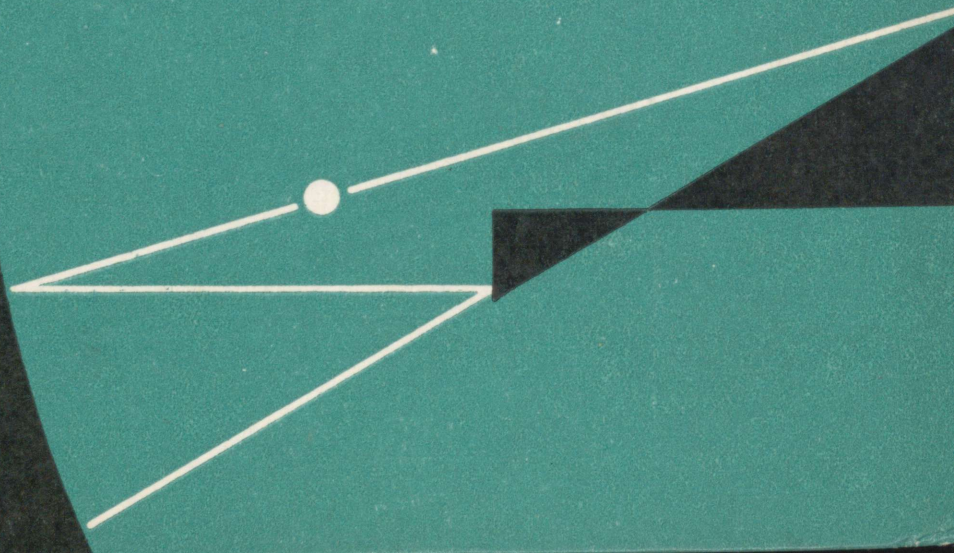
J. SELEZNJOV

Füüsika

KÕRGEMATESSE KOOLIDESSE ASTUJAILE



A-30225

J. SELEZNJOV

FÜÜSIKA

kõrgematesse koolidesse astujaile

KIRJASTUS «VALGUS» * TALLINN 1969

53
S36

Originaali tiitel:

Ю. А. Селезнев
Основы элементарной физики.
Пособие для самообразования.
Под редакцией проф. Б. М. Яровского.
Издание третье, исправленное.
Издательство «Наука»
Главная редакция физико-математической литературы
Москва 1969

Vene keelest tõlkinud R. Pakkas (I—IV ptk.) ja K. Schults (V—X ptk.)

Retsenseerinud J. Lembra, K. Kudu, A. Haav

Kunstiliselt kujundanud G. Pant

УДК 530.10(075.4)
СЕЛЕЗНЕВ Ю.
ФИЗИКА ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ В ВУЗЫ

Цель настоящего пособия — помочь при подготовке к приемным экзаменам по физике в высшие учебные заведения. В основу книги положена программа приемных экзаменов, хотя в отдельных случаях имеются некоторые отступления от нее, учитывающие практику приемных экзаменов. Это пособие должно рассматриваться как дополнение к учебнику.

Главное внимание сосредоточено на раскрытии физического смысла важнейших вопросов школьного курса и на детальном рассмотрении некоторых вопросов, которые часто вызывают затруднения на экзаменах. Рассмотрено много примеров и задач, причем в большинстве случаев приводятся не только их подробные решения, но и анализ условий и результатов.

Книга может оказаться полезной для лиц, самостоятельно готовящихся к приемным экзаменам по физике в институт, для школьников старших классов и слушателей подготовительных курсов.

Antud raamatu ülesandeks on abistada kõrgemasse kooli sisseastujaid ettevalmistumisel füüsika eksami sooritamiseks. Raamatu kirjutamisel on aluseks võetud sisseastumiseksamite programm, kuigi üksikutes osades on sellest veidi kõrvale kaldutud, arvestades eksamineerimisel omandatud kogemusi. Käesolevat raamatut tuleb vaadelda õpikut täiendava vahendina.

Raamatus on peamine tähelepanu pühendatud koolikursuse tähtsaimate küsimuste füüsikalise sisu avamisele ja eksamitel tihti raskusi tekitavate küsimuste detailsemale käsitlusele. Vaadeldud on palju näiteid ja ülesandeid, kusjuures enamikul juhtudel on toodud mitte ainult nende üksikasjalik lahenduskäik, vaid ka tingimuste ja tulemuste analüüs.

Raamat võib olla kasulik mitte ainult neile, kes valmistuvad iseseisvalt füüsika eksamiks instituuti astumisel, vaid ka vanemate klasside õpilastele ja ettevalmistuskursuste kuulajatele.

2—3—1
19—69

N
Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
129196

KOLMANDA VÄLJAANDE EESSÕNA

«Elementaarfüüsika aluste» kolmandat väljaannet on tunduvalt parandatud ja täiendatud. Arvestatud on dotsentide A. A. Pinski, S. J. Kamenetski, K. N. Ljubimovi ja B. B. Buhhovtsevi vajalikke nõuandeid, kellele autor avaldab suurt, siirast tänu.

Autori arvates võib õpik muutuda ka järgmiste trükkide väljaandmisel. Selles võivad kaasa aidata raamatu lugejad oma soovide ja ettepanekutega, mis palutakse saata aadressil: Москва, Е-250, Красноказарменная ул. 17, МЭИ, кафедра физики.

Jaanuar 1968. a.

J. A. Seleznjov.

ESIMESE VÄLJAANDE EESSÕNAST

«Füüsika on raske teadus», «Kuidas õppida lahendama füüsikaülesandeid?», «Missugused valemid tuleks meelde jätta?» — neid ja palju teisi analoogilisi ütlemisi ja küsimusi võib kuulda enne sisseastumiseksameid instituuti, ja mitte ainuüksi enne eksameid. Niisugused küsimused huvitavad loomulikult paljusid. Arusaadav on ka autori soov neile vastata.

Käesoleva õppevahendi ülesandeks on aidata teha kokkuvõtet füüsika elementaarkursuse omandamise kohta, abistada keskkoolis või kesk-eriõppeasutuses omandatud teadmiste süstematiseerimisel ja aidata enne sisseastumiseksameid kõrgemasse õppeasutusse korrata suhteliselt lühikese aja jooksul keskkooli füüsikakursust.

Märgime aga kohe, et meie raamat ei asenda füüsika õpikut! Samuti ei püüdnud me koostada eksamiküsimuste vastuste kogumikku. Juhul kui see raamat aga *õpiku lisana* aitab meelde tuletada füüsikakursuse põhitõdesid, füüsikalisi meetodeid loodusnähtuste mõistmiseks ja ülesannete praktiliseks lahendamiseks, kui ta kõigutab kas või veidigi arvamust, et füüsika eri osad on üksteisest sõltumatud, siis pole kahju ajast, mis on kulutatud ta lugemisele.

Antud raamatut tuleb vaadelda keskkoolikursuse ülevaatena ja sissejuhatusena kõrgema õppeasutuse füüsikakursusesse.

Raamatu kirjutamisel on võetud aluseks sisseastumiseksamite füüsikaprogramm. Mõnel juhul on materjal esitatud põhjalikumalt kui seda programm otseselt nõuab. Selle põhjuseks oli soov käsitleda mõningaid küsimusi täielikumalt, mis kergendaks vastavate ülesannete lahendamist.

Sisseastumiseksamitel pühendatakse erilist tähelepanu nähtuste ja faktide füüsikalise sisu mõistmisele. Seejuures võib vahetevahel märgata abiturientide mahajäämust kaasaegsetest füüsikalistest kujutelmadest. Sageli on see tingitud pikemaajalisest vaheajast õppetöös, mõnikord aga vananenud õpikute kasutamisest ettevalmistumisel sisseastumiseksamiteks. Ka puudub meil ettevalmistuskursuste ühtne metoodiline programm, mis aitaks valgustada füüsikateaduse kaasaegset taset elementaarses esituslaadis.

Kõrgemate koolide õppejõududel tuleb veel sageli «järele aidata», «ümber õpetada» ja parandada ebatäpsusi, s. o. teha seda, mida abituriendid oleksid võinud teha ise ettevalmistumisel sisseastumiseks kõrgemasse õppeasutusse. Vastuvõtueksamit instituuti võib vaadelda kui uut etappi sisseastuja teadmiste tõstmisel. Keskkoolikursus peab olema üliõpilasele tugevaimaks alusmüüriks, millele toetub uus, täielikum ja põhjalikumalt läbitöötatud materjal. Kõrgemal õppeasutusel puuduvad võimalused füüsika elementaarkursuse kordamiseks ja ta ei peagi sellega tegelema. Tema ülesandeks on minna edasi!

Meie raamatus käsitletakse kursuse teoreetiliste põhialuste kõrval põhjalikult ka füüsikaülesandeid, mille lahendamisel ja analüüsil eksitakse kõige sagedamini. Mõnede ülesannete eesmärgiks on mingi füüsikalise nähtuse sisu või tähtsuse täpsustamine. Seejuures püüame aga mistahes ülesande käsitlemisel tuletada meelde, missugustest kaalutlustest tuleb lahendamisel lähtuda, püüame näidata, et mistahes ülesandes, sealhulgas ka kõige lihtsamas, peitub väärtuslik uurimisobjekt ja et mistahes ülesannet tuleb lahendada üldise füüsikalise käsitluse seisukohtadelt.

Autor avaldab suurimat tänu raamatu toimetajale professor B. M. Javorskile, M. I. Bludovile ja MRÜ füüsikateaduskonna dotsendile G. J. Mjakiševile. Tutvudes tähelepanelikult raamatu käsikirjaga, tegid nad palju väärtuslikke märkusi ja andsid kasulikke näpunäiteid, mida autor arvestas käsikirja ettevalmistamisel trükiks. Suure tänuga võtab autor vastu selle raamatu lugejate arvamusi ja soove aadressil: Москва, В-419, Донская ул. 62, МТИ, кафедра физики.

Mai 1964. a.

J. A. Seleznjov

TEISE VÄLJAANDE EESSÕNA

Kiirus, millega kadus müügilt «Elementaarfüüsika aluste» esimene väljaanne, ja paljud heatahtlikud hinnangud näitavad, et raamat leidis sooja vastuvõtu.

Kahjuks sattusid esimesse väljaandesse mõned trükivead, konarused ja isegi sisulised vead. Suurt abi nende puuduste väljaselgitamisel osutasid paljud lugejad. Autor kasutab juhust, et avaldada neile oma sügavat tänu. Eriti tänulik on autor Kaliningradi Kalatööstuse ja Kalamajanduse Tehnilise Instituudi füüsika kateedri juhatajale pedagoogikakandidaadile A. A. Pinskile, Leninimelise MRPI dotsendile S. E. Kamenetskile ja LRÜ dotsendile M. A. Listengartenile rea kriitiliste märkuste ja väga kasulike näpunäidete eest.

September 1965. a.

J. A. Seleznjov

SISSEJUHATUS

Füüsika uurib mateeria liikumise kõige üldisemaid seaduspärasusi. «Füüsikalisi» liikumisvorme (mehaanilisi, soojuslikke, elektromagnetilisi jt.) kohtame nii «eluta» looduses kui ka keerulisemate liikumisvormide koostisosadena «elusa» mateeria valdkonnas.

Nende liikumisvormide seaduspärasused huvitasid inimkonda juba palju aega tagasi, ja mitte ainult soovist seletada loodusnähtusi. Õppides tundma seadusi, millele need nähtused alluvad, võis inimene nende loomulikku kulgu aktiivselt mõjutada ja juhtida.

Füüsika tähelepanu on juhitud faktidele ja loodusnähtustele. Kuidas ta neid aga tundma õpib? Missugused võtted ja meetodid on füüsika pika arengu vältel välja töötatud? Missuguses keeles see teadus ennast avaldab?

Prantsuse valgustaja-materialist Denis Diderot iseloomustas teadusliku uurimise teid töös «Mõtteid looduse seletamisest» järgmiselt: «Meil on kolm peamist uurimismoodust: nähtuse vaatlemine, mõtlemine ja katse. Vaatlus kogub fakte, mõtlemine kombineerib neid, katse aga kontrollib kombineerimise tulemuse õigsust. Seejuures on vaja usinust looduse vaatlemisel, sügavust mõtlemisel ja täpsust katse läbiviimisel.»

Niisiis — kõigepealt hoolikas ja terane ümbritsevate esemete ja nähtuste *vaatlus*.

Kõik need uurimisvahendid on mitmekülgsed, neid iseloomustab terve rida omadusi. Mingi eseme või protsessi eristamiseks teisest tuleb eelnevalt kokku leppida, missuguste tundemärkide või omaduste järgi me neid eristame. Kui aga esemeid võrrelda ühe ja sellesama tundemärgi järgi? Näiteks pliiatsit ja tikutoosi r u u m a l a järgi? Sel juhul võrdleme kahe keha poolt hõivatud ruumiosasid. Võrdlustulemuse saame arvuna. Näiteks oli tikutoosi ruumala 5,3 korda suurem kui pliiatsi ruumala. Meie jaoks on sel arvul täiesti kindel mõte. Saadud arv ei ütle aga midagi sellele, kes ei tea tikutoosiga võrreldud pliiatsi mõõtmeid. Meil tuleb pliiatsit talle kas näidata või siis mingil moel kirjeldada. Nii kerkibki üles üldkasutatavate, kõigile arusaadavate *mõõtude* või *etalonide* valiku probleem. Sellest aga räägime veidi hiljem.

Esialgu juhime tähelepanu ainult ühesuguste omaduste *kvantitatiivse võrdlemise* ja *mõõtmise* vajadusele.

Me võrdlesime ruumalasid, kuid võrrelda võib kõiki ühesuguseid omadusi: pikkusi, ajavahemikke, pindalasid, värvusi jne.

Mõõdetavaid omadusi ja tunnuseid nimetatakse füüsikalisteks suurusteks. Füüsika tegeleb suurustega, mis iseloomustavad materiaalseid objekte — osakesi, kehi ja välju (mass, tihedus, elektritakistus, sulamissoojus, elektri- või magnetväljatugevus jne.) või ajas kulgevaid protsesse ning nähtusi (kiirus, kiirendus, voolutugevus jne.).

Materiaalsete objektide ja nähtuste omaduste lõpmatult suure hulga tõttu tuleb kasutada paljusid füüsikalisi suurusi. Nende suur hulk ei tohi meid aga hirmutada. Ülesannet, milles vaadeldakse objekti või nähtust kogu tema omaduste mitmekesisuses, ei olegi praktiliselt võimalik lahendada. Igal konkreetsel juhul on aga oluline osata valida suurusi, mis iseloomustavad objekti või nähtust küllalt täielikult. Vaadelda tuleb vaid peamisi, olulisi omadusi, heites kõik teisejärgulised kõrvale! Sellise suuruste jaotamisega põhilisteks ja teisejärgulisteks puutume kokku iga füüsikaülesande lahendamisel.

Füüsika kui teaduse näiline keerulisus seletub sellega, et ta koosneb väga erinevatest osadest. Kuid iga osa tegeleb ju talle iseloomulike küsimustega ja ülesannetega! Tervikuna tuleb neis näha mitte füüsika keerulisust, vaid vaadete süsteemi, mis ülemineku ühest osast teise täpsustub ja omandab sügavama sisu. Ei tohi unustada, et mingi küsimusteringi käsitlemisel lähtub füüsika iga osa kindlast vaatepunktist, uurib loodusnähtusi teatud kindlal «tasemel» ja kasutab nähtuste skemaatiliseks kujutamiseks mitmesuguseid «mudeleid».

Võtame näiteks mehaanika. See tegeleb kehade kui tervikute liikumisega, jättes nende sisemise ehituse kõrvale. Mehaanikas kasutatavateks mudeliteks on masspunkt, absoluutselt kõva keha, kokkusurumatu mitteviskoosne gaas ja kokkusurumatu mitteviskoosne vedelik.

Molekulaar-kineetiline teooria ja soojusnähtuste füüsika on juba järgmiseks sammuks «kehade sisemuse suunas». Nad vaatlevad nähtusi keha koostisosade, s. o. aatomite ja molekulide «tasemel». Siin uuritakse nende osakeste käitumist ja vastastikust mõju, jättes nende konkreetse struktuuri enamikul juhtudel kõrvale.

Elektriliste ja magnetiliste nähtuste füüsikas ei anna aatomite ja molekulide vaatlemine jagamatute osakestena enam midagi. Nende küsimuste käsitlemisel omandavad esmajärgulise tähtsuse elektronid — aatomite koostisosad — ja teised laetud osakesed, mida iseloomustatakse peale massi veel ühe uue omadusega — elektrilaenguga.

Optikas tuleb juba elektronide käitumist aatomis täpsustada ja arvestada elektromagnetiliste väljade mõju neile.

Aatomi- ja tuumafüüsikas jõuame juba uue, aatomi osakeste mehaanika ja uute seaduste juurde, mida vaatleme ainult sellel uuel «tasemel».

Füüsika igal osal on uuritavate faktide jaoks oma eriline käsitlusviis. Seejuures ei tohi aga tekkida muljet, nagu oleksid füüsika eri osad üksteisest eraldatud. Ei tohi unustada, et kui füüsika omal ajal uuris üksikute faktide ja nähtuste üksteisega seostamata eri külgi, siis aja jooksul muutusid ta peamiseks uurimisobjektiks just nende eri külgede vahelised seosed.

Füüsika eri osad on ühe ja sellesama teaduse koostisosad. Kuid kas peale selle on nende vahel veel midagi ühist? Kas ei saaks leida kogu füüsikale omaseid põhialuseid, füüsikat tervikuna läbivaid «põhiideid»? Järgnevalt püüamegi näidata, kuidas seda teha.

F ü ü s i k a l i n e s u u r u s on niisiis esimeseks sõnaks loodusteaduse keeles. Tähelepanelike vaatlustega fakte kogudes ja nende üle järele mõeldes võime märgata teatavat korduvust, mõnede suuruste vaheliste seoste püsivust. Seda on kergem märgata füüsikalise *katse* jaoks spetsiaalselt loodud tingimustes, kus mõned suurused, mis võivad mõjutada vaadeldavat protsessi, jäävad muutumatuks.

Katsel korduv seoste püsivus mitme suuruse vahel viib järeldusele, et need seosed vaadeldavate suuruste vahel säilivad ka teiste katsete puhul, kui need viiakse läbi samades tingimustes. Nii teeme kindlaks *nähtuste seaduspärasused, füüsikaseadused*, s. o. püsivad, paljude katsete puhul korduvad ja nähtuse olemust iseloomustavad seosed suuruste vahel. Füüsikaseadused on objektiivsed, s. t. nad kehtivad inimeste tahtest või soovidest sõltumatult.

Rõhutame kaht väga olulist momenti. Esiteks on suurustevaheline seos füüsikaseaduseks ainult siis, kui ta ei ole meie poolt «välja mõeldud» (niisuguseid väljamõeldisi on füüsika ajaloos esinenud sageli) ja kui teda «kinnitab» loodus ise. Teiseks järgneb meie arutlusest, et *füüsikaseadus kehtib ainult teatud tingimustes*. Vahetevahel on need tingimused üsnagi laiad ja füüsikaseadus osutub küllaltki üldiseks järelduseks, mis kehtib rõhuval enamikul juhtudel. Kuid ikkagi mitte igal juhul. Kõige üldisemaid seaduspärasusi nimetatakse *füüsikaprintsiipideks*. Need on kõige laiemad, kõikehaaravad füüsikaseaduste üldistused. Siia kuuluvad energia jäävuse ja muundumise printsiip, liikumishulga (impulsi) jäävuse printsiip, elektrilaengute jäävuse printsiip ja veel mõned teised.

Lõpetades füüsikaliste arutluste analüüsi, ei tohi unustada *hüpoteesi* ja *teooriat*. Isegi elementaarkursuses kasutatakse füüsikalisi teooriaid — kogu tänapäeva füüsika käsutuses oleva kat-

sematerjali üldistamise teel saadud järeldusi. Füüsikaline teooria (näiteks molekulaar-kineetiline teooria, elektronteooria, valguse korpuskulaar-, laine- ning kvantteooria jne.) vastab mitte ainult küsimusele, miks nähtused alluvad teatud seadustele, vaid mõnel juhul lubab ta seletada ka üksikute väga erinevate nähtuste vahelisi seoseid.

Teekond esimestest katseandmetest füüsikalise teooria loomiseni on väga pikk. Selle üksikuteks etappideks on oletused, kontroll ja *füüsikalised hüpoteesid* — järeldused, mis tuginevad teooriaga võrreldes märksa väiksemale katseandmete hulgale.

Mida rohkem katsematerjali füüsika kogub, seda täielikumaks ja täpsemaks muutuvad ta seadused ja teooriad. Mistahes teooria või seadus on ju tegelikkuse ligikaudne peegeldus.

Füüsika on alati olnud ja jääb ka edaspidi katsetega tegelevaks teaduseks. Iga füüsikaline uurimus mitte ainult algab katsega, vaid ka lõpeb hüpoteesi või teooriat kinnitava või ümberlükkava katsega. Uued katsetulemused täpsustavad füüsikaseadusi ja nende rakenduspiire ning täiendavad füüsikalisi teooriaid.

Füüsika ei ole tardunud ja lõpetatud, vaid pidevalt arenev teadus. Maailma füüsikaline pilt läheneb pidevalt ja järjekindlalt objektiivsele tegelikkusele.

FÜÜSIKALISTE SUURUSTE MÕÕTÜHIKUTE SÜSTEEMID

Kujutlus füüsikalisest suurusest on täielik vaid siis, kui see suurus on mõõdetud.

Füüsikalise suuruse mõõtmine tähendab tema võrdlemist kokkuleppeliselt ühikuks võetud samalaadse suurusega.

Ruumala võib võrrelda ainult ruumalaga, voolutugevust ainult voolutugevusega! Kellelegi ei tule mõttesse võrrelda kirjutuslaua kõrgust taeva värvusega. Igapäevases kõnepruugis on sellised võrdlused lõbusateks naljadeks, kuid füüsikas on nad täiesti lubamatud.

Lühidalt — mõõta suurust, see tähendab teada saada, kui mitu korda (mõõtmistulemus on arv!) ta valitud ühikust erineb.

Siinjuures tuleb rõhutada füüsikaliste suuruste olulist erinevust nende mõõtühikutest. Füüsikaline suurus on mõiste, mis peegeldab objekti või nähtuse üht olulist külge, ta on meist sõltumatult eksisteerivate objektiivsete andmete peegeldus meie teadvuses. Mõõtühik on aga inimeste poolt suvaliselt valitud suurus, mis on vajalik kvantitatiivseteks hinnanguteks ja võrdlemisteks uuritavate nähtuste lahtimõtestamisel. Näitlikumalt väljendades võime öelda, et füüsikalisi suurusi annab meile loodus, mõõtühikud aga mõtleme ise välja, hoolitsedes seejuures mõõtmiseks nimetatava tegevuse lihtsuse ja praktilise teostatavuse eest.

Praktiliselt ei võrdle me suurusi mõõtühikuga (viimane on ju ainult abstraktne mõiste), vaid *mõõduga* — materiaalse ühikuga. Suurima kaasajal saavutatava täpsusega valmistatud mõõte nimetatakse *etalonideks*. Pikkuse etalon, massi etalon jt. mõõdud on inimeste poolt võetud kasutusele kui lähtemõõdud võrdlemisel.

Kõigi suuruste jaoks pole mõtet etalone valida, isegi siis mitte, kui nad kuuluvad materiaalsete objektide juurde. Väga raske on praktikas kasutada etalone nähtuste valdkonda kuuluvate suuruste mõõtmisel. Tõepoolest, kujutleme näiteks, et me leppisime kokku võtta etaloniks teatud kindlast püssist lastud teatud kindla kuuli kiiruse. Seda kiirust nimetaksime ühikuliseks. Kui mitme niisuguse ühikuga või ühiku murdosaga võrdub auto või mingi teise liikuva keha kiirus? Põhimõtteliselt on niisugune võrdlus võimalik. Näiteks võime mõõta «etalonkuuli» ja keha

poolt mingi kindla vahemaa läbimiseks kulutatud aja. Edasi oletame, et läbitud teepikkust ja selleks kulunud aega siduvad seadused on mõlema keha korral ühesugused. See annab võimaluse nende liikumisaegade võrdlemise teel võrrelda lõpptulemusena nende kiirusi, s. t. vastata küsimusele, kui mitme valitud ühikuga võrdub antud keha kiirus.

Analüüsime kirjeldatud katset põhjalikumalt. On selge, et spetsiaalse mõõteriista loomiseks auto ja «etalonkuuli» kiiruste võrdlemiseks pole mingit vajadust. Kindlasti ei kõlbaks see riist teiste kehade — molekulide, jalakäijate, lennukite jne. kiiruse mõõtmiseks. Võib-olla meil olekski vaja samasuguseid, kuid teiste mõõtmete ja teistsuguse konstruktsiooniga riistu. Seega tuleks erinevate kehade kiiruste mõõtmiseks kasutada erinevaid mõõteriistu, kusjuures viimaseid oleks vaja niipalju, kuipalju on erinevaid liikuvaid kehi! See on aga praktiliselt võimatu ning mittevajalik. Meie hüpoteetiline spidomeeter võimaldas küll mõõta kiirust, kuid vahetult võrdles ta ainult kahe keha poolt läbitud teepikkusi ja selleks kulunud aegu. Ainult nende andmete ümberarvutuste teel oleksime saanud võrrelda kiirusi.

Mõnede kehi iseloomustavate suuruste jaoks ei vali me etalone puht-praktilistel kaalutlustel. Näiteks pole etalone pindala, ruumala, tiheduse ja teiste niisuguste suuruste jaoks.

Füüsika kasutab kaht liiki mõõtmisi — otseseid ja kaudseid. *Otseste mõõtmiste* all mõistetakse niisuguseid mõõtmisi, mille puhul mõõdetavat suurust võrreldakse mõõdu või etaloniga kas vahetult või siis kindlate mõõteriistade abil. Niisuguste mõõtmiste näitena võib tuua pikkuse mõõtmise joonlauaga, massi mõõtmise kangkaaludega jne. *Kaudsetel mõõtmistel* aga mõõdetakse vahetult mitte meid huvitavat suurust, vaid sellega kindlas sõltuvuses olevaid teisi suurusi. Niisugusel juhul leitakse mõõtmistulemus arvutuste teel.

Kuidas mõõta näiteks tööd, mida on vaja teha keha nihutamiseks kaugusele s jõu F mõjul? Kui mõjuva jõu ja keha nihkumise suunad ühtivad (seda eeldust kasutame ainult probleemi lihtsustamiseks), siis on tehtava töö A suurus seotud teepikkusega s ja jõuga F järgmiselt:

$$A = Fs.$$

Seda seost kasutamegi töö mõõtmiseks. Kaudse mõõtmistulemuse (töö A arvväärtuse) saame sel juhul jõu ja teepikkuse otseste mõõtmistulemuste korrutamise teel. Jõudu F võime mõõta dünamomeetriga, teepikkust s — joonlauaga.

Füüsikas on tehtud kindlaks suur hulk seoseid paljude suuruste vahel. Ühe ja sellesama suuruse arvväärtust saab väljendada mitmesuguste teiste suuruste kaudu ($A = Fs$; $A = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$

jne.). Üks ja seesama suurus võib esineda paljusid teisi suurusi määravates võrrandites (näiteks saab antud keha massi kaudu väljendada ta kaalu, kineetilist energiat teataval kiirusel, kesktõmbejõudu, mida tuleb sellele kehale rakendada, et panna teda etteantud kiirusega liikuma mööda kindla raadiusega ringjoont jne.). Kui öeldule lisada, et mistahes suuruse mõõtühiku võib põhimõtteliselt valida vabalt, siis muutub mõõtmisprobleem keerukamaks.

Ei tohi unustada, et üha suuremat hulka komplitseeritud ja mahukaid ülesandeid hõlmavate füüsikaliste uurimistöödega, millega kaasnes sidemete süvenemine teiste teadusharudega, muutus füüsika üha «kollektiivsemaks» teaduseks. Paljud järeldused tehakse mitte enam ühe füüsiku töötulemuste põhjal ja mitte tema poolt üksi, vaid terve rea suurte kollektiivide jõupingutuste tulemusena. Niisugustel tingimustel on mõõtmistulemuste kättesaadavusel ja võrreldatavusel erakordselt suur tähtsus. Vastasel korral võib juhtuda, et mõõdetakse juba mõõdetut ja avastatakse juba avastatut. Informatsiooni vahetamine teaduslike kollektiivide vahel kiirendab teaduslikku progressi.

Just see füüsikute, inseneride ja teiste spetsialistide kollektiivse töö epohh sünnitaski füüsikaliste suuruste mõõtühikute süsteemid. Vaja oli kindlat korda ühikute valikul, tuli piirata meelevaldsust, sest vastasel korral oleksid inimesed lakanud mõistmast üksteist.

Füüsikas kogutud suurustevaheliste seoste analüüs viis järeldusele, et füüsika antud osas esinevaid suurusi võib alati seada sõltuvusse teatud kindlatest suurustest. Viimaste hulk on väike. Kui aga füüsika puutus järgnevalt kokku vajadusega võtta kasutusele veel mingi uus suurus, siis väljendati ka see nende väheste kindlate suuruste kaudu. Niisugune käsitlusviis võimaldas siduda ka füüsika eri osadesse kuuluvate suuruste väärtusi.

Selgus, et mehaanika mistahes nähtuse kirjeldamiseks vajalikud suurused on väljendatavad ainult kolme üksteisest sõltumatu suuruse kaudu. See lihtsustas mõõtühikute valiku probleemi tunduvalt.

Neid kolme suurust ei tohi asetada teistest kõrgemale ega nimetada «põhisuurusteks», nagu vahel täiesti põhjendamatult tehakse. Iga suurus on omamoodi tähtis, igaüks neist iseloomustab nähtuse või vaatlusobjekti üht omadust. Mistahes niisuguse omaduse puudumisel lakkab objekt või nähtus kui selline olemast. Mingi omaduse või teda peegeldava suuruse suhtelist tähtsust tuleb hinnata ainult objekti või nähtuse vaatlemisel konkreetsetes tingimustes. (Missuguseid omadusi tuleb antud ülesandes arvestada, missugused võib kõrvale jätta jne.)

Muuseas, ülalnimetatud kolme suuruse kombinatsioonid võivad olla erinevad. Nendeks võivad olla näiteks pikkus, aeg ja

mass või pikkus, aeg ja jõud. Oluline on vaid see, et need suurused oleksid üksteisest sõltumatud.

Kui nüüd suvaliselt määrata ainult nende kolme suuruse mõõtühikud, siis saadakse kõigi teiste «mehaaniliste» suuruste ühikud võrranditest, mis seovad neid nimetatud kolme suurusega.

Põhiühikuteks nimetamegi nende väheste üksteisest sõltumatute suuruste meelevaldselt valitud mõõtühikuid, millega kõik ülejäänud ühikud on kindlas sõltuvuses.

Tuletatud ühikud saadakse põhiühikutest suurustevaheliste seoste abil.

Mehaanikas on kolm põhiühikut. Vaadeldes soojusnähtusi, lisandub neile kolmele veel üks. Siirdudes edasi elektriliste ja magnetiliste nähtuste juurde või minnes üle optiliste nähtuste energeetilisele analüüsile, tuleb iga osa jaoks võtta kasutusele veel üks põhiühik.

Pole raske taibata, miks põhiühikuteks võetakse pikkuse ja aja mõõtühikud. Kõike, mis eksisteerib meie ümber ja meist sõltumatult, kõike, mida võtavad vastu meie meeled ja mis peegeldub meie teadvuses, nimetatakse mateeriaks. Missugust materiaalset objekti või nähtust me ka ei vaatleks, kõik eksisteerib ruumis ja ajas. Looduses ei ole paigalolekut, ei ole absoluutselt liikumatuid kehasid, ei ole «tardunud» nähtusi. Seejuures tuleb siin katkematu liikumise all mõista mitte ainult mehaanilist liikumist (üks keha liigub teise suhtes), vaid mistahes muutumist üldse.

Kuuli lend ja optilised nähtused, keemilised reaktsioonid ja ainevahetus elusorganismides, inimühiskonnas kulgevad protsessid — kõik need on näited mitmesuguste muutuste ja liikumisvormide kohta looduses.

Kõigil esemetel on omad mõõtmed ja kuju, kõik nad asetsevad mingi teise keha suhtes teatud kohas ruumis. Igal protsessil, millest võtavad osa materiaalsed objektid, on ajaliselt oma algus ja lõpp, kõik nad kulgevad teatava ajavahemiku vältel, igaüks neist toimub mingi teise protsessi suhtes varem või hiljem jne.

Mateeria eksisteerib ainult liikumises, ajas ja ruumis.

Sellest järeldub, et iga füüsikaülesanne sisaldab peale kõige muu tingimata ka aja ja ruumi karakteristikaid. Just seetõttu ongi vaja mõõta pikkusi ja ajavahemikke ning valida nende mõõtühikud põhiühikuteks. Need ühikud peavad olema praktiliseks kasutamiseks mugavad, muutumatud ja reprodutseeritavad. Valides mõõtudeks teatava pikkuse ruumis ja ajavahemiku kestuse, võime valmistatud etalone nendega alati võrrelda. Juhuslikult kaotatud etalone on alati võimalik asendada täpselt samasugustega.

Ajalooliselt valiti pikkusühikuks üks neljakümnemiljondik Pariisi läbiva Maa meridiaani pikkusest. Seda pikkusühikut hakati nimetama *meetriks*. 1/86400 osa päikeseööpäevast (ehk 1/86164 osa täheööpäevast) valiti ajaühikuks ja nimetati *sekundiks*.

Meetri etaloniks valiti teatud kindlale, plaatina ja iriidiumi sulamist valmistatud vardale kantud kahe kriipsu vaheline kaugus temperatuuril 0 °C. Sekundi reprodutseerimiseks võis kasutada praktiliselt väga täpset spetsiaalset seadet — kvartskella.

Valides veel ühe põhiühiku ja kasutades tuntud seoseid, võis luua põhi- ja tuletatud ühikute süsteemi kõikide mõõtmiseks. Seejuures polnud enam mingit mõtet siduda end mingisuguse loodusliku mõõduga.

Kolmandaks põhiühikuks võeti kas massiühik (kg või g) või jõuühik (jõukilogramm kG).

Märgime, et ühikute ühesuguse nimetuse — kilogrammi — valik massi ja jõu kui kahe täiesti erineva suuruse jaoks oli äärmiselt ebaõnnestunud samm, mis tekitas suurt segadust.

Massikilogrammi etaloniks võeti plaatina-iriidiumi sulamist valmistatud silindri mass. Selle silindri kaalu, mis on mõõdetud merepinnal teataval geograafilisel laiuskraadil, loetakse jõukilogrammi etaloniks.

Kaasajal kasutatavatest mehaaniliste suuruste mõõtühikute süsteemidest käsitleme siin kolme: SI-, CGS- ja MKGS-süsteemi.

Rahvusvahelise süsteemi SI põhiühikuteks on 1 m, 1 kg (massikilogramm) ja 1 s.

CGS-süsteemi põhiühikuteks on 1 cm (üks sajandik etalonmeetri pikkusest), 1 g (üks tuhandik etalonsilindri massist) ja 1 s.

MKGS-süsteemis on kaheks põhiühikuks nagu SI-süsteemiski 1 m ja 1 s, kuid kolmandaks põhiühikuks on võetud 1 kG (jõukilogramm).

Nende süsteemide tuletatud ühikutest räägime hiljem, vastavate suuruste käsitlemisel.

Neljandaks põhiühikuks, mille peame kasutusele võtma soojusnähtuste vaatlemisel (s. t. muutuste arvestamisel kehade sisemuses aatomite ja molekulide «tasemel»), on kraad.

Meid huvitab Kelvini temperatuuriskaala. Peatumata selle ülesehitusel märgime ainult, et skaala nullpunktiks (0 °K) on võetud 273,15 kraadi alla 0 °C. Kelvini skaala kraadi väärtus võrdub täpselt Celsiuse skaala kraadi väärtusega. Celsiuse skaala nullpunktiks (0 °C) on võetud jää sulamistemperatuur normaalrõhul, destilleeritud vee keemistemperatuurile normaalrõhul vastab aga 100 °C.

Vajadus viienda põhiühiku järele tekib elektrinähtuste uurimisel. Seoses sellega luuakse CGSE-süsteem, milles kasutatakse lisaks CGS-süsteemi mõõtühikutele veel üht põhiühikut.

Tuletame meelde, kuidas võeti kasutusele esimese elektrostaatilise suuruse ühik — laenguühik (ehk elektrihulga ühik). Kasutati kahe võrdse elektrilaengu vahel mõjuva jõu valemit — Coulomb'i seadust.[1] Jõu- ja pikkusühikud võeti CGS-süsteemist.

[1] Lähemalt Coulomb'i seadusest vt. § 19.

Viienda põhiühiku kasutuselevõtt seisnes seejuures ainult suusõnalises formuleeringus, et vaadeldakse elektrilaengute vastastikust mõju vaakuumis.

CGSE-süsteemis tuleb Coulomb'i seadus kirjutada kujul

$$F = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2},$$

kus ε on laenguid q_1 ja q_2 ümbritseva keskkonna dielektriline läbitavus. Tühjuse korral

$$F = \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

eeldusel, et $\varepsilon = 1$. Igas teises keskkonnas erineb dimensioonita suurus ε ühest ja näitab, kui mitu korda on antud laengute vahel mõjuvad jõud selles keskkonnas väiksemad kui muudel võrdsetel tingimustel tühjuses.

Eelduses, et tühjuse dielektriline läbitavus on võrdne ühega ja dimensioonita, sisaldubki CGSE-süsteemi viienda põhiühiku meelevaldne valik. (Me lepime kokku, et ε on dimensioonita suurus, mis tühjuses võrdub ühega.) Teistes elektriliste ühikute süsteemides võib ε olla dimensiooniga suurus.

Rõhutame veel kord, et CGSE-süsteemis on põhiühikuteks 1 cm, 1 g, 1 s, kusjuures oletatakse, et $\varepsilon_t = 1$. Elektrilaengu ühik 1 lü on tuletatud ühik:

$$1\ \text{lü} = 1\ \text{cm} \sqrt{1\ \text{dyn}},$$

sest $q = r\sqrt{F}$ ja jõudu F mõõdetakse düünides. Voolutugevuse ühiku CGSE-süsteemis saame võrrandist $I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$, kus Δq on elektrilaeng, mis läbib juhi ristlõiget aja Δt jooksul. Seega 1 CGSE voolutugevuse ühik $= \frac{1\ \text{lü}}{1\ \text{s}}$. See ühik on $3 \cdot 10^9$ korda väiksem amprist — elektrotehnikas kasutatavast voolutugevuse ühikust, sest $1\ \text{A} = \frac{1\ \text{C}}{1\ \text{s}}$ ja $1\ \text{C} = 3 \cdot 10^9$ lü. Märgime muuseas, et kulon ei ole CGSE-süsteemi ühik.

Magnetiliste nähtuste uurimisel võetakse kasutusele kuues põhiühik analoogiliselt viienda põhiühikuga ($\varepsilon_t = 1$) elektrostaatikas. Absoluutses elektromagnetilises mõõtühikute süsteemis CGSM, millele keskkoolikursuses tavaliselt vaid vihjatakse, näitab aine magnetiline läbitavus μ, kui mitu korda erineb magnetvälja induktsioon homogeenses aines (magnetvälja allikate antud asetuse korral) samade allikate välja induktsioonist tühjuses. Magnetiline läbitavus on samuti dimensioonita suurus, mis tühjuses võrdub ühega ($\mu_t = 1$).

Viimane põhiühik võeti kasutusele optika ühes osas — fotomeetrias — valgustugevuse jaoks. Selleks ühikuks on küünal.

Küünalt oleks saadud väljendada ka «mehaaniliste» (energia või võimsuse, pindala ja aja) ühikute ja täiendava ruuminurga mõõtühiku — steradiaani kaudu. Sel juhul oleks ta olnud tuletatud ühik. Et valguskiirguse energiat on praktikas suure täpsusega väga raske mõõta, otsustati kasutada küünalt iseseisva põhiühikuna. Küünla etaloniks võeti erilise konstruktsiooniga valgusallikas. Kõik teised fotomeetrilised ühikud on tuletatud küünla baasil.

Sellega oleks võinud lõpetada jutu füüsikaliste suuruste mõõtühikute süsteemide põhimõttest ja põhiühikutest, kui poleks kahte «aga».

Oma arenemise jooksul hakkas füüsika esitama mõõtmistäpsusele üha rangemaid nõudmisi. Füüsika hakkas uurima niivõrd «peeni» efekte ja nähtusi, et ebatäpsed mõõtmised võisid neid üldse mitte fikseerida.

Mõõtmistäpsus sõltus muidugi põhiühikute määramise ja nende etalonide valmistamise täpsusest.

Täpsusekontrollile ei pidanud vastu Pariisi meridiaani pikkus ega ka etalonmeetrile kantud kahe kriipsu vaheline kaugus. Maa liikumise keerulise iseloomu tõttu osutus ka sekundi kui päikese- või täheööpäeva pikkuse murdosa määramise täpsus liiga väikeseks. Täiendav viga tekkis ka sekundi reprodutseerimisel kvartskellade abil.

Tuli otsida stabiilsemaid ja eelmistest täpsemini määratavaid pikkuse ja ajavahemiku etalone.

Selgus, et uueks pikkuse etaloniks sobib krüptooni kiirgusspektri ühe joone lainepikkus, mis on küll väga väike, kuid teatud tingimustel erakordselt püsiv ja suure täpsusega mõõdetav. Üks meeter on krüptooni kiirgusspektri selle joone lainepikkusest 1 650 763,73 korda pikem.

Stabiilsemaks ja täpselt määratavaks ajavahemiku etaloniks loetakse nüüd «troopilist aastat» — aega, mille jooksul Maa sooritab ühe täisringi ümber Päikese. Et ka troopilise aasta pikkus muutub (umbes 0,5 sekundit 100 aasta jooksul), siis võeti etaloniks ta pikkus 31. detsembril 1899 kell 12 tundi 00 minutit 00 sekundit. Üks sekund on 1/31 556 925,9747 osa selle aasta pikkusest. Kvartskellade asemel kasutatakse sekundi reprodutseerimiseks spetsiaalseid molekulaar- ja aatomkelli.

Pärast etalonide täpsustamist tekkis viimastel aastatel vajadus «veel kord kokku leppida». Kasutusel oli juba väga palju mõõtühikute süsteeme, rääkimata paljudest süsteemivälistest ühikutest.

Oktoobris 1960. aastal võttis XI Mõõtude ja Kaalude alane Peakonverents vastu rahvusvahelise mõõtühikute süsteemi SI. Nõukogude Liidus kinnitati see süsteem riikliku standardiga (GOST 9867-61) ja alates 1963. aastast tuleb seda kasutada eelisjärjekorras kõigil teaduse, tehnika ja rahvamajanduse aladel.

Selle süsteemi põhiühikuteks on järgmised kuus ühikut: pikkus 1 meeter (m), aeg 1 sekund (s), mass 1 kilogramm (kg), temperatuur 1 Kelvini kraad (°K), elektrivoolutugevus 1 amper (A) ja valgustugevus 1 kandela (cd).

Peale nende on täiendavalt kasutusel veel järgmised ühikud: nurgaühik 1 radiaan (rad) ja ruuminurgaühik 1 steradiaan (sterad).

Viiel selle süsteemi põhiühikul me juba peatusime. Kuues — amper — määratakse kahe voolujuhtme vastastikku mõjuvate magnetiliste jõudude täpse hindamise teel. Seda küsimust käsitleme lähemalt antud raamatu vastavas paragrahvis.

Praegu ei peatu me pikemalt ka SI-süsteemi tuletatud ühikutel, mis määratakse vastavate suuruste ja põhisuuruste vaheliste seostega.

Rahvusvahelise süsteemi eeliseks teiste süsteemidega võrreldes on tema ühtsus füüsika kõigis osades. Ta kõrvaldab kasutuselt suure hulga süsteemiväliseid ühikuid (atmosfäär, kalor jt.), eristab selgelt massi ja jõu ühiku (vastavalt kg ja N) ja annab ühtse universaalse ühiku töö, energia ja soojushulga mõõtmiseks (džaul). Põhiühikuid (peale mehaaniliste) on nii elektriliste kui ka magnetiliste nähtuste jaoks ainult üks — voolutugevuse ühik amper. Viimane asjaolu tingib elektrit ja magnetismi käsitavate osade valemite kuju mõningase muutumise. Ühtse SI-süsteemi kasutamine lihtsustab arvutusi ja likvideerib vajaduse üle minna ühe süsteemi ühikutelt teise süsteemi ühikutele.

I. MASSPUNKTIDE JA KÕVADE KEHADE MEHAANIKA

§ 1. KINEMAATIKA

1. Põhimõisted

Lihtsaim liikumisvorm on *mehaaniline liikumine* — kehade või nende osade vastastikuse asendi muutumine ruumis aja jooksul. Iga mehaaniline liikumine on alati suhteline. Looduses ei ole liikumatuid kehi, s. t. pole niisugust «sobivat» keha, mille suhtes võiksime vaadelda kõiki liikumisi. Meil kui vaatlejatel on õigus kasutada mistahes keha, lugeda seda tinglikult liikumatuks[2] ja vaadelda kõikide teiste kehade liikumist selle keha suhtes. Sageli võetakse niisuguseks liikumatuks kehaks Maa. Selline valik on otstarbekohane paljude ülesannete lahendamisel ja pole vastuolus ka meie ettekujutustega, sest Maa enda liikumist me ei märka. Omal ajal oli isegi rangete tõendite najal väga raske ümber lükata veendumust, et Maa seisab paigal.

Rõhutame, et mistahes mehaanikaülesande lahendamisel loetakse mingi keha tinglikult liikumatuks isegi juhul, kui sellele tähelepanu ei juhita.

Kordame, et praktikas on paljudel (kuid mitte kõigil) juhtudel otstarbekohane lugeda liikumatuks kas Maad või temaga seotud kehi (hooneid, laboratooriumi lauda jne.).

Kõigil kehadel on kindlad lõplikud mõõtmed, kuid mõnikord võib need jätta tähele panemata. Oletame, et me tahame arvutada Moskvast Leningradi sõitva rongi teeloleku aega. On antud kõik liikumist iseloomustavad suurused (väljumisaeg, kiirus jne.). Kas meil selle ülesande lahendamisel on vaja arvestada rongi pikkust? Muidugi mitte. Rongi esimene ja viimane vagun saabuvad Leningradi praktiliselt üheaegselt. Hoopis teistsugune oleks olukord siis, kui me vaatleksime selle rongi liikumist 200 m pikkusel teelõigul!

---

[2] Niisugust keha nimetatakse tavaliselt *taustkehaks*. Koordinaadistikku, mille alguspunkt on seotud taustkehaga, nimetatakse *taustsüsteemiks*.

Juhul, kui kehade lõplike mõõtmetega pole vaja arvestada, räägime *masspunktidest* — lõpmatult väikeste mõõtmetega kehadest. Masspunkti mõistet kasutame neil juhtudel, kui vaadeldavate kehade joonmõõtmed on kõigist antud ülesandes esinevatest kaugustest tunduvalt väiksemad.

Masspunkte ei ole tegelikult olemas, kuid neid on sobiv kasutada reaalsete kehade lihtsustatud mudelitena.

Teiseks mudeliks on *absoluutselt kõva keha* — keha, mille kuju ja mõõtmeid loetakse antud ülesandes muutumatuteks. See tähendab, et kaugus antud keha mistahes kahe punkti vahel on konstantne. Niisugust mudelit kasutatakse siis, kui keha mõõtmetega tuleb arvestada, kuid lihtsuse mõttes võib lugeda neid muutumatuteks. Absoluutselt kõva keha kujutab endast üksteisega jäigalt seotud masspunktide süsteemi.

Ka absoluutselt kõvu kehi ei leidu looduses. Korrustevahelised talad, mis peavad vastu väga suurtele koormustele, muudavad veidi oma kuju juba ainult üheainsa inimese raskuse all. Pöörleva hooratta diameeter on pöörlemisel veidi suurem kui paigalolekus. Kehade kuju ja mõõtmete muutust (deformatsiooni) võib määrata ja arvesse võtta, nagu tehakse tugevusõpetuses või elastsusteoorias, kuid mehaanikaülesannetes võib nad lihtsalt arvestamata jätta.

Mehaanilist liikumist iseloomustab *trajektoor*, s. o. joon, millel liigub masspunkt ruumis.

Oma kujult jagatakse trajektoorid *sirgjoonelisteks* ja *kõverjoonelisteks*. Lihtsaimaks kõverjooneliseks liikumiseks on liikumine ringjoonel.

Mõõtes *piki trajektoori* kauguse liikumise algus- ja lõpppunkti vahel, saame *teepikkuse s* — esimese liikumist kvantitatiivselt iseloomustava kinemaatilise suuruse, ühe neist suurustest, mis kirjeldavad liikumist, arvestamata seejuures liikumist esilekutsuvaid põhjusi.

Mehaaniline liikumine on ajas kulgev protsess. Seetõttu on *aeg t* teiseks liikumist iseloomustavaks suuruseks.

Arvestades läbitud teepikkuse *s* sõltuvust ajast, saame kolmanda tähtsa kinemaatilise suuruse — *kiiruse v*. Kiiruse muutumise iseloomustamiseks kasutatakse suurust, mida nimetatakse *kiirenduseks a*.

Nimetatud nelja suurust kasutatakse masspunkti mistahes liikumise iseloomustamiseks. Neist piisab ka lõplike mõõtmetega kõva keha kulgliikumise kirjeldamiseks. Kõva keha kulgliikumise korral jääb keha kaht suvalist punkti ühendav sirge iseendaga paralleelseks. Kulgevalt liigub näiteks kirjutuslaua laegas, lift jne. Neil juhtudel iseloomustavad keha ühe punkti kinemaatilised karakteristikud täielikult kogu selle keha kui terviku liikumist, sest keha mistahes teise punkti kiirus, kiirendus jne. on täpselt samasugune.

Rõhutame, et absoluutselt kõva keha liigub kulgevalt ainult siis, kui iga meelevaldne kehaga seotud sirge nihkub edasi iseendaga paralleelselt. Mõnikord loetakse ekslikult kulgliikumiseks auto liikumist kumeral sillal või mööda mingit teist kõverjoonelist teed. Niisugusel juhul liigub vaid auto tagarataste telg ja teised sellega paralleelsed jooned tõepoolest iseendaga paralleelselt, teised jooned (näiteks pikijooned) aga mitte.

Teiseks tähtsaks lõplike mõõtmetega kõva keha liikumise liigiks on *pöörlemine*. Pöörlemisel võib alati leida kas kehas või väljaspool seda liikumatu joone — *pöörlemistelje*. Keha kõik punktid, mis ei asu pöörlemisteljel, liiguvad mööda ringjooni, mille tsentrid asuvad pöörlemisteljel, tasapinnad on aga üksteisega paralleelsed.

Üldjuhul võib kõva keha liikumist vaadelda kulgliikumise ja pöörlemise summana. Näiteks võib maakera keerulist liikumist ümber Päikese vaadelda korraga nii kulgliikumisena (Maa telg liigub iseendaga paralleelselt) kui ka pöörlemisena (ümber maakera telje).

Tähtis on meeles pidada, et pöörlemist iseloomustavad kinemaatilised suurused võetakse kasutusele täpselt selsamal viisil nagu kulgliikumise korralgi. Ka neid suurusi on neli: pöördenurk φ, liikumisaeg t, nurkkiirus ω (ajaühikus läbitud pöördenurk) ja nurkkiirendus ε (nurkkiiruse muutus ajaühikus).

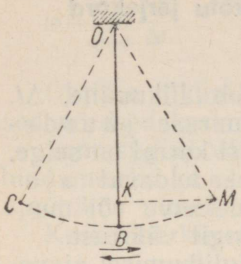
Kulgliikumist ja pöörlemist iseloomustavad kinemaatilised suurused on täielikult analoogilised. Teepikkusele s vastab pöördenurk φ, joonkiirusele v — nurkkiirus ω jne.

Niisuguseid suurusi, nagu pöörlemisperiood T (ühe täispöörde sooritamiseks kuluv aeg) ja sagedus ν või n (perioodi pöördväärtus ehk teiste sõnadega pöörete arv ajaühikus), võib vaadelda pöörlemist täiendavalt iseloomustavate suurustena.

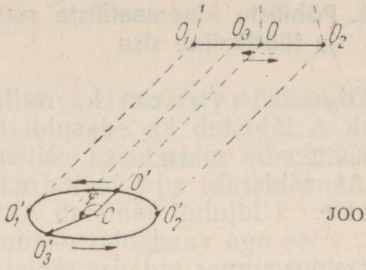
Füüsika elementaarkursuses käsitletakse veel üht masspunktide ja kõvade kehade liikumise liiki — *võnkumist*. Võnkumisel muutuvad perioodiliselt kiirus, kiirendus ja teised liikumist iseloomustavad suurused.

Võnkliikumise näitena võib tuua niidi abil vedru külge riputatud koormuse (nn. vedrupendli) üles-alla liikumise. Tõmmates koormuse tasakaaluasendist allapoole ja lastes ta seejärel lahti, hakkab koormus perioodiliselt liikuma üles-alla, s. o. võnkuma.

Tuletame meelde, et võnkuvaid kehi nimetatakse *pendliteks*. Lihtsaimaks pendliks on *matemaatiline pendel* — pika peenikese niidi külge riputatud väike keha (näiteks joonisel 1 kujutatud kerake B, mille läbimõõt on niidi pikkusest tunduvalt väiksem). Tasakaaluasendist OB mingi välise põhjuse tõttu (näiteks käega tõukamise teel) asendisse OM viidud pendel hakkab liikuma perioodiliselt mööda ringjoone kaart MC. Niisuguse pendli lõpmatult väikese diameetriga kuulikese liikumine erineb üles-alla



JOON. 1



JOON. 2

liikumisest ja on masspunkti kõverjoonelise võnkliikumise näiteks.

Võnkumise teise näitena võib nimetada *füüsikalise pendli* liikumist. Füüsikaliseks pendliks on mistahes ülaltpoolt raskuskeset ülesriputatud keha (raskuskeskmest räägime lähemalt paragrahvis 3).

Võnkumise kirjeldamiseks kasutatakse veel mõningaid täiendavaid liikumist iseloomustavaid suurusi. *Võnkeamplituudiks* (A) nimetatakse võnkuva punkti või keha suurimat hälvet tasakaaluasendist. Joonisel 1 kujutatud matemaatilise pendli kuulikese B maksimaalne hälve tasakaaluasendist võrdub kaugusega KM. (Sellesama pendli korral võime muidugi rääkida ka kiiruse ja kiirenduse amplituudidest.) Väikseimat ajavahemikku, mille möödumisel kõik antud võnkumist iseloomustavad suurused korduvad, nimetatakse *võnkeperioodiks* T. Võngete arvu ajaühikus (võnkeperioodi pöördväärtust) nimetatakse *võnkesageduseks*. *Võnkefaas* φ on nurk, mis iseloomustab võnkuva suuruse kõrvalekaldumist algväärtusest. Selgitame öeldut järgmise näitega. Matemaatiline pendel võngub vertikaaltasapinnas väikese võnkeamplituudi korral täpselt nii, nagu horisontaaltasapinnas ühtlaselt mööda ringjoont liikuva kuulikese projektsioon vertikaaltasapinnal. Nimetatud ringjoont nimetatakse sageli abiringjooneks (joon. 2). Nurk φ raadiuste CO_3' ja CO' vahel iseloomustab matemaatilise pendli hälvet OO_3 tasakaaluasendist O hetkel, mil pendel läbib punkti O_3 vasakult paremale.

Füüsika elementaarkursuses käsitleme peamiselt vaid liikumisi, mille korral üks või kaks teda iseloomustavat kinemaatilist suurust jäävad muutumatuks. Sirgjoonelistest liikumistest õpime tundma *ühtlast* ($v=\text{const}$ ja $a=0$) ja *ühtlaselt muutuvat* liikumist ($a=\text{const}$). Kõverjoonelistest liikumistest käsitleme *ühtlast ringliikumist* ($\omega=\text{const}$ ja $\varepsilon=0$). Ainult võnkliikumise korral on nii kiirus kui ka kiirendus muutuvad suurused.

2. Põhiliste kinemaatiliste suuruste kasutuselevõtu järjekord ja füüsikaline sisu

Olgu ajavahemik, mille jooksul toimub liikumine, Δt. Märk Δ tähistab ka edaspidi talle järgneva suuruse juurdekasvu või muutust. Niisuguse tähistusviisi korral on selge, et Δt tähistab ajavahemikku, t aga vaadeldavat ajahetke. Üldjuhul tähistab Δx suuruse x juurdekasvu või muutust, x ise aga vaadeldava muutuva suuruse mingit väärtust.

Öeldut silmas pidades tähistame edaspidi kulgliikumisel ajavahemiku Δt jooksul läbitud teepikkust Δs-ga ja pöörlemisel keha pöördenurka $\Delta\varphi$-ga.

Kõiki kulgliikumisi ja pöörlemisi saame iseloomustada suuruste Δs ja $\Delta\varphi$ muutumise intensiivsusega ajas. Nii näiteks kasutatakse kinemaatikas mõistet «kulgliikumise keskmine kiirus». See on füüsikaline suurus, mille väärtus võrdub ajaühikus läbitud teepikkusega. Jagades ajavahemiku Δt jooksul läbitud teepikkuse Δs selle ajavahemiku pikkusega, saame *keskmise kiiruse:*

$$v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t}. \tag{1.1}$$

Analoogiliselt saame ka *keskmise nurkkiiruse*:

$$\omega_k = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}. \tag{1.2}$$

Teades Δs ja Δt mõõtühikuid, võime leida suurusi v_k, Δs ja Δt siduva võrrandi (1.1) abil keskmise kiiruse mõõtühiku. Selleks peame võrrandis (1.1) suurused Δs ja Δt võtma ühikulised.

$$1\ \text{SI-süsteemi kiiruse ühik} = \frac{1\ \text{SI-süsteemi teepikkuse ühik}}{1\ \text{SI-süsteemi ajaühik}} =$$

$$= \frac{1\ \text{m}}{1\ \text{s}} = 1\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

CGS-süsteemis on kiiruse ühikuks $1\ \frac{\text{cm}}{\text{s}}$.

Nurkkiirust mõõdetakse kõigis «mehaaniliste» mõõtühikute süsteemides radiaanides sekundi kohta $\left(\frac{\text{rad}}{\text{s}}\right)$ [võrrandist (1.2)].

Tuletame meelde, et füüsika kõigis osades leitakse uute suuruste mõõtühikud sellesama «retsepti» järgi. Uue suuruse väärtus seatakse sõltuvusse varem kasutusel olevate suuruste väärtustest, mille mõõtühikud on juba teada. Võttes neid suurusi siduvas võrrandis tuntud suurused ühikulistena, saame uue suuruse ühiku.

Vähendades lõpmatult ajavahemikku Δt, mille jooksul liikumist jälgitakse, saame *hetkkiiruse*:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}, \tag{1.3}$$

$$\omega = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} . \qquad (1.4)$$

Ühtlase liikumise korral ($v = \text{const}$ ja $\omega = \text{const}$) on hetkkiirused võrdsed keskmiste kiirustega.

Samasugust võtet kasutatakse kiiruse muutumise intensiivsuse hindamiseks ka ebaühtlase liikumise korral, kus kiiruse muutust ajaühikus nimetatakse *kiirenduseks.*

Keskmine kiirendus on määratud võrrandiga

$$a_k = \frac{\Delta v}{\Delta t} , \qquad (1.5)$$

kus Δv on kiiruse muutus aja Δt jooksul.

Kui kiirus muutub ebaühtlaselt, kasutatakse liikumise iseloomustamiseks hetkkiirenduse mõistet. Hetkkiirendus

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} . \qquad (1.6)$$

Kulgliikumise kinemaatikas käsitleme lihtsuse mõttes ainult ühtlaselt muutuvaid liikumisi, mille korral $a = \text{const}$. Ainult ühtlaselt muutuva liikumise korral on hetkkiirendus ja keskmine kiirendus võrdsed.

Kiirenduse mõõtühikud $1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ ja $1 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$ saadakse võrranditest (1.5) ja (1.6).

Märgime, et kõva keha ebaühtlase pöörlemise iseloomustamiseks kasutatakse *keskmise* ja *hetknurkkiirenduse mõisteid.* Meie aga käsitleme põhiliselt ainult ühtlast pöörlemist, mille korral nurkkiirendus võrdub nulliga.

Niisiis — mehaanilist liikumist iseloomustavad suurused teepikkus ja pöördenurk muutuvad aja jooksul. *Kuidas* nad muutuvad, seda näitavad kiirused: keskmine kiirus iseloomustab teepikkuse või pöördenurga muutumist teatava kindla lõpliku ajavahemiku jooksul ($\Delta t \neq 0$), hetkkiirus aga lõpmatult lühikese ajavahemiku vältel ($\Delta t \to 0$), s. o. antud hetkel. Et ka kiirused võivad sõltuda ajast (muutuda aja jooksul), kasutatakse kiiruste ajalise muutumise iseloomustamiseks kiirenduse mõistet.

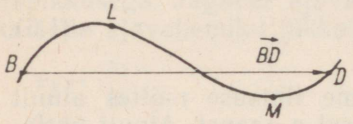
Kasutades neid põhilisi kinemaatilisi suurusi, võime üksikasjaliselt kirjeldada masspunktide või kehade mehaanilist liikumist. Kui kaugele alguspunktist on keha ruumis nihkunud? Kus ta asub, kui on teada ta algasend, kiirus ja kiirendus? Neile kinemaatika põhiküsimustele on võimalik vastata ainult siis, kui on teada mitte ainult kinemaatiliste suuruste arvväärtused, vaid ka suunad.

3. Kinemaatiliste suuruste vektoriaalne iseloom

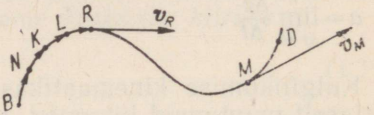
Teepikkus näitab, kui kaugele punkt oma trajektooril nihkus. Missuguses suunas aga punkt nihkus, seda näitab liikumise alguspunktist lõpp-punkti tõmmatud nihkevektor.

Sirgjoonelisel liikumisel ühtib nihkevektor antud ajavahemiku Δt jooksul läbitud trajektoori lõiguga, liikumisel piki kõverjoonelist trajektoori aga mitte. Tõepoolest, masspunkti nihkumisel punktist B punkti D (joon. 3) läbib ta aja Δt jooksul vahemaa, mis on võrdne kõverjoone kaare $BLMD$ pikkusega. Missuguses suunas aga punkt seejuures nihkus, seda näitab nihkevektor $\overrightarrow{BD}$.

Öeldust järgneb, et liikumisel kõverjoone osal BD tuleb keskmise kiiruse $\boldsymbol{v}_{kBD}$ suunaks lugeda nihkevektori $\overrightarrow{BD}$ suunda. Vektori $\boldsymbol{v}_{kBD}$ arvväärtus näitab, kui kiiresti muutub masspunkti asend ruumis, suund aga näitab edasinihkumise suunda.



JOON. 3



JOON. 4

Pole raske näidata, et hetkkiiruse vektor $\boldsymbol{v}$ ühtib trajektoori puutujaga antud punktis ja on suunatud liikumise suunas. Arvutades hetkkiirust võrrandi (1.3) abil, peame vaatlema punkti nihkumist lõpmatult lühikese ajavahemiku jooksul ($\Delta t \longrightarrow 0$). Selleks jagatakse kogu trajektoor väikesteks kõverjoonelisteks osadeks BN, NK jne. (joon. 4). Trajektoori iga niisuguse osa nihkevektor ühtib kõõluga BN, NK jne. Trajektoori osade arvu suurenemisel läheneb iga kõõlu pikkus trajektoori vastava kõverjoonelise osa pikkusele ja suund piirjuhul trajektoori antud punkti (mis vastab ajahetkele t) läbiva puutuja suunale. Joonisel 4 on toodud hetkkiiruse vektorid trajektoori punktides R ja M, kusjuures nende pikkused vastavad valitud mastaabis kiiruste v_R ja v_M väärtustele.

Kui liikumise kiirus on vektoriaalne, s. t. nii suuruse kui ka suunaga määratud suurus, siis peab ka kiirendus olema vektor.

Tihti unustatakse, et kiirendus iseloomustab kiiruse muutumist mitte ainult suuruse poolest. (Näiteks muutus mingi keha kiirus 5 s jooksul väärtuselt 5 m/s väärtuseni 30 m/s. Kiirus muutus siis igas sekundis keskmiselt 5 m/s võrra, s. t. kiirenduse väärtus on 5 m/s^2.) Kiirendus iseloomustab kiirusvektori suuna muutumist. Näiteks on ühtlane ringjooneline liikumine tegelikult kiirenev liikumine, sest kiiruse suund muutub pidevalt, kuigi ta suurus jääb seejuures muutumatuks.

Võrdse pikkusega, kuid erineva suunaga vektorid ei ole samaväärsed. Näiteks ühtlasel liikumisel mööda ringjoont (joon. 5, *a*) ei ole masspunkti kiirusvektorid punktides 1 ja 2 võrdsed. Et saada vektorit $\boldsymbol{v}_2$, tuleb vektorile $\boldsymbol{v}_1$ liita kiirusvektori suuna muutumist ajavahemiku Δt jooksul iseloomustav vektor $\Delta \boldsymbol{v}$ (joon. 5, *b*). Antud juhul iseloomustame Δv ja Δt suhtega kiirusvektori suuna muutumise intensiivsust. Seega annab $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ kiiruse muutumise ajaühikus ehk teiste sõnadega keskmise kiirenduse ajavahemiku Δt jooksul. Antud liikumise korral on hetkkiirendus võrdne *kesktõmbekiirendusega*

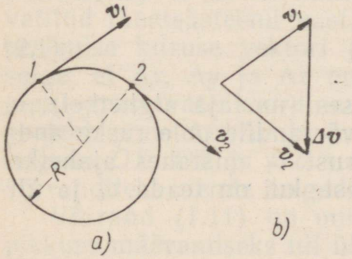
$$a_{kt} = \frac{v^2}{R}, \tag{1.7}$$

kus v on kiiruse arvväärtus ja R ringjoone raadius.

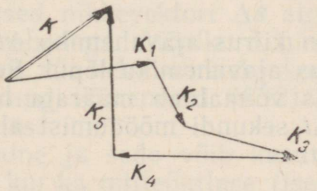
Märgime muuseas, et vektorite geomeetrilisel liitmisel võib kasutada *hulknurga reeglit*. Selle reegli kasutamine on eriti otstarbekohane juhul, kui liidetavaid vektoreid on rohkem kui kaks. Niisugusel liitmisel joonistatakse vektorid järjestikku nii, et teine vektor algab esimese lõpp-punktist, kolmas teise lõpp-punktist jne. See tähendab, et graafilisel kujutamisel moodustavad liidetavad vektorid hulknurga küljed. Vektorite summaks on vektor, mis «sulgeb» hulknurga, s. t. vektor, mis on tõmmatud esimese liidetava vektori alguspunktist viimase liidetava vektori lõpp-punkti. Joonisel 6 on vektor $\boldsymbol{K}$ viie liidetava vektori $\boldsymbol{K}_1$, $\boldsymbol{K}_2$, $\boldsymbol{K}_3$, $\boldsymbol{K}_4$ ja $\boldsymbol{K}_5$ geomeetriline summa. Selles võib veenduda, kasutades vektorite liitmiseks järgemööda parallelogrammi reeglit.

Üldjuhul võib masspunkti kiirusvektor muutuda nii suuna kui ka suuruse poolest. Niisugusel juhul iseloomustab kiirendus kummagi nimetatud muutumise intensiivsust. Seetõttu lahutataksegi kiirendusvektor kaheks komponendiks — *tangentsiaalkiirenduseks* a_t ja *normaalkiirenduseks* a_n. Tangentsiaalkiirendus iseloomustab kiiruse arvväärtuse muutumist, normaalkiirendus aga kiirusvektori suuna muutumist.

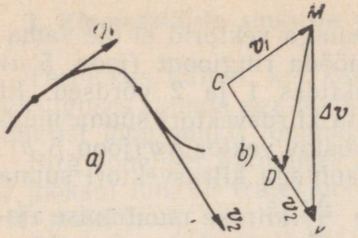
Kui punkti kiirus mingil ajahetkel oli $\boldsymbol{v}_1$ ja ajavahemiku Δt võrra hiljem $\boldsymbol{v}_2$ (joon. 7, *a*), siis iseloomustab kiirusvektori muu-



JOON. 5



JOON. 6



JOON. 7

tumist vektor $\Delta \boldsymbol{v}$ (joon. 7, *b*). Kui vektorile $\overrightarrow{CK}$, mis võrdub vektoriga $\boldsymbol{v}_2$, kanda kiirusvektori $\boldsymbol{v}_1$ pikkusega võrdne sirglõik CD, siis iseloomustab vektor $\overrightarrow{DK}$ kiiruse suuruse muutumist.

Keskmine tangentsiaalkiirus on siis

$$a_{t\mathrm{k}} = \frac{DK}{\Delta t}.$$

Vektor $\overrightarrow{MD}$ iseloomustab ainult kiirusvektori suuna muutumist. Keskmise normaalkiirenduse võib arvutada järgmiselt:

$$a_{n\mathrm{k}} = \frac{MD}{\Delta t}.$$

Sirgliikumisel on normaalkiirendus alati võrdne nulliga, sest kiirusvektori suund ei muutu. Ühtlase ringliikumise korral aga puudub tangentsiaalkiirendus, sest nüüd kiiruse suurus ei muutu.

4. Kinemaatikaülesannete lahendamisel kasutatavate suuruste vahelised seosed

Ühtlaselt muutuva sirgjoonelise liikumise korral, nagu juba märkisime, on $a_{\mathrm{k}} = a = \mathrm{const}$. Kasutades keskmise kiiruse võrrandit (1.5), võib leida kiiruse muutuse mistahes ajavahemiku Δt jooksul:

$$\Delta v = a\Delta t \tag{1.8}$$

ehk

$$v_t - v_0 = a\Delta t, \tag{1.9}$$

kus v_0 on kiirus ajavahemiku Δt alguses (nn. aja alghetkel), v_t aga kiirus ajavahemiku lõpul. Sellele võrrandile pole raske anda kuju, mis võimaldab määrata hetkkiirust v_t mistahes ajahetkel pärast Δt sekundi möödumist alghetkest, kui on teada v_0 ja kiirendus a:

$$v_t = v_0 + a\Delta t. \tag{1.10}$$

Ei tohi unustada, et võrrand (1.9) kehtib ainult ühtlaselt muutuva liikumise korral, kui $a = \text{const}$. Kiirenduse märk pole seejuures oluline: ühtlaselt kiireneva liikumise korral on $a > 0$, ühtlaselt aeglustuva liikumise korral aga on $a < 0$.

Peale selle, arvestades eelmises punktis tehtud märkusi kiirenduse ja kiiruse vektoriaalsuse kohta, tuleb pidada meeles, et võrrandite (1.5) ja (1.6) vasakud pooled ning paremate poolte lugejad on sisuliselt ühesuguse suunaga vektorid. Seetõttu on ka võrranditel (1.8), (1.9) ja (1.10) vektoriaalne iseloom ja neid võib üldjuhul kirjutada vektorvõrranditena.

Samasugused kaalutlused kehtivad muidugi ka võrrandite (1.1) ja (1.3) korral, mida kasutatakse liikumise keskmise kiiruse ja hetkkiiruse mõiste kasutuselevõtmisel. Esimeses neist on $\Delta \boldsymbol{s}$ nihkevektor, mis iseloomustab keha ümberpaigutamist ajavahemiku Δt jooksul. Teises võrrandis on $\Delta \boldsymbol{s}$ lõpmatult lühikese ajavahemiku jooksul ($\Delta t \longrightarrow 0$) toimunud nihke vektor.

Seoses sellega tekib võimalus masspunkti või keha kulgliikumise teepikkuse määramist täpsustada. Kirjutades võrrandi (1.1) kujul

$$\Delta s = v_k \Delta t, \tag{1.11}$$

saame võrrandi liikuva punkti või keha nihkevektori arvväärtuse määramiseks. Viimases võrrandis kujutab Δs teepikkust ainult sirgliikumise korral mingis kindlas suunas, kui nihkevektori pikkus vastab ajavahemiku Δt jooksul läbitud trajektoori pikkusele.

Üldjuhul tuleb võrrand (1.11) kirjutada vektorkujul. Et aga tehted vektoriaalsete suurustega on küllaltki keerulised, siis kasutatakse praktilistel arvutustel vektorvõrrandiga (1.11) ekvivalentset kolmest skalaarsest võrrandist koosnevat süsteemi

$$\left.\begin{aligned} \Delta x &= v_{kx} \Delta t, \\ \Delta y &= v_{ky} \Delta t, \\ \Delta z &= v_{kz} \Delta t, \end{aligned}\right\} \tag{1.12}$$

kus Δx, Δy ja Δz on nihkevektori $\Delta \boldsymbol{s}$ projektsioonid antud juhul valitud taustsüsteemi vastavatel telgedel ning v_{kx}, v_{ky} ja v_{kz} — keskmise kiiruse vektori projektsioonid samadel telgedel. On selge, et Δx, Δy ja Δz on võrdsed nihkevektori $\Delta \boldsymbol{s}$ algusele ja lõpule vastavate koordinaatide vahedega. Mõnikord nimetatakse projektsioone Δx, Δy ja Δz punkti või keha niheteks koordinaattelgede OX, OY ja OZ suunas ning võrrandeid (1.12) liikumisvõrranditeks nende telgede suunas.

Võrrand (1.11) on universaalne ja seda võib kasutada teepikkuse määramiseks nii ühtlase kui ka mitteühtlase (isegi mitteühtlaselt muutuva) liikumise korral, kui on antud keskmine kii-

rus v_k trajektoori lõigul pikkusega Δs (sirgliikumise korral) või trajektoori lõigul, millele vastab nihkevektor pikkusega Δs (kõige üldisemal juhul), kui see trajektoori lõik läbitakse ajavahemiku Δt jooksul.

Mistahes pöörlemise korral, kui ajavahemiku Δt jooksul keha keskmine nurkkiirus oli ω_k, võib sellele ajavahemikule vastava pöördenurga $\Delta\varphi$ leida võrrandist

$$\Delta\varphi = \omega_k \Delta t, \tag{1.13}$$

mis on analoogiline masspunkti suvalise liikumise ja absoluutselt kõva keha kulgliikumise korral kehtiva võrrandiga (1.11).

Võrrandid (1.1), (1.3), (1.5) ja (1.6), mis määravad keskmise ja hetkkiiruse ning vastavad kiirendused, võimaldavad koos võrranditega (1.10) ja (1.11) lahendada mistahes kinemaatikaülesannet, mis on seotud masspunkti või kõva keha kulgliikumisega. Vormilt analoogilisi võrrandeid kasutatakse mistahes pöörlemise kinemaatiliseks kirjeldamiseks. Et aga suvalist liikumist võib vaadelda kulgliikumise ja pöörlemise summana, siis saab nimetatud võrrandite ja kinemaatiliste seoste abil kirjeldada mistahes liikumist ja sooritada vastavaid arvutusi.

Mõnikord tekib raskusi ebaühtlase liikumise keskmise kiiruse mõiste kasutamisel. Analüüsime lähemalt ainult keskmise joonkiiruse v_k mõistet, kuid täpselt samasugust käsitlusviisi tuleb kasutada ka keskmise nurkkiiruse ω_k korral.

Tihti unustatakse, et võrrandiga (1.1) määratud keskmine kiirus v_k kehtib liikumise jaoks ajavahemiku $\Delta t = t - t_0$ jooksul ainult teelõigul Δs tervikuna[3]. See keskmine kiirus ei võimalda kirjeldada liikumist enne ajahetke t_0 ega ka pärast hetke t, ta ei iseloomusta liikumist ka üksikutel teelõikudel, millest koosneb ajavahemiku Δt jooksul läbitud teepikkus Δs.

Näiteks kulus rongi liikumiseks punktist A 4700 m kaugusel asuvasse punkti B 1000 sekundit. Kas on võimalik arvutada aega, mis kulus esimese 100 m läbimiseks, või teepikkust, mille läbis rong oma liikumise viimase 10 s jooksul, kui on teada selle liikumise keskmine kiirus $\left(4{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$?

Antud juhul, teades ainult keskmist kiirust teelõigul AB, ei saa neile küsimustele vastata. Keskmine kiirus v_{kAB} on liikumist kogu teelõigul AB summaarselt iseloomustav suurus, mis varjab liikumise üksikasju. Selles seisneb nii vaadeldava kinemaatilise suuruse eelis kui ka puudus.

On olemas veel üks tähtis detail, mida selgitame järgmise näitega.

---

[3] Nii räägitakse ja kirjutatakse lühiduse mõttes, mõeldes seejuures trajektoori osa, mille pikkus on Δs.

Olgu ajahetkel t_0 keha kiirus v_0, ajahetkel t aga v_t. Kui suur on selle liikumise keskmine kiirus antud ajavahemiku $\Delta t = t - t_0$ jooksul?

Tihti vastatakse niisugusele küsimusele, et otsitav keskmine kiirus võrdub antud teelõigu algkiiruse ja lõppkiiruse aritmeetilise keskmisega, s. t.

$$v_k = \frac{v_0 + v_t}{2} . \qquad (1.14)$$

Antud juhul on tegemist põhjendamata üldistusega.

Kui võrrandi (1.14) kehtivuspiire ei täpsustata, siis võib tekkida mulje, et seda võib kasutada alati, kui on antud algkiirus v_0 ja lõppkiirus v_t vaadeldaval teelõigul. Püüame kasutada valemit (1.14) järgmise ülesande lahendamisel.

Ülesanne. Masspunkt hakkab liikuma paigalolekust ($v_0 = 0$), läbib ajavahemiku $\Delta t = 5$ s jooksul teepikkuse $\Delta s = 250$ m ja, jõudnud lõpp-punkti, peatub ($v_t = 0$). Määrata punkti liikumise keskmine kiirus v_k.

Valemi (1.14) põhjal leiame, et $v_k = 0$. See tulemus on aga ülesande tingimustega ilmses vastuolus. Masspunkt ju liikus ja nihkus ajavahemiku Δt jooksul Δs võrra edasi. Tulemus $v_k = 0$ vastab aga paigalolekule. Kasutades valemit (1.1), saame teistsuguse vastuse:

$$v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{250 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}} .$$

Kus on siis viga?

Asi on selles, et universaalseks võrrandiks, mis määrab keskmise kiiruse, on avaldis (1.1). See avaldis oligi ju keskmise kiiruse definitsiooniks. Avaldis (1.14) kehtib aga ainult ühtlaselt muutuva liikumise korral, s. o. juhul, kui keha liigub kogu selle teelõigu ulatuses kas ühtlaselt kiirenevalt või ühtlaselt aeglustuvalt. Neid tingimusi aga ülesanne ei rahulda. Masspunkt hakkas liikuma paigalolekust. See tähendab, et teatava aja jooksul liikus ta kiirenevalt ($a > 0$). Edasi võis ta liikuda suvaliselt, kas ühtlaselt või muutuva kiirusega, kuid enne peatumist lõpp-punktis pidi ta tingimata liikuma aeglustuvalt ($a < 0$). Niisuguse liikumise korral antud teelõigul (algul kiirenevalt, seejärel aeglustuvalt) võrrandit (1.14) kasutada ei tohi.

Võrrandit (1.1) tuleb kasutada ka nende ülesannete lahendamisel, mis sarnanevad järgnevaga.

Ülesanne. Auto liikus 50 sekundi jooksul ($\Delta t_1 = 50$ s) kiirusega $v_1 = 10$ m/s, järgmise 30 sekundi jooksul ($\Delta t_2 = 30$ s) kiirusega $v_2 = 15$ m/s ja seejärel 120 sekundi jooksul ($\Delta t_3 = 120$ s) kiirusega $v_3 = 11$ m/s. Määrata auto keskmine kiirus kogu liikumise vältel.

Sageli arvutatakse keskmist kiirust üksikute etappide keskmiste kiiruste aritmeetilise keskmisena:

$$v_k = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3} = \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 15 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 11 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{3} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} .$$

Niisugune lahenduskäik ja saadud vastus on valed.

Selles ülesandes vaadeldakse kolmest etapist koosnevat liikumist. Iga etapi läbimiseks kulutatud aeg ja keskmine kiirus etapil on teada. Keskmine kiirus auto kogu liikumise vältel määratakse ka sel juhul kogu läbitud teepikkuse jagamise teel selleks kulunud ajaga:

$$v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t},$$

kus $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$ on liikumise koguaeg ja Δs — kolme etapi kogusummas läbitud teepikkus $\Delta s_1 + \Delta s_2 + \Delta s_3$. Et ülesande tingimuste kohaselt auto liigub igal etapil ühtlaselt (seda pole otseselt öeldud, kuid on eeldatud), siis

$$\Delta s_1 = v_1 \Delta t_1, \quad \Delta s_2 = v_2 \Delta t_2 \quad \text{ja} \quad \Delta s_3 = v_3 \Delta t_3.$$

Lõplikult

$$v_k = \frac{v_1 \Delta t_1 + v_2 \Delta t_2 + v_3 \Delta t_3}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3} = \frac{10 \cdot 50 + 15 \cdot 30 + 11 \cdot 120}{50 + 30 + 120} = 11{,}35 \text{ m/s}.$$

Saadud avaldist analüüsides näeme, et ainult sel juhul, kui liikumisajad kõikidel etappidel on võrdsed ($\Delta t_1 = \Delta t_2 = \Delta t_3$), võib keskmist kiirust arvutada valemiga

$$v_k = \frac{v_1 + v_2 + v_3}{3}.$$

Võrranditest (1.14), (1.10) ja (1.11) võib saada tuntud avaldise

$$\Delta s = v_0 \Delta t + \frac{a(\Delta t)^2}{2}, \qquad (1.15)$$

mis seob nihkevektori pikkuse (või sirgliikumise korral läbitud teepikkuse) algkiirusega, kiirendusega ja liikumisajaga. Valemi kasutamistingimused on needsamad mis võrranditel, milledest ta tuletati.

5. Kinemaatiliste suuruste vaheliste seoste graafikute kasutamine

Elementaarmatemaatikast on teada, et kahe või rohkema suuruse vahelise funktsionaalse seose võib anda kolmel viisil: analüütiliselt (võrrandite abil), tabelitena ja graafiliselt.

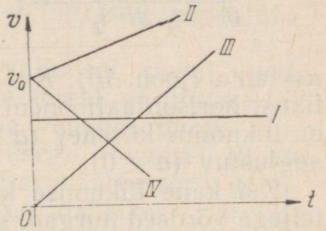
Suurema osa loodusteaduslike uurimistööde eesmärgiks on teatud fakte või nähtusi iseloomustavate suuruste vaheliste seoste saamine. Sageli on niisuguse ülesande lahendamine raskendatud seetõttu, et meid huvitav suurus on paljude teiste suuruste keeruliseks funktsiooniks. Viimasel ajal on (eriti elektroonika ja automaatika suurte edusammude tõttu) niisuguste võrrandite koostamisel esimeseks sammuks meid huvitavaid suurusi omavahel siduvate graafikute saamine. Tuletame meelde elektron- või silmusostsillograafiga saadud ostsillogramme. Need ongi ju ühte-

sid suurusi teistega siduvate seoste graafikud. Muundades näiteks rõhu spetsiaalse seadeldise abil elektriliseks signaaliks, mis juhitakse ostsillograafi vertikaalsetele kallutusplaatidele, saame graafiku, mis näitab püssirohugaaside rõhu muutumist kahuritorus sõltuvalt ajast, vaatamata sellele, et rõhk muutub kõigest sekundi murdosa jooksul.

Suurustevaheliste seoste keerukuse tõttu on graafik paljudel juhtudel ainuvõimalik moodus nende seoste väljendamiseks. Graafiku eriline eelis seisneb tema ülevaatlikkuses.

Kinemaatikas kasutatakse kiiruse graafikut (graafik väljendab mingi liikumise kiiruse sõltuvust ajast) ja teepikkuse graafikut (graafik väljendab keha poolt läbitud teepikkuse sõltuvust ajast). Arvestades eelmises punktis toodud märkusi, hakkame järgnevas osas termini «teepikkuse graafik» asemel kasutama ka terminit «nihke graafik».

JOON. 8

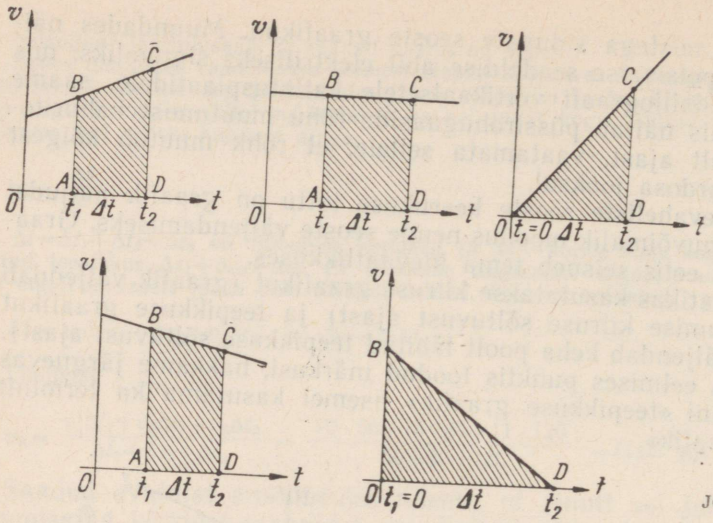


Joonisel 8 on esitatud füüsika elementaarkursuses käsitletavate liikumiste kiiruste graafikud: *I* — ühtlase liikumise kiiruse graafik ($v=\text{const}$); *II* — ühtlaselt kiireneva liikumise kiiruse graafik, kui $v_0 \neq 0$ [see graafik on saadud võrrandi (1.9) abil tingimusel, et $a > 0$]; *III* — ühtlaselt kiireneva liikumise kiiruse graafik, kui algkiirus võrdub nulliga [graafiku saame võrrandi (1.9) abil tingimustel, et $v_0 = 0$ ja $a > 0$]; *IV* — ühtlaselt aeglustuva liikumise kiiruse graafik, kui $v_0 \neq 0$ [võrrandist (1.9) tingimusel, et $a < 0$].

Ei tohi unustada, et kiiruse graafikud, mis näitavad ülevaatlikult kiiruse sõltuvust ajast, võimaldavad määrata ka mingi ajavahemiku jooksul läbitud teepikkust ja kiirendust.

Tõepoolest, sõltumata sellest, missugust konkreetset ülalnimetatud liikumise graafikut me vaatleme, on ajavahemiku $\Delta t = t_2 - t_1$ jooksul läbitud teepikkus alati arvutatav kui pindala, mis jääb kiiruse graafiku, ajatelje ja liikumise jälgimise alghetkele (t_1) ja lõpphetkele (t_2) vastavate ordinaatide vahele (joon. 9), kui graafiku telgede mastaabid on valitud järgmiselt: ordinaattelje ühikulisele pikkusele vastab kiiruse ühikuline väärtus, abstsisstelje ühikulisele pikkusele aga ühikuline ajavahemik.

Kiirendus on aga võrdne kiiruse graafiku tõusunurga (s. o. kiiruse graafiku ja abstsisstelje vahelise nurga) tangensiga



JOON. 9

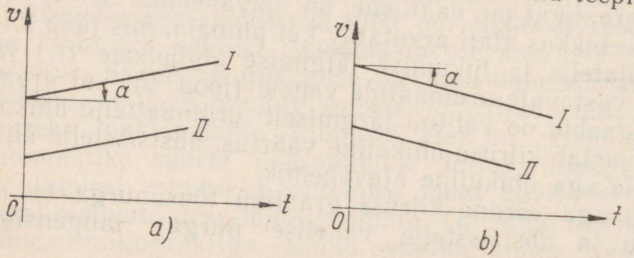
$a = \tan\alpha$ (joon. 10). Kui seejuures väikseimat nurka kiiruse graafikust horisontaaljooneni tuleb mõõta päripäeva (joon. 10, *a*), siis on liikumine kiirenev ($a > 0$), vastupidisel juhul aga (joon. 10, *b*) aeglustuv ($a < 0$).

Kui kahe liikumise kiiruste graafikud moodustavad abstsissteljega võrdsed nurgad, siis on nende liikumiste kiirendused võrdsed (vt. graafikuid *I* ja *II* joon. 10, *a* ja 10, *b*). Need liikumised erinevad ainult algkiiruse poolest. Näiteks on selge, et joonisel 8 esitatud *II* ja *III* liikumise kiirendused on erinevad ($a_{III} > a_{II}$).

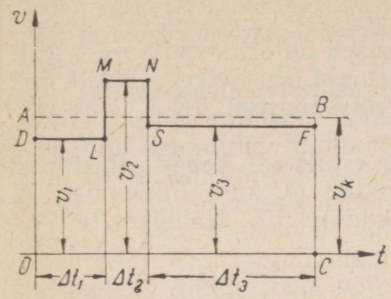
Mistahes muutuva liikumise kiiruse graafikust on kergesti määratav ka selle liikumise keskmine kiirus meid huvitava ajavahemiku Δt vältel.

Joonisel 11 on toodud viimases ülesandes (p. 4) vaadeldud liikumise kiiruse graafik. Pole raske taibata, et antud juhul seisneb keskmise kiiruse graafiline määramine niisuguse ristküliku kõrguse määramises, mille pindala võrduks antud liikumise kiiruse graafiku alla jääva kujundi pindalaga.

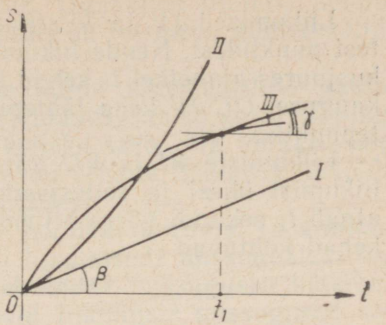
Võrrandi (1.15) abil võib konstrueerida füüsika elementaarkursuses käsitletava mistahes liikumise (välja arvatud võnkumise) teepikkuse graafiku. Joonisel 12 on esitatud teepikkuse graafikud:



JOON. 10



JOON. 11

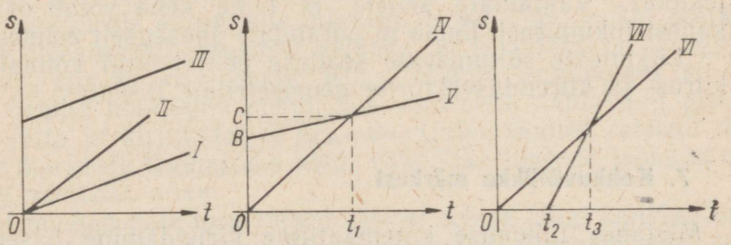


JOON. 12

I — ühtlase liikumise korral ($a=0$ ja $v_0=v=\text{const}$), *II* — ühtlaselt kiireneva liikumise korral ($a>0$), *III* — ühtlaselt aeglustuva liikumise korral ($v_0 \neq 0$ ja $a<0$).

Teepikkuse graafiku telgede mastaabi valimisel samal viisil, nagu tegime seda eespool kiiruse graafikute korral, on ühtlase liikumise teepikkuse graafiku ja abstsisstelje vahelise nurga tangens arvuliselt võrdne selle liikumise kiirusega (joonisel 12 on nurga β tangens võrdne *I* liikumise kiiruse arvväärtusega). Muutuva liikumise korral on hetkkiiruse väärtus ajahetkel t_1 arvuliselt võrdne läbi sellele ajahetkele t_1 vastava punkti tõmmatud teepikkuse graafiku puutuja ja abstsisstelje vahelise nurga tangensiga (joonisel 12 on nurga γ tangens võrdne *III* liikumise hetkkiiruse arvväärtusega ajahetkel t_1).

Tuleb meeles pidada, et horisontaalne lõik teepikkuse graafikul vastab paigalolekule, kahe keha teepikkuse graafiku lõikepunkt aga nende kehade kohtumismomendile. Ülalöeldu põhjal on kerge vastata küsimusele: mille poolest erinevad liikumised, mille teepikkuse graafikud on toodud joonisel 13?



JOON. 13

Liikumised *I* ja *II* algasid ühest ja sellestsamast punktist, kuid liikumiste kiirused on erinevad ($v_{II} > v_I$). Liikumine *III* algas võrreldes liikumisega *I* teisest punktist, nende liikumiste kiirused on aga võrdsed.

Liikumised *IV* ja *V* algasid teineteisest kaugusel *OB* asuvatest punktidest. Nende liikumiste kiirused on erinevad ($v_{IV} > v_V$), kusjuures ajahetkel t_1 kehad kohtuvad, s. t. sel hetkel asuvad nad kaugusel *OC IV* keha lähtepunktist või kaugusel *BC V* keha lähtepunktist.

Liikumiste *VI* ja *VII* kiirused on erinevad, kehad alustavad liikumist ühest ja sellestsamast punktist *O*, kuid liikumine *VII* algab t_2 sekundi võrra hiljem kui liikumine *VI*. Ajahetkel t_3 need kehad kohtuvad.

6. Liikumiste sõltumatuse seadus

Füüsika elementaarkursuses vaadeldakse ja uuritakse kinemaatikas mitte ainult ülalkäsitletud liikumisi.

Meenutame, kuidas kirjeldatakse niisuguseid suhteliselt keerulisi liikumisi, nagu näiteks horisontaalselt või mingi nurga all horisondi suhtes visatud keha liikumine. Neid liikumisi vaadeldakse nii, nagu koosneksid nad kahest sõltumatust lihtsamast liikumisest: ühtlasest (õhutakistust arvestamata) horisontaalsest liikumisest kehale horisontaalsuunas antud kiirusega ja ühtlaselt muutuvast (jällegi õhutakistust arvestamata) vertikaalsest liikumisest.

Keerulise liikumise lahutamine lihtsamateks on võimalik vaid seetõttu, et kehtib väga oluline katseliselt leitud *liikumiste sõltumatuse* seadus. See seadus väidab, et kui masspunkt (või keha) võtab osa mitmest liikumisest, siis lõpp-punkti jõudmine ei sõltu sellest, kas need liikumised toimusid üheaegselt või mingis suvalises järjekorras.

Liikumiste sõltumatuse seaduse kehtivust illustreerib järgmine katse. Lauaservalt lastakse kukkuda kahel ühesugusel kehal. Üks kehadest langeb vertikaalselt, teisele aga antakse horisontaalsuunaline algkiirus, mistõttu ta liigub mööda kõverjoonelist trajektoori. Vaatamata sellele, et teine keha võtab osa korraga kahest liikumisest, jõuab ta põrandale üheaegselt esimese kehaga.

Liikumiste sõltumatuse seaduse põhjal ongi võimalik nihke-, kiirus- ja kiirendusvektorite geomeetriline liitmine.

7. Kokkuvõtlikke märkusi

Mistahes liikumise kinemaatiline kirjeldamine baseerub vaid väikesele arvule suurustele (teepikkus või pöördenurk, ajavahemik, keskmised ja hetkkiirused ning -kiirendused) ja mõnedele seostele nende suuruste vahel.

Põhivõrranditeks on seosed (1.1), (1.2), (1.3), (1.4), (1.5) ja (1.6), sest nendega on defineeritud kõik tähtsamad liikumist ise-

loomustavad kinemaatilised suurused. Ülejäänud ülalpool toodud võrrandeid võib vaadelda seostena, mis on tuletatud põhivõrranditest.

Mistahes mehaanilise liikumise ühtne kinemaatiline vaatlemine seisneb selles, et liikumise kirjeldamisel meid ei huvita, missugune keha just liigub. Selleks kehaks võib olla kerake, jalgrattur, aatom või planeet. Kõigi nende kehade liikumise kirjeldamisel lähtutakse samadest seisukohtadest.

Kui pärast ülesande tingimuste hoolikat uurimist ja analüüsi (missugune on antud liikumine või liikumised? missugusteks lihtsamateks liikumisteks võib neid lahutada? missugused kinemaatilised suurused iseloomustavad neid liikumisi? missugused seosed kehtivad antud ülesande tingimustes nende kinemaatiliste suuruste vahel?) lahendust leida ei õnnestu, siis on sageli selle põhjuseks puudulik algebraliste võrrandite ja võrrandisüsteemide koostamise ja lahendamise oskus.

Kirjutades üles mingi seose füüsikaliste suuruste vahel, ei tohiks kunagi kokku hoida aega, et meelde tuletada, missugustel tingimustel see seos kehtib.

Juhime lugeja tähelepanu veel ühele nõudele, millest on kasulik kinni pidada kõigi (ja mitte ainult kinemaatiliste) ülesannete lahendamisel. Ülesande tingimustega antud suurused tuleks kirjutada koos oma arvväärtustega üksteise alla, kasutades seejuures üldkasutatavaid tähiseid. Seejärel tuleks aga omakorda üles märkida kõik otsitavad suurused. Tungivalt soovitame tuntud suuruste seas välja kirjutada ka need füüsikalised suurused, mis ülesandes ei ole arvudena otseselt antud, kuid millele on juhitud tähelepanu tekstis või mida on ainult vaikides eeldatud. Vahetevahel on seda raske teha enne, kui asuda ülesande lahendamisele, kuid tingimuste analüüsil, arutlemisel ja võrrandite koostamisel tuleb sellega alati kokku puutuda.

Näiteks kui on öeldud, et «liikumine on ühtlane», liikumise kiirust aga ei ole antud, siis tuleks ikkagi kirjutada: «$v = \text{const}$ ja $a = 0$». Kui räägitakse aeglustuvast liikumisest, kiirenduse väärtus aga ei ole antud, siis märkige, et «$a < 0$», ja kui seejuures võib ülesande tingimustest eeldada, et liikumine on ühtlaselt aeglustuv, siis ka «$a = \text{const}$». Kui ülesande tingimustes ei ole midagi öeldud hõõrdejõu kohta, siis võib selle nähtavasti arvestamata jätta ja kirjutada, et «$F_h = 0$». Universaalset retsepti niisuguste märkuste tegemiseks kõigi võimalike juhtude jaoks ei ole muidugi võimalik anda.

Need nõuded pole formaalsed. Asi ei seisne kõigi konstantsete ja nulliga võrdsete suuruste üleskirjutamises. Peamine meie soovituses on see, et ülesande tingimusi tuleb põhjalikult analüüsida ja neist õigesti aru saada. Soovides neid «otseselt mitteantud» tingimusi lühidalt üles kirjutada, tuleb seda teha mitte mehaaniliselt, vaid hästi läbimõeldult, n.-ö. täie vastutustundega. «Hõõr-

dejõud ei ole antud. Aga mispärast?». «Kas antud juhul hõõrdejõud puudub või ta on teiste jõududega võrreldes niivõrd väike, et teda võib mitte arvestada?». «Millistel kaalutlustel võib lugeda liikumist ühtlaselt muutuvaks? Kas antud juhul muutub peale masspunkti kiiruse veel ka kiirendus? Miks?...»

Märgime, et «Sada tuhat küsimust «miks»» ei ole ainult heaks pealkirjaks uudishimulike jaoks mõeldud raamatule, vaid ka printsiibiks, millest tuleb lähtuda igas uurimistöös, eriti aga füüsikaliste nähtuste analüüsil ja ülesannete lahendamisel. Ärge kartke esitada endale igal sammul küsimust «miks»!

§ 2. DÜNAAMIKA

1. Põhimõisted ja Newtoni seadused

Liikumiste kinemaatiline vaatlemine ei vasta küsimusele, miks liikumine tekib või muutub.

Mehaanika põhiosaks on dünaamika. Seletades dünaamiliste suuruste ja seaduste abil liikumiste ja nende muutumiste põhjusi, annab dünaamika peale selle veel seosed dünaamiliste ja kinemaatiliste suuruste vahel. Dünaamika koos kinemaatikaga annab täieliku pildi mistahes mehaanilisest liikumisest.

Newtoni esimene seadus. Vanal ja keskajal arvati, et kõik mehaanilised liikumised toimuvad väliste faktorite, väliste põhjuste mõjul. Galilei ja Newtoni tööd tõid neisse vaadetesse olulisi parandusi.

Materiaalsed objektid võivad liikuda ühtlaselt ja sirgjooneliselt (liikumine inertsi mõjul ehk inertsiaalliikumine) ilma mingi «mootori» abita. Selles seisnebki *Newtoni esimese seaduse* (*inertsiseaduse*) mõte. See seadus kinnitab, et kõik kehad on kas *paigal* või *liiguvad ühtlaselt* ja *sirgjooneliselt* seni, kuni välised mõjustused seda olekut ei muuda.

Ükski teine liikumine (mitteinertsiaalne) ei toimu iseeneses. Pole raske märgata, et kõikide mitteinertsiaalsete liikumiste korral on olemas kiirendus. Kas kiirendus on suur või väike, positiivne või negatiivne, see ei muuda liikumise mitteinertsiaalset iseloomu. Niisiis alati, kui liikumisel on nullist erinev kiirendus, võib rääkida selle liikumise välistest põhjustest.

Jõu mõiste. Mitteinertsiaalsete liikumiste analüüs näitab, et materiaalse objekti kiirendusega liikumise põhjuseks on alati mingi teise või mitme objekti mõjustus.

Jõud on füüsikaline suurus, mis hindab ja mõõdab neid mõjustusi. Ta on nende mõjustuste kvantitatiivseks mõõduks.

Jättes märkimata, missugused kehad vaadeldavale kehale (pind, millel keha libiseb, vedru, Maa jne.) konkreetselt mõjuvad,

asendame nende mõjustused jõududega. Igale jõule vastab alati mingisugune materiaalne objekt — selle jõu «allikas».

Õeldust selgub, et vaadeldes dünaamikaülesandes mistahes materiaalset objekti, peame kõigepealt huvi tundma, missugused jõud (reaalsed, teiste kehade poolt avaldatavad) mõjuvad sellele kehale. Tuleb välja selgitada kõik kehad, mis mõjuvad vaadeldavale kehale, ja asendada nende mõjustused vastavate jõududega.

Et mõjustustel on alati teatav suund, siis on ka jõud vektoriaalne suurus.

Kõiki jõude, millega puutume kokku mehaanikas, on võimalik jagada tinglikult kahte klassi: *kontaktjõududeks* ja *jõududeks, mis iseloomustavad kehade vastastikuseid mõjustusi ilma nende omavahelise kokkupuuteta.*

Esimesse klassi kuuluvad *hõõrdejõud,* mis tekivad üksteise suhtes liikuvate kehade kokkupuutepinnal, ja *elastsusjõud,* mis tekivad deformeeritava keha osakeste või kihtide vahel. Kontaktjõud tekivad ühe keha sees asuvate või kokkupuutes olevate kehade osakeste vastastikuse mõjustuse tulemusena.

Teise klassi kuuluvad *gravitatsioonijõud.* Edaspidi täiendame seda klassi elektriliste, magnetiliste ja teiste jõududega.

Newtoni teine seadus ja massi mõiste. Seose dünaamikas ja kinemaatikas kasutatavate suuruste vahel annab *Newtoni teine seadus:* keha kiirendus a on võrdeline ja samasuunaline sellele kehale mõjuva jõuga. Teisiti väljendades

$$a = k\frac{F}{m}, \qquad (2.1')$$

kus k on mõõtühikute valikust sõltuv võrdetegur, m aga vaadeldavat keha iseloomustav suurus, mida nimetatakse keha massiks.

Väljendades $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{F}$ ja m ühe ja sellesama süsteemi ühikutes, on $k=1$, mistõttu võrrand (2.1′) lihtsustub[4]:

$$\boldsymbol{a} = \frac{\boldsymbol{F}}{m}. \qquad (2.1)$$

Siin kohtume esmakordselt veel ühe dünaamika suurusega — materiaalse objekti massiga (m).

Selle suurusega on kahjuks sageli «palju pahandusi» ainult sellepärast, et ta füüsikalist sisu ei mõisteta küllalt täielikult.

Vahetevahel kujutatakse massi mingi kaaluvihina, räägitakse või kirjutatakse «vedeliku teatava massi» voolamisest ühest anu-

[4] Tuleb meeles pidada, et tegelikkuses oli kõik vastupidi: ühe süsteemi a, F ja m mõõtühikud valiti just nii, et võrdetegur k võrrandis (2.1′) võrduks ühega ($k=1$).

mast teise, «niidi abil ülesriputatud» või «laual asetsevast massist», mille suurus on 200 g. Niisugustel väljenditel pole mingit füüsikalist sisu ja nad muudavad massi mõiste vaid veelgi segasemaks.

Keha mass pole midagi muud, kui keha o m a d u s «vastata» teatava jõu mõjumisele teatud kiirendusega! Seesama mõte on väites, et keha mass on selle keha inertsi mõõt.

Kui mass on keha teatav omadus, siis ei saa ta — nagu iga teine omaduski — rippuda, lamada või voolata. Massi ei saa puudutada ja taskusse panna. Kellelegi ei tule mõttesse riputada niidi otsas üles lume valendust või vee läbipaistvust, massiga seda aga millegipärast tehakse!

Märgime, et nende ja teiste taoliste väljendite kasutamiseks on ainult üks õigustus — sõnade kokkuhoid lauses. Arusaadavalt võib niisuguseid lühendatud väljendeid kasutada, kuid seejuures ei tohi unustada nende tegelikku tähendust, sisu, mida pole küll otseselt välja öeldud, kuid on siiski mõeldud. Järgnevas peatükis juhime lugejate tähelepanu veel kord niisugustele lühendatud ja seetõttu oma mõtte kaotanud sõnastustele.

Kuidas sattus massi mõiste dünaamikasse? Kõigepealt ilmus mass võrdetegurina avaldisse, mis seob keha kiirendust teda põhjustava jõuga. Seejärel selgus, et missugune jõud kehale ka ei mõju, keha kiirendus on ikka määratud võrrandiga (2.1), kusjuures võrdetegur m ei sõltu jõu suurusest. Et see formaalne võrdetegur m jäi antud keha korral konstantseks, siis hakati otsima tema objektiivset mõtet, teda hakati vaatlema keha lahutamatu omadusena.

Ei tohi unustada, et mass on suurus, mis iseloomustab keha dünaamika seisukohalt. Mõõta, s. t. võrrelda etalonmassiga võib teda aga ka staatilistes tingimustes kaalude abil.

Hilisemad katsed näitasid, et antud materiaalse objekti mass jääb konstantseks ainult teatavatel tingimustel. Selgus, et mass sõltub keha liikumise kiirusest:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \qquad (2.2)$$

kus m on kiirusega v liikuva materiaalse objekti mass, m_0 — selle objekti mass paigaloleku puhul ehk nn. *seisumass* ja $c = 3 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ — valguse kiirus vaakuumis. Kui liikumiskiirus on valguse kiirusest tunduvalt väiksem, siis massi muutumist ei arvestata. Seda tuleb aga kindlasti teha siis, kui liikumise kiirus läheneb valguse kiirusele.

Võrrandist (2.2) tulenevad väga tähtsad järeldused. Kujutleme, et mingi keha liigub üha suureneva, valguse kiirusele läheneva kiirusega. Niisuguse liikumise korral kasvab mass pidevalt ja peab $v=c$ korral muutuma lõpmatult suureks ($m=\infty$). See tähendab, et kiiruse suurenedes tuleb keha kiirendada üha suurema jõuga. Kuid lõpmatult suuri jõude, mis annaksid kehale valguse kiiruse, looduses ei ole. Seega ei ole põhimõtteliselt võimalik panna keha liikuma valguse kiirusega. Valguse kiirusele ligilähedaste kiirustega puutub aga kaasaegne füüsika kokku: niisuguste kiirustega liiguvad näiteks elementaarosakesed kiirendites.

Märgime, et kiiruse kasvades suureneb osakese või keha mass vastavalt võrrandile (2.2), kuid osakesed ja kehad jäävad seejuures siiski iseenesteks.

Seoses äsjaöelduga peatume lühidalt ikka veel levinud, kuid täiesti ebaõigel ja mittefüüsikalisel massi tõlgendusel. Öeldakse, et keha mass on «keha aine hulk», s. t. mass seostatakse «ainehulgaga». Kaasaegne füüsika ei tunne mingit «ainehulka»! Võimalik, et kunagi ammu püüti selle terminiga iseloomustada molekulide või aatomite arvu kehas. Võib vaid kinnitada, et füüsika arengu kaasaegsel etapil, elementaarosakeste avastamise ajajärgul ei oleks saanud mõiste «ainehulk» tekkida. Paljud elementaarosakesed on aatomite koostisosad. Kui «ainehulgaks» lugeda nende osakeste arvu, millest kehad koosnevad, siis tuleks loomulikult peatuda mitte aatomite või molekulide arvul, vaid märksa «väiksemate» osakeste hulgal. Seda aga ei saa teha, sest elementaarosakesi iseloomustab võime vastastikusteks muundumisteks. Seetõttu pole ka võimalik öelda, kui palju ja missuguseid elementaarosakesi antud ajahetkel vaadeldavas kehas just on.

Kaasaegse füüsika seisukohalt võib mateeria esineda kahel kujul — *ainena* või *väljana*. Aine all mõistame kehi või kehade süsteeme ja osakesi või osakeste süsteeme, s. t. kõiki materiaalseid moodustisi. Väljadest tunneme gravitatsioonivälja, elektrivälja, magnetvälja jt., milledest meil tuleb juttu veel edaspidi. Mõlemad mateeria eksisteerimise vormid on teineteisega lahutamatult seotud, üks vorm eksisteerib tänu teisele, kusjuures mõlemad eksisteerimisvormid on ühe ja sellesama ühtse mateeria erinevateks ilminguteks.

Mass on mateeria lahutamatu omadus sõltumata sellest, mis kujul mateeria ka ei esineks. Nii ainel kui ka väljal on olemas mass. Seetõttu ei tohi kinnitada, et mass iseloomustab ainult ainet või ainult välja. Täiesti lubamatu on aga siduda massi füüsikalise sisuta mõistega «ainehulk».

Rõhutame, et Newtoni II seadust kujul (2.1) võib kasutada ainult siis, kui vaadeldava keha mass ei muutu.

Tihti kasutatakse arvutustes veel üht ainet iseloomustavat täht-

sat suurust — *tihedust* ϱ. Tihedus on füüsikaline suurus, mille arväärtus võrdub antud aine ühikulise ruumala massiga:

$$\varrho = \frac{m}{V}.$$

Vastavalt sellele valemile saame tiheduse mõõtühikud: 1 kg/m^3 — SI-süsteemis, 1 g/cm^3 — CGS-süsteemis ja 1 mtü/m^3 — MKGS-süsteemis.

Jõudude mõju sõltumatuse printsiip. Newtoni II seaduse teine kuju. Väga tähtsaks teesiks dünaamikas on *jõudude mõju sõltumatuse printsiip:* kehale mõjuv jõud annab talle kiirenduse, mis ei sõltu sellest, kas kehale mõjuvad veel teised jõud või mitte ja kas see keha oli enne jõu mõju algust paigal või liikus. Kui kehale mõjub mitu jõudu, siis annab igaüks neist talle «oma» kiirenduse, mis on arvutatav valemist (2.1).

Katseandmete üldistamise teel leiti, et jõuvektorid liituvad geomeetriliselt.

Dünaamikaülesannete lahendamisel tekib kiirenduse arvutamisel valemi (2.1) põhjal sageli viga, kui jõu $\boldsymbol{F}$ all mõeldakse ainult üht «liikumapanevat» jõudu, unustades, et $\boldsymbol{F}$ võib olla ka mitme jõu resultant. Tegelikult mõjutavad iga keha paljud teised kehad ja selle keha mitteinertsiaalse liikumise arvutamisel tuleb arvesse võtta kõik antud ülesandes olulised välised mõjustused. Vaatleme näiteks juhtu, kus me tõukame käega mingit keha mööda horisontaalset lauda. Kas keha kiirenduse määrab ainult meie käe tõukejõud? Ei, muidugi mitte. Kiirendus sõltub keha ja laua vahelisest hõõrdejõust ja ka õhutakistusest. Need jõud võib jätta arvesse võtmata ainult siis, kui nad on palju väiksemad jõust, millega me seda keha lükkame.

Kui jõu $\boldsymbol{F}$ mõjul kehale massiga m ajavahemiku Δt jooksul selle keha kiirus muutus $\Delta \boldsymbol{v}$ võrra, siis võib Newtoni II seaduse selle keha jaoks esitada kujul, mida väga sageli kasutatakse arvutustel. Et $\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$ ja $\boldsymbol{a} = \frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$ (keskmise kiirenduse definitsioonist), siis

$$\boldsymbol{F} = m\frac{\Delta \boldsymbol{v}}{\Delta t}$$

ehk

$$\boldsymbol{F}\Delta t = m\Delta \boldsymbol{v}. \tag{2.3}$$

Kasutades keha algkiiruse ($\boldsymbol{v}_0$) ja lõppkiiruse ($\boldsymbol{v}_t$) mõisteid, saame:

$$\boldsymbol{F}\Delta t = m\boldsymbol{v}_t - m\boldsymbol{v}_0. \tag{2.4}$$

Keha massi korrutist ta liikumiskiirusega (mv) nimetatakse keha *liikumishulgaks* (ehk *impulsiks*). Korrutist $F\Delta t$ nimetatakse jõuimpulsiks. Seetõttu formuleeritakse Newtoni II seadust ka järgmiselt: keha liikumishulga (impulsi) muutus jõu mõjumisaja Δt vältel on võrdne jõu ja selle mõjumisaja korrutisega ning samasuunaline jõuga.

Newtoni III seadus. See seadus väljendab vastastikuses mõjustuses olevate kehade üheväärsust: kahe keha vahel mõjuvad jõud on suuruselt võrdsed ja vastassuunalised. Newtoni III seaduse tundmiseta oleks võimatu jõudusid võrrelda ja mõõta.

Tõepoolest, kuidas jõudusid võrrelda? Kasutades ainult Newtoni II seadust, võib katseliselt määrata kiirendused a_1 ja a_2, mis keha massiga m saab jõudude F_1 ja F_2 mõjul. Niisugusel juhul

$$a_1 = \frac{F_1}{m} \text{ ja } a_2 = \frac{F_2}{m}.$$

Elimineerides m, saame siit valemi jõudude võrdlemiseks ühe ja sellesama keha kiirenduste võrdlemise teel:

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{a_1}{a_2}.$$

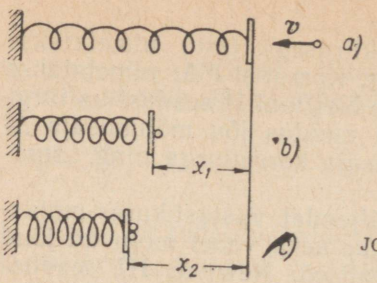
Lugedes üht jõudu, näiteks F_1, ühikuliseks, võib temaga võrrelda, s. t. mõõta mistahes jõudusid.

See arutlus on küll õige, sest ta on täielikus kooskõlas tähtsaima eksperimentaalse seadusega, kuid kasutada seda jõu praktiliseks mõõtmiseks on raske.

Seni me lihtsalt nimetasime jõudu F_1 jõu mõõduks. Kuidas muuta teda aga «materiaalseks», kuidas teda «etaloniseerida», et võrrelda temaga teisi jõudusid? Et seda on praktiliselt äärmiselt raske teha, siis hakati jõudusid mõõtma teisel põhimõttel.

Tuletame meelde, et peale kiirenduse andmise kehadele võivad jõud neid ka deformeerida, s. t. jõud võivad olla kehade mõõtmete või kuju muutumise põhjuseks. Looduses esinevaid niinimetatud *elastseid deformatsioone* iseloomustab see, et väliste jõudude mõju lakkamisel taastuvad keha mõõtmed täielikult ja et keha mõõtmete muutumine (deformatsiooni suurus) väliste jõudude mõjul on võrdeline nende jõudude suurusega. Seejuures võib selle võrdelisuse kindlaks teha isegi ilma jõudusid mõõtmata.

Deformeerugu vedru teatava kiirusega v liikuva väikese kuulikese löögijõu F_1 mõjul pikkuse x_1 võrra (joon. 14, *a* ja *b*). Teine, täpselt samasugune (sellesama kiirusega v liikuv jne.) kuulike mõjub vedrule arusaadavalt sellesama jõuga F_1, kui kummagi kuulikese mõju kestus Δt on võrdne. Mõlema kuulikese üheaegse mõjumise korral sama ajavahemiku Δt jooksul on vedru deformatsioon x_2. Kui katsel selgub, et $x_2 = 2x_1$ [et vedrule mõjuv jõud juhul (*c*) joonisel 14 on $2F_1$, selles me ei kahtle], siis kinnitab



JOON. 14

see deformatsiooni x ja mõjuva jõu F võrdelisust. Niisugusel juhul on x ja F väärtused seotud võrrandiga

$$F=kx, \tag{2.5}$$

kus k on deformeeritava keha *elastsustegur* (jäikus). Elastsustegur on arvuliselt võrdne jõuga, mis kutsub esile antud keha ühikulise deformatsiooni.

Seega oleme leidnud veel ühe mooduse jõudude võrdlemiseks (jällegi võrdlemiseks, mitte aga mõõtmiseks!) deformatsiooni järgi. Etalonjõu realiseerimine selle meetodi kasutamisel on juba võimalik.

Raskusjõud. Kui kehadele mõjub ainult Maa külgetõmbejõud, siis liiguvad nad maakera antud punktis kõik ühesuguse kiirendusega — *vaba langemise kiirendusega g*. See asjaolu (meenutame, et see kehtib vaid takistuseta liikumisel, s. o. liikumisel tühjuses) võimaldas Newtoni II seaduse põhjal võtta kasutusele veel ühe keha iseloomustava dünaamilise suuruse — *keha kaalu P*:

$$P=mg. \tag{2.6}$$

Mingi keha mass on selle keha lahutamatu omadus, sest ta iseloomustab selle keha käitumist mistahes dünaamikaülesandes. Iseenesest kehal aga kaalu «ei ole». Kaaluga iseloomustame tegelikult mitte antud isoleeritud keha, vaid seda keha Maa läheduses, s. t. juhul, kui sellele kehale mõjub maakera külgetõmbejõud. Kui teist, «külgetõmbavat» keha, s. o. Maad ei oleks, siis ei saaks me rääkida ka esimese keha kaalust.

Maapealsetes tingimustes, s. o. maakera külgetõmbejõu pideva mõju tingimustes kasutame kaalu mõistet edukalt. Ei tohi aga unustada, et kaal on ainult erilist liiki jõud. Ka kaalust, nagu igasugusest teisestki jõust, võime rääkida ainult juhul, kui on olemas vähemalt kaks keha — meid huvitav keha ja Maa. Vastupidisel korral ei oleks vastastikust mõju ega ka seda mõju mõõtvat jõudu.

Keha kaalu all tuleb mõista jõudu, mida see keha avaldab Maa külgetõmbe mõjul Maa suhtes liikumatule toele. Selleks toeks

võib olla laua horisontaalne pind, millel keha asetseb, või niit, mille otsas keha on üles riputatud, või siis mistahes muu keha. Jõudu, millega tugi mõjub kehasse ja mis antud juhul tasakaalustab keha kaalu, nimetatakse *toereaktsiooniks*. Juhime lugeja tähelepanu asjaolule, et keha kaal on tingitud Maa ja keha vastastikusest külgetõmbest, kuid kaal ei võrdu alati külgetõmbejõuga. Allpool selgitame seda lähemalt (vt. § 4, p. 2).

Võttes plaatina ja iriidiumi sulamist etaloni kaalu maakera teatavas kindlas punktis merepinna kõrgusel jõuühikuks (näiteks, jõuks 1 kG) ja kasutades jõudude võrdlemiseks ülalkirjeldatud meetodil elastset vedrut, võib jõude mõõta väga lihtsalt ja seejuures suure täpsusega.

Niisugusel viisil määratud jõu mõõtühik saigi MKGS-süsteemi põhiühikuks. Massi mõõtühik (mtü) tuletati aga võrrandist (2.1), võttes jõu ja kiirenduse võrdseks ühikuga:

$$m = \frac{F}{a},$$

$$1\ \text{mtü} = \frac{1\ \text{kG}}{1\ \text{m/s}^2} = 1\,\frac{\text{kG}\cdot\text{s}^2}{\text{m}}.$$

SI-süsteemis on põhiühikuks massi mõõtühik (kg). Jõu mõõtühik (1 njuuton) määratakse sel juhul Newtoni II seadusest:

$$F = ma;\quad 1\ \text{N} = 1\ \text{kg}\cdot 1\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 1\,\frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Üks tuhandik ülalnimetatud plaatina ja iriidiumi sulamist etaloni massist (1 g) on võetud CGS-süsteemi põhiühikuks, kusjuures jõu mõõtühik (1 dyn) määratakse jällegi Newtoni II seaduse abil:

$$1\ \text{dyn} = 1\ \text{g}\cdot 1\,\frac{\text{cm}}{\text{s}^2} = 1\,\frac{\text{g}\cdot\text{cm}}{\text{s}^2}.$$

Asjaolu, et kilogrammides mõõdetud massi arvväärtus on arvuliselt võrdne keha kaaluga jõukilogrammides, tekitab ülesannete lahendamisel sageli arusaamatusi.

Kõik sai alguse sellest, et ühte ja sedasama plaatina ja iriidiumi sulamist valmistatud silindrit kasutati nii massi kui ka jõu etalonina, lugedes selle kaalu ja massi ühikulisteks. Tundub, et kõik peaks olema korras ja selge. Nagu me aga juba märkisime, põhjustas täiesti erinevate suuruste ühikute ühesugune nimetus (kilogramm) ja mõõtühikute mitme süsteemi olemasolu suurt segadust.

Kõige rohkem vigu tehakse nähtavasti keha massi arvutamisel kaalu järgi või kaalu arvutamisel etteantud massi järgi. Niisuguste ülesannete lahendamisel unustatakse, et vastuse arvutami-

seks on vaja teada, missugust ühikute süsteemi lahendamisel kasutatakse. Näiteks küsitakse, kui suur on keha mass, kui ta kaalub 9,81 kG? Selles ülesandes vaadeldakse konkreetset keha, millel on oma kindel mass. Arv, mis näitab, kui mitme massiühikuga selle keha mass võrdub, sõltub sellest, missugustes ühikutes (*missuguse süsteemi* ühikutes) me ta väljendame. Selle keha mass on SI-süsteemis 9,81 kg, CGS-süsteemis 9810 g ja MKGS-süsteemis 1 mtü. Ühe ja sellesama keha massi arvväärtus ei ole erinevates süsteemides ühesugune!

Seetõttu soovitame tungivalt kõigil enne mingi ülesande lahendamist või pärast vastuse saamist üldkujul esitada endale küsimus: «Missuguse süsteemi ühikutes oleks meid huvitava suuruse arvväärtust kõige otstarbekohasem arvutada?»

Nagu omal ajal võeti kasutusele aine tiheduse mõiste, nii võime võtta kasutusele veel ühe ainet iseloomustava suuruse, mida nimetatakse *erikaaluks* (*d*). Erikaal on füüsikaline suurus, mille arvväärtus võrdub ühikulise ruumalaga aine kaaluga:

$$d = \frac{P}{V}.$$

Märgime, et termin «erikaal» tuli füüsikasse sel ajal, kui veel ei tehtud vahet «raskusjõu» ja «kaalu» vahel. Kaasajal on neil terminitel erinev mõte (keha kaalust räägime pikemalt käesoleva paragrahvi neljandas punktis) ja õigem oleks rääkida mitte aine «erikaalust», vaid aine «eriraskusjõust». Seni seda aga veel ei praktiseerita.

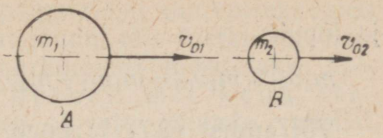
SI-süsteemis on erikaalu ühikuks 1 N/m^3, CGS-süsteemis — 1 dyn/cm^3 (mitte aga 1 G/cm^3, nagu sageli arvatakse, unustades, et jõudu mõõdetakse CGS-süsteemis düünides, mitte aga jõugrammides!) ja MKGS-süsteemis — 1 kG/m^3.

2. Impulsi jäävuse seadus

Üheks tähtsamaks seaduseks mitte ainult mehaanikas, vaid kogu füüsikas üldse on *liikumishulga jäävuse seadus*. Viimasel ajal nimetatakse seda seadust üha sagedamini *impulsi jäävuse seaduseks*. Selle seaduse matemaatilise võrrandi saamiseks rakendame Newtoni II ja III seadust kahe vastastikuses mõjustuses oleva keha kohta.

Lennaku kerake *A*, mille mass on m_1, vaakuumis horisontaalselt kiirusega v_{01} kerakese *B* järel, mille mass on m_2. Kerake *B* liigub mööda sedasama horisontaalset trajektoori kiirusega v_{02} (joon. 15). Kerade kokkupõrkel tekivad jõud F_1 ja F_2, mis Newtoni III seaduse põhjal on suuruselt võrdsed, kuid vastupidise suunaga. Jõuga F_1 mõjub kerake *B* kerasse *A* ja jõuga F_2 kerake

JOON. 15



A kerasse B. Olgu kerakesed absoluutselt elastsed, s. t. kui nad kokkupõrkel veidi deformeeruvadki, siis taastub nende kuju otsekohe. Kokkupõrke tagajärjel muutuvad kerakeste kiirused. Kerakesele A kokkupõrkel mõjuv jõud on vastassuunaline liikumisele, mistõttu kerakese kiirus peab vähenema. Kerakesele B aga mõjub jõud liikumise suunas, mistõttu ajavahemiku jooksul, mil see jõud mõjub, peab kerake liikuma kiirenevalt.

Olgu kerakeste kiirused pärast kokkupõrget v_{t1} ja v_{t2}.

Kui kokkupõrke kestus oli Δt, siis võib kiirendused arvutada järgmiselt:

$$a_1 = \frac{v_{t1} - v_{01}}{\Delta t}$$

(siin võtsime arvesse, et $v_{t1} < v_{01}$ ja seega a_1 on negatiivne kiirendus, mis määrab kera A liikumise aeglustumise jõu F_1 mõjul) ja

$$a_2 = \frac{v_{t2} - v_{02}}{\Delta t}.$$

Asendades a_1 ja a_2 nende väärtustega Newtoni II seaduse põhjal, saame:

$$\frac{F_1}{m_1} = \frac{v_{t1} - v_{01}}{\Delta t}$$

ja

$$\frac{F_2}{m_2} = \frac{v_{t2} - v_{02}}{\Delta t}.$$

Pärast lihtsaid teisendusi saame:

$$F_1 \Delta t = m_1 (v_{t1} - v_{01})$$

ja

$$F_2 \Delta t = m_2 (v_{t2} - v_{02}).$$

Et jõudude mõjumise aeg Δt on ühesugune ja jõud on Newtoni III seaduse põhjal suuruselt võrdsed, kuid suunalt vastupidised, siis

$$m_1 (v_{01} - v_{t1}) = m_2 (v_{t2} - v_{02})$$

ehk

$$m_1 v_{01} - m_1 v_{t1} = m_2 v_{t2} - m_2 v_{02} \qquad (2.7)$$

ja lõpuks

$$m_1 v_{01} + m_2 v_{02} = m_1 v_{t1} + m_2 v_{t2}. \tag{2.8}$$

Võrrandist (2.7) järgneb, et kehade liikumishulkade (impulsside) muutused vastastikuse mõjustamise tagajärjel on võrdsed (absoluutväärtuselt). Võrrandist (2.8) järeldub, et kokkupõrke tagajärjel kehade liikumishulkade summa ei muutu.

Juhime tähelepanu, et vaadeldavate kerakeste liikumishulgad muutusid ainult vastastikuse mõjustuse tõttu ja mingisuguseid kerakeste suhtes väliseid mõjustusi ei olnud.

Liikumishulga jäävuse seadus kehtib ainult «suletud» ehk «isoleeritud» süsteemide korral.

Suletud ehk isoleeritud süsteemi all mõistame niisugust kehade süsteemi, mille igale kehale mõjuvate väliste, sellesse süsteemi mittekuuluvate kehade poolt tekitatud jõudude resultant võrdub nulliga või on kaduvväike, võrreldes süsteemi enda kehade vahel mõjuvate jõududega.

Suletud süsteemi moodustavad näiteks kaks vankrikest, mis on omavahel ühendatud vedruga. Vastastikuse mõju jõudude kõrval mõjub kummalegi vankrile veel ta kaal. Kaalud (s. o. maakera külgetõmbest tingitud jõud) tasakaalustuvad toereaktsioonidega, kui toeks (veel üks süsteemiväline keha) on horisontaalne pind. Kui vankrikeste liikumisel mõjuvad neile mitte millegagi tasakaalustatud hõõrdejõud, siis vankrikesed arusaadavalt ei moodusta enam suletud süsteemi.

Öeldust nähtub, et süsteemi suletuse küsimusse tuleb suhtuda alati väga hoolikalt.

3. Hõõrdejõudude arvestamine dünaamikaülesannete lahendamisel

Nagu öeldud, mõjuvad liikuvale kehale paljude teiste kehade jõud. Kui vaadeldav keha puutub kokku pinnaga, millel ta liigub, ümbritseva õhuga jne., siis tekivad liikuva ja ümbritsevate kehade osakeste vahel jõud, mida nimetatakse *hõõrdejõududeks. Hõõrdejõu* F_h väärtus sõltub hõõrduvate pindadega risti mõjuva jõu N_n suurusest, hõõrduvate pindade kujust, materjalist ja töötlemise kvaliteedist. Jõudu N_n nimetatakse sageli normaalisuunaliseks toereaktsiooniks. Viimase kahe faktori mõju määratakse katseliselt ja võetakse arvesse *hõõrdeteguriga* k:

$$F_h = kN_n. \tag{2.9}$$

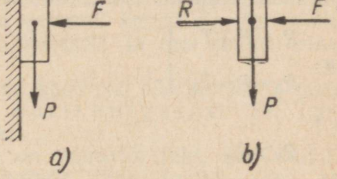
Hõõrdejõu väärtus sõltub ka kokkupuutes olevate pindade liikumiskiirusest üksteise suhtes, kuid füüsika elementaarkursuses seda tavaliselt ei arvestata. Märgime vaid, et mingi teise kõva

kehaga kokkupuutes oleva kõva keha paigaloleku muutmiseks tuleb talle rakendada välist nullist erinevat jõudu, mis ületab nn. *paigaloleku hõõrdejõu*. Füüsika elementaarkursuses mõistetakse paigaloleku hõõrdejõu all hõõrdejõudu hetkel, mil keha liikuma hakkab, s. t. kokkupuutes olevate pindade vahelist maksimaalset jõudu, mida peab ületama keha paigalolekut muutev väline jõud. Kehale tema liikumise ajal mõjuv hõõrdejõud võib olla paigaloleku hõõrdejõust väiksem.

Erilist tähelepanu tuleb pöörata kehade kokkupuutepindade normaalisuunaliste jõudude selgitamisele. Isegi siis, kui vaadeldav keha asub horisontaalsel pinnal, ei ole keha kaal alati ainuke jõud, mis tekitab normaalisuunalise jõu N_n.

Ülesanne. Kui suure horisontaalse jõuga F tuleb suruda puitklotsi vastu vertikaalset seina ($k=0{,}5$), et klots maha ei kukuks (joon. 16, *a*), kui klotsi kaal $P=2$N?

Ülesandes on antud klotsile rakendatud jõud F ja P. Meid huvitab juht, kus klots ei kuku alla, vaid on paigal. Missugustel tingimustel aga jääb klots paigale? Jõu P mõjul võib klots liikuda ainult allapoole. Seda aga juhtuda ei tohi. Seega peab klotsile mõjuma vertikaalselt üles suunatud jõud, mis tasakaalustab jõu P. Antud tingimustel võib niisuguseks jõuks olla ainult hõõrdejõud F_h. Jõu F mõjul ei tohi klots aga liikuda ka vasakule. Järelikult peab jõud F olema tasakaalustatud seina reaktsioonjõuga R. Nende nelja jõu mõjul (joon. 16, *b*) võib klots olla liikumatu: jõudude R ja F võrdsus garanteerib, et klots ei hakka liikuma horisontaalsuunas, võrdus $F_h=P$ aga, et ta ei hakka liikuma vertikaalsuunas.



JOON. 16

Normaalisuunaliseks reaktsioonjõuks N_n on antud juhul jõud R, s. t. klotsi vertikaalsuunalise tasakaalu tingimuse võib antud juhul kirjutada kujul $kR=P$. Võttes arvesse, et $R=F$, saame:

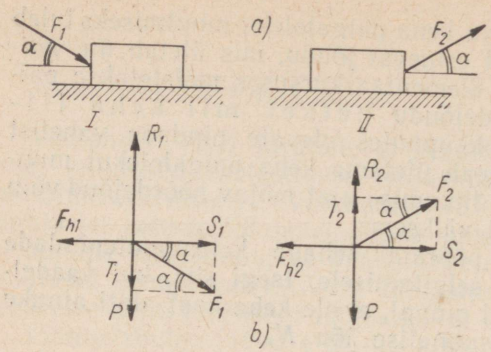
$$kF=P,$$

millest

$$F=\frac{P}{k} \text{ ehk } F=\frac{2}{0{,}5}=4\text{ N}.$$

Ülesanne. Kasti, mille kaal $P=100$ N, nihutatakse ühtlaselt mööda horisontaalset põrandat, rakendades jõudu F, mille mõjumise suund moodustab horisondiga nurga $\alpha=\frac{\pi}{6}$. Määrata selle jõu suurus, kui hõõrdetegur $k=0{,}4$.

Keha võib liikuda ühtlaselt ainult siis, kui kõikide temale mõjuvate jõudude geomeetriline summa võrdub nulliga. Antud juhul mõjub kastile neli



JOON. 17

jõudu: kasti kaal P, põranda reaktsioonjõud R, liikumapanev jõud F ja hõõrdejõud F_h. Et tegemist on kasti horisontaalse kulgliikumisega (kast ei lähe kummuli jne.), võib lugeda, et kõik temale mõjuvad jõud on rakendatud raskuskeskmesse. Jõudude P, R ja F_h suunad on teada. Missuguses suunas mõjub aga jõud F? Antud nurk jõu F ja horisontaalsuuna vahel ei määra veel jõu suunda üheselt. Siin on tegemist juhuga, kus ülesanne ei ole formuleeritud rangelt. Seda esineb praktikas küllaltki sageli.

Ülesandes on võimalik jõudu F rakendada kahel viisil (*I* ja *II*) (joon. 17, *a*). Joonisel 17, *b* on toodud raskuskeskmesse rakendatud jõudude skeemid mõlema variandi jaoks.

Jõudude geomeetrilise liitmise lihtsustamiseks lahutame jõu F kaheks komponendiks: horisontaalseks, mis põhjustab kasti liikumise, ja vertikaalseks. On selge, et variandi *I* korral surub komponent T_1 koos kaaluga P kasti vastu põrandat.

Variandi *II* korral aga püüab komponent T_2 rebida kasti põranda küljest lahti ja vähendada kasti survejõudu põrandale. Sellest võib järeldada, et põranda reaktsioonjõud on nende variantide korral erinev:

$$\left.\begin{aligned} &R_1 = P + T_1 \\ \text{ja} \\ &R_2 = P - T_2, \end{aligned}\right\} \qquad \text{(a)}$$

s. t.

$$R_1 > R_2.$$

Kui kast ei vaju läbi põranda ega tõuse õhku, kehtivad Newtoni III seaduse põhjal võrrandid (a).

Ühtlase horisontaalse liikumise korral peavad kehtima seosed

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= F_{h1}, \\ S_2 &= F_{h2}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(b)}$$

On selge, et

$$\left.\begin{aligned} S_1 &= F_1 \cos \alpha, \\ S_2 &= F_2 \cos \alpha. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(c)}$$

ja

$$\left.\begin{aligned} T_1 &= F_1 \sin \alpha, \\ T_2 &= F_2 \sin \alpha. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(d)}$$

Nagu alati, võib võrrandi (2.9) põhjal hõõrdejõu anda kujul:

$$\left.\begin{aligned} F_{n1} &= kN_{n1}, \\ F_{n2} &= kN_{n2}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(e)}$$

Kastile hõõrduvate pindade suhtes normaali suunas mõjuvateks jõududeks N_{n1} ja N_{n2} on neil juhtudel põranda reaktsioonjõud R_1 ja R_2. Arvestades võrdust (a), saame:

$$\left.\begin{aligned} N_{n1} &= P + T_1, \\ N_{n2} &= P - T_2. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(f)}$$

Näeme, et mõlemal juhul sõltuvad hõõrdejõude määravad normaalisuunalised reaktsioonjõud otsitava jõu vertikaalsetest komponentidest.

Võrdustest (b) – (f) saame:

$$F_1 \cos\alpha = k(P + F_1 \sin\alpha),$$

$$F_2 \cos\alpha = k(P - F_2 \sin\alpha).$$

Pärast teisendamist leiame:

$$\left.\begin{aligned} F_1 &= P\,\frac{k}{\cos\alpha - k\sin\alpha}, \\ F_2 &= P\,\frac{k}{\cos\alpha + k\sin\alpha}. \end{aligned}\right\} \qquad \text{(g)}$$

Saadud kaks võrdust erinevad ainult murru nimetaja teise liikme märgi poolest, kusjuures on selge, et $F_1 > F_2$.

Selgub, et ei ole sugugi ükskõik, kas tõugata või tõmmata kasti ühtlaselt konstantse kiirusega (kui jõud moodustab horisontaalsuunaga teatava nurga)! Kuidas seda seletada? Ainult hõõrdejõuga. Tõepoolest, kui hõõrdumist ei ole ($k=0$), siis saame valemite (g) põhjal mõlema variandi korral $F_1 = F_2 = 0$. Niisugusel juhul võiks kast libiseda inertsi tõttu ühtlaselt ja iga nullist erinev jõud paneks kasti liikuma k i i r e n e v a l t.

Esimese ja teise variandi vastuste erinevus kaob ka hõõrdumise olemasolu korral, kui kastile rakendatud jõud on h o r i s o n t a a l n e. Sel juhul $\alpha = 0$ ja valemitest (g) järeldub, et $F_1 = F_2 = kP$.

Märgime veel, et esimese variandi korral on võimalik juht, kus ükskõik kui suur jõud F_1 ei suuda kasti paigalt nihutada. See juhtub siis, kui $\cos\alpha \leqslant k\sin\alpha$, s. t. kui jõud F_1 on rakendatud kastile nurga $\alpha \geqslant \operatorname{arccot} k$ all. Niisugusel juhul ei piisa jõust S_1 tekkiva hõõrdejõu F_{h1} ületamiseks.

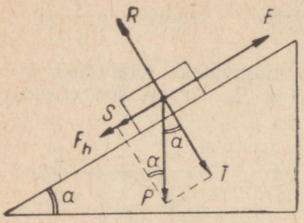
Valemitest (g) nähtub, et jõudude F_1 ja F_2 ühikud on needsamad mis jõu P ühikud, sest murrud on ühikuta suurused. Asetades valemisse arvväärtused, saame:

$$F_1 = 100\,\frac{0{,}4}{0{,}866 - 0{,}4 \cdot 0{,}5} = 60\ \text{N},$$

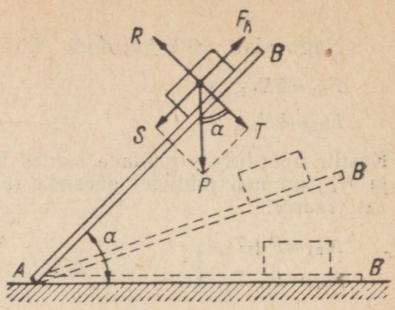
$$F_2 = 100\,\frac{0{,}4}{0{,}866 + 0{,}4 \cdot 0{,}5} = 37{,}6\ \text{N}.$$

Ülesanne. Määrata mööda kaldpinda keha ühtlaseks ülesnihutamiseks vajaliku jõu F sõltuvus kaldpinna kaldenurgast α, kui keha kaal on P ja hõõrdetegur k. Jõud F mõjub kaldpinnaga paralleelselt.

Joonisel 18 on toodud jõudude skeem antud tingimustel. Ühtlase liikumise korral on täidetud tingimused



JOON. 18



JOON. 19

$$\left.\begin{aligned} T&=R,\\ F&=S+F_h. \end{aligned}\right\} \qquad (a)$$

Jõudude kolmnurgast leiame, et

$$\left.\begin{aligned} S&=P\sin\alpha,\\ T&=P\cos\alpha. \end{aligned}\right\} \qquad (b)$$

Reaktsioonjõud R, mis antud juhul on võrdne keha raskusjõu komponendi T väärtusega, määrab hõõrdejõu:

$$F_h=kR=kP\cos\alpha. \qquad (c)$$

Asetades (b) ja (c) abil määratud suurused võrrandisse (a), saame otsitava seose:

$$F=P\sin\alpha+kP\cos\alpha=P(\sin\alpha+k\cos\alpha).$$

Kui $\alpha=0$, siis $F=kP$, kui $\alpha=\frac{\pi}{2}$, siis $F=P$. Viimasel juhul tõstab jõud F keha vertikaalselt üles, ületades keha kaalu, kaldpind aga on muutunud vertikaalseks ja ei toeta enam keha.

Soovitame lugejal iseseisvalt analüüsida juhtu, kui $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$. (Vaadelge tingimata mõnd nurga α väärtust, mis on lähedane $\alpha=\operatorname{arccot} k$ väärtusele.)

Ülesanne. Horisontaalsel alusel on ristkülikukujulise ristlõikega laud ja sellel keha, mille kaal on P (joon. 19). Tõstame laua ühte otsa nii, et tekib muutuva kaldenurgaga kaldpind. Kui suure kaldenurga α korral hakkab keha laualt maha libisema? Hõõrdetegur on k.

Keha hakkab libisema mööda lauda, kui liikumist põhjustav jõud S ületab paigaloleku hõõrdejõu F_h. Skeemilt (joon. 19) nähtub, et

$$\left.\begin{aligned} S&=P\sin\alpha,\\ T&=P\cos\alpha. \end{aligned}\right\}$$

Neist seostest järeldame, et nurga α kasvamisel raskusjõu komponent S (libisemapanev jõud) suureneb, reaktsioonjõud R aga, mis määrab hõõrdejõu libisemise alghetkel ja mis arvuliselt on võrdne komponendi T väärtusega ($F_h=kR=kT$), väheneb. Libisemine algab, kui komponent S muutub hõõrdejõust F_h veidi suuremaks. Ülesande lahendamiseks on aga vaja leida nurk, mis vastab piirjuhule, kui mõlemad jõud on võrdsed:

$$P\sin\alpha=kP\cos\alpha.$$

Jagades võrrandi mõlemad pooled korrutisega $P \cos \alpha$, saame pärast taandamist:

$$k = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha$$

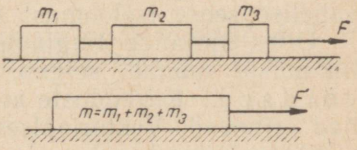
või

$$\alpha = \arctan k.$$

Saadud tulemus ei sõltu keha kaalust ja pakub erilist huvi selle poolest, et ta annab võimaluse määrata hõõrdetegurit selle materjalipaari jaoks, millest on valmistatud keha ja laud. Keha hakkab libisema mööda kaldpinda alla niipea, kui kaldpinna kaldenurga tangens saab kas hõõrdeteguriga võrdseks või ületab selle. Niisuguse hõõrdeteguri määramise mooduse korral ei ole vaja isegi dünamomeetrit!

4. Vastastikuses mõjustuses olevate kehade süsteemide liikumise dünaamika

Mehaanika selle osa ülesannete lahendamisel tekivad raskused harilikult seetõttu, et ei arvestata iga üksiku keha liikumise iseloomu ja kehadevahelisi vastastikuseid mõjustusi. Newtoni II seadus kujul (2.1) või (2.4) on rakendatav iga konstantse massiga keha korral, kusjuures viimase all võib mõningail juhtudel mõelda ka mitmest kehast koosnevat süsteemi. Niisugune asendus on aga võimalik vaid sel juhul, kui meid ei huvita süsteemi kuuluvate kehade vastastikuse mõjustuse detailid või kui kõik süsteemi kuuluvad kehad liiguvad täiesti ühtemoodi, s. t. nende kiirus- ja kiirendusvektorid on ühesugused (mitte ainult suuruselt, vaid ka suunalt) jne.



JOON. 20

Nii näiteks võib kolm omavahel vastastikuses mõjustuses olevat (niitidega kokkuseotud) keha, mille massid on m_1, m_2 ja m_3, asendada ühe kehaga, mille mass on $m = m_1 + m_2 + m_3$, kui need kehad liiguvad mööda horisontaalset pinda välise jõu F mõjul (joon. 20) ja meid huvitab ainult kogu süsteemi kiirendus. Tõepoolest, kui niidid ei veni, tõmbejõud nendes aga meid ei huvita, siis on kõigi kehade kiirendused ühesugused nii suuruse kui ka suuna poolest. Ka süsteem kui tervik liigub sellesama kiirendusega. Jõudu F võib niisugusel juhul vaadelda ainukese «liikumapaneva» jõuna, mis on rakendatud kehale massiga m.

Katsed niisuguse ühise liikumapaneva jõu leidmiseks teiste vastastikuses mõjustuses olevate kehade süsteemide korral lõpevad sageli ebaõnnestumisega.

TRÜ Raamatukogu

Võrrandi (2.1) vektoriaalsuse arvestamine.

Pidades meeles, et võrrand (2.1) on vektoriaalne (vektorite a ja F suunad ühtivad), tabame sageli juba iseenesest õige mõttekäigu.

Analüüsime kehade liikumise põhjusi ja iseloomu järgmise näite varal.

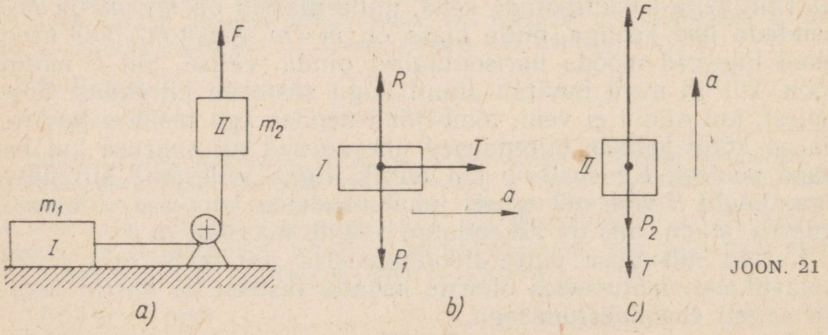
Horisontaalsel laual asetseb keha *I*, mille mass on m_1. Üle ploki asetatud venimatu ja kaalutu niidi abil on selle keha külge kinnitatud keha *II*, mille mass on m_2. Kehale *II* mõjub vertikaalselt üles suunatud jõud F (joon. 21, *a*). Kui suur on tõmbejõud niidis? Missugused jõud põhjustavad kummagi keha kiireneva liikumise? Hõõrdejõudu pole vaja arvestada.

Niit on käesoleval juhul süsteemi kolmandaks kehaks, n.-ö. *seoseks* ülejäänud kahe keha vahel, mis annab edasi kehadevahelist vastastikust mõjustust. Painduv niit võimaldab panna esimese keha liikuma horisontaalsuunas teise keha vertikaalse tõstmise arvel. Kehadevaheline seos määrab süsteemi üksikute osade liikumise iseloomu.

Venimatu niit on veel üheks dünaamikas sageli kasutatavaks mudeliks. Niisugune niit võib küll muuta oma kuju, kuid ta pikkus jääb muutumatuks. (Niidi kaalutust selgitame edaspidi.)

Kas sel venimatusel on mingit tähtsust antud ülesandes? Jah, on küll. Niidi mittevenivuse korral on *I* ja *II* keha kiiruste ja kiirenduste vastavad arvväärtused võrdsed, sest niipalju, kuipalju *II* keha nihkub teatava ajavahemiku jooksul ülespoole, nihkub *I* keha edasi horisontaalsuunas. Kui niit muudaks oma pikkust, siis oleks kummagi keha liikumise iseloom erinev. Süsteemi kehade vahelise seose iseloomust sõltub väga palju!

Olles ülesande tingimuste põhjal teinud kindlaks võimalike liikumiste suunad, selgub, et kehade kiirendused pole võrdsed. Kiirenduste arvväärtused on küll võrdsed, kuid suunad erinevad. Vektoriaalses mõttes (arvestades suundade erinevust) on kiirendused erinevad, järelikult ei saa olla ühesugused ka nende põhjused.



JOON. 21

Käesolevas ja paljudes teistes analoogilistes ülesannetes on süsteemi iga keha kiireneva liikumise põhjuseks e r i j õ u d. Ei tohi hakata otsima ühtainust kogu süsteemi liikumist põhjustavat jõudu, sest s e l l i s t j õ u d u e i o l e g i.

Niisuguste ülesannete lahendamiseks võiks soovitada järgmist skeemi: s ü s t e e m i i g a k e h a t u l e b k ä s i t l e d a i s e s e i s v a l t; t u l e b s e l g i t a d a k õ i k k e h a d (s e a l h u l g a s k a s e o s e d), m i s m õ j u v a d v a a d e l d a v a s s e k e h a s s e; k e h a d e v a s t a s t i k u s e d m õ j u s t u s e d t u l e b a s e n d a d a v a s t a v a t e j õ u d u d e g a; r a k e n d a d e s s ü s t e e m i i g a k e h a k o r r a l N e w t o n i II s e a d u s t, v i i a k õ i k v a a d e l d a v a l e k e h a l e m õ j u v a d j õ u d s e l l e s e a d u s e v õ r r a n d i s s e, sest jõud F võrrandis (2.1) ongi kõikide nende jõudude geomeetriline summa.

Missugused kehad mõjuvad antud ülesandes vahetult esimesele kehale? Arvestamata õhutakistust liikumisel on niisuguseid kehi kolm: Maa, laua pind, mida mööda keha liigub, ja niit. Asendame nende mõjustused kehale rakendatud jõududega (joon. 21, *b*): P_1 — keha kaal, mis on tingitud maakera külgetõmbest, R — laua reaktsioonjõud, T — tõmbejõud niidis. Kui me arvestaksime hõõrdumist esimese keha ja laua pinna vahel, siis tuleks kehale rakendada veel ka hõõrdejõudu.

Tähistame joonisel võimaliku kiirenduse suuna noolekesega.

Missuguse jõuga peame nüüd asendama jõu F võrrandis (2.1)? Jõud R ja P_1 tasakaalustavad teineteist. Muuseas, kui need jõud mingil põhjusel ei olekski võrdsed, ei mõjutaks see keha horisontaalsuunalist kiirendust. Kehale *I* mõjuv vertikaalne jõud võib tekitada ainult vertikaalsuunalist kiirendust, pannes keha hüppama üles või vajuma läbi laua.

Ainukeseks tasakaalustamata jõuks on niidi tõmbejõud T ja ainult see võibki panna esimest keha liikuma. Newtoni II seaduse kirjutame antud juhul järgmiselt:

$$T = m_1 a.$$

Analoogilise arutlusega saame teisele kehale rakendatud jõudude skeemi (joon. 21, *c*). Selle keha kiirendus peab olema suunatud vertikaalselt üles. See on võimalik, kui kõik kehale *II* mõjuvad jõud (F, P_2 ja T) on vertikaalsuunalised ja

$$F > (P_2 + T).$$

Teise keha liikumist põhjustavaks jõuks on nende kolme jõu resultant. Newtoni II seaduse põhjal

$$F - P_2 - T = m_2 a.$$

Kehale mõjuva resulteeriva jõu ($F - P_2 - T$) vektor on samasuunaline (nagu alati Newtoni II seaduse võrrandis) kiirendusvektoriga (a).

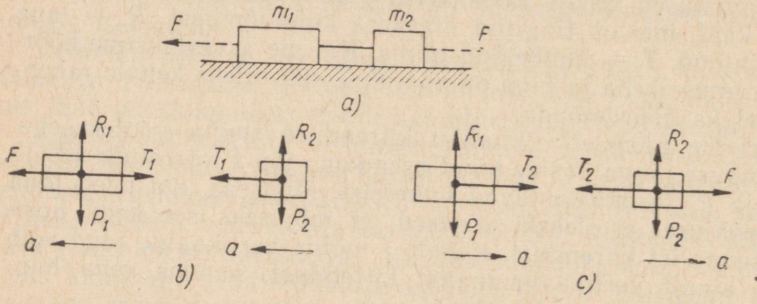
Lahendades kahest ülaltoodud võrrandist koosneva süsteemi, võime leida otsitava kiirenduse ja tõmbejõu niidis:

$$a = \frac{F-P_2}{m_1+m_2} = \frac{F-m_2g}{m_1+m_2},$$

$$T = m_1\frac{F-m_2g}{m_1+m_2} = \frac{F-m_2g}{1+\frac{m_2}{m_1}}.$$

Nagu juba märkisime, on kehade *I* ja *II* kiirendused arvuliselt võrdsed. Et aga kehade massid erinevad, siis ei saa neid kiirendusi tekitavad jõud olla võrdsed.

Süsteemi liikumissuuna arvestamine. Juhime tähelepanu asjaolule, et süsteemi kuuluvate kehade vastastikuse mõjustuse iseloom võib mõnikord sõltuda niisugusest näiliselt «ebaolulisest» tegurist nagu süsteemi liikumissuund.



JOON. 22

Kas joonisel 22, *a* kujutatud süsteemi kiirendus sõltub sellest, missugusele kehale on rakendatud väline jõud *F*? Kas tõmbejõud niidis sõltub süsteemi liikumissuunast? Lepime kokku, et pind, millel kehad liiguvad, on horisontaalne ja ideaalselt sile. Seega hõõrdejõud puuduvad. Õhutakistust liikumisel me ei arvesta ja oletame, et niit, millega kehad omavahel ühendatakse, ei veni. Joonisel 22, *b* ja *c* on toodud kaks varianti jõudude rakendamise kohta nendele liikuvatele kehadele.

Et niit ei veni, siis on antud juhul ka kehade kiirenduste väärtused võrdsed. Silmas pidades, et mõlema variandi korral mõjub kehadele üks ja seesama väline jõud, võime süsteemi (lahenduse antud etapil võime süsteemi vaadelda ühe kehana, mille mass $m = m_1 + m_2$) kiirenduse arvutada Newtoni II seaduse põhjal:

$$a = \frac{F}{m_1+m_2}. \qquad (2.10)$$

Newtoni II seaduse põhjal võime kirjutada kummagi horisontaalselt kiirendusega *a* liikuva keha jaoks võrdused:

variant (b)

$$\left.\begin{aligned} F-T_1&=m_1a,\\ T_1&=m_2a \end{aligned}\right\} \tag{2.11}$$

ja variant (c)

$$\left.\begin{aligned} F-T_2&=m_2a,\\ T_2&=m_1a. \end{aligned}\right\} \tag{2.12}$$

Liites võrrandite (2.11) või (2.12) vasakud ja paremad pooled, saame kiirenduse jaoks valemi, mis ühtib võrrandiga (2.10). Lahendades ülalsaadud võrrandisüsteemid niidi tõmbejõu suhtes, saame kummagi variandi jaoks erinevad tulemused:

$$\left.\begin{aligned} T_1&=F\frac{m_2}{m_1+m_2},\\ T_2&=F\frac{m_1}{m_1+m_2}. \end{aligned}\right\} \tag{2.13}$$

Kui $m_1 > m_2$, siis on tõmbejõud niidis T_2 teise variandi korral suurem kui niidis T_1 esimese variandi korral. Tõepoolest, niidi tõmbejõud peab kummagi variandi korral andma erinevate massidega kehadele ühe ja sellesama kiirenduse. Jagades võrrandite (2.13) vasakud ja paremad pooled omavahel, leiame, et

$$\frac{T_1}{T_2}=\frac{m_2}{m_1},$$

s. t. tõmbejõud niidis on võrdeline selle keha massiga, mille jaoks ta on ainukeseks jõuks, mis tekitab liikumise kiirenduse antud suunas.

Hõõrdumise olemasolu korral tuleb võrrandite (2.11) asemel kirjutada

$$\begin{aligned} F-T_1-F_{h1}&=m_1a,\\ T_1-F_{h2}&=m_2a. \end{aligned}$$

Olgu hõõrdetegur mõlema keha korral k. Arvestades, et kehad liiguvad horisontaalselt, saame:

$$\left.\begin{aligned} F-T_1-km_1g&=m_1a,\\ T_1-km_2g&=m_2a. \end{aligned}\right\} \tag{2.14}$$

Võrrandite (2.12) asemel saame:

$$\left.\begin{aligned} F-T_2-km_2g&=m_2a,\\ T_2-km_1g&=m_1a, \end{aligned}\right\} \tag{2.15}$$

millest

$$T_1 = F\frac{m_2}{m_1+m_2}$$

ja

$$T_2 = F\frac{m_1}{m_1+m_2}.$$

Näeme, et tõmbejõud niidis arvutatakse ka sel juhul valemite (2.13) järgi, kus lugejas seisab «tagumise vaguni» mass. Tõmbejõud niidis ei olene hõõrdumisest, kui kummagi keha hõõrdetegurid on liikumisel mööda üht ja sedasama tugipinda (rööpad) võrdsed.

Kas hõõrdumise olemasolu korral võib kehade kiirendust arvutada valemi (2.10) järgi? Lahendame võrrandisüsteemid (2.14) ja (2.15) kiirenduse suhtes. Kehade liikumisel vasakule või paremale võime kirjutada:

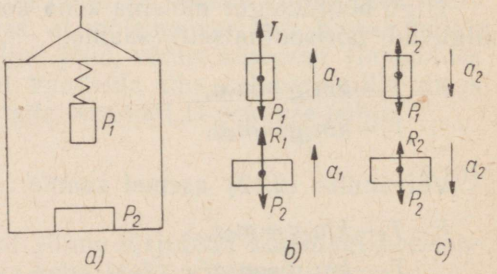
$$a = \frac{F}{m_1+m_2} - kg. \qquad (2.16)$$

Nagu võis oletada, on kiirendus hõõrdumise korral väiksem kui ainuüksi välise konstantse jõu F mõjul.

Keha mõju liikuvale toele. Keha kaalu mõiste. Olgu keha, mille kaal on P_1, riputatud vedruga lifti lae külge, lifti põranda aga asetsegu teine keha, mille kaal on P_2 (joon. 23, *a*). Kui suure jõuga mõjub esimene keha vedrule ja teine lifti põrandale, kui lift liigub: 1) kiirendusega a_1 üles ja 2) kiirendusega a_2 alla?

Kehadele mõjuvate jõudude skeemid on kummagi liikumisvariandi korral kujult täpselt ühesugused (joon. 23, *b* ja *c*). Esimesele kehale mõjub keha kaal P_1 ja vedru tõmbejõud T_1 või T_2, teisele kehale aga keha kaal P_2 ja põranda reaktsioonjõud R_1 või R_2. Nende jõudude mõjul peavad kehad esimesel juhul liikuma kiirendusega a_1 üles ja teisel juhul kiirendusega a_2 alla. Kirjutame Newtoni II seaduse mõlema keha jaoks esimese liikumisvariandi korral:

$$T_1 - P_1 = m_1 a_1,$$
$$R_1 - P_2 = m_2 a_1.$$



JOON. 23

Liidetavate märgid olenevad nagu alati vektorite suundadest: jõud on positiivne, kui ta suund ühtib keha kiirendusvektori suunaga, ja negatiivne, kui see jõud ja kiirendusvektor on vastassuunalised. Avaldades T_1 ja R_1

$$T_1 = P_1 + m_1 a_1,$$

$$R_1 = P_2 + m_2 a_1$$

näeme, et otsitavad jõud, mida esimene keha avaldab vedrule ja teine keha kabiini põrandale (nende arvväärtused on võrdsed vastavalt jõududega T_1 ja R_1, kuid suunad on vastupidised) on suuremad kui vastavate kehade kaalud, sest $T_1 > P_1$ ja $R_1 > P_2$, kui $a_1 > 0$. Kehad näivad olevat muutunud raskemaks. Võrdused $T_1 = P_1$ ja $R_1 = P_2$ kehtivad vaid süsteemi ühtlase sirgliikumise või paigaloleku korral ($a_1 = 0$).

Teise liikumisvariandi korral

$$P_1 - T_2 = m_1 a_2,$$

$$P_2 - R_2 = m_2 a_2,$$

millest

$$T_2 = P_1 - m_1 a_2,$$

$$R_2 = P_2 - m_2 a_2.$$

Näeme, et nende kehade poolt vedrule ja lifti põrandale avaldatavad jõud on allapoole liikumisel kehade kaaludest väiksemad. Viimased võrrandid võib esitada kujul

$$T_2 = m_1 g - m_1 a_2 = m_1 (g - a_2)$$

ja

$$R_2 = m_2 g - m_2 a_2 = m_2 (g - a_2).$$

Pole raske märgata, et kui lift liigub allapoole vaba langemise kiirendusega ($a_2 = g$), siis esimene keha ei venita enam vedrut ($T_2 = 0$) ja teine keha ei rõhu enam põrandale ($R_2 = 0$). Niisugusel juhul räägitakse keha «kaalutusest» (ehk kaalutust olekust).

Seoses sellega peatume keha kaalu mõiste määramisel, mis viimasel ajal on nõudnud mõningaid täpsustusi.

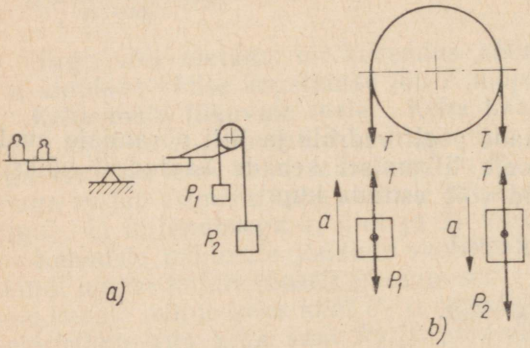
Keha kaaluks nimetatakse jõudu, millega keha mõjub Maa külgetõmbe tõttu horisontaalsele alusele või toele, mille külge keha on riputatud. Aluseks võib olla horisontaalne pind, millel keha asetseb, toeks aga lakke kinnitatud niit. Aluseks ja toeks võivad olla ka teised kehad, mis ei lase vaadeldaval kehal vabalt langeda.

Vastavalt niisugusele definitsioonile mõjub keha kaal mitte kehale enesele, nagu seni sageli arvati, vaid alusele või toele. Peale selle võib keha kaal olla võrdne ta raskusjõuga, võib olla

sellest väiksem või suurem ja võrduda isegi nulliga. Kõik sõltub sellest, kas alus või tugi liigub või on Maa suhtes paigal, ja kui liigub, siis kuidas: kas ühtlaselt ja sirgjooneliselt (inertsiaalselt) või kiirendusega. Viimasel juhul sõltub keha kaal nii kiirenduse suurusest kui ka suunast.

Vaadeldud näites kujutavadki kehade poolt vedrule ja lifti põrandale avaldatavad jõud kehade kaale. Kaal võrdus raskusjõuga ainult aluse või toe paigaloleku või ühtlase sirgliikumise korral. Juhul kui alus või tugi liigub kiirendusega, võib keha poolt talle avaldatav jõud — keha kaal — erineda selle keha raskusjõust kuitahes palju. Kui alus või tugi liigub allapoole raskuskiirendusega g, muutub keha kaal võrdseks nulliga: keha ja «tema eest ära mineva» aluse või «tema poole liikuva» toe vahelised mõjujõud muutuvad võrdseks nulliga.

Ülesanne. Üle ploki on riputatud mitteveniv kaalutu niit, millе otstes rippuvad koormused $P_1 = 1\,\text{N}$ ja $P_2 = 2\,\text{N}$. Plokk ise on pidurdatud ja ühendatud ühe kaalukausiga. Teisel kaalukausil asuvad vihid tasakaalustavad esimese kaalukausiga ühendatud koormusi (joon. 24, *a*). Kas kaalukausid jäävad tasakaalu, kui plokk vabastatakse pidurist ja niidi otstes rippuvad koormused hakkavad liikuma?



JOON. 24

Juhime lugeja tähelepanu terminile «kaalutu niit», mida kasutatakse sageli füüsikaülesannete praktilisel lahendamisel. Selle termini mõtte peame täpsustama täpselt samuti nagu tegime eespool mõiste «erikaal» korral. Niidi kaalutus tähendab nii siin kui ka teistel analoogilistel juhtudel, et niidi raskusjõud on teiste kehade raskusjõududega võrreldes väga väike ja me võime teda mitte arvestada. Niidi raskusjõud on küll väga väike, kuid ta ei võrdu nulliga! (Seda ei tohi ära segada kaalutusega, millega puutume kokku siis, kui niidi alus või tugi langeb vabalt, s. t. kui niidi kaal võrdub täpselt nulliga!)

Kui plokk on pidurdatud, siis mõjub parempoolsele kaalukausile niidi, ploki ja kronsteini kaudu jõud, mis võrdub kehade raskusjõududе P_1 ja P_2 summaga, s. t. jõud 3 N. Kaalude tasakaalu korral peab vasakpoolsele kausile mõjuma niisama suur jõud, s. t. katse esimesel etapil võrdub vihtide raskusjõud kehade raskusjõududе summaga: $P_1 + P_2 = 3\,\text{N}$. On selge, et lahenduse sel etapil võib rääkida vasakpoolsele kaalukausile mõjuva vihtide raskusjõu võrdsusest parempoolsele kaalukausile mõjuva koormuste raskusjõuga.

Ploki vabastamisel pidurist hakkavad koormused P_1 ja P_2 liikuma ning tõmbejõud niidi otstes ei võrdu enam nende kaaludega. Parempoolsele kaalukausile mõjub nüüd niidi ja ploki kaudu jõud $2T$ (joon. 24, *b*). Alles pärast selle

jõu suuruse võrdlemist summaga P_1+P_2 saame esitatud küsimusele vastata. Joonisel 24, *b* on toodud jõudude skeem liikuvate raskuste korral. Kirjutame Newtoni II seaduse kummagi raskuse jaoks:

$$T-P_1=\frac{P_1}{g}\,a$$

ja

$$P_2-T=\frac{P_2}{g}\,a.$$

Viimastest võrranditest leiame, et

$$T=\frac{2P_1P_2}{P_1+P_2}$$

ehk

$$T=\frac{2\cdot 1\cdot 2}{1+2}=\frac{4}{3}\text{ N}.$$

Koormuste liikumisel mõjub paremale kaalukausile jõud $2T=\frac{8}{3}$ N. See jõud on väiksem kui pidurdatud ploki korral ning järelikult on kaalude tasakaal rikutud.

Antud ülesandes vaadeldud koormused liiguvad suuruselt võrdse kiirendusega

$$a=g\,\frac{P_2-P_1}{P_1+P_2},$$

mis on vaba langemise kiirendusest g väiksem, sest jagatis $\frac{P_2-P_1}{P_1+P_2}$ on suurem nullist, kuid väiksem ühest kõigil juhtudel, kui $P_1<P_2$.

5. Masspunkti ringliikumise dünaamika

Juhime lugeja tähelepanu sellele, et masspunkti ringliikumise kirjeldamiseks piisab ainult Newtoni seadustest!

Et masspunkt saaks liikuda ühtlaselt kiirusega v mööda ringjoont raadiusega R, on tingimata vajalik jõud, mis annaks talle vajaliku *kesktõmbekiirenduse* a_{kt}. Seda jõudu nimetatakse *kesktõmbejõuks* F_{kt}. Kesktõmbejõud ei ole mingi «eriline» jõud ega allu mingisugustele «erilistele» seadustele.

Nagu mäletame, on isegi ühtlase ringliikumise korral olemas kiirendus, sest kiirusvektori suund muutub pidevalt. Seda muutust iseloomustabki kesktõmbekiirendus a_{kt}, mis ei erine millegagi igast teisest Newtoni II seaduses figureerivast kiirendusest. Kesktõmbekiirenduse mõte seisneb selles, et ta iseloomustab kiiruse suuna muutumist ajaühikus. Newtoni II seaduse põhjal võib aga sellise kiirenduse põhjuseks olla vaid mingi jõud.

Sageli omistatakse kesktõmbejõule omadusi, mida tal ei ole. Teda vaadeldakse täiesti ekslikult «iseseisva» jõuna, mis mõjub

ringjoonel liikuvale masspunktile. Näiteks mõeldakse, et mööda ringjoont liikuvale kuulikesele mõjub raskusjõud, niidi tõmbejõud ja «kesktõmbejõud».

«Mitte millestki» tekkivat kesktõmbejõudu ei ole olemas. Antud masspunktile mõjuv kesktõmbejõud on kõikide teiste selle masspunkti *ringliikumist põhjustavate* kehade mõju mõõduks. Iseenesest saab masspunkt liikuda ainult ühtlaselt ja sirgjooneliselt. Liikumine ringjoonel on aga kiirenev, sest kiirusvektori suund muutub pidevalt. Selline liikumine on võimalik ainult juhul, kui masspunktile mõjuvad jõud, s. o. teised kehad.

Niisuguseks ringjoonel liikuva masspunkti suhtes väliseks kehaks võib olla Maa (sel juhul on kesktõmbejõuks masspunkti kaal), niit, mis hoiab punkti ringjoonel (sel juhul on kesktõmbejõuks tõmbejõud niidis), rööpad või mingi teine tugi (sel juhul tekitab kesktõmbekiirendust toe reaktsioonjõud) või mitu keha üheaegselt (sel juhul võib kesktõmbejõuks olla ainult kõikide nende kehade poolt tekitatud jõudude resultant).

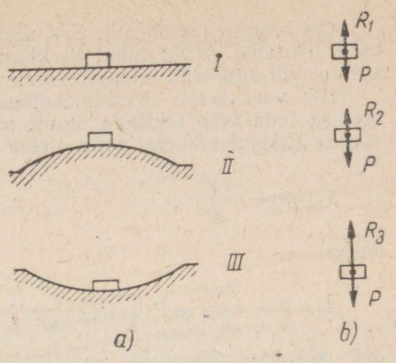
Masspunkti (või masspunktina vaadeldava keha!) ringliikumise dünaamika arvutus ei nõua mingit «spetsiaalset» menetlust. Kui see aga nii on, pole niisuguse liikumise kirjeldamiseks vaja mingeid teisi seadusi peale Newtoni seaduste.

Jälle tuleb leida kõik antud punktile mõjuvad materiaalsed objektid ja asendada nende mõjustused masspunktile rakendatud vastavate jõududega. Kui kõigi nende jõudude resultant (või üks selle komponentidest) on suunatud piki raadiust ringjoone keskpunkti, millel masspunkt peab liikuma, siis selgub, kas need mõjud on niisuguse liikumise põhjustamiseks küllaldased.

Oletame näiteks, et masspunkt, mille mass on m, peab liikuma joonkiirusega v mööda ringjoont, mille raadius on R. Niisuguseks liikumiseks vajaliku kesktõmbekiirenduse võib arvutada kergesti valemi (1.7) abil. Olgu selle kiirenduse vektor $\boldsymbol{a}^*_{kt}$. Kui jõud $\boldsymbol{F}_\Sigma$ vastab tingimusele $\frac{\boldsymbol{F}_\Sigma}{m} = \boldsymbol{a}^*_{kt}$, siis võib punkt liikuda mööda ringjoont stabiilselt. Kui aga $\frac{\boldsymbol{F}_\Sigma}{m} > \boldsymbol{a}^*_{kt}$ või $\frac{\boldsymbol{F}_\Sigma}{m} < \boldsymbol{a}^*_{kt}$, siis ei saa punkt antud kiirusega niisugusel ringjoonel liikuda, ta kas «kukub» ringjoonelt keskpunkti poole või «lendab ära» ringjoonelt, eemaldudes seejuures keskpunktist.

Märgime, et võrdus $\frac{\boldsymbol{F}_\Sigma}{m} = \boldsymbol{a}^*_{kt}$ ei ole midagi muud, kui Newtoni II seadus mööda ringjoont ühtlaselt liikuva masspunkti korral. Arvestades, et vektorid $\boldsymbol{F}_\Sigma$ ja $\boldsymbol{a}^*_{kt}$ ühtivad suuna poolest igal ajahetkel (nad on suunatud piki raadiust ringjoone keskpunkti poole), võime Newtoni II seaduse kirjutada skalaarsel kujul

$$\frac{F_\Sigma}{m} = a^*_{kt},$$



JOON. 25

kus F_Σ on kõigi masspunktile mõjuvate jõudude resultandi projektsioon ringjoone raadiuse suunale.

Ülesanne. Auto, mille kaal $P=10\,000$ N, liigub konstantse kiirusega $v=10$ m/s. Määrata jõud, millega auto mõjub sillale, kui sild on horisontaalne (*I*), kumer (*II*) või nõgus (*III*). Variandi *II* ja *III* korral võtta silla kõverusraadiuseks $r=100$ m ja vaadelda auto liikumist hetkel, kui ta läbib silla kõrgeimat või madalaimat punkti (joon. 25, *a*).

Autole rakendatud jõudude skeemid kõigil kolmel juhul on toodud joonisel 25, *b*. Takistusjõude me ei arvesta.

I variant. Auto sõidab ühtlaselt ja sirgjooneliselt horisontaalsel sillal, kusjuures talle mõjuvad kaks vertikaalset jõudu: auto kaal P ja silla reaktsioonjõud R_1. Kui need jõud ei muuda ühtlast sirgliikumist, siis peab olema täidetud tingimus $R_1=P$, s. t. jõud, mida auto avaldab sillale, on võrdne auto kaaluga.

II variant. Auto liigub kiirusega v piki ringjoone kaart. Ringjoone raadius on r. Niisuguse liikumise korral peab mõjuma kesktõmbejõud F_{kt}, mille suuruse võib arvutada järgmiselt:

$$a_{kt}=\frac{v^2}{r}. \qquad (a)$$

Missugused välismõjud on selle jõu põhjuseks? Autole mõjub ainult kaks jõudu — auto kaal P ja silla reaktsioonjõud R_2. See tähendab aga, et kesktõmbejõuks võib olla ainult nende jõudude resultant, s. t. peab kehtima võrdus

$$P-R_2=ma_{kt}=\frac{Pv^2}{gr}. \qquad (b)$$

Silla reaktsioonjõud on siis

$$R_2=P-\frac{Pv^2}{gr}=P\left(1-\frac{v^2}{gr}\right). \qquad (c)$$

Asetades valemisse vastavad arvväärtused, saame:

$$R_2=10\,000\left(1-\frac{10^2}{9{,}81\cdot 100}\right)=8980\text{ N}.$$

Otsitav jõud on niisama suur, kuid vastupidise suunaga (allapoole suunatud) ja rakendatud sillale (Newtoni III seaduse põhjal).

On huvitav, et $R_2 < P$. See näitab, et auto kaalu ja silla reaktsioonjõu R_2 vahe tekitabki antud juhul kesktõmbejõu. Maa tõmbab autot enda poole tugevamini kui sild teda endast eemale lükkab.

III variant. Kesktõmbejõud peab olema suunatud nüüd vertikaalselt üles ja teda võib tekitada ainult autole mõjuvate jõudude R_3 ja P vahe. Niisuguse liikumise korral peab olema täidetud tingimus

$$R_3 - P = \frac{Pv^2}{gr}, \qquad \text{(d)}$$

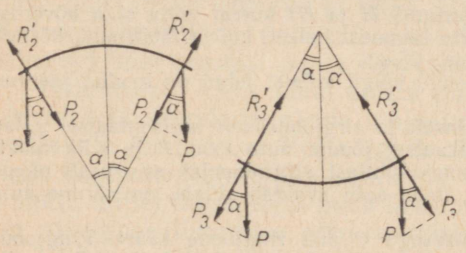
millest

$$R_3 = P + \frac{Pv^2}{gr} = P\left(1 + \frac{v^2}{gr}\right) \qquad \text{(e)}$$

ehk, asetades valemisse arvväärtused,

$$R_3 = 10\,000\left(1 + \frac{10^2}{9{,}81 \cdot 100}\right) = 11\,020 \text{ N}.$$

Nii suur on ka jõud, mida auto avaldab sillale. Nagu näeme, on see jõud antud juhul auto kaalust suurem.



JOON. 26

Avaldiste (c) ja (e) analüüs pakub praktilist huvi. Muuseas, kui vaadelda auto liikumist mitte kumera silla kõrgeimas punktis ja nõgusa silla madalaimas punktis, siis on kesktõmbejõu põhjuseks silla reaktsioonjõud R_2' ja R_3' ning auto kaalu radiaalsed komponendid P_2 ja P_3 (joon. 26). On selge, et vaadeldes silla punkte, millest tõmmatud raadiusesuunalised sirged moodustavad vertikaaljoonega (kumera silla kõrgeimat punkti ja nõgusa silla madalaimat punkti läbiva sirgega) nurga α, on täidetud tingimus $P_2 = P_3 = P\cos\alpha$. Niisugusel juhul võime avaldiste (b) ja (d) asemel kirjutada, et

$$P_2 - R_2' = \frac{Pv^2}{gr}$$

ja

$$R'_3 - P_3 = \frac{Pv^2}{gr}$$

ehk

$$P\cos\alpha - R_2' = \frac{Pv^2}{gr}$$

ja

$$R_3' - P\cos\alpha = \frac{Pv^2}{gr}.$$

Valemid silla reaktsioonjõudude arvutamiseks auto liikumisel silla mistahes punktis saavad siis järgmise kuju:

$$R_2' = P\left(\cos\alpha - \frac{v^2}{gr}\right) \qquad (f)$$

ja

$$R_3' = P\left(\cos\alpha + \frac{v^2}{gr}\right). \qquad (g)$$

Kui $\alpha = 0$, siis ühtivad need valemid valemitega (c) ja (e).

Avaldiste (f) ja (g) võrdlemine näitab, et kui auto kaal on P ja ta liigub kiirusega v, siis mõjub nõgusale sillale suurem jõud kui kumerale sillale kõigis silla punktides, mida iseloomustab üks ja seesama nurk α. Seetõttu nõgusaid sildu ei ehitatagi.

Niisuguste sildade ehitamine pole tõepoolest kasulik. Tuleb aga arvestada, et kui sillal liiguvad rasked kehad, siis muutub tasapinnaline sild nõgusaks. Seejuures võib silla kõverusraadius r olla küll väga suur, kuid siiski mitte lõpmatu. Niisuguse «läbivajunud» silla madalaimas punktis on jõud, mida auto avaldab sillale, auto kaalust kindlasti suurem [kui $\alpha = 0$ ja $r < \infty$, siis on summa $\cos\alpha + \frac{v^2}{gr}$ väärtus valemis (g) suurem kui üks ja järelikult $R_3' > P$].

Valemist (g) nähtub, et auto kiiruse vähenemisel väheneb ka jõud, mida auto avaldab nõgusale või «läbivajunud» tasapinnalisele sillale. Sillal liikumise kiirust piiravaid liiklusmärke ei riputata asjatult üles.

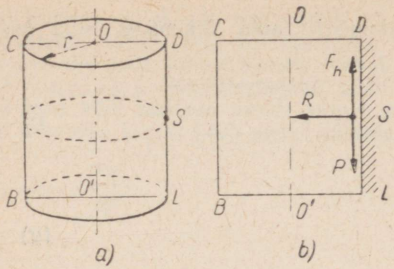
Kumera silla puhul on olukord veidi erinev. Auto kiiruse v suurenemisel väheneb jõud, millega auto mõjub sillale [vt. avaldised (c) ja (f)]. Siin kohtume aga uue ebameeldivusega. Kui auto kiirus liikumisel mööda kumerat silda saab võrdseks suurusega $\sqrt{gr\cos\alpha}$, siis muutub sulgavaldis valemis (f) võrdseks nulliga. Seejuures muutub nulliks ka silla reaktsioonjõud. See tähendab, et auto ei avalda enam sillale jõudu, s. t. ta rebis end sillast lahti ja liigub silda puudutamata õhus. Tavalised transpordivahendid, mis pole niisugusteks õhulendudeks kohandatud, peavad kiirust vähendama. Maksimaalne kiirus, millega auto võib niisugusel sillal liikuda, sõltub ainult silla kujust — silla kõverusraadiusest ja nurgast α silla kõrgeimat punkti läbiva vertikaali ning silla otspunkte läbivate raadiusesuunaliste sirgete vahel (kui me ei arvesta sõltuvust raskuskiirendusest g). See maksimaalne kiirus ei sõltu liikuva keha kaalust. Seetõttu kehtivad kiirust piiravad märgid nii kergete sõiduautode kui ka raskete veoautode korral, hoides ära ebameeldivaid tõukeid sillale kukkumisel pärast õhkutõusmist.

Ülesanne. Vaatleme tingimusi, mis on vajalikud, et sõita mootorrattal mööda vertikaalset seina atraktsioonis «tünnisõit». Mootorratas peab liikuma vertikaalse silindri sisepinnal. Lihtsuse mõttes loeme, et mootorratas liigub mööda horisontaalset ringjoonelist trajektoori. Mootorratta maksimaalne kiirus olgu v ja silindri raadius r (joon. 27, *a*).

Vaatleme mootorratast masspunktina ja selgitame, missugused jõud peavad talle mõjuma asendis S (joon. 27, *b*).

Altpoolt ei toeta mootorratast miski ja selleks, et ta alla ei kukuks, peab ta kaal olema tasakaalustatud mingisuguse vertikaalselt üles suunatud jõuga. Niisuguseks jõuks võib meie näite korral olla ainult hõõrdejõud F_h, mis tekib mootorratta kummide ja silindrilise tugiseina vahel. Et kasutada seda jõudu ülesande analüüsil, eeldame, et rataste ja seina vaheline hõõrdetegur on k. Ringjoonel liikumiseks vajaliku kesktõmbekiirenduse annab mootorrattale sein, mis mõjub talle reaktsioonjõuga R.

Niisiis mõjuvad mootorrattale kolm jõudu: P, F_h ja R. Juhime lugeja tähelepanu sellele, et vaadeldav hõõrdejõud F_h ei ole veerehõõrdejõud. Veerehõõrdejõud on suunatud piki ringjoone puutujat ja on liikumisele vastassuuna-



JOON. 27

line. Veerehõõrdejõudu tasakaalustab mootori veojõud ja antud ülesande lahendamisel see meid ei huvita. Vaadeldav jõud F_h on liughõõrdejõud, paigaloleku hõõrdejõud, mis takistab mootorratast mööda seina alla libisemast. Keha kaalu P tasakaalustamiseks peab see hõõrdejõud olema küllalt suur. Jõudude võrdsus

$$P = F_h \qquad \text{(a)}$$

ongi mootorratta vertikaalsuunalise liikumatuse tingimuseks. Hõõrdejõu F_h suuruse määrab mootorrattale rakendatud seina reaktsioonjõu R väärtus, sest see jõud mõjub rataste ja seina hõõrduvate pindade normaali suunas. Jõu F_h all mõistame resulteerivat hõõrdejõudu, mis on määratud silindri seina poolt mõlemale rattale mõjuva jõu resultandiga R. Niisugusel juhul

$$F_h = kR. \qquad \text{(b)}$$

Ringjoonelise liikumise tingimuse võime kirjutada kujul

$$R = F_{kt}$$

ehk

$$R = m\,\frac{v^2}{r} = \frac{Pv^2}{gr}. \qquad \text{(c)}$$

Asetades valemisse (c) reaktsioonjõu R valemist (b) ja arvestades seost (a), saame:

$$\frac{P}{k} = \frac{Pv^2}{gr}$$

ehk, pärast võrrandi mõlema poole jagamist kaaluga P,

$$gr = kv^2.$$

Saadud valem annabki vastuse meie küsimusele. Etteantud silindri raadiuse r ja mootorratta kiiruse v korral jääb üle ainult otsida niisugust seina kattematerjali, mis rattakummidega kokkupuutel annaks hõõrdeteguri

$$k = \frac{gr}{v^2}. \qquad \text{(d)}$$

Tuleb märkida, et niisuguse atraktsiooni projekteerimisel tuleb arvestada ka koha geograafilist laiust, s. o. kasutada arvutustes konkreetset, antud paigale iseloomulikku raskuskiirenduse väärtust.

Valemist (d) järgneb, et k on dimensioonita suurus kõigis mõõtühikute süsteemides.

Ülesanne. Määrata lenduri kaalu juurdekasv, kui lennuk väljub pikeeringust mööda vertikaaltasapinnas asuvat ringjoone kaart, mille raadius $R = 0{,}5$ km. Lennuki kiirus $v = 600$ km/h ja lenduri kaal $P = 60$ kG.

Lõppegu pikeerimine punktis B (joon. 28). Lennuk liigub mööda kaart DB. Meelevaldsest punktist C tõmmatud raadius moodustab vertikaaliga nurga α. Vaatleme jõudusid, mis mõjuvad lendurile punktis C. Neid on kaks: lenduri kaal P (Maa külgetõmbe tulemus) ja istme reaktsioonjõud N. Ringliikumist põhjustav kesktõmbejõud saab antud juhul tekkida ainult jõudude N ja T ebavõrdsuse korral, kus T on lenduri kaalu radiaalne komponent. Järelikult

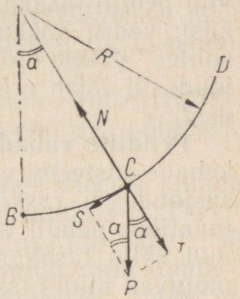
$$N-T=ma_{kt}.$$

Jooniselt näeme, et $T=P\cos\alpha$. Seega

$$N-P\cos\alpha=\frac{Pv^2}{gR},$$

millest

$$N=P\cos\alpha+\frac{Pv^2}{gR}=P\left(\cos\alpha+\frac{v^2}{gR}\right).$$



JOON. 28

Lenduri survejõud istmele pikeerimistrajektoori mistahes punktis on suuruselt võrdne jõuga N, kuid vastupidise suunaga ja võib olla suurem kui lenduri «normaalsest» kaalust P_0 (lenduri poolt istmele avaldatavast jõust lennuki paigaloleku korral stardirajal või horisontaalse lennu ajal), mis võrdub arvuliselt raskusjõuga P ($P_0=P$). Olgu see kaalu juurdekasv ΔP, siis

$$\Delta P=P'-P_0$$

ehk

$$\Delta P=N-P$$

ja, arvestades ülalsaadud N väärtust,

$$\Delta P=P\left(\cos\alpha+\frac{v^2}{gR}-1\right).$$

Analüüsime saadud tulemust. Pole raske märgata, et suurimat kaalu juurdekasvu tajub lendur punktis B, kus $\alpha=0$, $\cos\alpha=1$ ja

$$\Delta P_{max}=P\frac{v^2}{gR}.$$

Murd $\frac{v^2}{gR}$ on dimensioonita suurus ja seetõttu on ΔP_{max} ja P ühikud ühesugused tingimusel, et v, g ja R on väljendatud ühe ja sellesama süsteemi

ühikutes. Seejuures ei pea viimasena nimetatud süsteem olema just see, millesse kuulub P mõõtühik. Kasutades ainult SI ühikuid, saame:

$v=16{,}7$ m/s, $R=500$ m, $P=589$ N

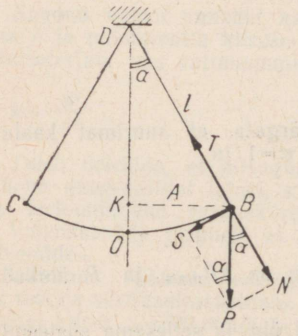
ja

$$\Delta P_{max}=\frac{589(16{,}7)^2}{9{,}81\cdot 500}=33{,}4 \text{ N}.$$

6. Võnkliikumise dünaamika

Iga võnkliikumine tekib mingil kindlal põhjusel. Vedrupendli, matemaatilise pendli ja teiste võnkuvate süsteemide korral on niisuguseks põhjuseks alati mingisugune väline jõud. Nii näiteks viib pendli tasakaaluasendist välja jõud, mida talle avaldab meie käsi; vedru kokkusurumist või venimist põhjustab samuti vedru suhtes väline jõud. Niisuguseid võnkumisi tekitavaid jõudusid tuleb eristada võnkumisi säilitavatest jõududest.

Pendlite vabad võnkumised. Välismõjuta toimuvate keha või kehade süsteemi vabu võnkumisi säilitavaks jõuks on sageli elastsusjõud või raskusjõud. Missugune jõud säilitab näiteks matemaatilise pendli võnkumist? Oletame, et mingi jõud on pendli viinud välja tasakaaluasendist O punkti B (joon. 29). Punktis B mõjuvad niidi otsa riputatud masspunktile, mille mass on m, kaks jõudu — kaal P ja niidi tõmbejõud T. Kehale sirgnurgast erineva nurga all rakendatud mistahes suurusega kaks jõudu panevad selle keha alati liikuma kiirenevalt, sest nende jõudude resultant ei saa võrduda nulliga. Jagades kaalu P mööda niidi pikendust suunatud ja sellega risti olevaks komponendiks, saame kolm masspunktile mõjuvat jõudu: N, S ja T. Kui asendis BD, mis vastab punkti maksimaalsele hälbele, niit ei katke, siis peab olema täidetud tingimus $N=T$. Jõud S, mida ükski teine jõud ei tasakaalusta, viibki pendli tagasi tasakaaluasendisse O. Kiirendus, mille see jõud annab pendlile, on leitav kergesti. Newtoni II seaduse



JOON. 29

põhjal $a=\frac{S}{m}$, kus $S=P \sin \alpha$ ja α on pendli kaldenurk. Niisugusel juhul

$$a=\frac{mg \sin \alpha}{m}=g \sin \alpha. \tag{2.17}$$

Kui pendli pikkus $BD=l$ ja võnkeamplituud $KB=A$, võime kiirenduse avaldisele anda teise kuju:

$$a=g\frac{A}{l}. \tag{2.18}$$

Saadud valemi abil saab arvutada niidi otsas võnkuva masspunkti tangentsiaalkiirendust maksimaalse hälbe korral. On selge, et pendli muutumatu pikkuse l korral ja katse korraldamisel maakera kindlas punktis, kus g omab kindlat väärtust, on kiirendus võrdeline pendli hälbega tasakaaluasendist.

Võnkumine on muutuva kiirendusega liikumine. Matemaatilise ja füüsikalise pendli korral on muutuva kiirenduse põhjuseks pendli kaalu muutuv komponent S.

Kui tahame oma arutlustes olla ranged, tuleb meeles pidada, et võrdus $N=T$ kehtib ainult paigaloleku hetkel punktis B. Tarvitseb vaid pendlil hakata piki kaart BOC liikuma, kui talle otsekohe mõjub kesktõmbejõud, mis saab tekkida ainult niidi tõmbe T ja pendli kaalu komponendi N ebavõrdsuse tagajärjel. Nagu iga teise liikumise korral mööda ringjoont, peab ka nüüd kehtima võrdus

$$T-N=ma_{\text{kt}}$$

ehk

$$T-\mathrm{P} \cos \alpha=\frac{Pv^2}{gl},$$

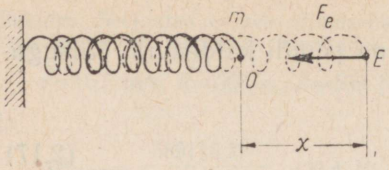
millest

$$T=P\left(\cos \alpha+\frac{v^2}{gl}\right).$$

Siit võib teha järelduse, et niidi tõmbejõud on muutuv suurus: muutub nii nurk α kui ka võnkuva punkti kiiruse v väärtus.

Toodud näidetest selgub, et matemaatilise pendli võnkliikumise dünaamiliseks käsitluseks ei ole vaja kasutada mingeid uusi meetodeid.

Vedru külge kinnitatud keha (vedrupendli) võnkumisel on kiirendus samuti muutuv suurus. Olgu keha mass m ja vedru elastsustegur k. $OB=x$ võrra pikemaks venitatud (või kokkusurutud) vedrus (joon. 30) tekib vedru deformatsiooniga võrdeline elastsusjõud [vt. võrrand (2.5)], mis annab kehale kiirenduse $a=kx/m$.



JOON. 30

Ka see kiirendus sõltub hälbest. Elastsusjõud säilitab vedrupendli võnkliikumist ja on suunatud tasakaaluasendi poole.

Ühiseks jooneks matemaatilise, füüsikalise ja vedrupendli võnketeoorias on see, et pendli hälbe, kiiruse ja kiirenduse sõltuvusel ajast on ühesugune kuju. Väikeste võnkeamplituudide korral võib selle sõltuvuse esitada siinus- või koosinusfunktsioonina. Niisuguseid võnkumisi nimetatakse *harmoonilisteks võnkumisteks.*

Füüsikalise pendli võnketeooriat füüsika elementaarkursuses ei käsitleta. Märgime ainult, et füüsikalise pendli arvutuse võib asendada matemaatilise pendli arvutusega, kui on teada *füüsikalise pendli taandatud* (*redutseeritud*) *pikkus* l_t, s. o. niisuguse matemaatilise pendli pikkus, mille võnkeperiood võrdub antud füüsikalise pendli võnkeperioodiga. Seda võib kujutada ette nii, et kasutades taandatud pikkust, asendame füüsikalise pendli (mingisuguse keha) masspunktiga, mille mass võrdub füüsikalise pendli massiga. Ligilähedaselt võib taandatud pikkust lugeda võrdseks füüsikalise pendli toetuspunkti või pöörlemistelje kaugusega ta raskuskeskmest. (Tegelikult on taandatud pikkus sellest kaugusest alati küll veidi suurem, kuid sellise ettekujutuse eeliseks on ta piltlikkus.)

Püüdes nüüd määrata nööri otsas rippuva veeämbri võnkeperioodi, kusjuures vesi jookseb välja ämbri põhjas oleva augu kaudu, on kerge seletada niisuguse füüsikalise pendli võnkeperioodi pikenemist. Võnkeperioodi pikenemist tuleb seletada mitte pendli massi muutumisega (füüsikaline pendel samastatakse matemaatilisega, viimase võnkeperiood aga ei sõltu massist), vaid pendli taandatud pikkuse suurenemisega (süsteemi ämber-vesi raskuskeskme nihkumise tõttu allapoole) valemis

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l_t}{g}}\,.$$

Matemaatilise pendli võnkeperioodi valemi

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \qquad (2.19)$$

tuletamine ei mahu füüsika elementaarkursuse raamidesse. Et aga võnkeperioodi sõltuvusel pendli pikkusest ja raskuskiirendusest on valemi (2.19) kuju, selles võib veenduda järgmiselt.

Katsetest on teada, et matemaatilise pendli võnkeperiood T sõltub ainult pendli pikkusest l ja katse läbiviimise kohale omasest raskuskiirenduse g väärtusest.

Samuti on teada, et vedrupendli võnkeperiood T_v sõltub ainult vedru külge riputatud koormuse massist m ja selle vedru elastsustegurist k. Kasutades ainult nimetatud suuruste vaheliste seoste võrrandeid, kus suurused on asendatud nende dimensioonidega, võib kindlaks teha nende sõltuvuste kuju.

Mitme suuruse vahelise sõltuvuse kuju määramine nende dimensioonide vaheliste seoste võrrandite kaudu on väga huvitav meetod, mida kasutatakse mitte ainult füüsikas. Ei tohi arvata, et «dimensioonide teooria», nagu vahel öeldakse, võimaldab kindlaks teha ja avastada loodusnähtuste seaduspärasusi ja on universaalseks «retseptiks, kuidas teha avastusi». See teooria on aga kahtlematult tähtsaks tööriistaks saadud sõltuvuse õigsuse kontrollimisel.

Kuidas me kontrollime mistahes füüsikaülesande lahenduse õigsust? Eelkõige teeme seda arvutuse lõppvalemi dimensiooni kontrollimisega. Kui võrrandi vasaku ja parema poole dimensioonid ei ole ühesugused, siis oleme teinud lahendamisel kusagil vea. Seetõttu tulebki lahendada mistahes ülesanne algul üldkujul. Füüsikaliste suuruste sümbolid «näitavad», missuguste mõõtühikutega tuleb nad dimensioonidevahelistes seostes asendada. Kui ülesannet lahendatakse algusest peale arvuliselt, siis on väga raske leida viga ja kontrollida lahenduse õigsust.

Meie ülesande tingimused võib esitada järgmisel kujul:

$$T = C_1 l^{\alpha} g^{\beta} ,$$

$$T_v = C_2 m^{\gamma} k^{\delta} ,$$

kus α, β, γ ja δ on vastavate tegurite tundmatud astmenäitajad ning C_1 ja C_2 — dimensioonita võrdetegurid. Lahendame ülesande T kohta CGS-süsteemis. Selles süsteemis mõõdetakse võnkeperioodi T avaldisse kuuluvaid suurusi järgmistes ühikutes: T — s, l — cm, g — cm $\cdot s^{-2}$. Asendame suurused võnkeperioodi T võrrandis nende dimensioonidega:

$$s = \mathrm{cm}^{\alpha} \cdot \mathrm{cm}^{\beta} \cdot \mathrm{s}^{-2\beta} .$$

Saadud võrrand on õige, kui samade ühikute astmenäitajad võrrandi kummalgi poolel on ühesugused: $\alpha + \beta = 0$ ja $-2\beta = 1$. Siit $\beta = -\frac{1}{2}$ ja $\alpha = \frac{1}{2}$. Asetame saadud astmenäitajate väärtused võnkeperioodi T võrrandisse, siis saamegi meid huvitava võrrandi kuju:

$$T = C_1 l^{\frac{1}{2}} g^{-\frac{1}{2}} = C_1 \sqrt{\frac{l}{g}} .$$

Kui $C_1 = 2\pi$, siis ühtib saadud avaldis avaldisega (2.19).

Samasugust võtet kasutame ka vedrupendli juhul. Kasutame nüüd SI-süsteemi. Võnkeperioodi T_v mõõdame siis sekundites (s),

massi m kilogrammides (kg) ja elastsustegurit k njuutonites meetri kohta (N/m) või ühikutes kg/s^2, sest (2.5) põhjal $k=\frac{F}{x}$ ja 1 N$=$1 kg$\cdot$m/s^2. Asendades suurused T_v võrrandis nende dimensioonidega, saame:

$$s=kg^{\gamma}\cdot kg^{\delta}\cdot s^{-2\delta},$$

millest $\gamma+\delta=0$ ja $-2\delta=1$, s. t. $\delta=-\frac{1}{2}$ ja $\gamma=\frac{1}{2}$. Järelikult võime kirjutada, et

$$T_v=C_2 m^{\frac{1}{2}}k^{-\frac{1}{2}}=C_2\sqrt{\frac{m}{k}},$$

mis ühtib teoreetiliselt tuletatud seosega

$$T_v=2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \qquad (2.20)$$

kui $C_2=2\pi$.

Ei tohi arvata, et raskus- ja elastsusjõud on ka teiste võnkuvate süsteemide korral ainukesteks võnkumisi säilitavateks jõududeks. Selleks on nad ainult lihtsaimatel juhtudel, kui mingeid muid tegureid ei mõju.

Sundvõnkumised. Häälevõnkumised. Kõikide võnkuvate süsteemide korral on peale teiste mõjude alati tegemist veel hõõrdejõududega, mille tagajärjel vabad võnkumised sumbuvad. Kui hõõrde- ja teised takistavad jõud on kaduvväikesed ning me võime neid mitte arvestada, siis räägime *mittesumbuvatest vabadest võnkumistest*. Niisuguseid võnkumisi nimetatakse ka *omavõnkumisteks*. Kõikides reaalsetes ülesannetes ei puutu me aga kokku omavõnkumistega ja kestva mittesumbuva võnkumise tekitamiseks peame hõõrdejõudude toimet kompenseerima mingi välise perioodilise mõjuga. Niisugusel juhul räägitakse *sundvõnkumistest*. Kui perioodiliselt mõjuva välise jõu sagedus on lähedane või täpselt võrdne süsteemi omavõnkesagedusega, siis võib niisugune jõud võnkumisi mitte ainult alal hoida, vaid neid ka võimendada (võnkeamplituud suureneb järsult). Niisugusel juhul tekib resonants.

Rääkides *hääle-* ehk *akustilistest võnkumistest*, tuleb meeles pidada, et neiks võivad olla võnkumised mistahes elastses keskkonnas, kui võnkesageduse diapasoon on ligikaudu 20—20 000 Hz. Niisuguse sagedusega mehaanilisi võnkumisi, mis jõuavad õhu või mingite teiste elastsete kehade vahendusel meieni, võtab vastu kuulmisaparaat, milles tekib hääleaisting. Niisiis võib kuulda nii matemaatilise kui ka iga teise pendli võnkumisi, kui nende võnkesagedus kuulub «helisageduste diapasooni».

Katse ühest otsast kruustangide vahele kinnitatud pika metalljoonlauaga (joonlaud võib olla ka mingist muust materjalist) on

selles suhtes väga veenev. Tõmmates joonlaua vaba otsa enda poole ja lastes ta seejärel lahti, tekitame selles süsteemis elastseid võnkumisi. Niikaua, kuni kruustangide vahelt välja ulatuv joonlauaosa on pikk, me võnkumisi ei kuule. Lühendades selle otsa pikkust, suurendame joonlaua võnkesagedust ja võime sellega muuta ta kõrvaga vastuvõetavate häälevõnkumiste allikaks.

§ 3. MASSPUNKTIDE JA KÕVADE KEHADE STAATIKA

1. Staatilise tasakaalu tingimused

Staatika ülesandeks on uurida nende jõudude tasakaalutingimusi, mille mõjul masspunkt, keha või kehade süsteem võib kas püsida paigal või liikuda inertsiaalselt.

Mõnikord räägitakse, et masspunkt, keha jne. on mõjuvatele jõududele vaatamata tasakaalus, mõeldes seejuures punkti, keha või kehade süsteemi paigalolekut antud taustsüsteemi suhtes. Tõepoolest, niisuguse olukorraga puutume kokku võrdlemisi sageli ja selle uurimine pakub praktilist huvi. Ei tohi aga unustada, et tasakaalutingimused, mida uurib staatika, kehtivad mitte ainult masspunktide, kehade või kehade süsteemide paigaloleku või täieliku liikumatuse korral.

Oletame, et mingis liikumatus taustsüsteemis asub liikumatu keha. Mingil ajahetkel hakkavad kehale mõjuma mitu jõudu ($F_1, F_2, \ldots F_n$), mille mõjusirged lõikuvad ühes punktis. Kas keha võib jääda kõigi nende jõudude mõjumise korral tasakaalu? Pole raske selgusele jõuda, et see on võimalik juhul, kui kõigi kehale rakendatud jõudude geomeetriline summa võrdub nulliga:

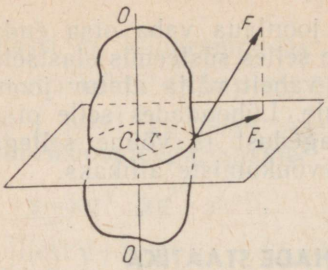
$$\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \ldots + \boldsymbol{F}_n = 0 \tag{3.1}$$

Selle vektorsumma võime asendada temaga ekvivalentse algebraliste võrrandite süsteemiga, sest jõudude projektsioonide summad telgedele X, Y ja Z peavad võrduma samuti nulliga:

$$\left.\begin{aligned} F_{1x} + F_{2x} + \ldots + F_{nx} &= 0, \\ F_{1y} + F_{2y} + \ldots + F_{ny} &= 0, \\ F_{1z} + F_{2z} + \ldots + F_{nz} &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{3.1'}$$

Kui tingimus (3.1) on täidetud, siis puudub igasugune põhjus keha liikumiseks. Ilmselt kehtib see tingimus ka masspunkti liikumatuse korral, kui punktile mõjub n jõudu ja kui see masspunkt oli enne jõudude mõju algust paigal.

Samuti on arusaadav, et kui tingimust (3.1) rahuldav jõudude süsteem mõjub antud taustsüsteemi suhtes ühtlaselt, sirgjooneliselt ja kulgevalt liikuvale kehale või inertsiaalselt liikuvale mass-



JOON. 31

punktile, siis pole samuti mingit põhjust selle keha või punkti liikumisoleku muutumiseks.

Kui keha võib pöörelda mingi telje ümber, siis ei piisa tingimusest (3.1) ta staatilise tasakaalu analüüsimiseks. Tõepoolest, kui kehale mõjub näiteks *jõupaar* (kaks võrdse suurusega, kuid vastupidise suunaga jõudu, mis ei ole rakendatud ühes punktis), siis on tingimus (3.1) rahuldatud (jõupaari jõudude resultant võrdub nulliga), kuid keha liikumisolek võib muutuda. Liikumatule kehale rakendatud jõupaar võib panna selle keha pöörlema. Kui aga keha pöörles juba enne jõupaari mõju algust, siis võib selle keha pöörlemine jõupaari mõjul muutuda (jõupaar võib anda kehale mingi nurkkiirenduse).

Kui kulgliikumise korral andis masspunktile või kõvale kehale kiirenduse mingi väline jõud, siis põhjuseks, mis sunnib kõva keha ümber mingi telje pöörlema või pidurdab seda pöörlemist (nurkkiirendus ε ei võrdu nulliga), on *jõumoment* (M) selle telje suhtes.

Vaatleme keha, mis võib pöörelda ümber liikumatu telje *00*, kui sellele kehale on mingis punktis rakendatud jõud F (joon. 31). Leiame kehale rakendatud jõu F projektsiooni $F_\perp$ pöörlemisteljega risti olevale ja selle jõu rakenduspunkti läbivale tasapinnale. Samuti määrame projektsiooni $F_\perp$ mõjusirge ja pöörlemistelje vahelise kauguse r, mida nimetatakse *jõu õlaks*. Jõu F moment telje *00* suhtes on füüsikaline suurus, mille arvväärtus võrdub kehale mõjuva jõu projektsiooni $F_\perp$ ja jõu õla korrutisega:

$$M = F_\perp \cdot r.$$

Jõumomendi mõõtühikuteks SI-süsteemis on 1 N · m, CGS-süsteemis 1 dyn · cm ja MKGS-süsteemis 1 kG · m.

Kui kehale rakendatud jõuvektori F projektsioon pöörlemisteljega risti olevale tasapinnale võrdub nulliga ($F_\perp = 0$), s. o. kui jõud F on pöörlemisteljega paralleelne, siis ei saa ta muuta keha pöörlevat liikumist. Niisugune jõud ei saa tekitada nurkkiirendust.

Seega jõud ei iseloomusta pöörlemist küllaldaselt. Iga jõud ei saa olla pöörlemise muutumise põhjuseks!.

Kui keha ei pöörle, siis peab keha pöörlemistelje suhtes kellaosuti liikumise suunas pöörata püüdvate jõumomentide M'

summa võrduma teda vastassuunas pöörata püüdvate jõumomentide M'' summaga:

$$M_1' + M_2' + \ldots = M_1'' + M_2'' + \ldots \qquad (3.2)$$

Tingimus (3.1) ei välistanud üldjuhul keha või punkti ühtlase sirgliikumise võimalust. Täpselt samuti ei välista tingimus (3.2) ka keha ühtlase pöörlemise võimalust. Kui kõigi kehale rakendatud jõudude momentide summa mingi telje suhtes võrdub nulliga, siis võib see keha pöörelda selle telje suhtes «iseenesest» konstantse kiirusega.

Liikumatus taustsüsteemis säilitab täiesti liikumatu keha (mis ei liigu kulgevalt ega pöörle) oma paigaloleku ka siis, kui talle hakkab mõjuma jõudude süsteem, mis rahuldab üheaegselt tingimusi (3.1) ja (3.2).

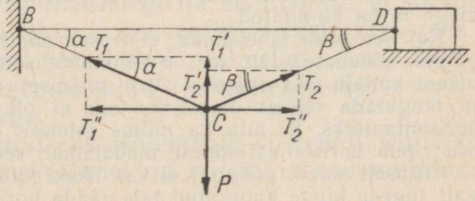
Nagu näeme, kirjeldavad staatilise tasakaalu tingimused (3.1) ja (3.2) mitte ainult masspunktide või kehade paigalolekut, vaid ka nende liikumist, mille korral nii joon- kui ka nurkkiirused võrduvad nulliga. Seetõttu tuleb üldjuhul rääkida mitte ainult liikumatute masspunktide või kehade staatilisest tasakaalust, vaid ka inertsiaalselt liikuvate punktide või kehade tasakaalust (kui nad asuvad näiteks ühtlaselt ja sirgjooneliselt liikuvas vagunis). Ploki, kangi ja teiste pöörlemistelge omavate kehade korral kasutame staatilist analüüsi ka siis, kui meil on tegemist mitte ainult täieliku liikumatusega, vaid ka ühtlase pöörlemisega. Tuletame aga veel kord meelde, et sagedamini võib lugeda ja kuulda liikumatute punktide, kehade või kehade süsteemide tasakaalust.

Ülesanne. Mõnikord saab porisse peatuma jäänud rasket autot välja tõmmata pika trossi abil. Selleks kinnitatakse trossi üks ots auto, teine aga mingi liikumatu eseme (puu, kännu, hoonete jne.) külge. Seejärel rakendatakse trossile mingit jõudu, mis ei pruugigi olla eriti suur, näiteks inimese kaalu ($P=70$ kG). Millel põhineb kirjeldatud meetod?

Joonisel 32 on tross kinnitatud auto külge punktis D ja puu külge punktis B. Punktis C on trossile rakendatud inimese kaaluga võrdne jõud. Moodustagu selle jõu mõjul pingule tõmmatud trossi vasakpoolne ja parempoolne ots horisontaaliga nurgad α ja β. Joonise selguse huvides on nende nurkade suurused tugevasti liialdatud.

Eraldame mõttes punkti C ja vaatleme ta staatilist tasakaalu. Punkti C on rakendatud kolm välist jõudu: inimese kaal P, jõud T_1, millega mõjub trossi vasakpoolne haru, ja jõud T_2, millega mõjub trossi parempoolne osa. Et nende kolme vektori geomeetrilist liitmist lihtsustada, lahutame jõud T_1 ja T_2

JOON. 32



horisontaalseks ja vertikaalseks komponendiks T_1' ja T_1'' ning T_2' ja T_2''. Punkti C horisontaalsuunalise tasakaalu tingimus on esitatav siis järgmiselt:

$$T_1'' = T_2''$$

ehk

$$T_1 \cos \alpha = T_2 \cos \beta. \qquad (a)$$

Vertikaalsuunalise tasakaalu tingimuse saame aga kujul

$$T_1' + T_2' = P$$

ehk

$$T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta = P. \qquad (b)$$

Autole on seejuures rakendatud jõuga T_2 suuruselt võrdne, kuid vastupidise suunaga jõud.

Lahendades võrrandite (a) ja (b) süsteemi, saame α ja β antud väärtuste korral leida jõud T_1 ja T_2 trossi vasak- ja parempoolses harus ning seega ka jõu, mis mõjub autole.

Matemaatiliste teisenduste lihtsustamiseks oletame, et punkt C on trossi keskel. Sel juhul $\alpha = \beta$ ja võrrandi (a) põhjal on jõud võrdsed ka trossi kummaski harus: $T_1 = T_2 = T$. Võrrandist (b) järgneb, et $2T \sin \alpha = P$. Järelikult jõud, mis tõmbab auto välja, on

$$T = \frac{P}{2 \sin \alpha}. \qquad (c)$$

Nüüd on arusaadav, et jõud T võib väikeste nurkade korral olla jõust P mitu korda suurem. Nurk on aga seda väiksem, mida pikem on tross.

Niisiis, auto päästmise plaan on järgmine: tuleb võtta võimalikult pikk tross, tõmmata ta horisontaalselt pingule ja rippuda ta keskpaika. Autole mõjuv jõud võib nüüd olla küllaldane, et teda porist välja tirida.

Kirjeldatud võtte praktiliseks kasutamiseks peab meil olema küllalt tugev tross, mis peab vastu suurele tõmbejõule T. Et isegi terase mehaaniline tugevus on piiratud, peab tross olema küllalt jäme ja järelikult ka raske.

Valemi (c) tuletamisel ei võtnud me arvesse trossi kaalu. Trossi kaal on jaotunud ühtlaselt kogu ta pikkuse ulatuses ja kui me kaalu arvestame, siis muutub võrrandis (c) lugeja suuremaks. Nüüd aga teeme analüüsi viimase sammu. Olgu tross kinnitatud punktides B ja D mingite tugede (postide, seinte jne.) külge, kusjuures mingisuguseid jõudusid me trossile ei rakenda. Suurus P valemis (c) kujutab siis trossi kaalu ja T — tõmbejõudu trossis. Tõsi küll, siin me ei arvesta, et trossi kaal pole rakendatud ühte punkti, nagu joonisel 32, vaid on jaotatud ühtlaselt trossi kogu pikkuse ulatuses. Antud juhul pole see aga oluline.

Kas me saame aga trossi pingutada rangelt horisontaalseks? Niisuguse pingutuse korral võrduks nurk α valemis (c) nulliga. Trossil on teatud lõplik kaal, mis ei võrdu nulliga ega ole ka lõpmatult suur. Valemist (c) järeldub, et horisontaalseks pingutatud trossis peab tekkima lõpmatult suur tõmbejõud ($T = \infty$). Niisugusele tõmbejõule ei pea vastu ei tross ise ega ka toed, mille külge ta on kinnitatud.

Kas see peab tähendama, et trossi, nööri või traati ei saagi horisontaalselt pingule tõmmata? Jah, see on põhimõtteliselt võimatu. Kui kinnitada isegi peenikese küllalt pika (näiteks 20 m pikkuse) traadi üks ots liikumatu toe külge ja pingutada teisest otsast, ka siis ei ole võimalik teda pingutada rangelt horisontaalseks. Ei aita ka mitme inimese jõupingutused. Et traadi keskmine osa ripub horisontaaljoonest madalamal, seda on silmagagi näha.

Täpselt samal põhjusel ei saa ükski vabalt tugedele toetuv või otstest jäigalt tugede külge kinnitatud tala jääda horisontaalseks. Isegi siis, kui sild on

ehitatud tasasena, vajub ta läbi juba iseenese kaalu mõjul, rääkimata sillal asuvate kehade kaalust tingitud täiendavast läbivajumisest. Lühikese traadi korral pole seda muidugi lihtne märgata, kuigi kõik ülalöeldu kehtib ka sel korral.

Igapäevases elus jäävad paljud asjaolud inimese poolt märkamata. Kõik ei mahu «silmanähtavuse» raamidesse. Füüsikaliste uurimismeetodite väärtus selles seisnebki, et avades meid ümbritseva maailma lihtsamaid printsiipe, õpetavad nad füüsikalistest nähtustest ja faktidest õigesti aru saama, õpetavad, «kuhu tuleb vaadata».

Kasutades võrrandeid (3.1) ja (3.2) absoluutselt kõva keha korral, ei muutu neis midagi, kui nihutada mistahes jõudu mööda ta mõjusirgest. Teiste sõnadega — absoluutselt kõva keha staatilise tasakaalu hindamisel ei ole jõu rakenduspunktil mingit erilist tähtsust.

2. Raskuskese

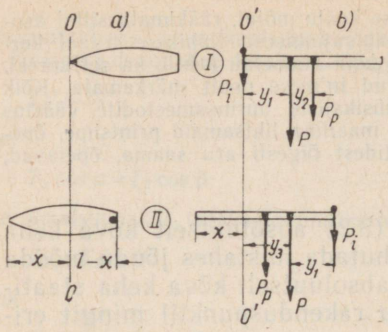
Väga tähtsaks mõisteks staatikas on *keha* või *kehade süsteemi raskuskese*. Raskuskese on a i n u k e punkt, mille suhtes keha või kehade süsteemi kõigi osakeste kaalude jõumomentide summa on keha või kehade süsteemi i g a a s e n d i korral võrdne nulliga. Sageli eeldatakse, et keha kaal ehk keha kõikide osakeste kaalude resultant on rakendatud raskuskeskmes. Seejuures ei tohi unustada, et raskuskese asub mõnikord väljaspool keha geomeetrilisi piire. Kui keha on absoluutselt kõva ja raskuskese asub keha sees, siis võib rakendada kaalu raskuskeset läbiva vertikaali igas punktis, sest jõu rakenduspunkti võib absoluutselt kõva keha korral mööda jõu mõjusirget edasi kanda.

Raskuskeskme määramist punktina, milles on rakendatud keha kaal, ei saa järelikult lugeda ammendavaks.

Raskuskeskmel on suur tähtsus keha tasakaalu liigi määramisel. Olenevalt toetuspunkti või -pinna asendist raskuskeskme suhtes eristatakse *püsivat*, *ebapüsivat* ja *ükskõikset tasakaalu*.

Toetuspinnaks loeme selle keha pinda, mille tasakaal meid huvitab, mitte aga mingi teise keha pinda, millega esimene keha on kokkupuutes. Näiteks on laual asetseva teeklaasi toetuspinnaks klaasi põhi, mitte aga kogu laua pind. Keha on püsivas tasakaalus, kui ta raskuskese on toetuspunktist või -pinnast madalamal, kusjuures raskuskeset läbiv vertikaalsirge läbib toetuspunkti või horisontaalset toetuspinda. Ebapüsiva tasakaalu korral on raskuskese toetuspunktist või horisontaalsest toetuspinnast kõrgemal, kusjuures raskuskeset läbiv vertikaalsirge ja toetuspind ei lõiku. Keha on ükskõikses tasakaalus, kui ta on toetatud raskuskeskmes. Keha tasakaal on püsiv ka sel juhul, kui raskuskese asub horisontaalsest toetuspinnast kõrgemal, kuid raskuskeset läbiv vertikaalsirge lõikub toetuspinnaga.

Peale selle selgub, et suletud ehk isoleeritud süsteemi (millest oli juttu punktis 2, § 2) raskuskeskmel on väga huvitav omadus.



JOON. 33

Ülesanne. Inimene, kelle mass $m=70$ kg, seisab paadininas. Paadi mass M on 140 kg. Kui inimene läheb paadininast ahtrisse, liigub paat seisvas vees edasi. Paadi pikkus $l=3$ m. Jättes arvestamata vee- ja õhutakistuse paadi ja inimese liikumisel, määrata, kui kaugele liigub paat edasi. Kas niisuguse süsteemi raskuskeskme asend üksikute kehade ümberpaigutumise tõttu muutub?

Süsteemi kõigi kehade ümberpaigutumise korral on otstarbekohane vaadelda nende liikumist mingi teise paigalseisva keha suhtes. Antud juhul võib niisuguseks kehaks võtta mingi märgi kaldal ja selle suhtes kirjeldadagi vaadeldavaid liikumisi. Asugu algul paadinina ja inimene läbi teatavate liikumatute kaldapunktide tõmmatud sirgel *00* (juht *I* joon. 33, *a*). Kui inimene läheb paadininast ahtrisse, liigub paat joonest *00* vasakule kaugusele x, inimene aga paremale kaugusele $(l-x)$ (joon. 33, *a*, juht *II*).

Ülesande esimest osa saab lahendada Newtoni II seaduse või impulsi jäävuse seaduse abil. Süsteemi paat-inimene võib antud juhul lugeda suletuks, sest paadile ja inimesele mõjuvat Maa külgetõmbejõudu tasakaalustab vee üleslükkejõud, takistusjõudusid me aga arvesse ei võta. Impulsi jäävuse seaduse kasutamine viib meid kiiremini sihile.

Oletame, et inimese minek paadininast ahtrisse kestab Δt sekundit. Paadi kiirus selle ajavahemiku lõpuks on $v_p=\frac{x}{\Delta t}$, inimese liikumise kiirus aga $v_i=\frac{l-x}{\Delta t}$. Paadi ja inimese lõppimpulsid peavad võrrandi (2.8) põhjal olema võrdsed, sest nende algimpulsid on võrdsed nulliga (nii inimene kui ka paat olid *I* juhul paigal):

$$M\frac{x}{\Delta t}=m\frac{l-x}{\Delta t}.$$

Siit leiame, et

$$x=l\frac{m}{m+M}$$

ehk, asendades saadud võrduses esinevad suurused nende arvväärtustega,

$$x=3\frac{70}{70+140}=1 \text{ m}.$$

Süsteemi kuuluvate kehade kaalude skeemid on toodud joonisel 33, *b* juhul, kui inimene asub paadininas (*I*) ja ahtris (*II*). Lihtsuse mõttes oletame, et paadi raskuskese on paadi keskel. Olgu paadi kaal P_p, inimese kaal P_i ja kogu süsteemi kaal P.

Raskuskeskme definitsiooni põhjal võime kirjutada, et

$$P_1 y_1 = P_p y_2,$$

kus y_1 on süsteemi raskuskeskme ja paadinina (või joone $0'0'$) vaheline kaugus, y_2 aga jõu P_p mõjusirge kaugus süsteemi raskuskeskmest. On selge, et

$$y_1 + y_2 = \frac{l}{2}.$$

Viimase kahe võrrandi põhjal võime kirjutada, et

$$y_1 = \frac{l}{2}\,\frac{P_p}{P_1+P_p} = \frac{l}{2}\,\frac{Mg}{g(m+M)} = \frac{l}{2}\,\frac{M}{m+M}.$$

Asendades suurused nende arvväärtustega, saame:

$$y_1 = \frac{3}{2}\,\frac{140}{70+140} = 1 \text{ m}.$$

Näeme, et süsteemi raskuskese asub juhul *I* 1 m kaugusel joonest $0'0'$. On selge, et juhul *II* asub süsteemi raskuskese kaugusel y_1 paadi ahtrist ja kaugusel y_3 joonest $0'0'$, mille võime arvutada järgmiselt:

$$y_3 = l - x - y_1.$$

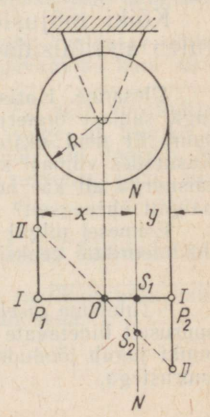
Asendades leitud x ja y_1 väärtused, saame:

$$y_3 = 3 - 1 - 1 = 1 \text{ m}.$$

Suletud süsteemi raskuskese ei nihku süsteemi kuuluvate kehade liikumise tagajärjel, kui selle liikumise põhjuseks on kehade vastastikune mõjustus eeldusel, et katse algul oli raskuskese paigal. Seda reeglit, mis kehtib igasuguse suletud süsteemi korral, kasutatakse arvutustel sageli.

Kui vastastikuses mõjustuses olevate kehade süsteem ei ole suletud, siis ei saa ülaltoodud reeglit kasutada.

Ülesanne. Joonisel 34 kujutatud kahte koormust võib vaadelda masspunktidena, mille kaalud on vastavalt $P_1 = 1$ N ja $P_2 = 2$ N. Koormused ripuvad üle ploki asetatud kaalutu ja mitteveniva niidi otstes. Algul on koormused võrd-



JOON. 34

sel kõrgusel asendis $I—I$, lahti lastuna aga hakkavad nad liikuma. Näidata, et koormustest koosneva süsteemi raskuskese nihkub koormuste liikumisel allapoole.

Niidi (süsteemi kolmanda keha) kaalutuse tõttu võime teda mitte vaadelda. Süsteem ei ole suletud, kuna kummalegi koormusele mõjuvad tasakaalustamata välised jõud — kaal ja niidi tõmbejõud.

Kolme järgnevalt esitatava teguri arvestamine aitab meil kiiresti sihile jõuda. Esiteks peab raskuskese definitsiooni järgi asuma joonel NN, mille kaugus jõudude P_1 ja P_2 mõjusirgetest on vastavalt x ja y. Tingimused

$$P_1x=P_2y \tag{a}$$

ja

$$x+y=2R \tag{b}$$

peavad kehtima koormuste iga asendi korral. Võrranditest (a) ja (b) leiame x ja y:

$$y=2R\left(\frac{P_1}{P_1+P_2}\right)=2R\left(\frac{1}{1+2}\right)=\frac{2}{3}R,$$

$$x=2R-y=\frac{4}{3}R.$$

Teiseks peab kahe paralleelse ühesuunalise jõu P_1 ja P_2 liitmise reegli põhjal[5] nende resultandi mõjusirge jagama jõudude P_1 ja P_2 rakenduspunktide vahelise lõigu vastavalt seosele (a). Sellest järeldub, et süsteemi raskuskese peab asuma koormuste iga asendi korral joone NN ja jõudude rakenduspunkte ühendava sirglõigu $I—I$ (või $II—II$) lõikepunktis.

Kolmandaks, et mõlema koormuse kiirendused on võrdsed ja liikumine algab paigalolekust, siis peab koormuste raskuskeskmeid ühendav joon pöörduma koormuste liikumisel ümber punkti 0. See tõestabki, et süsteemi raskuskese peab koormuste liikumise korral nihkuma allapoole. Kui koormuste asendis $I—I$ oli raskuskese punktis S_1, siis nende asendis $II—II$ on see juba punktis S_2 jne.

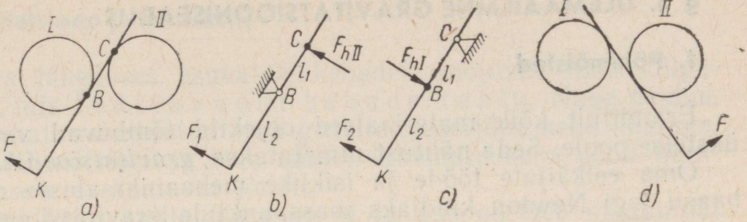
Jäigalt kinnitatud liikumatu pöörlemisteljega keha või kehade süsteemi (kang, liikumatu plokk, pöör jne.) staatilist tasakaalu võib arvutada ainult võrrandi (3.2) abil. Tingimus (3.1) on sel juhul täidetud automaatselt: nullist erinevat välisjõudude resultanti tasakaalustab telje reaktsioonjõud.

Kõiki mõjusid kehale, mille staatilist tasakaalu me uurime, tuleb analüüsida äärmiselt hoolikalt.

Ülesanne. Horisontaalsel põrandal seisavad oma alustel kaks võrdse kaaluga samast materjalist silindrilist toorikut. Toorikutevaheline kaugus ei ole suur. Et neid üksteisest eemale nihutada, torgatakse toorikute vahele laud. Kasutades viimast kangina, rakendatakse laua otsale K laua tasapinna suhtes täisnurga all käe horisontaalset jõudu F (joon. 35, *a*). Kas toorikud nihkuvad paigalt üheaegselt?

Esimesel pilgul on raske eelistada ükskõik kumba toorikut. Näib, et mõlemad toorikud peaksid nihkuma paigalt üheaegselt. Punktides B ja C mõjuvad

[5] Tuletame meelde, et kahe samasuunalise paralleelse jõu resultant võrdub suuruselt liidetavate jõudude summaga, on nendega paralleelne ja ta rakenduspunkt jagab jõudude rakenduspunktide vahelise lõigu pöördvõrdeliselt jõudude suurustega.



JOON. 35

käe jõule vastupidiselt paigaloleku hõõrdejõud F_{hI} või F_{hII}, mis on tingitud põranda ja toorikute vahelisest mõjustusest. Et toorikute kaalud on võrdsed, materjal ühesugune ning nad seisavad ühel ja sellelsamal põrandal, peavad need jõud olema võrdsed: $F_{hI}=F_{hII}=F_h$. Seni on selge, missugused jõud kangile mõjuvad. Missuguse telje ümber aga kang pöördub? Kui toorikud nihkuvad paigalt üheaegselt, siis asub kangi pöörlemistelg kusagil punktide B ja C (kus laud puudutab toorikuid) vahel. Aga kus täpselt? Oletame, et kangi pöörlemine on ühtlane. Niisugusel juhul tuleb meil kasutada tasakaalutingimust (3.2). Võrrandisse kuuluvate jõumomentide arvutamiseks tuleb teada jõudude õlgade pikkusi. Viimaseid ei saa aga arvutada, kui pöörlemistelje täpne asend pole teada. Seega eeldus, et toorikud nihkuvad üheaegselt, ei võimalda määrata kangi pöörlemistelje asukohta.

Kasutame teisi võimalikke eeldusi. Jäägu toorik I kangi pööramisel paigale. Sel juhul läbib laua pöörlemistelg punkti B (olgu pöördenurk niivõrd väike, et laud ei puuduta veel toorikut mööda moodustajat, mis ei läbi punkti B). Kangile mõjuvate jõudude skeem selle juhuse jaoks on toodud joonisel 35, *b*. Olgu punktide C ja B vaheline kaugus l_1 ning B ja K vaheline kaugus l_2. Kirjutame jõumomentide võrdsuse kangi tasakaalu korral järgmiselt:

$$F_1 l_2 = F_h l_1,$$

kus F_1 on paigaloleva tooriku I korral tooriku II nihutamiseks vajalik käe jõud. Ainuüksi selle võrrandi abil ei saa aga ülesannet veel lahendada.

Vaatleme nüüd kangi tasakaalu eeldusel, et toorik II ei liigu paigast (joon. 35, *c*). Sel juhul

$$F_2(l_1+l_2) = F_h l_1.$$

Antud juhul mõjub käe jõud punkti C läbivast pöörlemisteljest kaugusel l_1+l_2.

Katse praktilisel sooritamisel kasvab käe poolt kangile avaldatav jõud nähtavasti pikkamööda — me tõmbame lauda järjest tugevamini, kuni üks toorikutest nihkub paigalt.

Saadud kahe avaldise võrdlemisel järeldame, et $F_2 < F_1$, sest võrrandite paremad pooled on võrdsed ja $(l_1+l_2) > l_2$. Nüüd on aga selge, et tooriku I nihutamiseks tuleb kangi otsale rakendada väiksemat jõudu kui tooriku II nihutamiseks. Et kangi otsale on rakendatud pikkamööda suurenev jõud, siis nihkub esimesena paigalt toorik I.

Kui me tahame paigalt nihutada toorikut II, siis tuleb kangi kasutada nii, nagu on näidatud joonisel 35, *d*.

Kangi tasakaalutingimuste detailne analüüs näitas, et toorikud pole kaugeltki võrdväärsed, kuigi see algul näis meile üsna tõenäolisena.

§ 4. ÜLEMAAILMNE GRAVITATSIOONISEADUS

1. Põhimõisted

Eranditult kõik materiaalsed objektid tõmbuvad vastastikku üksteise poole. Seda nähtust nimetatakse *gravitatsiooniks*.

Oma eelkäijate tööde ja isiklike mehaanika-alaste uurimiste baasil tegi Newton kindlaks masspunktide gravitatsiooniseaduse

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2}, \tag{4.1}$$

mis väidab, et kahe masspunkti vaheline külgetõmbejõud F on võrdeline nende punktide masside m_1 ja m_2 korrutisega ning pöördvõrdeline nende vahelise kauguse r ruuduga. Võrdetegurit γ nimetatakse gravitatsioonikonstandiks. Arvuliselt võrdub γ jõuga, millega tõmbuvad üksteise poole kaks ühikulise massiga masspunkti, mis asuvad teineteisest ühikulisel kaugusel (CGS-süsteemis on gravitatsioonikonstandi väärtus $6{,}67 \cdot 10^{-8}$ cm$^3 \cdot$ g$^{-1} \cdot$ s^{-2}, SI-süsteemis aga $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2}).

Selle seaduse kehtivust kinnitasid astronoomilised vaatlused. Gravitatsiooniseadus võimaldas arvutada planeetide orbiite ja võrrelda planeetide masse (võrrelda, aga mitte mõõta!), kuid gravitatsioonikonstandi väärtust ei olnud astronoomiliste vaatluste baasil võimalik kindlaks teha. γ väärtus arvutati alles laboratoorsetes tingimustes sooritatud katsete tulemusena.

Gravitatsioonijõud mõjuvad nii kehade vahetu kontakti korral (näiteks kui keha asetseb Maa pinnal) kui ka niisuguse kontakti puudumisel (näiteks Kuu ja Maa vaheline gravitatsioon). Need jõud on alati suunatud piki vastastikuses mõjus olevate kehade raskuskeskmeid ühendavat sirget. Seetõttu nimetataksegi gravitatsioonijõude *tsentraalseteks*. Kujul (4.1) kehtib gravitatsiooniseadus mitte ainult masspunktide, vaid ka kerakujuliste kehade korral. Viimasel juhul on suurus r võrrandis (4.1) kerakujuliste kehade keskpunktide vaheliseks kauguseks. Teistsuguse kujuga kehade vahel mõjuvate gravitatsioonijõudude arvutamiseks tuleb paarikaupa arvesse võtta kehade kõikide punktide paariviisilisi vastastikuseid mõjusid. Praktilisteks arvutusteks piisav täpsus saavutatakse sageli sel teel, et r väärtuseks valemis (4.1) võetakse masse m_1 ja m_2 omavate kehade raskuskeskmete vaheline kaugus.

Paljudes mehaanikaülesannetes on tegemist kehadega, mille mass on suhteliselt väike. Sel juhul võime nende kehade vahel mõjuvad gravitatsioonijõud jätta arvestamata. Arvutades kahe kaubavaguni vahel mõjuva gravitatsioonijõu, kui vagunite massid on à 60 000 kg ja nende raskuskeskmete vaheline kaugus 20 m, saame tulemuseks umbes 60 düüni. Väikese tuulepuhangu mõju niisugusele vagunile on tunduvalt suurem.

2. Gravitatsioon ja keha kaal

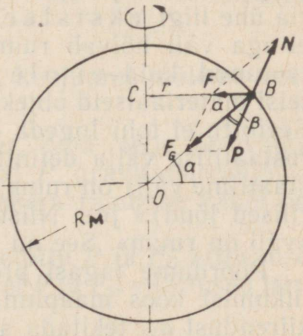
Maakera läheduses asuvatele kehadele mõjuvad Maa külgetõmbejõud, mis tekitavadki kehade kaalu. Nagu öeldud, ei võrdu kehale rakendatud Maa gravitatsioonijõud keha kaaluga, kui kaalu all mõistetakse Maa suhtes liikumatu keha poolt liikumatule alusele avaldatavat jõudu.

Vaatleme keha, mille mass on m ja mis asetseb maapinnal (või sellega seotud alusel) punktis B. Punkti B geograafiline laius olgu α (joon. 36). Lihtsuse mõttes oletame, et Maa pöörlemistelg on liikumatu (Maa liikumist ümber Päikese ei arvesta). Maa olgu ideaalne kera, mille raadius on R_M.

Arvestades Maa ööpäevast pöörlemist ümber oma telje, võime väita, et maakera punkti B trajektooriks ruumis on ringjoon, mille raadius $r = R_M \cos \alpha$. Punkti B suhtes liikumatu keha liigub mööda sedasama ringjoont muidugi kaasa. Niisugust liikumist ei saaks aga tekkida, kui kehale ei mõjuks kesktõmbejõud.

Kuidas see kesktõmbejõud tekib, kui keha asetseb vabalt maapinnal ja ei ole selle külge seotud? Miks ei rebi kehad end maakera küljest lahti ja ei lenda Newtoni I seaduse põhjal inertsi mõjul ära? Ilma kõrvalmõjudeta võivad kehad liikuda ainult ühtlaselt ja sirgjooneliselt. Järelikult peab neid kehi Maaga siiski miski siduma. Selleks sidujaks on kehade tõmbumine Maa poole vastavalt gravitatsiooniseadusele või, õigemini, Maa *gravitatsiooniväli* (ehk raskusjõuväli).

Kaasaegne füüsika kasutab välja (gravitatsiooni-, elektrostaatilise, magnet-, elektromagnetilise jne.) mõistet väga laialdaselt, lugedes välja mingi vastastikuse mõjustuse materiaalseks kandjaks. Gravitatsioonivälja all mõistetakse looduse seda materiaalset objekti, mille vahendusel tekivad kehade vastastikused mõjud vastavalt ülemaailmsele gravitatsiooniseadusele; elektrostaatilise välja all aga mõistetakse looduse seda materiaalset objekti, mille vahendusel tekivad elektriliselt laetud kehade vahelised jõud vastavalt Coulomb'i seadusele jne. Tänapäeva



JOON. 36

füüsika ei tule enam toime ilma mitmesuguste väljadeta, mille objektiivne iseloom on vastuvaidlematult tõestatud. Osakesed (või kehad, mis koosnevad osakestest) ja väljad (või nendega seotud lainelised protsessid) on ühe ja sellesama mateeria eksisteerimise kaks vormi, mis on tuntud kaasaegsele füüsikale.

Väljade sisulise mõistmise raskused on valdavas enamuses seotud «mittefüüsikaliste» põhjustega. Väli on mateeria eksisteerimise iseseisev vorm, mida ei saa taandada ühelegi teisele vormile. Kui lihtsa või keerulisena välja mõiste algul ka ei tundu, tuleb sellega harjuda, sest väljade abita pole võimalik seletada tervet rida füüsikalisi nähtusi.

Me ei kahtle nende kehade, esemete või osakeste eksisteerimises, mida võib katsuda, näha jne., s. t. niisuguste objektide eksisteerimises, mida registreerivad vahetult meie meeled. Teadmiste täienedes veendume, et looduses eksisteerivad veel teised objektid, mida me vahetult ei taju. Nende hulka kuuluvad ka väljad. Välja mõiste kasutamise vastu ei tohi tõrkuda põhjendusel, et väljast ei saada aru, et väli ei ole kombitav. Niisuguseid esimesel pilgul arusaamatuid mõisteid on kaasaegses füüsikas palju. Neid mõisteid tuleb rahuldustunde ja uhkusega vastu võtta kui füüsikateaduse kogu möödunud arenguperioodi saavutusi. Nendega tuleb relvastuda loodusnähtuste tundmaõppimisel ning neid tuleb oskuslikult kasutada, täpsustada ja süvendada. Tänapäeva füüsikaline eksperiment ei usalda enam meeleelundeid, vaid kasutab kõige paremaid ja tundlikumaid mõõteriistu, mis laiendavad inimvõimeid.

Seejuures tuleb alati meeles pidada inimkonna kogemuste poolt ümberlükatud tõekspidamiste saatust. Niisuguseid väiteid, nagu «maakera on liikumatu», «elektrone ei ole olemas» ja paljusid teisi mitte ainult propageeriti, vaid ka «tõestati». Elektronid, aatomid ja väljad aga ei lakanud selle tagajärjel objektiivselt eksisteerimast, kuigi ka tänapäeval ei saa keegi neid vahetult katsuda.

Nagu kõik teisedki materiaalsed objektid, nii eksisteerivad ka väljad ruumis ja ajas, s. t. ruum ja aeg on v ä l j a d e kui mateeria ühe liigi e k s i s t e e r i m i s v o r m i d. Siit peaks olema selge, et iga väli hõivab ruumist teatava osa, on kindlal viisil selles jaotunud, kuid e i o l e i s e r u u m. Nagu aatomit, elektroni ja teisi materiaalseid objekte, nii ei tohi ka välja segi ajada ruumiga. Seetõttu ei tohi lugeda õigeks ka sellist gravitatsiooni- või elektrostaatilise välja definitsiooni, nagu «gravitatsiooniväli (elektrostaatiline väli) on ruum, milles mõjuvad gravitatsioonijõud (elektrilised jõud)» jne. Niisuguse definitsiooniga me kinnitaksime, et «väli on ruum». See on aga põhimõtteliselt vale.

Pöördume tagasi probleemi juurde, kus me vaatlesime keha liikumist koos maapinnaga. Antud näite korral võib kesktõmbekiirendust a_{kt} tekitada ainult kahe kehale mõjuva jõu resultant F.

Nendeks kaheks jõuks on gravitatsioonijõud $\boldsymbol{F}_G$ ja maapinna või aluse reaktsioonjõud $\boldsymbol{N}$. Et keha võiks liikuda kiirusega v mööda ringjoont, mille raadius on r, peab tal olema kesktõmbekiirendus. Viimase võib määrata valemist

$$a_{kt} = \frac{v^2}{r}.$$

Väljendades antud geograafilisele laiusele vastava ringjoone raadiuse r Maa raadiuse R_M ja laiuskraadi α kaudu, joonkiiruse v aga Maa nurkkiiruse ω kaudu, saame:

$$a_{kt} = \omega^2 r = \omega^2 R_M \cos \alpha.$$

Vaadeldava keha jaoks võime Newtoni II seaduse kirjutada kujul

$$F = ma_{kt} = m\omega^2 R_M \cos \alpha. \qquad (4.2)$$

Nüüd on arusaadav, et maapinna reaktsioonjõud $\boldsymbol{N}$ tasakaalustab mitte gravitatsioonijõudu $\boldsymbol{F}_G$, vaid ainult üht ta komponenti $\boldsymbol{P}$. Viimast nimetataksegi *raskusjõuks*.

Mitte üheski maapinna punktis, mis ei asu ekvaatoril ega poolustel, ei ole raskusjõu vektor suunatud Maa keskpunkti, vaid moodustab maakera raadiusega nurga β. Gravitatsioonijõud $\boldsymbol{F}_G$ ja selle keha raskusjõud on võrdsed sõna kõige otsesemas mõttes vaid maakera kahes punktis — poolustel. Seda on kerge näidata, analüüsides joonist 36 ja tuntud geomeetrilist seost vektorite $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{F}_G$ ja $\boldsymbol{F}$ vahel:

$$P = \sqrt{F_G^2 + F^2 - 2F_G \cdot F \cdot \cos \alpha},$$

millest, arvestades valemit (4.2), saame

$$P = \sqrt{F_G^2 + m^2\omega^4 R_M^2 \cos^2 \alpha - 2F_G m\omega^2 R_M \cos^2 \alpha}$$

ehk

$$P = \sqrt{F_G^2 + (m\omega^2 R_M - 2F_G) m\omega^2 R_M \cos^2 \alpha}. \qquad (4.3')$$

Poolustel on $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ja järelikult $P = F_G$, kusjuures mõlema vektori suunad ühtivad.

Et Maa nurkkiirus pöörlemisel ümber oma telje on väike ($\omega = 2\pi/86400$ rad/s), siis erineb keha kaal P gravitatsioonijõust F väga vähe. Ka nurk β vektori $\boldsymbol{P}$ ja maakera raadiuse vahel on väike.

Paljudes praktilistes arvutustes võib seetõttu P ja F_G erinevuse jätta arvestamata. Ei tohi aga unustada, et P ja F_G väärtused langevad täpselt kokku ainult poolustel.

Jättes arvestamata maakera pöörlemise, võib seega kasutada avaldist

$$P=\gamma\frac{mM_M}{R_M{}^2}, \tag{4.3}$$

millest (arvestades, et $P=mg$) saame:

$$g=\frac{\gamma M_M}{R_M{}^2}. \tag{4.4}$$

Arvestades ka Maa pöörlemist ümber oma telje, saame (4.3′) ja (4.1) põhjal:

$$P=\sqrt{\gamma^2\frac{m^2M^2_M}{R_M{}^4}+\left(m\omega^2R_M-2\gamma\frac{mM_M}{R_M{}^2}\right)m\omega^2R_M\cos^2\alpha}=$$

$$=m\sqrt{\frac{\gamma^2M^2_M}{R_M{}^4}+\left(\omega^2R_M-2\frac{\gamma M_M}{R_M{}^2}\right)\omega^2R_M\cos^2\alpha},$$

millest

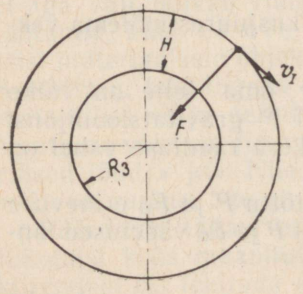
$$g=\sqrt{\frac{\gamma^2M^2_M}{R_M{}^4}+\left(\omega^2R_M-2\frac{\gamma M_M}{R_M{}^2}\right)\omega^2R_M\cos^2\alpha}. \tag{4.4′}$$

Raskuskiirendus merepinnal muutub ekvaatorilt ($g=978{,}030$ cm/s²) pooluste suunas ($g=983{,}216$ cm/s²) kahel põhjusel. Esimeseks põhjuseks on Maa pöörlemine ümber oma telje [kui $\omega\neq0$, sõltub teise liidetava suurus juuremärgi all olevas avaldises valemis (4.4′) laiuskraadist α]. Teiseks põhjuseks on maakera raadiuse R_M sõltuvus geograafilisest laiusest (maakera on lapik — geoid, mille raadius ekvaatoril on suurem kui poolustel).

Kõige sagedamini tuleb arvestada raskuskiirenduse g muutumist rakettide, Maa tehiskaaslaste ja kosmoselaevade saatmisel suurtele kõrgustele. Viies võrrandisse (4.4) punkti kõrguse merepinnast H, saame raskuskiirenduse väärtuse g_H sellel kõrgusel:

$$g_H=\frac{\gamma M_M}{(R_M+H)^2}. \tag{4.5}$$

Ülesanne. Kui suur horisontaalkiirus v_I (nn. esimene kosmiline kiirus) tuleb anda kehale, et ta muutuks Maa tehiskaaslaseks, mis liigub mööda ringjoonelist orbiiti kõrgusel H maapinna kohal? Orbiidi tasapind läbigu maakera keskpunkti (joon. 37).



JOON. 37

Kui tehiskaaslase mõõtmed on palju väiksemad kui H ja R_M, võib teda käsitleda masspunktina. Olgu tehiskaaslase mass m. Et tehiskaaslane saaks liikuda mööda ringjoont, peavad mingid välisjõud andma talle kesktõmbekiirenduse a_{kt}. Missugused välisjõud mõjuvad tehiskaaslasele? Jättes arvestamata küllalt väikesed Kuu, Päikese ja teiste taevakehade külgetõmbejõud ning takistusjõud maalähedases ruumis, jääb järele ainult üks tehiskaaslasele mõjuv jõud — Maa gravitatsioonijõud F. Stabiilse liikumise korral mööda ringjoont peab olema täidetud tingimus:

$$F = ma_{kt}$$

ehk

$$\gamma \frac{mM_M}{(R_M+H)^2} = \frac{mv_I^2}{R_M+H},$$

millest pärast taandamist leiame, et

$$\frac{\gamma M_M}{R_M+H} = v_I^2.$$

Nüüd võime arvutada v_I väärtuse, sest γ, M_M ja R_M on tuntud konstandid ning H — lennu etteantud kõrgus.

Avaldades seosest (4.4) $\gamma M_M = gR_M^2$, saame seosest (a):

$$v_I = R_M \sqrt{\frac{g}{R_M+H}}, \qquad \text{(b)}$$

kus g on raskuskiirendus maapinnal $\left(\text{võib võtta } g = 9{,}81 \frac{m}{s^2}\right)$.

Vahetevahel arvatakse, et kiirus «umbes $8 \frac{km}{s}$» on nii-öelda esimese kosmilise kiiruse universaalne väärtus. See arvamus on väär. Võrrandist (b) selgub, et kiirus, mis tuleb anda tehiskaaslasele, sõltub viimase lennu kõrgusest. Kiirus $v_I = 7{,}93 \frac{km}{s}$ vastab tehiskaaslase lennule ainult maapinna vahetus läheduses.

Asendades võrrandis (b) suurused nende väärtustega ($g = 9{,}81$ m/s^2, $R_M \cong 6371$ km ja etteantud H), saame v_I tegeliku väärtuse.

«Kaaluta olek». Tänapäeval on kõik kuulnud huvitavast tehiskaaslase või kosmoselaeva pardal asuvate esemete või inimese «kaaluta olekust». Alati ei anta aga sellele nähtusele õiget seletust ega arvestata selle oleku analüüsil vajadust täpsustada kaalu mõiste definitsiooni.

Maa tehiskaaslase iga detail, iga ta sees asuv keha on ka ise tehiskaaslane. Neil kõigil on ju kiirus (pole tähtis, mille arvel), millest piisab liikumiseks ümber maakera mööda ringjoont Maa külgetõmbejõu mõjul.

Tehiskaaslase mitmesuguste punktide ja temas asuvate kehade orbiidid on üldiselt võttes erinevad, sest Maast kõige kaugem ja sellele kõige lähem tehiskaaslase punkt asuvad erinevatel kõrgustel H maapinna kohal ehk, teiste sõnadega, Maa keskpunktist erineval kaugusel. Et aga tehiskaaslase mõõtmed on võrreldes ta

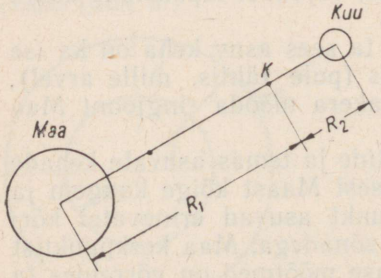
kaugusega ringikujulise orbiidi tsentrist kaduvväikesed, siis liiguvad tehiskaaslase kõik punktid praktiliselt ühel ja selsamal orbiidil ühe ja sellesama kiirusega. Nende liikumiste kiirendused (ühtlase liikumise korral mööda ringjoonelist trajektoori ainult kesktõmbekiirendused) peavad olema seega samuti ühesugused.

Kasutades eelmises ülesandes tuletatud esimese kosmilise kiiruse valemit ning võrrandeid (4.4) ja (4.5), võib leida selle ühise kesktõmbekiirenduse:

$$a_{kt} = \frac{v_1^2}{R_M + H} = g_H.$$

Nagu näeme, võrdub kesktõmbekiirendus raskuskiirenduse väärtusega kõrgusel, kus asub tehiskaaslane. Niisuguse kiirenduse saab tehiskaaslane ja iga temas asuv keha vaid tänu nende endi tõmbumisele Maa poole, s. t. ilma mingite kõrvaliste jõudude mõjuta. Kui kummalisena see esimesel pilgul ka ei tundu, kujutab nende kehade liikumine *vaba langemist* kiirendusega g_H. Kõik seosed, mis me saime lõigus «Keha mõju liikuvale toele» (§ 2, p. 4) lifti ja selles asuvate kehade vaba langemise jaoks, kehtivad seetõttu ka Maa tehiskaaslase (ta korpuse ja kõigi selles asuvate kehade) lennu korral. Kui seejuures täiesti *tinglikult* hinnata «keha kaalu» tehiskaaslases jõu järgi, mida keha avaldab tehiskaaslase korpusele või mingile sellega seotud alusele, siis selgub, et keha kaal on null. Kaaluta oleku all tuleb sel juhul mõista ainult *jõudude puudumist vaadeldava keha ja tehiskaaslase korpuse vahel*, kui nad liiguvad ainult Maa gravitatsioonijõudude mõjul mööda ringjoonelist orbiiti, mille tasapind läbib maakera keskpunkti.

Samasuguse kaalutusega on tegemist Maa ja Kuu (või mingi teise taevakeha) keskpunkte ühendava sirge punktis K, kus Maa ja Kuu külgetõmbejõud on võrdsed, kuid vastassuunalised. Ka siin ei ole mingit põhjust, mis sunniks keha avaldama jõudu oma alusele. Pole raske näidata, et Kuu ja Maa keskpunktide ning punkti K vaheliste kauguste suhte ruut võrdub Kuu ja Maa masside suhtega. Kui keha mass on m, siis võib ta tasakaalutingimuse



JOON. 38

punktis K (joon. 38) Maa ja Kuu gravitatsiooniväljades anda kujul

$$\gamma \frac{mM_M}{R_1^2} = \gamma \frac{mM_K}{R_2^2},$$

millest

$$\left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = \frac{M_K}{M_M}.$$

Maa mass ja tihedus. Gravitatsioonikonstandi γ väärtuse tundmine võimaldab määrata Maa massi M_M ja tihedust ϱ_M. Vaba langemise kiirendust g maapinna lähedal on võimalik täpselt määrata matemaatilise pendli abil võrrandist (2.19). Teades γ ja R_M väärtusi, võib lahendada võrrandi (4.4) Maa massi suhtes:

$$M_M = \frac{gR_M^2}{\gamma}.$$

Arvestades, et maakera ruumala on $\frac{4}{3}\pi R_M^3$, võib siit leida ka Maa tiheduse:

$$\varrho_M = \frac{3g}{4\pi\gamma R_M}. \qquad (4.6)$$

Saadud tulemus annab muidugi kerakujulise Maa keskmise tiheduse. Asendades suurused võrrandis (4.6) nende arvväärtustega CGS-süsteemis, saame:

$$\varrho_M = \frac{3 \cdot 981}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 6{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 6{,}37 \cdot 10^8} = 5{,}5 \text{ g/cm}^3.$$

Võrrandil (4.6) on suur praktiline tähtsus. Maa tihedus ei ole kaugeltki ühesugune isegi maakera koores. Tiheduse erinevus keskmisest viitab sageli kasulike maakide lademetele maakera koores. Järelikult pole matemaatiline pendel ainuüksi võnkuva süsteemi akadeemiliseks näiteks. Matemaatilise pendli abil võivad geoloogid määrata g täpse väärtuse maakera antud punktis ning, leides tiheduse ϱ_M anomaalia, teha järeldusi ka maakera koore koosseisu kohta.

Ülemaailmsel gravitatsiooniseadusel on hindamatu väärtus paljude astronoomiliste arvutuste jaoks.

Ülesanne. Määrata Maa ja Kuu keskpunktide vaheline kaugus R järgmiste ligikaudsete andmete põhjal: maakera raadius $R_M = 6370$ km, maakera tihedus $\varrho_M = 5{,}5$ g/cm³ ja Kuu tiirlemisperiood ümber Maa $T_K = 27$ ööpäeva ja 7 tundi.

Eeldame, et Kuu liigub mööda ringjoonelist trajektoori. Teiste taevakehade mõju me ei arvesta. Ainsaks jõuks, mis hoiab Kuud ringjoonelisel orbiidil, on Maa külgetõmbejõud F vastavalt gravitatsiooniseadusele. Seejuures peab olema täidetud tingimus $F = M_K a_{kt}$ ehk

$$\gamma \frac{M_K M_M}{R^2} = \frac{M_K v_K^2}{R}, \qquad (a)$$

kus M_K ja M_M tähendavad vastavalt Kuu ja Maa massi ning v_K — Kuu joonkiirust liikumisel mööda oma orbiiti. Taandades saame:

$$\frac{\gamma M_M}{R} = v_K^2 \qquad (b)$$

Kuu orbitaalse liikumise joonkiirus on seotud orbiidi raadiusega R ja tiirlemisperioodiga T_K järgmiselt:

$$v_K = \frac{2\pi R}{T_K} . \qquad (c)$$

Avaldises (b) esineva Maa massi M_M võib arvutada tiheduse ϱ_M ja raadiuse R_M abil:

$$M_M = \frac{4}{3}\pi R_M^3 \varrho_M . \qquad (d)$$

Asetades v_K ja M_M avaldistest (c) ja (d) võrrandisse (b), saame:

$$R = R_M \sqrt[3]{\frac{\gamma \varrho_M T_K^2}{3\pi}} . \qquad (e)$$

Et suuruste R ja R_M dimensioonid peavad olema ühesugused, siis peab võrrandis (e) juuremärgi all oleva avaldise lugeja olema dimensioonitu. Kontrollime seda CGS-süsteemis, kus γ mõõtühikuks on $cm^3 \cdot g^{-1} \cdot s^{-2}$, ϱ_M — g/cm^3 ja T — s. Korrutis

$$\left(\frac{cm^3}{g \cdot s^2}\right)\left(\frac{g}{cm^3}\right)(s^2)$$

on tõepoolest dimensioonitu. Niisugusel juhul saame R ja R_M täpselt ühesugustes ühikutes, sõltumata sellest, missuguse süsteemi ühikutes on juuremärgi all seisvasse avaldisse kuuluvad suurused väljendatud. Ainsaks tingimuseks on, et nad kõik oleksid väljendatud ühe ja sellesama süsteemi ühikutes. Ümberarvutuste vähendamiseks väljendame juuremärgi all olevad suurused CGS-süsteemis (ϱ_M on antud selle süsteemi ühikutes, γ esineb tabelites kõige sagedamini samuti CGS-süsteemi ühikutes ja seega tuleb ainult T_K ümber arvutada sekunditesse). R_M väljendame võrrandis kilomeetrites, siis saame ka R kilomeetrites:

$$R = 6370 \sqrt[3]{\frac{6{,}67 \cdot 10^{-8} \cdot 5{,}5 (2{,}358 \cdot 10^6)^2}{3 \cdot 3{,}14}} = 3{,}83 \cdot 10^5 \text{ km}.$$

§ 5. ENERGIA, TÖÖ JA VÕIMSUS. ENERGIA JÄÄVUSE JA MUUNDUMISE SEADUS MEHAANIKAS

1. Põhimõisted

Energia. Impulss mv, millel me peatusime juba eespool, on oluline suurus, mis iseloomustab keha käitumist mehaanikaülesannetes. Seejuures on aga impulss juba täielikum ning keha käitumist paremini iseloomustav suurus kui mass ja keha kiirus üksikult. See on füüsikaline suurus, mille abil on võimalik tule-

tada üht tähtsaimat füüsikaseadust — impulsi jäävuse seadust, mis kehtib nii makro- kui ka mikromaailmas. Seega võib öelda, et impulss ei ole kahe suuruse kunstlik kombinatsioon, vaid uus, kõigi materiaalsete objektide liikumist kvalitatiivselt iseloomustav suurus.

Teiseks tähtsaks üldmõisteks mehaanikas on keha, kehade süsteemi või osakeste süsteemi *mehaaniline energia* W_m.

Tarvitseb vaid meenutada, et mehaaniline liikumine ja paigalolek on suhtelised mõisted, kui tuleb rääkida *materiaalsete objektide süsteemist*. Meil on alati vähemalt kaks keha: üks, mille käitumist me uurime, ja teine, mida kasutatakse võrdlemisel, alguspunktina lugemi määramisel. See teine keha valitakse täiesti meelevaldselt ja eeldatakse, et ta on liikumatu. Olgu see teine keha või üks ta punktidest ruumiliste ristkoordinaattelgede *XYZ* alguspunktis. Selles ristkoordinaadistikus vaatlemegi esimese keha liikumist.

Niisiis, uurides mingi objekti mehaanilist liikumist või paigalseisu, tegeleme kehade või punktide süsteemiga, mis on teatavas *mehaanilises olekus*. Teatud kindlal ajahetkel on süsteemi punktidel kindlad ruumikoordinaadid, hetkkiirused, -kiirendused jne. Mehaaniline olek on määratud süsteemi koostisosade mehaaniliste suuruste väärtustega. Rääkides, et kuul, mille mass on m, liigub kõrgusel h, kusjuures ta kiirus on v, kiirendus a, liikumishulk mv jne., peetakse silmas süsteemi kuul—Maa mehaanilist olekut teataval ajahetkel. Piisab ainult süsteemi ühe mehaanilise suuruse muutumisest, kui kogu süsteem läheb üle teise mehaanilisse olekusse.

Mehaanilise süsteemi mõiste kasutuselevõtmine on seda enam õigustatud, et materiaalsed objektid on omavahel vastastikuses mõjustuses (näiteks ülemaailmse gravitatsiooniseaduse kohaselt), kusjuures need vastastikuse mõjustuse jõud sõltuvad objektide vastastikusest asendist ruumis (näiteks raskuskeskmete vahelisest kaugusest).

Kehade või osakeste süsteemi iga mehaanilist olekut võib iseloomustada mehaanilise energia teatud väärtusega (varuga) W_m, mis koosneb kahest osast (liigist): *kineetilisest energiast* W_k ja *potentsiaalsest* W_p. Kineetiline ehk liikumisenergia sõltub keha massist ja liikumiskiirusest antud taustsüsteemis, potentsiaalne ehk asendienergia aga kehade vastastikusest asendist ja vastastikuste mõjustuste iseloomust. Ei tohi kunagi unustada, et potentsiaalne energia on füüsikaline suurus, mis iseloomustab ainult süsteemi kuuluvate kehade vastastikuseid mõjustusi (kas nad tõmbuvad või tõukuvad, kui intensiivselt nad üksteist mõjustavad, missugusele seadusele need mõjustused alluvad jne.).

Mõnikord vaadeldakse mehaanilise süsteemina ühtainsat keha (näiteks vedrut või kummipaela) ja räägitakse selle osakeste vas-

tastikuse mõjustuse potentsiaalsest energiast ja nende suhtelise liikumise kineetilisest energiast.

Öeldust järgneb, et kineetilisest energiast W_k, potentsiaalsest energiast W_p ja mehaanilisest koguenergiast W_m, mis võrdub summaga $W_k + W_p$, on mõtet rääkida ainult vähemalt kahest materiaalsest objektist koosneva süsteemi korral. Kui räägitakse, et «keha *B* kineetiline energia on nii ja nii suur» või «keha *D* potentsiaalne energia on nii ja nii suur», mõeldakse selle all alati veel ka teisi sellesse süsteemi kuuluvaid kehi. Missuguse keha suhtes keha *B* liikumise kiirust määrati? Missuguse kehaga on keha *D* vastastikuses mõjustuses? Seda tuleb alati meeles pidada, kui keha energia arvutamiseks kasutatakse seoseid

$$W_k = \frac{mv^2}{2} \tag{5.1}$$

ja

$$W_p = mgH, \tag{5.2}$$

kus m on selle keha mass.

Märgime, et avaldist (5.2) kasutatakse keha potentsiaalse energia arvutamiseks ainult siis, kui viimane on tingitud Maa külgetõmbejõust ülemaailmse gravitatsiooniseaduse järgi. Vastastikuseid mõjustusi teiste kehadega seejuures arvesse ei võeta, kuigi ka need on sellesama gravitatsiooniseaduse põhjal olemas. Seetõttu kehtib seos (5.2) ainult «maapealsetes tingimustes», s. o. kehade korral, mis asuvad Maa gravitatsioonivälja*s*.

Sageli unustatakse, et keha potentsiaalne energia sõltub mitte ainult ta asendist teise keha suhtes, vaid ka kehadevahelise mõju iseloomust. Raskuskiirendus g võrrandis (5.2) ongi keha ja Maa vastastikust mõjustust iseloomustav suurus.

Mis on raskuskiirenduse g füüsikaline mõte? g on füüsikaline suurus, mille arvuline väärtus võrdub Maa gravitatsioonivälja antud punkti asetatud ühikulise massiga kehale mõjuva jõuga. Seetõttu nimetatakse*gi* raskuskiirendust g vahetevahel *Maa gravitatsiooniväljatugevuseks* antud punktis. Selle jõu väärtus aga sõltub muidugi teda määravast seadusest.

Edaspidi teeme veel mõned märkused valemi (5.2) kasutatavuse kohta.

Töö. Üleminekul ühest olekust teise mehaanilisse olekusse süsteemi mehaaniline energia W_m üldjuhul muutub. Nende muutuste iseloomustamiseks kasutatakse füüsikas suurust *töö* (*A*). Kui süsteemi energia olekus I oli W_{mI} ja pärast üleminekut olekusse II W_{mII}, siis töö

$$A = W_{mII} - W_{mI}. \tag{5.3}$$

Kui kehade süsteemis tehakse tööd, siis läheb see süsteem tingimata ühest mehaanilisest olekust üle teise. Töö sisu selles seisnebki, et ta on süsteemi ühest olekust teise olekusse ülemineku tulemus, kusjuures ta arvväärtus näitab, kuipalju muutus seejuures süsteemi mehaaniline energia.

Töö suuruse võib arvutada valemist

$$A = Fs \cos (\boldsymbol{F}, \boldsymbol{s}), \tag{5.4}$$

kus F on kehade nihkumist põhjustanud jõud, s — nihke suurus ja $\boldsymbol{F}$ ning $\boldsymbol{s}$ vastavalt jõu- ja nihkevektorid. Et rõhutada selle võrrandi kehtivust ainult juhul, kui jõud on keha kogu ümberpaigutumise vältel konstantne, antakse talle järgmine kuju:

$$\Delta A = F \Delta s \cos (\boldsymbol{F}, \Delta \boldsymbol{s}). \tag{5.5}$$

Niisuguse üleskirjutuse mõte seisneb järgmises. Muutuva suuruse A muutus ΔA (suurenemine nullist mingi väärtuseni või vähenemine mingilt väärtuselt nullini) on konstantse jõu korral ($F = \text{const}$ ja $\Delta F = 0$) seotud läbitud teepikkusega Δs, kusjuures viimane on argumendiks (sõltumatuks muutujaks). Seejuures võib $\cos (\boldsymbol{F}, \Delta \boldsymbol{s})$ muutuda (näiteks juhul, kui jõuvektori suund ei muutu, kuid keha nihkumise trajektoor on kõverjooneline). Järelikult võib ka võrrandi (5.3) esitada kujul

$$\Delta A = \Delta W_{\text{m}}. \tag{5.3'}$$

Et nihkumine pole silmapilkne, vaid kestab teatava aja Δt jooksul, siis arvestab võrrand (5.5) kõiki faktoreid, mis määravad mehaanilise energia muutuse: F võtab arvesse vastastikuse mõjustuse iseloomu, Δs aga kas vastastikuse asendi või kiiruse muutumist aja Δt jooksul või siis mõlemat korraga.

Süsteemi teiseks kehaks loetakse sageli maakera punkti, mille suhtes on määratud vaadeldava keha asend või mille suhtes määratakse keha nihkumist. Et kõikides praktilistes ülesannetes pakub huvi just süsteemi energia muutus, siis võetakse peale selle üks energia väärtustest võrrandis (5.3) tinglikult võrdseks nulliga (näiteks $W_{\text{mI}} = 0$). Öeldut silmas pidades võib rääkida antud ülesandes vaadeldava «üksiku» keha kineetilisest ja potentsiaalsest energiast.

Antud ruumipunktis asuva keha potentsiaalset energiat mõõdetakse tööga, mida see keha teeb, kui ta kiirust muutmata nihkub teise ruumipunkti, milles keha potentsiaalset energiat loetakse tinglikult võrdseks nulliga.

Kiirusega v liikuva keha kineetilist energiat mõõdetakse tööga, mida see keha võib teha oma liikumisel täieliku peatumiseni, kui ta potentsiaalne energia seejuures ei muutu.

Töö mõõtühikud leiame võrrandite (5.4) või (5.3) abil:

1 N · 1m = 1 J (SI), 1 dyn · 1 cm = 1 erg (CGS) ja 1 kG · 1 m = = 1 kG · m (MKGS).

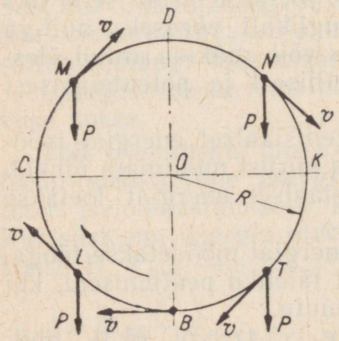
Energiat mõõdetakse nendesamade ühikutega. Töö (või energia) ja jõumomendi dimensioonide ühtelangevus on täiesti formaalne ja ei osuta mingile sisulisele seosele nende täiesti erinevate suuruste vahel. Selle erinevuse rõhutamiseks ei nimetatagi jõumomendi ühikut 1 dyn · cm CGS-süsteemis ergiks ja 1 N · m SI-süsteemis džauliks.

Võrrandite (5.3′) ja (5.5) põhjal võib töö olla ka negatiivne: $\Delta A < 0$, kui $\cos(\boldsymbol{F}, \Delta \boldsymbol{s}) < 0$ või $W_{\text{mII}} < W_{\text{mI}}$. Kui jõuvektori suund ühtib nihkevektori suunaga või moodustab sellega teravnurga, siis on töö positiivne. Kui aga nende vektorite vaheline nurk on nürinurk, siis on töö negatiivne. Võrrandi (5.5) põhjal võib töö võrduda ka nulliga, kui 1) $F = 0$ või 2) $\Delta s = 0$ või 3) $\cos(\boldsymbol{F}, \Delta \boldsymbol{s}) = 0$ või 4) üheaegselt on täidetud mitu nimetatud tingimust.

Kui $F = 0$, siis vaadeldavale kehale jõud ei mõju või mõjub mitu jõudu, mille resultant võrdub nulliga. Keha võib seejuures liikuda inertsi mõjul, kuna see ei ole seotud kineetilise või potentsiaalse energia muutumisega. Kui aga energia ei muutu, siis ei tehta ka tööd, mis mõõdab alati ainult energia muutumist. Teisel juhul ei liigu keha isegi siis, kui talle mõjuvad jõud. See tähendab, et tegemist on staatilise tasakaaluga, millele vastab mingisugune konstantne mehaanilise energia väärtus. Kolmandal juhul mõjub kehale jõud ($F \neq 0$), kusjuures keha ka nihkub ($\Delta s \neq 0$), kuid jõuvektor ja nihkevektor moodustavad omavahel täisnurga. Niisugune jõud ei nihuta keha liikumisega risti olevas suunas ja ei saa muuta ka selle keha mehaanilist energiat.

Sageli esineb niisugusel juhul veel teine kehale rakendatud jõud, mis tasakaalustab esimest.

Analüüsides keha ühtlast takistuseta liikumist punktist B mööda vertikaaltasapinnas asuvat ringjoont tagasi lähtepunkti, näeme, et niisugust liikumist põhjustava jõu summaarne töö võrdub nulliga (joon. 39).



JOON. 39

Olgu liikuvaks kehaks kuulike, mille mass on m. Vaatleme mehaanilist süsteemi kuulike—Maa. Ülesannet võib lahendada kahel viisil: kasutades võrrandit (5.3′) või (5.5).

Esimene variant on lihtsam. Algolekus on keha kiirus v, mille suurus ei muutu keha kogu liikumisaja jooksul. Siit järeldub, et liikuva keha kineetiline energia on konstantne (s. t. kineetilise energia muutust mõõtev töö puudub). Keha potentsiaalne energia muutub, sest muutub keha asend maakera suhtes. Kui asendis B on keha potentsiaalne energia W'_{pB}, siis asendis D on see $W_{pD} = W'_{pB} + mg2R$.

Me kasutasime siin Maa gravitatsioonivälja üht tähtsat omadust: keha liikumisel ühest punktist teise sõltub keha potentsiaalse energia muutus (või selleks vajalik töö) ainult nende punktide vahelisest kaugusest, mis on mõõdetud piki maakera raadiuse pikendust (mööda vertikaali), ega sõltu takistusjõudude puudumise korral trajektoori kujust. Juhime lugeja tähelepanu sellele mõnede väljade tähtsale omadusele! Veel kord kohtume sellega elektrostaatilise välja omaduste analüüsil.

Kui keha liigub punktist D punkti B mööda laskuvat kaart DKB, siis ta potentsiaalne energia väheneb (keha läheneb Maale): $W''_{pB} = W_{pD} - mg2R$. Lähtudes lugemite tegemisel ühest ja samast alguspunktist (näiteks lugedes, et maapinnal $W_p = 0$), võib kehal asendis D olla ainult üks potentsiaalse energia väärtus. Sel juhul $W''_{pB} = W'_{pB}$. Potentsiaalse energia summaarne muutus meie ülesandes võrdub nulliga, s. t. tööd ei tule teha.

Maa gravitatsioonivälja ülalmainitud omadus võib meid ka otsekohe viia sellele järeldusele. Asendis B on keha potentsiaalne energia ühesugune nii katse algul kui ka pärast mistaheskujulise trajektoori läbimist. Vastupidisel korral ei sõltuks potentsiaalne energia süsteemi kehade vastastikusest asendist.

Samale tulemusele jõuame ka võrrandi (5.5) abil. Raskusjõudude töö ringjoone kaartel BC ja CD on negatiivne, sest nurk raskusjõu ja nihkevektori vahel on nürinurk (näiteks punktid L ja M joonisel 39). Töö kaarel DKB on aga positiivne (punktid N ja T joonisel 39), kuid arvuliselt niisama suur. Soovitame lugejal tõestada seda iseseisvalt.

Kui keha riputada üles punktis D kinnitatud niidi abil, siis oleks ta punktis B püsivas tasakaalus. Püsivale tasakaalule vastab alati keha potentsiaalse energia väikseim võimalik varu.

Muutuva jõu töö. Füüsikas tuleb sageli määrata muutuva jõu tööd: seni, kuni keha muudab Δs võrra oma asendit, on jõu suurus juba muutunud.

Niisuguste arvutuste korral võib jällegi kasutada võrrandit (5.5), ainult jõu F asemel tuleb kasutada jõu keskmist väärtust keha nihkumiseks kulunud aja vältel. Olgem aga ettevaatlikud! Märkus, mille me tegime eespool keskmise kiiruse

analüüsil, kehtib ka siin. Jõu keskmist väärtust, mis arvutatakse aritmeetilise keskmisena, võib kasutada ainult trajektoori niisuguste lõikude Δs jaoks, kus jõud kas kasvab või kahaneb lineaarselt.

Kasutame kirjeldatud meetodit $\Delta s = x$ võrra pikemaks venitatud (või kokku surutud) horisontaalse vedru potentsiaalse energia arvutamiseks, kui vedru elastsustegur on k (vt. joon. 30).

Antud juhul on tegemist ühe keha osakeste vastastikusest mõjust tingitud potentsiaalse energiaga. Selleks kehaks on vedru, mis kujutabki endast kogu süsteemi. Venitamata olekus vedru potentsiaalse energia loeme tinglikult võrdseks nulliga. Et mitte arvestada vedru osakeste kineetilise energia muutust, lepime kokku, et vedru tõmmatakse pikemaks lõpmatult väikese konstantse kiirusega.

Vedru deformeerimiseks peame ta otsale rakendama välist jõudu, mis kasvab lineaarselt vedru otsa nihkumisel punktist O punkti B. Muutugu jõud seejuures piirides $F_1 = 0$ kuni $F_2 = kx$. Vedru otsa nihkumisel peab see väline jõud tasakaalustama vedrus tekkivat ja kasvavat elastsusjõudu F_e.

Et välise jõu suund ühtib vedru otsa nihkumise suunaga, siis on $\cos(\boldsymbol{F}, \Delta\boldsymbol{s}) = 1$. Välise jõu keskmise väärtuse leiame F_1 ja F_2 aritmeetilise keskmisena:

$$F_k = \frac{F_1 + F_2}{2} = \frac{0 + kx}{2} = \frac{kx}{2} .$$

Asetades F_k, $\Delta s = x$ ja $\cos(\boldsymbol{F}, \Delta\boldsymbol{s}) = 1$ võrrandisse (5.5), saame:

$$\Delta A = \frac{kx^2}{2} .$$

Et tööga mõõdetakse süsteemi mehaanilise energia muutust ja kineetiline energia on antud juhul konstantne, siis annab vedru deformeerimisel tehtud töö väärtus ΔA venitatud vedru potentsiaalse energia. Kui vedru potentsiaalset energiat algolekus lugeda nulliks, siis

$$W_p = \frac{kx^2}{2} .$$

Vaatleme veel üht näidet muutuva jõu töö arvutamise kohta.

Liikugu keha, mille mass on m, punktist I (kõrgus maapinnast $H_1 = 100$ km) punkti II (kõrgus maapinnast $H_2 = 200$ km). Mitu korda muutub seejuures keha potentsiaalne energia, mis on tingitud Maa külgetõmbejõust?

Sageli võib niisuguse küsimuse esitaja kuulda mitte täiesti põhjendatud vastust: «kaks korda». Niisugusele vastusele tullakse järgmise arutluse teel. Esimeses asendis loetakse keha potentsiaalseks energiaks

$W_{p1} = mgH_1$

ja teises asendis

$W_{p2} = mgH_2$.

Siit leitakse, et

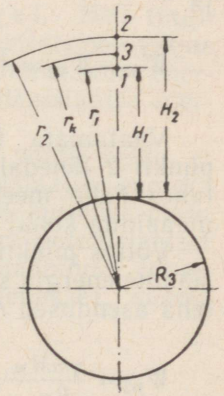
$$\frac{W_{p2}}{W_{p1}} = \frac{mgH_2}{mgH_1} = \frac{H_2}{H_1}, \tag{5.6}$$

Et aga $H_2/H_1 = 2$, siis arvatakse, et ka $W_{p2}/W_{p1} = 2$.

Antud juhul on tegemist veaga, mis tuleneb võrrandi (5.2) formaalsest tõlgendusest. Kirjeldatud lahendusviisi korral arvestatakse ainult W_p sõltuvust keha kõrgusest maapinnast ja unustatakse, et ka raskuskiirenduse g väärtus sõltub meid huvitava punkti kõrgusest. Seejuures arvatakse sageli, et valem (5.2) keha potentsiaalse energia arvutamiseks Maa gravitatsioonivälja mingis punktis kehtib punkti iga kõrguse H korral. See ei ole aga nii. Valem (5.2) ei ole universaalne ja kehtib ainult juhul, kui $H \ll R_M$, s. t. kui keha nihkub ainult nii väikesele kõrgusele maapinnast, et raskuskiirenduse g muutust võib mitte arvestada ($g = \text{const}$).

Antud ülesandes aga pole kõrgused H_1 ja H_2 maakera raadiusega R_M võrreldes nii väga väikesed (arvutuste lihtsustamiseks oletame, et $R_M = 6400$ km). Seetõttu ei tohi potentsiaalse energia väärtusi W_{p1} ja W_{p2} asendites *I* ja *II* arvutada valemi (5.2) järgi, vaid ülesande lahendamiseks tuleb leida mingi teine tee.

Püüame tuletada universaalset valemit potentsiaalse energia arvutamiseks mistahes kõrgusel H maapinnast, kui keha mass on m. Vaatleme kaht üksteisele küllalt lähedal asuvat punkti *1* ja *2*,



JOON. 40

mis asuvad maakera keskpunktist kaugusel r_1 ja r_2 (joon. 40). Keha nihkumisel punktist *2* punkti *1* kaugusele (r_2-r_1) on gravitatsioonijõu poolt tehtud töö A_{21}. Selle töö väärtus määrab keha potentsiaalse energia muutuse ülemineku ühest asendist teise:

$$A_{21}=W_{p2}-W_{p1}.$$

(Siin me arvestasime üldtuntud asjaolu, et keha potentsiaalne energia kasvab keha eemaldumisel maapinnast.) Et kauguse muutumisega maakera keskpunktist muutub ka gravitatsioonijõu väärtus, siis kujutab A_{21} muutuva jõu tööd. Arvutame selle töö, lähtudes kehale mingis vahepealses punktis *3* mõjuva gravitatsioonijõu keskmisest väärtusest F_k. Asugu punkt *3* maakera keskpunktist kaugusel r_k. Töö A_{21} leiame neil eeldustel järgmiselt:

$$A_{21}=F_k(r_2-r_1)=\frac{\gamma m M_M}{r_k^2}(r_2-r_1).$$

Vedru deformeerimisel leidsime eespool välise jõu keskmise väärtuse jõu algväärtuse ja lõppväärtuse aritmeetilise keskmisena. Seejuures ei tekkinud meil mingit viga sel lihtsal põhjusel, et deformeeriva jõu väärtus oli deformatsiooniga võrdeline. Antud ülesandes muutub aga jõud keerulisema seaduspärasuse järgi ja jõu keskmise väärtuse arvutamine nihke alg- ja lõpppunktile vastavate jõudude aritmeetilise keskmisena annab vale tulemuse. Seetõttu toimime nüüd teisiti. Et me vaatleme teineteise lähedal asuvaid punkte *1* ja *2* (nende vahemaa on nende kaugusest maakera keskpunktini palju kordi väiksem), siis võib lugeda, et $r_k^2=r_1\cdot r_2$. Sel juhul

$$A_{21}=\frac{\gamma m M_M}{r_1\cdot r_2}(r_2-r_1)=\frac{\gamma m M_M}{r_1}-\frac{\gamma m M_M}{r_2}$$

ja

$$W_{p2}-W_{p1}=\frac{\gamma m M_M}{r_1}-\frac{\gamma m M_M}{r_2}. \qquad (5.7)$$

Vaatamata tuletamisel tehtud eeldusele, et punkt *1* asub punkti *2* lähedal, kehtib see valem Maa gravitatsioonivälja mistahes kahe meelevaldselt valitud punkti korral, mis asetsevad maapinna kohal (kumbki punkt ei tohi asetseda maakera sees).

Võttes punkti *1* maapinnal ja leppides kokku, et keha potentsiaalne energia selles punktis võrdub nulliga, tuleb võrrandis (5.7) teha asendused $r_1=R_M$ ja $W_{p1}=0$. Pärast asendamist saame:

$$W_{p2}=\frac{\gamma m M_M}{R_M}-\frac{\gamma m M_M}{r_2}.$$

Arvestades, et $R_2 = R_M + H_2$, leiame:

$$W_{p2} = \gamma m M_M \left(\frac{1}{R_M} - \frac{1}{R_M + H_2} \right) = \gamma m M_M \frac{H_2}{R_M (R_M + H_2)} .$$

Ülalpool märkisime juba, et punkti *2* võib valida meelevaldselt ja seetõttu võib viimases võrrandis indeksi 2 ära jätta:

$$W_p = \gamma m M_M \frac{H}{R_M (R_M + H)} . \qquad (5.8)$$

Kui keha mass on m ja keha asub maapinnast kõrgusel H, siis saab selle valemi abil arvutada keha potentsiaalset energiat, kui viimast maapinnal lugeda võrdseks nulliga. Juhime tähelepanu, et valem (5.8) kehtib ainult siis, kui viimane tingimus on täidetud!

Tuletades meelde, et «potentsiaalse energia nullpunkt» valitakse täiesti meelevaldselt, võib, nagu seda ka sageli tehakse, lugeda keha potentsiaalset energiat võrdseks nulliga mitte maapinnal, vaid Maast lõpmatult kaugel asuvas punktis. Asetades nüüd võrrandisse (5.7) $r_2 = \infty$ ja $W_{p2} = 0$ ning arvestades, et $r_1 = R_M + H_1$, saame:

$$W_{p1} = - \frac{\gamma m M_M}{r_1} = - \frac{\gamma m M_M}{R_M + H_1} .$$

Jättes punkti *1* meelevaldse valiku võimaluse tõttu ära indeksid, saame:

$$W_p = - \frac{\gamma m M_M}{R_M + H} . \qquad (5.9)$$

Ka selle valemi järgi võib määrata keha potentsiaalset energiat kõrgusel H maapinnast, kuid ainult tingimusel, et keha potentsiaalset energiat loetakse võrdseks nulliga Maast lõpmatult kaugel. Neil tingimustel on keha potentsiaalne energia Maa gravitatsiooniväljas negatiivne. Keha kaugenemisel maapinnast ta potentsiaalne energia kasvab, jäädes seejuures negatiivseks, s. t. potentsiaalse energia absoluutväärtus kahaneb.

Pöördume tagasi meie ülesande juurde. Nüüd võime öelda, et küsimusele, kui mitu korda muutub keha potentsiaalne energia keha liikumisel asendist *I* asendisse *II*, võib anda kuitahes palju vastuseid. Kõik sõltub sellest, kus me loeme keha potentsiaalset energiat võrdseks nulliga. Lugedes seda nulliks maapinnal (nagu füüsika elementaarkursuses kõige sagedamini tehakse), saame võrrandi (5.8) põhjal:

$$W_{p2} = \gamma m M_M \frac{H_2}{R_M (R_M + H_2)} ,$$

$$W_{p1} = \gamma m M_M \frac{H_1}{R_M (R_M + H_1)}$$

ja

$$\frac{W_{p2}}{W_{p1}} = \frac{H_2}{H_1} \cdot \frac{R_M + H_1}{R_M + H_2} . \qquad (5.10)$$

Asendades saadud valemis suurused H_1, H_2 ja R_M nende väärtustega, saame:

$$\frac{W_{p2}}{W_{p1}} = 1{,}97.$$

Kui aga keha potentsiaalset energiat loetakse võrdseks nulliga lõpmatuses, siis vastavalt valemile (5.9)

$$W_{p2} = -\frac{\gamma m M_M}{R_M + H_2} ,$$

$$W_{p1} = -\frac{\gamma m M_M}{R_M + H_1}$$

ja energiate absuutväärtuste suhe

$$\frac{|W_{p2}|}{|W_{p1}|} = \frac{R_M + H_1}{R_M + H_2} .$$

Arvväärtuste asetamisel valemisse saame:

$$\frac{|W_{p2}|}{|W_{p1}|} = 0{,}985.$$

Muuseas, H_1 ja H_2 antud väärtuste puhul on absoluutselt õige ka vastus $W_{p2}/W_{p1} = 2$, kuid ainult juhul, kui keha potentsiaalset energiat loetakse võrdseks nulliga umbes 30 km kõrgusel maapinnast. Soovitame lugejal veenduda selles iseseisvalt.

Näitame veel, et valem (5.2) on valemi (5.8) erijuhuks. Arvestades seost (4.4), võib võrrandi (5.8) esitada kujul

$$W_p = \frac{mgR_M^2 H}{R_M (R_M + H)} = \frac{mgR_M H}{R_M + H} .$$

Siit järeldub, et kui suurus H murru nimetajas on maakera raadiusega R_M võrreldes väga väike, s. t. $H \ll R_M$, siis $W_p = mgH$.

Lõpuks võib teatud määral õigustada ka oma lihtsusega meelitava valemi (5.6) kasutamist. Seda valemit võib kasutada suhte W_{p2}/W_{p1} ligikaudseks hindamiseks mitte ainult juhul, kui $H_1 \ll R_M$ ja $H_2 \ll R_M$ [sel juhul järgneb valemist (5.10), et $W_{p2}/W_{p1} = H_2/H_1$, sest H_1 ja H_2 on väga väikesed võrreldes suurusega R_M, teine murd paremal poolel aga on peaaegu võrdne ühega], vaid ka juhul, kui $(H_2 - H_1) \ll R_M$, s. t. Maa gravitatsioonivälja kahe

punkti korral, mis asuvad teineteise lähedal, isegi kui H_1 ja H_2 väärtused ise on maakera raadiusega R_M võrreldes küllaltki suured [sel juhul erineb teine murd valemis (5.10) jällegi väga vähe ühest].

Ülaltoodud arutlustest võib teha veel ühe üldise ja väga kasuliku järelduse. Iga ülesande lahendamisel tuleb kõigepealt selgesti ette kujutada kogu vaadeldavat füüsikalist nähtust. Tuleb leppida kokku taustsüsteemi valiku suhtes. Me rääkisime juba, et taustsüsteem valitakse meelevaldselt. Lihtsamatel juhtudel seotakse taustsüsteem sageli Maaga, kuid teda võib valida ka teisiti. Niisiis, ärge kartke raisata paari sõna, et selgitada, missuguse taustsüsteemi te antud konkreetsel juhul valite! Ülesande lahendus muutub sellega ainult paremaks. Vajalikke füüsikalisi suurusi, nende definitsioone ja nendevahelisi seoseid kasutades tuletage vastus üldkujul. Vastuse analüüsimisel hinnake sellesse kuuluvate suuruste osatähtsust. Vastates küsimusele «Kas ei või midagi arvestamata jätta?», on tihtipeale võimalik lõppavaldist lihtsustada. Seejuures tuleb aga alati märkida ära tingimused niisuguste lihtsustuste tegemiseks ja ka lihtsustatud avaldise kasutatavuse piirid.

Võimsus. Füüsikalist suurust, mis väljendab ajaühikus tehtud tööd, nimetatakse *võimsuseks*. Kui töö ΔA tehti ajavahemiku Δt jooksul, siis on *keskmine võimsus* N_k arvutatav valemist

$$N_k = \frac{\Delta A}{\Delta t}. \tag{5.11}$$

Kui jõu- ja nihkevektori suunad ühtivad, saame seostest (5.11) ja (5.5) teistsuguse kujuga valemi keskmise võimsuse arvutamiseks:

$$N_k = F\frac{\Delta s}{\Delta t} = Fv_k. \tag{5.12}$$

Võimsuse mõõtühikud saame võrrandist (5.11) : 1 J/s = 1 W (SI), 1 erg/s (CGS) ja 1 kG · m/s (MKGS).

Vaadeldes lõpmatult lühikest ajavahemikku Δt, võime leida hetkvõimsuse N:

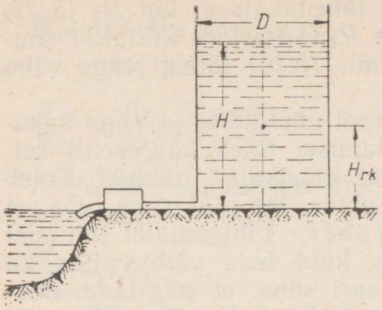
$$N = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta A}{\Delta t} \tag{5.13}$$

ehk

$$N = Fv. \tag{5.14}$$

Ülesanne. Kui suur peab olema pumba keskmine võimsus, et $\Delta t = 10$ min. 28 s jooksul täita jõeveega vertikaalne silindriline paak kõrguseni $H = 20$ m, kui paagi diameeter $D = 1$ m ja paagi põhi asub veepinna kõrgusel (joon. 41).

Jättes arvestamata hõõrdumise torudes, tuleb vee tõstmisel teha tööd ainult raskusjõu ületamiseks. Vee kaalu on lihtne leida, lähtudes paagi veega



JOON. 41

täidetava osa mõõtmetest ja vee erikaalust d, mille saame tabelitest. Töö arvutamiseks on vaja teada, kui kõrgele vesi tõstetakse. On selge, et suurus H ei määra tehtava töö väärtust vahetult: paagi täitmisel tuleb võrdseid veehulki (näiteks 1 liitri kaupa) tõsta erinevale kõrgusele (nullist kuni kõrguseni H). Kuidas tuleks ülesannet lahendada?

Muidugi on olemas võimalus jagada paagi täidetav ruumala väga õhukesteks horisontaalseteks silindrilisteks kihtideks ja arvutada seejärel summaarne töö, mis tehakse kõikide silindrilise kihi ruumalaga võrdsete veehulkade tõstmisel. Esimese kihi täitmisel tehtud töö võime jätta arvesse võtmata, kuna see on väikese tõstekõrguse tõttu kaduvväike. Teine annus vett tuleb tõsta kõrgusele, mis võrdub esimese kihi paksusega, kolmas aga kõrgusele, mis võrdub kahe kihi paksusega jne.

Kirjeldatud viisil arvutades veendume, et töö suurus sõltub paaki pumbatud veesamba raskuskeskme kõrgusest H_{rk} algnivoo suhtes. Silindrilise veesamba korral $H_{rk}=\frac{H}{2}$.

Seda tuleb alati silmas pidada vedelike või puistematerjalide tõstmisel tehtava töö arvutamisel.

Niisiis

$$\Delta A = PH_{rk} = P\frac{H}{2}. \qquad (a)$$

Kui vee ruumala paagis on V, siis $P=Vd$ ehk

$$P=\frac{\pi D^2}{4}Hd. \qquad (b)$$

Kasutades seoseid (a), (b) ja (5.11), saame otsitava keskmise võimsuse jaoks avaldise

$$N_k=\frac{\pi D^2 H^2 d}{8\Delta t}.$$

Kontrollime selle võrrandi parema poole dimensiooni ja arvutame keskmise võimsuse väärtuse erinevates mõõtühikute süsteemides.

SI-süsteemis on D ja H ühikuks m, Δt ühikuks sekund ja d ühikuks N/m^3 (vee korral $d=9810\ N/m^3$).

Sel juhul

$$\frac{m^2 \cdot m^2 \cdot N}{s \cdot m^3}=\frac{N \cdot m}{s}=\frac{J}{s}=W$$

ja

$$N_k = \frac{3{,}14 \cdot 1 \cdot (20)^2 \cdot 9810}{8 \cdot 628} = 2{,}45 \cdot 10^3 \text{ W}.$$

CGS-süsteemis on D ja H ühikuks cm, Δt ühikuks sekund ja d ühikuks dyn/cm³. (Juhime tähelepanu, et tabelites sageli esinev erikaalu mõõtühik G/cm³ ei kuulu CGS-süsteemi, vaid on süsteemiväline ühik.) Niisugusel juhul

$$\frac{\text{cm}^2 \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{dyn}}{\text{s} \cdot \text{cm}^3} = \frac{\text{dyn} \cdot \text{cm}}{\text{s}} = \frac{\text{erg}}{\text{s}}.$$

Asetades valemisse arvväärtused, saame:

$$N_k = \frac{3{,}14 \cdot (100)^2 \cdot (2000)^2 \cdot 981}{8 \cdot 628} = 2{,}45 \cdot 10^{10} \frac{\text{erg}}{\text{s}}.$$

MKGS-süsteemis on D ja H ühikuks m, Δt ühikuks sekund ja d ühikuks $\frac{\text{kG}}{\text{m}^3}$ (vee korral $d = 1000 \frac{\text{kG}}{\text{m}^3}$). Seega

$$\frac{\text{m}^2 \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kG}}{\text{s} \cdot \text{m}^3} = \frac{\text{kG} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

ja

$$N_k = \frac{3{,}14 \cdot 1 \cdot (20)^2 \cdot 1000}{8 \cdot 628} = 2{,}5 \cdot 10^2 \frac{\text{kG} \cdot \text{m}}{\text{s}}.$$

2. Mehaanilise energia jäävuse ja muundumise seadus

Vastastikuses mõjustuses olevate kehade suletud süsteemide mehaanilise energia mõiste abil saab katseandmete põhjal formuleerida tähtsaimat mehaanikaseadust — *mehaanilise energia jäävuse seadust*, mis kehtib kõigi loodusnähtuste korral.

Vastastikuses mõjustuses olevate materiaalsete objektide suletud süsteemi mehaaniline energia ei saa iseenesest tekkida ega kaduda. Ta jääb süsteemi oleku muutumisel konstantseks ning võib ainult võrdsetes hulkades muunduda ühest liigist teise (kineetilisest energiast potentsiaalseks ja vastupidi). Märgime, et mehaanilise energia jäävuse ja muundumise seadus kehtib ainult juhul, kui süsteemi mehaaniline energia ei muundu teisteks energialiikideks. (Niisuguse muundumisega kohtume näiteks kehade liikumisel, kui arvestada hõõrdumist.) Käsitledes järgnevalt energia teisi («mittemehaanilisi») liike, püüame täpsustada mehaanilise energia jäävuse seaduse kehtivuspiire.

Nüüd muutub mõistetavaks ja õigustatuks ka mehaanilise energia mõiste kasutuselevõtmine. Selgub, et see füüsikaline suurus «käitub» teatud kindlal viisil, alludes seejuures jäävusseadusele.

Mitte asjatult ei alustanud me seda paragrahvi impulsi jäävuse seaduse meenutamisega. Mõlemad jäävusseadused mängivad füüsikas põhilist rolli, kusjuures neil on palju ühist: mõlemad

kehtivad vastastikuses mõjustuses olevate kehade suletud süsteemide korral, mõlemad iseloomustavad impulsi või energia vahetust süsteemi kehade vahel, mõlemad räägivad süsteemi mõnede omaduste (summaarse impulsi või mehaanilise koguenergia) jäävusest süsteemi üleminekul ühest olekust teise.

Kui me vahest kasutamegi energia jäävuse seadust üksikute kehade, masspunktide või materiaalsete objektide korral, siis teeme seda vaid tinglikult. Alati leidub teine keha, mis on seotud suvaliselt liikumatuks võetud taustsüsteemiga (mille alguspunkti valik määrab potentsiaalse ja kineetilise energia väärtuste lugemite alguspunkti), moodustades koos uuritava üksiku objektiga suletud süsteemi.

Me ütleme, näiteks, et «Kukkuva kivi kiirus suureneb, sest ta kineetiline energia suureneb potentsiaalse energia vähenemise arvel» või «Horisontaalse vedru otsa kinnitatud kuulikese kiirus väheneb kuuli eemaldumisel tasakaaluasendist kineetilise energia muundumise tõttu potentsiaalseks energiaks». Seejuures mõistame esimesel juhul teise keha all Maad ja teise väite korral — seina külge kinnitatud vedru otsa.

Rääkida üksiku isoleeritud materiaalse objekti mehaanilisest energiast ilma teise kehata on mõttetu. Selles seisnebki mõiste «mehaaniline energia» suhtelisus.

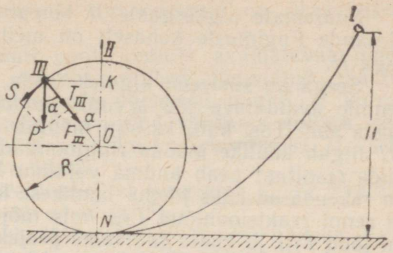
Kui keha, mille mass on m, liigub kiirusega v, siis on tal teatud kindel kineetiline energia $W_k = mv^2/2$ sõltumata sellest, mis oli selle keha kiiruse põhjuseks (haamrilöök, vedru mõju, Maa külgetõmbejõud jne.). Kehal, mis on vastastikuses mõjus teiste kehadega, on antud asendis kindel potentsiaalne energia W_p sõltumata sellest, mis põhjusel või missuguste ümberpaigutumiste tulemusena ta sellesse asendisse jõudis. See võimaldab kasutada energeetilist käsitlusviisi paljude mehaanikaülesannete lahendamisel, mille tulemusena meil pole vaja arvestada nähtuste üksikasju.

Mõningaid mehaanikaülesandeid on võimalik lahendada kahel viisil, Newtoni seaduste või mehaanilise energia jäävuse seaduse abil. Sageli on teisel viisil vastuse saamine palju hõlpsam.

Ülesanne. Kuulike, mille kaal on P, liigub mööda surmasõlmekujulist renni, alustades liikumist minimaalselt selleks vajalikult kõrguselt. Jättes arvestamata takistusjõud, määrata jõud, mida kuulike avaldab rennile punktis *III*. Nimetatud punkti tõmmatud raadius moodustab vertikaaliga nurga α (joon. 42).

Hakaku kuulike liikuma punktist *I*, mille kõrgus surmasõlme madalaima punkti *N* suhtes on *H*. Kõrguse *H* vähima väärtuse määrab tingimus, et kuulike ei tohi end punktis *II* rennist lahti rebida. Sel juhul kuulikese ja renni vastastikune mõjustus puudub, kesktõmbekiirenduse annab kuulikesele ainult raskusjõud P ja nüüd võime Newtoni II seaduse kuulikese kohta kirjutada kujul

$$P = ma_{\text{kt II}}.$$



JOON. 42

Kui ringjoone raadius on R ja kuulikese liikumiskiirus punktis *II* vastavalt v_{II}, siis

$$P=\frac{Pv_{II}^2}{gR}. \qquad (a)$$

Kuuli kiirust punktis *II* võib määrata mehaanilise energia jäävuse seaduse abil.

Antud juhul kuuluvad süsteemi kolm vastastikuses mõjustuses olevat keha: kuulike, renn ja Maa. Maa seome liikumatu taustsüsteemiga, kusjuures Maa mehaanilise energia loeme võrdseks nulliga. Olgu punkt N, millest me hakkame mõõtma kuuli kõrgust, täpselt maapinnal. Vaatamata sellele, et kuulikese ja renni vahel mõjuvad jõud, võib energeetilise lahendusviisi korral renni mitte vaadelda. Renn ei liigu, järelikult ta kineetiline energia võrdub nulliga ja ei muutu. Renn ei deformeeru, järelikult ta potentsiaalne energia Maa suhtes katse jooksul ei muutu. Niisugustel tingimustel võime rääkida ainult kuulikese mehaanilise energia muutumisest ja muundumisest.

Punkt *I* on kuulikese algasend. Selles punktis on kuulike paigal ja siit alustab ta oma liikumist. Järelikult on kuulikese kineetiline energia punktis *I* võrdne nulliga: $W_k=0$. Kuulikese potentsiaalne energia selles punktis on määratud ta kõrgusega maapinnast: $W_{pI}=PH$. Mehaaniline koguenergia punktis *I* võrdub järelikult potentsiaalse energiaga selles punktis: $W_{mI}=PH$. Asendis *II* liigub kuulike kiirusega v_{II}. Järelikult kuulikese kineetiline energia selles punktis $W_{kII}=\frac{Pv_{II}^2}{2g}$. Et kuulike on asendis *II* maapinnast kõrgusel $2R$, siis on ta potentsiaalne energia $W_{pII}=P\cdot 2R$. Seega

$$W_{mII}=W_{kII}+W_{pII}=\frac{Pv_{II}^2}{2g}+2PR.$$

Mehaanilise energia jäävuse seaduse kohaselt peab olema $W_{mI}=W_{mII}$ ehk

$$PH=\frac{Pv_{II}^2}{2g}+2PR,$$

millest

$$v_{II}^2=2g(H-2R). \qquad (b)$$

Asetades v_{II}^2 väärtuse võrdusest (b) tingimusse (a), leiame et

$$H=2{,}5R. \qquad (c)$$

Kui punkt *I* asub madalamal kui seosest (c) arvutatav kõrgus H, siis ei saa kuulike surmasõlme sooritada. Kuulike kas kukub punktis *II* rennist välja või ei jõuagi selle punktini.

Suuremate algkõrguste H korral võib kuulike surmasõlme sooritada, kuid ülesande tingimuste kohaselt on meil tegemist väikseima võimaliku algkõrgusega H.

Seega on süsteemi algolek teada. Ülesande teine osa, s. o. kuulikese poolt rennile avaldatava jõu arvutus punkti *III* jaoks on lahendatav Newtoni seaduste abil. Tõsi küll, ka siin mängib energia jäävuse seadus oma osa. Punktis *III* liigub kuulike mööda ringjoont kiirusega v_{III}. Kuulikesele rakendatud jõudude resultant peab andma vajaliku kesktõmbejõukiirenduse a_{ktIII}. Kuulikesele on rakendatud kaks jõudu: kuulikese kaal P, mis on suunatud vertikaalselt alla, ja renni reaktsioonjõud F_{III}, mis mõjub piki raadiust. Kesktõmbejõu põhjuseks on jõud F_{III} ja kaalu radiaalne projektsioon T_{III}. Kaalu tangentsiaalne komponent S muudab ainult kiiruse väärtust. Seega peab olema täidetud tingimus $T_{III}+F_{III}=ma_{ktIII}$, kusjuures $T_{III}=F\cos\alpha$ ja järelikult

$$P\cos\alpha+F_{III}=\frac{Pv_{III}^2}{gR}. \qquad (d)$$

Jõu P_{III} arvväärtus ongi otsitav, sest kuul avaldab rennile asendis III täpselt niisama suurt, kuid radiaalselt väljapoole suunatud jõudu. Seega on otsitav jõud suuruselt võrdne jõuga F_{III}, kuid vastupidise suunaga.

Kiiruse v_{III} määrame energia jäävuse seaduse põhjal, sest kuulikese mehaaniline energia asendites *I* ja *III* peab olema võrdne. On selge, et

$$W_{kIII}=\frac{Pv_{III}^2}{2g}$$

siis

$$W_{pIII}=P(R+OK)=P(R+R\cos\alpha)=PR(1+\cos\alpha).$$

Seega

$$W_{mIII}=\frac{Pv_{III}^2}{2g}+PR(1+\cos\alpha).$$

Et

$$W_{mI}=PH,$$

siis

$$PH=\frac{Pv_{III}^2}{2g}+PR(1+\cos\alpha),$$

millest

$$v_{III}^2=2gH-2gR(1+\cos\alpha). \qquad (e)$$

Asendades v_{III}^2 võrrandist (e) võrrandisse (d), saame:

$$P\cos\alpha+F_{III}=\frac{P}{gR}\left[2gH-2gR(1+\cos\alpha)\right],$$

millest pärast teisendusi saame:

$$F_{III}=\frac{P}{R}(2H-2R-3R\cos\alpha). \qquad (f)$$

Kui võrrandis (f) arvestada tingimust (c), mis määrab madalaima vajaliku lähtepunkti, saame lõpptulemuseks

$$F_{III}=3P(1-\cos\alpha). \qquad (g)$$

Võrrandi mõlemal poolel olevate suuruste dimensioonid on ühesugused, sest sulgudes on dimensioonita avaldis.

Avaldis (g) võimaldab arvutada kuuli poolt rennile avaldatavat jõudu surmasõlmekujulise trajektoori mistahes punktis, millest tõmmatud raadius moodustab vertikaaliga nurga α. Kasutades seda võrrandit punkti II korral, peab kuuli poolt rennile (või vastupidi) avaldatav jõud võrduma nulliga, sest võrrandi tuletamisel lähtusime minimaalsest vajalikust algkõrgusest H. Võttes võrrandis (g) $\alpha=0$, on selles kerge veenduda.

Analüüsides avaldist (g), jõuame järeldusele, et suurimat jõudu avaldab kuulike rennile punktis N. Punkti N korral $\alpha=\pi$ ja $F_N=6P$.

Kuulikese liikumine surmasõlmes on ebaühtlase ringliikumise näiteks. Kuulikese kaalu komponent S ongi kiiruse suuruse muutumise põhjuseks. Jooniselt näeme, et $S=P\sin\alpha$. Seega muutub kuulikese tangentsiaalkiirendus liikumisel ringjoonekujulises rennis sinusoidaalse seaduse järgi:

$$a_t=\frac{S}{m}=\frac{P\sin\alpha}{P/g}=g\sin\alpha.$$

Ülesanne. Sageli võib kuulda, et «teine kosmiline kiirus» v_{II} on ligikaudu 11,2 km/s. Teiseks kosmiliseks kiiruseks nimetatakse (ilma lisamärkusteta) niisugust kiirust, millega peab liikuma keha, et lahkuda maakeralt, rebida end lahti Maa külgetõmbest ja muutuda Päikese tehiskaaslaseks. Kas keha on aga selleks suuteline, kui ta kiirus on $v=1$ km/s?

Teise kosmilise kiiruse üldvalemi tuletamiseks on otstarbekohane kasutada valemit (5.9). Märkusel, mis sai tehtud avaldise (5.9) tuletamisel, et keha potentsiaalset energiat loetakse võrdseks nulliga lõpmatuses, on antud juhul eriline väärtus.

Kui keha on Maast lõpmatult kaugel, ei mõju talle enam maakera külgetõmbejõud. See tähendab, et isegi siis, kui seda keha ei toetata, ei kuku ta maapinnale. Keha on sel juhul kaotanud sideme Maaga, on end Maa külgetõmbejõust lahti rebinud ning külgetõmbejõust tingitud keha potentsiaalne energia võrdub nulliga. Kui keha on seejuures ka veel liikumatu, siis võrdub nulliga nii keha kineetiline energia kui ka mehaaniline koguenergia. Olles end Maa gravitatsiooniväljast lahti rebinud, võib keha muidugi liikuda ka mingi kiirusega. Kui keha kiirusvektor ei ole seejuures suunatud Maa poole, ei ole mingit põhjust, mis sunniks teda kukkuma maapinnale. Keha mehaaniline koguenergia on antud juhul muidugi positiivne, sest kineetilise energia väärtus ei saa olla negatiivne.

See arutlus kehtib muuseas ka keha lõplike kauguste korral Maast. Keha potentsiaalne energia on sel juhul küll negatiivne, kuid selleks, et keha Maale tagasi ei pöörduks, peab ta mehaaniline koguenergia võrduma nulliga või olema positiivne. See on võimalik siis, kui keha pole paigal, vaid liigub kiirusega, mis on teatud minimaalsest väärtusest suurem, kusjuures kiirusvektor ei tohi olla suunatud Maa poole. Sel juhul keha positiivne kineetiline energia kas kompenseerib või isegi ületab negatiivse potentsiaalse energia:

$$\left(\frac{mv_{II}^2}{2}-\frac{\gamma mM_M}{R_M+H}\right)\geqslant 0.$$

Minimaalset kiirust, mille puhul ülaltoodud tingimus on rahuldatud, nimetataksegi teiseks kosmiliseks kiiruseks v_{II}. Teise kosmilise kiiruse leiame seega tingimusest

$$\frac{mv_{II}^2}{2}-\frac{\gamma mM_M}{R_M+H}=0.$$

Arvestades avaldist (4.4), võime selle seose kirjutada kujul

$$\frac{mv_{II}^2}{2}=\frac{mgR_M^2}{R_M+H},$$

millest

$$v_{II}=R_M\sqrt{\frac{2g}{R_M+H}}.$$

Esimese ja teise kosmilise kiiruse väärtusi võrreldes märkame, et need erinevad $\sqrt{2}$ korda ja ei sõltu keha massist. Teise kosmilise kiiruse väärtus sõltub ka kosmoselaeva stardiplatsi kõrgusest. Kiiruse väärtus $v_{II}\cong 11{,}2$ km/s kehtib ainult juhul, kui $H=0$, s. o. startimisel maapinnalt. Meilt võidakse küsida: «Seni on kõik kosmoselaevad startinud maapinnalt. Milleks on siis aga vaja teise kosmilise kiiruse väärtusi, mis ülaltoodud väärtusest erinevad?» Et niisugust arusaamatust ei tekiks, juhime tähelepanu asjaolule, et *stardipunktiks* nimetatakse niisugust punkti maapinna läheduses, kus keha saavutab Maa külgetõmbest lahtirebimiseks küllaldase kiiruse. Selle kiiruse väärtus ise aga sõltub stardipunkti asukohast Maa suhtes. Kui me soovime, et pärast starti maapinna mistahes punktist «keha kaotaks sideme Maaga», tuleb kehale anda kiirus 11,2 km/s. Keha kiirusvektor võib seejuures moodustada maapinnaga meelevaldse nurga, kuid ei tohi olla suunatud maakera sisemusse. Tõstes keha aga eelnevalt teatud kõrgusele (pole tähtis, mille arvel või kuidas) ja andes talle alles seal Maa gravitatsioonijõust lahtirebimiseks vajaliku kiiruse, osutub see väiksemaks kui 11,2 km/s.

Kosmilise kiiruse andmine kehadele maapinna lähedal on raske ülesanne. Liikudes suure kiirusega atmosfääri tihedates kihtides, tekib tohutult suur hõõrdetakistus, mille tagajärjel aparaat või kosmoselaev ülekuumeneb või isegi põleb ära, kui spetsiaalseid abinõusid tarvitusele ei võeta. Seetõttu on kasulik läbida atmosfääri tihedaid kihte väikese kiirusega, tõsta keha hõredate kihtideni ja alles seal anda talle teine kosmiline kiirus.

Teise kosmilise kiiruse avaldise põhjal peaks nüüd arusaadav olema, et kiirusest 7,93 km/s piisab keha lahtirebimiseks Maast sel juhul, kui kehal on niisugune kiirus mitte maapinnal, vaid kõrgusel $H=R_M$.

Ülesandes pakutav kiirus $v=1\,\frac{km}{s}$ võib põhimõtteliselt olla teiseks kosmiliseks kiiruseks sel juhul, kui kehal on selline kiirus kõrgusel H_1 maapinnast, kusjuures H_1 on määratud tingimusega

$$v=R_M\sqrt{\frac{2g}{R_M+H_1}}.$$

Lahendades selle võrrandi H_1 suhtes, saame:

$$H_1=R_M\left(\frac{2gR_M}{v^2}-1\right).$$

Sulgavaldis on dimensioonita suurus, mille väärtus on ligikaudu 125. Seega

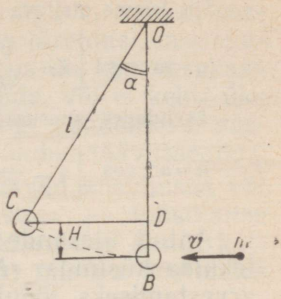
$$H_1\cong 125R_M\cong 800\,000 \text{ km}.$$

Mingil viisil niisugusele kõrgusele tõstetud kehale piisab kiirusest 1 km/s, et Maa gravitatsiooniväljast lõplikult lahkuda.

Mehaanikas tuleb sageli kasutada üheaegselt nii impulsi kui ka energia jäävuse seadust. Näitena toome alljärgneva ülesande.

Ülesanne. Kuul, mille mass $m=0{,}4$ g, lendab õhupüssist välja kiirusega $v=200$ m/s. Kuul satub niidi otsas ülesriputatud puitkerasse, mille mass $M=600$ g, ja peatub seal. Niidi pikkus $l=2{,}5$ m. Määrata niisuguse pendli kaldenurk α.

Joonisel 43 vastavad punktid B ja C kera raskuskeskme asendile enne ja pärast kuuli sattumist kerasse.



JOON. 43

Mehaanilisse süsteemi kuuluvad kolm keha: kuul, kera ja Maa. Lugedes niiti kaalutuks ja mittevenivaks, võib seda mitte lugeda neljandaks kehaks. Maaga seome liikumatu taustsüsteemi, mille suhtes mõõdetakse koordinaate ja liikumisi. Kera potentsiaalset energiat loeme nulliks horisontaalil, mis läbib kera raskuskeset selle madalaimas asendis (punktis B).

Oletame, et algul liikumatu kera saab kuuli pidurdumise tõttu temas kiiruse v_1. Kera ja temas pidurdunud kuuli võib vaadelda koos ühe kehana, mille mass on $(m+M)$ ja mis liigub kiirusega v_1. Impulsi jäävuse seaduse põhjal

$$mv=(m+M)v_1.$$

Siit võime määrata kiiruse v_1:

$$v_1=v\frac{m}{m+M}\,.$$

Kasutades energia jäävuse seadust, võime kirjutada, et süsteemi kera-kuul mehaanilised energiad punktides B ja C on võrdsed:

$$W_{kB}=W_{pC}$$

ehk

$$\frac{(m+M)v_1^2}{2}=(m+M)gH,$$

millest

$$H=\frac{v_1^2}{2g}\,.$$

Asendades v_1, saame:

$$H=\frac{v^2}{2g}\left(\frac{m}{m+M}\right)^2.$$

Jooniselt näeme, et

$$\cos\alpha=\frac{CD}{OC}=\frac{l-H}{l}=1-\frac{H}{l}\,.$$

Asendame viimases võrduses H:

$$\cos\alpha=1-\frac{v^2}{2gl}\left(\frac{m}{m+M}\right)^2.$$

Siit leiame otsitava nurga:

$$\alpha = \arccos \left[1 - \frac{v^2}{2gl}\left(\frac{m}{m+M}\right)^2\right].$$

Asendades suurused nende arvväärtustega, näiteks SI-süsteemis, saame:

$$\alpha = \arccos \left[1 - \frac{200^2}{2 \cdot 9{,}81 \cdot 2{,}5}\left(\frac{0{,}0004}{0{,}0004+0{,}6}\right)^2\right] = 0{,}0262 \text{ rad}.$$

Antud ülesande lahendamismeetodiga tutvunud lugejal võib tekkida küsimus: «Miks kuuli ja puitkera vastastikuse mõjustuse arvestamiseks löögi hetkel kasutati impulsi, mitte aga energia jäävuse seadust?» Sellele küsimusele vastamiseks vaatleme veidi lihtsamat juhtu.

Haavlitera, mille mass on m, liigub horisontaalsuunas kiirusega v. Teel kohtab ta ideaalselt siledal pinnal (hõõrdejõudusid võib mitte arvestada) asetsevat liivaga täidetud tikutoosi, mille mass on M. Püüame leida, kui suure kiirusega hakkab liikuma tikutoos, kui haavlitera jääb liivas peatuma ja liigub koos tikutoosiga edasi.

Käsitledes ülesannet formaalselt, saab antud suuruste põhjal suletud süsteemi haavlitera-tikutoos jaoks kirjutada nii liikumishulga kui ka energia jäävuse seaduse. Vaatleme mõlemat seadust, võttes tikutoosi kiiruseks esimese seaduse võrrandis v_1 ja teise seaduse võrrandis v_2:

$$mv = (m+M)v_1$$

ja

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{(m+M)v_2^2}{2}, \tag{5.15}$$

millest

$$v_1 = v\,\frac{m}{m+M} \tag{5.16}$$

ja

$$v_2 = v\sqrt{\frac{m}{m+M}}. \tag{5.17}$$

Mistahes lõplike m ja M väärtuste korral on avaldises (5.17) juuremärgi all olev murd väiksem kui üks. Seega on alati täidetud tingimus

$$\sqrt{\frac{m}{m+M}} > \frac{m}{m+M}.$$

Et aga haavlitera kiirus v on etteantud konstant, siis $v_2 > v_1$.

Kuidas seda mõista? Kahe tähtsaima mehaanikaseaduse kasutamine ühe ja sellesama suletud mehaanilise süsteemi korral annab kaks erinevat tulemust: tikutoos koos liivas peatunud haav-

literaga liigub ühest seadusest lähtudes kiirusega v_1, teisest seadusest lähtudes aga kiirusega v_2! Siit võib teha järeldusi, mis sunnivad ettevaatlikkusele. Tuleb välja, et tikutoos on kas «arukas» olend, kes «valib», missugusele seadusele alluda, või ei kehti üks seadustest antud ülesande tingimustes või siis vaadeldava vastastikuse mõjustuse kirjeldamiseks ei kõlba kumbki jäävusseadus.

Kui füüsikalisel uurimistööl tekivad vaieldavad küsimused või kahtlused, pöördutakse «kõrgeima kohtumõistja» — füüsikalise katse poole. Loodusuurijad usaldavad lõppkokkuvõttes ainult katset, sest ainult katse võib lõplikult otsustada, mis on arutlustes ja järeldustes õige ja mis vale.

Viies läbi meie ülesande tingimustele vastavad katsed, veendume, et tikutoos liigub edasi alati kiirusega v_1 ja mitte kunagi kiirusega v_2. See tähendab, et antud ülesande tingimustes on kasutatav ainult impulsi jäävuse seadus, energia jäävuse seadus aga «lakkab kehtimast». Kuidas aga mõista siis selle seaduse universaalsust? Tekivad uued kahtlused ja tuleb uuesti pöörduda katse poole.

Katse sooritamisel meenutame, et isegi kõige üldisemad füüsikaseadused ei ole absoluutsed, vaid kehtivad ainult teatud tingimustel. Võib-olla ei olnud meie ülesande tingimused mehaanilise energia jäävuse seaduse kehtivuseks küllaldased?

Kui antud ülesande tingimusi muuta ja korraldada niisugune katse kahe e l a s t s e kehaga, nagu kirjeldasime eespool punktis 2 § 2 (vt. joon. 15), saame tulemuse, mis on kooskõlas mõlema jäävusseadusega.

Nüüd on arusaadav, miks m e h a a n i l i s e energia jäävuse seadus meie ülesandes «lakkas kehtimast». Selles oleme süüdi meie ise. Selle ülesande tingimustel ta ei peagi kehtima. Me püüdsime kasutada seda seadust väljaspool ta kehtivuspiire ja saime tulemusena ebakõla arvutuste ja katsetulemuste vahel. Haavlitera ja tikutoosi vastastikuse mõjustuse hindamiseks tuleb kasutada ainult impulsi jäävuse seadust. Ja ikkagi — miks?

Vaatleme veel kord ülesandes antud mehaanilist süsteemi ja teeme kokkuvõtte. Enne vastastikusesse mõjustusse astumist liikus haavlitera kiirusega v, tikutoos aga oli paigal. Mõlemad kehad asusid samal horisontaalil. Süsteemi kolmandaks kehaks oli Maa. Me ei rääkinud Maast ainult seepärast, et sidusime Maaga liikumatu taustsüsteemi. Kas niisugustel tingimustel võib rääkida haavlitera ja tikutoosi mehaanilisest energiast? Muidugi võib. See on täielikus kooskõlas mehaanilise energia mõiste definitsiooniga. Võttes horisontaali, millel mõlemad kehad asuvad, nende kehade ja Maa vahelise vastastikuse mõjustuse potentsiaalse energia nullnivooks, võime kinnitada, et haavlitera ja tikutoosi potentsiaalne energia võrdub nulliga. Seejuures ei arvesta me haavlitera ja tikutoosi vastastikust mõjustust, mis on määratud ülemaailmse

gravitatsiooniseadusega. Ka tikutoosi kineetiline energia võrdub nulliga, kuna ta ei liigu maakera suhtes.

Haavlitera liigub Maa suhtes kiirusega v ja ta kineetiline energia on $W_k = \frac{mv^2}{2}$. Mõlema keha mehaaniline koguenergia enne põrkumist (tähistame seda W_{mI}) on seega

$$W_{mI} = \frac{mv^2}{2} . \tag{5.18}$$

Pärast põrkumist moodustab haavlitera koos tikutoosiga ühtse keha, mille mass on $(m+M)$ ja mis liigub, nagu me nüüd teame, mööda endist horisontaalnivood kiirusega v_1. Kasutades jällegi mehaanilise energia definitsiooni, võime süsteemi mehaanilise energia pärast põrkumist (W_{mII}) leida järgmiselt:

$$W_{mII} = \frac{(m+M)v_1^2}{2} . \tag{5.19}$$

Et võrrand (5.15) andis kiiruse v_2 [vt. võrrand (5.17)] suuremana kui v_1 [võrrandis (5.19)], siis võib oletada, et $W_{mI} > W_{mII}$. Seda pole raske tõestada. Olgu süsteemi kuuluvate kehade koguenergiate vahe enne ja pärast põrkumist ΔW. Järelikult $\Delta W = W_{mI} - W_{mII}$. Asetades sellesse avaldisse W_{mI} ja W_{mII} väärtused võrranditest (5.18) ja (5.19), saame:

$$\Delta W = \frac{mv^2}{2} - \frac{(m+M)v_1^2}{2} .$$

Asetades saadud avaldisse v_1 võrrandist (5.16), leiame, et

$$\Delta W = \frac{mv^2}{2} - \frac{(m+M)v^2m^2}{2(m+M)^2}$$

ehk

$$\Delta W = \frac{mv^2}{2}\left(1 - \frac{m}{m+M}\right), \tag{5.20}$$

kusjuures $\Delta W > 0$, kuna $m > 0$, $v^2 > 0$ ja $\frac{m}{m+M} < 1$.

Võrrand (5.20) näitabki, et mehaanilise energia jäävus antud ülesande tingimustel ei kehti.

Missugune on suuruse ΔW tähendus? See on energia, mis «läks kaduma», hajus haavlitera pidurdumisel liivas.

Kahe või rohkema keha vastastikust mõjustust, mille tulemusena nad «jäävad kokku» ja liiguvad pärast põrkumist edasi ühise kiirusega, nimetatakse füüsikas *absoluutselt mitteelastseks põrkeks.*

Vaadeldud näite põhjal tehtud järeldusel on üldine iseloom. Mistahes mitteelastsete põrgete korral väheneb süsteemi kuuluvate kehade mehaaniline energia. Seda hajunud energiahulka võib

alati määrata. Selgitada aga, kuhu see energia kaob, objektide ja nende vastastikuste mõjustuste mehaanilise käsitluse korral ei õnnestu. Selleks tuleb mehaanikaseaduste kõrval võtta appi veel teised seadused, s. o. seadused, mis kirjeldavad kehade nii-öelda «sisemist mehaanikat». Füüsika võis mehaanilise energia «kadumist» seletada alles pärast materiaalsete objektide siseehituse seaduspärasuste ja printsiipide tundmaõppimist ning pärast kehade koostisosade käitumise uurimist. Selgus, et mehaaniline energia ei ole ainuke energialiik. Arvestades, et mehaaniline energia võib muunduda teisteks mittemehaanilise energia liikideks (soojusenergiaks, elektriliste ja teiste vastastikuste mõjustuste energiaks), täpsustas ja laiendas füüsika üldise energia jäävuse seaduse kehtivuspiire.

Energia mõistet kasutatakse mitte ainult mehaanilise liikumise korral. Mehaaniline energia on vaid laiema mõiste — energia — eriliik.

§ 6. MEHAANIKA TÄHTSUS JA «MEHAANILISE LÄHENEMISVIISI» KASUTATAVUSPIIRID FÜÜSIKAS

Äsjakirjeldatud «kahtlused» ei vähenda muidugi mingil määral mehaanika kui füüsikateaduse ühe osa tähtsust. Et mehaanika ei suuda kõikidele üleskerkivatele küsimustele vastata, selles ei tule näha ainuüksi mehaanika puudust. Kõigile küsimustele, millega me looduse uurimisel kohtume, ei suuda vastata ka kogu füüsika tervikuna. «Kõikehõlmavaid», «kõiketeadvaid» teadusi ei saagi olla. Ja kui mehaanika saab hakkama terve rea ülesannete lahendamisega, siis tuleb mehaanika meetodit ja võtteid vaadelda esimeste väärtuslike sammudena maailma füüsikalise pildi lahtimõtestamisel. Mehaanikale ei tohi ainult anda ülesandeid, mida ta pole suuteline lahendama. Mehaanikat tuleb vaadelda füüsika esimese osana, mis tegeleb teatava küsimusteringiga. Teiste probleemide lahendamiseks ei tohi mehaanikat kasutada.

Mehaanika on suhteliselt lihtne — mehaanilisi nähtusi kohtame igal sammul. Mehaanika on iga tehnilise konstruktsiooni aluseks, sest viimastes esinevad nii mehaanilised liikumised ja tasakaalud kui ka teised «mehaanikaelemendid». Mehaanika ühendab mõned üldised seadused ja käsitleb iga üksikut katset üldistest seisukohtadest lähtudes. Mehaanika väärtus seisneb veel selles, et mõned ta järeldustest kehtivad nii taevakehade kui ka mikroosakeste korral. Mehaanika meetodeid kasutades võib mitte ainult seletada nähtut, vaid ka ennustada tundmatut. Meenutame näiteks planeetide Neptuuni ja Pluuto avastamist. Kas ei olnud see mehaanika baasil tehtud ennustuste hiilgavaks võiduks!

Isegi mehaanika elementaarkursuse raamides väärivad erilist tähelepanu j ä ä v u s s e a d u s e d. Me rääkisime kahest niisugu-

sest seadusest — impulsi ja energia jäävuse seadusest. Nüüd aga, tehes kokkuvõtteid mehaanilisest käsitlusviisist, võime meenutada veel üht jäävusseadust, mida füüsika elementaarkursuse mehaanikas võetakse alati endastmõistetava eeldusena. See jäävusseadus ei ole vähem tähtis kui kaks ülejäänut, millest me juba rääkisime. See on *massi jäävuse seadus*: isoleeritud süsteemi kuuluvate kehade masside summa ei muutu mitte mingi selles süsteemis kulgeva protsessi korral.

See seadus kehtib ainult juhul, kui pole vaja arvestada massi sõltuvust keha liikumiskiirusest, s. t. kui süsteemi kuuluvad kehad liiguvad palju kordi väiksema kiirusega kui valguse kiirus vaakuumis, mistõttu kehade masse võib lugeda konstantseks [vt. valem (2.2)].

Sageli nimetatakse meie poolt käsitletud mehaanikat *klassikaliseks* ehk *Newtoni mehaanikaks*, rõhutades sellega mitmete ta järelduste kõigutamatust ja Newtoni seaduste tähtsust.

Missuguseid ülesandeid lahendab klassikaline mehaanika? Ta võimaldab määrata materiaalse objekti asukohta teatava ajavahemiku möödumisel, kui on teada objekti algasend ja talle rakendatud jõud. Objekti liikumise iseloomu järgi võib leida, kuidas teda mõjutavad teised materiaalsed objektid. Mitmesuguste vastastikuste mõjustuste määramiseks kasutab mehaanika universaalset mõistet «jõud» (näiteks elastsus-, hõõrde-, gravitatsiooni- ja rõhujõud). Klassikalise mehaanika seaduste põhjal lahendatakse paljusid probleeme. Näiteks vastab ta küsimustele: missugustel tingimustel on antud keha tasakaalus; kui suure nurga võrra pöördub keha mingi ajavahemiku jooksul, kui talle on rakendatud teatud jõumoment jne.

Mehaanikale tuginedes kirjeldatakse mõnikord ka palju keerulisemaid, mittemehaanilisi nähtusi, nagu aine ehituse molekulaarkineetiline teooria, elektrivõnkumised, laineprotsessid jms.

Arvatavasti on lihtsam vastata küsimusele: «Millega klassikaline mehaanika ei tegele?». Klassikaline mehaanika ei uuri liikumisi, mille puhul kiirused lähenevad valguse kiirusele. Ta ei uuri ega võta arvesse materiaalsete objektide sisemist ehitust ja selle muutusi. Kuna tänapäeval arvatakse, et nii suure kiirusega liiguvad vaid väikese massiga elementaarosakesed, siis nimetatakse klassikalist mehaanikat mõnikord ka «väikeste kiiruste ja suurte (massi poolest) kehade mehaanikaks».

Energia hajumine, millega me puutusime kokku mitteelastse põrke korral, oli kehade koostisosade (molekulide, aatomite jne.) oleku muutumisest tingitud soojuslike efektide tagajärg. Energia niisuguse hajumisega kohtume siis, kui liikumisel on tegemist hõõrdumisega. Hõõrdumise tagajärjel tekivad alati soojusefektid. Meenutades, et hõõrdumisest täielikult vabaneda pole võimalik, on selge, et soojuslikud efektid — mehaanilise energia soojuslikud kaod — esinevad eranditult kõikide protsesside korral. Jääb

üle ainult märkida, et «puht-mehaanilisi» protsesse looduses ei eksisteerigi. Neid pole olemas, nagu ei saa olla ka puht-soojuslikke, puht-elektrilisi, puht-magnetilisi jt. «puhtaid» protsesse.

Et me nähtuste ja objektide omaduste kogu mitmekülgsust korraga ei suuda haarata, siis hakkasime täiesti tinglikult olemasolevaid teadmisi «paigutama eri riiulitele», arvates neid füüsika ühe või teise osa juurde. Füüsika kui ühtne teadus üldistab kõiki neid teadmisi. Niisugust «entsüklopeediat» tuleb osata kasutada. Ja ärgem unustagem, et füüsika elementaarkursus tutvustab meid mitte ta raamatute kollektsiooniga, vaid ainult selle kataloogiga.

Kohtudes mingi fakti või nähtusega, tuleb kõigepealt määrata, missugused nähtuse või fakti omadused on antud juhul kõige iseloomulikumad. Seejärel selgitame, missugusest kataloogi kastist on vaja alustada, pidades meeles, et ka naaberkastides on meid huvitava küsimuse kohta mõndagi huvitavat.

II. AINE EHITUSE MOLEKULAARKINEETILINE TEOORIA

§ 7. ESIMESED SAMMUD AINE SISEMUSSE

1. Põhimõisted

Arvamus, et aine ehitus on keeruline, tekkis juba vanal ajal. Hilisematel aegadel tehtud keemilised uurimused näitasid, et see arvamus oli õige. Aine jaotatavus väikesteks portsjoniteks, mille puhul ta omadused ei muutu, või just vastupidi — muutuvad, ühendeid moodustavate ainete kindlad hulgalised suhted, keerulise ühendi massi võrdumine lähteproduktide masside summaga — kõik see rääkis teatavast korrast kehade sisemises ehituses, teatavatest kindlatest seaduspärasustest. Nagu ikka füüsikas, tuli nende küsimuste tundmaõppimiseks kasutada mudeleid, luua teatud skeeme, et neid seejärel katseliselt tõestada või siis ümber lükata.

Algul tõi palju kasu suurte kehade käitumise mehaaniliste mudelite mõõtmete lihtne vähendamine. Aatomeid, mis võeti üle keemiast, võis füüsikaülesannetes kujutada masspunktidena. Molekule võis vaadelda absoluutselt kõvade (aatomite jäik kombinatsioon) või elastsete (aatomid võivad molekulis üksteise suhtes ümber paigutuda) kehadena. Mõnedes lihtsamates ülesannetes võis molekuli ehitust isegi mitte detailiseerida, vaadeldes teda tervikuna masspunktina. Keemias tõestati, et ühe ja sellesama elemendi aatomid või siis ühe ja sellesama aine molekulid on alati ühesuguste omadustega. See võis viia mõttele, et elemendi kõik aatomid või keerulise ühendi kõik molekulid peaksid alluma ühistele seadustele. Tekkis arvamus, et on võimalik kasutada meetodit, mis sarnaneb absoluutselt kõva keha kulgliikumise arvutusele — keha ühe punkti liikumise seaduspärasused kehtivad ka ta kõikide teiste punktide kohta.

Aatomitel ja molekulidel on olemas mass. See on üheks nende käitumise dünaamikat iseloomustavaks omaduseks. Mugavateks suhtelisteks kvantitatiivseteks karakteristikuteks on ka *aatomkaal* (A) ja *molekulkaal* (μ) — s. o. aatomi või molekuli mass, mis

on väljendatud *aatommassi ühikutes*. Aatommassi ühikuks on võetud $^1/_{12}$ süsiniku teatava isotoobi aatomi massist. Peale selle on paljudes arvutustes kasutusel veel üks kvantitatiivne karakteristik — *mool* (*gramm-mool* või *kilogramm-mool*), s. o. aine mass (grammides või kilogrammides), mis arvuliselt võrdub aatommassi ühikutes väljendatud molekulkaaluga. Mooli analoogiks on *gramm-aatom* või *kilogramm-aatom*. *Avogadro seadus* kinnitab, et iga aine ühes moolis (või ühes gramm-aatomis jne.) on võrdne arv molekule (või aatomeid). Seda arvu, mis on üheks tähtsamaks füüsikaliseks konstandiks, nimetatakse *Avogadro arvuks*: $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ 1/mol $= 6{,}023 \cdot 10^{26}$ 1/kmol. Teades aine aatom- või molekulkaalu, võib Avogadro arvu abil leida kergesti selle aine ühe molekuli või aatomi massi.

2. Tähtsamate katseandmete tõlgendamine

Browni liikumine, difusioon ja märgumine, mitmesuguste ainete hea või halb kokkusurutavus ja paljud teised nähtused lubavad teha mõningaid tähtsaid järeldusi.

1. Kõigi ainete aatomid ja molekulid on l a k k a m a t u s k a o o t i l i s e s l i i k u m i s e s. Mikroskoopilistele osakestele on paigalolek täpselt niisama võõras nagu maailmaruumi tohutult suurtele kehadele või mistahes teistele materiaalsetele objektidele.

2. Kehade aatomid ja molekulid ei ole «pakitud tihedalt», n e n d e v a h e l o n «t ü h i m i k u d».

3. Molekulide või aatomite vahel m õ j u v a d t õ m b e - j a t õ u k e j õ u d.

Mida tõendab näiteks Browni liikumine? Ei ole raske järeldada, et ta kinnitab üheaegselt mõlemat esimest väidet. Browni osakese vahetult jälgitav liikumine tõendab, et selle keskkonna osakesed, milles ta asub, liiguvad, ja et keskkonna osakeste vahel on molekulidevaheline ruum.

Molekulidevahelisi tõmbe- ja tõukejõudusid on eriti kerge märgata kõva keha deformeerimisel. Metallitüki kokkusurumiseks või laiaksvajutamiseks tuleb rakendada küllaltki suurt välist jõudu. See tähendab, et selle aine osakesed lähenevad üksteisele väga «vastumeelselt», miski takistab seda lähenemist.

Halba kokkusurutavust saab seletada kahel viisil. Kas molekulid on paigutatud tihedalt üksteise vastu või mõjuvad nende vahel tugevad tõukejõud juba teataval kaugusel. Röntgenstruktuuranalüüsi tulemused sundisid esimest oletust kõrvale heitma ja seletama halba kokkusurutavust molekulidevaheliste tõukejõudude mõjuga. Kui sedasama keha venitada pikemaks, tekivad selles deformatsiooni algperioodil elastsusjõud, mida võib seletada ainult osakestevaheliste tõmbejõudude mõjuga.

3. Mehaanikaseaduste kasutatavusest aatomite ja molekulide kohta

Katsed kinnitavad vaieldamatult, et aatomid ja molekulid liiguvad ja on omavahel vastastikuses mõjustuses. Liikumisi ja vastastikuseid mõjustusi aga uuritakse ja kirjeldatakse mehaanikas. Kui aatomeid ja molekule on võimalik vaadelda masspunktide või absoluutselt kõvade kehadena, kas ei saa siis ehk nende käitumise uurimiseks kasutada mehaanilist käsitlusviisi?

Kinemaatika ja dünaamika võimaldaksid kirjeldada iga üksiku osakese liikumist ja liikumise muutusi: kuhu, kui suure kiirusega, kui suure kiirendusega, missugustel põhjustel jne. liigub aatom või molekul. Vastastikuste mõjustuste kirjeldamise võiks paigutada staatikasse või dünaamikasse: võtta arvesse ja arvutada jõud, mida avaldavad vaadeldavale osakesele teised osakesed, leida, kas osake võib talle rakendatud jõudude mõjul olla tasakaalus jne.

Niisugune aatomite ja molekulide uurimismeetod on võimalik. Muuseas, see meetod ei nõua isegi osakestevaheliste mõjude olemuse selgitamist, sest see mõju sõltub juba osakeste mittemehaanilistest omadustest ja nende sisemisest ehitusest. On vaja ainult teada, k u i d a s mõjuvad tõmbe- ja tõukejõud (suund, suurus ja sõltuvus osakestevahelisest kaugusest) ja esialgu mitte esitada küsimust: «M i k s nad mõjuvad nii?» Niisugusel juhul võib aatomite ja molekulide mehaanika uurimisskeemi koostada vastavalt klassikalise mehaanika tuntud reeglitele.

Proovime kasutada niisugust skeemi mingi gaasikoguse osakeste mehaanilise käitumise kirjeldamiseks. Olgu meil üks kuupsentimeeter vesinikku normaaltingimustel. Kõikide gaaside ühe mooli ruumala on normaaltingimustel võrdne (22,4 l gramm-moolil ja 22,4 m^3 kilogramm-moolil), kusjuures molekulide arv moolis on määratud Avogadro arvuga N_A. Pole raske leida, et vaadeldavas ruumalas on ligikaudu $2{,}7 \cdot 10^{19}$ osakest. See tähendab, et vaadeldav mehaaniline süsteem koosneb niisama suurest arvust osakestest. Iga osakese jaoks tuleks meil kirjutada Newtoni II seaduse võrrand, mistõttu võrrandite koguarv oleks $2{,}7 \cdot 10^{19}$. Seejärel aga peaksime lahendama nendest võrranditest koosneva võrrandsüsteemi. Avameelselt öeldes on see lootusetu ettevõte! Osakeste tohutult suure hulga tõttu ka kõige väiksemas ruumalas ei suuda me aatomite ja molekulide mehaanika kinemaatika- või dünaamikaülesannet praktiliselt lahendada. Ka teisel viisil püstitatud ülesanne — teatava ajavahemiku vältel toimunud ümberpaigutuste alusel määrata mõjuvad jõud jne. — ei ole lahendatav. Meil ei ole osakeste liikumise «fotosid» — graafikuid. Katsetest teame ainult seda, et iga osake võib liikuda mööda väga keerulist trajektoori.

Näis, et osakeste suur arv ja liikumise kaootilisus on mehaanilise käsitlusviisi kasutamisele ületamatuks tõkkeks. Me kas ei tea paljusid osakeste käitumist mõjutavaid faktoreid või ei suuda praktiliselt lahendada tohutult suurt hulka võrrandeid. Selgub aga, et paljude osakeste liikumiste kaoses võib leida siiski teatavaid seaduspärasusi — keskmiste mehaaniliste (ja ka mittemehaaniliste) parameetrite käitumise seaduspärasusi. Näiteks ei tea me ega saagi teada kõikide mingit ruumala täitvate molekulide ja aatomite kiiruste väärtusi, kuid sellest hoolimata võime rääkida, et keskmiselt on igal osakesel teatav kiirus. Täpselt samuti võib rääkida keskmistest nihetest, keskmistest jõududest jne.

Kahjuks ei ole meil võimalik peatuda üksikasjalikumalt selle huvitava meetodi (nn. *statistilise meetodi*) analüüsil.

Juhime tähelepanu veel ühele huvitavale asjaolule. Mehaanikas puutusime kokku nähtuste energeetilise käsitlusviisiga. Selle käsitlusviisi üheks tähelepanuväärseks omaduseks oli võimalus jätta vaatluse alt välja paljud materiaalsete objektide süsteemis kulgevate protsesside üksikasjad. Kuid just aatomite ja molekulide käitumise üksikasju me ei teagi. Võib-olla on aga energeetiline käsitlusviis kasutatav ka selles valdkonnas, lihtsustades seega arvutusi? Kõik räägib selle poolt, et küsimusele tuleb vastata jaatavalt.

Mehaanilise energia mõistet kasutatakse liikuvate (mingi taustsüsteemi suhtes) ja vastastikuses mõjustuses olevate objektide süsteemi korral. Vaadeldes mingit keha aatomite või molekulide tasemel, kujutabki see keha niisugust süsteemi. Keha osakesed liiguvad, muudavad üksteise suhtes oma asendit, tõmbuvad ja tõukuvad. Tuleb silmas pidada, et aatomite ja molekulide käitumise kirjeldamisel põimub statistiline meetod tihedalt energia jäävuse ja muundumise seadusel baseeruva meetodiga. Teame ju, et ka energia jäävuse ja muundumise seaduse kasutamisel võivad aatomite ja molekulide korral tekkida raskused, mis on tingitud aatomite või molekulide suurest arvust ja nende liikumise kaootilisusest. Meil ei ole võimalik määrata iga osakese täpset kineetilist energiat. Täpselt samuti ei tea me ka iga osakese potentsiaalset energiat mingil ajahetkel, kuna meil pole osakeste vastastikuste asendite «fotot». Kineetilise ja potentsiaalse energia keskmised väärtused aga rahuldavad meid täielikult. Need suurused on määratavad kiiruste ja jõudude keskmiste väärtuste järgi. Teades aatomite või molekulide arvu kehas ja iga osakese mehaanilise energia keskmist väärtust, võib leida keha kõigi osakeste keskmise mehaanilise koguenergia.

Seda osakeste suhtelise liikumise ja vastastikuse mõjustuse energiat nimetatakse *keha siseenergiaks* (*U*).

Ette rutates ja meenutades, et aatomit võib vaadelda «struktuuritu» masspunktina vaid esimeses lähenduses, ning teades, et

eksisteerivad veel teised, «sügavamad», seni arvesse võtmata nähtused, peame lugema, et keha siseenergia koosneb järgmistest osadest: 1) aatomite ja molekulide kulg-, pöörd- ja võnkliikumise kineetilisest energiast; 2) aatomite ja molekulide vastastikuse mõjustuse potentsiaalsest energiast; 3) molekulisiseste mõjustuste energiast (keemilisest energiast); 4) aatomi koostisosade liikumise ja vastastikuse mõjustuse energiast (aatomisisesest energiast); 5) tuumasisesest energiast. Peale selle võib mõnikord rääkida veel keha osakeste gravitatsioonist tingitud potentsiaalsest energiast ja vaadelda elastselt deformeeritud keha potentsiaalset energiat siseenergia ühe osana.

Energia jäävuse ja muundumise seaduse kasutamisel aatomite ja molekulide kohta huvitab meid kõige sagedamini mitte keha siseenergia absoluutne väärtus, vaid selle muutumine. Et keha siseenergiat on võimalik viia sõltuvusse teatavatest katselisel teel kergesti ja täpselt mõõdetavatest parameetritest, siis on keha siseenergia muutus kergesti leitav. Selleks tuleb määrata vaid nende parameetrite muutused. Kui parameetrid, millest sõltub siseenergia, muutuvad, siis võime rääkida keha sisemise oleku teatud muutusest.

Statistiline meetod ning energia jäävuse ja muundumise seadus võimaldavad «jälgida» nähtusi, mis kulgevad aines algul molekulaar-atomistlikul ja hiljem veelgi «sügavamal tasemel».

§ 8. AINE OMADUSED MITMESUGUSTE AGREGAATOLEKUTE KORRAL

1. Aine agregaatolekute klassifikatsioon

Mehaanilise süsteemi olekut iseloomustasime kõigi ta osade mehaaniliste parameetritega. Täpselt samuti seome antud aine olekut algul ainult tema osakeste vastastikuse asendi ja liikumiskiiruste väärtustega. Kui kasutada siseenergia mõistet, siis tähendab siseenergia väärtuse iga muutus selle teatavat massi omava aine üleminekut uude olekusse, kusjuures algul võtame arvesse ainult siseenergia kahe esimese komponendi muutumise, ülejäänuid aga loeme konstantseks.

Olgu meil mingi aine, mille konstantne mass on meile teada, kusjuures me võime muuta selle aine olekut suurtes piirides. Aine oleku pideval ja sujuval muutumisel märkame, et mõned aine «välised» omadused, nagu tihedus, massiühiku ruumala jt. muutuvad hüppeliselt. Sel juhul räägime, et keha läheb ühest *agregaatolekust* (millele vastavad teatud «välised» omadused) üle teise (mida iseloomustavad teised «välised» omadused).

Füüsika elementaarkursuses käsitletakse aine kolme agregaatolekut: *tahket*, *vedelat* ja *gaasilist*. Igal agregaatolekul on omad

iseloomulikud jooned. Sageli kasutatakse agregaatoleku asemel teisi mõisteid, näiteks faasi (räägitakse ainest, mis on tahkes, vedelas või gaasilises faasis). Teatud kindlatel tingimustel on antud aine ühes niisuguses olekus (mõnel juhul aga üheaegselt ka mitmes). Tuleb siiski pidada, et ainete klassifitseerimine agregaatolekute järgi on võrdlemisi tinglik. Loetletud olekute vahel ei saa teravaid piire tõmmata ja mõnikord on üsna raske otsustada, missuguses agregaatolekus on antud aine (näiteks klaas, pigi, mitmesugused kiudained jne.). Peale selle tunneb kaasaegne füüsika ka aine teisi olekuid, mis ei mahu toodud klassifikatsiooni raamidesse. Omapärased on aine omadused näiteks olekus, mida nimetatakse *plasmaks* (osaliselt või täielikult ioniseeritud gaas). Sedasama võib öelda ka aine *ülitiheda oleku* kohta, mis esineb mõningatel tähtedel.

2. Tahke olek

Tahkes olekus saab ainest eraldada väikesi tükke, millel on ühesugune korrapärane geomeetriline kuju (kristallid). See tõendab, et osakesed, millest aine antud olekus koosneb, on paigutatud korrapäraselt. Me ütleme, et tahkes olekus moodustavad aine osakesed *kristallvõre*. (Tuletame keemiast meelde näiteks keedusoola kuubilist kristallvõret.) Tahkes olekus avaldavad ained tugevat vastupanu deformeerimisele. Seda tahke aine omadust seotakse võrdlemisi suurte mõjujõududega ta osakeste vahel. Tõmbejõud ei lase osakestel nende kaootilisel liikumisel «laiali lennata» ja sunnivad neid «paiksele eluviisile». Tahke aine osakesed on pakitud küllaltki tihedalt. Seda kinnitab aine suur tihedus ja keha deformeerimiseks vajalikud suured jõud. Kui osakesed püüavad tahkes aines üksteisele läheneda, tekivad nende vahel suured tõukejõud. Selles olekus on osakeste kulgliikumine peaaegu täielikult välistatud. Osakesed ainult võnguvad, «värisevad» oma püsiva tasakaaluasendi (kristallvõre sõlmede) ümber.

Tahke aine siseenergia koosneb põhiliselt ta aatomite või molekulide vastastikuse mõjustuse potentsiaalsest energiast ning nende võnk- ja pöördliikumise kineetilisest energiast.

Seos (2.5), mida me kasutasime eespool, on sisuliselt *Hooke'i seaduse* võrrand, mis kehtib tahkete kehade elastsete deformatsioonide korral. Nagu me juba märkisime, võib elastselt deformeeritud keha potentsiaalset energiat $W_p = \frac{kx^2}{2}$ vaadelda ta siseenergia ühe osana. Kokkusurutud või pikemaks venitatud vedru siseenergia on suurem kui deformeerimata olekus, sest välise jõu mõjul paigutuvad keha osakesed ümber ebapüsivatesse asenditesse, kus neile mõjuvad suurenenud tõuke- või tõmbejõud.

3. Vedel olek

Ka selles olekus on aine osakesed «pakitud» küllaltki tihedalt. Aine tihedus on vedela oleku korral veidi väiksem ta tihedusest tahke oleku korral[6], kusjuures vedeliku kokkusurumiseks tuleb rakendada väga suurt jõudu. Ka osakeste vastastikused tõmbejõud on aine vedela oleku korral väiksemad ja võimaldavad osakestel liikuda kulgevalt — vedelik ei säilita oma kuju, voolab laiali, kuid ei muuda seejuures oma ruumala.

Niisiis mõjuvad vedelike osakeste vahel (täpselt samuti, nagu tahkete kehade korralgi) ühe aegselt nii tõmbe- kui ka tõukejõud, kusjuures nende jõudude sõltuvus osakestevahelisest kaugusest on erinev. Väikese osakestevahelise kauguse korral on ülekaalus tõukejõud, suure kauguse korral aga tõmbejõud.

Kui vedeliku temperatuur on kogu ta ruumala ulatuses konstantne, siis on vedeliku kõigil osakestel ühesugune keskmine kineetiline energia. Kui aga võrrelda vedeliku osakeste potentsiaalseid energiaid, mis on tingitud vastastikuse mõjustuse jõududest, siis näeme, et see on ühesugune ainult vedeliku sees asuvatel osakestel. Vedeliku *pindkihi* osakeste potentsiaalse energia varu on suurem, sest sellesse kihti pääsemiseks peavad nad tegema tööd teiste molekulide tõmbejõudude ületamiseks. Seetõttu on pindkihi osakesed ebapüsivas tasakaalus ja püüavad üle minna energeetiliselt soodsamasse asendisse vedeliku sees. Vedeliku pindkihti võib vaadelda venitatud elastse kilena, mis püüab oma mõõtmeid vähendada. Vedeliku pindkihi niisuguse omaduse iseloomustamiseks kasutatakse *vedeliku pindpinevusjõu* ja *pindpinevusteguri* (α) mõisteid:

$$\alpha = \frac{F}{l}, \tag{8.1}$$

kus F on pindpinevusjõud, mis mõjub pindkihi puutuja suunas risti kihi servaga, mille pikkus on l. Vedeliku pindkihi servana võib vaadelda pindkihi ja anuma seina kontaktjoont või mistahes mõttelist joont pindkihis. Järelikult võrdub vedeliku pindpinevustegur arvuliselt jõuga, mis mõjub vedeliku pindkihi serva ühikulisele pikkusele.

Pindpinevusteguri mõiste võib anda ka teisiti. Oletame, et me muudame vedeliku pindkihi pindala ΔS võrra konstantsel temperatuuril (et vedeliku osakeste keskmine kineetiline energia ja nende vastastikuse mõjustuse jõud ei muutuks). Selleks peame tegema töö ΔA. Arvutused näitavad, et seos pindkihi pindala muutuse ΔS ja tehtud töö ΔA vahel on järgmine:

$$\Delta A = \alpha \Delta S,$$

[6] Tuletame meelde rea erandeid: vee, malmi, vismuti ja veel mõne teise aine tihedus on vedela oleku korral suurem kui tahke oleku korral.

millest

$$\alpha = \frac{\Delta A}{\Delta S} \cdot \qquad (8.2)$$

Seega võrdub pindpinevusteguri arvuline väärtus tööga, mida tuleb konstantsel temperatuuril teha vedeliku pindkihi pindala suurendamiseks ühe ühiku võrra (näiteks $\Delta S = 1$ cm^2).

Vedeliku siseenergia hulka kuulub peale osakeste vastastikuse mõjustuse potentsiaalse energia ja võnkliikumise kineetilise energia ka nende kulg- ja pöördliikumise kineetiline energia.

Aine ei lähe tahkest olekust üle vedelasse iseenesest. Selleks on vaja energiat, mis kulub tahkele olekule iseloomulike osakestevaheliste tugevate seoste purustamiseks, tõmbuvate osakeste eemaldamiseks üksteisest ja osakeste kineetilise energia suurendamiseks. Seetõttu on antud aine ühikulise massi siseenergia aine vedela oleku korral suurem kui tahke oleku korral.

4. Gaasiline olek

Teiste olekutega võrreldes on gaasiline olek kõige lihtsam. Gaasi aatomid või molekulid liiguvad kõigis suundades, täites kogu nende kasutuses oleva ruumala.

Gaase võib tugevasti kokku suruda, sest gaasi osakesed ei ole tihedalt «pakitud». Gaasi osakeste vahel mõjuvad tõmbejõud, kuid osakestevaheliste suurte kauguste tõttu on need äärmiselt väikesed ja neid võib mitte märgata. Seetõttu kasutatakse sageli mudelit, *ideaalset gaasi*, mille molekulide vahel vastastikuse mõjustuse jõud puuduvad.

Molekulidest koosneva gaasi siseenergia on seotud molekulide kulg- ja pöördliikumisega ning aatomite võnkliikumisega molekulis (kui jätta arvestamata vastastikuse mõjustuse potentsiaalne energia). Atomaarse gaasi siseenergia on seotud ainult tema aatomite kulgliikumisega.

Gaasilises olekus ainel on ühikulise massi energia suurem kui vedelas olekus ainel.

Aine üleminek vedelast olekust gaasilisse on võimalik nii energia juurdetoomisel väljastpoolt (vedelike keemisel, vt. § 15, p. 3) kui ka ainuüksi siseenergia ümberjaotumise tulemusena antud aine gaasilise ja vedela faasi vahel (vedelike aurustumisel, vt. § 15, p. 3).

Tuleb toonitada, et aine üleviimine tahkest olekust vedelasse ja vedelast olekust gaasilisse on seotud aine ühikulise massi siseenergia suurenemisega. Üleminek vastupidises suunas on seotud aine ühikulise massi siseenergia vähenemisega ja energia vabanemisega.

III. VEDELIKE JA GAASIDE MEHAANIKA

§ 9. KASUTATAVAD «MUDELID»

Esimeses peatükis käsitlesime üksikasjalikult kõvade kehade mehaanilise liikumise seaduspärasusi. Gaasi- või vedelikukoguste suhtelise ümberpaigutumisega või siis nende paigalolekuga puutume kokku väga sageli. Vaatamata gaaside ning vedelike ja kõvade kehade omaduste erinevusele, võib vedelike ja gaaside liikumise uurimisel kasutada põhiliselt juba eespool toodud seadusi. Seejuures loetakse masspunktide analoogideks ruumala poolest küllalt väikseid gaasi- või vedelikuhulki, mille sisemist struktuuri võime mitte arvestada. Kasutades absoluutselt kõva keha mõistet, ei arvestanud me keha deformeerumist, me lugesime keha punktide vahelisi kaugusi konstantseteks. Analoogilist mudelit kasutame ka nüüd. Gaasi või vedelikku loeme keskkonnaks, mille osakeste vaheline kaugus on konstantne. Nii saame *kokkusurumatu gaasi* või *vedeliku* mudeli. Missugust gaasi või vedeliku poolt hõivatud ruumala väikest osa me ka ei vaatleks, gaasi või vedeliku tihedus on kõikjal ühesugune. Seega on kokkusurumatu vedelik või gaas pidevaks keskkonnaks, mille tihedus on kõikides punktides ühesugune, keskkonnaks ilma tühemike ja tihedamate aladeta.

Tuleb silmas pidada, et reaalsed vedelikud, millega me tavaliselt kokku puutume, on väliste jõudude poolt tõepoolest väga vähe kokkusurutavad. Et vedelike ruumala ja tihedus muutuvad seejuures väga vähe, siis võib neid ilma suurema veata lugeda täiesti kokkusurumatuteks. Gaaside korral on olukord teistsugune. Kokkusurumatu gaas on reaalsest küllaltki kauge mudel. Normaalselt muudavad gaasid oma ruumala ja tihedust kergesti. Olenevalt tingimustest võib gaasi tihedus antud ruumala erinevates osades olla erinev. Lihtsamate ülesannete korral, kus on tegemist liikumatu gaasiga (välised mõjud ei muutu) või siis gaasiga, mis liigub väga väikese kiirusega (kuni mõnikümmend meetrit sekundis), võib gaaside kokkusurutavust mitte arvestada.

Tahkete kehade liikumisel esineb alati hõõrdumine, kuid probleemi lihtsustamiseks me seda sageli ei arvesta. Täpselt samuti

esinevad hõõrdejõud gaasi või vedeliku kahe üksteise suhtes liikuva kihi eralduspinnas. Neid hõõrdejõude nimetatakse *viskoossusjõududeks* ja nende tekkimise nähtust *viskoosseks hõõrdeks* ehk lihtsalt *viskoossuseks*. Gaase ja vedelikke nimetatakse *viskoosseteks*, kui nende liikumisel tekkivad hõõrdejõud võetakse arvesse. Kui need jõud võib jätta arvesse võtmata, siis räägitakse *mitteviskoossetest gaasidest* või *vedelikest* (viskoossuse puudumisest).

Lihtsaimaks vedelike ja gaaside mehaanikas kasutatavaks mudeliks on kokkusurumatu ja samal ajal ka mitteviskoosne gaas või vedelik. Et gaaside ja vedelike dünaamika paljud seadused on kujult täiesti ühesugused, räägime sageli ainult vedelikest, pidades silmas, et need seadused kehtivad ka gaaside korral, kui selle kohta just eri märkusi ei tehta.

Gaasi või vedeliku piiratud ruumala ei saa ilma piiravate seinteta eksisteerida. Gaas või vedelik on teda piiravate seintega vastastikuses mõjus, ning seda mitte seinte üksikutes punktides, vaid kogu kokkupuutepinna ulatuses. Nende tingimuste korral on mugav jõult (kontsentreeritud vastastikuselt mõjult, mida iseloomustab raskuspunkt) üle minna *rõhule*, s. o. kogu kokkupuutepinna ulatuses jaotatud mõjule

$$P = \frac{F}{S}, \tag{9.1}$$

kus F on pinnale S risti mõjuv jõud. Rõhuks nimetatakse seega pindalaühikule mõjuvat ning selle ulatuses ühtlaselt jaotatud jõudu.

Valemi (9.1) põhjal saame rõhu ühikud: $1\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$ (SI), $1\ \frac{\mathrm{dyn}}{\mathrm{cm}^2}$ (CGS) ja $1\ \frac{\mathrm{kG}}{\mathrm{m}^2}$ (MKGS). Juhime tähelepanu, et niisugused ühikud, nagu $\frac{\mathrm{G}}{\mathrm{cm}^2}$, $\frac{\mathrm{kG}}{\mathrm{m}^2}$, atmosfäär (füüsikaline ja tehniline), vee- või elavhõbedasamba kõrgus millimeetrites jt. ei kuulu ühessegi mõõtühikute süsteemi, nad on süsteemivälised ühikud.

Rõhu mõiste kasutuselevõttu õigustab ka see, et kõvade kehade liikumisel vedelikes või gaasides (paadi, lennuki jne. liikumisel) kanduvad vastastikused mõjud üle jällegi kogu kokkupuutepinna ulatuses. Rääkides rõhust mingis punktis vedeliku või gaasi sees, mõtleme tegelikult mõju, mida avaldavad antud kohas mõtteliselt eraldatud väikesele pindalale selle naabruses asuvad osakesed.

Molekulaarkineetilise teooria seisukohalt on vedeliku või gaasi rõhk anuma seintele põhjustatud kulgevalt liikuvate aatomite või molekulide korrapäratutest põrgetest vastu anuma seinu.

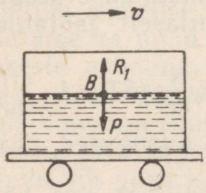
§ 10. VEDELIKE JA GAASIDE STAATIKA

1. Vedeliku vaba pinna osakeste tasakaal kaugel anuma seintest

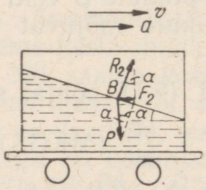
Arvestades vedelike ja gaaside molekulide või aatomite liikuvust, võib vaadelda ainult lõplike, mittemikroskoopiliste (ehk makroskoopiliste, nagu neid sageli nimetatakse) ruumalade staatilist tasakaalu. Vedeliku liikumatutest «punktidest» või «osakestest» rääkides mõeldakse just neid makroskoopilisi ruumalasid. Ka niisuguste ruumalade staatilise tasakaalu tingimuseks on kõigi nendele rakendatud väliste jõudude geomeetrilise summa võrdumine nulliga [võrrand (3.1)].

Suurt huvi pakub vedeliku vaba pinna osakeste tasakaalu vaatlemine olukorras, kus kogu vedelik liigub koos anumaga. Tasakaal saavutatakse siin ainult juhul, kui vedeliku vaba pinna iga osa on risti temast allpool asetsevate osakeste poolt avaldatavate jõudude resultandiga. Vastupidisel juhul võivad osakesed «voolata» piki pindkihti ja rikkuda sellega nende liikumatust üksteise suhtes.

Ülesanne. Bensiiniga täidetud tsistern liigub ühtlaselt kiirusega v mööda sirgjoonelist ja horisontaalset raudteed. Missuguse asendi võtab bensiini vaba pind tsisterni liikumisel positiivse kiirendusega ja pidurdamisel? Kiirenduse väärtus olgu mõlemal juhul a.



JOON. 44

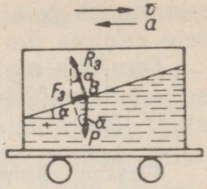


JOON. 45

Vaatleme vedeliku vaba pinna üht osakest (punkt B joonisel 44). Olgu selle osakese mass m. Et nimetatud osake asub Maa gravitatsiooniväljas, siis on talle rakendatud kaal P. Ühtlasel liikumisel (joon. 44) on kõikide vaadeldavale osakesele teda ümbritsevate osakeste poolt avaldatavate jõudude resultant R_1 arvuliselt võrdne kaaluga P ja suunatud vertikaalselt üles. Osakesele rakendatud jõudude skeem saab olla ainult selline, sest vertikaalsuunas osake ei liigu ja ta horisontaalseks liikumiseks konstantse kiirusega ei ole vaja mingit «liikumapanevat» jõudu. Antud juhul on bensiini vaba pind nii punktis B kui ka kõikides teistes punktides horisontaalne, s. o. jõu R_1 suunaga risti. (Tsisterni seinte märgumist bensiiniga me siin veel ei vaatle.)

Ühtlaselt kiireneva liikumise korral (joon. 45) on osakesele, nagu eelmiselgi juhul, rakendatud ta raskusjõud P. Teiste, naabruses asuvate osakeste mõjujõudude resultant R_2 aga ei tasakaalusta antud juhul jõudu P. Osake B peab liikuma kiirendusega a koos tsisterniga paremale. Niisuguse liikumise põhjuseks saab olla vaid jõudude P ja R_2 resultant F_2, sest teisi reaalseid osakesele B rakendatud jõudusid ei ole. Jõu F_2 arvväärtuse võib määrata Newtoni II seaduse põhjal:

$$F_2 = ma.$$



JOON. 46

Jooniselt nähtub, et jõu F_2 tekitamiseks peab resultant R_2 olema suunatud vertikaali suhtes nurga α all liikumise suunas. Jõu F_2 väärtuse saab avaldada osakese kaalu P ja nurga α funktsioonina:

$$F_2 = P \tan \alpha = mg \tan \alpha.$$

Kahest viimasest seosest leiame, et

$$\tan \alpha = \frac{a}{g},$$

millest $\alpha = \text{arc tan } \frac{a}{g}$.

Bensiini vaba pind noodustab kiireneval liikumisel horisontaaliga nurga α (ta peab olema jõuga R_2 risti), jäädes seejuures tasapinnaliseks, sest kõikidele pinna osakestele mõjuvad jõud R_2 on omavahel paralleelsed. Vaba pinna kaldenurk α sõltub konstantse g korral ainult kiirenduse a väärtusest.

Nurk, mille moodustab bensiini pind horisontaaliga tsisterni aeglustuval liikumisel (joon. 46), on leitav analoogiliselt.

2. Osakeste tasakaal vedelikus või gaasis

Vedeliku vaba pinna all asuvate pindalaelementide vaatlemisel tuleb teha vahet *välisrõhu* ja vedeliku *siserõhu* (ehk vedeliku kaalust tingitud rõhu) vahel.

Muutumatuna kandub vedeliku kõikidesse punktidesse edasi ainult ta vaba pinna kohal valitsev välisrõhk (*Pascali seadus*). Lahtises anumas oleva vedeliku korral on välisrõhuks atmosfäärirõhk. Kui aga tegemist on suletud anumaga, siis on välisrõhk võrdne selles anumas kunstlikult tekitatud rõhuga. Hiljem käsitleme olukordi, kus välisrõhuks suletud anumas on vedeliku pinna kohal asuvate küllastatud aurude rõhk.

Kui vedelik asub Maa (või mistahes teise keha) gravitatsiooniväljas, siis on igal ta osakesel teatud kaal. Seega mõjub vedeliku vaba pinna all sügavusel h asuvates punktides peale välisrõhu veel vedeliku ülemiste kihtide kaalust tingitud siserõhk, mille suurus sõltub nii vaadeldava punkti sügavusest kui ka vedelikust endast:

$$p = hd = h\varrho g, \tag{10.1}$$

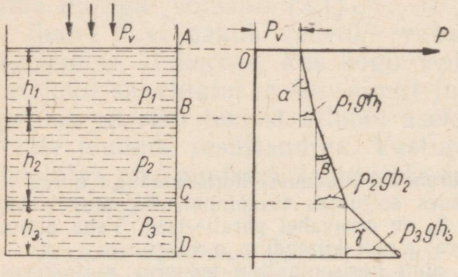
kus d on vedeliku erikaal ja ϱ ta tihedus sügavusel h. Antud punktis mõjub vedeliku siserõhk analoogiliselt välisrõhuga kõigis

suundades ja ei sõltu selle pindalaelemendi orientatsioonist, millele mõjuva jõu kaudu teda määratakse.

Õhurõhk maapinna lähedal on «õhuookeani» siserõhk sügavusel, mida mõõdetakse sellest tinglikust piirist alates, kus atmosfäär läheb üle õhutuks «kosmiliseks tühjuseks».

Ülesanne. Anumas on kolm vedelikku, millel on erinevad tihedused ϱ_1, ϱ_2 ja ϱ_3. Vedelikud asetsevad kihtidena, mille paksused on h_1, h_2 ja h_3 (vt. joon. 47). Konstrueerida anuma seinale mõjuva rõhu graafik sõltuvalt sügavusest. Välisrõhk olgu p_v.

Kanname vedeliku vabast pinnast mõõdetud sügavused vertikaalteljele, rõhud aga mingis valitud mastaabis horisontaalteljele (teljed h ja p joonisel 47, *b*).



JOON. 47

Et välisrõhk p_v kandub edasi vedeliku kõikidesse punktidesse, siis ei saa graafikul väiksemaid ordinaate olla. Minnes anuma seina punktist A punkti B, lisandub välisrõhule esimese vedelikukihi siserõhk, mis punktis B vedeliku vaba pinna all sügavusel h_1 on $p_1=\varrho_1 g h_1$. Summaarne rõhk punktis B on järelikult

$$p_B=p_v+\varrho_1 g h_1.$$

Üleminekul punkti C suureneb rõhk $p_2=\varrho_2 g h_2$ võrra ja võrdub suurusega

$$p_C=p_v+\varrho_1 g h_1+\varrho_2 g h_2.$$

Täpselt samasuguse arutluse teel leiame, et anuma põhja läheduses asuva punkti D korral

$$p_D=p_v+\varrho_1 g h_1+\varrho_2 g h_2+\varrho_3 g h_3.$$

Kui anum ei ole liiga kõrge, võime lugeda, et $g=\text{const}$. Niisugusel juhul on rõhu graafiku tõusunurga tangens võrdeline vedeliku tihedusega: $\tan\alpha=\varrho_1 g$, $\tan\beta=\varrho_2 g$, $\tan\gamma=\varrho_3 g$. Kui anumas oleks ainult üks ühtlase tihedusega vedelik, siis oleks rõhu graafik mitte murdjoon, vaid sirge, mille tõusunurga tangens võrduks korrutisega ϱg.

Rõhk on suunatud vaadeldava anuma seina igas punktis risti seinaga. Kui see tingimus ei oleks täidetud ja rõhu mõned komponendid oleksid suunatud seinaga paralleelselt, siis hakkaksid vedeliku osakesed liikuma üles või alla, meie poole või meist eemale. See on aga vastuolus ülesande staatilisuse tingimusega — vedeliku kõikide makroskoopiliste osakeste liikumatuse nõudega. Kui vedelik piki anuma seina ei liigu, siis mõjuvad seinale ainult normaalisuunalised rõhujõud.

3. Vedeliku vaba pinna osakeste tasakaal anuma seinte läheduses

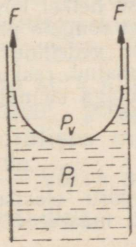
Anuma seina läheduses olevate vedeliku vaba pinna osakeste tasakaalu käsitlemisel tuleb arvesse võtta ka vedeliku ja anuma seinte osakeste vahel mõjuvaid molekulaarjõudusid. Anuma seinaga piirnev vedeliku vaba pind kõverdub — tekib *menisk*. Missugune aga menisk on, kas kumer või nõgus, see sõltub sellest, mis on suuremad: kas vedeliku osakeste või vedeliku ja anuma seina osakeste vahel mõjuvad jõud. Esimesel juhul räägitakse anuma seinu *mittemärgavast*, teisel juhul aga *märgavast vedelikust*.

Et vedeliku pindkihis mõjuvad pindpinevusjõud, siis on vedeliku menisk tasakaalus ainult sel juhul, kui pindkihi äärele mõjuvad anuma seinad jõududega. Need jõud peavad olema vedeliku meniski äärega risti ja suunatud piki meniski puutujat. Nähtuse täielikum analüüs viib järeldusele, et märgumise puudumisel on jõud vedeliku ja anuma seinte osakeste vahel väiksemad kui anuma seinte osakeste ja vedeliku pinna kohal asuva gaasi osakeste vahel. Märgumise korral on jõudude suhe vastupidine.

Rõhk vedelikus kõvera meniski all erineb seetõttu rõhust vedeliku tasapinnalise pindkihi all. Eriti lihtne on seda lisarõhku arvutada peenikeste silindriliste torude — *kapillaaride* — täitmisel vedelikuga, sest meniskid on sel juhul poolkerakujulised ja jõud, mis tasakaalustavad pindpinevusjõudusid, on suunatud piki silindrilise pinna moodustajaid. Joonistel 48 ja 49 on meniskid selguse mõttes kujutatud anuma seinte küljest lahtirebitutena. Arusaadavalt on rõhk p_1 anuma seina märgava vedeliku nõgusa meniski all väiksem kui välisrõhk p_v meniski kohal. Ühtlaselt piki kogu meniski serva jaotunud jõud F näib tõstvat teda kõrgemale, vähendades sellega jõudu, millega ta mõjub allpool asetsevatele vedelikukihtidele (joon. 48). Kumera meniski korral on $p_2 > p_v$ ja jõud F «surub meniskiga» ülejäänud vedelikku (joon. 49).

Kui kapillaari raadius on r ja menisk on poolkerakujuline, siis on kerge leida meniski kohal ja ta all olevate rõhkude vahet Δp (joonisel 48 ja 49 kujutatud juhtudel):

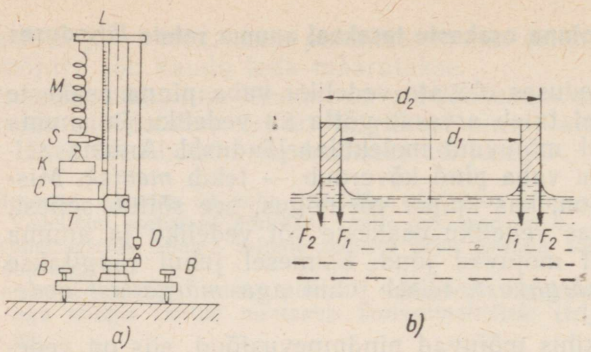
$$\Delta p = p_v - p_1 = p_2 - p_v = \frac{F}{\pi r^2} = \frac{\alpha \cdot 2\pi r}{\pi r^2} = \frac{2\alpha}{r} . \qquad (10.2)$$



JOON. 48



JOON. 49



JOON. 50

Vedelikusamba tasakaalu hindamisel kapillaartorus arvestatakse rõhu muutumist kõverpinnalise meniski all.

Vedeliku vaba pind kõverdub mitte ainult anuma seinte läheduses, vaid ka neis kohtades, kus vedeliku vaba pind puutub kokku tahkete kehadega, mis ujuvad vedelikus või on vedeliku pinnaga ainult kokkupuutes.

Ülesanne. Üks lihtsamatest vedeliku pindpinevusteguri määramise eksperimentaalsetest meetoditest on järgmine. Kruvide *B* abil rangelt vertikaalseks reguleeritavale statiivile kinnitatakse vedru *M*, mis on varustatud osutiga *S* (joon. 50, *a*). Statiivi vertikaalsust kontrollitakse loodi *O* abil. Enne katse algust määratakse tavaliselt vedru *M* elastsustegur *k*. Vedru alumise otsa külge riputatakse metallrõngas *K*. Anum uuritava vedelikuga *C* paigutatakse lauakesele *T*, mis võib statiivil üles-alla liikuda.

Kui anumat koos vedelikuga sedavõrd tõsta, et vedeliku pind satub kokkupuutesse rõngaga, siis «kleepub» viimane vedeliku külge. (Seda muidugi ainult juhul, kui vedelik märgab rõnga materjali.) Anuma langetamisel aga laskub nüüd allapoole ka rõngas, sest sellele mõjuvad vedeliku külgetõmbejõud F_1 ja F_2, mis on jaotunud piki rõnga sise- ja välisserva (joon. 50, *b*). Rõnga laskumisel allapoole vedru pikeneb, kuni teatud hetkel rõngas end vedeliku pinnalt lahti rebib.

Statiivi *L* skaalalt võib leida jaotuse väärtuse N_0, mis vastab osuti *S* asendile juhul, kui rõngas ei ole veel vedru külge kinnitatud, väärtuse N_1, kui rõngas ripub vedru otsas, kuid ei puuduta vedeliku pinda, ja väärtuse N_2, mis vastab osuti *S* asendile hetkel, kui rõngas rebib end vedeliku pinnalt lahti. (Täpsemate mõõtmiste korral määratakse vedru deformatsioon teisiti.)

Teades rõnga sisemist ja välist diameetrit d_1 ja d_2, võib pärast neid mõõtmisi määrata vedeliku pindpinevusteguri.

Määrame pindpinevusteguri SI ühikutes, lähtudes järgmistest andmetest: $d_1=26{,}1$ mm, $d_2=26{,}7$ mm, $k=0{,}11$ G/mm, $N_1=213$ mm ja $N_2=218{,}6$ mm.

Eeldades, et vedeliku vaba pind on rõnga lahtirebimise hetkel kõverdunud nii, nagu on näidatud joonisel 50, *b* (jõud F_1 ja F_2 mõjuvad rõngale piki rõnga silindrilise seina moodustajaid), vaatleme rõnga tasakaalu vedelikust lahtirebimise hetkel. Rõngale mõjub vertikaalselt allapoole suunatud raskusjõud *P* ja jõudude F_1 ning F_2 resultant. Vedru elastsusjõud *F* on aga suunatud ülespoole. Tasakaalutingimuse võime kirjutada järelikult kujul

$$F=P+F_1+F_2.$$

Vastavalt võrrandile (2.5) on jõud *F* väljendatav vedru elastsusjõu ja deformatsiooni kaudu, kusjuures viimane neist on kergesti määratav lugemite N_2 ja N_0 vahena:

$F=k(N_2-N_0)$.

Analoogiliselt võib rõnga raskusjõu avaldada vedru elastsusjõu kaudu rõnga tasakaalu juhul, kui rõngas ei puuduta vedeliku pinda. Antud elastsusjõule vastab vedru deformatsioon, mis võrdub lugemite N_1 ja N_0 vahega:

$$P=k(N_1-N_0).$$

Arvestades, et

$$F_1=\alpha\pi d_1$$

ja

$$F_2=\alpha\pi d_2,$$

võib rõnga tasakaalu vedeliku pinnalt lahtirebimise hetkel kirjutada kujul

$$k(N_2-N_0)=k(N_1-N_0)+\alpha\pi d_1+\alpha\pi d_2.$$

Pärast lihtsaid teisendusi saame siit vedeliku pindpinevusteguri jaoks avaldise

$$\alpha=k\,\frac{N_2-N_1}{\pi(d_1+d_2)}.$$

Näeme, et selle meetodi kasutamisel pindpinevusteguri määramiseks pole vaja märkida isegi lugemit N_0, mis vastab osuti asendile «venitamata» vedru korral. Antud näites kasutasime seda lugemit ainult vedru deformatsiooni arvutamiseks.

On kerge veenduda, et saadud avaldise parema poole dimensioon ühtib pindpinevusteguri dimensiooniga:

$$\frac{\text{dyn}}{\text{cm}}\cdot\frac{\text{cm}}{\text{cm}}=\frac{\text{dyn}}{\text{cm}}\ \text{(CGS-süsteemis)},$$

$$\frac{\text{N}}{\text{m}}\cdot\frac{\text{m}}{\text{m}}=\frac{\text{N}}{\text{m}}\ \text{(SI-süsteemis)}.$$

Juhime tähelepanu veel sellele, et vedeliku pindpinevusteguri dimensioon ühtib vedru elastsusteguri dimensiooniga (kui N_1, N_2, d_1 ja d_2 on mõõdetud ühesugustes ühikutes, siis on murd saadud avaldises dimensioonita suurus).

Pindpinevusteguri väärtuse arvutamiseks SI ühikutes tuleb vedru elastsustegur avaldada selle süsteemi ühikutes: $k=0{,}11$ G/mm$=1{,}08$ N/m. Avaldises esinevate ülejäänud suuruste väärtused võib avaldada millimeetrites:

$$\alpha=1{,}08\,\frac{218{,}6-213}{3{,}14(26{,}1+26{,}7)}=36\cdot10^{-3}\,\frac{\text{N}}{\text{m}}.$$

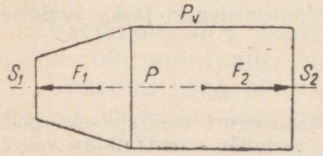
Rõhu muutumisega vedeliku kõvera pinna all tuleb arvestada mitte ainult vedeliku ja anuma kõvade seinte kontakti korral. Kõverpinnaga puutume kokku ka vedeliku suletud vaba pinna korral. Missugune on vedelikus oleva gaasimulli või õhus hõljuva vedelikutilga kuju?

Et vedeliku vaba pind püüab oma pindala vähendada, siis võtab ta kera kuju. Nähtus on seletatav sellega, et antud ruumala piiravatest pindadest on väikseima pindalaga just kerapind. Kerakujulises mullikeses või tilgas on rõhk välisrõhust alati $\Delta p=\frac{2\alpha}{r}$ võrra suurem [vt. valem (10.2)], kus r on mullikese või tilga raadius.

4. Vedelikuga või gaasiga täidetud anuma tasakaal

Vedelikuga või gaasiga täidetud anuma tasakaalust võime rääkida ainult sel juhul, kui anum püsib paigal või liigub inertsi mõjul. Seejuures ei tohi anuma seinad deformeeruda. Anumale tervikuna, ainult ta ühele seinale või isegi seina mingile osale väljast- ja seestpoolt mõjuvate jõudude geomeetriliste summade võrdlemine lahendab selle küsimuse täielikult.

Ülesanne. Silindriline anum, mille üks ots moodustab tüvikoonuse, on täidetud gaasiga, kusjuures gaasi rõhk p on suurem kui väline õhurõhk p_v. Kas anum on tasakaalus? Joonisel 51 on toodud selle anuma lõige ta telge läbiva tasapinnaga.

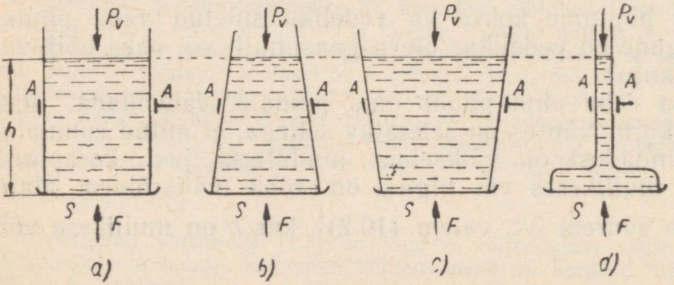


JOON. 51

Anuma seina igale punktile mõjub seestpoolt rõhk p ja väljastpoolt p_v. Rõhujõud on suunatud risti anuma seinaga. Anuma aluste pindalade S_1 ja S_2 ebavõrdsus ei saa aga põhjustada anuma liikumist päremale. Jõud F_1 ja F_2, mida gaas avaldab nendele alustele, ei ole võrdsed: $F_2 > F_1$, kuna $F_1 = pS_1$, $F_2 = pS_2$ ja $S_2 > S_1$. Ei tohi aga jätta arvestamata anuma koonilisele osale mõjuvate rõhujõudude summaarset horisontaalset komponenti, mis koos jõuga F_1 tasakaalustab jõu F_2. Anuma seintele väljastpoolt mõjuvate rõhujõudude analüüs annab sellesama tulemuse.

«Hüdrostaatiline paradoks». Nimetatud nähtus seisneb selles, et ühe ja sellesama vedeliku võrdse kõrgusega sambad mõjuvad anuma teatud kindla pindalaga põhjale võrdse jõuga, olenemata vedelikusamba kujust ja kaalust.

Vaatleme mitmesuguseid erineva kujuga anumaid, mis on kujutatud joonisel 52. Kui suurt jõudu F tuleb rakendada altpoolt anuma põhjale, mille pindala on S, et põhi peaks vastu vedelikusamba rõhumisele ja ei tuleks anuma küljest lahti? Olgu vedelikusamba kõrgus kõigis anumates h ja vedeliku erikaal d.



JOON. 52

Jõud F, mis on vajalik anuma põhja hoidmiseks liikumatuna, võrdub jõuga, millega vedelik rõhub põhjale. Põhja enda kaalu me ei arvesta. Kõigil neljal juhul on vedeliku rõhk anuma põhja pindalaühikule hd. Järelikult mõjub põhjale ülaltpoolt jõud hdS. Välise rõhu p_v võime jätta arvestamata, kuna see mõjub anuma põhjale nii altpoolt kui ka vedelikusamba poolt ülekantuna ülaltpoolt. Seega, olenemata anuma kujust, peab tasakaalu korral mõjuma ta põhjale jõud $F=hdS$. Juhul a võrdub selle jõu väärtus anumas oleva vedeliku kaaluga, juhul b ja d on see jõud suurem ning juhul c väiksem kui vedeliku kaal.

Et mõista, miks jõud F kolmel viimasel juhul erineb anumasse valatud vedeliku kaalust, tuleb vaadelda anuma külgseintele mõjuvaid jõudusid ja nende tasakaalutingimusi.

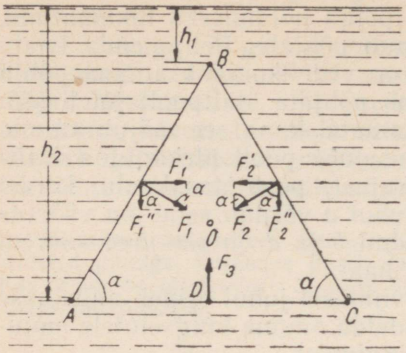
Anuma külgseintele mõjub vedelik rõhujõududega. Külgseinad jäävad liikumatuks jõudude tõttu, millega mõjub seintele tugikronstein AA. Kui anumad ei oleks kinnitatud massiivsete, liikumatute ja jäikade kronsteinide abil, vaid oleksid üles riputatud vedrudega, märkaksime, et juhtudel b ja d mõjub anuma seintele peale nende raskusjõu veel vertikaalselt üles- ja juhul c allapoole suunatud jõud.

Vedeliku kaalu ja jõu F vahe võtavad juhul c vastu järelikult anuma seinad, mis lõppkokkuvõttes annavad selle edasi kronsteinile. Juhtudel b ja d mõjuvad põhjale peale vedelikusamba kaalu veel anuma külgseinte poolt surutud vedeliku rõhujõud (juhul b mõjuvad anuma kaldseinad ja juhul d seinte horisontaalsed osad kokkusurumatu vedeliku kaudu anuma põhjale). Ainult juhul a, kui anuma seintele vertikaalsuunalised jõud ei mõju, ei tasakaalusta seinad ühtki osa vedeliku kaalust ega lisa midagi anuma põhjale mõjuva vedelikusamba kaalule.

5. Vedelikku või gaasi asetatud keha tasakaal. Archimedese seadus

Vaadeldes vedelikus või gaasis asetsevat keha, tuleb selgesti ette kujutada, missugused jõud sellele mõjuvad, ja analüüsida seejärel keha staatilise tasakaalu üldisi tingimusi (3.1) ja (3.2). Niisuguse käsitlusviisi korral selgub ka *Archimedese seaduse* füüsikaline sisu, mis jääb sageli peidetuks, kui kasutada mitte eriti rangeid formuleeringuid (näit. «vedelikku või gaasi asetatud keha kaotab oma kaalust niipalju, kuipalju kaalub keha poolt väljatõrjutud vedelik või gaas»).

Vedelikku või gaasi asetatud kehale mõjub peale kaalu veel *üleslükkejõud* (ehk *arhimedesejõud*), mis on suunatud vertikaalselt üles ja mille arvväärtus võrdub keha ruumala (või vedeliku vaba pinna all oleva keha osa ruumala) ja vedeliku erikaalu korrutisega. Kuidas aga üleslükkejõud tekib? Kas see jõud on alati



JOON. 53

suunatud vertikaalselt üles? Peatume neil küsimustel veidi pikemalt.

Joonisel 53 on kujutatud prismakujulise kõva keha ristlõige. Keha, mille materjali erikaal on d_p, on asetatud vedelikku, mille erikaal on d_v. Prisma aluseks on võrdkülgne kolmnurk, kusjuures külje pikkus on a ja prisma kõrgus l. Missugustel tingimustel on see keha tasakaalus?

Asugu prisma ülemine serv vedeliku vaba pinna all sügavusel h_1 ja alumine tahk sügavusel h_2. Välisrõhu väärtus pole keha tasakaalutingimuste määramisel oluline. Rõhk erineval sügavusel paiknevates vedelikukihtides on erinev ja sõltub antud vedeliku korral (vedelikku loeme kokkusurumatuks) ainult kihi sügavusest vedeliku vaba pinna all [vt. valem (10.1)]. Prisma alumise tahu kõikides punktides on vedeliku rõhk võrdne ja ta väärtus on $h_2 d_v$. Rõhk külgtahkudele ja joonisel kujutamata eesmisele ja tagumisele tahule muutub lineaarselt väärtusest $h_1 d_v$ väärtuseni $h_2 d_v$. Et kasutada tasakaalutingimust (3.1), tuleb leida kõigi kehale mõjuvate jõudude väärtused. Vasakpoolsele ja parempoolsele tahule rakendatud jõudude F_1 ja F_2 väärtuste leidmiseks lähtume rõhu keskmisest väärtusest p_k neil tahkudel. Kui rõhk sõltub sügavusest lineaarselt, siis

$$p_k = \frac{h_1 d_v + h_2 d_v}{2} = \frac{d_v}{2}(h_1 + h_2).$$

Et prisma külgtahkude pindalad on al, siis on jõud F_1, F_2 ja F_3 arvutatavad järgmiselt:

$$F_1 = F_2 = \frac{1}{2} a l d_v (h_1 + h_2),$$

$$F_3 = a l d_v h_2.$$

Need jõud mõjuvad tahkudega risti ja tasakaalu korral peavad nad olema rakendatud vastavate tahkude raskuskeskmetes. Jõudude geomeetrilise liitmise lihtsustamiseks lahutame jõuvektorid

F_1 ja F_2 horisontaal- (F_1' ja F_2') ja vertikaalkomponentideks (F_1'' ja F_2''). Et prisma ristlõige on võrdkülgne kolmnurk ja $\alpha = \frac{\pi}{3}$, siis

$$F_1' = F_1 \sin \alpha,$$

$$F_2' = F_2 \sin \alpha.$$

Et aga $F_1 = F_2$, siis

$$F_1' = F_2'.$$

Kehale vasakult ja paremalt poolt mõjuvaid horisontaalseid jõude rohkem ei ole. Järelikult väidab saadud avaldis, et neis suundades keha ei liigu. Analoogiliselt võime veenduda, et jõud, mis mõjuvad vertikaalsetele (eesmisele ja tagumisele) tahkudele, tasakaalustavad teineteist. Seega pole mingit põhjust ka keha liikumiseks meie poole või meist eemale.

Vertikaalsuunas mõjuvad prismale peale kaalu P veel jõud F_1'', F_2'' ja F_3, kusjuures

$$F_1'' = F_1 \cos \alpha = \frac{1}{4} a l d_v (h_1 + h_2)$$

ja

$$F_2'' = F_2 \cos \alpha = \frac{1}{4} a l d_v (h_1 + h_2).$$

Nende kolme rõhujõu resultant peab keha kaalu tasakaalustamiseks olema suunatud vertikaalselt üles. Seega $F_3 > (F_1'' + F_2'')$. Seda kehale mõjuvat rõhujõudude vertikaalkomponentide resultanti nimetataksegi arhimedese- ehk üleslükkejõuks (F_A). Näeme, et üleslükkejõud võib mõjuda ainult vertikaalselt üles.

Leiame üleslükkejõu väärtuse:

$$F_A = F_3 - F_1'' - F_2''$$

ehk

$$F_A = a l d_v h_2 - 2 \cdot \frac{1}{4} a l d_v (h_1 + h_2) = \frac{1}{2} a l d_v (h_2 - h_1).$$

Geomeetriliste kaalutluste abil leiame, et

$$h_2 - h_1 = BD = a \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

Seega

$$F_A = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 l d_v.$$

Et aga korrutis $\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 l$ on võrdne vaadeldava prisma ruumalaga V_p, *siis*

$$F_A = V_p d_v. \tag{10.3}$$

Tingimuseks, et keha vertikaalsuunas ei liiguks, on võrdsus $P = F_A$. Pole raske järeldada, et tingimus (3.2) on selles ülesandes täidetud, kuna jõudude $\boldsymbol{F}_1$, $\boldsymbol{F}_2$, $\boldsymbol{F}_3$ ja $\boldsymbol{P}$ mõjusirged läbivad prisma raskuskeset O.

Väljendades keha kaalu P ta ruumala V_p ja erikaalu d_p kaudu ja arvestades seost (10.3), võime võrdsuse $P = F_A$ kirjutada ümber järgmiselt:

$$V_p d_p = V_p d_v.$$

Siit järgneb, et $d_p = d_v$ ehk, jagades raskuskiirendusega g,

$$\varrho_p = \varrho_v.$$

Nagu näeme, võib üleni vedelikku (või gaasi) asetatud keha olla tasakaalus ainult sel juhul, kui keha materjal ja vedelik on võrdse tihedusega.

Kui keha tihedus on vedeliku tihedusest väiksem, $\varrho_p < \varrho_v$, siis on keha tasakaal (ujumine) võimalik vaid juhul, kui ainult osa kehast asetseb vedelikus. Sel juhul tuleb avaldises (10.3) V_p asendada vedeliku vaba pinna all (vedeliku sees) oleva keha osa ruumalaga V_s:

$$F_A = V_s d_v. \tag{10.4}$$

Ujumistingimuse (keha kaalu ja üleslükkejõu võrdsuse $P = V_s d_v$) võime antud juhul kirjutada järgmiselt:

$$V_p d_p = V_s d_v$$

ehk

$$V_p \varrho_p = V_s \varrho_v. \tag{10.4'}$$

Siit on kerge arvutada vedeliku pinna all oleva keha osa ruumala:

$$V_s = V_p \frac{\varrho_p}{\varrho_v}. \tag{10.5}$$

Kui $\varrho_p > \varrho_v$, siis on üleni vedelikus asetseva massiivse keha tasakaal ainuüksi keha kaalu ja üleslükkejõu mõjul võimatu. Keha tasakaalustamiseks tuleks talle rakendada mingisugust

vertikaalselt üles suunatud välist jõudu. Kui niisugust jõudu ei ole, siis keha upub.

Võrrand (10.4′) väljendab ujumistingimust ka juhul, kui vedelikku asetatud keha materjali tihedus ϱ_p on vedeliku tihedusest ϱ_v suurem. Sel juhul tuleb V_p all mõelda mitte keha enda, vaid ta materjali ruumala. Õhukeseseinalised karbikujulised seest õõnsad kehad, kuigi nad on valmistatud suure tihedusega materjalist, näiteks metallist, mille korral $\varrho_p > \varrho_v$, võivad ujuda vees, kuna ka sel juhul võib olla täidetud tingimus $V_p < V_s$, s. t. veepinna all oleva keha osa ruumala on suurem kui keha seinte materjali ruumala.

Tundes huvi niisuguste ebaühtlase tihedusega kehade (laev, allveelaev jne.) ujumise vastu, tuleb ϱ_p all valemis (10.4′) mõelda keha keskmist tihedust.

Võrrandid (10.3) ja (10.4) kehtivad ka siis, kui keha ujub vedelikuga täidetud anumas ja pilud keha ning anuma seinte vahel on väikesed. Keha asetamisel vedelikku tõuseb vedeliku nivoo niisugusel juhul keha ja anuma seinte vahelises pilus arusaadavalt oma esialgsest asendist kõrgemale. Kui palju nivoo just nihkub, seda võib igal konkreetsel juhul määrata. Suuruste V_s ja V_p all võrrandites (10.3) ja (10.4) tuleb aga niisugusel juhul mõista keha või ta osa ruumala, mis jääb allapoole vedeliku vaba pinda. Mõeldud on muidugi pinda pärast ujuva keha asetamist anumasse!

Ülesanne. Silindrilises anumas on vee nivoo $H=20$ cm kõrgusel põhjast. Asetades vette ujuma õhukeseseinalise pealt avatud pronkskarbi, tõuseb vee nivoo $h=2{,}2$ cm võrra. Kui kõrgel on vee nivoo H_1, kui karp uputada anuma põhja? Vee tihedus $\varrho_v=1$ g/cm³ ja pronksi tihedus $\varrho_p=8{,}8$ g/cm³.

Joonisel 54 on kujutatud katse kolm etappi. Oletame, et anuma põhja pindala on S. Võrreldes *I* ja *III* etappi, kirjutame üles tingimuse, mis väljendab anumas oleva vee ruumala konstantsust:

$$HS=H_1S-V_p, \qquad (a)$$

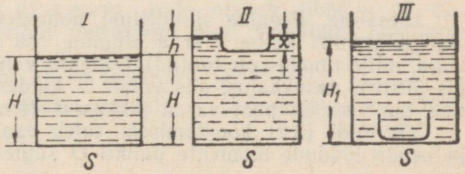
kus V_p on karbi seinte **materjali ruumala.** (Silindrilist ruumala H_1S võib vaadelda koosnevana vee ruumalast HS ja karbi materjali ruumalast V_p.) Võrrandist (a) leiamegi otsitava kõrguse H_1:

$$H_1=H+\frac{V_p}{S}. \qquad (b)$$

Nüüd on vaja väljendada V_p tuntud suuruste kaudu.

Kasutame karbi ujumise tingimust juhul *II*. Arutluse lihtsustamiseks oletame, et karbi põhja pindala on S_1 ja karbi põhi asub veepinna all sügavusel x. Karbi tasakaalu korral on ta kaal P_p võrdne üleslükkejõuga F_A:

$$P_p=F_A. \qquad (c)$$



JOON. 54

Väljendame karbi kaalu ta materjali ruumala V_p, tiheduse ϱ_p ja raskuskiirenduse g kaudu ning üleslükkejõu veepinna all oleva karbi osa ruumala (S_1x), vee tiheduse ϱ_v ja raskuskiirenduse kaudu:

$$V_p\varrho_p g = S_1 x \varrho_v g,$$

millest pärast taandamist leiame, et

$$V_p\varrho_p = S_1 x \varrho_v. \qquad (d)$$

Saadud võrrandis on suurused S_1 ja x tundmatud, kuid neid võib siduda tuntud suurustega. Selleks kirjutame veel kord ümber tingimuse, mis väljendab anumas oleva vee ruumala konstantsust katse *I* ja *II* etapil:

$$(H+h)S - S_1 x = HS. \qquad (e)$$

[Silindriline ruumala $(H+h)S$ etapil *II* on ruumalast HS suurem veepinna all oleva ruumala S_1x võrra.] Võrrandist (e) leiame pärast teisendamist, et

$$S_1 x = hS. \qquad (f)$$

Asendame korrutise S_1x võrrandis (d) temaga võrdse suurusega võrrandist (f):

$$V_p\varrho_p = hS\varrho_v,$$

millest

$$V_p = hS\frac{\varrho_v}{\varrho_p}. \qquad (g)$$

Lõpptulemuse saame võrranditest (b) ja (g):

$$H_1 = H + h\frac{\varrho_v}{\varrho_p}.$$

Võrrandi dimensioonide kontrollimine ei tekita raskusi. Asendades suurused nende arvväärtustega CGS-süsteemis, saame:

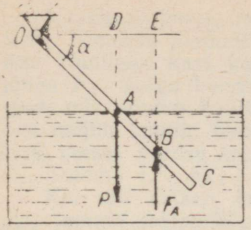
$$H_1 = 20 + 2{,}2\frac{1}{8{,}8} = 20{,}25 \text{ cm}.$$

Kui kehal on kindel liikumatu pöörlemistelg ja ta on kas üleni või osaliselt asetatud vedelikku, siis võib keha staatilise tasakaalu analüüsil lähtuda ainult tingimusest (3.2). Seda muidugi juhul, kui pöörlemisteljele mõjuvad jõud meid ei huvita. Niisuguse ülesande lahendamisel on vaja määrata üleslükkejõu rakenduspunkt.

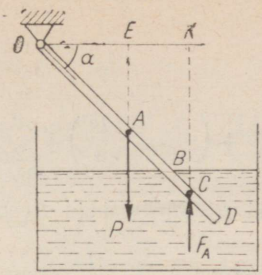
Järgmine ülesanne pöörlemistelge omava ujuva keha staatilise tasakaalu kohta on samal ajal ka näiteks, kuidas saab kiiresti ilma kaalusid kasutamata määrata keha tihedust.

Ülesanne. Peenike silindriline homogeenne varras on kinnitatud ülemise otsaga šarniiri külge. Varda alumine osa asub veega (või mõne muu vedelikuga, mille tihedus on tuntud) täidetud vannis. Kui varras ei ole vertikaalasendis püsivas tasakaalus, siis võtab ta kaldasendi. Määrata varda materjali tihedus, kui vees on pool varda pikkusest (joon. 55).

Võrrandi (3.2) koostamiseks tuleb vaadelda kõiki vardale mõjuvaid jõude ja nende jõudude momente punkti *O* suhtes. On selge, et antud juhul on nen-



JOON. 55



JOON. 56

deks jõududeks ainult varda kaal P ja üleslükkejõud F_A (kui mitte arvestada varda ülemisele poolele mõjuvat väga väikest õhu üleslükkejõudu). Nimetatud jõudude mõjusirged on vertikaalsed. Kus on aga nende jõudude rakenduspunktid? Varda alumise poole staatilise tasakaalu korral peab üleslükkejõud olema rakendatud selle vardaosa raskuskeskmes, s. o. punktis B, mis poolitab varda telje lõigu AC. Varda kaal on rakendatud varda raskuskeskmes A, mis asub varda telje keskpunktis. Olgu varda pikkus l, ristlõike pindala S, varda materjali tihedus ϱ_m ja vee tihedus ϱ_v. Varda ruumala on siis Sl ja kaal $P=Sl\varrho_m g$. Vees oleva varda osa ruumala on $\frac{1}{2}\,Sl$ ja üleslükkejõud seega $F_A=\frac{1}{2}Sl\varrho_v g$.

Jõudude õlgade OD ja OE määramiseks tuleb kasutada varda kaldenurka horisontaali suhtes. Jooniselt on näha, et $OD=OA\cos\alpha=\frac{l}{2}\cos\alpha$ ja $OE=OB\cos\alpha=\frac{3}{4}\,l\cos\alpha$, kuna $AB=BC=\frac{1}{2}AC=\frac{l}{4}$.

Varda kaalust tingitud jõumoment püüab varrast pöörata punkti O suhtes kellaosuti liikumise suunas, üleslükkejõu moment aga vastupidises suunas. Varda tasakaalu korral on nende jõumomentide väärtused võrdsed:

$$P(OD)=F_A(OE)$$

ehk, kasutades eespool saadud tulemusi,

$$Sl\varrho_m g\,\frac{l}{2}\cos\alpha=\frac{1}{2}\,Sl\varrho_v g\,\frac{3}{4}\,l\cos\alpha.$$

Pärast taandamist saame otsitava ϱ_m avaldise:

$$\varrho_m=\frac{3}{4}\,\varrho_v. \qquad (a)$$

Et $\varrho_v=1$ g/cm³, siis $\varrho_m=0{,}75$ g/cm³.

Näeme, et sellise mooduse korral varda materjali tiheduse määramiseks pole üldse vaja teada varda pikkust, ristlõike pindala ja kaldenurka (kui varras on sirge, peenike ja homogeenne). On vaja teada vaid selle vedeliku tihedust, milles varda alumine ots asetseb, ja vedelikus oleva vardaosa pikkust.

Ülesande tulemus näitab, et $\varrho_m<\varrho_v$. Järelikult on varras valmistatud materjalist, mille tihedus on väiksem kui veel, näiteks puidust. Kas niisugust tiheduse määramise moodust saab kasutada ka sel juhul, kui varda tihedus on vedeliku tihedusest suurem?

Üldavaldise saamiseks oletame, et varras, mille otsitav tihedus on ϱ_m, asetseb otsapidi mitte vees, vaid tuntud tihedusega ϱ_{ved} vedelikus, kusjuures vedelikus on mitte pool, vaid $\frac{l}{n}$ osa varda pikkusest (joon. 56).

Olgu varda pikkus endiselt l, ristlõike pindala S ja kaldenurk α. Antud juhul

$$BD=\frac{l}{n},\quad BC=\frac{l}{2n},\quad AB=\frac{l}{2}-\frac{l}{n}$$

ja

$$OC = \frac{l}{2} + \left(\frac{l}{2} - \frac{l}{n}\right) + \frac{l}{2n} = l\,\frac{2n-1}{2n}.$$

Ka nüüd $P = Sl\varrho_m g$, kuid $F_A = S\,\frac{l}{n}\varrho_{ved} g$.

Et $OE = OA\cos\alpha = \frac{l}{2}\cos\alpha$ ja $OK = OC\cos\alpha = l\,\frac{2n-1}{2n}\cos\alpha$, siis võib momentide võrdsuse tingimuse

$$P(OE) = F_A(OK)$$

kirjutada kujul

$$Sl\varrho_m g\,\frac{l}{2}\cos\alpha = S\,\frac{l}{n}\varrho_{ved} g l\,\frac{2n-1}{2n}\cos\alpha.$$

Pärast taandamist leiame, et

$$\varrho_m = \varrho_{ved}\,\frac{2n-1}{n^2}. \qquad (b)$$

Juht $\varrho_m = \varrho_{ved}$, mis on võimalik $n = 1$ korral, ei huvita meid, sest varras asetseb siis üleni vedelikus ükskõikses tasakaalus: jõud P ja F_A on rakendatud punktis A ja nende arvväärtused on võrdsed, $P = F_A$. Šarniirile ei kandu üle mingit koormust ja nurk α võib olla mistahes väärtusega. Väärtustel $n < 1$ pole mõtet, sest varda veealuse osa pikkus ei saa olla suurem varda enese pikkusest.

Valides mitmesuguseid n väärtusi, mis on suuremad ühest, pole raske veenduda, et murd $(2n-1) : n^2$ on ühest väiksem. See tähendab, et varda tasakaalu korral kaldasendis on kõigil juhtudel täidetud tingimus $\varrho_m < \varrho_{ved}$ ja kirjeldatud moodust tiheduse määramiseks saab kasutada ainult siis, kui varda materjali tihedus on vedeliku tihedusest väiksem.

Varras, mille tihedus on ϱ_m, on tasakaalus vedelikus, mille tihedus on ϱ_{ved}, teatud kindla n väärtuse korral, mille võib leida võrrandist (b). Varda kaldenurk võib seejuures olla kuitahes suur, kuid loomulikult väiksem kui $\frac{\pi}{2}$. See tähendab, et šarniiri lähendamisel vedelikule pöördub varras ümber punkti B. Kui aga liikumatu šarniiri O korral tõsta vanni vedelikuga, siis pöördub varras ümber punkti O. Kõigi nende pöördumiste korral jääb aga vedelikku alati ühesugune osa varda pikkusest. Sellest järeldub, et tuntud tihedusega varrast võib vastavalt võrrandile (b) gradueerida, kasutades teda seejärel vedelike tiheduse mõõtmiseks (areomeeter).

Sageli on vedelik või gaas vastastikuses mõjustuses olevate kehade süsteemi üheks elemendiks. Niisuguse süsteemi staatilise tasakaalu hindamisel tuleb lähtuda üldistest reeglitest: vedelikku või gaasi tuleb niisugusel juhul vaadelda süsteemi «iseseisva» osana, mis on vastastikuses mõjustuses süsteemi teiste osadega.

Ülesanne. Kaalukausil seisab vihtidega tasakaalustatud veeanum, millesse on anuma kaane külge kinnitatud niidi abil lastud metallkuulike. Kas süsteemi tasakaal muutub, kui niit läbi põletada?

Vaatleme jõude, mis mõjuvad ülaltpoolt kaalukausile, kui niit on veel terve. Nendeks jõududeks on muidugi anuma, anuma kaane, niidi ja vee kaal. Kas kuulikese kaal kandub üle kaalukausile? Vesi mõjub kuulile üleslükkejõuga F_A. Seega kandub kaalukausile niidi, anuma kaane ja seinte kaudu üle jõud, mis võrdub kuulikese kaalu ja üleslükkejõu vahega $(P-F_A)$. Kui aga vesi mõjub kuulile üleslükkejõuga F_A, siis Newtoni III seaduse põhjal mõjub kuul veesse võrdse suurusega, kuid vastupidi, s. t. allapoole suunatud jõuga F_A. Summa $(P-F_A)+F_A$ on võrdne kuulikese kaaluga.

Kui niit katkeb, lakkab kaalukausile mõjumast jõud $(P-F_A)>0$. Jättes arvestamata takistusjõu kuuli liikumisel, mõjub vesi talle endiselt jõuga F_A, kusjuures vee kaudu kandub niisama suur jõud üle kaalukausile. Et aga kuulike upub, siis $F_A < P$. Seega kuuli liikumise ajal kaalude tasakaal muutub, veeanum koos kuuliga näib muutuvat kergemaks. Tasakaal taastub niipea, kui kuulike jõuab anuma põhja.

§ 11. VEDELIKE JA GAASIDE DÜNAAMIKA

1. Põhimõisted. Pidevuse võrrand

Vedeliku või gaasi teatud koguse kindlasuunalist korrapärast liikumist ei saa seletada ta aatomite või molekulide kaootilise liikumisega, sest viimane esineb alati nii seisvates kui ka liikuvates makroskoopilistes ruumalades. Kasutades dünaamika põhialuseid, peame vedeliku või gaasi «osakeste» liikumise seletamiseks leidma välised põhjused jõudude näol, mis põhjustavad või muudavad liikumist. Et vedeliku (või gaasi) makroskoopilised ruumalad on oma «naaberosakestega» või kõvade kehadega vastastikuses mõjustuses kokkupuutepinna ulatuses, siis on niisugusteks põhjusteks rõhud.

Ühtlane ja sirgjooneline inertsiaalne liikumine võib toimuda «iseenesest», kuid seejuures on vajalikuks tingimuseks takistuste puudumine. Järelikult võivad inertsiaalselt liikuda ainult mitteviskoossete gaaside ja vedelike osakesed, isegi kui nad läbivad konstantse rõhuga kihte. Mingil põhjusel liikuma hakanud mitteviskoosse gaasi või vedeliku osake võib liikuda niikaua, kuni välised põhjused tema liikumist ei muuda. Reaalsete gaaside ja vedelike osakesed on vastastikuses mõjustuses. Hõõrdumise (viskoossuse) tõttu ei saa nad intensiivselt liikuda. Reaalsete gaaside või vedelike liikumiseks isegi konstantse kiirusega peab rõhk keskkonna eri punktides olema erinev. Liikumine toimub suurema rõhu all olevatest punktidest väiksema rõhu all olevate punktide poole — liikumist põhjustavate jõudude suunas.

Vedeliku või gaasi liikumise suund on sageli määratud toru või anuma seintega või jõesängi kallastega, milles ta voolab. Kui meid huvitavad väikeste vedeliku- või gaasikoguste liikumise detailid suurtes ruumalades, siis on otstarbekohane kasutada *voolutoru* mõistet. Voolutoru all mõistame «läbistamatute seintega juga» liikuvas vedelikus või gaasis. Näiteks võime kogu jõe-

sängis voolava vee jagada mõttes üksteisega mittesegunevateks jugadeks ehk voolutorudeks.

Kui liikuva vedelikuga või gaasiga täidetud ruumala üheski punktis kiirus ja rõhk aja jooksul ei muutu, siis on tegemist *statsionaarse voolamisega.* Niisugusel juhul liiguvad vee või gaasi osakesed piki voolutoru moodustajaid ehk nn. *voolujooni.* Kui vedelik või gaas täidab oma liikumisel toru kõik ristlõiked ja ei rebi kusagil end toru seintest lahti, võib niisugust toru tervikuna vaadelda suure voolutoruna.

Mittekokkusurutava vedeliku (või gaasi) statsionaarsel voolamisel voolutorus kehtib järgmine reegel: voolutoru kõiki ristlõikeid peab ajaühikus läbima võrdne vedelikuhulk, sest vedelik ei saa voolutorus kusagil «koguneda» või «rebeneda» ja tühemikke moodustada. See oleks vastuolus mittekokkusurutava vedeliku (või gaasi) eeldatava omadusega — tema pidevusega. Vaatamata sellele, kas voolutoru ristlõige on suur või väike, peab võrdsete ajavahemike jooksul toru kõiki ristlõikeid läbima nii massi kui ka ruumala poolest võrdne kogus vedelikku (või gaasi).

Seda asjaolu väljendabki nn. *mittekokkusurutava vedeliku* (või gaasi) *voolutoru pidevuse võrrand*

$$Sv = \text{const}, \tag{11.1}$$

kus S on voolutoru mistahes ristlõike pindala ja v vedeliku või gaasi liikumise kiirus selles ristlõikes.

Pidevuse võrrandi leiame järgmiselt. Tingimus, et voolutoru mistahes ristlõiget läbib teatava ajavahemiku jooksul võrdne hulk mittekokkusurutavat vedelikku (või gaasi), on väljendatav järgmiselt: $m = \text{const}$, kus m on suvalise aja Δt jooksul toru mistahes ristlõiget läbinud vedeliku mass. Arusaadavalt võib selle tingimuse esitada ka kujul

$$\varrho V = \text{const},$$

kus ϱ on vedeliku tihedus ja V selle vedelikukoguse ruumala, mille mass on m.

Kui voolutoru vaadeldava ristlõike pindala on S ja voolu kiirus antud ristlõikes v, siis aja Δt jooksul seda ristlõiget läbinud vedeliku ruumala on

$$V = Sv\Delta t$$

ja pidevuse võrrand saab kuju

$$\varrho Sv\Delta t = \text{const}.$$

Võttes arvesse, et vedelik on homogeenne ja mittekokkusurutav (ϱ = const toru igas ristlõikes), ning vaadeldes suvalisi võrdseid ajavahemikke ($\Delta t = \text{const}$), saamegi võrrandi (11.1).

Tähtsaks erinevuseks viskoossete vedelike ja gaaside ning kõvade kehade liikumise vahel on vedeliku- ja gaasikihtide vaheliste paigaloleku hõõrdejõudude võrdumine nulliga. Mistahes, isegi kaduvväike jõud paneb vedeliku või gaasi liikuma. Et laual asetsevat telliskivi liikuma panna, tuleb talle rakendada jõudu, mis on suurem teatavast antud kehadepaarile iseloomulikust kriitilisest jõust. Veepinnal püsiva mitmetonnise pargase võib aga kaldast eemale lükata sõna otseses mõttes ainult ühe sõrmega. Niisuguse katse ebatõenäolisus on ainult näiline! Seda on raske uskuda ainult seetõttu, et me niisuguste nähtustega igapäevases elus kokku ei puutu. Sellele võib anda kergesti füüsikalise seletuse. Et pargase mass võib olla 200 000 kg, selles vaevalt küll keegi kahtleb. Muuseas on see veel suhteliselt väike pargas. Kahtlemata võib inimese sõrm mõjuda kehale ka jõuga 0,1 kG. Pargas püsib veepinnal liikumatult ja me tõukame teda nii suure jõuga kaldast eemale. Kui palju aega kulub, et vaatleja märkaks pargase nihkumist näiteks 10 cm võrra? Kiirenduse, mille saab pargas, leiame Newtoni II seaduse põhjal: $a = \frac{F}{m}$. Teepikkus, mille läbib keha sirgjoonelisel liikumisel kiirendusega a, kui ta alustab liikumist paigalolekust ($v_0 = 0$), on arvutatav valemist $\Delta s = \frac{a\Delta t^2}{2}$. Siit

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2\Delta s}{a}} \text{ ehk } \Delta t = \sqrt{\frac{2m\Delta s}{F}}.$$

Asendades suurused nende arvväärtustega SI-süsteemis, saame:

$$\Delta t = \sqrt{\frac{2 \cdot 200\,000 \cdot 0{,}1}{0{,}981}} = 200 \text{ s}.$$

Vaat milles on asi! Et märgata niisuguste katsete tulemusi, tuleb eksperimenteerida küllalt pika aja jooksul, mida me aga juhusliku vaatluse korral sageli ei tee.

Nii nagu kõvade kehade liikumisel mõjuvad hõõrdejõud sõltuvalt nende suhtelise liikumise kiirusest, nii sõltuvad ka viskoossed hõõrdejõud vedeliku- või gaasikihtide vahel nende kihtide kiirusest üksteise suhtes.

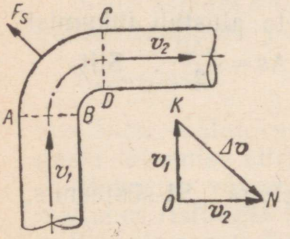
2. Jäävusseaduste kasutatavusest liikuvate vedelike ja gaaside korral

Ülaltoodud faktid lubavad vaadelda teatavat vedeliku- või gaasikogust vastastikuses mõjustuses olevate masspunktide mehaanilise süsteemina. Jättes vedeliku või gaasi liikumisel tähele panemata hõõrdumise, on tegemist suletud süsteemiga, mille korral võib kasutada jäävusseadusi — impulsi jäävuse seadust ja mehaanilise energia muundumise ja jäävuse seadust.

Impulsi jäävuse seaduse kasutamine. Kuidas seletada näiteks raketi liikumist absoluutses tühjuses? Niisuguse liikumise väliseid põhjusi pole vaja otsida. Ülesanne on kergesti lahendatav, kui vaadelda põlemisproduktide teatavat kogust (m) kahes olekus. Esimene olek — kogu gaas on Maa suhtes liikumatus raketis ja ei liigu ka raketi suhtes. Teine olek — osa gaasist (m_1) voolas välja raketi düüsist kiirusega v_1 Maa suhtes. Raketti jäänud osa gaasist, mille mass on $m-m_1$, peab saama kiiruse v_2 vastupidises suunas. Et süsteemi algimpulss võrdus nulliga, peab olema täidetud tingimus $m_1v_1=(m-m_1)v_2$.

Impulsi jäävuse seadus võimaldab seletada niisuguseid nähtusi nagu Segneri ratta pöörlemine, painduva vooliku vingerdamine, kui selles voolab vedelik, ja palju muud.

Ülesanne. Kuidas määrata vedeliku poolt joonisel 57 kujutatud toru põlvele avaldatava jõu suurust ja suunda? Toru läbiva vedeliku hulk on $G\frac{g}{s}$, vedeliku tihedus ϱ ja toru ristlõike konstantne pindala S.



JOON. 57

Vaatleme mingit vedelikuosakest, mille mass on m. Olgu ta liikumise kiirus toru vertikaalses osas v_1 ja horisontaalses osas v_2. Et toru ristlõike pindala on konstantne, siis on vedeliku kiiruse väärtus toru mistahes ristlõikes, mistahes punktis toru sees ühesugune:

$$v=\frac{G}{\varrho S}.$$

Seega on ka kiiruste v_1 ja v_2 väärtused võrdsed ning nad erinevad ainult suuna poolest, s. o. vektoriaalses mõttes. Järelikult peavad ka impulssidel mv_1 ja mv_2 olema erinevad suunad, s. t. impulsivektor muutub. Osakese impulsi muutus on seotud sellele osakesele mõjuva jõu impulsiga. Toru põlves vedeliku liikumise suund, s. o. ta kiiruse suund, muutus. Mis oli selle põhjuseks? Toru seina AC mõju. Kui toru seina ees ei oleks, liiguks vedelik sirgjooneliselt kiirusega v_1. Olgu jõud, mida toru sein avaldab vedeliku osakesele, F_v'. Võrrandi (2.3) võime kirjutada siis kujul

$$F_v'\Delta t=m\Delta v,$$

kus Δv on osakese kiiruse muutumist iseloomustava vektori väärtus ja Δt aeg, mille vältel toru sein mõjub osakesele.

Vektori $\boldsymbol{v}_2$ saame vektorist $\boldsymbol{v}_1$, liites viimasega geomeetriliselt vektori $\Delta\boldsymbol{v}$ (vt. joon. 57). Vektori $\Delta\boldsymbol{v}$ suund ühtib jõu $\boldsymbol{F}_v$ suunaga. Jõud $\boldsymbol{F}_s'$, mida osake avaldab seinale, peab Newtoni III seaduse põhjal olema vastupidise suunaga.

On arusaadav, et toru antud põlve korral, mis pöördub nurga $\frac{\pi}{2}$ rad võrra, on vektori $\Delta \boldsymbol{v}$ väärtus järgmine:

$$\Delta v = v\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2G}}{\varrho S}$$

(vt. võrdhaarset kolmnurka OKN, mille haara pikkus on v).

Kui läbi toru ristlõike voolab n osakest, kusjuures iga osakese mass on m, ja kõigi nende kiirused muutuvad täpselt nii nagu vaadeldud osakesel, siis on neile osakestele toru seina poolt avaldatav summaarne jõud $F_v = nF_v'$ ehk $F_v \Delta t = nm\Delta v$, millest

$$F_v = \frac{nm}{\Delta t} \Delta v.$$

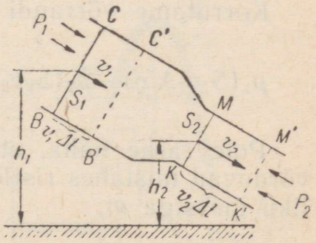
Pole raske tulla järeldusele, et murd $\frac{nm}{\Delta t}$ võrdub toru ristlõiget ajaühikus läbinud vedeliku massiga G. Seega

$$F_v = G\Delta v = \frac{\sqrt{2}G^2}{\varrho S}.$$

Summaarne jõud F_s, mida avaldavad toru seinale n vedelikuosakest, on sellesama väärtusega.

Tegelikkuses jaotuvad jõud, mida vedelik avaldab toru põlvele, kogu põlve pikkuse AC ulatuses. Jõud F_s aga tähendab nende jõudude resultanti.

Energia jäävuse seaduse kasutamine. Bernoulli võrrand. Energeetiline käsitlusviis vedeliku või gaasi voolamise analüüsil viib väga tähtsatele praktilistele järeldustele. Vaatleme kaldtoru mingit osa, mis jääb ristlõigete BC ja KM vahele (joon. 58). Torus voolab kokkusurumatu ja mitteviskoosne vedelik, mille tihedus on ϱ. Vedeliku voolamine on statsionaarne. Läbigu toru mistahes ristlõiget mingi meelevaldse, kuid väga lühikese ajavahemiku Δt jooksul vedelikuhulk, mille mass on m. Ristlõike BC pindala on S_1 ja ristlõike KM pindala S_2. Nende ristlõigete keskpunktid asuvad suvaliselt valitud nullpunkti (näiteks maapinna) suhtes kõrgusel h_1 ja h_2. Vedeliku liikumise kiirus nendes ristlõigetes on vastavalt v_1 ja v_2. Osakestele, mis paiknevad ristlõikes BC, avaldab veel mitte selle ristlõikeni jõudnud vedelik rõhku p_1. Osakestele aga, mis paiknevad ristlõikes KM, avaldavad seda ristlõiget juba läbinud osakesed rõhku p_2.



JOON. 58

Vedeliku voolamist torus võib skemaatiliselt kujutada järgmiselt. Eraldame ristlõigetes BC ja KM vedeliku õhukese põikkihi, mille mass on m. Lühikese ajavahemiku Δt jooksul läbivad need kihid väikesed teepikkused $v_1\Delta t$ ja $v_2\Delta t$ ning nihkuvad asendisse $B'C'$ ja $K'M'$. Vaadeldavates kihtides oleva vedeliku potentsiaalse ja kineetilise energia võib avaldada järgmiselt:

$$W_{p1}=mgh_1,\ W_{k1}=\frac{mv_1^2}{2},\ W_{p2}=mgh_2,\ W_{k2}=\frac{mv_2^2}{2}.$$

Nende kihtide summaarne mehaaniline energia on seega

$$W_{m1}=W_{p1}+W_{k1}=mgh_1+\frac{mv_1^2}{2}$$

ja

$$W_{m2}=W_{p2}+W_{k2}=mgh_2+\frac{mv_2^2}{2}.$$

Üldjuhul W_{m1} ja W_{m2} erinevad. Vahet $\Delta W_m=W_{m2}-W_{m1}$ võib vaadelda ristlõigete BC ja KM vahel oleva vedeliku summaarse mehaanilise energia muutusena, sest läbi toru selle osa voolab aja Δt jooksul vedelikuhulk, mille mass on m.

Miks vaadeldava vedelikuhulga mehaanilise energia varu muutub? Mehaaniline energia muutub alati siis, kui tehakse tööd. Antud juhul teevad tööd eespool ristlõiget BC ja ristlõike KM taga asuvad osakesed, mis mõjuvad vaadeldavale vedelikukogusele rõhujõududega F_1 ja F_2. Neid jõude on kerge määrata, sest rõhu väärtused ja ristlõigete pindalad on teada: $F_1=p_1S_1$ ja $F_2=p_2S_2$. Jõu F_1 töö A_1 on positiivne (ta tõukab vedelikku tagant) teepikkusel $v_1\Delta t$, jõu F_2 töö A_2 on aga negatiivne (ta takistab vedeliku liikumist läbi ristlõike KM) teepikkusel $v_2\Delta t$. Seega $A_1=p_1S_1v_1\Delta t$ ja $A_2=p_2S_2v_2\Delta t$ ning tööde vahe $\Delta A=A_1-A_2$ vastavalt seosele (5.3′) on võrdne vedeliku mehaanilise energia muutusega: $\Delta A=\Delta W_m$. Kasutades eespool saadud tulemusi, võime kirjutada, et

$$p_1S_1v_1\Delta t-p_2S_2v_2\Delta t=mgh_2+\frac{mv_2^2}{2}-mgh_1-\frac{mv_1^2}{2}.$$

Korrutame võrrandi mõlemat poolt vedeliku tihedusega ϱ:

$$p_1(S_1v_1\Delta t\varrho)-p_2(S_2v_2\Delta t\varrho)=m\varrho gh_2+\frac{m\varrho v_2^2}{2}-m\varrho gh_1-\frac{m\varrho v_1^2}{2}.$$

Pole raske näha, et sulgavaldised on omavahel võrdsed ja võrduvad mistahes ristlõikega torus aja Δt jooksul voolava vedeliku massiga m:

$$S_1v_1\Delta t\varrho=S_2v_2\Delta t\varrho=m.$$

Taandades suuruse m ja viies ühesuguste indeksitega liikmed võrrandi ühele poolele, saame:

$$p_1+\varrho gh_1+\frac{\varrho v_1^2}{2}=p_2+\varrho gh_2+\frac{\varrho v_2^2}{2}$$

ehk lühemalt

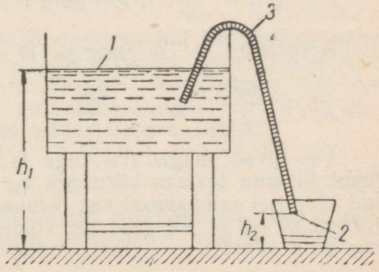
$$p+\varrho gh+\frac{\varrho v^2}{2}=\text{const.} \qquad (11.2)$$

See ongi *Bernoulli võrrand* kokkusurumatu mitteviskoosse vedeliku (gaasi) voolutoru jaoks statsionaarse voolamise korral. Meenutades võrrandi (11.2) tuletamisel kasutatud mõttekäiku, on kerge tulla järeldusele, et Bernoulli võrrand väljendab energia jäävuse seadust kokkusurumatu mitteviskoosse vedeliku (või gaasi) statsionaarse voolamise korral. Et võrrandi (11.2) vasaku poole kõigil liikmetel on rõhu dimensioon, siis nimetatakse praktikas rõhuks mitte ainult suurust p (nn. «staatiline rõhk», mis ei erine millegagi eespool nimetatud välisest rõhust), vaid ka suurusi ϱgh («kaaluline rõhk») ja $\frac{\varrho v^2}{2}$ («dünaamiline rõhk»).

Ülesanne. Üldtuntud on meetod vedelike ümbervalamiseks ühest anumast teise kummivooliku abil, mille puhul pole vaja anumaid kallutada. Kui näiteks fotolaboratooriumi loputuspaagi väljavoolutoru ummistub, võib paaki tühjendada järgmiselt. Paaki asetatakse kummivoolik nii, et ta täituks kogu pikkuses veega (voolik uputatakse). Seejärel pigistatakse vooliku üks ots kinni, tõstetakse ta veest välja ja asetatakse paagi põhjast madalamale (joon. 59). Samal ajal hoolitsetakse selle eest, et vooliku teine ots ei väljuks veest. Kuidas seletada, et sel viisil saab paaki tühjendada? Voolutoru seinteks on antud juhul paagi põhi ja seinad ning vooliku seinad. Vaatleme voolutoru kaht ristlõiget: *1* — vee vaba pind paagis ja *2* — teise anuma kohal olev vooliku vaba ots. Nende ristlõigete kõrgused põrandapinnast arvates olgu vastavalt h_1 ja h_2. Kirjutame nende ristlõigete kohta Bernoulli võrrandi (11.2), kusjuures ϱ on vee tihedus, v_1 — veepinna alanemise kiirus (veevoolu kiirus) ristlõikes *1* ja v_2 — veevoolu kiirus voolikust väljumisel:

$$p_1+\varrho gh_1+\frac{\varrho v_1^2}{2}=p_2+\varrho gh_2+\frac{\varrho v_2^2}{2}.$$

Rõhud p_1 ja p_2 ristlõigetes *1* ja *2* võrduvad atmosfäärirõhuga, sest p_1 on õhurõhk veepinnale paagis ja seesama rõhk p_2 takistab ka vee väljavoolamist



JOON. 59

voolikust. Jättes arvestamata rõhu väga väikese erinevuse kõrgustel h_1 ja h_2, on rõhud p_1 ja p_2 võrdsed ning Bernoulli võrrandis nad koonduvad. Seega

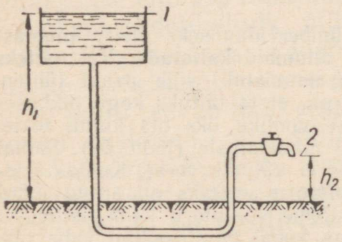
$$\varrho g h_1 + \frac{\varrho v_1^2}{2} = \varrho g h_2 + \frac{\varrho v_2^2}{2} .$$

Taandades vee tihedusega ϱ, saame:

$$g h_1 + \frac{v_1^2}{2} = g h_2 + \frac{v_2^2}{2} .$$

Et $h_1 > h_2$, siis $v_2 > v_1$. Lõppkokkuvõttes aga tähendab see, et vesi voolab paagist välja iseenese raskuse toimel tänu sellele, et väljavooluava *2* on vee nivoost paagis madalamal.

Juhime tähelepanu, et me kasutasime ristlõigete *1* ja *2* kohta Bernoulli võrrandit, kuigi osa sellest voolutorust asetses mõlemast vaadeldud ristlõikest palju kõrgemal (näit. ristlõige *3*). Kui voolutoru on voolava vedelikuga täidetud tervikuna, ei tohi see meid häirida. Meid huvitas, kas vesi voolab välja avast *2* ja mis on selle väljavoolu põhjuseks. Bernoulli võrrand võimaldab vastata kõigile neile küsimustele. Ristlõike *3* kõrgusele tõstsime vee iseenese käega, tehes tööd vedeliku kaalu ületamiseks. Seejärel tõusis vesi ise sellele kõrgusele väljavoolava vedeliku imeva toime tagajärjel. See ongi vedelikuosakeste vahel mõjuvate külgetõmbejõudude olemasolu kinnituseks ja otseseks tagajärjeks. Vedelikusammas ei katke.



JOON. 60

Ülesanne. Kui palju aega kulub teekannu täitmiseks veega kraanist maja neljandal korrusel asuvas korteris? Teekannu maht olgu $V = 2$ l ja kraan asugu maapinnast $h_2 = 15$ m kõrgusel. Vee nivoo veetornis hoitakse pidevalt $h_1 = 50$ m kõrgusel maapinnast. Kraani väljavooluava ristlõike pindala olgu $S = 1$ cm^2 (joon. 60).

Voolutoru moodustavad antud juhul paagi põhi ja seinad ning veetoru seinad. Bernoulli võrrandi koostame ristlõigete *1* (veepind paagis) ja *2* (kraani väljavooluava) kohta:

$$p_1 + \varrho g h_1 + \frac{\varrho v_1^2}{2} = p_2 + \varrho g h_2 + \frac{\varrho v_2^2}{2} .$$

Arvestades, et $p_1 = p_2 = p_v$ ja taandades suurusega ϱ, saame:

$$g h_1 + \frac{v_1^2}{2} = g h_2 + \frac{v_2^2}{2} . \qquad (a)$$

Vee nivoo paagis (ristlõige *1*) antud juhul ei alane, kuid vesi peab ka sel juhul liikuma teatava kiirusega v_1, sest vee nivood on võimalik hoida etteantud kõrgusel samaaegsel vee tarbimisel ainult paagi veevarude täiendamise tecl. Kiirust v_1 me ei tea, kuid me võime jätta ta arvesse võtmata, sest ristlõiget *1*, mis on kraaniava pindalast kindlasti palju kordi suurem, peab ajaühiku jooksul

läbima seesama hulk vett, mis läbib kraaniava 2. Seega $v_1 < v_2$ ja $v_1^2 \ll v_2^2$, mistõttu võrrand (a) lihtsustub:

$$gh_1 = gh_2 + \frac{v_2^2}{2}.$$

Nüüd võime leida ka veevoolu kiiruse v_2 kraanist väljumisel:

$$v_2 = \sqrt{2g(h_1 - h_2)}. \qquad (b)$$

Teades vee kiirust v_2 kraaniavas, mille ristlõike pindala S on tuntud, võime leida veehulga Q, mis läbib ajaühikus toru ristlõiget:

$$Q = v_2 S. \qquad (c)$$

Aeg Δt, mis kulub ruumala V omava veehulga väljavoolamiseks kraanist ehk teekannu täitmiseks, on

$$\Delta t = \frac{V}{Q}. \qquad (d)$$

Seostest (d), (c) ja (b) saame lõppavaldise:

$$\Delta t = \frac{V}{S\sqrt{2g(h_1 - h_2)}}.$$

Dimensioonide kontrollimiseks ja arvutusteks kasutame SI ühikuid:

$$\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{m}^2\sqrt{\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \cdot \mathrm{m}}} = \mathrm{s},$$

$$\Delta t = \frac{0{,}002}{10^{-4}\sqrt{2 \cdot 9{,}81(50-15)}} = 0{,}763 \text{ s}.$$

Saadud tulemus ärgu näigu liiga väikesena. Võimalik, et neljanda korruse elanikud ei saa oma kaheliitrist teekannu nii lühikese ajaga täita. Ülesandes eeldatud suurused h_1, h_2 ja S on lähedased reaalsetele, kuid viskoosset hõõrdumist ja teisi takistusi vee liikumisel me arvesse ei võtnud. Tegelikkuses need takistused esinevad ja vähendavad veevoolu kiirust kraanist väljumisel. Ärgem unustagem ka seda, et me ei ava kraani hetkeliselt ja et vesi voolab algul läbi ristlõike, mis on palju väiksem kui S.

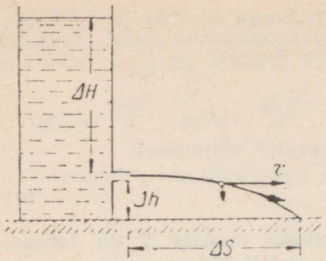
Juhime tähelepanu võrrandile (b), millest võime teha järgmise järelduse. Voolu kiirus lahtise anuma v ä i k e s e s t a v a s t väljumisel (vastasel juhul ei tohi jätta arvestamata suurust v_1^2 võrreldes suurusega v_2^2!) sõltub ainult vedeliku nivoo kõrgusest ava suhtes. See järeldus on muidugi õige ainult kokkusurumatu mitteviskoosse vedeliku korral.

Ülesanne. Määrata, kui kaugele Δs lendab veejuga, kui see voolab välja paagi horisontaalsest avast, mis asetseb $\Delta h = 9$ cm kõrgusel lauast (joon. 61). Vee nivoo paagis on ava tsentrist $\Delta H = 1$ m kõrgusel. Kui kõrgele Δh_1 ava tsentrist tõuseb vertikaalselt üles suunatud veejuga?

Veejoa kiiruse määrab vee nivoo kõrgus väljavooluava suhtes:

$$v = \sqrt{2g\Delta H}. \qquad (a)$$

Järgnevalt vaatleme mingi veeosakese liikumist, kui selle osakese algkiirus v on suunatud horisontaalselt. Takistuste puudumisel osakese kiirus ei



JOON. 61

muutu. Liikudes edasi teepikkuse Δs võrra, kukub osake oma raskuse mõjul samaaegselt allapoole kõrguse Δh võrra.

Olgu ajavahemik, mille jooksul osake langeb avast lauani, Δt. Horisontaalsuunalise liikumise ja vertikaalse vaba langemise võrrandid on antud juhul

$$\Delta s = v\Delta t \qquad (b)$$

ja

$$\Delta h = \frac{g(\Delta t)^2}{2} . \qquad (c)$$

Võrrandist (c) leiame liikumisaja Δt. Asetades aja Δt võrrandist (c) ja kiiruse võrrandist (a) võrrandisse (b), saame:

$$\Delta s = \sqrt{2g\Delta H} \cdot \sqrt{\frac{2\Delta h}{g}} = 2\sqrt{\Delta H \Delta h}.$$

Teepikkuse arvväärtuse leiame SI ühikutes:

$$\Delta s = 2\sqrt{1 \cdot 0{,}09} = 0{,}6 \text{ m}.$$

Teisele küsimusele vastamiseks vaatleme mingit veeosakest, millel on niisama suur, kuid vertikaalselt üles suunatud algkiirus v. Nagu teada, võib vertikaalsuunalise algkiirusega v keha tõusta kõrgusele Δh_1, mis on arvutatav valemist

$$\Delta h_1 = \frac{v^2}{2g} .$$

Asendades võrrandist (a) veeosakese algkiiruse, saame:

$$\Delta h_1 = \frac{(\sqrt{2g\Delta H})^2}{2g} = \Delta H.$$

Seda tulemust võiski oodata osakese mehaanilise energia jäävuse seaduse põhjal.

Bernoulli võrrandit võib kasutada ka kõvade kehade liikumisel vedelikes ja gaasides tekkiva *dünaamilise tõstejõu* analüüsil. Seda tõstejõudu ei tohi ära segada üleslükkejõuga, mis tekib ka vedeliku (või gaasi) ja keha vastastikuse liikumatuse korral. Dünaamiline tõstejõud tekib vedeliku (või gaasi) voolamisel ümber sümmeetrilise keha «ründenurga» all (kui nurk keha sümmeetriatelje ja keha poole liikuva vedeliku- või gaasijoa kiirusvektori vahel erineb nullist) või siis sümmeetriliste kehade pöörlemisel

vedelikus või gaasis. Üheks dünaamilise tõstejõu näiteks gaasi voolamisel ümber ebasümmeetrilise ristlõikega keha on lennuki tiiva tõstejõud.

Märgime, et mehaanilise liikumise suhtelisus kõvade kehade liikumisel vedelikus või gaasis võimaldab kasutada nähtuste pööratavust. Täpselt needsamad efektid tekivad vedeliku- või gaasijoa liikumisel ümber liikumatu keha.

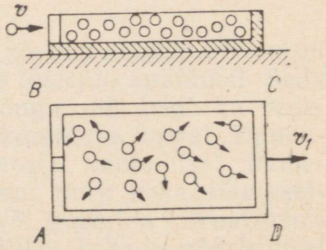
Nagu näeme, on mehaaniline käsitlusviis vedelike või gaaside paigaloleku või liikumisega seotud probleemide lahendamisel täiesti õigustatud. Pidevate keskkondade mehaanika teatav erinevus masspunktide ja kõvade kehade mehaanikast on seotud gaasilises või vedelas olekus oleva aine osakeste vastastikuste mõjude iseärasuse arvestamisega.

IV. SOOJUS

§ 12. ENERGIA JÄÄVUSE SEADUSE «LAIENDAMINE»

1. Mis toimub makroskoopiliste objektidega nende siseenergia muutumisel?

Kasutades keha siseenergia mõistet, võib kirjeldada mehaanilise energia «hajumise» üksikasju. Meenutame § 5, p. 2 lõpus toodud näidet, kus haavlitera tungis liivaga täidetud tikutoosi. Selgus, et tikutoos liikus pärast seda edasi kiirusega v_1, mis oli mehaanilise energia jäävuse seaduse alusel arvutatud kiirusest v_2 väiksem. Kasutame selle katse skemaatilist mudelit, vaadeldes haavli- ja liivateri väikeste kerakestena. Kerakujuline haavliterake liigub kiirusega v ja satub algul liikumatute, üksteise lähedal asuvate kerakujuliste liivaterakeste hunnikusse. Mis seejuures toimub? Tekib piljardimängu algusega sarnanev olukord, kus kogenematu mängija lööb lahti piljardikuulikestest moodustatud kolmnurkse kujundi. Üksteisega tõukudes lendavad kuulikesed laiali, põrkuvad piljardilaua servadega, seejärel uuesti üksteisega jne. Esimese kuulikese korrapärane kindlasuunaline liikumine kutsub esile ülejäänute kaootilise liikumise. Liivaterad nimetatud näites hakkavad samuti kaootiliselt liikuma ja üksteisega põrkuma (joon. 62). Löögid kanduvad edasi ka tikutoosi kõikidele seintele. Peamiselt löökide mõjul, mis antakse üle seinale CD,



JOON. 62

hakkab tikutoos liikuma paremale kiirusega v_1. Mõned kaldpõrked seintega BC ja AD ning karbikaane ja põhjaga annavad tikutoosile samuti paremale suunatud kiirenduse. Samal ajal aga mõned teised kaldpõrked annavad tikutoosile vasakule suunatud impulsse. Näiteks pidurdavad tikutoosi liikumist löögid, mis antakse üle seinale AB.

Nüüd on selge, kuhu kadus haavlitera mehaaniline energia. See läks vaid osaliselt üle tikutoosi kindlasuunalise liikumise kineetiliseks energiaks. Haavlitera kineetilise energia ülejäänud osa pani liikuma selle keskkonna osakesed, kuhu haavlitera sattus.

Meie mõttekäiku ei mõjutaks eeldus, et liivaterad tikutoosis liiguvad kaootiliselt juba enne haavlitera sattumist tikutoosi. Liivaterades pidurduv haavlitera annaks ikkagi oma panuse liivaterade kaootilisse liikumisse, muutes seda teatud määral.

Nüüd pole raske teha veel üht sammu — vaadelda liivateri selle keha molekulide ja aatomite mudelitena, milles haavlitera pidurdub. Pidades silmas ka haavlitera enese keerulist ehitust, on selge, kuhu jäi haavlitera kindlasuunalise liikumise mehaanilise energia «kadunud» osa ΔW. See osa mehaanilisest energiast läks üle haavlitera ja liivaterade siseenergiaks, muutes selle algväärtust. Ilma välise energia kuluta poleks olnud võimalik muuta haavlitera aatomite või molekulide olekut, muuta mitte ainult liivaterade kui tervikute, vaid ka nende koostisosade olekut.

Nüüd jääb üle vaid järeldada, et keha siseenergiat võib muuta ta mehaanilise energia muutmise teel. Kõik katsed tõestavad, et see üleminek toimub kadudeta ja et *keha või kehade süsteemi koguenergia* W, mis koosneb mehaanilisest energiast W_m ja siseenergiast U, on konstantne suurus.

See tähendab, et võttes arvesse muutusi aatomite ja molekulide kui aine koostisosade käitumises, tuleb *koguenergia jäävuse seadus* sõnastada üldisemal kujul: kehade suletud süsteemi koguenergia jääb kõikide loodusnähtuste puhul konstantseks:

$$W = W_m + U = \text{const}. \qquad (12.1)$$

Kujutledes, et aine koosneb molekulidest ja jagamatutest aatomitest, on kerge öelda, mis toimub aines ta siseenergia muutumisel. Ilmselt muutub molekulide ja aatomite liikumisvormide kineetiline energia ja nende vastastikuse mõju potentsiaalne energia.

Kas aga niisugustest teoreetilistest arutlustest on mingit märgatavat abi? Jääb mulje, et tundes muret mehaanilise energia hajumise üle, otsisime võimalusi ta kadumise seletamiseks. Kasutades aatomi, molekuli ja siseenergia mõisteid, õnnestus näidata, et mehaanilise energia hajumisel muutub aine siseenergia. Selle muutuse aga sidusime «mittejälgitavate» objektidega. Kas on võimalik määrata ja rangelt tõestada, kui kiiresti või aeglaselt

aatomid ja molekulid liiguvad, kui tugevalt või nõrgalt nad üksteist mõjutavad ja kui suurtel või väikestel kaugustel nad üksteisest asuvad?

Olukorrast päästab meid eespool meenutatud asjaolu, et kehade mõningad väliselt märgatavad omadused muutuvad nende siseenergia muutumisel. Näiteks võivad muutuda keha geomeetrilised mõõtmed (pikkus, pindala või ruumala), samuti agregaatolek või rõhk, kui keha on gaasilises olekus. Võivad muutuda veel ka teised omadused. Mõnel juhul võib märgata keha siseenergia muutust selle järgi, et katsumisel ta tundub teistsugusena — «kuumemana» või «külmemana».

2. Keha või kehade süsteemi siseenergia muutuse mõõtmine. Temperatuuri mõiste

Eelmise punkti lõpus kirjeldatud nähtus väärib erilist tähelepanu. Asi on selles, et niisuguste mehaaniliste omaduste (nagu mõõtmed või rõhk) muutumine ei vastanud küsimusele, millal on keha siseenergia suurem ja millal väiksem.

«Kuuma» ja «külma» erinevust tunti juba vanal ajal. Väga ammu tuli teadusse ka soojusliku tasakaalu mõiste. Oli teada, et kuum keha kokkupuutel külmaga alati jahtub, kuigi võib esineda ka olukordi, kus kuumad või külmad kehad võivad pika aja vältel säilitada oma oleku nii, et nende omadused ei muutu. Niisugusel juhul räägiti *soojuslikust tasakaalust*.

Esimesed katsed «kuuma» eristamiseks «külmast» olid väga arglikud ja lõppesid sellega, et võeti kasutusele niisugused mõisted nagu «soojusaste», «soojenemisaste» ja «temperatuur». Need olid uued kvalitatiivsed mõisted. Seni aga, kuni neid ei seotud mõõtmisega, niikaua, kuni neid ei mõõdetud kvantitatiivselt, jäid need aga küll uuteks, kuid seejuures väheütlevateks mõisteteks.

Ettekujutuse saamiseks raskustest, millega füüsikal tuli neis küsimustes kokku puutuda, peab meenutama, et esimene suur samm soojusõpetuses tehti alles XVIII sajandi algul, kui loodi temperatuuriskaala, mis ei põhinenud inimese meelevaldsel valikul, vaid objektiivsetel faktidel. Paljud täpsustused soojusõpetuses tehti alles XIX sajandil. Nii pikkade otsingute põhjus seisnes selles, et väga kaua ei võetud arvesse aine sisemist ehitust.

Millele temperatuuriskaala loomisel tugineti? Lähtuti sellest, et aine soojusliku oleku muutumisel muutuvad ka ta omadused. Teatud kindel hulk gaasi, mis suleti liikuva kolviga silindrisse, näitas «kuumas» ja «külmas» olekus erinevaid ruumalasid, metallvarda pikkus oli «kuumas» ja «külmas» olekus erinev jne. Kriipsukesed termomeetri anumasse valatud elavhõbeda või mõne teise aine samba kõrval olidki teetähisteks temperatuuri mõõtmise meetodite loomisel. Kuidas need kriipsukesed määrati? Termomeeter

paigutati sulava jääga täidetud anumasse ja määrati seejärel elavhõbeda nivoo. Viimasele vastavat kriipsukest hakati lugema Celsiuse temperatuuriskaala nullpunktiks, s. o. sulava jää temperatuur võrdsustati väärtusega 0 °C. Keeva vee auru temperatuur normaalrõhul võrdsustati väärtusega 100 °C. Tehti ettepanekuid ka teiste temperatuuriskaalade kasutamiseks, kus samadele punktidele omistati temperatuuri teised väärtused või siis nende põhipunktide vahe jagati teise arvu jaotustega (näiteks Réaumuri skaala), kuid midagi põhimõtteliselt uut neis enam ei olnud.

Juhime tähelepanu ka sellele, et temperatuuriskaala loomise niisuguse mooduse korral seoti temperatuuri mingi väärtus teatud aine kindla soojusliku olekuga. Elavhõbe- või mõni muu termomeeter oli seejuures ainult mugavaks ja enam-vähem täpseks mõõteseadmeks. Temperatuur 0 °C seoti tegelikult sulava jää soojusliku olekuga ja 100 °C sama aine (H_2O) teise agregaatoleku — auru — soojusliku olekuga.

Rõhutame veel üht väga tähtsat asjaolu. Aluseks võetav kriipsuke termomeetri skaalal (0 °C, 100 °C või mistahes muu) tõmmatakse alles siis, kui elavhõbeda või mõne teise termomeetrilise aine sammas ei «rooma». Seejuures on tegemist soojusliku tasakaaluga termomeetri või temas kasutatava termomeetrilise aine ja teise keha vahel, millega ta on kokkupuutes ehk «soojuslikus kontaktis». Seega põhineb temperatuuri mõõtmine kehade soojuslikul tasakaalul. Mõõtes termomeetriga mingi keha temperatuuri, peame seetõttu ootama, kuni tekib soojuslik tasakaal nende vahel, ja tegema lugemid ainult nende kontakti korral. Näiteks vedeliku temperatuuri mõõtmisel ei või termomeetrit vedelikust välja võtta ja lugeda temperatuuri ta näidu järgi õhus.

Üldu võimaldab kõrvaldada kasutuselt «definitsiooni», mille kohaselt temperatuur on «keha soojenemise aste». XVII sajandil see definitsioon sobis, kuid tänapäeval on ta vananenud. Et tal füüsikaline sisu puudub, siis tuleb ta anda arhiivi koos niisuguste mõistetega nagu flogiston, soojusvedelik jne.

Temperatuur on füüsikaline suurus, mis iseloomustab ja mõõdab antud keha kõrvalekaldumist soojuslikust tasakaalust, mis tekkis mingi teise (või teiste) ja antud keha vahel.

Eespool märkisime juba, et Kelvini temperatuuriskaala nullpunkt (0 °K) on Celsiuse skaala nullpunktist 273,15 kraadi võrra madalam. Kelvini temperatuuriskaalal ei ole negatiivseid temperatuure.

Arvestades eespool kasutusele võetud siseenergia mõistet, võib nüüd jõuda tähtsatele järeldustele.

Mõnede omaduste kvantitatiivsete mõõtmiste tulemusena õnnestus ühe ja sellesama aine erinevaid soojuslikke olekuid seada vastavusse temperatuuri erinevate väärtustega. Peale selle selgus, et need soojuslikud olekud osutusid nii mõnelgi juhul

antud aine erinevateks agregaatolekuteks. Erinevatele agregaatolekutele peavad vastama aga siseenergia erinevad väärtused. See tähendab, et temperatuur ja siseenergia on omavahel mingil viisil seotud.

Et temperatuur on seotud keha siseenergia varuga, selle absoluutväärtus aga huvitab meid harva, siis võib (kui see mugav on) lugeda nullkraadise temperatuuriga keha siseenergiat võrdseks nulliga.

Keha absoluutset temperatuuri seostatakse ta aatomite või molekulide liikumise keskmise kineetilise energiaga. Ülalpool märkisime juba, miks me võime hinnata ainult suure hulga osakeste energia keskmist väärtust. Siit selgub ka, et temperatuur iseloomustab ainult suure hulga osakeste soojuslikku olekut, kusjuures osutub, et absoluutse temperatuuri väärtus ei sõltu osakeste arvust. Niisugusele järeldusele võib tulla kas või selle üldtuntud fakti põhjal, et keha temperatuur ei sõltu ta massist. Viime jäätükiga soojuslikku kontakti kaks erineva massiga vaskkuulikest. Olgu ühe kuulikese mass $m_1 = 1$ g ja teise kuulikese mass $m_2 = 10$ g. Oodates veidi, kuni saabub soojuslik tasakaal, veendume, et mõlema kuulikese temperatuur on võrdne. Kuulikeste summaarsed siseenergiad on aga muidugi erinevad, sest neid moodustavate osakeste arv on erinev.

Temperatuuri sõltumatus aatomite ja molekulide vastastikuse mõju potentsiaalsest energiast näib üsna lihtsalt ilmnevat paljude füüsika elementaarkursuses käsitletavate nähtuste korral. Näiteks on aine üleminek ühest agregaatolekust teise seotud ta aatomite või molekulide vastastikuse mõju potentsiaalse energia muutumisega. Et viia ainet tahkest olekust üle vedelasse, tuleb ta osakesed «nihutada laiali». Üleminek vedelast olekust gaasilisse on seotud osakeste eemaldumisega üksteisest veelgi kaugemale. Sulamisega, keemisega ja agregaatoleku teiste muutustega seotud katsetest on aga teada, et need üleminekud toimuvad kindlal, antud ainele ja tingimustele iseloomulikul konstantsel temperatuuril.

Aine absoluutse temperatuuri muutumise järgi võib seega otsustada ka tema aatomite ja molekulide keskmise kineetilise energia (moodustab osa aine siseenergiast!) muutuste üle. Teine osa aine siseenergiast — tema aatomite ja molekulide vastastikuse mõju potentsiaalne energia — muutub aine üleminekul ühest agregaatolekust teise antud välistingimuste korral, kuid temperatuur jääb seejuures muutumatuks.

Tuleb öelda, et aine siseenergia muutuse üle ei saa alati otsustada temperatuuri muutuse järgi. Tõepoolest, isegi kui me esialgu seostame aine siseenergia muutuse ainult ta aatomite ja molekulide energia muutusega, jättes arvesse võtmata teiste, siseenergia «peenemate» komponentide võimalikud muutused, ei

õnnestu meil kindlaks teha ühest seost aine siseenergia ja temperatuuri vahel. Aine üleminekul ühest agregaatolekust teise võib ta siseenergia muutuda ka konstantsel temperatuuril, kusjuures mõningate nähtuste korral, mida füüsika elementaarkursuses ei vaadelda, võib keha temperatuur muutuda ka siis, kui siseenergia jääb muutumatuks. Öeldut kinnitab ka aine temperatuuri sõltumatus ta massist (järelikult muudel võrdsetel tingimustel ka ta siseenergiast).

Lugeja võib pärast kõiki neid arutlusi esitada küsimuse: «Ühest seost absoluutse temperatuuri ja aine siseenergia vahel ei ole. Millele tugineb siis väide, et absoluutne temperatuur on seotud aine aatomite ja molekulide keskmise kineetilise energiaga?» Kui aga lugeja nüüd veel kord tähelepanelikult analüüsib esitatud ühese seose puudumise põhjusi, tuleb ta kindlasti õigele järeldusele. Absoluutse temperatuuri ühest seost aatomite ja molekulide keskmise kineetilise energiaga saab kindlaks teha ainult juhul, kui aine temperatuuri muutumisel ei muutu ta agregaatolek ja kui temperatuuri muutumisega ei kaasne aine aatomite ja molekulide vastastikuse mõju potentsiaalse energia muutumine. Kas see on võimalik? Jah on, kuid ainult juhul, kui meil on tegemist ideaalse gaasiga. Ideaalse gaasi korral võib ju ta aatomite ja molekulide vastastikused mõjud jätta arvesse võtmata ning järelikult pole vaja arvestada ka nende vastastikuse mõju potentsiaalset energiat. Seetõttu võib ideaalse gaasi temperatuuri muutumisel muutuda ainult ta aatomite ja molekulide kineetiline energia. Nagu näitavad arvutused, on niisugusel juhul ideaalse gaasi siseenergia ja ta absoluutse temperatuuri vahel võrdeline sõltuvus.

Märgime, et vedela või tahke oleku korral muutub aine temperatuuri muutumisel (mitte väga laiades, igapäevases praktikas esinevates piirides) nii aine aatomite või molekulide kineetiline kui ka nende vastastikuse mõju potentsiaalne energia. Seega on aine absoluutne temperatuur niisugusel juhul üheaegselt nii kineetilise energia kui ka aatomite ja molekulide vastastikuse mõju potentsiaalse energia mõõduks.

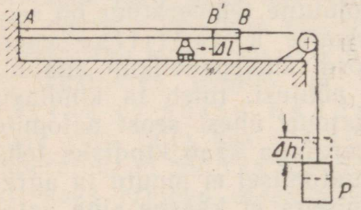
3. Kas siseenergia saab alati muunduda mehaaniliseks energiaks?

Mehaanilise energia jäävuse ja muundumise seadusest järeldub ta mõlema liigi samaväärsus: kineetiline energia võib muunduda potentsiaalseks ja potentsiaalne energia kineetiliseks. Käsitledes kehade süsteemi koguenergia jäävuse seadust, osutasime ainult mehaanilise energia W_m muundumise võimalusele siseenergiaks U vastavalt võrrandile (12.1). Seda võib seletada ka teisiti: mõningate mehaaniliste protsesside korral — liikumisel hõõr-

dumisega või mitteelastsete põrgete korral — võib süsteemi koostisosade siseenergia suureneda. See tähendab, et niisugusel juhul tõuseb süsteemi koostisosade temperatuur või muutub nende agregaatolek.

See on aga vaid seaduse n.-ö. üks külg. Võrrand (12.1) lubab siseenergia vähenemise korral mehaanilisel energial sellesama suuruse võrra kasvada. Analüüsime seda näite varal.

Kas metallvarras AB võib koormuse P tõstmiseks teha tööd oma siseenergia vähenemise arvel (joon. 63)?



JOON. 63

Märgime kohe, et jutt on süsteemist, mis koosneb kolmest kehast — vardast, koormusest ja Maast.

Olgu varras eelnevalt soojendatud, kusjuures ta pikkus olgu suurem kui külmas olekus. Jahtumisel väheneb nii varda siseenergia kui ka ta pikkus. Keha P siseenergia antud katsel ei muutu. Jättes vaatluse alt välja Maa, huvitab meid süsteemi «varras-koormus» koguenergia väärtus, et selgitada, kas varda siseenergia arvel on võimalik suurendada koormuse potentsiaalset energiat.

Arusaadavalt pole niisugust katset raske korraldada. Varda ots B nihkub jahtumisel asendisse B', varras lüheneb Δl võrra ja raskus tõuseb seejuures kõrgusele $\Delta h = \Delta l$, suurendades seega oma potentsiaalset energiat.

Näib, nagu võiks selle punkti alguses esitatud küsimusele vastata jaatavalt. Kuid ärgem kiirustagem. Kas niisugune katse õnnestub alati?

Kahjuks ei saa esitada selle ülesande arvutust, kuna see väljub füüsika elementaarkursuse raamidest. Palume lugejat aga uskuda, et varda siseenergia vähenemine ei võrdu koormuse potentsiaalse energia kasvuga, kusjuures esimene on suurem kui teine. Kuidas seda seletada? Ainult nii, et on olemas veel üks materiaalne objekt, mis võtab vardalt osa selle siseenergiast üle. Pole raske kindlaks teha, et selleks objektiks on varrast ümbritsev õhk. Varras sai ju jahtuda ainult ta kontakti korral jahedama kehaga! Kui õhk oleks olnud niisama soe kui varras, siis poleks viimane saanud jahtuda (soojuslik tasakaal), varda siseenergia ei oleks vähenenud ja ka koormus poleks tõusnud kõrgemale.

Kui meie eesmärgiks oli koormuse tõstmine kõrgemale varda kogu siseenergia vähenemise arvel, siis pole see täielikult saavu-

tatud. Ümbritseva õhu soojenemist varda siseenergia vähenemise arvel antud ülesande tingimused ette ei näinud, kuid me puutusime sellega kokku kui paratamatusega.

Pöördudes tagasi esitatud küsimuse juurde, tuleb öelda, et siseenergia muundumine mehaaniliseks on võimalik, kuid tehes energeetilist bilanssi, peame tingimata arvestama paratamatute ja «kasutute» siseenergia kadudega, peame hoolikalt selgitama välja kõik (nii «kasulikud» kui ka «kasutud») vaadeldava objektide suletud süsteemi koostisosad.

Nagu näeme, laienevad koos energia jäävuse ja muundumise seaduse mõtte laienemisega ka tingimused, mis määravad, kas süsteem on suletud või mitte. Võttes arvesse soojuslikke efekte, hakkame suletud süsteemiks nimetama niisugust süsteemi, mille korral on täidetud tingimus (12.1), s. o. niisugust süsteemi, mis ei vaheta energiat (ei mehaanilist ega ka siseenergiat) sellesse süsteemi mittekuuluvate «väliste» objektidega.

Peale selle tuleb alati meeles pidada, et süsteemi kehade mehaaniline energia võib *täielikult* muunduda nende siseenergiaks. Siseenergia aga saab muunduda mehaaniliseks mitte kogu oma suuruses, vaid ainult *osaliselt*, mingisugune osa temast peab seejuures üle minema süsteemi kuuluvate teiste kehade siseenergiaks. Ainult teatud spetsiaalsete tingimuste korral võib saavutada peaaegu kogu siseenergia muundumist mehaaniliseks energiaks. Selline olukord võib esineda näiteks ümbritsevast keskkonnast soojuslikult isoleeritud gaasi väga kiirel paisumisel, kui gaasi siseenergia ei jõua üle kanduda gaasi ümbritseva anuma seintele või teistele kehadele.

§ 13. SISEENERGIA MUUNDUMISE KAKS MOODUST

1. Töö ja soojus

Tööd vaatlesime eespool mehaanilise energia muutumise mõõduna. Tööd tehakse ainult siis, kui energia muutub. Eespool kirjeldatud katsed ja võrrand (12.1) lubavad öelda, et töö tulemuseks võib olla ka suletud süsteemi osade siseenergia muutus. § 5, p. 2 lõpus toodud näites tegi haavlitera pidurdumisel liivas tööd, mis võrdus ta kineetilise energia vähenemisega $\frac{mv^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2}$. Seejuures aga suurenes nii haavlitera kui ka liiva siseenergia: nad soojenesid ja läksid üle teise soojuslikku olekusse.

Aja jooksul hakati aine soojusliku oleku muutust seletama «temas sisalduva soojushulga» muutusega. Kui keha temperatuur tõusis, siis öeldi, et see toimus mingisuguse töö arvel või mingist

allikast «soojuse juurdevoolu» tagajärjel. Soojuse juurde- või äravoolu nimetati *soojusvahetuseks*. Seejuures mõeldi, et kehad vahetavad «soojushulki»: kuum keha annab mingisuguse soojushulga üle külmemale kehale, mis võtab selle vastu. Seega omistati «soojusele» või «soojushulgale» võime «sisalduda» kehades ühes või teises koguses ja «voolata» ühelt kehalt üle teistele.

Töö ja soojusvahetuse tulemusena tekkivad efektid võisid olla ühesugused. Püssikuul võis õhus liikudes hõõrdumise tõttu teatud arvu kraadide võrra kuumeneda, kusjuures ta kineetiline energia tingimata muutus, sest kuul tegi hõõrdejõudude ületamisel tööd. Sellesama arvu kraadide võrra võis kuuli kuumutada aga ka ilma igasuguse mehaanilise liikumiseta ja selle muutuseta, näiteks piirituslambi leegis. Järelikult oli kuuli soojusliku oleku võrdsete muutuste põhjuseks ühel korral tehtud töö, teisel korral aga soojusvahetus — teatud soojushulga juurdevool. Nüüd võis juba rääkida soojuse ja töö ekvivalentsusest, ühe ja sellesama tulemuseni viivate soojushulga ΔQ ja mehaanilise töö ΔA väärtuste vahelisest seosest.

Joule'i klassikaline katse tegigi kindlaks selle ekvivalentse seose. Nimetatud katsel muutus kalorimeetrisse valatud vedeliku soojuslik olek tehtud töö arvel: kaks langevat koormust panid pöörlema vedelikku paigutatud labad. Tehtud töö ΔA arvutati koormuste poolt läbitud teepikkuse ja koormuste kaalu põhjal ning soojushulk ΔQ — kalorimeetrisse valatud antud massiga vedeliku temperatuuri muutumise järgi. Märgime, et tööd ΔA ja soojushulka ΔQ mõõdeti Joule'i katsel teineteisest sõltumatult ja täiesti erinevate ühikutega. Soojushulga (või soojuse) ühik — *kalor* või *kilokalor* — põhineb 1 grammi või 1 kilogrammi destilleeritud vee soojusliku oleku muutusel ta temperatuuri muutumisel ühe kraadi võrra (Celsiuse skaala teatavas temperatuurivahemikus).

Kasutades *soojuse mehaanilist ekvivalenti* (J) või *töö soojuslikku ekvivalenti* (1/J), võis neid ekvivalentseid suurusi võrrelda:

$$\Delta A = \mathrm{J}\,\Delta Q, \tag{13.1}$$

$$\Delta Q = \frac{1}{\mathrm{J}}\Delta A. \tag{13.2}$$

MKGS-süsteemis on soojuse mehaanilise ekvivalendi väärtuseks $\mathrm{J} = 427\ \frac{\mathrm{kGm}}{\mathrm{kcal}}$.

Töö ja soojuse ekvivalentsus osutas nende sarnasusele. Samal ajal olid aga selgelt märgatavad ka erinevused nende vahel. Näiteks võis soojusvahetusest võtta osa teatud soojushulk, kuid mingit tööd seejuures ei tehtud.

Kahjuks räägitakse tänapäevalgi mõnikord keha «soojusenergiast». Soojemal kehal on suurem «soojusenergia» varu kui külmal ja ta võib osa sellest kuni soojusliku tasakaalu tekkimiseni

viimasele üle anda. See on juba mõningane «progress»: kehad ei vaheta enam mingisugust «soojusvedelikku», «flogistoni» või «soojushulka», vaid «soojusenergiat». Kuid mida kujutab endast see «soojusenergia»? Mis see on? Et neile küsimustele pole võimalik vastata, siis jääb «soojusenergia» ainult uueks sõnakonstruktsiooniks, millel pole mingit füüsikalist sisu.

Otsustava tähtsusega selles küsimuses on keha või kehade süsteemi siseenergia mõiste kasutuselevõtt. Mehaaniline energia määrab kehade süsteemi oleku ainult juhul, kui nende kehade aines ei toimu mingeid muudatusi. Kui aga niisugused muudatused toimuvad, siis seletame neid siseenergia muutusega.

Võrrand (12.1) osutab võimalusele mehaanilise energia muundumiseks siseenergiaks ja, vastupidi, siseenergia muundumiseks mehaaniliseks. Katsed tõestavad koguenergia jäävuse seaduse kehtivust. «Soojusenergiat» aga seejuures ei meenutatagi — seda pole lihtsalt olemas.

Tänapäeval räägitakse energia kahest ülekandemoodusest, kahest ülekandevormist, keha siseenergia muutmise kahest moodusest. Tööd tehakse siis, kui mehaaniline energia muutub. Seejuures võib muutuda ka siseenergia. Seetõttu võib öelda, et töö on energia muundumise mõõduks (kineetilise energia muundumisel potentsiaalseks ja vastupidi või mistahes liiki mehaanilise energia muundumisel siseenergiaks). Tähendab, *siseenergia muutmise üheks mooduseks on tehtav töö.*

Tööd tegemata võib siseenergia muutuda soojusvahetusel, kui siseenergiat antakse ühelt kehalt üle teisele. Soojust või soojushulka peame käsitlema kui siseenergia muutumise mõõtu soojusvahetusel, mille korral mehaanilist tööd ei tehta. *Soojusvahetus ehk energiaülekanne soojuse näol on teine siseenergia muutmise moodus.*

Nagu tööga, nii puutume ka soojusega kokku energia muutumisel, kuid mitte igasuguse energia korral, vaid ainult siseenergia muutumisprotsessis. Soojushulk iseloomustab selles protsessis üleantud siseenergia suurust.

Joule'i katsega määratud soojuse ja töö ekvivalentsust kasutati SI-süsteemi loomisel. Kui töö ja soojus on vaid energia kaks ülekandevormi, siis on otstarbekohane mõõta neid samade ühikutega. SI-süsteemis on energia, töö ja soojuse mõõtühikuks džaul.

2. Soojusvahetuse vormid. Soojusbilansi võrrand

Puutudes kokku siseenergia ülekandumisega ühtedelt kehadelt teistele, on vaja tunda selle protsessi detaile. Kõigepealt tuleb vastata küsimusele: «Missugused on soojusvahetusprotsessi kulgemiseks vajalikud ja piisavad tingimused?» Me mäletame, et

keha siseenergia on seotud ta temperatuuriga ja et teatava aine summaarne siseenergia sõltub ta massist. Olgu meil kaks vaskkuulikest — väike ja suur. Samal temperatuuril on nende siseenergia summaarsed väärtused erinevad. Kas aga siseenergia erinevus on piisavaks soojusvahetuse tekkimise tingimuseks? Kas siseenergia kandub suuremalt kuulikeselt üle väiksemale? On ju suurema kuulikese siseenergia varu antud temperatuuril väiksema kuulikese siseenergia varust niipalju kordi suurem, kui mitu korda on suuremas kuulikeses rohkem aatomeid.

Võrdse temperatuuriga, kuid erineva massiga samast ainest kehade vahel ei teki kunagi soojusvahetust. See tähendab, et kehade siseenergiate erinevusest ei piisa veel soojusvahetuse tekkimiseks.

Viies katse läbi kahe kehaga, mille summaarsed siseenergiad on võrdsed, tekib siseenergia ülekandumine alati, kui nende kehade temperatuurid erinevad. Väike vaskkuulike annab osa oma siseenergiast üle suurele vaskkuulile niipea, kui ta temperatuur on suure kuuli temperatuurist kas või vähegi kõrgem. Otsustavaks on just temperatuuride erinevus. Soojusvahetus tekib siin sellele vaatamata, et väikese vaskkuulikese summaarne siseenergia on katse algul suure kuuli siseenergiast palju väiksem, kusjuures siseenergia kandub soojusvahetusel soojemalt pisikuulikeselt üle jahedamale kuulile.

Niisiis võivad kehad vahetada siseenergiat ainult juhul, kui nende temperatuurid erinevad. Siseenergia kandub üle kõrgema temperatuuriga kehadelt madalama temperatuuriga kehadele. Temperatuuride vahe suurus mõjutab soojusvahetuse intensiivsust, kuid protsess algab juba siis, kui kehade temperatuurid erinevad kas või mõne miljondiku kraadi võrra.

Temperatuur võib erineda ka ühe konkreetse keha ulatuses. Näiteks kuumeneb pika traadi üks ots väga kiiresti, kui me paigutame ta piirituslambi leeki. Traadi teine ots võib seejuures jääda pika aja vältel jahedaks. Kuuma asialdiga kokkupuutes olevate õhukihtide temperatuur on märksa kõrgem kui paari meetri võrra kõrgemal asuvail õhukihtidel. Taolisi näiteid võib tuua väga palju. Kõigil neil juhtudel on tegemist soojusvahetusega ühe ja sellesama aine väikeste ruumalade, kihtide või osakeste vahel.

Soojusjuhtivus, konvektsioon ja soojuskiirgus. Kui soojusvahetus kulgeb ilma aineosakeste nähtava mehaanilise ümberpaigutumiseta, siis räägime, et tegemist on *soojusjuhtivusega.* Nimetatud nähtusel on suur tähtsus just kõvade kehade korral. Soojusjuhtivusel kandub keha soojemate osade aatomite ja molekulide energia üle naabruses asuvate külmemate osade aatomitele ja molekulidele. Järelikult võib seda protsessi kujutada ainesisese «soojusliku ergastuse» järkjärgulise levimisena.

Gaasides ja vedelikes kandub siseenergia soojematelt kihtidelt külmematele põhiliselt *konvektsiooni* teel, mis kujutab aine

makroskoopiliste hulkade kindlasuunalist ümberpaigutamist. Selle soojusvahetuse mooduse analüüs viib järeldusele, et konvektsioon ei ole «puhtal kujul soojuslik» protsess.

Asi on selles, et konvektsioon on tingitud põhiliselt kahest faktorist: vedeliku või gaasi tiheduse muutumisest temperatuuri muutumisel ja gravitatsioonivälja olemasolust. Soojemad kihid tõusevad alati ülespoole ja nende asemele laskuvad alla jahedamad. Selles soojusvahetusprotsessis mängib tähtsat osa Archimedese seadus. Ühtlaselt soojendatud vedeliku või gaasi osakeste ükskõikne tasakaal kaob, kui väljastpoolt lokaalselt energiat juurde tuua. Tiheduse vähenemise tõttu soojenemisel teatud väikese ruumala ulatuses muutub selles ruumalas sisalduva vedeliku või gaasi kaal väiksemaks üleslükkejõust, mida avaldavad talle teda ümbritsevad vedeliku- või gaasikihid.

Nüüd on arusaadav, miks Maa tehiskaaslastes ja kosmoselaevades tekitatakse õhu sundtsirkulatsioon. Tehiskaaslase või kosmoselaeva liikumisel orbiidil tekib kaaluta olek, milles puudub õhu loomulikku tsirkulatsiooni põhjustav tegur. Tsirkulatsioon tuleb tekitada kunstlikult, näiteks ventilaatorite abil. Vastupidisel juhul oleks kosmonaudi kehaga kokkupuutes olevate õhukihtide temperatuur võrdne kosmonaudi keha temperatuuriga, kuigi kaugemate õhukihtide temperatuur on märksa madalam. Pikemaajaline soojuslik tasakaal inimkeha ja liikumatute õhukihtide vahel teeks inimorganismi normaalse elutegevuse võimatuks.

Soojusenergia ülekandumine konvektsiooni teel on seega alati seotud väliste, mittesoojuslike põhjustega.

Võttes arvesse konvektsiooni mehhanismi, paigutatakse vedeliku või gaasi soojendajad alati võimalikult madalale, jahutajad aga ruumide või anumate kõige kõrgematesse osadesse. Niisuguse paigutuse korral kulgeb soojusvahetus kõige intensiivsemalt, kuna konvektsioon haarab kõiki vedeliku- või gaasikihte.

Peale nende aines kulgevate soojusvahetusviiside, millest meil juba juttu oli, on olemas veel üks väga tähtis siseenergia ülekandemoodus — *soojuskiirgus*. Et rõhutada temperatuuri määravat osa selle soojusvahetusviisi korral, nimetatakse teda sageli ka *temperatuurikiirguseks*. See kehadevaheline soojusvahetusprotsess kulgeb elektromagnetiliste lainete abil. Et elektromagnetilised lained kujutavad endast mateeria teatud eksisteerimisvormi, siis pole siseenergia ülekandel soojuskiirguse teel vaja mingeid «vahendajaid». Iga aine, mis asub kahe soojuskiirguse teel soojusvahetuses oleva keha vahel, ainult vähendab selle protsessi efektiivsust, neelates osa soojema keha siseenergiast. Tühjus on soojuskiirguse parimaks «vahendajaks».

Ei tohi ainult unustada, et peale erakordselt tähtsa osa, mida soojuskiirgus mängib kosmilises mastaabis (Päike—Maa jne.), on tal väga suur tähtsus ka mikromaailmas.

Öeldust on selge, et soojuskiirgus on soojusvahetuse universaalne moodus, mis esineb alati, kui on tegemist temperatuuride vahega mistahes kehade vahel või nende sees. Sellele tuleb lisada, et iga keha mistahes temperatuuril üheaegselt niikiirgab kuikaneelab energiat. Kiiratava ja neelatava energia suhe on antud temperatuuril konstantne, sest kiirgumise ja neeldumise vahel tekib teatav «dünaamiline tasakaal».

Soojusvahetus esineb ka aine agregaatoleku muutuse korral, kuid ka sel juhul taandub ta mehhanism ülalloetletud elementideks.

Soojusbilansi võrrand. Paragrahvi lõpetuseks märgime, et soojusbilansi võrrand, mida tuleb väga sageli kasutada soojuslike arvutustega seotud ülesannete lahendamisel, on vaid võrrandi (12.1) erivorm. Võttes soojendi poolt antava soojushulga võrdseks vaadeldava keha või kehade süsteemi poolt vastuvõetud soojushulgaga, võetakse sisuliselt arvesse ainult siseenergia ülekannet soojusvahetuse teel. Seejuures langeb võrrandist (12.1) kehade suletud süsteemi (soojendi-soojendatavad kehad) jaoks välja liidetav, mis kujutab endast mehaanilise energia muutust, ja seetõttu võib võrrandile anda kuju $U=\text{const}$. Kui aga soojusvahetus on mehaanilise energia muutumise tõttu keerukam või kui mehaanilise energia muutumisel (töö tegemisel) muutub ka süsteemi kehade siseenergia, siis tuleb kasutada võrrandit (12.1) täielikul kujul, arvestades mehaanilise ja siseenergia vastastikuse muundumise võimalust.

§ 14. AINE SISEENERGIA MUUTUMINE ILMA AGREGAATOLEKU MUUTUSETA

1. Kõvade kehade ja vedelike käitumine nende siseenergia muutumisel

Aine temperatuuri muutumisel tahkes ja vedelas olekus muutuvad ta mõõtmed ja ruumala. Joonmõõtmete muutumisest räägime muidugi ainult kõvade kehade korral. Joonmõõtmete ja ruumala muutumise hindamiseks temperatuuri muutumisel võeti kasutusele termiliste paisumistegurite mõisted: α — *joonpaisumistegur* ja β — *ruumpaisumistegur*, kusjuures

$$\alpha=\frac{l-l_0}{l_0(t-t_0)}, \tag{14.1}$$

kus l_0 ja l on kõva keha pikkused vastavalt temperatuuridel t_0 ja t ning

$$\beta=\frac{V-V_0}{V_0(t-t_0)}, \tag{14.2}$$

kus V_0 ja V on kõva keha (või vedeliku) ruumalad temperatuuridel t_0 ja t. Paisumistegurite α ja β määramisel valemite (14.1) ja (14.2) järgi võetakse $t_0 = 0\,°C$. Kasutades keha pikkuse ja ruumala muutuse tähistamiseks sümboleid Δl ja ΔV ning keha soojenemise või jahtumise temperatuurivahemiku tähistamiseks Δt, võib valemid (14.1) ja (14.2) kirjutada kujul

$$\alpha = \frac{\Delta l}{l_0 \Delta t} \tag{14.3}$$

ja

$$\beta = \frac{\Delta V}{V_0 \Delta t}\,. \tag{14.4}$$

Joonpaisumistegur on füüsikaline suurus, mis võrdub arvuliselt keha pikkuse keskmise suhtelise muutusega $\Delta l / l_0$ keha temperatuuri muutumisel ühe kraadi võrra teatavas temperatuurivahemikus (Δt). Analoogiline on ka ruumpaisumisteguri füüsikaline sisu. Paisumistegurite dimensiooniks on mõõtühikute kõikides süsteemides 1/deg[7].

Katseliselt määratud joon- ja ruumpaisumistegurid võimaldavad määrata mitmesugustest ainetest kehade pikkusi (l) või ruumalasid (V) mistahes temperatuuril (t), kui on teada keha pikkus (l_0) või ruumala (V_0) temperatuuril t_0, millest lähtudes arvestatakse temperatuurivahemikku (Δt):

$$l = l_0(1 + \alpha \Delta t), \tag{14.5}$$

$$V = V_0(1 + \beta \Delta t). \tag{14.6}$$

Valemeid (14.5) ja (14.6) tuleb kasutada ettevaatlikult, sest tegurid α ja β sõltuvad ise temperatuurivahemikest, mille jaoks nad on määratud valemite (14.1) ja (14.2) või (14.3) ja (14.4) järgi. Termiliste paisumistegurite tabelite kasutamisel tuleb pöörata tähelepanu temperatuurivahemikule, milles need paisumistegurid kehtivad. Mõnikord osutatakse tabelites mitte temperatuurivahemikule, vaid ühele kindlale temperatuurile, mille läheduses need tegurid kehtivad.

Vedelike ja tahkete kehade osakeste vastastikuse mõju jõudude detailne analüüs näitab, et soojuspaisumise põhjuseks on tõmbe- ja tõukejõudude erinev sõltuvus kaugusest osakeste vahel. Selle tulemusena ei ole osakeste soojusvõnkumised oma tasakaaluasendite ümber sümmeetrilised. Osake otsekui tõmbub tugevamini ühe

[7] GOST-i 8550—61 põhjal tuleb Kelvini või Celsiuse kraadides väljendatud temperatuuride vahe tähistamisel kasutada lühendina tähist «deg». Kui keha temperatuur tõuseb näiteks 10 kraadi võrra, siis kirjutame, et temperatuuri muutus $\Delta t = 10$ deg. Lühend «deg» tuleneb prantsuskeelsest sõnast *degré* — kraad. *Toim.*

naaberosakese poole, võrreldes ta tõukumisega teisest. See ongi soojuspaisumise põhjus.

Kahjuks seletatakse kõvade kehade soojuspaisumist sageli kristallvõre sõlmedes paiknevate osakeste võnkeamplituudi suurenemisega soojenemisel. Samal ajal on selge, et kuipalju võnkeamplituud ka ei suurene, keskmine kaugus kristallvõre sõlmede vahel jääb ikka konstantseks.

Temperatuuri muutumisel muutub ka tahke aine või vedeliku ruumala, kuid mass jääb konstantseks. Seega peab soojendamisel või jahutamisel muutuma ka aine tihedus ja erikaal:

$$\varrho = \frac{\varrho_0}{1+\beta\Delta t} \tag{14.7}$$

ja

$$d = \frac{d_0}{1+\beta\Delta t}, \tag{14.8}$$

kus ϱ_0 ja d_0 tähendavad aine tihedust ja erikaalu temperatuuril, millest lähtudes arvutatakse temperatuurivahemikku Δt, ning ϱ ja d neidsamu suurusi lõpptemperatuuril. Erandiks on vesi, mis ei allu sellele seaduspärasusele.

Paisudes soojenemisel, teevad tahked ained ja vedelikud väliste jõudude, näiteks ümbritseva atmosfääri rõhujõudude ületamiseks tööd. Et aga soojuspaisumine on väike, siis ei võeta seda tööd koguenergia jäävuse seaduse võrrandi (12.1) koostamisel sageli arvesse. Neil juhtudel loetakse soojusvahetusest osavõtvate kehade (soojendi-soojendatav keha jne.) siseenergiate muutused võrdseteks.

Juhime tähelepanu veale, mis esineb väga sageli temperatuuri muutumisega kaasneva vedeliku või tahke aine siseenergia muutuse seletamisel. Et tahke keha mõõtmed või vedeliku ruumala muutuvad temperatuuri muutumisel väga vähe, siis tehakse täiesti põhjendamatu järeldus, et aine aatomite või molekulide vastastikuse mõju potentsiaalne energia jääb seejuures konstantseks.

Arutletakse umbkaudu järgmiselt. Temperatuuri tõustes suureneb tahke aine osakeste võnkliikumise või pöörlemise keskmine kiirus ning vedelikuosakeste kulg- ja võnkliikumise ning pöörlemise keskmine kiirus. See tähendab, et suureneb nende aineosakeste keskmine kineetiline energia. Temperatuuri langemisel osakeste keskmine kineetiline energia muidugi väheneb. Siiamaani on kogu arutlus õige.

Et kõva keha mõõtmed ja vedeliku ruumala temperatuuri muutumisel muutuvad väga vähe, siis tehakse täiesti õigustatud järeldus, et ka kaugused soojendatava või jahutatava aine osakeste vahel muutuvad tähtsusetult vähe. Nüüd aga jätkatakse sageli valesti. Potentsiaalne energia sõltub vastastikuses mõjustuses olevate osakeste vahelisest kaugusest. Äsja aga tegime järelduse,

et tahke keha või vedeliku osakeste vaheline kaugus soojendamisel või jahutamisel praktiliselt ei muutu. Järelikult ei muutu vaadeldavate nähtuste korral ka osakeste vastastikuse mõju potentsiaalne energia. See on aga vale! Jällegi on unustatud potentsiaalse energia sõltuvus vastastikuse mõju jõudude iseloomust. (Eespool rääkisime analoogilisest veast, mis esineb Maa gravitatsiooniväljas asuva keha potentsiaalse energia muutumise analüüsil.)

Vedeliku või tahke aine osakeste vahel mõjuvad jõud, mis sõltuvad väga suurel määral osakestevahelistest kaugustest. Need jõud on pöördvõrdelised mitte kauguse ruuduga, nagu kehade või osakeste vahel mõjuvad gravitatsioonijõud, vaid kauguse suurema astmega ($F \sim \frac{1}{r^n}$, kus $n>2$). Seetõttu võib jõud muutuda väga palju juba kauguse väikesegi muutuse korral. Töö aineosakeste lähendamisel üksteisele või nende eemaldamisel üksteisest ei võrdu muidugi nulliga ja seega peab erinema nullist ka osakeste vastastikuse mõju potentsiaalse energia muutus.

Niisiis kasvab vedeliku või tahke keha temperatuuri tõusmisel osakeste keskmise kineetilise energia kõrval ka nende vastastikuse mõju keskmine potentsiaalne energia. Tahkete kehade ja vedelike siseenergia vähenemine on seotud siseenergia kummagi komponendi vähenemisega.

Keha siseenergia muutuse arvutamiseks kasutatakse *keskmise erisoojuse* (c_k) ja *tõelise erisoojuse* (c) mõisteid. Keskmise erisoojuse all mõeldakse soojushulka (ΔQ), mis tuleb anda antud aine ühikulisele massile selle soojendamiseks ühe kraadi võrra antud temperatuurivahemikus (Δt):

$$c_k = \frac{\Delta Q}{m\Delta t} . \tag{14.9}$$

Toodud avaldise piirväärtust temperatuurivahemiku Δt lõpmatul vähenemisel nimetatakse antud aine tõeliseks erisoojuseks temperatuuril, millest lähtudes mõõdetakse temperatuurivahemikku:

$$c = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta Q}{m\Delta t} . \tag{14.10}$$

Aine tõeline erisoojus oleneb temperatuurist, kuid mitte eriti täpsete praktiliste arvutuste korral seda ei arvestata ja kasutatakse kõikide temperatuuride korral ühesuguseid tabelites antud erisoojuste väärtusi. Täpsete arvutuste korral tuleb aga tõelise erisoojuse sõltuvust temperatuurist võtta arvesse.

Tähelepanu tuleb pöörata veel sellele, et aine erisoojus sõltub ka aine soojendamis- või jahutamistingimustest. On ju ΔQ avaldistes (14.9) ja (14.10) energia, mis antakse kehale üle soojusvahetuse teel väljastpoolt. Energia ülekandeteed võivad olla aga

erinevad. Soojendamisel aine siseenergia kasvab, kuid juhul, kui aine seejuures paisub, tehakse ka tööd. Osa väljastpoolt soojuse näol juurdesaadud energiast kulubki tööks ja ainult osa sellest läheb keha soojendamiseks. Kui soojendatava aine ruumala mingil põhjusel ei muutu (näiteks hoitakse silindris oleva gaasi ruumala kolvi abil konstantsena), siis kulub kogu saadav soojus siseenergia suurendamiseks.

Öeldust järeldub, et erisoojus sõltub sellest, kas aine soojendamisel paisub või mitte. Esimesel juhul on erisoojus suurem, sest aine soojendamisel ühe kraadi võrra kulub osa energiast paisumistööks.

SI-süsteemi kehtestamisel mõõdeti aine erisoojust ühikutes $\frac{\text{cal}}{\text{g} \cdot \text{deg}}$ või $\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{deg}}$, mis ei kuulunud ühessegi tuntud mõõtühikute süsteemi. Juhime tähelepanu, et nende ühikute nimetajates on massi (g või kg), mitte aga jõu (G või kG) ühikud! SI-süsteemis on soojuse ja energia mõõtühikuks džaul, erisoojuse mõõtühikuks aga järelikult [vastavalt seostele (14.9) ja (14.10)] $\frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{deg}}$ või $\frac{\text{m}^2}{\text{s}^2 \cdot \text{deg}}$, mis on esimesest formaalsete teisenduste teel tuletatud.

Ülesanne. Seinakella käiku reguleeriti temperatuuril $t_1 = 18°C$. Kui palju jääb kell taha ruumis, kus temperatuur $t_2 = 24°C$? Kui palju muutub seejuures kellapendli siseenergia? Pendel on valmistatud valgevasest ja tal on silindriline kuju. Temperatuuril t_1 on pendli pikkus $l_1 = 0{,}5$ m, diameeter $D = 1$ cm ja võnkeperiood $T_1 = 1$ s.

Antud ülesandes on tegemist füüsikalise pendliga, mille pikkus soojendamisel suureneb. Vardakujulise, ühest otsast ülesriputatud füüsikalise pendli (vaadeldav pendel on just niisugune) taandatud pikkus võrdub kahe kolmandikuga varda kogupikkusest. See arvutus ei kuulu keskkoolikursuse raamidesse, kuid antud juhul kasutame vaid asjaolu, et niisuguse pendli võnkeperiood on võrdeline ruutjuurega pendli pikkusest:

$$T = C\sqrt{l}, \tag{a}$$

kus $C = 2\pi\sqrt{\frac{2}{3g}}$. Olgu temperatuuril t_2 pendli pikkus l_2 ja võnkeperiood T_2. Kirjutame sõltuvuse (a) mõlema temperatuuri korral:

$$T_1 = C\sqrt{l_1} \tag{b}$$

ja

$$T_2 = C\sqrt{l_2}. \tag{c}$$

Avaldis (14.5) seob pikkused l_2 ja l_1 varda soojenemisel $\Delta t = t_2 - t_1$ kraadi võrra:

$$l_2 = l_1(1 + \alpha\Delta t). \tag{d}$$

Avaldistest (c) ja (d) järeldub, et

$$T_2 = C\sqrt{l_1(1 + \alpha\Delta t)}. \tag{e}$$

Jagades võrrandi (e) mõlemad pooled võrrandi (b) vastavate pooltega, saame seose pendli võnkeperioodide vahel neil temperatuuridel:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{C\sqrt{l_1(1+\alpha\Delta t)}}{C\sqrt{l_1}} = \sqrt{1+\alpha\Delta t}. \qquad (f)$$

Tabelitest leiame valgevase joonpaisumisteguri $\alpha = 1{,}89 \cdot 10^{-5}$ deg^{-1}. Meenutades, et $T_1 = 1$ s, arvutame võrrandist (f) kella võnkeperioodi temperatuuril t_2:

$$T_2 = 1 \cdot \sqrt{1+1{,}89 \cdot 10^{-5}(24-18)} = 1{,}000055 \text{ s}.$$

Soojenenud pendliga kell jääb järelikult sekundis taha $5{,}5 \cdot 10^{-5}$ s, ööpäevas aga (s. o. 86 400 s jooksul) juba $8{,}64 \cdot 10^4 \cdot 5{,}5 \cdot 10^{-5} \approx 4{,}75$ sekundit.

Märgime, et lahenduse selles osas tekkis meil väike viga, millel aga niisuguste arvutuste juures ei ole olulist tähtsust.

Avaldis (d) ei järeldu otseselt valemist (14.5). Tegelikult oleksime pidanud pikkused l_2 ja l_1 väljendama varda pikkuse l_0 kaudu temperatuuril $t = 0$°C:

$$l_2 = l_0(1+\alpha t_2), \quad l_1 = l_0(1+\alpha t_1).$$

Sel juhul oleks seosel varda pikkuste l_2 ja l_1 vahel teistsugune kuju:

$$l_2 = l_1 \frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}.$$

[Praktilistes arvutustes kasutatakse selle valemi asemel sageli lihtsamat, ligikaudset valemit (d).] Sel juhul saaksime pendli võnkeperioodide suhte avaldise (f) asemel järgmisel kujul:

$$\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{1+\alpha t_2}{1+\alpha t_1}}.$$

Püüdke määrata viga, mis tekib T_2 arvutamisel valemi (f) järgi. Te veendute, et see on tõepoolest väga väike.

Varda siseenergia kasvab soojendamisel. Soojendajaks on varrast ümbritsev õhk. Soojushulka, mis kulub varda siseenergia suurendamiseks, on kerge arvutada:

$$\Delta Q = cm\Delta t,$$

kus m on varda mass, c — varda erisoojus ja Δt — temperatuuride vahe. Varda massi arvutamiseks tuleb kasutada tabelites antud valgevase tiheduse väärtust $\varrho = 8{,}5$ g/cm^3. Tabelitest leiame ka valgevase erisoojuse $c = 0{,}0917$ cal/(g · deg). Et varda ruumala

$$V = \frac{\pi D^2}{4} l_1$$

(jättes arvestamata ruumala väga väikese muutuse soojenemisel) ja mass

$$m = \frac{\pi D^2}{4} l_1 \varrho,$$

siis soojushulk, mis kulub varda soojendamiseks Δt kraadi võrra, on

$$\Delta Q = \frac{\pi D^2}{4} l_1 \varrho c \Delta t.$$

Arvutame tulemuse kalorites. Mehaanilised suurused (D, l_1 ja ϱ) võtame CGS-süsteemi ühikutes ja kontrollime seejärel dimensioone. Tõepoolest,

$$\mathrm{cm^2 \cdot cm \cdot \frac{g}{cm^3} \cdot \frac{cal}{g \cdot deg} \cdot deg = cal.}$$

Arvutades leiame, et

$$\Delta Q = \frac{3{,}14}{4} \cdot 1 \cdot 50 \cdot 8{,}5 \cdot 0{,}0917(24-18) = 184 \text{ cal.}$$

Väljendades suurused SI ühikutes, saame:
$D=0{,}01$ m, $l_1=0{,}5$ m, $\varrho=8500$ kg/m^3, $\Delta t=6$ deg ja $c=385$ J/(kg · deg) (sest 1 cal = 4,2 J ja 1 kg = 1000 g). Seega

$$\Delta Q = \frac{3{,}14}{4} (0{,}01)^2 \cdot 0{,}5 \cdot 8500 \cdot 385 \cdot 6 = 772 \text{ J.}$$

Ülesanne. Anumas on vedelik, mille ruumala on V_1 ja temperatuur t_1. Sellesse kallatakse juurde sedasama, kuid soojemat vedelikku. Olgu juurdekallatava vedeliku ruumala V_2 ja temperatuur t_2. Kas kahe vedelikukoguse summaarne ruumala muutub soojusliku tasakaalu tekkimisel anumas?

Antud juhul on tegemist soojusvahetusega kahe vedelikukoguse vahel — soojem vedelikukogus annab osa oma siseenergiast külmema vedelikukoguse soojendamiseks. Soojusvahetus lõpeb niipea, kui saabub soojuslik tasakaal, mille korral kogu vedeliku temperatuur on Θ (arusaadavalt $t_1 < \Theta < t_2$). On selge, et soojenemisel jahedama vedelikukoguse ruumala suureneb ja soojema vedelikukoguse ruumala jahtumisel väheneb. Kui need kaks ruumalamuutust on erinevad, siis muutub ka vedeliku summaarne ruumala.

Olgu esimese vedelikukoguse ruumala temperatuuril Θ kraadi V_1' ja teise vedelikukoguse ruumala samal temperatuuril V_2'. Olgu selle vedeliku ruumpaisumistegur β ja erisoojus kogu vaadeldavas temperatuurivahemikus c.

Soojusbilansi võrrandi (kahe vedelikukoguse summaarse siseenergia jäävuse seaduse võrrandi) koostamiseks oletame, et vaadeldavate vedelikukoguste massid on m_1 ja m_2. Soojusvahetusele vaatamata on need massid konstantsed suurused. Vedelikukoguste siseenergiate muutused peavad olema võrdsed:

$$cm_2(t_2-\Theta) = cm_1(\Theta-t_1)$$

ehk pärast taandamist

$$m_2(t_2-\Theta) = m_1(\Theta-t_1).$$

Vedelikukoguste ruumalasid on sobiv väljendada nende koguste konstantsete masside kaudu. Olgu vedeliku tihedus temperatuuridel t_1, t_2 ja Θ vastavalt ϱ_1, ϱ_2 ja ϱ, siis

$$V_1 = \frac{m_1}{\varrho_1}, \quad V_1' = \frac{m_1}{\varrho},$$

$$V_2 = \frac{m_2}{\varrho_2} \text{ ja } V_2' = \frac{m_2}{\varrho}.$$

Seose (14.7) järgi saab antud vedeliku tihedusi ϱ_1, ϱ_2 ja ϱ väljendada täiesti kindla tiheduse ϱ_0 kaudu, mida see vedelik omab temperatuuril 0 °C:

$$\varrho_1 = \frac{\varrho_0}{1+\beta(t_1-0)},$$

$$\varrho_2 = \frac{\varrho_0}{1+\beta(t_2-0)},$$

$$\varrho = \frac{\varrho_0}{1+\beta(\Theta-0)}.$$

Asetades need seosed V_1, V_2, V_1' ja V_2' võrranditesse, saame:

$$V_1 = \frac{m_1}{\varrho_0}(1+\beta t_1),$$

$$V_1' = \frac{m_1}{\varrho_0}(1+\beta\Theta),$$

$$V_2 = \frac{m_2}{\varrho_0}(1+\beta t_2),$$

$$V_2' = \frac{m_2}{\varrho_0}(1+\beta\Theta).$$

Esimese vedelikukoguse ruumala suurenemine soojenemisel

$$V_1' - V_1 = \frac{m_1}{\varrho_0}(1+\beta\Theta) - \frac{m_1}{\varrho_0}(1+\beta t_1) = \frac{\beta}{\varrho_0}[m_1(\Theta-t_1)]$$

ja teise vedelikukoguse ruumala vähenemine jahtumisel

$$V_2 - V_2' = \frac{m_2}{\varrho_0}(1+\beta t_2) - \frac{m_2}{\varrho_0}(1+\beta\Theta) = \frac{\beta}{\varrho_0}[m_2(t_2-\Theta)].$$

Vastavalt soojusbilansi võrrandile on avaldised nurksulgudes võrdsed, järelikult on võrdsed ka vedelikukoguste ruumalade muutused:

$$V_1' - V_1 = V_2 - V_2'$$

ehk

$$V_1' + V_2' = V_1 + V_2.$$

Näeme, et temperatuuri ühtlustamisel kahe vedelikukoguse ruumala ei muutu: soojeneva vedelikukoguse ruumala suurenemise tasakaalustab jahtuva vedelikukoguse ruumala vähenemine.

Ülesanne. Niidi otsas rippuv kõva keha on asetatud vedelikku. Kas tõmbejõud niidis muutub, kui vedelikku koos temas asetseva kehaga kuumutada Δt kraadi võrra?

Niit ja selle otsas rippuv keha on mõlemal juhul staatilises tasakaalus. See tähendab, et tõmbejõud niidis peab tasakaalustama keha kaalu ja kehale vedelikus mõjuva üleslükkejõu resultanti. Olgu tõmbejõud niidis soojendamata ning soojendatud vedeliku ja keha korral vastavalt T_1 ja T_2, kehale mõjuvad vastavad üleslükkejõud F_{A1} ja F_{A2} ning keha kaal P. Tasakaalutingimusteks on siis

$$T_1 = P - F_{A1}$$

ja

$$T_2 = P - F_{A2}.$$

Keha kaal ei olene sellest, kas keha on soojendatud või mitte. Tõmbejõud niidis T_1 ja T_2 erinevad teineteisest ainult juhul, kui üleslükkejõud F_{A1} ja F_{A2} on erinevad.

Üleslükkejõud sõltub vedelikus oleva keha ruumalast ja vedeliku erikaalust vastavalt seostele (10.3) ja (10.4). Mõlemad nimetatud suurused aga muutuvad soojendamisel.

Olgu vedelikku asetatud keha ruumala enne soojendamist V_{k1} ja pärast soojendamist V_{k2}, vedeliku erikaal aga vastavalt d_{v1} ja d_{v2}. Et avaldada nende suuruste sõltuvust temperatuurist, peame teadma keha ja vedeliku ruumpaisumistegureid. Olgu need näiteks β_k ja β_v, siis

$$V_{k2}=V_{k1}(1+\beta_k\Delta t),$$

$$d_{v2}=\frac{d_{v1}}{1+\beta_v\Delta t}$$

ning üleslükkejõud vastavalt

$$F_{A1}=V_{k1}d_{v1},$$

$$F_{A2}=V_{k2}d_{v2}=V_{k1}(1+\beta_k\Delta t)\frac{d_{v1}}{1+\beta_v\Delta t}=V_{k1}d_{v1}\left(\frac{1+\beta_k\Delta t}{1+\beta_v\Delta t}\right).$$

Kahe viimase avaldise võrdlemisel näeme, et need erinevad ainult teguri

$$\frac{1+\beta_k\Delta t}{1+\beta_v\Delta t}$$

poolest, kusjuures see tegur erineb ühest ainult juhul, kui $\beta_k\neq\beta_v$.

Mida võib aga öelda β_k ja β_v kohta, kui me ei tea, missuguste konkreetsete ainetega on tegemist? Nähtavasti tuleb ülesannet analüüsida üldjuhul: mingisugusest ainest kõva keha on paigutatud mingisugusesse vedelikku.

Võtame käsiraamatu ja tutvume mitmesuguste vedelike ja tahkete ainete ruumpaisumisteguritega. Et tabelites on antud ainult kõvade kehade joonpaisumistegurid, ruumpaisumistegurid aga puuduvad, see ei tekita raskusi. Homogeense kõva keha korral kehtib ruum- ja joonpaisumistegurite vahel ligikaudne seos

$$\beta_k=3\alpha_k.$$

Tabelitest nähtub, et mitmesuguste kõvade kehade ruumpaisumistegurid on vahemikus $1{,}5\cdot10^{-6}$ kuni $210\cdot10^{-6}$ deg^{-1}. Vedelike ruumpaisumistegurite väärtused on aga vahemikus $0{,}5\cdot10^{-4}$ kuni $17\cdot10^{-4}$ deg^{-1}. Need piirkonnad «kattuvad».

Niisiis teadmata, missuguste ainetega on tegemist, ei saa ülesandes esitatud küsimusele vastata. Võib ainult öelda, et tõmbejõud niidis ei muutu, kui $\beta_k=\beta_v$. Kui $\beta_k>\beta_v$, siis $F_{A2}>F_{A1}$ ja $T_2<T_1$, s. t. tõmbejõud niidis väheneb. Kui $\beta_k<\beta_v$, siis tõmbejõud niidis suureneb, sest üleslükkejõud vedeliku ja keha soojenemisel väheneb ($F_{A2}<F_{A1}$).

2. Gaaside käitumine nende siseenergia muutumisel

Uurides gaaside käitumist, peame arvestama kaht iseärasust, mille poolest see erineb kõvade kehade ja vedelike käitumisest. Esiteks vaadeldakse tavaliselt tugevasti hõrendatud gaase. Neil juhtudel võime aatomite ja molekulide vastastikuse mõju potentsiaalse energia kõrvale jätta ja lugeda, et gaasi siseenergia koosneb ainult ta osakeste kineetilisest energiast (tegemist on ideaalse gaasiga). Teiseks võivad gaasid suurel määral paisuda või olla tugevasti kokku surutud. Gaasi poolt väliste jõudude vastu paisumisel või väliste jõudude poolt gaasi kokkusurumisel tehtavat tööd ei tohi mingil juhul jätta arvesse võtmata. Vedelike ja tah-

kete kehade korral oli see töö väga väike, sest nende ruumalade muutused soojenemisel või jahtumisel olid tühised.

Gaasi poolt tehtav töö on alati võrdne rõhu ja gaasi ruumala muutuse ΔV korrutisega:

$$\Delta A = p\Delta V. \tag{14.11}$$

Seda võrrandit on väga lihtne kasutada neil juhtudel, kui gaasi ruumala muutumisel rõhk jääb konstantseks. Kui aga gaasi paisumisel rõhk võib muutuda, siis tuleb töö arvutamiseks valemi (14.11) järgi võtta ruumala muutused ΔV niivõrd väikesed, et rõhku võib lugeda veel konstantseks. Kogutöö arvutamiseks tuleb kõik gaasi poolt niisuguste elementaarmuutuste korral tehtud tööd summeerida. Kui gaasi ruumala suureneb ($\Delta V > 0$), siis on töö positiivne: gaas teeb paisumisel tööd väliste jõudude ületamiseks. Kui aga gaasi ruumala väheneb ($\Delta V < 0$), siis loeme tehtavat tööd negatiivseks: välised jõud suruvad gaasi kokku.

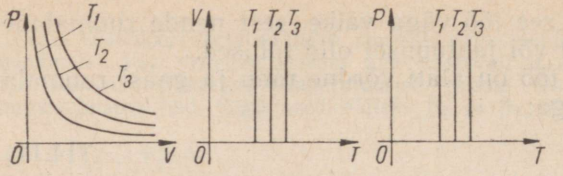
Mehaanikas iseloomustasime keha või kehade süsteemi mehaanilist olekut teatavate suurustega, nagu koordinaadid, kiirus, kiirendus jne. Analoogiliselt võime iseloomustada gaasi olekut ta rõhuga (p), ruumalaga (V) ja temperatuuriga (t või T). Kui kas või ükski nendest suurustest muutub (muidugi teatud kindla massiga gaasikoguse korral), tuleb rääkida gaasi oleku muutumisest.

Missuguseid lihtsamaid gaasi oleku muutumisi me tunneme? Neid protsesse on neli: *isotermiline, isohooriline, isobaariline* ja *adiabaatiline*. Peatume neil protsessidel pikemalt, eeldades seejuures, et kõigil juhtudel on tegemist ideaalse gaasiga, mille mass ei muutu.

Isotermiline protsess. *Isotermiliseks* nimetame protsessi siis, kui gaasi temperatuur ei muutu. Gaasi rõhu ja ruumala vaheline seos on sel juhul antud *Boyle-Mariotte'i seadusega*

$$pV = \text{const}, \tag{14.12}$$

ehk teisiti — isotermilise protsessi korral jääb gaasi rõhu ja ruumala korrutis konstantseks. Isotermilisel protsessil ($T = \text{const}$) gaasi siseenergia ei muutu, sest ideaalse gaasi siseenergia on võrdeline ta temperatuuriga. Kas aga seejuures ei kaota oma kehtivust koguenergia jäävuse seadus? Ka isotermilise protsessi korral võib ju gaasile anda väljastpoolt energiat juurde. Gaasi siseenergia aga seejuures muutuda ei tohi. Milleks siis saadud energia kulub? See kulub tööks, mida gaas sooritab väliste jõudude ületamiseks. Isotermilisel protsessil paisub gaas soojenemisel. Kui me aga isotermiliselt surume gaasi kokku, tuues mingite väliste jõudude tööprotsessis energiat juurde väljastpoolt, siis annab gaas selle soojuse näol alati ära ümbritsevatele kehadele (anuma seintele, kolvile, ümbritsevale õhule jne.).



JOON. 64

Molekulaarkineetilise teooria järgi peavad gaasi osakesed isotermilisel kokkusurumisel liikuma väiksemas ruumalas. Osakeste keskmine kiirus ei muutu, kuid nad põrkuvad anuma seintega sagedamini. See avaldubki gaasi rõhu suurenemisena. Ka ideaalse gaasi isotermilisel paisumisel ei muutu ta osakeste korrapäratu liikumise keskmine kiirus. Rõhu vähenemine on antud juhul seotud gaasi aatomite või molekulide harvema põrkamisega vastu anuma seinu.

Suurt abi osutavad gaasides kulgevate protsesside analüüsimisel gaasi olekut määravate suuruste graafikud. Joonisel 64 on esitatud mingi (konstantse massiga) gaasi isotermilise protsessi graafikud erinevates koordinaatteljestikes, kusjuures selle gaasi mass $m=\text{const}$ ja $T_1 < T_2 < T_3$.

Ülesanne. Ligikaudselt võime atmosfäärirõhku määrata järgmiselt. Klaastoru, mille pikkus on l, asetatakse vertikaalselt vedelikku, mille tihedus on ϱ (joon. 65). Asugu toru alumine ots seejuures vedeliku vaba pinna all sügavusel H. Pärast toru ülemise otsa sulgemist võetakse toru vedelikust välja. Osa vedelikust voolab torust muidugi välja, kuid viimasesse jääb ikkagi vedelikusammas, mille kõrgus on h. Kuidas arvutada nende andmete põhjal atmosfäärirõhku p_{at}?

Olgu toru ristlõike pindala S. Vaatleme torus oleva konstantse õhukoguse kaht olekut.

I olek (joon. 65, *a*). Toru ülemine ots on juba suletud, kuid toru asetseb veel vedelikus. Õhu ruumala torus on sel juhul

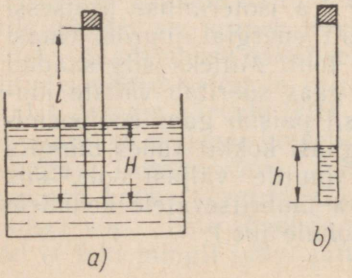
$$V_1 = S(l-H)$$

ja ta rõhk p_1 võrdub atmosfäärirõhuga: $p_1 = p_{at}$.

II olek (joon. 65,*b*). Toru on võetud vedelikust välja. Torus olev õhk on paisunud ja ta ruumala on

$$V_2 = S(l-h).$$

Õhurõhk p_2 torus on nüüd muidugi väiksem kui eelmisel juhul. Õhu mass jääb mõlemal juhul arusaadavalt muutumatuks.



JOON. 65

Kui toru tõsta vedelikust välja hästi aeglaselt või oodata veidi aega, kuni saabub soojuslik tasakaal torus oleva õhu ja välisõhu vahel, siis võib õhu paisumist torus lugeda isotermiliseks. Boyle-Mariotte'i seaduse põhjal

$$p_1V_1=p_2V_2$$

ehk

$$p_{at}S(l-H)=p_2S(l-h),$$

millest

$$p_{at}=p_2\frac{l-h}{l-H}.$$

Saadud avaldisest võime arvutada atmosfäärirõhu p_{at}, kui vaid rõhku p_2 õnnestub avaldada tuntud suuruste kaudu.

Vaatleme vedelikusamba tasakaalu torus gaasi teise oleku korral, jättes seejuures vedeliku ja toru seinte vahelised mõjujõud arvesse võtmata. Vedelikusamba alumisele otsale mõjub atmosfäärirõhk, ülemisele otsale aga torus tekkinud rõhk p_2. Tasakaalu korral

$$p_2+\varrho gh=p_{at}.$$

Saadud avaldis lubabki väljendada rõhku p_2 tuntud suuruste (ϱ, g, h) ja otsitava rõhu (p_{at}) kaudu:

$$p_2=p_{at}-\varrho gh.$$

Asetades p_2 väärtuse p_{at} avaldisse, saame pärast lihtsaid matemaatilisi teisendusi:

$$p_{at}=\varrho gh\frac{l-h}{H-h}.$$

Murd selle võrrandi paremal poolel on dimensioonita suurus, rõhu p_{at} ja korrutise ϱgh dimensioonid aga ühtivad kõikides ühikusüsteemides.

Isohooriline protsess. Sellel protsessil jääb teatud gaasikoguse ruumala konstantseks (V=const). Rõhu ja temperatuuri vaheline seos on antud juhul määratud *Charles'i seadusega*

$$p=p_0(1+\alpha_p t), \tag{14.13}$$

kus p_0 on selle gaasikoguse rõhk temperatuuril 0 °C, p — selle gaasikoguse rõhk temperatuuril t °C ja α_p — *rõhu termiline koefitsient*, mis võrdub gaasi ruumpaisumisteguriga. Et ideaalsete gaaside korral (gaasi aatomite või molekulide mõõtmeid ja jõude nende vahel pole vaja arvestada) $\alpha_p=\frac{1}{273{,}15}\ \mathrm{deg}^{-1}$, siis võime võrrandi (14.13) esitada kujul

$$p=\frac{p_0T}{273{,}15}, \tag{14.14}$$

kus T on absoluutne temperatuur (Kelvini skaala järgi), mille korral gaasi rõhk on p. Sel kujul esitatud Charles'i seadus on väga mugav gaasi mistahes olekute võrdlemiseks isohoorilisel protsessil ja viitab gaasi rõhu võrdelisusele ta temperatuuriga (antud gaasikoguse korral on murd $p_0/273{,}15$ konstantne suurus). Kui isohoorilisel protsessil teatud gaasikoguse temperatuurile T_1

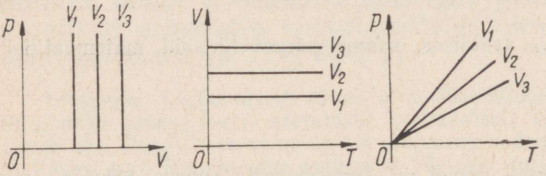
vastab rõhk p_1, temperatuurile T_2 aga rõhk p_2, siis võib (14.14) põhjal kirjutada:

$$p_1 = \frac{p_0 T_1}{273{,}15} \text{ ja } p_2 = \frac{p_0 T_2}{273{,}15} .$$

Pärast võrrandite vastavate poolte jagamist leiame siit, et

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} . \qquad (14.15)$$

Isohoorilise protsessi graafikud teljestikes $(p-V)$ ja $(V-T)$ ei vaja selgitust. Graafik teljestikus $(p-T)$ kujutab võrrandi (14.14) järgi koordinaatide algust läbivat sirget $(p = \text{const} \cdot T)$. Murd $p_0/273{,}15$ on arvuliselt võrdne isohoorilise protsessi graafiku ja temperatuuritelje vahelise nurga tangensiga. Joonisel 66 on kujutatud ühe ja sellesama gaasikoguse isohoorilise protsessi graafikud kolme erineva ruumala korral $(V_1 < V_2 < V_3)$ erinevates teljestikes.



JOON. 66

Et gaasi ruumala isohoorilisel protsessil ei muutu, siis gaas tööd ei tee. Gaasile võib anda energiat väljastpoolt soojuse näol, mille tulemusena suureneb ta siseenergia ja tõuseb temperatuur. Rõhk gaasis suureneb seejuures ta aatomite või molekulide keskmise kiiruse suurenemise tõttu. Isohoorilisel jahutamisel võib gaas anda osa oma siseenergiast ümbritsevatele kehadele. Temperatuuri langemisel väheneb gaasiosakeste keskmine kiirus, väheneb osakeste põrgete arv anuma seintega ja järelikult ka gaasi rõhk.

Isobaariline protsess. Kui gaasi olek muutub konstantsel rõhul $(p = \text{const})$, siis nimetatakse protsessi *isobaariliseks*. Seos temperatuuri ja ruumala vahel on antud juhul määratud *Gay-Lussac'i seadusega*

$$V = V_0(1 + \alpha_V t), \qquad (14.16)$$

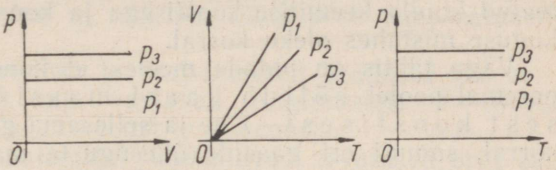
kus V_0 ja V on antud gaasikoguse ruumalad temperatuuril 0 °C ja t °C ning α_V — *gaasi ruumpaisumistegur*. Ideaalse gaasi korral $\alpha_V = 1/273{,}15\ \text{deg}^{-1}$. Charles'i seaduse analüüsil kasutatud mõttekäiku korrates võime Gay-Lussac'i võrrandile anda kuju

$$V = \frac{V_0 T}{273{,}15} , \qquad (14.17)$$

saades seose gaasi kahele olekule vastavate ruumalade ja temperatuuride vahel isobaarilisel protsessil:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}. \qquad (14.18)$$

Isobaarilise protsessi graafikuteks koordinaatteljestikes ($p-V$) ja ($p-T$) on sirged ($p=\text{const}$). Teljestikus ($V-T$) kujutab isobaar võrrandi (14.17) põhjal koordinaatide alguspunkti läbivat sirget ($V=\text{const}\cdot T$), kusjuures isobaari ja temperatuuritelje vahelise kaldenurga tangensi väärtus võrdub arvuliselt murruga $V_0/273{,}15$. Joonisel 67 on kujutatud isobaarilise protsessi graafikud juhul, kui $p_1 < p_2 < p_3$.



JOON. 67

Isobaarilise protsessi korral gaasile soojuse näol üleantud energia kulub gaasi siseenergia suurendamiseks (temperatuur tõuseb, gaasi aatomite või molekulide keskmine kiirus suureneb) ja paisumistööks. Gaasiosakeste keskmise kiiruse suurenemine ei põhjusta antud juhul rõhu suurenemist, sest suureneb ka ruumala, milles nad liiguvad. Isobaarilisel protsessil võib gaas energiat ka ära anda ümbritsevatele kehadele, kuid seda ainult juhul, kui mingid välised jõud teevad gaasi kokkusurumisel tööd.

Adiabaatiline protsess. Neljandaks lihtsamaks protsessiks gaasis on *adiabaatiline protsess*, mis kulgeb soojusvahetuseta gaasi ja ümbritsevate kehade vahel. Seejuures ei saa gaas energiat väljastpoolt soojuse näol juurde ega anna seda ka ümbritsevatele kehadele ära. Adiabaatilisel protsessil muutuvad üleminekul ühest olekust teise gaasi kõik kolm parameetrit (p, V ja T). Kui välised jõud suruvad gaasi kokku (gaasile antakse energiat üle tööna!), siis ta siseenergia suureneb: gaasi temperatuur tõuseb ja ta aatomite või molekulide keskmine kiirus suureneb. Et gaasi adiabaatilisel kokkusurumisel ta osakeste keskmise kiiruse suurenemise kõrval gaasi poolt hõivatud ruumala väheneb, siis suureneb järsult gaasi rõhk (üheaegselt mõjuvad kaks tegurit, mis mõlemad suurendavad osakeste põrgete arvu anuma seintega).

Adiabaatilise paisumise korral teeb gaas väliste jõudude vastu tööd siseenergia vähenemise arvel. Gaasi temperatuur ja rõhk alanevad seejuures järsult.

Reaalsetes tingimustes on kvaasiadiabaatilised protsessid võimalikud vaid siis, kui gaasi olekut muudetakse hea soojusisolatsiooniga anumas või lastakse gaasil paisuda (või surutakse teda

kokku) niivõrd kiiresti, et soojusvahetust ümbritsevate kehadega ei jõua toimuda. Gaasi väljavoolu suure rõhu all olevast anumast või püssirohugaaside järsku paisumist kahuri- ning püssitorus võib lugeda adiabaatilisteks protsessideks.

Ideaalse gaasi oleku võrrand. Kui meil on teatud kogus ideaalset gaasi, kusjuures muutuvad kõik ta parameetrid (p, V ja T), siis osutab selle gaasi käitumise analüüsil hindamatut abi ideaalse gaasi *oleku võrrand*

$$\frac{pV}{T} = \text{const.} \qquad (14.19)$$

Selle võrrandi võib tuletada Boyle-Mariotte'i ja Gay-Lussac'i või Boyle-Mariotte'i ja Charles'i seaduse põhjal ning ta kehtib teatud kindla keemilise koostisega ja konstantse massiga gaasikoguse mistahes oleku korral.

Väga tähtis on pidada meeles, et konstant võrrandi (14.19) paremal poolel sõltub gaasi massist ja ta keemilisest koostisest. Ühe ja sellesama gaasi erinevate masside korral, samuti eri gaaside ühesuguste masside korral on selle konstandi väärtused erinevad. Selles seisnebki võrrandi (14.19) puudus. Et kasutada võrrandit praktilisteks arvutusteks, on vaja teada antud koostisega ja antud massiga gaasikoguse kolme parameetrit ühes ta olekutest.

Ideaalse gaasi oleku võrrandile võib anda universaalsema kuju, kui meenutada, et kõikide gaaside kilogramm-moolidel on normaaltingimustel ($T_0 = 273{,}15\,^\circ\text{K}$ ja $p_0 = 760$ mm Hg) võrdsed ruumalad $V_0 = 22{,}4$ m³/kmol. Asetades need suurused võrrandisse (14.19), saame universaalse konstandi, mis kehtib kõikide gaaside korral — nn. *universaalse gaasikonstandi* R:

$$R = \frac{p_0 V_0}{T_0}.$$

SI ühikutes $T_0 = 273{,}15\,^\circ\text{K}$, $V_0 = 22{,}4$ m³/kmol ja $p_0 = 1{,}013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. Järelikult

$$R = \frac{1{,}013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot 22{,}4 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}}{273{,}15 \text{ deg}} = 8310 \frac{\text{J}}{\text{deg} \cdot \text{kmol}}.$$

Järelikult kehtib ühe kilogramm-mooli mistahes gaasi kohta oleku võrrand

$$pV_0' = RT,$$

kus V_0' on kilogramm-mooli gaasi ruumala, kuid mitte enam normaaltingimustel, vaid temperatuuril T ja rõhul p. Kui vaatlusaluse gaasi molekulkaal on $\mu \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$ ja mass m kg, siis näitab

murd $\frac{m}{\mu}$ selle gaasi kilogramm-moolide arvu. Korrutades saadud võrrandi mõlemat poolt moolide arvuga, saame:

$$pV_0' \frac{m}{\mu} = \frac{m}{\mu} RT.$$

Gaasi ühe mooli ruumala V_0' korrutis moolide arvuga $\frac{m}{\mu}$ annab aga selle gaasikoguse ruumala V antud olekus. Seega

$$pV = \frac{m}{\mu} RT. \qquad (14.20)$$

Saadud avaldist nimetatakse *Clapeyron-Mendelejevi võrrandiks,* mis kehtib iga ideaalse gaasi korral, kui selle mass on m ja molekulkaal μ ning kui ta ruumala rõhul p ja temperatuuril T °K on V.

Boyle-Mariotte'i, Charles'i ja Gay-Lussac'i seadused on võrrandi (14.20) erijuhud, mis vastavad tingimustele $T=\text{const}$, $V=\text{const}$ ja $p=\text{const}$, kui $m=\text{const}$ ja $\mu=\text{const}$.

Võrrandi (14.20) kasutamisel lihtsustuvad arvutused eriti sel juhul, kui mingi protsessi tulemusena gaasi mass anumas muutub (osa gaasi voolab anumast välja või pumbatakse gaasi anumasse juurde).

Ülesanne. Õhu temperatuur toas, mille ruumala $V=50$ m^3 rõhul $p=740$ mm Hg, oli 10 °C. Pärast kütmist soojenes õhk toas temperatuurini 20 °C. Leida soojenemise jooksul toast väljasurutud õhu mass Δm.

Olgu õhu absoluutne temperatuur enne ja pärast soojenemist vastavalt T_1 ja T_2 ning vastavad massid m_1 ja m_2. Kirjutame Clapeyron-Mendelejevi võrrandi (14.20) külma ja soojendatud õhu jaoks, arvestades, et ülesande tingimuste kohaselt õhu rõhk p toas soojendamisel ei muutu:

$$pV = \frac{m_1}{\mu} RT_1,$$

$$pV = \frac{m_2}{\mu} RT_2.$$

Neist võrranditest leiame külma ja sooja õhu massid:

$$m_1 = \frac{pV\mu}{RT_1},$$

$$m_2 = \frac{pV\mu}{RT_2}.$$

Nüüd on kerge määrata meid huvitava õhu massi muutust $\Delta m = m_1 - m_2$:

$$\Delta m = \frac{pV\mu}{RT_1} - \frac{pV\mu}{RT_2}$$

ehk

$$\Delta m = \frac{pV\mu}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right).$$

SI-süsteemis on saadud võrrandis esinevate suuruste ühikud järgmised:

$p-\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$, $V-m^3$, $\mu-\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$, $R-\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{deg}\cdot\mathrm{kmol}}$ ning T_1 ja T_2 — kraad. Seega

$$\frac{\left(\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}\right)(\mathrm{m}^3)\left(\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}\right)}{\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{deg}\cdot\mathrm{kmol}}}\left(\frac{1}{\mathrm{deg}}\right)=\mathrm{kg}.$$

Asendades eespool saadud avaldises tuntud suurused nende arvväärtustega SI-süsteemis — $T_1=283\,^{\circ}\mathrm{K}$, $T_2=293\,^{\circ}\mathrm{K}$, $R=8310\ \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{deg}\cdot\mathrm{kmol}}$, $p=0{,}987\cdot10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}^2}$ ja õhu keskmine molekulkaal $\mu=29\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{kmol}}$, saame:

$$\Delta m=\frac{0{,}987\cdot10^5\cdot50\cdot29}{8310}\left(\frac{1}{283}-\frac{1}{293}\right)=2{,}24\ \mathrm{kg}.$$

Ülesanne. Õhuga täidetud silindri põhjas on seest õõnes kerakujuline metallkuulike, mille raadius $r=1$ cm ja kaal $P=5$ G. Kui suure rõhuni tuleb õhku silindris kokku suruda, et kuulike tõuseks põhjast üles ja «hõljuks» silindris? Õhu temperatuur silindris katse jooksul $T=290\,^{\circ}\mathrm{K}$. Õhku käsitleda ka kõrge rõhu korral ideaalse gaasina, mis allub Clapeyron-Mendelejevi võrrandile.

Gaasilises keskkonnas asuv kuulike võib tõusta üles ainult siis, kui talle gaasi poolt avaldatav üleslükkejõud F_A muutub kuulikese kaalust P suuremaks. Olgu metallkuulikese ruumala V_m ja õhu erikaal $d_{\tilde{o}}$. Kuulikese õhkutõusmise tingimuseks on siis

$$V_m d_{\tilde{o}} > P. \qquad (a)$$

Kuulikese ruumala

$$V_m=\frac{4}{3}\pi r^3. \qquad (b)$$

Õhu tiheduse võib leida kergesti Clapeyron-Mendelejevi võrrandist:

$$\varrho_{\tilde{o}}=\frac{m}{V}=\frac{p\mu}{RT}.$$

Õhu erikaal $d_{\tilde{o}}$ on arvutatav seega järgmiselt:

$$d_{\tilde{o}}=\varrho_{\tilde{o}}\,g=\frac{p\mu g}{RT}. \qquad (c)$$

Asendame võrratuses (a) esinevad suurused nende väärtustega avaldistest (b) ja (c) ning lahendame võrratuse rõhu p suhtes:

$$\frac{4}{3}\pi r^3\,\frac{p\mu g}{RT}>P,$$

$$p>\frac{3PRT}{4\pi r^3\mu g}. \qquad (d)$$

Kontrollime avaldise (d) dimensiooni. SI-süsteemis on kuulikese kaalu P ühikuks njuuton, ta raadiuse ühikuks m ja raskuskiirenduse ühikuks $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Seega

$$\frac{(\text{N})\left(\frac{\text{J}}{\text{deg}\cdot\text{kmol}}\right)(\text{deg})}{(\text{m}^3)\left(\frac{\text{kg}}{\text{kmol}}\right)\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)} = \frac{\text{N}\cdot\text{J}\cdot\text{s}^2}{\text{m}^4\cdot\text{kg}} = \frac{\text{J}}{\text{m}^3} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

Väljendades kuulikese kaalu njuutonites ($P=4{,}9\cdot10^{-2}$ N), leiame:

$$p > \frac{3\cdot4{,}9\cdot10^{-2}\cdot8310\cdot290}{4\cdot3{,}14\cdot(0{,}01)^3\cdot29\cdot9{,}81} = 9{,}91\cdot10^7\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}.$$

Normaalne õhurõhk on $1{,}013\cdot10^5\ \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$. Järelikult peab kuulikese õhkutõusmiseks suurendama rõhku silindris 978 korda.

Protsesside graafiline analüüs. Ideaalse gaasi oleku võrrandi ja lihtsaimate gaasiprotsesside graafikute tundmine võimaldab analüüsida kõiki protsesse väga lihtsalt.

Joonisel 68 on toodud teatud kindla keemilise koostisega ($\mu=$const) ja kindla kogusega ($m=$const) ideaalse gaasi kolme suvalise protsessi graafikud. Võrdleme gaasi temperatuure olekutes *1* ja *2*, rõhke olekutes *3* ja *4* ning ruumalasid olekutes *5* ja *6*.

Märgime, et kõigil kolmel juhul tuleb võrrelda gaasi oleku parameetreid, mis graafikutel otseselt ei ole antud. Niisuguseid ülesandeid saab lahendada kahel teel: kasutades gaasi oleku võrrandit või gaasi lihtsaimate protsesside graafikuid (vt. joon. 64, 66 ja 67).

Kirjutame võrrandi (14.20) gaasi olekute *1* ja *2* jaoks. Et tegemist on teatud gaasi kindla kogusega, siis $m=$const ja $\mu=$const. Universaalse gaasikonstandi väärtus on ühesugune kõikide gaaside korral mistahes olekus. Järelikult on $\frac{m}{\mu}R$ võrrandi paremal poolel konstantne suurus. Tähistame seda korrutist lihtsuse mõttes tähega C_1 ($C_1=$const). Seega

$$p_1V_1 = C_1T_1$$

ja

$$p_2V_2 = C_1T_2.$$

Neist kahest võrrandist leiame, et

$$\frac{T_1}{T_2} = \frac{p_1V_1}{p_2V_2}.$$

Saadud võrrandi paremal poolel olevad suurused on antud teatavas mastaabis konstrueeritud graafikutega. Järelikult võime vastuse anda järgmisel kujul:

$T_1 = T_2$, kui $p_1V_1 = p_2V_2$,

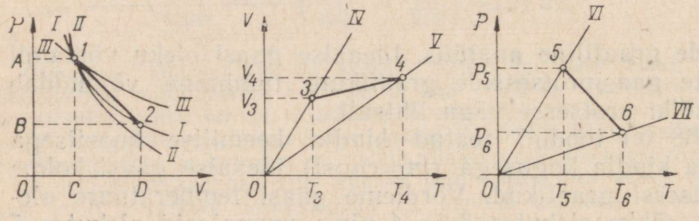
$T_1 > T_2$, kui $p_1V_1 > p_2V_2$

ja

$T_1 < T_2$, kui $p_1V_1 < p_2V_2$.

Korrutised p_1V_1 ja p_2V_2 on teljestikus $p-V$ antud graafikute korral võrdsed ristkülikute $A1CO$ ja $B2DO$ pindaladega.

Ülesannet võib lahendada ka teisel teel, tõmmates läbi punkti *1*, mis vastab gaasi algolekule, isotermi $T_1 = \text{const}$. Graafikul $p-V$ on isotermideks hüperboolid. Üldjuhul on ka nüüd võimalikud kolm varianti.



JOON. 68

Temperatuurile T_1 vastav isoterm[8] läheb läbi punkti *2* (joon. 68 isoterm *I*). Sel juhul $T_2 = T_1$.

Kui punkti *1* läbiv isoterm jääb punktist *2* allapoole, siis $T_2 > T_1$ (isoterm *II*), kui aga ülespoole, siis $T_2 < T_1$ (isoterm *III*).

Olekutele *3* ja *4* vastavad võrrandid

$$p_3V_3 = C_2T_3,$$

$$p_4V_4 = C_2T_4.$$

Neist võrranditest leiame seose meid huvitavate suuruste vahel:

$$\frac{p_3}{p_4} = \frac{T_3}{T_4} \cdot \frac{V_4}{V_3},$$

kusjuures suurusi võrrandi paremal poolel mõõdetakse antud mastaabis graafikult.

Tõmbame läbi punktide *3* ja *4* isobaarid (*IV* ja *V*). Nüüd näeme, et graafikul kujutatud protsessi korral on $p_3 < p_4$, sest

[8] Tuleb pidada silmas, et isotermid *I*, *II* ja *III* joonisel 68 ei vasta ühele ja samale temperatuurile. Antud mastaabis võib vaadeldava gaasi olekule *1* vastata graafikul ainult üks isoterm (kas *I*, *II* või *III*).

mida suurem on nurk isobaari ja temperatuuritelje vahel graafikul $V-T$, seda väiksem on vastav rõhk (vt. joon. 67).

Olekuid *5* ja *6* kirjeldavad võrrandid

$$p_5V_5=C_3T_5,$$

$$p_6V_6=C_3T_6,$$

millest leiame seose ruumalade vahel:

$$\frac{V_5}{V_6}=\frac{T_5}{T_6}\cdot\frac{p_6}{p_5}.$$

Isohoorid *VI* ja *VII* näitavad, et graafikul kujutatud protsessi korral on $V_5<V_6$, sest mida suurem on nurk isohoori ja temperatuuritelje vahel graafikul $p-T$, seda väiksem on vastav ruumala (vt. joon. 66).

§ 15. SISEENERGIA MUUTUMINE AINE ÜLEMINEKUL ÜHEST AGREGAATOLEKUST TEISE

1. Üldisi märkusi

Eelmises paragrahvis vaadeldud siseenergia muutused tahke aine ja vedeliku temperatuuri muutumisel olid seotud aatomite ja molekulide keskmise kineetilise ja potentsiaalse energia muutumisega.

Gaasilises olekus muutub aine ruumala energia juurde- või äravoolu korral suurtes piirides (välja arvatud muidugi isohoorilisel protsessil). Sellest hoolimata ei arvestanud me aga gaasi aatomite või molekulide vastastikuse mõju potentsiaalse energia muutumist, sest gaasiosakeste vahel mõjuvad jõud on tühiselt väikesed.

Kõigile füüsika elementaarkursuses vaadeldavatele aine agregaatoleku muutustele on iseloomulik, et aine temperatuur üleminekuprotsessis ei muutu, kui rõhk jääb konstantseks. Seejuures ei muutu muidugi ka aine aatomite või molekulide keskmine kineetiline energia. Üleminekuprotsessi vältel ainele väljastpoolt lisatud energia kulub ainult ta aatomite ja molekulide vastastikuse mõju potentsiaalse energia suurendamiseks. Niisugusel üleminekul eemalduvad aine aatomid või molekulid üksteisest. Kui agregaatoleku muutumisel eraldub energiat, siis toimub see vaid üksteisele lähenevate osakeste potentsiaalse energia vähenemise arvel.

2. Sulamine ja kristalliseerumine

Tavalistel tingimustel läheb aine tahkest olekust üle vedelasse vaid siis, kui ta saab energiat väljastpoolt juurde. Missugusel teel energiat juurde antakse, see pole tähtis. Näiteks võib jäätükk hakata sulama soojusvahetuse tagajärjel, kui ta saab soojemalt kehalt lisaenergiat soojuse näol. Sulamise põhjuseks võib olla ka jäätüki siseenergia suurenemine tehtud töö arvel, kui ta libiseb hõõrdumisega mööda mingi keha pinda, mille temperatuur on võrdne jäätüki temperatuuriga.

Üleminekul vedelast olekust tahkesse aine siseenergia väheneb, kusjuures energia eraldub soojusena. Kristalliseerumisel vabaneva soojuse arvel on võimalik vaid ümbritsevaid kehi soojendada. Mehaanilist tööd aga võib selle arvel teha vaid juhul, kui ümbritsevate kehadega viia läbi veel mingisugune teine protsess. Sulatina kristalliseerumise arvel võib näiteks soojendada vett katlas ja tekitada veeauru. Mehaanilise töö saamiseks tuleb aga anda aurule võimalus paisuda, et panna liikuma kolb aurumasina silindris jne.

Konstantset, antud rõhule vastavat temperatuuri, millel aine sulab või kristalliseerub, nimetatakse *sulamistemperatuuriks* (t_s või T_s). Energiat, mida tuleb anda ühikulise massiga ainele sulamistemperatuuril ta täielikuks sulamiseks, nimetatakse *sulamissoojuseks* (λ). Kui näiteks soojusvahetusel kulub aine m massiühiku sulamiseks soojushulk ΔQ, siis

$$\lambda = \frac{\Delta Q}{m} . \qquad (15.1)$$

Sellest võrrandist saadakse ka sulamissoojuse mõõtühikud: SI-süsteemi ühik $\frac{J}{kg}$ ja süsteemivälised ühikud $\frac{cal}{g}$ või $\frac{kcal}{kg}$.

Ühikulise massiga aine siseenergia on aine vedela oleku korral λ võrra suurem kui tahke oleku korral. Nii palju energiat kulub selleks, et lõhkuda tahkele olekule iseloomulikud aatomite- ja molekulidevahelised sidemed ja eemaldada osakesed üksteisest kaugustele, mis vastavad antud aine vedelale olekule.

Arusaadavalt eraldub ühikulise massiga aine kristalliseerumisel soojusena seesama hulk energiat.

Välisrõhu suurenemine takistab niisuguste ainete sulamist, mille tihedus aine vedela oleku korral on väiksem kui tahke oleku puhul, ja seetõttu rõhu suurenedes nende ainete sulamistemperatuur tõuseb. Rõhu suurenemisel algab niisuguste ainete sulamisprotsess aatomite või molekulide keskmise kineetilise energia suurema väärtuse korral.

Ainult väga väikese arvu ainete korral (vesi, parafiin, vismut jt.), mille tihedus on vedelas olekus suurem kui tahkes, langeb sulamistemperatuur välisrõhu suurenemisel.

Ülesanne. Seatinast kuul, mille temperatuur $t_0=57\,°C$, liigub kiirusega $v_1=450$ m/s ja läbistab laua. Lauast väljumisel on kuuli kiirus $v_2=400$ m/s. Jättes arvestamata energiakaod laua soojenemisel, leida, kui suur osa kuulist sulab üles.

Antud ülesandes põhjustab kuuli mehaanilise liikumise kineetilise energia muutumine ta siseenergia muutuse, kusjuures suureneb nii seatina aatomite keskmine kineetiline energia kui ka nende vastastikuse mõju potentsiaalne energia (kuul peab soojenema algtemperatuurilt t_0 sulamistemperatuurini t_s; peale selle peab osa seatinast minema tahkest olekust üle vedelasse).

Energiabilansi võrrandi koostamiseks eeldame, et kuuli mass on m. Ülessulanud seatina mass olgu mx, kus $x<1$. Kuuli kineetilise energia muutus ΔW_k on siis järgmine:

$$\Delta W_k = \frac{mv_1^2}{2} - \frac{(m-mx)v_2^2}{2}. \qquad (a)$$

Võrrandi parema poole teises liikmes võtsime arvesse, et ülessulanud tina, mille mass on mx, jäi lauasse. Kuuli siseenergia muutus ΔU koosneb kahest osast:

$$\Delta U = cm(t_s-t_0)+mx\lambda. \qquad (b)$$

Esimene liidetav iseloomustab seatina aatomite keskmise kineetilise ja potentsiaalse energia muutust soojenemisel ja teine — tahkest seatinatükist eralduvate aatomite potentsiaalse energia muutust.

Kuuli koguenergia jäävuse seaduse põhjal on avaldiste (a) ja (b) paremad pooled võrdsed. See võimaldabki leida, kui suur on x.

Tabelitest leiame vajalikud suurused:

$$c=0{,}03\ \frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot\text{deg}},\quad T_s=327\,°C \text{ ja } \lambda=6\ \frac{\text{cal}}{\text{g}}.$$

Juhime tähelepanu, et kui mehaanilise ja siseenergia mõõtmiseks ei kasutata ühesuguseid ühikuid (J, erg ja kGm esimesel juhul ning cal või kcal teisel juhul), siis on niisuguste ülesannete lahendamine üsna keeruline. Koguenergia jäävuse seaduse võrrandil on sel juhul kuju

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{(m-mx)v_2^2}{2} = J[cm(t_s-t_0)+mx\lambda]. \qquad (c)$$

Pärast niisuguse võrrandi koostamist taandatakse sageli mass m. Alati seda teha aga ei tohi. Taandada võib massi m näiteks siis, kui «mehaanilisi» suurusi mõõdetakse CGS-süsteemi ühikutes ja «soojuslikke» suurusi ühikutes cal, $\frac{\text{cal}}{\text{g}}$ ning $\frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot\text{deg}}$, või siis «mehaanilisi» suurusi SI ühikutes, «soojuslikke» suurusi aga ühikutes kcal, $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ ja $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}\cdot\text{deg}}$. Neil kahel juhul võib massi m võrrandis (c) taandada, sest ta on võrrandi mõlemal poolel väljendatud ühesugustes ühikutes (esimesel juhul grammides ja teisel juhul kilogrammides).

Esimesel juhul on võrrandi (c) mõlemad pooled väljendatud ergides. Järelikult peab soojuse mehaaniline ekvivalent olema antud ühikutes $\frac{\text{erg}}{\text{cal}}$, s. o. $J=4{,}19\cdot10^7\ \frac{\text{erg}}{\text{cal}}$. Sulamissoojuse λ ja erisoojuse c väärtused on toodud eespool,

kiirused v_1 ja v_2 tuleb aga anda ühikutes $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$. Pärast taandamist massiga m saab võrrand (c) kuju

$$\frac{v_1^2}{2} = \frac{(1-x)v_2^2}{2} = J[c(t_s-t_0)+x\lambda], \qquad \text{(d)}$$

millest

$$x = \frac{2Jc(t_s-t_0)-v_1^2+v_2^2}{v_2^2-2J\lambda}. \qquad \text{(e)}$$

Pole raske veenduda, et nii esimese liidetava lugejal kui ka teise liidetava nimetajal on ülejäänud liidetavatega ühesugune dimensioon $-\frac{\text{cm}^2}{\text{s}^2}$. Järelikult peab x olema dimensioonita suurus. Asendades suurused nende arvväärtustega, saame:

$$x = \frac{2 \cdot 4{,}19 \cdot 10^7 \cdot 0{,}03(327-57)-(45\,000)^2+(40\,000)^2}{(40\,000)^2-2 \cdot 4{,}19 \cdot 10^7 \cdot 6} = 0{,}232.$$

Teisel juhul on võrrandite (d) ja (e) kuju samasugune, kuid võrrandisse kuuluvate suuruste väärtused on järgmised:

$v_1 = 450\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 400\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, $c = 0{,}03\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{deg}}$, $\lambda = 6\,\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ ja

$J = 4190$ J/kcal. Seega

$$x = \frac{2 \cdot 4190 \cdot 0{,}03(327-57)-(450)^2+(400)^2}{(400)^2-2 \cdot 4190 \cdot 6} = 0{,}232.$$

Kui «mehaanilised» suurused on väljendatud MKGS-süsteemi ühikutes, «soojuslikud» suurused ühikutes kcal, kcal/kg ja kcal/(kg · deg) ning soojuse mehaanilise ekvivalendi väärtuseks on võetud $J = 427\,\frac{\text{kGm}}{\text{kcal}}$, siis on võrrandi (c) mõlema poole dimensioonid ühesugused. Taandada massi m me antud juhul aga ei tohi, sest võrrandi vasakul poolel on mass väljendatud massi tehnilistes ühikutes, paremal poolel aga kilogrammides. Et 1 mtü = 9,81 kg, siis võib massi m taandada, kui võrrandi (c) paremat poolt korrutada (või vasakut poolt jagada) teguriga 9,81. Järelikult

$$\frac{v_1^2}{2} - \frac{(1-x)v_2^2}{2} = 9{,}81 \cdot J[c(t_s-t_0)+x\lambda],$$

millest

$$x = \frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot Jc(t_s-t_0)-v_1^2+v_2^2}{v_2^2-2 \cdot 9{,}81 \cdot J\lambda}$$

ja, asetades võrrandisse arvväärtused,

$$x = \frac{2 \cdot 9{,}81 \cdot 427 \cdot 0{,}03(327-57)-(450)^2+(400)^2}{(400)^2-2 \cdot 9{,}81 \cdot 427 \cdot 6} = 0{,}232.$$

Koguenergia muundumise ja jäävuse seadus tuleb SI-süsteemi kasutamise korral kirjutada üles järgmiselt:

$$\frac{mv_1^2}{2} - \frac{(m-mx)v_2^2}{2} = cm(T_s - T_0) + mx\lambda.$$

Võrrandi kummagi poole dimensiooniks on džaul. Massi mõõtühikuks on kõikides liikmetes kg ja seetõttu võib teda taandada ilma täiendavate ümberarvutusteta:

$$\frac{v_1^2}{2} - \frac{(1-x)v_2^2}{2} = c(T_s - T_0) + x\lambda,$$

millest

$$x = \frac{2 \cdot c(T_s - T_0) - v_1^2 + v_2^2}{v_2^2 - 2\lambda}.$$

Ülesande lahendamiseks tuleb suurused asendada nende arvväärtustega: $v_1 = 450 \frac{m}{s}$, $v_2 = 400 \frac{m}{s}$, $c = 126 \frac{J}{kg \cdot deg}$ ja $\lambda = 2{,}52 \cdot 10^4 \frac{J}{kg}$. Temperatuuride vahe sulgavaldises jääb endiseks, kui temperatuuri mõõta Kelvini kraadides. Ei tohi aga unustada, et SI-süsteemis kasutatakse ainult absoluutseid temperatuure: $T_s = 600\,°K$ ja $T_0 = 330\,°K$. On kerge veenduda, et korrutise $c(T_s - T_0)$ ja suuruse λ dimensioonid ühtivad kiiruse dimensiooni ruuduga:

$$\frac{J}{kg \cdot deg}\,deg = \frac{J}{kg} = \frac{m^2}{s^2}.$$

Arvväärtuste asetamisel valemisse saame:

$$x = \frac{2 \cdot 126(600-330) - (450)^2 + (400)^2}{(400)^2 - 2 \cdot 2{,}52 \cdot 10^4} = 0{,}232.$$

3. Aurumine ja kondensatsioon

Huvitavaks iseärasuseks aine üleminekul vedelast olekust gaasilisse on niisuguse protsessi võimalikkus mistahes temperatuuril ilma välise energia juurdevooluta. Vedelikust väljuvate aatomite või molekulide potentsiaalne energia suureneb seejuures vedelikku jäävate osakeste energia arvel. Niisugust «rahulikku» protsessi, kus molekulid lenduvad vedeliku vabalt pinnalt ümbritsevasse ruumi, nimetatakse *aurumiseks*. Aurumisel lahkuvad vedelikust kõige kiiremad osakesed, mille kineetilise energia varu on küllaldane vedelikku jäävate osakeste külgetõmbejõudude ületamiseks. Aurumise tulemusena vedeliku temperatuur langeb.

Võib tekkida küsimus: kas vedeliku täielikul aurumisel kehtib aine koguenergia muundumise ja jäävuse seadus? Lahtisesse klaasi valatud vesi võib sealt täielikult ära auruda. Tekkinud auru summaarne siseenergia on aga vee siseenergiast suurem. Kust saadakse siis niisuguseks protsessiks vajalik energia? Ehk võib aine iseenesest omandada erinevaid siseenergia väärtusi? Muidugi mitte! Käesoleval juhul saab vesi täielikuks aurumiseks vajaliku energia väljastpoolt — ümbritsevatelt kehadelt (õhk,

anuma seinad jne.), ning seda täpselt niipalju, kuipalju erineb selle veekoguse siseenergia gaasilises ja vedelas olekus.

Intensiivset aurumist, kui protsess kulgeb ka vedeliku vaba pinna all, nimetatakse *keemiseks*. Konstantse välisrõhu korral hakkab vedelik keema täiesti kindlal temperatuuril, nn. *keemistemperatuuril* (t_{keem} või T_{keem}), kusjuures ta vajab selleks pidevat välisenergia juurdevoolu, mis kulgeb põhiliselt soojusvahetuse teel. (Et hõõrdejõud vedelikukihtide vahel on suhteliselt väikesed, siis ei suuda vedeliku liikumapanemiseks tehtav töö anda keemiseks vajalikku energiat.)

Energiat, mida on vaja anda vedelikule, et ühikulise massiga vedelikuhulka teatud temperatuuril muuta auruks, nimetatakse *aurumissoojuseks* (r). Viimast võib määrata katselisel teel võrrandist, mis sarnaneb avaldisega (15.1):

$$r = \frac{\Delta Q}{m}, \tag{15.2}$$

kus ΔQ on soojusvahetuse teel vedeliku m massiühikule ta täieliikul aurumisel keemistemperatuuril üleantud energia hulk.

Aurumissoojuse mõõtühikud ühtivad sulamissoojuse ühikutega $\left(\frac{\text{J}}{\text{kg}}, \frac{\text{cal}}{\text{g}}, \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right)$.

Ühikulise massiga ainehulga siseenergia on aine gaasilise oleku korral r ühiku võrra suurem kui vedela oleku korral. Ühikulise massiga auruhulga kondenseerumisel eraldub r ühikut energiat, mis antakse üle ümbritsevatele kehadele.

Kui väline rõhk ei muutu, siis kulgeb keemine ja kondenseerumine konstantsel temperatuuril, kusjuures nendel protsessidel muutub vaid aine aatomite või molekulide vastastikuse mõju potentsiaalne energia. Nii vedela kui ka gaasilise aine aatomite või molekulide keskmine kineetiline energia on kindlal temperatuuril, sealhulgas ka keemistemperatuuril, ühesugune.

Välisrõhu tõustes suureneb kõikide tuntud ainete keemistemperatuur: aatomite ja molekulide keskmine kineetiline energia peab olema küllaldane suurema töö sooritamiseks aineosakeste eemaldamisel üksteisest kaugustele, mis on omased gaasilisele olekule.

Keemine võib alata ja ühtlasi ka jätkuda ainult siis, kui vedelikus leidub lahustunud gaasi mullikesi. Keemist võib seega kujutada vedeliku aurumisena gaasimullikestesse ja nende mullikeste lõhkemisena vedeliku vabal pinnal, kusjuures neis sisalduv aur vabaneb.

Auruga täidetud gaasimullike võib tõusta vedeliku pinnale ja seal lõhkeda ainult siis, kui on täidetud tingimus

$$p > p_{\text{v}} + \varrho g h + \frac{2\alpha}{R}. \tag{15.3}$$

kus p on vedeliku auru rõhk mullikeses, p_v — välisrõhk vedeliku vaba pinna kohal, ϱgh — vedeliku siserõhk sügavusel h, kus asub mullike, ja $\frac{2\alpha}{R}$ — rõhkude vahe vedelikus väljaspool mullikest ja mullikese sees [vt. valem (10.2)]. Võrrandist selgub, et antud vedeliku keemine on raskendatud seda enam, mida suurem on välisrõhk, mida sügavamal vedelikus asuvad need kihid, millele antakse väljastpoolt üle energiat, ja mida väiksem on vedelikus lahustunud gaasi mullikese raadius R.

Vedeliku keemist soodustab ta kihtide konvektsioon soojenemisel. Kui vedeliku tihedus temperatuurist ei sõltuks, siis ei saaks konvektsioon tekkida ja anuma seinte kuumenemisel keemistemperatuurini või isegi üle selle algaks keemine ainult anuma seinte vahetus läheduses.

Ülesanne. Kui suur hulk veeauru (m_a), mille temperatuur on 100 °C, tuleb juhtida läbi segu, mis koosneb 200 g veest ($m_v = 200$ g) ja 100 g jääst ($m_j = 100$ g), et lõpptulemusena saadava vee temperatuur oleks $\Theta = 20$ °C? Jää ja vee esialgse segu temperatuur oli $t_0 = 0$ °C.

Aur satub jahedamasse keskkonda ning võib osa oma siseenergiast anda ära veele ja jääle. Kondenseerudes temperatuuril 100 °C (vee keemis- ja veeauru kondenseerumistemperatuur normaalrõhul), annab aur ära energia $m_a r$. Et meid huvitav segu lõpptemperatuur Θ on keemistemperatuurist madalam, võib aurust kondenseerunud vesi jahtuda edasi temperatuurini Θ, andes seejuures ära energia $m_a c(t_{keem} - \Theta)$.

Osa üleantud energiast ($m_j\lambda$) kulub jää sulamiseks temperatuuril 0 °C, teine osa aga $[(m_v + m_j)c(\Theta - t_0)]$ segu esialgse vee ja seejärel ka jää sulamisel tekkinud vee soojendamiseks temperatuurilt t_0 temperatuurini Θ. Soojusbilansi võrrandil on seega kuju

$$m_a r + m_a c(t_{keem} - \Theta) = m_j\lambda + (m_v + m_j)c(\Theta - t_0),$$

millest

$$m_a = \frac{m_j\lambda + (m_v + m_j)c(\Theta - t_0)}{r + c(t_{keem} - \Theta)}.$$

Lahendame ülesande SI ühikutes. Saadud valemis tuleb suurused asendada järgmiste arvväärtustega:

$m_j = 0{,}1$ kg, $m_v = 0{,}2$ kg, $t_0 = 273$ °K, $\Theta = 293$ °K,

$t_{keem} = 373$ °K, $c = 1\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg} \cdot \text{deg}} = 4190\ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{deg}}$, $\lambda = 80\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = 3{,}36 \cdot 10^5\ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$

ja $r = 540\ \frac{\text{kcal}}{\text{kg}} = 2{,}27 \cdot 10^6\ \frac{\text{J}}{\text{kg}}$.

$$m_a = \frac{0{,}1 \cdot 3{,}36 \cdot 10^5 + (0{,}2 + 0{,}1)\ 4190(293 - 273)}{2{,}27 \cdot 10^6 + 4190(373 - 293)} = 2{,}26 \cdot 10^{-2} \text{ kg}.$$

4. Sublimatsioon

Tahketel kehadel on üleminekuks gaasilisse olekusse kaks võimalust. Esimesel juhul tahke keha algul sulab ja alles siis aurub. Samal ajal võivad aga kõik ained ka sublimeeruda, s. o. minna tahkest olekust vahetult üle gaasilisse. Neil juhtudel võib ka «kondenseerumine» kulgeda ilma vedela faasita. Tavalistes tingimustes sublimeeruvad märgatavalt ainult vähesed ained (näiteks süsihappelumi, naftaliin, jood, kamper).

Sublimatsioon on seotud vastastikuses mõjustuses olevate aatomite või molekulide potentsiaalse energia suurenemisega ja ta võib kulgeda nii välise energia juurdevooluga kui ka ilma selleta aine tahke ja gaasilise oleku siseenergia ümberjaotumise tõttu (analoogiliselt mingi aine siseenergia ümberjaotumisega vedela ja gaasilise oleku vahel selle aine aurumisel). Energia, mida tuleb anda ühikulise massiga sublimeeruvale ainele (*sublimatsioonisoojus*), on alati võrdne antud aine sulamissoojuse ja aurumissoojuse summaga. Sellest järgneb väga tähtis järeldus, et aine siseenergia muutus üleminekul ühest agregaatolekust teise ei sõltu üleminekuviisist: kas algul tahkest olekust vedelasse ja seejärel gaasilisse või siis otseselt tahkest olekust gaasilisse. Öeldu näitab veel kord, kui otstarbekohane ja mugav on kasutada aine siseenergia mõistet.

Me osutasime sublimatsiooni ja aurumise analoogiale. Tõepoolest, sublimatsioon seisneb kõige «kiiremate» osakeste väljalendamises tahkest ainest, nende osakeste väljalendamises, mille kineetiline energia on piisav töö sooritamiseks tahke keha ülejäänud osakeste külgetõmbejõudude ületamisel. Pole raske taibata, miks seejuures aine vedelat olekut ei teki. Kui osakesed on nii «kiired» ja «energilised», et nad võivad «katki rebida» tahkele olekule iseloomulikud sidemed, siis ei jõua neid «kinni hoida» ka antud aine vedelale olekule iseloomulikud osakestevahelised sidemed. Need sidemed ei jõua lihtsalt tekkida. Võttes osa korrapäratust soojuslikust liikumisest, lendavad osakesed vastastikuseid külgetõmbejõude ületades kõikides suundades laiali, jõudes väga kiiresti üksteisest niisugustele kaugustele, mis vastavad antud aine gaasilisele olekule.

5. Oksüdeerumine

Keemilised reaktsioonid mõnede ainete oksüdeerumisel on eksotermilise iseloomuga: lähteainete summaarne siseenergia on suurem kui reaktsiooni tulemusena tekkivate produktide siseenergia. See energiate vahe eraldub soojusvahetuse teel reaktsiooniproduktide ja ümbritsevate kehade vahel. Näiteks võib mitmesuguste kütuste põlemisel saada suuri energiakoguseid, mida võib

kasutada vahetult mingisuguste teiste kehade siseenergia muutmiseks (soojendamiseks või agregaatoleku muutmiseks). Spetsiaalselt läbiviidavates protsessides võib siseenergia nimetatud muutumise arvel muuta teiste kehade (aurumasina või sisepõlemismootori kolvi, auru- või gaasiturbiini jne.) mehaanilist energiat, s. t. anda üle energiat mehaanilise töö näol.

Energiat, mis vabaneb ühikulise massiga aine täielikul oksüdeerumisel, nimetatakse selle aine *kalorsuseks* ehk *kütteväärtuseks* (q). Kui aine, mille mass on m, oksüdeerub ja seejuures eraldub soojusena energia ΔQ, siis

$$q = \frac{\Delta Q}{m} . \tag{15.4}$$

Kütteväärtuse mõõtühikud ühtivad sulamissoojuse ja aurumissoojuse ühikutega $\left(\frac{\text{J}}{\text{kg}}, \frac{\text{cal}}{\text{g}} \text{ ja } \frac{\text{kcal}}{\text{kg}}\right)$.

Ainete kütteväärtused määratakse tavaliselt katseliselt.

Tuleb silmas pidada, et oksüdeerumisreaktsioon ei tarvitse olla tingimata seotud mingi aine põlemisega õhus või puhtas hapnikus. Mõnedes rakettmootorites kasutatakse niisuguseid kõrge kalorsusega kütteaineid nagu etüülpiiritus+vedel hapnik, petrooleum+lämmastikhape, aniliin+lämmastikhape jne. Kui mingeid märkusi pole lisatud, siis loetakse «kütusteks», mille kütteväärtused on toodud tabelites, antud ainet koos õhuhapnikuga. Küttepuude kütteväärtus on 2400 $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$, bensiinil 10 600 $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$, antratsiidil 7240 $\frac{\text{kcal}}{\text{kg}}$ jne. ainult põlemisel õhuhapnikus. Kui hapendajaks on mingi teine aine, siis on kütteväärtused erinevad.

§ 16. AURUDE OMADUSED. ÕHUNIISKUS. KRIITILINE OLEK

1. Gaasisegud

Kasutades ideaalse gaasi oleku võrrandit ühe mooli kohta $pV = RT$ ja meenutades, et kilogramm-mool mistahes ainet sisaldab ühe ja sellesama arvu N_A molekule (või elemendi kilogramm-aatom ühe ja sellesama arvu aatomeid), võib tulla väga tähtsale järeldusele, et antud temperatuuril on gaasi rõhk võrdeline ta molekulide või aatomite kontsentratsiooniga. Tõepoolest, avaldame toodud seosest rõhu ja korrutame saadud võrrandi parema poole lugejat ja nimetajat Avogadro arvuga:

$$p = \left(\frac{R}{N_A}\right)\left(\frac{N_A}{V}\right) T.$$

Esimene tegur võrrandi paremal poolel on universaalne konstant, mida tähistame tähega k. Teine tegur on ruumalas V olevate osakeste arvu N_A jagatis selle ruumalaga. Saadud tulemus näitab aga gaasiosakeste kontsentratsiooni, s. o. gaasi ruumalaühikus olevate molekulide või aatomite arvu n. Seega

$$p = knT, \tag{16.1}$$

millest, võttes arvesse, et k=const, saame konstantse temperatuuri (T=const) korral:

$$p = \text{const} \cdot n. \tag{16.2}$$

Näeme, et ideaalse gaasi rõhk on antud temperatuuril võrdeline ta aatomite või molekulide kontsentratsiooniga. Seosed (16.1) ja (16.2) kehtivad iga ideaalse gaasi korral, sest nende tuletamisel ei arvestatud seda, kas gaas koosneb ühesugustest või erinevatest molekulidest või aatomitest, s. t. kas on tegemist ühe gaasiga või gaasiseguga.

Nüüd on selge ka *Daltoni seaduse* füüsikaline mõte. Daltoni seadus väidab, et gaasisegu summaarne rõhk võrdub ta komponentide *partsiaalrõhkude* summaga, s. t. nende rõhkude summaga, mida omaksid segu komponendid üksikult, kui nad üksteise järel täidaksid antud ruumala. Pumbates teatud rõhu all oleva gaasiga täidetud anumasse kas sedasama või mingisugust teist gaasi juurde, kasvab summaarne rõhk konstantsel temperatuuril võrdeliselt juurdepumbatavate osakeste arvuga. Mida rohkem on anumas osakesi, seda sagedamad on nende põrked seintega. Molekulaarkineetiliselt seisukohalt tähendab see aga anumat täitva gaasi või gaasisegu rõhu suurenemist. Et aatomite- või molekulidevahelised kaugused on aine gaasilise oleku korral nende endi mõõtmetest palju suuremad, siis võivad tühemikesse nende vahel paigutuda teised aatomid või molekulid.

Gaasiseguga kohtume praktikas väga sageli (õhk, küttesegud sisepõlemismootorites, heitgaasid jne.).

2. Küllastunud ja küllastumata auru saamistingimused ja omadused

Vedeliku vaba pinna kohal on alati selle vedeliku aurud, mis tekivad aurumise tõttu. Kui ruum, milles aur asub, ei ole piiratud seintega, siis liiguvad auruva aine aatomid või molekulid difusiooni teel kõikides suundades laiali. Auru võivad kaasa haarata ka õhu konvektsioonivoolud.

Hoopis teistsugune on aga olukord siis, kui vedeliku vaba pinna kohal olev ruum on piiratud. Kas see ruum on peale antud vedeliku auru täidetud veel ka teiste gaasidega, sel pole mingit tähtsust. Tähtis on hoopis teine asjaolu. Aurumine suletud ruumi

võib kulgeda ainult teatava piirini. Mida suuremaks muutub auruva aine aatomite või molekulide kontsentratsioon aurustunud olekus, seda suurem on ka auru rõhk konstantsel temperatuuril, seda suurem on ka auru osakeste põrkumiste arv mitte ainult anuma seintega, vaid ka vedeliku vaba pinnaga, mis kujutab endast ju üht auru piiravat seina. Seejuures satub osa aatomitest või molekulidest tagasi vedelikku. Kui vedeliku pinna kohal olev auruga täidetud ruum ei ole liiga suur ja kui vedelikku on küllaldaselt, võib tekkida dünaamiline tasakaal: teatud ajavahemiku jooksul vedelikust lahkuvate osakeste arv saab võrdseks vedelikku sama ajavahemiku jooksul tagasipöörduvate osakeste arvuga. Sel juhul püsib vedeliku pinna kohal kindel kogus küllastunud auru, kusjuures auru osakeste kontsentratsiooni pole antud tingimuste korral enam võimalik suurendada. Öeldust võib järeldada, et antud temperatuuril võib mingi aine küllastunud auru rõhk omada ainult teatud kindlat väärtust.

Küllastunud auru poolt hõivatud ruumala vähendamine konstantsel temperatuuril põhjustab osa auru kondenseerumise vedelikuks, sest osakeste kontsentratsioon ei tohi ületada antud temperatuurile vastavat teatud kindlat väärtust. Selle poolest erineb küllastunud auru isotermiline kokkusurumine küllastumata auru kokkusurumisest, sest viimane käitub hariliku ideaalse gaasina. Öeldust võib järeldada, et küllastunud auru korral Boyle-Mariotte'i seadus ei kehti.

Gay-Lussac'i seaduse rakendatavust pole mõtet analüüsida, sest küllastunud auru poolt hõivatud ruumala ei sõltu temperatuurist (kui mitte arvestada võimalust, et soojenemisel vedelik ja anum paisuvad erineval määral).

Küllastunud auru korral ei kehti ka Charles'i seadus. Ideaalse gaasi ja küllastumata auru isohoorilisel soojendamisel suureneb nende aatomite või molekulide keskmine kineetiline energia. Selle tulemusena sagenevad osakeste põrkumised anuma seintega, s. t. suureneb rõhk. Et aatomite või molekulide keskmine kineetiline energia on võrdeline ideaalse gaasi või küllastumata auru absoluutse temperatuuriga, siis on sellega võrdeline ka rõhk [vt. võrrand (14.14)]. Küllastunud auru isohoorilisel soojenemisel tõuseb auru temperatuur T ja suureneb osakeste kontsentratsioon n. Seetõttu suureneb küllastunud auru rõhk vastavalt võrrandile (16.1) märksa järsemalt.

Juhime tähelepanu sellele, et Boyle-Mariotte'i ja Charles'i seadused ei kehti küllastunud auru korral ühel ja selsamal põhjusel. Küllastunud aur ei allu neile seadustele seepärast, et isotermilisel ja isohoorilisel protsessil muutub auru mass. Clapeyron-Mendelejevi võrrandis (14.20) on mass m aga iseseisev tegur, mis võib olla nii konstantne kui ka muutuv suurus. Kui võrrandis (14.20) lugeda muutuvate suuruste p ja T (üldjuhul aga ka muutuva auru

ruumala V) kõrval muutuvaks ka auru massi m, siis võib seda võrrandit kasutada küllastunud auru mingi oleku kirjeldamiseks.

Kinnitada, et antud suletud anumas on mingi aine küllastunud aur, võib ainult juhul, kui anumas on seda ainet ka vedelas olekus ja kui ta mass ei muutu. Olgu meil näiteks suletud klaasanum ja palutagu meid ilma igasuguste mõõtmisteta määrata, kas anumas on küllastunud või küllastumata veeaur. Meil tuleb veidi aega oodata, kuni tekib soojuslik tasakaal anumas oleva gaasi ja anumat ümbritseva õhu vahel. Asi on selles, et me ei tea, missugune on temperatuur ruumis, kust anum toodi. Kinnises anumas oleva antud aurukoguse temperatuuri muutumine võib aga põhjustada küllastunud auru muutumise küllastamata auruks või vastupidi. Kui me pärast soojusliku tasakaalu saabumist ei märka anuma seintel kondenseerunud vee piisakesi, siis peame tegema järelduse, et anumas on küllastumata aur. Kui aga anuma seintel on veepiisad, siis võime kinnitada, et aur on küllastunud.

Küllastunud auru olemasolu tuleb arvestada teatud tüüpi vedelikmanomeetrite korral, milles vedeliku vaba pinna kohal on suletud ruum.

Ülesanne. Leida, kui suur viga tekib normaalse atmosfäärirõhu (p = 760 mm Hg) mõõtmisel temperatuuril 20 °C vedelikbaromeetriga, mis on täidetud 1) elavhõbedaga, 2) veega, 3) etüülpiiritusega ja 4) etüüleetriga, kui ei arvestata nende vedelike küllastunud auru rõhku «Torricelli tühikus».

Järgnevas tabelis on antud nimetatud vedelike tihedused (ϱ) ja küllastunud auru rõhud (p_{ka}) temperatuuril 20 °C:

Vedelik	ϱ, $\frac{g}{cm^3}$	p_{ka}, mm Hg
Elavhõbe	13,55	0,0013
Vesi	0,99	17,5
Etüülpiiritus	0,79	44,5
Etüüleeter	0,73	440

On teada, et üht ja sedasama välisrõhku tasakaalustavate erinevate vedelikusammaste kõrguste suhe maakera antud punktis on pöördvõrdeline nende vedelike tiheduste suhtega. Seega on vedelikusammaste kõrgused baromeetri torus nende vedelike küllastunud auru mõju arvestamata järgmised: elavhõbedal $h_1 = 760$ mm, veel $h_2 = 760 \cdot 13{,}55/0{,}99 = 10\,400$ mm, piiritusel $h_3 = 760 \cdot 13{,}55/0{,}79 = 13\,030$ mm ja eetril $h_4 = 760 \cdot 13{,}55/0{,}73 = 14\,100$ mm. Et vedeliku pinna kohal on ta küllastunud aur, siis vedeliku nivoo torus alaneb. Kasutatavate vedelike nivoode muutused küllastunud auru rõhu arvestamisel on järgmised: $\Delta h_1 = 0{,}0013$ mm, $\Delta h_2 = 17{,}5 \cdot 13{,}55/0{,}99 = 239$ mm, $\Delta h_3 = 44{,}5 \cdot 13{,}55/0{,}79 = 762$ mm ja $\Delta h_4 = 440 \cdot 13{,}55/0{,}73 = 8150$ mm. (Siin me viisime erinevate vedelike küllastunud auru rõhu, mis oli antud elavhõbedasamba miilimeetrites, üle ühikule «millimeetrit vastava vedeliku sammast».) Baromeetrite näitude suhtelised muutused (suhtelised vead) on järgmised:

$$\frac{\Delta h_1}{h_1} = \frac{0{,}0013}{760} = 0{,}000171\ \%;$$

$$\frac{\Delta h_2}{h_2} = \frac{239}{10\,400} = 2{,}3\%, \quad \frac{\Delta h_3}{h_3} = \frac{762}{13\,030} = 5{,}85\%,$$

$$\frac{\Delta h_4}{h_4} = \frac{8150}{14\,100} = 57{,}8\%.$$

Tulemuste võrdlemine näitab, et elavhõbe on baromeetri jaoks kõige sobivam vedelik mitte ainult seepärast, et tänu elavhõbeda suurele tihedusele on elavhõbebaromeetri mõõtmed kõige väiksemad, vaid ka seetõttu, et küllastunud auru olemasolust elavhõbeda pinna kohal tekkiv viga on kaduvväike ja mingeid parandusi pole vaja arvesse võtta.

Märgime muuseas, et teiste ainete aurude olemasolu elavhõbeda pinna kohal baromeetri torus muudab näidud ebatäpseteks. Kui elavhõbeda pinna kohal on küllastunud veeaur, siis alaneb elavhõbeda nivoo 17,5 mm võrra ja näidus tekkiv viga on 2,3%. Piirituse või eetri küllastunud aurud aga põhjustavad juba vastavalt 5,85% ja 57,8% suuruse vea.

3. Veeaur õhus

Maa atmosfääris on alati veeauru ja seda tuleb sageli arvestada. Eriti täpselt tuleb õhuniiskust määrata kinnistes või halva ventilatsiooniga ruumides, kuivatites jne. Osa inimorganismis hapendumisreaktsioonide tulemusena tekkivast soojusest antakse üle ümbritsevasse ruumi vee aurumise teel kopsude ja naha pinnalt. Kui inimene viibib pikemat aega küllastunud veeauruga täidetud ruumis, siis raskeneb soojusvahetus ja võib tekkida ebasoovitav keha ülekuumenemine.

Veeauru hulga kvantitatiivseks määramiseks õhus kasutatakse *absoluutse niiskuse* (f) ja *relatiivse niiskuse* (B) mõisteid.

Õhu absoluutseks niiskuseks nimetatakse suurust, mis arvuliselt võrdub ühes kuupmeetris õhus sisalduva veeauru hulgaga grammides. Absoluutne niiskus, mis on väljendatud grammides kuupmeetri kohta, erineb arvuliselt väga vähe samadel tingimustel mõõdetud veeauru partsiaalrõhust elavhõbedasamba millimeetrites.

Õhus sisalduva veeauru partsiaalrõhu p ja seda õhku antud temperatuuril küllastava veeauru rõhu p_{ka} protsentuaalset suhet nimetatakse relatiivseks niiskuseks:

$$B = \frac{p\ (\text{mm Hg})}{p_{ka}\ (\text{mm Hg})}\ 100\%. \qquad (16.3)$$

Nagu juba märkisime, ühtib p arvväärtus elavhõbedasamba millimeetrites praktiliselt f väärtusega, mis on avaldatud ühikutes g/m³. Relatiivse niiskuse arvutamisel valemi (16.3) järgi tuleb aga suurusi p ja p_{ka} mõõta ühesuguste ühikutega (mitte just tingimata ühikutes mm Hg!).

Ülesanne. Ruumis, mille ruumala $V = 50$ m³, on temperatuuril 20 °C õhu relatiivne niiskus $B_1 = 30\%$. Mitu grammi vett (m) tuleb selles ruumis aurustada, et õhu relatiivne niiskus selsamal temperatuuril oleks $B_2 = 60\%$? Küllastunud veeauru rõhk temperatuuril 20 °C $p_{ka} = 17{,}5$ mm Hg.

Relatiivne niiskus (mitte protsentides, vaid dimensioonita kümnendmurruna) on algul vastavalt võrrandile (16.3)

$$B_1 = \frac{p_1}{p_{ka}},$$

kus p_1 on veeauru partsiaalrõhk ruumis, avaldatuna ühikutes mm Hg. Seega

$$p_1 = p_{ka} B_1.$$

Tuletades meelde, et ühes kuupmeetris õhus sisalduva auru mass grammides on arvuliselt võrdne selle auru partsiaalrõhuga elavhõbedasamba millimeetrites, võime kirjutada:

$$f_1 = p_{ka} B_1,$$

kus f_1 ühikuks on $\frac{g}{m^3}$, p_{ka} ühikuks aga mm Hg. Analoogiline on võrrand ka teisel juhul. Kui õhu relatiivne niiskus on B_2, siis sisaldab iga kuupmeeter õhku f_2 grammi veeauru, kusjuures

$$f_2 = p_{ka} B_2.$$

Nüüd on selge, et õhu relatiivse niiskuse suurendamiseks väärtuselt B_1 väärtuseni B_2 on vaja igasse kuupmeetrisse õhku aurustada

$$m_1 = f_2 - f_1$$

grammi vett. Et ruumi maht on V m³, siis

$$m = m_1 V = (f_2 - f_1) V.$$

Arvestades f_1 ja f_2 avaldisi, saame:

$$m = p_{ka} V (B_2 - B_1).$$

Vee mass m saadakse selles valemis grammides, kui p_{ka} ühikuks on mm Hg, V aga on avaldatud kuupmeetrites ning B_1 ja B_2 kümnendmurdudena.

Asetades avaldisse arvväärtused, saame:

$$m = 17{,}5 \cdot 50 \cdot (0{,}6 - 0{,}3) = 262 \text{ g}.$$

Kui õhku juhtida kuuma veeauru, siis muutub õhu summaarse relatiivse niiskuse arvutus keerulisemaks, sest teiste parameetrite muutumise kõrval tõuseb õhu ja veeauru soojusvahetuse tõttu ka temperatuur nende poolt hõivatud ruumis. Selle tagajärjeks on aga küllastunud veeauru rõhu kasvamine.

4. Aine kriitiline olek

Mitmesuguste ainete aurude tugeva kokkusurumise katsed viivad väga tähtsatele järeldustele. Isegi ained, mis tavalistes tingimustes on gaasilises olekus (vesinik, lämmastik, süsihappegaas ja teised «gaasid»), ei allu suurtel rõhkudel Clapeyron-Mendelejevi ideaalse gaasi oleku võrrandile ja järelikult ka Boyle-Mariotte'i, Charles'i ja Gay-Lussac'i seadustele. Aine niisugust käitumist võib seletada, võttes arvesse molekulide ja aatomite mõõtmeid ja

suurtel rõhkudel (järelikult ka suure kontsentratsiooni korral) üksteisele märksa lähemal asetsevate gaasi osakeste vahel mõjuvaid jõude. Tekib küsimus: kas ei saaks kokkusurumise teel gaasi osakesi üksteisele sel määral lähendada, et need osakesed astuksid vedelale või tahkele olekule iseloomulikesse sidemetesse? Selgub, et teatud temperatuuril ja rõhul on see võimalik.

Vaatleme mingi vedela aine dünaamilist tasakaalu oma küllastunud auruga. Niisugune katse tuleb läbi viia muidugi suletud anumas. Igale temperatuurile, milleni me anumat soojendame, vastab teatud dünaamiline tasakaal vedeliku ja ta küllastunud auru vahel. Mida kõrgem on temperatuur, seda kõrgem on küllastunud auru rõhk vastavalt võrrandile (16.1), seda suurem on auruosakeste kontsentratsioon n ja seda suurem on küllastunud auru tihedus (see võrdub osakeste kontsentratsiooni ja ühe osakese massi korrutisega). Vedeliku tihedus soojendamisel aga väheneb vastavalt seosele (14.7). Teatud temperatuuril muutub antud aine tihedus vedelas ja gaasilises olekus ühesuguseks, kusjuures kaovad erinevused ka nende teiste omaduste vahel. Seda temperatuuri nimetatakse *kriitiliseks temperatuuriks,* sellele vastavat rõhku — *kriitiliseks rõhuks* ja aine olekut kriitilisel temperatuuril kriitilise rõhu all — *kriitiliseks olekuks.*

Temperatuuril, mis on kõrgem kui kriitiline, võib aine olla ainult gaasilises olekus, sest aine aatomite või molekulide soojusliikumise suured kiirused ei lase neil astuda vedelale või tahkele olekule iseloomulikesse sidemetesse. Kui tugevalt me seda ainet ka kokku ei suru, ikka jääb ta gaasiliseks.

Kokkusurumise teel võib mingit ainet veeldada ainult siis, kui ta temperatuur on kriitilisest madalam. Niisugusel juhul võib panna selle aine kondenseeruma, võttes selleks temalt ära osa ta siseenergiast.

Mõningaid aineid (vesinik, lämmastik, hapnik), mida tavaliselt nimetatakse gaasideks, ei kohta me harilikes tingimustes vedelatena ainult seetõttu, et nende kriitilised temperatuurid on väga madalad. Spetsiaalsete seadmete abil on võimalik neid viia mitte ainult vedelasse, vaid ka tahkesse olekusse.

§ 17. KOKKUVÕTE AINE EHITUSE KÄSITLEMISEST AATOMITE JA MOLEKULIDE «TASEMEL»

Aine ehituse atomaarne-molekulaarne teooria avardas suurel määral inimteadmiste piire. See teooria võimaldas seletada paljusid mitmesuguste kehade sees kulgevaid protsesse. Tuginedes suurte, makroskoopiliste kehade mehaanika põhialustele, võimaldas ta luua mikroskoopiliste osakeste, s. o. aatomite ja molekulide «mehaanika» alused.

Niisiis on meie teenistuses kaks suurt füüsika osa — makromaailma mehaanika (niisuguste kehade mehaanika, mille mõõtmed on nende koostisosakeste, s. o. aatomite ja molekulide mõõtmetest palju suuremad) ning molekulide kui väikseimate «jagamatute» aineosakeste ja aatomite kui väikseimate «jagamatute» elementideosakeste mikromaailma «mehaanika». Kas nendes maailmades kehtivad seadused on aga ühesugused?

Meenutades mõttekäike, mida me nende kahe maailma nähtuste analüüsil kasutasime, leiame, et neis on palju ühist. Makromaailma mehaanika seadused võimaldasid meil kõige detailsemalt hinnata masspunktide, kõvade kehade ja neist koosnevate süsteemide mehaanilist käitumist. Neidsamu seadusi püüdsime kasutada ka aatomite ja molekulide korral ja me lootused täitusid. Nende seaduste abil õnnestus seletada aines kulgevaid nähtusi. Paljud makromehaanika seadused ja mõisted olid kasutatavad ka mikromaailmas. Teistest põhjalikumalt käsitlesime universaalset energia jäävuse seadust, mis oli otsekui sillaks makro- ja mikromaailma vahel.

Võtnud kasutusele aine siseenergia mõiste, vaatlesime algul ainult ta kolme esimest komponenti — aatomite ja molekulide kulg-, pöörd- ja võnkliikumise kineetilist energiat, aatomite ja molekulide vastastikuse mõju potentsiaalset energiat ja keemilist energiat.

Aatomite ja molekulide kineetilist energiat (ainete vedela ja tahke oleku korral ka osakeste vastastikuse mõju potentsiaalset energiat) õnnestus siduda aine temperatuuri muutusega, kusjuures viimane oli uueks aine käitumist iseloomustavaks «mittemehaaniliseks» suuruseks.

Meil õnnestus hinnata aine geomeetriliste mõõtmete muutumist temperatuuri muutumisel.

Me märkisime, et tahkes olekus aine osakesed põhiliselt ainult võnguvad. Vaadeldes ainet vedelas olekus, juhtisime tähelepanu osakeste üheaegsele võnk- ja kulgliikumisele, gaaside korral aga ta aatomite ja molekulide kulgliikumisele, mitmest aatomist koosnevate molekulide pöörlemisele ja aatomite ning molekulide võnkumisele.

Aine aatomite või molekulide vastastikuse mõju potentsiaalse energia muutumine konstantsel temperatuuril võimaldas seletada aine agregaatoleku muutusi. Siseenergia muutumine keemilistes protsessides võimaldas seletada mõnede oksüdeerumisprotsesside praktilist kasutatavust energiaallikatena.

Vaadeldes koguenergia ülekandeprotsesse, veendume kahe ekvivalentse, kuid mitte samaväärse energia ülekandevormi — töö ja soojuse olemasolus. Suur põhimõtteline tähtsus on asjaolul, et kehade kui tervikute korrapärase mehaanilise liikumise muutumine kutsub alati esile nende osakeste korrapäratu soojusliku lii-

kumise intensiivistumise (töö arvel tekivad alati soojuslikud efektid), kehade siseenergia muutus aga võib rõhuval enamikul juhtudel ainult osaliselt üle minna mehaanilise energia muutuseks.

Juhtisime tähelepanu mikromaailma nähtuste iseloomulikele joontele — *osakeste suurele arvule* ja *liikumise korrapäratule iseloomule* — mis ei ole omased makromaailma mehaanikale. Selles seisnebki nende kahe maailma seaduspärasuste põhimõtteline erinevus. Juhuse seadused (tõenäosuse seadused) eristavad aatomite ja molekulide käitumist makroskoopiliste kehade käitumisest.

Soojusnähtuste analüüsil jätsime paljud detailid tähele panemata ja vaatlesime ainult neid fakte, mis kinnitavad suure hulga nähtuste seletamiseks kasutatavaid mudeleid ja skeeme. Aine ehituse detailide mittearvestamine tekitas suuri raskusi makrokehade mehaanikas. Täpselt samuti tekkisid omad raskused ka siis, kui me aine käsitlemisel eeldasime, et see koosneb jagamatutest molekulidest või aatomitest.

Me märkisime, kuigi seda alati arvesse ei võtnud, et aatomite ja molekulide vahel mõjuvad tõmbe- ja tõukejõud. Niisiis me arvestasime seda, *kuidas* osakesed üksteist mõjutavad, kuid *miks* see nii on, see jäi lahtiseks.

Sellele ja paljudele teistele küsimustele vastamiseks tuleb täpsustada osakeste käitumist aines. Seejuures tuleb «astuda uuele tasemele», tuleb võtta arvesse aatomi sisemise ehituse detaile, aatomi koostisosade käitumise seaduspärasusi. Laiendades veelgi aine koguenergia jäävuse ja muundumise seadust, võimaldab niisugune peensustesse laskumine käsitleda siseenergia uusi komponente, millest meil oli lühidalt juttu siseenergia koostisosade klassifitseerimisel.

Seni pole meil veel olnud võimalust antud kursuse raamides tõestada impulsi jäävuse seaduse kehtivust vastastikuses mõjustuses olevate aatomite ja molekulide korral. Võime ainult kinnitada, et see on tõepoolest nii ja et impulsi jäävuse seadus kehtib siin täpselt samuti nagu energia jäävuse ja muundumise seadus. Meie teadmiste süvenemisel ja täpsustamisel täpsustuvad ja süvenevad ka «jäävusseadused», mis jäävad alati kehtima, hoolimata sellest, missugusel «tasemel» me loodusnähtusi ka ei vaatle.

V. ELEKTER

§ 18. ELEKTRILAENGUD

1. Mis on elektrilaeng? Kust saadakse elektrilaenguid?

Neile küsimustele vastates kirjeldatakse mõnikord kehade elektriseerimise lihtsamaid katseid ja räägitakse uut liiki jõudude tekkimisest. Seejuures jääb mulje, et elektrilaengud tekivad kehadel mingisuguste manipulatsioonide tagajärjel. Just nimelt «tekivad»! Niisugune arvamus on aga põhimõtteliselt vale.

Tungides elektrinähtuste uurimisel aatomi sisemusse, räägime peamiselt selle kahest erinevast osast: aatom koosneb *tuumast* ja seda ümbritsevatest *elektronidest*. Elektrinähtuste analüüsiks on see täiesti küllaldane. Et aatomid ja neist koosnevad molekulid on tervikuna neutraalsed, siis peavad olema elektrilised omadused aatomi koostisosadel.

Elektrilaengud on kehade ja nende koostisosade elektriliste omaduste mõõduks. Elektrilaengu mõiste peegeldab objektiivseid fakte, peegeldab seda, mis on kehadele omane: mitte meie ei «loo» elektrilaenguid, vaid need on «tahutud» ainesse looduse enese poolt. Elektrilaengud on mateeria primaarseks omaduseks, primaarseks selles mõttes, et nad ei taandu teistele omadustele. Pärast elektrilaengute avastamist võis füüsika kirjeldada, uurida ning ennustada uusi nähtusi ja fakte. Nagu soojusnähtuste uurimist ei saadud täielikult taandada mikroosakeste mehaanikale, arvestamata mateeria uusi kvalitatiivseid omadusi (näiteks temperatuuri), nii nõudsid ka elektrinähtused mõnede uute omaduste arvestamist. Nende uute omaduste mõõduks ongi elektrilaengud.

Niisiis — elektrilaengud on omased kõigile kehadele ja mõnedele nende koostisosakestele. Elektrilaeng on olemas elektronil ja mõnedel teistel elementaarosakestel (millede kohta kuni viimase ajani arvati, et need ei koosne veelgi väiksematest osakestest). Aatomi tuuma laeng on määratud temas sisalduvate prootonite laenguga.

Varemõeldust võis järeldada, et mass kui mateeria üks põhiomadusi on peale kõige muu «keeruline» veel selle poolest, et

ta ei mõju vahetult inimese meeleelunditele. Niisugust võimet pole ka elektrilaengutel. Ja kui tekib vajadus öelda nende kohta midagi konkreetsemat, siis tuleb elektrilaenguid mõõta, võrreldes neid ühikuks võetud laenguga.

Looduslikuks elektrilaengute etaloniks võib olla elektroni laeng e, mida nimetatakse *elementaarlaenguks*. Selle väärtus SI- ja CGSE-süsteemi ühikutes on

$$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C} = 4{,}8 \cdot 10^{-10}\ \text{lü}.$$

Lihtsaimate elektrinähtuste uurimisel võib tuumade käitumise vaatlemisest loobuda ja lugeda, et peamist osa nendes nähtustes etendavad elektronid. Just elektronide ümberjaotumine aatomite ja molekulide vahel (ionisatsioon) või tervete kehade vahel (näiteks elektronide ümberjaotumise võimalus metalljuhtide vahel) seletab viimaste *elektriseerumist*, nende elektrilise tasakaalu rikkumist. Elektronide «puudujääki» ja «ülejääki» neutraalse olukorra suhtes tõlgendataksegi iooni või paljudest aatomitest (või molekulidest) koosneva keha positiivse ja negatiivse laenguna q, kusjuures see laeng võib olla ainult elementaarlaengu täisarv kordne: $q = ne$, kus $n = 1, 2, 3, \ldots$

Eespool rõhutasime, et mass kui mateeria omadus ei või «üle voolata», «rippuda», «lamada» või teha mingeid teisi «iseseisvaid» tegusid. Nende tegude eest on vastutavad massi materiaalsed kandjad — keha, aine, osakesed, väli, kuid mitte mass ise. Tõsi küll, «et mitte keelt risustada», kasutatakse mõnikord sõnade säästmiseks seda tüüpi väljendit, nagu «2 kilogrammi massi voolas maha», mille tinglikkusele me juba pöörasime tähelepanu.

Nüüd tuleb meil palju rääkida elektrilaengutest — kehade või mõnede osakeste uuest omadusest. Nagu mass, nii ei või arusaadavalt ka laengud «nihkuda», «paigal seista» või «rippuda». Kui meil aga massi mõiste kasutamisel õnnestus (ilma erilise sõnade kokkuhoiuta) nimetatud tinglikke lühendatud väljendeid vältida, siis antud juhul on seda juba tunduvalt raskem teha. Edaspidi räägime näiteks laengute «liikumisest» või «ümberjaotumisest», unustamata seejuures, et tegelikult võivad liikuda või ümber jaotuda ainult elektrilaengute kandjad — laetud kehad või osakesed. Elektrilistest ja magnetilistest nähtustest rääkides esinevad niisugused tinglikkused üsna sageli mitte ainult elektrilaengute puhul, vaid ka teistel juhtudel. (Näiteks räägitakse: «Ahelasse on lülitatud 2-mikrofaradine mahtuvus ja 4-millihenrine induktiivsus», «Vool läbib 300-oomist takistust», «Voltmeeter mõõdab pinget 170-oomise takistuse otstel» jne. selle asemel, et öelda: «Ahelasse on lülitatud kondensaator, mille mahtuvus on 2 μF, ja pool, mille induktiivsus on 4 mH», «Vool läbib juhti, mille takistus on 300 Ω», «Voltmeeter mõõdab pinget vooluringi osal, mille takistus on 170 Ω».)

2. Uued mudelid

Püüded elektrilisi nähtusi mingil määral näitlikumalt ette kujutada viisid niisugustele mõistetele nagu *«vabad»* ja *«seotud» elektrilaengud.* Elektrinähtuste uurimisel pühendatakse suurt tähelepanu *metalljuhtidele,* milles elektrilaengud võivad liikuda küllaltki vabalt. Metallide kristallivõre erineb teiste kristalsete ainete võrest selle poolest, et võre sõlmedes paiknevad positiivsed ioonid. Osa elektrone, mis kompenseerivad ioonide laenguid, pole kindla tasakaaluasendiga seotud ja nad võivad ioonide vahel vabalt «ujuda», olles analoogiliselt ideaalse gaasi aatomitega kaootilises kulgliikumises. Vabade laengute teiseks näiteks on hõõgniidist vaakuumi väljunud elektronid (näiteks elektronkiir televiisori kineskoobis). Selliseid vabu laenguid vaadeldakse masspunktidena (nende ruumilisi mõõtmeid ei arvestata), millel on peale massi veel elektrilaeng. Mõnikord räägitakse metallis või vaakuumis olevast *elektrongaasist,* mis koosneb ühesugustest elektronidest, kusjuures viimased üksteist peaaegu ei mõjustagi. Niisugune gaas käitub mehaanilises või soojuslikus mõttes nii nagu iga teinegi ideaalne gaas.

Teist liiki ainete — *dielektrikute* — käitumist ei saa vabalt liikuvate laengutega seletada. Dielektrikute molekulid jäävad tavaliste, mitte väga tugevate väliste elektriliste mõjude korral elektriliselt neutraalseks, s. t. elektronide lahtirebimist aatomite tuumadest ei esine. Sellest hoolimata alluvad aga need ained välistele elektrilistele mõjudele. Seda seletatakse neis olevate seotud laengutega, mida kujutatakse teineteisest teatud kaugusele jäävate, suuruselt võrdsete erinimeliste laengutena. Viimased võivad muuta küll oma suhtelist asendit, kuid ei saa end teineteisest lahti rebida. Niisugust seotud laengute mudelit (ehk *dipooli,* nagu seda nimetatakse) võib esitada kahe laetud masspunktina, mis asuvad teineteisest teatud kaugusel. Dipool võib pöörduda, tema laengute vaheline kaugus võib väheneda või suureneda, kusjuures teatud tingimustel (madalatel temperatuuridel ja nõrkade väliste elektriliste mõjude korral) ta ei lagune.

3. Elektrilaengute jäävuse seadus

Veel üheks jäävusseaduseks on *elektrilaengute jäävuse seadus* (ehk *printsiip*). Kui osakeste või kehade süsteem on kinnine (s. o. laengutevahetus vaadeldavasse süsteemi mittekuuluvate kehade või osakestega puudub), siis jääb summaarne elektrilaeng mistahes selles süsteemis toimuva protsessi korral muutumatuks. Elektrilaengud võivad kinnise süsteemi üksikute kehade vahel või üksiku keha piires ainult ümber jaotuda. Vastasmärgilist, kuid absoluutväärtuselt võrdset laengut kandvate osakeste paaride

«tekkimine» ja «hävimine» (neid protsesse vaatleme hiljem) allub samuti elektrilaengute jäävuse seadusele.

Puutega (ehk «hõõrdumisega») *elektriseerimine* on sisuliselt elektrilaengute ümberjaotamine kokkupuutuvate kehade vahel. Kui kaks keha olid kokkupuuteni elektriliselt neutraalsed, siis pärast puute tõttu toimuvat laengute ümberjaotumist on neil vastasmärgilised, kuid absoluutväärtuselt võrdsed laengud. Seda võib seletada vaid järgmiselt: üks keha kaotas niipalju elektrone, kuipalju teine keha sai. Villase riidetüki ja eboniitpulga kokkupuutel («hõõrdumine» on vaid paljukordne pulga ja villa karvade kokkupuute kordamine) tekib mõlemal kehal laeng. Eboniitpulgaga võib laadida näiteks elektroskoopi. Kui aga pärast seda puudutada elektroskoopi sellesama villase riidetükiga, siis elektroskoobi laeng kaob — erinimelised ja võrdsed laengud neutraliseeruvad.

Kuidas seletada kehade elektriseerumist kokkupuutel? Sellele küsimusele aitab vastata tuntud fakt: kokkupuutel jaotuvad laengud ümber ainult erinevate ainete vahel (eboniit — villane riie, klaas — siid jt.). Mitte kunagi ei elektriseeru kokkupuutel kaks samast ainest keha! «Vabad» elektronid (neid on ikkagi ka dielektrikutes) võivad kehast väljuda, kui nad ületavad keha teiste osakeste tõmbejõu. Erinevatel ainetel on need elektronide väljalendu takistavad jõud aga erinevad. Sellega seletubki elektriseerumine erinevate ainete kokkupuutel. Kui elektrone tugevamini hoidev aine on kontaktis teise ainega, millest elektronidel on kergem väljuda, siis laadub esimene negatiivse laenguga. Niisugused *kontaktnähtused* mängivad füüsikas ja tehnikas suurt rolli.

Laengute ümberjaotumine kehas, mis asub teise laetud keha läheduses (*elektrostaatiline induktsioon*), kinnitab samuti laengute jäävuse seadust: laengute algebraline summa jääb seejuures muutumatuks. Näiteks kui keha oli temas olevate elektrilaengute ümberjaotumiseni elektriliselt neutraalne, siis vastab tema ühele küljele koonduvale positiivsele laengule absoluutväärtuselt võrdne negatiivne laeng teisel küljel.

Seega võib igasuguse elektriseerimise korral rääkida kinnisest süsteemist (selleks süsteemiks võib olla ka üksik keha), mille summaarne elektrilaeng jääb konstantseks. Laengud võivad selle süsteemi üksikute osade vahel vaid ümber jaotuda.

§ 19. ELEKTRIVÄLI JA SELLE KARAKTERISTIKAD

1. Coulomb'i seadus — elektrostaatika põhiseadus

Neljandas paragrahvis pöörasime tähelepanu välja mõistele üldse, eriti aga gravitatsiooniväljale. Laetud kehade või üksikute elektronide näol esinevate liikumatute laengute vahel ruumis mõju-

vad jõud. Samanimelised laengud tõukuvad, erinimelised tõmbuvad. Materiaalset objekti, mille kaudu liikumatute elektrilaengute või laetud kehade vaheline mõju realiseerub, nimetatakse *elektrostaatiliseks väljaks*. See väli on materiaalne, tal on energia, mass ja teised mateeria tunnused ning ta on ruumis, kus asuvad teda tekitavad laengud, mingil viisil jaotunud.

Teatud laengu käitumise hindamisel ei pöörata konkreetses ülesandes sageli tähelepanu sellele, kui mitu laengut temale mõjuvad, kus nad asuvad jne. Viimaste summaarne mõju antud laengule taandub nende elektrostaatilise välja mõjule.

Kõik elektrostaatika kvantitatiivsed arvutused said võimalikuks pärast Coulomb'i seaduse avastamist. Ainult selle seaduse abil oli võimalik mõõta elektrilaenguid. Coulomb'il polnud oma klassikaliste katsete sooritamisel elektrilaengute jaoks mõõtu. Ta võis vaid keha laengut kaks korda vähendada: puudutades laetud keha täpselt samasuguse laadimata kehaga, jaotub laeng nende vahel võrdselt. Kui seejärel esimest keha puudutada veel kord samasuguse laadimata kehaga, siis on esialgne laeng vähenenud 4 korda jne. Esialgse laengu väärtus aga polnud teada.

Coulomb'i uurimustel mängis tähtsat osa Newtoni ülemaailmne gravitatsiooniseadus: Coulomb eeldas, et laengute vahel mõjuvad elektrijõud on analoogilised gravitatsioonijõududega.

Coulomb määras laetud kehade (kerade) vahel mõjuva jõu keerdkaaludega. Üks laetud kera oli kinnitatud liikumatult, teine aga peene elastse niidi otsas rippuva kerge isoleeritud varda külge. Jõud määrati niidi väändenurga järgi.

Märkimisväärne oli tõik, et laetud kehade vahel mõjuv elektrostaatiline jõud ei sarnanenud nende kehade vahel mõjuva gravitatsioonijõuga. Kuivõrd gravitatsiooniga kaasneb alati kehade tõmbumine, siis tuli Coulomb'i esimestes katsetes ilmnenud tõukumise põhjust otsida hoopis teise olemusega jõudude hulgast.

Nagu juba märgitud, võis absoluutses elektrostaatilises ühikute süsteemis CGSE Coulomb'i seaduse alusel liikumatute, teineteisest kaugusel r asuvate punktlaengute q_1 ja q_2 vahel mõjuva jõu

$$F = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \tag{19.1}$$

abil, kasutades mõningaid täiendavaid tingimusi, tuletada elektrilaengu (või elektrihulga) mõõtühiku. Võrrandis (19.1) esinev füüsikaline suurus ε, niinimetatud *keskkonna elektriline läbitavus* näitab, kui mitu korda on teineteisest kaugusel r asuvate punktlaengute q_1 ja q_2 vahel mõjuv jõud antud keskkonnas väiksem kui tühjuses. CGSE-süsteemis loetakse, et tühjuse elektriline läbitavus ε_t on ühega võrdne dimensioonita suurus ($\varepsilon_t = 1$). Mõõtes nüüd tühjuses teatud kaugusel r asetsevate võrdsete laengute $q_1 = q_2 = q$ vahel mõjuva jõu F, võib määrata laengu väärtuse valemist

$$q = r\sqrt{F} \,. \qquad (19.2)$$

Laengu väärtus on ühikuline ($q = 1$ lü), kui $r = 1$ cm ja $F = 1$ dyn.

Järelikult on CGSE-süsteemis elektrilaengul tuletatud ühik. See tuletatakse Coulomb'i seaduse (19.1) abil, arvestades, et F ja r mõõtühikud on võetud CGS-süsteemist ning tühjuse elektriline läbitavus ε_t on kokkuleppeliselt dimensioonita suurus, mis võrdub ühega.

Et SI ühikute kasutamisel muutuvad mitte ainult suuruste mõõtühikud, vaid ka paljud füüsika elektri- ja magnetismiosa võrrandid, analüüsime Coulomb'i seadust põhjalikumalt.

Kõige üldisemal juhul tuleb Coulomb'i seadus teineteisest kaugusel r asuvate punktlaengute q_1 ja q_2 vahel mõjuva jõu kohta kirjutada kujul

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} \,, \qquad (19.1')$$

kus k on võrrandisse kuuluvate suuruste mõõtühikute valikust sõltuv võrdetegur. Laengute vahel tühjuses mõjuva jõu arvutamiseks kirjutatakse võrrand (19.1′) kujul

$$F = k\frac{q_1 q_2}{\varepsilon_t r^2} \,. \qquad (19.1'')$$

Kasutades F ja r jaoks CGS-süsteemi «mehaanilisi» ühikuid, saab siit meelevaldsel eeldusel, et $\varepsilon_t = 1$, määrata absoluutse elektrostaatilise laenguühiku (1 lü), nagu on näidatud eespool.

Seega saab CGSE-süsteemi koostamisel võrrandis (19.1″) esinevate suuruste ühikute sobiva valikuga muuta võrdetegurit k dimensioonita suuruseks, mis võrdub ühega ($k = 1$).

SI-süsteemis on elektriliste ja magnetiliste suuruste mõõtmisel võetud põhiühikuks voolutugevuse ühik *amper* (vt. § 24, p. 3). Seejuures pole elektrilaengu tuletatud ühik *kulon* (C) määratud Coulomb'i seaduse alusel, vaid teisiti (vt. § 24, p. 3). Isegi kui eeldada, et võrrandis (19.1″) $\varepsilon_t = 1$ [võrrandis (19.1′) aga lugeda, et ε on iga keskkonna jaoks dimensioonita suurus], ei või tegurit k nüüd enam valida suvaliselt. Nüüd on see juba dimensiooniga suurus, mille väärtus erineb ühest. Tema dimensiooni on kerge määrata võrrandite (19.1′) ja (19.1″) järgi, arvestades, et SI-süsteemis on ε endiselt dimensioonita suurus. F mõõdetakse njuutonites, r meetrites, q_1 ja q_2 kulonites. Avaldades teguri

$$k = \frac{\varepsilon F r^2}{q_1 q_2} \,,$$

veendume, et ta mõõtühikuks on $\mathrm{N \cdot m^2/C^2}$.

Teguri k arvulise väärtuse leiame järgmise arvutuse teel. Oletame, et kaks võrdset 1 C suurust laengut ($q_1 = q_2 = 1\mathrm{C}$) asuvad

tühjuses ($\varepsilon = 1$) teineteisest $r = 1$ m kaugusel. Võrrandite (19.1′) või (19.2″) põhjal mõjub nende vahel jõud, mille suurus njuutonites väljendatuna on

$$F = k\left(\frac{\mathrm{N \cdot m^2}}{\mathrm{C^2}}\right)\frac{1\mathrm{C} \cdot 1\mathrm{C}}{(1\mathrm{m})^2} = k[\mathrm{N}].$$

Vastavalt võrrandile (19.1) on samade laengute vahel mõjuv jõud CGSE ühikutes

$$F = \frac{(3 \cdot 10^9\ \mathrm{lü})^2}{(100\ \mathrm{cm})^2} = 9 \cdot 10^{14}\ \mathrm{dyn} = 9 \cdot 10^9\ \mathrm{N},$$

sest $1\ \mathrm{C} = 3 \cdot 10^9$ lü, $1\ \mathrm{m} = 100$ cm ja $1\ \mathrm{N} = 10^5$ dyn. Ühe ja sellesama jõu F jaoks saadud avaldisi võrreldes näeme, et

$$k = 9 \cdot 10^9.$$

Paljude arvutuste hõlbustamiseks antakse SI-süsteemis tegur k murruna

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0},$$

kus 4π on dimensioonita arv, ε_0 aga nõndanimetatud *elektriline konstant:*

$$\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi k} = \frac{1}{4\pi 9 \cdot 10^9} = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{C^2}}{\mathrm{N \cdot m^2}}.$$

Arvestades öelduga, kirjutatakse Coulomb'i võrrand SI-süsteemi ühikutes kujul

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2}. \qquad (19.1''')$$

Suurust ε selles võrrandis nimetatakse tavaliselt *keskkonna suhteliseks elektriliseks läbitavuseks,* kuid sisuliselt on tal seesama mõte ja dimensioonita väärtus, mis keskkonna elektrilisel läbitavusel CGSE-süsteemis.

Võrreldes Coulomb'i seaduse (19.1) ja ülemaailmse gravitatsiooniseaduse (4.1) võrrandeid, märkame, et nad on kujult analoogilised ja kehtivad punktkehade (masspunktide või punktlaengute) või kerakujuliste kehade kohta. Laetud kehade vahelistel elektrostaatilistel jõududel on nagu gravitatsioonijõududelgi tsentraalne iseloom (nende mõjujooned on suunatud piki kehade tsentreid ühendavat joont) ja nad mõjuvad ilma kehade omavahelise vahetu kontaktita. Elektrostaatiliste jõudude ja gravitatsioonijõudude erinev olemus ilmneb eelkõige selles, et esimesed võivad olla nii tõmbe- kui ka tõukejõud, teised on aga alati tõmbejõud.

Laetud kehade vastastikuse mõjustuse täpsel arvutusel võib koos elektrostaatiliste jõududega arvestada muidugi ka gravitat-

sioonijõude. Väikese massiga kehade korral seda aga ei tehta, sest esimesed jõud on teistest palju kordi suuremad.

Ülesanne. Mitu korda erinevad kahe tühjuses asuva elektroni vahel mõjuvad elektrostaatilised jõud gravitatsioonijõududest?

CGSE-süsteemis kirjutame antud juhul Coulomb'i ülemaailmse gravitatsiooniseaduse võrrandid kujul

$$F_c = \frac{e^2}{r^2},$$

$$F = \gamma \frac{m^2}{r^2},$$

kus m on elektroni mass. Võrrandeid liikmete kaupa jagades saame valemi

$$\frac{F_c}{F} = \frac{e^2}{\gamma m^2}.$$

Pole raske näha, et valemi parem pool on dimensioonita suurus. Kasutades suuruste tabeliväärtusi CGSE ühikutes $e = 4{,}8 \cdot 10^{-10}$ lü, $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-8}$ cm^3/(g $\cdot$ s^2) ja $m = 9{,}11 \cdot 10^{-28}$ g, saame:

$$\frac{F_c}{F} = \frac{(4{,}8 \cdot 10^{-10})^2}{6{,}67 \cdot 10^{-8}(9{,}11 \cdot 10^{-28})^2} = 4{,}16 \cdot 10^{42}.$$

Nagu näeme, on nende jõudude erinevus, sõltumata elektronide vahelisest kaugusest, tohutult suur.

SI-süsteemis on arvutusvalemil teistsugune kuju. On selge, et

$$F_c = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r^2},$$

$$F = \gamma \frac{m^2}{r^2},$$

otsitav jõudude jagatis aga

$$\frac{F_c}{F} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \gamma m^2}.$$

Saadud valemi paremal poolel olevatel suurustel on SI-süsteemis järgmised väärtused: $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C, $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ C^2/(N $\cdot$ m^2), $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ m^3/(kg $\cdot$ s^2), $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ kg. Soovitame lugejal iseseisvalt kontrollida, et ülesande lahendamisel SI ühikutes saame sellesama vastuse.

Ühesuguste punktlaengute või laetud sfääriliste kehade vastastikusel mõjumisel tühjuses on gravitatsioonijõud elektrostaatiliste jõududega võrreldavad sel juhul, kui on täidetud tingimused

$$\gamma m^2 = e^2 \text{ (CGSE-süsteemis)},$$

$$4\pi\varepsilon_0 \gamma m^2 = e^2 \text{ (SI-süsteemis)}$$

ehk

$$e = m\sqrt{\gamma} \text{ (CGSE-süsteemis)},$$

$$e = 2m\sqrt{\pi\varepsilon_0 \gamma} \text{ (SI-süsteemis)}.$$

Asetades gravitatsioonikonstandi ja elektrilise konstandi asemele nende arvulised väärtused, saame:

$e = 2{,}58 \cdot 10^{-4} m$ ehk $m = 3870e$ (CGSE-süsteemis)

ja

$e = 8{,}6 \cdot 10^{-11} m$ ehk $m = 1{,}16 \cdot 10^{10} e$ (SI-süsteemis),

s. t. vastastikku mõjuvate kehade massid, väljendatuna grammides, peavad olema 3870 korda suuremad nende laengutest, mis on väljendatud absoluutsetes elektrostaatilistes ühikutes lü, või teisiti — vastastikku mõjuvate kehade massid kilogrammides peavad olema $1{,}16 \cdot 10^{10}$ korda suuremad nende kehade laengutest kulonites.

Ülesanne. Väike laetud kera tiirleb tühjuses liikumatu punktlaengu $q_1 = -5$ lü $= -1{,}67 \cdot 10^{-9}$ C poolt tekitatud külgetõmbejõu mõjul ühtlaselt nurkkiirusega $\omega = 5\ s^{-1}$ mööda ringi, mille raadius $r = 2$ cm $= 0{,}02$ m. Leida kera erilaeng.

Erilaenguks nimetatakse füüsikas keha laengu absoluutväärtuse ja keha massi jagatist.

Kui kera laeng on q ja mass m, siis tema erilaeng on $\frac{q}{m}$. Antud juhul täidab ringjoonel liikumiseks vajaliku kesktõmbejõu ülesannet elektrostaatiline jõud, s. t. peab kehtima jõudude võrdsus $F_c = F_{kt}$:

$$\frac{q_1 q}{r^2} = mr\omega^2 \text{ (CGSE-süsteemis)}$$

või

$$\frac{q_1 q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = mr\omega^2 \text{ (SI-süsteemis).}$$

Neist võrranditest võib leida otsitava suhte

$$\frac{q}{m} = \frac{r^2\omega^2}{q_1} \text{ (CGSE-süsteemis)}$$

või

$$\frac{q}{m} = \frac{4\pi\varepsilon_0 r^3\omega^2}{q_1} \text{ (SI-süsteemis).}$$

Saadud võrrandite vasakute poolte dimensioonid on

$$\frac{(\text{cm})\sqrt{(\text{dyn})}}{(\text{g})} = \text{g}^{-1/2} \cdot \text{cm}^{3/2} \cdot \text{s}^{-1} \text{ (CGSE-süsteemis)}$$

ja

$$\frac{(\text{C})}{(\text{kg})} \text{ (SI-süsteemis).}$$

Veendume, et paremate poolte dimensioonid on samasugused:

$$\frac{(\text{cm})^3 \cdot (\text{s}^{-1})^2}{(\text{cm})\sqrt{(\text{dyn})}} = \text{g}^{-1/2} \cdot \text{cm}^{3/2} \cdot \text{s}^{-1} \text{ (CGSE-süsteemis)}$$

ja

$$\frac{\left(\frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}\right) \cdot (\text{m})^3 \cdot (\text{s}^{-1})^2}{(\text{C})} = \frac{\text{C} \cdot \text{m}}{\text{N} \cdot \text{s}^2} = \frac{\text{C} \cdot \text{m}}{\left(\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}\right)\text{s}^2} = \frac{\text{C}}{\text{kg}} \text{ (SI-süsteemis).}$$

Asendades suurused nende absoluutväärtustega, saame:

$$\frac{q}{m} = \frac{2^3 \cdot 5^2}{5} = 40\ \mathrm{g^{-1/2} \cdot cm^{3/2} \cdot s^{-1}} \quad \text{(CGSE-süsteemis)}$$

või

$$\frac{q}{m} = \frac{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 0{,}02^3 \cdot 5^2}{1{,}67 \cdot 10^{-9}} = 1{,}33 \cdot 10^{-5}\ \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{kg}} \quad \text{(SI-süsteemis)}.$$

Coulomb'i seadust võib kasutada ka kehade vahel ümberjaotunud elektronide hulga illustreerimiseks.

Näiteks selgitame, kui suure jõuga tõmbuvad õhus kaks sentimeetrise läbimõõduga ($d=1$ cm) ühesugust tinakera, mis on paigutatud teineteisest $r=50$ cm kaugusele, kui ühe kera i g a l t aatomilt võetakse üks elektron ja kantakse teisele kerale.

Olgu aatomite arv ühes keras n, elektroni laengu absoluutväärtus e ja kerade laengud vastavalt q_1 ja q_2, siis on selge, et $q_1=+en$ ja $q_2=-en$ ning nende laengute vahel mõjuv elektrostaatiline jõud (CGSE-süsteemis)

$$F = \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^2} = \left(\frac{en}{r}\right)^2,$$

sest õhu jaoks võib lugeda $\varepsilon=1$ (õhu elektrilise läbitavuse täpne väärtus normaaltingimustel on 1,00059).

Aatomite arvu keras leiame järgmiste arutluste abil. Iga aine gramm-aatom sisaldab Avogadro arvuga N_A võrdse arvu aatomeid. Kui kera mass on m, siis gramm-aatomite arv on $\frac{m}{A}$ ja aatomite arv

$$n = \frac{m}{A} N_A.$$

Et kera diameeter ja aine on teada, siis

$$m = \frac{1}{6}\pi d^3 \varrho,$$

kus ϱ on seatina tihedus. Aatomite arv keras

$$n = \frac{\pi d^3 \varrho N_A}{6A}.$$

Asetades n-i avaldise viimasel kujul Coulomb'i seaduse võrrandisse, saame lõplikult:

$$F = \left(\frac{\pi d^3 \varrho N_A e}{6Ar}\right)^2.$$

Viimases valemis esinevate suuruste väärtused CGSE-süsteemis on järgmised: $d=1$ cm, $\varrho=11{,}34$ g/cm^3, $N_A=6{,}023 \cdot 10^{23}$ 1/g-aatom, $e=4{,}8 \cdot 10^{-10}$ lü, $A=207{,}21$ g/g-aatom ja $r=50$ cm. Jõud peab sel juhul väljenduma düünides, sest

$$\left(\frac{(\text{cm}^3)\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\cdot\frac{1}{\text{g-aatom}}\,\text{lü}}{\frac{\text{g}}{\text{g-aatom}}\,\text{cm}}\right)^2=\left(\frac{\text{lü}}{\text{cm}}\right)^2=\left(\frac{\text{cm}\sqrt{\text{dyn}}}{\text{cm}}\right)^2=\text{dyn}.$$

Asetades valemisse suuruste väärtused, leiame:

$$F=\left(\frac{3{,}14\cdot 1\cdot 11{,}34\cdot 6{,}023\cdot 10^{23}\cdot 4{,}8\cdot 10^{-10}}{6\cdot 207{,}21\cdot 50}\right)^2=2{,}75\cdot 10^{22}\ \text{dyn}.$$

SI-süsteemis avaldub jõud kujul

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\pi d^3\varrho N_A e}{6Ar}\right)^2=\frac{\pi}{144\varepsilon_0}\left(\frac{d^3\varrho N_A e}{Ar}\right)^2.$$

Asetades siia suuruste väärtused $\varepsilon_0=8{,}85\cdot 10^{-12}\ \text{C}^2/(\text{N}\cdot\text{m}^2)$, $d=0{,}01$ m, $\varrho=11340$ kg/m^3, $N_A=6{,}023\cdot 10^{26}$ 1/kg-aatom, $e=1{,}6\cdot 10^{-19}$ C, $A=207{,}21$ kg/kg-aatom ja $r=0{,}5$ m, saame:

$$F=\frac{3{,}14}{144\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}}\left(\frac{0{,}01^3\cdot 11340\cdot 6{,}023\cdot 10^{26}\cdot 1{,}6\cdot 10^{-19}}{207{,}21\cdot 0{,}5}\right)^2=$$
$$=2{,}75\cdot 10^{17}\ \text{N}.$$

Väljendades selle jõu tonnides, saame: $F=2{,}81\cdot 10^{16}$ kG$=2{,}81\cdot 10^{13}$ tonni!

Demonstratsioonkatsetel füüsikakabinetis on ülesande tingimustele vastavate mõõtmetega elektriseeritud kerasid näinud kahtlemata kõik. Kaugus nende vahel on tavaliselt mitu sentimeetrit, nii et $r=50$ cm pole meie ettekujutustega vastuolus. Ometi aga ei kohta me katsetel niisuguseid ülisuuri jõude. Mida sellest järeldada? Ainult seda, et kehade elektriseerimisel kokkupuute teel jaotub ümber ainult tühine osa temas olevatest vabadest elektronidest. (Öeldule tuleb lisada, et ka siis, kui me mingil teisel viisil prooviksime keradele anda laenguid $\pm en$, ei võiks nii suured elektrilaengud keradel säilida — kerasid ümbritsevas dielektrilises keskkonnas tekiks läbilöök.)

2. Väljatugevus — elektrivälja jõukarakteristika

Füüsikas kasutatakse laialdaselt «eri-» või suhtelisi suurusi (kiirus, kiirendus, tihedus, erikaal, soojuspaisumistegur, sulamissoojus, aurustumissoojus jne.). Nende jõudude jaoks, mis iseloomustavad kehadevahelist kontaktita vastastikust mõju, s. t. jõudude jaoks, mis realiseeruvad välja vahendusel, on otstarbekas kasutada väljatugevuse mõistet. Nagu juba märgitud (§ 5, p. 1), sõltub gravitatsiooniväljatugevus antud ruumipunktis ainult punkti ja välja allika (keha) vahelisest kaugusest. Täpselt seesama omadus on *elektrostaatilise välja tugevusel* (E) — füüsika-

lisel suurusel, mis mõõtub välja antud punkti paigutatud ühikulisele laengule mõjuva jõuga:

$$E = \frac{F}{q_0} . \tag{19.3}$$

Teades F ja q_0 ühikuid, võib sellest võrrandist tuletada väljatugevuse ühiku ükskõik millises ühikute süsteemis. CGSE-süsteemis on väljatugevuse absoluutse elektrostaatilise ühiku (1 dyn/lü) dimensiooniks

$$1\frac{\text{dyn}}{\text{lü}} = 1\frac{\sqrt{\text{dyn}}}{\text{cm}} = 1\ \text{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{cm}^{-\frac{1}{2}} \cdot \text{s}^{-1}.$$

Et SI-süsteemis mõõdetakse jõudu njuutonites ja laengut kulonites, siis on elektriväljatugevuse ühiku nimetuseks siin N/C ehk V/m, sest $\frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{C} \cdot \text{m}} = \frac{\text{J}}{\text{C} \cdot \text{m}}$, $\frac{\text{J}}{\text{C}} = \text{V}$ (vt. käesoleva paragrahvi 4. punkt) ja järelikult $\frac{\text{N}}{\text{C}} = \frac{\text{V}}{\text{m}}$. Arvestades, et $1\text{N} = 10^5$ dyn ja $1\text{C} = 3 \cdot 10^9$ lü, saame SI- ja CGSE-süsteemi väljatugevuse ühikute vahelise seose

$$1\frac{\text{V}}{\text{m}} = \frac{10^5\ \text{dyn}}{3 \cdot 10^9\ \text{lü}} = \frac{1}{3 \cdot 10^4}\ \frac{\text{dyn}}{\text{lü}} .$$

Et väljatugevus on määratud laengule mõjuva jõuga, siis on ta elektrivälja jõukarakteristikaks. Teades väljatugevust ruumi antud punktis, võib alati leida igale selles punktis asetsevale laengule mõjuva jõu.

Arvestades elektrostaatilise jõu nagu iga teise jõu vektoriseloomu, võib võrrandi (19.3) esitada vektorkujul:

$$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}}{q_0} . \tag{19.4}$$

See näitab, et elektriväljatugevus on vektor. *Väljatugevuse vektori* $\boldsymbol{E}$ suund ühtib elektrostaatilise jõu vektori $\boldsymbol{F}$ suunaga. Et välja antud punkti paigutatud laengule mõjuva jõu suund sõltub selle laengu märgist, siis loeme kokkuleppeliselt, et väljatugevuse suund on positiivne, kui ta ühtib positiivsele laengule mõjuva jõu suunaga.

Asetsegu keskkonnas, mille elektriline läbitavus on ε, punktlaeng q (või niisama suure laenguga laetud sfääriline keha). Võrrandite (19.3), (19.1) ja (19.1‴) kasutamisel saame valemid, mille järgi võib arvutada väljatugevust ruumipunktis, mis jääb laengust (või sfäärilise keha tsentrist) kaugusele r:

$$E = \frac{q}{\varepsilon r^2}\ \text{(CGSE-süsteemis)} \tag{19.5}$$

ja

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 \varepsilon r^2}\ \text{(SI-süsteemis)}. \tag{19.5'}$$

Kui keskkonnaks on tühjus, siis on väljatugevus samadel tingimustel ε korda suurem:

$$E_0 = \frac{q}{r^2} \text{ (CGSE-süsteemis)}$$

ja

$$E_0 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \text{ (SI-süsteemis)},$$

sest ainult tühjuses on $\varepsilon = 1$, kõikides teistes keskkondades aga $\varepsilon > 1$.

Seoses öelduga juhime tähelepanu kahele tähtsale asjaolule. Antud laengu elektriväljatugevus ei sõltu mitte ainult vaadeldava punkti asukohast väljas (kauguse r mõju), vaid ka sellest, millises aines on see väli. Aine mõjub aktiivselt elektriväljale ja muudab seda. Aine suhteline elektriline läbitavus ε (CGSE-süsteemis elektriline läbitavus) ongi selle mõju mõõduks. Ta näitab, kui mitu korda on teatud laengu elektriväljatugevus ainega täidetud ruumi valitud punktis väiksem kui tühjuses. Suuruse ε mõtte võib kindlaks määrata ka otseselt Coulomb'i seadusest, võrreldes laengutevahelisi jõude antud aines ja samadel tingimustel tühjuses. Aine nõrgendab alati elektrivälja mõju laengule.

Jõujooned. Väljatugevuse mõiste kasutamisel on mugav kujutada elektrivälja graafiliselt *jõujoonte* abil. Jõujoone iga punkti puutuja ühtib väljatugevuse sihiga selles punktis. Kokkuleppeliselt on hakatud joonistama jõujooni neis kohtades tihedamini, kus väljatugevus on suurem. *Homogeenne väli,* kus väljatugevus on välja igas punktis võrdse väärtusega ja samasuunaline, on kujutatav paralleelsete, üksteisest võrdsel kaugusel asuvate jõujoontega.

Elektrostaatika ei tegele küll elektrilaengute liikumise uurimisega, kuid ta võimaldab selgitada võimaliku liikumise põhjust ja iseloomu. Olgu tühjuses liikumatu punktlaengu q elektriväli, kus laengust kaugusel r asub masspunkt, mille laeng on q_0 ja mass m. Kui punkt pole kinnitatud, siis hakkab ta elektrostaatiliste jõudude mõjul liikuma kiirendusega

$$a = \frac{q_0 E}{m} = \frac{q_0 q}{m r^2} \text{ (CGSE-süsteemis)}$$

ehk

$$a = \frac{q_0 q}{4\pi\varepsilon_0 m r^2} \text{ (SI-süsteemis)}.$$

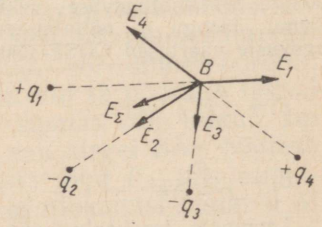
Punkti lähenemisel laengule q (kauguse r vähenemisel) kiirendus suureneb, punkti kaugenemisel (r suurenemisel) aga väheneb. Tähendab, vaba punktlaeng liigub teise punktlaengu väljas alati kiirenevalt, kusjuures laengutevahelise kauguse muutumisel muutub ka kiirendava jõu väärtus.

Paigalseisust algav laetud masspunkti ühtlaselt kiirenev sirgjooneline liikumine on võimalik ainult homogeenses elektriväljas, mille väljatugevus on punkti kõigis asukohtades ühesugune ($\boldsymbol{E}=\text{const}$).

Jõujooned aitavad meid mitte ainult liikumatute laengute, vaid ka elektrostaatiliste jõudude poolt põhjustatud liikumise analüüsil. Kui sirgete jõujoontega elektriväli mõjuks liikumatule vabale laengule või juba liikuvale laengule, mille liikumise suund ühtib (või on vastassuunaline) välja jõujoonte suunaga, siis toimub liikumine just mööda jõujoont. Seega on niisugusel erandlikul juhul jõujooned ühtlasi ka punktlaengu liikumise trajektooriks.

Mitme laengu väli. Jõudude mõju sõltumatuse printsiip kehtib ka elektrilaengute vastastikusel mõjumisel. Kui antud laeng asetseb mitme laengu elektriväljas, siis mõjub igaüks neist antud laengule teistest sõltumatult ja iga laengu mõju määratakse vastavalt Coulomb'i seadusele (19.1) või (19.1‴).

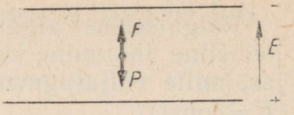
Seoses öelduga tekib võimalus rääkida mitme laengu mõju resulteerivast jõust ja mitme laengu resulteerivast väljatugevusest antud ruumipunktis. Väljatugevusi tuleb summeerida geomeetriliselt rööpküliku või hulknurga juhise järgi. Seejuures on tingimata vaja arvestada laengute märke, sest nendest sõltub väljatugevuse vektori suund. Positiivse laengu väljatugevuse vektor on suunatud laengust eemale, negatiivsel aga laengu poole. Nelja laengu (q_1, q_2, q_3, q_4, joon. 69) elektrivälja summaarse väljatugevuse leidmiseks punktis B tuleb geomeetriliselt liita neli vektorit $\boldsymbol{E}_1$, $\boldsymbol{E}_2$, $\boldsymbol{E}_3$ ja $\boldsymbol{E}_4$.



JOON. 69

Kui välja allikaks pole punktlaeng, vaid laetud lõplike mõõtmetega keha, siis arvutatakse väljatugevus mingis ruumipunktis keha üksikute punktide väljatugevuste geomeetrilise summana. Selleks jaotatakse keha väikesteks osadeks, mille mõõtmed on palju väiksemad nende kaugustest vaadeldava ruumipunktini, kusjuures iga väikest osa vaadeldakse punktlaenguna.

Ülesanne. Kahe laetud horisontaalse plaadi vahelises homogeenses elektriväljas asub osake, mille mass $m=0{,}01$ g ja laeng $q=+10$ lü (joon. 70). Kui suur peab olema väljatugevus, et osakesele mõjuv elektriline jõud tasakaalustaks osakese raskusjõu?



JOON. 70

Et osakese raskusjõud on suunatud vertikaalselt alla, siis peab elektrivälja jõud olema suunatud üles. Osakese positiivse laengu korral saame niisuguse jõu, kui laeme alumise plaadi positiivse ja ülemise negatiivse laenguga. Plaatide elektriväljatugevuse vektor on siis suunatud üles. Osakese tasakaalu tingimuse võime kirjutada kujul $F=P$ ehk $qE=mg$, millest

$$E=\frac{mg}{q}.$$

Asendades suurused nende väärtustega CGSE-süsteemi ühikuis, saame:

$$E=\frac{0{,}01\cdot 981}{10}=0{,}981\ \frac{\text{dyn}}{\text{lü}}.$$

SI-süsteemis $q=\frac{1}{3}\cdot 10^{-8}$ C, $m=10^{-5}$ kg, $g=9{,}81$ m/s^2. Väljatugevuse valem ei muutu ja

$$E=\frac{10^{-5}\cdot 9{,}81}{\frac{1}{3}\cdot 10^{-8}}=2{,}94\cdot 10^4\ \frac{\text{N}}{\text{C}}=2{,}94\cdot 10^4\ \frac{\text{V}}{\text{m}}.$$

Ülesanne. Kaks punktlaengut $q_1=+10$ lü ja $q_2=+40$ lü asetsevad teineteisest $r=10$ cm kaugusel. Millisesse laenguid läbiva sirge punkti peab paigutama punktlaengu $q_3=+1$ lü, et ta jääks tasakaalu? Keskkonnaks on tühjus.

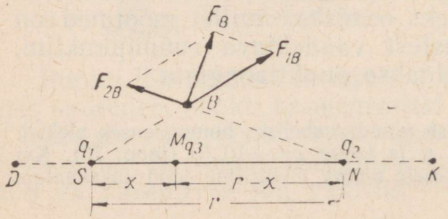
Tähistame punkti M kauguse laengust q_1 x-ga (joon. 71), siis punkti kaugus laengust q_2 on $r-x$. Punktis M mõjuvad kahe laengu väljad ja laengu q_3 tasakaal on võimalik juhul, kui summaarne väljatugevus on võrdne nulliga. Laengu q_1 väljatugevuse vektor $\boldsymbol{E}_1$ on suunatud paremale (laeng on positiivne), laengu q_2 väljatugevuse vektor $\boldsymbol{E}_2$ aga vasakule. Nende väljatugevuste väärtused CGSE-süsteemis arvutame valemist (19.5):

$$E_1=\frac{q_1}{x^2},$$

$$E_2=\frac{q_2}{(r-x)^2}.$$

Laengu q_3 tasakaalustamisel peavad nende väljatugevuste väärtused olema võrdsed:

$$\frac{q_1}{x^2}=\frac{q_2}{(r-x)^2}.$$



JOON. 71

[Lugejad võivad kergesti veenduda, et väljendades E_1 ja E_2 väärtused SI-süsteemis valemi (19.5′) järgi, jõuame samale võrrandile.]

Lahendades selle võrrandi x suhtes, saame:

$$(q_1-q_2)x^2-2q_1rx+q_1r^2=0,$$

millest

$$x_{1,2}=r\,\frac{q_1\pm\sqrt{q_1q_2}}{q_1-q_2}\,.$$

Sulgudes seisev avaldis on dimensioonita. Asetades valemisse suuruste väärtused, leiame:

$$x_1=10\,\frac{10+\sqrt{10\cdot 40}}{10-40}=-10\text{ cm},$$

$$x_2=10\,\frac{10-\sqrt{10\cdot 40}}{10-40}=3{,}33\text{ cm}.$$

Arusaadavalt sobib ainult teine lahend x_2, sest laengu q_1 negatiivne kaugus punktist M vastab tema asendile laengust q_1 vasakul (laeng q_3 on asetatud näiteks punkti D), kus laengutega q_1 ja q_2 samanimelise vaba laengu q_3 tasakaal pole võimalik. Tõepoolest, laengud q_1 ja q_2 mõjuvad sel juhul laengule q_3 vasakule suunatud jõududega. Nende jõudude resultandi mõjumisel ei või vaba laeng q_3 seista paigal, vaid ta liigub vasakule.

3. Vabade elektrilaengute süsteemi püsiva tasakaalu võimatus

Selgitame, kas laengu q_3 tasakaal punktis M (vt. viimast ülesannet) on püsiv. Kui mingid välisjõud nihutavad teda mööda sirget SN, siis pöördub ta tagasi punkti M, sest sel juhul suureneb laengu q_1 ja väheneb laengu q_2 tõukejõud, või ümberpöördult. Kuid laengu q_3 tasakaal on püsiv vaid siis, kui ta pöördub tagasi punkti M pärast nihutamist m i s t a h e s suunas. Mis juhtub, kui laeng q_3 nihkub mingisse punkti, mis ei asu sirgel SN? Näiteks mõjub laengule punktis B tasakaalustamata jõud F_B, mis eemaldab teda punktist M. Analüüsides laengu q_3 nihkumist punktist M punkti, mis on allpool joont SN, või punkti, mis asub selle pikendusel laengute q_1 ja q_2 asukohtade taga (näiteks joonisel 71 punktid D ja K), tuleme järeldusele, et v a b a l a e n g u t a s a k a a l t e i s t e l a e n g u t e v ä l j a s p o l e p ü s i v. Erinimeliste laengute korral jõuame samale järeldusele.

Nüüd on selge, et looduses eemalduvad vabad samanimelised elektrilaengud üksteisest erinevates suundades lõpmata suurtele kaugustele, erinimelised aga tõmbuvad kokku ühte punkti ja neutraliseeruvad.

Meenutades, et iga aine aatomid koosnevad laetud osakestest — positiivselt laetud tuumast ja negatiivselt laetud elektronidest, võib küsida: miks aatomid on stabiilsed moodustised, miks

elektronid ei lange tuuma või ei lenda suvalises suunas laiali, miks laetud osakestest koosnev aine ei purune ega hävi?

Coulomb'i seadus ei luba vabadel laengutel olla stabiilses tasakaalus, sellega analoogiline gravitatsiooniseadus aga ei luba kehadel olla püsivas tasakaalus maailmaruumis. Kuu peab langema Maale, kõik päikesesüsteemi planeedid peavad langema Päikesele ja üldiselt kõik maailmaruumi kehad peavad koonduma, põrkama ühes kohas kokku, sest vastastikused tõmbejõud kisuvad neid üksteise poole. Meie aga teame kindlalt, et aatomid ja maailmaruumi kosmilised süsteemid ei kao, et nad eksisteerivad ääretult palju aastaid ja «ei mõtlegi» kaduda.

Kuidas lahendada meie arutlustes tekkivaid vastuolusid? Viimased kaovad kohe, kui arvestada asjade reaalset olukorda looduses. Maailmaruumi kehade ja aatomi koostisosade «püsiv naabrus» on võimalik nende pideva liikumise tõttu! Kuu kukuks Maale, kui ta vaid hetkekski peatuks; elektronid, katkestades oma liikumise tuuma ümbritsevatel orbiitidel, langeksid tuuma jne. Seetõttu peame üheks mateeria eksisteerimise aluseks tunnistama liikumise. Liikumine on mateeria eksisteerimise üheks vormiks! Mateeriat ilma liikumiseta ei eksisteeri!

Meilt võidakse küsida: aga kuidas seletada tuntud fakti laengute püsivast tasakaalust juhtidel? Tõepoolest, näiteks metallkera elektriseerimisel eboniitvardaga täheldatakse ainult esimesel momendil temal laengute ümberjaotumist, hiljem aga tekib nende staatiline tasakaal. Nad jaotuvad kera pinnal ja mitte mingisugust laengute liikumist ei ilmne.

Niisugusele küsimusele pole raske vastata. Asi on selles, et kerale antud laengud p o l e v a b a d. Kerale sattudes asuvad nad kera kõikide osakeste elektriväljas, mis neid tõmbab. Kera elektriliselt neutraalne aine võib hoida laenguid nii, nagu neutraalne aatom võib kaotada osa oma elektronidest või hoida elektrone, mis on korjatud ionisatsiooniprotsessis teistelt aatomitelt.

Kui kerale on väljastpoolt antud teatud hulk elektrone, siis «püüavad» need tõukudes eemalduda üksteisest võimalikult kaugemale. Laengute püsiv tasakaal kera aine ja kerale antud elektronide summaarses elektriväljas saavutatakse nende vastastikuse mõju potentsiaalse energia miinimumi korral. Sellele potentsiaalse energia miinimumile vastabki nende asetus juhi pinnal.

On kergesti mõistetav, et juhile antud e l e k t r o n i d paiknevad juhi pinnal. See seletub nende hea liikuvusega ja vastastikuste tõukejõudude mõjuga. Kuidas aga seletada p o s i t i i v s e l a e n g u paiknemist juhi pinnal? Asuvad ju näiteks metalljuhi kristallivõre sõlmedes positiivsed ioonid, milledel pole elektronide liikuvust. Ioonid küll võnguvad võre sõlmede ümber, kuid kulgevalt liikuda kogu keha ulatuses nad ei saa. Seletus peitub jälle elektronide liikuvuses. Juhi elektriseerimisel positiivse laenguga kõrvaldatakse temast osa elektrone. Juhile jäänud elektronidele

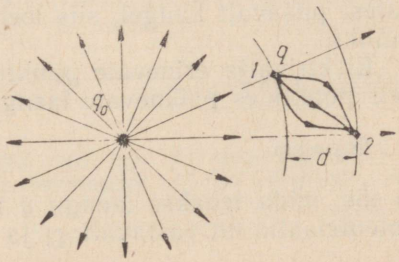
mõjub juhi aine summaarne väli suurema külgetõmbejõuga kui elektriliselt neutraalses olukorras. Kui aga hakkavad mõjuma tõmbejõud, siis «püüavad» need elektronide vastastikuse mõju potentsiaalse energia miinimumi tagamiseks «koondada» neid väiksemasse ruumalasse. Juhile jäänud elektronid püüdlevad tema sisemusse nii nagu vedeliku molekulide vastastikusel tõmbumisel vedeliku pind püüab alati omada minimaalset pindala. Elektronide «äratõmbamine» juhi pinnalt viib elektronide «puudujäägini», mida tõlgendatakse positiivse laengu jaotumisena juhi pinnal.

4. Elektrivälja energeetiline karakteristika

Laengu nihketöö elektrostaatilises väljas. Seisvate elektrilaengute ($v=0$) vaatlemisel elektrostaatikas pole vaja rääkida nende kineetilisest energiast või selle muutumisest. Laengute vastastikuse mõju potentsiaalne energia aga osutub väga tähtsaks karakteristikaks. See energia sõltub vastastikku mõjuvate kehade suhtelisest asendist. Vastastikuse mõju iseloom on antud juhul määratud Coulomb'i seadusega.

Ülemaailmse gravitatsiooniseaduse kohaselt Maaga vastastikuses mõjus ja Maa tsentrist erineval kaugusel olevatel kividel on erinev potentsiaalne energia. Vedru osakestel, mis mõjustavad üksteist elastsete jõududega, on sõltuvalt deformatsioonist samuti erinev potentsiaalne energia. Nii sõltub ka elektrilaengu q potentsiaalne energia kaugusest teise laenguni q_0. Elektrilise vastastikuse mõju potentsiaalse energia muutuse mõõduks on endiselt töö, mis on vajalik laengu q nihutamiseks kiirust muutmata ühest asendist teise, laengu q_0 elektrivälja ühest punktist teise. Et see töö mõõdab välja eri punktides asuva laengu potentsiaalse energia vahet, siis võib punkti, kus potentsiaalset energiat loetakse nulliks, valida vabalt.

Olgu elektrivälja allikaks liikumatu laeng q_0. Me mõõdame tööd ΔA, mis on vajalik mitmesuguste laengute q nihutamiseks selle välja punktide 1 ja 2 vahel (joon. 72). Kui potentsiaalne energia punktides 1 ja 2 on vastavalt W_{p1} ja W_{p2}, siis võrdub töö nende energiate vahega: $\Delta A = W_{p1} - W_{p2}$. Elektrostaatilise välja jõudude poolt tehtud tööd loetakse kokkuleppeliselt posi-



JOON. 72

tiivseks, välisjõudude tööd (elektrostaatiliste jõudude ületamiseks) aga negatiivseks. Samanimeliste laengute q ja q_0 korral on laengu q eemaldumisel laengust q_0 töö positiivne (laeng q tõukub laengult q_0), laengute lähenemisel aga negatiivne (laengut q peab laengule q_0 lähendama välisjõududega). Kui laengud on erinimelised, siis muutuvad töö märgid vastavalt vastupidisteks.

Erineva suurusega laengute q nihketöö laengu q_0 väljas punktide 1 ja 2 vahel sõltub nihutatava laengu suurusest ja on viimasega alati võrdeline. Selle töö suurepäraseks omaduseks on tema sõltumatus laengu q trajektoori kujust punktide 1 ja 2 vahel. Missugune see trajektoor ka ei oleks, sõltub töö ikka ainult punktide 1 ja 2 asukohast. Antud juhui määratakse töö punktidevahelise vähima kaugusega, mis on mõõdetud piki ühte neid punkte läbivat välja jõujoont. Torkab silma täielik analoogia kehade nihketööga gravitatsiooniväljas. Ka seal ei sõltu töö tee kujust ja on määratud alg- ning lõpp-punkti vahelise kaugusega, mis on mõõdetud vastastikku mõjuvate kehade tsentreid ühendava joone suunas.

Potentsiaal ja potentsiaalide vahe. Jagades töö ΔA nihutatava laenguga q, saame laengu q_0 välja kahe antud punkti karakteristika, mis ei sõltu enam nende vahel nihutatavate laengute väärtusest. Saadud jagatist nimetatakse nende kahe punkti *potentsiaalide vaheks:*

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\Delta A}{q} = \frac{W_{p1}}{q} - \frac{W_{p2}}{q}. \qquad (19.6)$$

Elektrostaatilise välja *punkti potentsiaali* all mõistetakse füüsikalist suurust, mis mõõtub temas paikneva ühikulise laengu potentsiaalse energiaga:

$$\varphi = \frac{W_p}{q}. \qquad (19.7)$$

Kui antud välja mingis punktis asetsevate laengute potentsiaalne energia võetakse vabalt võrdseks nulliga ($W_p = 0$), siis on ka selle punkti potentsiaal vastavalt võrrandile (19.7) võrdne nulliga ($\varphi = 0$). Tavaliselt loetakse nulliks laengu q_0 välja nende punktide potentsiaali, mis asuvad laengust lõpmata kaugel. Et maapinna punktid on enamiku praktiliste katsete korral välja allikatest piisavalt kaugel, siis loetakse nende punktide potentsiaali nulliks.

Elektrivälja erinevate punktide potentsiaale teades võib leida neis punktides paiknevate laengute q potentsiaalse energia

$$W_p = q\varphi \qquad (19.8)$$

ja töö, mida tehakse laengu q nihutamisel punktide vahel, mille potentsiaalid on vastavalt φ_1 ja φ_2:

$$\Delta A = q(\varphi_1 - \varphi_2) = qU. \qquad (19.9)$$

Potentsiaali või potentsiaalide vahe ehk *pinge* U mõõtühikud võib määrata võrrandiga (19.7) või (19.6). CGSE-süsteemis mõõdetakse ΔA ja W_p ergides, q aga absoluutsetes elektrostaatilistes ühikutes (lü), järelikult

$$1\ \text{pü} = \frac{1\ \text{erg}}{1\ \text{lü}} = 1\ \text{g}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{cm}^{\frac{1}{2}} \cdot \text{s}^{-1}.$$

SI-süsteemis on potentsiaali ja potentsiaalide vahe ühikuks *volt:*

$$1\ \text{V} = \frac{1\ \text{J}}{1\ \text{C}}.$$

Et $1\ \text{J} = 10^7$ ergi ja $1\ \text{C} = 3 \cdot 10^9$ lü, siis[9]

$$1\ \text{V} = \frac{1}{300}\ \text{pü}.$$

Kui elektrivälja allikaks on teatud punktlaeng q_0, siis on selle välja mingis punktis asetseva punktlaengu q potentsiaalne energia määratud laenguga q ja laengutevahelise kaugusega. Laengust q_0 võrdsel kaugusel, kuid eri punktides asudes on laengul q seesama potentsiaalne energia. See näitab, et välja punktikujulisest allikast q_0 võrdsel kaugusel asuvate punktide potentsiaalid on võrdsed. Punktlaengu välja korral asuvad niisugused võrdse potentsiaaliga punktid sfääride pinnal, mille ühine keskpunkt langeb kokku välja allikaga. Seega on punktlaengu ekvipotentsiaalsetel pindadel sfääriline kuju. Sel juhul on jõujooned suunatud radiaalselt ning risti ekvipotentsiaalsete pindadega välja igas punktis.

Jõujooned on ekvipotentsiaalsete pindadega risti iga elektrostaatilise välja korral.

Homogeenses elektriväljas on laengu q nihketöö arvutatav, kui on teada väljatugevus E ja piki jõujoont mõõdetud laengu algning lõppasukoha vaheline kaugus d:

$$\Delta A = qEd. \qquad (19.10)$$

Teiselt poolt võib selle töö suuruse väljendada võrrandiga (19.9). Siis

$$q(\varphi_1 - \varphi_2) = qEd$$

ehk

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}, \qquad (19.11)$$

---

[9] SI-süsteemi ühik volt on tavaliselt määratud kui potentsiaalide vahe vooluringi osal, milles voolab ühikulise võimsusega (1 W) ühikuline vool (1 A): $1\ \text{V} = \frac{1\ \text{W}}{1\ \text{A}}$.

s. t. homogeense elektrivälja väljatugevus on arvuliselt võrdne potentsiaalide vahega jõujoone ühikulise pikkuse kohta[10]. Vektor $\boldsymbol{E}$ on alati suunatud välja suurema potentsiaaliga punktist madalama potentsiaaliga punkti, s. t. potentsiaali vähenemise suunas.

Juhi laengute tasakaalu korral peavad jõujooned olema juhi pinnaga tingimata risti. Vastupidisel juhul esinevad juhi pinna puutuja suunalised väljatugevuse komponendid, mis põhjustavad laengute nihkumise mööda juhi pinda. See on aga vastuolus staatilise tasakaalu tingimusega. Järelikult on laetud juhi pind liikumatute laengute korral ekvipotentsiaalseks pinnaks.

Analoogia gravitatsiooniväljaga. Nähtuste tunnetamisel on suur tähtsus võrdlusel. Me rõhutame pidevalt gravitatsiooni- ja elektrostaatiliste nähtuste analoogiat. See algab põhiliste seaduste, s. o. Newtoni gravitatsiooniseaduse ja Coulomb'i laengute või laetud kehade vastastikuse mõju seaduse ühesugusest kujust ja ilmneb veel nende nähtuste paljudes detailides. Erinevus on vaid laengute tõukumise võimalikkuses ja graviteerivate kehade tõukumise võimatuses.

Võrdleme valemit (19.10) valemiga, mille järgi võib arvutada mingi keha (massiga m) nihketööd teise keha (näiteks Maa) raskusväljas:

$$\Delta A = qEd$$

ja

$$\Delta A = mgh.$$

Valemid on analoogilised nii vormilt kui ka sisult: q ja m iseloomustavad liikuvate objektide omadusi (elektrilisi ja gravitatsioonilisi), E ja g vastastikuse mõju iseloomu («erikoormust», ühikulise elektrilaenguga või ühikulise massiga kehale mõjuvat välja jõudu), d ja h on aga objektide alg- ja lõppasukohtade vahelised kaugused. Mõlemad valemid on õiged homogeensete väljade korral, kui elektriväljatugevus E ei muutu laengu nihkumisel ja raskuskiirendus g keha nihkumisel.

Raskuskiirenduse muutuse arvutamisel sõltuvalt kõrgusest [vt. § 4, valem (4.5)] arvestasime Maa raskusvälja mittehomogeenset iseloomu: Maa tsentrist kaugenemisel Maa gravitatsioonivälja väljatugevus väheneb. Täpselt samuti võib arvutada mingi laengu q nihketööd punktlaengu q_0 mittehomogeenses väljas või selle potentsiaalset energiat mitmesugustes asendites, kui arvestada väljatugevuse E sõltuvust kaugusest (tühjuse korral $E = q_0/r^2$ ehk $E = q_0/4\pi\varepsilon_0 r^2$). Maa mass ja laeng q_0 on sel juhul analoogilised suurused.

---

[10] SI-süsteemi elektriväljatugevuse mõõtühik $\frac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$ tuletatakse tavaliselt võrrandi (19.11), mitte aga võrrandi (19.3) abil, nagu meie seda tegime.

Kui korrutis Ed on vastavalt võrrandile (19.11) võrdne potentsiaalide vahega $(\varphi_1 - \varphi_2)$ elektrostaatilise välja kahe punkti vahel, mis asetsevad mööda jõujoont mõõtes teineteisest kaugusel d, siis kujutab ka korrutis gh potentsiaalide vahet gravitatsioonivälja kahe punkti vahel, mis jäävad teineteisest kaugusele h. Seejuures tuleb gravitatsioonivälja antud punkti potentsiaali all mõista (analoogiliselt elektrostaatilise väljaga) füüsikalist suurust, mis on arvuliselt võrdne antud välja punktis asetseva ühikulise massiga keha potentsiaalse energiaga.

Vaadeldes eespool Maa ja Kuu vahel asetsevate kehade «kaalutust» (vt. § 4 ja joon. 38) või maakoore tiheduse määramist raskuskiirenduse järgi, puutusime kokku gravitatsiooniväljatugevuse g sõltuvusega mitte ainult kaugusest, vaid ka selle välja allikkehade hulgast ja paigutusest (esimesel juhul oli tegemist kahe graviteeriva keha — Maa ja Kuu summaarse väljaga) ning g sõltuvusega massi jaotusest gravitatsioonivälja tekitavas kehas (Maa gravitatsiooniväljatugevus on suurem maakoore nende punktide läheduses, kus koore tihedus on suurem). Needsamad faktorid mõjutavad ka gravitatsioonivälja mitmesugustesse punktidesse paigutatud ühikulise massiga kehade potentsiaalset energiat ja nende punktide potentsiaali.

Täpselt samuti sõltub elektrostaatilise välja mingi punkti potentsiaal sellest, kuipalju laetud kehi on antud elektrivälja allikateks, kus nad asuvad, kui suured on nende laengud ja kuidas elektrilaengud neil kehadel jaotuvad.

Ümbritsevate kehade asetuse mõju potentsiaalile. Kõikides ainetes, millega meil on tegemist, toimub elektrostaatilise induktsiooni tõttu laengute ümberjaotumine. Laengute olemasolu ja nihkumised antud laetud keha elektriväljas mõjutavad selle välja iga punkti potentsiaali, kaasa arvatud keha pinna punktide potentsiaale. Seetõttu muutub laetud elektroskoobi näit, kui ruumis, kus ta asub, nihutada mööblit, kui seal käivad inimesed jms. *Elektrometri* (maandatud korpusega elektroskoop) näit allub sellele mõjule vähem (korpuse potentsiaal säilib konstantsena), kuid ka see muutub võõrkehade lähendamisel mõõteriista vardale.

Teeme lihtsa katse. Rippugu ümbritsevatest kehadest kaugel asuv metallkera, mille laeng on q, siidniidi otsas. Kas kera pinna potentsiaal muutub, kui lähendada kerale kätt ilma tema pinda puudutamata?

Laeng jaotub juhi pinnal laengu märgist sõltumata, kusjuures staatilise tasakaalu korral peab pinna kõigil punktidel olema võrdne potentsiaal. Olgu kera pinna potentsiaal esimesel juhul φ_1 ja teisel juhul φ_2. Küsimusele vastamisel arutleme järgmiselt.

Elektrivälja mingi punkti potentsiaali võib määrata ainult sel juhul, kui on teada potentsiaali määramise alguspunkt — nullpotentsiaaliga punkt. Võtame selleks punktiks vabalt maapinna

suvalise punkti, mis praktiliselt on vaadeldavast kerast lõpmata kaugel.

Mida tähendab fakt, et kera pinna potentsiaal on φ_1? Vastavalt potentsiaali mõiste definitsioonile näitab see, et kera pinna mingisse punkti paigutatud positiivsel ühiklaengul q_1 on potentsiaalne energia, mis arvuliselt võrdub potentsiaaliga φ_1, sest võrrandis $W_p = q_1\varphi_1$ on laeng q_1 ühikuline. Kuidas aga mõõta potentsiaalset energiat W_p? Vastavalt potentsiaalse energia definitsioonile on positiivse laengu q korral selleks vaja teada elektrostaatiliste jõudude tööd laengu q_1 nihutamisel konstantse kiirusega kera pinnalt punkti, mis on võetud potentsiaalse energia arvestamisel nullpunktiks (maapinna punkt), või välisjõudude tööd, mida tehakse sellesama laengu q_1 nihutamisel, kui laeng q on negatiivne. Esimesel juhul loetakse tööd, potentsiaalset energiat ja potentsiaali positiivseteks, teisel juhul negatiivseteks.

Arutledes analoogiliselt ka teisel juhul, kui käsi on kerale lähendatud, jõuame järeldusele, et sõltumata laengu q ja potentsiaali φ_1 märgist peab kera potentsiaali absoluutväärtus vähenema. Sel juhul pole vaja töö arvutamiseks nihutada ühiklaengut q_1 mööda lõpmata pikka teed kuni maapinnani, sest nullpotentsiaaliga punkt asub nüüd kera vahetus läheduses. Kera pinna suvalises punktis asuva ühiklaengu potentsiaalne energia mõõtub nüüd tööga, mida tehakse tema nihutamisel juba lühemal teepikkusel. Töö väärtus tuleb väiksem kui esimesel juhul, järelikult on ka laetud kera potentsiaali absoluutväärtus maandatud keha (nullpotentsiaaliga) lähendamisel väiksem, s. o. $\varphi_2 < \varphi_1$.

Märgime, et kera pinna kõikide punktide potentsiaalid on ka teisel juhul võrdsed (laengute staatiline tasakaal juhi pinnal), kuid laengute jaotus kera pinnal pole enam ühtlane. Kui laeng q on positiivne, siis koondub käele lähematesse kera pinna osadesse rohkem positiivseid laenguid; kui laeng q on negatiivne, siis koondub sinna rohkem negatiivseid laenguid. Juhi pinnal toimub sel juhul laengute ümberjaotumine elektrostaatilise induktsiooni tõttu. See põhjustab kera ümbritseva ruumi punktide (näiteks kera ja temale lähendatud käe vahel paiknevate punktide) elektriväljatugevuse muutumise. Proovilaengu nihketööd tehakse seejuures teiste jõududega kui esimesel juhul. Nagu näitavad arvutused (need väljuvad käesoleva kursuse raamidest), on kera potentsiaali vähenemisel lõppkokkuvõttes määravaks kauguse vähenemine nullpotentsiaaliga kehani.

Nüüd võime ilma erilise vaevata vastata järgmisele küsimusele: kas laengute q_1 ja q_2 välja potentsiaal punktis M on võrdne nulliga (vt. joonisele 71 vastavat ülesannet)?

Summaarne elektriväljatugevus on selles punktis null, sest vektorid $\boldsymbol{E}_1$ ja $\boldsymbol{E}_2$ on arvuliselt võrdsed, kuid vastassuunalised. Punkti M potentsiaal aga ei võrdu nulliga! Tõepoolest, et ühikulist positiivset laengut punkti M viia, peavad välisjõud laengute

q_1 ja q_2 tõukejõudude ületamiseks tegema tööd. Proovilaengu toomisel lõpmatusest on see töö muidugi nullist suurem ja võrdne punkti M potentsiaaliga.

Elektrimahtuvus. Juhi tähtsaks elektriliseks karakteristikaks on tema *elektrimahtuvus* (ehk lihtsalt *mahtuvus*) C — füüsikaline suurus, mis on võrdne juhile antud laengu q ja selle laenguga laadimisel tekkiva potentsiaali φ jagatisega:

$$C = \frac{q}{\varphi} . \qquad (19.12)$$

SI-süsteemis on mahtuvuse ühikuks *farad:*

$$1\ \mathrm{F} = \frac{1\ \mathrm{C}}{1\ \mathrm{V}} .$$

Viimast seost kasutades võib teisendada elektrilise konstandi ε_0 ühikut SI-süsteemis:

$$\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{J} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{J}} \cdot \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{m}} = \frac{\mathrm{C}}{\mathrm{V} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} .$$

Tavaliselt antaksegi elektriline konstant selle ühikuga:

$$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\mathrm{F}}{\mathrm{m}} .$$

CGSE-süsteemis on mahtuvuse ühiku dimensiooniks sentimeeter:

$$1\ \mathrm{CGSE_C} = \frac{1\ \text{lü}}{1\ \text{pü}} = 1\ \mathrm{cm}.$$

Arvestades, et $1\ \mathrm{C} = 3 \cdot 10^9$ lü ja $1\ \mathrm{V} = \frac{1}{300}$ pü, siis

$$1\ \mathrm{F} = \frac{1\ \mathrm{C}}{1\ \mathrm{V}} = \frac{3 \cdot 10^9\ \text{lü}}{\frac{1}{300}\ \text{pü}} = 9 \cdot 10^{11}\ \mathrm{cm}.$$

Üksiku juhi mahtuvus sõltub tema pinna kujust ja mõõtmetest, sest laengud jaotuvad ainult juhi pinnal ja ei «pööra tähelepanu» juhi ainele või temas olevatele tühikutele, võõrkehadele jne. Peale selle sõltub mahtuvus juhti ümbritseva keskkonna elektrilisest läbitavusest.

Et juhi potentsiaal sõltub teda ümbritsevate kehade paigutusest, siis sõltub samadest faktoritest ka tema mahtuvus. Näiteks suureneb eespool kirjeldatud katses kera mahtuvus käe lähendamisel kera potentsiaali vähenemise tõttu.

Ekslik on arvamus, et juhi mahtuvus sõltub tema laengu väärtusest. Vaadeldava juhi mahtuvus on ümbritsevate kehade antud paigutuse puhul konstantne, sest mida suurem on talle antud laeng, seda suurem on ka tema potentsiaal. Juhti iseloomustatakse elektrimahtuvusega ka siis, kui ta polegi laetud.

Ülesanne. Kaks metallkera, mille raadiused on vastavalt $r_1=1$ cm ja $r_2=2$ cm, on laetud võrdsete samanimeliste laengutega $q=20$ lü ja asuvad teineteisest väga kaugel. Kas laengud jaotuvad ümber, kui kerad ühendada traadiga?

Tühjuses asuvate üksikute sfääriliste juhtide mahtuvus absoluutsetes elektrostaatilistes ühikutes on võrdne nende raadiustega, mis on väljendatud cm-tes[11]. Vaadeldavate kerade mahtuvused on siis $C_1=1$ cm ja $C_2=2$ cm.

Laengud võivad juhis ümber jaotuda ainult neil juhtudel, kui juhi erinevate punktide potentsiaalid pole võrdsed. Potentsiaalse energia miinimumile vastava püsiva tasakaalu saavutamiseks lähevad positiivsed laengud suurema potentsiaaliga punktidest väiksema potentsiaaliga punktidesse (negatiivsed aga vastupidises suunas).

Kaks traadiga ühendatud kera moodustavad ühe juhi. Jääb üle selgitada, kas tema erinevate punktide potentsiaalid on võrdsed.

Võrrandi (19.12) kohaselt pole kerade potentsiaalid $\varphi_1=q/C_1$ ja $\varphi_2=q/C_2$ muidugi võrdsed, sest $C_1\neq C_2$. Vastates küsimusele, kumb potentsiaalidest on suurem, tuleb arvestada laengute märki, millest sõltub potentsiaalide märk. Potentsiaale tuleb võrrelda mitte ainult absoluutväärtuse järgi, vaid ka märgi järgi! Pärast seda on selge, et kui kerade laengud on positiivsed, siis

$$\varphi_1=\frac{+20\text{ lü}}{1\text{ cm}}=+20\text{ pü};\quad \varphi_2=\frac{+20\text{ lü}}{2\text{ cm}}=+10\text{ pü}$$

ja $\varphi_1>\varphi_2$, s. t. osa positiivsest laengust voolab väiksemalt keralt suuremale. Kui kerade laengud on negatiivsed, siis

$$\varphi_1=\frac{-20\text{ lü}}{1\text{ cm}}=-20\text{ pü},\quad \varphi_2=\frac{-20\text{ lü}}{2\text{ cm}}=-10\text{ pü}$$

ja $\varphi_2>\varphi_1$, s. t. osa negatiivsest laengust voolab väiksemalt keralt suuremale, asetudes ümber väiksema potentsiaaliga kohtadest suurema potentsiaaliga kohtadesse. Laengute ümberjaotumine lõpeb mõlemal juhul kerade potentsiaalide võrdsustumisega.

Pidades silmas laengute liikumist ja nende ümberjaotumist, kasutatakse sageli elektrivoolu ja voolu tehnilise suuna mõisteid (vt. § 22). Kui rääkida lühiajalise voolu tehnilisest suunast, mis vastab laengute ümberjaotumisele kahel vaadeldud juhul, siis on ta esimesel juhul suunatud väikselt keralt suurele ja teisel juhul suurelt väiksele.

§ 20. AINE ELEKTROSTAATILISES VÄLJAS

1. Juhid elektrostaatilises väljas

Välise elektrivälja puudumisel on juhi aine elektriliselt neutraalne ja elektrongaas jaotub juhi ruumalas ühtlaselt. Välisväli põhjustab vabade laengute ümberjaotumise juhi ruumalas. Ta mõjub vabadele laengutele elektrostaatiliste jõududega ja nihutab neid. Väga lühikese ajavahemiku jooksul, kohe pärast juhi viimist elektrostaatilisse välja lisandub vabade elektronide kaootilisele soojusliikumisele korrapärane liikumine. Elektronid nihkuvad välise elektrivälja väljatugevusele vastupidises suunas. See nih-

[11] Kui juht asub keskkonnas, mille suhteline elektriline läbitavus on ε, siis võib sfäärilise juhi mahtuvuse SI-süsteemis arvutada valemist $C=4\pi\varepsilon_0\varepsilon r$, kus r on juhi raadius meetrites.

kumine lakkab väga kiiresti. Tõepoolest, juhi ühele poolele kogunenud elektronid tekitavad negatiivse laengu. Et nad aga «saabusid kohale» sellesama välislaengutega mitte laetud juhi teistest kohtadest, siis ilmneb nende puudujääk teistes kohtades positiivse laenguna. Juhis tekitatakse sisemine elektriväli, kusjuures tänu suurele arvule vabadele elektronidele ja nende heale liikuvusele kasvab tema väljatugevus seni, kuni väline väli on kompenseeritud. Laengute ümberjaotumine juhis lõpeb siis, kui summaarne väljatugevus juhi ruumalas on võrdne nulliga. Seega «hävitavad» juhid oma ruumalas välise elektrivälja. Juhi vabade laengute ümberjaotumine võib muuta välisvälja jõujoonte suunda väljaspool juhti. Pärast lühiajalist laengute ümberjaotumist on ju laengud juhil uuesti staatilises tasakaalus, juhi pind on ekvipotentsiaalne, kusjuures välisvälja jõujooned, mis tungivad juhi pinda või väljuvad sellest, peavad olema juhi pinnaga risti.

Rõhutame, et välisvälja mõjul ümberjaotunud liikuvate laengute staatilisel tasakaalul (nagu ka juhile antud laengute staatilisel tasakaalul) on juhi kogu ruumala ekvipotentsiaalne. Selle mittetäitmisel säiliksid tingimused laengute edasiseks ümberjaotumiseks juhi ruumalas.

2. Dielektrikud elektrostaatilises väljas

Nagu juba märgitud, võib dielektriku aatomi või molekuli mudeliks olla dipool — kahest vastasmärgilisest, kuid absoluutväärtuse poolest võrdsest laengust koosnev süsteem.

Kui dielektrik ei asu välises elektriväljas, siis paiknevad dipoolid kaootiliselt ja nende laengute mõju ükskõik millises dielektriku osas kompenseerub.

Teistsugust pilti võib näha dielektriku viimisel välisesse elektrivälja. Milline on viimase toime dielektriku molekulidele ja aatomitele? Dipoolid võivad pöörduda, püüdes asetuda piki välis-elektrivälja jõujooni, ja «venida» (dipooli laengute vaheline kaugus suureneb). Selles seisnebki *dielektriku polarisatsioon* välises elektriväljas. Dielektriku pinna osadele, mis pole välisvälja väljatugevuse vektoriga paralleelsed, indutseeritakse nn. *polarisatsioonilaengud*, mille elektriväli on suunatud alati välis-elektrivälja suhtes vastupidi. Seega on välisväljatugevus polariseeritud dielektriku ruumala piires küll nõrgendatud, kuid mitte täielikult kompenseeritud, nagu see oli elektrivälja paigutatud juhis.

Dielektriku viimisel välisesse elektrivälja moonutavad dielektriku pinnal indutseeritud polarisatsioonilaengud väliselektrivälja jõujooni.

Aine elektriline läbitavus (või suhteline elektriline läbitavus) ε ongi selle mõju mõõduks, mida dielektriline aine avaldab välis-

väljale, s. t. ε on elektriväljatugevuse nõrgenemise mõõduks dielektrikus, võrreldes nendesamade allikate väljatugevusega sellessamas ruumipunktis tühjuses.

Elektriväljaga mingis dielektrilises keskkonnas puutume kokku paljudel juhtudel ja selle keskkonna elektrilisi omadusi on vaja arvestada.

3. Kondensaatorid

Üsna sageli on vaja koguda kehadele suurt elektrilaengut. Võimalused kõrgete potentsiaalideni laetud juhtide või kõrgete pingete saamiseks on seejuures piiratud, sest tekivad suurte väljatugevustega väljad, mis võivad isegi dielektrikutes põhjustada laengute korrapärast liikumist, nõndanimetatud elektrilist läbilööki dielektrikus. Olukorda leevendab ümbritsevate kehade mõju juhi potentsiaalile ja mahtuvusele. Mõned leheküljed eespool vaatlesime juba taolist juhtu.

Et maandatud kehade lähendamisel juhile viimase potentsiaali absoluutväärtus alati väheneb, mahtuvus aga suureneb, siis on võimalik anda juhile lisaelektrilaenguid, säilitades seejuures tema potentsiaali lubatud piirides. Seda asjaolu kasutatakse *kondensaatorite* (elektrilaengute «kogujate») konstrueerimisel: kaks juhti paigutatakse teineteisele küllalt lähedale, kusjuures ühe juhi potentsiaal on sageli null (kondensaatori maandatud kate). Katete potentsiaali tugevamaks mõjutamiseks täidetakse kondensaatori katete vaheline ruum dielektrikuga.

Kondensaatori elektrimahtuvus C on füüsikaline suurus, mis arvuliselt võrdub selle laenguga, mille üleviimisel kondensaatori ühelt kattelt teisele katetevaheline pinge muutub ühe ühiku võrra:

$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} . \qquad (20.1)$$

Kui üks kondensaatori kahest kattest on maandatud (näiteks $\varphi_2 = 0$), siis on tema mahtuvus arvuliselt võrdne laenguga, mis muudab laetud katte potentsiaali ühe ühiku võrra:

$$C = \frac{q}{\varphi_1} . \qquad (20.2)$$

Katete kuju järgi eristatakse mitmesuguseid kondensaatoreid: tasapinnalisi, silindrilisi, sfäärilisi jt. Kui aga katetevaheline kaugus on katete mõõtmetest tunduvalt väiksem, siis võib kondensaatori mahtuvust arvutada tasapinnalise kondensaatori valemi abil, mis CGSE-süsteemis avaldub kujul

$$C = \frac{\varepsilon S}{4\pi d} , \qquad (20.3)$$

kus S on kondensaatori ühe katte pinna projektsioon teisele kattele («kaetud pind») ruutsentimeetrites, d — katetevaheline kaugus sentimeetrites, ε — katetevahelise aine elektriline läbitavus ja 4π — dimensioonita kordaja.

Märgime, et valemit (20.3) võib tasapinnalise kondensaatori mahtuvuse arvutamiseks kasutada ainult CGSE-süsteemis. SI-süsteemis on tasapinnalise kondensaatori valemil kuju

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}, \qquad (20.3')$$

kus S on antud ruutmeetrites ja d meetrites.

Kondensaatori mahtuvuse pöördvõrdeline sõltuvus katetevahelisest kaugusest d ei nõua täiendavaid seletusi (vt. «Ümbritsevate kehade asetuse mõju potentsiaalile»). Mida suurem on katetevahelise aine elektriline läbitavus (või suhteline elektriline läbitavus) ε, seda rohkem nõrgendab see aine elektriväljatugevust katete vahel, seda väiksem on katetevaheline pinge ja seda suurem on kondensaatori mahtuvus vastavalt valemile (20.1). Katete «kaetud pinna» vähendamine viib katete vastastikuse mõju vähenemisele, mis põhjustab pinge kasvu ja kondensaatori mahtuvuse vähenemist.

Märgime, et analoogiliselt üksiku juhi mahtuvusega ei sõltu ka kondensaatori mahtuvus tema ühele kattele antud laengu suurusest. Võrdeliselt laenguga muutub ka katetevaheline pinge, nii et muude tingimuste konstantsuse korral jääb ka kondensaatori mahtuvus vastavalt valemile (20.1) endiseks. Seega sõltub kondensaatori mahtuvus ainult tema «geomeetriast» (S ja d) ning katetevahelist ruumi täitvast ainest (ε).

Et kondensaatori katete vahelist välja võib katete väikese kauguse korral lugeda homogeenseks (välja arvatud katete äärte läheduses), siis arvutatakse tema väljatugevust valemi (19.11) abil.

Ülesanne. Tasapinnaline õhkkondensaator on ühendatud vooluallikaga, mis loob tema plaatide vahel konstantse pinge $\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$. Kas kondensaatori elektriväljatugevus muutub, kui muuta tema plaatidevahelist kaugust? Vastata samale küsimusele juhul, kui enne plaatide nihutamist vooluallikas välja lülitada. Mõlemal juhul eeldada, et plaatide eemaldamine ei riku plaatidevahelise välja homogeensust.

Esimesel juhul jääb kondensaatori pinge, sõltumata plaatidevahelisest kaugusest, konstantseks. Selle määrab kondensaatorit laadiv vooluallikas. Valemist (19.11) järeldame, et väljatugevus kondensaatoris väheneb ($\varphi_1 - \varphi_2 = \text{const}$, d aga suureneb).

Märgime muide, et vastavalt valemile (20.3) ehk (20.3') kondensaatori mahtuvus seejuures väheneb. Samuti väheneb kondensaatori laeng [valemis (20.1) jääb mahtuvuse C vähenemisel pinge $\varphi_1 - \varphi_2$ konstantseks]. Kondensaatori plaate eemaldada püüdvad välisjõud (kondensaatori plaatide sisekülgedel indutseeritud vastasmärgiliste laengute tõttu tõmbuvad plaadid iseenesest alati) «ajavad» plaatidelt osa laenguid vooluallikasse.

Teisel juhul ei saa kondensaatori laadimisel plaatidele antud laeng kauguse d suurenemisel muutuda (laengul pole kuhugi voolata, täiendavat laengut

aga juurde ei anta). Ka sel juhul väheneb kondensaatori mahtuvus plaatidevahelise kauguse suurenemisel [vt. valem (20.3) ehk (20.3′)], kusjuures mahtuvuse muutus on pöördvõrdeline plaatidevahelise kauguse muutusega. Jääva laengu korral (q=const) kasvab mahtuvuse vähenemisel plaatidevaheline pinge $\varphi_1-\varphi_2$ valemi (20.1) järgi. Pinge kasv on võrdeline kauguse d suurenemisega. Seega suurenevad valemis (19.11) lugeja ja nimetaja võrdne arv korda, mis näitab, et teisel juhul kondensaatori elektriväljatugevus teineteisest kaugenevate plaatide vahel ei muutu.

Paralleelselt ühendatud kondensaatorite mahtuvuse valemi

$$C_{\text{par.}}=C_1+C_2+\ldots \qquad (20.4)$$

tuletamisel arvestame, et kõikide kondensaatorite pinged on võrdsed ja kõikide samanimeliselt laetud katete summaarne laeng võrdub üksikute katete laengute summaga. Mitme kondensaatori paralleelne ühendamine on samaväärne ühe kondensaatori katete pinna suurendamisega.

Järjestikku ühendatud kondensaatorite mahtuvuse valemi

$$\frac{1}{C_{\text{jär.}}}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\ldots \qquad (20.5)$$

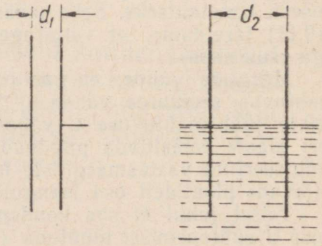
saamisel arvestatakse, et kõikide katete laengute absoluutväärtused on võrdsed (elektrostaatilise induktsiooni tõttu on kondensaatori katete laengud alati erinimelised, kuid absoluutväärtuselt võrdsed). Seejuures on kondensaatorite grupi äärmiste katete vaheline pinge võrdne üksikute kondensaatorite pingete summaga. Mitme kondensaatori järjestikku ühendamine on samaväärne kauguse suurendamisega ühe kondensaatori katete vahel.

Ülesanne. Tasapinnaline õhkkondensaator, mille plaatidevaheline kaugus on 1 mm (d_1=1 mm), asetatakse poole kõrguseni glütseriini (joon. 73). Kui suur peab seejuures olema plaatidevaheline kaugus, et kondensaatori mahtuvus oleks endine?

Tabelist leiame glütseriini elektrilise läbitavuse ε=56,2. Õhu elektrilise läbitavuse võtame võrdseks ühega.

Olgu kondensaatori mahtuvus esimesel juhul C ja plaatide «kaetud» pindala S. Teisel juhul võib siis lugeda, et kondensaator koosneb kahest paralleelselt ühendatud kondensaatorist: õhkkondensaatorist mahtuvusega C_1 ja glütseriiniga täidetud kondensaatorist mahtuvusega C_2, kusjuures nende kondensaatorite plaatide vaheline kaugus on d_2 ja plaatide pindala $S/2$. Et kondensaatorite paralleelsel ühendamisel kogumahtuvus on võrdne mõlema kondensaatori mahtuvuste summaga ja ülesande tingimuste kohaselt kogumahtuvus teisel juhul ei tohi erineda mahtuvusest esimesel juhul, siis kirjutame seose mahtuvuste C, C_1 ja C_2 vahel järgmiselt:

$$C=C_1+C_2,$$



JOON. 73

kusjuures CGSE-süsteemis

$$C=\frac{S}{4\pi d_1}, \quad C_1=\frac{\frac{S}{2}}{4\pi d_2}, \quad C_2=\frac{\varepsilon\frac{S}{2}}{4\pi d_2}.$$

Järelikult

$$\frac{S}{4\pi d_1}=\frac{S}{8\pi d_2}+\frac{\varepsilon S}{8\pi d_2},$$

millest pärast taandamist ühise kordajaga $\frac{S}{4\pi}$ saame:

$$\frac{1}{d_1}=\frac{1}{2d_2}+\frac{\varepsilon}{2d_2}$$

ehk

$$d_2=d_1\left(\frac{1+\varepsilon}{2}\right).$$

Et sulgudes seisev murd on dimensioonita, siis avaldub d_2 neissamades ühikutes, milles on avaldatud d_1:

$$d_2=1\left(\frac{1+56{,}2}{2}\right)=28{,}6 \text{ mm}.$$

SI-süsteemi ühikute kasutamisel avalduvad kondensaatorite mahtuvused vastavalt võrrandile (20.3′) kujul

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{d_1}, \quad C_1=\frac{\varepsilon_0\frac{S}{2}}{d_2}, \quad C_2=\frac{\varepsilon_0\varepsilon\frac{S}{2}}{d_2}.$$

Arvestades, et $C=C_1+C_2$, saame d_2 jaoks pärast taandamist endise valemi:

$$d_2=d_1\left(\frac{1+\varepsilon}{2}\right).$$

§ 21. MILLISEID ÜLESANDEID LAHENDAB ELEKTROSTAATIKA?

Elektrostaatika peamiseks ülesandeks on antud liikumatute elektrilaengute või laetud kehade süsteemi elektriväljatugevuse suuna ja suuruse leidmine suvalises ruumipunktis. Kui väljatugevuse vektor on teada ruumi igas punktis, siis pole raske lahendada välja antud punkti asetatud suvalise laengu tasakaalu küsimust. Laengule mõjuvate tasakaalustamata jõudude analüüs lubab juba puht mehaaniliselt selgitada laengu väljumist tasakaalustatud olekust: millises suunas hakkab laetud keha liikuma, kui suure kiirendusega jne. Seega on elektrostaatika sissejuhatuseks *elektrodünaamikasse*, s. o. füüsika osasse, mis tegeleb liikuvate elektrilaengute omaduste uurimisega.

Elektrostaatilised jõud käituvad analoogiliselt mehaaniliste jõududega — nad alluvad jõudude mõju sõltumatuse printsiibile,

mis lubab määrata elektrostaatiliste jõudude summat vektorite geomeetrilise liitmise reegli järgi.

Eriti palju ühist on elektrostaatilistel jõududel gravitatsioonijõududega: mõlemad jõud on tsentraalsed ja muutuvad pöördvõrdeliselt vastastikku mõjuvate objektide tsentrite vahelise kauguse ruuduga. Elektrostaatilistel ja gravitatsioonivälja del on ühine suurepärane omadus: objektide nihketöö nende väljade kahe suvalise punkti vahel ei sõltu trajektoori kujust ja on määratud ainult nende punktide asetusega. Elektrostaatiliste jõudude töö mingi elektrilaengu ja gravitatsioonijõudude töö mingi keha kinnisel teekonnal on alati võrdne nulliga.

Elektrostaatilised nähtused lisavad juba tuntud jäävusseadustele veel ühe — laengute jäävuse seaduse.

Elektrostaatilise välja punkti või punktide energeetiline karakteristika (potentsiaal või potentsiaalide vahe) lihtsustab arvutusi tunduvalt, sest ta pole vektor, nagu väljatugevus, vaid skaalar. Kui antud punktis on tegemist mitme allika väljaga, siis summeeritakse potentsiaale selles punktis algebraliselt, mitte aga geomeetriliselt. See on lihtsam kui vektorite liitmine. Et potentsiaalide vahe on seotud elektriväljatugevusega [vt. valem (19.11)], siis lubavad juba teada oleva välja energeetilised karakteristikad lahendada kõiki neid ülesandeid, mis lahendatakse jõukarakteristikate abil.

Väär oleks arvata, et potentsiaali ja potentsiaalide vahe mõiste defineerimine ja kasutamine on seotud ainult arvutuste lihtsustamisega. See on probleemi nii-öelda «tehniline», teisejärguline külg. Põhjus, miks füüsika kõigis harudes kasutatakse laialdaselt energeetilist lähenemist, on seotud energia jäävuse ja muundumise seaduse universaalsusega. See seadus «ei vea meid kunagi alt». Seepärast me kasutamegi protsesside ja nähtuste detaile arvestavate muude karakteristikate kõrval alati ka energeetilisi, mis osutuvad üldisemateks.

Elektrostaatikas arvestatakse laengute ja laetud kehade vastastikuse mõju potentsiaalset energiat. Et elektrilised mõjud avalduvad vahetult välja kaudu, siis ei räägi me mitte ainult laengute või laetud kehade elektrienergiast, vaid ka *elektrivälja energiast.* Allikaid ümbritsevas ruumis laiuval väljal on teatud energia, ta võib näiteks laengute nihutamisel tööd teha. Selleks aga, et antud juhi välja energiat suurendada, on vastavalt energia jäävuse seadusele vaja talle väljastpoolt energiat juurde anda.

Pärast seda, kui on selgitatud objektide elektriliste vastastikuste mõjude printsiibid ja seaduspärasused ning kasutusele võetud nende jõu- ja energeetilised karakteristikad, lahendatakse elektrostaatika ülesandeid nendesamade meetodite ja skeemide järgi, mida kasutati mehaanikas masspunktide ja kehade vastastikusel mõjumisel.

§ 22. ELEKTRILAENGUTE KORRAPÄRASTATUD LIIKUMINE — ELEKTRIVOOL

1. Elektrivoolu tekkimise ja säilimise tingimused

Elektrivool võib tekkida ainult siis, kui on olemas liikuvad elektrilaengud, mis võivad kulgevalt liikuda aatomite ja molekulide mõõtmeid või kristallivõre sõlmede vahelisi kaugusi paljukordselt ületavatele kaugustele. Dielektrikute dipoolidel või kristallivõrede positiivsetel ioonidel niisugust võimalust pole. Ja kui keskkonnaks, kus voolab elektrivool, on metallid, elektrolüüdid, gaasid, pooljuhid ja vaakuum, siis leiame neis tingimata «vabu» laenguid, mis ei ole «paikse eluga» kindlalt seotud ja võivad väliste elektriväljade mõjul korrapäraselt liikuda.

Elektrivoolu, mis kujutab endast vabade laengute korrapärast liikumist mitmesugustes juhtides, nimetatakse *juhtivusvooluks*. Kui aga laengute korrapärane liikumine toimub laetud kehade nihkumisena, siis räägitakse *konvektsioonivoolust*. Viimase näitena võib nimetada lendavat laetud kuulikest, riide mustri trükkimisel tekkivaid ja koos riidega liikuvaid elektrilaenguid jms. Seega nimetame igasugust elektrilaengute korrapärast liikumist aines või tühjuses *elektrivooluks*.

Liikumisvõimeliste laengute olemasolu pole aga veel voolu tekkimise piisavaks tingimuseks. On vaja veel liikumise põhjust, mingisuguseid välisvälju, mis sunniksid laenguid liikuma, ja mitte kaootiliselt, vaid korrapäraselt.

Me tunneme laengute vastastikuse mõju elektrostaatilisi jõude või neid jõude realiseerivaid elektrostaatilisi välju. Et elektrilaengud liiguksid korrapäraselt, peab neile mõjuma elektriväli. Eespool (vt. ülesanne punkti «Elektrimahtuvus» lõpus) vaatlesime juhtu, kus elektriväli põhjustas laengute ümberjaotumise keradel. Kerasid ühendavas traadis liikusid laengud korrapäraselt, s. t. traadis voolas elektrivool, kuigi väga lühiajaline. Voolu tekitajaks oli traadis mõjuv elektriväli (traadi otste potentsiaalide vahe iseloomustabki seda välja), mis potentsiaalide võrdsustumise tõttu laengute ümberjaotumisel väga kiiresti kadus.

On selge, et kui mingil viisil õnnestuks säilitada traadi otstel konstantset potentsiaali (näiteks andes ta ühte otsa positiivseid laenguid ja teise negatiivseid), siis mõjuks traadi kogu pikkusel konstantse väljatugevusega väli. Viimane sunnikski laenguid traadis korrapäraselt (ühes suunas) liikuma.

Seadmeteks, mis säilitavad juhi erinevates punktides teatud potentsiaali, on *vooluallikad* (ehk «elektromotoorjõu» allikad). Mingisugustel mitteelektrostaatilistel põhjustel eralduvad allikates erinimelised laengud. Nende protsesside mitteelektrostaatilise olemuse rõhutamiseks räägitakse vooluallikas mõjuvatest *kõrva-*

listest jõududest (või kõrvaliste jõudude väljast või kõrvalistest väljadest).

Märgime veel kord, et need protsessid ei sarnane elektrostaatiliste jõudude mõjul kulgevate protsessidega. Elektrostaatiliste jõudude mõjul võivad erinimelised laengud ainult läheneda, kõrvalised jõud aga eemaldavad erinimelisi laenguid, mõjudes seega elektrostaatiliste jõududega võrreldes vastupidiselt. Laengud võivad vooluallikates eralduda nii keemiliste, mehaaniliste kui ka teiste protsesside puhul. Nende protsesside järgi liigitataksegi vooluallikaid (keemilised vooluallikad, induktsioongeneraatorid, termoelektrilised generaatorid jne.). Edaspidi selgitame elektrilaengute eraldamise mehhanismi magnetväljas liikuvas juhis.

Vooluallika tähtsaimaks karakteristikaks on tema *elektromotoorjõud* (emj., $\mathcal{E}$) — füüsikaline suurus, mis arvuliselt on võrdne kõrvaliste jõudude tööga ühikulise positiivse elektrilaengu nihutamisel vooluallikas. Seda tööd teevad kõrvalised jõud laengute nihutamiseks nende eraldamisel vooluallikas. Emj. on seega vooluallika kõrvaliste jõudude välja energeetiliseks karakteristikaks ja tema mõõtühikud ühtivad potentsiaali mõõtühikutega (pü või V). Väljalülitatud vooluallika klemmide potentsiaalide vahe on võrdne elektromotoorjõuga.

Kui juht lülitada vooluallika klemmidele, siis läbib juhti elektrivool ja tema pind pole enam ekvipotentsiaalpinnaks. Erinevalt laengute jaotumise elektrostaatilise tasakaalu olukorrast peavad nüüd esinema piki juhi pinda suunatud väljatugevuse komponendid. Ainult sel viisil võib seletada laengute liikumist juhi pinnal ja läbi juhtme suvalise ristlõike.

2. Alalisvoolu põhilised seadused

Potentsiaali jaotus vooluringis. Vooluallika elektromotoorjõudu tuleb vaadelda kui maksimaalset koguenergiat, mida ta võib mingisuguste protsesside tulemusena anda igale eraldatud laengule. Kui need laengud on paigal, nagu näiteks väljalülitatud vooluallikas, siis on nende potentsiaalne energia ja vooluallika klemmide potentsiaalide vahe maksimaalne. Kui aga vooluallikaga ühendada vooluringi välisosa, siis hakkavad laengud liikuma, saavutavad teatud kiiruse ning järelikult ka vastava kineetilise energia. Vooluallika «töövõime» on karakteristikaks, mis sõltub vooluallikas toimuvatest protsessidest, kuid ei sõltu sellest, kas tema poolt eraldatavad laengud on paigal või liiguvad. Seega saavad liikuvad laengud kineetilise energia oma esialgse potentsiaalse energia arvel. Ja kui väljalülitatud vooluallika klemmide potentsiaalide vahe mõõdab just seda laengute esialgset maksimaalset potentsiaalset energiat, siis peab laengute liikumisel voo-

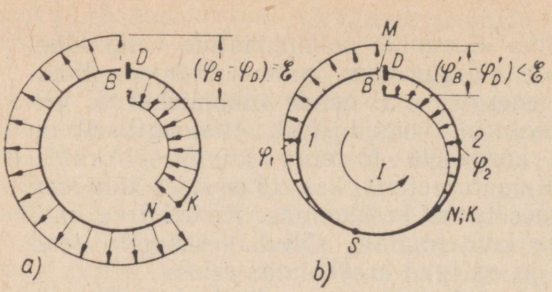
luringi välisosas vooluallika klemmide potentsiaalide vahe väheneb. Vähenemine on seda märgatavam, mida suurem on liikuvate laengute kineetiline energia, s. t. nende liikumiskiirus. Viimane sõltub aga juba vooluringi omadustest. Analoogiliselt on laua pinnast ühe meetri kõrgusele tõstetud kuulikesel kindel potentsiaalne energia, sõltumata sellest, kas ta asetseb tühjuses, õhus, glütseriinis või mõnes teises keskkonnas. Kuid kiirus, millega langev kuulike jõuab laua pinnale, sõltub keskkonna omadustest (sisehõõrdejõust) ja on igas keskkonnas erinev.

Kujutleme algul potentsiaalide jaotuse graafikut vooluallikaga ühendatud avatud vooluringi mitmesuguste punktide jaoks, kusjuures vooluallika elektromotoorjõud olgu $\mathcal{E}$ (joon. 74, *a*). Vooluallika klemmile *B* koguneb positiivne laeng ja tema potentsiaal on positiivne ($\varphi_B > 0$). Vooluringiosas *BN*, mis on ühendatud klemmiga *B*, on kõikides punktides seesama potentsiaal φ_B, sest laengud on staatilises tasakaalus. Seda potentsiaali kujutame joonisel mingis mõõtkavas vooluringist väljapoole suunatud nooltega. Analoogiliselt on vooluallika klemmi *D* ja vooluringiosa *DK* negatiivsed potentsiaalid ($\varphi_D < 0$) võrdsed. Klemmide *B* ja *D* või vooluringiosade *BN* ja *DK* suvaliste punktide potentsiaalide vahe on sel juhul maksimaalne ja võrdne vooluallika elektromotoorjõuga.

Niisuguse ahela sulgemisel (punktid *N* ja *K* on joon. 74, *b* ühendatud) potentsiaalide jaotus muutub. Kui varem oli punktides *B* ja *D* ühikulistel positiivsetel elektrilaengutel potentsiaalne energia, mis arvuliselt võrdus φ_B-ga ja φ_D-ga, siis nüüd neis punktides liikuvad laengud ning teatud osa laengute esialgsest potentsiaalsest energiast on muutunud kineetiliseks. Seega on potentsiaalide absoluutväärtused neis punktides esialgsetest väiksemad: $\varphi'_B < \varphi_B$ ja $|\varphi'_D| < |\varphi_D|$. Klemmide potentsiaalide vahe on esialgsega võrreldes vähenenud: $(\varphi'_B - \varphi'_D) < (\varphi_B - \varphi_D) = \mathcal{E}$. Laengute liikumisel vooluringi välisosas punktist *B* punkti *D* kulutatakse osa laengute potentsiaalsest energiast takistusjõudude ületamiseks. Seetõttu muutub ka iga vahepealse punkti potentsiaali absoluutväärtus. Takistusjõudude ületamisel tehakse tööd ainult potentsiaalse energia vähenemise arvel, sest laengute korrapärase liikumise keskmine kiirus ja nende kineetiline energia jäävad niisuguse mittehargneva ning konstantse ristlõikega vooluringi erinevates punktides muutumatuks.

Märgime, et niisuguses mittehargnevas vooluringis leidub voolu läbimisel alati kaks nullpotentsiaaliga punkti. Üks neist asub vooluallikas (punkt *M* joonisel 74, *b*) ja teine vooluringi välisosas (punkt *S*). Kui need punktid ühendada juhiga, siis viimases elektrivoolu ei teki ja ka vooluringi teistes osades mingeid muudatusi ei toimu.

Elektrostaatilise välja jõujooned on alati l a h t i s e d. Nad algavad positiivsetelt laengutelt ja lõpevad negatiivsetel. Kui



JOON. 74

aga ruumis on ainult positiivsed või ainult negatiivsed laengud, siis väljuvad jõujooned positiivsetelt laengutelt lõpmatusse ja saabuvad sealt negatiivsetele laengutele.

Hoopis teistsuguse, printsipiaalselt erineva jõujoonte pildi saame elektrilaengute liikumisel juhtides.

Avatud vooluringis pole laengute korrapärast liikumist, s. t. võib öelda, et nad on paigal. (Me ei arvesta siin vabade laengute kaootilist soojusliikumist, mis on alati olemas nii laengute korrapärasel liikumisel kui ka nende staatilise tasakaalu korral.) Vooluringi sulgemisel hakkavad need elektriväljast haaratud laengud liikuma mööda trajektoore, mis ühtivad jõujoontega. Et aga igas suletud vooluringis laengud pidevalt ringlevad, siis ei liigu nad mitte ainult vooluringi välisosas, vaid ka vooluallikas. Elektrilaengute korrapärast liikumist põhjustav elektriväli on kahe välja, s. o. elektrostaatilise ja kõrvaljõudude välja summa. Selle summaarse välja jõujooned algavad vooluallika positiivselt pooluselt ja lähevad läbi vooluringi välisosa negatiivsele poolusele. vooluallika sees on nad aga suunatud miinuselt plussile.

Elektrivool. Kui juhi ristlõiget läbib ajavahemiku Δt jooksul elektrilaeng Δq, siis määratakse *keskmine voolutugevus* I_k selles juhis seosega

$$I_k = \frac{\Delta q}{\Delta t} . \qquad (22.1)$$

Selle jagatise piirväärtust ajavahemiku Δt lõpmatul vähenemisel nimetatakse *voolutugevuse hetkväärtuseks* I:

$$I = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} . \qquad (22.2)$$

Kui juhi ristlõiget läbiv laeng ajaliselt ei muutu, siis räägitakse alalisvoolust. Sel juhul on keskmine voolutugevus ja voolutugevuse hetkväärtus võrdsed: $I = I_k$.

Voolutugevuse ühikuid võib defineerida võrrandi (22.1) või (22.2) abil. Kui laengut Δq mõõta laenguühikutes ja ajavahemikku Δt sekundites, siis saame

$$1\ \mathrm{CGSE}_I = \frac{1\ \text{lü}}{1\ \text{s}} .$$

Et see ühik on väga väike, siis teda praktikas ei kasutata. Praktikas mõõdetakse voolutugevust amprites, kusjuures 1-amprise voolu all mõeldakse sellist alalisvoolu, mille korral juhi ristlõiget läbib 1 s jooksul elektrilaeng 1 kulon:

$$1\ \mathrm{A} = \frac{1\ \mathrm{C}}{1\ \mathrm{s}}.$$

SI-süsteemis mõõdetakse voolutugevust samuti amprites, kuid see ühik määratakse hoopis teisiti. Seda küsimust käsitleme edaspidi (vt. § 24, p. 3).

Paljudel juhtudel kujutab elektrivool endast negatiivsete laengute korrapärast liikumist (näiteks vabade elektronide liikumist), kuid ajalooliselt hakati voolu positiivseks suunaks lugema positiivse laengu liikumise suunda. Seda nn. *voolu tehnilist suunda* kasutatakse füüsikas ka praegu, sest paljud laialt kasutatavad praktilised reeglid (korgitsa reegel, vasaku käe reegel jt.) olid omal ajal formuleeritud just niisugusest voolu suunast lähtudes.

Tuleb meeles pidada, et elektrivoolu läbimisel juhi vabade laengute soojusliikumine ei lakka. Nagu alati, sõltub selle liikumise keskmine kiirus ainult osakeste soojusliikumise keskmisest kineetilisest energiast, mis antud aine jaoks on määratud tema temperatuuriga. Laetud osakeste korrapärane liikumine liitub nende korrapäratu soojusliikumisega, mille keskmine kiirus võib olla väga suur (sadu meetreid sekundis!). Laengute korrapärase liikumise (juhtivusvool!) keskmine kiirus on aga alati väga väike.

Ülesanne. Leida elektronide korrapärase liikumise keskmine kiirus (v) vaskjuhtmes, mille ristlõike pindala $S = 1\ \mathrm{mm}^2$, kui alalisvoolutugevus juhtmes on 1 amper ($I = 1$ A). Arvestada, et vase iga aatom annab keskmiselt ühe vaba elektroni.

Lahenduskäik on järgmine. Andes ette juhtme pikkuse (l), teame tema ruumala (V). Vase ruumala ja tiheduse järgi, mis on võetud tabelist, võime arvutada juhtme massi (m). Et iga gramm-aatom vaske sisaldab N_A aatomit, siis võib vase massi (m) ja tema aatommassi (A) abil leitud gramm-aatomite arvu järgi määrata aatomite arvu juhtmes (N). Et vase iga aatom annab ühe vaba elektroni, siis on viimaste arv juhtmes samuti N. Vabade elektronide kontsentratsioon ehk nende arv ruumalaühikus on

$$n = \frac{N}{V}.$$

Ühikulise pikkusega juhtmeosa, mille ristlõike pindala on S, sisaldab

$$n_1 = S \cdot 1 \cdot n = \frac{NS}{V}$$

vaba elektroni. Liikudes kiirusega v, läbivad kõik need elektronid ajaühiku jooksul teepikkuse, mis on arvuliselt võrdne kiirusega v. Seda võib tõlgendada nii, et juhtme ristlõiget läbib ajaühikus $n_1 v$ elektroni, kusjuures igaühel neist on laeng e. Nende liikumine tekitabki voolutugevuse

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = n_1 v e = \frac{NS}{V} ve.$$

Siit avaldame elektronide korrapärase liikumise keskmise kiiruse:

$$v = \frac{V}{NS}\,\frac{I}{e}.$$

Vastavalt varem esitatud lahenduskäigu skeemile leiame: juhtme ruumala $V = lS$, juhtme mass $m = \varrho V$, gramm-aatomite arv $\frac{m}{A} = \frac{\varrho V}{A}$, vase aatomite arv juhtmes või vabade elektronide arv

$$N = \frac{m}{A} N_A = \frac{\varrho V N_A}{A}.$$

Asetades selle N avaldise elektronide liikumiskiiruse valemisse, saame lõplikult:

$$v = \frac{A}{\varrho N_A S}\left(\frac{I}{e}\right).$$

Suuruste A, ϱ, N_A ja S jaoks kasutame CGS-süsteemi ühikuid. Mõõtes voolutugevust I amprites ja elektroni laengut kulonites, saame sulgudes oleva suhte ühiku dimensiooniks s^{-1}. Nüüd saame vastuse CGS-süsteemi ühikutes:

$$\frac{\dfrac{\text{g}}{\text{g-aatom}}}{\left(\dfrac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)\left(\dfrac{1}{\text{g-aatom}}\right)(\text{cm}^2)}\,(\text{s}^{-1}) = \frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

Tabelitest saame vase jaoks $A = 63{,}54$ g/g-aatom, $\varrho = 8{,}93$ g/cm^3. Peale selle on teada, et $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ 1/g-aatom, $I = 1$ A, $S = 0{,}01$ cm^2 ja $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Järelikult

$$v = \frac{63{,}54}{8{,}93 \cdot 6{,}023 \cdot 10^{23} \cdot 0{,}01} \cdot \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 0{,}00738\,\frac{\text{cm}}{\text{s}}.$$

Pole raske mõista, et ülesande lahendamisel SI-süsteemis elektronide korrapärase liikumise keskmise kiiruse valem ei muutu, kuid sellesse tuleb asetada kõikide antud suuruste väärtused SI-süsteemi ühikutes: $A = 63{,}54$ kg/kg-aatom, $\varrho = 8930$ kg/m^3, $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{26}$ 1/kg-aatom, $I = 1$ A, $S = 10^{-6}$ m^2, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Arvutades leiame, et

$$v = \frac{63{,}54}{8930 \cdot 6{,}023 \cdot 10^{26} \cdot 10^{-6}} \cdot \frac{1}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 7{,}38 \cdot 10^{-5}\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Nagu näeme, on elektrilaengute korrapärase liikumise kiirus väga väike. Teisest materjalist juhtide korral ja teistel voolu väärtustel saame muidugi teistsugused laengute liikumiskiirused, kuid need ei ületa saadud tulemust üle kümne korra.

Ohmi seadus. Pöördume tagasi joonisel 74, *b* kujutatud vooluringi juurde. Voolaku selles alalisvool I. Selle voolu suund on vastupidine kellaosuti liikumise suunale. Vaatleme suvaliselt valitud punktide *1* ja *2* vahelist vooluringiosa. Punktide potentsiaalid on vastavalt φ_1 ja φ_2. Niisuguseid osasid on kaks: alumine

1S2 ja ülemine *1BD2*. Püüame energeetilisest seisukohast lähtudes hinnata neis osades toimuvaid protsesse.

Alumise osa «sisendil» (punkt *1*) on iga ühikulise laengu potentsiaalne energia arvuliselt võrdne potentsiaaliga φ_1, «väljundil» (punkt 2) aga potentsiaaliga φ_2, kusjuures $\varphi_1 > \varphi_2$. Milleks kulutatakse iga ühikulise laengu potentsiaalse energia muutus $(\varphi_1 - \varphi_2)$? Muidugi tema nihutamiseks läbi vooluringiosa. Juhi materjal takistab iga laengu liikumist, s. o. laeng liigub «hõõrdumisega» ja tema nihutamiseks kulutatakse energiat. Katsed ja arvutused näitavad, et ühikulise laengu nihketöö vooluringiosas on võrdeline vooluringiosa läbiva voolutugevusega ja võrdeline mingi füüsikalise suurusega, mis sõltub juhi geomeetrilistest mõõtmetest, materjalist ja temperatuurist. Tähistame selle suuruse alumise osa *1S2* jaoks R_a-ga ja kirjutame ühikulise positiivse laengu nihketöö kujul IR_a. Siis võib kirjutada võrduse

$$IR_a = \varphi_1 - \varphi_2. \tag{22.3}$$

Enne kui üksikasjalisemalt seletada suuruse R_a mõtet, vaatleme vooluringi ülemist osa *1BD2*. Selles oleva vooluallika elektromotoorjõud $\mathcal{E}$ võrdub ühikulise laengu maksimaalse potentsiaalse energiaga. Lõigu otstel *1* ja *2* on ühikuliste laengute potentsiaalne energia vastavalt φ_1 ja φ_2. Iga laengu nihketööd vooluringiosa läbimisel võib esitada korrutisena $IR_ü$, kus $R_ü$ on suurus, mis võtab arvesse lõigu *1BD2* eespool mainitud omadusi. Sel juhul saame võrduse

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \mathcal{E} - IR_ü, \tag{22.4'}$$

mille mõte on selge: iga positiivse ühikulise laengu maksimaalne energia kulutatakse lõigu otste potentsiaalide vahe $\varphi_1 - \varphi_2$ säilitamiseks ja laengu nihketööks sellel lõigul. Seda sõltuvust on otstarbekas kirjutada teisel kujul:

$$IR_ü = \varphi_2 - \varphi_1 + \mathcal{E}. \tag{22.4}$$

Summeerides võrrandid (22.3) ja (22.4) liikmeti, saame:

$$I(R_a + R_ü) = \mathcal{E}. \tag{22.5}$$

Saadud võrrandid (22.3), (22.4) ja (22.5) on *Ohmi seaduse võrranditeks* mitmesugustel juhtudel: esimene — vooluallikata vooluringiosa kohta, teine — vooluallikaga vooluringiosa kohta ja kolmas — kinnise vooluringi kohta. Suuruse R indeksid võib üldjuhul kirjutamata jätta, meile olid nad vajalikud ainult nähtuste analüüsiks konkreetse vooluringi erinevates osades.

Suurus R kujutab endast vooluringiosa *takistust*, võrrandi (22.5) sulgudes olev summa aga kinnise vooluringi k o g u t a -

kistust. Kui vooluringi välisosa takistust R ja vooluallika sisetakistust r arvestada eraldi, siis kirjutatakse võrrand (22.5) kujul

$$I(R+r)=\mathcal{E}. \tag{22.6}$$

Pöörame erilist tähelepanu sellele, et Ohmi seadusel on energeetiline iseloom ja et teda võib kasutada elektriahela üksikute osade või kinniste vooluringide kohta.

Vooluringiosa pingelangu ja *vooluringiosa pinge* mõistete kasutamisel sageli eksitakse. Pinge on ainult potentsiaalide vahe teine nimetus (vooluringiosa otstel, elektrostaatilise välja kahe punkti vahel jne.). Pingelangu all tuleb mõista füüsikalist suurust, mis on võrdne voolutugevuse ja voolu poolt läbitud vooluringiosa takistuse korrutisega. Rõhutame, et pingelang ja potentsiaalide vahe ehk lihtsalt pinge on printsipiaalselt erinevad suurused! Vooluringi või elektrivälja kahe punkti potentsiaalide vahe ehk pinge on võrdne elektrostaatiliste jõudude tööga ühikulise positiivse laengu nihutamisel nende punktide vahel. Pingelang aga mõõtub elektrostaatiliste ja kõrvaliste väljade jõudude summaarse tööga ühikulise positiivse laengu nihutamisel antud lõigul.

Erijuhul, kui vooluringiosa ei sisalda vooluallikat, on vooluringiosa otste potentsiaalide vahe ja pingelang sellel lõigul võrdsed [vt. võrrand (22.3)]. Kinnises vooluringis on tema kõikide osade summaarne pingelang võrdne vooluringis mõjuva elektromotoorjõuga [vt. võrrand (22.6)]. Pingelang vooluallikat sisaldaval vooluringiosal erineb nii vooluringiosa pingest kui ka elektromotoorjõust [vt. võrrand (22.4)].

Seoses sellega märgime, et voltmeetriga mõõdetakse alati pinget vooluringi nende punktide vahel, mis on ühendatud voltmeetri klemmidega. Voltmeetri näit on võrdne pingelanguga ainult sel juhul, kui ta on lülitatud vooluringiosasse, milles puudub elektromotoorjõu allikas. Kui voltmeeter on lülitatud vooluringi välisosaga ühendamata vooluallika klemmidele, siis on tema näit praktiliselt võrdne elektromotoorjõuga (mida nõrgem on voltmeetrit läbiv vool, seda täpsem on see võrdsus). Juhul kui voltmeeter on lülitatud vooluallika klemmidele B ja D ning vooluring on kinnine (joon. 74, *b*), siis näitab ta punktide B ja D vahelist pinget, mis on ühelt poolt võrdne pingelanguga (IR_{BSD}) välisosas, kus elektromotoorjõud puudub, ja teiselt poolt elektromotoorjõu ja vooluallika sisetakistusel tekkiva pingelangu vahega ($E-Ir$). Pistikupesasse ühendatud voltmeeter näitab pinget, mis on võrdne pingelanguga pistikupesast toidetaval vooluringil tingimusel, et viimases elektromotoorjõud puudub.

Elektromotoorjõuta vooluringiosa takistust on katseliselt lihtne määrata, kasutades seost

$$R = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{I}. \qquad (22.7)$$

SI-süsteemis on takistuse ühikuks *oom* (Ω). Juhi takistus on 1 Ω, kui juhi otstele rakendatud pinge 1 V tekitab juhis voolu 1 A.

Millest sõltub juhi takistus? Nagu juba mainitud, on takistus juhi karakteristikaks, mis sõltub juhi geomeetrilistest mõõtmetest (pikkusest l ja ristlõike pindalast S), ainest ja temperatuurist. Viimased kaks faktorit võetakse arvesse *juhi eritakistusega* ϱ. Ühtlase ristlõikega I ja II liiki juhtide (metallid ja elektrolüüdid) takistus

$$R = \varrho \frac{l}{S}. \qquad (22.8)$$

Sellest võrrandist on selgesti näha eritakistuse ϱ füüsikaline mõte. Kui l ja S on ühikulised, siis ϱ väärtus ühtib takistuse R väärtusega. Seega on ϱ füüsikaline suurus, mis arvuliselt on võrdne ühikulise pikkusega ja ühikulise ristlõikepindalaga juhi takistusega. Teiste sõnadega, eritakistus on ühikulise ruumalaga juhi takistus.

Koos voolutugevusega määrab juhi takistus ühikulise elektrilaengu nihketöö juhis. Arusaadav, et mida pikem on lõik, seda suuremat tööd tuleb teha iga ühikulise laengu nihutamisel, kui muud tingimused ei muutu. Juhi ristlõike pindala suurenemisel suureneb juhi ühikulisel pikkusel liikuvate laengute — voolukandjate — kontsentratsioon (vt. ülesande lahendust metalljuhi korral). Selle tulemuseks on voolutugevuse suurenemine juhis, kuigi juhi otstele rakendatud potentsiaalide vahe jäi konstantseks. Vastavalt valemile (22.7) peab juhi takistus seejuures vähenema.

Temperatuuri tõustes metalljuhtide takistus suureneb, sest juhi osakeste soojusliikumine muutub (suureneb vabade elektronide-voolukandjate kaootilise soojusliikumise keskmine kiirus ning metalli ioonide soojusvõnkumiste amplituud, mistõttu elektronide korrapärane liikumine mööda juhti on raskendatud). Sageli arvatakse ekslikult, et takistus muutub peamiselt juhi geomeetriliste mõõtmete temperatuursete muutuste tõttu. Juhi takistus sõltub juhi pikkusest l ja juhi ristlõike pindalast S, temperatuuri tõustes aga täheldatakse soojuspaisumist — l ja S suurenevad. Hiljem näitame, et mõõtmete soojuslikud muutused juhi takistust praktiliselt ei mõjuta.

Seetõttu on õigem rääkida mitte juhi takistuse temperatuursetest muutustest, vaid juhi eritakistuse temperatuursetest muutustest. See rõhutab veel kord, et ruumala soojusliku muutumise mõju takistuse sõltumisele temperatuurist on tähtsusetult väike.

Kui temperatuuri tõusmisel Δt kraadi võrra juhi eritakistus muutub ϱ_0-st kuni ϱ-ni, siis võib kasutada võrdust

$$\varrho = \varrho_0(1+\alpha \cdot \Delta t), \qquad (22.9)$$

kus α on *takistuse temperatuuritegur* — füüsikaline suurus, mis arvuliselt on võrdne juhi eritakistuse suhtelise muutusega tema temperatuuri muutumisel ühe kraadi võrra:

$$\alpha = \frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0 \Delta t} . \qquad (22.10)$$

Suurus ϱ_0 on valemites (22.9) ja (22.10) antud juhi eritakistus temperatuuril 0 °C. Seejuures pole antud aine temperatuuritegur erinevate temperatuurivahemike jaoks ühesugune. Seda tuleb takistuse temperatuuritegurite tabelite kasutamisel meeles pidada.

Võrreldes metalljuhtide takistuse temperatuuritegurite väärtusi (nende väärtused asuvad piirides ligikaudu $0{,}9 \cdot 10^{-3}$ kuni $7 \cdot 10^{-3}$ deg^{-1}) ruumipaisumisteguritega (mille väärtused muutuvad piirides $1{,}29 \cdot 10^{-5}$ kuni $9 \cdot 10^{-5}$ deg^{-1}), näeme, et aine soojendamisel ühe kraadi võrra on aine ruumala muutusest tingitud takistuse muutus väga väike.

Peale selle peab metalljuhi soojuspaisumine põhjustama mitte tema takistuse R suurenemise, vaid hoopis tühise v ä h e n e m i s e.

Märgime, et valem (22.9) kehtib ainult metalljuhtide kohta, sest t e i s t l i i k i j u h t i d e e r i t a k i s t u s v ä h e n e b t e m p e r a t u u r i t õ u s t e s. Selle põhjuseks on «vabade» laengute liikumiskiiruse ja laengukandjate arvu suurenemine neis kuumutamisel (näiteks dissotsieerub vees lahustuv aine temperatuuri tõustes täielikumalt).

Ülesanne. Vasest juhtmekeeru ristlõike pindala $S = 0{,}1$ mm² ja mass $m = 0{,}1$ kg. Arvutada selle juhtme takistus temperatuuril 120 °C.

Enamikus füüsika käsiraamatutes ei leia me vase eritakistust niisugusel temperatuuril. Näiteks annab «Справочник по элементарной физике» (autorid Н. И. Кошкин ja М. Г. Ширкевич) vase eritakistuse ainult temperatuuril 20 °C: $\varrho_{20} = 1{,}75 \cdot 10^{-2}$ $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$. Järelikult tuleb arvestada eritakistuse muutust kuumutamisel. Kasutame selleks vase takistuse temperatuuriteguri tabelilist väärtust $\alpha = 3{,}9 \cdot 10^{-3}$ 1/deg. Oletame, et see teguri väärtus on õige temperatuuride vahemikus nullist kuni 120 °-ni Valemite (22.8) ja (22.9) abil võib saada sõltuvuse

$$R = \varrho_0(1+\alpha \cdot \Delta t) \ \frac{l}{S} ,$$

kus Δt on temperatuurivahemik 0-st kuni 120 °C-ni ($\Delta t = 120$ deg). Vase eritakistuste ϱ_0 (temperatuuril 0 °C) ja ϱ_{20} (temperatuuril 20 °C) vaheline seos on määratud valemiga (22.9):

$$\varrho_{20} = \varrho_0(1+\alpha \cdot \Delta t_1),$$

kus Δt_1 on temperatuurivahemik 0-st kuni 20 °C-ni ($\Delta t_1 = 20$ deg), millest

$$\varrho_0 = \frac{\varrho_{20}}{1+\alpha \cdot \Delta t_1} .$$

Nüüd võib kirjutada, et

$$R=\varrho_{20}\left(\frac{1+\alpha\cdot\Delta t}{1+\alpha\cdot\Delta t_1}\right)\frac{l}{S}.$$

Peale otsitava suuruse R on selles võrrandis veel juhtme pikkus l. Viimase võime avaldada juhtme massi m, ristlõike pindala S ja tabelist saadud vase tiheduse kaudu. Et mitte eksida tähistustega, märgime vase tiheduse D-ga. Tabelist leiame, et $D=8{,}93$ g/cm³. Siis $m=lSD$ ehk

$$l=\frac{m}{SD}.$$

Paigutades l avaldise R valemisse, saame lõplikult:

$$R=\varrho_{20}\left(\frac{1+\alpha\cdot\Delta t}{1+\alpha\cdot\Delta t_1}\right)\frac{m}{DS^2}.$$

Sulgavaldis on dimensioonita suurus, murdu $m/(DS^2)$ on aga mugav arvutada CGS-süsteemi ühikuis. Sel juhul tuleb eritakistuse ühikuks võtta $\Omega\cdot$ cm, mitte aga $\Omega\cdot$ mm²/m. (Märgime, et nii $\Omega\cdot$ cm kui ka $\Omega\cdot$ mm²/m pole CGSE-süsteemi mõõtühikud.) Eritakistuse väärtus seejuures muidugi muutub:

$$\varrho_{20}=1{,}75\cdot10^{-2}\,\frac{\Omega\cdot\text{mm}^2}{\text{m}}=1{,}75\cdot10^{-6}\,\Omega\cdot\text{cm}.$$

Takistuse mõõtühiku dimensiooni arvutus näitab, et vastuse saame oomides:

$$(\Omega\cdot\text{cm})\,\frac{(\text{g})}{\left(\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right)(\text{cm}^2)^2}=\Omega.$$

Arvutamisel arvestame, et $\Delta t=120$ deg, $\Delta t_1=20$ deg, $m=100$ g ja $S=10^{-3}$ cm²:

$$R=1{,}75\cdot10^{-6}\left(\frac{1+3{,}9\cdot10^{-3}\cdot120}{1+3{,}9\cdot10^{-3}\cdot20}\right)\frac{100}{8{,}93\cdot10^{-6}}=26{,}6\,\Omega.$$

Juhtme takistuse arvutamisel SI-süsteemis asetame sellessesamasse R valemisse järgmised suuruste väärtused: $\varrho_{20}=1{,}75\cdot10^{-8}\,\Omega\cdot$ m, $\alpha=3{,}9\cdot10^{-3}$ 1/deg, $\Delta t=120$ deg, $\Delta t_1=20$ deg, $m=0{,}1$ kg, $D=8930$ kg/m³ ja $S=10^{-7}$ m². Takistuse saame jälle oomides:

$$(\Omega\cdot\text{m})\,\frac{(\text{kg})}{\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)(\text{m}^2)^2}=\Omega,$$

$$R=1{,}75\cdot10^{-8}\left(\frac{1+3{,}9\cdot10^{-3}\cdot120}{1+3{,}9\cdot10^{-3}\cdot20}\right)\frac{0{,}1}{8930\cdot10^{-14}}=26{,}6\,\Omega.$$

Juhtide ja vooluallikate ühendamine. Olgu järjestikku ühendatud juhid, mille takistused on vastavalt R_1, R_2, R_3 jne. Nende kogutakistuse valemi

$$R=R_1+R_2+R_3+\ldots \qquad (22.11)$$

tuletamisel kasutame asjaolu, et kõiki juhte läbib seesama vool (laengud liiguvad pideva voona, nad ei kogune kuhugi) ja et äärmiste juhtide otste vaheline pinge on võrdne kõigi üksikute

juhtide pingete summaga. n võrdse takistusega R_1 juhi järjestikühendusel on kogutakistus

$$R = nR_1. \tag{22.12}$$

Hargnevas vooluringis, mis koosneb mitmest paralleelselt ühendatud juhist takistustega R_1, R_2, R_3 jne., on kõikidel paralleelselt ühendatud juhtidel võrdne pinge, koguvool aga võrdub üksikuid juhte läbivate voolude summaga. See lubab paralleelühenduse kogutakistuse arvutamiseks saada valemi

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots \tag{22.13}$$

Kui paralleelselt on ühendatud n juhti, millel on ühesugused takistused R_1, siis leiame valemi (22.13) põhjall, et

$$R = \frac{R_1}{n}. \tag{22.14}$$

Praktikas on väga sageli vaja saada antud üldtakistusega vooluringis teatud voolutugevust, mida aga ükski mitmest olemasolevast vooluallikast ei suuda anda. Sel juhul tuleb vooluallikad ühendada järjestikku või paralleelselt üheks patareiks. Kui vooluallikate elektromotoorjõud on $\mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_3$ jne. ja sisetakistused vastavalt r_1, r_2, r_3 jne., siis nende järjestikusel ühendamisel on patarei elektromotoorjõud $\mathcal{E}$ võrdne kõigi vooluallikate elektromotoorjõudude summaga ja patarei sisetakistus r võrdne kõigi elementide sisetakistuste summaga:

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 + \ldots, \tag{22.15}$$

$$r = r_1 + r_2 + r_3 + \ldots. \tag{22.16}$$

Kui järjestikku ühendada n ühesugust vooluallikat, kusjuures iga allika elektromotoorjõud on $\mathcal{E}_1$ ja sisetakistus r_1, siis

$$\mathcal{E} = n\mathcal{E}_1 \tag{22.17}$$

ja

$$r = nr_1. \tag{22.18}$$

Selliste ühesuguste vooluallikate paralleelsel ühendamisel kehtivad seosed

$$\mathcal{E} = \mathcal{E}_1 \tag{22.19}$$

ja

$$r = \frac{r_1}{n}. \tag{22.20}$$

Ülesanne. Takistust R peab läbima maksimaalne vool. Meil on kasutada n ühesugust vooluallikat elektromotoorjõuga $\mathcal{E}_1$ ja sisetakistusega r_1. Kuidas ühendada sel juhul vooluallikaid patareiks, kui 1) on lubatud ainult järjestikune või ainult paralleelne vooluallikate ühendamine; 2) on lubatud elementide segaühendus: a) koostatakse järjestikku ühendatud m elemendist ühesugused rühmad, mis ühendatakse omavahel paralleelselt, b) koostatakse paralleelselt ühendatud k elemendist ühesugused rühmad, mis ühendatakse omavahel järjestikku?

Variant 1. Olgu vooluallikate paralleelsel ja järjestikusel ühendamisel tekkivad voolutugevused vastavalt I_p ja I_j. Võrrandite (22.6), (22.19) ja (22.20) põhjal võime kirjutada valemi voolutugevuse arvutamiseks paralleelselt ühendatud vooluallikate korral kujul

$$I_p = \frac{\mathcal{E}_1}{R + \frac{r_1}{n}} \qquad (a)$$

ning võrrandite (22.6), (22.17) ja (22.18) alusel järjestikku ühendatud vooluallikate korral kujul

$$I_j = \frac{n\mathcal{E}_1}{R + nr_1}. \qquad (b)$$

Lahendades ülesande üldkujul, ei saa me otsekohe öelda, kumb voolutugevus on suurem, kas I_p või I_j. Sel juhul võime näiteks oletada, et $I_p > I_j$, ja seejärel hinnata, millise teiste suuruste vahekorra puhul see on võimalik. Lahendame võrratuse

$$\frac{\mathcal{E}_1}{R + \frac{r_1}{n}} > \frac{n\mathcal{E}_1}{R + nr_1}. \qquad (c)$$

Teisendades avaldise vasakut poolt, saame võrratuse

$$\frac{n\mathcal{E}_1}{nR + r_1} > \frac{n\mathcal{E}_1}{R + nr_1},$$

mis lihtsustub, kui arvestada, et kõik temas esinevad suurused on positiivsed:

$$(R + nr_1) > (nR + r_1).$$

Viime liikmed, kus sisalduvad R ja r_1, võrratuse eri pooltele:

$$(nr_1 - r_1) > (nR - R).$$

Tuues ühised kordajad sulgude ette, saame:

$$r_1(n-1) > R(n-1).$$

Taandamisel suurusega $(n-1)$ võrratuse märk ei muutu, sest $n > 1$. Järelikult

$$r_1 > R.$$

Jõudsime järeldusele, et vooluallikate paralleelühenduse korral on voolutugevus suurem kui järjestikühenduse korral ainult sel juhul, kui vooluallika sisetakistus r_1 on suurem toidetava vooluringi välisosa takistusest R. Järelikult kehtib võrratus $I_j > I_p$ siis, kui $R > r_1$, ja võrdus $I_p = I_j$, kui $R = r_1$. Kahte viimast järeldust võib tõestada ka teisiti, lahendades võrratuse, mis on vastupidine võrratusele (a), või võrdsustades avaldised (a) ja (b).

Variant 2. Olgu voolutugevus ahelas juhul a) I_a ja juhul b) I_b. Järjestikku ühendatud m elemendist koosneva rühma emj. on ilmselt $m\mathcal{E}_1$, rühma takistus mr_1 ja rühmade arv patareis $\frac{n}{m}$. Lülitades niisuguse patarei takistusele R, läbib vooluringi vool

$$I_a = \frac{m\mathcal{E}_1}{\frac{m^2 r_1}{n} + R} = \frac{n\mathcal{E}_1}{mr_1 + \frac{nR}{m}}. \tag{d}$$

Juhul b) on rühma emj. $\mathcal{E}_1$, rühma sisetakistus $\frac{r_1}{k}$ ja rühmade arv paatreis $\frac{n}{k}$. Sel juhul on patarei emj. $\frac{n}{k}\mathcal{E}_1$, patarei sisetakistus aga

$$\frac{r_1}{k}\,\frac{n}{k} = \frac{r_1 n}{k^2}.$$

Siit järeldub, et

$$I_b = \frac{\frac{n}{k}\mathcal{E}_1}{\frac{r_1 n}{k^2} + R}$$

või, pärast lihtsaid teisendusi,

$$I_b = \frac{n\mathcal{E}_1}{\frac{nr_1}{k} + kR}. \tag{e}$$

Võib näidata (soovitame lugejal teha seda iseseisvalt), et voolutugevus I_a on maksimaalne $(I_a)_{\text{maks.}}$ tingimusel

$$mr_1 = \frac{nR}{m},$$

s. t. siis, kui rühma järjestikku ühendatud elementide arv on

$$m = \sqrt{\frac{nR}{r_1}}. \tag{f}$$

Analoogiliselt on voolutugevusel I_b maksimaalne väärtus $(I_b)_{\text{maks.}}$ tingimusel

$$\frac{nr_1}{k} = kR,$$

s. t. siis, kui rühma paralleelselt ühendatud elementide arv on

$$k = \sqrt{\frac{nr_1}{R}}. \tag{g}$$

Võib näidata, et kui juhul a) täidetakse tingimus (f) ja juhul b) tingimus (g), siis on maksimaalsed voolud võrdsed:

$$(I_a)_{\text{maks.}} = (I_b)_{\text{maks.}} = I_{\text{maks.}} = \frac{\mathcal{E}_1}{2}\sqrt{\frac{n}{r_1 R}}. \tag{h}$$

[Proovige selles veenduda, asetades tingimuse (f) valemisse (d) ja tingimuse (g) valemisse (e)].

Täieliku selguse saamiseks tuleb nüüd võrrelda variante 1 ja 2. Millistel tingimustel on täidetud näiteks võrratus $I_{maks.} > I_p$? Võrrandite (h) ja (a) järgi saame sel juhul:

$$\frac{\mathcal{E}_1}{2}\sqrt{\frac{n}{r_1 R}} > \frac{n\mathcal{E}_1}{nR+r_1},$$

millest

$$R > \frac{r_1}{n}.$$

Järelikult $I_{maks.} > I_p$ sel juhul, kui $R > \frac{r_1}{n}$ ja $I_{maks.} < I_p$, kui $R < \frac{r_1}{n}$. Analoogiliselt võib võrrandite (g) ja (b) võrdlemisel leida, et $I_{maks.} > I_j$, kui $R < nr_1$, ja $I_{maks.} < I_j$, kui $R > nr_1$.

Seega võime kõikide saadud tulemuste kõrvutamisel jõuda järgmistele soovitustele: 1) kui $R < \frac{r_1}{n}$, siis tuleb maksimaalse voolu saamiseks kõik vooluallikad ühendada paralleelselt; 2) kui $R > nr_1$, siis tuleb vooluallikad lülitada järjestikku; 3) kui $\frac{r_1}{n} < R < nr_1$, siis saadakse maksimaalne voolutugevus vooluallikate segaühenduse korral, kusjuures vooluallikate rühmitamist tuleb igal konkreetsel juhul eraldi uurida, kõrvutades tingimusi (f) ja (g) või võrreldes avaldisi (d) ja (e).

Erinevate elektromotoorjõududega vooluallikaid tavaliselt paralleelselt ei ühendata, kuna sel juhul üks vooluallikatest, mis on lülitatud teisele «vastu», käitub koormustakistina (vt. näiteks järgmist ülesannet) ja selline töörežiim võib teda rivist välja viia.

Ülesanne. Kaks vooluallikat, mille elektromotoorjõud on vastavalt $\mathcal{E}_1 = 2{,}5$ V ja $\mathcal{E}_2 = 1{,}1$ V ning sisetakistused $r_1 = 0{,}1\ \Omega$ ja $r_2 = 0{,}05\ \Omega$, on ühendatud paralleelselt (joon. 75). Määrata voolutugevus vooluringis ja punktide B ja D vaheline pinge, kui juhtmete takistus $R = 5\ \Omega$.

Võtame Ohmi seaduse elektromotoorjõudu sisaldava vooluringiosa kohta (22.4) ja rakendame seda joonisel 75 kujutatud vooluringiosade $DKMB$ ja BD kohta. Märgime, et selle võrrandi [ja ka võrrandite (22.3) ning (22.5)] kasutamisel on vaja arvestada märkide reeglit. Andes vabalt ette voolu posi-



JOON. 75

tiivse suuna, loeme emj. positiivseks, kui vool läbib antud vooluringiosas olevat vooluallikat miinuselt plussile, ja negatiivseks, kui voolu suund on vastupidine. Potentsiaaliks φ_2 võetakse selle punkti potentsiaal, millest algab vooluringi läbimine voolu suunas, potentsiaaliks φ_1 aga lõpp-punkti potentsiaal. Viitame ka sellele, et $\mathcal{E}$ all tuleb võrrandis (22.4) mõista kõikide vooluringis olevate elektromotoorjõudude algebralist summat.

Oletame, et voolu suund vaadeldavas vooluringiosas ühtib kellaosuti liikumise suunaga. Kirjutame Ohmi seaduse vooluringiosade *DKMB* ja *BD* kohta:

$$I(R+r_2)=\varphi_D-\varphi_B+\mathcal{E}_2, \tag{a}$$

$$Ir_1=\varphi_B-\varphi_D-\mathcal{E}_1. \tag{b}$$

Liites võrrandite mõlemad pooled, saame:

$$I(R+r_1+r_2)=\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1, \tag{c}$$

millest

$$I=\frac{\mathcal{E}_2-\mathcal{E}_1}{R+r_1+r_2}. \tag{d}$$

On selge, et kui selle avaldise lugejat mõõta voltides ja nimetajat oomides, siis saame vastuse amprites. Asetades võrrandisse suuruste väärtused, saame:

$$I=\frac{1{,}1-2{,}5}{5+0{,}1+0{,}05}=-0{,}272\ \text{A}.$$

Missugune tähendus on aga voolutugevuse negatiivsel väärtusel? See näitab, et me ei tabanud voolutugevuse tegelikku suunda. Vaadeldaval juhul on voolu suund vooluringis vastupidine kellaosuti liikumise suunale.

Võrrandist (d) järeldame, et paralleelselt ühendatud vooluallikad ei tekita teineteises voole ainult siis, kui nende elektromotoorjõud on võrdsed.

Punktide *B* ja *D* potentsiaalide vahe määramiseks võib kasutada võrrandit (a) või võrrandit (b). Näiteks võrrandi (b) järgi

$$\varphi_B-\varphi_D=\mathcal{E}_1+Ir_1. \tag{e}$$

Arvutades leiame, et

$$\varphi_B-\varphi_D=2{,}5-0{,}272\cdot 0{,}1=2{,}4728\ \text{V}.$$

Märgime, et me asetasime valemisse (e) voolutugevuse I negatiivse väärtuse, mis on saadud võrrandi (d) järgi. Asi on selles, et võrrand (b), mida meie kasutasime, on õige ainult juhul, kui vooluringi läbida kellaosuti liikumise suunas, millele vastab voolutugevuse negatiivne väärtus. Määrates voolutugevuse tegeliku suuna, võiks vooluringi läbida muidugi vastupidi kellaosuti liikumise suunale, kuid sel juhul tuleks võrrandid (a) ja (b) kirjutada teisel kujul, kooskõlas ülaltoodud märkide reegliga.

Võrrandite (22.3) ja (22.4) kasutamine hargneva vooluringi sõlmpunktide (millessę koondub mitte vähem kui kolm juhti) vaheliste osade kohta lubab arvutada voolutugevusi, kui on teada elektromotoorjõud ja takistused, või valida allikate elektromotoorjõude, et antud takistustega vooluringiosasid läbiksid vajaliku tugevusega voolud jne.

Ohmi seadus kehtib kõigil juhtudel, kus elektrilaengute potentsiaalse energia muutuse arvel toimub laengute korrapärane liiku-

mine. Elektrilaengute läbimine viib alati juhi siseenergia muutumisele: suureneb juhi vastastikuses mõjus olevate osakeste kineetiline ja potentsiaalne energia. Seejuures kas tõuseb juhi temperatuur või siis juhi aine läheb ühest agregaatolekust üle teise, mis on seotud osakeste vastastikuse mõju potentsiaalse energia suurenemisega konstantsel temperatuuril. See näitab veel kord, et aatomi koostisosade elektrilise vastastikuse mõju energia on osa aine siseenergiast.

Elektrilaengute korrapärase liikumise elektrienergia muundumise seadust käsitleme pisut hiljem.

3. Mõningatest elektrotehnilistest riistadest

Analüüsime Ohmi seadust tema rakendamisel reostaatide, potentsiomeetrite, ampermeetrite ja voltmeetrite kohta.

Reostaadid on muudetava takistusega juhid või juhtide süsteemid, mille ülesandeks on vooluтugevuse muutmine vooluringiosas. Nimelt voolutugevuse! Reostaat lülitakse ahelasse kahe klemmi abil. Liugkontaktiga reostaatidel on kolm klemmi: kaks mähise klemmi (sisend ja väljund) ja üks (vahel ka kaks) liugkontaktiga (liuguriga) ühendatud klemm. Seejuures kasutatakse neist ainult kahte: liugurit ja ühte mähise klemmi.

Ülesanne. Kui suur peab olema reostaadi takistus R_r, et n korda vähendada voolutugevust vooluringiosas, mille takistus on R?

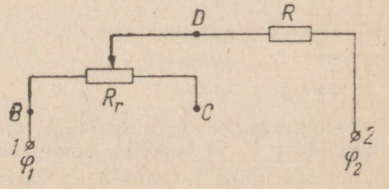
Joonisel 76 on reostaadi klemmid tähistatud tähtedega B, C ja D. Töökiemmideks on antud juhul klemmid B ja D. Vooluringi toidetakse kahest punktist *1* ja *2*, mille potentsiaalid on vastavalt φ_1 ja φ_2.

Kui liugur asetseb äärmises vasakpoolses asendis (reostaat on «välja lülitatud»), siis läbib vooluringi vool

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} = \frac{U}{R}, \qquad \text{(a)}$$

mille leiame vastavalt Ohmi seadusele vooluringiosa kohta, kus elektrimotoorjõud puudub [vt. võrrand (22.3)]. Liuguri äärmise parempoolse asendi korral (reostaat on «sisse lülitatud») sisaldab vooluring kahte järjestikku ühendatud juhti takistustega R_r ja R. Kui punktide *1* ja *2* vaheline pinge on endine, siis tekib vooluringis nüüd vool, mille väärtus on juba teistsugune:

$$I_2 = \frac{U}{R_r + R}. \qquad \text{(b)}$$



JOON. 76

Meid huvitab juht, kui

$$I_2 = \frac{I_1}{n} . \qquad (c)$$

Asetades I_2 avaldise võrrandist (c) võrrandisse (b), saame:

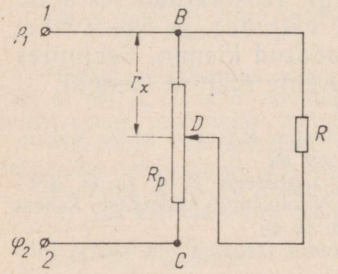
$$\frac{I_1}{n} = \frac{U}{R_r + R} . \qquad (d)$$

Pärast võrrandite (a) ja (d) liikmeti jagamist saame lõplikult:

$$R_r = R(n-1).$$

Soovides voolutugevust vähendada maksimaalselt 2 korda ($n=2$), peab reostaadi takistus olema võrdne vooluringiosa takistusega R. Kui aga tahame saada 10 korda väiksemat voolutugevust ($n=10$), siis tuleb võtta reostaat, mille takistus on vooluringiosa takistusest 9 korda suurem jne.

Liugkontaktiga reostaat võib töötada *potentsiomeetrina* (ehk pingejagajana). Sel juhul on tema ülesandeks meid huvitava vooluringiosa pinge reguleerimine. Reostaat lülitatakse potentsiomeetrina kõigi kolme klemmi abil.



JOON. 77

Ülesanne. Potentsiomeetriga muudetakse pinget vooluringiosas, mille takistus on R. Kas potentsiomeetri takistus R_p avaldab mõju pinge reguleerimise ulatusele? Skeemi toidetakse punktidest *1* ja *2* pingega $\varphi_1 - \varphi_2 = U$ (joon. 77).

Liuguri asetsemisel mingis vabalt valitud punktis D on vooluringiosa otstele, mille takistus on R, rakendatud potentsiaalide vahe $\varphi_B - \varphi_D$. Kui ühendusjuhtmete takistust mitte arvestada, siis $\varphi_B = \varphi_1$ ja $\varphi_B - \varphi_D = \varphi_1 - \varphi_D$. Jääb veel analüüsida, millest sõltub potentsiaali φ_D väärtus. Olgu osa BD takistus r_x ja voolutugevus I_{BD}. Osas takistusega R on voolutugevus I_R. Ohmi seaduse alusel kirjutame osa BD kohta:

$$\varphi_B - \varphi_D = I_{BD} r_x$$

või, arvestades, et $\varphi_B = \varphi_1$,

$$\varphi_1 - \varphi_D = I_{BD} r_x,$$

millest

$$\varphi_D = \varphi_1 - I_{BD} r_x. \qquad (a)$$

Et voolutugevust I_{BD} avaldada antud suuruste kaudu, arutleme järgmiselt. Punktide B ja D vaheline summaarne takistus $R_{\Sigma BD}$ (kaks paralleelselt ühendatud osa, mille takistused on vastavalt r_x ja R) on valemi (22.13) järgi

$$R_{\Sigma BD} = \frac{r_x R}{R + r_x}.$$

Potentsiomeetri mähise takistus punktide D ja C vahel on ilmselt $R_p - r_x$. Tähendab, punktide *1* ja *2* vahel ühendatud kõigi osade kogutakistus

$$R_\Sigma = R_p - r_x + R_{\Sigma BD} = R_p - r_x + \frac{r_x R}{R + r_x} \qquad (b)$$

Nüüd võime voolutugevuse osades *1B*, *DC* ja *C2* leida Ohmi seaduse põhjal

$$I = \frac{U}{R_\Sigma}. \qquad (c)$$

Punktis B (või punktis D) hargneb vool I kaheks vooluks I_{BD} ja I_R, kusjuures

$$\frac{I_R}{I_{BD}} = \frac{r_x}{R}.$$

Arvestades, et $I_R = I - I_{BD}$, saame:

$$\frac{I - I_{BD}}{I_{BD}} = \frac{r_x}{R}$$

ehk

$$I_{BD} r_x = IR - I_{BD} R,$$

millest

$$I_{BD} = I \frac{R}{r_x + R}. \qquad (d)$$

Arvestades võrrandeid (b), (c) ja (d), võtab võrrand (a) kuju

$$\varphi_D = \varphi_1 - \frac{U}{R_p - r_x + \frac{r_x R}{R + r_x}} \cdot \frac{R r_x}{r_x + R},$$

millest pärast teisendusi leiame φ_D lõpliku väärtuse:

$$\varphi_D = \varphi_1 - U \frac{R r_x}{R_p R + R_p r_x - r_x^2}.$$

Nüüd on selge, et potentsiaalide vahe $\varphi_B - \varphi_D$ vooluringiosal, mille takistus on R, sõltub ainult potentsiomeetri liuguri asendist ja võib muutuda nullist (liugur asetseb punktis B; siis $r_x = 0$, $\varphi_D = \varphi_1$ ja $\varphi_B - \varphi_D = 0$) maksimaalse väärtuseni U (liugur asetseb punktis C; siis $r_x = R_p$, $\varphi_D = \varphi_2$ ja $\varphi_B - \varphi_D = \varphi_1 - \varphi_2$).

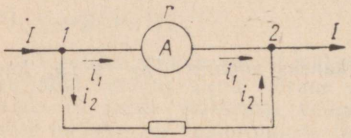
Potentsiomeetri takistust R_p tuleb siiski arvestada ja nimelt selleks, et potentsiomeetri mähist läbiv vool poleks liialt suur. Antud takistuste R_p ja R korral võib alates teatud pingest U läbida potentsiomeetrit vool, mis põletab tema mähise.

Tähendab, antud pinge korral sõltub potentsiomeetri häireteta töö takistuse R_p väärtusest. Takistusele R rakendatav pinge, mis võib muutuda nullist kuni toitepingeni U, sõltub aga ainult potentsiomeetri liuguri asendist.

Ampermeeter mõõdab voolutugevust selles vooluringiosas, millega ta on ühendatud järjestikku. Et ampermeeter vooluringi läbivat voolu liigselt ei muudaks, on ta sisetakistus väike. Voolu, mis

on suurem piirvoolust, millele vastavalt ampermeeter on konstrueeritud, ei saa temast läbi lasta, sest see võib põhjustada ampermeetri mähise põlemise. Voolu mõõtepiirkonda võib aga suurendada *šundi* lülitamisega ampermeetrile.

Ülesanne. Ampermeetri sisetakistus on r ja temaga võib mõõta voolu, mille maksimaalne väärtus on I_1. Kui suure takistusega (R) šunt tuleb temale lülitada, et selle ampermeetriga võiks mõõta n korda suuremaid maksimaalseid voole?



JOON. 78

Selge, et šunt tuleb lülitada ampermeetriga paralleelselt. Tema ülesandeks on «juhtida läbi enda» osa voolust. Olgu ampermeeter koos šundiga lülitatud vooluringi punktide *1* ja *2* vahel (joon. 78). Vool I jaguneb punktis *1* kaheks vooluks i_1 ja i_2, mis uuesti ühinevad punktis *2*. Et laengud ahelas kusagil ei kogune, siis peab punktide *1* ja *2* kohta olema täidetud «voolude bilansi» tingimus:

$$I = i_1 + i_2. \qquad \text{(a)}$$

Voolutugevused kahes paralleelselt ühendatud harus on pöördvõrdelised harude takistustega (sest nende harude pinged on võrdsed), s. o.

$$\frac{i_2}{i_1} = \frac{r}{R}.$$

Tingimusest (a) vool $i_2 = I - i_1$. Asendades ja teisendades saame:

$$\frac{I}{i_1} = \frac{r+R}{R}. \qquad \text{(b)}$$

Vool ampermeetri mähises ei tohi ületada tema jaoks lubatud väärtust I_1, s. o. $i_1 = I_1$, vooluringiosades enne punkti *1* ja pärast punkti *2* on aga vool n korda suurem, s. o. $I = nI_1$. Asetades need väärtused võrrandisse (b), saame:

$$\frac{nI_1}{I_1} = \frac{r+R}{R},$$

millest

$$R = \frac{r}{n-1}.$$

Pildi täiuslikkuse mõttes märgime, et mõningatel juhtudel võime ampermeetrina kasutada voltmeetrit. Kujutleme, et ampermeetri asemel on vooluringiosasse *1–2* (joon. 78) lülitatud voltmeeter, mille sisetakistus on r ja mis on ette nähtud maksimaalselt pinge U mõõtmiseks. Voltmeetrile lubatud maksimaalne voolutugevus

$$i_1 = \frac{U}{r}.$$

Asetades selle i_1 avaldise valemisse (b), saame:

$$\frac{I}{U}r = \frac{r+R}{R},$$

millest leiame, et voltmeetri šundi takistus

$$R = \frac{rU}{Ir-U}.$$

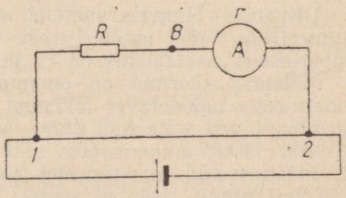
Seda avaldist analüüsides jõuame järeldusele, et voltmeetrit võib kasutada ampermeetrina siis, kui $Ir > U$. Teiste sõnadega — mõõdetava voolu pingelang voltmeetri sisetakistusel peab olema suurem tema poolt mõõdetavast maksimaalsest pingest.

Kui näiteks $r = 100\,\Omega$ ja $U = 5$ V ning selle voltmeetriga tahetakse mõõta voolutugevusi kuni ühe amprini ($I = 1$ A), siis tuleb lülitada šunt, mille takistus

$$R = \frac{100 \cdot 5}{1 \cdot 100 - 5} = 5{,}26\,\Omega.$$

Ampermeetrit võib kasutada ka voltmeetrina, kui temaga järjestikku ühendada eeltakistus.

Ülesanne. Ampermeetri sisetakistus $r = 0{,}1\,\Omega$. Ta on arvestatud voolutugevuste mõõtmiseks, mille maksimaalne väärtus võib olla $I = 2$ A. Kui suur eeltakistus R tuleb lülitada ampermeetrile, et teda kasutada voltmeetrina, mis mõõdab pinget kuni 220 voldini (joon. 79)?



JOON. 79

Ampermeetri klemmipinge $\varphi_B - \varphi_2$ ei tohi ületada ampermeetri mähisele lubatud maksimaalset pingelangu Ir. Et voolutugevus osas $IB2$ ei tohi ületada väärtust I, siis pinge eeltakistusel R on $\varphi_1 - \varphi_B = IR$. Summaarne pingelang takistustel R ja r peab olema võrdne mõõdetava pingega $\varphi_1 - \varphi_2 = U$:

$$U = IR + Ir,$$

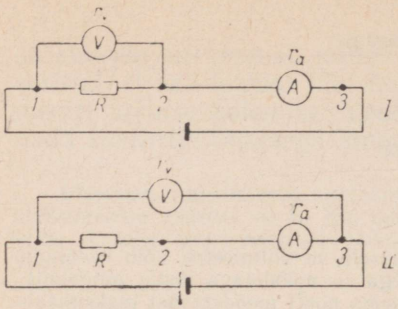
millest

$$R = \frac{U}{I} - r. \qquad \text{(a)}$$

Arvutamisel leiame, et

$$R = \frac{220}{2} - 0{,}1 = 109{,}9\,\Omega.$$

Valemit (a) võib kasutada ka voltmeetri eeltakistuse arvutamiseks, millega me tahame mõõta lubatust suuremat pinget. Olgu voltmeetri sisetakistus r, kusjuures ta on mõeldud maksimaalselt pinge U' mõõtmiseks. Meie tahame voltmeetrit kasutada pinge U mõõtmiseks, lülitades temale eeltakistuse R. Voltmeetrit läbiv lubatud voolutugevus



JOON. 80

$$I = \frac{U'}{r}.$$

Asetades selle väärtuse valemisse (a), saame:

$$R = \frac{U}{U'}\, r - r = r\left(\frac{U}{U'} - 1\right).$$

Väärib tähelepanu vooluringiosade takistuste mõõtmine ampermeetriga ja voltmeetriga. Seda moodust kasutatakse väga sageli, kusjuures võimalikud on kaks mõõteriistade ühendusskeemi (joon. 80). Millist neist tuleks igal konkreetsel juhul kasutada?

Ülesanne. Hinnata suhtelisi vigu takistuse R mõõtmisel ampermeetriga ja voltmeetriga kahel mõõteriistade ühendusviisil (skeemid I ja II joonisel 80). Ampermeetri sisetakistus on r_a ja voltmeetril r_v.

Mõlemad skeemid on omamoodi «halvad». Esimeses skeemis ei mõõda ampermeeter mõõdetavat takistust läbivat voolutugevust, kuigi voltmeeter mõõdab pinget just selle juhi otstel. Vooluringiosa *1—2* läbib ilmselt väiksem vool kui seda näitab ampermeeter, sest mingi vool läbib ka voltmeetrit. Teises skeemis mõõdab küll ampermeeter juhti läbivat voolutugevust, kuid voltmeetriga mõõdetud pinge sisaldab endas peale juhi pinge veel ampermeetri klemmipinget.

Olgu R tegelik takistus ja R_p ampermeetri ja voltmeetri näitude järgi arvutatud takistus. Vaatleme mõlemaid mõõteskeeme.

Skeem I. Ampermeeter näitab voolutugevust I_1 ja voltmeeter pinget $U_1 = \varphi_1 - \varphi_2$. Arvutatav takistus

$$R_{p1} = \frac{U_1}{I_1}. \qquad \text{(a)}$$

Vool I_1 läbib punktide *1* ja *2* vahel kahte paralleelselt ühendatud haru, mille takistused on vastavalt R ja r_v. Hargnenud osa kogutakistuse leiame tuntud valemi

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R} + \frac{1}{r_v}$$

abil, millest

$$R_0 = \frac{r_v R}{r_v + R}.$$

Hargnenud osale on rakendatud pinge, mis Ohmi seaduse kohaselt põhjustab voolutugevuse

$$I_1 = \frac{U_1}{R_0} = \frac{U_1}{\frac{r_v R}{r_v + R}}. \qquad (b)$$

Asetades nüüd I_1 väärtuse (b) võrrandisse (a), saame seose arvutusliku ja tegeliku takistuse vahel:

$$R_{p1} = \frac{r_v R}{r_v + R}. \qquad (c)$$

Takistuse mõõtmise suhteline viga on sel juhul

$$f_1 = \frac{R - R_{p1}}{R}$$

või, asendades siin R_{p1} väärtuse valemist (c),

$$f_1 = \frac{R}{r_v + R} = \frac{1}{\frac{r_v}{R} + 1}. \qquad (d)$$

Skeem II. Ampermeeter näitab voolutugevust I_2, voltmeeter aga pinget $U_2 = \varphi_1 - \varphi_3$. Arvutatav takistus on siis

$$R_{p2} = \frac{U_2}{I_2}. \qquad (e)$$

Punktide 1 ja 2 vaheline pinge on võrdne pingelangude summaga osadel, mille takistused on vastavalt R ja r_a, s. o.

$$U_2 = I_2 R + I_2 r_a. \qquad (f)$$

Võrrandite (f) ja (e) alusel

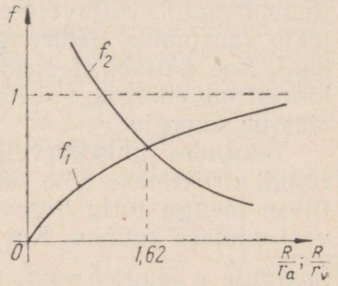
$$R_{p2} = R + r_a. \qquad (g)$$

Et mitte tegelda negatiivsete väärtustega, avaldame suhtelise vea kujul

$$f_2 = \frac{R_{p2} - R}{R}.$$

Asendades R_{p2} avaldisega (g), saame:

$$f_2 = \frac{r_a}{R}. \qquad (h)$$



JOON. 81

Võrdleme suhteliste vigade f_1 ja f_2 avaldisi. Suurused r_a, r_v ja R on positiivsed. Takistuse R suurenemisel mõõtmisviga f_1 kasvab (skeemi I järgi), f_2 aga väheneb (skeemi II järgi). Takistuse R vähenemisel aga väheneb mõõtmisviga f_1, kuid kasvab f_2. Nüüd on selge, et skeemi I tuleb kasutada väikeste ja skeemi II suurte takistuste mõõtmisel.

Milliseid takistusi tuleb aga lugeda väikesteks ja milliseid suurteks? Et vastata sellele küsimusele, vaatleme joonisel 81 kujutatud graafikuid suhteliste mõõtmisvigade f_1 ja f_2 sõltuvuse kohta suhetest $\frac{R}{r_v}$ ja $\frac{R}{r_a}$. Need graafikud on konstrueeritud võrrandite (d) ja (h) järgi. Lahendades neist kahest võrrandist koosneva süsteemi, on kerge leida, et mõlema graafiku lõikepunkti abstsiss on 1,62.

Tavaliselt on ampermeetri sisetakistus r_a voltmeetri sisetakistusest r_v väiksem ($r_a < r_v$). Sel juhul järeldub, et kui mõõdetav takistus R on väiksem kui 1,62 r_a, s. o. $R < 1{,}62\ r_a$, siis annab esimene skeem väiksema vea kui teine. Kui $R > 1{,}62\ r_v$, siis peab kasutama teist skeemi.

Kumb skeem annab aga täpsemaid tulemusi siis, kui $1{,}62\ r_a < R < 1{,}62\ r_v$? Seda küsimust peab lahendama juba igal konkreetsel juhul eraldi, teades otsitava takistuse suurusjärku. Kui näiteks $r_a = 0{,}5\ \Omega$, $r_v = 100\ \Omega$ ning takistus $R = 50\ \Omega$ (see on meil teada näiteks esialgsetest ligikaudsetest arvutustest), siis $f_1 = 0{,}333$ ja $f_2 = 0{,}01$, s. o. $f_2 < f_1$ ja tuleb kasutada teist skeemi. Aga kui samade mõõteriistade sisetakistuste korral $R \cong 1\ \Omega$, siis $f_1 = 0{,}0099$, $f_2 = 0{,}5$, s. o. $f_1 < f_2$ ja tuleb kasutada esimest skeemi.

4. Metallide elektronjuhtivus

Tutvume metallide *juhtivuse elektroniteooria* füüsikalise sisuga, peatumata selle teooria katselisel tõestusel.

Metalli kristallivõre sõlmedes asuvate positiivsete ioonide vahel on elektrongaas. Kaootilisel soojusliikumisel liiguvad elektronid küllaltki vabalt, nad nagu «ujuvad» juhi ruumalas. Nagu eespool märkisime, mõjuvad aga igale elektronile siiski kristallivõre ioonide külgetõmbejõud, mis takistavad elektronide lahkumist metallist. Ainult kõige kiiremad elektronid suudavad seda külgetõmmet ületada ja metallist väljuda. See protsess meenutab vedelike aurumist. Kui väljunud elektronid jätta metallist eemale viimata, siis moodustavad nad selle läheduses negatiivsete laengute «pilve». Mida rohkem elektrone metallist lahkub, seda suurem on see «pilv», seda raskem on uutel elektronidel väljuda. Teiselt poolt tõmbab metall väljuvaid elektrone järjest suureneva jõuga. Lõpuks tekib «aurunud» elektrongaasi ja metalli vahel dünaamiline tasakaal. See näitab, et elektronidel on mitte ainult soojusliikumise kineetiline energia, vaid ka juhi ainega vastastikuse mõju potentsiaalne energia.

Tekitades juhis kõrvaliste jõudude elektrivälja, hakkavad elektronid «triivima», s. o. korrapäraselt liikuma. Elektronide negatiivse laengu tõttu liiguvad nad elektriväljatugevuse jõujoontele vastupidises suunas. Kui väljatugevus on E, siis mõjub see väli laengule e jõuga $F = eE$, andes talle kiirenduse $a = \frac{eE}{m}$. Miks me

aga räägime, et konstantse voolu korral läbib ajaühikus juhi mistahes ristlõiget võrdne arv elektrone? See on ju võimalik ainult elektronide ühtlasel liikumisel. Määravaks on siin takistused, mida korrapäraselt liikuvad elektronid oma teel kohtavad. Nendeks on võre ioonid. Kokkupõrkel ioonidega hajuvad elektronid kõigis suundades. See põhjustabki elektronide pidurdumise. Tähendab, ühest põrkest järgmiseni liigub elektron kiirenevalt, põrkel pidurdub, pärast seda aga haarab väli ta uuesti jne. Et elektrone on väga palju ja igaüks neist põrkub sekundi jooksul tohutu hulk kordi, siis räägime, et antud juhi osas kui tervikus liigub ühtlaselt suur hulk mikrolaenguid.

Kokkupõrkel ioonidega annavad elektronid neile oma kineetilise energia, sundides ioone intensiivsemalt võnkuma. Seejuures on energia jäävuse seadus täidetud: liikuvate laengute kineetilise energia vähenemise arvel suureneb ioonide võnkumise soojusenergia, kasvab juhi aine siseenergia (vooluallika energia arvel).

Et vooluringi kahe punkti vahel, mille potentsiaalid on φ_1 ja φ_2, saada voolutugevust I, tuleb vastavalt võrranditele (19.9) ja (22.1) teha laengu Δq nihutamisel tööd

$$\Delta A = I(\varphi_1 - \varphi_2) \cdot \Delta t. \qquad (22.21')$$

Juhi siseenergia muutumisega seotud tööd («hõõrdumise» ületamiseks juhis kulutatud tööd) on kerge leida selle paragrahvi teises punktis toodud arutluse põhjal. Ühikulise elektrilaengu nihutamisel juhis kiirusega, mis vastab alalisvoolutugevusele I, on tehtud töö suurus IR, kus R on juhi takistus. See töö kulub takistuse ületamiseks laengu liikumisel ja ta määrab juhi siseenergia muutuse. Kui aga nihutada mitte ühikulist, vaid suuremat laengut Δq, siis on tehtud töö $\Delta A = \Delta q \cdot IR$. Paigutades Δq asemele temaga samaväärse avaldise $I \cdot \Delta t$ (voolutugevus on konstantne!), saame:

$$\Delta A = I^2 R \cdot \Delta t. \qquad (22.21)$$

Juhime tähelepanu, et see töö tehakse laengute nihutamisel ajavahemiku Δt jooksul juhis, mille takistus on R, sõltumata sellest, kas sellel lõigul on elektromotoorjõu allikat või mitte. Voolutugevus vooluringiosas on ju määratud lõigu otstele rakendatud pingega, mille tekitavad kõik elektriahelas olevad emj. allikad sõltumata sellest, kas nad asuvad vaadeldavas vooluringiosas või mitte.

Juhi siseenergia muutusega seotud tööd võib avaldada võrrandi (22.21) ja Ohmi seaduse võrrandite (22.3), (22.4), (22.5) abil mitmel erineval kujul vastavalt vaadeldavale erijuhule:

kui elektromotoorjõuta vooluringiosa takistus on R ja otste potentsiaalide vahe $\varphi_1 - \varphi_2$, siis töö

$$\Delta A = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)^2}{R} \Delta t; \qquad (22.22)$$

kui vooluringiosa sisaldab vooluallikaid, mille summaarne elektromotoorjõud on $\mathcal{E}$, tema kogutakistus (arvestades ka vooluallika sisetakistust) on R ja vooluringiosa otstele on rakendatud potentsiaalide vahe $\varphi_2-\varphi_1$, siis töö

$$\Delta A=\frac{(\varphi_2-\varphi_1+\mathcal{E})^2}{R}\Delta t; \qquad (22.23)$$

kogu vooluringi korral, mille kogutakistus on R ja mida toidetakse vooluallikatest summaarse elektromotoorjõuga $\mathcal{E}$, on töö

$$\Delta A=\frac{\mathcal{E}^2}{R}\Delta t. \qquad (22.24)$$

Nüüd pole raske kirjutada *Joule'i-Lenzi seadust,* mis seob elektrivoolu töö ΔA voolu läbimisel juhis eraldunud soojushulgaga ΔQ. Elektrotehnikas väljendatakse võrrandite (22.21) — (22.24) põhjal arvutatud tööd ΔA džaulides. Kasutades seejuures töö soojuslikku ekvivalenti $c=0{,}24$ cal/J, saame soojushulga ΔQ kaloritest.

SI-süsteemis kehtib võrdus $\Delta A=\Delta Q$ ilma igasuguse üleminekutegurita, sest ΔQ ühikuks on siin džaul. Selles süsteemis on võrrandid (22.21) — (22.24) järelikult ilma mingite täiendavate konstantideta Joule'i-Lenzi seaduse võrranditeks.

Tuleb silmas pidada, et elektrivoolu töö võib kuluda mitte ainult juhi siseenergia suurendamiseks, vaid ka tema mehaanilise energia muutmiseks. Näiteks võivad magnetväljas paiknevad juhid hakata voolu läbimisel liikuma. Juhi kineetilise energia kui terviku suurenemine nõuab energia juurdevoolu. Sel juhul muundub elektrivoolu energia osaliselt juhi mehaaniliseks energiaks ja osaliselt juhi siseenergiaks. Soojuse eraldumine liikuvas juhis on väiksem kui paigalseisvas, kui vaid juhile on mõlemal juhul rakendatud seesama emj. allikas. Teisel juhul tagab allikas suurema voolutugevuse.

Joule'i-Lenzi seadus kehtib mitte ainult metallide, vaid ka elektrolüütide ja gaaside korral. Vedela või gaasilise voolu juhtiva aine siseenergia suureneb selsamal põhjusel.

Metalljuhi siseenergia suurenemisega kaasneb temperatuuri tõus, mis võib olla küllaldane isegi tema sulamiseks (sulavkaitsmed jm.). Kõrgematele temperatuuridele vastab metalli kristallivõre ioonide intensiivsem võnkumine ja suurem elektronide kaootilise soojusliikumise kiirus, s. t. suureneb osakeste soojusliikumise keskmine kineetiline energia, kusjuures kasvab ka juhi aine osakeste vastastikuse mõju potentsiaalne energia. Elektronide «aurumine», mida meenutasime selle punkti alguses, sel juhul kergeneb, suurem osa vabu elektrone võib ületada juhi külgetõmbe ja temast lahkuda. Selles seisnebki elektroonide termoemissioon — elektronide kiirgumine kuumutatud kehadest.

Ülesanne. Mitu keerdu nikroomtraati tuleb kerida portselansüdamikule, mille läbimõõt $D=2$ cm, et ehitada keetjat, milles $\tau=10$ minuti jooksul hakkab keema $m=500$ g vett? Traadi diameeter $d=0{,}5$ mm, nikroomi eritakistus $\varrho=10^{-4}\ \Omega\cdot$cm, keetja kasutegur $\eta=0{,}6$, vee algtemperatuur $t_0=20\,^\circ$C ja keetjat toidetakse pingega $U=127$ V.

Antud juhul on otstarbekas kasutada Joule'i-Lenzi seadust kujul

$$\Delta Q=0{,}24\ \frac{U^2}{R}\ \tau, \qquad (a)$$

kus R on keetja küttekeha takistus, 0,24 cal/J aga töö soojuslik ekvivalent. Vee soojendamiseks keemistemperatuurini $t_k=100\,^\circ$C on vaja soojushulka

$$\Delta Q_v=mc(t_k-t_0), \qquad (b)$$

kus $c=1$ cal/(g · deg) on vee erisoojus.

Et vee soojendamiseks ei kulu kogu spiraalis eralduv soojushulk, kirjutame energia jäävuse seaduse kujul

$$\Delta Q_v=\eta\cdot\Delta Q$$

ehk, arvestades võrrandeid (a) ja (b),

$$mc(t_k-t_0)=0{,}24\,\eta\ \frac{U^2}{R}\ \tau. \qquad (c)$$

Juhi takistuse võib leida valemi

$$R=\varrho\ \frac{l}{S}$$

abil, kus $S=\frac{\pi d^2}{4}$ on juhtme ristlõike pindala ja $l=\pi Dn$ juhtme pikkus (n on keerdude arv ja πD — spiraali iga keeru pikkus). Seega

$$R=\frac{\varrho\pi Dn}{\frac{\pi d^2}{4}}=\frac{4\varrho Dn}{d^2}. \qquad (d)$$

Paigutades selle R avaldise valemisse (c) ja lahendades saadud võrrandi n suhtes, saame:

$$n=\frac{0{,}24\eta U^2\tau d^2}{4\varrho Dmc(t_k-t_0)}.$$

Pole raske kontrollida, et kui traadi diameetrit mõõta sentimeetrites ($d=0{,}05$ cm), aega sekundites ($\tau=600$ s), töö soojuslikku ekvivalenti cal/J-des, pinget voltides, eritakistust $\Omega\cdot$cm-tes, keeru diameetrit sentimeetrites, massi grammides, erisoojust cal/(g · deg)-des ja temperatuuride vahet kraadides, siis on vastus dimensioonita suurus:

$$\frac{\left(\frac{\text{cal}}{\text{J}}\right)(\text{V})^2(\text{s})\ (\text{cm}^2)}{(\Omega\cdot\text{cm})\ (\text{cm})\ (\text{g})\ \left(\frac{\text{cal}}{\text{g}\cdot\text{deg}}\right)(\text{deg})}=\frac{\text{V}^2\cdot\text{s}}{\text{J}\cdot\Omega}=\frac{\text{V}^2\cdot\text{s}}{\text{A}\cdot\text{V}\cdot\text{s}\cdot\frac{\text{V}}{\text{A}}}=1,$$

$$n=\frac{0{,}24\cdot 0{,}6\cdot(127)^2\cdot 600\cdot(0{,}05)^2}{4\cdot 10^{-4}\cdot 2\cdot 500\cdot 1\ (100-20)}=109 \text{ keerdu.}$$

SI-süsteemi kasutamisel ei sisalda valem töö soojuslikku ekvivalenti. Valemis esinevatel suurustel d, ϱ, D, m ja c on nüüd teised väärtused ning nende ühikud teiste dimensioonidega: $d=5 \cdot 10^{-4}$ m, $\varrho=10^{-6}\Omega \cdot$ m, $D=2 \cdot 10^{-2}$ m, $m=0{,}5$ kg ja $c=4190\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot deg^{-1}}$.

5. Elektrolüütide ioonjuhtivus

Elektrolüütides saadakse elektrivoolu tekkimiseks vajalikud liikuvad laengud lahustunud aine molekulide *dissotsiatsioonil.* Elementaarkursuses räägime kõigepealt soolade, hapete ja aluste vesilahustest. Nende ainete dissotsieerumisel lagunevad neutraalsed molekulid vastasmärgiliselt laetud «kildudeks» — ioonideks. Positiivseteks ioonideks on metallide ja vesiniku ioonid, negatiivseteks happejäägid ja hüdroksüülrühm (OH). Välise elektrivälja puudumisel on kõik need ioonid koos lagunemata molekulidega kaootilises soojusliikumises. Tarvitseb ainult mõjuda ioonidele elektriväljaga, kui algab nende korrapärane liikumine kahe voona: positiivsed ioonid nihkuvad katoodile, negatiivsed anoodile. Summaarne voog on määratud laenguga, mis kantakse mõlema vooga ajaühikus läbi lahuse samba ristlõike. On ju näiteks positiivsete laengute paremale poole suunatud liikumine ekvivalentne negatiivsete laengute liikumisega vasakule.

Ohmi seadus kehtib ka elektrolüütide korral. Erinevuseks metalljuhtidest on eritakistuse vastupidine sõltuvus temperatuurist. Nagu juba märkisime, väheneb temperatuuri tõusul elektrolüütide eritakistus neutraalsete molekulide täiendava ionisatsiooni ja ioonide liikuvuse suurenemise tõttu.

Elektrolüüsiks nimetame neutraalsete ainete eraldumist elektroodidel, mille põhjuseks on laengute vahetamine elektroodide ja ioonide vahel. See nähtus võib muutuda keerukamaks sekundaarsete reaktsioonide tõttu elektrolüüsi neutraalsete produktide ja lahusti või elektroodide aine vahel.

Suure rakendusliku tähtsuse kõrval etendab elektrolüüs olulist osa mitmesuguste ainete ioonide laengute määramisel. Need laengud osutusid elementaarse elektrilaengu kordseteks, mis kinnitas veel kord elektrilaengute diskreetsust — elektrilaengute kõige väiksemate (enam mittejaotuvate!) portsjonite olemasolu.

Elektrolüüsi tähtsaimateks seadusteks on *kaks Faraday seadust. I seadus*: elektrolüüsil eraldunud aine mass Δm on võrdeline elektrolüüti läbinud summaarse elektrilaenguga:

$$\Delta m = k \cdot \Delta q. \tag{22.25}$$

Kui elektrolüüti läbib ajavahemiku Δt jooksul konstantse tugevusega vool I, siis $\Delta q = I \cdot \Delta t$ ja

$$\Delta m = kI \cdot \Delta t. \tag{22.26}$$

Nendes võrrandites on *aine elektrokeemiline ekvivalent k* füüsikaline suurus, mis arvuliselt võrdub ühikulise laengu poolt (ehk ühikulise voolu poolt ajaühiku jooksul) elektrolüüsil eraldatud aine massiga.

Faraday II seadus määrab aine elektrokeemilise ja keemilise ekvivalendi võrdelisuse:

$$k = C\frac{A}{Z} = \frac{1}{F}\frac{A}{Z}, \tag{22.27}$$

kus A/Z on *keemiline ekvivalent* — suurus, mis on võrdne aine aatomkaalu ja valentsi jagatisega. $C = \frac{1}{F}$ on kõikide ainete jaoks universaalne võrdetegur. Suurust F nimetatakse *Faraday arvuks*. Selle füüsikaline mõte avaldub selgelt Faraday seaduste ühendatud võrrandis

$$\Delta m = \frac{1}{F}\frac{A}{Z}\cdot \Delta q. \tag{22.28}$$

Näeme, et Δm *ja* $\frac{A}{Z}$ võrdsuse korral on F ja Δq väärtused võrdsed.

Aine massi grammides, mis on arvuliselt võrdne tema keemilise ekvivalendiga, nimetatakse *gramm-ekvivalendiks* (g-ekv). Analoogiliselt nimetatakse aine keemilise ekvivalendiga arvuliselt võrdset massi kilogrammides *kilogramm-ekvivalendiks* (kg-ekv). Elektrolüüsil ühe gramm- või kilogramm-ekvivalendi mistahes aine eraldamiseks tuleb läbi lahuse lasta järelikult elektrihulk, mis on arvuliselt võrdne Faraday arvuga F. Katseliselt on leitud, et

$$F = 9{,}65\cdot 10^4 \frac{\text{C}}{\text{g-ekv}} = 9{,}65\cdot 10^7 \frac{\text{C}}{\text{kg-ekv}}.$$

Ülesanne. Metalleseme nikeldamine kestis $\Delta t = 6$ tundi. Arvutada tekkinud katte paksus δ, kui eseme pindala $S = 150$ cm^2, nikli valents $Z = 2$ ja voolutugevus oli $I = 0{,}2$ A.

Niklikihi antud pinna korral võime leida tema paksuse, kui on teada kihi ruumala V. Võrrandi (22.28) järgi võib leida eralduva nikli massi Δm, viimase abil aga ruumala V:

$$V = \frac{\Delta m}{\varrho},$$

kus ϱ on nikli tihedus. Tabelist leiame, et $\varrho = 8{,}9$ g/cm^3. Kihi paksus

$$\delta = \frac{V}{S} = \frac{\Delta m}{\varrho S},$$

kusjuures

$$\Delta m = \frac{1}{F}\cdot\frac{A}{Z} I\cdot \Delta t.$$

Kahest viimasest võrrandist järgneb, et

$$\delta = \frac{1}{F} \cdot \left(\frac{A}{Z}\right) \cdot \frac{I \cdot \Delta t}{\varrho S}.$$

Kasutades SI-süsteemi ühikuid, asetame sellesse valemisse suuruste järgmised tabelist saadud ja ülesande tingimustega antud väärtused: $F = 9{,}65 \cdot 10^7$ C/(kg-ekv), $A = 58{,}69$ kg/(kg-aatom), $I = 0{,}2$ A, $\Delta t = 2{,}16 \cdot 10^4$ s, $\varrho = 8900$ kg m^3, $S = 1{,}5 \cdot 10^{-2}$ m^2. Seejuures tuleb keemilise ekvivalendi ühikuks võtta kg/(kg-ekv). Siis

$$\frac{\left(\frac{\text{kg}}{\text{kg-ekv}}\right)(\text{A})\ (\text{s})}{\left(\frac{\text{C}}{\text{kg-ekv}}\right)\left(\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}\right)(\text{m}^2)} = \frac{\text{A} \cdot \text{s} \cdot \text{m}}{\text{C}} = \text{m}$$

ja kihi paksus

$$\delta = \frac{1}{9{,}65 \cdot 10^7} \cdot \frac{58.69}{2} \cdot \frac{0.2\ \ 2{,}16 \cdot 10^4}{8900 \cdot 1{,}5 \cdot 10^{-2}} = 9{,}84 \cdot 10^{-6}\ \text{m}.$$

6. Elektrivool gaasides

Tavalistes tingimustes gaasid elektrivoolu ei juhi, sest nende aatomid ja molekulid on elektriliselt neutraalsed. Et gaas muutuks elektrijuhiks, tuleb kas viia temasse laetud osakesi või siis välise mõjustamisega ioniseerida gaasi aatomeid ja molekule. Ultravioletne, röntgeni- ja radioaktiivne kiirgus ning gaasi tugev kuumutamine põhjustavad gaasi ionisatsiooni. Pärast seda muutub gaas juhtivaks, kusjuures voolukandjateks on elektrone kaotanud või juurde saanud molekulid ja aatomid ning vabad elektronid. Selles seisnebki elektrolüütide ja gaaside juhtivuse erinevus. Vedelike juhtivus on ioonse, gaaside juhtivus aga ioonse ja elektroonse iseloomuga. Välise elektrivälja mõjul tekib ioniseeritud gaasis kaks laetud osakeste vastassuunalist voogu. Ioniseeritud gaasisambale rakendatud pinge suurendamisel teatud piirini on voolutugevus määratud Ohmi seadusega. Pinge teatud väärtusest alates aga voolutugevus enam ei suurene — tekib *küllastusvool*. Viimane on määratud ionisaatori toimega, sest elektriväli kannab kõik ajaühiku jooksul gaasi ruumalas tekkivad ioonid elektroodidele. Kirjeldatud protsesse märkame gaaside nn. *mitteiseseisva juhtivuse* (ehk gaaside mitteiseseisva lahenduse) korral. Ionisaatori töö lakkamisel katkeb ka elektrivool gaasis, sest gaasis olevad ioonid kantakse elektroodidele, uusi aga enam ei teki.

Kui pärast küllastusvoolu saavutamist gaasi mitteiseseisval lahendusel jätkata elektroodidevahelise pinge suurendamist, võib lahenduse iseloom muutuda gaasi molekulide või aatomite *tõukeionisatsiooni* tekkimisega. Tõukeionisatsiooni võivad põhjustada isegi vähesed gaasi elektronid (väga suurtel elektroodidevahelis-

tel pingetel aga ka ioonid), mis on elektrivälja mõjul saavutanud suure kiiruse. Nende elektronide (või ioonide) kineetiline energia võib olla küllaldane, et põrkel eraldada neutraalsetest aatomitest või molekulidest uusi elektrone. Kui gaaslahenduse protsessis tekib elektrone ja ioone juurde kas niisama palju või rohkem kui neid kaduma läheb, siis nimetatakse lahendust *iseseisvaks*. Viimane ei nõua enda säilitamiseks ionisaatorit, sest ioonid tekivad gaasis tugeva elektrivälja mõjul või siis löövad katoodile langevad positiivsed ioonid sealt välja elektrone.

Gaasi rõhu vähendamisel algab iseseisev lahendus väiksemal elektroodidevahelisel pingel, sest antud gaasi aatomite ja molekulide ionisatsioonitöö on kindel väärtus. Et laetud osakese kineetiline energia oleks selle töö tegemiseks piisav, peab osakesel olema täiesti kindel kiirus. Nagu vabad elektronid metallides liiguvad kiirenevalt ainult teepikkusel ühest põrkest kristallivõre iooniga kuni teiseni, nii liiguvad ka gaasi ioonid ja elektronid kiirenevalt ainult põrgetevahelisel teepikkusel (vabal teepikkusel). Mida väiksem on gaasi rõhk, seda väiksem on tema osakeste kontsentratsioon ja suurem vaba teepikkus. Suuremal teepikkusel võib aga antud laetud osakest teatud kiiruseni kiirendada väiksema väljatugevusega väljas.

Tuleb silmas pidada, et *katoodkiiri* — elektronide vooge — võib saada nii vaakuumtorus kui ka gaastäitega torus. Esimesel juhul on elektronide allikaks iseseisvast vooluallikast kuumutatav katood, mis kiirgab elektrone vaakuumi (elektronide termoemissioon). Elektronkiir televiisori või elektronostsillograafi torus on katoodkiirte saamise näiteks kõrgvaakuumis. Teisel juhul lüüakse elektrone välja nii gaasi molekulidest ja aatomitest kui ka katoodi ainest, mida pommitatakse positiivsete ioonidega.

7. Elektrivool vaakuumis

Ainult katoodi kuumutamisega ei õnnestu vaakuumtorus elektrivoolu tekitada. Asi on selles, et katoodist väljuvad elektronid ei lähe väga kaugele, vaid «ujuvad» elektronpilve näol tema läheduses. Selle põhjuseks on katoodil tekkiv positiivne laeng. Katoodi läheduses tekib elektriväli, mis takistab temast eraldunud elektronide eemaldumist. Dioodi anoodi, trioodi anoodi ja võre või elektronkiiretoru «elektronkahuri» anoodi ülesandeks on elektronpilve «äraimemine». Alles siis, kui peale katoodi küttevallika lülitada vaakuumtorule katoodi ja anoodi vahel kiirendavat välja tekitav vooluallikas, tekib torus elektrivool. Selle voolu tugevus sõltub nii katoodi temperatuurist (määrab katoodi antud aine korral katoodi ühikulisest pinnast ajaühikus eraldunud elektronide arvu) kui ka kiirendava välja potentsiaalide vahest (kuipalju elektrone liigub katoodi ja anoodi vahelises ruumis ja kui suure kiirusega).

Kui liikumatut elektroni (või mõnda teist laetud osakest), mille laeng on e ja mass m, kiirendatakse elektriväljaga, siis teeb elektriväli potentsiaalide vahe $\varphi_1-\varphi_2=U$ läbimisel töö eU, mis läheb elektroni kineetiliseks energiaks:

$$eU=\frac{mv^2}{2}, \tag{22.29}$$

kus v on elektroni kiirus.

Elektronide või teiste laetud osakeste liikumisel tugevasti hõrendatud torus liikumistakistus peaaegu puudub. Seetõttu muutub nende liikumine ainult neile mõjuvate elektriväljade muutumisel. «Elektronkahuris» liigub elektron katoodi ja anoodi vahelise teepikkuse kiirenevalt, edasi aga, kui teisi elektrivälju pole, liigub ta inertsi mõjul selle kiirusega, mille ta omandas kiirendavas väljas. Elektronkiiretorusse ehitatud kallutusplaadid loovad elektriväljad, mille abil elektronkiirt juhitakse. Elektrivälja mõju arvutus liikuvale laetud osakesele ei nõua mingisuguseid uusi võtteid.

Ülesanne. Vaakuumtorus kiirendatakse elektronide voogu elektriväljaga, kus elektronid läbivad potentsiaalide vahe $U_1=5000$ V. Pärast seda suunatakse voog tasaparalleelse kondensaatori keskele, paralleelselt plaatidega. Plaatide pikkus $l=5$ cm ja nendevaheline kaugus $d=2$ cm (joon. 82). Kui suurt pinget U_2 tuleb rakendada kondensaatori plaatidele, et kondensaatorist väljumisel elektronkiir kalduks kõrvale kauguse $s=5$ mm võrra?

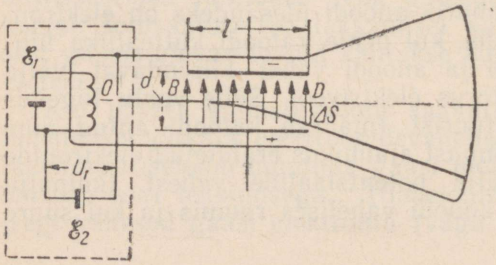
Joonisel 82 näeme punktiiriga piiratud «elektronkahurit» koos vooluallika $\mathcal{E}_1$ poolt kuumutatava katoodiga ja anoodiga, milles on kitsa elektronkiire saamiseks väike tsentraalne ava. Katoodist väljunud elektrone kiirendatakse vooluallika $\mathcal{E}_2$ elektrivälja potentsiaalide vahe U_1 läbimisel kiiruseni v, mis on määratud võrrandiga (22.29):

$$eU_1=\frac{mv^2}{2}. \tag{a}$$

Märgime, et üsna palju elektrone langeb anoodile, kiirusega v liiguvad ainult anoodi ava läbinud elektronid. Teepikkusel OB liiguvad elektronid inertsi mõjul konstantse horisontaalse kiirusega v, mis on määratav võrrandist (a):

$$v=\sqrt{\frac{2eU_1}{m}}. \tag{b}$$

Elektronid kalduvad kõrvale ainult lõigul BD, kus neile mõjub kondensaatori välja jõud. Alates punktist D on liikumine jälle inertsiaalne. Kui kondensaa-



JOON. 82

tori väli on homogeenne, siis mõjub ta igale elektronile vertikaalse jõuga, mis joonisel kujutatud välja korral on suunatud alla. Seda jõudu pole raske arvutada. Kondensaatori plaatide vahelise pingega U_2 ja plaatidevahelise kaugusega d on homogeense välja korral väljatugevus määratud võrrandiga (19.11):

$$E = \frac{U_2}{d}.$$

Elektronile, mille laeng on e, mõjub seega jõud

$$F = eE = \frac{eU_2}{d}. \qquad (c)$$

Edasi on ülesanne analoogiline ülesandega horisontaalse algkiirusega visatud keha liikumise kohta Maa gravitatsiooniväljas, kus kehale mõjub vertikaalne jõud.

Elektroni vertikaalse nihkumise põhjuseks on ainult vertikaalne jõud F, mis annab talle kiirenduse

$$a = \frac{F}{m}.$$

Horisontaalne liikumine teepikkusel, mis on võrdne kondensaatori plaatide pikkusega, on ühtlane. Elektroni nihe Δs on kondensaatori väljas määratud kiirendusega a ja elektroni liikumise ajaga Δt tuntud valemi järgi

$$\Delta s = \frac{a(\Delta t)^2}{2},$$

kusjuures

$$\Delta t = \frac{l}{v},$$

sest sel ajal, kui elektron nihkub kiirenevalt mööda vertikaali Δs võrra, läbib ta horisontaalsuunas kiirusega v teepikkuse l.

Viimase kolme võrrandi alusel võime kirjutada, et

$$\Delta s = \frac{F'^2}{2mv^2}.$$

Asetades F ja v avaldised võrrandisse, saame pärast taandamist:

$$\Delta s = \frac{U_2 l^2}{U_1 4d}, \qquad (d)$$

millest otsitav pinge

$$U_2 = \frac{4d\Delta s}{l^2} U_1.$$

Et murd selles avaldises on dimensioonita suurus (cm^2/cm^2), siis U_2 ja U_1 dimensioonid ühtivad:

$$U_2 = \frac{4 \cdot 2 \quad 0.5}{5^2} 5000 = 800 \ V.$$

Analüüsides võrrandit (d) jõuame järeldusele, et mingi laetud osakese kõrvalekalle kondensaatori väljas sõltub ainult kiirendava ja kallutava elektrivälja potentsiaalide vahe suhtest ning kondensaatori mõõtmetest, mitte aga osakese massist ja laengust.

8. Elektrivool pooljuhtides

Vaadates tabelis toodud mitmesuguste ainete eritakistusi, võib märgata, et metallide eritakistuse (10^{-6} kuni $10^{-8}\ \Omega$ m) ja dielektrikute eritakistuse (10^{8} kuni $10^{13}\ \Omega \cdot$ m) erinevus on kolossaalne. Esimesed on väga head juhid, teised aga isolaatorid, mis praktikas kasutatavate elektriväljatugevuste korral voolu ei juhi. Kas on olemas aga aineid, mille eritakistus on vahepealse väärtusega 10^{-6} kuni $10^{8}\ \Omega \cdot$ m? Kuidas need ained käituvad elektriväljas?

Niisuguseid aineid on looduses väga palju. Viimasel ajal äratas nende elektriliste omaduste uurimine ja nende praktiline kasutamine suurt huvi füüsikute ja inseneride seas. Nendel *pooljuhtideks* nimetatud ainetel on terve rida huvitavaid omadusi. Pooljuhtide hulka kuuluvad germaanium, räni, telluur, metallide oksiidid, metallide ühendid väävliga, telluuriga ja seleeniga ning paljud teised ained.

Meenutame, et me rääkisime «vabadest elektronidest» metallides teatud ettevaatusega. Märkisime, et isegi metalli vabad elektronid alluvad ioonide elektrivälja mõjule ja et nende «vabadus» on piiratud. Näiteks ei saa nad metallist takistamatult lahkuda. Teiselt poolt dielektrikud, mida väga sageli nimetati «vabade» laenguteta aineteks, võivad mõnedes tingimustes juhtida elektrivoolu. Näitena võib tuua «läbilöögi» väga tugevasse elektrivälja paigutatud dielektrikus. Lõpuks on teada, et temperatuuri tõstmisel võib mõnedes dielektrikutes kergemini saavutada «läbilööki», s. t. elektrilaengute korrapärast liikumist. Kõik see näitab, et teravat piiri juhtide ja dielektrikute vahel ei saa tõmmata ja et erinevate ainete, sealhulgas ka pooljuhtide elektrilised omadused on tihedas seoses nende struktuuriga.

Iga aine (metalli, dielektriku ja pooljuhi) aatomid sisaldavad elektrone. Ja kui erinevad ained reageerivad väliste elektriväljade mõjule erinevalt, kas pole see siis seotud elektronide ja aine ülejäänud osakeste vastastikuse mõju erinevusega? Võib-olla soodustab kuumutamine elektronide vabanemist ka nendes ainetes, mis madalal temperatuuril on isolaatorid? (Paljudele lugejatele on arvatavasti teada katse vooluringiga, mille üheks osaks on klaaspulk. Toatemperatuuril vool sellises ahelas praktiliselt puudub. Kui aga klaasi leegiga tugevasti kuumutada, siis tekib vooluringis märgatav vool — süttib vooluringi lülitatud lamp või nihkub ampermeetri osuti jne.) Aine ehituse elektroniteooria andis neile küsimustele jaatava vastuse.

Õigem oleks olnud rääkida, et elektronid on metallides kristallivõre ioonidega «seotud nõrgalt». Piisab nõrgast välisest elektriväljast, et neid viia korrapärasesse liikumisse.

Elektronide ümberjaotumine aatomite ja molekulide vahel elektrolüütide ja gaaside ionisatsioonil (viimaste mitteiseseisval

lahendusel) on seotud väliste faktorite mõjuga. Elektrolüütides «lõhestuvad» lahustatava aine molekulid lahustaja molekulide elektrilise mõju toimel. Gaasides moodustuvad ioonid elektronide lahtirebimisel ja ümberjaotumisel kas kuumutamise või ioniseeriva kiirguse toimel. Neil juhtudel lõhuvad välismõjud elektronide tugeva sideme aatomiga või molekuliga ja põhjustavad elektronide ümberjaotumise. Selle tagajärjeks on ioonide ja vabade elektronide tekkimine, mis välisvälja mõjul hakkavad korrapäraselt liikuma. Põhimõtteliselt võib elektrivoolu tekitada igas mittejuhtivas aines (keedusoola kristallis, ioniseerimata gaasis jm.), kui temale mõjuda küllalt tugeva väliselektriväljaga. Väga tugevad väljad võivad elektrone nende stabiilsest tasakaaluasendist välja viia ja põhjustada aines «nõrgalt seotud» elektronide (juhtivuselektronide) tekkimise. Välja poolt haaratuna põhjustavad viimased oma liikumisega mittejuhtivas aines «läbilöögi».

Kui «läbilöögiks» dielektrikus peab väliselektrivälja tugevus olema väga suur, siis pooljuhtide juhtivuseks võib väljatugevus olla mitu korda väiksem. See näitab, et pooljuhtides on elektronid aatomitega või molekulidega nõrgemini seotud kui dielektrikutes. See kajastub pooljuhtide eritakistuse vahepealses väärtuses, võrreldes metallide ja dielektrikute eritakistusega.

Võib näida, et pooljuhtide aineosakeste vastastikuse mõju analüüs ei anna meile midagi printsipiaalselt uut ja huvitavat. Kas on sest palju kasu, et germaaniumi kristallis toimub «läbilöök» nõrgemas väljas kui vilgukivis, portselanis või teistes dielektrikutes?

Mingi füüsikalise nähtuse või fakti tähtsust ei hinnata alati teda saatvate efektide mastaabi järgi. Paljudel füüsikalistel avastustel ei ole vahetut rakenduslikku tähtsust. Näiteks ei andnud valguse rõhu avastamine inimkonnale uut energiaallikat, rõhk on liiga tühine, et panna liikuma turbiini rattaid jms. Kuid tema avastamine mängis väga suurt rolli valguse elektromagnetilise olemuse kindlakstegemisel, tema materiaalsuse määramisel. Selles mõttes osutasid pooljuhid tehnilisele progressile suure teene.

Asi on selles, et «läbilöök» pooljuhis, mida me võrdlesime «läbilöögiga» dielektrikus, toimub ainult keemiliselt täiesti puhtas pooljuhtivas aines, mille kristallivõrel defektid täielikult puuduvad. Puhta pooljuhi praktiline saamine on väga keeruline ülesanne. Kaasajal on hakatud kasutama mitte puhtaid pooljuhte, vaid mitmesuguste lisanditega ja kristallivõre defektidega pooljuhtaineid, kusjuures nende lisandite hulk ja iseloom määravad pooljuhtide elektrilised omadused. Niisuguste pooljuhtide juhtivust nimetatakse *lisandjuhtivuseks*. Milline on selle juhtivuse mehhanism? Kui suur on tema tähtsus elektrotehnikas?

Vaatleme näiteks viimasel ajal laialt levinud pooljuhtelementi germaaniumi. Germaaniumi aatomid on neljavalentsed — tema väliskihis, s. o. aatomi tuumaga teistest nõrgemini seotud kihis

on neli elektroni, mis tagavad antud aatomi keemilise sideme naaberaatomitega. See side on küllalt tugev. Ta ei luba elektronidel aatomist lahkuda. Sideme purunemisega ongi seotud «läbilöök» pooljuhis tugevas elektriväljas või siis tunduval kuumutamisel nõrgas väljas.

Kui germaaniumi mõne aatomi asemel on kristallivõres viievalentse aine, näiteks arseeni aatomid, siis germaaniumi elektrilised omadused muutuvad. Arseeni aatomi väliskihis on viis elektroni. Neli nendest on keemilises sidemes germaaniumi nelja naaberaatomiga, viies aga jääb vabaks — aatomiga väga nõrgalt seotuks. Juba madalatel temperatuuridel põhjustab soojusliikumine selle sideme purunemise. Välise elektrivälja mõjul tekib nüüd niisuguses pooljuhis elektrivool, mis on seotud lisandi elektronide korrapärase liikumisega vastupidi välise välja suunale. Niisugust juhtivust nimetatakse *elektron-* ehk *n-tüüpi juhtivuseks.*

Hoopis erinev on pilt germaaniumis, kui see sisaldab kolmevalentset lisandit, näiteks alumiiniumi. Alumiiniumi kolm valentselektroni kindlustavad tema keemilise sideme ainult kolme germaaniumi naaberaatomiga. Germaaniumi neljanda aatomiga jääb side täitmata. Selles kohas täheldatakse ühe elektroni puudujääki, mis on ekvivalentne positiivse laengu ülejäägiga. Niisuguseid täitmata sidemeid on tavaks nimetada *positiivseteks «aukudeks»*, pooljuhi juhtivust aga sel juhul *«auk»*- ehk *p-tüüpi juhtivuseks.* «Augud» täidetakse naaberaatomite elektronidega, kusjuures elektronide lahkumine mingist sidemest moodustab sinna uue «augu», mis uuesti täidetakse naaberaatomite elektronidega jne. Nagu «elektrongaasi» soojusliikumine metallis või *n*-tüüpi pooljuhis on elektronide kaootiline liikumine, nii võib ka *p*-tüüpi pooljuhis rääkida «aukude» kaootilisest liikumisest.

«Aukude» liikumise mudeliks võib olla mäng «viisteist». Lamedas ruudukujulises karbis on 15 ruudukujulist kivi ja üks tühi koht, mis kujutab endast «auku». Kivide liigutamise tõttu karbis vabale kohale muudab «auk» asendit. Teda võib näiteks ajada meile lähemast vasakust karbi nurgast paremasse kaugemasse nurka jne.

Välise välja mõjul liiguvad «augud» *p*-tüüpi pooljuhis välja suunas korrapäraselt (sest «augud» on ekvivalentsed «vabade» positiivsete laengutega!). Ei tohi unustada, et ka «aukjuhtivuse» korral on elektrilaengute reaalseteks kandjateks endiselt elektronid! «Augud» on vaid sobivaks mudeliks, mingisuguseid tegelikke «auke» pole aga olemas. Ainult elektronide nihkumise mehhanism pole pooljuhi erinevate juhtivuste korral ühesugune. *n*-tüüpi juhtivusel nihkuvad pooljuhi elektronid nii nagu metalli «vabad» elektronid välja mõjul pidevalt kogu aine ruumalas. *p*-tüüpi juhtivusel nihkuvad elektronid aga ühest täitmata sidemest ehk «august» teise.

«Vabade» juhtivuselektronide arv metallis on suurusjärgult võrdne tema aatomite arvuga (10^{22}—10^{23} ühes kuupsentimeetris) ja ei sõltu praktiliselt temperatuurist. Sellega seletubki metalli väga hea elektrijuhtivus. On selge, et lisandpooljuhid, mille juhtivus on reeglina seotud väga väikese koguse lisandi aatomitega, milledest igaüks annab ühe elektroni või «augu», jäävad laengukandjate arvult metallidest tunduvalt maha.

Pooljuhtide suurepäraseks iseärasuseks on nende eritakistuse (suurem metallide eritakistusest) järsk sõltuvus temperatuurist. Temperatuuri tõusuga pooljuhi takistus väheneb. Kui näiteks plaatina eritakistus suureneb 300 kraadi võrra kuumutamisel ligikaudu kaks korda, siis mõnede pooljuhtide eritakistus väheneb samade kraadide võrra kuumutamisel mitu tuhat korda. See on seotud asjaoluga, et juba väikesed temperatuurimuutused põhjustavad uute «aukude» ja elektronide vabanemise, millega laengukandjate arv kasvab.

Pooljuhtide nimetatud iseärasus lubas neid kasutada *temperatuurianduritena* (ehk *termistoridena*). Termistorid võivad olla väga väikesed (kas või nööpnõela pea suurused) ja nad lubavad registreerida temperatuurimuutusi kuni miljondiku kraadini. Iga teist liiki konstruktsiooniga termomeetri tundlikkus on tunduvalt väiksem.

Viimastel aastatel on mitmesugustes teaduse- ja tehnikaharudes hakatud laialdaselt kasutama pooljuhtalaldeid, -võimendeid, -fotoelemente ja teisi seadmeid, mis on ökonoomsemad, vastupidavamad ja mõõtmetelt tunduvalt väiksemad elektron-vaakuumriistadest.

§ 23. MÕNED ÜLDISED JÄRELDUSED ELEKTROSTAATIKAST JA ALALISVOOLUDE ELEKTRODÜNAAMIKAST

Seletades kvalitatiivselt uut vastastikuste mõjude liiki — elektrilisi vastastikuseid mõjusid — pidime paratamatult tungima aine sisemusse, kusjuures aatomite ja molekulide lugemine aine väikseimateks koostisosadeks polnud elektriliste vastastikuste mõjude ja aine paljude omaduste selgitamiseks küllaldane. Aine käsitlemine «elektronitasemel» (või «elektroni-tuumatasemel») avas aine uued omadused — elektrilised omadused, mis pole ainele mingisuguste protsesside (elektriseerimine jt) tulemusel väljastpoolt «kaela määritud», vaid on ainele endale omased. Sellest lähtudes osutuvad mehaanika ja soojusülesanded «pinnapealseteks» seetõttu, et siin ei arvestata uuritavates objektides toimuvaid «peeneid» elektrilisi protsesse.

Elektriväljade ja ainete elektriliste omaduste arvestamisel tuli meil veel kord laiendada energia jäävuse ja muundumise seadust. Laetud osakeste vastastikune mõju ja liikumine on seotud elekt-

rienergia muundumisega, mis on veel üheks lüliks loodusnähtuste energeetilisel analüüsil, kusjuures see uus energia liik ei osutunud teistest, meile juba tuntud liikidest eraldatuks. Elektrienergia muundumisega võib kaasneda mitte ainult üksikute laetud mikroskoopiliste osakeste, elementaarosakeste, vaid ka makroskoopiliste kehade mehaaniline liikumine (näiteks vooluga juhi liikumine magnetväljas). Juhis eraldub voolu läbimisel soojus ja dielektriku elektrilisel mõjutamisel võib muutuda tema siseenergia (näiteks kiiresti muutuvas elektriväljas tõuseb dielektriku temperatuur, mida võib seletada dielektriku edasi-tagasi pöörduvate dipoolide vahelise «hõõrdumisega»). Siseenergia «elektrilise komponendi» muutumine võib põhjustada «keemilise komponendi» muutumise (keemiline efekt elektrolüüsil).

Kõik see lubab elektrienergiat vaadelda aine siseenergia koostisosana, kusjuures ta on ühtlasi ka elektriväljade tähtsaimaks iseloomustajaks.

Me rõhutasime, et vastastikust mõju realiseerivateks materiaalseteks objektideks on väljad (gravitatsiooni-, elektrostaatiline ja kõrvaliste jõudude väli). Nagu osakesed või kehad (osakeste kogumid), nii eksisteerivad ka väljad looduses meie soovidest või tegudest sõltumatult ja me võime neid välju vaid ümber jaotada. Väljad koos osakestega (ainega), kui nii võib öelda, «täidavad loodust». Tellis või mistahes muu keha pole mitte ainult suure arvu osakeste (molekulide, aatomite või aatomituumade ja elektronide) kogum, vaid peale selle veel ka väljade «kogum». Viimasesse kuuluvad gravitatsiooniväli, sest kõik osakesed on ülemaailmse gravitatsiooniseaduse alusel vastastikuses mõjustuses, elektriväli, sest aatomituumad ja elektronid mõjustavad üksteist vastavalt Coulomb'i seadusele, ja veel mõned teised väljad. Kui väljad, s. o. «tsement», mis seob «kivikesi» ühtseks kehaks, puuduksid, siis lakkaks keha kui niisugune olemast.

Tuleb veel kord meenutada vabade elektrilaengute süsteemi püsiva tasakaalu võimatuse suurt tähtsust. Selle fakti analüüs viis meid iga keha koostises olevate laetud osakeste paigalseisu võimatuse tunnustamisele.

Täpsustades nüüd «kivikeste» mudeleid, peame neid kujutama mitte väikeste siledate piljardikuulikestena, s. o. masspunktidena, mis sõltuvalt tingimustest on kas paigal või liiguvad, vaid tingimata liikuvate osakestena. Niisugune minimõõtmetega liikuv osake kannab endaga kaasas tervet väljade «komplekti», mis tagab selle osakese vastastikuse mõju kogu teda ümbritseva mateeriaga. Selle jämedakoelise ja esialgu veel «väga mehaanilise» mudeli kohaselt peame kehade tohutut mitmekesisust kujutama kui osakeste arvutut hulka, mis on ruumis «kämpudena» väga ebaühtlaselt jaotunud. Need «kämbud» pole ühesuguste mõõtmetega, väikesed vastavad üksikutele aatomitele või teistele mikroskoopilistele moodustistele, suured aga taevakehadele. Osa-

kestevahelises ruumis valitseb keerulisim väljade läbipõimumine. Pilt pole just kõige lihtsam! Et selles orienteeruda, leppisime kokku arvestada kõigepealt antud ülesandes domineerivaid iseloomulikke vastastikuseid mõjusid, ja kui tulemused on tõepärased, siis ilma vajaduseta mitte jaotada «kämpe» koostisosadeks.

Looduseuurija sarnaneb kunstilise panoraami külastajaga, kelle pilk ei suuda haarata korraga kogu maali lõuendit. Viimast võib vaadata ainult osade kaupa, saades sel teel ettekujutuse maalist. Maali iga osa võib uurida ka mikroskoobiga. Sel juhul saame ettekujutuse juba väiksematest detailidest. Et aga maal ei kaotaks meie jaoks oma kunstilist väärtust, ei tohi detailid tema üldmuljet rikkuda.

Elektrostaatika ja alalisvoolu nähtuste kvalitatiivsel ning kvantitatiivsel uurimisel kirjeldame tegelikult liikumatuid või liikuvaid laenguid ja laetud kehi, mis mõjuvad üksteisele juba mitte enam mehaanikaseaduste kohaselt. Selline käsitlusviis oli seni küllaldaselt näitlik — näitlikkuse poole püüdleme aga võimaluse piires alati — ja lubas katselised andmed viia vastavusse meie teoreetiliste arutlustega.

Erilist tähelepanu väärib elektriliste vastastikuste mõjude leviskiirus. Me rääkisime juba, et osakeste kaootiline soojusliikumine aines, sealhulgas ka «vabade» elektronide kaootiline liikumine metallides toimub suure kiirusega, mis sõltub aine temperatuurist. Samuti on selge, et kui suur ka selle kaootilise soojusliikumise keskmine kiirus poleks, ei määra ta ikkagi laetud osakeste korrapärase liikumise kiirust. Väga väikese eritakistusega vaskjuhi juhtivuselektronide korrapärase liikumise keskmise kiiruse arvutasime juba eespool (§ 22, p. 2, ülesanne). See osutus tühiselt väikeseks (ligikaudu kümnendik millimeetrit sekundis). Kui juhtme pikkus pistikupesast laualambini on näiteks 2 m, siis tuleks meil niisuguse kiiruse korral lülitamismomendist kuni lambi süttimiseni oodata üle viie tunni. Teame aga hästi, et tegelikult pole see nii. Isegi siis, kui lülitada vool asustatud punktist väga kaugel asetsevas jaamas, süttivad elektrilambid asulas praktiliselt silmapilkselt, ilma igasuguse pausita. Millest see on tingitud? Vastus seisneb selles, et elektrilised häirused ehk elektrivälja muutused levivad nii aines kui ka tühjuses kolossaalse kiirusega (tühjuses ligikaudu 300 000 km/s). Mitte lõpmatu suure ega lõpmatult väikese, vaid täiesti kindla l õ p l i k u kiirusega! Tarvitseb ainult kokkupuutel elektriseerunud klaaskepp ja amalgaamitud nahatükk teineteisest eemaldada, kui neid ümbritsevas ruumis ilmnevad elektriväljad. Kui selles ruumis asetseb näiteks laetud kuulike, siis ei mõju need väljad talle kohe, vaid teatud ajavahemiku järel, mis on vajalik väljade jõudmiseks kuulini. Kepi ja nahatüki uuel kokkupuutel kaob nende elektriseerimisel ümberjaotunud laengute elektriväli, kusjuures kuulikesele mõjuv jõud ei kao momentaanselt, vaid väikese hilinemisega.

Ja lõpuks viimane detail. Eespool leppisime kokku mõista elektrivoolu all laengute igasugust korrapärast liikumist. Mõjutades liikuvaid laenguid sisaldavat ainet väliselektriväljaga, tekib aines elektrivool. Viimane võib voolata ka tühjuses, kui sinna laenguid viia. Katoodkiired või mistahes laetud osakeste vood kujutavad endast «vooluniite». Ka ainult üks tühjuses liikuv elektron tekitab oma teel elektrivoolu. Kui elektroni trajektoor on piiratud (ühest elektroodist teiseni), siis võib vool olla lühiajaline ja nõrk. Kuid see on ikkagi vool! Arusaadavalt on elektrivooluga tegemist ka sel juhul, kui laetud osake liigub kinnisel, näiteks ringjoonelisel või elliptilisel trajektooril. Niisuguse «vooluniidikese» läbimõõt on väga väike, voolutugevus aga on määratud osakese kiirusega. Meenutame, et aine igas aatomis liiguvad elektronid pidevalt kinnistel orbiitidel, millest järeldame, et ainele on iseloomulikud mitte ainult liikumatute elektrilaengute omadused, vaid ka «voolulised» omadused. Iga orbiidil liikuv elektron tekitab aine aatomis kinnise mikrovoolu. Mikrovoolude hulk on võrdne elektronide hulgaga. Peale selle võivad aines tekkida täiendavad mikroelektrivoolud elektronide orbiitide pöördumisel aatomi tuuma ümber või orbiitide deformatsioonil.

VI. MAGNETISM

§ 24. MAGNETVÄLI JA SELLE OMADUSED

1. Liikuvate elektrilaengute uued omadused

Juhti või tühjust läbiva elektrivooluga kaasnevate nähtuste kõrval, mida vaatlesime eespool, esineb veel *magnetiline* efekt. Liikuvad elektrilaengud jätkavad üksteise mõjutamist elektrostaatiliste jõududega, kuid sellele mõjule lisandub veel uus komponent, mis ilmneb ainult elektrilaengute liikumisel antud taustsüsteemis. Seega on seisvate ja liikuvate laengute omadused erinevad.

Laengute iga korrapärast liikumist nimetatakse elektrivooluks. Järelikult mõjub iga vool (juhtivus-, konvektsioonivool) teistele vooludele (teistele liikuvatele laengutele). Jõude, mis seda mõju kehastavad, nimetatakse *magnetilisteks jõududeks*. Seejuures kohtume jälle väljaga: liikuvad elektrilaengud on peale elektrostaatilise välja ümbritsetud veel *magnetväljaga*, mis mõjub teistele liikuvatele laengutele.

Magnetilised jõud pole juba tuntud elektrostaatiliste jõududega samaväärsed. Nagu elektrostaatilised jõud erinevad gravitatsioonijõududest, nii erinevad magnetilised jõud elektrostaatilistest. Näiteks võivad kaks liikumatut elektroni samanimeliste laengutena Coulomb'i seaduse kohaselt ainult tõukuda. Kuid samasuunalisel paralleelsel liikumisel mõjuvad elektronidele peale elektriliste tõukejõudude veel magnetilised tõmbejõud, mille suurus sõltub laengute kiirusest.

2. Kuidas magnetvälja avastada?

Lihtsaim seade magnetiliste jõudude registreerimiseks on looduseuurijaile juba ammu tuntud magnetnõel. See oli kaua aega (ka kaasajal kasutatakse teda sageli katsetel) mugavaks mõõteriistaks, mille abil sai määrata magnetiliste jõudude suunda. Kuid

magnetnõela enda magnetiliste omaduste põhjusi ei avastatud kaugeltki kohe.

Väga sageli räägitakse ka praegu magnetnõela põhja- ja lõunapoolusest. Nende kokkuleppeliste terminite kasutamises pole midagi imelikku. Kui aga magnetilisi omadusi püütakse seletada magneti otstes olevate «magnetiliste masside» abil, siis peab olema ettevaatlik! Siin peitub vähemalt kolm viga, mis võivad mõnikord «inertsi» tõttu sattuda mitte eriti rangetesse füüsikalistesse arutlustesse.

Esiteks, kui räägitakse «magnetilistest massidest», siis püütakse tegelikult aine (magnetnõela või mõne teise keha) omadusi seletada «millegi» lisandumisega teatud hulgal. See «miski» pole kuidagi seletatav ja ta võib viia väärkujutlusele mingist «magnetilisest vedelikust», «magnetilistest osakestest» (analoogiliselt erinimeliste elekrilaengutega) või veel millestki muust.

Teiseks, seda «midagi» nimetatakse «massiks», ning nagu mehaanikas, nii püütakse ka siin selle nimetusega luua kujutlust mittetajutavast «magnetilise aine» h u l g a s t, kusjuures seda hulka hakatakse segi ajama peamise dünaamilise iseloomustajaga — mateeria o m a d u s e g a. Hulka segatakse omadusega!

Kolmandaks tekib väärkujutlus, et looduses eksisteerib eraldatult kaks erinimelist «magnetilist massi» — «põhjamass» ja «lõunamass» (ehk positiivne ja negatiivne). See isegi kõlab kuidagi kohmakalt. Kuid asi pole muidugi mitte nimetuses — võib ju nuputada midagi kõlavamat —, vaid selles, et katsed pole näidanud üksikute erinimeliste «magnetiliste masside» olemasolu. On teada, et magneeditud terasvarda tükeldamisel jäävad igale tükile mõlemad erinimelised magnetilised tunnused. Ükskõik kui väikesteks tükkideks me varda ka lõhuksime, ikkagi esinevad magnetilised põhja- ja lõunapoolused koos järelikult eksisteerivad magnetpoolused alati paaridena. Kui on olemas põhjapoolus, siis peab tingimata olema ka lõunapoolus.

«Magnetiliste masside» teooria pooldajad võivad väita, et taolised katsed kinnitavad aine «elementaarmagnetite» olemasolu, mille otstes on analoogiliselt dielektriku polaarsete aatomite või molekulidega (dipoolidega) erinimelised «magnetilised massid». Analoogia on tõepoolest olemas, kuid mitte suur. Dipooli struktuur on meile teada, samuti see, et erinimelised elektrilaengud, milledest ta koosneb, võivad eraldi eksisteerida. Dipooli purunemisel (see võib juhtuda kas või elektrolüütilisel dissotsiatsioonil) tema üksikud osad (elektronid, aatomituumad, ioonid ja teised moodustised) ei lakka eksisteerimast. «Magnetiliste dipoolide» eraldatud osi pole aga kellelgi kunagi õnnestunud avastada. Seega pole mõtet rääkida «magnetilisest massist», nagu pole vaja kasutada füüsikalisi mõisteid, millel pole füüsikalist sisu.

Jätame ajutiselt magnetnõela magnetiliste omaduste põhjuste selgitamise pooleli ja kasutame teda mõõteriistana. Paigutades

väikese magnetnõela ruumi mitmesugustesse punktidesse selle koha ümber, kus liiguvad elektrilaengud, võib nõela käitumise järgi hinnata nõela poolustele mõjuvaid magnetilisi jõude. Elastse niidi otsa riputatud magnetnõel orienteerub magnetvälja eri punktides erinevalt, pöörates või kallutades niiti erinevate nurkade võrra. Mida suurem on pöördenurk, seda suuremad on ka magnetilised jõud. Viimaste suuna määrame nende mõju järgi magnetnõela põhjapoolusele.

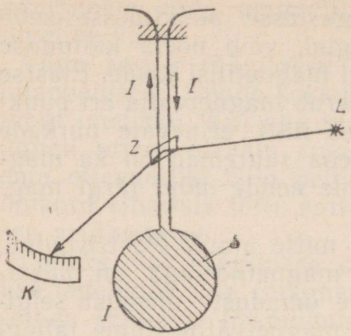
Magnetvälja allikateks võivad olla mitte ainult elektrivoolud, vaid ka teatud kehad, mis sarnanevad magnetnõelaga, nn. *püsivmagnetid.* Püsivmagnetite magnetiliste omaduste olemust selgitame pisut hiljem, kuid nende kehade magnetvälju võime jällegi mõõta magnetnõelaga.

Magnetnõela abil on kerge määrata temale mõjuvate magnetiliste jõudude suunda. Kui meil on vaja aga teada nende jõudude suurust, siis tuleb silmas pidada, et viimane sõltub ka magnetnõela magnetilistest omadustest, mida me esialgu mõõta ei oska. Põhimõtteliselt võiks mitmesuguseid välju mõõta ühe ja seliesama etalonina kasutatava magnetnõela abil, kuid praktiliselt on see niisama võimatu nagu nõue, et kõik kauplused ja ateljeed kasutaksid tekstiilmaterjalide mõõtmiseks ühtainust etalonmeetrit. Selline magnetnõel pole taastatav.

Teistes mõõteseadmetes kasutatakse magnetvälja tuntud mõju voolule. Mõõteriistaks võib olla lühike sirgjuhe, mida läbib kindla tugevusega elektrivool. Niisugusele uuritava välja mingisse punkti paigutatud voolujuhile mõjuva jõu mõõtmine ei tekita erilisi raskusi. Juhi pikkust ja voolutugevust temas võib mõõta väga täpselt. Taolist mõõteseadet võib alati taastada.

Voolujuhile mõjuvate magnetvälja jõudude praktilisel mõõtmisel tekivad aga uued raskused. Juhile mõjuva jõu väärtus sõltub kõikide teiste tingimuste võrdsuse korral juhi pikkusest. Mida pikem on voolujuht, seda suurem on jõud. Tähendab, magnetvälja iseloomustamiseks välja antud punktis tuleb voolujuht võtta väga lühike. Juhile mõjuvad jõud sõltuvad veel juhi orientatsioonist. Kui magnetvälja antud punktis juhti pöörata, siis muutub talle mõjuva magnetilise jõu väärtus nullist kuni mingisuguse maksimaalse väärtuseni. Lühikese juhi pöördenurki on väga raske mõõta. See pole aga ainuke ebameeldivus. Meil on vaja lühikest sirgjuhi lõiku vooluga. Kuidas seda aga saada? Juhi otsad tuleb ju ühendada vooluallikast tulevate juhtmetega. Viimased on küllalt pikad (kuna meil pole küllalt väikeste mõõtmetega vooluallikaid) ja nendele mõjuvad magnetilised jõud võivad osutuda sirgjuhi lõigule mõjuvatest jõududest tunduvalt suuremaks.

Juhtmetele, milles voolud on vastassuunalised, mõjuvad ka vastassuunalised magnetilised jõud (paralleelsed voolud tõmbuvad, antiparalleelsed tõukuvad). Teineteise ümber keeratud või tihedalt kõrvuti asetatud viikjuhtmetele mõjuvad vastastikku tasa-



JOON. 83

kaalustatud magnetilised jõud. Kuid ka juhtmete põimimine ei kõrvalda sirgjuhi vooluga lõigule mõjuva magnetilise jõu tunduvat muutumist, sest selle lõigu otstesse viivad ikkagi põimimata viikjuhtmed, milledele väli mõjub teatud jõududega.

Mainitud raskuste kõrvaldamiseks võib mõõteseadmena kasutada väikest juhtmekeerdu, mis on kahe põimitud või paralleelse juhtmega ühendatud emj. allikaga (joon. 83). Niisugune keerd on ise magnetvälja allikaks, kusjuures talle mõjub mingi teise allika magnetväli, millesse ta on paigutatud. Kuidas käitub selline keerd magnetväljas? Ta võib liikuda kulgevalt ja pöörduda ümber teda hoidva niidi (niidiks on muidugi viikjuhtmed, kui nad on küllalt peenikesed). Kulgevalt liigub keerd ainult liitmagnetväljas (mitte homogeenses), lihtväljas (homogeenses) ta aga ainult pöördub.

Olgu väga väikese pindalaga keerd paigutatud uuritava magnetvälja teatud kohta, näiteks magneti suurte pooluskingade vahelisse kitsasse pilusse. Niidi pöördumist mõõdame peeglilt skaalale K peegeldunud valguslaigu nihkumise järgi (joon. 83). Teades niidi elastsust ja tema väändenurka, võib määrata magnetväljas asuvat juhtmekeerdu pöörava jõumomendi.

Selgub, et antud väljas sõltub keeru pöördenurk ainult teda läbivast voolust I ja pindalast S (joonisel 83 on keeru pindala viirutatud). Keeru kuju (ring, ruut jne.) pole oluline. Pöördenurk (järelikult ka magnetvälja jõudude pöördemoment) on võrdeline nii voolutugevusega kui ka pindalaga. Seepärast on väga mugav iseloomustada keeru käitumist magnetväljas tema *magnetilise momendi* vektoriga $\boldsymbol{p}_m$, mis arvuliselt võrdub teda läbiva voolutugevuse ja pindala korrutisega:

$$p_m = IS. \tag{24.1}$$

Keeru magnetilise momendi vektor $\boldsymbol{p}_m$ on risti keeru pindalaga ja suunatud nii, et tema lõpust (vektori noole otsast) vaadatuna voolab vool keerus vastu kellaosuti liikumise suunda. Joonisel 83

toodud juhtmekeeru magnetilise momendi vektor on risti joonise pinnaga ja suunatud joonise taha.

Nüüd võib vooluga keerd mitmesuguste magnetväljade uurimisel asendada magnetnõela. Kui antud magnetvälja samasse kohta paigutada magnetnõel ja juhtmekeerd, siis orienteerub viimane nii, et tema magnetilise momendi vektor on alati suunatud piki magnetnõela telge ja «vaatab» selles suunas, kuhu näitab magnetnõela põhjapoolus.

Magnetilise momendi ühik määratakse võrduse (24.1) põhjal. SI-süsteemis kasutatakse keeru või kontuuri magnetilise momendi mõõtmiseks ühikut $A \cdot m^2$.

3. Magnetilise induktsiooni vektor kui magnetvälja põhiline jõukarakteristika

Magnetvälja uurimisel kasutatakse välja mitmesugustes punktides väikeste mõõtmetega voolukeerdu nagu proovilaengut elektriväljade uurimisel. Märkisime juba, et magnetiliste jõudude suund välja antud punktis ühtib magnetilise momendi vektori $\boldsymbol{p}_m$ suunaga. Paigutades keeru välja mitmesugustesse punktidesse, leiame igas punktis magnetilise jõu suuna. Kuid peale selle on vaja teada veel magnetilise jõu suurust. Siin tuleb abiks *Ampere*'i katseline *seadus*, mis seob magnetvälja paigutatud lühikesele vooluga juhile mõjuva jõu magnetvälja põhikarakteristikaga — *magnetilise induktsiooni vektoriga* $\boldsymbol{B}$:

$$\Delta F = kI\Delta l B \sin \alpha. \qquad (24.2)$$

Selles võrduses on Δl sirgjuhi väikese lõigu pikkus, mida läbib vool tugevusega I, k — võrdetegur, mis sõltub ainult ühikute süsteemi valikust, B — magnetilise induktsiooni väärtus juhi asukohas ning α — nurk voolujuhi telje ja vektori $\boldsymbol{B}$ suuna vahel. Magnetvälja iseloomustava suuruse $\boldsymbol{B}$ mõte selgub sellestsamast valemist. Mõõtühikute süsteem valitakse alati sellise arvestusega, et suurusi seostavatel võrranditel oleks võimalikult lihtne kuju. Kui suurusi ΔF, I, Δl ja B mõõta ühe ja sellesama süsteemi ühikutes, siis $k=1$. Võrrand (24.2) lihtsustub veelgi, kui $\alpha = \frac{\pi}{2}$, sest siis $\sin \alpha = 1$. Lahendades võrrandi (24.2) B suhtes, saame:

$$B = \frac{\Delta F}{I\Delta l}. \qquad (24.3)$$

Nüüd on selge, et magnetiline induktsioon on füüsikaline suurus, mis arvuliselt võrdub homogeense magnetvälja antud kohas ühikulise pikkusega voolujuhile mõjuva jõuga, kui juhti läbib ühikulise tugevusega vool ja voolujuht asetseb vektori $\boldsymbol{B}$ suunaga

risti. Viimast tingimust on praktiliselt kerge täita. Nagu juba märgitud, võib jõuvektori $\boldsymbol{F}$ suunda magnetvälja antud punktis määrata vooluga keeru abil. Seejärel paigutame sellessesamasse punkti vooluga sirgjuhi ja pöörame teda vektori $\boldsymbol{F}$ risttasandis seni, kuni juhile mõjuv magnetiline jõud saavutab maksimaalse väärtuse. Siis võime olla kindlad, et voolujuhi telg on vektoriga $\boldsymbol{B}$ risti.

Võrrandi (24.3) abil määrame magnetilise induktsiooni ühiku SI-süsteemis. $\Delta F = 1$ N, $I = 1$ A ja $\Delta l = 1$ m korral omandab suurus B ühikulise väärtuse. Selle ühiku nimetuseks on *tesla* (T):

$$1\ \mathrm{T} = \frac{1\ \mathrm{N}}{1\ \mathrm{A} \cdot 1\ \mathrm{m}} = 1 \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}}.$$

Seega on tesla niisuguse homogeense magnetvälja magnetiline induktsioon, kus 1 meetri pikkusele voolujuhile, mis on risti välja vektori $\boldsymbol{B}$ suunaga, mõjub jõud 1 njuuton.

Lihtne teisendus näitab, et

$$\mathrm{T} = \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{N} \cdot \mathrm{m}}{\mathrm{A} \cdot \mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{J}}{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}} \cdot \mathrm{m}^2} = \frac{\mathrm{V} \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{m}^2}.$$

Magnetiline induktsioon on järelikult magnetvälja jõukarakteristikaks (tema väärtus on seotud magnetiliste jõudude väärtusega). Kui teda võrrelda elektriväljatugevuse vektoriga, siis võib märgata erinevust nende vektorite suundades vastavate jõuvektorite suuna suhtes. Elektriväljatugevuse vektor $\boldsymbol{E}$ ühtib suunalt välja antud punkti paigutatud positiivsele proovilaengule mõjuva jõuvektoriga. Magnetilise induktsiooni vektor $\boldsymbol{B}$ on aga magnetvälja uuritavasse punkti paigutatud lühikesele vooluga sirgjuhile mõjuva jõuga alati risti.

Analoogiliselt elektriväljade graafilise kujutamisega elektrivälja jõujoonte (ehk väljatugevusjoonte) abil võib ka magnetvälju graafiliselt kujutada *magnetilise induktsiooni joontega.* Viimased joonistatakse nii, et joone iga punkti puutuja ühtib magnetilise induktsiooni vektori suunaga.

Tuntud *«korgitsa reegel»* lubab määrata mistaheskujulise vooluga juhi magnetvälja induktsioonijoonte suunda: kui korgits liigub voolu suunas, siis ühtib tema käepideme pöördumise suund induktsioonijoonte suunaga. Kui juht pole sirge, siis jaotatakse ta «korgitsa reegli» rakendamiseks niivõrd väikesteks osadeks, et neid võib lugeda sirgeteks.

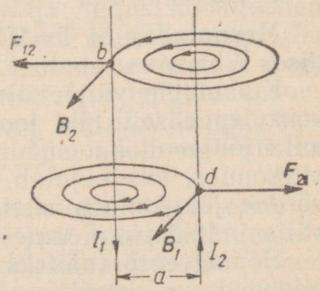
Jõudude mõju sõltumatuse printsiip, mis kehtib ka magnetiliste vastastikuste mõjude korral, lubab arvutada nii mitme vooluga juhi kui ka iga juhi kaduvväikese osa või püsivmagnetite mitme pooluse poolt tekitatud keerukaid magnetvälju. Meid huvitavas välja punktis on välja jõud võrdne kõikide selles punktis mõjuvate jõudude geomeetrilise summaga. Seesama printsiip või-

maldab geomeetrilise liitmise teel määrata ka summaarse magnetvälja induktsiooni vektorit.

Magnetvälja induktsioonijooned on alati kinnised. See eristab neid elektriväljatugevuse jõujoontest ja rõhutab veel kord, et looduses pole olemas «magnetilisi laenguid» või «magnetilisi masse» (nagu on olemas positiivsed ja negatiivsed elektrilaengud), milledest ühtedel induktsioonijooned algavad ning teistel lõpevad.

Magnetvälja paigutatud vooluga juhile mõjuva jõu suuna määramiseks kasutatakse *«vasaku käe reeglit»*: kui vasak käsi asetada nii, et magnetvälja induktsioonijooned tungivad peopessa ja neli sõrme ühtivad voolu suunaga, siis näitab väljasirutatud pöial voolujuhile mõjuva jõu suunda. See reegel põhineb Ampere'i seadusel (24.2) ja on kooskõlas vektori $\boldsymbol{B}$ definitsiooniga. Magnetväljas vooluga sirgjuhi osale mõjuva jõu suund on alati risti pinnaga, milles asub vektor $\boldsymbol{B}$ ja voolujuhi telg. Jõu suurus sõltub juhi telje ja magnetilise induktsiooni vektori vahelisest nurgast ja muutub nullist (kui juhi telg ühtib välja magnetilise induktsiooni suunaga) maksimumini (kui nurk juhi telje ja induktsioonijoonte vahel on $\frac{\pi}{2}$ rad).

Praktikas on oluliseks juhuks väga pikkade, paralleelsete, vooluga sirgjuhtide vastastikune mõju. Sel juhul asub kumbki juht naaberjuhi magnetväljas. Joonisel 84 näeme kaht vertikaalset paralleelset voolujuhti, mis asuvad teineteisest kaugusel a ja milles voolavad vastassuunalised voolud I_1 ja I_2. Vooluga sirgjuhi magnetvälja jõujooned on kontsentrilised ringid, mille ühine keskpunkt asub juhi teljel, nende suund aga määratakse «korgitsa reegliga». On selge, et esimese voolujuhi punktis b asub teise juhi välja magnetilise induktsiooni vektor $\boldsymbol{B}_2$ horisontaaltasandis, olles suunatud meie poole ja moodustades esimese juhi teljega täisnurga. Teise voolujuhi magnetvälja poolt esimesele juhi punktis b mõjuva jõu vektor $\boldsymbol{F}_{12}$ asub joonise tasandis ja on suunatud vasakule (vastavalt vasaku käe reeglile). Analoogiliselt võib arutleda ka teise juhi punkti d korral. Niisugused antiparalleelsete vooludega juhid tõukavad teineteist võrdsete jõududega,



JOON. 84

sõltumata voolutugevustest I_1 ja I_2. See on seotud asjaoluga, et kõikide muude tingimuste võrdsusel on jõud F_{12} võrdeline voolutugevusega I_1 ja induktsiooniga B_2, viimane omakorda on aga võrdeline voolutugevusega I_2, mille magnetväli mõjub esimesele voolujuhile. Seega on jõud F_{12} võrdeline voolude I_1 ja I_2 korrutisega. Sellesama korrutisega on võrdeline ka teisele juhile mõjuv jõud F_{21}, sest Ampere'i seaduse kohaselt on ta võrdeline juhti läbiva vooluga I_2 ja juhi asukohas valitseva magnetilise induktsiooniga B_1. Viimane on aga võrdeline vooluga I_1.

Taoline katse teineteisest teatud kaugusel vaakuumis asetseva kahe lõpmata pika paralleelse ja lõpmatult väikese läbimõõduga voolujuhiga, milles voolutugevused on võrdsed, on SI-süsteemis aluseks voolutugevuse ühiku määramisel. On kokku lepitud, et voolutugevus neis juhtides on 1 A, kui juhid asetsevad tühjuses teineteisest 1 m kaugusel ja 1 m pikkusele juhi lõigule mõjub jõud $2 \cdot 10^{-7}$ N. Niisugune ampri definitsioon ei võimalda kasutada etaloni. Peale selle pole nimetatud viisil defineeritud amper otseses mõttes põhiühik, mis ei sõltu teistest ühikutest (voolutugevus määratakse juhtide vahel mõjuva jõu abil). Sellele vaatamata on aga niisugune definitsioon otstarbekam kui need, mida varem kasutati (näiteks voolutugevuse ühiku määramine voolu keemilise toime järgi elektrolüüsil).

Elektrilaengu (ehk elektrihulga) ühik *kulon* defineeritakse SI-süsteemis võrrandiga (22.1) ja ta on tuletatud ühik: kulon on 1 sekundi jooksul juhet läbiv laeng, mis tekitab juhtmes elektrivoolutugevuse 1 amper.

Magnetilise induktsiooniga on seotud veel üks väga tähtis magnetvälja iseloomustav suurus — *magnetvoog* Φ. Magnetvoog on füüsikaline suurus, mis on võrdne antud kohas esineva magnetilise induktsiooni B ja induktsioonijoontega risti asetseva pinna S korrutisega:

$$\Phi = BS_{\perp} \qquad (24.4)$$

Selle võrrandi abil määratakse SI-süsteemis magnetvoo mõõtühik *veeber* (Wb):

$$1\ \text{Wb} = 1\ \text{T} \cdot 1\ \text{m}^2.$$

Meenutades, et $\text{T} = \text{V} \cdot \text{s/m}^2$, võib veebri jaoks saada uue avaldise: $\text{Wb} = \text{V} \cdot \text{s}$.

Kui magnetvälja kujutamisel induktsioonijoontega joonistada kokkuleppeliselt läbi joontega risti asetseva ühikulise pinna nii mitu jõujoont, kui suur on magnetiline induktsioon selle pinna piirkonnas, siis kujutab magnetvoog suurust, mille väärtus on võrdne jõujoontega risti asetsevat pinda $S_{\perp}$ läbivate magnetvälja induktsioonijoonte arvuga.

Homogeense (näiteks pika solenoidi) magnetvälja induktsioonijooned on sirged, paralleelsed ja asuvad üksteisest võrdsel

kaugusel (analoogiliselt homogeense elektriväljaga). Sel juhul sõltub magnetvoo väärtus ainult väljaga risti oleva vaadeldava pinna suurusest. Selle fakti rõhutamiseks kirjutatakse homogeense magnetvälja korral võrrand (24.4) kujul

$$\Delta\Phi = B \cdot \Delta S_{\perp}, \tag{24.5}$$

kus suurus B on konstantne ja magnetvoo muutus $\Delta\Phi$ on seotud ainult pinna muutusega $\Delta S_{\perp}$.

4. Magnetvälja mõju liikuvatele elektrilaengutele

Liikuvatele elektrilaengutele pole omane mitte ainult neid ümbritsev magnetväli, vaid ka magnetväljad mõjuvad neile laengutele endile. Üksikule laengule mõjuva jõu suuruse võib arvutada Ampere'i seadusest (24.2). Kui voolujuhi pikkus on Δl ja läbi juhi ristlõike läheb ajavahemiku Δt jooksul n laengut, siis mingit ristlõiget läbinud summaarne laeng $\Delta q = qn$, kus q on ühe laengu suurus laenguühikutes. Magnetvälja poolt kõikidele nendele laengutele mõjuv jõud

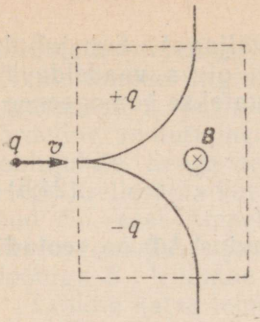
$$\Delta F = \frac{\Delta q}{\Delta t} \Delta l B \sin\alpha = qnvB \sin\alpha,$$

kus v on laengute keskmine kiirus ($v = \frac{\Delta l}{\Delta t}$). Üksikule laengule mõjuv jõud F_L on jõust ΔF n korda väiksem, s. t.

$$F_L = qvB \sin\alpha, \tag{24.6}$$

kus α on liikuva laengu kiirusvektori $\boldsymbol{v}$ ja magnetvälja induktsioonivektori $\boldsymbol{B}$ vaheline nurk. Seda jõudu nimetatakse *Lorentzi jõuks*. Tema suund on alati risti vektoreid $\boldsymbol{B}$ ja $\boldsymbol{v}$ läbiva pinnaga. Positiivsele laengule q mõjuva jõu $\boldsymbol{F}_L$ suund on määratud *«vasaku käe reegliga»* (kui neli väljasirutatud sõrme asetada laengu liikumise suunas nii, et magnetvälja induktsioonijooned langevad peopessa, siis näitab väljasirutatud pöial Lorentzi jõu suunda). Negatiivse laengu korral võib kasutada sedasama reeglit, asetades käe nii, et väljasirutatud neli sõrme näitavad suunas, mis on vastupidine negatiivse laengu kiirusvektoriga, s. o. negatiivsete laengute nihkumisega ekvivalentse voolu «tehnilises» suunas.

Lorentzi jõu suuna analüüs viitab veel kord olulisele erinevusele magnetväljade ja elektrostaatiliste väljade vahel. Liikumatule või liikuvale elektrilaengule mõjuva elektrostaatilise jõu suund ühtib alati jõujoonte suunaga (või on negatiivse laengu korral



JOON. 85

sellega vastupidine). Lorentzi jõud on aga magnetvälja induktsioonijoonte suunaga alati risti.

Asjaolu, et Lorentzi jõuvektor on laetud osakese kiirusvektoriga alati risti, rakendatakse laialdaselt praktikas. Näiteks võib magnetvälja abil eraldada erinimeliselt laetud osakeste voost samanimeliselt laetud osakesi. Olgu joonisel 85 kriipsjoonega märgitud osas homogeenne magnetväli, mille induktsioonivektor $\boldsymbol{B}$ on joonise pinnaga risti ja suunatud joonise taha. (Skeemidel tähistatakse niisuguseid vektoreid sageli ringjoonega, mille keskel on rist: me nagu näeme meist eemale suunatud vektori noole «saba». Kui vektor on suunatud meie poole, siis tähistatakse teda ringjoonega, mille keskel on punkt: me nagu näeme vektori noole «teravikku».) Kui sellesse välja piirkonda lendavad vasakult võrdsete massidega ja võrdsete kiirustega laetud osakesed, siis liiguvad nad sõltuvalt laengu märgist magnetväljas erinevatel trajektooridel. Positiivsed laengud kalduvad Lorentzi jõu mõjul ülespoole, negatiivsed aga allapoole. Pole raske näidata, et homogeensesse magnetvälja risti induktsionijoontega lendava laetud osakese trajektooriks on ringjoone kaar. Tõepoolest, sel juhul $\alpha = \frac{\pi}{2}$ ja induktsioonivektori $\boldsymbol{B}$ väärtus on välja kõigis punktides konstantne. Seetõttu on ka Lorentzi jõud $F_L = qvB$ konstantne: Ükskõik, millises välja punktis osake ka ei asuks, ikka moodustab vektor $\boldsymbol{F}_L$ osakese kiirusvektoriga $\boldsymbol{v}$ täisnurga, s. t. Lorentzi jõud on sel juhul ainsaks jõuks, mis annab osakesele kesktõmbekiirenduse,

$$qvB = \frac{mv^2}{R},$$

kus m on liikuva osakese mass, q — tema laeng ja R — trajektoori kõverusraadius.

Siit avaldatud trajektoori raadius

$$R = \frac{mv}{qB} \tag{24.7}$$

on võrdse massiga, kiirusega ja laengu absoluutväärtusega osakeste jaoks konstantne. Kui laengute q märgid on erinevad, siis

kõverduvad nende trajektoorid vastupidistes suundades. (Kui muud mõjud puuduvad, siis liiguvad osakesed väljaspool magnetvälja piirkonda arusaadavalt inertsi mõjul sirgjooneliselt.)

Võrrandist (24.7) järeldub, et erineva massiga, laenguga või kiirusega osakesed liiguvad homogeenses magnetväljas erineva raadiusega ringjoonte kaartel. Seda asjaolu rakendatakse laialdaselt magnetväljas liikuvate laetud osakeste eraldamisel. Niisuguse osakeste eraldamise meetodi võimalused laienevad, kui liikuvatele laetud osakestele mõjub samaaegselt magnetväljaga veel elektriväli. Kaasaegsetes tsüklilistes elementaarosakeste kiirendites võimaldab magnetväli osakeste voogu juhtida. See väli sunnib osakesi liikuma teatud ringjoonelistel trajektooridel, mille erinevates osades «piitsutatakse» osakesi kiirendava elektriväljaga.

§ 25. AINE MAGNETVÄLJAS

1. Ainesisesed magnetväljad

Paragrahvi 23 lõpus märkisime, et elektronide liikumine aatomi tuuma ümber on ekvivalentne mikrovooludega elektronide orbiitidel. Vooluga keerdu iseloomustab magnetiline moment p_m. Järelikult igas aatomitest, molekulidest või ioonidest koosnevas aines on palju mikroskoopilisi vooluga «keerde», kusjuures igaüht neist iseloomustab oma magnetväli. Varem avaldatud Ampere'i hüpotees aines olevate «molekulaarvoolude» kohta osutus küllaltki viljakaks. Seda tuli ainult natuke täpsustada — voolud aines osutusid mitte «molekulaarseteks», vaid elektroonseteks. Igas molekulis, sõltuvalt tema ehitusest, voolab mitte üks, vaid terve hulk (võrdne elektronide arvuga, mida sisaldavad kõik molekuli moodustavad aatomid) mikroskoopilisi suletud voole. (Seejuures me ei arvesta aatomi tuuma koostisse kuuluvate osakeste magnetilisi omadusi.)

Miks siis aga paljude ainete ümber tavalistes tingimustes magnetväli puudub? Põhjuseks on asjaolu, et isegi aine tühiselt väikeses ruumalas on elektronide orbiite väga palju. Vaatleme näiteks vasetükikest, mille ruumala on 1 cm^3 ja mass järelikult $m = 8{,}93$ g (sest vase tihedus on 8,93 g/cm^3). Gramm-aatom $A = 63{,}54$ g/g-aatom vaske sisaldab Avogadro arvuga $N_A = 6{,}023 \cdot 10^{23}$ 1/g-aatom võrdse hulga aatomeid. Vaadeldav tükk vaske sisaldab

$$n = \frac{m}{A} N_A = \frac{8.93}{63{,}54} 6{,}023 \cdot 10^{23} = 8{,}46 \cdot 10^{22} \text{ aatomit.}$$

Igas vaseaatomis on 29 elektroni. Igast aatomist läheb keskmiselt üks elektron «elektrongaasi». Need elektronid liiguvad kaootiliselt ja tunduvalt aeglasemalt kui elektronid aatomite orbiitidel

ja seetõttu võib nende magnetvälju mitte arvestada. Niisiis jääb vase iga iooni orbiitidele 28 elektroni. Seega on vase igas kuupsentimeetris $28 \cdot 8{,}46 \cdot 10^{22} = 2{,}37 \cdot 10^{24}$ elektroni orbiiti, kusjuures igaüks neist kujutab endast ringvoolu, mille magnetiline moment on p_m. Neid magnetilisi momente, mis on seotud aatomite või ioonide elektronide orbitaalse liikumisega, nimetatakse *orbitaalseteks magnetilisteks momentideks*. Ruumiliselt on orbiidid orienteerunud mitmeti ja nende magnetilised momendid võivad kompenseeruda. Seetõttu tavalistes tingimustes vasetükil kui tervikul magnetilised omadused puuduvad, kuigi need on omased vaseaatomi iga elektroni orbiidile.

Nüüd on selge, et välised magnetväljad peavad mõjuma neisse viidud ainete sisemistele magnetväljadele, peavad neid mingil määral muutma. Iga elektroni orbiit sarnaneb ju vooluga keeruga, mis välises magnetväljas orienteerub teatud suunas. Seega on meil õigus oodata, et elektronide orbiidid ja seega ka orbitaalsed magnetilised momendid aines orienteeruvad välise magnetvälja mõjul ümber, s. t. aines toimub dielektriku polarisatsiooniga sarnanev protsess. Erinevus on vaid selles, et dielektrikus dipoolid orienteeruvad ja deformeeruvad välise elektrivälja mõjul ning tekib sisemine elektriväli. Magnetvälja mõjul aga orienteeruvad orbitaalsed magnetilised momendid («elementaarmagnetid») ja aines tekib summaarne magnetväli, mis erineb sellest väljast, mis oli aines magnetiliste momentide kaootilisel, orienteerumata asetusel. Ja kui elektrivälja viidud dielektrik muutis oma ruumala ulatuses elektriväljatugevust, siis välisesse magnetvälja paigutatud aine peab muutma magnetilist induktsiooni, s. t. aine ruumalas liituvad kaks magnetvälja — väline ja sisemine (mis tekkis aines välise magnetvälja mõjul). Dielektriku sisemised väljad on suunatud alati välise välja suhtes vastupidi ja nõrgendavad viimast. Mis puutub sisemistesse magnetväljadesse, siis need võivad mõjuda välisele magnetväljale erinevalt: nad võivad seda kas nõrgendada või teatud määral tugevdada (vt. sama paragrahvi 3. punkt).

2. Veel üks magnetvälja jõukarakteristika

Jätkates aine ja elektri- ning magnetväljade vastastikuse mõju võrdlemist, tuleme katsete põhjal järeldusele, et nagu elektriväljatugevus sõltub keskkonnast, nii sõltub ka magnetvälja induktsioon sellest, millises aines me seda välja vaatleme.

Dielektriku mõju välise elektrivälja nõrgendamisel võib iseloomustada suhtelise elektrilise läbitavusega ε. Analoogilise suuruse võib kasutusele võtta ka aine magnetiliste omaduste iseloomustamisel.

Määrates katseliselt antud allika magnetvälja (näiteks magneti teatud pooluskingade vahelise välja või teatud viisil asetatud vooluga juhi välja) mõju lühikesele vooluga sirgjuhile mitmesugustes ainetes, veendume, et jõu väärtus muude tingimuste võrdsuse korral on erinevates keskkondades erinev. SI-süsteemi ühikuid kasutades võib Ampere'i seaduse kirjutada nüüd järgmisel kujul:

$$\Delta F = I\Delta l B \sin\alpha = I\Delta l \mu_0 \mu H \sin\alpha, \qquad (25.1)$$

kus suuruste ΔF, I, Δl ja α tähendus on seesama mis võrrandis (24.2), välja magnetiline induktsioon on aga esitatud kolme suuruse korrutisena:

$$B = \mu_0 \mu H. \qquad (25.2)$$

Selles võrrandis on μ_0 dimensiooniga konstant, nn. *magnetiline konstant*, mille väärtus SI-süsteemis on

$$\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6} \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A}^2}.$$

Dimensioonita suurust μ, mis iseloomustab keskkonna mõju summaarse magnetvälja tekkimisel, nimetatakse aine *suhteliseks magnetiliseks läbitavuseks* (analoogiliselt suhtelise elektrilise läbitavusega ε). Suurus H on samuti välja jõukarakteristikaks, kuid ta ei sõltu keskkonna omadustest juhul, kui keskkond on isotroopne (isotroopse keha füüsikalised omadused ei sõltu suunast). Seda suurust nimetatakse *magnetväljatugevuseks* ja ta määratakse jõu järgi, mida magnetväli avaldab tühjuses paiknevale juhile. Tühjuse suhteline magnetiline läbitavus $\mu_t = 1$.

Võrrandist (25.2) järgneb, et SI-süsteemis on magnetväljatugevuse ühikuks $\frac{\mathrm{A}}{\mathrm{m}}$.

Avaldame võrrandist (25.2) suuruse μ:

$$\mu = \frac{B}{\mu_0 H}. \qquad (25.3)$$

Näeme, et aine suhteline magnetiline läbitavus näitab, kui mitu korda antud allikate magnetvälja ja keskkonnas asuva vooluga juhi vastastikuse mõju jõud erineb samade allikate magnetvälja ja tühjuses asuva vooluga juhi vastastikuse mõju jõust. Magnetväljatugevuse mõiste kasutamisel kujutatakse magnetvälja graafiliselt *väljatugevusjoonte* abil, mida tavaliselt nimetatakse *magnetvälja jõujoonteks.*

3. Ainete liigitus magnetiliste omaduste järgi

Kõikidel looduses leiduvatel ainetel on teatud kindlad magnetilised omadused. Välise magnetvälja mõjul orienteeruvad orbitaalsed magnetilised momendid ainetes ümber, mistõttu tekib summaarne sisemine magnetväli. Sel puhul räägitakse, et aine magneetub. Tekkiva summaarse sisemise magnetvälja induktsiooni väärtuse järgi liigitatakse kõik ained kahte klassi: *nõrgalt magneetuvateks* ja *tugevasti magneetuvateks aineteks.*

Nõrgalt magneetuvateks aineteks on *diamagnetilised ained* (ehk *diamagneetikud*) ja *paramagnetilised ained* (ehk *paramagneetikud*). Tugevasti magneetuvateks on *ferromagnetilised* (ehk *ferromagneetikud*) ja mõned teised ained. Vaatleme lühidalt nende ainete omadusi.

Diamagneetikutele on iseloomulik, et nende iga aatomi kõikide elektronide summaarne orbitaalne magnetiline moment on null. See tähendab, et välisvälja puudumisel diamagneetiku aatomil kui tervikul ei ole magnetilisi omadusi. Välise magnetvälja mõjul tekib diamagneetiku aatomil magnetiline moment, mis on alati vastassuunaline välise magnetväljaga. (Selle põhjuseks on elektronide kui negatiivselt laetud liikuvate osakeste allumine välises magnetväljas Lorentzi jõule. Ühtlasi muutub elektronide tiirlemissagedus orbiitidel, kusjuures viimased võivad muuta oma orientatsiooni.) Diamagnetilises aines indutseeritakse seega välisvälja suhtes vastupidiselt suunatud magnetväli, mistõttu diamagneetiku piirides välisväli nõrgeneb (analoogiliselt elektrivälja nõrgenemisega dielektrikus). Seetõttu on diamagnetilise aine magnetiline läbitavus ühest väiksem [vt. valem (25.3)]. Tuleb silmas pidada, et diamagnetiline efekt (välisvälja suhtes vastupidiselt suunatud sisemise välja tekkimine) esineb eranditult kõikide ainete puhul, kuid oma väiksuse tõttu võivad teda teised, tugevamad efektid mõnikord varjata.

Paramagneetiku aatomitel on ka välise magnetvälja puudumisel teatud nullist erinev magnetiline moment, kuid nende suundade kaootilisuse tõttu paramagneetiku makroskoopilises ruumalas magnetilisi omadusi ei ilmne (üksikaatomite magnetilised momendid kompenseeruvad). Paramagneetiku viimisel välisesse magnetvälja indutseerub temas magnetväli, mille suund ühtib välisvälja suunaga. Välja tekkimist võib vaadelda kui üksikaatomite magnetiliste momentide orienteerumist välise magnetvälja suunas. Seejuures ilmneb ka diamagnetiline efekt, kuid see on paramagnetilisest tunduvalt nõrgem. Paramagneetikute suhteline magnetiline läbitavus on pisut suurem ühest ($\mu > 1$).

Märgime, et dia- ja paramagneetikute magnetiline läbitavus ei sõltu välise magnetvälja tugevusest (paramagneetikute korral ainult juhul, kui nad ei asu väga tugevas magnetväljas).

Ferromagneetikute eriliseks iseärasuseks on neis leiduvad ühendatud aatomite grupid, nn. *domeenid*. Iga domeeni magnetiline moment on nullist erinev. Et aga naaberdomeenide magnetilised momendid võivad kompenseeruda, siis võib ferromagneetik välise magnetvälja puudumisel ka mitte avaldada oma sisemisi magnetilisi omadusi. Välise magnetvälja mõjul domeenide piirid nihkuvad ja domeenid pöörduvad, «rivistades» oma magnetilised momendid välise magnetvälja suunas. Ferromagneetikul on $\mu \gg 1$. Nii võib ferromagneetiku sisemine väli olla mitu korda suurem kui väline väli, mis andis «tõuke» sisemise välja tekkimiseks. Peale selle sõltub ferromagneetiku magnetiline läbitavus välise magnetvälja tugevusest, sest sõltuvalt viimasest toimub suurema või väiksema arvu domeenide piiride nihkumine ja domeenide pöördumine (mõnede domeenide magnetilised momendid ei pruugi välisvälja suunaga ühtida). Kui kõikide domeenide magnetilised momendid on orienteerunud välisvälja suunas, siis on edaspidine sisemise välja tugevnemine võimatu. Sel juhul räägitakse, et ferromagneetik on saavutanud *küllastunud oleku*.

Ferromagneetikutel on veel terve rida huvitavaid omadusi. Meenutame neist ainult *jääkmagnetismi*. Välisvälja mõju lakkamisel diamagneetikud ja paramagneetikud «demagneetuvad». Soojusliikumise tõttu nende sisemised väljad desorienteeruvad: diamagneetiku iga aatomi elektronide orbitaalsed magnetilised momendid või paramagneetiku aatomite magnetilised momendid kompenseeruvad makroskoopilise ruumala piirides uuesti. Ferromagneetikud võivad aga pärast välisvälja mõju lõppemist oma sisemist magnetvälja säilitada. Nende domeenid on «mittepöörduvad» ja võivad säilitada oma magnetiliste momentide orientatsiooni, mis tekkis välisvälja mõjul. Seda asjaolu kasutatakse püsivmagnetite valmistamisel. Kõik püsivmagnetid valmistatakse ferromagnetilistest ainetest (rauast, niklist, koobaltist ja mõnedest sulamitest). Seega on püsivmagnetite (magnetnõelad jne.) magnetilised omadused seotud sisemiste jääkmagnetväljadega.

4. Mõningaid järeldusi

Magnetilised omadused on «universaalsed», s. t. iseloomulikud kõikidele ainetele. Nende omaduste kandjateks on aatomite orbiitidel tiirlevad elektronid, mistahes korrapäraselt liikuvate laetud osakeste kimbud vaakuumis jms., mis mõjuvad üksteisele (nende liikumisel) peale elektriliste jõudude veel magnetiliste jõududega.

Magnetilised vastastikused mõjud realiseeruvad magnetväljade vahendusel, mis oma omadustelt erinevad elektriväljadest. Näiteks mõjuvad elektrilised jõud laetud osakesele elektrivälja jõujoone puutuja suunas, liikuvale elektrilaengule mõjuv magnetiline

jõud on aga magnetvälja jõujoontega alati risti. Elektrostaatilise välja jõujooned on alati lahtised, magnetvälja jõujooned aga kinnised. Viimane asjaolu kinnitab, nagu eespool juttu oli, et looduses ei ole «magnetilisi laenguid» või «magnetilisi masse». Elektri- ja magnetväljadel on veel teisigi kvalitatiivseid erinevusi, kuid nendel me ei peatu.

Uurides ja kirjeldades lihtsamaid magnetilisi omadusi ei välju me *elektroniteooria* raamest, vaid vaatleme aineid ja nende omadusi elektronide ja aatomituumade «tasemel». Ainult ferromagnetiliste nähtuste olemus ei mahu nende ettekujutuste raamidesse. Katsed seletada domeenide moodustumist ferromagneetikutes viisid kaasaegse füüsika väga tähtsale elektronide uue vastastikuse mõju liigi (eriline kvantolemusega kolossaalse jõuga elektriline k ü l g e t õ m m e samanimeliselt laetud elektronide vahel!) ja elektronide endi (mitte ainult aatomis olevate elektronide, vaid ka üksikute vabade elektronide ja teiste elementaarosakeste!) magnetiliste omaduste avastamisele. Niisiis nõudis magnetiliste nähtuste uurimine (koos teiste nähtustega) füüsikalt veel ühte sammu aine sisemusse, üleminekut veelgi sügavamale «nivoole» materiaalse maailma nähtuste uurimisel. Neisse peensustesse laskumata tuleb kokkuvõtteks öelda, et ainete magnetilised omadused on seotud nende sisemise ehitusega (elektronide orbiitide arv, elektronide orbitaalsete magnetiliste momentide suund jne.). Mingi äsja avastatud keemilise elemendi magnetiliste omaduste uurimine aitab teha järeldusi tema struktuuri kohta.

Mõnede näidetega magnetvälja jõujoonte suuna ja magnetväljas liikuvatele laengutele mõjuvate jõudude määramise kohta kohtume veel järgmises peatükis.

VII. ELEKTROMAGNETILINE INDUKTSIOON JA ELEKTROMAGNETILISED LAINED

§ 26. ELEKTROMAGNETILISE INDUKTSIOONI PÕHISEADUSED

1. Ajaliselt muutuvate vooludega või magnetväljadega seotud uued nähtused

Eelmistes paragrahvides vaatlesime statsionaarseid ajaliselt muutumatuid magnetvälju, mida tekitati liikumatutes juhtides voolavate alalisvooludega või paigalseisvate püsivmagnetitega. Magnetväljade ajalisel muutumisel puutume kokku täiesti uute faktide ja seaduspärasustega. Magnetvälja ajalise muutumise põhjus antud ruumipunktis pole seejuures oluline. Selleks võib olla elektrilaengute korrapärane kiirenev liikumine (tugevnev või nõrgenev elektrivool), konstantse vooluga juhtide liikumine (juhi magnetväli liigub koos juhiga) või püsivmagnetite liikumine jne. Kui me taolistel katsetel vaatleme mingit vabalt valitud pinda, siis näeme, et magnetvälja nende jõujoonte (induktsiooni- või väljatugevusjoonte) arv, mis lõikavad selle pinna projektsiooni jõujoontega risti olevale pinnale, on ajaliselt muutuv.

Kõigil neil juhtudel puutume kokku vaadeldavat pinda läbiva muutuva magnetvooga. Valem (24.4) tuleb sel juhul kirjutada uuel kujul

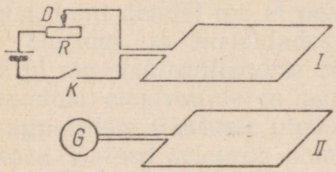
$$\Delta\Phi = \Delta B \cdot S_{\perp}, \tag{26.1}$$

mis rõhutab, et magnetvälja jõujoontega risti olevat pinda läbiv magnetvoog muutub mitte pinna mõõtmete, vaid välja induktsiooni muutumise (ΔB) tõttu.

Võrrand (24.5) kirjeldab teist magnetvoo muutumise viisi, kus konstantse induktsiooniga magnetväljas muutuvad vaadeldava pinna (ja seega ka vaadeldava pinna projektsiooni) mõõtmed — pind nagu deformeeruks.

Lõpuks on olemas veel üks võimalus vaadeldavat konstantsete mõõtmetega pinda läbiva magnetvoo muutumiseks, kui muutub pinda ümbritseva keskkonna suhteline magnetiline läbitavus.

Kõiki neid faktoreid kasutas oma katsetel Faraday, et teha kindlaks magnetvälja «elektrilist efekti». 1831. aastal oligi niisugune efekt avastatud ja just ajaliselt muutuvates magnetväljades.



JOON. 86

Vaatleme *elektromagnetilise induktsiooni* avastamise põhimõttelist skeemi. Joonisel 86 on ruudukujuliste raamidena toodud kaks voolukontuuri *I* ja *II*. Esimene kontuur on lüliti *K* kaudu ühendatud reostaadiga ja vooluallikaga, teine kontuur aga lühistatud läbi galvanomeetri *G*. Kui esimeses kontuuris voolab konstantne elektrivool, siis pole teises kontuuris voolu märgata — galvanomeetri osuti seisab nullil. Vool tekib teises kontuuris järgmistel juhtudel: 1) lüliti *K* sulgemisel või avamisel (voolu kiirel suurenemisel esimeses kontuuris nullist kuni maksimumini või vähenemisel maksimumist nullini); 2) reostaadi liuguri nihutamisel sisselülitatud *K* korral (voolu muutumisel esimeses ahelas); 3) kontuuride *I* ja *II* suhtelisel nihutamisel (nende lähenemisel teineteisele või kaugenemisel, nihkumisel teineteise suhtes paralleelsetes pindades, pöördumisel jne.) või siis mõlema või ühe kontuuri deformeerimisel; 4) mitmesugustest ainetest südamike viimisel kontuuridesse (efekt on tugevam, kui kontuuridesse viia ühine ferromagnetiline südamik); 5) esimese kontuuri vahetamisel teise kontuuri suhtes liikuva püsivmagnetiga. Kõigil juhtudel täheldatakse voolu ainult niikaua, kuni toimuvad ülalmärgitud muutused.

2. Elektromagnetilise induktsiooni seadused

Kirjeldatud katsete analüüs näitab, et kinnises kontuuris indutseerub elektrivool, kui selle kontuuri pinda läbiv magnetvoog on ajaliselt muutuv. Seejuures pole selle muutuse põhjus üldse oluline (kas muutub kontuuri pindala — $\Delta S_{\perp} \neq 0$, magnetvälja tugevus — $\Delta H \neq 0$ või muutub väljast haaratud keskkond). Oluline tähtsus on nende muutumiste kiirusel.

Meenutame, millistel tingimustel võib elektrivool kinnises voolukontuuris voolata. Peale vabade elektrilaengute olemasolu peab tingimata mõjuma kõrvaliste jõudude elektriväli. Elektrostaatiline väli, nagu mäletame, ei võimalda kestvat elektrilaengute korrapärast liikumist. Järelikult tekib kinnist kontuuri läbiva magnetvoo ajalisel muutumisel elektromotoorjõud, mis võib kontuuris

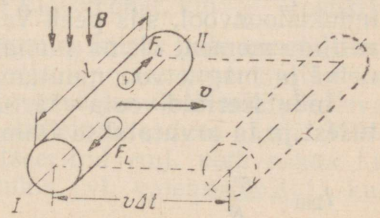
tekitada elektrivoolu. Seda elektromotoorjõudu nimetatakse *induktsiooni elektromotoorjõuks* ($\mathcal{E}_{ind}$). Viimase suurus on alati seotud kinnist kontuuri läbiva magnetvoo muutumise kiirusega $\left(\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right)$. Avaldis

$$\mathcal{E}_{ind} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \qquad (26.2)$$

on *Faraday elektromagnetilise induktsiooni põhiseaduse võrrand*, milles k on mõõtühikute valikust sõltuv võrdetegur. SI-süsteemis on magnetvoo muutuse $\Delta\Phi$ ühikuks veeber ja ajavahemiku Δt ühikuks sekund. Et $Wb = V \cdot s$, siis, võttes $k = 1$, saame induktsiooni elektromotoorjõu $\mathcal{E}_{ind}$ voltides.

Seega võib elektrivoolu ilmumist kinnises voolukontuuris seletada induktsiooni emj. tekkimisega, mis on indutseeritud voolu niiöelda primaarseks põhjuseks. Elektromotoorjõudu võib leida vahetult, kui näiteks joonisel 86 kujutatud *II* kontuuri otsad ühendada galvanomeetri asemel (mille kontuuri lühistaval mähisel on väike takistus) suure sisetakistusega voltmeetriga. Sel juhul on vooluring praktiliselt katkestatud ja voltmeeter mõõdab kontuuri otste potentsiaalide vahet, mis on arvuliselt võrdne induktsiooni elektromotoorjõuga (vastavalt Ohmi seadusele väljalülitatud voolualika kohta).

Erandjuhul, kui juht liigub teatud kiirusega homogeenses statsionaarses (ajaliselt muutumatus) magnetväljas, võib induktsiooni emj. tekkimist seletada juhi liikuvatele laengutele mõjuva Lorentzi jõuga. Joonisel 87 näeme metalljuhti, mille pikkus on l ja mis liigub homogeenses magnetväljas kiirusega v. Magnetvälja induktsioonijooned on suunatud vertikaalselt alla. Lihtsuse mõttes vaatleme juhtu, kus voolujuhi liikumiskiirus moodustab juhi teljega ja magnetvälja induktsiooniga täisnurga (juht liigub risti väljaga). Koos voolujuhiga liiguvad kiirusega v paremale ka tema kristallivõre positiivsed ioonid ja ioonidevahelist ruumi täitvad vabad elektronid. Seejuures ei lahku ioonid Lorentzi jõu mõjul oma stabiilsest tasakaaluasendist kristallivõre sõlmedes, elektronid aga jaotuvad voolujuhis ümber. Juhi otsa *I* koonduvad elektronid tekitavad seal negatiivse potentsiaali. Vastaspoolses otsas loob elektronide puudujääk aga positiivse potentsiaali. Juhi liikumisel



JOON. 87

magnetväljas on juhi otste potentsiaalide vahe võrdne indutseeritud elektromotoorjõuga. Magnetvoo muutus arvutatakse sel juhul pinna järgi, mille magnetväljas liikuv juht aja Δt jooksul katab. Aja Δt jooksul läbib kiirusega v liikuv juht teepikkuse $v \cdot \Delta t$ ja katab pinna $lv \cdot \Delta t$, mis on magnetvälja jõujoontega risti, s. o. $\Delta\Phi = Blv \cdot \Delta t$, ja induktsiooni elektromotoorjõud

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = Blv. \tag{26.3}$$

Kui vooluringi liikumiskiirus moodustab magnetvälja induktsiooniga $\boldsymbol{B}$ nurga α, siis on induktsiooni emj. väiksem (vaadeldaval juhul on eeldatud, et juhi telje ja magnetvälja induktsiooni vaheline nurk on 90°):

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = Blv \sin \alpha. \tag{26.4}$$

Täpselt samasugust mõttekäiku võiks korrata ka magnetväljas liikuva mittemetallist juhi, näiteks elektrolüüdiga täidetud klaastoru korral. Toru otstesse koguneksid Lorentzi jõudude mõjul vastasmärgilised ioonid.

Tähendab, sõltumatult magnetväljas liikuva juhi või muutuvat magnetvoogu haarava liikumatu kontuuri ainest tekib uus võimalus erinimeliste laengute eraldamiseks. Seda võimalust kasutatakse induktsioon-elektrigeneraatorite ehitamisel.

Indutseeritud voolu suund kinnises kontuuris määratakse *Lenzi reegliga:* juhis indutseeritud vool on alati suunatud nii, et tema magnetväli takistab seda voolu põhjustava välja magnetvoo muutumist.

Lenzi reeglit arvestades kirjutatakse võrrandid (26.2), (26.3) ja (26.4) SI-süsteemis järgmisel kujul:

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}, \tag{26.2'}$$

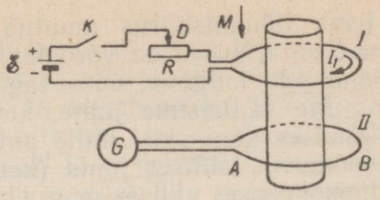
$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -Blv, \tag{26.3'}$$

$$\mathcal{E}_{\text{ind}} = -Blv \sin \alpha. \tag{26.4'}$$

Vooluga keeru või kontuuri magnetiline moment $\boldsymbol{p}_m$ iseloomustabki just nende magnetvälja. Kui kinnises kontuuris voolab induktsioonvool, siis peab vastavalt Lenzi reeglile kontuuri magnetiline moment olema suunatud nii, et ta «takistaks» välise magnetvälja magnetvoo muutumist.

Indutseeritud voolu väärtus sõltub kontuuri summaarsest takistusest ja ta arvutatakse Ohmi seaduse järgi:

$$I_{\text{ind}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{ind}}}{R}. \tag{26.5}$$



JOON. 88

Ülesanne. Määrata indutseeritud voolu suund *II* kontuuri (joon. 88) lõigus *AB* järgmistel juhtudel: 1) lüliti *K* sulgemisel, 2) lüliti *K* avamisel, 3) reostaadi *R* liuguri *D* liikumisel paremale, 4) liuguri liikumisel vasakule, 5) *I* kontuuri liikumisel üles (teine kontuur on paigal), 6) *I* kontuuri liikumisel alla. Lepime kokku, et kõikidel juhtudel määrame kontuuride *I* ja *II* voolu suuna ülalt alla vaadates (joonisel toodud noole *M* suunas).

1. j u h t. *I* kontuuris algul voolu ei ole. Selle kontuuri voolu I_1 maksimaalse väärtuse võib leida Ohmi seaduse järgi, kui on teada allika elektromotoorjõud $\mathcal{E}$ ja kogu ahela summaarne takistus. Vool I_1 on suunatud kellaosuti liikumise suunas (allika antud polaarsuse korral). Lüliti *K* sulgemisel vool kontuuris *I* mingi väikese, kuid lõpliku ajavahemiku Δt jooksul kasvab. Seejuures suureneb selle voolu magnetväljа induktsioon B_1, mis on suunatud ülalt alla (kontuuri *I* magnetvälja jõujooned väljuvad vastavalt «korgitsa reeglile» kontuuri poolt haaratud pinnast allapoole, s. t. *I* kontuuri pinna alla tekib magnetiline põhjapoolus, tema kohale aga lõunapoolus). Kontuuri *II* magnetväli, mis mõjub vastupidiselt kontuuri läbivale kasvavale *I* kontuuri magnetvoole, peab olema suunatud üles. See on võimalik juhul, kui temas indutseeritud vool liigub vastu kellaosuti liikumise suunda. *II* kontuuri magnetilise momendi vektor $\boldsymbol{p}_{m2}$ on suunatud üles ja ülalpool kontuuri pinda tekkiv põhjapoolus nagu tõukab ülemise keeru tugevnevat magnetvälja.

2. j u h t. Voolu väljalülitamisel *I* kontuuris väheneb vool I_1 nullini. Kontuur *II* on seejuures väheneva magnetilise induktsiooniga magnetväljas, mis on endiselt suunatud alla. Kontuuri *II* ülemisele küljele peab nüüd ilmuma magnetiline lõunapoolus, et «takistada» välja nõrgenemist. Sellele olukorrale vastav alumise keeru magnetilise momendi vektor peab olema suunatud alla ja teda võib tekitada indutseeritud vool, mis voolab kontuuris *II* kellaosuti liikumise suunas.

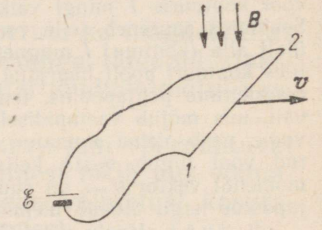
3. j u h t on analoogiline esimesega, sest reostaadi liuguri nihutamisel paremale kontuuri *I* takistus väheneb ja voolutugevus suureneb. Seejuures suureneb *II* kontuuri ülalt alla läbiv magnetvoog. *II* kontuuri pinna ülemisele küljele peab tekkima magnetine põhjapoolus (vektor $\boldsymbol{p}_m$ on suunatud üles). Niisugust magnetvälja põhjustav indutseeritud vool peab vooluma vastu kellaosuti liikumise suunda.

Analoogiliselt arutledes leiame, et neljandal ja viiendal juhul liigub indutseeritud vool *II* kontuuris kellaosuti liikumise suunas (tema magnetväli tugevdab *I* kontuuri nõrgenevat magnetvälja), kuuendal juhul aga vastupidi.

Elektromagnetilise induktsiooni üldavaldist (26.2) analüüsides leiame, et induktsiooni emj. on konstantne ainult siis, kui magnetvoo muutumise kiirus on konstantne ($\mathcal{E}_{ind} = \text{const}$, kui $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = \text{const}$). Kui kontuuri läbiva magnetvoo muutumise kiirus pole konstantne, siis on muutuv ka indutseeritud emj. (ja kinnises kontuuris tekkiv indutseeritud vool). Nii muutub magnetväljas ühtlaselt pöörleva raami induktsiooni emj. siinus- või koosinusseaduse järgi. Märgime muide, et sinusoidaalset indutseeritud emj. võib saada ka magnetvälja suhtes risti kulgevas juhis [vt. valem (26.3)], kui

tema liikumiskiirus muutub ajaliselt siinusseaduse järgi ($v = C \sin t$, kus C on võrdetegur). See on võimalik joonisel 87 toodud juhi kulgeval edasi-tagasi liikumisel.

Me vaatlesime juhte, kus induktsiooninähtused tekkisid kas kinnises kontuuris, mille pinda läbis muutuv välisvälja magnetvoog, või lahtises juhis (kontuuris), mis teatud kiirusega liikus homogeenses välises magnetväljas. Aga kas induktsiooninähtused tekivad kinnises kontuuris ka siis, kui seal leidub mitteinduktsioonilisi emj. allikaid (akumulaatoreid, galvaanielemente jne.), kui see kontuur asetseb vahelduvas välismagnetväljas? Või juhul, kui vooluringiosa, milles voolab mitteindutseeritud vool (lõik *1—2* joonisel 89), liigub välise magnetvälja suhtes risti? Kõik katsed ja arvutused kinnitavad, et ka neil juhtudel tekib induktsiooni emj. ja indutseeritud vool, sõltumata kontuuris või lõigus voolavast põhivoolust.



JOON. 89

Me teame, et välises magnetväljas vabalt asetsev vooluga juht peab hakkama Ampère'i jõu mõjul teatud viisil liikuma [vt. võrrand (24.2)]. Juhi mehaanilise oleku muutmiseks vajalik energia saadakse seejuures juhiga ühendatud vooluallikast (s. t. voolujuhi liikumisel teevad tööd vooluallika kõrvalised jõud). Kui see voolujuht nihkub magnetväljas välisjõudude toimel (näiteks meie käe lükke mõjul jms.), siis tekib juhis indutseeritud vool, mille suund kas ühtib põhivoolu suunaga või on sellega vastassuunaline (sõltuvalt sellest, millises suunas me juhti nihutame). Nihutades juhti vajaliku kiirusega suunas, mis on vastupidine voolujuhile antud magnetväljas mõjuva Ampère'i jõuga, võime sellistel katsetel põhivoolu põhimõtteliselt täielikult kompenseerida ja saada juhis isegi põhivooluga vastupidist voolu. Viimast võimalust kasutatakse mõnikord praktikas: kui teatud tüüpi elektrimootorite võll panna pöörlema vastupidises suunas (vastupidiselt tema pöörlemisega tööreŽiimis), siis töötab mootor elektrigeneraatorina.

Vahelduv magnetväli tekitab alati kõrvaliste jõudude elektrivälja. Kui selles väljas on kinnine kontuur («renn», milles võivad liikuda elektrilaengud), siis voolab juhis indutseeritud vool. Sellel voolul, nagu igal teiselgi, on tingimata oma magnetväli (korrapäraselt liikuvad elektrilaengud tekitavad neid ümbritsevas ruumis magnetvälja, sõltumata sellest, kuidas elektrilaengud paigal-

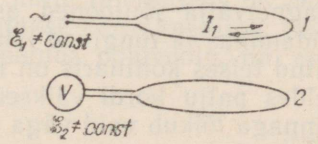
seisust liikuma pannakse). Sõltuvalt kontuuri pinda läbiva välise (indutseeriva) magnetvälja magnetvoo muutumise kiirusest ja kontuuri mehaanilisest olekust (kas ta seisab paigal või liigub) võib indutseeritud voolu magnetväli olla kas alaline või vahelduv. Kui kontuur *II* (vt. joon. 86) on paigal ja ei deformeeru, siis sõltub temas tekkiva indutseeritud voolu magnetvälja iseloom ainult magnetvoo muutumise kiirusest. $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\text{const}$ korral (näiteks reostaadi liuguri *D* liikumisel konstantse kiirusega) tekib *II* kontuuris jääva väärtusega induktsiooni elektromotoorjõud ($\mathcal{E}_{\text{ind}}=\text{const}$). Et aga kontuuri takistus on konstantne, siis voolab temas jääva väärtusega ja suunaga indutseeritud vool ($I_{\text{ind}}=\text{const}$). Selle voolu magnetväli on alaline (tema induktsioon on väärtuselt ja suunalt muutumatu) ja statsionaarne (väli ei nihku ruumis). Kui aga $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\neq\text{const}$, siis on indutseeritud voolu magnetväli liikumatus kontuuris *II* vahelduv.

Juhul kui kinnise kontuuri osa, milles tekib indutseeritud vool, liigub, siis liigub koos kontuuri osaga ka magnetväli ning selles mõttes on ta vahelduv. Näiteks (vt. joon. 89) lõigu *1—2* ühtlasel ($v=\text{const}$) liikumisel ühtlases magnetväljas ($B=\text{const}$) on ajaühikus lõigatud magnetvälja jõujoonte arv konstantne [valemis (26.3) on $\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=\text{const}$, sest B, l ja v on konstantsed]. Konstantne induktsiooni emj. tekitab juhis ka konstantse indutseeritud voolu, kuid selle voolu magnetväli on muutuv, sest ta liigub ruumis.

3. Transformaatori tööprintsiip. Endainduktsioon

Muutuvate magnet- ja elektriväljade vastastikusel tihedal seosel ja sõltuvusel on suur praktiline tähtsus elektrienergia (õigemini — elektromagnetilise energia) ülekandel suurtele kaugustele. Seejuures tuleb seda küsimust hinnata esmajoones mitte elektrotehnika seisukohalt (näiteks kui kaugele ulatuvad elektrijaamast toiteliinid), vaid vahelduva magnetvälja poolt tekitatud muutuva elektrivälja analüüsi seisukohalt.

Püüame selgusele jõuda, kas on võimalik saada vahelduva elektromotoorjõudu kontuurist *1* kaugel asetsevas kontuuris *2*, kui kontuuris *1* voolab vahelduv elektrivool (joon. 90).

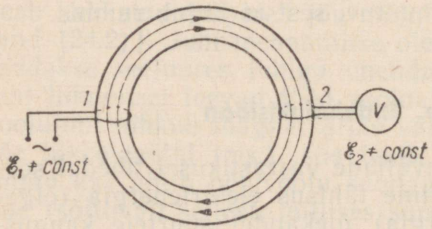


JOON. 90

Voolu I_1 magnetväli on vahelduv ja ta tekitab läbi liikumatu kontuuri *2* pinna vahelduva magnetvoo, mille väärtus sõltub (peale muude faktorite) kontuuride *1* ja *2* vahelisest kaugusest. Kui see kaugus on suur, siis on kontuuri läbiv vahelduv magnetvoog väga nõrk (mida kaugemal me magnetvälja allikast asume, seda väiksem on selle allika välja magnetiline induktsioon või väljatugevus). Seetõttu on ka elektromagnetilise induktsiooni põhivõrrandis esineva magnetvoo muutuse $\Delta\Phi$ ja teises kontuuris indutseeritud emj. väärtused väga väiksed.

Ärgu see väiksus meid hirmutagu. Praegu on tähtsam hoopis muu. Ükskõik millisesse ruumipunkti vahelduva vooluga kontuuri *1* ümbruses me kontuuri *2* ka paigutaksime, ikka tekib temas mingi väärtusega indutseeritud emj. ja vahelduvvool, kui kontuur on kinnine. Tähendab, esimese kontuuri vahelduv magnetväli võib tekitada teises kontuuris vahelduva elektrivälja ilma igasuguste juhtmeteta nende vahel! Kontuuri *1* korrapäraselt ja kiirenevalt liikuvate elektronide energia ülekande vahendajaks on muutuv magnetväli. Viimane põhjustab kas lahtises kontuuris elektrilaengute eraldumise (induktsiooni emj. $\mathcal{E}_2$) või kinnises kontuuris elektrilaengute liikumise (indutseeritud vool).

Kuidas saaks induktsiooni efekti teises kontuuris suurendada? Kui teise kontuuri deformatsiooni või lähenemist esimesele kontuurile mitte arvestada, jäävad veel mõned võimalused.



JOON. 91

Näiteks võib esimese kontuuri magnetvälja kontsentreerida teise kontuuri asukohta, juhtides läbi mõlema kontuuri ühise ferromagnetilise südamiku. Induktsiooni emj. on teises kontuuris maksimaalne, kui muude tingimuste võrdsuse korral mõlemad kontuurid on lükitud ühisele k i n n i s e l e ferromagnetilisele südamikule. Sel juhul on magnetväli koondatud (lokaliseeritud) praktiliselt täielikult südamiku piiridesse ega haju ümbritsevasse ruumi. Joon. 91 illustreerib niisugust juhtu. Kõik esimese kontuuri magnetvälja jõujooned asuvad rõngakujulises ferromagnetilises südamikus ja tungivad läbi teise kontuuri pinna. Joonisel 90 kujutatud teises kontuuris on induktsiooni emj. käesoleva juhuga võrreldes palju kordi väiksem ainult sellepärast, et teise kontuuri pinnaga lõikub vaid väga väike osa esimese kontuuri magnetvälja jõujooni.

Joonis 91 kujutab *transformaatori* põhimõttelist skeemi. Esimene kontuur on tema primaarseks ja teine kontuur sekundaarseks mähiseks. Esimese mähise magnetvälja induktsioon B_1 sõltub mähise keerdude arvust (näiteks on teada, et palju keerde sisaldava solenoidi magnetväli on tugevam kui üksiku keeru väli). Järelikult sõltub ka selle magnetvälja teist kontuuri läbiva magnetvoo muutumise kiirus esimese mähise keerdude arvust. Peale selle sõltub induktsiooni emj. $\mathcal{E}_2$ veel sekundaarmähise keerdude arvust. Kui üks ja seesama magnetvoog läbib ühe või mitme (ütleme kümne) keeru pinna, siis on induktsiooni emj. võrdeline keerdude arvuga [suurus $S_\perp$, mis esineb valemis (24.4), on 10 keeru korral 10 korda suurem kui ühe keeru korral].

Vahelduv magnetväli on koondatud transformaatori südamikku ega haju ümbritsevasse keskkonda. Sel ja mõnedel teistel põhjustel (mähiste väike takistus, minimaalsed soojuskaod südamikus, mis koostatakse üksikutest plaatidest, mitte aga ferromagneetikukamakast) on transformaator suhteliselt kõrge kasuteguriga seadmeks.

Jättes arvestamata soojuskaod mähistes ja südamikus, võib energia jäävuse seaduse transformaatori puhul kirjutada siseneva ja väljuva voolu võimsuse võrdsusena:

$$I_1 U_1 = I_2 U_2, \tag{26.6}$$

kus I_1 on voolutugevus primaarmähises ja U_1 — pinge tema otstel, I_2 ning U_2 aga sekundaarmähise vastavad suurused.

Tuleb märkida, et induktsiooninähtused tekivad juhis mistahes muutuva magnetvälja mõjul. Erijuhul võib seda vahelduvat magnetvälja ergutada ka juhi endaga. Seega ei eralda juht «oma» vahelduvat magnetvälja «võõrast». Kõikidel juhtudel, kui juhis voolavad vahelduvad (kas suuruse või suuna poolest või ka mõlemal viisil muutuvad) elektrivoolud, tekib *endainduktsioon* — induktsiooniefekt juhis «oma» vahelduva magnetvälja mõjul. Iga vooluga juht on ju alati kinnise kontuuri osaks, mis piirab ruumis mingit pinda (see kontuur koosneb vaadeldavast juhist, viikjuhtmetest ja emj. allikast). Vahelduvvool tekitab vahelduva magnetvälja, mille vahelduv magnetvoog läbib kontuuri pinda. Kui nii, siis kehtivad Faraday elektromagnetilise induktsiooni seadus ja Lenzi reegel: juhis tekib induktsiooni elektromotoorjõud (mida nimetatakse neil juhtudel *endainduktsiooni elektromotoorjõuks* $\mathcal{E}_e$). Viimane põhjustab laengute ümberjaotumise ja erinevaid potentsiaale juhi erinevates punktides, mille tulemuseks on *endainduktsioonivool*. Viimase suund määratakse Lenzi reegliga. Endainduktsiooni elektromotoorjõudu saab siduda põhivoolu, nn. «töövoolu» muutumise kiirusega juhis:

$$\mathcal{E}_e = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}, \tag{26.7}$$

kus ΔI on voolutugevuse muutus juhis (suurenemine või vähenemine) ajavahemiku Δt jooksul, võrdetegur L aga juhti iseloomustav suurus, mida nimetatakse *induktiivsuseks.*

Induktiivsus L on füüsikaline suurus, mis sõltub juhi kujust, mõõtmetest ning juhti ümbritseva keskkonna magnetilisest läbitavusest. Kui näiteks 1 m pikkusest traadist valmistada mitu erineva kujuga juhti (keerd, solenoid jne.) ja paigutada need samasse keskkonda, siis on nende induktiivsused erinevad. Märgime, et induktiivsus ei sõltu juhi materjalist (pole oluline, kas kasutati vasktraati, alumiiniumtraati või mõnd muud juhtivat ainet). Selles mõttes on induktiivsus kui juhi omadus analoogiline juhi mahtuvusega (ka mahtuvus ei sõltu juhi materjalist ja on määratud ainult tema kujuga, mõõtmetega ja keskkonna elektrilise läbitavusega).

Juhi induktiivsust võib arvutada võrrandi (26.7) järgi, kui on teada $\mathcal{E}_e$, ΔI ja Δt:

$$L = \mathcal{E}_e \frac{\Delta t}{\Delta I}. \qquad (26.8)$$

Näeme, et kui murd $\frac{\Delta t}{\Delta I}$ võrdub ühikuga, siis ühtib induktiivsuse väärtus juhi otstel tekkiva endainduktsiooni elektromotoorjõu väärtusega. SI-süsteemis on induktiivsuse mõõtühikuks *henri* (H). Henri on niisuguse juhi induktiivsus, mille otste vahel voolutugevuse muutumisel ühe ampri võrra ($\Delta I = 1$ A) ühe sekundi jooksul ($\Delta t = 1$ s) tekib endainduktsiooni elektromotoorjõud üks volt ($\mathcal{E}_e = 1$ V). Mõnedes teistes mõõtühikute süsteemides (näiteks absoluutses elektromagnetilises mõõtühikute süsteemis) mõõdetakse induktiivsust sentimeetrites (veel üks erinevate füüsikaliste suuruste ühikute formaalne kokkulangemine, mis viitab absoluutsete mõõtühikute süsteemide teatud ebamugavusele), kusjuures $1\ \mathrm{H} = 10^9$ cm.

Arvestades, et vastavalt võrrandile (26.8) $1\ \mathrm{H} = \frac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{A}}$, teisendatakse magnetilise konstandi mõõtühiku dimensiooni järgmiselt:

$$\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{A^2}} = \frac{\mathrm{N \cdot m}}{\mathrm{A^2 \cdot m}} = \frac{\mathrm{J}}{\left(\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{s}}\right) \cdot \mathrm{A \cdot m}} = \frac{\mathrm{V \cdot s}}{\mathrm{A \cdot m}} = \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}.$$

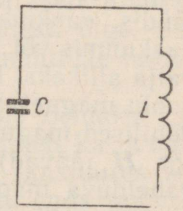
Seega

$$\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6} \frac{\mathrm{H}}{\mathrm{m}}.$$

§ 27. ELEKTROMAGNETILISED VÕNKUMISED

1. Energia jäävuse seaduse rakendamine võnkekontuurile

Vaadeldes *võnkekontuuri* — järjestikku ühendatud kondensaatorist ja solenoidist koosnevat vooluringi (joon. 92) — tuleme järeldusele, et veel üks energia liik, s. o. *elektromagnetiline energia* allub üldisele muundumis- ja jäävusseadusele. Tõepoolest, kondensaatori laadimisel on vaja teha tööd laengute eraldamiseks tema katetel. On kerge mõista, et mida tugevam on elektriväli kondensaatori katete vahel (mida suurem on katete potentsiaalide vahe), seda rohkem tuleb teha tööd. Iga uus vaba elektron, mida ühelt kattelt teisele kantakse, nihkub välisjõudude mõjul järjest tugevamas väljas (mõlemad kondensaatori katted takistavad laengute ülekandmist üha rohkem: positiivne kate takistab järjest suuremate jõududega temalt elektronide äravõtmist, negatiivne kate aga tõukab neid järjest tugevamini). Kondensaatori laadimiseks tehtud töö on eraldatud elektrilaengute vastastikuse potentsiaalse energia ehk kondensaatori välja *elektrienergia* mõõduks.



JOON. 92

Kondensaatori «lahendamisel» läbi solenoidi (või nagu sageli räägitakse — läbi endainduktsioonipooli) täheldame kondensaatori ümberlaadumist. Kondensaatoris tekib muutuv elektriväli, mille väljatugevus muutub nii väärtuselt kui ka suunalt. Kui energia kadu (näiteks ühendusjuhtmete soojenemine neid läbiva elektrivoolu toimel) on kaduvväike, siis võrdub ümberlaetud kondensaatori maksimaalne energia tema esialgse energiaga.

Võnkekontuuri kondensaatori ümberlaadumine on seletatav elektromagnetilise induktsiooniga poolis. Pooli läbiv vahelduvvool ergutab vahelduva magnetvälja, mille energia (*magnetiline energia*) kulubki kondensaatori ümberlaadimiseks. Toetudes varem kasutatud arutlusskeemile, võime öelda, et eraldatud elektrilaengute energia (kondensaatori välja elektrienergia) muundub pooli magnetvälja energiaks, viimane aga omakorda ümberlaetud kondensaatori elektrivälja energiaks jne.

Kaks energia liiki — elektriline ja magnetiline —, mille vastastikuse seosega ja tingitusega kohtume võnkekontuuris kulge-

vate protsesside vaatlemisel, on *ühtse elektromagnetilise energia* kaks esinemisvormi. Protsesside jaotus elektrilisteks ja magnetilisteks on täiesti tinglik! Nende «primaarne põhjus» on seotud materiaalsete mikroskoopiliste (elementaarsete) laetud osakestega. Ainult siis, kui me ei arvesta nende liikumist, räägime puhtelektrilistest omadustest ja nähtustest. Laetud osakeste igasuguse liikumisega (lõppude lõpuks on sellega alati tegemist!) kaasnevad aga magnetilised efektid.

Tähendab, peale kõige muu iseloomustavad liikuvaid laetud osakesi ühtsed elektromagnetilised omadused, kusjuures vastavatel tingimustel võib olla domineerivaks kas nende elektriline või magnetiline «külg».

2. Elektromagnetiline väli

Enam-vähem samas järjestuses, milles füüsika selgitas elektrilisi ja magnetilisi nähtusi, vaatlesime ka põhilisi katseandmeid. Looduse enda poolt dikteeritud paratamatusega tuli tunnistada, et elektrilised ja magnetilised nähtused on omavahel väga tihedalt seotud.

Elektrilaengute iga korrapärane liikumine, s. t. elektrivool (olgu see siis kas elektronide voog metallis, ioonide voog elektrolüüdis, «aukude» korrapärane liikumine pooljuhis, elektronkiir vaakuumis või laetud keha liikumine õhus jms.) on alati magnetvälja allikaks. Kui vool on konstantne, siis on konstantne ka selle voolu magnetväli (igas voolu ümbritseva ruumi antud punktis on põhilised magnetvälja iseloomustavad suurused vektor $\boldsymbol{B}$ ja vektor $\boldsymbol{H}$ jäävad). Vahelduvvool tekitab teda ümbritsevas ruumis vahelduva magnetvälja (kui vool muutub ainult väärtuselt, siis muutub selle voolu magnetvälja antud punktis ka vektorite $\boldsymbol{B}$ ja $\boldsymbol{H}$ väärtus; kui vool muudab ka suunda, siis muutuvad ka vektorite $\boldsymbol{B}$ ja $\boldsymbol{H}$ suunad).

Teiselt poolt tõestas elektromagnetiline induktsioon veenvalt elektriliste efektide olemasolu, mille põhjused on nii-öelda magnetilised: elektrilaengute ümberjaotumine (induktsiooni emj. tekkimine) või nende korrapärane liikumine (indutseeritud vool). Tõsi küll, need nähtused on võimalikud ainult siis, kui on täidetud väga oluline tingimus — magnetvoog peab olema muutuv.

Võnkekontuur on lihtsaim seade, kus võib saada elektromagnetilisi võnkumisi, mis on seotud elektrivälja energia muundumisega magnetvälja energiaks ja ümberpöördult. Peale selle võib võnkekontuuris toimuvate protsesside analüüsil saada mõningaid tähtsaid, esimesel pilgul küllaltki ootamatuid tulemusi.

Võrdleme võnkekontuuri lihtsa kinnise mitteharneva alalisvooluringiga, mis koosneb toiteallikast ja välisosast. Me teame, et kõrvaliste jõudude välja arvel tsirkuleerib vool selles vooluringis lakkamatult: elektrilaengud liiguvad pidevalt mööda kinni-

seid jõujooni ühes suunas nii vooluringi väliskui ka siseosas (vooluallikas). Huvitudes selle vooluringi magnetväljast, võib vooluringi ilma selgitavate märkusteta kujutada vooluga keeruna. Keeru iga osa või iga «tükike» on muidugi magnetvälja allikaks. Märgime, et sõltumata vooluallika ehitusest tekitab magnetvälja ka vooluringi siseosa (isegi siis, kui selleks on näiteks galvaanielemendi elektroodide vaheline elektrolüüt). Magnetvälja tekkimine on ju kõige üldisem efekt, mis kaasneb elektrilaengute igasuguse korrapärase liikumisega mistahes «voolusängis».

Võnkekontuur erineb vaadeldud vooluringist kas või seetõttu, et ta on l a h t i n e. Võnkekontuuris on küll vahelduvvool, kuid see vool kujutab endast vaid laengute ümberjaotumist kontuuri juhtivates osades (kondensaatori ühelt kattelt läbi endainduktsioonipooli ja ühendusjuhtmete teise katteni ja tagasi).

Selge, et võnkekontuur on perioodiliselt muutuva, v a h e l d u v a m a g n e t v ä l j a allikaks. Põhiliselt on see väli koondunud endainduktsioonipooli, kuid teda võib registreerida ka väljaspool pooli (ühendusjuhtmete ümber ja pooli otste taga). Kui meilt küsitakse, millistelt võnkekontuuri osadelt või elementidelt saab vahelduv magnetväli alguse, siis pole vastust vaja kaua mõelda: muidugi kontuuri nendelt osadelt, kus on korrapäraselt liikuvad ja perioodiliselt ümberjaotuvad elektrilaengud. Täiesti õige. Selline kokkuvõte on täielikus kooskõlas magnetiliste nähtuste tuntud seaduspärasustega.

Arvatavasti oleme tublisti üllatunud, kui meile öeldakse ja katseliselt näidatakse, et vahelduv magnetväli ilmneb ka k o n d e n s a a t o r i k a t e t e v a h e m i k u ü m b e r (kusjuures see pole kontuuri naaberosade väli, vaid just vahemiku enda muutuv magnetväli). Kuidas seda mõista? Kondensaatori katete vahemik on ju mittejuhtiv, ta võib ainet üldse mitte sisaldada, seal võib valitseda tühjus! «Mis siis ikka,» võib öelda tõtlik lugeja, «võnkekontuuri kondensaatori katete vahel liiguvad järelikult mingisugused laengud, nii nagu liiguvad elektronid televiisori vaakuumtorus!» Kui prooviksime neid kondensaatori katete vahel liikuvaid laenguid katseliselt avastada, siis lõpeks see pettumusega. mingisuguseid laenguid me ei leiaks!

Tekib teatud vastuolu: ühelt poolt käitub kondensaatori vahemik kui vahelduvvoolu kandev vooluringiosa, sest ta on vahelduva magnetvälja allikaks, teiselt poolt aga puuduvad vahemikus laengukandjad.

Selle huvitava vasturääkivuse likvideerimiseks on kaks loogilist ettepanekut: kas peale loetletud elektrivooluliikide (juhtivus- ja konvektsioonivoolu) on olemas veel «elektrilaenguteta voolud», või siis võib vahelduva magnetvälja allikaks olla mitte ainult vahelduv elektrivool, vaid veel midagi muud.

Oletuse «laenguteta voolu», nn. *«nihkevoolu»* olemasolu kohta tegi J. C. Maxwell. Kuid kas niisugune oletus pole nähtuse selgi-

tamisel liiga meelevaldne? Oletus pole ju veel tõestus, pealegi selline veider oletus. On avastatud vahelduv magnetväli võnkekontuuri kondensaatori vahemiku ümbruses. On teada, et vahelduva magnetvälja allikaks on vahelduv elektrivool. Mingit voolu kondensaatori katete vahel ei leitud, kuid ikkagi oletame, et see on olemas? Pole midagi öelda, füüsikud — range ja täpse loodusteaduse esindajad — valisid katsetulemuste seletamiseks kahtlase tee! Ei-ei, püüame pigem ilma «väljamõeldisteta» toime tulla! Te räägite nihkevoolust, olge siis head ja selgitage, milline on selle olemus ja mida ta endast kujutab.

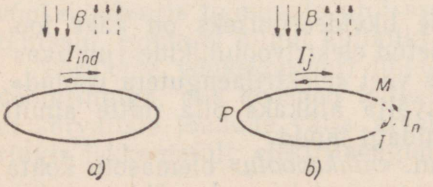
Pöördudes teise võimaliku väite juurde, õnnestub seletada ka esimese mõtet. Siiamaani püüdsime leida vahelduva magnetvälja ainelist allikat — otsisime liikuvaid laetud o s a k e s i või k e h i. Neid ei olnud. Kuid kondensaatori katete vahel on veel vahelduv elektriväli. Just see vahelduv elektriväli ongi võnkekontuuri kondensaatori vahemiku ümbruses tekkiva magnetvälja põhjuseks, nihkevool on vaid selle vahelduva elektrivälja teine nimetus. Nihkevoolud võivad vahelduvate elektriväljade näol tekkida «tühjas ruumis», mis ei sisalda mingeid laetud või neutraalseid osakesi.

Nihkevoolu mõistet kasutades võib võnkekontuuri kujutada kinnise vooluringina — ühendusjuhtmeid ja solenoidi läbiv juhtivusvool sulgub kondensaatori vahemikus nihkevooluga. Seetõttu räägitakse sageli võnkekontuuri *koguvoolust* kui juhtivusvoolu ja nihkevoolu summast. (Antud juhul on koguvool kondensaatori vahemikus võrdne nihkevooluga ja juhtmetes võrdne juhtivusvooluga. Üldiselt võib samas ristlõikes üheaegselt esineda nii nihkevool kui ka juhtivusvool.)

Ärgem unustagem, et nihkevoolud on juhtivusvooludega ekvivalentsed ainult magnetilise mõju mõttes. Nihkevool võib «voolata» tühjuses, olles seejuures magnetvälja allikaks, kuid mitte mingisuguseid soojuslikke või keemilisi efekte temaga otseselt ei kaasne.

Et elektrivälja võib tekitada vahelduva magnetväljaga, see on Faraday elektromagnetilise induktsiooni seaduse järgi hästi teada. Nüüd võib selle indutseeritud elektrivälja karakteristikasse lisada veel ühe olulise joone.

Olgu ruumi mingis piirkonnas vahelduv magnetväli, mille magnetiline induktsioon muutub ajaliselt näiteks siinusseaduse järgi. Kui selles väljas paikneb kinnine juhtiv keerd (joon. 93, *a*),



JOON. 93

siis, nagu teame, indutseerub keerus emj., mis on jaotatud kogu keeru pikkusele, ja juhtivusvool. Märgime, et see on kinnine vahelduv juhtivusvool. Mis juhtub aga siis, kui sellessamas vahelduvas magnetväljas paikneb lahtine juhtiv keerd, näiteks eelmise keeru osa (joon. 93, *b*)? Sel juhul sunnib indutseeruv vahelduv emj. juhis liikuvaid elektrilaenguid (vabu elektrone jt.) perioodiliselt ümber jaotuma, s. t. võib rääkida vahelduvast juhtivusvoolust juhi osas *MPT*. Juhti *MPT* võib samastada võnkekontuuri juhtiva osaga ja sel juhul tuleb järeldada, et vahemikku *MT* peab läbima nihkevool. Juhime tähelepanu sellele, et kui esimesel juhul tekitas vahelduv magnetväli kinnises juhtivas keerus kinnise juhtivusvoolu, siis nüüd on (nagu võnkekontuuriski) kinniseks vooluks koguvool.

Edasised analüüsi etapid tulenevad iseenesest. Jätame vahelduvasse magnetvälja esialgse ringikujulise juhi järjest väiksema osa. Seejuures lüheneb juhi see osa, milles voolab juhtivusvool, vahemikus tsirkuleerib aga endiselt nihkevool, kusjuures koguvool jääb kinniseks.

Piirjuhul jääb alles vaid mõtteline ringkontuur. Nüüd pole enam juhi osi, milles elektrilaengud võiksid ümber jaotuda, pole juhtivusvoolu, ja kui meie arutlused on õiged, siis peab jääma ainult kinnine nihkevool.

Võib arvata, et umbkaudu sel viisil tekkis veel üks J. C. Maxwelli hüpotees — oletus, et vaheiduv magnetväli tekitab kinniseid vahelduvaid koguvoole.

Lugedes koguvoolu «vahetuks» põhjuseks endiselt voolu «lükkavat» elektrivälja, võib seda oletust väljendada teisiti. Et koguvool on kinnine, siis tuleb ka selle elektrivälja jõujooni lugeda kinnisteks (analoogiliselt elektrivälja kinniste jõujoontega alalisvooluringis). Järelikult võib oletada, et vahelduv magnetväli põhjustab kinniste jõujoontega elektrivälja tekkimise. See oletus osutus õigeks.

Vahelduvate magnetväljade ümbruses täheldatakse kinniste jõujoontega vahelduvaid elektrivälju. Et rõhutada viimaste erinevust juba tuntud elektriväljadest, nimetatakse neid *pööriselektriväljadeks*.

Kui pööriselektriväljas asub liikuvaid elektrilaenguid sisaldav aine, näiteks juht, siis jaotuvad selle laengud ümber. Lahtise juhi otste potentsiaalide vahe on seejuures võrdne induktsiooni elektromotoorjõuga.

Katsel, mille skeem on toodud joonisel 90, puutusime kokku esimest keerdu läbiva vahelduvvoolu poolt ergutatud vaheiduva magnetväljaga. Ainult seetõttu, et vahelduv magnetväli tekitab pööriselektrivälja, õnnestus meil viimast teise keeru abil avastada. Induktsiooni emj. võis teises keerus erineda nullist ka keeru teistsuguste asendite korral. Seega kinnitab elektromagnetilise induktsiooni nähtus pööriselektriväljade olemasolu.

Rõhutame veel kord, et pööriselektriväljad erinevad oma omadustelt elektrostaatilistest ja mitteinduktsiooniliste emj. allikate kõrvaliste jõudude väljadest. Elektrostaatiliste väljade jõujooned on alati lahtised. Kõrvalised elektriväljad võivad olla konstantsed (väljatugevuse vektor ei muutu suunalt ega väärtuselt). Pööriselektriväljad on aga alati suletud jõujoontega vahelduvad väljad (pööriselektrivälja väljatugevus muutub ajaliselt nii suunalt kui ka väärtuselt). Nende tunnuste puudumisel pole ka pööriselektrivälja.

Pööriselektrivälja tekkimise põhjuseks on alati vahelduv magnetväli. Kui aga pööriselektriväli juba tekkis, siis kutsub ta omakorda esile vahelduva magnetvälja. Järelikult on vahelduvad magnetväljad ja pööriselektriväljad alati seotud, «aheldatud», kusjuures nende kogumit nimetatakse elektromagnetiliseks väljaks.

Termin «aheldatud» on küllalt näitlik ja me kasutame seda, et rõhutada ja meenutada magnetvälja jõujoonte alalist kinnisust (isegi kui magnetväli on alaline ja statsionaarne). Selle tunnuse järgi on nii alaline kui ka vahelduv magnetväli pöörisväli. Vahelduva magnetväljaga kaasneb tingimata samas ruumipiirkonnas kinniste jõujoontega pööriselektriväli, kusjuures need kinnised jõujooned on nagu keti lülid seotud vahelduva magnetvälja jõujoontega. See «aheldatus» peegeldabki elektromagnetilise välja kahe komponendi «vastastikust sünnitatavust» ja elektromagnetilise välja levikut ruumis.

3. Tingimused, mille korral võnkekontuur kiirgab energiat

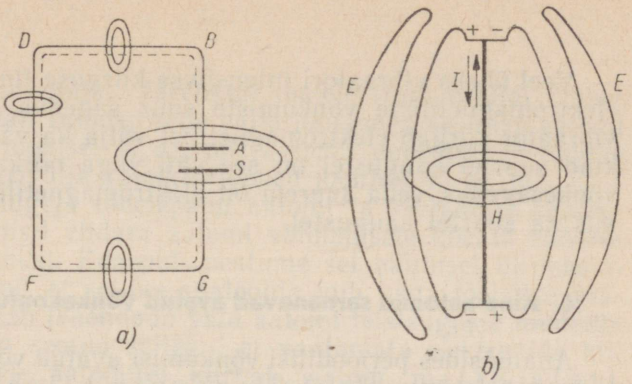
Mittesumbuvate elektromagnetiliste vabade võnkumiste periood sõltub kontuuri induktiivsusest ja mahtuvusest ning teda võib arvutada *Thomsoni valemiga*

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \qquad (27.1)$$

kus T on elektromagnetiliste võnkumiste periood (sekundites), L — kontuuri induktiivsus (henrides), C — kontuuri mahtuvus (faradites) ja 2π — dimensioonita tegur.

Nagu kondensaator, nii pole ka induktsioonipool võnkekontuuri lahutamatuks osaks. Asi on selles, et igal juhil, milline selle kuju ka pole, on teatud induktiivsus ja mahtuvus. Kui mingite välispõhjuste arvel õnnestub juhis laenguid eraldada, siis võib see olla tõukeks, et juhis tekivad elektromagnetilised võnkumised, mille sagedus sõltub juhi induktiivsusest ja mahtuvusest (s. t. juhi kujust ja mõõtmetest ning juhti ümbritsevast keskkonnast).

Vaatleme lihtsuse mõttes joonisel 94, *a* kujutatud võnkekontuuri, mis koosneb kondensaatorist ja seda lühistavast painutatud juhtmest *ABDFGS*. Kuidas näeb välja selle kontuuri elektromag-



JOON. 94

netiline väli? Pööriselektrivälja kinnised jõujooned läbivad juhti ja kondensaatori vahemikku. Nende suund muutub perioodiliselt vastavalt plaatide *A* ja *S* polaarsusele. Üks selline jõujoon on joonisel tinglikult kujutatud punktiiriga. Magnetvälja jõujoonte suunda mingil ajamomendil võib vooluringi iga lõigu kohta määrata «korgitsa reegliga». Magnetvälja jõujooned on kontsentrilised ringid, mille tsentrid asuvad pööriselektrivälja jõujoontel, tasapinnad on aga viimastega risti. Kontuuri magnetvälja mõned jõujooned on näidatud joonisel. Teatud kindlatel ajamomentidel, mis vastavad kondensaatori plaatide maksimaalsele laengule (näiteks algmomendil, mil kondensaator on just laetud, poole perioodi möödudes, mil kondensaator on ümber laetud jne.), puudub kontuuris vool ja seega ka magnetväli.

Mida kaugemal me sellest kontuurist asume, seda vähem tajutav on tema väli, sest elektriväli asub tegelikult juhis ja kondensaatori vahemikus. Magnetvälja täheldatakse küll ka väljaspool kontuuri, kuid ta nõrgeneb kauguse suurenedes kiiresti. Niisuguseid võnkekontuure nimetatakse *kinnisteks* (nad pole neid ümbritsevas ruumis märgatavateks elektromagnetilise välja allikateks).

Võnkekontuurile võib anda niisuguse kuju, et elektromagnetiline väli võib levida kontuuri ümbritsevasse ruumi. Joonisel 94, *b* on kujutatud *avatud võnkekontuuri* ehk *vibraatori* skeem ja mõned selle elektromagnetilise välja jõujooned. Niisuguse vibraatori otste ümberlaadimisel voolab vibraatoris vahelduvat magnetvälja tekitav vahelduv elektrivool (alla-üles). Kinniste jõujoontega pööriselektriväli võib vibraatorist «eralduda» ja levida ümbritsevasse ruumi peaaegu kõigis suundades (välja arvatud vibraatori telje suunas), tekitades uutes kohtades vahelduva magnetvälja jne. Vibraatorit ümbritsevas ruumis levivad nagu vahelduva magnetvälja ja pööriselektrivälja «haakunud ketikesed», levib elektromagnetiline väli. Üleminek kinniselt võnkekontuurilt avatule tähendab tingimuste loomist elektromagnetilise välja levikuks kontuuri ümbritsevasse ruumi.

Veel üheks vibraatori intensiivse kiirguse tingimuseks on tema elektromagnetiliste võnkumiste suur sagedus. Asi on selles, et vibraator kiirgab elektromagnetilist välja ka väikestel sagedustel, kuid suurtel kaugustel on see väli väga nõrk. Mida suurem on võnkesagedus, seda suurem on elektromagnetilise välja intensiivsus ka suurtel kaugustel.

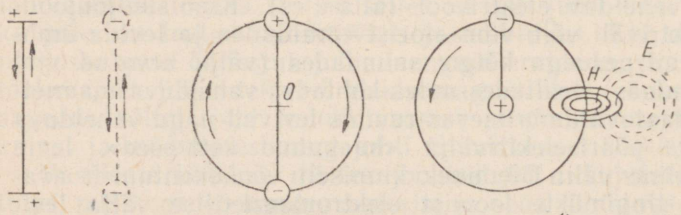
4. Aine aatomid sarnanevad avatud võnkekontuuriga

Analüüsides perioodilisi võnkumisi avatud võnkekontuuris, pöörame tähelepanu elektrilaengute kiirenevale liikumisele. Tõepoolest, kui aega on hakatud arvestama näiteks momendist, mil vabad elektronid olid vibraatori alumises otsas (vt. joon. 94, *b*), siis järgneval ajavahemikul liiguvad elektronid vibraatori ülemisse otsa, sealt jälle alla jne. Niisugune laengute võnkumine ei saa olla ühtlane liikumine (esinevad peatused, kiirenemised ja pidurdumised).

Pilt saab veelgi selgemaks, kui märgime, et laengute nihked, kiirused ja kiirendused muutuvad ajaliselt siinus- või koosinusseaduse järgi. Kas ei võiks niisugusel juhul vibraatori mudelit kujutada pika niidi otsa riputatud laetud kehana, mis võngub vibraatori võnkesagedusega (joon. 95, *a* ja *b*)?

Ilmselt on veelgi lihtsam kujutada vibraatori mudelit kahe seotud erinimelise laengu süsteemina, mis pöörleb elektrilise dipoolina suure kiirusega ühise tsentri *O* ümber (joon. 95, *c*). Selline dipool kiirgab ümbritsevasse ruumi elektromagnetilist energiat.

Lõpuks teeme viimase sammu. Iga aine aatom koosneb positiivselt laetud tuumast ja ühest või mitmest tema ümber tiirlevast elektronist. Elektronide liikumine orbiitidel on kiirenev (alati on olemas kesktõmbekiirendus!). Tähendab, aine iga aatom kujutab endast pöörlevat elektrilist dipooli (või isegi mitmest dipoolist koosnevat süsteemi), millest nagu vibraatorist levib ümbritsevasse ruumi elektromagnetiline väli. Elektronide tiirlemissagedus orbiitidel on väga suur, mis omakorda soodustab elektromagnetilise energia levimist. Nagu varem rääkisime, on elektroni orbiit mik-



JOON. 95

roskoopiliseks vooluniidiks. Järelikult on elektroni orbiidi ümber vahelduv magnetväli (mõned selle välja jõujooned vesiniku aatomi korral on toodud joonisel 95, *d*), mis aatomit ümbritsevas ruumis tekitab pööriselektrivälja (punktiirjooned joonisel 95, *d*) jne.

Me juhtisime lugeja tähelepanu aatomi ja vibraatori analoogiale, et mingil viisil viidata aatomi võimalusele kiirata elektromagnetilisi võnkumisi. Edaspidi peatume sel nähtusel üksikasjalikumalt ja näitame, et selline analoogia viib väga tõsistele vastuoludele, mida saab lahendada vaid aatomi teistsuguste mudelite abil. Vastuolud on seotud sellega, et vaatamata elektronide kiirenevale liikumisele aatomites kiirgab aatom mitte alati, vaid ainult teatud tingimustel. Seetõttu võib aatomvibraatori mudelit kasutada edukalt juhtudel, kui aatom mingil põhjusel juba kiirgab, et põhjendada vaid aatomi kiirgamise võimalust, pidades seejuures meeles, et mudel ei luba vastata küsimusele, miks aatom väga sageli siiski ei kiirga.

Kindlalt võib kiirenevalt liikuvate elektrilaengute elektromagnetilisest kiirgusest rääkida ainult neil juhtudel, kui need laengud liiguvad välistes väljades (näiteks laengute liikumisel spetsiaalsetes laetud osakeste kiirendites, Maa magnetväljas jne.) ja kui nad ei moodusta vastastikku mõjuvate laetud osakeste seotud süsteemi (aatomid, molekulid ning aatomite ja molekulide rühmad on just niisugusteks kollektiivideks, mille koostisosade vastastikust mõju ei saa kuidagi arvestamata jätta).

5. Mõned tähtsad järeldused

Ajaliselt muutuvate elektri- ja magnetväljade uurimine tutvustab meid tegelikkuse uute omadustega, sunnib looduses toimuvaid protsesse uutmoodi vaatlema ning tegema uusi korrektiive meie ettekujutustesse aine ehitusest.

Elektromagnetilise induktsiooni seadused tegid lõpu arutlustele vahelduvate elektri- ja magnetväljade vastastikuse seose kohta. Induktsiooninähtuste põhjuseks on pööriselektriväljad — elektromagnetiliste väljade osad.

Võnkekontuur on elektromagnetiliste võnkumiste ja elektromagnetilise välja lihtsaimaks allikaks, kusjuures teatud tingimustel (avatud võnkekontuur ja suur võnkesagedus) võib see väli levida vibraatorit ümbritsevasse ruumi. Me ei pööranud tähelepanu nende nähtuste rakenduslikule küljele (raadioülekanne, raadiolokatsioon, raadioastronoomia jt.), vaid tõttasime uuesti pilku heitma aine sisemusse.

Eespool rääkisime, et iga aatomi koostisse kuuluvad laetud osakesed (elektronid, prootonid), mistõttu aine ehituse uurimisel tuleb arvestada aatomi mikroskoopilisi elektrivälju. Et aatomi laetud koostisosad liiguvad, siis räägime mikrovooludest ja aine-

sisestest mikromagnetväljadest (mida iseloomustavad näiteks magnetilised momendid). Lõpuks olime sunnitud rääkima elektromagnetilistest võnkumistest aines ja sellest, et teatud tingimustel on aine aatomid elektromagnetilise kiirguse allikaks, elektromagnetilise välja allikaks, ning mitte ainult aines, vaid ka väljaspool seda.

Elektromagnetiline väli on selles mõttes universaalne, et elektrostaatilised väljad, pööriselektriväljad ja magnetväljad on tema lahutamatud koostisosad, mis ilmnevad ühel või teisel juhul vastavalt protsessi kulgemise tingimustele (kas elektrilaengud on paigal või liiguvad, kas nad liiguvad ühtlaselt või kiirenevalt jms.).

Nagu öeldud, võivad aatomid olla elektromagnetiliste väljade allikaks. Seejuures nimetasime me ainult elektronide tiirlemist orbiitidel. Aines on aga veel teisigi laetud osakeste kiireneva liikumise vorme (näiteks ioonide võnkumine metalli kristallivõre sõlmedes, dipoolide soojuslik võnkumine dielektrikutes ja palju muud), mis võivad teatud tingimustel olla elektromagnetilise kiirguse allikaks.

Samuti on selge, et kui aine võib olla elektromagnetilise välja allikaks, siis mõjutab väline elektromagnetiline väli temasse sattunud aines kulgevaid protsesse. See võib omakorda muuta välist välja mitte ainult aines, vaid ka väljaspool seda. Järelikult tuleb ümbritseva maailma nähtuste uurimisel alati arvestada *ainete ja elektromagnetiliste väljade vastastikust mõju*.

Veel enam. Me oleme veendunud elektromagnetiliste väljade «ainelises» päritolus — neid tekitavad materiaalsed osakesed või nende osakeste keerulised moodustised (elektronid, aatomid jne.). Kuid kas mateeria eksisteeriks aine kujul, s. t. molekulide, aatomite jne. näol, kui looduses poleks elektromagnetilisi välju? Tuleb öelda, et ei eksisteeriks. Mis hoiab elektrone aatomites orbiitidel, mis seob aatomeid molekulideks ja molekule üksteisega? «Tsemendiks», mille abil «ehitatakse» mateeriat aine kujul, on elektromagnetilised väljad (koos mõnede teiste väljadega, millest meil pole selles raamatus võimalust jutustada).

Niisiis väljad (gravitatsiooni-, elektromagnetiline jt.) pole meie väljamõeldised! Nad eksisteerivad objektiivselt, sõltumata meist ja meie tahtmisest. Mateeria aine kujul (või osakeste kujul) sünnitab välju, kuid eksisteerib ise tänu väljade olemasolule.

Kaasaegne füüsika tõestas veenvalt, et mateeria eksisteerib kahel kujul — aine ehk osakeste kujul ja väljana.

Lugeja muidugi mäletab, et soojuslike nähtuste uurimisel arvestasime aine aatomite ja molekulide vastastikust mõju, peatumata selle olemusel. Nüüd on arvatavasti arusaadav, et aine aatomite ja molekulide vastastikusel mõjul on elektromagnetiline olemus (kui mitte rääkida mõnedest keerukamatest vastastikustest mõjudest).

VIII. LAINED

§ 28. LAINEPROTSESS KUI VÕNKUMISTE LEVIMINE RUUMIS

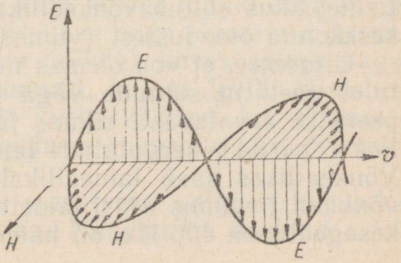
1. Lainete liigitus

Looduses esineb lõpmatult palju perioodiliselt korduvaid liikumisi — võnkumisi. Võngub niidi otsa riputatud kuul — matemaatiline pendel; võngub käekella balanssiir; võnguvad aineosakesed — näiteks ioonid metalli kristallivõre sõlmedes ja aatomid molekulides; perioodiliselt muutub õhu temperatuur mingis maakera punktis. Võib tuua loendamatu hulga näiteid nii lihtsate kui ka väga keerukate võnkumiste kohta. Tekkinud võnkumised võivad levida ruumi naaberpiirkondadesse. Võnkumiste levimist nimetatakse *laineprotsessiks* ehk *laine levimiseks*. Me räägime elastsetest, elektromagnetilistest ja teistest lainetest. Häälelained on elastsete lainete eriliigiks. *Häälelainete* korral levivad elastsed võnkumised, kusjuures võnkesagedus on 20 kuni 20 000 Hz. Neid võnkumisi tajub inimkõrv.

Elastsed lained levivad ainult aines, elektromagnetilised aga võivad levida nii aines kui ka tühjuses.

Kui mingi füüsikalise suuruse võnkesuund on võnkumiste levimissuunaga risti, siis räägime *ristlainetest*, kui aga võnkesuund on piki võnkumiste levimissuunda, siis *pikilainetest*.

Elastsed ristlained, mis tekivad keha mingisuguste osade võnkumisel, levivad ainult tahketes kehades (näiteks ühest otsast



JOON. 96

kruustangide vahele kinnitatud keele või joonlaua võnkumised jne.). Elastsed pikilained võivad levida nii tahketes, vedelates kui ka gaasilistes ainetes (näiteks «surve-tõmbelained» vardas, spiraalvedrus või vedeliku- ja gaasisammastes).

Elektromagnetilised lained on ristlained. Nad kujutavad endast vastastikku risti asetsevate elektriväljatugevuse $\boldsymbol{E}$ ja magnetväljatugevuse $\boldsymbol{H}$ võnkumiste levimist, kusjuures nende võnkumiste levimiskiirus on vektorite $\boldsymbol{H}$ ja $\boldsymbol{E}$ suunaga risti (joon. 96).

2. Lainete põhikarakteristikad

Kõik lained saavad alguse võnkeallikast, kusjuures viimane määrab võnkumise iseloomu: kas võnkumist iseloomustavad suurused muutuvad ajaliselt siinus- või mõne teise seaduse järgi, kas võnkesuund ühtib laine levimissuunaga või on sellega risti. Niisugused võnkeallikat iseloomustavad suurused nagu *võnkesagedus*, *-periood*, *-amplituud* ja *-faas* iseloomustavad ka nende allikate laineid.

Iga lainet iseloomustatakse peale selle veel levimissuunaga ja *levimiskiirusega* v. Tuleb meeles pidada, et lainete levimiskiirusel pole midagi ühist aine nihkumise kiirusega. Vette visatud kivi langemiskohast levivad lained mööda veepinda kõigis suundades, kuid see ei tähenda, et vesi kivi langemiskohast lahkuks. Kivi poolt «ergutatud» veeosakesed võnguvad oma tasakaaluasendite ümber, mis püsivad paigal, kusjuures ühtede osakeste võnkumised kanduvad üle teistele.

Juhime tähelepanu, et lainete levimiskiirus sõltub mitte ainult sellest, mis laine see on ja millisest allikast ta väljus, vaid ka selle k e s k k o n n a o m a d u s t e s t, milles lained levivad. Võib öelda, et võnkeallikas ainult «ergutab» võnkumisi. Ühest ruumipunktist teise kannab võnkumisi üle juba keskkond. Mis keskkond see on, kas tühjus või aine, ja millised on tema omadused, see määrab lainete levimise võimalikkuse või võimatuse ning nende levimiskiiruse.

Lainepikkuseks nimetatakse teepikkust, mille laine läbib ühe võnkeperioodi jooksul: $\lambda = vT = \frac{v}{\nu}$. (28.1)

Lainepikkus sõltub võnkeallika karakteristikatest (T või ν) ja keskkonna omadustest (viimastest sõltub v).

Ütlusesse, et «on olemas niisuguse pikkusega lainete allikas», tuleb seetõttu suhtuda väga rangelt. Sellise väljenduse puhul peetakse arvatavasti silmas just keskkonda, milles v õ n k e a l l i k a p o o l t «ergutatud» lained levivad (kui suure kiirusega?). Võnkeallikas saab laineallikaks ainult keskkonnas, mis kannab võnkumisi ruumis edasi lainete näol! Metallmembraan, mille võnkesagedus on 100 Hz, on häälelainete allikaks juhul, kui ta asub

õhus, vees või mõnes teises aines. Tühjusesse paigutatuna on niisugune membraan küll võnkeallikaks, mille võnkesagedus ühtib häälelainete võnkesagedusega, kuid mingeid häälelaineid ta seejuures ei tekita. Elektromagnetiliste lainete puhul on olukord parem, sest need levivad mitte ainult aines, vaid ka tühjuses. Kuid ka nende lainete lainepikkus ja levimiskiirus sõltuvad keskkonnast. Kindla sagedusega elektromagnetiliste võnkumiste allikast levivad tühjuses, õhus ja teistes ainetes erineva lainepikkusega ja erineva kiirusega lained! §-s 34 vaatleme nende juhtude näiteid.

§ 29. ERINEVA OLEMUSEGA LAINETE OMADUSI JA ISEÄRASUSI

1. Lainete levimiskiirus on lõplik

Katsed elastsete võnkumistega või häälelainetega viivad ilma eriliste raskusteta järeldusele, et nendel lainetel on antud keskkonnas täiesti kindel levimiskiirus, *hääle kiirus antud keskkonnas*, mis sõltub keskkonna tihedust ja elastsust iseloomustavatest suurustest. Tavalistel tingimustel muutub hääle kiirus mõnestsajast meetrist sekundis (gaasides) kuni mitme kilomeetrini sekundis (vedelikes ja tahketes kehades). Ka väga täpsel kiiruste määramisel niisugustes piirides pole vaja mingeid unikaalseid riistu.

Suurte raskustega kohtusid füüsikud elektromagnetiliste lainete kiiruse määramisel. Arvati isegi, et need lained levivad lõpmata suure kiirusega, momentaanselt kõikidele kaugustele. Just seetõttu oli väga suur tähtsus Michelsoni ja teiste teadlaste katsetel valguse kiiruse täpseks mõõtmiseks. Tollal olid füüsikud juba veendunud, et valguslained, mida tajub inimsilm, on elektromagnetiliste lainete eriliigiks. («Nähtav» valgus on väga kitsas osa elektromagnetiliste lainete laias spektris!) Seetõttu võis valguse kiiruse järgi hinnata ka elektromagnetiliste lainete kiirust. Peale selle pidid need katsed andma võimaluse otsustada keskkonna omaduste üle, milles valgus levib, ja andma vastuse küsimusele, kas mateeria aine kujul ongi üldse vajalik elektromagnetiliste lainete, sealjuures ka valguse levikuks. Kõigil neil katsetel selgus, et valguse kiirus ei ole lõpmata suur. Tema väärtus oli küll väga suur, ligikaudu 300 000 km/s, kuid ikkagi lõplik! Just suure väärtuse tõttu peetigi valguse kiirust kaua aega lõpmata suureks.

Valguse (ehk elektromagnetiliste lainete) kiirus sõltub nagu teiste lainete levimiskiiruski keskkonnast, kus ta levib. Mistahes aines on elektromagnetiliste lainete kiirus väiksem kui tühjuses. Seega on *valguse kiirus tühjuses* looduses esinevate kiiruste maksimaalseks piiriks.

Et kiirust 300 000 km/s hakati nimetama valguse kiiruseks tühjuses, see on ajalooline juhuslikkus. Nimetus on tingitud asja-

olust, et see kiirus määrati esmalt valguse kohta tehtud katsetel. Niisama edukalt oleks teda võidud nimetada ka raadiolainete kiiruseks tühjuses, γ-kiirte kiiruseks tühjuses või veel kuidagi teisiti.

2. Energia ülekanne lainetega

Võnkumiste ergutamiseks tuleb võnkeallikale anda väljastpoolt energiat. Näiteks matemaatiline pendel ei hakka iseenesest võnkuma, samuti ei teki võnkekontuuris iseenesest elektromagnetilisi võnkumisi. Pendli võib tasakaaluasendist välja viia tõukega (andes talle väljastpoolt kineetilist energiat) või pendli keha tõstmisega mingisugusele kõrgusele (suurendades potentsiaalset energiat välisjõudude töö arvel). Võnkekontuuris võib tekitada võnkumisi, kui laadida kontuuri kondensaator (eraldatud laengute potentsiaalne energia) või juhtida vool läbi induktsioonipooli (liikuvate laengute kineetiline energia). Seega on igal võnkuval süsteemil või igal süsteemil, milles toimuvad võnkumised, suurem energiavaru kui vastaval süsteemil «ergutamata» olekus.

Kui see süsteem on laineallikaks, siis kiirgab ta ümbritsevasse ruumi energiat. Laineallikast eemalduvad lained viivad energiat kaasa.

Mis paneb meie kõrva kuulmekile võnkuma? Häälelainetega meie kõrva kantud hääleallika energia. Mis on raadiovastuvõtja valjuhääldajas heli põhjuseks? Saatejaamast saabuv raadiolainete energia. Kui võnkeallikasse väljastpoolt energiat juurde ei «pumbata», siis lakkab ta energiakiirgus peatselt.

3. Lainete levimiskiiruse ja murdumisnäitaja dispersioon

Me rääkisime juba, et lainete levimiskiirus on määratud keskkonna omadustega. Kuid kas igasugused (näiteks elektromagnetilised) lained levivad antud aines ühesuguse kiirusega? Selgub, et ei levi. Lainete levimiskiirus antud aines sõltub veel võnkesagedusest. Seda nähtust nimetatakse *laine levimiskiiruse dispersiooniks.*

Püüame seda nähtust seletada elektromagnetiliste lainete korral, kuigi teda võib vaadelda ka muude lainete puhul. Elektromagnetiline laine kujutab endast elektri- ja magnetväljatugevuste $\boldsymbol{E}$ ja $\boldsymbol{H}$ võnkumiste levimist. Iga aine aatomid on elektromagnetiliste võnkumiste allikaks. Need aatomid ei jää osavõtmatuteks, kui neile langeb väline elektromagnetiline laine — nad kiirendavad või aeglustavad laine levikut. See kajastub lainete levimiskiiruses antud keskkonnas, kusjuures kiirus on sõltuv levivate lainete võnkesagedusest.

Optiliste nähtuste vaatlemisel võetakse kasutusele füüsikaline suurus, mida nimetatakse *murdumisnäitajaks.* Selle mõte seisneb

valguse levimiskiiruste võrdlemises kahes erinevas keskkonnas. Tühjuses leviva valguse kiiruse c ja antud keskkonnas leviva valguse kiiruse v jagatist nimetatakse antud keskkonna *absoluutseks murdumisnäitajaks*:

$$n = \frac{c}{v}. \qquad (29.1)$$

Mingis keskkonnas leviva valguse kiiruse v_1 jagatist teises keskkonnas leviva valguse kiirusega v_2 nimetatakse *suhteliseks murdumisnäitajaks* (teise keskkonna murdumisnäitajaks esimese suhtes):

$$n_{21} = \frac{v_1}{v_2}. \qquad (29.2)$$

Märgime, et suhtelist murdumisnäitajat võib kahes keskkonnas levivate lainete kiiruste võrdlemiseks kasutada mitte ainult valguslainete (ehk elektromagnetiliste lainete) korral, vaid ka teistsuguse olemusega lainete puhul.

Et lainete levimiskiirus antud keskkonnas sõltub võnkesagedusest, murdumisnäitaja aga võrdlebki just lainete levimiskiirusi erinevates keskkondades, siis sõltub ka murdumisnäitaja antud laine võnkesagedusest. Keskkonna murdumisnäitaja sõltuvust läbiva laine võnkesagedusest nimetatakse *murdumisnäitaja dispersiooniks*. Hiljem vaatleme seda nähtust konkreetsete näidete abil (vt. § 34).

4. Nähtused keskkondade eralduspiiril

Vaadeldes lainete levimist homogeenses keskkonnas, tuleme järeldusele, et nende energia võib keskkonnas «teel» neelduda ning muunduda vastavalt üldisele energia muundumise ja jäävuse seadusele teisteks energialiikideks. Arusaadav, et näiteks elastsed võnkumised levivad aines hõõrdumisega, sest võnkumiste ülekandumisel keha ühtedest osadest teistesse kohtub laine kindlasti takistustega, mille ületamiseks kulutatakse teatud hulk osakeste võnkumisenergiast. Järelikult väheneb elastse laine energia tema levimisel ja muundub aine siseenergiaks. Ka kõigil teistel juhtudel kaasneb mistahes lainete (mitte ainult elastsete, vaid ka elektromagnetiliste jt.) levikuga ainES energia neeldumine (mida lühiduse mõttes nimetatakse sageli laine neeldumiseks). Milleks neeldunud energia kulub, kas aine siseenergia suurendamiseks või mingisuguste teiste protsesside «ergutamiseks», sel pole meie jaoks esialgu tähtsust.

Nendest juhtudest erineb printsipiaalselt elektromagnetiliste lainete levik tühjuses. Siin pole ainet, mistõttu elektromagnetilised võnkumised kanduvad ühest ruumipunktist teise ilma igasuguste häireteta (hõõrdumiseta), ilma elektromagnetilise energia neeldumiseta.

Keerukamad nähtused kaasnevad lainete levimisega mittehomogeenses keskkonnas, mis koosneb tühjusest ja ainest või mitmesugustest erinevatest ainetest. Keskkond, nagu juba märkisime, mõjutab laine levimist ja kui ta pole homogeenne, siis võib oodata, et lained levivad tema eri osades erinevalt: erinev on nii energia neeldumine kui ka lainete levimiskiirus, seega ka lainepikkus jne. Järsud ja hüppelised on muutused laine levimisel just neis kohtades, kus järsult muutuvad keskkonna omadused, s. o. keskkondade eralduspiiril. Just keskkondade eralduspiiril muutub laine levimiskiirus hüppeliselt. Seega lahutab eralduspiir ruumipiirkondi, milledes ühest ja sellestsamast allikast lähtunud lainel on erinev lainepikkus. Kummalgi pool eralduspiiri neeldub lainete energia erinevalt. Kui elektromagnetiline laine läheb näiteks tühjusest mingisse ainesse, siis algab laine energia neeldumine alles tühjuse ja aine eralduspiiril.

Huygensi printsiip. Pinda, mille kõigis punktides laine võnkefaas on ühesugune, nimetatakse *lainepinnaks* ehk *lainefrondiks*. Kui laine levib homogeenses keskkonnas, mille omadused jäävad ühest punktist teise minekul muutumatuks, sõltumata liikumise suunast (niisuguseid keskkondi nimetatakse *isotroopseteks*), siis on lainepinna iga punkti kiirusvektor lainepinnaga risti.

Kujult võivad lainepinnad olla mitmesugused: tasapinnalised, silindrilised, sfäärilised või veelgi keerukamad. Nii näiteks levivad väga väikesest (punktikujulisest) hääleallikast ümbritsevasse õhku sfäärilised häälelained. Kivi langemisel vette tekivad ja levivad veepinnal ringlained. Kui aga veepinna osakeste võnkumist «ergutada» pika joonlauaga (joonlaua serv puudutab perioodiliselt veepinda), siis tekivad veepinnal sirge frondiga lained.

Vastavalt *Huygensi printsiibile* võib keskkonna iga punkti laine levimise piirkonnas vaadelda iseseisva laineallikana, millest levivad *sekundaarsed lained* kõigis suundades. Märgime, et see printsiip on vaid mugav praktiline võte, mis aitab õigesti (kooskõlas katsetulemustega!) ja lihtsalt saada mõningaid kvantitatiivseid tulemusi. Mingit sügavamat füüsikalist mõtet pole Huygensi printsiibis vaja otsida. Laineprotsessid lihtsalt kulgevad nii nagu oleksid keskkonna punktid tõepoolest sekundaarlainete allikaks!

Huygensi printsiibi järgi on lihtne leida primaarlaine frondi asendit igal ajahetkel, kui on teada selle laine levimiskiirus ja ajamomendid, mil vabalt valitud punktid hakkavad kiirgama sekundaarlaineid. Sekundaarlainete frontide mähispind on meid huvitaval ajahetkel primaarlaine lainepinnaks.

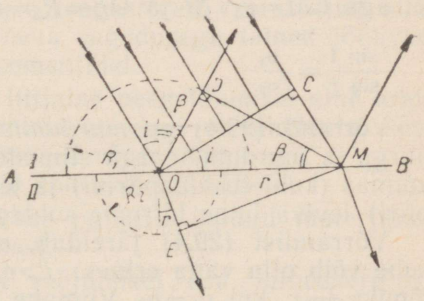
P e e g e l d u m i s - j a m u r d u m i s s e a d u s e d. Mingis keskkonnas levivate lainete tagasipöördumist keskkondade eralduspiirilt samasse keskkonda nimetatakse *lainete peegeldumiseks*, eralduspiiri läbimist aga *lainete murdumiseks*. Märgime, et need nähtused esinevad ainult mittehomogeenses keskkonnas, s. o.

ainult erinevate füüsikaliste omadustega ruumiosade piiril. Nende nähtuste geomeetrilise tõlgenduse anname alles siis, kui oleme selgitanud piirnevate keskkondade omadused, lainete levimiskiirused enne ja pärast eralduspiiri ületamist ning lainete levimissuuna enne sellele piirile sattumist.

Väga sageli võib näiteks kuulda, et murdumine olevat laine levimissuuna muutumine pärast eralduspiiri läbimist, et murdunud laine levivat eralduspiirile langenud lainega võrreldes teises suunas. Selline geomeetriline tõlgendus pole üldine ja võib anda vääraid tulemusi, kui unustatakse murdumisnähtuse füüsikaline sisu. Näiteks pole murdunud laine kõrvalekaldumine langeva laine esialgsest suunast kaugeltki mitte tingimata kohustuslik.

Huygensi printsiibi rakendamisel keskkondade eralduspiiri punktide kohta saame häid tulemusi lainete peegeldumise ja murdumise uurimisel.

Vaatleme kahe keskkonna *I* ja *II* vahelist tasapinnalist eralduspiiri *AB*. Viimasele langeb tasapinnaline laine, mille front *OC* (joon. 97) moodustab eralduspinnaga nurga *i*. *Langemisnurgaks* nimetatakse nurka, mille laine levimissuund moodustab selle pinna ristsirgega, millele laine langeb. Jooniselt näeme, et sel juhul on ka langemisnurk *i*. Lainefrondi punktid *O* ja *C* ei jõua eralduspiirile üheaegselt. Kauguse *CM* läbimiseks kulub lainel teatud ajavahemik Δt, sest sõltumata laine olemusest ei või ta levida lõpmata suure kiirusega. Olgu antud laine levimiskiirused *I* ja *II* keskkonnas vastavalt v_1 ja v_2. Pole raske taibata, et $CM = v_1 \cdot \Delta t$. Huygensi printsiipi kasutades peame ütlema, et eralduspiiri punkt *M* alustab sekundaarlainete kiirgamist Δt võrra hiljem kui punkt *O*.



JOON. 97

Sekundaarsed laineallikad kiirgavad laineid kõigis suundades. Mida võib öelda aga lainete kohta, mis lähtuvad punktist *O*? Need lained levivad kahes erinevas keskkonnas *I* ja *II* erineva kiirusega. Momendiks, mil eralduspiiri punkt *M* hakkab kiirgama sekundaarlaineid, jõuavad punktist *O* väljuvad lained levida esimeses keskkonnas kaugusele R_1 ja teises keskkonnas kaugusele R_2, kusjuures nende frondid on poolsfäärilised (joonisel 97 näi-

datud punktiirkaared kujutavad joonise tasapinna ja punktist O väljuvate sekundaarlainete lõikejooni). Arusaadavalt $R_1 = v_1 \cdot \Delta t$ ja $R_2 = v_2 \cdot \Delta t$.

Arutledes analoogiliselt langeva laine kõigi vahepealsete punktide (punkitde O ja C vahel) ja eralduspiiri vahepealsete punktide (punktide O ja M vahel) vaatlemisel, võib näidata, et peegeldunud (näiteks DM) ja murdunud (näiteks EM) lainete frondid, mis on konstrueeritud sekundaarlainete frontide mähispindadena, on igal ajamomendil tasapinnalised. Peale selle järeldub täisnurksete kolmnurkade OCM ja ODM võrdsusest (ühine hüpotenuus OM ja võrdsed kaatetid $OD = R_1 = v_1 \cdot \Delta t = CM$), et

$$\beta = i, \tag{29.3}$$

s. t. *peegeldumisnurk* (nurk peegeldunud laine levimissuuna ja keskkondade eralduspinna ristsirge vahel) on võrdne langemisnurgaga. Nagu teame, on saadud tulemus üheks *peegeldumisseaduseks*.

Langemisnurga i ja murdumisnurga r (keskkondade eralduspinna ristsirge ja murdunud laine levimissuuna vaheline nurk) vaheline seos on kergesti leitav, kui vaadelda täisnurkseid kolmnurki OEM *ja* OCM, millel on ühine hüpotenuus OM:

$$OM = \frac{CM}{\sin i} \quad \text{ja} \quad OM = \frac{OE}{\sin r},$$

s. o.

$$\frac{CM}{\sin i} = \frac{OE}{\sin r} \quad \text{ehk} \quad \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{CM}{OE}.$$

Et aga $CM = v_1 \cdot \Delta t$ ja $OE = R_2 = v_2 \cdot \Delta t$, siis

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}. \tag{29.4}$$

Võrrand (29.4) on *murdumisseaduse* võrrandiks. Langemisnurga ja murdumisnurga siinuste suhe on võrdne esimeses keskkonnas (kuni eralduspiirini) ja teises keskkonnas (pärast eralduspiiri) leviva laine kiiruste suhtega.

Võrrandist (29.4) järeldub, et langemis- ja murdumisnurga suhe võib olla väga erinev: $i > r$, kui $v_1 > v_2$; $i < r$, kui $v_1 < v_2$, ja lõpuks $i = r$, kui $v_1 = v_2$. Viimane juht tähendab tegelikult murdumise puudumist, sest võrdsus $v_1 = v_2$ näitab, et lained levivad homogeenses (antud lainete levimiskiiruste järgi) keskkonnas.

Kui laine langeb erinevate keskkondade (milledes antud laine levimiskiirused on erinevad: $v_1 \neq v_2$) eralduspiirile risti, siis sei juhul $i = 0$ ja vastavalt võrrandile (29.4) ka $r = 0$, kui $v_1 \neq 0$ ja $v_2 \neq 0$. Järelikult pärast keskkondade eralduspiiri läbimist laine ei kaldu kõrvale oma esialgsest levimissuunast esimeses keskkonnas. Kas sel juhul võib rääkida murdumisest? Võib ja tuleb rää-

kida! Kuigi antud laine kiiruse suund ei muutu, muutuvad eralduspiiril hüppeliselt teised lainet iseloomustavad suurused, näiteks laine levimiskiiruse väärtus ja koos sellega [vastavalt võrrandile (28.1)] ka lainepikkus.

Analüüsides võrrandit (29.4) juhul, kui $v_1 \neq 0$ ja $v_2 = 0$, tuleb märkida, et sõltumata laine langemisnurga i väärtusest sel juhul murdumist ei esine. Laine võib ainult peegelduda selle aine eralduspiirilt, milles ta ei saa levida. Nii näiteks ei välju metallvardas leviv elastne laine varda pinnast, kui varras asetseb vaakuumis.

Dispersioon murdumisel. Meenutades antud keskkonnas leviva laine kiiruse sõltuvust võnkesagedusest (kiiruse dispersiooni), peame ütlema, et ühesuguse olemusega, kuid erineva võnkesagedusega lained murduvad ühel ja samalaadsel eralduspiiril erinevalt.

Oletame, et võnkekontuuride süsteem kiirgab üheaegselt mitmesuguse sagedusega võnkumisi, mis elektromagnetilise liitlaine näol levivad tühjuses. Langegu selle laine tasapinnaline front mingit ainet eraldavale tasapinnale nurga $i \neq 0$ all. Selle liitlaine kõik komponendid (erineva sagedusega lained) levivad tühjuses võrdse kiirusega (v_1 on kõikide komponentide jaoks võrdne valguse kiirusega tühjuses). Antud keskkonnas on aga nende levimiskiirused sõltuvalt sagedusest erinevad. Järelikult on erinevate sagedustega lainetel erinevad murdumisnurgad r [see järeldub võrrandist (29.4) v_2 erinevate väärtuste korral], s. t. aine eralduspiiri läbimisel selline elektromagnetiline liitlaine lahutub või, nagu sageli räägitakse, j a o t u b s a g e d u s t e j ä r g i s p e k t r i k s. Kui aga langemisnurk $i = 0$, siis on ka erineva sagedusega lainete murdumisnurk $r = 0$, kuid laine jaotub sageduste järgi ikkagi spektriks, sest langemispunktist levivad kõik lained erineva kiirusega. Asetades kindlale sagedusele reageerivad vastuvõtjad aine ühte punkti, avastaksime, et erineva sagedusega lained jõuavad sellesse punkti erinevatel ajamomentidel.

Niisuguse elektromagnetilise liitlaine peegeldumisel aine eralduspinnalt mingisugust «lahutumist» muidugi ei täheldata, sest tühjuses levivad kõik tema koostisosad võrdse kiirusega.

Edaspidi toome nende nähtuste kohta veelgi näiteid.

Mõningaid järeldusi. Käesolevas punktis toodud materjalist võib teha mõned tähtsad järeldused.

Lainete ja aine vastastikusel mõjumisel osa laineenergiast neeldub (muundub aine siseenergiaks jne.). Ainult tühjusega puudub lainetel vastastikune mõju (meile tuntud lainetest levivad elektromagnetilised lained tühjuses takistuseta, elastsed või häälelained aga tühjuses lihtsalt ei levi).

Lainete levimisel mittehomogeenses keskkonnas toimub erinevate füüsikaliste omadustega piirkondade eralduspiiril lainete peegeldumine ja murdumine.

Üldjuhul muutub peegeldumisel nii laine energia (teatud osa langeva laine energiast läheb tingimata teise keskkonda) kui ka laine levimiskiiruse suund. Murdumisel aga muutub peale selle tingimata veel levimiskiiruse väärtus ja seetõttu ka lainepikkus. Kiiruse (või murdumisnäitaja) dispersioon rõhutab veel kord aine aktiivset mõju lainete levikule.

§ 30. LAINETE JA OSAKESTE ÜHISED OMADUSED

Vaadeldes eelmises paragrahvis mitmesuguste lainete omadusi, ei pööranud me tähelepanu ühele nende nii-öelda «lihtsale» omadusele — homogeenses keskkonnas levivad lained sirgjooneliselt ja konstantse kiirusega. Laine levimiskiiruse suund ja suurus muutub ainult takistustel või keskkondade eralduspiiril, s. t. vaadeldava laine suhtes väliste faktorite mõjul. «Iseenesest» levib laine ühtlaselt ja sirgjooneliselt, kuid niipea kui ilmnevad välismõjud, muutub laine kiirus, s. t. laine liikumine lakkab olemast ühtlane ja sirgjooneline, ta on kiirenev või aeglustuv. «Lubage,» võib öelda lugeja, «me oleme sellega juba kusagil kohtunud.» Jah, kohtusime siis, kui oli juttu Newtoni seadustest. Kehad liiguvad «iseenesest», s. t. välismõjude puudumisel ühtlaselt ja sirgjooneliselt. Niisugust liikumist nimetatakse inertsiaalseks, võimet liikuda inertsiaalselt aga inertsiks. Seejuures meenub meile veel, et «mass on inertsi mõõduks».

Kuid kas me ei läinud oma arutlustega liiga kaugele? Sellega, et lained liiguvad ühtlaselt ja sirgjooneliselt, s. o. inertsiaalselt, tuleb nõustuda. See on ümberlükkamatu katseline fakt. Kuid kas võib massi — liikuvate kehade vältimatut ja põhilist dünaamilist omadust — lugeda ka lainete omaduseks? Kaasaegne füüsika vastab sellele jaatavalt.

Lugeja mäletab muidugi meie hoiatusi massi samastamise kohta aine hulgaga. Mehaanikas me ei patustanud tõe vastu, kui rääkisime kehade, osakeste, masspunktide jne. massist. Kuid mass osutub veelgi üldisemaks omaduseks, ta on omane ka väljadele.

Üheks «kõikjaletungivaks» ja «kõikjalolevaks» väljaks on elektromagnetiline väli. Kas elektromagnetilisel väljal on mingi seos elektromagnetilise lainega? On, ning kõige vahetum ja otsesem! Elektromagnetiline laine on elektromagnetiliste võnkumiste levimine ruumis, s. o. vahelduva elektromagnetilise välja levimine.

Missugune on aga olukord teiste muutuvate väljadega? Täpselt samasugune. Igasugused muutuvad, nihkuvad, lühidalt — vahelduvad väljad levivad lainetena. Lained ja vahelduvad väljad on lahutamatult seotud. Ja kui laineid iseloomustab mass (see on nende lahutamatu omadus), siis on mass omane ka vahelduvatele väljadele.

Oeldust selgub, miks ei või rääkida massist kui aine hulgast. Mass on mateeria lahutamatu omadus! Ja mitte ainult aine kujul esineva mateeria (kehade, osakeste jne.), vaid ka vahelduvate väljade (ehk lainete) kujul esineva mateeria omadus.

Materiaalseid kehi või osakesi iseloomustavad peale massi veel niisugused tähtsad omadused nagu impulss (või liikumishulk), energia, võime anda energiat ühel või teisel kujul üle teistele objektidele jne. Äsja rõhutasime, et lained omavad massi, ja natuke varem (vt. § 29, p. 2), et lained omavad energiat ja võivad seda üle kanda (näiteks lainete vastuvõtjate või keskkonna ainele, milles nad levivad). Isegi siis, kui teised tunnused kõrvale jätta, torkab silma osakeste ja lainete omaduste hämmastav ühtsus. Kummalgi neist on mass ja energia ning võime energiat üle kanda!

Lainete ja osakeste ühtsuse tõttu hakkas kaasaegne füüsika tunnustama mateeria «kahepalgelisust». Mateeria on ühtne, kuid erinevates tingimustes ilmneb ta kahesugune, korpuskulaarne-laineline olemus: kord esineb ta väljade (või lainete) kujul, kord aine (kehade, osakeste või korpusklite) kujul. Seetõttu kasutatakse ka füüsikas tema uurimisel «kahesugust lähenemist» — lainelist ja korpuskulaarset.

Mõnel juhul võib võrdse eduga kasutada mõlemaid käsitlusviise (näiteks võib lainete murdumise, peegeldumise ja sirgjoonelise levimise seletamisel lähtuda nii lainetest kui ka osakeste voogudest), teistel juhtudel aga ainult üht neist. Interferentsi- ja difraktsiooninähtusi, mida me edaspidi vaatleme, ei saa seletada korpuskulaarteooria abil, nad nõuavad «lainelist lähenemist». Teiselt poolt on aga nähtusi (näiteks fotoefekt, millest me veel juttu teeme, ja mõned teised), mis nõuavad korpuskulaarset seletust.

IX. OPTIKA

§ 31. MIS ON VALGUS?

1. Eelnevaid märkusi

Vaatluste ja kogemuste poolest on optika niisama vana teadus kui mehaanika. Paljude faktide teoreetilise põhjenduse poolest on ta aga alles väga noor: uusimad printsipiaalse tähtsusega tulemused saadi alles XX sajandi, s. o. ühiskonna ja tema ideede, sealhulgas ka füüsikaliste ideede revolutsioonilise ümberkujunemise sajandi algul.

Optika ajalugu on võrdlemisi õpetlik. Esitati suur hulk hüpoteese. Mõned neist ei pidanud «lõpueksamile» vastu — nendest tulenevad järeldused polnud katseandmetega kooskõlas. Kehadest väljuvate ja silma langevate «valgusosakeste» korpuskulaarne teooria vahetus teatud etapil valguse laineteooriaga. Viimane ei suutnud omakorda kõiki katseandmeid seletada ja teda täiendati uuesti korpuskulaarse teooriaga.

Nagu öeldud, ei kontrollita füüsikaseaduste õigsust mitte ainult sellega, kui rahuldavalt nad seletavad juba tuntud nähtusi. Seadus, mis kehade reaalset olukorda looduses peegeldab õigesti, lubab ennustada ka tundmatuid nähtusi. Kaasaegse optika väärtus seisneb just tema seaduste üldsuses, nende võimes seletada fakte, millel esimesel silmapilgul ei näi olevat vahetut seost optikaga, fakte, mis puudutavad mõningaid aine ehituse veel mittetäielıku teooria küsimusi.

Paljud kehad on nähtavad. Neist lähtunud või nendelt peegeldunud kindla sagedusega elektromagnetilised lained põhjustavad nägemisaistingu. Me räägime, et need kehad on *valgusallikad* ehk valguslainete allikad. Nii nagu inimese kompimiselundid on soojus- ja mõnede teiste nähtuste looduslikeks anduriteks, kõrv aga helisagedusega elastsete lainete vastuvõtjaks, nii on silm valguse sagedusega elektromagnetiliste lainete vastuvõtjaks.

Kõigist meile tuntud katsetest järgneb, et valguse levimine on lainetus. Valgus levib lõpliku kiirusega (mõõdetud näiteks Michel-

soni katsetel) ja homogeenses keskkonnas sirgjooneliselt. Erinevate keskkondade eralduspiiril täheldatakse aga valguse peegeldumist ja murdumist. Valgus kannab energiat (kehade soojenemine, valguse rõhk valgustatavale pinnale jne.). Valgus ja üldse igasugused elektromagnetilised lained levivad antud keskkonnas võrdse kiirusega, kusjuures ühe ja sellesama lainepikkusega elektromagnetilisi laineid võib saada mitmel viisil[12]. Kõik see viis füüsikud vältimatult järeldusele, et valguslainetel on elektromagnetiline olemus.

Valgusallikate klassifitseerimine looduslikeks ja kunstlikeks, kuumadeks ja külmadeks ei tekita tavaliselt mingeid raskusi. Sageli jääb aga varju küsimus, mis on erinevatel valgusallikatel ühist. Mis ühendab kõiki valgusallikaid ja mis on nii-öelda primaarseks valguskiirguse allikaks?

Füüsikas tuntud elektromagnetilise kiirguse ligikaudne ja mitte eriti range võnkesageduste piirkond on 10^{-3} kuni 10^{21} Hz. Inimsilm tajub kiirgust, mis pärineb vaid väga kitsast sageduste vahemikust — ligikaudu $4 \cdot 10^{14}$ kuni $8 \cdot 10^{14}$ Hz.

Arvutame sageduse valemi ($\nu = \frac{1}{T}$) ja Thomsoni valemi (27.1') abil võnkekontuuri mahtuvuse C ja induktiivsuse L, nii et võnkesagedus oleks näiteks $\nu = 4 \cdot 10^{14}$ Hz. Et nii C kui ka L on tundmatud, siis arvutame nende korrutise LC (kus L mõõdetakse henrides ja C faradites):

$$\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \text{ millest } 2\pi\nu\sqrt{LC} = 1.$$

Tõstes selle võrrandi ruutu ja lahendades korrutise LC suhtes, saame:

$$LC = \frac{1}{4\pi^2\nu^2}.$$

Arvutades leiame, et

$$LC = \frac{1}{4 \cdot 3{,}14^2(4 \cdot 10^{14})^2} \cong 2 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{H} \cdot \mathrm{F}.$$

Kui me prooviksime ehitada võnkekontuuri või vibraatorit, mille induktiivsuse ja mahtuvuse korrutis võrduks leitud suurusega, ei tuleks meil sellest midagi välja. Niisuguse vibraatori mõõtmed peavad suurusjärgult võrduma aatomi või molekuli mõõtmetega. Kuigi me sellist vibraatorit ehitada ei suuda, on ta looduses olemas.

---

[12] Näiteks elektromagnetilisi laineid, mille lainepikkus on suurusjärgus $5 \cdot 10^{-3}$ cm, kiirgavad kuumutatud kehad («soojuslik» ergutamine). Kuid samal ajal võib neid saada ka võnkekontuuri abil («elektriline» ergutamine).

Aine aatomid on miniatuurseteks vibraatoriteks, mille võnkesagedused haaravad just vahemiku $4 \cdot 10^{14}$ kuni $8 \cdot 10^{14}$ Hz, kuid võivad olla ka sadu kordi väiksemad ja miljoneid kordi suuremad. Need elektromagnetilised võnkumised aine aatomites ja molekulides ongi valguskiirguse põhjuseks.

Valgus on nagu iga teinegi lainetus materiaalne mitte ainult tema poolt tekitatud efektide tõttu, vaid ka oma päritolu materiaalsuse poolest. Ainult mateeria aine kujul sünnitab valgust. Aineta mateeria (tühjus) on seevastu tema parimaks ülekandjaks.

Öeldust piisab, et aru saada, kuivõrd vajalik on pöörata aine ehitusele uuesti täit tähelepanu. Pealegi sõltub aine ehitusest mitte ainult aine kiirgamisvõime, vaid ka tema neelamisvõime, sest kui aine on valgusallikaks, siis peab ka valgus omakorda mõjuma ainele.

2. Aatomite ja molekulide kiirgus

«Planetaarne mudel». Aatomi energia muutumine. Aatom koosneb positiivselt laetud tuumast ja negatiivselt laetud elektronidest, mis tiirlevad tuuma ümbritsevatel orbiitidel. See on aatomi nn. «planetaarne» ehk «tuumamudel». Rutherfordi katsetest, mille põhjal niisugune mudel loodi, tuleb juttu edaspidi. Lihtsaim aatom — vesiniku aatom — sisaldab peale tuuma kõigest ühe elektroni.

Teeme mõned arvutused vesiniku aatomi kiirgamisvõime hindamiseks.

Kui suure sagedusega ν tiirleb elektron vesiniku aatomis ümber tuuma, kui elektroni orbiidi raadius $R = 3 \cdot 10^{-10}$ m ja elektroni mass $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg? Kui suur on seejuures elektroni kineetiline energia W_k? Kuidas muutub elektroni ja tuuma vahelise kauguse muutumisel elektroni koguenergia?

Kõigepealt tuleb selgitada põhjused, mis sunnivad elektroni tiirlema stabiilsel ringorbiidil. Põhimõtteliselt on neid põhjusi kaks: tuuma ja elektroni vaheline gravitatsioonijõud ja elektrostaatiline jõud. Need nähtavasti täidavadki ringliikumiseks vajaliku kesktõmbejõu funktsioone. Gravitatsioonijõud avaldub järgmiselt:

$$F = \gamma \frac{mM}{R^2}, \qquad (31.1)$$

kus M on vesiniku aatomi tuuma mass (prootoni mass), mille arvulise väärtuse $M = 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg leiame tabelist. Võrrandi (31.1) põhjal leiame, et

$$F = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \frac{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27}}{(3 \cdot 10^{-10})^2} = 1{,}13 \cdot 10^{-48}\ \text{N}.$$

Tähistades elektroni ja prootoni laengu absoluutväärtuse tähega e (nad on võrdsed, $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C) ja arvestades, et vastastikku mõjuvad osakesed asuvad tühjuses ($\varepsilon = 1$), võime Coulomb'i seaduse kirjutada kujul

$$F_C = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2},$$

millest

$$F_C = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot (3 \cdot 10^{-10})^2} = 2{,}56 \cdot 10^{-9}\ \text{N}.$$

Jõudude F_C ja F väärtuste võrdlemisel näeme, et põhiliselt hoiab elektroni orbiidil elektrostaatiline jõud. Gravitatsioonijõud on erakordselt väike ja teda võib mitte arvestada.

Nüüd võib tuuma ümber tiirleva elektroni püsiva liikumise tingimuse kirjutada Newtoni II seadusena:

$$ma_k = F_C$$

ehk

$$\frac{mv^2}{R} = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 R^2}. \qquad (31.2)$$

Arvestades, et $v = \omega R = 2\pi\nu R$, saame siit pärast teisendamist:

$$\nu^2 = \frac{e^2}{16\pi^3\varepsilon_0 m R^3}$$

ehk

$$\nu = \frac{e}{4\pi R} \cdot \frac{1}{\sqrt{\pi\varepsilon_0 m R}}.$$

Pole raske veenduda, et SI-süsteemi ühikute kasutamisel saame vastuse hertsides:

$$\frac{(C)}{(m)\left(\frac{C^2}{N \cdot m^2}\right)^{1/2} (kg)^{1/2} (m)^{1/2}} = s^{-1} = Hz.$$

Arvutades leiame, et

$$\nu = \frac{1{,}6 \cdot 10^{-19}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 3 \cdot 10^{-10} \sqrt{3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^{-10}}} =$$

$$= 4{,}87 \cdot 10^{14}\ \text{Hz}.$$

See aatomvibraatori võnkesagedus kuulub «nähtavale» valgusele vastavate elektromagnetiliste võnkumiste sageduste diapasooni.

Elektroni kineetilise energia W_k arvutamiseks jagame võrrandi (31.2) liikmed kahega ja korrutame R-ga:

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 R} = W_k. \qquad (31.3)$$

SI-süsteemis saame vastuse džaulides:

$$\frac{(\mathrm{C})^2}{\left(\frac{\mathrm{C}^2}{\mathrm{N}\cdot\mathrm{m}^2}\right)(\mathrm{m})} = \mathrm{N}\cdot\mathrm{m} = \mathrm{J},$$

$$W_\mathrm{k} = \frac{(1{,}6\cdot 10^{-19})^2}{8\cdot 3{,}14\cdot 8{,}85\cdot 10^{-12}\cdot 3\cdot 10^{-10}} = 3{,}84\cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}.$$

Elektroni koguenergia muutumise iseloomustamiseks vaatleme elektroni paiknemist kahel teineteisele väga lähedasel orbiidil. Olgu neist esimese raadius R ja teise raadius $r=R+x$, kus $x \ll R$. Võrrandi (31.3) põhjal on elektroni kineetiline energia neil orbiitidel vastavalt

$$W_{\mathrm{k}1} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 R},$$

$$W_{\mathrm{k}2} = \frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 (R+x)},$$

kusjuures üleminekul tuumast kaugemale orbiidile elektroni kineetiline energia väheneb suuruse

$$\Delta W_\mathrm{k} = W_{\mathrm{k}1} - W_{\mathrm{k}2} = \frac{xe^2}{8\pi\varepsilon_0 R(R+x)} \qquad (31.4)$$

võrra. Elektroni potentsiaalse energia suurenemine määratakse tööga, mida tuleb teha elektroni eemaldamiseks teda külgetõmbavast tuumast:

$$\Delta W_\mathrm{p} = \Delta A, \qquad (31.5)$$

kusjuures tööd ΔA võib arvutada võrrandiga (19.10). Suuruste q ja d suhtes, mis selles võrrandis esinevad, mingit kahtlust ei teki: antud juhul $q=e$ ja $d=x$. Vesiniku aatomi tuuma elektriväljatugevus sõltub aga kaugusest. Et kaugus x, mille võrra elektron nihkub, on väike, siis võib tööd arvutada elektroni alg- ja lõppasendi vahelise elektrivälja keskmise väljatugevuse abil. Selge, et esimese orbiidi punktidele vastab väljatugevus

$$E_1 = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

ja teise orbiidi punktidele

$$E_2 = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 (R+x)^2} = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+2Rx+x^2)}.$$

Meenutades, et $x \ll R$, võime selle võrrandi parema poole nimetajas liikme x^2 ära jätta. Siis

$$E_2 = \frac{e}{4\pi\varepsilon_0 (R^2+2Rx)}.$$

Keskmine väljatugevus elektroni nihke piirides on

$$E=\frac{E_1+E_2}{2}=\frac{e(R+x)}{4\pi\varepsilon_0 R^2(R+2x)}.$$

Töö ΔA saame vastavalt võrrandile (19.10):

$$\Delta A=\frac{xe^2(R+x)}{4\pi\varepsilon_0 R^2(R+2x)}. \qquad (31.6)$$

Võrranditest (31.5) ja (31.6) järgneb, et

$$\Delta W_p=\frac{xe^2(R+x)}{4\pi\varepsilon_0 R^2(R+2x)}. \qquad (31.7)$$

Potentsiaalse ja kineetilise energia muutuste võrdlemiseks elektroni ülieminekul kaugemale orbiidile jagame saadud võrrandi (31.7) võrrandiga (31.4):

$$\frac{\Delta W_p}{\Delta W_k}=\frac{xe^2(R+x)8\pi\varepsilon_0 R(R+x)}{4\pi\varepsilon_0 R^2(R+2x)xe^2},$$

millest pärast teisendusi saame:

$$\frac{\Delta W_p}{\Delta W_k}=\frac{2(R^2+2Rx+x^2)}{R^2+2Rx}.$$

Võttes veel kord arvesse, et liige x^2 on teistega võrreldes tähtsusetult väike, saame lõplikult:

$$\frac{\Delta W_p}{\Delta W_k}\cong 2.$$

See suhe on väga tähtis. Kui elektroni eemaldamisel tuumast tema potentsiaalne energia suureneb kaks korda rohkem kui tema kineetiline energia väheneb, siis elektroni koguenergia suureneb. Sedasama võib öelda ka aatomi kui terviku kohta (sest me vaatleme tegelikult süsteemi tuum-elektron, võttes kiiruste ja nihete arvutamisel taustsüsteemi alguseks liikumatu tuuma).

Niisiis vastab aatomi energia suurenemisele elektroni üleminek kaugemale orbiidile. Kui aga aatomi energia väheneb, siis elektron läheneb tuumale.

Vastuolud klassikaliste kujutlustega. Nüüd suudame analüüsida elektromagnetiliste lainete kiirgamist aatomist (lihtsuse mõttes räägime endiselt vesiniku aatomist).

Elektron liigub aatomis võrdlemisi suure kesktõmbekiirendusega. Avaldame kiirenduse võrrandist (31.2):

$$a_k=\frac{v^2}{R}=\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 mR^2}.$$

Asetades võrrandisse suuruste väärtused SI-süsteemi ühikutes, saame:

$$a_k = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} (3 \cdot 10^{-10})^2} = 2{,}8 \cdot 10^{21} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

See kiirendus on niivõrd suur, et seda on raske isegi ette kujutada. Võrdluseks märgime, et reisirongi kiirendus liikuma hakkamisel on suurusjärgus 0,4 m/s², metroorongil 1 m/s², mürsul suurtükitorus $5 \cdot 10^5$ m/s². Et täitesulepea, mille mass on 30 g, saavutaks kiirenduse $2{,}8 \cdot 10^{21}$ m/s², peaks talle mõjuma jõud $F = 8{,}4 \cdot 10^{19}$ N $= 8{,}56 \cdot 10^{18}$ kG $= 8{,}56 \cdot 10^{15}$ tonni!

Nagu teame, tekitab kiirenevalt liikuv elektrilaeng vahelduva elektromagnetilise välja. Elektromagnetiliste võnkumiste sagedus on aatomis väga suur. Näib nagu oleksid olemas kõik tingimused, et aatom võiks edukalt kiirata elektromagnetilisi laineid.

Tõsised kahtlused tekivad aga siis, kui meenutame, et lained viivad võnkeallikast energiat kaasa, mistõttu kiirgusallika energia peaks ümbritsevasse ruumi hajudes vähenema. Niisiis — kui aatom kiirgab elektromagnetilisi laineid, siis peab ta energia vähenema. Kui aga aatomi energia väheneb, siis läheneb tema elektron (või elektronid paljuelektronilistes aatomites) tuumale ja «langeb» varem või hiljem tuuma. Selline elektronide «langemine» tuumadesse peab põhjustama aatomite purunemise ja seega ka aine purunemise.

Esimesel pilgul ei tundu see veel absurdsena. Mis siis ikka, võib-olla väheneb aatomite arv (m a t e e r i a hulk aine vormis!) looduses aeg-ajalt tõepoolest? Täna on ainet vähem kui eile, homme aga vähem kui täna. Mõne aja pärast aga pole seda enam üldse... Sellised «järeldused» praegu eksisteeriva mateeria sünge kadumise kohta tulevikus polegi veel nii hirmsad kui järeldused tema tekkimise kohta. Mateeria kaob pikkamööda, kuid praegu ta ju eksisteerib (seda teame me kindlasti!). Järelikult pidi mateeria kunagi tekkima!? Nüüd aga ei jää meil muud üle, kui teha müstiline järeldus, et keegi «lõi» kunagi mateeria.

Kui füüsikutel-materialistidel sellised kahtlused tekkisid, polnud neil enam mahti vaadata koomilisi kinofilme maailma loomisest. Neil tuli ületada põhimõttelisi raskusi.

Aine purunemise idee tuli muidugi kohe kõrvale heita, sest oli kindlalt teada, et aine aatomid on erakordselt püsivad moodustised. Elektromagnetilisi laineid need aatomid siiski kiirgasid, seda tõendasid arvukad katsed. Aatom kiirgab energiat, kuid jääb ise seejuures terveks ega mõtlegi puruneda!

Kuidas seda mõista? Ja kus on tekkinud ummikust väljapääs? Tuli uuesti revideerida meie teadmisi, asendades kõlbmatu ning vananenu uuega. Aatom maksis füüsikutele selle eest kätte, et nad tahtsid jõhkralt tema suveräänsust rikkuda, püüdes talle võõraid

seadusi «kaela määrida». Aatomitel on oma elu, mida juhivad mikromaailma seadused. Ka eespool vaadeldud vesiniku aatomile ei saa rakendada makromaailma seadusi, klassikalise mehaanika seisukohti, mis kehtivad suurte kehade ja väikeste kiiruste korral. Selles küsimuses ei võinud füüsikud loodust kiruda. Ta ei varjanud (ega varja kunagi!) nende eest oma saladusi, füüsikud lihtsalt ei osanud algul leida õiget teed selle raske mõistatuse lahendamiseks.

Bohri mudel. Alles siis, kui Rutherfordi aatomimudelile lisandusid Bohri järeldused, õnnestus seletada kiirgavate aatomite stabiilsust.

Selgus, et elektronid võivad aatomis asuda mitte ainult ühel vabalt valitud orbiidil, vaid mitmel, antud aatomi jaoks täiesti kindlal orbiidil. Need orbiidid on *statsionaarsed,* s. t. nendel asuv elektron ei kiirga energiat. Igale orbiidile vastab elektroni täiesti kindel energia, kusjuures tuumast kaugemal asuvale orbiidile vastab suurem energia. Elektron ise püüab asuda kõige madalamale võimalikule orbiidile, sest siin on ta koguenergia minimaalne. Viimane tingimus on talle aga «mugavam», sest see vastab stabiilsemale tiirlemisele ümber tuuma. Seejuures on täidetud ainult üks võimalik orbiit. Elektroni spontaanne üleminek teistele, kaugematele orbiitidele pole võimalik, sest seejuures peab elektroni (või aatomi kui terviku) energia suurenema. Kui aga aatomile anda väljastpoolt energiat juurde, s. t. kui teda ergastada, siis lähevad elektronid kaugematele orbiitidele ja aatomi energia kasvab täielikus kooskõlas energia jäävuse ja muundumise seadusega. Kui energia juurdevool väljastpoolt lakkab, ei jää aatom ergastatud olekusse, kuna see on ebapüsiv. Ta pöördub tagasi harilikku, ergastamata olekusse, andes energia ülejäägi ümbritsevale keskkonnale (näiteks naaberaatomitele). Ainult niimoodi võib aatom energiat kiirata! Esmalt peab ta aga energiat kusagilt saama.

Seega pole aine aatomil, täpselt nagu igal võnkekontuuril või vibraatorilgi, ammendamatuid energiavarusid. Ergastamise lõppedes energia juurdevool lakkab, seejärel aga sumbub väga kiiresti ka energia kiirgumine, elektromagnetiliste lainete kiirgumine.

Peale selle ilmnes, et aatomid on väga «nõudlikud»: üleminekul ergastatud olekusse võtavad nad vastu ja tagasiminekul ergastamata olekusse kiirgavad energiat ainult teatud portsjonitena — *kvantidena*. Energiakvantide suurus on seejuures määratud aatomi energiate vahega, mis vastavad elektronide paiknemisele erinevatel lubatud orbiitidel või erinevatel energeetilistel nivoodel. Peale selle võib kvantide suurust siduda nende elektromagnetiliste võnkumiste sagedusega, mida tekitavad ja kiirgavad aatomid pärast ergastamist elektronide üleminekutel madalamatele energeetilistele nivoodele.

Kui aatomi ühele energeetilisele nivoole vastab energia W_1 ja teisele W_2, siis nende vahe annabki kvandi energia $h\nu$, mida tuleb aatomile tema ergastamisel anda või mida aatom pärast ergastamist kiirgab (elektroni üleminekul teiselt nivoolt esimesele):

$$h\nu = W_2 - W_1. \tag{31.8}$$

Selles võrrandis on ν aatomi poolt vastuvõetud häiruse sagedus või aatomi üleminekul vähem ergastatud olekusse tekkiva kiirguse sagedus, h aga tuntud universaalne konstant — *Plancki konstant* ($h = 6{,}62 \cdot 10^{-27}$ erg · s $= 6{,}62 \cdot 10^{-34}$ J · s).

Arvutame näiteks kvandi energia, mis vastab valguse minimaalsele võnkesagedusele ($\nu = 4 \cdot 10^{14}$ Hz):

$$h\nu = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 4 \cdot 10^{14} = 2{,}65 \cdot 10^{-19}\ \text{J}.$$

Kas see energiahulk on suur või väike? Püüame sellele vastata piltlikumalt. Kui selline energia anda liikumatule haavlile, mille mass $m = 1$ g $= 10^{-3}$ kg, siis saab haavel kiiruse, mida on kerge arvutada võrrandist

$$\frac{mv^2}{2} = h\nu.$$

Siis

$$v = \sqrt{\frac{2h\nu}{m}},$$

millest leiame, et

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}65 \cdot 10^{-19}}{10^{-3}}} = 2{,}3 \cdot 10^{-8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Sellise kiirusega ühtlasel liikumisel läbib haavel teepikkuse 1 cm aja $\Delta t = 4{,}34 \cdot 10^5$ s $= 121$ h $\cong 5$ ööpäeva jooksul. Kui seesama energia anda paigalseisvale elektronile, mille mass $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, siis saab too kiiruse

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}65 \cdot 10^{-19}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 7{,}6 \cdot 10^5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Aja $\Delta t = 4{,}34 \cdot 10^5$ s jooksul, mil haavel läbib teepikkuse 1 cm, jõuab haavliga võrdse hulga energia saanud elektron läbida teepikkuse Maalt Päikeseni (ligikaudu $1{,}49 \cdot 10^8$ km), teha 7 tiiru ümber Päikese (mille diameeter on ligikaudu $1{,}39 \cdot 10^6$ km) ja pöörduda tagasi Maale. Jah, tõepoolest erinevad maailmad ja erinevad mastaabid! Makromaailmas tähtsusetu energiakvant võib mikromaailmas «nihutada mägesid», kusjuures isegi niisugune võrdlus on väga ja väga tagasihoidlik.

Kiirgamistingimused. Missuguseid järeldusi me võime teha aine aatomi kiirgusvõime kohta?

Vastavalt sellele, millistel võimalikel orbiitidel elektronid paiknevad, võib aine aatomi energial olla mitmesugune väärtus. (Juhime lugeja tähelepanu sellele, et aatomi energia, millest me praegu juttu teeme, pole üldse see «aatomienergia», millest viimastel aastatel ikka sagedamini räägitakse. «Aatomienergia» kui mõiste pole päris täpne, sest tegelikult tähendab ta tuumasisest või lihtsalt tuumaenergiat.)

Iseenesest on aatom statsionaarne, tugev ja püsiv ega kiirga mingeid elektromagnetilisi aineid. Kuid niipea, kui tema energiat teatud määral suurendada, muutub ta mikroskoopiliseks vibraatoriks.

Mille arvel võib aatomi energiat suurendada? Muidugi väljastpoolt antava energia arvel, välise ergutamise teel. Aatomit võib ergutada mitmel viisil (põrge mingi osakesega, kuumutamine, keemilised reaktsioonid, valguse või teiste elektromagnetiliste lainete mõjumine jne.), kuid need meetodid on efektiivsed ainult siis, kui nad annavad energiat niisuguste kvantidena, mis on võimelised antud aatomeid ergastama. Kui näiteks vesiniku aatomile antav energia on elektroni tõukamiseks madalaimalt statsionaarselt orbiidilt järgmisele liiga väike, siis võtab aatom küll energia vastu (suureneb näiteks tema soojusliikumise keskmine kiirus), kuid ei lähe seejuures ergastatud olekusse. Aatomi ergastumisel ei muutu energia pidevalt, vaid ainult hüppeliselt. Niisugused hüppelised muutused on mikromaailma tähtsaks iseärasuseks.

Ergastamata olekusse tagasipöörduv aatom kiirgab energiat elektromagnetiliste lainete näol. Seejuures on võnkesagedus energia muutuse suurusega täielikus kooskõlas. Igal aatomil on terve komplekt energeetilisi nivoosid, kusjuures just nivoodevahelised kaugused määravadki nende kvantide energia, mida antud aatom võib neelata või kiirata.

Molekulidest koosnevates ainetes on energia neeldumine ja kiirgumine tunduvalt keerukam. Molekulis on iga elektron vastastikuses mõjus mitte ainult oma aatomi tuumaga, vaid ka naaberaatomite tuumadega. Seetõttu suureneb võimalike energeetiliste nivoode hulk, mis põhjustab aga selle sagedustevahemiku laienemise, mis vastab nende kvantide energiale, mida molekul võib neelata või kiirata.

Et aatomite või molekulide igal liigil on oma täiesti kindel kiiratavate sageduste diapasoon ehk spekter, siis võib spektreid vaadeldes eraldada üht ainet teisest nende poolt kiiratud elektromagnetiliste lainete abil. See ongi spektraalanalüüsi põhimõte.

Kokkuvõtteks pöörame tähelepanu sellele, et elektroni orbiit (või nagu seda sageli nimetatakse — Bohri orbiit) on ainult uueks mudeliks. See on mugav geomeetriline ettekujutus, mis lubab praktiliselt küllaldase täpsusega kasutada mõningateks arvutus-

teks lihtsaid mehaanilisi võtteid (elektron on masspunkt, mis tiirleb teise masspunkti — aatomi tuuma ümber mööda ringjoont jne.). Elektroni orbiiti võib ainult väga tinglikult kujutada elektroni liikumise trajektoorina. Tegelikult on olukord aatomis tunduvalt keerukam. Energeetiliste nivoode ehk aatomi energia väärtuste kindlast komplektist võib aga rääkida ilma hirmuta ja kahtluseta. Igaüks nendest energia väärtustest on realiseeritud kindlatel tingimustel ja võib muutuda antud aatomi vastastikusel mõjumisel teistega, energia neeldumisel või kiirgumisel. See on täielikus kooskõlas energia jäävuse ja muundumise seadusega.

3. Molekulide ja aatomite võnkumiste tõttu tekkivad elektromagnetilised lained

Tavaliselt kasutatakse elektromagnetiliste lainete eristamiseks nende lainepikkust. Seoses sellega peame meelde tuletama, et mingi elektromagnetilise (või mistahes muu) laine pikkusest võib rääkida ainult siis, kui on teada kiirgusallika võnkesagedus ja keskkond, milles need lained levivad. Kui õpikutes, ajakirjades, käsiraamatutes jne. lisamärkusi pole, siis kehtivad kõik neis toodud lainepikkused tühjuse kohta.

Suure lainepikkusega elektromagnetilistel lainetel või raadiolainetel (10 km kuni 0,1 mm) me ei peatu, sest neid saadakse elektromagnetilistel võnkumistel makroskoopilistes vibraatorites ja nad on aatomite ja molekulide kiirgusega seotud äärmiselt vähe. Märgime vaid, et ultralühilained, mille lainepikkus on ligikaudu üks kuni üks kümnendik millimeetrit, võivad olla ainesiseste võrdlemisi väikese sagedusega (10^{11}—10^{12} Hz) elektromagnetiliste võnkumiste tulemuseks.

Elektromagnetiliste lainete tekkimine aatomites ja molekulides on seotud nende elektronide kindlate energeetiliste nivoodega. Nende lainete võnkesagedus sõltub energeetiliste naabernivoode vahelisest kaugusest. Mida nõrgemini on elektron seotud aatomi tuumaga, seda vähem energiat kulub tema viimiseks järgnevale lubatud orbiidile, seda väiksem on selle elektroni energeetiliste nivoode erinevus, seda väiksemaid energiakvante on vaja nendeks üleminekuteks ja seda väiksem on kiiratavate võnkumiste sagedus elektroni tagasipöördumisel madalamale nivoole.

Raskem on järgmistele orbiitidele viia «sisemisi», s. o. tuumale lähemal asetsevaid elektrone. Viimaste üleminekul on neelduvad või kiirguvad energiakvandid mitu korda suuremad kui valentselektronide üleminekul.

Esialgu tutvusime elektromagnetiliste lainetega, mis tekivad aatomis ja kiirguvad sealt aatomi ümberkorraldumisel pärast ergastumist. Sedasama võib öelda ka molekulide kiirgamise kohta, ainult sel juhul on kiirguse lainepikkuste vahemik molekuli moo-

dustavate üksikaatomite lainepikkuste vahemikust tunduvalt laiem.

Ei tohi unustada veel üht elektromagnetiliste lainete, nimelt *röntgenikiirte* tekkemehhanismi, mis on seotud «molekulaar-atomistliku» spektriga. Röntgenikiired võivad tekkida nii aatomi sisemiste elektronide ergastamisel (nn. *karakteristlik röntgenikiirgus*, mille lainepikkuste komplekt sõltub ergastatava aatomi ehitusest) kui ka aatomite «pommitamiseks» kasutatavate elektronide järsul pidurdumisel aatomi tuuma elektriväljas (nn. *pidurdus-* ehk *pärsskiirgus*). Tekivad ju elektronide järsul pidurdumisel mitmesuguse sagedusega vahelduvad elektromagnetilised väljad (sõltuvalt sellest, kui kaugelt mingi elektron aatomi tuumast möödub ja kas ta pidurdub kiiresti või aeglaselt), millele vastavad mitmesugused lainepikkused. Kumbagi tüüpi röntgenikiirgust täheldatakse ainult väga kiirete elektronide vastastikusel mõjul ainega ning kaugeltki mitte ainult röntgenitorudes. Röntgenikiired võivad tekkida kõikjal, kui vaid ainega põrkuvate elektronide kiirus on küllalt suur ja nad järsult pidurduvad. Nii näiteks kohtume röntgenikiirgusega Maa kunstliku kaaslase või kosmoselaeva korpuse vastastikusel mõjul Maa atmosfääri hõrendatud kihtides ja kosmilises ruumis leiduvate elektronidega.

Molekulaar-atomistlikele võnkumistele vastavaid elektromagnetilisi laineid liigitatakse tinglikult mitmeks lainepikkuste või sageduste vahemikuks, mis on toodud järgnevas tabelis.

	Lainepikkuste vahemik λ, cm	Sageduste vahemik ν, Hz
Infrapunased kiired	$10^{-2} - 7{,}6 \cdot 10^{-5}$	$10^{12} - 4 \cdot 10^{14}$
Valguskiired («nähtavad»)	$7{,}6 \cdot 10^{-5} - 3{,}8 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{14} - 8 \cdot 10^{14}$
Ultravioletsed kiired	$3{,}8 \cdot 10^{-5} - 2 \cdot 10^{-7}$	$8 \cdot 10^{14} - 2 \cdot 10^{17}$
Röntgenikiired	$2 \cdot 10^{-7} - 8 \cdot 10^{-11}$	$2 \cdot 10^{17} - 4 \cdot 10^{20}$
Gammakiired	$\leqslant 8 \cdot 10^{-11}$	$\geqslant 4 \cdot 10^{20}$

Märgime, et mingisuguseid järske piire loetletud lainegruppide vahel pole ja seetõttu esitame siin vaid neile vastavate lainepikkuste või sageduste s u u r u s j ä r g u.

Igale vahemikule on iseloomulikud vastavad spetsiaalsed omadused.

Infrapunased kiired tekivad elektronide või tervete aatomigruppide väga nõrga ergastamise tulemusena. Neile on iseloomulikud soojuslikud omadused ja nende ergastamisviis on peamiselt soojuslik, olgugi et on ka teisi võimalusi (näiteks gaasi aatomite ergastamine gaasi läbiva elektrivooluga või aatomite pommitamine aeglaste elektronidega jne.).

Valgus- ja *ultravioletsed kiired* tekivad aatomite väliselektronide ergastamise tulemusena. Esimesed tekitavad nägemisaistingu, teised võivad põhjustada fotokeemilisi reaktsioone ja mõningaid teisi füüsikalisi nähtusi, näiteks gaasi molekulide ionisatsiooni jne. Nende kiirte puhul võivad ergastamisviisid olla väga mitmekesised (keemilised, elektrilised, optilised, termilised jt.).

Röntgenikiired, nagu juba märgitud, tekivad ainult aatomi sisemiste elektronide ergastamisel või kiirete elektronide järsul pidurdumisel aatomi tuuma elektriväljas. Need kiired on läbitungivad ja tugeva ioniseeriva toimega. Mehaanilised, keemilised ja soojuslikud mõjud ei suuda röntgenikiirte tekkimiseks vajalikul määral aatomit ergastada. Praktiliselt on nende saamisviis «elektriline» — aatomite «pommitamine» elektronidega, mida on eelnevalt elektriväljas kiirendatud suurte kiirusteni.

Gammakiired tekivad juba «sügaval» aatomi sees tuuma radioaktiivsel lagunemisel või tuuma vastastikusel mõjul suurte energiakvantidega, mida kannavad kosmilised kiired või gammakiired, mis langevad tuumale väljastpoolt. Kõige lühemad elektromagnetilised lained ($\lambda < 10^{-12}$ cm või $\nu > 10^{21}$ Hz) esinevad kosmilises kiirguses.

Märgime, et infrapunase, ultravioletse, valgus- ja röntgenikiirguse puhul võivad ergastamiseks vajalikud energiakvandid olla saadud teatud kiiruseni kiirendatud elektronide vastastikusel mõjul ainega. Seejuures võime arvutada, kui suure elektriväljatugevusega peab elektroni kiirendama, et tal oleks teatud kiirguseliigi tekitamiseks küllaldane energia.

Kasutame selleks valemit (22.29) ja leiame elektrivälja potentsiaalide vahe U, millega tuleks kiirendada paigalseisvat elektroni, et tema energia oleks piisav järgmiste kiirguste tekitamiseks: infrapunane kiirgus, mille sagedus $\nu_1 = 10^{13}$ Hz (infrapunase kiirguse sagedustevahemiku keskmine väärtus), «nähtav» kiirgus, mille sagedus olgu näiteks $\nu_2 = 5 \cdot 10^{14}$ Hz, ultravioletne kiirgus, mille sagedus $\nu_3 = 10^{16}$ Hz, ja röntgenikiirgus, mille sagedus $\nu_4 = 10^{19}$ Hz. Võrdluseks leiame, kui suure potentsiaalide vahe peaks läbima elektron, et tema energia oleks küllaldane gammakiirguse tekitamiseks, mille sagedus on näiteks $\nu_5 = 10^{21}$ Hz.

Pole raske leida neile kiirgustele vastavate kvantide energiat (džaulides):

$$h\nu_4 = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{13} = 6{,}62 \cdot 10^{-21},$$

$$h\nu_2 = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 5 \cdot 10^{14} = 3{,}31 \cdot 10^{-19},$$

$$h\nu_3 = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{16} = 6{,}62 \cdot 10^{-18},$$

$$h\nu_4 = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{19} = 6{,}62 \cdot 10^{-15},$$

$$h\nu_5 = 6{,}62 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{21} = 6{,}62 \cdot 10^{-13}.$$

Valemit (22.29) võib nendel juhtudel kirjutada kujul $eU = h\nu$, millest avaldame meid huvitava kiirendava elektrivälja potentsiaalide vahe:

$$U = \frac{h\nu}{e}.$$

Kui kasutada SI-süsteemi, siis on elektroni laeng $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C ja potentsiaalide vahe saadakse voltides:

$$U_1 = \frac{h\nu_1}{e} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-21}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 0{,}0414,$$

$$U_2 = \frac{h\nu_2}{e} = \frac{3{,}31 \cdot 10^{-19}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 2{,}07,$$

$$U_3 = \frac{h\nu_3}{e} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-18}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 41{,}4,$$

$$U_4 = \frac{h\nu_4}{e} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-15}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 41\,400,$$

$$U_5 = \frac{h\nu_5}{e} = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-13}}{1{,}6 \cdot 10^{-19}} = 4\,140\,000.$$

Saadud tulemuste võrdlemisel näeme, et neli esimest juhtu on praktikas kergesti realiseeritavad, kuigi neljandal juhul tuleb juba kasutada spetsiaalset transformaatorit (röntgenitoru toiteseadet), mille abil võib saada mõnekümne kilovoldi suurust pinget. Gammakiirte tekitamine kiirete elektronide abil on aga juba tunduvalt raskem ülesanne, mis puudutab materiaalse maailma printsipiaalselt uusi küsimusi. Raskused ei seisne ainult selles, et mitme miljoni voldise potentsiaalide vahega väljade saamine on praktiliselt võimatu (elektroode hoidvas dielektrikus tekib läbilöök). Sellest, nagu räägitakse, pole veel suuremat häda. Näiteks võib suunata elektroni läbi mitme järjestikku asetseva kiirendava välja, mille potentsiaalide vahe on praktikas vastuvõetav. Ka siis saab elektron lõpuks vajaliku energia. Kuid selgub, et niisugusel kiirendamisel tuleb arvestada elektroni massi muutumist!

Proovime arvutada, kui suure kiirusega liigub elektron, mis läbib potentsiaalide vahe $U_5 = 4\,140\,000$ V, kui ta kineetiline energia on seejuures $W_k = 6{,}62 \cdot 10^{-13}$ J. Tuntud seosest

$$W_k = \frac{mv^2}{2}$$

leiame kiiruse

$$v = \sqrt{\frac{2W_k}{m}}.$$

Teades, et elektroni mass $m = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg, saame:

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6{,}62 \cdot 10^{-13}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} \cong 1{,}21 \cdot 10^{9} \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

See tulemus on põhimõtteliselt vale. Miks? Aga sellepärast, et maksimaalseks kiiruseks looduses on valguse kiirus tühjuses $c \cong 3 \cdot 10^{8}$ m/s. Miski ei või liikuda sellest suurema kiirusega. Kuid arvutusest järeldub, et elektroni kiirus peab ületama valguse kiiruse tühjuses.

Kuidas tekkis viga? Aga nii, et lähtudes põhimõttest «kui kiirendada, siis juba kiirendada» unustasime, et tegemist on elektroniga — mikromaailma esindajaga. Me püüdsime tema käitumist kirjeldada makroskoopiliste laetud kehade liikumisseadustega — klassikalise elektrodünaamika seadustega. Elektron aga ei allu alati neile seadustele, ta käitub veel ka relatiivsusteooria seaduste järgi.

Vastavalt võrrandile (2.2) kasvab elektroni kiiruse suurenemisel ka tema mass, muutudes $v = c$ korral lõpmata suureks. Põhimõtteliselt ei saa me elektroni kiirendada isegi valguse kiiruseni. Peale selle tuleb kiiruste korral, mis on kas või ligilähedased valguse kiirusele, arvestada elektroni massi suurenemist, mida me oma arvutustes aga ei teinud.

Seda tüüpi ülesanded pole tänapäeval jäänud ainult akadeemilisteks harjutusteks. Insenerid ja füüsikud puutuvad nendega kokku siis, kui lahendatakse küsimusi, mis käsitlevad laetud osakeste (mitte ainult elektronide) kiirendamist kaasaegsetes võimsates kiirendites.

§ 32. ELEKTROMAGNETILISE KIIRGUSE JA AINE VASTASTIKUNE MÕJU

1. Vastastikuse mõju efektid

Eespool (vt. § 29 ja § 30) vaatlesime mitmesuguse olemusega lainete üldisi omadusi. Laine ja aine vastastikuse mõju vaatlemisel käsitlesime ainult mõnede lainet iseloomustavate suuruste muutumist (laine energia, levimiskiiruse suuna ja väärtuse ning lainepikkuse muutumist) ega tundnud seejuures huvi aines toimuvate protsesside vastu. Nüüd püüame lühidalt rääkida ka sellest, kusjuures juttu tuleb ainult elektromagnetilistest lainetest, s. o. kõige universaalsematest ja läbitungivamatest lainetest, mille erijuhuks on valguslained.

Korpuskulaarse käsitlusviisi korral peame elektromagnetilise lainega samastama mingisuguse osakeste voo. Neid osakesi nimetatakse *footoniteks*. Ainest kiirgunud elektromagnetilisele lainele

vastab kvantide voog, kus iga kvandi energia on $h\nu$. Üldjuhul võib muidugi rääkida energiakvantidest, mis vastavad elektrilise vibraatori poolt kiiratud lainetele või raadiolainetele, ainult need energiakvandid on väga väikesed (ebapiisavad näiteks aine aatomite ergastamiseks). Energia jäävuse seaduse rakendamisel lainet «asendavatele» footonitele peame siimas, et footoni energia on $h\nu$. Elektromagnetilist lainet võib siis tõepoolest kujutada footonite voona, kus iga footoni energia on $h\nu$ (ν on footonite voogu kiirgava lainеallika elektromagnetiliste võnkumiste sagedus).

Elektromagnetiliste lainete ja aine vastastikusel mõjul esinevaid efekte liigitatakse tinglikult mitmesse rühma. Tinglikult seetõttu, et need efektid on tihti läbipõimunud, ühed kaasnevad teistega ja sünnitavad kolmandaid.

Mehaanilised ja elektrilised efektid. Laine peegeldumisel või murdumisel aine pinnal peab ainele mõjuma kõige tavalisem «mehaaniline» rõhk, sest ainele langevatel footonitel on kindel kiirus, mass (footonite voog on ju ekvivalentne elektromagnetilise lainega, mida iseloomustatakse massiga!), energia ja kõik teised materiaalse osakese omadused. Kõik sarnaneb haavlite voo langemisega seinale. Iga haavel annab seinale mingi impulsi. Seina pinnale mõjuva summaarse impulsi järgi võib leida seina ühikulisele pinnale mõjuva jõu, s. t. rõhu.

Rõhk, mida elektromagnetilised lained avaldavad aine pinnale, pole igapäevases praktikas tajutav, kuid ta on siiski olemas ja teda võib küllalt tundlike riistadega registreerida. P. N. Lebedev tõestas seda katseliselt.

Märgime, et elektromagnetiliste lainete rõhku ainele võib seletada nii korpuskulaarse (footonite löögid ainele) kui ka laineteooria seisukohalt. Vaadeldes pinnale langevat lainet vahelduva elektromagnetilise väljana, selgub, et laetud osakesed (elektronid, ioonid jt.) käituvad aines selle välja mõjul nii, nagu surutaks neid ainesse.

Veidi erinev on olukord *fotoefekti* puhul — elektronide eraldumisel ainest elektromagnetilise välja toimel. Fotoefekti võib nimetada ka laine ja aine vastastikuse mõju elektriliseks efektiks. Laineteooria seisukohalt pole võimalik seda efekti õigesti seletada. Aine pinnale jõudvas laines võib elektriväljatugevuse vektor mingil ajamomendil olla suunatud nii, et ta «proovib» elektroni ainest välja kiskuda. Kuid mida suurem on elektrivälja võnkesagedus laines, seda väiksem on niisuguse väljarebimise tõenäosus, sest järgneval momendil pärast vaadeldavat muutub elektrivälja suund vastupidiseks ja ta ei rebi enam elektroni ainest välja, vaid, vastupidi, «surub» teda ainesse. Laine suurte võnkesageduste korral «ei jõua» elektron ainest väljuda. See on aga katsega juba täielikus vastuolus! Katsest järeldub, et mida suurem on laine võnkesagedus, seda efektsemalt lüüakse elektrone ainest välja.

Fotoefekti õige seletuse andis korpuskulaarteooria. Suurematele võnkesagedustele ν vastavad lained suurema energiaga *hν* footonid. Mida suurem on sagedus, seda efektiivsemaks «mürsuks» on footon elektronide väljalöömisel.

Omal ajal, kui valguse omaduste seletamisel võidutses valguse olemuse laineteooria, sundis fotoefekti avastamine füüsikuid uuesti oma positsioone korrigeerima ja tunnistama valguse ning teiste elektromagnetilise kiirguse liikide korpuskulaarset olemust, loobumata aga seejuures ka nende lainelisest olemusest.

Soojuslikud ja optilised efektid. Kiirguse tekkimist aatomites ja molekulides vaatlesime võrdlemisi üksikasjalikult. Kui elektromagnetilise lainega toodud energia on aine aatomite või molekulide ergastamiseks küllaldane, siis tekib teatud liiki kiirgus: röntgeni-, ultravioletne, infrapunane või «nähtav» valguskiirgus.

Kuidas aga seletada «nähtava» kiirguse ja aine vastastikuse mõju üldtuntud soojuslikke efekte? Valgustatav keha soojeneb, tema temperatuur tõuseb. Loomulikult kehtib seejuures energia jäävuse ja muundumise seadus. Me räägime, et valguskiirte energia, s. o. Päikese kiirguse elektromagnetiline energia muundub aine siseenergiaks. Kuidas see protsess aga kulgeb? Aine mingit nähtavat kiirgust me ei tähelda. Kas peab see tähendama, et valguskvantide energia polè aatomite ja molekulide ergastamiseks küllaldane? Vaat siin peab arutlema ettevaatlikult. Aatomite ergastamist, mis on seotud elektronide nihutamisega uutele energeetilistele nivoodele, võib seejuures ka mitte esineda. Kuid siseenergia kasv võib olla seotud (koos vastastikuse mõju potentsiaalse energia kasvuga) aine osakeste, aatomite ja molekulide kaootilise soojusliikumise keskmise energia kasvuga. Selleks kulubki elektromagnetilise laine energia, kusjuures aatomite (või aatomigruppide või molekulide) soojuslikud võnkumised tervikuna põhjustavad alati kiirguse tekkimise. Neil kiirgustel on mitu nimetust — temperatuurikiirgus või infrapunane kiirgus, kuid nende olemus on üks ja seesama. Absoluutsest nullist erineval temperatuuril on iga aine elektromagnetilise kiirguse allikaks. Kui sellele ainele langeb aga mingi väline laine, siis muutub kiirgus vastavalt energia jäävuse ja muundumise seadusele.

Nüüd ei tekita veel ühe optilise efekti — *luminestsentsi* — analüüs enam suuri raskusi. «Nähtava» või ultravioletse kiirguse mõjumisel ainele võib tekkida teise spektraalse koosseisuga kiirgus. Aine hakkab kiirgama näiteks «nähtava» piirkonna laineid, kuid nende võnkesagedus on väiksem kui langeval lainel. Siin on jällegi kõik kooskõlas energia jäävuse seadusega: teatud osa ainele langeva laine energiast kulutatakse aine osakeste vastastikuse mõju potentsiaalse energia ja soojusliikumise kineetilise energia suurendamiseks ning ainult ülejäänud osa energiast («jääk») kulub «nähtavasse» piirkonda kuuluvate lainete tekita-

miseks. Selge, et see «jääk» võib tekitada ainult madalama võnkesagedusega laineid.

Keemilised efektid tekivad aines siis, kui ainele mõjuv laine toob kaasa niipalju energiat, et seilest piisab keemiliste sidemete muutmiseks (molekulide lõhenemine, ionisatsioon, uute molekulide tekkimine jne.). Niisugused efektid tekivad mitmesugustes ainetes (näiteks fotoemulsiooni broomhõbedas, taimelehtedes jne.) «nähtava» valguse või veelgi lühema lainepikkusega (põhiliselt ultravioletse) piirkonna elektromagnetiliste lainete mõjul.

Osakeste «sünniefekte» täheldatakse aatomi tuuma välja vastastikusel mõjul elektromagnetilise välja suure energiaga kvantidega, mis vastavad sagedusele $3 \cdot 10^{20}$ Hz ja rohkem. Aine kiiritamisel niisuguste kvantidega võib märgata *elektron-positronpaari «sündi»*, kusjuures on kindlasti teada, et need osakesed ei ole aine aatomi ega tema tuuma lagunemisproduktid. Neil juhtudel ei toimu aines mingeid muutusi, ta on vaid nagu katalüsaatoriks väga huvitaval muundumisel — elektromagnetilise kiirguse kvantide muutumisel aine osakesteks. Taolised muundused koos teiste faktidega olid veenvaks kinnituseks, et lained ja osakesed kujutavad ühtse mateeria kaht esinemisvormi. Sõltuvalt teatud protsesside kulgemise tingimusest esineb mateeria kord ühel, kord teisel kujul.

2. Energia jäävuse seaduse kasutamise võimalus

Energia jäävuse seaduse rakendamine elektromagnetiliste lainete ja aine vastastikusest mõjust tingitud nähtuste kohta annab väga väärtuslikke tulemusi. Seejuures võib nende protsesside detailid kõrvale jätta ja uurida ainult energia bilanssi, s. t. uurida konkreetsetes tingimustes energia jäävuse ja muundumise seadust.

Oletame näiteks, et tühjuses leviv elektromagnetiline laine kohtab oma teel mingi aine pinda — kahe keskkonna eraldispinda. Milleks kulub laine energia? Missugused muundused võivad lainega toimuda?

Neile küsimustele vastamiseks meenutame, et meile on teada takistusele langeva laine käitumine. Laine võib kas takistuselt peegelduda või painduda ümber takistuse (laine difraktsioon), kusjuures ta levib neil juhtudel pärast langemist endises keskkonnas. Eraldispinda läbiv laine levib aga uues keskkonnas (laine murdumine). Lõpuks, kui eraldispinnaks on tühjuse ja aine vaheline piir, siis võib viimasest alates tekkida laine neeldumine, kusjuures selle neeldumise tagajärjed aines meid praegu ei huvita.

Nüüd on püstitatud küsimustele kerge vastata. Teatud osa langeva laine energiast W peegeldub pinnalt (olgu see osa W_p).

Seda energiat kannab laine, mis muudab oma kiiruse suunda ja levib endises keskkonnas (antud juhul tühjuses). Teine osa energiast W_m levib eralduspiiri taga uues keskkonnas. Ja lõpuks veel mingisugune kolmas osa energiast W_n neeldub aines, kutsudes seal esile mingi protsessi.

Seega võib laine energia jäävuse ja muundumise seaduse kirjutada kujul

$$W = W_p + W_m + W_n.$$

Liidetavate W_p, W_m ja W_n omavaheline suhe sõltub juba laine ja aine omadustest ning vastastikuse mõju tingimustest.

§ 33. FOTOMEETRIA ALUSED

1. Fotomeetria praktilisi ülesandeid

Inimese elutegevuses on tähtis osa valgusel. Kõige rohkem andmeid ümbritseva maailma kohta saame vahetult silma kaudu. Raske on isegi kujutleda, missuguseks kujuneks inimese elu looduslike ja kunstlike valgusallikate puudumisel. Valgusallikate ratsionaalse kasutamisega tegeleb *valgustehnika*, mis toetub uurimistel ja arvutustel fotomeetrilistele meetoditele. Kuidas kasutada looduslikke (peamiselt Päike) ja kunstlikke valgusallikaid inimesele normaalsete tingimuste loomiseks ning teda ümbritsevate esemete normaalseks nägemiseks; kuidas tuleks töökohal paigutada valgusallikad; kui palju peaks antud ruumis olema kunstlikke valgusallikaid ning missugune peaks olema nende konstruktsioon? See loetelu ei haara veel kaugeltki mitte kõiki küsimusi, mida uurib *fotomeetria* — valguslainetega kantava energia jaotamisega ja arvutamisega tegelev optika energeetiline osa. Võib öelda, et kõik fotomeetrilised arvutused «algavad» valgusallikast ja «lõpevad» silma võrkkestal.

2. Põhilised fotomeetrilised suurused ja seadused

Valgusallikas kiirgab teda ümbritsevasse ruumi elektromagnetilist energiat W, mida kannavad elektromagnetilised lained. Valgusallika poolt ajaühikus kiiratud energiat nimetatakse *valgusvooks* Φ. Sellest definitsioonist järeldub, et valgusvoogu võib mõõta võimsuse ühikutega ($erg \cdot s^{-1}$, $kGm \cdot s^{-1}$, W).

Analoogiliselt masspunkti mõistega mehaanikas ja punktlaengu mõistega elektrostaatikas on valgusnähtuste uurimisel otstarbekohane kasutada *punktikujulise valgusallika mõistet*. See on valgusallikas, mille mõõtmed on kaduvväikesed, kui neid võrrelda kaugusega kiirgusallika ja vaatluskoha vahel. Nii nagu looduses

pole masspunkte ja punktikujulisi elektrilaenguid, nii pole olemas ka punktikujulisi valgusallikaid. Kuid see mõiste lubab paljude ülesannete lahendamisel kasutada lihtsaid praktilisi võtteid.

Ükski reaalne valgusallikas pole punktikujuline, kõigil neil on lõplikud mõõtmed, kuid me võime neid vaadelda paljudest punktallikatest koosnevaina.

Punktallikast kiirgub valgusvoog kõigis suundades. Kasutades *ruuminurga* mõistet, räägime valguse levimisest kogu punktallikat ümbritsevasse ruuminurka $\omega = 4\pi$ steradiaani.

Valgusallika tähtsaks energeetiliseks karakteristikaks on *valgustugevus* I — suurus, mis arvuliselt on võrdne valgusallikast ühikulisse ruuminurka leviva valgusvooga:

$$I = \frac{\Phi}{\omega}. \tag{33.1}$$

Füüsikalist suurust, mis on arvuliselt võrdne valgustatava pinna pindalaühikule langeva valgusvooga, nimetatakse pinna *valgustustugevuseks* (*valgustatuseks*):

$$E = \frac{\Phi}{S}. \tag{33.2}$$

Kui allika L valgusvoog (joon. 98) langeb nurga α all (kiire langemisnurka mõõdetakse pinna normaalist) väikesele pinnale, mis asub allikast kaugusel R, siis on punkti L toetuv ja pinda haarav ruuminurk määratud võrrandiga

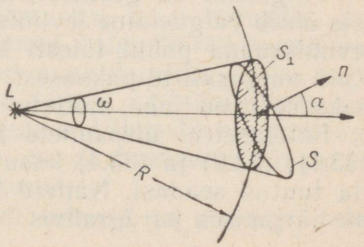
$$\omega = \frac{S_1}{R^2} = \frac{S \cos \alpha}{R^2}, \tag{33.3}$$

kus S_1 on pinna S projektsioon valguse levimissuunaga risti asetsevale pinnale (joonisel 98 on pindala S_1 viirutatud).

Võrrandite (33.1), (33.2) ja (33.3) alusel võib saada valgustugevuse I ja pinna valgustustugevuse E vahelise seose, kui pind asub kaugusel R ja pinna normaal moodustab kiirtega nurga α:

$$E = \frac{I}{R^2} \cos \alpha. \tag{33.4}$$

See võrrand väljendab valgustustugevuse seadust, mille järgi punktikujulise valgusallika poolt mingil pinnal tekitatud valgustustugevus võrdub allika valgustugevuse ja valguse langemis-



JOON. 98

nurga koosinuse korrutisega, mis on jagatud pinna ja allika vahelise kauguse ruuduga.

Fotomeetrilistel mõõtmistel on otstarbekohane valida põhiühikuks valgustugevuse ühik *kandela*, mis on kergesti taastatav ja tagab küllaldase mõõtmistäpsuse. Seetõttu on valgusvoo ja valgustustugevuse ühikud tuletatud. Üks *luumen* (1 lm) on valgusvoog, mis levib ühe kandela (1 cd) suuruse valgustugevusega punktikujulisest valgusallikast ruuminurka üks steradiaan (1 sr) [tuletatakse võrrandi (33.1) järgi]. Valgustustugevuse ühik *luks* (lx) tuletatakse võrrandite (33.1) ja (33.2) järgi:

$$E=\frac{\Phi}{S}=\frac{I\omega}{S}. \qquad (33.2')$$

Üks luks ($E=1$ lx) on valgustustugevus, mille tekitab ühikuline valgusvoog ($\Phi=1$ lm) ühikulisel pinnal ($S=1$ m^2), või teisiti — see on valgustustugevus, mille tekitab ühikulise valgustugevusega ($I=1$ cd) punktikujuline allikas ühikulisel pinnal ($S=1$ m^2), mis allikast vaadatuna nähtub ühikulises ruuminurgas ($\omega=1$ sr).

Juhime tähelepanu, et luksi kasutamisel valgustustugevuse ühikuna tuleb pinda S valemites (33.2) ja (33.2') ja suurust R^2 valemis (33.4) tingimata mõõta ruutmeetrites!

Peale *valguskimbu* mõiste (teatud ruumiosas leviv valgusvoog) kasutatakse optikas laialt *valguskiire* mõistet. Seejuures arvatakse mõnikord ekslikult, et valguskiir on lõpmata peenike valguskimp. Lõpmata peenikesi valguskimpe pole olemas! Allika iga kaduvväike pinnaelement kiirgab hajuvaid valguskimpe. Isegi siis, kui oletada, et me uurime valguskimpu allikast niivõrd kaugel, et see kimp hajub väga vähe (on peaaegu paralleelne), pole lõpmata kitsast kimpu ikkagi võimalik saada. Ilmselt tuleb selleks valguskimbu teele asetada lõpmata väikese avaga läbipaistmatu ekraan. Siin aga põrkamegi kokku lõpmatult peene kimbu printsipiaalse võimatusega. Meil pole vaja lahendada isegi lõpmatult väikese ava saamise tehnilist probleemi: mida väiksem on valgust läbilaskev ava, seda tugevam on valguse difraktsioon (vt. täpsemalt § 35)! Kui ava mõõtmed (näiteks ringikujulise ava diameeter) lähenevad suuruselt valguse lainepikkusele, siis levib valgus ava taga ruuminurgas 2π steradiaani. Nagu näeme, ei saa ka väikeste avade abil mitte ainult lõpmata peenikest, vaid ka lihtsalt küllalt peenikest kimpu.

Valguskiir on geomeetriline mõiste, see on joon (või vektor), mis ühtib valguslaine levimiskiiruse suunaga. Seetõttu on valguse levimissuuna puhul täiesti kohane kasutada valguskiire mõistet. Kuid valguskiirte paksusest, nagu iga teisegi geomeetrilise joone paksusest, on juba mõttetu rääkida.

Fotomeetria ülesannete lahendamisel tuleb peale võrrandite (33.1), (33.2) ja (33.4) kasutada vaid geomeetria ja trigonomeetria tuntud seadusi. Näiteid fotomeetriliste arvutuste kohta esitame järgmises paragrahvis.

§ 34. GEOMEETRILINE OPTIKA

1. Põhilised mõisted ja seadused

Geomeetriline optika tegeleb valgust kiirgavate esemete kujutiste ehitamise võtete uurimisega ja optiliste seadmete ning riistade arvutamisega, mille ülesandeks on valguskimpude muundamine ja valguskiirte käigu muutmine.

Geomeetrilise optika põhilisteks seadusteks on valguse sirgjoonelise levimise seadus homogeenses keskkonnas ning murdumis- ja peegeldumisseadused. Valguskiirte või valguskimpude käigu jälgimisel mittehomogeenses keskkonnas ei pöörata seejuures tähelepanu eralduspiiril või tõkkel esinevale difraktsioonile (§ 35) ja teistele valguslaine levimisega kaasnevatele spetsiifilistele nähtustele. Eriti õigustatud on see valguse langemisel takistustele (peeglitele, läätsedele jne.), mille mõõtmed ületavad mitmekordselt valguse lainepikkuse. Seetõttu võib geomeetrilise optika ülesannete lahendamisel võrdse eduga kasutada nii valguse lainelisi kui ka korpuskulaarseid omadusi.

Tuleb silmas pidada, et ühes ja sellessamas ruumipiirkonnas levivaid valguskimpe (näiteks kaht lõikuvat kimpu) tuleb alati vaadelda sõltumatutena. Iga kimp käib «oma teed» ega «sega» naabri levimist. Valguskiired vastastikku üksteist ei häiri! Nad ei tõuka ega tõmba üksteist jne.

Märgime, et optika ülesannetes ei tarvitse valgusallikaks olla tingimata isehelendav keha (elektrilambi hõõgniit, Päike, tähed jne.). Esemeks, mille kujutisest me oleme huvitatud, võib olla ükskõik milline keha, mis peegeldab või neelab mingi loodusliku või tehisvalgusallika elektromagnetilise kiirguse energiat. Nii on näiteks portreeülesvõtetel valgusallikaks inimese nägu, mis ise kiirgab vaid infrapunaseid kiiri. Kujutis joonistatakse siin filmile näolt peegelduvate valguskiirte abil. Mikroskoopilistel uurimistel saadakse enamikul juhtudel silma võrkkestal mingi valgusti energiat neelavate iseenesest mitte helendavate objektide kujutis. Kuid ka neid objekte nimetatakse optikas valgusallikateks. Õigem oleks neil juhtudel rääkida mitte valgusallikatest, vaid peegeldunud valguse allikatest või valgust neelavatest esemetest. Tavaliselt seda aga ei tehta.

Kujutise vastuvõtjaks on lõpptulemusena alati inimsilm. Silmaläätses ja silma klaaskehas murdunud valguskiired koonduvad võrkkesta mingis punktis ja annavad punktikujulise allika kujutise. Kui allikas või ese on ruumiline (mitte punktikujuline), siis annab iga punkt võrkkestal oma kujutise. Viimaste kogumit aga tajumegi eseme ruumilise kujutisena. Seega formeerub allika või eseme kujutis nägemisaistingu tulemusena.

Hindamata meie nägemisaparaadi eeliseid ja puudusi, tuleb

siiski silmas pidada, et nägemisaisting ei vasta alati täielikult reaalsele tegelikkusele.

Juba hällist peale areneb inimesel «ruumitaju», mille kujunemisel mängib peamist osa nägemine. Järk-järgult omandab inimene kogemusi ja õpib silmaga määrama ruumiliste objektide asukohta ning mõõtmeid, kusjuures esialgset ruumitaju nägemise teel toetatakse teiste aistingutega (pliiatsit, mida me näeme, võib puudutada käega jne.). Meie silm harjub nägema punktikujulist eset selles ruumipunktis, millest väljuvad silma sattuvad valguskiired. Just see harjumus võibki meid vahetevahel «eksiteele» viia, kuid sellele «eksiarvamusele» tugineb mistahes optilise riista ehitus.

Asi on selles, et inimsilm võib näha helendavat punkti mitte ainult reaalse punktikujulise valgusallika asukohas, vaid ka neis kohtades, kus mingeid allikaid ei ole. Sellisteks kohtadeks võivad olla mingitest reaalsetest valgusallikatest väljuvate valguskiirte lõikepunktid. Sel juhul räägime, et selles punktis asub punktikujulise eseme *tõeline kujutis*. Läbi selle punkti levib reaalsete valgusallikate kiirgusenergia, milles võib veenduda, kui punkti asukohta paigutada mingi «objektiivne» elektromagnetiliste lainete nähtava piirkonna vastuvõtja (film jt.). Peale selle näeb silm kujutist nende reaalsete kiirte pikenduste lõikekohas, mis langevad silma hajuva kimbuna. Sel korral räägime *näivast kujutisest*. Näivat kujutist meie silm küll näeb, kuid selle kujutise asukohta ei pruugi valguskiired läbida. Seetõttu ei õnnestu meil saada näivat kujutist ekraanil ega kindlaks teha teda ka mingite teiste objektiivsete valgusenergia vastuvõtjatega. Ainult arvutuste lihtsuse ja mugavuse mõttes võib lugeda, et näiva kujutise asukohas on valgusallikas.

Niisiis, oluline tõelise kujutise erinevus näivast seisneb selles, et esimese asukohas võib avastada valgusenergiat, teise asukohas aga mitte.

Ei tohi unustada, et silma võrkkestal saadud kujutis on alati tõeline! Eset, selle tõelist või näivat kujutist näeme ainult sel juhul, kui silmaläätses ja klaaskehas murdunud kiired lõikuvad võrkkestal.

Rõhutame, et nii tõelise kui ka näiva kujutise punktid erinevad punktikujulistest valgusallikatest. Punktikujulisest valgusallikast levib valgus ruuminurka 4π steradiaani, s. t. kõikides suundades. Järelikult võib punktikujulise allika valgusenergiat täheldada teda ümbritseva ruumi igas punktis. Praktilist huvi pakkuvates ülesannetes levib aga valgus kujutise punktidest ruuminurkadesse, mis on väiksemad kui 4π steradiaani, mistõttu kujutise vaatlemise tingimused on piiratud.

Lõpuks viimane märkus, millele tuleb pöörata tähelepanu. Vaatleja võib näha eset või kujutist ainult sel juhul, kui nendelt tulevad valguskiired langevad tema silma, kui vaatleja silm koh-

tab neid kiiri. Olgugi et see fakt on ilmne, tuleb seda ikkagi meenutada. Näiteks juhul, kui allikas asetseb vaatleja selja taga, võib vaatleja selle kujutist näha ainult peegli või peeglite süsteemi abil, kust tema silma langevad peegeldunud kiired. Kui vaatleja vaatab piki kiiri, siis ei näe ta mingit kujutist. Enamikul juhtudel näeb vaatleja silm tõelisi ja näivaid kujutisi neis ruumipunktides, millest saabuvad silma hajuvad kiirekimbud. Ja ainult vähestel juhtudel võib optiliste süsteemide abil (näiteks okulaar) saada kujutist, kui silma langeb paralleelne või koonduv kiirekimp.

Ülesanne. Punktikujuline valgusallikas, mille valgustugevus on I, asub tasapinnalisest ekraanist kaugusel R. Kuidas muutub ekraanil punkti T valgustustugevus (joon. 99), kui allika taha kaugusele $x=R$ paigutada paralleelselt ekraaniga ideaalne tasapinnaline peegel? Kuidas muutub punkti T valgustustugevus kauguse x muutumisel? Kas valgustustugevus selles punktis muutub, kui peeglit pöörata ümber punkti O läbiva telje nii, et tema pind moodustab ekraani pinnaga erinevaid nurki φ (vt. joon. 100)? Viimasel juhul lugeda, et $OL=R$.

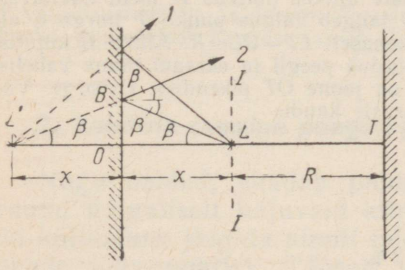
Punktikujuline valgusallikas L tekitab ekraani punktis T valgustustugevuse E_1, mille võib arvutada valemi (33.4) järgi. Kui kiirte langemisnurk ekraanile on võrdne nulliga, siis $\cos\alpha=1$ ja

$$E_1=\frac{I}{R^2}\,. \qquad \text{(a)}$$

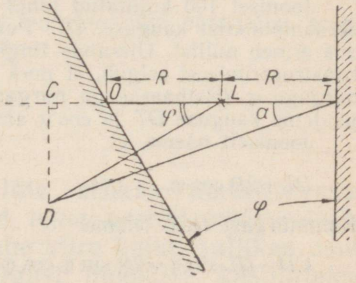
Mis juhtub, kui valgusallika taha kaugusele x paigutada peegel? Allikas L kiirgab valgust kõigis suundades, sealhulgas ka ekraani vastas asuvale peeglile. Peeglilt peegeldunud kiired (joonisel 99 on näidatud ainult kaks niisugust kiirt *1* ja *2*) võivad edaspidi langeda ekraanile. Seega võib peegel saata ekraanile valguskiiri, mis vahetult valgusallikast ekranile ei lange (peegel nagu korjab kiiri, mida allikas kiirgab pinnast *I*—*I* vasakule).

Peeglilt peegeldunud kiirte käigust näeme, et nad kõik näivad väljuvat punktist L', mis on allika L näivaks kujutiseks. Punktid L' ja L asuvad peeglist võrdsel kaugusel x ühel ja sellelsamal peegli pinna ristsirgel, kusjuures L' asub peegli taga, punkt L aga peegli ees. See väide järgneb täisnurksete kolmnurkade LOB ja $L'OB$ võrdsusest (ühine kaatet OB ja tema vastasnurkade β võrdsus).

Kas näiv allikas L' suurendab valgustustugevust ekraani punktis T? Muidugi suurendab. Tegelikult mingit allikat punktis L' ei ole, kuid seda on väga mugav kasutada konstruktsioonide ja arvutuste lihtsustamiseks. Tegelikult suureneb valgustustugevus reaalse valgusallika L valgusenergia ümberjaotumise



JOON. 99



JOON. 100

tõttu! Võib lugeda, et täiendav valgusvoog kiirgub allikast L', mille asendit teades võime uuesti kasutada valgustustugevuse seadust (33.4).

Et peegel on ideaalne, siis peab näiva valgusallika L' valgustugevus olema võrdne allika L valgustugevusega (ruuminurgad, milles valgus levib allikast L vasakule ja näivast allikast L' paremale, on võrdsed, kusjuures peegli aine valgust ei neela). Järelikult punktikujuline allikas L', mis asub ekraanist kaugusel $L'T=R+2x$, tekitab ekraanil punktis T täiendava valgustustugevuse

$$E_t=\frac{I}{(R+2x)^2}\cdot \qquad \text{(b)}$$

Ekraani selle punkti kogu valgustustugevus E on valgustustugevuste E_1 ja E_t summa:

$$E=E_1+E_t=\frac{I}{R^2}+\frac{I}{(R+2x)^2}\cdot \qquad \text{(c)}$$

Kui $x=R$, siis

$$E_t=\frac{I}{(R+2R)^2}=\frac{I}{9R^2}=\frac{E_1}{9}, \qquad \text{(d)}$$

s. t. peegli kasutamisest tingitud täiendav valgustustugevus moodustab $^1/_9=0{,}111$ valgustustugevusest, mille tekitab allikas L peegli puudumisel.

Võrrandite (b) ja (c) abil on kerge näidata, et peegli nihutamisel vasakule (kaugus x suureneb) valgustustugevus E_t väheneb ja muutub $x=\infty$ korral võrdseks nulliga (seejuures on muidugi E võrdne E_1-ga). Kui peeglit nihutada paremale, siis valgustustugevus E_t suureneb ja saab $x=0$ korral võrdseks E_1-*ga*. Sel juhul punkti T kogu valgustustugevus kahekordistub:

$$E=2E_1=\frac{2I}{R^2}\cdot$$

Seda tulemust on kerge mõista. Allikal L on väikesed, kuid lõplikud mõõtmed, s. t. teda võib kujutada väikese helendava kerakesena. Peegli puudumisel levib valguskiirguse energia ekraanile ainult parempoolsest keraallika pinna osast. Selle allikaga külgnev ($x=0$) peegel lubab suunata ekraanile ka kerapinna vasakpoolse osa energia.

Väga huvitavatele järeldustele jõuame ekraani punkti T valgustustugevuse arvutamisel neil juhtudel, kus peegli pind moodustab ekraani pinnaga mitmesuguseid nurki φ (joon. 100).

Arusaadavalt tekitab allikas L ka neil juhtudel punktis T valgustustugevuse E_1, mis on arvutatav valemiga (a). Allika L näiv kujutis tekitab täiendava valgustustugevuse E_t', mis on samuti arvutatav valgustustugevuse scaduse (33.4) järgi.

Joonisel 100 kujutatud juhul asub näiv allikas punktis D meid huvitavast ekraanipunktist kaugusel DT. Punktist D langeb valgus punkti T nurga α all, mis erineb nullist. Ülesande tingimuste kohaselt $LT=OL=R$. Allika L kujutise konstrueerimisest selgub, et nurk OLD võrdub peegli ja ekraani pinna vahelise nurgaga φ (risthaaradega nurgad). DC on joone OT pikenduse ristsirge. Väljendame kauguse DT ja $\cos\alpha$ antud suuruste kaudu.

Jooniselt näeme, et

$$DL=2R\cos\varphi.$$

Kolmnurgast DCL leiame:

$$CD=DL\sin\varphi=2R\sin\varphi\cos\varphi=R\sin 2\varphi,$$

$$CL=DL\cos\varphi=2R\cos^2\varphi=R(1+\cos 2\varphi).$$

Seega $CT=CL+LT=R(1+\cos 2\varphi)+R=R(2+\cos 2\varphi)$. Pythagorase teoreemi järgi leiame kolmnurgast DCT, et

$$(DT)^2=(CD)^2+(CT)^2=R^2\sin^2 2\varphi+R^2(2+\cos 2\varphi)^2,$$

millest pärast lihtsaid teisendusi saame:

$$(DT)^2=R^2(5+4\cos 2\varphi),$$

$$DT=R\sqrt{5+4\cos 2\varphi}$$

ja

$$\cos\alpha=\frac{CT}{DT}=\frac{R(2+\cos 2\varphi)}{R\sqrt{5+4\cos 2\varphi}}=\frac{2+\cos 2\varphi}{\sqrt{5+4\cos 2\varphi}}.$$

Eeldades uuesti, et näiva allika D valgustugevus on I ja asetades suurused $(DT)^2$ ning $\cos\alpha$ võrrandisse (33.4), saame avaldise täiendava valgustustugevuse E_t' jaoks:

$$E_t'=\frac{I}{(DT)^2}\cos\alpha=\frac{I}{R^2}\left[\frac{2+\cos 2\varphi}{(5+4\cos 2\varphi)\sqrt{5+4\cos 2\varphi}}\right]. \qquad (e)$$

Allika L ja kallutatud peeglis tekkiva allika kujutise D poolt tekitatud summaarne valgustustugevus punktis T on järelikult

$$E=E_1+E_t'=\frac{I}{R^2}+\frac{I}{R^2}\left[\frac{2+\cos 2\varphi}{(5+4\cos 2\varphi)\sqrt{5+4\cos 2\varphi}}\right].$$

Võrdleme täiendavaid valgustustugevusi E_t' ja E_t, mida tekitavad $OT=2R$ korral ekraani punktis T ekraani pinna suhtes kaldu ja paralleelselt asetsevad peeglid. Näeme, et $\varphi=0$ korral ühtib avaldis (e) avaldisega (d) ja $E_t'=E_t=0{,}111\,E_1$. Peegli kaldenurga φ suurendamisel punkti T valgustatus ei vähene, nagu tundub esimesel pilgul, vaid hoopis s u u r e n e b! Selle põhjuseks on allika L kujutise kauguse DT vähenemine peegli pööramisel ümber punkti 0. Suuruse $(DT)^2$ vähenemine on kiirem, kui $\cos\alpha$ vähenemine (väikeste nurkade φ korral). See põhjustabki valgustustugevuse suurenemise punktis T. Näiteks $\varphi=\frac{\pi}{6}$ korral on avaldise (e) nurksulgudes seisva murru väärtuseks 0,135 ja $E_t'=0{,}135\,E_1$, $\varphi=\frac{\pi}{3}$ korral aga $E_t'=0{,}288\,E_1$. Lugeja võib kergesti veenduda, et ka nurga φ teistel väärtustel (peale $\varphi=\frac{\pi}{2}$) on ekraanil punkti T valgustustugevus kaldpeegli korral suurem kui ekraaniga paralleelse peegli korral, mis asetseb kaugusel $x=R$ allika taga.

2. Kujutiste saamine peeglitega

Nagu öeldud, saadab punktikujuline allikas ümbritsevasse ruumi hulgaliselt hajuvaid kiiri, kuid tema asendi määramiseks on küllaldane jälgida ainult mingi kahe kiire käiku (allikas asub nende lõikepunktis). Täpselt samasugust moodust kasutatakse punktikujulise kujutise leidmiseks. Tõeliste kiirte l õ i k e p u n k-

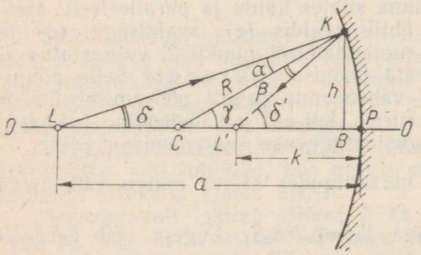
tis asub allika mingi punkti tõeline kujutis, tõeliste kiirte pikenduste kujuteldavas lõikepunktis aga näiv kujutis.

Kujutiste ehitamine peeglites põhineb vaid valguse sirgjoonelise levimise ja peegeldumise seadustele. Jälgides punktikujulise allika mingi kahe kiire käiku kuni peeglini ja nendesamade kiirte käiku pärast peegeldumist, võib alati ehitada selle allika kujutise peeglis. Joonisel 99 on allika L kujutis L' tasapeeglis ehitatud vastavalt neile eeskirjadele.

Tasapeeglis on kujutis alati näiv (valgusallikast peeglile langev hajuv kiirekimp jääb pärast peegeldumist hajuvaks niisama suure ruuminurga piires). Peale selle on ta peegli pinna suhtes allikaga alati sümmeetriline ja mõõtmetelt järelikult allikaga võrdne.

Tasapinnalistest peeglitest avaramaid võimalusi valguskimpude muundamiseks pakuvad eeskätt *sfäärilised peeglid*, mis kuuluvad paljude optiliste seadmete koostisse.

Sfäärilise peegli valem. Joonisel 101 on toodud sfäärilise nõguspeegli lõige joonise tasapinnaga. Sfäärilise segmendi tippu P nimetatakse *peegli pooluseks*. Peegli sfäärilise pinna geomeetriline keskpunkt C on *peegli keskpunkt*. Peegli keskpunkti ja poolust läbivat sirget nimetatakse *peegli optiliseks peateljeks*. Peegli keskpunkti ja peegli pinna mingit punkti läbivat sirget (näiteks sirget CK) nimetatakse aga *optiliseks kõrvalteljeks*. Selge, et iga optiline telg on peegli pinnaga lõikumisel peegli normaaliks (sfääri iga raadius on sfääri pinnaga risti).



JOON. 101

Paljude praktiliste ülesannete lahendamisel pakub suurt huvi valem, mis seob sfäärilise peegli pooluse kaugust allikani (või esemeni, mille kujutisest me oleme huvitatud) ja kujutiseni peegli pinna kõverusraadiusega. Leiame selle valemi.

Sfäärilise nõguspeegli optilisel peateljel asub peegli poolusest P kaugusel a punktikujuline valgusallikas L (joon. 101). Nõguspeegli kõverusraadius on R. Näidata, et punktis, mis asetseb peegli poolusest kaugusel k, tekib allika L kujutis L'. Leida suuruste k, a ja R vaheline seos.

Kasutame nagu tavaliselt peegeldumisseadust. Vaatleme üht allikast L väljunud kiirt, näiteks kiirt LK, mis langeb peegli pinnale punktis K. Peegli kõverusraadius CK on selles punktis peegli

pinnaga risti. Nurgad LKC (olgu see α) ja CKL' (tähistame β-ga) on peegeldusseaduse järgi samas tasapinnas ja omavahel võrdsed (α on langemisnurk ja β peegeldumisnurk):

$$\alpha = \beta.$$

Peegli punktist K peegeldunud kiir lõikab peegli optilist peatelge punktis L'. Võtame kasutusele veel järgmised tähistused: δ — langeva kiire kaldenurk optilise peatelje suhtes, δ' — peeglilt peegeldunud kiire kaldenurk optilise peatelje suhtes, γ — peegli optilise peatelje ja langemispunkti K viiva raadiuse vaheline nurk ja h — punkti K kaugus peegli optilisest peateljest.

Nurk γ on kolmnurga LKC välisnurgaks ja järelikult

$$\gamma = \delta + \alpha.$$

Analoogiliselt

$$\delta' = \gamma + \beta.$$

Nüüd pole raske saada lihtsat seost nurkade vahel:

$$\delta + \delta' = 2\gamma.$$

Sfäärilise peegli kõige lihtsama valemi saame sel juhul, kui vaatleme nn. *paraksiaalseid kiirekimpe*, s. t. kitsaid kimpe, mis moodustavad peegli optilise teljega väga väikesi nurki (meie näites olgu väike peeglile langeva valguskimbu äärmiste kiirte ja optilise peatelje OO vaheline nurk δ). Nende kiirte langemispunkti kaugus optilisest teljest (antud juhul punkti K kaugus h optilisest peateljest) on peegli kõverusraadiusest palju kordi väiksem ($h \ll R$). Kui nurk δ on väike, siis on muidugi väikesed ka nurgad γ ja δ'. Võrreldes lõikude LK ja $L'K$ pikkustega, võib seejuures lõigu BP pikkust mitte arvestada ja lugeda, et $LK \approx a$ ja $L'K \approx k$. Peale selle võib väikeste nurkade δ, δ' ja γ siinused asendada nende nurkade väärtustega radiaanides.

Täisnurksest kolmnurgast LKB leiame, et

$$\sin \delta = \frac{h}{LK}.$$

Arvestades äsjaseid märkusi, võib viimase võrduse kirjutada kujul

$$\delta = \frac{h}{a}.$$

Täpselt samuti võib võrduse

$$\sin \delta' = \frac{h}{L'K}$$

asendada lihtsamaga

$$\delta' = \frac{h}{k}.$$

Peale selle näeme kolmnurgast CKB, et

$$\sin \gamma = \frac{h}{CK} = \frac{h}{R}$$

ehk

$$\gamma = \frac{h}{R}.$$

Asetades δ, δ' ja γ avaldised neid nurki ühendavasse seosesse, saame:

$$\frac{h}{a} + \frac{h}{k} = \frac{2h}{R}$$

ehk pärast taandamist

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{k} = \frac{2}{R}. \qquad (34.1)$$

See avaldis ongi otsitavaks valemiks, mis seob suurusi a, k ja R. Seda nn. *sfäärilise peegli valemit* võib ühesuguse eduga kasutada nii nõgusate kui ka kumerate sfääriliste peeglite jaoks, kui peegli kõverusraadius on R.

Et punkt L' on punktikujulise allika L kujutiseks, seda tõestab asjaolu, et kiire langemispunkti kõrgust h peegli valemis (34.1) ei esine. See tähendab, et pärast peegeldumist lõikab peegli optilist peatelge punktis L' mitte ainult kiir LK, vaid ka iga teine kiir, mis väljub allikast L peegli telje suhtes väikese nurga δ all. Järelikult asetseb punktis L' punktikujulise allika tõeline kujutis.

Valemi (34.1) abil võib leida peegli *fookuskauguse* f, s. o. kauguse poolusest kuni *fookuseni* F, kus lõikuvad paralleelselt optilise peateljega peeglile langenud kiired pärast peegeldumist.

Kui valgus levib väga väikeses ruuminurgas, siis võib praktilistel arvutustel lugeda kimpu paralleelseks. Näiteks vaatlejast (või peeglist jne.) väga kaugel asuvatest allikatest tulevad kiirekimbud on peaaegu paralleelsed. Võttes valemis (34.1) eseme kauguse a võrdseks lõpmatusega ($a = \infty$), on kaugus k järelikult võrdne fookuskaugusega. Seega

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f} = \frac{2}{R},$$

millest

$$f = \frac{R}{2}, \qquad (34.2)$$

s. t. peegli fookus asub keskpunkti ja pooluse vahelise kauguse keskkohal.

Arvestades seost (34.2), võib sfäärilise peegli valemile anda teise kuju:

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f}. \qquad (34.3)$$

Kui valemites (34.1) ja 34.3) sisalduvaid suurusi a, k, R ja f mõõdetakse peegli pooluseni esemelt tuleva valguse langemise suunas, siis on otstarbekas lugeda neid kaugusi positiivseteks, vastupidisel juhul aga negatiivseteks. Niisuguse kokkuleppe korral on kaugus a alati positiivne, miinusmärk k juures viitab aga sellele, et kujutis on näiv, s. t. ta asetseb peegli pinna taga. Vastavalt sellele kokkuleppele tuleb kumerpeegli fookuskaugust f (kumerpeeglil on näiv fookus) ja järelikult ka tema pinna kõverusraadiust R lugeda negatiivseks.

Seda märkide reeglit on vaja muuta ainult mõnede spetsiaalsete ülesannete lahendamisel, kus sfäärilistele peeglitele langevad koonduvad valguskimbud. Neil juhtudel lõikuvad koonduvate kiirte pikendused mingis punktis peegli taga. Kui läbi selle punkti võtta tasand, mis on risti optilise peateljega, siis selle tasandi kaugust peegli pooluseni tulebki vaadelda eseme kaugusena k. Seejuures tuleb nii nõgus- kui ka kumerpeeglite korral võtta see kaugus miinusmärgiga ($k<0$). Ülejäänud suuruste kohta jääb märkida reegel endiseks.

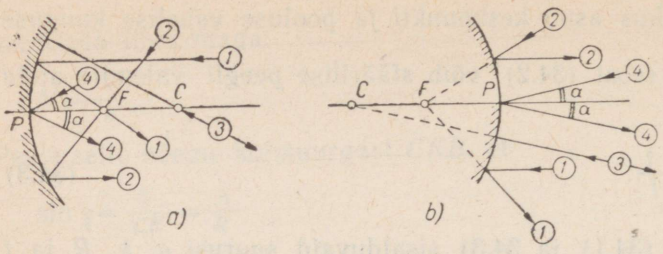
Kujutised sfäärilistes peeglites. Kui ese, mille kujutist me tahame leida, pole punktikujuline, siis on lihtsamatel juhtudel täiesti piisav, kui leida tema üksikute punktide kujutised.

Valemid (34.1) ja (34.3) lubavad peegli antud geomeetria ja eseme teatud asetuse korral määrata kujutise kaugust ja olemust — kas see on tõeline või näiv. Peale selle tuntakse tavaliselt huvi kujutise mõõtmete (suurendatud, vähendatud või võrdne eseme suurusega) ja orientatsiooni (päripidine või ümberpööratud) vastu. Neile küsimustele vastamiseks tuleb jälgida peeglile langevate ja sealt peegelduvate kiirte käiku.

Ei tohi unustada, et eseme iga punkt saadab peeglile palju kiiri — hajuva kiirekimbu, kuid punkti kujutise saamiseks on täiesti küllaldane, kui jälgida kõigest kahe kiire käiku. Kõige lihtsamateks kiirteks, nn. põhikiirteks, mida kasutatakse kujutiste konstrueerimisel, on järgmised neli (joon. 102, *a* ja *b*).

Kiir *1* on enne peeglile langemist paralleelne optilise peateljega. Pärast peegeldumist läbib ta peegli fookuse.

Kiir *2* on esimese pöördkiireks. Langemisel läbib ta peegli fookuse, pärast peegeldumist läheb aga paralleelselt optilise peateljega.



JOON. 102

Kiir *3*, mis läbib langemisel peegli keskpunkti, peegeldub läbi keskpunkti tagasi (selle kiire langemis- ja peegeldumisnurgad on mõlemad võrdsed nulliga).

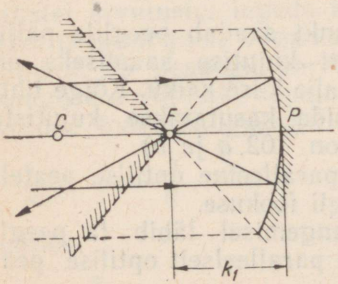
Kiir *4* langeb peegli poolusesse optilise peatelje suhtes nurga α all. Peegeldunud kiir on langenud kiirega optilise peatelje suhtes sümmeetriline. (Kui kiir langeb mitte peegli poolusesse, vaid tema pinna mingisse suvalisse punkti, siis on peegeldunud kiir langenud kiirega sümmeetriline langemispunkti läbiva optilise kõrvaltelje suhtes.)

Ülesanne. Sfäärilise nõguspeegli fookuskaugus on f. Esemed asuvad peeglist järgmistel kaugustel: 1) $a_1=\infty$, 2) $a_2=2f$, 3) $\infty>a_3>2f$, 4) $a_4=f$, 5) $2f>a_5>f$, 6) $a_6<f$. Määrata kõigil neil juhtudel kujutise kaugus, olemus, suurus ja orientatsioon ning ruuminurk, milles võib kujutist silmaga näha (lühiduse mõttes nimetame neid nurki vaatenurkadeks).

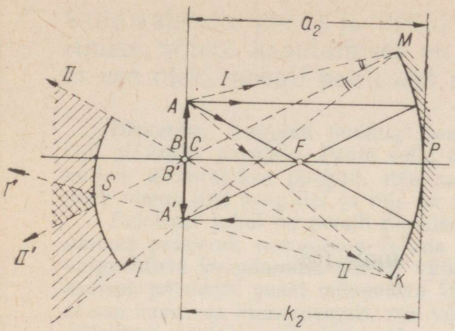
1. j u h t (joon. 103). Peegli fookuse definitsioonist järgneb, et kui langevad kiired on paralleelsed optilise peateljega, siis saadakse kujutis täpselt fookuses, s. o. $k_1=f$. See järeldub ka peegli valemist (34.3):

$$\frac{1}{\infty}+\frac{1}{k_1}=\frac{1}{f}$$

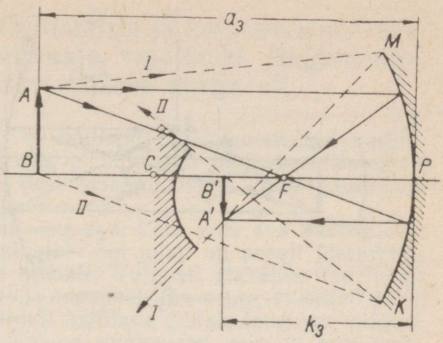
ehk $k_1=f$ (suurused f ja k_1 on positiivsed). Kui aga paralleelne kiirekimp langeb peeglile optilise peatelje suhtes nurga all, siis on küll $k_1=f$, kuid kujutis ei asetse fookuses, vaid fookust läbivas ning optilise peateljega risti asetsevas pinnas, nn. *peegli fokaaltasandis*. Kujutis on punktikujuline, ümberpööratud ja vähendatud, sest eseme mõõtmed tuleb ilmselt lugeda võrdseks kiirekimbu laiusega. Meenutame, et niisugust juhtu tegelikkuses ei esine (täiesti paralleelseid kiirekimpe pole olemas), kuid ta pakub huvi sel korral, kui kimp on nõrgalt hajuv, nii et teda võib lugeda ligikaudu paralleelseks. Ruuminurk, milles võib näha kujutist, on piiratud peegli äärelt peegeldunud kiirtega (joonisel 103 on



JOON. 103



JOON. 104



JOON. 105

need kiired kujutatud katkendjoonega, ruumilise vaatenurga lõige joonise tasapinnaga on aga viirutatud). Märgime, et vaatenurga suurus sõltub peeglit piirava ringjoone diameetrist (nn. peegli avast).

2. j u h t (joon. 104). Lihtsuse mõttes võtame esemeks noole AB, mis on risti peegli optilise peateljega ja mille punkt B ühtib peegli keskpunktiga C. Valemil (34.3) on $a_2=2f$ korral kuju

$$\frac{1}{2f}+\frac{1}{k_2}=\frac{1}{f},$$

millest $k_2=2f$, s. t. kujutis on tõeline ja asetseb peeglist niisama kaugel kui ese. Kujutise konstrueerimise järgi on kerge mõista, et kujutis on ümberpööratud ja võrdub suuruselt esemega. Vaatenurk on piiratud kiirega I, mis väljub eseme punktist A ning peegeldub peegli ülemiselt servalt M, ja kiirega II, mis väljub eseme punktist B ning peegeldub peegli alumiselt servalt K. Tuleb silmas pidada, et igast vaatenurga piires olevast punktist pole eseme kujutis tervikuna nähtav. Oeldu selgituseks valime kiire I' (väljub eseme punktist A ja peegeldub peegli alumiselt servalt K) ja kiire II' (väljub eseme punktist B ja peegeldub peegli ülemiselt servalt M). Nüüd on muidugi arusaadav, et kujutise punkt A' on nähtav vaid piirkonnas IAI' ja punkt B ainult piirkonnas $IIB'II'$. Kujutis $A'B'$ on tervikuna nähtav ainult punktides, mis asuvad ruuminurgas, mille lõige joonise tasapinnaga on joonisel 104 kahekordselt viirutatud. Punktidest, mis asetsevad väljaspool seda piirkonda (kuigi nad asuvad vaatenurga piires), on näha ainult kujutise $A'B'$ mingi osa.

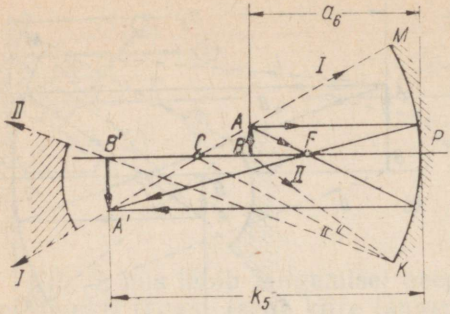
3. j u h t on esimese ja teise juhu vahepealne. Joonisel 105 esitatud konstruktsioon ja valem (34.3) viivad järeldusele, et $2f>k_3>f$, kujutis on tõeline, ümberpööratud ja vähendatud. Vaatenurk on piiratud punktis M peegeldunud kiirega I ja punktist K peegeldunud kiirega II. Piirkonda, mille punktidest eseme kujutis on nähtav tervikuna, võib leida analoogiliselt eelmise juhuga.

Eseme nihutamisel lõpmatusest peegli keskpunkti nihkub tema tõeline kujutis fookusest peegli keskpunkti, jäädes ümberpööratuks ja vähendatuks kuni eseme nihkumiseni peegli keskpunkti, kus kujutis on suuruselt võrdne esemega.

4. j u h t on esimesele vastupidine. Peegli valemi ja konstruktsiooni järgi leiame, et $k_4=\infty$, s. t. peegli fookuses asuva eseme kujutis tekib lõpmatuses.

5. j u h t on teise ja neljanda juhu vahepealne ja kolmandale vastupidine (joon. 106). Kujutise konstrueerimine on analoogiline eelmiste juhtudega (kiir I läbis peegli keskpunkti juhuslikult). Valemi (34.3) ja kujutise konstrueerimise järgi on selge, et $\infty>k_5>2f$, kujutis on tõeline, ümberpööratud ja suurendatud.

Seega võib järeldada, et eseme nihkumisel peegli keskpunktist fookusesse nihkub tema tõeline, ümberpööratud ja suurenev kujutis peegli keskpunktist lõpmatusse.



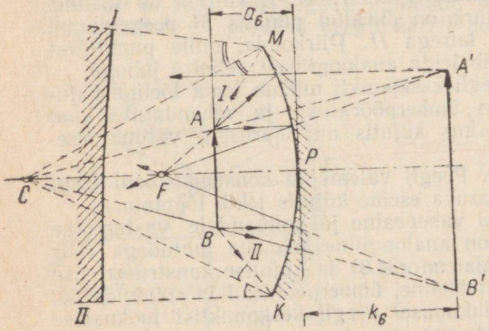
JOON. 106

6. juhul (joon. 107) saadakse päripidine ja suurendatud (võrrelge sarnaste kolmnurkade CAB ja $CA'B'$ vastavaid külgi AB ja $A'B'$) näiv kujutis (k_6 on negatiivne ja f ning a_6 positiivsed). Vaatenurga määravad endiselt kiired I ja II.

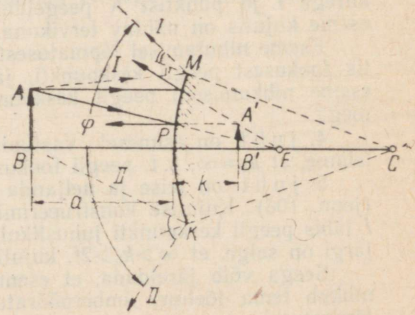
Jätame lugejale võimaluse viiendal ja kuuendal juhul leida vaatenurkade piires nende punktide piirkond, millest vaadatuna kujutis on nähtav tervikuna.

Joonis 108 illustreerib kujutise konstrueerimist sfäärilises kumerpeeglis, mille fookuskaugus f on negatiivne. Vaatenurk on sel joonisel tähistatud φ-ga. Pole raske veenduda, et eseme kujutis on tervikuna nähtav igast punktist, mis asetseb nurgas φ. Kumerpeeglis tekib tema ees seisvast esemest viimase asendist sõltumatult päripidine ja vähendatud näiv kujutis (k on negatiivne). Sfääriline kumerpeegel võib tõelist kujutist anda erijuhtudel, kus optilise süsteemi koostisosaks olevale peeglile langeb koonduv valguskimp.

Sfäärilise peegli valemi analüüs ja ühtse meetodi kasutamine kujutiste konstrueerimisel peeglites lubab teha järeldusi mitmesuguste peeglite kasutamise kohta konkreetsetel juhtudel. Esemed võivad peegli optilise peatelje suhtes paikneda mitmeti, nad võivad olla mitmemõõtmelised ja optilise telje suhtes kaldu. Ükski eseme punkt ei pruugi asuda optilisel peateljel, nagu see oli konstrueerimise lihtsuse mõttes meie poolt vaadeldud juhtudel.



JOON. 107



JOON. 108

Kuid valemite (34.1) ja (34.3) rakendamisel ja kujutise konstrueerimise võtete kasutamisel on tingimata vajalikuks tingimuseks, et ese oleks peegli poolusest nähtav väikese nurga all.

Ülesanne. Lugejad muidugi teavad, et okulistid ja stomatoloogid kasutavad sfäärilisi peegleid. Peale selle on teada, et autobussi juhikabiini paremale küljele kinnitatakse peeglid, mis sageli pole tasapinnalised. Missugune kuju peab olema neil peeglitel ja mis on nende otstarve?

Esimesel juhul on peegli pooluse asukohas ava. Läbi selle ava vaatleb arst näiteks patsiendi silmapõhja (silma võrkkesta). Sel juhul on peegli ülesandeks valguskiirte koondamine küllalt väiksele pinnale. Valgusti (tavaline laualamp) asetseb patsiendi peast mõnevõrra kõrval ja tagapool. On selge, et antud juhul ei saa kasutada kumerpeeglit, mis võib ainult hajutada temale langevat valgust. Järelikult peab peegel olema nõgus ja töötama tingimustel, mis on analoogilised joonisel 105 toodud tingimustega. Valgusallikas (AB) peab asuma peegli keskpunkti taga, vaadeldav objekt aga keskpunkti ja fookuse vahel. Täiesti arusaadavatel põhjustel ei saa peeglit, mille pooluses asub arsti silm, lähendada vaatlusobjektile lähemale kui mõnikümmend sentimeetrit (umbes 20—30 cm). Seetõttu on niisuguste peeglite fookuskaugus ligikaudu 20 cm.

Hambaarstid kasutavad peegleid, mille ülesandeks on silmaga otseselt mittenähtavatest objektidest (näiteks purunenud email hamba siseküljel) suurendatud kujutise andmine. Kumerpeegel, mis annab alati vähendatud kujutise, on selleks otstarbeks kasutu. Pealegi peab kujutis arusaadavalt olema päripidine. Seepärast peab vaatlusobjekt asuma nõguspeegli fookuse ja pooluse vahel (vt. joon. 107). Mida väiksem on seejuures peegli fookuskaugus, seda suurem (kõikide teiste tingimuste võrdsusel) tuleb kujutis. Niisuguste peeglite fookuskaugus kõigub mõne sentimeetri piires.

Autobussi juhikabiini peegel peab muidugi andma tagumise ukse juures asuvate reisijate päripidise kujutise. Näib, et seda tingimust võiksid täita nii nõgusad (vt. joon. 107) kui ka kumerad (vt. joon. 108) peeglid. Kuid mille poolest erinevad kujutised nendel kahel juhul? Esimesel juhul peab peegli fookus asetsema tagumisest uksest kaugemal, nii et ese asuks fookuse ja peegli vahel (muidu ei teki päripidist kujutist!). Seejuures on kujutis suurendatud, nii et juhikabiinist näeb juht tagumise ukse lähedase piirkonna suurendatud kujutist (näiteks ainult ühte astet ja sellele astuva reisija jalga). Juhil on aga vaja näha olulisemat — kas tagumise ukse juures on palju reisijaid, kas nad kõik astusid autobussi. Seega peame peeglis nägema tagumise ukse juures hoopis suuremat piirkonda. Selleks peab peegel olema kumer. Just niisugune peegel võimaldab bussijuhil näha reisijaid, kes jäävad tagumisest uksest mõne meetri kaugusele, ja pidurdada autobussi vastutulelikult reisijate kohal.

Ülesanne. Sfääriline nõguspeegel annab esemest tõelise, 3 korda vähendatud kujutise. Määrata peegli fookuskaugus, kui eseme ja kujutise vaheline kaugus $l=20$ cm.

Analüüsides ülesande tingimusi, tuleme järeldusele, et ese AB peab asetsema peegli keskpunkti taga, tema tõeline vähendatud kujutis $A'B'$ aga fookuse ja keskpunkti vahel (joon. 109). Olgu eseme kõrgus H ja tema kujutise kõrgus h, siis ülesande tingimuste kohaselt

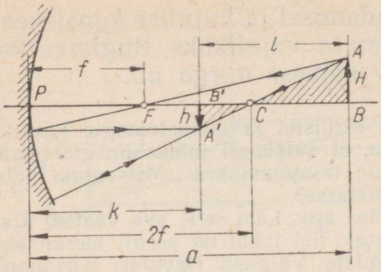
$$\frac{H}{h}=3.$$

Lahendades võrrandi (34.3) fookuskauguse suhtes, saame:

$$f=\frac{ak}{a+k}.$$

Peale selle järeldub ülesande tingimustest, et

$$a=l+k.$$



JOON. 109

Kasutades kaht viimast võrrandit, võime fookuskauguse f väljendada antud suuruse l ja ühe tundmatu suuruse k kaudu:

$$f = \frac{(l+k)k}{l+2k}.$$

Suuruse k määramisel lähtume järgmistest kaalutlustest. Täisnurksed kolmnurgad ABC ja $A'B'C$ on sarnased, järelikult

$$\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C}$$

ehk

$$\frac{H}{h} = \frac{a-2f}{2f-k}.$$

Teisendame seda võrrandit, lisades mõlemale poole ühe:

$$\frac{H}{h} + 1 = \frac{a-2f}{2f-k} + 1.$$

Pärast parempoolse osa ühisele nimetajale viimist ja lihtsustamist saame:

$$\frac{H}{h} + 1 = \frac{a-k}{2f-k}.$$

Arvestades, et $a-k=l$, saame võrrandi

$$\frac{H}{h} + 1 = \frac{l}{2f-k}.$$

Asetades saadud võrrandisse fookuskauguse väärtuse (väljendatuna suuruste l ja k kaudu), saame pärast teisendamist:

$$k = \frac{l}{\frac{H}{h} - 1}.$$

Teades, et $l=20$ cm ja $H/h=3$, saame:

$$k = \frac{20}{3-1} = 10 \text{ cm}.$$

(Me arvutasime tundmatu suuruse k väärtuse ainult selleks, et vabaneda kohmakast arvutusvalemist f jaoks.) Nüüd leiame lõpuks, et fookuskaugus

$$f = \frac{(20+10)10}{20+2\cdot 10} = 7{,}5 \text{ cm}.$$

3. Valguse läbiminek erinevate läbipaistvate keskkondade eralduspiirist

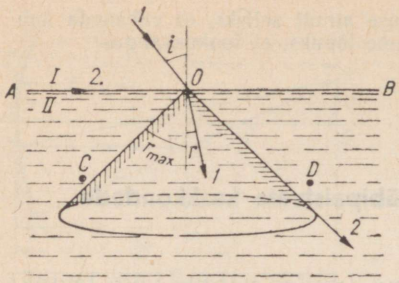
Valguse peegeldumisel läbipaistva (milles valgus võib levida) ja läbipaistmatu keskkonna eralduspiirilt muutub ainult valguslaine levimiskiiruse suund. Kiiruse väärtus ei muutu, kui peegeldunud kiir levib sellessamas keskkonnas, milles ta langes (ainult niisuguseid juhte me käsitlesimegi eelmises paragrahvis). Valguse peegeldumine sõltub peegeldava pinna kvaliteedist (seetõttu räägime kas *korrapärasest peegeldumisest* ideaalselt siledalt pinnalt või *difuussest peegeldumisest* konarlikult pinnalt). Peegeldava keskkonna aine meid lihtsamatel juhtudel ei huvita. Kuigi aine mõjutab peegeldumist, ei muuda ta peegelduvate kiirte suunda. Erinevatest ainetest peeglid neelavad langeva valguslaine energiat erinevalt ja seetõttu on ka kujutised erineva heledusega.

Kui meid aga huvitab valguskiirte käik kahe läbipaistva keskkonna eralduspiiril, siis tuleb nende keskkondade optiliste omaduste erinevust arvestada isegi geomeetrilise optika ülesannete lahendamisel (levimise suund, kujutiste saamine jne.). Pööramata tähelepanu valgusenergia neeldumisele, rajame omad arvutused murdumisseadustele.

Peale geomeetriliste andmete, nagu näiteks murdvale pinnale langeva kiire suund, langemisnurk, langeva valguskimbu laius jm., huvitab meid veel valguse kiirus neis keskkondades. Nagu eespool on juba öeldud, saab neid kiirusi määrata keskkondade murdumisnäitajate (absoluutse ja suhtelise) abil.

Meenutame, et erinevate läbipaistvate keskkondade eralduspiiril muutub hüppeliselt valguslaine levimiskiiruse väärtus ja seetõttu ka valguse lainepikkus. Võib lugeda, et elementaarfüüsika kõigis optikaülesannetes on valguslaine elektromagnetiliste võnkumiste sagedus või periood määratud allika omadustega, ega sõltu keskkonnast, milles valgus levib!

Vaatleme valguskiirte käiku kahe läbipaistva keskkonna *I* ja *II* tasapinnalisel eralduspiiril. Olgu *I* keskkonnaks lihtsuse mõttes õhk (valguse kiirused õhus ja tühjuses erinevad väga vähe, õhu absoluutne murdumisnäitaja on normaaltingimustel 1,000292) ja teiseks keskkonnaks vesi, mille murdumisnäitaja on n (joon. 110). Valguskiir (kitsas valguskimp!) langeb nurga i all eralduspiirile AB punktis O. (Juhu $i=0$ jätame kõrvale, sest sel korral, nagu juba märgitud, valguse levimissuund ei muutu.) Murdumisel kiire



JOON. 110

suund muutub, kusjuures kiire murdumisnurga r võib arvutada võrrandist (29.4), arvestades, et vaadeldaval juhul $v_I/v_{II}=n$:

$$\sin r=\frac{1}{n}\sin i.$$

Siit järgneb, et kiire murdumisnurk r teises keskkonnas on väiksem sellesama kiire langemisnurgast esimeses keskkonnas. Kui teise keskkonna absoluutne murdumisnäitaja on esimese keskkonna absoluutsest murdumisnäitajast suurem, siis räägitakse, et teine keskkond on esimese suhtes optiliselt tihedam. Maksimaalne murdumisnurk on leitav tingimusest $\sin i=1$ (s. t. $i=\frac{\pi}{2}$). Sel juhul

$$\sin r_{\text{maks.}}=\frac{1}{n};$$

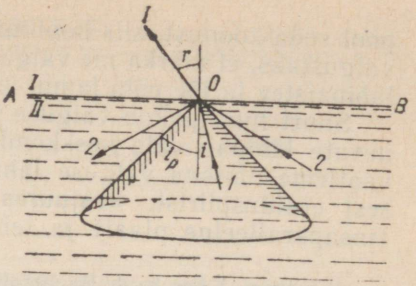
et aga $n>1$ (vee murdumisnäitaja $n=1{,}333$), siis $r_{\text{maks.}}<\frac{\pi}{2}$. Vaadeldaval juhul leiame, et $r_{\text{maks.}}\cong 48°=0{,}838$ rad.

Seega mistahes suunas eralduspiiri õhk-vesi punkti O langevad valguskiired levivad vees ainult punkti O toetuva koonuse piirides, mille tipunurk on $2r_{\text{maks.}}$.

Kujutleme, et eralduspiiriks AB on läbipaistmatu jääga kaetud veepind jõel. Punktis O on jäässe puuritud väike auk. Kas punktis C (või D) asuv tuuker näeb jõe kohal lendavat lennukit? Kui vesi jões on absoluutselt läbipaistev (vees pole valgust hajutavaid osakesi), siis ei näe punktis C või D asuv tuuker mitte ainult lennukit, vaid üldse mitte valgust. Ta võib näha jääaugu kohal toimuvat ainult sel juhul, kui ta asub joonisel 110 viirutatud koonuse piires.

Võib järeldada, et kui valgus levib läbi tasapinnalise eralduspiiri optiliselt hõredamast keskkonnast optiliselt tihedamasse, siis tihedamas keskkonnas valguskimbu ruuminurk väheneb.

Tähelepanu väärib ka valguse üleminek tihedamast keskkonnast hõredamasse. Olgu nendeks keskkondadeks endiselt vesi



JOON. 111

(mille murdumisnäitaja on n) ja õhk (joon. 111). Nüüd tuleb murdumisseadus kirjutada kujul

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_{II}}{v_I} = \frac{1}{n}, \qquad (34.5)$$

sest murdumisnäitaja n võrdub õhus ja vees leviva valguse kiiruste suhtega:

$$n = \frac{v_1}{v_{II}}.$$

Et $n > 1$, siis järgneb võrrandist (34.5), et $r > i$. Veest õhku mineva valguskiire murdumisnurk ei või aga olla suurem kui $\pi/2$. Kuidas käituvad kiired, mis langevad punkti O erinevate nurkade i all? Optiliselt hõredamasse keskkonda (õhku) võivad väljuda ainult need kiired (asuvad joonisel 111 viirutatud koonuse piires), mille langemisnurk i on väiksem teatud piirväärtusest i_p, mis on leitav võrrandist (34.5) juhul, kui $r = \pi/2$:

$$\sin i_p = \frac{1}{n}. \qquad (34.6)$$

Nurka i_p nimetatakse *täieliku sisepeegelduse piirnurgaks.*

Kui kiirte langemisnurgad eralduspiiril vesi-õhk on väiksemad kui i_p, siis murduvad need kiired õhku. Kui aga langemisnurk $i > i_p$, siis murdumist üldse ei teki ja kiir peegeldub eralduspiirilt vastavalt peegeldumisseadustele (kiir *2* joonisel 111). Niisugust kiirte peegeldumist optiliselt hõredama keskkonna eralduspiirilt nimetatakse *täielikuks sisepeegelduseks.*

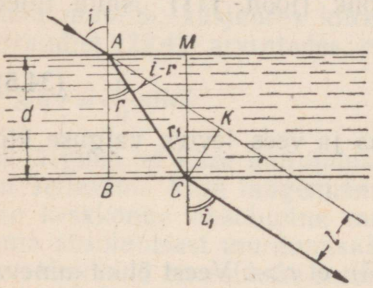
Märgime, et seda nähtust täheldatakse ainult eralduspiiril «optiliselt tihedam keskkond — optiliselt hõredam keskkond» (mitte aga ümberpöördult!) kiirte langemisnurkade korral, mis on piirnurgast suuremad.

Pole raske arvutada, et eralduspiiri vesi-õhk korral $i_p \cong 48° = 0{,}838$ rad. Järelikult lähevad joonisel 111 punktis O veest õhku ainult need kiired, mis levivad vees tipuga punkti O toetuva koonuse piires, mille tipunurk on $2i_p$. Vaadates läbi jääs oleva augu O mainitud tuukri lambi valgust, näeme seda ainult siis, kui lamp asub joonisel 111 viirutatud koonuses. Kui aga lamp asub väljas-

pool seda koonust, siis hoolimata sellest, millises suunas ta ka ei valgustaks, ei märka me valgust (eeldusel, et vesi on absoluutselt läbipaistev ja jõe põhi lambi valgust ei peegelda).

Suurt huvi pakub valguse järjestikune läbiminek mitmest erinevate läbipaistvate keskkondade eralduspiirist. Lihtsuse mõttes vaatleme näitena valguse läbiminekut ainult kahest tasapinnalisest eralduspiirist, kusjuures eraldůspinnad olgu paralleelsed (tasaparalleelne plaat) ja teineteise suhtes kaldu (prisma).

Ülesanne. Õhus asub tasaparalleelne klaasplaat, mille aine murdumisnäitaja on n ja paksus d. Valguskiire langemisnurk on i (joon. 112). Kuidas muutub kiire käik pärast plaadi läbimist?



JOON. 112

Kirjutame võrrandi (29.4) kiire murdumise kohta punktides A ja C:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \quad \frac{\sin r_1}{\sin i_1} = \frac{1}{n}.$$

Et $r_1 = r$ (paralleelide AB ja CM ning lõikaja AC vahelised vastavad nurgad), siis

$$i_1 = i,$$

s. t. plaati läbinud kiir on langeva kiirega paralleelne, kuid nihutatud langeva kiire suuna suhtes kauguse l võrra.

Kolmnurgast ACK leiame, et

$$l = CK = AC \sin (i - r).$$

Lõigu AC pikkuse võib määrata kolmnurgast ABC:

$$AC = \frac{d}{\cos r},$$

millest järeldub, et

$$l = d \frac{\sin (i - r)}{\cos r}.$$

Arvestades, et $\sin r = \frac{1}{n} \sin i$, teisendame selle võrrandi nurgafunktsioone trigonomeetria tuntud seaduste abil:

$$\cos r = \sqrt{1 - \sin^2 r} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 i}{n^2}} = \frac{\sqrt{n^2 - \sin^2 i}}{n};$$

$$\sin(i-r)=\sin i\cos r-\cos i\sin r=\sin i\,\frac{\sqrt{n^2-\sin^2 i}}{n}-\sqrt{1-\sin^2 i}\,\frac{\sin i}{n}=$$

$$=\frac{\sin i}{n}\left(\sqrt{n^2-\sin^2 i}-\sqrt{1-\sin^2 i}\right).$$

Nüüd pole raske saada avaldist

$$l=d\sin i\left(1-\sqrt{\frac{1-\sin^2 i}{n^2-\sin^2 i}}\right).$$

Kiire nihe tasaparalleelse plaadi läbimisel sõltub plaadi paksusest d, plaadi aine murdumisnäitajast n ja kiire langemisnurgast i.

Tuletades meelde murdumisnäitaja dispersiooni (p. 3, § 29), peame rõhutama, et kui valguskiirgus sisaldab erineva sagedusega laineid, siis on ka plaadi aine murdumisnäitaja nende lainete jaoks erinev.

Järelikult võib liit- ehk polükromaatset valgust lahutada spektriks ka tasaparalleelse plaadiga.

Ülesanne. Raske flintklaasi murdumisnäitajad punaste ja violetsete kiirte jaoks on $n_p=1{,}643$ ja $n_v=1{,}685$. Määrata valguse lainepikkused λ_p' ja λ_v' klaasis, kui vastavad lainepikkused õhus on $\lambda_p=6{,}708\cdot 10^{-5}$ cm ja $\lambda_v=4{,}047\cdot 10^{-5}$ cm. Kui paks peab olema raskest flintist tasaparalleelne plaat, et talle läbi kitsa pilu langev paralleelne polükromaatne valguskimp, mis langeb nurga all $i=\frac{\pi}{6}$ rad, annaks ekraanil $a=1$ cm laiuse spektraalpildi (nii et vikerkaarevärvilise riba punase ja violetse otsa vaheline kaugus oleks 1 cm), kui ekraan asetseb vahetult plaadi taga ja on väljuva valguskimbuga risti?

Lainepikkuse definitsioonist [vt. valem (28.1)] järgneb, et λ on võrdeline laine levimiskiirusega antud keskkonnas. Ülesande tingimustega antud murdumisnäitajad n_p ja n_v võrduvad vastavalt õhus ja klaasis võetud lainete levimiskiiruste jagatisega. Lainepikkused klaasis on määratud avaldistega

$$\lambda_p'=\frac{\lambda_p}{n_p},$$

$$\lambda_v'=\frac{\lambda_v}{n_v},$$

millest

$$\lambda_p'=\frac{6{,}708\cdot 10^{-5}}{1{,}643}=4{,}08\cdot 10^{-5}\text{ cm}$$

ja

$$\lambda_v'=\frac{4{,}047\cdot 10^{-5}}{1{,}685}=2{,}4\cdot 10^{-5}\text{ cm}.$$

Juhime tähelepanu, et punaste kiirte lainepikkus klaasis λ_p' on väga lähedane violetsete kiirte lainepikkusele õhus λ_v. See ei tähenda aga hoopiski, et klaasi sattuv violetne kiir muutuks punaseks! Lainete omadused, sealhulgas ka valguse värvus, sõltuvad vastavate elektromagnetiliste lainete sagedusest, nende lainepikkus aga keskkonnast.

Et raske flindi murdumisnäitajad punaste ja violetsete kiirte jaoks on erinevad, siis kooskõlas eelmise ülesande vastusega erinevad klaasist väljumisel ka nende kiirte nihked l_v ja l_p. Nende nihete vaheline kaugus ongi spektraalpildi laiuseks ekraanil:

$$a=l_v-l_p=d\sin i\left(1-\sqrt{\frac{1-\sin^2 i}{n_v^2-\sin^2 i}}\right)-d\sin i\left(1-\sqrt{\frac{1-\sin^2 i}{n_p^2-\sin^2 i}}\right)=$$

$$= d \sin i \sqrt{1-\sin^2 i} \left(\frac{1}{\sqrt{n_p^2-\sin^2 i}} - \frac{1}{\sqrt{n_v^2-\sin^2 i}} \right),$$

millest saame valemi plaadi paksuse d arvutamiseks:

$$d = \frac{a\sqrt{(n_p^2-\sin^2 i)(n_v^2-\sin^2 i)}}{\sin i \sqrt{1-\sin^2 i} \left(\sqrt{n_v^2-\sin^2 i} - \sqrt{n_p^2-\sin^2 i} \right)}.$$

Suuruse d dimensioon ühtib a dimensiooniga, sest selle avaldise teised liikmed on dimensioonita. Arvutamisel leiame, et paksus $d \cong 138$ cm.

Juhime tähelepanu vastuvõtueksamil esinevale tüüpilisele veale: abiturient arvavad mõnikord, et «tasaparalleelne plaat ei anna «valge» valguse spektraalset laotust».

«Valge» (ehk polükromaatilise) valguse koosseisus on terve rida erineva sagedusega elektromagnetilisi võnkumisi, millede jaoks antud plaadi aine murdumisnäitajad on erinevad. Seetõttu jaotub valgus tasaparalleelse plaadi läbimisel samuti spektriks, nagu valguse läbiminekul kesskondade eralduspiirist.

Hoopis teine küsimus on see, kas meil õnnestub seda spektraalpilti näha. Kui plaat on täiesti tasaparalleelne ja me vaatleme läbivat valgust, siis erivärvilised kiired, mis plaadist väljumisel on nihkunud langeva kiire suunast erinevatele kaugustele l, langevad silma paralleelse kiirekimbuna. Silma võrkkestal fikseeritakse niisugune silma poolt fokuseeritud kimp ühe valge, mittevärvilise punktina, mistõttu me värvilist pilti ei näegi.

Kui aga tasaparalleelsest plaadist väljunud valguskimbu teele asetada difuusselt hajutav ekraan (nagu oli ette nähtud viimase ülesande tingimustega), siis näeb silm seal spektraalpilti, sest erivärvilistest osadest väljuvad hajuvad valguskimbud, mis fokuseeritakse võrkkestal erinevates punktides. Arvutustest järeldub, et efekt on märgatav tunduva paksusega plaadi korral.

Et punaste ja violetsete kiirte murdumisnäitajate vahe on tavalise aknaklaasi ja raske flindi korral umbes võrdne, kuid aknaklaasi paksus on kõigest mõni millimeeter, siis on selge, miks me esemete vaatlemisel läbi aknaklaasi ei näe vikerkaarevärvilisi ääri. Nad on liiga kitsad, et meie silm neid märkaks.

Ülesanne. Leida kolmetahulises prismas murdunud kiire kaldenurk δ kiire esialgse levimissuuna suhtes, kui prisma murdev nurk α (nurk murdvate pindade vahel) ja tahule langeva kiire langemisnurk i on väikesed (joonisel 113 on nurgad i ja α esitatud suurtena ainult joonise parema ilmekuse nimel). Prisma asub õhus ja ta on valmistatud läbipaistvast ainest, mille murdumisnäitaja on n.

Kasutades tuntud fakti, et nelinurga sisenurkade summa on 2π rad, võib nelinurga $AECD$ kohta kirjutada:

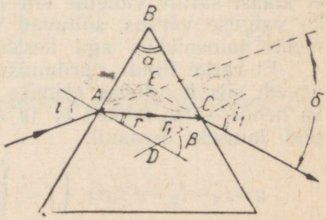
$$(\pi-\delta)+i+(\pi-\beta)+i_1=2\pi,$$

millest

$$\delta = i + i_1 - \beta. \qquad (a)$$

Nelinurgas $ABCD$ on nurgad BAD ja BCD täisnurgad, s. t.

$$\alpha + \frac{\pi}{2} + (\pi-\beta) + \frac{\pi}{2} = 2\pi$$



JOON. 113

ehk

$$\beta=\alpha. \tag{b}$$

Murdumisseaduse alusel võib punktide A ja C kohta kirjutada:

$$\frac{\sin i}{\sin r}=n,$$

$$\frac{\sin r_1}{\sin i_1}=\frac{1}{n},$$

millest

$$\sin i=n\sin r, \tag{c}$$

$$\sin i_1=n\sin r_1. \tag{d}$$

Et nurk β on kolmnurga ACD välisnurgaks, siis

$$\beta=r+r_1$$

ehk, arvestades võrdust (b),

$$\alpha=r+r_1. \tag{e}$$

Kiire langemisnurk i on ülesande tingimuste kohaselt väike ja seetõttu on võrrandi (c) järgi väike ka nurk r. Peale selle oli ülesandes tingimuseks, et ka murdev nurk α on väike, mistõttu võrrandi (e) põhjal peab ka r_1 olema väike. Nüüd aga järgneb võrrandist (d), et ka nurk i_1 on väike. Järelikult võib võrrandid (c) ja (d) asendada ligikaudsete, kuid lihtsamate võrranditega

$$i=nr, \tag{f}$$

$$i_1=nr_1. \tag{g}$$

Arvestades seoseid (b), (f) ja (g), avaldub otsitav kaldenurk δ järgmiselt:

$$\delta=nr+nr_1-\alpha=n(r+r_1)-\alpha.$$

Arvestades veel võrdust (e), leiame lõplikult, et

$$\delta=n\alpha-\alpha=\alpha(n-1), \tag{34.7}$$

s. t. kiire kaldenurk δ sõltub prisma murdvast nurgast ja aine murdumisnäitajast n. Ärgem unustagem, et seos (34.7) kehtib ainult väikeste nurkade i ja α korral. Kui see tingimus pole täidetud, siis võib prismat läbinud kiire kaldenurka kõige üldisemal juhul leida võrranditest (a), (b), (c), (d) ja (e) koosneva süsteemi lahendamisel.

Arusaadavalt muudab prisma mitte ainult valguskiirte suunda, vaid lahutab need ka spektriks, kui kiirtele vastavate elektromagnetiliste lainete sagedus on erinev. Põhjuseks on jällegi antud aine murdumisnäitaja sõltuvus kiirte värvusest (võnkesagedusest!).

Kui prisma on valmistatud raskest flindist (vt. eelmist ülesannet), tema murdev nurk on 5° ja ta asetseb õhus, siis on punaste ja violetsete kiirte kaldenurgad väikese nurga all langeva polükromaatilise kiire esialgse levimissuuna suhtes vastavalt

$$\delta_p=5(1{,}643-1)=3{,}22°$$

ja

$$\delta_v=5(1{,}685-1)=3{,}43°.$$

Seejuures on prismast väljuvate punaste ja violetsete kiirte vaheline nurk umbes 12,6′, nii et näiteks 2 m kaugusel prisma taga tekib väljuvate kiirtega risti asetseval (ligikaudu) ekraanil spektraalpilt, mille laius

$$a=l\tan(\delta_v-\delta_p)=2\tan 12{,}6'=0{,}0072\text{ m}=7{,}2\text{ mm}.$$

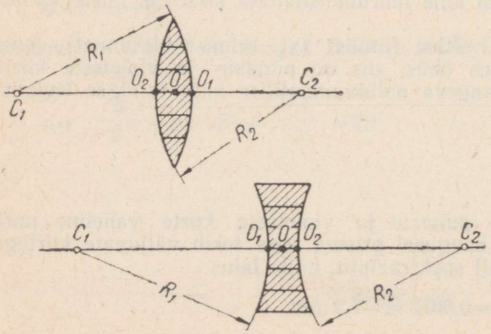
4. Kujutiste saamine läätsedega

Paljude optiliste süsteemide elementideks on läätsed — kõverate murdvate pindadega piiratud läbipaistvad kehad. Üldjuhul võib nende pindade kuju olla mitmesugune (silindriline, sfääriline, paraboolne jne.), kuid lihtsuse mõttes vaatleme vaid kahe murdva sfäärilise pinnaga (kaksikkumer, kaksiknõgus, nõguskumer, kumernõgus) või ühe sfäärilise ja ühe tasapinnaga (tasakumer, tasanõgus) piiratud õhukesi läätsi.

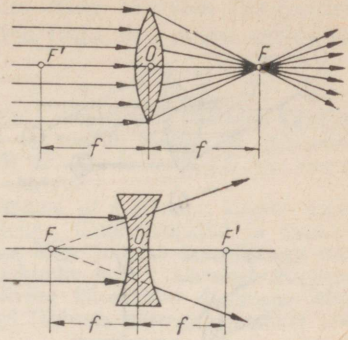
Kiirte käigu analüüsil läätsedes võib läätse ristlõiget kujutada erinevate murdvate nurkadega prismade ristlõigete kogumina. Joonisel 114 on kujutatud kaksikkumera ja kaksiknõgusa läätse lõige, kus R_1 ja R_2 tähendavad murdvate sfääriliste pindade raadiusi, C_1 ja C_2 aga nende pindade geomeetrilisi keskpunkte. Füüsika elementaarkursuses vaadeldakse ainult *õhukesi läätsi*, mille sfääriliste segmentide tippude O_1 ja O_2 vaheline kaugus on sfääriliste pindade raadiustega võrreldes väike. Seejuures võib lugeda, et punktid O_1 ja O_2 langevad praktiliselt kokku ja asuvad punktis O, mida nimetatakse *läätse optiliseks keskpunktiks*. Optilisest keskpunktist arvestatakse kõiki kaugusi, mis on vajalikud läätse abil tekitatava kujutise arvutamisel.

Läätse optilist keskpunkti läbivat mistahes sirget nimetatakse *läätse optiliseks teljeks*. Telg, millel asetsevad murdvate pindade keskpunktid, kannab *optilise peatelje* nime (erinevalt teistest, mida nimetatakse *optilisteks kõrvaltelgedeks*).

Punkti optilisel peateljel, kus lõikuvad läätses murdunud kiired (või nende pikendused), mis enne läätsele langemist olid paralleelsed optilise peateljega, nimetatakse *läätse fookuseks* F, kaugust fookusest kuni optilise keskpunktini aga *fookuskauguseks* f. Igal läätsel on kaks fookust, sest ta võib murda temale mõlemalt poolt langevaid valguskiiri. Langevate kiirte poolset fokust nimetame *eesmiseks* ja murdunud kiirte poolset *tagumiseks fookuseks*. Kui fookuses lõikuvad läätse läbinud reaalsed kiired, siis on fookus *tõeline* ja vastav lääts *koondav*. Kui aga fookuses lõikuvad



JOON. 114



JOON. 115

murdunud kiirte mõttelised pikendused, siis on fookus *näiv* ja lääts *hajutav* (joon. 115). Fookust läbivat pinda, mis on läätse optilise peateljega risti, nimetatakse *fokaaltasandiks*. Fokaaltasandeid on läätsel kaks — *eesmine* ja *tagumine*.

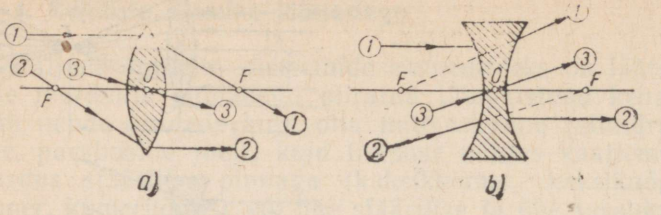
Olgu a eseme kaugus läätsest (läätse optilisest keskpunktist) ja k eseme kujutise kaugus läätsest, siis võib nende kauguste ja läätse fookuskauguse f vahelise seose kirjutada valemina

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{k}=\frac{1}{f}, \tag{34.8}$$

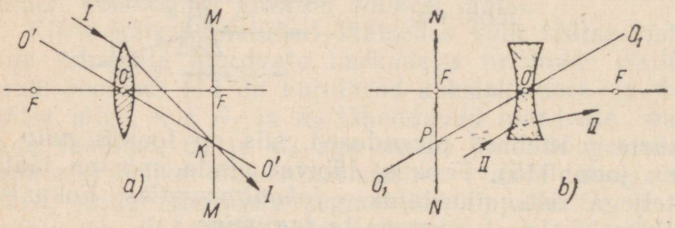
mis kujult ühtib sfäärilise peegli valemiga (34.3). Valemit (34.8) nimetatakse *õhukese läätse valemiks*. Selle valemi tuletuskäiku me siin ei esita.

Lepime kokku valemis (34.8) esinevate suuruste märkide suhtes. Kaugust a läätsest esemeni loeme alati positiivseks ($a>0$). Koondava läätse fookuskaugust loeme positiivseks ($f>0$), hajutava läätse fookuskaugust aga negatiivseks ($f<0$). Kui valemi (34.8) järgi tehtud arvutuses tuleb kujutise kaugus positiivne ($k>0$), siis tähendab see, et *kujutis on tõeline* ja asetseb esemega võrreldes teisel pool läätse; kui kaugus k on negatiivne ($k<0$), siis on *kujutis näiv* ja asetseb samal pool läätse kus esegi. Niisuguse kokkuleppe korral saab läätse valemi abil mitte ainult kiiresti leida ühte kolmest temas esinevast suurusest kahe teise antud suuruse järgi, vaid ka määrata kujutise olemust. Märkide reeglit tuleb pisut muuta, kui koondavale või hajutavale läätsele langeb koonduv valguskimp. Sel juhul loetakse kaugust k negatiivseks ($k<0$) ja mõõdetakse läätse optilisest keskpunktist kuni tasandini, mis on risti optilise peateljega ja läbib punkti, kus lõikuvad läätsele langenud kiirte pikendused.

Rõhutame, et valem (34.8) kehtib ainult õhukese läätse korral, millele langeb läätse optilise teljega väikest nurka moodustav kiirekimp (paraksiaalne kimp) tingimusel, et kiirte langemispunktide kaugus läätse optilisest keskpunktist on väike.



JOON. 116



JOON. 117

Eseme mingi punkti kujutise leidmiseks piisab, kui jälgida kahe suvalise kiire käiku enne läätsele langemist ja pärast murdumist selles. Eseme kujutise võib aga leida eseme üksikute punktide kujutiste kogumina.

Väga sobivateks «põhikiirteks» kujutise leidmisel on järgmised (joon. 116, *a* ja *b*).

Kiir *1* langeb läätsele paralleelselt optilise peateljega. Pärast koondavas läätses murdumist läbib see kiir läätse tagumise fookuse. Pärast hajutavas läätses murdumist hajub kiir nii, et tema pikendus läbib läätse eesmise fookuse.

Kiir *2* on teatud määral kiire *1* «pöördkiireks». Enne koondavale läätsele langemist läbib kiir tema eesmise fookuse ja levib pärast läätses murdumist paralleelselt optilise peateljega. Enne niisuguse kiire langemist hajutavale läätsele läbib kiire pikendus läätse tagumise fookuse, murdunud kiir on aga paralleelne optilise peateljega.

Kiir *3* läheb läbi läätse optilise keskpunkti ega kaldu kõrvale. Kummagi murdva pinna osi võib niisuguste kiirte korral lugeda paralleelseteks ja teineteise lähedal asuvaiks, sest lääts on õhuke (kiir läheb nagu läbi õhukese tasaparalleelse plaadi).

Peale selle kasutatakse kujutise konstrueerimisel õhukestes läätsedes tihti kiiri, mis on paralleelsed mingi optilise kõrvalteljega. Nii lõikab kiir *I*, mis on paralleelne koondava läätse optilise kõrvalteljega $O'O'$ (joon. 117, *a*), läätse tagumist fokaaltasandit MM kõrvalteljega ühes ja sellessamas punktis K. Iga teine kiir, mis on paralleelne teljega $O'O'$, lõikab tagumist fokaaltasandit samuti punktis K. Kiir *II* (joon. 117, *b*), mis enne hajutavale läätsele langemist levis paralleelselt tema kõrvalteljega O_1O_1, läheb pärast murdumist nii, et tema pikendus lõikab eesmist fokaaltasandit NN punktis P, kus seda tasandit lõikab ka opti-

line kõrvaltelg O_1O_1. Iga teine kiir, mis enne läätsele langemist oli paralleelne teljega $O_{II}O_1$, levib läätse taga nii, nagu oleks ta väljunud punktist P.

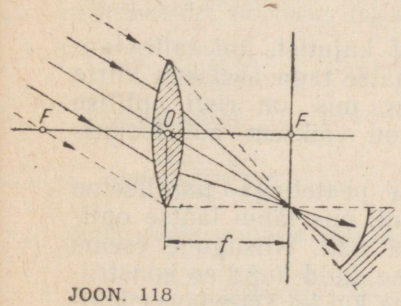
Ülesanne. Koondava läätse fookuskaugus on f. Leida selle läätsega saadud eseme kujutise asukoht, olemus, orientatsioon ja suurus järgmistel juhtudel: 1) $a_1=\infty$; 2) $a_2=2f$; 3) $\infty>a_3>2f$; 4) $a_4=f$; 5) $2f>a_5>f$; 6) $a_6<f$. Kui suure ruuminurga piires («vaatenurgas») on kujutis nähtav?

1. juht (joon. 118). Valemi (34.8) järgi leiame, et $k_1=f$, s. t. kujutis asub läätse tagumises fokaaltasandis. Kujutis on tõeline, ümberpööratud ja punktikujuline. Vaatenurk (joonisel 118 on selle nurga lõige joonise tasapinnaga viirutatud) määratakse läätsele langeva kitsa kiirekimbu korral äärmiste kiirtega ja laia kiirekimbu korral (näiteks võib silindrilise kiirekimbu diameeter olla läätse diameetrist tunduvalt suurem) läätse ääri läbivate kiirtega (joonisel 118 on need kiired näidatud kriipsjoonega).

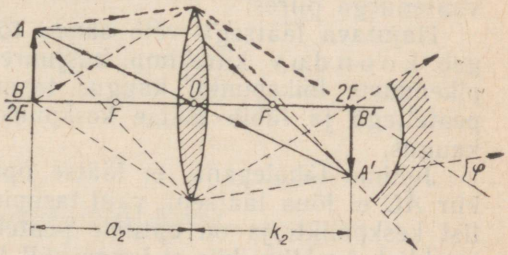
2. juht (joon. 119). Lihtsuse mõttes vaatleme lineaarset eset AB, mis on optilise peateljega risti ja mille punkt B asetseb optilisel peateljel. Selle punkti B kujutis B' asetseb siis samuti optilisel peateljel.

Valemist (34.8) leiame, et $k_2=2f$, s. t. kujutis on tõeline ja asetseb läätse keskpunkti suhtes esemega sümmeetriliselt. Konstruktsioonist näeme, et kujutis on ümberpööratud ja suuruselt võrdne esemega. Vaatenurk on piiratud kiirtega, mis väljuvad eseme äärmistest punktidest ja läbivad läätse äärt. Kujutis on tervikuna nähtav ainult punktidest, mis asuvad joonisel näidatud ruuminurgas φ.

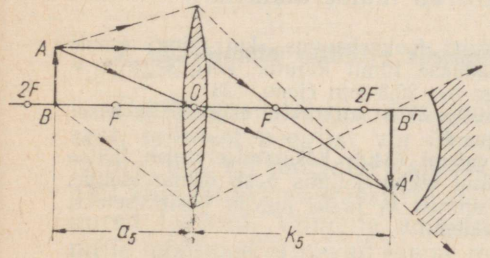
3. juht on esimese ja teise juhu vahepealne. Läätse valemist leiame, et $2f>k_3>f$. Et aga $k_3>0$, siis on kujutis tõeline. Eseme nihutamisel lõpmatusest kahekordse fookuskauguseni läätsest nihkub eseme tõeline ja ümberpööratud kujutis tagumisest fokaaltasandist asendisse, mille kaugus läätsest võrdub kahekordse fookuskaugusega. Kõigi vahepealsete asendite korral on kujutis vähendatud ning saab võrdseks esemega, kui $a=2f$.



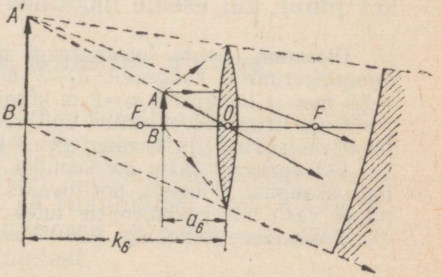
JOON. 118



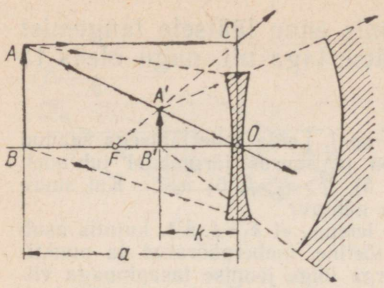
JOON. 119



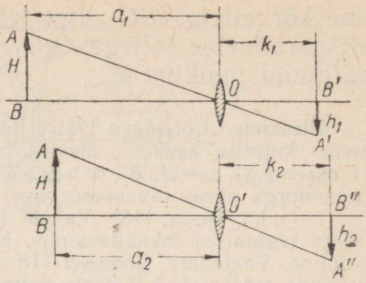
JOON. 120



JOON. 121



JOON. 122



JOON. 123

4. juht on vastupidine esimesele juhule. Sel juhul $k_4=\infty$, kujutis asetseb lõpmatuses, s. t. läätse läbinud kiired levivad paralleelse kimbuna.

5. juht (joon. 120) on vastupidine kolmandale. Sel korral $\infty>k_5>2f$, kujutis on tõeline, ümberpööratud ja suurendatud. Eseme nihkumisel läätse kahekordselt fookuskauguselt fookuseni suureneb läätse ja kujutise vaheline kaugus kahekordsest fookuskaugusest lõpmatuseni. Punktide piirkonda, millest eseme kujutis on nähtav tervikuna, võib kolmandal ja viiendal juhul leida nagu teisel juhul.

6. juht (joon. 121) on ainus, kus koondav lääts annab näiva kujutise ($k_6<0$). See on suurendatud ja päripidine. Kujutis on nähtav tervikuna kogu vaatenurga piires.

Joonisel 122 on toodud näide kujutise konstrueerimise kohta hajutavas läätses. Sõltumata eseme asendist on kujutis alati näiv ($k<0$), päripidine, vähendatud ja nähtav tervikuna kogu vaatenurga piires.

Hajutava läätsega võib saada tõelist kujutist, kui talle langeb koonduv kiirekimp, kusjuures läätse taga asetseva kiirte pikenduste lõikepunkti kaugus tasandist, mis on risti optilise peateljega ja läbib läätse keskpunkti, on väiksem kui fookuskaugus.

Juhime tähelepanu, et läätse optilise peateljega paralleelne kiir AC ei jõua läätseni, vaid tasapinnani, mis läbib läätse optilist keskpunkti ja on optilise peateljega risti. Niisugune eseme punktist A väljuv kiir ei lange küll läätse, kuid kujutise konstrueerimisel võib teda kasutada nii hajutavas kui ka koondavas läätses juhul, kui eseme mõõtmed ületavad läätse diameetri.

Ülesanne. Leida fotoaparaadi objektiivi fookuskaugus, kui mingi eseme fotografeerimisel kauguselt $a_1=5$ m saadakse filmil kujutis kõrgusega $h_1=7{,}9$ mm ja kauguselt $a_2=2$ m kõrgusega $h_2=20{,}3$ mm (joon. 123).

Olgu kaugused objektiivi optilisest keskpunktist kujutiseni esimesel ja teisel juhul vastavalt k_1 ja k_2 ning eseme kõrgus H.

Fotoaparaadi lääts on koondav ja valemi (34.8) kasutamisel tuleb läätse fookuskaugust f lugeda positiivseks. Filmil tekkiv kujutis peab olema tõeline, nii et vastavalt kokkuleppele tuleb ka suurusi k_1 ja k_2 lugeda positiivseteks.

Rakendame kummalgi juhul läätse valemit:

$$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{k_1}=\frac{1}{f}, \qquad \text{(a)}$$

$$\frac{1}{a_2} + \frac{1}{k_2} = \frac{1}{f} . \qquad (b)$$

Esimesel juhul võib sarnastest kolmnurkadest ABO ja $A'B'O$ kirjutada vastavate kaatetite suhte:

$$\frac{h_1}{H} = \frac{k_1}{a_1} . \qquad (c)$$

Analoogiliselt leiame sarnastest kolmnurkadest ABO' ja $A''B''O'$, et teisel juhul

$$\frac{h_2}{H} = \frac{k_2}{a_2} . \qquad (d)$$

Võrrandite (a), (b), (c) ja (d) süsteemis on f otsitav, suurused a_1, a_2, h_1 ja h_2 antud, suurused H, k_1 ja k_2 aga tundmatud, s. t. tundmatute koguarv on võrdne süsteemi võrrandite arvuga ja süsteemi lahendamisel saab leida kõik tundmatud. Fookuskauguse f leiame järgmiselt. Avaldame suurused k_1 ja k_2 võrranditest (c) ja (d) ning leiame nende jagatise (sel teel saab võrranditest elimineerida tundmatu suuruse H):

$$k_1 = \frac{h_1 a_1}{H} , \qquad k_2 = \frac{h_2 a_2}{H} , \qquad \frac{k_1}{k_2} = \frac{h_1 a_1}{h_2 a_2} . \qquad (e)$$

Nüüd avaldame võrranditest (a) ja (b) suurused k_1 ja k_2 ning leiame analoogiliselt ka nende jagatise:

$$\frac{k_1}{k_2} = \frac{a_1(a_2 - f)}{a_2(a_1 - f)} . \qquad (f)$$

Võrdsustades võrrandite (e) ja (f) paremad pooled, saame:

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{a_2 - f}{a_1 - f} ,$$

millest lõplikult

$$f = \frac{h_2 a_2 - h_1 a_1}{h_2 - h_1} .$$

Väljendades suuruste väärtused sentimeetrites, leiame:

$$f = \frac{2{,}03 \cdot 200 - 0{,}79 \cdot 500}{2{,}03 - 0{,}79} = 8{,}06 \text{ cm}.$$

5. Lihtsaimate optiliste süsteemide ja riistade otstarve

Optilised süsteemid, mis koosnevad mitmest prismast või läätsest, mitmest peeglist või üheaegselt mitmest läätsest, prismast ja peeglist, on mõeldud valguskimpude ümbermuutmiseks. Nende abil võib muuta valguskiirte suunda ja ruuminurki, milles valguskiired levivad. Viimane asjaolu on seotud kujutise saamisega, mille mõõtmed erinevad eseme mõõtmetest.

Peatume lühidalt vaid optiliste läätsede süsteemidel.

Optilise süsteemi analüüsil tuleb esmajoones pöörata tähelepanu süsteemi otstarbele ja tema reaalsetele töötingimustele. Kus võib ese süsteemi ees asetseda? Millise kujutise (suurendatud või vähendatud, päripidise või ümberpööratud) peab süsteem andma? Kuidas saadud kujutist registreeritakse (ekraanil või fotoplaadil, «palja» silmaga või vaatluse teel läbi mingi läätsede süsteemi)? Seejuures peab muidugi tundma kujutiste konstrueerimise printsiipe ja erinevatel juhtudel tekkivate kujutiste olemust.

Fotoaparaadi objektiivi ülesandeks on esemetest vähendatud (harvemini suurendatud) kujutise tekitamine fotoemulsioonil. Seetõttu peab kujutis olema t õ e l i n e (hajuv valguskimp ei tekita ekraanil kujutist!). Kujutise orientatsioon pole oluline, sest töödeldud negatiivi võib vaatlemisel vajaduse järgi pöörata, kuid tehniliselt on lihtsam, kui kujutis filmil on ümberpööratud (siis pole fotoaparaadi optilist süsteemi vaja lisaseadmega täiendada). Järelikult peab fotoaparaadi objektiiv tõelise kujutise andmisel täitma koondava läätse funktsioone. Seetõttu peab ese asetsema objektiivist kaugemal kui fookuskaugus. Kui eseme kaugus on objektiivi kahekordsest fookuskaugusest suurem, siis on kujutis vähendatud (vt. juht 3 eelmises punktis toodud ülesandes). Kui ese asub kahekordsel fookuskaugusel (vt. juht 2 eelmises punktis toodud ülesandes), siis on kujutis ja ese suuruselt võrdsed. Suurendatud kujutis tekib siis, kui ese asetseb kahekordse fookuskauguse ja objektiivi eesmise fokaaltasandi vahel: $2f > k > f$ (vt. juht 5 eelmises punktis toodud ülesandes).

Projektsiooniaparaadi objektiiv peab samuti mängima koondava läätse osa, sest tema ülesandeks on t õ e l i s e k u j u t i s e t e k i t a m i n e e k r a a n i l. Üldiselt on saadav kujutis suurendatud. Sel juhul asetseb ese objektiivi eesmise fokaaltasandi ees (kaugusel, mis on kahekordsest fookuskaugusest väiksem), kujutis aga saadakse kahekordsest fookuskaugusest kaugemal (vt. juht 5 eelmises punktis toodud ülesandes).

Luup on lihtsaim optiline süsteem, mis annab esemest päripidise s u u r e n d a t u d k u j u t i s e, mida vaadeldakse s i l m a g a. Selleks sobib ainult koondav lääts, mis annab esemest suurendatud, päripidise ja näiva kujutise. Ese peab asetsema eesmise fokaaltasandi ja läätse vahel (vt. juht 6 eelmises punktis toodud ülesandes).

Mikroskoobi ülesandeks on lähedastest esemetest tugevasti suurendatud kujutiste tekitamine. *Mikroskoobi objektiiviks* on väikese fookuskaugusega koondav lääts, mis annab esemest t õ e l i s e, suurendatud ja ümberpööratud vahepealse kujutise. Selleks asetatakse ese objektiivi eesmisest fokaaltasandist pisut kaugemale (vt. juht 5 eelmises punktis toodud ülesandes). Kui mikroskoopi kasutatakse visuaalseks vaatluseks, siis vaadatakse vahepealset kujutist läbi *okulaari*, mis kujutab endast koondavat läätse ja annab suurendatud, näiva ja lõpliku kujutise. Selleks peab

vahepealne kujutis asuma okulaari eesmise fokaaltasandi ja optilise keskpunkti vahel (vt. juht 6 eelmises punktis toodud ülesandes).

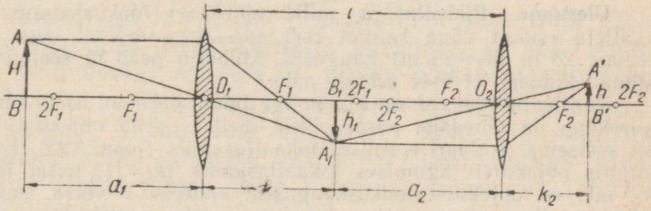
Teleskoop (Kepleri pikksilm) annab vaatlejast suurel kaugusel asuvatest esemetest suurendatud kujutise. *Teleskoobi objektiiviks* on koondav lääts, mis annab esemest tagumise fokaaltasandi lähedal tõelise, vähendatud ja ümberpööratud vahepealse kujutise. Viimast vaadeldakse *okulaariga* — tavalise koondava läätsega. Et vaatleja silm liigselt ei pingutaks, sobitatakse vahepealne kujutis ligikaudu okulaari eesmisse fokaaltasandisse. Siis on okulaarist väljunud kiirekimp ligikaudu paralleelne. Seejuures pole silmalihastel vaja silmaläätse täiendavalt fokuseerida (akommodatsioon) ja vaatlustingimused osutuvad kõige mugavamateks.

Märgime, et inimsilm on fotoaparaadiga sarnanev süsteem, mille objektiivi fookuskaugus on muudetav.

Näitena toome optiliste süsteemide lihtsamaid arvutusi.

Ülesanne. Optiline süsteem koosneb kahest teineteisest $l=35$ cm kaugusel asetsevast koondavast läätsest, mille fookuskaugused on vastavalt $f_1=10$ cm ja $f_2=5$ cm. Ese asetseb $a_1=25$ cm kaugusel esimese läätse ees. Määrata selle süsteemiga saadud kujutise asukoht, olemus, orientatsioon ja kujutise suhteline suurus.

Joonisel 124 on eseme AB vahepealne kujutis A_1B_1 ja lõplik kujutis $A'B'$. Olgu eseme vahepealse ja lõpliku kujutise kõrgused vastavalt H, h_1 ja h. Teised tähised ei nõua täiendavat selgitust.



JOON. 124

Ülesande tingimustest järgneb, et $a_1>2f_1$ tõttu on $k_1>f_1$, kuid $k_1<2f_1$. Edasi, et $l>(2f_1+2f_2)$, siis $a_2>2f_2$ ja $f_2<k_2<2f_2$, s. t. eseme tõeline kujutis ($f_2>0$ ja $k_2>0$) asetseb teise läätse tagumisest fokaaltasandist kaugemal. Konstruktsioonilt näeme, et kujutis $A'B'$ on päripidine.

Ülesande tingimusi ja läätse valemit kasutades pole raske leida suurust k_2 ning suuruste h ja H suhet. Valemi (34.8) järgi saame esimese ja teise läätse jaoks:

$$k_1=\frac{f_1a_1}{a_1-f_1},$$

$$k_2=\frac{f_2a_2}{a_2-f_2}.$$

Arvestades veel, et

$$a_2=l-k_1,$$

võime nende võrrandite põhjal kirjutada:

$$k_2 = \frac{f_2(a_1 l - l f_1 - f_1 a_1)}{a_1 l - l f_1 - f_1 a_1 - f_2},$$

millest arvutamisel leiame, et $k_2 = 5{,}09$ cm. Kolmnurkade $A'B'O_2$ ja $A_1B_1O_2$ sarnasusest järgneb, et

$$\frac{h}{h_1} = \frac{k_2}{a_2}$$

ning sarnastest kolmnurkadest $A_1B_1O_1$ ja ABO_1, et

$$\frac{h_1}{H} = \frac{k_1}{a_1}.$$

Korrutades liikmete kaupa kaht viimast avaldist, saame:

$$\frac{h}{H} = \frac{k_1 k_2}{a_1 a_2},$$

millest

$$\frac{h}{H} = \frac{f_1 f_2}{(a_1 - f_1)(a_2 - f_2)}.$$

Arvutamisel leiame, et

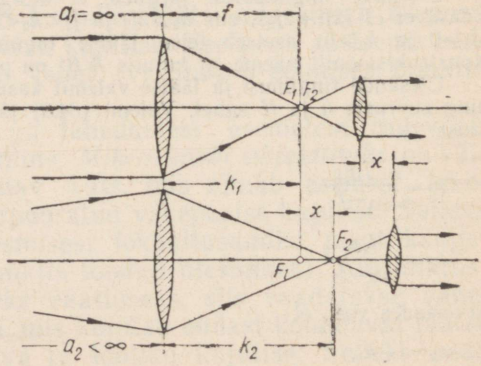
$$\frac{h}{H} = \frac{1}{5{,}4},$$

s. t. kujutis on esemest 5,4 korda väiksem.

Ülesanne. Pikksilmaga, mille objektiivi fookuskaugus $f = 50$ cm, uurib vaatleja esmalt väga kauget eset ($a_1 = \infty$), seejärel aga eset, mis asetseb temast 25 m ($a_2 = 25$ m) kaugusel. Kuipalju peab ta seejuures nihutama pikksilma okulaari, et eset selgelt näha?

Vaatlustingimused on kummalgi juhul parimad siis, kui okulaarist väljuv kiirekimp on lähedane paralleelsele. Selleks peab objektiivi poolt antav kujutis asetsema okulaari eesmises fokaaltasandis (joon. 125). Esimesel juhul tekib kujutis objektiivi tagumises fokaaltasandis ($k_1 = f$), teisel juhul aga kaugusel k_2, mis on objektiivi fookuskaugusest suuruse x võrra suurem. Et ka teisel juhul vaatleja silma sattuv kiirekimp oleks paralleelne, peab okulaari nihutama x võrra. Oeldust on selge, et

$$x = k_2 - f.$$



JOON. 125

Rakendades läätse valemit teise juhu jaoks, saame:

$$k_2 = \frac{fa_2}{a_2 - f}.$$

Saadud võrrandeist leiame, et

$$x = \frac{fa_2}{a_2 - f} - f = \frac{f^2}{a_2 - f}.$$

Asetades valemisse suuruste arvulised väärtused sentimeetrites, saame:

$$x = \frac{50^2}{2500 - 50} = 1{,}02 \text{ cm}.$$

§ 35. MÕNINGAID LAINE- JA KVANTOPTIKA KÜSIMUSI

1. Aine aatomite ja molekulide elektromagnetilise kiirguse analüüs spektrite järgi

Nagu eespool on märgitud (p. 2, § 31), iseloomustavad mistahes liiki aatomeid ja molekule, s. o. mistahes ainet, täiesti kindlad sisemised energeetilised nivood. Nivoodevahelised üleminekud on seotud kas aine aatomite ergastamisega väljastpoolt juurdeantud energia arvel või kindla sagedusega elektromagnetiliste lainete kiirgamisega aine aatomite üleminekul ergastatud olekust vähem ergastatud olekusse.

Isegi vesiniku aatomil kui kõige lihtsamal on suur hulk lubatud energeetilisi nivoosid. Keerukamatel aatomitel ja seda enam molekulidel on neid veelgi rohkem — ainete elektromagnetilised kiirgused sisaldavad mitmesuguste võnkesageduste keerulisi kogumeid (spektreid). Antud aine kiirguses esinevaid sagedusi võib teha kindlaks selle kiirguse levimisel läbipaistvas aines vastastikuse mõju efekti järgi, mille tulemusena kiirgus lahutub sageduste järgi spektriks.

Kiirguse nähtava piirkonna sageduste analüüsiks võib kasutada kolmetahulist klaasprismat (vt. eelmise paragrahvi kolmandas punktis toodud viimast ülesannet), mille aine murdumisnäitajad on erineva sagedusega lainete jaoks erinevad. Vastavalt sagedusele kalduvad seetõttu prismat läbivad lained kõrvale ja prismale langev liitlaine annab prisma taga oleval ekraanil spektri.

Mida väiksem on lainepikkus (mida suurem on sagedus!), seda rohkem kallutab prisma kiirgust (võrrelge violetsete ja punaste kiirte kaldenurki eelmise paragrahvi 3. punkti viimases ülesandes). Asi on selles, et klaasi (ja ka teiste ainete) murdumisnäitajad on violetsete kiirte jaoks suuremad kui punaste jaoks. (Füüsikas tuntakse siiski ka anomaalseid juhte, kus mingi aine murrab suurema sagedusega laineid väiksemate nurkade all. Elementaarkursuses neid nähtusi ei vaadelda.)

Seega võimaldab prisma mingist ainest kiirgunud elektromagnetilist lainet «tükeldada» sageduste järgi üksikuteks osadeks ja saada ekraanil spektrit, mille igale sagedusele vastab elektronide üleminek kiirgava aine aatomite erinevate energeetiliste nivoode vahel.

Aine kiirguse koguspekter sõltub peale aine keemilise koosseisu veel ergastamisviisist ja võib sisaldada komponente mitte ainult nähtavas, vaid ka infrapunases, ultravioletses ja teistes piirkondades.

Et igal ainel on täiesti kindel, ainult talle iseloomulik spekter, mis vastab üleminekutele võimalike energeetiliste nivoode vahel, siis kuuluvad aine koostise ja ehituse spektraalsed uurimised kaasaegse füüsika ja tehnika kõige täpsemate ja tundlikumate meetodite hulka.

Gaasilises olekus annavad ained madalal rõhul kas üksikutest teravatest joontest koosnevaid *joonspektreid* või üksikutest laiematest ribadest koosnevaid *ribaspektreid.*

Joonspektrid iseloomustavad elektronide energeetilisi nivoosid üksikaatomites, mille vahel *vastastikune mõju puudub.* Võtame hõrendatud gaasi, mis koosneb üksteisest tunduval kaugusel asetsevatest ühesugustest aatomitest. Kui selle gaasi aatomeid mingil viisil ergastada, siis on nende kiirgused nii-öelda sõltumatud. Et aga aatomid on ühesugused (elektronide energeetiliste nivoode komplektid on ühesugused) ja asuvad võrdsetes tingimustes, siis on ka nende kiirgused täiesti ühesugused — kõik aatomid annavad täpselt ühesuguse spektraalpildi.

Kui aga aine struktuur on molekulaarne ka gaasilises olekus, kusjuures aatomite kollektiivid üksteist vastastikku *mõjutavad,* siis muutub niisuguse aine energeetiliste nivoode komplekt tunduvalt keerukamaks (see pole enam molekuli üksikaatomite elektronide energeetiliste nivoode kogumite lihtne summa!). Seetõttu muutub keerukamaks ka spektraalpilt. Molekulide kiirgusspektrid on ribaspektrid, mis kujutavad erakordselt keerukat joonspektrite kogumit. Molekulaarsed spektrid kajastavad mitte ainult aatomisiseseid elektronide üleminekuid ühtedelt energeetilistelt nivoodelt teistele, vaid ka aine osakeste pöörlemist ja võnkumist (aatomigruppide või molekulide pöörlemine, aatomite võnkumine molekulides jne.).

Tahkes ja vedelas olekus ning kõrge rõhu all ka gaasilises olekus aine annab *pideva spektri.* See näitab, et aine energeetiliste nivoode süsteem on muutunud veelgi keerukamaks, sest nüüd on vastastikuses mõjus mitte ainult «oma» molekulis olevad aatomid, vaid aine kõik molekulid, «naabermolekulide» aatomid jne.

2. Valguse interferents ja difraktsioon

Interferents. Mitme allika poolt tekitatud lained levivad ruumi ühes ja sellessamas piirkonnas üksteisest sõltumatult ja mingist mitme laine vastastikusest mõjust ei saa olla juttugi. Lainete liitumist tuleb aga arvestada (näiteks levivate lainete amplituudide geomeetrilist liitumist).

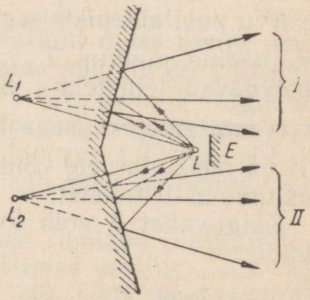
Erilist huvi pakub kahe (või ka rohkema) laine liitumine, kui nende võnkeperioodid (või sagedused) on võrdsed. Kui need võnkumised saabuvad võnkeallikatest ruumi mingisse vabalt valitud punkti ühesuguses faasis (näiteks saabuvad üheaegselt kummagi laine harjad) või selles punktis säilib ajaliselt konstantne faasivahe, siis võib nende liitumine põhjustada mitte ainult intensiivsemat võnkumist (liitvõnkumise amplituud on näiteks võrdne liituvate võnkumiste amplituudide summaga), vaid ka võnkumiste nõrgenemist või täielikku kustumist (kui liituvate võnkumiste amplituudid on võrdsed, faasid aga vastupidised).

Niisuguste omadustega laineid (või võnkumisi või kiirgusallikaid, mis neid tekitavad) nimetatakse *koherentseteks*. Koherentsete lainete liitumist nimetatakse *interferentsiks*.

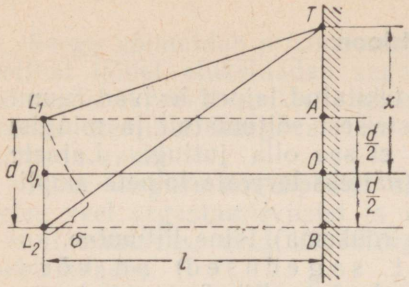
Märgime, et interfereeruda võivad igasugused (elastsed, elektromagnetilised jt.) koherentsed lained, sõltumata sellest, kas nad on rist- või pikilained.

Et iga valgusallikas on väga paljude mikroskoopiliste kiirgajate (üksikute aatomite, molekulide või nende gruppide) kogum, siis ei rahulda isegi kahe täiesti ühesuguse allika (näiteks kahe ühesuguse elektrilambi) lained koherentsuse tingimust. Seetõttu kasutatakse koherentsete valguskimpude saamiseks ühest ja sellestsamast valgusallikast väljunud valguse jaotamise meetodeid. Valgust võib jaotada näiteks *Fresneli peeglitega*, s. o. kahe tasapeegliga, mis on paigutatud nii, et nad moodustavad teineteisega väikese nurga (joon. 126).

Olgu valgusallikas L paremalt poolt varjatud läbipaistmatu ekraaniga E. Peeglitelt peegeldunud valguskimbud *I* ja *II* näivad



JOON. 126



JOON. 127

väljuvat kahest allikast L_1 ja L_2, mis on allika L näivkujutisteks. Need valguskimbud on koherentsed ja võivad interfereeruda.

Selgitame, mis toimub ekraani mingis vabalt valitud punktis T (joon. 127), kui seal interfereeruvad kahest koherentsest valgusallikast L_1 ja L_2 väljunud kiired. Valgusallikad asuvad ekraanist kaugusel l.

Olgu allikatevaheline kaugus d ekraani ja allikate vahelisest kaugusest l tunduvalt väiksem ($l \gg d$). Teiste tähiste mõte on arusaadav jooniselt.

Interferentsipilt punktis T sõltub koherentsetest allikatest L_1 ja L_2 väljunud kiirte L_1T ja L_2T *käiguvahest* δ, sest võnkumiste liitumisel punktis T on võnkefaaside vahe seotud käiguvahega. Lihtsuse mõttes oletame, et punktides L_1 ja L_2 on võnkumised sünkroonilised (faasivahe võrdub nulliga). Millistel tingimustel on summaarse võnkumise amplituud punktis T maksimaalne? Ilmselt sel juhul, kui liituvate võnkumiste faasivahe on null. Kahe laine võnkefaasid punktis T sõltuvad aga lainete poolt läbitud teepikkusest. Kui kaugused L_1T ja L_2T on lainepikkusest mingi täisarv korda suuremad, siis on nende lainete võnkefaasid punktis T ühesugused. Samasugune olukord tekib ka siis, kui kaugused L_1T ja L_2T erinevad paarisarvu poollainepikkuse võrra. Kui aga kaugused L_1T ja L_2T erinevad paaritu arvu poollainepikkuse võrra, siis on võnkefaasid punktis T arusaadavalt vastupidised (ühe laine harjaga liitub teise laine nõgu) ja võnkumised kustutavad teineteist. Niisiis, kui käiguvahe δ (kauguste L_2T ja L_1T erinevus) võrdub paarisarvu poollainepikkusega ($\delta = 2k\frac{\lambda}{2}$, kus k on mistahes täisarv), siis näeme punktis T valgust (ühtivate võnkefaasidega lained tugevdavad teineteist). Kui aga käiguvahe δ on võrdne paaritu arvu poollainepikkusega [$\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$, kus k on mingi täisarv], siis on nende lainete võnkefaasid punktis T vastupidised ja lained kustutavad teineteist.

Käiguvahet δ võib avaldada lõikude L_1T ja L_2T pikkuste kaudu:

$$\delta = L_2T - L_1T. \qquad (35.1)$$

Täisnurksetest kolmnurkadest L_2TB ja L_1TA leiame, et

$$(L_2T)^2=l^2+\left(x+\frac{d}{2}\right)^2, \tag{35.2}$$

$$(L_1T)^2=l^2+\left(x-\frac{d}{2}\right)^2. \tag{35.3}$$

Lahutades võrrandi (35.3) võrrandist (35.2), saame:

$$(L_2T)^2-(L_1T)^2=2xd,$$

millest

$$L_2T-L_1T=\frac{2xd}{L_2T+L_1T}. \tag{35.4}$$

Kui vaadeldav punkt T asetseb ristsirge O_1O lähedal ($x \ll l$), algtingimuste kohaselt aga $d \ll l$, siis võib ilma suurema veata lugeda, et $L_2T=l$ ja $L_1T=l$ ning

$$L_2T+L_1T=2l. \tag{35.5}$$

Valemitest (35.1), (35.4) ja (35.5) leiame, et

$$\delta=\frac{xd}{l}.$$

Punktis T saame valguse, kui kaugus x punktini O rahuldab tingimust

$$2k\frac{\lambda}{2}=\frac{xd}{l}, \tag{35.6}$$

ja pimeduse, kui

$$(2k+1)\frac{\lambda}{2}=\frac{xd}{l}. \tag{35.7}$$

Kui valgusallikad L_1 ja L_2 kiirgavad vaid üheainsa lainepikkusega (*monokromaatilist*) valgust, siis on võrrand (35.7) täieliku kustumise tingimuseks vastavas ekraanipunktis. Kui allikate valgus pole monokromaatiline, siis saame ekraanil spektraalpildi, kusjuures täiesti tumedaid kohti ei teki.

Märgime, et tingimus $d \ll l$ polnud valitud mitte ainult arvutuste lihtsustamiseks. Asi on selles, et mida suurem on võrrandis (35.6) arv k, seda väiksem on ekraani vastava punkti valgustustugevus. Peale selle on valguse lainepikkus väga väike suurus. Et interferentsipilt oleks ekraanil eristatav (suurus x ei tohi seejuures olla väiksem mõnest millimeetrist), peab suhe d/l olema väike ja suurusjärgult võrdne suhtega λ/x.

Difraktsioon. Homogeenses keskkonnas levivad valguskiired sirgjooneliselt (valguse sirgjoonelise levimise seadus). Kui aga valguskiired kohtavad teel mingit tõket, siis võib täheldada *dif-*

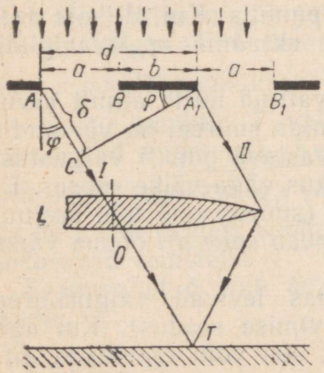
raktsiooni — valguskiirte kõrvalekaldumist sirgjoonelisest teest. Difraktsioon esineb kõigi lainete puhul, kuid siin vaatleme ainult valguslainete difraktsiooni.

Difraktsiooni põhjustavateks takistusteks võivad olla antud lainetele läbipaistmatud kehad või läbipaistvad avad suurtes läbipaistmatutes tõketes. Kui läbipaistmatu keha mõõtmed on lainepikkusest väiksemad, siis seisneb difraktsioon lainete paindumises keha taha, kus lained levivad nii nagu polekski seda takistust. Lained nagu ei märka väga väikseid tõkkeid ja ei tekita nende taga varju. Suures läbipaistmatus ekraanis olevas avas, mille mõõtmed on valguse lainepikkusega võrreldes väikesed, avaldub difraktsioon selles, et see ava on nagu ise valguslainete allikaks, millest lained levivad ekraani taha kõigis suundades.

Difraktsiooni võib seletada *Huygens-Fresneli printsiibiga*: primaarse laine frondi iga punkti võib vaadelda sekundaarlainete allikana, kusjuures need sekundaarlained võivad interfereeruda (kinnitus sekundaarlainete interfereerumise võimaluse kohta ongi Fresneli täiendus Huygensi printsiibile). Vastasfaasiliste sekundaarlainete liitumise tulemuseks on võnkumiste kustumine, ühesuguse faasiga lainete liitumine tekitab aga võnkumisi isegi neis ruumipunktides, mis asuvad tõkke taga või ava piirava ekraani taga, s. t. punktides, mis ei asu valguse sirgjoonelise leviku teel.

Juhime tähelepanu difraktsiooni printsipiaalsele erinevusele murdumisest. Langeva laine kõrvalekaldumist esialgsest suunast võib näha ka murdumisel, kusjuures erinevalt langevast lainest levib murdunud laine juba t e i s e s k e s k k o n n a s. E r i n e v a t e keskkondade eralduspinnal on murdumise vältimatuks tulemuseks lainepikkuse muutumine. Difraktsiooni puhul aga laine levimiskiirus ja lainepikkus ei muutu: laine levib ü h e s j a s e l l e s s a m a s k e s k k o n n a s, kusjuures ta liikumisel vaid «riivab» teist keskkonda.

Vaatleme polükromaatilise valguse paralleelse kimbu difraktsiooni *difraktsioonivõres*. Difraktsioonivõre kujutab endast klaas-



JOON. 128

plaati, millele on väga peene teraga lõigatud lähedased, paralleelsed, üksteisest võrdsel kaugusel asetsevad kriipsud (kriimustused), mis praktiliselt valgust läbi ei lase. Joonisel 128 on toodud võre lõige joonise pinnaga. Võre läbipaistvate osade laius on tähistatud a-ga ja läbipaistmatute kriipsude laius b-ga. Suurust $d=a+b$ nimetatakse *difraktsioonivõre konstandiks* (ehk *perioodiks*).

Langegu paralleelne valguskimp risti võre pinnale. Vastavalt Huygensi printsiibile võib võre ava iga punkti lugeda sekundaarlainete allikaks, kusjuures kõikide avade punktid on koherentseteks allikateks. Vaatleme paralleelseid kiiri *I* ja *II*, mis väljuvad «samaväärsetest» punktidest (näiteks avade vasakpoolsetest äärmistest punktidest) A ja A_1 ja levivad võrele langenud valguse suuna suhtes nurga φ all. Koondava läätsega L läätse fokaaltasandis asetseva ekraani ühte punkti T suunatud kiired võivad interfereeruda, kusjuures interferentsi tulemus punktis T sõltub nende kiirte käiguvahest δ (vt. § 35, p. 2). Kui pikkusele AC mahub täisarv poollainepikkusi ($\delta=2k\frac{\lambda}{2}$, kus k on mingi täisarv), siis täheldatakse punktis T valguse tugevnemist (*difraktsioonimaksimumi*).

Jooniselt näeme, et

$$\delta=d\sin\varphi,$$

järelikult difraktsioonimaksimumide tekkimise tingimuseks on

$$d\sin\varphi=2k\frac{\lambda}{2}=k\lambda. \tag{35.8}$$

Võret läbinud lained, mille lainepikkus on λ_1, annavad maksimumid langeva valguse suuna suhtes nurga φ_1 all, lained pikkusega λ_2 aga nurga φ_2 all, kusjuures

$$\varphi_1=\arcsin\frac{k\lambda_1}{d} \tag{35.9}$$

ja

$$\varphi_2=\arcsin\frac{k\lambda_2}{d}. \tag{35.10}$$

Sõltuvalt suuruse k väärtusest räägitakse erinevat järku difraktsioonimaksimumidest: kui $k=0$, siis on maksimum nulljärku, kui $k=1$, siis esimest järku jne. Valemitest (35.9) ja (35.10) on näha, et erinevate lainepikkuste erinevat järku maksimumid võivad kattuda, s. t. olla vaadeldavad ühe ja sellesama nurga φ all. Mida suurem on maksimumi järk, seda väiksem on maksimumi intensiivsus.

Seega kujutab difraktsioonipilt võre taga endast erineva lainepikkusega maksimumide vahelduvat kogumit, s. t. ta meenutab tavalist spektraalpilti. Järelikult võib mingi allika kiirgust lahu-

tada sageduste (või lainepikkuste) järgi spektriks mitte ainult prismaga, vaid ka difraktsioonivõrega. Märgime, et nullmaksimum erineb kõrgemat järku maksimumidest. $k=0$ (järelikult ka $\varphi=0$) korral tekivad kõikide lainepikkuste maksimumid samas kohas ja kui võrele langev valgus on polükromaatne, siis — erinevalt kõrgemat järku maksimumidest — pole nulljärku maksimum värviline.

Difraktsioonispektrid erinevad dispersioonispektritest (saadud prismadega) selle poolest, et esimestel on suuremate nurkade võrra kaldunud pikemad lained (väiksema sagedusega), teisel juhul aga on rohkem kaldunud lühemad lained (suurema sagedusega). Seetõttu on värvide järjekord neis spektrites vastupidine.

Võrrandid (35.8), (35.9) või (35.10) aitavad analüüsida difraktsiooni suurte tõkete puhul, mille mõõtmed on langeva valguse lainepikkusega võrreldes suured. Printsipiaalselt võib rääkida «nähtava» valguse (lainepikkuse λ suurusjärk on 10^{-5} cm) difraktsioonist püstaias (niisuguse «difraktsioonivõre» konstant d on mitu sentimeetrit). Et aga seejuures tekkivat difraktsioonipilti näha, tuleks minna aiast väga kaugele, sest nurgad φ, mille all võib difraktsioonimaksimume vaadelda, on erakordselt väiksed.

3. Fotoelektriline efekt

Paragrahvis 32 (p. 1) me nimetasime juba fotoefekti. Katseliselt tõestatud *fotoefekti seadused* väidavad, et 1) valguse toimel ainest ajaühikus eraldunud elektronide arv on võrdeline valgusvooga ja 2) ainest lahkuvate elektronide maksimaalne kiirus sõltub ainult temale langeva valguse sagedusest.

Selgitame nende seaduste mõtet. Elektronid pole aines sõna otseses mõttes vabad, sest nad on nii või teisiti aine teiste koostisosakestega ja omavahel vastastikuses mõjus. Elektroni eemaldamiseks ainest tuleb tõmbejõudude ületamiseks teha tööd. Seda tööd nimetatakse *elektroni väljumistööks* A_v. Erinevatel ainetel on erinev väljumistöö, s. t. elektronide väljalöömiseks nendest ainetest on vaja väljastpoolt anda erinev hulk energiat. Seda energiat võib anda ainele näiteks langev valguskiirgus. Mida tugevam valgusvoog (mida rohkem energiat ajaühikus) ainele langeb, seda rohkem elektrone võib ta teiste tingimuste võrdsuse korral ainest välja rebida.

Fotoefekti teine seadus järgneb energia jäävuse seadusest valguskvandi ja aine elektroni vastastikuse mõju korral:

$$h\nu = A_v + \frac{mv^2}{2}, \qquad (35.11)$$

kus $h\nu$ on valguskvandi (footoni) energia, A_v — elektroni väljumistöö antud aine korral, m — elektroni mass ja v — ainest väl-

juva elektroni kiirus. Sellest võrrandist järgneb, et fotoefekt on võimalik tingimusel, et $h\nu \geqslant A_v$. Kui aga $h\nu < A_v$, siis ei suuda footon elektroni ainest isegi välja rebida, rääkimata juba elektronile kiiruse andmisest, mistõttu fotoefekti ei teki.

Valguskiirguse minimaalset sagedust ν_p (või maksimaalset lainepikkust λ_p), mille puhul fotoefekt algab, nimetatakse antud aine *fotoefekti punaseks piiriks*. Viimane on leitav võrrandist

$$h\nu_p = A_v. \tag{35.12}$$

Ülesanne. Järgnevalt on toodud mõnede ainete jaoks väljumistööd. Ühikuks on 10^{-19} J.

Tseesium	3,02
Naatrium	3,98
Tsink	5,34
Hõbe	7,56
Volfram	7,68
Plaatina	10,13

Kas nende ainete kiiritamisel «nähtava» valgusega ($4 \cdot 10^{14}$ kuni $8 \cdot 10^{14}$ Hz) tekib fotoefekt? Kui fotoefekt tekib, siis arvutada, millistes piirides asuvad väljuvate elektronide kiirused.

Pole raske leida, et valguskvantide energia on $2{,}65 \cdot 10^{-19}$ kuni $5{,}3 \cdot 10^{-19}$ J. Järelikult tsingi, hõbeda, volframi ja plaatina valgustamisel elektronid metallist ei välju, sest footonite energiast ei piisa elektronide väljumistööks. Esimesel kahel juhul esineb fotoefekt. Tseesiumil põhjustavad seda footonid, mille energia on $(3{,}02 \div 5{,}3)\ 10^{-19}$ J, naatriumil aga footonid energiaga $(3{,}98 \div 5{,}3) \times 10^{-19}$ J. Nendest ainetest lahkuvate elektronide minimaalne kiirus on null, maksimaalse kiiruse võib aga leida võrrandist (35.11), mille järgi elektronide maksimaalne kineetiline energia

$$\frac{mv_m^2}{2} = h\nu_m - A_v$$

ja maksimaalne kiirus

$$v_m = \sqrt{\frac{2(h\nu_m - A_v)}{m}}.$$

SI ühikutes arvutamisel leiame, et tseesiumist väljuvate elektronide maksimaalne kiirus

$$v_m = \sqrt{\frac{2(5{,}3 \cdot 10^{-19} - 3{,}02 \cdot 10^{-19})}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 7{,}07 \cdot 10^5 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

ja naatriumist väljuvatel

$$v_m = \sqrt{\frac{2(5{,}3 \cdot 10^{-19} - 3{,}98 \cdot 10^{-19})}{9{,}11 \cdot 10^{-31}}} = 5{,}39 \cdot 10^5 \ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Seega lahkuvad elektronid tseesiumist kiirustega nullist kuni $7{,}07 \cdot 10^5$ m/s ja naatriumist kiirustega nullist kuni $5{,}39 \cdot 10^5$ m/s. Fotoefekti punane piir on tseesiumi jaoks $6{,}58 \cdot 10^{-5}$ cm ja naatriumi jaoks $5 \cdot 10^{-5}$ cm. Seetõttu väljuvad elektronid tseesiumist peaaegu kõigi nähtava piirkonna kiirte toimel, naatriumist aga ainult helesiniste, siniste ja violetsete kiirte toimel.

4. Kokkuvõte optiliste nähtuste kohta

Optiliste nähtuste teooria areng, millega kaasnes vananenud seisukohtade põhjalik ümberhindamine, on füüsikaliste teadmiste arengu erakordselt õpetlikuks näiteks. Valguskorpusklid, millel olid ainult osakese omadused, seejärel piki- ja ristlainete teooria ning lõpuks korpuskulaarsete ja laineliste omadustega valguskvantide teooria — niisugune on optiliste nähtuste teooria arengutee. Valguslainete-footonite kaasaegne teooria kajastab mateeria omaduste kaksikiseloomu ja on väga heas kooskõlas kõigi meile tuntud katseandmetega.

Siin pole mõtet korrata juba varem esitatud näiteid lainete ja osakeste ühtsuse kohta mitmesugustes optilistes nähtustes.

Lõpetuseks juhime tähelepanu footonite väga olulisele iseärasusele: neil pole seisumassi. Footonid võivad eksisteerida ainult juhul, kui nad liiguvad kiirusega, mis on võrdne valguse kiirusega tühjuses. Kõik looduses eksisteerivad kehad ja osakesed (välja arvatud footonid[13]) — alates taevakehadest ja lõpetades elementaarosakestega — võivad liikuda mistahes kiirusega nullist kuni valguse kiiruseni (seejuures peetakse silmas muidugi mingit paigalseisvat keha, mille suhtes liikumist vaadeldakse), kusjuures valguse kiirus tühjuses on neile printsipiaalselt kättesaamatuks kiiruse piiriks. Footonid seevastu eksisteerivad ainult siis, kui nad liiguvad kiirusega, mis on võrdne valguse kiirusega tühjuses. Paigalseis või aeglane liikumine on neile võõras.

---

[13] Üldiselt rääkides välja arvatud footonid, neutriinod ja antineutriinod. Kahel viimasel elementaarosakesel pole meil selles raamatus võimalik peatuda.

X. AATOMI JA AATOMI TUUMA EHITUS

§ 36. AATOMI EHITUS

Kaasaegset aatomimudelit on küllaldase põhjalikkusega vaadeldud eelmises peatükis näites vesiniku aatomi kohta. Nüüd aga meenutame peamisi katseandmeid ja avastusi, mis olid niisuguse mudeli loomise põhjuseks.

Kujutlus jagamatutest aatomitest kui materiaalse maailma vähimaist «tellistest» rahuldas teadust XIX sajandi lõpuni täielikult. Aatomid võisid omavahel vastastikku mõjuda ja üksteisega sidemesse astudes moodustada molekule. Miski ei vihjanud, et aatomid on ise keerulised moodustised.

Valguskiirguse kõrval, mis viitas mingisugustele keerulistele protsessidele aine osakestes, tõid esimesi teateid aatomi sügavusest 1895. a. W. Röntgeni avastatud *röntgenikiired* ja 1896. a. H. Becquerel'i avastatud *radioaktiivsus*. Mõlemad väljapaistvad avastused viitasid mingisugustele just aatomi sees toimuvatele protsessidele ja seega ka aine aatomite keerulisele ehitusele. Tõepoolest, kuidas saakski muidu seletada fakti, et uraani ja mõnede teiste elementide soolad võivad kiirata kolme liiki kiiri: α-, β- ja γ-kiiri, mis järgnevatel aastatel avastati.

Et elektrikandjaks on osake, selle oletuse esitas 1881. aastal H. Helmholtz, kui W. Crookes'i katsete varal saadi 1879. aastal teada, et elektrivoolu juhtimisel läbi vaakuumtoru täheldatakse *katoodkiirte* vooge, mis kujutavad endist mingeid toru katoodilt anoodile lendavaid osakesi. Et katoodkiired kujutavad elektronide voogu, seda tõestas katseliselt 1897. aastal J. Thomson (kuigi ettepaneku elektrikandja nimetamise kohta «elektroniks» tegi inglise füüsik G. Stoney kuus aastat varem). Thomson näitas, et elektroni mass on kergeima aatomi, s. o. vesiniku aatomi massist üle tuhande korra väiksem. Nii sai teaduses tuntuks esimene aatomist väiksem osake, esimene elementaarosake — elektron.

Kuidas võisid elektronid sattuda Crookes'i vaakuumtorru? Füüsikud tulid järeldusele, et elektron on aatomi koostisosa.

J. Thomson esitas esimese aatomimudeli, mis kujutas aatomit positiivse elektriga laetud mateeriakämbukesena, mil-

lesse on paigutatud niipalju elektrone, et aatom tervikuna on elektriliselt neutraalne. Eeldati, et välismõjutustel võivad elektronid Thomsoni mudelis võnkuda, s. t. kiirenevalt liikuda. Näis, et see võimaldab seletada nii aine aatomite valguskiirgust, kui ka radioaktiivsete ainete aatomite γ-kiirgust (lühilaineline elektromagnetiline kiirgus).

Mingeid positiivselt laetud osakesi Thomsoni mudeli kohaselt aatomis ei olnud. Kuidas siis aga seletada, et radioaktiivsed ained kiirgavad positiivselt laetud α-osakesi? Thomsoni mudel ei andnud vastust sellele ega ka mõnele teisele küsimusele. Mudel vajas täpsustamist ja katselist kontrollimist.

Thomsoni õpilane E. Rutherford kasutas α-osakesi «looduslike mürskudena» mitmesuguste ainete «pommitamisel». α-osakeste hajumise uurimine väga õhukestelt metallkelmetelt viis Rutherfordi 1911. aastal mõttele aatomi planetaarsest mudelist. Suurem osa α-osakesi tungis kelmest läbi nii, nagu ei kohtaks nad oma teel mingit takistust, mõned kaldusid kelmet läbides kõrvale ja ainult väga väike osa α-osakesi pöördus kelmelt tagasi nii, nagu oleksid nad vastu ületamatut tõket põrkunud. Rutherfordi arvates pidi selleks positiivselt laetud α-osakese tõkkeks olema aatomi sees väga väike positiivselt laetud osake — *aatomi tuum.* Tuum on oma mõõtmetelt ligikaudu 10 000 korda väiksem aatomist (aatomi tuuma diameeter on suurusjärgus 10^{-12}—10^{-13} cm). Tuuma ümber tiirlevad orbiitidel elektronid nagu planeedid ümber Päikese (juba varem rääkisime, et elektronide paigalolek pole aatomis võimalik, sest sel juhul aatom häviks). Tuuma positiivne laeng kompenseeritakse elektronide negatiivse laenguga.

Elektronide liikumise seaduspärasused tuuma ümbritsevatel orbiitidel avastas 1913. aastal N. Bohr.

§ 37. AATOMI TUUMA EHITUS. TUUMASISENE ENERGIA

1. Tuuma prooton-elektronmudel

Radioaktiivsuse uurimise ja Rutherfordi edasiste katsete tulemusena tehti kindlaks, et aatomi tuumad on keerulised moodustised. Selgus, et radioaktiivsete elementide aatomite tuumad on ebastabiilsed ja neil on kalduvus laguneda väiksemateks osakesteks. Mitteradioaktiivsete elementide aatomite püsivaid tuumi võib aga α-osakestega pommitades purustada ja osadeks lõhestada. Mitme niisuguse lõhestumise üheks produktiks osutusid vesiniku aatomite tuumad, mis omakorda enam edasi ei jagunenud. Nii sai füüsikas tuntuks teine elementaarosake — vesiniku aatomi tuum ehk *prooton,* mis võis olla raskemate aatomite tuumade koostisosaks. Prootoni mass on $1{,}67 \cdot 10^{-24}$ g (ehk 1,008

amü), ta positiivne laeng aga võrdub elektroni laengu absoluutväärtusega ($1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C).

Näis, et nüüd võib püstitada aine kõikide tuntud aatomite ehituse järgmise teooria. Elemendi järjekorranumber Z Mendelejevi tabelis näitab Bohri orbiitidel ümber tuuma tiirlevate elektronide arvu. Tuuma mass (M amü) on ligikaudu võrdne tuumas olevate prootonite massiga. Näiteks on lämmastiku aatomi tuuma mass ligikaudu 14 amü ning järelikult on tuumas 14 prootonit. Et lämmastiku aatomi tuuma ümber tiirleb kõigest 7 elektroni ($Z=7$), siis peab peale 14 prootoni olema tuumas veel 7 elektroni, et aatom tervikuna oleks elektriliselt neutraalne. Väljastpoolt antavat energiat neelab aatom energiakvantidena, minnes seejuures üle ergastatud olekusse. Aatomi üleminek ergastamata olekusse on aga seotud energia kiirgumisega aatomist kvantide näol. Seega sai kahe elementaarosakese, s. o. prootoni ja elektroni abil koostada kõikide tuntud aatomite klassifikatsiooni ja ehituse skeemi. Seejuures selgus, et elementaarosakestest koosneb mitte ainult aatom, vaid ka selle tuum. Viimane pidi esialgu koosnema prootonitest ja elektronidest.

Tuuma prooton-elektronmudelit näis kinnitavat ka veel üks Rutherfordi suurepärane avastus — elementide kunstlik muundamine. Kiiritades 1919. aastal α-osakestega lämmastikku, sai Rutherford tulemusena hapniku. See oli füüsika ajaloos esimene *kunstlik tuumareaktsioon*.

Kuid mõningaid küsimusi ei õnnestunud tuuma prooton-elektronmudeli abil siiski seletada. Peale selle tõestati edaspidi, et elektronid ei või olla tuumade koostisosadeks.

2. Tuuma prooton-neutronmudel

Elektroni avastaja J. Thomson märkas 1898. aastal, et ühe ja sellesama keemilise elemendi aatomitel on erinev mass. Esimesed katsed näitasid, et neoonil on kolm erineva massiga erinevat aatomit, s. o. kolm mitteradioaktiivset *isotoopi*. Hiljem avastati ka teiste elementide isotoobid. Mille poolest siis aga ühe ja sellesama keemilise elemendi aatomid üksteisest erinevad, kui nende tuumades on võrdne arv prootoneid ja tuumade ümber tiirleb võrdne arv elektrone?

1920. aastal avaldas Rutherford arvamust, et tuumad sisaldavad mingeid elektriliselt neutraalseid osakesi, mille mass on võrdne prootoni massiga. 1932. aastal avastaski Rutherfordi kaastöötaja J. Chadwick berülliumi aatomite pommitamisel α-osakestega need osakesed, mida hakati nimetama *neutroniteks*. Neutronid olid kolmandat liiki elementaarosakesteks. Neutron on elektriliselt neutraalne ja ta mass on ligikaudu võrdne prootoni massiga.

Tuuma uue mudeli esitas 1932. aastal D. Ivanenko ja temast sõltumatult W. Heisenberg. Selle mudeli järgi koosnevad tuumad

prootonitest ja neutronitest ehk *nukleonidest,* nagu hakati ühiselt nimetama tuuma mõlemat liiki koostisosakesi. Tuuma laeng on võrdne temas olevate prootonite laengute summaga, mass aga nukleonide masside summaga. Nii leiti vastus küsimusele elementide isotoopide erinevuse kohta — isotoopide tuumades on võrdne arv prootoneid, kuid erinev arv neutroneid.

3. Nukleonide vastastikune mõju

Nagu ikka füüsikas, nii tõstis ka see uus avastus esile terve rea uusi küsimusi. Aatomite tuumad on väga püsivad moodustised, püsivamad kui aatomid ise. Tuumad koosnevad samanimeliselt laetud prootonitest ja täiesti neutraalsetest neutronitest. Mis hoiab aga nukleone üksteise lähedases naabruses? Mis takistab prootoneid kui samanimeliselt laetud osakesi igas suunas laiali lendamast? Võib-olla on meile tuntud osakestevahelised gravitatsioonijõud suuremad kui elektrilised tõukejõud?

Proovime viimast oletust kontrollida kahe prootoni korral. Et tuuma mõõtmed on suurusjärgus 10^{-12} cm, siis loeme, et prootonite tsentrid jäävad teineteisest kaugusele $r = 5 \cdot 10^{-13}$ cm $= 5 \cdot 10^{-15}$ m. Prootoni mass $m = 1{,}67 \cdot 10^{-24}$ g $= 1{,}67 \cdot 10^{-27}$ kg ja positiivne laeng $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C. Ülemaailmse gravitatsiooniseaduse järgi on siis prootonitevaheline tõmbejõud

$$F_g = \gamma \frac{m^2}{r^2} = 6{,}67 \cdot 10^{-11} \left(\frac{1{,}67 \cdot 10^{-27}}{5 \cdot 10^{-15}} \right)^2 = 7{,}44 \cdot 10^{-36} \text{ N}$$

ja Coulomb'i seaduse järgi tõukejõud

$$F_e = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = \frac{(1{,}6 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 8{,}85 \cdot 10^{-12} (5 \cdot 10^{-15})^2} = 9{,}21 \text{ N}.$$

Kolossaalset prootonitevahelist tõukejõudu ei saa tühise gravitatsioonilise külgetõmbejõuga võrreldagi! Järelikult on olemas veel mingisugused täiesti uued tuumaosakeste vastastikuse mõju liigid! On olemas nukleone tuumas hoidvad jõud (nn. *tuumajõud*), kusjuures nukleonide vastastikuse mõju energia (*tuumasisene energia*) osutub erakordselt suureks.

Tuumasiseste vastastikuste mõjude olemus on üpris keerukas ja osaliselt tänapäevani selgitamata, kuid kvantitatiivselt võib nukleonide vastastikuse mõju energiat siiski hinnata.

1905. aastal avastas A. Einstein massi ja energia vahelise seose — seaduse, mis ühendab mateeria kaht tähtsaimat omadust. Vastavalt sellele seadusele on keha seisumass m_0 võrdeline tema seisuenergiaga (siseenergiaga) U, kusjuures nende kahe suuruse vaheliseks võrdeteguriks on valguse kiiruse ruut:

$$m_0 = \frac{U}{c^2}. \qquad (37.1)$$

Kui aga keha liigub mingi kiirusega nii, et tema koguenergia W koosneb seisuenergiast U ja kineetilisest energiast W_k, siis on liikuva keha mass m võrdeline koguenergiaga W:

$$m = \frac{W}{c^2}. \qquad (37.2)$$

Aatomifüüsikas tähistatakse aatomite tuumi vastavate keemiliste elementide sümbolitega, millele lisatakse kaks indeksit: vasakule alla asetatakse elemendi number Mendelejevi tabelis (nn. *laenguarv*) ja paremale üles *massiarv* (täisarvuni ümardatud aatommass). Näiteks on lämmastiku aatomi tuuma tähiseks ${}_7N^{14}$.

Aatomifüüsikas mõõdetakse energiat väga sageli *elektronvoltides* (eV). 1 eV on energia, mille saab elementaarlaeng ($4{,}8 \cdot 10^{-10}$ lü $= 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C) kiirendavas elektriväljas ühest punktist teise liikudes, kui nende punktide vahel on pinge 1 V:

$$1 \text{ eV} = 1{,}6 \cdot 10^{-12} \text{ ergi} = 1{,}6 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Miljon korda suuremat ühikut nimetatakse *megaelektronvoldiks* (MeV).

Kasutades massi ja energia vahelist seost, vaatleme näitena tuumareaktsiooni, kus α-osake on vastastikuses mõjus berülliumi aatomi tuumaga, mille tulemusena moodustub süsiniku aatomi tuum ja neutron ${}_0n^1$):

$${}_4Be^9 + {}_2He^4 = {}_6C^{12} + {}_0n^1.$$

Kasutame selle reaktsiooni lähte- ja lõpp-produktide masside tabelilisi väärtusi.

Lähteosakesed	Seisumass, amü	Saadud osakesed	Seisumass, amü
${}_4Be^9$	9,0150	${}_6C^{12}$	12,0040
${}_2He^4$	4,0039	${}_0n^1$	1,0090
Osakeste masside summa enne reaktsiooni (m_1)	13,0189	Osakeste masside summa pärast reaktsiooni (m_2)	13,0130

Masside vahe $\Delta m = m_1 - m_2$ iseloomustab reaktsioonil eralduvat energiat ΔW. Märgime, et suurustes m_1 ja m_2 sisalduvad kuue elektroni massid, kuid arvutustulemust see ei muuda (elektronide arv reaktsioonil ei muutu):

$$\Delta W = \Delta m \cdot c^2 = 0{,}0059 \text{ amü } (3 \cdot 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1})^2 =$$
$$= (0{,}0059 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-24}) \text{ g} \cdot (3 \cdot 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1})^2 =$$
$$= 8{,}82 \cdot 10^{-6} \text{ ergi} = 5{,}5 \cdot 10^6 \text{ eV} = 5{,}5 \text{ MeV}.$$

Esimesel silmapilgul võib näida, et see energia polegi nii suur. Kuid ärgem unustagem, et ta iseloomustab niisuguste osakeste vastastikust mõju, mille massid on väga väikesed! Näitlikuma tulemuse saamiseks arvutame selle energia vastastikuses mõjus olevate osakeste massiühiku kohta:

$$\frac{\Delta W}{m_1} \cong \frac{8{,}82 \cdot 10^{-6}}{13 \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-24}} = 4{,}1 \cdot 10^{17} \frac{\text{erg}}{\text{g}} = 4{,}1 \cdot 10^{10} \frac{\text{J}}{\text{g}} = 9{,}84 \cdot 10^{9} \frac{\text{cal}}{\text{g}}.$$

Nii suured energiahulgad aine ühe grammi kohta võivad esineda ainult tuumafüüsikas.

4. Tuumasisese energia vabastamise võimalused

Aatomite tuumades peituvate kolossaalsete energiavarude avastamise järel tekkis ahvatlev idee seda energiat vabastada. Kas ei saa ehk neukleonidevahelisi tugevaid sidemeid lõhkuda ja lasta tuumaosakestel «tööd teha»?

Tuumasisese energia eraldumisega puutusid füüsikud kokku juba raadiumi, uraani ja teiste elementide radioaktiivsel lagunemisel. Radioaktiivset ainet sisaldava ampulli temperatuur oli näiteks pisut kõrgem kui ümbritseva keskkonna temperatuur. Antud juhul vabanes küll tuumasisene energia, kuid kahjuks väga kasinates kogustes.

Neutronite avastamine andis eksperimentaatoritele uued «mürsud», tunduvalt efektiivsemad kui α-osakesed, millega aine sisemust juba varem «pommitati». Neutron on elektriliselt neutraalne ja seetõttu on tal märksa kergem tuumale läheneda: teda ei tõmba tuuma ümbritsevad elektronid ega tõuka ka positiivselt laetud tuum. Neutronite abiga lootsidki füüsikud lõhestada aatomi erakordselt tugevat ja püsivat tuuma.

Tuuma ehituse uurimisel oli tähtsaks etapiks *tehisradioaktiivsuse* avastamine 1934. aastal abielupaari Joliot-Curie poolt. Mõjutades radioaktiivsete kiirtega mitmesuguseid aineid, õnnestus neil saada elementide radioaktiivseid isotoope, mida looduslikes tingimustes ei esinenud. Kuidas seda avastust tõlgendada? Pommitades aatomite tuumi, võis tuumareaktsiooni tulemusena saada mitte ainult ühtedest elementidest teisi (tuumareaktsioonid polnud füüsikutele uudiseks), vaid ka ergastatud tuumadega elemente, mille radioaktiivsel lagunemisel eraldub energiat. Kuid nagu loodusliku radioaktiivsuse korral, nii eraldus ka siin tuumaenergiat praktiliseks kasutamiseks liiga väikestes kogustes.

Vahetuks tuumaenergia vabastamise künniseks oli uraani ja mõnede teiste elementide tuumade jagunemise *ahelreaktsiooni* avastamine. 1939. aastal viisid O. Hahni, F. Strassmanni ja L. Meitneri uurimised järeldusele, et uraani tuumad jagunevad neutronite toimel. F. Joliot-Curie aga tõestas eksperimentaalselt,

et uraani ühe tuuma jagunemisel tekib mitu neutronit (keskmiselt kaks-kolm). 1940. aastal määrasid nõukogude füüsikud J. Zeldovitš ja J. Hariton teoreetiliselt tingimused, mis on vajalikud ahelreaktsiooni tekkimiseks uraanis. Selsamal 1940. aastal avastasid G. Fljorov ja K. Petržak, et ahelreaktsioon võib uraanis alata ka ilma väliste neutronite mõjuta, sest uraani tuumad on ebapüsivad ja neil on kalduvus *iseeneslikule (spontaansele) jagunemisele* neutronite eraldumisega.

Milles seisneb uraanituumade jagunemise ahelreaktsioon? Neutroni mõjul puruneb uraani aatomi tuum kaheks killuks, mis kujutavad endast mingite teiste keemiliste elementide (eelistatult Mendelejevi tabeli keskosast) tuumi. Selle jagunemise tulemusena tekivad uued neutronid (nn. *sekundaarsed neutronid*), mis võivad oma teel purustada uusi tuumi. Iga uraanituuma jagunemisel tekib keskmiselt kaks-kolm sekundaarset neutronit. Nii tekibki olukord, kus teatud tingimustel, mida iseloomustavad jaguneva aine mass, kuju, neutroneid neelavate lisandite hulk jne. (kõik see määrabki *kriitilise massi*), alanud (kas või ainult üheainsa tuuma spontaanse jagunemise tõttu) uraanituumade jagunemine kulgeb väga intensiivselt, vabastades energiat üha uutest ja uutest purustatud tuumadest.

Kasutades uraani isotoopi, mille aatommass on 235 kg/kg-aatom (uraan-235), peab ahelreaktsiooni edukaks kulgemiseks neutronite kiirus olema suhteliselt väike. Selleks paigutatakse reaktsiooni tsooni aineid, mis aeglustavad neutroneid, kuid neelavad neid nõrgalt (näiteks grafiit, raske vesi, berüllium jt.). Kui sinna viia veel neutroneid neelavaid aineid (kaadmium, boor, boorteras jt.), siis võib uraanituumi lõhestavate neutronite arvu reguleerida ja seega ka reaktsiooni juhtida.

Esimese uraanituumade reguleeritava ahelreaktsiooni viis läbi E. Fermi 1942. aastal. Reaktori tuumakütuseks oli rikastatud uraan (looduslik uraan, mille põhikomponendiks on uraan-238, kuid milles isotoopi uraan-235 sisaldub tavalisest rohkem), aeglustajaks grafiit ja neutronite neelajaks kaadmium. Isotoobi uraan-238 ja neutronite vastastikuse mõju tulemusena saadi uus element — plutoonium, mida võis uraani asemel kasutada tuumakütusena.

Uraani, plutooniumi ja teiste Mendelejevi tabeli lõpus paiknevate raskete elementide tuumade jagunemine pole ainuke tuumaenergia vabastamise viis. On olemas ka teine tee — kergete tuumade ühinemine raskemateks tuumadeks, nn. *termotuumareaktsioon*. Termotuumareaktsiooni näitena võime tuua heeliumituumade sünteesireaktsiooni vesinikutuumadest. Nimetatud reaktsioon on Päikese kiirgusenergia allikaks.

Termotuumareaktsioon võib alata ainult väga kõrgel temperatuuril, mis ulatub mitme miljoni kraadini. Maapealsetes tingimustes võib niisuguseid temperatuure saada esialgu ainult uraani,

plutooniumi või teiste raskete elementide tuumade plahvatuslikul jagunemisel. Niisiis on tänapäeval inimkonna käsutuses mittejuhitavad deuteeriumi (vesiniku raske isotoop, mille aatommass on 2 kg/kg-aatom) või triitiumi (vesiniku üliraske isotoop, mille aatommass on 3 kg/kg-aatom) plahvatuslikud tuumade sünteesireaktsioonid, kuid on põhjust arvata, et tulevikus õnnestub neid termotuumareaktsioone juhtida.

5. Positroni ja elektroni annihilatsioon

Veel üheks elementaarosakeseks, millega puututi kokku aatomisiseste nähtuste uurimisel, oli K. Andersoni poolt 1932. aastal avastatud *positron*. Positroni mass on võrdne elektroni massiga ja tema positiivne laeng on absoluutväärtuselt võrdne elektroni laenguga. Positronid avastati kunstlike radioaktiivsete tuumade lagunemisel ja suure energiaga γ-kvantide ning aatomituumade vastastikusel mõjul. Nagu eespool on juba märgitud (vt. § 32, p. 1), saadi viimasel juhul kaduva γ-kvandi (footoni) asemele elektron-positronpaar, kusjuures tuumas, mille läheduses see nähtus kulges, ei toimunud mingeid muutusi. See kinnitas veenvalt üht kõige huvitavamat muundumist: footonid ehk elektromagnetilise kiirguse energiakvandid, millel seisumass puudub ja mis seetõttu «tavalistest» osakestest suuresti erinevad, muundusid elektroniks ja positroniks — kaheks niisuguseks «tavaliseks» osakeseks, millel on nullist erinev seisumass ja mis võivad eksisteerida kõikidel valguse kiirusest c väiksematel kiirustel, kaasa arvatud ka nulliga võrdne kiirus. Selles muundumises avaldub mateeria kahepalgelisus, millele me juba eespool tähelepanu juhtisime: elektromagnetilise kiirguse lained muundusid aineosakesteks!

Veel enam, peaaegu samaaegselt elektron-positronpaari tekkeprotsessi avastamisega juhiti tähelepanu ka vastupidisele protsessile, s. o. positroni ja elektroni ühinemisprotsessile — annihilatsioonile. (Viimasest selgus, et positronide pikaajaline eksisteerimine maapealsetes tingimustes on vabade elektronide suure hulga tõttu võimatu.) Seejuures ilmnes, et ühe positroni ja ühe elektroni annihilatsioonil tekib kaks γ-kvanti, mis lendavad vastupidistes suundades. Üks γ-kvant «sünnitab» elektroni ja positroni, viimaste ühinemisel aga tekib kaks γ-kvanti. Missuguse seaduse järgi need muundumised kulgevad?

Selleks seaduseks on A. Einsteini avastatud massi ja energia vaheline seos.

Kokkuvõtliku näitena arvutame elektromagnetilise kiirguse lainepikkuse elektroni annihileerumisel positroniga.

Nende osakeste seisumassid on ühesugused ja võrdsed: $m_0 = 9{,}11 \cdot 10^{-31}$ kg. Olgu iga moodustuva kvandi energia $h\nu$. Vasta-

valt Einsteini seadusele võime siis kirjutada: $2h\nu = 2m_0c^2$ ehk $h\nu = m_0c^2$, millest $\nu = m_0c^2/h$. Et lainepikkus λ on seotud sagedusega ν vastavalt valemile $\lambda = c/\nu$, siis võib kirjutada:

$$\lambda = \frac{h}{m_0c}, \tag{37.3}$$

Väljendades suuruste väärtused SI-süsteemi ühikuis, saame:

$$\lambda = \frac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 3 \cdot 10^{8}} = 2{,}43 \cdot 10^{-12}\ \text{m}.$$

Just niisugust elektroni ja positroni annihilatsioonil tekkiva elektromagnetilise kiirguse lainepikkust mõõtiski 1949. aastal katseliselt J. DuMond, andes sellega kaasaegse füüsika nurgakiviks olevale Einsteini seadusele hiilgava kinnituse.

Kokkuvõtlikke märkusi

Elementaarfüüsika lihtsus seisneb tema paljude mõistete «näitlikkuses». Lugejad panid muidugi tähele käesolevas õppevahendis kasutatud materjali esitamise metoodikat. Me läksime järk-järgult nagu mööda treppi ühelt loodusnähtuse vaatlemise «nivoolt» järgnevale.

Igal «nivool» uuritakse teatud küsimusi, kusjuures nähtuste jaotamine «nivoodeks» on täiesti tinglik. See on seotud püüdega süstematiseerida meie teadmisi, muuta arvutusi võimalikult lihtsateks ja praktiliselt teostatavateks, füüsikaliste nähtuste ja faktide kirjeldamist aga vastuvõetavaks ja arusaadavaks. Niisugusel loodusnähtuste uurimisel omandame kogemuse pöörata tähelepanu nähtuste olulistele külgedele, jättes kõrvale teisejärgulised «peensused», mis antud juhul pole olulised. «Millele tuleb juhtida tähelepanu ja millele mitte?» — selle küsimuse esitame tingimata iga füüsikaülesande lahendamisel.

Igale «nivoole» vastavad omad seadused ja mudelid — kokkuleppelised ja abstraktsed mõisted, mis kajastavad tegelikkuse neid külgi, mida antud «nivool» uuritakse. Just selles seisnebki füüsika elementaarkursuse lihtsus, et paljud selle kursuse mudelid on piisavalt näitlikud ja kergesti esitatavad meie igapäevase elu kogemuste varal. Niisuguste mudelite kasutamine on meid ümbritseva maailma esialgsel uurimisel täiesti õigustatud, see kajastab meie teadmiste loomulikku käiku. Iga uut keerulist nähtust püüame seostada juba tuntud, varem uuritud nähtusega. (Tuletage meelde «habemega» nalja veduri esimeste nägijate kohta, kellele oli kõik arusaadav peale üheainsa küsimuse: «kuhu siis rakendatakse hobune?»)

Eespool rõhutasime, et uue taandamine varemtuntule pole alati võimalik (näiteks soojus- või elektrinähtused ei taandu terviklikult ainult mehaanilistele). Peale selle on vaja viidata veel ühele olulisele kaasaegse füüsika omapärasele joonele. Looduse saladustesse tungimisel tuleb üha sagedamini kasutada mitte väga näitlikke ja päris «tunnetamatuid» mõisteid ja mudeleid. Elementaarfüüsikas on sellisteks mõisteteks mitmesugused väljad. Varem me peatusime juba raskustel nende mõistete omandamisel ja kasutamisel. Me ei täienda siin taoliste «tunnetamatute» mõistete nimekirja, kuid märgime, et eriti viimastel aastakümnetel on füüsikas tekkinud väga palju niisuguseid mõisteid (mitmesugused elementaarosakeste omadused ja käitumise seaduspärasused, igapäevases elus mittevaadeldavad relatiivsusteooria ja kvantmehaanika efektid jm.). See, kes soovib kaasaegse «loodusõpetuse» aparaati tõsiselt omandada, peab õppima raskesti ettekujutatavatest mõistetest aru saama. Midagi pole parata! Rängalt eksib see, kes arvab, et selliste «ülitarkustega» tegeleb ainult väike hulk «teoreetikuid».

Kas piisab, kui jätta meelde ainult valemid? Ei, ainult valemite või «retseptide» meelespidamine ei aita. Mitte ühtki loodusteadust, sealhulgas ka füüsikat, ei saa mõnesse valemisse koondada. Loodusnähtuste mitmekesisuse ja mitmekülgsuse tõttu on seosed nende vahel väga komplitseeritud, mõistetepagasit tuleb täiendada uutega, mille abil saab formuleerida seadusi, kirjeldada fakte, nähtusi ja vastastikuseid seoseid või nende vastastikust tingitust.

Iga teaduslik distsipliin algab definitsioonidega. Selles võib veenduda, kui avada mingi õpik. Algul on alati vaja täpsustada, missuguste küsimustega antud teadus tegeleb ja missuguseid termineid, mõisteid ning mõnikord ka kujutlusi ta kasutab. Lühidalt, on vaja täpselt piiritleda, millest ja millises «keeles» tuleb juttu.

Valemid on rohkem matemaatika kui füüsika keeleks. Lakooniliste matemaatiliste valemite võlu seisneb nende abstraktses üldistuses, selles, et x ja y all võime mõista sõltuvalt konkreetsest olukorrast nii teepikkust kui ka puude arvu jne. Kahe suuruse vaheline seos $(a+b)^2$ on alati samaväärne teise seosega $a^2+2ab+b^2$, ükskõik mida me ka a ja b all ei mõistaks.

Füüsikalised valemid on selles suhtes konkreetsemad, nad on väärtuslikud ainult siis, kui neis esinevatel suurustel on igal vaadeldaval konkreetsel juhul füüsikaline mõte. Näiteks võib matemaatilist sõltuvust kujul $y=\frac{ab^2}{c}$ kasutada füüsikas täiesti erinevate nähtuste kirjeldamisel. y võib kujutada algkiiruseta ühtlaselt kiireneva liikumise teepikkust, kui a on selle liikumise kiirendus, b liikumisaeg ja $c=2$. Juhul kui a on kiirusega b liikuva keha mass ja $c=2$, siis iseloomustab y selle keha kineetilist energiat. Kui aga

c tähendab selle ringi raadiust, millel keha liigub, siis — kui keha mass on a ja joonkiirus b — pole y enam energia, vaid kehale mõjuv kesktõmbejõud. Taolisi näiteid võib tuua hulgaliselt. Seetõttu tuleb meeles pidada, et füüsikas ei ole «universaalseid valemeid», igal valemil on oma kindel sisu, mis sõltub temas esinevate suuruste mõttest.

Seetõttu on arvatavasti selge, et ainuüksi mingite «maagiliste», päästvate valemite meelespidamine on vaevalt küll otstarbekas. Tuleb meeles pidada ja mõista füüsikaliste suuruste ja nende suuruste vaheliste seoste mõtet. Siis muutuvad valemid nägemismälu ballastist teie füüsikalise mõttetegevuse relvaks. Te ei püüa enam kramplikult meenutada, kuidas nägi välja analoogilise ülesandega seotud valem, vaid tuletate ja kirjutate vajaliku valemi ise. Sel teel saadud valem on õpikust või käsiraamatust väljakirjutatud valemist sada korda väärtuslikum.

Püüdes hoiatada lugejat valemite mehaanilise pähetuupimise eest, võib esitada veel füüsika elementaarkursuse materjali järgmise analüüsi. Meie õpperaamatus mainitakse 35 füüsikaseadust ja kasutatakse umbes neljasada füüsikalist mõistet. (Lugeja, kel on piisavalt vaba aega ja kes soovib füüsikaseadusi ja mõisteid süstematiseerida, võib koostada nende nimekirja ja täpsustada meie kokkuvõtet. Rõhuv enamus seaduste nimetusi, mõisteid ja suurusi on käesolevas raamatus toodud kursiivis.) Nimetatud seadustest on ainult 17 antud «võrrandina» ja rohkem kui kolmesajast mõistest ainult umbes viiskümmend «tuletatud valemite abil». Ülejäänud seadused on formuleeritud «sõnadega» ja mõisted antud «ilma valemiteta». Näiteks pole jõudude sõltumatuse printsiibil, Pascali seadusel, Newtoni I seadusel jne. nende seaduste mõtet ammendavaid võrrandeid, niisugused mõisted aga, nagu masspunkt, teepikkus, keha kaal, keemistemperatuur, elektromotoorjõud, aatomi tuum, positron ja paljud teised defineeritakse ka «sõnadega», kusjuures mingit defineerivat valemit ei anta. Mõned «seoste valemid» võivad vastata muidugi paljudele nimetatud mõistetele (perioodi võib avaldada sageduse kaudu, jõudu aga keha massi ja kiirenduse kaudu jne.), kuid need mõisted defineeritakse ilma valemite abita.

Seega pole oluline mitte pähetuubitud valemite hulk, vaid füüsikaliste suuruste ja nende kasutamise sisuline mõistmine. «Milleks on mingit füüsikalist suurust vaja kasutusele võtta?» «Mis peegeldab ja iseloomustab antud füüsikalist mõistet?». Proovides esitada ja vastata niisugustele küsimustele, lähenete õigele arusaamisele füüsikalistest suurustest ja mõistetest.

Lugejale tuleb soovitada jätta meelde vaid peamiste füüsikaseaduste (näiteks Newtoni II seaduse, ülemaailmse gravitatsiooniseaduse, Coulomb'i seaduse jt.) võrrandid ning peale selle veel võrrandid, mille abil defineeritakse mõned füüsikalised

suurused (näiteks $v_k = \frac{\Delta s}{\Delta t}$ — kulgliikumise keskmise kiiruse jaoks, $\varrho = \frac{m}{V}$ — aine tiheduse jaoks, $E = \frac{ob}{F}$ — elektriväljatugevuse jaoks, $I = \frac{\Phi}{\omega}$ — valgustugevuse jaoks jm.). Peale valemite on aga tingimata vaja teada seadustes esinevate füüsikaliste suuruste mõtet, seaduste rakendamise tingimusi ja kehtivuspiire.

Mõningatest vastuvõtueksamitel ilmnevatest puudustest. Sageli küsitakse eksamieelsel konsultatsioonil: «Missugusele küsimusele tuleb pöörata erilist tähelepanu?», «Millistele küsimustele vastamisel «kukutakse läbi» kõige sagedamini?» Esimesele küsimusele püüdsime käesolevas raamatus vastata, pöörates rohkem tähelepanu just neile «rasketele» elementaarkursuse küsimustele. Teisele küsimusele pole võimalik vastata, sest mingit märgatavat läbikukkumiste seaduspärasust pole olemas. Vahetevahel võib viletsaid vastuseid kuulda füüsika põhiseaduste formuleerimisel, väga lihtsatele küsimustele vastamisel või lihtsate ülesannete lahendamisel. Samal ajal aga võib saada laitmatuid vastuseid väga keerulistele küsimustele.

Tahaks juhtida lugeja tähelepanu mõningatele laialt levinud üldistele puudustele, millest võib hoolika ja püsiva ettevalmistusega vastuvõtueksamiteks vabaneda. Meie arvates seisnevad need puudused järgmises.

1. Pinnalised ja ebatäpsed arusaamad mõningatest füüsikalistest mõistetest (nagu näiteks mass, kaal, väli, elektrilaeng, «magnetiline mass», valguskiir jt.).

2. Ei näidata ega teata ühe või teise füüsikaseaduse rakendatavuse piire.

3. Ei teata, millised seadused on põhilised (kõige üldisemad), millised erijuhud.

4. Sageli ei osata vastata küsimustele: «Milline on seos füüsikakursuse eri osade vahel?», «Mis on neil osadel ühist?», «Mille poolest nad erinevad?».

5. Ei teata, missuguseid füüsikaseadusi võib antud ülesandes toodud tingimustel rakendada. Füüsikaseaduste pinnalise tundmise tõttu ei osata ülesande lahendamist alustada.

Nende ridade autoril tuli mitmel korral veenduda, et suurem osa sisseastujaid peab füüsika eksamil «hirmuks nr. 1» ülesandeid. Ettevalmistuskursustel ja eksamieelsetel konsultatsioonidel võib sageli kuulda: «Seadused me õpime selgeks õpikust. Lahendame parem rohkem ülesandeid.» Ülesannete lahendamine on muidugi erakordselt kasulik asi. Ja mitte mingisugustel kursustel ega konsultatsioonidel pole võimalik lahendada niipalju ülesandeid, kuipalju seda võib teha abiturient iseseisval eksamiks ettevalmistumisel. Kuid lahendatud ülesannete arv ei määra veel teadmiste

küpsust. Sajad lahendatud ülesanded on kasutud, kui enne nende lahendamist on vastav üldine teoreetiline materjal jäänud omandamata. Julgen väita, et ülesandeid kardavad just need, kes on nõrgad füüsika teoorias, kes ei valda reaalsetele nähtustele lähenemise *füüsikalist meetodit*.

6. Puudulik loogilisus arutlustel ja kindlusetus tuletamisel. Pidage meeles, et «matemaatiliste» tõestuste loogika ei sega teid ka «füüsikalistel» tõestustel.
7. Ei osata lahendada ülesandeid lõpuni üldkujul.
8. Ei kontrollita ülesande vastuse dimensiooni.
9. Ei osata saadud lahendust analüüsida.

* *
*

Pöördudes tagasi käesoleva õpiku eesmärgi juurde, tahaks viidata ühele raskustest, millega selle õpiku kallal töötades tuli kokku puutuda. Esmajoones oli vaja rääkida sellest, mis on ette nähtud sisseastumiseksamite programmis. Seejuures püüdsime aga esitada materjali nii, et see oleks kooskõlas kaasaegse füüsika seisukohtadega.

Meilt võidakse küsida: «Milles see raskus seisnes?», «Kas üks segas teist?», «Kas eksamiprogramm tõepoolest ei vasta füüsika kaasaegsele arengutasemele?». Esimese küsimuse vastuseks võivad olla jaatavad vastused kahele järgnevale. Jah, eksamiprogramm jääb kahjuks maha ja vajab seetõttu pidevat uuendamist. Esialgu aga teist programmi pole ja meil tuleb lähtuda olemasolevast.

Niisugune olukord on tingitud füüsika erakordselt kiirest arengust viimasel ajal. Me räägime seda mitte selleks, et tekitada lugejas, kes valmistub instituuti astuma, mingisuguseid kahtlusi. («Programm, näete, on halb, ei vasta kaasaegsele tasemele. Millest siis käsite juhenduda, et valmistuda vastuvõtueksamiks füüsikas?») Õppige, palun, programmi järgi, kuid ärge laske mööda ühtki võimalust üleprogrammilise materjaliga tutvumiseks. Kuidas seda teha? Lugege (kas või sirvige) populaarteaduslikke žurnaale, artikleid, brošüüre ja raamatuid. Need väljaanded ongi ju mõeldud esmajoones just teie jaoks, kes te valmistute süstemaatiliselt oma teadmisi täiendama!

Otsustades saada inseneriks, agronoomiks, arstiks või mistahes muuks spetsialistiks, tuleb luua endale ettekujutus nende erialade kaasaegsest arengutasemest. Selleks on vaid üks tee — kõige selle vastu peab huvi tundma. Mitte mingisugused programmid ei tohi siin aheldada. Programm peab olema ainult orientiiriks. Seetõttu pole programmis toodud küsimused vajalikud mitte vastuste pähetuupimiseks, vaid põhjalikuks järelemõtlemiseks, programmis meenutatud faktide ja nähtuste vaheliste seoste ning erinevuste otsimiseks. Ärge olge kitsid iga loetud artikli ja lahendatud ülesande läbimõtlemisel!

AINEREGISTER

A

aatom 318, 377
aatomi energeetilised nivood 323, 324, 367
aatomi tuum 378
aatommass (aatomkaal) 114
aatommassi ühik 115
absoluutne temperatuur 153
absoluutselt elastne keha 45
— kõva keha 19
— mitteelastne põrge 110
adiabaatiline protsess 171, 175
agregaatolekud 118
ahelreaktsioon 382
aine 39
akommodatsioon 365
alfakiired 377
amper 17, 203, 233
Ampère'i seadus 273
ampermeeter 247
amplituud, laine 306
— , võnke- 22
annihilatsioon 384
areomeeter 138
Archimedese seadus 131
aukjuhtivus 264
aur 189—192
aurumine 185
aurumissoojus 186
Avogadro arv 115
— seadus 115

B

baromeeter 192—193
beetakiired 377
Bernoulli võrrand 145
Bohri aatomimudel 323
Boyle'i-*Mariotte*'i seadus 171
Browni liikumine 115

C

Celsiuse skaala 14, 153
Charles'i seadus 173
Clapeyroni-Mendelejevi võrrand 177
Coulomb'i seadus 201—204

D

Daltoni seadus 190
deformatsioon 19
— elastne 41
diamagneetikud 282
dielektrikud 200
— elektriväljas 223
difraktsioon 371
difraktsioonivõre 372
— konstant 372
dipool, elektriline 200
dispersioon 309—310
dissotsiatsioon 250, 256
domeenid 283
džaul 92, 159, 166
düün 43

E

ekvipotentsiaalpind 217
elastsusjõud 37
elastsustegur 41
elektrienergia 295
elektrilaeng 198
elektrilaengute jäävuse seadus 200
elektriline konstant 204
elektriline läbitavus 202
— — , suhteline 204
elektrimahtuvus 221, 224
elektritakistus 235—238, 245—248, 262
elektriseerimine 199, 201
elektrivool 229, 232, 269
elektriväljatugevus 208—210, 217—218

elektrodünaamika 227
elektrokeemiline ekvivalent 257
elektrolüüs 256
elektromagnetiline energia 295
— induktsioon 286
— väli 296
elektromagnetilised lained 305, 326
elektromagnetiliste lainete kiirus 307
elektromeeter 219
elektromotoorjõud 230, 293
elektron 198, 214, 377
elektrongaas 200
elektroni orbitaalne magnetiline moment 280
elektroni väljumistöö 374
elektronjuhtivus 252, 264
elektronjuhtivuse teooria 252
elektron-positronpaar 333
elektronvolt 381
elektroskoop 201
elektrostaatiline induktsioon 201
— väli 202
— — homogeenne 210
elektrostaatilise välja energia 230, 295
— — potentsiaal 216—217, 219
elementaarlaeng 199
endainduktsioon 291, 293
energia 88
— , kineetiline 89
— , mehaaniline 89
— , potentsiaalne 89
energia jäävuse seadus 145, 151
erg 92
erikaal 44
erilaeng 206
erisoojus 165
eritakistus 237
etalon 9

F

farad 221
Faraday' arv 257
Faraday' elektromagnetilise induktsiooni seadus 287
Faraday' seadused elektrolüüsi kohta 256
ferromagneetikud 282
fokaalpind 359
fookus, läätse 358
— , peegli 344
fookuskaugus, läätse 358
— , peegli 344
footon 330
fotoaparaat 364
fotoefekt 331, 374
fotoefekti punane piir 375
fotomeetria 334
Fresneli peeglid 369
füüsikaseadus 7
füüsikalised suurused 6

G

gaas 118
— , ideaalne 121
— , mittekokkusurutav 122
— , mitteviskoosne 123
gaasilahendus 258
gaasi oleku võrrand 176
— paisumistöö 170—171
gaaside juhtivus 258
— veeldamine 195
gammakiired 328, 377
Gay-Lussac'i seadus 174
geomeetriline optika 337
gramm-aatom 115
gramm-ekvivalent 257
gramm-molekul 115
gravitatsioon 80
gravitatsioonijõud 37, 80
gravitatsioonikonstant 80
gravitatsiooniseadus 80
gravitatsiooniväli 81
gravitatsioonivälja potentsiaal 219
— -tugevus 90

H

henri 294
hetkkiirus 23
Hooke'i seadus 119
Huygensi-Fresneli printsiip 372
Huygensi printsiip 310
hõõrdejõud 37, 46
hõõrdetegur 46
hõõrdumine vedelikus 123
hääleallikas 70, 310
hääle kiirus 306
hüdrostaatiline paradoks 130
hüpotees 8

I

ideaalne gaas 121, 155
impulsi jäävuse seadus 44, 142
impulss 41
induktiivsus 294
indutseeritud elektrivool 286—288, 293
inerts 36
infrapunased kiired 327, 332
ionisatsioon 259
isobaariline protsess 171, 174
isohooriline protsess 171, 173
isotermiline protsess 171—172
isotoobid 379
isotroopne keskkond 310

J

joonpaisumistegur 162
joonspekter 368
Joule'i-Lenzi seadus 254
juhid 237
juhtivusvool 229
jõud 36—37
jõudude mõju sõltumatuse printsiip 40, 211, 274
jõujooned, elektrivälja 210
— , magnetvälja 274—275, 281
jõumoment 72
jõupaar 72
jõu õlg 72
jääkmagnetism 283

K

kaal 42, 56—57, 81
kaaluta olek 85
kalor 158
kalorsus 189
kandela 16, 336
kapillaarid 137
katoodkiired 259, 377
keemiline ekvivalent 257
keemine 186
keemistemperatuur 186
Kelvini skaala 14, 153
kesktõmbejõud 59, 81
kiirendus 19, 23
— , hetk- 23
— , keskmine 23
— , kesktõmbe- 25, 29
— , normaal- 25
— , tangentsiaal- 25
kiirus 19
— , hetk- 22
— , keskmine 22
kilogramm (massi) 16
kilogramm-aatom 115
kilogramm-ekvivalent 257
kilokalor 158
kilomool 115
kinnine (suletud) süsteem 46, 101, 157
klassikaline mehaanika 112
koguenergia 151
koguvool 298
kondensaator 224
kondensatsioon 185
kontaktjõud 37
kontaktnähtused 201
konvektsioon 160
konvektsioonivool 229
korgitsa reegel 274
kosmiline kiirus, esimene 84
— — , teine 105
kraad 13
kriitiline mass 383
— olek 195
— rõhk 195
— temperatuur 195
kristallid 119
kristalliseerumine 182
kristallivõre 119
kujutis, näiv 338
— , tõeline 338
kulon 203, 276
kvandid 323—324, 331
kõrvalised jõud 229
käiguvahe 370
küllastusvool 258
küttevääртus 189

L

laenguarv 381
laenguühik 14, 202—203
laineallikas 306, 316
laine faas 306
— front 310
lained, elastsed 305
— , elektromagnetilised 305, 307, 314, 326
— , hääle- 305
— , koherentsed 369
— , piki- 305
— , rist- 305
— , sekundaarsed 310, 372
— , sfäärilised 310
— , tasapinnalised 310
— , valgus- 316—318
lainepikkus 306
lainepind 310
lainete interferents 369
— kiirus 306
— levimine 305
— murdumine 310
— peegeldumine 310
lainetus 306
langemisnurk 312
Lenzi reegel 288
liikumine, inertsiaalne 36, 314
— , kulg- 19
— , kõverjooneline 19
— , mateeria eksisteerimise vorm 13
— , mehaaniline 18
— , mitteinertsiaalne 36
— , pöörd- 20
— , sirgjooneline 19
— , ühtlane 21
— , ühtlaselt muutuv 21
— , — pöörlev 21
liikumishulga jäävuse seadus 44
liikumishulk 41

liikumiste sõltumatuse seadus 34
lisandjuhtivus 263
Lorentzi jõud 277
luks 336
luminestsents 332
luumen 336
luup 364
läbilöök dielektrikus 263
läätsed 358
läätse keskpunkt 358
läätse valem 359—367

M

Maa mass 87
magnet 271
magnetiline induktsioon 273
— jõud 269
— konstant 281
— läbitavus 281
— moment 272
magnetnõel 269
magnetpoolus 270
magnetvoog 276
magnetväli 269
magnetvälja energia 295
magnetvälja mõju voolule 271—278, 281
— -tugevus 281
mass 14, 17, 38—39
massiarv 381
massi jäävuse seadus 112
masspunkt 19
mateeria 38—39
meeter 13
mehaanilise energia jäävuse seadus 101
menisk 127
metallide elektrijuhtivus 252—254
mikroskoop 364
molekulmass (molekulkaal) 114
monokromaatiline valgus 371
mool 115
murdev nurk 356
murdumisnurk 312, 352
murdumisnäitaja 308
mõõt 10
mõõtmine, kaudne 11
— , otsene 11

N

neutron 379
Newtoni I seadus 36
— II seadus 37
— III seadus 41
nihkevektor 27
nihkevool 297
niiskus, absoluutne 193
— , relatiivne 193
njuuton 42
normaalkiirendus 25
nukleon 380
nurkkiirendus, hetkeline 23
— , keskmine 23
nurkkiirus, hetkeline 23
— , keskmine 22

O

objektiiv 364
Ohmi seadus 235
oksüdeerumine 188
okulaar 364
oom 237
optiline telg, läätse 358
— — , peegli 342
optiline tihedus 352
— süsteem 363

P

paraksiaalne kiirekimp 343
paramagneetikud 282
Pascal'i seadus 125
peegeldumine, difuusne 351
— , korrapärane 351
— , lainete 310—313
peegeldumisnurk 312
peegli keskpunkt 342
— poolus 342
pendel, füüsikaline 21, 66—69
— , matemaatiline 20, 66—69
— , vedru- 20, 66—69
pidevuse võrrand 140
pidev spekter 368
pikksilm 365
pindpinevus 120
pindpinevusjõud 120
pindpinevustegur 120
pinge 217, 236
pingelang 236
Plancki konstant 324
plasma 119
polarisatsioon 223
polarisatsioonilaengud 223
pooljuhid 262—265
positron 384
potentsiaal 216
potentsiaalide vahe 216—217, 236
potentsiomeeter 246
projektsiooniaparaat 364
prooton 378
põhiühikud 13
pöördenurk 20
pööriselektriväli 299
pöörlemine 20

pöörlemistelg 20
püsivmagnet 271

R

raadiolained 326
radioaktiivsus, looduslik 377
— , tehis- 382
raskuskese 75
reaktsioonijõud 43
reostaat 245
ribaspekter 368
ruumpaisumistegur 162, 174
rõhk 123
— , atmosfääri- 123—125
— , dünaamiline 145
— , kapillaarides 127—129
— , küllastunud auru 190—191
— , partsiaal- 190
— , sise- 125
— , välis- 125
rõhu termiline koefitsient 173
röntgenikiired 327, 377
ründenurk 148

S

seisumass 39
sekund 12
sfääriline peegel 342
sfäärilise peegli valem 342—344
siseenergia 117, 155—159
soojus 158
soojusbilanss 162
soojuse mehaaniline ekvivalent 158
soojusjuhtivus 160
soojuskiirgus 161
soojuslik tasakaal 152
soojusvahetus 158
spekter 325, 371—374
spektraalanalüüs 325
spektrite tüübid 368—374
statistiline meetod 117
statsionaarne orbiit 323
sublimatsioon 188
sublimatsioonisoojus 188
sulamine 182
sulamissoojus 182
sulamistemperatuur 182

S

šunt 248

T

tahke olek 118
takistuse temperatuuritegur 238
tangentsiaalkiirendus 25
tasakaal 75
tasakaalu liigid 75
tasapeegel 339—342
taustkeha 18
taustsüsteem 18
teepikkus 19
tehniline massiühik 43
teleskoop 365
temperatuur 152—153
temperatuurikiirgus 161, 332
termistor 265
termoemissioon 254
termomeeter 152—153
termotuumareaktsioon 383
tesla 274
Thomsoni aatomimudel 377
Thomsoni valem 300
tihedus 40
tiirlemisperiood 20
tiirlemissagedus 20
toereaktsioonid 43
trajektoor 19
transformaator 293
tsentraaljõud 80
tuletatud ühikud 13
tuumade jagunemine 383
tuuma mudel 378—379
tuumajõud 380
tuumareaktsioonid 379
tuumasisene energia 380
tõstejõud 148
tõukeionisatsioon 258
täielik sisepeegeldus 353
töö 90
töö soojuslik ekvivalent 158

U

ujumine 132—136
ultravioletsed kiired 328
universaalne gaasikonstant 176

V

vaatenurk 347—348, 361—362
vaba langemise kiirendus 42
valgus 328
valgusallikas 316
valguse kiirus tühjuses 306
valguskiir 328, 336
valguskimp 336
valgustehnika 334
valgustugevus 335
valgustustugevus 335, 339—341
valgusvoog 334, 339—341
vasaku käe reegel 275
vatt 99
veeber 276
vedelik 118

— , mittemärgav 127
— , märgav 127
venimatu niit 52
vibraator 301
viskoossus 123
viskoossusjõud 123
volt 217
voltmeeter 236
voolamine 140
vooluallikas 229
voolujooned 140
voolu tehniline suund 233
voolutoru 140
võimsus 99
võnkeamplituud 21
võnkefaas 21
võnkekontuur 295
— , avatud 297, 301
— , kinnine 301
võnkeperiood 21, 306, 369
võnkesagedus 21, 306
võnkumised, harmoonilised 68
— , hääle- 70
— , koherentsed 369
— , mittesumbuvad 70
— , sund- 70
— , vabad 68
väli 39, 82

Ü

ühtlane pöörlemine 22
üleslükkejõud 131

SISUKORD

Kolmanda väljaande eessõna 3
Esimese väljaande eessõna 3
Teise väljaande eessõna 5
Sissejuhatus 6
Füüsikaliste suuruste mõõtühikute süsteemid 10

I. Masspunktide ja kõvade kehade mehaanika 18

§ 1. KINEMAATIKA 18

1. Põhimõisted 18
2. Põhiliste kinemaatiliste suuruste kasutuselevõtu järjekord ja füüsikaline sisu 22
3. Kinemaatiliste suuruste vektoriaalne iseloom 24
4. Kinemaatikaülesannete lahendamisel kasutatavate suuruste vahelised seosed 26
5. Kinemaatiliste suuruste vaheliste seoste graafikute kasutamine 30
6. Liikumiste sõltumatuse seadus 34
7. Kokkuvõtlikke märkusi 34

§ 2. DÜNAAMIKA 36

1. Põhimõisted ja Newtoni seadused 36
2. Impulsi jäävuse seadus 44
3. Hõõrdejõudude arvestamine dünaamikaülesannete lahendamisel 46
4. Vastastikuses mõjustuses olevate kehade süsteemide liikumise dünaamika 51
5. Masspunkti ringliikumise dünaamika 59
6. Võnkliikumise dünaamika 66

§ 3. MASSPUNKTIDE JA KÕVADE KEHADE STAATIKA 71

1. Staatilise tasakaalu tingimused 71
2. Raskuskese 75

§ 4. ÜLEMAAILMNE GRAVITATSIOONISEADUS 80

1. Põhimõisted 80
2. Gravitatsioon ja keha kaal 81

§ 5. ENERGIA, TÖÖ JA VÕIMSUS. ENERGIA JÄÄVUSE JA MUUNDUMISE SEADUS MEHAANIKAS 88

1. Põhimõisted 88
2. Mehaanilise energia jäävuse ja muundumise seadus . . . 101

§ 6. MEHAANIKA TÄHTSUS JA «MEHAANILISE LÄHENEMISVIISI» KASUTATAVUSPIIRID FÜÜSIKAS 111

II. Aine ehituse molekulaarkineetiline teooria 114

§ 7. ESIMESED SAMMUD AINE SISEMUSSE 114

1. Põhimõisted 114
2. Tähtsamate katseandmete tõlgendamine 115
3. Mehaanikaseaduste kasutatavusest aatomite ja molekulide kohta 116

§ 8. AINE OMADUSED MITMESUGUSTE AGREGAATOLEKUTE KORRAL 118

1. Aine agregaatolekute klassifikatsioon 118
2. Tahke olek 119
3. Vedel olek 120
4. Gaasiline olek 121

III. Vedelike ja gaaside mehaanika 122

§ 9. KASUTATAVAD «MUDELID» 122

§ 10. VEDELIKE JA GAASIDE STAATIKA 124

1. Vedeliku vaba pinna osakeste tasakaal kaugel anuma seintest 124
2. Osakeste tasakaal vedelikus või gaasis 125
3. Vedeliku vaba pinna osakeste tasakaal anuma seinte läheduses 127
4. Vedelikuga või gaasiga täidetud anuma tasakaal 130
5. Vedelikku või gaasi asetatud keha tasakaal. Archimedese seadus 131

§ 11. VEDELIKE JA GAASIDE DÜNAAMIKA 133

1. Põhimõisted. Pidevuse võrrand 139
2. Jäävusseaduste kasutatavusest liikuvate vedelike ja gaaside korral 141

IV. Soojus 150

§ 12. ENERGIA JÄÄVUSE SEADUSE «LAIENDAMINE» 150

1. Mis toimub makroskoopiliste objektidega nende siseenergia muutumisel? 150
2. Keha või kehade süsteemi siseenergia muutuse mõõtmine. Temperatuuri mõiste 152
3. Kas siseenergia saab alati muunduda mehaaniliseks energiaks? 155

§ 13. SISEENERGIA MUUNDUMISE KAKS MOODUST 157

1. Töö ja soojus 157
2. Soojusvahetuse vormid. Soojusbilansi võrrand 159

§ 14. AINE SISEENERGIA MUUTUMINE ILMA AGREGAATOLEKU MUUTUSETA 162

1. Kõvade kehade ja vedelike käitumine nende siseenergia muutumisel 162
2. Gaaside käitumine nende siseenergia muutumisel . . . 170

§ 15. SISEENERGIA MUUTUMINE AINE ÜLEMINEKUL ÜHEST AGREGAATOLEKUST TEISE 181

1. Üldisi märkusi 181
2. Sulamine ja kristalliseerumine 182
3. Aurustumine ja kondensatsioon 185
4. Sublimatsioon 188
5. Oksüdeerumine 188

§ 16. AURUDE OMADUSED. ÕHUNIISKUS. KRIITILINE OLEK 189

1. Gaasisegud 189
2. Küllastunud ja küllastumata auru saamistingimused ja omadused 190
3. Veeaur õhus 193
4. Aine kriitiline olek 194

§ 17. KOKKUVÕTE AINE EHITUSE KÄSITLEMISEST AATOMITE JA MOLEKULIDE «TASEMEL» 195

V. Elekter 198

§ 18. ELEKTRILAENGUD 198

1. Mis on elektrilaeng? Kust saadakse elektrilaenguid? . . . 198
2. Uued mudelid 200
3. Elektrilaengute jäävuse seadus 200

§ 19. ELEKTRIVÄLI JA SELLE KARAKTERISTIKAD 201

1. Coulomb'i seadus — elektrostaatika põhiseadus 201
2. Väljatugevus — elektrivälja jõukarakteristika 208
3. Vabade elektrilaengute süsteemi püsiva tasakaalu võimatus 213
4. Elektrivälja energeetiline karakteristika 215

§ 20. AINE ELEKTROSTAATILISES VÄLJAS 222

1. Juhid elektrostaatilises väljas 222
2. Dielektrikud elektrostaatilises väljas 223
3. Kondensaatorid 224

§ 21. MILLISEID ÜLESANDEID LAHENDAB ELEKTROSTAATIKA? 227

§ 22. ELEKTRILAENGUTE KORRAPÄRASTATUD LIIKUMINE — ELEKTRIVOOL 229

1. Elektrivoolu tekkimise ja säilimise tingimused 229
2. Alalisvoolu põhilised seadused 230
3. Mõningatest elektrotehnilistest riistadest 245
4. Metallide elektronjuhtivus 252
5. Elektrolüütide ioonjuhtivus 256
6. Elektrivool gaasides 258
7. Elektrivool vaakuumis 259
8. Elektrivool pooljuhtides 262

§ 23. MÕNED ÜLDISED JÄRELDUSED ELEKTROSTAATIKAST JA ALALISVOOLUDE ELEKTRODÜNAAMIKAST 265

VI. Magnetism 269

§ 24. MAGNETVÄLI JA SELLE OMADUSED 269

1. Liikuvate elektrilaengute uued omadused 269
2. Kuidas magnetvälja avastada? 269
3. Magnetilise induktsiooni vektor kui magnetvälja põhiline jõukarakteristika 273
4. Magnetvälja mõju liikuvatele elektrilaengutele 277

§ 25. AINE MAGNETVÄLJAS 279

1. Ainesisesed magnetväljad 279
2. Veel üks magnetvälja jõukarakteristika 280
3. Ainete liigitus magnetiliste omaduste järgi 282
4. Mõningaid järeldusi 283

VII. Elektromagnetiline induktsioon ja elektromagnetilised lained 285

§ 26. ELEKTROMAGNETILISE INDUKTSIOONI PÕHISEADUSED 285

1. Ajaliselt muutuvate vooludega või magnetväljadega seotud uued nähtused 285
2. Elektromagnetilise induktsiooni seadused 286
3. Transformaatori tööprintsiip. Endainduktsioon 291

§ 27. ELEKTROMAGNETILISED VÕNKUMISED 295

1. Energia jäävuse seaduse rakendamine võnkekontuurile . . 295
2. Elektromagnetiline väli 296
3. Tingimused, mille korral võnkekontuur kiirgab energiat . . 300
4. Aine aatomid sarnanevad avatud võnkekontuuriga . . . 302
5. Mõned tähtsad järeldused 303

VIII. Lained 305

§ 28. LAINEPROTSESS KUI VÕNKUMISTE LEVIMINE RUUMIS 305

1. Lainete liigitus 305
2. Lainete põhikarakteristikad 306

§ 29. ERINEVA OLEMUSEGA LAINETE OMADUSI JA ISEÄRASUSI 307

1. Lainete levimiskiirus on lõplik 307
2. Energia ülekanne lainetega 307
3. Lainete levimiskiiruse ja murdumisnäitaja dispersioon . . 308
4. Nähtused keskkondade eralduspiiril 309

§ 30. LAINETE JA OSAKESTE ÜHISED OMADUSED 314

IX. Optika 316

§ 31. MIS ON VALGUS? 316

1. Eelnevaid märkusi 316
2. Aatomite ja molekulide kiirgus 318
3. Molekulide ja aatomite võnkumiste tõttu tekkivad elektromagnetilised lained 326

§ 32. ELEKTROMAGNETILISE KIIRGUSE JA AINE VASTASTIKUNE MÕJU 330

1. Vastastikuse mõju efektid 330
2. Energia jäävuse seaduse kasutamise võimalus 333

§ 33. FOTOMEETRIA ALUSED 334

1. Fotomeetria praktilisi ülesandeid 334
2. Põhilised fotomeetrilised suurused ja seadused 334

§ 34. GEOMEETRILINE OPTIKA 337

1. Põhilised mõisted ja seadused 337
2. Kujutiste saamine peeglitega 341
3. Valguse läbiminek erinevate läbipaistvate keskkondade eralduspiirist 351
4. Kujutiste saamine läätsedega 358
5. Lihtsaimate optiliste süsteemide ja riistade otstarve . . . 363

§ 35. MÕNINGAID LAINE- JA KVANTOPTIKA KÜSIMUSI 367

1. Aine aatomite ja molekulide elektromagnetilise kiirguse analüüs spektrite järgi 367
2. Valguse interferents ja difraktsioon 369
3. Fotoelektriline efekt 374
4. Kokkuvõte optiliste nähtuste kohta 376

X. Aatomi ja aatomi tuuma ehitus 377

§ 36. AATOMI EHITUS 377

§ 37. AATOMI TUUMA EHITUS. TUUMASISENE ENERGIA 378

1. Tuuma prooton-elektronmudel 378
2. Tuuma prooton-neutronmudel 379
3. Nukleonide vastastikune mõju 380
4. Tuumasisese energia vabastamise võimalused 382
5. Positroni ja elektroni annihilatsioon 384

Kokkuvõtlikke märkusi 385

Aineregister 390

Юрий Александрович Селезнев. ОСНОВЫ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ФИЗИКИ. (Физика для поступающих в вузы.) На эстонском языке. Перевели с русского К. Шульц и Р. Паккас. Художественное оформление Г. Пант. Издательство «Валгус». Таллин, Пярнуское шоссе, 10.

Toimetaja V. Heinaste. Kunstiline toimetaja R. Kelu. Tehniline toimetaja E. Sagris. Korrektorid A. Kalberg ja H. Kahar.

Laduda antud 23. VI 1969. Trükkida antud 23. IX 1969. Kohila Paberivabriku trükipaber nr. 2. 60×90/16. Trükipoognaid 25. Arvestuspoognaid 26,40. Trükiarv 10 000. Tellimuse nr. 3582. Tallinn, Pikk t. 2. Hind 84 kop.

84 kop.

A
30225
3373259

TÜ RAAMATUKOGU
1 0300 00397325 4