ENSV MN
KÕRGEMA JA KESK-ERIHARIDUSE KOMITEE
TALLINNA POLÜTEHNILINE INSTITUUT
TEOREETILISE MEHAANIKA KATEEDER

H. RELVIK, B. TIIKMA

TEOREETILINE MEHAANIKA

PROGRAMMID, METOODILISED JUHENDID JA KONTROLLTÖÖD KAUGÕPPE ÜLIÕPILASTELE

II
KINEMAATIKA

TALLINN 1961

Arh.-eks. ARH

ENSV MN

RIIKLIK KÕRGEMA JA KESK-ERIHARIDUSE KOMITEE
TALLINNA POLÜTEHNILINE INSTITUUT

Teoreetilise mehaanika kateeder
H. Relvik, B. Tiikma

T E O R E E T I L I N E   M E H A A N I K A

Programmid, metoodilised juhendid ja kontroll-tööd kaugõppe üliõpilastele

II

K I N E M A A T I K A

Tallinn 1961.

TEOREETILINE MEHAANIKA

Programm, metoodilised juhendid ja kontrollülesanded

II. K i n e m a a t i k a

Kinemaatika öppimise alguseks peab üliöpilane oskama vabalt diferentseerida ühe muutuja funktsioone, konstrueerida nende graafikuid ja leida ekstreemväärtusi. Samuti peab ta olema tuttav loomuliku trieedri möistega, joone köveruse ja köverusraadiusega; analüütilisest geomeetriast peab omama algteadmisi teist järku köverate teooriast.

1. P r o g r a m m

Programm on möeldud kursusele 220 tundi. Kursusele 180 - 200 tundi jäetakse välja köik nurksulgudes olevad küsimused.

Kursusele 150 - 160 tundi vöivad kinemaatika osast välja jääda järgmised küsimused:

punkti liikumise määramine polaarkoordinaatides (punktist 2);

valemid, mis väljendavad kiiruse ja kiirenduse arvulisi väärtusi ja suunda polaarkoordinaatides (punktidest 4 ja 5); keha nurkkiirus kui vektor; pöörleva keha punkti kiirenduse väljendamine vektoriaalkorrutise kujul (punktist 7); liikumatu ja liikuv tsentroid; teoreem liikuva tsentroidi veeremisest liikumatul tsentroidil; tsentroidide analüütiline määramisviis ja nende graafiline konstrueerimine punktide järgi; kiirenduste hetkeline tsenter, tasapinnalise kujundi punktide kiirendused kui kiirendused pöörleval liikumisel ümber kiirenduste hetkelise tsentri (punktist 9); punktid 10 ja 11.

Sellega seoses vaadeldakse Coriolis'e teoreemi (punkt 12) ainult juhtumi jaoks, kui kaasaminekuliikumine on pöörlemine ümber kinnistelje.

II o s a

K i n e m a a t i k a

Teema 1. Sissejuhatus kinemaatikasse

1. Ruum ja aeg kui mateeria eksisteerimise vormid. Mateeria liikumise mitmesugused vormid. Mehaaniline liikumine. Taust-süsteem. Kinemaatika aine ja selle tähtsus tehnikale. Kinemaatika arenemise lühike ajalooline ülevaade.

Teema 2. Punkti kinemaatika

2. Punkti trajektoor. Punkti liikumise kinemaatilised määramisviisid: loomulikes koordinaatides, Descartes'i ristkoordinaatides, [polaarkoordinaatides] ja vektoriaalne. Liikumise graafik. Tee pikkus.

3. Muutuv vektor ja tema hodograaf. Muutuva vektori diferentseerimine. Muutuva vektori tuletise projetsioon liikumatule teljele.

4. Punkti kiiruse mõiste. Kiirus kui punkti raadiusvektori tuletis aja järgi. Kiiruse arvuline väärtus ja suund. Kiiruse projektsioon trajektoori puutuja sihile ja tema graafik. Kiiruse projektsioonid liikumatutele Descartes'i koordinaattelgedele. Valemid, mis väljendavad kiiruse arvulist väärtust ja suunda liikumise määramisel koordinaatide meetodi abil Descartes'i ristkoordinaatides, [polaarkoordinaatides].

5. Punkti kiirenduse mõiste. Kiirendus kui kiirusvektori tuletis aja järgi. Kiirenduse projektsioonid liikumatutele Descartes'i koordinaattelgedele. Valemid, mis väljendavad kiirenduse arvulist väärtust ja suunda liikumise määramisel

koordinaatide meetodi abil Descartes'i koordinaatides, [polaarkoordinaatides] .

Loomulikud koordinaatteljed. Punkti puute- ja normaalkiirendus.

Teema 3. Köva keha kulgev(translatoorne)ja pöörlev (rototoorne) liikumine

6. Köva keha kulgev liikumine. Keha punktide trajektooride, kiiruste ja kiirenduste teoreem kulgeva liikumise puhul.

7. Köva keha pöörlemine kinnistelje ümber. Keha nurkkiirus ja nurkkiirendus.

Kinnistelje ümber pöörleva köva keha punkti kiirus ja kiirendus. Keha ühtlane ja ühtlaselt muutuv pöörlemine. Keha nurkkiirus [ja nurkkiirendus] kui vektor. Pöörleva keha punkti kiiruse [ja kiirenduse] väljendamine vektoriaalkorrutisena.

Teema 4. Punkti liitliikumine kulgeva (translatoorse) kaasaliikumise juhtumil

8. Relatiivne ja kaasamineku liikumine. Punkti relatiivne ja kaasamineku kiirus ja kiirendus. Punkti kiiruste rööpküliku ja kiirenduste rööpküliku teoreemid kulgeva kaasaliikumise juhtumil. Liikumise kaasamineku ja relatiivseks liikumiseks lahutamise mõiste.

Teema 5. Keha tasaparalleelne liikumine

9. Köva keha tasaparalleelne liikumine ja tasapinnalise kujundi liikumine oma tasapinnas. Tasapinnalise kujundi liikumise lahutamine kulgevaks liikumiseks ja pöörlemiseks ümber pooluse. Tasapinnalise kujundi liikumisvõrrandid. Kujundi nurkkiiruse sõltumatus pooluse valikust. Tasapinnalise kujundi punkti kiirus kui pooluse kiiruse ja ümber pooluse pöörlemise kiiruse summa.

Teoreem tasapinnalise kujundi kahe punkti kiiruste projektsioonidest neid punkte ühendaval sirgel. Tasapinnalise kujundi kiiruste hetkeline tsenter.

Teoreem tasapinnalise kujundi lõpliku pöörlemise tsentrist. Kujundi hetkeline pöörlemistsenter. Tasapinnalise kujundi punktide kiirused kui pöörlemiskiirused hetkelise pöörlemistsentri ümber. Juhtum, kui kujundi kõikide punktide kiirused on omavahel paralleelsed. [Liikumatu ja liikuv tsentroid. Teoreem liikuva tsentroidi veeremisest liikumatul. Mõiste tsentroidide analüütilisest määramisviisist ja nende graafiline konstrueerimine punktide järgi.] Tasapinnalise kujundi punkti kiirendus kui summa pooluse kiirendusest ja selle punkti kiirendusest pöörleval liikumisel ümber pooluse. Kiirenduste hetkeline tsenter. Tasapinnalise kujundi punktide kiirendused kui kiirendused pöörleval liikumisel kiirenduste hetkelise tsentri ümber.

Teema 6. Kinnispunkti omava kõva keha liikumine ja vaba kõva keha liikumise üldjuhtum

10. Üht kinnispunkti omava kõva keha liikumine (sfääriline liikumine). [Euler'i nurgad. Kõva keha sfäärilise liikumise võrrandid.]

Teoreem üht kinnispunkti omava keha paigutustest. Keha hetkeline pöörlemistelg ja hetkeline nurkkiirus. [Aksoidid.] Üht kinnispunkti omava kõva keha punktide kiirused; keha punkti kiiruste projektsioonid koordinaattelgedele (Euler'i valemid). [Keha hetkeline nurkkiirendus. Üht kinnispunkti omava kõva keha punktide kiirendused.]

11. Vaba kõva keha liikumise üldjuhtum. Selle liikumise lahutamine kulgevaks kaasaliikumiseks ja relatiivseks sfääriliseks liikumiseks ümber pooluse. Keha nurkkiirusvektori sõltumatus pooluse valikust. Vaba kõva keha punktide kiirused üldjuhtumil. [Vaba kõva keha punktide kiirendused üldjuhtumil.]

Teema 7. Punkti liitliikumine üldjuhtumil

12. Punkti liitliikumine. Teoreem kiiruste rööpkülikust mistahes kaasaliikumise puhul. Coriolis'e teoreem. Coriolis'e kiirenduse arvuline väärtus ja suund.

Teema 8. Köva keha liitliikumine

13. Köva keha liitliikumine. Kulgevate liikumiste liitmine. Ümber lõikuvate telgede toimuvate liikumiste liitmine. Ümber paralleelsete telgede toimuvate liikumiste liitmine. Pöörlemiste paar. Köva keha kruviliikumine; kinemaatilise kruvi parameeter ja samm.

P r o g r a m m 100-120 -tunnisele kursusele

Teema 1. Sissejuhatus kinemaatikasse

Ruum ja aeg kui mateeria eksisteerimise vormid. Mateeria liikumise mitmesugused vormid. Mehaaniline liikumine. Taustsüsteem. Kinemaatika aine ja selle tähtsus tehnikale. Lühike ajallooline kokkuvõte kinemaatika arengust.

Teema 2. Punkti kinemaatika

Punkti liikumise määramise loomulik meetod. Punkti trajektoor ja punkti antud trajektooril liikumise võrrand. Liikumise graafik. Punkti kiiruse mõiste. Kiirus kui vektor. Kiiruse arvuline väärtus ja suund. Kiirus kui punkti raadiusvektori tuletis aja järgi. Punkti kiirenduse mõiste. Kiirendus kui kiirusvektori tuletis aja järgi. Punkti puute- ja normaalkiirendus. Koordinaatide meetod punkti liikumise määramiseks. Trajektoori leidmine sel juhtumil. Kiiruse projektsioonid liikumatutele Descartes'i koordinaattelgedele. Valemid, mis määravad kiiruse arvulise väärtuse ja suuna. Kiirenduse projektsioonid liikumatutele Descartes'i koordinaattelgedele. Valemid, mis määravad kiirenduse arvulise väärtuse ja suuna.

Teema 3. Köva keha kulgev (translatoorne) ja pöörlev (rototoorne) liikumine

Köva keha kulgev liikumine. Keha punktide trajektooride, kiiruste ja kiirenduste teoreem kulgeval liikumisel. Köva keha pöörlemine liikumatu telje ümber. Keha nurkkiirus ja nurkkiirendus. Köva keha ühtlane ja ühtlaselt muutuv pöörlemine. Liikumatu telje ümber pöörleva köva keha punktide trajektoorid, kiirused ja kiirendused.

Teema 4. Punkti liitliikumine

Relatiivne ja kaasamineku liikumine. Punkti relatiivne ja kaasamineku kiirus ja kiirendus. Punkti kiiruste rööpküliku ja kiirenduste rööpküliku teoreemid. Liikumise relatiivseks ja kaasaminevaks lahutamise möiste.

Teema 5. Köva keha tasaparalleelne liikumine

Köva keha tasaparalleelne liikumine ja tasapinnalise kujundi liikumine oma tasapinnas. Tasapinnalise kujundi liikumise lahutamine kulgevaks liikumiseks ja pöörlemiseks ümber pooluse. Tasapinnalise kujundi liikumisvörrandid. Kujundi nurkkiiruse söltumatus pooluse valikust. Tasapinnalise kujundi punktide kiirused. Tasapinnalise kujundi kiiruste hetkeline tsenter ja hetkeline pöörlemise tsenter.

2. K i r j a n d u s   t e e m a d e   j ä r g i

Kirjandus kursusele mahuga 220 tundi

Programmi teemad	I.M.Voronkov Teoreetiline mehaanika 1958.a.	Л.Г.Лойцянский и Л.И.Лурье Курс теорет.механики ч. I 1954 -1957	Е.Л.Николай Теоретическая механика ч. I 1952 и послед.изд.	И.В.Нещерский Сборник зад. по теорет.мех. изд. 1951 -1959.
Teema 1. Sissejuhatus kinemaatikasse	§ 58	§ 42	§ 76	-
Teema 2. Punkti kinemaatika	§ 59-70	§43;44[1]; 45; 47-49	§ 77-92	Nr. 312;314; 317;331;347; 353;371;368.
Teema 3. Köva keha kulgev ja pöörlev liikumine	§ 71-73	§ 50-53	§ 93; 94	Nr. 379;389 394;398;406
Teema 4. Köva keha liit liikumine[2]	§ 74-76	-	§ 95-99	Nr. 433;439; 447;458
Teema 5. Köva keha tasaparalleelne liikumine	§ 77-79 81;82	§ 54[3]-59	§ 102-104; 108;109; 106	Nr.493;510 517;524; 536;544; 556;569
Teema 6. Üht kinnispunkti omava köva keha liikumine ja vaba köva keha liikumise üldjuhtum	§ 84-89	§ 62-66[4]	§ 112-118; 121-123[5]	Nr.596; 604; 607; 608; 609
Teema 7. Punkti liitliikumine üldjuhtumil	§ 90-91	§ 72-74	§ 100; 101; 124	Nr.435;438; 462;468; 470;483
Teema 8. Köva keha liitliikumine	§ 92;94; 96;97	§75-76	§ 110;119	Nr.581;585; 586;584; 611;622

Kirjandus kursusele mahuga 180-190 tundi

Programmi teemad	I.M.Voronkov Teoreetiline mehaanika 1958.a.	Л.Г.Лойцянский и Л.И.Лурье Курс теорет.механики ч. I 1954-1957	Е.Л.Николай Теоретическая механика ч. I 1952 и послед.изд.	И.В.Нещерский Сборник зад. по теорет.мех. изд. 1951-1959.
Teema 1. Sissejuhatus kinemaatikasse	§ 58	§ 42	§ 76	-
Teema 2. Punkti kinemaatika	§ 59-70	§ 43;44[1]; 45; 47 - 49	§ 77; 78; 80 + 92	Nr.311 (1; 2); 321; 328; 340; 343; 352; 372
Teema 3. Köva keha kulgev ja pöörlev liikumine	§ 71-73[5]	§ 50-53	§ 93; 94	Nr.380;382; 388;394; 399;405
Teema 4. Punkti liitliikumine	§ 74-76	-	§ 95-99	Nr.422;430; 446;448; 456
Teema 5. Köva keha tasaparalleelne liikumine	§ 77-79; 82	§ 54[3]-57; 59	§ 102-104; 106;108	Nr.492;507; 517;521; 530;534; 537;568; 565;569
Teema 6. Üht kinnispunkti omava köva keha liikumine ja vaba köva keha liikumise üldjuhtum	§ 85;86; 88;89[7]	§ 62-66[8]; 68[9];69[10]	§113;115; 116;121; 122[11]	Nr.596;603; 606;608; 614
Teema 7. Punkti liitliikumine üldjuhtumil	§ 90; 91	§ 72-74[12]	§100;124	Nr.441;443; 464;468; 482;479
Teema 8. Köva keha liitliikumine	§ 92;94; 96;97	§ 75-76	§ 110;119	Nr.582;586 588;632

Kirjandus kursusele mahuga 150-160 tundi

Programmi teemad	I.M.Voronkov Teoreetiline mehaanika 1958.a.	Е.Л.Николаи Теоретическая механика ч. I 1952 и послед.изд.	И.В.Мещерский Сборник задач по теорет.мех. изд. 1951 - 1959 гг.
Teema 1. Sissejuhatus kinemaatikasse	§ 58	§ 76	-
Teema 2. Punkti kinemaatika	§ 59-70	§ 77; 78; 80 -92	Nr.311(3;4); 318; 328; 342; 344; 351; 353; 371
Teema 3. Köva keha kulgev ja pöörlev liikumine	§ 71-73 6)	§ 93; 94	Nr.376; 378; 387; 391; 400; 405
Teema 4. Punkti liitliikumine	§ 74-76	§ 95-99	Nr.419; 431; 445; 448; 457
Teema 5. Köva keha tasaparalleelne liikumine	§ 77-79; 82 13)	§ 102-104; 106 14); 108	Nr. 496; 508; 516; 530; 557; 566
Teema 6. Punkti liitliikumine üldjuhtumil	§ 90; 91 (91 valemite tuletamine pole tingimata vajalik)	§ 100	Nr.438; 443; 463; 467; 477; 481
Teema 7. Köva keha liitliikumine	§ 92; 94; 96 15) 97 16	§ 110; 119	Nr.580; 583; 623

Kirjandus kursusele mahuga 100-120 tundi

Programmi teemad	I.M.Voronkov Teoreetiline mehaanika 1958.a.	Е.Л.Николаи Теоретическая механика ч.I 1952 и послед.изд.	И.В.Нещерский Сборник задач по теорет.мех. изд. 1951 - 1959 гг.
Teema 1. Sissejuhatus kinemaatikasse	§ 58	§ 76	-
Teema 2. Punkti kinemaatika	§ 59-60	§ 77; 78; 80 -92	Nr.311; 320; 330; 352; 368; 372
Teema 3. Köva keha kulgev ja pöörlev liikumine	§ 71-73[17)]	§ 93; 94	Nr.381; 388; 391; 392; 400
Teema 4. Punkti liitliikumine	§ 74-76; 90	§ 95-99	Nr.435; 438; 445; 446; 448; 455; 458
Teema 5. Köva keha tasaparalleelne liikumine	§ 77-79	§ 102-104	Nr.492; 508; 513; 514; 516; 521; 522; 524

1) § 44 piisab näiteni 25 (kaasa arvatud).

2) Öppides Loitsjanski ja Lurje öpiku järgi tuleb neljas teema töötada läbi koos seitsmenda teemaga.

3) § 54 köiki näiteid pole tarvis läbi töötada.

4) § 64 on küllaldane läbi töötada sönadeni " Покажем как ... " leheküljel 303 ja peale selle on vaja teada valemit 15. § 62 ja 68 vöib ära jätta kogu peentrüki.

5) § 125 on küllaldane läbi töötada sõnadeni " Проведем через точку M ..." leheküljel 297.
6) § 73 kuni valemini (54) kaasa arvatud.
7) § 88-s võib ära jätta teksti alates sõnadest "Antud vaba keha asukoht ..." kuni sõnadeni "Siit järgneb,et ..." leheküljel 315.
§ 89 võib läbi töötada ainult sõnadeni "Punkti M kiirenduse $\bar{w}$ määramiseks..." leheküljel 318.
8) § 62 kuni sõnadeni " Легко видеть ..." leheküljel 298;
§ 64 kuni sõnadeni " Покажем как ..." leheküljel 303;
§ 65 kuni sõnadeni " Премещаясь в неподвижном пространстве..." leheküljel 306.
9) § 68 alates sõnadega " Докажем прежде всего следующую теорему ..." lehek. 314 kuni sõnadeni "Покажем как.." lehek. 315.
10) Kiirenduste jaotus liikumatu tsentri ümber pöörlevas kehas ei kuulu programmi, kuid selle õpiku järgi töötav üliõpilane peab läbi töötama § 66, 69 seepärast, et Coriolis'e teoreemi tõestuses kasutatakse selle paragrahvi järeldusi. § 69 toodud näidete läbitöötamine pole tingimata tarvilik.
11) § 122 kuni sõnadeni " Поступательная часть ....." lehek.271.
12) § 72 kuni sõnadeni " Интересно отметить ..." lehek.334.
13) § 82 kuni sõnadeni "Liikuva tasapinna ..." lehek.293. Selle paragrahvi lõpus toodud näited nr.93 ja nr.94 on vajalikud läbi töötada.
14) § 106 kuni sõnadeni "Покажем, что в каждый момент ..." lehek.229.
15) § 96 tekst alates sõnadest "Et mõlemal vaadeldud juhul..." lehek.335 kuni (venekeelses oleks leheküljeni 356) võib jääda vahele.
16) § 97 tekst lehek. sõnadest "Ühendades saadud ..." kuni näiteni 105 võib vahele jääda.
17) § 73 kuni sõnadeni "Diferentseerides võrdust (54)..." lehek. 262.

Järgnevais tabeleis täht M tähendab ülesannet Meštšerski kogust. Ilma täheta numbriga ülesanded kuuluvad käesolevasse brošüüri!

3. Kontrolltööd
(10 varianti)

		Tundide arv	Ülesanded antud kontrolltöös						
			1	2	3	4	5	6	7
0	2	100–120	28(1) ja 29(2)	34	42	46	54	61	-
	2	150–160	34(5) ja 35(6)	M 399	55	72(2)	82	103	106
	3	180–190	33(7)	42	M 536	M 576	76(1)	-	-
	4		81	M 467	106	M 615	-	-	-
	3	200–220	41	42	M 528	63	76	-	-
	4		79(1)	85	89	107	M 633	-	-
1	2	100–120	28(2) ja 29(4)	35	43	47	55	62	-
	2	150–160	36(6)	M 406	56	73(2)	83	104	105
	3	180–190	33(6)	43	M 535	M 564	72(1)	-	-
	4		80	M 468	108	M630(2)	-	-	-
	3	200–220	38	43	M 529	64	77(2)	-	-
	4		79(5)	86	90	106	M622		

		Tundide arv	Ülesanded antud kontrolltöös						
			1	2	3	4	5	6	7
2	2	100–120	28(3) ja 29(5)	36	44	M 458	58	63	–
	2	150–160	36(4)	M 394	57	73(1)	84	M 464	108
	3	180–190	33(8)	44	M 514	M 566	75	–	–
	4		86	92	105	M 622	–	–	–
	3	200–220	40	49	M 536	67	71(1)	–	–
	4		79(4)	87	91	M 588	M 622	–	–
3	2	100–120	28(4) ja 29(3)	37	45	48	59	M 524	–
	2	150–160	36(1)	M 398	58	76(1)	85	95(1)	M 580
	3	180–190	33(9)	45	M 538	M 567	76(1)	–	–
	4		87	93	M 586	M 632	–	–	–
	3	200–220	41	M 406	M 537	66	70	–	–
	4		79(5)	88	96	M 588	M 623	–	–
4	2	100–120	28(5) ja 29(1)	33	38	49	60	M 531	–
	2	150–160	36(2)	M 392	59	76(2)	80	95(2)	M 581
	3	180–190	33(10)	46	M 534	M 569	76(2)	–	–
	4		88	94	M 585	M 623	–	–	–
	3	200–220	39	45	M 538	68	74	–	–
	4		79(2)	85	98	M 589	M628(4)	–	–

		Tundide arv	Ülesanded antud kontrolltöös						
			1	2	3	4	5	6	7
5	2	100–120	28(2) ja 29(3)	36	39	56	M 435	M 530	-
	2	150–160	36(3)	M 401	60	74	81	94	M 582
	3	180–190	33(4)	42	M 530	54	71(1)	-	-
	4		82	95	M 583	M 633	-	-	-
	3	200–220	37	44	M 533	69	72(1)	-	-
	4		79(1)	82	99	109	M630(2)	-	-
6	2	100–120	28(1) ja 29(2)	30	38	57	50	M 536	-
	2	150–160	34(1) ja 35(3)	M 393	50	71(2)	M 459	97	M 584
	3	180–190	33(5)	47	M 531	M 565	71(2)	-	-
	4		83	101	M 582	M 628(1)	-	-	-
	3	200–220	38	45	M 531	62	78	-	-
	4		79(2)	84	89	105	M 629	-	-
7	2	100–120	28(4) ja 29(5)	31	39	47	51	64	-
	2	150–160	34(2) ja 35(4)	47	51	72(1)	M 447	97	M 585
	3	180–190	33(3)	49	M 537	M 563	77(1)	-	-
	4		M 447	M 464	M 581	M 628(4)	-	-	-
	3	200–220	39	46	M 530	67	77(1)	-	-
	4		79(3)	83	101	107	M 628(3)	-	-

		Tundide arv	Ülesanded antud kontrolltöös						
			1	2	3	4	5	6	7
8	2	100–120	28(3) ja 29(4)	32	40	M 458	52	64	-
	2	150–160	34(3) ja 35(2)	46	52	71(1)	80	93	108
	3	180–190	33(1)	48	M 520	M 565	76(2)	-	-
	4		84	103	M 580	M 629	-	-	-
	3	200–220	37	48	M 535	65	73(1)	-	-
	4		79(3)	M 447	102	M 587	M628(4)	-	-
9	2	100–120	28(5) ja 29(1)	32	41	M 447	53	M 521	-
	2	150–160	34(4) ja 35(1)	45	53(1)	70	86	90	105
	3	180–190	33(2)	M 405	M 524	61	75	-	-
	4		85	104	108	M 630(1)	-	-	-
	3	200–220	40	48	M 534	66	75	-	-
	4		79(4)	M 458	100	M 583	M628(3)	-	-

4. Juhendeid kõigi variantide kontrolltööde kohta

Erialad õppeplaani järgi 200–220 tundi

Juhend kontrolltööle nr.3

Selle töö esimene ülesanne kuulub kinemaatika teise teemasse ("Punkti kinemaatika".)

Punkti liikumise seaduse määramisel tema trajektooril tuleb, olles leidnud punkti kiiruse v, koostada võrrand $ds = v \cdot dt$ ja see integreerida.

Teine ülesanne kuulub kolmandasse teemasse ("köva keha pöörlemine ümber kinnistelje".) Selle ülesande lahendamisel tuleb osutada tähelepanu sellele, et hambuvate (või lõpmatu rihma abil ühendatud) rataste nurkkiirused on pöördvõrdelised vastavate raadiustega.

Selle kontrolltöö kolm viimast ülesannet kuuluvad kinemaatika viiendasse teemasse ("Köva keha tasaparalleelne liikumine".)

Mitmest lülist koosneva tasapinnalise mehhanismi punktide kiiruste määramisel tuleb vaadelda iga lüli liikumist eraldi, alustades selle lüliga, mille liikumine on antud.

Selle töö kolmanda ülesande lahendamisel tuleb alguses leida:

1) ülesannetes M 528 - M 531 - punkti A kiirus ja hetkelise kiiruste tsentri asukoht lülile AB [või punkti E kiirus ja kiiruste hetkelise tsentri asukoht lülile EC ülesandes M 533];

2) ülesannetes M 534, M 535 - hambuvate rataste puutepunkti kiirus [või punkti B kiirus ülesandes M 537] ja kiiruste hetkelise tsentri asukoht kepsule AB ning temaga jäigalt seotud rattale; seejärel tuleb leida punkti A joonkiirus;

3) ülesandes M 536 - punkti A kiirus ja kiiruste hetkelise tsentri asukoht lülile AB [või liikuva hammasratta keskpunkti kiirus ja tema kiiruste hetkelise tsentri asukoht ülesandes M 538].

Ratta 1 nurkkiiruse määramiseks ülesannetes M 536 ja M 537 tuleb leida rataste puutepunkti joonkiirus, kasutades seejuures juba leitud kepsu AB kiiruste hetkelist tsentrit. Punkti C kiiruse leidmiseks ülesandes M 538 tuleb leida lüli BC kiiruste hetkeline tsenter.

Lüli AB kiiruste hetkelise tsentri määramiseks ülesannetes M 528 ja M 529 on vaja arvestada, et kepsu AB selle punkti kiirus, mis langeb antud hetkel kokku punktiga O_1, suundub piki kepsu AB.

Selle töö neljas ülesanne kuulub tasapinnalise mehhanismi või kujundi kiirenduse määramise ülesannete hulka.

Ülesande nr.69 lahendamisel tuleb esmalt leida punkti A kiirus ja kiirendus ja lülide AB ja BO_2 nurkkiirused, samuti veel kiirendused w_B^n ja w_{BA}^n, Seejärel kasutada võrdust

$$\bar{w}_B^n + \bar{w}_B^\tau = \bar{w}_A + \bar{w}_{BA}^n + \bar{w}_{BA}^\tau$$

ning projekteerida see sirgele AB ja sirgele, mis on risti AB-ga.

Ülesande nr.62 lahendamisel tuleb algul leida punkti B kiirus ja kiirendus ning siis punkti A joonkiirus ja lüli O_1A nurkkiirus. Punkti A kiirenduse määramiseks tuleb leida kiirendused w_A^n ja w_{AB}^n ja seejärel projekteerida vektoriaalne võrdus

$$\bar{w}_A^n + \bar{w}_A^\tau = \bar{w}_B + \bar{w}_{AB}^n + \bar{w}_{AB}^\tau$$

sirgele AB (w_A^τ määramiseks).

Ülesannete nr. 64 ja 68 lahendamisel tuleb esmalt leida kepsu AB ja vända nurkkiirused ning kiirendused w_A^n ja w_{BA}^n. Seejärel kasutada võrdust

$$\bar{w}_A^n + \bar{w}_A^\tau = \bar{w}_B + \bar{w}_{AB}^n + \bar{w}_{AB}^\tau ,$$

projekteerides selle sirgele AB (vända nurkkiirenduse määramiseks) ja sirgele OA ülesandes nr. 68 (kepsu nurkkiirenduse määramiseks). Punkti B kiirenduse määramisel ülesannetes 63, 65 ja 66 tuleb algul leida punkti A kiirendus ja lüli AB nurkkiirus; märganud, et punkti B absoluutse kiirenduse suund on teada, on vaja projekteerida vektoriaalne võrdus $\bar{w}_B = \bar{w}_A + \bar{w}_{BA}^n + \bar{w}_{BA}^\tau$ sirgele AB (kiirenduse w_B määramiseks) ja sirgele, mis on risti AB-ga (lüli AB nurkkiirenduse määramiseks ülesannetes 65 ja 66). Täpselt samuti tuleb ülesannetes 65-67; 69 punkti C kiirenduse leidmiseks kasutada vektoriaalset võrdust

$$\bar{w}_C = \bar{w}_B + \bar{w}_{CB}^n + \bar{w}_{CB}^\tau ,$$

projekteerides selle sirgele BC, arvestades, et punkti C absoluutne kiirendus ülesandes 67 on suunatud piki vertikaali ja ülesannetes 65, 66 ja 69 - piki horisontaali. Peale selle tuleb lüli O_1D nurkkiiruse määramiseks ülesandes nr. 65 leida esmalt punkti D joonkiirus ning seejärel, olles arvutanud kiirenduse w_D^n ja projekteerinud vektoriaalse võrduse

$$\bar{w}_D^n + \bar{w}_D^\tau = \bar{w}_C + \bar{w}_{DC}^n + \bar{w}_{DC}^\tau$$

CD sihile, leida lüli O_1D nurkkiirendus.

Viiendas ülesandes nõutakse graafilist lahendust (kiiruste kolmnurkade konstrueerimisega). Seejuures on vajalik täita järgmisi nõudeid: joonised (antud mehhanism ja kiiruste plaan) valmistatakse pliiatsiga või tušiga joonteta paberil, tingimata ära näidates kiiruste ja pikkuste mastaabid.

Selle ülesande lahendamisel tuleb alguses leida punkti A kiiruse moodul ja suund. Seejärel tuleb ehitada punkti B kiiruse määramiseks kiiruste kolmnurk valemi

$$\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$$

järgi või ka kasutada teoreemi tasapinnalise kujundi kahe punkti kiiruste projektsioonide võrdsusest neid punkte ühendaval sirgel (vt.näidet 88 lehek. 280 Voronkovi õpikus).

Lisaks on oluline arvestada, et ülesannetes 71, 72 ja 76 on $\bar{v}_B \perp \overline{BC}$, ülesandes 77 - $\bar{v}_B \perp \overline{BD}$ ja ülesandes 75 $\bar{v}_B \perp \overline{BO_2}$. Ülejäänud punktide kiirused konstrueeritakse analoogselt; seejuures tuleb tähele panna, et lüli CBD ülesandes 71 (või lüli CQE ülesandes 73) pöörleb ümber liikumatu telje. Enne kui minna ülesandes nr.73 punkti D kiirust määrama, tuleb konstrueerida lülile ABD kiiruste hetkeline tsenter ja leida punkti D kiiruse suund.

Kui kõikide punktide otsitavad kiirused on konstrueeritud, tuleb kasutuselevõetud kiiruste mastaabi abil leida nende arvulised väärtused.

Juhend kontrolltööle nr.4

Selle töö kolm esimest ülesannet kuuluvad neljandasse ja seitsmendasse teemasse ("Punkti liitliikumine".) ja lahenduvad kiiruste parallelogrammi ja kiirenduste parallelogrammi teoreemide või Coriolis'e teoreemi abil.

Mõnikord aga on soodsam kiiruste või eriti kiirenduste parallelogrammi asemel (ja sellega ühenduses koosinusteoreemi asemel) projekteerida kiirused või kiirendused koordinaattelgedele ja seejärele kasutada nende ristiseisvate vektorite geomeetriliseks liitmiseks Pythagorase teoreemi.

Nende ülesannete lahendamisel tuleb võtta kaasaliikumiseks:

a) ülesannetes nr.85 ja M459 - ketta või lennuki kulgev liikumine;

b) ülesannetes 87, 88 ja M 447 - vaguni või kaldpinna kulgev liikumine;

c) ülesannetes 89 ja 90 - ringjoone pöörlemine ümber liikumatu punkti O;

d) ülesannetes 91 ja 98 - rõnga pöörlemine telje AB ümber või regulaatori pöörlemine vertikaalse telje ümber;

e) ülesannetes 96, 100 ja 102 - ristküliku pöörlemine külje CD ümber või ketta pöörlemine telje O_1O_2 ümber või ruudu pöörlemine külje AB ümber.

Relatiivseks liikumiseks nendes ülesannetes on:

a) ül. 85, 87 ja 88 - ketta pöörlemine tasapinnas xOy ümber punkti C või ratta pöörlemine ümber punkti O';

b) ül. M 447 - keha liikumine kaldpinna suhtes;

c) ül. 96, 100 ja 102 - punkti M liikumine piki külge AB või piki ketta raadiust või piki diagonaali AC;

d) ül. M 459, 89, 90 ja 91 - propelleri pöörlemine või punkti M liikumine ringjoone kaarel või veeosakese liikumine piki röngast.

Neljas ülesanne kuulub seitsmendasse teemasse ("Paralleelsete telgede ümber toimuvate pöörlemiste liitmine."). Selle ülesande lahendamisel tuleb kaasaminekuliikumiseks võtta vända (või vedava völli või tiisli või kujukindla täisnurga x'Oy') pöörlemine. Peale selle on oluline arvestada, et kõikides ülesannetes, välja arvatud M 588, M 589 ja 107 läheb hetkeline pöörlemistelg läbi liikuva ja liikumatu ratta puutepunkti.

Varda AB relatiivse nurkkiiruse määramiseks ülesandes 107 tuleb ehitada selle varda hetkeline kiiruste tsenter liikuvate telgede x'Oy' suhtes, arvestades, et liugurite A ja B relatiivsed kiirused on suunatud vastavalt piki telge Ox' või Oy'. (Miks?)

Viies ülesanne kuulub kõva keha ümber lõikuvate telgede toimuvate pöörlemiste liitmise küsimusse. Selle ülesande lahendamisel on vaja satelliitide liikumist vaadelda kui liitliikumist, võttes kaasaminekuliikumiseks:

a) ül. M 632 ja M 633 - vända III [või vända IV ülesannetes M 622 ja M 623] pöörlemine;

b) ülesannetes M 628 ja M 630 - vedava völli a või ratta IV pöörlemine.

Relatiivseks liikumiseks osutub nendes ülesannetes satelliitide pöörlemine oma horisontaalse telje ümber.

Erialad õppeplaani järgi

180 - 190 tundi

Juhend kontrolltööle Nr. 3

Esimene ülesanne on teise teema ("Punkti kinemaatika") kohta.

Seaduse leidmiseks, mis määrab punkti liikumise mööda tema trajektoori (liikumise seadus), tuleb leida punkti kiirus v, koostada võrrand $ds = vdt$ ja see integreerida.

Teine ülesanne on kolmanda teema kohta ("Kõva keha pöörlemine liikumatu telje ümber").

Selle ülesande lahendamisel tuleb tähele panna, et hambuvate (või lõpmatu rihmaga ühendatud) rataste nurkkiirused on pöördvõrdelised nende raadiustega. Peale selle tuleb kasutada vastavaid valemeid ühtlaselt muutuva pöörleva liikumise kohta;

a) nurknihke kohta (ülesannetes nr. 45, 46), või

b) nurkkiiruse kohta (ülesandes nr.44)

c) punkti joonkiiruse kohta (ülesandes nr.42).

Kolm viimast ülesannet on kinemaatika viienda teema ("Kõva keha tasaparalleelne liikumine") kohta.

Kolmanda ülesande lahendamisel tuleb algul leida:

1) Ülesannetes M 534, M 535 - hambuvate rataste puutepunkti kiirus (või punkti B kiirus ülesandes M 537) ja kepsu AB ja temaga jäigalt ühendatud ratta kiiruste hetkelise tsentri asukoht; seejärel tuleb leida punkti A joonkiirus.

2) Ülesannetes M 520, M 530, M 531, M 536, M 524 - punkti A kiirus ja lüli AB kiiruste hetkelise tsentri asukoht (või liikuva hammasratta tsentri kiirus ülesandes M 538 ja tema kiiruste hetkelise tsentri asukoht).

Ratta 1 nurkkiiruse määramiseks ülesannetes M 536, M 537 tuleb leida rataste puutepunkti joonkiirus, kasutades seejuures juba leitud kepsu AB kiiruste hetkelist tsentrit. Punkti C kiiruse määramiseks ülesandes M 538 tuleb leida lüli BC kiiruste hetkeline tsenter.

3) Ülesandes M 514 liikuva hammasratta tsentri kiirus ja ta kiiruste hetkelise tsentri asukoht.

Neljas ülesanne on tasapinnalise kujundi punktide kiirenduste määramise kohta.

1) Ülesande M 565 lahendamisel tuleb kasutada võrdusi $\bar{w}_B = \bar{w}_O + \bar{w}_{BO}$ ja $\bar{w}_A = \bar{w}_O + \bar{w}_{AO}$ ja võtta arvesse, et $\varepsilon = 0$. (Mispärast?)

2) Ülesannete M 564, M 576 lahendamisel tuleb projekteerida võrdus $\bar{w}_B = \bar{w}_A + \bar{w}^n_{BA} + \bar{w}^\tau_{BA}$ sirgele AB ja sirgele, mis on risti sirgega AB. Punktide C ja D kiiruste määramiseks ülesandes M 576 tuleb veel peale selle kasutada võrdusi $\bar{w}_C = \bar{w}_B + \bar{w}_{CB}$ ja $\bar{w}_D = \bar{w}_A + \bar{w}_{DA}$.

3) Ülesannete 54, M 566, M 563 lahendamisel tuleb kõigepealt ratta (joonlaua) nurkkiirus väljendada vända nurkkiiruse kaudu ja, diferentseerides seejärel aja järgi ω jaoks saadud avaldise, leida ratta (joonlaua) nurkkiirendus ε. Pärast seda tuleb kasutada võrdust $\bar{w}_M = \bar{w}_A + \bar{w}_{AM}$ ülesandes M 563 või võrdust $\bar{w}_A = \bar{w}_D + \bar{w}^n_{AD} + \bar{w}^\tau_{AD}$ ülesandes M 566 või võrdust $\bar{w}_B = \bar{w}_{O_2} + \bar{w}_{BO_2}$ ülesandes 54.

Ülesannete M 567, M 569 lahendamisel tuleb algul leida joonlaua (vända) nurkkiirus ja märgates, et liuguri B kiirendus on suunatud piki sirget OB (või vertikaalset suunajat mööda ülesandes M 569), projekteerida võrdus $\bar{w}_B = \bar{w}_A + \bar{w}^n_{BA} + \bar{w}^\tau_{BA}$ sirgele AB (kiirenduse w_B määramiseks) ja sirgele, mis on risti sirgega AB (nurkkiirenduse ε määramiseks ülesandes M 569).

Viies ülesanne tuleb lahendada graafiliselt (ehitades kiiruste kolmnurki). Seejuures tuleb täita järgmisi reegleid: joonised (mehhanism ja kiiruste plaan) tuleb teha pliiatsi või tušiga joonteta paberil mastaabis, kusjuures kasutusele võetud kiiruste ja pikkuste mastaabid tuleb tingimata joonisel näidata.

Selle ülesande lahendamisel tuleb algul leida kiiruse moodul ja suund punktis A. Seejärel tuleb punkti B kiiruse määramiseks ehitada kiiruste kolmnurk valemi $\bar{v}_B = \bar{v}_A + \bar{v}_{BA}$ järgi või kasutada teoreemi kahe punkti kiiruste projektsioonide võrdsusest neid punkte ühendaval sirgel (vt. lehek. 280, näidet 88 Voronkovi õpikus).

Veel tuleb arvesse võtta, et ülesannetes 71, 72, 76 - $\bar{v}_B \perp \overline{BC}$, ülesandes 77 - $\bar{v}_B \perp \overline{BD}$ (ja $\bar{v}_B \perp \overline{BO_2}$ - ülesandes 75). Teiste punktide kiirused saadakse analoogselt; seejuures tuleb tähele panna, et lüli CBD ülesandes 71 pöörleb liikumatu telje ümber.

Kui kõik otsitavad kiirused on leitud graafiliselt, tuleb leida nende arvulised väärtused, kasutades seejuures joonise mastaapi.

Juhend kontrolltööle Nr. 4

Esimesed kaks ülesannet on neljanda ja seitsmenda teema kohta ("Punkti liitliikumine"). Nad lahendatakse kiiruste rööpküliku, kiirenduste rööpküliku või Coriolis'e teoreemi abil.

Nende ülesannete lahendamisel tuleb kaasaliikumiseks lugeda:

a) ülesannetes 83, 82 - auto (vankri) translatoorne liikumine;

b) ülesannetes 85, $\overset{81}{80}$ - ketta või kulissi translatoorne liikumine;

c) ülesannetes 84, M447 - maagiladumismasina või kaldpinna translatoorne liikumine;

d) ülesannetes 87, 88 - ratta teljega muutumatult seotud telgede translatoorne liikumine;

e) ülesannetes 89, 90, 93, 94, 104 - ringjoone (ülesanded 89, 90), toru (ülesanded 94, 104), kõvera OA (ülesanne 93) pöörlev liikumine liikumatu punkti O ümber;

f) ülesannetes M 464, M 467, M 468, 101, 103 - ketta või kompressori pöörlemine telje O ümber või kulissi pöörlemine telje O_1 ümber.

Nendes ülesannetes on relatiivseks liikumiseks:

a) ülesannetes 85, 87, 88 - ketta (ratta) pöörlemine oma telje ümber;

b) ülesannetes 92, 104 - punkti M liikumine ringjoonel;

c) ülesannetes 93, 94 - punkti M liikumine mööda kõverat OA (ülesanne 93) või kera liikumine piki toru (ülesanne 94);

d) ülesannetes 101, 103 - kulissikivi liikumine piki sisselõiget;

e) ülesannetes 83, 84 - hooratta või konveieri lindi pea pöörlemine oma telje ümber.

f) Ülesannetes M 464, M 467, M 468 - punkti liikumine ketta kõõlu mööda või kompressori kanalit mööda.

Peale selle on ülesannete 87 ja 88 lahendamisel vajalik arvestada, et ratta ja rööpme puutepunkti absoluutne kiirus on võrdne nulliga. (Mispärast?)

Kolmas ülesanne on kaheksanda teema kohta ("pöörlemiste liitmine pöörlemisel paralleelsete telgede ümber")

Selle ülesande lahendamisel tuleb kaasaliikumiseks lugeda vända pöörlemine (või juhtvõlli, või tiisli, või ringjoone pöörlemine). Tuleb veel arvesse võtta, et kõikides nendes ülesannetes, välja arvatud ülesanded 105, 108, hetkeline pöörlemistelg läbib liikuva ja liikumatu ratta hambumispunkti.

Viimane ülesanne on kõva keha pöörlemiste liit mise kohta, kui pöörlemine toimub lõikuvate telgede ümber.

Selle ülesande lahendamisel tuleb vaadelda ratta MN liikumist (ülesandes M 615), ratta III liikumist (ülesannetes M 622, M 623) ja sateliitide liikumist (ülesannetes M 628 - M 630, M 632, M 633) liitliikumisena, lugedes kaasaliikumiseks järgmist liikumist:

a) ülesannetes M 615, M 632, M 633, M 622, M 623 - vända III (või vända IV) pöörlemist vertikaaltelje ümber;

b) ülesannetes M 628 - M 630 (M) - veovõlli pöörlemist või kiirendaja ratta 4 pöörlemist vertikaaltelje ümber;

Relatiivsed liikumised nendes ülesannetes on:

a) ülesandes M 615 - ratta MN pöörlemine telje HI ümber;

b) ülesannetes M 622, M 623 - ratta III pöörlemine vända IV suhtes;

c) ülesannetes M 628 - M 630, M 632, M 633 - satelliidi pöörlemine oma horisontaaltelje ümber.

Erialad õppeplaani järgi 150 - 160 t

Juhend kontrolltööle Nr. 2

Selle kontrolltöö esimene ülesanne kuulub kinemaatika teise teemasse ("Punkti kinemaatika").

Teine ülesanne kuulub kolmandasse teemasse ("Köva keha pöörlemine ümber kinnistelje"). Selle ülesande lahendamisel tuleb osutada tähelepanu sellele, et hambuvate (või lõputu rihmaga ühendatud) rataste nurkkiirused on pöördvõrdelised raadiustega.

Kolmas ülesanne kuulub viiendasse teemasse ("Köva keha tasaparalleelne liikumine.").

Mitmest lülist koosneva tasapinnalise mehhanismi punktide kiiruste määramisel tuleb vaadelda iga lüli liikumist eraldi, alustades sellest lülist, mille liikumine on antud.

Selle ülesande lahendamisel tuleb algul leida:

1) ülesannetes 53 ja 55 - punkti A kiirus ja lüli AB kiiruste hetkelise tsentri asukoht;

2) ülesannetes 52, 54, 56 - 61 - liikuva hammasratta keskpunkti kiirus ja kiiruste hetkelise tsentri asukoht.

Ül. 56 - 61 lahendamisel tuleb esmalt väljendada ratta nurkkiirus tema keskpunkti joonkiiruse kaudu ja pärast saadud võrduse diferentseerimist aja järgi leida ratta nurkkiirendus ε. Seejärel tuleb kasutada võrdusi $\bar{w}_C = \bar{w}_A + \bar{w}^n_{CA} + \bar{w}^\tau_{CA}$ ja $\bar{w}_N = \bar{w}_A + \bar{w}^n_{NA} + \bar{w}^\tau_{NA}$ ülesandes 56 või võrdust $\bar{w}_A = \bar{w}_{O_1} + \bar{w}^n_{AO_1} + \bar{w}^\tau_{AO_1}$ ülesandes 57.

Ülesande 52 lahendamisel tuleb kasutada võrdust $\bar{w}_E = \bar{w}_A + \bar{w}^n_{EA} + \bar{w}^\tau_{EA}$, ülesande 54 lahendamisel - võrdust $\bar{w}_B = \bar{w}_{O_1} + \bar{w}^n_{BO_1} + \bar{w}^\tau_{BO_1}$.

Ülesannete 53 ja 55 lahendamisel tuleb projekteerida vektoriaalne võrdus $\bar{w}_B = \bar{w}_A + \bar{w}^n_{BA} + \bar{w}^\tau_{BA}$ sirgele AB (punkti B kiirenduse määramiseks) ja sirgele, mis on risti $\bar{AB}$-ga (kepsu AB nurkkiirenduse määramiseks).

Neljandas ülesandes nõutakse graafilist lahendust (kiiruste kolmnurkade konstrueerimisega). Seejuures on oluline täita järgmisi reegleid: joonised (antud mehhanism ja kiiruste plaan) valmistatakse pliiatsiga või tušiga joonteta paberile mastaabis, kusjuures kiiruste ja pikkuste mastaabid tuleb tingimata joonisel näidata. Peale selle tuleb arvestada, et $\bar{v}_B \perp \overline{BC}$ (ülesannetes 71 ja 72) või $\bar{v}_C \perp \overline{CQ}$ (ülesandes 73) või $\bar{v}_B \perp \overline{BO_2}$ (ülesandes 76).

Seejuures on vaja arvestada, et lüli CBD ülesandes 71 (või lüli CQE ül. 73) pöörleb liikumatu telje ümber. Enne kui hakata määrama punkti D kiirust ülesandes 73, tuleb konstrueerida lüli AB kiiruste hetkeline tsenter ja leida punkti D kiiruse suund. Kui punktide kõik otsitavad kiirused on konstrueeritud, tuleb valitud kiiruste mastaapi kasutades leida nende arvulised väärtused.

Selle töö viies ja kuues ülesanne kuuluvad neljandasse ja seitsmendasse teemasse ("Punkti liitliikumine.") ja lahenduvad kiiruste rööpküliku ja kiirenduste rööpküliku teoreemide abil või Coriolis'e teoreemi abil.

Nende ülesannete lahendamisel tuleb võtta kaasaminekuliikumiseks:

a) ül. 83 ja 82 - auto (või vankri) translatoorne liikumine;

b) ül. 85 ja M 459 - ketta või lennuki translatoorne liikumine;

c) ül. 80, 81 ja 84 - kulissi või laadimismasina translatoorne liikumine;

d) ül. 90, 93, 94 ja 97 - ringjoone või kõvera OA või sirgjoonelise toru või vända pöörlemine joonise tasapinnas ümber liikumatu punkti O.

Relatiivseks liikumiseks nendes ülesannetes on:

a) ül. 80, 81 ja 94 - kulissikivi liikumine piki sisselõiget või kuuli liikumine piki toru;

b) ül. 82, 83 ja M 459 - mootori rootori või hooratta või propelleri pöörlemine oma telje ümber;

c) ül. 90 ja 93 - punkti M liikumine ringjoone kaarel või köveral OA;

d) ül. 84, 85 ja 97 - konveieri lindi pea või ketta või ratta pöörlemine oma telje ümber.

Viimane ülesanne kuulub seitsmendasse teemasse ("Paralleelsete telgede ümber toimuvate pöörlemiste liitmine."). Nende ülesannete lahendamisel tuleb lugeda kaasaminekuliikumiseks vända [ül. M 580 - M 582] või vedava völli [ül. M 585] või vända [ül. M 584, 105 ja 106] või ringjoone [ül. 108] pöörlemine. Peale selle on oluline arvestada, et köikides ülesannetes, välja arvatud nr. 105 ja 108, läbib hetkeline pöörlemistelg liikuva ja liikumatu ratta puutepunkti.

Erialad öppeplaani järgi 100 - 120 tundi

Juhend kontrolltööle Nr.2

Kaks esimest ülesannet on teise teema kohta ("Punkti kinemaatika")

Et leida punkti liikumise seadus mööda tema trajektoori esimeses ülesandes, tuleb pärast punkti kiiruse v leidmist koostada vörrand $ds = vdt$ ja see integreerida.

Kolmas ülesanne on kolmanda teema kohta ("Köva keha pöörlemine liikumatu telje ümber"). Ülesande nr.39 lahendamiseks tuleb koostada vörrand, mis annab söltuvuse nurkkiiruse ω ja tema tuletise $\frac{d\omega}{dt}$ vahel, ja see integreerida.

Neljas ja viies ülesanne on 4. teema kohta ("Punkti liitliikumine"). Nad lahendatakse kiiruste või kiirenduste rööpküliku teoreemi abil. Nende ülesannete lahendamisel tuleb kaasaliikumiseks lugeda:

1) ülesannetes M 458, 47 - 49 ja M 447 - lennuki, auto, vankri või kaldpinna translatoorne liikumine;

2) ülesannetes 46, 56 ja 57 - ratta, veduri või elektrimootori translatoorne liikumine;

3) ülesannetes 50 ja 53 - ketta pöörlemine telje O ümber, mis on risti ketta tasapinnaga, või kulissi pöörlemine telje O_1 ümber ülesandes 55, või turbiini pöörlemine telje O ümber ülesandes 59, aga ülesandes 58 - toru pöörlemine joonise tasapinnas liikumatu punkti O ümber;

4) ülesannetes 54 ja 52 - ristküliku (ruudu) ABCD pöörlemine oma külje ümber või ketta pöörlemine telje O_1O_2 ümber ülesandes nr.51.

5) ülesannetes M 435, 60 - silindri (või regulaatori) pöörlemine vertikaaltelje ümber.

Relatiivsed liikumised nendes ülesannetes on:

1) ülesannetes 46, 56, 47 M 458, 49 - ratta, propelleri või mootori rootori pöörlemine;

2) hooratta pöörlemine ülesandes 48 või varda OA pöörlemine ülesandes 57;

3) keha liikumine kaldpinnal ülesandes M 447;

4) punkti M liikumine ristküliku küljel (ülesandes 54) või ruudu diagonaalil (ülesandes 52) või ketta raadiusel (ülesandes 51) või ketta köölul (ülesandes 50) või ketta diameetril (ülesandes 53);

5) punkti M liikumine piki toru ülesandes 58 või silindri moodustajal ülesandes 60 või sirgjoonset kanalit mööda ülesandes 59;

6) ülesandes 55 - kulissikivi liikumine sisselõikes või regulaatori kerade pöörlemine joonise tasapinnas ülesandes M 453.

Tähele pannes, et ratta alumise punkti absoluutne kiirus ülesandes 46 on võrdne nulliga, tuleb väljendada ratta nurkkiirus tema tsentri joonkiiruse v_o kaudu. Difererentseerinud seejärel aja järgi nurkkiiruse jaoks saadud avaldise, tuleb leida ratta nurkkiirendus.

Viimane ülesanne on viienda teema kohta ("Köva keha tasaparalleelne liikumine"). Mitmest lülist koosneva tasapinnalise mehhanismi punktide kiiruste määramisel tuleb vaadelda iga lüli liikumist eraldi, alates selle lüliga, mille liikumine on antud.

Selle ülesande lahendamisel tuleb algul leida punkti A kiirus. Edasi tuleb kasutada teoreemi tasapinnalise lõike kahe punkti kiiruste projektsioonidest või leida kiiruste hetkeline tsenter lüli AB kohta (või liikuva hammasratta kohta ülesannetes 62, 63). Siis tuleb leida punkti C kiirus ülesannetes 62 - 64, M 530, M 531 või rataste I ja II puutepunkti kiirus ülesandes M 536.

Kordamisküsimusi kinemaatikast

1. Mis on punkti liikumise seadus (liikumise võrrand)?
2. Mis on liikumise graafik (diagramm)?
3. Millega võrdub punkti kiirus antud hetkel ja kuidas on ta suunatud?
4. Mis on kiiruste graafik?
5. Missugust punkti liikumist nimetatakse ühtlaseks?
6. Milline on ühtlase liikumise graafik?
7. Kuidas määratakse liikumise graafiku järgi punkti kiirus antud hetkel? Keskmine kiirus antud ajavahemikul?
8. Kuidas leitakse liikumise graafiku järgi antud ajavahemikus läbitud tee pikkus?
9. Kuidas leitakse punkti liikumise võrranditest punkti trajektoor?
10. Milline seos on punkti raadiusvektori ja kiirusvektori vahel?
11. Mis on kiirusvektori hodograaf?
12. Millega võrduvad kiiruse projektsioonid koordinaattelgedele?
13. Mis on punkti kiirendus?
14. Milline seos on punkti raadiusvektori ja kiirendusvektori vahel?
15. Millega võrduvad punkti kiirenduse projektsioonid koordinaattelgedele?
16. Mis on loomulikud teljed (loomulik ühikvektorite kolmik)?
17. Millega võrduvad kiirenduse projektsioonid loomulikkudele telgedele?
18. Punkt liigub kõverjoonel: antud hetkel tema kiirus on

5 m/sec, kiirendus 10 m/sec^2 ja kiirendusvektor moodustab kiirusvektoriga nurga 60°. Leida selleks hetkeks puute- ja normaalkiirendus ning trajektoori kõverusraadius punktis, milles asetseb antud hetkel liikuv punkt.

19. Punkti liikumise seadus avaldub kujul $s = a + bt$. Kas võib väita, et trajektooriks on sirgjoon?
20. Missuguste liikumiste puhul võrdub nulliga: 1) puutekiirendus, 2) normaalkiirendus, 3) täiskiirendus?
21. Millist abs. kõva keha liikumist nimetatakse translatoorseks?
22. Kuidas liiguvad abs. kõva keha punktid selle keha translatoorsel liikumisel?
23. Mis on liikumise seadus (liikumise võrrand) abs. kõva keha pöörlemisel ümber paigalseisva telje?
24. Mis on nurkkiirus? Nurkkiirendus?
25. Mis on ühtlane pöörlemine ühtlaselt muutuv (ühtlaselt kiirenev, ühtlaselt aeglustuv) pöörlemine?
26. Kuidas avaldub nurkkiirus minutis tehtud pöörete arvu kaudu?
27. Mis on nurkkiiruse vektor?
28. Kuidas avaldub pöörleva keha mingi punkti kiirus keha nurkkiiruse kaudu?
29. Kuidas avalduvad punkti puute-, normaalkiirendus ja täiskiirendus pöörleva keha nurkkiiruse ja nurkkiirenduse kaudu?
30. Andke pöörleva keha punkti kiirus, puute- ja normaalkiirendus vektoriaalkorrutise kujul.
31. Millised absoluutselt kõva keha punktid omavad keha pöörlemisel ümber paigalseisva telje antud hetkel võrdseid kiirendusi?
32. Kas esineb translatoorse t liikumist, mille puhul kõikide punktide trajektoorid on ringjooned?
33. Kas väntmehhanismis keps liigub translatoorselt?
34. Millist liikumist nimetatakse tasaparalleelseks?
35. Kui palju on tasaparalleelse liikumise võrrandeid?
36. Missuguseks kaheks liikumiseks võib lahutada tasaparalleelset liikumist?
37. Mida nimetatakse tasapinnalise liikumise puhul kiiruste (pöörlemise) hetkeliseks tsentriks?

38. Kuidas leitakse graafiliselt tasapinnalise kujundi kiiruste hetkeline tsenter, kui on teada selle kujundi kahe punkti kiirused?
39. Kuidas jaotuvad tasapinnalise kujundi kiirused, kui kiiruste hetkelist tsentrit pole (on lõpmata kaugel)?
40. Sõnastage teoreem abs. kõva keha kahe punkti kiiruse projektsioonidest neid punkte läbivale sirgele.
41. On antud liikuva tasapinnalise kujundi kaks punkti A ja B. On teada, et p.A kiirusvektor on risti sirgega AB. Kuhu on suunatud p.B kiirusvektor?
42. Mis on paigalseisev tsentroid? Liikuv tsentroid?
43. Mida teate paigalseisva ja liikuva tsentroidi asetsemisest kujundi liikumisel?
44. Mis on hetkeline kiirenduste tsenter?
45. Millisest kolmest komponendist koosneb liikuva tasapinnalise kujundi mingisuguse punkti kiirendusvektor?
46. Kas kiiruste hetkelise tsentri kiirendus on null? Kas kiirenduste hetkelise tsentri kiirus on null?
47. On antud tasapinnalise kujundi kahe punkti A ja B kiirendusvektorid $\bar{w}_A$ ja $\bar{w}_B$. Kuidas leida kiirenduste hetkelist tsentrit?
48. Kus asetsevad tasapinnalise kujundi need punktid, mille kiirusvektorid antud hetkel on risti mingi antud sirgega AB?
49. Tasapinnalise kujundi kahe punkti A ja B kiirendusvektorid on risti sirgega AB. Kuidas tõestada, et sel juhtumil kujundi nurkkiirus on võrdne nulliga?
50. Mis on kiiruste plaan?
51. Kuidas on teostatavad ühe paigalseisva punktiga kõva keha ümberpaigutused (nihked).
52. Mis on kõva keha hetkeline pöörlemistelg (rotatsioonitelg)?
53. Kuidas avalduvad ühe paigalseisva punktiga kõva keha mingi punkti kiiruse projektsioonid koordinaattelgedele?
54. Kus asetsevad ühe paigalseisva punktiga kõva keha need punktid, mille kiirused (absoluutväärtused) antud hetkel võrduvad selle keha mingi punkti M kiirusega?

55. Kuidas avaldub ühe paigalseisva punktiga köva keha kiirendusvektor (komponentide nimetused).
56. Keha liigub paigalseisva punkti ümber nii, et nurkkiirus (absoluutsuurus) on jääv. Kuidas on suunatud sel juhtumil nurkkiirendusvektor?
57. Milliste vektorite summaga vördub köva keha mingi punkti kiirusvektor antud hetkel keha üldisel liikumisel?
58. Mis on punkti relatiivne liikumine?
59. Mis on punkti kaasamineku liikumine?
60. Mis on punkti relatiivne kiirus?
61. Kuidas defineerite punkti kaasamineku kiirust?
62. Kuidas avaldub punkti absoluutne kiirus (kiiruste liitmise teoreem)?
63. Mis on punkti relatiivne kiirendus (kaasamineku kiirendus)?
64. Kuidas avaldub absoluutne kiirendus, kui kaasamineku-liikumine on translatsioon (translatoorne liikumine)?
65. Poolring raadiusega r pöörleb oma diameetri AB ümber. Punkt M liigub poolringi äärel relatiivse kiirusega v_2. Millega vördub p.M Coriolis'e kiirendus hetkel, kui punktini viiv raadius OM $\perp$ AB?
66. Mis juhtumitel Coriolis'e kiirendus vördub nulliga?
67. Millega vördub liikuva punkti Coriolis'e kiirenduse projektsioon punkti relatiivse kiiruse sihile?
68. Ring raadiusega R pöörleb nurkkiirusega ω püsttelje ümber, mis läbib ringi keskpunkti ja on risti tema tasapinnaga.
Selle ringi diameetril liigub punkt M. Millega vördub ja kuidas on suunatud punkti kaasamineku kiirus hetkel, mil punkt läbib ringi keskpunkti (asetseb ringi äärel)?
69. Mis on köva keha kruviliikumine?
70. Mis on kruvi samm?
71. Kuidas liituvad löikuvate telgedega (paralleelsete telgedega) rotatsioonid?
72. Kas asetsevad kruvi liikumist teostatava köva keha punktid, mille kiirusvektorid antud hetkel on isekeskis vördsed?
73. Missuguse liikumise annab rotatsioonide paar?

74. Keha relatiivse liikumise nurkkiirus ja kaasamineku liikumise nurkkiirus on seotud järgmiselt:

$$\omega_1 = 2\omega_2 = 10 \frac{1}{sec}.$$

Pöörlemisteljed on paralleelsed, pöörlemissuunad vastupidised teineteisele. Telgede vaheline kaugus $O_1 O_2 = 0{,}8$ m. Millega võrdub absoluutne nurkkiirus ja kuidas asetseb absoluutne liikumise rotatsioonitelg?

75. Missuguse staatika ülesandega on analoogiline ülesanne paralleelsete telgedega rotatsioonide liitmise kohta?

76. Kuidas avaldub Coriolis'e kiirendus kahe vektori vektoriaalkorrutisena? Millega võrdub tema absoluutväärtus?

6. Ülesanded kontrolltöödele

Kinemaatika

Ülesanded kursustele õppeplaani järgi 150 - 160; 180 - 190 ja 200 - 220 tundi

33. Leida liikuva punkti trajektoori võrrand, kiirus ja täiskiirendus, puute- ja normaalkiirendus, kui punkti liikumine on antud Cartesius'e koordinaatides järgmiste võrranditega:
(x, y - sentimeetrites, t - sekundeis)

1) $x = 4t^2 + 1$, $y = 8t$

2) $x = \cos\frac{\pi}{4}t^2$, $y = \frac{\pi}{4}t^2$

9) $x = 2t^3$, $y = 3t^2$

4) $x = 2t$, $y = e^t + e^{-t}$

5) $x = 2t$, $y = t - 3t^2$

6) $x = t^2$, $y = 2t - 1$

7) $x = 3t$, $y = t^2 - 1$

8) $x = \cos^2 \pi t$, $y = \sin^2 \pi t$

9) $x = 2\sin^3 \frac{\pi}{2}t$, $y = 2\cos^3 \frac{\pi}{2}t$

10) $x = 2t$, $y = \frac{1}{3}t^{\frac{3}{2}}$

Peale selle tuleb kõikidel juhtudel leida liikuva punkti asend hetkedel $t_0=0$, $t_1=1$ sec, $t_2=2$ sec ja näidata joonisel trajektoori kuju, samuti leida punkti liikumise seadus oma trajektooril, lugedes kaare pikkust liikuva punkti algasendist.

34. Leida liikuva punkti trajektoori võrrand, kiirus, kiirendus, liikumise seadus mööda trajektoori, lugedes kaare pikkust punkti algasendist, kui punkti liikumine on antud Cartesius'e koordinaatides järgmiste võrranditega:

1) $x = 2t^2$ $\quad$ 2) $x = 4 \sin \frac{\pi}{2} t$ $\quad$ 3) $x = 2e^t + 1$
$y = 4t$ $\quad$ $y = \cos \pi t$ $\quad$ $y = 2e^t - 1$

4) $x = 2 \cos^2 \frac{\pi}{2} t$ $\quad$ 5) $x = 2 \cos t$
$y = 2 \sin \pi t$ $\quad$ $y = \frac{1}{2} \cos 2t$

Peale selle kõikidel juhtudel leida liikuva punkti asend hetkedel $t_0= 0$, $t_1=1$ sec, $t_2=2$ sec ja näidata joonisel trajektoori kuju.

35. Leida liikuva punkti tangentsiaal- ja normaalkiirendus, ning trajektoori kõverusraadius, kui punkti liikumine on antud Cartesius'e koordinaatides järgmiste võrranditega:
(x, y, z - sentimeetrites, t - sekundites)

1) $x = ae^{kt}$ $\quad$ 2) $x = 10t - \cos 10t$ $\quad$ 3) $x = \sin t$
$y = be^{-kt}$ $\quad$ $y = 1 - \sin 10t$ $\quad$ $y = \cos t$
$z = \sin t$

4) $x = 3t$ $\quad$ 5) $x = 4 \cos 2t$ $\quad$ 6) $x = 2 \sin t$
$y = 4t$ $\quad$ $y = 4 \sin 2t$ $\quad$ $y = 2 \cos t$
$z = 2{,}5t^2$ $\quad$ $z = 6t$ $\quad$ $z = t^2$

36. Leida liikuva punkti trajektoori võrrand, kiirus ja täiskiirendus, tangentsiaal- ja normaalkiirendus, kui on antud kiiruste projektsioonid koordinaattelgedele ja punkti koordinaadid liikumise algul:

1) $v_x = 4e^t$ 2) $v_x = 2\sin t$ 3) $v_x = 2$

$v_y = 4e^{-t}$ $v_y = 3\cos t$ $v_y = 8t$

$x_o = y_o = 4$ $x_o = 2$ $x_o = y_o = 0$

$y_o = 0$

4) $v_x = 2t - 6$ 5) $v_x = 2t$

$v_y = 2,5$ $v_y = 3t^2$

$x_o = y_o = 0$ $x_o = 1$

$y_o = 0$

(x ja y - [cm], t - [sec], v_x ja v_y - $\left[\frac{cm}{sec}\right]$)

Peale selle leida kõikidel juhtudel liikuva punkti asukoht hetkedel $t_o = 0$, $t_1 = 0,5$ sec, $t_2 = 1$ sec ja näidata joonisel trajektoori kuju.

37. Ellipsograafi joonlaud AB pikkusega 10 cm libiseb otstega A ja B kaht ristuvat sirget Ox ja Oy mööda. Seejuures punkt B liigub jääva kiirusega $v_B = 10 \frac{cm}{sec} = const.$ Alghetkel on see punkt koordinaatide alguses.

Leida joonlaua punkti C trajektoori võrrand, kiirus ja kiirendus, kui AC=CB. Leida punkti C asukoht hetkedel t=0,5 sec ja t=1 sec ja näidata joonisel trajektoor.

Leida veel punkti C liikumise seadus mööda tema trajektoori, lugedes kaare pikkust s punkti algasendist.

38. Leida eelmise ülesande tingimustel joonlaua punkti M trajektoori võrrand, kiirus ja kiirendus, kui AM=4 cm. Anda joonisel punkti M asukoht hetkel $t = \frac{1}{3}$ sec ja t = 1sec ja punkti trajektoor.

39. Vänt OA, pöörelde ühtlaselt telje O ümber teeb ühe täispöörde 4 sekundiga ja paneb kepsu AB abil liikuma liuguri B. Keps ja vänt on ühendatud liigendiga punktis A. OA = AB = l = 60 cm.

Koostada keskpunkti C liikumise võrrand (AC=CB), ning leida selle punkti kiirus ja kiirendus, samuti tangentsiaal- ja normaalkiirendus.

Anda joonisel punkti C asukoht hetkedel $t_0 = 0$, $t_1 = 1$ sec, $t_2 = 2$ sec ja ta trajektoor. Leida veel punkti C liikumise seadus mööda ta trajektoori, lugedes kaare pikkust s punkti C algasendist (vt. joonist ülesande nr.M 359 kohta).

40. Leida eelmise ülesande tingimustel kepsu punkti M liikumise võrrand, kui $AM = \frac{1}{3} AB$. Leida punkti M trajektoor, kiirus ja kiirendus, samuti tangentsiaal- ja normaalkiirendus. Kujutada joonisel punkti C trajektoor ja märkida ta asendid hetkedel $t_0 = 0$, $t_1 = 1$ sec, $t_2 = 1,5$ sec.

41. Varras OB, pööreldes ühtlaselt telje O ümber, teeb ühe täispöörde 3 sekundiga ja paneb liikuma varda AD. Varda AD punktid A ja C liiguvad vastavalt mööda telgi Ox ja Oy (vt. joonist ülesande M 518 kohta).

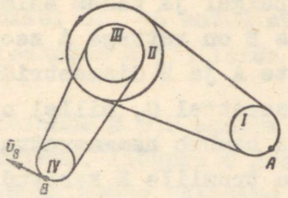
Leida varda otspunkti D liikumise rörrand (AB=BC=CD = =12 cm) ja leida tema trajektoor, kiirus, kiirendus, samuti tangentsiaal- ja normaalkiirendus.

Kujutada joonisel punkti D trajektoor ja märkida ta asendid hetkedel $t_0 = 0$, $t_1 = 1$ sec, $t_2 = 2$ sec.

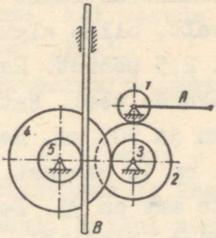
42. Joonisel on kujutatud rihmülekande skeem. Ratastel II ja III on ühine telg. Need rattad on ühendatud teineteisega liikumatult. Rataste diameetrid $d_1 = 200$ mm, $d_2 = 500$ mm, $d_3 = 300$ mm ja $d_4 = 200$ mm. Leida ratta I punkti A kiirus ja täiskiirendus hetkel $t = 3$ sec, kui ratas IV hakkab pöörlema ühtlaselt kiirenevalt, olles alghetkel liikumatu ja kui 10 sekundi järel ta äärel oleva punkti B joonkiirus $v_B = 20 \frac{m}{sec}$ (joonis 41).

43. Ülesande M 400 tingimustel leida ratta 3 äärel oleva punkti kiirus ja täiskiirendus.

44. Ülesande M 401 tingimustel leida lati B kiirus, ratta 5 äärel oleva punkti kiirus ja täiskiirendus hetkel $t = 3$ sec, tingimusel, et käepide A pöörleb ühtlaselt kiirenevalt, alates paigalolekust omandades 0,5 sekundi järel nurkkiiruse, mis vastab 30 pöördele minutis.



Joon.41



Joon.42

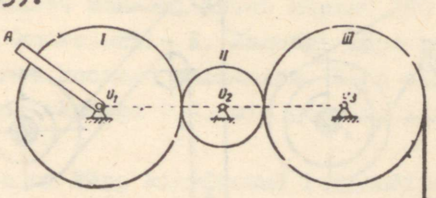
45. Tungraua käepideme A ühtlase pöörlemise tagajärjel hakkavad pöörlema hammasrattad 1, 2, 3, 4, 5, mis sunnivad liikuma hammaslati B.

Hammasrataste raadiused on vastavalt: $r_1 = 3$ cm, $r_2 = 12$ cm, $r_3 = 4$ cm, $r_4 = 16$ cm, $r_5 = 3$ cm. Käepideme A pikkus on 18 cm.

Leida ratta 4 äärel oleva punkti joonkiirus ja joonkiirendus, lati B joonkiirus ja joonkiirendus hetkel t = 3 sec, kui käepide teeb kahe esimese sekundi jooksul 8 pööret (joon.42).

46. Kolm ratast I, II ja III raadiustega $r_1 = 20$ cm, $r_2 = 10$ cm, $r_3 = 20$ cm, mis pöörlevad liikumatute telgede O_1, O_2 ja O_3 ümber ning on omavahel ühendatud nagu on näidatud joonisel.

Ratta I külge on kinnitatud käepide OA pikkusega 40 cm. Ratta III külge on kinnitatud nöör, mis kannab koormist P. Käepide hakkab pöörlema ühtlaselt kiirenevalt, olles algul paigal. Esimese nelja sekundi jooksul teeb käepide 12 pööret. Leida käepideme otsa A kiirus ja kiirendus. Leida koormise P kiirus ja kiirendus kaks sekundit pärast liikumise algust (joon.43).



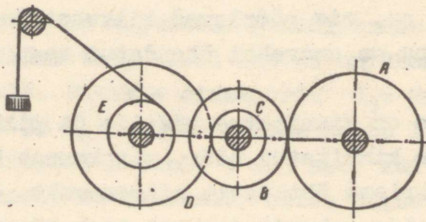
Joon.43

47. Puurimisseadeldise ratas A hakkab pöörlema ühtlaselt kiirenevalt, olles algul paigal ja tehes esimese 6 sekundi jooksul 2,5 pööret. Ratas B on rattaga A seostatud friktsioonülekande teel. Rataste A ja B diameetrid on vastavalt 2320 mm ja 705 mm. Hammasrattal C, millel on rattaga B ühine telg, on 16 hammast. Ta hambub hammasrattaga D, mille hammaste arv on 95. Leida trumlile E keritud köie kiirus ja kiirendus seadeldise tõstmisel hetkel t=5 min, kui trumli diameeter on 0,35 m (joon.44).

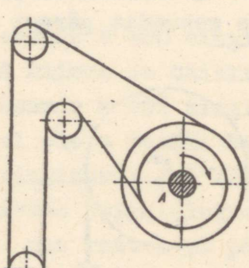
48. Ülesande M 394 andmeil määrata vaid kuuli kiirus, tangentsiaal- ja normaalkiirendus hetkel $t=\frac{3}{2}$ sec.

49. Ülesande M 399 andmeil määrata käepideme otsa kiirus ja kiirendus meelevaldsel ajahetkel t.

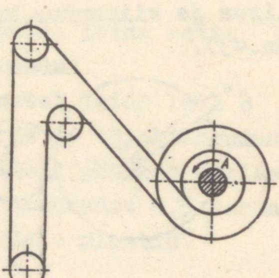
50. Torude tõstmine puurimisseadeldisega toimub astmelise tali A abil, mille võll, pööreldes ühtlaselt, teeb 15,1 pööret minutis. Suure trumli diameeter, köie esimene keerd kaasa arvatud, on 0,455 m. Väikse trumli diameeter on 0,315 m. Leida torude tõstmise kiirus ja kiirendus trumli mõlema poole töötamisel skeemi järgi, mis on antud joonisel 45.



Joon. 44



Joon. 45



Joon. 46

51. Lahendada eelmine ülesanne, kui torude tõstmine toimub joonisel nr. 46 antud skeemi järgi.

52. Ülesandes M 513 leida täiendavalt punkti E kiirendus.

53. Ülesande M 516 andmeil leida liuguri B kiirus, kepsu AB nurkkiirus, liuguri B joonkiirendus ja kepsu AB nurkkiirendus vända nende asendite juhul, millal nurk

1) AOB=0; 2) $AOB = \frac{\pi}{2}$; 3) $AOB = \frac{\pi}{4}$.

54. Ülesandes M 514 leida täiendavalt punkti B kiirendus, oletades et vänt O_1O_2 pöörleb ühtlaselt.

55. Ülesande M 517 andmeil määrata liuguri kiirus, kepsu nurkkiirus, liuguri kiirendus, kepsu nurkkiirendus juhul, kui vänt on vertikaalses asendis.

56. Ülesande M 560 andmeil leida vaid hammasratta punktide N ja C kiirused ja kiirendused, kusjuures $AC \perp OA$.

57. Ülesande M 561 andmeil leida vaid liikumatu hammasratta vertikaalsel diameetril oleva liikuva hammasratta punkti A kiirus ja kiirendus hetkel, kui vänt OO_1 moodustab horisondiga nurga 45^o.

58. Ülesande M 557 andmeil leida vaid punktide M_1 ja M_2 kiirused ja kiirendused.

59. Ülesande M 557 andmeil leida vaid punktide M_3 ja M_4 kiirused ja kiirendused.

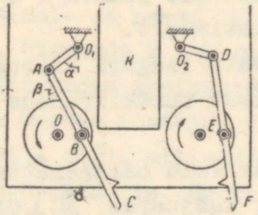
60: Ülesande M 558 andmeil leida vaid punktide M_1 ja M_2 kiirused ja kiirendused.

61. Ülesande M 558 andmeil leida vaid punktide M_3 ja M_4 kiirused ja kiirendused.

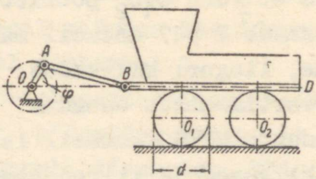
62. Seadeldis söe laadimiseks söelaadimismasinatel C-153 koosneb kahest mehaanilisest käpast ABC ja DEF, mis kühveldavad söe konveierile K. Kummagi käpa paneb liikuma vändast ja kepsust koosnev mehhanism. Käpa ots A on ühendatud liigendi abil vändaga O_1A, mis pöörleb liikumatu telje O_1 ümber.

Peale selle on käpp kinnitatud liigenditega punktis B kettal, mis pöörleb liikumatu telje O ümber muutumatu nurkkiirusega $\omega = 2 \frac{1}{sec}$. O_1A = 20 cm, AB = BC = 40 cm ja OB= = 20 cm. Leida vända O_1A nurkkiirus ja käpa punkti C kiirus hetkedel, kui $\alpha=45^\circ$, $\beta=30^\circ$. Leida punkti A absoluutne kiirendus samal momendil (joon.47).

63. Edasi-tagasi liikuv toiteseadeldis koosneb kandekastist BD, mis toetub pöörlevatele rullidele O_1 ja O_2. Kandekast pannakse liikuma völli O abil kepsu AB kaudu. Leida liuguri B kiirus ja kiirendus ja rulli O_1 tsentri kiirus hetkel, kui $\varphi=60^\circ$. OA=r=7,5 cm, AB=l=60 cm ja a=15 cm. Vänt, pööreldes ühtlaselt, teeb 50 pööret minutis.



Joon. 47

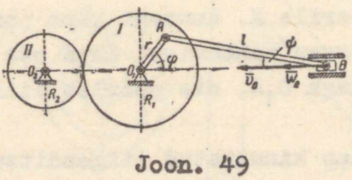


Joon. 48

64. Mehhanism, mille skeem on antud joonisel, koosneb hambuvast hammasrattast I ja II raadiustega R_1 ja R_2 ja kepsust AB=l=5r, mis on ühendatud liigendi abil punktis A rattaga I. Liugur B liigub horisontaalselt. Rattad I ja II pöörlevad liikumatute telgede O_1 ja O_2 ümber.

Leida punkti A kiirus ja kiirendus, rataste I ja II nurkkiirused ja nurkkiirendused, kui $R_1=2R_2=\frac{3}{2}$ r, $\varphi=30^\circ$ ja kui antud momendil on teada liuguri kiirus $\bar{v}_B$ ja kiirendus $\bar{w}_B$.

Märkus. Ülesande lahendamisel tuleb nurk ψ lugeda antuks, kuna teda saab leida kolmnurgast O_1AB (joon.49).

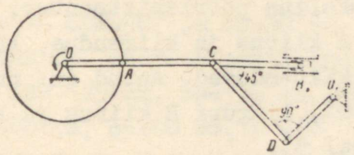


Joon. 49

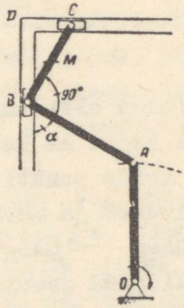
65. Väntmehhanism OAB on surnud seisus. Vänt OA=r pöörleb liikumatu punkti O ümber nurkkiirusega ω_r= const.

Lüli CD=ℓ on ühendatud šarniiri abil kepsuga AB=ℓ ja lüliga $O_1D=r_1$, mis pöörleb liikumatu punkti O_1 ümber. AC=CB.

Leida punktide B ja C kiirendused, lüli CD hetkelise pöörlemistsentri asukoht ja lüli O_1D nurkkiirus ja nurkkiirendus. (Joon. 50.)



Joon. 50



Joon. 51

66. Vänt OA=r pöörleb joonise tasapinnas liikumatu punkti O ümber antud nurkkiirusega ω_o=const. Leida lülide AB ja BC hetkelised pöörlemisstsentrid ja punktide A, B ja C kiirused ja kiirendused. Leida lüli AB nurkkiirendus. Antud on: nurk α, AB=ℓ_1 BC=ℓ_2, OA $\parallel$ BD, DC $\perp$ BD.

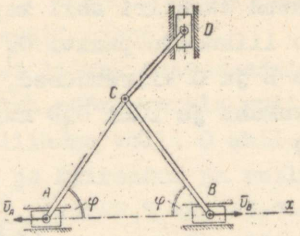
Leida veel, kandes joonisele, lüli BC liikuv ja liikumatu tsentroid (joon. 51).

67. Kolm varrast AC, BC ja CD on omavahel ühendatud šarniiri abil punktis C ja liuguritega A, B ja C. Liugurid A ja B liiguvad teljel Ox. Liugur D liigub vertikaalselt. Antud on: nurk φ, AC=CB=ℓ, $v_A=v_B$=u=const.

Leida:

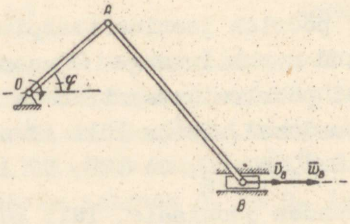
1) punkti C kiirus ja kiirendus;
2) lülide AC ja BC kiiruste hetkelise tsentri asukoht ja kiirenduste hetkelise tsentri asukoht;
3) lüli BC nurkkiirus ja nurkkiirendus;
4) liuguri D kiirus ja kiirendus (joon. 52).

Juhis. Punkti C kiirusvektori leidmiseks tuleb enne leida vektori $\bar{v}_C$ projektsioonid sihtidele CA ja CB, kasutades teoreemi kahe punkti kiiruste projektsioonide võrdsusest neid punkte ühendavale sirgele tasapinnalise kujundi juhul.



Joon. 52

68. Leida ekstsentrilisest vändast ja kepsust koosneva mehhanismi kepsu AB hetkeline pöörlemistsenter, andes selle joonisel. Leida punkti A kiirus ja kiirendus, lülide OA ja AB nurkkiirused ja nurkkiirendused. Antud on: nurk φ, $AB=\ell$, $OA=r$, $OA=r$, $\angle OAB=90^{\circ}$, liuguri B kiirus ja kiirendus, nagu on näidatud joonisel 53.

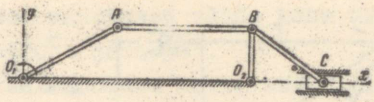


Joon. 53

69. Kahest vändast koosneva mehhanismi vänt $O_1A=60$ cm pöörleb ühtlaselt liikumatu punkti O_1 ümber nurkkiirusega $\omega_1=10\ \frac{1}{sec}$. Vänt $O_2B=30$ cm pöörleb liikumatu punkti O_2 ümber. Liugur C liigub horisontaalsirgel, mis läbib punkte O_1 ja O_2.

BC=50 cm, AB=80 cm.

Leida lülide AB ja BC pöörlemise hetkelised tsentrid hetkel, kui $\angle ABO_2=\angle O_1O_2B=90^{\circ}$. Leida punktide B ja C kiirused samal hetkel ja vända O_2B nurkkiirus ja nurkkiirendus (joon. 54).



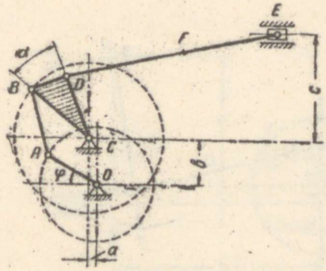
Joon. 54

70. Ülesande M 532 andmeil leida graafiliselt punktide B, C, E ja F kiirused vända kahe asendi juhul: kui $\varphi=30^{\circ}$ ja kui $\varphi=90^{\circ}$ ja leida valitud mastaabi järgi nende arvulised väärtused. Lisaks andmetele, mis on antud ülesande tekstis, lugeda $\angle CDE=90^{\circ}$ ja DC=30 cm.

71. Vänt OA pöörleb nurkkiirusega $\omega_{OA}=5\pi\frac{1}{\text{sec}}$. OA=100 mm, AB= 125 mm, BC=135 mm, CD=120 mm, DE=400 mm, a=15 mm, b=80 mm, c=200 mm, $\alpha=30^{\circ}$, DF=FE. Leida graafiliselt punktide B, D, E ja F kiirused ja valitud mastaabi järgi nende arvulised väärtused vända kahe asendi juhul:

1) kui $\varphi=0^{\circ}$ ja kui $\varphi=30^{\circ}$;

2) kui $\varphi=60^{\circ}$ ja kui $\varphi=90^{\circ}$ (joon. 55).



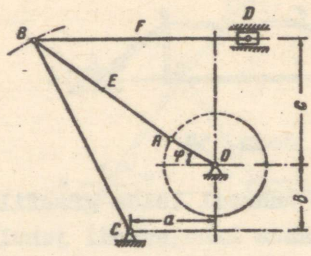
Joon. 55

72. Vänt OA pöörleb nurkkiirusega $\omega_{AO}=6\pi\frac{1}{\text{sec}}$. AO=60 mm, AB=200 mm, AE=EB, BC=250 mm, BD=250 mm, a=100 mm, b=70 mm, c=150 mm, BF=FD.

Leida graafiliselt punktide B,E,D ja F kiirused ja valitud mastaabi järgi nende arvulised väärtused vända kahe asendi puhul:

1) kui $\varphi=0^{\circ}$ ja $\varphi=30^{\circ}$

2) kui $\varphi=60^{\circ}$ ja $\varphi=90^{\circ}$ (joon. 56).



Joon. 56

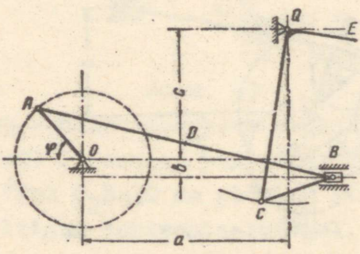
73. Vänt OA pöörleb nurkkiirusega $\omega_{OA}=8\pi\frac{1}{sec}$. Kang CQE võib liikuda punkti Q ümber. Kangil on jäik nurk 90°.

OA=40 mm, AB=200 mm, AD=DB, BC=50 mm, CQ=100 mm, EQ= =50 mm, a=120 mm, b=10 mm, c=75 mm.

Leida graafiliselt punktide B, C, E ja D kiirused ja valitud mastaabi järgi nende arvulised väärtused vända kahe asendi juhul:

1) kui $\varphi=0^\circ$ ja $\varphi=60^\circ$;

2) kui $\varphi=30^\circ$ ja $\varphi=45^\circ$ (joon.57).



Joon. 57

74. Leida graafiliselt aurujaotusmehhanismi punktide B, C ja D kiirused ja võetud mastaabi järgi nende arvulised väärtused vända OA kahe asendi juhul: $\alpha=30^\circ$, $\alpha=135^\circ$, kui vända nurkkiirus $\omega_{OA}=20\frac{1}{sec}$, OA=40 cm, AC=CB=CD=120 cm (vt.joon. ülesande M 531 kohta).

75. Vänt O_1A pöörleb nurkkiirusega $\omega_{O_1A}=2\pi\frac{1}{sec}$.

$O_1A=O_2B=10$ cm, BC=6AB, BD=DC, a=3cm, b=2,5 cm. Leida graafiliselt punktide B, C ja D kiirused ja võetud mastaabi järgi nende arvulised väärtused vända kahe asendi puhul: kui $\varphi=30^{\circ}$ ja $\varphi=120^{\circ}$ (joon.58).

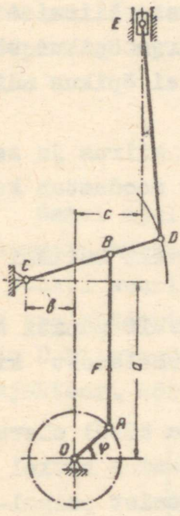
76. Sisepõlemismootori kolvi käiku pikendava mehhanismi vänt OA pöörleb nurkkiirusega $\omega_{OA}=55\pi\,\frac{1}{sec}$. Lüli CD liigub punkti C ümber. OA=50 mm, AB=200 mm, CD=160 mm, CB=100 mm, DE=250 mm, a=210 mm, b=60 mm, c=70 mm, AF=2FB, DK=KE (K - varda DE keskpunkt).

Leida graafiliselt punktide B, D, E, F ja K kiirused ja võetud mastaabi järgi nende arvulised väärtused vända kahe asendi puhul:

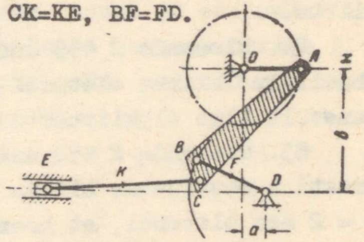
1) kui $\varphi=0^{\circ}$ ja $\varphi=30^{\circ}$;
2) kui $\varphi=60^{\circ}$ ja $\varphi=135^{\circ}$

(joon.59).

77. Aurumasina mehhanismis vänt OA pöörleb nurkkiirusega $\omega_{OA}=30\pi\,\frac{1}{sec}$. Kolmnurk ABC on jäik. OA=200 mm, AB=500 mm, BC=80 mm, AC=550 mm, CE=580 mm, a=75 mm, b=450 mm, BD=280 mm, CK=KE, BF=FD.



Joon. 59



Joon. 60

Leida graafiliselt punktide B, C, E, F ja K kiirused ja võetud mastaabi järgi nende arvulised väärtused vända OA kahe asendi puhul:

1) kui $\varphi=0^{\circ}$ ja $\varphi=30^{\circ}$;

2) kui $\varphi=60^{\circ}$ ja $\varphi=135^{\circ}$, kus φ on nurk vända OA ja telje Ox vahel (joon.60).

78. Ülesande M 533 andmeil leida graafiliselt punktide B, C ja varda BC keskpunkti K kiirused ja võetud mastaabi järgi nende arvulised vända OE kahe asendi puhul: kui $\varphi=0^{\circ}$ ja $\varphi=45^{\circ}$, kus φ on vända OE pöördenurk, mida loetakse

vända vertikaalasendist.

79. Antud punkti liikumise võrrandite järgi polaarkoordinaatides leida selle punkti trajektoor ja kiirus:

1) $r = at$ $\quad \varphi = \frac{b}{t}$

2) $r = e^{at}$ $\quad \varphi = bt$

3) $r = r_0(1 - at)$ $\quad \varphi = \frac{at}{1 - at}$

4) $r = at$ $\quad \varphi = at$

5) $r = R - at$ $\quad \varphi = \frac{V_0 t}{R - at}$

Juhis. Kiiruse määramisel kasutada kiiruste liitmise teoreemi (vt. näidet nr. 70 Loitsjanski ja Lurje õpikus või näidet Voronkovi õpikus lk. 321 all või Nikolai õpikus näidet 43).

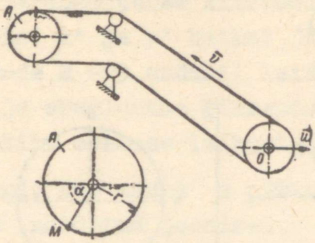
80. Ülesande M 433 andmeil leida kulissi kiirus ja selle kivi relatiivne kiirendus hetkel, kui vänt moodustab kulissi teljega nurga $\angle xOA = 45^\circ$.

81. Ülesande M 445 andmeil leida täiendavalt kulissi kiirus.

82. Ülesande M 455 andmeil leida täiendavalt punkti A absoluutne kiirus oletusel, et vanker liigub ühtlaselt kiirenevalt ilma algkiiruseta.

83. Ülesande M 458 andmeil leida hooratta äärel oleva punkti A absoluutne kiirus ja absoluutne kiirendus hetkel $t = 2$ sec oletusel, et hooratas alustab pöörlemist paigalolekust ja pöörleb ühtlaselt kiirenevalt nurkkiirendusega $\varepsilon = 4 \frac{1}{sec^2}$ ja $w_o = 2 \frac{m}{sec^2} = const.$

84. Maagi ladumise masin liigub ühtlaselt kiirenevalt algkiiruseta kiirendusega $w_o = 0{,}4 \frac{m}{sec^2}$. Konveieri lint liigub masina suhtes kiirusega $v = 0{,}5 \frac{m}{sec}$. Leida konveieri lindi punkti M absoluutne kiirus ja absoluutne kiirendus, kui $r = 10$ cm ja $\alpha = 60^\circ$ (joon.61).



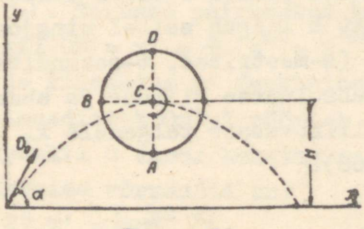
Joon. 61

85. Ketas raadiusega r, mis visatud algkiirusega v_o horisondi suhtes nurga $\alpha = 45^o$ all, liigub vertikaalses tasapinnas Oxy. Ketta keskpunkti liikumise võrrandid on:

$$x_c = v_o t \cos \alpha$$

$$y_c = v_o t \sin \alpha - \frac{gt^2}{2} .$$

Samal ajal ketas pöörleb punkti C ümber tasapinnas xOy muutumatu nurkkiirusega ω . Leida: punkti C trajektoor, selle punkti suurim kõrgus H, kiirendus (suund ja suurus) kiirus trajektoori kõrgemais punktis. Leida ketta punktide A, B ja D kiirused ja kiirendused hetkel, kui punkt C on oma trajektoori kõrgeimas punktis (joon.62).

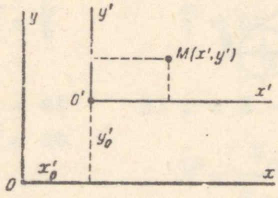


Joon. 62

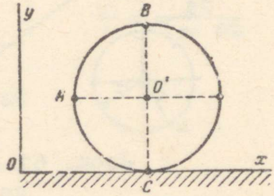
86. Teljestik O'x'y' liigub translatoorselt. Ta alguse O' liikumise võrrandid liikumatu teljestiku suhtes on: $x'_o = t^2$; $y'_o = 2,3\ t^2$. Punkti M relatiivse liikumise võrrandid on

$$x' = 9 \cos (\frac{\pi}{3} t); \quad y' = 9 \sin(\frac{\pi}{3} t).$$

Leida punkti M relatiivse liikumise trajektoor ja absoluutne kiirus ning absoluutne kiirendus hetkedel $t = 0$ ja $t = 1$ sec (joonis 63).



Joon. 63



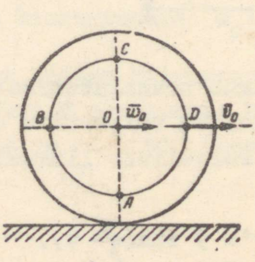
Joon. 64

87. Vaguni ratas raadiusega r veereb libisemata mööda rööbast. Ratta keskpunkti O' liikumise võrrandid on: $x'_o = \frac{at^2}{2}$; $y'_o = r$. Leida ratta punktide A, B ja C absoluutsed kiirused ja kiirendused x'_o funktsioonidena (joon. 64).

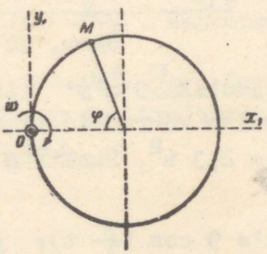
88. Ratas raadiusega $R = 0{,}4$ m veereb rööpal libisemata. Ratta keskpunkti O kiirus $v_o = 4 \frac{m}{sec}$ ja kiirendus $w_o = 2 \frac{m}{sec^2}$. Leida ratta punktide A, B, C, D kiirused ja kiirendused, kui OA = OB = OC = OD = 3 m (joon. 65).

89. Ringjoon raadiusega $R = 0{,}5$ m pöörleb joonise tasapinnas oma liikumatu punkti O ümber nurkkiirusega $\omega = 6 \frac{1}{sec} = const$. Punkt M liigub sellel ringjoonel seaduse $OM = s = \frac{2}{3}\pi t^2$ järgi (s-meetrites, t-sekundites).

Leida punkti M absoluutse kiiruse ja absoluutse kiirenduse projektsioonid liikuvatele telgedele x_1 ja y_1 hetkel $t = 0{,}5$ sec (joonis 66).



Joon. 65



Joon. 66

90. Eelmise ülesande tingimustel leida punkti M absoluutne kiirus ja absoluutse kiirenduse projektsioonid liikuvatele telgedele x' ja y' hetkel $t = 1$ sec.

91. Ülesande M 479 andmeil leida vedeliku osakese absoluutne kiirus ja absoluutne kiirendus hetkel $t = 1$ sec oletusel, et vedeliku osakese liikumine röngal toimub seaduse $s = \frac{\pi r t^2}{4}$ järgi, kus kaare s pikkust loetakse punktist 1 suunas, mis on näidatud joonisel.

92. Ülesande M 462 andmeil leida kuuli absoluutne kiirus ja absoluutne kiirendus hetkel $t = 2\frac{1}{6}$ sec oletusel, et toru pöörleb konstantse nurkkiirusega $\omega = 1\frac{1}{sec}$ oma horisontaalse diameetri ümber.

Joon.67

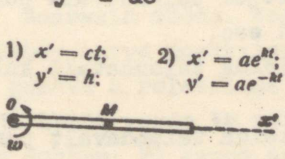
93. Köver OA pöörleb joonise tasapinnas liikumatu punkti O ümber nurkkiirusega $\omega = 0{,}5\,\frac{1}{sec} = const.$ Punkt M liigub sellel köveral seaduse $OM = s = 6t^2$ järgi. Hetkel $t = 2$ sec kaugus $OM = r = 20$ cm, nurk $\alpha = 30^{\circ}$, kövera OA köverusraadius punktis M on 3,6 cm.

Leida punkti M absoluutne kiirus ja absoluutne kiirendus sellel hetkel (joon. 67).

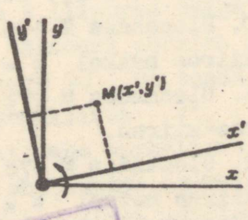
94. Sirgjoonne toru pöörleb joonise tasapinnas liikumatu punkti O ümber konstantse nurkkiirusega ω. Torusse paigutatud kuul M liigub piki toru seaduse järgi: $OM = x' = \frac{a}{2}(e^{\omega t} + e^{-\omega t})$. Leida kuuli absoluutne kiirus ja kiirendus x' funktsioonina (joon. 68).

95. Koordinaadistik Ox'y' pöörleb joonise tasapinnas liikumatu keskpunkti O ümber konstantse nurkkiirusega ω. Relatiivse liikumise vörrandid on:

1) $x' = ct$ 2) $x' = ae^{kt}$
$\quad y' = h$ $\quad y' = ae^{-kt}$



Joon. 68



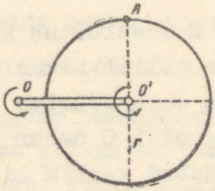
Joon. 69

Leida punkti M absoluutne kiirus ja absoluutne kiirendus nende projektsioonide järgi liikuvatele telgedele ja konstrueerida punkti M relatiivse liikumise trajektoor (joon. 69).

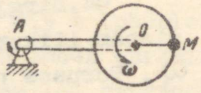
96. Ülesande M 477 andmeil leida punkti M absoluutne kiirus ja absoluutne kiirendus hetkel $t = 1\frac{2}{3}$ sec, kui ristkülik pöörleb külje CD ümber nurkkiirusega $\omega = \frac{\pi}{4} t \frac{1}{sec}$.

97. Vändale OO' on paigutatud ratas, mis pole seostatud vändaga. Vänt OO' = ℓ = 0,8 m pöörleb liikumatu punkti O ümber konstantse nurkkiirusega $\omega = 5 \frac{1}{sec}$. Ratta raadius r = 0,6 m. Ratas pöörleb liikumatu punkti O' ümber. Ratta relatiivne nurkkiirus (vända suhtes) on muutuv ja antud momendil on $10 \frac{1}{sec}$. Samal hetkel ketta relatiivne nurkkiirendus $\varepsilon = 4 \frac{1}{sec^2}$.

Leida punkti A absoluutne kiirus ja absoluutne kiirendus antud hetkel (joon. 70).



Joon. 70



Joon. 71

98. Ülesandes M 490 leida täiendavalt kerade absoluutne kiirus hetkel t = 1 sec.

99. Ülesandes M 489 leida täiendavalt kerade absoluutne kiirus hetkel t = 0,5 sec.

100. Ülesandes M 476 leida täiendavalt punkti M absoluutne kiirus hetkel t = 1 sec.

101. Ülesandes M 472 leida täiendavalt kulissi kivi relatiivne kiirus.

102. Ülesandes M 478 leida täiendavalt punkti M absoluutne kiirus hetkel t = 1,5 sec

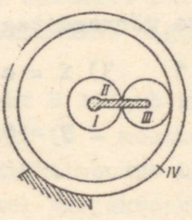
103. Leida treipingi vänt-kuliss-mehhanismi pöörleva

kulissi nurkkiirus ja nurkkiirendus hetkel, kui vänt on horisontaalne, kui vända pikkus $\ell = 40$ cm, kulissi ja vända pöörlemistelgede kaugus teineteisest $a = 30$ cm, vända ühtlase pöörlemise ~~nurk~~kiirus $\omega_{OA} = 3 \frac{1}{sec}$. (Vt. joonist ülesandele M 441)

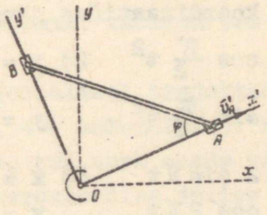
104. Ülesandes M 462 leida täiendavalt kuuli absoluutne kiirus hetkel $t = 2\frac{1}{6}$ sec.

105. Varras AO pöörleb joonise tasapinnas oma otsa A ümber konstantse nurkkiirusega Ω kellaosuti liikumise suunas. Varda teisele otsale O on paigutatud vardaga seostamata ratas raadiusega a, mis pöörleb samas tasapinnas kellaosuti liikumisele vastassuunas konstantse nurkkiirusega Ω varda suhtes. Varda AO pikkus on 2a. Leida niisugune ω, et ratta punkti M absoluutne kiirus oleks võrdne nulliga, ja leida siis ratta absoluutne nurkkiirus (joon. 71).

106. Hammasratas I ja vänt II on paigutatud ühisele teljele, seostamata sellega vända II teises otsas, temaga seostamatult, on kinnitatud hammasratas III, mis hambub liikumatu hammasrattaga IV. Teades rataste I ja III hammaste arvu z_1 ja z_3 leida hammasratta I ja vända nurkkiiruste suhe, kui vända nurkkiirus on ω (joon. 72).



Joon. 72



Joon. 73

107. Varda $AB = \ell$ otsad A ja B liiguvad jäiga täisnurga x'Oy' haarasid mööda. See täisnurk pöörleb liikumatu punkti O ümber antud nurkkiirusega ω. On teada nurga φ suurus ja punkti A relatiivne ~~nurkkiirus~~ $\bar{v}'_A$.

Leida: 1) ~~leida~~ varda AB relatiivne nurkkiirus nurga x'Oy' haarade suhtes; 2) varda AB absoluutne nurkkiirus liikumatu teljestiku Oxy suhtes ja ta hetkelise pöörlemistsentri asukoht selles liikumises (kasutades teoreemi kahe rööpse telje ümber pöörlemise liitmisest) (joon. 73).

108. Varda AB otsad A ja B liiguvad ringjoonel raadiusega R = 2 m. Ringjoon pöörleb oma tasapinnas liikumatu punkti C ümber konstantse nurkkiirusega $\omega = 5\ \frac{1}{\text{sec}}$.

Punktide A ja B relatiivsed kiirused $v'_A = 10 \frac{\text{m}}{\text{sec}}$ ja $v'_B = 10\ \frac{\text{m}}{\text{sec}}$.

Kasutades teoreemi kahe rööptelje ümber toimuva pöörlemise liitmisest leida varda hetkelise pöörlemistsentri asukoht ja ta nurkkiirus selle tsentri suhtes. (Joon. 74)

109. Võllile on kinnitatud hammasratas III. Võllile II - ketas, mille külge on kinnitatud vabalt tappidel olevad hammasrattad IV. Need hammasrattad hambuvad muhvrattaga V, mis asetseb vabalt teljel I. Teades kõigi hammasrataste hammaste arvu, hammasratta III ja võlli II pöörete arvud n_3 ja n_2, leida muhvi pöörete arv n_5. (Joon. 75.)

Ülesanded kursusele õppeplaani järgi 100-120 tundi

28. Leida liikuva punkti trajektoori võrrand, kiirus, kiirendus ja liikumisseadus mööda trajektoori, lugedes kaare pikkust s punkti algasendist, kui punkti liikumine on antud Cartesius'e koordinaatides järgmiste võrranditega:

1) $x = \cos \frac{\pi}{2} t^2$, $y = \sin \frac{\pi}{2} t^2$

2) $x = t^2 - 1$, $y = 2t$

3) $x = \cos^2 \pi t$, $y = \sin^2 \pi t$

4) $x = 2 \sin \pi t$, $y = \cos 2\pi t$

5) $x = t^3$, $y = t^2$

(x, y - sentimeetrites, t - sekundites)

Kõikidel juhtudel kujutada joonisel punkti trajektoor ja märkida punkti asukohad hetkedel $t_0 = 0$, $t_1 = 1$ sec, $t_2 = 2$ sec.

29. Leida liikuva punkti tangentsiaal- ja normaalkiirendus ja trajektoori kõverusraadius, kui punkti liikumine

on antud Cartesiuse koordinaatides järgmiste võrranditega:

1) $x = \sin t$ $\quad y = \cos t$ $\quad z = \sin t$

2) $x = 4 \sin 2t$ $\quad y = 4 \cos 2t$ $\quad z = 3t^2$

3) $x = \cos 2t$ $\quad y = \sin 2t$ $\quad z = 2t$

4) $x = 5t - \cos 5t$ $\quad y = 1 - \sin 5t$

5) $x = e^t$ $\quad y = e^{-t}$

(x, y - cm, t - sec)

30. Punkt M liigub kõverjoonelisel trajektooril. Antud hetkel punkti M kiirendus $w_M = 10 \frac{m}{sec^2}$ ja nurk kiirendusvektori ja trajektoori puutuja vahel punktis M $\alpha = 30^\circ$. Leida selle punkti tangentsiaal- ja normaalkiirendus ja trajektoori kõverusraadius selles punktis, kui punkti kiirus $v_M = 20 \frac{m}{sec}$.

31. Ringjoonel raadiusega R=1 m liigub punkt M seaduse $s = t^2 + 1$ järgi (s - meetrites, t - sekundites). Leida punkti kiirus ja kiirendus hetkel $t = 0{,}5$ sec.

32. Punkt M liigub ühtlaselt kiirenevalt ringjoone kaarel raadiusega R = 2 m algkiirusega $v_o = 0{,}5 \frac{m}{sec}$. Leida punkti kiirus, tangentsiaal- ja normaalkiirendus ning täiskiirendus 20 sekundit pärast liikumise algust, kui 30sekundit pärast liikumise algust on punkt läbinud tee pikkusega 165 m.

33. Punkt M liigub kõverjoonelisel trajektooril seaduse $s=2t^3$ järgi (s - meetrites, t - sekundites). Leida punkti kiirus ja täiskiirendus hetkel, kui nurk nende vahel on 45°, kui sel hetkel trajektoori kõverusraadius selles punktis on 24 m.

34. Punkt M liigub kõverjoonelisel trajektooril seaduse $s=6t^2$ järgi (s - meetrites, t - sekundites).

Leida trajektoori kõverusraadius ja punkti täiskiirendus sel hetkel, kui kiirusvektor, mille moodul $v=12 \frac{m}{sec}$, moodustab kiirendusvektoriga nurga $\alpha = 30^\circ$.

35. Vagun liigub ühtlaselt aeglustavalt aeglustumisega $0{,}1 \frac{m}{sec^2}$ kõverjoonsel teel kõverusraadiusega 200 m. Leida

vaguni raskuskeskme täiskiirendus 10 sekundi möödumisel, kui selle algkiirus oli 18 $\frac{km}{h}$.

36. Punkt liigub horisontaalsel ringjoonel raadiusega r = 10 cm nii, et ta kiirenduse projektsioon trajektoori puutujale $w_\tau = -\frac{16}{(1+4t)^2}$.

Leida punkti liikumisseadus, kiirus ja täiskiirendus aja funktsioonidena, kui punkti kiirus on 6 $\frac{cm}{sec}$ ja kaare pikkust loetakse punkti algasendist.

37. Punkt liigub ringjoonel raadiusega 24 m. Punkti normaalkiirendus on $3t^2$. Leida punkti kiirus, täiskiirendus ja liikumise seadus mööda koverat, lugedes pikkust punkti algasendist.

38. Kaevanduse elektriveduri mootori rootor hakkab pöörlema nurkkiirusega $w_o = 10\pi \frac{1}{sec}$ ja kaks sekundit pärast liikumise algust ta nurkkiirus on $16\pi \frac{1}{sec}$. Leida rootori selle punkti kiirus ja joonkiirendus, mille kaugus pöörlemisteljest on 10 cm, 5 sekundit pärast liikumise algust, kui rootori nurkkiirendus kasvab võrdeliselt ajaga.

39. Planetaarse vintsi trummel pöörleb nii, et trumli mistahes punkti kiirendusvektor moodustab kiirusvektoriga konstantse 60^o nurga. Leida trumli nurkkiirus aja funktsioonina, kui ta nurkkiirus liikumise algul $\omega_o = \pi \frac{1}{sec}$.

40. Turbiin teeb n_o=19000 pööret minutis. 30 sekundi jooksul, pööreldes ühtlaselt kiirenevalt, tegi turbiin 5400 pööret. Leida turbiini pöörlemisseadus ja nurkkiirus 30 sekundi möödumisel, samuti ka pöörlemisteljest 10 cm kaugusel oleva turbiini punkti A joonkiirus ja joonkiirendus.

41. Keha, alustades paigalseisust ühtlaselt kiirenevat pöörlemist, teeb kahe esimese minuti jooksul 3600 pööret. Leida pöörlemisteljest 0,5 m kaugusel oleva keha punkti joonkiirus ja täiskiirendus hetkel t=15 sec.

42. Liikumatu teljega hooratas, mille raadius R=0,5 m, sai algnurkkiiruse $\omega_o = 4\pi \frac{1}{sec}$. Leida hooratta pöörlemisseadus, lugedes seda ühtlaselt aeglustavaks, samuti ratta äärepunkti tangentsiaal- ja normaalkiirendus hetkel t=3 sec, kui selle punkti joonkiirus 2 sekundi möödumisel liikumise algusest $v_1 = 3{,}14 \frac{m}{sec}$ ja pöördenurk liikumise algul

$\varphi_0 = 0$.

43. Liikumatu teljega ratas sai algnurkkiiruse $2\pi \frac{1}{sec}$. Teinud 10 pööret, jäi ratas seisma hõõrdumise tõttu kuullaagrites. Leida ratta nurkkiirendus, lugedes teda konstantseks ja ratta äärel oleva punkti A kiirendus w_A hetkel t=2 sec, kui ratta raadius R = OA = 0,5 m.

44. Hooratas raadiusega R=0,5 m alustab paigalseisust ühtlaselt kiirenevat pöörlemist; 10 minuti möödumisel on ta nurkkiirus 120 pööret minutis.

Leida: 1) mitu pööret tegi hooratas selle 10 minuti jooksul, 2) hooratta äärel oleva punkti A kiirendus w_A hetkel t= 5 min.

45. Kaevanduse töstekabiin alustab ühtlaselt kiirenevat liikumist paigal olekust kiirendusega $2 \frac{m}{sec^2}$. Mitmele pööredele minutis vastab töstemehhanismi trumli nurkkiirus 4 sekundi möödumisel liikumise algusest ja kui suur on trumli äärel oleva punkti kiirendus, kui trumli diameeter d = 5 m?

46. Ülesandes M 448 leida täiendavalt jalgratta pedaalide telgede M ja N absoluutsed kiirused hetkel t = 10 sec.

47. Lennuk lendab sirgjooneliselt vastavalt seadusele $s = 2t^2$. Lennuki propeller pöörleb vastavalt seadusele $\varphi = 16\pi t^2$ (s - meetrites, t - sekundites, φ - radiaanides). Leida propelleri otspunkti absoluutne kiirus ja absoluutne kiirendus hetkel t= 2 sec, kui propelleri diameeter d=1,8 m.

48. Auto söidab sirgjoonsel teel vastavalt seadusele $s = 2t^2$ (s - meetrites, t - sekundites). Pikivöllil on hooratas raadiusega R=0,25 m, mis pöörleb vastavalt seadusele $\varphi = 4t^2$ (t - sekundites, φ - radiaanides). Leida hooratta äärel oleva punkti absoluutne kiirus ja absoluutne kiirendus hetkel t=2 sec.

49. Ülesandes M 455 leida täiendavalt punkti A absoluutne kiirus hetkel t=1 sec. Vankri algkiirus on võrdne nulliga.

50. Ülesandes M 464 leida ainult liikuva punkti absoluutne kiirus.

51. Ülesandes M 476 leida ainult punkti M absoluutne kiirus hetkel t=1 sec.

52. Ülesandes M 478 leida ainult punkti M absoluutne kiirus hetkel $t=2$ sec.

53. Ülesandes M 463 leida ainult punkti M absoluutne kiirus.

54. Ülesandes M 477 leida ainult punkti M absoluutne kiirus.

55. Ülesandes M 443 leida kulissi nurkkiirus, ainult vända OA horisontaalse asendi puhul.

56. Ülesandes M 449 leida täiendavalt punkti M absoluutne kiirus hetkel, kui vänt OA on vertikaalne.

57. Ülesandes M 457 leida täiendavalt punkti A absoluutne kiirus hetkel $t = \frac{\pi}{2\omega}$.

58. Sirge toru pöörleb joonise tasapinnas liikumatu punkti O ümber seaduse $\varphi = 2t$ järgi. Kuul M liigub piki toru nii, et $OM = x_1 = 4t$. Leida kuuli absoluutne kiirus hetkel, kui ta väljub torust. $OA=3$ m (joon.28).

59. Veeosake M liigub turbiini rootori sirgjoones kanalis seaduse $AM=s=t^2$ järgi. Turbiin pöörleb telje O ümber seaduse $\varphi = 2t^2$ järgi.

Hetkel $t=0,5$ sec, kaugus $OM=r=0,5$ m ja nurk $\alpha = 30^o$. Leida veeosakese M absoluutne kiirus sel hetkel (joon.29).

60. Silinder raadiusega r pöörleb oma telje z ümber konstantse nurkkiirusega $\omega = 2\frac{1}{\sec}$. Punkt M liigub silindri moodustajal seaduse $M_oM=at^2$ järgi (r - meetrites, t - sekundites, a - $\frac{m}{\sec^2}$ - s).

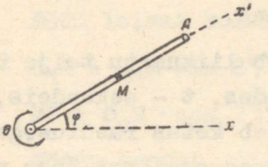
Leida punkti M absoluutne kiirus hetkel $t=1$ sec (joon. 30).

61. Ülesandes M 569 leida ainult kepsu nurkkiirus hetkel, kui $\alpha = \beta = 45^o$.

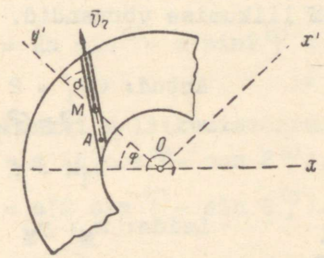
62. Siidi ketramise masina mehhanism koosneb vändast O_1A, mis pöörleb liikumatu telje O_1 ümber, ja hammasrattast II raadiusega r_2, mis asetseb vabalt vända sörmel A ja hambub liikumatu hammasrattaga I, mille raadius on r_1. Vänt O_1A pöörleb ühtlaselt nurkkiirusega $\omega = 10 \frac{1}{\sec}$ ja paneb liikuma hammasratta II ja kepsu CD, mis on ühendatud selle hammasrattaga liigendi abil punktis C. Liugur D liigub horisontaalselt. Leida punktide C ja D kiirused hetkel, kui $O_1A \perp O_1D$, $AC \parallel O_1D$, $\angle CDO_1=30^o$, kui $AC = r_1 = \frac{3}{4} r_2$

(joon. 31).

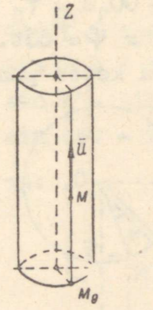
63. Lahendada eelmine ülesanne tingimusel, et $AC = r_1 = r_2$.



Joon. 28

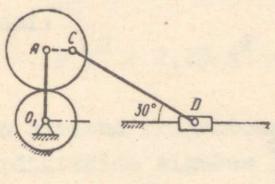


Joon. 29

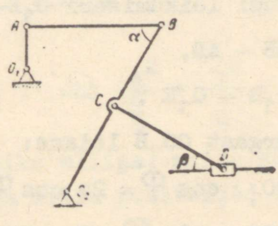


Joon. 30

64. Edasi-tagasi liikuva sarja mehhanismis vänt $O_1A = r = 7{,}5$ cm pöörleb ühtlaselt telje O_1 ümber, tehes 60 pööret minutis. Kahvli AB abil annab ta liikumise edasi vändale BO_2, mis pöörleb telje O_2 ümber. Varda CD otspunkt C on sarniiri abil ühendatud vända O_2B keskpunktiga, teine otspunkt - liuguriga D. Liugur D saab liikuda horisontaalselt. Leida vända O_2B nurkkiirus ja liuguri D kiirus hetkel, kui vänt O_1A on vertikaalne, $O_1A \perp AB$, $\alpha = 60^{\circ}$, $\beta = 30^{\circ}$, kui $AB = 25$ cm, $BO_2 = 35$ cm, $BC = CO_2$(joon, 32).



Joon. 31



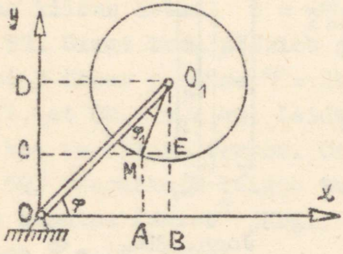
Joon. 32

7. Kinemaatika ülesannete näidislahendusi

Näide 1. Liikumisvõrrandite koostamine.

Ülesanne. Vänt $OO_1 = 2a$ pöörleb liikumatu telje ümber seaduse $\varphi = \omega t$ järgi (φ -radiaanides, t - sekundeis, ω = = const). Vända sõrme O_1 ümber pöörleb ketas raadiusega a nõnda, et $\angle OO_1M = \varphi_1$ muutub sama seaduse järgi nagu nurk φ, s.t. $\varphi_1 = \varphi = \omega t$.

Koostada ketta punkti M liikumise võrrandid.



Antud: $OO_1 = 2a$

$\varphi = \varphi_1 = \omega t$

$O_1M = a$

Leida: x_M; y_M

Lahendus

Valime koordinaatteljed (vt. joonist).

$x_M = OA = MC$

$y_M = MA = OC$

Liikumise võrrandite saamiseks, on vaja avaldada liikuva punkti koordinaadid mingi parameetri (mehaanikas harilikult aeg, vahel ka nurk) kaudu.

Väljendame lõikude OA ja MA pikkused nurga φ kaudu. Selleks konstrueerime punkti O_1 koordinaadid ja pikendame sirget MC kuni lõikumiseni O_1B-ga punktis E. Siis

$x_M = OB - AB,$

$y_M = O_1B - O_1E$.

Kolmnurgast OO_1B leiame:

$OB = OO_1 \cdot \cos\varphi = 2a \cos\varphi$,

$O_1B = OO_1 \cdot \sin\varphi = 2a \sin\varphi$.

Edasi

$$\angle O_1ME = \angle MO_1D = \angle MO_1O + \angle OO_1D = \angle MO_1O +$$
$$+ \angle O_1OB = \varphi_1 + \varphi = 2\varphi .$$

Nüüd leiame kolmnurgast O_1ME:

$$O_1E = O_1M \cdot \sin 2\varphi = a \sin 2\varphi ,$$
$$ME = O_1M \cdot \cos 2\varphi = a \cos 2\varphi .$$

Nönda saame:

$$x_M = 2a \cos\varphi - a \cos 2\varphi = a(2 \cos\varphi - \cos 2\varphi) =$$
$$= a(2 \cos \omega t - \cos 2 \omega t),$$
$$y_M = 2a \sin\varphi - a \sin 2\varphi = a(2 \sin\varphi - \sin 2\varphi) =$$
$$= a(2 \sin \omega t - \sin 2 \omega t).$$

Vastus. Punkti M liikumisvörrandid on:

$$x_M = a\,(2 \cos\varphi - \cos 2\varphi),$$
$$y_M = a(2 \sin \varphi - \sin 2\varphi).$$

Näide 2. Trajektoori, kiiruse ja kiirenduse leidmine liikumisvörrandite järgi.

Ülesanne. Punkti liikumisvörrandid on:

$$x = \frac{1}{15} t$$
$$y = \frac{1}{3} \sqrt{1 - 0{,}01\, t^2}$$

Leida punkti trajektoor, kiirus ja kiirendus.

Lahendus.

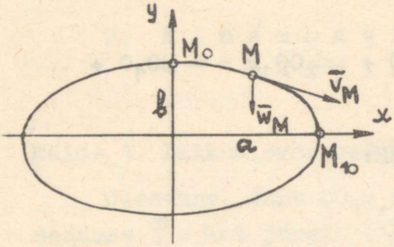
Aja t elimineerimiseks avaldame esimesest vörrandist $t = 15\, x$ ja asendame teise vörrandisse:

$$y = \frac{1}{3} \sqrt{1 - 2{,}25\, x^2} .$$

Edasi:

$$9\, y^2 + 2{,}25\, x^2 = 1 \quad \text{ehk} \quad \frac{x^2}{\frac{4}{9}} + \frac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1.$$

Seega on otsitud trajektooriks ellips, mille keskpunkt asetseb koordinaatide alguses ja mille pooltaljed on $a = \frac{2}{3}$, $b = \frac{1}{3}$ (vt. joonist)



Võttes liikumisvõrrandites $t = 0$, saame punkti M asukoha alghetkel:

$$x_o = 0, \quad y_o = \frac{1}{3}.$$

Kuna t kasvamisel x väärtused kasvavad ja y väärtused kahanevad, siis punkt liigub ellipsil kellaosuti liikumise suunas. Seejuures $x = \frac{t}{15}$ järgi $t \to \infty$ puhul ka $x \to \infty$, kuid y kaotab mõtte teatud hetkest alates, nimelt juuritava avaldise muutumisel negatiivseks. Seega viimane reaalne ajahetk on siis, kui juuritav

$$1 - 0{,}01\, t^2 = 0, \text{ ehk}$$

$$t = \pm 10.$$

Tõlgendades aega t ainult positiivsena võtame $t = 10$ sec. Sel hetkel on liikuva punkti asukoht:

$$x = \frac{10}{15} = \frac{2}{3},$$

$$y = \frac{1}{3}\sqrt{1 - 0{,}01 \cdot 100} = 0.$$

Nüüd võime trajektoori täpsustada. Antud liikumisvõrrandite järgi liikuva punkti M trajektoor on eespoolkirjeldatud ellipsi kaar esimeses tasapinna veerandis, punktist M_o kuni punktini M_{10}.

Leiame nüüd kiiruse ja kiirenduse projektsioonid koordinaattelgedele:

$$v_x = \dot{x} = \frac{1}{15};$$

$$v_y = \dot{y} = -\frac{0{,}01\, t}{3\sqrt{1-0{,}01\, t^2}} = -\frac{0{,}15x}{9\,y} = -\frac{0{,}05\, x}{3\,y} = -\frac{x}{60\,y};$$

$$w_x = \ddot{x} = 0;$$

$$w_y = \ddot{y} = -\frac{0{,}01}{3}\left[\sqrt{1 - 0{,}01\, t^2} + \frac{t \cdot 0{,}01\, t}{\sqrt{1-0{,}01\, t^2}}\right] \cdot \frac{1}{1-0{,}01t^2} =$$

$$= -\frac{0{,}01}{3} \cdot \frac{1}{(1-0{,}01\, t^2)^{\frac{3}{2}}} = -\frac{0{,}01}{3 \cdot 27\, y^3} = -\frac{1}{8100\, y^3};$$

millest nähtub, et punkti kiiruse projektsioon x-teljele on konstantne ja kiirenduse projektsioon samale teljele võrdub nulliga, kiiruse projektsioon x-teljele võrdub hetkel t=0 (s.o. ühtlasi x=0) nulliga, kuid on $t > 0$ puhul negatiivne, s.t. suunatud alla. Hetkel $t = 10$ sec (s.o. ühtlasi $y = 0$) kaotab v_y avaldis mõtte, kiirus pole määratav, on lõpmata suur. Kiirenduse projektsioon y-teljele käitub analoogselt.

Määrame lõpuks veel kiirus- ja kiirendusvektori suuna ja mooduli.

$$|\bar{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{\frac{1}{15^2} + \left(\frac{0,05x}{3y}\right)^2} =$$

$$= \frac{1}{15\,y}\sqrt{y^2 + 15^2 \cdot \frac{5^2x^2}{100^2 \cdot 3^2}} = \frac{1}{15y}\sqrt{y^2 + \frac{x^2}{16}}\;;$$

$$\cos(\bar{v}, \bar{u}_1) = \frac{\dot{x}}{\bar{v}} = \frac{1}{15} \cdot \frac{15\,y}{\sqrt{y^2 + \frac{x^2}{16}}} = \frac{4\,y}{\sqrt{x^2 + 16y^2}}\;;$$

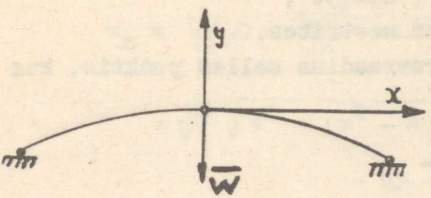
$$\cos(\bar{v}, \bar{u}_2) = \frac{y}{|\bar{v}|} = -\frac{0,05x}{3y} \cdot \frac{15\,y}{\sqrt{y^2 + \frac{x^2}{16}}} = -\frac{x}{\sqrt{x^2+16y^2}}\;;$$

$$|\bar{w}| = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} = \sqrt{w_y^2} = |w_y| = \frac{1}{8100y^3}$$

ja kiirendusvektor on y-teljega paralleelne.

Näide 3. Normaal- ja tangentsiaalkiirendus. Trajektoori kõverusraadius

Ülesanne. Silla ületamisel kujundab veduri raskuskese parabooli $y = -0,005\,x^2$, milles x ja y mõõdetakse meetrites. Veduri kiirus on 72 km/h. Leida veduri raskuskeskuse kiirendus parabooli tipul.



Antud: $y = -0{,}005x^2$; $v = 72 \frac{km}{h} = \frac{72000}{3600} \frac{m}{sec} = 20 \frac{m}{sec}$.

Leida: w

Lahendus.

Määrame kiirenduse projektsioonid loomulikele telgedele. Kuna $v = \text{const}$, siis $w_\tau = \frac{dv}{dt} = 0$ ja järelikult

$$w = w_n = \frac{v^2}{\rho}.$$

Jääb leida ρ, milleks kasutame valemit

$$= \frac{(1+y'^2)^{\frac{3}{2}}}{|y''|}, \text{ milles}$$

$$y' = \frac{dy}{dx} = -0{,}01\,x \text{ ja}$$

$$y'' = \frac{d^2y}{dx^2} = -0{,}01.$$

Järelikult
$$\rho = \frac{(1 + 0{,}01^2x^2)^{\frac{3}{2}}}{0{,}01} \text{ ja}$$

$$w = \frac{v^2}{\rho} = \frac{20^2 \cdot 0{,}01}{(1 + 0{,}0001x^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Kuna parabooli tipus $x = 0$, siis $w = 4 \frac{m}{sec^2}$.

Vastus: $w = 4 \frac{m}{sec^2}$.

Näide 4

Ülesanne. On antud punkti liikumisvõrrandid

$$x = 2t,\ y = 4t^2,\ z = 3t^2,$$

kusjuures x, y ja z on mõõdetud meetrites.

Leida punkti trajektoori kõverusraadius selles punktis, kus kiirus võrdub 5 m/sec.

Antud: $\begin{cases} x = 2t \\ y = 4t^2 \\ z = 3t^2 \end{cases}$ $\qquad v = 5\ \frac{m}{sec}$

Leida: ρ

Lahendus. Kasutame valemit $w_n = \frac{v^r}{\rho}$, millest saame:

$$\rho = \frac{v^2}{w_n} \ .$$

Peame leidma w_n, kuna see pole teada.

Valemist $w = \sqrt{w_n^2 + w^2}$ saame:

$$w_n = \sqrt{w^2 - w_\tau^2} \ ,$$

milles omakorda pole teada w ja w_τ . Viimaste määramiseks teame:

$$w^2 = w_x^2 + w_y^2 + w_z^2 \quad \text{ja} \quad w_\tau = \frac{dv}{dt} \ .$$

Nüüd arvutame:

$$v_x = \dot{x} = 2 \ ;$$

$$v_y = \dot{y} = 8t \ ;$$

$$v_z = \dot{z} = 6t;$$

$$v^2 = |\bar{v}|^2 = v_x^2 + v_y + v_z^2 = 2^2 + (8t)^2 + (6)^2 = 4 + 100t^2 \ :$$

$$t^2 = \frac{v^2 - 4}{100} \ ;$$

$$w_\tau = \frac{dv}{dt} = \frac{2 \cdot 50\ t}{2 \cdot \sqrt{1 + 25t^2}} = \frac{100t}{v} = \frac{100}{v}\sqrt{\frac{v^2 - 4}{100}} = \frac{10\sqrt{v^2 - 4}}{v} \ ;$$

$$w_x = \dot{v}_x = 0;$$

$$w_y = \dot{v}_y = 8;$$

$$w_z = \dot{v}_z = 6;$$

$$w^2 = 0 + 8^2 + 6^2 = 100;$$

$$w_n = \sqrt{100 - \frac{100^2 t^2}{v^2}} = \frac{10}{v}\sqrt{v^2 - 100t^2} =$$

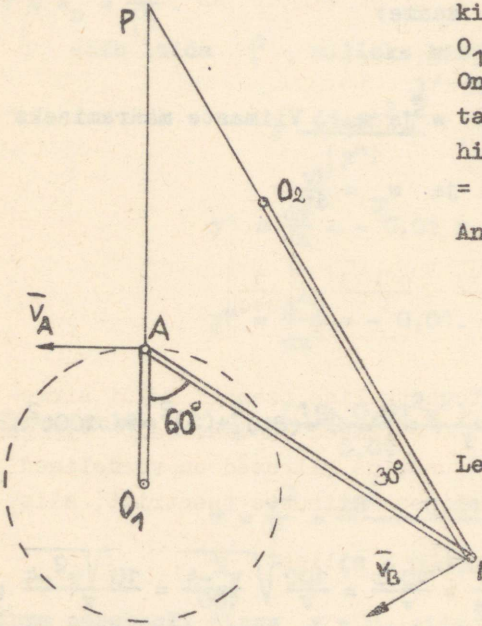
$$= \frac{10}{v}\sqrt{v^2 - (v^2 - 4)} = \frac{20}{v} \ ;$$

$$\rho = \frac{v^2}{w_n} = \frac{v^2}{\frac{20}{v}} = \frac{5^3}{20} = \frac{5^3}{20} = \frac{25}{4} = 6,25 \; [m] .$$

Vastus: $\rho = 6,25$ m.

Näide 5. Kiirus tasaparalleelsel liikumisel

Ülesanne. Vänt $O_1A = 20$ cm teeb $n = 120$ pööret minutis ja paneb lüli AB abil liikuma varda $O_2B = 60$ cm, mis on punktis O_2 šarniiri abil kinnitatud. Leida varda O_2B nurkkiirus sel hetkel, kui vänt O_1A on vertikaalses seisus. On teada, et lüli AB moodustab sel hetkel vertikaalsihiga nurga 60^o ja $\angle ABO_2 = 30^o$.



Antud: $O_1A = 20$ cm

$O_2B = 60$ cm

$\angle ABO_2 = 30^o$

$\angle O_1AB = 60^o$

$n = 120 \frac{p}{min}$

Leida: ω_{O_2B}

Lahendus.

Esimene viis.

Mehhanism koosneb kolmest lülist: 1) vändast O_1A, mis pöörleb ümber telje O_1 nurkkiirusega

$$\omega = \frac{\pi n}{30} = \frac{\pi \cdot 120}{30} = 4\pi \left[\frac{1}{sec}\right] ,$$

2) vardast O_2B, mis pöörleb ümber telje O_2 ja

3) vardast AB, mis liigub joonise tasapinnas.

Leiame punkti A kiiruse. Vektor $\bar{v}_A$ on risti pöörlemisraadiusega O_1A ja võrdub moodulilt:

$$v_A = \omega \cdot O_1A = 4\pi \cdot 20 = 80\pi \left[\frac{cm}{sec}\right].$$

Edasi vaatleme punkti B. Kuna see punkt kuulub lülile O_2B, siis $\bar{v}_B$ on risti O_2B-ga kui pöörlemisraadiusega ja avaldub:

$$v_B = \omega_{O_2B} \cdot O_2B .$$

Köva keha kahe punkti kiiruste projektsioonide teoreemi põhjal võime kirjutada:

$\bar{v}_A$ proj. sirgel $AB = \bar{v}_B$ proj. sirgel AB ehk

$v_A \cos 30^o = v_B \cos 60^o$, millest

$$v_B = v_A \frac{\cos 30^o}{\cos 60^o} = v_A \sqrt{3} \quad \text{ehk}$$

$$\omega_{O_2B} \cdot O_2B = v_A \sqrt{3},$$

$$\omega_{O_2B} = \frac{v_A\sqrt{3}}{O_2B} = \frac{80\pi\sqrt{3}}{60} = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3} \quad \left[\frac{1}{sec}\right]$$

Teine viis.

Leiame lüli AB kiiruste hetkelise tsentri P kui sirgete O_1A ja O_2B lõikepunkti (viimased on vastavalt $\bar{v}_A$ ja $\bar{v}_B$-ga risti). Kuna lüli AB punktide kiirused on võrdelised kaugustega selle lüli hetkelisest kiiruste tsentrist, siis

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{PA}{PB} \text{ , millest}$$

$$v_B = v_A \cdot \frac{PB}{PA} .$$

Kolmnurgast ABP saame:

$$\frac{PB}{PA} = \frac{\sin 120^o}{\sin 30^o} = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} = \sqrt{3},$$

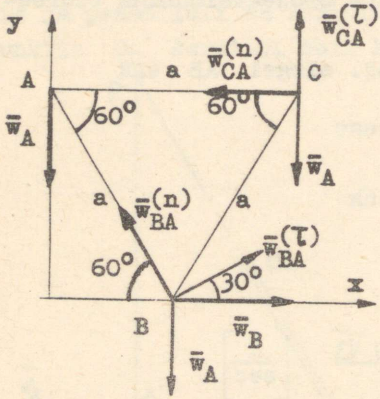
järelikult $\omega v_B = v_A \sqrt{3}$ ja

$$\omega_{O_2B} = \frac{v_B}{O_2B} = \frac{v_A\sqrt{3}}{O_2B} = \frac{80\sqrt{3}}{60} = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3} \quad \left[\frac{1}{sec}\right].$$

Vastus: $\omega_{O_2B} = \frac{4\pi\sqrt{3}}{3} \; \frac{1}{sec}$.

Näide 6. Kiirendus tasaparalleelsel liikumisel.

Vördkülgne kolmnurk ABC, mille külje pikkus on 40 cm, liigub tasapinnal nönda, et tipp A asetseb y-teljel ja tipp B x-teljel, kusjuures tipu A kiirendus $w_A = 20\sqrt{3}\ cm/sec^2$ ja tipu B kiirendus $w_B = 10\ cm/sec^2$. Leida tipu C kiirendus sel hetkel, kui külg AC on paralleelne x-teljega.



Antud: $a = 40$ cm;

$w_A = 20\sqrt{3}\ \frac{cm}{sec^2}$;

$w_B = 10\ \frac{cm}{sec^2}$.

Leida: w_C.

Lahendus.

Kuna $\bar{w}_A$ on nii suunalt kui ka moodulilt teada, valime punkti A pooluseks. Siis

$$\bar{w}_B = \bar{w}_A + w_{BA}^{(n)} + \bar{w}_{BA}^{(\tau)} \quad \text{ja} \qquad (1)$$

$$\bar{w}_C = \bar{w}_A + \bar{w}_{CA}^{(n)} + \bar{w}_{CA}^{(\tau)} . \qquad (2)$$

Vektorid $\bar{w}_{BA}^{(n)}$ ja $\bar{w}_{CA}^{n}$ on suunatud vastavalt piki BA ja CA, vektorid $\bar{w}_{BA}^{(\tau)}$ ja $\bar{w}_{CA}^{(\tau)}$ on aga vastavalt risti BA ja CA-ga. Peale selle

$$w_{BA}^{(n)} = BA \cdot \omega^2 , \quad w_{BA}^{(\tau)} = BA \cdot E ,$$

$$w_{CA}^{(n)} = CA \cdot \omega^2 , \quad w_{CA}^{(\tau)} = CA \cdot E .$$

Kuna veel AC = AB, siis $w_{CA}^{(n)} = w_{BA}^{(n)}$ ja $w_{CA}^{(\tau)} = w_{BA}^{(\tau)}$.

Et leida $w_{BA}^{(n)}$ ja $w_{BA}^{(\tau)}$, projekteerime vektoriaalse vörduse (1) sihile BA ja sellega risti olevale sihile.

$$-w_B \cos 60^o = -w_A \cos 30^o + w_{BA}^{(n)} ,$$

$$-w_B \cos 30^\circ = w_A \cos 60^\circ - w_{BA}^{(\tau)} .$$

Siit saame: $w_{BA}^{(n)} = \dfrac{w_A \sqrt{3}\, w_B}{2} = \dfrac{20\sqrt{3}\cdot\sqrt{3} - 10}{2} = 25 \left[\dfrac{cm}{sec^2}\right]$;

$$w_{BA}^{(\tau)} = \frac{w_A + w_B\sqrt{3}}{2} = \frac{20\sqrt{3} + 10\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \approx 25{,}95 \left[\frac{cm}{sec^2}\right].$$

$w_{CA}^{(n)}$ ja $w_{CA}^{(\tau)}$ leidmiseks projekteerime vektoriaalse võrduse (2) AC sihile (s.t. x-teljele) ja AC-ga risti olevale sihile (s.t. y-teljele):

$$w_{Cx} = - w_{CA}^{(n)} = -w_{BA}^{(n)} = - 25 \frac{cm}{sec^2},$$

$$w_{Cy} = -w_A + w_{CA}^{(\tau)} = - w_A + w_{BA}^{(\tau)} = - 20\sqrt{3} + 15\sqrt{3} = - 5\sqrt{3} \approx$$
$$\approx - 8{,}65 \left[\frac{cm}{sec^2}\right].$$

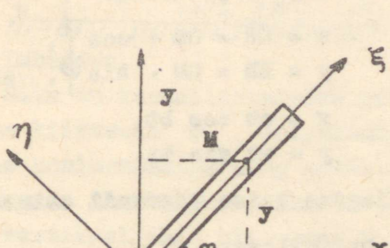
Seega $w_C = \sqrt{w_{Cx}^2 + w_{Cy}^2} = \sqrt{25^2 + (5\sqrt{3})^2} =$

$$= \sqrt{625 + 75} = 10\sqrt{7} \approx 26{,}46 \left[\frac{cm}{sec^2}\right].$$

Vastus. $w_c \approx 26{,}46 \dfrac{cm}{sec^2}$.

Näide 7. Relatiivne liikumine

Ülesanne. Varras AB=ℓ pöörleb joonise tasapinnas ümber telje O seaduse järgi φ = bt. Piki varrast liigub punkt M seaduse järgi OM=at. Leida punkti M absoluutne liikumise trajektoor.



Antud: AB = ℓ;
φ = bt;
OM = at.

Leida: p.M trajektoor.

Lahendus. Võtame liikuva koordinaatteljestiku $\xi\eta$, mis on muutumatult seotud vardaga. Siis on kaasaminekuliikumiseks selle koordinaatteljestiku pöörlemine ümber punkti O, relatiivseks liikumiseks aga punkti M liikumine piki varrast.

Relatiivse liikumise võrrand on:

$$\xi = OM = at \quad \text{ja}$$

pöörleva kaasaminekuliikumise võrrand:

$$\varphi = bt.$$

Absoluutse liikumise võrrandid polaarkoordinaatides ($r = \xi, \varphi$) on parameetrilisel kujul järgmised:

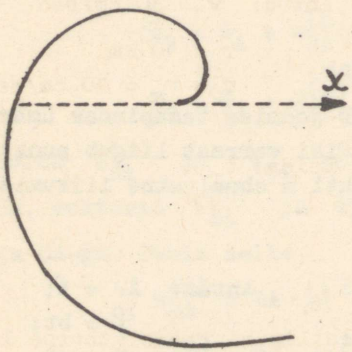
$$r = at;$$
$$\varphi = bt,$$

millest t elimineerimisel saame trajektoori võrrandi polaarkoordinaatides ($r = \xi, \varphi$) on parameetrilisel kujul järgmised:

$$r = at;$$
$$\varphi = bt,$$

millest t elimineerimisel saame trajektoori võrrandi polaarkoordinaatides:

$r = \frac{a}{b}\varphi$, mis on Archimedese spiraali võrrand. (vt. joonist)



Sama joone võrrandi väljendamiseks Catesius'e koordinaatides on vaja tema koordinaate x ja y liikumatus teljestikus:

$$x = OB = OM \cdot \cos\varphi,$$
$$y = BM = OM \cdot \sin\varphi, \quad \text{ehk}$$
$$x = at \cos bt,$$
$$y = at \sin bt.$$

Aja t elimineerimiseks jagame teise võrrandi esimesega:

$$\frac{y}{x} = \tan bt, \text{ millest}$$
$$t = \frac{1}{b} \operatorname{arc\,tan} \frac{y}{x}.$$

Peale selle töstame samad (x ja y) vörrandid ruutu ja liidame:

$$x^2 + y^2 = a^2t^2$$

ehk

$$x^2 + y^2 = \frac{a^2}{b^2} \text{ arc tan}^2 \frac{y}{x} .$$

Vastus. Punkti M absoluutse liikumise trajektoor on polaarkoordinaatides

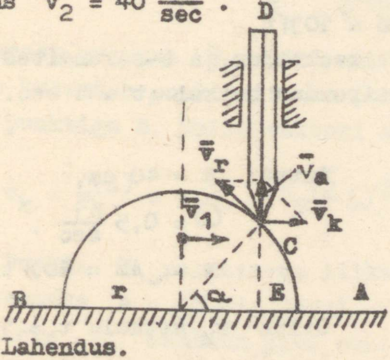
$$r = \frac{a}{b} \varphi$$

ja Cartesius'e koordinaatides

$$x^2 + y^2 = \frac{a^2}{b^2} \text{ arc tan}^2 \frac{y}{x} .$$

Näide 8. Kiirus liitliikumisel

Ülesanne. Poolsilinder raadiusega $r = 10$ cm liigub translatoorselt sirgjooneliselt kiirusega $v_1 = 30$ cm/sec liikumatul horisontaalsel pinnal ja töukab varrast CD, mis toetub otsaga poolsilindrile ja saab vabalt liikuda vertikaalses suunas. Leida varda punkti C kiirus poolsilindri suhtes ja kaugus CE diameetrist AB sel hetkel, kui varda CD kiirus $v_2 = 40 \frac{cm}{sec}$.



Antud: $v_1 = 30$ cm/sec

$r = 10$ cm

$v_2 = v_a = 40$ cm/sec

Leida: v_r .

Lahendus.

Siin on kaasaliikumiseks poolsilindri translatoorne liikumine kiirusega v_1 , seepärast on punkti C kaasaliikumise kiirus horisontaalne ning moodulilt vördne $v_k = v_1 = 30$ cm/se Kuna varda absoluutne liikumine on siin translatoorne liikumine vertikaalsihis kiirusega v_2, siis $v_a = v_2 = 40$ cm/sec, suunaga vertikaalselt üles.

Relatiivse kiiruse vektori $\bar{v}_r$ leidmiseks tuleb punktist C ehitada vektorid $\bar{v}_a$ ja $\bar{v}_k$ ja nende otspunktid ühendada ning täiendada nönda tekkinud kolmnurk parallelogrammiks, mille diagonaaliks on $\bar{v}_a$.

Kuna punkti C relatiivne liikumine toimub ringjoonel, siis vektor $\bar{v}_r$ peab olema selle ringjoone puutuja sihiline

Seepärast nurk vektorite $\bar{v}_a$ ja $\bar{v}_r$ vahel vördub nurgaga AOC, mille tähistame tähega α.

Nüüd:

$$v_r = \sqrt{v_a^2 + v_k^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = 50 \left[\frac{cm}{sec}\right]$$

ja $\sin\alpha = \frac{v_k}{v_r} = \frac{3}{5}$.

Järelikult $CE = OC \cdot \sin\alpha = 10 \cdot \frac{3}{5} = 6$ [cm]

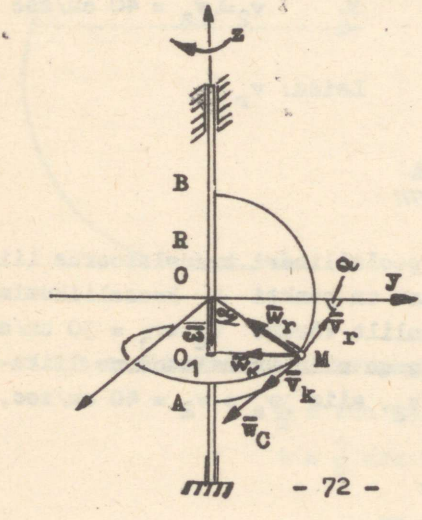
Vastus. $v_r = 50 \frac{cm}{sec}$; CE = 6 cm.

Näide 9. Kiirendus liitliikumisel

Poolring raadiusega R = 40 cm pöörleb ümber diameetri AB konstantse nurkkiirusega $\omega = 0{,}5 \frac{1}{sec}$. Poolringi äärel liigub punkt M seaduse järgi:

$$s = \smile AM = 10\pi t,$$

milles s on väljendatud sentimeetrites ja t-sekundites. Leida punkti M absoluutne kiirendus hetkel t = 1 sec.



Antud: R = 40 cm,

$\omega = 0{,}5 \frac{1}{sec}$,

$s = \smile AM = 10\pi t$.

Leida w_M hetkel t = 1 sec.

Lahendus.

Vötame liikuva koordinaatteljestiku (kasutame seejuures tehnilistel pöhjustel tähistust x, y, z, mitte aga vastavaid kreeka tähti), nonda, et x-telg on risti poolringiga, y- ja z-telg aga poolringi tasapinnas.

Teljestik Oxyz pöörleb ümber z-telje nurkkiirusega $\omega = 0{,}5\ \frac{1}{sec}$. Seepärast on punkti M kaasaliikumise kiiruse $\bar{v}_k$ suund risti poolringi tasapinnaga ja moodulilt

$$v_k = r \cdot \omega, \text{ milles}$$

r on punkti M kaugus z-teljest ning

$$r = R \sin \alpha,$$

$$v_k = \omega R \sin \alpha,$$

kusjuures vaadeldaval hetkel $t = 1$ sec,

$$s = 10\pi t = 10\pi\ [cm],$$

$$\alpha = \frac{s}{R} = \frac{10\pi}{40} = \frac{\pi}{4}\ [radiaani]$$

ehk $\alpha = 45^o$, $r = R \sin 45^o = \frac{R\sqrt{2}}{2}$

ja $v_k = \omega R \sin 45^o = \frac{\omega R\sqrt{2}}{2}$.

Kuna kaasaliikumise nurkkiirus on konstantne, siis punkti M kaasaliikumise kiirendus $\bar{w}_k$ ühtib normaalkiirendusega $\bar{w}_k^{(n)}$, s.t.

$$\bar{w}_k = \bar{w}_k^{(n)}.$$

Seepärast suundub $\bar{w}_k$ piki raadiust O_1M ringjoone juures, mille kujundab poolringi see punkt, mis langeb antud hetkel ühte punktiga M. Selle vektori moodul:

$$w_k = w_k^{(n)} = r\omega^2 = \frac{R\sqrt{2}}{2}\omega^2 = \frac{40\sqrt{2}}{2}\cdot(\tfrac{1}{2})^2 = 5\sqrt{2}\ \left[\frac{cm}{sec^2}\right].$$

Punkti M relatiivne liikumine toimub poolringjoonel AM seaduse $s = 10\pi t$ järgi. Seepärast on punkti M relatiivne kiirus $\bar{v}_r$ sihitud piki selle poolringjoone puutujat ja tema moodul

$$v_r = \frac{ds}{dt} = 10\pi\ \left[\frac{cm}{sec}\right].$$

Kuna v_r = const, siis punkti M relatiivne kiirendus $\bar{w}_r$ ühtub oma normaalkomponendiga, s.t.

$$\bar{w}_r = \bar{w}_r^{(n)}$$

ning vektor $\bar{w}_r$ suundub piki raadiust OM keskpunkti O poole ja tema moodul

$$w_r = w_r^{(n)} = \frac{v_r^2}{R} = \frac{(10\ )^2}{40} = 2{,}5\,\pi^2 \left[\frac{cm}{sec^2}\right].$$

Kaasaliikumise nurkkiirus $\bar{\omega}$ suundub piki z-telge, vektor $\bar{v}_r$ asetseb yz tasapinnas ja moodustab z-teljega nurga $90^o - \alpha$. Seepärast on Coriolis'e kiirenduse vektor $\bar{w}_c$ sihitud risti yz-tasapinnaga $\bar{v}_k$ sihi ja tema moodul

$$w_c = 2\omega v_r \sin(90^o - \alpha) = 2\,\omega v_r \cos\alpha =$$

$$= 2 \cdot 0{,}5 \cdot 10\pi \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 5\pi\sqrt{2} \left[\frac{cm}{sec^2}\right].$$

Coriolis'e teoreemi järgi

$$\bar{w}_a = \bar{w}_k + \bar{w}_r + \bar{w}_c .$$

$\bar{w}_a$ mooduli arvutamiseks leiame ta projektsioonid liikuvatele koordinaattelgedele:

$$w_{ax} = w_{kx} + w_{rx} + w_{cx},$$

milles $w_{kx} = 0$, $w_{rx} = 0$, $w_{cx} = w_c$ ja

$$w_{ax} = w_c .$$

Analoogselt $w_{ay} = w_{ky} + w_{ry} + w_{cy} = -w_k - w_r \cdot \sin\alpha$

ja $w_{az} = w_{kz} + w_{rz} + w_{cz} = w_r \cos\alpha .$

Seega $w_a = \sqrt{w_{ax}^2 + w_{ay}^2 + w_{az}^2} =$

$$= \sqrt{w_c^2 + (w_k + w_r \sin\alpha)^2 + (w_r \cos\alpha)^2} =$$

$$= \sqrt{(5\pi\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2} + 2{,}5\pi^2 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2})^2 + (2{,}5\pi^2 \frac{\sqrt{2}}{2})^2} =$$

$$= \sqrt{50\pi^2 + 50 + 2 \cdot 5\sqrt{2} \cdot 2{,}5\pi^2 \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{50\pi^4}{16} + \frac{50\pi^4}{16}} =$$

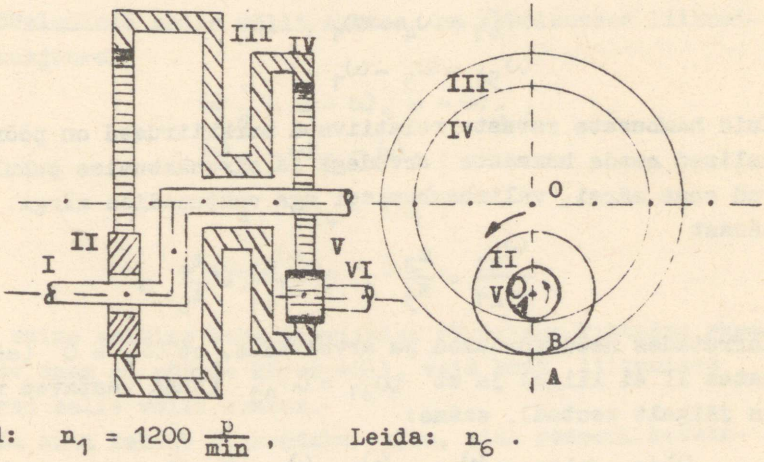
$$= \sqrt{75\pi^2 + 50 + \frac{25}{4}\pi^4} = \frac{5}{2}\sqrt{\pi^4 + 12\pi^2 + 8} \left[\frac{cm}{sec^2}\right].$$

Vastus. Punkti M absoluutne kiirendus hetkel $t = 1$ sec

on $\frac{5}{2}\sqrt{\pi^4 + 12\pi^2 + 8} \quad \frac{cm}{sec^2}$

Näide 10. Planetaarmehhanism

Ülesanne. Kiiruste reduktoril on liikumatu hammasratas II, omavahel jäigalt ühendatud hammasrattad III ja IV, mis asetsevad vabalt liikuval teljel O ning pöörlevad koos vedava völliga I. Hammasratas V on kinnitatud veetavale völlile VI. Hammasrattad III ja IV on sisehambumises hammasratastega II ja V. Leida veetava völli pöörete arv minutis, kui hammaste arvud on rattal II - $z_2 = 30$, rattal III - $z_3 = 80$, rattal IV - $z_4 = 70$ ja rattal V - $z_5 = 20$. Vedav völl pöörleb telje O_1 ümber nurkkiirusega, mis vastab $n_1 = 1200 \frac{p}{min}$.



Antud: $n_1 = 1200 \frac{p}{min}$, Leida: n_6.

$z_2 = 30$,

$z_3 = 80$,

$z_4 = 70$,

$z_5 = 20$.

Lahendus.

I viis. Antud on planetaarmehhanism, sest tal on üks vabadusaste. Sellele vastavalt on ka andmeteks üks nurkkiirus, nimelt vedava völli I nurkkiirus ω_1.

Kui vedava völli O_1 pöörlemine vastupäeva võtta kaasaminekuliikumiseks, siis on kõikide rataste pöörlemised selle völli suhtes relatiivseteks liikumisteks.

Tähistame hammasrataste II kuni V absoluutsete nurkkiiruste <u>algebralised</u> väärtused vastavalt ω_2 kuni ω_5, relatiivsete nurkkiiruste <u>algebralised</u> väärtused aga - ω_{21} kuni ω_{51} (III ja IV ratta relatiivse pöörlemise telg on O, II ja V ratta - O_1). Kui mingi pöörlemine toimub samas suunas völliga I, siis loeme selle pöörlemise nurkkiiruse positiivseks, vastupidisel juhtumil - negatiivseks. Arvestades, et kaasaliikumine (kaasaminekuliikumine) nurkkiirus on ω_1, saame paralleelsete telgede ümber toimuvate pöörlemiste liitmise teoreemi põhjal:

$$\omega_{21} = \omega_2 - \omega_1,$$

$$\omega_{31} = \omega_3 - \omega_1,$$

$$\omega_{41} = \omega_4 - \omega_1,$$

$$\omega_{51} = \omega_5 - \omega_1.$$

Kuid hambuvate rataste relatiivsed nurkkiirused on pöördvõrdelised nende hammaste arvudega ja sisehambumise puhul omavad sama märgi, välishambumisel aga vastupidise märgi. Seepärast

$$\frac{\omega_{31}}{\omega_{21}} = \frac{z_2}{z_3}, \quad \frac{\omega_{51}}{\omega_{41}} = \frac{z_4}{z_5}.$$

Korrutades need võrdused ja arvestades, et $\omega_2 = 0$ (sest ratas II ei liigu) ja et $\omega_{31} = \omega_{41}$ (kuna vastavad rattad on jäigalt seotud), saame:

$$\frac{\omega_{31}}{\omega_{21}} \cdot \frac{\omega_{51}}{\omega_{41}} = \frac{\omega_{51}}{\omega_{21}} = \frac{\omega_5 - \omega_1}{-\omega_1} = \frac{z_2}{z_3} \cdot \frac{z_4}{z_5} = \frac{30 \cdot 70}{80 \cdot 20} = \frac{21}{16},$$

millest $\omega_5 = -\frac{5}{16}\omega_1$.

Kuna hammasratas V on võllile VI jäigalt kinnitatud, siis

$$\omega_6 = \omega_5 = -\frac{5}{16}\omega_1$$

ja järelikult

$$n_6 = n_5 = -\frac{5}{16} n_1 = -375 \left[\frac{\text{pööret}}{\text{min}}\right].$$

Kuna $\omega_6 < 0$, siis võll VI pöörleb võllile I vastupidises suunas, s.t. päripäeva.

II viis. Willis'e meetod (e. peatamise meetod).

Anname omalt poolt reduktorile veel ühe liikumise, nimelt pöörlemise ümber telje O_1 päripäeva nurkkiirusega ω_1, s.o. nurkkiirusega $(-\omega_1)$. Tähistades kõik uued nurkkiirused samade tähistega, mis olid kasutusel eespool, ainult märkides nad ära ülemise indeksiga "prim" saame paralleelsete telgede ümber toimuvate pöörlemiste liitmise teoreemi põhjal:

$$\omega_1' = \omega_1 - \omega_1 = 0,$$

s.t. uues liitliikumises seisab võll I paigal ja kõik teised pöörlemised selle võlli suhtes on absoluutsed liikumised, kusjuures

$$\omega_2' = 0 - \omega_1 = -\omega_1,$$

$$\omega_3' = \omega_3 - \omega_1,$$

$$\omega_4' = \omega_4 - \omega_1,$$

$$\omega_5 = \omega_5 - \omega_1.$$

Nõnda saime eelmise lahendusviisiga võrreldes lihtsama skeemi, kus enam ei pöörle köver võll, vaid kõik liikumised toimuvad selle võlli suhtes.

Ka siin kehtib ülekandeks valem, mida eespool kasutasime, ainult tuleb tähistusi silmas pidada:

$$\frac{\omega_3}{\omega_2'} = \frac{z_2}{z_3}, \quad \frac{\omega_5'}{\omega_4'} = \frac{z_4}{z_5}.$$

Edasi toimub kõik analoogselt I lahendusviisis nähtuga:

$$\frac{\omega_3'}{\omega_2'} \cdot \frac{\omega_5'}{\omega_4'} = \frac{\omega_5'}{\omega_2'} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_3 \cdot z_5},$$

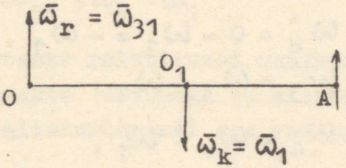
$$\frac{\omega_5 - \omega_1}{-\omega_1} = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_3 \cdot z_5} .$$

Pärast viimast asendust ei sisalda võrrand enam üldse uue liitliikumise elemente ja siit avaldame otsitava.

Meetodi heaks küljeks on ülevaatlikkuse saavutamine keerukate olukordade lihtsustamise tõttu.

III viis

Kuna hammasratas III hambub liikumatu rattaga II, siis on ratta III punkti A absoluutne kiirus võrdne nulliga, seega liitratta III ja IV hetkeline pöörlemistelg läbib punkti A. Kuna A asetseb väljaspool lõiku O_1O, siis ta jaotab kaasamineku- ja relatiivse pöörlemise telgede vahelise kauguse O_1O osadeks väliselt, nõnda, et osad on pöördvõrdelised vastavate pöörlemiste nurkkiirustega. Nende pöörlemiste nurkkiirused on sealjuures veel vastassuunalised. Skemaatiliselt:



$$\bar{\omega}_a = \bar{\omega}_r + \bar{\omega}_k = \bar{\omega}_{31} + \bar{\omega}_1$$

Niisiis

$$\frac{\omega_{31}}{\omega_1} = -\frac{O_1A}{OA} ,$$

Kuid O_1A on ratta II raadius r_2, OA - ratta III raadius r_3 ja, kuna

$$\frac{\omega_{31}}{\omega_1} = -\frac{r_2}{r_3} = -\frac{z_2}{z_3} ,$$

millest $\omega_{31} = -\omega_1 \dfrac{z_2}{z_3} = -\dfrac{3}{8}\omega_1 ,$

$$\omega_3 = \omega_1 + \omega_{31} = \frac{5}{8}\omega_1 .$$

Kuna ratta III absoluutne nurkkiirus on positiivne, siis ratas III koos rattaga IV pöörleb ümber hetkelise pöörlemistelje A vastupäeva ja rataste IV ja V hambumispunkt B liigub vasakule (joonisel) ja ta kiirus on moodulilt võrdne

$$v_B = \omega_4 \cdot AB = \omega_3 \cdot AB = \frac{5}{8}\omega_1 (r_2 - r_5) .$$

Teisest küljest punkti B kui ratta V punkti kiirus

$$v_B = r_5 \cdot |\omega_5| ,$$

seega

$$\frac{5}{8}\omega_1 (r_2 - r_5) = r_5 |\omega_5| ,$$

millest

$$|\omega_5| = \frac{5}{8}\omega_1 \left(\frac{r_2}{r_5} - 1\right) = \frac{5}{8}\omega_1 \left(\frac{z_2}{z_5} - 1\right) =$$

$$= \frac{5}{8}\omega_1 \left(\frac{30}{20} - 1\right) = \frac{5}{16}\omega_1 .$$

Punkti B kiiruse suuna järgi näeme, et ratas V pöörleb ümber telje O_1 päripäeva. Järelikult arvestades ka pöörlemise suunda:

$$\omega_5 = - \frac{5}{16}\omega_1 \quad \text{ja}$$

$$n_5 = n_6 = - \frac{5}{16} n_1 = - 375 \quad \left[\frac{\text{pööret}}{\text{min}}\right] .$$

Vastus. Veetav võll pöörleb vedavale võllile vastupidises suunas ja teeb 375 pööret minutis.

N ä i d e 11. Relatiivse liikumise teooria võrdlus tasaparalleelse liikumise teooriaga. Kinemaatika ülesannete lahendamine mitmel viisil.

Tasaparalleelse liikumise ja relatiivse liikumise teooriad on kiiruste leidmisel väga sarnased. Vastavad valemid

$$\bar{v}_M = \bar{v}_C + \bar{v}_{MC} \quad \text{ja} \quad \bar{v}_a = \bar{v}_k + \bar{v}_r$$

(milles v_M on punkti M kiirus; v_C - punkti C kiirus; v_{MC} - punkti M kiirus kujundi pöörlemisel ümber punkti C; v_a - sama punkti M absoluutne kiirus; v_k - kaasamineku kiirus ja v_r - relatiivne kiirus) näivad täiesti identsetena ja nagu erineksid ainult tähistusviisilt. Seetõttu esineb siin ülesannete lahendamisel massiliselt sisulisi segiminekuid, näiteks

$$\bar{v}_a = \bar{v}_c + \bar{v}_r .$$

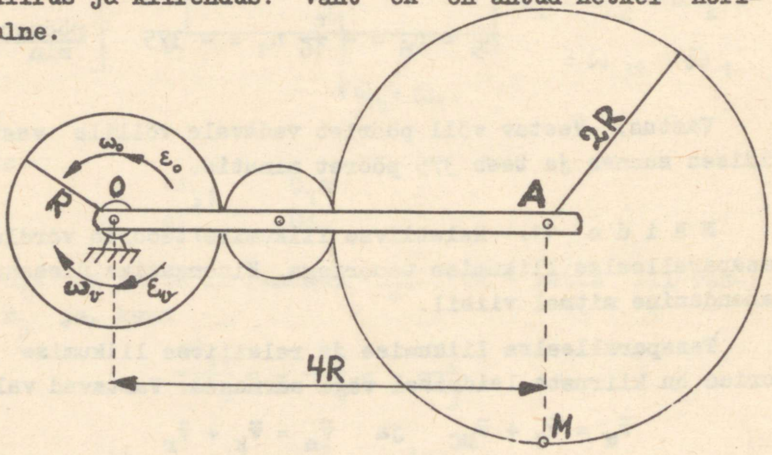
Viimane seos on muide isegi teatud juhtumil õige, nimelt siis, kui loetakse kaasaliikumiseks (kaasaminekuliikumiseks) punkti C liikumine. Enamasti aga viib selline kahe teooria samastamine paratamatutele vigadele. Seda eriti siis, kui on tarvis ka kiirendusi leida.

Mainitud vigadest hoidumiseks tahab abi pakkuda järgmise ülesande lahendamine paralleelselt kahel viisil.

Ülesanne

Ajami vedav hammasratas raadiusega R pöörleb vastupäeva nurkkiirusega ω_o ja nurkkiirendusega ε_o. Vänt pikkusega 4 R pöörleb vedava ratta telje ümber päripäeva nurkkiirusega ω_v ja nurkkiirendusega ε_v.

Leida veetava ratta, mille raadius on 2 R, punkti M, mis asetseb antud hetkel vertikaalse diameetri alumises otsas, kiirus ja kiirendus! Vänt OA on antud hetkel horisontaalne.



Antud: ω_o; ε_o; ω_v; ε_v; R.

Leida: v_M ; w_M .

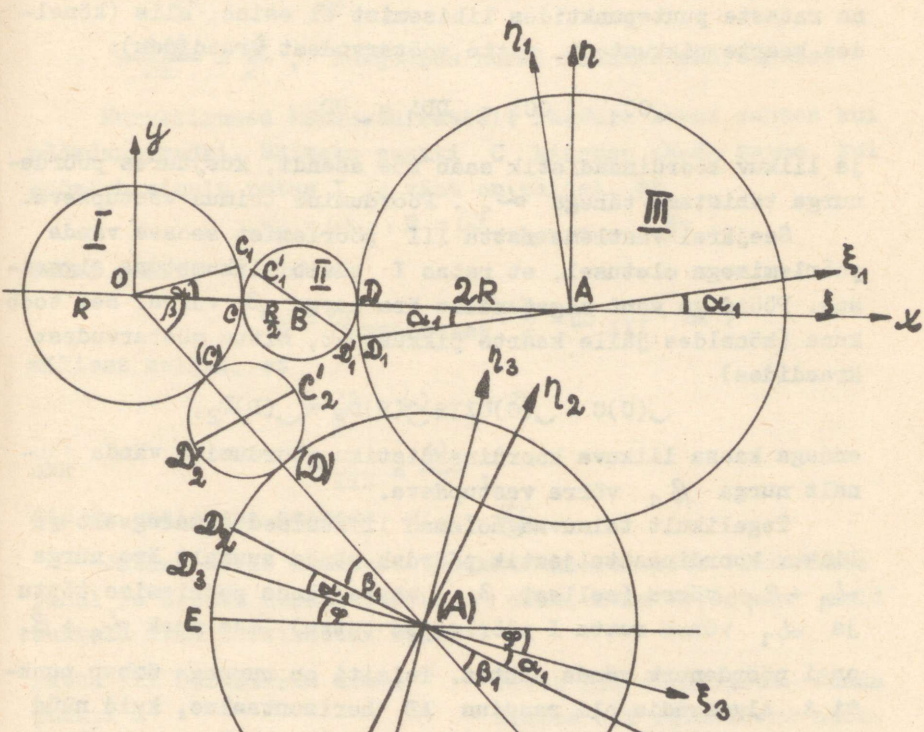
L a h e n d u s

Tasaparalleelse liikumise teooria abil.

Pöördenurga, nurkkiiruse ja nurkkiirenduse leidmine ratta III pöörlemisel ümber punkti A.

Relatiivse liikumise teooria abil, lugedes kaasaminekuliikumiseks vända liikumise ja relatiivseks veetava ratta pöörlemise vända suhtes.

Relatiivse pöördenurga, nurkkiiruse ja nurkkiirenduse leidmine.



Selgitame kõigepealt mille poolest erinevad ühelt poolt veetava ratta (III) pöörlemine __ümber punkti A__ ja teiselt poolt pöörlemine __vända suhtes__. Võtame liikumatud koordinaatteljed x ja y ning rattaga III muutumatult seotud koordinaatteljed ξ ja η (vt. joonist). Siis anname mehhanismile võimaluse veidi liikuda ja peatame ta siis uuesti.

Esmalt jätame paigale vända OA ja lubame vedaval rattal (I) pöörelda nurga α võrra. (Ta teeb seda ülesande tingimuste kohaselt muidugi seaduse järgi: $\alpha = \omega_0 t + \frac{\varepsilon_0 t^2}{2}$, kuid see pole siin oluline.) Sellega seoses võtavad uued asendid ka vaberatas II ja veetav ratas III. Kuna rataste puutepunktides libisemist ei esine, siis (kõneldes kaarte pikkustest, mitte mõõtarvudest kraadides):

$$\smile CC_1 = \smile CC_1' = \smile DD_1' = \smile DD_1$$

ja liikuv koordinaadistik saab uue asendi, kusjuures pöördenurga tähistame tähega α_1. Pöördumine toimus vastupäeva.

Seejärel vaatleme ratta III pöörlemist seoses vända pöörlemisega oletusel, et ratas I püsib liikumatuna algseisus. Pöördugu vänt algasendist ära nurga β võrra. See toob kuna (kõneldes jälle kaarte pikkustest, mitte mõõtarvudest kraadides)

$$\smile (C)C = \smile (C)C_2' = \smile (D)D_2' = \smile (D)D_2,$$

endaga kaasa liikuva koordinaadistiku pöördumise vända suunalt nurga β_1 võrra vastupäeva.

Tegelikult toimuvad mõlemad liikumised samaaegselt ja liikuv koordinaatteljestik pöördub vända suunalt ära nurga $\alpha_1 + \beta_1$ võrra (sellest β_1 võrra vända pöörlemise tõttu ja α_1 võrra ratta I pöörlemise tõttu). See nurk $\alpha_1 + \beta_1$ ongi pöördenurk vända suhtes. Teisiti on nurgaga ümber punkti A. Algasendis oli raadius AD horisontaalne, kuid nüüd lõppasendis kaldu asendis $(A)D_3$, kusjuures horisontaalse asendi on võtnud üks teine raadius (A)E. $\angle E(A)D_3$ ongi pöördenurk ümber punkti A. See nurk avaldub teiste kaudu järgmiselt:

$$\angle E(A)(D) = \angle AO(D) = \beta,$$

$$E(A)D_3 = \angle E(A)(D) - (\alpha_1 + \beta_1).$$

Ratta III pöördenurk ümber punkti A:

$$\varphi = \beta - (\alpha_1 + \beta_1) = -\frac{\alpha+\beta}{2} = \frac{\beta-\alpha}{2},$$

kus $\alpha_1 = \frac{\smile DD_1}{AD} = \frac{\smile CC_1}{2R} = \frac{R\cdot\alpha}{2R} = \frac{\alpha}{2}$,

$$\beta_1 = \frac{\smile D_2(D)}{2R} = \frac{\smile C(C)}{2R} = \frac{R\cdot\beta}{2R} = \frac{\beta}{2},$$ kusjuures nurki möödame radiaanides.

Ratta III pöördenurk vända suhtes ehk relatiivne pöördenurk

$$\alpha_1 + \beta_1 = \frac{\alpha+\beta}{2},$$

Nurkkiirused kanduvad rattalt rattale samas suhtes kui pöördenurgadki. Näiteks punkti C kiiruse kaudu saame, kui pöörleb ainult ratas I ja vänt on paigal, et

$$v_C = \omega_o \cdot R = \omega_{vaheratas} \frac{R}{2},$$

edasi punkti D kaudu:

$$v_D = \omega_{vaheratas} \cdot \frac{R}{2} = \omega_{III} \cdot 2R,$$

millest selgub, et

$$\omega_o R = \omega_{III} \cdot 2R$$

ehk

$$\omega_{III} = \frac{\omega_o}{2},$$

mis on analoogne seosega $\alpha_1 = \frac{\alpha}{2}$.

Jätame selle küsimuse uurimata keerukamate liikumiste puhul ja samuti nurkkiirenduste osas, kuid arvestame neid suhteid ilma töestuseta. Siis:

ratta III nurkkiirus ümber punkti A

$$\omega_{MA} = \frac{\omega_v - \omega_o}{2},$$

ratta III nurkkiirus vända suhtes ehk relatiivne nurkkiirus

$$\omega_r = \frac{\omega_o + \omega_v}{2},$$

kaasaminekuliikumise nurkkiirus $\omega_k = \omega_v$, ratta III nurkkiirendus ümber punkti A

$$\varepsilon_{MA} = \frac{\varepsilon_v - \varepsilon_o}{2},$$

ratta III nurkkiirendus vända suhtes ehk relatiivne nurkkiirendus

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_o + \varepsilon_v}{2}$$

ja kaasaminekuliikumise nurkkiirendus

$$\varepsilon_k = \varepsilon_v .$$

Punkti M kiiruse leidmine

I viis - tasaparalleelse liikumise teooria järgi.

$$\bar{v}_M = \bar{v}_A + \bar{v}_{MA}$$

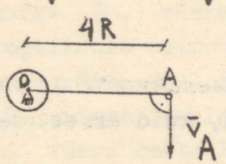
v_M - punkti M kiirus.

v_A - " A "

v_{MA} - " M pöörlemiskiirus ümber punkti A.

Punkti A liikumine on ringjooneline liikumine raadiusega 4R

$$v_A = \omega_v \cdot 4R = 4\omega_v R$$



Selle kiiruse $\bar{v}_A$ suund on risti OA-ga ning suunatud vertikaalselt alla.

II viis - liitliikumise teooria järgi

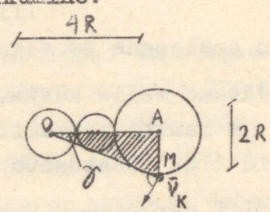
$$\bar{v}_M = \bar{v}_a = \bar{v}_k + \bar{v}_r$$

v_a - punkti M absoluutne kiirus.

v_k - punkti M kaasaliikumise kiirus.

v_r - punkti M relatiivne kiirus.

Punkti M kaasaliikumine on punktiga M antud hetkel ühte langeva vända punkti liikumine.



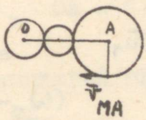
Kuigi punkt M ei asetse vändal, võime vända kuju selliseks oletada, et punktiga M langeks kohakuti ka vända punkt. Näiteks võib ju valmistada joonisel viirutatud kolmnurgakujulise vända.

$$v_k = \omega_k \, OM = \omega_v \cdot$$
$$\cdot \sqrt{(4R)^2 + (2R)^2} =$$
$$= 2\omega_v R\sqrt{5}$$

$\bar{v}_k$ suund on risti lõiguga OM

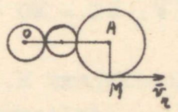
$$v_{MA} = \omega_{MA} \cdot AM = \frac{\omega_v - \omega_o}{2} \cdot 2R =$$
$$= (\omega_v - \omega_o)R$$

$\bar{v}_{MA}$ suund on risti lõiguga AM.

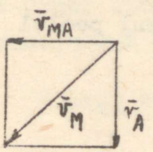


$$v_r = \omega_r \cdot AM = \frac{\omega_o + \omega_v}{2} \cdot$$
$$\cdot 2R = (\omega_o + \omega_v)R$$

$\bar{v}_r$ suund on risti lõiguga AM.

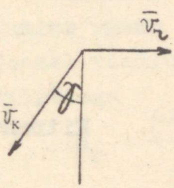


$\bar{v}_{MA}$ ja $\bar{v}_r$ võrdlus pakub veelkordse võimaluse veenduda, et mõlemad lahendusviisid on oluliselt erinevad, $\bar{v}_{AM}$ pole samastatav $\bar{v}_r$ -ga.



$\bar{v}_M$ on $\bar{v}_A$ ja $\bar{v}_{MA}$ geomeetriline summa. Kuna komponendid on risti, saame

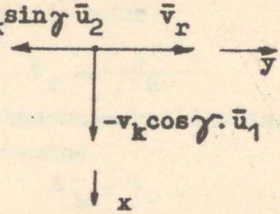
$$v_M = \sqrt{v_A^2 + v_{MA}^2} =$$
$$= \sqrt{(4\omega_v R)^2 + \left[(\omega_v - \omega_o)R\right]^2} =$$
$$= R\sqrt{17\omega_v^2 - 2\omega_v\omega_o + \omega_o^2}$$



$\bar{v}_r$ ja $\bar{v}_k$ ei ole omavahel risti, seepärast hõlpsama liitmise huvides lahutame $\bar{v}_k$ komponentideks, millest üks oleks risti $\bar{v}_r$ -ga ja teine $\bar{v}_r$ - sihiline. Seejuures vajalik nurk γ on määratav mehhanismi skitsilt

$$\sin\gamma = \frac{2R}{R\sqrt{20}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

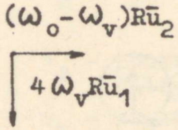
$$\cos\gamma = \frac{4R}{R\sqrt{20}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$



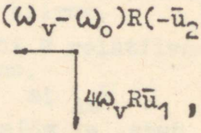
$$-v_k \sin\gamma\, \bar{u}_2 = -2\omega_v R\bar{u}_2$$

$$\bar{v}_r = v_r \bar{u}_2 = (\omega_o + \omega_v) R\bar{u}_2$$

$$v_k \cos\gamma\, \bar{u}_1 = 4\omega_v R\bar{u}_1$$



ehk



,

mis arnabki liitmiseks samad vektorid kui lahenduskäik lehe vasakul poolel

Kiirenduste leidmine

I viis

$$\bar{w}_M = \bar{w}_A + \bar{w}_{MA}$$

- $\bar{w}_M$ – p. M kiirendus
- $\bar{w}_A$ – p. A – " –
- $\bar{w}_{MA}$ – p. M pöörlemiskiirendus ümber p.A

II viis

$$\bar{w}_M = \bar{w}_a = \bar{w}_k + \bar{w}_r + \bar{w}_c$$

- $\bar{w}_a$ – p.M absoluutne kiirendus
- $\bar{w}_k$ – p.M kaasamineku-kiirendus
- $\bar{w}_r$ – p.M relatiivne kiirendus
- $\bar{w}_c$ – p.M Coriolis'e kiirendus

$\bar{w}_A$ leidmine

Punkt A sooritab liikumist ringjoonel ja seepärast

$$\bar{w}_A = \bar{w}_A^{(n)} + \bar{w}_A^{(\tau)}$$

$\bar{w}_A^{(n)}$ – punkti A normaalkiirendus

$\bar{w}^{(\tau)}$ – punkti A tangentsiaalkiirendus

$$w_A^{(n)} = \omega_v^2 \cdot OA = 4\omega_v^2 R$$

$\bar{w}_A^{(n)}$ on suunatud vända pöörlemistsentrisse O.

$$w_A^{(\tau)} = \varepsilon_v \cdot OA = 4\varepsilon_v R$$

$\bar{w}_A^{(\tau)}$ on suunatud alla, risti vändaga OA.

$\bar{w}_{MA}$ leidmine:

Punkt M sooritab punkti A ümber liikumist ringjoonel raadiusega 2R nurkkiirusega

$$\omega_{MA} = \frac{\omega_v - \omega_o}{2}$$

ja nurkkiirendusega

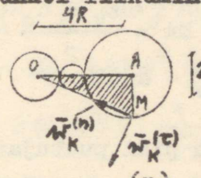
$$\varepsilon_{MA} = \frac{\varepsilon_v - \varepsilon_o}{2}$$

$$\bar{w}_{MA} = \bar{w}_{MA}^{(n)} + \bar{w}_{MA}^{(\tau)}$$

$$w_{MA}^{(n)} = \omega_{MA}^2 \cdot MA = \left(\frac{\omega_v - \omega_o}{2}\right)^2 \cdot$$

$\bar{w}_k$ leidmine

Punkti M kaasaminekuliikumine on temaga kohakuti oleva, kuid vändale kuuluva punkti liikumine, seega liikumine ringjoonel



$$\bar{w}_k = \bar{w}_k^{(n)} + \bar{w}_k^{(\tau)},$$

$$w_k^{(n)} = \omega_k^2 \cdot OM = 2\omega_v^2 R\sqrt{5}$$

$\bar{w}_k^{(n)}$ suundub vända pöörlemistsentrisse.

$$w_k^{(\tau)} = \varepsilon_k \cdot OM = 2\varepsilon_v\sqrt{5}$$

$\bar{w}_k^{(\tau)}$ on p.M trajektoori puutuja suunaline.

$\bar{w}_r$ leidmine:

Punkti M relatiivne liikumine vända suhtes ringjoonel raadiusega 2R nurkkiirusega

$$\omega_r = \frac{\omega_o + \omega_v}{2}$$

ja nurkkiirendusega

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_o + \varepsilon_v}{2}$$

$$\bar{w}_r = \bar{w}_r^{(n)} + \bar{w}_r^{(\tau)}$$

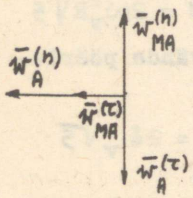
$$w_r^{(n)} = \omega_r^2 \cdot MA = \left(\frac{\omega_o + \omega_v}{2}\right)^2 \cdot$$

$$\cdot 2R = \frac{(\omega_v - \omega_o)^2 \cdot R}{2}.$$

$\bar{w}_{MA}^{(n)}$ suundub punktist M punkti A poole.

$$w_{MA}^{(\tau)} = \varepsilon_{MA} \cdot MA = \frac{\varepsilon_v - \varepsilon_o}{2} \cdot 2R = (\varepsilon_v - \varepsilon_o)R$$

$\bar{w}_{MA}^{(\tau)}$ suundub piki puutujat vasakule.



Kuna $\bar{w}_M$ komponendid on omavahel risti või paralleelsed, siis saab täiskiirenduse arvutada Pythagoras'e teoreemi järgi

$$w_M = \sqrt{(w_A^{(n)} + w_{MA}^{(\tau)})^2 + (w_A^{(\tau)} - w_{MA}^{(n)})^2} = \sqrt{\left[4\omega_v^2 R + (\varepsilon_v - \varepsilon_o)R\right]^2 + \left[4\varepsilon_v R - (\omega_v - \omega_o)^2 R\right]^2} =$$

$$= R\sqrt{\left[4\omega_v^2 + (\varepsilon_v - \varepsilon_o)\right]^2 + \left[4\varepsilon_v - \frac{(\omega_v - \omega_o)^2}{2}\right]^2}$$

$$\cdot 2R = (\omega_o + \omega_v)^2 \cdot \frac{R}{2}$$ – suunaga punktist M punkti A poole.

$$w_r^{(\tau)} = \varepsilon_r MA = \frac{\varepsilon_o + \varepsilon_v}{2} \cdot 2R = (\varepsilon_o + \varepsilon_v)R$$

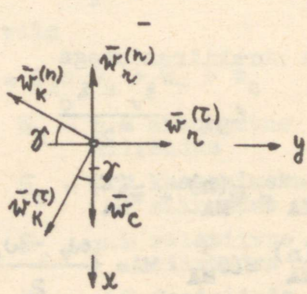
suunaga piki puutujat vastupäeva.

$\bar{w}_c$ leidmine

$$\bar{w}_c = 2\bar{\omega}_k \times \bar{v}_r$$

$\bar{\omega}_k$ vektor suundub kruvireegli kohaselt joonise sisse risti joonise pinnaga. $\bar{v}_r$ suund oli eespool leitud ja nimelt kulges paremale. Seega on $\bar{w}_c$ suund kruvireegli järgi pikiraadiust AM keskpunktist eemale.

$$w_c = 2\omega_k v_r \cdot \sin 90^o = 2\omega_v \cdot (\omega_o + \omega_v)R$$



Liitmise hõlbustamiseks võtame kasutusele kiirenduste projektsioonid sobivalt valitud koordinaattelgedele

$$\bar{w}_a=(w_c - w_r^{(n)}+ w_k^{(\tau)}\cos\gamma - w_k^{(n)}\sin\gamma)\bar{u}_1+$$
$$+(w_r^{(\tau)}- w_k^{(\tau)}\sin\gamma - w_k^{(n)}\cos\gamma)\bar{u}_2 =$$
$$=\Big[2\omega_v(\omega_o+\omega_v)R - (\omega_o+\omega_v)^2\frac{R}{2} +$$
$$+ 2\varepsilon_v R\sqrt{5}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}} - 2\omega_v^2 R\sqrt{5}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}}\Big]\bar{u}_1 +$$
$$+\Big[(\varepsilon_o+\varepsilon_v)R - 2\varepsilon_v R\sqrt{5}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}} - 2\omega_v^2 R\sqrt{5}\cdot\frac{2}{\sqrt{5}}\Big]\bar{u}_2=$$
$$= R\left[2\omega_v\omega_o - \frac{(\omega_o+\omega_v)^2}{2} + 4\varepsilon_v\right]\bar{u}_1 +$$
$$+ R\left[\varepsilon_o - \varepsilon_v - 4\omega_v^2\right]\bar{u}_2 = w_x\bar{u}_1 + w_y\bar{u}_2$$

$$w_a = \sqrt{w_x^2 + w_y^2} =$$
$$= R\sqrt{\left[-\frac{(\omega_v-\omega_o)^2}{2} + 4\varepsilon_v\right]^2 + (\varepsilon_o-\varepsilon_v-4\omega_v^2)^2} =$$
$$= R\sqrt{\left[4\omega_v^2+ (\varepsilon_v-\varepsilon_o)\right]^2 + \left[4\varepsilon_v - \frac{(\omega_v-\omega_o)^2}{2}\right]^2}.$$

Vastus: $$v_M = R\sqrt{16\omega_v^2 + (\omega_v - \omega_o)^2}$$
$$w_M = R\sqrt{\left[4\omega_v^2 + (\varepsilon_v - \varepsilon_o)\right]^2 + \left[4\varepsilon_v - \frac{(\omega_v-\omega_o)^2}{2}\right]^2}$$

III viis. Punkti M liikumise analüütiline uurimine

Kasutame valemeid:

$$\begin{cases} x = x_A + \xi\cos\varphi - \eta\sin\varphi\,, \\ y = y_A + \xi\sin\varphi + \eta\cos\varphi\,, \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = \dot{x}_A \\ v_y = \dot{y}_A \end{cases}$$

ja
$$\begin{cases} w_x = \dot{v}_x = \ddot{x}_A \\ w_y = \dot{v}_y = \ddot{y}_A \end{cases}$$

milles x ja y **on punkti** M jooksvad koordinaadid,

$$x_A = 4R\cos\beta$$

ja
$$y_A = 4R\sin\beta = -4R\sin/\beta/$$

on punkti A **jooksvad koordinaadid,**

$$\xi = 0$$

ja
$$\eta = -2R$$

on punkti M **koordinaadid liikuvas teljestikus ja**

$\varphi = -\beta + \alpha_1 + \beta_1 = \dfrac{\alpha - \beta}{2}$ **on nurk liikuva ja liikumatu teljestiku vahel** (φ **avaldises on märk muudetud eelmiste lahenduskäikudega** võrreldes seepärast, et **koordinaatide meetodi kasutamisel tuleb nurk** β **lugeda negatiivseks, kuna** ta **suureneb kellaosuti liikumise suunas).**

Edasi: $\beta = -\omega_v t - \dfrac{\varepsilon_v t^2}{2}$

ja
$$\varphi = \frac{\omega_o - \omega_v}{2}t + \frac{\frac{\varepsilon_o - \varepsilon_v}{2}t^2}{2} = \frac{\omega_o - \omega_v}{2}t + \frac{(\varepsilon_o - \varepsilon_v)t^2}{4}.$$

Teostame arvutused:

$$\begin{cases} x = 4R\cos\beta + 2R\sin\varphi \\ y = 4R\sin\beta - 2R\cos\varphi, \end{cases}$$

$$\begin{cases} v_x = -4R\dot{\beta}\sin\beta + 2R\dot{\varphi}\cos\varphi \\ v_y = 4R\dot{\beta}\cos\beta + 2R\dot{\varphi}\sin\varphi, \end{cases}$$

$$\dot{\beta} = -(\omega_v + \varepsilon_v t),$$

$$\dot{\varphi} = \frac{\omega_o - \omega_v}{2} + \frac{\varepsilon_o - \varepsilon_v}{2}t.$$

Kuna meid käesolevas ülesandes huvitab ainult üks kindel asend, nimelt $t=0$, $\beta=0$ ja $\varphi=0$, siis võtame arvesse, et $\sin\beta=\sin\varphi=0$, $\cos\beta=\cos\varphi=1$, $\dot\beta=-\omega_v$ ja $\dot\varphi=\frac{\omega_o-\omega_v}{2}$ ning saame:

$$v_M=\sqrt{v_x^2+v_y^2}=\sqrt{4R^2\dot\varphi^2+16R^2\dot\beta^2}=$$

$$=R\sqrt{4\left(\frac{\omega_o-\omega_v}{2}\right)^2+16\,\omega_v^2}=R\sqrt{16\omega_v^2+(\omega_o-\omega_v)^2}\,;$$

Edasi arvutame kiirenduse:

$$\begin{cases} w_x=\dot v_x=-4R\dot\beta^2\cos\beta-4R\ddot\beta\sin\beta-2R\dot\varphi^2\sin\varphi+2R\ddot\varphi\cos\varphi \\ w_y=\dot v_y=-4R\dot\beta^2\sin\beta+4R\ddot\beta\cos\beta+2R\dot\varphi^2\cos\varphi+2R\ddot\varphi\sin\varphi\,, \end{cases}$$

milles jälle võtame arvesse ülesandes antud hetke $t=0$, $\beta=0$, $\varphi=0$, $\dot\beta=-\omega_v-\varepsilon_v t=-\omega_v$,

$$\ddot\beta=-\varepsilon_v,\quad \dot\varphi=\frac{\omega_o-\omega_v}{2}+\frac{\varepsilon_o-\varepsilon_v}{2}t=\frac{\omega_o-\omega_v}{2},\quad \ddot\varphi=\frac{\varepsilon_o-\varepsilon_v}{2},$$

$$w_x=-4R\dot\beta^2+2R\ddot\varphi=-4R\omega_v^2-R(\varepsilon_o-\varepsilon_v)$$

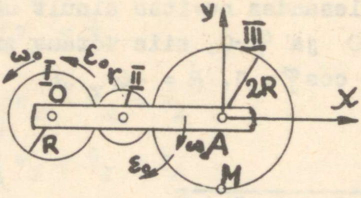
$$w_y=4R\ddot\beta+2R\dot\varphi^2=-4R\varepsilon_v+\frac{(\omega_o-\omega_v)^2}{2},$$

$$w_M=\sqrt{w_x^2+w_y^2}=$$

$$=R\sqrt{\left[4\omega_v+(\varepsilon_o-\varepsilon_v)\right]^2+\left[4\varepsilon_v-\frac{(\omega_o-\omega_v)^2}{2}\right]^2}\,.$$

IV viis. Sama ülesande lahendamine n.ö. segameetodi abil.

Algul leiame "peatamise" meetodi abil ratta III absoluutse nurkkiiruse ω_3^{abs}. Selleks oletame, et kogu mehhanism saab vändale vastupidise suunaga nurkkiiruse ω_v.



Nõnda võib märke tähele pannes kirjutada välja kõigi rataste relatiivsed nurkkiirused vända (mis nüüd ise seisab paigal) suhtes

ω_1^{rel} on $\omega_o - (-\omega_v)$, ω_2^{rel} on $\omega_2^{abs} - (-\omega_v)$,

$\omega_3^{rel} = \omega_3^{abs} - (-\omega_v)$,

Seega $\dfrac{(\omega_o + \omega_v)}{\omega_2^{abs} - \omega_v} = -\dfrac{r}{R}$ ja $-\dfrac{r}{2R} = \dfrac{\omega_3^{abs} + \omega_v}{\omega_2^{abs} - \omega_v}$,

millest $\omega_3^{abs} = \dfrac{\omega_o + \omega_v}{2} - \omega_v = \dfrac{\omega_o - \omega_v}{2} \; (\dfrac{rad}{sec})$.

Nüüd võttes punkti A pooluseks ja paigalseisva teljestikutiku nõnda, et punkt A jääb alguspunktiks ning x telg rõhtsaks, on kiirusvektori projektsiooni valemite põhjal

$$v_{Mx} = v_{Ax} - \omega_3^{abs}(y_M - y_A) = 0 - \frac{\omega_o - \omega_v}{2}(-2R) = R(\omega_o - \omega_v)$$

$$v_{My} = v_{Ay} + \omega_3^{abs}(x_M - x_A) = 4R\omega_v + 0.$$

$$|\bar{v}_M| = R\sqrt{16\omega_v^2 + (\omega_o - \omega_v)^2}\,.$$

Edasi tasaparalleelse liikumise kiirendusvektori proprojektsioonid valemite järgi

$$w_{Mx} = w_{Ax} - \varepsilon_3^{abs}(y_M - y_A) - \omega_3^{2\,abs}(x_M - x_A) = -4R\omega_v^2 - \frac{\varepsilon_o - \varepsilon_v}{2}(-2R) - 0$$

$$w_{My} = w_{Ay} + \varepsilon_3^{abs}(x_M - x_A) - \omega_3^{2\,abs}(y_M - y_A) = -4R\varepsilon_v +$$

$$+ 0 - (-2R)\left(\frac{\omega_o - \omega_v}{2}\right)^2 ,$$

kuna $\varepsilon_3^{abs} = \dfrac{\varepsilon_0 - \varepsilon_v}{2}$.

Ja lõpuks

$$|\bar{w}_M| = R\sqrt{\left[4\omega_v^2 + (\varepsilon_o - \varepsilon_v)\right]^2 + \left[-4\varepsilon_v + \frac{(\omega_o - \omega_v)^2}{2}\right]^2} .$$

Рельвик Х.А., Тийкма Б.А.
Теоретическая механика, часть II, кинематика
На эстонском языке
Таллинский политехнический институт. Г. Таллин,
ул. Калинина дом.IOI.

Tiraaž 1200. Tell.nr. 3. TPI rotaprint.
Tallinn 1961.

Hind 20 kop.