			13,8	10,8	131	3,08	207	3,88	54,2	1,98	231		2,71
		8			15,6	12,2	147	3,07	233	3,87	60,9	1,98	265		2,75
		10			19,2	15,1	179	3,05	284	3,84	74,1	1,96	333		2,83
		12			22,8	17,9	209	3,03	331	3,81	86,9	1,95	402		2,91
		14			26,3	20,6	237	3,00	375	3,78	99,3	1,94	472		2,99
		16			29,7	23,3	264	2,98	416	3,74	112	1,94	542		3,06

Profiili nr.	Mõõtmed				Ristlõike pindala	1 m kaal	Ristlõike staatilised karakteristikud							
							$x-x$		x_0-x_0		y_0-y_0		x_1-x_1	z_0
	b	d	R	r			I_x	i_x	I_{x0max}	i_{x0max}	I_{y0min}	i_{y0min}	I_{x1}	
	mm				cm²	kG	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm
11	110	7 8	12	4	15,2 17,2	11,9 13,5	176 198	3,40 3,39	279 315	4,29 4,28	72,7 81,8	2,19 2,18	303 353	2,96 3,00
12,5	125	8 9 10 12 14 16	14	4,6	19,7 22,0 24,3 28,9 33,4 37,8	15,5 17,3 19,1 22,7 26,2 29,6	294 327 360 422 482 539	3,87 3,86 3,85 3,82 3,80 3,78	467 520 571 670 764 853	4,87 4,86 4,84 4,82 4,78 4,75	122 135 149 174 200 224	2,49 2,48 2,47 2,46 2,45 2,44	516 582 649 782 916 1051	3,36 3,40 3,45 3,53 3,61 3,68
14	140	9 10 12	14	4,6	24,7 27,3 32,5	19,4 21,5 25,5	466 512 602	4,34 4,33 4,31	739 814 957	5,47 5,46 5,43	192 211 248	2,79 2,78 2,76	818 911 1097	3,78 3,82 3,90
16	160	10 11 12 14 16 18 20	16	5,3	31,4 34,4 37,4 43,3 49,1 54,8 60,4	24,7 27,0 29,4 34,0 38,5 43,0 47,4	774 844 913 1046 1175 1299 1419	4,96 4,95 4,94 4,92 4,89 4,87 4,85	1229 1341 1450 1662 1866 2061 2248	6,25 6,24 6,23 6,20 6,17 6,13 6,10	319 348 376 431 485 537 589	3,19 3,18 3,17 3,16 3,14 3,13 3,12	1356 1494 1633 1911 2191 2472 2756	4,30 4,35 4,39 4,47 4,55 4,63 4,70
18	180	11 12			38,8 42,2	30,5 33,1	1216 1317	5,60 5,59	1933 2093	7,06 7,04	500 540	3,59 3,58	2128 2324	4,85 4,89

Profiili nr.	Mõõtmed				Ristlõike pindala	1 m kaal	Ristlõike staatilised karakteristikud							
							$x-x$		x_0-x_0		y_0-y_0		x_1-x_1	z_0
	b	d	R	r			I_x	i_x	I_{x0max}	i_{x0max}	I_{y0min}	i_{y0min}	I_{x1}	
	mm				cm^2	kG	cm^4	cm	cm^4	cm	cm^4	cm	cm^4	cm
20	200	12	18	6	47,1	37,0	1823	6,22	2896	7,84	749	3,99	3182	5,37
		13			50,9	39,9	1961	6,21	3116	7,83	805	3,98	3452	5,42
		14			54,6	42,8	2097	6,20	3333	7,81	861	3,97	3722	5,46
		16			62,0	48,7	2363	6,17	3755	7,78	970	3,96	4264	5,54
		20			76,5	60,1	2871	6,12	4560	7,72	1182	3,93	5355	5,70
		25			94,3	74,0	3466	6,06	5494	7,63	1438	3,91	6733	5,89
		30			111,5	87,6	4020	6,00	6351	7,55	1688	3,89	8130	6,07
22	220	14	21	7	60,4	47,4	2814	6,83	4470	8,60	1159	4,38	4941	5,93
		16			68,6	53,8	3175	6,81	5045	8,58	1306	4,36	5661	6,02
25	250	16	24	8	78,4	61,5	4717	7,76	7492	9,78	1942	4,98	8286	6,75
		18			87,7	68,9	5247	7,73	8337	9,75	2158	4,96	9342	6,83
		20			97,0	76,1	5765	7,71	9160	9,72	2370	4,94	10401	6,91
		22			106,1	83,3	6270	7,69	9961	9,69	2579	4,93	11464	7,00
		25			119,7	94,0	7066	7,65	11125	9,64	2887	4,91	13064	7,11
		28			133,1	104,5	7717	7,61	12244	9,59	3190	4,89	14674	7,23
		30			142,0	111,4	8177	7,59	12965	9,56	3389	4,89	15753	7,31



Profiili nr.	Mõõtmed					Ristlõike pindala	1 m kaal	Ristlõike staatilised karakteristikud											Telje kaldenurk tg α
								x — x		y — y		x1 — x1		y1 — y1		u — u			
	B	b	d	R	r			I_x	i_x	I_y	i_y	I_{x1}	Kaugus rask. k.	$I_{y\min}$	Kaugus rask. k.	$I_{u\min}$	$i_{u\min}$		
	mm					cm²	kG	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm		
2,5/1,6	25	16	3	3,5	1,2	1,16	0,91	0,70	0,78	0,22	0,44	1,56	0,86	0,43	0,42	0,13	0,34		0,392
3,2/2	32	20	3	3,5	1,2	1,49	1,17	1,52	1,01	0,46	0,55	3,26	1,08	0,82	0,49	0,28	0,43		0,374
			—			1,94	1,52	1,93	1,00	0,57	0,54	4,38	1,12	1,12	0,53	0,35	0,43		0,382
4/2,5	40	25	3/4	4,0	1,3	1,89	1,48	3,06	1,27	0,93	0,70	6,37	1,32	1,58	0,59	0,56	0,54		0,385
						2,47	1,94	3,93	1,26	1,18	0,69	8,53	1,37	2,15	0,63	0,71	0,54		0,381

Profiili nr.	Mõõtmed					Ristlõike pindala	1 m kaal	Ristlõike staatilised karakteristikud										Telje kaldenurk tg α
								$x-x$		$y-y$		x_1-x_1		y_1-y_1		$u-u$		
	B	b	d	R	r			I_x	i_x	I_y	i_y	I_{x1}	Kaugus rask. k.	$I_{y\min}$	Kaugus rask. k.	$I_{u\min}$	$i_{u\min}$	
	mm					cm²	kG	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	
4,5/2,8	45	28	3/4	5	1,7	2,14 2,80	1,68 2,20	4,41 5,68	1,43 1,42	1,32 1,69	0,79 0,78	9,02 12,1	1,47 1,51	2,20 2,98	0,64 0,68	0,79 1,02	0,61 0,60	0,382 0,379
5/3,2	50	32	3/4	5,5	1,8	2,42 3,17	1,90 2,49	6,17 7,98	1,60 1,59	1,99 2,56	0,91 0,90	12,4 16,6	1,60 1,65	3,26 4,42	0,72 0,76	1,18 1,52	0,70 0,69	0,403 0,401
5,6/3,6	56	36	3,5 4 5	6,0	2,0	3,16 3,58 4,41	2,48 2,81 3,46	10,1 11,4 13,8	1,79 1,78 1,77	3,30 3,70 4,48	1,02 1,02 1,01	20,3 23,2 29,2	1,80 1,82 1,86	5,43 6,25 7,91	0,82 0,84 0,88	1,95 2,19 2,66	0,79 0,78 0,78	0,407 0,406 0,404
6,3/4,0	63	40	4 5 6	7,0	2,3	4,04 4,98 5,90 7,68	3,17 3,91 4,63 6,03	16,3 19,9 23,3 29,6	2,01 2,00 1,99 1,96	5,16 6,26 7,28 9,15	1,13 1,12 1,11 1,09	33,0 41,4 49,9 66,9	2,03 2,08 2,12 2,20	8,51 10,8 13,1 17,9	0,91 0,95 0,99 1,07	3,07 3,72 4,36 5,58	0,87 0,86 0,86 0,85	0,397 0,396 0,393 0,386
7/4,5	70	45	4,5 5	7,5	2,5	5,07 5,59	3,98 4,39	25,3 27,8	2,23 2,23	8,25 9,05	1,28 1,27	51 56,7	2,25 2,28	13,6 15,2	1,03 1,05	4,88 5,34	0,98 0,98	0,407 0,406
7,5/5	75	50	5 6	8	2,7	6,11 7,25 9,47	4,97 5,69 7,43	34,8 40,9 52,4	2,39 2,38 2,35	12,5 14,6 18,5	1,43 1,42 1,40	69,7 83,9 112	2,39 2,44 2,52	20,8 25,2 34,2	1,17 1,21 1,29	7,24 8,48 10,9	1,09 1,08 1,07	0,436 0,435 0,430
8/5	80	50	5 6	8	2,7	6,36 7,55	4,99 5,92	41,6 49,0	2,56 2,55	12,7 14,8	1,41 1,40	84,6 102	2,66 2,65	20,8 25,2	1,13 1,17	7,58 8,88	1,09 1,08	0,387 0,386

Profiili nr.	Mõõtmed					Ristlõike pindala	1 m kaal	Ristlõike staatilised karakteristikud											
								$x-x$		$y-y$		x_1-x_1		y_1-y_1		$u-u$		Telje kalde-nurk tg α
	B	b	d	R	r			I_x	i_x	I_y	i_y	I_{x1}	Kaugus rask. k.	$I_{y\min}$	Kaugus rask. k.	$I_{u\min}$	$i_{u\min}$	
	mm					cm^2	kG	cm^4	cm	cm^4	cm	cm^4	cm	cm^4	cm	cm^4	cm	
9/5,6	90	56	5,5	9	3	7,86	6,17	65,3	2,88	19,7	1,58	132	2,92	32,2	1,26	11,8	1,22	0,384
			6			8,54	6,70	70,6	2,88	21,2	1,58	145	2,95	35,2	1,28	12,7	1,22	0,384
						11,18	8,77	90,9	2,85	26,1	1,56	194	3,04	47,8	1,36	16,3	1,21	0,380
10/6,3	100	63	6	10	3,3	9,59	7,53	98,3	3,2	30,6	1,79	198	3,23	49,9	1,42	18,2	1,38	0,393
			7			11,1	8,70	113	3,19	35,0	1,78	232	3,28	58,7	1,46	20,8	1,37	0,392
			8			12,6	9,87	127	3,18	39,2	1,77	266	3,32	67,6	1,50	23,4	1,36	0,391
			10			15,5	12,1	154	3,15	47,1	1,75	333	3,40	85,8	1,58	28,3	1,35	0,387
11/7	110	70	6,5	10	3,3	11,4	8,98	142	3,53	45,6	2	286	3,55	74,3	1,58	26,9	1,53	0,402
			7			12,3	9,64	152	3,52	48,7	1,99	309	3,57	80,3	1,6	28,8	1,53	0,402
			8			13,9	10,9	172	3,51	54,6	1,98	353	3,61	92,3	1,64	32,3	1,52	0,400
12,5/8	125	80	7	11	3,7	14,1	11	227	4,01	73,7	2,29	452	4,01	119	1,8	43.4	1,76	0,407
			8			16	12,5	256	4	83,0	2,28	518	4,05	137	1,84	48,8	1,75	0,406
			10			19,7	15,5	312	3,98	100	2,26	649	4,14	173	1,92	59,3	1,74	0,404
			22			23,4	18,3	365	3,95	117	2,24	781	4,22	210	2	69,5	1,72	0,400
14/9	140	90	8	12	4	18	14,1	364	4,49	120	2,58	727	4,49	194	2,03	70,3	1,98	0,411
			10			22,2	17,5	444	4,47	146	2,56	911	4,58	245	2,12	85,5	1,96	0,409

Tabeli L.4 järg

Profiili nr.	Mõõtmed					Ristlõike-pindala	1 m kaal	Ristlõike staatilised karakteristikud										Telje kalde-nurk tg α
								$x-x$		$y-y$		x_1-x_1		y_1-y_1		$u-u$		
	B	b	d	R	r			I_x	i_x	I_y	i_y	I_{x1}	Kaugus rask. k.	$I_{y\min}$	Kaugus rask. k.	$I_{u\min}$	$i_{u\min}$	
	mm					cm²	kG	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	cm⁴	cm	
16/10	160	100	9 10 12 14	13	4,3	22,9 25,3 30 34,7	18 19,8 23,6 27,3	606 667 784 897	5,15 5,13 5,11 5,08	186 204 239 272	2,85 2,84 2,82 2,82	1221 1359 1634 1910	5,19 5,23 5,32 5,40	300 335 405 477	2,23 2,28 2,36 2,43	110 121 142 162	2,2 2,19 2,18 2,16	0,391 0,390 0,388 0,385
18/11	180	110	10 12	14	4,7	28,3 33,7	22,2 26,4	952 1123	5,8 5,77	276 324	3,12 3,1	1933 2324	5,88 5,97	444 537	2,44 2,52	165 194	2,42 2,40	0,375 0,374
20/12,5	200	125	11 12 14 16	14	4,7	34,9 37,9 43,9 49,8	27,4 29,7 34,4 39,1	1449 1568 1801 2026	6,45 6,43 6,41 6,38	446 482 551 617	3,58 3,57 3,54 3,52	2920 3189 3726 4264	6,5 6,54 6,62 6,71	718 786 922 1061	2,79 2,83 2,91 2,99	264 285 327 367	2,75 2,74 2,73 2,72	0,392 0,392 0,390 0,388
25/16	250	160	12 16 18 20	18	6	48,3 63,6 71,1 78,5	37,9 49,9 55,8 61,7	3147 4091 4545 4987	8,07 8,02 7,99 7,97	1032 1333 1475 1613	4,62 4,58 4,56 4,53	6212 8308 9358 10410	7,97 8,14 8,23 8,31	1634 2200 2487 2776	3,53 3,69 3,77 3,85	604 781 866 949	3,54 3,50 3,49 3,48	0,410 0,408 0,407 0,405

SISUKORD

EESSÕNA 3
SISSEJUHATUS 4
Lühike kirjeldus SI süsteemi kasutamisest tugevusõpetuses 4
Põhilised tähised 6
Üldandmed ülesannete jaoks 8
I peatükk. SIRGE VARDA TÕMME JA SURVE 9
§ 1. Staatiliselt määratud ülesanded 9
§ 2. Staatiliselt määramatud ülesanded 44
II peatükk. PINGEOLUKORD 62
§ 1. Lineaarne, tasapinnaline ja ruumiline pingeolukord 62
§ 2. Õhukeseseinaliste anumate arvutus 69
III peatükk. NIHE JA PINDSURVE 75
§ 1. Nihke ja pindsurve arvutused 75
§ 2. Liimitud, needitud ja keevitatud liidete arvutus 85
IV peatükk. VÄÄNE 101
§ 1. Ümarvarda arvutus väändele 101
§ 2. Ristkülikukujulise ristlõikega varda arvutus 124
§ 3. Staatiliselt määramatud ülesanded väändel 125
§ 4. Väikese sammuga silindriliste keerdvedrude arvutus 128
V peatükk. TASAKUJUNDITE GEOMEETRILISED KARAKTERISTIKUD 136
§ 1. Tasakujundite staatilised momendid 136
§ 2. Tasakujundite telginertsmomendid ja telgvastupanumomendid . . 139
VI peatükk. SIRGE VARDA PAINE 156
§ 1. Põikjõudude ja paindemomentide epüüride konstrueerimine . . . 156
§ 2. Pingete määramine ja ristlõigete valik 169
§ 3. Tala elastne joon 210
VII peatükk. LIITTUGEVUS 232
§ 1. Vildakpaine 232
§ 2. Paine koos tõmbe või survega 245
§ 3. Paine koos väändega 261
§ 4. Vääne koos tõmbe või survega 283
VIII peatükk. SURUTUD VARRASTE STABIILSUS 286
§ 1. Kriitilise jõu ja stabiilsuse varuteguri määramine 288
§ 2. Nõtkele töötavate varraste ristlõike valik 298
IX peatükk. TUGEVUS DÜNAAMILISTEL JA VAHELDUVATEL KOORMUSTEL 305
§ 1. Tugevusarvutused dünaamiliste koormuste mõjumisel 305
§ 2. Tugevusarvutused vahelduvatel pingetel 310
X peatükk. EHITUSKONSTRUKTSIOONIDE ARVUTUS PIIROLUKORRA EHK KANDEVÕIME JÄRGI 319
LISA 332

Д. М. Шапиро, А. И. Подорванова,
А. И. Миронов
СБОРНИК ЗАДАЧ ПО СОПРОТИВЛЕНИЮ МАТЕРИАЛОВ

На эстонском языке
Оформление Э. Тали
Издательство «Валгус»
Таллин, Пярнуское шоссе, 10

Toimetaja T. Koger
Kunstiline toimetaja R. Tungla
Tehniline toimetaja L. Krikmann
Korrektor H. Kull

Laduda antud 9. XI 1967. Trükkida antud 26. X 1967. Paber 60 × 90/16. Trükipaber nr. 3, M. Gorki nim. Paberivabrik nr. 1, Leningrad. Trükipoognaid 21,75. Arvestuspoognaid 19,18. Trükiarv 5000. Tellimise nr. 8182. Hans Heidemanni nim. trükikoda, Tartu, Ülikooli 17/19. II

Hind 62 kop.

Kontrolleksemplar

303
99-10

62 kop.

A-28825

TÜ RAAMATUKOGU
1 0300 00192257 6