GERHARD RÄGO

Matemaatika tööraamat

keskkoolidele

Algebra

1. klassi kursus

K. O.-Ü. «Loodus», Tartus

GERHARD RÄGO

Matemaatika tööraamat

keskkoolidele

Algebra

1. klassi kursus

K. O.-Ü. «Loodus», Tartus
1928

Keeleline korrektor: Tartu Ülikooli eesti keele lektor J. V. Veski
Tehniline korrektor: M. Bekker

Ed. Bergmann'i trükk, Tartus

Sisukord.

Lhk.

Peatükk I: Algebralise sümboolika alged.

Harjutis I: Mõnede tõsiasjade avaldamine matemaatilises kiirkirjas 1
Harjutis II: Mõnede eeskirjade ja arvutamisreeglite avaldamine matemaatilises kiirkirjas 5
Harjutis III: Arvude kirjutamine üldkujul 10
Harjutis IV: Näiteid ülesannete lahendamiseks üldkujul . . . 12
Harjutis V: Valemid kaudsel teel määratavate suuruste arvutamiseks 18
Harjutis VI: Matemaatilis-kiirkirjaline diktaat; matemaatilise kiirkirja lugemine 23
Harjutis VII: Täiendavaid ülesandeid algebraliste sümbolite tarvitamise õppimiseks 29
Harjutis VIII: Avaldiste koondamine 37

Peatükk II: Esimese astme võrrand.

Harjutis IX: Lihtsamate esimese astme võrrandite lahendamine 40
Harjutis X: Lihtsamate esimese astme võrrandite lahendamine: järg 43
Harjutis XI: Täiendavaid ülesandeid esimese astme võrrandite koostamiseks ja lahendamiseks 46

Peatükk III: Arvutamise põhiseadused.

Harjutis XII: Arvutamise põhiseadused; nende rakendamine numbrilisel arvutamisel ja avaldiste lihtsustamisel . . . 50
Harjutis XIII: Täiendavaid ülesandeid arvutamise põhiseaduste rakendamiseks 61
Harjutis XIV: Suluavaldisi sisaldavaid esimese astme võrrandeid 68
Harjutis XV: Täiendavaid ülesandeid suluavaldisi sisaldavate võrrandite alalt 71

Lhk.

Peatükk IV: Graafilisi kujutisi.

Harjutis XVI: Ülesandeid sissejuhatuseks graafilisse kujutamisse 75
Harjutis XVII: Ülesandeid diagrammide valmistamiseks ja nende lugemiseks 80

Peatükk V: Positiivsed ja negatiivsed arvud.

Harjutis XVIII: Ülesandeid tutvunemiseks vastassihiliste suurustega 88
Harjutis XIX: Liitmine ja lahutamine vastassihiliste suuruste vallas 92
Harjutis XX: Vastassihilised suurused: järg. Nähtuskäikude astmikud 100
Harjutis XXI: Korrutamine ja jagamine vastassihiliste suuruste vallas 105
Harjutis XXII: Täiendavaid ülesandeid tehete vallast positiivsete ja negatiivsete arvudega 109

Peatükk VI: Võrdeline ja pöördvõrdeline olenevus.

Harjutis XXIII: Võrdeline olenevus 114
Harjutis XXIV: Pöördvõrdeline olenevus 122

Peatükk VII: Lineaarne olenevus.

Harjutis XXV: Lineaarne olenevus 127
Harjutis XXVI: Täiendavaid ülesandeid lineaarse olenevuse uurimiseks 135
Harjutis XXVII: Aritmeetiline rida 139
Harjutis XXVIII: Esimese astme võrrand. Kahe lineaarvõrrandi ühislahendi leidmine graafilisel teel 144

Peatükk I.

Algebralise sümboolika alged.

Harjutis I:

Mõnede tõsiasjade avaldamine matemaatilises kiirkirjas.

1. Olgu kahe kõrvunurga suurused kraadides α ja β. Avalda matemaatilistes tähistes tõsiasi, et nende arvude summa on 180.

2. Olgu kolmnurga nurkade suurused kraadides α, β ja γ. Avalda matemaatilistes tähistes tõsiasi, et nende arvude summa on 180.

Kuidas rakendada seda tõsiasja kolmnurga nurkade mõõtmissaaduste kontrollimiseks?

Joonista mingi kolmnurk, mõõda iga tema nurka malliga, protokolli saadused, määra nurkade summa, selle erivus 180 kraadist ja erivuse protsent summa õigest väärtusest.

3. Õpilase sündimisajal oli tema isa 27 aastat, tema ema 23 aastat vana. Avalda

1⁰. side õpilase vanaduse $\tilde{o}$ ja isa vanaduse i vahel;

2⁰. side õpilase vanaduse $\tilde{o}$ ja ema vanaduse e vahel;

3⁰. side isa vanaduse i ja ema vanaduse e vahel.

4. Avalda matemaatilises kiirkirjas side kauba omahinna h, kauba müügihinna m ja müügil saadud tulu t vahel; — müügil saadud kahju k vahel.

5. Avalda matemaatilises kiirkirjas side kauba puhaskaalu (*netto*-kaal) N, pakkimisabinõude ehk pakise kaalu (*taara*-kaal) T ja kauba kogukaalu (*brutto*-kaal) B vahel.

6. Sammun Valga—Tartu—Tallinna teed mööda Tartust Tallinna poole. Avalda side järgmiste kauguste vahel: minu asukoha ja Valga vaheline kaugus v, Valga ja Tartu vaheline kaugus u ja minu ja Tartu vaheline kaugus t. Tee joonis.

7. Võta kolme-, nelja-, viie- ja kuuekandiline püramiid, määra igaühe jaoks allseisva tabeli veeru pealkirjas nimetatud elementide hulk ja korralda saadused, nagu näidatud.

Keha nimetus	Aluse tippude hulk t	Aluse servade hulk s	Tippude koguhulk T	Servade koguhulk S	Tahkude koguhulk H

Avalda side arvude vahel:

s ja t, T ja t, S ja s,
H ja s, H ja S.

Täienda tabel andmetega n-kandilise püramiidi kohta.

8. Sama ülesanne kolme-, nelja-, viie- ning kuue- ja n-kandilise prisma kohta.

Mida saab leitud sidemete abil arvutada, kui aluse tippude hulk on teada?

9. Muretse endale kolme-, nelja- ja viiekandilise püramiidi ja prisma mudelid. Loe iga keha tippude arv, tahkude arv ja servade arv ning korralda parema ülevaate saamiseks vaatlussaadused tabelisse:

Keha nimetus	Tippude arv T	Tahkude arv H	Tippude ja tahkude koguarv $T+H$	Servade arv S

Avalda side tippude ja tahkude koguarvu ja servade arvu vahel.

Kontrolli leitud sideme maksvust ka 7-, 8- jne. kandiliste püramiidide ja prismade puhul, täiendades tabelit vastavate andmetega.

Kui võimalik, laienda kontrolli ka mingitele teistele kättesaadavatele kandilistele kehadele, mis ei kuulu prismade ja püramiidide liikidesse.

Kas on võimalik niisugune kandiline keha, millel $S=10$, $T=6$, $H=8$?

10. Joonista ühe ja sellesama küljepikkusega korrapärane kolmnurk, korrapärane nelinurk ja korrapärane viisnurk. Avalda nende ümbermõõdud $ü_3$, $ü_4$ ja $ü_5$ külje pikkuse k kaudu.

Kuidas väljenduks korrapärase n-nurga ümbermõõt $ü_n$ sama küljepikkuse k puhul?

11. Kolmekandilise püramiidi tahkudeks on võrdkülgsed kolmnurgad, mille küljepikkus on k dm.

Kui pika lõigu saaksime, kui asetada sirgele kõik püramiidi servad üksteise järele?

12. Kuubi serva pikkus on a cm. Kui pikka lõiku oleks tarvis, et temast saaks parajasti murda kõik kuubi servad?

13. Avalda matemaatilises kiirkirjas

1⁰. ringi sissekujundatud korrapärase kuusnurga ümbermõõt $ü_6$ ringi raadiuse r kaudu; — ringi diameetri d kaudu;

2⁰. ringi ümberkujundatud korrapärase nelinurga ümbermõõt $Ü_4$ ringi raadiuse r kaudu; — ringi diameetri d kaudu;

3⁰. ringi ümbermõõt C ringi diameetri d kaudu.

14. Avalda sümbolites tõsiasi, et

trapetsi keskjoon m on tema rööbikute külgede a ja b aritmeetiline keskmine.

15. Kahe koha vahelist kaugust mõõdeti kolmel korral ja leiti sellena

1. kord l_1 sammu
2. „ l_2 „
3. „ l_3 „

Avalda kauguse kõige tõenäosem väärtus l saadud andmete aritmeetilise keskmisena.

Anna arvulisi näiteid.

16. Avalda matemaatilises kiirkirjas järgmised põhilaused, tarvitades eelduse ja järelduse eraldamismärgina paksemat rõhtkriipsu.

1°. Olgu kumbki kahest suurusest a ja b võrdne kolmandaga c. Need kaks esimest suurust on siis võrdsed ka isekeskis.

2°. Olgu a ja b kaks võrdset arvu. Kui kummalegi neist liita üks ja seesama kolmas arv c, siis tekivad isekeskis võrdsed summad.

3°—5°. Analoogilised laused lahutamise, korrutamise ja jagamise kohta.

Selgita lausete 1°—5° mõtet geomeetrilise aine najal.

17. Olgu a ja b kaks võrdset suurust ja c ja d kaks teist sama liiki võrdset suurust. Kui esimestele lisada vastavad teised, siis tekivad jällegi võrdsed suurused.

Lühidalt: kui võrdsetele suurustele lisada võrdsed, siis tekivad jällegi võrdsed suurused.

Avalda lause matemaatilises kiirkirjas.

18. Olgu, tarvitades endise ülesande tähiseid ja eeldusi, a suurem kui c; siis on ka b suurem kui d.

Kui esimestest võrdsetest suurustest a ja b lahutada (neist vähemad) võrdsed c ja d, siis tekivad jällegi võrdsed suurused.

Lühidalt: kui võrdsetest suurustest lahutada võrdsed, tekivad jällegi võrdsed suurused.

Avalda lause matemaatilises kiirkirjas.

19. Olgu a ja b, c ja d kaks paari võrdseid suurusi. Kui esimesi korrutada vastavate teistega, tekivad jällegi võrdsed suurused.

Kui esimesi jagada vastavate teistega, tekivad jällegi võrdsed suurused.

Avalda laused matemaatilises kiirkirjas.

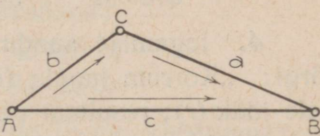
20. Avalda sümbolites tõsiasi, et murru väärtus ei muutu, kui lugeja a ja nimetaja b korrutada ühe ja sellesama arvuga c.

21. Avalda sümbolites järgmised tõsiasjad:

1⁰. Korrutades nulli ükspuhas missuguse arvuga a saame nulli.

2⁰. Korrutades ükspuhas missuguse arvu a nulliga saame nulli.

22. Avalda matemaatilises kiirkirjas tõsiasi, et otsene tee kahe koha vahel on ikka lühem kui kaudne (joonis 1); teiste sõnadega: kolmnurga külg on ikka lühem kui kahe teise külje summa.



Joonis 1.

Harjutis II:

Mõnede eeskirjade ja arvutamisreeglite avaldamine matemaatilises kiirkirjas.

1. Lahutamise saaduse kontrollimine toimub eeskirja järgi: „Liida lahutatav (l) ja jääk (j); nende summa peab olema võrdne vähendatavaga (v)."

Avalda eeskiri tähistes l, j ja v.

Toimeta järgmised lahutamised „laenamisviisil" ja kontrolli resultaadid.

$$\begin{array}{r} 3750 \\ -\;1522 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 4792 \\ -\;1685 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 7835 \\ -\;5957 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1000000 \\ -\;349278 \\ \hline \end{array}$$

2. Kahe arvu liitmise saadust kontrollitakse, toimetades liitmist teises järjekorras (näit., kui enne on liidetud pahemalt paremale, siis toimetatakse teine kord liitmist paremalt pahemale).

Avalda alus, millele tugineb liitmise saaduse kontrollimise võte liidetavate tähistes a ja b.

Toimeta järgmised liitmised ja kontrolli saadused.

$$5+7+10+13+25+37=$$
$$9+8+11+43+29+10=$$
$$29+21+42+18+53=$$

$$\begin{array}{r} 7896 \\ 3219 \\ +\ 8053 \\ 768 \\ \hline \end{array}$$

3. Kahe arvu korrutamise saadust kontrollitakse uue korrutamise teel, muutes tegurite järjekorda.

Avalda alus, millele tugineb korrutamise saaduse kontrollimise võte tegurite tähistes a ja b.

Toimeta järgmised korrutamised ja kontrolli saadused.

$\underline{578 \cdot 92}$ $\underline{345 \cdot 213}$ $\underline{783 \cdot 1234}$

4. Jagamise saaduse kontrollimine toimub eeskirja järgi: „Korruta jagaja (b) jagatisega (q) ja lisa korrutisele jääk (r); resultaat peab olema võrdne jagatavaga (a). Avalda eeskiri tähistes b, q, r, a.

Toimeta järgmised jagamised ja kontrolli saadused.

$387:23=$ $5479:473=$ $100000:597=$

5. Arvu korrutamise viisi 101-ga selgitavad järgmised näited:

$$19 \cdot 101 = 19 \cdot 100 + 19$$
$$43 \cdot 101 = 43 \cdot 100 + 43$$
$$97 \cdot 101 = 97 \cdot 100 + 97$$

Avalda üldine eeskiri mingi arvu a kiireks korrutamiseks arvuga 101.

Arvuta peast järgmised korrutised:

$13 \cdot 101 =$ $28 \cdot 101 =$

$56 \cdot 101 =$ $79 \cdot 101 =$

6. Arvu korrutamise viisi 99-ga selgitavad järgmised näited:

$$12 \cdot 99 = 12 \cdot 100 - 12$$

$$37 \cdot 99 = 37 \cdot 100 - 37$$
$$86 \cdot 99 = 86 \cdot 100 - 86$$

Avalda üldine eeskiri mingi arvu a kiireks korrutamiseks arvuga 99.

Arvuta peast järgmised korrutised:

$17 \cdot 99 =$ $\quad$ $43 \cdot 99 =$

$69 \cdot 99 =$ $\quad$ $91 \cdot 99 =$

7. Et arvu korrutada 25-ga, on kohane korrutada teda 100-ga ja jagada saadus 4-ga. Näiteks:

$$39 \cdot 25 = \frac{39 \cdot 100}{4}$$
$$82 \cdot 25 = \frac{82 \cdot 100}{4}$$

Avalda üldine eeskiri mingi arvu a kiireks korrutamiseks 25-ga.

Arvuta peast järgmised korrutised:

$17 \cdot 25 =$ $\quad$ $43 \cdot 25 =$

$74 \cdot 25 =$ $\quad$ $94 \cdot 25 =$

8. Et arvu kiiresti korrutada 15-ga, korrutame teda esiteks 10-ga, võtame saadusest poole ja lisame eelmisele. Näiteks:

$$22 \cdot 15 = 22 \cdot 10 + \frac{22 \cdot 10}{2}$$
$$47 \cdot 15 = 47 \cdot 10 + \frac{47 \cdot 10}{2}$$

Avalda üldine eeskiri mingi arvu a kiireks korrutamiseks 15-ga.

Arvuta peast järgmised korrutised:

$17 \cdot 15 =$ $\quad$ $29 \cdot 15 =$

$58 \cdot 15 =$ $\quad$ $83 \cdot 15 =$

9. Ühise nimetajaga murdude liitmise viisi selgitavad järgmised kaks näidet:

$$\frac{1}{5} + \frac{2}{5} = \frac{1+2}{5}$$
$$\frac{4}{8} + \frac{3}{8} = \frac{4+3}{8}$$

Täienda rida veel mõne näitega ja avalda ühenimeliste murdude $\frac{a}{b}$ ja $\frac{c}{b}$ liitmise üldine eeskiri.

Sama ülesanne ühenimeliste murdude lahutamise kohta.

10. Avalda matemaatilises kiirkirjas tõsiasjad:

1⁰. selle asemel, et jagada kahe arvu a ja b summat kolmanda arvuga n, võib sellega jagada kumbagi liidetavaist ja liita saadused;

2⁰. selle asemel, et jagada kahe arvu a ja b vahet kolmanda arvuga n, võib sellega jagada vähenejat, siis jagada sama arvuga lahutatavat ja lahutada esimesest saadusest teine.

Rakenda esimest lauset järgmiste jagatiste määramiseks:

$$20\frac{1}{2}:4= \qquad 36\frac{1}{2}:3=$$

$$35\frac{5}{8}:5= \qquad 120\frac{3}{4}:12=$$

11. Pärismurru*) lahutamist arvust 1 selgitavad järgmised näited:

$$1-\frac{2}{3}=\frac{3}{3}-\frac{2}{3}=\frac{3-2}{3}$$

$$1-\frac{7}{10}=\frac{10}{10}-\frac{7}{10}=\frac{10-7}{10}$$

Täienda näidete rida mõningate uute näidetega ja avalda ühe ja pärismurru $\frac{p}{q}$ lahutamise üldine eeskiri.

12. Murdude korrutamise ja jagamise viis on näha järgmistest näidetest:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}=\frac{1\cdot 3}{2\cdot 4} \qquad \frac{1}{2}:\frac{3}{4}=\frac{1\cdot 4}{2\cdot 3}$$

$$\frac{4}{5}\cdot\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 2}{5\cdot 3} \qquad \frac{4}{5}:\frac{2}{3}=\frac{4\cdot 3}{5\cdot 2}$$

Täienda näidete veerud mõne uue näitega ja avalda murdude korrutamise ja jagamise üldine eeskiri, võttes murdude tähisteks $\frac{a}{m}$ ja $\frac{b}{n}$.

---

*) Murd, mille lugeja on väiksem kui nimetaja.

13. Tüvimurdude*) liitmise ja lahutamise viis on näha järgmistest näiteist:

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3+2}{2\cdot 3} \qquad \frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3-2}{2\cdot 3}$$

$$\frac{1}{5}+\frac{1}{6}=\frac{6+5}{5\cdot 6} \qquad \frac{1}{5}-\frac{1}{6}=\frac{6-5}{5\cdot 6}$$

Täienda näidete veerud mõne uue näitega ning avalda tüvimurdude liitmise ja lahutamise üldine eeskiri, võttes nimetajate tähisteks m ja n.

14. Segaarvu muutmise viisi liigmurruks**) kujutab järgmine rida näiteid:

$$3 \text{ ja } \frac{1}{2} \text{ on } \frac{3\cdot 2}{2} \text{ ja } \frac{1}{2} \text{ s. o. } \frac{3\cdot 2+1}{2}$$

$$5 \text{ ja } \frac{2}{3} \text{ on } \frac{5\cdot 3}{3} \text{ ja } \frac{2}{3} \text{ s. o. } \frac{5\cdot 3+2}{3}$$

$$\text{või } 3+\frac{1}{2}=\frac{3\cdot 2}{2}+\frac{1}{2}=\frac{3\cdot 2+1}{2}$$

$$5+\frac{2}{3}=\frac{5\cdot 3}{3}+\frac{2}{3}=\frac{5\cdot 3+2}{3}$$

Täienda näidete rida mõne uue näitega ja avalda üldine eeskiri täisarvu n ja murru $\frac{p}{q}$ summa avaldamiseks liigmurruna.

15. Murdude liitmise ja lahutamise viis on näha järgmistest näidetest:

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{2\cdot 4+3\cdot 3}{3\cdot 4} \qquad \frac{3}{4}-\frac{2}{3}=\frac{3\cdot 3-2\cdot 4}{4\cdot 3}$$

$$\frac{1}{2}+\frac{4}{5}=\frac{1\cdot 5+4\cdot 2}{2\cdot 5} \qquad \frac{4}{5}-\frac{1}{2}=\frac{4\cdot 2-1\cdot 5}{5\cdot 2}$$

Täienda näidete veerud mõne uue näitega ja avalda murdude liitmise ja lahutamise üldine eeskiri, võttes murdude tähisteks $\frac{a}{m}$ ja $\frac{b}{n}$.

16. Üks Hiina teevalmistamise eeskiri kõlab nõnda: „Pane kannu iga teejooja kohta üks lusikatäis teelehti ja lisaks veel üks lusikatäis eriliselt kannule."

---

*) Murd, mille lugeja on 1.

**) Murd, mille lugeja on suurem kui nimetaja.

Avalda eeskiri kiirkirjas, märkides teejoojate arvu n ja teelehtede hulka lusikatäites h.

17. Avinurme puunõude-valmistajad määravad puunõu vitsa pikkust eeskirja järgi: kolm läbimõõtu (mis kohe nõul mõõdetakse) ja lisaks selle läbimõõdu kolmandik (mis võetakse silma järgi).

Avalda eeskiri vitsa pikkuse p ja nõu läbimõõdu l tähistes.

18. Prae küpsetamisaega ahjus määrab perenaine järgmiselt: „Iga naela prae kohta 15 minutit ja lisaks pannile veel 25 minutit."

Avalda eeskiri sümbolites, tähistades prae küpsetamisaega t ja prae kaalu naelades n.

Koosta saadud valemi alusel prae küpsetamisaja tabel, prae kaalu muutudes 3 kuni 10 naela piirkonnas.

19. Et hoida oma tuba parassoe, pean ma 0—5 kraadi külma puhul oma ahju kütma järgmise eeskirja järgi: „Ahju soendamiseks 3 puud ja toa soendamiseks iga külmakraadi kohta 2 puud."

Avalda eeskiri valemina, tähistades puude arvu a, külma kraadide arvu k.

Koosta saadud valemi põhjal ahju kütmise tabel temperatuuride vahemiku jaoks 0^0 kuni 5^0 külma.

20. Üks enamlusaegne korteri põrandapinna normimiseeskiri käis järgmiselt: „Igale elanikule 4 ruutmeetrit ja perele lisaks 5 ruutmeetrit.

Avalda n-pealise perekonna korteri normitud põrandapind p.

Leitud valemi põhjal koosta normitud põrandapindade tabel elanikkude hulga muutumisel 1-st kuni 6-ni.

Harjutis III:

Arvude kirjutamine üldkujul.

1. Olgu n mingi lihtarv. Missugune arv seisab tema järel lihtarvude reas? — tema ees?

2. Olgu h mingi paarisarv. Missugused 2 arvu seisavad tema järel paarisarvude reas? — tema ees?

3. Olgu k mingi paarituarv. Missugused 3 arvu seisavad tema järel paarituarvude reas? — tema ees?

4. 1-ne, 2-ne, 3-mas, 4-as, 5-es, ... paarisarv on vastavalt: 2 4 6 8 10 ....

Missugune on n-es paarisarv?

5. 1-ne, 2-ne, 3-mas, 4-as, 5-es, ... paarituarv on vastavalt: 1 3 5 7 9 ....

Missugune on n-es paarituarv?

6. Linnades nummerdatakse majad, mis asuvad tänava pahemal poolel (vaadates tänava algusest tänava lõpu poole) numbritega 1, 3, 5 jne., majad, mis asuvad paremal poolel, numbritega 2, 4, 6 jne. Mis numbreid kannab n-es maja paremal ja m-es maja pahemal tänavapoolel?

7. Ajalehe ostmiseks hoitavat peenraha üle lugedes leidsin ühel päeval: a kolmesendilist raha;
teisel: b viiesendilist ja c kolmesendilist;
kolmandal: f kümnesendilist ja g kolmesendilist;
neljandal: i kahekümneviiesendilist, j kümnesendilist ja k ühesendilist.

Kui suur oli minu peenraha-tagavara sentides 1., 2., 3. ja 4. päeval?

8. Arv n koosneb b kümnelisest ja a ühelisest. Avalda arv n andmeis.

Missuguse arvu saame, kui muudame eelmises ülesandes esinevate numbrite a ja b järjekorra?

9. Arv n koosneb c sajalisest, b kümnelisest ja a ühelisest. Avalda arv n andmeis.

10. 1 kroon = 100 senti.

Kuidas avaldub sentides summa a krooni; — a krooni b senti?

11. 1 Läti latt = 100 santiimi $\approx$ 0,72 krooni.

Kuidas avalduvad sentides rahasummad a latti, b santiimi, a latti ja b santiimi?

12. 1 dollar (\$) = 100 tsenti (¢) ≈ 3,72 krooni.

Kuidas avalduvad sentides summad a \$, b ¢, a \$ b ¢?

13. 1 Inglise naelsterling (£) = 20 šillingit (s.) = = 240 pennit (d.) ≈ 18 krooni.

Kuidas avalduvad sentides summad:

x £, y s., z d.,*)
x £ y s., y s. z d.,
x £ y s. z d.?

14. Arvu kirjutises esinevad pahemalt paremale numbrid: a enne komat, b pärast komat. Avalda arv andmeis.

15. Arvu kirjutises esinevad pahemalt paremale numbrid: a ja null enne komat, b peale komat. Avalda arv andmeis.

16. Sega-arv koosneb a täisühikust b poolest ja c kolmandikust. Avalda arv andmeis.

Harjutis IV:

N ä i t e i d ü l e s a n n e t e l a h e n d a m i s e k s ü l d k u j u l.

1. Ma olen praegu v aastat vana. Kui vanaks ma saan viie, seitsme ja poole, kümne, a aasta pärast?

2. Klassi õpilaste nimekirjas seisab n õpilast.

Kui palju on neid klassis, kui puudub 1, 2, 3, 7, m õpilast?

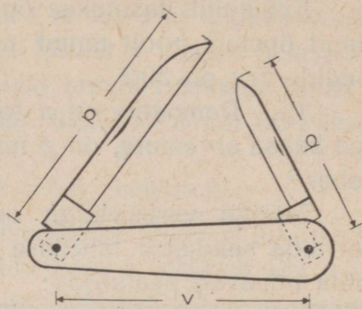
3. Ma sõidan Tartu ja Tallinna vahelist teed, mille pikkus on s km. Kui kaugel ma asun Tallinnast ajal, mil ma Tartust olen 1, 2, $3\frac{1}{2}$, 10, a km kaugusel? Kui kaugel ma asun samal ajal Valgast, kui Valga ja Tartu vahe on t km?

---

*) Äri-ilmas on viisiks kirjutada raha põhiühikut summa ette, näiteks kr. 10,72 s. o. 10 krooni 72 senti; £ 3:4:5 s. o. 3 naelsterlingit 4 šillingit 5 pennit; \$ 12,75 s. o. 12 dollarit 75 tsenti.

4. Mootorpaadi maksimaalne kiirus järvel (seisval veel) on v meetrit sekundis. Missuguse maksimaalse kiirusega ta liigub kallaste suhtes pärivett jõel, mille voolu kiirus on u meetrit sekundis? Missuguse maksimaalse kiirusega ta liigub kallaste suhtes, sõites vastuvett samal jõel?

5. Taskunoa (joonis 2) kahe tera telgede vahe on v mm, terade pikkused (teljest tipuni arvatud) vastavalt p ja q mm.



Joonis 2.

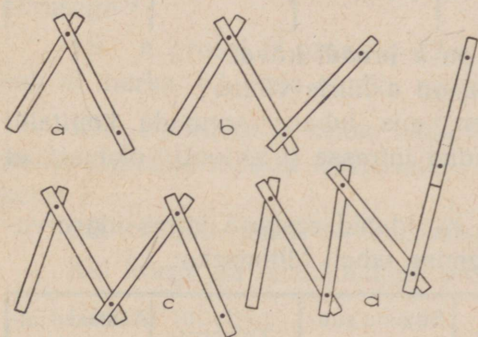
Määra tippude vahe:

1⁰. kui mõlemad terad on lahti;

2⁰. kui esimene tera on lahti, teine kinni;

3⁰. kui esimene on kinni, teine lahti;

4⁰. kui mõlemad terad on kinni.



Joonis 3.

6. Tollipuu (joonis 3) koosneb üksikuist liigenditega ühendatud osadest. Olgu osa pikkus kahe telje vahel p tolli. Kui pikad on tollipuu osadest moodustatud murdjooned a, b, c, d?

7. Kauba naela hind on h senti. Kui palju maksab 1, 2, 3, 10; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 0,8; 2,4 ja n naela sellest kaubast?

8. Rong sõidab kiirusega v kilomeetrit tunnis. Kui pika tee s käib ta ära, liikudes peatusteta t tunni vältel?

9. Töömehe kaheksatunnilise tööpäeva teenistus on t krooni. Missugune on tema nädalane teenistus? — tema kuuteenistus? — tema töötunni keskmine töötasu?

10. Õpetaja kuupalk on p krooni. Missugune on tema keskmine päevane teenistus?

Mis tasu saab ta aastas?

Kui kallilt tasutakse õpetaja töötund, kui tasu arvata ainult õpetaja poolt antud tundide eest ja tema nädalatundide arv on 30?

11. Raamatus on n lehekülge. Tema paksus, kaaned kaasa arvamata, on p mm. Kui paks on raamatu lehe paber?

Mõõda varbsirkliga oma kooliraamatute paksused, korralda saadused tabelisse ja täienda viimast andmetega, mida nõuavad pealkirjad:

Raamatu nimetus	Paksus p mm-tes	Lehekülgede arv n	Lehtede arv	Paberi paksus mm-tes

12. Valge viin on k kraadi kõva.

Kui palju piiritust on a liitris viinas?

13. Anna valem, mis lubaks arvutada kapitalilt (k krooni) aastas saadud intresse (i krooni), oletusel, et tuluprotsent on p.

Saadud valemis avaldatud eeskirja intresside arvutamiseks rakenda järgmise tabeli täitmiseks:

Kuhu paigutatud	Summa suurus k kroonides	Tuluprotsendi määr p	Aastased intressid i kroonides
Eesti Laenu- ja Hoiu-Ühingusse jooksval arvel	376,50	7	
Sama panka tähtajaliselt	1235	8,5	
K.-ü. „Loodus'e" osatähtedesse	9400	14,5	

14. Sõiduriista ratta läbimõõt on d cm. Avalda kaugus s, milleni nihkub sõiduriist edasi aja vältel, millel rattad teevad N tiiru.

15. Jõgi on tammi kohal l m lai, s m sügav; voolu kiirusemõõtja näitab sel kohal kiirust k meetrit sekundis. Missugune veehulk h voolab läbi tammi 1 sekundi vältel? Palju 1 minuti jooksul? Palju tunnis? Palju öö-päeva kestes?

Näide: $l = 12$; $s = 4$; $k = 3{,}5$; määra h.

16. Anna valem kaubasaadetise kaalu K arvutamiseks, kui on teada kaubaühiku kaal k, ühikute arv n ja pakisekaal p. Kõik kaalud on arvatud ühes ja samas mõõdus, näit. kilogrammides.

17. Taksiauto kiirusemõõtja näitab kiirust v kilomeetrit tunnis. Kilomeetripostilt on näha, et sõidu lõpukohani jääb veel s kilomeetrit. Kui palju aega t kulub eesmärgile jõudmiseks, kui edasisõit sünnib muutmata kiirusega?

18. n grossi (1 gross = 12 tosinat) niidirulle maksab m marka. Avalda üksiku niidirulli hind h.

19. Spordimehe ketas, mille raadius on r cm, veeres spordivälja mööda kaugusele s m. Mitu tiiru N tegi ketas?

20. Klassis on n õpilast, neist m hästi edasijõudjat. Kui kõrge on edasijõudjate protsent p?

Näiteid tabelis:

n	m	p	n	m	p
47	38		32	25	
42	35		28	23	
39	28		20	16	

21. Kahe punkti vahelise kauguse mõõtmine andis saaduse a meetrit, kusjuures tehtud viga kindlasti ei ulatu α meetrini. Kui suur viga tuleb halvemal juhul keskmiselt ühe mõõtühiku kohta? Mitu protsenti p moodustab vea ülemmäär mõõdetavast suurusest?

Näiteid tabelis:

a	α	p	a	α	p
75,8	0,7		7,3	0,03	
32,5	0,4		1,2	0,01	
15,6	0,1		0,4	0,01	

Missugust neist mõõtmistest tuleb lugeda kõige paremaks (täpsamaks), missugust kõige halvemaks?

22. Arstimi valmistamisel osutus tema kaaluks b grammi, kusjuures kaalumisel tehtud viga on kindlasti väikesem kui β grammi. Kui suur on mõõtmissaaduse relatiivse vea ülemmäär? Mitu protsenti on see mõõdetavast suurusest?

23. Vanemad kulutavad oma a-kroonilisest sissetulekust laste hariduse heaks b krooni. Mitu protsenti p moodustab viimane summa eelmisest? Mitu protsenti q moodustab ülejääv summa sissetulekust?

Näiteid tabelis:

a	b	p	q
300	65		
126	45		
68	18,5		

24. Segakoolis on a poeg- ja b tütarlast. Mitu protsenti kogu õpilaskonnast moodustavad poeglapsed? Mitu protsenti tütarlapsed?

25. a grammi arstimit lahustati b grammis vees. Mitmeprotsendiline on saadud lahus?

26. Kaupmehel on n naela kaupa, omahinnaga h senti nael. Mis summa eest peab ta oma kauba müüma, et saada k krooni tulu?

Mis oleks sel korral kauba naela müügihinnaks?

27. Ettevõtte laiendamiseks on tarvis p krooni, millest q krooni juba koos. Puuduoleva summa otsustavad võrdselt katta ettevõtte N osanikku.

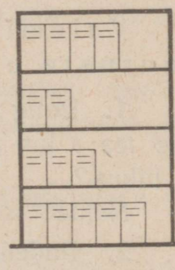
Avalda summa s, mis peab maksma igaüks osanikkudest.

28. Eksportmunade kast kaalub ühes sisuga (m muna, pappvõrk ja peenlaastud) a kg, kast ja pakis b kg.

Avalda muna keskmine kaal 1⁰. kilogrammides, 2⁰. grammides.

29. a õpetajat ja b õpilast sõidavad ekskursioonile. Piletite ja pagasi eest tuleb maksta kogusummas s krooni, neist p krooni pagasi arvel. Kui kallis on sõidupilet?

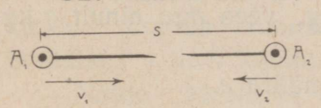
30. Raamatukapis (joonis 4) on r riiulit, mille laius on l tolli. Temas asub m raamatut, mille paksus on p tolli. Mitu raamatut, igaüks q tolli paks, mahub veel kappi?



Joonis 4.

31. Mootorpaadi maksimaalne kiirus on seisval veel v meetrit sekundis. Kui palju aega kulub paadil vähemalt, et ära käia järvel teevahe s m? Kui palju aega kulub paadil vähemalt, et ära käia teevahe s m pärivett jões, mille voolu kiirus on u meetrit sekundis? Kui palju aega kulub tal, et ära käia sama teevahe vastuvett?

32. Kaks matkajat (joonis 5) liiguvad teineteisele vastu; esimene kohast A_1 kiirusega v_1 km tunnis, teine kohast A_2 kiirusega v_2 km tunnis. Millal nad kohtavad, kui nad oma teekonda algavad ühel ajal ja teevahe $A_1 A_2$ on s km? Kui kaugel asub kohtamispunkt paigast A_1? Kui kaugel paigast A_2?



Joonis 5.

33. Toop puhast piima kaalub a kg, toop vett b kg. Palju kaalub toop segu, milles on p toopi piima ja q toopi vett?

34. Kohvi naela hind on
I sordil h_1 krooni,
II sordil h_2 krooni.

Seguks võeti a_1 naela esimesest sordist ja a_2 naela teisest. Kui kallis on segu naela omahind h?

Täienda näidete tabel tarviliste veergudega ja arvudega.

	a_1	h_1	a_2	h_2		h
1⁰.	10	1,50	15	1,00		
2⁰.	12	1,40	10	1,05		
3⁰.	25	1,35	12	0,95		
4⁰.	37	1,25	42	0,90		

Harjutis V:

Valemid kaudsel teel määratavate suuruste arvutamiseks.

1. Rong käis, liikudes peatusteta, kahe jaama vahelise tee s km aja vältel t tundi. Missuguse kiirusega v ta liikus?

Näide: $s = 12{,}7$; $t = 0{,}26$; määra v.

2. Pudelitäie õli puhaskaal on p grammi; sama pudelitäie vee puhaskaal q grammi. Kui suur on õli erikaal e?

Näide: $p = 378$; $q = 492$; määra e.

3. Kivi kaalub õhus p kg, vees aga ainult q kg. Määra kivi erikaal e.

Näide: $p = 2{,}7$; $q = 1{,}6$; määra e.

Leitud valemi põhjal määra telliskivi, maakivi ja raua erikaal, mõõtes selle arvutamiseks tarvilikke suurusi harilikkude vedrukaalude abil.

4. Pudelitäis kalarasva kaalub k grammi, sama pudelitäis vett — v grammi; tühi pudel kaalub p grammi. Määra kalarasva erikaal e.

Näide: $k = 328$; $v = 375$; $p = 66$; määra e.

Leitud valemi põhjal määra lambiõli ja tärpentiini erikaal, mõõtes selle arvutamiseks tarvisolevad suurused kaalumise teel harilikkudel lauakaaludel.

5. Korrapärase kolmekandilise prisma põhja serv on a cm pikk, prisma kõrgus h cm. Avalda prisma külgpind Q andmeis.

Kuidas väljenduks samadel oletustel korrapärase 4-, 5-, 6- ja 7-kandilise prisma külgpind?

6. Korrapärase kuuekandilise püstprisma põhja raadius on r dm, prisma kõrgus h dm. Missugune on tema külgpind Q?

7. Ristkülik mõõdetega p ja q m on lõigatud oma diagonaaliga pooleks. Avalda tekkivate kolmnurkade pindala P mõõdete p ja q kaudu.

8. Kuubi serva pikkus on a cm. Avalda kuubi täispind S serva a kaudu.

9. Ruut on lõigatud oma diagonaaliga pooleks. Avalda saadud täisnurkse kolmnurga pindala P kaateti (ruudu külje) pikkuse k kaudu.

10. Avalda ringi veerandi pindala S raadiuse mõõtarvu r kaudu.

11. Korrapärase neljakandilise püstprisma põhja serv on a cm, prisma kõrgus h cm. Avalda prisma põhja pind P ja külje pind Q andmeis.

Avalda täispind S põhja pinna P ja külje pinna Q kaudu. Asenda viimasesse avaldisse pindade P ja Q avaldised a ja h kaudu.

Näide. Meetrites mõõtes olgu $a = 0{,}58$; $h = 2{,}45$. Määra P, Q ja S.

12. Avalda valemites järgmised tõsiasjad:

1^0. Ümmarguse püstsilindri külgpind Q on võrdne põhja ümbermõõdu C ja silindri kõrguse k korrutisega.

2^0. Ümmarguse püstkoonuse külgpind Q on võrdne põhja ümbermõõdu C ja koonuse moodustaja l poole korrutisega.

3°. Avalda mõlemas valemis esinev põhja ümbermõõt omakord raadiuse r kaudu.

13. Anna valem

1°. koonuse täispinna S arvutamiseks põhipinnast P ja külgpinnast Q;

2°. silindri täispinna T arvutamiseks põhipinnast P ja külgpinnast Q;

3°. täispindade S ja T arvutamiseks aluse raadiusest r ja moodustajast l.

14. Mõõda mudelikogus olevate silindri ja koonuse kõrgus ja põhja raadius ja arvuta saadud andmete põhjal nende kehade põhipind, külgpind ja täispind.

15. Põranda värvimiseks, mille mõõted on meetrites p ja q, kulus v naela värvi. Mitu naela värvi n kulub ühe ruutmeetri värvimiseks? Mitu kilogrammi teeb see ühe ruutmeetri kohta?

Näide: $p = 10$; $q = 8$; $v = 22$; määra n.

16. Põranda mõõted on a ja b meetrit. Kui pikk riba linoleumi kuulub põranda katteks, kui linoleumiriba laius on c meetrit?

17. Ühe vakamaa kündmiseks traktoriga kulub n minutit. Kui palju aega t kulub ristkülikutaolise põllu künniks, mille mõõted on p ja q sülda?

Näide: $p = 180$; $q = 160$; $n = 35$; määra t.

18. Mitu parkettkivi n kulub tööstuseruumi põranda katteks, kui viimase mõõted on a ja b meetrit ja ruudulise parkettkivi külg on c sentimeetrit?

Näide: $a = 9{,}3$; $b = 5{,}6$; $c = 15$; määra n.

19. Katuse mõõted on nii ühel kui teisel pool harja m ja n meetrit. Mitu kivi a kulub ümmarguselt tema katteks, kui kivi mõõted on p ja q sentimeetrit?

Näide: $m = 26{,}5$; $n = 7{,}2$; $p = 30$; $q = 15$; määra a.

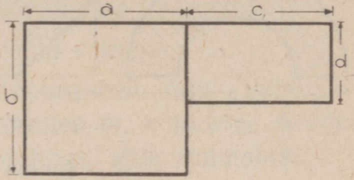
20. Avalda sümbolites lause:

„Trapetsi pindala S on võrdne trapetsi keskjoone m ja kõrguse h korrutisega“.

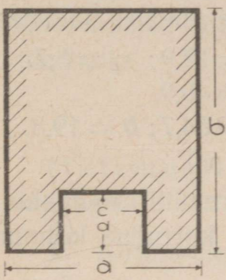
Asenda saadud valemis keskjoon m tema avaldisega trapetsi rööbikute külgede a ja b kaudu.

21. Korter koosneb kahest toast, mille põranda mõõted on näha joonisest.

Avalda põranda pindala S.



Joonis 6.



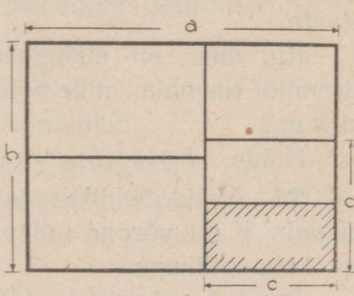
Joonis 7.

22. Juuresolev joonis 7 kujutab maja vundamenti. Missuguse pindala võtab maja oma alla?

23. Joonis 8 kujutab maja plaani ühes mõõdetega. Põikjoontega märgitud osa näitab eeskoda. Määra eluruumide põranda pindala S.

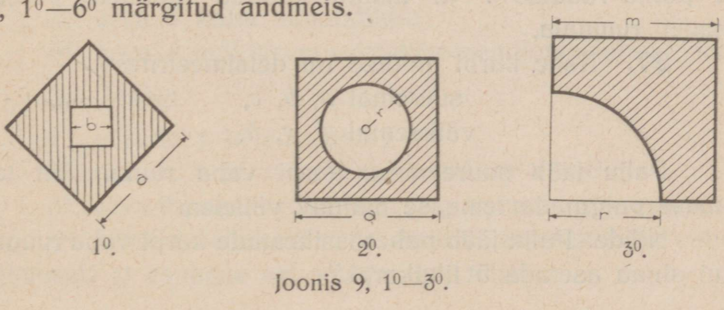
Näide: $a=14$; $b=9$; $c=5$; määra S.

Mõõdud on meetrites.



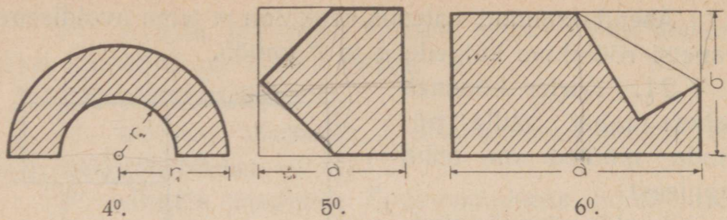
Joonis 8.

24. Avalda järgmiste lestade pindalad S joonisel 9, 1^0—6^0 märgitud andmeis.



1^0. 2^0. 3^0.

Joonis 9, 1^0—3^0.



Joonis 9, 4^0—6^0.

Määra pindala arvuline väärtus järgmistes näidetes:

1^0: $a = 23{,}4$; $b = 5{,}7$. 4^0: $r_1 = 12{,}9$; $r_2 = 8{,}7$.
2^0: $a = 13{,}7$; $r = 4{,}9$. 5^0: $a = 40{,}9$.
3^0: $m = 30{,}8$; $r = 21{,}5$. 6^0: $a = 34{,}7$; $b = 19{,}8$.

Mõõdud on sentimeetrites.

25. Avalda lühidalt tõsiasi: püramiidi ruumala V on võrdne põhipinna P ja kõrguse h korrutise kolmandikuga.

Kui suur on niisuguse neljakandilise korrapärase püramiidi ruumala, mille põhja serv on k m pikk ja kõrgus on h m?

Näide. $k = 11{,}7$; $h = 19{,}3$; määra V.

26. Avalda lühidalt tõsiasi: ümmarguse püstkoonuse ruumala V on võrdne põhipinna P ja kõrguse h korrutise kolmandikuga.

Saadud valemis avalda edasi põhipind P põhja raadiuse r kaudu.

Mõõda kooli mudelikogus oleva koonuse kõrgus h ja põhja raadius r ja määra saadud andmete põhjal mudeli ruumala.

27. Kahe karbi mõõted on detsimeetrites:

suuremal a, b, c,
väiksemal f, g, h.

Palju jääb suuremasse karpi vaba ruumi, kui temasse paigutada temasse mahtuv väiksem?

Näide. Palju jääb paberossikestade-karpi vaba ruumi, kui sinna asetada 5 tikukarpi?

28. Risttahukasse, mille mõõted on a, a ja b cm, paigutatakse temasse mahtuv kuup, mille serv on c cm. Määra risttahukas vabaks jääv ruumala.

29. Ahju mõõted on a, b ja c jalga.

Mitu pottkivi kulub ümmarguselt ahju valmistamiseks, kui kivi mõõted on tollides m, n ja p? Arvestamisel arva õhu käikudele 0,4 kogu ahju ruumalast.

Näide. Määra klassi ahju mõõted, samuti hariliku pottkivi mõõted ja arvuta ahju ehitamiseks tarvis olev pottkivide hulk.

Harjutis VI:

Matemaatilis-kiirkirjaline diktaat; matemaatilise kiirkirja lugemine.

1. Kirjuta algebralistes sümbolites järgmised käsud:

1⁰. võta arv a kolmekordselt;

2⁰. võta arv b neljakordselt;

3⁰. võta arvu a kaks kolmandikku;

4⁰. liida arvu a kahekordne arvuga b;

5⁰. lahuta arvu a kolmest neljandikust arvu b viiekordne (oletusel, et esimene neist on suurem kui teine).

2. Märgi

1⁰. arvu a kahekordne;

2⁰. arvu b viiekordne;

3⁰. arvu c pool;

4⁰. arvu d kolm neljandikku;

5⁰. arvu e null tervet seitsekümmendkuus sajandikku.

3. Märgi

1⁰. arvude x ja y summa;

2⁰. arvude u ja v vahe (oletusel, et $u > v$);

3⁰. arvu x kahekordse ja arvu y kolmekordse summa;

4⁰. arvu u neljakordse ja arvu v seitsmekordse vahe (oletusel, et esimene on suurem kui teine);

5^0. arvu a poole ja arvu b kolmandiku summa;

6^0. arvu a ja arvu a nelja kümnendiku vahe.

4. Sõnasta nõuded, mis allpool kirjutatud matemaatilises kiirkirjas:

1^0. $a+a$	6^0. $1\frac{2}{3}b$	11^0. $2a+5b$
2^0. $b+b+b$	7^0. $1{,}9a$	12^0. $a-\frac{2}{3}b$
3^0. $5a$	8^0. $6{,}4b$	13^0. $0{,}8a+1{,}2b$
4^0. $7b$	9^0. $a+2b$	14^0. $3a-1{,}9b$
5^0. $\frac{1}{2}a$	10^0. $3a+b$	15^0. $0{,}4a+2{,}6b$

5. Trepi astmete laius l määratakse ehitistel vastavalt astme kõrgusele k valemi abil

$$l=24-2k, \qquad 5{,}5<k<7,$$

kusjuures mõõdud on tollides.

Sõnasta astme laiuse valemis avaldatud eeskiri.

Arvuta selle valemi põhjal kohase skeemi järgi trepi astmete laiused astmete kõrguste muutumisel 5,5 tollist 7 tollini, 0,3 tolli takka, ja korralda saadused tabelisse:

Astmete kõrgus k	5,5	5,8	6,1			
Astmete laius l						

Joonista selle tabeli põhjal kohaselt valitud mõõtkavas rida trepi plaane.

6. Majateenija palgaleping 2 aasta peale esines matemaatilises kiirkirjas kujul:

$$p=5+n, \qquad p\leqslant 20.$$

Siin on n teenistusekuu number; p tähendab n-da teenistusekuu palka kroonides ja viimane võrratus näitab palga ülemmäära.

Sõnasta palgaleping,

1^0. lubades selle juures tarvitada ainult kolme arvu 5, 1 ja 20 nimetusi;

2^0. andes täielik kuupalkade tabel.

Kujuta 1. kuni 24. kuu palga määrad tulpadena, võttes viimaste laiuseks 5 mm. Tulbad aseta alustega ühele ja samale rõhtsale sirgele, jättes tulpade vahet 5 mm.

7. Keskkooliõpetaja palgaseadus laseb ennast esimestel teenistusaastatel avaldada matemaatilises kiirkirjas järgmisel kujul:

$$p = 120 + 8l, \qquad p \leqslant 155.$$

Siin tähendab p kuupalka kroonides, l õpetaja lastearvu ja 155 palga ülemmäära.

Sõnasta kooliõpetaja palgaseadus,

1⁰. tarvitades sõnastuses ainult kolme arvu 120, 8 ja 155 nimetusi;

2⁰. andes täielik palgamäärade tabel, lastearvu muutumisel 0-ist kuni 5-ni.

Kujuta tabelis esinevad palgamäärad tulpadena, võttes viimaste laiuseks 5 mm. Kõik tulbad aseta alustega ühele ja samale rõhtsale sirgele, jättes tulpade vahet 5 mm.

8. Kirjuta algebralistes sümbolites järgmised käsud:

1^0. korruta arv y arvuga x;

2^0. jaga arv y arvuga x;

3^0. korruta arv y arvu x kahekordsega;

4^0. jaga arv y arvu x viiekordsega;

5^0. jaga arvu y kolmekordne arvu x kümnekordsega.

9. Märgi sümboolselt

1^0. arvude x ja y korrutise kaheksakordne;

2^0. arvude x ja y jagatise kolm viiendikku;

3^0. arvude x ja y korrutise neljakordse ja arvu z seitsmekordse summa;

4^0. arvude x ja y jagatise ja arvu z kahekordse vahe;

5^0. arvude x ja y korrutise ja samade arvude jagatise vahe.

10. Sõnasta nõuded, mis avaldatud matemaatilises kiirkirjas alljärgnevalt:

1°. ab	6°. $1{,}7ab + 2{,}9c$	11°. $4\frac{a}{b} + 5c$
2°. $2ab + c$	7°. $\frac{1}{2}ab + \frac{3}{4}bc$	12°. $a - \frac{1}{2}\frac{b}{c}$
3°. $3ac + 5b$	8°. $ac - \frac{5}{8}bc$	13°. $0{,}7ab - 1{,}2\frac{b}{c}$
4°. $2a + 7bc$	9°. $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$	14°. $3\frac{a}{c} - \frac{4b}{d}$
5°. $0{,}6ab$	10°. $3\frac{a}{b} - 2\frac{c}{d}$	15°. $\frac{5ac}{d} - \frac{1}{2}b$

11. Kirjuta algebralistes sümbolites järgmised käsud:

1°. võta arvu x teine aste ja korruta saadus 5-ga;

2°. võta arvu y kolmas aste ja korruta saadus 8-ga;

3°. liida arvu x ruut arvu y ruudu kahekordsega;

4°. lahuta arvu x ruudu kolmekordne arvu y ruudu viiekordsest;

5°. lahuta arvu x kuubist arvu y kuubi kahekordne (oletusel, et lahutamine on võimalik);

6°. korruta arvu x kahekordne arvu y ruuduga;

7°. jaga arvu x kuup arvu y kolmekordsega;

8°. arvu x ruudu korrutis arvuga y liida arvu y ruudu ja arvu x korrutisega.

12. Sõnasta nõuded, mis avaldatud alljärgnevalt matemaatilises kiirkirjas:

1°. a^2	6°. $a^2 - 0{,}6b^2$	11°. $2a^3$
2°. $3a^2$	7°. $\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{4}b^2$	12°. $5a^3 + 4b^3$
3°. $a^2 + 2b^2$	8°. $a^2 + 3ab$	13°. $a^3 - 2b^3$
4°. $b^2 - a^2$	9°. $\frac{2}{3}a^2 - \frac{5}{6}ab$	14°. $\frac{1}{2}a^3 + \frac{2}{3}b^3$
5°. $5a^2 + 4b^2$	10°. $1{,}7ab - 2{,}3b^2$	15°. $3a^3 - 4a^2b$

13. Iga allpool-järgnevat avaldist 1° kuni 10° võib vaadelda kui eeskirja teatud arvurea saamiseks: rea üksikud liikmed saame, kui avaldisse asetame seal esineva tähe n asemele järjest 1, 2, 3, jne.

Avaldis kujutab

rea esimest liiget kui $n = 1$,
„ teist „ kui $n = 2$,
„ kolmandat „ kui $n = 3$, jne.

Nii saab arvutada igat rea liiget, asetades liikme üldavaldisse märgi n asemele nõutava liikme numbri.

1°. $n + 2$	6°. n^2
2°. $4n - 3$	7°. $15 - \frac{1}{3}n^2$
3°. $50 - 7n$	8°. $3n^2 - 2n + 7$
4°. $\frac{1}{n}$	9°. n^3
5°. $\frac{n-1}{n}$	10°. $2n^3 - n^2 + 1$

Sõnasta iga näite puhul eeskiri, mille järgi rea liige tuletatakse tema numbrist n.

Arvuta, valides kohane arvutusskeem, iga rea esimesed 10 liiget, või, — kui see olulistel põhjustel võimata — nii mitu liiget kui võimalik.

Kujuta iga rea esimesed 10 liiget tulpadena, seades nende alused ühisele rõhtsale sirgele ja võttes tulpade laiuseks 5 mm ja sama laiad ribad tulpade eraldamiseks üksteisest.

14. Aurumasina hooratta diameeter on d m. Ratas teeb N tiiru sekundis. Mis tähendus on korrutisel $N\pi d$?

15. Lugesin sammude hulga s kodust kooli ja määrasin kella järele minutite arvu m, mis kulus kodust kooli tulekuks. Mida tähendab sümbol $\frac{s}{m}$?

16. Sammun koolist koju, peatudes teel oma sõbra juures. n-dal sekundil peale lahkumist sõbra juurest olen koolist kaugusel

$$127 + 3{,}5n, \quad \text{meetrites arvatud.}$$

Mis tähendus on kordajatel 127 ja 3,5?

Asja selgitamiseks anna n-ile väärtused 0, 1, 2, 3... ja tee joonis.

17. Õpilane astub spordiseltsi kelgutajaterühma liikmeks, omandades õiguse tarvitada seltsi kelgumäge ja saada väikese tasu eest sõitmiseks seltsi kelkusid. n-da sõidu lõpuks on õpilane maksnud seltsile kogusumma

$$100 + 3n$$

senti. Millena võib tõlgitseda kordajaid 100 ja 3?

18. Ühte ja sama keha kaalutakse 4 korda järgemööda ja leitakse, et ta kaal on grammides esimesel korral a, teisel sellest pisut erinevalt b, kolmandal c ja neljandal d. Mida tähendab avaldis

$$\frac{a+b+c+d}{4}?$$

19. Kaupmees ostis n naela kaupa hinnaga 25 senti nael. Turuseisukorra muutumisel on ta sunnitud kaupa müüma 120-sendilise kahjuga. Mis tähendus on suurusel

$$\frac{25n-120}{n}?$$

20. Kelgu kaal on k kg; kelgu koorma kaal q kg. Selle vedamiseks siledal rõhtsal lumisel teel on ühtlase sammumise korral tarvis rakendada kelgule tõmmet t kg. Mida näitab jagatis

$$\frac{t}{k+q}?$$

21. Raamatu mõõted on: laius a, kõrgus b ja paksus c, kõik sentimeetrites arvatud. Mida kujutab (ligikaudu) summa

$$2ab + cb?$$

Tee valemi mõtet selgitav joonis.

22. Ruudukujulise, a meetrit laia seinatahvli värvimiseks kulus v kg värvi. Mida tähendab sümbol $\frac{v}{a^2}$?

23. Laua mõõted on m ja n meetrit. Laua poleerimiseks kulus p grammi polituuri. Mida tähendab sümbol $\frac{p}{mn}$?

24. Loodusloo-klassi katselaud, mille mõõted on m ja n cm, on kaetud ruudukujuliste parkettkividega, millede külg on k cm. Mida tähendab sümbol $\frac{mn}{k^2}$?

25. Suurema ringi raadius on R, väiksema oma r. Mis tähendus on suurusel

$$\pi R^2 - 3\pi r^2 ?$$

Tee valemi mõtet selgitav joonis.

26. Ruudukujuline osa linna raekoja esisest platsist kaetakse tsemendist jalgtee-kividega. Olgu ruudu külg k m, jalgtee kiviplaadi mõõted f ja g m; olgu juba kohale asetatud plaatide arv 15. Mis tähendus on avaldisel

$$k^2 - 15fg ?$$

Tee valemi mõtet selgitav joonis.

27. Lapse mängukasti mõõted on a, a ja b cm. See on osaliselt täidetud kuubikestega, mille serv on c cm. Mis tähendus on suurusel

$$\frac{a^2b - 5c^3}{c^3} ?$$

Harjutis VII:

Täiendavaid ülesandeid algebraliste sümbolite tarvitamise õppimiseks.

1. Avalda matemaatilises kiirkirjas, et kauba omahind o ühes müügil saadava kasuga k on sama kui ettekÜsitud kaubahind e ilma skontota s.

2. Õnnemängija kaotas k krooni oma v-kroonilisest võidust ($k < v$). Kui palju jäi tal puhta võiduna järele?

3. n varblast istub puu otsas. Kütt laseb neist m tükki maha. Mitu varblast v jääb puu otsa istuma?

4. f metsparti ujub järvel. Kütt laseb neist g tükki maha. Mitu parti p jääb järvele ujuma?

5. Tomativäli koosneb p peenrast. Avalda tomatitaimede hulk h, teades, et igal peenral kasvab t taime.

6. Raudteerongil sõites kuuled järjest üksikuid tõukeid; need on tingitud rööbaste ühenduskohtadest. Reisija loeb minutis N tõuget. Kui suur on rongi sõidukiirus v kilomeetrites tunnis, kui rööbaste pikkus on p meetrit?

7. Kaupluses osteti k naela kohvi hinnaga h krooni nael ja s naela suhkrut hinnaga i senti nael. Kui suur on ostu arve?

8. Kaupmees sai saadetise sisuga:

a naela kuivatatud	õunu	hinnaga f	senti nael
b „ „	pirne	„ g	„ „
c „ „	ploome	„ h	„ „

Mitu krooni maksis saadetis?

9. Mitu tolli on y jardis j jalas t tollis?
1 jard = 36 tolli.

10. Ajalehe-müüja leidis õhtul oma peenraha kokku võttes, et tal on a kahekümneviiesendilist, b kümnesendilist, c viiesendilist, d kolmesendilist ja e ühesendilist.
Kui suur on ta peenraha-tagavara?

11. A. 774—779 Karolingide loodud rahasüsteemi ühik *libra* (nael) jagunes 20-neks *solidus*'eks, iga solidus 12-neks *denarius*'eks. Mitu denariust on l librat, s solidust ja d denariust?*)

12. Rätsepal on tükk riiet u ülikonna jaoks. Ta lõikab riidetükist iga nädala ühe ülikonna riiet. Mitme nädala n pärast on riie tükeldatud?

13. Avalda päevade hulk n nädalas ja p päevas ($p < 7$).
Avalda tööpäevade hulk n nädalas ja p päevas.
(Nädal algab pühapäevaga.)

14. Mitu jardi on j jalga t tolli?

15. Jahu puud maksab kaupmehel m krooni. Kui kallilt ta peab müüma jahu naela, et saada tulu t krooni puudalt?

16. Mitu % tulu saab laenuandja aastas, kui temale igalt laenatud kroonilt makstakse s senti kuus tulu?

---

*) Karolingide rahaühiku alajaotuse-viis elab edasi Inglismaa rahasüsteemis: 1 naelsterling = 20 šillingit = 240 pennit, ja seletab ühtlasi lühendeid: pound sterling = £ (Libra), shilling = s. (solidus), penny = d. (denarius).

17. Mitu krooni moodustab p-protsendiline tulu m-kroonilise müügihinna puhul?

18. Kaupmees on sunnitud müüma kauba, mis vaateaknal seistes on pleekinud, p %-lise hinnaalandusega. Anna side kaubal märgitud hinna h ja tegeliku müügihinna m vahel.

19. Klassis oli aasta lõpul N õpilast. Neist läks p % järgmisse klassi üle. Avalda teiseks aastaks klassi jäänud õpilaste hulk.

20. Üks tööliste salk paneb päevas uuel raudteel p m pikkuselt rööpaid, teine salk q m pikkuselt. Kui palju aega kulub mõlemal salgal rööbaste panemiseks s-kilomeetrilisel teel?

21. Veereservuaari mahub m mõõtu vett. Täitmise otstarbel on ta ühenduses kahe toruga. Esimene annab tunnis p mõõtu, teine q samasugust. Kui palju aega nõuab reservuaari täitmine mõlema toru kaudu? (H e r o n Aleksandriast, 100 a. e. Kr.)

22. Raamatu käsikiri on l lehekülge suur. Ta on kahe masinakirjutajanna käes ümber kirjutada. Esimene kirjutab keskmiselt m, teine n lehekülge tunnis.

Palju aega kulub ümmarguselt käsikirja ümberkirjutamiseks?

23. Paberosside hulga määramiseks, mida saab valmistada n kilogrammist tubakast, kaalutakse esiteks 1000 tühja kesta, siis 1000 täistopitud kesta ja leitakse, et nende kaalud on vastavalt p ja q grammi.

Arvuta siit n kilogrammist saadav paberosside arv N.

24. Kaks ookeani-aurikut sõidavad teineteisest mööda; üks kiirusega u, teine v km tunnis. Mõlemal on raadiojaamad t km tegevusraadiusega. Kui kaua aega a peale kohtamist võivad nad teineteisega teateid vahetada,

1^0. liikudes samas suunas,
2^0. liikudes vastassuunas?

25. Kaks maalrit said maja värvimise eest tasu t krooni. Esimene töötas p, teine q päeva. Missuguse tasu peaks saama esimene, missuguse tasu teine maaler?

26. Kaks äriosanikku paigutavad ärisse kapitalid: esimene k, teine l krooni. Äri aasta-aruanne näitab t krooni tulu. Missuguse summa peaks sellest tulust saama esimene, missuguse teine äriosanik?

27. Ülesannete-kogu autorid lepivad kokku jaotada autorihonorar h krooni vastavalt kummalgi kogu koostamiseks kulutatud töötundide hulgale. Kui palju peab saama kumbki, kui esimene töötas n_1 nädalat, 6 tundi päevas, teine n_2 nädalat, 8 tundi päevas?

28. Kaupmees segab

a kg tubakat hinnaga h kr. kilo
b kg „ „ k kr. „
c kg „ „ l kr. „

Kui kallis tuleb tal maksma segu nael?

29. „Eesti Siguri“ tehases kõrvetatakse segukohvi:

a kg hinnaga p kr. kilo
b kg „ q kr. „

Kõrvetamisel kaotab segu c kilo oma kaalust. Kui kallis tuleb tehasel l kilo kõrvetatud segu? Mitme $^0/_0$ võrra on kohvi kaal kõrvetamisel vähenenud?

30. b tosina ja c üksiku niidirulli eest maksti m krooni. Mitu senti maksab rull?

31. Lossman võitis m meetri jooksu ajaga a minutit b sekundit. Missugune oli ta liikumisekiirus?

32. n rida sportlasi reavahega d m marsib kiirusega v meetrit sekundis tribüünist mööda, mille pikkus l m. Palju aega t nõuab möödamarss?

Näide. $n = 200$; $d = 0{,}8$; $v = 2{,}6$; $l = 20$; määra t.

33. 2 raudteerongi, mille kummagi pikkus on l m, sõidavad rööbikutel rööpapaaridel. Nõutakse valemit aja arvutamiseks, mis kulub

1^0. teise rongi mööda sõiduks esimesest, kui esimene seisab paigal ja teine liigub kiirusega v meetrit sekundis;

2^0. rongide teineteisest mööda sõiduks, kui mõlemad liiguvad samas suunas, üks kiirusega v_1, teine kiirusega v_2 meetrit sekundis ja $v_2 > v_1$;

3^0. rongide teineteisest mööda sõiduks, kui mõlemad liiguvad vastassuunas, üks kiirusega v_1 ja teine kiirusega v_2 meetrit sekundis.

Näide: $l = 122$; $v = 12$; $v_1 = 10$; $v_2 = 12$.

Määra otsitavad ajad.

34. Pükste lõik m jardi n jalga inglise kalevit maksab £ $a:b:$—. Mitu šillingit maksab 1 jard seda kalevit? (V. joonealune märkus lhk. 12.)

35. Ristkülikukujuline ehitusekrunt müüdi hinnaga h krooni. Krundi mõõted on n ja m sülda. Mitu senti maksab 1 ruutjalg?

36. Klassiruumil on kolm akent mõõdetega a ja b dm. Kui suur on valgustav pind?

Olgu põranda mõõted n ja m meetrit. Kui suur valgustav pind tuleb põranda pindühiku kohta?

37. Kui kallis tuleb maksma ümmarguse peegli hõbetamine, kui peegli läbimõõt on d cm ja 5 ruutsentimeetri hõbetamine maksab 1 sent?

38. Viljasilo aluseks on tarvitada ristkülikutaoline maatükk mõõdetega a ja b m, $a > b$. Silo tahetakse ehitada silindrikujuline. Kui kõrge vähemalt peab silo ehitatama, et ta mahutaks endasse M m^3 vilja?

39. Suhkrupea (koonus) põhja läbimõõt on d dm, kõrgus h dm ja kaal k kg. Kui suur on suhkru erikaal?

40. Kaks töölist võtsid ühiselt kaevata sookuivatus-kraavi, kusjuures töö lõpuleviimiseks oleks esimesel kulunud p_1 päeva, kui ta oleks töö üksinda pidanud tegema, teisel aga samal oletusel p_2 päeva. Mitme päeva p jooksul viivad nad töö lõpule, töötades ühiselt?

Näide: $p_1 = 3$; $p_2 = 4$; määra p.

41. Kümblusvann täitub sooja veega vastavast kraanist m_1 minuti jooksul, külma veega teisest kraanist m_2 minuti jooksul. Kui palju aega t kulub vanni täitumiseks mõlema kraani lahtiolekul?

42. Kaks autot sõidavad ühtaegu teineteisele vastu, üks linnast L_1, teine linnast L_2. Linnadevahelise tee ärakäimiseks kulub esimesel t_1 tundi, teisel t_2 tundi. Mitme tunni järele peale sõidu algust kohtuvad autod?

43. Leivapätsi küpsetamisaega määrab minu perenaine järgmiselt: „Iga taignanaela kohta 12 minutit ja kõigele lisaks veel pool tundi."

Anna valem küpsetamisaja t määramiseks tundides leivapätsi tarvis, mis kaalub p naela.

Koosta leivaküpsetamisaegade tabel leivapätsi kaalu muutumisel 4 naelast 10 naelani.

Kujuta tabelis esinevad ajad näitlikult tulpadena, eraldades igat kahte kõrvuseisvat tulpa kitsa vaheribaga.

44. Avaliku raamatukogu tarvitamise eest võetakse maksu järgmiselt: tarvitajate-nimekirja sissekandmisel a senti, iga lugemiseks võetud raamatu kohta b senti. Anna valem raamatukogu tarvitamise kogukulude k arvutamiseks n-da raamatu laenamisel.

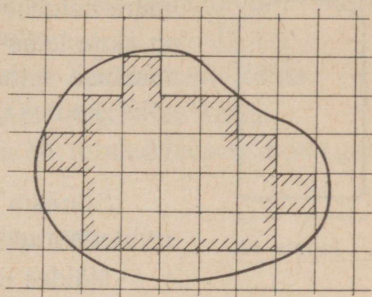
45. Raudteerong liigub kiirusega V km tunnis rõhtsat teed mööda. Piduri tegevusseastumise tagajärjel kaotab ta iga sekund oma kiirusest w ühikut. Mis kiirusega v liigub rong t sekundi lõpul peale piduri tegevusseastumist?

46. Kelk liigub jäätunud mäenõlva mööda alla, alates liikumist paigalseisust (s. o. kiirusega 0) ja omandades iga sekundi vältel kiiruselisa w ühikut. Mis kiirusega v liigub kelk t sekundi lõpul?

47. Spordivõistlusel kahe kooli vahel omandas meie kooli 1., 2., 3., 4. ja 5. klass vastavalt p_1, p_2, p_3, p_4 ja p_5 punkti. Mida tähendab murd

$$\frac{p_1+p_2+p_3+p_4+p_5}{5}\ ?$$

48. Kõvera joonega piiratud pindala (joonis 10) leitakse sageli sel teel, et ta kaetakse läbipaistva mm-paberiga, loetakse pinnas asuvate täisruutmillimeetrite hulk T ära, loetakse siis korrapäratute ruutmillimeetrite osade hulk K ära ja otsitava pinnana võetakse suurus $S \approx T + \frac{1}{2}K$.



Joonis 10.

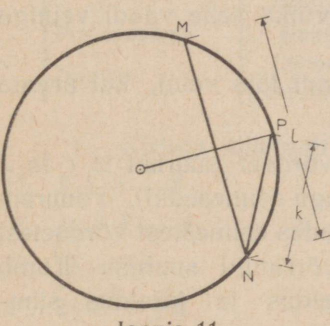
Sõnasta valemis avaldatud eeskiri ja põhjenda seda.

49. Valem $k \approx \frac{22}{7}\frac{HL}{h}$ annab kauguse, mille võrra nihkub jalgratas ühe pedaalide pöörde puhul. Siin tähendab L pedaalide hammasratta läbimõõtu, H selle ratta hammaste hulka, h ülekande-ratta hammaste hulka. Sõnasta valemis avaldatud eeskiri kauguse k arvutamiseks.

50. Õhumull, mille ruumala sügavuses s meetrit on v cm^3, omab vee pinnal cm^3-tes ruumala

$$V \approx \frac{s+10{,}3}{10{,}3}\,v.$$

Anna eeskiri, mille järgi tuleb arvutada V suurust, kui v ja s on teada.

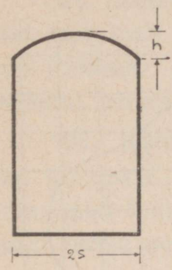


Joonis 11.

51. Ringi kaart MPN (joonis 11) saab määrata hästi täpsalt valemi järgi

$$s \approx \frac{8k-l}{3}.$$

Sõnasta valemis avaldatud eeskiri ja seleta, kuidas tema põhjal saab toimetada kaare määramist graafiliselt. Määra viimasel teel $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$ ja $\frac{1}{12}$ ringi pikkust ja leia igal puhul tehtud vea protsent.



Joonis 12.

52. Akent tahetakse katta ringikaare-kujulise võlviga (joonis 12). Teada on akna laius $2s$ ja võlvi kõrgus h. Võlvi puualuse valmistamiseks on tarvis teada võlvi raadius r. See määratakse valemi järgi:

$$r = \frac{s^2 + h^2}{2h}.$$

Sõnasta eeskiri, mille järgi tuleb arvutada raadius r andmeist.

Näide: $s = 46$; $h = 35$; määra r.

Mõõdud on sentimeetrites.

53. Vaadi ruumala määratakse valemi järgi:

$$V \approx \pi \cdot \frac{2D^2 + d^2}{12} \cdot h,$$

kus D on vaadi desklõike (harilikult punni kohal) läbimõõt, d vaadi otsa läbimõõt, h vaadi kõrgus.

Sõnasta eeskiri, mille järgi toimetatakse vaadi ruumala määramist.

Kõige suurem vaat maailmas asub Heidelbergi lossi keldris. Tema mõõted on meetrites:

$$D = 6{,}4;\ d = 5;\ h = 8{,}5.$$

Mitu 0,75-liitrilist pudelit võiks selle vaadi veiniga täita?

Kui palju maksab selle vaadi täis veini, kui arvata veini hinnaks 2,5 krooni liiter?

54. Olgu a ja b kaks võrdset suurust ja c ja d teine paar suurusi (sama liiki nagu esimesedki), a suurem kui c ja c suurem kui d. Lahutades esimestest võrdsetest teised võrratud saame paari võrratuid suurusi. Kumb neist on suurem? Märgi eeldus ja järeldus sümboolselt.

55. Olgu a ja b kaks võrdset suurust ja c ja d teine paar suurusi (sama liiki nagu esimesedki) ja c suurem kui d.

1⁰. Liites esimeste võrdsetega teised võrratud saame paari võrratuid suurusi. Kumb neist on suurem? Märgi eeldus ja järeldus sümboolselt.

2⁰. Analoogiline ülesanne korrutamise kohta.

3⁰. Analoogiline ülesanne jagamise kohta.

Selgita ülesandeis 54 ja 55 toodud lausete mõtet geomeetrilisel ainel.

Harjutis VIII:

Avaldiste koondamine.

Järgmistes ülesannetes esinevad sageli mõned oma ja võõra maa rahaühikud. Et kergendada ülevaadet neist rahaühikuist, on koostatud järgmine tabel.

Riik	Rahaühiku nimetus	Märk	Ligikaudne väärtus kr-des
Eesti	(Eesti) kroon	kr	1
Põhja-Ameerika Ühendriigid	dollar (dollar)	$	3,72
Inglismaa	naelsterling (pound sterling)	£	18,20
Saksamaa	riigimark (Reichsmark)	Rmk	0,90
Prantsusmaa	frank (franc)	fr	0,15
Soome	(Soome) mark [(Suomen) markka]	Smk	0,09

1. Kirjuta lühemalt järgmised avaldised:

1⁰. $ + $ + $

2⁰. £ + £ + £

3⁰. 2$ + 3$

4⁰. $2\frac{1}{2}$ £ + $\frac{3}{4}$ £

5⁰. 0,7$ + 2,8$

6⁰. 3£ + 5$ + £ + 2$

7⁰. £ + 3£ + 6£ + 10$ + $

8⁰. 3$ — 1,7$

9⁰. 5$ — 2,4$ — 0,9$

10⁰. 10£ + 24$ — 3,5£ — 11$ — 9,4$

2. Sain Ameerika onult kolmel korral järgmised summad 22$, 35,7$ ja 76,2$, tingimusega saadud rahast iga kord 10$ edasi Venemaale saata. Avalda minule kingituseks jäänud raha summa. Mis summaga on see võrdne Eesti rahas?

3. Inglismaalt spordiriistu tellides tuli tasuda arved 3 £, 4,5 £, 0,4 £, 5,6 £ suuruses.

Lõpparve õiendamisel lubati äri poolt skontot 0,6 £. Avalda ärile maksta tulev summa Inglise rahas. Mis summaga on see võrdne Eesti rahas?

4. Liida järgmised suurused ja kirjuta saadus üheliikmeliselt:

1^0. a ja $2a$	6^0. $3m$, m ja $5m$
2^0. $3b$ ja $4b$	7^0. n, $0{,}7n$ ja $2{,}9n$
3^0. $1{,}8c$ ja $4{,}5c$	8^0. $\frac{3}{4}p$, $\frac{5}{8}p$ ja $2\frac{7}{16}p$
4^0. $\frac{3}{8}d$ ja $1\frac{1}{2}d$	9^0. $2q$, $1\frac{1}{2}q$ ja $\frac{3}{4}q$
5^0. $2\frac{5}{6}e$ ja $\frac{2}{3}e$	10^0. r, $2r$ ja $5\frac{2}{3}r$

5. Lahuta

	arvust	arv		arvust	arv
1^0.	$3f$	$1\frac{7}{8}f$	4^0.	i	$0{,}76i$
2^0.	$5\frac{3}{4}g$	$2\frac{2}{3}g$	5^0.	$4j$	$2{,}58j$
3^0.	$7h$	$\frac{3}{5}h$	6^0.	$3{,}52k$	$1{,}87k$

6. Anna järgmistele avaldistele võimalikult lihtne kuju:

1^0. $2x - x + 5x + 7y - 3y$

2^0. $x + 9x - 4x + 11y - 6y$

3^0. $\frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x + \frac{5}{12}x + z - z$

4^0. $1{,}5x + 5{,}1x + z + 7{,}3z - 4{,}6z$

5^0. $x + 2x - 3x + 5z - 4z - z$

7. Anna järgmistele avaldistele võimalikult lihtne kuju:

1⁰. 3 kr + 5 kr — 2 kr

2⁰. 17 kr — 11,9 kr — 5,3 kr

3⁰. 10 Smk + 23 kr — 7,6 Smk — 11,4 kr

4⁰. 17 fr + 5 Rmk — 1,8 Rmk + 13,5 fr — 3,2 Rmk — — 10,5 fr

5⁰. 3 \$ + 57 fr + 9,2 Rmk — 49 fr — 5,6 Rmk — 2,6 Rmk

8. Koonda järgmised avaldised:

1⁰. $5ab - 1{,}9ab + 2{,}1ab - 3{,}5$

2⁰. $7cd + 7cd + 7cd - 11cd$

3⁰. $3ik + 5ik - 8ik + ik + 2$

4⁰. $4a^2 + 7a^2 - 6a^2 - 4a^2 - 16$

5⁰. $12e^3 - 8{,}3e^3 - 2{,}7e^3 + 1$

6⁰. $pq^2 + 5pq^2 - 4{,}7pq^2 + 2{,}3pq^2$

7⁰. $x^2 + 2{,}8x^2 + 3{,}5xy - 0{,}3x^2$ 2,8

8⁰. $2xy + 1{,}3xy + 4{,}7xy + 6{,}4x^2 - 3{,}6x^2 - 6xy - 1{,}9x^2$

9⁰. $4z^3 + 11z^3 - 7z^3 - 7z^3 - 8$

10⁰. $x^2 + 12z^3 + 7x^2 - 8z^3 - 5x^2 + 1$

11⁰. $\frac{pq}{r} + 3\frac{pq}{r} - 1{,}2\frac{pq}{r}$

12⁰. $3\frac{x^2}{z} + 7{,}8\frac{x^2}{z} - 5{,}9\frac{x^2}{z}$

Peatükk II.

Esimese astme võrrand.

Harjutis IX:

Lihtsamate esimese astme võrrandite lahendamine.

1. Missuguste sümboli x väärtuste puhul on maksvad alljärgnevad võrdused?

1^0. $2x=6$	6^0. $9x=81$	11^0. $8x=0$
2^0. $3x=12$	7^0. $10x=120$	12^0. $7x=7$
3^0. $4x=4$	8^0. $12x=4$	13^0. $6x=3$
4^0. $5x=25$	9^0. $15x=6$	14^0. $9x=12$
5^0. $7x=0$	10^0. $3x=1$	15^0. $16x=28$

2. Missuguste sümboli y väärtuste puhul on maksvad alljärgnevad võrdused?

1^0. $\frac{1}{2}y=7$	4^0. $\frac{1}{5}y=11$	7^0. $\frac{y}{2}=5$
2^0. $\frac{1}{3}y=3$	5^0. $\frac{1}{8}y=1$	8^0. $\frac{y}{6}=7$
3^0. $\frac{1}{4}y=0$	6^0. $\frac{1}{12}y=12$	9^0. $\frac{y}{20}=0{,}3$

3. Missuguste sümboli z väärtuste puhul on maksvad järgmised võrdused?

1^0. $\frac{2}{3}z=4$	5^0. $2\frac{2}{3}z=16$	9^0. $0{,}3z=3$
2^0. $\frac{3}{5}z=6$	6^0. $5\frac{1}{6}z=620$	10^0. $0{,}7z=4{,}2$
3^0. $\frac{3}{4}z=12$	7^0. $10\frac{1}{2}z=84$	11^0. $0{,}9z=0{,}18$
4^0. $\frac{11}{8}z=33$	8^0. $7\frac{1}{3}z=63$	12^0. $4{,}2z=29{,}4$

4. Missuguste sümboli u väärtuste puhul on maksvad järgmised võrdused? Sümboli u väärtuse määramisel kümnendmurrus piirdu kahe kohaga peale komat.

1^0. $6u = 11$	6^0. $1{,}3u = 3{,}8$
2^0. $7u = 2$	7^0. $2{,}7u = 10{,}3$
3^0. $12u = 5$	8^0. $0{,}8u = 14{,}5$
4^0. $3u = 1$	9^0. $4{,}7u = 30{,}8$
5^0. $15u = 26$	10^0. $9{,}2u = 27{,}6$

5. Ülesanne: „jaotada pärus 1200 krooni kahe poja vahel nõnda, et üks neist saaks 2 korda suurema vara kui teine“, väljendub kiirkirjas nõudena, lahendada võrrand

$$x + 2x = 1200.$$

Sõnasta mõned ülesanded, millele vastavad võrrandid:

1^0. $x + 3x = 160$	3^0. $\frac{2}{3}x + x = 2500$
2^0. $x + \frac{1}{2}x = 15$	4^0. $x + 0{,}25x = 35$

Lahenda need võrrandid.

6. Ülesanne: „jaotada 56 krooni kahe õpilase vahel auhinnaks eeskujuliku töö eest nõnda, et esimene saaks 4 sama osa, nagu teine saab 3“, väljendub kiirkirjas nõudena, lahendada võrrand

$$4x + 3x = 56.$$

Sõnasta mõned ülesanded, millele vastavad võrrandid:

1^0. $2x + 3x = 210$	3^0. $x + \frac{5}{3}x = 24$
2^0. $7x + 8x = 1050$	4^0. $2x + 9x = 121$

Lahenda need võrrandid.

7. Tee mäkke minu kodukohast kooli nõuab kaks korda rohkem aega kui tee allamäge koolist koju. Teevahe edasi-tagasi käimiseks kulub 45 minutit. Kui palju aega nõuab teevahe käimine esimeses ja teises suunas?

8. Ristküliku küljed suhtuvad kui $2:3$; tema ümbermõõt on 30 cm. Määra ristküliku küljed ja tee saadusele vastav joonis.

9. Leitud rahasumma 5622 krooni jaotatakse seaduses ettenähtud korras omaniku ja leidja vahel suhtes 2 : 1. Kui palju saab kumbki?

10. Kaks poissi võtsid lumest puhastada kinnituisanud kõnnitee 1,40 kr. eest. Töö lõpul selgus, et esimene oli puhastanud kõnnitee 11, teine 17 sammu pikkuselt.

Kui palju peab kumbki saama, kui tasu jaotada vastavalt kummagi tehtud töö hulgale?

11. Jootmetall koosneb 2 osast inglistinast ja 1 osast seatinast. Kui palju tuleb võtta kumbagi tina, et saada 300 g, 750 g, 1 kg jootmetalli?

12. Rooste sisaldab iga 7 raua- (kaalu-) osa kohta 3 osa hapnikku. Kui palju rauda ja kui palju hapnikku on 1 kilogrammis roostes?

13. Kaks perekonda, millest esimesel 3 liiget, teisel 4, lepivad kokku ühiselt üürida suvemaja ühes selle juurde kuuluva aiaga, supelrannaga jne., hinnaga 126 krooni suve eest. Kui palju tuleb maksta kummalgi perekonnal, kui kogukulud jaotada võrdeliselt perekondade suurustega?

14. Lahenda järgmised võrrandid ja kontrolli leitud lahendid.

1^0. $5x + 2x + 4x = 66$	6^0. $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + 2x = 34$
2^0. $x + 4x + 20x = 300$	7^0. $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x = 25$
3^0. $42 = x + 5x + x$	8^0. $2x + x + 0{,}5x = 7$
4^0. $144 = 4x + 7x + x$	9^0. $3x + 0{,}25x + 1{,}25x = 18$
5^0. $9x + x + 22x = 128$	10^0. $0{,}24x + 1{,}56x + 0{,}20x = 200$

15. Isa küsimusele, kui palju on õpilasi klassis, vastas õpilane-naljahammas järgmiselt: „Kui võtta veel nii palju juurde, kui meid on, ja lisaks pool meie arvust, siis saame täpsalt 100.“ Kui palju õpilasi oli tõeliselt klassis?

16. 12-krooniline töötasu jaotati kolme töölise vahel suhtes 1 : 2 : 3. Kui suur summa tuli igaühe kohta?

17. Kolmnurga küljed suhtuvad kui 2 : 3 : 4; tema ümbermõõt on 450 mm. Määra tema küljed ja tee joonis.

18. Perekonna 180-kroonilisest sissetulekust tasutakse 1⁰. korteri, kütte, valgustuse, 2⁰. majapidamise, 3⁰. rõivastuse ja 4⁰. muud kulud suhtes 3 : 6 : 2 : 1. Kui suur on igaüks nimetatud neljast kuluosast?

19. Lahenda järgmised võrrandid ja kontrolli saadused.

1⁰. $x + 2x + 7x - 4{,}5x = 1{,}8$

2⁰. $5x - 1{,}4x - 1{,}6x - 1{,}8x = 12$

3⁰. $35 = 14x - 11{,}6x + 2{,}6x$

4⁰. $2x + 5x + 19x - 14x = 0$

5⁰. $17x - 11x - x - 5x = 0$

20. Abieluliste vara lahutamisel selgus, et mehe ja naise varaosad suhtuvad kui 5 : 2; mehe nimele kirjutatud varaosa osutus 2700 krooni võrra suuremaks naise omast. Kui suur oli kummagi varaosa ja abieluliste kogu vara?

21. Koer ajab jänest taga; viimane on koerast 150 jalga ees. Jänese hüpped on 7 jalga pikad, koera omad 9 jalga, kuna hüpete ajad on ühesugused. Mitme hüppe pärast on koer jänese kannul?

22. Isa ja poeg tahavad külastada Püha Peetri kirikut Roomas. Nad lähtuvad ühtaegu, kuid isa elukoht on 100 penikoormat poja omast matka eesmärgile lähemal. Kui isa päevas teeb 6 penikoormat, poeg aga 9, siis millal jõuab poeg isale järele? (Adam Riese, 1524.)

Harjutis X:

Lihtsamate esimese astme võrrandite lahendamine: järg.

1. Missugusel sümboli x väärtusel on maksvad järgmised võrdused?

1⁰. $x + 2 = 17$	6⁰. $x + 2{,}5 = 5{,}7$
2⁰. $x + 5 = 11$	7⁰. $x + 4{,}3 = 4{,}4$
3⁰. $x + 8 = 14$	8⁰. $x + 1{,}9 = 3{,}8$
4⁰. $x + 19 = 19$	9⁰. $x + 2{,}3 = 3{,}2$
5⁰. $x + 1 = 21$	10⁰. $x + 0{,}4 = 4{,}0$

2. Missugusel sümboli z väärtusel on maksvad järgmised võrdused?

1⁰. $z + \frac{1}{3} = 1$	6⁰. $1 + z = 4\frac{1}{2}$
2⁰. $z + \frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}$	7⁰. $3\frac{1}{2} + z = 5\frac{3}{4}$
3⁰. $z + 1\frac{5}{8} = 3\frac{1}{2}$	8⁰. $1{,}7 + z = 2{,}6$
4⁰. $z + 1\frac{1}{2} = 2\frac{2}{3}$	9⁰. $10{,}9 + z = 20{,}3$
5⁰. $z + 3\frac{5}{16} = 5\frac{3}{8}$	10⁰. $0{,}5 + z = 0{,}5$

3. Missugustel sümboli u väärtustel on maksvad järgmised võrdused?

1⁰. $u - 2 = 5$	6⁰. $12 - u = 4$
2⁰. $u - 7 = 12$	7⁰. $13 - u = 13$
3⁰. $u - 81 = 19$	8⁰. $\frac{1}{2} - u = \frac{1}{3}$
4⁰. $u - 1{,}2 = 2{,}3$	9⁰. $\frac{5}{8} - u = \frac{1}{4}$
5⁰. $u - 0{,}9 = 3{,}7$	10⁰. $\frac{11}{16} - u = \frac{3}{16}$

4. Seltsi esimehe kohale oli 2 kandidaati; valimisel sai üks neist 12-ne hääle võrra rohkem kui vastaskandidaat. Äraantud hääli oli kokku 74. Mitu häält sai kumbki kandidaat?

5. Kahele ametnikule määrati eriliselt hoolsa teenistuse eest autasu 100 Eesti krooni, tingimusega, et summa jaotamisel vanem neist saaks 20 krooni võrra enam kui teine. Kui palju saab kumbki?

6. Lahenda järgmised võrrandid ja kontrolli saadused.

1⁰. $3x + 1 = 4$	6⁰. $6x + 19 = 19$
2⁰. $7x - 5 = 30$	7⁰. $22 = 8x - 2$
3⁰. $11x + 4 = 48$	8⁰. $81 = 10x - 19$
4⁰. $4x - 17 = 19$	9⁰. $19 = 5 + 7x$
5⁰. $5x - 2 = 3$	10⁰. $80 = 12 + 17x$

7. I a klassis oli 28 õpilast, I b klassis 42. Et ruum lubas, viidi I b klassist rida õpilasi üle I a klassi, nii et lõpuks oli mõlemas ühepalju õpilasi. Kui palju õpilasi viidi I b klassist I a klassi?

8. 850 krooni suurune eritasu osaühingu juhatusele otsustati jaotada juhataja, tema abi ja pearaamatupidaja vahel suhtes 4 : 3 : 1, tingimusega, et pearaamatupidaja saaks lisaks oma osale 50 krooni. Kui suure eritasu osaliseks sai igaüks nimetatud ametnikkudest?

9. Kaks õpilast jaotasid oma vahel mati õunu, nii et nendele tulnud osad suhtusid kui 6 : 5. Peale seda kui esimene neist oli oma õuntest ära söönud 5, teine aga 2, oli mõlemil sama arv õunu järel. Palju õunu sai kumbki õpilane ja mitu tükki oli neid alguses?

10. Valisin endale arvu. Kui ma teda korrutan kümnega ja lisan saadusele 12, saan täpsalt sama arvu, mis siis, kui valitud arvu korrutan kolmeteistkümnega ja lahutan saadusest 9. Mis arvu ma valisin?

11. Valisin arvu; korrutan teda 10-ga, lisan arvu kahekordse ja veel 5 ühikut. Lõpptulemus on sama, mis siis, kui mu arvu korrutada 15-ga ja lisada saadusele, nagu enne, 5 ühikut. Mis arvu ma valisin?

12. Õpilane-naljahammas vastas küsimusele, kui vana ta praegu on, nõnda: „Kui kaks korda nii vanaks saan kui praegu, olen just algkooli kohustusliku vanaduse võrra täiseasuse piirist üle.“ Kui vana oli õpilane?

13. Õpilane-naljahammas vastas küsimusele, kui vana ta praegu on, nõnda: „Kui eluminutid oleksid mul senini olnud tunnipikkused, siis saaksin ma järgmise aastasaja alul parajasti Metuusalemma vanuseks.“ Kui vana oli õpilane?

14. Lahenda järgmised võrrandid ja kontrolli saadused.

1⁰. $3x = x + 7$	7⁰. $4x - 3 = x + 18$
2⁰. $4x = 14 - 3x$	8⁰. $7 + 4x = 3x + 9$
3⁰. $9x = 11 - 2x$	9⁰. $13x = 46 - 10x$
4⁰. $14x + 3 = 5x + 9$	10⁰. $15 - x = 26 - 2x$
5⁰. $7x - 9 = 4x - 6$	11⁰. $5x - 3 = 15 - x$
6⁰. $3 - x = 20 - 3x$	12⁰. $2x + 7 = 25 - 7x$

15. Lahenda järgmised võrrandid ja kontrolli lahendid.

1⁰. $5x - 3x + x - 7 = 8$

2⁰. $7y - y + 8 - 3y = 26$

3⁰. $9z + 14 - 3z + z = 84$

4⁰. $4v - v + 3v + 7 = 50 + 30 - 1$

5⁰. $s + 11s - 14 - 9s = 36 - 11$

6⁰. $30 - 5t + 5 = 8t - 6t$

7⁰. $3u + 2u + 5 - 3 = 5u + 5 - u + 3$

8⁰. $6p + 30 + 6p - 42 = 9p - 9$

9⁰. $140q + 80 - 35q - 125 = 88 + 44q - 72$

10⁰. $7r - 14 + 2r + 7 = r + 7 + 5r - 5.$

Harjutis XI:

Täiendavaid ülesandeid esimese astme võrrandite koostamiseks ja lahendamiseks.

1. Otsusta proovimise teel, missuguse x'i väärtuse puhul esimese kümne täisarvu hulgast on rahuldatud tingimused:

1⁰. $5x = 15$	4⁰. $4x + 1 = 3x + 8$
2⁰. $7x = 10x - 24$	5⁰. $\frac{1}{2}x = 5x - 18$
3⁰. $x + 11 = 3x - 7$	6⁰. $x + 3 = \frac{1}{3}x + 7$

2. Hõbe-tarbeasjad valmistatakse puhta hõbeda ja vase sulatisest, milles hõbeda ja vase määrad suhtuvad kui 7 : 1.

Palju on puhast hõbedat spordivõistluse auhinnaks annetatud odaheitja-statuetis, mille kaal on 1,20 kilogrammi?

3. Kino reklaamlehtede rahvale jaotamise töö eest said kaks tüdrukut 1,80 krooni. Üks neist jagas välja 700, teine 500 lehte. Kuidas peaks tasu nende vahel õiglaselt jaotatama?

4. Tallinnas oli viimasel rahvalugemisel 28. XII 1922 2
kokku 123 500 inimest. Mees- ja naissoost isikute arvud suhtusid kui 57 : 67. Palju oli Tallinnas mees-, palju naiskodanikke?

5. Kolm valda on huvitatud otsesema tee ehitamisest raudteejaama ja teesõlme vahel, millest lähtuvad valdadesse viivad teed. Uue tee ehitamine tuleb eelarve järgi maksma 15 000 krooni. Lepitakse kokku see summa võtta valdade kanda võrdeliselt hingede arvuga. See on üksikute valdade kohta vastavalt 3456, 2174 ja 1829. Kui suur summa tuleb kanda tee-ehitamise kuludest igaühel kolmest vallast?

6. Kolm kokkupuutuvat valda otsustavad kaevata soo kuivatamise eesmärgiga suurema magistraalkraavi. Eelarve järele läheb see maksma 27 000 krooni. On loota, et kolm nimetatud valda omale juurde saavad sookultuuriks kõlblikku maad vastavalt 860, 620 ja 490 hektaari. Kuidas tuleks jaotada magistraalkraavi kaevamise kulud nende valdade vahel?

7. 625 kg riisi ja 175 kg kohvi veokulusid tuli tasuda kr. 16,80. Kuidas jagunevad veokulud riisi ja kohvi kohta?

8. Koloniaalkaupmees saab saadetise kuivatatud puuvilja: 1-st sorti 175 kg, 2-st sorti 128 kg, 3-dat sorti 94 kg. Kättetoimetamiskulusid on saadetise kohta kr. 49,50. Kuidas jaguneb see summa puuvilja üksiksortide kohta?

9. Äri lõpetamisel jääb kolmele osanikule jaotatavaks varaks kr. 12 560. Kui palju saab igaüks neist, kui nende osamaksud olid vastavalt kr. 2300, 3500 ja 4800?

10. Kolme merimehe päralt olev mootorpurjekas hukkus tormi käes. Kuidas tuleb jaotada nende vahel purjeka kindlustussumma kr. 7500, kui purjeka hinnast maksis esimene merimees kr. 4300, teine 2500 ja kolmas 2100?

11. Isa kolm poega ja üks tütar lähevad sügisel keskkooli, vastavalt 5., 4., 2. ja 1. klassi. Nende keskhariduse jätkamiseks määrab isa Eesti Rahva Muuseumi loterii loosimisel perele langenud võidu 10 000 krooni. Kuidas jaotada summa laste vahel õiglaselt, silmas pidades summa annetamise eesmärki?

12. Ekskursiooniks kaasavõetud 80 võileivast sai õpetaja 4, iga õpilane 3, ja jäi järele 10. Mitu õpilast oli ekskursioonil?

13. Turbalõikaja valmistab käsitsi töötades päevas 1200 turbapätsi, turbapress 22 000. Kuni pressi ülesseadmiseni töötavad 10 päeva jooksul 15 turbalõikajat, siit edasi need töölised ühiselt pressiga. Mis aja jooksul võib loota 1 000 000 turbapätsi valmislõikamist?

14. Kohalik põllumeesteselts, tuletõrjeselts ja laulu-selts korraldavad oma kadunud ühise tegelase mälestuspäeva. 220 krooni suurustest üldkuludest võtab põllumeesteselts kanda 100 kr., kuna ülejäänud summa jaotavad kaks teist seltsi võrdeliselt liikmete arvuga 54 ja 66. Kui palju tuleb maksta kummalgi seltsil?

15. Laenu- ja hoiuühing maksab jooksval arvel olevate hoiusummade pealt 6,5% aastas. Missugune summa kasvab aasta kestes 200 kroonini?

16. Missuguse summa peab paigutatama poja sünnipäeval panka, et järgmiseks sünnipäevaks võidaks talle sealt välja maksta 100 krooni? Pank maksab tähtajalisel arvel olevate hoiusummade pealt 8%.

17. Kauba müügihind määratakse mõnel korral nõnda, et saadav tulu moodustaks antud protsendi müügihinnast (mitte omahinnast!).

Määra alljärgnevas tabelis müügihinnad kauba omahinna ja (müügihinna kohta arvatud) tuluprotsendi põhjal.

Kauba nimetus	Omahind kroonides	Müügihinnalt arvatud tuluprotsent	Müügihind
Sallid . . .	12,60	16	
Kaabud . . .	13,20	12	
Sukahoidjad .	0,85	15	
Kraesidemed .	5,60	20	
Vihmakuued .	49,20	18	

18. Viljaturu seisukorda iseloomustab tabel:

Viljaliik	Puuda müügihinna ülemmäär kr-des
Rukkid . .	3,70
Nisud . .	5,90
Kaerad . .	3,90
Odrad . .	4,10

Mis hinnaga võib osta iga viljaliiki, kui tema realiseerimisel tahetakse saada tulu

rukiste puhul 12%,
nisude „ 16%,
kaerte „ 10%,
otrade „ 8%?

Peatükk III.

Arvutamise põhiseadused.

Harjutis XII:

Arvutamise põhiseadused; nende rakendamine numbrilisel arvutamisel ja avaldiste lihtsustamisel.

1. Tööstur maksab riigile tulumaksu t krooni ja kinnisvaramaksu k krooni. Mis järjekorras peaks riik nende maksude tasumist nõudma, et oma sissetulekule kanda võimalikult suurt kogusummat?

Avalda oma kaalutluste tulemus kiirkirjas.

2. Majas on kolm üürikorterit: p kroonilise, q kroonilise ja r kroonilise kuu-üüriga.

Missuguses järjekorras tuleks nõuda üürnikkudelt üüri tasumist, et saada võimalikult palju üüri?

Avalda oma kaalutluste tulemus kiirkirjas.

3. Avalda kiirkirjas tõsiasi, et kahe liidetava a ja b summa ei olene liidetavate järjekorrast.

Sama ülesanne kolme liidetava a, b ja c puhul.

4. Toimeta peast järgmised liitmised, kaaludes selleks võimalikke teid ja valides endale kõige kohasem.

1^0. $7+9+41$	4^0. $1+769+8$	7^0. $9+8+941$
2^0. $0+3+89$	5^0. $2+9+98$	8^0. $576+3+1$
3^0. $584+6+3$	6^0. $246+8+4$	9^0. $9+0+111$

5. Üliõpilasel on tasuda oma majaperenaisele kuus toa eest t krooni, kütte eest k krooni ja valgustuse eest v krooni. Ta võib seda teha mitmel viisil: näiteks, kõik kolm summat üksteise järele üksikult tasuda, või enne toa üür ja siis kütte- ja valgustuskulud koos, või enne toa üür ja küttekulud koos ja lisaks valgustuskulud. Missugune neist arveõiendamis-viisidest oleks majaperenaisele kõige tulusam?

Avalda oma kaalutluste tulemus kiirkirjas.

6. Õpilane oli endale tellinud rätsepalt ülikonna oma toodud materjalist ja palitu rätsepa riidest. Ülikonna õmblemistasu arvestas rätsep u krooniga, palitut (riie ja töö) p krooniga. Viimasest summast maksis õpilane riide hinna r krooni tellimise puhul ära. Õpilane võib nüüd võlguoleva summa tasuda kas sel teel, et ta ülikonna ja palitu õmblemishinnad liidab, või jälle, et ta ülikonna õmblemishinnale palitu täishinna liidab ja kogusummast juba äratasutud summa tagasi hoiab. Kummal korral tuleks tal suurem summa tasuda?

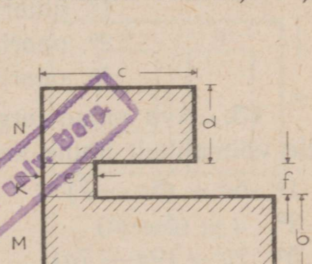
Avalda oma kaalutluste tulemus kiirkirjas.

7. Avalda kiirkirjas järgmised kaks tõsiasja:

1°. Resultaat, mis saame, kui arvule a lisada kahe teise arvu b ja c summa, on sama kui see, mis saame, kui arvule a lisada esimene liidetav b ja saadusele teine liidetav c.

2°. Resultaat, mis saame, kui arvule a lisada kahe teise arvu b ja c vahe (oletusel, et b on suurem kui c), on sama, mis saame siis, kui arvule a lisada väheneja b ja saadusest lahutada lahutatav c.

8. Et koolimaja M kitsaks jäi, ühendati ta koridori K kaudu hoovis seisva majaga N (joonis 13). Määra pind, mis koolimaja oma alla võtab peale kooli laiendamist, kahel viisil: üks kord koridor ruumi M juurde arvates, teine kord ta N juurde arvates.



Joonis 13.

9. Toimeta peast järgmised liitmised, valides selleks kohasem tee ja põhjendades igat toimingu sammu vastavate liitmise põhiseadustega.

1⁰. $79 + 14$	6⁰. $0 + 49 + 271$	11⁰. $17{,}5 + 46{,}4$
2⁰. $367 + 31$	7⁰. $7 + 344 + 16$	12⁰. $\frac{2}{3} + 7$
3⁰. $23 + 546$	8⁰. $873 + 3 + 26$	13⁰. $\frac{3}{4} + 4\frac{1}{2}$
4⁰. $39 + 763$	9⁰. $1{,}22 + 3{,}78$	14⁰. $\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$
5⁰. $20 + 684$	10⁰. $0{,}7 + 15{,}9$	15⁰. $\frac{5}{8} + 9\frac{1}{8} + 2\frac{1}{4}$

10. Toimeta peast järgmised liitmised, valides selleks kohasem tee ja põhjendades igat toimingu sammu vastavate liitmise põhiseadustega.

1⁰. $789 + 99$	4⁰. $497 + 1728$	7⁰. $793 + 4257$
2⁰. $98 + 347$	5⁰. $68 + 934$	8⁰. $8364 + 298$
3⁰. $1245 + 196$	6⁰. $895 + 3157$	9⁰. $998 + 997$

11. Ava sulud järgmistes näidetes ja anna saadusele võimalikult lihtne kuju.

1⁰. $a + (a + 3)$	6⁰. $71 + (8x + 19) + 11x$
2⁰. $a + (2a + 1)$	7⁰. $(3x + 5x) + 17 + 4x$
3⁰. $3a + (2 + a)$	8⁰. $(9 + x) + (7x + 9)$
4⁰. $5a + (19a + 6a)$	9⁰. $(x + 13) + (13x + 1)$
5⁰. $16a + (1 + 15a)$	10⁰. $3x + (4 + x) + 4x$

12. Kui suur on mingi kolme üksteisele järgneva
1⁰. lihtarvu summa,
2⁰. paarisarvu summa,
3⁰. paarituarvu summa?

13. Ava sulud järgmistes näidetes ja anna saadusele võimalikult lihtne kuju.

1⁰. $3a + (5a - 7)$	4⁰. $1 + 5x + (11x - 4x)$
2⁰. $a + (3 - a)$	5⁰. $(4x + 7) + (5x - 2)$
3⁰. $2a + (9a - 7a)$	6⁰. $(19x + 3) + (1 - 17x)$

14. Äri jooksupoiss saadetakse panka ülesandega, osta *b* ühekroonilist ja *c* kahekroonilist tempelmarki. Ta paneb n-kroonilise raha lauale. Margimüüja võib tagasi anda tulevat summat kahel viisil arvutada. Kumma viisi puhul tuleb suurem summa tagasi anda?

Avalda oma kaalutluste tulemus kiirkirjas.

15. Spordivõistlusel omandas Karu k punkti; Susi omandas s punkti ($k > s$), millest aga m punkti maksvusetuks loeti ($s > m$). Mitme punkti p võrra ületas Karu Susit?

Arvu p saab kahel viisil arvutada. Kumb viis annab suurema saaduse?

Avalda oma kaalutluste tulemus kiirkirjas.

16. Avalda sümbolites järgmised tõsiasjad:

1°. Resultaat, mis saame, kui arvust a lahutada kahe teise arvu b ja c summa (oletusel, et see summa on vähem kui a), on sama, mis saame, kui arvust a lahutame esimese liidetava b ja saadusest lahutame teise c.

2°. Resultaat, mis saame, kui arvust a lahutada kahe teise arvu b ja c vahe (oletusel, et arv b on suurem kui c ja vähem kui a), on sama, mis saame, kui arvust a lahutada väheneja b ja saadusele lisada lahutatav c.

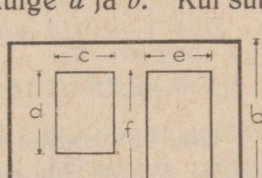
17. Olgu kolmnurgas kaks nurka α ja β. Kui suur on kolmas nurk γ? Avalda ta kahel viisil.

18. Kolmnurga ümbermõõdu tähiseks tarvitatakse sageli $2p$. Olgu kaks kolmnurga külge a ja b. Kui suur on kolmas külg c?

Avalda ta kahel viisil.

19. Seina, selles oleva ukse ja akna mõõted on antud joonisel 14.

Avalda kahel viisil tapeti alla käiv seinaosa.



Joonis 14.

20. Toimeta peast järgmised lahutamised, kasutades töö kergendamiseks kahte viimati nimetatud lahutamise põhiseadust (v. ülesanne 16). Põhjenda igat toimingu sammu.

1^0. $8964 - 752$	4^0. $5347 - 236$
2^0. $586 - 201$	5^0. $4959 - 793$
3^0. $347 - 199$	6^0. $2345 - 196$

21. Ava sulud järgmistes näidetes ja anna saadustele võimalikult lihtne kuju.

1^0. $3y - (y + 2)$	6^0. $15x - (15z + 10x)$
2^0. $5y - (11 + 2y)$	7^0. $8 - (2x + 3z)$
3^0. $14y - (4y + 5y)$	8^0. $10x + z - (x + z)$
4^0. $17 + 12y - (10y - 7)$	9^0. $(11x + 1) - (10x + z)$
5^0. $9y + 7 - (3 + 9y)$	10^0. $1 + 23x + 19z - (21x + 16z)$

22. Ava sulud järgmistes näidetes ja anna saadustele võimalikult lihtne kuju.

1^0. $5p - (2p - 1)$	5^0. $11q - (10q - q)$
2^0. $p - (4 - 3p)$	6^0. $(7q + 1) - (6q - 1)$
3^0. $3p + 2 - (3p - 3)$	7^0. $2p + 3q - (p - 2q)$
4^0. $1 + 7p - (6p - 5)$	8^0. $1 + 5p + 2q - (1 - 4q)$

23. Lihtsusta järgmised avaldised, tuginedes liitmise ja lahutamise põhiseadustele.

1^0. $1,5 + (1,7u - 1,3)$	6^0. $f + (2\frac{1}{2}f - 1\frac{1}{3})$
2^0. $3,8v - (2,9v - 0,6)$	7^0. $(g + \frac{1}{2}) - (\frac{5}{8}g - \frac{1}{2})$
3^0. $s + 5,5 + (4,7s + 3,4)$	8^0. $\frac{3}{4}h - 1 - (3\frac{1}{2}h - 1)$
4^0. $3t + 1 - (0,9t + 0,4)$	9^0. $\frac{15}{16}i + 2 + (1\frac{3}{8}i - \frac{7}{8})$
5^0. $(1,9r + 5,2) - (1,1r - 2,4)$	10^0. $(1 + k) - (\frac{2}{3}k - 1)$

24. Noormetsa-istanduses esines n peenart, m puud peenral, või m rida puid, n puud reas. Puude koguhulka võib määrata, kas lugedes neid peenarde viisi või jälle lugedes neid ridade viisi. Kummal korral on saadus suurem? Avalda oma kaalutluste tulemus kiirkirjas.

25. Avalda sümbolites tõsiasi, et kahe teguri a ja b korrutis ei olene tegurite järjekorrast.

Sama ülesanne kolme teguri a, b ja c puhul.

26. Jõua korrutamise vahetuvusseadusele ristküliku ruutkatte vaatlemisel.

27. Korrutist $\frac{3}{4}\cdot 7$ mõistetakse kui kolmekordselt võetud neljandikku arvust 7. Sellevastu tähendab korrutis $7\cdot\frac{3}{4}$ seitsmekordselt võetud kolme neljandikku.

Näita, lähtudes neist definitsioonidest, et on õiged järgmised võrdused:

$1^0.\ \frac{3}{4}\cdot 20 = 20\cdot\frac{3}{4}$	$4^0.\ \frac{7}{10}\cdot 100 = 100\cdot\frac{7}{10}$	$7^0.\ \frac{1}{2}\cdot\frac{5}{6} = \frac{5}{6}\cdot\frac{1}{2}$
$2^0.\ \frac{2}{5}\cdot 15 = 15\cdot\frac{2}{5}$	$5^0.\ \frac{5}{6}\cdot 24 = 24\cdot\frac{5}{6}$	$8^0.\ \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{4}$
$3^0.\ \frac{5}{8}\cdot 16 = 16\cdot\frac{5}{8}$	$6^0.\ \frac{7}{12}\cdot 144 = 144\cdot\frac{7}{12}$	$9^0.\ \frac{2}{3}\cdot\frac{3}{4} = \frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}$

28. Veendu arvulistel näidetel, et resultaat, mille saame, korrutades arvu kahe teise arvu korrutisega, on sama kui see, mille saame, kui korrutame arvu esimese teguriga ja siis korrutame saaduse teisega.

Avalda tõsiasi üldkujul matemaatilises kiirkirjas.

29. Veendu korrutamise ühenduvusseaduses risttahuka kuuptäite vaatlemisel.

30. Arvuta järgmised korrutised, otstarbekohaselt kasutades korrutamise vahetuvusseadust ja ühenduvusseadust:

$1^0.\ 2\cdot 378\cdot 5$	$3^0.\ 5\cdot 123\cdot 6$	$5^0.\ 8\cdot 256\cdot 5$
$2^0.\ 359\cdot 4\cdot 5$	$4^0.\ 18\cdot 19\cdot 5$	$6^0.\ 14\cdot 5\cdot 83$

31. Isa päevane teenistus on i krooni, ema oma e krooni. Olgu kuu tööpäevade hulga tähiseks h. Arvuta vanemate kuuteenistus kahel viisil. Kumb arvutamis-viis annab suurema saaduse?

Avalda oma kaalutluste tulemus kiirkirjas.

32. Tennise esimängija Lohk tellib omale Inglismaalt tennisereketi hinnaga r £ ja tosina tennisepalle hinnaga p £, saates kummagi summa isetšekiga kursiga k

krooni ühe naelsterlingi eest. Ta oleks võinud aga kogu arve ühe tšekiga tasuda. Kumb viis on tulusam (postikulude mittearvestamisel)?

Avalda oma kaalutluste tulemus kiirkirjas.

33. Avalda sümbolites järgmine tõsiasi:

selle asemel, et korrutada mingi arv c kahe teise arvu a ja b summaga, võib korrutada arv c kummagi liidetavaga eraldi ja liita saadused.

34. Arvuta peast järgmised korrutised ja põhjenda toimingu üksikud sammud korrutamise põhiseadustega.

1^0. $18 \cdot 15$	3^0. $29 \cdot 13$	5^0. $375 \cdot 41$
2^0. $34 \cdot 12$	4^0. $125 \cdot 84$	6^0. $72 \cdot 105$

35. Arvuta peast järgmised avaldised, andes neile eeskätt arvutamiseks kohane kuju.

1^0. $19 \cdot 7 + 6 \cdot 7$	3^0. $31{,}9 \cdot 9 + 8{,}1 \cdot 9$	5^0. $1{,}7 \cdot 8{,}5 + 2{,}3 \cdot 8{,}5$
2^0. $3{,}4 \cdot 8 + 2{,}6 \cdot 8$	4^0. $7{,}3 \cdot 0{,}6 + 0{,}7 \cdot 0{,}6$	6^0. $0{,}92 \cdot 0{,}5 + 0{,}68 \cdot 0{,}5$.

36. Sega-arvu korrutamisel täisarvuga toimetatakse nõnda: korrutatakse sega-arvu täisosa täisarvuga, sega-arvu murdosa täisarvuga ja lisatakse teine saadus esimesele. Avalda eeskiri tähistes, märkides sega-arvu täisosa t, tema murdosa $\frac{p}{q}$ ja täisarvulist tegurit u.

Rakenda eeskiri juhtudel:

1^0. $5 \cdot 2\frac{1}{2}$	3^0. $10 \cdot 1\frac{5}{6}$	5^0. $15 \cdot 3\frac{1}{5}$
2^0. $12 \cdot 3\frac{3}{4}$	4^0. $7 \cdot 8\frac{3}{8}$	6^0. $9 \cdot 4\frac{3}{16}$

37. Jällemüüja ostab mune hulgaviisi, makstes keskmiselt m marka munapaarist. Väikemüügil lisab ta paari hinnale 2 marka juurde. Missugune on munapaari müügihind? Mis hinna eest müüakse p paari mune? Avalda viimane hind kahel viisil.

38. Toiduainete-kaupmees ostab sidruneid kastiviisi, makstes sidruni eest keskmiselt m marka, müüb neid aga tükiviisi hinnalisandiga 5 marka sidruni pealt. Missugune on sidruni müügihind? Mis hinna eest müüakse s sidrunit? Avalda viimane hind kahel viisil.

39. Mootorratta-sõitja ja jalakäija liiguvad ühes ja samas suunas vastavalt m- ja j-kilomeetrilise tunnikiirusega ($m > j$), alates liikumist ühtaegu. Kui suur on nendevaheline teeosa n-da tunni lõpuks? Arvuta nõutav suurus kahel viisil. Kummal korral on resultaat suurem?

Avalda oma kaalutluste tulemus sümbolites.

40. Avalda matemaatilises kiirkirjas tõsiasi:

selle asemel, et arvuga a korrutada kahe teise arvu p ja q vahe, võib arvuga a korrutada väheneja, siis vähendaja, ja lahutada esimesest saadusest teine.

41. Järgmine rida näiteid selgitab üht sageli rakendatavat korrutamise lihtsustamise võtet:

$$8 \cdot 99 = 8 \cdot (100 - 1) = 8 \cdot 100 - 8 \cdot 1$$

$$5 \cdot 998 = 5 \cdot (1000 - 2) = 5 \cdot 1000 - 5 \cdot 2,$$

$$7 \cdot 11\frac{7}{8} = 7 \cdot (12 - \frac{1}{8}) = 7 \cdot 12 - 7 \cdot \frac{1}{8}$$

Avalda üldine seadus, millel põhjeneb võte, ja rakenda teda järgmiste korrutiste peast-arvutamisel:

1^0. $9 \cdot 398$	3^0. $4 \cdot 999$	5^0. $12 \cdot 9\frac{5}{16}$
2^0. $7 \cdot 89$	4^0. $6 \cdot 449$	6^0. $9 \cdot 14\frac{2}{3}$

42. Arvuta peast järgmised avaldised, andes neile eeskätt arvutamiseks kohane kuju:

1^0. $19 \cdot 7 - 8 \cdot 7$	4^0. $8{,}75 \cdot 0{,}5 - 4{,}75 \cdot 0{,}5$
2^0. $15{,}4 \cdot 8 - 5{,}4 \cdot 8$	5^0. $0{,}83 \cdot 0{,}9 - 0{,}56 \cdot 0{,}9$
3^0. $21{,}7 \cdot 9{,}2 - 1{,}7 \cdot 9{,}2$	6^0. $5{,}64 \cdot 2{,}5 - 3{,}64 \cdot 2{,}5$

43. Korruta, rakendades jaotuvusseadust,

1^0. summa $x + 3$ arvuga 4	4^0. summa $2x + 3z$ arvuga 7
2^0. vahe $2z - 1$ arvuga 3	5^0. vahe $x - 5z$ arvuga 9
3^0. summa $3x + 4z$ arvuga 2	6^0. vahe $3 - 2x$ arvuga 5

7^0. summa $1+\frac{1}{2}x$ arvuga 6	9^0. vahe $2x-5z$ arvuga 0,2
8^0. summa $\frac{2}{3}+\frac{3}{4}z$ arvuga 12	10^0. vahe $z-1{,}6x$ arvuga 0,5

44. Lihtsusta järgmised avaldised niipalju kui võimalik:

1^0. $13+2(a-5)$	6^0. $3(2x+5)+4(x-3)-x$
2^0. $3(a+4)-2a+1$	7^0. $4(2x+3z)+6(2x+7z)$
3^0. $5a-4(a-3)$	8^0. $9(x+2)-5(x-z)-18$
4^0. $6(2a-1)-3(a-5)$	9^0. $6(2p+3q+1)-4(p+2q-2)$
5^0. $7a+6(4a+1)-2(3a-1)$	10^0. $3(p+3q+4)+3(4p-q-3)$

45. Kirjuta järgmised avaldised korrutistena, võttes liikmete ühine tegur sulgude ette:

1^0. $2a+2$	6^0. $3a-6x$	11^0. $0{,}5a-1{,}5$
2^0. $2a+6$	7^0. $8a+12x$	12^0. $2{,}7a-3{,}6x$
3^0. $6a-9$	8^0. $21x-14a$	13^0. $1{,}3a+1{,}7a$
4^0. $15+5a$	9^0. $18x+45a$	14^0. $0{,}7x+4{,}9a$
5^0. $21-28a$	10^0. $63a+7a$	15^0. $1{,}2x+1{,}8x$

46. Ava sulud järgmistes avaldistes:

1^0. $a(2b+3)$	5^0. $a(7b+a)$	9^0. $3a(2b-3)$
2^0. $a(5-b)$	6^0. $a(3a-1)$	10^0. $2a(a-5b)$
3^0. $x(a+2b)$	7^0. $x(4x-9a)$	11^0. $5x(2a+3b)$
4^0. $x(5a-3b)$	8^0. $x(19a+15x)$	12^0. $\frac{1}{2}x(2a-6b)$

47. Kirjuta järgmised avaldised üheliikmeliselt:

1^0. $ab+2a$	5^0. $5ax-10x^2$
2^0. $2ab+7ax$	6^0. $7x^2-14ax$
3^0. $3ab+b$	7^0. $15a^2-35ax$
4^0. $4a^2-8ab$	8^0. $12ax-16ab$

48. On antud rea üldliikme avaldis. Andes sümbolile n järjest väärtused 1, 2, 3 jne., arvuta (kus võimalik) iga rea esimesed kümme liiget. Töö kergendamiseks ja arvutuste kontrolli võimaldamiseks vali iga rea puhul asjakohane arvutamisskeem. Kujuta iga rea puhul leitud saadused tulpadena kohaselt valitud mõõtkavas.

1^0. $4(n+1)$	6. $n(36-n^2)$
2^0. $1{,}5(3n-2)$	7^0. $(3n^2-7)n$
3^0. $n(2n+1)$	8^0. $(n-2)(n+3)$
4^0. $\frac{1}{2}(2n+1)$	9^0. $(n-1)(3n+4)$
5^0. $0{,}1n(n^2-3)$	10^0. $(3n-4)(n+7)$

49. Arvutusmõistatisi. N. n. «arvutuskunstnikud» esitavad sageli publikumile, kelle ees nad oma trikke näitavad, mingi arvu mõelda, sellega teatud rida toiminguid ette võtta ja saadus teatada. Sellest loevad nad publikumi imestuseks lähtearvu kohe ära.

Näide 1. „Võta mingi arv; lisa temale 1; korruta saadus 3-ga; lahuta 2; korruta vahe kolmega; lisa saadusele ennemini mõeldud arv ja veel 2. Nimeta resultaat."

Olgu see viimane N. Sellest saab «kunstnik» mõeldud arvu järgmiselt: arv N lõpeb kindlasti märgiga 5; kui see maha kustutada, jääb just tarvilik arv järele. Kontrolli seda mingi mõeldud arvu puhul ja näita, et lugu on iga mõeldud arvu puhul nõnda.

Näide 2. „Võta mingi arv; korruta teda 9-ga; liida 9; korruta saadus 11-ga; lisa saadusele mõeldud arv ja veel 2; lahuta 200; nimeta resultaat."

Olgu see viimane N. Sellest saab «kunstnik» mõeldud arvu järgmiselt: arv N lõpeb kindlasti numbritega 01; kui need kustutada ja järelejäävale 1 lisada, saame nõutava arvu. Kontrolli seda mingi mõeldud arvu puhul ja näita, et lugu on iga mõeldud arvu puhul nõnda.

Näide 3. „Võta mingi arv; lisa sellele 4; korruta saadus 5-ga; lahuta 21; korruta vahe 5-ga; lisa korrutisele 2; korruta 4-ga; nimeta resultaat."

Olgu see viimane N. See lõpeb alati 88-ga. Kui nüüd arvule N lisada 12, siis lõpeb summa 2 nulliga. Neid kustutades saame mõeldud arvu. Kontrolli seda mingi mõeldud arvu puhul ja näita, et lugu on iga mõeldud arvu puhul nõnda.

N ä i d e 4. „Kõiv paneb Kasele ette, mingi arv valida, kuid mitte nimetada; arv tuleb kahega korrutada ja mingi paarisarv liita; saadud summa poolitada, tulemus neljaga korrutada, leitud korrutisest lahutada ennemini liidetud paarisarvu kahekordne ja tulemus nimetada. Kõiv määrab Kase mõeldud arvu, jagades viimase tulemuse neljaga."

Näita, et Kõiv Kase mõeldud arvu sel viisil alati õieti leiab. (S c h w e n t e r, 1636.)

N ä i d e 5. „Kuusk paneb Männile ette, mingi arv mõelda, sellele 2 liita, summa 3-ga korrutada, edasi 4 lahutada, vahe 3-ga korrutada, korrutisele mõeldud arv lisada ja tulemus nimetada. Sellest jätab Kuusk viimase numbri ära ja saab Männi mõeldud arvu." Kas on see alati nõnda?

N ä i d e 6. „Lase mõeldud arv 3-ga korrutada, korrutis poolitada, saadud pool 6-ga korrutada ja tulemus endale nimetada. Jaga viimane 9-ga; jagatis on mõeldud arv." (S c h w e n t e r, 1636.)

Näita, et asi on tõesti nõnda.

N ä i d e 7. „Võta mingi arv, korruta teda 6-ga, liida 12, jaga 3-ga, lahuta 2, jaga 2-ga, lahuta saadusest alguses võetud arv. Ma väidan, et 1 jääb järele." Katsu asja paaril näitel ja tõesta, et asi on alati õige.

N ä i d e 8. „Vali mingi arv; korruta teda 5-ga; lisa 6; korruta 4-ga; lisa 9; korruta 5-ga. Nimeta resultaat."

Olgu viimane N. Kui sellest lahutada 165, jäävad kahele viimasele kohale nullid seisma. Neid kustutades saame mõeldud arvu.

Katsu asja paaril näitel ja tõesta, et küsimus alati nõnda õieti laheneb.

50. Arvutusmõistatisi: järg.

N ä i d e 9. „Võta mingi neljakohaline arv. Kustuta viimane koht; ülejäänud arvus kustuta uuesti viimane koht; saaduses kustuta jälle viimane koht. Kõik nõnda saadud 3 arvu liida, korruta summa 9-ga ja ütle saadus. Peale selle anna veel mõeldud arvu numbrite summa".

Olgu öeldud saadus s ja numbrite summa t. «Kunstnik» saab siis mõeldud arvu, lihtsalt liites mõlemad viimased arvud s ja t. Kontrolli seda paari näite puhul ja näita siis üldiselt, et asi on ikka nõnda.

Näide 10. «Kunstnik» määrab sünnipäeva, kuu ja aasta.

„Võta arv, mis annab sünnikuu päeva; korruta see 20-ga; lisa 222; korruta 5-ga; lisa arv, mis annab sünnikuu; korruta 100-ga; lisa sünniaasta arvust kaks viimast märki; lisa 111. Nimeta saadus.»

Olgu viimane N. «Kunstnik» saab sellest N-st kõik kolm tarvilikku arvu sel teel, et ta arvust N lahutab 111111. Saadud jäägi kaks viimast märki annavad siis sünniaasta kaks lõpunumbrit, järgmised kaks — sünnikuu ja järgmised kaks — sünnipäeva.

Kontrolli saadus mõne erinäite puhul ja tõesta, et asi alati nõnda õieti välja tuleb.

Harjutis XIII:

Täiendavaid ülesandeid arvutamise põhiseaduste rakendamiseks.

1. Kelm ostab endale rõivaärist ülikonna, väljamüügi puhul äri omahinnaga h krooni. Ta paneb r-kroonilise raha ($r > h$) lauale. Kuna kaupmehel parajasti peenraha puudub, läheb ta naabripoodi, kus talle raha lahkesti vahetatakse. Kelm saab tarviliku summa raha tagasi ja lahkub ausa mehena kauplusest. Nüüd aga tuleb naaber-kaupmees ning näitab, et vahetatud r-krooniline on valeraha, ja nõuab oma raha tagasi. Rõivaärimehel ei jää muud üle, kui naabrile r krooni õiges rahas ära tasuda. Kui suur on rõivaäri-mehe kogu kahju?

2. Kauba ülelugemisel leiti kaupluses kruvisid olevat:

liik 1:	—	grossi p	tosinat q	üksikut
2:	m grossi	—	„ 3	üksikut
3:	1 gross	2 tosinat	—	„

Kui palju oli neid kokku?

Missugust arvutamise põhiseadust sa rakendad kruvide koguhulga määramisel?

3. Kaupluses kauba ülelugemisel leiti olevat mööblisilte:

liik 1:	$2a$ grossi	$9b$	tosinat	c	üksiksilti
2:	$3a$ „	$5b$	„	$2c$	„
3:	— „	$10b$	„	$9c$	„

Avalda siltide koguhulk. Anna tulemusele võimalikult lihtne kuju, eeldusel, et a, b ja c on täisarvud.

4. Kolm inglise raamatu arvet näitavad summasid:

1-ne:	u £	$19v$ s.	$7w$ d.
2-ne:		$5v$ s.	$11w$ d.
3-as:			$6w$ d.

Kui suur on arvete kogusumma?

Anna talle võimalikult lihtne kuju, eeldusel, et u, v ja w on täisarvud.

5. Avalda ristküliku ümbermõõt u tema pikkuse p ja laiuse l kaudu võimalikult väheste tehetega.

6. Kahest kohast, mille vaheline kaugus on 120 km, sõidavad ühtaegu teineteisele vastu kaks aurikut, mille kiirused on kilomeetrites tunnis u ja $u+5$. Mis kaugusel s asuvad aurikud teineteisest 1 tunni järel? — 2 tunni järel? — 4 tunni järel? Anna iga küsimuse vastuse arvutamiseks võimalikult lihtne valem.

Näide: $u=10$; määra s_1, s_2, s_4.

7. Kaks matkajat algavad ühtaegu teekonda ühest ja samast kohast ja liiguvad ühes ja samas suunas, esimene kiirusega m kilomeetrit tunnis, teine kiirusega n kilomeetrit tunnis. Kui kaugel nad asuvad teineteisest t tunni lõpul? — t tunni alul?

8. Jalgratta hind on uuelt ostmise puhul 150 krooni. Iga aastaga kaotab ta oma algväärtusest 20 krooni. Kui suur on ta hind n-da aasta alul?

Mis arvuni võib n kasvada?

9. Et võimlemisruumi hoida parassoe, tuleb temperatuuridel 0 ja 13 soojakraadi vahel teda kütta eeskirja järgi

$$a = 7 + (13 - t),$$

kus a on puude arv, t välistemperatuur. Sõnasta eeskiri. Lihtsusta valem ja anna saadusele vastav lühendatud kütmise eeskiri.

10. Anna üheliikmeline valem kauba müügihinna m arvutamiseks kauba omahinnast h ja tuluprotsendist p.

Täida tabel arvutamiseks vajalikkude veergudega ja arvudega.

h	p			m
1,20	15			
15,65	12			
0,75	20			
0,90	16			
8,40	14			

11. Kaupmehel on r meetrit riiet, omahinnaga h senti meeter. Turuseisukorra muutumisel on kaupmees sunnitud riide müüma alla oma hinda, kandes p % kahju.

Missugune on sel puhul riide meetri ja kogu riide müügihind? Vastused anna üheliikmeliste avaldistena.

12. 1 naelsterling (£) = 20 šillingit (s.) = 240 pennit (d.) $\approx$ 18 krooni. Anna summa f £ g s. kahe- ja üheliikmelise avaldisena kr-des.

Sama ülesanne summa kohta h s. i d.

13. 1 süld = 3 arssinat = 7 jalga = 84 tolli $\approx$ 216 cm.

Anna järgmised pikkused kahe- ja üheliikmeliste avaldistena cm-tes:

1^0. a sülda 3 jalga; 3^0. d jalga e tolli;
2^0. b sülda c jalga; 4^0. f sülda 1 arssin.

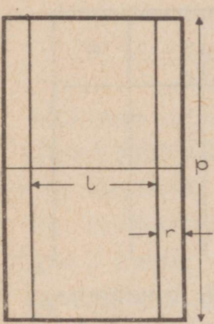
Seleta otsitava cm-te arvu tuletamise teid.

14. Ärimehel on tasuda tšekiga Londoni firma arve £ $a:b:$—. Päevakurss on k krooni ühe £ eest. Kui palju tuleb maksta tšeki eest?

15. Äädikatehas ostab j jalga t tolli hõbetoru, hinnaga k krooni s senti toll. Anna valem arve suuruse arvutamiseks.

16. Pudukaupmees ostab Inglismaalt g grossi t tosinat rulle, hinnaga s s. p d. tosin. Anna valem arve suuruse arvutamiseks.

17. Murutennise üksikmängu-platsi pikkus on p jalga, laius l jalga (joonis 15). Kui suur on ta pindala?



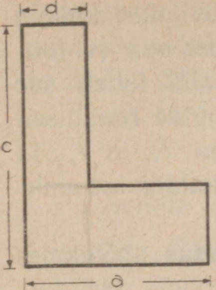
Joonis 15.

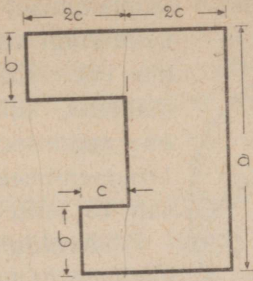
Paarismängu jaoks antakse platsile mõlemalt poolt r jalga lai riba juurde. Kui suur on paarismänguplats? Arvuta selle pindala, üks kord arvestades juba teada olevat üksikmängu-platsi suurust, teine kord otseselt täisplatsi mõõdetest.

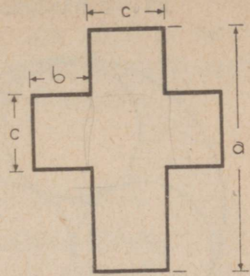
18. Kooli saali põrand, mille mõõted on a ja b meetrit, tahetakse katta parketiga, jättes vabaks 2 ahju all olevat osa. Ahju aluse mõõted on c ja d meetrit. Kui palju läheb maksma põranda parkettimine, kui 1 ruutmeeter parketti maksab ühes kohaleasetamis-tööga k krooni?

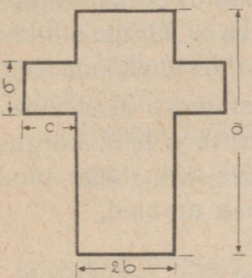
19. Tuleta valem liimivärvi hulga arvutamiseks, mis tarvilik toa seinte värvimiseks, teades, et põranda mõõted on p ja l meetrit, toa kõrgus k meetrit ja 1 m^2 värvimiseks kulub v liitrit värvi. Akende ja uste pinnad jäetagu maha arvamata.

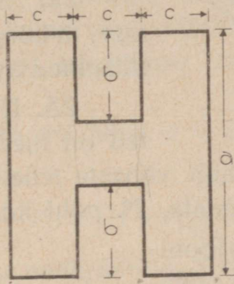
20. Anna valemid järgmisel leheküljel kujutatud pindade arvutamiseks joonistes märgitud andmetest võimalikult väheste tehetega.

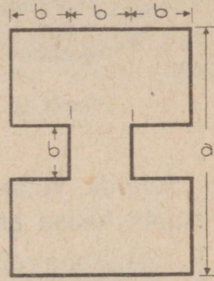

d
c
b
a

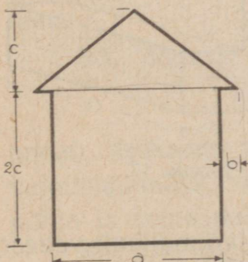

2c
2c
b
a
c
b

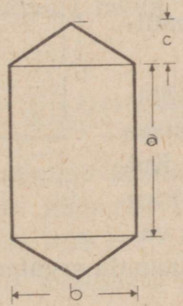

c
b
c
a

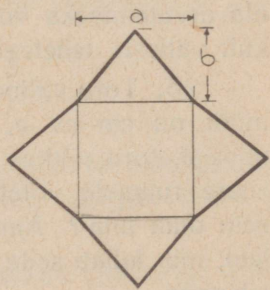

b
c
a
2b

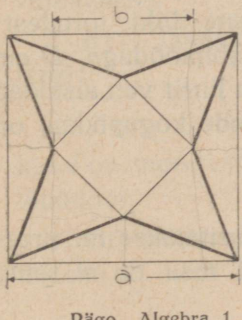

c
c
c
b
a
b

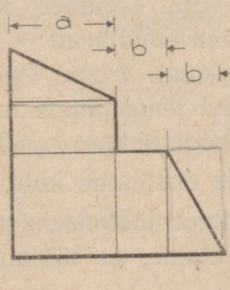

b
b
b
b
a

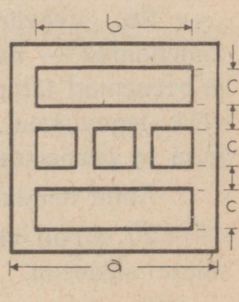

c
2c
b
a


c
a
b

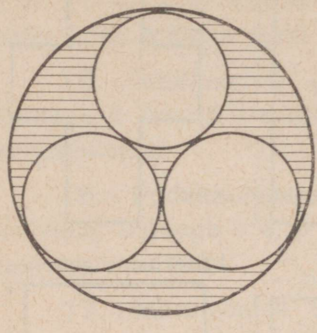

a
b


b
a


a
b
b


b
c
c
c
a

21. Värvilise akna valmistamisel soovitakse kullata nelja ringi vahelist osa (v. joonis 16). Kui palju läheb see maksma, kui ringide raadiused on sentimeetrites R ja r, ja 1 ruutsentimeetri kuldamine maksab 15 senti?



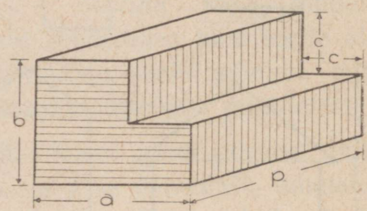
Joonis 16.

Avalda saadus üheliikmeliselt.

22. Silindri põhja raadius on r, ta kõrgus h. Kirjuta silindri täispinna avaldis üheliikmeliselt.

23. Risttahuka aluse mõõted on meetrites a ja a, kõrgus h. Avalda võimalikult väheste tehetega risttahuka pind 1⁰. põhi kaasa arvamata, 2⁰. põhi kaasa arvatud.

24. Anna valem joonisel 17 kujutatud paku ruumala arvutamiseks võimalikult väheste tehetega.



Joonis 17.

25. Toru väline läbimõõt on cm-tes a, sisemine b, toru pikkus l. Kui suure ruumala võtab toru sein oma alla? Anna valem, mis lubab seda ruumala arvutada võimalikult väheste tehetega.

26. Veevärgi-võrk koosneb kahte liiki torudest: jämedamad — magistraaljuhtmed — läbimõõduga D cm ja peenemad läbimõõduga d cm. Palju liitrit vett sisaldab võrk tegevusajal, kui jämedamate torude kogupikkus on P m ja peenemate kogupikkus p m?

Anna saadusele üksliikme kuju.

27. Töö viljakuse tõstmiseks tarvitatakse nn. preemiate süsteemi. Oletame, et töötunni tasu on m senti.

Olgu teatud töö valmistamiseks eelarvestatud aeg A tundi; olgu töö tegelikult lõpetatud varemalt, aja vältel a tundi ($a < A$). Siis makstakse tasu mitte ainult a tunni eest, s. o. am senti, vaid lisaks sellele veel preemia

$$am\left(1 - \frac{a}{A}\right).$$

Avalda a töötunni kogutasu üheliikmeliselt.

28. Raamatu-uss sööb tunnis kõige rohkem 1 mm pikkuse augu raamatusse. Riiulil seisab n köiteline teos, iga köide a cm paks, kaantega, mille kummagi paksus on b mm. Mitu tundi kulub ussil vähemalt ära, et jõuda esimese köite esimesest leheküljest viimase köite viimase leheküljeni?

Kuidas kujuneb asi juhul $n = 2$?

29. Valemis

$$K = \left(H - \frac{T}{12}\right) N$$

tähendab H taldriku müügihinda, T tosina taldrikute ostuhinda, N müüdud taldrikute hulka. Mis tähendus on suurusel K?

30. Valem

$$h \approx \frac{l\,(1 + 4k)}{640}$$

annab ligikaudu vasehulga kg-des, mis tarvilik kastruli valmistamiseks, mille läbimõõt l cm, kõrgus k cm ja põhja ja seina paksus 0,25 cm.

Sõnasta valemis avaldatud eeskiri vasehulga h arvutamiseks.

31. Tömpkoonuse külgpinda määratakse valemi järgi:

$$S = \pi l \left(\frac{D + d}{2}\right),$$

kus l on moodustaja pikkus ja D ja d on põhja ja kaane läbimõõt.

Sõnasta valemis avaldatud eeskiri pinna S määramiseks.

32. Üle kahe ratta pandava rihma pikkust P määratakse ligikaudu maksva valemi järgi:

$$P \approx 2K + \frac{13}{4}(R + r),$$

kus K on rataste keskkohtade vahe ja R ja r on rataste raadiused. Tee asja selgitav joonis ja sõnasta valemis avaldatud arvutus-eeskiri.

33. Puutüve ruumala määramine sünnib kas valemi järgi

$$V \approx \pi \frac{R^2 + r^2}{2} l,$$

või

$$V \approx \pi \left(\frac{R + r}{2}\right)^2 l.$$

Sõnasta ruumala määramise eeskirjad, mida need valemid avaldavad, arvesse võttes, et R ja r on puutüve otsade raadiused ja l on puud mööda mõõdetud tüve pikkus.

Harjutis XIV:

Suluavaldisi sisaldavaid esimese astme võrrandeid.

1. Lahenda järgmised võrrandid, määrates eeskätt suluavaldise väärtus ja, kui see leitud, siis tundmatu väärtus. Kontrolli kõik saadused.

$1^0.\ 7(x + 2) = 21$	$5^0.\ 0,3(x + 1) = 6$
$2^0.\ 5(x + 3) = 35$	$6^0.\ 1,5(x - 19) = 30$
$3^0.\ 8(x - 2) = 40$	$7^0.\ \frac{2}{3}(3 - x) = 2$
$4^0.\ 3(11 - x) = 3$	$8^0.\ \frac{7}{8}(5 + x) = 14$

2. Lahenda järgmised võrrandid, määrates kõige pealt võrrandites esinevate murdude lugejad ja sealt edasi viimaks tundmatu väärtus.

$1^0.\ \frac{x + 3}{4} = 5$	$4^0.\ \frac{4(x - 2)}{3} = \frac{1}{6}$
$2^0.\ \frac{x - 2}{7} = 4$	$5^0.\ \frac{2(x - 1)}{5} = \frac{7}{15}$
$3^0.\ \frac{11 - x}{9} = 1$	$6^0.\ \frac{7\left(x - \frac{1}{2}\right)}{8} = 1\frac{5}{16}$

3. Lahenda järgmised võrrandid, andes neile kõige pealt võimalikult lihtne kuju. Kontrolli saadused.

1°. $2(x-4)+13(x+5)=147$
2°. $6x+7(4x-1)=27$
3°. $(5x+4)+2(6x-2)=340$
4°. $5(x+1)+6(2x+7)=132$
5°. $4(3x+2)-5(x+7)=85$
6°. $2(3z+14)=4(5z-7)$
7°. $z+1=3(2z-3)$
8°. $5(z-2)+2(2z+7)=2(3z+5)$
9°. $z-6+4(3+z)=3(2z-5)+2(z-3)$
10°. $3(z-3)+9(8-z)-20=5(z+2)+4(3-z)$
11°. $6(z-11)+3(11-2z)=5(2-z)+2(3-z)$
12°. $8(z-20)+10(z+7)=6(2z+3)-48$

4. Arv 38 on jaotatud kaheks isesuguseks osaks. Nende võrrutamiseks tuleks üks suurendada 5-e võrra, teine aga sama palju vähendada. Missugused on need osad?

5. Valisin arvu, liitsin temaga 5, korrutasin saaduse 3-ga ja sain 48. Mis arvu ma olin valinud?

6. Valisin arvu; lahutasin tast 11 ja võtsin saadusest kolm viiendikku; sain 6. Mis arvu ma olin valinud?

7. Kui suur peab olema hulknurga tippude arv, et tema sisenurkade summa võrduks 10π-ga? π on siin sirgestatud nurga ehk poolpöörde tähis.

8. Kolme üksteisele järgneva lihtarvu summa on 87. ? Mis arvud need on?

9. Kolme üksteisele järgneva paarituarvu summa on 45. Mis arvud need on?

10. Valisin arvu. Kui teda suurendada kolme võrra ja saadus korrutada 2-ga, saan ma sama resultaadi, mis siis, kui teda suurendada kahe võrra ja saadus korrutada 3-ga. Mis arvu ma valisin?

11. Ülesande lahendamisel on viimase tehte puhul 12-ne lahutamise asemel otsitavast eksikombel 12 selle otsitavaga liidetud. Eksituse tagajärjel osutus toimingu saadus 3 korda suuremaks tema õigest väärtusest. Mis arv oli see otsitav?

12. Kolmnurga kolmest küljest on teine esimese kahekordne ja kolmas 10 cm võrra esimesest suurem; kolmnurga ümbermõõt on 100 cm. Kui pikad on tema küljed?

13. Ristküliku ümbermõõt on just 1 süld; suurem külg on 7 tolli võrra pikem vähemast küljest. Määra ristküliku küljed ja tee mm-paberil kujutruu vähendatud joonis.

14. Turul osteti kahelt müüjalt mune vastavalt 12 ja 15 senti paar, kokku 28 paari koguhinnaga 3,90 krooni. Mitu paari osteti ühelt, mitu teiselt?

15. Klassis, milles 32 õpilast, korraldati heategevaks otstarbeks korjandus. Jõukamad õpilased maksid 50, kehvemad 20 senti. Kokku tuli 10 krooni. Kui palju oli klassis jõukamaid, kui palju kehvemaid õpilasi?

16. Eesti Valgas maksab Läti kaudu tulnud suhkur 45 krooni tsentner (100 kilogrammi), Tallinnas — mere kaudu tulnud suhkur 48 krooni tsentner. Võttes Valga-Tallinna vahe võrdsena 290 km ja tsentneri veohinnaks kilomeetri kohta 3,5 senti, leia, missugusel jaamal Valga-Tallinna teel on Lätist tulnud suhkru hind sama, mis Tallinnast tulnud suhkru oma.

17. Kaks mängijat *M* ja *N* panevad mängu peale võrdsed summad. Võidab esimene neist *M*. Jättes omale 15 marka, paneb ta ülejäänud summa mängu peale; sama summa lisab *N* ja võidab teise mängu. Raha järele lugedes selgub, et mängijal *N* on nüüd täpsalt sama palju kui mängu algusel. Missugused summad pandi mängule esimesel ja teisel vooril?

18. Ühest vanast Hiina ülesannete kogust:

Väikeloomade laudas on kodujäneseid ja kanu. Kui palju on kumbigi, kui peade hulk on 24 ja jalgade arv on 60?

Harjutis XV:

Täiendavaid ülesandeid suluavaldisi sisaldavate võrrandite alalt.

1. Pudel rohtu maksab 1,10 krooni. Rohi on 1 krooni võrra pudelist kallim. Kui palju maksab rohi, kui palju pudel?

2. Võru ja Munamäe vahel ühendust pidav auto tarvitab 1 tund 45 minutit edasi-tagasi sõiduks ja 15-minutiliseks peatuseks Munamäel. Kui kaua kestab teekond sinna ja kui kaua teekond tagasi, kui tagasisõiduks kulub 20 minutit vähem aega kui sinnasõiduks?

3. Maakera ekvaatori ümber soovitakse köis panna. Selgub, et ta 15 meetri võrra pikem on kui tarvis. Lühendamise asemel paigutatakse ta väikeste teivaste otsi mööda. Kas saab kärbes või hiir maakera ekvaatori ja köie vahel käia?

Maakera raadius $\approx$ 6400 km.

Kas kõik andmed on tarvilikud?

4. Usutavais ajaloo-raamatuis jutustatakse, et suurepärase Kartaago linna vallutamisel roomlaste poolt hukkus 55 000 elanikku, mehi 15 000 võrra rohkem kui naisi. Mitu inimest hukkus kummastki soost? (Hemeling, 1660.)

5. Rahvajutu järgi on kümneaastases Trooja sõjas ühe ainsa röövitud ilusa Helena pärast 1 566 000 inimest surma saanud, kreeklaste poolel 194 000 enam kui troojalastel. Mitu inimest sai otsa kummalgi poolel? (Newdörffern, 1616.)

6. Isa on 50 aastat vana, poeg 24. Mitme aasta eest oli isa parajasti 3 korda vanem kui poeg? 24 - x/3 = 50

7. Kahel vennal on kummalgi oma rahakorjamiskarp. Esimese omas on 71 senti, teise omas 43. Iga päev saab kumbki neist isalt 1 sendi oma rahavara täiendamiseks. Mitme päeva järel on esimene vend teisest kaks korda rikkam? 2(43+x) = 71+x

8. Kahel aleviosal on elanikke vastavalt 900 ja 1500. Kahe aasta pärast toimetatud rahvalugemine näitas mõlemal osal elanikkude arvu ühesuurust muutust, ühtlasi aga ka, et teine osa elanikkude poolest parajasti kaks korda suurem on kui esimene. Mille võrra oli muutunud elanikkude arv?

9. Heategevaks otstarbeks korraldatud peol on üheks lõbustuseks märkilaskmine. Igal märgi tabamisel maksab kassa laskjale 10 senti, igal möödalaskmisel maksab laskja 50 senti. 12 laske järel võlgnes laskja kassale 4,20 krooni. Mitu korda ta tabas märki? $50x + 10(12-x) = 420$

10. Raudteejaamas ostetakse mootorvagunile 45 piletit, neist 33 lähema väljasõidu-kohani ja 12 sinna ning tagasi, makstes kõigi piletite eest 13,05 krooni. Kui kallid olid piletid sinna ja piletid sinna ning tagasi, kui esimese ja teise hinnavahe on 15 senti? $33 \cdot x + 12(x+15) = 1305$

11. Müürisepp oli võtnud valmistada asuniku maja vundamendi tingimusel, et ta iga tööpäeva eest saab tasu 4 krooni ja kaotab, kuna asi kiire, iga äraviidetud tööpäeva pealt 6 krooni. 40-ne tööpäevaga oli töö lõpul. Arvutamine näitas, et kauba kohaselt ei ole müürisepal midagi nõuda ega võlgu. Mitu tööpäeva on ta ära viitnud?

12. Isa saadab tütre postile kirjamarke tooma, ühendades oma käsu tarvidusega lahendada lihtne algebra-ülesanne. Käsk käib järgmiselt: „Too 3 krooni eest kirjamarke, 10-sendilisi, 5-sendilisi ja 2-sendilisi, ja nimelt 5-sendilisi kaks korda rohkem kui 10-sendilisi ja 2-sendilisi 30 võrra rohkem kui 5-sendilisi". Palju marke pidi toodama? $10x + (5 \cdot 2x) + 2(2x+30) = 300$

13. Leia kolm üksteisele järgnevat täisarvu, niisugust, et suurema kolmekordne on võrdne kahe vähema summa kahekordsega. $x \cdot 3 = [(x-1) + x-2] \cdot 2$

14. Jaota 370 krooni kolme isiku *H*, *J* ja *K* vahel nõnda, et *J* saaks 40 krooni võrra enam kui *H* kahekordne osa ja *K* saaks 150 krooni võrra vähem kui *J* kolmekordne osa. Missuguse summa saab igaüks nimetatud kolmest isikust? $x+(2x+40)+[3(2x+40)-150]$

15. Rändur, kelle raha lõpule jõudmas, astus kauplusse ja lausus kaupmehele: „Anna mulle nii mitu krooni, kui mul on, ja ma panen sinu heaks 10 krooni lauale." Kaupmees oli nõus ja tehti nii, kuis kokku lepitud. Rändur toimetas samuti teises kaupluses ja samuti viimaks kolmandas. Oma raha üle lugedes jõudis rändur selgusele, et ta ometi pole midagi võitnud ega ka midagi kaotanud. Kui palju raha oli tal alguses kaasas?

16. Hebel'i jutust: Ühel laisal mehel oli äravõitmata kartus töö eest. Kui ta parajasti selle üle järele mõtles, kuidas raha saada, ilmus tema ette vanapagan ja tegi talle järgmise ettepaneku: „Teeme lepingu: kui lähed üle jõesilla, lasen ma su vara kahekordseks saada; selle tasuks heidad jõkke 4 krooni minu heaks." Mees oli nõus. Kui ta kolmel korral edasi-tagasi üle jõe oli sammunud, selgus, et viimane raha oli otsas. Siin taipas ta, et vanapagan oli teda ninapidi vedanud. Kui suur oli mehe varandus lepingu sõlmimise ajal?

17. Põllul on 45 krooni, Väljal 35. Üks on teisele teatud summa võlgu. Võla õiendamise järel oleks Väljal $\frac{3}{5}$ Põllu rahast. Kui suur on võlg? Kelle kasuks ta tuleb tasuda?

18. Alevi-volikogus anti viinamüügi keelumääruse poolt $\frac{2}{3}$ häältekogust, $\frac{1}{4}$ selle määruse vastu, kuna 1 liige jäi erapooletuks. Kui palju oli koos alevivolinikke?

19. Alevivanema valimistest võtsid osa 1236 hääleõiguselist alevlast. Kahest valitavast kandidaadist tuli esimene võitjana 354 hääle enamusega, kusjuures 18 sedelit maksvusetuks loeti. Mitu häält sai kumbki kandidaat?

20. Kümblusvanni jookseb külmavee-kraanist suurema rõhu tõttu sekundis $1\frac{1}{2}$ korda niipalju vett kui soojavee-kraanist. Vanni täitumiseks 15 pange veega kulub mõlema kraani lahtiolekul 5 minutit aega. Kui suur on voolu võimsus (pangede hulk minutis) soojavee-kraanist? — külmavee-kraanist?

21. Võrdusi võib liikmeti liita, lahutada, korrutada ja jagada; need on tõed, mida võrrandite lahendamisel rakendatakse igal sammul.

Katsu asja rakendada juhtumil:

3 tosinat = 36 asja;
2 tosinat = 24 asja.

22. Õpilane järeldab, põhitõdesid järjest rakendades, võrdusest

$$27x - 63 = 33x - 77$$

võrdused

$$9(3x - 7) = 11(3x - 7)$$
$$9 = 11.$$

Mis sa selle kohta ütled?

Peatükk IV.

Graafilisi kujutisi.

Harjutis XVI:

Ülesandeid sissejuhatuseks graafilisse kujutamisse.

Eelmärkus. Järgmistes ülesannetes tuleb enne tööle asumist

1⁰. hinnata tarvitadaoleva joonislehe mõõte;

2⁰. hinnata kujutamisele tulevate arvude suurust;

3⁰. kohaselt valida kujutamise mõõtkava;

4⁰. kaaluda kujutamise täpsust;

5⁰. tarbekorral ümmardada kujutamisele tulevad arvud;

6⁰. kirjeldada, saadud joonisele toetudes, kujutatud nähtuse käik.

1. Valmista endale klassiraamatu andmeil tabel puudunud õpilaste arvu käigu kohta möödunud $1\frac{1}{2}$ nädala päevadel:

Päev	e	t	k	n	r	l	e	t	k
Puudunud õpilaste arv									

ja kujuta puudunud õpilaste arvu käik aja muutudes tulpade rea abil, võttes tulba laiuseks 5 mm ja kõrvuseisvate tulpade vaheks 1 mm.

2. 1922. a. toimetatud uurimine on näidanud, et keskmiselt puudus üks keskkooli õpilane tunde:

septembris	1,2	veebruaris	4,9
oktoobris	4,4	märtsis	4,4
novembris	5,0	aprillis	5,1
detsembris	4,8	mais	5,0
jaanuaris	5,2	juunis	1,2

Kujuta arvud tulpadena kergema ülevaate saamiseks arvude muutumisest.

3. Keskkooli õpilaste teiseks aastaks jäämine on tingitud 1922. a. korraldatud uurimise põhjal puudulikust edasijõudmisest

võõrkeeltes	32	juhul	sajast
matemaatikas	28	„	„
emakeeles	10	„	„
käsitöös ja joonistamises	9	„	„
maateaduses	8	„	„
loodusteaduses	7	„	„
ajaloos	6	„	„

Esita andmed graafiliselt 1⁰. tulpdiagrammis; 2⁰. sektordiagrammis.

4. 1922. a. korraldatud uurimine näitas, et keskkooli ei saadud lõpetada puuduliku edasijõudmise tõttu

võõrkeeltes	20	korral	sajast
matemaatikas	44	„	„
emakeeles	7	„	„
käsitöös ja joonistamises	1	„	„
maateaduses	10	„	„
loodusteaduses	13	„	„
ajaloos	5	„	„

Esita andmed graafiliselt 1⁰. tulpdiagrammis; 2⁰. sektordiagrammis.

5. Alljärgnev tabel näitab keskmist talirukki saaki Eestis puudades ühe tiinu pealt ajavahemikus 1900.—1920.

Aasta	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906	1907	1908	1909	1910
Saak puudades tiinu pealt	75,3	65,9	51,3	62,6	59,1	61,2	50,3	57,5	75,2	71,0	74,9

Aasta	1911	1912	1913	1914	1915	1916	1917	1918	1919	1920
Saak puudades tiinu pealt	75,2	77,4	70,7	79,6	82,3	68,2	66,5	67,2	69,5	56,1

Kujuta talirukki keskmise saagi käik ajavahemikus 1900 kuni 1920 tulpade rea abil.

6. Alljärgnev tabel annab hulga andmeid sideühenduse arenemise kohta meie riigi esimesil iseseisvuseaastail.

Kujuta kohaselt valitud mõõtkavas mingi reas esinevate arvude käik tulpaderea abil.

„Eesti Statistika" andmeid posti-telegraafi-telefoni ühenduse arenemise kohta Eestis 1919.—1925.

	1919	1920	1921	1922	1923	1924	1925
1⁰. Postkontorite arv . .	107	111	115	118	123	125	125
2⁰. Postiagentuuride arv	16	40	64	91	138	251	368
3⁰. Postkastide arv . .	398	470	590	630	791	936	1556
4⁰. Sideteenijate arv . .	1241	1346	1444	1559	1637	1723	1705
5⁰. Postitraktide üldine pikkus km-tes . . .	3765	4495	4748	5014	5129	5619	6466
Postiasutiste tihedus:							
6⁰. Maapinda 1 postiasutise kohta ruutkm-tes	367	301	254	227	182	126	97
7⁰. Elanikke 1 postiasutise kohta	8666	7083	6081	5278	4254	2951	2251
8⁰. Postisaadetiste arv tuhandeis	21803	39055	32836	36907	45985	42107	42847
9⁰. Neist raha- ja väärtsaadetisi	119	168	179	254	330	396	429
10⁰. Pakke	72	48	47	121	132	124	144

	1919	1920	1921	1922	1923	1924	1925
11⁰. Kirju	11108	19636	15060	16638	19792	24843	22595
12⁰. Ajalehti ja ajakirju .	3566	7340	7709	8691	13404	11849	14525
13⁰. Kirisaadetiste arv elaniku kohta	14	20	15	14	19	19	17
14⁰. Telegraafiaparaatide arv	90	141	148	164	177	156	163
15⁰. Telegrammide arv tuhandeis	290	423	411	441	401	397	376
16⁰. Telefoniaparaatide arv		3352	4738	6496	8476	9805	10984
Telefonivõrgu tihedus:							
17⁰. Maapinda 1 telefonikontori kohta ruutkm-tes	450	389	256	210	181	134	101
18⁰. 1000 elaniku kohta telefoniaparaate . .		3,1	4,3	5,8	7,6	8,8	9,8

7. Tartus 18. IX 1922 toimetatud liikumisvaatluste järgi oli jalakäijate hulk üle Kivisilla iga allpool antud tunni kohta järgmine:

Tund	0—1	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	6—7	7—8	8—9	9—10	10—11
Jalakäijate arv	183	77	47	44	38	90	602	2130	3330	5405	6810

Tund	11—12	12—13	13—14	14—15	15—16	16—17	17—18	18—19
Jalakäijate arv	3390	3095	3066	2495	2380	3251	2550	1952

Tund	19—20	20—21	21—22	22—23	23—24
Jalakäijate arv	1810	1459	704	690	445

Kujuta iga tunni jooksul üle Kivisilla liikunud inimeste arvu käik aja muutumisel.

8. Aastal 1926 jagunesid õpilased meie koolides üksikuile õppeaastaile, nagu tabel näitab:

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
18 547	22 839	25 313	22 320	11 183	8 801	4 396	3 975

IX	X	XI
3 819	3 315	2 690

Kujuta andmed tulpdiagrammis.

9. 10 grammis seemneis on üksikuid seemneteri

kõrvitsal	300	kapsal	3 500
kurgil	600	tillil	7 000
redisel	1 000	salatil	10 000

Kujuta andmed tulpkujutise viisil.

10. Võta kokku, mitu tundi kulub sul päevas tööks, magamiseks, liikumiseks, söömiseks, muuks, ja kujuta andmed tulpkujutise viisil.

Mitu $^0/_0$ moodustavad leitud arvud 24 tunnist?

Kujuta oma tööpäeva jaotus ringdiagrammis.

11. Rahva-arvu juurdekasv promillides on Prantsusmaal 1,4, Eestis 1,7, Austrias 4,2, Rootsis 5,1, Inglismaal 6,2, Lätis 7,2, Saksamaal 7,8, Tšehhoslovakkias 9,0, Soomes 9,4, Ungaris 11,5, Poolas 13,0, Venes 22,1.

Kujuta andmed tulpdiagrammis.

12. Järgmine tabel näitab, kuidas on 100 aasta jooksul tõusnud jõumasinate tulukus.

Aastail	1820	1830	1840	1860	1880	1900	1920	1925
oli tarvis kivisütt ühe hobusejõu-tunni kohta								
kg-des	12	5	2,5	2	1,4	1,2	0,9	0,6

Kujuta andmed tulpkujutise viisil.

Sea joonisele kõrvu teine, kust on näha, mitu hobusejõu-tundi saadi ülalnimetatud aastail ühest kilogrammist sütest.

Masinal on 1 «hobusejõud», kui ta 1 sekundi vältel parajasti suudab tõsta 1 kg 75 meetri kõrgusele.

Harjutis XVII:

Ülesandeid diagrammide valmistamiseks ja nende lugemiseks.

Eelmärkus: v. harjutis XVI.

1. Muretse endale täring ja korralda temaga rida viskeid, märkides tulnud silmade arv tabelisse:

Viske number n	1	2	3	.	.	.
Silmade arv a						

Kujuta arvu a muutumise käik numbri n kasvades.

2. Joonista endale hästi suur 3-, 4-, 5-, 6-, 7- ja 8-nurk. Kujuta neisse kõik nende diagonaalid, loe iga hulknurga puhul diagonaalide arv ja korralda saadused tabelisse:

Tippude hulk n	3	4	5	.	.	.
Diagonaalide arv d						

Kujuta hulknurga diagonaalide arvu d käik tippude hulga n muutumisel.

3. Telegrammi saatetariif käib järgmiselt:

„Iga telegrammisõna pealt 5 senti, kusjuures saatekulu alammäär on 40 senti.“

Kujuta telegrammi saatekulu käik telegrammi sõnade hulga kasvamisel 4-st kuni 25-ni.

4. Raudtee pakikandja töötasu tariif käib järgmiselt: „Iga paki pealt 20 senti.“

Koosta pakikandja töötasu tabel ja kujuta töötasu käik pakkide hulga muutudes 1-st kuni 10-ni.

5. Koosta endale järgmine tabel:

Täisarv x				
Arvu x jagajad				
Kõige suurem neist jagajaist y				

1^0. Kujuta arvu y käik arvu x muutumisel vahemikus 1-st kuni 20-ni.

2^0. Täienda eelmist tabelit reaga: «arvu x suurema ja väiksema jagaja vahe v» ja kujuta arvu v käik arvu x muutumisel endises vahemikus.

3^0. Täienda eelmist tabelit uue reaga: «arvu x jagajate summa s» ja kujuta arvu s käik arvu x muutumisel ülalnimetatud vahemikus.

6. Lihtkirja saatekulu määratakse järgmiselt: „Esimese 20 grammi pealt 10 senti, iga järgmise 20 grammi või selle osa pealt 5 senti."

Kujuta lihtkirja saatekulu käik kirja kaalu muutumisel 10 grammist kuni 100 grammini.

7. Postipaki saatekulu määratakse järgmiselt:

„Kaalu puhul kuni 1 kg 50 senti,
1-st kuni 5 kg 1 kroon,
üle 5 kg iga 5 kg või selle osa pealt 1 kroon."

Kujuta postipaki saatekulu käik paki kaalu muutudes vahemikus $\frac{1}{4}$ kg kuni 12 kg.

8. Paki hoidmise eest tasutakse postkontorile ladumaksu järgmiselt:

„1. kuni 8. päevani ei mingit;
8. päevast alates iga päeva või selle osa eest 10 senti."

Kujuta ladumaksu käik hoiuaja muutumisel 1-st päevast 14-ne päevani.

9. Algarvudeks nimetatakse niisuguseid arvusid >1, mis jaguvad ainult ühega ja endaga võrdse arvuga.

Koosta järgmine tabel:

Täisarv x	2	3	4	. . .
Algarvud, mis väiksemad kui x				
Nende algarvude hulk h				
Kõige suurem neist s				

Kujuta ühel joonisel h käik arvu x muutudes, teisel — arvu s käik, lubades x-il omandada kõik täis- ja murdarvulised väärtused vahemikus 2-st kuni 20-ni.

10. Loe oma raha üle ja koosta endale väljaminekute tabel, iga väljaminekut ühes selle ajaga hoolsalt ära märkides.

Aeg a						. . .
Väljamineku summa v						
Tarvitada jääv raha r						

Kujuta ühel joonisel v käik a muutumisel, teisel — r käik samal eeldusel.

Eelmärkus. Kus kohane, tuleb järgnevais ülesandeis 11—15 vaatlusandmed tasandada.

11. Lapse kaal muutub keskmiselt esimese eluaasta jooksul, nagu tabel näitab:

Vanadus nädalates	0	1	2	3	4	6	8	10	12	15	18	23
Lapse kaal kg-des	3,8	3,4	3,6	3,6	3,7	3,9	4,2	4,4	4,6	5,0	5,5	6,3

Vanadus nädalates	28	32	36	40	44	48	52
Lapse kaal kg-des	7,1	7,6	8,3	8,8	9,2	9,6	10,2

Kujuta graafiliselt lapse kaalu käik tema esimese eluaasta vältel.

Määra saadud joonisel lapse kaal 13-da, 30-da ja 50-da nädala lõpul.

12. Järgmine tabel annab poeg- ja tütarlapse keskmised kaalud mitmesugustel vanadustel.

Vanadus aastates	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Poeglapse kaal kg-des	10,2	12,7	14,7	16,5	18,0	20,5	23,0	25,0	27,5	30,0	32,5	35,0	37,5	41,0	45,0
Tütarlapse kaal kg-des	9,7	12,2	14,2	15,7	17,0	19,0	21,0	23,0	25,0	27,0	29,0	32,0	37,0	43,0	48,0

Kujuta ühel ja samal joonisel poeg- ja tütarlapse kaalude käigud.

13. Järgmine tabel annab poeg- ja tütarlapse keskmised kasvud mitmesugustel vanadustel.

Vanadus aastates	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Poeglapse kasv cm-tes	75	85	93	99	104	109	115	120	125	130	135	140	145	151	157
Tütarlapse kasv cm-tes	74	84	92	98	103	107	113	118	123	128	133	139	146	153	158

Kujuta ühel ja samal joonisel poeg- ja tütarlapse kasvude käigud ja seleta nende käikude iseärasusi.

14. Alljärgnev tabel näitab inimese peaaju keskmise kaalu kasvamist vanadusega:

Vanadus aastates	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Peaaju kaal g-des	330	800	945	1050	1095	1148	1170	1180	1205	1220	1235

Vanadus aastates	11	12	13	14	15	16	17	18	20
Peaaju kaal g-des	1248	1253	1260	1275	1282	1295	1303	1312	1325

Kujuta inimese peaaju kaalu kasvamise käik.

Kui suur on peaaju kaal vanadustel 8 kuud, 1 aasta 4 kuud, 4 aastat 6 kuud?

15. Alljärgnev tabel kujutab baromeetri lugemite muutumist kõrguse kasvades.

Kõrgus üle merepinna km-tes	0,0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5	5,0	5,5	6,0	6,5	7,0
Baromeetri lugem cm-tes	76	72	67	64	60	56	53	49	47	45	42	39	38	35	33

Kujuta baromeetri lugemite käik kõrguse muutudes.

Missugune on baromeetri arvatav lugem kõrgustel 0,8; 1,9; 3,4 km?

16. Riiklik Proovikoda Tallinnas võtab hõbetükkide analüüsimise eest maksu järgmise tariifi alusel:

„Kui hõbetükk kuni 48 solotnikku raske, 2,5 kr.
„ „ „ 1 nael „ 5,0 kr.
„ „ peale 1 naela „
siis 3,0 kr. iga naela või selle osa pealt."

Kujuta analüüsimaksu käik hõbetüki kaalu muutumisel.

17. Kullatüki analüüsi maks Riiklikus Proovikojas on järgmine:

„Kui kullatükk kuni 20 solotnikku raske, 5 kr.
„ „ „ 1 nael „ 12 kr.
„ „ peale 1 naela „
siis 8 kr. iga naela või selle osa pealt.

Kujuta analüüsimaksu käik kullatüki kaalu muutumisel.

18. Elektri-taskulambi patareide tööstusele tuleb säärase patarei valmistamine maksma 25 senti. Turu tingimusi silmas pidades annab läbimüügi eelarvestamine järgmise tabeli:

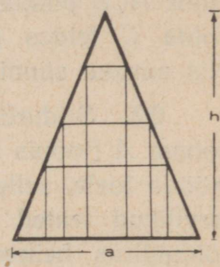
Kui määrata patarei müügihinnaks senti	25	28	32	35	38	40	42	45	48	50
Võib loota, et saab ära müüa päevas keskmiselt tükki	800	620	450	350	270	225	200	160	120	100

Kujuta tükkide arvu käik, mis arvatavasti müüakse, tüki müügihinna kasvamisel.

Kujuta samas võrgus tööstuse poolt saadava kogutulu käik tüki müügihinna muutumisel.

Missuguse müügihinna puhul on lootus saada kõige suuremat tulu?

19. Võrdhaarsesse kolmnurka, mille aluseks a on 10 cm ja kõrguseks h 15 cm, on joonistatud rida ristkülikuid (joonis 18), ühe küljega kolmnurga alusel.



Joonis 18.

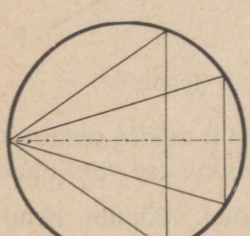
1⁰. Kujuta, määrates tarvilikud suurused mõõtmise teel, ristküliku kõrguse k muutumise käik ristküliku aluse b muutudes. Tarbekorral tasanda mõõtmissaadused.

2⁰. Kujuta kõne all oleva ristküliku pinna S käik aluse b muutudes.

Missuguse b puhul on pind S kõige suurem?

3⁰. Samad ülesanded mõne mitte võrdhaarse kolmnurga kohta.

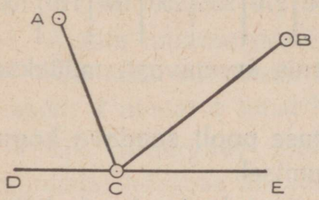
20. Joonista ring (näit. raadiusega 10 cm). Jaga üks tema läbimõõtudest 12 osaks, püstita igas jagamistäpis kõõl (joonis 19), ühenda viimase lõpud läbimõõdu algusega, mõõda tekkiva võrdhaarse kolmnurga tipunurk ja määra kolmnurga pindala. Saadused korralda tabeliks.


Joonis 19.

Kujuta kolmnurga pindala käik tipunurga suuruse muutumisel

0^0-ist kuni 180^0-ni. Tarbekorral tasanda vaatlused. Missuguse nurga puhul on kolmnurga pindala kõige suurem?

21. Sõdurile tehakse ülesandeks minna oma praeguselt asupaigalt A (joonis 20 mõõtkavas 1 km 1 cm-is) raudteeliinile DE, raudtee ära lõhkuda ja sellest teatada väeosale kohal B. Missugune punkt C tuleks valida lõhkumiskohaks, et tehtud ülesande teostada võimalikult lühida ajaga?

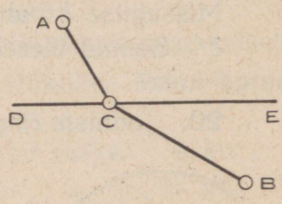


Joonis 20.

Ülesande graafiliseks lahendamiseks kujuta murdjoone ACB pikkuse käik lõigu DC muutumisel. Nõutud kohta C leides märgi joonisel otsitud tee värviliselt. Mis nurgad sünnitavad tema osad sihiga DE?

22. Sõdurile tehakse ülesandeks sõita jalgrattal kohast A (joonis 21 mõõtkavas 1 km 1 cm-is) heinamaad mööda jõele, sellest üle ujuda ja jala, mööda sood, viia tarvilikud teated väeosale kohal B. Arvesse võttes, et sõidukiirus heinamaad mööda on 10 km tunnis ja jalakäija kiirus sood mööda 4 km tunnis, määra üleujumiskoht C nõnda, et sõdur saaks ülesande teostada võimalikult lühikese ajaga.

Ülesande graafiliseks lahendamiseks võta rida C asukohti sirgel DE, mõõda igale C asendile vastavad AC ja BC, määra teede AC ja CB käimiseks tarvilikud ajad, ACB käimiseks tarvisolev koguaeg ja kujuta selle aja käik DC muutumisel. Siit määra otsitav C asend. Märgi joonisel ülesannet lahendav tee värviliselt.



Joonis 21.

23. Allpool järgneb rida avaldisi. Kujuta nende väärtuse käik avaldises esineva tähe muutumisel etteantud vahemikus.

Avaldise väärtused arvuta küllalt tihedalt, näiteks 0,5 või 0,4, tarbekorral isegi 0,2 või 0,1 tagant. Arvutused toimeta kohaselt valitud arvutusskeemis asjakohase täpsusega.

1⁰. $y = \frac{x + 20}{x + 2}$ $\qquad 0 \leqslant x \leqslant 20$

2⁰. $v = \frac{3}{1 + u^2}$ $\qquad 0 \leqslant u \leqslant 5$

3⁰. $z = \frac{5x}{1 + 2x^2}$ $\qquad 0 \leqslant x \leqslant 10$

4⁰. $s = 6t - t^2$ $\qquad 0 \leqslant t \leqslant 6$

5⁰. $q = 25 + p^2 - 10p$ $\qquad 0 \leqslant p \leqslant 10$

6⁰. $x = \frac{z + 5}{z^2 + 2}$ $\qquad 0 \leqslant z \leqslant 8$

Peatükk V.

Positiivsed ja negatiivsed arvud.

Harjutis XVIII:

Ülesandeid tutvunemiseks vastassihiliste suurustega.

1. Kaks poissi mängivad 10-sendilise rahaga vappkiri mängu: vapi tulek viskel toob võidu, kiri — kaotuse. Esimese õpilase võitude ja kaotuste rida kujunes selliseks:

Mängu number	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Võit või kaotus	v	v	k	v	k	k	k	v	v	k	v	v	k	k	k

Kujuta mängu käik: võit — ühikutulbana ülespoole rõhtjoont, kaotus — ühikutulbana allapoole rõhtjoont.

2. Malevõistlusel kujunes õpilase võitude ja kaotuste käik järgmiseks:

Partii number	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Võit, viik või kaotus	v	v	viik	k	viik	k	v	v	k	viik

Kujuta graafiliselt mängu käik tulpkujutise viisil.

3. Kaardimängul võitis ja kaotas üks mängijaist järgmise arvu sentisid:

Mängu number	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Võidetud või kaot. s. arv	v. 8	v. 14	v. 0	k. 10	v. 0	k. 12	v. 7	v. 10	k. 8	k. 15

Kujuta võitude ja kaotuste käik graafiliselt, tulpkujutise viisil.

4. Üksikute koguduste järgi võttes oli Valga praostkonnas 1927. a. sündinute ja surnute arv järgmine:

	Sünd.	Surn.		Sünd.	Surn.
Elva	29	26	Rõngu	63	97
Hargla	81	75	Rannu	40	63
Kambja	103	131	Sangaste	52	56
Karula	40	42	Laatre	29	31
Nõo	86	107	Valga Peetri	98	81
Otepää	125	135	„ Luke	25	36
Puhja	72	66	Võnnu	179	224

Kujuta 1⁰. sündinute arvud tulpadena ülespoole rõhtjoont ja surnute arvud tulpadena allapoole rõhtjoont;

2⁰. sündinute arvu ülekaalud üle surnute ja surnute arvu ülekaalud üle sündinute vastava sihitähistusega tulpade näol.

5. Alljärgnev tabel toob andmeid kaubavahetuse kohta Balti riikides 1927. a. esimese kaheksa kuu jooksul. Andmed on miljonites kroonides.

S i s s e v e d u.

	Jaanuar	Veebruar	Märts	Aprill	Mai	Juuni	Juuli	August
Eesti . . .	6,2	5,4	7,1	7,4	8,9	8,5	8,1	8,7
Läti. . . .	13,6	12,2	12,7	11,7	17,0	10,6	17,6	12,9
Leedu . .	6,2	5,9	9,0	8,0	7,4	8,6	8,8	10,0
Soome. .	37,1	34,2	42,5	43,9	56,9	56,6	48,6	54,1
Poola . .	80,3	83,1	95,2	109,8	121,3	118,5	100,8	96,0

Väljavedu.

	Jaanuar	Veebruar	Märts	Aprill	Mai	Juuni	Juuli	August
Eesti . . .	5,3	6,2	6,1	5,8	8,9	9,6	9,8	10,9
Läti. . . .	12,7	8,6	13,0	11,5	11,8	11,1	15,6	16,2
Leedu . .	9,8	9,6	9,3	6,7	7,1	6,1	5,5	6,5
Soome. .	24,0	22,1	21,9	25,1	38,5	63,2	87,8	82,6
Poola . .	86,5	86,2	95,6	88,5	84,6	84,5	84,4	89,4

Kujuta mõne siin nimetatud riigi jaoks:

1⁰. väljaveo käik tulpadereana ülespoole rõhtjoont;

2⁰. sisseveo käik tulpadereana allapoole rõhtjoont;

3⁰. väljaveo ülekaalud üle sisseveo ja sisseveo ülekaalud üle väljaveo vastava sihitähistusega tulpade näol.

6. Osaühingu „Kildkiviõli" sajakroonilise osatähe eest maksti börsil

Ajal	II 3.	10.	22.	27.	III 5.	13.	24.
Krooni	97	94	99	103	105	110	103

Kujuta tulpkujutise viisil nimetatud osatähe tegeliku hinna kõikumine ümber osatähe nominaalhinna (üle selle, alla seda).

7. Alljärgnev tabel näitab meie tööbörsidel registreeritud meessoost tööotsijate (*t*) ja saadaolevate vabakohtade (*k*) arve 1925. ja 1926. aasta kuudel.

1925	*t*	*k*	1926	*t*	*k*
I	3419	2195	I	1467	1336
II	2980	2402	II	847	835
III	2465	2444	III	1123	738
IV	1545	1524	IV	893	597
V	1268	1086	V	818	603
VI	1045	584	VI	498	677
VII	465	840	VII	453	820
VIII	468	332	VIII	371	403
IX	576	636	IX	420	486
X	945	410	X	1037	1033
XI	2103	423	XI	1916	994
XII	1308	1392	XII	1548	1228

Kujuta ühe siin nimetatud aasta kohta tulpkujutise viisil:

1⁰. tööotsijate arvu käik;

2⁰. vabakohtade arvu käik;

3⁰. tööpakkumise ülekaalu käik üle nõudmise.

8. Elanikkude arvu liikumise uurimine Eesti linnades 1922. aasta kuudel I—XII andis järgmised andmed suurenemise ja vähenemise kohta:

I	II	III	IV	V	VI	VII
s. 2155	s. 428	s. 833	v. 541	v. 1453	v. 8653	v. 2242

VIII	IX	X	XI	XII
s. 3379	s. 8410	s. 3280	s. 3042	v. 1913

Kujuta andmed vastassihiliste tulpade reana.

9. Enne ja pärast suuremat vihma näitas Emajõe veepind järgmisi seise:

Päev	VII 2.	5.	9.	11.	12.	14.	17.
Veepinna kõrgus cm-tes alla või üle normaalse	25 alla	31 alla	8 alla	4 üle	10 üle	7 üle	0 üle

Kujuta Emajõe veepinna käik ajavahemikus 2.—17. VII. Kui kõrge oli Emajõe veepind arvatavasti 4. VII, 7. VII, 13. VII?

10. Tooma sookatsejaamas 1926/7 a. korraldatud vaatlused jää sügavuse ja lumikatte kõrguse kohta sooheinamaal andsid järgmised saadused (mõõdud on cm-tes):

Aeg	XII 1.	XII 16.	I 1	I 16.	II 1.	II 16.	III 1.	III 16.	IV 1.	IV 11.
Lumikatte kõrgus	2	10	11	12	8	14	24	—	1	—
Jää ülapiiri sügavus	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6
Jää alapiiri sügavus	1	7	11	16	29	29	23	29	27	26

Aeg	IV 16.	IV 21.	IV 26.	V 1.	V 6.	V 11.	V 16.	V 21.	V 26.
Lumikatte kõrgus	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Jää ülapiiri sügavus	8	10	11	12	16	17	17	21	—
Jää alapiiri sügavus	25	28	24	27	24	22	22	23	—

Kujuta ühel ja samal joonisel, vaatlussaadusi tasandades:

1⁰. lumikatte kõrguse käik;

2⁰. jää ülapiiri sügavuse käik;

3⁰. jää alapiiri sügavuse käik.

Kirjelda saadud joonisele tuginedes kolme nimetatud nähtuse käiku.

Kui kõrge oli lumikate arvatavasti 25. XII, 23. II ja 17. IV?

Kui sügaval asus jää alapiir samul päevil?

Harjutis XIX:

Liitmine ja lahutamine vastassihiliste suuruste vallas.

Eelmärkus. Järgmised ülesanded 1—14 lahenda graafiliselt, kujutades andmeid sihitud lõikudena, vektoritena. Avalda otsitav suurus kiirkirjaliselt andmeis ja arvuta tema väärtus.

1. Õhusoojuse tõusule $4^0,5$ võrra enne kõuevihma ja rahesadu järgnes temperatuuri langus $7^0,3$ võrra saju ajal. Kui suur on temperatuuri kogumuutus?

2. Raske haiguse järele näitas minu kehakaal 7 kg-list kadu; hiljemini, sanatooriumis kosudes, aga 4,5 kg-list tõusu. Kui suur on minu kehakaalu kogumuutus?

3. Liivarannas suplemine lõppes suvitajal 15-kroonilise kuldsõrmuse kaoga. Selle otsimine ei annud küll soovitud tagajärge, lõppes aga vana, 10 krooni väärt oleva kuldraha leiuga. Kui suur on suvitaja aineline kogukadu?

4. Õnnemängijal seltsis 15-kroonilisele võidule 19-krooniline võit. Avalda üldvõit andmeis ja arvuta tema väärtus.

Kuidas kujuneks lugu, kui esimesele võidule seltsiks 19-krooniline kaotus?

5. Rukki suurmüügi hind näitas juuli esimesel poolel tõusu 18 sendi võrra puuda pealt; lõikuse väljavaadete halvenemisel kuu teisel poolel näitas ta uut tõusu 25 sendi võrra. Avalda rukkipuuda hinna üldtõus andmeis ja arvuta tema väärtus.

Kuidas kujuneks lugu, kui rukki hind näitaks juuli teisel poolel 25-sendilist langust?

6. Ujuja kiirus on seisval veel (järvel) 2,5 meetrit sekundis, voolu kiirus jões 0,8 meetrit sekundis. Kui suur on ujuja liitkiirus (jõe kallaste suhtes) ujumisel pärivett? — ujumisel vastuvett?

7. Mootorpaat sõidab Peipsil Kallaste suunas kiirusega $5\frac{1}{2}$ meetrit sekundis ranna suhtes. Samal ajal lendab paadi kajutis kärbes kiirusega 2 meetrit sekundis kajuti suhtes. Kui suur on kärbse kogukiirus ranna suhtes, kui kärbse lennu suund paadi liikumissuunaga ühte langeb? — kui lend sünnib paadi liikumissuuna vastu?

8. Veolaev rakendab tema vedada olevale lodjale tõmbe 0,78 t. Jõe vool kisub sama lotja pärivett jõuga

0,65 t. Kui suur kogujõud on tarvitada lodja vedamiseks pärivett liikumisel? — vastuvett liikumisel?

9. Õhulaev satub vihmapilve ja kattub külma käes jääkoorega, mis teda 100 kg-lise rõhuga alla surub. Et edasilendamist võimaldada, heidab laeva juht mitu kotti ballasti alla, sellega laeva tõrjet 125 kg võrra suurendades. Missuguse lisajõu mõjul (suurus, suund) liigub õhulaev püstsihis edasi?

10. Möödunud juuni lõpul kinnitas kohus surnud kaupmehe Väikekasu testamendi, mille järgi poeg päris kogu isa vara kr. 1500 suuruses. Mõni päev hiljemini tuli teateleht isa tulumaksu kohta eelmöödunud aasta sissetuleku arvel, millega pojale langes kohustus tasuda kr. 1960. Kui suur on poja vara kasv omandatud pärimisõiguste ja kohustuste tõttu?

11. Perjatsi ranna suvitajate arv näitab juunikuul kasvamist 52 inimese võrra, juulikuul kasvamist 39 inimese võrra, augustikuul kahanemist 75 inimese võrra ja septembrikuul kahanemist 12 inimese võrra.

Kui suur on suvitajate arvu kasvamine kahe esimese kuu jooksul? — kahe järgmise kuu jooksul? — kahe viimase kuu jooksul?

12. Kooliõpilaste kooperatiiv lõpetas oma tegevusaasta

1925. a.	kahjuga	krooni	13.—
1926. a.	kasuga	„	22.—
1927. a.	kahjuga	„	8.—

Avalda ja määra kahe esimese aasta jooksul saadud kogukasu; — kolme esimese aasta jooksul saadud kogukasu.

13. Äri tegevusaasta lõppes (ümmargustes arvudes)

1924. aastal	ülejäägiga	krooni	5400.—
1925. „	„	„	9600.—

1926. aastal puudujäägiga krooni 11800.—
1927. „ „ „ 5400.—

Missuguse ülejäägi andsid esimesed 2 tegevusaastat? — esimesed 3 tegevusaastat? — esimesed 4 tegevusaastat?

14. Nelja allnimetatud äri viimase aasta tegevusaruande kokkuvõtted käivad ümmargustes arvudes järgmiselt:

Firma / Äriseis	„Kask & Kuusk“	„Mänd ja Pojad“	„Rahvakasu“	„Või ja Muna“
Aktiva	15200	10700	7900	8900
Passiva	9700	11200	12900	8900

Kui suur on iga äri päralt olev vara? Järjesta ärid nende rikkuse järele.

15. Toimeta järgmised liitmised:

1⁰. $(+1)+(+3)$
2⁰. $(+5)+(+4)$
3⁰. $(+7)+(-3)$
4⁰. $(+11)+(-7)$
5⁰. $(-4)+(+9)$
6⁰. $(-10)+(+5)$
7⁰. $(-3)+(-5)$
8⁰. $(-7)+(-3)$
9⁰. $(+1{,}9)+(+3{,}5)$
10⁰. $(-2{,}7)+(-4{,}3)$
11⁰. $(-4{,}8)+(+7{,}1)$
12⁰. $(+5{,}6)+(-10{,}2)$

16. Toimeta järgmised liitmised:

1⁰. $(+345)+(+1567)$
2⁰. $(+793)+(-436)$
3⁰. $(-194)+(+651)$
4⁰. $(-2357)+(-1439)$
5⁰. $(-5643)+(-2358)$
6⁰. $(+14{,}73)+(+19{,}27)$
7⁰. $(+5{,}63)+(-9{,}57)$
8⁰. $(-15{,}24)+(+23{,}81)$
9⁰. $(-7{,}65)+(-3{,}55)$
10⁰. $(-45{,}36)+(-14{,}64)$

17. Täida järgmised tabelid, liites

arvudega \ arvud	(+ 5)	(− 9)	(− 13)	(+ 29)	(− 37)
(− 2)					
(− 8)					
(+ 12)					
(− 17)					
(+ 25)					

ja liites

arvudega \ arvud	(− 3,9)	(− 7,7)	(+ 11,3)	(− 15,9)	(+ 21,6)
(+ 2,4)					
(− 9,8)					
(+ 13,5)					
(− 21,3)					
(− 28,4)					

Veendu tabelites antud arvupaaride juhtudel liitmise vahetuvusseaduse maksmajäämises ka sihiliste suuruste vallas.

18. Täida järgmine tabel ja veendu antud arvulistel näidetel, et liitmise ühenduvusseadus jääb maksvaks ka sihiliste suuruste vallas.

a	$(+3)$	(-5)	$(-7\frac{1}{2})$	$(+8)$	(-9)	$(-12\frac{1}{4})$	$(+15)$
b	(-7)	$(+4)$	$(+2\frac{1}{4})$	$(+10)$	(-11)	$(-5\frac{1}{2})$	(-9)
c	$(+4)$	$(+9)$	$(-5\frac{3}{4})$	(-7)	(-13)	$(+7\frac{2}{3})$	(-17)
$b+c$							
$a+(b+c)$							
$a+b+c$							

Eelmärkus. Järgmised ülesanded 19—24 lahenda eeskätt graafiliselt, kujutades andmeid sihitud lõikudena — vektoritena. Avalda otsitav suurus sümboolselt andmeis ja arvuta tema väärtus.

19. Termomeeter näitab toas 15^0 sooja; tema paigutamisel lume ja soola külmetussegusse näitab ta 9^0 külma. Kui suur on toa ja külmetussegu temperatuuride vahe?

20. Kõige kõrgem mägi Mount Everest (Himaalaja mäestikus) on 8,8 km kõrge; kõige sügavam senini mõõdetud lohk meres (Vaikses ookeanis) on 10,4 km sügav. Kui suur on maakera kõrgema tipu ja sügavama lohu kõrgusevahe?

21. Elavhõbe tahkestub temperatuuril 39^0 alla nulli; piiritus — temperatuuril 112^0 alla nulli. Kui suur on elavhõbeda ja piirituse tahkestumistemperatuuride vahe?

22. Surnumere ja Geneetsareti järve veepind asuvad vastavalt 395 ja 208 meetrit allpool merepinda. Kui suur on esimese ja teise veepinna sügavusevahe?

23. Õpilaste spordiring lõpetas oma tegevusaasta

1924. a.	ülejäägiga	krooni	25.—
1925. a.	puudujäägiga	„	17.—
1926. a.	„	„	9.—
1927. a.	ülejäägiga	„	13.—

Määra kassa lõpuseisude vahe 2. ja 1. tegevusaasta lõpul, 3. ja 2. tegevusaasta lõpul, 4. ja 1. tegevusaasta lõpul.

24. Andmeid ülesandes XVIII,9.

Avalda veeseisu vahed 2. ja 5. VII; 2. ja 9. VII; 5. ja 11. VII; 9. ja 14. VII; 9. ja 17. VII; 11. ja 14. VII.

25. Andmeid ülesandes XVIII,10.

1°. Avalda iga vaatluspäeva kohta vahe lumikatte ülapiiri ja põhjajää alapiiri vahel.

2°. Avalda iga vaatluspäeva kohta vahe põhjajää ülapiiri ja alapiiri vahel.

26. Toimeta järgmised lahutamised:

1°. $(+5)-(+2)$
2°. $(+12)-(+4)$
3°. $(+10)-(-3)$
4°. $(+3)-(-8)$
5°. $(-5)-(+2)$
6°. $(-3)-(+6)$
7°. $(-4)-(-9)$
8°. $(-15)-(-8)$
9°. $(+7{,}3)-(+3{,}7)$
10°. $(-2{,}8)-(-4{,}5)$
11°. $(-3{,}7)-(-5{,}1)$
12°. $(+4{,}6)-(+8{,}1)$

27. Toimeta järgmised lahutamised:

1°. $(+5497)-(+988)$
2°. $(+3129)-(-1893)$
3°. $(-792)-(+1256)$
4°. $(-2538)-(-876)$
5°. $(-8576)-(+4398)$
6°. $(-21{,}00)-(-14{,}78)$
7°. $(+17{,}58)-(+13{,}92)$
8°. $(+9{,}23)-(-19{,}77)$
9°. $(-34{,}7)-(+12{,}35)$
10°. $(-56{,}92)-(+9{,}75)$

28. Täida alljärgneva tabeli tühjad ruudud ja veendu seal seisvatel arvulistel näidetel lahutamise ühenduvusseaduse maksmajäämises ka sihiliste suuruste vallas.

a	$(+2)$	$(-3\frac{3}{4})$	$(-4{,}5)$	$(+7)$	$(+8\frac{1}{2})$	(-11)
b	(-3)	$(-4\frac{1}{2})$	$(+7{,}3)$	$(+13)$	$(-1\frac{1}{3})$	$(+17)$
c	(-4)	$(+7\frac{1}{4})$	$(-11{,}8)$	(-19)	$(+9\frac{5}{6})$	(-23)
$b-c$						
$a+(b-c)$						
$a+b-c$						
$a-(b-c)$						
$a-b+c$						
$b+c$						
$a-(b+c)$						
$a-b-c$						

29. Lahenda järgmised võrrandid:

1⁰. $x-(-5)=(+8)$ 4⁰. $u-(-9)=(-6)$

2⁰. $y+(+2)=(+10)$ 5⁰. $v-(+17)=(+1)$

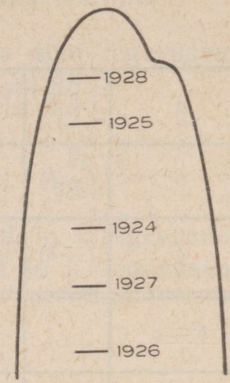
3⁰. $z+(-7)=(-13)$ 6⁰. $w+(+8)=(-3)$

Harjutis XX:

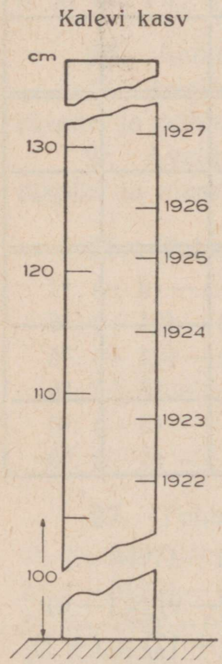
Vastassihilised suurused: järg. Nähtusekäikude astmikud.

1. Jões leidub kivi sisseraiutud kriipsudega, milleni langes märgitud aastatel suvise põua ajal jõe veepind (v. joonis 22 mõõdus 1 : 50). Kuidas määrata sellelt veepinna kõrguse astmikult cm-mõõtpuu abil madalama veepinna vahesid 1926. ja 1928. a.? — 1924. ja 1926. a.? — 1925. ja 1927. a.?

Kirjelda joonisele tuginedes madalama veeseisu käik vahemikus 1924.—1928. a.



Joonis 22.



Joonis 23.

2. Kõrvalseisev joonis 23 vähendatud mõõdus 1 : 5 kujutab ukse lengi ühes temal leiduvate kriipsudega. Kuidas määrata sellelt kasvuastmikult Kalevi kasvu uusaastal 1925? Kasvu suurenemist 1924. ja 1925. aastal? Kasvu suurenemist vahemikus 1. I 1923 kuni 1. I 1927? Kasvu 1. VII 1925? Kasvu suurenemist vahemikus 1. VII 1925 kuni 1. VII 1927?

Kirjelda Kalevi kasvamiskäik vahemikus 1922—1927.

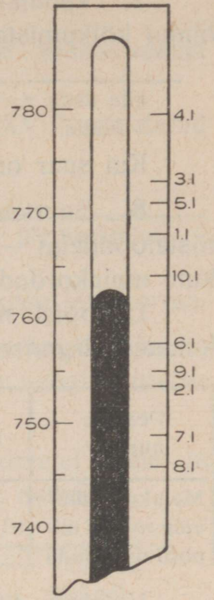
3. Järelseisev joonis 24 kujutab baromeetri skaalat ühes 1. I—10. I märgitud elavhõbeda-samba seisudega mõõdus 1 : 5. Kirjelda üksikasjaliselt baromeetri seisu käik ajavahemikus 1.—10. I, nimetades ühtlasi tarvilikud arvulised andmed.

4. Allpool on antud rida mägesid oma kõrgustega. Kujuta andmetele vastav kõrguseastmik, valides kohane mõõt.

Mont Blanc	4,8 km	Vesuv	1,2 km
Etna	3,3 „	Munamägi	0,3 „

Kuhu tuleks joonisel paigutada mägi Zugspitze, kui teada, et ta on 1,8 km Mont Blanc'ist madalam?

Kuhu — mägi Požarskaja (Uurali mäestikus), kui teada, et ta on Munamäest 1,1 km kõrgem?



Joonis 24.

5. Rooma keiser Augustus valitses aastast 30 e. Kr. kuni oma surmani aastal 14 p. Kr. Kui kaua ta valitses?

Ta suri 77 aasta vanuses. Millal oli ta sündinud? Kui vana ta oli troonile astudes?

Ülesande lahendamiseks valmista endale kohane aja astmik.

6. Kevadisel päeval mõõdeti temperatuuri iga tunni tagant ja saadi järgmine rida andmeid:

Kellaaeg	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Sooja või külma kraadides	k. 4,5	k. 3,2	k. 2,0	k. 1,2	k. 0,4	s. 0,1	s. 1,2	s. 2,6	s. 4,2	s. 6,4

Valmista temperatuuri käiku kujutav astmik:

külma ⟵ 0 ⟶ sooja

Kui suur on temperatuuride vahe suuruse ja sihi poolest kell 6 ja kell 12, kell 8 ja kell 11?

7. Valmista ülesandes XVIII,6 nimetatud osatähe hinna kõikumiste astmik:

alla seda hinda ⟵ | osatähe nominaalhind | ⟶ üle selle hinna

Kui suur on osatähe hinna maksimaalne kõikumine?

8. „Suurtes linnades on kõrgemad majad varustatud tõstetoolidega — liftidega, ühenduse kergendamiseks üksikute majakordade vahel.

Liftipoisi märgitud peatuste tabel 10 minuti vältel kujunes järgmiseks:

Peatuse number	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Majakord ülevalpool või allpool maapinda	10. ü.	3. ü.	7. ü.	1. a.	4. ü.	0.	3. a.	1. a.	2. ü.

Valmista lifti peatuste käiku kujutav astmik.

Missuguste peatuste vahel lift tõusis? — langes?

Mitu majakorda käis lift üles ja alla iga tõusu ja allalaskumise puhul?

9. Tiibuse talus alustati heinategemist

Aastail 1900 +	18	19	20	21	22	23	24	25
Mitu päeva enne või pärast jaanipäeva	3 e.	5 p.	1 p.	2 e.	7 e.	10 e.	3 p.	9 p.

Valmista heinategemise alguse käigu astmik:

enne jaanip. ⟵ | jaanipäev | ⟶ pärast jaanip.

Korralda aastaarvud heinategemise alguse hilisuse järgi.

Mis aastal algas heinategemine kõige varemalt? — kõige hiljemalt?

Kui suur on heinategemise alguse maksimaalne kõikumine?

10. Valmista, tarvitades ülesandes XVI,5 nimetatud andmeid, rukkisaagi käigu astmik:

alla keskmist ⟵ rukkisaagi keskmine ⟶ üle keskmise

Korralda aastaarvud rukkisaagi rikkuse järjekorras.

11. Valmista ülesandes XVIII,3 nimetatud mängutulemuste käigu astmik. Mitu punkti on vahet suurema võidu ja suurema kaotuse vahel?

12. Valmista ülesande XVIII,5 andmetel meie ja meie naaberriikide kaubanduse arenemise astmik:

sisseveo ülekaal ⟵ sissevedu võrdne väljaveoga ⟶ väljaveo ülekaal

Korralda kuud kaubanduse aktiivsuse järjekorras.

13. Valmista ülesande XVIII,7 andmete astmik:

nõudmise ülekaal ⟵ pakkumine võrdne nõudmisega ⟶ pakkumise ülekaal

Korralda kuud töövõimaluste kasvamise järjekorras.

14. On antud viis rida arve:

1⁰. $+5;\ -3;\ -7;\ +10;\ -1;\ +2.$

2⁰. $-15;\ -9;\ +13;\ +25;\ -4;\ +7.$

3⁰. $-3{,}5;\ -4{,}7;\ -5{,}4;\ +0{,}6;\ +7{,}4.$

4⁰. $-1;\ -\frac{2}{3};\ -\frac{1}{2};\ -\frac{3}{4};\ -\frac{5}{6}.$

5⁰. $-2\frac{1}{3};\ +5\frac{3}{4};\ +7\frac{1}{8};\ -1\frac{9}{10};\ -3\frac{1}{2}.$

Kujuta igas reas seisvad arvud omal teljel ja järjesta nad suuruse järgi.

15. Valmista endale hoolsalt arvastmik

$-15, -14, \ldots -2, -1, 0, +1, +2, \ldots +14, +15$

ja selgita sellel järgmiste avaldiste mõte:

1⁰. $(+2)+3-9$	4⁰. $(-13)-2+11$
2⁰. $(-4)+7-8$	5⁰. $(-3)-9+12-5$
3⁰. $0-5+12$	6⁰. $0+7-11-8+20$

16. Sama ülesanne avaldiste puhul, milles on esimene liige — null — ära jäetud;

1⁰. $-7-3+14+5-10-3$
2⁰. $+9+1-15-7+9+6$
3⁰. $-5+14+1-12+7+9$
4⁰. $-11+15+9-1-2-3$
5⁰. $+3-9-5+10+6-7$

17. Toimeta järgmised operatsioonid, rakendades ühelt poolt noolkujutist, teiselt poolt astmikkujutist, ja võrdle saadused:

Noolkujutise viisil:	Astmikkujutise viisil:
$(+5)+(+3)$	$+5+3$
$(+5)-(+3)$	$+5-3$
$(+5)+(-3)$	$+5-3$
$(+5)-(-3)$	$+5+3$
$(-5)+(+9)$	$-5+9$
$(-5)-(-9)$	$-5+9$
$(+7)+(-3)-(+9)$	$+7-3-9$
$(-11)+(+9)-(-6)$	$-11+9+6$

Väljenda üldine liitmise ja lahutamise seadus positiivsete ja negatiivsete arvude vallas.

18. Lahenda järgmised võrrandid:

1⁰. $x+3=1$	6⁰. $x+5=0$
2⁰. $x+9=21$	7⁰. $x-4=-1$
3⁰. $4+x=3$	8⁰. $x-12=-4$
4⁰. $5+x=5$	9⁰. $x-15=-33$
5⁰. $x+7=13$	10⁰. $x-11=0$

19. Koonda järgmised avaldised:

1⁰. $x - 2x + 5x$	11⁰. $w + 13w - 14$
2⁰. $-3x + 7x - x$	12⁰. $-7 + 8w - 5w$
3⁰. $5y - 8y - y$	13⁰. $1,5p + 2,7p - 3,9p$
4⁰. $1 + y - 10y$	14⁰. $p - 5,1p + 9,8p$
5⁰. $2z - 11z + 9z$	15⁰. $-q + 7,4q - 4,6q$
6⁰. $z - z - 3z$	16⁰. $+1,2q - 10,5q - 5,7q$
7⁰. $0 - 5u - 7u$	17⁰. $-3 + 4m - 5n - 7m + 5n$
8⁰. $-u - 10u + 9u$	18⁰. $p + 17q - 9p - 21q + 13p$
9⁰. $7v + 3v - 16v$	19⁰. $8r - s - 7r + 2s - 1$
10⁰. $5 - 9v + 4v$	20⁰. $5t - 2u + t - 4t - u$

Harjutis XXI:

Korrutamine ja jagamine vastassihiliste suuruste vallas.

1. Kell käib iga tund 2 minuti võrra ette; s. t. et kella käigu parandus on (— 2) minutit tunni kohta. Keskööl näitas kell õiget aega. Missugust aega ta näitab õige aja puhul

kell 1, 2, 3, . . . n?

Missugust aega ta näitab õige aja puhul

kell (— 1), (— 2), (— 3), . . . $-m$?

Avalda õige aja ja kella aja vahe nimetatud hetkedel kella käigu paranduse kaudu.

2. 23. V kuni 7. VI Kasaritsa künkamaal matkamisel muutus minu kaal iga päev (—500) g võrra. 1. VI oli minu kaal 72 kg. Missugune ta oli 1, 2, 3, . . . m päeva enne 1. VI? Missugune 1, 2, 3, . . . n päeva pärast 1. VI?

Avalda kaalu muutused andmete kaudu ja anna nende muutuste väärtused.

3. Kuni 2 km-ni ulatuvate kõrgusteni võib lugeda baromeetri languseks 8 mm iga sajameetrilise kõrgus-

kasvu kohta. Avalda baromeetri näitamismuutused kõrguste muutusel saja meetri
$-m, \ldots -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots +n$
kordse võrra. Anna nende näitamismuutuste väärtused.

4. Spiraalvedru, mis mul parajasti katsevahendiks, pikeneb koormuse suurenemisel iga naela pealt 5 mm võrra. Avalda vedru pikkusemuutus, võrreldes praegusega, kui koormatust muuta
$-n, \ldots -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \ldots +n$
naela võrra. Anna pikkuskasvude väärtused.

5. Kraater-järve põhi ja kaldanõlvak tõusevad 8 cm võrra iga meetri pealt, kui sammuda raadiuse sihis keskkohast ääre poole.

Missugune kõrgus vastab kohtadele, mis asuvad järve äärest maismaa poole rõhtsihis kaugustel 1, 2, 3, . . . *n* meetrit, kõrgusi veepinnast arvates? — mis asuvad järve äärest järve poole rõhtsihis kaugustel 1, 2, 3, . . . *n* meetrit?

Avalda nõutavad kasvud andmete kaudu ja anna nende väärtus.

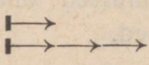
6. E e l m ä r k u s. Töö aluseks on korrutamise definitsioon: korrutada $3 \cdot 5$ (viis kolmega) tähendab tuletada arvust 5 uus arv nõnda, nagu 3 on tuletatud ühest $(1+1+1)$.

Toimeta graafiliselt järgmised korrutamised:

1^0. $2 \cdot 3$ 2^0. $3 \cdot 5$ 3^0. $4 \cdot 2$ 4^0. $5 \cdot 7$

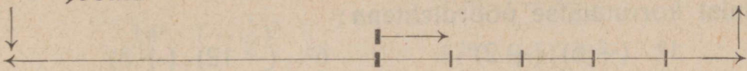
7. E e l m ä r k u s. Järgmiste tööde 7—11 aluseks on definitsioon: korrutada arv *b* arvuga *a* tähendab tuletada arvust *b* uus arv sama eeskirja järgi, mille järgi on *a* saadud positiivsest ühikust.

Joonis



kujutab arvunoole $(+3)$ saamist arvunoolest $(+1)$ venitamise teel.

Joonis



kujutab arvunoole (-5) saamist arvunoolest $(+1)$ venitamise ja saaduse pööramise teel poole pöörde võrra.

Toimeta graafiliselt järgmised korrutamised:

1^0. $2 \cdot (+3)$ 3^0. $2 \cdot (-4)$ 5^0. $4 \cdot (+3)$
2^0. $3 \cdot (+5)$ 4^0. $5 \cdot (-2)$ 6^0. $7 \cdot (-2)$

8. Toimeta graafiliselt arvunoole venitamise ja, kui tarvis, saaduse pööramise teel järgmised korrutamised:

1^0. $(+2)(+3)$ 5^0. $(-3)(+4)$
2^0. $(+3)(+5)$ 6^0. $(-4)(+5)$
3^0. $(+2)(-4)$ 7^0. $(-3)(-4)$
4^0. $(+5)(-3)$ 8^0. $(-5)(-3)$

9. Veendu neil ja teistel näidetel selles, et korrutamise vahetuvusseadus jääb maksvaks ka sihiliste suuruste vallas.

10. Veendu näidetel, nagu

$$(-2) \cdot [(+3) \cdot (-5)] \text{ ja } [(-2) \cdot (+3)] \cdot (-5),$$

et korrutamise ühenduvusseadus jääb maksvaks ka sihiliste suuruste vallas.

11. Veendu näidetel, nagu

$$(-3) \cdot [(+4) + (-5)] \text{ ja } (-3)(+4) + (-3)(-5),$$

et korrutamise jaotuvusseadus jääb maksvaks ka sihiliste suuruste vallas.

12. Arvuta järgmised korrutised:

1^0. $(+5)(-2{,}6)$ 6^0. $(+15{,}2)(+9{,}3)$
2^0. $7 \cdot (+4{,}2)$ 7^0. $(-17{,}3)(+8{,}7)$
3^0. $(-3)(+4{,}5)$ 8^0. $(+5{,}4) \cdot 0$
4^0. $(-2{,}4)(-3{,}8)$ 9^0. $0 \cdot (-6{,}9)$
5^0. $(-1)(+7{,}5)$ 10^0. $12 \cdot (-5{,}9)$

13. Toimeta järgmised jagamised, vaadeldes jagamist korrutamise pöördtehtena:

1⁰. $(+6):(+2)$	6⁰. $(-12):(+3)$
2⁰. $(+18):(+9)$	7⁰. $(-57):(+19)$
3⁰. $(+24):(-6)$	8⁰. $(-63):(-7)$
4⁰. $(+45):(-5)$	9⁰. $(-78):(-13)$
5⁰. $(+4{,}2):(-1{,}4)$	10⁰. $(-12):(-2{,}4)$

14. Lahenda järgmised võrrandid:

1⁰. $2x=-6$	6⁰. $-x=11$
2⁰. $5x=-1$	7⁰. $\frac{1}{2}x=-3$
3⁰. $-7x=-14{,}7$	8⁰. $-\frac{2}{3}x=4$
4⁰. $-3x=9$	9⁰. $-0{,}6x=-3{,}6$
5⁰. $-10x=5$	10⁰. $-2{,}5x=-20$

15. Lahenda järgmised võrrandid:

1⁰. $2x+9=7$	6⁰. $0+7x=-49$
2⁰. $3x-8=-14$	7⁰. $5+\frac{1}{2}x=-10$
3⁰. $5-x=1$	8⁰. $-1+\frac{2}{3}x=7$
4⁰. $9-4x=-7$	9⁰. $0{,}9x-1{,}9=-4{,}6$
5⁰. $-1-5x=-16$	10⁰. $-1{,}6x+8{,}1=1{,}7$

16. Lahenda järgmised võrrandid:

1⁰. $x+7-2x+3=0$
2⁰. $5+3x-7x=-3$
3⁰. $3x+6=11x+22$
4⁰. $1=x-5+9x-22x$
5⁰. $0=-x+18+2x-7x$

17. Arvuta järgmised suurused:

1⁰. $(+3)^2$	5⁰. $(-4\frac{1}{6})^2$	9⁰. $(-6{,}5)^2$
2⁰. $(-4)^2$	6⁰. $(+1{,}9)^2$	10⁰. $(-0{,}2)^2$
3⁰. $(+\frac{2}{3})^2$	7⁰. $(-8{,}4)^2$	11⁰. $(+2)^3$
4⁰. $(-\frac{3}{4})^2$	8⁰. $(+0{,}9)^2$	12⁰. $(-3)^3$

$13^0.\ (-7)^3$

$14^0.\ (-\frac{1}{2})^3$

$15^0.\ (+1\frac{3}{4})^3$

$16^0.\ (-2\frac{5}{6})^3$

$17^0.\ (-0{,}8)^3$

$18^0.\ (+1{,}1)^3$

Harjutis XXII:

Täiendavaid ülesandeid tehete vallast positiivsete ja negatiivsete arvudega.

1. Rong nihkub manööverdamisel ettepoole 50 sammu võrra jaamaesise keskkohalt, mille vastas ma parajasti vagunis istun. Peale rongi seismajäämist kolin veduripoolsesse vagunisse, mis 18 sammu eemal minu endisest asukohast. Kus ma asun viimaks jaamaesise suhtes? Kus ma asuksin, kui oleksin kolinud rongi pära poole, 24 sammu eemale endisest asukohast?

2. Põhjanaba-lennu õhulaeva hukkumisel maandub uurijaterühm liikuvale jääpangale. Kindlat maad otsides nihkub rühm jääd mööda 32 km võrra lõuna poole. Samal ajal viib veevool jääpanga 45 km võrra lõuna poole. Missugune on uurijate kogunihe hukkumiskohast (mõistes nihet suuruse ja suunaga)?

Kuidas kujuneks asi, kui veevool viiks panga 45 km võrra põhjasihis edasi?

3. Mõni aeg tagasi leiti Kohtlas suurem kogu vanu hõberahasid. Mõned neist on pärit aastast 715. Kui pikk ajavahemik lahutab meid nende rahade löömisajast?

4. Rooma linn on asutatud aastal 751 e. Kr. Kui vana on ta praegu?

5. Piibli järgi on maailm loodud a. 3949 e. Kr. Kui vana on maailm praegu (piibli järgi)? (Hofmann, 1658.)

6. Piibli järgi on Jumal kurja ilma nuhelnud upputusega aastal 2293 e. Kr. Mitu aastat on sellest möödunud? (Hofmann, 1658.)

7. Veealusele kaljule, mille hari asub 15 jala sügavusel, on ehitatud 60 jalga kõrge tuletorn. Kui kõrgel asub tuletorni tipp üle veepinna?

8. Inimese ehitatud kõrgeim torn — Eiffel'i torn Pariisis — on 395 m kõrge. Sügavaim puurauk (Kalifornias) on 2398 m sügav. Kui pikk on inimese ehitustöö piirkond püstsihis arvates?

9. Piirituse tahkestumise temperatuur asub 112° alla Celsius'e termomeetri nullpunkti. Kuidas kujunevad allpool-nimetatud ainete sulamistemperatuurid *P*-skaala järgi, mille nullpunkt on piirituse tahkestumistemperatuuril?

Aine	Sulamistemperatuur *C*-skaala järgi	Sulamistemperatuur *P*-skaala järgi
Vesi	0°	
Väävel . . .	+ 114°	
Elavhõbe . .	— 39°	
Ammoniaak .	— 75°	
Lämmastik .	— 167°	

10. Prantsuse revolutsiooni ajal pandi maksma uus ajaarvutamis-viis, mille järgi aastaid ei loetud enam Kristuse sündimisest, vaid revolutsiooniaastast 1792.

Missugustena tuleks nimetada uue ajaarvutamis-viisi järgi aastaid

— 751 (Rooma linna asutamine),
+ 862 (Vene riigi asutamine),
+ 1914 (Maailmasõda)?

11. Õhutemperatuuri mõõtmine andis järgmise rea arve:

kell	6	8	10	12	14	16	18	20
kraadi	—6,4	—6,0	—5,5	—3,4	—0,9	+1,2	+0,5	—0,1

Määra päeva keskmine temperatuur.

Mitme kraadi võrra erineb sellest keskmisest temperatuuri maksimum? — temperatuuri miinimum?

12. Palgi pikkuse määramisel leiti meetrites

6,87   6,75   6,77   6,73   6,76.

Määra mõõtmissaaduste aritmeetiline keskmine ja üksikute mõõtmissaaduste hälbed (kõrvalekaldumised) sellest keskmisest. Hälve on sihiline suurus. Kui suur on hälvete summa?

13. Veskikivi ümbermõõdu määramisel leiti meetrites

3,74   3,78   3,69   3,75   3,72.

Ümbermõõdu tõenäiliseks väärtuseks loetakse mõõtmissaaduste aritmeetilist keskmist. Leia see.

Määra üksikute mõõtmissaaduste hälbed ümbermõõdu tõenäilisest väärtusest arvates.

Kui suur on hälvete summa?

14. Tee kaldenurga määramine andis järgmise rea arve:

$8^0 4'$ $8^0 2'$ $8^0 7'$ $8^0 5'$ $8^0 2'$.

Kui suur on kaldenurga arvatav väärtus?

Missugused on üksikute mõõtmissaaduste vead (suuruse ja märgi poolest)?

Kui suur on vigade summa?

15. Kannu ruumala mõõtmine andis järgmise rea väärtusi liitrites:

0,834   0,829   0,831   0,837   0,830.

Kui suur on kannu ruumala arvatav väärtus?

Missugused on üksikute mõõtmissaaduste vead?

Kui lai on mõõtmissaaduste kõikumispiirkond?

16. Õhurõhumise päevakeskmised on 5 üksteisele järgneval päeval (baromeetri samba mm-tes)

749,4   753,5   759,2   758,7   755,9.

Määra 5-päevaline keskmine andmete liitmise ja summa jagamise teel.

Määra sama keskmine, võttes tema esialgse väärtusena mingi vahepealne, näit. 755, määrates hälbed sellest, leides hälvete summa, hälvete keskmise ja parandades esialgset keskmist leitud hälvete keskmise võrra.

17. Linna-apteegi kassa-aruanne näitas 6-el nädalapäeval sissetulekutena kroonides

e.	t.	k.	n.	r.	l.
125	119	128	118	121	127.

Kui suur on keskmine päevane sissetulek?

Määra see keskmine esiti otseselt, siis „esialgse keskmise“ võtte viisil.

18. Täida järgmise tabeli tühjad kohad:

m	-7	$+5$	$-9{,}1$	$+3{,}4$	$+10{,}0$	$-13{,}7$	$-20{,}5$	$-6\frac{1}{4}$
n	$+4$	-3	$+5{,}6$	$+7{,}1$	$-2{,}8$	$+15{,}9$	$+11{,}8$	$-19\frac{1}{2}$
$m+n$								
$m-n$								
mn								
$m:n$								
$(m+n)^2$								
$(m-n)^3$								

19. Ülesandes VI,13 on antud rida avaldisi. Arvuta nende väärtused arvu n muutumisel (-10)-st kuni $(+10)$-ni ja kujuta iga näite puhul saadused tulpadena, silmas pidades sihti.

Võrdle saadud graafik oma ennemalt tehtud joonisega.

20. Ülesandes XVII,23 on antud rida avaldisi. Arvuta nende väärtused vahemikus, mille saad, kui endised muutujate rajad võtad miinusmärgiga. Kujuta avaldiste käik graafiliselt, täiendades nõnda oma ennemalt valmistatud jooniseid.

21. Poliitilise erakonna büroo valmistab valimiseelseks kihutusmaterjaliks brošüüri. Eelarvestus annab järgmise tabeli:

Kui määrata müügihinnaks senti	15	20	25	30	35	40	45
Võib loota, et saab ära müüa eksemplare	3000	1960	1320	920	630	450	320
Sel puhul tuleb eksemplar omal maksma senti	20	25	28	31	32	33	34

Kujuta müüa loodetavate eksemplaride arvu käik eksemplari hinna muutumisel.

Kujuta samas võrgus büroo poolt kantava kulu käik eksemplari hinna muutumisel.

Peatükk VI.

Võrdeline olenevus. Pöördvõrdeline olenevus.

Harjutis XXIII:

Võrdeline olenevus.

1. Kauba naelahind on 0,50 krooni.

Koosta tabel:

Kauba hulk h naelades	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Kauba väärtus v kroonides											

ja kujuta arvu v käik arvu h muutudes.

Leia graafikust kauba väärtus 2,5-, 4,8-, 8,2- ja 13,4-naelalise kaalu puhul.

Missuguse pildi saaksime, kui kauba naelahind oleks 0,70 krooni? — kui kauba hind oleks 0,20 krooni? — 1 kroon? — 3 krooni?

Anna h ja v side valemina iga naelahinna juhu kohta eraldi.

2. Töölise töötunni tasu on 35 senti.

Koosta tabel:

Töötundide hulk h	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Töötasu t sentides									

ja kujuta arvu t käik arvu h muutudes.

Leia graafikust töötasu töötundide arvu puhul $3\frac{1}{2}$, $7\frac{1}{4}$, $9\frac{3}{4}$, 12.

Anna *t* ja *h* side valemina.

Mis valemi ja missuguse diagrammi saaksime töötunni tasu korral 50 senti, 75 senti, 1 kroon?

3. Kapitali 100 krooni pealt, mis panka hoiule pandud, saame aastas 8 krooni intresse.

Koosta tabel:

Kapital *k* kr-des	0	100	200	.	.	.				1000
Intressid *i* kr-des	0	8								

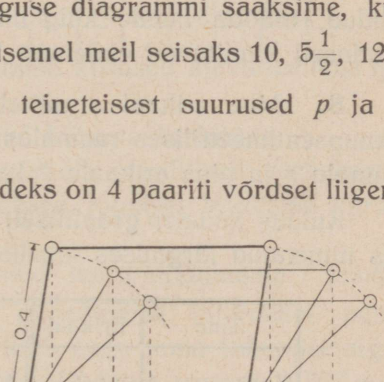
Kujuta arvu *i* käik arvu *k* muutudes.

Anna *i* ja *k* side valemina.

Mis valemi ja missuguse diagrammi saaksime, kui endise protsendimäära 8 asemel meil seisaks 10, $5\frac{1}{2}$, 12?

4. Kuidas olenevad teineteisest suurused *p* ja *l* ülesandes II, 17?

5. Rööpküliku külgedeks on 4 paariti võrdset liigenditega ühendatud varrast (joonis 25). Koosta *hS*-tabel ja kujuta pinna *S* käik kõrguse *h* muutumisel. Viimase väärtused võta jooniselt.



Joonis 25.

6. Joonista rida võrdkülgseid kolmnurki, võttes küljeks järjest 1, 2, 3, . . . 10 cm või soovikorral mingid 10 teist pikkust. Mööda iga saadud kolmnurga kõrgus, korralda saadused tabeliks ja kujuta võrdkülgse kolmnurga kõrguse käik kolmnurga külje pikkuse muutumisel. Tarbekorral tasanda mõõtmissaadused.

Leia saadud graafikult võrdkülgse kolmnurga külje a ja kõrguse h vaheline side.

Joonista peale eelmiste veel mõned hästi suured võrdkülgsed kolmnurgad, mõõda nende külg ning kõrgus ja uuri, kas saadused kinnitavad ennemalt leitud sideme maksvust. Määra graafikult võrdkülgse kolmnurga kõrgus külje puhul 4,7; 7,3; 9,8 cm.

7. Joonista rida ruutusid, võttes küljeks järjest 1, 2, 3, . . . 10 cm või soovikorral mingid 10 teist pikkust. Mõõda iga saadud ruudu diagonaal, korralda saadused tabeliks ja kujuta ruudu diagonaali käik ruudu külje muutumisel. Tarbekorral tasanda vaatlused.

Leia ruudu külje a ja diagonaali d vaheline side.

Joonista peale eelmiste veel mõned hästi suured ruudud, mõõda nende külg ning diagonaal ja uuri, kas saadused kinnitavad ennemalt leitud sideme maksvust.

8. Aine erikaal e näitab aine kaalu grammides 1-kuupsentimeetrilises ruumalas. Avalda aine kaal k aine ruumala r ja aine erikaalu e kaudu.

Kuidas kujuneb graafiliselt side üksikute ainete puhul, mis nimetatud järgmises tabelis?

Aine	Erikaal	Aine	Erikaal
Kork	0,2	Alumiinium	2,7
Lambiõli	0,8	Tsink	7,1
Vesi	1,0	Vask	8,9
Magneesium	1,7	Seatina	11,3
Väävel	2,0	Kuld	19,2

Anna iga aine jaoks eraldi side keha ruumala r ja ta kaalu k vahel.

Kujuta ühes ja samas võrgus ning mõõtkavas iga aine puhul keha kaalu käik tema ruumala suurenedes. Milledena esinevad graafikul ainete erikaalud?

9. Hobune käib koorma vedamisel kiirusega 1,2 m/sec, sõdur sammub marssides kiirusega 1,5 m/sec; noorsportlane liigub joostes kiirusega 2,2 m/sec; ratsaväelane ratsutab kiirusega 3,5 m/sec; jänes jookseb kiirusega 15 m/sec; jaanalind — 25 m/sec; tuvi lendab kiirusega 35 m/sec ja pääsuke kiirusega 50 m/sec. Anna sidemed liikumisaja ja liikumistee vahel.

Kujuta kõik need sidemed ühel ja samal joonisel ühes ja samas mõõtkavas.

Millena kujunevad graafikul liikumise kiirused?

10. Tigu liikumise jälgimisel arvati aegu liikumise algusest ja käidud teid liikumise lähtekohast. Vaatlemine andis järgmise pildi:

Vaatlusaeg minutites	0	1,2	2,6	3,0	3,8	5,4	6,8	7,3	8,9
Käidud tee cm-tes	0	1,4	3,1	3,7	4,5	6,6	8,2	8,7	10,6

1°. Arvuta tigu liikumise kiirused ajavahemikus iga kahe vaatluse vahel.

2°. Arvuta kõigi leitud kiiruste keskmine.

3°. Kujuta tigu liikumiskäik graafiliselt, tarbekorral vaatlusi tasandades, ja määra joonisel liikumise kiirus. Võrdle saadus eelmisega.

4°. Avalda tigu käidud tee s liikumisaja t kaudu.

11. Ookeani-auriku pöördumise jälgimisel peale tema väljasõitu sadamast loeti aegu tema liikumise algusest, nurki — kompassi järgi *NS*-sihist arvates, *NWS* suunas. Vaatlus andis järgmise tabeli:

Aeg minutites	0	2	5	6	9	11	15	20
Pöördenurk kraadides	0	18,5	45,8	55,3	82,0	108,1	138,4	184

1°. Arvuta auriku pöörlemiskiirused ajavahemikus iga kahe vaatluse vahel.

2°. Arvuta kõigi leitud kiiruste keskmine.

3°. Kujuta auriku pöördumiskäik graafiliselt, tarbekorral vaatlusi tasandades. Määra joonisel auriku pöörlemiskiirus. Võrdle saadus eelmisega.

4°. Avalda auriku pöördenurk ω aja t kaudu.

12. Anna valem, mis lubab ümber arvutada

1°. rahasumma	l Läti lattides	summaks	k kroonides
2°. "	n naelsterlingites	"	" "
3°. "	d dollarites	"	" "
4°. "	m Saksa markades	"	s sentides
5°. "	f Prantsuse frankides	"	s "

Arvutamisel võta ümmarguselt

1 Läti latt	$\approx$ 0,72 kr	1 Rmk	$\approx$ 0,90 kr
1 £	$\approx$ 18,20 "	1 fr	$\approx$ 0,15 "
1 $	$\approx$ 3,72 "		

13. Anna valem, mis lubab ümber arvutada

1°. kaalu	k kg-des	kaaluks	g grammides
2°. "	" "	"	n naelades
3°. "	t tsentnerites	"	p puudades.

Arvutamisel võta ümmarguselt 1 kg $\approx$ 2,5 naela.

14. Anna valem, mille järgi saab ümber arvutada

1°. pikkusi	j jalgades	pikkusteks	t tollides
2°. "	a arssinates	"	v versokites
3°. "	a arssinates	"	t tollides
4°. "	a arssinates	"	k küünardes
5°. "	k küünardes	"	t tollides
6°. "	a arssinates	"	m meetrites
7°. "	k küünardes	"	m meetrites
8°. "	s süldades	"	m meetrites
9°. "	m meetrites	"	s süldades
10°. "	m meetrites	"	a arssinates
11°. "	m meetrites	"	k küünardes.

Arvutamisel võta ümmarguselt 1 arssin $\approx$ 72 cm.

15. Igapäevases elus tarvitatakse meil kraadiklaasina Réaumur'i termomeetrit, teaduses peamiselt Celsius'e termomeetrit. Mõlemal on jää sulamispunkt tähistatud nulliga; vee keemispunkt on R-il märgitud 80-ga, C-el 100-ga. Nii ühel kui teisel on skaalajaotised võrdsed. Olgu mingil ajal ja kohal termomeetrite lugemid vastavalt R ja C. Kuidas on need arvud teineteisega seotud? Koosta R-temperatuuride ümberarvutamise tabel C-temperatuurideks, võttes R temperatuurid 4 kraadi tagant.

Kujuta C ja R temperatuuride side graafiliselt mm-paberil.

Kuidas saada lihtsamal teel graafiline C ja R temperatuuride ümberarvutamise tabel?

Uuri eriti ka negatiivsete temperatuuride juhtu.

16. Uuemal ajal on teaduses ja selle rakendusis õhutatud täisnurga sajandiku tarvituselevõtmist nurga mõõduna, täisnurga üheksakümnendiku — ühe kraadi — asemel. Joonista võimalikult hoolsalt graafiline tabel täisnurga üheksakümnendikkude ümberarvutamiseks täisnurga sajandikkudeks ja ümberpöördult. Saades selle, koosta tema alusel numbriline tabel nende mõõtude teisendamiseks, võttes tabeli väärtused viie ühiku tagant.

17. Kell läheb päevas 6 minuti võrra ette. Näidaku kell keskööl 1. kuupäeval õiget aega. Mis paranduse peab lisama kella lugemile keskööl 2., 3., 4., . . . 10. kuupäeval? Kujuta paranduse käik graafiliselt. Missuguse paranduse pidi lisama kella lugemile õige aja saamiseks eelkäiva kuu viimasel, eelviimasel, eel-eelviimasel päeval?

Kus asuvad need parandused diagrammis?

18. Lennuk lendab Riiast Tallinna, olles kell 12 Tartu kohal. Lennuki kiirus on 120 km tunnis. Kujuta lennuki lennatud tee olenevuses lennuajast, võttes seejuures aegade alguseks keskpäev ja kauguste nullpunktiks Tartu.

Kuidas kujuneks asi, kui lennu suund oleks Tallinnast Riia poole?

19. Maakera pöörleb ümber oma telje, tehes 24 tunni jooksul täie tiiru 360^0. Võttes aja alguseks tänase kesköö, kujuta maa pöördenurga käik 5 päeva kestel enne ja 5 päeva kestel peale aja nulli.

20. Kujuta ühel ja samal joonisel olenevused

$$y = 0{,}4x;\ 0{,}8x;\ 1{,}5x;\ 2x;\ 2{,}5x;\ 3x;\ 4x;\ 5x;\ 6x;\ 7x;\ 8x;\ 9x;\ 10x$$

$$\text{vahemikus } -5 \leqslant x \leqslant +5$$

ja samad olenevused miinusmärgiga kordajate ees.

21. Kujuta arvu x absoluutväärtuse käik vahemikus $-10 \leqslant x \leqslant +10$.

Missugune kalle on käigu kujujoone üksikutel osadel?

22. Kujuta funktsiooni

$$y = x + |x|$$

käik vahemikus $-10 \leqslant x \leqslant +10$.

Missugused kalded on kujujoone üksikutel osadel?

23. Kuulus Piisa torn on 54 m kõrge. Tema tipp on püstsihist 4,50 m võrra kõrvale vajunud. Missugune on torni kalle püstsihi suhtes?

Määra joonisel torni kalle ka rõht-tasapinna suhtes.

24. Suurendagu mikroskoop 1500 korda. Bakter paistab mikroskoobi all p mm pikana. Missugune on tema tõeline pikkus P?

25. Olgu maatüki plaan joonistatud mõõtkavas 1 : 1000. Olgu kahe piirikivi vaheline kaugus plaanil k cm. Missugune kaugus K vastab sellele maapinnal?

26. 1^0. Kui kõrge künkana paistaks maakera kõrgem mägi Mount Everest (8800 m) gloobusel raadiusega 1 m?

Kui sügavana paistaks sügavam senini mõõdetud lohk Vaikses ookeanis (10400 m)?

Kui paksu kihina tuleks kujutada maakera koort (100 km) ja õhukihti (1000 km)? Maakera raadius $\approx$ 6400 km.

2^0. Kui kõrgena K kujuneks sel gloobusel mägi, mis on k meetrit kõrge?

Kui sügavana S kujuneks lohk, mille sügavus on s meetrit?

3^0. Pariisis 1889. a. korraldatud üleilmsel näitusel oli teiste üllatuste hulgas valmistatud hiiglagloobus, mis pidi kujutama maakera mõõtkavas 1 : 1 000 000.

Lahenda eelmises ülesandes seisvad küsimused selle gloobuse kohta.

27. Pankrotti jäänud Harju Pank tasub inglise firmale võlguoleva summa arvel s šillingit 1 £ kohta. Mitu protsenti p võlast saab ta nõnda tasa? Kuidas oleneb protsentide arv šillingite arvust s?

28. Maja toob kuus üüri u krooni. Kui suur on maja kapitali väärtus v, kui arvata tuluprotsendiks $7{,}5\%$? Kuidas on teineteisega seotud arvud u ja v?

29. Korrapärase m-nurga külg a paisus soenedes α võrra. Kui palju kasvas sel puhul hulknurga ümbermõõt? Missuguse osa küljest moodustab külje kasv ja missuguse osa ümbermõõdust ümbermõõdu kasv?

30. Ruudu külg a cm paisus soenemisel 2% võrra oma lähteväärtusest. Kui palju paisus ruudu ümbermõõt? Mitu protsenti moodustab ümbermõõdu paisumine ümbermõõdu lähteväärtusest?

31. Korrapärase n-nurga külg a paisus soenemisel $0{,}5\%$ võrra oma lähtepikkusest. Mis pikkuse võrra kasvas tema ümbermõõt? Mitu protsenti moodustab ümbermõõdu kasv ümbermõõdu lähteväärtusest?

32. Ringi raadius r mm tõmbus jahtumisel kokku 1% võrra oma pikkusest. Missuguse pikkuse võrra muutus seejuures ta ümbermõõt? Mitu protsenti moodustab ringi pikkuse vähenemine tema pikkuse lähteväärtusest?

33. Maakera raadius r väheneb maakera jahtumise tagajärjel 100 aasta jooksul p protsendi võrra oma lähtesuurusest. Kui palju väheneb sel puhul maakera ümbermõõt? Mitu protsenti moodustab ümbermõõdu kahanemine ümbermõõdu lähteväärtusest?

34. Muutugu valemis $y = mx$ suurus x kasvu h võrra. Kui suure kasvu k võrra muutub siis y?

Kuidas on seotud x-i ja y protsentuaalsed muutused? Anna rida konkreetseid näiteid.

Harjutis XXIV:

Pöördvõrdeline olenevus.

1. Jõuluvana tahab kulutada 3,50 krooni maiusasjade peale. Kui mitu naela saaks ta neid naelahinna puhul krooni 0,50; 0,72; 0,80; 1,00; 1,25; 1,50; 2,00; 2,50?

Kujuta graafiliselt naeladehulga käik naelahinna muutumisel.

2. Kooli murutõnise esimängija Lasn tahab endale osta uue reketi, mille hind on 30,00 krooni. Et tal võimatu on seda summat vanematelt saada, korjab ta teda, pannes omast järelaitaja teenistusest iga nädal kindla summa hoiule. Mitu nädalat kulub summa korjamiseks, kui nädalane hoiulepandud summa on krooni 1,00; 1,50; 2,00; 2,50; 3,00; 4,00; 5,00; 6,00?

Kujuta graafiliselt nädalate arvu käik iganädalase rahalisandi muutumisel. Määra joonisest nädalate arv, mis vastab rahalisanditele 2,25; 2,75; 3,50; 4,50; 5,50 ja kontrolli saadus vastava arvutuse teel.

3. Kooli suusatajateringi esimees korjab omale tunniandmisega raha uute suuskade muretsemiseks, mille hind on 18,00 krooni. Kui suur peaks olema tema nädalane teenistus, et nõutav summa kokku saada 2, 3, 5, 8, 10 nädala jooksul?

Kujuta graafiliselt nädalatehulga käik nädalateenistuse muutumisel.

Määra graafiliselt, missugune peaks nädalateenistus olema, et nõutav summa kokku saada $4\frac{1}{2}$, 7, 9 nädala kestel. Kontrolli saadus arvutamise teel.

4. Ristkülikut moondatakse nõnda, et tema pind jääb muutumatuks, nimelt 1 ruutdetsimeetri suuruseks. Kuidas oleneb selle ristküliku kõrgus h tema alusest a? Anna olenevus valemina, tabelina, diagrammina. Arvutamisel võta aluse väärtused 0,1 tagant.

5. Alljärgnev tabel peab näitama, kui palju kulub aega t, et antud $^0/_0$-määra p puhul saada 1000-krooniliselt kapitalilt 100 krooni tulu.

p	1,0	1,5	2,0	2,4	3	3,6	4,5	5	6	8	10
t											

Täida tabel ja kujuta aegade käik $^0/_0$-määra muutumisel.

6. Allpool-toodud tabel peab näitama, missugustel $^0/_0$-määradel p saadakse aastas 100 krooni tulu tabelis seisvatelt kapitalidelt k krooni.

k	1000	1500	2000	2500	3000	3500	4000	5000	8000	10000
p										

Täida tabel ja kujuta $^0/_0$-määra p käik kapitali k muutudes.

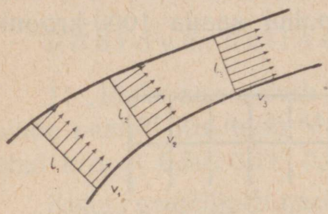
7. Kruvikeerme tõus on h mm. Mitu keeret n on p cm pikkusel kruvil?

Kuidas olenevad teineteisest arvud h ja n?

8. Piki sadamasilda, tema merepoolse otsa ja kalda vahel lugesin teatud ajahetkel n otse kalda poole liikuvat lainet. Olgu silla pikkus s ja laine pikkus (harjast harjani) l. Kuidas on seotud kolm arvu l, n ja s? Mis sünnib laine pikkusega arvu n kasvamisel 2-, 3-, 4-, 5-kordseks?

9. Olgu mõõtmise teel saadud mingi suuruse väärtus s; olgu selle juures tehtud viga v. Suhe $\frac{v}{s}$ näitab siis suuruseühiku kohta tulevat viga ehk mõõtmise relatiivset (suhtelist) viga r. Mis sünnib rel. veaga r, kui suurus s kasvab 2-, 3-, 4-, 5-, 10-kordseks (oletusel, et mõõtmisviga v jääb endiseks)?

10. Kõrvalseisev kujutis on jõe põhijoonis. Oletame, et mõõtmised näitasid kogu joonise piirides üht ja sama jõe sügavust h m, muutuvat laiust l m ja sellel laiusel voolu kiirust v m/sec. Kui palju vett voolab 1 sekundis läbi lõike l_1, palju läbi lõike l_2, l_3, ... l_n? Mida võib öelda korrutistest $l_1 v_1$, $l_2 v_2$, $l_3 v_3$, ... $l_n v_n$? Olgu l jõe laius mingil kohal, v voolu kiirus sellel kohal. Kuidas oleneb voolu kiirus v jõe laiusest (tehtud oletusel muutumatust sügavusest h)?



Joonis 26.

11. Rong sõidab ühtlase kiirusega, käies s kilomeetrit t tunnis. Mis kiirus on tal, kui kiirust mõõta kilomeetrites tunnis? — meetrites tunnis? — sentimeetrites tunnis? — kilomeetrites minutis? — kilomeetrites sekundis? — meetrites minutis? — sentimeetrites sekundis?

12. Londoni turul müüakse Eesti võid hinnaga s šillingit v tünni eest. Kui kallis on selle või naelahind h kroonides? Arvutamisel võta ümmarguselt 20 šillingit $\approx$ 18 krooni ja (või-) tünni kaaluna 1 tsentner $\approx$ 3,1 puuda $=$ 124 naela.

13. Eesti lina ostetakse Inglismaale hinnaga 1 £ t tonni eest. Mis on selle lina hind h kroonides puuda kohta? Arvutamisel võta ümmarguselt 1 £ $\approx$ 18 krooni ja 1 kg $\approx$ 2,5 naela.

14. Kujuta funktsiooni

$$y = \frac{1}{x}$$

käik laiendatud arvuvallas, vahemikus $-5 \leqslant x \leqslant +5$, võttes muutuja x väärtused nulli ümbruses 0,2 tagant, muidu 0,5 tagant.

Kuidas saada tehtud joonisest kujutusi funktsioonide

$$\frac{2}{x}, \quad \frac{3}{x}, \quad \frac{5}{x}, \quad \frac{0{,}5}{x}, \quad \frac{0{,}1}{x}$$

käikudele?

15. Aine erikaal näitab aine kaalu 1 ruumala-ühikus (näit. grammides kuupsentimeetri kohta).

Olgu mingi keha ruumala r, tema kaal k. Avalda keha aine erikaal e.

Kuidas muutub erikaal e keha ruumala paisumisel 2-, 3-, 5-, . . . n-kordseks?

Kuidas oleneb aine erikaal tema ruumalast?

16. Kahe linna vaheline tee on p kilomeetrit pikk. Tarvitada olev mootorratas lubab muuta sõidukiirust k piirides 20 km tunnis kuni 80 km tunnis. Missugustes piirides muutub selle juures sõiduaeg a?

Avalda sõiduaeg a suuruste p ja k kaudu.

Kuidas oleneb sõiduaeg a sõidukiirusest k (muutumatuks jääva p korral)?

Kuidas oleneb sõiduaeg a teevahest p (muutumatuks jääva k korral)?

17. Aktsiaseltsi osanik sai oma osatähtede arvel d krooni dividendi p protsendi juures. Kui suure summa s oli ta paigutanud osatähtedesse?

Kuidas oleneb suurus s arvust p (muutumatuks jääva d korral)?

Kuidas oleneb suurus s suurusest d (muutumatuks jääva p korral)?

18. Teatud töö kordasaatmiseks kulub t inimesetööpäeva. Mitme päeva p jooksul i inimest õiendaks töö?

Mitu inimest *i* õiendaks selle *p* päeva jooksul?

Kuidas oleneb suurus *d* suurusest *i*? — suurus *i* suurusest *p*?

19. Näiteid mõtlemiseks:

1⁰. Suurtalu põletusturba-tagavara valmistamisel töötas möödunud aastal 4 meest 20 päeva jooksul. Mitu meest peaks samadel oludel rakendatama tööle, et sama tööd lõpule viia 10 päevaga? — 5 päevaga?

2⁰. 3 õpetajat, töötades igaüks 40 päeva, valmistasid nõrga õpilase ometi rahuldavalt järeleksamile ette. Mitu õpetajat oleks tarvis olnud, et sama tööd ära teha 20, 10, 5 päeva jooksul?

Peatükk VII.

Lineaarne olenevus.

Harjutis XXV:

Lineaarne olenevus.

1. Päevapildistaja võtab 2,50 kr. ülesvõtte eest ja 0,30 kr. iga äratõmbe eest. Missugune kogusumma s tuleb maksa n-da äratõmbe vastuvõtmisel?

Kujuta graafiliselt arvu s käik arvu n muutudes.

2. Kella 15-ne ajal näitas kraadiklaas 3,5 kraadi sooja. Sest ajast langes temperatuur ühtlaselt iga tunni kestes 0,8 kraadi võrra. Anna valem temperatuuri arvutamiseks n-dal tunnil ($15 \leqslant n \leqslant 24$).

Kujuta temperatuuri käik ajaga.

3. Maakera pöörlemiseks 1 kraadi võrra kulub aega 4 minutit. Kogu aja-arvutamise aluseks võetakse Greenwich'i (Inglismaa tähtsam tähetorn, London'i lähedal) aeg. Näidaku Greenwich'i kell aega T. Mis aega t näitab kell kohal, mis asub n^0 ida pool Greenwich'i?

Tartu asub ligikaudu 27^0 ida pool Greenwich'i. Kui suur on Tartu ja Greenwich'i aegade vahe?

4. Kooli võimlemisriistade muretsemiseks on riik lubanud 100 krooni. Et sellest vähe, siis kohustuvad endised kooli kasvandikud omalt poolt aitama, annetades iga kuu 10 krooni. Missugune summa s koguneb n-da kuu lõpuks peale kohustuse jõusseastumist?

Kujuta summa s kasvamise käik aja muutudes.

5. Seinatahvli alam äär asetatakse n-da õppeaasta õpilaste jaoks kõrgusele

$$h = 19 + \frac{3}{2}n,$$

kus h on mõõdetud tollides.

Kujuta h käik arvu n muutumisel 1-st kuni 11-ni.

6. Elektrimõõtja üüri makstakse järgmise tariifi järgi: „5 krooni kautsjoniks ning ülesseadmis-kuludeks ja 0,4 krooni iga kuu üüri."

Kui kõrgele tõuseb n-da kuu lõpuks maksude kogusumma s, peale mõõtja ülesseadmist?

Kujuta graafiliselt arvu s käik arvu n muutudes.

7. Kujuta graafiliselt n ja h olenevus ülesandes II, 16.

8. Anna graafiline toa kütmise eeskiri ülesande II, 19 andmeil.

9. Koosta omale olenevuste tabel

suuruste kohta	ülesandes	suuruste kohta	ülesandes
s ja t	I, 7	p ja n	II, 20
s ja T	I, 8	l ja k	VI, 5
u_3, u_4, u_5, u_6 ja k	I, 10	p ja n	VI, 6
T ja t	I, 7	p ja l	VI, 7
H ja t	I, 7	saatekulu ja sõnade hulk	XVII, 3
T ja H	I, 8	töötasu ja pakkide arv	XVII, 4
p ja l	II, 17	kaugus ja aeg	VI, 16
t ja n	II, 18	sõitude arv ja maks	VI, 17

Seleta iga olenevuse puhul:

1^0. Missugusesse liiki kuulub olenevus?

2^0. Missugune on igal juhul esinevate arvuliste kordajate tähendus?

3^0. Kuidas esineb olenevus graafilises kujutises?

4^0. Millena kujunevad viimases arvulised kordajad?

5^0. Missuguseid väärtusi võib igas näites omada põhimuutuja?

6°. Missuguseid iseärasusi pakub iga näite puhul interpolatsioonikūsimus?

10. Inglismaal ja Ameerikas on kraadiklaasina tarvitusel Fahrenheit'i termomeeter, mille skaala jaotised on võrdsed ja millel jää sulamispunkt on märgitud 32-ga, vee keemispunkt 212-ga. Näidaku see termomeeter F kraadi, Celsius'e oma C kraadi. Avalda side arvude C ja F vahel.

Koosta F-temperatuuride ümberarvutamise tabel C-temperatuurideks, võttes F-temperatuurid 5 kraadi tagant.

Kujuta F ja C side graafiliselt.

Kuidas saada lihtsamal teel graafiline C ja F temperatuuride ümberarvutamise tabel?

11. Sama ülesanne Fahrenheit'i ja Réaumur'i termomeetrite kohta.

12. Alljärgnev tabel annab Emajõe keskmised veeseisud Tartus juuli- ja augustikuul 50 aastat kestnud vaatluste andmeil. Veeseisud on arvatud mõõtlati 0-ist.

Kuupäev	VII 1.	6.	11.	16.	21.	26.	VIII 1.	6.	11.	16.	21.	26.
Veeseis cm-tes	105	102	99	95	92	91	86	83	81	79	77	75

1°. Kujuta andmed graafiliselt ja katsu, kas laseb Emajõe keskmine veeseis VII ja VIII kuu vältel ennast avaldada lineaarselt aja kaudu (vähemalt esimeses lähenduses). Jaataval korral tasanda andmed ja leia side Emajõe keskmise veeseisu ja aja vahel.

2°. Kui side leitud, määra selle põhjal oodatav keskmine veeseis IX 6., X 1. ja X 11.

Võrdle saadusi õigete suurustega 74, 63 ja 65.

13. Teatud nähtuse käiku jälgides selgus, et suurused u ja v muutuvad, olenedes teineteisest järgmiselt:

u	$+1,8$	$+2,7$	$+4,2$	$+6,3$	$+8,7$	$+9,4$	$+12,5$
v	$+4,3$	$+4,1$	$+3,7$	$+2,8$	$+2,2$	$+1,9$	$+0,7$

Tasanda vaatlused ja leia seadus, mis valitseb nähtuse käiku.

14. Jälgides teatud nähtuse käiku selgus, et suurused p ja q muutuvad, olenedes teineteisest, järgmiselt:

p	$-11,2$	$-9,5$	$-7,7$	$-5,9$	$-3,4$	$-1,3$	$+1,5$	$+3,7$
q	$+1,1$	$+0,5$	$+0,2$	$-0,3$	$-1,0$	$-1,6$	$-2,2$	$-2,9$

Tasanda vaatlused ja leia seadus, mis valitseb nähtuse käiku.

15. Kooli veevärgi veemõõtja näitas nädalapäevade hommikutel kell 8:

e.	t.	k.	n.	r.	l.	p.
3178	3192	3208	3223	3236	3250	3267

Alumise rea andmed on hektoliitrites.

Tasanda vaatlused ja anna tarvitatud veehulga kasvamise seadus.

Missugune on keskmine päevane tarvitatud veehulk? Leitud seaduse põhjal määra arvatav veemõõtja lugem alanud nädala esmas- ja teisipäeval. Võrdle saadusi tõeliste andmetega 3270 ja 3284. Katsu seletada esiletulnud lahkuminekuid.

16. Alljärgnev tabel annab päeva pikkused märtsikuul Tartus:

Kuupäev	1	5	10	15	20
Päeva pikkus	10 t. 33 m.	10 t. 54 m.	11 t. 19 m.	11 t. 45 m.	12 t. 11 m.

Kuupäev	25	30
Päeva pikkus	12 t. 36 m.	13 t. 3 m.

1⁰. Kujuta andmed graafiliselt ja katsu, kas saab päeva pikkust avaldada kuupäeva lineaarse funktsioonina (vähemalt ligikaudu).

Jaataval korral leia side päeva pikkuse ja kuupäeva vahel.

2⁰. Kas on leitud side maksev kogu aasta?

3⁰. Arvuta leitud sidemest arvatav päeva pikkus 15. IV, 1. V ja 15. V.

Vastavad tõelised arvud on:

14 t. 24 m., 15 t. 43 m. ja 16 t. 46 m.

Kui suured on saaduste vead? Määra veaprotsent.

17. Alljärgnev tabel näitab salpeetri lahustuvuse käiku temperatuuri kasvamisel: alumises reas seisvad arvud näitavad, mitu osa salpeetrit lahustub 100 osas vees.

Temperatuur	0^0	10^0	20^0	30^0	40^0	50^0	60^0	70^0	80^0
Lahustuvus	13	20	32	46	64	85	110	138	169

Arvuta salpeetri lahustuvus temperatuuridel 15^0, 23^0, 37^0, 46^0, 59^0, 64^0, 77^0.

Kujuta salpeetri lahustuvuse käik temperatuuri kasvamisel, määra saadud joonisest nõutavad lahustuvused ja leia ennemalt arvutatud suuruste viga.

18. Alljärgnev tabel annab tuhande meetri pikkuse traadi kaalu olenevuses jämedusest.

Jämedus mm	Teras kg	Vask kg	Valge-vask kg	Jämedus mm	Teras kg	Vask kg	Valge-vask kg
0,14	0,121	0,139	0,132	0,45	1,248	1,431	1,360
0,16	0,158	0,181	0,172	0,50	1,541	1,767	1,679
0,18	0,200	0,229	0,218	0,55	1,865	2,138	2,031
0,20	0,247	0,283	0,269	0,60	2,219	2,545	2,418
0,22	0,298	0,342	0,325	0,70	2,885	3,464	3,142
0,24	0,355	0,407	0,387	0,80	3,946	4,524	4,298
0,26	0,417	0,478	0,453	0,90	4,994	5,726	5,439
0,28	0,483	0,554	0,526	1,00	6,165	7,069	6,715
0,31	0,592	0,679	0,645	1,10	7,460	8,553	8,125
0,34	0,713	0,817	0,776	1,20	8,876	10,18	9,667
0,37	0,844	0,968	0,919	1,30	10,419	11,95	11,348
0,40	0,964	1,131	1,050				

Jämedus mm	Teras kg	Vask kg	Valgevask kg	Jämedus mm	Teras kg	Vask kg	Valgevask kg
1,4	12,08	13,86	13,16	4,6	130,46	149,6	142,09
1,6	15,78	18,10	17,19	5,0	154,14	176,7	167,88
1,8	19,98	22,90	21,76	5,5	186,50	213,8	203,13
2,0	24,66	28,28	26,86	6,0	221,95	254,5	241,76
2,2	29,84	34,21	32,50	6,5	260,48	298,6	283,71
2,5	38,53	44,18	41,97	7,0	288,51	346,4	314,24
2,8	48,33	55,42	52,65	7,6	356,11	408,3	387,87
3,1	59,25	67,93	64,53	8,2	411,70	475,3	448,41
3,4	71,27	81,71	77,63	8,8	477.45	547,4	520,02
3,8	89,03	102,1	96,97	9,4	544,75	624,6	593,37
4,2	108,76	124,7	118,46	10,0	616,54	706,9	671,51

Arvuta tabeli andmete najal tuhande meetri raud-, vask- ja valgevasktraadi kaal jämedustel: 0,21; 0,35; 0,66; 1,29; 2,3; 4,5; 6,2; 8,5 mm.

Kujuta ühes ja samas võrgus kolme traadisordi kaalu käik jämeduse muutudes ja määra saadud joonisest traadi kaal ennemalt antud jämedustel.

Leia arvutatud kaalude vead.

19. Sammun maanteed mööda kiirusega 4,5 kilomeetrit tunnis, alates oma liikumist kodukohast kell 0.

Kujuta käidud kauguse suurenemine aja kasvades, s. o. minu graafiline sammumisplaan.

Sama ülesanne juhuks, et liikumine algab kell 2, kell 5, kell 9.

20. Kaks sportlast jooksevad teevahel $MN = 25$ km teineteisele vastu, üks lähtudes kohast M koha N poole, teine lähtudes kohast N koha M poole, alates oma teekonda ühtaegu, kell 5 hommikul. Esimene jookseb kiirusega 8 km tunnis, teine 7,2 km tunnis.

Kujuta ühel ja samal joonisel mõlema sportlase graafiline jooksuplaan ja määra selle põhjal:

1^0. aeg, millal nad kohtuvad;

2^0. kaugus, millel sünnib kohtamine (arvates kaugust kohast M);

3°. kui kaugel asuvad sportlased teineteisest iga 10 minuti järel?

Kujuta erijoonisel sportlaste vahelise kauguse käik aja kasvades.

21. Kaks autot sõidavad teineteisele vastu, esimene linnast L_1 linna L_2 poole, teine linnast L_2 linna L_1 poole. Olgu linnade vaheline kaugus 120 km ja sündigu liikumine järgmiselt: teine auto sõidab kogu aeg kiirusega 20 km tunnis; esimene aga kahe esimese tunni kestes kiirusega 20 km tunnis, hiljemini kiirusega 40 km tunnis kuni linna L_2 jõudmiseni.

Sõit algab mõlemal autol ühtaegu, kell 3 hommikul.

Kujuta ühel ja samal joonisel mõlema auto graafilised sõiduplaanid ja määra selle põhjal nende kohtamisaeg ja punkt.

22. Sama ülesanne eeldusel, et esimene auto sõidab esimesed 2 tundi kiirusega 30 km tunnis, parandab tekkinud riket 1 tund 45 minutit ja sõidab viimati eelmise kiirusega sihtjaamani.

23. Jalakäija sammub kiirusega 6 km tunnis Tartu-Võru teed Tartust Võru poole, puhkab 1 tunni järel 15 min., sammub edasi 2 tundi endise kiirusega, puhkab 30 minutit, sammub edasi 3 tundi sama kiirusega, puhkab 45 minutit jne. Kolmanda tunni lõpul algab oma teekonda samas suunas ja samast lähtekohast suusataja, liikudes 9 km tunnis.

Kujuta ühel ja samal joonisel jalakäija ja suusataja graafilised liikumisplaanid.

Määra aeg ja koht, kus suusataja saab järele jalakäijale.

24. Elektrijaama ja turbalao vahel käib edasi-tagasi muutumatu kiirusega turbaveo-vagonett, mis laos liikumissuuna pööramisajal automaatselt täidetakse ja jaamas samuti tühjendatakse. Jaama ja lao vaheline kaugus on 300 meetrit; vagoneti kiirus 3,6 m sekundis.

Kujuta vagoneti graafiline liikumisplaan.

1°. Mitu korda ma kohtan vagonetti, liikudes jaamast lao poole kiirusega 1,2 m sekundis ja alates seda liikumist ühtaegu vagonetiga?

2°. Millal ma kohtan vagonetti?

3°. Kus ma kohtan vagonetti?

25. Sama ülesanne eeldusel, et vagoneti täitmine ja tühjendamine nõuab iga kord 30-ne sekundilist peatumist.

26. Lahenda graafiliselt ja numbriliselt ülesanne: Tigu ronib päeval puud mööda üles viie jala võrra ja öösi alla kolme jala võrra. Mitmendal päeval ta jõuab puu latva, kui puu on 12 jalga kõrge?

27. Lahenda graafiliselt ja numbriliselt ülesanne: Tigu ronib päeval puud mööda seitsme jala võrra üles ja öösi viie jala võrra alla. Samal ajal kui esimene algab oma liikumist teine tigu puu ladvast, ronides päevas kuue jala võrra alla ja öösi nelja jala võrra üles. Millal jõuab esimene neist latva ja teine puu juurteni, kui puu kõrgus on 21 jalga? Mitu korda kohtavad tigud teineteist?

28. Kujuta olenevused:

1°. $y = 2 + mx$, kus $m = 0; +0{,}5; +1{,}0; +1{,}5; +2{,}0$
ja $m = -0{,}5; -1{,}0; -1{,}5; -2{,}0$
vahemikus $-6 \leqslant x \leqslant +6$.

2°. $y = b + x$, kus $b = 0; +1{,}0; +1{,}5; +2{,}0; +2{,}5$
ja $b = -1{,}0; -1{,}5; -2{,}0; -2{,}5$
vahemikus $-5 \leqslant x \leqslant +5$.

Mis asjaolud iseloomustavad 1. ja 2. joonist?

29. Kujuta sidemed

$$y = -2x$$

ja $$y = -2x + 3$$

vahemikus $-5 \leqslant x \leqslant +5$.

Seleta, kuidas kujuneks asi, kui märkide kokkulepe korrutamisel käiks nõnda:

$$(-) \cdot (+) = -,$$
$$(-) \cdot (-) = -.$$

30. Olenegu kaks suurust x ja y lineaarselt teineteisest. Saagu x-i kasvamisel h võrra y juurdekasvu k. Näita, et h ja k on võrdelised. Sõnasta saadus. Kas saab sama asjaolu maksvust väita ka muutujate protsentuaalsete kasvude kohta? Võrdle tulemus võrdelise olenevuse puhul leitud saadusega (XXIII,34).

Harjutis XXVI:

Täiendavaid ülesandeid lineaarse olenevuse uurimiseks.

1. Küünal põleb kiirusega 4 cm tunnis. Kujuta küünla pikkuse kahanemine ajaga, teades, et küünla algpikkus on 30 cm. Missugusele seadusele allub küünla pikkuse kahanemine ajaga?

2. Nagu vaatlused näitavad, ei ulatu temperatuuri kõikumised maakera koores sügavamale kui 15 meetrit, kus kogu aasta valitseb ümmarguselt temperatuur $+10^0$. Edasisel süvenemisel maakerra kasvab temperatuur ümmarguselt 1 kraadi võrra iga 35 meetri kohta. Anna valem, mis lubaks arvutada temperatuuri t sügavusel s ühes suuruse s rajaga, millest peale saab valemit maksvaks lugeda.

Kuidas kujuneb graafiliselt temperatuuri käik sügavuse kasvamisel?

3. Õhk rõhub merepinnal 1 ruutsentimeetrit 1-kilogrammilise survega; süvenemisel vette seltsib sellele veel vee rõhk, mis kasvab 1 kilogrammi võrra 1 ruutsentimeetrile iga 10 meetri sügavuse kohta. Anna valem, mis lubab arvutada rõhku r ühele ruutsentimeetrile, mis valitseb sügavusel s.

Kuidas kujuneb graafiliselt rõhu käik sügavuse kasvamisel?

Kui suure rõhu all asub tuuker, töötades ookeanilaeva põhja kohal, ümmarguselt 10 meetri sügavuses?

Kui suure rõhu all asub tuuker, uurides põhjavajunud laeva 50 meetri sügavuses?

4. Üks vana eeskiri ütleb: „Abiellujate vanadused olgu niisugused, et peigmehe 10-ne võrra rohkendatud aastate arv oleks pruudi aastate arvu kahekordne.“ Anna abiellujate vanaduste side valemina, tabelina ja graafikuna.

5. 1 liitri elavhõbeda paisumise käigu uurimine soenemisel näitab, et elavhõbeda ruumala $v = 1000 + 0{,}18t$, kus v on arvatud kuupsentimeetrites ja t tähendab Celsius'e skaala järgi arvatud temperatuuri.

Kujuta, algus kohaselt ära jättes, elavhõbeda ruumala käik temperatuuri muutumisel.

6. Mehe keskmise kaalu k naelades saab määrata valemi järgi:
$$k = \frac{11}{2}(t + 20),$$
kus t on mehe kasvu tollide arv üle 5 jala.

Kuidas kujuneks kaalu k käik tollide arvu t muutudes graafikul?

7. Tööstuse tehnilise voolu mõõtja näitab

kell	6	7	8	9	10	11	12	13	14
	782	782,8	783,8	784,7	785,4	786,2	786,9	787,6	788,4.

Andmed kilovatt-tundides.

Tasanda vaatlused ja anna äratarvitatud vooluhulga kasvamise seadus.

8. Alljärgnev tabel näitab soolhappe vesilahuse erikaalu muutumist soolhappe-sisalduse protsendi kasvades.

Soolhappesisaldus %-des	2,1	4,1	6,2	10,2	14,2	18,1	21,9	25,8	29,6	33,5	37,2
Lahuse erikaal	1,01	1,02	1,03	1,05	1,07	1,09	1,11	1,13	1,15	1,17	1,19

Leia seadus, mis määrab igale soolhappe-sisaldusele vastava lahuse erikaalu. Tarbekorral tuleb vaatlused tasandada.

Lahenda tabeli andmeil mõned interpolatsiooni-ülesanded.

9. Alljärgnev tabel näitab kloorkaaliumi (keedusoolaga sarnanev ühend) lahustumise käiku temperatuuri kasvamisel: alumises reas seisvad arvud näitavad, mitu osa kloorkaaliumi lahustub antud temperatuuril 100 osas vees.

Temperatuur	0^0	10^0	20^0	30^0	40^0	50^0	60^0	70^0	80^0	90^0	100^0
Lahustumine	28	31	34	37	40	42	45	48	51	54	57

Leia side lahustumise l ja temperatuuri t vahel, tarbekorral vaatlusi tasandades.

Lahenda tabeli andmeil mõned interpolatsiooni-ülesanded.

10. Alljärgnev tabel annab auru rõhu aurukatlas mitmesugustel temperatuuridel.

Temperatuur kraadides	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Rõhk kg-des 1-le ruutsentimeetrile	0,01	0,02	0,04	0,08	0,12	0,20	0,32	0,48	0,71	1,03

Arvuta selle tabeli andmeil auru rõhud temperatuuridel 37^0, 44^0, 52^0, 65^0, 78^0, 86^0 ja 95^0.

Kujuta auru rõhu käik temperatuuri kasvamisel, määra saadud joonisest ülalnõutud rõhud ja leia ennemalt arvutatud rõhkude vead.

11. Alljärgnev tabel annab 1 meetri kanepköie kaalu kg-des ja kanepköie kandejõu kg-des mitmesuguste jämeduste puhul, jämedusi mm-tes mõõtes.

Jämedus	Kaal	Kandejõud	Jämedus	Kaal	Kandejõud
13	0,14	130	65	2,90	2694
16	0,21	200	70	3,50	2885
18	0,25	254	75	3,90	3160
20	0,31	314	80	4,50	3328
23	0,39	416	85	5,00	3757
26	0,51	531	90	5,60	4133
29	0,67	660	95	6,30	4665
33	0,80	855	100	7,20	5163
36	0,96	1017	110	8,50	6056
39	1,15	1194	120	9,60	7206
46	1,50	1661	130	11,50	8300
52	1,95	2122	140	13,60	9610
55	2,25	2226	150	15,30	10 810
60	2,55	2473			

Arvuta tabeli andmete najal ülalnimetatud suurused jämeduste jaoks 17, 24, 43, 68, 82, 135, 142 mm.

Kujuta ühes ja samas võrgus (kahe püstteljega) köie kaalu käik ja köie kandejõu käik jämeduse muutumisel.

Määra saadud joonisest köie kaal ja kandejõud ülalantud jämeduste jaoks ja leia ennemalt arvutatud väärtuste vead.

12. Meie sõjakoolis hinnatakse õpilaste teadmusi kaheteistkümne-järguliselt: 1, 2, 3, . . . 12, kusjuures 1 tähendab madalamat hindamist. Saksamaal sellevastu hinnatakse teadmusi viiejärguliselt 5, 4, 3, 2, 1, kusjuures 5 tähendab madalamajärgulist hindamist.

Valmista lihtsam graafiline hindamiste ümberarvutamise tabel. Tuleta sellest kaks numbrilist tabelit: esimese viisi hindamiste avaldamiseks teises süsteemis ja teise süsteemi hindamiste avaldamiseks esimeses süsteemis. Arvud ümmarda asjakohaselt.

13. Uss ronib puu juurest alates öösiti 4 küünart puud mööda üles, päeval 2 küünart alla. 10-da päeva hommikul jõuab uss puu latva. Kui kõrge on puu?

14. Kaks õpilast tulevad sügisel linna kooli. Esimesel neist on kaasas 75 krooni; ta kulutab päevas söögi, korteri ja muude tarvete peale 1,5 kr. Teisel on kaasas 20 kr.; joonestamistööga teenib ta endale niipalju, et tal peale tarvilikkude kulude katmist päevas 0,5 kr. üle jääb.

Kujuta ühel ja samal joonisel mõlema õpilase vara muutumine ajaga ja määra päev, millal mõlema õpilase kapitalid võrdseks saavad.

Arvuta otsitav päev. Kontrolli saadus.

Harjutis XXVII:

Aritmeetiline rida.

1. Suvitaja maksab Narva-Jõesuus 3 krooni suvitusmaksu ja 4 krooni päeva kohta pansioni eest. Anna valem, mis näitab tema kulude k käiku suvituspäevade hulgaga s. Koosta vastav tabel. Kuidas kujuneb graafikul arvu k käik arvu s muutudes?

2. Pidusöögi koguhind H koosneb üldistest ettevalmistuskuludest 25 krooni ja iga osavõtja kohta tulevatest söögi- ja joogikuludest 3 kr.

Anna H väärtus N osavõtja puhul. Koosta H väärtuste rida N-i muutudes 3-st kuni 10-ni. Kuidas kujuneb tulpkujutise viisil H käik arvu N muutudes?

3. Kergeauto sõidutariifidest käib üks järgmiselt:

„Sõidu alghind 30 senti; iga kilomeetri või selle osa pealt lisaks 40 senti."

Anna sõiduhinna S väärtuste tabel vastavalt 1, 2, 3, . . . K kilomeetri pikkusele sõidule.

Kujuta sõiduhinna S käik kilomeetritehulga K muutudes ühest kuni 10-ni.

4. Auto ostuhind oli 2500 krooni. Kulumise ja mudeli vananemise tagajärjel väheneb ta väärtus iga aasta 200 krooni võrra.

Anna auto väärtuste V tabel vastavalt 1, 2, 3, . . . A aasta vanadusele.

Kujuta väärtused tulpdiagrammis.

5. Arvuta järgmistes näidetes esimesed kümme rea liiget, lähtudes rea liikme üldavaldisest:

1°. $1 + (n - 1)$

2°. $-3 + 2(n - 1)$

3°. $15 - 3(n - 1)$

4°. $-7 + 4(n - 1)$

5°. $-2 - 5(n - 1)$

6°. $-3 + \frac{1}{2}(n - 1)$

7°. $0 - \frac{3}{4}(n - 1)$

8°. $6 - 0{,}4(n - 1)$

9°. $-10 + 1{,}2(n - 1)$

10°. $5 - 2{,}4(n - 1)$

Sõnasta eeskirjad, mille järgi saadakse nende ridade üldliikmed.

6. Allpool järgneb 8 rida arve.

Avalda iga rea puhul n-dal kohal seisev liige (rea üldliige) koha numbri funktsioonina.

1°. 7, 9, 11, 13, 15, ... $a + (n-1)q$

2°. 3, 6, 9, 12, 15, ...

3°. 8, 15, 22, 29, 36, ...

4°. 100, 96, 92, 88, 84, ...

5°. $-1{,}5$; $-1{,}9$; $-2{,}3$; $-2{,}7$; $-3{,}1$; . . . . .

6°. $-5{,}3$; $-4{,}2$; $-3{,}1$; $-2{,}0$; $-0{,}9$; . . . . .

7°. $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 1; $1\frac{1}{4}$; $1\frac{1}{2}$; . . . . .

8°. 1; $1\frac{2}{3}$; $2\frac{1}{3}$; 3; $3\frac{2}{3}$; . . . . .

7. Järgmises tabelis on kahel esimesel veerul antud aritmeetilise rea esimesed kaks liiget. Täienda tabel liikmete a_3, a_4, a_5 ja a_n väärtustega ja määra nõutud eriliige.

Rea liige / Näite number	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_n	eriliige
1°.	2	7	12	17	22	$2+5(n-1)$	a_{21}
2°.	13	4					a_9
3°.	5	-3					a_{13}
4°.	$-12{,}5$	$-9{,}0$					a_{16}
5°.	1	-2.7					a_{10}

8. Ülesandes 6. on antud 8 aritmeetilise rea näidet. Leia näidete puhul 1⁰, 2⁰, 3⁰, 4⁰, 5⁰, 6⁰, 7⁰ ja 8⁰ vastavalt 20, 12, 7, 25, 15, 10, 8 ja 12 liikme summa.

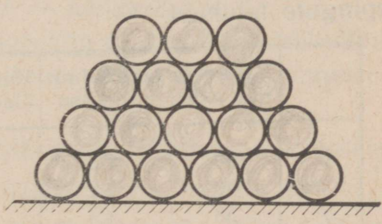
9. Täida alljärgnevas tabelis tühjad kohad.

Rea number	Esi-liige a_1	Rea-vahe d	Liige-te arv n	Viim. liige a_n	Rea summa s_n
1^0.	15	— 3	10		
2^0.	— 21	4	15		
3^0.	— 9		11	21	
4^0.	— 8		15	— 29	
5^0.	23	— 5		— 22	
6^0.	— 16	3		20	

10. Mitu silma on kogusummas täringu 6-el tahul?

11. Mitu lööki teeb ööpäeva jooksul harilik seinakell, mis märgib täied tunnid vastava hulga löökidega?

12. Suurem hulk sama läbimõõduga torusid on laotud hunnikusse, nagu joonis 25 näitab. Alumises reas on neid 20, järgmises 19, edasi 18 jne. kuni 6-ni. Mitu toru on hunnikus?



Joonis 25.

13. Kaevupuurimis-tööde tasu kohta leppisid tööandja ja võtja järgmiselt kokku: esimene meeter 5 krooni, iga järgmine 60 senti eelkäivast meetrist kallim. Palju tuleb maksma 21 meetri sügavuse kaevu puurimine?

14. 1⁰. Arvuta esimese 100 lihtarvu summa.
2⁰. Arvuta esimese 50 paarisarvu summa.
3⁰. Arvuta esimese 50 paarituarvu summa.

15. Kui suur on kõigi kolmekohaliste arvude summa?

16. 1⁰. Arvuta kõigi kolmega jaguvate arvude summa vahemikus 102 kuni 300.

2^0. Arvuta kõigi kolmega mitte jaguvate arvude summa samas vahemikus.

17. 1^0. Kui suur on kõigi p-ga jaguvate arvude summa rajades p-st kuni kp-ni (k on täisarv)?

2^0. Kui suur on kõigi p-ga jaguvate arvude summa rajades mp ja np (m ja n on täisarvud)?

18. Vabaõhu-teatris on vaatlejate istekohad asetatud amfiteatrilistes ringides ümber ringikujulise näitelava. Esimese istmeteringi raadius on 6 m, teise 7, kolmanda 8 jne. kuni viimaseni, mille raadius on 20 m. Arvates iga vaatleja kohta 0,5-meetriline osa istepingist, arvuta rahvahulk, mis teatri pinkidele ära mahub. Arvutamisel võta ümmarguselt $\pi = 3$.

19. Alljärgnev tabel sisaldab rea palgalepinguid kroonides. Arvuta viimasel kahel veerul nõutavad väärtused. Kujuta kuupalga käik aja muutudes. Kaalu palgalepingute tulukust.

Nr.	Esimese kuu palk	Igakuuline palgalisa	Kuupalga ülemmäär	Aasta teenistus	Keskmine kuupalk
1^0.	45	1,6	70		
2^0.	40	2,4	70		
3^0.	38	3,5	70		
4^0.	35	4,0	70		
5^0.	30	4,5	70		

20. Vabalt, tühjuses langeva keha kiirus kasvab iga sekundi jooksul kiiruse võrra 9,8 meetrit sekundis. Alaku langemine paigalseisust. Kui suur on keha kiirus 1-se sekundi lõpul? — 2-se sekundi lõpul? — 3-da sekundi lõpul? — n-da sekundi lõpul?

Kujuta kiiruse kasvamise käik graafiliselt.

Leia joonisel keskmine langemise kiirus 1., 2., 3., . . . n-da sekundi kestel.

Teades viimaseid, arvuta 1., 2., 3., . . . n-da sekundi jooksul käidud teed.

Teades viimaseid, määra 1., 2., 3., . . . n-da sekundi lõpuni ärakäidud teed.

21. Doominomängu kivid kannavad silmi $0+0$, $0+1$, $\ldots 0+6$; $1+1$, $\ldots 1+6$; $2+2, \ldots; \ldots 6+6$. Kui suur on mängu kivide silmade koguarv?

22. Trapetsikujuline katus on kaetud katusekividega. Laiemal küljel asub 80 kivi, igas järgmises reas 2 kivi võrra vähem kui eelmises. Teades, et kivide ridade arv on 20, määra, mitu kivi kulus katuse katmiseks.

23. Noor kirjanik, jõudes selgusele oma esimese teose puudulikkuses, tahab kogu tema trüki, 500 eksemplari, kirjastajalt enne teose müügilelaskmist ära osta. Ta pakub kirjastajale 1. eksemplari eest 1 sendi, 2. eest 2 senti, 3. eest 3 senti jne. Missugune on keskmine tema poolt pakutud raamatu hind?

24. 1°. Mitu tükki on ühekohalisi arve? — kahekohalisi? — kolmekohalisi? — neljakohalisi?

2°. Raamatul on 500 lehekülge. Kui palju trükitähti — numbreid on tarvis raamatu lehekülgede nummerdamiseks?

25. Alevit valgustab 100 lambiõli-laternat. Süütaja algab tööd kell 4 p. l., kulutades iga laterna peale $\frac{1}{2}$ minutit ja käigu peale ühelt teisele 1 minuti. Mitu laterna põlemistundi tuleb ööpäeva kohta, kui nad hommikul kell 7-st alates kustutatakse vastupidises korras, kui neid süüdati põlema, ja kustutamise ning käigu kohta tuleb arvata sama aeg, mis enne süütamisele?

26. Jaota 10 mõõtu vilja 10 isikule nõnda, et iga järgmine saab $\frac{1}{8}$ mõõtu vähem kui eelmine. (Ahmes, 1700 e. Kr.)

27. Redelil on 20 pulka. Ühe otsaga toetub ta põrandale, teise otsaga vastu seina 2,5 m kõrguses. Oletades, et pulgad jaotavad redeli pikkuse võrdseteks osadeks, määra 1., 2., 3. jne. pulga kõrgus.

28. Tõesta järgmine lause:

„Kui lineaarolenevuse põhimuutuja x-i väärtused moodustavad aritmeetilise rea, siis moodustavad säärase ka neile väärtustele vastavad y-d."

Harjutis XXVIII:

Esimese astme võrrand.

Kahe lineaarvõrrandi ühislahendi leidmine graafilisel teel.

1. On antud side

$$y = 0{,}8x - 3{,}5.$$

Arvuta väärtused, mida omab y, kui

$$x = -2{,}5;\ -1{,}2;\ +0{,}5;\ +2{,}3;\ +3{,}7.$$

Arvuta muutuja x väärtused, millede puhul y omab väärtusi

$$y = -3{,}8;\ -2{,}9;\ -1{,}7;\ 0{,}0;\ +4{,}5.$$

Kujuta antud side ja tema pööre graafiliselt ja kontrolli arvutamissaadused joonise abil.

2. On antud side

$$y = -0{,}6x + 5{,}4.$$

Arvuta väärtused, mida omab y, kui

$$x = -3{,}5;\ -2{,}1;\ +0{,}9;\ +2{,}8;\ +4{,}7.$$

Arvuta muutuja x väärtused, millede puhul y omab väärtusi

$$y = +7{,}2;\ +10{,}6;\ +3{,}8;\ 0{,}0;\ -4{,}5.$$

Kujuta antud side ja tema pööre graafiliselt ja kontrolli arvutamissaadused joonise abil.

3. Kujuta graafiliselt funktsioonide käik, mis määratud järgmiste võrranditega:

1^0. $y = x + 3$	6^0. $1{,}7x + y = 3{,}2$
2^0. $y = \frac{1}{2}x - 1$	7^0. $-2{,}4x + y = -0{,}8$
3^0. $y = 0{,}2x + 2{,}5$	8^0. $3{,}6x + 2y = 4{,}9$
4^0. $y = -1{,}4x + 5{,}7$	9^0. $2x + 3y = 6$
5^0. $y = -0{,}6x - 1{,}9$	10^0. $4x - 5y = 20$

4. Arvuta eelmistes ülesandeis 1^0—10^0 y väärtused x-i väärtustel

$$-5{,}0;\ -3{,}4;\ 0{,}0;\ +2{,}9;\ +3{,}4$$

ja x-i väärtused, milledel y omab väärtusi

$$-6{,}4;\ -4{,}2;\ -1{,}8;\ 0{,}0;\ +4{,}9;\ +7{,}2.$$

Kus kohane, kontrolli saadused graafiliselt.

5. Leia graafiliselt järgmiste võrrandite ühislahendid:

1^0. $x + y = 5$ $2x + 3y = 13$	6^0. $2x + 3y = 0$ $5x + 4y = 0$
2^0. $x - y = 2$ $3x + y = 10$	7^0. $3x - 5y = 9$ $x + 2y = -8$
3^0. $2x + y = 0$ $x + 3y = 5$	8^0. $7x - 9y = 36$ $10x - 11y = 44$
4^0. $5x + y = 10$ $x - 2y = 2$	9^0. $4x + 15y = 10$ $x + 7y = 9$
5^0. $3x + 4y = -10$ $x - 7y = 5$	10^0. $3x + 5y = -21$ $5x - 3y = -1$

6. Leia graafiliselt järgmiste võrrandite ühislahendid:

1^0. $1{,}4x + 2{,}5y = 12$ $x - 2{,}5y = 0$	5^0. $4x + 3y = 3$ $8x + 6y = 15$
2^0. $3x + 4y = 0{,}8$ $2x + 3y = -0{,}5$	6^0. $5x + 6y = 100$ $2x - 3y = 85$
3^0. $5x - 6y = -0{,}8$ $x + 2y = 2{,}4$	7^0. $2x + 7y = 8$ $x + 5y = 10$
4^0. $3x - 4y = 0$ $x - 6 = 0$	8^0. $2x - 3y = 4$ $x + 2y = 9$