

TALLINNA POLÜTEHNILISE  
INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

СЕРИЯ А

№ 278

**СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ  
И  
СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА**

**СБОРНИК СТАТЕЙ**

**УШ**



- A278

TALLINNA POLÜTEHNILISE INSTITUUDI TOIMETISED  
ТРУДЫ ТАЛЛИНСКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА  
СЕРИЯ А № 278 1969

---

УДК 624

# СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

СБОРНИК СТАТЕЙ  
VIII

ТАЛЛИН 1969

P.

Tartu Riikliku Ülikooli  
Raamatukogu

56 957

УДК 624.072

И.И.Ааре, С.И.Иднурм

## ЗАКРИТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ ПЛАСТИНОК ПРИ СДВИГЕ И ИЗГИБЕ

### 1. В в е д е н и е

При исследовании работы гибких пластин после потери устойчивости от сдвига и изгиба, для упрощения расчета часто принимается [1], что кромки пластинки при выпучивании остаются прямолинейными, но могут свободно сближаться. Кроме того, делается допущение, что до выпучивания сдвигающие напряжения  $\tau$  распределяются равномерно по всем кромкам пластинки, а изгибные напряжения, если они действуют совместно со сдвигающими напряжениями, не изменяются. Однако такой подход не вполне соответствует действительным условиям работы стенки балки.

В настоящей статье излагаются результаты теоретического исследования потери устойчивости гибких пластин как части стенки балки, с учетом действительного распределения напряжений.

В расчете предполагается, что края пластины свободно оперты на пояса и ребра, которые в процессе выпучивания не искривляются, но имеют определенную жесткость на сжатие

$$\left( \frac{\partial n}{\partial t} = 1,0; \quad \frac{\partial p}{\partial t} = 0,25 \div 0,50 \right).$$

Поставленная задача решается в перемещениях в нелинейной поставке.

Перемещения срединной поверхности  $u$ ,  $v$  и  $w$  определяются из решения системы дифференциальных уравнений равновесия пластинки:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = -\frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{D}{t} \nabla^2 \nabla^2 w = & \frac{E}{1-\mu^2} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{\mu}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \\ & + \frac{E}{1-\mu^2} \left[ \frac{\partial v}{\partial y} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \frac{\mu}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \\ & + \frac{E}{1+\mu} \left[ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right] \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \quad (3)$$

## 2. Решение задачи

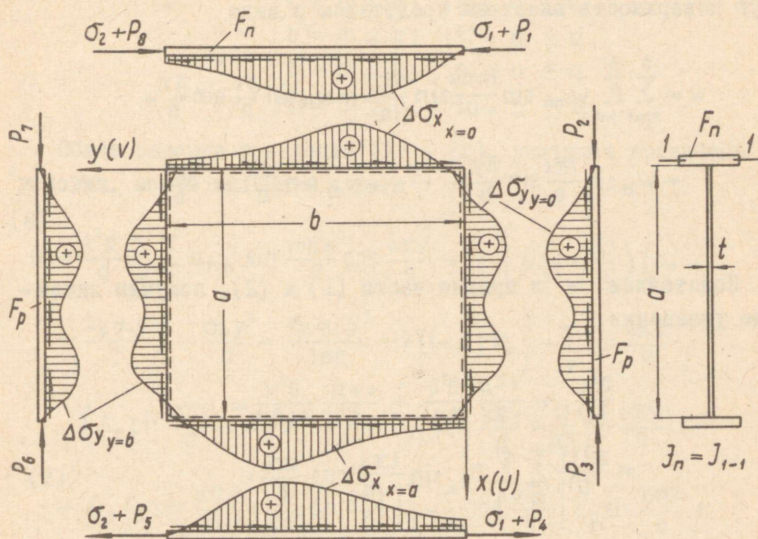
Начнем со случая, когда свободно опертая пластинка нагружена сдвигающими и изгибными напряжениями (фиг. 1).

$$\sigma_y = -\sigma_0 \left( 1 - \frac{2x}{a} \right) \left[ 1 + \frac{\tau_c}{\sigma_0 \left( \frac{1}{6} + \beta \right)} \frac{y}{a} \right], \quad (4)$$

$$\tau = \left[ \frac{x}{a} \left( 1 - \frac{x}{a} \right) + \beta \right] \frac{\tau_c}{\frac{1}{6} + \beta}, \quad (5)$$

где

$$\tau_c = \frac{Q}{\sigma t}; \quad \beta = \frac{J_n}{\sigma t}; \quad \sigma_0 = \frac{M \frac{a}{2}}{J_x}.$$



Фиг. 1.

Как уже сказано, рассматриваем пластинку, шарнирно опертую по контуру таким образом, что кромки  $x=0, a$ ;  $y=0, b$  остаются прямолинейными, но имеют деформации, равные деформациям ребер. Следовательно, краевые условия имеют вид:

$$1) \quad x = 0, a; \quad w = M_x = 0; \quad \varepsilon_y^{n\Lambda} = \varepsilon_y^n; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0; \quad (6)$$

$$2) \quad y = 0, b; \quad w = M_y = 0; \quad \varepsilon_x^{n\Lambda} = \varepsilon_x^p; \quad \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = 0. \quad (7)$$

Для удовлетворения граничных условий (6), (7), изогнутую поверхность пластины представим в виде

$$w = \sum_{m=1}^3 \sum_{n=1}^3 w_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} = w_{11} \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + w_{21} \sin \frac{2\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + \dots + w_{33} \sin \frac{3\pi x}{a} \sin \frac{3\pi y}{b}. \quad (8)$$

Подставляя  $w$  в правые части (1) и (2), получим линейные уравнения

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x \partial y} = \\ = \frac{\pi^3 t^2}{a^3} \sum_t \sum_s D_{ts} \sin \frac{t\pi x}{a} \cos \frac{s\pi y}{b}, \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = \\ = \frac{\pi^3 t^2}{a^3} \sum_t \sum_s E_{ts} \cos \frac{t\pi x}{a} \sin \frac{s\pi y}{b}, \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} D_{ts} = \frac{1}{4} \sum_m \sum_n \sum_p \sum_q w_{mn} w_{pq} \left( mp^2 + \frac{1-\mu}{2} \beta^2 m q^2 - \right. \\ \left. - \frac{1+\mu}{2} n p q \beta^2 \right)^* - \frac{1}{4} \sum_m \sum_n \sum_p \sum_q w_{mn} w_{pq} \cdot \\ \left( mp^2 + \frac{1-\mu}{2} \beta^2 m q^2 + \frac{1+\mu}{2} n p q \beta^2 \right)^{**}; \end{aligned} \quad (11)$$

$$(\beta = \frac{a}{b})$$

$$\begin{aligned} E_{ts} = \frac{1}{4} \sum_m \sum_n \sum_p \sum_q w_{mn} w_{pq} \left[ \left( n q^2 \beta^3 + \frac{1-\mu}{2} \beta n p^2 - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1+\mu}{2} m p q \beta \right)^{***} - \left( n q^2 \beta^3 + \frac{1-\mu}{2} \beta n p^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{1+\mu}{2} m p q \beta \right)^{****} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

- \*)  $t = m \pm p; |s| = n \mp q$   
 \*\*)  $t = m \mp p; |s| = n \mp q$   
 \*\*\*)  $|t| = m \mp p; s = n \pm q$   
 \*\*\*\*)  $|t| = m \mp p; s = n \mp q$

Общее решение уравнений (1) и (2), учитывая граничные условия, можно записать в виде

$$\begin{aligned}
 u = & \frac{t^2 \pi}{a} \sum_m \sum_n U_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b} + \frac{1}{E} \left\{ \mu \left( x - \frac{x^2}{a} \right) \left( \sigma_0 + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \frac{\tau_0 \alpha_1 y}{b} \right) - \frac{\sigma_0 y^2}{a} - \frac{\tau_0 \alpha_1 y^3}{3ab} + 2(1+\mu) \tau_0 \right\} + \sum_p \sin \frac{p\pi x}{a} \cdot \\
 & \cdot \left[ A_p \operatorname{ch} \frac{p\pi y}{a} + B_p \operatorname{sh} \frac{p\pi y}{a} + C_p \left( y \operatorname{ch} \frac{p\pi y}{a} + \frac{a}{p\pi} \operatorname{sh} \frac{p\pi y}{a} \right) + \right. \\
 & \left. + D_p \left( y \operatorname{sh} \frac{p\pi y}{a} + \frac{a}{p\pi} \operatorname{ch} \frac{p\pi y}{a} \right) \right] - \sum \cos \frac{p\pi y}{b} \left[ E_p \operatorname{sh} \frac{p\pi x}{b} + \right. \\
 & \left. + F_p \operatorname{ch} \frac{p\pi x}{b} + G_p \left( x \operatorname{sh} \frac{p\pi x}{b} - 2 \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{b}{p\pi} \operatorname{ch} \frac{p\pi x}{b} \right) + \right. \\
 & \left. + H_p \left( x \operatorname{ch} \frac{p\pi x}{b} - 2 \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{b}{p\pi} \operatorname{sh} \frac{p\pi x}{b} \right) \right] + C_1 x; \quad (I3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v = & \frac{t^2 \pi}{a} \sum_m \sum_n V_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} - \frac{1}{E} \left\{ \left( \sigma_0 + \frac{\tau_0 \alpha_1 y}{2b} \right) \cdot \right. \\
 & \left. \cdot \left( y - \frac{2xy}{a} \right) - (2+\mu) \frac{\tau_0 \alpha_1}{b} \left( \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3a} \right) \right\} - \sum \cos \frac{p\pi x}{a} \cdot \\
 & \cdot \left[ A_p \operatorname{sh} \frac{p\pi y}{a} + B_p \operatorname{ch} \frac{p\pi y}{a} + C_p \left( y \operatorname{sh} \frac{p\pi y}{a} - 2 \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{a}{p\pi} \cdot \right. \right. \\
 & \left. \left. \operatorname{ch} \frac{p\pi y}{a} \right) + D_p \left( y \operatorname{ch} \frac{p\pi y}{a} - 2 \frac{1-\mu}{1+\mu} \frac{a}{p\pi} \operatorname{sh} \frac{p\pi y}{a} \right) \right] + \sum \sin \frac{p\pi y}{b} \cdot \\
 & \cdot \left[ E_p \operatorname{ch} \frac{p\pi x}{b} + F_p \operatorname{sh} \frac{p\pi x}{b} + G_p \left( x \operatorname{ch} \frac{p\pi x}{b} + \frac{b}{p\pi} \operatorname{sh} \frac{p\pi x}{b} \right) + \right. \\
 & \left. + H_p \left( x \operatorname{sh} \frac{p\pi x}{b} + \frac{b}{p\pi} \operatorname{ch} \frac{p\pi x}{b} \right) \right] + C_2 y. \quad (I4)
 \end{aligned}$$

Здесь

$$I) \quad \frac{t^2 \pi}{a} \sum_m \sum_n U_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}, \quad \text{частные решения уравнений (1),}$$

$$\frac{t^2 \pi}{a} \sum_m \sum_n V_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}. \quad (2)$$

Параметры  $U_{mn}$  и  $V_{mn}$  находим из системы уравнений

$$\left( \frac{m^2}{a^2} + 0,35 \frac{n^2}{b^2} \right) U_{mn} + 0,65 \frac{mn}{ab} V_{mn} = -\frac{\pi t^2}{a} D_{mn}$$

$$0,65 \frac{mn}{ab} U_{mn} + \left( \frac{n^2}{b^2} + 0,35 \frac{m^2}{a^2} \right) V_{mn} = -\frac{\pi t^2}{a} E_{mn} \quad (15)$$

2)  $C_1, C_2$  - постоянные.

Неизвестные коэффициенты  $A_p, \dots$  находим из условий сопряжения контура (поясов и ребер) и пластины. Таким образом, получим 8 контактных уравнений. Приравнивая к нулю коэффициенты при всех гармониках косинусах, получаем систему из 16 алгебраических уравнений. Полученная система решена на ЭВМ "Минск 2".

Остаётся определить величину  $W_{mn}$ . Принимая метод Бубнова-Галеркина, определяем неизвестные параметры из условий

$$\int_0^a \int_0^b \left\{ \frac{D}{t} \nabla^2 \nabla^2 w - \frac{E}{1-\mu^2} \left[ \frac{\partial u}{\partial x} + \mu \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \right. \right.$$

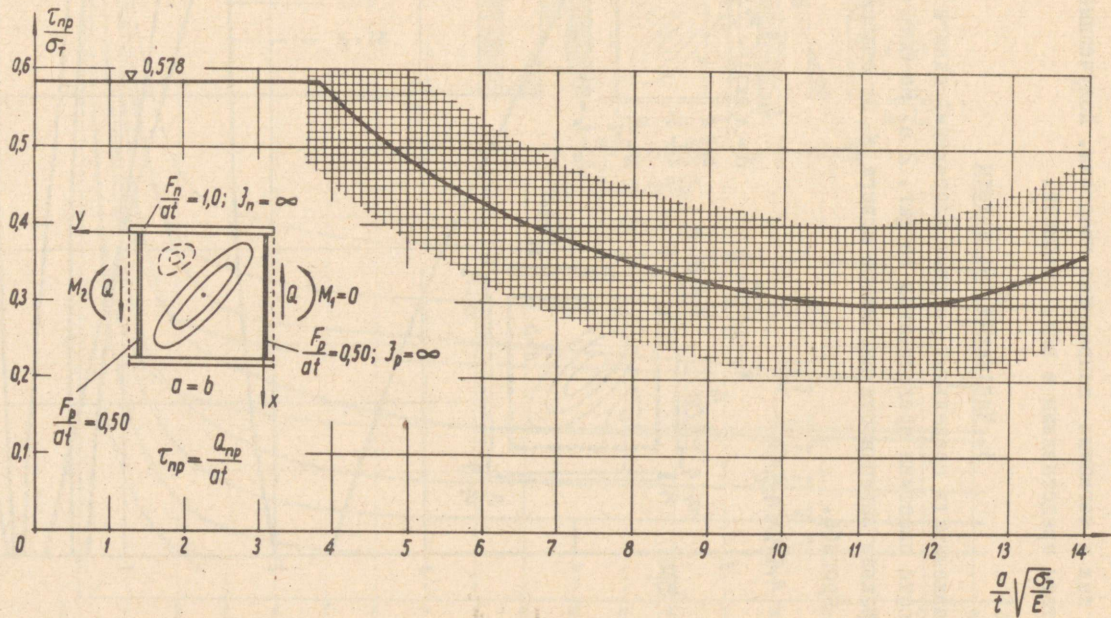
$$\left. + \frac{\mu}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{E}{1-\mu^2} \left[ \frac{\partial v}{\partial y} + \mu \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 + \right.$$

$$\left. + \frac{\mu}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \frac{E}{1+\mu} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right\} \cdot$$

$$\sin \frac{p\pi x}{a} \sin \frac{q\pi y}{b} dx dy = 0.$$

Производя интегрирование (15), получаем системы из 9 алгебраических уравнений третьей степени. Решив их, вычислим коэффициенты  $\frac{W_{mn}}{t}$  и так получим все данные о напряжениях и деформациях в пластинке. Предельное среднее напряжение сдвига  $\tau_{np}$ , а также  $\sigma_n$  определяем соглас-

6

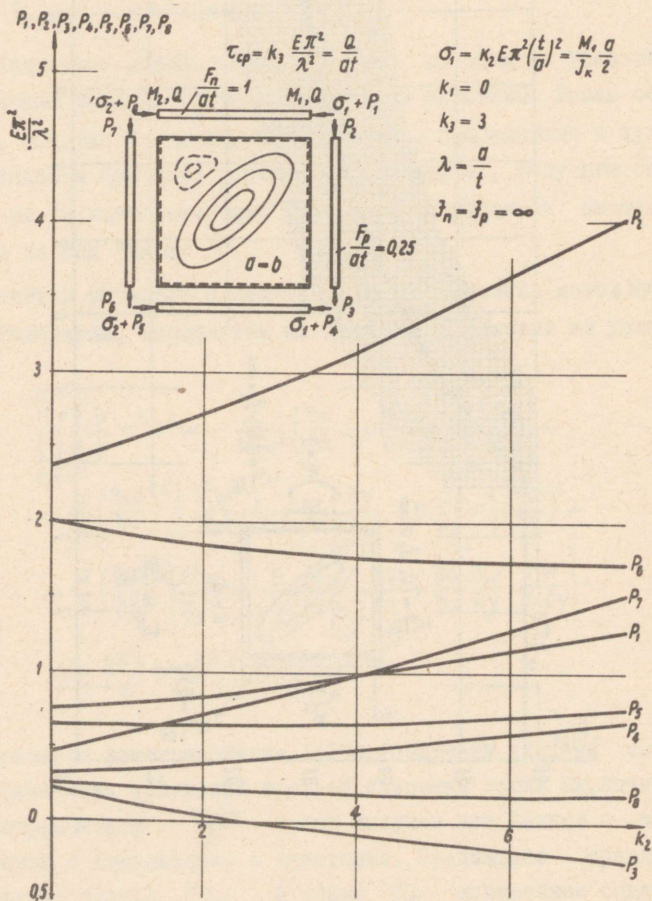


Фиг. 2.

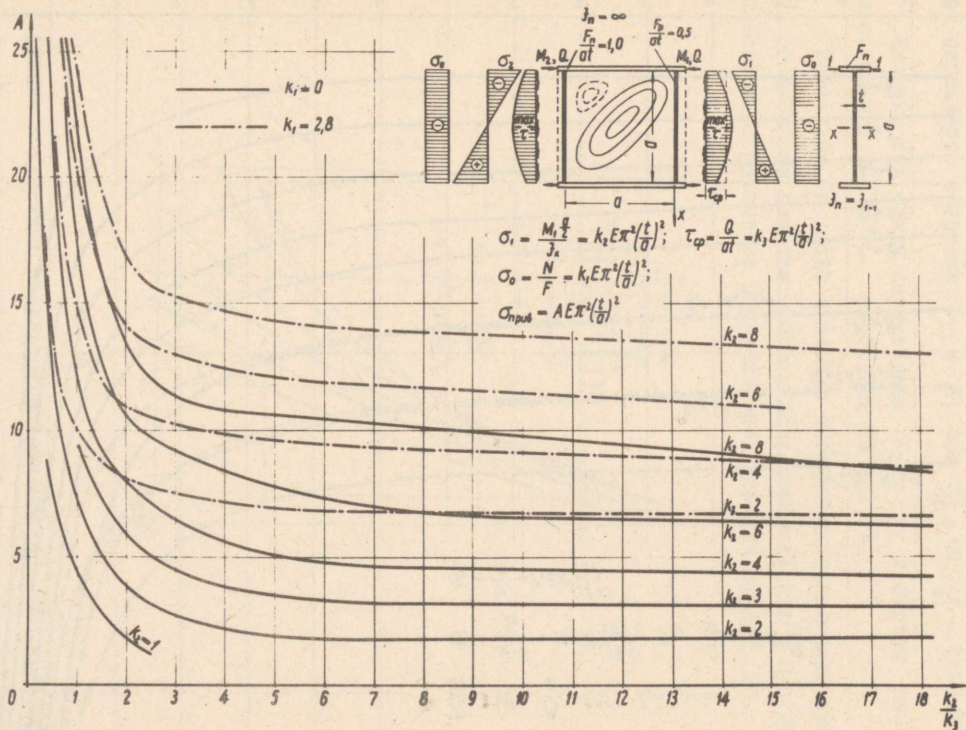
но четвертой теории прочности, учитывая при этом как цепные, так и изгибные напряжения пластины. Полученные результаты представлены в виде графиков.

### 3. Численные результаты

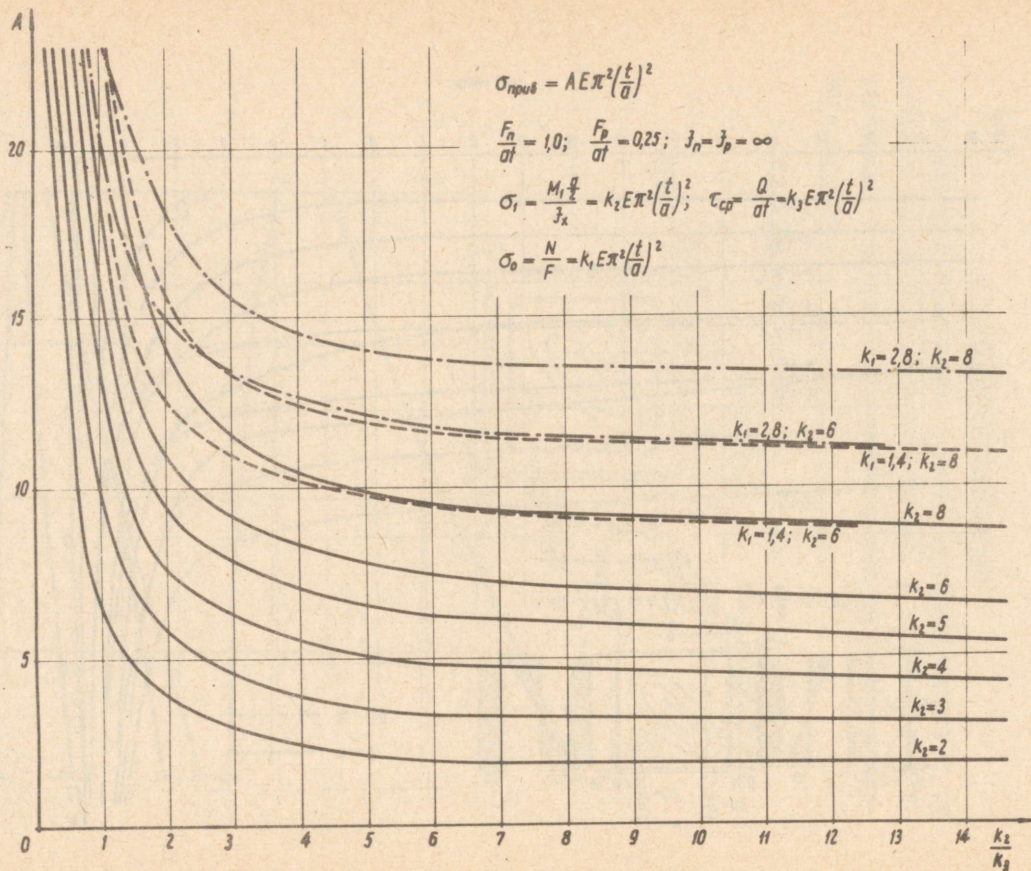
Зависимость предельных средних напряжений сдвига от гибкости пластины представлена на фиг. 2 а. На фиг. 2 б изображены зависимости параметра сдвига  $K_3$  от относительного прогиба.



Фиг. 3.



Фиг. 4.



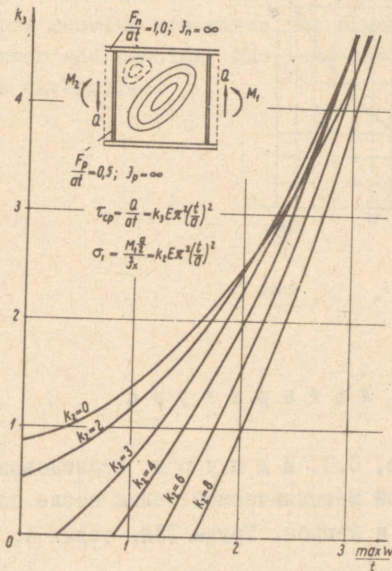
На фиг. 3 и 4 приведены значения

$$\sigma_n = \sqrt{\sum \sigma_x^2 + \sum \sigma_y^2 - \sum \sigma_x \sigma_y + 3\tau^2}$$

от параметров нагрузки  $K_2$  и  $K_3$  при  $\frac{F_n}{\sigma t} = 1,0$ ;  $\frac{F_p}{\sigma t} = 0,25 \div 0,5$ .

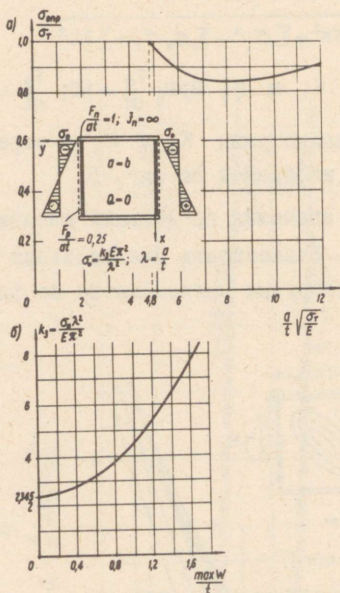
Зависимость между параметрами  $K_2$  и  $K_3$  и стрелы прогиб пластинки  $\frac{\max W}{t}$  изображен на фиг. 5.

Графики на 7а дакт значения предельных напряжений изгиба от гибкости пластин. Зависимость максимальных прогибов пластины от параметра нагрузки представлена на фиг. 7б.



Фиг. 6.

Анализ полученных результатов показывает, что подбор сечения стенки тонкостенной балки должен производиться таким образом, чтобы прочность и жесткость стенки балки были обеспечены. Полученные результаты могут быть непосредственно использованы при проектировании тонкостенных стальных и алюминиевых балок.



Фиг. 7.

### Л и т е р а т у р а

Г. И.И. А р е, С.И. И д н у р м. Исследование работы стенки тонкостенной Металлической балки после потери устойчивости от сдвига и изгиба. Труды ТПИ, серия А, № 259, 1968.

Deformation of Slender Rectangular Plates,  
Subjected to Bending and Shear Stresses

Summary

The paper presents a solution of the non-linear problem of the deformation of slender rectangular plates, subjected to bending and shear stresses. The plate is assumed to be simply supported along its contour and the normal rigidity of the flanges and stiffeners are taken into account.

Numerical results are given for a square webplate, loaded by shear and bending. The load carrying capacity of the plate is determined.



УДК 624.072

А.К. Иванов

БЛОЧНАЯ ПЕРЕСТАВНАЯ ОПАЛУБКА СО СТОЙКАМИ-  
НАПРАВЛЯЮЩИМИ ДЛЯ ВОЗВЕДЕНИЯ ВЫСОТНЫХ МОНОЛИТНЫХ  
БЕТОННЫХ И ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СООРУЖЕНИЙ

1. В в е д е н и е

В настоящее время отсутствует достаточно экономичный способ строительства монолитных железобетонных силосных сооружений высотой до 20-25 метров.

Скользкая опалубка, широко применяемая для возведения высотных железобетонных сооружений, вследствие большой трудоемкости и стоимости монтажа и демонтажа опалубки, оправдана лишь при возведении сооружений высотой более 25 м.

Применение трубной подъемно-переставной опалубки становится экономически целесообразным при возведении одиночных сооружений высотой более 80 м.

Существующие конструкции инвентарной разборно-переставной опалубки требуют устройства лесов для ее опирания на всю высоту сооружения, трудоемки в монтаже, демонтаже и увеличивают стоимость возведения сооружения при высоте более 10 м.

Потребность в строительстве монолитных силосных сооружений высотой до 20-25 м, особенно при расширении и реконструкции промышленных предприятий, заставляет искать экономичные способы возведения их. Эта задача требует настоящего

решения еще и потому, что сооружения высотой до 20–25 м строятся, как правило, местными строительными организациями, не имеющими специального оборудования, оснастки и специалистов, так как специализированные строительные организации охватывают только строительство объектов с большим объемом работ.

Анализ существующих методов возведения высотных монолитных сооружений показывает, что для снижения трудоемкости и стоимости работ необходимо отказаться от стоечных лесов поддерживающих опалубку, и обеспечить ее опирание на возведенную часть сооружения, необходимо также изменить существующую систему крепления разборно-переставной опалубки. Для подъема опалубки целесообразно использовать краны, применяемые для подачи арматуры и бетона. А это, в свою очередь, подсказывает необходимость укрупнения элементов опалубки в соответствии с грузоподъемностью крана.

В соответствии с этими выводами автором сконструирована блочная переставная опалубка со стойками-направляющими.

## 2. Конструкция опалубки

Опалубка состоит из пяти элементов:

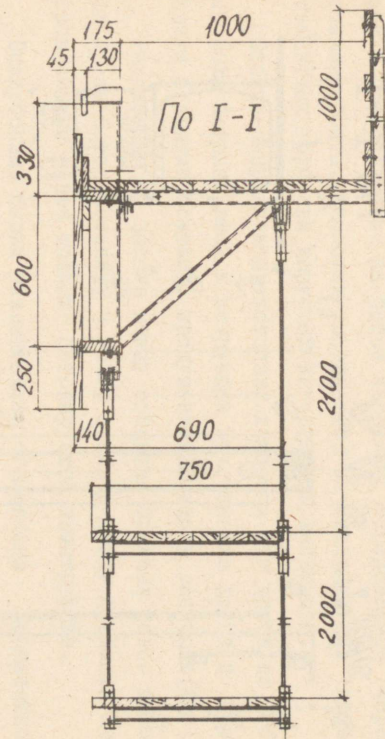
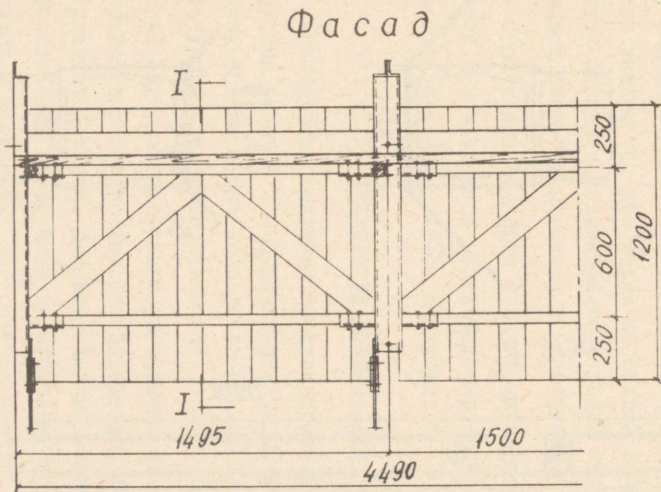
1) опалубочных блоков (фиг. 1) с двухъярусными подвесными лесами и рабочей площадкой с ограждениями. Блоки собираются из типовых элементов. Длина их в зависимости от конфигурации возводимого сооружения и грузоподъемности крана может быть от 4,5 до 9,0 м и более; вес, соответственно от 0,8 до 1,5 т и более;

2) стоек-направляющих (фиг. 2) длиной 2 м и весом около 25 кг для опирания опалубочных блоков;

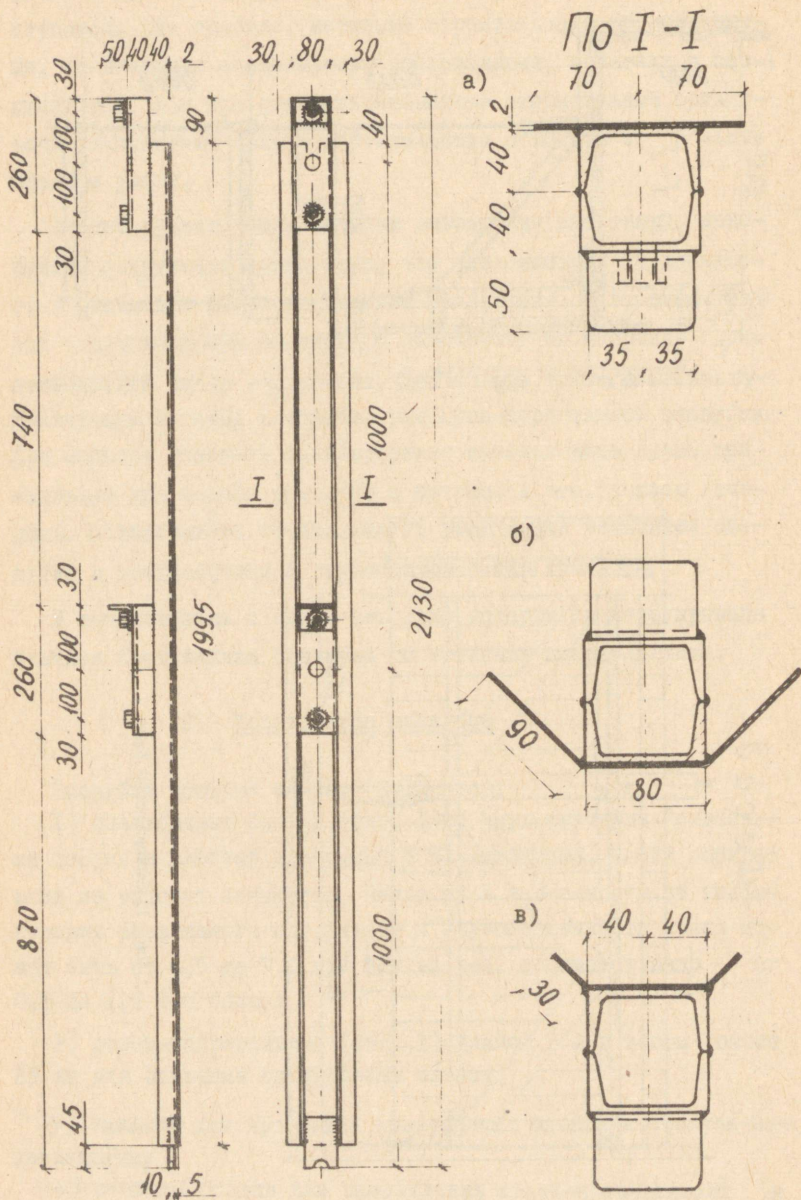
3) зажимов для крепления опалубочных блоков к стойкам-направляющим;

4) стяжных болтов для закрепления стоек-направляющих и передачи всех нагрузок от опалубки на возведенную часть сооружения;

61



Фиг. 1. Опалубочный блок



Фиг. 2. Стойка-направляющая:  
 а) рядовая стойка  
 б) внутренняя угловая стойка,  
 в) наружная стойка

5) распорки для фиксации толщины бетонизируемой конструкции и распределения на бетон нагрузки, передаваемой через стяжные болты. Распорки выполняются из стальных или асбоцементных труб или конусных инвентарных вкладышей.

Стойки-направляющие устанавливаются в два яруса по обе стороны бетонизируемой конструкции друг против друга и крепятся стяжными болтами, пропущенными сквозь распорки (фиг. 3)

Расстояние по высоте между стяжными болтами равно высоте яруса бетонирования, а зазор в свету между стойками-направляющими равен толщине бетонизируемой конструкции.

Опалубочные блоки навешиваются оголовками кронштейнов на опорные столики стоек-направляющих. Опалубка блоков в местах стоек прерывается.

Сквозь стойки кронштейнов опалубочных блоков пропускаются зажимы (по две штуки на каждый кронштейн сверху и снизу блока) и ввинчиванием в гайки стоек-направляющих прижимают опалубочные блоки к последним.

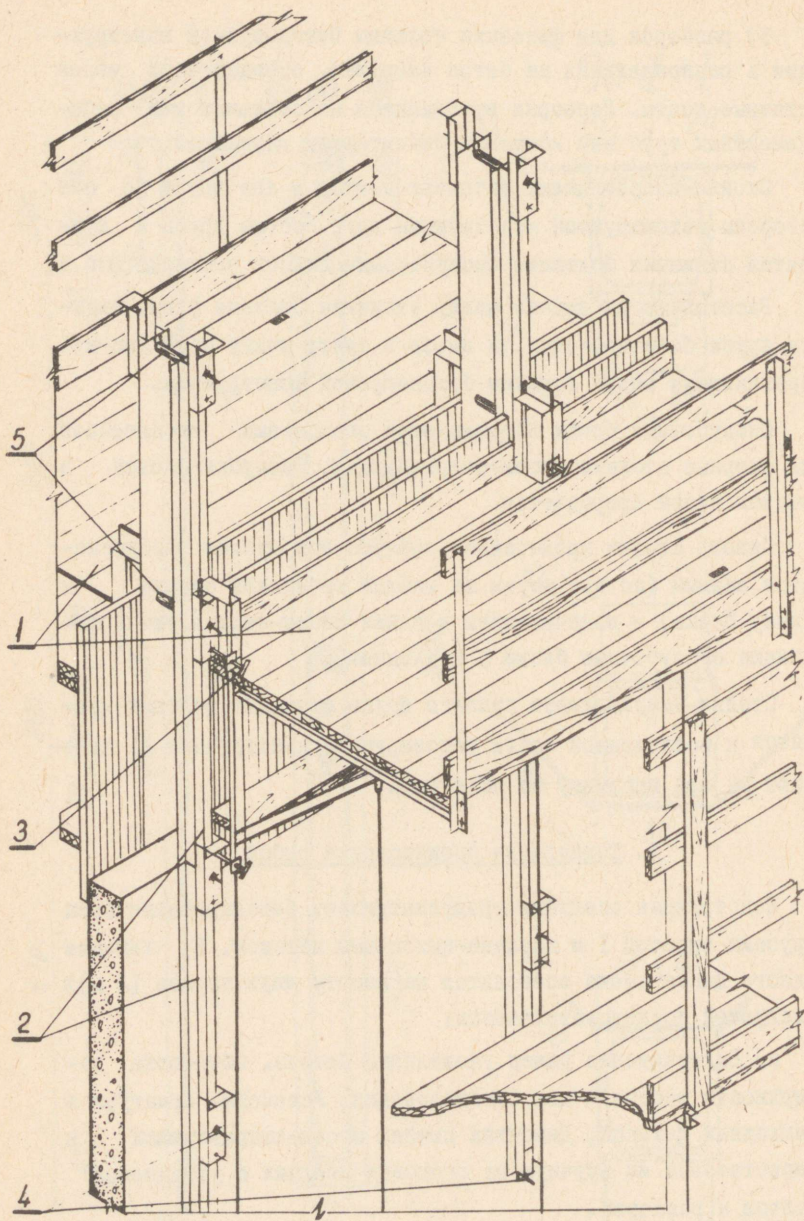
Стойки-направляющие нижнего яруса стяжными болтами крепятся к возведенной части бетонизируемой конструкции и передают на нее нагрузку от опалубки.

### 3. Технология производства работ

Конструкция опалубки предусматривает бетонирование стен ярусами высотой 1 м поточно-циклическим методом. В течение одного цикла стена возводится на высоту двух ярусов (2 м) в следующей последовательности:

а) Выдерживание ранее уложенного бетона. Обработка поверхности рабочего шва бетонирования. Установка арматуры и закладных деталей. Демонтаж нижних стоек-направляющих и перестановка их вручную на оголовки верхних с установкой болтов и распорок.

б) Перестановка опалубочных блоков при помощи крана на следующий ярус и закрепление при помощи зажимов. Затирка освобожденной от опалубки поверхности бетона.



Фиг. 3. Общий вид блочной переставной опалубки со стойками-направляющими

- 1 - опалубочный блок, 2 - стойка-направляющая,
- 3 - зажим, 4 - стяжной болт, 5 - распорка.

в) Бетонирование конструкции на высоту яруса.

г) Выдерживание бетона. Подготовка поверхности рабочего шва бетонирования. Установка арматуры и закладных частей.

д) Перестановка опалубочных блоков. Затирка освобожденной поверхности бетона от опалубки.

е) Бетонирование конструкции на высоту яруса.

Возобновление бетонирования после перерыва допускается в соответствии с требованиями СНиП [1] только после достижения ранее уложенным бетоном прочности при сжатии не менее  $15 \text{ кг/см}^2$ .

Поскольку при перестановке опалубочных блоков бетон верхнего яруса не подвергается механическим воздействиям и не несет нагрузки, опалубку можно отрывать после достижения бетоном прочности, обеспечивающей сохранность поверхности и кромок углов. При температуре наружного воздуха не ниже  $+10^\circ\text{C}$  и бетоне марок  $R_{28} = 200-300 \text{ кг/см}^2$  на портландцементе марок 300, 400 (ГОСТ 10178-62\*) перестановку опалубочных блоков можно производить через 6-8 часов после окончания бетонирования [2,3].

Демонтаж нижних стоек-направляющих можно производить только после достижения бетоном под стяжными болтами верхних стоек-направляющих прочности, достаточной для восприятия нагрузки от опалубки.

Это условие выражается формулой:

$$N_{\text{макс}} \leq \sum_{i=1}^n R_{\text{см}} F_{\text{см}},$$

где  $N_{\text{макс}}$  - максимальная вертикальная нагрузка от опалубки на спаренную стойку в кг,

$R_{\text{см}}$  - прочность бетона на смятие в момент восприятия нагрузки от опалубки в  $\text{кг/см}^2$ ;

$F_{\text{см}}$  - площадь смятия под вкладышем в  $\text{см}^2$ ;

$n$  - количество вкладышей, через которые передается нагрузка на бетон.

На основании лабораторных испытаний [8] можно принять, что под цилиндрическим вкладышем прочность бетона на смятие в раннем возрасте при сравнительно малой ширине площадки смятия по сравнению с шагом стоек-направляющих составит  $R_{см} \approx 2R$ , где  $R$  - кубиковая прочность бетона на сжатие в  $\text{кг/см}^2$ .

С учетом двукратного запаса принимаем  $R_{см} = R$ .

Учитывая, что по технологии бетонирования в переставной опалубке со стойками-направляющими кубиковая прочность бетона на сжатие под вторым от уровня бетона стяжным болтом должна быть не менее  $R = 15 \text{ кг/см}^2$  и, приняв, приближенно, в запас прочности, линейный характер роста прочности бетона в раннем возрасте, определим величину предельной нагрузки, которую может воспринять бетон под стяжными болтами в момент снятия нижней стойки-направляющей:

$$\begin{aligned} R_{см}^I \cdot F_{см} + R_{см}^{II} \cdot F_{см} + R_{см}^{III} \cdot F_{см} &\approx 15 F_{см} + 2 \cdot 15 F_{см} = \\ &= 45 F_{см} \geq N_{\text{макс}}, \end{aligned}$$

где  $R_{см}^I$ ,  $R_{см}^{II}$ ,  $R_{см}^{III}$  - прочность бетона на смятие соответственно под первым, вторым и третьим от уровня бетона стяжными болтами.

В каждом конкретном случае время достижения бетоном прочности, достаточной для восприятия нагрузки при перестановке стоек должно определяться лабораторией строительства.

По опытным данным бетон марки 200, на портландцементе марок 300, 400 (ГОСТ 10178-62\*) набирает прочность  $R = 15 \text{ кг/см}^2$  при температуре 15-20°C через 12-17 часов.

С учетом вышеуказанного и на основании опыта возведения монолитных бетонных и железобетонных высотных сооружений в летних условиях в средней полосе нашей страны [2, 3, 4] целесообразно предусмотреть продолжительность цикла 48 часов при скорости бетонирования - один ярус (1 м) в сутки. С учетом монтажа и демонтажа опалубки скорость воз-

ведения сооружений будет не менее 0,5-0,6 м в сутки, что в пределах средней скорости возведения стен в скользящей опалубке (с учетом монтажа и демонтажа опалубки). С применением специальных методов обработки бетона: вакуумирования, выдерживания при повышенной температуре, применения быстротвердеющих цементов и добавок, ускоряющих твердение бетона, и др., скорость возведения сооружений соответственно возрастет.

#### 4. Экономические показатели

Экономические показатели рассчитаны на основании рабочих чертежей блочной переставной опалубки с подвесными двухъярусными стойками-направляющими (фиг.3).

##### А. Затраты на изготовление опалубки

В таблице I приведены показатели расхода металла и леса для блочной опалубки на I пог.м осевой длины стен.

Т а б л и ц а I

Наименование элементов опалубки	Расход металла в кг	Расход пиломатериала в м <sup>3</sup>
Опалубочный блок	89	0,4I
Стойки-направляющие	67	-
Зажимы	3	-
Стяжные болты	5	-
Итого:	164	0,4I

Стоимость изготовления блочной опалубки на 100 пог. м осевой длины стен дана в таблице 2.

Т а б л и ц а 2

Н а и м е н о в а н и е	Ед. изм	Цена (руб.)	Количество	Стоимость (руб)
<u>Металлоконструкции</u>				
Стальные конструкции	т	172,7	16,40	2830
Транспорт	т	18	16,40	295
Заготовительно-складские расходы	%	-	2	63
Итого				3188
<u>Материалы</u>				
Доски 40 мм (50 мм)	м <sup>3</sup>	26,7	27,8	742
Доски 25 мм (29 мм)	"	28,3	13,2	274
Гвозди	кг	0,11	180,0	20
Итого				1036
Зарплата на изготовление деревянных конструкций и сборку опалубки	м <sup>2</sup>	-	220	341
Всего				4565

Стоимость стальных конструкций принята по ценам, установленным для заводов Спецэлеватормельмаша, в течение многих лет выпускающих конструкции скользящей опалубки.

Зарплата на изготовление деревянных конструкций и сборку опалубки принята по калькуляции (таблица 3).

#### Б. Амортизация опалубки

Специализированные организации, строящие высотные монолитные железобетонные сооружения, накопили большой опыт в использовании металлической инвентарной опалубки.

На строительстве этих сооружений элементы металлической опалубки используются до 5-ти, в лучших случаях, до 7-8 раз. Однако, зачастую комплекты инвентарной опалубки списываются раньше времени только потому, что сооружения такого типа,

№ п.п.	§ норм и расценок	О п и с а н и е р а б о т	Ед. изм.	Норма вр. на ед. измер. (ч.час)	Расценка на ед. измер. (руб)	К-во работ	Трудо-емкость (ч.час)	Зарплата (руб)
1.	4-4-4 п.4	Изготовление кружал в два слоя досок со сверлением отверстий и скреплением кружал болтами или гвоздями $\frac{1,4}{1,5} \cdot 2 \cdot 2 = 3,74 \text{ м}$	I м кружал	0,4	0-16,4	3,74	1,50	0-62
2.	4-4-2	Изготовление криволинейных крупнопанельных щитов опалубки площадью до 4 кв.м $\frac{1,4}{1,5} \cdot 1,1 \cdot 2 = 2,06 \text{ м}^2$	I м <sup>2</sup> щитов	0,59	0-25,5	2,06	1,22	0-52
3.	4-2-24 п.2	Устройство рабочего настила с заготовкой материалов, укладкой балок и креплением их болтами, с настилкой и прибивкой досок, установкой ограждений и устройством люков	I м <sup>2</sup> насти-ла	0,86	0-39,3	5,30	4,56	2-08
4.	4-2-2 таб.7 п.2а	Крепление готовых опалубочных щитов к кронштейнам со сверлением отверстий, постановкой болтов, выверкой и закреплением	I м <sup>2</sup> опалубки	0,22	0-09,4	2,06	0,45	0-19
Итого							8,73	3-14

для которого они предназначались уже больше не строятся, а для другого сооружения данный комплект без переделки не пригоден.

С переходом на блочную переставную опалубку, пригодную для возведения различных сооружений, можно ожидать увеличения обрачиваемости металлических элементов до 10 раз (за 1 оборот принято использование опалубки на одном сооружении высотой до 30 м).

Деревянные конструкции скользящей и подъемно-переставной опалубки изготавливаются на стройплощадке и, как правило, используются у нас один раз.

При применении блочной переставной опалубки можно ожидать увеличения обрачиваемости деревянных элементов до 3 раз за счет транспортировки опалубочных блоков с объекта на объект без разборки.

На основании вышеизложенного рассчитаны и приведены в таблице 4 амортизационные отчисления на один оборот 100 пог.м длины переставной опалубки стен при 10 оборотах металлоконструкций и 3 оборотах деревянных конструкций. Возвратная стоимость лесоматериалов принята 25%, а металлоконструкций - 10% первоначальной стоимости. К амортизационным отчислениям прибавлены расходы на ремонт после каждого оборота опалубки в размере 10% от первоначальной стоимости для металлоконструкций и 20% - для деревянных элементов.

Т а б л и ц а 4

Наименование	Первоначальная стоимость в руб.	Отчисления от стоим. в %	Размер отчислений в руб.
Металлоконструкции	3188	19	606
Деревянные конструкции	1377	45	620
Итого			1226

## В. Затраты на монтаж, демонтаж и подъем переставной опалубки

Расчет затрат труда и стоимости работ по монтажу и демонтажу одного пог. м переставной опалубки представлен в таблице 5.

В таблице 6 дана калькуляция трудовых затрат и стоимости подъема и перестановки I пог.м переставной опалубки стен.

Расчеты выполнены на основании ЕНиР 1960 г.

В связи с перестановкой опалубочных блоков при помощи крана на заранее выверенные и закрепленные стойки-направляющие и отсутствием, вследствие этого, затрат труда, предусмотренных № 4-3-12 ЕНиР на выверку опалубки, норма времени и расценка в таблице 29 приняты с коэффициентом  $k = 0,5$ .

В калькуляции учтены затраты на работу башенного крана. Время, необходимое для перестановки опалубочных блоков башенным краном двумя монтажниками на I м<sup>2</sup> опалубки (п.2 табл. 28), за вычетом 30% затрат рабочего времени на снятие и установку нижних зажимов (без участия крана), составляет:

$$\frac{0,15 \cdot 0,7}{2} = 0,053 \text{ часа.}$$

С учетом стоимости машиносмены башенного крана грузоподъемностью 3-5 т - 20-75 руб. (Согласно "Положения о взаимоотношениях и расчете треста "Строймеханизация" с организациями Министерства строительства Эстонской ССР" ВТУ-II-64) стоимость работы башенного крана на перестановку блоков на I м<sup>2</sup> опалубки составляет

$$\frac{20,75}{7} \cdot 0,053 = 0,16 \text{ руб.}$$

В стоимости машиносмены учтено устройство и разборка подкрановых путей, перевозка, монтаж и демонтаж башенного крана.

## Г. Стоимость и трудоемкость работ

Стоимость опалубочных работ и лесов, а также расход бетона при строительстве сооружения, возводимого в блочной пе-

Т а б л и ц а 5

№ п.п.	§ норм и расценки	О п и с а н и е р а б о т	Ед. изм.	Норма вр. на ед.изм. (ч.Час)	Расценка на ед.изм. (руб)	К-во работ	Трудоемкость (ч.час)	Зарплата (руб)
1	4-2-3 т.2п п.3а прим.1а	Монтаж стоек в два яруса и опалубки для бетонирования первого яруса с выверкой, креплением и устройством ограждений из готовых элементов	I м <sup>2</sup> стенны	1,46	0-72,1	1,1	1,61	0-79
2	15-50 п. 3	Монтаж подвесных лесов с устройством настила и ограждений из готовых элементов	I м сред. окруж. лесов	0,57	0-32,1	2,0	1,14	0-64
3	4-3-12 т. 2 п. 2а	Разборка стоек со снятием стяжных болтов, очисткой и смазкой стоек $0,13 \cdot 2 = 0,26$ ; $0,056 \cdot 2 = 0,112$	I па- ра стоек	0,26	0-11,2	1,34	0,35	0-15
4	4-3-12 т. I	Разборка крупнопанельной опалубки со снятием зажимов, очисткой и смазкой опалубки	I м <sup>2</sup> опа- лубки	0,155	0-06,7	2,0	0,32	0-14
5.	15-50 п-4	Разборка подвесных лесов	I м сред. окружн. лесов	0,44	0-24,8	2,0	0,88	0-50
		Итого					4,30	2-22

Т а б л и ц а 6

№ п.п.	§ норм и рас- ценки	О п и с а н и е р а б о т	Ед. изм.	Н.вр. (ч.час)	Рас- цен- ка (руб)	Трудоемкость и стоимость работ при высоте сооруж. в м											
						10		20		30		40		50		60	
						к-во	ч.час руб	к-во	ч.час руб	к-во	ч.час руб	к-во	ч.час руб	к-во	ч.час руб	к-во	ч.час руб
I.	4-3-12 т.2,а	Перестановка сто- ек-направляющих вручную с вывер- кой и креплением стяжными болтами. Из расчета на 1,5 п.м стены од- на стойка на 2-х болтах (0,42+0,131)=0,73 1,5	I пе- ре- ста- нов- ка по высо- те	0,73	0,35	3	2,29	8	5,84	13	9,50	18	13,14	23	16,80	28	20,40
							1,05	2,80	4,55	6,30	8,05	9,80					
2.	4-3-12 т.1 п.2,а п.3,а к=0,5	Перестановка при помощи крапа кри- волин.опалубки площадь от 2 до 15 кв.м с очист- кой и смазкой опа- лубки, снятием и установкой зажимов. Объем работ на I п.м стены(Н-1,0)х х2, где Н-высота стены	I м <sup>2</sup> опа- луб- ки	0,15	0,07	18	2,70	38	5,70	58	8,70	78	11,70	98	14,70	118	17,70
							1,26	2,66	4,06	5,46	6,86	8,26					
3.	Работа башенного крана	--	--	0,05	0,16	18	0,90	38	1,90	58	2,90	78	3,90	98	4,90	118	5,90
							2,88	6,08	9,28	12,48	15,68	18,88					
		Итого:					5,79		13,44		21,10		28,74		36,40		44,00
		а) на I п.м стены					5,19		11,54		17,81		24,24		30,59		36,94
		б) на I м <sup>3</sup> жел.бетона					3,86		4,48		4,69		4,79		4,86		4,89
							3,46		3,84		3,96		4,04		4,07		4,10

реставной опалубке со стойками направляющими, даны в таблице 7.

Т а б л и ц а 7

Показатели	Затраты в руб. на 100 пог.м при высоте сооружения в метрах							
	5	10	15	20	30	40	50	60
Амортизация и ремонт опалубки	1226	1226	1226	1226	1226	1226	1226	1226
Монтаж и демонтаж опалубки	222	222	222	222	222	222	222	222
Подъем опалубки	219	519	854	1154	1781	2424	3059	3694
Распорки из газ.стал. труб диам. 25 мм (из расчета 100 м труб на каждые 10 м подъема опалубки при стоимости по 73,7руб)	37	74	111	148	222	296	370	444
Итого	1704	2041	2413	2750	3451	4168	4877	5586
Объем жел.бетона в м <sup>3</sup> при средн. приведенной толщине стен 15 см	75	150	225	300	450	600	750	900
Опалубочные работы на 1 куб.м жел.бетона	22,7	13,6	10,7	9,17	7,67	6,95	6,5	6,21

На основании калькуляции трудовых затрат в таблице 8 дана трудоемкость опалубочных работ в чел.днях на 1 куб.м готовой конструкции из расчета средней приведенной толщины стен 15 см для различной высоты сооружения.

Затраты труда на бетонирование, установку арматуры и затирку стен на 1 куб.м железобетона рассчитаны по ЕНиР §4-2:

Укладка бетонной смеси в стены толщиной до 150 мм  
(ЕНиР, § 4-2-12) 3,2 чел.-часа

Установка и вязка двойной арматуры диаметром до 12 мм при содержании арматуры в среднем 80 кг на 1 м<sup>3</sup> бетона (ЕНиР, § 4-2-9) 2,7 чел.-часа

Затирка поверхности бетона, из расчета 30%  
или 4 м<sup>2</sup> поверхности на 1 м<sup>3</sup> бетона

(ЕНиР, § 4-2-27)

0,8 чел.-часа

Итого: 6,7 чел.-часа

или 0,96 чел.-дня

Трудоёмкость работ по ремонту опалубки при каждом обороте принята 1,7 чел.-часа на 1 пог.м опалубки стены из расчета 20% от трудозатрат на изготовление деревянных элементов и сборку опалубки (таблица 3).

Т а б л и ц а 8

Наименование работ	Трудоёмкость в чел.-днях при высоте сооружений в метрах							
	5	10	15	20	30	40	50	60
Монтаж, демонтаж и ремонт опалубки	1,15	0,58	0,38	0,29	0,19	0,14	0,12	0,10
Подъем опалубки	0,44	0,55	0,63	0,64	0,67	0,68	0,69	0,70
Бетонирование, установка арматуры и затирка бетона	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96	0,96
И т о г о	2,55	2,09	1,97	1,89	1,82	1,78	1,77	1,76

### В ы в о д ы

Блочная переставная опалубка со стойками-направляющими предназначена для возведения стен высотных монолитных бетонных и железобетонных сооружений различной конфигурации в плане и может быть использована при возведении подпорных стен, резервуаров, массивных конструкций и отдельных железобетонных балок.

Конструкция опалубки позволяет применять ее в зависимости от местных условий как с перестановкой элементов опалубки с помощью кранов, так и вручную с использованием стоечных лесов.

Блочная переставная опалубка со стойками-направляющими проста по конструкции. Ее можно изготовить даже в построечных мастерских.

Опалубка не требует специального дорогостоящего оборудования для подъема и при нормальной эксплуатации годна к использованию без подготовительных работ.

Одним из основных достоинств опалубки является ее универсальность, так как металлические конструкции можно использовать при возведении различных сооружений. Деревянные элементы для опалубки однотипных сооружений могут использоваться многократно, благодаря блочному исполнению её и перевозке с объекта на объект готовыми блоками.

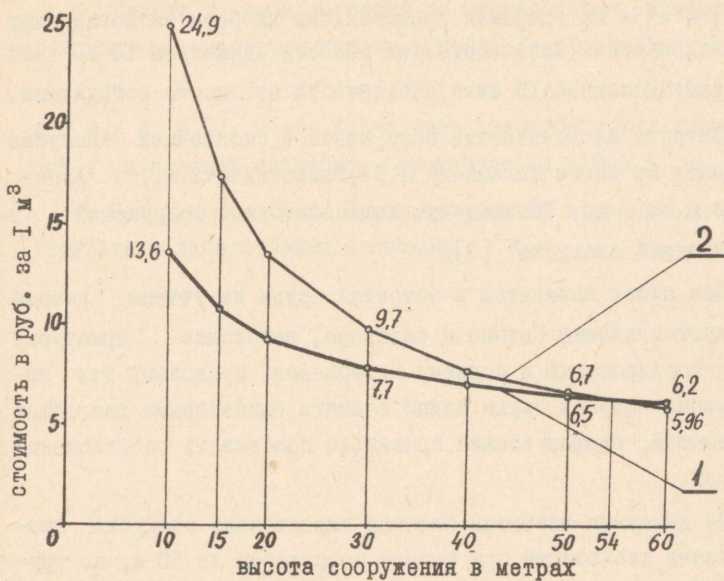
Количество вкладных деталей не ограничивается; их размеры ограничиваются лишь размерами бетонируемой конструкции.

Конструкция опалубки позволяет использовать опалубочные блоки в качестве монтажных подмостей для выполнения работ по предварительному напряжению конструкции, монтажу различного оборудования, изоляционных и других работ после бетонирования.

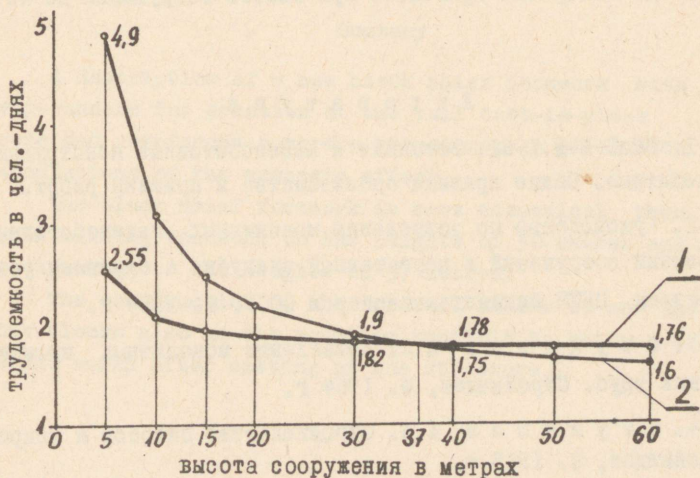
Конструкция опалубки допускает применение готовых арматурных сеток и каркасов для армирования бетонируемых конструкций.

Применение блочной опалубки со стойками-направляющими позволяет перенести трудоемкие работы подготовительного периода со строительной площадки на завод: изготовление элементов опалубки и сборка опалубочных блоков, ремонт опалубки, заготовка арматуры в виде сеток и каркасов.

Сопоставление стоимости опалубочных работ и трудоемкости возведения сооружений в блочной переставной опалубке со стойками-направляющими и в металлической скользящей опалубке с гидравлическими домкратами дано на



Фиг. 4. Стоимость опалубочных работ (в руб. на 1 м<sup>3</sup> железобетона):  
 1 - блочная переставная опалубка со стойками-направляющими,  
 2 - скользящая опалубка



Фиг. 5. Трудоёмкость работ по возведению стен высотных железобетонных сооружений (в чел.-днях на 1 м<sup>3</sup> железобетона):  
 1 - блочная переставная опалубка со стойками-направляющими,  
 2 - скользящая опалубка

фиг. 4 и 5. На графиках представлены затраты на возведение цилиндрических железобетонных силосов диаметром 10 м со стенами толщиной 15 см в зависимости от высоты сооружения.

Затраты на возведение сооружений в скользящей опалубке приняты по книге Калмыкова П.В., Ральцевича В.А., Хорошего И.С. и др. "Возведение железобетонных сооружений в скользящей опалубке" [7].

Для обоих вариантов в затратах труда не учтены работы по приготовлению бетона и раствора, заготовке арматуры, транспортированию и подъему материалов. Поскольку эти неучтенные затраты труда можно считать одинаковыми для обоих вариантов, график должен правильно показывать соотношение затрат.

По денежным затратам блочная переставная опалубка экономичнее скользящей при высоте сооружений до 50 м, по трудоемкости - при высоте сооружений до 37 м.

На основании этих соображений и произведенных расчетов можно считать, что блочную опалубку со стойками-направляющими целесообразно применять при высоте сооружений до 40 м.

#### Л и т е р а т у р а

1. СНиП Ш-В.1-62. Бетонные и железобетонные конструкции монолитные. Общие правила производства и приемки работ.

2. Руководство по возведению монолитных железобетонных высотных сооружений в переставной опалубке с отрывным устройством. ЦБТИ Минмонтажспецстроя СССР, М. 1967 г.

3. С т у к а н о в А.А. Возведение монолитных промышленных труб. Стройиздат, М. 1964 г.

4. С т у к а н о в А.А. Строительство силосов и копров, Стройиздат, М. 1965 г.

5. СНиП П-В.1-62 Бетонные и железобетонные конструкции. Нормы проектирования.

6. Единые нормы и расценки на строительные, монтажные и ремонтно-строительные работы (ЕНиР). Госстройиздат, М.1960.

7. К а л м ы к о в П.В., Р а л ь ц е в и ч В.А., Х о р о ш и й И.С. и др. Возведение железобетонных сооружений в скользящей опалубке. Стройиздат, М. 1965.

8. И в а н о в А.К. Прочность бетона в раннем возрасте. Результаты лабораторных испытаний.

A. Ivanov

The Block Shief Formwork with the Prop-Runners  
for Erection of the Tall Monolithic Concrete  
and Reinforced Concrete Structures

Summary

A description of a new block shief formwork with the prop-runners for erection of the tall cast-in-place concrete and reinforced concrete structures is given with the calculations of the economic effect.

The block shief formwork is more economical than the usual sliding formwork to the heights of 50 metres and more laboursaving to the heights of 37 metres.

The construction of the formwork allows to use the formwork blocks also as the mounting scaffold to carry out different works after casting of the structure.



УДК 666.9.017; 620.1

А.К. Иванов

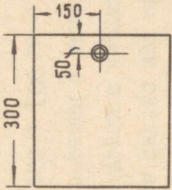
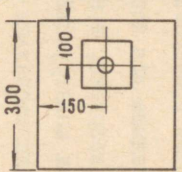
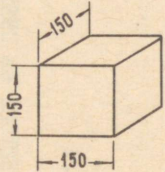
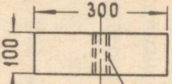
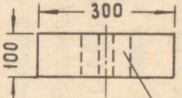
ПРОЧНОСТЬ БЕТОНА НА СМЯТИЕ В РАННЕМ ВОЗРАСТЕ .  
РЕЗУЛЬТАТЫ ЛАБОРАТОРНЫХ ИСПЫТАНИЙ

С целью сопоставления прочности бетона на смятие в раннем возрасте с его кубиковой прочностью на сжатие и выбора рационального типа вкладыша для передачи местной нагрузки на бетон в раннем возрасте, в июне месяце 1965 года в лаборатории строительных конструкций Таллинского политехнического института были проведены испытания бетонных образцов на смятие в раннем возрасте бетона (10, 16, 24, 32, 40 часов). Местная нагрузка передавалась на бетон через вкладыши, заложенные в образцы до бетонирования. Одновременно испытывались на смятие три образца с вкладышами в виде отрезка стальной трубы с наружным диаметром 34 мм, внутренним — 1" и три образца с вкладышами из бетонных кубиков размером 100 x 100 x 100 мм с отверстием диаметром 30 мм.

Для определения кубиковой прочности бетона одновременно испытывались на сжатие кубики с размерами сторон 10 x 10 x 10 см.

Время выдерживания, вид и количество образцов приведены в таблице I. Кроме перечисленных, 6 образцов-кубиков 150 x 150 x 150 мм были изготовлены для определения марки бетона. Они выдерживались 28 суток.

Таблица I

№ п	Выдерживание образцов (час)	Прочность на смятие				Прочность на сжатие		Общ. к-во шт.
		эскиз образца	К-во шт.	эскиз образца	К-во шт.	эскиз образца	К-во	
1	10		3		3		3	9
2	16		3		3		3	9
3	24		3		3		3	9
4	32		3		3		3	9
5	40		 <p>труба <math>d = 25</math> <math>l = 100, d_{нар.} = 34</math></p>		3		 <p>бетонный вкладыш 100 x 100 x 100 с отв. <math>\phi 30</math> мм, бетон М-400</p>	3
			15		12		15	42

## 1. Состав и марка бетона

При подсчете состава бетона исходными данными были приняты:

марка бетона М "150"

осадка конуса 7-9 см

цемент - портландцемент М "500" завода "Пунане Кунда",

щебень - гранитный, фракции 3 - 10 мм

Бетонная смесь приготавливалась на высушенных заполнителях.

После проверки расчетных данных на пробном замесе получен окончательный состав бетона:

Расход составляющих на 1 м<sup>3</sup> бетона:

портландцемент М "500" - 260 кг,

песок - 682 кг,

щебень гранитный ф. 3-10 - 1150 кг,

вода - 208 кг.

Уточненный объемный вес бетона 2300 кг.

Образцы были приготовлены двумя партиями:

1. для выдерживания 8 часов, 24 часа, 32 часа,

2. для выдерживания 16 часов, 40 часов.

От каждой партии было изготовлено дополнительно по 3 кубика размером 15 x 15 x 15 см для определения марки бетона через 28 суток.

Осадка конуса определялась для каждой партии бетона и составляла соответственно:

1. ОК = 8,0 и 7,8 см,

2. ОК = 7,6 и 7,2 см.

## 2. Бетонирование и выдерживание образцов

Образцы для испытания прочности бетона на смятие бетонировались плашмя на цементном полу в бортовой опалубке из досок. По полу укладывался один слой бумаги. Опалубка изнутри смазывалась машинным маслом. На бумаге заранее размечались места установки вкладышей.

Бетонная смесь укладывалась в формы непосредственно после приготовления и уплотнялась штыкованием кельмой.

Образцы выдерживались в помещении со средней температурой воздуха  $20^{\circ}\text{C}$ . Открытая часть бетона закрывалась рогожей.

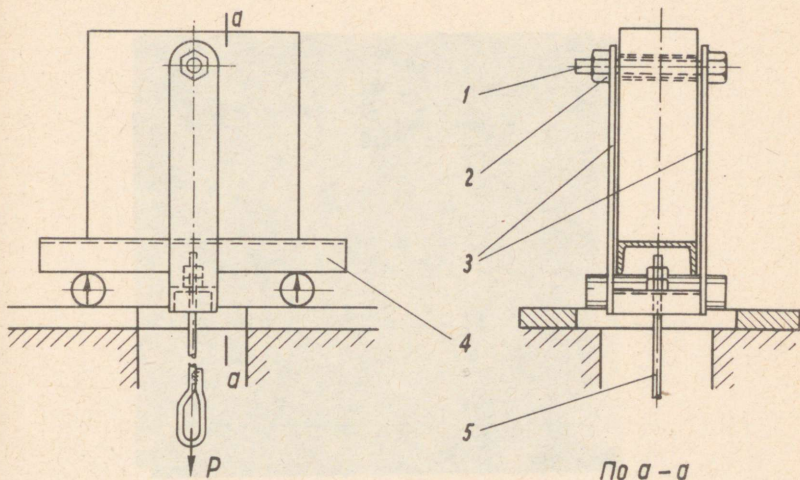
После 24 часов твердения бетона, бетон и рогожа смачивались водой. Контрольные кубики изготавливались и выдерживались в стандартных стальных формах и помещались вместе с остальными образцами. Кубики для определения прочности бетона в 28 суточном возрасте первые двое суток выдерживались вместе со всеми образцами, а затем помещались в камеру с относительной влажностью воздуха 90%.

Образцы разопалубливались непосредственно перед испытанием, кроме кубиков, выдерживаемых 24 часа, которые были освобождены от опалубки в 7-ми часовом возрасте.

### 3. Испытание образцов

Испытание бетонных образцов на смятие производилось на универсальной гидравлической машине УИМ-60м выпуска 1956г. Макс.Р = 50 тн. Цена деления 10 кг.

Давление на вкладыши передавалось через болт, продетый в отверстие (см. схему испытания фиг. I). Скорость возрастания нагрузки составляла  $2-3 \text{ кг/см}^2$  в сек. Максимальное усилие регистрировалось в момент возникновения первых видимых трещин. Нагружение образца продолжалось до момента его разрушения.



Фиг. 1. Схема испытания бетонных образцов на смятие в раннем возрасте

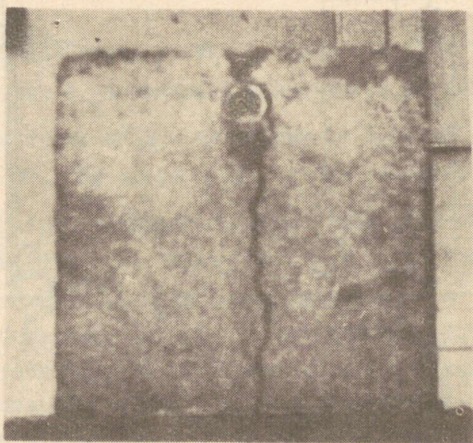
При нагружении образцов в возрасте 10 и 16 часов через вкладыши предельной нагрузкой первые трещины образовались над вкладышем по его контуру (фиг. 2). Затем раскрывалась вертикальная трещина над трубчатым вкладышем и наклонные трещины под углом около  $45^{\circ}$  вниз от углов основания под прямоугольным вкладышем.

Под трубчатым вкладышем имелись волосяные трещины, идущие от основания трубы в обе стороны под углом  $45^{\circ}$ .

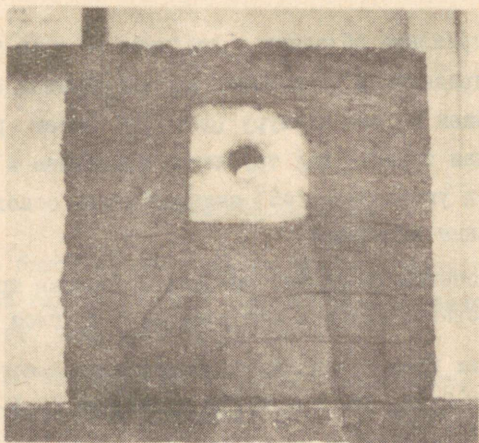
Раскрытие трещин над вкладышем прямоугольного сечения доходило до 2 мм, над трубчатым вкладышем до 3–4 мм.

Образцы с трубчатым вкладышем в возрасте 24, 32 и 40 часов имели характер разрушения под местной нагрузкой, аналогичный образцам более раннего возраста.

В образцах с бетонным вкладышем прямоугольного сечения



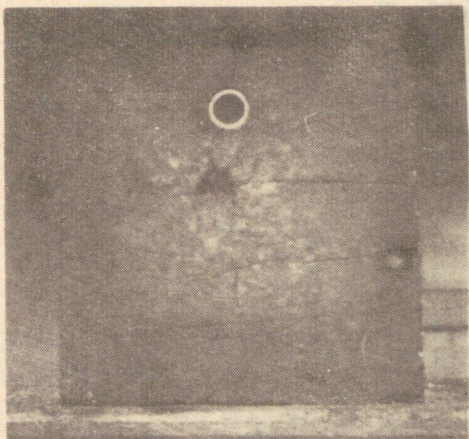
а)



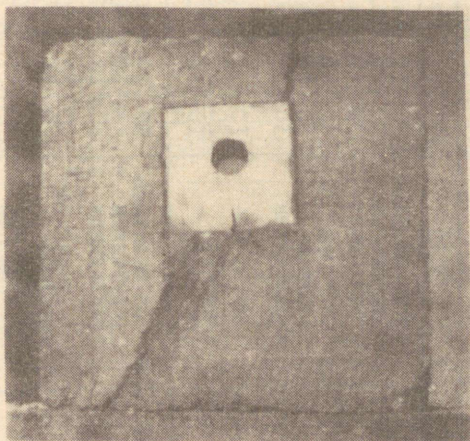
б)

Фиг. 2. Общий вид разрушения образцов, подверженных местному сжатию в возрасте 16 часов:

- а) с трубчатым стальным вкладышем ;
- б) с полым бетонным вкладышем



а)



б)

Фиг. 3. Общий вид разрушения образцов, подверженных местному сжатию в возрасте 24 часов:

а) с трубчатым стальным вкладышем

б) с полым бетонным вкладышем

Таблица 2

Возраст бетона в час	Температура °С	№ партии	Вид образца	Размеры (см)			Вес образца (г)	F <sub>см</sub> (см <sup>2</sup> )	N (кг)	R <sub>см</sub> (кг/см <sup>2</sup> )	R <sub>см</sub> средн. $\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	R $\frac{\text{кг}}{\text{см}^2}$	% от R <sub>28</sub>	$\frac{R_{\text{см}}}{R}$	
				a A	b B	h									
I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
10	20	I	со стальным трубчатым вкладышем	30	10	30	-	34	60	1,76	1,84	-	1,26	2,00	
				30	10	30	-	34	40	1,18					
				30	10	30	-	34	65	1,91					
			с полым бетонным вкладышем	30	10	30	-	100	130	1,30	100	1,23	-	0,84	1,34
				30	10	30	-	100	100	1,00					
				30	10	30	-	100	140	1,40					
			кубик	10	10	10	-	100	110	1,10	100	1,08	0,92	0,63	1,00
				10	10	10	-	100	112	1,12					
				10	10	10	-	100	102	1,02					
16	20	II	со стальным трубчатым вкладышем	30	10	30	-	34	450	13,25	14,42	-	8,5	2,62	
				30	10	30	-	34	450	13,25					
				30	10	30	-	34	530	15,60					
			с полым бетонным вкладышем	30	10	30	-	100	550	5,50	100	5,77	-	3,4	1,05
				30	10	30	-	100	600	6,60					
				30	10	30	-	100	580	5,80					
			кубик	9,3	10,1	10,1	2195	94	654	6,95	100	6,53	5,5	3,2	1,00
				10	10	10	2310	100	600	6,60					
				10	9,4	10	2140	94	520	6,03					

Продолжение таблицы 2

I	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
24	20	I	со стальным	30	10	30	-	34	1400	41,2	47,5	-	32,6	3,70
			трубчатый	30	10	30	-	34	1660	48,8				
			вкладышем	30	10	30	-	34	1570	46,2				
			с полым бе-	30	10	30	-	100	2000	20,0	19,5	-	13,3	
			тонным	30	10	30	-	100	2500	25,0				
			вкладышем	30	10	30	-	100	1900	19,0				
кубик	9,7	9,6	9,8	2210	93	1300	14,0	15,0	12,8	8,8	1,00			
	9,7	9,7	9,9	2205	94	1040	11,2							
	8,6	9,5	10,0	2030	81,6	1310	16,1							
32	20	I	со стальным	30	10	30	-	34	2330	68,5	72,3	-	49,5	3,28
			трубчатый	30	10	30	-	34	2640	77,6				
			вкладышем	30	10	30	-	33	2340	70,9				
			с полым бе-	30	10	30	-	100	3120	31,2	33,1	-	22,6	
			тонным	30	10	30	-	100	3520	35,2				
			вкладышем	30	10	30	-	100	3300	33,0				
кубик	10	10	10	2290	100	2660	26,6	25,9	22,0	15,0	1,00			
	10	10	10	2310	100	2560	25,6							
	10	10	10	2320	100	2540	25,4							
40	20	II	со стальным	30	10	30	-	33,3	2600	73,0	81,2	-	47,8	2,50
			трубчатый	30	10	30	-	34	3000	88,3				
			вкладышем	30	10	30	-	33	2720	82,4				
			кубик	10	9,7	10	2250	97	3680	38,0	38,1	32,4	19,0	
				10	10	10	2215	100	3775	37,75				
	10	10	10	2270	100	3850	38,5							

Т а б л и ц а 3

№ образ- ца	Размеры (см)				F см <sup>2</sup>	P тн	R кг/см <sup>2</sup>	средн. кг/см <sup>2</sup>	'марочн. кг/см <sup>2</sup>	Приме- чание
	a	b	h	d						
1	10	10,1	10	3,0	70,7	31,2	440			
2	10,3	10,0	10,1	3,0	73,0	46,4	635	458	458	
3	10,1	10,0	10,2	3,0	71,0	33,8	476			

Таблица 4

Партия	Марка пробы	Время приготовления	Время испытания	Вес (г)	Размеры (см.)				Отчет по манометру	P (тн)	R $\frac{кг}{см^2}$	R средн. $\frac{кг}{см^2}$	R марочн. $\frac{кг}{см^2}$
					a	b	h	F $см^2$					
		день, м-ц, час											
I	I-1	3,06	I,07	7640	15,0	15,0	15,0	225	121,0	39,97	178		
		10,00	II,00										
	I-2	3,06	I,07	7670	15,0	15,0	15,0	225	103,0	33,85	151		
		10,00	II,00										
I-3	3,06	I,07	7490	15,0	14,9	15,0	223	107,0	35,21	158			
	10,00	II,00											
II	II-4	3,06	I,07	7390	15,0	15,0	15,0	221	131,0	43,34	196		
		17,00	II,30										
	II-5	3,06	I,07	7340	15,0	15,0	15,0	221	120,0	39,63	179		
		17,00	II,30										
	II-6	3,06	I,07	7365	15,0	14,4	15,0	127	126,0	41,65	192		
		17,00	II,30										

в возрасте более 24 часов при испытаниях первые трещины возникли во вкладыше (одна под отверстием и две в горизонтальном направлении по обе стороны от отверстия). После этого появлялись трещины в образце под вкладышем. Но, если раньше они шли от углов прямоугольного вкладыша, то теперь распространялись от возникшей трещины посередине вкладыша и шли под углом  $45-60^{\circ}$  в обе стороны (фиг. 3).

Результаты испытаний бетонных образцов на смятие в раннем возрасте приведены в таблице 2. Результаты испытаний бетонных вкладышей на сжатие - в таблице 3, результаты испытаний контрольных кубиков в возрасте 28 суток - в таблице 4.

4. Сопоставление результатов лабораторного испытания образцов бетона на смятие в раннем возрасте с теоретическими расчетами

Прочность при местном сжатии определяется по формуле:

$$R_{см} = R_{пр} \sqrt[3]{\frac{F}{F_{см}}}, \quad (I)$$

где  $R_{пр}$  - призмная прочность бетона,  
 $F$  - полная площадь элемента, на которую передается нагрузка  
 $F_{см}$  - площадь смятия.

При расчете только на местную нагрузку величина  $\sqrt[3]{\frac{F}{F_{см}}}$  должна приниматься не более 1,5.

В нашем случае:

а) для образцов с трубчатым вкладышем:

$$F = (10+3,4+10) \times 10 = 234 \text{ см}^2,$$

$$F_{см} = 3,4 \times 10 = 34 \text{ см}^2,$$

Принимаем  $\sqrt[3]{\frac{F}{F_{см}}} = 1,5;$

б) для образцов с бетонным прямоугольным вкладышем:

$$F = (10+10+10) \times 10 = 300 \text{ см}^2$$

$$F_{\text{см}} = 10 \times 10 = 100 \text{ см}^2; \sqrt[3]{\frac{F}{F_{\text{см}}}} = \sqrt[3]{3} = 1,44.$$

Призмennую прочность бетона определяем по эмпирической формуле ЦНИПС (проф. А.А. Гвоздева):

$$R_{\text{пр}} = \frac{1300+R}{1450+3R} R. \quad (2)$$

Результаты расчетов и лабораторных испытаний приведены в таблице 5.

Т а б л и ц а 5

Возраст бетона в час.	R кг-см <sup>2</sup>	R <sub>пр</sub> кг/см <sup>2</sup>	R <sub>см</sub> (кг/см <sup>2</sup> )				R <sub>лаб.</sub> см	R <sub>теор.</sub> см
			для бетонного прямоугольного вкладыша		для трубчатого стального вкладыша			
			лаб.	теор.	лаб.	теор.	для бетон. вкладыша	для трубчат. вкладыша
10	0,92	0,82	1,23	1,18	1,84	1,23	1,04	1,49
16	5,50	4,90	5,77	7,06	14,42	7,35	0,82	1,96
24	12,80	11,30	19,50	16,30	47,50	16,90	1,20	2,70
32	22,00	19,20	33,10	27,70	72,30	28,80	1,20	2,50
48	32,40	27,90	-	40,20	81,20	41,90	-	1,94

Как видно из таблицы, теоретическое значение R<sub>см</sub> для образцов с бетонным прямоугольным вкладышем довольно близко совпадает с результатами испытаний. Некоторое повышение прочности бетона на смятие под бетонными вкладышами при лабораторных испытаниях объясняется, по-видимому, сцеплением вкладыша с окружающим бетоном образца.

Прочность бетона на смятие под трубчатым вкладышем, как показали испытания, не совпадает с теоретическими значениями и превышает их приблизительно в два раза. Это объясняется бо-

лее широкой областью распределения сжимающих напряжений в бетоне под вкладышем благодаря его формы.

## В ы в о д ы

1. Прочность бетона на смятие в раннем возрасте под цилиндрическими вкладышами в  $2 \div 3,5$  раза, а под прямоугольными бетонными вкладышами в  $1,3 \div 1,5$  раза превышает кубиковую прочность бетона на сжатие.

2. Прочность бетона на смятие зависит от формы площадки смятия. Под вкладышами цилиндрической формы прочность бетона на смятие приблизительно в два раза выше, чем под бетонными вкладышами прямоугольной формы с плоской площадкой смятия.

3. Теоретические значения прочности бетона на смятие почти совпадают с данными, полученными опытным путем при плоской площадке смятия и отличаются приблизительно в два раза при цилиндрической поверхности площадки смятия.

4. Несмотря на сравнительно высокую прочность бетонных вкладышей на сжатие ( $R = 458 \text{ кг/см}^2$ ), уже при напряжениях  $19-20 \text{ кг/см}^2$  в них появились трещины под отверстием. Затем эти трещины распространились на образец. Это объясняется раскалывающим действием грузового болта передающего нагрузку на бетонный вкладыш и малой прочностью бетона на растяжение (около  $27 \text{ кг/см}^2$  при  $R = 458 \text{ кг/см}^2$ ).

5. Исходя из вышеизложенного, при выборе типа вкладыша для передачи нагрузки на бетон предпочтение следует отдавать трубчатым стальным или армированным железобетонным вкладышам.

The Ultimate Resistance of Concrete at its  
Earliest Age. Results of the Laboratory Tests

Summary

The results of the laboratory tests of the concrete specimens to failure in the earliest age are described. The ultimate loads were applied to the concrete by means of the inserts, which are put into the specimens during its casting.

The results of the laboratory tests are compared with the theoretical ones.

Recommendations about the choice of the useful form of the inserts for application of the loads to the concrete in its earliest age are given.



УДК 624.012.4 + 693.55

А.К. Иванов

НЕКОТОРЫЕ ВОПРОСЫ ВОЗВЕДЕНИЯ ВЫСОТНЫХ  
МОНОЛИТНЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ СООРУЖЕНИЙ

I. Введение

Развитие строительства неразрывно связано с расширением объема применения бетона и железобетона как сборного, так и монолитного. Несмотря на предпочтительное отношение в последние годы к сборным конструкциям, доля монолитного железобетона и бетона в нашей стране составляла 48–49% от общего объема бетона и железобетона. В 1970 г. намечается применить 100 млн.м<sup>3</sup> монолитного и 85 млн.м<sup>3</sup> сборного бетона и железобетона [1]. При существующем уровне оснащенности строительных организаций на выполнение 100 млн.м<sup>3</sup> монолитных бетонных и железобетонных конструкций потребуется около 500 млн.руб. денежных затрат, около 50 млн.человеко-дней трудовых затрат, около 7 млн.м<sup>3</sup> пиломатериалов и 150 тыс.т стали.

Все это говорит о необходимости серьезного отношения к методам возведения монолитных железобетонных конструкций, к выполнению опалубочных работ.

Важное место среди монолитных конструкций занимают вертикальные железобетонные конструкции зданий и сооружений.

В Советском Союзе накоплен богатый опыт применения скользящей и подъемно-переставной опалубок для возведения

сооружений. Однако, с применением этих специальных типов опалубки выполняется всего 5% работ [2].

Остальные 95% монолитных железобетонных конструкций выполняются в разборно-переставной преимущественно в малооборотачиваемой деревянной опалубке со щитами на сшивных планках.

С расширением старых и строительством новых промышленных предприятий из года в год растет строительство монолитных высотных железобетонных сооружений: промышленных дымовых и вентиляционных труб, силосов, надшахтных копров и рабочих башен элеваторов, градирен и других сооружений специального назначения.

В Советском Союзе работы по возведению высотных сооружений выполняются специализированными строительными трестами.

Специализированные организации не охватывают строительства всех высотных сооружений и выполняют только объекты с наибольшим объемом работ. Остальные сооружения строятся местными общестроительными организациями, которые вынуждены или приобретать специальную опалубку и оборудование, или обходиться той опалубкой и оснасткой, которые есть в наличии.

В Эстонской ССР силами местных общестроительных организаций за последние годы построены монолитные железобетонные банки диаметром 8 м вертикальных шламбассейнов на цементном заводе в г.Кунда; железобетонные монолитные силосы для суперфосфата диаметром 10 м в пос. Маарду; железобетонные силосы диаметром 4 м на бетонном заводе в Мустамяэ и другие сооружения.

Перечисленные сооружения выполнялись в деревянной разборно-переставной или в металлической подъемно-переставной опалубке местных конструкций.

За рубежом различные типы инвентарной опалубки применяются не только для возведения специальных промышленных сооружений, но и при строительстве многоэтажных промышленных и гражданских зданий. Скорость их строительства в ряде случаев выше, а стоимость и затраты труда ниже, чем при применении сборных железобетонных конструкций.

Скорость возведения многоэтажных зданий с монолитными вертикальными элементами и сборными или сборно-монолитными перекрытиями в Румынии, США, Швеции, Англии, Франции и других странах доходит до одного этажа в сутки. Общий срок строительства пятнадцати-двадцати этажных зданий не превышает одного года.

Поэтому VI Всесоюзная конференция по бетону и железобетону, проходившая в г.Риге в 1966 году, отмечала, что и многоэтажные здания в ряде случаев целесообразно решать в монолитном железобетоне с применением стандартной многократно оборачиваемой инвентарной скользящей или переставной опалубки, что наиболее экономично [3].

Конференция рекомендовала Госстрою СССР включить в координационный план важнейших научно-исследовательских работ "в области строительства на 1967-1970 гг. проблемы, требующие проведения исследований и экспериментов в области совершенствования методов возведения монолитных высотных сооружений в скользящей и переставной опалубке", а также расширить экспериментальное строительство многоэтажных железобетонных зданий.

## 2. Существующие методы возведения высотных монолитных железобетонных сооружений

Методы возведения высотных монолитных сооружений, т.е. способы выполнения всех работ по бетонированию, включая монтаж и перестановку опалубки, армирование стен, транспортирование, укладку и уплотнение бетонной смеси, устройство и

перестановку рабочих площадок, лесов и подмостей, обработку рабочих швов бетонирования и уход за бетоном, зависят в основном от применяемого типа опалубки.

Для возведения высотных монолитных железобетонных сооружений применяются в основном четыре типа опалубки:

- 1) скользящая (подвижная) опалубка,
- 2) скользяще-переставная опалубка с отрывным устройством,
- 3) подъемно-переставная, так называемая, трубная опалубка,
- 4) разборно-переставная (щитовая) опалубка.

Каждый из перечисленных типов опалубки имеет свои конструктивные особенности и присущую им технологию бетонирования.

Метод возведения сооружений в скользящей или подвижной опалубке состоит в том, что опалубка, собранная внизу сооружения, по его контуру, в процессе непрерывного бетонирования при подъеме вверх при помощи механизмов подъема (домкратов), передвигающихся по домкратным стержням, скользит по бетонируемой поверхности и после окончания бетонирования сооружения разбирается. Ниже опалубки, при её движении, остаются отформованные конструкции, которые сохраняют свою форму в результате приобретения бетоном необходимой минимальной прочности в первые часы твердения.

Этот метод возник в 1903 году в США и с 1926 года применяется в Советском Союзе, а позже и в других странах.

В настоящее время он широко используется для возведения силосных сооружений, различных башен, градирен, цилиндрических и конических (в Румынии, ФРГ) промышленных труб, многоэтажных промышленных, жилых и общественных зданий (особенно в Румынии и США).

Метод возведения монолитных высотных сооружений — в скользяще-переставной опалубке заключается в том, что опалубка, отличающаяся от скользящей наличием отрывного устройства, собирается на высоту одного яруса внизу сооружения и в процессе его возведения периодически переставляется на новую высоту при помощи механизмов подъема. Подъем опалубки производится вместе с рабочей площадкой и подвесными лесами.

Скользяще-переставная опалубка с отрывным устройством разработана недавно в нашей стране главным технологом треста Спецжелезобетонстрой А.А. Стукановым. Она применяется на строительстве копров, силосов и рабочих башен элеваторов.

В 1967 году при помощи скользяще-переставной опалубки с отрывным устройством построена рабочая башня элеватора в г. Тамсалу ЭССР.

Метод возведения высотных сооружений в подъемно-переставной опалубке состоит в том, что опалубка, собранная внизу сооружения по его контуру, периодически перемещается в вертикальном направлении по мере бетонирования и приобретения бетоном прочности, допускающей распалубку. Рабочая площадка вместе с наружной опалубкой и подвесными лесами поднимается при помощи червячных талей, подвешенных к шахтоподъемнику, или при помощи механизированной подъемной головки, опирающейся на шахтоподъемник. Нарращивание шахтоподъемника и перестановка внутренней опалубки производится вручную.

При возведении ствола железобетонной монолитной башни Московского телецентра в 1965—1966 гг. в связи с большой высотой сооружения для подъема рабочей площадки с подвесными лесами и наружной опалубкой впервые был применен самоподъемный агрегат, опирающийся на возведенную часть сооружения.

Подъемно-переставная опалубка применяется для возведения высотных железобетонных монолитных сооружений конической и цилиндрической формы с переменным и постоянным сечением стен по высоте (конические дымовые трубы и различные башни).

Метод возведения железобетонных конструкций в разборно-переставной или, как ее часто называют, щитовой опалубке заключается в том, что опалубка, собранная из отдельных элементов на одной захватке, после укладки бетона и приобретения им прочности, допускающей распалубку, разбирается по элементам и переставляется на новое место бетонирования.

Разборно-переставная опалубка применяется для возведения сложных железобетонных сооружений (например, башенных гиперболических градирен); конструкций с переменной толщиной; с большим количеством закладных деталей или проёмов, для устройства которых необходимо временное прекращение бетонирования; при сравнительно небольшом объеме работ или небольшой высоте сооружения; при отсутствии у строительной организации подъемного оборудования и приспособлений, необходимых для применения скользящей и подъемно-переставной опалубки и в других случаях, когда применение скользящей и подъемно-переставной опалубки не целесообразно.

В Советском Союзе разработан ряд конструкций инвентарной разборно-переставной опалубки, которые, однако, предназначены для возведения определенного типа сооружений, имеют ограниченную область применения и много недостатков. Это заставляет строителей почти повсеместно использовать малооборачиваемую деревянную опалубку, которая не экономична и с конструктивной точки зрения не рациональна. Ее оборачиваемость фактически не превышает 2-3 раз.

Для сопоставления различных методов строительства высотных монолитных сооружений рассмотрим и сопоставим их технико-экономические показатели в зависимости от высоты возводимого сооружения с условной средней толщиной стен 15 см.

Стоимость материалов принята в ценах до I июля 1967 г.

### 3. Стоимость опалубочных работ

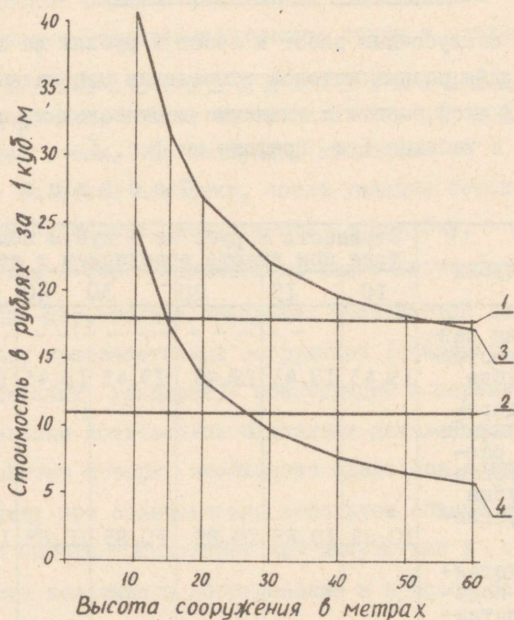
Стоимость опалубочных работ и лесов в рублях на I куб.м железобетона для разных методов возведения монолитных сооружений различной высоты с гладкими вертикальными стенами представлена в таблице I и графике на фиг. I

Т а б л и ц а I

№ п/п	Тип опалубки	Стоимость в руб. на I куб.м железобетона при высоте сооружения в метрах:						
		10	15	20	30	40	50	60
1.	Деревянная разборно-переставная опалубка	19,43	19,43	19,43	19,43	19,43	19,43	19,43
2.	Металло-деревянная унифицированная разборно-переставная опалубка треста "Тагилстрой"	10,85	10,85	10,85	10,85	10,85	10,85	10,85
3.	Трубная металлическая подъемно-переставная опалубка с шахтоподъемником (без подъемной головки и тепляка)	40,90	31,60	26,80	22,20	19,80	18,40	17,40
4.	Скользкая металлическая опалубка с гидродомкратами для круглых силосов	24,90	17,30	13,50	9,74	7,85	6,70	5,96
5.	Скользкая металло-деревянная опалубка с гидродомкратами для круглых силосов	25,60	17,90	13,90	10,00	8,04	6,86	6,08

Стоимость деревянной разборно-переставной опалубки и унифицированной металло-деревянной опалубки треста "Тагилстрой" принята по данным кандидата технических наук А.И.Безяева [6].

Затраты на устройство лесов приняты по единичной расценке Госкомитета заготовок.



Фиг. 1. Стоимость опалубочных работ и лесов (в руб. на  $1\text{ м}^3$  железобетона) при возведении стен высотных железобетонных сооружений:

1- деревянная разборно-переставная опалубка; 2- металло-деревянная разборно-переставная опалубка греста "Тамилстрой"; 3- трубная металлическая подъемно-переставная опалубка с шахтоподъемником (без подъемной головки); 4- скользящая металлическая опалубка для круглых силосов.

Стоимость трубной подъемно-переставной опалубки рассчитана на основании "Справочника строителя заводских железобетонных труб и силосов" [5].

На 100 пог.м периметра стен принято 3 шахтных подъемника (из расчета: один подъемник на сооружение диаметром 10 метров).

Стоимость скользящей опалубки подсчитана на основании данных, приведенных в книге П.В. Калмыкова, В.А. Ральцевича, И.С. Хорошего и др. "Возведение железобетонных сооружений в скользящей опалубке" [4].

В расчетах принято на 100 пог.м длины опалубки 60 домкратов.

Из сопоставления стоимости опалубочных работ при возведении сооружений различными методами видно (см. график фиг. 1), что скользящая опалубка экономичнее подъемно-переставной с шахтоподъемником при возведении сооружений любой высоты и экономичнее разборно-переставной опалубки при высоте сооружений более 13-15 м - для деревянной щитовой опалубки и при высоте сооружений более 20-25 м - для унифицированной металло-деревянной опалубки треста "Тагилстрой".

Зарубежные специалисты, в частности в Англии, считают, что скользящая опалубка экономичнее разборно-переставной при возведении сооружений высотой более 18-24 м [7].

Одной из основных причин высокой стоимости разборно-переставной опалубки является необходимость устройства стоечных лесов на всю высоту сооружения. Стоимость лесов составляет от 33% (для деревянной разборно-переставной опалубки) до 55% (для металло-деревянной унифицированной опалубки) от общей стоимости опалубочных работ.

#### 4. Затраты труда при возведении высотных монолитных сооружений

Затраты труда в человеко-днях на 1 куб.м железобетона при возведении монолитных сооружений с гладкими стенами различной высоты представлены в таблице 2 и на графике фиг. 2.

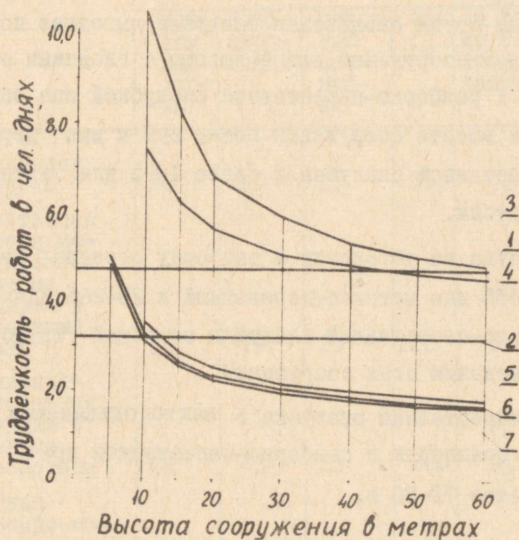
Затраты труда рассчитаны на основании "Единых норм и расценок на строительные и монтажные работы" 1960 г.

Т а б л и ц а 2

№	Тип опалубки	Трудоемкость в чел.-днях на I куб.м железобетона при высоте сооружения в метрах						
		10	15	20	30	40	50	60
1.	Деревянная разборно-переставная (щитовая) опалубка	4,67	4,67	4,67	4,67	4,67	4,67	4,67
2.	Металло-деревянная унифицированная разборно-переставная опалубка треста "Гагилстрой"	3,13	3,13	1,13	3,13	3,13	3,13	3,13
3.	Трубная подъемно-переставная опалубка с шахто-подъемником и подъемной головкой	10,38	8,15	6,70	5,90	5,31	5,01	4,80
4.	То же, с талями (без подъемной головки)	7,34	6,20	5,62	5,06	4,78	4,63	4,50
5.	Скользяще-переставная опалубка с отрывным устройством	3,47	2,81	2,47	2,14	1,98	1,87	1,81
6.	Металлическая скользящая опалубка для прямоугольных силосов	3,20	2,60	2,30	2,00	1,85	1,76	1,70
7.	То же для круглых силосов	3,10	2,50	2,20	1,90	1,75	1,66	1,60

Для подъемно-переставной опалубки на 100 пог.м периметра стен принята установка трех шахтных подъемников.

Трудоемкость работ по возведению стен в скользяще-переставной опалубке с отрывным устройством рассчитана по калькуляциям треста "Спецжелезобетонстрой" для рабочей башни элеватора в г.Тамсалу ЭССР.



Фиг. 2. Трудоемкость работ по возведению стен высотных монолитных железобетонных сооружений (в чел.-днях на 1 куб.м железобетона):

- 1-деревянная разборно-переставная опалубка; 2-металло-деревянная разборно-переставная опалубка треста "Тяжелстрой"; 3-трубная под"ёмно-переставная опалубка с шахто-под"ёмником и под"ёмной головкой; 4-то же, с таяями; 5-скользящая-переставная опалубка с отрывным устройством; 6-металлическая скользящая опалубка для прямоугольных сисосов; 7-то же, для круглых сисосов.

Затраты труда на монтаж скользящей опалубки и подъемных устройств приняты по калькуляциям Промэнергопроекта.

Для всех методов строительства не учтены работы по приготовлению бетона и раствора; заготовке, транспортированию и подъему материалов; работа дежурных электриков, слесарей, мотористов и сигнальщиков. Поскольку эти неучтенные затраты труда можно считать приблизительно одинаковыми для

всех вариантов таблица и график фиг. 2 должны правильно показывать соотношение затрат и границы целесообразности применения того или иного метода.

По затратам труда скользящая опалубка выгоднее подъемно-переставной для сооружений любой высоты с гладкими стенами. По сравнению с разборно-переставной опалубкой она оправдывает себя при высоте сооружений более 6-7 м для деревянной разборно-переставной опалубки и более 10 м для металло-деревянной опалубки.

Затраты труда на установку и разборку стоечных лесов составляют 30-38% для металло-деревянной и 20-26% для деревянной разборно-переставной опалубки от общей трудоемкости работ по возведению стен сооружений.

Подъемно-переставная опалубка с шахтоподъемником менее трудоемка по сравнению с разборно-переставной при высоте сооружений более 70-80 м.

### 5. Скорость возведения сооружений

Одним из важнейших показателей метода строительства является скорость возведения сооружений.

В таблице 3, на основании опыта треста Спецжелезобетонстрой [8], приведена скорость и продолжительность работ при возведении стен группы цементных силосов из четырех банок с наружным диаметром 12 м и высотой 30 м различными методами, нашедшими применение в нашей стране.

Средняя скорость возведения стен за время бетонирования в скользящей опалубке составляет 3 м в сутки, а в переставной щитовой опалубке градирен - 0,4 м в сутки. Низкая скорость работ при применении переставной щитовой опалубки объясняется тем, что все работы по перестановке, закреплению и разборке опалубки, наращиванию и разборке стоечных лесов выполняются вручную.

Т а б л и ц а 3

№ п/п	Тип опалубки	Продолжительность в календарных днях				Скорость возведе- дения стен в сутки в м	
		МОН- таж опа- луб- ки	бето- ниро- вание	демон- таж опа- луб- ки	все го	за вре- мя бе- тониро- вания	средняя включая, монтаж и демонтаж опалубки
1.	Скользкая опалубка	30	10	15	55	3,0	0,54
2.	Переставная щитовая ме- таллическая опалубка градирен с трубчатыми лесами	20	75	25	120	0,4	0,25
3.	Скользяще- переставная опалубка с отрывным устройством	40	45	15	100	0,67	0,30
4.	Трубная подъемно-пе- реставная опалубка с шахтоподъем- никами	45	100	25	160	0,3	0,19

Эффективность высокой скорости бетонирования стен сооруже-  
ний в скользкой опалубке снижается в связи с большой про-  
должительностью монтажа и демонтажа опалубки. С учетом мон-  
тажа и демонтажа опалубки средняя скорость возведения стен  
в летних условиях в скользкой опалубке составляет 0,54 м  
в сутки.

#### 6. Универсальность метода

С точки зрения универсальности наиболее гибким является  
метод бетонирования в разборно-переставной опалубке со сто-  
ечными лесами, так как он может быть применен для возведе-  
ния любых монолитных железобетонных сооружений различного  
сечения в плане и различной толщины стен. Разработаны кон-

струкции разборно-переставной опалубки для возведения криволинейных и плоских стен.

Отдельные инвентарные элементы (щиты, крепежные детали) в некоторых типах щитовой опалубки используются как для возведения плоских, так и криволинейных конструкций.

Метод возведения монолитных сооружений в трубной и подъемно-переставной опалубке с шахтоподъемником является универсальным для возведения высоких кольцевых в горизонтальном сечении сооружений со стенами переменной толщины и внутренним диаметром до 22 м.

Для стен сооружений другого сечения в плане подъемно-переставная опалубка не применима.

Инвентарная скользящая опалубка предназначается, как правило, для возведения монолитных сооружений одного типоразмера. Для возведения стен сооружений другого типоразмера (другая толщина стен или другое сечение ячейки) комплект типовой скользящей опалубки является непригодным. Возможно лишь использование отдельных, являющихся универсальными элементов, таких, как подвесные леса, кронштейны козырька и домкратные рамы, т.е. не более 40% металлоконструкций опалубки.

Сказанное выше для скользящей опалубки относится и к скользяще-переставной опалубке с отрывным устройством.

## 7. В ы в о д е н и е

Анализ существующих методов возведения высотных монолитных железобетонных сооружений показывает, что в настоящее время отсутствует достаточно экономичный способ возведения сооружений небольшой высоты до 20-25 м. На практике это вызывает отказ специализированных строительных организаций от возведения подобных сооружений. Строительство их, как правило, вынуждены осуществлять местные общестроительные организации, не имеющие специального опыта, оснастки и специалистов. Последнее влечет за собой дополнительные затраты.

С другой стороны, анализ существующих методов возведения высотных сооружений показывает, что для снижения трудоемкости и стоимости работ, необходимо отказаться от стоечных лесов, поддерживающих опалубку, и обеспечить ее опирание на возведенную часть сооружения. Необходимо также заменить существующую схему крепления разборных элементов, используемую для разборно-переставной опалубки. Для подъема опалубки целесообразно использовать краны, применяемые для подачи арматуры и бетона. А это в свою очередь, подсказывает необходимость укрупнения элементов опалубки в соответствии с грузоподъемностью крана.

Таким образом, решение задачи заключается не в приспособлении существующих способов для возведения сооружений высотой до 20-25 м, а в разработке нового, более целесообразного метода, основанного на опалубке, конструкция которой должна удовлетворять следующим требованиям:

1. При высоте сооружения более 5-6 м стоечные леса должны быть заменены подвесными, а опалубка должна опираться на возведенную часть сооружения.

2. Подъем и перестановка элементов опалубки должны быть механизированы и осуществляться при помощи крана, обеспечивающего подачу арматуры, закладных деталей, бетонной смеси и других материалов.

3. Элементы опалубки должны удовлетворять грузоподъемности крана и в соответствии с этим допускать возможность укрупнения.

4. Конструкция опалубки должна быть технологичной. Очередность монтажа и демонтажа элементов опалубки должна быть одинаковой: элементы опалубки по мере разборки должны допускать возможность установки на новом месте.

5. Опалубка должна иметь простые по конструкции и быстросъемные соединения элементов крепления.

6. Все элементы опалубки должны быть инвентарными, Стойки и крепежные детали должны быть металлическими. Щиты опалубки должны быть из металла или комбинированной конструкции. Многие авторы указывают на целесообразность применения инвентарной комбинированной опалубки с металлическим каркасом и деревянной обшивкой.

7. Опалубка должна быть универсальной, позволять бетонирование в ней плоских и криволинейных стен разной толщины, размеров и кривизны.

8. Опалубка должна обеспечивать возможность армирования стен арматурными каркасами, вибрирования бетонной смеси и допускать применение вакуумирования.

9. Она не должна допускать удорожания стоимости опалубочных работ по сравнению со стоимостью скользящей опалубки.

10. Она должна обеспечивать такую скорость производства работ, которая свойственна скользящей опалубке.

### Л и т е р а т у р а

1. Основные направления технического прогресса. Бетон и железобетон, №4, 1967.

2. И.Р. С о в а л о в, В.Д. Т о п ч и й. Совершенствование технологии и организации опалубочных работ при возведении монолитных конструкций в промышленном строительстве. УІ конференция по бетону и железобетону. Третья секция. Сб. 2. Стройиздат, 1966.

3. Рекомендации УІ конференции по бетону и железобетону. Бетон и железобетон, №2, 1967.

4. П.В. К а л м ы к о в, В.А. Р а л ь ц е в и ч, И.С. Х о р о ш и й и др. Возведение железобетонных сооружений в скользящей опалубке. Стройиздат, М., 1965.

5. Е.Ф. Г о й к о л о в, И.Г. К а н т о р о в и ч, П.В. П е т р о в и др. Справочник строителя железобетонных заводских труб и силосов. Госстройиздат. М., 1959.

6. А.И. Б и з я е в. Резервы снижения стоимости и трудоемкости опалубки для монолитного бетона и железобетона. Промышленное строительство, №2, 1966, стр.30-32.

7. J. S t e i n, P.K. D o n a l d s o n. Techniques and Formwork for Continuous Vertical Construction. Concrete. 1967. No. 1.

8. А.А. С т у к а н о в. Строительство силосов и копров. Стройиздат, М., 1964.

A.Ivanov

About the Erection of the Tall Cast-in-place Reinforced Concrete Buildings

Summary

The usual methods for erection of the tall cast-in-place reinforced concrete buildings are described concisely. The technical-economic comparisons of different methods are made.

Some recommendations for the erection of the tall cast-in-place buildings are given.



УДК 621.031

В.Р. Кульбах

О ВЛИЯНИИ ПАРАМЕТРОВ СИСТЕМЫ НА РАБОТУ  
ВИСЯЧИХ ПОКРЫТИЙ ОТРИЦАТЕЛЬНОЙ КРИВИЗНЫ

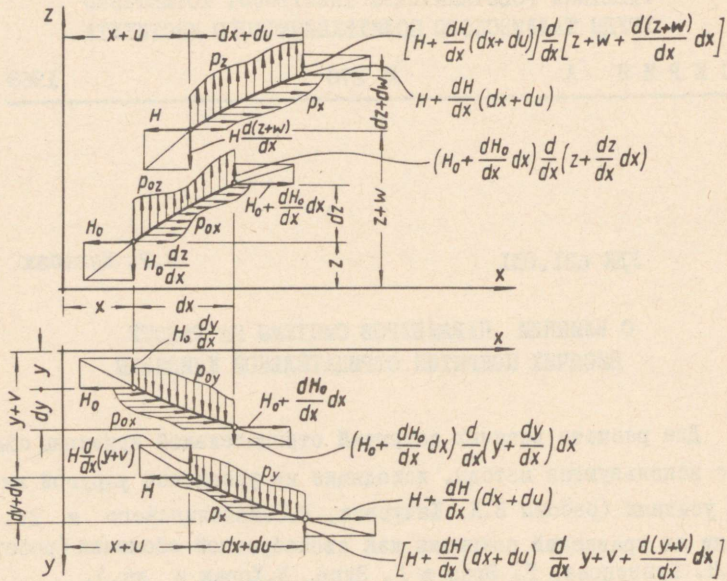
Для расчета висячих покрытий отрицательной кривизны обычно используются методы, исходящие из уравнений упругой нити в усилиях (работы В.К. Качурина, Р.Н.Мацелинского и др.) или из уравнений покрытия как своеобразной оболочки (работы Э.Н. Кузнецова, Г. Эрас и Г. Элце, В.Хорак и др.).

Эти методы трудно приспособляются для учета деформаций контура покрытия, а также для выбора оптимальных параметров системы. Разработанная в Таллинском политехническом институте методика исходит из уравнений упругой нити в перемещениях [2]. Это позволяет непосредственный учет смещений контура в краевых условиях. Предлагаемая система безразмерных параметров позволяет представить разрешающие уравнения в наиболее общей и в то же время простой форме. Для иллюстрации предлагаемой методики рассматривается работа покрытия, имеющего форму гиперболического параболоида.

Общие уравнения

Уравнения равновесия гибкой нити [2] могут быть представлены в виде (см. фиг. I)

$$\frac{dH_0}{dx} + p_{0x} = 0, \quad (I)$$



Фиг. 1.

$$\frac{dH}{dx} + p_x = 0, \quad (2)$$

$$H_0 \frac{d^2 y}{dx^2} + p_{0x} \frac{dy}{dx} + p_{0y} = 0, \quad (3)$$

$$H \frac{d^2(y+v)}{dx^2} + p_x \frac{d(y+v)}{dx} + p_y = 0, \quad (4)$$

$$H_0 \frac{d^2 z}{dx^2} + p_{0x} \frac{dz}{dx} + p_{0z} = 0, \quad (5)$$

$$H \frac{d^2(z+w)}{dx^2} + p_x \frac{d(z+w)}{dx} + p_z = 0. \quad (6)$$

где  $p_{0x}$ ,  $p_{0y}$ ,  $p_{0z}$  — составляющие нагрузки в исходном состоянии,

$P_x, P_y, P_z$  - составляющие суммарной нагрузки в рабочем состоянии,

$H_0, H$  - распор троса соответственно в исходном и рабочем состояниях,

$u, v, w$  - составляющие перемещений.

Относительное удлинение элементарного отрезка нити при  $\varepsilon \ll 1$  может быть представлено как функция составляющих перемещений

$$\varepsilon = \frac{\frac{du}{dx} + \frac{dy}{dx} \frac{dv}{dx} + \frac{dz}{dx} \frac{dw}{dx} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{du}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \right]}{1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2}. \quad (7)$$

С другой стороны

$$\varepsilon = \frac{H - H_0}{EF} \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (8)$$

где  $F$  - сечение нити,

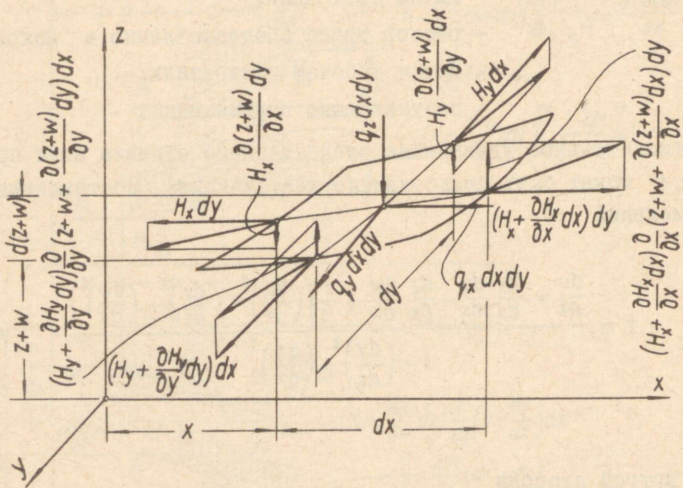
$E$  - модуль упругости нити.

Приравниванием  $\varepsilon$  по (7) и (8) получим геометрическое уравнение в виде:

$$\begin{aligned} \frac{du}{dx} + \frac{dy}{dx} \frac{dv}{dx} + \frac{dz}{dx} \frac{dw}{dx} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{du}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dv}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dw}{dx} \right)^2 \right] = \\ = \frac{H - H_0}{EF} \left[ 1 + \left( \frac{dy}{dx} \right)^2 + \left( \frac{dz}{dx} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Применение уравнений (1)...(6) и (9) к системе несущих и стягивающих тросов покрытия отрицательной кривизны (см. фиг. 2) приводит к системе:

$$\frac{\partial H_0}{\partial x} = 0, \quad (10)$$



Фиг. 2.

$$\frac{\partial H_x}{\partial x} + q_x = 0, \quad (II)$$

$$\frac{\partial H_{0y}}{\partial y} = 0, \quad (I2)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial y} + q_y = 0, \quad (I3)$$

$$H_{0x} \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + H_{0y} \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0, \quad (I4)$$

$$H_x \frac{\partial^2(z+w)}{\partial x^2} + H_y \frac{\partial^2(z+w)}{\partial y^2} - q_x \frac{\partial(z+w)}{\partial x} - q_y \frac{\partial(z+w)}{\partial y} - q_z = 0, \quad (I5)$$

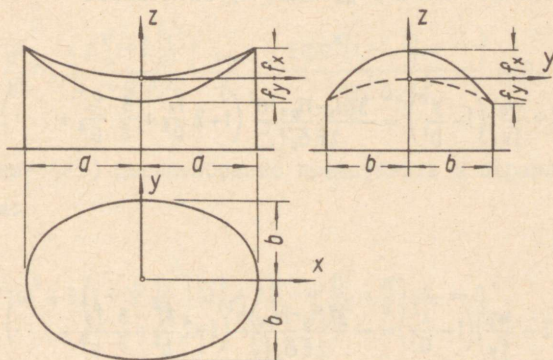
$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{H_x - H_{0x}}{E \delta_x} \left[ 1 + \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \right]^{3/2}, \quad (I6)$$

$$\frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 = \frac{N_y - N_{0y}}{E \delta_y} \left[ 1 + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right]^{3/2}, \quad (I7)$$

где  $Q_x, Q_y, Q_z$  - составляющие внешней нагрузки,  
 $N_{0x}, N_x$  - усилие несущих тросов на единицу ширины до и после приложения внешней нагрузки,  
 $N_{0y}, N_y$  - то же, стягивающих тросов,  
 $\delta_x, \delta_y$  - приведенная толщина семейств несущих и стягивающих тросов.

Система из 8-ми уравнений (I0)...(I7) с 8-мью неизвестными ( $N_{0x}, N_{0y}, N_x, N_y, z, u, v, w$ ) полностью определяет деформированное и напряженное состояние сетки.

Случай гиперболического параболоида с недеформируемым эллиптическим контуром



Фиг. 3.

Рассмотрим покрытие, имеющее форму гиперболического параболоида (см. фиг. 3)

$$z = f_x \left( \frac{x}{a} \right)^2 - f_y \left( \frac{y}{b} \right)^2 \quad (I8)$$

и обрамляемое эллиптическим в плане контуром. По условию недеформируемости контура все составляющие смещения покрытия по линии примыкания к контуру должны равняться нулю.

В случае равномерно распределенной нагрузки функция прогиба может быть аппроксимирована уравнением

$$w = \sum_{j=0,1,\dots} w_j \left[ \left( \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{y}{b} \right)^2 - 1 \right]^{j+1}, \quad (19)$$

удовлетворяющим граничным условиям.

Условия отсутствия горизонтальных смещений на контуре

$$\int_0^{a[1-(\frac{y}{b})^2]^{1/2}} \frac{\partial u}{\partial x} dx = 0 \quad \text{и} \quad \int_0^{b[1-(\frac{x}{a})^2]^{1/2}} \frac{\partial v}{\partial y} dy = 0$$

позволяют представить уравнения деформаций (16) и (17) после интегрирования в алгебраической форме. При сохранении только первого члена в функции прогиба имеем

$$\frac{w_0}{f_x} \left( 2 + \frac{w_0}{f_x} \right) \left( 1 - \frac{y^2}{b^2} \right) = \frac{3(H_x - H_{0x})a^2}{2E\delta_x f_x^2} \left( 1 + 2\frac{f_x}{a^2} + \frac{6}{5}\frac{f_x^4}{a^4} + \dots \right), \quad (20)$$

$$\frac{w_0}{f_y} \left( 2 - \frac{w_0}{f_y} \right) \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} \right) = -\frac{3(H_y - H_{0y})b^2}{2E\delta_y f_y^2} \left( 1 + 2\frac{f_y}{b^2} + \frac{6}{5}\frac{f_y^4}{b^4} + \dots \right). \quad (21)$$

Подставляя теперь значения распоров и функцию прогиба в уравнение равновесия (15), получим кубическое уравнение относительно параметра прогиба  $w_0$  :

$$\frac{4E\delta_x f_x^3 \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)}{3a^4 \left(1 + 2\frac{f_x^2}{a^2} + \dots\right)} \frac{w_0}{f_x} \left(1 + \frac{w_0}{f_x}\right) \left(2 + \frac{w_0}{f_x}\right) + \frac{4E\delta_y f_x^3 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)}{3b^4 \left(1 + 2\frac{f_y^2}{b^2} + \dots\right)} \cdot$$

$$\cdot \frac{w_0}{f_x} \left(\frac{f_y}{f_x} - \frac{w_0}{f_x}\right) \left(2\frac{f_y}{f_x} - \frac{w_0}{f_x}\right) + 2 \left(H_{ox} \frac{w_0}{a^2} + H_{oy} \frac{w_0}{b^2}\right) - q = 0. \quad (22)$$

В случае аппроксимации функции прогиба несколькими членами имеем кубическое уравнение относительно всех неизвестных параметров  $w_j$ .

Перемножая все члены уравнения (22) на базисную функцию  $\left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 - 1$  и интегрируя в пределах всего покрытия, получим согласно методу Бубного - Галеркина:

$$\frac{w_0}{f_x} \left(1 + \frac{w_0}{f_x}\right) \left(2 + \frac{w_0}{f_x}\right) + \frac{a^4 \delta_y \left(1 + 2\frac{f_x^2}{a^2} + \dots\right)}{b^4 \delta_x \left(1 + 2\frac{f_y^2}{b^2} + \dots\right)} \frac{w_0}{f_x} \left(\frac{f_y}{f_x} - \frac{w_0}{f_x}\right) \left(2\frac{f_y}{f_x} - \frac{w_0}{f_x}\right) +$$

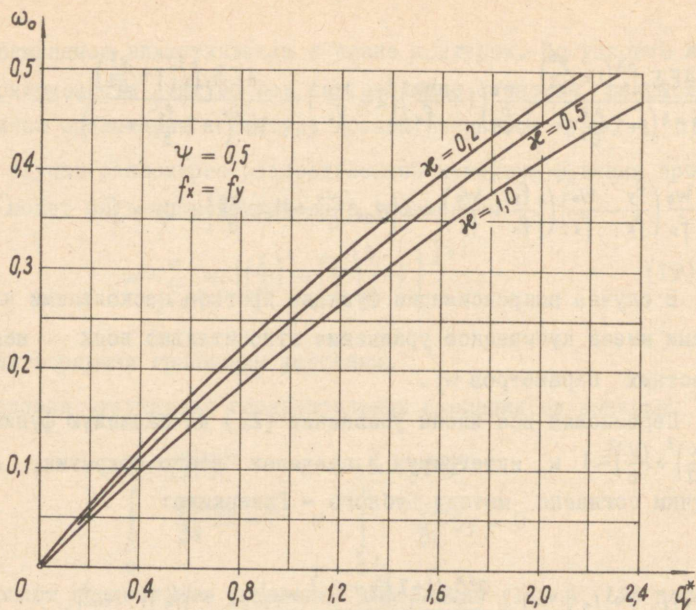
$$+ \frac{9}{5} \left(H_{ox} + \frac{a^2}{b^2} H_{oy}\right) \frac{a^2 \left(1 + 2\frac{f_x^2}{a^2}\right)}{E \delta_x f_x^2} \frac{w_0}{f_x} - \frac{9q a^4 \left(1 + 2\frac{f_x^2}{a^2} + \dots\right)}{10 E \delta_x f_x^3} = 0. \quad (23)$$

Уравнение (23) целесообразно представить в параметрической форме:

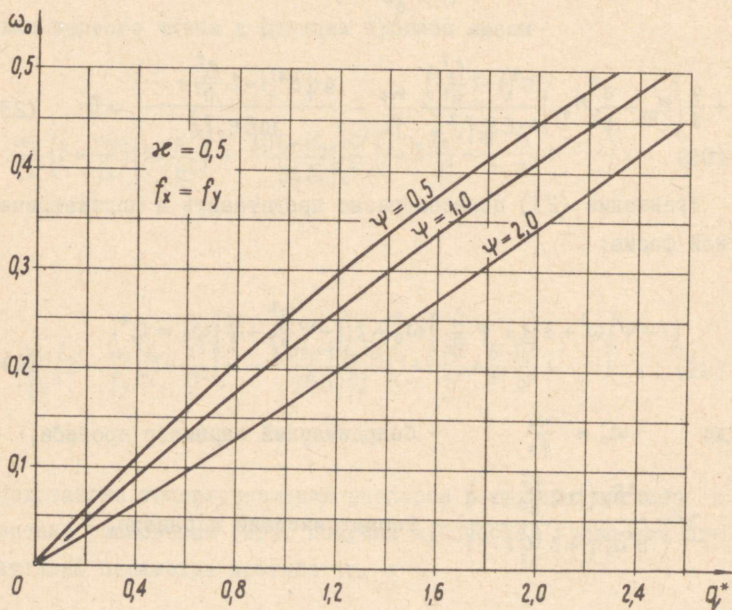
$$(1 + \psi) \omega^3 + 3 \left(1 + \psi \frac{f_y}{f_x}\right) \omega^2 + 2 \left(1 + \psi \frac{f_y^2}{f_x^2} + \frac{\alpha}{2}\right) \omega = q^*, \quad (24)$$

где  $\omega_0 = \frac{w_0}{f_x}$  — безразмерный параметр прогиба,

$$\psi = \frac{a^4 \delta_y \left(1 + 2\frac{f_x^2}{a^2} + \dots\right)}{b^4 \delta_x \left(1 + 2\frac{f_y^2}{b^2} + \dots\right)} \quad \text{— геометрический параметр,}$$



Фиг. 4.

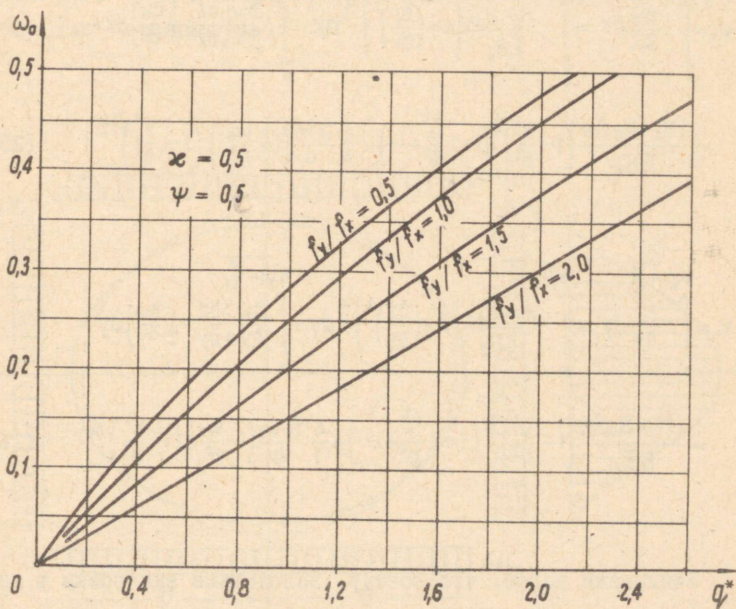


Фиг. 5

$\alpha = \frac{9(H_{0x} + \frac{\sigma^2}{b^2} H_{0y})}{5E\delta_x f_x^2} \left(1 + 2\frac{f_x^2}{a^2} + \dots\right)$  - параметр предварительного напряжения,

$q^* = \frac{9qa^4}{10E\delta_x f_x^3} \left(1 + 2\frac{f_x^2}{a^2} + \dots\right)$  - параметр нагрузки.

После определения прогиба  $w_0 = \omega_0 f_x$  по уравнениям (20) и (21) непосредственно определяются и распоры  $N_x$  и  $N_y$ . Выбором степени предварительного напряжения необходимо добиться положения, чтобы  $N_y$  имел положительное, но не чрезмерно большое значение.



Фиг. 6

Зависимость относительного прогиба  $\omega_0$  от параметра нагрузки  $q^*$  при разных значениях параметра предварительного напряжения и геометрического параметра представлена на графиках фиг. 4, фиг. 5 и фиг. 6.

### Учет деформации контура

В случае деформируемого контура смещения покрытия на его грани должны равняться смещениям контурного элемента под действием распора несущих и стягивающих тросов.

Смещения покрытия, имеющего форму гиперболического параболойда, на эллиптической грани, согласно геометрическим уравнениям (I6) и (I7), определяются зависимостями:

$$\begin{aligned}
 u_1 &= \int_0^{a\sqrt{1-(\frac{y}{b})^2}} \frac{\partial u}{\partial x} dx = \int_0^{a\sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}}} \frac{H_y - H_{0x}}{E\delta_x} \left[ 1 + \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} dx - \int_0^{a\sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}}} \frac{\partial w}{\partial x} \left( \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial x} \right) dx = \\
 &= \frac{(H_x - H_{0x})a}{E\delta_x} \left[ 1 - \frac{y^2}{b^2} \right]^{\frac{1}{2}} \left( 1 + 2 \frac{f_x^2}{a^2} + \dots \right) - \frac{4}{3} \frac{f_x w_0}{a} \left( 1 + \frac{w_0}{2f_x} \right) \left( 1 - \frac{y^2}{b^2} \right)^{\frac{3}{2}}; \quad (25)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_1 &= \int_0^{b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} \frac{\partial v}{\partial y} dy = \int_0^{b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} \frac{H_y - H_{0y}}{E\delta_y} \left[ 1 + \left( \frac{\partial z}{\partial y} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}} dy - \int_0^{b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}} \frac{\partial w}{\partial y} \left( \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{1}{2} \frac{\partial w}{\partial y} \right) dy = \\
 &= \frac{(H_y - H_{0y})b}{E\delta_y} \left[ 1 - \frac{x^2}{a^2} \right]^{\frac{1}{2}} \left( 1 + 2 \frac{f_y^2}{b^2} + \dots \right) + \frac{4}{3} \frac{f_y w_0}{b} \left( 1 - \frac{w_0}{2f_y} \right) \left( 1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^{\frac{3}{2}}. \quad (26)
 \end{aligned}$$

Учитываем далее, что контур, вследствие анкерки в наружных стенах здания, может сместиться только в горизонтальном направлении. В случае линейных деформаций контура его смещения могут быть представлены как линейные функции от распоров

$$u_1 = (H_x - H_{0x})\Delta_{xx} - (H_y - H_{0y})\Delta_{xy}, \quad (27)$$

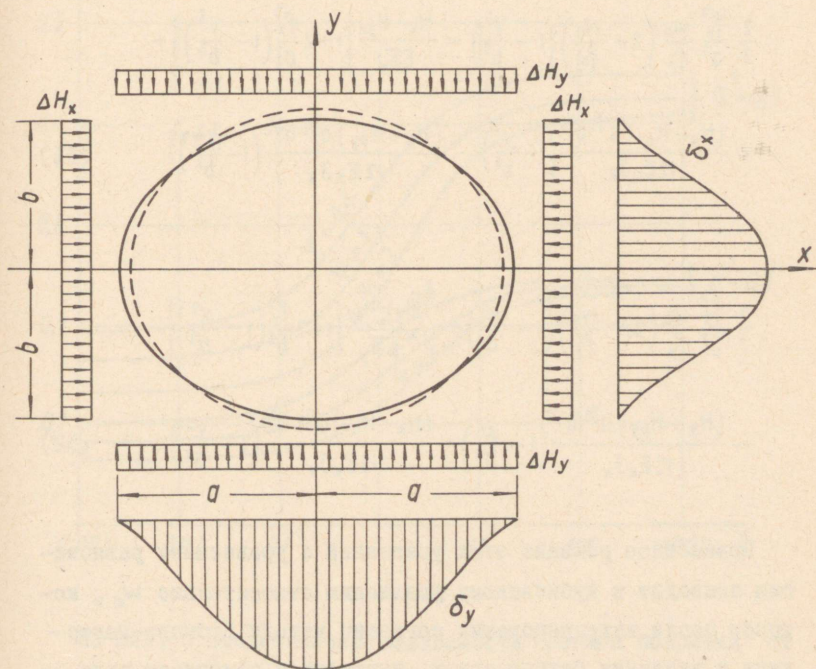
$$v_1 = (H_y - H_{0y})\Delta_{yy} - (H_x - H_{0x})\Delta_{yx}, \quad (28)$$

где  $\Delta_{xx}$  и  $\Delta_{xy}$  — смещения контура в направлении оси  $x$  под действием единичного распора соответственно в направлениях осей  $x$  и  $y$

$\Delta_{yx}$  и  $\Delta_{yy}$  — те же в направлении оси  $y$

Для определения смещений  $\Delta$  необходимо знать распределение усилий ( $N_x - N_{0x}$ ) и ( $N_y - N_{0y}$ ) по диаметру контура. В качестве исходного можно принимать равномерное распределение этих усилий.

При свободных деформациях эллиптического в плане кольца (см. фиг. 7) его смещения под единичными нагрузками определяются зависимостями:



Фиг. 7

$$\Delta_{xy} = -\Delta_{xx} \frac{b^2}{a^2} = \frac{a^{5/2} b^{3/2}}{12 E_k J_k} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)^{3/2}, \quad (29)$$

$$\Delta_{yx} = -\Delta_{yy} \frac{a^2}{b^2} = \frac{a^{3/2} b^{5/2}}{12 E_k J_k} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)^{3/2}, \quad (30)$$

где  $a, b$  - радиус контурного кольца,

$E_k, J_k$  - модуль упругости и момент инерции кольца.

Подставляя эти смещения в уравнения (27) и (28), а затем приравнивая смещения покрытия и контура по (25) и (26), получим зависимости между смещениями и распорами в виде:

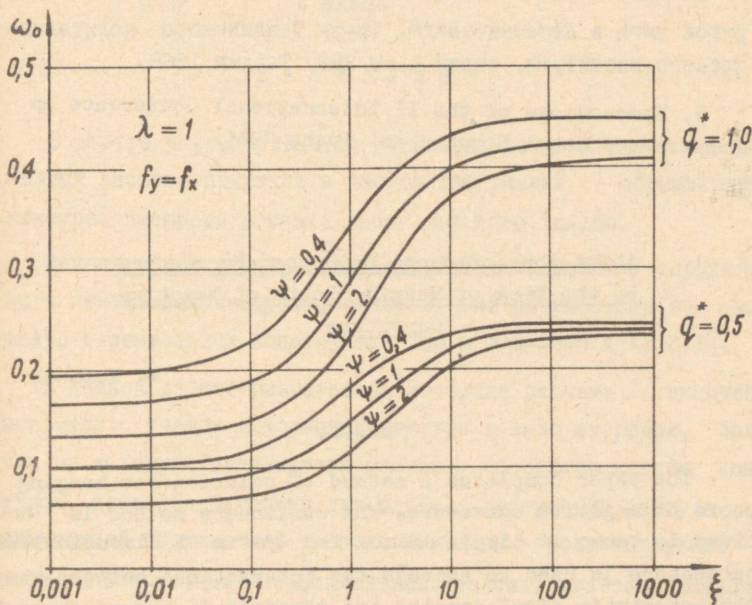
$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \frac{f_x^2}{a^2} \frac{w_0}{f_x} \left(2 + \frac{w_0}{f_x}\right) \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) &= \frac{H_x - H_{0x}}{E \delta_x} \left[1 + 2 \frac{f_x^2}{a^2} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right)\right] + \\ + \frac{(H_x - H_{0x}) a^{-1/2} b^{7/2}}{12 E_k J_k} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right) &- \frac{(H_y - H_{0y}) a^{3/2} b^{3/2}}{12 E_k J_k} \left(1 - \frac{y^2}{b^2}\right), \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{3} \frac{f_y^2}{b^2} \frac{w_0}{f_y} \left(2 - \frac{w_0}{f_y}\right) \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) &= -\frac{H_y - H_{0y}}{E \delta_y} \left[1 + 2 \frac{f_y^2}{b^2} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)\right] - \\ - \frac{(H_y - H_{0y}) a^{7/2} b^{-1/2}}{12 E_k J_k} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right) &+ \frac{(H_x - H_{0x}) a^{3/2} b^{3/2}}{12 E_k J_k} \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right). \end{aligned} \quad (32)$$

Совместное решение этих уравнений с уравнением равновесия приводит к кубическому уравнению относительно  $w_0$ , которое после интегрирования согласно методу Бубнова-Галеркина и введения безразмерных параметров принимает вид:

$$\begin{aligned}
 & (1 + \psi + 4\xi) \omega_0^3 + 3 \left[ 1 - \psi \frac{f_y}{f_x} + 2\xi \left( 1 - \frac{f_y}{f_x} \right) \right] \omega_0^2 + \\
 & + 2 \left[ 1 + \psi \frac{f_y^2}{f_x^2} + \xi \left( 1 - \frac{f_y}{f_x} \right)^2 + \frac{\kappa}{2} + \frac{\kappa}{2} \xi \left( 1 + \frac{1}{\psi} \right) \right] \omega_0 = \\
 & = q^* \left[ 1 + \xi \left( 1 + \frac{1}{\psi} \right) \right], \quad (33)
 \end{aligned}$$

где  $\xi = \frac{11 E \delta_y d^{7/2} b^{-1/2}}{160 E_{\kappa} J_{\kappa} \left( 1 + 2 \frac{f_y^2}{b^2} \right)}$  — параметр жесткости контура.



Фиг. 8.

На фиг. 8 представлена зависимость прогиба покрытия от параметра жесткости контура при разных значениях геометрического параметра.

## З а к л ю ч е н и е

Представленные результаты позволяют оценить влияние разных параметров покрытия на его деформированное и напряженное состояние. Тем самым оказывается возможным правильный выбор этих параметров в проектируемых сооружениях.

## Л и т е р а т у р а

1. Висячие покрытия. Труды совещания по исследованию и внедрению висячих покрытий. Москва 1962.
2. В.Р. Кульбах. "О представлении уравнений упругой нити в перемещениях". Труды Таллинского политехнического института, серия А, № 269, Таллин 1968.
3. Proceedings of the II International Conference on Prestressed Metal Structures. Praha 1966.

About the Influence of System Parameters  
on the Work of Hanging Roofs of Negative  
Curvature

V. Kulbach

### Summary

The paper completes a method of solution for hanging roofs of negative curvature. The continuous method is derived in terms of displacements. The system of dimensionless parameters is used to express the interactions between the characteristic displacements and stresses in a more general form. Displacements of edge frame are taken into consideration. As results, the interactions between displacements of cable-network and load parameter, resp. parameter of rigidity of edgeframe, are presented with respect to different magnitude of prestress load and geometric parameters.

УДК 624.074  
624.04

В.Р.Кульбах, Ю.К.Энгельбрехт,  
У.В.-Э. Мянд

ВЛИЯНИЕ ДЕФОРМАЦИИ КОНТУРА НА РАБОТУ СЕТКИ  
СЕДЛОВИДНЫХ ВИСЯЧИХ ПОКРЫТИЙ КРУГЛОЙ ФОРМЫ  
В ПЛАНЕ

1. В в е д е н и е

В статье рассматриваются некоторые вопросы работы седловидных висячих покрытий с учетом деформаций обрамляющего контура, имеющего в плане форму круглого кольца.

Используется методика расчета висячих систем с определением контактных нагрузок, которая была разработана на кафедре строительных конструкций ТПИ и изложена в [1,2,3].

В данной работе разработана методика расчета висячего покрытия с учетом деформаций контура в виде итерации, причем за исходный принимается расчет с абсолютно жестким контуром. Приведен алгоритм для расчета деформаций контура с дискретной постановкой тросов. Выведены соответствующие формулы с простыми коэффициентами. Рассматривается влияние смещений контура на работу висячего покрытия с разными параметрами. Задача программирована для ЭВМ "Минск-22".

2. Определение деформаций контура

Рассмотрим контур, имеющий в плане форму кольца, на который влияют реакции тросов двух направлений:  $N_x$  и  $N_y$ . Усилия от тросов могут быть разными от разных тросов. Изгибаю-

щий момент в любой точке получается суммированием влияния всех усилий. Для решения используется метод сил, учитываются только изгибающие моменты.

## 2.1. Определение изгибающего момента контура

Основная система метода сил приведена на фиг. 1. Незвестные усилия  $X_1$ ,  $X_2$  и  $X_3$  прикладываем в упругом центре. После решения системы канонических уравнений вычисляются моменты в погонной точке от реакций одного троса. Так, например, для одного стягивающего троса по углу  $\alpha_0$  в погонной точке  $\alpha$  при  $\alpha < \alpha_0$ ,

$$M_p^0 = H_y \cdot r \cdot (\cos \alpha_0 - \cos \alpha).$$

$$M_{1y} = H_y \cdot r \cdot \left\{ (\cos \alpha_0 - \cos \alpha) + \frac{1}{\pi} [(\sin \alpha_0 - \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0) - \cos \alpha \cdot (\cos \alpha_0 \cdot \sin \alpha_0 - \alpha_0)] \right\}. \quad (1)$$

Если  $\alpha \geq \alpha_0$ , то  $M_p^0 = 0$ , и получаем:

$$M_{2y} = H_y \cdot r \cdot \frac{1}{\pi} [(\sin \alpha_0 - \alpha_0 \cdot \cos \alpha_0) - \cos \alpha (\cos \alpha_0 \cdot \sin \alpha_0 - \alpha_0)]. \quad (2)$$

Соответствующие формулы  $M_{1x}$  и  $M_{2x}$  получаем и для несущего троса.

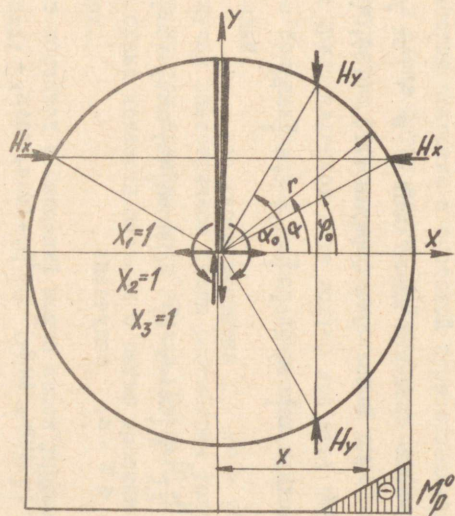
## 2.2. Определение деформаций контура

Единичные моменты (фиг. 2) определяются при помощи формул:

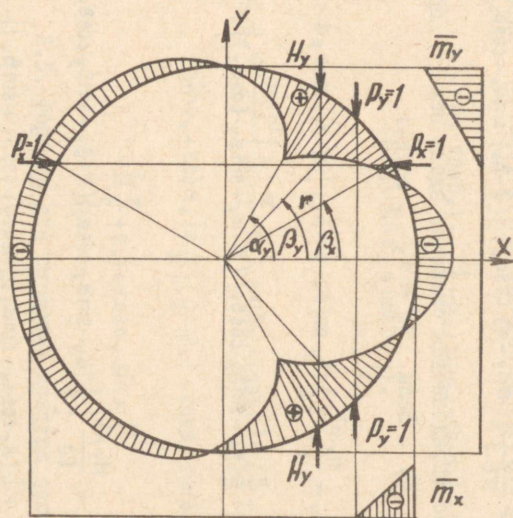
$$\bar{m}_y = r \cdot (\sin \beta_x - \sin \alpha_x), \quad \bar{m}_x = r \cdot (\cos \beta_y - \cos \alpha_y). \quad (3)$$

Смещение по направлению оси от усилия  $H_y$ , если  $\beta_x < \alpha_y$  вычисляется формулой:

$$\delta_{\alpha_y \beta_x} = \frac{H_y \cdot r^3}{EJ} \left\{ \frac{1}{2} (\cos \alpha_y - \cos \beta_x)^2 + (\alpha_y - \beta_x) \cdot \cos \alpha_y \cdot \sin \beta_x - \sin \alpha_y \cdot \sin \beta_x + \sin^2 \beta_x + \frac{2}{\pi} (\sin \alpha_y - \alpha_y \cos \alpha_y) \cdot \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \beta_x \right) \sin \beta_x - \cos \beta_x \right] \right\}, \quad (4)$$



Фиг. 1. К расчету моментов



Фиг. 2. К расчету деформаций.

при  $\frac{\pi}{2} \geq \beta_x \geq \alpha_y$  :

$$\delta_{\alpha_y \beta_x} = \frac{2H_y \cdot n^3}{\pi E J} (\sin \alpha_y - \alpha_y \cdot \cos \alpha_y) \cdot \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \beta_x \right) \cdot \sin \beta_x - \cos \beta_x \right]. \quad (5)$$

Аналогично определяется смещение вдоль оси  $y$  при действии усилия  $H_y$ . Если  $\beta_y < \alpha_y$ , тогда:

$$\delta_{\alpha_y \beta_y} = \frac{H_y \cdot n^3}{E J} \left\{ \frac{2}{\pi} (\beta_y \cdot \cos \beta_y - \sin \beta_y) \cdot [(\pi - \alpha_y) \cos \alpha_y + \sin \alpha_y] + \frac{1}{\pi} (\beta_y - \sin \beta_y \cdot \cos \beta_y) \cdot (\pi - \alpha_y + \sin \alpha_y \cdot \cos \alpha_y) \right\}, \quad (6)$$

при  $\beta_y \geq \alpha_y$  :

$$\delta_{\alpha_y \beta_y} = \frac{H_y \cdot n^3}{E J} \left\{ \frac{1}{\pi} (\alpha_y - \sin \alpha_y \cdot \cos \alpha_y) (\pi - \beta_y + \sin \beta_y \cdot \cos \beta_y) + \frac{2}{\pi} (\alpha_y \cdot \cos \alpha_y - \sin \alpha_y) \cdot [(\pi - \beta_y) \cdot \cos \beta_y + \sin \beta_y] \right\}. \quad (7)$$

При определении смещений вдоль осей  $X$  и  $Y$  от усилий несущего троса  $H_x$  используем формулы (II), (I2), (I3) и (I4), принимая

$$\alpha_y = \frac{\pi}{2} - \alpha_x, \quad \alpha_x = \frac{\pi}{2} - \alpha_y \quad \text{и} \quad \beta_x = \frac{\pi}{2} - \beta_y, \quad \beta_y = \frac{\pi}{2} - \beta_x, \quad (8)$$

при  $0 \leq \beta_y < \alpha_x$ , смещение вдоль оси :

$$\delta_{\alpha_x \beta_y} = \frac{H_x \cdot n^3}{E J} \cdot \frac{2}{\pi} [\cos \alpha_x - \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_x \right) \sin \alpha_x] \cdot (\beta_y \cdot \cos \beta_y - \sin \beta_y), \quad (9)$$

при  $\alpha_x \leq \beta_y \leq \pi - \alpha_x$  получаем:

$$\delta_{\alpha_x \beta_y} = \frac{H_x \cdot n^3}{E J} \left\{ \frac{1}{2} (\sin \alpha_x - \sin \beta_x)^2 - \cos^2 \beta_y + \cos \alpha_x \cdot \cos \beta_y + (\alpha_x - \beta_y) \cdot \sin \alpha_x \cdot \cos \beta_y + \frac{2}{\pi} [\cos \alpha_x - \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_x \right) \cdot \sin \alpha_x] \cdot (\beta_y \cdot \cos \beta_y - \sin \beta_y) \right\}. \quad (10)$$

Смещение по направлению оси  $x$  от  $H_x$  определяем при  $\beta_x \leq \alpha_x$ :

$$\delta_{\alpha_x \beta_x} = \frac{H_x \cdot r^3}{EJ} \frac{2}{\pi} \left\{ \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_x - \cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_x \right) \cdot \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} + \beta_x + \sin \beta_x \cdot \cos \beta_x \right) + \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \alpha_x \right) \sin \alpha_x - \cos \alpha_x \right] \cdot \left[ \left( \frac{\pi}{2} + \beta_x \right) \cdot \sin \beta_x + \cos \beta_x \right] \right\}, \quad (II)$$

при  $\frac{\pi}{2} > \beta_x > \alpha_x$ :

$$\delta_{\alpha_x \beta_x} = \frac{H_x \cdot r^3}{EJ} \left\{ \frac{2}{\pi} \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \beta_x \right) \cdot \sin \beta_x - \cos \beta_x \right] \cdot \left[ \left( \frac{\pi}{2} + \alpha_x \right) \cdot \sin \alpha_x + \cos \alpha_x \right] + \frac{1}{\pi} \left[ \left( \frac{\pi}{2} - \beta_x \right) - \cos \beta_x \cdot \sin \beta_x \right] \cdot \left[ \left( \frac{\pi}{2} + \alpha_x \right) + \cos \alpha_x \cdot \sin \alpha_x \right] \right\}. \quad (I2)$$

### 2.3. ФОРМУЛЫ ДЛЯ СМЕЩЕНИЙ КОНТУРА СИСТЕМЫ ТРОСОВ

Рассмотрим покрытие с системой пересекающихся тросов, имеющее в плане форму круга. Найденные в предыдущем параграфе формулы для расчета системы с одной парой тросов подходят в представленном виде только для этой системы, и для системы с большим числом тросов применяем принцип суммирования усилий.

Для случая симметричной схемы рассмотрим только четверть контура с учетом влияния всех усилий. На фиг. 3 представлена общая схема четверти системы с пятью тросами в обоих направлениях.

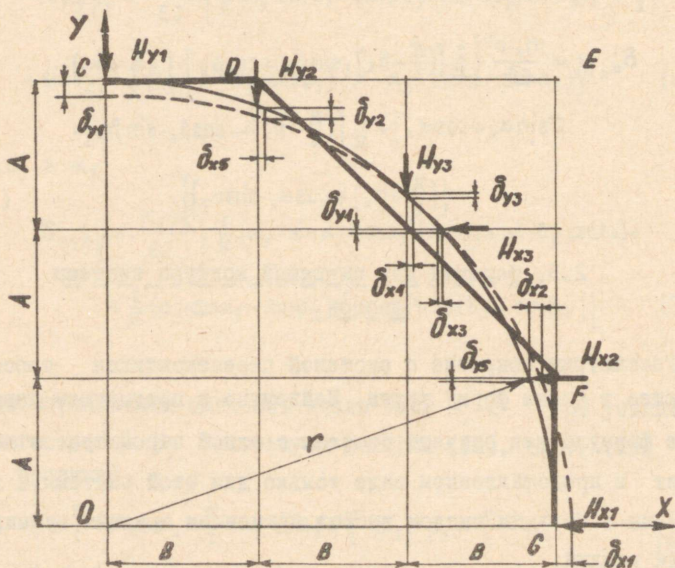
Расчет моментов и смещений можно вести упрощенными формулами вида:

$$M_i = r \left[ \sum_{j=1}^m C_{jxi} \cdot H_{xj} + \sum_{l=1}^n C_{lyi} \cdot H_{yl} \right], \quad (I3)$$

$$\delta_{x_i} = \frac{r^3}{2EJ} \left[ \sum_{j=1}^m C_{jx_i}^I \cdot \Delta H_{x_j} + \sum_{l=1}^n C_{ly_i}^I \cdot \Delta H_{y_l} \right], \quad (I4)$$

$$\delta_{y_k} = \frac{r^3}{2EJ} \left[ \sum_{l=1}^n C_{ly_k}^I \cdot \Delta H_{y_l} + \sum_{j=1}^m C_{jx_k}^I \cdot \Delta H_{x_j} \right], \quad (I5)$$

где  $i$  и  $k$  - точки контура,  
 $m$  и  $n$  - число несущих и стягивающих тросов.



Фиг. 3. Схема четверти системы с пятью тросами  
 - - - деформированный контур,  
 — контур для расчета сетки тросов

Коэффициенты  $C^I$  и  $C$  определяются по формулам (1), (2) и (5) до (I2). Для рассматриваемой симметричной системы эти величины приведены в таблицах I и 2.

Т а б л и ц а 1

$i$	$C_{1xi}$	$C_{2xi}$	$C_{3xi}$	$C_{1yi}$	$C_{2yi}$	$C_{3yi}$
1	0.3183	0.3390	0.1176	-0.1817	-0,3277	-0.2159
2	0.1516	0.3390	0.1176	-0.1531	0.2805	-0.1611
3	-0.01502	0,00563	0.1176	-0.0544	-0.07306	0.0399
4	-0.0544	-0.07306	0.0399	-0.01502	0.00563	0.1176
5	-0.1531	-0.2805	-0.1611	-0.1516	0.3386	0.1176
6	-0.1117	-0.3277	-0.2159	-0.3183	0.3390	0.1176

Т а б л и ц а 2

$i, k$	$C_{1x}^I$	$C_{2x}^I$	$C_{3x}^I$	$C_{1y}^I$	$C_{2y}^I$	$C_{3y}^I$
1	0.1478	0.2389	0.1088	-0.1366	-0,2335	-0.1241
2	0.1194	0.2009	0.0956	-0.1167	-0.1955	-0.1009
3	0.0544	0.0966	0.0542	-0.0621	-0.0964	-0.0434
4	0.0383	0.0679	0.0404	-0.0457	-0.0125	-0.0289
5	0.0044	0.0790	0.0049	-0.0067	-0.0088	-0.0031
6	0.0000	0.0000	0.0000	0.000	0.0000	0.0000

#### 2.4. Программирование задачи

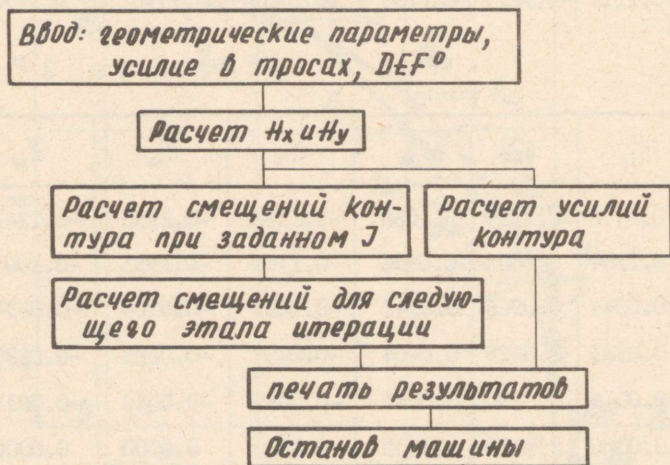
Используется программа, изложенная в [3] для расчета ви-сячих покрытий с жестким контуром. Дополнительно введен учет смещений контура интерационным методом. На первом этапе определяются усилия тросов, как для системы с жестким кон-туром. По этим усилиям вычисляются все необходимые смещения контура и повторяется расчет усилий, с учетом этих смещений и т.д.. К начальным данным по [3] прибавляется массив смеще-ний "DEF", который сначала имеет нулевое значение. Предпо-

полагаем, что вертикальные компоненты реакций воспринимаются в плоскости стены (или колонны), вследствие чего не учитываются вертикальные смещения контура.

Горизонтальные смещения контура определяются в зависимости от изменений распоров:

$$\Delta N_x = N_x - N_x^0, \quad \Delta N_y = N_y - N_y^0. \quad (16)$$

Программа для расчета смещений также составлена на ЭВМ "Минск-22" на входном языке "MAlgOL". Блок-схема расчета представлена на фиг. 4



Фиг. 4. Блок-схема расчета смещений

Вычисляются изгибающие моменты и смещения контура при данной внешней нагрузке и смещения следующего этапа итерации.

### 3. Работа сетки при различных жесткостях

#### 3.1. Общие данные

Поверхность покрытия задается уравнением:

$$z = f_n \left(\frac{x}{a}\right)^2 + f_c \left(\frac{y}{b}\right)^2.$$

Принимаем  $a = b = r = 36,0$  м, максимальное провисание тросов  $f_n = f_c = f$  и площадь сечений тросов  $F_n = F_c = F$ , тогда уравнение покрытия имеет вид:

$$z = \frac{f}{r} (x^2 - y^2). \quad (17)$$

Для предварительного подбора сечения тросов используются формулы, приведенные в [1] (35), (40) и таблице I. При этом учтено, что относительное изменение провисания

$$\frac{\Delta f}{f} \leq \frac{1}{300}.$$

При жестком контуре рассмотрено пять вариантов по исходным данным, приведенным в таблице. Для всех вариантов принимаются:

- 1) внешняя нагрузка  $q = 150 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$ ,
- 2) контактная нагрузка  $p_0 = 100 \frac{\text{кг}}{\text{м}^2}$ .

Т а б л и ц а 3

№ вар.	макс $f$ [см]	$F$ [см <sup>2</sup> ]	Разр. усилие [т]	макс $H'$ [т]	макс $f$ [см]	$\phi$ мм тросов
1	350	103.00	978.0	599.00	28.6	12 43.56
2.	500	58.20	550.0	118.00	25.3	12 32.50
3	700	32.43	318.5	300.00	23.8	12 23.50
4	500	103.00	878.0	118.00	14.3	12 43.56
5	700	103.00	978.0	300.00	7,5	12 43.56

#### 3.2. Сечение контура

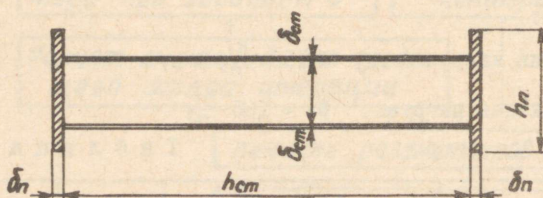
Для определения сечения контура проведен предварительный расчет по [3]. По формулам (13) вычисляются максимальные

моменты в контуре. По этим значениям определяются величины моментов инерций. Результаты расчета представлены в таблице 4.

Т а б л и ц а 4

№ вар.	Усилие		Сечение контура					
	$M \times 10^5$ [тсм]	$N$ [т]	$F_k$ [см <sup>2</sup> ]	$J_x \times 10^5$ [см <sup>4</sup> ]	$\delta_{cm}$ [мм]	$h_{cm}$ [мм]	$\delta_n$ [мм]	$h_n$ [мм]
1	8.5553	131.13	3140	8.5573	20	4000	70	1100
2	6.4656	65.19	2545	6.6122	18	4000	60	920
3	5.0202	62.42	2125	5.0610	15	3800	60	820
4	6.7649	73.09	2760	6.9289	20	1000	70	830
5	5.2400	50.70	2170	5.2398	15	3800	60	860

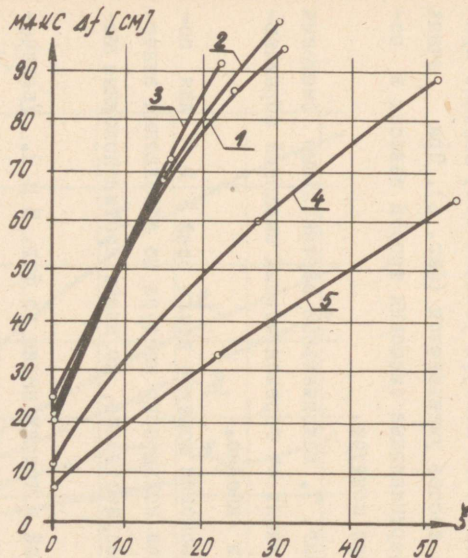
Материал контура ВСТ-3, ГОСТ-535-58. Сечение контура П-образное для всех вариантов (фиг. 5)



Фиг. 5. Сечение контура

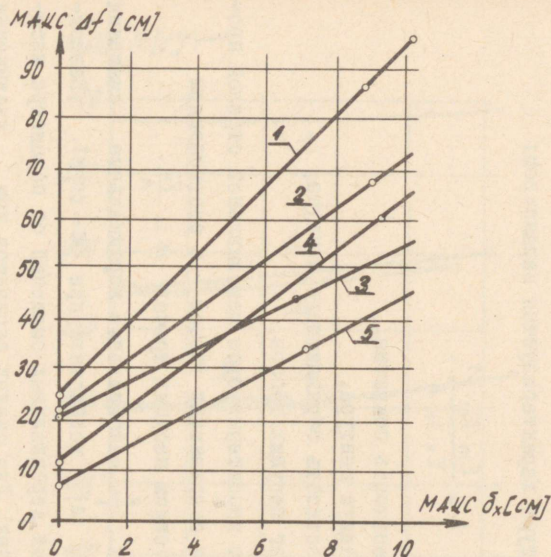
### 3.3. Некоторые результаты расчета

На каждом этапе итерации определяются смещения контура  $\delta_{ix}$  и  $\delta_{iy}$ . Контроль сходимости итерации производится сравнением величин смещений в двух этапах. Если  $\delta_{i+1} - \delta_i \leq \varepsilon$ , где  $\varepsilon$  - любое заданное маленькое число, итерация считается законченной. При известной практике можно итерацию



Фиг. 6. Зависимость максимальных вертикальных смещений узлов от параметра жесткости

1.  $\frac{\text{макс } f}{l} = \frac{1}{20,3}$ ;  $k = 8,583 \text{ см}^2/\text{м}$ ;
2.  $\frac{\text{макс } f}{l} = \frac{1}{14,4}$ ;  $k = 4,850 \text{ см}^2/\text{м}$ ;
3.  $\frac{\text{макс } f}{l} = \frac{1}{10,5}$ ;  $k = 2,708 \text{ см}^2/\text{м}$ ;
4.  $\frac{\text{макс } f}{l} = \frac{1}{14,4}$ ;  $k = 8,583 \text{ см}^2/\text{м}$ ;
5.  $\frac{\text{макс } f}{l} = \frac{1}{10,3}$ ;  $k = 8,583 \text{ см}^2/\text{м}$ .



Фиг. 7. Зависимость максимальных вертикальных смещений узлов от смещений контура  
Здесь и дальше обозначение вариантов см. фиг. 6

ускорить, задавая смещения для следующего этапа в сторону ожидаемого.

Жесткость контура характеризуется параметром:

$$\xi = \frac{E_m \cdot F_m \cdot \Gamma^3}{E_k \cdot J_k \cdot A},$$

где

$E_m \cdot F_m$  — жесткость покрытия,

$\Gamma$  — радиус контура,

$E_k \cdot J_k$  — жесткость обрамляющего контура,

$A$  — шаг несущих тросов.

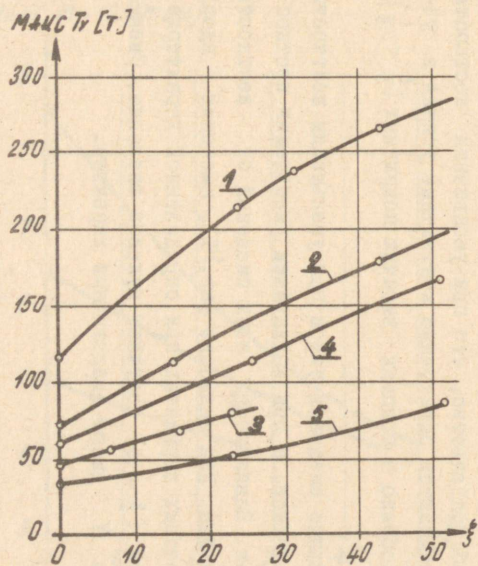
Каждый вариант характеризуется максимальной стрелой провисания несущих и стягивающих тросов — с соотношением  $\frac{f}{l}$  и приведенным сечением несущих тросов  $\kappa = \frac{F_H}{A}$ .

При уменьшении  $\frac{f}{l}$  максимальные вертикальные смещения узлов сетки макс.  $\Delta f$  возрастают при  $\kappa = \text{const}$ . Зависимость максимальных вертикальных смещений от параметра жесткости  $\xi$  нелинейна. Для разных вариантов при увеличении параметра  $\xi$  (жесткость контура уменьшается) влияние приведенного сечения тросов уменьшается (фиг. 6). При очень слабых контурах вертикальные смещения тросов зависят в основном от жесткости контура.

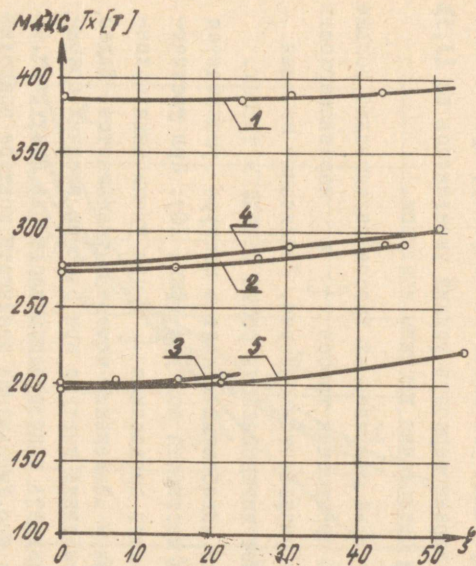
Как видно на фиг. 7, максимальные вертикальные смещения несущих тросов зависят от горизонтальных смещений обрамляющего контура почти линейно.

Максимальные смещения контура вдоль осей  $X$  и  $Y$  для соответствующих точек кольцевого контура по абсолютным значениям отличаются несущественно, но имеют противоположные знаки.

Изменение усилий в тросах видно по фиг. 8 и 9. Увеличение усилий в несущих тросах при уменьшении жесткости контура несущественно. Например, в варианте № 2 при значении параметра  $\xi = 15$ , усилия в несущих тросах увеличились на 1,52% по сравнению с жестким контуром, а максимальные усилия в стягивающих тросах увеличились на 56%. При этом не-



Фиг. 8. Максимальные усилия в стягивающих тросах



Фиг. 9. Максимальные усилия в несущих тросах

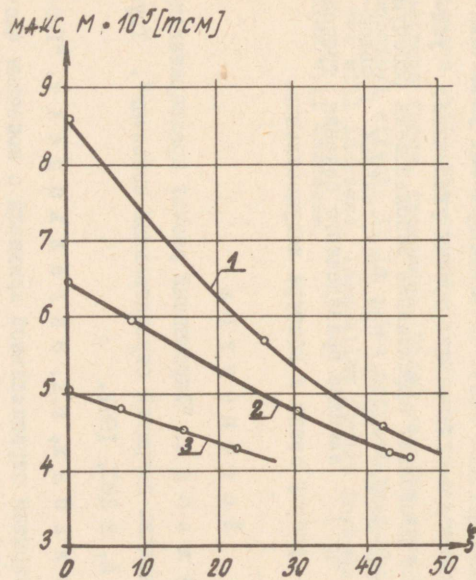
равномерность между усилиями несущих и стягивающих тросов в стадии эксплуатации уменьшается. Например, при названном варианте неравномерность усилий уменьшилась на 13,3% по сравнению с бесконечно жестким контуром.

Изменение усилий стягивающих тросов значительно больше при уменьшении провисания тросов  $\frac{f}{l}$  и неравномерность между усилиями уменьшается быстрее. Увеличение сечения тросов уменьшает интенсивность роста усилий в тросах.

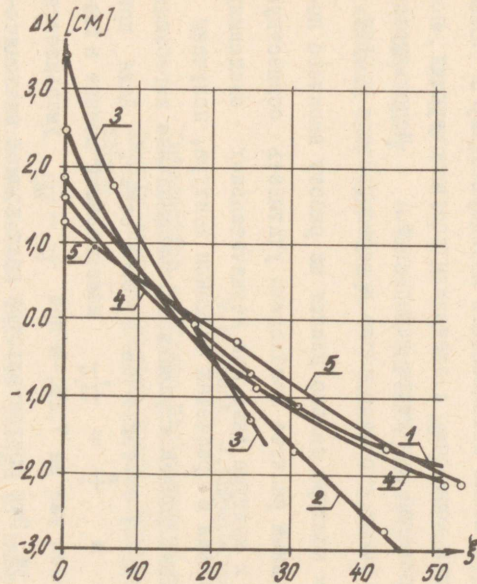
Максимальный изгибающий момент в контуре уменьшается при увеличении жесткости контура (фиг. 10). При увеличении относительного провисания  $\frac{f}{l}$  и при увеличении приведенного сечения  $\lambda$  изменение моментов уменьшается. Видно, что, учитывая смещение контура при расчете висячих покрытий, можно уменьшить одновременно жесткость контура, т.е. момент инерции его. Уменьшение жесткости контура приводит к увеличению смещений узлов сетки тросов, которые в большинстве случаев являются доминирующими при проектировании висячих конструкций. Придется найти оптимальное решение по условию экономичности конструкции. О том, что учет деформации контура является положительным фактором, свидетельствует и то обстоятельство, что при уменьшении жесткости контура увеличиваются остаточные контактные усилия в узлах сетки, особенно в пологих висячих покрытиях ( $\frac{f}{l} < \frac{1}{15}$ ).

Горизонтальные смещения узлов при уменьшении жесткости контура уменьшаются, а при дальнейшем уменьшении жесткости меняют знак. Зависимость этих смещений от жесткости контура нелинейна. Как видно из фиг. II, смещения вдоль оси X при разных вариантах при определенной характеристике жесткости ( $\xi \approx 15$ ) получают нулевое значение. Смещения вдоль оси Y имеют аналогичный характер.

101



Фиг. 10. Максимальный изгибающий момент в контуре



Фиг. 11. Горизонтальные смещения крайнего узла среднего несущего троса

## В ы в о д ы

При расчете висячих покрытий с учетом деформаций обрамляющего контура можно использовать исходную схему с бесконечно жестким контуром, с введением соответствующих поправок и дополнений для учета деформаций. Используется итерационный метод, и расчет легко приспособляется к ЭВМ.

Деформации контура сильно влияют на работу висячего покрытия. По данным расчета необходимо учитывать совместную работу сетки и контура даже при незначительных смещениях контура. Учитывая в расчетах смещения контура, получаем запас контактных усилий и уменьшаем максимальные изгибающие моменты в контуре, особенно при пологой сетке. Даже при  $\delta = \frac{1}{1800} l$  и  $\frac{f}{l} = \frac{1}{14,4}$  максимальный момент в контуре уменьшается уже на 7,2%, а при  $\frac{f}{l} = \frac{1}{20,3}$  уменьшается момент на 12,3%. Эти обстоятельства дают прямой экономический эффект — уменьшаются: а) величина требуемого контактного напряжения и б) сечение контура, необходимое для восприятия распоров тросов. В то же время увеличивается прогиб сетки, значит уменьшить жесткость контура возможно до определенного предела. Усилия в несущих тросах увеличиваются незначительно, в стягивающих тросах увеличение усилий больше. Это позволяет эффективнее использовать рабочую способность стягивающих тросов. При значительных провисаниях ( $\frac{f}{l} \geq \frac{1}{15}$ ) влияние приведенного сечения тросов на совместную работу сетки и контура незначительно.

## Л и т е р а т у р а

1. В.Р. К у л ь б а х. "Упрощенный расчет предварительно напряженных висячих покрытий отрицательной кривизны". Труды ТПИ, серия А, № 200, 1961.

2. В.Р. К у л ь б а х, Ю.К. Э н г е л ь б р е х т. "Расчет висячих покрытий отрицательной кривизны с конечным числом тросов". Труды ТПИ, серия А, № 256, 1967.

3. В.Р. Кульбах, Ю.К. Энгельбрехт. "О некоторых результатах расчета висячих покрытий отрицательной кривизны с конечным числом тросов". Труды ТПИ, серия А, № 257, 1967.

4. М. Котли, П.Ханко. Руководство по алгоритмическому языку "MALGOL". АН ЭССР, Институт кибернетики. Программы для ЭЦВМ "Минск-2". Вып. 4. Таллин 1966.

V.Kulbach, J.Engelbrecht, U.Mänd

Interaction of Frame Displacements for  
Doubly-curved Hanging Roofs, Round in  
Shape

Summary

An iteration method for the design of hanging roofs is presented, taking into account the frame displacements. The set of cables is designed by nonlinear method, given in /3/, the frame is calculated by force method. The electronic computer "Minsk 22" is used. The interaction of frame displacements is essential and should be taken into consideration. In this case the magnitude of frame bending moment will decrease while the magnitude of rest contact load, i. e. rest prestress force, increases. These results give an immediate economical effect. It is quite natural that the displacements of set will increase. Inequality forces in both direction of cables will decrease.



УДК 624.074  
624.04

В.Р. Кульбах, К.П. Ыйгер

### О НАЧАЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ ПРЕДВАРИТЕЛЬНО НАПРЯЖЕННОЙ ВАНТОВОЙ СЕТИ

Одним из наиболее существенных вопросов проектирования седловидных висячих покрытий является выбор их начальной формы. В то же время в литературе этому вопросу уделено весьма мало внимания. Обычно в расчете за исходную форму покрытия принимают поверхности, легко описываемые аппаратом аналитической геометрии. Сюда относятся прежде всего поверхности переноса, в частности гиперболические параболоиды.

Соблюдение заданной формы покрытия, с одной стороны, требует особого взаимного крепления вант при изготовлении покрытия, а с другой стороны, вносит существенные ограничения при выборе формы его контура. Так, например, не учитывая случая нулевого контактного давления, предварительно напряженная сеть по поверхности гиперболического параболоида, строго говоря может быть образована только семействами вант, расположенных во взаимно перпендикулярных вертикальных плоскостях. Контур покрытия может быть образован в виде замкнутой кривой, имеющей в плане форму эллипса или из двух плоских арок, описываемых уравнениями парабол четвертой степени.

Известно, что кратчайший путь между двумя точками на криволинейной поверхности определяется соответствующей геодезической линией. Исходя из этого, иногда утверждают, что ванты предварительно напряженной сети принимают форму геодезических линий заданной поверхности. Но легко убедиться в том, что это несправедливо для каждой предварительно напряженной сети. Действительно, соотношения между усилиями в каком-то узле поверхности сети определяются соотношением кривизн вант в этом узле. При переходе же к следующему узлу соотношение кривизн образующейся поверхности предварительно напряженной сети уже не соответствует соотношению кривизн геодезических линий произвольно заданной поверхности.

Правда, в случае пологих покрытий, особенно в случае пологих гиперболических параболоидов, это несоответствие между кривизнами предварительно напряженной сети и сети геодезических линий поверхности при подходящем подборе соотношений между натяжениями будет весьма незначительным. Это подтверждается сравнением результатов расчета с результатами, полученными в работе Г. Эрас и Г. Элце [2].

Но указанный подход не позволяет решать задачу подбора формы покрытия в более общей постановке, кроме того во многих случаях отыскание уравнений геодезических линий поверхности оказывается очень громоздким.

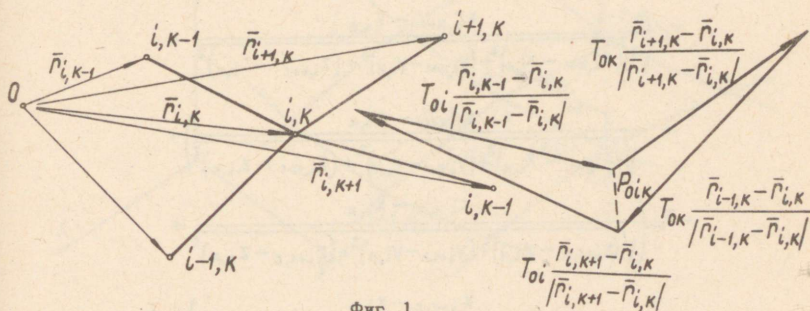
Форма покрытия отрицательной кривизны в общем случае определяется координатами контурных точек вант и соотношениями между значениями начальных усилий вант. Поэтому для определения фактических координат узлов сети при заданном очертании контура необходимо решать уравнения равновесия этих узлов.

Далее вводим общепринятые допущения о невесомости сети и об отсутствии трения между тросами при образовании поверхности. Изгибная жесткость вант принимается равной нулю. В таком случае натяжение по длине каждой ванты будет

постоянным, а плоскость, определяемая отрезками стягивающей ванты рассматриваемого узла разделяет угол между отрезками несущей ванты на равные части.

### 1. Общие уравнения

Рассмотрим уравнения равновесия ненагруженного узла  $i, k$  (фиг. 1), местоположение которого определяется радиусом-вектором  $\bar{r}_{i,k}$ .



Фиг. 1

Учитывая, что усилие по длине каждой ванты постоянно, уравнение равновесия может быть представлено в виде

$$T_{oi} \cdot \left( \frac{\bar{r}_{i,k+1} - \bar{r}_{i,k}}{|\bar{r}_{i,k+1} - \bar{r}_{i,k}|} + \frac{\bar{r}_{i,k-1} - \bar{r}_{i,k}}{|\bar{r}_{i,k-1} - \bar{r}_{i,k}|} \right) +$$

$$+ T_{ok} \cdot \left( \frac{\bar{r}_{i+1,k} - \bar{r}_{i,k}}{|\bar{r}_{i+1,k} - \bar{r}_{i,k}|} + \frac{\bar{r}_{i-1,k} - \bar{r}_{i,k}}{|\bar{r}_{i-1,k} - \bar{r}_{i,k}|} \right) = 0, \quad (I)$$

где усилия предварительного натяжения  $T_{oi}$  и  $T_{ok}$  или их соотношения

$$m_{i,k} = \frac{T_{ok}}{T_{oi}}$$

принимаются за известные. Для покрытия в целом соотношениями  $m_{i,k}$  возможно произвольно задаваться только во всех узлах двух пересекающихся вант, а указанные соотношения во всех остальных узлах сети определяются зависимостями вида

$$m_{i,k} = \frac{m_{i-1,k} \cdot m_{i,k-1}}{m_{i-1,k-1}} \quad (2)$$

Это обусловлено неизменностью усилия предварительного натяжения вдоль каждого ванта.

После перехода на прямоугольные координаты имеем для каждого узла три уравнения равновесия, первое из которых имеет вид:

$$\sum X = 0$$

$$\begin{aligned} T_{oi} & \left( \frac{x_{i,k+1} - x_{i,k}}{\sqrt{(x_{i,k+1} - x_{i,k})^2 + (y_{i,k+1} - y_{i,k})^2 + (z_{i,k+1} - z_{i,k})^2}} + \right. \\ & \left. + \frac{x_{i,k-1} - x_{i,k}}{\sqrt{(x_{i,k-1} - x_{i,k})^2 + (y_{i,k-1} - y_{i,k})^2 + (z_{i,k-1} - z_{i,k})^2}} \right) + \\ & + T_{ok} \left( \frac{x_{i+1,k} - x_{i,k}}{\sqrt{(x_{i+1,k} - x_{i,k})^2 + (y_{i+1,k} - y_{i,k})^2 + (z_{i+1,k} - z_{i,k})^2}} + \right. \\ & \left. + \frac{x_{i-1,k} - x_{i,k}}{\sqrt{(x_{i-1,k} - x_{i,k})^2 + (y_{i-1,k} - y_{i,k})^2 + (z_{i-1,k} - z_{i,k})^2}} \right) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Квадратные корни в уравнении (3) представляют длины отрезков вант между соответствующими узлами. Для краткости записи заменяем их согласно (фиг. 2) для натягивающих вант с обозначениями  $sa_{i,k}$ ,  $sa_{i-1,k}$  и для несущих  $sk_{i,k}$ ,  $sk_{i,k-1}$ , а усилия предварительного натяжения обозначим соответственно  $Ta_k$  и  $Tk_i$ .

Тогда получаем условия равновесия в виде:

$$\sum X = 0$$

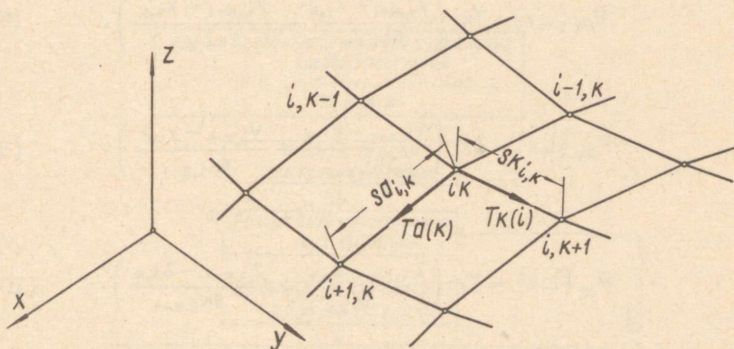
$$Tk_i \left( \frac{x_{i,k+1} - x_{i,k}}{sk_{i,k+1}} + \frac{x_{i,k-1} - x_{i,k}}{sk_{i,k-1}} \right) + Ta_k \left( \frac{x_{i+1,k} - x_{i,k}}{sa_{i+1,k}} + \frac{x_{i-1,k} - x_{i,k}}{sa_{i-1,k}} \right) = 0; \quad (4)$$

$$\sum Y = 0$$

$$Tk_i \left( \frac{y_{i,k+1} - y_{i,k}}{sk_{i,k+1}} + \frac{y_{i,k-1} - y_{i,k}}{sk_{i,k-1}} \right) + Ta_k \left( \frac{y_{i+1,k} - y_{i,k}}{sa_{i+1,k}} + \frac{y_{i-1,k} - y_{i,k}}{sa_{i-1,k}} \right) = 0; \quad (5)$$

$$\sum \bar{z} = 0$$

$$TK_i \left( \frac{z_{i,k+1} - z_{i,k}}{SK_{i,k+1}} + \frac{z_{i,k-1} - z_{i,k}}{SK_{i,k-1}} \right) + T\alpha_k \left( \frac{z_{i+1,k} - z_{i,k}}{S\alpha_{i+1,k}} + \frac{z_{i-1,k} - z_{i,k}}{S\alpha_{i-1,k}} \right) = 0. \quad (6)$$



Фиг. 2.

Каждый узел сети определяется тремя координатами. Если общее количество узлов в сети , то для определения геометрии сети в общем случае необходимо решать систему из нелинейных алгебраических уравнений. В случае симметричной сети количество неизвестных существенно сокращается.

Предлагаемый метод решения позволяет просто определить координаты предварительно напряженной сети при любом контуре и соотношениях между усилиями. В случае особых форм

контура возможно появление участков сетевой "поверхности" нулевой гауссовой кривизны и изменение знака контактных усилий.

Составляющие контактных усилий в узлах, характеризующих взаимное воздействие вант, определяются согласно уравнениям (4, 5, 6)

$$P_{0x}(i, k) = T k_i \left( \frac{X_{i, k+1} - X_{i, k}}{SK_{i, k+1}} + \frac{X_{i, k-1} - X_{i, k}}{SK_{i, k-1}} \right), \quad (8)$$

$$P_{0y}(i, k) = T k_i \left( \frac{Y_{i, k+1} - Y_{i, k}}{SK_{i, k+1}} + \frac{Y_{i, k-1} - Y_{i, k}}{SK_{i, k-1}} \right), \quad (9)$$

$$P_{0z}(i, k) = T k_i \left( \frac{Z_{i, k+1} - Z_{i, k}}{SK_{i, k}} + \frac{Z_{i, k-1} - Z_{i, k}}{SK_{i, k-1}} \right). \quad (10)$$

## 2. Решение задачи на ЭЦВМ

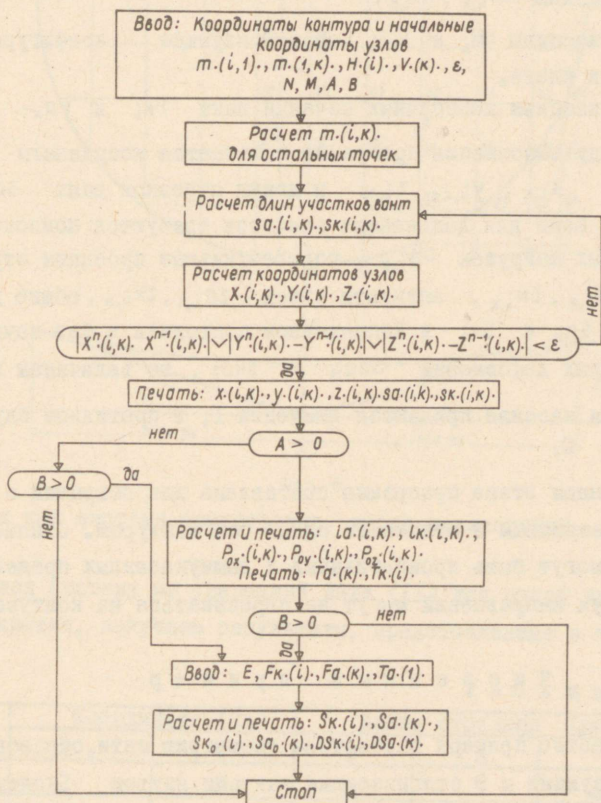
Для получения удобного алгоритма расчета формулы (4, 5, 6) преобразуются следующим образом:

$$\begin{aligned} X_{i, k} = & \left( m_{i, k} \cdot SK_{i, k-1} \cdot SK_{i, k} \cdot SD_{i-1, k} \cdot X_{i+1, k} + m_{i, k} \cdot SK_{i, k-1} \cdot SK_{i, k} \cdot SD_{i, k} \cdot X_{i-1, k} + \right. \\ & \left. + SK_{i, k-1} \cdot SD_{i-1, k} \cdot SD_{i, k} \cdot X_{i, k+1} + SK_{i, k} \cdot SD_{i-1, k} \cdot SD_{i, k} \cdot X_{i, k-1} \right) : \\ & \left( m_{i, k} \cdot SK_{i, k-1} \cdot SK_{i, k} \cdot SD_{i-1, k} + m_{i, k} \cdot SK_{i, k-1} \cdot SK_{i, k} \cdot SD_{i, k} + \right. \\ & \left. + SK_{i, k-1} \cdot SD_{i-1, k} \cdot SD_{i, k} + SK_{i, k} \cdot SD_{i-1, k} \cdot SD_{i, k} \right). \quad (II) \end{aligned}$$

Координаты  $Y_{i, k}$  и  $Z_{i, k}$  преобразуются аналогично.

По приведенному алгоритму составлена программа расчета на ЭЦВМ "Минск-22" на входном языке "MAlgOL". Расчет производится методом последовательных приближений.

Контроль точности приближений производится сравнением координат  $n$ -ого приближения со значениями  $(n-1)$ -го приближения. При достижении разницы между двумя последовательными приближениями меньше заданной малой величины  $\epsilon$  итерационный процесс прекращается.



Фиг. 3.

Блок-схема программы представлена на фиг. 3.

Начальные данные вводятся в 9 массивах при одном значении модуля упругости:

1) Общий массив, где приводятся данные о количестве вант  $N$ ;  $M$  точность инерции  $\varepsilon$ , значения  $A$  и  $B$  для подключения отдельных частей программы;

2-4) массивы начальных приближений  $x_{i,k}$ ,  $y_{i,k}$ ,  $z_{i,k}$ ;

5) массивы  $m_{i,1}$ ,  $m_{i,k}$ ;

6-7) массивы  $H_i$  и  $V_k$ , характеризующие конфигурацию контура в плане,

8-9) массивы поперечных сечений вант  $F_{ki}$  и  $F_{dk}$ .

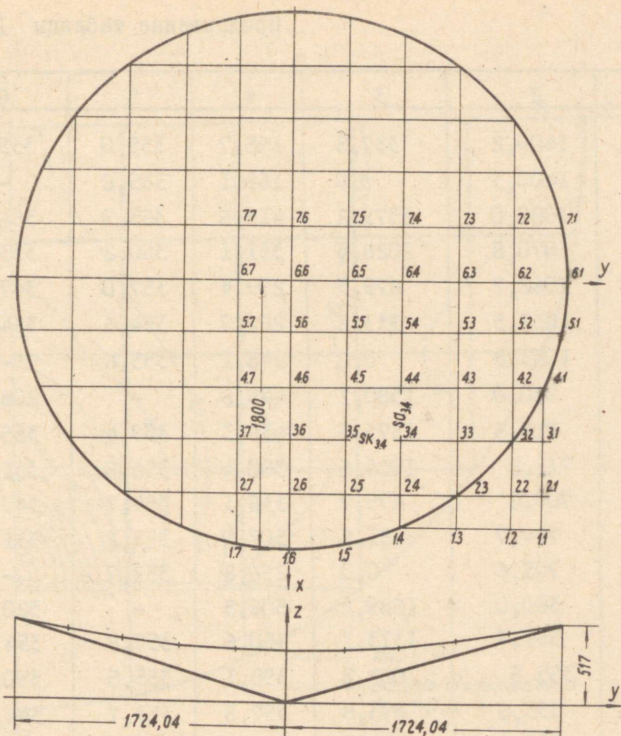
По ходу выполнения программы печатаются координаты узлов сети  $x_{i,k}$ ,  $y_{i,k}$ ,  $z_{i,k}$  и длины отрезков вант  $sa_{i,k}$ ,  $sk_{i,k}$ . Если для дальнейших расчетов требуются компоненты контактных нагрузок  $Ro_{i,k}$ , горизонтальные проекции отрезков  $la_{i,k}$ ,  $lk_{i,k}$ , аппликаты узлов  $za_{i,k}$ ,  $zk_{i,k}$ , общие длины вант  $Sa_k$  и  $Sk_i$  в напряженном состоянии и без начальных упругих деформаций  $Sa_0_k$  и  $Sk_0_i$ , то величинам  $A$  и  $B$  в общем массиве придаются значения  $I$ , в противном случае значение  $O$ .

На данном этапе программа составлена для покрытий с любым симметричным в отношении одной оси контуром. Отношения  $m_{i,k}$  могут быть произвольными в вышеуказанных пределах. Ванты двух направлений могут не пересекаться на контуре.

### Ч и с л е н н ы й   п р и м е р

В качестве примера рассмотрим геометрию сети, образованную 9 несущими и 9 стягивающими вантами внутри контура, образованного двумя наклонными полукруглыми арками, радиусом 1800 мм (фиг. 4). В основном варианте принято соотношение  $m_{i,k} = I$ .

Координаты фиктивных узлов за пределами контура можно принимать равными  $O$ .



Фиг. 4.

Так как система симметрична, число неизвестных равно 56.

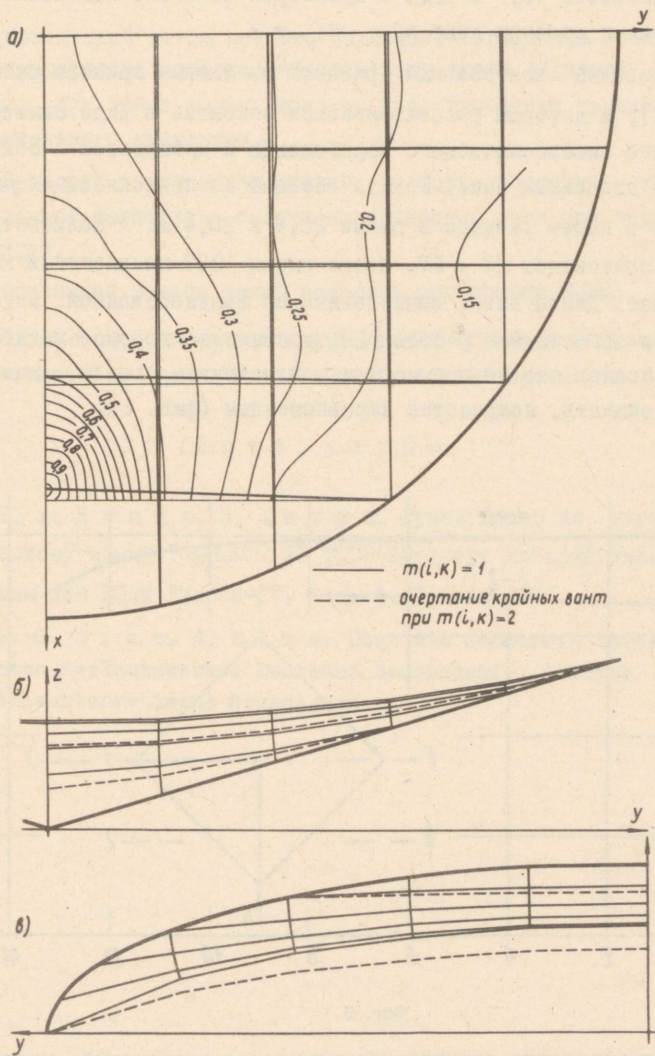
Решая систему из уравнений вида (II) для одной четверти покрытия, получаем результаты, представленные в таблице I.

Т а б л и ц а I

Номер узла	Координаты (мм)		Длины отрезков (мм)		
	x	y	г	а	к
I	2	3	4	5	6
I.4	1649,7	689,6	206,8	229,7	-
I.5	1763,6	344,8	103,4	366,3	-
I.6	1800,0	0,0	0,0	433,6	-
2.3	1440,0	1034,4	310,2	371,5	355,6
2.4	1423,6	684,9	247,0	364,7	351,1

I	2	3	4	5	6
2.5	I409,2	337,8	I95,7	359,0	339,0
2.6	I400,3	0,0	I68,1	355,6	-
3.2	I080,0	I379,2	4I3,6	363,9	356,3
3.3	I070,8	I028,5	35I,1	360,2	353,2
3.4	I062,7	679,3	299,4	357,0	347,5
3.5	I056,5	333,8	262,7	354,6	334,1
3.6	I053,8	0,0	248,1	353,6	-
4.1	720,0	I580,1	473,8	-	208,1
4.2	716,8	I375,5	436,3	359,4	355,4
4.3	711,8	I024,6	380,4	356,8	351,7
4.4	707,6	675,7	336,1	354,7	345,4
4.5	704,7	331,5	307,0	353,2	331,6
4.6	703,6	0,0	296,8	352,7	-
5.1	360,0	I689,2	506,5	-	320,9
5.2	357,7	I373,1	450,6	357,8	354,8
5.3	355,5	I022,2	398,1	355,5	350,9
5.4	353,6	673,8	357,8	353,7	344,3
5.5	352,4	330,3	332,3	352,4	330,4
5.6	351,9	0,0	323,8	352,0	-
6.1	0,0	I724,0	517,0	-	357,0
6.2	0,0	I372,3	455,5	-	354,6
6.3	0,0	I021,5	404,1	-	350,6
6.4	0,0	673,0	365,0	-	343,9
6.5	0,0	329,9	340,5	-	330,0
6.6	0,0	0,0	332,4	-	-

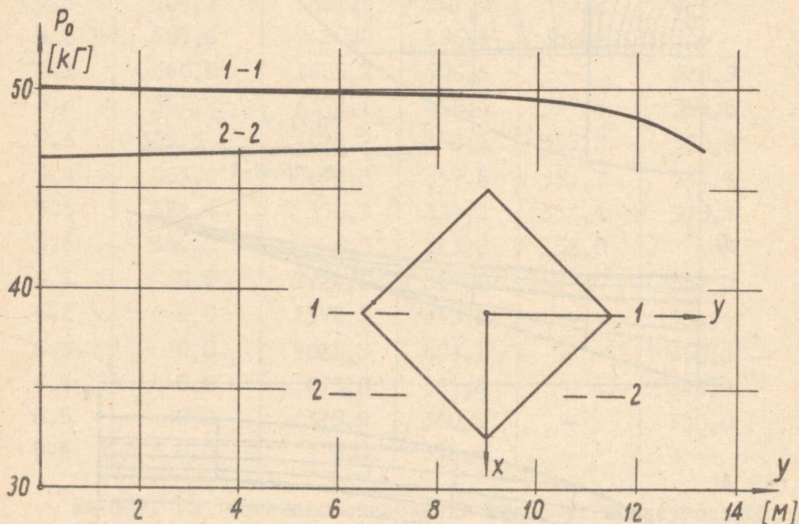
На фиг. 5а показано отклонение узлов от прямоугольной сети в плане, а также изображены линии равных контактных усилий  $P_{02}(l, k)$ . По графику видно, что распределение контактных усилий  $P_{02}(l, k)$  сильно отклоняется от равномерного. Это обусловлено тем, что вблизи концов средней стягивающей ванты при принятом контуре имеются большие переломы поверхности сети, а у концов средних несущих вант поверхность весьма пологая.



Фиг. 5.

На фиг. 5 б.в изображены соответственно проекции вант на плоскость  $zy$  и  $zx$ . Пунктиром показано положение крайних и средних вант при  $m_{i,k} = 2$ .

Проведен контрольный расчет по данным примера работы [2], в котором рассматривается покрытие в виде симметричного гиперболического параболоида и приводятся общие длины отдельных вант. Контур состоит из прямолинейных участков и имеет размеры в плане  $20,4 \times 20,4$  м. Количество вант составляет  $27 + 27$ . Всего имеем 287 неизвестных координат. Длины вант, вычисленные по вышеизложенной методике и по методике работы [2], достаточно хорошо сходятся, а распределение полной контактной нагрузки, как и можно было ожидать, получается неравномерным (фиг. 6).



Фиг. 6

При сравнении результатов расчета с геометрией модели, выполненной на кафедре строительных конструкций ТПИ, было получено хорошее совпадение.

## З а к л ю ч е н и е

Изложенный метод расчета позволяет определить геометрию предварительно напряженной сети вант любой заданной точности при любых формах контура и соотношениях усилий предварительного натяжения.

Варьируя соотношения усилий, возможно получить многочисленное количество разных поверхностей сети при заданном контуре.

Описанная задача легко решается при помощи ЭЦВМ.

Путем некоторого видоизменения расчетных формул возможно введение корректива учета собственного веса сети.

## Л и т е р а т у р а

1. М. К о п л и, П. Х а н к о. Руководство по алгоритмическому языку "ALGOL" АН ЭССР Институт кибернетики. Программы для ЭЦВМ "Минск-2", вып. 4, Таллин 1966.

2. G. E r a s, H. E l z e. Über die Geometrie Vorgespannten Seilnetzwerke. Deutsche Bauakademie. Sektion Ingenieurtheoretische Grundlagen.

Über die Ausgangsgeometrie vorgespannter

Seilnetzwerke

Zusammenfassung

Im vorliegenden Beitrag wird eine Methode zur Bestimmung der Geometrie der vorgespannten Seilnetzwerke dargelegt. Der Betrachtung werden die Seilnetzwerke unterzogen, die bei der Vorspannung sich selbst formen. Das Eigengewicht der Seile wird vernachlässigt. Die Randungsformen und das Verhältnis der Vorspannkkräfte der Seile können beliebige sein. Zur Lösung dieser Aufgabe werden die Gleichgewichtsbedingungen in den Knotenpunkten der Seile verwendet. Wir haben 3 Gleichungen in jedem Knotenpunkt. Um die mathematisch nicht-linearen Aufgaben zu lösen, wird eine Iterationsmethode angewandt. Die Rechnungsmethode ist zur Durchführung der Lösung der obigen Aufgabe mit Hilfe der elektronischen Rechenanlagen besonders geeignet.

Zu dem Zweck ist ein Rechenprogramm verfaßt worden, das in der vorliegenden Arbeit beschrieben wird. Das im Beitrag Ausgeführte wird durch ein Beispiel illustriert.

УДК 621.031  
624.04

Х.Х.Лаул, А.А.Сумбак,  
В.А.Отсмаа, В.А. Хютси

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ОБОЛОЧКИ НАД  
АДМИНИСТРАТИВНЫМ ЗДАНИЕМ В ТАЛЛИНЕ

В в е д е н и е

За последнее десятилетие большое распространение в СССР получили тонкостенные пространственные конструкции. Первые оболочки в виде гиперболического параболоида возведены и в Эстонской ССР.

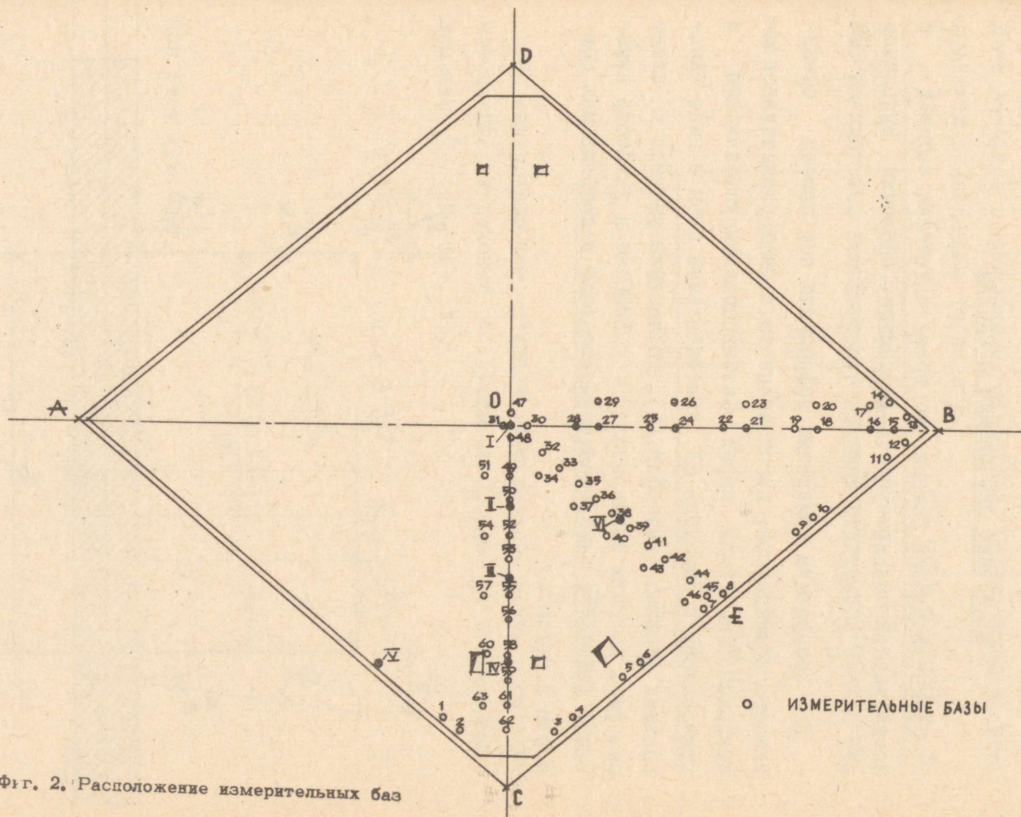
В 1965 году на кафедре строительных конструкций ТПИ были проведены исследования оболочек данного типа. К концу 1965 года на основе результатов экспериментальных исследований проектным институтом ГПИ "Эстонпроект" составлены рабочие чертежи оболочки.

В августе 1966 года начались опалубочные и арматурные работы. К концу сентября они были закончены. Бетонирование оболочки производилось непрерывно в течение 37 часов (см. фиг. I0 и II).

Данный гиперболический параболоид имеет ромбовидный план с диагоналями 34 м и 40 м, и с боковым размером 26,5 м. Стрела подъема углов - 5 м. Действительная толщина оболочки 12 см (проектом было предусмотрено 10 см). Марка бетона "300".

Оболочка армирована диагональной арматурой класса А-П, в направлении вогнутости  $\phi$  16 мм, шагом 20 см и в направ-





Фиг. 2. Расположение измерительных баз

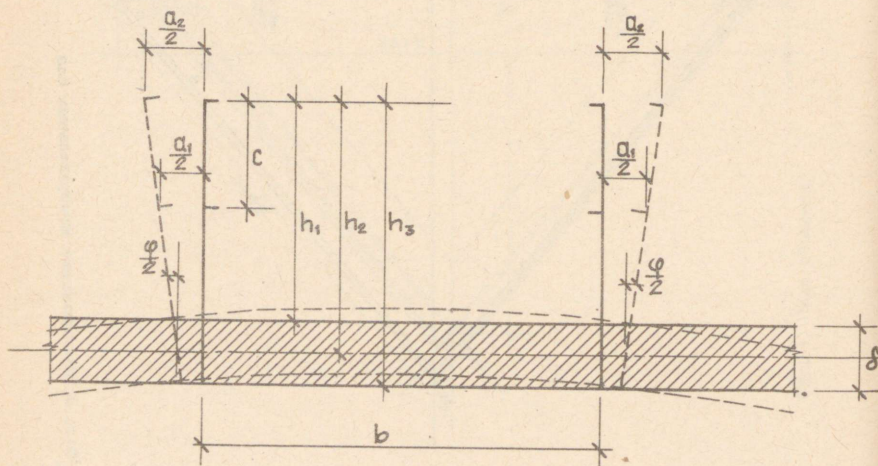
лении выпуклости  $\phi$  10 мм, шагом 20 см. В роли затяжки применялись 5 тросов  $\phi$  51 мм (5I-I20B ГОСТ 7675-55).

Общее конструктивное решение см. фиг. I.

### Измерение деформации оболочки

После твердения бетона, во время натяжения затяжки и после распалубки измерялись деформации оболочки. Выполнили эту работу сотрудники кафедры строительных конструкций ТПИ.

Для проведения измерений деформаций при помощи специального компаратора, изготовленного в экспериментальной мастерской ТПИ, были перед бетонированием установлены и прикреплены к опалубке 63 измерительной базы в виде консольных уголков (см. фиг. II). Размещение уголков в плане см. фиг. 2. База компаратора  $b = 1000$  мм и точность измерений  $1,0 \cdot 10^{-5}$ , что при бетоне означает в напряжениях примерно  $3 \text{ кг/см}^2$ .



Фиг. 3. Схема измерения деформаций

Чтобы установить деформации оболочки и определить нормальные усилия и моменты, пришлось произвести измерения на двух уровнях. Принципиальная схема см. фиг. 3.

Усилия в затяжке измерялись двумя способами - при помощи датчиков сопротивления и прогиба. Окончательные результаты приведены в таблице I.

Т а б л и ц а I

№ троса	После натяжения	После распалубки
1	57 т	57 т
2	43 т	43 т
3	64 т	64 т
4	47 т	50 т
5	42 т	42 т
	Всего: 253 т	Всего: 256 т

Расчет деформаций и напряжений оболочки

По измеренным компаратором деформациям, можно определить нормальные напряжения  $\sigma$ , углы поворотов  $\varphi$  и изгибающие моменты  $M$  (см. фиг. 3).

$$\sigma = E \frac{\Delta b}{b}, \quad \sigma_1 = E \frac{\Delta b_1}{b}, \quad \sigma_2 = E \frac{\Delta b_2}{b}, \quad (I)$$

$$\varphi = \frac{a_1 - a_2}{c},$$

$$M = \frac{EJ\varphi}{b} = \frac{EJ(a_1 - a_2)}{bc},$$

при этом (см. фиг. 3):

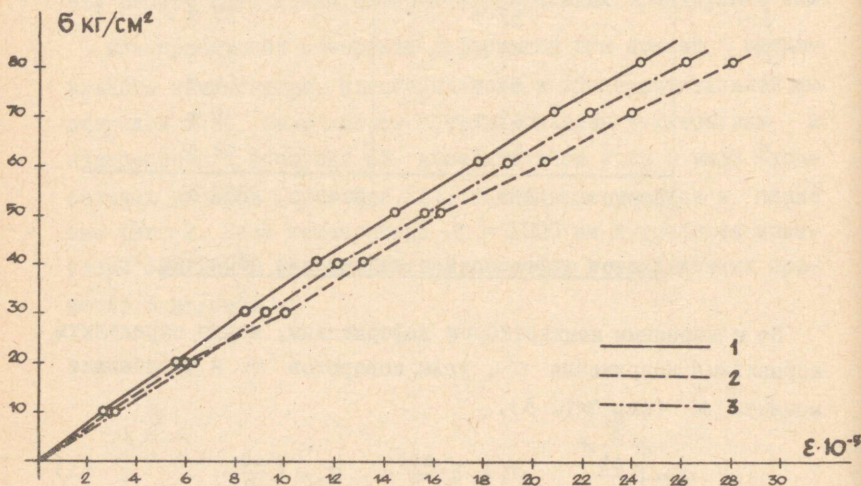
$$\begin{aligned} \Delta b &= a_1 - h_2 \frac{a_1 - a_2}{c}; \\ \Delta b_1 &= a_1 - h_1 \frac{a_1 - a_2}{c}; \\ \Delta b_2 &= a_1 - h_3 \frac{a_1 - a_2}{c}; \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\Delta b$  - деформация средней поверхности,  
 $\Delta b_1$  - деформация верхней поверхности,  
 $\Delta b_2$  - деформация нижней поверхности,

$\sigma_1, \sigma_2$  - измеренные компаратором деформации на разных уровнях,

$b$  - длина базы компаратора.

Модули упругости бетона  $E$  определили испытанием образцов  $10 \times 10 \times 30$  см, которые хранились в одинаковых условиях с оболочкой. Результаты изложены на фиг. 4. Полученная диаграмма применялась для определения напряжений и изгибающих моментов в оболочке.

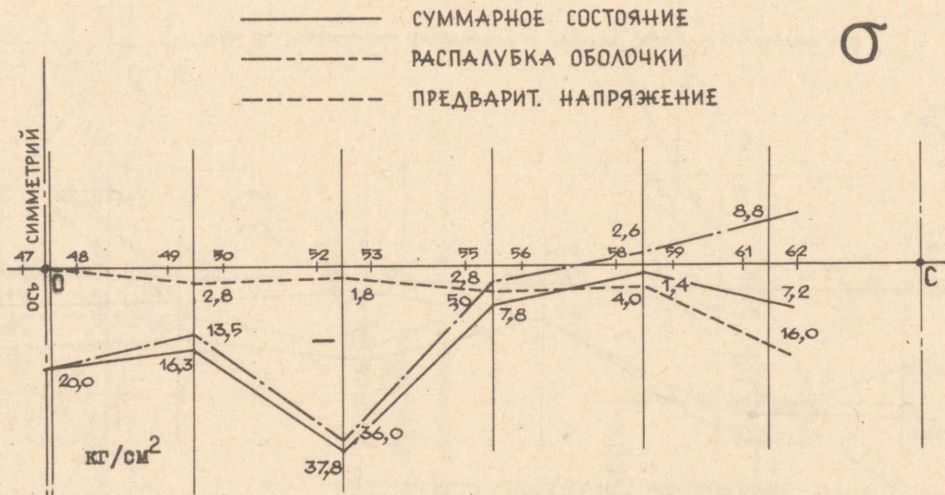


Фиг. 4. График  $\sigma - \epsilon$

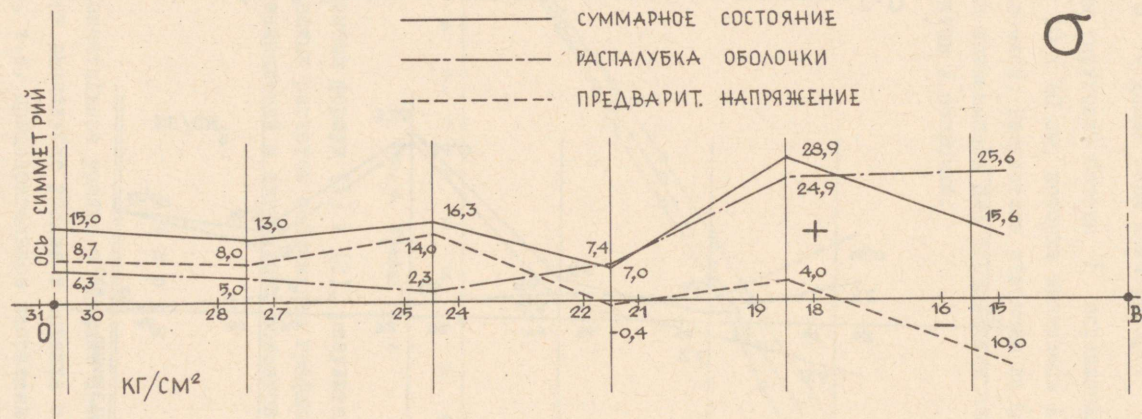
При помощи формул (1) и (2), результатов измерений и соответственных расчетов составлены графики распределения нормальных напряжений и изгибающих моментов (см. фиг. 5, 6, 7, 8 и 9).

### Выводы

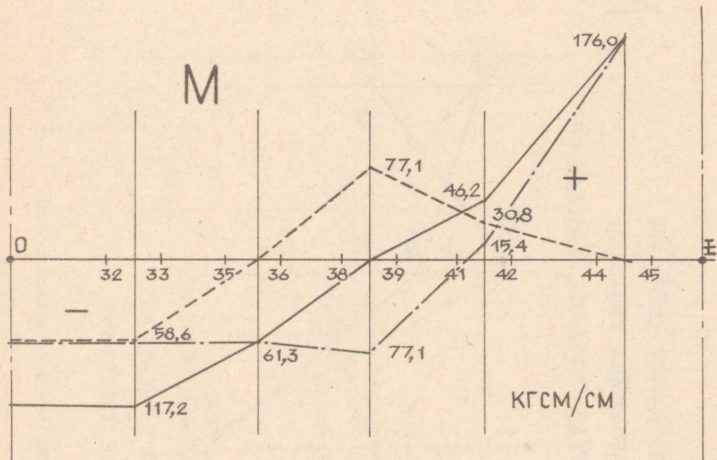
I. Окончательное усилие в затяжке после распалубки - 256 т. При распалубке усилие в затяжке существенно не увеличилось, т.е. предварительное напряжение затяжки является достаточным для обеспечения нормальной работы оболочки.



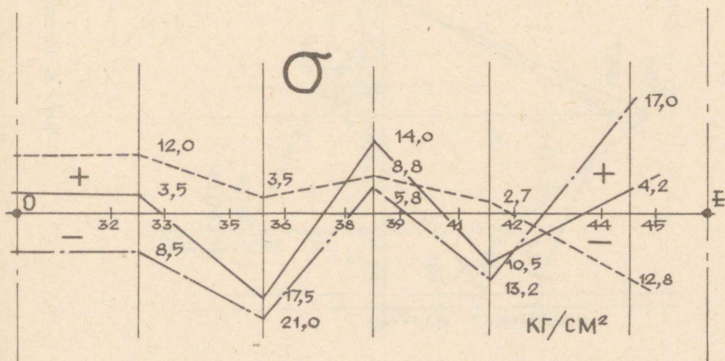
Фиг. 5. Нормальные напряжения в сечении О-С в направлении С-Д



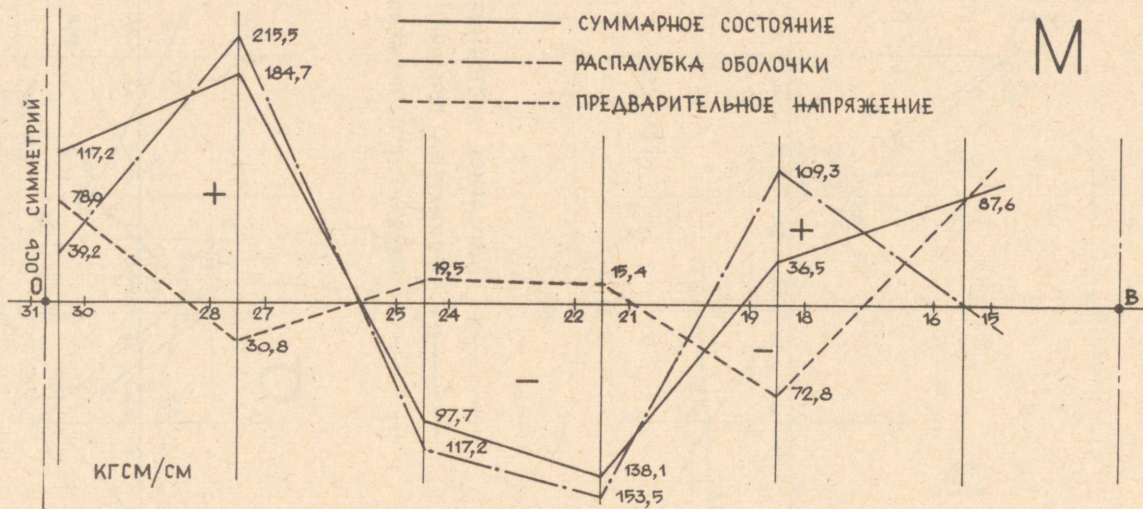
Фиг. 8. Нормальные напряжения в сечении О-В в направлении А-В



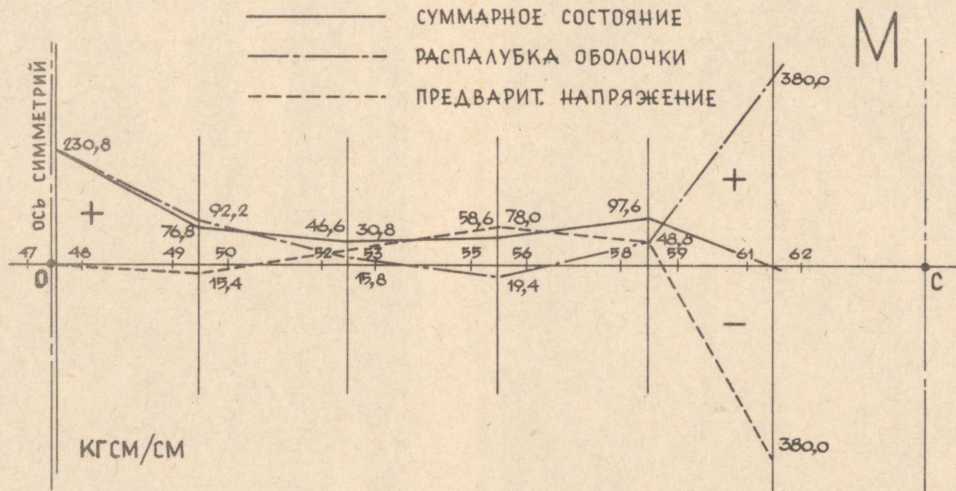
————— СУММАРНОЕ СОСТОЯНИЕ  
 - - - - - РАСПАЛУБКА ОБОЛОЧКИ  
 - · - · - ПРЕДВАРИТ. НАПРЯЖЕНИЕ



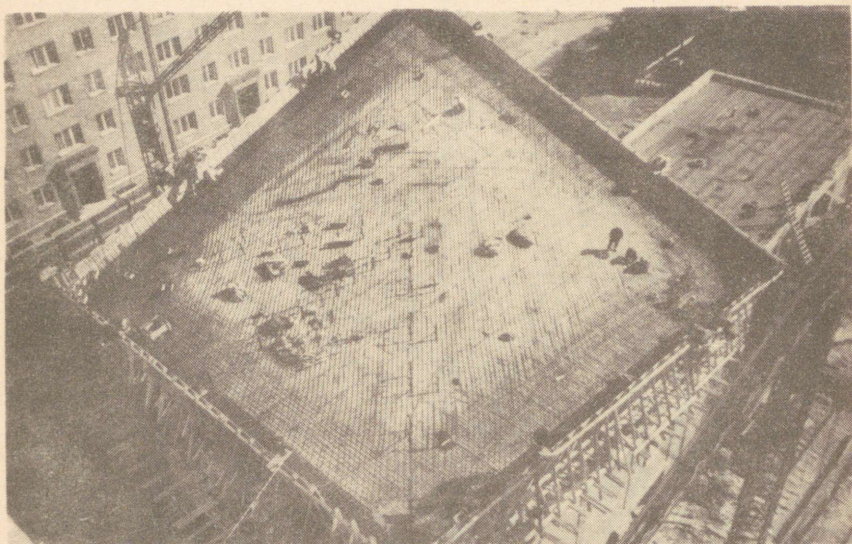
Фиг. 7. Нормальные напряжения и изгибающие моменты в сечении О-Е в направлении О-Е



Фиг. 8. Изгибающие моменты в сечении О-В в направлении А-В



Фиг. 8. Изгибающие моменты в сечении О-С в направлении С-Д



Фиг. 10. Общий вид на опалубку с арматурой



Фиг. 11. Окончание бетонирования и измерительные базы

2. Предварительное натяжение затыжки надо считать необходимым, так как с этим уменьшается горизонтальное смещение нижних углов оболочки до минимума.

3. Максимальные сжимающие напряжения в направлении выпуклости не превысили  $40 \text{ кг/см}^2$  при нагрузке  $300 \text{ кг/м}^2$ .

Расчетная нагрузка на оболочку при проектировании  $610 \text{ кг/м}^2$ . Можно считать, что сжимающие напряжения в оболочке не превышают  $100 \text{ кг/м}^2$ . Таким образом, арматура в направлении выпуклости является конструктивной.

4. Максимальные растягивающие напряжения достигли  $30 \text{ кг/см}^2$ . При максимальной расчетной нагрузке они могут иметь величины  $55-60 \text{ кг/см}^2$  и должны быть восприняты арматурой.

H.Laul, A.Sumbak, V.Otsmaa,  
V.Hütsi.

The Experimental Research of the Shell  
Roof of an Administrative Building in

Tallinn

Summary

The measurement of strains and stresses of a reinforced concrete hyperbolic paraboloidal shell roof is described. The observed distribution of normal stresses and bending moments caused by the prestressing of the stringer and by the uniformly distributed load are presented.



Ю.А.Тярно, О.В.Круус, К.В.Палу

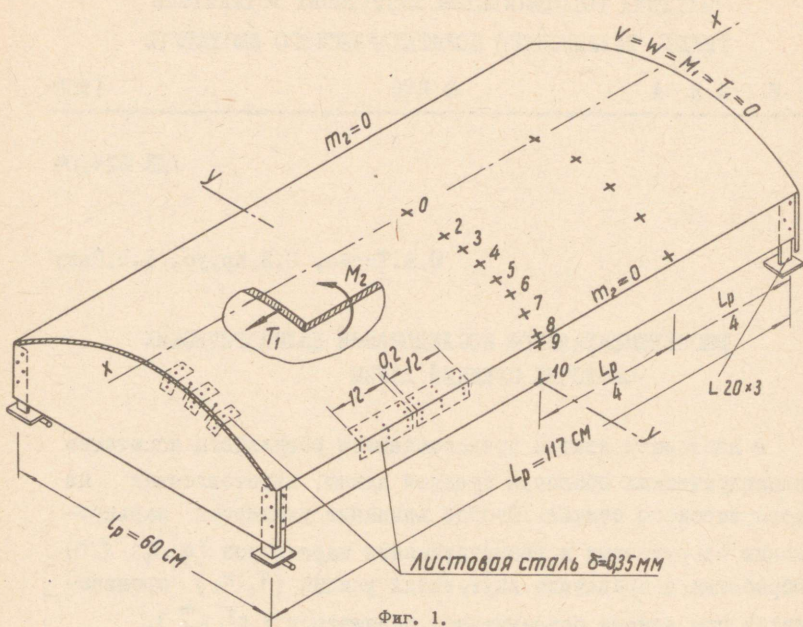
ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ  
 ОБОЛОЧЕК СРЕДНЕЙ ДЛИНЫ

В настоящей статье представляются результаты испытания цилиндрических оболочек средней длины, изготовленных из органического стекла. Особое внимание уделяется варьированию нагрузочных и геометрических параметров ( $q_0/\bar{q}$ ;  $f/h$ ). Обработка и сравнение внутренних усилий ( $T, m_2$ ) производятся при помощи безразмерных параметров ( $k^T, k_n^m$ ).

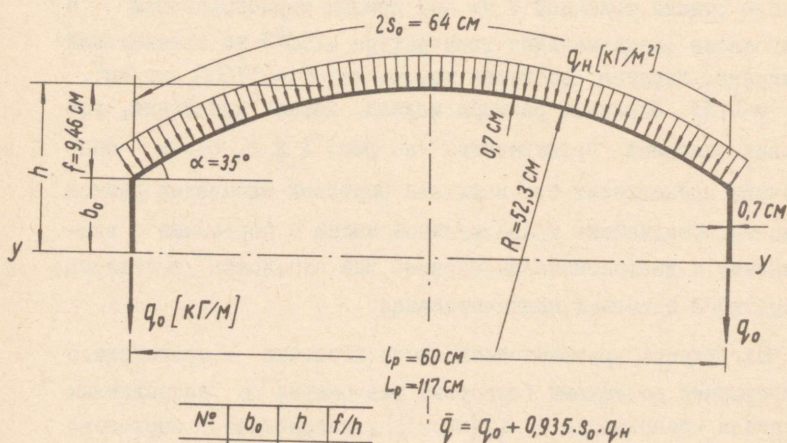
Модели оболочек (2 шт.) были изготовлены из органического стекла толщиной 7 мм при помощи термообработки в автоклаве (максимальная температура  $+150^0$ ) на специальной матрице. Упругие свойства материала  $E = 31000 \text{ кг/см}^2$ ,  $\mu = 0,33$ . Основные размеры модели, детали крепления, условия опираний представлены на фиг. 1 и 2. Общим оболочкам принадлежит три комплекта бортовых элементов разной высоты. Соединение криволинейной части с бортовыми элементами и диафрагмами шарнирное. Вне плоскости жесткость бортового элемента незначительная.

Нагружение криволинейной части оболочки происходило воздушными подушками (нагрузка равномерна в направлении нормали поверхности -  $q_n [\text{кг/м}^2]$ ), нагружение бортового элемента (равномерна по длине оболочки -  $q_0 [\text{кг/м}]$ ) - при помощи отдельных грузов. Полная вертикальная (приведенная) нагрузка (см. фиг. 2) на единицу длины оболочки

$$\bar{q} = q_0 + 0,935 \cdot 0,32 q_n [\text{кг/м}].$$



Фиг. 1.



№	$b_0$	$h$	$f/h$
1	7,75	17,21	0,55
2	5,30	14,76	0,64
3	3,50	12,96	0,73

Фиг. 2.

Комбинации нагрузки варьировали в пределах  $\frac{q_0}{\bar{q}} = 0 \div 1$   
(основные измерения в пределах  $\frac{q_0}{\bar{q}} = 0,1 \div 0,6$ ).

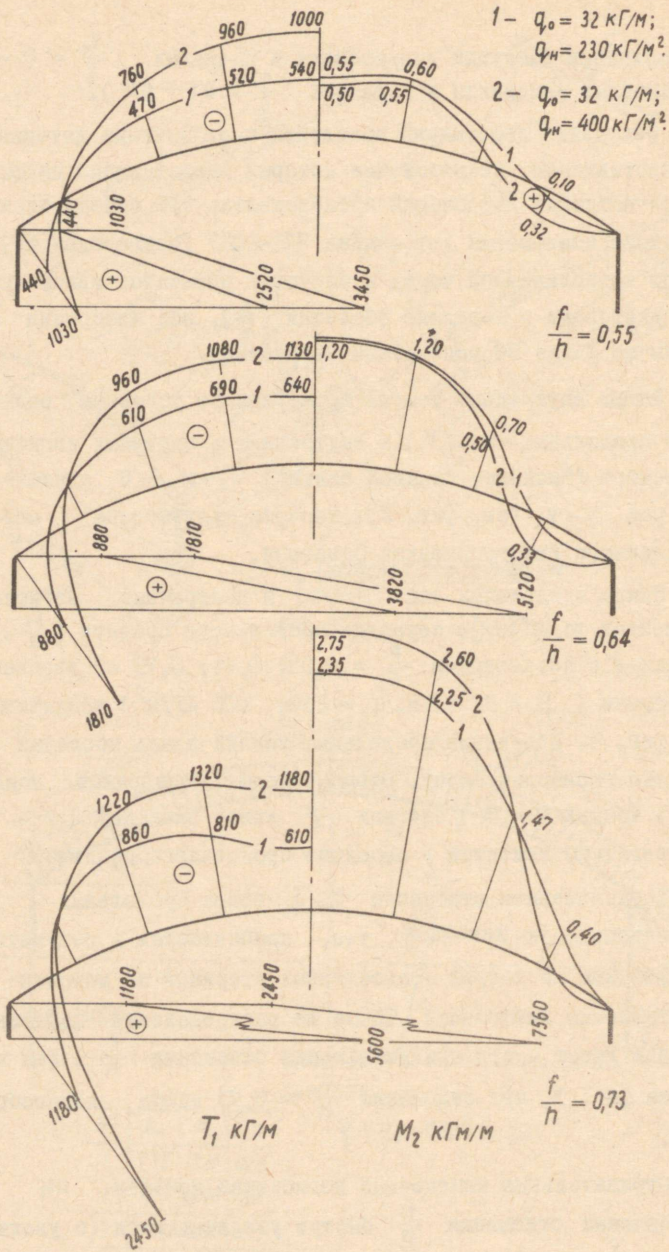
Измерения деформаций произвели проволочными датчиками сопротивления, расположение которых представлено на фиг. I, а регистрация деформаций производилась при помощи электрического измерителя деформации RZ-2007 (Венгерская НР). Прогресс криволинейной части и бортовых элементов измерялись индикаторами в середине оболочки ( $\frac{L}{2}$ ). Все измерения сделаны не ранее 50 мин. после загрузки.

Эпюры внутренних усилий проверены по условиям равновесий продольных сил ( $T_1$ ) и внутренних и наружных изгибающих моментов ("моменты большой балки")  $M_B + M_H = 0$  относительно оси  $y-y$  (см. фиг. 2). Расчеты произведены методом численного интегрирования Симпсона.

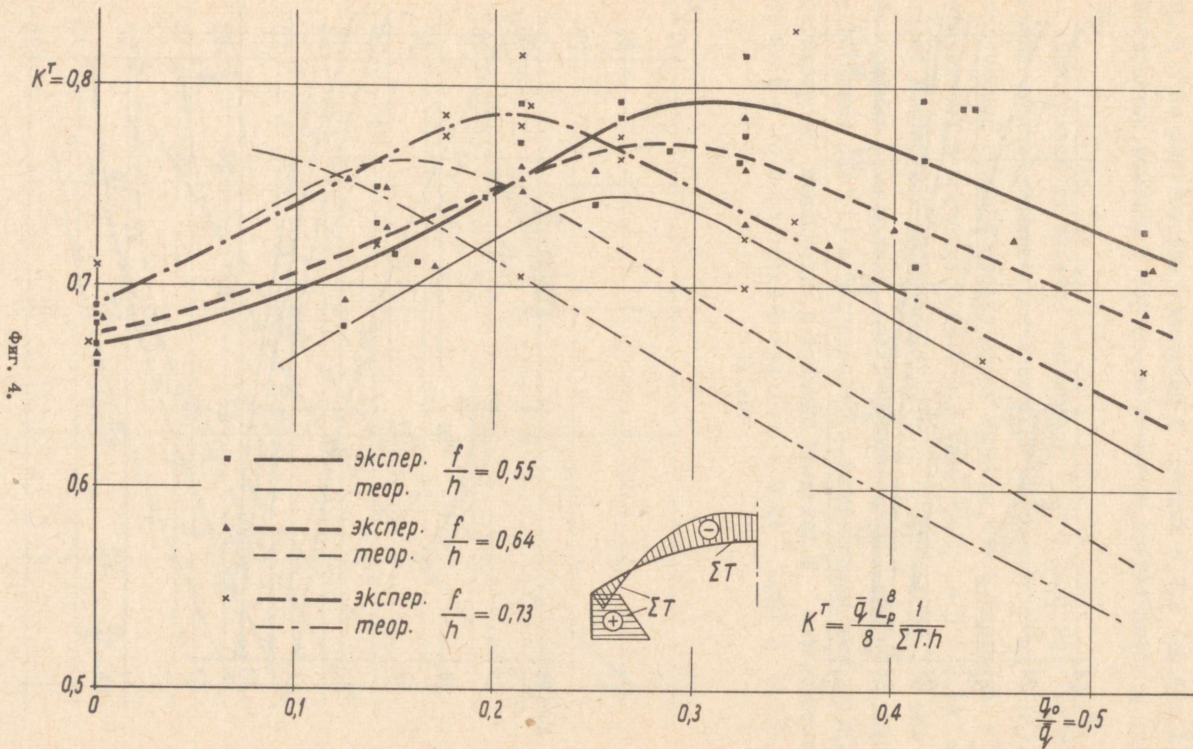
Эпюры продольных сил  $T_1$  [к2/м] и поперечных изгибающих моментов  $m_2$  [кГм/м] в середине продольного пролета ( $\frac{L_p}{2}$ ) для моделей с параметрами  $\frac{f}{h} = 0,55; 0,64; 0,73$  с вариантами нагрузки ( $q_0 = 32$  кГ/м,  $q_n = 230; 400$  кГ/м<sup>2</sup>) представлены на фиг. 3. Изменение продольных усилий вдоль оболочки — близко параболическому. Отрицательные поперечные моменты  $M_2$  в точках 0-3 в сечении  $\frac{L_p}{4}$  имеют величину 0,7 - 0,8 от величины моментов в середине продольного пролета.

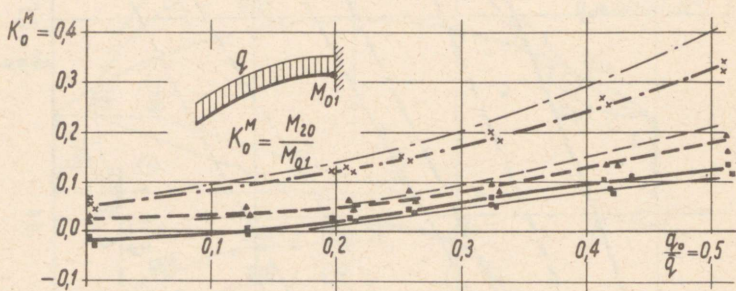
С уменьшением отношения  $q_0/\bar{q}$  эпюра продольных сил приближается к линейной, т.е. приближается к результатам, полученным по теории тонкостенных стержней по методам сопротивления материалов. Такое же распределение продольных усилий имеет место при уменьшении отношения  $\frac{f}{h}$ . Как видно на фиг. 3, при отношении  $\frac{f}{h} = 0,73$  эпюра седлообразная.

Отрицательные поперечные изгибающие моменты  $M_2$  при увеличении отношения  $\frac{f}{h}$  быстро увеличиваются (с увеличением  $\frac{f}{h}$  от 0,55 до 0,73 — около 5 раз). Как выяснилось,

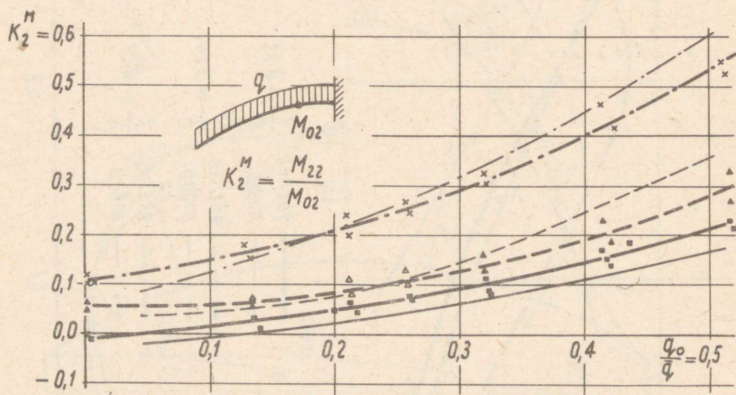


Фиг. 3.





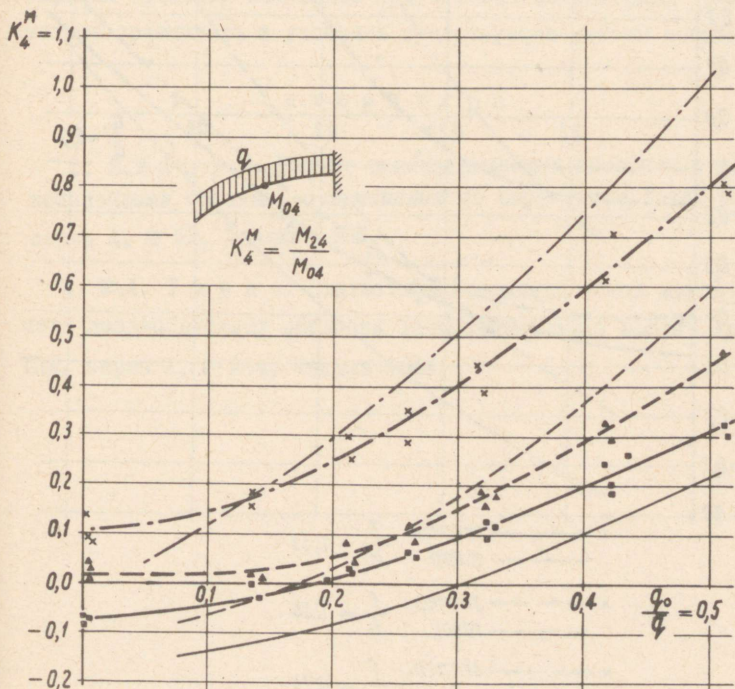
Фиг. 5.



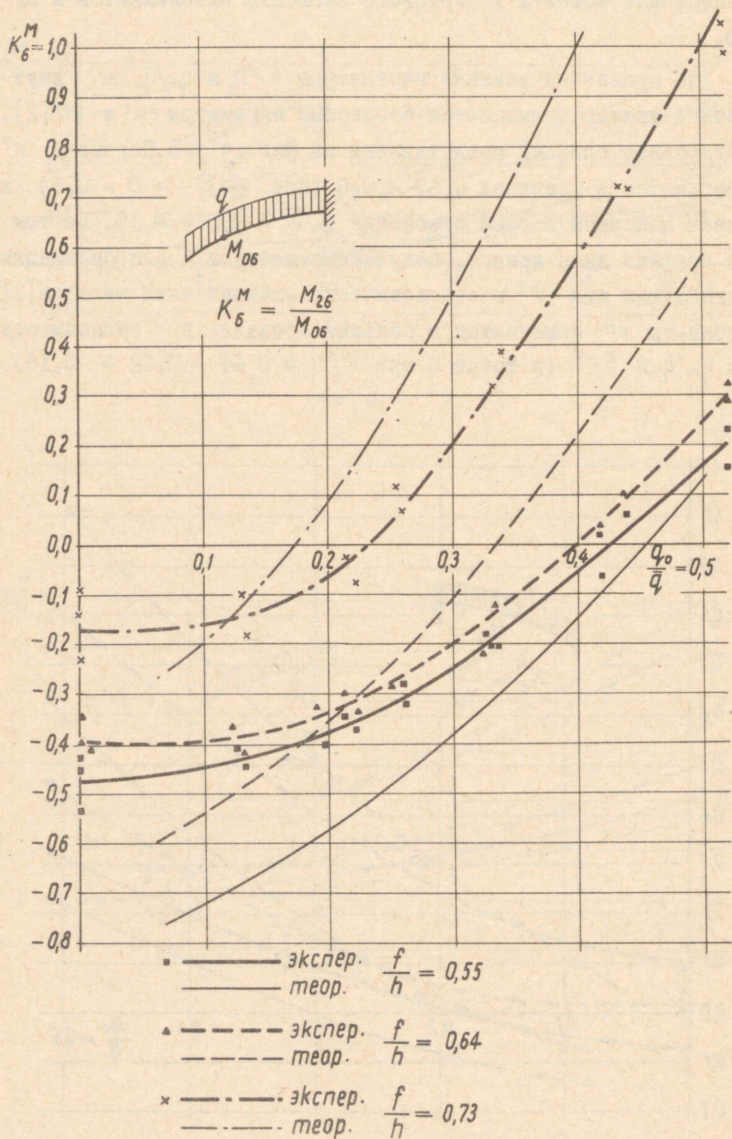
Фиг. 6.

изменение моментов  $M_2$  зависит и от изменения параметра  $q_0/\bar{q}$ . По результатам измерения в точках 6,7,8 (см. фиг. I) поперечные моменты у бортового элемента приближаются к нулю.

Для сравнения влияний параметров  $F/h$  и  $q_0/\bar{q}$  на внутренние усилия применяются безмерные параметры  $\kappa^T$  и  $\kappa^M$  [2]. Полученные графики представлены на фиг. 4 - 8. Параметр  $\kappa^T$  изменяется в пределах 0,67 - 0,8 (при  $q_0/\bar{q} = 0 - 0,5$ ) и имеет максимум в зоне отношений  $q_0/\bar{q} \approx 0,2 - 0,35$ . На том же графике даны кривые, полученные методом аппроксимации сдвигающих сил [1] и статистическо-эмпирическим методом [2]. Параметр  $\kappa^M$  изменяется в больших пределах в зависимости от  $q_0/\bar{q}$  и  $F/h$  (в точке 0 при  $F/h = 0,64 - 0,02 \div 0,18$ ).



Фиг. 7.



Фиг. 8

относительные прогибы при нагрузках  $q_0 = 32 \text{ кГ/м}$ ,  $q = 230 \text{ кГ/м}^2$  при  $\frac{f}{h} = 0,55 - \frac{1}{1060}$ , при  $\frac{F}{h} = 0,64 - \frac{1}{350}$ , при  $\frac{f}{h} = 0,73 - \frac{1}{230}$ . Бортовые элементы остаются почти вертикальными. Разница между прогибами конька оболочки и бортового элемента главным образом зависит от высоты бортового элемента.

### В ы в о д ы

1. Полученные результаты показывают, что основные безмерные параметры  $k^r$  и  $k^m$  зависят от грузовых и геометрических параметров оболочки.

2. Изменение геометрических и грузовых параметров в широких пределах позволяет при помощи безразмерных параметров сравнивать и уточнять существующие методы расчета.

### Л и т е р а т у р а

1. Х.Х.Лаула. Расчет цилиндрических оболочек с криволинейными частями, очерченными по окружности. Труды ТПИ, серия А, № 50, Таллин 1953.

2. Ю.А.Тярно. Статистическо-эмпирический метод расчета железобетонных оболочек (отдельностоящая волна). Труды ТПИ, серия А, № 244, Таллин 1966.

Investigations on Models of Cylindrical Shells

Summary

The paper deals with the results of the investigations on the models of cylindrical shells from organic glass. The geometrical shape and boundary conditions of the shells are shown in Figs. 1, 2. The models were loaded by pneumatic pressure (Fig. 2). Fig. 3 shows diagrams of longitudinal forces  $T_1$  and bending moment  $M_2$  in the middle cross section. The graphs of parameters  $K^T$  and  $K_n^m$  from experiment and from the calculation by approximation method of shearing stresses are presented in Figs. 4 - 8.

УДК 624.041

Ю.К. Вилипыльд

ПОЛУЧЕНИЕ УРАВНЕНИЙ МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ  
ВАРИАНТОМ ДИСКРЕТНО-ВАРИАЦИОННОГО МЕТОДА

Матричные формы метода сил и перемещений в варианте конечного элемента получили широкое распространение для расчета стержневых и континуальных систем.

Замена континуальной системы дискретной моделью, позволяет решать широкий круг задач, для которых получить точное решение затруднительно или невозможно. При дискретизации применяются различные способы: стержневая аналогия, пластинки, соединенные в узлах, разбиение конструкции на элементы, испытывающие только определенные виды деформации и т.д.

Однако, часто дискретизация выполняется достаточно формально, исходя из интуитивных соображений и опыта. Это затрудняет исследование вопросов сходимости и оценки точности получаемых результатов.

Метод перемещений можно рассматривать и как решение вариационной задачи прямыми методами в дискретной постановке. Это позволяет подойти к решению многих задач более строго и исследовать вопросы, связанные со сходимостью, обусловленностью систем уравнений и т.д. [3].

Ниже рассматривается получение основных зависимостей метода перемещений для стержневых и пластинчатых систем на

основе предложенного Р. Цурмюле: [7] дискретного варианта метода Ритца. Такой подход может рассматриваться и как обобщение прямого вариационного метода Эйлера.

В методе Эйлера промежуток определения аргумента разбивается на отдельные участки. Искомая кривая на каждом участке аппроксимируется линейной функцией через неизвестные значения ординат кривой на концах участка. Выписывая значение функционала для отдельного участка и далее суммируя по всем участкам, получаем функционал для всего промежутка, выраженный через неизвестные значения функции в точках подразделения. Параметры определяются из условия минимума функционала.

Если приближать искомую функцию с помощью полиномов Эрмита, то в качестве неопределенных параметров в выражение функционала войдут значения самой функции и ее производных в узлах. Это позволяет выбрать параметры таким образом, чтобы они совпадали с принимаемыми обобщенными перемещениями в методе конечных элементов [1, 7].

Таким образом, задачу расчета какой-либо упругой системы в данной постановке можно кратко сформулировать следующим образом: конструкция разбивается на элементы, функционал (полная энергия) для отдельного элемента выражается через обобщенные перемещения его узлов, суммируется значение энергии по всем элементам, далее берутся частные производные по параметрам, в результате чего получается система уравнений.

Для последовательного перехода от элемента к конструкции, в общем случае, будем различать три системы прямоугольных координат: собственные оси элемента  $(x, y, z)$ , общие оси элемента  $(X, Y, Z)$  и общие оси координат системы  $(X_1, Y_1, Z_1)$ . Соответственно будем различать и три вида неопределенных параметров (обобщенных перемещений): собственные параметры элемента  $w_j$  ( $j=1, 2 \dots r$ ), общие параметры элемента  $W_j$  ( $j=1, 2 \dots r$ ), общие парамет-

ры системы  $Z_i$  ( $i = 1, 2 \dots N$ ). Здесь:  $r$  — количество обобщенных перемещений, принятых для элемента, и  $N$  — общее количество неопределенных параметров (неизвестных), принятых для всей системы.

Для стержневой системы собственные оси координат элемента совпадают с его продольной и главными осями инерции. Для пластинчатой системы две собственные оси должны находиться в плоскости элемента, а третья должна быть им перпендикулярна. Общие оси координат элемента параллельны общим осям системы, а их начало совпадает с началом собственных осей координат элемента. Начало собственных и общих осей координат элемента принимается в одном из его узлов (фиг. 1, 2).

Параметры непосредственно связаны с осями координат. Значение энергии элемента выражаем сначала через собственные параметры элемента и далее, учитывая связь между осями координат, переходим к общим параметрам системы.

Собственные и общие параметры элемента повернуты друг относительно друга. Переход от одних параметров к другим можно произвести с помощью направляющих косинусов элемента [6].

Общие параметры элемента и системы отличаются друг от друга индексами. Связь между ними можно установить с помощью специальной таблицы (матрицы) индексов  $T$  [7,4]. Число строк в матрице  $T$  равно количеству элементов в конструкции, а число столбцов — количеству принятых обобщенных перемещений для элемента. Каждая строка матрицы индексов показывает для одного элемента, какие параметры из общей системы соответствуют параметрам данного элемента.

С помощью матрицы  $T$  зависимость между параметрами для какого-то элемента с номером  $m$ , можно выразить следующим образом:

$$W_j = Z_i \quad \text{при} \quad i = T_{mj},$$

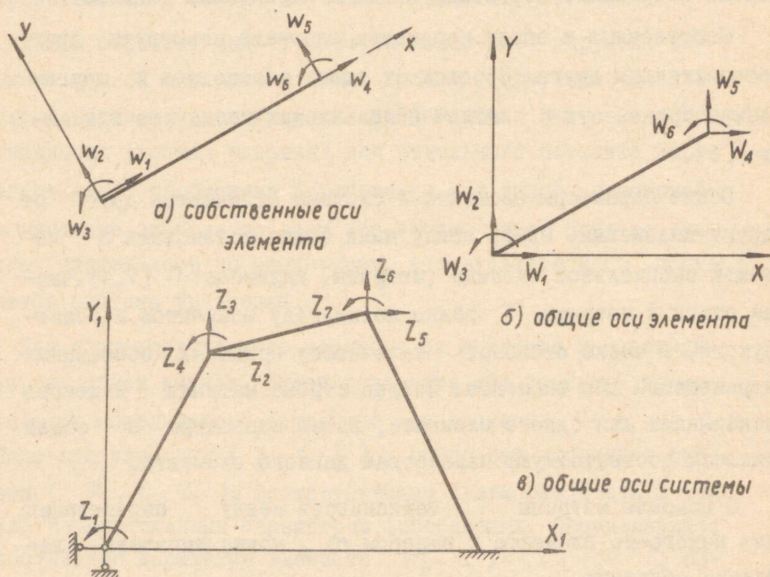
$$W_j = 0 \quad \text{если} \quad T_{mj} = 0. \quad (I)$$

Матрица индексов для плоской рамы, приведенной на фиг. I, показана в табл. I

Т а б л и ц а I

эл. \ W <sub>j</sub>	I	2	3	4	5	6
I	0	0	1	2	3	4
2	2	3	4	5	6	7
3	5	6	7	0	0	0

Для сокращения записей, принцип получения основных матриц и переход от элемента к системе рассмотрим на тривиальном примере изгиба плоской стержневой системы (фиг. I).



Фиг. 1

Полная потенциальная энергия отдельного элемента с учетом изгиба и продольной деформации в собственных осях имеет вид:

$$\Pi_3 = \frac{EJ}{2} \int_0^L w''^2 dx + \frac{EF}{2} \int_0^L v'^2 dx - \int_0^L q w(x) dx - \int_0^L p v(x) dx \quad (2)$$

Аппроксимируем функции  $w(x)$  и  $v(x)$  через собственные параметры элемента с помощью интерполяционных полиномов Эрмита:

$$w(x) = \sum_j^{2,3,5,6} H_j(x) w_j \quad (3)$$

$$v(x) = \sum_j^{1,4} H_j(x) w_j \quad (4)$$

В выражении (3)  $H_j(x)$  определяются таким образом, чтобы полином вида  $H(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2 + a_4 x^3$  удовлетворял бы единичным краевым условиям:

$$\begin{array}{cccc} H_{2(0)} = 1 & H'_{2(0)} = 0 & H_{2(L)} = 0 & H'_{2(L)} = 0 \\ H_{3(0)} = 0 & H'_{3(0)} = 1 & H_{3(L)} = 0 & H'_{3(L)} = 0 \\ H_{5(0)} = 0 & H'_{5(0)} = 0 & H_{5(L)} = 1 & H'_{5(L)} = 0 \\ H_{6(0)} = 0 & H'_{6(0)} = 0 & H_{6(L)} = 0 & H'_{6(L)} = 1 \end{array} \quad (5)$$

В выражении (4) полином вида  $H(x) = b_1 + b_2 x$  должен удовлетворять условиям:

$$\begin{array}{cc} H_{1(0)} = 1 & H_{1(L)} = 0, \\ H_{4(0)} = 0 & H_{4(L)} = 1. \end{array} \quad (6)$$

Подставляя (3) и (4) во (2), получаем функционал выраженный через собственные параметры элемента:

$$\Pi_3 = \frac{1}{2} \left[ EJ \sum_j^{2,3,5,6} \sum_e^{2,3,5,6} \int_0^L H_j''(x) H_e''(x) dx + EF \sum_j^{1,4} \sum_e^{1,4} \int_0^L H_j'(x) H_e'(x) dx \right] w_j w_e - \sum_0^{2,3,5,6} \int_0^L q H_j(x) dx w_j - \sum_j^{1,4} \int_0^L p H_j(x) dx w_j. \quad (7)$$

Из выражения в квадратных скобках получается общеизвестная матрица жесткости  $k(6 \times 6)$  для плоского стержня с учетом продольных деформаций, а последние два члена дают вектор реакции от внешней нагрузки  $\bar{p}$ . Учитывая это, можно выражение (7) переписать в матричном виде:

$$\Pi_3 = \frac{1}{2} \bar{W}^T k \bar{W} - \bar{p}^T \bar{W}. \quad (8)$$

Далее выразим функционал через общие параметры элемента  $W$ . Для этого в (8) вместо матрицы  $k$ , следует подставить матрицу:

$$k = S^T K S,$$

и вместо вектора  $\bar{p}$ :

$$\bar{p} = S^T \bar{p}.$$

Здесь  $S$  является матрицей направляющих косинусов элемента [6].

Таким образом:

$$\Pi_3 = \frac{1}{2} \bar{W}^T K \bar{W} - \bar{p}^T \bar{W}. \quad (9)$$

С помощью матрицы индексов и зависимостей (1) можно теперь функционал элемента выразить через общие параметры системы, что практически сводится к пересчету индексов в матрице  $K$  и векторах  $\bar{W}$  и  $\bar{p}$ .

$$\Pi_3 = \frac{1}{2} \bar{z}_i^T K_{i,k} \bar{z}_i - \bar{p}_i^T \bar{z}_i. \quad (10)$$

Здесь векторы  $\bar{z}_i$  и  $\bar{p}_i$  имеют размеры  $1 \times 6$  и матрица  $K_{i,k} - 6 \times 6$ , а индексы  $i, k$  могут меняться от 0 до  $N$ .

Суммируя выражения вида (10) по всем элементам, получаем значение энергии для всей конструкции, выраженное через общие параметры системы:

$$\Pi_c = \frac{1}{2} \bar{z}_i^T A_{i,k} \bar{z}_i - \bar{a}_i^T \bar{z}_i, \quad (11)$$

где

$$A_{i,k} = \sum K_{i,k} \quad \text{и} \quad a_i = \sum p_i.$$

Из условия минимума функционала (1)  $\frac{\partial \Pi_c}{\partial \bar{z}_i} = 0$ , получаем непосредственно систему линейных алгебраических уравнений:

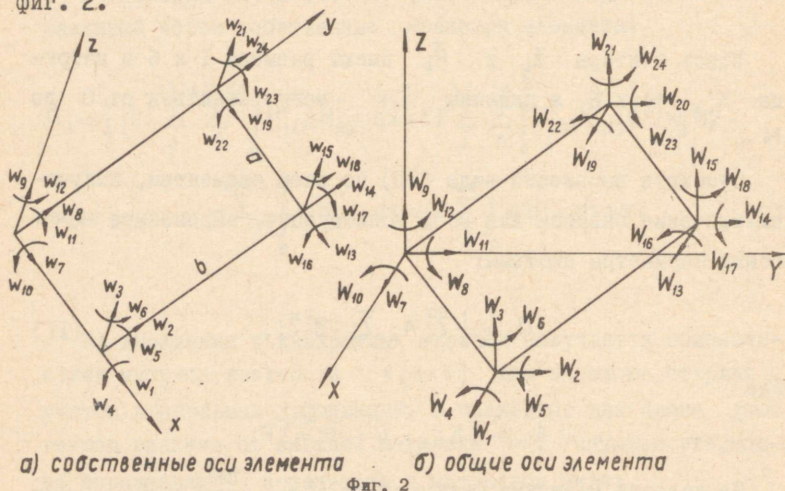
$$A \cdot \bar{z} = \bar{a}. \quad (12)$$

Аналогично, рассматривая соответствующие функционалы, можно получить уравнения и основные матрицы метода конечных элементов для разнообразных задач статики, динамики и устойчивости плоских и пространственных стержневых систем.

Следует отметить, что для задач статики, приближение функции перемещений алгебраическими полиномами в виде (4) и (5) дает точное решение, в пределах обычно принимаемых предположений. Для задач динамики, устойчивости и упругого основания решение получается приближенным и точность зависит от числа варьируемых параметров.

Принципиального отличия не содержат и задачи расчета различных пластинчатых систем. Здесь функции перемещения элемента, а равно и всей системы, можно аппроксимировать с помощью полиномов двух переменных [2, 7].

Собственные и общие оси координат и параметры для прямоугольного элемента пластинчатой системы приведены на Фиг. 2.



а) собственные оси элемента      б) общие оси элемента  
Фиг. 2

Полную потенциальную энергию элемента можно представить в виде суммы: энергии изгиба, энергии плоского напряженного состояния и работы внешних сил.

$$\Pi = \Pi_1 + \Pi_2 + \Pi_3, \quad (I3)$$

$$\Pi_1 = \frac{D}{2} \int_0^a \int_0^b \left[ \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)^2 + 2\mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + 2(1-\mu) \cdot \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 \right] dx dy, \quad (I4)$$

$$\Pi_2 = \frac{Et}{2(1-\mu^2)} \int_0^a \int_0^b \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1-\mu}{2} \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 \right] dx dy. \quad (I5)$$

Внешнюю нагрузку предполагаем приведенной к узловой, поэтому работу внешних сил можно сразу записать в общей системе координат элемента.

$$\Pi_3 = \sum P_j w_j, \quad (I6)$$

где  $P_j$  - обобщенная сила, приложенная в направлении обобщенного перемещения  $w_j$ .

В собственных координатах элемента изгиб и плоское напряженное состояние можно рассматривать независимо. Влияние плосконапряженного состояния на изгиб здесь не учитывается.

Для задачи изгиба пластины в качестве параметров принимаются значения функции прогиба и соответствующих частных производных по  $x$  и  $y$  в узлах. Выразим прогиб элемента через параметры с помощью алгебраических полиномов двух переменных:

$$w_{(x,y)} = \sum_{j=1}^{12} H_{(x,y)}^j w_j, \quad (I7)$$

где  $H_{(x,y)}^j$  определяются из условий аналогичных (5).

Подставляя выражение (I7) в (I4), получим энергию изгиба элемента пластины, выраженной через обобщенные перемещения его узлов:

$$\Pi_1 = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=1}^{12} \sum_{e=1}^{12} D \int_0^a \int_0^b \left[ H_{xx}^j H_{xx}^e + H_{yy}^j H_{yy}^e + \mu (H_{xx}^j H_{yy}^e + H_{yy}^j H_{xx}^e + 2(1-\mu) H_{xy}^j H_{xy}^e) \right] dx dy \right\} w_j w_e, \quad (I8)$$

Для плоского напряженного состояния в качестве параметров принимаем только значения функции  $u$  и  $v$  в узлах. Перемещения выражаем следующим образом:

$$\begin{aligned} u_{(x,y)} &= \sum_j^{1,3,5,7} H_{1(x,y)}^j w_j, \\ v_{(x,y)} &= \sum_j^{2,4,6,8} H_{2(x,y)}^j w_j. \end{aligned} \quad (I9)$$

Здесь  $H_{(x,y)}^j$  определяется таким образом, чтобы полиномы вида (20) удовлетворяли бы единичным краевым условиям

$$\begin{aligned} H_{1(x,y)} &= \alpha_1 + \alpha_3 x + \alpha_5 y + \alpha_7 xy, \\ H_{2(x,y)} &= \alpha_2 + \alpha_4 x + \alpha_6 y + \alpha_8 xy. \end{aligned} \quad (20)$$

Подставляя (19) в (15), получаем:

$$\begin{aligned} \Pi_2 = \frac{1}{2} \left\{ \sum_{j=1}^8 \sum_{e=1}^8 \frac{Et}{1-\mu^2} \int_0^a \int_0^b \left[ H_{1x}^j H_{1x}^e + H_{2y}^j H_{2y}^e + \mu (H_{1x}^j H_{2y}^e + \right. \right. \\ \left. \left. + H_{2y}^j H_{1x}^e) + \frac{1-\mu}{2} (H_{1y}^j + H_{2x}^j) (H_{1y}^e + H_{2x}^e) \right] dx dy \right\} w_j w_e. \end{aligned} \quad (21)$$

Из выражений (18) и (21) непосредственно можно получить матрицы жесткости для изгиба пластины (12 x 12) и плоского напряженного состояния (8 x 8). Объединяя их вместе с учетом нумерации параметров по фиг. 2, получаем матрицу жесткости для элемента пластинчатой системы (24 x 24) в собственных координатах. Из-за недостатка места матрица не приводится.

Переход к общим координатам элемента, а затем системы с помощью матриц направляющих косинусов, матрицы индексов и зависимостей (I) выполняется, как и в рассмотренном выше примере изгиба стержневой системы.

Аналогично могут быть получены зависимости для расчета пластин на упругом основании с учетом продольно-поперечного изгиба, пластин с ребрами и т.п.

Из рассмотренного способа получения уравнений непосредственно вытекает и достаточно эффективный алгоритм для их формирования, одинаково пригодный как для стержневых, так и пластинчатых систем. Необходимая при формировании информация о топологии конструкции, просто задается с помощью матрицы индексов и направляющих косинусов элементов. В случае, когда собственные и общие оси всех элементов совпада-

ют, достаточно задать только матрицу индексов (например: плоские ортогональные перекрытия, изгиб пластин и балок-стенок и т.п.). Сам процесс формирования с помощью матрицы индексов весьма удобен при реализации на ЭВМ и требует сравнительно мало машинного времени [4].

Реализованная на ЭВМ "Минск-22" программа, позволяет рассчитывать на прочность произвольные плоские и пространственные стержневые системы, пластины на изгиб, балки-стенки и пластинчатые системы типа складок и коробок. Расчеты плоских стержневых систем можно производить с учетом продольно-поперечного изгиба (по деформированной схеме) [5].

Учет ленточной структуры, получаемых систем уравнений, позволяет рассчитывать конструкции с количеством неизвестных до 3000. Основным ограничением является ширина ленты, которая в данной программе не может быть более 60, считая по одну сторону от главной диагонали. Следует отметить, что при соответствующей нумерации неизвестных, система уравнений метода перемещений всегда имеет ленточную структуру.

Расчет различных конструкций практически отличается друг от друга только матрицей жесткости, поэтому основная программа является неизменной для любой задачи. Для вычисления матриц жесткости разработана система подпрограмм. В зависимости от задачи, в исходных данных указывается номер необходимой матрицы жесткости и машина автоматически включает нужную подпрограмму в состав основной.

### Л и т е р а т у р а

1. Л.К. Н а р е ц. Вариант повышенной эффективности метода деформаций для расчета рем на колебания. Труды ТПИ, № 241, Таллин 1966.

2. Л.К. Н а р е ц. Расчет пластинок по Э-методу. Труды ТПИ, № 257, Таллин 1967.

3. В.Г. К о р н е е в. Исследование вычислительной эффективности некоторых вариантов метода конечных элементов для задач теории упругости и теории оболочек. Тезисы докладов республиканского совещания по строительной механике, Таллин 1968.

4. Ю.К. В и л и п ы л ь д, И.Я. Х а р х у р и м. Универсальный алгоритм для решения некоторых задач строительной механики и теории упругости. Сб. Вычислительная и организационная техника в строительстве и проектировании". Гипротис, Москва (в печати).

5. Ю.К. В и л и п ы л ь д, И.Я. Х а р х у р и м. Расчет упругих систем по методу конечных элементов. Библиотека программ "Минск-22", Гипротис Москва (в печати).

6. Semih S. Т е з с а н. Computer Analysis of Plane and Space Structures. Journ. of the Structural Division, A. S. C. E., ST2, 1966.

7. R. Z u r м ü h l. Diskretisierung für Aufgaben der Elastomechanik. Wiss. Z. Hoch. Archit. und Bauwesen. Weimar, N 5/6. 1965.

Ableitung der Gleichungen des Deformationverfahrens  
aus der Variationsaufgabe

Zusammenfassung

In der Abhandlung wird die Ableitung der Gleichungen und Grundmatrizen für die Berechnung der Stab- und Plattensystemen dargelegt. Hier werden folgende Fragen betrachtet: der Aufbau der Steifigkeitsmatrizen für das einzelne Element, der Aufbau der Systemmatrizen und die Lösung des Lineargleichungensystems mit Bandstruktur.

Der Algorithmus wird auf dem elektronischen Rechenautomaten "Minsk-22" realisiert.

## С о д е р ж а н и е

Стр.

И.И. А а р е, С.И. И д н у р м. Закрытое по- ведение пластинок при сдвиге и изгибе. . . . .	3
А.К. И в а н о в. Блочная переставная опалубка со стойками-направляющими для возведения высот- ных сооружений . . . . .	17
А.К. И в а н о в. Прочность бетона на смятие в раннем возрасте. . . . .	39
А.К. И в а н о в. Некоторые вопросы возведения высотных монолитных железобетонных сооруже- ний. . . . .	55
В.Р. К у л ь б а х. О влиянии параметров системы на работу висячих покрытий отрицательной кри- визны. . . . .	73
В.Р. К у л ь б а х, Ю.К. Э н г е л ь б р е х т, У.В.-Э. М я н д. Влияние деформации контура на работу сетки седловидных висячих покрытий круглой формы в плане. . . . .	87
В.Р. К у л ь б а х, К.П. Ы й г е р. О начальной геометрии предварительно напряженной вантовой сети . . . . .	105
Х.Х Л а у л, А.А. С у м б а к, В.А. О т с м а а, В.А. Х ю т с и. Экспериментальное исследование оболочки над административным зданием в Тал- лине. . . . .	119

Ю.А. Т я р н о, О.В. К р у у с, К.В. П а л у. Эк- спериментальное исследование цилиндрических оболочек средней длины . . . . .	133
Ю.К. в и л и п ы л ь д. Получение уравнений ме- тода конечных элементов вариантом дискретно- вариационного метода. . . . .	143

СТРОИТЕЛЬНЫЕ КОНСТРУКЦИИ И  
СТРОИТЕЛЬНАЯ ФИЗИКА

Сборник статей

У111

Редактор В. Райдна  
Технический редактор Г. Гришина

---

Сдано в набор 5/1У 1969.

Подписано к печати 4/УШ 1969. Бумага 60х90/16.

Печ.л. 10 + прилож. 0,5 л. Уч. изд. л. 8,1.

Тираж 400. МВ-07336. Зак. №335 Ротапринт ТПИ,

Таллин, Пикк ялг, 14.

Цена 81 коп.







Цена 81 коп.

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00291832 6