

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

HARJUTUSTE KOGUMIK

FÜÜSIKA,
KEEMIA
JA
MATEMAATIKA
ALALT

TARTU  1966

A-27793

TARTU RIIKLIK ÜLIKOOL

**HARJUTUSTE
KOGUMIK
FÜÜSIKA, KEEMIA
JA MATEMAATIKA
ALALT**

TARTU 1966

E e s s õ n a .

Käesolev kogumik sisaldab valimiku füüsika-, keemija matemaatikaülesandeid, mida on kasutatud Tartu Riiklikus Ülikoolis sisseastumiseksameil. Kogumik peaks andma ettekujutuse nõudeist, mida esitatakse üliõpilaskandidaatidele ülesannete lahendamisel.

Vastavalt sisseastumiseksamite juhendile on igas füüsika ja keemia eksamipiletis peale teoreetiliste küsimuste ka ülesanne. Kuna eksamiks valmistumisel on raskusi sobiva harjutusmaterjali, mis haaraks võimalikult palju keskkooli füüsika- ja keemiaprogrammi küsimusi, leidmisel, siis käesolev harjutuste kogumik peaks selles osas tööd kergendama.

Kogumikus toodud matemaatikaülesandeid on kasutatud matemaatika kirjalikel eksameil matemaatika-, füüsika-, keemia- ja geoloogiaosakonda astujale.

Käesoleva kogumiku füüsikaülesanded valis dots. K.-S.Rebane, keemiaülesanded dots. k.t. U. Palm ja matemaatikaülesanded dots. k.t. M. Rahula.

ÜLESANDEID FÜÜSIKAST.

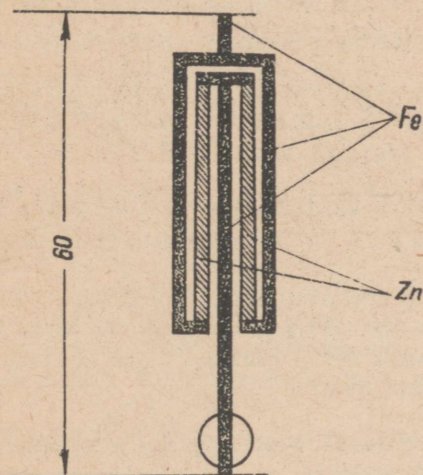
1. Veduri veoratta läbimõõt on 1,6 m, ratas teeb 2 pööret sekundis. Mitu kilomeetrit tunnis sõidab vedur?
2. Keha visatakse vertikaalselt üles algkiirusega 15 m/s. Mitme sekundi pärast on keha 10 m kõrgusel viskekohast?
3. Jõe laius on 32 m, voolu kiirus 0,6 m/s, ujuja kiirus seisvas vees 1,0 m/s. Kui palju aega kulub ujujal risti üle jõe vastaskaldal olevasse punkti jõudmiseks?
4. Horisontaalsel 90 cm kõrgusel laual veereb pall kiirusega 3 m/s ja kukub üle laua serva maha. Kui kaugel on kukkumiskoht laua servast horisontaalsihis?
5. Kaks keha visatakse üles ühest punktist algkiirusega $v_0 = 24,5$ m/s, üks keha 0,5 s hiljem kui teine. Millal on kehad võrdsel kõrgusel?
6. Kaks keha visatakse üles ühest punktist algkiirusega $v_0 = 24,5$ m/s, üks keha 0,5 s hiljem kui teine. Kui kõrgel kohtuvad kehad?
7. Taganttuulega läbib lennuk 2 km pikkuse tee 15 sekundiga ja vastutuulega 20 sekundiga. Kui suur on tuule- ja kui suur on lennuki omakiirus?
8. Kui suure jõuga surub 5 kg massiga keha vastu 30° nurgaga kaldpinda, kui ta mööda pinda hõõrdumiseta alla libiseb?

9. Kaks keha massidega 5 kg ripuvad võrdsel kõrgusel tasakaalus üle seisva ploki oleva nööri otstes. Ühele kehale lisati mass 1 kg. Mitme sekundi pärast on kehade vahekaugus vertikaalsihis 2 m?
10. Kaks keha massidega 5 kg ripuvad võrdsel kõrgusel tasakaalus üle seisva ploki oleva nööri otstes. Ühele kehale lisati mass 1 kg. Kui suur on kehade vahekaugus 2 s pärast liikumise algust?
11. Veduri tendri veepaagi pikkus on 4 m. Kui suur on vee niivoode vahe paagi ees- ja tagaotsas, kui vedur liigub kiirendusega $0,5 \text{ m/s}^2$?
12. Kui kõrgel liigub sputnik ümber Maa, kui ta asukoht Maa suhtes ei muutu?
13. Kui kaua ronib inimene, kelle mass on 60 kg ja võimsus 100 W televisioonimasti 180 m kõrgusele?
14. Püssikuul massiga 10 g liikus kiirusega 800 m/s ja tungis 15 cm sügavusele puitseina. Leida liikumist takistav jõud.
15. Püssikuul (massiga 10 g) liikus kiirusega 800 m/s ja tungis 15 cm sügavusele puitseina. Leida kuuli liikumise aeg puidus, eeldades, et liikumine oli ühtlaselt aeglustuv.
16. Püstoli kuul, mille mass 10 g, tungib horisontaalsel alusel lebavasse puitklotsi, mille mass on 600 g. Klots libiseb alusel edasi 5,5 m. Kui suur oli kuuli kiirus, kui klotsi ja aluse vaheline hõõrdetegur on 0,4?
17. Käi, mille läbimõõt 25 cm, pöörleb kiirusega 2880 pööret minutis. Kui suure kiirusega võivad lennata laiali käia purunemisel tekkivad tükid?
18. Elektrirong liigub jaamast väljudes 20 s vältel kiirendusega $0,7 \text{ m/s}^2$. Määrata selle aja vältel läbitud tee pikkus.

kus ja rongi kineetiline energia, kui rongi mass on 500 tonni.

19. Elektrirong väljub jaamast konstantse kiirendusega ja saavutab 2 minutiga kiiruse 120 km/h. Määrata veduri võimsus, kui rongi mass on 480 tonni.
20. Jahipüssi laenguks on 6 g püssirohtu, mille mõjul 36 g haavleid lendab püssirauast välja kiirusega 360 m/s. Leida püssi kasutegur, kui püssirohu kütteväärtus on 800 cal/g ehk 3350 J/g.
21. Arvutada hüdroelektrijaama võimsus, kui 20 m kõrguselt langeb 5 m³ vett sekundis turbiinidele ja jaama kasutegur on 80 %.
22. Gaasi ruumala 780 mm Hg ning 0° juures on 650 cm³. Leida tema ruumala 735 mm Hg ja 45° C juures!
23. Leida 738 cm³ gaasi rõhk 20° C juures, kui tema ruumala normaaltingimustel on 675 cm³.
24. Leida heeliumi, mis asub 90 dm³ mahuga balloonis rõhul 4 at. ja temperatuuril 7° C, kaal. Heeliumi tihedus normaaltingimustel on 0,18 kg/m³.
25. Leida bakeliiditüki ruumala 100° C juures, kui selle ruumala 30° C juures oli 200 cm³. Bakeliidi joonpaisumiskoeffitsient on 0,000 030 deg⁻¹.
26. Kui suur on plaatina tihedus 100° C juures, kui selle tihedus 20° C juures on 21,450 kg/m³? Plaatina joonpaisumiskoeffitsient on 0,000 0090 deg⁻¹.
27. Kui palju kulub soojust 50 g jäätüki, mille temperatuur on -20°, auruks muutmiseks?
28. Kui palju õhku (m³) voolab konstantsel rõhul välja 200 m³ suuruselt ruumist, kui selle temperatuur kasvab 12° C-st kuni 22° C-ni?

29. Terasest gaasiballooni ülerõhk kasvab soojenemisel 62 at. kuni 75 at. Kui suur on lõpptemperatuur, kui algtemperatuur oli -14°C ?
30. Leida balloonis oleva gaasi algtemperatuur, kui temperatuuri (mõõdetud $^{\circ}\text{C}$) tõustes 50 % rõhk kasvab 10 %.
31. Mitme torrini (mmHg) tõuseb rõhk hõõglambis selle soojenemisel 120°C -ni, kui temperatuuril 15°C rõhk oli 2 torri?
32. Kinnises anumast oleva gaasi rõhk kasvas 40 %, kui seda soojendati 150 deg võrra. Kui suur oli alg- ja lõpptemperatuur?
33. Alumiiniumist (erisoojus $0,214\text{ kcal/kg deg}$) ja vasest (erisoojus $0,092\text{ kcal/kg deg}$) valutükid, mille temperatuur mõlemal oli 450°C ja mis kokku kaalusid 650 g, heideti 2,5 liitrisse vette, mille temperatuur oli 12°C . Vee temperatuur tõusis 27°C -ni. Leida kummagi valutüki mass.
34. Seinakella pendel on valmistatud niimoodi (vt. joonist),



et tema rauast (jõonpaisumiskoeffitsient $0,000\ 012\text{ deg}^{-1}$) osa paisumine on täpselt kompenseeritud kahe tsinkvarvaga. Pendli pikkus on 60 cm. Kui pikad or varvad?

$$\alpha_{\text{Zn}} = 36 \cdot 10^{-6}\text{ deg}^{-1}.$$

35. Leida elavhõbeda tihedus 25°C juures, kui 0°C juures see on $13,5951\text{ g/cm}^3$ (ruumpaisumiskoefitsient on $0,000181\text{ deg}^{-1}$).
36. Kui suure ristlõike pindalaga on termomeetri kapillaartoru, kui 10 kraadile vastab 10 cm skaalapikkust? Termomeetris on $0,5\text{ cm}^3$ elavhõbedat, mille näiv ruumpaisumiskoefitsient klaasis on $0,00016\text{ deg}^{-1}$.
37. Kui palju vett aurustub, kui 3 l vette temperatuuril 20°C heidetakse 6 kg hõõguvaid (1200°C) rauatükke (erisoojus $0,12\text{ Kcal kg}^{-1}\text{ deg}^{-1}$) ?
38. Kui palju 100°C juures olevat auru peab juhtima 800 l vette, mille temperatuur on 12°C , selleks et see vesi keema hakkaks?
39. Kui palju pikeneb alumiiniumtraat, mille ristlõike pindala on 5 mm^2 (joonpaisumiskoef. $\alpha = 23 \cdot 10^{-6}\text{ deg}^{-1}$, erisoojus $c = 0,214\text{ cal g}^{-1}\text{ deg}^{-1}$, erikaal $\rho = 2,7\text{ g/cm}^3$), kui temas 1 minuti kestel kulutatakse elektrienergiat võimsusega 16 vatti? Eeldame, et ei toimu soojuse kadusid.
40. 15 m kõrguselt koselt allakukkuva vee energia muundugu kõik soojuseks. Mitu kraadi tõuseb vee temperatuur?
41. Kui suur on niisuguse mootorratta, mis igas tunnis 2 l bensiini kulutab (kütteväärtus $10\,000\text{ kcal kg}^{-1}$) ja seejuures 5 hj võimsust arendab, kasutegur?
42. Logeleva inimese päevase kehalise töö hulk on umbes 3 kwh. Kui palju leiba (2150 kcal kg^{-1}) on kulutatud energiaga ekvivalentne?
43. Logeleva inimese päevase kehalise töö hulk on umbes 3 kwh. Kui suure koguse rasvaga (9150 kcal kg^{-1}) on kulutatud energia ekvivalentne?
44. Kirjutage üles sinusoidaalse vahelduvpinge muutumise seadus, kui pinge efektiivväärtus on 220 V ja sagedus 50 Hz.

45. Kui suur on sinusoidaalse vahelduvvoolu amplituud, kui tema efektiivväärtus on 4 A ?
46. Kui suur soojushulk eraldub 5 minuti jooksul elektri-keetjast, mida toidetakse vahelduvvooluga efektiivse pingega 127 ja efektiivse voolutugevusega 4,7 A ?
47. Leida sinusoidaalse vahelduvvoolu pinge efektiivväärtus, kui pinge maksimaalväärtus on 180 V ?
48. Juhtmekeerd (raam) pöörleb ühtlases magnetväljas, tehes 3000 pöört minutis. Kui suure sagedusega vahelduvvool temas tekib?
49. Transformaatori primaarmähise keerdude arv on 700 ja toitepinge 220 V. Sekundaarpinge on 11 kV. Mitu keerdu on sekundaarmähisel?
50. Transformaatori sekundaarmähise keerdude arv on 3000 ja pinge maksimaalväärtus 1555 V. Mitu keerdu on primaarmähisel, kui primaarpinge efektiivväärtus on 110 V ?
51. Transformaator toidab elektriseadeldist võimsusega 0,5 kW. Primaarpinge on 127 V. Leida primaarvool.
52. Transformaatori toitepinge on 220 V ja vool 5 A. Sekundaarmähisega on ühendatud küttekeha. Leida küttekehas 10 minuti jooksul eraldunud soojushulk, kui transformatori kasutegur on 80 %.
53. 110 kV kõrgepingeliini lõpus oleva transformaatoralajama võimsus on 180 kW. Vool transformaatori sekundaarmähises on 30 A. Mitu keerdu on alajaama transformaatori sekundaarmähisel, kui primaarmähisel on 82 500 keerdu?
54. Leida võnkeringi omavõnkesagedus, kui pooli induktiivsus on 705 μ H ja kondensaatori mahtuvus 400 pF.
55. Võnkering koosneb poolist induktiivsusega 2 mH ja kahest

paralleelselt lülitatud kondensaatorist mahtuvusega 700 ja 180 pF. Leida omavõnkesagedus ja periood.

56. Kui suur kondensaator tuleb lülitada paralleelselt induktiivsusega 1 mH, et võnkesagedus oleks 6 kHz ?
57. Kui suure induktiivsusega pool tuleb lülitada saatejasma võnkeringi, paralleelselt kondensaatoriga 0,01 F, et saada raadiolaine pikkuseks 1200 m ?
58. Kui suur peab olema vastuvõtja võnkeringi kondensaatori mahtuvus, et vastuvõtja oleks häälestatud lainepikkusele 7 m ? Võnkeringi pooli induktiivsus on 13,8 μ H.
59. Valguskiir langeb klaasist vette. Kui suure langemisnurga peame valima, et kiir ei siseneks vette?
60. Punktikujuline valgusallikas asetseb 10 cm sügavusel vees. Vee pinnal, valgusallika kohal, ujub ümmargune ketas, mille keskpunkt on valgusallika kohal. Arvutada ketta suurus, mille korral ükski valguskiir ei pääseks veest õhku!
61. Tasaparalleelsele klaasplaadile, mille paksus on 5 cm ja murdumisnäitaja $3/2$ langeb monokromaatne valguskiirte kimp. Kiirte langemisnurk on 30° . Arvutada plaadist väljunud kiirte nihe nende esialgse suuna suhtes.
62. 50 cm kõrgusel laua kohal ripub lamp, mille valgustugevus on 100 cd. Kui kaugele lambist peaksime paigutama raamatu, et lambi valgustustugevus oleks 40 lx?
63. Kaks lampi valgustustugevustega $l_1 = 20$ cd ja $l_2 = 80$ cd asetsevad teineteisest 2 m kaugusel. Kuhu tuleb paigutada nende vahele fotomeetri ekraan, et ta valgustustugevus valgusallika l_2 poolt oleks 4 korda suurem kui valgusallika l_1 poolt?
64. Kaks täisnurga all lõikuvat tasapinda asetsevad paral-

leelsete valguskiirte teel, kusjuures kiired langevad tasapindade välispindadele. Esimese pinna ja langevate kiirte vaheline nurk on 30° . Arvutada, mitu korda on teise pinna valgustustugevus suurem esimese pinna valgustustugevusest?

65. Projektsiooniaparaadis olevale 10 cm^2 suurusele diapositiivile langeb valgusvoog 200 lm . Arvutada diapositiivi kujutise valgustustugevus ekraanil, kui suurendus on 100-kordne. Valgusvoo hajumist mitte arvestada.
66. Kumerpeeglist 1 m kaugusel asetseb ese, millest saadav kujutis on 10 korda esemest väiksem. Kumerpeegli kõverusraadius on 1 m . Kui kaugel peeglist asetseb kujutis? Teha joonis!
67. Kaksikkumerale läätsesele, mille optiline tugevus on 1 dioptria, langeb paralleelne valguskiirte kimp. Kui kaugemale läätsese taha tuleb asetada nõguspeegel, et peegeldunud valgus koonduks läätsese ette 1 m kaugusele läätsesest? Peegli kõverusraadius on 4 m .
68. Kaksikkumera läätsese optiline tugevus on $+5$ dioptriat. Lääts võimaldab saada 20-kordset suurendust. Kui kaugel läätsesest on selle suurenduse korral ese ja tema kujutis?
69. Ese asetseb kaksikkumerast läätsesest 25 cm kaugusel. Läätsesega saadakse sellest esemest kujutis, mille suurus ületab eseme mõõtmed 10-kordselt. Arvutada läätsese fookuskaugus ja kujutise kaugus läätsesest!
70. Ese asetseb kaksiknõgusast läätsesest, mille fookuskaugus on $0,5 \text{ m}$, ühe meetri kaugusel. Arvutada kujutise kaugus läätsesest. Teha joonis!
71. Kaksiknõgusläätsesest kaugusel a asetseb ekraan. Läätsese puudumisel langeb ekraanile paralleelne valguskiirte kimp, mille diameeter on d . Läätsese valguskiirte teel

olles on valguslainu diameeter ekraanil D . Arvutada l  tse fookuskaugus.

72. Elektroni väljumistöö kaaliumist on 2 eV. Arvutada maksimaalne lainepikkus, millega valgustamisel võime veel fotoefekti tekitada.
73. Arvutada kvandi energia elektronvoltides, kui temale vastab lainepikkus 0,1 mm!
74. Mitu kilovatt-tundi energiat saadakse uhe grammaatomi U^{235} lõhustumisel, kui igas l hustumisaktis vabaneb ~ 200 MeV energiat?
75. Aatomituuma laenguarvuga Z ja massiarvuga A kiiritatakse neutronitega. Leida tekkinud tuumade laengu- ja massiarv, kui reaktsioonis tekivad koos uute tuumadega α -osakesed.
76. Neutronite poolestusperiood on 12 min. Milline osa neutronitest laguneb 8 cm pikkusel teelõigul, kui neutronite kiirus on $2 \cdot 10^5$ cm/sek.
77. Leida α -osakeste kiirus, kui nende kineetiline energia on 0,025 eV (mass $6,64 \cdot 10^{-24}$ g).
78. Uhe grammaatomi U^{235} lõhustumisel vabaneb $5,3 \cdot 10^6$ kWh energiat. Kui palju uraani kulutab ööpäevas 5000 kw-se võimsusega aatomij ujaam, mille kasutegur on 16,7 %?
79. Uks gramm U^{238} kiirgab uhe sekundi jooksul $1,24 \cdot 10^4$ α -osakest. Milline osa esialgsest uraani kogusest laguneb 1 sekundi jooksul?
80. Kahe deutroni liitumisel α -osakeseks vabaneb $38 \cdot 10^{-6}$ ergi. Mitu kcal soojust saadakse 1 g heeliumi tekkimisel deuteeriumist?
81. Uhe grammaatomi heeliumi tekkimisel deuteeriumi tuumale

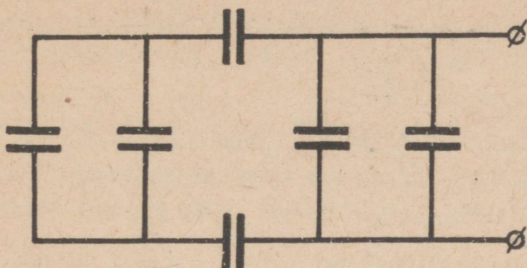
liitumise tulemusena vabaneb $6,35 \cdot 10^6$ kwh energiat. Millise söehulga (kütteväärtus 7000 kcal/kg) põlemisel saadakse sama palju soojust kui 1 g heeliumi moodustamisel?

82. Vesiniku aatomi ioniseerimiseks kulub 13,5 eV energiat. Missugune võiks olla ioniseeriva kiirguse maksimaalne lainepikkus?
83. Arvutada vesiniku aatomi energia põhitaseme ja esimese ergastatud taseme vahe elektronvoltides, kui ergastamiseks kasutatava kiirguse lainepikkus on 1216 Å.
84. Kui suure kiiruse saavutab α -osake, läbinud elektriväljas potentsiaalide vahe 300 V?
85. Võrdkülgse kolmnurga kahes tipus asuvad võrdsed laengud väärtusega $8 \cdot 10^{-5}$ C kumbki. Määrata elektrivälja tugevus kolmnurga tsentris, kui kolmnurga külg on 20 cm.
86. Ruudu kolmes tipus asuvad võrdsed laengud $8 \cdot 10^{-5}$ C, ruudu külg on 40 cm. Määrata elektrivälja tugevus ruudu tsentris.
87. Määrata elektrivälja tugevus võrdkülgse kolmnurga tsentris, kui kolmnurga külje pikkus on 10 cm ning tema kahes tipus asuvad võrdsed laengud $2 \mu\text{C}$ kumbki, kolmandas tipus aga nendest kaks korda suurem samanimeline laeng.
88. Horisontaalselt asetatud plaatkondensaatori väljas asub õlipiisake massiga 10^{-8} g. Kui suur peab olema piisake-se laeng, et ta püsiks tasakaalus, kui kondensaatori plaatidevaheline kaugus on 5 mm ning ta on laetud pingeni 200 V?
89. Kui suure kiiruse saavutab elektron, läbinud elektriväljas potentsiaalide vahe 300 V?
90. Metallkuulikene raadiusega 6 cm on laetud potentsiaali-

ni 100 V. Määrata elektrivälja tugevus punktides, mis asuvad selle kuulikese pinnast 4 cm kaugusel.

91. Kaks ühesugust õlitilka ($m = 10^{-3}$ g) kannavad ühesuguseid laenguid. Määrata nende laengute väärtus, teades, et elektriline tõukejõud on võrdne gravitatsioonijõuga tilkade vahel.
92. Kaks punktlaengut ($9 \cdot 10^{-8}$ C ja $-6,4 \cdot 10^{-7}$ C) asuvad 10 cm kaugusel teineteisest. Kus asub punkt, milles elektrivälja tugevus on null?
93. Kaks punktlaengut ($Q_1 = 7,5 \cdot 10^{-10}$ C ja $Q_2 = -1,33 \cdot 10^{-9}$ C) asuvad 25 cm kaugusel teineteisest. Määrata elektrivälja tugevus punktis, mis asub esimesest laengust 15 cm ning teisest 20 cm kaugusel.
94. Määrata elektrivälja tugevus punktlaengust $Q = 3 \cdot 10^{-5}$ C 30 cm kaugusel olevas punktis. Kui suure jõuga mõjutab elektriväljal sellesse punkti paigutatud laengut $q = 10^{-8}$ C?
95. Plaatkondensaatorile ($S = 100$ cm²; $d = 5$ mm) on antud laeng $q = 5 \cdot 10^{-6}$ C. Kui palju tööd tuleb teha, et kanda elektron kondensaatori ühelt plaadilt teisele?
96. Kui suure kiiruse saavutab prooton, läbinud elektriväljas potentsiaalide vahe 300 V?
97. Õhkkondensaator, mille plaatide pindala on 40 cm² ning nendevaheline kaugus 1 mm, on ühendatud paralleelselt samasuguse kondensaatoriga, mille plaatidevaheline ruum on aga täidetud parafiiniga ($\epsilon = 2$). Määrata sellise patarei laeng, kui talle on antud pinget 300 V.
98. Kaks ühesugust kondensaatorit, mis erinevad ainult dielektriku poolest ($\epsilon_1 = 1$; $\epsilon_2 = 5$), on ühendatud järjestikku ning laetud pingeni 300 V. Määrata pinged kummalgi kondensaatoril.

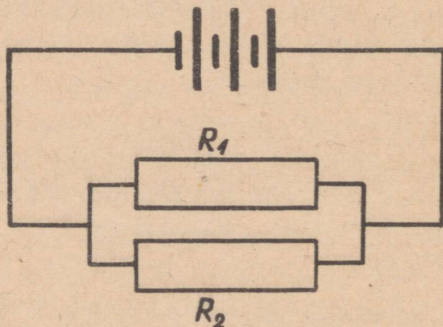
99. Määrata joonisel kujutatud kondensaatorite patarei mahtuvus, kui iga üksiku kondensaatori mahtuvus on $1 \mu\text{F}$.



100. Kaks kondensaatorit on ühendatud paralleelselt ning laetud pingeni $22,7 \text{ V}$, kusjuures patarei kogulaeng on $75 \mu\text{C}$. Määrata teise kondensaatori mahtuvus, kui esimese mahtuvus on $2,8 \mu\text{F}$.
101. Kaks kondensaatorit mahtuvusega $C_1 = 2 \mu\text{F}$ ja $C_2 = 5 \mu\text{F}$ on laetud vastavalt $U_1 = 100 \text{ V}$ ja $U_2 = 200 \text{ V}$ -ni ning siis ühendatud omavahel paralleelselt, kusjuures ühendusse on viidud samanimeliselt laetud katted. Määrata niiviisi saadud patarei pinge.
102. Kaks ringikujulist plaati, kumbki läbimõõduga 20 cm , asetati vastamisi. Plaadid laeti vastasnimeliselt laengutega väärtusega kumbki $1 \mu\text{C}$. Määrata elektrivälja tugevus plaatidevahelises ruumis.
103. Elektrikann lülitati sisse ning unustati. Kannus oli $0,6 \text{ l}$ vett algtemperatuuriga 10° C . Kui pika aja möödudes on kannust kõik vesi ära auranud, kui kannu küttekeha takistus on $14,4 \Omega$, võrgu pinge 120 V ning kannu kasutegur 60% ?
104. Vasktraadi ristlõike pindala on $0,78 \text{ mm}^2$, tema takistus

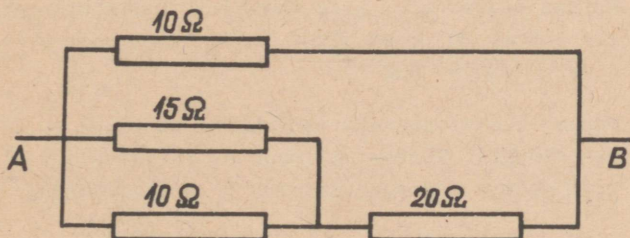
0,2 Ω . Määrata selle traadi kaal. ($\rho = 1,7 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ cm}$,
 $D = 8,9 \text{ g/cm}^3$).

105. Missugune peab olema vasktraadi läbimõõt, et 1 A-se voolu puhul pinge temas langeks 1,4 m ulatuses 1 V võrra? ($\rho = 1,7 \cdot 10^{-6} \Omega \text{ cm}$).
106. Hõõglampi toidetakse vooluallikast, mille emj on 13 V ja sisetakistus 2 Ω . Lamp tarvitab võimsust 20 W. Milline on lambi takistus ning pinge tema klemmidel?
107. Elektrikannu kasutegur on 70 %. Kui palju 10°-st vett saab ajada keema selles kannus, kui kulutada ära 0,5 kWh elektrienergiat?
108. Kolm galvaanielementi ($E = 1,4 \text{ V}$; $r = 0,2 \Omega$) on ühendatud järjestikku. Kui suur võib olla koormise takistus, mida sellest patareist saaks toita vooluga mitte alla 1,5 A?
109. Kaks galvaanielementi on ühendatud paralleelselt, kusjuures kummagi elemendi emj on 1,4 V ning sisetakistus 0,2 Ω . Kui suur peab olema niisuguse patarei koormise takistus, et teda läbiks vool tugevusega 1 A?
110. Skeemil kujutatud galvaanielementide emj on 1,5 V ning

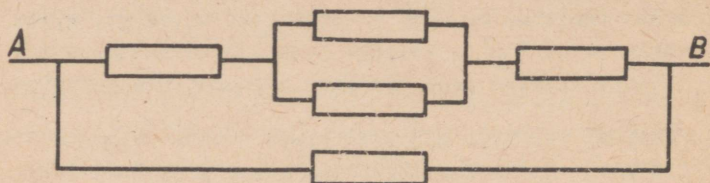


sisetakistus $0,2 \Omega$. Koormuse takistid $R_1 = 10 \Omega$,
 $R_2 = 20 \Omega$. Määrata voolu tugevus kummaski takistis.

111. Galvaanielemendi klemmid ühendatakse kord traadiga, mille takistus on 4Ω , teine kord traadiga, mille takistus on 9Ω . Mõlemal juhul on välisahelas tarvitav võimsus sama. Määrata elemendi sisetakistus.
112. Hõõglamp tarvitab 220 V -se pingega juures võimsust 150 W . Kui palju elektrone läheb iga sekundi jooksul läbi hõõgniidi ristlõike?
113. Voltmeetriga, mille takistus on $10\,000 \Omega$, saab mõõta pingeid kuni 100 V . Millise eeltakistuse peame lisama sellele voltmeetrile, et tema abil saaks mõõta pingeid kuni 300 V ?
114. Ampermeeter sisetakistusega $0,2 \Omega$ võimaldab mõõta voolu kuni 10 A . Milline šunt tuleb lisada sellele riistale, et tema abil saaks mõõta voolu kuni 200 A ?
115. Kui vooluallikaga, mille sisetakistus on 2Ω , ühendada koormus takistusega 4Ω , langeb pingeline klemmidele 6 V -ni. Määrata kogu võimsus niisuguses lülituses.
116. Määrata joonisel kujutatud skeemi takistus R_{AB} .



117. Joonisel kujutatud skeemis on kõik takistid võrdsed (à 50Ω). Määrata iga takistit läbiva voolu tugevus, kui punktide A ja B vahel valitseb pinge 125 V.



118. Kui galvaanielemendi klemmid ühendada 5Ω -se takistiga, annab ta voolu tugevusega 1 A. Sama elemendi lühistamisel on voolu tugevus 6 A. Määrata selle elemendi emj ja sisetakistus.
119. Elektrihoõglambi volfrænniidi takistus on 1000°C juures $3,5 \Omega$. Määrata selle hoõgniidi takistus 2500°C juures. ($\alpha = 0,006 \text{ deg}^{-1}$).
120. Määrata alumiiniumjuhtme takistus 40°C juures, kui tema pikkus on 5 km ja ristlõike pindala $0,5 \text{ mm}^2$. ($\rho = 2,8 \cdot 10^{-10} \Omega \text{ cm}$; $\alpha = 0,0042 \text{ deg}^{-1}$).
121. Kuidas muutub vool plaatinaahjus, kui temperatuur selles tõuseb 20°C -st 1200°C -ni? Pinge jääb muutumatuks ($\alpha = 0,00365 \text{ deg}^{-1}$).
122. Dünamo elektromagneti vaskmähise takistus on 0°C juures 141Ω . Töötamise lõpul on takistus 172Ω . Määrata mähise lõpptemperatuur. ($\alpha = 0,004 \text{ deg}^{-1}$).

VASTUSED.

1. 36 km/h.
2. 1 ja 2.
3. 40 s.
4. 1,29 m.
5. 2,75 s.
6. 30,4 m.
7. 60 ja 420 km/h.
8. 32 N.
9. 2 s.
10. 2 m.
11. 20,4 cm.
12. 35700 km.
13. 17,6 min.
14. 21300 N.
15. $3,75 \cdot 10^{-4}$ s.
16. 401 m/s.
17. 8 m/s.
18. 140 m; $4,9 \cdot 10^7$ J.
19. 4444 kW.
20. 11,6 %.
21. 785 kW.
22. $803,5 \text{ cm}^3$.
23. 745 mm Hg.
24. 0,0612 kG.
25. $201,26 \text{ cm}^3$.

26. $\rho_{100} = 21,45(1 + 2,16 \cdot 10^{-3})^{-1}$.
27. $Q = 36450 \text{ cal.}$
28. 7 m^3 .
29. $39,5^\circ \text{ C.}$
30. $68,3^\circ \text{ C.}$
31. $2,73 \text{ torri.}$
32. $T_1 = 101,8^\circ \text{ C; } T_2 = 251,8^\circ \text{ C.}$
33. $0,414 \text{ kg Cu; } 0,236 \text{ kg Al.}$
34. 30 cm.
35. $13,5339 \text{ g/cm}^3$.
36. $0,008 \text{ mm}^2$.
37. $1,02 \text{ l.}$
38. $130,6 \text{ kg.}$
39. $1,8 \text{ mm.}$
40. $0,035 \text{ kr.}$
41. $15,8 \%$.
42. $1,2 \text{ kg.}$
43. $0,282 \text{ kg.}$
44. $n = 311 \text{ sin } 314 \text{ t.}$
45. $5,65 \text{ A.}$
46. 179 kJ.
47. 127 V.
48. 50 Hz.
49. 35000 .
50. 300 .
51. $3,94 \text{ A.}$
52. 528 kJ.

53. 4500.
54. 300 kHz.
55. 120 kHz; $8,34 \cdot 10^{-6}$ s.
56. 704 μ F.
57. 40,5 μ H.
58. 1 pF.
59. $\alpha_p = \arcsin \frac{8}{9}$.
60. $r = 11,4$ cm.
61. 1,9 cm.
62. 95 cm.
63. $r = 1$ m.
64. $\sqrt{3}$ korda.
65. 20 luksid.
66. 80 cm.
67. 3 m.
68. $a = 21$ cm.
69. $f = 22,7$ cm; $k = 250$ cm.
70. 0,33 m.
71. $f = da/(D-d)$.
72. $6 \cdot 10^{-5}$ cm.
73. $1,25 \cdot 10^4$ eV.
74. $\sim 5,3 \cdot 10^6$ kWh.
75. $z \rightarrow z-2$; $A \rightarrow A-3$.
76. $\sim 5 \cdot 10^{-8}$. Lagunenud osakeste arv lugeda võrdeliseks lagunemise ajaga.
77. ~ 1000 m/s.
78. 32 g.

79. $\sim 5 \cdot 10^{-18}$.
80. $1,37 \cdot 10^8$ kcal.
81. ~ 20 tonni.
82. 912 \AA .
83. ~ 10 eV.
84. $1,7 \cdot 10^5$ m/s.
85. 1800 CGSE.
86. 300 CGSE_E .
87. 180 CGSE_E .
88. $7,5 \cdot 10^{-6}$ LJ.
89. 10^7 m/s.
90. 0,02 CGSE.
91. $2,58 \cdot 10^7$ LJ.
92. $x = 6$ cm.
93. $E = 1,41 \cdot 10^{-2}$ CGSE.
94. $E = 100$ CGSE; $F = 3000$ dn.
95. $A = 4,5 \cdot 10^7$ ergi.
96. $2,43 \cdot 10^5$ m/s.
97. $3,2 \cdot 10^{-8}$ c.
98. 250 V; 50 V.
99. 2,4 μ F.
100. 0,5 μ F.
101. 172 V.
102. 12 CGSE.
103. 43 min.
104. 62,6 G.
105. 5,6 mm.

106. $R_1 = 3,2 \Omega$; $R_2 = 1,25 \Omega$.
107. 3,36 kg.
108. 2,2 Ω .
109. 1,3.
110. $J_1 = 0,21 \text{ A}$; $J_2 = 0,41 \text{ A}$.
111. $r_1 = 6 \Omega$.
112. 4,27 . 10^{18} .
113. $x = 20\ 000 \Omega$.
114. $x = 0,0105 \Omega$.
115. 13,5 W.
116. 7,23 Ω .
117. $i_1 = 2,5 \text{ A}$; $i_2 = 1 \text{ A}$; $i_3 = 0,5 \text{ A}$.
118. $r = 1 \Omega$; $E = 6 \text{ V}$.
119. $R_2 = 8 \Omega$.
120. 327 Ω .
121. $I_1/I_2 = 5$.
122. 55,3° C.

ÜLESANDEID KEEMIAST.

1. Kui suur on järgmiste ainete gramm-molekuli ruumala normaalsetes tingimustes: lämmastik, etaan, glütseriin ($d = 1,26$) ja vesi?
2. Gaasisegus on $2 \cdot 10^{22}$ hapniku molekuli ja 10^{23} lämmastiku molekuli. Kui suure ruumala võtab see gaaside segu enda alla normaalsetes tingimustes?
3. Liiter osooni kaalub normaalsetes tingimustes 2,143 g. Arvutada osooni molekulkaal ja tema tihedus õhu suhtes.
4. Mitme grammi atsetüleenit põletamisel saadakse 10 liitrit süsihappegaasi (normaalsetes tingimustes)? Mitu liitrit hapnikku kulutati selle atsetüleenihulga põletamiseks?
5. Kui palju kaalub 1 m^3 kloorvesiniku ja kloori segu normaalsetes tingimustes, kui ta sisaldab 15 mahuprotsent kloori?
6. Kui suure ruumala võtab normaalsetes tingimustes enda alla 10 g hapniku ja 40 g lämmastiku segu?
7. Gaaside segu lämmastikust ja hapnikust võtab enda alla normaaltingimustes ruumalaliselt 40 liitrit. Segu sisaldab 10 g hapnikku. Mitu grammi on segus lämmastikku?
8. Mingil temperatuuril on väevliaurude tihedus lämmastiku suhtes 9,14. Mitmest aatomist koosneb väevli molekul?
9. Arvutada majapidamisgaasi tihedus vesiniku suhtes. Gaas sisaldab ruumalaliselt 48 % H_2 , 35 % CH_4 , 8 % CO , 4 % C_2H_4 , 2 % CO_2 ja 3 % N_2 .
10. 1 g-molekuli CO põlemisel eraldub 69 kcal, 1 gramm-molekuli H_2 põlemisel eraldub 58,1 kcal. Kui palju soojust eraldub 1 m^3 vesigaasi põlemisel, milles on (ruumala

järgi) 5 % CO_2 , 39 % CO , 49 % H_2 ja 7 % N_2 ?

11. Kui suur ruumala õhku on tarvis 1 m³ majapidamisgaasi täielikuks põlemiseks? Gaas sisaldab ruumalaliselt 48% H_2 , 35% CH_4 , 8% CO , 4% C_2H_4 ja 5% mittepõlevaid lisandeid.
12. Määrata magneesiumi ekvivalent, teades, et 3 g magneesiumi ühineb 2 g hapnikuga.
13. Kaltsiumkloriid sisaldab 36% kaltsiumi ja 64% kloori. Määrata kaltsiumi ekvivalent, kui kloori ekvivalent on 35,5.
14. Mitu grammi vett võib saada 2 g vesinikust ja 20 g hapnikust koosneva segu plahvatamisel?
15. Kui suur ruumala hapnikku (normaalsetes tingimustes) saadakse 100 g vee elektrolüütilisel lagundamisel?
16. Ööpäeva jooksul eritab inimene umbes 0,5 m³ CO_2 . Kui suur kogus inimese kehas orgaaniliste ainete koostisesse kuuluvat süsinikku oksüdeerub ööpäeva jooksul.
17. Teatud hulk metalli, mille ekvivalent on 28, tõrjub happelahusest välja 700 cm³ vesinikku (normaalsetes tingimustes). Arvutada katseks võetud metalli kaal.
18. Milline on baariumkloriidilahuse normaalsus ja molaarsus, kui ühe liitri lahuse valmistamiseks võeti 4,9 g $\text{BaCl}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$. Arvutada selle lahuse protsendiline kontsentratsioon (lahuse tihedus võtta võrdseks ühega).
19. 20 g NaOH lahustamisel 100 g vees saadi lahus, mille tihedus on 1,2. Arvutada
 - 1) mitme %-line on see lahus,
 - 2) mitu g-molekuli NaOH on ühes liitris lahuses.
20. Meditsiinilis kasutatakse haavade desinfitseerimiseks

joodtinktuuri, mis on 10 %-line joodilahus piirituses.

Arvutage:

- 1) mitu ml piiritust ja mitu grammi joodi on tarvis 500 g joodtinktuuri valmistamiseks? Piirituse erikaal on ligikaudu 0,8;
 - 2) mitu g joodi tuleb võtta, et tema lahustamisel 125 ml-s piirituses saaksime 10 %-lise lahuse?
21. Mõningate haiguste puhul süstitakse verre 0,85 %-list keedusoolalahust, mida nimetatakse füsioloogiliseks lahuseks. Arvutage:
- 1) kui palju füsioloogilist lahust võib valmistada 170 grammist keedusoolast;
 - 2) mitu grammi keedusoola viiakse verre 400 g füsioloogilise lahuse süstimisel?
22. Sidrunimahlas on ligikaudu 6,5 % sidrunhapet. Mitu grammi vett tuleb lisada 50 g sidrunimahlale 1 %-lise sidrunhappelahuse saamiseks?
23. 28,6 g-st kristallveega soodast ja 71,4 g-st veest on valmistatud lahus. Kui suur on Na_2CO_3 kontsentratsioon selles lahuses?
24. 70 grammile 12 %-lisele lahusele lisati 30 g vett. Missugune on saadud lahuse kontsentratsioon?
25. 12 %-lise kaaliumnitraadilahuse kuivaks aurutamisel saadi 170 g kaaliumnitraati. Kui palju oli enne aurutamist vett antud lahuses?
26. Tehniline väävelhape sisaldab 3,5 % vett. Kui palju vett on 1 liitris tehnilises väävelhappes, kui happe erikaal on 1,84?
27. Mitu g soodat ja vett on tarvis 50 g 5 %-lise lahuse valmistamiseks?

28. Kui palju tuleb võtta 40 %-list lahust ja vett, et saada 500 g 15 %-list lahust?
29. Tehniline seebikivi 97 % NaOH-d. Mitu grammi tehnilist seebikivi on vaja 1500 grammi 10 %-lise lahuse valmistamiseks?
30. Mitu ml 15 %-list HCl-lahust ($e = 1,074$) kulub 50 g dolomiidi ($\text{CaCO}_3 \cdot \text{MgCO}_3$) lahustamiseks?
31. Mitu grammi KJ jääb järele 200 ml 2-molaarse KJ-lahuse väljaaurutamisel?
32. Määrata väävelhappe ekvivalentide hulk ühes liitris 50 %-lises H_2SO_4 -lahuses, mille erikaal on 1,42.
33. Lämmastikhappelahus sisaldab 10 g-molekuli HNO_3 ühes liitris lahuses ($d = 1,3$). Mitme %-line on see lahus?
34. 200 g soolhappelahuse neutraliseerimiseks kulus 16 g naatriumhüdrosiidi. Kui suur oli soolhappe protsendiline sisaldus neutraliseeritavas lahuses?
35. Neutraliseeriti lahus, mis sisaldas 189 g HNO_3 . Neutraliseerimiseks lisati algul kaaliumhüdrosiidilahust, milles oli 112 g KOH. Edasi neutraliseeriti baariumhüdrosiidiga. Mitu grammi $\text{Ba}(\text{OH})_2$ kulutati lahuse lõplikuks neutraliseerimiseks?
36. 100 ml 25 %-lisele H_2SO_4 -lahusele ($e = 1,18$) lisati 50 ml 2-molaarset NaOH-lahust. Mitu g H_2SO_4 jäi neutraliseerimata?
37. Kui palju 65 %-list lämmastikhapet kulub 1 g-molekuli kustutatud lubja neutraliseerimiseks?
38. Kui palju 98 %-list väävelhapet kulub 146 g kloorvesiniku saamiseks keedusoolast?

39. 150 g äädikhappelahuse neutraliseerimiseks kulus 35 ml 20 %-list NaOH-lahust ($e = 1,219$). Mitme protsendiline oli äädikhappelahus?
40. On tarvis neutraliseerida 200 ml molaarset naatriumhüd-roksiidilahust. Kui palju a) 1-molaarset soolhappelahust, b) 1-molaarset väävelhappelahust on selleks tarvis?
41. Mitu grammi sademena eralduvat ainet tekib 100 g 5 %-lise väävelhappelahuse ja 100 g 5 %-lise baariumkloriidilahuse kokkuvalamisel?
42. Mitu grammi sademena eralduvat ainet peab tekkima 100 ml molaarse $MgCl_2$ -lahuse ja 400 ml molaarse $AgNO_3$ -lahuse kokkuvalamisel?
43. Mitu liitrit kloori (normaalsetes tingimustes) on tarvis joodi väljatõrjumiseks 200 ml-st naatriumjodiidilahusest, mis sisaldab 0,25 mooli NaJ liitris lahuses?
44. Kui palju 10 %-list soolhapet kulub 440 liitri süsihappegaasi (möödetuna normaalsetes tingimustes) saamiseks marmorist?
45. 15 g magneesiumhüdrokksiidi töödeldi lahusega, mis sisaldas 42 g väävelhapet. Mitu grammi soola tekkis?
46. Mitu liitrit vesinikku (normaalsetes tingimustes) saadakse 10 g malmi lahustamisel soolhappes? Malm sisaldab 4,5% happes mittelahustuvaid lisandeid.
47. 5-grammise teraseproovi põletamisel hapniku voolus tekkis 0,1 liitrit süsihappegaasi (möödetud normaalsetes tingimustes). Mitu protsenti süsinikku oli terases?
48. Vaskpüriidi ($CuFeS_2$) maak sisaldab 28 % aherainet. Kui palju vaske ja rauda on võimalik saada 1 tonnist maagist?
49. 40 g punase rausmaagi analüüsil leiti 22 g rauda. Milline on Fe_2O_3 -sisaldus maagis?

50. Mitu g-aatomit alumiiniumi tuleb võtta, et saada punasest rauamaagist 280 g rauda?
51. Kui palju on tarvis võtta fosforiiti, mis sisaldab 65 % kaltsiumfosfaati, et saada 1 tonn fosforit, arvestades tootmisel esinevat fosfori kadu 3 %?
52. Mitu protsenti fosforit sisaldab fosforiit, milles on 12 % aherainet?
53. Tehases põletatakse iga päev 100 t kivisütt, mis sisaldab 1,6 % väevliit. Kui palju vääveldioksiidi tekib vabriku töötamisel 30 päeva jooksul? Kui palju väävelhapet võib saada sellest väävliisgaasist tema täielikul ärakasutamisel?
54. Ühest kilogrammist tehnilisest kaltsiumkarbiidist saadi 300 liitrit atsetüleeni (normaalsetes tingimustes). Mitu protsenti lisandeid oli selles tehnilises kaltsiumkarbiidis?
55. Kui palju 90 %-lise CaCO_3 -sisaldusega lubjakivi peab võtma, et viimase lagundamisel saada 10 liitrit süsihappegaasi (normaalsetes tingimustes)?
56. 100 g lubjakivi kuumutamisel saadi 41 g süsihappegaasi. Mitu protsenti kaltsiumkarbonaati sisaldab lubjakivi?
57. Ühele hektarile anti 40 t laudasõnnikut, mis sisaldas 0,6 % K_2O . Kui palju tuleks anda kaaliväetist, milles on 35 % kaaliumkloriidi, et selle kogus oleks kaaliumi sisalduse poolest samaväärne 40 t laudasõnnikuga?
58. Missugune väetisena kasutatav ühend sisaldab rohkem lämmastikku: naatriumsalpeeter, ammooniumsalpeeter, kaltsiumtsüaanamiid CaCN_2 ?
59. Mitu grammi vett moodustub 20 g süsivesiniku põlemisel, mis sisaldab 25 % vesinikku ja 75 % süsinikku?

60. Leida niisuguse orgaanilise ühendi molekuli valem, mis sisaldab 77,4 % C, 7,5 % H ja 15,1 % N. Ühendi aurude tihedus õhu suhtes on 3,21.
61. Tuletada gaasi molekuli valem, kui see sisaldab 86 % süsinikku ja 14 % vesinikku. Ühe liitri gaasi kaal normaaltingimustes on 1,26 g.
62. Toluooli aurude tihedus vesiniku suhtes on 46, süsiniku on toluooli molekulis kaaluliselt 91,3 %. Mitu süsiniku aatomit on toluooli molekulis?
63. Tuletada niisuguse ühendi lihtsaim valem, mille koostises vesiniku, süsiniku, hapniku ja lämmastiku kaalulised hulgad suhtuvad nagu 1:3:4:7.

VASTUSED.

1. 22,4 l; 22,4 l; 73 cm³; 18 cm³.
2. 4,46 l.
3. 48; 1,66.
4. 5,82 g; 12,5 l.
5. 1,87 kg.
6. 39 l.
7. 40 g.
8. 8-st.
9. 5,18.
10. 2470 kcal.

11. 5,58 m³.
12. 12.
13. 20.
14. 18 g.
15. 62,2 l.
16. 268 g.
17. 1,76 g.
18. 0,04; 0,02.
19. 16,67 %; 5 g-molekuli.
20. 1) 562,5 ml; 50 g J₂.
2) 11,11 g J₂.
21. 1) 20 kg.
2) 3,4 g.
22. 275 g.
23. 10,9 %.
24. 8,4 %.
25. 1247 ml.
26. 64,4 g.
27. 2,5 g soodat, 47,5 g vett.
28. 187,5 g lahust, 312,5 g vett.
29. 154,6 g.
30. 250 ml.
31. 66,4 g.
32. 14,4 ekvivalenti.
33. 48,5 %.
34. 7,3 %.
35. 85,5 g.

36. 19,7 g.
37. 194 g.
38. 200 g.
39. 8,53 %.
40. a) 0,2 l; b) 0,1 l.
41. 5,59 g.
42. 28,7 g.
43. 0,56 l.
44. 14,33 kg.
45. 31 g.
46. 3,8 l.
47. 1,07 %.
48. 250 kg vaske; 219 kg rauda.
49. 79 %.
50. 5 g-aatomit.
51. 7,9 t.
52. 17,6 %.
53. 96 t SO₂, 147 t H₂SO₄.
54. 14 %.
55. 49,7 g.
56. 93,2 %.
57. 1,1 t.
58. CaCN₂, NH₄NO₃, 35 %.
59. 45 g.
60. C₆H₅NH₂.
61. C₂H₄;
62. 7 aatomit.
63. CO(NH₂)₂.

ÜLESANDEID MATEMAATIKAST.*

A. Ülesandeid kirjalikelt vastuvõtueksameilt.

1. Lihtsustada avaldis

$$\sqrt{\frac{2 + \sqrt{3}}{\sqrt{3} - 1} - \frac{2 + 2\sqrt{3}}{3 - \sqrt{3}}} \cdot \sqrt{\sqrt{3} - 1}.$$

2. Lahendada võrrand

$$12,6 : \left[5\frac{2}{15} + \left(5\frac{5}{9} - \frac{8,75}{x : \frac{8}{21} - \frac{12}{5}} \right) \cdot 5,544 \right] - \frac{2}{11} = \frac{4}{5}.$$

3. Lihtsustada avaldis

$$(4\sqrt{3} + 8) \left[\sqrt{3}(\sqrt{3} - 2) + \frac{3 - 2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3} - 2}{\sqrt{3}} + \dots \right].$$

4. Lihtsustada avaldis

$$\left(\frac{a-b}{\sqrt{b}} x^2 - 2ax + a\sqrt{b} \right) : \left(\frac{a+b}{\sqrt{a}} x - \sqrt{a}b \right),$$

kui

$$x = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a} - \sqrt{b}}.$$

5. Tõestada, et

$$\frac{a^2 + (a-c)^2}{b^2 + (b-c)^2} = \frac{a-c}{b-c},$$

kui

$$a^2 + b^2 = (a+b-c)^2.$$

6. Missuguste m väärtuste puhul on võrrandi

* Raskematele ülesannetele, mis on märgitud tärniga (*), leiduvad käesoleva osa lõpus lahendused või lahendamist hõlbustavad näpunäited.

$$x^2 + 2(m - 1)x + 3m^2 + 5 = 0$$

lahendid reaalsed?

7. Missuguste a väärtuste puhul on reaalarvuliste kordajatega võrrandi

$$x^2 + 2ax \sqrt{a^2 - 3} + 4 = 0$$

lahendid võrdsed?

- *8. Missuguste a väärtuste puhul on hulkliige

$$(a^2 - 1)x^2 + 2(a - 1)x + 2$$

positiivne igal x väärtusel (a ja x on reaalarvud)?

9. Ruutvõrrandi $x^2 + px + q = 0$ lahendid on x_1 ja x_2 . Võrrandit lahendamata avaldada tema kordajate kaudu $(x_1 - x_2)^2$.

- *10. Lahendada võrratus

$$\frac{x^2 + 2x - 3}{x^2 - 2x + 8} > 0.$$

11. Lahendada võrratus

$$\frac{3x^2 - 11x + 9}{2x^2 - 7x + 5} < 1.$$

12. Lahendada võrratus

$$\frac{x}{5} - \frac{4}{x} > \frac{4}{5}.$$

13. Lahendada võrratus

$$2 - \frac{x-3}{x-2} > \frac{x-2}{x-1}.$$

- *14. Tõestada võrratus

$$\frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} \geq 6,$$

kui $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$.

*15. Lahendada võrrand

$$9^x - 6^x = 2 \cdot 4^x .$$

*16. Lahendada võrrand

$$\log_x 2 \cdot \log_{2x} 2 = \log_{4x} 2 .$$

17. Lahendada võrrand

$$\log 2 + \log (4^{x-2} + 9) = 1 + \log (2^{x-2} + 1) .$$

18. Lahendada võrrand

$$3^x + 3^{x-1} - 3^{x-3} = 35 .$$

19. Lahendada võrrand

$$\sqrt[x-1]{\sqrt[3]{2^{3x-1}}} = \sqrt[3x-1]{8^{x-3}} .$$

20. Lahendada võrrand

$$(2\sqrt{12} - 3\sqrt{3} + 6\sqrt{\frac{1}{3}})^{1/3} = \sqrt{3^{2x^2 - 2x - 3}} .$$

21. Lahendada võrrand

$$x + 1 = \frac{2x\sqrt{x+1}}{1 + \sqrt{x+1}} .$$

22. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{3x}{x+y}} - 2 + \sqrt{\frac{x+y}{3x}} = 0 , \\ xy - 54 = x + y . \end{cases}$$

*23. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} xy = 40 \\ x^{\log y} = 4 . \end{cases}$$

*24. Lahendada võrrandisüsteem

$$\begin{cases} \log_5 x + y = 7 \\ x^y = 5^{12} \end{cases} .$$

25. Aednik tellis endale 20 haruldase taime seemet. Ta külvavas kevadel kõik seemned maha ja sai sügisel igalt taimelt 10 seemet. Oletades, et ükski seeme ei lähe kaduma, leida, mitmendal aastal saab aednik 5 kg seemneid, kui ühes grammis on 40 seemet.
26. Täisnurkse kolmnurga lühem kaatet $a = 2,5$ cm. Kolmnurga küljed moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida kolmnurga pindala.
27. Tööline teenindab 16 kudumismasinat, mis töötavad automaatselt. Kudumismasina jõudlus on a meetrit tunnis. Tööline laseb esimese masina käiku kell 8, iga järgmise 5 minutit hiljem eelmisest. Kui palju riidet toodetakse kahe esimese tunni jooksul?
28. Geomeetrilise progressiooni kolme järjestikuse liikme summa on 62 ning nende kümnendlogaritmid summa 3. Leida see progressioon.
29. Leida kõik aritmeetilised progressioonid, mille esimeseks liikmeks on 5, vaheks on täisarv, mille teiste liikmete hulgas leiduvad arvud 57 ja 113.
30. Kui kõik töölised oleksid asunud tööle üheaegselt, oleks brigaad sooritanud ettenähtud töö 7 tunniga. Nad asusid aga tööle üksteise järel võrdsete ajavahemike möödudes ning töötasid kõik kuni töö lõpetamiseni. Esimesena tööle asunud tööline töötas 10 tundi. Mitu korda töötas ta kauem viimasena tööle asunud töolisest?
31. Kaks autot väljusid ühest asulast üheaegselt ühes suunas. Üks auto sõitis kiirusega 50 km/h, teine kiirusega 40 km/h. 30 minutit hiljem väljus samast asu-

last samas suunas kolmas auto, mis möödus esimesest autost 1,5 tundi pärast teisest autost möödumist. Leida kolmanda auto kiirus.

32. Metsatöölise brigaad pidi üles töötama 216 m^3 puid. Kolm esimest päeva töötas brigaad plaanikohaselt, edasi aga ületati plaan iga päev 8 m^3 võrra. Nii oli brigaadil juba üks päev enne tähtaega üles töötatud 232 m^3 puid. Kui suur oli brigaadi päevaülesanne?
- *33. Linnade A ja B vaheline kaugus on 9 km. Tee linnast A linna B kulgeb algul mäkke, siis tasaselt ning lõpus allamäge. Jalakäijal, kes väljub linnast A, kulub minekuks linna B ja sealt tagasitulekuks linna A kokku 3 tundi 41 minutit. Jalakäija liigub vastumäge kiirusega 4 km/h, tasasel teosal 5 km/h ja allamäge 6 km/h. Leida tasase teeosa pikkus.
34. Kahuripauk oli kuulda 2,5 km kaugusele pärituult 7,5 sekundi järel ja vastutuult 7,8 sekundi järel pärast lasku. Leida hääle levimise ja tuule kiirus.
35. Kahele töölisel anti sooritada teatud töö. Kui esimene tööline oli töötanud 7 tundi ja teine 4 tundi, selgus, et oli tehtud kokku $\frac{5}{9}$ tööst. Nüüd töötasid nad koos veel 4 tundi ja kogu tööst jäi teha $\frac{1}{18}$. Mitme tunniga oleks sooritanud selle töö kumbki tööline eraldi?
36. Õpilane pidi korrutama kaks naturaalarvu, millest üks oli teisest 94 võrra suurem. Ta eksis ning sai tulemuseks arvu, milles kümneliste arv oli nelja võrra väiksem kui õiges korrutises. Jagades saadud korrutise suurema teguriga sai õpilane jagatiseks 52 ja jäägiks 107. Missuguseid arve õpilane korrutas?
37. Mootorrattur sõidab 1 km 4 minuti võrra kiiremini kui jalgrattur. Mitu kilomeetrit sõidab kumbki neist 5 tun-

niga, kui on teada, et mootorrattur sõidab selle aja jooksul 100 km rohkem kui jalgrattur.

38. Mõõda ringjoont liiguvad kaks keha. Esimene neist teeb ühe täisringi 5 sekundi võrra lühema ajaga kui teine. Liikudes samas suunas kohtuvad need kehad iga 100 sekundi järel. Kui suure osa ringjoonest (kraadides) katab kumbki keha ühe sekundi jooksul?
39. Merevesi sisaldab 5 % soola (kaalu järgi). Mitu kg mage-dat vett tuleb lisada 40 kg mereveele, et tema soolasi-saldus väheneks 2 %-le?
40. Kui mingit arvu suurendada 15 % võrra, siis tulemuseks on 207. Mitme protsendi võrra on vaja vähendada seda ar-vu, et tulemuseks saada 126?
41. Hoone ehitamiseks tuli välja kaevata 8000 m^3 pinnast tea-tud tähtajaks. Kuna iga päev ületati plaani 50 m^3 võrra, siis lõpetati töö 8 päeva enne tähtaega. Mitme protsendi-liselt täideti iga päev plaani?
42. Töölise palka tõsteti kaks korda, kummalgi korral sama protsendi võrra. Selle tagajärjel tõusis ta palk 100 rub-lalt 125 rubla 44 kopikale. Mitme protsendi võrra tõsteti kummalgi korral palka?
43. On antud kaks erineva vasesisaldusega sulami tükki, mis kaaluvad m ja n kg. Mõlemast lõigatakse ära ühesugu-se kaaluga tükid, mis seejärel sulatatakse kokku järele-jäänud osadega teistest tükkidest. Pärast seda osutub, et mõlemas saadud sulamis on vase protsent ühesugune. Kui palju kaalub kumbki äralõigatud tükk?
44. Kahe sarnase kolmnurga pindalade vahe on 60 cm^2 ja nende kolmnurkade vastavate külgede suhe $\frac{2}{3}$. Arvutada nende kolmnurkade pindalad.

45. Ristküliku ABCD tipust diagonaalile tõmmatud ristlõik jagab täisnurga osadeks, mis suhtuvad nagu 5:1. Leida nurk selle ristlõigu ja teise diagonaali vahel.
46. Missugune on normaalformaadis lõigatud paberilehtede mõõtmete suhe, kui on teada, et iga järgmine formaat saadakse eelmise poolitamise teel ja et kõik normaalformaadis lõigatud paberilehed on üksteisega sarnased?
47. On antud täisnurkne kolmnurk kaatetitega 3 cm ja 4 cm. Ringjoon läbib lühema kaateti keskpunkti ning puudutab hüpotenuusi selle keskpunktis. Leida ringjoone raadius.
48. On antud täisnurkne kolmnurk kaatetitega $AC = 3$ ja $BC = 4$. Ringjoon, mille keskpunkt asub hüpotenuusil, puudutab kaatetit BC ning läbib tipu A. Leida ringjoone raadius.
49. Kolmnurga alusega paralleelne sirge jaotab kolmnurga teised küljed osadeks, mis tipust lugedes suhtuvad nagu 1:2. Kuidas suhtuvad nende osade pindalad, milleks see sirge jaotab kolmnurga?
50. Leida võrdhaarse kolmnurga küljed, kui tema kõrgus on h ja sissejoonestatud ringjoone raadius r.
51. Ringjoonesse on joonestatud ristkülik külgedega 16 cm ja 12 cm ning korrapärane kolmnurk. Leida kolmnurga pindala.
- *52. Ringi raadiusega R on ehitatud võrdkülgne kolmnurk, sellesse omakorda ring jne. Leida ringide ja kolmnurkade pindalade summa.
- *53. Leida aritmeetiline progressioon, kui ta n liikme summa on $2n^2 - 3n$.
- *54. Leida ristküliku küljed, kui nende vahe on 1 ja tipu kaugus diagonaalist on 2,4.

55. Trapetsi alused on 1 ja 7 . Leida sellise lõigu pikkus, mis on paralleelne trapetsi alustega ja jagab tema pindala pooleks.
56. Trapetsi alused on a ja b . Leida diagonaalide lõikepunkti läbiva ning alustega paralleelse lõigu pikkus.
57. Kolmnurga ABC küljepoolitajal AD on võetud punkt E. Tõestada, et kolmnurgad ABE ja ACE on pindvõrdsed.
58. Tõestada, et kahe võrdse mediaaniga kolmnurk on võrdhaarne.
59. Rõõpkuliku ABCD küljel BC on võetud punkt E nii, et $BE : EC = 5 : 7$. Sirged DE ja AB lõikuvad punktis F . Leida lõigu BF pikkus, kui AB lõikuvad punktis F . Leida lõigu BF pikkus, kui $AB = 14$ cm.
60. Arvutada võrdhaarse trapetsi pindala, kui alused on 10 cm ja 26 cm ning diagonaalid on risti haaradega.
61. Kolmnurga alus on 60 cm, kõrgus 12 cm ja alusele joonestatud mediaan 13 cm. Leida kolmnurga küljed.
62. Kolmnurga siseringjoone raadius on 4 cm. Üks kolmnurga külg on puutepunktidega jaotatud osadeks 6 cm ja 8 cm. Leida teiste külgede pikkused.
63. Korrapärase kuusnurga tippudest lõigati ära kolmnurgad nii, et tekkiks korrapärase kaksteistnurk. Kui suur osa pindalast lõigati ära?
- *64. Korrapärase kolmnurga külg on a . Ta keskpunkti ümber joonestatakse ringjoon raadiusega $r = \frac{a}{3}$. Leida kolmnurga nende osade pindala, mis jäävad väljaspoole ringjoont.
- *65. Kaks võrdset ringjoont tasandil lõikuvad täisnurga all. Leida nende ühise osa pindala suhe ringi pindalasse.

66. Tõestada, et kolmnurga ABC tipust A tõmmatud nurga-
poolitaja ja ümberjoonestatud ringjoone lõikepunkt asub
külje BC keskristsirgel.
67. Nurga üheks haaraks on ringjoone diameeter, teiseks sel-
le diameetri otspunktist ringjoone vabalt valitud puutu-
jale tõmmatud ristsirge. Tõestada, et nurga tippu ja
puutepunkti läbiv sirge on selle nurga poolitajaks.
68. Täisnurkse kolmnurga ühe kaateti keskpunktist on joones-
tatud ristsirge hüpotenuusile. Näidata, et hüpotenuusil
tekkinud lõikude ruutude vahe võrdub teise kaateti ruu-
duga.
69. Tõestada, et trapetsi haarade keskpunktid ning diagonaa-
lide keskpunktid asuvad ühel sirgel.
70. Tõestada, et trapetsi diagonaalide keskpunkti ühendav
lõik on võrdne poolega aluste vahest.
71. Võrdhaarse kolmnurga ABC alusel AC on vabalt võetud
punkt M ja ühendatud tipuga B. Tõestada, et

$$BC^2 - BM^2 = AM \cdot MC .$$
72. Kolmnurga ABC tipud asuvad ringjoonel. Läbi punkti A
on joonestatud ringjoonele puutuja. Läbi punkti B on
joonestatud puutujaga paralleelne sirge, mis lõikab sir-
get AC punktis D. Näidata, et lõik AB on lõikude
AC ja AD geomeetriliseks keskmiseks.
73. Tabeleid kasutamata leida

$$\sin 10^\circ + \sin 50^\circ - \sin 70^\circ .$$
- *74. Tõestada võrdus

$$16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 90^\circ = 1 .$$
75. Lahutada tegureiks avaldis

$$1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha + \cos^4 \alpha - \sin^4 \alpha .$$

76. Lihtsustada avaldis

$$\log (\sin ^6 x + \cos ^6 x + \frac{3}{4} \sin ^2 2x) .$$

77. Lihtsustada avaldis

$$\frac{\cos (-150^{\circ})}{\cos 330^{\circ}} - \frac{\tan 510^{\circ} \cdot \sin 300^{\circ}}{\cos \pi} + \tan 70^{\circ} \cdot \tan 20^{\circ} \cdot \sin 270^{\circ} .$$

78. Lihtsustada avaldis

$$3(\sin ^4 x + \cos ^4 x) - 2(\sin ^6 x + \cos ^6 x) .$$

*79. Lahendada võrrand

$$2 \tan x = \sin x .$$

80. Lahendada võrrand

$$1 + \cos x = \cot \frac{x}{2} .$$

81. Lahendada võrrand

$$(1 + \cos 5x) \cdot \tan \left(\frac{\pi}{3} - \frac{x}{2} \right) = 0 .$$

82. Lahendada võrrand

$$\tan x = 2 \cos \frac{x}{2} .$$

Millised erilahendid asuvad piirkonnas $0^{\circ} - 360^{\circ}$?

83. Lahendada võrrand

$$\sin (x + 30^{\circ}) + \cos (x - 30^{\circ}) = 0 .$$

*84. Lahendada võrrand

$$\sin ^3 x \cos x + \cos ^3 x \sin x = \frac{1}{4} .$$

*85. Lahendada võrrand

$$3 - 7 \cos ^2 x \sin x - 3 \sin ^3 x = 0 .$$

86. Tõestada samasus

$$\frac{\cos 2\alpha}{\cot ^2 \alpha - \tan ^2 \alpha} = \frac{1}{4} \sin ^2 2\alpha .$$

87. Tõestada, et kui $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, siis
$$\sin^2 \alpha + \sin^2 \beta - \sin^2 \gamma = 2 \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma$$

88. Tõestada samasus

$$\frac{\cos A + \sin A}{\cos A - \sin A} = \tan (45^\circ + A).$$

89. Kolmnurga kaks külge on b ja c , kolmnurga pindala $S = \frac{2}{5} bc$. Leida kolmas külg.

*90. Leida täisnurkse kolmnurga nurgad, kui tema hüpotenuus on neli korda pikem sellele langetatud kõrgusest.

91. Nurga sees, mille suurus on 60° , asetseb punkt kaugustel a ja b nurga haaradest. Leida selle punkti kaugus nurga tipust.

92. Leida kolmnurga küljed, kui on teada, et nad avalduvad kolme järjestikuse täisarvuna ning seejuures kolmnurga suurim nurk on kaks korda suurem vähimast.

93. Võrdhaarse kolmnurga tipunurk on α . Leida sisse- ja ümberjoonestatud ringjoonte raadiuste suhe.

*94. Tõestada, et kui kolmnurga külgede a , b ja c vahel kehtib seos $a^2 = b^2 + bc$, siis $\alpha = 2\beta$.

*95. Tõestada, et mistahes kumera nelinurga pindala on võrdne tema diagonaalide ja nendevahelise nurga siinuse poole korrutisega.

96. Nurk korrapärase nelinurkse prisma diagonaali ning külgetahu vahel on kaks korda väiksem nurgast diagonaali ja põhja vahel. Põhja külg on a . Leida prisma külgpindala.

97. Koonuse telglõikeks on kolmnurk pindalaga P . Leida koonuse ruumala, kui tema moodustaja ja põhja vaheline nurk on α .

98. Püramiidi põhjaks on ristkülik. Kaks külgtahku on risti põhjaga, ülejäänud kaks moodustavad põhjaga nurgad α ja β . Leida püramiidi ruumala, kui tema kõrgus on h . Arvutada ruumala juhul, kui $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$ ja $h = 3$ dm.
99. Korrapärase kolmnurkse püramiidi põhja serv $a = 8$ cm, külgtahu tipunurk $\varphi = 90^\circ$. Leida püramiidi ruumala ja täispindala.
100. Püramiidi põhjaks on võrdhaarne kolmnurk, mille alus on 6 cm ja kõrgus on 9 cm. Püramiidi külgservad on igauks 13 cm. Leida püramiidi ruumala.
- *101. Täisnurkse kolmnurga kõrgus on h , üks teravnurkadest α . Kolmnurk pöörleb ümber telje, mis on paralleelne hüpotenuusiga ja asub sellest kaugusel, mis on võrdne hüpotenuusile tõmmatud kõrgusega. Leida tekkiva pöördkeha ruumala.
- *102. Ruut küljega a pöörleb telje ümber, mis läbib ruudu üht tippu. Telg moodustab ruudu ühe küljega nurga α . Leida tekkiva pöördkeha ruumala.
103. Püstkoonuse moodustaja on m ja põhja raadius on r . Leida sissekujundatud kera raadius R .
104. Läbi võrdhaarse täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi c on paigutatud tasapind P , mis moodustab kolmnurga tasapinnaga nurga α . Leida kolmnurga projekteerimisel tasapinnale P saadava kujundi pindala ja übermõõt.
105. Koonusesse, mille moodustaja ja põhja vaheline nurk on α , on kujundatud kera. Koonuse ruumala on V . Leida kera pindala.
106. Korrapärase nelinurkse püramiidi kõrgus on h , kahe tahuline nurk põhja serva juures α . Leida püramiidi sisse kujundatud kera raadius.

107. Kerra raadiusega r on kujundatud püramiid, mille põhjaks on romb teravnurgaga α . Püramiidi külgetahud moodustavad põhjaga nurga φ . Leida püramiidi ruumala.
108. Kera ümber on kujundatud korrapärane kolmetahuline prisma, selle ümber omakorda kera. Leida nende kerade pindalade suhe.
109. Puust tüvikoonus (erikaaluga 0,58), mille kõrgus $h = 48$ cm ja põhjade läbimõõdud $d_1 = 44$ cm ja $d_2 = 32$ cm, on silindriliselt läbi puuritud nii, et silindri ja koonuse teljed ühtivad. Silindri läbimõõt $d = 10$ cm. Väljapuuritud osa on täidetud rauaga (erikaal 7,5). Leida niiviisi saadud keha erikaal.
110. Tasapinnal asetsevad kolm võrdse raadiusega kera (raadius R), puudutades üksteist. Leida niisuguse kera raadius, mis puudutab tasapinda ning kõiki kolme kera.
111. Korrapärase nelinurkse tüvipüramiidi ülemise põhja diagonaalide iga otspunkti läbib tasand, mis on risti selle diagonaaliga. Leida tüvipüramiidist nende tasanditega eraldatud osa ruumala, kui tüvipüramiidi kõrgus on h , põhiservad a ja b tingimusel, et tasandite lõikejooned ei läbi tüvipüramiidi.

B. Ülesandeid suulistelt vastuvõtueksamitelt.

Nendes osakondades, kus matemaatika kirjalikku vastuvõtueksamit ei olnud, esitati igale eksamineeritavale teoreetiliste küsimuste kõrval ka üks ülesanne. Järgnev valimik on koostatud niisugustest ülesannetest.

Lahendada võrrandid:

$$1. \quad 1 - \log 5 = \frac{1}{x} \left(\log \frac{1}{2} + \log x + \frac{1}{3} \log 5 \right).$$

2. $\log(x - \sqrt{3}) = -\log(x + \sqrt{3})$.

3. $x^{\log_{10} x} = 100$.

4. $\left(\frac{2}{3}\right)^x \cdot \frac{9}{8} = \frac{27}{64}$.

5. $0,5^{x^2} \cdot 2^{2x+2} = 64^{-1}$.

6. $x + 2\sqrt{x-1} = 4$.

7. Lahendada võrratus

$$\frac{3-2x}{5} + 6 > \frac{5x+2}{2} - x .$$

8. Sovhoosi viljapuuad on ristkülikukujuline. Ristküliku pikkus on 400 m võrra suurem laisusest, kusjuures tema küljed suhtuvad nagu 5 : 3. Öövaht käib kiirusega 4 km/h. Kui palju kulub tal aega selleks, et käia üks kord ümber aia?

9. Tõestada samasus

$$\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \tan^2 \alpha \sin^2 \alpha .$$

Lahendada võrrandid:

10. $\sin x = \sin 2x$.

11. $\tan x^2 = 1$.

12. Leida rööpküliku nurgad, kui üks neist on teistest 20° võrra suurem.

13. Täisnurkse kolmnurga kaatetid on 30 ja 40. Leida hüpotenuusile tõmmatud kõrgus.

14. Ruudu pindala on 10 dm^2 . Leida ruudu ümber joonestatud ringjoone raadius.

15. Ristküliku pindala on 120 cm^2 ja diagonaal 17 cm. Leida ristküliku küljed.

16. Millega võrdub korrapärase üheksanurga pindala, kui tema külje pikkus on a ?
17. Ringjoon, mille raadius on 2 cm, on lahti painutatud kaareks, mille raadius on 5 cm. Missugune kesknurk vastab selle kaarele?
18. Koonuse põhja raadius on r . Läbi kõrguse keskpunkti on tehtud põhjaga paralleelne lõige. Leida lõike pindala.
19. Silindri põhja pindala on Q ja telgloike pindala M . Leida silindri täispindala.
20. Tasapinnast kaugusel a asetsevast punktis on juhitud tasapinnani kaks lõiku, mis moodustavad tasapinnaga nurgad 45° ja teineteisega nurga 60° . Leida nende lõikude aluspunktide vaheline kaugus.

Vastused. Lahendusi.

1. $\frac{1}{4\sqrt{3}}$.

2. $x = \frac{4}{3}$.

3. $-6(1 + \sqrt{3})$.

4. 0 .

6. Võrrandil pole ühegi m väärtuse puhul reaalseid lahendeid.

7. $a_{1,2} = \pm 2$, $a_{3,4} = \pm i$.

8. $a \geq 1$ ja $a < -3$. Märkus: Ruutkolmliige on igal x väärtusel positiivne siis, kui tema diskriminant on ne-

gatiivne ning x^2 kordaja positiivne. Juhud, kus mõned kordajatest on võrdsed nulliga, nõuavad täiendavat uurimist.

9. $p^2 - 4q$.

10. $x < -3$ ja $x > 1$. Näpunäide: Nimetajas seisev kolmeliige on igal x väärtusel positiivne, seega murrul on sama märk, mis tema lugejal.

11. $1 < x < 2,5$, $x \neq 2$.

12. $-2 < x < 0$, $x > 6$.

13. $x > 2$ ja $1 < x < 1,5$.

14. Lahendus:

$$\begin{aligned} \frac{a+b}{c} + \frac{b+c}{a} + \frac{c+a}{b} &= \left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a}\right) = \\ &= \frac{a^2+c^2}{ac} + \frac{b^2+c^2}{bc} + \frac{a^2+b^2}{ab} = \frac{(a-c)^2+2ac}{ac} + \\ &+ \frac{(b-c)^2+2bc}{bc} + \frac{(a-b)^2+2ab}{ab} \geq \frac{2ac}{ac} + \frac{2bc}{bc} + \\ &+ \frac{2ab}{ab} = 6 . \end{aligned}$$

15. Lahendus: Jagame võrrandi mõlemaid pooli 4^x -ga, siis saame

$$\left(\frac{9}{4}\right)^x - \left(\frac{6}{4}\right)^x = 2$$

ehk

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{2x} - \left(\frac{3}{2}\right)^x = 2 .$$

Tähistades $\left(\frac{3}{2}\right)^x = y$, saame $y^2 - y - 2 = 0$, millest

$y_1 = 2$ (teine lahend $y_0 = -1$ ei kõlba).

Seega $\left(\frac{3}{2}\right)^x = 2$, millest logaritmimeise teel saame

$$x = \frac{\log 2}{\log 3 - \log 2} .$$

16. $x_1 = 2^{\sqrt{2}}$, $x_2 = 2^{-\sqrt{2}}$. Märkus: Ülesande lahendamisel lähtuda seosest

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}.$$

17. $x_1 = 4$, $x_2 = 2$.

18. $x = 3$.

19. $x = \frac{13}{15}$.

20. 2 ; -1 .

21. -1 ; 3 .

22. Lahendus: Tähistades

$$\sqrt{\frac{3x}{x+y}} = z,$$

viime süsteemi esimese võrrandi kujule $(z-1)^2 = 0$, millest $z_1 = z_2 = 1$ ning $y = 2x$. Asendades teises võrrandis $y = 2x$, saame

$$2x^2 - 3x - 54 = 0,$$

millest leiame $x_1 = 6$, $x_2 = -\frac{9}{2}$. Järelikult süsteemi lahendid on

$$\begin{array}{l} x_1 = 6, \\ y_1 = 12 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{l} x_2 = -\frac{9}{2}, \\ y_2 = -9. \end{array}$$

23. Lahendus: Logaritmime mõlemaid võrrandeid, saame

$$\log x + \log y = \log 4 + 1$$

$$\log x \log y = \log 4.$$

Leiame $\log x$ ja $\log y$ võrrandi

$$z^2 - (\log 4 + 1)z + \log 4 = 0$$

lahenditena

$$z_1 = \log 4$$

$$z_2 = 1$$

Tundmatute sümmeetrilisuse tõttu.

$$\begin{array}{l} x_1 = 4 \\ y_1 = 10 \end{array} \quad \text{ja} \quad \begin{array}{l} x_2 = 10 \\ y_2 = 4 \end{array} .$$

24. $x_1 = 125$ ja $x_2 = 625$
 $y_1 = 4$ $y_2 = 3$.

Näpunäide: Logaritmime teist võrrandit alusel 5.

25. Neljandal aastal.

26. $4\frac{1}{6}$ cm² .

27. 22a meetrit.

28. On olemas kaks progressiooni, mis rahuldavad ülesande tingimusi, nimelt 2 ; 10 ; 50 ja 50 ; 10 ; 2 .

29. $d_1 = 1$, $d_2 = 2$, $d_3 = 4$.

30. $2\frac{1}{2}$ korda.

31. 60 km/h.

32. 24 m^3 .

33. Lahendus: Olgu tasase teeosa pikkus x km; siis ülejäänud osa $9 - x$ km. Edasi-tagasi teekonnal kulub tasase teeosa katmiseks aega $2 \cdot \frac{x}{5}$ tundi; ülejäänud teeosa katmiseks, mis läbitakse üks kord üles-, teine kord allamäge $\frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6}$ tundi. Kokku kulub aega (tundides)

$$2 \cdot \frac{x}{5} + \frac{9-x}{4} + \frac{9-x}{6} = 3 \frac{41}{60} .$$

Saadud võrrandist leiame, et $x = 4$.

34. Hääl levib kiirusega $326 \frac{12}{13}$ m/s ja tuule kiirus on $6 \frac{16}{39}$ m/s .

35. Esimene tööline sooritaks töö 18 tunniga, teine 24 tunniga.
36. 147 ja 53 .
37. Mootorrattur 150 km, jalgrattur 50 km.
38. Esimene 18°, teine 14,4°.
39. 60 kg.
40. 30 % võrra.
41. 125 %.
42. 12 %.
43. Lahendus:

I tükk kaalub m kg, selles on vaske x % ;
 II " " n " " " " y % ;

Olgu äralõigatud tükikese kaal z kg. Siis

I tükist jääb järele $m-z$ kg, selles on vaske $\frac{(m-z)x}{100}$ kg;

II " " " $n-z$ " " " " $\frac{(n-z)y}{100}$ kg.

I tükist äralõigatud z kg sisaldab $\frac{zx}{100}$ kg vaske;

II " " z " " $\frac{zy}{100}$ kg vaske.

I tüki jäägi ja teisest äralõigatud osa sulam kaalub m kg ja sisaldab vaske $\frac{(m-z)x + zy}{100}$ kg;

II tüki jäägi ja esimesest äralõigatud osa sulam kaalub n kg ja sisaldab vaske $\frac{(n-z)y + zx}{100}$ kg.

Kuna uutes tükides vase % peab olema sama, siis

$$\frac{(m-z)x + zy}{100m} = \frac{(n-z)y + zx}{100n}$$

ehk

$$(y-x)(mz + nz - mn) = 0.$$

Ülesande tingimuste põhjal $y - x \neq 0$, seega

$$mz + nz - mn = 0,$$

millest

$$z = \frac{mn}{m+n}.$$

44. 108 cm^2 ja 48 cm^2 .

45. 45° .

46. $\sqrt{2}$.

47. $\frac{5}{3} \text{ cm}$.

48. $\frac{15}{8} \text{ cm}$.

49. $1:8$.

50. Alus $a = 2r \sqrt{\frac{h}{h-2r}}$, haar $b = (h-r) \sqrt{\frac{h}{h-2r}}$.

51. $75 \sqrt{3} \text{ cm}^2$.

52. $R^2(\frac{4}{3}\pi + \sqrt{3})$. Näpunäide: Liita ringide ja kolmnurkade pindalad esialgu isekeskis.

53. $-1, 3, 7, \dots$ Näpunäide: Leida summa üldavaldisest esimese ja kahe esimese liikme summa.

54. Lahendus: Tähistades küljed a ja b ning diagonaali c , tõstame ruutu algtingimustest saadava võrrandi

$$a - b = 1.$$

Asendame seejärel külgede ruutude summa diagonaali ruuduga ja külgede korrutise $2,4c$ -ga. Miks?

Nii saadud ruutvõrrandist leiame $c = 5$. Külgede pikkused on $a = 4$ ja $b = 3$.

55. 5.

56. $\frac{2ab}{a+b}$.

59. 10 cm.

60. 216 cm^2 .

61. $3\sqrt{7}$ cm ja 27,7 cm.

62. 13 cm ja 15 cm.

63. $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$.

64. $\frac{a^2}{18} (3\sqrt{3} - \pi)$. Näpunäide: Ühendada lähiskülgede ja ringjoone lõikepunktid keskpunktiga. Määrata tekkinud nelinurga liik, leides nurga eelmainitud ühendusjoone ja külje vahel.

65. $\frac{1}{2} - \frac{1}{\pi}$. Märkus: Ringjooned lõikuvad täisnurga all, kui nurk nende puutujate vahel on 90° .

71. Lahendus: Tõmbame kõrguse BN. Kolmnurgast NBM

$$\begin{aligned} BM^2 &= BN^2 + NM^2 = \\ &= BN^2 + (NC - MC)^2 = \\ &= BN^2 + NC^2 - 2NC \cdot MC + MC^2 = \\ &= BN^2 + NC^2 - MC(AC - MC). \end{aligned}$$

Kolmnurgast NBC

$$BN^2 = BC^2 - NC^2,$$

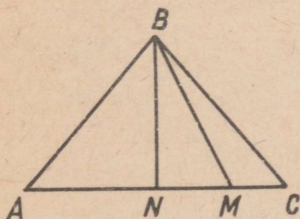
seega

$$\begin{aligned} BM^2 &= BC^2 - MC(AC - MC) = \\ &= BC^2 - MC \cdot AM, \end{aligned}$$

ning

$$BC^2 - BM^2 = AM \cdot MC,$$

m.o.t.t.



73. 0.

74. Lahendus:

$$\begin{aligned} & 16 \sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \sin 90^\circ = \\ & = 8 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ = \\ & = \frac{8 \sin 10^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ \cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ}{\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ} = \\ & = \frac{\sin 20^\circ \sin 100^\circ \sin 140^\circ}{\cos 10^\circ \cos 50^\circ \cos 70^\circ} = \frac{\sin 20^\circ \sin 80^\circ \sin 40^\circ}{\sin 80^\circ \sin 40^\circ \sin 20^\circ} = \\ & = 1. \end{aligned}$$

75. $2 \cos \alpha (\cos \alpha + \sin \alpha) = 2 \sqrt{2} \cos \alpha \sin (45^\circ + \alpha)$.

76. 0.

77. $-\frac{3}{2}$.

78. 1.

79. Teisendame: $\frac{2 \sin x}{\cos x} - \sin x = 0$, ehk $\sin x (\frac{2}{\cos x} - 1) = 0$. Siit $\sin x = 0$. Järelikult $x = 180^\circ n$. Teine tegur ei anna lahendit, sest teda nulliga võrrutades saame $\cos x = 2$.

80. $x_1 = (2k + 1)\pi$, $x_2 = \frac{2k + 1}{2} \pi$.

81. $x_1 = \frac{2k + 1}{5} \pi$, $x_2 = \frac{2(3k + 1)}{3} \pi$.

82. $x_1 = (2k + 1) 180^\circ$, $x_2 = \frac{6k \pm 1}{3} \cdot 180^\circ$; piirkonnas $0^\circ - 360^\circ$ asuvad erilahendid $x_1' = 180^\circ$, $x_2' = 60^\circ$ ja $x_2'' = 300^\circ$.

83. $x = -45^\circ + 180^\circ \cdot n$.

84. Lahendus: Teisendades võrrandit saame

$$\sin^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x + \cos^2 x \cdot \frac{1}{2} \sin 2x = \frac{1}{4}$$

ehk

$$\sin 2x = \frac{1}{2}, \text{ seega } x = \frac{6k + (-1)^k}{12} \pi.$$

85. Asendusega $\sin x = y$ saame võrrandi $4y^3 - 7y + 3 = 0$, mille lahenditeks on $y_1 = 1$; $y_2 = 0,5$ ja $y_3 = -1,5$. Kuna $y = \sin x$, siis võrrandite $\sin x = 1$; $\sin x = 0,5$; $\sin x = -1,5$ lahenditeks on $x = 180^\circ n + (-1)^n 90^\circ$ ja $x = 180^\circ n + (-1)^n 30^\circ$.

89. $a = \sqrt{b^2 + c^2 \pm \frac{6}{5} bc}$.

90. 15° ja 75° . Näpunäide: Kuna $\sin \alpha = \frac{b}{c}$ ja $\cos \alpha = \frac{b}{c}$, siis $\sin \alpha \cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{1}{4}$, millest $\alpha = 15^\circ$.

91. $x = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{a^2 + ab + b^2}$.

92. 4,5 ja 6.

93. $\frac{r}{R} = \frac{\sin \alpha \cos \frac{\alpha}{2}}{1 + \sin \frac{\alpha}{2}}$.

94. Lahendus: Koosinuslause põhjal $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$; kuna $a^2 = b^2 + bc$, siis vaadeldaval juhul $c^2 - 2bc \cos \alpha = bc$ ning $\frac{c}{b} = 1 + 2 \cos \alpha$.

Siinuslause põhjal $\frac{c}{b} = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta}$, seega

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\sin \beta} = 1 + 2 \cos \alpha ;$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \beta + 2 \cos \alpha \sin \beta ;$$

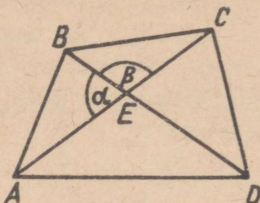
$$\sin \alpha \cos \beta - \sin \beta \cos \alpha = \sin \beta ;$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \beta ,$$

millest

$$\alpha = 2 \beta .$$

95. Tõestus:



$$\begin{aligned}
 S_{ABCD} &= S_{ABE} + S_{BCE} + S_{CDE} + S_{DAE} = \\
 &= \frac{1}{2} AE \cdot BE \sin \alpha + \frac{1}{2} BE \cdot CE \sin \beta + \\
 &+ \frac{1}{2} CE \cdot DE \sin \alpha + \frac{1}{2} DE \cdot AE \sin \beta. \\
 \text{Et } \sin \alpha &= \sin \beta, \text{ siis}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S_{ABCD} &= \frac{1}{2} [AE(BE + DE) + CE(BE + DE)] \sin \alpha = \\
 &= \frac{1}{2} [(AE + CE)(BE + DE)] \sin \alpha = \frac{1}{2} AC \cdot BD \sin \alpha, \\
 &\hspace{15em} \text{m.o.t.t.}
 \end{aligned}$$

96. $4\sqrt{3} a^2$.

97. $V = \frac{\pi}{3} P \sqrt{P \cot \alpha}$.

98. $V = \frac{1}{3} h^3 \cot \alpha \cot \beta$; nõutaval erijuhul $V = 3\sqrt{3} \text{ dm}^3$.

99. $V = \frac{64\sqrt{2}}{3} \text{ cm}^3$, $S = 16(3 + \sqrt{3}) \text{ cm}^2$.

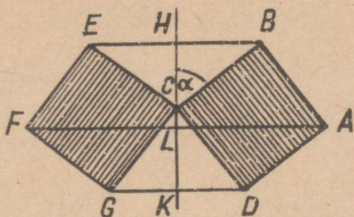
100. 108 cm^3 .

101. Ülesande teksti võib tõlgendada mitmel viisil - kas kõrgus h on tõmmatud hüpotenuusile või on ta üks kaatetidest, kas telg asub hüpotenuusist täisnurga poole või vastassuunas. Juhul, kui h all mõista hüpotenuusile tõmmatud kõrgust ning kui telg asub hüpotenuusist täisnurgale vastupidisel pool, on

$$V = \frac{8\pi h^3}{3 \sin 2\alpha}.$$

102. Tekkiva pöörkeha telglõige on joonisel viirutatud; selle keha ruumala võrdub tükikoonuste AFGD ja ABEF ruumalade summa ning koonuste BCE ja GCD ruumalade summa vahega.

$$V = \pi a^3 (\sin \alpha + \cos \alpha) .$$



$$103. R = r \sqrt{\frac{m-r}{m+r}} .$$

$$104. \frac{c^2}{4} \cos \alpha ; c (1 + \sqrt{1 + \cos^2 \alpha}) .$$

$$105. S = \left(\frac{12 \sqrt{\pi} V \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{\cos^4 \frac{\alpha}{2}} \right)^{\frac{2}{3}} .$$

$$106. r = \frac{h \cos \alpha}{1 + \cos \alpha} .$$

$$107. V = \frac{16}{3} r^3 \frac{\tan \frac{\alpha}{2} \sin^4 \frac{\alpha}{2} \tan^4 \varphi}{(1 + \sin^2 \frac{\alpha}{2} \tan^2 \varphi)^3} .$$

Märkus: Rombi tippudest asuvad ainult kaks kera pinnal.

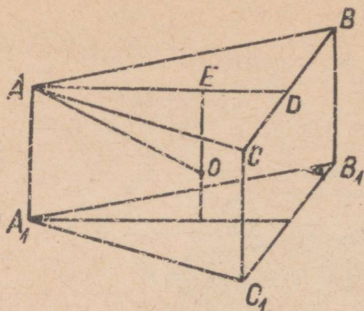
108. Lahendus: Kui O on kerade ühine keskpunkt, siis ümberjoonestatud kera raadius $R = AO$, sissejoonestatud kera raadius $r = EO$. Kuna E on $\triangle ABC$ mediaanide lõikepunkt, siis

$$AE = 2 ED ;$$

$$ED = EO = r ,$$

seega

$$AE = 2 r .$$



Kolmnurgast AEO

$$AO^2 = AE^2 + EO^2$$

elk

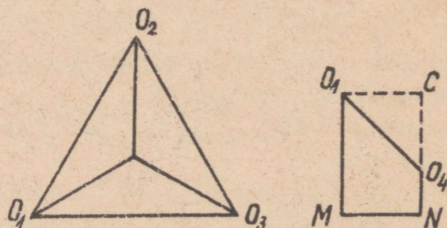
$$R^2 = 5 r^2 .$$

Kerade pindalad suhtuvad nagu nende raadiuste ruudud, seega nagu 5 : 1 .

$$109. \quad e = \frac{e_p (d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2 - 3d^2) + 3e_r d^2}{d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2} \approx 1,05 \text{ g/cm}^3 .$$

110. Lahendus: Kolme antud kera keskpunkti ühendavad lõigud moodustavad võrdkülgse kolmnurga küljega $2R$. Neid puudutav kera on väiksem; ta asub kolme antud kera alla jäävas õõnsuses. Tema keskpunkt asub võrdsetel kaugustel antud kerade keskpunktidest ning allpool tasapinda, mis neid keskpunkte läbib.

Väikese kera keskpunkti O_4 projektsioon punkte O_1, O_2, O_3 läbivale tasapinnale langeb kokku $\triangle O_1 O_2 O_3$ mediaanide lõikepunktiga C . Märgime O_1 ja O_4



projektsioonid tasapinnale, millel kerad asuvad, vastavalt M ja N . Täisnurkses trapetsis $O_1 O_4 N M$ on

$$O_1M = R, \quad O_4N = r$$

(väikese kera raadius),

$$O_1O_4 = R + r, \quad MN = O_1C = \frac{2\sqrt{3}}{3} R.$$

Täisnurksest kolmnurgast O_1O_4C saame

$$(R + r)^2 = (R - r)^2 + \frac{4}{3} R^2.$$

Lahendades selle võrrandi r suhtes, leiame

$$= \frac{1}{3} R.$$

111. $\frac{b}{3} (5ab - a^2 - b^2)$.

B.

1. $x = \frac{16}{\sqrt[3]{5}}$.

2. $x = 2$.

3. $x_1 = 10$, $x_2 = 0,01$.

4. $x = \frac{\log 8 - \log 3}{\log 3 - \log 2}$.

5. $x_1 = 4$, $x_2 = -2$.

6. $x = 2$.

7. $x < 4$.

8. 48 minutit.

10. $x_1 = 2k\pi$, $x_2 = \frac{2k+1}{3}\pi$.

11. $x = \pm \frac{1}{2} \sqrt{(4k+1)\pi}$.

12. 80° ja 100° .

13. 24.

14. $\sqrt{5}$ dm.

15. 15 cm ja 8 cm.

16. $S = \frac{9}{4} a^2 \tan 70^\circ .$

17. $144^\circ .$

18. $\frac{1}{4} \pi r^2 .$

19. $S = 2Q + \pi M .$

20. $a \sqrt{2} .$

S i s u k o r d .

E e s s õ n a .

Ülesandeid füüsikast	4
Vastused	19
Ülesandeid keemiast	24
Vastused	30
Ülesandeid matemaatikast	33
Ülesandeid kirjalikelt vastuvõtueksameilt	33
Ülesandeid suuliselt vastuvõtuksamitelt	45
Vastused. Lahendusi	47

Тартуский государственный университет
СССР, г. Тарту, ул. Плякооли, 18

СБОРНИК УПРАВЛЕНИЙ
ПО ФИЗИКЕ, ХИМИИ и МАТЕМАТИКЕ
На эстонском языке

Vastutav toimetaja E. Jõgi
Korrektor E. Võhandu

=====

TRU rotaprint 1966. Trükipoognaid 4,38. Tingitudki-
poognaid 3,99. Kirvestuspognaid 3,05. Trükliaev 2000.
Paljundamiselo antud 12.V 1966. NB 03575. Tell.nr.237.
Hind 10 kop.

Hind 10 kop.

A
27793

5126208

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00512620 8