Tartu Ülikooli metsaosakonna toimetused Nr. 6

Tüve pikuti läbilõike pind
kui
faktor tüve massi määramiseks

A. Mathiesen.

Ülikooli Õpemetskonna väljaanne
Tartu, 1925. a.

Trükikoda Ed. Bergmann, Tartus.

I. Uus metood tüve massi määramiseks.

Mahasaetud puude tüvede massi määramisel kasutakse harilikult Huberi liitvalemit ehk Smaljani liitvalemit. Selleks otstarbeks kujutakse ette, nagu oleks puu tüve mitmeks ehk, õigem, mitmekskümneks osaks jagatud. Iga üksik mõeldav osa kannab paku ehk sektsiooni nimetust. Paku pikkuseks võetakse suuremalt jaolt 1 meeter, võib ka olla 2 mtr., 1 süld ehk 2 ars. Mõõtmine sünnib Huberi valemi tarvitamise juures iga mõeldava paku keskkohalt, Smaljani valemi tarvitamisel pakude otsade kohalt. Meetri pikkuste pakude juures tuleks mõõtmisi teha Huberi valemi järele: esimene mõõt 0,5 mtr. kaugusel tüüka otsast, teine 1,5 mtr. kaugusel, kolmas 2,5 mtr. kaugusel j. n. e. Nii ühe kui ka teise valemi tarvitamise puhul tuleb iga läbimõõdule vastav läbilõike pind väljaarvata. Liit Huberi valemi järele tuleb 1 mtr. pikkuste pakude keskläbi mõõdule vastavad läbilõike pinnad ruutmeetrites summeerida ja ühe meetri peale kasvatada, ehk õigem öelda — saadud summa annab meile puu tüve masse kantmeetrites.

Asi paistab nõnda lihtne ja hõlbus olema, et asjata oleks siin midagi uut juurde mõelda, pealegi annab Huberi liitvalem küllalt häid tagajärgi. Vea suurus ühede autorite järele kõigub $^1/_2$ — $^3/_4$ $^0/_0$ vahel, teiste andmete järele tõuseb see siiski kuni $3^0/_0$. Arvan, et saadud vead olenevad peaasjalikult mitte täpsest läbilõike pindade väljaarvamisest enam-vähem laperguste tüvede juures, kuna Huberi liitvalemi ehitus iseenesest küllalt kohane on nii praktiliste, kui ka teoreetiliste küsimuste lahendamiseks. Ainukene asjaolu, mis siin muret teeb on see, et ilma abitabeliteta läbilõike pindasi väljaarvata liig tülikaks muutub; tahes-tahtmata tuleb tabelid abiks võtta. Metsas tabelitest läbilõike pindasi otsida ja neid summeerida pealetükkivate sääskede juuresolekul on tüütav ja võib kergesti eksitusi anda. Mahasaetud tüve maht on meil aga tihtilugu tarvis kohe teada saada. Teiseks on juhused, kus abitabelisi saadaval ei ole ja massi väljaarvamised on tarvis ajaviitmata ettevõtta. See oleks ehk teatud põhjendus, mis minule luba annab siin uue ettepanekuga esineda.

Harilikult käsitakse metsatakseerimise õperaamatutes puu tüvet kui korrapäralist keha, mis saadud pikuti võetud puu läbilõike pinna keerlemisel ümber tüve telje. Kui puu tüve tuulte mõjul läbilõikes lapergune juhtub olema ja seega keerlemisel saadud kehale ei vasta, siis tasandakse seda kõrvale kaldumist korrapäralisest kehast sel teel, et laperguse läbilõike suurema ja vähema diameetri järele ehk kahe üksteisele risti asuva diameetri järele keskmine läbimõõt välja arvatakse. Keskmise diameetri väljaarvamise tõttu arvestakse tüve jällegi kui keerlemisel saadud keha.

On see nõnda, siis on meil täielik õigus ka siin keerlevate kujude kohta maksvat Guldini seadust tarvitada. See seadus on järgmine: Kui keha on saadud mõne kuju keerlemisel ümber telje, siis võrdub saadud keha maht keerleva kuju pindalale, mis kasvatud on kuju raskuse keskpunkti poolt keerlemisel tehtud ringjoone pikkusele. Teiste sõnadega öeldud: keerleva kuju pindala kasvatud selle kuju raskuse keskpunkti traektooriale annab meile keerlemisest saadud keha mahi.

Joon. 1.

Et Guldini seadust endisel ajal keskkoolides ei käsitud, siis arvan kohaseks siin mõne seletuse ning näituse juures peatada küsimuse selgitamiseks.

Võtame kuju *ABCDEF* (joon. nr. 1), mis ümber telje *MN* keerleb. Punkt *P* oleks selle kuju raskuse keskpunktiks. Kujutame ette, et kuju *ABCDEF* oleks *n* osaks jaotud nõnda, et ühel pool, läbi punkt *P* paralleel teljele *MN* minevat joont *OR*, neid osasid oleks *l*, ja teisel pool, see on joone *OR* ja telje vahel, nende osade arv oleks *m*. Läbi punkt *P* mineva joone *OR* kaudu peab kuju *ABCDEF* tasakaalus asuma. See on siis võimalik, kui (val. I).

$$\frac{s}{n}a_1 + \frac{s}{n}a_2 + \frac{s}{n}a_3 \ldots + \frac{s}{n}a_l = \frac{s}{n}b_1 + \frac{s}{n}b_2 + \frac{s}{n}b_3 \ldots + \frac{s}{n}b_m$$

kus s on antud kuju pindala ja a_1 a_2 j. n. e. on kuju esimese poole osade kaugused kuni jooneni *OR* ja b_1 b_2 j. n. e on teise poole osade kaugused sellesama jooneni. Kui n on lõpmata suur arv, siis muutub iga osa punktiks ja a_1 a_2 b_1 b_2 j. n. e. oleks nende punktide kaugused joonest *OR*

$$\frac{s}{n}\left(a_1 + a_2 \ldots + a_l\right) = \frac{s}{n}(b_1 + b_2 \ldots + b_m)$$

$$\frac{s}{n}[(a_1 + a_2 + \ldots a_l) - (b_1 + b_2 + \ldots b_m)] = 0$$

Võtame, et $a_1 + r = c_1$; $a_2 + r = c_2$; $a_3 + r = c_3$ j.n.e. $a_l + r = c_l$

$r - b_1 = d$; $r - b_2 = d_2$; $r - b_3 = d_3$ j.n.e. $r - b_m = d_m$

Nende lausete summeerimisel saame:

$$\Sigma_1^l a + lr = \Sigma_1^l c;\ mr - \Sigma_1^m b = \Sigma^m d,$$

kus c on esimese poole osadele vastavad kaugused ja d on teise poole osadele vastavad kaugused teljest *MN*; r on raskuse keskpunkti ja ühtlasi seega joone *OR* kaugus teljest *MN*.

Kuju *ABCDEF* keerlemisel sünnitab iga väikene osa ühe ringi ehk õigem ütelda võru, mille maht on: $\frac{s}{n} \cdot 2\pi R$

Kõikide võrude maht kokku annab meile keerlemisel saadud keha suuruse

$$V = 2\pi\left(\frac{s}{n}c_1 + \frac{s}{n}c_2 + \frac{s}{n}c_3 + \ldots + \frac{s}{n}c_l + \frac{s}{n}d_1 + \frac{s}{n}d_2 + \ldots + \frac{s}{n}d_m\right)$$

$$V = 2\pi\frac{s}{n}(c_1 + c_2 + \ldots + c_l + d_1 + d_2 + \ldots + d_m) =$$

$$= 2\pi\frac{s}{n}(\Sigma_1^l c + \Sigma_1^m d)$$

Silmaspidades, et:

$$\frac{s}{n}[(a_1 + a_2 + \ldots + a_l) - (b_1 + b_2 + \ldots + b_m)] = 0,$$

ja et: $\Sigma_1^l a = \Sigma_1^l c - l\gamma$;

$\Sigma_1^m b = m\gamma - \Sigma_1^m d$, leiame:

$$\frac{s}{n}[(\Sigma_1^{\,l}\, c - l\gamma) - (m\gamma - \Sigma^m a)] = 0;$$

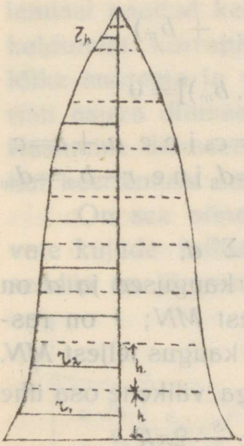
$$\frac{s}{n}(\Sigma_1^{\,l}\, c + \Sigma_1^{\,m} d) = \frac{s}{n}\gamma(l + m) = s\gamma,$$

sest $l + m = n,$

Seega keha maht:

$$V = 2\pi\gamma S. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\text{v. II}).$$

Kuidas oleks siis võimalik Guldini seaduse järele puu tüvede massi määrata. Keerleva kuju pinna suuruse võime siin ilma suurema raskuseta kätte saada, kui meie Huberi valemi nõuetele vastavalt võetud diameetrid summeerime ja saadud summa paku poole pikkuse peale kasvatame. See juures arvestame keerlevat kuju mitmest üksikust trapeetsisist koosseisvana. (Joon. 2) $S = r_1 h + r_2 h + r_3 h + \ldots + r_n h,$ kus iga trapeetsi väli on arvatud võrdsena trapeetsi keskjoone kasvatisele trapeetsi kõrguse peale.



Joon. 2.

$$S = h\Sigma_1^{\,n}\, r = h\Sigma_1^{\,n}\frac{d}{2} = \frac{h}{2}\Sigma_1^{\,n} d. \quad (\text{v. III}).$$

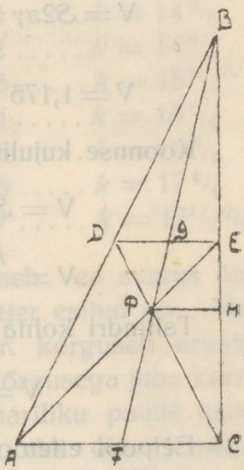
Meetri mõõtude juures, kui pakude pikkus on à 1 mtr. võetud ja diam. sentimeetrites arvatud, saame tarvismineva pinna suuruse kätte, kui diameetrite summat enne 100 peale ja siis kahe peale jagada.

Smaljani valemile kohaselt võetud diameetrite juures tuleks tüüka diameeter poolitada ning saadud arvule teised diameetrid juurde arvata ja saadud summa paku poole pikkuse peale kasvatada. Seega on S määramine kerge ja ka täpne. Mida lühemad pakud, seda täpsem saab olema väljaarvatav pindala. Mida täpsemalt üksikud diameetrid võetud, seda täpsem pindala.

Vähe raskem on lahendada küsimust, kuidas täpselt ära määrata raskuse keskpunkti traektooriat. Võtame esiteks korrapärased kehad. Tsilindris, mis on saadud täisnurkse neljanurgelise kuju keerlemisel, asub raskuse keskpunkt diagonaalide ristlõikes; selle punkti kaugus teljest võrdub poole raadiuse pikkusele.

$$\gamma = \frac{R}{2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\text{v. IV}).$$

Koonusekujulise keha saame, kui täisnurkne kolmnurk ümber oma kateedi keerleb. Raskuse keskpunkt kolmnurgas asub punktis, kus kolm mediaani üksteisest läbilõikuvad. Raskuse keskpunkt jagab mediaanid osadeks, mis oma vahel suhtuvad, kui 1 : 2 (Joon. 3). Kui on $AD = DB$; $BE = EC$ ja $AF = FC$, siis on $DP : PC = 1 : 2$; $EP : PA = 1 : 2$ ja $FP : PB = 1 : 2$, see järgneb sellest, et $DE \parallel AC$ ja $DE = {}^1/_2\, AC$, mille põhjal $\triangle GEP \infty \triangle PAF$.



Joon. 3.

Üksteisele sarnastest kolmnurkadest BPH ja BFC leiame:

$$PH : FC = BP : BF = 2 : 3$$

$$PH = \frac{2}{3} FC;$$

$$\gamma = \frac{2}{3} \cdot \frac{R}{2} = \frac{1}{3} R; \quad . \quad . \quad . \quad (\text{v. V}).$$

Paraboloidi kohta teame, et see on saadud poole parabola keerlemisest ümber parabola kõrguse.

Parabola pindala on:

$$p = \frac{2}{3} DH; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (\text{v. VI}).$$

Keerleva poolparabola pind seega:

$$S = \frac{p}{2} = \frac{2}{3} RH;$$

$$V = S 2\pi\gamma = 2\pi\gamma \frac{2}{3} RH;$$

Teisest küljest on teada, et paraboloidi maht on:

$$V = \frac{\pi R^2 H}{2}, \text{ kust}$$

$$2\pi\gamma\,\frac{2}{3}RH = \frac{\pi R^2}{2}H;$$

$$\gamma = \frac{3}{8}R; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{(v. VII)}$$

Suurem osa tüvesid lähineb oma kuju poolest paraboloidile, selle tõttu võib viimast valemit aluseks võtta.

$$V = S2\pi\gamma = \frac{P}{2}2\pi\frac{3}{8}\frac{D}{2} = \frac{PD}{2}\cdot\frac{9{,}42}{8}$$

$$V = 1{,}175\,\frac{PD}{2} = \frac{Dh\Sigma_1^n d}{2} + K_1;\ (K_1 = 17^1/_2\,{}^0/_0)$$

Koonuse kujulise tüve kohta oleks:

$$V = S2\pi\gamma = \frac{P}{2}\cdot\frac{2\,.\,3{,}14D}{3\,.\,2} = 1{,}047\,\frac{DP}{2}$$

$$V = \frac{Dh\Sigma_1^n d}{2} + K_2;\ (K_2 = 4{,}7\,{}^0/_0)$$

Tsilindri kohta oleks:

$$V = \frac{Dh\Sigma_1^n d}{2} + K_3\ (K_3 = 5{,}7\,{}^0/_0)$$

Eelpool ettetoodud lausetes on võetud D-keha aluse diameeter, $\Sigma_1{}^n d$ on Huberi valemi kohaselt võetud diameetrite summa, h on kaugus kahe diameetri vahel ehk paku kõrgus ja k on paranduse protsent.

Puu tüvede juures võime tüve aluseks rinna kõrguse diameetrit võtta. Et paranduse suurust õieti hinnata, peab meil objektiivne alus olema tüve vormi otsustamiseks. Sarnase alusena esineb suhe:

$$S : HR = P : HD.$$

Koonuse kujulistes kehades on see suhe 0,5, paraboloidi juures on see $\frac{2}{3}$ ehk ligikaudu 0,67, tsilindri juures (mis kogu tüve kohta võimata) 1,0. Seega, kui saadud diameetrite summat Σd jagada HD peale, saame vormi koeffitsiendi ehk pikuti läbilõike pinna vormi arvu q, millele vastavalt kasvatisse $\frac{D\Sigma d}{2}$ parandusi teha võib:

$$V = \frac{Dh\Sigma_1^n d}{2} + K; \quad \ldots\ldots\ldots \quad \text{(v. VIII)}$$

Paranduste tabelit võib alati kiirelt välja arvata, kui meeles pidada, et koonusele, kus $q = 0{,}50$, vastab parandus ligikaudu 5 % ja paraboloidile, kus $q = 0{,}67$ vastab parandus $17\frac{1}{2}$ %.

Ligikaudsete paranduste jaoks on:

$q = 0{,}50 \ldots\ldots k = 5\,\%$	$q = 0{,}59 \ldots\ldots k = 12\,\%$
$q = 0{,}51 \ldots\ldots k = 6\,\%$	$q = 0{,}60 \ldots\ldots k = 13\,\%$
$q = 0{,}52 \ldots\ldots k = 7\,\%$	$q = 0{,}61 \ldots\ldots k = 14\,\%$
$q = 0{,}53 \ldots\ldots k = 7\frac{1}{2}\,\%$	$q = 0{,}62 \ldots\ldots k = 14\,\%$
$q = 0{,}54 \ldots\ldots k = 8\,\%$	$q = 0{,}63 \ldots\ldots k = 15\,\%$
$q = 0{,}55 \ldots\ldots k = 9\,\%$	$q = 0{,}64 \ldots\ldots k = 15\,\%$
$q = 0{,}56 \ldots\ldots k = 10\,\%$	$q = 0{,}65 \ldots\ldots k = 16\,\%$
$q = 0{,}57 \ldots\ldots k = 11\,\%$	$q = 0{,}66 \ldots\ldots k = 17\,\%$
$q = 0{,}58 \ldots\ldots k = 11\frac{1}{2}\,\%$	$q = 0{,}67 \ldots\ldots k = 17\frac{1}{2}\,\%$

Ülemal käsitud metoodi juures oleneb vea suurus õige palju sellest, kuidas rinna kõrguse diameeter esitud on. Meie madala maa puude juures langeb 1,3 mtr. kõrguselt arvatud diameeter tüve osasse kus diameeter puu kõrgusega juba korrapäraliselt muutub, selle tõttu on meie hariliku puude juures viga väike — 1—2 % osa, väljaarvatud ehk õige jämedad tüved, muda mulla peal kasvavad lepad, üksikult kasvavad puud ja mõned muud anormaalsed esitused. Ka mägedel kasvavate puude kohta, kus puu tüved tüüakamad on, kui madala maa puude juures, ei ole valem küllalt vastav. Õigus, need vead saavad ka siin osalt tasandatud: üle 3 % tõuseb viga kaunis harva, sest anormaal suure diameetri peale Σd kasvatades saame küll suurema mahi, kuid paranduse faktori väljaarvamisel mõjub *a* normaal suur *D* ümberpöördult — vähendavalt.

Et rinnakõrguse diameetri anormaalsuste mõjust tüve massi väljaarvamist vabastada, võiks teist teed tarvitada, kus juures meie otsekohe raskuse punkti traektooria ülesleiame. Kujutame ette, et raskuse punkti kohal jaguneb tüve läbilõike pind kaheks, enda vahel ühesuurusteks osadeks. Tõepoolest ei ole see küll õige, sest raskuse keskpunkt asub, nagu pärast näeme, vähe ladva pool sellest kohast, kus läbilõike pinnad end poolitavad. Ülesleida diameetrit, kus läbilõike pinnad end poolitavad, on kerge, kui meie diameetrisi summeerides seda tööd järk järgult teeme, iga järgmist diameetrit eelmisele ehk eelmiste summale juurde arvame, nagu see järgnevast näitusest näha. Sarnase arvamise juures on veel muud head küljed, sest töö sünnib ilma suurema närvide pingutuseta, ei väsita vaimu ning vigade ettetulemise võimalus on vähendatud.

Näit. kuusk-kõrgus 14,5 mtr., läbimõõt rinnakõrguselt 17,3 sm.

0,5 mtr.	+	20,5 sm.		+	123,4 sm.
1,5 „		16,5 „	8,5 mtr.		11,4 „
		37,0 sm.			134,8 sm.
2,5 „	+	15,9 „	9,5 „	+	10,5 „
		52,9 sm.			145,3 sm.
3,5 „	+	15,6 „	10,5 „	+	9,6 „
		68,5 sm.			154,9 sm.
4,5 „	+	15,0 „	11,5 „	+	7,8 „
		83,5 sm.			162,7 sm.
5,5 „	+	14,1 „	12,5 „	+	6,2 „
		97,6 sm.			168,9 sm.
6,5 „	+	13,3 „	13,5 „	+	4,4 „
		110,9 sm.			$\Sigma_{0,5}^{13.5} d =$ 173,3 sm.
7,5 „	+	12,5 „			
		123,4 sm.			$\frac{\Sigma d}{2} =$ 86,65 sm.

83,5 vastab $\frac{15,0 + 14,1}{2} = 14,55$ sm.

90,5 vastab — 14,1 sm.

86,6 vastab seega — 14,3 sm.

$$V = \frac{3}{4} \, 1,733 \times 0,143 = 0,186 \text{ m}^3$$

Liit Huberi valem annab 0,188 m ^{3}

Üht asja peab siin meeles pidama: kui diameetrid on Huberi valemi kohaselt võetud ja pakkud on 1 mtr. pikused, siis on:

$d_{0,5} + d_{1,5} + d_{2,5} + d_{3,5} + \ldots\ldots + d_{n+0,5} = 2\,S = P$;

ja kui $d_{0,5} + d_{1,5} + d_{2,5} + \ldots\ldots + d_{m+0,5} = \frac{P}{2}$, siis on, silmaspidades, et $d_{m+0,5}$ on viimase trapeetsi keskjoon, $\frac{P}{2}$ pinna hulka arvatud kogu viimane trapeets, ning diameetrite summade poolituse kohale vastab diameeter d_{m+1}, ehk õigem, võttes mõõdetavate arvude järele: $\frac{d_{m+0,5} + d_{m+1,5}}{2}$

Suuremalt jaolt tuleb siin väike interpoleerimine ettevõtta, et otsitavat diameetrit leida. Vastaks nõnda leitud diameeter $d_{1/2\,P}$ ehk d_p raskuse keskpunkti asukohale ja oleks raskuse keskpunkt raadiuse keskkohal, siis võrduks:

$$V = 2\pi\gamma S = \frac{\pi d_p}{2}\,\frac{P}{2} = \frac{3{,}14}{4}\,d_p P \quad . \quad . \quad . \quad \text{(v. IX).}$$

Vaatame, kuidas on lugu tõepoolest nende kehadega, mis meil kõige rohkem küsimuse alla tuleks. Tsilindri kohta on valem õige. Raskuse keskpunkt asub siin tõesti selles kohas, kus tsilindri mõlema osa pindalad üksteisele võrduvad.

Koonuse kujulise keha juures on asi teisiti. Kujutame ette, et raadius r_p jagab keerleva kolmnurga pinna kaheks ühesuuruseks osaks.

$$S = \frac{HR}{2};\; S_p = \frac{S}{2} = \frac{r_p\,h_p}{2};\; \frac{r_p\,h_p}{2} = \frac{HR}{4};$$

$$\frac{r_p}{R} = \frac{h_p}{H};\; h_p = \frac{r_p\,H}{R};\; \frac{r_p\,r_p H}{R} = \frac{HR}{2};$$

$$r_p = \sqrt{\frac{R^2}{2}} = \frac{R}{2}\sqrt{2} = 0{,}7071\ \mathrm{R}.$$

Arvates, et raskuse keskpunkt asuks selle raadiuse keskkohal, saame:

$$\gamma_p = \frac{0{,}7071\ R}{2} = 0{,}35355\ R.$$

Tegelikult on aga $\gamma = {}^1/_3 R = 0{,}33333\ R$.

See on, pindade poolitamisel leitud raskuse keskpunkti asukoht koonuse kujulistes kehades määratakse poositivse veaga, mille suurus välja teeb $+\ 6\,\%$ õigest otsitavast raadiusest ehk 5,7$^0/_0$ ebaõigelt määratud raskuse keskpunkti traektooria raadiusest. Raskuse keskpunkt peab kolmnurga tipu pool asuma, sest nagu füüsikast teada on raskuse keskpunkti kohta maksev mitte pinna suurus, vaid ka pinna osade kaugused sellest keskpunktist.

Paraboloidi kohta leiame:

$$P = \frac{2}{3} DH; \quad S = \frac{2}{3} RH;$$

$$P_p = \frac{2}{3} d_p\, h_p; \quad S_p = \frac{2}{3} r_p\, p_h;$$

$$S_p = \frac{S}{2}; \quad \frac{2}{3} r_p\, h_p = \frac{1}{3} RH.$$

$$\frac{r_p^2}{R^2} = \frac{h_p}{H}; \quad h_p = \frac{r_p^2 H}{R^2};$$

$$\frac{2}{3} r_p \frac{r_p^2 H}{R^2} = \frac{1}{3} RH; \quad r_p^3 = \frac{R^3}{2};$$

$$r_p = \frac{R}{2} \sqrt[3]{4} = 0{,}7935\, R.$$

Selle raadiuse poolitumisel saadud arvatava raskuse keskpunkti traektooria raadius on seega: $\gamma_p = 0{,}39675\, R$.

Paraboloidi kohta peab aga raskuse keskpunkti traektooria raadius olema $\frac{3}{8} R = 0{,}375\, R$. Tähendab, pindade poolitamine annaks siin jällegi poositiivse vea, mille suurus:

$$\triangle \gamma = 0{,}39675\, R - 0{,}375\, R = 0{,}02175\, R.$$

Vea suurus protsentides oleks: $+$ 5,8$^0/_0$ õigest raskuse keskpunkti traektooria raadiusest ehk $+$ 5,5$^0/_0$ ebaõigelt pinna poolitamisel saadud raadiusest. Nii paraboloidi, kui ka koonuse kujuliste kehade juures tuleks seega valemis IX teha negatiivne parandus 5,5 — 5,7$^0/_0$ suurune

$$V = \frac{\pi}{4} Pd_p - k \; (k = 5{,}6^0/_0) \; . \; . \; . \; . \; . \; (\text{V. X}).$$

Selle paranduse saame ligikaudu kätte, kui meie π asemel võtame 3.

Ühe meetri pikuste pakkude kohta saame:

$$V = \frac{3}{4} P d_p = \frac{3}{4} d_p \sum\nolimits_{0,5}^{n+0,5} d; \qquad \text{(v. XI)}$$

Viimane valem sisaldab seega matemaatiliste koonuskujuliste ja paraboloidi kujuliste kehade kohta positiivset viga ligi 1 % suurust, sest võttes 3,14 asemel 3, vähendame andmeid kõigest 4,7 % osa. Et aga ka Huberi liit ·valem ligikaudu sellesama täpsusega töötab, siis võiks valemi punktipealsusega leppida. Juhtumisel kui mõõtmised on tehtud Smaljaani valemi kohaselt, ja kui paku pikkus on 1 mtr., siis on:

$$V = \frac{3}{4} d_p \left(\frac{D_0}{2} + \Sigma_1^n d \right) \qquad \text{(v. XII)}$$

Ka tüve osade kohta võib eelpool ettetoodud käsitust tarvitada, see on, ka palkide massi määramisel võib diameetrite summeerimisel saadud pinda läbilõike pindade summa asemel tarvitada. Kuid neil juhustel on otstarbekohasem võtta valemit:

$$V = \frac{\pi}{4} d \, h \Sigma_1^n d,$$

kus d_p on diameeter, mis vastab pinna poolitus kohale, h on paku kõrgus ehk kaugus kahe mõõdu vahel, d on diameeter, mis on võetud Huberi valemi kohaselt. Nagu eelpool juba tähendud on valem õige tsilindri kohta. Kui palgi peale kui tömpotsalise koonuse peale vaadata, siis leiame järgmist.

Tömpotsalise koonuse maht on:

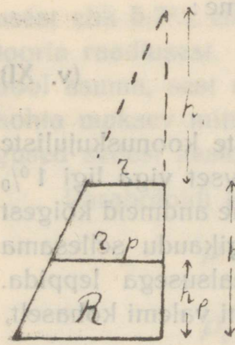
$$V = \frac{\pi h}{3} (R^2 + Rr + r^2)$$

Guldini seaduse järele on:

$$V = S 2\pi\gamma = \frac{(R + r) h \, 2\pi\gamma}{2},$$

$$\text{kust: } \frac{\pi h}{3}(R^2 + Rr + r^2) = \frac{(R + r) h}{2} 2\pi\gamma$$

$$\gamma = \frac{1}{3} \frac{R^2 + Rr + r^2)}{R + r} = \frac{1}{3} \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2} \qquad \text{(v. XIII)}$$



Joon. 4.

Arvame nüüd, et raskuse keskpunkt asuks sellel raadiusel, kus keerleva trapeetsi pealmise osa pind alumise osa pinnale võrduks. Kui see nõnda oleks, siis on:

$$S_p = \frac{S}{2}; \quad \frac{r_p + R}{2} h_p = \frac{1}{2} \frac{r + R}{2} h$$

Katsume siin ka suurusest h_p, mis meil tarvis ei lähe, lahti saada. Joon. 4. näeme:

$$\frac{r}{R} = \frac{h_1}{h_1 + h}; \quad \frac{R - r}{R} = \frac{h}{h_1 + h}; \quad \frac{R - r}{h} = \frac{R}{h_1 + h}; \quad \frac{r_p}{R} = \frac{h_1 + h - h_p}{h_1 + h};$$

$$\frac{R - r_p}{R} = \frac{h_p}{h_1 + h}; \quad \frac{R - r_p}{h_p} = \frac{R}{h_1 + h}; \quad \frac{R - r}{h} = \frac{R - r_p}{h_p}; \quad h_p = \frac{(R - r_p)h}{R - r};$$

$$\frac{(r_p + R)}{2} \frac{(R - r_p)h}{(R - r)} = \frac{1}{2} \frac{(r + R)h}{2}; \quad 2(R^2 - r_p^2) = R^2 - r^2$$

$$r_p = \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}}$$

Arvates, et raskuse keskpunkt leitud raadiuse keskohal asub, saame arvatava raskuse keskpunkti kauguse teljest:

$$\gamma_p = \frac{r_p}{2} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}}$$

Tegelikult on aga raskuse keskpunkti kaugus teada valemist XIII, sellepärast on viimase arvamise juures viga, mille suurus on:

$$\triangle \gamma = \gamma_p - \gamma = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}} - \frac{1}{2} \cdot \frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}$$

Et pilti selle vea suurusest saada, arvame, et tömpkoonuse pealmine diameeter oleks 0,9 alumisest diameetrist ehk $r = 0{,}9\,R$. Sarnasel korral oleks:

$$\triangle\gamma=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{1+0,81}{2}}-\frac{R}{3}\cdot\frac{1-0,729}{1-0,81}=R(0,47565-0,47535)=0,0003R$$

Vea suurus, mis raskuse keskpunkti leidmisel pindade poolitamise abil saadud, on seega positiivne ja võrdub ligikaudu 0,1% ebaõigelt määratud raadiuse suurusele.

Kui $r=0,8R$, siis on:

$$\triangle\gamma=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{164}{200}}-\frac{R}{3}\cdot\frac{488}{360}=R(0,4527-0,4519)=0,0008R,$$

ehk ligikaudu 0,2% ebaõigelt määratud raadiuse suurusest.

Kui $r=0,7\,R$, siis on:

$$\triangle\gamma=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{149}{200}}-\frac{R}{3}\cdot\frac{657}{510}=R\,(0,4316-0,4294)=0,0022\,R \text{ ehk}$$

ligikaudu 0,5% ebaõigelt määratud raadiuse suurusest.

Kui $r=0,6\,R$, siis on:

$$\triangle\gamma=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{136}{200}}-\frac{R}{3}\cdot\frac{784}{640}=R\,(0,4123-0,4083)=0,0040\,R,$$

ehk ligikaudu + 1% ebaõigelt määratud raadiuse suurusest.

Kui $r=0,5\,R$, siis on:

$$\triangle\gamma=\frac{R}{2}\sqrt{\frac{125}{200}}-\frac{R}{3}\,\frac{875}{750}=R\,(0,3953-0,3889)=0,0064\,R,$$

ehk ligikaudu + 1,6% ebaõigelt määratud raadiuse suurusest.

Tömpotsalise paraboloidi kohta on vahekord järgmine (joon. 5):

$V=\pi h\,\frac{R^2+r^2}{2}$; Guldini seaduse järele $V=S2\pi\gamma$, seega $\gamma=$

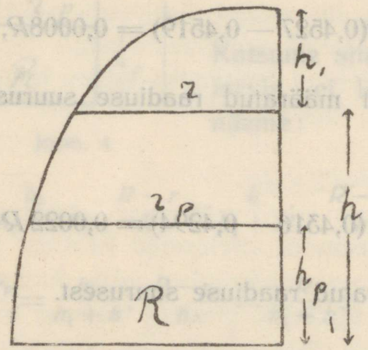
$$=\frac{h(R^2+r^2)}{4S};\; S=\frac{2}{3}\,R\,(h_1+h)-\frac{2}{3}\,rh_1;\; \frac{r^2}{R^2}=\frac{h_1}{h_1+h};$$

$$\frac{R^2-r^2}{r^2}=\frac{h}{h_1};\; h_1=\frac{r^2h}{R^2-r^2};\; S=\frac{2}{3}\,R\left(\frac{r^2h}{R^2-r^2}+h\right)-$$

$$-\frac{2}{3}\frac{r^2hr}{R^2-r^2}=\frac{2}{3}h\frac{Rr^2+R^3+Rr^2-r^3}{R^2-r^2};$$

$$S=\frac{2}{3}h\frac{R^3-r^3}{R^2-r^2}=\frac{2}{3}h\frac{R^2+Rr+r^2}{R+r};$$

$$\gamma=\frac{h(R^2+r^2)}{4S}=\frac{h(R^2+r^2)}{4\cdot 2}\frac{(R^2-r^2)\cdot 3}{h(R^3-r^3)}=\frac{3}{8}\frac{R^4-r^4}{R^3-r^3}; \text{ (v. XIV).}$$



Joon. 5.

Arvates, et raadiuse kohal, kus tömpotsalise parabola pind end pooleks jagab ka raskuse keskpunkt asub, otsime vastava raadiuse suuruse, ning seda poolitades, saame arvatava raskuse keskpunkti kauguse teljest.

$$S_p=\frac{S}{2};\quad \frac{2}{3}h_p\frac{R^3-r_p^3}{R^2-r_p^2}=\frac{2}{3}\cdot\frac{h}{2}\cdot\frac{R^3-r^3}{R^2-r^2};\quad h_p\frac{R^3-r_p^3}{R^2-r_p^2}=\frac{h}{2}\frac{R^3-r^3}{R^2-r^2}$$

$$\frac{r^2}{R^2}=\frac{h_1}{h_1+h};\quad \frac{R^2-r^2}{R^2}=\frac{h}{h_1+h};\quad \frac{R^2-r^2}{h}=\frac{R^2}{h_1+h};\quad \frac{r_p^2}{R^2}=\frac{h_1+h-h_p}{h_1+h}$$

$$\frac{R^2-r_p^2}{R^2}=\frac{h_p}{h_1+h};\quad \frac{R^2-r_p^2}{h_p}=\frac{R^2}{h_1+h};$$

$$\frac{R^2-r^2}{h}=\frac{R^2-r_p^2}{h_p};\quad h_p=\frac{(R^2-r_p^2)h}{R^2-r^2};\quad \frac{(R^2-r_p^2)\,h\,(R^3-r_p^3)}{(R^2-r^2)\,(R^2-r_p^2)}=$$

$$=\frac{h(R^3-r^3)}{2(R^2-r^2)};\quad 2(R^3-r_p^3)=R^3-r^3;$$

$$r_p=\sqrt{\frac{R^3+r^3}{2}};\quad \gamma_p=\frac{r_p}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{R^3+r^3}{2}};$$

Eelmine lause annab ebaõigelt pinna poolitamisega arvatud raskuse keskpunkti kauguse teljest tömpotsalise parabola kohta. Tegelikult peaks see suurus olema, nagu enne valemi XIV järele nägime: $^3/_8 \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}$ Pinna poolitamise abil saadud suurus sisaldab viga.

$$\triangle \gamma = \gamma_p - \gamma = {}^1/_2 \sqrt[3]{\frac{R^3 + r^3}{2}} - {}^3/_8 \frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3};$$

kui vähema otsa diameeter võrduks 0,9 jämedama otsa diameetrist, ehk kui $r = 0,9\ R$, siis on vea suurus:

$$\triangle \gamma = \frac{R}{2} \sqrt[3]{\frac{1729}{2000}} - \frac{3\,R}{8} \cdot \frac{3439}{2710} = R\,(0,4763 - 0,4759) = 0,0004\ R,$$

ehk ligikaudu + 0,1% ebaõigelt saadud raadiusest.

Kui $r = 0,8\ R$, siis on:

$$\triangle \gamma = \sqrt[3]{\frac{1512}{2000}} - \frac{3R}{8} \frac{5904}{4480} = R\,(0,4555 - 0,4537) = 0,0018\,R,$$

ehk ligikaudu + 0,4% ebaõigelt saadud raadiusest.

Kui $r = 0,7\,R$, siis on:

$$\triangle \gamma = \frac{R}{2} \sqrt[3]{\frac{1343}{2000}} - \frac{3R}{8} \frac{7599}{6570} = R\,(0,4378 - 0,4337) = 0,0041\ R,$$

ehk ligikaudu + 1% ebaõigelt saadud raadiusest.

Kui $r = 0,6$ R, siis on:

$$\triangle \gamma = \frac{R}{2} \sqrt[3]{\frac{1216}{2000}} - \frac{3R}{8} \frac{8704}{7840} = R\,(0,4236 - 0,4163) = 0,0073\ R,$$

ehk ligikaudu + 1,7% ebaõigelt saadud raadiusest.

Kui $r = 0,5R$, siis on:

$$\triangle \gamma = \frac{R}{2} \sqrt[3]{\frac{1125}{2000}} - \frac{3R}{8} \frac{9375}{8750} = R\,(0,4127 - 0,4018) = 0,0109\,R,$$

ehk ligikaudne + 2.7% ebaõigelt saadud raadiusest. Ülemal ettetoodud käsitusest näeme, et valemit $V = \frac{\pi}{4} d_p\, h\, \Sigma_1^n d$ võib väga hästi palkide kohta tarvitada juhtumisel, kui palkide koone kogu palgi ulatusel vähem on, kui 0,3 palgi jämedama otsa diameetrist. Tsilindri kujulise palgi juures oleks valem täpne, kuna paraboloidi ja koonuse kujuliste palkide kohta viga vähem oleks, kui 1%. Ka Huberi liitvalemi tarvitamise juures ei ole meil põhjust siin suuremat täpsust saada.

Vea suurus ülemalnimetud koonde piirides oleneb ainult paku pikkusest ja täpsusest diameetrite mõõtmise juures. Palgi pikkus avaldab vea suuruse peale mõju ainult nõnda palju, kui palju palgi pikkuse läbi palgi ladva otsa ja tüüka otsa diameetrite suhe muutub. Metsakorraldus tööde ning kui muude praktiliste küsimuste käsitamisel võiks palkide massi väljaarvamise juures saadud andmetega küllalt leppida, kuna õige täpsete arvamiste juures paranduste tabel kokkuseatud võiks saada. Parandused tuleks siis vastavalt palgi pinna vormi arvule teha, nõnda nagu see eelpool terve tüve kohta käsitud sai. Kuid tuleb silmas pidada, et nende täpsete tööde juures peab meil olema; 1) täpne klupe, jaotusega kuni 1 mm. 2) pakkude pikkus $^1/_2$ mtr. 3) iga paku keskkohalt minimum kolm mitmes sihis võetud mõõtu. Sedasama määrust tuleks ka liit Huberi valemi juures meeles pidada ja kogu selle juures võime ainult loota, et saadud andmed suuremat viga ei sisalda, kui $^1/_4\%$ suutust.

II. Metoodi täpsus.

Mõni märkus eelpool käsitud metoodide täpsuse kohta.

Valem — $V = {}^3/_4 d_p P = {}^3/_4 d_p\, h\, \Sigma_1^n\, d$ sisaldab järgmisi üksikuid vigasid.

1) $d_p P$ ees seisva koeffitsiendi ümarguseks tegemisel saadud viga. Koonuse- ja paraboloidi-kujuliste kehade juures on see viga positiivne ja võrdub ligikaudu $^3/_4\%$ selle koeffitsiendi täpsest suurusest.

2) Tüüka neiloidi-kujulise otsa arvestamisel paraboloidi kujulisena sünnib negatiivne viga, osalt raskuse keskpunkti teises sihis nihkumise tõttu, osalt selle tõttu, et alumise paku pikuti läbilõike pind tegelikult alati suurem on, kui *dh*.

3) Viga d_p määramise juures on kõige suurema tähtsusega. Kui diameetrid on mõõdetud millimeetrites ja kui raskuse keskpunkti kohal diameeter on vähemalt 10 sm., siis võib ja peab ka d_p interpoleerimise teel täpsusega kuni 1mm. äramääratud saama. Kui raskuse keskpunkti kohal asuv tüve diameeter d_p on 10 sm., siis saame 1 mm. punktipealsuse juures vea ½ — 1%; 20 sm diameetri juures ¼ — ½%% j. n. e. Mida suurem diameeter, seda suurema täpsusega leitakse d_p. Viga, mis d_p määramisel sünnib, kannab end täies ulatuses lõpu resultaadi, see on γ suuruse peale edasi. Kui diameetrid on mõõdetud täpsusega kuni ½ sm., siis tuleb d_p määramist interpoleerimise teel siiski täpsusega kuni 1 mm. teha, kui soovime, et viga 1% piiridesse jääks. Tolli mõõtudes võivad diameetrid mõõdetud saada punktipealsusega kuni ¼ tolli, kuid d_p peab vähemalt punktipealsusega kuni $^1/_{10}$ tolli arvestud saama.

4) Viga P määramisel diameetrite summeerimise teel on õige väike. See tõuseb vaevalt $^1/_{10}$ protsendini.

Teoreetiliselt võiks iga üksiku paku pikuti läbilõike pinda kui paku keskdiameetri ja kõrguse kasvatist arvestada ainult siis, kui tüve selles osas kas tsilindri ehk koonuse kujuline oleks. Tömpotsalise parabola kohta saame siin positiivse vea.

$$\Delta S = h\left(\sqrt{\frac{R^2 + r^2}{2}} - \frac{2}{3}\,\frac{R^3 - r^3}{R^2 - r^2}\right)$$

Kesmise koonde juures, kus iga sülla kohta diameeter ühe tolli osa ehk ühe meetri kohta umbes 1,2 sm. osa väheneb, teeb see peenemate puude juures välja $r = 0{,}9\ R$.

Sarnasel korral on $\Delta S = 0{,}0006\ R\ h$, ehk ligikaudu $+\ 0{,}05\ \%$ ebaõigelt saadud pinnast.

Kui $r = 0{,}95\ R$, siis on viga ΔS umbes $0{,}007\ \%$. Kui $r = 0{,}8\ S$, siis peab tüve tingimata koonuse kujuline olema ja arvestamine on teoreetiliselt õige. Tömpparabola kohta, kui $r = 0{,}8\ R$ ja kui meie arvame, et $S = sh$, siis sünnib viga $+\ 0{,}2\%$. Siinsamal olgu tähendatud, et Huberi valem, mis teoreetiliselt õige paraboloidi ja tsilindri kohta, koonuse kujuliste tüvede juures, nagu seda õige heade boniteetide, üksikult kasvavate kuuskede, ning noorte järelkasvanud II rinde kuuskede juures leiame, annab negatiivse vea, mis eelpool käsitud pinna väljaarvamise veadest miinimum kaks korda suuremad on.

5) Viga tüve kurve anormaalsuste tõttu raskuse keskpunkti kohal. Siia kuuluvad vead, mida sünnitavad oksa muhud, porsumised seene haiguste ehk putukate vigastuste tõttu, väiksemad vääratused mõõtmistes jne. Need vead on siin märksa rohkem tunduvad, kui liit Huberi valemi juures, sest siin kandub viga kogu ulatuses lõpu resultaadile, kuna liit Huberi valemi juures sarnane viga ainult üht osa lõpu resultaadist, s. o. ühe üksiku paku mahi muudaks.

Üldse, kõikide metoodide juures, kus üks ehk teine diameeter tähtsaks, massi väljaarvamisel mõõduandvaks võetakse, on vea suurus õige äraripuv sarnastest anormaalsustest. Nii Schiffeli kui ka liht Huberi valemi juures võivad sarnaste kõrvalkaldumiste tõttu suuremad vead sündida. Suuremad kõikumised diameetrite vahedes annavad meile õigust mõnesugust anormaalsust oletada. Juhtumisel, kui raskuse keskpunkti kohal sarnane kõikumine märgata on, siis tuleb interpoleerimise juures aluseks võtta mitte üht diameetrite vahet, vaid tuleb võtta keskmine kolmest lähemast sarnasest diameetrite juurdekasvust, ehk teise sõnaga öeldes, tuleb võtta keskmine koone kolme lähema paku järele ja selle järele d_p väljaarvamist teha.

III. Kokkuvõte.

1) Diameetrite summat rinnakõrguse diameetri peale kasvatades ja paranduse protsenti juurde arvates, saame normaal tüvede kohta andmed, kus vea suurus keskmiselt ühe protsendi üle ei ulata.

2) Paranduste protsendi väljaarvamiseks tarvisminev pinna vormi arv leitakse ilma suurema vaevata, kui Σd ja $D_0 H$ suhe. Pinna vormi arv annab meile täieliku pildi puu tüve täiuse kohta ja võib rinnakõrguse vormi arvu aset täita.

3) Keskmiste boniteetide ja keskmise täiusega puiestikkude juures kõiguvad männi ja kuuse pinna vormi arvud 0,60 ja 0,62 vahel. Seega on paranduste protsent siin harilikult 14 %.

4) Juhtumisel, kui meil on kasutada analüüsi andmed, kus ka puu vertikaal läbilõige esitud, siis võib diameetrite summa asemel pinna suurust vertikaal läbilõike järele planimeetri abil väljaarvata.

5) Täpsemate andmete saamiseks on tarvis diameetrite summat raskuse keskpunkti kohal mõõdetava diameetri peale kasvatada ja saadud kasvatisest kolmneljandikku võtta, ehk kergem — saadud kasvatisest üks neljandik maha arvata. See juures tuleks raskuse keskpunkti asukohaks tüve pikuti läbilõike pinna poolituskoht arvata.

Selle punkti leidmiseks on tarvis diameetrid ükshaaval summeerida ja järgmist eelmisele ehk eelmiste summade juurde arvata.

6) Tegelikult määratakse raskuse keskpunkt sel teel ebaõigelt, kuid viga, mis siin sünnib, on tasandud kasvatuse eelolevas koefitsiendis.

7) Palkide massi väljaarvamiseks tuleb võtta valemit:

$$V = \frac{3d_p}{4} h \Sigma_1^n d,$$

kus d_p on palgi pikuti läbilõike pinna poolituskohale vastav diameetsr, h on kaugus kahe mõõdetava diameetri vahel ja $\Sigma_1^n d$ on diameetrite summa. Kui pealmine diameeter vähemalt $^3/_4$ alumise otsa ehk esimesest, tüüka poolt mõõdetavast diameetrist on, siis paranduse protsendi juurdearvamist tarvis ei ole.

8) Tüvede ja palkide mõõtmise juures praktilise elu nõuete kohaselt tuleks mõõtmisi teha iga meetri tagant ja diameetrid mõõta täpsusega kuni $^1/_2$ sm. Inglis mõõtude juures peaks paku pikkus olema 4 jalga ja läbimõõdud täpselt kuni $^1/_4$ tollini.

9) Raskuse keskpunktile vastava diameetri d_p määramisel tuleb rõhku selle peale panna, et viga siin üle 1 % ei ulataks. Kui d_p esineb kolme numbrilise arvuna, siis võime loota, et täpsus siin suurem on, kui 1 %.

Die Längsdurchschnittsfläche eines liegenden Stammes als Faktor zur Bestimmung dessen Kubikinhaltes.

Die Kubierung der liegenden Baumschäfte wird gewöhnlich wie bei den praktischen, so auch bei den wissenschaftlichen Arbeiten sektionsweise nach der Huberschen Formel durchgeführt. Diese Formel ist sehr empfehlenswert wegen ihrer Einfachheit und ihrer Genauigkeit; es scheint, dass man hier kaum noch etwas besseres zufügen könnte.

Nur einige kleine Schwierigkeiten kommen manchmal vor, wenn man die zur sektionsweisen Kubierung nötigen Kreisflächen-Tabellen nicht gerade bei der Hand hat. Ferner ist es oft sehr unbequem draussen im Walde die Kreisflächen-Tabellen anzuwenden. Darum geschieht es, dass im Walde nur Messungen vorgenommen werden, die Ausrechnung aber zu Hause gemacht wird. Nicht selten braucht man aber schon im Walde die genaue Zahlen über den Schaftinhalt. Darum erlaube ich mir einen neuen Vorschlag in dieser Richtung zu machen.

Bei sämtlichen bisherigen Formeln wird der Stamm als ein Rotationskörper angesehen. Wenn diese Anschauung zulässig erscheint, so könnte man den Stamminhalt nach den Princip der Guldinischen Regel auszurechnen. Diese Regel lautet: der Rauminhalt eines Rotationskörpers ist gleich der Fläche, der sich drehenden Figur multipliziert mit dem Weg, den der Schwerpunkt derselben bei der Drehung beschreibt.

$$V = S \,.\, 2\pi\gamma$$

$V =$ Volumen, $S =$ die sich drehen Fläche, $\gamma =$ Entfernung des Schwerpunktes von der Drehungsachse.

Bei den liegenden Baumschäfte kann man die Fläche S bestimmen, wenn man sämtliche zur Anwendung der Huberschen Formel nötigen Diameter summiert und diese Summe mit der halben Höhe der Sektionen multipliziert. Bei 1 m. langen Sektionen und bei normaler Stammform wird der Fehler in S nur höhstens ein oder zwei Zehntel Prozent sein. Die Entfernung des Schwerpunktes von der Achse kann man für den kegelförmigen und paraboloidischen Körper ausrechnen.

In kegelförmigen Körper wäre es: $\gamma = \frac{1}{3} R$, wo R der Radius der Grundfläche ist.

Im Apolonischen Paraboloide ist es: $\gamma = \frac{3}{8} R$. Das Paraboloid kann man als die annähernd meist vorkommende Schaftform annehmen.

Der Rauminhalt für das Paraboloid ist:

$$V = S \,.\, 2\pi\gamma = S \,.\, \frac{3}{8}\pi D =$$

$$= \frac{\frac{3}{8}\pi Dh}{2}\sum_1^n d = \frac{9{,}42}{8} Dh \sum_1^n d;$$

$$V = \frac{Dh \sum_1^n d}{2} + K$$

Für das Paraboloid ist die Grösse des Zuschlages $K = 17\frac{1}{2}\%$ von dem vor ihm stehenden Summanden.

Für kegelförmigen Körper: $K = 4{,}7\%$.

Bei liegenden Baumschäften zur Bestimmung von K muss man die Schaftform festlegen. Dazu wäre die einfachste Methode die Längsdurchschnittsflächen - Formzahl oder kürzer gesagt die Flächenformzahl q zu besimmen

$$q = \frac{\sum_1^n d}{DH}$$

Bei kegelförmigen Körper ist $q = 0{,}50$.

Beim Apolonischen Paraboloide ist $q = \frac{2}{3} = (0{,}67)$.

Diese zwei Körper sind als Grenzformen für sämtliche Baumschäfte zu betrachten. Anstatt Grundflächen Durchmesser kann man bei den liegenden Schäften den Brusthöhendurchmesser nehmen und sämtliche in Frage kommende ($q = 0{,}50 \longrightarrow q = 0{,}67$) Formen durch einfache Interpolierung die Grösse K zu bestimmen.

Bei normaler Stammbildung und bei den Bäumen der Ebene gibt diese Formel ziemlich befriedigende Resultate. Doch sind die Ergebnisse weniger günstig, wenn der Brusthöhendiameter abnormal gross ist. Darum ist es besser anstatt der ersten Formel eine andere zu nehmen, wo man unmittelbar den Schwerpunktdiameter hat. Man kann annehmen, dass der Schwerpunkt in jenem Teile des Baumes liegt, wo die Fläche der sich drehenden Figur halbiert wird. In Wirklichkeit liegt der Schwerpunkt etwas höher und der gefundene Radius ist ca 5—6% grösser, als die genaue Entfernung des Schwerpunktes. Diese Fehler wird fast ganz beseitigt, wenn man im Koeffizient anstatt π nur 3 stellt. Die Stelle, wo die Fläche sich in zwei gleiche Teile zerlegen lässt, kann man finden, wenn man bei der Summierung der Durchmesser dieselben allmählig addiert, wie es aus den Vorgeführten Rechnungsbeispielen ersichtlich ist.

$$V = \frac{3}{4}\, d_p\, h \sum_1^n d$$

oder bei 1 m langen Sektion $V = \frac{3}{4}\, d_p \sum_1^n d.$

d_p ist Durchmesser auf jener Stelle, wo die Fläche sich halbiert.

Die Genauigkeit dieser letzten Formel nähert sich der Genauigkeit der sektionsweisen Kubierung. Mann muss nur darauf Acht geben, dass bei den grösseren Schwankungen in Diameter Differenzen eine genauere Interpolierung vornehmen muss. (Dazu einige Beispiele).

Letzteres Verfahren kann mit einer kleiner Änderung auch bei der Kubierung von Balken anwenden, wenn die Oberstärke mindestens ¾ der Unterstärke ausmacht, so kann man nehmen

$$V = \frac{\pi}{4}\, d_p\, h \sum_1^n d.$$

Wenn aber Oberstärke weniger wäre, so muss man einen Zuschlag hinzufügen

Wenn $r = 0,5\,R$ so ist der Zuschlag $2\frac{1}{2}\%$

Wenn $r = 0,6\,R$ so ist der Zuschlag $1\frac{1}{2}\%$

Wenn $r = 0,7\,R$ so ist der Zuschlag $\frac{3}{4}\%$

Bei gewöhnlichen Arbeiten ist es genügend die Sektionen à 1 mtr. Länge zu nehmen und die Durchmesser mit Genauigkeit von $\frac{1}{2}$ cm zu bestimmen. D_p muss mit Genauigkeit von 1 mm durch einfache Interpolierung ausgerechnet werden.

Bei sehr genauen Arbeiten muss man die Sektionslänge à $\frac{1}{2}$ mtr nehmen und die Durchmesser auf 1 mm Genauigkeit bestimmen. Dabei ist es angezeigt die Durchmesser nicht in zwei sonder in 3 Richtungen zu messen. Das letzte wäre auch bei der Anwendung der Huberschen Sektionsweisen Kubierungsformel nötig, wenn man genaue Resultate erzielen will.

Mõni näitus tüvi massi väljaarvamise kohta valemi järele $V = {}^3/_4 \, d_p \; \Sigma_1^n \, d$

Einige Beispiele zur Ausrechnung nach der Formel $V = {}^3/_4 \, d_p \; \Sigma_1^n \, d$.

Puuliik Holzart	Pöök. Buche.		Kuusk. Fichte.		Okasleht. Lärche.	
Kõrgus (Höhe) mtr.	27,50		15,35		14,65	
Rinnakõrguse diam. sm. Brusthöhen Durchm. cm.	25,8		17,20		11,9	
Mass liit Huberi järele Inhalt nach Sektionsweisen Kubierung fm.	0,6674		0,2006		0,0775	
0,5 mtr.	26,1		19,2		13,0	
1,5 „	24,9	$P = 440,5$	16,7	$P = 183,5$	11,6	$P = 109,5$
	51,0	$\frac{P}{2} = 220,15$	35,9	$\frac{P}{2} = 91,75$	24,6	$\frac{P}{2} = 54,75$
2,5 „	23,3		16,1		10,9	
	74,3		52,0		35,5	
3,5 „	23,2		15,7		10,4	
	97,5		67,7		45,9	45,9
4,5 „	23,0		15,0		9,7	4,85
	120,5		82,7		55,6	50,8 . . . 9,70
5,5 „	22,3		14,7		9,0	55,6 . . . 9,35
	142,8		97,4		64,6	+4,8 . . . −0,35
6,5 „	22,2		14,3		8,4	4,0 . . . x
	165,0		111,7	82,7	73,0	$x = \frac{0,35 \;\; 40}{48} = 0,30$
7,5 „	21,9		13,3	7,35	7,5	
	186,9		125,0	90,0 . . . 14,70	80,5	
8,5 „	21,7		12,6	97,4 . . . 14,50	7,1	
	208,6		137,6	+7,4 . . . 0,20	87,6	

9,5 „	20,3	228,9		11,7	149,3	$+ 1,7 \quad x$	6,2	93,8	
10,5 „	20,2	249,1	$d_p = 20,3$	10,8	160,1	$x = \frac{0,20 \, . \, 74}{17} = 0,05$	5,4	99,2	$d_p = 9,70 - 0,30 = 9,40$
11,5 „	19,4	268,5		8,9	169,0	$d_p = 14,70 - 0,05 = 14,65$	4,6	103,8	
12,5 „	18,4	286,9	4,40 0,203 1320 8800 0,89320	6,9	175,9		2,7	106,5	
13,5 „	17,6	304,5		5,2	189,1		2,2	108,7	1,095 0,94 4380 9855 0,102930 −0,0257 $(-\frac{1}{4})$ 0,0772
14,5 „	17,4	321,9		2,4	183,5		0,8	109,5	
15,5 „	16,9	338,8	$(\frac{3}{4} = 1 - \frac{1}{4})$ 0,8932 − 0,2233 0,6699			$\times$ 1,835 0,1465 9175 11010 7340 1835 0,2688275 − 0,0672 $(-\frac{1}{4})$ 0,2016			
16,5 „	15,9	354,7							
17,5 „	15,4	370,1	(Viga + 0,4%)						
18,5 „	14,2	384,3							(Viga −0,4%)
19,5 „	12,9	397,2							
20,5 „	11,1	408,3				(Viga + 0,5%)			
21,5 „	9,3	417,6							
22,5 „	8,9	426,5							
23,5 „	6,6	433,1							
24,5 „	3,5	436,6							
25,5 „	2,5	439,1							
26,5 „	1,2	440,3							

Suuremad kõikumised diameetrite vahedes (!!!)

Grössere Schwankungen in Durchmesser Differenzen (!i!)

Pöök. Buche $d = 20{,}0$ sm. $H = 25{,}60$ mtr. $v = 0{,}4263$ fm.			Kask. Birke $d = 27{,}2$ sm. $H = 28{,}0$ mtr. $v = 0{,}7174$ fm. Paku pikus (Sekt. Länge) 2 mtr.			Mänd. Kiefer d = 29,8 sm. $H = 29{,}5$ $v = 1{,}0501$ fm. Smaljani järele mõõdetud,		
0,5 mtr.	21,1	$P = 343{,}2$	1 mtr.	27,6	$\frac{S}{2} = 113{,}35$	0 mtr.	32,8	
1,5 „	19,7	$\frac{P}{2} = 171{,}6$					16,4	570,9
	40,8		3 „	24,4		1 „	30,4	27 mtr. 4,4
2,5 „	19,7	(19,5 — 15,9) : 8 = 0,45		52,0	$\frac{23{,}8 - 17{,}3}{8} = 1{,}3$		46,8	575,3
	60,5	keskmine koone tuleb $\frac{1}{2}$ mm. punkti pealsusega võtta.	5 „	23,8		2 „	29,3	28 „ 3,2
3,5 „	19,5			75,8			76,1	578,5
	80,0		7 „	22,6	= =	3 „	28,5	29 „ 1,0
4,5 „	19,1			98,4	24,8		104,6	579,5
	99,1	= = =	9 „	22,1	75,8	4 „	27,8	
5,5 „	18,4	19,5		120,5	22,5		132,4	
	117,5	80,0	11 „	19,9	98,3	5 „	27,2	$P = 579{,}5$
6,5 „	18,0	19,05		140,4	21,2		159,6	
	135,5	99,05	13 „	19,3	119,5	6 „	26,7	$\frac{P}{2} = 290$
7,5 „	17,8	18,60		159,7	19,9		186,3	
	153 3	117,65	15 „	17,3	139,4	7 „	26,0	
8,5 „	16,4	18,15		177,0			212,3	
	169,7	135,80	17 „	15,3	98,3	8 „	25,4	Suurema diam. juures võib interpoleerimine ära jääda; võtta silma järele.
9,5 „	16 3	17,70		192,3	10,6		237,7	
	186,0	153,50	19 „	13,0	108,9 .. 21,20	9 „	25,0	
10,5	16,0	17,25		205,3	119,5 ... 20,55		262,7	
	202,0	170,74	21 „	10,2	$\left(\begin{array}{r}113{,}35\\-108{,}9\end{array}\right)$ 10,6 .., 0.75	10 „	24,5	
11,5 „	15,9	16,80		215,5	4,45 .. x		287,2	
	217.9	187,55	23 „	7,4	$x = 0{,}32$	11 „	24,0	

12,5 „	15,2	
	233,1	
13,5 „	14,4	
	247,5	
14,5 „	13,6	
	261,1	
15,5 „	13,3	
	274,4	
16,5 „	12,1	
	286,5	
17,5 „	11,3	
	297,8	
18,5 „	10,6	
	308,4	
19,5 „	9,8	
	318,2	
20,5 „	8,6	
	326,8	
21,5 „	6,4	
	333,2	
22,5 „	5,1	
	338,3	
23,3 „	3,5	
	341,8	
24,5 „	1,4	
	343,2	

170,75 — 17,02
179,55 16,80
+ 8,8 — 0,22
+ 0,85 . . . x

$x = -0{,}02$

$d_p = 17{,}02 - 0{,}02 =$
$= 17{,}0$

3,432
0,17
24024
3432
0,58344
—1459 (—$^1/_4$)
0,4275

(Viga + 0,35 %)

25 „ 222,9
3,8 $d_p = 21{,}2 - 0{,}3 = 20{,}9$
226,7

2,27
0,209
20,45
3540
0,47443
× 2
0,94886
— 12372 (—$^1/_4$)
0,7116

(Viga — 0,8 %)

		311,2
12	„	23,7
		334,9
13	„	23,3
		358,2
14	„	23,0
		381,2
15	„	21,2
		402,4
16	„	21,0
		423,4
17	„	20,1
		443,5
18	„	19,0
		462,5
19	„	18,2
		480,7
20	„	17,1
		497,8
21	„	16,7
		514,5
22	„	14,9
		529,4
23	„	13,4
		542,8
24	„	11,3
		554,1
25	„	9,8
		563,9
26	„	7,0
		570,9

$d_p = 24{,}2$ 0,242
5,80
19360
1210
1,40360
3509 (—$^1/_4$)
1,0527

(Viga + 0,2%)

Kõige õigem interpoleerimine ja kõige otstarbekohasem d_p määramine sünnib, kui võtta n esimese diameetri keskmist aritmeetilist, kus juures pool diameetrite summas $(\frac{P}{2})$ selle läbimõõtute rea keskkohal asuma peab.

Am besten kann man d_p als mitleren Durchmesser von ersten n Diameter bestimmen, wobei $\frac{P}{2}$ die Mitte dieses Reihe bilden muss.

Pöök. Buche. $d = 28,1$ sm. $H = 27,5$ mtr. $v = 0,8848$ fm.

0,5 mtr.	29,7 (10)	
1,5 „	27,3 (9)	57,0
2,5 „	26,4 (8)	83,4
3,5 „	26,3 (7)	109,7
4,5 „	25,6 (6)	135,3
5,5 „	25,3 (5)	160,6
6,5 „	24,7 (4)	185,3
7,5 „	24,3 (3)	209,6
8,5 „	23,8 (2)	233,4
9,5 „	23,3 (1)	256,7 ✠
10,5 „	22,3 (1)	279,0

Pöök. Buche $d = 16,4$ sm. $H = 21,4$ mtr. $v = 0,2302$ fm.

0,5 mtr.	18,2 (7)	
1,5 „	16,2 (6)	34,4
2,5 „	15,4 (5)	49,8
3,5 „	15,3 (4)	65,1
4,5 „	14,8 (3)	79,9
5,5 „	14,4 (2)	94,3
6,5 „	13,9 (1)	108,2
7,5 „	13,2 ✠	121,4
8,5 „	12,5 (1)	133,9
9,5 „	11,7 (2)	145,6
10,5 „	11,1 (3)	156,7

Mänd. Kiefer $d = 30,0$ sm. $H = 30,5$ mtr. $v = 1,0501$ fm.

Mõõtmine Smaljani järele
Sektionen nach Smaljan

0 mtr.	32,8	16,4
1 „	30,4 (10)	46,8
2 „	29,3 (9)	76,1
3 „	28,5 (8)	104,
4 „	27,8 (7)	132,4
5 „	27,2 (6)	159,6
6 „	26,7 (5)	186,3
7 „	26,0 (4)	212,3
8 „	25,4 (3)	237,7

		279,0	
11,5	„	22,2	(2)
		301,2	
12,5	„	21,4	(3)
		322,6	
13,5	„	21,3	(4)
		343,9	
14,5	„	21,3	(5)
		365,2	
15,5	„	20,6	(6)
		385,8	
16,3	„	19,4	(7)
		405,2	
17,5	„	19,1	(8)
		42′,3	
18,5	„	18,3	(9)
		4426	
19,5	„	16,8	(10)
		459,4	✠
20,5	„	15,3	
		474,7	
21,5	„	11,1	
		485,8	
22,5	„	8,3	
		494,1	
23,5	„	6,6	
		500,7	
24,5	„	4,1	
		504,8	
25,5	„	3,4	
		508,2	
26,5	„	2,2	
		510,4	

$P = 510,4$

$\frac{P}{2} = 255,2$

$459,4 \mid 20$ — $22,97$

$\times\; 0,23$
$5,10$
$1,1730$
$-\;0,2932\;(-\,{}^1\!/_4)$
$0,8798$

Viga — 0,6%

		156,7	
11,5	„	10,9	(4)
		167,6	
12,5	„	10,3	(5)
		177,9	
13,5	„	10,3	(6)
		188,2	
14,5	„	10,2	(7)
		198,4	✠
15,5	„	9,7	
		208,1	
16,5	„	7,2	
		215,3	
17,5	„	5,4	
		220,7	
18,5	„	5,0	
		225,7	
19,5	„	3,5	
		229,2	
20,5	„	2,3	
		231,5	

$P = 231,5$

$\frac{P}{2} = 115,75$

198,4 | 15 — 13,23
15
48
45
34
30
40

$\times\; 2,315$
$0,1323$
4945
4630
6945
2515
0,3062745
07657(— ¹/₄)
0,2297

(Viga — 0,2%

		237,7	
9	„	25,0	(2)
		262,7	
10	„	24,5	(1)
		287,2	✠
11	„	24,0	(1)
		311,2	
12	„	23,7	(2)
		334,9	
13	„	23,3	(3)
		358,2	
14	„	23,0	(4)
		381,2	
15	„	21,2	(5)
		402,4	
16	„	21,0	(6)
		423,4	
17	„	20,1	(7)
		443,5	
18	„	19,0	(8)
		462,5	
19	„	18,2	(9)
		480,7	
20	„	17,1	(10)
		497,8	✠
21	„	16,7	
		514,5	
22	„	14,9	
		529,4	
23	„	13,4	
		542,8	
24	„	11,3	
		554,1	
25	„	9,8	
		563,9	
26	„	7,0	
		570,9	
27	„	4,4	
		575,3	
28	„	3,2	
		578,5	
29	„	1,0	
		579,5	

$P = 579,5$

$\frac{P}{2} = 289,73$

— 497,8
16,4 . . . I sekt.
481,4 | 20 — 241

5,8
0,241
1,3978
— 0,3494
1,0484 (—¹/₄)

Viga — 0,1%

Sisu.