

ENSV TA FÜÜSIKA JA ASTRONOOMIA INSTITUUT
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И АСТРОНОМИИ АН ЭСТОНСКОЙ ССР
INSTITUTE OF PHYSICS AND ASTRONOMY,
ACADEMY OF SCIENCES OF ESTONIAN SSR

В. Г. ФЕДОСЕЕВ

АНОМАЛЬНЫЕ ОБЛАСТИ
В СПЕКТРАЛЬНОЙ
ПЛОТНОСТИ ЭКСИТОНА,
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО
С ФОНОНАМИ I



TARTU 1970

Preprint FAI-5 (1970)

В.Г. Федосеев

АНОМАЛЬНЫЕ ОБЛАСТИ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ
ЭКСИТОНА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ФОНОНАМИ

I. Особенности Ван-Хова в смешанной экситон-
фононной плотности

Тарту 1970

250153

| | | |
|------|---|----|
| I. | Введение | 3 |
| II. | Используемая модель | 4 |
| III. | Спектральная плотность экситона. Массовый оператор | 6 |
| IV. | Особенности Ван-Хова в смешанной экситон-фононной плотности | 8 |
| V. | Суммирование расходящихся диаграмм | 15 |
| VI. | Одномерная модель кристалла. Области однофоновых переходов | 18 |
| | а) Высокие температуры | 18 |
| | б) Низкие температуры. Связанные состояния | 20 |
| VII. | Заключение | 29 |
| | Приложение | 31 |
| | Литература | 33 |
| | Подписи к рисункам | 34 |
| | Рисунки | 35 |
| | Резюме | 39 |

Институт физики и астрономии АН Эстонской ССР

Препринт FAI-5 (1970)

В. Федосеев, Аномальные области в спектральной плотности экситона, взаимодействующего с фононами. I. Особенности Ван-Хова в смешанной экситон-фононной плотности.

Печатается по постановлению РИСО АН ЭССР

I. Введение

Взаимодействие экситонов с колебаниями решетки существенным образом влияет на динамические и оптические свойства экситонов. Так, в основном это взаимодействие определяет форму полосы экситонного поглощения света. Теоретические работы, выполненные Давыдовым с сотрудниками [1-4], Тоязавой [5-6], Суной [7], Аграновичем и Конобеевым [8], Москаленко и Шмиглюком [9-10], Сегаллом [11-12] и другими, показали, что при слабом экситон-фононном взаимодействии (мы будем интересоваться только этим случаем) полоса поглощения имеет сложную структуру.

Например, в случае положительной эффективной массы экситона в спектре поглощения при низких температурах иногда можно выделить резонансную линию и дополнительную полосу, обусловленную непрямыми переходами [3, 4, 13, 14]. Дополнительная полоса соответствует созданию под действием света смешанного состояния из экситона и нескольких фононов. Очевидно, что характерные особенности в плотности такого состояния должны проявляться в спектре поглощения в виде некоторых аномальных областей. Так для трехмерной модели кристалла хорошо известны ступеньки, определяющие границу \hbar -фононных переходов [10, 11]. Исследование спектра в области ступеньки не представляет принципиальной трудности. Сложнее обстоит дело для одно- и двумерных моделей кристаллов. В этом случае плотность смешанных состояний, вычисленная без учета затухания экситона, может

расходиться ^{ж)}. При использовании метода функций Грина эта расходимость проявится в массовом операторе экситона [4,7,14], в связи с чем возникает проблема ее устранения, а также выделения и суммирования "главных" диаграмм. При этом не всегда можно ограничиться обычно применяемыми приближениями [3,4,7-10].

В настоящей и следующей работе будет проведено исследование спектральной плотности экситона в аномальных областях.

II. Используемая модель

Рассмотрим только одну экситонную зону и одну фононную. Размерность кристалла обозначим индексом \mathcal{J} ($\mathcal{J} = 1, 2, 3$). Гамильтониан кристалла выберем в виде

$$H = H_e + H_L + H_{eL}, \quad (I)$$

$$H_e = \sum_{\vec{k}} E(\vec{k}) B^\dagger(\vec{k}) B(\vec{k}), \quad (Ia)$$

$$H_L = \sum_{\vec{k}} \omega(\vec{k}) a^\dagger(\vec{k}) a(\vec{k}). \quad (Iб)$$

В гамильтониане экситон-фононного взаимодействия ограничимся членами, линейными по фононным операторам. (Учет членов, квадратичных по этим операторам, произведен в работе [15]).

ж) Из-за симметрии задачи расходимость может возникнуть и в трехмерном случае (см. стр. 13).

$$H_{el} = -i \left[\frac{(2\pi)^3 A}{V} \right]^{1/2} \sum_{\vec{k}} \sum_{\vec{k}'} g(\vec{k}) b^{\dagger}(\vec{k}) b(\vec{k}' - \vec{k}) (a(\vec{k}) - a^{\dagger}(\vec{k}' - \vec{k})). \quad (1b)$$

Здесь $E(\vec{k})$ - энергия экситона, $\omega(\vec{k})$ - энергия фонона, $g(\vec{k})$ - функция, определяющая экситон-фононное взаимодействие [5] ^{*)}, мы будем считать ее достаточно гладкой аналитической функцией.

Везде используются безразмерные единицы. $\hbar \equiv 1$. За единицы энергии и импульса ^{**)} выбираются некоторые характерные энергия и импульс задачи (см. например [13]), если задача содержит несколько характерных энергий, то за единицу возьмем наименьшую из них. A - константа экситон-фононного взаимодействия. При низких температурах ($T < 1$, T выражается в энергетических единицах) условие слабости экситон-фононного взаимодействия имеет вид

$$A \ll 1. \quad (2a)$$

При высоких температурах ($T > 1$) на A накладывается более жесткое условие

$$AT \ll 1. \quad (2b)$$

$b^{\dagger}(\vec{k})/b(\vec{k})$ и $a^{\dagger}(\vec{k})/a(\vec{k})$ - операторы рождения (уничтожения) экситонов и фононов.

^{*)} Включение в функцию g зависимости от импульса экситона не приведет к принципиальному изменению полученных результатов.

^{**)} Строго нужно говорить о квазиимпульсах частиц.

^{***)} Заметим, что выбор в качестве единицы энергии наименьшей характерной энергии приводит к тому, что условия (2a, б) оказываются более жесткими, чем условие сходимости ряда $M(\vec{k}_0, E) = \sum_N \sum_{\vec{k}} M_{\vec{k}}^{(N)}(\vec{k}_0, E)$ (см. стр. 6).

Черта сверху означает, что соответствующая величина является вектором в \mathcal{J} -мерном пространстве, V - "объем" кристалла.

Будем считать $E(\vec{k}) \gg T$.

III. Спектральная плотность экситона.

Массовый оператор.

В настоящей работе мы будем исследовать спектральную плотность экситона $I(\vec{k}_c, E)$, которая с точностью до постоянного множителя совпадает с мнимой частью Фурье-образа функции Грина экситона $G(\vec{k}_c, E)$. Если взаимодействие экситона со светом слабое, то $I(\vec{k}_c, E)$ при $\vec{k}_c \approx 0$ определяет форму спектра поглощения [9-10].

$$I(\vec{k}_c, E) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma(\vec{k}_c, E)}{(E - E(\vec{k}_c) - \Delta(\vec{k}_c, E))^2 + \Gamma^2(\vec{k}_c, E)} \quad (3)$$

$I(\vec{k}_c, E)$ нормирована на единицу. $\Delta(\vec{k}_c, E)$ и $-\Gamma(\vec{k}_c, E)$ - действительная и мнимая части массового оператора экситона $M(\vec{k}_c, E)$.

Из формулы (3) видно, что задача расчета спектральной плотности экситона сводится к задаче расчета массового оператора, методы вычисления которого хорошо известны [16]. С использованием диаграммной техники массовый оператор экситона с импульсом \vec{k}_c при энергии E можно представить в виде ряда, каждому члену которого $M_{\mathcal{P}}^{(N)}(\vec{k}_c, E)$ соответствует компактная диаграмма (рис. 1). N - порядок компактной диаграммы (число вершин на ней равно $2N$). Индекс \mathcal{P} определяет топологическую структуру диаграммы.

В выражении для $M_{\mathcal{P}}^{(N)}(\vec{k}_c, E)$ отрезкам сплошной жирной линии между двумя точками ставятся в соответствие полные функции Грина экситона, пунктирным линиям - фоновые

функции Грина (в данной модели полная функция Грина фонона совпадает с функцией Грина свободного фонона [8]), вершинам, изображенным точками на диаграмме - величины $\frac{1}{2\pi i} \left[\frac{(2\pi)^2 A}{V} \right]^{1/2} g(\kappa)$. В вершинах выполняются законы сохранения энергии и импульса. Производится интегрирование по импульсам и энергиям промежуточных фононов (предварительно должен быть совершен предельный переход от суммирования к интегрированию). Интегрирование по энергиям производится замыканием контура интегрирования в верхней полуплоскости с учетом того, что полюсами в этой полуплоскости обладают только фононные функции Грина [8].

Вначале заменим полные экситонные функции Грина на функции Грина свободных экситонов (тонкие сплошные линии на диаграмме) *). Тогда диаграмме \mathcal{N} -го порядка с топологией, определяемой индексом \mathcal{P} , соответствует выражение

$$M_{\mathcal{P}}^{(N)}(\bar{\kappa}_0, E) = A^{\mathcal{N}} \int_{\mathcal{J}, \mathcal{N}} \dots \int \prod_{s=1}^{\mathcal{N}} |g(\bar{\kappa}_s)|^2 d\bar{\kappa}_s \sum_{\xi_s = \pm 1} |\ln(\xi_s \omega(\bar{\kappa}_s))| \cdot \prod_{p=1}^{2\mathcal{N}-1} [E - E(\bar{\kappa}_0 + \sum_{S(p)} \xi_{S(p)} \bar{\kappa}_{S(p)}) + \sum_{S(p)} \xi_{S(p)} \omega(\bar{\kappa}_{S(p)}) + i0]^{-1}. \quad (4)$$

Здесь $n(z) = [\exp(\frac{z}{T}) - 1]^{-1}$, $\xi_s = -1$ для процессов с рождением фонона и $\xi_s = +1$ для процессов с уничтожением. Суммирование по $S(p)$ включает суммирование по импульсам всех фононов, которым соответствуют пунктирные линии, пересекаемые вертикальным сечением, проходящим через p -ый отрезок сплошной линии. Обозначим

$$\Omega^{L \xi I}(\bar{\kappa}_0, \bar{\mathcal{K}}(p)) = E(\bar{\kappa}_0 + \sum_{S(p)} \xi_{S(p)} \bar{\kappa}_{S(p)}) - \sum_{S(p)} \xi_{S(p)} \omega(\bar{\kappa}_{S(p)}). \quad (5)$$

*) Заметим, что выражение, соответствующее компактной диаграмме \mathcal{N} -го порядка с жирными линиями, учитывает бесконечную последовательность некомпактных диаграмм порядка \mathcal{N}_i ($\mathcal{N}_i \geq \mathcal{N}$) с тонкими линиями.

$\mathcal{K}(p)$ - совокупность всех импульсов, которые входят в p -ый знаменатель формулы (4).

Будем называть диаграмму L -фононной, если максимальное число пунктирных линий, пересекаемых одним вертикальным сечением, равно L . L -фононная диаграмма описывает процессы, в которых происходит рождение или уничтожение не более L реальных фононов. (При замене тонких линий на жирные это утверждение несправедливо.)

Если функции $E(\vec{k}), \omega(\vec{k})$ и $g(\vec{k})$ аналитические, то аномалии в $M_{\varphi}^{(m)}(\vec{k}_0, E)$ смогут появиться в двух случаях:

а) при некоторой энергии E_i в формуле (4) несколько знаменателей одновременно обращаются в 0 на поверхности в jN -мерном пространстве импульсов, причем импульсы некоторых фононов входят в несколько обращающихся в нуль знаменателей ("интерференционные" аномалии).

б) при энергии E_0 в некоторой точке пространства импульсов $\vec{K}(p)$ в нуль обращается p -ый знаменатель вместе со всеми первыми производными по импульсам (сингулярности Ван-Хова в смешанной экситон-фононной плотности). В настоящей работе мы будем интересоваться только последними аномалиями.

IV. Особенности Ван-Хова в смешанной экситон-фононной плотности

Пусть в интересующей нас области энергий в правой части формулы (4) в нуль может обращаться p -ый знаменатель при некотором наборе индексов $\delta_{S(p)}$. Для выяснения характера особенности воспользуемся разработанной Ван-Ховом методикой [17] (см. также [18]). Нетрудно показать [18], что в рассматриваемом случае особенности в $M_{\varphi}^{(m)}(\vec{k}_0, E)$ определяются интегрированием в (4) по малым областям переменных $\vec{K}_{S(p)}$ вблизи значений $\vec{K}_{S(p)}^c$, где выполняются условия $\frac{\partial}{\partial \vec{K}_{S(p)}} \prod_{i \in \mathcal{K}(p)} (\vec{k}_0, \vec{K}(p)) \Big|_{\vec{K}_{S(p)} = \vec{K}_{S(p)}^c} = 0$ для всех

$\bar{K}_{S(p)}$. Точки $\bar{K}_{S(p)}^c$ называются критическими точками. Знаменатель, обращающийся в 0 в критической точке при $E = E_c$ и зависящий от импульсов \neq фононов, будем называть критическим знаменателем \neq -го порядка в области $E \sim E_c$.

В окрестности критической точки критический знаменатель можно представить в виде

$$E - \Omega_{\alpha, \alpha'}^{[\xi]}(\bar{k}_0, \bar{K}(p)) = E - E_c - \sum_{\alpha''=1}^{\mathcal{J}} \sum_{\alpha'''=1}^{\mathcal{J}} \Omega_{\alpha, \alpha''}^{[\xi]} (k_{\alpha''} - k_{\alpha}^c) / (k_{\alpha''} - k_{\alpha}^c), \quad (6)$$

где $\Omega_{\alpha, \alpha''}^{[\xi]} = \frac{\partial^2 \Omega_{\alpha, \alpha''}^{[\xi]}(\bar{k}_0, \bar{K}(p))}{\partial k_{\alpha''} \partial k_{\alpha''}} \Big|_{k_{\alpha''} = k_{\alpha}^c}$, $E_c = \Omega_{\alpha, \alpha}^{[\xi]}(\bar{k}_0, \bar{K}(p)) \Big|_{\bar{k}_{S(p)} = \bar{k}_{S(p)}^c}$. Индекс α включает номер фонона и номер компоненты \mathcal{J} -мерного вектора. При $\neq = 1$, $\xi = -1$ тензор $\Omega_{\alpha, \alpha''}^{[\xi]}$ представляет собой тензор обратной приведенной эффективной массы экситона и фонона, центр тяжести которых покоится. Мы предполагаем, что величины $\Omega_{\alpha, \alpha''}^{[\xi]}$ не могут быть слишком малы.

Если определитель $|\Omega_{\alpha, \alpha''}^{[\xi]}| \neq 0$, то квадратичную форму в правой части (6) можно диагонализировать и привести (6) к виду

$$E - \Omega_{\alpha, \alpha}^{[\xi]}(\bar{k}_0, \bar{K}(p)) = E - E_c - \sum_{\beta=1}^{\lambda} \epsilon_{\beta} Z_{\beta}^2. \quad (6a)$$

Здесь $\epsilon_{\beta} = \pm 1$, Z_{β} - линейная комбинация переменных $(k_{\alpha} - k_{\alpha}^c)$, $\lambda = \mathcal{J} \neq$. Если $|\Omega_{\alpha, \alpha''}^{[\xi]}| = 0$, то квадратичная форма, приведенная к нормальному виду, будет содержать число членов $\lambda < \mathcal{J} \neq$.

В формуле (4) произведем интегрирование по всем переменным, кроме всех Z_{β} . Используя соотношение $(y, i0)^{-1} = -i \int_0^{\infty} dt \exp[it(y+i0)]$, получим, что особенность в $M(\bar{k}_0, E)$ определяется выражением

$$M_{S, \alpha}^{(\mu)}(\bar{k}_0, E) = -i A^{\mu} \int_0^{\infty} dt \exp[it(E - E_c + i0)] \mu(t, \bar{k}_0, E), \quad (7)$$

где

$$M(t, \bar{\kappa}_0, E) = \prod_{\beta=1}^{\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} dz_{\beta} \exp(-i \epsilon_{\beta} z_{\beta}^2 t) F(\bar{\kappa}_0, E, Z). \quad (8)$$

$\lambda \leq j \neq$, $F(\bar{\kappa}_0, E, Z)$ в силу сделанных предположений является аналитической функцией. Интегрирование по Z_{β} производится по области, где справедливо представление в виде (6).

Особенности в $M(\bar{\kappa}_0, E)$ определяются поведением $M(t, \bar{\kappa}_0, E)$ при $t \rightarrow \infty$. Предположим вначале, что при $E = E_0$ в критической точке функция $F(\bar{\kappa}_0, E, Z)$ не обращается в 0. Тогда мы можем пренебречь изменением $F(\bar{\kappa}_0, E, Z)$ при малых изменениях переменных Z_{β} вблизи 0, и $M(t, \bar{\kappa}_0, E)$ будет пропорционально произведению λ интегралов Френеля.

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz_{\beta} \exp(-i \epsilon_{\beta} t z_{\beta}^2) = \sqrt{\pi}^{1/2} t^{-1/2} \exp(-i \frac{\epsilon_{\beta} \pi}{4}). \quad (9)$$

(Мы распространили пределы интегрирования до $\pm \infty$, т.к. нас интересует поведение $M(t, \bar{\kappa}_0, E)$ при $t \rightarrow \infty$.) Таким образом

$$M(t, \bar{\kappa}_0, E) \sim \exp(-i \frac{\pi(\lambda - 2\delta)}{4}) t^{-\lambda/2} \quad (10)$$

$t \rightarrow \infty$

Здесь δ - число отрицательных значений ϵ_{β} в форме (6а).

На основании Тауберовых теорем по асимптотическому поведению $M(t, \bar{\kappa}_0, E)$ можно судить о поведении $M_{\beta, \text{oc}}^{(N)}(\bar{\kappa}_0, E)$ при $E \rightarrow E_0$. Получаем [19]:
при нечетных λ

$$M_{\beta, \text{oc}}^{(N)}(\bar{\kappa}_0, E) \sim A^{N \cdot \delta - 1} (E - E_0 + i0)^{\frac{\lambda}{2} - 1}, \quad (11a)$$

при четных λ

$$M_{\beta, \alpha}^{(M)}(\bar{\kappa}_0, E) \sim A^N \epsilon^{\lambda} (E - E_0)^{\frac{\lambda}{2} - 1} \ln(E - E_0 + i0) \quad (II6)$$

В формулах (II) нужно брать те ветви, которым соответствует $\arg(E - E_0 + i0) = 0$ при $E - E_0 > 0$. Заметим, что особенности в $M_{\beta}^{(M)}(\bar{\kappa}_0, E)$ обладают следующим свойством. Для λ нечетного $\frac{\lambda-1}{2}$ производные мнимой и действительной части $M_{\beta, \alpha}^{(M)}(\bar{\kappa}_0, E)$ стремятся к $\pm \infty$ при стремлении E к E_0 с разных сторон. Для λ четного, если мнимая часть $M_{\beta, \alpha}^{(M)}(\bar{\kappa}_0, E)$ имеет разрыв в $\frac{\lambda}{2} - 1$ производной, то действительная часть расходится логарифмически и наоборот.

Возникающие особенности оказываются тем более слабыми, чем больше λ . Эти особенности могут быть названы сингулярностями Ван-Хова в смешанной экситон-фононной плотности. Расходимости в $M_{\beta}^{(M)}(\bar{\kappa}_0, E)$ не могут быть более сильными, чем $(E - E_0)^{-1/2}$.

Последнее утверждение справедливо также, если $F(\bar{\kappa}_0, E, z)$ обращается в 0 в критической точке при $E = E_0$. В этом случае разложим $F(\bar{\kappa}_0, E, z)$ в окрестности критической точки

$$\bar{F}(\bar{\kappa}_0, E, z) = \sum_{\beta} F_{\beta} z_{\beta} + \sum_{\beta'} \sum_{\beta''} F_{\beta' \beta''} z_{\beta'} z_{\beta''} + F_E (E - E_0). \quad (I2)$$

$$F_{\beta} = \left. \frac{\partial F(\bar{\kappa}_0, E, z)}{\partial z_{\beta}} \right|_{\substack{z=0 \\ E=E_0}}, \quad F_{\beta' \beta''} = \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 F(\bar{\kappa}_0, E, z)}{\partial z_{\beta'} \partial z_{\beta''}} \right|_{\substack{z=0 \\ E=E_0}}, \quad F_E = \left. \frac{\partial F(\bar{\kappa}_0, E, z)}{\partial E} \right|_{\substack{z=0 \\ E=E_0}}.$$

Все интегралы типа $\int_{\substack{z=0 \\ E=E_0}}^{\infty} z_{\beta} \exp(-it \epsilon_{\beta} z_{\beta}^2) dz_{\beta}$ дают нуль, в нуль обращаются также интегралы от недиагональных членов в квадратичной части формы (I2), что касается интегралов от диагональных членов, то

$$\int_{\substack{z=0 \\ E=E_0}}^{\infty} z_{\beta}^2 \exp(-it \epsilon_{\beta} z_{\beta}^2) dz_{\beta} = \frac{\sqrt{\pi}}{2} t^{-\frac{3}{2}} \exp(-i \frac{3}{2} \pi \epsilon_{\beta}). \quad (I3)$$

как видно из формулы (3а), могут появиться пик или впадина, величина которых много меньше величины фона.

Поскольку $N > \varphi$, $\lambda = \varphi \gamma$ (кроме специальных случаев), то из формул (II) видно, что условие (I4а) может выполняться для одномерных кристаллов в области однофоновых и двухфоновых процессов и для двумерных в области однофоновых процессов. (I4б) возможно кроме того для одномерных кристаллов в области трехфоновых переходов и для трехмерных кристаллов в области однофоновых переходов. В специальных случаях (I4а) может выполняться и для трехмерных кристаллов (например, в изотропной модели для экситона с $\bar{k}_0 = 0$ [I4]), а также для одномерных кристаллов при $\varphi > 2$ (например, в случае эйнштейновской модели фона).

Если E_c является границей между областями, сформированными процессами с участием φ и $\varphi + 1$ реальных фононов, то в спектральной плотности участок около E_c является переходным между участками, где $I(\bar{k}_0, E) \sim A^{\varphi+1}$ и $I(\bar{k}_0, E) \sim A^{\varphi}$. При выполнении условия (I4б) ($\varphi_1 = \varphi$) переход будет ступенчатым, выполнение условия (I4а) приведет к появлению в граничном участке пика, величина которого по порядку A больше величины $I(\bar{k}_0, E)$ с обеих сторон от E_c .

Рассмотрим теперь, к какому результату приведет замена тонких внутренних экситонных линий на жирные. При этом все выражения $E - \sum_{S(P)} \epsilon_{S(P)}(\bar{k}_0, \bar{k}_{S(P)}) + i0$ заменятся на $E - \sum_{S(P)} \epsilon_{S(P)}(\bar{k}_0, \bar{k}_{S(P)}) - \Delta(\bar{k}_0 + \sum_{S(P)} \bar{k}_{S(P)}, E + \sum_{S(P)} \epsilon_{S(P)} \omega(\bar{k}_{S(P)})) + i\Gamma(\bar{k}_0 + \sum_{S(P)} \bar{k}_{S(P)}, E + \sum_{S(P)} \epsilon_{S(P)} \omega(\bar{k}_{S(P)}))$ и $-\Gamma(\bar{k}_0 + \sum_{S(P)} \bar{k}_{S(P)}, E + \sum_{S(P)} \epsilon_{S(P)} \omega(\bar{k}_{S(P)})$ - действительная и мнимая части массового оператора экситона с энергией $E + \sum_{S(P)} \epsilon_{S(P)} \omega(\bar{k}_{S(P)})$ и импульсом $\bar{k}_0 + \sum_{S(P)} \bar{k}_{S(P)}$. $\Delta(\bar{k}_0 + \sum_{S(P)} \bar{k}_{S(P)}, E + \sum_{S(P)} \epsilon_{S(P)} \omega(\bar{k}_{S(P)}))$ и $\Gamma(\bar{k}_0 + \sum_{S(P)} \bar{k}_{S(P)}, E + \sum_{S(P)} \epsilon_{S(P)} \omega(\bar{k}_{S(P)}))$ определяют сдвиг и затухание конечного экситона. В общем случае они пропорциональны A . Перегруппируем изменение этих величин в узкой области переменных \bar{k}_0 .

и E и заменим их на значения в критической точке.

Тогда, повторяя предыдущие рассуждения, мы получим, что поведение $M_{\rho,oc}^{(N)}(\bar{k}_0, E)$ в окрестности критической точки будет следующим:

для нечетных λ

$$M_{\rho,oc}^{(N)}(\bar{k}_0, E) \sim A^N i^{\lambda-1} (E - \tilde{E}_0 + i\Gamma)^{\frac{\lambda}{2}-1}, \quad (15a)$$

для четных λ

$$M_{\rho,oc}^{(N)}(\bar{k}_0, E) \sim A^N i^{\lambda} (E - \tilde{E}_0 + i\Gamma)^{\frac{\lambda}{2}-1} \varrho_{\lambda}(E - E_0 + i\Gamma). \quad (15b)$$

Здесь $\tilde{E}_0 = E_0 + \Delta(\bar{k}_0 + \sum_{S(P)} \xi_{S(P)} \bar{k}_{S(P)}^c)$, $E_0 + \sum_{S(P)} \xi_{S(P)} \omega(\bar{k}_{S(P)}^c)$,

$$\Gamma = \Gamma(\bar{k}_0 + \sum_{S(P)} \xi_{S(P)} \bar{k}_{S(P)}^c, E_0 + \sum_{S(P)} \xi_{S(P)} \omega(\bar{k}_{S(P)}^c)), \quad \Gamma \sim A.$$

Таким образом при учете затухания конечного экситона особенности в массовом операторе, вообще говоря, сглаживаются.

Из формул (15) видно, что высота пиков в $M(\bar{k}_0, E)$ по порядку A не превышает $A^{N/2}$ в одномерном случае и $A |\ln A|$ - в двухмерном. Если A является единственным малым параметром задачи, то условие (14а) эквивалентно условию

$$N + \frac{\lambda}{2} - \rho_1 - 1 \leq 1, \quad (14b)$$

которое может выполняться при $N = \rho = \rho_1$, а условия (14б) эквивалентны условиям

$$1 < N + \frac{\lambda}{2} - \rho_1 \leq 2. \quad (14r)$$

При низких температурах вторым малым параметром становится среднее число фононов в кристалле $n(\omega(\bar{k}_s))$. Может оказаться, что затухание конечного экситона обусловлено только процессами с уничтожением фононов. Тогда $\Gamma \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$. Если при этом все $\xi_{S(P)}$, входящие в

критический знаменатель, отрицательны, то расходимость в $M_{\varphi}^{(1)}(\bar{\kappa}_0, E)$ (если она имеется) не устранится при замене тонких линий на жирные.

У. Суммирование "расходящихся" диаграмм

Заметим, что, если некоторой диаграмме соответствует неустранимая расходимость, то имеется бесконечное число диаграмм, которым соответствуют расходимости более высоких порядков. Рассмотрим расходимость в области однофононных процессов. Очевидно, что все компактные диаграммы, содержащие несколько отрезков, "накрытых" одной пунктирной линией, являются расходящимися.

Пусть $M^{(1)}(\bar{\kappa}_0, E)$ расходится в точке \bar{E}_0 при $T \rightarrow 0$. Тогда в этой же точке при $T \rightarrow 0$ будут расходиться все $M_{\varphi}^{(1)}(\bar{\kappa}_0, E)$, соответствующие диаграммам с несколькими отрезками сплошной линии, "накрытыми" одной пунктирной линией. (Так, расходящимися окажутся выражения, которым соответствуют диаг. (2), (3) на рис. I.) Степень расходимости будет тем выше, чем больше таких отрезков содержится на диаграмме.

Чтобы получить правильную величину $M(\bar{\kappa}_0, E)$ в области энергий вблизи \bar{E}_0 , нужно просуммировать все "расходящиеся" диаграммы. С этой целью выделим в фононном спектре узкую область $|\bar{\kappa} - \bar{\kappa}'| \leq \zeta$. Величина ζ определяется шириной области рассматриваемых энергий. Если нас интересует область $|E - \bar{E}_0| \sim A^\nu$, то нужно взять $\zeta \sim A^{\nu/2 - \delta}$ ($\delta > 0$).

Общий вид "расходящейся" диаграммы изображен на рис. 2. На этой диаграмме незаштрихованным треугольником обозначена вершинная часть $\Pi_T(\bar{\kappa}_0, \bar{\kappa}; E)$, учитывающая взаимодействие экситона со всеми фононами, не принадлежащими выделенной области, и в силу этого не содержащая расходимостей при $T \rightarrow 0$. Заштрихованным тре-

угольником изображена полная вершинная часть $\Pi(\bar{k}, \bar{k}_0; E)$, учитывающая взаимодействие со всеми фононами. Пунктирная линия обозначает фонон из выделенной области. Выражение, соответствующее диаг. (4), имеет вид:

$$M_{cc}(\bar{k}_0, E) = \int \frac{\Pi_r(\bar{k}_0, \kappa; E) \Pi(\bar{k}, \bar{k}_0; E) d\bar{k}}{E - \tilde{E}_0 - \sum_{\alpha, \alpha'} \sum_{\beta, \beta'} \Omega_{\alpha, \alpha'}^{(\beta)} (\kappa_{\alpha'} - \kappa_{\beta'}) (\kappa_{\alpha} - \kappa_{\beta'}) + i\Gamma}. \quad (16)$$

Интегрирование в (16) производится по области $|\bar{k} - \bar{k}_0| \leq \zeta$. Заметим, что функции $\Pi_r(\bar{k}_0, \bar{k}; E)$ и $\Pi(\bar{k}, \bar{k}_0; E)$ меняются в этой области незначительно по сравнению с критическим знаменателем (критические знаменатели в $\Pi(\bar{k}, \bar{k}_0; E)$ не зависят от κ). Поэтому эти величины можно заменить на их значения в точке \bar{k}^c . Кроме того $\Pi_r(\bar{k}_0, \bar{k}; E)$ слабо зависит и от энергии, и вместо этой величины можно брать ее значение при $E = \tilde{E}_0$. Тогда

$$M_{cc}(\bar{k}_0, E) = \frac{\Pi_r(\bar{k}_0, \bar{k}^c; \tilde{E}_0) \Pi(\bar{k}^c, \bar{k}_0; E)}{A |g(\bar{k}^c)|^2} M_{cc}^{(1)}(\bar{k}_0, E), \quad (16a)$$

где $M_{cc}^{(1)}(\bar{k}_0, E)$ - "расходящаяся" часть массового оператора, соответствующего диаг. (1). Полная вершинная часть $\Pi(\bar{k}, \bar{k}_0; E)$ графически изображена на диаг. (5). На диаг. (5) незаштрихованным четырехугольником обозначена регуляризованная "четыреххвостка" $\mathcal{D}_r(\bar{k}^c, \bar{k}_0, \bar{k}; E)$ - неприводимая часть диаграммы, связанная с оставшейся частью четырьмя линиями: двумя сплошными и двумя пунктирными. Она не учитывает взаимодействие экситона с фононами из выделенной области. Диаг. (5) изображает следующее интегральное уравнение:

$$\Pi(\bar{k}^c, \bar{k}_0; E) = \Pi_r(\bar{k}^c, \bar{k}_0; E) + \int d\bar{k} \mathcal{D}_r(\bar{k}^c, \bar{k}_0, \bar{k}; E) \times \Pi(\bar{k}, \bar{k}_0; E) [E - \tilde{E}_0 - \sum_{\alpha, \alpha'} \sum_{\beta, \beta'} \Omega_{\alpha, \alpha'}^{(\beta)} (\kappa_{\alpha'} - \kappa_{\beta'}) (\kappa_{\alpha} - \kappa_{\beta'}) + i\Gamma]^{-1}. \quad (17)$$

Сделав те же упрощения, что и в уравнении (16), получим

$$\begin{aligned} |I(\bar{k}^c, \bar{k}_0; E) = \prod_r(\bar{k}^c, \bar{k}_0; \tilde{E}_0) + \\ + \frac{\mathcal{D}_r(\bar{k}^c, \bar{k}_0, \bar{k}^c; \tilde{E}_0)}{A |g(\bar{k}^c)|^2} M_{oc}^{(1)}(\bar{k}_0, E) \prod(\bar{k}^c, \bar{k}_0; E), \end{aligned} \quad (I7a)$$

или

$$\prod(\bar{k}^c, \bar{k}_0; E) = \frac{\prod_r(\bar{k}^c, \bar{k}_0; \tilde{E}_0)}{1 - \frac{\mathcal{D}_r(\bar{k}^c, \bar{k}_0, \bar{k}^c; \tilde{E}_0)}{A |g(\bar{k}^c)|^2} M_{oc}^{(1)}(\bar{k}_0, E)}. \quad (I7b)$$

Подставляя (I7b) в (I6a), найдем $M_{oc}(\bar{k}_0, E)$.

$$\begin{aligned} M_{oc}(\bar{k}_0, E) = \frac{\prod_r(\bar{k}_0, \bar{k}^c; \tilde{E}_0) \prod_r(\bar{k}^c, \bar{k}_0; \tilde{E}_0)}{A |g(\bar{k}^c)|^2} \times \\ \times \left([M_{oc}^{(1)}(\bar{k}_0, E)]^{-1} - \frac{\mathcal{D}_r(\bar{k}^c, \bar{k}_0, \bar{k}^c; \tilde{E}_0)}{A |g(\bar{k}^c)|^2} \right)^{-1}. \end{aligned} \quad (I6b)$$

В низшем приближении по A

$$\mathcal{D}_r(\bar{k}^c, \bar{k}_0, \bar{k}^c; E) = A |g(\bar{k}^c)|^2 (\tilde{E}_0 - E(\bar{k}_0 - 2\bar{k}^c) - 2\omega(\bar{k}^c))^{-1},$$

и (I6b) принимает вид:

$$M_{oc}(\bar{k}_0, E) = \left[(M_{oc}^{(1)}(\bar{k}_0, E))^{-1} - (\tilde{E}_0 - E(\bar{k}_0 - 2\bar{k}^c) - 2\omega(\bar{k}^c))^{-1} \right]^{-1}. \quad (I6b)$$

(I6b) соответствует сумме последовательности диаграмм, изображенных на рис. 4.

С учетом (I5a, б) можно видеть, что $M_{oc}(\bar{k}_0, E)$ и $M_{oc}^{(1)}(\bar{k}_0, E)$ значительно отличаются при следующих условиях:

$$\lambda = 2, \quad |\ln \Gamma| \gtrsim A^{-1}, \quad |\ln |E - \tilde{E}_0|| \gtrsim A^{-1}, \quad (I8a)$$

$$\lambda = 1, \quad \Gamma \leq A^2, \quad |E - \tilde{E}_0| \leq A^2. \quad (I8b)$$

В этих двух случаях оказывается, что при вычислении $M(\kappa_0, E)$ в окрестности точки \tilde{E}_0 необходимо учитывать бесконечную последовательность "пересекающихся" диаграмм, т.е. вершинную часть нельзя заменять "нулевой" вершинной частью $A^{1/2} g(\kappa)$. Заметим еще, что нами были просуммированы диаграммы с критическими знаменателями, зависящими от импульсов различных фононов.

VI. Одномерная модель кристалла. Область "однофононных" процессов.
 а) Высокие температуры.

Как следует из предыдущего, сингулярности Ван-Хова наиболее ярко проявляются в одномерной модели кристалла ($\mathcal{J} = 1$) в области "однофононных" процессов. (Поскольку мы будем рассматривать диаграммы с жирными сплошными линиями, выражение "однофононные процессы" нужно понимать условно.)

Для одномерной модели удобно в качестве единицы длины взять постоянную кристаллической цепочки. Тогда импульсы экситонов и фононов меняются в области $-\pi \leq \kappa \leq \pi$. Функции $E(\kappa)$, $\omega(\kappa)$ и $g(\kappa)$ периодичны с периодом 2π . Массовый оператор, соответствующий диаг. (I), в критической области имеет вид:

$$M^{(\pm)}(\kappa_0, E) = M_{(+)}^{(\pm)}(\kappa_0, E) + M_{(-)}^{(\pm)}(\kappa_0, E), \quad (19)$$

$$M_{(\pm)}^{(\pm)}(\kappa_0, E) = A \int_{-\pi}^{\pi} \frac{|g(\kappa)|^2 / n(\pm\omega(\kappa)) d\kappa}{E - \tilde{E}(\kappa_0 \pm \kappa) \pm \omega(\kappa) + i\Gamma_{(\pm)}} \quad (19a)$$

В формуле (19) введены обозначения:

$$\Gamma_{(\pm)} = \Gamma(\kappa_0 \pm \kappa_{(\pm)}^c, \tilde{E}_c^{(\pm)} \pm \omega(\kappa_{(\pm)}^c)) = A(\gamma_1^{(\pm)} + \gamma_2^{(\pm)}), \quad (20)$$

$$\chi_1^{(z)} = \mathcal{F}_1 \left[|g(k)|^2 \eta(\omega(k)) \left| \left(\frac{\partial}{\partial k} (E(k_0 \pm k_{(z)}^c) + k) - \omega(k) \right) \right|^{-1} \right] \Big|_{k=k_{(z)}^{(z)}} \quad (20a)$$

$$\chi_2^{(z)} = \mathcal{F}_1 \left[|g(k)|^2 (\eta(\omega(k)) + 1) \left| \left(\frac{\partial}{\partial k} (E(k_0 \pm k_{(z)}^c) - k) + \omega(k) \right) \right|^{-1} \right] \Big|_{k=k_{(z)}^{(z)}} \quad (20b)$$

$\chi_{(z)}^{(z)}$ определяются как действительные решения (если такие существуют) уравнений

$$\bar{E}/k_0 \pm k_{(z)}^c - E(k_0 \pm k_{(z)}^c + k) + \omega(k) = 0, \quad (21a)$$

$$E(k_0 \pm k_{(z)}^c) - E(k_0 \pm k_{(z)}^c - k) - \omega(k) = 0. \quad (21b)$$

В согласии с результатами раздела IV, получим, что вблизи энергии \tilde{E}_0 . $M^{(z)}(k_0, E)$ будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} M_{(z)}^{(z)}(k_0, E) = & \mathcal{F}_1 A |g(k_{(z)}^c)|^2 |\eta(\omega(k_{(z)}^c))| |m_{(z)}|^{-1/2} \left[(E - \tilde{E}_0^{(z)})^2 + \Gamma_{(z)}^2 \right]^{1/2} + \\ & + \Gamma_{(z)}^{-2} \left\{ -\frac{m_{(z)}}{|m_{(z)}|} \left[(E - \tilde{E}_0^{(z)})^2 + \Gamma_{(z)}^2 \right]^{1/2} - \frac{m_{(z)}}{|m_{(z)}|} (E - \tilde{E}_0^{(z)}) \right\}^{1/2} - \\ & - i \left[\left[(E - \tilde{E}_0^{(z)})^2 + \Gamma_{(z)}^2 \right]^{1/2} + \frac{m_{(z)}}{|m_{(z)}|} (E - \tilde{E}_0^{(z)}) \right]^{1/2} + \mathcal{S}_{(z)}(k_0, E). \end{aligned} \quad (19c)$$

Здесь $m_{(z)} = \frac{\partial^2}{\partial k^2} [E(k_0 \pm k) \mp \omega(k)] \Big|_{k=k_{(z)}^c}$.

Через $\mathcal{S}(k_0, E)$ обозначена действительная величина, которая получается при интегрировании в формуле (18) по области, далекой от критической точки. $\mathcal{S}(k_0, E) \sim A$ и незначительно меняется в области $|E - \tilde{E}_0^{(z)}| \sim A$. Поправкой к мнимой части, возникающей при интегрировании по далекой от критической точки области, всегда можно пренебречь. При высоких температурах это очевидно (поправка $\sim A^2$).

Будем считать, что энергия $\tilde{E}_0^{(z)}$ лежит достаточно далеко от резонансной энергии $E(k_0)$. Тогда при высоких температурах ($T \gg \omega(k_{(z)})$, $T \gg \omega(k_{(z)'}^{(z)})$) $I(k_0, E)$ имеет пик в точке $E = \tilde{E}_0^{(z)}$, величина пика пропорциональна $A^{1/2}$ (на фоне, где интенсивность по порядку константы связи не превышает A^2). Форма пика резко асимметрична: спектральная плотность быстро спадает по одну сторону от максимума и значительно медленнее по другую.

Остановимся на вопросе сходимости ряда $M(k_0, E) = \sum_{\nu} \sum_{\varphi} M_{\varphi}^{(\nu)}(k_0, E)$ в окрестности точки $E_0^{(z)}$. Как следует из формулы (16б) среди диаграмм N -го порядка наибольший вклад в этой области энергий будет давать диаграммы, относящиеся к последовательности, изображенной на рис. 4. Для каждой диаграммы из последовательности $M^{(N)}(k_0, E) \sim A^{N/2}$, поэтому ряд будет сходиться, хотя и медленнее, чем в регулярной области спектра. Иными словами, при высоких температурах вершинная часть, описывающая взаимодействие экситона с фононом в рассматриваемой аномальной области E , достаточно хорошо аппроксимируется "нулевой" вершинной частью $A^{1/2} g(k)$ (см. (16б), в исследуемом случае $\Gamma \sim A \gg A^2$). Поэтому для описания спектра в этой области возможно применение интегрального уравнения для $M(k_0, E)$, использованного в работах [3-4, 8-10].

б) Низкие температуры. Связанные состояния.

При низких температурах ($T \ll \omega(k_{(z)})$) можно ограничиться рассмотрением только последнего члена в формуле (19).

В этом случае характер поведения $|M_{(-)}^{(1)}(k_0, E)$ (а следовательно и $I(k_0, E)$) будет таким же, что и при высоких температурах, если $\chi_2^{(-)}$ отлично от нуля, что возможно, если законы сохранения энергии и импульса разрешают

распад реального экситона с импульсом $K_0 - K_{(-)}$ на пару из реального экситона и фюнона.

Если указанный распад невозможен (что мы и будем предполагать в дальнейшем), то $M_{(-)}^{(2)}(K_0, E)$ будет расходиться при $T \rightarrow 0$ в точке $E = \tilde{E}_0^{(-)}$. Пусть $m_{(-)} > 0$, т.е. $\tilde{E}_0^{(-)}$ является минимумом на кривой зависимости энергии $E(K_0 - K) + \omega(K)$ пары из экситона и фюнона с суммарным импульсом K_0 от K . Особый интерес представляет случай, когда $\tilde{E}_0^{(-)}$ является абсолютной нижней границей всевозможных смешанных состояний (экситон + n фюнонов), обладающих импульсом K_0 . Тогда $\Gamma_{(-)} \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$ во всех приближениях, и при рассмотрении $M(K_0, E)$ необходимо учитывать бесконечную последовательность "пересекающихся" диаграмм. (Нужно учитывать бесконечную последовательность "пересекающихся" диаграмм при вычислении вершинной части.) Из формулы (16в) следует, что в низшем порядке по A аномальная часть массового оператора будет иметь вид:

$$M_{(-)}(K_0, E) = \left[i \frac{(E - \tilde{E}_0^{(-)} + i\Gamma_{(-)})^{1/2}}{\sqrt{1} A |g(K_{(-)})|^2 m_{(-)}^{1/2}} - \frac{1}{R} \right]^{-1} \quad (16г)$$

Здесь $R = E(K_0 - K_{(-)}) - E(K_0 - 2K_{(-)}) - \omega(K_{(-)})$, $R < 0$ (в силу нашего предположения о том, что $\tilde{E}_0^{(-)}$ является абсолютной нижней границей энергий смешанных состояний).

Рассмотрим случай $T=0$. Тогда $\Gamma_{(-)} \rightarrow 0$ *) и $M_{(-)}(K_0, E)$ будет расходиться в точке $E_r = \tilde{E}_0^{(-)} - [\sqrt{1} A |g(K_{(-)})|^2 m_{(-)}^{1/2} R^{-1}]^2$ **).

*) При этом поправка к мнимой части, возникающая при интегрировании в формуле (2) по далекой от критической точки области, также стремится к нулю.

***) Заметим, что расходимость массового оператора является следствием выбора модели. В реальных системах $\Gamma_{(-)}$ всегда отлична от нуля из-за взаимодействия экситона с несовершенствами кристалла, радиационного распада и т.д.

Поведение $M_{(-)}(\kappa_0, E)$ показано на рис. 5. (Для сравнения на том же рисунке показано и поведение функции $M_{(-)}^{(2)}(\kappa_0, E)$) Действительная часть $M_{(-)}(\kappa_0, E)$ расходится с обеих сторон от точки $\tilde{E}_0^{(-)}$ и стремится к $-\infty$ с одной стороны и к $+\infty$ с другой стороны.

Континуумы значений E , где мнимые части $M_{(-)}(\kappa_0, E)$ и $M_{(-)}^{(2)}(\kappa_0, E)$ отличны от нуля, совпадают, но $\text{Im } M_{(-)}^{(2)}(\kappa_0, E)$ в отличие от $\text{Im } M_{(-)}(\kappa_0, E)$ не расходится на границе континуума, а обращается в нуль. Вместе с $\text{Im } M_{(-)}(\kappa_0, E)$ обращается в нуль на границе континуума и спектральная плотность экситона (с точностью до A^2). Далее, вглубь континуума, спектральная плотность резко возрастает и достигает максимума при $E = \tilde{E}_0^{(-)} + [\sqrt{1} |g(\kappa_{(-)})|^2 m_{(-)}^{(2)} (R_{\perp}^{\pm}, R_{\perp}^{\pm})]^2$, где $R_{\perp}^{\pm} = \tilde{E}(\kappa_0 - \kappa_{(-)}) + \omega(\kappa_{(-)}) - E(\kappa_0)$, R_{\perp}^{\pm} — определяет расстояние энергии экситона $E(\kappa_0)$ от границы континуума. Кроме континуума $\text{Im } M_{(-)}(\kappa_0, E)$ отлична от нуля в изолированной точке E_r , где она имеет δ -образную особенность. Эта особенность не проявляется в спектре экситона (см. (3)).

Заметим, что во всех порядках при сделанных предположениях $\text{Im } M_{(-)}(\kappa_0, E)$ оказывается бесконечно малой отрицательной величиной при $E < \tilde{E}_0^{(-)}$ (кроме отдельной точки). Поэтому в экситонном спектре, определяемом формулой (3), в области $E < \tilde{E}_0^{(-)}$ появляются δ -образные особенности, соответствующие незатухающим состояниям *). Расположены они в точках, где

$$E - E(\kappa_0) - \Delta(\kappa_0, E) = 0. \quad (22)$$

*) Отсутствие затухания связано с выбором модели (см. примечание на стр. 21).

Будем считать, что $E(k_0)$ лежит на значительном расстоянии от $\tilde{E}_c^{(i)}$. Тогда одно из решений уравнения (22) расположено вблизи $E(k_0)$ и определяет перенормированную энергию экситона $\tilde{E}(k_0)$ (дает положение резонансной линии). При $\tilde{E}(k_0) < \tilde{E}_c^{(i)}$ "одетый" экситон с импульсом k_0 не будет распадаться (стационарное состояние) и в выбранной модели резонансная линия в поглощении оказывается δ -образной. (При $\tilde{E}(k_0) > \tilde{E}_c^{(i)}$ энергия "одетого" экситона попадает в континуум двухчастичных состояний, поэтому он обладает конечным временем жизни (квазистационарное состояние)).

Другое решение уравнения (22) расположено вблизи точки

$$\tilde{E}_g = \tilde{E}_c^{(i)} - \left[\sqrt{\pi} A |g(k_0^c)|^2 m_{i-1}^{(2)} \left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} \right) \right]^2. \quad (23)$$

Решение (23) существует только при условии

$$\frac{1}{R} + \frac{1}{R_1} < 0. \quad (24)$$

Поскольку всегда $R < 0$, то условие (24) выполняется, если или $R_1 < 0$, или $R_1 > 0$, $|R_1| < |R|$.

Смысл соотношения (24) легко виден из рис. 5а. Решения уравнения (22) являются точками пересечения линий $E - E(k_0)$ и $\Delta_{i-1}(k_0, E)$. Если Q_1 (точка пересечения линии $E - E(k_0)$ с границей $E = \tilde{E}_c^{(i)}$) лежит в интервале $(0, Q_2 = R)$ (достаточно далеко от 0), то линии $E - E(k_0)$ и $\Delta_{i-1}(k_0, E)$ пересекаются только на большом расстоянии от границы и вблизи $E = E(k_0)$ ("одетый экситон"). δ -образное состояние вблизи границы в этом случае не появляется. Если в формуле (3) использовать $M_{i-1}^{(2)}(k_0, E)$ вместо $M_{i-1}(k_0, E)$, то δ -образное состояние вблизи границы появится лишь при условии $\tilde{E}_c^{(i)} < E(k_0)$ (рис. 5а).

Рассмотренное приграничное состояние появляется в целой области значений k_0 , для которой выполняются

условие (24) и условие $\Gamma_{(-)} \rightarrow 0$ при $T \rightarrow 0$. Поэтому мы можем говорить о существовании некоторой частицы. Дисперсия энергии этой частицы определяется зависимостью положения границы $\tilde{E}_c^{(-)}$ от κ_0 .

$$E_{ce}(\kappa_0) \approx \tilde{E}_c^{(-)}(\kappa_0) \quad (25)$$

Интересно отметить, что в приближении эффективной массы при взаимодействии экситона с акустическими или оптическими фононами дисперсия частицы совпадает с дисперсией соответствующей фононной зоны.

С повышением температуры $\Gamma_{(-)}$ увеличивается и приграничное состояние расплывается ^{ж)}, причем при очень малых $\Gamma_{(-)}$ форма спектральной плотности вблизи E_g близка к лоренцовой, и пик с максимумом в E_g отделен от приграничного пика в глубине континуума (рис. 6). При дальнейшем увеличении $\Gamma_{(-)}$ ($\Gamma_{(-)} \approx$ ширины щели) оба пика сливаются.

Между δ -образным резонансным состоянием ($E(\kappa_0) < \tilde{E}_c^{(-)}$) и $\tilde{\epsilon}$ -образными состояниями вблизи границы существует значительное отличие. Первое из них представляет собой почти "чистый" экситон с импульсом κ_0 . Вес двухчастичных состояний (экситон и фонон с суммарным импульсом κ_0) в нем $\sim A$. (Вес более сложных состояний из экситона и n фононов $\sim A^n$). В "приграничном" же состоянии вес "чистого" экситона $\sim A^2$,

$$W_1(E_g) = \left(\frac{\pi A |g(\kappa_{(-)})|^2 m_{(-)}'^2}{R_1} \right)^2 \quad (26)$$

Зато вес двухчастичных состояний в нем близок к единице.

^{ж)} Расплывание появляется также, если учесть затухание экситона с импульсом $\kappa_0 - \kappa_{(-)}$, вызванное другими причинами (см. примечание на стр. 22).

Мы покажем, что "приграничное" состояние представляет собой связанные электронное и колебательное возбуждения, движущиеся по кристаллической цепочке с импульсом K_c . Рассмотрим оператор

$$\hat{B}_2^+(\kappa_c, n) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2}} \int_{-\pi}^{\pi} \hat{b}^+(\kappa_0 - \kappa) a^+(\kappa) \exp(i\kappa n) d\kappa. \quad (27)$$

Оператор (27) описывает пару из электронного и колебательного возбуждений, находящихся на расстоянии n друг от друга и обладающих суммарным импульсом K_c . (Это легко увидеть, если перейти к узловому представлению операторов $\hat{b}^+(\kappa)$ и $a^+(\kappa)$.) Покажем, что вероятность нахождения состояния, описываемого оператором $\hat{B}_2^+(\kappa_c, n)$ ($\hat{B}_2^+(\kappa_c, n)|0\rangle$, где $|0\rangle$ - основное состояние кристалла), в "приграничном" состоянии $|E_g\rangle$ падает экспоненциально при $|n| \rightarrow \infty$.

Эта вероятность определяется выражением

$$W_{2,n}(E_g) \delta(E - E_g) = |\langle E_g | \hat{B}_2^+(\kappa_c, n) | 0 \rangle|^2. \quad (28)$$

Правая часть в формуле (28) выражается через мнимую часть фурье-образа четырехчастичной функции Грина.

$$\begin{aligned} |\langle E_g | \hat{B}_2^+(\kappa_c, n) | 0 \rangle|^2 &= \sum_f \langle 0 | \hat{B}_2(\kappa_c, n) | f \rangle \langle f | \hat{B}_2^+(\kappa_c, n) | 0 \rangle \times \\ &\times \delta(E_g - E_f) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dt \langle 0 | \hat{B}_2(\kappa_c, n) \exp(-iHt) \hat{B}_2^+(\kappa_c, n) \times \\ &\times \exp(iHt) | 0 \rangle \exp(iE_g t) = \pi^{-1} \text{Im } G_{B_2, B_2^+}(E_g). \end{aligned} \quad (29)$$

Здесь $|f\rangle$ - полный набор собственных состояний гамильтониана H .

Подставляя (27) в (29) и все в (28), получим

$$W_{2n}(E_g)\delta(E-E_g) = 2^2 \pi^{-2} \int_{-\pi}^{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} dk_1 dk_2 \times \quad (28a)$$

$$\times \exp[in(\kappa_1 - \kappa_2)] \text{Im} \mathcal{G}_{\kappa_1, \kappa_2}(E_g),$$

$$\mathcal{G}_{\kappa_1, \kappa_2}(E_g) = (2\pi i)^{-1} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(iEt) \langle \mathcal{B}_z(\kappa_0 - \kappa_1) \times \quad (30)$$

$$\times \alpha_c(\kappa_1), \mathcal{B}^+(\kappa_0 - \kappa_2) \alpha^+(\kappa_2) \rangle \theta(t).$$

$$\theta(t) = 1 \text{ при } t > 0, \theta(t) = 0 \text{ при } t < 0, \hat{L}_t = \exp(iHt) \hat{L} \exp(-iHt).$$

Четырехчастичным функциям Грина можно поставить в соответствие 3 диаграммы (рис. 7). Диаг. (7а) изображает процессы, при которых экситон и начальный фонон распространяются не взаимодействуя. Диаг. (7б) описывает процессы, при которых в результате взаимодействия система на каком-то этапе может существовать в виде одного только экситона с импульсом κ_0 . Остальным процессам соответствует диаг. (7в).

На диаграммах четырехугольником обозначена непригодная часть диаграммы ($\mathcal{D}(\kappa_0, \kappa_1, \kappa_2; E)$), которая может быть связана с остальными четырьмя линиями: двумя сплошными и двумя пунктирными.

Соответственно диаг. (7а, б, в) фурье-образ четырехчастичной функции Грина можно разбить на 3 части

$$\mathcal{G}_{\kappa_1, \kappa_2}(E) = \mathcal{G}_{\kappa_1, \kappa_2}^{(a)}(E) + \mathcal{G}_{\kappa_1, \kappa_2}^{(b)}(E) + \mathcal{G}_{\kappa_1, \kappa_2}^{(c)}(E), \quad (31)$$

$$\mathcal{G}_{\kappa_1, \kappa_2}^{(a)}(E) = \delta(\kappa_1 - \kappa_2) [E - E(\kappa_0 - \kappa_1) - \omega(\kappa_1) - M(\kappa_0 - \kappa_1, E - \omega(\kappa_1))]^{-1} \quad (31a)$$

$$\mathcal{G}_{\kappa_1, \kappa_2}^{(b)}(E) = \Pi(\kappa_1, \kappa_0; E) \Pi(\kappa_0, \kappa_2; E) [E - E(\kappa_0) - M(\kappa_0, E)]^{-1} \times \quad (31б)$$

$$\times [E - E(\kappa_0 - \kappa_1) - \omega(\kappa_1) - M(\kappa_0 - \kappa_1, E - \omega(\kappa_1))]^{-1} \times$$

$$\times [E - E(\kappa_0 - \kappa_2) - \omega(\kappa_2) - M(\kappa_0 - \kappa_2, E - \omega(\kappa_2))]^{-1},$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{D}_{k_1, k_2}^{(8)}(E) = \mathcal{D}(k_0, k_1, k_2; E) \times \\
 & \times \left[E - E(k_0 - k_1) - \omega(k_1) - M(k_0 - k_1, E - \omega(k_1)) \right]^{-1} \times \\
 & \times \left[E - E(k_0 - k_2) - \omega(k_2) - M(k_0 - k_2, E - \omega(k_2)) \right]^{-1}
 \end{aligned} \quad (31b)$$

Нас будет интересовать поведение $\mathcal{G}_{k_1, k_2}(E)$ в узкой области k_1, k_2 вблизи k_{1-} . В этой области $\Pi(k_0, k_1; E)$ и $\mathcal{D}(k_0, k_1, k_2; E)$ меняются незначительно при изменении k_1, k_2 и их можно заменить на величины $\Pi(k_0, k_{1-}; E)$ и $\mathcal{D}(k_0, k_{1-}, k_{1-}; E)$.

$\Pi(k_0, k_{1-}; E)$ дается формулой (17б). В первом приближении по A

$$\Pi(k_0, k_{1-}; E) = A^{1/2} g(k_{1-}) \left[1 + i \frac{\sqrt{\pi} A |g(k_{1-})|^2 m_{1-}^{1/2}}{R |E - \tilde{E}_0^{(1)} + i0|^{1/2}} \right]^{-1} \quad (17b)$$

Формула (17в) учитывает диаграммы, изображенные на рис. (8). (Заметим, что $\Pi(k_0, k_{1-}; E)$ обращается в нуль на границе континуума и вблизи границы $\sim (E - \tilde{E}_0^{(1)})^{1/2}$. Это происходит потому, что на границе стремится к нулю плотность конечных состояний).

Аналогично в области $E \sim \tilde{E}_0^{(1)}$ можно провести суммирование диаграмм, изображенных на рис. 9.

Получим

$$\mathcal{D}(k_0, k_{1-}, k_{1-}; E) = \frac{A |g(k_{1-})|^2}{R} \left[1 + i \frac{\sqrt{\pi} A |g(k_{1-})|^2 m_{1-}^{1/2}}{R |E - \tilde{E}_0^{(1)} + i0|^{1/2}} \right]^{-1} \quad (32)$$

В области $E < \tilde{E}_0^{(1)}$ $M(k_0 - k_1, E - \omega(k_1))$ — величина действительная, и знаменатель в (31а) не обращается в нуль. Поэтому $\text{Im} \mathcal{G}_{k_1, k_2}^{(10)}(E) = 0$ при $E < \tilde{E}_0^{(1)}$. $\text{Im} \mathcal{G}_{k_1, k_2}^{(8)}(E)$ при $E < \tilde{E}_0^{(1)}$ отлична от нуля только в одной точке, определяемой уравнением

$1 + i\pi A |g(k_{(-)})|^2 m_{(-)}'^2 R^{-1} (E - \tilde{E}_c^{(-)})^{-1/2} = 0$,
 где имеет δ -образную особенность. $\text{Im } g_{k_1, k_2}^{(\delta)}(E)$ также
 имеет особенность в этой точке, причем особенности
 обеих функций взаимно компенсируются.

Кроме того $\text{Im } g_{k_1, k_2}^{(\delta)}(E)$ при $E < \tilde{E}_c^{(-)}$ содержит δ -
 образные особенности в точках, определяемых уравнением
 $E - E(k_0) - M(k_0, E) = 0$. Указанные точки являются единст-
 венными в области $E < \tilde{E}_c^{(-)}$, где $\text{Im } g_{k_1, k_2}(E) = 0$.
 Поэтому при $E < \tilde{E}_c^{(-)}$

$$\begin{aligned} \text{Im } g_{k_1, k_2}(E) = & \pi \prod(k_1, k_0; E) \prod(k_0, k_2; E) [E - E(k_0 - k_1) - \\ & - \omega(k_1) - M(k_0 - k_1, E - \omega(k_1))]^{-1} [E - E(k_0 - k_2) - \omega(k_2) - \\ & - M(k_0 - k_2, E - \omega(k_2))]^{-1} \delta(E - E(k_0) - \Delta(k_0, E)). \end{aligned} \quad (33)$$

В "приграничной" области стоящая справа в формуле (33)
 δ -функция преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} \delta(E - E(k_0) - \Delta(k_0, E)) \cong & \delta(E - E_g) \times \\ & \times 2(\pi A |g(k_{(-)})|^2 m_{(-)}'^2 R_1^{-1})^2 |R^{-1}, R_1^{-1}|. \end{aligned} \quad (34)$$

Подставив (33) в формулу (28а) с учетом (23), (17в),
 (34), получим

$$W_{2n}(E_g) \cong \pi A^3 |g(k_{(-)})|^6 m_{(-)} |R^{-1}, R_1^{-1}|^3 |P(n)|^2, \quad (28б)$$

где

$$P(n) = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\exp(ikn) dk}{E - \tilde{E}(k_0 - k) - \omega(k)}. \quad (35)$$

(В формуле (33) мы заменили $\Delta(k_0 - k, E - \omega(k))$ на ее зна-
 чение при $k = k_{(-)}$, $E = E_g$.) Интеграл (36) вычисляется
 замыканием контура интегрирования в верхней (при $n > 0$)
 или нижней ($n < 0$) полуплоскости (см. Приложение).

$$|P(n)| = (A |g(k_{i-})|^2 |R^{-1} + R_1^{-1}|)^{-1} \times \exp(-|n| \sqrt{A |g(k_{i-})|^2 m_{i-} |R^{-1} + R_1^{-1}|}). \quad (35a)$$

Таким образом мы получаем выражение для веса состояния, описываемого оператором $\hat{B}_2^+(k_0, n)$, в приграничном состоянии.

$$W_{2n}(E_g) \cong n_0^{-1} \exp(-\frac{2|n|}{n_0}), \quad (28b)$$

где

$$n_0 = (\sqrt{A} |g(k_{i-})|^2 m_{i-} |R^{-1} + R_1^{-1}|)^{-1}. \quad (36)$$

n_0 определяет размер связанного состояния.

VII. Заключение

В настоящей работе была сделана попытка исследовать часть возможных аномалий в спектральной плотности экситона - аномалии, обусловленные особенностям Ван-Хова в смешанной экситон-фононной плотности.

Наибольший интерес эти особенности представляют в том случае, когда они приводят к расходимости массового оператора, вычисленного без учета затухания конечного экситона (тонкие сплошные линии на диаграммах). В работе показано, что расходимости устраняются при учете затухания Γ конечного экситона. Если $\Gamma \rightarrow 0$, то в системе может возникнуть незатухающее состояние, "вытолкнутое" из континуума. Это показано для одномерной модели кристалла.

Нужно заметить, что одномерная модель кристалла исследовалась также в работах [4,7].

В работе [4] расходимости в массовом операторе были устранены обрезанием функции экситон-фононного взаимодействия.

В работе [7] было показано, что в "однофононном" приближении при $T=0$ массовый оператор содержит расходимости на границах континуума двухчастичных состояний (экситон и фонон). Отмечено, что расходимость вблизи нижней границы приводит к появлению незатухающего состояния, расположенного ниже границы. Однако для корректного анализа такого состояния нельзя ограничиваться приближением, примененным в [7]. При исследовании массового оператора вблизи границы нужно учитывать бесконечную последовательность "пересекающихся" диаграмм и использовать формулу (166).

С физической точки зрения различие между приближениями учитывающими всю последовательность диаграмм, изображенных на рис. 4 и только одну диаграмму (диаг. (I)) заключается в следующем.

Связывание электронного и колебательного возбуждений вызвано нелокальным взаимодействием между ними. Существует два механизма такого взаимодействия, обусловленных процессами второго порядка. Первый из них представляет собой "схлопывание" экситона и фонона с последующим распадом образовавшегося виртуального экситона, т.е. идет через одночастичное виртуальное состояние. Такой механизм учитывает диаг. I. Другой механизм заключается в распаде первоначального экситона на экситон и фонон с последующим поглощением первоначального фонона. Он идет через трехчастичное (Экситон + 2 фонона) виртуальное состояние. Оба механизма учитываются последовательностью диаграмм на рис. 4.

Обратим внимание на следующее обстоятельство. Аномальные участки в спектре оказываются очень узкими. Так ширина щели между приграничным состоянием и континуумом $\sim A^2$. В то же время в разделе U мы пренебрегали вели-

чинами, пропорциональными A и A^2 (при рассмотрении диаграмм первого и второго порядка на рис. 4 мы не учитывали взаимодействие экситона с фононами, не принадлежащими области $|\kappa - \kappa_{i-1}^c| \leq \zeta$). Однако, отброшенные величины не могут значительно изменить поведение спектральной плотности в аномальном участке. Действительно, так как мы предположили, что $\tilde{E}_0^{(-)}$ является абсолютной нижней границей континуума возможных состояний системы, то при $\tilde{E}_0^{(-)} > E \approx E_g$ $M^{(1)}(\kappa_0, E)$ и $M^{(2)}(\kappa_0, E)$, учитывающие взаимодействие с фононами из области $|\kappa - \kappa_{i-1}^c| > \zeta$, будут величинами действительными. Поэтому учет этих величин дает лишь поправку к $E(\kappa_0)$, пропорциональную A , что в свою очередь, как видно из формулы (23), приведет к изменению E_g на величину $\sim A^3$.

Отметим еще, что ширина щели не зависит и от сдвига энергии конечного экситона $\Delta(\kappa_0 - \kappa_{i-1}^c, E - \omega(\kappa_{i-1}^c))$. Однако, если интересоваться абсолютным положением приграничного состояния, то этот сдвиг должен быть вычислен с точностью до A^2 .

Автор выражает благодарность В.В. Хижнякову за обсуждения.

Приложение

Для того, чтобы вычислить $\mathcal{P}(n)$, замкнем контур интегрирования, как показано на рис. 10.

Прямая BC' , параллельная действительной оси, лежит выше (при $n > 0$) или ниже (при $n < 0$) полюса ближайшего к действительной оси. Координаты линии CC' (κ_2) связаны с координатами линии BB' (κ_1) соотношением $\kappa_2 = \kappa_1 + 2\pi$. Тогда в силу периодичности подинтеграль-

ной функции в формуле (35) $\int_{\delta}^{c'} \frac{\partial'}{\partial} \ast$). Поэтому

$$P(n) = \pm 2\pi i \exp(in \operatorname{Re} k_p - n \operatorname{Im} k_p), \quad (\text{II.1})$$

$$\times \operatorname{Res} (Eg - \tilde{E}(k_0 - k) - \omega(k))^{-1} + \int_{\delta}^{c'}$$

$\int_{\delta}^{c'}$ содержит фактор $\exp(-ln y_0)$, где y_0 - расстояние прямой $B'C'$ от действительной оси. Поэтому при $|n| \rightarrow \infty$ $\int_{\delta}^{c'}$ стремится к нулю быстрее, чем вычит в полюсе, ближайшем к действительной оси. С точностью до A^{-2} положение этого полюса будет следующее:

$$k_p = k_{(i)}^c \pm \sqrt{A |g(k_{(i)}^c)|^2 m_{(i)} (R^{-1} + R_1^{-1})},$$

и мы получаем при $|n| \ll A^2$

$$P(n) = (A |g(k_{(i)}^c)|^2 |R^{-1} + R_1^{-1}|)^{-1/2} \exp(ik_{(i)}^c n - (\text{II.2})$$

$$- \sqrt{A |g(k_{(i)}^c)|^2 m_{(i)} |R^{-1} + R_1^{-1}| \cdot |n|).$$

Рукопись поступила в редакцию журнала "Известия Академии наук ЭССР" 6 ноября 1969 г.

*) Если подинтегральные функции в формуле (35) нельзя считать периодичными (например, при использовании приближения эффективной массы), то интегралы $v\delta'$ и $c\delta'$ будут пропорциональны $A^{1-\delta}$ ($0 < \delta < 1$), и выражение для вероятности $W_{2n}(Eg)$ будет справедливо с точностью до $A^{3-2\delta}$.

Л и т е р а т у р а

1. А.С. Давыдов, Труды ИФ АН УССР, 3, 36 (1952).
2. А.С. Давыдов, Теория поглощения света в молекулярных кристаллах, Изд. АН УССР, 1951.
3. A.S.Davydov, E.N.Myasnikov, *Phys.Stat.Sol.*, 20, 153, 1967.
4. А.С. Давыдов, Б.М. Ницович, ФТТ, 9, 2230, 1967.
5. Y.Toyozawa, *Progr. Theor. Phys.*, (Kyoto) 20, 53, 1958.
6. Y.Toyozawa, *Progr. Theor. Phys.*, (Kyoto) 27, 89, 1962.
7. A. Suna, *Phys. Rev.*, 135, A111, 1964.
8. В.М. Агранович, Ю.В. Конобеев, ФТТ, 6, 83 (1964).
9. С.А. Москаленко, М.И. Шмиглюк, Б.И. Чиник, ФТТ, 10, 351, 1968.
10. С.А. Москаленко, М.И. Шмиглюк, Б.И. Чиник, Экситонное поглощение света и кинетика экситонов в полупроводниках, стр. 3, Кишинев, 1968.
11. B. Segall, *Phys. Rev.*, 150, 734 (1966).
12. B. Segall, *Phys. Rev.*, 163, 769 (1967).
13. V. Fedosejev and V. Hiznyakov, *Phys. Status Solidi*, 27, 751, 1968.
14. K.K. Rebane, V.G. Fedosejev, V.V. Hiznyakov, *Proceedings of the IX International Conference on the Physics of Semiconductors, Moscow, Vol. I*, 430 (1968).
15. Э.И. Рашба, ЖЭФ, 50, 1064 (1966).
16. А.А. Абрикосов, Л.П. Горьков, И.Е. Дзялошинский, Методы квантовой теории поля в статистической физике, Физматгиз, 1962.
17. L. Van Hove, *Phys. Rev.*, 89, 1189 (1953).
18. A.A. Maradudin, E.W. Montroll, G.H. Weiss, *Theory of Lattice Dynamics in the Harmonic Approximation* (Academic Press New York and London)
19. И.М. Гельфанд, Г.Е. Шилор, Обобщенные функции и действия над ними, Физматгиз, 1958.

Подписи к рисункам

- Рис. 1. Компактные диаграммы первого (диаг. 1), второго (диаг. 2) и третьего (диаг. 3а,б,в) порядков.
- Рис. 2. Общий вид "расходящейся" диаграммы.
- Рис. 3. Графическое уравнение для вершинной части в критической области.
- Рис. 4. "Главные" диаграммы для массового оператора в критической области.
- Рис. 5. Зависимость действительной (а) и абсолютного значения мнимой (б) частей массового оператора экситона от параметра $(E - \bar{E}_c^{(-)}) [\sqrt{1} A |g(\kappa_{(-)})|^2 m_{(-)}^{-1} R^{-1}]^2$.
Сплошные линии - $|R|^{-1} M_{(-)}(\kappa_0, E)$, пунктирные линии - $|R|^{-1} M_{(-)}^{(2)}(\kappa_0, E)$. Тонкие наклонные прямые - линии $E - E(\kappa_0)$ при разных R_{\perp} .
- Рис. 6. Спектральная плотность экситона в критической области при различных значениях $\Gamma_{(-)}$. За единицу $\Gamma_{(-)}$ и энергии взята ширина щели $[\sqrt{1} A |g(\kappa_{(-)})|^2 \times m_{(-)}^{-1}]^2 |R^{-1} + R_{\perp}^{-1}|$. 1 - $\Gamma_{(-)}^2 = 10^{-3}$, 2 - $\Gamma_{(-)}^2 = 10^{-2}$, 3 - $\Gamma_{(-)}^2 = 10^{-1}$, 4 - $\Gamma_{(-)}^2 = 1$.
- Рис. 7. Диаграммы, соответствующие четырехчастичным функциям Грина.
- Рис. 8. "Главные" диаграммы для вершинной части в критической области.
- Рис. 9. "Главные" диаграммы для функции $\mathcal{D}(\kappa_0, \kappa_{(-)}^c, \kappa_{(-)}^s; E)$ в критической области.
- Рис. 10. Контур интегрирования для вычисления $\mathcal{P}(h)$ при $h > 0$ (а) и при $h < 0$ (б).

РИСУНКИ

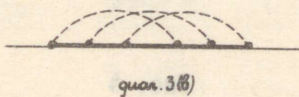
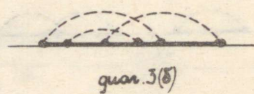
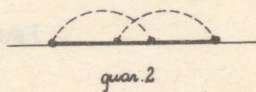
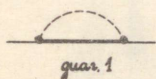


Рис. I

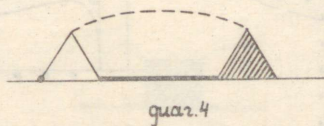
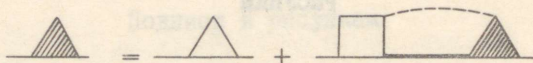
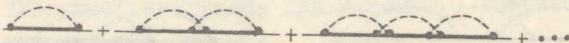


Рис. 2



диаг. 5

Рис. 3



диаг. 6

Рис. 4

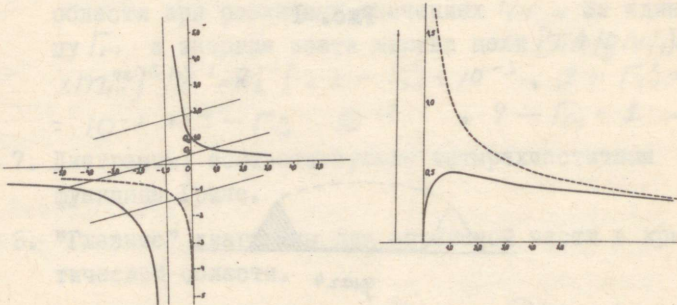


Рис. 5

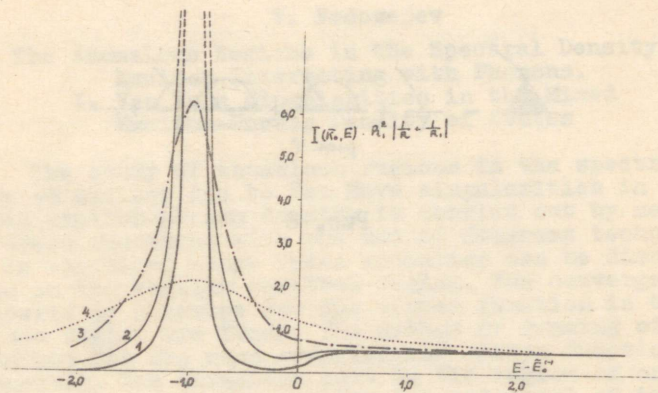


Рис. 6

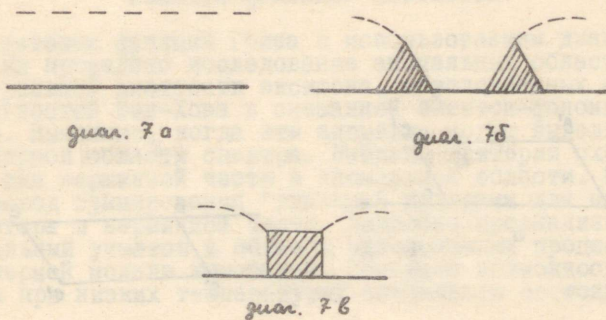


Рис. 7

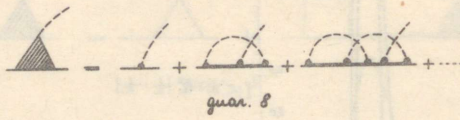


Рис. 8

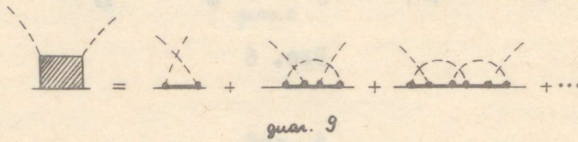


Рис. 9

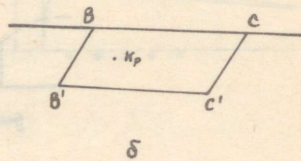
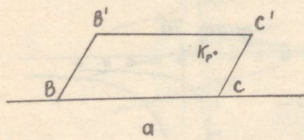


Рис. 10

V. Fedosejev

The Anomalous Regions in the Spectral Density of
Exciton Interacting with Phonons.

I. Van Hove Singularities in the Mixed
Exciton-Phonon Density of States

The study of anomalous regions in the spectral density of exciton due to Van Hove singularities in the mixed exciton-phonon density is carried out by means of Green functions with the use of diagrams technique. It is explained where these anomalies can be distinguished in the regular spectral region. The convergence criteria of a series for the vertex function in the anomalous region are found. The method of summing of "main" diagrams for the mass operator and vertex function is suggested. The anomalous part in the region of one-phonon processes for the one-dimensional model of the crystal is analysed in detail. The possibility of the appearance of a coupled state at low temperatures is shown.

В. Федосеев

Аномальные области в спектральной плотности
экситона, взаимодействующего с фононами.

I. Особенности Ван-Хова в смешанной
экситон-фононной плотности

Методом функций Грина с использованием диаграммной техники проведено исследование аномальных областей в спектральной плотности экситона, обусловленных наличием особенностей Ван-Хова в смешанной экситон-фононной плотности. Выяснено, когда эти аномалии могут выделяться в регулярной области спектра. Найдены критерии сходимости ряда для вершинной части в аномальной области. Предложен метод суммирования "главных" диаграмм для массового оператора и вершинной части. Подробно проанализирован аномальный участок в области однофононных процессов для одномерной модели кристалла. Показана возможность появления при низких температурах связанного состояния.

В.Г. ФЕДОСЕЕВ

АНОМАЛЬНЫЕ ОБЛАСТИ В СПЕКТРАЛЬНОЙ ПЛОТНОСТИ
ЭКСИТОНА, ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩЕГО С ФОНОНАМИ.

I. Особенности Ван-Хова в смешанной экситон-
фононной плотности. На русском языке. Редак-
ционно-издательский совет Академии наук Эс-
тонской ССР. Таллин, ул. Сакала, 3. Редактор
О.Сильд. Подписано к печати 16/X 1970
Печатных листов 2,5. Учетно-издательских лис-
тов I,39. Тираж 300. МВ - 04888. Заказ I63.
Ротапринт Комиссии цен. Таллин, ул. Тоомпеа, I.
Цена I4 коп.

2-3-7

Цена 14 коп.

X
1A-1722

250 153

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00535397 6