Practisches

Rechenbuch

für

inländische Verhältnisse.

Erster Theil.

Practisches
Rechenbuch
für
inländische Verhältnisse.

Von

Prof. Dr. Magnus Georg Paucker,

Oberlehrer der Mathematik und Physik am mitauischen Gymnasium, Correspondenten der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St. Petersburg und der literärisch-praktischen Bürger-Verbindung zu Riga, Mitglied der Gesellschaft der Wissenschaften zu Antwerpen, der naturforschenden Gesellschaft zu Moskau, der kurländischen Gesellschaft für Literatur und Kunst, des Sektionscomité der evangelischen Bibelgesellschaft und des Hülfscomité derselben; Collegienrath, Ritter des St. Annenordens III. Kl., Inhaber des 25jährigen Dienstehrenzeichens.

Erster Theil:
Arithmetischer Leitfaden für Schulen.

Zweite vermehrte und verbesserte Auflage.

Mitau,
Verlag von Friedrich Lucas.

1840.

Vorrede.

Diese neue Auflage hat mehrere wesentliche Zugaben erhalten, welche ich hier namhaft machen will:

1) Chronologische Zählungen im julianischen Kalender. Da die meisten Rechenbücher diesen Gegenstand nur oberflächlich und zum Theil unsicher behandeln, so habe ich hier eine zwar einfache, aber chronologisch genau begründete Anleitung gegeben, um die Entfernung eines Zeitpunkts nach und vor Christo, vom Anfang der christlichen Zeitrechnung zu finden, als Grundlage der chronologischen Zählungen.

2) Bestimmung des Wochentages eines Datums der christlichen Zeitrechnung; sie ergiebt sich ungezwungen aus dem Obigen und wird manchem Geschichtsfreunde angenehm sein.

3) Dauer einer Begebenheit. Die gewöhnliche Berechnung giebt oft ein um einen Tag unsicheres Resultat. Hieran schliesst sich

4) die chronologische Subtraction, um auf eine sicherere Art, als in den gewöhnlichen Rechenbüchern gezeigt wird, die Dauer eines Zeitraums zu finden; auch mit Berücksichtigung des Unterschiedes des Datums nach neuem und altem Styl in den verschiedenen Jahrhunderten.

5) Erleichterung der Multiplication bei vielstelligen Zahlen.

6) Neue Divisionsart durch Ergänzung. Dieses von Crelle, Zeitschrift für Math. 13. 209, angegebene, hier mit möglichster Vereinfachung dargestellte Verfahren, gewährt in der Ausübung so grossen Vortheil, dass jedem, welcher viel zu dividiren hat, anzurathen ist, sich damit bekannt zu machen.

7) Erleichterung der Division, wenn der Divisor eine vielstellige Zahl ist.

8) Erleichterung der Division durch die Divisoren 4, 8, 16, 32, 64, 5, 50, 500, 25, 250, 2500, 6, 12, 24, 48, 96, 192, 9216, 999, 9, 18, 36, 72, 144, 45, 11, 101, 1001, 27, 54, 108, 216, 7, 35, 49, 81, 324, 864.

   Hierdurch wird die Division auf eine Multiplication oder Addition zurückgeführt. Dieses Verfahren empfiehlt sich besonders dann, wenn man den Quotienten schnell auf eine grosse Anzahl Stellen finden will.

9) Subtraction der Brüche; hier wird ein neues Verfahren gelehrt, welches in gewissen Fällen eine bedeutende Abkürzung gewährt.

10) Reduction der Decimaltheilung des Viertelkreises u. Tages auf die gewöhnliche Sexagesimaltheilung.

11) Erleichterung bei der Reduction eines gewöhnlichen Bruchs in einen Decimalbruch.

12) Perioden der Decimalbrüche für alle ungraden Nenner von 3 bis 101. Diese Tafel kommt in der höhern Arithmetik zu statten.

13) Reduction der Sexagesimaltheilung des Viertelkreises und Tages auf die Decimaltheilung.

14) Probe der Näherungsbrüche, Grösse der Annäherung und besondern Eigenschaft der Näherungsbrüche.

15) Allgemeine Ausdrücke der Sätze der Proportionen.

16) Genäherte Verhältnisse mit berichtigten Beispielen versehen.

17) Zusammengesetzte Verhältnissregel, nach einem zweckmässigern Verfahren für den Ansatz umgearbeitet.

18) Procentrechnung mit ganz umgearbeiteten und berichtigten Beispielen versehen.

19) Coursberechnung zwischen russischem Silber- und Bankogelde, nach den neuesten Festsetzungen ganz umgearbeitet.

20) Anhang, enthaltend Maass, Gewicht und Geld.

Ein übersichtlicher Auszug aus den Angaben im Rechenbuch II, jedoch vermehrt mit den seit der Erscheinung desselben bekannt gewordenen neuen Münzbestimmungen und den Vergleichungen der St. petersburger Commission.

Um diese neue Auflage des Leitfadens brauchbarer für Schulanstalten zu machen, muss sie mit dem gleichzeitig erscheinenden 4ten Heft des Rechenbuchs verbunden werden, welches Uebungsbeispiele für die im Leitfaden vorkommenden Regeln enthält.

Mitau, am 9/21. April 1840.

Prof. Dr. G. Paucker.

Erklärungen.

Wenn man bei einer Menge von Dingen, welche von einerlei Art sind, auf ihre Beschaffenheit, Grösse und andere Eigenschaften nicht Rücksicht nimmt, sondern nur ihre grössere oder geringere Menge vor Augen hat, so erhält man den Begriff einer ganzen Zahl. Jedes von diesen gleichartigen Dingen für sich genommen, heisst eine Einheit. Eine ganze Zahl ist also das Vielfache einer Einheit.

Rechnen heisst: aus gegebenen bestimmten Zahlen andere noch unbekannte Zahlen nach gegebenen Vorschriften und Regeln finden.

Wenn man eine unbekannte Zahl dadurch findet, dass man alle ihre Einheiten, eine nach der andern, bemerkt, so heisst dieses zählen.

Alle Zahlen, sie mögen noch so gross oder so klein sein, werden mit Hülfe von zehn Zahlzeichen oder Ziffern geschrieben.

Null.	Eins.	Zwei.	Drei.	Vier.	Fünf.	Sechs.	Sieben.	Acht.	Neun.
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Diese Zahlen heissen Einer, das Zehnfache eines Einers heisst ein Zehner, das Zehnfache eines Zehners heisst ein Hunderter u. s. f. Bei einer mit mehrern Ziffern geschriebenen Zahl, bedeutet die erste Stelle oder Ziffer rechts die Einer, die Stelle oder Ziffer unmittelbar links von den Einern die Zehner, die folgende links die Hunderter u. s. f.

Bei sehr grossen Zahlen thut man wohl, nach jeder Periode von 6 Ziffern oben ein Strichelchen anzubringen, um die Millionen, Billionen, Trillionen u. s. f. leichter zu übersehen.

3′845679
7′456840′321003
10′018326′327843′687286

Die höchste Ziffer einer ganzen Zahl, welche links steht, heisst die Anfangsziffer, die niedrigste, welche rechts steht, die Endziffer.

Grade und ungrade Zahlen.

Eine ganze Zahl heisst grade, wenn sie mit 2 aufgeht, wie 2, 4, 6, 8, 10, 12 u. s. w., und ungrade, wenn sie sich nicht mit 2 ohne Rest theilen lässt, wie 1, 3, 5, 7, 9, 11 u. s. w.

Rangzahlen.

Die Zahlen 10, 100, 1000, 10000 u. s. w., welche durch beständige Multiplication von 10 mit sich selbst entstehen, heissen Rangzahlen oder Potenzen von 10. Sie werden geschrieben, indem man an 1 rechts mehrere Nullen ansetzt. Hat eine andere Zahl mehrere Nullen rechts, so heisst sie eine vielfache Rangzahl, wie 20, 3000, 250 u. s. f.

Decimalzahlen.

Um Zahlen zu schreiben, die kleiner als eine ganze Zahl sind, denkt man sich die Einheit in Zehntel, Hundertel, Tausentel u. s. f. getheilt. Jeder einzelne Theil heisst eine Decimalstelle; alle zusammen ein Decimalbruch, und eine ganze Zahl mit einem Decimalbruch heisst eine Decimalzahl. Rechts von den Einern der ganzen Zahl setzt man ein Komma oder Decimalzeichen; man schreibt nun den Decimalbruch rechts vom Decimalzeichen, und zwar die Zehntel in die erste Stelle, die Hundertel in die zweite Stelle u. s. f.

3,456
0,023456
17,929237825

Beim russischen Gelde wird der Rubel in 100 Kopeiken, beim russischen Längenmaass der Zoll in 10 Linien, beim russischen Getränkmaass der Wedro in 10 Stoof oder 100 Maass (Tscharki), beim russischen Gewicht der Bérkowez in 10 Pud getheilt. Demnach schreibt man

15 Rubel 24 Kopeiken . . . . 15,24 R.
60 Rubel 8 Kopeiken . . . . 60,08 R.
125 Rubel $35\frac{1}{3}$ Kopeiken . . . . . 125,35333 . . . R.
8 Rubel $6\frac{1}{4}$ Kopeiken . . . . 8,0625 R.
6 Zoll 7 Linien . . . . 6,7 Zoll.
12 Wedro 6 Stoof 7 Tscharok 12,67 Wedro.
8 Bérkowez $7\frac{1}{2}$ Pud . . . . 8,75 Bérk.

Die vier Species.

1. Addition.

Erklärungen.

Addiren heisst: zwei oder mehrere Zahlen zu einer einzigen Zahl vereinigen, welche alle jene zusammengenommen enthält. Das Zeichen der Addition ist ein Kreuz +, das sogenannte Pluszeichen, welches man besonders dann anwendet, wenn die zu addirenden Zahlen neben einander geschrieben werden.

Stellung der Ziffern.

Man schreibt sie so unter einander, dass die Einer unter die Einer zu stehen kommen. Dadurch erhalten auch alle übrigen Ziffern von selbst die gehörigen Stellen, auch wenn Decimalstellen dabei sind. Die Addition fängt man bei der niedrigsten Stelle an. Ist in der Summe einer Columne ausser den Einern, die man unten hinschreibt, noch eine Anzahl von Zehnern oder Hundertern enthalten, so addirt man die Zehner zur zuerst folgenden Columne links, die Hunderter zur darauf folgenden u. s. f.

Beispiel.

```
   87
  293
  578
  639
  798
  399,50
  793,66
  887
 1289
  675,729
  321
  799
  645,0842
  898
 1053
  997,0371
─────────────
11153,0103
```

Getheilte Addition.

Ist man bei einer grossen Anzahl Posten über die Richtigkeit der Summe zweifelhaft, so thut man wohl, die Addition theilweise zu verrichten. Also im vorigen Beispiel:

87	798	1289	645,0842
293	399,50	675,729	898
578	793,66	321	1053
639	887	799	997,0371
1597	2878,16	3084,729	3593,1213

1597
2878,16
3084,729
3593,1213
11153,0103

Erleichterungen.

Um sich die Addition zu erleichtern, muss man immer diejenigen Zahlen zusammen nehmen, deren Summe 10 beträgt, 1 und 9, 2 und 8, 3 und 7, 4 und 6, 5 und 5. Z. B.

24	35,74
79	6,36
86	75,28
31	25,21
25	84,61
245	227,20

Kommen in einer Columne mehrere gleiche Ziffern vor, so addirt man diese auf einmal durch Multiplication. Z. B.

I.	II.	III.
79	53	88
69	46	78
68	56	77
69	43	87
38	43	88
323	241	418

Neunerprobe.

Die Neunerprobe macht man dadurch, dass man alle Ziffern, ohne Rücksicht auf die Stelle, wo sie stehen, weglässt, wenn sie zusammen 9 oder ein Vielfaches von 9 ausmachen.

Machen sie mehr als 9, so rechnet man nur das was drüber ist. Zuletzt bleibt eine Zahl übrig, die derjenigen gleich sein muss, welche man auf ähnliche Art durch Zusammenzählung der Ziffern der Summe erhält. Z. B. in der obigen Addition I kommt 3 mal 9 vor, welche weggelassen werden; ferner 3 mal 6 oder 18, welche weggelassen werden; ferner 7, 3, 8 zusammen 18, welche weggelassen werden. Zuletzt bleibt 8. Nun machen die Ziffern 3, 2, 3 auch 8.

In der Addition II hat man 5, 3, 4, 6, zusammen 18, — weg. Dann wieder 5, 6, 4, 3, zusammen 18, — weg. Zuletzt bleibt 4, 3, zusammen 7. Nun machen in der Summe 2, 4, 1, auch 7.

Besondere Art zu addiren.

Hat man nur zwei Reihen zu addiren, so ist es förderlich, sich daran zu gewöhnen, die Summe von der Linken zur Rechten, wie eine Schrift, hinzuschreiben, indem man in jeder Columne die Summe um 1 vermehrt, wenn man sieht, dass die Zahlen der folgenden Columne mehr als 9 ausmachen.

$$\begin{array}{r} 137854009 \\ 278647192 \\ \hline 416501201 \end{array}$$

Hier sagt man: 1, 2, giebt 4 (weil 3, 7, mehr als 9)
3, 7, giebt 11 (weil 7, 8, mehr als 9)
u. s. w.

Addition benannter Zahlen.

Bei der Addition benannter Zahlen fängt man bei den kleinsten Einheiten, rechts, an.

			8		8	
I.	7	Tschetwert	5	Tschetwerik	6	Garnez.
	16	„	4	„	7	„
	28	„	4	„	5	„
	10	„	7	„	6	„
	1	„	6	„	4	„
	62	„	26	„	28	„
	65	Tschetwert	5	Tschetwerik	4	Garnez.

		500	7
II.	8 Werst	400 Saschen	6 Fuss.
	9 „	312 „	4 „
	10 „	80 „	5 „
	5 „	399 „	5 „
	32 „	1191 „	20 „
	34 Werst	193 Saschen	6 Fuss.

		3	16
III.	3 Saschen	2 Arschin	14 Werschok
	5 „	1 „	12 „
	2 „	2 „	11 „
	5 „	2 „	15 „
	15 „	7 „	52 „
	18 Saschen	1 Arschin	4 Werschok.

			45	6
IV.	rigisch.	7 Last	40 Loof	5 Külmit Roggen.
		11 „	22 „	4 „
		15 „	31 „	3 „
		33 „	93 „	12 „
		35 Last	5 Loof	0 Külmit.

			48
V.	rigisch.	8 Last	47 Loof Waizen oder Gerste.
		7 „	23 „
		11 „	45 „
		3 „	30 „
		29 „	145 „
		32 Last	1 Loof

		40	96	96
VI.	8 Pud	35 Pfund	60 Solotnik	45 Dolei.
	5 „	27 „	89 „	90 „
	6 „	38 „	12 „	81 „
	9 „	12 „	90 „	95 „
	28 „	112 „	251 „	311 „
	30 Pud	34 Pfund	62 Solotnik	23 Dolei.

Das russische Rechenbret.

Das russische Rechenbret (чéтки) besteht aus mehrern parallel gezogenen in einen Rahmen gefassten Drähten, auf deren jedem 9 oder 10 Kugeln aufgereiht sind, die sich leicht hin und her schieben lassen. Die Kugeln auf dem niedrigsten Draht bedeuten Einer, auf dem nächst höhern Zehner, auf dem folgenden Hunderter. Bei der Addition werden die Kugeln von der Rechten zur Linken, beim Subtrahiren von der Linken zur Rechten geschoben. Das Resultat steht immer links. Der Grundsatz bei der Addition besteht darin, dass, wenn die zu addirende Zahl zu gross ist, so dass sich auf der Rechten Seite nicht mehr so viel Kugeln finden, man statt dessen ihre Ergänzung zu 10 abzieht, die nächste Stelle aber um einen Einer vermehrt. Z. B. 7 und 6 zu addiren. Die Ergänzung von 6 zu 10 ist 4; man zieht also 4 von 7 ab, bleibt 3, setzt in die höhere Stelle dafür 1 zu, giebt 13.

8539	Man sagt hier:	1 von 9 bleibt 8
7989		2 von 4 bleibt 2
16528		1 von 6 bleibt 5
		3 von 9 bleibt 6

Chronologische Zählungen im julianischen Kalender.

Der Anfang der christlichen Zeitrechnung ist die Mitternacht, welche den 1. Januar des ersten Jahres nach Christo anfängt, und bedeutet also 0. Demnach zeigt das Datum des Monats die Anzahl der laufenden Tage an, und man muss 1 vom Datum abziehen, um die Anzahl der vom Anfange des Jahres an abgelaufenen Tage zu erhalten.

Z. B. Wie viel Tage sind am 14. März in einem Schaltjahre, vom Anfange des Jahres bis zur Mitternacht, welche den Tag anfängt, abgelaufen? Der Januar mit 31, der Februar mit 29, das Datum mit 14 Tagen, geben zusammen 74 Tage; hiervon 1 abgezogen, bleiben 73 abgelaufene Tage.

Die Anzahl der abgelaufenen Tage findet man kürzer aus der hier folgenden Tafel der Monatsziffern, indem man nur nöthig hat, das Datum zur Monatsziffer zu addiren.

Tafel der Monatsziffern,

den 1. Januar als 0 gerechnet.

	gem. Jahr	Schaltjahr		gem. Jahr	Schaltjahr
Januar	— 1	— 1	Julius	180	181
Februar	30	30	August	211	212
März	58	59	September	242	243
April	89	90	October	272	273
Mai	119	120	November	303	304
Junius	150	151	December	333	334

Beispiele.

Am 14. März in einem Schaltjahre 59
14
sind die abgelaufenen Tage 73

Am 27. April in einem Schaltjahre 90
27
sind die abgelaufenen Tage 117

Am 28. Januar in einem gemeinen . . . . . — 1
28
od. Schaltj., sind die abgelaufenen Tage 27

Am 24. Februar in einem gemeinen 30
24
od. Schaltj., sind die abgelaufenen Tage 54

Die Jahrzahl nach Christo bedeutet ebenfalls laufende Jahre, wobei diejenigen Jahre, deren Jahrzahl mit 4 theilbar ist, Schaltjahre von 366 Tagen sind, wo der Februar 29 Tage hat. Man zieht also von der Jahrzahl nach Christo 1 ab, dividirt dann mit 4, so bekommt man im Quotienten die Anzahl der abgelaufenen Schaltperioden, oder der Schalttage. Dieser Quotient wird wieder mit 4 multiplicirt, und giebt dadurch die Anzahl der julianischen Jahre von 365¼ Tagen, der Rest die Anzahl der abgelaufenen gemeinen Jahre von 365 Tagen. Aus folgender Tafel kann man für jede Anzahl von gemeinen oder julianischen Jahren die entsprechende Anzahl von Tagen leicht entnehmen:

Tafel der Tage.

Jahre	in gemeinen Jahren Tage	in julianischen Jahren Tage
1	365	365,25
2	730	730,5
3	1095	1095,75
4	1460	1461
5	1825	1826,25
6	2190	2191,5
7	2555	2556,75
8	2920	2922
9	3285	3287,25
10	3650	3652,5

Beispiel.

Wie viel Zeit ist verflossen vom Anfang der Zeitrechnung bis nach Christo 1840, März 25, 10 Uhr Abends? — Die Jahrzahl 1840 zeigt an, dass 1836 julianische Jahre und 3 gemeine Jahre abgelaufen sind:

julianische Jahre 1000	365250	
800	292200	
30	10957,5	
6	2191,5	
gemeine Jahre 3	1095	
Monatsziffer des März im Schaltjahr	59	
Datum	25	
10 Uhr Abends		22 St.
Tage	671778.	22^s

Nach der gewöhnlichen Rechnung in der Chronologie ist das erste Jahr vor Christo dasjenige, welches dem ersten Jahre nach Christo unmittelbar vorangeht, und mithin ein Schaltjahr. Ist also die Jahrzahl eines Jahres vor Christo durch 4 theilbar, so sind von dem 1. Januar dieses Jahres, d. h. von der Mitternacht, welche den ersten Januar anfängt, bis zum Anfange der Zeitrechnung, eben so viele julianische Jahre von 365¼ Tagen verflossen. Ist aber die Jahrzahl eines Jahres vor Christo nicht durch 4 theilbar, so zeigt die nächstkleinere durch 4 theilbare Zahl, die Anzahl der julianischen Jahre von 365¼ Tagen, der Rest aber enthält ein Schaltjahr von 366

Tagen; die übrigen sind gemeine Jahre von 365 Tagen. Die Tage und Theile des Tages, welche zum Datum einer Epoche vor Christo gehören, werden abgezogen.

Beispiele.

Wie viel Tage sind verflossen vom Jahre vor Christo 612, Januar 1, bis zum Anfange der Zeitrechnung?

julianische Jahre	600	...219150
	10	3652,5
	2	730,5
	Tage	223533

Wie viel Tage sind verflossen, vom Jahre vor Christo 2575, Januar 1, bis zum Anfange der Zeitrechnung?

julianische Jahre	2000	...730500
	500	...182625
	70	25567,5
	2	730,5
das Schaltjahr	2573	366
die gemeinen Jahre	2574,2575	730
	Tage	940519

Wie viel Zeit ist verflossen vom Jahr vor Christo 753, Januar 13, 8 Uhr 15 Min. Abends, bis zum Anfange der Zeitrechnung?

julianische Jahre	700	...255675
	50	18262,5
	2	730,5
das Schaltjahr	753	366
		275034
Datum Januar	13	..............12. 20ˢ 15′
	Tage	275021. 3ˢ 45′

Wie viel Zeit ist verflossen vom Jahre vor Christo 753, März 13, 8 Uhr 15′ Abends bis zum Anfange der christlichen Zeitrechnung?

Wie oben Tage	275034
Datum März 13 im Schaltjahre	....72. 20ˢ 15′
Tage	274961. 3ˢ 45′

Wie viel Zeit ist verflossen vom Jahre vor Christo 2575, März 13, 8 Uhr 15′ Abends, bis zum Anfange der christlichen Zeitrechnung?

Wie oben Tage	940519
Datum März 13 im gem. Jahre	....71 . 20^s 15′
Tage	940447 . 3^s 45′

Bestimmung des Wochentages.

Der Wochentag eines jeden Datums der christlichen Zeitrechnung im julianischen Kalender lässt sich hiernach leicht finden, da man weiss, dass der 1. Januar des Jahres 1 ein Sonnabend war. Man sucht die Anzahl der Tage, welche vom Anfange der Zeitrechnung bis zum gegebenen Datum verflossen sind, und nimmt den Rest, den diese Zahl, durch 7 dividirt, giebt. Der Rest 0 bedeutet Sonnabend, 1 bedeutet Sonntag, 2 Montag, u. s. w. Ist das Datum vor dem Anfange der christlichen Zeitrechnung, so zieht man den durch die Division mit 7 gefundenen Rest von 7 ab; wenn dieser neue Rest 0 ist, so war das Datum ein Sonnabend, 1 Sonntag u. s. w.

Welcher Wochentag war der Geburtstag Sr. Kaiserlichen Majestät Nikolaus I, nach Christo 1796 Junius 25?

julianische Jahre	1000	365250
	700	255675
	90	32872,5
	2	730,5
gemeine Jahre	3	1095
Monatsziffer des Jun. im Schaltj.		151
Datum		25
Tage		655799
Rest durch 7		4 = Mittwoche

Welcher Wochentag war der Geburtstag des Kaisers Augustus, nach dem römischen Kalender im Jahre der Stadt 691, Sept. 23, oder nach dem julianischen Kalender im Jahre vor Christo 63, November 28?

julianische Jahre 60	21915
das Schaltjahr 61 hat	366
die gem. Jahre 62 u. 63 haben	730
Latus	23011

Transport	23011
Monatsziffer des Nov. im gem. J. . .	303
Datum . . .	28
bis z. Anfange d. Zeitrechn. Tage	22680
Rest durch 7	0
dieser Rest von 7 ab, bleibt 7 od.	0 = Sonnabend.

Dauer einer Begebenheit.

Wenn die Dauer einer Begebenheit in Jahren schlechtweg angegeben ist, so sind darunter bürgerliche Jahre zu verstehen, die eine volle Anzahl von Tagen haben, so, dass unter je vier Jahren, drei von 365 Tagen, eins von 366 Tagen ist. Wenn also die Anzahl der Jahre durch vier theilbar ist, so kann man sie für julianische Jahre von 365¼ Tagen nehmen. Wenn aber die Anzahl der Jahre nicht durch 4 theilbar ist, so zeigt zwar das nächstkleinere Vielfache von 4 die Anzahl der julianischen Jahre an, in dem Rest aber kann auch ein Schaltjahr enthalten sein, und man ist dann um einen Tag unsicher.

Z. B. 8 Jahre enthalten immer 2922 Tage, aber 9 Jahre können 3287 oder 3288, 10 Jahre können 3652 oder 3653, 11 Jahre können 4017 oder 4018 Tage enthalten; 12 Jahre haben immer 4383 Tage, u. s. w.

Wenn diese Angabe der Dauer einer Begebenheit durch Subtraction einer Epoche von einer andern entstanden ist, so hebt sich die Unsicherheit durch Addition der Dauer zur Epoche des Anfangs, wieder auf.

Z. B. der Anfang einer Begebenheit war nach Christo 1796, Dec. 25, 7 Uhr Abends, das Ende nach Christo 1832, Juli 28, 1 Uhr Nachmittags. Die gewöhnliche Berechnungsart ist:

	1831.	209ᵗ.	13ˢ
	1795.	359.	19
oder	1830.	573.	37
	1795.	359.	19
Dauer	35.	214.	18

Nach dieser gewöhnlichen Berechnung ersieht man nicht, ob in den 35 Jahren 8 oder 9 Schalttage, folglich überhaupt 12783 oder 12784 Tage gewesen sind, und ob also die Begebenheit 12997 oder 12998 Tage gedauert habe. Um dieses zu entscheiden, muss man berechnen, wie weit der Anfang und das Ende der Begebenheit, vom Anfange der christlichen Zeitrechnung entfernt waren, und dann subtrahiren. Im vorstehenden Beispiele wäre also:

julianische Jahre	1000	365250	
	800	292200	
	20	7305	
	8	2922	
gemeine Jahre	3	1095	
Monatsziffer des Julius im Schaltjahre		181	
Datum		28.	13^s
Vom Anfange der christl. Zeitr.	Tage	668981.	13^s
julianische Jahre	1000	365250	
	700	255675	
	90	32872,5	
	2	730,5	
gemeine Jahre	3	1095	
Monatsziffer des December im Schaltj.		334	
Datum		25.	19^s
Vom Anfange der christl. Zeitr.	Tage	655982.	19^s
Dauer der Begebenheit	Tage	12998.	18^s

2. Subtraction.

Erklärungen.

Von einer grössern Zahl eine kleinere abziehen, wegnehmen, oder subtrahiren, heisst: eine dritte Zahl finden, die mit der zweiten zusammengenommen die erste giebt.

Die erste oder grössere Zahl heisst der Minuendus, die zweite oder kleinere Zahl der Subtrahendus, die dritte Zahl, welche aus der Subtraction entsteht, der Ueberschuss, Unterschied, Rest oder die Differenz.

Wenn die Subtraction richtig gemacht ist, so müssen der Rest und der Subtrahendus zusammen addirt, den Minuendus geben. Man schreibt den Subtrahendus über oder unter den Minuendus, so dass die Einer untereinander stehen, wodurch die übrigen Ziffern von selbst in die gehörige Stellung kommen, auch wenn Decimalstellen bei den Zahlen sind. Vor den Subtrahendus links setzt man zum Unterschiede einen horizontalen Strich —, welcher das Minuszeichen heisst.

Regeln.

Man fängt von der niedrigsten Stelle an und zieht jede Stelle des Subtrahendus von der gleichnamigen Stelle des Minuendus ab. Ist jene grösser, als diese, so borgt man von der nächsten Stelle links eine Einheit, d, h. man vermindert sie um 1. Sind Nullen dazwischen, so verwandeln sich diese in Neunen. Zugleich vermehrt man diejenige Stelle des Minuendus, welche zu klein war, um 10, und zieht nun die Stelle des Subtrahendus ab.

$$\begin{array}{r} 2450013 \\ 1823789 \\ \hline 626224 \end{array}$$

Hier heisst es: 9 von 3 geht nicht, also 9 von 13 bleibt 4; 8 von 0 geht nicht, also 8 von 10 bleibt 2; ferner 7 von 9 bleibt 2, 3 von 9 bleibt 6, 2 von 4 bleibt 2; 8 von 4 geht nicht, also 8 von 14 bleibt 6; 1 von 1 geht auf.

Subtraction auf dem Rechenbret.

Wenn die Stelle des Subtrahendus kleiner als die entsprechende Stelle des Minuendus ist, so hat die Subtraction keine Schwierigkeit. Ist sie aber grösser, so zieht man sie von 10 ab und addirt diesen Rest, welcher ihre Ergänzung heisst, zu der entsprechenden Stelle des Minuendus. Nun muss aber auch die nächst höhere Stelle des Minuendus um 1 vermindert werden. Steht hier eine 0, so addirt man 9 und vermindert die folgende Stelle um 1. Steht hier wieder eine 0, so addirt man 9 und vermindert die folgende Stelle um 1, u. s. f.

$$\begin{array}{r} 3005 \\ 7 \\ \hline 2998 \end{array}$$

Da 7 grösser als 5, und die Ergänzung von 7 3 ist, so addirt man 3 zu 5; zu den beiden 0 addirt man 9, und von 3 zieht man 1 ab.

Man soll von 583421 abziehen 97129. Die Rechnung wird auf folgende Art geführt.

583421
9 (1 addirt, 1 abgez.)..............9
583412
20 (8 addirt, 1 abgez.)............2
583392
100 (1 abgezogen)...................1
583292
7000 (3 addirt, 1 abgez.)...........7
576292
90000 (1 addirt, 1 abgez.)..........9
486292

Man kann auch die Subtraction mit der höchsten Stelle anfangen, indem man den Subtrahendus, je nachdem er 2, 3, 4 ... Ziffern hat, zu den nächst höhern Rangzahlen 100, 1000, 10000 ..... ergänzt, und nun zuerst diese Rangzahl abzieht, sodann aber die Ergänzung des Subtrahendus zum Minuendus addirt.

Soll man z. B. 365 abziehen, so zieht man 1000 ab, und addirt 635. Jede höhere Ziffer des Subtrahendus wird nämlich von 9 und die niedrigste von 10 abgezogen.

Subtr. 365 von..........3204
1000 ab.........1
2204
600 addirt........6
2804
30 addirt.........3
2834
5 addirt..........5
2839

Subtraction bei Decimalstellen.

Sind Decimalstellen bei dem Subtrahendus, aber keine bei dem Minuendus, so vermindert man den Minuendus um 1, und denkt sich bei diesem, rechts vom Komma lauter 9, in der letzten Stelle aber 10. Z. B. 28 Rubel 27½ Kopeiken von 50 Rubeln abzuziehen.

50	Hier heisst es:	5 von 10 . . . 5
— 28,275		7 von 9 . . . 2
21,725		2 von 9 . . . 7
		8 von 9 . . . 1
oder 21 Rubel 72½ Kop.		2 von 4 . . . 2

3	19,8
— 2,7368470	9,37836
0,2631530	10,42164

Neunerprobe.

Um die Neunerprobe anzuwenden, addirt man die Ziffern im Minuendus, Subtrahendus und Rest, und lässt davon, so oft es angeht, 9 weg. Zuletzt müssen der Rest des Subtrahendus und der Rest des Rests zusammen dem Rest des Minuendus gleich sein, oder ihn um 9 übertreffen.

84573	Rest 0
— 73684	Rest 1
10889	Rest 8

Vereinigung der Addition und Subtraction.

Häufig kommt der Fall vor, dass man zwei oder mehrere Reihen zu addiren, andere zu subtrahiren hat. Dann thut man wohl, alle Reihen ohne Unterbrechung unter einander zu schreiben, und beide Rechnungen zu vereinigen.

893	Hier heisst es:	3 u. 6, weniger 7 2
726		9 u. 2, weniger 5 6
— 357		8 u. 7, weniger 3 . . . 12
1262		

Verwandlung der Subtraction in Addition durch Ergänzung.

Hat man mehrere Summen zu addiren und mehrere andere davon abzuziehen, so thut man wohl, alles in eine Addition zu verwandeln, und zu dem Ende statt der Subtrahenden ihre Ergänzungen zu setzen. Die Ergänzung aber findet sich, wenn man die Einer von 10, alle übrigen Stellen aber von 9 abzieht, auch noch links so viel Mal 9 ansetzt, als man nöthig findet.

Dieses Verfahren lässt sich besonders in der Buchführung statt der gewöhnlichen Methode anwenden, nach welcher man die Einnahmen und Ausgaben auf besondere Blätter schreibt, von jeder die Summe zieht und dann eine Summe von der andern abzieht.

Einnahme.

	Rub.	Kop.
1 Januar	18294	$17\frac{1}{2}$
1 Februar	9275	$08\frac{3}{4}$
1 März	8289	$99\frac{1}{2}$
1 April	25664	11
Einnahme . .	61523	$36\frac{3}{4}$
Ausgabe . . .	52538	$47\frac{1}{2}$
Saldo . . .	8984	$89\frac{1}{4}$

Ausgabe.

	Rub.	Kop.
1 Januar	3526	$75\frac{1}{2}$
1 Februar	10429	$38\frac{1}{4}$
1 März	8493	07
1 April	30089	$26\frac{3}{4}$
Ausgabe . . .	52538	$47\frac{1}{2}$

Nach der obigen Methode wird alles auf folgende Art zusammengeschrieben.

			Rub.	Kop.
1	Jan.	Einnahme	18294	$17\frac{1}{2}$
1	Jan.	— $3526{,}75\frac{1}{2}$.	996473	$24\frac{1}{2}$
1	Febr.	Einnahme	9275	$08\frac{3}{4}$
1	Febr.	— $10429{,}38\frac{1}{4}$.	989570	$61\frac{3}{4}$
1	März.	Einnahme	8289	$99\frac{1}{2}$
1	März.	— 8493,07.	991506	93
1	April.	Einnahme	25664	11
1	April.	— $30089{,}26\frac{3}{4}$.	969910	$73\frac{1}{4}$
		Saldo	8984	$89\frac{1}{4}$

Saldo.

		Rub.	Kop.
1	Jan.	14767	42
1	Febr.	13613	$12\frac{1}{2}$
1	März.	13410	05
1	April.	8984	$89\frac{1}{4}$

Subtraction benannter Zahlen.

Bei der Subtraction benannter Zahlen verfährt man so, dass man von der Rechten zur Linken, d. h. von den kleinern Benennungen zu den grössern fortschreitet. Wenn man eine Zahl von kleinerer Benennung von der gleichnamigen nicht abziehen kann, so borgt man von der Zahl der nächst höhern Benennung eine Einheit, verwandelt diese in die ihr entsprechende Zahl der kleinern Benennung, subtrahirt hiervon jene Zahl, und addirt hierzu die darüberstehende Zahl von gleichnamiger Benennung im Minuendus. Z. B.

Von	7	Pud	35	Pfund	21	Sol.	
Sollen	3	„	39	„	50	„	abgezogen werden.
Rest	3	Pud	35	Pfund	67	Sol.	

Hier sagt man: 50 Sol. von 21 Sol. geht nicht. Ich borge von den 35 Pf. 1 Pfund, giebt 34 Pf. 96 Sol. Ich ziehe 50 Sol. von 96 Sol. ab, bleibt 46 Sol. Addire hierzu 21 Sol., giebt 67 Sol. Ferner 39 Pf. von 34 Pf. geht nicht. Ich borge von den 7 Pud 1 Pud, giebt 6 Pud 40 Pf. Ich ziehe nun 39 Pf. von 40 Pf. ab, giebt 1 Pf., addire hierzu jene 34 Pf., giebt 35 Pf. Endlich ziehe ich 3 Pud von 6 Pud ab, bleibt 3 Pud.

Chronologische Subtraction.

Um in Rücksicht der Tage sicher zu sein, bestimmt man nach den oben im Artikel: chronologische Zählungen, gegebenen Regeln und Tafeln, die Entfernung eines jeden Zeitpunkts vom Anfange der christlichen Zeitrechnung, in julianischen Jahren, gemeinen Jahren und Tagen.

Beispiel.

Wie viel Zeit ist verflossen vom Jahre nach Christo 1209 Sept. 28, bis zum Jahre nach Christo 1838 Juli 19?

jul. Jahre,	gem. Jahre,	Tage
1836	1	199
1208	0	270
628	0	294
	600	219150
	20	7305
	8	2922
	Tage..	229671

Ist die eine Jahrzahl nach Christo, die andere vor Christo, so werden die Jahre der letztern addirt, die Tage subtrahirt.

Beispiel.

Wie viel Zeit ist verflossen vom Jahre vor Christo 1209 Sept. 28, bis zum Jahre nach Christo 1840 Juli 19?

Hier ist das Jahr 1209 vor Christo ein Schaltjahr, und man hat also 1208 julianische Jahre und ein Schaltjahr weniger 271 Tage, oder ein gemeines Jahr weniger 270 Tage.

jul. Jahre,	gem. Jahre,	Tage
1836	3	200
1208	1	270
3044	3	295

3000.......1095750
40..........14610
4...........1461
3...........1095

Tage..1113211

Ist das Datum nach neuem Stil, so bringt man dasselbe durch Subtraction von 10, 11, 12 u. s. f. auf das entsprechende Datum alten Stils. Nämlich man subtrahirt vom Datum:

Von 1582 Oct. 15 bis 1700 März 11 u. St. einschliessl., 10 Tage
Von 1700 März 12 bis 1800 März 11 - - - - 11 -
Von 1800 März 12 bis 1900 März 11 - - - - 12 -
Von 1900 März 12 bis 2100 März 11 - - - - 13 -
Von 2100 März 12 bis 2200 März 11 - - - - 14 -

u. s. w.

Beispiel.

Kant wurde geboren 1724 April 22 u. St. und starb 1804 Febr. 12. u. St. Wie viel Tage lebte er?

jul. J.,	gem. J.,	Tage.
1800	3	30
1720	3	101
76	3	295

April 90
22
— 11
101

Febr. 30
12
— 12
30

70....25567,5
6.....2191,5
3.....1095

Tage.....29149

3. Multiplication.

Erklärungen.

Die Abkürzung der mehrmals wiederholten Addition einer Zahl zu sich selbst, heisst Multiplication. Das Ergebniss der

Multiplication heisst Product. Die mehrmals zu sich selbst addirte Zahl heisst der Multiplicandus. Die Anzahl der gleichen Summanden heisst der Multiplicator. Z. B.

3, 3, 3, 3, addirt giebt 12; hier ist 3 der Multiplicandus, 4 der Multiplicator.

4, 4, 4, addirt giebt auch 12; hier ist 4 der Multiplicandus, 3 der Multiplicator.

Hieraus sieht man, dass sich das nämliche Product ergiebt, wenn man den Multiplicandus zum Multiplicator, und den Multiplicator zum Multiplicandus macht. Man macht also zwischen ihnen lieber keinen Unterschied und nennt beide die Factoren des Products.

Das Product bleibt das nämliche, in welcher Ordnung man auch dessen Factoren mit einander multiplicirt. Z. B. 3, 4, 5.

3 mal 4 giebt 12,	12 mal 5 giebt 60
3 mal 5 giebt 15,	15 mal 4 giebt 60
4 mal 3 giebt 12,	12 mal 5 giebt 60
4 mal 5 giebt 20,	20 mal 3 giebt 60
5 mal 3 giebt 15,	15 mal 4 giebt 60
5 mal 4 giebt 20,	20 mal 3 giebt 60

Das Zeichen der Multiplication ist ein liegendes Kreuz ($\times$) oder ein Punkt ($\cdot$).

Kleines und grosses Einmaleins.

Die Abkürzung, welche man in der Multiplication, statt der wiederholten Addition, anwendet, beruht erstlich darauf, dass man das Einmaleins, d. h. die Producte aller Einer, auswendig wissen muss; ferner auf dem Grundsatz, dass das Product zweier zusammengesetzten Factoren gleich der Summe der Producte aller ihrer Theile ist. Eine Fertigkeit im Rechnen kann man aber nicht erlangen, wenn man nicht auch das grosse Einmaleins, d. h. die Producte aller Zahlen von 1 bis 20, auswendig weiss. Dieses ist besonders zum Kopfrechnen nothwendig.

Tafel des Einmaleins.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Tafel des Zehnmaleins.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
11	11	22	33	44	55	66	77	88	99	110
12	12	24	36	48	60	72	84	96	108	120
13	13	26	39	52	65	78	91	104	117	130
14	14	28	42	56	70	84	98	112	126	140
15	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150
16	16	32	48	64	80	96	112	128	144	160
17	17	34	51	68	85	102	119	136	153	170
18	18	36	54	72	90	108	126	144	162	180
19	19	38	57	76	95	114	133	152	171	190
20	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Tafel des Zehnmalzehn.

	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
10	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
11	110	121	132	143	154	165	176	187	198	209	220
12	120	132	144	156	168	180	192	204	216	228	240
13	130	143	156	169	182	195	208	221	234	247	260
14	140	154	168	182	196	210	224	238	252	266	280
15	150	165	180	195	210	225	240	255	270	285	300
16	160	176	192	208	224	240	256	272	288	304	320
17	170	187	204	221	238	255	272	289	306	323	340
18	180	198	216	234	252	270	288	306	324	342	360
19	190	209	228	247	266	285	304	323	342	361	380
20	200	220	240	260	280	300	320	340	360	380	400
	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Verschiedene Stellung der Ziffern.

Wenn man bei der Multiplication mit der niedrigsten Stelle anfängt, so wird die Endziffer jeder folgenden Reihe eine Stelle weiter links gesetzt. Fängt man mit der höchsten Stelle an, so wird die Entziffer jeder folgenden Reihe eine Stelle weiter rechts gesetzt.

```
    I.            II.           III.
   853           853           756
   756           756           853
  ─────         ─────         ─────
  5118          5971          5971
 4265          4265          4265
5971          5118          5118
──────        ──────        ──────
644868        644868        644868
```

Neunerprobe.

Die Neunerprobe wird dadurch gemacht, dass man den Rest des Multiplicandus und Multiplicators durch 9 nimmt, diese mit einander multiplicirt, und hiervon wieder den Rest durch 9 nimmt, welcher mit dem Reste des Products übereinstimmen muss.

453679	Rest 7
5786	Rest 8
2722074	$6 \times 7 \cdot\cdot 6$
3629432	$8 \times 7 \cdot\cdot 2$
3175753	$7 \times 7 \cdot\cdot 4$
2268395	$5 \times 7 \cdot\cdot 8$
2624986694	$8 \times 7 \cdot\cdot 2$

Hier ist auch jede einzelne Zahlreihe durch die Neunerprobe geprüft. Wenn man nun die Ziffern des Products zusammen addirt, und 9 so oft weglässt, als es angeht, so bleibt ebenfalls der Rest 2.

Die Neunerprobe entscheidet nur dann nicht über die Richtigkeit der Multiplication, wenn die Fehler in einer oder mehrern Stellen des Products, 9 oder 18 oder 27 u. s. f. ausmachen, oder wenn die einzelnen Zahlreihen des Products unrichtig geordnet sind.

Neunundneunzigerprobe.

Man geht also sicherer, wenn man die Probe mit 99 macht. Man theilt nämlich eine Zahl von der Rechten zur Linken in Classen von 2 Stellen und addirt diese. Enthält die Summe mehr als 2 Stellen, so verfährt man mit ihr eben so. Hierdurch ergiebt sich der Rest der Zahl bei einer Division durch 99.

Beispiel.

Man habe gefunden:

$$5385476 \times 798291 = 4299177921516$$

Reste durch $9 \ldots 2 \times 0 = 0$

Hiernach wäre das Product richtig. Allein sucht man den Rest durch 99, so ist

5	79	4
38	82	29
54	91	91
76	252	77
173	2	92
1	Rest des 2. Fact. 54	15
Rest des 1. Fact. 74		16
Rest des 2. Fact. 54		324
	Prod. d. Reste 3996	3
	39	Rest d. angebl. Pr. 27
	135	Rest d. wahr. Pr. 36
	1	Unterschied 9
	Rest d. wahr. Pr. 36	

Der Fehler beträgt also hier grade 9, und zwar ist das angegebene Product in einer der graden Stellen (von der Rechten gerechnet) um 9 zu gross. Denn alsdann erhält man statt 324, die Zahl 234, oder den Rest 36.

Andere Multiplicationsproben.

Als Probe der Multiplication kann man auch die rückwärts gehende Division anwenden, um die einzelnen Fehler zu entdecken, wobei man, um nicht dieselben Fehler zu wiederholen, den Multiplicator zum Divisor machen muss. Im Dividendus zeigen die Punkte die fehlerhaften Stellen, und in der Division die Striche die Grösse dieser Fehler an.

783569 $\times$ 8927 soll geben
6997971463

```
8927 | 6997971463 |
          80343    | 9
          89112
          53562..6
         73555
         44635....5
        92892
        26781.....3
       966111
       71416‾......8
      625195
      62489‾........7
      3
```

Wenn eine Zahl mit einer andern multiplicirt werden soll, die ein Product mehrerer Factoren ist, so kann man die Multiplication auch mit diesen Factoren nach und nach verrichten, und erhält dadurch eine Probe des Products.

$$\begin{array}{r} 5793 \\ 56 = 7 \times 8 \\ \hline 34758 \\ 28965 \\ \hline 324408 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 5793 \\ 7) & \overline{40551} \\ 8) & \overline{324408} \end{array}$$

Wenn in dem Multiplicator eine Ziffer das Vielfache einer anderen ist, wie 2 das Doppelte von 1, 4 das Doppelte von 2, 8 das Doppelte von 4, 6 das Doppelte von 3 oder das Dreifache von 2, 9 das Dreifache von 3 u. s. f., so giebt dieses eine Probe der Multiplication.

$$\begin{array}{r} 5793 \\ 36 \\ \hline 34758 \\ 17379 \\ \hline 208548 \\ 17379 \\ 2 \\ \hline 34758 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5793 \\ 48 \\ \hline 23172 \\ 46344 \\ \hline 278064 \\ 23172 \\ 2 \\ \hline 46344 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5793 \\ 39 \\ \hline 17379 \\ 52137 \\ \hline 225927 \\ 17379 \\ 3 \\ \hline 52137 \end{array}$$

Wenn bei dem Multiplicator zwei Ziffern zusammen so viel als eine oder zwei andere machen, so giebt dieses eine Probe.

$$\begin{array}{r} 5793 \\ 325 \\ \hline 3 \ldots 17379 \\ 2 \ldots 11586 \\ 5 \ldots 28965 \\ \hline 1882725 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5793 \\ 3627 \\ \hline 3 \ldots 17379 \\ 6 \ldots 34758 \\ 2 \ldots 11586 \\ 7 \ldots 40551 \\ \hline 21011211 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \ldots 17379 \\ 2 \ldots 11586 \\ \hline 5 \ldots 28965 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3 \ldots 17379 \\ 6 \ldots 34758 \\ \hline 9 \ldots 52137 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2 \ldots 11586 \\ 7 \ldots 40551 \\ \hline 9 \ldots 52137 \end{array}$$

Wenn bei dem Multiplicator zwei oder mehrere Ziffern zusammen 10 machen, so muss die Summe ihrer Zahlreihen den Multiplicandus mit einer angehängten 0 geben.

5793	5793	5793
37	46	91
3...17379	4...23172	9...52137
7....40551	6....34758	1.....5793
214341	266478	527163

3...17379	4...23172	9...52137
7...40551	6...34758	1....5793
10...57930	10...57930	10...57930

Multiplication mit 9, 99, 999.

Man multiplicirt eine Zahl am bequemsten mit 9, wenn man sie von ihrem 10fachen abzieht. Zu diesem Ende denkt man sich an die Zahl rechts und links eine 0 angesetzt und subtrahirt nun jede Ziffer von der nächsten Ziffer rechts. Z. B. 37852 mit 9 zu multipliciren.

37852	0378520
— 37852	2 von 0 oder 10 bleibt 8
340668	5 von 1 oder 11 bleibt 6
	8 von 4 oder 14 bleibt 6
	7 von 7........bleibt 0
	3 von 7........bleibt 4
	0 von 3........bleibt 3

Andere Art. Man zieht von der Endziffer des Multiplicandus 1 ab, setzt über diesen verminderten Multiplicandus 9, oder 99, oder 999 u. s. f. und noch den um 1 verminderten Multiplicandus und bewerkstelligt nun die Subtraction. Z. B.

37852 mal 9...............	378519
	— 37851
Product.........	340668
37852 mal 99...........	3785199
	— 37851
Product........	3747348
37852 mal 99999......	3785199999
	— 37851
Product......	3785162148

37852 mal 9999999	..	378519999999
		— 37851
Product	....	378519962148

Multiplication mit 11, 111, 111....

Man addirt die auf einander folgenden Stellen des Multiplicandus, jedoch höchstens so viel, als der Multiplicator Stellen hat. Die Addition lässt sich am besten von der Linken zur Rechten, oder indem man mit der höchsten Stelle anfängt, machen. Was im Sinne bleibt, legt man der nächst höhern Stelle zu. Hat z. B. der Multiplicator wie 1111, 4 Stellen, so addirt man, links anfangend,

zuerst die 1 .... Stelle.
dann die 1 u. 2..... „
„ „ 1, 2 u. 3... „
„ „ 1, 2, 3 u. 4 „
„ „ 2, 3, 4 u. 5 „
„ „ 3, 4, 5 u. 6 „
u. s. f.

Hat der Multiplicandus weniger Stellen als der Multiplicator, so wiederholt man die Addition aller Stellen des Multiplicandus noch so oft, als er weniger Stellen wie der Multiplicator hat. Man setze in Gedanken dem Multiplicandus rechts so viel Nullen an, dass er mit dem Multiplicator gleich viel Stellen habe. Z. B.

5793 mit 111111 zu multipliciren.

Hier muss die Addition der vier Stellen, 5, 7, 9, 3, noch 2 Mal wiederholt werden.

5 5
5, 7 12
5, 7, 9 21
5, 7, 9, 3 24
5, 7, 9, 3 24
7, 9, 3 19
9, 3 12
3 3

Abgekürzt 5 7 9 3
5 2 1 4 4 4 9 2 3
Im Sinn behalten 1′2′2′2′2′1′1′
Product 6 4 3 6 6 6 0 2 3

$$
\begin{array}{lr}
67923 \text{ mit } 111. & 67923 \\
\hline
 & 6328453 \\
\text{Im Sinne} & 1211 \\
\hline
\text{Product} & 7539453
\end{array}
$$

Multiplication mit 10, 100, 1000 u. s. f.

Um mit 10 zu multipliciren, setzt man an die Endziffer des Multiplicandus rechts eine 0 an. Hat der Multiplicandus Decimalstellen, so rückt man das Decimalzeichen eine Stelle weiter rechts.

10 mal 723 .. ist 7230
10 mal 723,54 ist 7235,4

Um mit 100 zu multipliciren, setzt man an die Endziffer des Multiplicandus rechts zwei Nullen an. Hat er Decimalstellen, so rückt man das Decimalzeichen zwei Stellen weiter rechts.

100 mal 723 ... ist 72300
100 mal 723,5 .. ist 72350
100 mal 723,543 ist 72354,3

Auf ähnliche Art verfährt man, wenn der Multiplicator 1000, 10000 u. s. f. ist.

1000 mal 0,00754 ist 7,54
10000 mal 0,00754 ist 75,4

Multiplication mit 5, 25, 125 u. s. f.

Statt mit 5 zu multipliciren, multiplicirt man mit 10 und dividirt mit 2.

Statt mit 25 zu multipliciren, multiplicirt man mit 100 und dividirt mit 4.

Statt mit 125 zu multipliciren, multiplicirt man mit 1000 und dividirt mit 8.

$5 \text{ mal } 256 \ldots\ldots 2)\dfrac{2560}{1280}$

$5 \text{ mal } 2{,}56 \ldots\ldots 2)\dfrac{25{,}6}{12{,}8}$ $\qquad$ $125 \text{ mal } 256 \ldots 8)\dfrac{256000}{32000}$

$25 \text{ mal } 256 \ldots\ldots 4)\dfrac{25600}{6400}$ $\qquad$ $125 \text{ mal } 2{,}56 \ldots 8)\dfrac{2560}{320}$

$25 \text{ mal } 2{,}56 \ldots\ldots 4)\dfrac{256}{64}$

Multiplication mit einem Product.

Wenn der Multiplicator ein Product mehrerer Factoren ist, so kann man den Multiplicandus zuerst mit dem ersten Factor, dieses Product mit dem zweiten Factor, dieses Product mit dem dritten Factor u. s. f. multipliciren.

$$\text{Multiplicator } 84 \text{ oder } 3.\ 4.\ 7. \ldots \begin{array}{r} 596 \\ 3)\overline{1788} \\ 4)\overline{7152} \\ 7)\overline{50064} \end{array}$$

Multiplication vielfacher Rangzahlen.

Man multiplicirt sie zuerst ohne Rücksicht auf die Nullen und setzt an das Product rechts so viele Nullen an, als beide Factoren zusammen haben.

$$\begin{array}{r} 84000 \\ 230000 \\ \hline 252 \\ 168 \\ \hline 19320000000 \end{array}$$

Hat einer der beiden Factoren Decimalstellen, so rechnet man so viel Nullen ab, als jener Decimalstellen hat.

$$\begin{array}{rr} & 0{,}084 \\ & 230000 \\ \text{Product} & \overline{19320} \end{array}$$

Multiplication der Decimalzahlen.

Man multiplicirt sie ohne Rücksicht auf das Decimalzeichen wie ganze Zahlen und schneidet im Product von der Rechten zur Linken so viel Decimalstellen ab, als beide Factoren zusammen haben.

$$\begin{array}{rr} & 0{,}084 \\ & 0{,}23 \\ \text{Product} & \overline{0{,}01932} \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 8{,}04 \\ & 7{,}6 \\ \text{Product} & \overline{61{,}104} \end{array}$$

Wenn sich der Multiplicator in Einfache und Vielfache zerlegen lässt.

Z. B. der Multiplicator ist 36, oder 30 und 6. Hier ist 30 das 5fache von 6. Man multiplicirt also zuerst mit 6, dann dieses Product mit 5, und addirt beides.

2705
36
6....16230
5...81150
97380

Der Multiplicator sei 497 oder 490 und 7. Hier ist 490 das 70fache von 7.

2705
497
10820
24345
18935
1344385

497 mal 2705....2705
7....18935
70..1325450
1344385

Zusammenziehung der Multiplication.

Man schreibt den Multiplicator mit den Ziffern in umgekehrter Ordnung auf ein besonderes Blättchen, schiebt dieses mit der Anfangsziffer zuerst unter die Endziffer des Multiplicandus, dann unter die zweite Ziffer desselben u. s. f., bis zuletzt die Endziffer unter der Anfangsziffer des Multiplicandus steht, multiplicirt jedesmal die übereinanderstehenden Stellen, addirt die Producte und schreibt sie in der gehörigen Ordnung unter einander.

87592 mit 674 zu multipliciren.
....476........8
...476.......50
..476.......95
.476......117
476......111
476........98
476......48
Product 59037008

87592
674
525552
613144
350368
59037008

Anzahl der Stellen im Product, bei ganzen Zahlen.

Ein Product von 2 Factoren hat so viel Stellen, als beide Factoren zusammen haben, oder eine Stelle weniger.

Ein Product von 3 Factoren hat so viel Stellen, als alle drei Factoren zusammen haben, oder eine Stelle weniger, oder zwei Stellen weniger.

Ein Product von 4 Factoren hat so viel Stellen, als alle vier Factoren zusammen haben, oder eine Stelle weniger, oder zwei Stellen weniger, oder drei Stellen weniger.

Die grösste Anzahl von Stellen, welche ein Product haben kann, ist immer gleich der Anzahl der Stellen aller Factoren. Die kleinste Anzahl findet man, wenn man von jedem Factor eine Stelle weglässt, die übrigbleibenden Stellen zusammenzählt und eine Stelle hinzufügt.

Den Grund dieser Regeln sieht man leicht ein, wenn man überlegt, dass die grössten Zahlen von 1, 2, 3, 4... Stellen 9, 99, 999, 9999..., und die kleinsten 1, 10, 100, 1000 u. s. w. sind.

Z. B. der eine Factor habe 2, der andere 5, der dritte 6 Stellen. Das Product von 10, 10000, 100000 hat eine Stelle mehr, als Nullen in allen Factoren, also 11 Stellen. Das Product von 99, 99999, 999999, hat eine Stelle weniger als das Product von 100, 100000. 1000000, also 13 Stellen. Folglich ist 11 die kleinste, 13 die grösste Anzahl von Stellen des Products.

Multiplicationstafel.

Wenn eine Zahl sehr häufig als Multiplicator oder Multiplicandus gebraucht wird, so macht man sich eine Tafel von allen Vielfachen derselben, vom 1fachen bis 9fachen, auch wohl vom 10fachen bis 100fachen, und wenn es nöthig ist, auch von aliquoten Theilen, und findet nun jedes Product, indem man den Multiplicator in solche Theile zerlegt, die in dieser Tafel vorkommen. Z. B. in Mitau ist bei einem hölzernen Hause der ersten Classe der Servicewerth jedes Quadratfadens 105 Rubel Silber. Hiernach bildet man folgende Tafel.

□F.	Rub. S.	□F.	Rub. S.	□F.	Rub. S.
10	1050	1	105		
20	2100	2	210	½	52,5
30	3150	3	315		
40	4200	4	420	¼	26,25
50	5250	5	525		
60	6300	6	630	⅛	13,125
70	7350	7	735		
80	8400	8	840	1/16	6,5625
90	9450	9	945		
100	10500	10	1050	1/32	3,28125

Nun sei der Servicewerth folgender Häuser im zweiten Quartier zu berechnen.

№ 108.	№ 109.	№ 113.
$121\frac{1}{4}$ □F.	$55\frac{3}{4}$ □F.	$53\frac{3}{4}$ □F.
100..10500	50...5250	50...5250
20...2100	5....525	3....315
1....105	$\frac{1}{2}$....53	$\frac{1}{2}$....53
$\frac{1}{4}$....26	$\frac{1}{4}$....26	$\frac{1}{4}$....26
R. S. 12731	R. S. 5854	R. S. 5644

№ 209.
$156\frac{1}{4}$ □F.

100...10500
50....5250
6.....630
$\frac{1}{4}$.....26

R. S. 16406

Multiplication mit 96.

Dieses kommt beim russischen Gewicht vor, da das Pfund 96 Solotnik und der Solotnik 96 Dolei hat. Die Zahl 96 ist gleich 100 weniger 4. Hat man also Pfund in Solotnik zu verwandeln, so setzt man an die Zahl der Pfunde rechts zwei Nullen an, und zieht die mit 4 multiplicirte Zahl der Pfunde ab. Sind bei den Pfunden noch Solotnik, so setzt man diese statt der Nullen rechts an die Zahl der Pfunde und verfährt im übrigen wie vorhin.

11 Pf. 90 Sol. 79 Dolei.......1190
4 mal 11 Pf. — 44
114679
4 mal 1146 Sol. — 4584
11 Pf. 90 Sol. 79 Dolei sind 110095 Dolei.

8 Pf. 7 Sol. 6 Dolei........807
4 mal 8 Pf. — 32
77506
4 mal 775 Dolei — 3100
8 Pf. 7 Sol. 6 Dolei sind 74406 Dolei.

Multiplication durch Ergänzung der Factoren zu Rangzahlen.

Wenn beide Factoren kleiner als die nächste Rangzahl sind, so zieht man jeden Factor von seiner nächstgrössern Rangzahl ab. Dieser Rest heist die Ergänzung des Factors. Sind beide Rangzahlen gleich, so zieht man vom ersten Factor die Ergänzung des zweiten, oder vom zweiten die Ergänzung des ersten ab, den Rest multiplicirt man mit der Rangzahl. Oder man addirt beide Factoren, zieht von ihrer Summe die Rangzahl ab und multiplicirt den Rest mit der Rangzahl. Dieses Product heisst die decadische Zahl.

Zu der decadischen Zahl addirt man das Product der Ergänzungen und erhält dadurch das vollständige Product.

988 mit 991 zu multipliciren. Die Rangzahl ist 1000; die Ergänzungen sind 12, 9.

			988
	988	991	991
	— 9	— 12	— 1000
Decad. Zahl....	979000	979000	979000
Product der Ergänz.	108	108	108
Vollst. Product	979108	979108	979108

9998 mit 9863; Rgz. 10000; Erg. 2,137.

	9863	9998
	— 2	— 137
Decad. Zahl	98610000	98610000
Prod. der Ergänz...	274	274
Vollst. Prod.	98610274	98610274

Sind beide Rangzahlen verschieden, so dividirt man die grössere Rangzahl durch die kleinere; mit diesem Quotienten multiplicirt man entweder die Ergänzung des kleinern Factors und zieht das Product vom grössern Factor ab. Oder man multiplicirt mit jenem Quotienten den kleinern Factor und zieht davon die Ergänzung des grössern Factors ab. Den Rest multiplicirt man in beiden Fällen mit der kleinern Rangzahl. Oder man multiplicirt den kleinern Factor mit der grössern Rangzahl, den grössern Factor mit der kleinern Rangzahl, addirt beides und zieht davon das Product der Rangzahlen ab. Zu dieser decadischen Zahl addirt man das Product der Ergänzungen.

98 mit 9997; Rgz. 100,10000; Ergz. 2,3.

			980000
	9800	9997	999700
	— 3	— 200	— 1000000
Decad. Zahl	979700	979700	979700
Prod. der Ergänz.	6	6	6
Vollst. Prod.	979706	979706	979706

Ist jeder Factor etwas grösser als eine Rangzahl, so zieht man von jedem Factor die nächst kleinere Rangzahl ab und verfährt mit diesen Ueberschüssen wie vorhin.

109 mit 107; Rgz. 100; Uebersch. 9,7.

			109
	109	107	107
	+ 7	+ 9	— 100
Decad. Zahl	11600	11600	11600
Prod. d. Uebersch.	63	63	63
Vollst. Prod.	11663	11663	11663

115 mit 1007; Rgz. 100,1000; Uebersch. 15,7.

			115000
	1150	1007	100700
	+ 7	+ 150	— 100000
Decad. Zahl	115700	115700	115700
Prod. d. Uebersch.	105	105	105
Vollst. Prod.	115805	115805	115805

Ist der eine Factor etwas kleiner, der andere etwas grösser, als die nächste Rangzahl, so wird die Ergänzung des einen mit dem Ueberschuss des andern Factors multiplicirt, und dieses Product von der decadischen Zahl abgezogen.

108 mit 93; Rgz. 100; Uebersch. 8; Ergz. 7.

			108
	108	93	93
	— 7	+ 8	— 100
Decad. Zahl	10100	10100	10100
Prod. d. Erg. Ueb.	— 56	— 56	— 56
Vollst. Prod.	10044	10044	10044

10018 mit 97; Rgz. 10000,100; Uebersch. 18; Ergz. 3.

			1001800
	10018	9700	970000
	— 300	+ 18	— 1000000
Decad. Zahl	971800	971800	971800
Pr. d. Ergz. Ueb.	— 54	— 54	— 54
Vollst. Prod.	971746	971746	971746

Der Grund dieses Verfahrens ist in folgendem allgemeinen Satz enthalten: Wenn man jeden von zwei Factoren in zwei beliebige Theile theilt, den ersten Factor mit dem ersten Theile des zweiten Factors, den zweiten Factor mit dem ersten Theile des ersten Factors multiplicirt, diese Producte zusammen addirt, hiervon das Product der beiden ersten Theile abzieht, dazu das Product der beiden zweiten Theile addirt, so bekommt man wieder das Product der beiden Factoren. Z. B.

Der erste Factor sei 9, seine Theile 5, 4.
Der andere Factor sei 8, seine Theile 6, 2.

multiplicirt	man	9 mit 6	so	kommt		54
„	„	8 mit 5	„	„		40
„	„	5 mit 6	„	„	—	30
„	„	4 mit 2	„	„	+	8
multiplicirt	man	9 mit 8	so	kommt		72

Multiplication durch Ergänzung der Factoren zu Theilen einer Rangzahl.

Bezieht man beide Factoren auf dieselbe Zahl, so zieht man von dem einen Factor die Ergänzung des andern ab, oder man addirt den Ueberschuss desselben. Dieses multiplicirt man mit der Zahl, worauf beide bezogen wurden und addirt das Product der Ergänzungen oder Ueberschüsse hinzu.

4998 mit 4989; bezogen auf 5000; Ergz. 2,11.

	4998	4989
	— 11	— 2
	4987	4987
5000)	24935000	
2·11	+ 22	
Product	24935022	

5002 mit 5011; auf 5000; Uebersch. 2,11.

$$\begin{array}{rrr} & 5002 & 5011 \\ & +\ 11 & +\ 2 \\ \hline & 5013 & 5013 \\ 5000) & 25065000 & \\ 2\cdot 11 \ldots\ldots & +\ 22 & \\ \hline \text{Product} & 25065022 & \end{array}$$

68 mit 67; auf 70; Ergz. 2,3.

$$\begin{array}{rrr} & 68 & 67 \\ & -\ 3 & -\ 2 \\ \hline & 65 & 65 \\ 70) & 4550 & \\ 2\cdot 3 \ldots\ldots\ldots & 6 & \\ \hline & 4556 & \end{array}$$

73 mit 77; bezogen auf 75; Ergz. 2; Uebersch. 2.

$$\begin{array}{rrr} & 73 & 77 \\ & +\ 2 & -\ 2 \\ \hline & 75 & 75 \\ 50 \ldots\ldots & 3750 & \\ 25 \ldots\ldots & 1875 & \\ 75 \ldots\ldots & 5625 & \\ 2\cdot 2 \ldots\ldots & -\ 4 & \\ \hline & 5621 & \end{array}$$

73 mit 77; bezogen auf 80; Ergz. 7,3.

$$\begin{array}{rrr} & 73 & 77 \\ & -\ 3 & -\ 7 \\ \hline & 70 & 70 \\ 80) & 5600 & \\ 3\cdot 7 \ldots\ldots & 21 & \\ \hline & 5621 & \end{array}$$

Wenn die beiden Zahlen, auf welche man die Factoren bezieht, so beschaffen sind, dass die grössere ein Vielfaches der kleinern ist, so bildet man den decadischen Theil dadurch, dass man mit diesem Vielfachen die Ergänzung des grössern Factors dividirt, dieses vom kleinern Factor abzieht, oder wenn es ein Ueberschuss ist, addirt, und dann mit der grössern Zahl multiplicirt. Oder man multiplicirt auch mit diesem Vielfachen die Ergänzung des kleinern Factors, zieht dieses vom grössern Factor ab, oder addirt es, wenn es ein Ueberschuss ist, und multiplicirt dieses mit der kleinern Zahl.

249 mit 2488; auf 250,2500; Ergz. 1,12.

	249		2488
$\frac{1}{10}\cdot 12$	— 1,2	$10\cdot 1$	— 10
	247,8		2478
2500)	61 9500	250)	619500
$1\cdot 12$	+ 12		+ 12
	61 9512		619512

972 mit 495; auf 1000,500; Ergz. 28,5.

	495		972
$\frac{1}{2}\cdot 28$	— 14	$2\cdot 5$	— 10
	481		962
1000)	481000	500)	481000
$5\cdot 28$	+ 140		+ 140
	481140		481140

984 mit 137; auf 1000,125; Ergz. 16; Uebersch. 12.

	137		984
$\frac{1}{8}\cdot 16$	— 2	$8\cdot 12$	+ 96
	135		1080
1000)	135000	125)	135000
$16\cdot 12$	— 192		— 192
	134808		134808

87 mit 797, auf 90,900; Ergz. 3,103.

	87		797
$\frac{1}{10}\cdot 103$	— 10,3	$10\cdot 3$ ...	— 30
	76,7		767
900)	69 030	90)	69030
$3\cdot 103$	+ 309		+ 309
	69 339		69339

Anwendung auf die Bildung der Quadratzahlen.

Wenn man eine Zahl mit sich selbst multiplicirt, so heisst das Product die Quadratzahl. Wenn die gegebene Zahl wenig von einer Rangzahl, oder von dem Theile einer Rangzahl unterschieden ist, so kann man das Quadrat mit Anwendung der obigen Regeln auf eine leichtere Art, als durch gewöhnliche Multiplication, finden. Man zieht von der gegebenen Zahl die Ergänzung ab, oder addirt den Ueberschuss, multiplicirt dieses mit derjenigen Zahl, auf welche man die Ergänzung oder den Ueberschuss bezogen hat, und addirt das Quadrat der Ergänzung oder des Ueberschusses hinzu.

	98	83	986	9997
	— 2	— 17	— 14	— 3
	9600	6600	972000	99940000
	$2^2 \ldots 4$	$17^2 \ldots 289$	$14^2 \ldots 196$	$3^2 \ldots\ldots 9$
Quadr.	9604	6889	972196	99940009

118	1041	1005
+ 18	+ 41	+ 5
13600	1082000	1010000
$18^2 \ldots 324$	$41^2 \ldots 1681$	$5^2 \ldots\ldots 25$
13924	1083681	1010025

482	1223	2629	129
— 18	— 27	+ 129	+ 4
464	1196	2758	133
500) 232000	1250) 1495000	2500) 6895000	125) 16625
$18^2 \ldots 324$	$27^2 \ldots 729$	$129^2 \ldots 16641$	$4^2 \ldots 16$
232324	1495729	6911641	16641

Abgekürzte Multiplication der Dezimalzahlen.

Die abgekürzte Multiplication wendet man dann an, wenn zur Genauigkeit des Products zweier Decimalzahlen weniger Decimalstellen erforderlich sind, als beide Factoren zusammen haben. Man fängt die Multiplication mit der höchsten Stelle des Multiplicators an, bezeichnet die Stelle des Multiplicandus, bei welcher man angefangen hat, oben mit einem Punct, auch giebt man gleich in der ersten Reihe die Stellung des Decimalzeichens an. Alle folgenden Multiplicationsreihen fangen immer in derselben verticalen Reihe des Products an, und man bildet zu dem Ende die Producte für die nächst niedrigere Stelle des Multiplicators bei der nächst höhern Stelle des Multiplicandus, welche man zur Linken fortschreitend jedesmal oben mit einem Punct bezeichnet. Der Genauigkeit wegen addirt man beim Anfange jeder Reihe immer die Zahl noch hinzu, welche aus der vorigen im Sinne behalten wurde.

Der Silbercours sei 27,24¼. Wie viel bekommt man für 496,78½ Rub. B.

```
 .. ....
 27,2425
   4,96785
 ---------
 108,970
  24,518
   1,634
     190
      21
       1
 -------
 135,334  oder 135 Rub. 33 Kop. S.
```

Das französische Meter hält nach *Kater* 39,37079 engl. Zoll, wie viel Cubikzoll enthält das Cubikmeter?

```
       .. .....                        ........
       39,37079                      1550,0589
       39,37079                        39,37079
     ----------                     -----------
     1181,1237                       46501,767
      354,3371                       13950,530
       11,8112                         465,017
        2,7559                         108,503
           275                           1,085
            35                             139
     ----------                     -----------
1 □Met.=1550,0589 □Zoll.  1 Cub. Met.=61027,041 Cub. Z.
genau . . . . 1550,0591 „  genau . . . . . 61027,051 „
```

Multiplication eines periodischen Decimalbruchs.

Wenn hierbei eine Genauigkeit erlangt werden soll, so hat man zu beobachten, dass zu dem Product der niedrigsten Stelle, in welcher der Bruch abbricht, so viel addirt werde, als man bei der Multiplication der folgenden Stellen der Periode im Sinne behält. Kommen lauter 9, so rechnet man die niedrigste derselben für 10 und damit auch alle folgenden.

	0,333	0,777	0,58585
	3	6	7
statt	0,999	4,662	4,10095
zu setzen	1,000	4,666	4,10101

7,83333	0,438888
325	796
2350,000	307,2222
156 666	39 5000
39 166	2 6333
2545,833	349,3555

Ein Meter hält nach *Kater* 39,37079 engl. Zoll, oder 100 Meter halten 328,0899166 engl. Fuss, wie viel beträgt ein Hectare Landes oder 10000 Quadratmeter in engl. Quadratfuss?

. . . .

328,08991666
328,08991666
98426,975000
6561 798333
2624 719333
26 247193
2 952810
295281
3280
1968
196
19
1
107642,993414

Also 1 Hectare hält 107643 engl. Quadratfuss.

Erleichterung der Multiplication bei vielstelligen Zahlen.

Man bildet durch Addition eine Tafel der Vielfachen des einen oder andern Factors.

Beispiel.

Zu multipliciren 1,8171205 · 9283213
mit 3,3019272 4889462

1	1,8171205	9283213
2	3,6342411	8566426
3	5,4513617	7849639
4	7,2684823	7132852
5	9,0856029	6416065
6	10,9027235	5699278
7	12,7198441	4982491
8	14,5369647	4265704
9	16,3540853	3548917

3...5,4513617	7849639		
3.... 5451361	7784963	9	
01...... 18171	2059283	213	
9...... 16354	0853354	8917	
2......... 363	4241185	66426	
7......... 127	1984414	982491	
2...........3	6342411	8566426	
5,9999999	1115253	5080936	
4............	7268482	3713285	2
8............	1453696	4742657	04
8.............	145369	6474265	704
9..............	16354	0853354	8917
4................	726	8482371	32852
6................	109	0272355	699278
2...................	3	6342411	8566426
5,9999999	9999995	5961637	7201406

Abgekürzt:

3...5,4513617	7849639	
3.... 5451361	7784963	9
01...... 18171	2059283	2
9...... 16354	0853354	9
2........ 363	4241185	7
7........ 127	1984415	0
2..........3	6342411	9
4............	7268482	4
8............	1453696	5
8..............	145369	6
9..............	16354	1
4................	726	8
6................	109	0
2..................	3	6
5,9999999	9999995	6

Zur Probe mache man auch die Multiplication mit dem andern Factor.

1	3,3019272	4889462
2	6,6038544	9778924
3	9,9057817	4668386
4	13,2077089	9557848
5	16,5096362	4447310
6	19,8115634	9336772
7	23,1134907	4226234
8	26,4154179	9115696
9	29,7173452	4005158

1...3,3019272	4889462		
8...2 6415417	9911569	6	
1.....330192	7248894	62	
7.....231134	9074226	234	
1.......3301	9272488	9462	
2.........660	3854497	78924	
05.........16	5096362	4447310	
5,9999996	9347501	6341710	
9..........2	9717345	2400515	8
2..............	660385	4497789	24
8..............	264154	1799115	696
3................	9905	7817466	8386
2.................	660	3854497	78924
1...................	33	0192724	889462
3.....................	9	9057817	4668386
5,9999999	9999995	5961637	7201406

Abgekürzt:

1...3,3019272	4889462	
8...2 6415417	9911569	6
1.....330192	7248894	6
7.....231134	9074226	2
1.......3301	9272488	9
2.........660	3854497	8
05.........16	5096362	4
9..........2	9717345	2
2..............	660385	4
8..............	264154	2
3................	9905	8
2.................	660	4
1...................	33	0
3.....................	9	9
5,9999999	9999995	4

Multiplication benannter Zahlen.

Die Multiplication benannter Zahlen geschieht, indem man alle Theile des Multiplicandus multiplicirt und sodann jede kleinere Benennung, wenn ihre Zahl beträchtlich genug ist, auf die nächst grössere bringt.

		40	96	96
	5 Pud	36 Pfund	40 Sol.	75 Dolei.
zu multipl. mit	32			
	160 „	1152 „	1280 „	2400 „
	189 Pud	5 Pfund	57 Sol.	0 Dolä.

Multiplication auf dem Rechenbrete.

Da das Rechenbret nur zur Erleichterung des Kopfrechnens dienen soll, so muss man beide Factoren im Sinne behalten und nur die Producte der einzelnen Stellen auf die entsprechenden Drähte mittelst der Kugeln hinsetzen. Dieses kann in jeder Ordnung geschehen, doch ist es am bequemsten, von den höchsten Stellen zu den niedrigsten hinabzugehen. Bei der Multiplication jeder niedrigern Stelle des Multiplicandus setzt man die Einer um eine Stelle niedriger. Bei der Multiplication mit einer niedrigern Stelle des Multiplicators setzt man die Einer um eine Stelle niedriger als bei der Multiplication mit der höhern Stelle.

89 mit 97		875 mit 629		
9·8	72	48	5250	54250
9·9	81	42	16	72
	801	522	5410	54970
7·8	56	30	14	63
	857	5250	5424	55033
7·9	63		10	45
Product	8633		54250	550375

Ein Pfund kostet 36 Kop.; was kosten 6 Pud 7 Pfund, d. h. 247 Pfund? Man sieht hier die Kopeiken als Decimalstellen der Rubel an und trennt daher die beiden Drähte, welche die Einer und Zehntel, oder die Rubel und Griwnen enthalten, durch einen kenntlichen Zwischenraum, oder durch ein dazwischen gestecktes Blech.

200 Pf. zu 30 Kop...60 Rub.
200 „ „ 6 „ 12
72,—
40 „ „ 30 „ 12
84
40 „ „ 6 „ 2,4
86,4

86,4 Rub.
7 Pf. zu 30 Kop...2,1
88,5
7 „ „ 6 „ 42
247 Pf. zu 36 Kop..88,92 Rub.

Oder durch Verwechselung der Factoren:

200 Pf. zu 30 Kop...60 Rub.
40 „ „ „ „ 12,
72,
7 „ „ „ „ 2,1
247 Pf. zu 30 Kop...74,1 Rub.

74,1 Rub.
200 Pf. zu 6 Kop..12,
86,1
40 „ „ „ „ 2,4
88,5
7 „ „ „ „ 42
88,92 Rub.

Für 100 Rub. Banco bekommt man 27,75 Rub. Silber, wie viel für 375 Rub. Bco.? Hier ist 27,75 mit 3,75 zu multipliciren.

300 Rub.
zu 20 Rub..60
„ 7 „ 21
81
zu 70 Kop..2,1
83,1
„ 5 „ 15
83,25

70 Rub...83,25
zu 20 Rub...14
97,25
„ 7 „ 4,9
102,15
zu 70 Kop...49
102,64
„ 5 „ 35
102,675

5 Rub..102,675
zu 20 Rub....1,0
103,675
„ 7 „ 35
104,025
zu 70 Kop....35
104,060
„ 5 „ 25
104,0625

Facit 104 Rub. 6¼ Kop. Silber.

4. Division.

Erklärungen.

Dividiren heisst eine Zahl finden, welche anzeigt, wie viel mal eine gegebene Zahl in einer andern gegebenen enthalten ist. Jene gesuchte Zahl heisst der Quotient, von den beiden gegebenen heisst diejenige, welche die andere in sich enthalten soll, der Dividendus, diejenige aber, welche im Dividendus enthalten ist, der Divisor. Diese Benennungen rühren von der Division ganzer Zahlen her, wo man sich den Dividendus auch in so viel Theile getheilt denken kann, als der Divisor Einheiten enthält. Der Quotient zeigt dann die Grösse jedes Theiles an. Z. B. 36 dividirt durch 9, giebt zum Quotienten 4, weil 9 in 36 4 mal enthalten ist, oder weil sich 36 in 9 gleiche Theile theilen lässt, deren jeder gleich 4 ist.

Man kann also auch den Divisor und Quotienten verwechseln und diesen zum Divisor nehmen, wodurch jener zum Quotienten wird. Z. B.

36 dividirt durch 9, giebt 4
36 dividirt durch 4, giebt 9

Um die Division anzuzeigen, setzt man entweder den Divisor rechts vom Dividendus und trennt sie durch das Verhältnisszeichen (zwei über einander stehende Puncte:) oder man schreibt den Divisor unter den Dividendus in Bruchform und trennt sie durch einen Strich, also $^{36}/_{9}$ oder 36 : 9.

Verfahren.

Die Division geschieht dadurch, dass man den Divisor vom Dividendus so oft abzieht, als es angeht. Zu diesem Ende nimmt man von den höhern Stellen des Dividendus so viele, als der Divisor Stellen hat; ist aber diese Zahl kleiner, als der Divisor, so nimmt man noch die nächst niedrigere Stelle des Dividendus dazu. Hiervon zieht man den Divisor so oft ab, als es angeht. Die Zahl, die solches anzeigt, giebt die höchste Stelle des Quotienten. Mit ihr wird der Divisor multiplicirt und das Product abgezogen. Der Rest darf nie grösser sein, als der Divisor. An diesen Rest setzt man die folgende Stelle des Dividendus an und macht eine neue Subtraction, um die folgende nächst niedrigere Stelle des Quotienten zu erhalten.

So fährt man bis ans Ende fort. Geht dann die Division auf, d. h. bleibt kein Rest übrig, so ist der Divisor in dem Dividendus vollständig enthalten. Bleibt ein Rest übrig, so setzt man diesen in Bruchform neben dem Quotienten.

Divisor.	Dividend.	Quotient.
9876	97531	$9^{8647}/_{9876}$
	88884	
	Rest 8647	

Statt den ganzen Divisor auf einmal zu multipliciren, kann man auch jede einzelne Stelle desselben multipliciren, und muss sich gewöhnen, diese einzelnen Producte, nebst dem, was im Sinne blieb, von den entsprechenden Stellen des Dividendus sofort abzuziehen.

9876 | 97531 |
8647

9 mal 6, 54, 4 von 11 bleibt
9 mal 7, und 5, 68, 8 von 12 bleibt
9 mal 8, und 6, 78, 8 von 14 bleibt
9 mal 9, und 7, 88, 88 von 96 bleibt

Ist der Divisor eine kleine Zahl, 2, 3, bis etwa 20, so macht man die Multiplication und Subtraction in Gedanken und schreibt bloss den Quotienten und den letzten Rest hin.

2) 87693 / 43846 Rest 1 — 3) 87693 / 29231 Rest 0 — 4) 87693 / 21923 Rest 1 — 8) 87693 / 10961 Rest 5

Gewöhnliche Probe.

Man multiplicirt den Divisor mit dem Quotienten und addirt den Rest hinzu, so muss die Summe den Dividendus geben. Man muss aber hierbei immer den Divisor zum Multiplicator machen, um nicht die in der Division begangenen Fehler auch in der Multiplication zu begehen. Z. B.

975318246 mit 9876 zu dividiren.

Divisor 9876 | 975318246 Dividendus.
Quotient 98756 | 88884

592536 — 86478
691292 — 79008
790048 — 74702
888804 — 69132
3990 — 55704
975318246 — 49380
63246
59256
3990

Neunerprobe.

Durch Addition der Ziffern und indem man 9 so oft weglässt, als es angeht, sucht man den Rest des Divisors und des Quotienten, multiplicirt sie und addirt hierzu den Rest des Divisionsrests, wodurch sich der Rest des Dividendus ergeben muss. In dem vorstehenden Beispiel ist:

Rest des Divisors	9876	3
Rest des Quotienten	98756	8
	Product	24
Rest des Divisionsrests	3990	3
		27 oder 0
Der Rest des Dividendus	975318246	ist auch 0

Neunundneunzigerprobe.

Man sucht auf die früher erklärte Art vom Divisor, Quotient und Divisionsrest den Rest durch 99, und verfährt mit ihm eben so.

Divisor	98
9876	76
	174
	1
Rest d. Divisors	75

Quotient	9
98756	87
	56
	152
	1
Rest des Quotienten	53
Rest des Divisors	75
	265
	371
	3975
	39
	114
	1
Rest des Products	15
Rest des Divisionsrests	30
Rest des Dividendus	45

Divisionsrest	39
3990	90
	129
	1
Rest des Rests	30

Dividendus	9
975318246	75
	31
	82
	46
	243
	2
Rest d. Dividend.	45

Gesetzt aber, man habe bei der obigen Division den Quotienten 99647 und den Rest 9474 gefunden, so wäre

Rest des Divisors	9876	75
Rest des Quotienten	99647	53
Rest des Products	3975	15
Rest des Rests	9474	69
	Summe	84
	Rest des Dividendus	45

Folglich ein Fehler in der Division.

Berichtigung des Fehlers in der Division.

Man multiplicirt den Divisor mit dem Quotienten und addirt den Rest hinzu.

$$
\begin{array}{lr}
99647 \times 9876 \ldots & 984113772 \\
\text{der Rest} \ldots\ldots & 9474 \\
\hline
 & 984123246 \\
\text{Der gegebene Dividendus} & 975318246 \\
\hline
\text{ist kleiner um} & 8805000
\end{array}
$$

Dividirt man diesen Ueberschuss durch den gegebenen Divisor 9876, so erhält man den Quotienten 891 und den Rest 5484. Nun geschieht die Berichtigung so:

Angeblicher Quotient	99647
Verbesserung	891
Richtiger Quotient	98756

Angeblicher Rest	9474
Verbesserung	5484
Richtiger Rest	3990

Division mit 5, 25, 125.

Mit 5 dividirt man, wenn man den Divisor doppelt nimmt und eine Stelle rechts abschneidet, welche der doppelte Rest sein wird.

$$5)\frac{87693}{17538{,}6} \quad \text{Rest } 3$$

Mit 25 dividirt man, wenn man den Divisor mit 4 multiplicirt und zwei Stellen rechts abschneidet; diese bilden den 4fachen Rest.

$$25)\frac{87693}{3507{,}72} \quad \text{Rest } 18$$

Mit 125 dividirt man, wenn man den Dividendus mit 8 multiplicirt und rechts 3 Stellen abschneidet, welche den 8fachen Rest geben.

$$\frac{87693}{701{,}544}$$

Quotient 701 Rest 68

Division mit einer Rangzahl.

Mit 10, 100, 1000 u. s. f. dividirt man eine ganze Zahl, wenn man rechts von dem Dividendus so viel Stellen abschneidet, als der Divisor Nullen hat. Hat aber der Dividendus schon ohnehin Decimalstellen, so rückt man das Decimalzeichen so viel Stellen links, als die Rangzahl Nullen hat.

$$1000)\frac{87693}{87{,}693} \qquad 1000)\frac{8769{,}3}{8{,}7693} \qquad 100)\frac{0{,}87693}{0{,}0087693}$$

Division mit 6 und 8.

Mit 6 dividirt man, wenn man von der doppelten Zahl ihren dritten Theil abzieht und den Rest mit 10 dividirt.

$$\begin{array}{rl} & 185 \text{ div. mit } 6 \\ 2) & \overline{370} \\ \tfrac{1}{3} & -\ 61{,}66 \\ & \overline{30{,}833} \end{array} \qquad \begin{array}{rl} & 396 \text{ div. mit } 6 \\ 2) & \overline{792} \\ \tfrac{1}{3} & -\ 132 \\ & \overline{66{,}0} \end{array}$$

Mit 8 dividirt man, wenn man zu der Zahl ihren vierten Theil hinzufügt und die Summe mit 10 dividirt.

$$\begin{array}{rl} & 2578 \text{ div. mit } 8 \\ \tfrac{1}{4} & +\ 644{,}5 \\ & \overline{322{,}25} \text{ oder } 322\tfrac{1}{4} \end{array}$$

Division durch ein Product mehrerer Factoren.

Man dividirt den Dividendus mit einem der Factoren, diesen Quotienten mit einem der übrigen Factoren u. s. f. Der Quotient der letzten Division ist der gesuchte. Bei jeder Division bemerkt man den Rest. Um dann den wahren Divisionsrest zu erhalten, multiplicirt man den letzten Rest mit dem vorletzten Divisor, addirt hiezu den vorletzten Rest. Diese Summe multiplicirt man mit dem zweitletzten Divisor und addirt dazu den zweitletzten Rest u. s. f. hinauf bis zum ersten Rest. Z. B. der Divisor sei 945, welcher aus den Factoren 3, 3, 3, 5, 7 besteht.

945|859607|909		
8505	3) 859607	4 mal 5 u. 2...22
9107	3) 286535 Rest 2	22 mal 3 u. 0...66
8505	3) 95511 Rest 2	66 mal 3 u. 2..200
602	5) 31837 Rest 0	200 mal 3 u. 2..602
	7) 6367 Rest 2	Der Quotient ist also 909
	909 Rest 4	und der Rest 602.

Division, wenn der Divisor etwas kleiner ist als eine Rangzahl.

Man sucht die Ergänzung des Divisors zur nächstgrössern Rangzahl und schneidet vom Dividendus rechts so viel Stellen ab, als die Rangzahl Nullen hat. Den Theil links multiplicirt man mit der Ergänzung des Divisors und setzt das Product so unter den Dividendus, dass die Endziffer des Products unter die Endziffer des Dividendus kommt. Von dieser zweiten Zahlreihe schneidet man rechts wieder eben so viel Stellen als vorhin ab und fährt so fort, bis sich links keine Zahl mehr ergiebt. Dann addirt man alles, die abgeschnittenen Stellen mitgerechnet. Was sich nun links findet, ist der Quotient, rechts der Rest. Wenn bei der Addition der höchsten Stellen, die den Rest bildeten, eine Zahl im Sinne behalten und zur niedrigsten Stelle des Quotienten addirt wurde, so muss diese ebenfalls noch mit der Ergänzung multiplicirt und dem Rest als Zuschuss beigefügt werden.

Beispiele.

9) 853768
85376.8
8537.6
853.7
85.3
8.5
8

Quotient 94862.7
3

Rest 10

Oder Quotient 94863 Rest 1

```
99) 853768
    8537·68
      85·37
         85
Quotient 8623·90
            1
      Rest 91
```

```
999) 853768
     853·768
     853
Quotient 854·621
           1
  Rest 622
```

```
98) 853768
    8537·68
    170·74
      3·40
         6
Quot. 8711·88
          2
     Rest 90
```

```
998) 853768
     853·768
       1·706
           2
Quot. 855·476
           2
    Rest 478
```

```
97) 853768
    8537·68
     256·11
       7·68
         21
Quot. 8801·68
           3
     Rest 71
```

```
997) 853768
     853·768
       2·559
           6
Quot. 856·333
           3
    Rest 336
```

```
96) 853768
    8537·68
     341·48
      13·64
         52
Quot. 8893·32
           8
     Rest 40
```

Besondere Division mit 9.

Diese ergiebt sich aus dem Vorstehenden. Man addirt alle Ziffern des Dividendus, dividirt die Summe durch 9, der Rest ist dem Divisionsrest gleich, den Quotienten addirt man mit den Ziffern des Dividendus von den Zehnern an gerechnet. Die Einer der Summe schreibt man unter die Zehner des Dividendus, die Zehner der Summe addirt man mit den Ziffern des Dividendus, von den Hunderten an gerechnet, u. s. f. Dadurch erhält man nach und nach alle Stellen des Quotienten.

853768 mit 9 zu dividiren.

Die Summe der Ziffern ist 37, mit 9 dividirt ist 1 der Divisionsrest, der Quotient 4. Nun ist die weitere Rechnung:

```
                                85376,8
                               ─────────
                                 94863
4, 6, 7, 3, 5, 8  ist 33 ───────────┘││││
3, 7, 3, 5, 8     ist 26 ────────────┘│││
2, 3, 5, 8        ist 18 ─────────────┘││
1, 5, 8           ist 14 ──────────────┘│
1, 8              ist  9 ───────────────┘
```

Besondere Division mit 96.

Sie kömmt beim russischen Münzgewichte häufig vor, wo das Pfund 96 Solotnik, der Solotnik 96 Dolei hat. Z. B.

Man soll 5468957 Dolei in Pfund und Solotnik verwandeln.

```
54689·57
 2187·56
   87·48
    3·48
      12
────────
56968·21
       8
 2276──── 29 Dolei.
   88
───────
593·32
     8
──────
593·40
```

593 Pfund 40 Sol. 29 Dolei.

Zweite Art der Division, wenn der Divisor etwas kleiner, als eine Rangzahl.

Man schneidet vom Dividendus rechts so viel Stellen ab, als die nächste Rangzahl, zu welcher sich der Divisor ergänzt, Nullen hat. Hat nun der Theil links eben so viel Stellen, als der Divisor, so schreibt man die Ergänzung des Divisors darunter und addirt. Hat der Theil links mehr oder weniger Stellen, als der Divisor, so rückt man die Einer der Ergänzung um so viel Stellen weiter links oder rechts und addirt. Der so vermehrte Theil links ist der vorläufige Quotient der Division. Man nimmt seine Ergänzung zur nächsten Rangzahl und multiplicirt sie mit der Ergänzung des Divisors. Ist dieses Product dem Theil rechts gleich, so ist der Divisionsrest 0, und der vorläufige Quotient ist der richtige. Ist das Product grösser als der Theil rechts, so zieht man den Theil rechts davon ab. Wenn die übrigbleibende Zahl durch den Divisor aufgeht, so ist der Divisionsrest wiederum 0, und den neuen Quotienten zieht man von dem vorläufigen Quotienten ab. Wenn aber jene übrigbleibende Zahl nicht aufgeht, so zieht man sie vom nächst grössern Product des Divisors ab; dieser Rest ist dann der Divisionsrest und der so gefundene Quotient, welcher um 1 grösser ist, als der vorige, wird von dem genäherten Divisionsquotienten abgezogen. Ist das Product kleiner als der Theil rechts, so wird es von demselben abgezogen, um den Divisionsrest zu geben.

Divisor 89
Dividendus 8633
8633
Ergänz. 89.....11
Quotient 97

Ergänz. 89........11
Ergänz. 97.........3
Product...........33
Theil rechts.......33
Rest 0

Divisor 997
Dividendus ...943162
943.162
Ergänz. 997...3
Quotient 946

Ergänz. 997.......3
Ergänz. 946......54
Product.........162
Theil rechts......162
Rest 0

Divisor 9989
Dividendus ...98521507
9852.1507
Ergänz. 9989..11
Quotient 9863

Ergänz. 9989.....11
Ergänz. 9863....137
Product........1507
Theil rechts 1507
Rest 0

Divisor 9
Dividendus ...853767
85376.7
Ergänz. 9...1
Vorl. Quotient 95376
— 513
Bericht. Quot..94863

Ergänz. 9.........1
Ergänz. 95376..4624
Product........4624
Theil rechts....— 7
4617
9 × 513..........4617
Divisionsrest 0

Divisor 994	Ergänz. 994 6
Dividendus . . .480102	Ergänz. 486 514
480·102	Product 3084
Ergänz. 994 . . .6	Theil rechts 102
Vorl. Quotient 486	2982
— 3	994 × 3 2982
Bericht. Quot. 483	Rest 0

Divisor 989	Ergänz. 989 11
Dividendus . . .532845	Ergänz. 543 457
532·845	Product 5027
Ergänz. 989 . .11	Theil rechts . .— 845
Vorl. Quot. . .543	4182
— 5	989 × 5 4945
Bericht. Quot. 538	Divisionsrest 763

Divisor 89	Ergänz. 89 11
Dividendus 87843	Ergänz. 988 12
878·43	Product 132
Ergänz. 89 . . .11	Theil rechts . . . .— 43
Vorl. Quot. . .988	89
— 1	89 × 1 89
Bericht. Quot. 987	Divisionsrest 0

Divisor 999	Ergänz. 999 1
Dividendus . .878569734	Ergänz. 879569·120431
878569·734	Product 120431
Ergänz. 999 . .1	Theil rechts . . . .— 734
Vorl. Quot. .879569	119697
— 120	999 × 120 119880
Bericht.Quot.879449	Divisionsrest 183

Divisor 988	Ergänz. 988 12
Dividendus . . .845326	Ergänz. 857 143
845·326	Product 1716
Ergänz. 988 . .12	Theil rechts . .— 326
Vorl. Quot. . .857	1390
—2	988 × 2 1976
Bericht. Quot. 855	Divisionsrest 586

Divisor 993
Dividendus . . .883163
883.163
Ergänz. 993. . .7
Vorl. Quot. . .890
— 1
Bericht. Quot. 889

Ergänz. 993. 7
Ergänz. 890. 110
Product 770
Theil rechts. . . .— 163
607
993 × 1. 993
Divisionsrest 386

Divisor 8
Dividendus. 776
77.6
Ergänz. 8. 2
Quotient 97

Ergänz. 8. 2
Ergänz. 97. 3
Product. 6
Theil rechts. 6
Divisionsrest 0

Divisor 89
Dividendus 623
6.23
Ergänz. 89. . . . .1.1
7.33
Quotient 7

Ergänz. 89. 11
Ergänz. 7. 3
Product. 33
Theil rechts. 33
Divisionsrest 0

Divisor 897
Dividendus 79833
79.833
Ergänz. 897. .10.3
90.133
1
Bericht. Quot. .89

Ergänz. 897. 103
Ergänz. 90. 10
Product 1030
Theil rechts. . .— 133
897
897 × 1. 897
Divisionsrest 0

Divisor 991
Dividendus 63876
63.876
Ergänz. 991. 9
64.776
Quotient 64

Ergänz. 991. 9
Frgänz. 64. 36
Product 324
Theil rechts. 776
Divisionsrest 452

Divisor	9	Ergänz. 9	1
Dividendus	8765	Ergänz. 976	24
	876·5	Product	24
Ergänz. 9	1	Theil rechts	— 5
Vorl. Quot.	976		19
	— 3	9×3	27
Bericht. Quot.	973	Divisionsrest	8

Divisor	9	Ergänz. 9	1
Dividendus	89987	Ergänz. 9998	2
	8998·7	Product	2
Ergänz. 9	1	Theil rechts	7
Quotient	9998	Divisionsrest	5

Divisor	9	Ergänz. 9	1
Dividendus	89927	Ergänz. 9992	8
	8992·7	Product	8
Ergänz. 9	1	Theil rechts	— 7
Vorl. Quot.	9992		1
	— 1	9×1	9
Bericht. Quot.	9991	Divisionsrest	8

Division, wenn der Divisor etwas grösser als eine Rangzahl ist.

Das Verfahren ist dem obigen ähnlich, nur dass, wo man dort die Ergänzung subtrahirt, man hier den Ueberschuss addirt, und umgekehrt.

Divisor	109	Ueberschuss 109	9
Dividendus	11663	Ueberschuss 107	7
	116·63	Product	63
Ueberschs. 109	— 9	Theil rechts	63
Quotient	107	Divisionsrest	0

Divisor	1124	Uebersch. 1124	124
Dividendus	1132992	Uebersch. 1008	8
	1132·992	Product	992
Uebersch. 1124	124	Theil rechts	992
Quotient	1008	Divisionsrest	0

Divisor 1157	Uebersch. 1157 . . . 157
Dividendus 1169219	Uebersch. 1012 . . . 12
1169·219	Product 1884
Uebersch. 1157 157	Theil rechts . . . — 219
Vorl. Quot. . . . 1012	1665
— 2	1157 × 2 2314
Bericht. Quot. . 1010	649

Divisor 109	Uebersch. 109 9
Dividendus . . . 119647	Uebersch. 1106 . . . 106
1196·47	Product 954
Uebersch. 109 · · 9	Theil rechts . . . . — 47
Vorl. Quot. . . 1106	907
— 9	109 × 9 981
Bericht. Quot. 1097	Divisionsrest 74

Divisor 108	Uebersch. 108 8
Dividendus 10044	Ergänz. 92 . . . . . — 8
100·44	64
Uebersch. 108 — 8	Theil rechts . . . . + 44
Vollständ. Quot. . 92	108
+ 1	108 × 1 108
Bericht. Quot. . . 93	Divisionsrest 0

Divisor 112	Uebersch. 112 12
Dividendus 14789	Uebersch. 135 35
147·89	Product 420
Uebersch. 112 . . 12	Theil rechts . . . . — 89
Vorl. Quot. . . . 135	331
— 3	112 × 3 336
Bericht. Quot. . 132	Divisionsrest 5

Zerlegung des Divisors in bequeme Theile.

Es ereignet sich öfters, dass der Divisor eine Zahl ist, welche wenig von einer andern, mit welcher die Division leicht von statten geht, unterschieden ist, wo man überdies den Rest nicht berücksichtigt, sondern nur den Quotienten bis zu einer gewissen Grenze haben will. Alsdann zerfällt man den

Divisor in diese beiden Theile und drückt den zweiten Theil als einen Bruch des ersten Theils aus. Man dividirt nun den Dividendus mit dem ersten Theil, so erhält man den Haupttheil des Quotienten. Diesen multiplicirt man mit dem obigen Bruch, so erhält man die erste Ergänzung; diese multiplicirt man mit dem nämlichen Bruch, so ergiebt sich die zweite Ergänzung u. s. f. Man addirt alle Ergänzungen zum Haupttheil des Quotienten, wenn der Divisor in eine Differenz zerfällt wurde. Wenn aber der Divisor in eine Summe zerfällt wurde, so zieht man die erste Ergänzung ab, die zweite addirt man, die dritte zieht man wieder ab, und so abwechselnd weiter. Z. B. In der russischen Münzrechnung kommt sehr oft die Division mit 405 vor, da ein Rub. Sr. 405 Dolei fein Silber enthält. Hier ist 405 gleich 400 + 5, aber 5 ist gleich $^1/_{80}$ von 400. Soll nun 538746 Dolei fein Silber durch 405 dividirt werden, so hat man folgende Rechnung:

405 / 400	538746
Haupttheil des Quot.	1346,865
1ste Ergänz. $^1/_{80}$ v. vorig.	— 16,836
	1330,029
2te Ergänz. $^1/_{80}$ v. d. vor.	+ 0,210
	1330,239
3te Ergänz. $^1/_{80}$ v. d. vor. . . .	— 2
	1330,237 od. 1330 Rub. 24 Kop. S.

Dieselbe Zahl mit 395 = 400 — 5 dividirt, giebt:

395 / 400	538746
	1346,865
	16,836
	0,210
	2
	1363,913

Ferner kommt die Division mit 27 vor, da ein Rubel Gold 27 Dolei fein Gold enthält. Hier ist 27 = 30 — 3, und 3 ist $^1/_{10}$ von 30. Sollen nun 538746 Dolei fein Gold auf Rubel Gold gebracht werden, so ist die Rechnung:

27	538746	Dolei fein Gold.
1/30 ······	17958,2	
1/10 v. vor. · ·	1795,82	
1/10 v. vor. · · ·	179,582	
	17,958	
	1,796	
	179	
	18	
	19953,55	Rubel Gold.

Neue Divisionsart, durch Ergänzung.

Man ergänzt den Divisor zur nächst grössern Rangzahl. Die einzelnen Stellen des Quotienten findet man durch die gewöhnliche Division mit dem Divisor. Statt aber den Divisor selbst mit der betreffenden Stelle des Quotienten zu multipliciren und dieses Product abzuziehen, multiplicirt man die Ergänzung des Divisors und addirt das Product. Die Summe ist dieselbe Zahl, welche man auf die gewöhnliche Art durch Subtraction gefunden haben würde, mit Ausnahme der höchsten Stelle, welche der betreffenden Stelle des Quotienten gleich ist und daher weggelassen wird. Der Hauptvortheil dieses Verfahrens besteht darin, dass man statt der Subtractionen nur Additionen zu machen hat.

	Quot. 3876925
Div. 897	3477602121
Erg. 103	309
	7866
	824
	6900
	721
	6212
	618
	8301
	927
	2282
	206
	4881
	515
	396

897 in 3477 macht 3, 3 mal 103 macht 309, 309 und 3477 macht 3786, hiervon 3, bleibt 786; 897 in 7866 macht 8, 8 mal 103 macht 824, 824 und 7866 macht 8690, hiervon 8, bleibt 690 u. s. w.

Probe.

```
3477602 121
 309
  824
   721
    618
     92 7
      2 06
       515
-----------
3876925|396
```

Zur Probe addirt man zum Dividendus die einzelnen Producte der Ergänzung, oder das Product des ganzen Quotienten mit der Ergänzung; die Summe hat links den Quotienten, rechts den Divisionsrest.

```
          |      328,707683
Div. 9996 | 3285762
Erg.    4 |  28696
          |   87042
              70740
               76800
                68280
                 83040
                  30720
                    732
```

Wenn die Ergänzung keine grosse Zahl ist, so ist es vortheilhaft, die Producte unmittelbar zu addiren, wie bei nebenstehender Division mit 9996.

Probe.

```
  328 5762......
     131483 0732
----------------
 328,707683|0732
```

```
          |     100,0500250125
Div. 9995 | 1000000
Erg.    5 |  00050000
          |     0025000
                  50100
                   12500
                    25050
                     50600
                       625
```

Eine zweite Art besteht darin, dass man den Divisor zum nächstgrössern Vielfachen einer Rangzahl ergänzt. Man multiplicirt jede Stelle des Quotienten mit der Ergänzung und addirt dieses Product. Bei der Summe zieht man von der höchsten Stelle oder von den beiden höchsten Stellen so viel ab, als das Product des Quotienten mit der höchsten Stelle derjenigen Zahl, zu welcher man ergänzt hat, beträgt.

Um die Probe zu machen, addirt man zum Dividendus das Product des Quotienten mit der Ergänzung. Von der Summe zieht man den Divisionsrest ab, so bleibt eine Zahl, welche gleich dem Product des Quotienten mit der höchsten Stelle derjenigen Zahl, zu welcher man ergänzt hat, ist.

	900	3876925
Div.	897	3477602121
Erg.	3	9

7866
24
6900
21
6212
18
8301
27
2282
6
4881
15
396

Hier ist der Divisor 897 zu 900 ergänzt, die Ergänzung also 3; 897 in 3477 macht 3, 3 mal 3 macht 9, 9 und 3477 macht 3486, von 34 geht ab 9 mal 3 od. 27, bleibt 786; 897 in 7866 macht 8, 8 mal 3 macht 24, 24 und 7866 macht 7890, von 78 geht ab 9 mal 8 oder 72, bleibt 690 u. s. w.

Probe.

3477602121
11630775
— 396
34892325

Abgekürzt:

	900	3876925,44147
Div.	897	3477602121
Erg.	3	7866

6900
6212
8301
2282
4881
3960
3720
1320
4230
6420
241

Probe.

34776021 21,
116307 76,32441
— 141
34892328,97 323

	400	0,002915451895
Div.	343	1,000
Erg.	57	114
		3140
		513
		530
		57
		1870
		285
		1550
		228
		1780
		285
		650
		57
		3070
		456
		3260
		513
		1730
		285
		15

Probe.

1,000000000000
20408163265
14577259475
— 15
0,011661807580

Um die Richtigkeit der Operationen bei einer grossen Division noch mehr zu sichern, verbindet man sie mit der Bildung einer Tafel der Vielfachen der Ergänzung. Z. B. Es sind 118′209024 rheinländische Fuss gleich 121′724837 russische Fuss; man soll den rheinländischen Fuss in Theilen des russischen ausdrücken und muss daher mit der kleinern Zahl in die grössere dividiren:

	118209024
1	881790976
2	1763581952
3	2645372928
4	3527163904
5	4408954880
6	5290745856
7	6172536832
8	7054327808
9	7936118784

102974234014486
121724837. . . . .
881790976. . . . .
351581300. . . . .
1763581952. . . . .
1151632520. . . . .
7936118784. . . . .
877513040. . . . .
6172536832. . . . .
500498720. . . . .
3527163904. . . . .
276626240. . . . .
1763581952. . . . .
402081920. . . . . . .
2645372928. . . . . . .
474548480. . . . . .
3527163904. . . . . .
171238400. . . .
881790976. . . .
530293760. . .
3527163904. . .
574576640. .
3527163904. .
1017405440.
7054327808.
717332480
5290745856
8078336

Probe:

	121724837
1	881790976
02	.1763581952
9	. .7936118784
7	. . .6172536832
4	3527163904
2	. . . . .176358195 2
3	. . . . . .26453729 28
4	. . . . . . .3527163 904
01	. . . . .8817 90976
4	. . . . .3527 163904
4	. . . . .352 7163904
8	. . . . .70 54327808
6	. . . . .5 290745856
	102974234014486,008078336

Division bei Decimalzahlen.

Hat der Divisor eben so viele Decimalstellen als der Dividendus, so löscht man in beiden das Decimalzeichen weg und dividirt dann.

Wenn der Divisor mehrere Decimalstellen bei sich hat, der Dividendus aber keine oder weniger Decimalstellen als der Divisor, so setzt man dem Dividendus so viel Nullen rechts an, bis er eine gleiche Anzahl Stellen wie der Divisor hat, und lässt dann in beiden die Decimalzeichen weg. Hat aber der Dividendus mehr Decimalstellen als der Divisor, so rückt man sein Decimalzeichen so viel Stellen weiter rechts, als der Divisor hat, und lässt dann das Decimalzeichen im Divisor weg.

Divisor	32,75	3275	
Divid.	88,17	8817	2,6 . . . Quotient.
		6550	
		22670	
		19650	

Divisor	32,75	3275	
Divid.	158	15800	4,8 . . . Quotient.
		13100	
		27000	
		26200	

Divisor	32,75	3275	
Divid.	358,3	35830	10,9 . . . Quotient.
		3275	
		30800	
		29475	

Divisor	32,75	3275	
Divid.	56,3307	5633,07	1,72 . . . Quotient.
		3275	
		23580	
		22925	
		6557	
		6550	

Division mit einer vielfachen Rangzahl.

Man lässt alle Nullen weg und rückt im Dividendus das Decimalzeichen um so viel Stellen weiter links.

Divisor	32000	32	
Divid.	285526	285,526	8,92 . . . Quotient.
		256	
		295	
		288	
		72	

Division eines Decimalbruchs mit einer ganzen Zahl.

Man setzt jede Ziffer des Quotienten in diejenige Decimalstelle, welche der Decimalstelle des Dividendus, unter welche man das Product der Einer des Divisors setzt, entspricht.

Divisor 859	0,000004408 . . Quotient.
Dividendus	0,003786542
	3436
	3505
	3436
	6942
	6872

Verwandlung eines Quotienten in einen Decimalbruch.

Will man bei der Division einer kleinern Zahl durch eine grössere ganze Zahl den Quotienten in Decimalstellen berechnen, so macht man, wenn der Dividendus keine Decimalstellen hat, rechts von den Einern desselben das Decimalzeichen und setzt nun eine hinreichende Anzahl Nullen an. Hat der Dividendus ohnehin schon Decimalstellen, so setzt man denselben, wenn es nöthig ist, rechts noch Nullen an. In beiden Fällen befolgt man in Rücksicht der Decimalstellen des Quotienten die obige Regel.

Divisor 859	0,00349 . . . Quotient.
Dividend. 3	3,00000
	2577
	4230
	3436
	7940

Divisor 86	0,038 . . . Quotient.
Divid. 3,27	3,270 . .
	258
	690
	688

Wenn im Dividendus ein periodischer Decimalbruch ist.

Statt rechts Nullen anzusetzen, muss man diejenigen Zahlen ansetzen, welche die Periode des Decimalbruchs bilden.

Divisor	86	0,0426 . . . Quotient.
Divid.	$3^2/_3$	3,6666 . . .
		344
		226
		172
		546
		516

Wenn im Divisor eine grade Decimalstelle vorkommt.

Hat der Divisor 2, 4, 6 oder 8 Zehntel bei sich, so verwandelt man ihn durch Multiplication mit 5 in eine ganze Zahl ohne Decimalbruch. Dann muss auch der Dividendus mit 5 multiplicirt werden.

Divisor	8,4	42 . . . 0,357 . . . Quotient.
Divid.	3	15 15,00
		126
		240
		210

Wenn im Divisor ein periodischer Decimalbruch vorkommt.

Hat der Divisor einen periodischen Decimalbruch bei sich, wo die 3 oder 6 immer wiederkehrt, so schafft man ihn durch Multiplication mit 3 weg. Kehrt eine andere Ziffer wieder, z. B. 2, 4, 5, 7, 8, . . . so multiplicirt man mit 9. Kehrt die 9 immer wieder, so setzt man statt dieses periodischen Decimalbruchs ein Ganzes.

Divisor	4,333 . . .	13 . . . 3,46 . . . Quotient.
Divid.	15	45 45
		39
		60
		52
		80

Divisor	5,666 . . .	17 . . .	0,352 . . . Quotient.
Divid.	2	6	6,0
			51
			90
			85
			5

Divisor	3,777 . . .	34 . . .	2,11 . . . Quotient.
Divid.	8	72	72
			68
			40
			34
			60

Statt 3,999 . . . setzt man 4
Statt 5,999 . . . setzt man 6
Statt 0,1999 . . setzt man 0,2 u. s. f.

Kehrt in dem Decimalbruch eine Periode von 2, 3, oder mehr Stellen wieder, so schafft man ihn durch Multiplication mit 99,999 u. s. w. weg. Das Resultat ergiebt sich ganz einfach dadurch, dass man den nichtperiodischen Theil und die erste Periode als eine ganze Zahl ansieht und hiervon den nichtperiodischen Theil abzieht. Z. B.

3,5656 . . . giebt 356
— 3
also 3,565656 . . . mal 99 gleich 353

2,875875 . . . giebt 2875
— 2
also 2,875875875 . . . mal 999 gleich 2873

Kürzer ist es jedoch, einen solchen periodischen Decimalbruch im Divisor beizubehalten; auch eben so genau, wofern man nur die bei der Multiplication periodischer Decimalbrüche gegebenen Regeln befolgt.

Quotient	0,004034
Divisor	8,427427...
Divid.	0,034
	33709709...
	29029029...
	25282282...
	37467467
	33709709
	3757757

Abgekürzte Division mit einer Decimalzahl.

Wenn der Divisor viele Decimalstellen enthält, der Quotient aber nur auf eine bestimmte Anzahl von Decimalstellen berechnet werden soll, so kann man die verkürzte Division anwenden, wo man bei jeder neuen Multiplication mit einer höhern Stelle des Divisors anfängt. Z. B.

Wie viel französische Liter enthält ein russisches Tschetwert? Da nach meiner Bestimmung (Rechenbuch II. 296), das Meter 39,3705 engl. Zoll, also das Cubikmeter 61025,703 engl. Cbz. und das neue russ. Tschetwert (Rech. II. 254) 12809,6948 engl. Cbz. so ist

der Divisor	61,025703	
der Dividendus	12809,6948	
	12205 1406	209,90655
	604 5542	
	549 2313	
	55 3229	
	54 9231	
	3998	
	3662	
	336	
	305	
	31	
	31	

Das Tschetwert enthält also Liter 209,90655.

Erleichterung der Division wenn der Divisor eine vielstellige Zahl ist.

Man bildet durch Addition eine Tafel der Vielfachen des Divisors.

Beispiel.

Man soll	1,8171205	9283213	9658891
dividiren mit	1,4645918	8756152	3263020

1	1,4645918	8756152	3263020
2	2,9291837	7512304	6526040
3	4,3937756	6268456	9789060
4	5,8583675	5024609	3052080
5	7,3229594	3780761	6315100
6	8,7875513	2536913	9578120
7	10,2521432	1293066	2841140
8	11,7167351	0049218	6104160
9	13,1813269	8805370	9367180

Dividendus	1,8171205	9283213	9658891
Quotient			
1	1,4645918	8756152	3263020
2	2929183	7751230	4652604
4	585836	7550246	0930521
07	10252	1432129	3066284
009	13	1813269	8805371
Rest..	 1	1980185	8941091
8	1	1716735	1004922
1		146459	1887562
7		102521	4321293
9		13181	3269881
8		1171	6735100
8		117	1673510
Rest..	....	....	..48823
0003			43938
3			4394
3			439
3			44
6			8
Rest..	....	....	0
Quotient	1,2407009	8179880	0033336

Division benannter Zahlen.

Wenn eine in benannten Zahlen ausgedrückte Grösse dividirt werden soll, so kann man entweder alles auf die kleinste Benennung bringen, und dann die Division machen, worauf man den Quotienten wieder auf die grössern Benennungen zu bringen hat; oder man kann auch zuerst die Zahl der grösten Benennung dividiren, den Rest zur nächst kleinern Benennung hinzufügen, dann diese Summe dividiren u. s. f. Z. B.

Was ist der 17te Theil des Kreisumfangs in Graden, Minuten, Secunden?

```
   360° 0′ 0″
   21600′
17 | 1296000″ | 76235⁵/₁₇ Sec.
     119         1270′ 35⁵/₁₇″
     ---
     106         21° 10′ 35⁵/₁₇″
     102
     ---
       40
       34
       --
        60
        51
        --
         90
         85
         --
          5
```

Andere Art.

```
17 | 360° 0′ 0″
     34
     --
     20       17 | 180′      17 | 600″
     17            17              51
     --            --              --
      3            10              90
     60            60              85
     --            --              --
    180′          600″              5

  21° 10′ 35⁵/₁₇″
```

21 Pud 38 Pfund 87 Solotnik 12löthiges Silber haben den Werth von 15000 Silberrubeln, das legirte Kupfer nicht gerechnet, wie viel solches Silber kann man für 1000 Silberrubel kaufen oder wie viel wiegen 1000 Silberrubel der Kaiserin Katharina II.?

```
15 | 21 Pud | 1 Pud.        15 | 278 Pf. | 18        15 | 855 | 57
     15                          128                      105
     --                          ---                      105
40)  6 Pud.                 96)   8 Pf.                   ---
    240 Pfund.                   768 Sol.
     38  „                        87  „
    ---                          ---
    278  „                       855  „
```

Facit 1 Pud 18 Pfund 57 Solotnik.

Division auf dem Rechenbret.

Man schreibt durch Kugeln den Dividendus auf die untern Drähte, den Quotienten auf die obern Drähte, den Divisor behält man im Sinn. Man multiplicirt nun mit der höchsten Stelle des Quotienten die höchste Stelle des Divisors, dann die nächst niedrigere, u. s. w., und zieht die jedesmaligen Producte ab. Eben so verfährt man mit den folgenden Stellen des Quotienten.

1 Pud 18 Pfund kostet 39,70 R. B., was kostet 1 Pfund? Hier ist der Divisor, den man im Sinn behält, 58 Pfund, der Dividendus, den man hinschreibt, 3970 Kop. Die Rechnung ist:

3970 | 68,4
6 mal 5 ist 30, bleibt 970
6 mal 8 ist 48, bleibt 490
8 mal 5 ist 40, bleibt 90
8 mal 8 ist 64, bleibt 260
4 mal 5 ist 20, bleibt 60
4 mal 8 ist 32, bleibt 28

Fin Pfund kostet also 68,4 Kop.

Der Silbercours ist 27,75, was ist der Bancocours?

1000000 | 360,36
3 mal 2 ist 6, bleibt 4000
3 mal 7 ist 21, bleibt 1900
3 mal 7 ist 21, bleibt 1690
3 mal 5 ist 15, bleibt 16750
6 mal 2 ist 12, bleibt 4750
6 mal 7 ist 42, bleibt 550
6 mal 7 ist 42, bleibt 130
6 mal 5 ist 30, bleibt 10000

Nun kehrt die vorige Rechnung wieder. Für 100 Rubel Silber erhält man also 360,36 Rubel Banco.

46535 mit 13 zu dividiren.

46535 | 3579
3 mal 1 ist 3, bleibt 16535
3 mal 3 ist 9, bleibt 7535
5 mal 1 ist 5, bleibt 2535
5 mal 3 ist 15, bleibt 1035
7 mal 1 ist 7, bleibt 335
7 mal 3 ist 21, bleibt 125
9 mal 1 ist 9, bleibt 35
9 mal 3 ist 27, bleibt 8

Der Quotient ist also 3597, und der Rest 8.

Erleichterung der Division durch solche Divisoren, welche bei der Eintheilung benannter Zahlen vorkommen.

Divisor 4.

Man multiplicirt mit $2\frac{1}{2}$ oder mit 25.

	3,878		3,879
2	7756	2	7758
$\frac{1}{2}$	1939	5	19395
	0,9695		0,96975

Divisor 8.

Man multiplicirt mit $1\frac{1}{4}$, oder $12\frac{1}{2}$, oder 125.

	5,879		5,879
$\frac{1}{4}$	146975	2	11758
	0,734875	$\frac{1}{2}$	29395
			0,734875

Divisor 16.

Man multiplicirt mit $6\frac{1}{4}$, oder $62\frac{1}{2}$, oder 625.

	11,879		11,879
6	71274	6	71274
$\frac{1}{4}$	296975	2	23758
	0,7424375	$\frac{1}{2}$	59395
			0,7424375

Divisor 32.

Man multiplicirt mit $3\frac{1}{8}$, oder $31\frac{1}{4}$, oder $312\frac{1}{2}$, oder 3125.

	28,879		28,879
3	86637	30	86637
$\frac{1}{8}$	3609875	$\frac{1}{4}$	721975
	0,90246875		0,90246875

Divisor 64.

Man multiplicirt mit $15\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$, oder $1\frac{1}{2}$ $\frac{1}{20}$ $\frac{1}{80}$.

	62,879
$\frac{1}{2}$	314395
$\frac{1}{20}$	314395
$\frac{1}{80}$	7859875
	0,982484375

Divisoren 5, 50, 500 u. s. w.

Man multiplicirt mit 2.

Divisor	5	50	500
Dividendus	3,879	43,879	328,879
2	0,7758	0,87758	0,657758

Divisoren 25, 250, 2500 u. s. w.

Man multiplicirt mit 4.

Divisor	25	250,
Dividendus	16,879	113,879
4	0,67516	0,455516

Divisor 6.

Man multiplicirt mit $1\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$.

	5,879
$\frac{1}{3}$	1959666..
$\frac{1}{3}$	1959666..
	0,9798333

Divisor 12.

Man multiplicirt mit $8\frac{1}{3}$.

	11,879
8	95032
$\frac{1}{3}$	3959666..
	0,98991666

Divisor 24.

Man multiplicirt mit $4\frac{1}{6}$ oder $41\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$.

	21,879
40	87516
$\frac{1}{3}$	7293
$\frac{1}{3}$	7293
	0,911625

Divisor 48.

Man multiplicirt mit $208\frac{1}{3}$.

	42,879
200	85758
8	343032
$\frac{1}{3}$	14293
	0,8933125

Divisor 96.

Man multiplicirt mit $104\frac{1}{6}$ oder $1041\frac{1}{3}\ \frac{1}{3}$.

	85,879
4	343516
$\frac{1}{6}$	14313166..
	0,8945729166

1	85,879
40	343516
1000	85879
$\frac{1}{3}$	2862633..
$\frac{1}{3}$	2862633..
	0,8945729166..

Divisor 192.

Man multiplicirt mit $5208\frac{1}{3}$.

	127,879
5	639395
2	255758
08	1023032
$\frac{1}{3}$	4262633..
	0,66603645833..

Divisor 9216.

Man multiplicirt mit $108\ \frac{1}{2}\ \frac{1}{144}$.

	85,879
08	687032
$\frac{1}{2}$	429395
$\frac{1}{16}$	(53674375)
$\frac{1}{144}$	5963819444..
	0,00931846788819444..

Divisor 999.

Man rückt den Dividendus fortwährend um 3 Stellen weiter rechts.

28,879
28879
28...
0,028907907

374,8765
3748765
3748765
3748
3
0,3752517517517...

Divisor 9.

Man multiplicirt mit 111 und dividirt mit 999.

8,87923
887923
887923
98559453
98559
98
0,98658111..

Divisor 18.

Man multiplicirt mit 555 und dividirt mit 999.

1,6879
84395
84395
84395
9367845
9367
9
0,09377222

Divisor 36.

Man multiplicirt mit 2 ⅓ ⅓ $\frac{1}{9}$. Oder man multiplicirt mit 2775 und dividirt mit 999.

	14,879		14,879
2	29758	2	29758
⅓	495966..	7	104153
⅓	495966..	7	104153
$\frac{1}{9}$	165322..	5	74395
	0,4133055..		41289225
			41289
			41
			0,41330555..

Dieses Verfahren lässt sich bei der Verwandlung von RB in RS zum Cours von 360 anwenden.

Divisor 72.

Man multiplicirt mit 13 ⅓ ⅓ $^1/_9$ $^1/_9$.

	61,879
3	185637
⅓	2062633..
⅓	2062633..
$^1/_9$	687544..
$^1/_9$	687544..
	0,85943055 .

Divisor 144.

Man multiplicirt mit 69 ⅓ $^1/_9$.

	28,879
6	173274
9	259911
⅓	962633..
$^1/_9$	320877..
	0,200548611..

Divisor 45.

Man multiplicirt mit 2 und dividirt mit 9. Oder man multiplicirt mit 222 und dividirt mit 999.

	38,879	38,879
2	77758	77758
⅓	2591933	77758
	0,863977..	77758
		8631138
		8631
		8
		0,8639777..

Divisor 11.

Man multiplicirt mit 9 und dividirt mit 99.

10,8795
108795
979155
979155
9791
97
0,98904545

Divisor 101.

Man multiplicirt mit 99 und dividirt mit 9999.

86,879
86879
8601021
8601021
860
0,86018811881 . . .

Divisor 1001.

Man multiplicirt mit 999 und dividirt mit 999999.

823,879
823879
823055121
823055121
823 . .
0,823055944055944

Divisor 27.

Man multiplicirt mit 37 und dividirt mit 999.

16,879
3 50637
7 118153
624523
624523
624
0,625148148 . .

Divisor 54.

Man multiplicirt mit 185 und dividirt mit 999.

46,879
8 375032
5 234395
8672615
8672615
8672
8
0,8681296296 . . .

Divisor 108.

Man multiplicirt mit $9\frac{1}{4}$ und dividirt mit 999.

	78,877
9	709893
$\frac{1}{4}$	1971925
	72961225
	72961225
	72961
	72
	0,73034259259..

Divisor 216.

Man multiplicirt mit 4 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{8}$ und dividirt mit 999.

	63,877
4	255508
$\frac{1}{2}$	319385
$\frac{1}{8}$	7984625
	295431125
	295431125
	295431
	295
	0,295726851851

Divisor 7.

Man multiplicirt mit 14 und dividirt mit 98. Oder man multiplicirt mit 143 und mit 999 und dividirt mit 999999.

	5,28943
4	2115772
	7405202
02	14810404
02	296208
02	5924
02	118
02	2
	0,755632857

	5,28943
4	2115772
3	1586829
	75638849
	75638849
	75563210151
	75563210151
	75563
	0,755632857142857 14

Divisor 35.

Man multiplicirt mit 286 und 999 und dividirt mit 999999.

26,84273
2 5368546
8 21474184
6 16105638
767702078
767702078
766934375922
766934375922
766934
0,766935142857142857

Dieses Verfahren lässt sich bei der Verwandlung von RB in RS zum Cours von 350 anwenden.

Divisor 49.

Man multiplicirt mit 2 und dividirt mit 98. Oder man multiplicirt mit 204 und dividirt mit 9996. Oder man multiplicirt mit 20408 und dividirt mit 999992 u. s. w.

5,28943
1057886
2115772
42315
846
17
0,107947551

5,28943
1057886
2115772
107904372
431617488
1726469952
690587
276
0,1079475510204816

5,28943
1057886
2115772
4231544
10794668744......
86357349952.....
690858799616......
5526870396928
44214963
353
0,10794755102040816326530612245

Divisor 81.

Man multiplicirt mit $12\frac{1}{3}$ und dividirt mit 999. Oder man multiplicirt mit 12345679 und dividirt mit 999999999.

76,879
2 153758
$\frac{1}{3}$ 256263333333
9481743333333
9481743333
9481743
9481
9
0,9491234567901

76,879
153758
230637
307516
384395
461274
538153
691911
949123455841
949123455841
949
0,94912345679012345679 0

Divisor 324.

Man multiplicirt mit $3\frac{1}{12}$ und dividirt mit 999, oder man multiplicirt mit 308641975 und dividirt mit 999999999.

267,879
3 803637
$\frac{1}{4}$ (6696975)
$\frac{1}{12}$ 2232325
82596025
82596
82
0,82678703

267,879
803637
2143032
1607274
1071516
267879
2410911
1875153
1339395
82678703621025
82678
0,82678703703703

Divisor 864.

Man multiplicirt mit 1 $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{32}$ oder mit 11 $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{16}$ und dividirt mit 999.

792,879	792,879
$\frac{1}{8}$ 99109875	792879
$\frac{1}{32}$ 2477746875	$\frac{1}{2}$ 3964395
91676634375	$\frac{1}{16}$ 495549375
91676634	91676634375
91676	91676634
91	91676
0,91768402777	91
	0,91768402777

Einige Eigenschaften der ganzen Zahlen.

Kennzeichen der graden und ungraden Zahlen.

Eine ganze Zahl ist grade, d. h. sie lässt sich mit 2 ohne Rest theilen, wenn sich ihre Endziffer mit 2 ohne Rest theilen lässt, d. h. 0, 2, 4, 6, 8 ist. Z. B. 24,38.

Eine ganze Zahl ist ungrade, d. h. sie giebt mit 2 getheilt einen Rest, wenn ihre Entziffer ungrade, also 1, 3, 5, 7, 9 ist. Z. B. 79,85.

Theilbarkeit einer Zahl durch 5, 25, 125, u. s. f., oder durch 2, 4, 8 u. s. f.

Jede ganze Zahl, deren niedrigste Stelle 0 oder 5 ist, lässt sich mit 5 theilen, z. B. 15, 20 u. s. f. Alle übrigen lassen sich nicht durch 5 theilen.

Die Theilbarkeit einer ganzen Zahl durch 2 oder 5 hat also ein gemeinschaftliches Kennzeichen, nämlich, dass sich die niedrigste Stelle durch 2 oder 5 theilen lassen muss. Dieses beruht darauf, dass 2 mal 5 zum Product 10 giebt.

Aus gleichem Grunde hat die Theilbarkeit durch 4 und 25 ein gemeinschaftliches Kennzeichen, nämlich dass sich die aus den beiden niedrigsten Ziffern bestehende Zahl durch 4 oder 25 theilen lassen muss, also:

Durch 4, wenn die Endziffern 00, 04, 08, 12, 16, 20, 24, 28. . . sind.

Durch 25, wenn die Endziffern 00, 25, 50, 75 sind.

Eben so ist eine ganze Zahl durch 8 oder 125 theilbar, wenn die aus den drei Endziffern bestehende Zahl durch 8 oder 125 theilbar ist. Den Rest einer grössern durch 2 oder 5, 4 oder 25, 8 oder 125 zu theilenden Zahl erkennt man bloss aus dem Rest, den im ersten Fall die Endziffer, im zweiten die beiden, im dritten die drei Endziffern geben u. s. f.

Primzahlen oder Stammzahlen.

Primzahlen sind solche ganze Zahlen, welche sich durch keine andern als durch sich selbst und durch 1 theilen lassen. Alle übrigen ganzen Zahlen sind theilbare Zahlen und entstehen aus der Multiplication von zwei oder mehreren gleichen oder ungleichen Primzahlen. Die ersten Primzahlen der Ordnung nach sind 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 u. s. f. Die Untersuchung der Eigenschaften der Primzahlen macht einen Gegenstand der höhern Arithmetik aus. Bis jetzt sind noch keine allgemeinen Kennzeichen aufgefunden worden, wodurch man mit Sicherheit bestimmen könnte, ob eine vorgegebene grössere Zahl eine Primzahl oder eine theilbare Zahl sei, sondern man muss dieses durch unmittelbare Division mit kleinern Primzahlen entscheiden, wenn man nicht Tafeln oder Verzeichnisse von Primzahlen zur Hand hat. Vega hat bis 102000 sowohl die Primzahlen als auch die Factoren der theilbaren Zahlen, von 102000 bis 400000 die Primzahlen allein, berechnet. Chernac hat 1811 die Primzahlen bis 1'020000, und Burkhardt bis zur 3ten Million berechnet.

Theilbarkeit durch 3 und 9.

Eine Rangzahl mit 3 oder 9 dividirt giebt immer den Rest 1. Wenn also die Summe der Ziffern einer Zahl durch 3 oder 9 theilbar ist, so ist die Zahl selbst auch durch 3 oder 9 theilbar. Giebt die Summe der Ziffern durch 3 oder 9 einen Rest, so giebt die Zahl selbst den nämlichen Rest. Hierauf beruht die Dreiprobe und Neunerprobe: 27855, Summe der Ziffern 27, geht auf mit 3 und 9. 26855, Summe der Ziffern 26, also Rest mit 3...2, Rest mit 9...8.

Am kürzesten verfährt man bei dieser Addition, wenn man 3 oder 9 so oft weglässt als es angeht. Z. B. 36745; hier sagt man 3 und 6 giebt 9, geht weg, 4 und 5 giebt 9, geht weg; also bleibt 7 als Divisionsrest durch 9.

Eine Zahl, die durch 3 oder 9 theilbar ist, bleibt es, wie man auch ihre Ziffern vertauschen mag. Z. B. 765 ist durch 9 theilbar, also auch 567, 675 u. s. f.

Wenn zwei Zahlen aus den nämlichen Ziffern, aber in beliebiger Versetzung bestehen, so ist ihr Unterschied durch 9 theilbar. Z. B. 35608 und 30856. Der Unterschied 4752 ist durch 9 theilbar.

Theilbarkeit durch 6.

Den Divisionsrest einer Zahl durch 6 erfährt man, wenn man alle höhere Ziffern, mit Ausnahme der Endziffer, addirt, davon 6 so oft weglässt als es angeht, die nachbleibende Zahl doppelt nimmt, hiervon wieder 6 so oft als es angeht weglässt, was nachbleibt von der Endziffer abzieht, zu welcher man nöthigenfalls noch 6 addirt.

Z. B. 385679. — Die Ziffern 3, 8, 5, 6, 7, addirt, geben 29, lässt man 24 weg, bleibt 5. Nimmt man diese Zahl doppelt, kommt 10, lässt man 6 weg, bleibt 4, zieht man 4 von der Endziffer 9 ab, bleibt 5 als Divisionsrest von 385679.

Eine jede Zahl, die durch 6 theilbar ist, bleibt es, wie man auch die Ziffern, mit Ausnahme der Endziffer, vertauschen mag. Z. B. 385674 ist durch 6 theilbar, also 837654, 765384 u. s. f.

Theilbarkeit einer Zahl durch einen gegebenen Divisor.

Um die Regeln für die Theilbarkeit in Bezug auf einen gegebenen Divisor zu finden, verfährt man folgender Maassen. Man sucht die Reste, welche die Rangzahlen durch diesen Divisor geben. Mit diesen Resten multiplicirt man die Stellen des Dividendus, von der Endziffer angefangen, und addirt die Producte. Man kann anch mit den Ergänzungen der Reste zum Divisor multipliciren und diese Producte abziehen.

Theilbarkeit durch 11 oder 99.

	...1000	100	10	1
Reste durch 11 oder 99.....	10	1	10	1
Ergänzung gegen 11	1		1	

Um also die Theilbarkeit oder den Rest einer Zahl durch 11 oder 99 zu finden, theilt man sie in Classen von 2 Stellen von der Rechten zur Linken ab, addirt diese Classen, verfährt mit den Summen eben so, bis man zuletzt auf eine zweistellige Zahl kommt. Z. B.

$$\begin{array}{lr} & 7\\ 73856782054\ldots\ldots\ldots & 38\\ & 56\\ & 78\\ & 20\\ & 54\\ \cline{2-2} & 253\\ & 2\\ \cline{2-2} & 55\end{array}$$

Die obige Zahl durch 11 oder 99 dividirt, giebt also denselben Rest als 55, d. h. sie ist durch 11 theilbar, durch 99 aber giebt sie den Rest 55. Aus den obigen Ergänzungen findet sich für 11 noch folgende einfachere Regel. Man addirt, von der Endziffer an gerechnet, die ungraden Stellen für sich und die graden Stellen für sich, wobei man 11, so oft es angeht, weglassen kann. Die zweite Summe zieht man von der ersten ab, so erhält man den Rest. In dem vorigen Beispiel ist die Summe der ungraden Stellen 33 oder 0,
Summe der graden Stellen......22 oder 0,
also die Zahl mit 11 theilbar.

Hieraus folgt die Theilbarkeit einer zweistelligen Zahl durch 11, wenn beide Ziffern gleich sind; 22, 33 u. s. f.; einer dreistelligen, wenn die Summe der äussern Ziffern der mittleren Ziffer gleich, oder um 11 grösser ist; 352, 429 u. s. f.

Wenn die beiden äussern Ziffern einer Zahl einander gleich sind und sich zwischen ihnen 2, 4, 6., .8...Nullen befinden, so ist diese Zahl durch 11 theilbar. Z. B. 4004, 800008 u. s. f.

Wenn zwei Zahlen, die eine grade Anzahl Ziffern in umgekehrter Ordnung haben, addirt werden, so ist die Summe durch 11 theilbar. Z. B. 5487 und 7845, geben die Summe 13332, welche durch 11 theilbar ist.

Wenn bei zwei Zahlen, die eine ungrade Anzahl Stellen in umgekehrter Ordnung haben, die kleinere von der grösseren subtrahirt wird, so ist der Rest durch 99 theilbar. Z. B. 54687 von 78645 bleibt 23958, welches durch 99 theilbar ist.

Theilbarkeit, wenn der Divisor aus mehrern 1 oder 9 besteht.

Man theilt die Zahl, deren Theilbarkeit durch solche Divisoren untersucht werden soll, von der Endziffer an gerechnet, in Classen, zu so viel Stellen als der Divisor Stellen hat, und addirt die Classen. Mit der Summe verfährt man ebenso und bringt dadurch die Untersuchung auf eine Zahl von so viel Stellen als der Divisor hat. Dadurch erhält man nun ein leichteres Mittel, die Theilbarkeit einer Zahl durch eine andere, die zu den Factoren von 111, 1111 u. s. f. gehört, zu erkennen. Es ist nämlich:

111	das Product von	3, 37
1111	....	11, 101
11111	....	41, 271
111111	....	3, 7, 11, 13, 37.

Folglich erhält man hierdurch die Kennzeichen der Theilbarkeit einer Zahl durch 7, 13, 37, 41, 101, 271 u. s. f. Z. B.

Welchen Rest giebt 35892100579 durch 7?
Man addirt.............35892

136471
7) Rest 6

Welchen Rest giebt 35892100579 durch 41?
Man addirt.............58921
und 3

59503
41) Rest 12

Theilbarkeit einer Zahl durch 101, 1001, 10001 u. s. f.

Man theilt die Zahl von der Rechten zur Linken in Classen, deren jede eine Stelle weniger hat, als der Divisor, also 2 Stellen bei 101, 3 Stellen bei 1001, u. s. w., zieht die Summe der graden Classen von der Summe der ungraden ab, welche man nöthigenfalls um ein Vielfaches des Divisors vergrössert. Z. B. die Reste von 356789723856 durch 101 und 1001 zu finden:

38	56	723	856
89	72	356	789
35	67	1079	1645
162	195		1079
	162	Durch 1001 : Rest 566	
Durch 101 : Rest 33			

Oder man zieht jede Ziffer, von der höchsten an gerechnet, bei 101 von der zweitfolgenden, bei 1001 von der drittfolgenden, u. s. f. ab.

356789723856	3 von 6 bleibt 3
3257152333	5 von 7 bleibt 2
Durch 101 : Rest 33	3 von 8 bleibt 5
356789723856	2 von 9 bleibt 7
433290566	u. s. f.
Durch 1001 : Rest 566	

Theilbarkeit durch 7, 13 u. s. w.

Da sich aus den Factoren 7, 11, 13, das Product 1001 bildet, folglich 1001 durch 7, 11, 13, 77, 91, 143, theilbar ist, so braucht man nur, um die Theilbarkeit einer Zahl durch einen der obengenannten Divisoren zu erfahren, auf die obige Art den Rest der Zahl durch 1001 zu bestimmen. Dieser Rest wird nicht mehr als drei Stellen haben, und kann nun leicht weiter untersucht werden. Z. B.

356789723856 giebt durch 1001 den Rest 566, also

durch	7	den Rest	6
„	11	„ „	5
„	13	„ „	7
„	77	„ „	27
„	91	„ „	20
„	143	„ „	137

98864197619187

619	187
864	197
	98
1483	482
1001	

Summe der graden Classen . . . 482

Summe der ungraden Classen 482

Durch 1001 : Rest 0

Die Zahl 98864197619187 ist also durch 7, 11, 13, 77, 91, 143, theilbar.

125813 . . . . Summe der ungraden 813
Summe der graden . . 125
7) 688
125813 giebt durch 7 den Rest 2

Wenn eine Zahl auf diese Weise auf eine andere von nicht mehr als drei Stellen gebracht ist und in Bezug auf die Theilbarkeit durch 7 geprüft werden soll, so kann man auch, da die Reste von 1, 10, 100, durch 7 : 1, 3, 2, sind, die Endziffer mit 1, die zweite mit 3, die dritte mit 2 multipliciren und die Producte addiren. Der Rest, den diese Summe durch 7 giebt, ist eben so gross als der Rest der vorangegebenen Zahl. Z. B. 895.

1 mal 5 ist 5
3 mal 9 oder 2 ist 6
2 mal 8 oder 1 ist 2
13
7
895 hat durch 7 den Rest 6

Es giebt noch eine andere Art, die Theilbarkeit einer Zahl durch 7 zu erkennen, welche darauf beruht, dass die Ergänzung von 7 zu 10 3 ist. Man multiplicirt die Anfangsziffer mit 3 und addirt die nächst niedrigere hinzu. Diese Summe multiplicirt man wieder mit drei und addirt die nächst niedrigere hinzu u. s. w. Es versteht sich, dass man 7 so oft weglässt, als es angeht.

Z. B. die Zahl 543 ist 540 und 3. Untersucht man 54, nämlich 50 und 4, so ist 10 gleich 7 und 3, also der Rest von 50 so gross als der Rest von 5 mal 3, mithin der Rest von 54 gleich dem Rest von 5 mal 3, plus 4, also gleich 5. Folglich den Rest von 543 gleich dem Rest von 53 u. s. w.

125813. Hier heisst es: 3 mal 1, und 2, giebt 5
3 mal 5, und 5, ist 20, 14 ab . . . 6
3 mal 6, und 8, ist 26, 21 ab . . . 5
3 mal 5, und 1, ist 16, 14 ab . . . 2
3 mal 2, und 3, ist 9, 7 ab . . . 2

Der letzte Rest 2 ist der Rest von 125813 durch 7.

90005. Hier hat man nach der Reihe 27 oder 6, 18 oder 4, 12 oder 5, 20 oder 6, als letzten Rest.

Theilbarkeit einer Zahl durch 13, 17, 19.

Da diese Divisoren um 3, 7, 9, grösser als 10 sind, so multiplicirt man die Anfangsziffer der zu untersuchenden Zahl mit 3, 7, oder 9, zieht das Product vom nächstgrössern Vielfachen 13, 17, oder 19 ab, addirt die folgende Ziffer hinzu, u. s. w. Z. B.

493259. Den Rest durch 13 zu finden:

3 mal 4 ist 12, 12 von 13 ist 1, 1 und 9 ist...10
3 mal 10 ist 30, 30 von 39 ist 9, 9 und 3 ist...12
3 mal 12 ist 36, 36 von 39 ist 3, 3 und 2 ist....5
3 mal 5 ist 15, 13 und 5 ist 18, 15 von 18 ist....3
3 mal 3 ist 9, 9 von 9 ist.....................0

Also ist die Zahl 493259 durch 13 theilbar.

Die Lehre von den Brüchen.

Ein Bruch zeigt eine nicht ausgeführte Division an; der Quotient dieser Division, mag sie nun ausführbar sein, oder nicht, ist der Werth des Bruchs. In dieser Form wird der Divisor unter den Dividendus geschrieben und durch einen Strich getrennt. Z. B. 7 dividirt mit 4, heisst $^7/_4$, 3 dividirt mit 8, heisst $^3/_8$ u. s. f. Der Dividendus wird hier der Zähler und der Divisor der Nenner genannt. Wenn der Divisor oder Nenner grösser als der Dividendus oder Zähler ist, so kann die Division überhaupt nur angezeigt werden; ein solcher Bruch heisst ein ächter, wie $^3/_4$, $^5/_6$ u. s. f. Ist aber der Zähler grösser als der Nenner, so kann die Division ausgeführt werden, und der unächte Bruch wird dann eine gemischte Zahl, die aus einer ganzen Zahl und einem ächten Bruch besteht, z. B. $^{11}/_4$ ist so viel als $2^3/_4$.

Eine gemischte Zahl einzurichten.

Eine gemischte Zahl wird auf einen unächten Bruch gebracht, wenn man die ganze Zahl mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt, hierzu den Zähler addirt und diese Summe zum Zähler des unächten Bruchs macht. Der Nenner bleibt derselbe. Z. B. $3^5/_7$ ist so viel als $^{26}/_7$.

Reduction eines Bruchs.

Der Werth eines Bruchs bleibt unverändert, wenn man den Zähler und Nenner des Bruchs mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt. Dieses beruht darauf, dass auch bei einer Division der Quotient unverändert bleibt, wenn man den Dividendus und Divisor mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt. Die Division des Zählers und Nenners mit ihrem gemeinschaftlichen Theiler, heisst den Bruch aufheben, oder reduciren, auch wohl, aber unrichtig, verkleinern. So ist $^1/_2$ eben so viel als $^2/_4$, $^3/_6$, $^4/_8$, $^5/_{10}$ u. s. f., und $^2/_3$ so viel als $^4/_6$.

Addition und Subtraction der Brüche von gleichem Nenner.

In diesem Falle addirt oder subtrahirt man bloss die Zähler der Brüche und schreibt unter die Summe oder den Unterschied den gemeinschaftlichen Nenner.

$^4/_7$, $^5/_7$, $^2/_7$, machen $^{11}/_7$ oder $1^4/_7$.
$^5/_{16}$ von $^7/_{16}$ bleiben $^2/_{16}$ oder $^1/_8$.

Bestimmung des Generalnenners für zwei Brüche.

Wenn Brüche von ungleichen Nennern addirt oder subtrahirt werden sollen, so müssen sie auf gleichen Nenner gebracht werden, welcher der Generalnenner heisst. Hierbei können mehrere Fälle vorkommen.

Geht ein Nenner in den andern auf, so ist dieser letztere der Generalnenner. Man dividirt den grössern Nenner mit dem kleinern Nenner, und mit diesem Quotienten multiplicirt man den Zähler und Nenner desjenigen Bruchs, welcher den kleinern Nenner hat.

$^3/_5$, $^7/_{75}$, Generalnenner 75, die Brüche sind $^{45}/_{75}$, $^7/_{75}$.

Haben zwei Nenner einen gemeinschaftlichen Theiler, so dividirt man jeden Nenner mit dem grössten gemeinschaftlichen Theiler und multiplicirt mit jedem Quotienten den Zähler und Nenner des andern Bruchs. Der Generalnenner ist das Product beider Quotienten und des grössten gemeinschaftlichen Theilers.

	$^5/_{16}$,	$^7/_{24}$,
Grösster gemeinschaftlicher Theiler 8		
Quotienten	2,	3
Generalnenner 48	$^{15}/_{48}$,	$^{14}/_{48}$.

Haben zwei Nenner keinen gemeinschaftlichen Theiler, so ist ihr Product der Generalnenner. Jeder Bruch wird alsdann im Zähler und Nenner mit dem Nenner des andern Bruchs multiplicirt.

$$\begin{array}{ll} & 3/4,\ 2/5, \\ \text{Generalnenner } 20 \ldots & 15/20,\ 8/20. \end{array}$$

Bestimmung des Generalnenners für mehrere Brüche.

Gehen alle Nenner in dem Nenner eines Bruchs auf, so ist dieser letztere der Generalnenner. Man dividirt ihn mit dem Nenner jedes Bruchs und mit dem Quotienten multiplicirt man den Zähler und Nenner dieses Bruchs.

$$\begin{array}{ll} & 3/4,\ 7/8,\ 5/6,\ 1/12,\ 11/24, \\ \text{Generalnenner } 24 \ldots & 18/24,\ 21/24,\ 20/24,\ 2/24,\ 11/24. \end{array}$$

Wenn einige Nenner einen gemeinschaftlichen Theiler haben, andere nicht, so verfährt man folgendermassen:

Man lässt diejenigen Nenner weg, die in einem der übrigen aufgehen. Von den übrigbleibenden dividirt man diejenigen, welche einen gemeinschaftlichen Theiler haben, mit demselben. Von den Quotienten lässt man wiederum diejenigen weg, die in einem derselben aufgehen und die übrigen dividirt man mit ihrem gemeinschaftlichen Theiler. Damit fährt man so lange fort, bis man lauter Zahlen erhalten hat, die keinen gemeinschaftlichen Theiler mehr haben. Diese multiplicirt man mit einander und mit den Divisoren, das Product ist der Generalnenner. Diesen dividirt man mit dem Nenner jedes Bruchs und mit dem Quotienten multiplicirt man den Zähler und Nenner dieses Bruchs.

$$5/6,\ 7/8,\ 4/9,\ 7/10,\ 11/15,\ 13/30,\ 17/32.$$

6 geht in 30, 8 in 32, 10 in 30, 15 in 30 auf, also lässt man 6, 8, 10, 15 weg.

$$\begin{array}{lccc} & 9, & 30, & 32 \\ \hline \text{Divisor } 3, \ldots\ldots & 3, & 10, & 32 \\ \hline \text{Divisor } 2, \ldots\ldots & 3, & 5, & 16 \end{array}$$

Das Product von 3, 2, 3, 5, 16 giebt den Generalnenner 1440. Nun ist die Reduction folgende:

Gegebener Nenner.	General-nenner.	Quotienten.	Gegebener Zähler.	Reducirter Zähler.
6	1440	240	5	1200
8	1440	180	7	1260
9	1440	160	4	640
10	1440	144	7	1008
15	1440	96	11	1056
30	1440	48	13	624
32	1440	45	17	765

Summe $^{6553}/_{1440} = 4\,^{793}/_{1440}$

Addition mehrerer Brüche durch einen beliebig gewählten Nenner.

Dieses thut man dann, wenn es erlaubt ist, etwas an Genauigkeit aufzuopfern, um eine leichtere Rechnung zu haben. Man wählt gewöhnlich die Nenner 8, 16, 32 oder 64. Mit diesem angenommenen Generalnenner multiplicirt man den Zähler jedes Bruchs und dividirt das Product durch den Nenner des Bruchs. Wenn der Rest kleiner als der halbe Divisor oder dem halben Divisor gleich ist, so behält man den Quotienten als reducirten Zähler bei. Ist der Rest grösser als der halbe Divisor, so vergrössert man den Quotienten um 1. Die hierdurch gebildeten Brüche heissen kaufmännische.

Gegebener Nenner.	Gegebener Zähler.	Gewählter Nenner.	Product.	Reducirter Zähler.
6	5	32	160	27
8	7	32	224	28
9	4	32	128	14
10	7	32	224	22
15	11	32	352	23
30	13	32	416	14
32	17	32	544	17

Summe $^{145}/_{32} = 4\,^{17}/_{32}$

Addition mehrerer Brüche durch den Nenner 100.

Hier ist die Reduction am bequemsten, weil man nur nöthig hat, an den Zähler zwei Nullen anzusetzen und mit dem Nenner zu dividiren. Der Quotient ist der reducirte Zähler. Von der Summe derselben schneidet man zwei Decimalstellen rechts ab.

Gegebener Nenner.	Gegebener Zähler.	Multiplicirt mit 100.	Reducirter Zähler.
6	5	500	83
8	7	700	87
9	4	400	44
10	7	700	70
15	11	1100	73
30	13	1300	43
32	17	1700	53

Summe 453/100 = 4,53

Brüche zur Uebung im Addiren und Subtrahiren.

1/2	1/3	1/4	1/5	1/6	1/7	1/8	1/9	1/10	1/12	1/16	1/20	1/32	17/32
	2/3	3/4	2/5	5/6	2/7	3/8	2/9	3/10	5/12	3/16	3/20	3/32	19/32
			3/5		3/7	5/8	4/9	7/10	7/12	5/16	7/20	5/32	21/32
			4/5		4/7	7/8	5/9	9/10	11/12	7/16	9/20	7/32	23/32
					5/7		7/9			9/16	11/20	9/32	25/32
					6/7		8/9			11/16	13/20	11/32	27/32
										13/16	17/20	13/32	29/32
										15/16	19/20	15/32	31/32

Subtraction der Brüche.

Das gewöhnliche Verfahren ist, beide Brüche auf den kleinsten Generalnenner zu bringen und dann den neuen Zähler des Subtrahendus von dem neuen Zähler des Minuendus abzuziehen.

Z. B. Man soll 96/99 von 113/115 abziehen. Hier ist 113/115 der Minuendus, 96/99 der Subtrahendus, also die Form:

113/115 — 96/99

Der Zähler des Min. mit dem Nenner des Subtr. giebt 11187
der Nenner des Min. mit dem Zähler des Subtr. giebt 11040

der Unterschied ist also 147/11385 147

Eine zweite Art ist, die Unterschiede zwischen dem Zähler und Nenner eines jeden Bruchs zu der Rechnung zu benutzen. Und zwar:

entweder den Zähler des Minuendus mit dem Unterschiede des Zählers und Nenners des Subtrahendus .... 113 × 3 giebt 339
und den Zähler des Subtrahendus mit dem Unterschiede des Zählers und Nenners des Minuendus .... 96 × 2 giebt 192

147

oder den Nenner des Minuendus mit dem Unterschiede des Zählers und Nenners des Subtrahendus . . . . 115 × 3 giebt 345
und den Nenner des Subtrahendus mit dem Unterschiede des Zählers und Nenners des Minuendus . . . . 99 × 2 giebt 198

147

beide Rechnungen geben ebenfalls $^{147}/_{1385}$.

Uebungsfragen zur Reduction.

Man muss sich die Fertigkeit verschaffen, Brüche im Kopfe schnell auf einen gegebenen Nenner zu bringen und sich daher Fragen wie folgende vorlegen:

$^1/_2$ wie viel 4tel, 6tel, 24tel u. s. f.?
$^2/_3$ wie viel 6tel, 9tel, 12tel u. s. f.?
$^5/_6$ wie viel 12tel, 18tel, 24tel, 36tel u. s. f.?

Hierauf übt man sich, Brüche im Kopf zu addiren und zu subtrahiren, z. B. wie viel ist:

$^1/_2$ und $^1/_3$; $^1/_3$ und $^1/_4$; $^2/_3$ und $^3/_4$; $^5/_6$ und $^3/_8$ u. s. f.

indem man sagt:

$^1/_2$ ist $^3/_6$, $^1/_3$ ist $^2/_6$; Summe $^5/_6$.
$^1/_3$ ist $^4/_{12}$, $^1/_4$ ist $^3/_{12}$; Summe $^7/_{12}$.
$^2/_3$ ist $^8/_{12}$, $^3/_4$ ist $^9/_{12}$; Summe $1^5/_{12}$.
$^5/_6$ ist $^{20}/_{24}$, $^3/_8$ ist $^9/_{24}$; Summe $1^5/_{24}$.

Vergleichung der Brüche.

Die Grösse zweier Brüche kann nur dadurch verglichen werden, dass man sie auf gleiche Nenner bringt, dann verhalten sie sich wie ihre Zähler.

$^2/_3$ ist $^8/_{12}$; $^3/_4$ ist $^9/_{12}$; also verhält sich $^2/_3$ zu $^3/_4$ wie 8 zu 9, und $^3/_4$ ist um $^1/_{12}$ grösser als $^2/_3$. —

$^7/_8$ ist $^{49}/_{56}$; $^6/_7$ ist $^{48}/_{56}$; also verhalten sie sich wie 49 zu 48, und $^6/_7$ ist um $^1/_{56}$ grösser als $^7/_8$. —

Gemischte Zahlen zu addiren.

Man addirt die Brüche und fügt die aus der Addition entspringende Zahl der Summe der übrigen ganzen Zahlen hinzu.

$3^1/_2$, $4^2/_3$, $6^3/_4$, macht $13^{23}/_{12}$ oder $14^{11}/_{12}$.

Gemischte Zahlen zu subtrahiren.

Man zieht den Bruch vom Bruch und die ganze Zahl von der ganzen Zahl ab. Ist aber der Bruch des Subtrahendus grösser als der Bruch des Minuendus, so borgt man bei der ganzen Zahl des Minuendus eine Einheit, verwandelt diese in einen Bruch von gleichem Nenner mit dem Bruch des Subtrahendus, zieht diesen letztern davon ab und addirt zum Rest den Bruch des Minuendus.

Von 5 ziehe ab $3\frac{5}{6}$;
d. h. von $4\frac{6}{6}$ ziehe ab $3\frac{5}{6}$, bleibt $1\frac{1}{6}$.
Von $5\frac{1}{8}$ ziehe ab $3\frac{5}{6}$;
d. h. von $4\frac{6}{6}\ \frac{1}{8}$ ziehe ab $3\frac{5}{6}$, bleibt $1\frac{1}{6}\ \frac{1}{8}$, oder $1\frac{7}{24}$.

Wie sich ein Bruch durch Multiplication des Zählers und des Nenners verändert.

Ein Bruch wird bei unverändertem Nenner so viel mal grösser oder kleiner, als sein Zähler grösser oder kleiner wird.
Dieses beruht darauf, dass bei der Division einer ganzen Zahl durch eine andere der Quotient bei unverändertem Divisor desto grösser ist, je grösser der Dividendus, und desto kleiner, je kleiner der Dividendus ist.

$\frac{4}{7}$ ist das 2fache von $\frac{2}{7}$; $\frac{6}{11}$ das 3fache von $\frac{2}{11}$;
$\frac{3}{14}$ ist 3 mal kleiner als $\frac{9}{14}$ u. s. w.

Ein Bruch wird bei unverändertem Zähler so viel mal grösser oder kleiner, als sein Nenner kleiner oder grösser wird. Dieses beruht ebenfalls darauf, dass bei der Division einer ganzen Zahl durch eine andere, wenn der Dividendus derselbe bleibt, ein kleinerer Divisor einen grössern Quotienten, ein grösserer Divisor einen kleinern Quotienten giebt. So ist

$\frac{5}{8}$ die Hälfte von $\frac{5}{4}$, $\frac{7}{12}$ der dritte Theil von $\frac{7}{4}$ u. s. w.

Multiplication eines Bruchs mit einer ganzen Zahl.

Man multiplicirt den Zähler des Bruchs mit der ganzen Zahl. Oder, wenn es angeht, dividirt man den Nenner des Bruchs mit dieser ganzen Zahl.

$\frac{2}{21}$ mal 7 ist entweder $\frac{14}{21}$ oder $\frac{2}{3}$
$\frac{5}{56}$ mal 8 ist entweder $\frac{40}{56}$ oder $\frac{5}{7}$
$\frac{43}{90}$ mal 2 ist entweder $\frac{86}{90}$ oder $\frac{43}{45}$

Wenn ein Bruch mit seinem eignen Nenner multiplicirt wird, so ist das Product dem Zähler gleich. Z. B.

7 mal $^5/_7$ ist 5
4 mal $^3/_4$ ist 3
8 mal $^7/_8$ ist 7

Division eines Bruchs mit einer ganzen Zahl.

Man multiplicirt den Nenner des Bruchs mit dieser ganzen Zahl. Man kann aber auch, wenn es angeht, dessen Zähler mit der ganzen Zahl dividiren.

$^8/_{15}$ dividirt mit 4 giebt entweder $^8/_{60}$ oder $^2/_{15}$
$^{12}/_{67}$ dividirt mit 3 giebt entweder $^{12}/_{201}$ oder $^4/_{67}$
$^8/_{11}$ dividirt mit 5 giebt . . . . $^8/_{55}$

Multiplication einer ganzen Zahl mit einem Bruch.

Eine ganze Zahl mit einem Bruch multipliciren, heisst: diese Zahl so viel mal grösser machen als der Zähler des Bruchs anzeigt, und so viel kleiner machen, als der Nenner anzeigt. Man multiplicirt also eine ganze Zahl mit einem Bruch, wenn man sie erst mit dem Zähler des Bruchs multiplicirt und dann das Product mit dem Nenner dividirt. Man kann aber auch, wenn es angeht, die ganze Zahl zuerst mit dem Nenner des Bruchs dividiren und alsdann den Quotienten mit dem Zähler des Bruchs multipliciren.

8 mal $^3/_4$ giebt 6
7 mal $^6/_{11}$ giebt $3^9/_{11}$
5 mal $^7/_8$ giebt $4^3/_8$

Das Resolviren eines gewöhnlichen Bruchs.

Diese Anwendung von der obigen Multiplication wird gemacht, wenn man den Bruch einer grössern Benennung auf kleinere Benennungen bringen will, welches auflösen oder resolviren heisst.

$^7/_8$ von einem Pud ist . . . . . 35 Pfund.
$^5/_6$ von einem Tschetwert ist . . . 6 Tschetwerik $5^1/_3$ Garniz.

Dieser Fall kömmt allemal vor, wenn eine Zahl, die eine grössere Benennung anzeigt, dividirt worden ist und sich ein Rest gezeigt hat. Dann muss man diesen Rest mit der Zahl, welche anzeigt, wie viel mal die kleinere Benennung in der grössern enthalten ist, multipliciren und mit demselben Divisor die Division fortsetzen. Z. B. 525 Bérkowez sollen mit 32 dividirt werden.

32 | 525 | $16\frac{13}{32}$ Bérkowez.
205
10 · 13 = 130 | $4\frac{2}{32}$ Pud.
40 · 2 = 80 | $2\frac{16}{32}$ Pfund.
96 · 16 = 1536 | 48 Solotnik.
256
0

Also der Quotient 16 Bérk. 4 Pud 2 Pfund 48 Sol.

Das Resolviren eines Decimalbruchs.

Wenn bei einer Berechnung die Zahl der grössern Benennung einen Decimalbruch bei sich führt, so multiplicirt man diesen mit der Zahl der nächst kleinern Benennung, den neuen Decimalbruch wiederum mit der Zahl der nächst kleinern Benennung u. s. f.

Z. B. eine Berechnung habe zum Quotienten gegeben 86,7346 Dessätinen, so ist die Rechnung folgende:

1 Dessätine = 2400 □ Saschen.
1 □ Saschen = 49 □ Fuss.
1 □ Fuss = 144 □ Zoll.

86,7346
2400
14692
29384
□ Saschen 1763,04
49
□ Fuss 1,96
144
384
384
□ Zoll......138,24

Also 86 Dessät. 1763 □ Saschen 1 □ Fuss $138\frac{6}{25}$ □ Zoll.

Nach dem neufranzösischen Decimalsystem wurde der Viertelkreis in 100 Grade zu 100 Minuten zu 100 Sekunden, der Tag in 100 Stunden zu 100 Minuten zu 100 Sekunden eingetheilt; oder kürzer: die Theile des Viertelkreises und des Tages wurden als Decimalbruch angegeben. Nach der

Sexagesimaltheilung hat aber der Viertelkreis 90 Grade zu 60 Minuten zu 60 Sekunden, der Tag 24 Stunden zu 60 Minuten zu 60 Sekunden, der Viertelkreis also 324000, der Tag 86400 Sekunden.

Man multiplicirt also den Decimalbruch des Viertelkreises mit 90, den Decimalbruch des Grades mit 60, den Decimalbruch der Minute mit 60. Eben so multiplicirt man den Decimalbruch des Tages mit 24, den Decimalbruch der Stunde mit 60, den Decimalbruch der Minute mit 60.

Z. B. Wie viel betragen 0,6365322 des Viertelkreises?

$$\begin{array}{r} 0,6365322 \\ \hline 57,287898 \\ \hline 17,27388 \\ \hline 16,4328 = 57^\circ\, 17'\, 16'',4328 \end{array}$$

Wie viel betragen 0,390680479 des Tages?

$$\begin{array}{r} 0,390680479 \\ \hline 781360958 \\ 1562721916 \\ \hline 9,376331496 \\ \hline 22,57988976 \\ \hline 34,7933856 = 9^s\, 22'\, 34'',793 \end{array}$$

Man kann auch den Decimalbruch des Viertelkreises mit 324000, den Decimalbruch des Tages mit 86400 multipliciren und das Product durch zweimalige Division mit 60 reduciren:

$$\begin{array}{r} 0,6365322 \\ \hline 19095966 \\ 12730644 \\ 25461288 \\ \hline 206236,4328 \\ \hline 3437'.\ 16'',4328 \\ \hline 57^\circ.\ 17' \end{array} \qquad \begin{array}{r} 0,390680479 \\ \hline 3125443832 \\ 2344082874 \\ 1562721916 \\ \hline 33754,7933856 \\ \hline 562'.\ 34'',793 \\ \hline 9^s.\ 22' \end{array}$$

Oder da 324 gleich 3 mal 108 und 864 gleich 8 mal 108 ist, so kann man auch den Decimalbruch des Viertelkreises mit 300000, den Decimalbruch des Tages mit 80000 multipliciren und zu jedem Producte 8 Procent hinzufügen.

	0,6365322		0,390680479
3	19095966	8	3125443832
8	152767728	8	25003550656
	206236,4328		33754,7933856
	57° 17′ 16″,4328		9ˢ. 22′. 34″,793

Endlich kann man auch die hier folgende Tafel anwenden:

	Viertelkreis	Tag
1	324000	86400
2	648000	172800
3	972000	259200
4	1296000	345600
5	1620000	432000
6	1944000	518400
7	2268000	604800
8	2592000	691200
9	2916000	777600

V.-K. 0,6365322	T. 0,390680479
6... 1944	3... 2592
3..... 972	9.... 7776
6..... 1944	06...... 5184
5...... 1620	8....... 6912
3........ 972	04......... 3456
2......... 648	7.......... 6048
2.......... 648	9........... 7776
206236,4328	33754,7933856
57° 17′ 16″,4328	9ˢ 22′ 34″,793

Multiplication eines Bruchs mit einem andern.

Man multiplicirt die beiden Zähler und die beiden Nenner mit einander. Denn wenn z. B. $\frac{5}{6}$ mit $\frac{3}{4}$ zu multipliciren ist, so heisst dieses so viel, dass $\frac{5}{6}$ drei mal grösser genommen werden und dieses Product sodann 4 mal kleiner gemacht oder mit 4 dividirt werden soll. Aus $\frac{5}{6}$ wird also durch die Multiplication mit 3 zuerst $\frac{15}{6}$; durch die Division mit 4 wird hieraus $\frac{15}{24}$.

Ehe man diese Multiplication beginnt, ist es zur Erlangung des einfachsten Resultats vortheilhaft, dass man die Factoren des Zählers und Nenners vergleicht und untersucht, ob sich nicht ein gemeinschaftlicher Theiler bei ihnen findet, der dann im Zähler und Nenner wegfällt und sich aufhebt. Z. B.

$$\frac{5}{6} \text{ mal } \frac{3}{4} \text{ giebt } \frac{5\cdot3}{6\cdot4} \text{ oder } \frac{5}{2\cdot4} \text{ oder } \frac{5}{8}$$

Bei der Kopfrechnung ist es in einem solchen Falle gut, die Zähler zu vertauschen, wodurch sich ein neuer Bruch ergiebt, dessen Vereinfachung sich dann sogleich bemerken lässt. Z. B.

$^5/_6$ mal $^3/_4$ ist $^5/_4$ mal $^3/_6$, oder $^5/_4$ mal $^1/_2$, oder $^5/_8$
$^{17}/_{24}$ mal $^8/_{11}$ ist $^8/_{24}$ mal $^{17}/_{11}$, oder $^1/_3$ mal $^{17}/_{11}$, oder $^{17}/_{33}$
$^5/_8$ mal $^4/_7$ ist $^4/_8$ mal $^5/_7$, oder $^1/_2$ mal $^5/_7$, oder $^5/_{14}$

Multiplication einer gemischten Zahl mit einer ganzen.

Man multiplicirt beide Theile der gemischten Zahl einzeln und addirt die Producte.

$2^1/_2$ mal 7, ist 14 und $^7/_2$, Summe $17^1/_2$
$3^2/_3$ mal 8, ist 24 und $^{16}/_3$, Summe $29^1/_3$

Man kann auch die gemischte Zahl auf einen unächten Bruch bringen und dann die Multiplication verrichten. Also:

$2^1/_2$ mal 7, ist $^5/_2$ mal 7, ist $^{35}/_2$ oder $17^1/_2$
$3^2/_3$ mal 8, ist $^{11}/_3$ mal 8, ist $^{88}/_3$ oder $29^1/_3$

Multiplication einer gemischten Zahl mit einer gemischten Zahl.

Man multiplicirt beide ganze Zahlen mit einander, dann jede ganze Zahl mit dem Bruch der andern und dann die beiden Brüche mit einander; hierauf addirt man alle Producte. Oder man bringt auch beide gemischten Zahlen auf unächte Brüche und multiplicirt ihren Zähler und Nenner.

$$\begin{array}{r} 24\tfrac{5}{6} \\ \text{mit } 30\tfrac{3}{8} \end{array} \left\{ \begin{array}{l} 24 \text{ mal } 30 \text{ giebt} \ldots\ldots 720 \\ 30 \text{ mal } \tfrac{5}{6} \text{ giebt} \ldots\ldots\ldots 25 \\ 24 \text{ mal } \tfrac{3}{8} \text{ giebt} \ldots\ldots\ldots 9 \\ \tfrac{5}{6} \text{ mal } \tfrac{3}{8} \text{ giebt} \ldots\ldots\ldots \tfrac{5}{16} \\ \hline \qquad\qquad\qquad\qquad 754\tfrac{5}{16} \end{array} \right.$$

Im letztern Falle ist das Schema der Rechnung:

$24\,^5/_6$	6	149	
$30\,^3/_8$	8	243	
	48	36207	$754\,^5/_{16}$
		336	
		260	
		240	
		207	
		192	
		$^{15}/_{48}$	$^5/_{16}$

Verhältniss zweier Brüche.

Wenn zwei Brüche einerlei Nenner haben, so verhalten sie sich ihrer Grösse nach, wie ihre Zähler: so viel mal der eine Zähler grösser als der andere Zähler ist, so viel mal ist auch dieser Bruch grösser als der andere Bruch; so viel mal der eine Zähler in dem andern enthalten ist, so viel mal ist auch dieser Bruch in dem andern Bruch enthalten.

$^2/_3$ ist das 2fache von $^1/_3$, weil 2 das 2fache von 1 ist.
$^6/_7$ ist das 3fache von $^2/_7$, weil 6 das 3fache von 2 ist.
$^5/_9$ ist das $2\,^1/_2$fache von $^2/_9$, weil 5 das $2\,^1/_2$fache von 2 ist.
$^3/_7$ ist die Hälfte von $^6/_7$, weil 3 die Hälfte von 6 ist.
$^4/_{15}$ ist ein Drittel von $^{12}/_{15}$, weil 4 ein Drittel von 12 ist.

Division einer ganzen Zahl oder eines Bruchs mit einem Bruch.

Man bringt beide, den Dividendus sowohl als den Divisor, auf einerlei Nenner und dividirt dann den Zähler des Dividendus mit dem Zähler des Divisors, indem die beiden gleichen Nenner sich aufheben.

2 dividirt durch $^1/_3$ ist $^6/_3 : {}^1/_3$ oder 6
9 dividirt durch $^5/_6$ ist $^{54}/_6 : {}^5/_6$ oder $10\,^4/_5$
$^2/_3$ dividirt durch $^1/_2$ ist $^4/_6 : {}^3/_6$ oder $4 : 3$ oder $1\,^1/_3$
$^7/_8$ dividirt durch $^3/_4$ ist $^7/_8 : {}^6/_8$ oder $7 : 6$ oder $1\,^1/_6$
$^5/_6$ dividirt durch $^8/_9$ ist $^{15}/_{18} : {}^{16}/_{18}$ oder $^{15}/_{16}$

Man kann auch den Divisor umkehren, d. h. aus dem Zähler den Nenner und aus dem Nenner den Zähler machen, und nun den Dividendus mit dem umgekehrten Divisor multipliciren. Vorher lässt man die gemeinschaftlichen Factoren des Zählers und Nenners weg.

$2 : \frac{1}{3}$ ist $2 \times \frac{3}{1}$ oder 6
$9 : \frac{5}{6}$ ist $9 \times \frac{6}{5}$ oder $\frac{54}{5}$ oder $10\frac{4}{5}$
$\frac{2}{3} : \frac{1}{2}$ ist $\frac{2}{3} \times \frac{2}{1}$ oder $\frac{4}{3}$ oder $1\frac{1}{3}$
$\frac{7}{8} : \frac{3}{4}$ ist $\frac{7}{8} \times \frac{4}{3}$ oder $\frac{7}{6}$ oder $1\frac{1}{6}$
$\frac{5}{6} : \frac{8}{9}$ ist $\frac{5}{6} \times \frac{9}{8}$ oder $\frac{15}{16}$

Wenn es angeht, dividirt man auch wohl den Zähler des Dividendus mit dem Zähler des Divisors und den Nenner des Dividendus mit dem Nenner des Divisors.

$\frac{8}{9} : \frac{2}{3}$ ist $\frac{4}{3}$ oder $1\frac{1}{3}$
$\frac{15}{56} : \frac{5}{8}$ ist $\frac{3}{7}$

Division mit einer gemischten Zahl.

Um mit einer gemischten Zahl zu dividiren, bringt man sie auf einen unächten Bruch, kehrt diesen um und multiplicirt damit den Dividendus.

$8 : 2\frac{1}{3}$ ist $8 \times \frac{3}{7}$ oder $3\frac{3}{7}$
$15 : 2\frac{1}{2}$ ist $15 \times \frac{2}{5}$ oder 6
$3\frac{1}{2} : 2\frac{2}{5}$ ist $\frac{7}{2} \times \frac{5}{12}$ oder $1\frac{11}{24}$
$5\frac{1}{4} : 7\frac{3}{8}$ ist $\frac{21}{4} \times \frac{8}{59}$ oder $\frac{42}{59}$

Verwandlung eines gewöhnlichen Bruchs in einen Decimalbruch.

Man dividirt mit dem Nenner des Bruchs in den Zähler. Ist es ein ächter Bruch, so setzt man in dem Quotienten anstatt der ganzen Zahl eine Null und rechts von demselben ein Komma als Decimalzeichen. Indem man nun an den Zähler des Bruchs eine Null ansetzt und mit dem Nenner dividirt, so giebt der Quotient die Zehntel als erste Decimalstelle. Setzt man an den Rest eine Null und dividirt weiter, so erhält man die Hundertel als zweite Decimalstelle u. s. f.

$\frac{13}{17}$ zu verwandeln:

```
        0,764
  17 | 13,0
       119
       ----
        110
        102
        ---
          80
          68
          --
          12
```

Also $\frac{13}{17} = 0,764$..

$^1/_{365}$ zu verwandeln:

```
         0,00273
  365 | 1,000
        ------
          2700
         ------
          1450
         ------
           355
```

Also $^1/_{365} = 0{,}00273$

Nachdem man durch Division mit dem Nenner in den Zähler den Decimalbruch gefunden hat, darf man nicht unterlassen, die Probe dadurch zu machen, dass man den gefundenen Decimalbruch mit dem Nenner des gegebenen Bruchs multiplicirt; im Product muss sich dann der Zähler des gegebenen Bruchs finden.

Z. B. Man fand $^{51}/_{1904} = 0{,}0267857$

```
                     0,0267857
                      241071
                        1071
                    ---------
                     50,9999
```

Wenn der Nenner viele Stellen hat, so erleichtert man sich die Division durch eine Tafel der Vielfachen des Divisors, die man durch Addition bildet.

Z. B. der Bruch sei $^{26714619}/_{51021164}$

1	51021164
2	102042328
3	153063492
4	204084656
5	255105820
6	306126984
7	357148148
8	408169312
9	459190476

	267146190
5	255105820
	120403700
2	102042328
	183613720
3	153063492
	305502280
5	255105820
	503964600
9	459190476
	447741240
8	408169312
	395719280
7	357148148
	385711320
7	357148148
	285631720

	285631720
5	255105820
	305259000
5	255105820
	501531800
9	459190476
	423413240
8	408169312
	152439280
2	102042328
	503969520
9	459190476
	447790440
8	408169312
	396211280
7	357148148
	390631320
7	357148148

Der Decimalbruch ist also

= 0,5235987	7559829	877
26179938	7799149	385
523598	7755982	988
10471	9755119	660
523	5987755	983
52	3598775	598
31	4159265	359
2	0943951	024
26714618,	9999999	997

Verwandlung der Brüche, deren Nenner 2, 4, 8 . ., in Decimalbrüche.

Man erspart sich die Division, indem man die Zähler mit 5, 25, 125 . . . multiplicirt. Z. B.

$^1/_2$ 0,50	$^1/_8$ 0,125
$^1/_4$ 0,25	$^2/_8$ 0,250
$^2/_4$ 0,50	$^3/_8$ 0,375
$^3/_4$ 0,75	$^4/_8$ 0,500
	$^5/_8$ 0,625
	$^6/_8$ 0,750
	$^7/_8$ 0,875

Verwandlung der Brüche, deren Nenner 5, 25, 125, in Decimalbrüche.

Man erspart sich die Division, indem man die Zähler mit 2, 4, 8 . . multiplicirt. Z. B.

$^1/_5$ 0,2	$^1/_{25}$ 0,04
$^2/_5$ 0,4	$^7/_{25}$ 0,28
$^3/_5$ 0,6	$^{13}/_{25}$ 0,52
$^4/_5$ 0,8	u. s. f.
$^1/_{125}$ = 0,008	$^{14}/_{125}$ 0,112
$^{11}/_{125}$ = 0,088	$^{19}/_{125}$ 0,152

Entstehung der periodischen Decimalbrüche.

Periodische Decimalbrüche, wo eine Ziffer immer wiederkehrt, oder wo eine Reihe von Ziffern immer nach derselben Ordnung wiederkehrt, entstehen häufig aus der Verwandlung gewöhnlicher Brüche. Z. B.

$^1/_3 = 0{,}333\ldots$ $^1/_6 = 0{,}1666\ldots$
$^2/_3 = 0{,}666\ldots$ $^5/_6 = 0{,}8333\ldots$

Die 9tel geben periodische Decimalbrüche, wo gleich vom Anfang dieselbe Ziffer immer wiederkehrt, nämlich:

$^1/_9 = 0{,}111\ldots$ $^4/_9 = 0{,}444\ldots$ $^7/_9 = 0{,}777\ldots$
$^2/_9 = 0{,}222\ldots$ $^5/_9 = 0{,}555\ldots$ $^8/_9 = 0{,}888\ldots$
$^3/_9 = 0{,}333\ldots$ $^6/_9 = 0{,}666\ldots$ $1 = 0{,}999\ldots$

Die 99tel geben Decimalbrüche von zweiziffriger Periode, z. B.

$^1/_{99} = 0{,}010101\ldots$ $^{47}/_{99} = 0{,}4747\ldots$
$^{17}/_{99} = 0{,}171717\ldots$ $^{92}/_{99} = 0{,}9292\ldots$

Eben so geben die 999tel, die 9999tel u. s. f. Decimalbrüche von 3stelligen, 4stelligen u. s. f. Perioden.

Desgleichen geben die Brüche, deren Nenner Theiler von 99,999 u. s. f., oder deren Nenner 11, 111, 1111 u. s. f. sind, oder deren Nenner Theiler von 11, 111, 1111 u. s. f. sind, Decimalbrüche von 2stelliger, 3stelliger, 4stelliger Periode u. s. f. Die Perioden selbst findet man, wenn man diese Brüche auf die Nenner 99,999... bringt. Z. B.

$^1/_{11}$ oder $^9/_{99}$ ist...$0{,}090909\ldots$
$^7/_{11}$ oder $^{63}/_{99}$ ist...$0{,}636363\ldots$
$^1/_{37}$ oder $^{27}/_{999}$ ist...$0{,}027027\ldots$
$^7/_{37}$ oder $^{189}/_{999}$ ist...$0{,}189189\ldots$

Verwandlung eines periodischen Decimalbruchs in einen gewöhnlichen Bruch.

Um einen periodischen Decimalbruch, oder eine Zahl, die einen solchen Bruch bei sich hat, in einen gewöhnlichen Bruch zu verwandeln, achtet man darauf, aus wie viel Ziffern die Periode besteht; wenn sie aus einer Ziffer besteht, so multiplicirt man die Decimalzahl mit 10; bei 2 Ziffern mit 100 u. s. f. Man zieht nun die Decimalzahl von ihrem 10fachen, 100fachen u. s. f. ab und dividirt den Rest mit 9, oder 99, oder 999 u. s. f.

Bruch....	$0{,}2666\ldots$	Bruch.....	$0{,}37878\ldots$
10fach...	$2{,}6666\ldots$	100fach ..	$37{,}87878\ldots$
9fach	$2{,}4$	99fach ...	$37{,}5$
Bruch	$^{24}/_{90} = {}^4/_{15}$	Bruch....	$^{375}/_{990} = {}^{25}/_{66}$

Regel.

Wenn die Periode nicht gleich in den ersten Stellen anfängt, so sieht man den nicht periodischen Theil nebst der ersten Periode, als eine ganze Zahl an, zieht davon den nicht periodischen Theil ab, wodurch man den Zähler erhält, der Nenner hat so viele 9, als die Periode Stellen hat, und so viele 0, als der nicht periodische Theil Stellen hat. Z. B.

0,1237878 ist gleich $^{12255}/_{99000}$

Die Rechnung ist:

	12378
nicht periodischer Theil	123
Zähler	12255
Nenner..............	99000

Hier folgen die Perioden für alle ungraden Divisoren von 3 bis 101. Wenn man die Periode mit dem Divisor multiplicirt, so enthält das Product lauter Neunen. Davon machen nur 5, 25, 125 u. s. f. eine Ausnahme, welche keine Periode haben, sondern abbrechen.

Divisor.	Periode.	Divisor.	Periode.	Divisor.	Periode.
3	0,333...	29	0,0344827		3404255
5	0,2		5862068		3191489
7	0,142857.		9655172		3617..
9	0,111...		4137931	49	0,0204081
11	0,09..	31	0,0322580		6326530
13	0,076923..		6451612		6122448
15	0,066...		9..		9795918
17	0,0588235	33	0,033..		3673469
	2941176	35	0,0285714		3877551
	47..	37	0,027..	51	0,0196078
19	0,0526315	39	0,025641..		4313725
	7894736	41	0,02439...		49...
	8421..	43	0,0232558	53	0,0188679
21	0,047619..		1395348		245283..
23	0,0434782		8372093	55	0,01818..
	6086956	45	0,022..	57	0,0175438
	5217391	47	0,0212765		5964912
	3..		9574468		2807..
25	0,04		0851063	59	0,0169491
27	0,037..		8297872		5254237

Divisor.	Periode.	Divisor.	Periode.	Divisor.	Periode.
	2881355	71	0,0140845		9775280
	9322033		0704225		8988764
	8983050		3521126		0449438
	8474576		7605633		2022471
	2711864		8028169		91..
	4067796	73	0,0136986	91	0,010989..
	61..		3...	93	0,0107526
61	0,0163934	75	0,0133..		8817204
	4262295	77	0,012987..		3..
	0819672	79	0,0126582	95	0,0105263
	1311475		278481..		1578947
	4098360	81	0,0123456		36842..
	6557377		79..	97	0,0103092
	0491803	83	0,0120481		7835051
	2786885		9277108		5463917
	2459..		4337349		5257731
63	0,015873..		3975903		9587628
65	0,0153846		6144578		8659793
67	0,0149253		313253..		8144329
	7313432	85	0,0117647		8969072
	8358208		0588235		1649484
	9552238		294..		5360824
	80597..	87	0,0114942		7422680
69	0,0144927		5287356		4123711
	5362318		3218390		3402061
	8405797		8045977		85567..
	1..	89	0,0112359	99	0,01..
			5505617	101	0,0099

Brüche, deren Nenner 10 zur primitiven Wurzel haben.

Einige Nenner haben die Eigenschaft, dass wenn man mit ihnen in die nach einander folgenden Rangzahlen dividirt, als Reste nach und nach alle Zahlen von 1 bis zu dem um 1 verminderten Divisor oder Nenner erscheinen. Solche Nenner sind, 7, 17, 19, 23, 29, 47, 49, 59, 61, 97 u. s. f. Z. B. wenn man mit 7 in 1, 10, 100, 1000 u s. f. dividirt, so erhält man nach der Reihe die Reste

1, 3, 2, 6, 4, 5.

Wenn man mit 17 in 1, 10, 100, 1000 u. s. f. dividirt, so erhält man nach der Reihe die Reste

1, 10, 15, 14, 4, 6, 9, 5, 16, 7, 2, 3, 13, 11, 8, 12.

Man sagt in diesem Falle, dass 10 eine primitive Wurzel dieser Nenner ist. Wenn Brüche, die solche Nenner haben, in Decimalbrüche verwandelt werden, so ist die Anzahl der Stellen in jeder Periode um 1 kleiner als der Nenner, und welches auch der Zähler des Bruchs sein mag, so kehrt die Periode des Decimalbruchs immer in derselben Reihefolge der Ziffern wieder. Z. B.

$^1/_7$ ist 0,142857...
$^2/_7$ „ 0,285714...
$^3/_7$ „ 0,428571...
$^4/_7$ „ 0,571428...
$^5/_7$ „ 0,714285...
$^6/_7$ „ 0,857142...
$^1/_{17}$ „ 0,0588235294117647$\dot{0}$
$^2/_{17}$ „ 0,1176470588235294$\dot{1}$
$^3/_{17}$ „ 0,1764705882352941$\dot{1}$
$^{15}/_{17}$ „ 0,8823529411764705$\dot{8}$
$^{16}/_{17}$ „ 0,9411764705882352$\dot{9}$

Die Ziffern in der zweiten Hälfte der Periode sind immer die Ergänzungen der entsprechenden Ziffern der ersten Periode.

Verwandlung der kleinern Benennungen in Decimalstellen der grössern Benennung.

Bei Rechnungen mit benannten Zahlen, als: Maas, Gewicht, Geld u. s. f., ist es sehr oft am vortheilhaftesten, die kleinern Benennungen in Decimalstellen der grössern zu verwandeln. Z. B.

Das Tschetwert hat 8 Tschetwerik, ein Tschetwerik 8 Garnez. Um also Tschetwerik und Garnez auf Decimalstellen des Tschetwert zu bringen, muss man 8tel und 64tel schnell in Decimalbrüche verwandeln können. Kommen solche Verwandlungen häufig vor, so bedient man sich eines kleinen Täfelchens, wie folgendes:

Hülfstafel zur Verwandlung der Tschetwerik und Garnez in Decimalstellen des Tschetwert.

	Tschetwert.		Tschetwert.
1 Tschetwerik ist	0,125	1 Garnez ist	0,015625
2 „ „	0,250	2 „ „	0,031250
3 „ „	0,375	3 „ „	0,046875
4 „ „	0,500	4 „ „	0,062500
5 „ „	0,625	5 „ „	0,078125
6 „ „	0,750	6 „ „	0,093750
7 „ „	0,875	7 „ „	0,109375

Man habe z. B. 7 Tschetwert 5 Tschetwerik 7 Garnez, so ist

7 Tschetwert . . . 7
5 Tschetwerik . . 0,625
7 Garnez 0,109375
7,734375

Verwandlung der Saschen in Decimalstellen der Werst.

Da 500 Saschen eine Werst machen, so reducirt man die Saschen, indem man sie mit 2 multiplicirt und dieses Product als Tausentel der Werst ansieht. Z. B.

347 Saschen sind 0,694 Werst.

Hülfstafel zur Verwandlung der Fuss in Decimalstellen der Werst.

Da 3500 Fuss eine Werst machen, so ist ein Fuss gleich $\frac{1}{3500}$ oder $\frac{2}{7000}$ der Werst. Demnach ist:

1 Fuss 0,000285714285714 . . . Werst.
2 „ 0,000571428571428 . . . „
3 „ 0,000857142857142 . . . „
4 „ 0,001142857142857 . . . „
5 „ 0,001428571428571 . . . „
6 „ 0,001714285714285 . . . „
7 „ 0,002000000000000 . . . „

Z. B. 35 Werst 289 Saschen 6½ Fuss.

Werst. 35
289 Saschen 0,578
6 Fuss. . . . .0,0017142. .
½ Fuss. . . . .0,0001428. .
35,579857 Werst.

Hülfstafel zur Verwandlung der Werschok in Decimalstellen der Arschin.

Da 16 Werschok eine Arschin machen, so ist:

	Arschin.		Arschin.
1 Werschok	0,0625	9 Werschok	0,5625
2 „	0,1250	10 „	0,6250
3 „	0,1875	11 „	0,6875
4 „	0,2500	12 „	0,7500
5 „	0,3125	13 „	0,8125
6 „	0,3750	14 „	0,8750
7 „	0,4375	15 „	0,9375
8 „	0,5000	16 „	1,0000

Hülfstafel zur Verwandlung der Zoll in Decimalstellen des Fusses.

Da 12 Zoll auf einen Fuss gehen, so ist:

	Fuss.		Fuss.
1 Zoll	0,0833. .	7 Zoll	0,5833. .
2 „	0,1666. .	8 „	0,6666. .
3 „	0,25	9 „	0,75
4 „	0,3333. .	10 „	0,8333. .
5 „	0,4166. .	11 „	0,9166. .
6 „	0,5	12 „	1

Verwandlung der Solotnik in Decimalstellen des Pfundes.

Da $^1/_{96}$ gleich 0,0104166. . ., so multiplicirt man die Solotnik mit 100, addirt hierzu das 4fache der Solotnik und noch $^1/_6$ derselben. Die Summe giebt 10000tel des Pfundes. Eben so verwandelt man Doli in Decimalstellen des Solotniks.

42 Solotnik. 0,4200
4 × 42. 168
$^1/_6$ von 42. 7
42 Solotnik = 0,4375 Pfund.
42 Doli = 0,4375 Solotnik.

37½ Solotnik 0,3750
4 × 37½ 150
⅙ × 37½ 625
37½ Solotnik = 0,390625 Pfund.

Verwandlung der Pfund in Decimalstellen des Pud.

Da 40 Pfund ein Pud machen und $1/40$ = 0,025, so nimmt man die Pfund doppelt und addirt die Hälfte der Pfund dazu, wodurch man 100tel erhält. Z. B.

38 Pfund 76
½ 19
38 Pfund gleich 0,95 Pud.

Verwandlung der Loth in Decimalstellen des Pfundes.

Beim Gewicht unsrer deutschen Provinzen verwandelt man die Pfund in Decimalstellen des Liespfundes, wenn man sie mit 5 multiplicirt und als 100tel rechnet; die Loth in Decimalstellen des Pfundes, wenn man sie mit 3 multiplicirt, ⅛ der Loth addirt und diese Summe als 100tel gelten lässt. Z. B.

17 Loth 0,51
⅛ 2125
17 Loth gleich 0,53125 Pfund.

Verwandlung der Loof oder Tonnen in Decimalstellen der Last.

Sind es rig. Loof Roggen, so nimmt man sie doppelt, addirt dazu den 9ten Theil des doppelten und lässt diese Summe als 100tel der Last gelten.

28 Loof Roggen 56
$1/9$ von 56 . . . . 622 . .
28 Loof Roggen gleich 0,6222 . Last.

Sind es rig. Loof Weizen oder Gerste, so multiplicirt man sie mit 200, addirt dazu das 8fache der Loof und noch ⅓ der Loof und lässt die Summe als 10000tel der Last gelten. Z. B.

26 Loof 0,5200
8 × 26 208
⅓ von 26 . . . . 8666 . .
26 Loof Weiz. = 0,5416666 . . Last.

Sind es revalsche Tonnen, so multiplicirt man sie mit 4, addirt dazu $\frac{1}{6}$ der Tonnenzahl und lässt diese Summe als 100tel der Last gelten. Z. B.

15 revalsche Tonnen.
4·15..............60
$\frac{1}{6}$ von 15 25
15 rev. Tonnen = 0,625 Last.

Verwandlung der Grade, Minuten, Sek., und der Stunden, Min., Sek. in Decimalstellen des Viertelkreises und Tages.

Bei der Verwandlung der Grade, Minuten, Sekunden in einen Decimalbruch des Viertelkreises kommen die Divisoren 9, 54, 324 zur Anwendung. Man dividirt die Grade durch 90, die Minuten durch 5400, die Sekunden durch 324000. Oder man verwandelt alles in Sekunden und dividirt durch 324000. Z. B.

	217° 28′ 34″,86
6	13048′
6	782914″,86
3	234874458
$\frac{1}{4}$	(195728715)
$\frac{1}{12}$	75242905
	2413987485
	2413987
	2413
	2
	2,416403888.. des Viertelkreises

oder da der Divisor 324 einen Decimalbruch giebt, dessen Periode 308641975 ist, so bedient man sich der nebenstehenden Tafel:

1	308641975	308..
2	617283950	617..
3	925925925	925..
4	1234567901	234..
5	1543209876	543..
6	1851851851	851..
7	2160493827	160..
8	2469135802	469..
9	2777777777	777..

	782914″,86
7	2160493827
8	246913580
2	6172839
9	2777778
1	30864
4	12346
8	2469
6	185
	2,416403888

Bei der Verwandlung der Stunden, Minuten, Sekunden in einen Decimalbruch des Tages werden die Divisoren 24, 144, 864 angewendet. Man dividirt nämlich die Stunden mit 24, die Minuten mit 1440, die Sekunden mit 86400. Oder man verwandelt alles in Sekunden und dividirt dann mit 86400. Z. B.

$$\begin{array}{r} 14^s\ 37'\ 26'',35 \\ 877' \\ 52646'',35 \\ 6580,79375 \\ 1645,1984375 \\ \hline 608723421875 \\ 608723422 \\ 608723 \\ 609 \\ \hline 0,609332754629 \end{array}$$ des Tages

oder da der Divisor 864 einen periodischen Decimalbruch von 3 Stellen 740 giebt, so bedient man sich der nebenstehenden Tafel:

1	115740740..
2	231481481..
3	347222222..
4	462962962..
5	578703703..
6	694444444..
7	810185185..
8	925925925..
9	1041666666..

	52646″,35
5	578703703703
2	23148148148
6	6944444444
4	462962962
6	69444444
3	3472222
5	578704
	0,609332754629

Gewöhnliche Verwandlung der kleinern Benennungen in Decimalstellen der grössern.

Will man diese und ähnliche Abkürzungen bei der Verwandlung der kleinern Benennungen in Decimalstellen der grössern nicht anwenden, so muss die Rechnung in jedem einzelnen Falle besonders vorgenommen werden. Da gewöhnlich die Zahl, welche die Menge der in der grössern Benennung enthaltenen kleinern Benennungen anzeigt, ein Product mehrerer einfacher Factoren ist, so thut man wohl, die Division mit den einzelnen Factoren besonders vorzunehmen und den Quotienten in horizontaler Reihe unmittelbar hinzuschreiben. Hier folgen einige Beispiele.

Leipzig.

$$8\ \text{Thaler}\ \overset{24}{\frown}\ 15\ \text{Groschen}\ \overset{12}{\frown}\ 7\ \text{Pfennige.}$$

4) __________
1,75
3) __________
15,5833...
4) __________
3,8958333...
6) __________
Thaler 8,6493055...

Wien und Frankfurt a. M.

$$7\ \text{Gulden}\ \overset{60}{\frown}\ 45\ \text{Kreuzer}\ \overset{4}{\frown}\ 3\tfrac{1}{2}\ \text{Pfennige.}$$

4) __________
45,875
60) __________
Gulden 7,7645833.

Berlin.

$$22\ \text{Thaler}\ \overset{30}{\frown}\ 16\ \text{Silbergroschen}\ \overset{12}{\frown}\ 11\ \text{Pfennige.}$$

4) __________
2,75
3) __________
16,91666..
30) __________
Thaler 22,563888..

London.

$$8\ \text{Pfund}\ \overset{20}{\frown}\ 17\ \text{Schilling}\ \overset{12}{\frown}\ 10\ \text{Pence Sterl.}$$

4) __________
2,5
3) __________
17,8333
20) __________
£ Sterl. 8,89166...

London.

25 Tonnen $\overset{20}{\smile}$ 15 Centner $\overset{4}{\smile}$ 3 Quarter $\overset{28}{\smile}$ 11 Pfund $\overset{16}{\smile}$
14 Unzen $\overset{16}{\smile}$ 9 Drachmen Avoirdüpoidsgewicht.

4) 2,25
4) 14,5625 Unz.
4) 3,640625
4) 11,91015625 Pfund.
4) 2,9775390625
7) 3,4253627232.. Quarter.
4) 15,8563406808... Centner.
20) 25,79281703404.... Tonnen.

Russland.

8 Tschetwert $\overset{8}{\smile}$ 7 Tschetwerik $\overset{8}{\smile}$ 5 Garnez.

8) 7,625 Tschetwerik.
8) 8,953125 Tschetwert.

2 Bérkowez $\overset{10}{\smile}$ 7 Pud $\overset{40}{\smile}$ 24 Pfund.

7,6 Pud.
2,76 Bérkowez.

24 Pfund $\overset{96}{\smile}$ 73 Solotnik $\overset{96}{\smile}$ 10 Dolei.

8) 1,25
4) 0,3125
3) 73,104166.. Solotnik.
8) 9,138020833..
4) 2,28450520833..
3) 24,76150173611.. Pfund.

Grenze der Decimalstellen.

Bei solchen Umwandlungen ist es zweckmässig, festzusetzen, bis zu welcher Grenze man die Decimalstellen angeben will. Z. B. in dem letzten Beispiel sei 1 Dolä dafür angenommen. Nun ist $^1/_{96} = 0{,}0104..$ und $^1/_{9216} = 0{,}00001085..$, folglich ist es hinreichend, bei der 3ten Decimalstelle der Solotnik oder bei der 6ten Decimalstelle der Pfunde stehen zu bleiben.

Verwandlung der kleinern Benennungen in einen gewöhnlichen Bruch der grössern.

In der Ausübung ist es zwar am vortheilhaftesten, die kleinern Benennungen einer benannten Zahl auf Decimalstellen der grössern Benennung zu bringen. Will man aber dieses nicht, so verwandelt man nach und nach alle grössern Benennungen in die kleinste und dividirt diese Zahl mit der Zahl der kleinsten Benennungen, die in der grössern enthalten sind.

$$24 \text{ Pfund} \overset{96}{\smile} 73 \text{ Sol.} \overset{96}{\smile} 10 \text{ Dolei.}$$

$$\begin{array}{rr}
 & 2473 \\
4 \cdot 24 \; \ldots\ldots & -\;96 \\
\hline
 & 237710 \\
4 \cdot 2377 \; \ldots & -\;9508 \\
\hline
9216 & 228202 \mid 24\,^{7018}/_{9216} \\
 & 18432 \\
\hline
 & 43882 \\
 & 36864 \\
\hline
 & 7018
\end{array}$$

Der Ausdruck der kleinern Benennungen als ein Bruch der grössten, ist nur dann vortheilhaft, wenn dieser Bruch einer beträchtlichen Reduction fähig ist.

8 Pud 20 Pfund .... $8^1/_2$ Pud.
8 Pud 25 Pfund .... $8^5/_8$ Pud.
9 Anker 15 Stoof .... $9^1/_2$ Anker.
11 Last 15 Loof rig. Roggen ..... $11^1/_3$ Last u. s. w.
5 Pfund 24 Solotnik .... $5^1/_4$ Pfund.
5 Saschen $2^1/_3$ Fuss .... $5^1/_3$ Saschen.

Regel zur Aufsuchung des grössten gemeinschaftlichen Theilers zweier Zahlen.

Wenn der zur Aufhebung eines Bruchs dienende Theiler des Zählers und Nenners nicht sogleich bemerkt wird, so lässt sich derselbe auf folgende Art entdecken: Man dividirt mit der kleinern Zahl in die grösseren, mit dem ersten Rest in den ersten Divisor, mit dem zweiten Rest in den zweiten Divisor u. s. f. Wenn die Division endlich aufgeht, so ist der letzte Divisor der grösste gemeinschaftliche Theiler. Geht die Division nicht auf, so ist 1 der letzte Divisor und der angenommene Bruch lässt sich nicht weiter aufheben. Z. B. der Bruch ist $^{24581}/_{50731}$.

24581	50731	2			
	49162				
	1569	24581	15		
		1569			
		8891			
		7845			
		1046	1569	1	
			1046		
			523	1046	2
				1046	

Oder kürzer:

24581	50731	2	erster Quotient.
1569	49162	15	zweiter „
7845			
1046	1569	1	dritter „
1046	1046	2	vierter „
0	523		

Hier ist also 523 der letzte Divisor, folglich der grösste gemeinschaftliche Theiler des Zählers und Nenners. Daher ist der einfachste Ausdruck des gegebenen Bruchs $^{24581}/_{50731} = {}^{47}/_{97}$.

Verwandlung eines Bruchs in einfachere Näherungsbrüche.

Mag sich nun auf solche Art ein grösster gemeinschaftlicher Theiler finden oder nicht, so lassen sich die gefundenen Quotienten dazu anwenden, um eine Reihe von Brüchen zu finden, welche abwechselnd etwas grösser oder kleiner als ein gegebener Bruch sind, aber den Vorzug haben, dass sie durch einfachere Zahlen ausgedrückt sind. Der erste von diesen Näherungsbrüchen hat 1 zum Zähler und den ersten Quotienten zum Nenner. Dieser ist es etwas zu gross. Der zweite

Näherungsbruch wird gefunden, wenn man den Zähler und Nenner des ersten Bruchs mit dem zweiten Quotienten multiplicirt und im Nenner 1 addirt. Dieser Bruch ist etwas zu klein, aber genauer als der vorige. Jeder folgende Bruch wird gefunden, indem man den Zähler und Nenner eines Bruchs mit dem folgenden Quotienten multiplicirt und zum Product des Zählers den Zähler des vorigen Bruchs, zum Product des Nenners den Nenner des vorigen Bruchs addirt.

Die folgenden Brüche sind immer genauer als die vorigen; der letzte Bruch aber ist dem gegebenen ganz gleich. Im vorstehenden Beispiel ist

Quotienten	2	15	1	2
Näherungsbrüche ...	$^{1}/_{2}$	$^{15}/_{31}$	$^{16}/_{33}$	$^{47}/_{97}$
	zu gross.	zu klein.	zu gross.	gleich.

Verwandlung eines Decimalbruchs in einen gewöhnlichen Bruch.

Auf diese Art lassen sich auch Decimalbrüche, oder Decimalzahlen, durch gewöhnliche Brüche ausdrücken. Z. B. 3,1415926.

10000000	31415926	3
9911482	30000000	7
88518	1415926	
	88518	15
88156	442590	1
362	88156	243
	724	
	1448	
190	1086	1
172	190	1
162	172	9
10	18	1

3	7	15	1
$^{3}/_{1}$	$^{22}/_{7}$	$^{333}/_{106}$	$^{355}/_{113}$

Also ist der gegebene Decimalbruch

$3^{1}/_{7}$ zu gross,
$3^{15}/_{106}$ zu klein,
$3^{16}/_{113}$ zu gross.

Diese Methode lässt sich auch bei Verhältnissen, welche durch einfachere Zahlen ausgedrückt werden sollen, mit Vortheil anwenden, wie weiter unten gezeigt werden wird.

Probe der Näherungsbrüche.

Man schreibt zu diesem Zweck die gefundenen Quotienten in umgekehrter Ordnung.

Z. B. der Bruch 0,0940315 9725795 938

giebt die Quotienten 10, 1, 1, 1, 2, 1, 4, 3, 4, 1, 1, 19, 1, 8

der letzte gefundene Bruch ist $^{295636}/_{3144007}$

$$\frac{1,\ 19,\ 1,\ 1,\ 4,\ 3,\ 4,\ 1,\ 2}{8,\ 9,\ 179,\ 188,\ 367,\ 1656,\ 5335,\ 22996,\ 28331,}$$

$$\frac{1,\ 1,\ 1,\ 10,}{79658,\ 107989,\ 187647,\ 295636,\ 3144007}$$

Den letzten Quotienten 8 multiplicirt man mit dem vorhergehenden Quotienten 1; zu diesem Producte addirt man in allen Fällen 1. Die gefundene Summe 9 multiplicirt man mit dem vorhergehenden Quotienten 19, und addirt die vorhergehende Zahl 8. Die Summe 179 multiplicirt man mit dem vorhergehenden Quotienten 1, und addirt die vorhergehende Zahl 9, so bekommt man 188 u. s. w. Die beiden letzten Zahlen 295636 und 3′144007 müssen wieder die Zähler und Nenner des gefundenen Näherungsbruchs sein.

Grösse der Annäherung.

Um die Annäherung der Näherungsbrüche an den gegebenen Bruch zu beurtheilen, ist es am einfachsten, sie bis zu einer gewissen Grenze in Decimalbrüche zu verwandeln und die Unterschiede derselben mit dem gegebenen Bruche zu nehmen. Bei dem obigen Beispiele hätte man hiernach

Quot.				
	gegeben	0,0940315	9725795	938
1	$^{887}/_{9433}$ =	0,0940315	9122230	467
1	$^{1607}/_{17090}$	0,0940315	9742539	496
19	$^{31420}/_{334143}$	0,0940315	9725027	907
1	$^{33027}/_{351233}$	0,0940315	9725879	971
8	$^{295636}/_{3144007}$	0,0940315	9725789	415

Die Unterschiede mit dem gegebenen Bruche sind hier:

0,0000000	0603565	471
	16743	558
	768	031
	84	033
	6	523

Besondere Eigenschaft der Näherungsbrüche.

Eine wichtige Eigenschaft der Näherungsbrüche ist, dass bei zwei auf einander folgenden Brüchen der Unterschied der

Producte des einen Zählers mit dem andern Nenner immer gleich 1 ist. Daher ist der Unterschied zweier auf einander folgenden Näherungsbrüche immer gleich 1 dividirt durch das Product der beiden Nenner. Im obigen Beispiele sind die auf einander folgenden Unterschiede:

$$\frac{1}{9433 \times 17090} = 0{,}0000000\ 0620309\ 029$$

$$\frac{1}{17090 \times 334143} \ldots\ldots\ldots\ \ldots\ldots 17511\ 589$$

$$\frac{1}{334143 \times 351233} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 852\ 064$$

$$\frac{1}{351233 \times 3144007} \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots 90\ 556$$

Wälsche oder italienische Practik.

Erster Fall.

Man zerlegt die Waare, deren Preis gesucht wird, in Vielfache und Aliquote derjenigen Waare, deren Preis gegeben ist.

Eine Grösse ist ein Aliquotes einer andern, wenn sie in der andern eine volle Anzahl Male enthalten ist. So ist 7 ein Aliquotes von 14, 21, 28 u. s. f.

Wenn der Preis einer Waare gegeben ist und der Preis einer andern Waare gesucht wird, die von jener ein Aliquotes ist, so dividirt man jenen Preis mit dem Nenner des Aliquoten.

Enthält die zweite Waare noch Vielfache der ersten Waare, so multiplicirt man auch jenen Preis mit der vielfachen Zahl.

Ein Ballen Papier kostet RS. 32, was kosten $2\frac{1}{2}$ Ries?

10 Ries.....RS. 32
4) ——
$2\frac{1}{2}$ Ries...RS. 8

Ein Pud kostet RS. 12,50, was kosten 5 Pfund?

40 Pfund.....RS. 12,50
8) ——
5 Pfund.....RS. $1{,}56\frac{1}{4}$

Ein russisches Pfund 12löthiges Silber hat den innern Werth von RS. $17{,}06^2/_3$, was kostet ein russisches Loth 12löthiges Silber?

32 Loth....RS. 17,066...
4) ———
8 Loth..........4,266...
8) ———
1 Loth .....RS. 0,533...

Eine rigische Last Roggen kostet RS. 42, was kosten 25 Loof?

45 Loof........RS. 42
9) ———
5 Loof.............4,666...
5) ———
25 Loof ....RS. 23,333...

100 rigische Loof Weizen kosten RS. 285, was kosten 325 Loof?

100 Loof......RS. 285
3) ———
300 Loof...........855
25 Loof..(¼ v. 100)..71,25
RS. 926,25

Ein Liespfund Weizenmehl kostet Kop. S. 72½, was kosten 5 Liespfund 5 Pfund?

1 Lspf...........RS. 0,725
5) ———
5 Lspf...............3,625
¼ Lspf...............0,18125
RS. 3,80625

Ein Pud Stangeneisen kostet R. Banko 3,75, was kosten 3 Pud 8 Pfund?

1 Pud...............RB. 3,75
3) ———
3 Pud....................11,25
⅕ Pud....................0,75
RB. 12,00

100 rigische Loof Hafer kosten RS. 55,40, was kostet eine Last, was ein Tschetwert?

100 Loof . . . . RS. 55,40
10 Loof 5,54
60 Loof oder 1 Last . RS. . 33,24
1 Tschetwert oder 3 Loof RS. 1,662

$3\frac{1}{2}$ Liespfund Weizenmehl mittlerer Sorte kosten RS. 2,45, das Loof Mehl zu 5 Liespfund gerechnet, was kostet ein Tschetwert?

$3\frac{1}{2}$ Lspf. . . . . RS. 2,45
2)
7 Lspf. 4,90
7)
1 Lspf. 0,70
1 Loof . . . . RS. 3,50
1 Tschetwert . . . . RS. 10,50

12 Loof Grütze kosten RS. 21, was kostet 1 Loof?

12 Loof . . . . RS. 21
3)
4 Loof 7
4)
1 Loof . . . . RS. 1,75

Ein Pfund einer Waare kostet Kop. S. $8\frac{1}{2}$, was kosten 7 Pud 16 Pfund?

1 Pfund . . . . RS. 0,085
10 Pfund 0,85
1 Pud 3,40
7 Pud 23,80
10 Pfund 0,85
6 Pfund 0,51
RS. 25,16

Ein Liespfund einer Waare kostet RS. 2,15, was kosten 8 Lspf. 15 Pfund?

1 Lspf. oder 20 Pfund . . . RS. 2,15
8 Lspf. 17,20
10 Pfund 1,075
5 Pfund 0,5375
RS. 18,8125

Für RS. 12 bekommt man 7 Tschetwert Hafer, wie viel für RS. 100

RS. 12 . . . . . 7 Tschetwert
8) ———
RS. 96 56
RS. 4 . . . . . 2 — 2 — $5^1/_3$
RS. 100 . . . . 58 Tschtw. 2 Tschtwk. $5^1/_3$ Garnez.

Ein Pud Kupfer kostet RS. 8,25 was kosten $2^1/_2$ Pfund?

40 Pfund . . . . RS. 8,25
8) ———
5 Pfund . . . . 1,$03^1/_8$
$2^1/_2$ Pfund . . . . RS. 0,$51^9/_{16}$

100 Pfund kosten RS. 76,38, was kosten $12^1/_2$ Pfund?

100 Pfund . . . . RS. 76,38
2) ———
50 „ 38,19
2) ———
25 „ 19,095
2) ———
$12^1/_2$ „ . . . . RS. 9,$54^3/_4$

2 Pud 30 Pfund kosten RS. 25, was kosten $27^1/_2$ Pfund?

110 Pfund . . . . RS. 25
55 „ 12,50
$27^1/_2$ „ . . . . RS. 6,25

Ein Pfund kostet Kopeiken 65, was kosten 17 Pfund 16 Loth?

1 Pfund . . . . R. 0,65
10 „ 6,50
7 „ 4,55
$^1/_2$ „ 0,325
R. 11,375

100 Pfund kosten Rubel 14,25, was kosten $512^1/_2$ Pfund?

100 Pfund . . . . R. 14,25
5) ———
500 „ 71,25
8) ———
$12^1/_2$ „ . . . . 1,$78^1/_8$
R. 73,$03^1/_8$

100 Pfund kosten RS. 12, was kosten 775 Pfund?

100 Pfund ....RS. 12
8)
800 „ 96
4)
— 25 „ ....—3
RS. 93

Zweiter Fall.

Man zerlegt die Waare, deren Preis gesucht wird, durch Addition oder Subtraction in mehrere Theile, wovon jeder folgende ein Aliquotes oder Vielfaches eines der vorhergehenden ist.

100 rig. Loof Roggen kosten RS. 115, was kosten 375 Loof?

100 Loof............RS. 115
3)
300 „ 345
4)
75 „ 86,25
RS. 431,25

Ein Tschetwert Hafer kostet RS. 1,70, was kosten 12 Tschetwert 3 Tschetwerik 5 Garnez?

10 Tschetw. ....RS. 17
5)
2 „ 3,40
8)
2 Tschwk. 0,425
2)
1 „ 0,2125
2)
4 Garnez..............0,10625
4)
1 „ 0,0265625
RS. 21,17031

Ein Bérkowez reiner Hanf kostet RS. 21,25, was kosten 3 Bérkowez 7 Pud 25 Pfund?

1 Brkwz. . . . . RS. 21,25
3)
3 „ 63,75
10)
3 Pud. 6,375
3 „ 6,375
3)
1 „ 2,125
2)
20 Pfund 1,0625
4)
5 „ 0,265625
RS. 79,953125

Ein Pfund kostet Kop. 35, was kosten 6 Pfund 18 Loth?

1 Pfund . . . . R. 0,35
6)
6 „ 2,10
8)
24 Loth. 0,2625
4)
– 6 „ . . . . – 0,065625
R. 2,296875

3 Pfund kosten RS. 1, was kosten 7 Pud 28 Pfund?

3 Pfund . . . . RS. 1
3)
1 „ . . . . 0,33. . .
10)
10 „ . . . . 3,33. . .
4)
1 Pud. . . . . 13,33. . .
7)
7 „ . . . . 93,33. . .
10)
28 Pfund. . . . . 9,33. . .
RS. 102,66. . .

Ein Pud Wachslicht kostet RS. 23, was kosten 24 Pfund?

40 Pfund............RS. 23
2)
20 „ 11,50
5)
4.......................2,30
RS. 13,80

12 rig. Last Weizen kosten RS. 1400, was kostet eine Last?

12 Last.......RS. 1400
2)
6 „ 700
3)
4 „ ....466,66...
10 „ ....1166,66...
10)
1 „ ....RS. 116,66...

5 rig. Loof Roggen kosten RS. 4,75, was kostet eine Last?

5 Loof..........RS. 4,75
10)
1 Last 5 Loof.............47,50
1 Last...............RS. 42,75

4 rig. Loof Weizen kosten RS. 9,80, was kostet die Last?

4 Loof............RS. 9,80
10)
40 „ 98,00
5)
8 „ 19,60
RS. 117,60

Dritter Fall.

Wenn der Preis der gegebenen Waare in Kopeiken angesetzt ist, so zerlegt man die Waare, deren Preis in Rubeln gesucht wird, in Vielfache und Aliquote von 100.

Ein rig. Loof Hafer kostet Kop. S. 65, was kostet 1 Last 6 Loof 4 Külmit, oder $66\frac{2}{3}$ Loof.

1 Loof............KS. 65
100)
100 „ ....RS. 65,00
2)
200 „ 130
3)
$66\frac{2}{3}$ „ ....RS. $43{,}33\frac{1}{3}$

Ein rig. Loof Weizen kostet KS. $235\frac{1}{2}$, was kostet 1 Last 2 Loof?

1 Loof............KS. 235
100 „ ....RS. 235,50
2)
50 „ ....RS. 117,75

Ein Pud feiner Kaffee kostet RS. $16{,}18\frac{3}{4}$, was kosten 2 Pud 20 Pfund?

1 Pud...... ...RS. $16{,}18\frac{3}{4}$
10)
10 „ 161,875
4)
2 Pud 20 Pf.....RS. 40,46875

Ein Oxhoft feiner franz. Rothwein kostet RS. $165{,}28\frac{3}{8}$, was kosten 3 Oxhoft 2 Anker?

1 Oxh.........RS. 165,28375
10)
10 „ 1652,8375
3)
$3\frac{1}{3}$ „ ....RS. 550,94583

Ein Tschetwert Roggen kostet KS. 290, was kosten 12 Tschetwert 4 Tschetwerik?

1 Tschetw.........KS. 290
100 „ ....RS. 290
8)
12,5 „ ....RS. 36,25

Vierter Fall.

Dieser Fall ist eine Multiplication durch Zerlegung beider Factoren. Man zerfället die Waare, deren Preis gesucht wird, in Vielfache und Aliquote der Waare, deren Preis in Rubeln gegeben ist, indem man dafür eine Geldeinheit von 1, 10, 100 Rubeln, nach den Umständen, annimmt. Dann zerfället man den gegebenen Preis in Vielfache und Aliquote dieser Geldeinheit.

Ein Pud gegossene Talglichte kosten RB. 11,50, was kosten 4 Pud 35 Pfund?

4 Pd. 35 Pf. zu 1 R. . . . . RB. 4,875
10)
„ „ „ 10 R. 48,75
2)
„ „ „ $\frac{1}{2}$ R. 2,4375
„ „ „ $11\frac{1}{2}$ R. . . . RB. 56,0625

Ein Liespfund Zucker kostet RS. 4,20, was kosten 6 Liespfund $17\frac{1}{2}$ Pfund?

6 Lspf. $17\frac{1}{2}$ Pf. zu 1 R. . . . RS. 6,875
4)
„ „ „ 4 R. 27,50
5)
„ „ „ 20 K. 1,375
„ „ „ 4,20 R. . RS. 28,875

Ein Tschetwert Weizen kostet RS. 6,75, was kosten 3 Rig. Last oder $47\frac{1}{4}$ Tschetw.

3 Last zu 1 R. . . . . . . RS. 47,25
6)
„ „ 6 R. 283,50
8)
„ „ 75 K. 35,4375
„ „ 6,75 R. . . RS. 318,9375

Ein Bérkowez 12 köpfiger Flachs kostet RS. 35,10, was kosten 5 Bérkowez 7 Pud 8 Pfund?

5 Bérk. zu 1 R. . . . RS. 5
5)
" " 5 R. 25
7)
" " 35 R. 175
10)
" " 10 K. 0,50
5 Bérk. zu 35,10 R. 175,50
10)
5 Pud 17,55
4/10)
2 Pud 7,02
10)
8 Pfund 0,702
RS. 200,772

Ein Pud feinster Kaffee kostet RS. 16,20, was kosten 12½ Pfund?

1 Pud zu 1 R. . . . . . . RS. 1
4)
10 Pf. 0,25
4)
2½ " 0,0625
12½ Pf. zu 1 R. 0,3125
10)
" " 10 R. 3,125
6/10)
" " 6 R. 1,875
30)
" " 20 K. 0625
12½ Pf. zu 16,20 R. . . . RS. 5,0625

Verhältniss und Proportion.

Erklärung des Verhältnisses.

Wenn zwei gleichartige Dinge in Rücksicht ihrer Grösse mit einander verglichen werden, z. B. die Länge zweier Linien, zweier Stücke Ellenwaaren, die Ausdehnung zweier

Flächen oder Felder, der innere Raum zweier Korn- oder Getränkmaasse, das Gewicht zweier gewogenen Waaren u. s. w., so bedient man sich eines kleinern Maasses oder einer Einheit, welche von derselben Art sein muss, wie die zu vergleichenden Dinge. Dieses Maass ist in jedem der beiden Gegenstände eine gewisse Anzahl Male enthalten, und diese Zahlen stellen das Grössenverhältniss der verglichenen Gegenstände dar. So viel mal die erste Zahl in der zweiten enthalten ist, so viel mal ist auch die erste der beiden verglichenen Grössen in der andern enthalten. Ein Verhältniss zeigt also an, wie viel mal eine Grösse in einer andern von derselben Art enthalten ist. Eben dieses wird auch durch einen Divisionsquotienten oder durch eine Bruchzahl angezeigt. Mithin sind ursprünglich Verhältniss, Quotient und Bruchzahl eins und dasselbe, nur in verschiedener Form dargestellt.

Die beiden Glieder des Verhältnisses, oder die verglichenen Grössen, werden neben einander gestellt und zwischen sie wird das Divisionszeichen (:) geschrieben. Z. B. das Verhältniss von 5 zu 4 wird geschrieben 5 : 4.

Um ein Verhältniss als Quotienten oder Bruch zu schreiben, kann man das erste Glied zum Dividendus oder Zähler, das zweite Glied zum Divisor oder Nenner machen. So ist das Verhältniss 5 : 4 gleich dem Bruch $^5/_4$ oder gleich dem Quotienten $1\,^1/_4$.

In sofern die Verhältnisse als Quotienten angesehen werden, kommen ihnen die Eigenschaften aller Zahlen überhaupt zu. In sofern sie als Brüche angesehen werden, haben sie dieselben Eigenschaften wie diese.

Erklärung und Bildung einer Proportion.

Die Gleichheit zweier Verhältnisse erkennt man daran, wenn die aus den Verhältnissen gebildeten Brüche einander gleich sind. Z. B. das Verhältniss 12 : 54 ist dem Verhältniss 18 : 81 gleich, weil die Brüche $^{12}/_{54}$, $^{18}/_{81}$ gleich sind.

Die Gleichheit zweier Verhältnisse heisst eine **Proportion**. So geben jene gleichen Verhältnisse 12:54 und 18:81 die Proportion:

$$12 : 54 = 18 : 81$$

$$\text{allgemein:}\quad A : B = C : D$$

Ein Verhältniss bleibt sich gleich, wenn man beide Glieder mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt. So kann man aus jedem Verhältniss unzählige andere, durch Multiplication oder Division der Glieder mit einerlei Zahl, bilden, wodurch man eben so viele Proportionen erhält. Z. B.

$$\overbrace{12 : 54}^{6} = 2 : 9$$

$$\overbrace{18 : 81}^{9} = 2 : 9$$

$$\text{allgemein: } A : B = m.A : m.B$$

$$A : B = \frac{A}{m} : \frac{B}{m}$$

Wenn zwei Verhältnisse einem dritten gleich sind, so sind sie auch einander selbst gleich und bilden eine richtige Proportion:

$$\begin{array}{rl} & 5 : 7 = 10 : 14 \\ & \underline{5 : 7 = 15 : 21} \\ \text{also} & 10 : 14 = 15 : 21 \end{array}$$

$$\begin{array}{rl} \text{allgemein: wenn} & E : F = A : B \\ \text{und} & E : F = C : D \\ \text{so ist} & A : B = C : D \end{array}$$

Vergrösserung oder Verkleinerung eines Verhältnisses.

Ein Verhältniss wird so viel mal grösser, als man das 1ste Glied grösser oder das 2te kleiner macht. Es wird so viel mal kleiner, als man das 1ste Glied kleiner oder das 2te grösser macht.

$3 : 8$ doppelt genommen, giebt $6 : 8$ oder $3 : 4$

$3 : 8$ dreimal kleiner gemacht, giebt $1 : 8$ oder $3 : 24$

allgemein: $A : B$ mit m multiplicirt, giebt $m.A : B$

$A : B$ mit m dividirt, giebt $A : m.B$

Kennzeichen der Richtigkeit einer Proportion.

Eine Proportion ist richtig, wenn:

das 1ste Glied so viel mal im 2ten, als das 3te im 4ten enthalten ist,

oder das 2te Glied so viel mal im 1sten, als das 4te im 3ten enthalten ist,

oder das 1ste Glied so viel mal im 3ten, als das 2te im 4ten enthalten ist,

oder das 3te Glied so viel mal im 1sten, als das 4te im 2ten enthalten ist.

Z. B. $2:4 = 3:6$
$14:7 = 12:6$
$3:5 = 6:10$
$24:21 = 8:7$

allgemein: wenn $A:B = C:D$

so ist $\frac{B}{A} = \frac{D}{C}$, $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, $\frac{C}{A} = \frac{D}{B}$, $\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$

Hauptsatz der Proportion.

Eine Proportion ist richtig, wenn das Product der äussern Glieder gleich ist dem Producte der innern Glieder. Sowohl die beiden äussern, als auch die beiden innern Glieder führen die gemeinschaftliche Benennung der wechselnamigen Glieder. Man kann daher auch sagen: in jeder richtigen Proportion müssen die Producte der wechselnamigen Glieder gleich sein. Dieser Satz wird bewiesen, indem man beide Verhältnisse in Brüche verwandelt und diese Brüche auf gleiche Nenner bringt. Z. B. wenn die Proportion $3:5 = 6:10$ richtig ist, so müssen die Brüche $3/5$, $6/10$ gleich sein. Bringt man beide auf den Nenner 50, so ist der erste Zähler 3×10, der andere Zähler 5×6. Da nun diese Producte gleich sind, so sind auch die Brüche $3/5$, $6/10$ gleich, also auch die Proportion $3:5 = 6:10$ richtig.

allgemein: wenn $A:B = C:D$

so ist $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$, also $\frac{A.D}{B.D} = \frac{B.C}{B.D}$

also $A.D = B.C$

Veränderung der Proportion, unbeschadet ihrer Richtigkeit.

Eine Proportion bleibt richtig, wenn man die innern oder die äussern, oder beide Paare von wechselnamigen Gliedern vertauscht. Dieses heisst die Alternation. Z. B.

	$3:5 = 6:10$
Versetzung der innern ...	$3:6 = 5:10$
Versetzung der äussern ..	$10:5 = 6:3$
Versetzung beider Paare .	$10:6 = 5:3$

allgemein: wenn $A:B = C:D$

so ist $A:C = B:D$, $D:B = C:A$, $D:C = B:A$

Eine Proportion bleibt richtig, wenn man beide ersten und zugleich auch beide letzten Glieder vertauscht. Dieses heisst die Inversion. Z. B.

$$\text{Aus } 3:5 = 6:10$$
$$\text{wird } 5:3 = 10:6$$

$$\text{allgemein: wenn } A:B = C:D$$
$$\text{so ist } B:A = D:C$$

Eine Proportion bleibt richtig, wenn man zwei gleichnamige Glieder mit einerlei Zahl multiplicirt oder dividirt. Unter gleichnamigen Gliedern versteht man das 1ste und 2te, oder das 3te und 4te, oder das 1ste und 3te, oder das 2te und 4te. Man kann auch zwei gleichnamige Glieder mit einer, zwei andere gleichnamige Glieder mit einer andern Zahl multipliciren, ohne die Gültigkeit der Proportion aufzuheben.

$$\text{allgemein: wenn } A:B = C:D$$
$$\text{so ist } m.A:m.B = C:D$$
$$A:B = m.C:m.D$$
$$m.A:B = m.C:D$$
$$A:m.B = C:m.D$$

Eine Proportion bleibt richtig, wenn man von zwei wechselnamigen, innern oder äussern Gliedern, das eine mit einer gewissen Zahl multiplicirt, das andere mit der nämlichen Zahl dividirt. Z. B.

$$12:54 = 18:81, \text{ hieraus } 12:9 = 108:81$$
$$\text{und } 4:9 = 108:243$$

$$\text{allgemein: wenn } A:B = C:D$$
$$\text{so ist } A:m.B = \frac{C}{m}:D$$
$$A:\frac{B}{m} = m.C:D$$
$$m.A:B = C:\frac{D}{m}$$
$$\frac{A}{m}:B = C:m.D$$

Wegschaffung der Brüche aus einer Proportion.

Ein Bruch wird aus einem Gliede weggebracht, wenn man dieses Glied mit dem Nenner des Bruchs multiplicirt und nun entweder das gleichnamige Glied mit demselben Nenner multiplicirt oder das wechselnamige Glied mit dem Nenner dividirt. Z. B.

	$5 : 7\frac{1}{2} = 2 : 3$	$5 : 3\frac{1}{3} = 3 : 2$
1ste und 2te mult.	$10 : 15 = 2 : 3$	$15 : 10 = 3 : 2$
2te und 4te mult.	$5 : 15 = 2 : 6$	$5 : 10 = 3 : 6$
2te mult. 3te div. }	$5 : 15 = 1 : 3$	$5 : 10 = 1 : 2$

Aus zwei gleichnamigen Gliedern einer Proportion werden die Brüche weggeschafft, wenn sie gleichen Nenner haben, indem man beide Glieder mit diesem Nenner multiplicirt; wenn sie verschiedene Nenner haben, indem man beide Glieder mit dem Generalnenner der Brüche multiplicirt.

$$\text{mit } 3)\ \frac{5\frac{1}{3} : 7\frac{1}{3}}{16 : 22} \begin{matrix} = 4 : 5\frac{1}{2} \\ = 4 : 5\frac{1}{2} \end{matrix} \qquad 6)\ \frac{5\frac{1}{3} : 7\frac{1}{2}}{32 : 45} \begin{matrix} = 8 : 11\frac{1}{4} \\ = 8 : 11\frac{1}{4} \end{matrix}$$

$$12)\ \frac{6\frac{3}{4} : 5\frac{5}{6}}{81 : 70} \begin{matrix} = 9 : 7\frac{7}{9} \\ = 9 : 7\frac{7}{9} \end{matrix}$$

Bildung einer Proportion aus zwei andern.

Wenn die unter einander stehenden Glieder zweier Proportionen mit einander multiplicirt werden, so bilden die Producte wiederum eine richtige Proportion. Z. B.

$$\begin{array}{c} 3 : 4 = 6 : 8 \\ 5 : 7 = 10 : 14 \\ \hline 15 : 28 = 60 : 112 \end{array}$$

allgemein: wenn $A : B = C : D$
und $E : F = G : H$
so ist $A.E : B.F = C.G : D.H$

Wenn hierbei die gegenüberstehenden Glieder gleich sind, so heben sich diese einander auf und fallen also weg. Dieser Schluss heisst: aus der Gleichheit (ex aequo). Z. B.

$$\begin{array}{c} 3 : 4 = 6 : 8 \\ 4 : 2 = 12 : 6 \\ \hline 3 : 2 = 12 : 8 \end{array}$$

allgemein: wenn $A : B = C : D$
und $B : E = F : C$
so ist $A : E = F : D$

Bildung neuer Proportionen durch Addition und Subtraction der Glieder.

Aus einer Proportion lassen sich durch Addition und Subtraction der gleichnamigen Glieder andere Proportionen nach folgenden Regeln bilden: das 1ste Glied verhält sich zur Summe oder zum Unterschied des 1sten und 2ten Gliedes, wie das 3te Glied zur Summe oder zum Unterschied des 3ten und 4ten Gliedes.

Aus $6 : 8 = 21 : 28$
wird $6 : 14 = 21 : 49$ Summe
und $6 : 2 = 21 : 7$ Unterschied.

allgemein: wenn $A : B = C : D$

so ist $\frac{B}{A} = \frac{D}{C}$, also $\frac{A+B}{A} = \frac{C+D}{C}$

und $\frac{A-B}{A} = \frac{C-D}{C}$

also $A : A + B = C : C + D$
und $A : A - B = C : C - D$

Das 2te Glied verhält sich zur Summe oder zum Unterschiede des 1sten und 2ten Gliedes, wie das 4te Glied zur Summe oder zum Unterschiede des 3ten und 4ten Gliedes.

Aus $6 : 8 = 21 : 28$
wird $8 : 14 = 28 : 49$
und $8 : 2 = 28 : 7$

allgemein: wenn $A : B = C : D$, so ist $\frac{A}{B} = \frac{C}{D}$

also $\frac{A+B}{B} = \frac{C+D}{D}$ und $\frac{A-B}{B} = \frac{C-D}{D}$

also $B : A + B = D : C + D$
und $B : A - B = D : C - D$

Die Summe oder der Unterschied des 1sten und 3ten Gliedes verhält sich zur Summe oder zum Unterschied des 2ten und 4ten Gliedes, wie das 1ste zum 2ten oder wie das 3te zum 4ten Gliede.

Aus $6 : 8 = 21 : 28$
wird $27 : 36 = 6 : 8$ und $27 : 36 = 21 : 28$
und $15 : 20 = 6 : 8$ und $15 : 20 = 21 : 28$

allgemein: wenn $A : B = C : D$

so ist $\frac{A}{C} = \frac{B}{D}$, also $\frac{A + C}{C} = \frac{B + D}{D}$, und $\frac{A - C}{C} = \frac{B - D}{D}$

also $A + C : B + D = C : D = A : B$
und $A - C : B - D = C : D = A : B$

Die Summe oder der Unterschied des 1sten und 2ten Gliedes verhält sich zu der Summe oder zum Unterschied des 3ten oder 4ten Gliedes, wie das 1ste zum 3ten oder wie das 2te zum 4ten.

Aus $6 : 8 = 21 : 28$
wird $14 : 49 = 6 : 21$ und $14 : 49 = 8 : 28$
und $2 : 7 = 6 : 21$ und $2 : 7 = 8 : 28$

allgemein: wenn $A : B = C : D$
so ist $A + B : C + D = A : C = B : D$
und $A - B : C - D = A : C = B : D$

Die Summe und der Unterschied zweier gleichnamigen Glieder verhalten sich zu einander, wie die Summe und der Unterschied der beiden andern gleichnamigen Glieder.

Aus $6 : 8 = 21 : 28$
wird $14 : 2 = 49 : 7$
und $27 : 15 = 36 : 20$

allgemein: wenn $A : B = C : D$
so ist $A + B : A - B = C + D : C - D$
und $A + C : A - C = B + D : B - D$

Um diese Sätze zu beweisen, so bildet man aus der gegebenen Proportion zwei gleiche Brüche, so dass diejenigen Glieder, welche addirt oder subtrahirt werden sollen, in den Zähler und Nenner desselben Bruchs kommen. Hierauf addirt man zu beiden Brüchen die Zahl 1, oder man subtrahirt von beiden die Zahl 1. Aus den neuen ebenfalls einander gleichen Brüchen bildet man nun wieder eine Proportion.

Durch ein ähnliches Verfahren lassen sich aus einer Proportion noch unzählig viele andere Proportionen ableiten, indem man die gleichnamigen Glieder mit beliebigen Zahlen multiplicirt oder dividirt und dann die Summen oder Unterschiede bildet.

Genäherte Verhältnisse.

Bei sehr scharfen Rechnungen erhält man öfters das Verhältniss zwischen zwei Grössen durch Zahlen von vielen Stellen ausgedrückt, während es zu praktischem Gebrauch hinreichend ist, ein genähertes Verhältniss in einfachen Zahlen anzuwenden. Um solche genäherte Verhältnisse zu finden, sieht man die gegebenen Zahlen als Zähler und Nenner eines Bruchs an und verfährt mit diesen, wie es oben angezeigt wurde, um eine Reihe von genäherten Brüchen zu finden. Man dividirt nämlich mit der kleinern Zahl in die grössere, mit dem Rest in den vorigen Divisor u. s. f. und erhält dadurch eine Reihe von Quotienten. Die Glieder des 1sten Verhältnisses sind nun 1 und der 1ste Quotient. Diese beiden multiplicirt man mit dem 2ten Quotienten und addirt zum 2ten Product 1. Dadurch ergeben sich die Glieder des 2ten genäherten Verhältnisses. Diese beiden Glieder multiplicirt man mit dem 2ten Quotienten und addirt die Glieder des 1sten Verhältnisses dazu. Hierdurch erhält man die Glieder des 3ten Verhältnisses. Diese multiplicirt man mit dem 3ten Quotienten und addirt die Glieder des 2ten Verhältnisses dazu u. s. f.

Will man die Rechnung nur bis zu einem gewissen Quotienten fortsetzen, so bleibt man bei demjenigen Quotienten stehen, auf welchen ein viel grösserer folgt.

Beispiele.

1) Die ehemalige Loofstelle der Krongüter in Kurland hielt 225 Quadratstangen, jede Stange zu $7\frac{1}{2}$ rigischen Ellen. Da diese nach meiner letzten Bestimmung (Rechenbuch II. 247.) 21,166 engl. oder russ. Zoll hält, so ist die Stange 158,745 Zoll, also die Loofstelle 39374,9609765625 russ. Quadratfuss, mithin sind $8533\frac{1}{3}$ Loofstellen gleich 335999667 russ. Quadratfuss.

Die russische Dessätine hält 2400 Quadratsaschen zu 49 Quadratfuss, oder 117600 Quadratfuss. Mithin sind $8533\frac{1}{3}$ Dessätinen gleich 1003520000 Quadratfuss. Welches sind die genäherten Verhältnisse zwischen der alten Loofstelle und der Dessätine?

		Quot.	Gen. Verhältnisse.
335999667	1003520000	2	1 : 2
331520666	671999334	1	1 : 3
4479001	331520666	74	75 : 224
4475520	331446074	60	4501 : 13443
3481	74592	21	94596 : 282527
2982	73101	2	193693 : 578497
499	1491	2	481982 : 1439521
493	998	1	675675 : 2018018
6	493	82	55887332 : 166916997
6	492	6	335999667 : 1003520000
	1		

Nimmt man zum praktischen Gebrauch das Verhältniss 75 : 224, so ist die alte Loofstelle 117600 $\times$ $^{75}/_{224}$, d. h. genau 39375 russische Quadratfuss. Die neue Loofstelle der liefländischen und kurländischen Krongüter ist 40000 russ. Quadratfuss und ihr genaues Verhältniss zur Dessätine ist 50 : 147.

2) Das französische Meter hält nach meiner Bestimmung von 1834 (Rechenb. II. 296.) 0,51306 Toisen od. 36,94032 pariser Zoll und 39,3705 engl. Zoll. Das genaue Verhältniss beider Zoll- oder Fussmaasse ist also 205224 : 218725, welches sind die genäherten Verhältnisse?

			Gen. Verhältnisse.
205224	218725	1	1 : 1
202515	205224	15	15 : 16
2709	13501	4	61 : 65
2665	10836	1	76 : 81
44	2665	60	4621 : 4925
25	2640	1	4697 : 5006
19	25	1	9318 : 9931
18	19	3	32651 : 34799
1	6	6	205224 : 218725

3) Wenn man den preussischen oder rheinländischen Fuss zu 139,13 par. Linien annimmt, so ist das genaue Verhältniss des russischen zum rheinländischen Fuss nach den Zahlen des vorigen Beispiels:

118209024 : 121724837

Hieraus die genäherten Verhältnisse zu finden.

118209024	121724837	1........1	:	1
116021829	118209024	33.......33	:	34
2187195	3515813	1........34	:	35
1328618	2187195	1........67	:	69
858577	1328618	1.......101	:	104
470041	858577	1.......168	:	173
388536	470041	1.......269	:	277
326020	388536	4......1244	:	1281
62516	81505	1......1513	:	1558
56967	62516	3......5783	:	5955
5549	18989	3....18862	:	19423

Demnach sind 101 preuss. oder rheinl. Fuss gleich 104 russische oder englische, oder genauer 1513 preuss. gleich 1558 russ.

4) Wenn man die Zahl des vorigen Beispiels 118209024 mit $^7/_6$ multiplicirt, wodurch sich 137910528 ergiebt, so verhält sich die Saschen von 7 russischen Fuss zum Faden von 6 rheinländ. Fuss wie

121724837 : 137910528

Hieraus die genäherten Verhältnisse zu finden.

121724837	137910528	1........1	:	1
113299837	121724837	7........7	:	8
8425000	16185691	1........8	:	9
7760691	8425000	1.......15	:	17
664309	7760691	11......173	:	196
453292	7307399	1.......188	:	213
211017	453292	2.......549	:	622
187548	422034	6......3482	:	3945
23469	31258	1......4031	:	4567
23367	23469	3....15575	:	17646
102	7789			

Bleibt man beim 4ten Quotienten stehen, so sind 15 Saschen gleich 17 Faden. Der 7te Quotient giebt noch genauer 549 Saschen gleich 622 Faden.

5) Wenn nach den Zahlen des 3ten Beispiels der russische oder englische Fuss sich zum preussischen oder rhein-

ländischen wie 118′209024 : 121′724837 verhält, so verhält sich der russische Cubikfuss zum rheinländischen wie 1 : 1,09190715; welches sind die genäherten Verhältnisse?

100000000	109190715	1.......1 : 1
91907150	100000000	10.....10 : 11
8092850	9190715	1.......11 : 12
7685055	8092850	7.......87 : 95
407795	1097865	2.....185 : 202
282275	815590	1....272 : 297
125520	282275	2....729 : 796
124940	251040	4...3188 : 3481
580	31235	

Hier kann man bei dem Verhältniss 729 : 796 stehen bleiben, welches den rheinländischen Cubikfuss nur um den 1350sten Theil eines Cubikzolles zu klein giebt.

6) Eine Kugel verhält sich zum Cubus ihres Durchmessers wie 0,523598775598... zu 1. Welches sind die genäherten Verhältnisse?

523598775598	1000000000000	1......1 : 1
476401224402	523598775598	1......1 : 2
47197551196	476401224402	10....11 : 21
4425712442	47197551196	10...111 : 212
2940426776	4425712442	1...122 : 233
1485285666	2940426776	1...233 : 445
1455141110	1485285666	1...355 : 678
120578224	1455141110	48
249358870	30144556	
241156448	24607266	3
8202422	5537290	

Das Verhältniss von 355 : 678 giebt die Kugel nur um ein 22 Milliontel des Cubus des Durchmessers zu gross. Denn

die Kugel ist vom Cubus des Durchmessers 0,523598775...
der Bruch 355/678 giebt in Decimalstellen . . 0,523598820...
Unterschied . . 0,000000045

Regel de tri.

Zweck der Regel de tri.

Diese Regel lehrt, aus drei gegebenen Grössen oder Zahlen eine vierte unbekannte Grösse oder Zahl zu finden, die mit jenen drei in einer richtigen Proportion stehen soll. Es wird hierbei vorausgesetzt, dass von den vier Grössen je zwei von gleicher Art und nur der Grösse nach verschieden sind.

Kennzeichen der graden Regel de tri.

Die Regel de tri wird bei allen denjenigen Fragen angewendet, wo es heisst: je mehr Dinge von der einen Art, desto mehr Dinge von der andern. Wenn eine Grösse in demselben Verhältniss zunimmt, wie eine andere, oder in demselben Verhältniss abnimmt, wie eine andere, so steht jene mit dieser in gradem oder directem Verhältniss und die Berechnung geschieht durch die grade oder directe Regel de tri. Solche Aufgaben kommen besonders bei der Vergleichung von Waaren mit ihren Preisen vor, da für eine Waare von übrigens gleicher Güte desto mehr bezahlt wird, in je grösserer Menge sie vorhanden ist.

Kennzeichen der verkehrten Regel de tri.

Wenn man sagen kann: je mehr Dinge von der einen Art, desto weniger Dinge von der andern, oder wenn eine Grösse in demselben Verhältniss zunimmt, wie eine andere abnimmt, so sagt man, dass die Grösse der einen Art mit der Grösse der andern Art in verkehrtem, indirectem oder inversem Verhältniss steht, und macht die Berechnung durch die verkehrte Regel de tri.

Die verkehrte Regel de tri kommt vor, wenn verschiedene zusammenwirkende Ursachen einerlei Wirkung hervorbringen. Z. B. Je mehr Arbeiter angestellt werden, in desto kürzerer Zeit werden sie die Arbeit bei gleichem Fleiss vollenden. Je länger die Fläche, desto weniger breit ist sie bei gleichem Inhalt. Je höher der Körper, desto geringer sein Querschnitt bei gleichem innern Raum u. s. w.

Reduction der gleichartigen Glieder auf eine gemeinschaftliche Einheit.

Ehe die Berechnung angefangen werden kann, muss man die beiden Grössen, welche von gleicher Art sind, auch auf eine gleiche Benennung, d. h. auf ein gemeinschaftliches Maass oder eine gemeinschaftliche Einheit bringen.

Z. B. Die eine Waare wiegt 5 Pfund, die andere 7 Pfund 4 Loth, so müssen entweder beide Quotienten auf Loth gebracht werden, also 160 Loth und 228 Loth; oder die Loth in der zweiten Waare müssen als Bruch eines Pfundes ausgedrückt werden, also: 5 Pfund und $7\frac{1}{8}$ Pfund.

Ansatz der graden Regel de tri durch Proportion.

Man schreibt die beiden Grössen, welche von einerlei Art sind, in das 1ste und 2te Glied eines Verhältnisses. Sind nun die Verhältnisse direct, so setzt man die beiden andern Grössen, wovon die eine gegeben ist, die andere gesucht wird, als 3tes und 4tes Glied der Proportion, so dass sich das 3te Glied auf das 1ste und das 4te auf das 2te bezieht. Wenn z. B. die Waare im 1sten und 2ten Glied ist, so muss der Preis der 1sten Waare in's 3te, der Preis der 2ten Waare in's 4te Glied, wenn aber die Preise im 1sten und 2ten Gliede stehen, so muss die Waare des 1sten Preises in's 3te Glied, die Waare des 2ten Preises in's 4te Glied gesetzt werden.

Indessen ist es auch kein Fehler, die mittlern Glieder zu verwechseln, und daher in's 1ste Glied die Waare, in's 2te Glied ihren Preis, in's 3te Glied die andere Waare, in's 4te Glied ihren Preis zu schreiben; oder auch in's 1ste Glied einen Preis, in's 2te Glied dessen Waare, in's 3te Glied den andern Preis, in's 4te Glied dessen Waare zu schreiben. In diesem Falle sind das 1ste und 3te Glied gleichnamig, und eben so das 2te und 4te Glied; man hat dann nur dafür zu sorgen, dass auch diese gleichnamigen Glieder auf einerlei Benennung oder Maass gebracht werden.

Wirkliche Berechnung.

Sind auf diese Weise die Glieder gehörig gestellt und die gleichnamigen auf einerlei Benennung oder Maas gebracht, so ist es so anzusehen, als ob sich dieses gemeinschaftliche Maass der gleichnamigen Glieder durch Division aufhebe. Man hat also nur noch mit einer Proportion von vier Zahlen zu rechnen, bei welcher man den obigen Satz anwendet, dass das Product der äussern Glieder dem Product der innern gleich sein muss. Ist daher die gesuchte Zahl im 4ten oder im 1sten Gliede, so multiplicirt man die gegebenen innern Glieder mit einander und dividirt mit dem gegebenen äussern, wodurch sich das gesuchte äussere Glied der Proportion ergiebt.

Ist aber dieses gesuchte Glied eines von den innern, so multiplicirt man die gegebenen äussern Glieder mit einander und dividirt mit dem gegebenen innern.

Reduction der Glieder auf den einfachsten Ausdruck.

Ehe man die Multiplication und Division anfängt, thut man wohl, die Brüche auf die so eben bei den Verhältnissen angezeigte Art wegzuschaffen und die sich so ergebenden ganzen Zahlen auf ihren einfachsten Ausdruck zu bringen, indem man die in den gleichnamigen Gliedern enthaltenen, gemeinschaftlichen Factoren durch Division aufhebt.

Z. B. 5 Pfund kosten 1 Rub. 70 Kop., was kosten 7 Pfund 4 Loth? Hier kann man ansetzen:

5 ℔ : $7\frac{1}{8}$ ℔ = 1,70 R. : x R.
oder $7\frac{1}{8}$ ℔ : 5 ℔ = x R. : 1,70 R.
oder 1,70 R. : x R. = 5 ℔ : $7\frac{1}{8}$ ℔
oder x R. : 1,70 R. = $7\frac{1}{8}$ ℔ : 5 ℔
oder 5 ℔ : 1,70 R. = $7\frac{1}{8}$ ℔ : x R.
oder $7\frac{1}{8}$ ℔ : x R. = 5 ℔ : 1,70 R.
u. s. w.

In allen diesen Fällen ist immer die gesuchte Zahl gleich 1,70 multiplicirt mit $7\frac{1}{8}$, und dividirt mit 5, oder multiplicirt mit 57 und dividirt mit 40, also gleich $2{,}42\frac{1}{4}$ Rubel.

Ansatz der verkehrten Regel de tri durch die Proportion.

Man setzt wieder in das 1ste und 2te Glied diejenigen beiden gegebenen Grössen, welche von einerlei Art sind, und in das 3te und 4te Glied die beiden andern gleichartigen Grössen, wovon die eine gegeben ist, die andere gesucht wird; jedoch setzt man sie so, dass sich das 3te Glied auf das 2te und das 4te Glied auf das 1ste bezieht. Dadurch erhält man eine richtige Proportion und befolgt nun dieselben Regeln, welche für die grade Regel de tri gegeben wurden.

Z. B. Ein Capital von 850 Rub. giebt in 6 Jahren 6 Monaten 276,25 Rub. Zinsen, in welcher Zeit werden

1000 Rub. dieselbe Summe von Zinsen liefern? Hier ist der Ansatz:

$$850 \text{ R.} : 1000 \text{ R.} = x \text{ J.} : 6\tfrac{1}{2} \text{ J.}$$

$$\text{oder } 1000 \text{ R.} : 850 \text{ R.} = 6\tfrac{1}{2} \text{ J.} : x \text{ J.}$$

u. s. f.

Die gesuchte Zahl von Jahren wird also gefunden, indem man $6\frac{1}{2}$ Jahr mit 850 multiplicirt und mit 1000 dividirt; sie ist also 5,525 Jahr oder 5 Jahr 6 Monat 9 Tage.

Ansatz der graden Regel de tri durch zwei Gleichungen oder einen Kettensatz.

Bei der graden Regel de tri setzt man irgend eine der gegebenen oder gesuchten Grössen hin und ihr gegenüber ihren Werth, wodurch sich die eine Gleichung ergiebt. Die 2te Gleichung bildet man, indem man sie mit einer Grösse anfängt, die mit derjenigen von gleicher Benennung ist, mit welcher die 1ste Gleichung geendigt wurde. Ihr gegenüber rechts schreibt man ihren Werth, der auch dieselbe Benennung haben muss, wie diejenige Grösse, mit welcher man die 1ste Gleichung anfing. Dadurch kommen nun in der Columne links dieselben Benennungen oder Einheiten vor, wie in der Columne rechts. Man multiplicirt nun in der Columne, welche der gesuchten Grösse gegenüber steht, die unter einander stehenden Zahlen und dividirt das Product durch die gegenüber stehende Grösse, welche in der Columne der gesuchten sich befindet. Der hier befolgte Grundsatz ist der: wenn mehrere Grössen mehrern andern an Werth gleich sind, so müssen auch die Producte jener Grössen dem Product dieser Grössen an Werth gleich sein.

Z. B. 5 Pfund kosten 1,70 Rub., was kosten 7 Pfund 4 Loth? wird so angesetzt:

$$\begin{array}{r|l} 5 \text{ Pf.} & 1{,}70 \text{ R.} \\ x \text{ R.} & 7\tfrac{1}{8} \text{ Pf.} \end{array} \qquad \text{oder} \qquad \begin{array}{r|l} x \text{ R.} & 7\tfrac{1}{8} \text{ Pf.} \\ 5 \text{ Pf.} & 1{,}70 \text{ R.} \end{array}$$

$$\text{also } x = \frac{1{,}70 \times 7\tfrac{1}{8}}{5} \qquad x = \frac{1{,}70 \times 7\tfrac{1}{8}}{5}$$

$$\text{oder} \qquad\qquad \text{oder}$$

$$\begin{array}{r|l} 1{,}70 \text{ R.} & 5 \text{ Pf.} \\ 7\tfrac{1}{8} \text{ Pf.} & x \text{ R.} \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 7\tfrac{1}{8} \text{ Pf.} & x \text{ R.} \\ 1{,}70 \text{ R.} & 5 \text{ Pf.} \end{array}$$

$$\frac{1{,}70 \times 7\tfrac{1}{8}}{5} = x \qquad \frac{1{,}70 \times 7\tfrac{1}{8}}{5} = x$$

Ansatz der verkehrten Regel de tri durch eine Gleichung.

Bei der verkehrten Regel de tri werden die Grössen, welche gemeinschaftlich eine Wirkung hervorbringen, als Factoren in eine Columne unter einander gesetzt; und die beiden andern Grössen, welche die nämliche Wirkung hervorbringen sollen, werden ihnen gegenüber ebenfalls in eine Columne unter einander geschrieben. Hier müssen ebenfalls auf der einen Seite dieselben Benennungen vorkommen, wie auf der andern, und die Producte der unter einander stehenden Zahlen in beiden Columnen einander gleich sein.

Z. B. In welcher Zeit geben 1000 Rub. dieselbe Summe von Zinsen, als 850 Rubel in $6\frac{1}{2}$ Jahren?

Hier machen die Zinsen desto mehr aus, je grösser das Capital ist und je längere Zeit es auf Interessen steht. Mithin sieht man die Zinsen als Wirkung, Capital und Zeit als Ursachen an. Diese müssen demnach als Factoren unter einander geschrieben werden.

Der Ansatz ist also:

$$\left.\begin{matrix}850 \text{ R.} \\ 6\frac{1}{2} \text{ J.}\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}1000 \text{ R.} \\ x \text{ J.}\end{matrix}\right. \qquad \frac{6\frac{1}{2} \cdot 850}{1000} = x$$

oder

$$\left.\begin{matrix}1000 \text{ R.} \\ x \text{ J.}\end{matrix}\right\}\left\{\begin{matrix}850 \text{ R.} \\ 6\frac{1}{2} \text{ J.}\end{matrix}\right. \qquad x = \frac{850 \cdot 6\frac{1}{2}}{1000}$$

Ansatz nach der Reesischen Regel für beide Arten.

Diese Regel ist die nämliche, die Verhältnisse mögen grade oder verkehrt sein.

Man nimmt aus den gegebenen Grössen diejenige, welche mit der gesuchten von gleicher Art ist, und schreibt sie hin. Nun überlegt man, ob nach dem Sinn der Frage die gesuchte Grösse grösser oder kleiner werden muss, als die gegebene gleichartige Grösse. Muss die gesuchte grösser sein, so schreibt man unter sie die grössere von den beiden andern gegebenen als Multiplicator, die kleinere aber links als Divisor. Muss die gesuchte Grösse aber kleiner sein, als die gegebene gleichartige, so schreibt man unter sie als Multiplicator die kleinere von den beiden andern gegebenen Grössen, die grössere aber rechts als Divisor.

Z. B. 5 Pfund kosten 1,70 Rub., was kosten $7\frac{1}{8}$ Pfund?

Hier werden Rub. gesucht, man schreibt also die gegebenen 1,70 Rub. hin. Da man für $7\frac{1}{8}$ Pf. offenbar mehr als für 5 Pf. erhält, so schreibt man unter 1,70 Rub. die grössere Zahl $7\frac{1}{8}$, und links als Divisor die kleinere Zahl 5.

Nämlich:

	1,70 R.
5 Pf.	$7\frac{1}{8}$ Pf.

11,90
0,2125

12,1125

2,4225 R.

In welcher Zeit geben 1000 Rub. dieselbe Summe von Zinsen, als 850 Rub. in $6\frac{1}{2}$ Jahren?

Hier werden Jahre gesucht, man schreibt also die gegebenen $6\frac{1}{2}$ Jahre hin. Nun bringen offenbar 1000 Rub. in kürzerer Zeit eine gewisse Zinsensumme, als 850 Rub. Folglich schreibt man die kleinere Zahl als Multiplicator und die grössere Zahl 1000 als Divisor. Nämlich:

	$6\frac{1}{2}$ J.
1000 R.	850 R.

5100
425

5525

5,525 J.

Beispiele zur graden und ungraden Regel de tri.

1) Für 17 Last 40 Loof Roggen rig. Maass zahlt man 700 R. S., wieviel für 20 Last 30 Loof?

Facit 808,70 RS.

2) Für 7 Last 28 Loof Weizen rig. Maas zahlt man 900 R. S., was ist der Preis der Last?

Facit 118,68 RS.

3) Für 8 Last 24 Loof rig. Maass Weizen werden 1000 RS. gezahlt, wieviel erhält man für 1275,50 RS.?

	$8\frac{1}{2}$ Last.
1000 RS.	1275,50 RS.

10204
637,75

0,84175
336700
6734

40404

Facit 10,84175 Last oder 10 Last 40 Loof.
10

4) Für 7 Last 6 Loof 2 Külmet Hafer, rig. Maass, zahlt man 230 RS., wieviel für 6 Last 22 Loof?

	230
$426\frac{1}{3}$	382
	764
	1146
	87860
1279	263580

Facit 206,08 RS.

5) Wenn das russ. Pfund 6319,732 Gran, das engl. Pfund 7000 Gran und der engl. Centner 112 engl. Pfund hat, wieviel russ. Pfund enthält er?

	112
6319,732	7000

Facit 124 russ. Pf.

6) Wenn 1 Pud Demidowsches Kupfer 32 RB. kostet, wie hoch kommt ein Londoner Centner?

	32 RB.
40 Pf.	124 Pf.

Facit 99,20 RB.

7) Wenn am 1. März 1832 in St. Petersburg der Rub. Gold oder $\frac{1}{5}$ Halbimp. zu 3,82 RB., der RS. zu 3,67 RB. stand, wie hoch stand der Halbimp. gegen Silber?

Facit $5{,}20\frac{7}{16}$ RS.

8) Wenn bei dem nämlichen Course der holländ. neue vollwichtige Ducaten zu 10,75 RB., der gute gemischte Ducaten aber zu 10,65 RB. stand, wie standen beide gegen Silber und wie stand der Halbimperial gegen sie?

Facit. Der vollwichtige Ducaten $2{,}92\frac{15}{16}$ RS.
Der gemischte Ducaten . . $2{,}90\frac{3}{16}$ RS.
Der Halbimperial . . . . 1,7767 wicht. Ducaten.
" " . . . . 1,7934 gem. Ducaten.

9) Wenn 3 Pfund einer Waare 2 RS. kosten, wieviel Loth erhält man für 80 KS.?

	96 L.
2 RS.	0,80 RS.

Facit 38,4 Loth.

10) Ein Kaufmann zu St. Petersburg hat für Waaren in Amsterdam den 1. Juni 1832 die Summe von 1250 holl. Gulden zu zahlen. Wenn nun auf dem Courszettel vom 1. März, 3 Monat à dato, der Amsterdamer Cours mit $51\frac{1}{4}$ Cents notirt ist, wieviel hat er in Bankoassignationen zu zahlen?

(100 RB. = $51\frac{1}{4}$ holl. Gulden.)

$$\begin{array}{r|l} & 1250 \text{ holl. G.} \\ 51\frac{1}{4} & 100 \end{array}$$

Facit 2439,02 RB.

11) Wenn nun dieser Kaufmann auf die genannte Summe 5 Procent gewinnen, d. h. statt 100 RB. nur 95 zahlen will, welchen Cours muss er abwarten?

$$\begin{array}{r|l} & 51\frac{1}{4} \\ 95 & 100 \end{array}$$

Facit $53\frac{15}{16}$ Cents pr. Rubel.

12) Das Pari von St. Petersburg auf Amsterdam ist 187,16 holl. Cents für 1 RS., wieviel macht dieses auf 1 RB. aus, wenn der Bancocours 367 ist?

$$\begin{array}{r|l} & 187{,}16 \text{ Cents} \\ 367 & 100 \end{array}$$

Facit 50,997 oder sehr nahe 51 Cents.

13) Jemand, welcher täglich 40 Werst geht, legt einen gewissen Weg in 14 Tagen zurück, wieviel Zeit braucht ein anderer, welcher täglich 115 Werst fährt?

$$\begin{array}{r|l} & 14 \text{ T.} \\ 115 \text{ W.} & 40 \text{ W.} \end{array}$$

Facit $4\frac{20}{23}$ Tage.

14) Die rig. und rev. Elle hält $21\frac{1}{6}$ engl. Zoll, die russ. Arschin aber 28 engl. Zoll; wieviel misst ein Stück Zeug von 60 Ellen in Arschinen?

$$\begin{array}{r|l} & 60 \quad \text{Ellen} \\ 28 & 21\frac{1}{6} \end{array}$$

Facit 45 Arschin 6 Wersch.

15) Wieviel aber beträgt ein Stück Zeug von 100 Arschin in rev. oder rig. Ellen?

$$\begin{array}{r|l} & 100 \\ 21\tfrac{1}{6} & 28 \\ \hline \end{array}$$

Facit $132\tfrac{1}{4}$ Ellen.

16) Wenn 1000 Arschinen grobe russ. Leinwand für 700 RB. verkauft werden, wieviel macht dieser Preis für 1000 rig. Ellen?

$$\begin{array}{r|l} & 700 \\ 28 & 21\tfrac{1}{6} \\ \hline \end{array}$$

Facit $529{,}16\tfrac{2}{3}$ RB.

17) Wieviel macht der nämliche Preis für ein Stück Leinwand von 60 rig. Ellen?

$$\begin{array}{r|l} & 529{,}16\tfrac{2}{3}\ \text{RB.} \\ 1000 & 60 \\ \hline \end{array}$$

Facit 31,75 RB.

18) Wenn ein Stück Leinwand von 60 Ellen für 45 RS. verkauft wird, wieviel Ellen bekömmt man für 100 RS.?

$$\begin{array}{r|l} & 60 \\ 45 & 100 \\ \hline \end{array}$$

Facit $133\tfrac{1}{3}$ Ellen.

19) Wenn man für 100 RS. $133\tfrac{1}{3}$ Ellen erhält, wieviel ist für 83 Ellen 2 Quartier zu bezahlen?

$$\begin{array}{r|l} & 100 \\ 133\tfrac{1}{2} & 83\tfrac{1}{2} \\ \hline \end{array}$$

Facit $62{,}62\tfrac{1}{2}$ RS.

20) Jemand, welcher sonst täglich 11 Stunden arbeitete, kann sich jetzt nur 8 Stunden beschäftigen; in wieviel Tagen wird er nun so viel verdienen können, als sonst in 14 Tagen?

$$\begin{array}{r|l} & 14 \\ 8 & 11 \\ \hline \end{array}$$

Facit $19\tfrac{1}{4}$ Tage.

21) Zu einem Kleide werden 3 Ellen 2 Quartier Tuch erfordert, welches 11 Quartier breit ist, wieviel Ellen zu 9 Quartier Breite sind dazu erforderlich?

	$3^1/_2$
9	11

Facit 4 Ellen 1 Quartier.

22) Als der Bérkowez Flachs am Ort mit 130 RB. gekauft wurde, verkaufte man das Pfund zu 40 KB. Wenn nun der Flachs auf 150 RB. steigt, wie theuer muss man das Pfund verkaufen?

	40
130	150

Facit $46^2/_{13}$ KB.

23) Jemand hat für 32 Ellen Tuch 65,50 RS. gegeben, was werden 102 Ellen 3 Quartier kosten?

	65,50
32	102,75

Facit 210,31 RS.

24) Jemand tauschte für 15 Ellen Leinwand 7 Ellen 3 Quartier Tuch ein, wieviel Tuch wird er für 100 Ellen Leinwand erhalten?

	7,75
15	100

Facit $51^2/_3$ Ellen Tuch.

25) In St. Petersburg kostete am 1. März 1832 ein Pud des feinsten bengalischen Indigo 290 RB. Jemand kaufte von dieser Waare 132 Pfund 18 Solotnik, verkaufte von seinem Einkauf 60 Pfund, das Pfund zu 8,50 RB. Wie theuer musste er den Rest verkaufen, um beim ganzen Handel 10 Procent zu gewinnen?

	290
40	132,1875
	958,36
10 Proc.	95,84
	1054,20

	8,50 RB.
1	60
	510 RB.
	1054,20
72,1875	544,20

Facit 7,54 RB.

26) Jemand gewinnt bei einem Handel im Durchschnitt jährlich 1000 RS., wieviel beträgt dieses in 2 Jahr 7 Monat?

	1000
12	31

Facit 2583,33⅓ RS.

27) Jemand ist verpflichtet, einem andern 1500 RS. auf 9½ Monat zum Gebrauch gegen Rückgabe des Capital's zu leihen; wie lange müsste er ihm 850 RS. leihen?

	9,5
850	1500

Facit 16 Monat 23 Tage.

28) Ein Werk wird von 15 Arbeitern in 30 Tagen zu Stande gebracht; würde man statt derselben nur 8 Arbeiter anstellen, wieviel Zeit würden sie brauchen?

	30
8	15

Facit 56¼ Tage.

29) Eine Arbeit kann von 45 Menschen in 60 Tagen verfertigt werden. Zuerst arbeiten daran 40 Menschen während 50 Tagen; dann stellt man 35 Arbeiter an, in welcher Zeit werden sie fertig?

	60 Tage
1	45
	2700

	50
1	40
	2000

	2700
	2000
	700
35	1

Facit — 20 Tage.

30) Von Mitau nach Riga, auf eine Entfernung von 41 Werst, sollen Waaren, an Gewicht 130 Liespfund, transportirt werden, statt dessen ist die Fracht 208 Liespfund 10 Pfund; wie weit reicht dieselbe Bezahlung?

	41
208,5	130

Facit 25½ Werst.

31) In Mitau werden 1500 Mann einquartirt und erhalten Proviant auf 7 Monat. Nach 3 Monaten erhalten sie eine Verstärkung, mit welcher sie nur noch auf $2\frac{1}{2}$ Monat verproviantirt sind, wie gross war die Verstärkung?

	1500
$2\frac{1}{2}$	4
	2400
	1500

Facit 900 Mann.

32) Die vier Wände eines Saals von 15 engl. Fuss 1 Zoll Höhe, sollen mit Tuch ausgeschlagen werden, welches $1\frac{1}{2}$ Arschin breit, und wovon die Arschin 2,25 RS. kostet. Die Länge des Saals ist 36 Fuss 3 Zoll, die Breite 23 Fuss 10 Zoll. Was ist der Betrag?

	72,5 Fuss
	47,66..Fuss
	120,166..
28	12
	51,5 Arschin

	51,5 Arschin
42	181
	221,94
1	2,25

Facit 499,36 RS.

33) Ein St. Petersburger Kaufmann ist 1832 in Mitau 500 RS. schuldig. Er liefert erst 4 Bérkowez 7 Pud 12 Pfund weissen Havannah-Zucker, nach dem damaligen Preiscourant, das Pud zu 26,50 RB. Für den Rest soll er zur Hälfte ordinären Kaffee zu 44 RB., zur Hälfte feinen Kaffee zu 60 RB., das Pud, liefern; wieviel von jedem, wenn der Bankocours 367 ist?

	500 RS.
1	3,67
	1835 RB.

	26,50 RB.
1	47,3
44	1253,45 RB.
60	1835
104	581,55

Facit 5 Pud $23\frac{2}{3}$ Pfund.

34) Von einer gewissen Summe leben 1500 Menschen 7 Monat; wie lange können 1200 Menschen davon leben?

	7
1200	1500

Facit $8\frac{3}{4}$ Monat.

35) Die gesetzliche Breite des Soldatentuchs ist 1 Arschin 14 Werschok, d. h. 30 Werschok. Es darf nicht breiter als 31, und nicht schmäler als 28 Werschok sein. Tücher zwischen diesen Breiten müssen durch Berechnung auf die gesetzliche Breite reducirt werden. Von solchem Tuch braucht ein Regiment jährlich 7952 Arschin. Wieviel machen folgende Lieferungen in Tuch von gesetzlicher Breite?

				gesetzliche	
2520	Arschin	$30\frac{1}{2}$	werschokiges Tuch machen	2562	Arschin
3612	„	29	„ „ „	$3491\frac{18}{30}$	„
1050	„	$29\frac{1}{2}$	„ „ „	$1032\frac{15}{30}$	„
840	„	31	„ „ „	868	„
Die Lieferungen machen zusammen in Tuch von gesetzlicher Breite			....	$7954\frac{3}{30}$	Ars.

Gesellschaftsrechnung.

Erklärung.

Hierunter versteht man die Vertheilung eines Gewinnes oder Verlustes unter mehrere Personen, nach dem Verhältniss ihrer Einlagen oder Beiträge zu dem Capital. Die Regel ist folgende: wie sich die Summe aller Beiträge zu jedem einzelnen Beitrage verhält, so verhält sich die ganze zu vertheilende Grösse zu dem Antheil, welcher jenem Beitrage angehört.

Regel bei einfachen Verhältnissen.

Man multiplicirt die zu vertheilende Grösse mit dem einzelnen Beitrage und dividirt das Product durch die Summe aller Beiträge, so ergiebt sich die entsprechende Quote.

Oder man dividirt die zu vertheilende Grösse durch die Summe aller Beiträge, so ergiebt sich die der Einheit des Beitrags entsprechende Quote. Diese multiplicirt man mit jedem einzelnen Beitrage.

Regel bei zusammengesetzten Verhältnissen.

Wenn ausser dem Beitrage noch andere Bedingungen auf den Antheil Einfluss haben, z. B. die Zeit, während deren der Beitrag im Handel gestanden hat, so multiplicirt man alle diejenigen Factoren, denen der Antheil einzeln proportionirt sein soll, mit einander und sieht dieses Product als diejenige Grösse an, von welcher das Verhältniss des Antheils abhängt. Man verfährt also nun mit diesem Producte, so wie es oben für die einzelnen Beiträge vorgeschrieben wurde.

Beispiele:

1) Drei Kaufleute haben 400, 600, 200 RS. zu einem Handel beigetragen und zusammen 270 RS. gewonnen, welches sind die einzelnen Quoten?

400	12 | 270 |		
600	22,50 RS.	. . . . Quote für	100
200	90,00	. . . . „ „	400
1200	135,00	. . . . „ „	600
	45,00	. . . . „ „	200
	270	. . . . „ „	1200

2) Vier Personen sollen sich in 4215 RS. so theilen, dass der zweite $2\frac{1}{2}$ mal so viel als der erste, der dritte $1\frac{2}{3}$ mal so viel als der zweite, der vierte $2\frac{3}{8}$ mal so viel als der dritte erhält; wieviel bekömmt jeder?

Das Product der Nenner der Brüche ist 48. Dieses sei also die Verhältnisszahl für den Beitrag des ersten, so ist

I.	48	843 | 4215 |		
II.	120	5	Quote von	1
III.	200	240	Quote von	48
IV.	475	600	„ „	120
	843	1000	„ „	200
		2375	„ „	475
		4215	„ „	843

3) Vier Brüder und drei Schwestern sollen sich in eine Erbschaft von 30000 RS. so theilen, dass jede Schwester $1\frac{1}{2}$ mal so viel als jeder Bruder erhält. Wieviel kommt auf jeden Antheil?

Der Brud. 2 Theile	17 | 30000 |			
Die Schw. 3 „	1764,706	Quote von	1	
Vier Brüd. 8 Theile	3529,412	„ „	2	ein Brud.
Drei Schw. 9 „	5294,118	„ „	3	eine Schw.
17	14117,648	Quote von	8	vier Brüd.
	15882,354	„ „	9	drei Schw.
	30000,002			

4) Die Glieder einer Behörde werden zu einer Geldstrafe von 1000 RS. verurtheilt, welche nach Verhältniss ihres Gehalts unter sie vertheilt werden soll. Ein Glied derselben hat 2000 RS., sechs Glieder haben 1500 RS., zwei Glieder haben 600 RS., drei Glieder haben 400 RS. Gehalt; wieviel muss jeder beitragen?

1	2000	2000
6	1500	9000
2	600	1200
3	400	1200
		13400

134 | 1000			
7,4627	Quote	von	100
149,2540	„	„	2000
111,9405	„	„	1500
44,7762	„	„	600
29,8508	„	„	400
149,2540	„	„	2000
671,6430	„	„	9000
89,5524	„	„	1200
89,5524	„	„	1200
1000,0018	„	„	13400

5) Drei Personen vereinigen sich zu einer Unternehmung, zu welcher der erste 840, der zweite 900, der dritte 1200 RS. hergiebt. Nach 5 Monaten tritt ein vierter hinzu, welcher 800 RS. einlegt, und vier Monate später ein fünfter, welcher 1000 RS. hergiebt. Fünf Monate nachher wird das Geschäft geendigt und die Gesellschaft gewinnt 1400 RS. Was ist der Antheil eines jeden?

I.	14 M.	840	11760
II.	14 „	900	12600
III.	14 „	1200	16800
IV.	9 „	800	7200
V.	5 „	1000	5000
			53360

53360 | 1400			
0,262369	Quote von		..10
I. 308,54	„	„	11760
II. 330,58	„	„	12600
III. 440,78	„	„	16800
IV. 188,90	„	„	7200
V. 131,18	„	„	5000
1399,98	„	„	53360

Kettenregel.

Erklärung.

Durch diese Regel findet man das Verhältniss zweier Grössen, oder den Werth, welchen eine Anzahl Einheiten in

Einheiten einer andern Art hat, wenn man eine hinreichende Anzahl von Zwischenvergleichungen kennt.

Ansatz durch Gleichungen.

Bei dem Ansatz der Kette fängt man gewöhnlich mit denjenigen Einheiten linker Hand an, deren Anzahl gefunden werden soll. Statt dieser gesuchten Zahl setzt man irgend ein Zeichen, ein x oder ein Fragezeichen (?). Rechts gegenüber setzt man die Zahl von Einheiten der zweiten Art, die den gesuchten Einheiten der ersten Art an Werth gleich sein soll. Die zweite Gleichung fängt man mit einer Zahl von Einheiten der zweiten Art an und schreibt rechts gegenüber eine ihr an Werth gleiche Zahl von Einheiten der dritten Art. So fährt man fort, indem man immer mit denjenigen Einheiten die neue Gleichung anfängt, womit man in der vorigen Gleichung aufgehört hat. In der letzten Gleichung muss man mit denjenigen Einheiten schliessen, womit man in der ersten Gleichung angefangen hat. Die angegebene Reihe befolgt man indess nur, um Irrungen zu vermeiden, denn die Hauptsache besteht darin, dass in der Columne links die nämlichen Einheiten vorkommen, wie in der Columne rechts, wenn auch in anderer Folge. Wenn diese Regel nur beobachtet wird, so können auch die Gleichungen versetzt werden.

Wirkliche Berechnung.

Wenn alle erforderlichen Gleichungen hingesetzt sind, so muss das Product aller Zahlen links dem Product aller Zahlen rechts gleich sein, indem sich die gegenüberstehenden Einheiten von verschiedener Benennung aufheben. Man findet also die unbekannte Zahl, wenn man alle diejenigen Zahlen, welche in der gegenüberstehenden Columne vorkommen, mit einander multiplicirt und ihr Product mit denjenigen Zahlen, welche sich in der Columne der unbekannten Zahl befinden, dividirt.

Reduction der Glieder.

Vor der Multiplication kann man jede Zahl der einen Columne in irgend eine Zahl der andern Columne aufgehen lassen, oder auch beide mit einem gemeinschaftlichen Theiler dividiren oder aufheben. Wenn auf der einen Seite ein Bruch allein oder eine gemischte Zahl vorkommt, so multiplicirt man dieses ganze Glied mit dem Nenner des Bruchs, wobei man irgend ein anderes Glied auf derselben Seite mit diesem Nenner dividiren oder irgend ein Glied auf der gegenüberstehenden Seite mit diesem Nenner multipliciren muss.

Beispiel.

Wieviel Pfund feines Silber kauft man in St. Petersburg für ein Pfund feines Gold, wenn daselbst ein Solotnik Silber von der 84 Probe mit $72\frac{1}{2}$ Kop. B. A. bezahlt wird, Imperiale gegen Silber $4\frac{1}{2}$ Procent gewinnen und der Bancocours $365\frac{5}{8}$ ist?

x Pfund fein Silber gleich ..	1 Pfund fein Gold.
1 Pf. f. G.	9216 Doli f. G.
135 D. f. G.	1 Halbimperial.
1 H. Imp.	5 R. Gold.
100 R. Gold	$104\frac{1}{2}$ R. Silber.
1 R. S.	$365\frac{5}{8}$ K. B.
$72\frac{1}{2}$ K. B.	84 Doli fein Silber.
9216 D. f. S.	1 Pf. f. S.

Mit Weglassung der sich aufhebenden Zahlen hat man:

x	1
27	$365\frac{5}{8}$
100	$104\frac{1}{2}$
$72\frac{1}{2}$	84

Oder nach Wegschaffung der Brüche:

x	1
27	2925
800	209
145	84

Und nach mehrmaliger Aufhebung:

x	13
40	209
29	7
1160 Pf. Gold =	19019 Pf. Silber.
1 Pf. Gold =	16,3956 Pf.

Das durch den Handel gebildete Werthverhältniss des Goldes zum Silber in St. Petersburg ist also 16,3956 zu 1.

Anwendung der Kettenregel.

Die Kettenregel hat die ausgedehnteste Anwendung, nicht blos bei der Vergleichung von Geldsorten, sondern auch von Waaren verschiedener Art, ihren Preisen, bei allen kaufmännischen Rechnungen, die sich auf den Wechselcours, das Pari, Gewinn oder Verlust beim Kauf und Verkauf, Wechselreductionen etc. beziehen, ferner bei Vergleichungen von Längen und Flächen, Hohlmaassen, Gewichten verschiedener Staaten und überhaupt allemal da, wo eine Vergleichung sich auf mehrere einander folgende Zwischenvergleichungen gründet.

Uebungsbeispiele.

1) Ein mitauischer Kaufmann kauft Tuch in St. Petersburg und bezahlt die Arschin mit 15 R. B. A. Nun ist der Bankocours 370, die Transportkosten betragen 10%, der Gewinn soll 20% ausmachen, für wieviel Silbermünze muss der Kaufmann die rigische Elle verkaufen, welche $21\frac{1}{6}$ engl. Zoll misst?

x R. S. gleich $21\frac{1}{6}$ engl. Zoll.
28 .... 15 R. B. A.
370 .... 100 R. S.
100 .... 110 mit Transport.
100 .... 120 empfangen.

1036 in 4191 $=$ $4{,}04\frac{1}{2}$ R. S.

2) Ein mitauischer Kaufmann verkauft 4 Loth französischen Grünspan für einen Fünfer oder $7\frac{1}{2}$ Kop. S. und hat das russische Pud, welches 39,11 rigische Pfund hält, mit 83,50 R. B. A. bezahlt; wieviel Procent gewinnt er dabei?

x R. S. Einnahme gleich 100 R. S. Ausgabe.
100 .... 370 R. B. A.
83,5 .... 39,11 Pf. rig.
1 .... 32 Loth.
4 .... $7\frac{1}{2}$ K. S. Einnahme.
100 .... 1 R. S.

334 in 347,2968 $=$ 104

Also der Gewinn ist 4%.

3) Die ehemalige Loofstelle auf den Krongütern in Kurland war 15 Stangen lang und breit, jede Stange zu $7\frac{1}{2}$ rig. Ellen, die Elle zu 21,166 engl. Zoll. Die jetzige Loofstelle

beträgt genau 40000 engl. Quadratfuss. Wieviel Procent gewinnt die neue gegen die alte, wieviel Procent verliert die alte gegen die neue?

1 neue Loofstelle gleich 40000 engl. □ Fuss.
1 .... 144 □ Zoll.
447,999556 .... 1 □ Elle.
225 .... 4 □ Stangen.
225 .... 1 alte Loofstelle.

10000 neue Loofstellen gleich 10158,74 alte Loofstellen.
9843,74 „ „ 10000 „ „

Die neue gewinnt gegen die alte 1,5874 Proc. auf 100
Die alte verliert gegen die neue 1,5626 Proc. in 100

4) Wie verhält sich der rheinländische Faden Brennholz von 6 Fuss auf jeder Seite zur russischen Cubiksaschen von 7 Fuss auf jeder Seite, wenn sich der russische oder englische Cubikfuss zum preussischen oder rheinländischen Cubikfuss (S. 88) wie 729 : 796 verhält?

x rheinl. Cbfaden	1 russ. Cbsaschen.
1	343 russ. Cbfuss.
796	729 rheinl. Cbfuss.
216	1 rheinl. Cbfaden.

100 russ. Cubiksaschen gleich 145,4302 rheinl. Cubikfaden.
68,7615 „ „ 100 „ „

Die russ. gewinnt gegen den rheinl. 45,4302 Proc. auf 100.
Der rheinl. verliert gegen die russ. 31,2385 Proc. in 100.

Zusammengesetzte Verhältnissregel.

Diese Regel wird bei solchen Aufgaben angewendet, wo eine Grösse, die als Wirkung angesehen wird, von mehrern andern Grössen, die man Ursachen nennen mag, so abhängt, dass die Wirkung entweder im graden oder im umgekehrten Verhältnisse der Ursachen steht.

So hängen z. B. bei der einfachen Zinsrechnung die Zinsen eines Capitals von der Grösse des Capitals, von der Zeit der Verzinsung und von den Jahresprocenten ab. Sieht man die Zinsen als Wirkung an, so stehen sie im graden Verhältnisse des Capitals, wenn die Zeit und die Procente dieselben bleiben; im graden Verhältnisse der Zeit, wenn das

Capital und die Procente dieselben bleiben; im graden Verhältnisse der Procente, wenn das Capital und die Zeit dieselben bleiben. Dieses hat seinen Grund in der Vorschrift, nach welcher man in der einfachen Zinsrechnung die Zinsen aus dem Capital, der Zeit und den Procenten berechnet, weil man nämlich das Capital mit 100 dividiren, mit der Anzahl der Jahre und mit den jährlichen Procenten multipliciren muss, um die Zinsen zu berechnen.

Nun kann man aber auch von den vier Grössen: Zinsen, Capital, Zeit, Procente, jede derselben als die Wirkung der drei andern ansehen.

Da, wie bemerkt, die Zinsen im graden Verhältnisse des Capitals, der Zeit und der Procente stehen, so steht das Capital, wenn man es als Wirkung ansieht, im graden Verhältnisse der Zinsen, im umgekehrten Verhältnisse der Zeit und der Procente; sieht man die Zeit als Wirkung an, so steht sie im graden Verhältnisse der Zinsen, im umgekehrten Verhältnisse des Capitals und der Procente; sieht man die Procente als Wirkung an, so stehen sie im graden Verhältnisse der Zinsen, im umgekehrten Verhältnisse des Capitals und der Zeit.

Ansatz.

Man theilt die in der Aufgabe gegebenen Grössen in zwei Sätze ab, so dass in jedem Satze alle zusammengehörigen Grössen vereinigt werden. In dem ersten Satze sind alle Grössen gegeben; in dem zweiten oder Fragesatze ist eine der Grössen gesucht, die übrigen gegeben.

Beispiel.

Wenn 8 Arbeiter, welche täglich 9 Stunden arbeiten, in 6 Tagen RS. 16 verdienen, wieviel RS. werden 12 Arbeiter, bei täglicher Arbeit von $7\frac{1}{2}$ Stunden, in 20 Tagen verdienen?

Erster Satz	Fragesatz.
8 Arbeiter	12 Arbeiter
9 Stunden	$7\frac{1}{2}$ Stunden
6 Tage	20 Tage
16 RS.	x RS.

Man schreibt aus dem ersten Satze diejenige Grösse, welche mit der gesuchten des Fragesatzes von gleicher Benennung ist, hin, hier also RS. 16 = A. Nun wählt man zwei Grössen von gleicher Benennung in beiden Sätzen, z. B.

im Fragesatze 12 Arbeiter = B, und im ersten Satze 8 Arbeiter = C. Steht nun, wie hier, die gesuchte Grösse mit ihnen im graden Verhältnisse, so schreibt man B aus dem Fragesatze unter A, als Multiplicator, und C aus dem ersten Satze, als Divisor links. Würde aber die gesuchte Grösse mit ihnen im umgekehrten Verhältnisse stehen, so müsste man C aus dem ersten Satze als Multiplicator unter A; und B aus dem Fragesatze, links als Divisor schreiben; nach folgendem Schema:

Bei gradem Verhältnisse.

	A aus dem 1sten S.
aus d. 1sten S. C.	B aus dem Fragesatz.

Bei umgekehrtem Verhältnisse.

	A aus dem 1sten Satze
aus d. Fragesatz B	C aus dem 1sten Satze

Dieses Verfahren ist dasselbe, welches oben S. 92. unter dem Namen der Reesischen Regel, bei der Regel de tri angezeigt wurde.

Eben so verfährt man mit je zwei andern in beiden Sätzen vorkommenden Grössen von gleicher Benennung. Der vollständige Ansatz des Beispiels ist also folgender:

	16 RS.
8	12 Arbeiter
9	$7\frac{1}{2}$ Stunden
6	20 Tage

Facit $66\frac{2}{3}$ RS.

Erste Abänderung: Wenn 8 Arbeiter, welche täglich 9 Stunden arbeiten, in 6 Tagen RS. 16 verdienen, wieviel Tage müssen 12 Arbeiter, bei täglicher Arbeit von $7\frac{1}{2}$ Stunden arbeiten, um RS. $66\frac{2}{3}$ zu verdienen?

	6 Tage
12	8 Arbeiter
$7\frac{1}{2}$	9 Stunden
16	$66\frac{2}{3}$ RS.

Facit 20 Tage

Zweite Abänderung: Wenn 8 Arbeiter, welche täglich 9 Stunden arbeiten, in 6 Tagen RS. 16 verdienen, wieviel Stunden täglich müssen 12 Arbeiter arbeiten, um in 20 Tagen RS. $66^2/_3$ zu verdienen?

	9 Stunden
12	8 Arbeiter
20	6 Tage
16	$66^2/_3$ RS.

Facit $7^1/_2$ Stunden

Dritte Abänderung: Wenn 8 Arbeiter, welche täglich 9 Stunden arbeiten, in 6 Tagen RS. 16 verdienen, wieviel Arbeiter werden in 20 Tagen bei $7^1/_2$stündiger Arbeit, RS. $66^2/_3$ verdienen?

	8 Arbeiter
20	6 Tage
$7^1/_2$	9 Stunden
16	$66^2/_3$ RS.

Facit 12 Arbeiter.

Uebungsaufgaben.

1) An einem Graben von 32 Fuss Länge, 24 Fuss Breite, 12 Fuss Tiefe arbeiten 4 Mann 28 Tage; wieviel Tage brauchen 8 Arbeiter zn einem Graben von 56 Fuss Länge, 36 Fuss Breite, 18 Fuss Tiefe?

	28 Tage
8	4 Arbeiter
32	56 Fuss Länge
24	36 Fuss Breite
12	18 Fuss Tiefe

Facit $55^1/_8$ Tage.

2) Ein Graben, welcher 28 Fuss Länge, 10 Fuss Breite, 6 Fuss Tiefe hat, wird von drei Arbeitern, die täglich 8 Stunden arbeiten, in 5 Tagen verfertigt; wie lang wird ein Graben werden, welcher bei 14 Fuss Breite und 8 Fuss Tiefe, von 8 Arbeitern, welche täglich 10 Stunden arbeiten, in 14 Tagen zu Stande gebracht werden soll?

	28 Fuss Länge
14	10 Fuss Breite
8	6 Fuss Tiefe
3	8 Arbeiter
5	14 Tage
8	10 Stunden

Facit 140 Fuss Länge.

3) Für RS. 240, welche zu 5 Procent ausgegeben wurden, erhielt man in einer gewissen Zeit RS. 94 an Zinsen; wieviel Zinsen würde man in derselben Zeit für ein Capital von RS. 1600 zu $4\frac{1}{2}$ Procent erhalten haben?

	94 RS. Zinsen
240	1600 RS. Capital
5	$4\frac{1}{2}$ Procent.

Facit RS. 564

4) Ein Capital von RS. 8000 bringt bei $4\frac{1}{2}$ Procent in 14 Jahren RS. 5040 an Zinsen; zu wieviel Procent muss man RS. 9500 ausgeben, wenn sie in 30 Jahren RS. 14250 an Zinsen bringen sollen?

	$4\frac{1}{2}$ Procent 8
9500	8000 RS. Capital
30	14 Jahre
5040	14250 RS. Zinsen

Facit 5 Procent.

5) In einer Haushaltung sind 7 Oefen während der 7 Wintermonate zu beheizen. Man rechnet auf 8 Oefen während 6 Wintermonate 5 Faden Birken-Brennholz zu 8 Fuss auf jeder Seite, zum Preise von RS. 12 pr. Faden. Wie gross ist die Consumtion in Faden, welche 6 Fuss auf jeder Seite haben, und in RS.?

	5 Faden
216	512 Cubikfuss
8	7 Oefen
6	7 Monate

Facit $12\frac{8}{81}$ Faden

	60 RS.
8	7 Oefen
6	7 Monate

Facit RS. 61,25

Wenn man ungewiss ist, ob die Wirkung mit der Ursache im graden oder umgekehrten Verhältnisse stehe, so verschafft man sich darüber durch die Bildung eines Kettensatzes Aufschluss.

Beispiel.

Wenn in London die Troy-Unze Standard-Silber Pence Sterling 60 kostet und der Wechselcours Pence St. 39 pr. RS. 1 ist, so kostet ein rigisches Loth 12löthiges Silber Kop. S. 52, 4912. Was wird der rigische Silberpreis sein, wenn der lond. Silberpreis 56 und der Wechselcours 38 ist?

Um den rigischen Silberpreis aus dem londoner Silberpreise und dem Wechselcourse zu berechnen, hat man folgenden Kettensatz:

x	1 rig. Loth 12löthiges Silber
16	12 rig. Loth fein Silber
32	1 rig. Pfund fein Silber
1	9425,743 russ. Doli
8399,748	1 engl. Troypfund
1	12 engl. Unzen fein Silber
37	40 engl. Unzen Standard-Silber
1	60 Pence Sterling
39	100 Kop. S.

Facit Kop. S. 52,4912

Aus diesem Kettensatze ersieht man, dass der rigische Silberpreis in gradem Verhältnisse des londoner Silberpreises und in umgekehrtem Verhältnisse des Wechselcourses ist. Der Ansatz nach der zusammengesetzten Verhältnissregel ist daher?

	52,4912 Kop. S.
60	56 londoner Preis
38	39 Wechselcours

Facit 50,281 Kop. S.

Einfache Procente.

Erklärungen.

Der mit einer Summe Geldes oder mit einer Quantität Waare erhaltene Gewinn oder Verlust wird gewöhnlich in Procenten derselben angegeben. Man dividirt die zur Vergleichung angenommene Grösse mit 100 und multiplicirt den Quotienten mit der Anzahl der Procente. Hierbei kann man bemerken:

5	Procent	ist	soviel	als	$\frac{1}{20}$	des	Ganzen
10	„	„	„	„	$\frac{1}{10}$	„	„
20	„	„	„	„	$\frac{1}{5}$	„	„
25	„	„	„	„	$\frac{1}{4}$	„	„
$33\frac{1}{3}$	„	„	„	„	$\frac{1}{3}$	„	„
$66\frac{2}{3}$	„	„	„	„	$\frac{2}{3}$	„	„
50	„	„	„	„	$\frac{1}{2}$	„	„
100	„	„	„	„	das	Ganze	
200	„	„	„	„	das	Doppelte	u. s. f.

Beispiele.

1) Jemand kauft eine Last Weizen, das Loof zu 2,50 R. S. Er verkauft sie wieder mit 7 Procent Gewinn. Wieviel hat er gewonnen?

48 Loof zu 2,50 R. S. sind	120 R. S.
7%	8,40 R. S.

2) Es werden 15625 R. S. in einem Handel angelegt und nach einem Jahr mit 15 Procent Gewinn wieder zurückgezogen; wie hoch beläuft sich der Gewinn?

100%	15625 R. S.
10%	1562,50 „
5%	781,25 „
15%	2343,75 R. S.

3) Ein Wechsler wechselt 1000 R. B. A. gegen Silber ein, zum Silbercours von 27. Er verwechselt die Bankoassignationen wieder zum Bankocours von 364½, wieviel Procent hat er gewonnen?

1000 R. B. Einnahme sind	270,00 R. S.	Ausgabe
1000 R. B. Ausgabe sind	274,348 R. S.	Einnahme
Gewinn auf 270	4,348	
Gewinn auf 100	1,61 %	

Procente auf 100 und in 100.

Eine häufige Anwendung von der Procentrechnung macht man bei Maassen, Gewichten, Münzen und andern Dingen von gleicher Art, aber von verschiedenem Werth, indem man ihren Unterschied in Procenten der einen oder der andern von beiden verglichenen Dingen angiebt.

Die Anzahl Einheiten der geringern Art, welche zu 100 Einheiten derselben Art hinzugefügt werden müssen, um 100 Einheiten der bessern Art zu geben, heissen Procente auf 100.

Die Anzahl Einheiten der bessern Art, welche von 100 Einheiten derselben Art abgezogen werden müssen, um 100 Einheiten der geringern Art zu geben, heissen Procente in 100.

In den Courstabellen, bei der Vergleichung zweier Geldsorten, werden immer nur die Procente auf 100 angegeben.

Beispiele.

Hamburger Banko gewinnt gegen hamb. Courant $23\frac{5}{8}$ % auf 100, d. h. 100 Thaler hamb. B. sind $123\frac{5}{8}$ Thaler hamb. C.

Hamburger Banko gewinnt gegen preuss. Courant $50\frac{1}{8}$% auf 100, d. h. 100 Thaler hamb. B. sind $150\frac{1}{8}$ Th. pr. C.

Hamburger Banko gewinnt gegen sächsisch Cour. $46\frac{1}{4}$ % auf 100, d. h. 100 Thlr. hamb. B. sind $146\frac{1}{4}$ Th. sächs. C.

Hamburger Banko gewinnt gegen Gold, den Louisd'or oder Friedrichsd'or zu 5 Thaler Gold gerechnet, $33\frac{1}{4}$ % auf 100, d. h. 100 Thaler hamb. B. sind $133\frac{1}{4}$ Th. in Golde, oder 500 Th. hamb. B. sind $133\frac{1}{4}$ Louisd. od. Friedrichsd.

Dem innern Werthe nach gewinnt sächsisch Courant gegen preussisch Courant 5% auf 100, d. h. 100 Th. sächs. C. sind 105 Th. preuss. C.

Russische Imperiale gewinnen gegen Silbergeld 3 % auf 100, d. h. 20 Halbimperiale sind 103 Rubel Silber.

Berechnung einer Sorte aus der andern, durch Hülfe ihres Unterschiedes in Procenten.

Eine Anzahl Einheiten der bessern Art multiplicirt man mit den Procenten auf 100, dividirt dieses mit 100 und addirt den Quotienten zu jener Anzahl Einheiten, so hat man die ihr an Werth gleiche Anzahl Einheiten der schlechtern Art.

Die Procente auf 100 addirt man zu 100, und mit dieser Summe dividirt man in die 100 fache Anzahl Einheiten der schlechtern Art, so hat man die ihr an Werth gleiche Anzahl Einheiten der bessern Art.

Die Anzahl Einheiten der schlechtern Art multiplicirt man mit den Procenten in 100, dividirt dieses mit 100 und zieht den Quotienten von jener Anzahl Einheiten ab, so hat man die ihr an Werth gleiche Anzahl Einheiten der bessern Art.

Die Procente in 100 zieht man von 100 ab und mit dem Rest dividirt man in die 100 fache Anzahl der Einheiten der bessern Art, so hat man die ihr an Werth gleiche Anzahl Einheiten der schlechtern Art.

Beispiele.

1) Wenn hamburger Banko gegen Gold $33\frac{1}{4}$ % auf 100 oder $24\frac{61}{64}$ % in 100 gewinnt, wieviel Louisd'or sind 936 Th. hamb. B.

$75\frac{3}{64}$	Th. h. B. 936
	100
	Th. G. 1247,22

Th. h. B.	936
30%	280,8
3	28,08
$\frac{1}{4}$	2,34
Th. Gold	1247,22
Louisd'or	249,444

2) Wieviel Thaler hamb. B. sind bei demselben Cours 250 Louisd'or?

$133\frac{1}{4}$	Th. Gold 1250
	100
	Th. h. B. 938,09

Th. G.	1250
20%	250
4	50
32	6,25
16	3,12
8	1,56
4	78
1	20
Th. h. B.	938,09

3) Das revalsche Pfund gewinnt $5\frac{3}{32}$ % auf 100 gegen das russische. Wenn nun ein Bérkowez Reinhanf in St. Petersburg 83 R. S. kostet, wieviel wird dieses auf ein revalsches Schiffpfund ausmachen?

	RB. 83,00
5 %	+ 4,15
$\frac{1}{8}$	+ 0,10
$\frac{1}{32}$	— 0,02
Facit............	RB. 87,23

4) Das rigische ist $2\frac{35}{128}$ % auf 100, oder $2\frac{2}{9}$ % in 100, oder $2\frac{29}{128}$ % in 100, schwerer als das russische. Wenn nun ein rigisches Schiffpfund Leinöl RS. 50 kostet, wieviel macht das für ein russ. Bérkowez?

$102^{35}/_{128}$	RS. 50
	100
RS. 48,89	

	RS. 50
2 %	1,
$^{2}/_{9}$	0,11
	RS. 48,89

	RS. 50
2 %	1,
16	0,06
8	3
4	1
1	1
	RS. 48,89

5) Die rigische Last Roggen gewinnt gegen die revalsche $1^{293}/_{512}$ % auf 100 oder $1^{35}/_{64}$ % in 100. Wenn nun eine Last kurischer Roggen in Riga RS. 61 kostet, was muss eine revalsche Last nach Verhältniss kosten?

$101^{293}/_{512}$	RS. 61
	100
RS. 60,05	

	RS. 61
1 %	0,61
32	31
2	2
1	1
	RS. 60,05

6) Das rigische Loof gewinnt $62^{33}/_{64}$ % auf 100, oder $38^{30}/_{64}$ % in 100 gegen das revalsche. Wenn nun 100 Loof Roggen in Reval RS. 75 kosten, was kosten 100 rigische Loof Roggen?

$61^{34}/_{64}$	RS. 75
	100
RS. 121,88	

	RS. 75
60 %	45
2	1,50
32	37
1	1
	RS. 121,88

7) Wenn aber 100 Loof Roggen in Riga RS. 115 kosten, wie viel beträgt dieses auf 100 revalsche Loof Roggen?

$162^{33}/_{64}$	RS. 115
	100
RS. 70,76	

	RS. 115
30 %	34,5
8	9,20
16	29
8	14
4	7
2	4
	RS. 70,76

8) Wenn das revalsche Fass gegen das rigische $^{5}/_{512}$ % auf oder in 100 verliert und 100 Fass Branntwein in Reval RS. 1250 kosten, was ist der Preis von 100 rigischen Fass Branntwein von gleicher Qualität?

RS. 1250	
(512)	(12,50)
4	10
1	3
RS. 1250,13	

9) Das rigische Stoof gewinnt gegen das russ. $3^{11}/_{16}$ % auf 100 oder $3^{71}/_{128}$ % in 100. Wenn nun ein Oxhoft franz. rother Wein, zu 180 russ. Stoof, RS. 150 kostet, was wird der Preis eines Oxhofts von 180 rig. St. sein?

	RS. 150
$96^{57}/_{128}$	100
RS. 155,53	

RS. 150	
3 %	4,50
8	75
2	19
1	9
RS. 155,53	

10) Wenn ein Oxhoft feiner Chateau-Margot in Riga nach dasigem Maasse RS. 80 kostet, was wird der Preis eines Wedro sein, wovon 18 ein russisches Oxhoft machen?

	RS. 80
$103^{11}/_{16}$	100
Oxhoft	RS. 77,16
Wedro	RS. 4,29

RS. 80	
3 %	2,40
64	40
4	2
2	1
1	1
Oxhoft RS.	77,16
Wedro RS.	4,29

Berechnung des Procentunterschiedes zweier Einheiten aus ihrem Verhältniss.

Zwei Grössen seien ihrem innern Werthe nach einander gleich, aber durch zwei verschiedene Einheiten oder Maasse ausgedrückt, so muss dieser Ausdruck von der kleinern Einheit eine grössere Zahl und von der grössern Einheit eine kleinere Zahl enthalten. Es können aber auch beide Einheiten durch eine dritte gemessen sein, und dann enthält die grössere eine grössere, die kleinere eine kleinere Zahl von dieser dritten Einheit. In beiden Fällen dienen diese Zahlen, um das Verhältniss der Einheiten, mithin auch ihren Unterschied in Procenten der einen oder der andern zu finden.

Man dividirt den 100 fachen Unterschied der beiden Zahlen mit der kleinern, so erhält man die Procente auf 100, welche die grössere Einheit gegen die kleinere gewinnt.

Man dividirt den 100 fachen Unterschied der beiden Zahlen mit der grössern Zahl, so erhält man die Procente in 100, welche die kleinere Einheit gegen die grössere verliert.

Sind zwei Einheiten mit einer dritten verglichen und die beiderseitigen Procente auf 100 angegeben, so nimmt man den Unterschied dieser Procente, multiplicirt ihn mit 100 und dividirt mit der Summe von 100 und den kleinern oder grössern Procenten, je nachdem man Procente auf 100 oder Procente in 100 haben will.

Beispiele.

1) Wenn hamb. Banko gegen hamb. Cour. $23\frac{5}{8}$ % auf 100 gewinnt, wieviel Procent in 100?

	$123\frac{5}{8}$	$23\frac{5}{8}$
oder	989	18900

Facit $19\frac{7}{64}$ %

2) Wenn hamb. Banko gegen preuss. Cour. $50\frac{1}{8}$ % auf 100 gewinnt, wieviel Procent in 100?

	$150\frac{1}{8}$	$50\frac{1}{8}$
oder	1201	40100

Facit $33\frac{199}{512}$ %

3) Wenn hamb. Banko gegen sächsisch Courant $46\frac{1}{4}$ % auf 100 gewinnt, wieviel Procent in 100?

	$146\frac{1}{4}$	$46\frac{1}{4}$
oder	585	18500

Facit $31\frac{319}{512}$ %

4) Wenn hamb. Banko gegen Gold $33\frac{1}{4}$ % auf 100 gewinnt, wieviel Procent in 100?

$133\frac{1}{4}$ | $33\frac{1}{4}$

oder 533 | 13300

Facit $24\frac{61}{64}$ %

5) Wenn russische Halbimperiale gegen Silbermünze 3 % auf 100 gewinnen, wieviel Procent in 100?

103 | 300

$2\frac{467}{512}$ %

6) Wenn hamburger Banko gegen preussisch Courant $50\frac{1}{8}$ % auf 100 gegen sächsisch Courant $46\frac{1}{4}$ % auf 100 gewinnt, wieviel Procent auf 100 gewinnt sächsisch Courant gegen preussisch Courant?

| $150\frac{1}{8}$
| $146\frac{1}{4}$

$146\frac{1}{4}$ | $387\frac{1}{2}$

$2\frac{21}{32}$ %

7) Und wieviel Procent in 100 gewinnt sächsisch Courant gegen preussisch Courant?

$150\frac{1}{8}$ | $387\frac{1}{2}$

$2\frac{297}{512}$ %

8) Das revalsche Pfund wiegt 9685,348 Doli und das russische Pfund 9216 Doli, wieviel Procent auf 100 gewinnt das revalsche Pfund gegen das russische?

| 9685,348
| 9216

9216 | 46934,8

5,0927 oder $5\frac{3}{32}$ %

9) Und wieviel Procent in 100?

9685,348 | 46934,8

4,8459 oder $4\frac{27}{32}$ %

10) Wenn aber 38 Pfund 2 Loth revalsch auf ein russisches Pud von 40 Pfund gehen, wieviel Procent auf und in 100 macht dieses?

$$\begin{array}{r|l} & 40 \\ & 38\frac{1}{16} \\ \cline{2-2} 38\frac{1}{16} & 193\frac{3}{4} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 40 \\ & 38\frac{1}{16} \\ \cline{2-2} 40 & 193\frac{3}{4} \\ \hline \end{array}$$

5,0903 oder $5\frac{23}{256}$ % auf 100 $\qquad$ $4\frac{27}{32}$ % in 100

11) Wenn das revalsche Handelspfund 6918,106 Gran russisch medic. Gewicht und das dasige Kämmerei- oder Wagepfund 7091,058 Gran russ. M G. wiegt, wieviel Procent gewinnt das letztere gegen das erstere auf und in 100?

$$\begin{array}{r|l} & 7091{,}05\ 8 \\ & 6918{,}10\ 6 \\ \cline{2-2} 6918{,}106 & 172\ 95{,}2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 7091{,}05\ 8 \\ & 6918{,}10\ 6 \\ \cline{2-2} 7091{,}058 & 172\ 95{,}2 \\ \hline \end{array}$$

$2\frac{1}{2}$ % auf 100 $\qquad$ $2\frac{7}{16}$ % in 100

12) Wenn aber 38 Pfund 2 Loth revalsches Handelsgewicht und $37\frac{2}{15}$ Pfund Kämmerei- oder Wagegewicht auf ein russisches Pud gehen, wieviel Procent gewinnt das Kämmereigewicht gegen das Handelsgewicht auf und in 100?

$$\begin{array}{r|l} & 38\frac{1}{16} \\ & 37\frac{2}{15} \\ \cline{2-2} 37\frac{2}{15} & 92\frac{11}{12} \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 38\frac{1}{16} \\ & 37\frac{2}{15} \\ \cline{2-2} 38\frac{1}{16} & 92\frac{11}{12} \\ \hline \end{array}$$

$2\frac{1}{2}$ % auf 100 $\qquad$ $2\frac{7}{16}$ % in 100

13) Das rigische Pfund hält 9425,743 Doli, deren das russische 9216 hat, wieviel Procent auf und in 100 gewinnt das rigische Pfund gegen das russische?

$$\begin{array}{r|l} & 9425{,}743 \\ & 9216 \\ \cline{2-2} 9216 & 20974{,}3 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} & 9425{,}743 \\ & 9216 \\ \cline{2-2} 9425{,}743 & 20974{,}3 \\ \hline \end{array}$$

2,2759 oder $2\frac{35}{128}$ oder $2\frac{1}{4}\ \frac{1}{40}$ % auf 100 $\qquad$ 2,2252 oder $2\frac{2}{9}$ oder $2\frac{115}{512}$ oder $2\frac{1}{5}\ \frac{1}{40}$ in 100

14) Das mitauische Pfund hält 9420,91 Doli, deren das russische 9216 hat, wieviel Procent auf und in 100, gewinnt das mitauische Pfund gegen das russische?

	9420,91
	9216
9216	204 91
$2\,{}^{57}/_{256}$ % auf 100	

	9420,91
	9216
9420,91	204 91
$2\,{}^{45}/_{256}$ % in 100	

15) Die revalsche Last Roggen enthält 24 Tonnen zu 7757,7 engl. Cubikzoll, die rigische Last Roggen 45 Loof zu 4202,5 engl. Cubikzoll; wieviel Procent auf und in 100 gewinnt die rig. Roggenlast gegen die revalsche?

7757,7		189112,50
24		186184,80
186184,8	186184,8	292770 . . . $1\,{}^{293}/_{512}$ % auf 100
4202,5	189112,5	292770 . . . $1\,{}^{281}/_{512}$ % in 100
45		
189112,5		

16) Das revalsche Loof hält 2585,9 engl. Cbz., das rigische 4202,5 engl. Cbz., wieviel Procent auf und in 100 gewinnt das rigische Loof gegen das revalsche?

	4202,50
	2585,90
2585,9	1616,60
$62\,{}^{33}/_{64}$ % auf 100	

	4202,50
	2585,90
4202,5	1616,60
$38\,{}^{30}/_{64}$ % in 100.	

17) Das revalsche Fass Branntwein hält 9338,0 engl. Cubikzoll, das rigische 9338,9 engl. Cbz. Wieviel Procent auf oder in 100 gewinnt das rigische gegen das revalsche?

	9338,90
	9338
9338	90 . . ${}^{5}/_{512}$ Procent.

18) Das russische Stoof enthält 75,0568 engl. Cubikzoll, das rigische Stoof 77,8241 engl. Cbz. Wieviel Procent auf und in 100 gewinnt das rigische Stoof gegen das russische?

	77,82 41		77,82 41
	75,05 68		75,05 68
75,0568	2 76,73	77,8241	2 76,73
$3^{11}/_{16}$ % auf 100		$3^{71}/_{128}$ % in 100	

Berechnung der Procente auf 100 aus den Procenten in 100, und umgekehrt.

Die Procente in 100, mit 100 multiplicirt und mit dem Ueberschuss von 100 über diese Procente dividirt, geben die Procente auf 100.

Die Procente auf 100, mit 100 multiplicirt und mit der Summe von 100 und diesen Procenten dividirt, geben die Procente in 100.

Die Procente auf 100 sind immer grösser als die Procente in 100. Als Rechnungsprobe dient der Satz, dass ihr Unterschied gleich dem 100sten Theil ihres Products sein muss.

Beispiele.

1) Wieviel Procente in 100 entsprechen 8 Procenten auf 100?

	8,000	7,407
108 | 800	7,407	0,08
Facit 7,407 %	Unt. 0,593	Prod. . . . 0,5925

2) Wieviel Procente auf 100 entsprechen 8 Procenten in 100?

	8,695	8,695
92 | 800	8,000	0,08
Facit 8,695 %	Unt. 0,695	Prod. . . . 0,6956

Reductionstafel für Procente auf und in 100.

Procente			Procente		
auf 100	in 100		in 100	auf 100	
0,5	0,497	493	0,5	0,502	508
1	0,990	488	1	1,010	513
1,5	1,478	483	1,5	1,523	518
2	1,961	478	2	2,041	523
2,5	2,439	474	2,5	2,564	529
3	2,913	469	3	3,093	534
3,5	3,382	464	3,5	3,627	540
4	3,846	460	4	4,167	545
4,5	4,306	456	4,5	4,712	551
5	4,762	451	5	5,263	557
5,5	5,213	447	5,5	5,820	563
6	5,660	443	6	6,383	569
6,5	6,103	439	6,5	6,952	575
7	6,542	435	7	7,527	581
7,5	6,977	430	7,5	8,108	588
8	7,407	427	8	8,696	594
8,5	7,834	423	8,5	9,290	600
9	8,257	419	9	9,890	607
9,5	8,676	415	9,5	10,497	614
10	9,091	411	10	11,111	621
10,5	9,502	408	10,5	11,732	627
11	9,910	404	11	12,359	636
11,5	10,314	400	11,5	12,995	642
12	10,714	397	12	13,637	649
12,5	11,111	393	12,5	14,286	656
13	11,504	390	13	14,942	665
13,5	11,894	387	13,5	15,607	672
14	12,281	383	14	16,279	680
14,5	12,664	379	14,5	16,959	688
15	13,043	377	15	17,647	696
15,5	13,420	373	15,5	18,343	704
16	13,793	370	16	19,047	713
16,5	14,163	367	16,5	19,760	722
17	14,530	364	17	20,482	730
17,5	14,894	360	17,5	21,212	739
18	15,254		18	21,951	

Diese Tafel dient, um aus den Procenten auf 100, die Procente in 100, und umgekehrt, ohne Division, mit einem Blick zu finden. Auch solche Procente, die nicht unmittelbar in der Tafel angegeben sind, lassen sich leicht aus derselben durch Einschaltung, mit Hülfe der beigesetzten Differenzen, herleiten.

Gebrauch dieser Tafel.

1) Der Silbercours, d. h. die Anzahl RS., welche man für RB. 100 erhält, sei 27,25, wieviel machen RS. 1235 in Bankoassignationen?

Man multiplicirt 27,25 mit 4, so kommt 109. Der angegebene Silbercours gewinnt also gegen den Silbercours von 25 RS. 9 %. Die Tafel giebt für 9 % auf 100, 8,257 % in 100. Folglich verliert der Silbercours von 25 R. gegen den von 27,25 R. 8,257 %. Die Rechnung ist demnach:

RS. 1235
4)———
4940
8 % .... — 395,20
2 ...... — 9,88
5 ..... — 2,47
7 .... — 34
Facit ... RB. 4532,11

2) Der Silbercours sei 27,30, wieviel machen RS. 1235 in Bankoassignationen?

4) 27,30
109,2

9,0 geben 8,257
9,5 8,676
5 419
2 168
9,2 8,425

RS. 1235
4)———
4940
8 % ..... — 395,20
4 ..... — 19,76
2 .... — 0,99
5 ... — 24
Facit .. RB. 4523,81

3) Der Bankocours, d. h. die Anzahl RB., welche man für RS. 100 erhält, sei $362\frac{1}{2}$, wieviel machen RB. 2560 in Silbermünze?

	362,50		RB. 2560
4)	90,625	4)	
			640
Verlust 9,375 %		10	64
oder $9\frac{3}{8}$ % in 100		3	1,92
		4	26
9 giebt	9,890	5	3
$9\frac{1}{2}$	10,497	Facit ...	RS. 706,21
$\frac{1}{2}$	607		
$\frac{3}{8}$	455		
$9\frac{3}{8}$ in 100	10,345 auf 100		

4) Der Cours von Riga auf Hamburg war am 31. Januar 1840: Schilling Hamb. Banko $34\frac{29}{32}$ pr. RS. 1. Der Cours 40 giebt: Mark Hamb. B. $2\frac{1}{2}$ pr. RS. 1. Man muss also die RS. mit $2\frac{1}{2}$ multipliciren, um Mark H. B. zu haben, und die Mark H. B. mit $\frac{4}{10}$, um RS. zu haben. Multiplicirt man den gegebenen Cours $34\frac{29}{32}$ mit $2\frac{1}{2}$, so hat man $87\frac{17}{64}$; diese subtrahirt man von 100, so hat man $12\frac{47}{64}$ oder 12,734 Procent in 100; dafür giebt die Tabelle 14,593 Procent auf 100. Die Rimesse sei Mark H. B. 859. 12 Sch.; wieviel RS.?

M. H. B.	859,75	RS.	394,08
	0,4		$2\frac{1}{2}$
	343,90		985,20
10	34 39	10	98 52
4	13 75	2	19 70
5	1 72	7	6 90
9	31	3	29
3	1	4	4
RS.	394,08	M. H. B.	859,75

5) Der Cours von Riga auf London war am 31. Januar 1840: Pence Sterling $38\frac{7}{8}$ pr. RS. 1. Der Cours 40 giebt: Livres St. 1 pr. RS. 6. Multiplicirt man den gegebenen Cours mit $2\frac{1}{2}$, so hat man $97\frac{3}{16}$, also $2\frac{13}{16}$ oder 2,8125 Procent in 100; dafür giebt die Tabelle 2,894 Procent auf 100. Die Rimesse sei LSt. 374. 18 Sch.; wieviel RS.?

LSt. 374,9	RS. 2314,50
6	6)
2249,40	385,75
2...... 44 99	2.........7 72
8........18 00	8.........3 08
9.........2 02	1..........4
4..........9	$\frac{1}{4}$.........1
RS. 2314,50	LSt. 374,90

6) Der Cours von Riga auf Amsterdam war am 28. Februar 1840: holl. Cents $196\frac{1}{2}$ pr. RS. 1. Der Cours 200 giebt: holl. Fl. 2 pr. RS. 1. Dividirt man den gegebenen Cours mit 2, so hat man $98\frac{1}{4}$, also $1\frac{3}{4}$ oder 1,75 Procent in 100; dafür giebt die Tabelle 1,781 Proc. auf 100. Die Rimesse sei holl. Fl. 2708,18 Cs.; wieviel RS.?

Holl. Fl. 2708,18	RS. 1378,21
2)	2
1354,09	2756,42
1........13 54	1........27 56
7........9 48	$\frac{1}{2}$......13 78
8........1 08	$\frac{1}{4}$.......6 89
1..........1	Holl. Fl. 2708,19
RS. 1378,20	

7) Der Cours von St. Petersburg auf Paris war am 10. März 1840 Centimes 406 pr. RS. 1. Der Cours 400 giebt Francs 4 pr. RS. 1. Dividirt man den gegebenen Cours mit 4, so hat man $101\frac{1}{2}$, also $1\frac{1}{2}$ Proc. auf 100; dafür giebt die Tabelle 1,478 Procent in 100. Die Rimesse sei Francs 5217,80 Centimes; wieviel RS.?

Francs 5217,80	RS. 1285,17
4)	4
1304,45	5140,68
1.......13 04	1.......51 41
4.........5 22	$\frac{1}{2}$......25,71
7.........92	Frcs. 5217,80
8..........10	
RS. 1285,17	

8) Der Cours von Berlin auf St. Petersburg war am 26/14. März 1840: Silbergroschen $32\frac{2}{3}$ pr. RS. 1. Der

Cours 30 giebt: Thlr. prss. Cour. 1 pr. RS. 1. Multiplicirt man den gegebenen Cours mit $3\frac{1}{3}$ oder dividirt man ihn mit $\frac{3}{10}$, so hat man $108\frac{8}{9}$, also $8\frac{8}{9}$ Procent auf 100. Dafür giebt die Tabelle 8,163 Procent in 100. Die Rimesse sei Thlr. prss. Cour. 1510. 27 Sgr.; wieviel RS.?

Thlr. pr. Cr.	1510,90		RS. 1387,56
8	120 87	8	111,01
1	1 51	$\frac{8}{9}$	12,33
6	91	Thlr. pr. Cr.	1510,90
3	5		
RS.	1387,56		

Coursberechnung zwischen russischem Silber- und Bankogelde.

Der Assignations- oder Bankorubel hatte bisher gegen den Silberrubel einen veränderlichen Cours, welcher durch Handelsverhältnisse bestimmt wurde, bis durch den Befehl vom 1. Juli 1839 der unabänderliche Cours von Kop. B. 350 pr. RS. 1, festgesetzt worden ist. In den Grenzprovinzen, wo Silbermünze und Bankoassignationen neben einander im Umlaufe waren, ward es daher nöthig, mit Leichtigkeit jede Summe aus der einen Münzsorte auf die andere bringen zu können.

Unter Silbercours versteht man die RS. welche man für RB. 100 erhält; unter Bankocours die RB. welche man für RS. 100 erhält. Wenn man mit dem einen Cours in 10000 dividirt, so bekommt man den andern.

Z. B. Bankocours 386; Silbercours $\frac{10000}{386} = 25{,}907$

Silbercours 27,80; Bankocours $\frac{10000}{27{,}80} = 359{,}71$

Allgemeine Regel der Reduction.

Eine Summe von Bankorubeln bringt man auf Silberrubel, indem man sie mit dem 100sten Theile des Silbercourses multiplicirt, oder mit dem 100sten Theile des Bankocourses dividirt.

Z. B. der Silbercours sei 27,10 also der Bankocours 369,004; wieviel RS. sind RB. 1587,50

1587,50 multiplicirt mit 0,271 giebt RS. 430,21
1587,50 dividirt mit 3,69004 giebt RS. 430,21

Eine Summe von Silberrubeln bringt man auf Bankorubel, indem man sie mit dem 100sten Theile des Bankocourses multiplicirt, oder mit dem 100sten Theile des Silbercourses dividirt.

Z. B. Wieviel RB. sind RS. 1587,50 bei den obigen Coursen?

1587,50 multipl. mit 3,69004 giebt RB. 5857,93
1587,50 dividirt mit 0,271 giebt RB. 5857,93

Reduction durch Procente.

Wenn der Bankocours gegeben und unter 400 ist, so zieht man ihn von 400 ab, den Rest dividirt man mit 4, so hat man die Procente in 100, wozu man die entsprechenden Procente auf 100 sucht. Wenn der Silbercours gegeben und über 25 ist, so zieht man 25 davon ab, multiplicirt den Rest mit 4, so hat man die Procente auf 100, wozu man die entsprechenden Procente in 100 sucht.

Sind nur RS. gegeben, so multiplicirt man sie mit 4 und zieht die Procente in 100 ab, wodurch man RB. erhält.

Sind RB. gegeben, so dividirt man mit 4 und addirt die Procente auf 100, wodurch man RS. erhält.

Z. B. Der Bankocours sei 368.

	400	RS. 431,385	RB. 1587,497
	368	4)	4)
	32	1725,540	396,875
in 100	8	8% 138,043	8% 31 750
auf 100	8,6956	RB. 1587,497	6 2 381
			9 357
			5 20
			6 2
			RS. 431,385

Der Silbercours sei 28,50.

	28,50
	25
	3,50
auf 100	14,0
in 100	12,2807

RS.	431,385
4)	
	1725,540
10%	172 554
2	34 511
2	3 451
8	1 380
07	12
RB.	1513,632

RB.	1513,632
4)	
	378,408
10%	37 841
4	15 136
RS.	431,385

Reduction bei besondern Coursen.

Bankocours 400, *Silbercours* 25.

Man multiplicirt die RS. mit 4; man dividirt die RB. mit 4.

RS.	431,80
4)	
RB.	1727,20

RB.	1579,62
4)	
RS.	$394{,}90\frac{1}{2}$

Bankocours 375, *Silbercours* $26\frac{2}{3}$.

Man multiplicirt die RS. mit $3\frac{3}{4}$. Oder man multiplicirt die RS. mit 4 und zieht davon $\frac{1}{4}$ der RS. ab. Oder man multiplicirt die RS. mit 30 und dividirt mit 8. Man multiplicirt die RB. mit $\frac{8}{10}$ und dividirt dann mit 3. Oder man multiplicirt die RB. mit $\frac{2}{10}$ und addirt den 3ten Theil hinzu.

RS.	1587,50
3	4762 50
$\frac{3}{4}$	$1190\ 62\frac{1}{2}$
RB.	$5953{,}12\frac{1}{2}$

RS.	1587,50
4	6350 00
$\frac{1}{4}$	$396\ 87\frac{1}{2}$
RB.	$5953{,}12\frac{1}{2}$

RB.	$5953{,}12\frac{1}{2}$
8	47625 00
3)	
RS.	1587,50

RB.	$5953{,}12\frac{1}{2}$
2	11906 25
$\frac{1}{3}$	3968 75
RS.	1587,50

Bankocours 370, *Silbercours* $27\frac{1}{37}$.

Man multiplicirt die RS. mit 3,7. Oder man multiplicirt die RS. mit 11,1 und dividirt mit 3. Man multiplicirt die RB. mit 270 und dividirt mit 999.

RS.	1587,50
3	4762 50
7	1111 25
RB.	5873,75

RS.	1587,50
	158 75
	15 875
	1762 125
3)	
RB.	5873,75

RB.	5873,75
2	1174750
7	4111625
	1585,9125
	15859
	16
RS.	1587,50

Bankocours 360, *Silbercours* $27\frac{7}{9}$.

Man multplicirt die RS. mit 3,6. Oder man multiplicirt die RS. mit 4 und zieht den 10ten Theil davon ab.

Man dividirt die RB. mit 4 und addirt den 9ten Theil dazu. Oder man multiplicirt die RB. mit $2\frac{1}{3}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{9}$. Oder man multiplicirt die RB. mit 2775 und dividirt mit 999.

RS.	1587,50
4	6350,00
$\frac{1}{10}$	635,
RB.	5715,00

RS.	1587,50
3	4762 50
6	952 50
RB.	5715,00

RB.	5715,00
4)	
	1428 75
$\frac{1}{9}$	158 75
RS.	1587,50

RB.	5715
2	11430
$\frac{1}{3}$	1905
$\frac{1}{3}$	1905
$\frac{1}{9}$	635
RS.	1587,50

RB.	5715
4)	
	142875
	14288
	1429
	143
	14
	1
RS.	1587,50

RB.	5715
2	11430
7	40005
7	40005
5	28575
	15859125
	15859
	16
RS.	1587,5000

Man kann auch nebenstehendes Täfelchen zur Reduction benutzen.

1	36	2777..
2	72	5555..
3	108	8333..
4	144	11111..
5	180	13888..
6	216	16666..
7	252	19444..
8	288	22222..
9	324	25000..

RB.	5715	RS.	1587,50
5	1388888	1	36
7	194444	5	18
1	2777	8	288
5	1388	7	25 2
RS.	1587,500	5	1 8
		RB.	5715,0

Bankocours 350, *Silbercours* $28^4/_7$.

Dieser Cours ist durch den Befehl vom 1. Juli 1839 für den Verkehr vorgeschrieben. Man multiplicirt die RS. mit $3^1/_2$. Oder man dividirt die RS. mit $^3/_{10}$ und addirt 5 Proc. hinzu.

Man multiplicirt die RB. mit 2 und dividirt durch 7. Oder man dividirt die RB. mit $^3/_{10}$ und subtrahirt $^1/_{70}$ der RB.

Oder man multiplicirt die RB. mit 286 (rechnet sie zum Silbercours 28,60) dann multiplicirt man mit 999 (zieht den 1000sten Theil ab) und dividirt mit 999999.

RS.	$1587{,}75^1/_2$	RS.	$1587{,}75^1/_2$	RB.	$5557{,}14^1/_4$
3	4763 265	3	529 25166..	2)	
$^1/_2$	793 8775	5	26 46258..		$11114\ 28^1/_2$
RB.	$5557{,}14^1/_4$	RB.	$5557{,}14^1/_4$	7)	
				RS.	$1587{,}75^1/_2$

RB.	5557,14$\frac{1}{4}$
3	16671 4275
7	793 8775
RS.	1587,75$\frac{1}{2}$

RB.	5557,1425
2	11114 2850
8	4445 71400
6	333 428550
	15893 42755
999	15 89342755
	15877 53412245
	1587753
	2
RS.	1587,75$\frac{1}{2}$

Man kann auch nebenstehendes Täfelchen zur Reduction anwenden.

1	35	285714	285..
2	70	571428	571..
3	105	857142	857..
4	140	1142857	142..
5	175	1428571	428..
6	210	1714285	714..
7	245	2000000	000..
8	280	2285714	285..
9	315	2571428	571..

RS.	1587,75$\frac{1}{2}$
1	35
5	175
8	280
7	24 5
7	2 45
5	175
5	175
RB.	5557,14$\frac{1}{4}$

RB.	5557,14$\frac{1}{4}$
5	1428 571
5	142 857
5	14 286
7	2 000
1	29
4	11
$\frac{1}{4}$	1
RS.	1587,755

Bankocours 349,65$\frac{10}{286}$, *Silbercours* 28,60.

Dieser Cours ist für die bisher in RB. gezahlten Gehalte durch den Circularauftrag des Reichsschatzdepartements vom 29. Oct. 1839. 26478 vorgeschrieben. Man multiplicirt die RS. mit 3$\frac{1}{2}$, dann mit 999 (d. h. man zieht den 1000sten Theil ab), dann dividirt man mit 999999 (d. h. man addirt den 1000000sten Theil). Die RB. multiplicirt man mit 286. Oder man multiplicirt die RB. mit 2, dividirt mit 7 und addirt den 1000sten Theil hinzu.

RS.	1657,37
3	4972 11
$\frac{1}{2}$	828 685
	5800 795
	5 800795
	5794 994205
	5795
RB.	5795,00

RB.	5795
2	11590
8	4636
6	3477
RS.	1657,37

RB.	5795
2	11590
7	165571
	166
RS.	1657,37

Man kann sich auch des nebenstehenden Täfelchens zur Reduction bedienen.

1	349650	349..	286
2	699300	699..	572
3	1048951	048..	858
4	1398601	398..	1144
5	1748251	748..	1430
6	2097902	097..	1716
7	2447552	447..	2002
8	2797202	797..	2288
9	3146853	146..	2574

RB.	5795
5	1430
7	2002
9	2574
5	1430
RS.	1657,37

RS.	1657,37
1	3496 503..
6	2097 902..
5	174 825..
7	24 475..
3	1 048..
7	244..
RB.	5795,000

Bankocours $333\frac{1}{3}$, *Silbercours* 30.

Dieser Cours wird gesetzlich bei Erhebung des Stempelpapiers und anderer früher in RB. bestimmten Abgaben angewendet. Man multiplicirt die RS. mit 10 und dividirt mit 3. Man multiplicirt die RB. mit 3 und dividirt mit 10.

RB.	579 5
3)	
RS.	1738,5

RS.	825,60
3)	
RB.	2752,00

RB.	2,25
3)	
RS.	0,675

RS.	0,85
3)	
RB.	$2,83\frac{1}{3}$

Reduction mit Hülfe der Tabelle für alle Course.

Hier folgt eine Tabelle, welche für alle Silbercourse von 25 RS. bis 30 RS., von 2 zu 2 KS. fortschreitend, die entsprechenden Bankocourse angiebt und welche auch umgekehrt aus einem gegebenen Bankocours den entsprechenden Silbercours durch Einschaltung finden lässt.

Tabelle des Silber- und Bankocourses

von 25 bis 30 RS. für 100 RB.

S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.
25,00	400,0	25,56	391,23	26,12	382,85
25,02	399,68	25,58	390,92	26,14	382,55
25,04	399,36	25,60	390,62	26,16	382,26
25,06	399,04	25,62	390,32	26,18	381,97
25,08	398,72	25,64	390,01	26,20	381,68
25,10	398,40	25,66	389,71	26,22	381,39
25,12	398,08	25,68	389,40	26,24	381,09
25,14	397,77	25,70	389,10	26,26	380,81
25,16	397,45	25,72	388,80	26,28	380,52
25,18	397,14	25,74	388,50	26,30	380,23
25,20	396,82	25,76	388,19	26,32	379,94
25,22	396,51	25,78	387,89	26,34	379,65
25,24	396,19	25,80	387,59	26,36	379,36
25,26	395,88	25,82	387,30	26,38	379,08
25,28	395,57	25,84	387,00	26,40	378,79
25,30	395,25	25,86	386,70	26,42	378,50
25,32	394,94	25,88	386,40	26,44	378,21
25,34	394,63	25,90	386,10	26,46	377,93
25,36	394,32	25,92	385,80	26,48	377,65
25,38	394,01	25,94	385,50	26,50	377,36
25,40	393,70	25,96	385,21	26,52	377,07
25,42	393,39	25,98	384,91	26,54	376,79
25,44	393,08	26,00	384,62	26,56	376,50
25,46	392,77	26,02	384,32	26,58	376,22
25,48	392,46	26,04	384,02	26,60	375,94
25,50	392,15	26,06	383,73	26,62	375,66
25,52	391,85	26,08	383,44	26,64	375,38
25,54	391,54	26,10	383,14	26,66	375,09

S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.
26,68	374,81	27,46	364,17	28,24	354,11
26,70	374,53	27,48	363,90	28,26	353,85
26,72	374,25	27,50	363,63	28,28	353,61
26,74	373,97	27,52	363,36	28,30	353,36
26,76	373,69	27,54	363,11	28,32	353,11
26,78	373,41	27,56	362,85	28,34	352,86
26,80	373,13	27,58	362,58	28,36	352,61
26,82	372,86	27,60	362,32	28,38	352,36
26,84	372,58	27,62	362,05	28,40	352,11
26,86	372,30	27,64	361,80	28,42	351,87
26,88	372,02	27,66	361,53	28,44	351,62
26,90	371,74	27,68	361,27	28,46	351,37
26,92	371,47	27,70	361,01	28,48	351,12
26,94	371,20	27,72	360,75	28,50	350,88
26,96	370,92	27,74	360,49	28,52	350,63
26,98	370,64	27,76	360,23	28,54	350,39
27,00	370,37	27,78	359,97	28,56	350,14
27,02	370,10	27,80	359,70	28,58	349,90
27,04	369,82	27,82	359,45	28,60	349,65
27,06	369,55	27,84	359,20	28,62	349,41
27,08	369,28	27,86	358,94	28,64	349,16
27,10	369,00	27,88	358,68	28,66	348,92
27,12	368,73	27,90	358,42	28,68	348,68
27,14	368,46	27,92	358,17	28,70	348,43
27,16	368,19	27,94	357,91	28,72	348,19
27,18	367,92	27,96	357,65	28,74	347,95
27,20	367,65	27,98	357,40	28,76	347,71
27,22	367,38	28,00	357,14	28,78	347,46
27,24	367,11	28,02	356,89	28,80	347,22
27,26	366,84	28,04	356,63	28,82	346,98
27,28	366,57	28,06	356,38	28,84	346,74
27,30	366,30	28,08	356,13	28,86	346,50
27,32	366,03	28,10	355,87	28,88	346,26
27,34	365,77	28,12	355,62	28,90	346,02
27,36	365,50	28,14	355,37	28,92	345,77
27,38	365,23	28,16	355,11	28,94	345,54
27,40	364,96	28,18	354,86	28,96	345,31
27,42	364,70	28,20	354,61	28,98	345,07
27,44	364,43	28,22	354,36	29,00	344,83

S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.	S. Cours.	B. Cours.
29,02	344,59	29,36	340,60	29,70	336,70
29,04	344,35	29,38	340,37	29,72	336,47
29,06	344,12	29,40	340,14	29,74	336,25
29,08	343,88	29,42	339,90	29,76	336,02
29,10	343,64	29,44	339,67	29,78	335,80
29,12	343,41	29,46	339,44	29,80	335,57
29,14	343,17	29,48	339,21	29,82	335,35
29,16	342,94	29,50	338,98	29,84	335,12
29,18	342,70	29,52	338,75	29,86	334,90
29,20	342,47	29,54	338,52	29,88	334,67
29,22	342,23	29,56	338,29	29,90	334,45
29,24	342,00	29,58	338,07	29,92	334,22
29,26	341,76	29,60	337,84	29,94	334,00
29,28	341,53	29,62	337,61	29,96	333,78
29,30	341,30	29,64	337,38	29,98	333,56
29,32	341,06	29,66	337,15	30,00	333,33
29,34	340,83	29,68	336,93		

Z. B. Was ist der Silbercours, wenn der Bankocours 368 ist?

Die Tabelle giebt

für den B. C.	368,19	den S. C.	27,160
„ „ „	367,92	„ „	27,180
Unterschied	27	„ „	20
„	19	„ „	14

Also für den B. C. 368,00 den S. C. 27,174

Wieviel betragen nun RB. 1587,50, wenn der Bankocours 368 ist?

Aus der Tabelle fand sich der entsprechende Silbercours 27,174, statt also mit 368 zu dividiren, multiplicirt man mit 27,174.

```
      1587,50 ·
  2...317,50
  7...111,125
  1.....1,587
  7.....1,111
  4.......63
RS. 431,386
```

Anhang,

enthaltend Maass, Gewicht und Geld.

Längenmaasse.

	Russische oder englische Zoll.
Die Saschen hat 3 Arschin, 7 Fuss, 48 Werschok	84
Die Arschin hat $2\frac{1}{3}$ Fuss, 16 Werschok	28
Der Fuss hat $6\frac{6}{7}$ Werschok	12
Der Werschok hat	1,75
Die rigische und revalsche Elle hat 4 Quartier	21,166
Der rigische Palm zur Messung der Masten	3,717
Der rheinländische oder preussische Faden hat 6 rh. o. pr. Fuss, oder 72 rh. o. pr. Zoll	74,142
Die liefländische und kurländische Landmesser-Elle, wovon 25 eine Kette machen, hat 2 Fuss	24
Die warschauische Elle, wovon $7\frac{1}{2}$ einen Prent, 75 eine Schnur machen, hat 2 warsch. Fuss oder 576 Millimeter	22,677
Die finnländische oder schwedische Elle	23,379
Die englische Elle oder der Yard	36
Das französische Meter hat 1000 Millimeter	39,3705
Die französische Toise hat 6 fr. Fuss oder 864 fr. Linien	76,7366
Die wilnaische Elle hat 2 fr. Fuss oder 288 fr. Linien	25,5789
1000 Arschinen machen $1322\frac{7}{8}$ rig. Ellen $1197\frac{2}{3}$ finl. Ellen, $1234\frac{3}{4}$ warsch. Ellen $1094\frac{2}{3}$ wiln. Ellen.	
Die Werst hat 500 Saschen, oder 1500 Arschinen, oder 3500 russ. oder engl. Fuss.	
Die Meile hat in den russ. Ostseeprovinzen 7 Werst, in den poln. Gouvernements 8 Werst, in Finnland 10 Werst.	

Flächenmaass.

	Russ. od. engl. Quadratfuss.
Die Dessätine hat 2400 Quadratsaschen	117600
Die liefl. u. kurl. Loofstelle hat 25 Kappen oder 10000 Quadratellen	40000
Die dasige Tonnstelle hat 35 Kappen oder 1400 Quadratellen	56000
Der warschauische Morgen, wovon 30 eine Wloka machen, hat 16875 warsch. Quadratellen ...	60265
Der magdeburger Morgen hat 180 preuss. Quadratruthen oder 25920 pr. oder rhl. Quadratfuss	27485

Korn- und Geträнkmaasse.

	Russ. od. engl. Cubikzoll.
Das Tschetwert wiegt mit destillirtem Wasser gefüllt, bei $13\frac{1}{3}°$ R., im leeren Raum 512 russische Pfund, in der Luft bei gleicher Temperatur 511,447 r. Pf.; es hat 8 Tschetwerik, 64 Garnez, 1920 Becher, $170\frac{2}{3}$ Stoof	12809,6948
Das Tschetwerik hat 8 Garnez, 240 Becher, $21\frac{1}{3}$ Stoof	1601,2118
Der Garnez hat 30 Becher, $2\frac{2}{3}$ Stoof	200,1515
Die Botschka hat 40 Wedro, 400 Stoof, 640 Weinbouteillen	30022,7222
Die Pipe hat 36 Wedro, 360 Stoof, 576 Weinbouteillen	27020,4500
Das Oxhoft hat 18 Wedro, 180 Stoof, 288 Weinbouteillen	13510,2250
Der Ahm oder Ohm hat 12 Wedro, 120 Stoof, 192 Weinbouteillen	9006,8167
Der Anker hat 3 Wedro, 30 Stoof, 48 Weinbouteillen	2251,7042
Der Steekan hat $1\frac{1}{2}$ Wedro, 15 Stoof, 24 Weinbouteillen	1125,8521
Das Viertel oder die Velte hat $\frac{3}{5}$ Wedro, 6 St., $9\frac{3}{5}$ Weinbouteillen	450,3408

	Russ. od. engl. Cubikzoll.
Der Wedro oder Eimer hat 10 Stoof, 16 Weinbouteillen, $13\frac{1}{3}$ Bierbouteillen	750,5680
Das Stoof oder die Kruschka hat 10 Tscharken	75,0568
Ein russischer oder englischer Cubikzoll destillirtes Wasser wiegt bei $13\frac{1}{3}$° R. im leeren Raum Doli 368,361; in der Luft bei derselben Temperatur und 30 engl. Zoll Barometerhöhe Doli 367,96315.	
Das rigische Loof hat 4 grosse Külmet, 6 gewöhnliche Külmet, 54 rigische Stoof, nahe 21 Garnez	4202,5
In Riga hat die Korntonne 108 rig. Stoof, die Salztonne $106\frac{3}{4}$ r. St., die Steinkohlentonne $494\frac{2}{5}$ r. St., die Heringstonne 96 r. St., die Obsttonne 92 r. St., das Branntweinsfass 120 r. St., die Brautonne 105 r. St., die Biertonne 90 r. St. oder 144 Bouteillen, das Oxhoft 180 r. St., der Ahm 120 r. St., der Anker 30 r. St., das Viertel 6 r. St., die Wein- und Bierbouteille $\frac{5}{8}$ Stoof.	
In Mitau hat der Anker Wein 28 r. St. oder $44\frac{4}{5}$ Bouteillen oder nahe 29 russ. Stoof.	
In Riga hat die Last Hafer, Erbsen, Malz 60 rigische Loof, oder Tschetwert 19. $43\frac{13}{16}$ Garnez (nahe Tsch. $19\frac{11}{16}$); die Last Weizen, Gerste, Leinsamen 48 r. L. oder Tsch. 15. $47\frac{13}{16}$ Garnez (nahe Tsch. $15\frac{3}{4}$); die Last Roggen 45 r. L. oder Tsch. 14. $48\frac{27}{32}$ Garnez (nahe Tsch. $14\frac{49}{64}$), die Last Salz 18 rig. Salztonnen oder $35\frac{7}{12}$ r. L. oder Tsch. 11. $43\frac{1}{8}$ Garnez (nahe Tsch. $11\frac{43}{64}$).	
In Reval hat die Korntonne 3 rev. Loof 9 rev. Külmet, 108 rev. Stoof oder nahe $38\frac{3}{4}$ Garnez	7757,7
Die Salztonne hat 144 rev. Stoof, das Fass Branntwein 130 rev. St., der Weinanker 32 rev. St. Die Getraidelast hat 24 rev. Korntonnen, die Last Salz hat 18 rev. Salzton-	

	Russ. od. engl. Cubikzoll.
nen; beide machen Tschetwert 14. $34\frac{1}{4}$ Garnez (nahe Tsch. $14\frac{17}{32}$).	
In Finnland hat die Korntonne 63 Kannen, oder 126 finnl. Stoof, nahe $50\frac{1}{4}$ Garnez	10063
Die Last Roggen oder Weizen hat 24 Korntonnen, die Last Gerste 27 Korntonnen. Die Last Malz 30 Korntonnen.	
In Warschau hat der Korschez 32 warsch. Garnez, 128 franz. Liter, nahe 39 russ. Garn.	7811,29
Die Getraidelast hat 30 Korschez oder Tschetwert 18. $18\frac{4}{5}$ Garnez.	
Die Betschka oder das Fass hat 25 warsch. Garnez, 100 franz. Liter, oder nahe $81\frac{1}{3}$ russische Stoof	6102,57

Gewichte.

	Doli.
Das russische Pfund hat 96 Solotnik zu 96 Doli	9216
Das russische Medicinalpfund hat in Annäherung zum nürnberger Medicinalpf. $\frac{7}{8}$ russ. Pfund oder 84 Solotnik	8064
Es wird eingetheilt in 12 Unzen zu 7 Solotnik; in 96 Drachmen zu 84 Doli; in 288 Scrupel zu 28 Doli; in 5760 Gran.	
Das russische Pud hat 40 russ. Pfund, $39\frac{7}{64}$ rig. Pfund, $38\frac{4}{64}$ rev. Pfund.	
Der russische Bérkowez hat 10 Pud oder 400 russ. Pfund, $391\frac{1}{10}$ rig. Pfund, $380\frac{79}{128}$ rev. Pf., $385\frac{29}{64}$ finnl. Pf., $403\frac{15}{16}$ warsch. Pfund.	
In Riga hat das Pfund nahe $98\frac{3}{16}$ Sol., genau.	9425,743
In Mitau und Libau soll das Gewicht dem rigigischen gleich sein, ist aber etwas leichter.	
In Reval hat das Pfund nahe $100\frac{57}{64}$ Solotnik, genau	9685,348
In Finnland hat das Pfund nahe $99\frac{21}{32}$ Solotnik, genau	9567,56

	Doli.
In diesen vier Ostseeprovinzen hat das Schiffpfund 20 Liesspfund, das Liesspfund hat 20 Pfund, das Pfund hat 32 Loth oder 128 Quentchen.	
In Warschau hat das Pfund nahe 95$^{1}/_{16}$ Solotnik, genau 405,504 franz. Grammen	9126,037
Der Centner hat 100 Pfund, der Stein 25 Pfund, das Pfund hat 16 Unzen, 32 Loth, 128 Drachmen, 384 Scrupel, 9216 Gran.	
In England hat das Münz- oder Troypfund 12 Unzen, 240 Pfennig, 5760 Gran	8399,748
Das Avoirdüpoidspfund oder Handelspf. hat 7000 Troygran	10208,027
In Frankreich hat das Kilogramm 1000 Grammen und wiegt 15432,75 Troygran	22505,419

Geld und Münze.

Der Rubel Silbermünze hat 100 Kopeiken Silbermünze oder 350 Kopeiken Kupfermünze, ist von der Probe 83⅓ auf 96, enthält 405 Doli fein. Silber und wiegt 466,56 Doli. RS. 1024 enthalten 45 Pfund feines Silber, RS. 1600 wiegen 81 Pfund. Ein Pfund Silbermünze hat den Nennwerth RS. 19,75. Die Silbermünze besteht aus Münzen von KS. 150, 100, 75, 50, 30, 25, 20, 15, 10, 5.

Die Goldmünze besteht aus Halbimperialen und russischen Dukaten.

Der Halbimperial gilt 5 Rubel Goldmünze oder 500 Kopeiken Goldmünze oder KS. 515, ist von der Probe 88 auf 96, enthält 135 Doli feines Gold und wiegt 147$^{3}/_{11}$ Doli. HI. 1024 enthalten 15 Pfund feines Gold. HI. 2816 wiegen 45 Pfund.

Der russische Dukaten oder Drei-Rubel-Imperial gilt 3 Rubel Goldmünze oder 300 Kopeiken Goldmünze, oder KS. 309, ist von der Probe 88 auf 96, enthält 81 Doli feines Gold und wiegt 88$^{4}/_{11}$ Doli. Ein Pfund Goldmünze beider Sorten hat den Nennwerth RG. 312,88 od. RS. 322,27.

Der holländische Dukaten gilt $284^4/_9$ Kopeiken Goldmünze oder KS. $292^{88}/_{90}$, ist von der Probe 94 auf 96, enthält 76,8 Doli feines Gold und wiegt $78^{102}/_{235}$ Doli. D. 120 enthalten 1 Pfund feines Gold, D. $117^1/_2$ wiegen 1 Pfund. Ein Pfund Dukaten hat den Nennwerth RG. 334,22 oder RS. 344,24.

Die Platinamünze besteht aus feiner uralischer Platina, in Stücken von RS. 3, 6, 12, deren Gewicht respective Doli 233, 466, 932 ist. Ein Pfund Platinamünze hat den Nennwerth RS. 118,66.

Die Kupfermünze besteht aus Stücken von Kop. 10, 5, 2, 1. Der Rubel Kupfermünze hat 100 Kopeiken Kupfermünze. Auf ein Pud Kupfermünze gehen 36 Rubel Kupfermünze, zum Werth von RS. $10^2/_7$.

Die Bankoassignationen bestehen aus Zetteln von RB. 200, 100, 50, 25, 10, 5. Der jetzige gesetzliche Nennwerth von RB. 100 ist RS. $28^4/_7$, bei Gehalten RS. 28,60, bei Stempelpapier u. s. w. RS. 30.

Die Silberassignationen bestehen aus Scheinen der Reichscommerzbank von RS. 3, 5, 10, 25, und von RS. 1, 50, 100.

Zählungen.

Stab- und Fassholz. Ein Grosstausend hat 1200 Stück, ein Grosshundert 120 Stück, ein Schock 60 Stück, ein Stieg 20 Stück.

Häring. Ein Wall hat 80 Stück, ein Stieg 20 Stück.

Kohl. Ein Schock hat 60 Stück, ein Stieg 20 Stück.

Knöpfe. Ein Gross hat 12 Dutzend oder 144 Stück, ein Dutzend hat 12 Stück.

Garben, Krebse, Fische. Ein Schock hat 60 Stück, ein Band hat 30 Stück, ein Mandel hat 15 Stück.

Pelzwerk. Ein Zimmer hat 40 Stück, ein Decher hat 10 Stück.

Garn. Ein Stück hat 4 oder 6 Strähn (Wolle oder Lein), ein Stück hat 12 Zaspel, ein Zaspel hat 20 Gebind, ein Gebind hat 20 Faden zu $3^1/_2$ oder 4 Ellen.

Papier. Ein Ballen hat 200 Buch, ein Ries hat 20 Buch, ein Buch Schreibpapier hat 24 Bogen, ein Buch Druckpapier hat 25 Bogen.

Segeltuch, Raventuch. Ein Packen hat 20 Rollen oder 1000 Arschinen, eine Rolle hat 50 Arschinen.

Juchten. Ein Packen hat 20 Rollen oder 120 Felle, eine Rolle hat 6 Felle.

Kreistheilung. Der Umlauf hat 360 Grad, der Grad hat 60 Minuten, die Minute hat 60 Sekunden.

Zeittheilung. Das bürgerliche gemeine Jahr hat 365 Tage, das bürgerliche Schaltjahr hat 366 Tage, das julianische Jahr hat 365¼ Tage, die Schaltperiode hat 4 julianische Jahre oder 1461 Tage, der Tag hat 24 Stunden, die Stunde hat 60 Minuten, die Minute hat 60 Secunden.

Tabelle der Gewichte verschiedener Staaten, von der St. petersburger Commission aus Vergleichung eingesandter authentischer Muster im Jahre 1836 bekannt gemacht.

	Doli.
Alexandrien. Das Centner hat 100 Rottolo, das Rottolo 144 Drachmen, die Oka 400 Drachmen, das Rottolo hat	9920
Amsterdam. Das Pond soll gleich dem Kilogr. sein	22510,0
Berlin. Das Centner hat 110 Pfund, das Pf. hat	10525,57
Das halbe Pf., die berliner kölnische Mark .	5262,785
Bremen. Das Centner hat 116 Pf., das Pf. hat	11220,43
Constantinopel. Das Centner hat 44 Oka, 100 Rottol, 176 Tscheki oder Pfund, das Batman hat 6 Oka, die Oka 400 Dirhem, oder	28931,0
Dresden, Leipzig. Das Centner 110 Pfund. . .	10512,95
Die Mark hat	5253,8
Florenz, Livorno. Das Rottolo hat 3 Pfund, das Quintal 100 Pf., das gewöhnliche Cent-	

	Doli.
ner 150 Pf., Zucker 151 Pf., Baumöl 88 Pf., Wein 120 Pf., Stockfisch u. s. w. 160 Pf., das Pfund hat	7642,22
London. Die Tonne hat 20 Centner (Hundred), das Centner 112 Pf., das Pfund 16 Unzen Avd.	10207,95
Das Troypfund hat 5760 Troygran	8399,68
7000 Troygran machen das Handelspfund oder Avd.	
Lübeck. Das Schiffpfund hat 20 Liesspfund, das Centner hat 8 Liesspf. oder 112 Pfund, das Liesspf. hat 14 Pf., das Pfund hat	10908,32
Mailand. Das Kilogramm oder metrische Pf. . .	22508,11
Das leichte Pfund hat 12 Unzen	7359,35
Das schwere Pfund hat 28 Unzen	17173,97
München, Augsburg. Das Centner hat 5 Stein, oder 100 Pfund, der Stein 20 Pfund, d. Pf.	12602,08
Neapel. Das Centner leicht Gew. hat 150 Pf., das Pfund hat 12 Unzen	7217,13
Das Centner schw. Gew. hat 100 Rottoli, zu 33⅓ Unzen	20043,55
Nürnberg. Das Centner hat 100 Pfund, das Schiffpfund 3 Centner oder 300 Pfund, das Pfund	11482,57
Palermo. Das schw. Centner hat 100 Rottoli von 33 Unzen, das leichte Centner hat 100 Rottoli von 30 Unzen, das Pfund hat 12 Unzen	7180,21
Paris. Das Kilogramm hat 1000 Grammen . . .	22504,52
Ragusa. Das Pfund hat 120 Drachmen	8418,26
Rom. Das Centner hat 100, 160, 250 Pf. . . .	7632,62
Stockholm. Das Liesspfund hat 20 Pf., der Stein 32 Pf., das Centner 120 Pf., das Schiffpfund hat 400 Pf., das Schalpfund hat 8848 As oder	9566,42
Stuttgart. Das leichte Centner hat 100 Pfund, das schwere Centner hat 104 Pfund, das Pfund hat	10526,37
Turin. Das Rubbo hat 25 Pfund, das Pfund . .	8301,48

	Doli.
Venedig. Das leichte Pfund von 1455 Karat..	6780,30
Das schwere Pfund von 2304 Karat	10737,27
Warschau. Das Centner hat 4 Stein, der leichte Stein hat 25 Pf., der schwere Stein 32 Pf. das Pfund	9119,72
Wien. Der Karch hat 400 Pf., der Saum 275, das Centner 5 Stein oder 100 Pf., das Pf.	12603,13
Anmerkung. Das preussische Pfund ist jetzt gesetzlich zu Kilogramm 0,467711012733 bestimmt und seit dem 1. Januar 1840 in den Staaten des deutschen Zollvereins ein Zollgewicht eingeführt, wovon das Centner gleich 50 Kilogramm, das Pfund gleich ½ Kilogr., das Loth gleich $^1/_{60}$ Kilogramm sein soll. Demnach ist dieses Zollpfund gleich preuss. Loth 34,91581434 = pr. Pf. 1,06903619198 also in Verbindung mit der obigen Bestimmung der St. pet. Commission	11252,215
Demnach das Kilogramm...............	22504,43

Tabelle der Fussmaasse verschiedener Staaten, von der St. petersb. Commission aus Vergleichung eingesandter authentischer Muster im Jahre 1836 bekannt gemacht.

	Engl. od. russ. Zoll.
Amsterdam. Der Fuss hat.................	11,926
Das Meter hat....................	39,379
Berlin. Die Ruthe hat 12 Fuss, der Fuss....	12,357
Bremen. Die Ruthe hat 16 Fuss...........	11,387
Cassel. Die Ruthe hat 10 Fuss, der Fuss....	15,7
Der Werkfuss.....................	11,328

	Engl. od. russ. Zoll.
Dresden, Leipzig. Die Ruthe hat 15$\frac{1}{6}$ Fuss die Klafter 6 Fuss, der Stab 4 Fuss	11,154
London. Der Yard hat 3 Fuss, der Faden 6 Fuss, die Ruthe 16$\frac{1}{2}$ Fuss, der Fuss ...	12,0
Lübeck. Die Ruthe hat 16 Fuss, der Fuss ...	11,328
Mailand. Das Meter hat	39,371
Madrid. Der Estado hat 6 Fuss, der Fuss ...	10,968
München. Die Klafter hat 6 Fuss, die Ruthe 10 Fuss	11,458
Neapel. Die Canna hat 8 Palmen, der Palm ..	10,374
Nürnberg. Die Ruthe hat 16 Fuss, der Fuss .	11,926
Palermo. Die Canna hat 8 Fuss, der Fuss ...	10,184
Paris. Die neue Toise hat 3 Meter, das M...	39,371
Rom. Die Bau-Canna hat 3$\frac{1}{3}$ Passetti, der Passetto	26,362
Stockholm. Der Faden hat 6 Fuss, die Ruthe hat 16 Fuss, der Fuss	11,689
Stuttgart. Die Ruthe hat 10 Fuss, der Fuss ..	11,276
Turin. Die Ruthe hat 12 liprandische Fuss, der Trabucco hat 6 l. F. Dieser Fuss hat.	20,223
Venedig. Der Passo hat 5 Fuss, der Fuss hat	13,672
Warschau. Die Saschen hat 6 F., der Prent hat 15 Fuss	11,325
Wien. Die Klafter hat 6 Fuss, der Fuss hat ..	12,442

Tabelle der Ellenmaasse verschiedener Staaten, von der St. petersb. Commission aus Vergleichung eingesandter authentischer Muster im J. 1836 bekannt gemacht.

	Werschok.
Alexandrien. Pik Endase	14,314
Pik Stambuli	15,231
Pik Masri	12,694
Amsterdam. Meter	22,503
Berlin. Elle	15,005
Bremen. Elle	13,013
Bucharest. Endase	14,424
Chaleb	15,345
Constantinopel. Endase	14,68
Pik	15,37
Cassel. Elle	12,814
Dresden, Leipzig. Elle	12,718
Florenz. Livorno. Braccio	13,151
Jassi. Kot, Arschin,	14,205
Chaleb	15,102
London. Yard	20,571
Lübeck. Elle	12,946
Mailand. Braccio	13,364
Madrid. Vara	18,80
München. Elle	18,687
Neapel. Canna	47,422
Paris. Meter	22,498
Aune	26,997
Rom. Canna	44,830
Stockholm. Elle	13,359
Venedig. Seiden Braccio	14,335
Wollen Braccio	15,354
Warschau. Elle	12,943
Wien. Elle	17,529

Geld und Münze fremder Staaten.

Bemerkung. Bei der Berechnung des Münzpari habe ich die kölnische Mark durchweg der berliner köln. Mark gleich angenommen, nämlich nach der obigen Bestimmung der St. petersburger Commission zu Doli 5262,785, und das Kilogramm nach dem Verhältniss desselben zum preussischen Pfunde, zu Doli 22504,43.

Alexandrien, Constantinopel.

Ein Beutel hat 500 Piaster, Lewa oder Grusch, ein Lewa hat 40 Para. Dem innern Werthe nach war im J. 1837 ein Beutel nur RS. 16,70, aber durch die Operationen der Regierung war der nominelle Werth eines Beutels RS. 31 bis 33.

Amsterdam.

Der holländische Gulden hat 100 Cents oder 20 Stüver, der Albertsthaler $2\frac{1}{2}$ fl. oder 50 Stüver, der Dukaten $5\frac{1}{2}$ fl., ein Pfund flämisch 20 Schilling f., ein Schilling f. 12 Grot f. oder 30 Cents, ein Stüver hat 16 Pfennig.

Münzpari.
- Der holl. fl. hat $^{25}/_{608}$ köln. Mark fein Silber od. KS. 53,431.
- Der Rubel Silbermünze hat Cents 187,15.
- Holl. fl. 250 sind Thlr. preuss. Cour. 143,914.
- Der holl. Dukaten hat köln. Mark f. G. $^{10}/_{681}$ od. KG. 286,22.

Die norddeutschen Zollvereinsstaaten: Berlin, Braunschweig, Cassel, Hannover.

Der Thaler Courant hat 30 Silbergroschen zu 12 Pfennig, in Hannover aber (11. Januar 1834) 24 gGroschen zu 12 Pfennig. Der Gulden Courant hat 20 Silbergroschen, der Friedrichsd'or hat 5 Thaler Gold oder $^{13}/_{504}$ köln. M. f. G.

Münzpari.
- Der Thaler Courant ist $^{1}/_{14}$ köln. M. f. S. oder KS. 92,818.
- Der Rubel Silbermünze hat Sgr. 32,321.

Die süddeutschen Zollvereinsstaaten: Baden, Darmstadt, Frankfurt a. M., München, Nassau, Stuttgart.

Beschluss des Dresdner Münzcongresses vom Juli 1838, Edict vom 25. Aug. 1838. Der Gulden rheinisch hat 20 Groschen rh., oder 60 Kreuzer rh., oder $17\frac{1}{7}$ Silbergroschen. Der Kreuzer rh. hat 4 Pfennig rh. oder 8 Heller rh. Der Carolin hat 660 Kreuzer rh., der Maxd'or 440 Kreuzer rh., der Dukaten 340 Kreuzer rh.; der Zollvereinsthaler hat 210 Kreuzer rh. oder 60 Sgr., der Kronthaler 162 Kreuzer rh. oder $46\frac{2}{7}$ Sgr., der Thaler preuss. Cour. 105 Kreuzer rh. od. 30 Sgr., der alte Conventionsgulden 72 Kreuzer rh. od. $20\frac{4}{7}$ Sgr.; 5 Carolin Wechselgeld sind 55 Gulden rh. oder 46 Gulden W.G. oder $30\frac{2}{3}$ Thaler W.G.

Münz-pari.
- Der Gulden rh. ist $\frac{2}{49}$ köln. M. f. S. oder KS. 53,539.
- Der Rubel S.M. hat Kreuzer rh. 113,124.
- Conv. fl. 150 sind Thlr. pr. C. $102\frac{6}{7}$.
- Fl. W.G. 150 sind Thlr. pr. C. 102,484.

Königreich Sachsen.

Nach dem Edict vom 8. Jan. 1838 sollen 45 Reichsthaler gleich 46 Thaler pr. C. sein. Der Reichsthaler oder Thaler Wechselzahlung hat 24 gute Groschen, der gute Groschen hat 12 Pfennig, der Dukaten hat $2\frac{3}{4}$ Thaler Gold, der Reichsthaler hat $107\frac{1}{3}$ Kreuzer rh. oder $30\frac{2}{3}$ Sgr., 36 g. Groschen sind 46 Sgr. oder 161 Kreuzer rh., 100 Thaler W.Z. sind $102\frac{2}{9}$ Thlr. pr. C.

Münz-pari.
- Der Reichsthaler ist $\frac{23}{315}$ köln. M. f. S. oder KS. 94,880.
- Der Rubel S.M. hat gGr. 25,295.

Hamburg.

Der Thaler Banko hat 3 Mark B., der Thaler Courant hat 3 Mark C., die Mark hat 16 Schilling, das Pfund flämisch hat 20 Schilling f., der Schilling f. hat 12 Pfennig f.

oder 6 Schilling B., der Wechselthaler hat 2 Mark B., 111 Mark B. sind 136 Mark C.

Münz-pari.
- Der Thaler Banko ist $^4/_{37}$ köln. M. f. S. oder KS. 140,48.
- Der Dukaten ist $^{47}/_{3216}$ köln. M. f. G. oder KG. 284,86.
- Der Rubel Silbermünze hat Schill. hamb. B. 34,168.
- Thlr. h. B. 100 oder Mark B. 300 sind Thaler pr. C. 151,351.

Wien.

Der Speciesthaler oder Conventionsthaler hat 2 Gulden Conventionsmünze, der Gulden C.M. hat 20 Groschen C.M. oder 60 Kreuzer C.M.; der Kreuzer hat 4 Pfennige; der Gulden wiener Währung hat 24 Kreuzer C.M. Der Dukaten gilt 270 Kreuzer C.M., der Souveränd'or 800 Kreuzer C.M.

Münz-pari.
- Der Thaler C.M. ist $^1/_{10}$ köln. M. f. S. od. KS. 129,945.
- Der Rubel Silbermünze hat Kreuzer C.M. 92,347.
- Gulden C.M. 150 sind Thlr. pr. C. 105.

Mailand, Venedig.

Münztarif vom 1. Nov. 1823. Der neue Scudo hat 6 österreichische Lire oder 600 Centesimi, die öst. Lira hat 20 Soldi oder 100 Centesimi. Der Souveränd'or gilt 40 öst. Lire. Der neue Scudo ist dem Thaler wiener C.M. gleich, der Gulden C.M. hat 3 öst. Lire, der Kreuzer C.M. hat 5 Centesimi.

Münz-pari.
- Die österreichische Lira ist $^1/_{60}$ köln. M. f. S. od. KS. 21,657.
- Der Rubel Silbermünze ist Centesimi 461,733.

Copenhagen.

Der Thaler hat 6 Mark, die Mark hat 16 Schilling. Der dänische Speciesthaler ist dem hamburger Bankothaler gleich, also $^4/_{37}$ köln. M. f. S. oder KS. 140,48. Der dänische Courantthaler ist $^4/_5$ Th. Sp. oder KS. 112,38. Der dänische Reichsbankothaler soll die Hälfte des Speciesthalers sein, ist aber nach dem Cours um 3 Proc. auf 100 schlechter.

Münz-pari.	Der RB. Thaler ist $^2/_{37}$ köln. M. f. S. oder KS. 70,24; Cours KS. 68,19.
	Der Rubel S.M. hat Schilling B. 136,67; Cours SB. 140,77.

Stockholm.

Der Thaler hat 48 Schilling. Der Speciesthaler ist $^3/_{50}$ Schalpf. f. S. oder KS. 141,725. Der alte Thaler (Reichsgüldsedlar) ist $^1/_4$ Sp. Thaler; der Reichsbankothaler ist $^3/_8$ Sp. Thaler.

Münz-pari.	Der Reichsbankothaler ist $^9/_{400}$ Schalpfund f. S. oder KS. 53,147.
	Der Rubel S.M. ist Schilling B. 90,316.

Christiania.

Der Thaler hat 120 Schilling. Der Speciesthaler ist dem hamburger Bankothaler gleich, also $^4/_{37}$ köln. M. f. S. oder KS. 140,48. Der Thaler norw. Banko ist um 5 bis 15 Proc. auf 100 schlechter.

London.

Das Pfund Sterling hat $1\frac{1}{2}$ Mark, 2 Engel, 3 Nobles, 4 Crowns, gewöhnlich aber hat das Pfund Sterling 20 Schilling St., der Schilling St. hat 12 Pennies oder Pence St. Der Sovereign ist ein Pfund St. in Golde, die Guinea ist 21 Schilling St.

Pari der Gold-M.	Das Pfund St. ist $^{110}/_{5607}$ Troypf. f. G. od. KG. 610,325.
	Der Rubel Goldmünze ist Pence St. 39,323.

Wenn man die russische Silbermünze, wie gesetzlich, zu 3 Proc. auf 100 schlechter als Goldmünze annimmt, so ist

Pari der Silb.-M.	Das Pfund Sterling KS. 528,635.
	Der Rubel Silbermünze Pence St. 38,178.

Newyork.

Der Eagle oder Adler (Goldmünze) hat 10 Dollars, der Dollar (Silbermünze) hat 100 Cents. Laut Congressacte vom 26. Januar 1837 hat der Eagle 258 Troygran Gold zu $^{9}/_{10}$ fein, also 232,2 Trgr. f. G.; der Dollar 412,5 Trgr. Silber zu $^{9}/_{10}$ fein, also 371,25 Trgr. f. S., also das Gold zum Silber nahe wie 16 : 1.

Münz-pari.
- Der Eagle hat $^{129}/_{3200}$ Troypf. f. G. od. KG. 1254,12, oder zu 3 Proc. auf 100, KS. 1291,74.
- Der Dollar hat $^{33}/_{512}$ Troypf. f. S. oder KS. 133,675.
- Der Rubel S. M. hat Cents 74,808.

Paris.

Der ehemalige Livre tournais hatte 20 Sous, 40 Liards, der Sou hatte 12 Deniers; 81 Livres tournais machen 80 Francs. Der Franc hat 100 Centimes, der Napoleond'or hatte 40 Francs in Golde, der Louisd'or hat 20 Francs in Gold. Das Gold verhält sich zum Silber wie $15^{1}/_{2}$: 1.

Münz-pari.
- Der Franc hat $4^{1}/_{2}$ Gramm f. S. od. KS. 25,005.
- Der Rubel S. M. ist Centimes 399,921.

Turin, Genua.

Die Lira hat 20 Soldi oder 100 Centesimi und ist an Gewicht und Feingehalt dem pariser Franc gleich.

Florenz, Livorno.

Die Lira hat 20 Soldi, der Ruspone hat 3 Zecchini, 6 Francesconi, 24 Fiorini, 40 Lire, die Pezza hat $5^{3}/_{4}$ Lire, der Ducato hat 7 Lire, der Scudo doro hat $7^{1}/_{2}$ Lire.

Münz-pari.
- Die Lira ist $^{3091}/_{276480}$ Pfd. f. S. od. KS. 21,096.
- Der Rubel S. M. hat Soldi 94,805.

Rom.

Der Scudo hat 100 Bajocchi. Nach dem Münzgesetz vom 11. Januar 1835 hat:

Münz-pari.
- Der Scudo 24,2082 Gramm f. S. od. KS. 134,516.
- Der Rubel S. M. Bajocchi 74,340.

Neapel.

Der Fiorino hat 6 Carlini, der Ducato hat 10 Carlini oder Tari, der Scudo hat 12 Carlini, der Carlino hat 10 Grani oder Bajocchi.

Münz-pari. Der Ducato ist $^{173}/_{1728}$ Pfd. f. S. od. KS. 106,22.
Der Rubel S. M. hat Bajocchi 94,145.

Athen.

Seit dem Februar 1833 hat der Thaler 5 Drachmen, die Drachme hat 100 Lepta.

Münz-pari. Die Drachme ist $^{1}/_{58}$ köln. M. f. S. od. KS. 22,404.
Der Rubel S. M. hat Lepta 446,342.

Lissabon, Porto.

Das Milreis oder 1000 Reis hat $2^{1}/_{2}$ Crusado's, 10 Testones, 25 Realen, 50 Vintems, das Conto hat 1000 Milreis. Nach einer Feststellung der lissaboner Bank vom August 1835 ist:

Münz-pari. 103 Milreis gleich 25 Pfund Sterl. oder RG. 152,581, also der Milreis ist KS. 152,581.
Der Rubel S. M. ist Reis 655,4.

Madrid, Cadix.

Der Dublon oder die Pistole hat 4 Piaster, der Piaster hat 5 Pesete oder 20 Realen de Vellon, die Peseta hat 4 Realen d. V., der Real d. V. hat 34 Maravedi d. V., die Pistole Wechsel-Geld hat 4 Piaster WG., der Piaster WG. hat 8 Realen WG., der Real WG. hat 34 Maravedi WG. oder 64 Maravedi d. V. Das spanische Pfund zu Troygran 7101 (Rechenbuch II. 100. 311.) oder Doli 10355,23 angenommen, ist:

Münz-pari. Der Real d. V. $^{13}/_{4896}$ Pf. f. S. od. KS. 6,789.
Der Real WG. $^{13}/_{2601}$ Pf. f. S. od. KS. 12,779.
Der Rubel S. M. hat Mar. d. V. 500,809 oder Mar. W. G. 266,055.

Persien.

Ein Toman hat 10 Schachibkiran, oder 20 Papabat, oder 200 Schachi, und enthält RS. $3^1/_3$, gilt aber nach dem Cours nur RS. 3 (1837).

China.

Die Unze fein Silber heisst Lana, Liang oder Tail, und gilt RS. 2. Sie hat 1100 bis 1150 Tschech Kupfermünze; ein Pul hat 5 Tschech, ein Bund hat 500 Tschech.

Druck von F. A. Brockhaus in Leipzig.

Verbesserungen.

Seite	Zeile	
VII	11	*statt* besondern *lies* besondere.
7	2	*st.* чётки *l.* щеты.
19	14. 21. 22	*st.* u *l.* n.
19	15	*st.* 1700 März 12 bis 1800 M. 11 *l.* 1700 M. 12 bis 1800 M. 12
		„ 1800 M. 12 bis 1900 M. 11 *l.* 1800 M. 13 bis 1900 M. 13
		„ 1900 M. 12 bis 2100 M. 11 *l.* 1900 M. 14 bis 2100 M. 14
		„ 2100 M. 12 bis 2200 M. 11 *l.* 2100 M. 15 bis 2200 M. 15
22	19	*st.* Entziffer *l.* Endziffer.
27	32	noch eine Zeile einzuschieben: 5, 7, 9, 3 . . . 24.
61	unt.	*st.* 241 *l.* 141.
81	19	*st.* Entziffer *l.* Endziffer.
87	32	*st.* den Rest *l.* der Rest.
105	27	*st.* 33|0,033 . . *l.* 33|0,0303 . .
111	22	*st.* 75242905 *l.* 65242905.
126	12	*st.* K. S. 235 *l.* K. S. 235,50.
138	20	*st.* 121724837 : 137910528 *l.* 137910528 : 121724837.
158	17	*st.* S. 88 *l.* S. 139.
160	16	*st.* S. 92 *l.* S. 144.
179	21	*st.* Sind nur *l.* Sind nun.
193	14	Bei der russischen Kupfermünze ist folgender Zusatz zu machen: Durch den Kaiserl. Befehl vom 6/18 Sept. 1840 ist eine neue auf *Silber* gestellte Kupfermünze eingeführt, durch welche das Pud Münzkupfer zum Nennwerthe von R. S. 16 (R. B. 56) ausgebracht wird. Die einzelnen Stücke haben den Nennwerth von Kop. S. 3, 2, 1, ½, ¼.
202	33	*st.* K. S. 528,635 *l.* K. S. 628,635.
204	5	*st.* $^{173}/_{1728}$ *l.* $^{103}/_{1728}$.