# CIRCINI PROPORTIONALIS 4.

## *Proœmium.*

CIrcinus Proportionalis est instrumentum Mathematicum, cujus cruribus planis inscriptæ ac certâ ratione divisæ lineæ rectæ, solâ convenienti aperturâ, potiorum Geometricorum, aliorumq; ab his dependentium problematum solutionem expeditissimam & facillimam subministrant.

[Instrumentum hoc dicitur *Circinus* à figura, quippe ad figuram Circini manualis proximè accedit; Cum addito dicitur *Circinus Proportionalis*, tum ratione sui ipsius, quia omnes linearum partes in eo sunt proportionales, tum ratione eximij usus, quo suppeditat quæsita datis proportionalia.

Nomen autem Circini Proportionalis à Byrgio aliisq; tribuitur etiam alij instrumento, cujus caput est mobile, & crura acuminata; Sed de eo hic non laboramus.

Nostrum instrumentum vocatur aliàs Organon Analogicum, per excellentiam Instrumentum, clavis instrumentorum, Germanicè Schrägmaß / item Proportional-Circkel.]

*Ejus consideratur tum structura s. fabrica, tum usus* in duobus sequentibus libris.

## *Liber Primus*
## De
# FABRICA CIRCINI PROPORTIONALIS.

Ex Orychalco aliâve materiâ fabricentur duæ regulæ planæ, æquales, pro diversâ quantitate instrumenti vel majores vel minores, quæ clavo aliquo tereti in centro ita conjungantur, ut instar circini manualis, circa idem centrum uniformiter constringi & dilatari queant. Hæ regulæ inposterum dicentur crura instrumenti, quibus in utraq; facie inscribendæ sunt lineæ septē, ideoq; in universum quatuordecim, nempe

| | |
|---|---|
| 1. Linea Arithmetica | 7. L. Tetragonica |
| 2. L. Subtensarum | 8. L. Stereometrica |
| 3. L. Proportionis diam. ad Circumf. | 9. L. Inscriptionis corporum |
| 4. L. Sectionis proportionalis | 10. L. Cubatrix |
| 5. L. Divisionis Peripheriæ | 11. L. Metallorum |
| 6 L. Geometrica | 12. Pertica visoria |
| | 13. L. Fortificatoria |
| | 14. L. Musicalis. |

*Linea Arithmetica* constat partibus æqualibus, uti numerus constituitur ex unitatibus, usumq; habet in operationibus Arithmeticis. Certo respectu dicitur & Linea partium sive scala.

*Linea Subtensarum, sive Graduum Quadrantis* exhibet

hibet

hibet Subtensas singulorum graduum Quadrantis, vel quartæ partis circuli, ejusq; beneficio angulus optatæ quantitatis delineatur.

*Linea Proportionis diametri ad Circumferentiam* suggerit rationem seu proportionem, quam diameter & circumferentia alicujus circuli ad se invicem habent.

*Linea Sectionis Proportionalis* docet lineam rectam mediâ & extremâ ratione secare, ita ut Parallelogrammum â totâ lineâ & minore ejus segmento comprehensum, sit æquale Quadrato segmenti majoris.

*Linea Circularis sive Divisionis Peripheriæ* dividit lineam circularem in quotcunq; partes æquales, quibus mediantibus quævis figura regularis accuratè describi, circuloq; dato inscribi potest.

*Linea Geometrica* tradit proportiones figurarum planarum, quæ Geometriam stricte acceptam, id est, Planimetriam, ferè totam complectuntur.

*Linea Tetragonica* seu *Reductionis Planorum* commutat figuram planam regularē unam in aliam, servatâ tamen semper eadem areâ.

*Linea Stereometrica* vel *Cubica* largitur proportiones Corporum, quæ Stereometriæ debentur.

*Linea Inscriptionis corporum* docet, quâ ratione quinq; plana corpora regularia datæ sphæræ inscribi possint, ita ut singuli eorum anguli solidi concavum sphæræ attingant.

*Linea Cubatrix*, sive *Reductionis corporum regula-*



rium

*rium* commutat inter se corpora regularia, ita ut dati & quæsiti corporis eadem sit corpulentia, sive capacitas.

*Linea Metallorum* vel *Sphærarum æquiponderantium* docet proportionem magnitudinis & ponderis diversorum Metallorum, id est, si detur globus unius generis metalli, cujus pondus sit notum, inquirit quantus futurus sit ex alio metalli genere globus æquiponderans; & vice versa ex data quantitate globi elicit pondus.

*Pertica visoria* offert latus Cubi, capientis unum Cantharum Dorpatensem atq; inservit dimensioni omnium corporum tam planorum quàm gibborum juxta capacitatem in cantharis.

*Linea Fortificatoria* docet invenire lineas fortalitio extruendo idoneas, adeoq; maximum usum habet in arte Fortificatoria.

*Linea Musicalis* investigat tonos Musicales in testudine & Cithara, itemq; proportiones Campanarum & tibiarum in Organis Pneumaticis ut tonum optatum exprimant.

Ultra has 14. lineas possent aliæ 4. adhuc adhiberi, ut L. *divisionis rectæ, Linea Tangentium, Linea Astronomica, & pertica globorum tormentariorum*: Verum primæ lineæ vices supplet nobis linea Arithmetica. *Tangentes* una cum calculo hîc non adhibentur, & sicubi adhibendæ essent, tutius ex ipsis Tabulis Sinuum, Tangentium & Secantium depromuntur, quam ex hac linea quæ propter exilitatem instrumenti magnam numerorum molem

molem non capit. Idem etiam statuendum de lineâ *Astronomicâ*, si per eam Sinus investigentur; Sin Anguli sint describendi, sufficit linea Subtensarum. Tandem defectum *perticæ globorum tormentariorum* supplet linea metallorum, lineæ Stereometricæ juncta, uti suo loco patebit. Ne igitur spatia lineis interjecta, plus justo coarctentur, indeq; confusio in operationibus oriatur, placet posteriores lineas omittere, & priores 14. saltem in Circino Proportionali signare.

Inscriptio vero ipsa dictarum linearum perficitur tribus membris, utpote 1. Tabulis, singulorum punctorum distantiam à centro exprimentibus. 2. inventione veri centri in ipso Instrumento, & 3. generali modo inscribendi istas lineas è scalâ fundamentali, in mille particulas æquales distributâ. Hinc docet

## *Problema I.*

## Tabulam, divisioni lineæ Arithmeticæ inservientem, adornare.

Partes hujus lineæ Arithmeticæ, quia sunt æquales, possent quidem mechanicè è scalâ fundamentali, vel aliâ signari; Sed ejusmodi scalæ non semper sunt ad manus, numerusq; partium variat tùm respectu majoris vel minoris instrumenti, in quo describitur hæc linea; tum respectu usus uberioris; Quippe dividitur linea Arithmetica in partes vel 200. vel 250. vel 300.

 vel

vel 400. vel 500. si 1000. partes non conceduntur. Quò enim major assumitur numerus partium, vel quò plures partes statuuntur in eadem lineâ, eò præstantior etiam futurus est lineæ usus.

Pro diversa igitur quantitate instrumenti ex allatis numeris partium unus est eligendus, isq; citra subsidium scalæ obtinetur solo circino manuali, institutâ divisione primò totius lineæ, deinde singularum partium præcedentium in tot alias partes, quot unitatibus constant factores assumpti numeri, qui hoc loco eidem subjiciuntur, nempe

| Pro partib9 | 200. | 250. | 300. | 400. | 500. |
|---|---|---|---|---|---|
| divi- datur 1. linea tota in partes æquales | 4 | 5 | 3 | 4 | 4 |
| 2. earũ quælibet in alias | 5 | 5 | 4 | 4 | 5 |
| 3. rursus quælibet in | 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 4. quælibet iterum in | 2 | 2 | 5 | 5 | 5 |

Sic divisa erit linea Arithmetica in partes optatas.

Quilibet enim suprascriptus numerus ex continuâ multiplicatione quatuor illorum numerorum, sibi subjectorum, producitur, uti sequentia docent.



| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 3 | 4 | 4 |
| 5 | 5 | 4 | 4 | 5 |
| 20 | 25 | 12 | 16 | 20 |
| 5 | 5 | 5 | 5 | 5 |
| 100 | 125 | 60 | 80 | 100 |
| 2 | 2 | 5 | 5 | 5 |
| 200 | 250 | 300 | 400 | 500 |

## *Problema II.*

## Tabulam pro linea Subtensarum construere.

Numerus datorum graduum Quadrantis dimidietur, istiusq; dimidij assumatur Sinus. H.c iterum duplicetur, ut acquiratur chorda sive Subtensa, ac fiat argumentatio talis:

*1414.--- dant 1000.--- quid singulæ Subtensæ?*

Quartus enim proportionalis hoc modo inventus, est numerus tabularis quæsitus. E. g.

| Grad. | Dim. | Sin. | Subt. | N.T. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 0 30 | 873 | 1746 | 1414--1000--17--12. |
| 2 | 1 0 | 1745 | 3490 | 1414--1000--35--25. |
| 3 | 1 30 | 2618 | 5236 | 1414--1000--52--37. |
| 4 | 2 0 | 3490 | 6980 | 1414--1000--70--50. |
| 5 | 2 30 | 4362 | 8724 | 1414--1000--87--62. |

Idem processus si in reliquis etiam gradibus Quadrantis servetur, parata erit tabula sequens.

# Tabula pro lineâ Subtensarum.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 12,4 | 25 | 306,1 | 49 | 586,5 | 73 | 841,3 |
| 2 | 24,7 | 26 | 318,2 | 50 | 597,8 | 74 | 851,2 |
| 3 | 37,0 | 27 | 330,2 | 51 | 608,9 | 75 | 861,0 |
| 4 | 49,4 | 28 | 342,2 | 52 | 620,0 | 76 | 870,8 |
| 5 | 61,7 | 29 | 354,1 | 53 | 631,1 | 77 | 880,5 |
| 6 | 74,0 | 30 | 366,1 | 54 | 642,1 | 78 | 890,1 |
| 7 | 86,4 | 31 | 378,0 | 55 | 653,1 | 79 | 899,7 |
| 8 | 98,7 | 32 | 389,9 | 56 | 664,0 | 80 | 909,2 |
| 9 | 110,9 | 33 | 401,7 | 57 | 674,9 | 81 | 918,6 |
| 10 | 123,2 | 34 | 413,5 | 58 | 685,7 | 82 | 927,9 |
| 11 | 135,6 | 35 | 425,3 | 59 | 696,5 | 83 | 937,2 |
| 12 | 147,9 | 36 | 437,1 | 60 | 707,2 | 84 | 946,4 |
| 13 | 160,1 | 37 | 448,8 | 61 | 717,9 | 85 | 955,6 |
| 14 | 172,4 | 38 | 460,5 | 62 | 728,5 | 86 | 964,6 |
| 15 | 184,6 | 39 | 472,1 | 63 | 739,0 | 87 | 973,6 |
| 16 | 196,8 | 40 | 483,7 | 64 | 749,5 | 88 | 982,5 |
| 17 | 209,0 | 41 | 495,3 | 65 | 760,0 | 89 | 991,4 |
| 18 | 221,3 | 42 | 506,9 | 66 | 770,3 | 90 | 1000,0 |
| 19 | 233,4 | 43 | 518,4 | 67 | 780,6 | | |
| 20 | 245,1 | 44 | 529,9 | 68 | 791,0 | | |
| 21 | 257,8 | 45 | 541,2 | 69 | 801,0 | | |
| 22 | 269,9 | 46 | 552,7 | 70 | 811,4 | | |
| 23 | 282,0 | 47 | 564,0 | 71 | 821,4 | | |
| 24 | 294,1 | 48 | 575,3 | 72 | 831,4 | | |



In figuris enim typorum æneorum A 1. Numero 1. Quadrantis BC arcus BD sit 10. graduum. Dico puncti decimi numerum tabularem esse 123, 2.

Primò D. finis decimi gradus connectatur cum B initio Quadrantis, & arcus DEB bisecetur in E, sic bisecatur etiam subtensa DB ad angulos rectos in F. per 3. propos. lib. 3. Elem. Eucl. Hic quoniam DF & BF sunt Sinus arcuum DE, EB (quippe à termino arcuum perpendiculariter cadunt in radium AE) & utriusq; Sinus est 8716. Igitur idem Sinus bis sumptus, id est, duplicatus definit quantitatem Subtensæ BFD 17432. vel abjectis duabus ultimis notis 174.

Sed quia Subtensæ semper crescunt cum numero graduum, ita ut Subtensa 60. graduum radio sit æqualis, & sequentes eodem subinde majores, donec 90. graduum subtensa fiat 1414. qualium particularum radius AB est 1000. Radio autem isti scala fundamentalis numero partium æquatur; Igitur ne novâ scalâ in 1414. partes divisâ opus sit; omnes subtensæ convertuntur in alios numeros ejus proportionis, quam habent 1414. ad 1000. Hinc argumentamur:

Partes 1414. dant 1000. quot hoc loco dabunt 174. Partes? Quartus numerus proportionalis est 123,2. numerus tabularis decimi puncti quæsitus.

Eodemq; modo demonstrantur operationes omnium punctorum, mutatis saltem mutandis.

## *Problema III.*

# Tabulam proportionis Diametri ad circumferentiam circuli construere.

Proportio Diametri in circulo ad circumferentiam ejusdem, nondum accuratissimè est cognita; Ex inventis verò minoribus terminis Proportio Metiana (113. ad 355.) Archimedeæ (7. ad 22.) præfertur, ut veræ propior; Igitur assumptâ illâ, statuatur circumferentia scalæ fundamentali æqualis, hoc est, partium mille, & per Regulam Trium invenietur Diameter partium 318|3. (1) hac inductione calculi:

*Circumferētia dat Diametrū qualē dabit circūferētia data*

355 ——— 113 ——— 1000. Facit 318|3.

*Ubi notandum, quod ternarius, virgulam interjectam sequens, denotet fractionem, prioribus numeris accedentem, & oriatur ex residuo divisionis post adjectionem Cifræ juxta observ. 2. probl. 5. Rhabdologiæ meæ.*

*Summa enim ἀκρίβεια in calculo Tabularum est sectanda, si operationum certitudinem veneamur.*

## *Problema IV.*

# Tabulam lineæ proportionaliter dividendæ supputare.

Pro lubitu assumatur linea quædam, hoc loco 900. partium, talium, quales scala fundamentalis continet mille. Hæc ipsa dividatur mediâ & extremâ ratione numeris, ad imitationem praxis Geometricæ à Clavio ad propos. 11. lib. 2. Elem. Eucl. traditæ, scilicet à summa Quadratorum lineæ totius & dimidiæ Radicem quadratam extrahendo (per probl. 7. Rhabdol. meæ) & ab hac dimidiam lineam auferendo. Residuum enim erit numerus segmenti majoris 556. Nam

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Linea tota 900 | | dimidia 450 | | □ tot. 810000. |
| in se ducta 9 | 00 | | 45 0 | □ dim. 225000. |
| dat □ | 810000 | □ | 202500 | Summa 1012500 |

1012500 (1006. Radix □. Ab hac 1006. subtrahatur dimidia linea data 450. & remanebit Segmentum majus 556.

## *Ratio operationis hæc est. fig. A 1. Num. 4.*

Quoniam Clavius datæ rectæ, hoc loco AB. perpendicularem jungit AC ipsi datæ æqualem, ex ejusq; medio puncto D educit radium DB, qui in continuatâ AC segmentum majus AE abscindit: Igitur in Triangulo ABD (rectangulo ad A per structuram) ut inveniatur DB per 47. propos. lib. 1. Eucl. quadrata totius datæ AB & dimidiæ AD sunt addenda, eorumq; Summæ Radix quadrata exhibet quantitatem lineæ DB. At huic DB per structuram æquatur DE & pars ejus AE est segmentum majus, DA verò est dimidiæ datæ æqualis. Igitur si à radice sive linea DE 1006. subtrahatur numerus dimidiæ datæ 450. remanet numerus segmenti majoris 556.

Pro-

*Problema V.*

# Tabulam divisionis Peripheriæ adornare.

Per numerum requisitarum partium dividatur integer circulus, id est, 360. gradus. Quotientis autem dimidij Sinus duplicetur ac dicatur: ut 1732, --- ad 1000. --- ita Sinus duplicatus --- ad numerum tabulæ quæsitum.

Exempli gratiâ quærendus sit numerus septimæ partis Circuli, vel septimi puncti? Divisis igitur 360. gr. per 7. quotus oritur 51. grad. 26. min. cujus dimidij 25. grad. 43. min. sinus est 43392. duplicatus 86784. Hoc invento argumentor:

Ut 1732, --- ad 1000 - - ita 867, 8 -- ad 501, 1. numerum septimi puncti quæsitum.

## *Fundamentum hoc est:*

Typorum cupreorum A 1. Num. 4. arcus CDB sit Peripheriæ, ex A centro descriptæ, pars septima. Quæritur ejus Subtensa CEB? Bisecetur arcus CB per rectam AD vi prop. 30. lib. 3. Eucl. Hîc quoniam recta AD bisecat etiam Subtensam CEB; rectè eam secat per 3. propos. lib. 3. Eucl. vel elem. 7. lib. 15. Geom. Rami. Est igitur recta EB sinus arcus BD, & recta CE est sinus arcus CD.

At verò DB est hoc loco 25. grad. 43. min. ejusq; Sinus EB est 43392. partium, qualium AB vel AD radius est 100000. Ergo ille duplicatus definit chordam sive latus Septanguli BEC, 86784. vel ad minorem radium 867, 8. abjectis utrinq; duabus notis postremis.

In hoc numero Georgius Galgemair & alij subsistunt, ideoq; vel peripheriam in pauciores quam sex partes non dividunt, hoc est, figuras planas sexangulo priores, utpote *Triangulum, Quadratum & Pentagonum, penitùs negligunt*, vel *novam scalam fundamentalem partium 1732.* loco prioris, in 1000. partes divisæ, *assumere coguntur*; quippe latera dictarum trium figurarum sunt radio majora, & juxta ductum præcepti invenitur primæ figuræ planæ, nempe Trianguli, latus 1732. partium. Frequentissimè tamen occurrunt hæ tres figuræ: Igitur ut non solùm retineantur, verum etiam ex priori scalâ fundamentali, in 1000. non in 1732. partes distinctâ, Instrumento inscribantur; *inventus* numerus hoc loco 867, 8 *revocatur in alium* ejus proportionis, quam habent 1732. ad 1000. id est, latus inscribendum maximum ad scalam priorem. Hinc oritur argumentatio:

Ut 1732, 0 -- ad 1000, 0 -- ita Subtensa data 867, 8 -- ad 501, 1. numerum tabularem septimi puncti quæsitum. Simili inductione calculi construitur tota tabula sequens.

Tabu-

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 3 | 1000,0 | 27 | 133,9 | 51 | 71,0 |
| 4 | 816,4 | 28 | 129,3 | 52 | 69,9 |
| 5 | 678,7 | 29 | 124,7 | 53 | 68,7 |
| 6 | 577,3 | 30 | 120,7 | 54 | 67,0 |
| 7 | 501,1 | 31 | 116,6 | 55 | 65,8 |
| 8 | 441,7 | 32 | 113,2 | 56 | 64,6 |
| 9 | 394,9 | 33 | 109,7 | 57 | 63,5 |
| 10 | 356,8 | 34 | 106,2 | 58 | 62,4 |
| 11 | 325,6 | 35 | 103,4 | 59 | 61,8 |
| 12 | 299,1 | 36 | 100,5 | 60 | 60,6 |
| 13 | 276,5 | 37 | 98,1 | 61 | 59,5 |
| 14 | 256,9 | 38 | 95,3 | 62 | 58,3 |
| 15 | 240,2 | 39 | 93,0 | 63 | 57,7 |
| 16 | 225,2 | 40 | 90,6 | 64 | 56,6 |
| 17 | 211,9 | 41 | 88,3 | 65 | 56,0 |
| 18 | 200,3 | 42 | 86,0 | 66 | 54,8 |
| 19 | 190,0 | 43 | 84,3 | 67 | 54,3 |
| 20 | 180,7 | 44 | 83,1 | 70 | 52,0 |
| 21 | 172,0 | 45 | 80,8 | 75 | 48,5 |
| 22 | 164,5 | 46 | 79,1 | 80 | 45,6 |
| 23 | 157,0 | 47 | 77,3 | 85 | 42,7 |
| 24 | 150,7 | 48 | 75,6 | 90 | 40,4 |
| 25 | 144,9 | 49 | 73,9 | 95 | 38,1 |
| 26 | 139,1 | 50 | 72,8 | 100 | 36,4 |



## *Problema VI.*

# Tabulam pro punctis lineæ Geometricæ construere.

Assumatur numerus vel 1000. vel saltem 100. & in seipsum ducatur; qui vero oritur quadratus juxta naturalem figurarum seriem multiplicetur seorsim per 1. 2. 3. 4. 5. &c. usq; ad 100. & ex singulis productis extrahatur radix quadrata: Hæc ipsa indicat puncti primi, secundi, tertij, quarti, quinti &c. distantiam à centro instrumenti quæsitam. E. g.

Assumptus 1000
in se ductus 1 000

facit □ 1000000. qui porro multiplicatur

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1000000 | 1000000 | 1000000 | 1000000 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 |
| | 1000000 | 2000000 | 3000000 | 4000000 |
| R. □ | 1000. | 1414 | 1732 | 2000 |

### *Fundamentum istius operationis hoc est:*

Linea Geometrica inservit potissimum planis similibus certâ ratione augendis vel minuendis. Cumq; hæc duplicem habeant dimensionem, scilicet juxta longitudinem & latitudinem; habent etiam duplicatam rationem homologorum laterum, per el. 1. lib. 6. Geom. Rami. Numerus igitur loco lineæ AB fig. A 1. num. 5. *assumptus in se ipsum ducitur*, ut fiat quadratus & rationi indicandæ aptus.

Deinde quemadmodum in Quadrati, rell
quas figuras planas quasi mensurantis multipli
catione geometricâ, sive auctione sub quavi
multiplici proportione æquali per 47. prop. lib
1. Eucl. ex quadrati AB & æqualis AC addition
emergit quadratum BC vel AD, prioris AB du
plum. Et ex additione dupli AD ad idem qua
dratum AB oritur hujus triplum DB seu EA
Itemq; ex triplo EA & quadrato AB fit hujus
quadruplum quadratum EB sive AF & sic conse
quenter: Ita in numeris, per naturalem multi
plicantium seriem dum unitas his subinde add
tur, semper quadrato præcedenti additur pr
mum quadratum AB. Cifræ enim in fine adhæ
rentes quia summæ mutationem non inducun
plane negliguntur. Hinc quando e. g.

| | |
|---|---|
| multiplicantur | 1000000 |
| per multiplicantem | 2 |
| unde factus | 2000000 |
| idem est ac si quadrato primi puncti | 1000000 |
| addatur primum quadratum AB | 1000000 |
| quippe summa priori facto æquatur | 2000000 |

Omnes verò numeri producti induunt na
turam multiplicandi, id est, sunt *quadrati*; ergo
*radix quadrata* ex iis est *extrahenda*; ut innotescat
latus singulorum multiplicium quadratorum,
sive *singulorum punctorum distantia* à centro quæsita.
Istæ verò distantiæ colliguntur in tabula sub
sequente.

*Tabu-*

## *Tabula Lineæ Geometricæ.*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 100,0 | 26 | 509,9 | 51 | 714,8 | 76 | 871,8 |
| 2 | 141,4 | 27 | 519,6 | 52 | 721,1 | 77 | 877,6 |
| 3 | 173,2 | 28 | 529,1 | 53 | 728,0 | 78 | 883,1 |
| 4 | 200,0 | 29 | 538,5 | 54 | 735,5 | 79 | 888,8 |
| 5 | 223,6 | 30 | 547,7 | 55 | 741,6 | 80 | 894,4 |
| 6 | 244,9 | 31 | 556,7 | 56 | 748,3 | 81 | 900,0 |
| 7 | 264,6 | 32 | 565,7 | 57 | 755,0 | 82 | 905,5 |
| 8 | 282,8 | 33 | 574,4 | 58 | 761,5 | 83 | 911,0 |
| 9 | 300,0 | 34 | 583,1 | 59 | 768,1 | 84 | 916,5 |
| 10 | 316,2 | 35 | 591,6 | 60 | 774,6 | 85 | 921,9 |
| 11 | 331,6 | 36 | 600,0 | 61 | 781,0 | 86 | 927,3 |
| 12 | 346,4 | 37 | 608,2 | 62 | 787,4 | 87 | 932,7 |
| 13 | 360,5 | 38 | 616,4 | 63 | 793,7 | 88 | 938,1 |
| 14 | 374,1 | 39 | 624,4 | 64 | 800,0 | 89 | 943,4 |
| 15 | 387,2 | 40 | 632,4 | 65 | 806,2 | 90 | 948,7 |
| 16 | 400,0 | 41 | 640,3 | 66 | 812,4 | 91 | 953,9 |
| 17 | 412,3 | 42 | 648,0 | 67 | 818,5 | 92 | 959,2 |
| 18 | 424,2 | 43 | 655,7 | 68 | 824,6 | 93 | 964,4 |
| 19 | 435,9 | 44 | 663,3 | 69 | 830,2 | 94 | 969,5 |
| 20 | 447,2 | 45 | 670,8 | 70 | 836,7 | 95 | 974,7 |
| 21 | 458,2 | 46 | 678,2 | 71 | 842,1 | 96 | 979,8 |
| 22 | 469,0 | 47 | 685,6 | 72 | 848,5 | 97 | 984,9 |
| 23 | 479,6 | 48 | 692,8 | 73 | 854,4 | 98 | 989,9 |
| 24 | 489,9 | 49 | 700,0 | 74 | 860,2 | 99 | 995,0 |
| 25 | 500,0 | 50 | 707,1 | 75 | 866,0 | 100 | 1000,0 |



*Pro-*

## Problema VII.

# Lineæ Tetragonicæ Tabulam contruere.

Triangulum uti est prima figura planorum recti lineorum, juxta coroll. 1. elem. 6. lib. 6. Geom. Rami; ita inter figuras planas regulares primum meritò locum sibi vendicat Triangulum æquilaterum. Hujus igitur latus assumitur scalæ fundamentali æquale, id est, particularum mille, & ex eo investigantur latera reliquarum figurarum regularium, ipsi æqualium; aliter tamen obtinetur latus Quadrati, aliter circuli, aliter Multangulorum, uti ex sequentibus patebit.

## I. Pro latere Quadrati, assumpto *Triangulo æqualis.*

Quoniam assumpti Trianguli æquilateri ABC *fig cupr. A 1 num 6.* latus quodvis est 1000. per thesin, & angulus quilibet valet duas tertias recti, hoc est, 60. gradus, per coroll. 3. elem. 10. lib. 6. Geom. Rami: Inveniatur area ejusdem per ultimum problema Trigonometriæ planorum Metij pag m. 108. Arithm. argumentando: *Ut Radius ad plani, à cruribus facti, dimidium; ita Sinus anguli dati ad aream optatam.*

| | | |
|---|---|---|
| Latus | AB | 1000 |
| | AC | 1 000 |
| Planus crurum | | 1000000. |
| Dimidium plani | | 500000. |

Rad. dim. plani BAC 60. gr. Sin. Area △i ABC
100000-- 50000 ----- 86603------- 433015

Huic vero æqualis ponitur area Quadrati CD *fig. A 1. num. 7.* Ergo ex hoc numero 433015. extrahatur Radix quadrata; ea est latus Quadrati CD, dato △o ABC æqualis.

433015000 0 (658,04 R. □ & lat9 Quadrati CD.

## II. Pro diametro circuli, dato △o *ABC æqualis.*

Area Circuli FIG *figur. A 1. num 8.* iterum æquatur areæ Trianguli ABC. Igitur dicatur per conversam coroll. 2. elem. 2. lib. 19. Geomet. Rami.

*Ut 11 -- ad 14 -- sic area circularis data 433015 --- ad FH quadratum diametri 551110.* Hujus enim Radix quadrata est GH vel FG optata diameter circuli FIG, dato △o ABC æqualis.

551110000 0 (742,37 Rad. □ & diameter FG.

## III. Pro lateribus reliquorum *Multangulorum.*

Area Multangulorum singulorum hîc semper æquatur areæ △i ABC *num. 6.* propositi: Multangula vero ex centro eorum ductis lineis rectis sive radiis in omnes angulos resolvuntur in tot Triangula, quot lateribus comprehenduntur. Igitur

1. Area data 433015. dividatur per numerum laterum optati Multanguli; sic prodit area singu-

ſingulorum particularium Triangulorum, in qua
Multangulum è centro eſt reſolutum. Ut in
Pentagono BCDEF *fig. A 1. num. 9.* (*vel 10.* majoris
evidentiæ gratiâ)

Si area data 433015 ( 86603. hic Quotus eſt area
dividatur per 5
particularis Trianguli ABC cui reliqua, Pentagonum componentia, æquantur ſub *num. 9. vel 10.*

2. Integer circulus, cui Multangulum inſcriptum concipitur, & qui conſtat 360. gradibus; dividatur per eundem numerum laterum optati Multanguli. Sic Quotus exhibebit angulum centri BAC.

Ut in Pentagono 360 ( 72. gr. BAC anguli
5
centri quæſitus.

3. Triangulum ABC eſt æquicrurum, cum latera AB, AC, *tanquam radij* æquentur per coroll. poſtul. 3. elem. 5. lib. 5. Geom. Rami. ejusq; area ex præcedentibus datur 86603. Igitur per inverſionem rationum proportionis Metianæ, ſuperiùs Num. 1. citatæ invenitur dimidius planum crurum AB, AC argumentando:

*Ut Sinus anguli centri - ad aream Trianguli particularis: - Sic Sinus totus - ad dimidium plani crurum.*

Hic numerus inventus duplicetur, ut innoteſcat planus crurum, ſive numerus ex laterum AB, multiplicatione in ſe productus. At crura AB, AC ſunt æqualia; Ergo ex eorum plano extrahatur Radix quadrata. Hæc ipſa definiet quantitatem radij AB in Multangulo dato. Ut in Pentagono anguli in centro

BAC 72. gr. Sin. area ABC Sin. tot. dimid. plani
95106 ——— 86603 - - 100000 - - - - - 91059.
duplicatum 182118

1821180000 ( 426,75 R. □ eſt AB radius quæſitus.

4. Ex A centro demittatur perpendicularis AG, quæ biſecabit tam angulum BAC, quàm baſin BC per Clavij theor. 1. propoſ. 26. lib. 1. Eucl. annexum, & diſlocabit particulare Triangulum ABC in duo alia △a, rectangula ad G per def. 10. & 26. lib. 1. Eucl. In alterutro igitur eorum, *h. l.* GAB. ex cognitis duobus angulis, nempe A, dimidio angulo centri, & G recto, una cum latere AB, inveſtigatur latus BG per conſectar. 1. axiom. 2. lib. 3. Trigonom. Pitiſci argumentando:

*Ut Sinus BGA 90. grad. ad AB latus Num. 3. inventum, ita ſinus GAB, dimidij anguli in centro, ad BG* dimidium latus Multanguli; quod ſi duplicetur, emergit latus quæſitum Multanguli, aſſumpto Triangulo ABC *Num 6.* æqualis. Ut

In Pentagono angulus centri BAC erat 72. gr. Igitur ejus dimidium, angulus GAB eſt 36. gr. Præterea angulus AGB eſt rectus propter perpendiculum & latus AB erat 426,75. Hinc

AGB 90. gr. Sin. AB GAB 36. gr. Sin. GB
100000 - - - - - 426,75 - - - 58778 - - 250,84.

Ergo lat9 Pentagoni, dato △o æqualis, eſt 501,68.



Simi-

Similis inductio calculi est etiam in reliqui

Multangulis; unde hæc emergit

*Tabula Tetragonica.*

| Mult. | Lat. | Mult | Lat. |
|---|---|---|---|
| 3 | 1000,00 | 11 | 215,02 |
| ⊙ | 742,37 | 12 | 196,66 |
| 4 | 658,04 | 13 | 181,22 |
| | | 14 | 168,04 |
| 5 | 501,68 | | |
| 6 | 408,25 | 15 | 156,67 |
| ⊙ | 371,19 | 16 | 146,74 |
| 7 | 345,19 | 17 | 138,00 |
| 8 | 299,47 | 18 | 130,26 |
| 9 | 264,66 | 19 | 123,34 |
| 10 | 237,23 | 20 | 117,12 |

## *Problema VIII.*

## Tabulam pro punctis lineæ Stereometricæ adornare.

Assumatur iterum huic negotio convenien numerus, qualis vel 100. vel 1000. atq; ducatu primo in seipsum, deinde in suum Quadratum ut acquiratur cubus. Hic eodem modo, ut Quadratus in problemate sexto multiplicetu juxta ordinem per 1. 2. 3. 4. 5. &c. usq; ad 12 Ex singulis vero productis extrahatur *Radix Cubica* per probl.8. Rhabdologiæ meæ: *Ea duplica*

*ta de*

*ta* determinabit sui puncti distantiam à centro in partibus scalæ fundamentalis.

E.g. Assumamus 1000. Hic numerus in se-

ductus 1 000

dat Quadratum 1000000 qui denuo multipli-

catus per 1 000

producit cubum 1000000000. multiplicandum

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1000000000 | 1000000000 | 1000000000 |
| per | 1 | 2 | 3 |
| | 1000000000 | 2000000000 | 3000000000 |
| cujus Radix | 100,0 | 126,0 | 144,2 |
| duplicata | 200,0 | 252,0 | 288,4 |
| est numerus puncti | I. | secundi | tertij. |

Idem processus si continuetur in reliquis punctis, absolvetur tota tabula sequens.

*Tabula lineæ Stereometricæ.*

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 200,0 | 13 | 470,2 | 25 | 584,8 | 37 | 666,4 |
| 2 | 252,0 | 14 | 482,0 | 26 | 592,4 | 38 | 672,4 |
| 3 | 288,4 | 15 | 493,2 | 27 | 600,0 | 39 | 678,2 |
| 4 | 317,4 | 16 | 504,0 | 28 | 607,4 | 40 | 684,0 |
| 5 | 342,0 | 17 | 514,2 | 29 | 614,4 | 41 | 689,6 |
| 6 | 363,4 | 18 | 524,2 | 30 | 621,4 | 42 | 695,2 |
| 7 | 382,6 | 19 | 533,6 | 31 | 628,2 | 43 | 700,6 |
| 8 | 400,0 | 20 | 542,8 | 32 | 635,0 | 44 | 706,0 |
| 9 | 416,0 | 21 | 551,8 | 33 | 641,6 | 45 | 711,4 |
| 10 | 430,8 | 22 | 560,4 | 34 | 648,0 | 46 | 716,6 |
| 11 | 444,8 | 23 | 568,8 | 35 | 654,2 | 47 | 721,8 |
| 12 | 457,8 | 24 | 576,8 | 36 | 660,4 | 48 | 726,8 |

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 49 | 731,8 | 70 | 824,2 | 91 | 899,6 | 112 | 964,0 |
| 50 | 736,8 | 71 | 828,2 | 92 | 902,8 | 113 | 967,0 |
| 51 | 741,6 | 72 | 832,0 | 93 | 906,[illegible] | 114 | 969,0 |
| 52 | 746,4 | 73 | 835,8 | 94 | 909,4 | 115 | 972,6 |
| 53 | 751,2 | 74 | 839,0 | 95 | 912,6 | 116 | 975,4 |
| 54 | 756,0 | 75 | 843,4 | 96 | 915,8 | 117 | 978,2 |
| 55 | 760,6 | 76 | 847,0 | 97 | 919,0 | 118 | 981,0 |
| 56 | 765,2 | 77 | 850,8 | 98 | 922,0 | 119 | 983,8 |
| 57 | 769,6 | 78 | 854,6 | 99 | 925,2 | 120 | 986,4 |
| 58 | 774,2 | 79 | 858,2 | 100 | 928,4 | 121 | 989,2 |
| 59 | 778,6 | 80 | 861,8 | 101 | 931,4 | 122 | 992,0 |
| 60 | 783,0 | 81 | 865,4 | 102 | 934,4 | 123 | 994,6 |
| 61 | 787,2 | 82 | 869,0 | 103 | 937,4 | 124 | 997,4 |
| 62 | 791,6 | 83 | 872,4 | 104 | 940,6 | 125 | 1000,0 |
| 63 | 795,8 | 84 | 876,0 | 105 | 943,6 | | |
| 64 | 800,0 | 85 | 879,4 | 106 | 946,6 | | |
| 65 | 804,2 | 86 | 882,8 | 107 | 949,4 | | |
| 66 | 808,2 | 87 | 886,2 | 108 | 952,4 | | |
| 67 | 812,4 | 88 | 889,6 | 109 | 955,4 | | |
| 68 | 816,4 | 89 | 893,0 | 110 | 958,2 | | |
| 69 | 820,4 | 90 | 896,2 | 111 | 961,2 | | |

## *Fundamentum Tabulæ Stereometricæ.*

Linea Stereometrica continet mensuras corporum, sive solidorum similium. Ea vero habent triplicatam rationem homologorum laterum per elem. 7. lib. 22. Geom. Rami, id est, *sunt inter se ut cubi homologorum laterum.* Igitur ut mensuræ sint cognomines magnitudinibus mensurandis juxta Ax. 1. cap. 1. Geodæsiæ Mety; assumptus numerus 100. vel 1000. *convertitur in suum cubum*, qui simul arguit corpulentiam primi solidi sive Cubi. Hæc ipsa cum bis contineatur in simili corpore primi duplo, ter in triplo, quater in quadruplo &c. utiq; per 2. 3. 4. &c. est multiplicanda, & producti Radix cubica est latus quæsitum corporis dupli, tripli, quadrupli &c.

Inventæ autem Radices porro duplicantur has ob causas. (1.) ut puncta lineæ Stereometricæ per priorem scalam, in 1000. particulas distributam, signari possint, eaq; (2.) totam lineam, non aliquam solummodo ejus partem, occupent. (3.) Puncta 125. usui etiam sufficiunt; dum in cubo, cujus hoc loco Radix est quinarius, subsistendum censemus; nec est opus ut eorum numerus ad 250. extendatur, præsertim (4.) cum exigua jam sit assumptorum punctorum intercapedo, quæ cum fructu coarctari amplius nequit.

## *Problema IX.*

## Latera corporum regularium eidem sphæræ inscribendorum indagare.

Corpora regularia plana sunt quinq;, videlicet Tetraëdrum, cubus, Octaëdrum, Dodecaëdrum

drum & Icosaëdrum. Horum eidem sphæræ inscribendorum, latera Geometricè investigat Euclides prop. 18. lib. 13. Nos verò Euclidis ductum secuturi, laterum quantitatem, ibi inventam, hoc loco numeris definiemus, positâ diametro sphæræ 1000. particularum. Hinc

## 1. *Pro latere Tetraëdri.*

Si sphæræ diameter, qualis AB fig. A 1. num. 11. dividatur in tres partes æquales per C & H: ex demonstratione Euclideâ patet perpendicularem CD à C in contactum peripheriæ eductam, determinare DB latus Tetraëdri inscribendi; & sphæræ diametrum AB potentiâ esse sesquialteram lateris DB.

Quoniam verò dictæ rationis termini minimi sunt 3. 2. diametriq; AB 1000 potentia ejus Quadratum 1000000 per coroll. 2. el. 1. lib. 12. Geom. Rami. Ergo

*Ut 3 - ad 2 - sic* □ *AB 1000000 - ad* □ *DB 666666.* cujus Radix quadrata 816, 50 est DB latus Tetraëdri quæsitum.

## 2. *Pro latere Octaëdri.*

A centro E *fig. A 1. num. 12.* ductâ perpendiculari EF cum sphæræ diameter AB potentiâ sit dupla lateris Octaëdri FA: hujusq; rationis termini minimi sive Radices sint 2. 1. igitur priori modo argumentamur:

*Ut 2 - ad 1 - sic* □ *AD 1000000 - ad* □ *FA 500000.* Hujus enim Radix quadrata 707, 10 ostendit FA latus Octaëdri quæsitum.

3. Pro

## 3. *Pro latere Cubi.*

Quia Perpendicularis CD ex C tertiâ parte diametri sphæræ AB *Num. 13.* erecta, definit quantitatem lateris Cubi AD, & illa AB potentiâ est tripla ipsius AD. Erit igitur

*Ut 3 - ad 1 - sic* □ *AB 1000000 - ad* □ *AD 333333.* cujus Radix quadrata 577, 35 similiter indicat AD latus Cubi, sphæræ datæ inscribendi.

## 4. *Pro latere Icosaëdri.*

Quoniam sphæræ *Num. 14.* Diameter AB potentiâ est quintupla Semidiametri BH circuli quinq; latera Icosaedri ambientis: Huic autem circulo inscripti Pentagoni latus BI æquatur lateri Icosaedri datæ sphæræ inscribendi: Igitur primò quæratur Radius BH dicendo.

*Ut 5 - ad 1 - sic* □ *AB 1000000 - ad* □ *BH 200000.* Radix enim quadrata 447, 2 prodit radium BH. Deinde per rationem radij ad latus Pentagoni inscribendi, superiùs probl. 5. inventam dicatur:

*Ut Radius 1000, 0 ad latus sui Pentagoni 1175, 6 ita Radius BH 447, 2 - ad BI 525, 73* quod est latus Icosaedri, datæ sphæræ inscribendi quæsitum.

## 5. *Pro latere Dodecaëdri.*

Euclides itidem demonstrat citato loco, si latus cubi jamjam inventum, videlicet *AD 577, 35.* secetur mediâ & extremâ ratione, uti fit *Num. 16.* in F. tum majus segmentum DF esse latus Dodecaëdri in eadem sphærâ descripti.

At hujusmodi Sectionis proportionalis numeri superiùs probl. 4. inventi sunt 900, 0 & 556, 2. Igitur argumentamur:

Ut linea 900, 0 partium proportionaliter dividenda -- ad suum segmentum majus 556, 2 -- ita linea AD 577, 35 -- ad DF 356, 80. quod est latus Dodecaëdri quæsitum.

Atq; sic inventa sunt omnia latera corporum regularium eidem sphæræ inscribendorum, unde hæc

## *Tabula Inscriptionis Corporum.*

| | | |
|---|---|---|
| Axis | Sphæræ | 1000, 00 |
| Latus | Tetraëdri | 816, 50 |
| | Octaëdri | 707, 10 |
| | Cubi | 577, 35 |
| | Icosaëdri | 525, 73 |
| | Dodecaëdri | 356, 80 |

## *Problema X.*

## Tabulam Reductionis corporum regularium construere.

Compendij gratiâ placet hac vice insistere vestigiis Metij Geom. cap. 14. præc. 18. pag. m. 120. 121. Ponimus igitur cum illo latus *Cubi* particularum 10000, unde latera reliquorum corporum regularium, cubo huic æqualium, eruuntur sequenti modo:

1. *Pro*

### 1. *Pro latere æqualis Tetraëdri.*

Inter latus Cubi 10000 ejusq; duplum 20000, quæratur medium proportionale 1414, 2 per cap. 5. lib. 2. *Arithm.* Metij *multiplicando data latera in se & ex producto Radicem quadratam extrahendo.* Deinde huic medio proportionali 1414, 2 ejusq; triplo 4242, 6 quæratur præcedens duorum mediorum proportionalium, *duos hosce numeros inter se multiplicando, & productum rursus per datum minorem; atq; ex hoc facto Radicem Cubicam extrahendo.* Sic prodibit latus *Tetraëdri* 2039, 6 dato Cubo æqualis.

### 2. *Pro latere Octaëdri.*

Inter latus Tetraëdri 2039, 6 ejusq; dimidium 1019, 8 quæratur, dicto jam modo, duorum mediorum proportionalium minus 1284, 8. hoc est latus *Octaëdri*, assumpto Cubo æqualis.

### 3. *Pro latere Icosaëdri.*

Inventum latus Octaëdri 1284, 8 secetur mediâ & extremâ ratione per probl. 4. Segmentum minus autem 490, 8 quadretur, & hujus quadrati 24088464 duplicati 48176928 Radix quadrata 694, 1 est *inventum primum.*

*Secundò* inter hoc inventum primum 694, 1. ejusq; quintuplum 3470, 5 quæratur medium proportionale 1552, 1 illud est *inventum secundum.*

*Tertiò* inter latus Octaëdri 1284, 8 ejusq; duplum 2569, 6 quæratur medium proportionale 1816, 9. quod est *inventum tertium.*

*Quartò*

*Quartò* invento secundo 1552, 1 & tertio 1816, 9 quæratur tertius numerus continuè proportionalis è propos. 20. lib. 7. Eucl. taliter argumentando.

Ut 1552, 1 -- ad 1816, 9 -- sic 1816, 9 -- ad 2126, 9 eritq; *inventum quartum.*

*Quintò* invento secundo, quarto & primo quæratur aliud proportionale dicendo.

Ut 1552, 1 -- ad 2126, 9 -- ita 694, 1 -- ad 951, 2 quod est *inventum quintum.*

Tandem inter inventum primum 694, 1 & hoc quintum 951, 2 quæratur præcedens duorum mediorum proportionalium, nempe 770, 9 illud est *Icosaedri*, dato Cubo æqualis, latus optatum.

## 4. Pro latere Dodecaëdri.

Juxta probl. 5. quæratur latus Trianguli æquilateri 1732, 06 circulo, cujus Radius 1000, 00 inscribendi, itemq; latus Pentagoni regularis 1175, 58 unà cum anguli in centro 72. gr. Sinu 951, 06 qui duplicetur 1902, 12.

Ex hisce datis porro fiat argumentatio triplex:

1. Ut latus Trianguli æquilateri 1732, 06 - ad latus Icosaëdri 770, 9 - ita latus Pentagoni 1175, 58 - ad 523, 2 *inventum primum.*

2. Ut latus Trianguli æquilateri 1732, 06 -- ad latus Icosaedri 770, 9 -- ita Sinus anguli centri duplicatus 1902, 12 -- ad 846, 5 *inventum secundum.*

3. Ut inventum secundum 846, 5 -- ad latus Icosaëdri 770, 9 -- ita inventum primum 523, 2 ad 476, 5 *inventum tertium.*

Tandem inter inventum primum 523, 2 & tertium 476, 5 duorum mediorum proportionalium numerus præcedens 507, 1 definit latus *Dodecaëdri*, dato Cubo æqualis.

## 5. Pro axi Sphæræ.

*Primò* dicatur: ut 11 -- ad 14 -- sic quadratum dati cubi 100000000 - ad quadratum 127272727.

*Deinde* inter hujus Quadrati Radicem quadratam 1128, 1 ejusq; triplum 3384, 3 quæratur media proportionalis 1953, 9 cujus semissis est 976, 95 quadrans 488, 47.

*Tertiò* instituatur argumentatio talis:

Ut quadrans mediæ proportionalis 488, 47 -- ad 10000. ita semissis ejusdem 976, 95 -- ad 20000.

*Quarto* inter duo hæc extrema 976, 95 & 20000. duorum mediorum proportionalium ordine primum 1240, 4 est *axis sphæræ* dato cubo æqualis.

## 6. Pro inventorum laterum proportione ad latus Tetraëdri 10000.

Hactenus inventa sunt latera corporum regularium æqualium in particulis talibus, qualibus cubi propositi latus constat 10000. Quoniam verò quorundam corporum latera hunc numerum, & per consequens scalam fundamentalem excedunt: præstat Tetraedrum, cujus latus omnium est maximum; statuere 10000. partium, atq;

atq; ita reliquorum laterum proportionem investigare per Regulam Trium dicendo:

Ut latus Tetraëdri inventum 2039, 6 .. ad assumptum 1000, 0.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ita latus | Octaëdri | 1284, 8 | ad | 629, 93 |
| | Sphæræ | 1240, 4 | | 608, 11 |
| | Cubi | 1000, 0 | | 490, 29 |
| | Icosaëdri | 770, 9 | | 377, 96 |
| | Dodecaëdri | 507, 1 | | 248, 63 |

Hinc

## *Tabula Reductionis Corporum Reg.*

| | |
|---|---|
| Tetraëdri | 1000,00 |
| Octaëdri | 629,93 |
| Sphæræ | 608,11 |
| Cubi | 490,29 |
| Icosaëdri | 377,96 |
| Dodecaëdri | 248,63 |

## *Problema XI.*

### Tabulam sphærarum æquiponderantium è septem Metallorum generibus exhibere.

Sphærarum æquiponderantium proportio solidis non ita nititur fundamentis, sed autoritate & experientiâ præstantissimorum Mathematicorum atq; Mechanicorum, qui eam in septem Metallorum generibus, diversam plerunq; invenerunt duplici potissimum via, nempe vel liquefactorum infusione in idem receptaculum, vel candentium conversione in fila, de quibus vid Bramerus von Theilung der Mathematischen Instrumenten cap. 6. Cum vero praxis illa sit prolixa, sumptuosa & difficultatibus obnoxia; potius hac vice seligamus proportionem à Metio inventam, & ex illius Regulæ Proportionalis probl. 31. in sequenti Tabula expressam.

## *Diametri sphærarum æquiponderantium.*

| | |
|---|---|
| ♂ Ferrum | 1000 |
| ♃ Stannum Anglicanum | 995 |
| ♃ Stannum vulgare | 975 |
| ♀ Cuprum | 940 |
| ☽ Argentum | 903 |
| ♄ Plumbum | 870 |
| ☿ Argentum vivum | 785 |
| ☉ Aurum | 743 |

## *Problema XII.*

### Perticæ visoriæ mensuram fundamentalem investigare.

In vas aliquod, figuram Cubi vel Parallelepipedi oblongi exactè referens, & ad horizontis æquilibrium positum, infundantur Canthari aquæ vel 8. vel 27. vel 64. &c. in cubicis semper nume-

numeris. Deinde hæc altitudo aquæ, Parallelepipediq; basis mensurentur per scalam aliquam liberè assumptam, vel etiam per Lineam Arithmeticam, quoties opus est, repetitam. Porro inter baseos latus quadratum (quod media proportionalis inter longitudinem ac latitudinem basis indicat, si figura ejus sit Parallelogrammum oblongum) & inter altitudinem aquæ per cap. 5. lib. 2. Arithm. Metij pag. m. 87. investigetur duarum mediarum proportionalium illa, quæ baseos lateri quadrato vicinior est, & dividatur in tot partes æquales, quot Cubi aquæ infusæ radix Cubica continet unitates. Harum partium singulæ dant perticæ visoriæ mensuram fundamentalem, distribuendam in 1000. partes æquales, sive in scrupula prima, secunda, tertia. Juxta Metium *Geodæs.* cap. 5. num. 1. pag. m. 184. & probl. 27. *Reg. Proport.* pag. 269.

*Verbi gratia* In Parallelepipedum quadratæ basis ABCD *figur. A 1. num. 15.* infusi sint 64. Canthari Dorpatenses inveniaturq; latus basis quadratæ AB 10. (0) altitudo aquæ AE 5, 13. Igitur inter 10. (0) vel (ut sint cognomines numeri) 10 00 & 5, 13. inquiratur FG *Num. 17.* duarum mediarum proximior basi AB & dividatur hoc loco in 4. partes, quoniam assumpti Cubi 64. Radix Cubica est 4. Sic constabit HI mensura fundamentalis quæsita, cujus vera quantitas dicto modo divisa exhibetur in majori nostro Schemate Circini Proportionalis intra titulum *Perticæ visoriæ.*



*Fundamentum operationis hujus tale est:*

Quoniam Corpora per *cubica corpuscula* mensurantur, inquirendo quoties hæc in illis contineantur; Igitur etiam cantharus usualis in *Cubum* convertitur, atq; in minutissimas partes secatur: Istius Cubi latus est perticæ visoriæ mensura fundamentalis, & ex pluribus Cantharis, vasi Parallelepipedali infusis, tutissimè acquiritur beneficio diminutionis. Facillimè autem diminuitur Cubus, quippe latera ejus sunt æqualia è def. 25. lib. 11. Eucl. & corpora similia (qualia occurrunt in diminutione) inter se *sunt ut cubi* homologorum laterum per el. 7. lib. 22. Geom. Rami. Assumitur igitur numerus mensurarum *cubicus* citra fractionem divisibilis puta 8. 27. 64. &c. & Parallelepipedum ABCE, ab aqua formatum, revocatur in Cubum FG per præc. 11. Cap. 14. Geom. Metij pag. m. 115. Hujus lateris pars *hoc loco* quarta est HI. latus Cubi sexagies quater minoris Cubo FG per prop. 33. lib. 11. Eucl. Namq; lateris HI unius partis cubus est 1. at FG 4. partium Cubus est 64. Igitur cubus HI in cubo FG sexagies quater continetur, adeoq; est latus unius canthari cubici, & perticæ visoriæ mensura fundamentalis.

## *Problema XIII.*

## Lineæ Fortificatoriæ Tabulam construere.

Delineationi Munitionum tâm regularium quàm irregularium super Polygonâ datâ, tres potissimum lineæ deserviunt, nimirum *Capitalis, Gutturalis & Ala*.

Variæ autem illarum Proportiones ab Authoribus traduntur, quarum simplicissima & universalis hæc est *Num. 18*.

*Capitalis* AK sit $\frac{1}{3}$ & *Gutturalis* AD $\frac{1}{5}$ totius Polygonæ interioris AB. *Ala* verò DI sit tertia pars duarum Gutturalium, sive $\frac{2}{15}$ totius Polygonæ. Eandem igitur hoc loco retinebimus, & reducemus ad numeros proportionales, positâ Polygonâ data AB, More Radij in Trigonometricis, particularum mille, dicentes

*Pro Capitalis numero.*

Ut AB Polygona 1 -- ad 1000 -- ita AC $\frac{1}{3}$ -- ad 333.

*Pro numero Gutturalis.*

Ut AB Polygona 1 -- ad 1000 -- ita AD $\frac{1}{5}$ -- ad 200.

*Pro numero Alæ.*

Ut AB Polygona 1 -- ad 1000 -- ita GB $\frac{2}{15}$ -- ad 133.

Hinc *Tabula Fortificatoria* in qua

| | |
|---|---|
| Numerus Polygonæ interioris | 1000. |
| Capitalis | 333. |
| Gutturalis | 200. |
| Alæ | 133. |

## *Problema XIV.*

Lineæ Musicalis tabulam concinnare.

Dn.

Dn. Adrianus Metius, Franequerensis Professor Mathematum sub finem *Regulæ Proportionalis* tradit Tabellam complectentem Proportiones tonorum in tribus octavis. Illius numerus maximus cernitur 1200. particularum. Ut autem quadret priori scalæ fundamentali & instrumento nostro; ponimus eum partium 1000. ad eamq; proportionem revocamus reliquos dictæ Tabellæ numeros hac argumentatione:

Ut 1200 -- ad 1000 -- ita { 1125 -- ad 937; 1062 -- ad 885; 1000 -- ad 833 &c.

Idem si fiat cum reliquis numeris, parata erit sequens

*Tabula Lineæ Musicalis.*

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| E | 1000 | e | 500 | *e* | 250 |
| F | 937 | f | 469 | *f* | 235 |
| Fſs | 885 | fſs | 443 | *fß* | 222 |
| ✠G | 833 | g | 417 | *g* | 208 |
| Gſs | 792 | gſs | 396 | *gß* | 198 |
| A | 750 | a | 375 | *a* | 188 |
| BfA | 703 | bfa | 354 | *bfa* | 177 |
| Bmi | 667 | bmi | 333 | *bmi* | 167 |
| C | 625 | c | 313 | *c* | 156 |
| Cſs | 589 | cſs | 295 | *cß* | 148 |
| D | 558 | d | 279 | *d* | 135 |
| Dſs | 528 | dſs | 264 | *dß* | 132 |
| | | | | *e* | 125 |



Pro-

## Problema XV.

# Circini Proportionalis centrum invenire.

Quoniam omnes proportiones tam in constructione, quàm usurpatione hujus instrumenti à centro progrediuntur, ita ut si centrum vitio laboret, omnis certitudo statim exspiret: Post absolutionem Tabularum prima meritò erit cura, centrum in conficiendo Instrumento rectè constituere, vel in confecto, ante praxin, examinare sequenti modo:

*Primo* claudantur, & benè jungantur ambo Instrumenti crura, ut quam minimus hiatus remaneat: huic applicetur Regula, ut innotescat, utrum lineam efficiat rectam?

*Deinde* aperiantur crura, atq; in ipso interiori eorum margine ducantur duæ lineæ rectæ, quæ in concursu suo exhibebunt centrum. Atq; hæc operatio in aliis etiam aperturis instituatur: Siq; semper in eodem puncto fiat intersectio; centrum illud erit genuinum.

Præstabit tamen & hoc modo inventum illud centrum adhuc examinare, ut crura claudantur, & prope extremitates eorum à centro illo delineetur arcus. Hoc facto divaricentur crura, & inquiratur, utrum arcus priori intervallo & centro descriptus, arcui priori ad amussim respondeat? Hoc enim si deprehenditur; centrum rectè est constitutum.

Pro-

## Problema XVI.

# Lineas prædictas Circino Proportionali inscribere.

*Principio* hic requiritur *Pertica quadrangularis* (Stangen-Zirckel) depicta *fig A 1. Num. 19.* instrumentum nempe mechanicum, Circini Proportionalis quantitatem excedens, præditum uno cuspide fixo & Cursore acuminato mobili, per cochleam, ubi res & usus postulat, firmando. Illius uno pede in centro quiescente, altero prope extremitatem crurum obscurus describatur arcus, in quo à margine interno utriusq; cruris signantur 5. vel 6. puncta, ita ut bina semper à margine isto æquidistent. Hæc puncta cum centro connectantur lineis rectis, subsidio regulæ accuratæ. *Secundo* quantitas unius lineæ, centro & arcu interceptæ, transferatur in aliam chartam, tabulam vel mensam benè levigatam, ac dividatur in mille particulas æquales, juxta ductum Fig. A 1. Num. 20. & limbi in majore nostro circino Proportionali hoc nempe modo:

A terminis rectæ translatæ excitentur duæ Perpendiculares, in quibus pro lubitu decem æquales distantiæ signantur, & puncta opposita connectuntur. Sicut autem formati Parallelogrammi oblongi latitudo divisa est, ita etiam longitudo dividatur in 10. partes æquales, earumq; puncta opposita itidem connectantur. Tandem longitudinis inferior pars subdivida-



tur

tur in alias 10. partes, quarum puncta alternatim lineis transversalibus connectantur, numerisq; convenientibus ornentur. Sic tota linea transsumpta in 1000. partes est distributa per prop. 4. & 9. lib. 6. Eucl. & scala fundamentalis absoluta.

*Tertiò* in considerationem venit ordo, quem Lineæ inscribendæ servare debeant. Sed is fere arbitrarius est, ut modo hæ, modo illæ præponi aut conjungi possint: Attamen si spatij angustiam, commoditatemq; operationum in usu spectemus; uni faciei quadrare videntur 1. L. Fortificatoria 2. Proportio diametri ad circumferentiam 3. Sectio proportionalis. 4. L. Stereometrica 5. L. Geometrica 6. L. Metallorum 7. L. Arithmetica. Alteri verò L. 1. Circularis 2. Tetragonica. 3. Subtensarum. 4. Inscriptionis corporum. 5 Cubatrix. 6. Musicalis. 7. Pertica visoria.

Hisce præmissis *quartò* succedit ipsa inscriptio, quâ singularum linearum tabula consulitur, quot partes singulis earundem punctis debeantur? tot etiam à scalâ fundamentali per circinum manualem vel perticam quadrangularem accipiuntur, & in utraq; lineâ propositâ mensurantur, notato semper istius distantiæ termino.

V. g. Inscribenda sive dividenda sit Linea Fortificatoria: Igitur evolvitur Tabula Lineæ Fortificatoriæ probl. 13. tradita; quæ cum suggerat numerum Capitalis 333. assumuntur è scala fundamentali partes 333. atq; in Circini Propor-

tiona-

tionalis utraq; Lineâ Fortificationi dicatâ à centro signantur. Hac ratione inventum est punctum Capitalis, quod literâ C. notatur. Ita pro Gutturali mensurentur 200. partes, pro Ala 133. iisq; initiales literæ G. A. apponantur.

Similiter si dividenda sit Linea Geometrica; juxta Tabulam probl. 6. pro primo puncto è scala fundamentali Circino accipiuntur partes 100. & in suâ Lineâ à centro notantur, pro secundo 141, 4 &c. Distinctionis autem gratiâ quinto cuivis puncto apponitur numerus conveniens.

## *Observationes.*

I. Numerum linearum contrahere licet, quando duæ conjunguntur, utpote Proportio Diametri ad Circumferentiam, & Sectio proportionalis, itemq; L. Inscriptionis corporum & Cubatrix.

II. Pertica visoria neq; geminatur, neq; à centro progreditur, sed unica in margine signatur, & citra scalam fundamentalem in suas partes distribuitur.

III. Linea Arithmetica per scalam fundamentalem dividi potest vel in partes 1000. si eædem utrobiq; partes retineantur, vel in 500. si scalæ partes binæ pro singulis partibus lineæ Arithmeticæ æstimentur, vel in 250. si 4. partes scalæ unam efficiant in Circino Proportionali. De aliis divisionibus videatur probl. 1.

IV. Ut ea, quæ hactenus de Inscriptione Linearum tradita sunt, melius percipiantur; visum est schema Circini Proportionalis in forma majori typis æneis exscriptũ adjungere sub signo. ☿ Hujus enim punctorum distantia à centro si cum scalâ fundamentali & Tabulis superiùs traditis conferatur; tota fabrica Circini Proportionalis omnino erit plana.

Præterea quia divisio ista cum aliquâ molestia conjuncta est, poterit etiam idem schema ejus vices supplere & instrumento inservire hoc modo:

Secetur Schema ☿ juxta ductum rectarum α[illegible] γδ & partes illæ Circino proportionali ligneo ad longitudinem & latitudinem maximam unius faciei fabricato superinducantur ita ut centrum ε centro Instrumenti, & recta εκ hiatui seu interiori margini crurum præcisè respondeant. Tum enim si utraq; facies in recta εκ dissecetur, & de[illegible] nigrata particula prope centrum amputetur, jam absolutus erit Circinus proportionalis & ad usum præparatus.

Atq; hæc breviter est structura Circini Proportionalis; succedit usus ejusdem.

Libe

*Liber Secundus*

# DE USU CIRCINI PROPORTIONALIS IN GEOMETRIA ET GEODÆSIA.

Usus linearum Circino Proportionali hactenus inscriptarum latissimè se diffundit per totam fere Mathesin, omnesq; vitæ humanæ status. Ut verò distinctiùs cognoscatur; seorsim excutiamus hoc libro Geometriam & Geodæsiam, sequenti Arithmeticam; ultimo Fortificatoriam, Musicam Instrumentalem & Gnomonicam.

Præmittendæ tamen videntur nonnullæ definitiones & regulæ practicæ generales, quæ sunt instar Postulatorum.

## *Definitiones.*

1. *Lineam Circino manuali comprehendere* est Circinum manualem eousq; expandere sive divaricare, donec illius crura extremitatibus suis lineam istam intercipiant.

2. *Lineam instrumento accommodare, applicare* vel *coaptare*, est expandere sive aperire duo crura instrumenti, donec linea data, circinoq; manuali comprehensa, inter duo similia (sive à centro æquidistantia) puncta duarum linearum homogenearum, cruribus instrumenti inscriptarum, consistere possit.

Ejusdem significationis sunt & hæ loquendi formulæ: *Lineam datam in aliquo punctio collocare* vel *consti-*

*constituere*, quibus aliquando discriminis grati addi solet *τὸ obliquè*: ut accommodare obliquè collocare oblique &c.

3. Lineam instrumento *directè accommodar* vel *coaptare*, est ponere unum circini manual pedem in centrum, & alterum juxta numeroru seriem promovere in una duntaxat linea uniu cruris. Et hæc operatio saltem locum habet i linea Arithmetica, quando sustinet vices scal partium.

## *Postulata.*

1. *Circinus Proportionalis* ad quantitatem alicu jus lineæ expansus, in singulis operationibu *quiescat immotus, id est*, neq; dilatetur, neq; com primatur priusquam suscepta operatio fueri absoluta. Mutatâ enim divaricatione vel aper turâ, statim omnis proportio & certitudo es sublata.

2. *Si data linea recta fuerit nimis longa, ut propos tis instrumenti punctis* vel *planè accommodari nequea* vel *angulum efficiat nimis obtusum*: ad operationem assumatur ejus submultiplex, id est, pars dimi dia, tertia &c. Inventa verò iterum est dupli canda, triplicanda &c. Sic producetur vera li nea quæsita.

3. *Si data linea fuerit minor, quàm ut instrumento coaptari posit*; assumatur ejus multiplex, id est, dupla, tripla &c. mensurando datam lineam bis vel ter &c. in aliâ infinita. Inventæ verò lineæ pars dimidia, tertia &c. erit vera linea quæsita.

*Proble-*

## *Problema I.*

# Varias Scalas exhibere, quarum beneficio licet in data linea recta partes centesimas, millesimas vel quascunq; alias æquales accipere.

Scalas largitur *Linea Arithmetica*, non modo varias, sed etiam infinitas, pro aliâ atq; aliâ Circini Proportionalis expansione, partiumq; requisitarum denominatione.

Data enim linea recta circino manuali seu vulgari comprehendatur, & lineæ Arithmeticæ transversim accommodetur, ita ut ejus extrema duobus punctis, datæ partium denominationi cognominibus, congruant. In hac apertura Circini Proportionalis dicto citius divisa est data linea in partes desideratas. Quotquot igitur illarum sunt accipiendæ, inter numeros sive puncta partium datarum inveniuntur.

E. g. *Figurarum ænearum A z. Num. 1.* datur recta AB, in qua 64. centesimæ partes, (id est, tales 64. partes æquales, quales tota AB continet centum) sint accipiendæ? Igitur data recta AB statuatur inter 100. & 100. Lineæ Arithmeticæ. Sic inter 64. & 64. inventa linea AC exhibet 64. partes centesimas lineæ AB. Vel si 39. centesimæ partes ejusdem rectæ AB sint accipiendæ: inveniuntur illæ inter 39. & 39. sub priori apertura, & repræsentantur hoc loco per lineam AD.

Ita

Ita si *Num. 2.* quærantur $\frac{23}{50}$ id est 23. quinquagesimæ partes lineæ EF. Expanditur Instrumentum donec punctum 50. & 50. lineæ Arithmeticæ capiat datam rectam EF. Tum enim inter 23. & 23. habentur partes quæsitæ, quæ dant lineæ EF partem quæsitam EG.

## Observatio.

1. *Si datur linea recta nimis longa*; cum ea agatur juxta postul. 2. Ut si in linea LM *Num. 4.* fint accipiendæ $\frac{30}{100}$ partes. Tum dimidia MN accommodata puncto 100. & 100. inter 30. & 30. largitur MO bis mensurandam usq; in P. Sunt igitur per MP acceptæ 30. centesimæ partes lineæ LM.

*Vel* Linea longior poterit coaptari duplo vel triplo denominationis datæ; Sic partium numerus in eadem proportione multiplicatus determinat quæsitum.

Ut si Linea LM *Num. 4. Fig. A 2.* collocetur inter 200. & 200. numerusq; partium itidem duplicetur, pro 30. assumendo 60. Sic inter 60. & 60. iterum invenietur MP denotans $\frac{30}{100}$ lineæ LM.

2. *Si denominator partium excedit numeros lineæ Arithmeticæ*, ad proportionem iterũ revocentur.

E. g. Si rectæ RS *Num. 5. Fig. A 2.* quærantur $\frac{480}{1000}$ *id est*, 480. millesimæ partes, & linea Arithmetica non extendatur ultra 500. Utrinq; abjiciatur ultima Cifra, eruntq; datorum subdecu-pli $\frac{48}{100}$ Igitur RS statuatur inter 100. & 100. Sic inter 48. & 48. occurret ST denotans 480. partes qualium RS est mille.

*Vel* recta RS accommodetur 500. & 500. rursusq; dimidium de 480. *hoc est*, 240. exhibent partes optatas ST.

## Demonstratio.

*Figurarum A. 2. Num. 6.* sit AB, AC linea Arithmetica partium 100. sed AD, AE partium 64. Dico DE esse partium 64. qualium BC est 100. Quoniam enim in $\triangle$is ABC & ADE angulus A est communis; igitur reliqui bini anguli D & E, itemq; B & C sunt ejus complementum ad duos rectos per propos. 32. lib. 1. Eucl. At verò anguli D & B itemq; E & C sunt ejusdem complementi dimidia; cum Triangula ADE, & ABC sint æquicrura (propter punctorum D & E, itemq; B & C æqualem distantiam à centro *A.*) quorum anguli ad basin BC, DE æquantur per propos. 5. lib. 1. Eucl. Ergo anguli D & B, itemq; E & C æquantur per axioma 7. lib. 1. Eucl. adeoq; ipsa Triangula ABC, *A*DE sunt æquiangula. Ergo latera eorum circa æquales angulos sunt proportionalia, per prop. 4. lib. 6. Eucl. Erit igitur

directè ut *A*D -- ad DE -- sic *A*B -- ad BC.

& alternè ut *A*D -- ad *A*B -- sic DE -- ad BC.

At *A*D est partium 64. qualium *A*B est 100. Ergo etiam DE est partium 64. qualium BC est 100. Quod erat demonstrandum.

Simi-

Similiter demonstrantur etiam reliqua, mu
tatis saltem mutandis, quippe hic digito qua
ostensum est fundamentum totius usus circin
Proportionalis. Igitur in subsequentibus ub
diversitas occurrit, nova demonstratio saltem
addetur.

## *Problema II.*

# Datæ lineæ rectæ imperatam partem aliquotam invenire.

Pars aliquota dicitur, *è def. 1. lib. 5. Eucl.* qu
aliquoties sumpta totum suum constituit, ut $\frac{1}{3}$
$\frac{1}{4}$ &c. Nam una tertia pars lineæ si ter sumatur
reproducit totam lineam. Hasce partes alij p
tunt è peculiari linea, nempe *Divisionis rectæ.* No
bis autem, ut supra promissum, idem præstat li
*nea Arithmetica* hoc modo.

Numerus partis aliquotæ augeatur Cifr
hujusq; compositi puncto coaptetur linea da
Sic inter 10. 10. occurret lineæ pars aliquota qu
sita.

E. g. *Fig. A 2. Num. 3.* quæratur pars tertia li
neæ HI. Igitur linea data HI accommodatur
puncto 30. lineæ *Arithmeticæ*, & punctum 10.
largitur HK partem tertiam quæsitam.

### *Observatio.*

*Numerus partis aliquotæ, cifrâ auctus, poterit etiam duplicari vel triplicari:* Et hujus punctis cum ap
plicatur linea data; tum inter 20. vel 30. inve
nietur pars desiderata.

Ut *Num. 3.* statuatur linea HI in 60. 60. sic inter 20. 20. obtinetur itidem HK datæ lineæ tertia pars quæsita.

## *Problema III.*

# Datis duabus vel pluribus lineis rectis, per notas partes unius reliquarum partes incognitas investigare.

Recta notarum partium transversè statuatur in punctis lineæ *Arithmeticæ*, denominationi datæ cognominibus. Quiescente autem ita instrumento inquiratur tentando, inter quæ puncta lineæ Arithmeticæ, à centro æqualiter remota, cadant seu consistere possint reliquæ lineæ datæ. Punctorum enim numerus exprimit partes linearum quæsitas.

Ut *fig B Num. 1.* datur Triangulum ABC, cujus latus AB est 12. decempedarum. Quæritur quot decempedarum sit latus AC & BC.

Quoniam latere AB collocato inter 12. 12. lineæ Arithm. latus AC quadrat puncto 10. 10. & BC puncto 8. 8. Dico igitur latus AC esse 10. decempedarum & BC 8. dec.

### *Observatio.*

*Si numerus mensurarum vel partium lineæ cognitæ fuerit nimis exilis*, quando vel unica tantum nota scribitur & commode in instrumento haberi nequit: adjiciatur ipsi Zyphra, ut fiat sui decuplus.

Sed inventorum numerorum ultima nota, si fuerit Cifra, iterum est abjicienda; sin alia nota significativa fuerit, denotabit prima.

E. g. *Fig. B. Num. 2.* sit Trapezij linea ED. 6 decempedarum: Quæritur quantitas trium reliquarum? Hic pro 6. assumantur, 60. & huic puncto cum insistit ED, tum FG cadit in 140. EF in 100. DG in 95. Igitur FG est 14. dec. EF. 10 dec. DG 9|5.

Ansam trium præcedentium problematum nobis suppeditavit Metius *Reg. Proport.* probl. 1. 2. 3.

## *Problema IV.*

## A puncto sive in medietate sive in extremitate lineæ rectæ dato, perpendicularem erigere.

Perpendicularis linea dicitur à perpendiculo, instrumento, quo fabri murarij muros examinant, an nutent. Crassum ejus simulachrum refert examen in libra, & est talis linea, quæ super alia subjecta directè & citra inclinationem vel ascendit vel descendit. Excitatur autem hoc modo:

E linea *Arithmeticâ* directè accipiantur partes primò 30. & à dato puncto H in linea I M *Fig. B. Num. 3.* signentur usq; in K. Deinde ad partes 40. ex eodem puncto dato H supra vel infra lineam describatur arcus L. Tandem ex K, puncto signato, ad distantiam 50. partium describatur alius arcus, priorem intersecans in L. Per hoc punctum L transit ducta perpendicularis HL. Conf. Galgemair pag. 22.

Hæc *constructio fundatur* in celebri invento Pythagoræ, cujus vigore in Triangulo plano rectangulo si basis HK sit 3. & Cathetus HL 4. Hypotenusa KL est 5. Loco autem illorum numerorum primorum hic assumuntur eorum decupli, & nihilominus manet eadem proportio salva per prop. 15. lib. 5. Eucl.

Alio modo etiam erigitur linea perpendicularis, si in dato puncto constituatur angulus rectus juxta problema sequens.

## *Problema V.*

## Ad datam rectam, datumq; in eâ punctum angulum quemvis rectilineum certorum graduum constituere.

Gradus est trecentesima sexagesima pars circuli & subdividitur in 60. minuta. Hisce tum gradibus, tum minutis amplitudo angulorum mensuratur.

Si igitur angulus rectilineus (id est à rectis lineis comprehens9) certorum graduum sit constituendus; Ponatur unus pes circini manualis in datum punctum, & altero mobili describatur arcus, intervallo sive radio quocunq;, à datâ lineâ initium sumens.

Iste radius accommodetur *Lineæ Subtensarum* in 60. & 60. ita Circinus Proportionalis debito modo est expansus. Jam igitur in eadem Linea quæratur numerus datorum graduum; ille exhibet subtensam, arcui priori à contactu lineæ rectæ coaptandam. Atq; sic obtinetur punctum quod, cum dato connexum in lineâ rectâ, angulum datorum graduum constituit.

E. g. *Figur. B. Num. 3.* sit describendus angulus rectus, sive 90. grad ad punctum N lineæ rectæ NO.

Igitur ex N descripto arcu PQ, radius N coaptatur puncto 60. & 60. Lineæ Subtensarum atq; ad distantiam puncti 90. & 90. in ducto arcu à P fit intersectio in Q. Sic linea recta QN cum priori data NO constituit angulum rectum quæsitum.

Ita si angulus 36. grad. sit describendus ad punctum R lineæ RS. Distantia datorum graduum, nempe 36. & 36. in arcu ST determinat punctum T, per quod alterum crus anguli quæsitum RT incedet.

## *Ratio operationis hæc est:*

Linea Subtensarum per structuram continet omnes subtensas graduum circuli, cujus Radius æquatur distantiæ puncti 60. à centro. Igitur termino illius in 60. coaptatur quivis radius datus. Unde per prop. 4. lib. 6. Eucl. iterum concluditur: ut Radius Instrumenti ad Radium

Qua-

Quadrantis dividendi ita etiam subtensa arcus dati ad subtensam arcus quæsiti.

## *Observatio I.*

*Si angulus desideratur obtusus & recto major, cujus puncta in Linea Graduum non inveniuntur;* duplici is via obtinetur: (1.) Si ab eodem puncto infra datam lineam obscurè descriptus fuerit angulus complementi ad Semicirculum sive 180. gradus.

E. g. *Num. 4.* Constituendus sit angulus 130. grad. à puncto V rectæ VX. Quoniam subtractis 130. à 180. complementum *hoc loco* est 50 graduum: Igitur infra rectam VX juxta præscriptum problematis describitur arcus XW & notatur angulus 50. grad. WVX. Hujus linea WV si à parte V producatur versus Y; constitutus erit angulus obtusus XVY graduum 130.

(2.) Angulus obtusus per partes constituitur *Num. 4.* super recta $\alpha\beta$, dum à $\beta$ in circumferentia signatur angulus rectus usq; in $\gamma$, eiq; additur excessus $\gamma\delta$ *in præmisso exemplo* 40. gr. Constitutus enim angulus $\beta\alpha\delta$ est 130. gr. & verus angulus quæsitus.

Obs. 2. Spatium duobus punctis hujus lineæ Subtensarum interjectum valet partes 60. Igitur *si gradibus minuta adhæreant*, constituant fractionem vulgarem, (cujus denominator est 60.) porro reducendam ad minimos terminos. E.g. pro 15. minutis sive $\frac{15}{60}$ sumatur $\frac{1}{4}$ totius spatij, pro 20. m. $\frac{1}{3}$, pro 30. m. $\frac{1}{2}$, pro 45. m. $\frac{3}{4}$, &c. Ad tantam igitur particulam potest circinus ma-



nualis

nualis in spatio per conjecturam promoveri, ut acquiratur Subtensa genuina arcus propositi.

## Problema VI.

## Ad certam quantitatem graduum circinum proportionalem aperire.

E Linea Arithmetica directè assumptus aliquis radius coaptetur Lineæ Subtensarum in 60. & 60. atq; sub hac divaricatione inventa distantia datorum graduum, accommodetur assumpto puncto Lineæ Arithmeticæ. Sic comprehendet angulum quæsitum.

E. g. *Figur. B. Num. 5.* aperienda sit Linea Arithmetica ad angulum 33 gr. Igitur ex eâ acceptæ *hoc loco* 40. partes statuuntur inter 60. 60. Lineæ Subtensarum, & depromitur distantia puncti 33. & 33. Hæc vicissim coaptatur puncto 40 & 40. Lineæ Arithmeticæ, & constitutus est in Instrnmento angulus quæsitus.

## Problema VII.

## Datum Circuli Quadrantem in suos gradus distribuere.

Dirigatur Circinus Proportionalis ad quantitatem radij Quadrantis juxta probl. 5. Hoc facto, distantiæ omnium graduum à Circino proportionali transferantur in arcum Quadrantis, & inventi erunt gradut quæsiti. Conf. Galgemair pag. 26.

Ut

Ut si *Figur. B. Num. 6.* Quadrans ειλ in suos gradus sit distribuendus. Ejus radius ιε accommodatur puncto 60. 60. Lineæ Subtensarum; tum decem graduum Subtensa datur inter 10. 10. & in circumferentia Quadrantis signatur ab ε in κ. Simili modo etiam notantur reliquæ Subtensæ.

## *Observatio.*

Si Semicirculus sit dividendus, vel Inductorium concinnandum: semper figatur unus pes circini manualis in utriusq; Quadrantis termino communi, qualis *Num. 6.* est ε eademq; apertura poterit acceptæ *hoc loco* 10. gr. subtensæ arcus signari ex ε tam in κ quàm in ϑ. Idem fiat etiam cum reliquis subtensis.

## Problema VIII.

## Amplitudinem dati anguli recti linei cognoscere.

Inter crura anguli dati describatur arcus, & Radius illius applicetur puncto 60. & 60. *lineæ Subtensarum.* Instrumento hac ratione aperto; transferatur arcus crurum anguli in eandem lineam Subtensarum. Sic puncta similia, à quibus intercipitur arcus, definient anguli amplitudinem quæsitam.

E. g. Quæratur amplitudo anguli ABC *Figur. C. Num. 1.* Igitur Radio BD describitur arcus DE inter crura AB, BC. Porro assumptus radius BD. statuitur in puncto 60. 60. lineæ Subtensa-



tensa-

tensarum. Tandem arcus DE transfertur in eandem lineam Subtensarum dispiciendo inter quæ puncta similia consistere possit, *hoc loco* inter 40. & 40. Dico igitur amplitudinem dati anguli ABC esse 40. graduum.

## *Observatio.*

Amplitudo anguli obtusi, beneficio *lineæ Subtensarum*, invenitur, si altero crure ultra angulum producto, angulus complementi per hoc probl. 8. inventus, à 180. gradibus subtrahatur per 32. propos. lib. 1. Eucl.

*E.g.* Quæratur amplitudo anguli FGH *Fig. C. Num. 1.* Igitur continuato latere HG à parte G usq; in I, inventa sit anguli complementi FGI amplitudo 25. gr. quibus à 180. gr. sublatis, remanet anguli obtusi FGH amplitudo 155. graduum.

## *Problema IX.*

### Quot gradus in instrumento pateant Lineæ Arithmeticæ edisserere.

E linea Arithmetica directè accipiantur uno circino manuali partes 50. altero distantia inter 50. & 50. Tum 50. illæ partes coaptentur lineæ Subtensarum in 60. & 60. sic puncta ejusdem lineæ, datam distantiam capientia, monstrant amplitudinem Linearum Arithmeticarum quæsitam.

E.g.

E. g. *Fig. C. Num. 1.* sint lineæ Arithmeticæ AB, BC. ejusq; partes 50. BD, BE. translatæ in 60. & 60. lineæ Subtensarum. Igitur distantia DE cum quadret 40. & 40. dico lineas Arithmeticas apertas ad 40. gr.

## *Problema X.*

### Ex Diametro Circuli circumferentiam, vel contra ex circumferentia Diametrum investigare.

Superiùs certæ alicui lineæ inscripta fuit *Proportio diametri ad Circumferentiam:* Igitur utra harum detur, statuenda est inter puncta similis denominationis: Sic distantia reliquorum punctorum exhibet quæsitum.

E. g. Sit Circuli Diameter KL 14. (0) *Fig. C. Num. 2.* Igitur KL coaptatur puncto diametri in Linea Proportionis diametri ad circumferentiam; & punctum circumferentiæ dat circumferentiam in eadem scalâ 44. (0)

Rursus si detur circumferentia 44. (0) Hæc in linea recta accommodatur cognomini puncto C. C. sic D. D. punctum diametri suppeditat diametrum 14 (0).

## *Problema XI.*

### Datis duabus lineis rectis tertiam continuè proportionalem invenire.



Quan-

Quantitas linearum datarum exprimatur etiam numeris. Hinc aperiatur Circinus Proportionalis juxta longitudinem lineæ primæ, transversim collocatæ in *Lineâ Arithmeticâ* ad numerum partium secundæ. In hac verò apertura transferatur linea secunda in lineam Arithmeticam iterum transversè. Sic punctorum similium, quibus congruit, numerus offert numerum tertiæ proportionalis è scala reliquarum accipiendæ.

E. g. *Figur. C Num. 3.* detur M prima linea 40. partium, secunda N 60. partium. Quæritur O tertia continue proportionalis? Igitur linea M coaptatur lineæ Arithmeticæ in 60. & 60. atq; sic expanso Instrumento linea N cadit in 90. & 90. Dico igitur lineam O esse 90. partium, in scalâ reliquarum duarum M & N mensurandam.

*Vel commodius.*

Linea secunda transverse applicetur numero primæ. Sic numerus secundæ dabit ipsam tertiam proportionalem quæsitam.

Ut *Figur. C. Num. 3.* cum linea N collocatur in 40. 40. tum inter 60. 60. exhibetur O tertia proportionalis quæsita.

*Fundamentum utriusq; modi hoc est:*

Numeri partium in datis lineis contentarum ostendunt alias in Instrumento lineas datis proportionales. Igitur per demonstrationem probl. 1. hujus libri:

*In primo modo.*

Ut linea M -- ad puncti sexagesimi distantiam à centro. Ita linea N -- ad puncti nonagesimi distantiam à centro.

*In secundo modo.*

Ut puncti quadragesimi distantia à centro Instrumenti -- ad lineam N. ita puncti sexagesimi distantia à centro -- ad lineam O.

Cum enim in proportione continuâ medius terminus bis sumatur; igitur tum linea N, tum numerus ejus retinetur ac permutatur. Primi verò termini vel sola magnitudo, vel solus numerus retinetur. Hinc duplex oritur argumentatio.

## Problema XII.

## Datis tribus lineis quartam proportionalem indagare.

Expasso iterum instrumento ad quantitatem primæ accommodatæ in *lineâ Arithmeticâ* numero secundæ; numerus puncti, cui tertia linea coaptari potest, determinat numerum partium lineæ quartæ proportionalis è scala reliquarum assumendum.

Ut si *Num. 4.* prima sit P 40. secunda Q 60. & tertia R 20. Linea P collocatur in puncto 60. & 60. lineæ Arithmeticæ, & sub hac divaricatione quadrat linea R puncto 30. & 30. Proinde è scala linearum P & R si assumantur partes 30: inventa erit linea S quarta proportionalis quæsita.

Vel

*Vel brevius:*

Linea tertia statuatur in numero partium lineæ primæ: Sic numerus secundæ exhibebit quartam proportionalem quæsitam.

E. g. *Fig. C. Num. 4.* collocatâ lineâ R in 40. & 40. numero primæ; numerus secundæ 60. & 60. largitur quartam proportionalem lineam nempe S. cujus partes si desiderentur, innotescunt è scala linearum P & R.

Ratio operationis constat ex problemate præcedenti, dummodo singularum linearum datarum vel sola magnitudo, vel solus numerus convenienter assumatur.

## *Problema XIII.*

### Datis duabus lineis rectis mediam proportionalem investigare.

Utraq; linea data hic itidem numeris definiatur, Tum linea posterior transversè collocetur in *Linea Geometrica* ad numerum posterioris. Sic distantia punctorum numeri prioris exhibet mediam proportionalem quæsitam, cujus partes è scalâ reliquarum addiscuntur. Conf. Galgemair prop. 14. pag. 32.

E. g. *Figur. C. Num. 5.* detur linea T. 8. partium & X 32. quæratur V media proportionalis? Igitur linea X accommodatur puncto 32.32. *Lineæ Geometricæ*, & sic relicto Instrumento; inter 8. & 8 punctum ejusdem lineæ Geometricæ offertur linea V 16. partium talium, qualium T. erat 8. & X 32.

*Vel generalius hoc modo:*

Datarum extremarum altera accommodetur in lin. Geom. numero suæ mensuræ vel partium; sic numerus alterius dabit mediam proportionalem quæsitam.

Ut si T coaptetur puncto 8. tum inter 32.32. invenitur V 16. p.

*Operatio fundatur* in probl. 6. libri 1. & demonstratione probl. 1. lib. 2. hujus. Inde enim constat punctorum quorumlibet distantia à centro. Hinc verò argumentamur in allati exempli modo primo:

Ut puncti trigesimi secundi distantia à centro Instrumenti 565, 7-- ad lineam posteriorem X 32.- ita puncti octavi distantia à centro 282,8- ad V 16. Ex quibus patet etiam fundamentum modi secundi.

## *Problema XIV.*

### Datis duabus lineis rectis duas medias proportionales invenire.

Duplici expansione Circini Proportionalis, Lineâq; *Stereometricâ* hîc opus est. Nam si datarum duarum linearum prima transversè statuatur in suo numero lineæ Cubicæ, numerus ultimæ definit quantitatem secundæ in Linea transversali.

Sin verô ultima accommodetur suo numero; tertiam continuè proportionalem largitur numerus primæ. Inventarum vero mediarum partes petantur è scalâ extremarum. Conf. Galgemair prop. 15. pag. 32.

E. g. *Figur. C. Num. 6.* detur linea $\alpha$ 8. & $\delta$ 27. partium. Quæritur $\beta$ & $\gamma$? Collocatâ igitur lineâ $\alpha$ in puncto octavo *lineæ Stereometricæ*; distantia inter 27. & 27. punctum ejusdem lineæ dat lineam secundam $\beta$ 12. partium in scala linearum $\alpha$. $\delta$.

Deinde linea $\delta$ accommodetur puncto 27. & 27. sic intervallum inter 8. & 8. punctum dictæ lineæ Stereometricæ est tertia proportionalis $\gamma$ 18. partium. Sunt igitur jam quatuor lineæ continue proportionales. Nam ut $\alpha$ 8. ad $\beta$ 12. ita $\beta$ 12. ad $\gamma$ 18. & ut $\beta$ 12. ad $\gamma$ 18. ita $\gamma$ 18. ad $\delta$ 27.

*Fundamentum hujus operationis* iterum patet ex demonstr. probl. 1. lib. 2. & hac argumentatione in præcedente exemplo:

Ut puncti octavi lineæ Stereometricæ distantia â centro instrumenti, 400. partium (ex probl. 8. lib. 1.) -- ad lineam $\alpha$ partium 8. -- ita etiam puncti 27. distantia â centro, 600. partium -- ad lineam $\beta$ partium 12.

*Item.*

Ut puncti 27. distantia â centro 600. partium -- ad lineam $\delta$ 27. partium -- ita etiam puncti 8. distantia â centro 400, partium -- ad lineam $\gamma$ partium 18.

Hoc problema maximum habet usum in corporibus, sicuti præcedens in planis, ad datam proportionem augendis vel minuendis. Ideoq; multorum ingenia exercuit atq; torsit, quamvis nemo ad hancusq; diem, verè ac Geometricè duas medias proportionales inter duas rectas datas invenerit, *ut habent verba Clavij Geom. pract. lib. 6. prop. 15.* ubi plures etiam modos mechanicos satis operosos recenset. In circino autem proportionali duæ illæ mediæ proportionales absq; difficultate & dicto citius inveniuntur, adeoq; præstantiam hujus Instrumenti commendant.

## *Problema XV.*

## Datam lineam rectam mediâ & extremâ ratione secare.

Lineam mediâ & extremâ ratione secare est rectam ita dividere, ut ipsa tota cum segmento suo majore ac minore efficiat tres lineas cōtinuè proportionales, per defin. 3. lib. 6. Eucl. numeris tamen accuratè non explicabiles, juxta Schol. Clavij ad prop. 29. lib. 9. Eucl. â quarum mediâ descriptum Quadratum æquatur Parallelogrammo oblongo ab extremis descripto, juxta prop. 11. lib. 2. Eucl.

Lineæ autem, proportionaliter ita dividendæ, inserviunt bina puncta per probl. 4. in Circino nostro Proportionali his vocibus (*Med. Ext.*) notata. Namq; si data recta collocetur in punctis *Extremæ*; puncta *Mediæ* dabunt segmentum majus;

majus; quo à totâ lineâ datâ sublato remanet segmentum minus.

E. g. *Figur. C. Num. 7.* detur recta $\vartheta\lambda$ 80. partium, mediâ & extremâ ratione secanda? Igitur recta $\vartheta\lambda$ circino manuali comprehensa accommodetur puncto *Extr. & Extr.* sic distantia inter punctum *Med. & Med.* dat $\lambda u$ segmentum majus 49, 443. unde segmentum minus $u\vartheta$ 30, 557. Atq; sic data recta $\vartheta\lambda$ est media & extrema ratione in $u$ divisa. Nam

Ut $\vartheta\lambda$ 80. ad $\lambda u$ 49, 443. ita $\lambda u$ 49, 443 ad $u\vartheta$ 30, 557.

Fundamentum hujus operationis patet ex hac argumentatione:

Ut puncti *Extr.* distantia à centro Instrumenti 900, 00 ad $\vartheta\lambda$ datam lineam dividendam part. 80-- ita puncti *Med.* distantia 556, 23-- ad segmentum majus $\lambda u$ 49, 443. per prop. 4. lib. 6. Eucl. & probl. 4. libri 2. hujus.

Usus hujus sectionis proportionalis amplissimus est apud Euclidem, potissimum *in adscriptione figurarum regularium, in transmutatione corporum diversorum, in fabrica Trianguli isoscelis* (habentis tertium angulum subduplum alterius duorum ad basin) *Quinquanguli, Icosaëdri, Dodecaëdri, &c.* uti apparet ex lib. 4. prop. 10. lib. 13. prop. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 8. 9. 16. 17. Clavij Scholio prop. 11. lib. 4. Eucl. Et Ptolomæus cælestium rerum præcipua mysteria inde repetiit, teste Ramo *Geometriæ lib. 14. elem. 1.* Hinc proportio, in quam linea hoc modo est divisa, à nonnullis dicitur *divina* juxta Clav. in defin. 3. lib. 6. Eucl. Meritò igitur nos istis utilitatibus moti, peculiarem huic sectioni lineam dicavimus in fabrica Circini proportionalis, etiamsi rarius adhibeatur ea linea in subsequentibus.

## *Problema XVI.*

## Datis in Triangulo rectangulo plano duobus cruribus rectis, Hypotenusam & angulos acutos indagare.

*Triangulum planum* est quod comprehenditur tribus lineis rectis. *Rectangulum*, quod habet angulum rectum sive 90. graduum per defini 20. & 26. lib. 1. Eucl. In hoc si dentur duo crura anguli recti; invenientur *tres reliquæ* partes (cum quodlibet Triangulum tribus lateribus & tribus angulis, adeoq; sex partibus constet) hoc modo:

### *In charta vel tabula.*

Primò obscurè delineetur angulus rectus per probl. 5. in ejusq; lineis ab ipso angulari puncto signentur duo crura data. Horum termini connectantur & existet *Hypothenusa* sive linea angulo recto opposita: Igitur quantitas ejus innotescet per probl. 3. anguliq; unius acuti per probl. 8. Hujus complementum (quod ipsi deest) ad Quadrantem, sive 90. gr. est angulus reliqvus acutus per prop. 32. lib. 1. Eucl. adeoq; subtractione cognoscitur.

E. g. *Figur.* C. *Num* 8. data sint anguli recti crura, videlicet Basis 12. partium, & Cathetus 9. part. Pro obtinendis igitur reliquis partibus describatur Triangulum rectangulum, formando angulum rectum $\tau\pi\varsigma$ & in linea $\pi\varsigma$ signando basin $\pi\phi$ 12. in $\pi\tau$ Cathetum $\pi\psi$ 9 partium eritq; Hypotenusa $\psi\phi$ 15. partium per probl. 3. Angulus verò acutus $\pi\phi\psi$ $36\frac{5}{6}$ gr. sive 36. gr. & 50. min. per probl. 8. Hoc igitur sublato à 90. gr. resultat angulus, $\pi\psi\phi$ $53\frac{1}{6}$. id est, 53. grad. & 10. minutorum.

Ita si *Num.* 8. mœnibus AB 3,24. altis, & AC fossâ latâ 4,6. cinctis injiciendæ essent scalæ CB: invenietur quantitas earum 5, 626.

## *In ipso Instrumento.*

Aperiatur circinus proportionalis per problem. 4. donec *linea Arithmetica* efficiat angulum rectum. In hac aperturâ directè numerentur in uno crure partes basios *hoc loco* 120. in altero partes Catheti 90. Sic distantia illorum terminorum, lineæ Arithmeticæ directè applicata, patefaciet Hypotenusam quæsitam 150. partium.

Ita in altero exemplo si Lineæ Arithmeticæ *Num.* 8. constituant angulum rectum; interstitium inter 460. & 324. dat Hypotenusam & longitudinem scalarum 563. sive 5, 63. cum prior numerus 3,24. à digitis denominetur.

Ex tribus verò lateribus cognitis eliciuntur anguli per sequens probl. 20.

## *Observatio.*

Primum hoc est problema *Trigonometriæ Planorum mechanicæ*, quam 8. problematibus, secundum omnes datorum varietates, absolvemus. Tradit eandem etiam Metius *Regulæ Proportionalis* probl. 11. Hinc igitur modum primum solvendi Triangula, per delineationem in charta vel Tabula, mutuati sumus. Ei vero semper subjicimus posteriorem modum nostrum in ipso Instrumento; interim convenientioris modi selectionem cujusvis arbitrio relinquentes.

## *Problema XVII.*

## Datâ Hypotenusâ & alterutro crure Trianguli rectanguli, reliqvum crus & angulos acutos investigare.

## *In chartâ sive Tabulâ.*

Iterum delineetur angulus rectus, qualis *Figur.* C. *Num.* 9. est EDF, in ejusq; linea DE mensuretur crus datum, *hoc loco* 12. à D usq; in G. Jam circino manuali accipiatur quantitas Hypotenusæ, positoq; ejus uno pede in G, altero fiat intersectio lineæ DF in H. Ducatur igitur GH & constitutum erit Triangulum rectangulum,



cujus

cujus partes ignotæ per probl. 3. & 8. priori modo cognoſcuntur, videlicet DH 9, angulo DHG 53. gr. 10. min. & HGD 36. gr. 50. min.

### *In ipſo Inſtrumento.*

Cum *lineæ Arithmeticæ* per probl. 6. formant angulum rectum; ex illa circino manuali directè accipiatur hypotenuſa hic 150. atq; è termino dati cruris 90. interſecetur reliqvum crus Inſtrumenti *hic* in puncto 120. Trianguli igitur crus alterum eſt 120.

Anguli *hic* etiam inveniuntur per probl. 20.

## *Problema XVIII.*

## Datâ Trianguli rectanguli hypotenuſâ cum angulo acuto; crura anguli recti indagare.

### *In chartâ vel Tabulâ.*

*Figur. D. Num. 1.* detur hypotenuſa DE 15. p. & angulus acutus D 36. gr. 50. min. adeoq; ejus complementum ad Quadrantem per 32. prop. lib. 1. Eucl. videlicet 53. gr. 10. min. quod eſt angulus E. Ad invenienda igitur crura, formentur in utroq; termino hypotenuſæ anguli dati per probl. 5. Concurſus enim iſtarum linearum in A determinabit crura quæſita, quorum menſura iterum conſtabit ex probl. 3.

Ita ſi quæratur FG altitudo montis *Fig. D. Num. 1.* & ſtationis H diſtantia à loco perpendiculi F. Data verò ſit acclivitas montis in linea recta GL 5. perticarum, una cum angulo ſupra Horizontem GLM 42. gr. Invenietur altitudo perpendicularis GM 3, 346. additâq; elevatione Inſtrumenti LH ſive MF 4. pedum, erit GF altitudo montis 3, 746. & HF diſtantia à loco perpendiculi 3, 716.

### *In ipſo Inſtrumento.*

Cum *lineæ Arithmeticæ* per probl. 5. comprehendunt datum angulum acutum *hoc loco* 36⅚. gr. tum Hypotenuſæ, in illis aſſumptæ, termino *h. l.* 15. applicatur norma uno latere, ita ut altero lineam Arithmeticam attingat. Sic numerus lineæ Arithmeticæ, angulari normæ puncto proximus, *hic* 12. Exprimit quantitatem unius cruris, ejusq; puncti angularis diſtantia à numero Hypotenuſæ definiet alterum crus *hoc loco* 9.

## *Problema XIX.*

## Dato crure Trianguli rectanguli cum angulis acutis; reliqvum crus & Hypotenuſam invenire.

### *In chartâ vel Tabulâ.*

Trianguli rectanguli datum ſit crus AE 9. & angulus E 53⅙. gr. itemq; angulus D 36⅚. gr. Ut obtineantur reliquæ partes; *Figur. D. Num. 1.* conſtruatur angulus rectus CAB per probl. 6. hujus. In ejusq; linea altera *hoc loco* AC ponatur datum crus AE 9. (o) A termino autem E excite-



tur

turangulus E $53\frac{1}{8}$ gr. cujus linea ED interſecet alteram lineam anguli recti AB in puncto D. Sic determinatur Hypotenuſa ED & crus AD. quorum quantitatem indicabit ſcala, priori modo.

Ita ſi *Fig. D. Num. 2.* detur diſtantia PN ſive MQ 9. (0) cum angulo M 53. gr. 10. min. Invenietur QO 12. (0) cui ſi addatur elevatio Inſtrumenti PM vel NQ 4. (1) erit altitudo totius muri NO 12, 4.

Eodem modo *Fig. D. Num. 2.* in littore detur diſtantia RT 6. (0) & angulus T 39. gr. 48. min. Hinc RS latitudo fluvij 5. (0)

### *In ipſo inſtrumento.*

Lineæ Arithmeticæ per probl. 6. hujus comprehendant (*uti Fig D. Num. 3.*) angulum acutum dato cruri 120. adjacentem, *hoc loco* $36\frac{5}{8}$ gr. Sic norma numero cruris dati, *hic* 120. directè applicata, transverſè definiet & Hypotenuſam 150. & alterum crus 120.

## *Problema XX.*

## Datis in Triangulo plano obliquangulo tribus lateribus; tres ejus angulos, perpendicularem & ſegmenta baſios invenire.

### *In charta vel Tabula.*

Trianguli obliquanguli detur latus primum 100. (0) ſecundum 72. (0) & tertium 56. (0) Igitur pro inveniendis reliquis partibus loco datorum numerorum accipiantur lineæ è ſcalâ aliquâ; lateriq; maximo ponatur linea æqualis XY *Figur. D. Num. 4.* Ex alterutro autem ejus termino *hic* Y ad quantitatem medij lateris deſcribatur arcus obſcurus, itemq; è puncto X, ſed intervallo lateris minimi, donec prior arcus interſecetur in Z. Hoc punctum connectatur cum X & Y, eritq; deſcriptum Triangulum, cui porrò accommodetur norma, hac ratione, ut uno crure latus maximum XY, altero verticem Trianguli Z attingat. Sic beneficio normæ duci poterit perpendicularis ZW, quæſimul determinat ſegmenta baſios XW, WY, & in ſcalâ priori inveniuntur ZW 39, 44 YW 39, 76.

Angulorum autem amplitudo cognoſcitur per probl. 8. quod ſit Y $33\frac{1}{7}$ gr. X $44\frac{4}{5}$ gr. Z 102. gr.

### *In ipſo circino proportionali*

expeditur hoc problema, ſi tertium latus, (vel linea numero ejus menſuræ debita,) *hic* 56. circino manuali accipiatur *è linea Arithmetica* directè, & accommodetur *in ea* numeris reliquorum laterum obliquè, *hoc loco* 100. in uno, & 72. in altero crure. Sic Inſtrumentum *uti Figur. D. Num. 4.* repræſentat Triangulum datum, cujus angulus minimus propè centrum facilè menſuratur ex probl. 9. & eſt *hoc loco* $33\frac{1}{7}$ gr.

Porro unum latus normæ applicetur & baſi $\Delta$i in *Linea Arithmetica*, & ſimul puncto unionis reliquorum laterum, hoc loco 72. ſic normæ

 pun-

punctum angulare ostendit basios segmentum unum, *hic* 60, 24. quo à totâ basi 100. sublato, relinquitur segmentum alterum 39, 76.

Distantia verò puncti unionis à termino communi segmentorum si directè applicetur Lineæ Arithmeticæ; innotescit quantitas perpendicularis *hoc loco* 39, 44.

Tandem immutetur situs Trianguli, latus medium 72. applicando terminis maximi 100. & minimi 56. Tum lineæ Arithmeticæ in centro comprehendent angulum medium *hic* $44\frac{4}{7}$. gr. per probl. 9. Cognitis autem angulis duobus, subtrahatur eorum summa 78. à 180. & remanebit tertius angulus 102. gr. vigore prop. 32. lib. 1. Eucl.

## *Problema XXI.*

### Datis duobus Trianguli obliquanguli lateribus cum angulo comprehenso; reliquos angulos, tertium latus, segmenta baseos & perpendicularem investigare.

#### *In charta vel Tabula.*

Detur Trianguli obliquanguli latus unum 100. p. alterum 72. p. & angulus iis comprehensus $33\frac{1}{7}$. gr. Igitur reliquorum gratiâ constituatur *Figur. D. Num.* 5. angulus $\beta\alpha\gamma$ dato ($33\frac{1}{7}$. gr.) æqualis per probl. 5. in ejusq; lineâ $\alpha\beta$ abscindatur latus $\alpha\delta$ 100. p. in $\alpha\gamma$ verò latus $\alpha\varepsilon$ 72. p. Jam

Jam connexis horum terminis $\delta$, $\varepsilon$; descriptum est Triangulum, solvendum juxta problema præcedens.

#### *In ipso Instrumento.*

Expandantur iterum lineæ Arithmeticæ ad quantitatem anguli dati *hic* $33\frac{1}{7}$ gr. per probl. 8. & obliqua distantia inter terminos datorum laterum *hoc loco* inter 100. & 72. dabit latus tertium 56. partium.

Perpendicularis mediante normâ, ut ante, invenitur 39, 44. & segmentum dato angulo proximum 60, 24.

## *Problema XXII.*

### Datis Trianguli obliquanguli duobus lateribus cum angulo, alteri eorum opposito; reliquos angulos, tertium latus, perpendicularem & segmenta basios indagare.

Detur in Triangulo obliquangulo angulus $33\frac{1}{7}$. gr. & latus ipsi tum oppositum 56. p. tum adjacens 100. p. Ad hoc Triangulum mechanicè solvendum.

#### *In charta vel Tabula:*

E scalâ assumatur latus dato angulo adjacens $\alpha\delta$ 100. *Figur. D. Num.* 5. in ejusq; termino, $\alpha$ per probl. 5. describatur angulus $\delta\alpha\gamma$ $33\frac{1}{7}$. gr. obscure ductâ lineâ infinitâ $\alpha\gamma$. Ex $\delta$ autem

 inter-

intervallo lateris, dato angulo oppositi 56. p. intersecetur alterum crus anguli in ε puncto eum δ connectendo. Sic constitutum est Triangulum obliquangulum δαε, quod iterum mensuratur ex præscripto probl. 20.

## In ipso circino Proportionali.

Cum Lineæ Arithmeticæ comprehendunt datum angulum, *hoc loco* $33\frac{1}{7}$. gr. per probl. 8. Tum circino manuali directè accipiatur è Lin. Arithm. latus oppositum *hic* 56. p. atq; è termino adjacentis *hoc loco* 100. p. intersecetur altera Linea Arithmetica *hic* in 72. Hujus puncti intersectionis numerus sive distantia à centro monstrat latus tertium *hic* 72. p. Igitur ei porro applicetur norma, & ex eadem linea Arithmetica innotescet quantitas perpendicularis & segmentorum, uti in probl. 20.

## Problema XXIII.

### Datis in Triangulo plano obliquangulo duobus angulis cum latere quocunq; ; angulum tertium, reliqua duo latera, Perpendicularem & segmenta basios invenire.

Dati duo anguli *e. g.* $33\frac{1}{7}$ gr. & $44\frac{4}{7}$. gr. conjiciantur in unam summam: Ea subtrahatur à 180. gr. per prop. 32. lib. 1. Eucl. Sic remanet angulus tertius, *hoc loco* 102. gr. Deinde pro reliquis quæsitis.

In

## In charta vel Tabula.

Dato lateri è scala aliqua ponatur *Figur. D. Num.* 5. æqualis linea αδ *e. g.* 100. p. in ejusq; terminis per probl. 5. formentur anguli adjacentes, *hoc loco* ex α $33\frac{1}{7}$. gr. per lineam αγ, & ex δ $44\frac{4}{7}$. gr. per lineam δε, quæ priorem intersecet in puncto ε.

Hac ratione quia descriptum est Triangulum datum; poterit quantitas reliquorum laterum, Perpendicularis & segmentorum basios (uti in probl. 20.) cognosci mediantè normâ, & priori scalâ.

## In ipso Instrumento.

Ad utrumq; dati lateris terminum *e. g.* 100. *Figur. D. Num.* 9. formentur itidem duo anguli dati, unus per alteram lineam Arithmeticam, alter vero per regulam mobilem juxta problema 8. hoc modo:

Radius ex linea Arithmetica assumptus *e. g.* 30. p. tum mensuretur à puncto dati lateris, nempe 100. versus centrum, *hoc loco*, usq; in 80. tum signetur in regulæ lineâ fiduciæ ab A in B, tum coaptetur puncto 60. Lin. Subtensarum. Hoc facto duobus circinis manualibus accipiantur Subtensæ utriusq; anguli dati; uno videlicet *Subtensa* puncti $33\frac{1}{7}$, altero puncti $44\frac{4}{7}$. earumq; *prior* accommodetur puncto radij 30. in Lineis Arithmeticis, ut acquiratur angulus unus. *Posterior* vero coaptetur notato puncto 80. & altero termi-

termino B rectæ in regula notatæ, dum A in puncto 100. quiescit. Sic regula cum basi comprehendet angulum alterum $44\frac{4}{5}$ gr. & in puncto sectionis lineæ Arithmeticæ *b. l.* 72, determinabit latus secundum 72. p. Tertium verò à dictis lateribus in regula intercipitur, unde si transferatur in Lineam Arithm. constabit ejus quantitas quæsita, *hoc loco* 56. p. Perpendicularem & segmenta indicabit norma uti in prob. 20.

*Usus hujus problematis longè est maximus.*

Ut *Figurarum D. Num. 6.* ex principiis Marloisij detur Tetragoni ordinati Facies $\eta\theta$ 24. (0) una cum angulo $\zeta\eta\theta$ 30. gr. & $\theta\zeta\eta$ 55. gr. Invenietur *Capitalis* $\zeta\eta$ 19, 74 & *latus* $\zeta\theta$ 12, 08.

Vel sit *Num. 7.* dimetienda distantia arboris $\mu$ à templo $\kappa$, si ad $\kappa$ pateat accessus, ab eoq; ad angulum non rectum, sed acutum *hic* $\mu\kappa\lambda$ 80. gr. recedere liceat, & in mensuratæ lineæ $\kappa\lambda$ 5. (0) termino $\lambda$ (0) observetur angulus $\kappa\lambda\mu$ 74. gr. 15. m. Erit quæsita *distantia* $\kappa\mu$ 11, 08.

Item si montis (vel turris) inaccessibilis *Num. 1. Fig. D.* altitudo FG è duabus stationibus H & I sit inquirenda? Detur autem linea stationalis HI 6 (0) & observetur angulus LKG 29. gr. 3. m. GLM 39. gr. 48. m. sive $39\frac{4}{5}$. gr. Hujus enim beneficio cum describitur angulus complementi GLK per obs. 1. probl. 5. una cum Triangulo GLK; tum norma, continuatæ lineæ KL & vertici G applicata, definiet uno latere *distantiam*

*tiam* LM 12 (0) altero partem altitudinis GM 10 (0) cui si addatur elevatio instrumenti FM 4 (1) proveniet tota *altitudo* quæsita FG 10, 4.

Eodem prorsus modo *Figur. D. Num. 2.* invenitur *latitudo fluvij* RS 10 (0) si ad R locum perpendiculi, ex S signo conspicuo in R cadentis, propiùs accedere non licet, quàm in T. & sit linea stationalis TV 6 (0) angulus SVT 29. gr. 3. m. STR $39\frac{4}{5}$. gr.

Similiter innotescet *distantia duorum locorum inaccessibilium*, nempe $\Phi\psi$ *Fig. D. Num. 8.* è duabus stationibus $\pi$ & $\varrho$, distantibus 45 (0) si observatus sit

| | in $\pi$ | in $\varrho$ |
|---|---|---|
| angulus | $\Phi\pi\varrho$ $33\frac{3}{8}$. gr. | $\Phi\varrho\pi$ $122\frac{5}{8}$. gr. |
| | $\psi\pi\varrho$ 105. gr. | $\psi\varrho\pi$ 48. gr. |

Mediantibus enim hisce datis cum delineantur duo Triangula $\Phi\pi\varrho$ & $\psi\varrho\pi$ super eadem lineâ $\pi\varrho$. tum inter puncta $\Phi\psi$ habetur duorum locorum inaccessibilium *distantia* quæsita $\Phi\psi$ 98, 983.

## *Problema XXIV.*

## Dato circulo quamcunq; figuram regularem inscribere.

*Figura* est quæ sub aliquo vel aliquibus terminis comprehenditur Eucl. lib. 1. Elem. def. 14. *Vel* est lineatum undiq; terminatum Ram. Geomet. lib. 4. el. 1. cumq; sit vel *plana* ut Superficies, vel *solida* ut corpus; Hic solummodo intelligunguntur figuræ planæ & quidem rectilineæ, quæ ab Euclide lib. 1. def. 20. 21. 22. dividuntur in *trilateras* sub tribus, in *quadrilateras* sub quatuor, & in *multilateras* sub pluribus quam quatuor lineis rectis comprehensas. In qualibet verò harum figurarum specie unica saltem est *regularis* sive *ordinata*, cujus omnes termini (omnia latera) singuliq; anguli inter se æquantur. Sic inter trilateras (de quibus paulo antè) *Triangulum æquilaterum* est regulare; inter quadrilateras *Quadratum*, inter figuras quinquangulares datur *Pentagonum*, inter sexangulares *Hexagonum*, inter septangulares *Heptagonum regulare* & sic consequenter etiam in reliquis multangulis unicum reperitur ordinatum sive regulare.

Ejusmodi vero figuræ regularis Circulo dato *inscribi* dicitur cum singuli ejus anguli tetigerint circuli peripheriam per defin. 3. lib. 4. Eucl. Hac ratione Euclides dato circulo *geometricè* inscribit Quadratum prop. 6. lib. IV. Pentagonum prop. 11. IV. Hexagonum prop. 15. IV. Decagonum in Scholio prop. 10. lib. 13. & Quintidecagonum prop. 16. lib. 4.

Brevius autem & generalius quævis figura plana rectilinea dato circulo *hic mechanice* inscribitur. Si radio dati circuli in 6. & 6. *lineæ circularis* collocato, accipiatur distantia punctorum, quæsitæ figuræ competentium. Ea enim est latus figuræ regularis, dato circulo inscribendæ.

E. g.

E. g. *Figur. E Num 1* detur Circulus ex A descriptus radio AB, cui inscribendum sit Heptagonum regulare. Igitur aperitur Circinus proportionalis, donec radius AB accommodari possit puncto 6. & 6. *L. Circularis*. Sic inter 7. & 7. ejusdem lineæ (quia septenarius ibi significat Heptagonum) invenitur BC latus, in dato circulo septies signandum.

## *Fundamentum operationis hoc est.*

In Linea circulari per structuram continentur latera figurarum regularium, eidem circulo, cujus radius est L 6. (*Figur. E. Num. 1.*) inscriptarum; eaq; terminantur centro L & puncto sive numero cujuslibet figuræ. E. g. Latus Hexagoni est L 6. Heptagoni L 7. Octagoni L 8. &c.

Erit igitur per demonstrationem probl. 1. ut radius instrumenti L6 -- ad radium circuli dati 6.6. -- ita linea L 7 -- ad lineam 7.7.

At vero linea L 7 est latus Septanguli, Peripheriæ instrumenti inscripti. Ergo etiam linea 7. 7. est latus Septanguli peripheriæ datæ inscripti.

## *Observatio.*

*Si forte linea Circularis in aliis Circinis proportionalibus incipit à Senario*; figuræ, Hexagono minores, dato circulo inscribentur per numeros laterum figuræ duplos, assumptis pro Triangulo æquilatero numeris Hexagoni, pro Quadrato Octagoni,

goni,

goni, & pro Pentagono numeris Decagonis punctisq; peripheriæ alternatim connexis.

Sic *Fig. E. Num. 1.* circulo ex O descripto mediantibus punctis Octagoni inscribitur *Quadratum* lateris DE.

## *Problema XXV.*

## Super datâ rectâ quamlibet figuram regularem describere.

Data linea recta coaptetur punctis *lineæ circularis*, numero laterum quæsitæ figuræ correspondentibus. Tum punctorum 6. & 6. (ejusdem lineæ) distantia suppeditabit radium, in cujus peripheriâ, obscurè descriptâ figuram regularem quæsitam notare licet.

E. g. Super rectâ FG *Figur. E. Num. 2.* sit describendum Nonagonum regulare. Igitur postquam FG lineæ Circulari in 9. & 9. accommodata fuerit; inter 6. & 6. offertur radius EF, quo peripheria delebilis describitur, cujus beneficio *Nonagonum* quæsitum construi facillimè potest.

Operatio hujus problematis est conversa præcedentis. Ibi enim dabatur Radius circuli, hîc quæritur: & contra, latus, quod hic datur, ibi quærebatur. Certitudo igitur utrobiq; est eadem.

### *Observatio.*

Quodsi linea circularis destituatur hisce numeris 3. 4. 5. *Triangulum æquilaterum* super datâ rectâ HI *Figur. E. Num. 2.* describitur mediante intersectione K, à terminis ejusdem H & I factâ radio, qui datæ HI sit æqualis, per prop. 1. lib. 1. Eucl.

*Quadratum* constituitur, si à datæ LM *Figur. E. Num. 2.* uno termino L erigatur perpendicularis LO, ipsi LM æqualis per probl. 5. & ex altero termino duarum istarum linearum M & O radio LM fiat intersectio in N. juxta Clavij Schol. prop. 46. lib. 1. Eucl.

In descriptione autem *Pentagoni regularis* latus PQ *Figur. E. Num. 2.* proportionaliter sectum in R per probl. 13. utrinq; producatur in S & T juxta quantitatem segmenti majoris QR. Deinde radio, datam PQ æquante triplex fiat intersectio, videlicet ex P & S in V, ex Q & T in X, tandemq; ex V & X in Y. Hæc intersectionum puncta si cum datâ rectâ PQ connectantur; per Clavij Schol. 2. prop. 11. lib. 4. Eucl. descriptum erit Pentagonum regulare quæsitum PQXYV.

*Usus* hujus problematis expeditissimus est in Fortificatoria regulari mechanicâ, vel etiam scientificâ si Tabulæ non sint in promptu, unde Radius investigari possit.

## *Problema XXVI.*

## Figurarum regularium diametros invenire.

1. Si numerus laterum figuræ regularis fuerit

erit par; Radius duplicatus largitur diametrum.

E.g. Hexagoni *Figur. E Num.* 3. laterum numerus, nempe 6. est par; igitur ejus diameter $\alpha\gamma$ componitur è duobus radiis $\alpha\varepsilon$ & $\varepsilon\gamma$.

2. Sin numerus laterum figuræ fuerit impar; per probl. 20. inveniatur perpendicularis, à centro figuræ in semissem lateris demissa. Huic si addatur radius; similiter constabit diameter quæsita.

E.g. Pentagoni regularis $\zeta\eta\vartheta\iota\kappa$ *Fig. E. Num.* 3. diameter $\vartheta\lambda$ componitur è radio $\theta\nu$ & perpendiculari $\nu\lambda$.

## *Observatio.*

Quadrati latus *hic* $o\pi$ *Figur. E. Num.* 4. cum statuitur in 10. 10. *Lineæ Geometricæ*; tum inter 20. 20. habetur Quadrati diagonius $o\varrho$ per 47. prop. lib. 1. Eucl.

## *Problema XXVII.*

### Figuram irregularem, datis ejus angulis & lateribus, in charta delineare.

Laterum quantitas juxta ordinem assumatur è scala, vel linea Arithmetica pee probl. 1. & signetur in charta. In termino autem singulorum formentur anguli datis æquales per prob. 5.

E.g. Mensuratus sit ager irregularis septem laterum $\varsigma\tau\upsilon\phi\chi\psi\omega$ *Figur. E. Num.* 5. & inventa latera

latera atq; anguli hoc modo

Ad desribendam igitur in charta huj9 agri figuram; è scala accipiatur lat9 $\chi\phi$ 16. (o) & in termino $\phi$ constituatur angul9 dato $\phi$ æqualis, videlicet 149. gr. 29. m. per lineam obscuram & infinitam, à qua porro resecetur pars $\phi\upsilon$, lateri $\phi\upsilon$ 20, 8. æqualis. Similiter cum hujus termino $\upsilon$ ad angulum $\upsilon$ 104. gr. 15. m. connectatur latus $\upsilon\tau$ 26. (o) Idem processus servetur etiam in reliquis, donec figura claudatur.

| | |
|---|---|
| $\chi$ | 120. gr. 31. m. |
| | 16. (o) |
| $\phi$ | 149. gr. 29. m. |
| | 20, 8. |
| $\upsilon$ | 104. gr. 15. m. |
| | 26. (o) |
| $\tau$ | 106. gr. 16. m. |
| | 24. (o) |
| $\varsigma$ | 109. gr. 47. m. |
| | 16, 32. |
| 126. gr. 3. m. | $\omega$ |
| | 8. (o) |
| $\psi$ | 75. gr. 45. m. |

## *Problema XXVIII.*

### Ad datam rectam datæ figuræ planæ similem vel majorem vel minorem, similiterq; sitam constituere.

Figuræ similes sunt, quæ angulos singulos singulis æquales habent, & latera circum æquales angulos proportionalia juxta definit. 1. lib. 6. Eucl.

Similiter sitæ sunt, quando termini proportionales simili situ correspondent juxta Ram. Geom. lib. 4. el. 14. Cor. 2.



Ad

Ad talem igitur figuram ſuper data recta describendam; ex angulo figuræ datæ, lateri proportionali dato adjacente, ducantur rectæ infinitæ per reliquos angulos, earumq; partes quæ ſunt intra figuram datam ſeorſim coaptentur *Lineæ Arithmeticæ* in illo puncto, quod numerus lateris figuræ datæ oſtendit: Sic numerus lateris figuræ quæſitæ exhibebit latus homologum, in aſſumpta diagonali notandum. Hoc autem modo inventorum laterum termini ſi connectantur; datæ figuræ ad datam rectam erit ſimilis & ſimiliter ſita conſtituta.

*E. g.* Figuræ irregulari A B C D E *Figur. E. Num. 6.* deſcribenda ſit ſimilis & ſimiliter ſita ſuper lineâ AF partium 42, qualium AB, latus homologum, eſt 75. Igitur ex angulo A ducuntur lineæ rectæ in C, D, E. & juxta quantitatem ſingularum AC, AD, AE, aperitur circinus proportionalis. Hinc lineâ AC in 75. 75. collocatâ, inter 42. 42. invenitur AG, & per lineam AD eidem puncto 75. & 75. coaptatam inter 42. 42. obtinetur AH. Itemq; ſi AE ſtatuatur in 75. 75. *Lineæ Arithmeticæ*; intra 42. 42. occurrit A I. Termini igitur proportionalium iſtarum linearum F G H I A inter ſe connectantur, & figura irregularis datæ ſimilis ſimiliterq; ſita erit ex voto deſcripta.

Vice verſâ, ſi figuræ irregulari A F G H I ſimilis ſit conſtituenda ſuper lineâ AB 75. partium, lateri AF 42. p. homologa? Ductis iterum ex A per reliquos angulos lineis infinitis; Utriq; *Lineæ Arithmeticæ* in 42. accommodatur

AF ſic inter 75. & 75. invenitur AB
AG AC
AH AD
AI AE

quarum linearum extremitates A B C D E connexæ, exhibent *figuram irregularem datæ ſimilem & ſimiliter ſitam* ſuper AB deſcriptam. Conf. Brameri Proportional-Zintal pag. 22.

## *Problema XXIX.*

## Figuras planas regulares inter ſe commutare.

Latus datæ figuræ regularis accommodetur punctis figuræ ſimilis (vel numeri eam ſignificantis) in *Linea Tetragonica*: & diſtantia punctorum figuræ, quæſitæ ſimilis (vel numeri eam repræſentantis) ſuppeditabit latus figuræ quæſitæ.

E. g. *Figur. E. Num. 7.* ſit ager triangularis æquilaterus K L M, cujus latus KL 40. (o) permutandus cum æquali agro quadrato N O P Q. Quæritur hujus latus N O? Igitur Trianguli latus KL 40. (o) è ſcala aſſumptum, ſtatuitur inter puncta △. △. *Lineæ Tetragonicæ*; punctorumq; □. □. diſtantia offert NO 26, 32. latus Quadrati optatum.

Similiter 576. milites conſtituant aciem quadratam, cujus ordines 24. & in quolibet ordine diſpoſiti milites 24. Iſta acies quadrata ſit permutanmutanda in triangularem æquilateram. Quæritur, quot ordines futuri sint, & quis numerus militum ultimi ordinis?

Assumpta linea NO 24. partium accommodetur punctis □ in *Linea Tetragonica*, & punctorum △ distantia dabit KL 34. p. Dico igitur aciei triangularis fore ordines 34. totidemq; milites in quolibet latere, extremoq; ordine disponendos esse, si modo 19. milites priori numero 576. adjiciantur, cum fractiones hic nullum habeant locum.

Ita etiam si aquæductus vitium contraxerit, & tubi illius circulares *Figur. E. Num. 8.* cum æqualibus tubis quadratis sint permutandi?

Diameter tubi circularis TV *e.g.* 42. (3.) coaptetur punctis ⊙ *Num. 7.* Sic inter puncta □ obtinetur latus tubi quadrati RS 37. (3.) circulari tubo proximè æqualis.

*Fundamentum operationis* quod attinet: *Lineæ Tetragonicæ* à centro circini Proportionalis L. *Fig. E. Num. 7.* inscripta sunt latera figurarum regularium, inter se æqualium. Triangulo enim lateris L△ per structuram æquatur Quadratum lateris L□, itemq; Pentagonum regulare lateris L 5. &c.

Quare per demonstrationem problematis 1. ut L△ latus Trianguli in instrumento 1000. p. -- ad △△ latus Trianguli dati 40. -- ita L□ latus Quadrati in instrumento 658, 04. -- ad □□ latus Quadrati quæsiti 26. 32. *in exemplo primo hujus* *Pri-*
*problematis.*

## *Problema XXX.*

# Quodvis Triangulum vel Parallelogrammum in Quadratum illis æquale commutare.

Per probl. 13. hujus quæratur media proportionalis inter totam basin & totam perpendicularem Parallelogrammi; similiter inter totam basin & dimidiam altitudinem Trianguli. Ista media proportionalis est latus æqualis Quadrati, vi prop. 17. lib. 6. Eucl.

*E. g. Figur. F Num. 1.* sit Triangulum varium ABC, cujus basis AB 20, 3. & altitudo CD 8. (0) Igitur inter hujus semissem CS 4. (0) & basin AB 20, 3. cadens media proportionalis 9. (0) est EF latus Quadrati, dato Triangulo ABC æqualis.

Vel si *Num. 2. Figur. F* oblongum GHIK, cujus latus GH 6. (0) & HI 24. (0) sit transmutandum in Quadratum æquale: invenietur ejus latus QR 12. (0)

Ita si detur Rhomboides LMNO, cujus latus LM 24. (0) & altitudo OP 6. (0) similiter obtinebitur QR 12. (0) latus Quadrati ipsi æqualis.

## *Problema XXXI.*

# Datum Quadratum in Parallelogrammum oblongum optatæ vel longitudinis vel latitudinis commutare.

E scalâ dati Quadrati sumatur longitudo (vel latitudo) optata, & in punctis Lin. Geometr. ipsi cognominibus collocetur. Tum numeri inter quos transversè cadit latus Quadrati, indicant latitudinem (vel longitudinem) oblongi quæsitam.

E. g. Acies quadrata, Figur. F. Num. 3. ex 961. militibus & 31. ordinibus constans, mutanda sit in oblongam, cujus longitudo VX 41. Quæritur numerus ordinum?

Igitur linea VX 41. coaptatur puncto 41. Linearum Geometricarum, atq; in ea divaricatione latus Quadrati ST 31. quadrat puncto 23. Quare latitudo seu numerus ordinum XY erit 23. & supersunt milites 17.

Vel si latitudo XY assumatur 23. & statuatur in 23. 23. Lin. Geom. tum latus Quadrati ST quadrabit puncto 41. 41. Dico igitur longitudinem aciei oblongæ, è quadratâ structæ, fore 41. militum.

Conf. Galgemairs proportional Schrägmäß prop. 36.

*Aliter & brevius per Lin. Arithmeticas.*

Latus □ti ST accommodetur puncto datæ longitudinis *hic* 41. & 41. (vel puncto datæ latitudinis hic 23. & 23.) Sic numerus lateris □ti *hic* 31. & 31. largitur latitudinem quæsitam 23. (vel longitudinem quæsitam VX 41.) prop. 11. lib. 6. Eucl. & probl. 11. hujus.

Pro-

## Problema XXXII.

### Datarum quotcunq; figurarum planarum dissimilium rationem lineis rectis explicare.

Figuræ planæ rectilineæ si fuerint *Triangula*; à vertice eorum demittantur perpendiculares in basin per prob. 20. ac duabus istis perpendicularibus & basi secundæ inveniatur quarta proportionalis per problem: 12. m. 2. collocando basin secundam inter numeros primæ perpendicularis in *Lineis Arithmeticis*. Distantia enim inter numeros secundæ perpendicularis, est quarta proportionalis quæsita. Jam quæ est ratio primi Trianguli ad secundum: ea ratio est primæ basis ad quartam proportionalem inventam.

Sin fuerint *Triangulata*; resolvantur in Triangula, & cum singulis hisce agatur præcedenti modo: Lineæ tamen proportionales inventæ omnium Triangulorum, singula Triangulata componentium, ultimò sunt addenda. Ita Triangulatorum ratio ad rectas lineas est revocata.

*Circuli* verò reducantur prius in Triangula beneficio probl. 29. Hisce mediantibus circulorum ratio priori modo rectis poterit explicari.

E. g. *Figur. F Num. 4.* quæratur ratio Trianguli obtusanguli $\alpha\beta\gamma$ cujus basis $\alpha\beta$ 9. (o) & perpendicularis $\gamma\delta$ 5. (o), ad Triangulum acutangulum $\varepsilon\zeta\eta$, cujus basis $\varepsilon\zeta$, 4. (o) & perpen-



dicu-

dicularis ηϑ 6, 2. Igitur εζ statuitur in 50. 50. *Linearum Aritbmeticarum*, atq; inter 62. 62. exhibetur quarta proportionalis ικ, quæ in scalâ priori continet 4, 96. Ergo ut △ αβγ -- ad △ εζη - ita linea αβ 9. (0) vel 9, 00. -- ad ικ 4, 96.

Similiter investigatur etiam ratio primi & tertij, primi & quarti &c. Trianguli.

Deinde sit *Quadrangulum* λμνο *Fig. F. Num. 5.* cujus diagonius λν 8. (0) perpendicularis οπ 3. (0) μϱ 4. (0) & *Quinquangulum* ςτυφχ, cujus diagonales ςφ 9. (0) τφ 7. (0) & perpendiculares χω 2, 5. τψ 3, 2. υ♂ 3, 6. Horum ratio ut exhibeatur in rectis: Basis λν statuatur in 70. 70. & in 57. 57. invenitur ☉♀ 7, 33. (Binæ enim perpendiculares οπ, μϱ & χω, τψ in eandem basin cadentes, compendij gratia hic in unam summam 70. & 57. sunt collectæ) Rursus basis τφ collocetur in 70. 70. summam perpendicularium; & inter 36. 36. numeros perpendicularis υ♂, obtinetur ♀☾ 3, 6. Igitur

| | | |
|---|---|---|
| ut Trapezium λμνο ad Trapezium ςτφχ | ita λν 8. (0) | ad ☉♀ 7, 33. |
| & sicut Trapezium λμνο ad △ τφυ | | ad ♀☾ 3, 6. |

Totumq; quadrangulum λμνο ad quinquangulum ςτυφχ, est ut λν 8 (0) ad ☉☾ 10, 93. Conf. Metij Geom. lib. 1. cap. 14. pr. 4.

*Obser-*

## *Observatio.*

Quodsi præter basin recta datur, cui alia recta sit invenienda quæ exprimat rationem datorum planorum: Absoluta priori operatione juxta ipsum problema, porro collocetur recta data inter puncta primæ basis; sic puncta inventæ proportionalis dabunt lineam quæsitam.

Ut si priorum △orum αβγ & εζη, *Figur. F. Num. 4.* rationem, non basis αβ sed alia linea AB 8. (0) exprimere debeat: Hæc ipsa coaptatur punctis αβ 900. 900. & inter puncta ipsius ικ 496. 496. acquiritur CD 4, 41. Ergo ut △ αβγ ad △ εζη sic AB 8. (0) ad CD 4, 41.

## *Problema XXXIII.*

### Quamlibet figuram planam regularem secundum datam rationem arearum augere vel minuere.

Ratio figuræ quæsitæ ad datam numeris integris explicetur, quorum posteriori cum in *Lineis Geometricis* accommodatur latus datæ figuræ regularis; tum prior exhibet latus figuræ regularis quæsitæ.

E. g. *Figur. F. Num. 6.* sit Quadratum lateris AB. duplicandum? Quoniam *hoc loco* ratio figuræ quæsitæ ad datam est quæ 2. ad 1. sive $\frac{2}{1}$. Igitur datæ latus AB coaptatur puncto 1. 1. *Linearum Geometricarum*; atq; inter 2. 2. earundem *Lin. Geom.*

*Geom.* invenitur AC latus quadrati dupli. Eodem modo si □ AB sit triplicandum vel quadruplicandum &c. inter 3. vel 4. &c. obtinetur latus quadrati tripli, vel quadrupli &c.

Ita etiam si Triangulum æquilaterum FGH *Figur. F. Num. 7.* in ratione sesquialtera sit augendum? Minimi termini hujus rationis sunt 2. 3. Igitur FG transversè accommodatur puncto secundo *Lin. Geom.* & punctum tertium largitur IK latus Trianguli quæsiti.

Econtra si *Figur. F. Num. 8.* superioris Quadrati AB quæratur pars dimidia? Ratio quæsiti ad datum est ut 1. ad 2. sive $\frac{1}{2}$. Ergo latus AB accommodatur puncto 2. 2. *Lin. Geom.* & quæ sub hac aperturâ fuerit distantiâ inter 1. 1. ea erit AM latus Quadrati subdupli.

Vel si desideretur Quadratum, ipsius AB subtriplum? Latus AB collocatur in 3. 3. si subquadruplum, inter 4 4. &c. ac semper distantia inter 1. 1. exhibet quæsitum, ibi videlicet AN, hic AO.

Similiter Triangulum IKL *Figur. F. Num. 7.* sit minuendum in ratione subsesquialtera? Igitur latere IK collocato in 3. 3. *Lin. Geom.* inter 2. 2. invenietur latus quæsitum FG. Si enim super FG. describatur Triangulum æquilaterum FGH, erit prioris IKL subsesquialterum.

*Usum* hujus problematis placet ostendere unico exemplo. Duo vicini ad aquæductum aliquem communem contulerint Q. 20. P. 5. Im-

peria-

periales, & sint ex eo proprios in usus aquam deducturi tubis quadratis.

Latus autem tubi pro Q sit 84. (3.) Quæritur tubi pro P latus proportionale? Quoniam hic est ratio 5. ad 20. igitur Latus Q 84. è scala assumptum accommodetur puncto 20. 20. *Linearum Geometricarum*, atq; inter 5. 5. invenitur tubi pro P latus optatum 42. id est 42. (0)

Vel quia collatarum pecuniarum 5. ad 20. ratio in minimis terminis est 1. ad 4. poterit etjam latus Q 84. coaptari puncto 4. 4. Sic inter 1. 1. iterum invenitur latus Quadrati P 42. (3.)

*Fundamentum operationis* dependet ex fabricâ *Lineæ Geometricæ*, quippe *Figur. F. Num. 6.* si L 1. sit latus cujuscunq; figuræ regularis, tum L 2. est latus similis figuræ, illius duplæ, L 3. triplæ &c. Igitur in 1. exemplo hujus probl. per demonstr. probl. 1. concluditur:

Ut L 1. -- ad 1. 1. latus figuræ datæ - ita L 2.- ad 2. 2. latus similis figuræ duplæ.

## *Problema XXXIV.*

## Circulum in quavis ratione data augere vel minuere.

Circulus augetur & minuitur eodem prorsus modo, quo plana regularia in problemate præcedente, dummodo pro latere hic accipiatur diameter; vel Semidiameter. Conf. Galgemairs Schrägmäs prop. 20.

E. g. *Figur, G. Num. 1.* sit circulus, radij AB,

100.

100. duplicandus? Igitur datus *hoc loco* radi
AB cum accommodatur puncto 1. 1. *Lin. Geom.*
tum inter 2. 2. offertur AC 141. radius circuli du
pli. Et hac apertura manente; inter 3. 3. occu
rit AD radius circuli tripli; inter 4. 4. AE radiu
circuli quadrupli.

Econtra si Circuli radio AC descripti quæ
ratur subduplus? Radio AC in 2. 2. collocato
inter 1. 1. habetur AB radius circuli subdupl
quæsiti.

Vel si Circuli, radio AD descripti, quæra-
tur subtriplus? Radius AD aptatur puncto 3. 3.
*Lin. Geom.* & distantia puncti 1. & 1. exhibet AB
radium circuli subtripli.

Similiter in ultimo exemplo proximè præ-
cedentis problematis si tubus Q sit rotundus
ejusq; diameter 84. (3.) Accommodatur ea pun-
cto 20. 20. & inter 5. 5. obtinetur diameter pro-
portionalis tubi rotundi P 42. (3.)

## *Problema XXXV.*

# Figuram planam irregularem rectilineam secundum datam arearum rationem augere vel minuere.

Ex aliquo angulo datæ figuræ irregularis educantur lineæ rectæ infinitæ per reliquos ejus angulos, ut fiant Triangula. Horum singula latera, ibidem concurrentia, *seorsim* accommodentur termino consequenti (id ast numero posteriori) rationis datæ *in Lineis Geometricis*. Sic termi-

terminus antecedens (id est prior numerus) subinde dabit latera homologa figuræ quæsitæ, quæ in lineis infinitis notari, extremitatibusq; suis connecti possunt. Conf. Brameri Theilung der Mathem. Instrum. pag. 72.

Ut si *Figur. G. Num. 2.* Triangulum Scalenum FGH sit duplicandum? Ratio quæsiti △ ad datum est quæ 2. ad 1. Igitur puncto 1. 1. *Lin. Geom.* accommodatur FG atq; in 2. 2. reperitur latus proportionale FI. Similiter eidem puncto 1. 1. coaptatur FH, & in 2. 2. occurrit FK. Jam terminis IK connexis, erit Triangulum FKI duplum prioris Trianguli FGH.

Ita etiam Pentagonum irregulare LMNOP *Figur. G. Num. 3.* sit augendum ea ratione, quam habent 5 ad 2. In *Lin. Geom.* puncto 2. 2. collocata LM offertur inter 5. 5. linea LQ

| | |
|---|---|
| LN | LR |
| LO | LS |
| LP | LT. |

indeq; figura LQRST ad datam LMNOP habet rationem duplam sesquialteram, quam 5. ad 2.

Diminutio figurarum irregularium eodem plane modo perficitur, cum inversi tantum sint termini rationum.

## *Problema XXXVI.*

Quod-

# Quodlibet Triangulum planum per lineas divisionis, reliquo lateri parallelas, ex angulo dato in partes æquales aut inæquales distribuere.

Divisio parallela consequitur diminutionem figurarum in ratione arearum per problema præcedens institutam. Igitur partes quæsitæ (reassumptis semper præcedentibus ad sequentes) notentur fractionibus, quarum denominatori, in *Lineis Geometricis* invento, cum sejunctim accommodantur crura anguli dati; tum in punctis numeratorum invenitur distantia cujuslibet lineæ divisionis, in suo latere, ab angulo dato mensuranda.

E. g. Triangulum VXY *Figur. G. Num.* 4. ex angulo V sit dividendum in tres partes æquales ad reliqvum latus XY parallelè.

Quoniam partes requisitæ scribuntur his fractionibus $\frac{1}{3}$. & (reassumendo priorem) $\frac{1}{3}$. Igitur in puncto 3. 3. *Lin. Geom.* statuitur latus VY, & pro prima parte tertia inter 1. 1. invenitur V♀, pro secunda VZ inter 2. 2. Deinde eidem puncto 3. 3. accommodatur VX, & pro prima parte tertia inter 1. 1. dabitur V☾, pro secunda V⊙ inter 2. 2. Connexis jam terminis similibus ☽♀ & ⊙Z, datum △m ex voto est divisum, quippe Triangulum V☽♀ est ejus prima pars & tertia, Trapezium ♀☽⊙Z est secunda pars & ita ultima est Z⊙XY.

Ita si Triangulum $\alpha\beta\chi$ *Figur. G. Num.* 5. inæqualiter sit dividendum, lateri $\beta\chi$ parallele in $\frac{2}{9}$. $\frac{3}{9}$. & $\frac{4}{9}$. ab angulo $\alpha$. Igitur latus $\alpha\beta$ collocetur in 9. 9. *Lin. Geom.* & distantia punctorum 2. 2. dabit $\alpha\delta$ pro prima parte, distantia vero punctorum 5. 5. (cum sectio fiat ab angulo $\alpha$ & $\frac{2}{9}$. additæ $\frac{3}{9}$. efficiant $\frac{5}{9}$.) exhibebit $\alpha\zeta$ pro secunda parte inæquali abscindenda. Similiter $\alpha\chi$ coaptetur puncto 9. & 9. *Lin. Geom.* Sic inter 2. 2. invenitur $\alpha\vartheta$ pro prima parte, inter 5. 5. invenitur $\alpha\eta$ pro secunda parte abscindenda. Ductis vero lineis rectis $\delta\vartheta$, $\zeta\eta$ continebit Triangulum $\alpha\delta\vartheta$ $\frac{2}{9}$, Trapezium $\delta\vartheta\eta\zeta$ $\frac{3}{9}$. & Trapezium $\zeta\eta\chi\beta$ $\frac{4}{9}$. dati Trianguli $\alpha\beta\chi$.

## *Observatio.*

*Si ex areâ Trianguli cognitâ, resecandæ sint aliquot decempedæ quadratæ*; abbrevientur primò numeri dati, donec instrumento congruant. Vel si hoc eousq; non licet; posteriores eorum notæ, pro partibus sive decimalibus æstimatæ, post integrorum puncta proportionaliter assumantur, quantum fieri potest accuratissimè.

E. g. *Figur. G. Num.* 6. ex Triangulo $\vartheta\iota\kappa$, cujus latus $\vartheta\kappa$ 56. (o) $\iota\vartheta$ 52. (o) $\iota\kappa$ 60. (o) indeq; area 1344. (o) □. abscindendæ sint 500. (o) □ lineâ divisionis, lateri $\vartheta\kappa$ parallelâ.

Quoniam *Linea Geometrica* numeros, prout dantur, capere nequit, cum longè superent nu-

merum punctorum ejus: Igitur rediguntur in
minores proportionales per abbreviationem

| | | |
|---|---|---|
| 500 | 250 | 125. |
| 1344 | 672 | 336. |

Hi vero sunt primi inter se
& adhuc justo majores; Ergo ultima cujusq;
nota putetur denotare prima hoc modo 33, 6. &
12, 5. cumq; puncto 33, 6.

coaptata fuerit $\left\{ \begin{matrix} \iota\vartheta \\ \iota\kappa \end{matrix} \right\}$ invenietur inter 12, 5. $\left\{ \begin{matrix} \iota\lambda \\ \iota\mu \end{matrix} \right\}$
distantia punctorum divisionis ab angulo ι. per
quæ linea ducta, in Triangulo ιλμ desecat sco
(o) ☐ parallelè lateri ϑκ. id quod propositum
& faciendum erat.

## Problema XXXVII.

### Quamlibet figuram quadrilateram vel multilateram per lineas divisionis reliquis lateribus parallelas, ex angulo dato in partes æquales vel inæquales distribuere.

Ex angulo dato ducantur diagonales in o-
mnes angulos figuræ, cum iisq; agatur uti in
præcedenti problemate 36.

E. g. *Figur. G. Num.* 7. Trapezium νοπϛ sit ex
angulo ν secandum in quatuor partes æquales
lineis lateri οπ, & πϛ parallelis? Ductâ igitur
diagonali νπ; partes à ν abscindendæ sunt $\frac{1}{4}\,\frac{2}{4}\,\frac{3}{4}$
Cumq; puncto denominatoris dati, nempe 4. &
4. in *Lineis Geometricis* accommodatur
νο tum 1. 1. dat νς -- 2. 2. νφ -- 3. 3. νω

| | | | |
|---|---|---|---|
| νπ | | | |
| νϱ | ντ | νχ | ν☿ |
| | νυ | νψ | ν♂ |

distantias singulorum punctorum divisionis, in
suis lateribus mensurandas ab angulo dato ν.
Connectantur jam puncta prima ςτυ, secunda
φχψ ac tertia ω☿♂, ut emergant lineæ divisionis, inter se, & lateri οπ, πϛ parallelæ; Eritq;
Trapezium νςτυ pars prima, Sexangulũ ςτυψχφ
pars secunda, φχψ♂☿ω pars tertia, & ω☿♂
ϱπο pars quarta totius Trapezij dati.

Ita si detur Hexagonum irregulare ABCDEF,
ex quo $\frac{1}{7}$ pars sit abscindenda *Figur. G. Num.* 8.
Inter 7. 7. *Lin. Geo.* collocatâ AB datur inter 1. 1. AG

| | |
|---|---|
| AB | AG |
| AC | AH |
| AD | AI |
| AE | AK |
| AF | AL |

distantiæ punctorum divisionis ab A, & connexis istis punctis, per parallelas abscissa est una
septima pars totius figuræ ABCDEF intra figuram AGHIKL.

Conf. Brameri Theilung der Mathematischen
Instrumenten pag. 74. 75.

## Problema XXXVIII.



Da-

## Datum circulum lineis & rectis & circularibus in partes æquales dividere.

Si divisio sit instituenda *lineis rectis*; circumferentia dividatur in requisitas partes æquales mediante probl. 24. & puncta illa cum centro connectantur.

Sin *lineis circularibus*: loco diagonalium singularum in præcedentibus figuris rectilineis hic solus radius dati circuli coaptetur Lineis Geometricis in puncto datæ denominationis partium. Tum enim numerus partis requisitæ, vel ex prioribus conflatæ exhibet radium; quo descriptus circulus continet partem abscindendam.

E. g. Ager figuræ circularis *Figur. G. Num. 9.* è centro M descriptæ, dividendus sit in tres partes æquales.

### 1. *Lineis rectis.*

Igitur Radius MN accommodatur puncto 6. *Linearum Circularium*, atq; inter 3. 3. invenitur punctorum divisionis O & P distantia à termino radij N. Ductæ enim rectæ MN, MO, MP dirimunt agrum in tres partes æquales.

### 2. *Aliis circulis parallelis.*

Radius QT *Figur. G. Num. 9.* statuatur in 3. 3. *Lin. Geometr.* & sub hac apertura inter 1. 1. invenietur QR radius primæ partis; inter 2. 2. dabitur QS radius duarum partium tertiarum. Descriptis igitur

igitur per hosce radios circulis; ager ex voto divisus erit. Circulo enim radij QR continetur una pars tertia; altera comprehenditur duobus circulis R & S. itemq; tertia pars quæsita comprehenditur circulis S & T.

### *Problema XXXIX.*

## Datum circulum juxta rationem datam lineis circularibus in partes inæquales dividere.

Numero summæ partium inæqualium *in Lineis Geom.* coaptetur diameter dati circuli, & numerus partium largietur diametros particularium circulorum.

E. g. Bramerus in Theilung der Mathematischen Instrumenten pag. 76. duos ponit inclusisse fontem circulari tubo communi impensis 12. flor. ad quos contulerit primus 7. alter 5 flor. Aquam vero tubi communis sint divisuri aliis tubis circularibus, collatæ pecuniæ proportionalibus: Quæritur diameter utriusq; tubi particularis?

Collocatâ igitur tubi communis dividendi diametro 10. in 12. 12. *Lin. Geom.* invenietur diameter tubi proportionalis primi inter 7. 7. nempe 7,638. secundi inter 5. 5. hoc loco 6, 455.

### *Problema XL.*

## Similes figuras planas sibi invicem addere.

 Figu-

Figurarum rectilinearum similium latera homologa (circularium diametri) in unicâ aperturâ Circini proportionalis transversè accommodentur *Lineis Geometricis*: Et numeri punctorum, quibus illa congruunt, collecti in puncto summæ suppeditabunt latus homologum (aut diametrum) figuræ per probl. 25. vel beneficio △orum unius per probl. 35. describendæ, quæ datis omnibus æquatur. Conf. Galgemann Schrägmäß prop. 21.

E. g. *Figur. H. Num. 1.* sint duo Triangula similia A & B addenda? Igitur si △i B basis de coaptetur puncto 10. *Linearum Geometricarum*, △i A basis *ab* cadit in 6. At summa istorum duorum numerorum est 16. Ergo inter 16. 16. *Lin. Geom.* datur *gh* latus homologum, id est, basis Trianguli C quod datis duobus Triangulis æquatur. Porro si *df.* statuatur in 10. 10. tum *ac* quadrat puncto 6. Hinc 16. punctum largitur latus homologum *gi*. Tandem *fe* collocetur in 10. & in 16. invenietur *hi*. Sic descriptum erit Triangulum *ghi* datis duobus simile & æquale.

Item si tria sint Quadrata D, E, F addenda *Figur. H. Num. 2.* Latus □ti D aptetur puncto 4. *Lin. Geom.* & E cadet in 7. F verò in 9. Prolinde distantia inter 20. 20. est latus Quadrati G prioribus tribus æqualis.

Vel si dentur tria similia Pentagona irregularia H, I, K, *Figur. H. Num. 3.* Ex angulo æquali *a, f, l,* ducantur diagonales, & circino proportionali expanso juxta quantitatē baseos *ab* inter 4. 4. collocatæ; basis *fg* quadrabit puncto 6, & basis *lm* puncto 10. Igitur punctum 20. dat latus *qr*. Similiter puncto 4. coaptetur *ac* & in 20. occurret *qs*

| | | |
|---|---|---|
| | *ad* | *qt* |
| | *ae* | *qr* |
| itemq; | *bc* | *rs* |
| | *cd* | *st* |
| | *de* | *tu* |
| | *ea* | *ux* |

Hisce lineis debito modo connexis, descriptum erit Pentagonum irregulare *qrstu* datis tribus prioribus Pentagonis H, I, K simile & æquale.

Tandem sint duo circuli M, O, *Figur. H. Num. 4.* in unum Q redigendi? Quoniam radio O P constituto in 10. *Lin. Geom.* radius M N quadrat puncto 3. Igitur inter 13. 13. invenitur radius Q R circuli duobus M, & O, æqualis.

## *Problema XLI.*

## Datis duobus Quadratis, alterum alteri in figura Gnomonis adjungere.

Data duo Quadrata subsidio problematis præcedentis redigantur in unum, & super hujus duobus lateribus in angulo communi constituatur Quadratum, ei, quod alterum ad se recepturum est, æquale. Residuus enim Gnomon alteri Quadrato æquabitur, & proposito satisfactum erit.

E.g. Quadratum S *Figur. H Num. 5.* ipſi T ſit apponendum inſtar Gnomonis? Igitur la tere □ti S collocato in 3 3. *Lin. Geom.* latus □ti T cadit in 4 4. *Figur. H, Num. 6.* Hinc inter 7. 7. habetur latus □ti V datis duobus S & T æqualis. In hoc □to V deſcribatur Quadratum T & Gnomon X. X. □to T æqualis adjunctus erit □to T.

## *Problema XLII.*

## Dato Trapezio vel Multangulo æquale Quadratum conſtituere.

Data figura reſolvatur in Triangula, quibus ſingulis per probl. 30. conſtruantur Quadrata æqualia. Hæc addantur per prob. 40. & conſtructum erit Quadratum dato rectilineo æquale, per ax. 1. lib. 1 Elem. Eucl.

E.g. Trapezium $\alpha\beta\gamma\delta$ *Figur. H. Num. 7.* ſit reducendum in Quadratum æquale?

*Primò* ducatur diagonalis $\alpha\gamma$ 38. datum Trapezium reſolvens in duo △a, nempe $\alpha\gamma\beta$ cujus perpendicularis $\beta\zeta$ 15, 4. & $\beta\gamma\delta$ cujus perpendicularis $\delta\varepsilon$ 18.

*Secundò* ex △o $\alpha\gamma\beta$ fiat Quadratum $\eta$ lateris 17, 105. itemq; Triangulum $\beta\gamma\delta$ reducatur in Quadratum $\theta$ lateris 18, 493.

*Tertiò* Quadrati utriusq; latus accommodetur *lineis Geometricis* hoc loco in 17. & 20. ſic diſtantia punctorum ſummæ 37. 37. largietur latus Quadrati $\lambda$ 25, 191. duobus Quadratis $\eta$, $\theta$, adeoq; etiam Trapezio dato æqualis.

## *Problema XLIII.*

## Similes figuras planas à ſe invicem ſubtrahere, reſiduumq; in aliam figuram ſimilem commutare.

Sicut in probl. 40. ita & hic inquiratur proportio figurarum, aperiendo ſcilicet Circinum Proportionalem, donec bina earum latera homologa ſimul *Lineis Geometricis* coaptari poſſint. Quo facto, inventorum numerorum minor ſubtrahatur à majore; & puncta reſidui in eisdem *Lineis Geometricis* indicabunt latus homologum figuræ quæſitæ. Conf. Galgemairs Proportional Schrågmåß prop. 21.

E.g. *Figur. H. Num. 1.* ſit Triangulum *abc* ſubtrahendum à Triangulo *ghi*. Igitur ſi *bc* ſtatuatur in 6. cadit *hi* in 16. At vero 6 ſublatis à 16. remanent 10. Ergo inter 10. 10. *Lin Geom.* invenitur latus homologum *ef* reſidui Trianguli ſimilis *def*. Eodem modo agatur etiam cum reliquis lateribus homologis.

Vel ſit Circulus O *Figur H. Num. 4* ex circulo Q ſubducendus? Quoniam Q R radius circuli Q tùm quadrat puncto 13. cùm O P, radius circuli O conſiſtit in 10. *Lin. Geom.* Igitur punctum 3. (propter ſubtractionem 10. à 13.) oſtendit MN, radium reſidui, ſimilisq; circuli M.

## *Problema XLIV.*

# Parallelogrammi Quadrati vel oblongi aream cognoscere.

Alterutrum duorum laterum Quadrati vel oblongi, angulo recto adjacentium, coaptetur puncto 10. *Linearum Arithmeticarum*, sub eaq; dehinc varicatione accipiatur intervallum punctorum alterius lateris, Zyphrâ tamen aucti: illud manifestabit aream quæsitam in eadem scalâ mensurandam.

E. g. *Figur. I. Num. 1.* sit agri oblongi ABCD latus AB 9. (0) BC 5. (0) Igitur cum BC collocatur in 10. *Lin. Arithm.* tùm inter 90. 90 inventa linea, numero partium suarum hic 45. (0) definit aream dati oblongi AC 45. (0) □. *id est*, decempedarum quadratarum.

Item quæratur area Quadrati AB *Figur. I. Num. 2.* cujus latus 15. (0) Igitur dimidia AB per postul. 2. (cum tota AB instrumento hic applicari non potuerit) statuatur in 10. 10. & punctorum 150. distantia *duplicata* (id est, bis sumpta) exhibebit aream quæsitam 225. (0) □.

*Fundamentum* hujus operationis situm est in defin. 1. lib. 2. Elem. Eucl. & elem. 5. cap. 4. lib. 1. Arithm. Rami.

## *Problema XLV.*

# Cujuscunq; Trianguli aream investigare.

Dimidia basis (vel dimidia perpendicularis) dati Trianguli statuatur in 10. 10. *Lin. Arithm.* Sic numerus perpendicularis (vel basios) patefaciet aream quæsitam per probl. præcedens & prop. 41. lib. 1. Eucl.

E. g. Trianguli basis sit 15. (0) & perpendicularis 8. (0) Igitur cum *Lineæ Arithmeticæ* dimidiam perpendicularem hoc loco 4. (0) puncto 10. intercipiunt; tum inter 150. iterum datur area Trianguli 60. (0) □.

## *Problema XLVI.*

# Cujuscunq; plani rectilinei, itemq; circuli aream indagare.

Datum rectilineum vel datus Circulus reducatur in Quadratum æquale per probl. 29. & 42. Hujus area si cognoscatur per problema 44. constabit quæsitum.

E. g *Figur. I. Num. 3.* sit inquirenda area Pentagoni regularis, cujus latus AB 6, 02. Quoniam huic Pentagono æqualis Quadrati latus est 7, 9. per probl. 29. & area Quadrati *Num. 4.* est 62, 41. per probl. 44. Hinc etiam Pentagoni area est 62, 41. (2.) □ quippe Pentagonum & Quadratum per structuram æquantur.

Similiter *Figur. I. Num. 5.* si quærenda sit area Trapezij $\alpha\beta\gamma\delta$, cujus diagonius $\alpha\gamma$ 38. & perpendicularis $\beta\zeta$ 15, 4. $\delta\varepsilon$ 18. Primò per probl. 42. inquiratur latus Quadrati, dato Trapezio æqualis, quod est 19 25, 191. Deinde per probl. 44. inve-

investigetur illius Quadrati area 634,6. Ha
simul est area Trapezij quæsita.

Item *Figur. I. Num. 6* detur Circulus cuj
diameter AB 4 (0) Facta ejus reductione
Quadratum æquale per probl. 29. hujus lat
CD est 3,547. Hinc per problema 44. tam Qu
drati quàm Circuli area obtinetur 12,58. (2.)□

## *Problema XLVII.*

## Ex dato numero quadrato Ra-dicem quadratam extrahere.

Accipiatur è scalâ Radix aliqua *e g.* 100 & accommodetur puncto 10. *Linearum Geometrica-rum.* Hoc facto, datus Quadratus curtetur tri-bus notis finalibus, & distantia punctorum re-sidui (parte tamen aliqua, primæ abscissarum notæ juxta conjecturam competente, aucti) sup-peditabit Radicem quæsitam in assumptâ scalâ mensurandam. Conf. D. Laurenb. appendi Institut. Arithmet. num. V.

E. g. *Figurarum I. Num 7.* assumantur è scalâ Fig. A I. Num. 20. partes 100. & coaptentur pun-cto 10 *Linearum Geometricarum:* Ita relicto in-strumento si Radix quadrata extrahenda sit
ex 1024 abject. trib. not. inter 1.1. datur R. □ 32.
1600. inter 1,6. similiter invenitur R. □ 40.
2500. per 2,5. 50.
3025. per 3. 55.
4900. per 4,9. 70.
19600. per 19,6. -- -- -- -- -- 140.
30625

30625. per 30, 6. 
80656. per 80, 7. 284.

*Fundamentum hujus Extractionis* est, quod puncta *Linearum Geometricarum* per structuram referant numeros quadratos sub figuris quadratis inscri-ptis. Igitur sicut se habet quadratus 10. ad as-sumptam radicem 100. ita alius quivis quadratus ad suam radicem.

At vero quadratus 10. non est totus radicis 100. sed mutilatus tribus notis finalibus, siqui-dem centies centena efficiunt 10000. Ergo etiam datus quadratus quilibet totidem notis curtan-dus erit.

## *Observationes.*

1. Si residuus post abjectionem trium po-steriorum notarum excedit numerum puncto-rum *Linearum Geometricarum:* adhuc abjiciantur tot paria finalium notarum, quot abundant. Pro singulis autem hisce paribus è quadrato abjecta-rum, inventæ radici addatur Cifra: vel si scala exhibeat partes decimales; prima illa transeunt in integra.

Ratio hujus è genesi & punctatione Qua-dratorum patet. E. g. □ti
102400. inter 1.1. inventa R. 32. Cifrâ augetur 320.
270400. in 2,7. 52. 520.
630436. per 6, 3. 79,4. 794.

2. Si datus quadratus numerus constet dun-taxat tribus notis; adjiciantur ei duæ Zyphræ,
qua-

quarum ultima denotabit (2.) secunda. F
autem juxta priorem observationem opera
ne, ultima nota Radicis significabit (1.) prim
si fuerit Cifra plane poterit omitti.

| Sic pro | assumo | hinc Radix □ | |
|---|---|---|---|
| 144 (0) | 14400 (2) | 12,0 vel | 12. (c |
| 225 | 22500 | 15,0 | 15. |
| 400 | 40000 | 20,0 | 20, |
| 676 | 67600 | 26,0 | 26. |

## *Problema XLVIII.*

## Ex dato numero cubico Radi-cem cubicam extrahere.

Quoniam Cubici numeri plerunq; notis pluribus, numeros Linearum Stereometrica-rum superantibus, scribuntur, earumq; terna unam solummodo reddant notam Radicis: Hinc duo oriuntur Extractionis Cubicæ modi, quorum *prior* quadrat iis cubis, qui constant notis 4. 5. 7. 8. 10. 11. & est talis:

E scala aliqua sumptæ partes 40. accommodentur puncto 64. *Linearum Stereometricarum*; in eaq; apertura accipiatur distantia punctorum numeri post abjectionem ternarum (3. 6. 9.) notarum finalium à dato residui. Ista enim distantia subsidio prioris scalæ suppeditat Radicem quæsitam, si tres saltem notæ sint abjectæ; augendam verò una Ziphra pro sex, duabus pro novem notis resectis.



Sic *Figur. I. Num. 8.* apertæ sunt *Lineæ Stereometricæ* ad quantitatem 40. partium è scalâ fundamentali majoris nostri Circini Proportionalis desumptarum, & puncto 64. accommodatarum. Igitur ex

| | | | |
|---|---|---|---|
| 8000. in | 8 | invenitur Rad. Cub. | 20. |
| 15625. per | 15,6 | | 25. |
| 74088. per | 74. | | 42. |
| 2197000. per | 2,2 | (addendo unâ Cif.) | 130. |
| 50633000. per | 50,6 | | 390. |

*Posterior modus* Extractionis respicit Cubos 5. 6. 8. 9. 11. 12. notarum & ita habet:

Scalæ cujuslibet partes 100. coaptentur puncto 100. *Linearum Stereometricarum*, atq; ita relinquatur Circinus Proportionalis. Cubicus verò numerus decurtetur notis finalibus 4. 7. 10. donec residuæ fiant numero punctorum *Lineæ Stereometricæ* minores. Tunc inter puncta Stereometrica residuis illis notis respondentia, utante, invenitur Radix Cubica tota, si quatuor notæ sint abscissæ; mutila verò & augenda vel 0, si septem, vel 00. si decem notæ finales fuerint amputatæ.

Sic *Figur. I. Num. 9.* Lineis Stereometricis in 100. coaptatæ sunt partes 100. è scala fundamentali majoris nostri Circini Proportionalis deromptæ, & hac scala mediante ex Cubo

| | | | |
|---|---|---|---|
| 15625 in | 1,5 | obtinetur Rad. Cub. | 25. |
| 74088 in | 7,4 | | 42. |
| 125000 in | 12,5 | | 50. |

405224

405224 in 40, 5
729000 in 72, 9
50633000 in 5, 1 (addita Cifra)
97336000 in 9, 7
175616000 in 17, 6
216000000 in 21, 6
729000000 in 72, 9

Conferatur D. Laurenbergij appendix Insti-
tut. Arithmet. num. VI.

*Fundatur* Extractio Radicis Cubicæ in hac argumentatione:

Ut Cubus { 64. tribus / 100. quatuor } notis mutilatus ...
habet ad suam Radicem Cubicam { 40. / 100. } ita
quilibet alius Cubus, totidem notis finalibus
minutus ad suam Radicem. Est igitur Extractio
Radicum in hoc Instrumento nihil aliud, quam
ex tribus datis quarti proportionalis numeri in-
vestigatio, sed per lineas dato numero homoge-
neas, sive cognomines.

## Observatio.

Si datus numerus cubicus paucioribus quam
quatuor constet figuris: adjiciantur ei tres Ci-
fræ, & quadrabit prioribus modis. Ultima ta-
men nota Radicis inventæ significat (1.) primo
& si fuerit Cifra, plane abjicitur. Sic pro 125
(0) assumantur 125000 (3) & per modum poste-
riorem erit Radix Cubica 5, 0. vel 5 (0) Pro-



# Corpora plana ex materia aliqua construere.

*Corpus* sive *solidum* est quod longitudinem, latitudinem & crassitudinem habet. Eucl. lib. 11. def. 1.

*Corpus planum* est, quod comprehenditur à superficiebus planis. Ram. Geom. lib. 22. el. 9.

Horum *corporum planorum* primum est *Pyramis* ut Triangulum in Superficiebus. Eaq; in basi recipit omnes superficies rectilineas, nempe trilateras, quadrilateras, multilateras, & tot Triangulis quot sunt in basi latera, fastigiatur. Et ab ista figura basios dicitur *Pyramis trilatera, quadrilatera &c.*

In specie tamen *Tetrahedrum* vocatur Pyramis, ex quatuor Triangulis æquilateris & æqualibus composita.

Ex Pyramidibus porro componitur *Prisma* & *Polyhedrum mixtum*.

*Prisma* eodem modo ut Pyramis, in basi recipit quascunq; superficies rectilineas, sed præterea aliam adhuc basin, ei oppositam habet, similem, æqualem & parallelam, quæ Parallelogrammis, numero laterum basios correspondentibus, combinantur.

Distingvitur autem juxta numerum hedrarum, (id est, planorum, quibus terminatur) in Prisma

1. *Pentahedrum*, quod etiam in specie *Prisma* voca-tur, & basin habet triangularem.

2. *Hexahedrum* quod vel
- *Parallelepipedum*, cujus oppositæ hedræ sunt Parallelogramma æqualia. Et est vel
  - rectangulum ut
    - *Cubus*
    - *Oblongum*
  - obliquangulum ut
    - *Rhombus*
    - *Rhomboides*
- *Trapezium*, cujus oppositæ hedræ neq; æquales, neq; parallelæ existunt.

3. *Polyhedrum*, quod pluribus quàm sex hedris comprehenditur.

*Polyhedrum mixtum* constat ex Pyramidibus, quarum vertices in centro coeunt, & bases prominent.

Estq; vel

1. Ordinatum ut
   - *Octahedrum*
   - *Icosahedrum*
   - *Dodecahedrũ*

   compositum ex æqualibus & regularibus
   - Triangulis
     - 8
     - 20
   - Pentagonis 12.

2. Inordinatum, cujus bases sunt variæ & inæquales.

Hæc ipsa *corpora* ut ex materiâ aliquâ construantur; figuræ planæ, ex quibus componuntur, describantur per probl. 25. ac disponantur, prout adjecta schemata effigierum ænearum K ostendunt. Si enim ritè inter se complicentur, constituent corpus quæsitum.

Dicta

Dicta verò schemata sub A, B, C. sistunt Pyramides trilateras duplici modo adornatas, quarum A est *Tetrahedrum*. At sub D sunt Pyramides quadrilateræ. Sub E est duplex *Prisma Pentahedrum*. Porro F *Cubus*, G *Oblongum*, H *Rhombus*, I *Rhomboides*, K *Trapezium*, L Prisma *Polyhedrum*, M *Octahedrum*, N *Dodecahedrum*, O *Icosahedrum*.

## *Problema L.*

### Sphæram optatæ quantitatis fabricari.

Data sphæræ diameter per probl. 2. dividatur in 12. partes æquales, ac continuetur utrinq; novem ejusmodi partibus. Earum autem partium decem pro radio semper assumptis, per singula puncta diametri ab utraq; parte describantur arcus usq; ad contactum proximorum. Ex istis duodecimis partibus ritè complicatis componitur sphæra quæsita. Uti in *Figuris* K. sub literâ P videre est.

## *Problema LI.*

### Ad datam latitudinem & altitudinem conum è chartâ construere.

Latus coni *datum* (vel ex altitudine & radio basios per probl. 16. acquisitum) fiat radius, quo obscurè describatur peripheria. Ex hac per probl. 5. resecentur tot gradus, graduumq; partes, quot quartus numerus tribus hisce (1. lateri

 coni

coni, 2. gradibus 360. & 3. radio basios) proportionalis ostendit per probl. 12. Sic obtinebitur Sector circuli, cujus circumferentiæ in quocunq; puncto annectatur alius circulus minor ad quantitatem radij basios descriptus: Supra quem circulum si radij Sectoris rite junguntur constructus erit conus optatæ altitudinis atq; latitudinis.

E. g. *Figur. L. Num. 1.* latus Coni AB sit 7. & radius basios DE 3. Quæritur pars circumferentiæ majoris BDC, basios termino (id est peripheriæ) congrua? Dicatur

ut AB Latus Coni- ad grad.- ita Rad. ED- ad grad.
7 ------------ 360 ---------- 3 ---------- $154\frac{2}{7}$

Arcus igitur BDC erit $154\frac{2}{7}$ graduum. Reliqua ex schemate dicto patent.

## *Problema LII.*

## Cylindrum optatæ latitudinis & altitudinis è chartâ vel laminâ construere.

Describatur Parallelogrammum oblongum ejusq; latitudini, tanquam circumferentiæ circuli per probl. 10. quæratur correspondens diameter, qua mediante circulus utrinq; annecti possit.

E. g. *Figur. L. Num. 2.* altitudo Cylindri & Parallelogrammi FG sit 10. latitudo EG 9. Igitur diameter basium est 287. proximè.

Pyr-

## *Problema LIII.*

## Pyramidem determinatæ quantitatis ruditer in plano delineare.

Per problema 25. describatur *figura basios*, & ex centro ejusdem erigatur *perpendicularis*, datam altitudinem exæquans. Hujus terminus si cum angulis figuræ basios connectatur; descripta erit *Pyramis* quæsita.

*Vel* si unius hedræ *duo latera* dentur; iis, pro radio acceptis, fiat intersectio, quæ cum omnibus angulis figuræ basios iterum est connectenda, & similiter in plano delineata erit *Pyramis* quæsita.

E. g. *Figur. L. Num. 3.* describenda sit Pyramis quadrilatera *ad latus basios IK & altitudinem LM?* Igitur à datâ lineâ IK describitur Quadratum, cujus centrum L. & per hoc L subsidio normæ ducitur perpendicularis infinita, in quâ ab L signatur perpendicularis data usq; in M. Hic enim terminus perpendicularis M si connectatur cum I, K, & reliquis angulis figuræ basios, ruditer descripta erit Pyramis quadrilatera quæsita.

Vel super eadem basi quadratâ lateris IK si *ad quantitatem laterum hedræ IKM* sit describenda Pyramis quadrilatera: Radio IM describitur arcus, quem alius, radio lateris KM descriptus, intersecat in M. Ab hoc puncto M cum ad omnes angulos figuræ basios ducuntur lineæ re-

 ctæ;

ctæ; tum in plano repræsentata erit Pyramis quadrilatera quæsita.

### *Observatio.*

Si Pyramis ordinata, quæ Tetrahedrum aliàs dicitur, sit describenda; è centro Trianguli æquilateri simpliciter ducuntur lineæ rectæ in omnes angulos, uti videre est sub N O *Figur. L. Num. 3.*

### *Problema LIV.*

## Prisma optatæ quantitatis in plano repræsentare.

Basi Prismatis per probl. 25. descriptæ, addatur alia figura similis & æqualis ad distantiam altitudinis datæ: earumq; basium *anguli similiter siti vel omnes vel pleriq;* connectantur lineis rectis, uti in Prismatibus Hexahedris P Q R, basium quadratæ P Q *Figur. L. Num. 4.* conspicitur.

### *Observatio.*

*Cubus* forsan convenientiùs in plano describitur, si à dato latere constituatur Hexagonum regulare, hujusq; tres anguli alternatim connectantur cum centro, uti *Figur. L. Num. 5.*

### *Problema LV.*

## A datâ lineâ rectâ Octahedrum in plano describere.

Quadratum, à datâ rectâ per probl. 25. descriptum, secetur diagoniis, & apparebunt quatuor

tuor hedræ Octahedri quæsiti, quæ reliquis inconspicuis opponuntur.

Vel si omnes hedræ sint adumbrandæ: Eidem circulo obscuro, cui Quadratum inscriptum est, inscribantur adhuc in duabus partibus oppositis bina latera Octagoni, anguliq; alterni connectantur. Schema utriusq; modi proponitur *Figur. L. Num. 6.* super data recta S T.

### *Problema LVI.*

## Super datam lineam rectam Dodecahedrum in plano delineare.

Super datam rectam hoc loco VX *Figur. L. Num. 7.* describatur primò Pentagonum regulare per probl. 25. Deinde radius circuli, isti Pentagono circumscripti, coaptetur puncto 40. *Linearum Arithmeticarum*, & distantia inter 70. 70. suppeditabit radium novum peripheriæ obscuræ itidem describendæ. Huic inscribatur Decagonum per probl. 25. ejusq; anguli alterni connectantur cum singulis angulis Pentagoni. Hoc facto conspicientur sex hedræ Dodecaëdri, quibus si placet oppositas addere; bisecentur latera Pentagoni per probl. 2. & puncta illa connectantur tam inter se, quam cum reliquis alternis angulis Decagoni.

### *Problema LVII.*

## Ad datam rectam Icoſahedrum in plano delineare.

A datâ rectâ Y Z *Figur. L. Num. 8.* deſcribatur Hexagonum regulare per probl. 25. ejusq́; bini anguli (omiſſo ſuperiore & inferiore) connectantur duabus lineis rectis parallelis. Harum altera, *hoc loco ſuperior* dividatur in quatuor, altera *inferior* in duas partes æquales per probl. 1. & puncta diviſionis alternatim connectantur, ut prodeant tria Triangula æquicrura, à quorum verticibus ſi ad proximos angulos Hexagoni ducantur lineæ rectæ, conſpicientur decem hedræ Icoſahedri.

Eodem modo ſi *inferior* parallela in quatuor partes dividatur, hujusq́; diviſionis punctum primum & tertium cum *ſuperioris* parallelæ puncto ſecundo tam inter ſe, quàm cum proximis angulis Hexagoni connectatur, emergent reliquæ decem hedræ, & *Dodecahedrum* erit ad datam rectam Y Z in plano deſcriptum.

### *Problema LVIII.*

## Sphæram ruditer in plano deſcribere.

Axis datus biſecetur per probl. 2. eritq́; inventum centrum Sphæræ vi defin. 16. lib. 11. Eucl. hoc loco $\alpha$ *Figur. L. Num. 9.* Ex hoc centro ac radio dimidij axis $\alpha\beta$, deſcribatur maximus ſphæræ circulus, & intra eum ducantur aliæ circulares lineæ parallelæ radiis ſubinde minoribus. Sic in plano deſcripta erit Sphæra quæſita.

### *Problema LIX.*

## Conum deſcribere.

Ducatur linea recta $\gamma\delta$ *Figur. L. Num 10.* diametro baſios æqualis, eaq́; biſecetur in $\varepsilon$ per probl. 2. A medio autem ejus puncto $\varepsilon$ erigatur perpendicularis $\varepsilon\eta$ altitudinem ſignificans, quæ à parte inferiore $\varepsilon$ continuetur obſcurè.

Deinde aſſumatur Radius, ſemidiametro baſios paulo major, eoq́; à terminis diametri tam ſupra $\varepsilon$ in perpendiculari, quam infra $\varepsilon$ in continuatione ſignetur centrum ac deſcribantur duæ ſemiperipheriæ baſin repræſentantes.

Quodſi jam extremitates diametri $\gamma, \delta$ connectantur cum $\eta$ termino perpendicularis: *Conus* erit deſcriptus.

### *Problema LX.*

## Cylindrum deſcribere.

Diametro baſios Cylindri iterum ponatur recta æqualis $\gamma\delta$ *Figur. L. Num. 10.* & à terminis ejus $\gamma, \delta$, ad altitudinem datam erigantur duæ perpendiculares æquales $\gamma\theta$, $\delta\zeta$. Harum termini $\zeta\vartheta$ ſi connectantur, emerget diameter alterius baſios. Super hiſce diametris facile deſcribentur ipſæ baſes per probl. 59.

## *Problema LXI.*

# Ad datam rectam dato corpori simile & similiter situm corpus describere.

*Simile corpus* est, quod similibus planis continetur multitudine æqualibus, per defin. 9 lib. 11 Eucl.

Ad hoc describendum: Hedræ corporis dati resolvantur in Triangula, ductis ex puncto communi lineis rectis infinitis per omnes angulos. *Deinde* linea data, & latus homologum in corpore dato, per scalam aliquam mensurentur, ut quantitas utriusq; in numeris innotescat.

*Hoc facto* latera Triangulorum concurrentia successivè coaptentur *Linearum Arithmeticarum* numero lateris, datæ lineæ homologi; & numerus lineæ datæ subinde manifestabit latus homologum in diagonalibus sive lineis infinitis signandum. *Tandem* termini inventorum laterum connectantur, & orientur hedræ sive superficies comprehendentes corpus quæsitum.

*Vel si corpus quæsitum seorsim sit describendum;* dicti termini acu notentur in subjectâ chartâ, & ex hac vicissim ad lineam aliquam dati corporis continuatam, prævia suprapositione lineæ homologæ, signentur.

E. g. Parallelepipedo oblongo *ace* ad datam rectam *ab* describendum sit simile & similiter situm Parallelepipedum oblongum? Ductis autem *ac, ad, ae,* quantitas lateris *ab* sit 80. & lateris homologi *ab* 50. Igitur *Lin. Arith.* in puncto 80. cum accōmodatur $\left\{\begin{matrix} ac \\ ad \\ ae \\ af \\ ag \end{matrix}\right\}$ tum 50. 50. largitur $\left\{\begin{matrix} ai \\ ak \\ al \\ am \\ an \end{matrix}\right\}$ connexisq; terminis *biklmn* descriptum est Parallelepipedum oblongum dato *abcdefg* simile & similiter situm.

Item Pyramidi trilateræ *opqt Figur. L. Num. 12.* describenda sit pyramis similis & similiter sita ad rectam *ps* 75. ipsi *pq* 56. homologam. Igitur *Lineis Arithmeticis* quando in 56. 56. accommodatur $\left\{\begin{matrix} po \\ pt \end{matrix}\right\}$ tum in 75. 75. obtinetur $\left\{\begin{matrix} pr \\ pu \end{matrix}\right\}$ Hinc Pyramis quæsita est *prsu*.

## *Problema LXII.*

# Datis duobus similibus solidis tertium simile & proportionale constituere.

E datis Solidis assumantur duæ lineæ homologæ, iisq; investigetur *tertia proportionalis* per probl. 11. (lineam secundam collocando in numeris primæ, & distantiam accipiendo inter numeros secundæ in *Lineis Arithmeticis*.) Ad istam tertiam proportionalem beneficio probl. 61. quod describitur tertium corpus simile, est proportionale

portionale quæsitum, juxta Clavij Schollium prop. 37. lib. 11. Eucl.

E. g. Duobus Prismatibus ι, κ, *Figur. L. Num. 13.* si describendum sit tertium Prisma simile & proportionale: sit altitudo primi ι. 27. Et secundi κ. 18. Ergo altitudo tertij λ erit 12. Et puncto 27. *Lin. Arithm.* si porro coaptetur latus basios ι. tum inter 12. 12. invenitur lat9 basios λ. quibus mediantibus facilè describitur ipsum Prisma λ quæsitum per probl. 61.

## *Problema LXIII.*

### Datæ sphæræ quodvis corpus regulare inscribere.

Axis sphæræ statuatur in suis punctis *Linearum Inscriptionis corporum*: & distantia punctorum corporis quæsiti suggeret latus corporis per probl. 49. efformandi; Illud enim datæ sphæræ poterit inscribi.

Conf. Metij Regulæ Proportionalis probl. 14.

E. g. Sphæræ axis sit linea ν *Figur. L. Num. 14.* Quæratur latus inscribendi Tetraëdri? Igitur cum ν coaptatur punctis sphæræ; tum inter puncta Tetraëdri invenitur linea ο, & est latus Tetrahedri quæsiti.

*Operatio* hujus problematis *dependet* ex hac argumentatione, applicatâ *Figur. L. Num. 14.*

ut LS --- ad S. S. --- ita LT --- ad T. T.

cujus veritas patet per demonstr. probl. 1.

Pro-

## *Problema LXIV.*

### Dato corpore regulari, diametrum sphæræ, ipsi circumscribendæ, investigare.

Invertendo operationem problematis proximè præcedentis; latus dati corporis collocetur in suis punctis *linearum Inscriptionis corporum*: & punctorum sphæræ intervallum indicabit diametrum quæsitam.

Ita si ο latus Tetrahedri statuatur in T. T. punctis Tetrahedri *Lin. Inscr. Corp.* inter S.S. puncta Sphæræ dabitur ν diameter Sphæræ, Tetrahedro dato circumscribendæ.

## *Problema LXV.*

### Quodvis corpus in ratione datâ augere vel minuere.

Ratio corporis quæsiti ad datum numeris integris definiatur, eorumq; posteriori in *Lineis Stereometricis* accommodentur vel singula latera (si sint inæqualia) vel diagonales corporis dati, sicut in probl. 33. factum fuit. In hac enim aperturâ numerus prior largitur latera proportionalia, vel diagonales quæsiti corporis sive aucti sive diminuti.

Conf. Galgemairs Schrägmäß prop. 22.

E. g.

E. g. *Figur. L. Num. 15.* ſit Cubus $u\pi$. dupli-
candus? Quoniam datæ rationis termini ſu[nt]
2. & 1. vel 20. & 10. Igitur cum latus $u\pi$. co-
aptatur puncto 10. *Linearum Stereometricarum*
tum inter 20. 20. datur $\varrho\varsigma$ latus Cubi, prioris
dupli; inter 30. 30. latus tripli &c.

Similiter ſi Sphæra $\tau$ *Figur. L. Num. 15.* ſit du-
plicanda, triplicanda &c. Diametro ejus co-
locatâ in 10. 10; inter 20. 20. offertur diameter
ſphæræ duplæ $\upsilon$, inter 30. 30. diameter triplæ, in-
ter 40. 40. diameter quadruplæ ſphæræ, & ſic
conſequenter.

Item ſit duplicanda Pyramis $\Phi\chi$ *Figur. L.*
*Num. 15.* cujus baſis eſt Triangulum æquilate-
rum? Igitur latus baſeos $\Phi\chi$ ſtatuitur in 10. 10.
& inter 20. 20. invenitur $\psi\omega$ latus baſeos duplæ.
Deinde etiam altitudo Pyramidis $\Phi\chi$ coaptatur
puncto 10. & diſtantia inter 20. 20. exhibet al-
titudinem Pyramidis duplæ $\psi\omega$.

Porro detur arca *a b c d e f g Num. 16.* figuram
Parallelepipedi oblongi referens, ad cujus ſimi-
litudinem alia arca triplo major ſit fabricanda?
Igitur dati corporis

$$\left.\begin{array}{ll} \textit{longitudo} & ab \\ \textit{latitudo} & bc \\ \textit{altitudo} & cd \end{array}\right\} \begin{array}{c} \text{ſtatuitur in 10.} \\ \text{\& 30. 30. dant} \end{array} \left\{\begin{array}{ll} \textit{longitudinem} & hi \\ \textit{latitudinem} & ik \\ \textit{altitudinem} & kl \end{array}\right\} \text{cor-}$$

poris quæſiti.

*Vel per diagonales & latera continuata.* In pun-
cto decimo *Linearum Stereometricarum* ſtatu-
tur

$$\text{tur}\left\{\begin{array}{l} fa \\ fb \\ fc \\ fd \\ fe \\ fg \end{array}\right\} \text{\& diſtantia inter 30. 30. dabit} \left\{\begin{array}{l} fh \\ fi \\ fk \\ fl \\ fm \\ fn \end{array}\right\} \text{quo-}$$

rum termini ſi connectantur; figura ſolida h i k
l m f n erit datâ a b c d e f g triplo major.

Tandem dolium *Figur. L. Num. 17.* capiat
menſuras 90. & ſit ejus interior longitudo 7, 2.
latitudo orbium 3 (0) at media latitudo ſub ori-
ficio 5 (0) Quæritur vaſculi ſimilis, quod ca-
piat 20. menſuras longitudo & latitudo?

Quoniam rationis termini ſunt 20. 90.
Igitur ſi puncto 90. aptetur

$$\left.\begin{array}{l} oq\ 3,6 \\ op\ 2,5 \\ qx\ 1,5 \end{array}\right\} \text{tum in 20. datur} \left\{\begin{array}{l} or\ 2,1 \text{ longitudo} \\ os\ 1,5 \text{ lat. med.} \\ rt\ 1,0 \text{ latit. orb.} \end{array}\right\} \text{di-}$$

midia vaſculi quæſiti.

Sic igitur *augentur* corpora: Nec alius eſt
proceſſus in *diminutione* eorundem. Ut ſi *ac Figur.*
*M. Num. 1.* ſit ſemidiameter globi ferrei quatuor
librarum, & aptetur puncto 40. *Lin. Stereomet.*
tum inter 10. 10. obtinetur *ab* ſemidiameter uni-
us libræ.

Ita *Figur. M. Num. 2.* Cubus *de* repræſentat
tonnam, menſuram aridorum famoſam, & quæ-
ratur latus cubicum dimidiæ tonnæ? Quia ra-
tio quæſiti cubi ad datum eſt quæ 1. ad 2. Igitur
latus *de* accommodatur puncto 2. Linearum Ste-
reome-

reometricarum, atq; inter 1. 1. invenitur *df* latus cubicum tonnæ dimidiæ.

Vel si ex eadem tonna quæratur latus cubicum unius Octavæ (eines Kümmits?) Datæ rationis termini sunt 8. 1. vel 80. 10. Igitur cum *de* consistit in 80. tum in 10, offertur *dg* latus cubicum unius Octavæ.

*Fundamentum* hujus problematis idem est quod supra probl. 53. dummodo pro *Lineis Geometricis* hic assumantur *Lineæ Stereometricæ*.

## *Problema LXVI.*

## Corpora regularia inter se commutare.

Latus dati corporis regularis applicetur suis punctis in *Lineis Cubatricibus*: & statim distantia punctorum corporis quæsiti suppeditabit latus, quo mediante per præcedentia ipsum corpus quæsitum delineari potest.

Vid. Galgemairs Schrägmäß prop. 13.

E. g. *Figur. M. Num. 3.* sit *Tetrahedrum hi* in Cubum æqualem transmutandum? Igitur latus *hi* accommodatur punctis T. T. *Linearum Cubatricum*, & in eo situ instrumenti inter puncta C. C. offertur *kl* latus Cubi, proposito Tetrahedro æqualis.

Vel si idem *Tetrahedrum* in *sphæram* sit reducendum? Sub priori aperturâ inter puncta S. S. invenitur *mn*, Diameter sphæræ, Tetrahedro æqualis.

Pro-

## *Problema LXVII.*

## Pyramides trilateras, quadrilateras, & multilateras, servata eadem altitudine, inter se commutare.

Basios figura data solummodo commutetur in quæsitam per probl. 29. vel 30. & super inventum illius latus ad altitudinem eandem per problem. 53. constituetur Pyramis datæ æqualis.

E. g. *Figur. M. Num. 4.* Pyramis quadrilatera *opqr* cujus basis est Quadratum, mutanda sit in aliam Pyramidem æqualem, cujus basis est Triangulum æquilaterum.

Igitur Quadrati latus *op* accommodatur punctis □ □ in *Lineis Tetragonicis*; & puncta △ △ determinabunt latus *st* Trianguli æqualis. Ab hoc latere fiat Triangulum æquilaterum, & porro super ista basi ad altitudinem *qr* constituatur Pyramis trilatera; Ea datæ Pyramidi quadrilateræ æqualis erit per Clavij Corollar. prop. 6. lib. 12. Eucl.

## *Problema LXVIII.*

## Pyramidem quamcunq; in conum *ejusdem altitudinis*, & vicissim convertere.

Si basis datæ Pyramidis fuerit *regularis*, reducatur in circularem per probl. 29. Sin fuerit *irregularis* commutetur prius in □ per probl. 30.



vel

vel 42. eoq́, mediante tandem in circulum. Super hac basi ad altitudinem Pyramidis qui describitur Conus per probl. 59; datæ Pyramidi est æqualis & æquealtus.

Vice versâ, Coni basis circularis convertitur in rectilineam regularem per probl. 29. vel in Parallelogrammum per probl. 31. & super hac sce per probl. 53. descripta Pyramis, ejusdem nempe altitudinis cum cono dato, huic similiter æqualis erit.

Conf. Galgemairs Schregmäß prop. 26

E. g. *Figur. M. Num. 4.* sit Pyramis trilatera *stqr* (cujus basis Triangulum æquilaterum, & altitudo *qr*) convertenda in Conum æqualem ejusdem altitudinis *qr*. Igitur Triangulo basios construitur circulus æqualis; & super eo per probl. 59. *uxqr* conus quæsitus.

Vicissim sit Conus *uxqr* reducendus in æquealtam & æqualem Pyramidem basios quadratæ *Figur. M. Num. 4.* Igitur circulus diametri *ux* reducitur in Quadratum lateris *op* & super hac basi ad altitudinem *qr* describitur Pyramis Illa quæsito satisfaciet.

## *Problema LXIX.*

## Prismata pentaedra, Hexaedra & Polyedra *sub eadem altitudine* inter se commutare:

Sicut in probl. 67. ita hic etiam figuræ basios permutentur juxta probl. 29. 30. 31. vel 65

atq́; super ea ad altitudinem Prismatis dati per probl. 54. construatur Prisma quæsitum. Illud dato æquatur per Clavij Coroll. 2. propos. 7. lib. 12. Eucl.

E. g. *Figur. M. Num. 5.* sit Prisma *Pentahedrum* $\alpha\beta\gamma$ in *Hexaedrum* quadratæ basis & ejusdem altitudinis transmutandum? Igitur dato △o lateris $\alpha\beta$ constituitur □tum æquale lateris $\delta\varepsilon$ & super hac basi ad altitudinem $\varepsilon\zeta$, datæ $\beta\gamma$ æqualem facile describetur Prisma Hexaedrum quæsitum $\delta\varepsilon\zeta$.

## *Problema LXX.*

## Prisma quodcunq; in Cylindrum *ejusdem altitudinis* & contra convertere.

Bases rectilineæ datæ in circulares quæsitas, & contra circulares in rectilineas reducantur, sicuti in probl. 68. factum fuit. Hoc facto sub altitudine corporis dati per probl. 54. vel 60. facile delineabitur corpus quæsitum.

Conf. Galgemairs Schregmäß prop. 25.

E. g. *Figur. M. Num. 5.* sit Prisma Pentahedrum $\alpha\beta\gamma$ mutandum in Cylindrum æqualem? Igitur latere $\alpha\beta$ constituto in punctis △ *Linearum Tetragonicarum*; puncta ⊙ dabunt $\eta\theta$ diametrum basios Cylindri; ad quam in altitudine $\beta\gamma$ constructus Cylindrus $\eta\,\vartheta\,\iota$, dato Prismati Pentaedro æquatur.

Item si huic Cylindro $\eta\vartheta\iota$ describendum sit æquale Parallelepipedum quadratæ basis: Diameter basis Cylindri $\eta\theta$ collocatur in punctis ⊙ *Lin. Tetragon.* & distantia punctorum □ largitur $\delta\varepsilon$ latus baseos Parallelepipedi: à quo subtur $\delta\varepsilon$ ... altitudine $\varepsilon\zeta$, ipsi $\vartheta\iota$ æquali, per probl. 54. descriptum Parallelepipedum $\delta\varepsilon\zeta$ est illud, quod desiderabatur.

## *Problema LXXI.*

### Cuicunq; Pyramidi aut Cono, *super æqualem basin*, æquale Prisma aut Cylindrum æqualem, & contra, Prismati aut Cylindro æqualem Pyramidem vel conum constituere.

Figura basios corporis dati primò reducatur in figuram æqualem basios corporis quæsiti, uti in probl. 68. & 69. Deinde *si Pyramis vel conus sit transmutandus*: altitudinis eorum *pars tertia* ex probl. 2. est altitudo Prismatis vel Cylindri quæsiti. Conf. Galgemairs Schregmäß prop. 26.

Econtra *si Prisma vel Cylindrus detur*; altitudo eorum *triplicatur*, ut resultet altitudo Pyramidis vel coni quæsiti. Ex inventis autem figuris basium & altitudine, facile describi possunt ipsa corpora quæsita per probl. 53. 54. 59. & 60.

E. g. Pyramis trilatera $\varkappa\lambda\mu\nu$ *Fig. M. Num. 6.* mutanda sit in æquale Parallelepipedum quadratæ basis, quæ basi triangulari Pyramidis æquetur? Igitur Trianguli æquilateri latus $\varkappa\lambda$ collocatur inter puncta △ *Lin. Tetragon.* atq; inter puncta □ invenitur $o\pi$ latus Quadrati Triangulo $\varkappa\lambda$ æqualis. *Porro* ex altitudine Pyramidis $\mu\nu$ sumatur pars tertia $\pi\varsigma$, & super quadratâ basi lateris $o\pi$ ad altitudinem $\pi\varsigma$ construatur Parallelepipedum per probl. 54. Illud datæ Pyramidi erit æquale per Clavij Coroll. prop. 7. lib. 12. Eucl.

Vel si detur *Conus* $\varsigma\tau\phi\upsilon$ *Figur. M. Num. 7.* in Cylindrum æqualem convertendus? Descripto circulo $\chi\psi$, basi $\varsigma\tau$ æquali; super illa basi $\chi\psi$ ad trientem altitudinem $\phi\upsilon$, videlicet $\chi\omega$ constituatur *Cylindrus* per probl. 60. qui cono dato $\varsigma\tau\phi$ æquabitur vi prop. 10. lib. 12. Eucl.

Similiter Pyramis $\varkappa\lambda\mu$ *Num. 6* transmutatur in Cylindrum *Num. 7.* si basi $\varkappa\lambda$ per prob. 29. inveniatur æqualis circulus $\chi\psi$ & altitudo Cylindri $\chi\omega$ æquet tertiam partem $\mu\nu$ altitudinis Pyramidis.

Et Conus *Num. 7.* convertitur in Hexaedrum quadratæ basis *Num. 6.* reducendo circulum $\varsigma\tau$ in Quadratum $o\pi$ per probl. 29. & super hac basi ad $\pi\varsigma$ tertiam partem altitudinis $\phi\upsilon$ describendo Hexaëdrum per probl. 54.

*Vice versâ* Parallelepipedo priori $o\pi\varrho$ *Figur. M. Num. 6.* construenda sit Pyramis trilatera æqualis,

qualis, super basi æquali? Igitur quadratæ basis latus οπ cum accommodatur punctis □ in *Lin. Tetragon.* tum inter puncta △ offertur κλ latus æqualis Trianguli. Super hoc, tanquam basi, ad altitudinem πϱ triplicatam, (id est, *ter sumptam*) nempe μυ per probl. 53. descripta Pyramis κλμ est dato Parallelepipedo οπϱ æqualis.

Ita etiam si Cylindro ψχω *Figur. M. Num. 7.* quæratur æqualis Conus super eadem vel æquali basi? Circulo baseos Cylindri χψ describitur circulus æqualis ςτ, & super eo ad φυ altitudinem triplam ipsius πϱ perficitur conus ςτφ Cylindro ψχω æqualis.

Similiter Parallelepipedum οπϱ in Conum ςτφ & Cylindrus ψχω in Pyramidem κλμ, transmutantur post reductionem basium altitudinem πϱ vel χω triplicando.

## *Problema LXXII.*

### Cuicunq; Pyramidi aut Cono *ad eandem altitudinem* æquale Prisma, aut Cylindrum æqualem; & contra, Prismati aut Cylindro æqualem Pyramidem vel Conum construere.

Quoniam Pyramis est tertia pars Prismatis per Coroll. 1. prop. 7. lib. 12. Eucl. itemq; Conus tertia pars Cylindri per prop. 10. lib. 12. Eucl.

Eucl. *si nempe æqualem habent altitudinem & basin:* igitur datæ Pyramidis vel Coni dati figura baseos in subtriplâ ratione minuatur per probl. 33. & constabit basis Prismatis vel Cylindri quæsiti.

Econtra Prismatis vel Cylindri dati figura baseos in tripla ratione augeatur per idem probl. 33. ut acquiratur basis Pyramidis vel Coni quæsiti.

Super his basibus inventis ad eandem altitudinem construantur corpora quæsita per problem. 53. 54. 59. & 60. Ea datis erant æqualia.

E. g. *Figur. M. Num. 8* sit Cono ABD. construendus æqualis Cylindrus ad eandem altitudinem CD. Igitur diameter baseos Coni AB coaptatur puncto 3 *Linearum Geometricarum* & distantia inter 1. 1. exhibet diametrum baseos Cylindri EF. Super hac basi ad altitudinem Coni CD sive FG per probl. 60. constructus Cylindrus EFG, dato Cono ABD ejusdem altitudinis DC æquatur.

Item Pyramis trilatera HIK *Figur. M. Num. 9.* sit convertenda in Parallelepipedum quadratæ basis, ita tamen ut altitudo Pyramidis & Parallelepipedi sit eadem. Igitur Trianguli latus HI. collocatur in 3. 3. *Lin. Geom.* & inter 1. 1. offertur latus Trianguli subtripli. At vero basis Parallelepipedi requiritur quadrata; igitur inventum latus Trianguli subtripli porro applicatur punctis △ in *Lineis Tetragonicis:* Sic inter puncta □ occurrit latus Quadrati MN. Super hoc latere

MN & ad altitudinem Pyramidis KL constituatur Parallelepipedum MNO per probl. 54 Hoc ipsum datæ Pyramidi HIK æquale erit.

E converso si Cylindrus EFG *Figur. M. Num. 8.* in æqualem Conum ejusdem altitudinis sit transmutandus? Circulus EF baseos Cylindri in triplâ ratione augetur, ut prodeat AB basis Coni super hac enim ad altitudinem CD ipsi FG æqualem descriptus Conus ABD dato Cylindro EFG æquatur.

## *Problema LXXIII.*

### *Ad quamcunq; altitudinem,* Pyramidem Pyramidi, Prisma Prismati, Conum Cono & Cylindrum Cylindro æqualem constituere.

Latus figuræ basios corporis dati per probl. 33. & 35. accommodetur in *Lineis Geometricis* numero altitudinis corporis quæsiti. Sic numerus altitudinis corporis dati definiet latus basios similis in corpore quæsito.

Cognitâ vero basi; super eâ ad altitudinem datam facilè construitur corpus dato homogeneum, quod etiam ipsi est æquale, per prop. 34. lib. 11 & prop. 15. lib. 12. Eucl. quippe bases & altitudines reciprocantur. Conf. Galgemairs Schregmäß prop. 27.

E. g. Parallelepipedum oblongum PQR cujus quadratæ basis latus PQ 2 (0) altitudo QR (6) *Figur. M. Num. 10.* mutandum sit in brevius & æquale Parallelepipedum itidem quadratæ basis ad altitudinem ST. 3 (0) Igitur latere PQ quiescente in 30 30. *Lin. Geom.* distantia punctorum 60. 60. largitur. TV 2, 828. latus quadratæ baseos, corporis STV quæsiti.

## *Observatio.*

*Quod si figura basios corporis quæsiti requiratur datæ heterogenea:* reducatur figura homogenea inventa in figuram quæsitam per probl. 29.

Ut si in proximo exemplo desideretur Prisma Polyhedrum basis Sexangularis *Figur. M. Num. 11?*

Cum TV latus Quadrati reducti applicatur punctis Quadrati nempe □. □ *Linearum Tetragonicarum*; tum in punctis Hexagoni invenitur YZ latus basis sexangularis, supra quam si ad altitudinem datam ST, sive YX construatur Polyhedrum Prisma, dato, Hexaëdro PQR æquabitur.

## *Problema LXXIV.*

### Super quamcunq; basin rectilineam Pyramidem Pyramidi, Prisma Prismati, & super quemcunq; circulum Conum Cono, Cylindrum Cylindro æqualem constituere.

Per problema 32. inquiratur ratio basium in lineis rectis, earumq; posterioris numero in

*Lineis Arithmeticis* coaptetur altitudo corporis d ti; Sic inter puncta prioris habetur altitu corporis quæsiti iterum vi prop. 34. lib. 11. prop. 15. lib. 12. Eucl.

E. g *Figur. M. Num. 12.* sit Prisma Pentaëdr d a b (cujus altitudo a b 10 (0) basios latus a 4 (0) & perpendicularis c o 3,464.) mutandu in æquale Parallelepipedum oblongum, cuju quadratæ basios latus e f 3,722. & diagonius e 5,264. cui duæ perpendiculares æquantur. Quæ ritur quanta futura sit altitudo e g corpor quæsiti?

Igitur ut basium a b c & e r ratio in rect cognoscatur: Diagonius e r, tanquam bas perpendicularium, accommodetur numero per pendicularis Trianguli c o 346, 4 (vel 34, 6) & numerus perpendicularium Quadrati 526, 4 (vel 52, 6) indicabit K 8 (0) Hinc Triangulum a b c ad Quadratum e f ita se habet, ut linea a b 4 (0) ad lineam K (0) per probl. 32. Proinde ad al titudo aptetur puncto 80. *Linearum Arithmeticarum*, & distantia inter 40. 40. exhibebit altitudinem quæsitam e g 5 (0) Cumq; basis & altitudo jam detur; facile construitur ipsum Parallelepipedum oblongum f e g, quod supra basin datam e f dato Prismati Pentaëdro b a d æquatur, quia bases eorum & altitudines reciprocantur.

Similiter Cono h k l cujus diameter h k 6 (0) altitudo i l 14 (0) *Figur. M. Num. 13.* sit æqualis

lis Conus constituendus super basin m n, cujus diameter 8, 49. Igitur *primò* circulus h k per probl. 29. reducitur in Triangulum æquale, cujus latus o p 8,086. & perpendicularis q p 7,003. Itemq; circulus m n reducitur in Triangulum, cujus latus r s 11, 442. & perpendicularis s t 9, 909.

*Secundo* Perpendiculari q p, s t & basi r s quæritur quarta proportionalis 16, 19. per problem. 12. (statuendo r s in 70, & ex 99. accipiendo quæsitum) sic ratio Circuli h k ad circulum m n est quæ lineæ o p, 8, 09 proximè ad 16, 19. juxta probl. 32.

*Tertio* Altitudo i l 14 (0) accommodetur numero proportionali posteriori 1619 (vel dimidio 81.) & inter puncta prioris 809 (vel 40, 5) dabitur u x 7 (0) altitudo Coni quæsiti.

*Quarto* super basin datam m n mediante altitudine u x describatur Conus per probl. 59. nempe m n x u; iste dato Cono h k l i æqualis erit propter reciprocationem basium & altitudinum, ut ante.

## *Problema LXXV.*

## Ad datam quamcunq; altitudinem Prisma dato Cylindro æquale Pyramidemq; Cono dato æqualem; & contra constituere.

Juxta rationem altitudinum corporis utriusq; investigetur basis corporis quæsiti per probl.

probl. 73. Hoc facto, corpus quæsitum, da
æquale, facilè delineabitur per probl. 53. 5
59. 60.

E. g. Octava pars Tonnæ *Figur. M Num.* 1
sit ex figurâ Cubicâ *dg* per probl. 65. inventâ
Cylindraceam mutanda, cujus altitudo sit ta
um partium 40. qualium latus Cubi *dg* est 5
Igitur latere *dg* in *Lin. Geom.* punctis 40. 40
coaptato; ibidem inter 50. 50. offenditur latu
baseos quadratæ 5, 59. in altitudinem ratione
At vero Cylindri basis est circularis: Igitur hoc
Quadratum inventum porro vertatur in circu
lum æqualem per probl. 29. eritq; ejus diameter
♂♀ 6, 304.

Quodsi jam vas Cylindraceum formetur
cujus interior altitudo ☉♂ 4 (0) & diameter
basios ♂♀ 6, 304. illud capiet Octavam Ton-
næ, & est priori Cubo ad datam altitudinem
æquale.

## *Problema LXXVI.*

### Super quamcunq; basin rectilineam Prisma dato Cylindro æquale, Pyramidemq; Cono dato æqualem; & contra constituere.

Basium ratio investigetur in lineis rectis
per probl. 32. indeq; altitudo corporis quæsiti
per probl. 74. Ad hanc altitudinem super data
basi per probl. 53. 54. 59. 60. descriptum corpus
est dato æquale.

Ut

Ut si eadem Octava Cubica *Figur. N. Num. 1.* in Cylindraceam æqualem sit mutanda super datam basin circularem, cujus diameter E F 6, 304.

*Primò* ad cognoscendam datarum basium rationem in lineis rectis; quadratæ basios ABCD latus A B est 5 (0) diagonius A C, itemq; summa perpendicularium D B 7, 071. per probl. 26. Trianguli autem, circulo E F æqualis, latus est H I 8, 496. & perpendicularis H L 7, 358.

Igitur basis hujus Trianguli K I 8, 496. applicetur in *Lineis Arithmeticis* numero perpendicularium Quadrati nempe 7071, & numerus perpendicularis Trianguli H L 7358. largietur quartam proportionalem 8, 841. Hinc Quadratum A B C D est ad Triangulum H I K vel circulum E F ut 7071. ad 8, 841.

Tandem A D altitudo dati cubi accommodetur in *Lineis Arithmeticis* inventæ rationis termino posteriori 8841. Sic prior 7071. suppeditabit F G altitudinem Cylindri quæsiti. Unde priori iterum modo fabrica Octavæ Cylindraceæ, Cubicam æquantis, absolvetur.

*Usus* igitur hujus & præcedentis problematis maximus est inter alia *in construendis, examinandis atq; corrigendis mensuris* aridorum cylindraceis, quales sunt Stoffkannen/ runde Külmitte/ Löffe rc.

## *Problema LXXVII.*

Ad

## Ad datam quamcunq; altitudinem, dato Prismati vel Cylindro Pyramidem aut Conum æqualem, & vicissim constituere.

Pyramidis vel Coni *construendi* data altitudo subtriplâ ratione minuatur, (id est, sumatur altitudinis pars tertia) per probl. 2.

Vice versâ Prismatis atq; Cylindri *construendi* data altitudo triplicetur. Hoc facto, juxta problema 75. obtinebitur basis corporis quæsiti. In delineatione tamen ipsa altitudo retinetur.

E. g. Parallelepipedum oblongum quadratæ basis PMNO (cujus altitudo NO 6 (o) basios latus MN 4 (o) diagonius NP 5, 657.) *Figur. N. Num.* 2. transmutandum in æqualem Pyramidem trilateram, cujus altitudo sit 9 (o.)

Quoniam triens hujus datæ altitudinis est 3 (o) igitur Quadrati latus MN coaptetur *Linearum Geometricarum* puncto 30. & statim numerus altitudinis corporis dati nempe NO 60. (uterq; enim numerus 3. & 6. in decuplum augetur) definiet S. 5, 657. latus quadratæ basios proportionalis, quæ, cum trilatera requiratur, per probl. 29. porro in Triangulum est reducenda lateris T 8, 597. Atq; sic inventum est latus basios Pyramidis trilateræ, nempe T, sive VX. Igitur super eâ ad altitudinem datam QR 9 (o) ipsa Pyramis quæsita QVX, dato oblongo PMNO æqualis, constituetur per probl. 53.

*Pro*

## *Problema LXXVIII.*

## Super quamcunq; basin dato Prismati vel Cylindro Pyramidem aut Conum, & vicissim constituere.

Data basis Pyramidis vel Coni *quæsiti* subtriplâ ratione minuatur; Contra verò Prismatis aut Cylindri *quæsiti* basis data triplâ ratione augeatur per probl. 33. 34. vel 35. Sic ex præscripto problematis 76. poterit perfici ipsa transmutatio corporis dati in quæsitum æquale.

*Vel brevius.*

Retentâ basi datâ fiat operatio per probl. 76. hoc saltem observato, ut *datorum* Conorum vel Pyramidum *altitudinis pars tertia* (non altitudo tota) applicetur posteriori termino rationis basium in *Lineis Arithmeticis*. Et contra *quæsitorum* Conorum vel Pyramidum altitudo, per Instrumentum inventa, *triplicetur*.

E. g. *Figur. N. Num.* 2. sit Pyramis trilatera QVX (cujus altitudo QR 9 (o) & basios latus VX 8, 597. perpendicularis 7, 445.) in æquale Parallelepipedum oblongum reducenda super datam basin quadratam cujus latus MN 4 (o) diagonius NP 5, 657. Igitur

*Juxta modum primum.*

Datum □tum MN triplicatur per probl. 33. estq; ejus latus 6, 928. Diagonius verò 9, 798, cui summa perpendicularium æquatur.

*Deinde*

*Deinde* tripli hujus Quadrati diagonius a commodetur in *Lineis Arithmeticis* numero p pendicularis Trianguli VX, qui est 7445. nu rusq; summæ perpendicularium Quadrati, ne pe 9798. exhibebit quartum proportiona 12, 894. Igitur Triangulum VX ad tripli cum Quadratum est ut VX 8, 597. ad 12, 894.

*Tandem* hujus rationis termino posteri 12894. accommodetur altitudo Pyramidis Q 9 (0) sic in termino priori 8597. invenietur p rallelepipedi oblongi quæsiti altitudo NO 6(

*Juxta modum secundum.*

Basis perpendicularium Quadrati dati, sc diagonius *NP* collocetur in 7445. numero pe pendicularis Trianguli VX; numerusq; perpe dicularium Quadrati 5657. dabit 4298. Hin ratio Trianguli VX ad Quadratum MN est qu 8, 597. ad 4, 298. Cum igitur *triens altitudi* Pyramidis QR hoc loco 3 (0) accommodatur termino posteriori 4298. in *Lin. Arithm.* tum pri or terminus 8597. largitur Parallelepipedi ob longi altitudinem quæsitam NO 6 (0)

Ad hanc igitur altitudinem super datâ bas quadratâ PMN, cujus latus MN 4 (0) benefi cio probl. 54. descriptum Parallelepipedum ob longum MNO datæ Pyramidi QVX æquabitur.

*Causam altitudinis* vel *basios* triplâ ratione mu *tatæ* in hoc & præcedenti problemate, suggerit Coroll. 1. prop. 7. lib. 12. & prop. 10. lib. 12. Eucl. Reliqua ex præcedentibus patent. Pro-

## *Problema LXXIX.*

## Datum Prisma vel Cylindrum in Cubum æqualem convertere.

Basis datorum Corporum redigatur in Quadratum æquale per probl. 29. ejusq; latus coaptetur suo numero *Linearum Stereometricarum*; & numerus altitudinis Cylindri vel Prismatis manifestabit latus Cubi æqualis per probl. 14.

E. g. Cylindro $\alpha\beta\gamma$, cujus baseos diameter $\alpha\beta$ 4(0) altitudo $\alpha\gamma$ 6 (0) *Figur. N. Num.* 3. constituendus sit Cubus æqualis? Igitur basis Cylindri mutatur in Quadratum, cujus latus 3, 547. Hoc ipsum latus puncto 35. cum dimidio in *Lin. Stereomet.* applicatum, inter numeros altitudinis 60. 60. largitur $\delta\varepsilon$ latus Cubi 4, 226. dato Cylindro $\alpha\beta\gamma$ æqualis.

Conf. Galgemairs Schregmäß prop. 29.

## *Problema LXXX.*

## Pyramidem & Conum in æqualem Cubum transmutare.

Bases Pyramidis ac Coni iterum reducantur in Quadratum per probl. 29. Cujus latus cum statuitur in suo numero *Linearum Stereometricarum*; tum numerus tertiæ partis altitudinis Pyramidis aut Coni suppeditabit latus Cubi quæsiti.

E. g. Pyramis quadrilatera $\zeta\eta\vartheta$, cujus ba-



sios

ſios quadratæ latus $\zeta\eta$ 4 (o) altitudo $\vartheta\iota$ 6 (o) ſo
*Figur. N. Num.* 4. mutanda in Cubum æqualem
Igitur latere $\zeta\eta$ conſtituto inter 40. 40. diſtan
tia punctorum 20. 20. (tertiæ partis ex altitud
ne data 6 perticarum) exhibet $\kappa\lambda$ latus cubi 3, 1
datæ Pyramidi $\zeta\eta\vartheta$ æqualis.

## *Problema LXXXI.*

## Ad datam altitudinem Cubum in Parallelepipedum rectangulum oblongæ vel quadratæ baſis convertere.

Numero altitudinis Parallelepipedi quæſiti in *Lineis Arithmeticis* coaptetur latus Cubi dati; & numerus lateris Cubici ſuggeret baſios latus unum; alterum verò eſt latus cubi dati. Super hac baſi oblongâ ad altitudinem datam quod deſcribitur Parallelepipedum rectangulum, cubo dato æquatur per propoſ. 36. lib. 11. Eucl.

E. g. *Figur. N. Num.* 5. dati Cubi latus $\mu\nu$ ſit 6 (o) & quæſiti Parallelepipedi altitudo $\upsilon\phi$ 9 (o)

Igitur latere $\mu\nu$ in 90. 90. collocato; inter 60. 60 tanquam numero lateris Cubici, offertur $\upsilon\tau$ 4 (o)

Jam ex latere $\tau\upsilon$ & $\sigma\tau$ 6 (o) ipſi $\mu\nu$ æquali fiat Parallelogrammum rectangulum; eritq; hac baſi & altitudine $\upsilon\phi$ 9 (o) comprehenſum Parallelepipedum rectangulū, dato cubo æquale.

Etenim

Etenim tres ejus dimenſiones ſunt tres lineæ rectæ continuè proportionales per probl. 11. Ergo cubo mediæ $\sigma\tau$ ſive $\mu\nu$ 6 (o) æquatur.

*Quodſi verò figura baſios requiratur quadrata*; reducatur inventum Parallelogrammum oblongum in Quadratum æquale beneficio probl. 30.

Sic *Figur. N. Num.* 6. baſis oblonga $\sigma\tau\upsilon$ reducitur in quadratam lateris $\psi\omega$ 4, 899. ſuper quâ ad altitudinem $\phi\upsilon$ 9 (o) deſcribitur Parallelepipedum quæſitum priori modo.

## *Problema LXXXII.*

## Super datam baſin oblongam vel quadratam dato cubo æquale Parallelepipedum rectangulum conſtituere.

Baſis data redigatur in quadratam per problem. 30. ejusq; lateri ac lateri Cubi quæratur tertia proportionalis per probl. 11. & tribus iſtis porro quarta proportionalis per probl. 12. Hæc ipſa manifeſtat altitudinem Parallelepipedi oblongi quæſitam, ſuper baſin quadrangularem rectangulam conſtruendi. Conf. probl. 12. cap. 14. lib. 1. Geom. Metij.

E. g. Priori Cubo $\mu\nu$ *Figur. N. Num.* 5. conſtruendum ſit æquale Parallelepipedum oblongum ſuper parallelogrammum rectangulum, tanquam baſim datam, cujus latus $\sigma\tau$ 6 (o) $\tau\upsilon$ 4 (o). Quoniam quadrati, huic baſi æqualis, la-



tus

tus est $\psi\omega$ 4, 899. *Figur. N. Num. 6.* juxta probl. 30. Igitur $\mu\nu$ latus Cubi statuatur in 4899. i est, numero lateris Quadrati in Lineis Arithme ticis; & numerus cubici lateris 6000. dabit te tiam proportionalem 7, 348. Rursus hæc line applicetur eidem puncto 4899. sic inter 6000 6000. offertur altitudo quæsita $\nu\phi$ 9 (o) Si enim super datâ basi oblongâ ad hanc altitudinem $\nu\phi$ per probl. 54. constituatur Parallelepipedum oblongum; iterum dato cubo lateris $\mu\nu$ æqua bitur.

Similiter si supra basin quadratam lateris $o\varrho$ 4 (o) *Figur. N. Num. 5.* describendum sit Parallelepipedum rectangulum dato cubo, lateris $\mu\nu$ æquale; priori ductu invenietur altitudo $o\pi$ 13, 5.

## *Problema LXXXIII.*

## Dato Cubo *ad datā quamcunq; altitudinem* æquale Prisma, aut Pyramidem cujuscunq; generis, itemq; Cylindrum & Conum æqualem constituere.

Cubus datus revocetur primò in Parallelepipedum rectangulum per probl. 81. atq; hoc iterum in corpus quæsitum per probl. 69. 70. 71. Eritq; corpus constructum proposito cubo æquale per axioma 1. lib. 1. Euclidis.

Ut si præcedens Cubus AB *Figur. O. Num. 1.* sit in Prisma Pentahedrum 9 (o) altum transmutandus? Parallelepipedi oblongi, eidem Cubo æqualis *Figur. N. Num. 6.* latus quadratæ basios erat $\psi\omega$ 4, 899. Hoc Quadratum per probl. 29. mutetur in Triangulum æquale, cujus latus DE 7, 445. A quo latere DE si fiat Triangulum, & super ea basi ad altitudinem CD 9 (o) describatur Prisma Pentahedrum; erit dato cubo æquale per probl. 69.

Eodem modo si Cubus datus in Cylindrum 9 (o) altum sit mutandus *Figur. O. Num. 1.* basis quadrata Parallelepipedi oblongi solummodo mutatur in circularem, cuj9 diameter GH 5, 524. Istâ basi & altitudine data comprehensus Cylindrus FGH dato Cubo AB æquatur per probl 70.

Item sit idem ille Cubus AB *Figur. O. Num. 2.* in Pyramidem quadrilateram 9 (o) altam convertendus. Igitur Parallelepipedi rectanguli quadrata basis *Figur. N. Num. 6.* in tripla ratione augetur per probl 72. ut prodeat latus quadratæ basios quæsitæ LM 8, 485. supra quam ad altitudinem IK 9 (o) descripta Pyramis quadrilatera dato cubo æquatur juxta probl. 72.

Ita etiam Cubus ille in Conum 9 (o) altum reducitur *Figur. O. Num. 2.* si Parallelepipedi oblongi quadrata basis triplicata (cujus latus LM 8, 485.) vertatur in circulum diametri PQ 9, 568. Huic enim basi in altitudine NO 9 (o) superstructus Conus, dato cubo AB æquatur ex problem. 72.

 Proble-

## Problema LXXXIV.

### Dato Cubo *super quamcunq; basin* æquale Prisma aut Pyramidem cujuscunq; generis, itemq; Cylindrum & Conum æqualem constituere.

Ex Cubo dato similiter fiat Parallelepipedum rectangulum sed per probl. 82. Hoc mediante iterum obtinebitur corpus quæsitum per probl. 69. 70. 71.

Ut si priori Cubo AB *Figur. O. Num.* 3. quæratur æqualis Cylindrus super circulum, cujus diameter RS 5, 524. Circulus datus primò mutatur in Quadratum per *lineas Tetragonicas* cujus latus 4, 899. & super hac basi per probl. 82. *quærendo lateri Quadrati* 4, 899. *& Cubi* 6 (0) *tertiam, atq; his porro quartam proportionalem*, invenitur Parallelepipedi oblongi altitudo 9 (0). Ad eandem igitur altitudinem RT 9 (0) super circulo RS descriptus Cylindrus per probl. 70. dato Cubo est æqualis.

Ita si Cubus ille AB *Figur. O. Num.* 4. in Pyramidem trilateram sit mutandus, cujus basios latus VX 7, 445. Quoniam Parallelepipedi oblongi super basi, datam æquante, descripti altitudo est 9 (0) per probl. 82. Igitur hæc triplicatur & acquiritur altitudo Pyramidis quæsitæ YZ 27. (0) ex probl. 71.

Similiter etiam Prisma & Conus dato Cubo æqualia constituuntur.

Proble-



### Prisma, Cylindrum, Pyramidem & Conum in quodvis corpus regulare, & contra transmutare.

Prisma, Cylindrus, Pyramis atq; Conus revocentur *primò* in Cubum æqualem per probl. 79. & 80. eoq; mediante *postea* in corpus regulare quæsitum per probl. 66.

*Vicißim* si quodcunq; corpus regulare detur transmutandum; convertatur *primò* in Cubum æqualem per probl. 66. & hic Cubus *porro* in Prisma Cylindrum, Pyramidem vel Conum quæsitum per probl. 83. 84.

E. g. *Figur. O. Num.* 5. sit Cylindrus γαβ, cujus altitudo γα 6 (0) diameter basios αβ 4 (0) in Tetrahedrum mutandus. Quoniam δε latus Cubi Cylindro æqualis in probl. 79. inventum est 4, 226. Igitur hoc latus δε cum accommodatur punctis Cubi C. C. in *Lineis Cubatricibus*, tum inter puncta Tetrahedri T. T. habetur ζη 8, 624. latus Tetrahedri Cubo atq; Cylindro æqualis, quod per probl. 49. vel 53. poterit construi vel delineari.

Econtra Tetrahedrum lateris ζη 8, 624. sit in æqualem Cylindrum transmutandum, cujus altitudo γα 6 (0)

Igitur Tetrahedrum *primò* convertitur in Cubum lateris δε 4, 226. per probl. 66. *Deinde*

 Cubus

Cubus ille per probl. 81. reducitur in Parallelepipedum rectangulum altitudinis optatæ 6 (o) & basios tum oblongæ, (cujus latus AB 4, 22 BC 2, 976.) tum quadratæ, cujus latus DE 3, 54 per probl. 30. *Tandem* hæc quadrata basis redigitur in circularem, cujus diameter $\alpha\beta$ 4 (o) per probl. 29. eritq; Cylindrus altitudinis ejusdem $\gamma\alpha$ 6 (o) priori Parallelepipedo æqualis per probl. 70. adeoq; etiam Tetrahedro dato vigore axiom. 1. lib. 1. Eucl.

Eadem ratione etiam reliqua corpora subsidio Cubi inter se permutantur. In sphærâ tamen atq; Cylindro compendiosior videtur sequens modus.

## *Problema LXXXVI.*

## Datam Sphæram in Cylindrũ æqualem convertere.

Axis Sphæræ fiat diameter basios Cylindri: & coaptetur puncto 30. *Linearum Arithmeticarum*: sic inter 20. 20. exhibetur altitudo Cylindri Sphæræ æqualis vi prop. 32. lib. 1. Archimedis de Sphærâ & Cylindro.

E. g. *Figur. O. Num 6.* sit axis sphæræ 9ι. 12. (o) Ergo diameter basios Cylindri $\kappa\lambda$ etiam est 12 (o) & altitudo $\kappa\mu$ 8 (o)

## *Problema LXXXVII.*

## Super datam basin circularẽ, Cylindrum datæ sphæræ æqualem construere.

Diametro basios datæ & axi Sphæræ investigetur tertia & his tribus porro quarta proportionalis per probl. 11. & 12. Hæc enim quarta proportionalis cum accommodatur puncto 30. *Linearum Arithmeticarum*, tum distantia punctorum 20. 20. largitur altitudinem Cylindri quæsitam.

Ut diameter circularis basios $\pi\varrho$ *Figur. O. Num. 7.* sit 4 (o) axis sphæræ $\nu o$ 7 (o) Igitur posito axi in numero basios 40. 40. *Lin. Arithm.* numerus axis 70. 70. dabit tertiam proportionalem, 12, 25. & si hæc eidem puncto 40 accommodetur, inter numeros axis 70. 70. habetur quarta proportionalis 21, 437. quâ numero 30. *Linearum Arithmeticarum* coaptatâ; punctum 20. & 20. prodet $\pi\sigma$ 14, 291. altitudinem Cylindri quæsitam.

## *Problema LXXXVIII.*

## In quacunq; altitudine Cylindrum datæ sphæræ æqualem construere.

Per inversam operationem problematis 87. data altitudo Cylindri *exempli gratia* $\pi\sigma$ 14, 291. accommodetur puncto 20. *Linearum Arithmeticarum* & in 30. 30. obtinebitur recta sesquialtera alti-

altitudinis *hoc loco* 21, 437. *Porro* inter hanc lin-am & axin sphæræ datæ *vo7* (o) quæratur media proportionalis 12, 25. per probl. 13. *Tandem* huic mediæ & axi sphæræ *vo7* (o) inveniatur tertia proportionalis *πς* 4 (o) ea est diameter basios Cylindri, datæ sphæræ æqualis.

## *Problema LXXXIX.*

## Corpora similia addere.

Corpora similia in *Lineis Stereometricis* eodem modo adduntur, quo superiùs probl. 40. plana addebantur in *Lineis Geometricis*; nimirum quodlibet latus corporis primi coaptatur convenienti alicui puncto *Linearum Stereometricarum*, in eâque apertura Instrumenti exploratur, quibus punctis quadret latus homologum corporis secundi, tertij vel quotquot dantur.

Istorum enim punctorum numeri cum adduntur, tum summæ puncta suppeditabunt latus homologum corporis quæsiti similis, quod omnibus datis æquatur, & describitur per problem. 61.

E. g. *Figur. P. Num. 1.* sint addendi duo Cubi, quorum prioris latus AB, posterioris CD. Igitur cum AB consistit in 10. 10. *Lin. Stereomet.* cum CD cadat in 22. Hic quoniam 10. & 22. efficiunt 32. Igitur inter 32. & 32. exhibetur FG latus Cubi datis duobus æqualis.

Similiter si duæ sphæræ, quarum diametri HI, KL sint addendæ, constatur sphæra MN *Figur. P. Num. 2.* duabus datis æqualis.

Item *Figur. P. Num. 3.* dentur duo Parallelepipeda oblonga, quorum bases sint Parallelogramma oblonga, uniusq; *longitudo* OP alterius ST. Collocatâ autem OP in 20. quadret ST puncto 36. Igitur inter 56. invenitur WX longitudo baseos novæ. Deinde si ad *latitudinem* prioris PQ in 20. quiescentem expandatur Circinus Proportionalis; iterum inter 56. 56. *Lin. Stereom.* datur XY latitudo corporis quæsiti.

Tandem etiam *altitudo* prioris, nempe QR coaptatur puncto 20. & distantia inter 56. dabit YZ altitudinem Parallelepipedi quæsiti, quod datis duobus æquatur.

## *Problema XC.*

## Corpora similia ab invicem subtrahere.

Duorum corporum similium lateribus homologis utriq; *Lineæ Stereometricæ* priori modo accommodatis; numerus minor subtrahatur à majore; & residui puncta dabunt latus homologum corporis reliqui quæsiti.

Ut si à Cubo FG *Figur. P. Num. 1.* sit subtrahendus Cubus AB? Quoniam latus FG cadit in punctum 32. quando AB consistit in 10. & sublatis 10. à 32. remanent 22. Igitur inter 22. 22. offertur latus CD cubi residui quæsiti.

*Pro-*

## *Problema XCI.*

# Cubum, Parallelepipedum Prisma, & Cylindrum juxta rationem datam secare.

Altitudo horum corporum juxta datam rationem secetur in *Lineis Arithmeticis*, inventæ partes in parallelis signentur. Earum enim termini si connectantur, ductæ lineæ comprehendent planum basi simile & æquale: Per hoc igitur ex voto sectum erit corpus propositum vigore prop. 25. lib. 11. & prop. 13. lib. 12. Euclidis.

E. g. A Parallelepipedo oblongo $\alpha\beta\gamma\delta$ *Figur. P. Num. 4.* abscindendæ sint duæ quintæ partes? Igitur tota altitudo $\beta\gamma$ statuitur inter 50. 50. *Linearum Arithmeticarum*, & inter 20. 20. invenitur pars abscindenda $\gamma\varepsilon$, cui æqualis notatur in reliquis lineis ipsi $\gamma\beta$ parallelis. Connexis verò hisce punctis; resectum Parallelepipedum oblongum $\varepsilon\gamma\delta$ continebit duas quintas partes propositi $\beta\gamma\delta$.

Similis operatio est etiam in reliquis corporibus; ut si ex Prismate Pentahedro $\zeta\eta\vartheta$ & Cylindro $\kappa\lambda\mu$ *Figur. P. Num. 4.* iterum abscindendæ sint duæ quintæ partes? Per altitudinem $\begin{Bmatrix}\eta\vartheta\\ \lambda\mu\end{Bmatrix}$ in 50. 50. collocatam; in 20. 20. datur $\begin{Bmatrix}\iota\vartheta\\ \mu\nu\end{Bmatrix}$ pars abscindenda & in reliquis parallelis signanda. Et factum erit quod fuit propositum.

Proble-

## *Problema XCII.*

# Pyramidem & Conum juxta rationem datam secare.

Sicut in proximè præcedenti probl. 91. *Lineis Arithmeticis*, ita hic *Stereometricis Lineis* in puncto termini, (id est, numeri) majoris datæ rationis coaptetur latus totius Pyramidis & Coni Statim enim puncta termini minoris largientur latus corporis quæsiti, à vertice semper mensurandum; & notata hæc puncta laterum si connectantur, jam abscissa erit pars quæsita per naturam Linearum Stereometricarum & propos. 8. atq; 12. lib. 12. Elem. Euclidis.

Ut si à Cono ABC *Figur. Q. Num. 8.* cujus latus AC 7, 159. diameter basios AB 3 (0) & altitudo CD 7 (0) resecanda sit una quarta pars. Quoniam termini hujus rationis sunt 1. 4. igitur latus AC coaptatur puncto 4. (vel 40.) *Linearum Stereometricarum*, atq; inter 1. 1. (vel 10. 10.) datur latus CF, CG 4, 5. unde FG diameter novæ basios 1, 886. & in Cono simili FGC, cujus altitudo CE 4, 4. erit quarta pars ex voto resecta.

## *Observatio.*

Si Pyramides vel Coni dentur *inclinati*; Horum latera quia sunt inæqualia, cum singulis agatur dicto jam modo.

## *Problema XCIII.*

Cubi

## Cubi, Parallelepipedi oblongi & Cylindri rebus materialibus accommodatorum, capacitatem investigare.

Figuram Cubi & Parallelepipedi oblongi refert *Tonna* (famosa aridorum mensura) *Arca frumentaria, Granarium, Puteus, Cisterna &c.* Cylindri vero figuram repræsentat *Cantharus, Saccus* frumento repletus, *ahenum* æqualiter fastigiatum, *urna, cupa* (Braukůfen) Löffe/ Kůlmitte/ Dö-ken 2c.

Horum corporum *capacitas* ut obtineatur, *primò* per perticam visoriam juxta prob. 12. lib. 1. constructam mensuretur tam longitudo & latitudo (vel diameter basios circularis), quam altitudo perpendicularis.

*Deinde* ex istis datis inquiratur area basios per probl. 46. Ea si coaptetur puncto 10. *Linearum Arithmeticarum*; inter puncta altitudinis cifrâ auctæ, dabitur capacitas quæsita in Cantharis, qui puncto 60. pro *aridis*, vel 45. pro *liquidis* coaptati, in puncto 10. *Linearum Arithmeticarum*, ut suggerunt capacitatem in tonnis, ita tamen, ut ultima hujus nota significet residuas partes primas.

E. g. *Figur. P. Num* 5. detur arca frumentaria figuræ oblongæ οπςστ cujus interior longitudo πς 13, (o) latitudo οπ 8, 2. altitudo seu profunditas στ 7, 5. Quoniam Area basios οπςσ

οπςσ per probl. 46. invenitur 106, 6. igitur ejus loco assumpta linea 106, 6. coaptetur puncto 10. *Lin. Arithm.* sic inter 75. (quinarius enim integris adhærens, hic succedit in locum Cifræ) deprehendetur capacitas 799, 5 cantharorum Dorpatensium. Vel si hi 799, 5 canthari denuo applicentur puncto 60. *Lin. Arithm.* tum inter 10. 10. occurret hic numerus 133. exhibens capacitatem 13. Tonnarum frumenti cum tribus partibus decimis unius tonnæ.

Item sit Cupa ψφυ *Figur. P. Num. 6.* cujus diameter basios φυ 12, 07 & altitudo ψφ 9 (o)

Factâ reductione istius circuli φυ in Quadratum æquale lateris 10, 7. per probl. 29. invenitur area basios 114, 49. per probl. 46. Hæc cum applicatur punctis 10, 10 *Lin. Arithm.* tum inter 90. 90. (numeros altitudinis o auctæ) obtinebitur soliditas Cantharorum Dorpatensium 1030, 41. Positis autem his in 45. (quippe Tonnæ hic requiruntur Liquidorum) statim inter 10. 10. offeruntur Dorpatenses Tonnæ 22. cum 9. decimis partibus unius tonnæ. Estq; hæc capacitas Cupæ propositæ.

### Observationes.

1. Quoniam hæc *pertica visoria* ob brevitatem suam, *rei mensurandæ sæpius est applicanda*, non sine molestia & erroris metu: Utiq; præstat eandem longiori ac sufficienti virgæ sæpius inscribere, si non cum minutissimis partibus, saltem

tem

tem totam, numerisq; distinctam. Hac rati
ne enim tota diameter vel qualiscunq; dimen
simul & semel poterit accipi, & quicquid in
gra (id est integram mensuram in virga repe
tam) excedit ad divisam perticam visori
exigi.

2. *Si bases occurrant vel non exactè circulares, v*
*inæquales*; diametri plures accipiantur, earum
maxima & minima addantur. Istius summæ
missis ostendit diametrum æquatam, quæ negle
ctis diametris reliquis ad operationem priore
est assumenda.

E. g. Diameter basios Φχυ Cupæ *Figur. P.*
*Num. 6.* propositæ in uno loco inventa sit 12,05
in altero 12, 09. Igitur earum summæ 24,14
semissis 12,07 dat diametrum æquatam.

Eodem modo si basios inferioris ψω dia
meter esset 12,09 sed superioris Φχ saltem 12,
05. iterum æquatio earum instituenda est, & per
summæ diametrorum semissem 12,07 capacitas
inquirenda.

## *Problema XCIV.*

## Seriæ atq; dolij capacitatem explorare.

Præcedenti virgâ visoriâ mensurentur diametri amborum orbium vasis propositi, siq; forsan inæquales sint, æquentur vel medium duntaxat punctum inter eas, in unam lineam reducta in-

inveniendo per probl. 2. *Deinde* mensuretur etiam latitudo vasis sub orificio (die Spundtieffe) & cum æquatâ diametro orbium iterum æquetur; hinc prodit æquata latitudo totius vasis, quâ mediante dolium, ex duobus Conis decurtatis compositum, reducitur in Cylindrum. *Tertiò* mensuretur etiam longitudo vasis exterior, ab eaq; subtrahatur marginis abundantia triplicata (partim pro duobus marginibus, partim pro duobus orbibus, unum marginem plerunq; æquantibus) ut innotescat longitudo interior. *Tandem* beneficio æquatæ latitudinis inveniatur area basios, & per interiorem longitudinem ipsa capacitas in Cantharis atq; Tonnis, uti in præcedenti problemate factum fuit.

E. g. *Figur. P. Num. 7.* quæratur capacitas dolij, cujus latitudo minima AB vel CD sit 3,9 maxima EF 4,9 & longitudo interior AD 7,3. Post æquationem juxta problema institutam, vasis latitudo æquata reperitur 4,4. At hujus diametri circulo quod æquatur Quadratum, ejus latus est 3,9. per probl. 29. ergo area tam Quadrati quàm Circuli existit 15,21. per probl. 44. & 46. Ista area si *Linearum Arithmeticarum* puncto 73, (interiori nimirum longitudini AD debito,) accommodetur, inter 10. 10. offertur capacitas III. Cantharorum, quibus tandem in punctum 45. translatis, emergit capacitas 2,5 proximè, id est, duarum cum dimidia fere tonnarum Dorpatensium.

## *Problema XCV.*

# Dato globo unius generis metalli, axin globi æquiponderantis ex alio metallo definire.

Dati globi axis in *Lineis* sphærarum æquiponderantium sive *Metallorum* applicetur puncto sui metalli, & distantia punctorum metalli quæsiti statim determinabit axin, ad quem constructus ex alio metallo globus, cum priori erit ponderis ejusdem.

E. g. *Figur. P. Num. 8.* Detur globus ferreus 3. librarum, cujus axis AB 70. Quæritur axis globi plumbei trium librarum? Igitur collocato axi AB in characteribus ferri ♂ ♂, inter signa plumbi ♄ ♄ *Figur. P. Num. 9.* deprehenditur CD 60, 9 axis globi plumbei 3. libr.

## *Problema XCVI.*

# Datis duobus globis ejusdem metalli ex noto pondere unius pondus alterius elicere.

Axis datorum globorum accipiatur vel circino manuali cruribus incurvatis prædito, vel duabus normis hoc modo: A lineâ rectâ in plano ductâ erigantur duæ normæ, globum quaquaversus motum ægrè intercipientes uti videre est *Figur. Q. Num. 1.* In hoc situ notetur intervallum, terminis normarum interjectum: Illud enim,

enim, *dicto loco* AB axin globi manifestat. Tum axis illius globi, cujus pondus datur, coaptetur numero librarum suarum in *Lineis Stereometricis.* Numerus enim punctorum, quibus alter axis quadrat, indicat pondus quæsitum.

Conf. Galgemairs Schregmäß prop. 24.

E. g. *Figur. P. Num. 8.* detur AB globus ferreus, trium librarum. Quæritur pondus globi etiam ferrei CD *Num. 9?* Igitur axi AB collocato in 3. 3. *Lin. Stereom.* axis CD potest aptari puncto earum secundo. Hinc globus CD pendet duas libras.

## *Observatio.*

Cum Circinus proportionalis dicto jam modo est apertus, tum distantia inter 1. 1. *Lin. Stereom.* significat axin globi libralis. Iste axis semel notatus in Instrumento inservit problem. subseq. Præstat tamen in hoc negotio assumere globum quam maximum, majoris certitudinis ergo.

## *Problema XCVII.*

# Datum quemcunq; globum tormentarium librare.

Axis unius libræ, per probl. præcedens inventus, statuatur in puncto primo *Linearum Stereometricarum.* Sic numerus punctorum (à centro nempe æquidistantium) quibus congruit axis globi ponderandi, exprimit ejusdem libras quæsitas.

Ita in nostro Circino Proportionali majore sub signo ☿ superius adjuncto, *Lineæ Metallorum* insertus est axis globi *ferrei*, unam libram Dorpatensem ponderantis. Iste coaptetur puncto ♂ & 1. *Lin. Stereom.* atq; sub hac apertura si axis propositi globi *ferrei* consistere potest e. g. inter 12. 12. dico pondus ejus esse 12. librarum Dorpatensium.

## Observatio.

*Si globus datur alterius metalli;* tum prior ille axis globi ferrei per probl. 95. statuatur in ♂♂ *Lin. Metallarium*, & distantia punctorum metalli dati (e.g. ♄♄ si globus datur plumbeus) indicabit axin unius libræ. Hic porro accommodetur puncto 1. *Lin. Stereomet.* & juxta præscriptum problematis cognoscetur pondus quæsitum.

## *Problema XCVIII.*

### Datum tormentum quot pondo globum ejaculetur explicare.

Diameter orificij tormenti accipiatur circino manuali vel virgâ quadam, & applicetur similibus punctis *Linearum Stereometricarum* per probl. 98. ad quantitatem unius libræ *homogeneæ* apertarum. Et rursus illa puncta, quæ capiunt dictam diametrum, significant numerum librarum globi, quem datum tormentum ejaculari potest.

E. g.

E. g. detur Tormentum *Figur. Q Num.* 3. cujus orificij diameter *ac* congruat puncto 6 *Linearum Stereometricarum*, quando axis unius libræ ferrei globi consistit in 1. 1. Dico igitur datum Tormentum ejaculari globum ferreum 6. librarum.

## *Problema XCIX.*

### Baculum tormentarium construere, & ad usum accommodare.

Axis globi ferrei, beneficio probl. 96. inventus, statuatur in 1. 1. *Lin Stereom.* Sub hac verò aperturâ accipiantur juxta ordinem singulorum punctorū distantiæ quousq; libet, ac transferantur in unam faciem virgæ quadrangularis, pedem circiter longæ, ita tamen ut omnes istæ distantiæ à principio istius faciei & quidem in lineâ rectâ mensurentur, ac quina puncta suis numeris insigniantur. Hoc facto, una facies erit absoluta. Deinde axis globi plumbei unam libram ponderantis, coaptetur puncto primo *Linearum Stereometricarum*, & secunda facies per distantias punctorum similiter dividatur. Porro axis globi lapidei, unum pondo librantis, accommodetur puncto primo *Lin. Stereom.* & dividatur tertia facies, ut ante. Sic baculus tormentarius (Büchsen-Meister Visier-Stab) paratus erit.

Usum ejus quod attinet; expeditius conficit ea, quæ problemate 97. & 98. proposita fuerunt.

 runt.

runt. Namq; si axis alicujus globi in homogeneâ facie ab initio ejusdem mensuretur, tum terminus numero suo definit globi dati pondus quæsitum.

Et cum baculus hic admovetur orificio Tormenti; statim terminus acceptæ diametri exprimit, quot pondo globum ejaculetur datum illud tormentum.

## *Problema C.*

### Datis duobus globis ad axin æqualem ex diverso metallo constructis, mediante pondere unius, pondus alterius explorare.

Axis istius globi, cujus pondus datur, sui metalli signo coaptetur in Lineis Metallorum, accipiaturq; distantia, punctis alterius metalli intercepta. Hæc ipsa applicetur numero ponderis dati in *Lineis Stereometricis*, & cui puncto quadrat axis dati globi, illius numerus determinat pondus quæsitum.

E. g. *Figur. P. Num. 8.* sit AB axis globi ferrei atq; plumbei. Illius (ferrei) pondus sit 8. librarum, quæritur pondus hujus nempe globi plumbei? Igitur cum axis AB consistit in punctis ♂ ♂ tum inter ♄ ♄ inveniatur *exempli gratia* CD *Figur P. Num. 9.* axis globi plumbei continentis 8. libras. Tandem axis CD coaptetur puncto 8. *Lin. Stereom.* & axis AB cadet in punctum 12. Proinde globi plumbei, cujus axis AB, pondus est 12. librarum.

*Liber*



# DE USU CIRCINI PROPORTIONALIS IN ARITHMETICA.

Duæ non abs re in toto disciplinarum Mathematicarum Choro nuncupari solent Matres, videlicet *Arithmetica* & *Geometria*, quibus reliqua progenies suam originem debet: Eæ tamen arctissimo necessitudinis vinculo ita sunt connexæ, ut mutuas sibi præstent operas, nec altera sine adjumento alterius finem propositum ritè assequatur. Veritatem hujus asserti demonstrat etiam *Circinus* noster *Proportionalis*. Namq; numeros, ut notum est, sibi vendicat Arithmetica; Lineas & figuras Geometria. At in plerisq; locis libri præcedentis numeros suos Arithmetica concessit Geometriæ, quippe Magnitudo sæpissimè numeris fuit definita & quasi permutata: Jam igitur æquitas postulare videtur ut hoc libro tertio dispiciamus, quid hostimenti loco Geometria lineis suis retribuat Arithmeticæ?

Sed propter exiguam quantitatem Instrumenti, & tenuem apparatum punctorum in Lineis Arithmeticis longè concisior problematum numerus hic exspectandus erit, qui tamen operationum promptitudine & prolixitate usus facile compensatur.

## *Problema I.*



Da-

## Datos numeros integros in unam ſummam colligere.

Circino manuali accipiantur ex Lineâ Arithmeticâ, tanquam ſcalâ, tot partes, quot ſunt dati prioris numeri unitates, ejusq; ita expanſi pes unus cum ſtatuitur in puncto numeri poſterioris, tum alter directè verſus extremitatem crurum promotus, in puncto, quod tangit, exhibet ſummam duorum numerorum quæſitam.

Quodſi verò plures ſint numeri dati; notæ ſummæ priorum eodem modo additur tertius numerus, ac reliqui. Terminus enim ultimus exprimit ſummam omnium quæſitam.

E. g. Sint addenda 125. ad 362? Igitur Circinus manualis expanditur ad quantitatem 125. partium Lineæ Arithmeticæ, & uno crure quieſcente in 362. alter pes promovetur ſecundum ſeriem numerorum, tangitq; *hoc loco* punctum 487. Summa igitur datorum numerorum eſt 487.

Item ſi ſint addenda 245. 317. 438. Circino vulgari capitur quantitas 245, & à puncto 317. menſuratur usq; in 562. ſummam priorum duorum numerorum, quæ notatur levi aliquo arcu. Porro tertius numerus 438. circino manuali iterum comprehenſus in notato puncto 562. annectitur lineæ priori, & pes mobilis cadit in 1000. Hæc igitur eſt vera ſumma quæſita trium datorum numerorum.



### *Obſervatio.*

Brevitas Circini Proportionalis non capit magnam molem numerorum. Igitur *quando linea Arithmetica deficit* in ſuperiori operatione, vel *ſi alteruter datorum major ſit numero punctorum Lineæ Arithmeticæ;* per partes (licet paulo operoſiùs) inſtituenda eſt additio hoc modo;

A dato numero majore vel ſummâ præcedentium reſecentur una, duæ, vel, ſi opus eſt, tres notæ ſiniſtræ vel dextræ, & tam antecedentes, quam ſequentes hanc ſectionem ſeorſim addantur. Summæ verò particulares habitâ ratione loci ultimæ notæ abſciſſæ conjungantur in ſchedâ, per novam additionem duplicium ac præcedentium notarum. Sic demum obtinebitur ſumma quæſita.

E. g. Sint in unam ſummam colligendi hi duo numeri 2567. & 348. Quoniam prior longè ſuperat numerum punctorum Lineæ Arithmeticæ: Igitur abſciſſo binario quarti loci, reliquæ notæ ut prius adduntur, facientes 915. & quarto loco ſi jam reſtituatur binarius (quippe ſummam abſciſſarum hic repræſentat) ſumma quæſita erit 2915.

Item ſi dentur 15379. & 9642. reſectis binis poſterioribus, ſumma notarum, ſectionem ſequentium eſt 121. at præcedentium 249. & in tertio loco utrisq; junctis, ſumma quæſita erit 25021.

## *Problema II.*

# Numerum integrum minorem à majori subtrahere.

Postquam numerus minor è Linea Arithmetica directè acceptus fuerit circino manuali, unus pes figatur in puncto numeri majoris, alter verò dirigatur versus centrum Instrumenti. Quodcunq; enim punctum tangitur in Linea Arithmetica, illud ostendit residuum quæsitum.

E.g. Sint subtrahenda 55. à 134? Igitur Circini manualis, ad quantitatem 55. partium expassi pes unus collocatur in puncto 134. & alter versus centrum promotus tangit punctum 79. Dico igitur sublatis 55. à 134. remanere 79.

## *Problema III.*

# Numeros integros mechanicè multiplicare.

Datorum numerorum minor, cyphra auctus, assumatur è scala aliqua & transversè coaptetur puncto 10. *Linearum Arithmeticarum.* Sic distantia punctorum numeri majoris dati exhibebit factum quæsitum, in eadem scalâ mensurandum.

E.g. Sint 65. multiplicanda per 7. Igitur 70. partes è scalâ acceptæ, collocantur ad 10. 10, & distantia, quæ inter 65. 65. reperitur, in eadem scalâ continet 455. partes. Dico igitur factum quæsitum esse 455.

Hæc

Hæc mechanica multiplicatio *fundatur in* elem. 5. cap. 4. lib. 1. Arithm. Rami, quod talem tradit analogiam multiplicationis scientificæ: *Ut unitas - ad Multiplicantem - ita Multiplicandus - ad factum.*

Ex tribus igitur numeris, nimirum unitate & duobus datis per probl. 12. lib. 2. de usu Circini Proportionalis poterit investigari quartus proportionalis, qui est factus hoc loco quæsitus.

At verò primi puncti distantia est exigua, & in multis Instrumentis haberi nequit; igitur ejus loco assumitur punctum decimum commodioris operationis gratia. Sed primus terminus hoc modo in decuplum augetur: Ergo secundus terminus itidem decuplo est augendus, ut datam rationem retineant; quod fit per appositionem Cyphræ. Quare si minor numerus Cyphra auctus statuatur inter 10. 10. tum inter puncta numeri majoris exhibetur factus quæsitus, in scala minoris numeri aucti mensurandus.

Nec analogiam hanc turbat inæqualitas partium, qua partes assumptæ scalæ raro vel nunquam deprehendentur æquales partibus Lineæ Arithmeticæ.

Sufficit enim in Regula Proportionum, quod bini termini sint homogenei & cognomines, nempe primus & tertius, itemq́; secundus & quartus. Uti ex vulgaribus exemplis liquido constat. Ut

Ulna

Ulna emitur Thal. quanti ulnæ?

1 ............... 5 ............ 4. Facit 20. Thal.

Illud autem observatur in nostrâ multiplicatione, dum primus & tertius terminus ex Lineâ Arithmetica; secundus autem & quartus è scala depromuntur; atq; sic bini agnoscunt homogeneam mensuram, vel sunt ejusdem denominationis.

Unde quartus proportionalis, vel hoc loco *factus* quæsitus, uti dictum est, necessariò infertur.

## *Observatio.*

Si quantitas numeri minoris, Cyphrâ aucti, major sit, quam ut puncto decimo obliquè coaptari possit, vel si formet angulum nimis obtusum; bisecetur per probl. 2. lib. 2. & cum dimidia parte fiat multiplicatio; sed inventa linea bis est mensuranda, sic habetur factus quæsitus juxta postul. 2.

## *Problema IV.*

# Numerum integrum per alium mechanicè dividere.

Dividendus, (id est, *datorum major*) ex aliquâ scalâ assumptus statuatur ad puncta Divisoris (id est, *Minoris dati*) Cyphrâ aucti in *Lineis Arithmeticis*. Sub hac divaricatione accipiatur distantia inter 10. 10. *Lin. Arithm.* ac transferatur in eandem scalam; Sic patebit Quotus quæsitus.

E. g. Sint 288. dividenda per 16. Igitur ex scala hoc loco *Figurat. A 1. Num. 20.* assumuntur partes 288. & coaptantur puncto 16. *Linearum Arithmeticarum.* Hoc facto inter 10. 10. deprehenditur linea 18. partium in eadem scalâ *Fig. A 1. Num. 20.* Dico igitur 288. divisis per 16. quotum esse 18.

*Fundamentum* hujus operationis situm est in analogia Divisionis scientificæ, quam tradit Ramus Arithm. lib. 1. cap. 5. elem. 3. *Ut Dividendus ad Divisorem - sic Quotus est ad unitatem.*

Igitur convertendo eam per Coroll. Clavij ad prop. 4. lib. 5. Elem. Eucl. erit: *Ut Divisor ad Dividendum - sic unitas - ad Quotum.*

Divisor autem & unitas, expeditioris operationis gratia, decuplo augentur per appositam Cyfram ut ante factum in Multiplicatione vi prop. 15. lib. 5. Elem. Eucl.

## *Observatio.*

*Si Divisor, Cyphrâ auctus, major sit numero punctorum Lineæ Arithmeticæ:* depromatur ejus quantitas ex scala, & pars ejus dimidia, tertia, quarta &c. per probl. 2. lib. 2. acquisita, applicetur scalæ priori; & innotescet punctum *Linearum Arithmeticarum*, cui dividendus accommodetur juxta præscriptum problematis. At distantia punctorum decimorum *Lin. Arithm.* adhuc aptanda est punctis, quibus tota Divisoris linea coaptabatur: Sic demum inter puncta assumptæ partis Divisoris habebitur Quotus quæsitus.

E. g.

E. g. Sint 33528. dividenda in 132. Divi[soris] Cifrâ aucti (nempe 1320.) pars quarta erit 33[0] (applicando videlicet totam lineam Divisor[is] 1320. partium puncto 400. & inter 100. 100. Li[n.] Arithmet. accipiendo distantiam) per probl[.] lib. 2. Quare si *Linearum Arithmeticarum* punc[tis] 330. transversè accommodetur Dividendo 33528. (circino nempè manuali è scala assumpt[o]) inter 10. 10. deprehendetur hic numerus 100 qui puncto 400. porro applicatus; in punct[o] 100. largitur genuinum Quotum 254.

*Idem enim est per totum & per partes numerare.*

Cum hisce præcedentibus quatuor problematibus conferatur Galgemairs Schregmäß prop. 4. 5. 6. & D. Laurenbergij appendix Institut. Arithm. Num. I. II. III.

## *Problema V.*

# Fractionem vulgarem in decimalem reducere.

Fractio sive Minutia est pars alicujus integri in partes distributi, & scribitur duabus notis lineâ diremptis, quarum superior dicitur *Numerator*, inferior *Denominator*. Sicut autem ex divisione oritur, ita etiam quivis Divisor locum Denominatoris vulgo sustinere potest. At decimalis fractio oritur ex integro non nisi in partes 10. 100. vel 1000. diviso, & scribitur in formâ integrorum absq; denominatore illo expresso, cujus loco tamen apponuntur hi characteres (1)(2)

(1)(2)(3) ex quibus hic (1) significat partes decimas, sed (2) centesimas, & (3) millesimas ad eundem modum quo Simon Stevinus perticam & alias mensuras Geodæticas in (1) prima (2) secunda & (3) tertia distribuit.

In hanc igitur ut quælibet fractio vulgaris reducatur; E scala assumptæ partes 10. vel 100. statuantur inter puncta *Lin. Arithmeticarum* denominatori competentia: Sic Numeratoris puncta dabunt numerum decimalem quæsitum, denominatum ibi à (1) hic à (2.)

E. g. si quæratur $\frac{3}{4}$ Thaleri cuprei qualem efficiant fractionem decimalem? E scala *Figur. A1. Num. 20.* acceptæ partes 100. coaptentur puncto 4. vel 40. *Lin. Arithmet.* Hoc facto inter 3. vel 30. subsidio prioris scalæ invenientur 75. Dico igitur $\frac{3}{4}$ Thal. æquari $\frac{75}{100}$. vel denominatore saltem subintellecto, 75 (2) id est partibus centesimis Thaleri.

## *Problema VI.*

# Fractionis decimalis valorem in dato integro cognoscere.

*Ipsa Summa* partium in dato integro contentarum (non alius numerus proportionalis) accipiatur è scala atq; coaptetur *Lin. Arithm.* puncto 10. si unâ, vel 100. si duabus notis constet fractio, Tum inter puncta fractionis decimalis invenietur linea, quæ similiter in eandem scalam translata suggerit valorem quæsitum.

E. g.

E. g. 75. (2) centeſimæ partes Thaleri cu-
prei quot valent oris? Quoniam in dato inte-
gro, nempe Thalero continentur oræ 32. Igitur
è ſcala ſumuntur 32. iisq; ad 100. 100. *Lin. Arithm.*
collocatis, inter 75. 75. occurrunt 24. Proinde
75. (2.) centeſimæ partes Thaleri æquantur 24
oris.

## *Problema VII.*

## Datis duabus fractionibus vulgaribus, majorem à minore dignoſcere.

Cum datæ fractiones vulgares redactæ fuerint in decimales per probl. 5. tum conferantur inter ſe earum notæ ſiniſtimæ. Hæ enim majores majorem etiam arguunt fractionem.

E. g. Dentur hæ duæ fractiones $\frac{3}{4}$ & $\frac{7}{9}$ ac quæratur, utra earum ſit major? Hic fractioni priori $\frac{3}{4}$ æquipollent 75. (2) ſive centeſimæ partes, at poſteriori 78. (2) proximè. Cum vero priores notæ exiſtant æquales, & poſteriori nota ſequens ſit major; Hinc totam fractionem poſteriorem $\frac{7}{9}$ pronuntio majorem eſſe $\frac{3}{4}$ partibus.

## *Problema VIII.*

## Fractiones addere, ſubtrahere, multiplicare & dividere.

Datæ fractiones ſi ſint vulgares, beneficio probl. 5. convertantur in decimales numeros. Hi more integrorum per probl. 1. 2. 3. 4. facile poterunt addi, ſubtrahi, multiplicari & dividi, hoc ſaltem obſervato circa *Additionem & Subtractionem*, ut dati numeri eandem habeant denominationem & ſummæ vel reſiduo character datorum maximus adjiciatur. Circa *Multiplicationem* verò, ut characteres addantur pro denominatione Facti: Circa *Diviſionem*, ut character diviſoris à charactere dividendi ſubtrahatur, ſic emerget denominatio Quoti.

*Exemplum Additionis.*

Sint $\frac{3}{4}$ & $\frac{7}{9}$ partes addendæ? Quoniam priori fractioni æquivalet hæc 75 (2) & poſteriori 78 (2) juxta probl. 5. Igitur partes 75 è *Linea Arithmetica* circino acceptæ, à puncto 78. ſecundum numerorum ſeriem menſurantur, & attingunt hoc loco punctum 153. Quare ſumma datarum fractionum eſt 153 (2) ſive 1, 53.

*Exemplum Subtractionis.*

Sint $\frac{3}{4}$ à $\frac{7}{9}$ ſubtrahendæ? Per probl. 5. priori fractioni iterum æquivalet hæc 75 (2) poſteriori vero hæc 78 (2) Igitur cum partes 75 è *Lin. Arithm.* accipiuntur circino, hujusq; pes unus quieſcit in 78. alter vero movetur verſus centrum; tum tangitur punctum 3. Hinc dico ſublatis $\frac{3}{4}$ à $\frac{7}{9}$ ſive 75 (2) à 78 (2) remanere 3 (2.)

*Exemplum Multiplicationis.*

Sint $\frac{7}{9}$ per $\frac{3}{4}$ multiplicandæ? Quoniam datis vulgaribus fractionibus æquipollent hæ decimales 78 (2) & 75 (2.) Igitur 750. partes (na[illegible] minor datorum eſt o augendus) ê minutiſſi[illegible] ſcala acceptæ coaptantur puncto 10. *Linearum* [illegible] *rithmeticarum*; & inter 78. 78. *Lin. Arithm.* in[illegible] nitur hic factus 5850 (4) vel 585 (3.) Nam [illegible] characteres datorum numerorum (2) & (2) [illegible] addantur, oriuntur (4) & cum o finalis in hi[illegible] fractionibus ſit otioſa, merito abjicitur, & hi[illegible] denominatio contrahitur in (3.) Valor aute[illegible] hujus fractionis productæ facile cognoſcitur e[illegible] prima verſus ſiniſtram notâ, nempe quinario [illegible] quod ſignificet dimidium integri, & paululum amplius.

*Exemplum Diviſionis.*

Sint $\frac{7}{9}$ in $\frac{3}{4}$ dividendæ, ſive 78 (2) in 75 (2) per probl. 5. Igitur dividendus 78. è ſcala aſſum[illegible] ptus ſtatuitur ad punctum diviſoris o aucti in [illegible] *Lineis Arithmeticis*, nempe 750. Sic inter 10. 10[illegible] obtinetur hic Quotus quæſitus 104 (2) ſive 1, 04[illegible] Nam unitati, (quæ eſt homogenea cum partibus datis 78.) poſt ſubtractionem denominationis diviſoris (2) à denominatione dividendi (2) de[illegible] betur reſidua (o) At quoniam ultra unum iſtud integrum præterea aliquid ſupereſt; in ſcala de[illegible] prehenduntur 1, 04.

*Fundamentum* hujus multiplicationis & divi[illegible] ſionis Fractionum petatur ex Arithmetica de[illegible] cimali.

## Problema IX.

Numeros miſtos addere, ſubtrahere, multiplicare & dividere.

*Mixti numeri* dicuntur, quando integris adhærent fractiones. Ad horum computationem, numeri fracti vulgares reducantur in decimales per probl. 5. & commate prius interjecto apponantur ſuis integris. Sic, quaſi eſſent partes homogeneæ, juxta probl. 1. 2. 3. 4. facili negotio addentur, ſubtrahentur, multiplicabuntur atq; dividentur.

*Exemplum Additionis.*

Ad $3\frac{7}{9}$ addantur $2\frac{3}{4}$. Quoniam $\frac{7}{9}$ æquivalent 78 (2) & $\frac{3}{4}$ æquantur 75 (2.) Igitur qualibet fractio decimalis apponatur ſuis integris hoc modo 3, 78. & 2, 75. Jam partes 275. circino acceptæ è *Linea Arithmetica* à puncto 378. directè pergendo ſignentur, & pertingent in 653. Summa igitur datorum numerorum mixtorum eſt 6, 53. quippe prior denominatio manet, quæ erat (2.)

*Exemplum Subtractionis.*

A $3\frac{7}{9}$ ſint ſubtrahenda $2\frac{3}{4}$? Facta iterum per probl. 5. reductione in hos 3, 78. & 2, 75. E *Linea Arithm.* directè aſſumptæ partes 275. à puncto 378. verſus centrum collocentur: Tum quia tangitur punctum 103, dico poſt ſubtractionem datorum numerorum miſtorum remanere 1, 03.



Nam

Nam & hic in reſiduo eadem denominatio reti-
netur, quæ fuit in numeris datis.

*Exemplum Multiplicationis.*

Sint $3\frac{7}{9}$ multiplicanda per $2\frac{3}{4}$. Quoniam datis mixtis hi decimales 3,78 & 2,75 æquiva-lent per probl. 5. Igitur è ſcala minutiſſima ac-ſumptæ partes 2750. coaptantur puncto 10. Li-*nearum Arithmeticarum*: & puncta dati majoris nempe 378. exhibent factum quæſitum 10,3950 vel 10,395. quippe (2) & (2) efficiunt (4) & pro-pter abjectam Cyfram finalem in hiſce partibus tanquam otioſam, unitas etiam ex (4) eſt de-menda; relinquitur igitur hæc denominatio (3) unde 10. ſignificant integra.

*Exemplum Diviſionis.*

Sint $3\frac{7}{9}$ dividenda in $2\frac{3}{4}$. Hic dati mixti iterum redigantur in decimales hoſce 3,78. & 2,75. per probl. 5. Deinde Dividendus ex ali-qua ſcala acceptus ſtatuatur ad punctum 550. Li-*nearum Arithmeticarum* (cum enim 2750. puncta non deprehendantur in *Lin. Arithm.* per obſerva-tionem problematis 4. aſſumitur hoc loco pars quinta) & inter 10. 10. quæ occurrit diſtantia ea denuo accommodetur puncto 50. vel 500. ſic inter 10. vel 100. invenietur verus Quotus quæ-ſitus 1,374. Nam ſublatis (2) à (2) remanet (0) & eſt denominatio unitatis: Propter reſiduas vero partes alias minores beneficio ſcalæ acce-dunt (3.)





# In Regula Trium directâ quartum proportionalem investigare.

Hucusq; breviter percurrimus Arithmeticam ſimplicem; in comparativa autem excellit proportio, quæ definitur ab Euclide lib. 5. def. 4. rationum ſimilitudo: Ratio autem per def. 3. lib. 5. Eucl. talis eſt habitudo numerorum, qua unus numerus continetur ab alio, & diviſione cognoſcitur. Igitur proportio eſt ubi terminus primus *vel* toties continetur in ſecundo, quoties tertius in quarto; *vel* primus eſt tanta pars ſecundi, quanta tertius terminus eſt pars quarti. Cumq; latiſſimè pateat proportio, Arithmetici ex certis quibusdam in eâ operandi modis certas extruxerunt Regulas, quarum principaliſſima eſt Regula Trium, corruptè Detri, quod ex tribus datis eliciat quartum, id quod fit mechanice hoc modô:

Tribus datis terminis ritè diſpoſitis, ita ut quæſtionis terminus ſit tertius, eiq; cognominis fiat primus; heterogeneus verò ſit medius ſive ſecundus: Accipiatur ſecundus vel tertius ex aliquâ ſcalâ & coaptetur punctis numeri primi in *Lineis Arithmeticis*. Sub iſtâ aperturâ quæ invenitur diſtantia punctorum numeri reliqui, ea transferatur in priorem ſcalam; Statim enim inotenotescet quartus proportionalis quæsitus, secundo cognominis.

E.g. Dominus servo annuam mercedem, (id est, pro 52. septimanis) numerat 42. thaleros. Quæritur quid ei debeat pro 21. Septimanis? Termini sic disponuntur.

Sept. Thal. Sept.
52 -------- 42 -------- 21.

Hoc facto medius nempe 42. è scalâ assumptus, collocetur inter puncta primi nempe 52. 52. tum inter puncta tertij 21. 21. habetur quartus proportionalis 17. thal. proximè. Significat enim thaleros, cum secundus à thaleris denominetur.

*Vel* si tertius, 21. è scala acceptus coaptetur punctis primi 52. 52. similiter inter puncta secundi 42. 42. occurrit quartus proportionalis quæsitus 17. thal. proxime.

Fundamentum hujus operationis licet colligi possit ex probl. 12. lib. 2. & probl. 3. hujus; attamen majoris evidentiæ gratia operæ pretium erit, demonstrationem ejus denuo repetere hoc modo:

Figur. Q Num. 9. sint Lineæ Arithmeticæ CD, CE partium 52. sed CA, CB partium 21. Esto præterea DE secunda vel tertia proportionalis: Dico AB esse quartam proportionalem? Quoniam enim in △is CAB & CDE angulus C est *communis*; Ergo reliqui duo ad A & B reliquis duobus ad D & E æquantur per prop. 32. lib. 1. Eucl. At vero *bini anguli* A & B, D & E inter se æquantur, per prop. 5. lib. 1. Eucl. Ergo etiam *singuli* A & D, B & E inter se æquantur. Et quia △a sunt æquiangula; *erunt latera æqualium angulorum proportionalia* per prop. 4. lib. 6. Eucl.

Hinc firmiter concluditur *directè* hoc modo: Ut CD terminus primus 52. -- ad DE 42. terminum secundum - sic CA terminus tertius 21 -- ad AB terminum quartum 17.

*Et alternè* per prop. 16. lib. 6. Element. Eucl. Ut CD terminus primus 52 -- ad tertium CA 21 - ita secundus DE 42 -- ad quartum AB 17.

Quare si secundus vel tertius terminus applicetur punctis primi; inter puncta reliqui habetur quartus proportionalis quæsitus.

## *Observationes.*

1. *Si numeri propositi sint nimis exigui*, ut in Instrumento commodè haberi nequeant: Eorum primus & secundus vel primus & tertius simul augeantur in decuplum vel centuplum, apponendo vel unam in fine, vel duas Cyphras. Hoc pacto cum maneat eadem terminorum ratio, operatione juxta præscriptum problematis porro institutâ, invenietur quartus proportionalis quæsitus.

### *Exempla.*

I. Viatori 144. milliaria conficienda sint, qualium 18. triduo perficiuntur. Quæritur quanto tempore illud absolvat? Igitur pro

M. D. M.
18 -- 3 -- 144.

 pono

pono 180 -- 30 -- 144. & prodeunt 24. Dico ig
tur iter abſolutum iri diebus 24.

II. Baculus, in altitudine 3. ulnarum pe
pendiculariter humi defixus, de ſe mittit um
bram 4, 5 ulnarum eodem momento, quo turri
projicit umbram 12. Ulnarum. Quanta eſt
altitudo turris? Reſp. 8. Ulnar.

Nam pro Umbr. alt Umbr. 4, 5 ---- 3 ---- 12 ſumuntur hi 45
30 --- 12. Hinc emergit altitudo turris 8. Ul
narum.

III. Una dies continet horas 24. Quot igi
tur horas continent dies 27? Adjunctâ primo
& ſecundo cifrâ itemq; primo & tertio taliter:

D H D
100 --- 240 -- 270 concluditur quartus propor
tionalis 648. Dies igitur 27. conſtant horis
648.

2. *Si numeri dati ſint nimis magni*; tum primus
& ſecundus, vel primus & tertius minuatur in
decupla ratione, dum ultima utriusq; nota re
ſecatur, ut quaſi partes reliquarum ſignificet.

Ut Milites 125. pro menſtruo ſtipendio ac
cipiunt 1875. Thaleros. Quot Thaleros in ſi
mili ſtipendio accipiunt 34. milites? Diſpoſitio
Mil. Thal. Mil.
horum numerorum talis eſt 12, 5 -- 187, 5 --- 34.
Hic 34. transverſè ſtatuuntur poſt 12. punctum
in medio ſpatij (quia 5. conſtituunt dimidiam
partem denarij, quem totum ſpatium ſignificare
intel-

intelligitur) & ſtatim poſt punctum 187. in me-
dio ſpatij (propter quinarium) invenitur quar-
tus proportionalis 510. Thalerorum. Igitur 34.
milites accipiunt 510. thaleros.

3. *Si primus terminus mutationem* juxta praece-
dentes notas *tenuit*, & nihilominus *alteruter* reli-
quorum datorum *Zyphrâ ſit auctus*; tum inventi
quarti proportionalis ultima nota ſignificat par-
tes primas, niſi fuerit Cyphra, quæ plane abjici-
tur, tanquam otioſa.

*Quodſi vero alteruter reliquorum datorum ſit minu-
tus notâ finali*; tum invento numero Cifra adhuc
eſt addenda, niſi per ſcalam inventæ ſint partes
primæ. Hæ enim tranſeunt in integra; atq; ſic
demum obtinebitur quartus proportionalis.

Ut in proximè præcedēti exemplo Mil. Th Mil. 125-187, 5 42
ſi numerus 42. commodè aptari nequit puncto
12½ accommodetur puncto 125. Verum diſtan-
tia punctorum 187½. quem largitur quotum
(nempe 51.) is cifrâ in fine eſt augendus: ſic pro-
dit genuinus quartus proportionalis 510. Thal.

4. *Si in aliquo termino occurrunt fractiones vul-
gares*; per probl. 5. reducantur ad formam nume-
rorum integrorum, ſub hac tamen cautelâ, ut ſi
fractio illa ſit in primo termino, totidem Cifræ
adjiciantur vel ſecundo, vel tertio: Sin vero
fractio occupaverit locum tertium, totidem Cy-
phræ addantur termino primo.

E. g. 6½ Imperialibus emuntur ulnæ panni 4.



Quot

Quot ulnæ ementur Imperialibus 18? Sic ste-
bunt termini

6, 5. Imp. -- 4. Uln. -- 18, 0 Imp. Facit 11, 08. Uln.

5. *Si in aliquo termino occurrant diversæ species temporis, mensurarum, ponderum & monetarum;* reducantur ad minimam denominationem ibi expressam, juxta probl. 3, multiplicando integra præcedentia per summam partium subsequentium in uno integro contentarum.

Ut Mercator emit 12. libras florenis 37. Quanti erunt 3. libræ 8. semunciæ? Hic in tertio loco concurrunt duo numeri; igitur libræ 3. reducuntur in semuncias, multiplicando eas per 32. (quia 32. semunciæ constituunt libram) & addendo reliquas 8. semuncias, ut sint in universum semunciæ 104. Sed primus & tertius terminus debent esset cognomines: Ergo libræ primi termini similiter resolvuntur in semuncias, & numeris datis in operatione succedunt hi:

Sem. flor. Sem. Facit 10. flor.
384 ------- 37 ------- 104.

6. Si ultra partes *istius* generis, *cujus* primò sunt assumptæ, deinde *in scalâ aliquid remanet;* constituit fractionem decimalem, cujus valor cognoscitur ex probl. 6.

E. g. 252. libræ emuntur 105. thaleris; quanti 788. libræ? Facit 328, 3. Thal. Jam quæritur 3 (1) sive 3. decimæ partes Thaleri quem habeant valorem in oris, Thaleri partibus vulgaribus? Dico per probl. 6. 10 (1) partes Thaleri æquantur 32. oris, ergo 3 (1) partes thaleri æquivalent $9\frac{1}{2}$ oris. Et hic est numerus quæsitus.

## *Problema XI.*

# In Regulâ Trium reciprocâ quartum proportionalem invenire.

Ad Regulam Trium reciprocam pertinent ea exempla, quorum terminis juxta præcedens problema dispositis, sana ratio dictitat, tertium, majorem primo, requirere quartum minorem secundo; & contra tertium, minorem primo, postulare quartum majorem secundo. Atq; hoc potissimum contingit, quando conferuntur potentiæ & tempus, itemq; pretium & pondus. Si enim horum alterum crescit, alterum necessariò diminuitur & contra.

Invenitur autem in eâ quartus reciprocè proportionalis eodem planè modo, quo directè proportionalis in problemate præcedenti; si prior dispositio terminorum saltem immutetur, ita ut quæstionis numerus loco primo, cognominis tertio, & reliqvus in medio statuatur.

*Exempla.*

1. Boves 15. arant jugerum diebus 8. Quot diebus arabunt illud boves 20? Facit 6. D. Namq; sic disponuntur dati: B D B D
20 -- 8 --- 15 -- 6.

2. Com-

2. Commeatus sufficit 7. Menses 3000. obsessis militibus. Quæritur quot obsessis 12. menses suppetat? Resp. 1750. obsessis. Nam

Mens. obs. Mens. obs.

12 ----- 3000 --- 7 ------ 1750.

3. Cum tonna Secalis emitur 5. thaleris, tum panis, orâ emendus, ponderat 4. Semuncias. Quæritur si tonna Secalis veneat. 8. Thaleris, quot semunciarum erit tum pondus ejusmodi panis? Facit $2\frac{1}{2}$ sem.

Thal. Sem. Thal. Sem.

8 ----- 4 ------- 5 ------- 2,5

Vel 80 ------ 40 ----- 5 ------ 2,5

4. Pannus 4. ulnarum, cujus latitudo est $2\frac{1}{4}$ Ulnarum, pro veste conficiendâ requiritur. Quot igitur ulnæ alterius panni, cujus latitudo $1\frac{1}{8}$ ulnæ, ad similem vestem conficiendam requiruntur? Resp. 8. Ulnæ.

Latit. Long. Lat. Long.

1,125 —— 4 —— 2,250 } 8. Uln.

Vel 1,125 —— 40 —— 2,25. }

5. Amphora vini sufficit tres dies 30. convivis: eadem quot convivis sufficiet 6. diebus? Facit 15. Conv.

D Conv. D Conv.

6 —— 30 —— 3 —— 15

Vel 60 —— 30 —— 30 —— 15

6. Quidam 246. Imperiales ab amico mutuo petens, eosdemq; 26. septimanis elapsis restituens, mutuum officium creditori pollicetur. Alter

Alter paulo post 340. Imperiales à priore vicissim commodato dari petit. Quæritur quamdiu hanc summam retinere debeat, ut mutui æqualitas servetur? Resp. 18. Sept. 5. D.

Imp. Sept. Imp. Sept.

340 —— 26 —— 246 —— 18, 8.

7. Sartor 12. ulnas Holoserici (cujus latitudo est 1. ulnæ) subducere vult linteo, cujus latitudo $1\frac{1}{2}$ ulnæ. Quæritur quot ulnis opus habeat?

Lat. Long. Lat. Long.

1,5 —— 12 —— 1,0 —— 8

## *Problema XII.*

### Datis quinq; terminis in Regulâ dupli sextum directè proportionalem indagare.

Ex datis quinq; terminis fiant duæ argumentationes simplices, quarum priorem constituant duo termini principales (qui ipsas res significant) & terminus solitarius. Posteriorem duo termini secundarij (qui denotant tempus, lucrum, damnum, aliasq; circumstantias) & quartus jamjam inventus. In utraq; autem argumentatione termini disponantur ita, ut quæstionis numerus tertium, ei cognominis primum, & reliquus medium occupet locum. Sic juxta dictum probl. 10. invenietur sextus proportionalis quæsitus.

*Exempla.*

1. Centenarij 11. per 26. milliaria vehuntur 12. Tha-

12. Thaleris. Quot thaleris igitur vehentur 18. centenarij per $71\frac{1}{2}$ milliaria? Facit 54. thal.

| | Cent. | Thal. | Cent. | Thal. | Mill. | Thal. | Mill. | Thal. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 11 | 12 | 18 | 19,64 | 26 | 19,64 | 71,5 | 54 |
| vel | 110 | 120 | 18 | 19,64 | 26,0 | 19,64 | 71,5 | 54 |

2. Si centum Imperiales annuo ſpatio dant uſuram 6. Imperialium: Quid uſuræ dabunt 370. Imperiales per triennium & quatuor menſes? Facit 74. Imp.

| | Sors | uſur. | Sors | uſur. | Menſ. | uſur. | Menſ. | uſ. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 100 | 6 | 370 | 22,2 | 12 | 22,2 | 40 | 74 |
| Vel | 100 | 60 | 37 | 22,2 | | | | |

3. Sint duæ moletrinæ, quarum altera 4. molis molit ſpatio 9. horarum tonnas 42. Quæritur altera 6. molis quantum molat horis 13? Facit 91. Ton.

| | Mol. | Ton. | Mol. | Ton. | | H | Ton. | H | T. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4 | 42 | 6 | 63 | | 9 | 63 | 13 | 91 |
| Vel | 40 | 42 | 60 | 63 | Vel | 90 | 63 | 130 | 91 |

4. Duodecim militibus trimeſtri ſpatio ſolvendum eſt ſtipendium 150. Thal. Quantum 32. militibus ſpatio annuo?

| Mil. | Thal. | Mil. | Thal. | | Menſ. | Thal. | Menſ. | Thal. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12 | 150 | 32 | 400 | | 3 | 400 | 12 | 1600 |
| | | | | vel | 30 | 400 | 120 | 1600 |

5. Argenti puri (quod eſt 16. Lotonum) marca æſtimatur 9. uncialibus ſolidis. Quanti erunt 4. marcæ argenti 12. lotonum? Facit 27. Imp.



| | Marc. | Imp. | Marc. | Imp. | Lot. | Imp. | Lot. | Imp. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1 | 9 | 4 | 36 | 16 | 36 | 12 | 27 |
| vel | 100 | 90 | 40 | 36 | 160 | 36 | 120 | 27 |

## *Problema XIII.*

### Datis in Regula dupli quinq; terminis, ſextum reciprocè proportionalem inveſtigare.

Concludantur iterum duæ propottiones ſimplices, in quarum priore principalis numerus quæſtionis ſit tertius in ordine, ei cognominis primus, huicq; adhærens ſecundarius fiat medius. In poſteriore verò jamjam inventus quartus collocetur loco primo, ſolitarius ſecundo, & quæſtionis numerus ſecundarius loco tertio. Ita diſpoſitis terminis ſi operatio inſtituatur per probl. 10. prodibit ſextus reciprocè proportionalis quæſitus.

*Exempla.*

1. Pro centenariis 18. per $71\frac{1}{2}$ milliaria vehendis ſolvuntur 36. Thaleri; Per quot milliaria igitur vehentur 11. centenarij pro 8. Thaleris? Facit 26. Mill.

| | Cent. | Thal. | Cent. | Th | Thal. | Mill. | Thal. | Mill. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 18 | 36 | 11 | 22 | 22 | 71,5 | 8 | 26 |
| vel | 180 | 36 | 110 | 22 | | | | |

2. Centum Imperiales annuo ſpatio dant uſuram 6. Imperialium. Quamdiu igitur 75. Imperiales in uſuris collocandi ſunt, ut 21. Imperiales lucrentur? Facit 4,667. Ann.

| Sors usur. | Sors usur. | usur. An. usur. Ann. |
|---|---|---|
| 100 .. 6 .... 75 ... 4,5 | | 4,5 ... 1 ... 21 .. 4,667 |
| | | vel 45 .... 10 .. 21 |

3. Si duo messores demetunt 6. jugera 4 diebus. Quæritur quot diebus 8. messores demetant 12. jugera?

| Mess. Jug. Mess. Jug. | Jug. D. Jug. D. |
|---|---|
| 2 ...... 6 ...... 8 ..... 24 | 24 ... 4 .. 12 .. 2 |
| vel 200 .. 60 .... 80 ... 24 | Facit 2. Dies. |

4. Thaleri 72. lucrantur 10. mensium spatio 2. Thaleros. Lucrum igitur 20. thalerorum spatio 16. mensium ex quâ sorte quærendum est? Facit 450. Thal.

| Mens. Lucr. Mens. Luc. | Lucr. Sor. Lucr. Sor. |
|---|---|
| 10 .... 2 ..... 16 .... 3,2 | 3,2 ... 72 - 20 - 450. T. |
| vel 100 ... 20 ... 16 .... 3,2 | 32 .... 72 .. 200 - 450 |

5. Tonna Secalis 5. thalerorum dat panem 6. oris emendum 20. Semunciarum. Quantus igitur panis unâ orâ emendus, quando tonna Secalis emitur 3. thaleris? Facit 5,56. Semunc.

| Thal. or. Thal. or. | or. Sem. or. Sem. |
|---|---|
| 5 .... 6 .. 3 .... 3,6 | 3,6 .. 20 .. 1 .. 5,56 |
| vel 50 ... 6 .. 30 .. 3,6 | 36 ... 20 .. 10 - 5,56 |

6. Duo operarij ad vallum extruendum uno die effodere & aggerere possunt 5. scutulas (Schaffte) Quæritur, quot diebus 60. operarij effodiant & aggerant 2778. scutulas? Facit 18,5 D.

| op. Scut. op. Scut. | Scut. D. Scut. D. |
|---|---|
| 2 ... 5 .... 60 - 150 | 150 ... 1 .. 2778 - 18,5 |
| vel 20 .. 50 .. 60 - 150 | 150 ... 10 - 2778 - 18,5 |

7. Uno