

J. LANG ja A. PAE

# FÜÜSIKA PRAKTIKUM

TARTU RIIKLIKUS ÜLIKOOLIS

II



RK „TEADUSLIK KIRJANDUS“

J. LANG ja A. PAE

# FÜÜSIKA PRAKTIKUM

## TARTU RIIKLIKUS ÜLIKOOLIS

II



RK „TEADUSLIK KIRJANDUS“  
TARTU, 1946



11457  
A-15659

## EESSÕNA.

*Füüsika praktikum Tartu Riiklikus Ülikoolis II on otseseks jätkuks samanimelise töö I osale ja sisaldab füüsika praktikumis tehtavaid töid matemaatika-loodusteaduskonna üliõpilastele.*

*Käesolev töö on koostatud samadel põhimõtetel kui tema eelkäijagi. Mõõtmiste ja arvutamistega seotud vea suuruse hindamist on püütud võimalikult rõhutada. Vastavate küsimuste selgitamiseks on sissejuhatavas osas antud lühike ülevaade vigade arvutamisest ning teisi näpunäiteid tööde teostamise menetluse täpsustamiseks. Raamatu lõppu on paigutatud 4-kohaliste logaritmide tabelid arvutuste hõlbustamiseks.*

*Et käesoleva II osa jaoks reserveeritud ruum ei võimaldanud ära mahutada kõiki kava kohaselt ettenähtud tööde kirjeldusi, tuli kõik elektriala tööd ja osa teisigi töid üle kanda järgnevasse III ossa, mis loodetavasti ilmub 1947. aastal.*

*Tartus, lehekuus 1946.*

*Autorid.*



# I. SISSEJUHATUS.

## 1. FÜÜSIKALISTE SUURUSTE MÕÕTMINE.

Füüsikalise suuruse, samuti kui iga teisegi suuruse mõõtmine seisneb tema võrdlemises mõõõtühikuga. Mõõtühikuks võib olla milline tahes sama liiki suurus. Nii võime töö mõõtmisel kasutada ühikuna mõnd töö hulka (erg, kGm), tungi mõõtmisel mõnd tungi (düün, grammtung), elektrivoolu tugevuse mõõtmisel mõnd elektrivoolu tugevust (amper) jne.

Tähistame mõõdetava suuruse, näiteks pikkuse,  $x$ -ga, mõõtmisel kasutatava mõõtühiku  $M$ -ga, siis mõõtarv  $a$  näitab, mitu korda mõõtühik  $M$  mahub mõõdetavasse suurusesse  $x$ ; seega  $a = \frac{x}{M}$ , millest

$$x = a \cdot M.$$

Saadud seosest nähtub, et mõõtarv  $a$  on pöördvõrdeline mõõtühikuga. Näiteks cm-ga mõõtes on selle raamatu rea pikkuse mõõtarvuks 11, kasutades aga mõõtühikuna millimeetrit, saame mõõtarvuna 110.

Teades mõõtühikute suurusuhteid on hõlpus mõõtarve ümber arvutada ühest ühikust teise. Nii näiteks  $1 \text{ kGm} = 9,81 \text{ J}$ , seega  $20 \text{ kGm} = 20 \cdot 9,81 \text{ J} = 196,2 \text{ J}$ ; samuti

$$392,4 \text{ J} = \frac{392,4}{9,81} \text{ kGm} = 40 \text{ kGm}.$$

Mõõtarvu saame kas mõõtmise tulemusena otseselt skaalalt, näiteks pikkus, temperatuur, pinge, voolutugevus, või arvutades teda otseselt saadud suurustest, näiteks juhtme takistuse määramisel Wheatstone'i silla abil.

## 2. MÕÕTMISVEAD.

Kogemused näitavad, et sama suuruse korduval mõõtmisel saame üksteisest mõnel määral erinevad tulemused. Need erinevused pole kuigi suured, kuid nad on olemas. Sellest järeldame, et meie mõõtmised pole millalgi päris ehk absoluutselt täpsed, vaid alati seotud teatud veaga.

Mõõtmisel esinevad vead jagunevad kahte rühma: süsteemaatilised ja juhuslikud vead. Süsteemaatilised vead mõjustavad tulemust ikka kindlas suunas. Nad võivad olla tingitud näiteks mõõduriista puudulikust ehitusest, ebatäpsest konstandist või töötaja enda psühhofüüsilistest omadustest.

Juhuslikud vead on tingitud mitmesugustest täpselt mittearvestatavatest põhjustest ja nad on ühteviisi võimalikud mõõtmistulemuse tõenäoseimast väärtusest nii ühele kui ka teisele poole. Järgnevalt käsitleme ainult mõõtmiste juhuslikke vigu.

Iga täpsema mõõtmistulemuse saamiseks korraldatakse rida üksikuid iseseisvaid mõõtmisi; nende tulemused moodustavad omaette tervikliku mõõtmistulemuste rea ehk seeria.

Mõõtmistulemuse tõenäoseimaks väärtuseks peetakse üksikmõõtmiste tulemuste ( $a_1, a_2, \dots, a_n$ ) aritmeetilist keskmist

$$m = \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n}.$$

Üksikmõõtmiste tulemuste vigadeks loeme nende tulemuste erinevusi ehk hälbeid aritmeetilise keskmise suhtes:

$$a_1 - m; a_2 - m; a_3 - m; \dots a_n - m;$$

neid vahesid tähistame sümboliga  $\Delta a_1, \Delta a_2, \dots, \Delta a_n$ . Nagu näeme, tuleb mõõtmisvea määramiseks anda kaks arvu: üks, mille viga määratakse, ja teine mille suhtes see viga määratakse. Esimeseks on üksikmõõtmise tulemus, teiseks — mõõdetava suuruse tõenäoseim väärtus.

Üksikmõõtmise vea suuruse määramiseks tuleb hoolikalt ja kriitiliselt hinnata toimetatud mõõtmise käiku. Muid võimalusi meil selleks pole. On meil aga tegemist terve hulga üksikmõõtmistega ehk mõõtmise seeriaga, siis sel juhul võime mõõtmisel tekkinud hälvete ehk vigade uurimiseks rakendada statistiliste ridade puhul tuletatud mõisteid ja nende vahel esinevaid seoseid, sest iga mõõtmisseeria vead moodustavad omaette statistilise kollektiivi.

### 3. MÕÕTARVU ABSOLUUTNE JA RELATIIVNE VIGA.

Kui mõne mõõtmisseadeldisega on tehtud mitmed seeriad mõõtmisi, siis võib tulemuste kriitilisel läbitöötamisel leida määra, milleni ülimalt võib küündida seadeldisega saadavate mõõtmistulemuste viga. Seda mõõtmisvigade ülemmäära nimetatakse mõõtmiste absoluutseks vaks. Mõõtmistulemuse  $a$  absoluutset viga tähis-

tame  $\Delta a$ . Missugune on mõõdetava suuruse tõeline väärtus  $x$ , jääb meile teadmatuks. Kõik, mida võime tema kohta öelda, on antud võrratusega  $(a-x) \leq \Delta a$  ehk teisiti  $a - \Delta a \leq x \leq a + \Delta a$ . Selles võrratuses peituvat mõtet kirjutame ka kujul  $x = a (\pm \Delta a)$ .

Näiteks kui 5-kopikase mündi kaalu määramisel saime tulemusena 5,12 g ning seejuures, arvestades kaalude kaalumismenetluse täpsust, kaalumisel tehtud viga ei saa olla suurem kui 0,01 g, siis kirjutame, et 5-kopikase mündi kaaluks on 5,12 ( $\pm 0,01$ ) g.

Absoluutse vea ja mõõtarvu suhet nimetatakse relatiivseks ehk suhteliseks veaks ( $\delta$ ). Relatiivne viga näitab melle ühe mõõtühiku kohta tulevat absoluutse vea suurust ning väljendub valemiga

$$\delta = \frac{\Delta a}{a}. \quad (1)$$

Tavaliselt anname selle suhte kas sajandikes — protsentides, või tuhandikes — promillides. Meie eelmises kaalumise näites on relatiivne viga

$$\delta = \frac{0,01}{5,12} = 0,002 = 2 \text{ ‰}.$$

Valemist (1) järgneb, et absoluutne viga

$$\Delta a = \delta \cdot a. \quad (2)$$

Seda valemit kasutame absoluutse vea ( $\Delta a$ ) arvutamiseks, kui relatiivne viga ( $\delta$ ) on teada.

#### 4. TEISI KARAKTERISTLIKKE VIGU.

Mõõtmistulemuste kokkukõla, nende täpsust ja usaldatavust on võimalik iseloomustada mitmesuguste abisuurustega. Neist tähtsamad on:

a) Keskmise absoluutviga ( $\eta$ ) on aritmeetiline keskmine kõigist aritmeetilise keskmise suhtes võetud vigade absoluutväärtustest. Seega

$$\eta = \frac{|\Delta a_1| + |\Delta a_2| + \dots + |\Delta a_n|}{n}. \quad (1)$$

Teades keskmist absoluutviga on hõlpus arvutada keskmist suhtelist viga  $\delta_m$ , mis on keskmise absoluutvea ( $\eta$ ) ja aritmeetilise keskmise ( $m$ ) suhe:

$$\delta_m = \frac{\eta}{m}. \quad (2)$$

Need kaks viga on lihtsamaid mõõtmistulemuse täpsuse ise-loomustajaid.

b) Ruutviga  $\sigma$  on ruutjuur kõikide absoluutvigade ruutude aritmeetilisest keskmisest, s. o.

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\Delta a_1)^2 + (\Delta a_2)^2 + \dots + (\Delta a_n)^2}{n}}. \quad (3)$$

c) Tõenäone viga  $\varrho$  on kõikide absoluutse suuruse järgi reastatud absoluutsete vigade keskmine liige ehk mediaan.

Tõenäosusteooria annab meile keskmise absoluutvea ( $\eta$ ), ruutvea ( $\sigma$ ) ja tõenäose vea ( $\varrho$ ) vahel järgmised seosed:

$$\eta = 1,1829 \cdot \varrho = 0,7979 \cdot \sigma$$

$$\varrho = 0,8453 \cdot \eta = 0,6745 \cdot \sigma$$

$$\sigma = 1,2533 \cdot \eta = 1,4826 \cdot \varrho$$

Teades ühte neist vigadest, on hõlpus eelmiste valemite põhjal arvutada ka ülejäänud kaks. Harilikult võetakse vigade arvutamisel aluseks kas keskmine absoluutviga  $\eta$ , mille arvutamine on väga lihtne, või ruutviga  $\sigma$ .

d) Vigade ekstreemväärtused ( $a_{\text{maks.}} - m$  ja  $a_{\text{miin.}} - m$ ), annavad hälvete suurused, millistest väljapoole vigu enam ei esine. Mida suurem on vaatlusseeria üksikväärtuste hajuvus, seda suuremad on ka selle vaatlusseeria vigade ekstreemväärtused. Mõõtmistulemused on seda paremad, mida väiksemad on vigade ekstreemväärtused, üldse — mida väiksemad on karakteristiklikud vead.

e) Mõõdetava suuruse tõelise väärtuse suhtes võetud ruutviga. Eespool käsitletud karakteristiklikud vead ( $\eta$ ,  $\sigma$  ja  $\varrho$ ) arvutati hälbelist mõõtmistulemuste tõenäoseima väärtuse, s. o. aritmeetilise keskmise suhtes. Samanimelisi karakteristiklikke vigu võime teoreetiliselt tuletada ka lähtudes hälbelist mõõdetava suuruse tõelise väärtuse ( $x$ ) suhtes, kuigi me seda ei tunne.

Tähistame mõõdetava suuruse tõelise väärtuse suhtes arvutatud ruutvea  $\varepsilon$ -ga, nende üksikmõõtmistulemuste  $a_1, a_2 \dots a_n$  hälbed aritmeetilise keskmise suhtes aga endiselt  $\Delta a_i$ -ga, siis annab tõenäosusteooria  $\sigma$  ja  $\varepsilon$  vahel järgmise seose:

$$n\sigma^2 = (n-1)\varepsilon^2,$$

millest

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{\sum \Delta a_i^2}{n-1}}. \quad (4)$$

Sellest valemist näeme, et tõelise väärtuse suhtes võetud ruutviga  $\varepsilon$  erineb aritmeetilise keskmise suhtes võetud ruutveast  $\sigma$

ainult selle poolest, et üksikmõõtmiste vigade ruutude summa on jagatud  $n$ -i asemel  $(n-1)$ -ga. Järelikult  $\varepsilon > \sigma$ .

Vähegi suurte  $n$ -de puhul on  $\sqrt{n-1} \approx \sqrt{n}$  ja seega vähegi suurte  $n$ -de puhul pole olulist vahet  $\sigma$  ja  $\varepsilon$  suuruse vahel.

Valemeist (3) ja (4) näeme, et mida suurem on üksikmõõtmiste arv  $n$ , seda väiksemaks muutuvad ruutvead.

f) Ruutviga  $\varepsilon$  iseloomustab üksikmõõtmist. Kuid me võime määrata sama ruutvea ka kogu mõõtmisseeria aritmeetilise keskmise kohta. Teooria annab, et  $n$  üksikvaatlusest koosneva mõõtmisseeria aritmeetilise keskmise ruutviga  $\varepsilon_m$ , võetud tõelise väärtuse suhtes, on  $\sqrt{n}$  korda väiksem üksikmõõtmise veast ( $\varepsilon$ ) sama tõelise väärtuse suhtes, s. o.

$$\varepsilon_m = \frac{\varepsilon}{\sqrt{n}} \text{ ehk } \varepsilon_m = \sqrt{\frac{\sum(\Delta a_i)^2}{n(n-1)}}. \quad (5)$$

Et aritmeetilise keskmise ruutviga  $\varepsilon_m$  on  $\sqrt{n}$  korda väiksem kui  $\varepsilon$ , siis aritmeetiline keskmine on palju usaldavam kui iga üksikmõõtmistulemus omaette.

Teades  $\varepsilon$  või  $\varepsilon_m$ , on lihtne arvutada neile vastavad relatiivsed vead. Sel puhul nimetajana võtame mõõtmistulemuste aritmeetilise keskmise, kuna suuruse tõeline väärtus pole teada, ning saame relatiivsete vigadena vastavalt

$$\frac{\varepsilon}{m} \text{ ja } \frac{\varepsilon_m}{m}.$$

Karakteristlikest vigadest leiavad kõige sagedasemat kasutamist  $\eta$ ,  $\sigma$  ja  $\varepsilon$ .

## 5. VIGADE ESINEMISSAGEDUS.

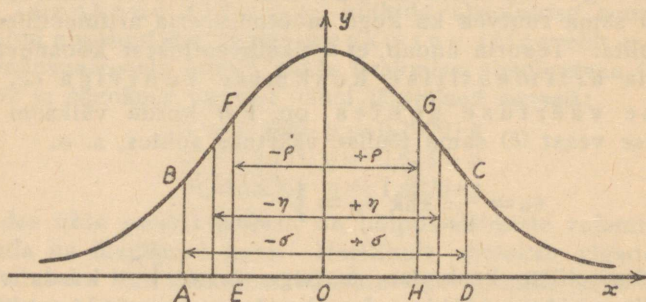
Suure hulga mõõtmiste puhul hakkavad mõõtmisvead korduma. Et mõõtmisel iga vaatleja püüab saavutada võimalikult täpset tulemust, siis on loomulik, et vigade kordumine esineb mõõtmistulemuste tõenäoiseima väärtuse (aritmeetilise keskmise) lähedal suuremal määral kui kaugemal sellest. Seetõttu tekib vigade kuhjumine tõenäoiseima väärtuse ümber.

Graafiliselt võime vigade esinemissagedust kujutada järgmiselt. Olgu abstsissina  $x$  märgitud vigade suurused ( $\Delta a_i$ ), ordinaadina  $y$  aga vea esinemissagedus; kokkukuuluvad  $\Delta a_i = x_i$  ja  $y_i$  väärtused annavad punkti tasandil  $(x_i | y_i)$ . Suure arvu vaatluste puhul asetsevad kõik need punktid kuhjununa kõvera ümber, mis

kannab Gauss'i vigade sageduskõvera nime ja mille kujud näeme joonisel 1.

Sageduskõveraga ja  $x$ -teljega piiratud pindala mõõdab kõikide antud mõõtmisseries esinenud vigade arvu.

Kui märkida joonisel 1 karakteristiklikud vead  $q$ ,  $\eta$  ja  $\sigma$  abstsissidena ja tõmmata neile vastavad ordinaadid, siis piirame sellega



Joon. 1. Vigade esinemise sageduskõver.

kõikide vigade arvu, millede suurus ei ületa tõenäost ( $q$ ), keskmist absoluut- ( $\eta$ ) või ruutviga ( $\sigma$ ).

Kõige suurem neist karakteristiklikest vigadest on  $\sigma$ . Pindala  $ABCD$  moodustab ümmarguselt  $2/3$  kogu sageduskõvera ja  $x$ -teljega piiratud pindalast. Järelikult  $2/3$  kõigist antud mõõtmisseries esinevaist vigadest on vähemad kui  $\sigma$ . Selles mõttes kasutataksegi enamikul juhtudel ruutviga ( $\sigma$ ) vigade hajuvus mõõduna, sest ta määrab vigade valdava enamiku ( $2/3$ ) esinemise piirid. Tõenäoselt on kolmest juhuslikult võetud veast 2 väiksemad ja 1 suurem kui  $\sigma$ .

Kõige väiksemaks karakteristiklikuks veaks on tõenäone viga  $q$ . Punktides  $x = -q$  ja  $x = +q$  püstitatud ordinaadid piiravad pindala  $EFGH$ , mis moodustab kogu sageduskõvera ja  $x$ -teljega piiratud pindalast täpselt poole. Seega võime öelda, et pooled kõikidest vigadest ei ületa piire  $\pm q$ . Täheleb, igast kahest juhuslikult võetud veast on 1 tõenäoselt suurem ja 1 väiksem kui  $q$ .

Keskmine absoluutviga ( $\eta$ ) on ligi 20% suurem tõenäoselt veast ( $q$ ), järelikult ka  $\eta$ -st väiksemate vigade arv peab olema suurem kui  $q$ -st väiksemate vigade arv.

Millist karakteristiklikku viga  $\eta$ ,  $\sigma$ ,  $\varepsilon$  või  $q$  ühe või teise uurimuse puhul rakendada, on põhimõtteliselt ükskõik.

## 6. SUMMA ABSOLUUTNE JA RELATIIVNE VIGA.

Arvutades ligikaudsete arvudega saame ka ligikaudse tulemuse. Seepärast on vaja teada, kuidas kanduvad edasi vead arvutamisel. Vaatleme järgnevalt vigade edasikandumist liitmisel ja lahutamisel.

Olgu arvude  $x_1$  ja  $x_2$  ligikaudsed väärtused vastavalt  $a_1$  ja  $a_2$  ning nende kui liidetavate summad  $x$  ja  $a$ . Siis  $x = x_1 + x_2$  ja  $a = a_1 + a_2$ . Lahutades saame:

$$x - a = (x_1 - a_1) + (x_2 - a_2) \text{ ehk}$$

$$\underline{\Delta a = \Delta a_1 + \Delta a_2}, \quad (1)$$

s.o. summa absoluutne viga võrdub liidetavate absoluutsete vigade summaga.

Vea ülemmäära arvutamisel peame alati arvestama kõige ebasoodsamat juhtu, antud juhul sellist, kus liidetavate absoluutsed vead on kõik sama märgiga (pluss või miinus). Vastasmärkide puhul oleks summa vea ülemmäär muidugi väiksem.

Saadud juhis summa absoluutse vea arvutamiseks on loomulikult kehtiv ka millise tahes liidetavate arvu kohta.

Eelmisest järgneb, et summas ei saa olla enam õigeid kümnendkohti, kui neid on kõige väiksema kümnendkohtade arvuga liidetavas.

Näiteks liites arvud 2,3, 5,17 ja 0,739 võime saada summa veaga mitte väiksemaga kui 0,05, sest üks liidetavaist, nimelt esimene, on antud sellise täpsusega. Kuigi teine ja kolmas liidetav on antud suurema täpsusega, ei muuda see asja, sest esimeses liidetavas kümnendikud ja sajandikud puuduvad üldse. Ühes sellega puudub ka võimalus määrata summa kümnendike ja sajandike arvu.

Summa relatiivne viga definitsiooni kohaselt väljendub valemiga

$$\delta = \frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2}{a_1 + a_2}. \quad (2)$$

Tähistades liidetavate  $a_1$  ja  $a_2$  suhtelised vead vastavalt  $\delta_1$  ja  $\delta_2$  abil, võime võrduse (1) põhjal kirjutada seose:

$$a \cdot \delta = a_1 \cdot \delta_1 + a_2 \cdot \delta_2.$$

Jagades mõlemaid pooli  $a$ -ga ( $a > 0$ ), saame:

$$\delta = \frac{a_1}{a} \delta_1 + \frac{a_2}{a} \delta_2.$$

Olgu näiteks  $\delta_1 \geq \delta_2$ , siis

$$\delta \leq \left( \frac{a_1}{a} + \frac{a_2}{a} \right) \delta_1 \text{ ehk } \delta \leq \frac{a_1 + a_2}{a} \delta_1, \text{ millest}$$

$$\underline{\delta \leq \delta_2},$$

s. o. summa relatiivne viga ei ületa liidetakavate suurimat relatiivset viga.

## 7. VAHE ABSOLUUTNE JA RELATIIVNE VIGA.

Kahe arvu  $a_1$  ja  $a_2$  vahet võime alati vaadelda kui nende arvude algebralist summat, s. o.

$$a_1 - a_2 = a_1 + (-a_2).$$

Seepärast summa absoluutse vea kohta tuletatud omadus on kehtiv ka vahe vea kohta, nimelt: vahe absoluutne viga võrdub vähendatava ja lahutatava absoluutse vea summaga (mitte vahega!).

Eespooltoodust järgneb, et lahutamisel pole mõtet võtta ühte andmeist suurema arvu kümnendkohtadega kui teist. Näiteks lahutada 1,275 arvust 5,8 on samaväärne lahutamiselega 5,8 — 1,3. Tõepoolest, vähendatava viga on  $\pm 0,05$ , seepärast pole mõtet võtta sellest suurema täpsusega ka lahutatavat.

Vahe relatiivne viga  $\delta$  arvestatakse samuti kui liitmise puhul, s. o.

$$\delta = \frac{\Delta a}{a} = \frac{\Delta a_1 + \Delta a_2}{a_1 - a_2}. \quad (1)$$

Juhul, kui lahutatav ei erine suuruselt palju vähendatavast, siis on vahe relatiivne viga ( $\delta$ ) tunduvalt suurem kui vähendatava ( $\delta_1$ ) või lahutatava relatiivne viga ( $\delta_2$ ).

Eelmise tõendamiseks lähtume valemist  $\Delta a = \Delta a_1 + \Delta a_2$ , millest  $a \cdot \delta = a_1 \cdot \delta_1 + a_2 \cdot \delta_2$  ehk  $(a_1 - a_2) \cdot \delta = a_1 \cdot \delta_1 + a_2 \cdot \delta_2$ , sest  $a = a_1 - a_2$ . Olgu näiteks  $\delta_1 \leq \delta_2$ . Siis

$$(a_1 - a_2) \delta = (a_1 + a_2 \frac{\delta_2}{\delta_1}) \delta_1 \text{ ehk}$$

$$(a_1 - a_2) \delta \geq (a_1 + a_2) \delta_1.$$

Eeldusel, et  $a_1 - a_2 > 0$ , järgneb eelmisest valemist seos:

$$\underline{\delta \geq \frac{a_1 + a_2}{a_1 - a_2} \delta_1}, \quad (2)$$

s. o. vahe relatiivne viga on seda suurem vähendatava või lahutatava vähimast relatiivsest veast, mida väiksem on vahe  $a_1 - a_2$ .

Saadud tulemuse illustreerimiseks toome järgmise näite.

$$\begin{aligned} 2,345 \dots \text{vastav } \delta_1 &\leq \frac{1}{2 \cdot 10^3} \\ -2,321 \quad \text{,,} \quad \delta_2 &\leq \frac{1}{2 \cdot 10^3} \\ 0,024 \quad \text{,,} \quad \delta &\geq \frac{4,666}{0,024} \cdot \frac{1}{2 \cdot 10^3} \\ \text{ehk } \delta &\geq 194 \cdot \frac{1}{2 \cdot 10^3}. \end{aligned}$$

Nagu siit nähtub, on vahe (0,024) relatiivne viga ( $\delta$ ) tunduvalt suurem kui vähendatava ( $\delta_1$ ) või lahutatava relatiivne viga ( $\delta_2$ ). Seda asjaolu tuleb arvestada suuruselt lähedaste arvude lahutamisel. Seepärast tuleb võimalikult hoiduda sellistest arvutustest otsese lahutamise teel ja asendada neid, kui vähegi võimalik, teiste võtetega, mis võimaldavad suuremat täpsust.

Näitena arvutame kahe kuubi ruumala  $V_1$  ja  $V_2$  vahe, kui nende kuupide servapikkused on vastavalt  $l_1 = 7,45$  cm ja  $l_2 = 7,46$  cm. Siis  $V_1 = l_1^3$  ja  $V_2 = l_2^3 = (l_1 + \Delta l_1)^3$ , kui  $l_2 = l_1 + \Delta l_1$ .

$$\begin{aligned} \text{Otsitav vahe } V_2 - V_1 &= (l_1 + \Delta l_1)^3 - l_1^3 = \\ &= l_1^3 + 3l_1^2 \Delta l_1 + 3l_1 (\Delta l_1)^2 + (\Delta l_1)^3 - l_1^3 \\ &= 3l_1^2 \Delta l_1 + 3l_1 (\Delta l_1)^2 + (\Delta l_1)^3. \end{aligned} \quad (3)$$

Et  $\Delta l_1$  võrreldes  $l_1$ -ga on väike, siis tema teised ja kolmandad astmed on juba sedavõrd väikesed, et võime võrduses (3) kaks viimast liiget arvestamata jätta, mistõttu valem (3) omab lihtsat kuju:

$$\underline{V_2 - V_1 = 3l_1^2 \Delta l_1}. \quad (4)$$

Asetades valemisse (4)  $l_1$  ja  $\Delta l_1$  asemele vastavad väärtused 7,45 ja 0,01, saame:

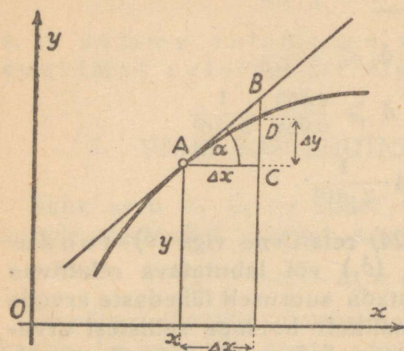
$$V_2 - V_1 = 3 \cdot (7,45)^2 \cdot 0,01 = 1,67 \text{ cm}^3.$$

Sel teel saadud vahe (1,67 cm<sup>3</sup>) absoluutne viga on  $\pm 0,005$  cm<sup>3</sup> ja relatiivne viga  $\delta = \frac{0,005}{1,67} = 0,3 \%$ .

## 8. FUNKTSIOONI ABSOLUUTNE JA RELATIIVNE VIGA.

Kasutades diferentsiaalarvutust võime tuletada üldvalemi mil-  
lise tahes funktsiooni absoluutse ja relatiivse vea arvutamiseks,  
olenedes argumendi veast. Olgu  $y = f(x)$ . Seda seost võime  
graafiliselt kujutada kõvera abil (joon. 2). Argumendi väärtusele

$x$  vastab funktsiooni väärtus  $y$ ; väärtuspaari  $(x, y)$  kujutab  
tasandil punkt  $A$ . Argumendi  
veale  $\Delta x$  vastab funktsiooni  
viga  $\Delta y$ . Joonestame funktsiooni  
kujujoonele puutuva  
punktis  $A$ . Kolmnurgast  $ABC$   
järgneb siis, et  $BC = AC \cdot \tan \alpha$ .  
Küllalt väikese  $\Delta x$  puhul on  
 $\Delta y \approx BC$ , seega



Joon. 2. Seos argumendi ja funktsiooni vea vahel.

$$\Delta y \approx \Delta x \cdot f'(x). \quad (1)$$

Eelmisest järgneb funktsiooni  
relatiivse vea valem kujul

$$\delta = \frac{\Delta y}{y} = \frac{f'(x)}{f(x)} \cdot \Delta x. \quad (2)$$

Näitena valemite (1) ja (2) rakendamiseks võtame astmefunktsiooni  $y = x^n$ . Sel puhul saame:

$$\Delta y = \Delta x \cdot (x^n)' = \Delta x \cdot nx^{n-1} = nx^{n-1} \cdot \Delta x \quad (3)$$

$$\text{ja } \delta = \frac{\Delta y}{y} = \frac{f'(x)}{f(x)} \cdot \Delta x = \frac{nx^{n-1}}{x^n} \cdot \Delta x = n \frac{\Delta x}{x}, \quad (4)$$

s. o. arvu  $n$ -nda astme relatiivne viga on  $n$  korda suurem astendatava relatiivsest veast.

Kui  $y = \sqrt[n]{x}$ , siis

$$\Delta y = \Delta x \left( \sqrt[n]{x} \right)' = \Delta x \cdot \frac{1}{n} x^{\frac{1}{n}-1} = \frac{y}{n} \cdot \frac{\Delta x}{x} \quad (5)$$

$$\text{ja } \delta = \frac{\Delta y}{y} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta x}{x}, \quad (6)$$

s. o. mingi arvu  $n$ -nda juure relatiivne viga on  $n$  korda väiksem juuritava relatiivsest veast.

Näidis 1. Kuubi serv  $a = 5,2$  cm. Määrata selle kuubi ruumala  $V$ . Otsitav ruumala  $V = 5,2^3$  cm<sup>3</sup>. Tulemuse absoluutne viga

$$\Delta V = 3 \cdot 5,2^2 \cdot 0,05 = 4,1 \text{ cm}^3.$$

Järelikult ruumala  $V$  on määratav ainult kahe õige kohaga. Arvutuse lõpptulemusena saame

$$V = 140 (\pm 4) \text{ cm}^3.$$

Relatiivne viga  $\delta = \frac{\Delta V}{V} = \frac{4}{140} = 3\%$ .

Näidis 2. Kera raadius  $r = 1,47 (\pm 0,01)$  mm. Määrata ruumala. Siin  $y = \frac{4}{3} \pi r^3$ ;  $\Delta r = \pm 0,01$  ja  $f'(r) = 4\pi r^2$ .

Valemi (1) põhjal

$$\Delta y = \pm 0,01 \cdot 4\pi \cdot 1,47^2 = \pm 0,27 \text{ mm}^3.$$

Valemi (2) põhjal relatiivne viga

$$\delta = \frac{4\pi r^2}{\frac{4}{3}\pi r^3} \cdot 0,01 = \frac{3 \cdot 0,01}{1,47} = 0,02 = 2\%.$$

## 9. FUNKTSIOONI ABSOLUUTNE JA RELATIIVNE VIGA [MITME MUUTUJA JUHUL.

Olgu  $U = f(x, y, z \dots)$ . Siis analüüsist tuntud valemi järgi funktsiooni juurdekasv

$$\Delta U = \frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \frac{\partial f}{\partial z} \Delta z + \dots$$

Tõlgendades  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  ja  $\Delta z$  argumentide vigadena ja arvestades halvemat juhtu, kus kõik vead on ühesuunalised, saame  $U$  vea jaoks valemi:

$$\Delta U = \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta z + \dots \quad (1)$$

Funktsiooni  $y$  relatiivne viga:

$$\delta = \frac{\Delta U}{|U|} = \frac{1}{|f(x, y, z, \dots)|} \cdot \left\{ \left| \frac{\partial f}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \Delta y + \left| \frac{\partial f}{\partial z} \right| \Delta z + \dots \right\} \quad (2)$$

Rakendame valemid (1) ja (2) korrutise ning jagatise vea tuletamiseks. Olgu  $U = xy$ . Siis

$$\Delta U = \left| \frac{\partial U}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \Delta y = |y| \Delta x + |x| \Delta y = |x| \Delta y + |y| \Delta x \quad (3)$$

ja

$$\delta = \frac{\Delta U}{|U|} = \frac{1}{|xy|} \cdot \left\{ |y| \Delta x + |x| \Delta y \right\} = \left| \frac{\Delta x}{x} \right| + \left| \frac{\Delta y}{y} \right|. \quad (4)$$

Sellest näeme, et korrutise absoluutne viga võrdub esimese teguri korrutisega teise teguri absoluutse veaga, pluss teise teguri korrutis esimese teguri absoluutse veaga. Korrutise relatiivne viga aga võrdub tegurite relatiivsete vigade summaga.

Näidis 1. Ristküliku mõõted on:  $a_1 = 42$  cm ja  $a_2 = 56$  cm, kusjuures mõõtmise on toimetatud absoluutse vea ülemmääraga  $\pm 0,5$  cm. Määrata ristküliku pindala ning selle absoluutne ja relatiivne viga.

Korrutades saame ristküliku pindala suuruseks  $42 \cdot 56 = 2352$  cm<sup>2</sup>. Selle korrutise absoluutse vea ülemmäär

$$\Delta(42 \cdot 56) = 42 \cdot 0,5 + 56 \cdot 0,5 = 49 \text{ cm}^2.$$

Tähendab pindala mõõtarvus on vaid kaks õiget (mõjukat) numbrit (23).

Korrutise relatiivne viga

$$\frac{\Delta(42 \cdot 56)}{42 \cdot 56} = \frac{49}{2352} = \frac{1}{48}.$$

Tegurite relatiivsete vigade summaks on  $\frac{0,5}{42} + \frac{0,5}{56} = \frac{49}{2352} = \frac{1}{48}$ , mis võrdub korrutise relatiivse veaga, nagu see meie juhise järgi ka olema peab.

Näidis 2. Põranda pikkus on 4,35 m ja laius 3,18 m, kusjuures mõõtmise on toimetatud absoluutse vea ülemmääraga  $\pm 1$  cm. Arvutada pindala!

Valemi (1) põhjal korrutise absoluutse vea ülemmäär

$$\begin{aligned} \Delta(4,35 \cdot 3,18) &= 4,35 \cdot 0,01 + 3,18 \cdot 0,01 = \\ &= 0,0435 + 0,0318 = 0,0753 = 0,08. \end{aligned}$$

Järelikult korrutis tuleb arvutada mitte täpsemalt kui 0,1, s. o. kolme õige kohaga. Seega otsitav põranda pindala võrdub  $4,35 \cdot 3,18 = 13,8$  m<sup>2</sup>. Saadud tulemusest nähtub, et korrutise relatiivne viga on vähem kui 1<sup>o</sup>/<sub>0</sub>.

Jagatise puhul, kui  $U = \frac{x}{y}$ , saame valemite (1) ja (2) rakendamisel

$$\begin{aligned} \Delta U &= \left| \frac{\partial U}{\partial x} \right| \Delta x + \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \Delta y = \\ &= \left| \frac{1}{y} \right| \Delta x + \left| \frac{-x}{y^2} \right| \Delta y = \frac{x \cdot \Delta y + y \cdot \Delta x}{y^2}. \end{aligned} \quad (5)$$

$$\delta = \frac{\Delta U}{|U|} = \frac{x \cdot \Delta y + y \cdot \Delta x}{y^2} \cdot \frac{y}{x} = \frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}. \quad (6)$$

Saadud tulemustest (5) ja (6) nähtub, et jagatise absoluutne viga võrdub jagatava ning jagaja korrutise absoluutse veaga, jagatud jagaja ruuduga, kuna jagatise relatiivne viga võrdub jagatava ning jagaja relatiivse vigade summaga.

Näidis.  $5,6 \text{ cm}^3$  rauda kaalub  $43,7 \text{ G}$ . Milline on selle rauatüki erikaal?

$$\text{Erikaal } e = \frac{p}{V} = \frac{43,7}{5,6} = 7,8 \frac{\text{G}}{\text{cm}^3}.$$

Jagatise absoluutse vea ülemmäär

$$\Delta \frac{43,7}{5,6} = \frac{43,7 \cdot 0,05 + 5,6 \cdot 0,05}{5,6^2} = 0,08 \approx 0,1.$$

Tähendab on võimalik määrata tulemust täpsusega mitte üle 0,1.

## 10. LOGARITMILISE DIFERENTSIMISE KASUTAMINE VEA ARVUTAMISEL.

Hõlpsasti logaritmitavate avaldiste (korrutis, jagatis, aste, juur jt.) puhul on sageli otstarbekohane funktsiooni vea määramisel kasutada nn. logaritmilise diferentsimise võtet, s. o. enne logaritmidat avaldis ja siis diferentsida. Näiteks, kui  $U = kx^a y^b z^c \dots$ , siis  $\ln U = \ln k + a \ln x + b \ln y + c \ln z + \dots$ . Siit  $d \ln U = d \ln k + a d \ln x + b d \ln y + \dots$ . Kuna funktsiooni  $U$  naturaalogaritmi ( $\ln U$ ) diferentsiaal  $d \ln U = \frac{dU}{U}$  ja seega  $\Delta \ln U = \frac{\Delta U}{U}$ . Viimane suhe aga kujutab funktsiooni relatiivset viga  $\delta$ , siis

$$\delta = \frac{\Delta U}{U} \approx \Delta \ln U = \Delta \ln k + \Delta(a \ln x) + \Delta(b \ln y) + \Delta(c \ln z) + \dots$$

Rakendame saadud tulemuse relatiivse ja absoluutse vea määramiseks voolu soojuse arvutamisel valemi  $Q = cI^2 R t$  põhjal, kui  $c = 0,24 (\pm 0,01)$ ,  $I = 2,5 (\pm 0,1)$  amprit,  $R = 4,0 (\pm 0,1)$  oomi ja  $t = 300 (\pm 1)$  sek.

Enne logaritmidat ja pärast diferentsides saame:

$$\ln Q = \ln c + 2 \ln I + \ln R + \ln t$$

$$\frac{dQ}{Q} = d \ln Q = \frac{dc}{c} + 2 \frac{dI}{I} + \frac{dR}{R} + \frac{dt}{t}$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} \approx \frac{\Delta c}{c} + 2 \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta t}{t}. \text{ Seega}$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{0,01}{0,24} + 2 \cdot \frac{0,1}{2,5} + \frac{0,1}{4} + \frac{1}{300} = \frac{1}{24} + \frac{2}{25} + \frac{1}{40} + \frac{1}{300} = 0,15 = 15\%.$$

Teades relatiivset viga, võime selle abil arvutada ka absoluutse vea  $\Delta Q = \delta \cdot Q = 0,15 \cdot 1800 = 270$ . Järelikult  $Q = 1800 (\pm 270)$  cal.

## 11. LOGARITMI ABSOLUUTNE JA RELATIIVNE VIGA.

Olgu  $y = \ln x$ , siis vea valemi põhjal (§ 8, 1)  $\Delta y = \Delta x \cdot (\ln x)'$  ehk

$$\Delta y = \frac{\Delta x}{x}. \quad (1)$$

Valemis (1)  $\frac{\Delta x}{x}$  väljendab arvu  $x$  relatiivset viga,  $\Delta y$  aga sama arvu naturaalogaritmi ( $y$ ) absoluutset viga. Tähendab mingi arvu ( $x$ ) naturaalogaritmi absoluutne viga ( $\Delta y$ ) võrdub sama arvu relatiivse veaga  $\left(\frac{\Delta x}{x}\right)$ .

Valemist (1) saame:

$$\underline{\Delta x = \Delta y \cdot x}, \quad (2)$$

s. o. mingi arvu ( $x$ ) absoluutne viga ( $\Delta x$ ) võrdub tema naturaalogaritmi absoluutse veaga ( $\Delta y$ ), korrutatud selle arvu endaga.

Vastava seose saamiseks kümnendlogaritmidel puhul logaritmime võrduse  $x = e^y$  kümnendlogaritmidel alusel (10), siis

$$\log_{10} x = y \log_{10} e \quad \text{ehk}$$

$$\log_{10} x = y \cdot M, \quad (3)$$

kus  $y$  on arvu  $x$  naturaalogaritm ( $y = \log_e x = \ln x$ ) ja  $M = \log_{10} e = 0,434$  on nn. üleminekumoodul naturaalogaritmidest kümnendlogaritmidel. Seega võime võrduse (3) sõnastada järgmiselt: mingi arvu ( $x$ ) kümnendlogaritm võrdub sama arvu naturaalogaritmiga ( $y$ ), korrutatud üleminekumooduliga  $M = 0,434$ .

Kuna  $M$  on konstantne, siis võrdusest (3) järgneb

$$\Delta (\log_{10} x) = \Delta y \cdot M.$$

Asendades siin  $\Delta y$  temaga valemi (1) põhjal võrdse  $\frac{\Delta x}{x}$ -ga, saame

$$\Delta(\log_{10} x) = \frac{\Delta x}{x} \cdot M,$$

s. o. mingi arvu kümnendlogaritmi absoluutne viga võrdub selle arvu relatiivse vea  $\left(\frac{\Delta x}{x}\right)$  ja ülemineku- mooduli ( $M$ ) korrutisega.

Rakendame saadud tulemused 4-kohaliste logaritmide tabelite kasutamisel saadud arvude kohta. Siin on mantissid antud neljanda kümnendkoha poole ühiku täpsusega, järelikult

$$\Delta \log x = 0,00005 = \frac{\Delta x}{x} \cdot M, \text{ millest}$$

$$\frac{\Delta x}{x} = \frac{0,00005}{0,434} \approx 0,0001 \text{ ja } \Delta x = 0,0001 \cdot x.$$

Nii saame arvu  $x$  jaoks ka kõige halvemal juhul 4 õiget kohta.

Samalaadselt võib näidata, et üldiselt  $n$ -kohaliste logaritmide tabelite kasutamisel saame alati arvu  $x$  ka  $n$  õige kohaga. Sellest järgneb, et arvutamisel pole mõtet kasutada logaritmide tabelleid suurema arvu kümnendkohadega, kui mitu õiget kohta on antud arvudes. Samuti pole mõtet püüda määrata logaritmidega arvutamisel tulemuses enam kümnendkohti, kui on kümnendkohti logaritmi mantissis. On näiteks arvud antud kolme õige kohaga, siis jätkub kolmekohalistest tabelitest, viie õige koha puhul viiekohalistest jne.

Logaritmi relatiivne viga

$$\delta = \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta x}{x} : y$$

võrdub arvu relatiivse veaga, jagatud logaritmi endaga.

## 12. ARVUTAMISE ABIVAHENDID.

Arvutamine on küllalt tülikas ja aeganõudev toiming, eriti paljukohaliste arvude puhul. Seepärast on püütud leiutada mitmesuguseid abivahendeid arvutamise hõlbustamiseks. Lihtsamate hulka neist kuuluvad mitut liiki tabelid.

Vastavalt otstarbele kasutatakse väga mitmesuguseid tabelleid, näiteks tabelid palkide ruumala määramiseks tihumeetrites või mõne kaubaartikli hinna leidmiseks, kui on teada selle kauba hulk, jne. Siin antakse vajalikud arvud valmilt.

Arvutamise kergendamiseks kasutatakse tabelleid eeskätt korrutamise ning jagamise teostamiseks, arvude ruutude ja kuupide või ruut- ja kuupjuurte leidmiseks jne. Niisuguste tabelite hulka kuuluvad ka tuntud arvude ja trigonomeetriliste funktsioonide logaritmide tabelid, mis väga tunduvalt hõlbustavad arvutamistööd.

Moodsateks arvutusvahenditeks on mitmesugused arvutusmasinad. Lihtsaimaks ja laialt tarvitatavaks arvutusmasinaks on arvelaud, mis on eriti soodus liitmiste ning lahutamiste teostamiseks.

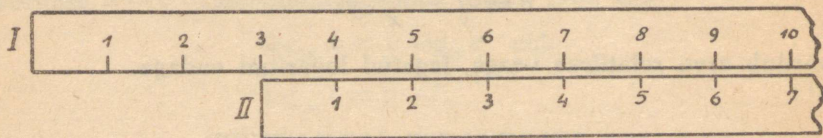
Väga mugavad ja otstarbekohased on mitut tüüpi arvutusmasinad — aritmeetrid, mis võimaldavad hõlpsasti toimetada mitte üksi liitmist ja lahutamist, vaid ka teisi tehteid. Nende kasutamine säästab rohkesti aega, ühtlasi kindlustab ka suuremat täpsust arvutamisel.

Arvutusmasinate hulka kuulub veel arvutuslükati, mis asendab logaritmiliste tabelite kasutamist. See väike, väga praktiline ning kõigile kättesaadav riist väärrib, et temaga lähemalt tutvutaks.

### 13. ARVUTUSLÜKATI PÕHIMÕTE.

Kuna arvelaud on eeskätt sobiv liitmiste ja lahutamiste toimetamiseks, võimaldab arvutuslükati hõlpsasti toimetada korrutamist, jagamist, arvu ruudu ja ruutjuure leidmist. Kuigi arvutuslükatiga saame tulemused kolme õige kohaga, on selline täpsus paljudes küsimustes täiesti küllaldane.

Arvutuslükati põhimõttega tutvumiseks vaatleme liitmise ja lahutamise teostamist kahe pikkusskaala ehk mõõtjooneli abil (joon. 3).



Joon. 3. Liitmine ja lahutamine kahe mõõtjooneli abil.

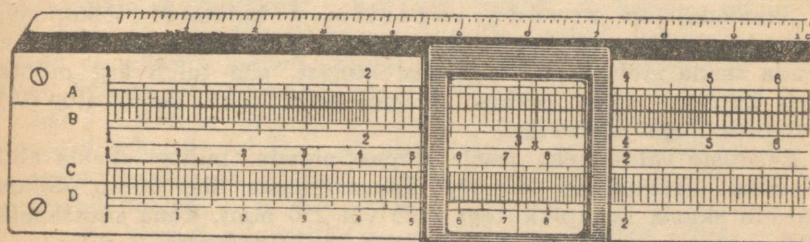
Äsetame näiteks II jooneli nullpunkti kohakuti I jooneli 3-ga, siis II jooneli 1 vastas leiame I joonelil arvu 4, mis on 3 ja 1 summaks; II jooneli 2 vastas leiame I joonelil 5, mis on  $3+2$ ; 3 vastas 6, mis on  $3+3$ ; 4 vastas 7, mis on  $3+4$  jne. Seda viisi võiksime toimetada mistahes arvude liitmist, kui aga meie jooneli oleksid küllalt pikad.

Lahutamine toimub muidugi vastupidiselt. Vähendatavale vastava arvu kriips I joonelil seatakse kohakuti lahutatavale vastava arvu kriipsuga II joonelil. Vahe loetakse I joonelilt II jooneli 0-kriipsu vastast.

Kahe liikuva jooneli põhimõtte on leidnud rakendamist ka arvutuslükatis. Siin aga ei ole jooneli skaala lõigud võrde- lised kasutatavate andmete, vaid nende logaritmide suurustega. Seetõttu kahe arvu korrutamine taandub nende arvude logaritmide liitmisele ning saadud summale vastava arvu lugemisele skaalal. Jagamine, ümberpöörduvalt, taandub jagaja logaritmi lahutamisele jagatava logaritmist, nagu me seda tegime arvude lahutamisel mõõtjooneli abil.

#### 14. ARVUTUSLÜKATI SKAALAD.

Arvutuslükati koosneb skaaladega varustatud joonelist, mille keskel erilises soones liigub samasuguste skaaladega varustatud liist ehk lükati (joon. 4). Skaalad on harilikult 12,5 või 25 cm pikad. Korrutamise ja jagamise toimetamiseks vaatleme allpool



Joon. 4. Arvutuslükati skaalad.

ainult lükati ja temaga otseselt kõrvuti olevate skaalade kasutamist. Nimetame neid järjekorras *A*-, *B*-, *C*- ja *D*-skaalad (joon. 4). Skaalad *A* ja *B* ühelt poolt ning *C* ja *D* teiselt poolt on täiesti ühesugused. Seejuures skaalade *C* ja *D* mõõtühik on skaalade *A* ja *B* mõõtühiku kahekordne. Igal skaalal on pikkusühikuks lõik, mis kujutab  $\log_{10}$ , sest  $\log_{10} 10 = 1$ . Skaalad *A* ja *B* kannavad ka ruutskaala ning *C* ja *D* linearskaala nime, sest ruutskaala arvud on nendega kohakuti olevate linearskaala arvude ruudud.

Arvutuslükati skaaladel kirjutatud numbrid märgivad arve, millede logaritmide joonkujutisteks on skaaladel esinevad lõigud.

Sellepärast seisabki vasakul nende lõikude nullpunkti kohal arv 1, sest  $\log 1$  on null. Et  $\log 10 = 1$  ja  $\log 100 = 2$ , siis arvude 1—10-ni logaritmid kujutamiseks kasutame sama pikka lõiku, kui arvude jaoks 10-st 100-ni. Sellest järgneb, et mida suurem on arv, seda lühemaks suhteliselt muutub joonelil tema logaritmi kujutav lõik, nagu see nähtub ka valemist  $\Delta y = \frac{\Delta x}{x}$  (vt. § 11), mille järgi logaritmi kasv on pöördvõrdeline arvu suurusega  $x$ .

Kõrvuti olevatel skaaladel ( $A$  ja  $B$ ,  $C$  ja  $D$ ) esineb sama kujutamismõõt, mille ühikuks võime võtta linearskaalal ( $C$  ja  $D$ ) tema kogupikkuse. Tõepoolest linearskaalal kujutab kogu skaala pikkus  $\log 10 = 1$ , tähendab kogu skaala pikkus (12,5 või 25) on võetud kujutamishikuks. See ühik on jaotatud vähemalt sajaks kriipsuvaheks (mitte võrdseks!) ja et igas kriipsuvahe võime silma järgi hinnata veel kümnendikke, siis saamegi sel skaalal toimetada lugemeid läbisegi kuni ühiku ühe tuhandikuni. Ruutskaala mõõt on kaks korda lühem, sest  $\log N^2 = 2 \log N$ . Arusaadav, et suurematele arvudele vastavaid lõike ära mahutada samasse pikkusesse, peavad lõigud ise olema kujutatud kaks korda vähe-  
mas moods.

Skaaladel on arvude logaritmid kujutatud lõikudena, s. o. ainult logaritmid suhtelised pikkused. Tahame teada saada mõne arvu logaritmi ennast, siis tuleb ära mõõta teda kujutava lõigu pikkus ja leida selle suhe ühikut ( $\log 10$ ) kujutava lõigu pikkusega.

Eksituste vältimiseks tuleb silmas pidada, millise skaala abil logaritmi arvutamine toimub. Linearskaala ühe ühiku pikkus võrdub skaala kogupikkusega (125 või 250 mm), kuna ruutskaala ühiku pikkus on, nagu nägime, kaks korda väiksem.

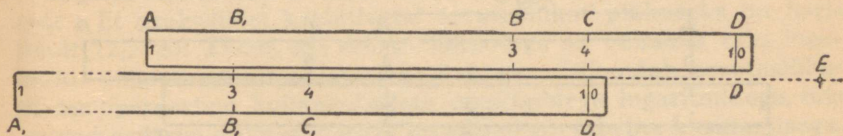
Et logaritmi absoluutse suuruse määramisel pole tähtis, millistes ühikutes on mõõdetud logaritmi kujutava lõigu pikkus, siis kasutatakse selleks harilikult jooneli lumisel äärel olevat skaalat, kus kogu skaala pikkus on jagatud sajaks, kahesajaks viiekümneks või viiesajaks võrdseks osaks. Selle skaala abil võime otsest lageda arvu logaritmi suuruse, kui väljendame logaritmi kujutava lõigu pikkuse selle skaala tuhandikes.

## 15. KORRUTAMINE.

Arvutuslükati abil seisneb korrutamise tegurite logaritmid liitmisel ja korrutise logaritmile vastava arvu leidmisel skaalal.

Siin aga võivad esineda juhud, kus tegurite logaritmid summa ei mahu enam skaalale. Näiteks  $\log 3 + \log 4$  ulatub väljapoole

skaala piire (joon. 5). Sel juhul tarvitatakse järgmist võtet: võetakse jooneli skaalal ühe teguri (4) logaritm ja selle lõpuga seatakse kohakuti lükati parempoolne ots ( $D_1$ ) ning vaadatakse, milline jooneli skaala kriips vastab lükatil oleva teise teguri (3) logaritmile. Sedaviisi saame korrutise logaritmi mantissile vastava arvu, mille abil määrame korrutise suuruse. Tõendame järgnevalt, et selline menetelu annab õige tulemuse.



Joon. 5. Jooneli ( $AD$ ) ja lükati ( $A_1D_1$ ) asetus korrutamisel.

Olgu jooneli ja lükati skaala kogupikkus vastavalt  $AD = A_1D_1$ ,  $\log 3 = AB = A_1B_1$  ja  $\log 4 = AC = A_1C_1$ . Skaala lühiduse tõttu ei saa fikseerida punkti  $E$ , mis ulatub  $DE$  võrra väljapoole jooneli skaala kogupikkust. Kui aga punkti  $C$  kohale nihutada lükati ots  $D_1$ , siis lükatil teisele tegurile, antud juhul 3, vastav punkt  $B_1$  märgib jooneli skaalal koha, mis annab korrutise mantissi  $AB_1 = DE$ . Tõepoolest:  $DE = AC + CE - AD = \log 4 + \log 3 - AD$  ja  $AB_1 = AC - B_1D_1 = \log 4 - (A_1D_1 - \log 3) = \log 4 + \log 3 - A_1D_1$ . Et  $AD = A_1D_1$ , siis saadud võrduste paremad pooled on võrdsed, järelikult peavad olema võrdsed ka vasemad pooled, s. o.  $AB_1 = DE$ .

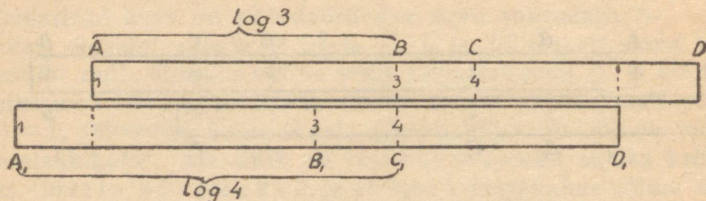
Teades korrutise logaritmi mantissi, loeme skaalalt sellele mantissile vastava arvu, millest pole raske tegurite suuruse põhjal n.-õ. silma järgi hinnata korrutise suurust.

## 16. JAGAMINE.

Jagamisel tuleb jagatavale vastava arvu kriipsu kohale joonelil asetada lükatil oleva jagaja kriipsu koht ja võtta jooneli skaalal lugem, mis on lükati vasempoolse otsa kohal. Näiteks  $\log(6:3) = \log 6 - \log 3 = \log 2$ , järelikult  $6:3 = 2$ .

On aga jagaja suurem jagatavast, näiteks  $3:4$ , siis ulatub lükati ots jooneli skaala otsast vasemale ja meil puudub sel juhul võimalus saada jooneli skaalal vasakult jagatisele vastavat lugemit. Selle leiame aga jooneli skaalal vastu lükati parempoolset otsa-kriipsu (punkt  $D_1$  joonisel 6). Antud menetelu põhjendamine

toimub analoogiliselt vastava menetelu põhjendamisele korrutamisel. Selleks tõendame, et  $A_1A = D_1D$ . Joonisest nähtub, et  $A_1A = A_1D_1 - AD_1 = AD - AD_1 = D_1D$ , sest jooneli ja lükati skaalad on ühepikkused. Ühe lükati pikkuse võrra erinevad logaritmid omavad aga sama mantissi, järelikult võime asendada jooneli skaalal punkti  $A_1$  punktiga  $D_1$ .



Joon. 6. Jooneli ( $AD$ ) ja lükati ( $A_1D_1$ ) asetus jagamisel.

Täisosa eraldamine toimub samuti kui korrutamiselgi n.-ö. silma järgi jagatava ja jagaja suurusest jagatise suurusjärgu määramise teel.

## 17. RUUTIMINE JA KUUPIMINE.

Nagu nägime §-s 14, on skaalal  $A$  olevad arvud skaalal  $D$  olevate arvude ruudud. Seetõttu siis arvude ruutude või ruutjuure leidmine toimub otseselt neilt skaaladelt vastavate kohakuti olevate arvude äralugemise kaudu. Samuti toimub ka arvude kuupimine või kuupjuurte määramine, kui joonel on varustatud kuup-skaalaga.

Eksituste vältimiseks peetagu alati silmas, et skaala kriipsud on sageli märgitud ainult ühekohaliste arvudega. Kas need skaala arvud tähendavad ühelisi, kümnelisi või sajalisi, peab lükati kasutaja ise otseselt järeldama lükatilt.

## 18. ARVUTUSLÜKATIGA SAADUD TULEMUSE TÄPSUS.

Arvutuslükati skaalalt võetud lugemi täpsus on lükati enda konstruktsiooni täpsusest ja oskusest õigesti hinnata viimast kümnendkohta, milline määratakse skaala jaotisosade hindamisel silma järgi.

Arvutuslükati kui riista täpsus on lükati headusest ja võrdub umbes 0,1%. Nagu nägime §-s 14, on arvutuslükatil võimalik

teha lugemeid läbiseigi kuni skaala ühiku ühe tuhandikuni, s. o. samuti 0,1<sup>0</sup>/<sub>0</sub>-lise täpsusega. Seega arvutuslükati üldine täpsus halvemal juhul jääb kümnendikprotsendi piiridesse.

Hoopis suuremal määral mõjutab tulemuse täpsust menetelueeskirjade mitte küllalt hoolikas teostamine, mis võib esineda näiteks vastavate kriipsude kohakuti asetamisel, parallaktiline viga lugemi võtmisel jm.

Lugemi maksimaalne õigete kohtade arv oleneb skaala pikkusest. Et praktilistel kaalutlustel arvutuslükati pikkuseks on harilikult 12,5 või 25 cm, siis selliste lükatitega on võimalik teha lugemeid üldiselt ainult kolme õige kohaga. Tähendab arvutuslükatil me opereerime kolmekohaliste mantissidega logaritmidega, mis on samaväärne kolmekohaliste logaritmiliste tabelite kasutamisega.

Nagu nägime §-s 11, on võimalik kolmekohaliste logaritmid tabelite kasutamisel määrata vastavat arvu 3 õige kohaga, neljakohaliste logaritmid puhul — 4 õige kohaga jne. Järelikult arvutuslükati kasutamisel saame lükati abil võetud arvu määrata kolme õige kohaga. Selline täpsus on paljude ülesannete lahendamisel küllaldane, sest ka mõõtmistest saadud andmete täpsus kõigub harilikult 1 ja 0,1<sup>0</sup>/<sub>0</sub> piires.

## 19. MITMESUGUSEID NÄPUNÄITEID MÕÕTMISTE JA ARVUTUSTE TEOSTAMISEL.

Enne mõõtmisele või arvutusele asumist tuleb alati selgitada selles töös kasutatavate mõõtühikute küsimus. Mõõtmis- või arvutustulemus saadakse ettenähtud mõõtühikus ainult siis, kui kõik teised siin kasutatavad suurused on väljendatud vastavates ühikutes. Näiteks kui hoog valemi  $\frac{mv^2}{2}$  järgi peab väljendama ergides, siis peame asetama massi  $m$  grammides ja kiiruse  $v$   $\frac{\text{cm}}{\text{sek}}$ -tes. Tahame aga hoogu väljendada kGm-tes, peame massi väljendama massi tehnilistes ühikutes ja kiiruse  $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$ -tes. Üldjuhisenena kehtib nõue, et kõik samas arvutamiskompleksis kasutatavad suurused peavad olema mõõdetud sama mõõtühikute süsteemi ühikute abil, näiteks CGS- või tehnilises mõõtühikute süsteemis. Kui mõned andmed on väljaspool aluseks võetud mõõtühikute süsteemi, siis tuleb nad enne kasutamist väljendada samas süsteemis. Näiteks kui erikaal on antud  $\frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$  kohta, siis CGS-süs-

teemis peame ta ümber arvutama  $\frac{\text{düün}}{\text{cm}^3}$  kohta, sest tungüühik gramm-raskus ei kuulu CGS-ühikute süsteemi.

Arvutuste ja valemite tuletuste kontrolliks on kasulik rakedada nimetuste või dimensioonide kontrolli, sest võrduse mõlema poole nimetused peavad olema samad. Kui näiteks gaasi paisumistöö arvutamiseks saime valemi  $\Delta A = p\Delta V$ , siis CGS-süsteemis on vasema poole nimetuseks erg ehk  $\frac{\text{g} \cdot \text{cm}^2}{\text{sek}^2}$ . Parema poole nimetusena saame  $\frac{\text{düün}}{\text{cm}^2} \cdot \text{cm}^3 = \text{düün} \cdot \text{cm}$ , s. o. samuti ergi.

Kõik mõõtmis- või arvutustulemused peavad olema varustatud vastavate mõõtühikutega või nende nimetustega. Kui näiteks mõnesuguse arvutuse tulemusena selgus, et tehtud tööhulk on 5, siis ei ütle see veel midagi. Jääb lahitseks, kas meil on tegemist 5 ergi, kGm, J või mõne teise ühikuga.

Enne mõõtmisele asumist tuleb selgitada üksikute mõõtmistulemuste vea mõju lõpptulemuse vea suurusesse. Loomulikult tuleb eriti hoolikalt mõõta need suurused, millised kõige suuremal määral mõjutavad lõpptulemuse täpsust. Näiteks voolu soojuse arvutamisel valemi  $Q = cI^2Rt$  põhjal on selge, et voolutugevuse  $I$  suhteline viga mõjutab tulemuse  $Q$  viga kõige enam, seepärast tuleb eriti täpselt määrata just voolu tugevus. Teisest küljest pole mõtet ühte valemis esinevaist suurusist määrata väga suure täpsusega, kui kõik teised on määratavad hoopis vähema täpsusega. Näiteks kui eelmises valemis meil on võimalik määrata takistust  $R$  absoluutse vea ülemmääraga  $\pm 0,001$ , voolutugevust  $I$  aga absoluutse vea ülemmääraga  $\pm 0,1$ , siis ei tõsta takistuse määramise suurem täpsus lõpptulemuse täpsust, sest domineeriva mõjuga esineb siin voolutugevuse viga.

## II. ÜLDMÕÕTMISI.

### 20. SFÄROMEETER. KLAASPLAADI PAKSUSE JA LÄÄTSE KÕVERUSRAADIUSE MÄÄRAMINE SFÄROMEETRIGA.

#### 1. Töövahendid.

Sfäromeeter, tasane klaasplaat, mõõdetav klaasplaat, mõõdetav lääts ja vahend pikkuse mõõtmiseks 0,1-mm-se täpsusega.

#### 2. Tööülesanne.

Tutvumine sfäromeetri ehitusega ja sfäromeetri kasutamine plaadi paksuse ning läätses kõverusraadiuse määramiseks.

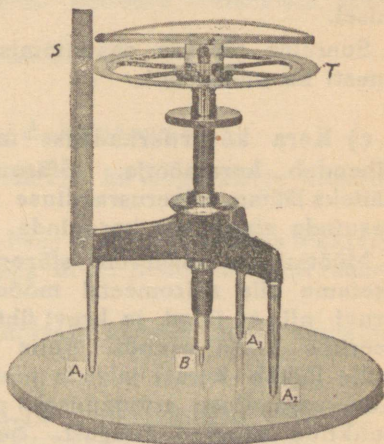
#### 3. Töökäik.

a) Sfäromeetri peaosadeks on kolm võrdkülgse kolmnurga tippudes asuvat jalga  $A_1, A_2, A_3$  ja kolmnurga keskpunktis asuv mikromeetriline kruvi  $B$ , millega on ühendatud ringskaala  $T$ . Kruvi käigukõrgus on  $\frac{1}{2}$  või 1 mm, ja vastavalt sellele on ringskaala  $T$  jaotatud 50 või 100 võrdseks osaks ning iga osa veel kümneks osaks. Seega on võimalik kruvi kõrgust reguleerida 0,001-mm-se täpsusega. Kruvi täispöörete arvu määramist hõlbustab ringskaalaga ristiolev abiskaala  $S$ .

Sfäromeetrit kasutame õhukesete esemete paksuse täpseks mõõtmiseks.

b) Plaadi paksuse mõõtmine.

Mõõtmiseks asetame sfäromeetri tasasele alusele, näiteks peegelsklaasile, mille tasasuses veendumise, kui ta pinnalt peegeldunud kaugele esemete kujutised on



Joon. 7. Sfäromeeter.

moonutamata, ja keerame kruvi kuni puutumiseni alusega. Puutemomendi määramiseks jälgime kruvi otsa ja selle peeglipildi vahelise kauguse kadumist. Samuti võime puutemomendi üle otsustada riista kõikumise hakkamisest jalgal. Mõnede sfäromeetrite kruvi südamikuga moodustab liikuv pulgake, mille ülemisele otsale toetuv kangisüsteem hakkab puutemomendil liikuma. Sfäromeetri kruvi kõrgus tasapinna puutemomendil ongi riista nullasend, mille loeme abiskaalalt täis- või poolmillimeetrites ning ringskaalalt tuhandikkudes. Saadud andmed registreerime.

Eseme paksuse mõõtmiseks keerame kruvi üles ja asetame mõõdetava eseme alusele sfäromeetri jalgade vahele, viime kruvi otsa kontakti esemega ning registreerime jälle kruvi kõrguse. Viimase lugemi ja null-lugemi vahe annabki otsitava paksuse. Eksituste vältimiseks on soovitatav kruvi täispöörded loendada.

Kruvi logisemisest tekkivate vigade vältimiseks tuleb sama mõõtmisseeria kestel mõõdetavale pinnale läheneda kruvi ühes suunas keeramisega. Käesoleval mõõtmisel määrame puutemomendi kruvi ülalt alla liikudes.

Kruvi asukohtade vahe samade skaala lugemite puhul eri suundades liikudes on tingitud kruvi vältimatust logisemisest mutris ja nimetatakse kruvi surnud käiguks. Seda nähtust tuleb arvestada kõikide kruvi põhimõttel töötavate mõõteriistadega mõõtmisel ja lugemeid teha ainult kruvi ühesuunalisel liikumisel.

Suurema täpsuse saavutamiseks kordame mõõtmist, määrates uuesti ka nullasendi.

c) Kera kõverusraadiuse määramine. Nimetus sfäromeeter tähendab keramõõtja. Sfäromeetrit kasutataksegi kerapinna, näiteks läätse, kõverusraadiuse määramiseks, kui mõõtmiseks on kasutada ainult osa kerapinda.

Mõõtmiseks määrame sfäromeetri nullasendi tasasel plaadil, asetame siis sfäromeetri mõõdetavale kerapinnale ja keerame kruvi nii, et jalad ja kruvi ühtlaselt puudutavad pinda. Registreerime kruvi asendi. Kahe lugemi vahe on segmenti kõrgus, mille lõikab kerast jalgade puutepunktidega määratud tasapind. Kõverusraadiuse arvutamiseks peame teadma veel jalgade puutepunktide vahelist kaugust. Selle leiame kõige lihtsamalt, kui surume sfäromeetri jalad paberisse ning mõõdame mm-jaotisega mõõtjooneliga või varbsirkliga jälgede-vahelised kaugused paberil täpsusega 0,1 mm. Kui kaugused on vähe erinevad, siis võtame neist aritmeetilise keskmise.



## 2. Tööülesanne.

Tutvumine okulaar- ja objektmikromeetri kasutamise. Okulaarmikromeetri kaliibrimine ja difraktsioonivõre konstandi määramine.

## 3. Töökäik.

a) Mikroskoopi võime kasutada väikeste pikkuste mõõtmiseks, kui teda varustada okulaarmikromeetriga. Okulaarmikromeeter on peente jaotistega läbipaistev klaasskaala, mis asetseb okulaaris just kohal, kuhu objektiiv tekitab esemest tõelise kujutise. Klaasskaala asemel võib olla ka üks või kaks niiti, mis on nihutatavad skaalaga varustatud mikromeetrilise kruviga. Et kujutise suurus oleneb objektiivi suurendusest, siis tuleb okulaarmikromeeter iga objektiivi suurenduse puhul eraldi kaliibrida.

b) Kaliibrimiseks asetame mikroskoobi alla 0,1- või 0,01-mm-ste jaotistega skaala — objektmikromeetri — nii, et selle jaotiste kujutised on paralleelsed okulaarmikromeetri jaotistega, ja mõõdame okulaarmikromeetri jaotise pikkuse millimeetris. Ühtub näiteks 4 okulaarmikromeetri jaotist objektmikromeetri 0,1-mm-se kujutisega, siis vastab okulaarmikromeetri jaotise pikkusele  $\frac{1}{10 \cdot 4} = 0,025$  mm. Kui okulaarmikromeeter on mikromeetrilise kruviga nihutatav niit, siis loeme niiti nihutades kruvi skaalalt igale objektmikromeetri skaala jaotisele vastava arvu ja leiame nii mikromeetrilise kruvi skaala jaotisele vastava pikkuse millimeetris. Viimasel juhul tuleb kruvi surnud käigust tingitud vigade vältimiseks toimetada mõõtmisi ainult kruvi ühesuunalisel liikumisel.

c) Difraktsioonivõre konstandi mõõtmiseks kinnitame võre kaliibritud okulaarmikromeetriga varustatud mikroskoobi objektlauale. Teravustame mikroskoobi võrele ja pöörame võre paralleelseks okulaarmikromeetri jaotistega. Seejuures tuleb hoolitseda, et mikroskoobi suurendus ei muutuks mõõtmise kestel, näiteks okulaari ja objektiivi vahelise kauguse muutumisega. Kasutades kogu okulaarmikromeetri pikkust, loendame skaala jaotiste ja võre joonte ühtumise vahemikkudes skaala jaotiste ja võre joonte arvu. Sellest arvutame võre kahe joone vahelise kauguse — võrekonstandi — millimeetris.

Katab näiteks 4 skaala jaotist 5 võre joonevahet ja skaala jaotisele vastab 0,025 mm, siis on võrekonstant  $d = \frac{4 \cdot 0,025}{5} = 0,02$  mm.

## 22. VESILOOD. VESILOE KALIIBRIMINE JA TUNDLIKKUSE MÄÄRAMINE.

### 1. Töövahendid.

Vesilood, kolmele jalakruvile toetuvad alused, vesiloe kaliibrija, ca 5 mm paksune klaasplaat ja mikromeeter.

### 2. Tööülesanne.

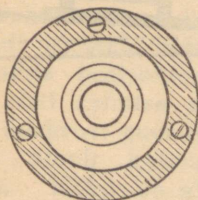
Tutvumine vesiloega, vesiloe õiendamine, kolmele jalakruvile toetuva aluse horisontaalseks seadmine, vesiloe kaliibrimine ja tundlikkuse määramine vesiloe kaliibrijaga.

### 3. Töökäik.

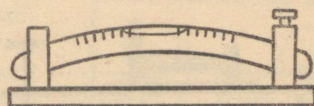
a) Vesiloe ehitus. Vesiloode kasutatakse tasapindade ja aparaatide horisontaalasendi kontrollimiseks. Väliskujult võime neid jaotada kahte liiki.

Ümmargune vesilood on klaaskaanega karp, mille klaaskaane seesmine külg on siledaks lihvitud kerapind. Karp täidetakse kuuma piirituse ja eetri seguga ning suletakse õhukindlalt. Jahutudes tõmbub vedelik kokku ja karpis tekib vedeliku auruga täidetud ruum — vesiloe mull. Karp kinnitatakse alt tasasele metallalusele.

Et mull on vedelikust kergem, siis asetseb ta alati karbi kõrgeimas osas. Vesiloe ehitus on säärane, et mull on karbi kaane



Joon. 9. Ümmargune vesilood.



Joon. 10. Piklik vesilood.

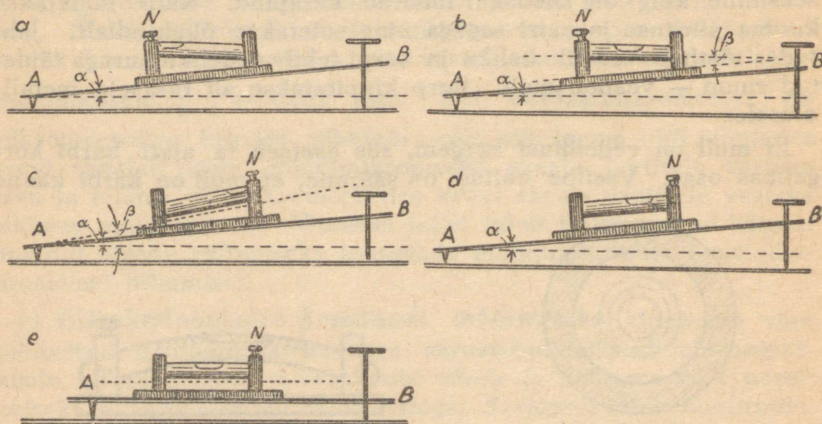
all keskel, kui vesilood paigutatakse horisontaalpinnale. Mulli seisu paremaks jälgimiseks on kaanel rida kontsentrilisi ringe. Seesuguse vesiloega saame pealeasetamisega otsekohe veenduda tasapinna kallakuses. Kui aluspind pole horisontaalne, siis nihkub mull kõrgema serva poole. Ümmargust vesiloodi kasutatakse kiiretel ja vähema täpsusega loodimistel.

Täpsemateks loodimisteks tarvitatakse piklikke vesiloode.

Piklik vesilood on veidi painutatud klaastoru, mis samuti nagu ümmargune vesilood on täidetud piirituse ja eetri seguga. Kasutamiseks kinnitatakse klaastoru vastavasse metallraami. Mulli asukoha määramiseks on klaasi pealmisele küljele tõmmatud rida 2-mm-se vahega kriipse.

b) Pikliku vesiloe õiendamine. Vesilood on õiendatud, kui horisontaalpinnal asetsedes ta mull on keskel. Kui aluspind pole horisontaalne, siis nihkub mull kõrgemal asuva otsa poole. Et veenduda, kas vesilood on õiendatud, selleks asetame ta mingile enamvähem horisontaalsele pinnale ja määrame mulli asukoha; pöörame vesiloodi  $180^\circ$  ja määrame jälle mulli asukoha. Kui vesilood näitab mõlemal juhul tasapinna sama suurt kallakust, s. o. mull ei nihku üldse või nihkub niisama palju keskasendist kõrvale, siis on vesilood õiendatud. Kui aga vesilood näitab kummaski asendis tasapinna erineva suurusega kallakust, siis vajab vesilood ise õiendamist.

Õiendamiseks asetame vesiloe reguleeritava kaldega alusele  $AB$  (joon. 11-a). Reguleerime aluse kalde nii, et mull asetseks kesk-



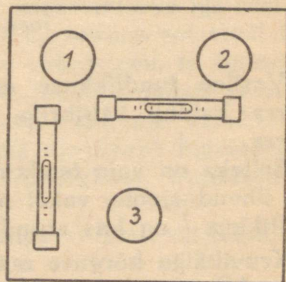
Joon. 11. Vesiloe õiendamine.

seisus (joon. 11-b). Pöörame vesiloodi  $180^\circ$ . Õiendamata vesiloe mull kaldub siis kõrvale keskasendist (joon. 11-c). Viime mulli uuesti keskasendisse, muutes kruviga  $N$  vesiloe kaldenurka alusraami suhtes nii, et mull nihkub poole kõrvalkaldest keskseisu poole ja ülejäänud poole kaotame, muutes aluspinna kallet.

Teoreetiliselt oleme juba vesiloe õiendanud kruvi  $N$  keeramisega, sest aluslaua kaldenurk  $\alpha$  horisontaalpinnaga on võrdne vesiloe kaldenurgaga  $\beta$  laua suhtes (joon. 11-b) ja pööratud asendis (joon. 11-c) on vesiloe kaldenurk horisontaalpinnaga  $\alpha + \beta$ . Seega tehakse poole vesiloe mulli nihutamist kruvi  $N$  keeramisega oleme nurga  $\beta$  kaotanud ja vesilood on paralleelne oma alusega (joon. 11-d). Vesiloe mulli nihkumine pole aga täpselt jälgitav ja seepärast peame reguleerimist jätkama ning reguleerima ka aluse horisontaalseks (joon. 11-e). Pöörame vesiloodi jälle  $180^\circ$ , s. o. esimesse asendisse, ja jälgime, kas mull jääb keskele. Kõrvalekaldumine on palju väiksemaks muutunud. Viime jälle mulli keskele, tehakse pool nihutamist loe kruvi keeramisega ja teise poole aluspinna kaldenurga muutmisega. Pöörame loodi  $180^\circ$  ja kordame võtet, kuni mull jääb keskele mõlemas asendis. Siis on vesilood õiendatud ja mull on vesiloe horisontaalpinnal, asetsedes keskel, s. o. nullseisus.

Tundlikkude loodide puhul ei jälgitagi mulli poole võrra nihkumist, vaid tehakse kogu nihutamine vesiloe kruvi  $N$  pööramisega pöördeid loendades, kuni mull on keskasendis. Poole nihkumise saamiseks pööratakse pool pöörete arvust tagasi.

c) Kolmele jalakruvile toetuva aluse horisontaalseks seadmine. Vesiloelega võime horisontaalasendisse viia kolmele jalakruvile toetuvaid aluseid, kusjuures seesugused alused on kasutatavad ka loe õiendamiseks. Selleks kasutame eelmises punktis kirjeldatud menetlust järgmiselt. Asetame vesiloe paralleelselt kaht jalakruvi ühendava sirgega üks kord ühes ja teine kord  $180^\circ$  võrra pööratud suunas (joon. 12). Aluse kaldenurka muudame kahe vastava jalakruvi (1,2) vastassuunalise pööramisega. Kui mull asetseb vesiloe mõlemas asendis keskel, siis on alus selles sihis horisontaalne. Asetame vesiloe ristis eelmise sihiga, s. o. kolmanda jalakruvi suunas, ja viime mulli keskele ainult kolmandat jalakruvi keerates. Nüüd on alus horisontaalne, ja ükskõik millises suunas ka vesilood asetseb, ikka jääb mull keskele. Enamik loodidega varustatud aparate toetubki kolmele jalakruvile (kattomeeter, teodoliit, anal. kaalud jne.). Selliste aparatuuride rõhtsaks seadmiseks rakendataksegi eespool kirjeldatud meetodit.



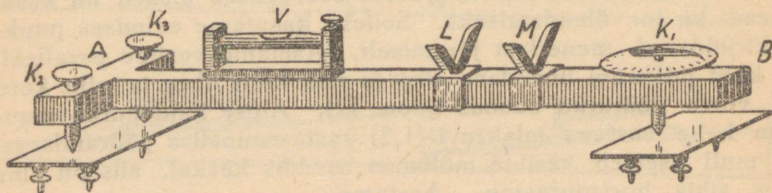
Joon. 12. Kolmele kruvile toetuva aluse horisontaalseks seadmine.

d) Vesiloe kaliibrimine ja tundlikkuse määramine. Vesilood on kasutatav ka väikeste kaldenurkade määramiseks, kui teame nurga suurust, mille võrra tuleb vesiloodi kallutada, et mull nihuks ühe jaotise võrra. Seda nurga suurust nimetatakse vesiloe tundlikkuseks. Headel vesiloodidel on kumerus ühtlane ringi kaar ja mulli igale jaotise võrra nihkumisele vastab sama suur kaldenurk.

Vesiloe tundlikkuse määramiseks kasutatakse vesiloe kaliibrijat ehk eksaminaatorit.

Vesiloe kaliibrija (joon. 13) on kolmele jalakruvile  $K_1$ ,  $K_2$  ja  $K_3$  toetuv  $T$ -kujuline metalltelg. Telje ühes otsas üksikult asetsev kruvi  $K_1$  on varustatud pöörete täpseks lugemiseks 100 osaks jaotatud ringskaalaga. Teljel  $AB$  asetsevad alused  $L$  ja  $M$  torukujuliste alusraamita vesiloodide asetamiseks.

Et kaliibrijat kasutada vesiloe tundlikkuse määramiseks, peame ta mõõtmiseks korda seadma ja kaliibrima. Selleks asetame kaliibrija ühe otsa ühele ja teise otsa teisele kolmele kruvile toetuvale horisontaalseks seatud klaasplaadile. Seame kaliibrija vesiloe  $V$  abil horisontaalseks telje  $AB$  sihis ja ka sellele ristisihis (kruvide  $K_2$ ,  $K_3$  sihis). Nii korrastatud vesiloe kaliibrijaga on ka väga mugav alusraamile kinnitatud vesiloodi õiendada, asetades neid teljele  $AB$  üks kord ühes ja teine kord  $180^\circ$  pööratud suunas.



Joon. 13. Vesiloe kaliibrija.

Vesiloe tundlikkuse määramiseks peame teadma nurka, mille võrra kaldub kaliibrija telg kruvi  $K_1$  pöördumisel ühe jaotise võrra.

Selleks on vaja teada telje  $AB$  pikkus  $l$ , kruvi  $K_1$  ja kruvide  $K_2$ ,  $K_3$  ühendusjoone vahel ning kruvi  $K_1$  käigukõrgus.

Pikkus  $l$  on kas antud või mõõdetakse suure täpsusega.

Kruvikäigu kõrguse määramiseks asetame vesiloe kaliibrija teljele  $AB$  ja reguleerime kruvi  $K_1$ -ga mulli keskseisu. Asetame nüüd kruvi  $K_1$  alla ca 5 mm paksusega klaasplaadi, mille täpse paksuse  $d$  mõõdame sfärometriaga või mikrometriaga, ja keerame

kruvi  $K_1$ , kuni vesiloe mull asetseb jälle keskseisus. Kui selleks kulunud ringide arv on  $n$ , siis on kruvi ühele täispöördele vastav tõus — kruvikäigu kõrgus ehk kruvisamm

$$h = \frac{d}{n} \quad (1)$$

ja ringskaala ühele jaotisele vastav tõus

$$h_1 = \frac{d}{100n} \quad (2)$$

Kruvi  $K_1$  ühe jaotise võrra pööramisel tekkinud telje  $AB$  pöördenurk radiaanides

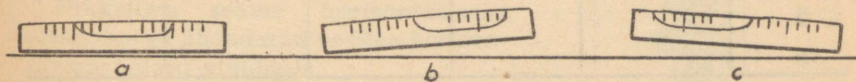
$$\alpha = \frac{h_1}{l} \quad (3)$$

või ümberarvutatuna kraadimõõdu sekunditesse

$$\alpha'' = \frac{h_1}{l} \cdot 206265, \quad (4)$$

sest 1 radiaan =  $57^{\circ}17'45'' = 206265''$ .

Vesiloe tundlikkuse määramiseks seame kalibrija telje  $AB$  horisontaalasendisse ja asetame uuritava vesiloe paralleelselt teljega kas otseselt teljele  $AB$  või alustele  $L$  ja  $M$ , olenevalt sellest, kas vesilood ise on raamiga või ilma. Vesiloe mull peab siis asetsema keskkohal (joon. 14-a).



Joon. 14. Vesiloe asendid kalibrimisel.

Nüüd kruvime kalibrija telje nii, et mull asetseks äärmisel jaotisel (joon. 14-b) ja hakkame telje kallet vähendama ning loeme ringskaalalt jaotiste arvu, mis kulub mulli nihutamiseks iga vesiloe jaotise võrra, kuni jõuame asendisse c, saades sel viisil 6 lugemit. Edasi hakkame telje kallet jälle vähendama ja toimetama lugemeid endisel viisil, kuni mull on jõudnud tagasi asendisse b, saades jällegi 6 lugemit. Lugemid kanname tabelisse ja võtame vesiloe samadele kriipsuvahedele vastavaist lugemeist keskmised, millised väärtused korrutame tundlikkuse saamiseks kraadimõõdus valemis (4) määratud  $\alpha''$ -ga.

Vesiloe tundlikkuse hindamiseks ühe arvuga võtame nii saadud kuuest arvust keskmise.

Heal vesiloele vastab mulli iga kriipsuvahe võrra nihkumisele sama suur kaldenurk. Seega võime vesiloe headuse üle otsustada tabeli eelviimase veeru arvude hajuvusest.

Vesiloeaga on võimalik mõõta ka väikesi kaldenurki. Selleks peame teadma nurga, mille moodustab vesiloe alus horisontaalpinna, kui mull asetseb mingil jaotisel.

Joonisel 14-a on vesilood kujutatud horisontaalasendis. Kolm kriipsuvahet nihkudes jõuab mull üks kord asendisse 14-b ja teine kord asendisse 14-c. Seega tabelis toodud lugemid järjekorras 3, 2, 1 annavad kaldenurga suurenemise ühes ja 4, 5, 6 teises suunas.

Kaldenurk horisontaalasendiga mulli ühe kriipsuvahe võrra nihkudes on seega tabelis lugemile nr. 3 või 4 vastav  $ka''$  väärtus olenevalt kaldenurga muutmise suunast. Teise kriipsuni nihkumiseks vajalik kaldenurk on lugemitele nr. 3 ja nr. 2, teisele poole nr. 4 ja nr. 5 vastavate  $ka''$ -de summa ning asenditele b ja c joon. 14 vastavad kaldenurgad lugemitele nr. 3, 2 ja 1 ning teises suunas nr. 4, 5, 6 vastavate  $ka''$ -de summad.

Lugemi nr.	Ringskaala jaotiste arv $k$	keskmine $k$	$ka''$	Kaldenurk
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Keskmine tundlikkus . . . . .

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Kuidas kasutada vesiloodi koos kaliibrijaga väikeste kaldenurkade määramisel?
2. Kas ja kuidas on võimalik teostada ümmarguse vesiloe õiendamist?

### 23. KATETOMEETER.

#### MATEMAATILISE PENDLI PIKKUSE MÕÖTMINE.

##### 1. Töövahendid.

Katetomeeter ja niidi otsa riputatud kuulike (matemaatiline pendel).

##### 2. Tööülesanne.

Tutvumine katetomeetriga, selle korrastamine mõõtmiseks ja matemaatilise pendli pikkuse mõõtmine.

### 3. Töökäik.

a) Katetomeetrit kasutatakse vertikaalsete kõrgusvahede mõõtmiseks. Riista peasa moodustab vertikaalne mm-jaotistega tugev metallskaala. Skaala on kinnitatud kolmele jalakruvile toetuvale alusele ja on vertikaaltelje ümber pööratav. Skaala küljes erilisel kinnitusseadmel asetseb horisontaalse vaatesuunaga niitristiga varustatud üles-alla nihutatav pikksilm. Pikksilma täpse asukoha määramiseks skaalal on pikksilma kinnitusseade varustatud nooniusuga ja nihutatav peenreguleerimiskruviga. Pikksilma küljes paralleelselt vaatesuunaga asetseb vesilood. Parematel katetomeetritel on ka alusel üks või kaks vesiloodi.

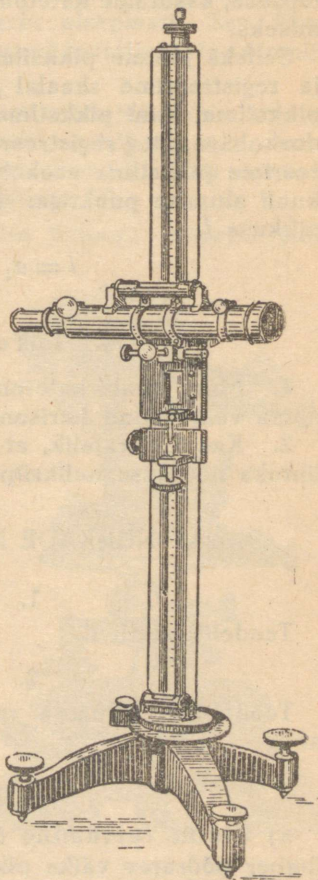
Enne mõõtmisele asumist tuleb katetomeetri skaala seada vertikaalseks ja pikksilma vaatesuund horisontaalseks.

Skaala vertikaalseks seadmiseks kasutame alusel asetsevat vesiloodi, nagu juhutatud kolmele jalakruvile toetuva aluse horisontaalseks seadmisel (vt. § 22). Kui alus on horisontaalne, siis on ka katetomeetri skaala vertikaalne.

Pikksilma seame horisontaalseks pikksilmaga ühendatud vesiloe horisontaalasendisse viimisega.

Kui alusel puudub vesilood, siis kasutame skaala vertikaalseks seadmiseks pikksilmaga ühendatud vesiloodi, mille õiendame aluse kahe jalakruvi sihis ja siis sellele ristisihis kolmanda jalakruviga. Sel viisil muutub skaala asend vertikaalseks ja pikksilm ise horisontaalseks. Kontrolliks keerame skaalat ümber vertikaaltelje, kusjuures vesiloe mull peab igas suunas jääma keskele. Kui see nii pole, siis tuleb õiendamist korrata.

Sel viisil ettevalmistatud katetomeetriga mõõtmise teostamiseks, näiteks kahe märgi kõrguse vahe mõõtmiseks, juhime pikksilma niitristi ühele mõõdetavale märgile, kasutades ka peenreguleerimisseadeldist teeme lugemise skaalalt. Nüüd juhime pikksilma teisele märgile ning toimime



Joon. 15. Katetomeeter.

samuti. Pikksilma teravustamine märgile toimub okulaari nihutamise­ga. Skaala lugemite vahe ongi märkide-vaheline kaugus vertikaalsi­his.

Katetomeetri­ga mõõtmisel pole oluline, et mõlemad märgid asuksid katetomeetri skaalaga samas vertikaaltasapinnas. Samuti on paremuseks asjaolu, et meil ei tarvitse kokku puutuda mõõdetavate esemetega.

b) Olles korrastanud katetomeetri ja määranud tema noonius­e täpsuse, kasutame katetomeetrit matemaatilise pendli pikkuse mõõtmiseks.

Selleks juhime pikksilma pendli niidi ülemisele kinnituspunktile ja registreerime skaalal pikksilma asukoha  $a_1$ . Nüüd langetame pikksilma, kuni pikksilma niitrist ühtub pendli niidi ja kuuli ühenduskohaga, ning registreerime pikksilma asukoha  $a_2$ . Edasi registreerime pikksilma asukoha skaalal  $a_3$ , kui niitrist ühtub pendli kuuli alumise punktiga. Registreeritud andmeist arvutame pendli pikkuse  $l$ .

$$l = a_1 - a_2 + \frac{a_2 - a_3}{2} .$$

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Miks peab katetomeetri skaala olema vertikaalne ja pikksilma vaatesuund horisontaalne?

2. Kas on vajalik, et pikksilma vaatesuuna horisontaaltasand ühtuks noonius­e nullkriipsuga?

### 24. NURKADE MÕÕTMINE TEODOLIIDI ABIL.

#### 1. Töövahendid.

Teodoliit statiivil.

#### 2. Tööülesanne.

Teodoliidi ehitusega tutvumine. Nurkade mõõtmine teodoliidi abil.

#### 3. Töökäik.

a) Üldine tutvumine riistaga. Teodoliit on püst- ja rõhttelje ümber pööratav väike pikksilm, mis on varustatud vesiloodidega riista rõhtasendisse seadmiseks ja püst- ning rõhttasapinnas olevate ringskaaladega nurkade mõõtmiseks. Paraja töötamiskõrguse saamiseks kinnitatakse teodoliit kolmejalalisele statiivile toetuvale alusele. Jalad tuleb asetada põrandale või maapinnale

nõnda, et nende otsad moodustaksid võrdkulgse kolmnurga, sest siis on riista tasakaal kõige püsivam. Ka tuleb silmas pida, et toetuspiirkond oleks küllalt suur, siis on suurem ka kogu riista stabiilsus.

Püsttelje antud punkti kohale asetamiseks ehk tsentreerimiseks kasutatakse statiivi keskel, nn. põhikruvilt alla rippuvat raskusloodi. Väiksemaid püsttelje nihutamisi saab toimetada teodoliidi edasi-tagasi nihutamisega alusel.

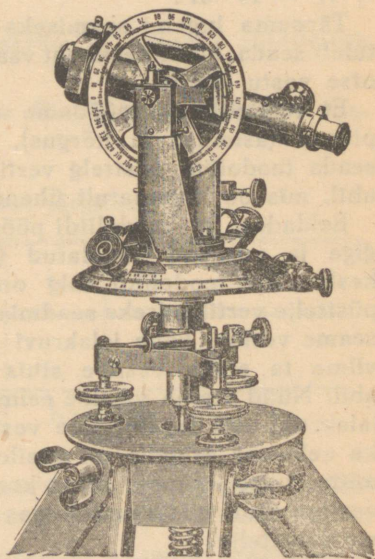
Teodoliit on ühendatud statiiviga erilise kinnituskruvi — põhikruvi abil, mis pigistab teodoliidi vastu alusplaati. See ühendus on tehtud terasvedru abil elastseks, et kaitsta riista võimalikude põrutuste eest.

Statiivi massiivsele vaskplaadile toetub teodoliit kolme reguleeritava kõrgusega kruvi abil. Need kruvid ei tohi toetuda alusele liiga lodevalt; vastasel korral võib riista asend kergesti muutuda. Parajat toetuspinget reguleerime põhikruvi abil.

Pikksilm pöörduv rõht- ja püsttelje ümber; viimasel juhul koos kogu riistaga. Suuremaulatlikuks pööramiseks ühe või teise telje ümber tuleb vabastada vastav areteerimiskruvi ja pöörata riista (mitte pikksilma torust hoides!) ettevaatlikult käega soovitalval määral. Siis keeratakse areteerimiskruvi kinni ja toimetatakse peent reguleerimist areteerimiskruviga risti oleva kruvi kaudu. Selle kruvi töötamine on riistast otseselt nähtav.

Enne tööle asumist tuleb reguleerimiskruviga seada areteerimiskruvi vastava klambri keskkoha, siis on mõlemale poole nihutamise võimalused kõige soodsamad.

Nurgamõõtmine toimub kahe ringi abil, mis on varustatud skaaladega. Paigaloleva välise ringi — limbi — skaala on jagatud kraadideks ja kraadi osadeks. Limbiga kokkupuutuvalle liikuvale sisemisele ringile — alidaadile — on tehtud nullkriips ja sellest edasi noonius ehk vernjee, mis võimaldab võtta limbilt lugemeid suurema täpsusega. Noonius



Joon. 16. Teodoliit.

mõõtmistäpsuse määramiseks seame alidaadi nullkriipsu täpselt mõne limbi ümmarguse arvuga kriipsu kohale ja vaatame, mitmenda limbi kriipsuga on kohakuti nooniusse lõppkriips. Kui näiteks limbi kõige väiksemad jaotised on  $\frac{1}{2}$  ehk  $30'$  ja 29 limbi sellist jaotist võrdub 30 nooniusse jaotisega, siis iga nooniusse jaotis on väiksem igast limbi jaotisest  $\frac{1}{30}$  limbi jaotise ehk  $1'$  võrra. Sel juhul öeldakse, et nooniusse täpsus on  $1'$ . Et nooniused võivad olla ehitatud väga mitmesuguse täpsusega, tuleb iga riista puhul enne mõõtmisele asumist selgusele jõuda, milline on tema nooniusse täpsus.

Lugemite võtmisel tuleb silmaga otseselt määrata limbi skaalalt täisjaotiste arv kuni nooniusse nullkriipsuni (kraadid ja kraadi osad). Olgu neid näiteks  $15\frac{10}{2}$  ehk  $15^{\circ}30'$ . Edasi, kui nooniusse 17. kriips kõige enam ühte langeb mõne limbi kriipsuga, siis on nooniusse nullkriipsu ja limbit võetud lugemi viimase täis-kriipsu vahe  $17-1'$  ehk  $17'$ . Järelikult kogu lugem on  $15^{\circ}30' + 17' = 15^{\circ}47'$ .

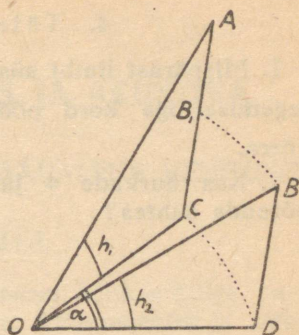
Täpsema lugemi saamiseks kasutatakse sageli luupi. Sel juhul tuleb seada luubi keskkohat vaadeldava kriipsu kohale ja hoida silm otse vastu luupi.

Et teodoliidiga mõõdame nurki horisontaal- ja vertikaaltasapinnas (asimuut ja kõrgus), siis tuleb enne mõõtmisele asumist seada teodoliidi püsttelg vertikaalseks. Seda toimetatakse vesiloe abil, mis on liikumatult ühendatud teodoliidiga.

Eeldades, et teodoliidi pöördumistelg on risti rõhtalidaadi ringiga ja vesilood õiendatud (vt. § 22-b), s. o. vesiloe mull on keskel, kui teodoliidi telg on vertikaalne, toimetame teodoliidi püsttelje vertikaalseks seadmist järgmiselt. Teodoliidi pööramisega seame vesiloe kahe jalakruvi sihis. Kui vesiloe mull pole keskel, viime ta sinna vesiloe sihis asuvate jalakruvide reguleerimise abil. Nüüd seame vesiloe eelmise sihiga ristiasendisse ja kolmanda jalakruvi abil reguleerime vesiloe mulli keskele. Kontrollime, kas ka eelmises asendis on vesiloe mull veel keskel. Pole ta seda mitte, tuleb esimest võtet korrata. Riist on töötamiskorras, kui vesiloe mull püsib keskel igas asendis teodoliidi pööramisel ümber vertikaaltelje.

Juhul, kui vesilood ise pole korralikult õiendatud, on mulli keskel püsimine igas asendis võimatu. Sel korral tuleb vesilood enne ära õiendada (vt. § 22) ja siis alles asuda telje vertikaalseks reguleerimisele. Sama kehtib ka pikksilmauga ühenduses oleva vesiloe kohta.

b) Rakendame korrastatud teodoliidi kahe antud punkti ( $A$  ja  $B$ ) nurkkauguse (asimuudi) ja -kõrguse mõõtmiseks mõne kolmanda punkti ( $O$ ) suhtes (joon. 17). Olgu  $OAC$  ja  $OBD$  antud punkte  $A$  ja  $B$  ning lähtepunkti  $O$  läbivad vertikaaltasandid ja  $OCD$  rõhttasand. Nurk  $\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$  on joon-nurk vertikaaltasapindade  $OAC$  ja  $OBD$  vahel. Nurgad  $h_1$  ja  $h_2$  on antud punktide  $A$  ja  $B$  kõrgused rõhttasandi suhtes ning nurk  $h = h_1 - h_2$  mõõdab punkti  $A$  kõrgust punkti  $B$  suhtes. Töö ülesandeks ongi määrata  $\alpha$  ja  $h$ . Selleks:



Joon. 17. Suhtelise nurkkauguse mõõtmine.

1) Tsentreerime põhikruvile kinnitatud loe abil teodoliidi püsttelje antud punkti  $O$  kohale.

2) Kontrollime, kas teodoliidi püsttelg on vertikaalne ja pikksilma vesilood õiendatud.

3) Juhime pikksilma niitristi punktile  $A$ , teeme rõhtlimbilt lugemi  $\alpha_1$  ja püstlimbilt lugemi  $h_1$ .

4) Nüüd juhime pikksilma punktile  $B$  ning samuti võtame vastavad lugemid  $\alpha_2$  ja  $h_2$ .

Vaatlustulemused kanname tabelisse järgmiselt:

Järjek. nr.	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha = \alpha_1 - \alpha_2$	$h_1$	$h_2$	$h = h_1 - h_2$
1	.....	.....	.....	.....	.....	.....
...	.....	.....	.....	.....	.....	.....
	Keskmine		.....	Keskmine		.....

Sedaviisi toimetame vähemalt 5 mõõtmist. Iga järgmise mõõtmise korral pöörame limbi samas suunas (päripäeva) edasi umbes  $\frac{1}{5}$  täispöörde võrra, siis toimub lugemite võtmine limbi skaala teiselt kohalt, skaala pilt on teistsugune ja seetõttu pole tõenäone, et teeksimme samasuguse vea kui eelmisel mõõtmiselgi. Sama võtte tulemusena hävivad suurelt osalt ka limbi skaala süstemaatilised vead.

Saadud tulemustest võtta aritmeetiline keskmine ja määrata keskmine absoluutviga ( $\eta$ )!

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Mispärast limbi süstemaatilised vead hävivad, kui  $n$  lugemi tegemisel iga kord pöörata limbi samas suunas  $\frac{1}{n}$  täispöörde võrra.

2. Kas nurkade  $a$  ja  $h$  suurus oleneb punkti  $O$  kõrgusest pööranda suhtes?

### III. MEHHAANIKA, SOOJUS JA AKUSTIKA.

#### 25. TRAADI ELASTSUSMOODULI MÄÄRAMINE VENITUSEST.

##### 1. Töövahendid.

Uuritav traat riputatud seinale kinnitatud konksu külge, ca 0,5 kG raskused keftad traadi venitamiseks, katetomeeter ja mikro-meeter.

##### 2. Tööülesanne.

Tutvumine elastsuse seadustega ja traadi elastsusmooduli määramine.

##### 3. Töökäik.

a) Tungi mõjul muutub keha kuju — keha deformeerub. Kui tungi mõju lakkamisel keha taastab oma endise kuju, siis nime-tame sellist deformatsiooni elastseks. Elastse deformatsiooni kohta on kehtiv Hooke'i seadus, mis väidab, et deformatsioon on võrdeline tungiga.

Venitades tungiga  $F$  homogeenset ühtlase ristlõikega keha, mille ristlõige  $S$  ja pikkus  $l$ , pikeneb see keha  $\Delta l$  võrra. Elastse pikenemise kohta järgneb Hooke'i seadusest

$$\Delta l = k \cdot F, \quad (1)$$

kus  $k$  on konstantne võrdetegur.

Võttes samast aimest mitmesuguse pikkusega ja ristlõikega kehi, selgub, et pikenemine  $\Delta l$  on võrdeline pikkusega  $l$  ja pöörd-võrdeline ristlõikega  $S$ . Seega

$$\Delta l = \varepsilon \frac{l}{S} F, \quad (2)$$

kus  $\varepsilon$  on igale ainele iseloomulik elastsuse koefitsient. Tema pöördväärtust  $\frac{1}{\varepsilon} = E$  nimetatakse elastsusmooduliks.

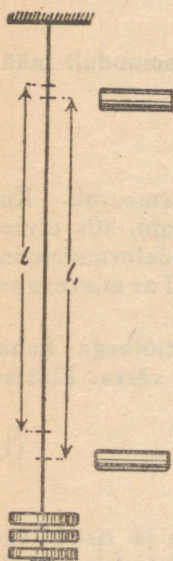
Kasutades seost (2) saame elastsusmooduli avaldada järgmiselt

$$E = \frac{l}{\Delta l} \cdot \frac{F}{S}. \quad (3)$$

Mõõtes  $l$  ja  $\Delta l$  sentimeetris,  $S$  ruutsentimeetris ja  $F$  düünides, saame  $E$  ühikuks CGS-süsteemis düün/cm<sup>2</sup>. Et kõikide ainete elastsusmoodulid osutuvad CGS-süsteemis väga suurteks arvudeks, siis kasutatakse tehnikas ühikuks kG/mm<sup>2</sup>.

Elastsusmoodul iseloomustab ainet tungi mõjul tekkivate deformatsioonide suhtes. Mida suurem on aine elastsusmoodul, seda suuremat tungi on vaja sama suure deformatsiooni tekitamiseks võrdsete mõõdetega kehade puhul.

Elastsusmooduli  $E$  määramist on lihtne teostada traatide puhul. Et elastsuse piirides on pikkuse  $l$  suurenemine ja samal ajal esinev lõikepinna  $S$  vähenemine väga väikesed, siis võime lähtuda suurema veata valemist (3), mis ei arvesta katse kestel esinevaid  $l$  ja  $S$  muutusi.



Joon. 18.  
Traadi elastsuse  
määramine.

b) Uuritav traat kinnitatakse seina müüritud tugeva konksu külge. Traadi sirutamiseks riputatakse alumisse otsa koormis. Pikkuse  $l$  mõõtmiseks kinnitatakse traadi ülemise ja alumise otsa lähedusse kaks märki (näit. kriipsudega paberitükikesed). Mõõtmist teostame katetomeetriga, mis tuleb enne korda seada, nagu on kirjeldatud § 23. Pikkuse  $l$  saamiseks mõõdame märkide vahekauguse. Asetame esialgsele koormisele lisaks koormise  $F$ , mille mõjul traat pikeneb. Mõõdame uuesti märkide-vahelise kauguse. Olgu see nüüd  $l_1$ . Mõõtes ainult alumise märgi nihkumist, saame ebaõiged tulemused, kui kinnituskonks ka nihkub. Vahe  $l_1 - l = \Delta l$ . Eemaldame koormise  $F$  ja mõõdame uuesti  $l$ . Kui see ühtub esimese pikkusega, siis toimus pikenedamine elastsuse piirides ja saadud andmeid võime kasutada  $E$  määramiseks. Kui viimane mõõtmine annab suurema pikkuse kui esimene, siis oli koormis  $F$  liiga suur ja mõõtmist tuleb korrata vähema koormisega. Liiga väikese koormise kasutamisel on pikenemine väike ja mõõtmistulemuse relatiivne viga muutub suureks. Traadi ristlõike pindala määramiseks mõõdame ta läbimõõdu kahes ristisihis vähemalt viiest erinevast kohast võrdsete vahemaade järel ja võtame neist andmeist aritmeetilise keskmise.

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Milline pikenemine vastab elastsusmooduliga arvuliselt võrdsele ühele pinnaühikule mõjuvale tungile?
2. Milline arvuline seos on ühikute düün/cm<sup>2</sup> ja kG/mm<sup>2</sup> vahel?
3. Kuidas muutub traadi ruumala venitava tungi mõjul?

### 26. ELASTSUSMOODULI MÄÄRAMINE PAINDEST.

#### 1. Töövahendid.

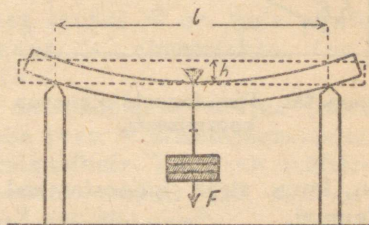
Uuritavast aimest varb, alus varva otstest toetamiseks, koorimised koos nende varvale riputamise seadeldisega, vahend paindenoole mõõtmiseks (katetomeeter või mõõtemikroskoop), mm-jaoistega mõõtjoonel ja varbsirkel.

#### 2. Tööülesanne.

Määrata elastsusmoodul kahest otsast toetatud varva paindest.

#### 3. Töökäik.

Elastsusmooduli määramiseks võime kasutada kehade elastseid paindumisnähtusi. Eriti lihtsalt mõõdetavad on varbade ja plaatide paindumised. Katse teostamiseks võtame uuritavast aimest varva ja asetame ta horisontaalselt teda otstest toetavale kahele teravikule (joon. 19). Rakendades varva keskele toetuvale teravikule ülalt alla mõjuva tungi, paindub varb, kusjuures pealmisi kihte surutakse kokku ja alumisi venitatakse. Tungi tekitamiseks kasutame paraja raskusega vihte. Paindumise suurust, s. o. varva keskkoha allapoole vajumist koormise mõjul nimetatakse paindenooleks ehk paindevektoriks.



Joon. 19. Kahest otsast toetatud varva paindumine.

Tähistame varva toetuspunktide vahe  $l$ , varva paksuse  $a$ , laiuse  $b$  ja tungi  $F$ , siis avaldub paindenoole  $h$  suurus järgmiselt

$$h = \frac{1}{4} \frac{l^3 F}{a^3 b E}, \quad (1)$$

kus  $E$  tähendab varva elastsusmoodulit. Seosest (1) saame avaldada elastsusmooduli

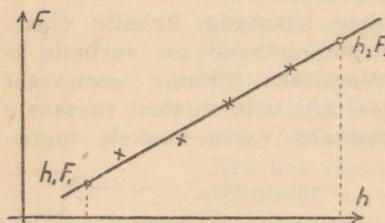
$$E = \frac{1}{4} \frac{l^3 F}{a^3 b h}. \quad (2)$$

Mõõtes pikkused sentimeetris ja tungi düünides, saame elastsusmooduli düün/cm<sup>2</sup>. Tehnikas kasutatava elastsusmooduli ühiku kG/mm<sup>2</sup> saame, kui mõõdame pikkused millimeetris ja tungi kilogrammides.

Pikkuse  $l$  mõõtmiseks kasutame mm-jaotistega mõõtjoonelit. Varva paksuse ja laiuse mõõdame varbsirkliga mitmest kohast. Paindenoole  $h$  mõõtmiseks kasutame katetomeetrit, millega mõõdame koormise hoidjal asuva märgi nihkumist, või niitristiga varustatud mikroskoopi, kui koormise hoidja külge on kinnitatud 0,1 mm jaotistega mõõtskaala.

Valemist (1) nähtub, et paindenoole pikkus on võrdeline mõjuva tungiga  $F$ . Suurema täpsuse saavutamiseks teeme rea mõõtmisi mitmesuguses suuruses koormistega, esiteks koormist vihtide lisamisega suurendades ja pärast vastupidises järjekorras eemaldamisega vähendades.

Mõõtmistulemused kanname graafikule teljestikus  $h$  ja  $F$  (joon. 20). Sel viisil saadud punktid peavad asetsema samal sirgel katsevigade piires. Graafikult määrame kahe teineteisest võimalikult kaugel oleva sirge punktide  $h_1 F_1$  ja  $h_2 F_2$  kaudu sirge



tõusu  $\frac{F_2 - F_1}{h_2 - h_1}$  ning asetame võrdandisse (2) suhte  $\frac{F}{h}$  asemele, saades  $E$  arvutamiseks valemi

$$E = \frac{1}{4} \frac{l^3}{a^3 b} \frac{F_2 - F_1}{h_2 - h_1}. \quad (3)$$

Joon. 20. Paindenoole olenevus koormisest.

Viimase valemi täpsus on suurem, kuna sirge joonestamisel oleme arvestanud kõiki vaatlustulemusi.

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Määrata elastsusmooduli põhjal katsealuse varva aine!
2. Millega on seletatav võrdse elastsusmooduliga alumiiniumi ja klaasi erinev käitumine deformeeriva tungi mõjul?

## 27. TORSIOONMOODULI MÄÄRAMINE VÄÄNDEST.

### 1. Töövahendid.

Torsioonmooduli määramise riist, kaks kaaluvihki à ca 200—500 g ja vahendid pikkuste mõõtmiseks.

### 2. Tööülesanne.

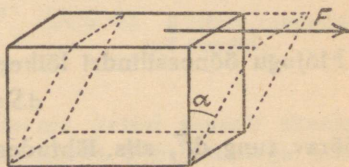
Määrata antud traadi torsioonmoodul.

### 3. Töökäik.

a) Olgu risttahukas<sup>1</sup> põhipindalaga  $S$  liikumatult kinnitatud alusele. Rakendame tema pealmisele pinnale pinnaga paralleelse tungi  $F$ , mis mõjub ühtlaselt igasse pinnaelemendis. Siis mõjub igale ruutsentimeetrile tung

$$p = \frac{F}{S}, \quad (1)$$

mida nimetatakse ka pingeks. Tungi mõjul deformeerub risttahukas ja külgservad moodustavad oma esialgse seisuga nurga  $\alpha$ . Hooke'i seaduse põhjal elastsuse piirides on  $\alpha$  võrdeline pingega  $p$ . Kirjeldatud katseseadme puhul on  $\alpha$  seega võrdeline mõjuva tungiga  $F$ , pöördvõrdeline pindalaga  $S$  ja oleneb veel risttahuka ainest.



Joon. 21. Risttahuka deformeerumine.

$$\alpha = \frac{F}{\Phi S}. \quad (2)$$

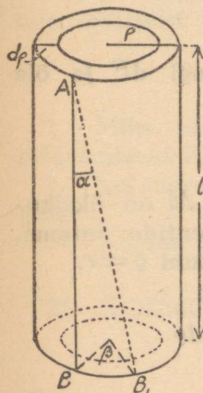
Materjalist olenev suurus  $\Phi$  on igale ainele iseloomulik konstant ja nimetatakse torsioonmooduliks.

Et nurk  $\alpha$  on dimensioonita suurus (nurk radiaanmõõdus), siis peab  $\Phi$  dimensioon olema  $F/S$ , s. o. tung pinnaühikule. Tavaliselt mõõdetakse torsioonmoodulit samuti kui elastsusmoodulitki  $\text{kG/mm}^2$  või  $\text{düün/cm}^2$ .

Kirjeldatud meetod pole tegelikult rakendatav torsioonmooduli määramiseks. Selle asemel kasutame  $\Phi$  määramiseks järgmist viisi.

Kinnitame paigale silindrilise traadi ühe otsa ja pöörame teist otsa ümber pikitelje (joon. 22).

Siis pöörduvad kogu traadi ulatuses üksteise suhtes ka läbilõike-



Joon. 22. Silindri deformeerumine.

pinnad. Jaotame ümmarguse traadi, mille raadius on  $r$  ja pikkus  $l$ , õhukesiks koaksiaalseiks õõnessilindreiks seinä paksusega  $d\varrho$ . Joonisel 22 on kujutatud selline õõnessilinder välise raadiusega  $\varrho$ , kusjuures siin  $\varrho$  ei ole traadi raadius. Traadi pööratavas otsas mõjuvad puutuja sihis pööravad tungid kaugusel  $\varrho$  pöördeteljest. Tungide pöördemomentide summa moodustab kogu mõjuva pöördemomendi. Pööramise tõttu moodustab silindri moodustaja seisus  $AB_1$  oma esialgse seisuga  $AB$  nurga  $\alpha$ . Nurk  $\alpha$  vastab siin joon. 21 kujutatud nurgale  $\alpha$ . Traadi alumine ots on pöördunud kaare  $BB_1 = a$  võrra. Sellele kaarele toetub nii lõikepinna pöördenurk  $\beta$  kui ka nurk  $\alpha$ . Seega kaarepikkus

$$a = l\alpha = \varrho\beta, \quad (3)$$

millest

$$\alpha = \frac{\varrho\beta}{l}. \quad (4)$$

Mõjugu õõnessilindri lõikepindalale

$$dS = 2\pi\varrho d\varrho \quad (5)$$

pöörav tung  $dF$ , siis, lähtudes seosest (2) kujul  $F = a\Phi S$ , leiame, et

$$dF = a\Phi dS. \quad (6)$$

Asetame  $\alpha$  ja  $dS$  seoseist (4) ja (5) seosesse (6), saame

$$dF = \frac{\varrho\beta\Phi}{l} 2\pi\varrho d\varrho = 2\pi\frac{\beta}{l} \Phi\varrho^2 d\varrho,$$

mille abil leiame tungi pöördemomendi  $dM$  tungi  $dF$  ja õla pikkuse  $\varrho$  korrutisena:

$$dM = \varrho dF = 2\pi\frac{\beta}{l} \Phi\varrho^3 d\varrho.$$

Kogu traadi lõikepindalale mõjuv pöördemoment  $M$  on üksikutele pinnaelementidele  $dS$  mõjuvate pöördemomentide summa. Selle summa leiame integreerides piirides  $\varrho = 0$  kuni  $\varrho = r$ .

$$M = \int_0^r dM = \int_0^r 2\pi\frac{\beta}{l} \Phi\varrho^3 d\varrho = 2\pi\frac{\beta}{l} \Phi \int_0^r \varrho^3 d\varrho$$

$$M = \frac{\pi\beta}{2l} \Phi r^4. \quad (7)$$

Tuletatud seosest leiame torsioonmooduli

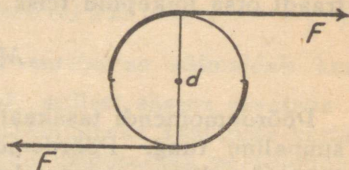
$$\Phi = \frac{2lM}{\pi\beta r^4}. \quad (8)$$

Saadud valemist (8) näeme, et torsioonmooduli määramiseks on vaja mõõta neli suurust —  $l$ ,  $M$ ,  $\beta$  ja  $r$ .

b) Mõõtmiseks kasutame vastavale raamile vertikaalselt kinnitatud  $l$  mm pikka ja  $r$ -mm-se raadiusega jämedat traati. Traadi ülemine ots on kindlalt raamiga ühendatud, kuna vabalt laagris pööratavale alumisele otsale on kinnitatud  $d$ -mm-se läbimõõduga horisontaalne ketas. Kettale on kantud ka pöördenurga  $\beta$  mõõtmiseks vajalik skaala jaotus kraadides. Ketta kahes vastasservas asetsevas punktis on kinnitatud kaks nõõri, mis viivad üle ploki ja mille külge riputatakse pöördemomenti  $M$  tekitavad koormised.

Kui ketta raadius on  $\frac{d}{2}$  ja kummagi nõõri otsas ripub koormis  $F$  (joon. 23), siis on pöördemoment  $M = \frac{d}{2} F + \frac{d}{2} F = d \cdot F$ .

Pöördemoment  $M$  tekitab pöördenurga  $\beta$ , mille suuruse kraadides loeme kettal asuvalt skaalalt. Traadi pikkuse mõõtmiseks võime kasutada mm-jaotistega mõõtjoonelit. Ketta läbimõõdu  $d$  mõõdame varbsirkliga. Eriti täpselt tuleb aga mõõta traadi raadius, kuna tema mõõtmisel tehtud viga kandub edasi lõpptulemusse neljakordselt. Seepärast mõõdame traadi läbimõõdu mikromeetriga võrdsete vahemaade järel vähemalt kümnest kohast kahes ristisihis, saades sel teel 20 lugemit, milliseist võtame aritmeetilise keskmise.



Joon. 23. Kettale rakendatud tungid.

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Miks pole joon. 21 kujutatud katseseade rakendatav  $\Phi$  määramiseks?
2. Kui suure nurga  $\alpha$  tekitab torsioonmooduliga arvuliselt võrdne pinge?
3. Kuidas muutub väände mõjul traadi kuju ja ruumala?

### 28. TORSIOONMOODULI MÄÄRAMINE VÕNKUMISTEST.

#### 1: Töövahendid.

Kindlale toele riputatud uuritav traat, traadi otsa kinnitatavad silindrilised metallkettad, ketaste hoidja koos tema külge kinnitatud peeglikesega, mm-jaotistega mõõtjooneli, varbsirkel, mikromeeter, apteegikaalud ja sekundomeeter.

## 2. Tööülesanne.

Määrata traadi torsioonmoodul elastsetest torsioonvõnkumistest!

## 3. Töökäik.

Eelmise töö kirjelduses tuletatud valem (7) annab seose pöördemomendi  $M$  ja nurga  $\beta$  vahel, mille võrra on pöördunud ühe traadi otsa lõikepind teise otsa suhtes.

$$M = \frac{\pi}{2} \frac{\beta}{l} \Phi r^4. \quad (1)$$

Pöördemomendi tasakaalustab traadi elastsusest tingitud vastasuunaline tung. Pöördemomendi väärtust, mis tekitab pöördenurga 1 radiaan, nimetatakse direktsioonitungiks  $D$ . Tung

$D$  võrdub traadi elastsusest tingitud tungiga ja me võime direktsioonitungi defineerida ka kui elastsustungi pöördenurga  $\beta=1$  puhul. Seega  $D = \frac{M}{\beta} = \frac{\pi \Phi}{2 l} r^4$ . (2)

Kinnitame ülesriputatud traadi alumise otsa külge metallketta  $K$ . Keerame traadi alumist otsa koos kettaga pikitelje ümber ja laseme lahti, siis hakkab traat elastsuse tõttu koos kettaga horisontaalpinnas harmooniliselt võnkuma. Kui kogu seadeldise (traat, kinnitusseade, ketas) inertsimoment on  $I$  ja traadi direktsioonitung  $D$ , siis on võnkumiste periood

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}. \quad (3)$$

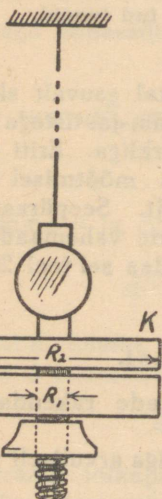
Asendades valemis (3)  $D$  asemele tema väärtuse avaldisest (2), saame

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{2I}{\pi \Phi r^4}}, \quad (4)$$

millest torsioonmooduli suurus

$$\Phi = \frac{8\pi I}{r^4 T^2}. \quad (5)$$

Valem (5) võimaldab  $\Phi$  arvutamist torsioonvõnkumiste kaudu. Selleks mõõdame mõõtjooneliga traadi pikkuse  $l$  ja mikromeet-



Joon. 24. Seadeldis torsioonmooduli määramiseks.

riga läbimõõdu  $2r$ . Raadiuse määramiseks mõõdame traadi läbimõõdu vähemalt kümnest eri kohast võrdsete kauguste järel ning võtame lugemitest aritmeetilise keskmise. Võnkeperioodi  $T$  määramiseks paneme ketta koos traadiga eespool kirjeldatud viisil võnkuma, hoolitsedes selle eest, et ei tekiks pendlitaolist võnkumist. Esialgse pöördenurga võime tekitada pika ja peenikese traadi juures suurusega  $2\pi$  ja enamgi, ilma et ületaksime elastuse piire ja tingimust, et  $\alpha$  on väike, sest ainult väikeste nurkade puhul on kehtiv valem (3). On ju seose (4) § 27 põhjal  $\alpha = \beta \frac{r}{l}$  ja  $\frac{r}{l}$  on väga väike. Võnkumiste väike sumbuvus võimaldab kergesti 100 ja enama võnke loendamist, millest saame arvutada  $T$  suure täpsusega. Võnke täpsemaks määramiseks kasutame kettahoidja küljes olevalt peeglikeselt mõne valgusallika peegeldunud valguslaigu ühesuunalisi läbimisi mingist märgist. Aega mõõdame sekundomeetriga.

Võrrandis (5) esineva inertsimomendi määramiseks määrame süsteemi võnkeperioodi

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad (6)$$

ühe kettaga. Siis suurendame süsteemi massi uue ketta lisamisega. Sellest tingituna suureneb ka inertsimoment lisatud ketta inertsimomendi  $I_1$  võrra ja võnkumiste periood, kuna endiseks jääb traadi elastsusest tingitud direktsioontung. Seega uus võnkeperiood

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1 + I}{D}} \quad (7)$$

Seoseid (6) ja (7) ruutu tõstes ning jagades saame

$$\frac{T^2}{T_1^2} = \frac{I}{I_1 + I}, \quad (8)$$

millest

$$I = \frac{I_1 T^2}{T_1^2 - T^2} \quad (9)$$

Tulemuse asetame valemisse (5). Siis

$$\Phi = \frac{8\pi I I_1}{r^4 (T_1^2 - T^2)} \quad (10)$$

Valemis esineb tundmatuna veel lisaketta inertsimoment  $I_1$ . Ketas on õõnessilinder (sisemine ava on kinnituskruvi läbiviimiseks) ja õõnessilindri inertsimoment silindri telje suhtes on arvutatav lihtsalt tuletatava valemiga

$$I = \frac{1}{2} m (R_1^2 + R_2^2), \quad (11)$$

kus  $m$  tähendab ketta massi ja  $R_1$  ning  $R_2$  vastavalt ketta augu ja übermõõdu raadiust.

$I_1$  määramiseks kaalume ketta 0,01 g täpsusega ja mõõdame läbimõõdud 10 eri kohast varbsirkliga.

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Kuidas oleneb võnkeperiood esialgse pöördenurga suurusest?

2. Miks nimetatakse torsioonmooduli määramist väändest staatiliseks ja võnkumistest — dünaamiliseks meetodiks?

3. Millistel juhtudel on sobivam kasutada staatilist ja millistel dünaamilist meetodit?

4. Kuidas määrata kirjeldatud seadeldisega tundmatuid inertsimomente?

## 29. KEHA INERTSIMOMENDI MÄÄRAMINE TORSIOONPENDLI ABIL.

### 1. Töövahendid.

Torsioonpendel, kehad inertsimomendi määramiseks, sekundomeeter, varbsirkel.

### 2. Tööülesanne.

Inertsimomendi mõiste ja inertsimomendi määramise meetoditega tutvumine.

### 3. Töökäik.

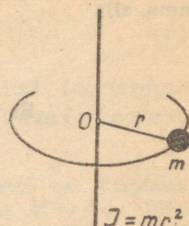
a) Kulgevast liikuva keha kineetiline energia väljendub valemiga  $\frac{mv^2}{2}$ , pöörleva liikumise puhul kasutame selleks valemit  $\frac{I\omega^2}{2}$ , kus  $I$  on pöörleva keha inertsimoment pöörlemistelje suhtes ja  $\omega$  pöörleva keha nurkkiirus sel momendil, mille kohta kineetilist energiat määratakse. Ühtlaselt toimuva pöörlemise puhul on  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , kus  $T$  on pöörlemisperiood. Ebaühtlasel pöörlemisel

peame teadma pöördenurga  $\varphi$  funktsionaalset olenevust ajast  $\varphi = f(t)$ .

$$\text{Sellest } \omega = \frac{d\varphi}{dt} = f'(t).$$

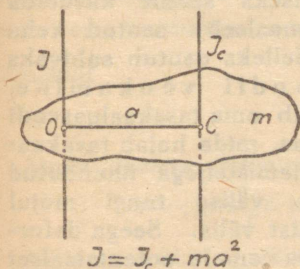
Pöörlemisteljest  $r$  cm kaugusel ümber selle telje pöörleva ainepunkti  $m$  inertsimomendiks  $I$  (joon. 25) nimetatakse korrutist  $mr^2$ , s. o.  $I = mr^2$ . Kogu keha inertsimomendiks on tema üksikute ainepunktide inertsimomentide summa  $\sum_1^n m_i r_i^2$ .

Kuna keha mass ei olene tema asetusest ruumis, oleneb keha inertsimoment alati sellest, millise pöörlemistelje suhtes ta on võetud. Seepärast kõneldes inertsimomendist peame alati silmas pidama, millise pöörlemistelje suhtes ta on määratud.



Joon. 25. Inertsimoment.

b) Steineri lause. Kehade inertsimomendi määramisel on sageli kasulik rakendada nn. Steineri lauset. Selle järgi keha inertsimoment  $I$  meelevaldse telje  $O$  suhtes (joon. 26) võrdub sama keha inertsimomendiga  $I_c$  raskuskeskmest  $C$  läbimineva ja esimese teljega rööpseltelje suhtes, liidetud korrutisega  $ma^2$ , kus  $m$  on keha mass ja  $a$  raskuskeskme kaugus pöörlemisteljest, s. o.



Joon. 26. Steineri lause.

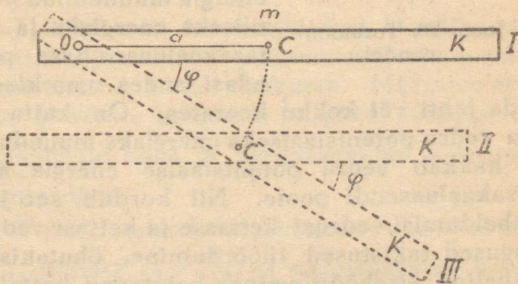
$I = I_c + ma^2$ .

Steineri lause tõestamiseks kasutame joonist 27. Siin keha  $K$  pöörleb punktist  $O$  risti joonise tasapinnaga läbimineva tel-

je ümber. Pöördumist nurga  $\varphi$  võrra võime kujutada koosnevana kahest liikumisest: keha  $K$  kulgevast liikumisest asendist I asendisse II ja pöörlevast liikumisest asendist II asendisse III. Kulgeva liikumise kinetiline energia asendis II

väljendub valemiga  $\frac{mv^2}{2}$ ,

kus  $m$  on keha  $K$  mass ja  $v$  tema raskuskeskme  $C$  kiirus asendis II. Pöörleva liikumise kinetiline energia pöördumisel asendist II asendisse III



Joon. 27. Steineri lause tõestuseks.

väljendub valemiga  $\frac{I_c \omega^2}{2}$ , asendist I asendisse III aga valemiga  $\frac{I \omega^2}{2}$ , sest nurkkiirus  $\omega$ , nagu nähtub joonisest, on mõlema liikumise lõpul sama. Et kulutatud energia algasendist lõppasendisse minekul on mõlemal juhul sama, siis

$$\frac{I \omega^2}{2} = \frac{I_c \omega^2}{2} + \frac{mv^2}{2}.$$

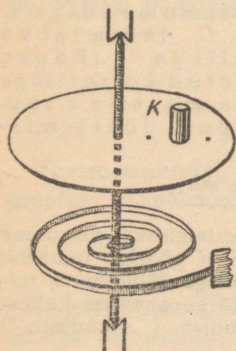
Et  $v = \omega a$ , siis  $\frac{mv^2}{2} = \frac{m \omega^2 a^2}{2}$  ja

$$\frac{I \omega^2}{2} = \frac{I_c \omega^2}{2} + \frac{m \omega^2 a^2}{2},$$

millest pärast taandamist saamegi  $I = I_c + ma^2$ .

Kasutades Steineri lauset taandub keha inertsimomendi määramine meelevaldse telje suhtes inertsimomendi määramisele keha raskuskeskmest läbimineva ja esimesega rööpse telje suhtes, mis on sageli hoopis lihtsam.

c) Inertsimomendi katseliseks määramiseks saame kasutada nähtust, mis on korrapäraselt (funktsionaalselt) seotud keha inertsimomendiga. Selleks osutub sobivaks nn. torsioonpendli võnkumine.



Joon. 28. Torsioonpendel.

Siin (joon. 28) võngub oma tasakaaluasendi ümber massiivne ketta, mida hoiab tasakaaluasendis ketta pöörlemisteljega ühendatud spiraalvedru. Viime välise tungi mõjul ketta tasakaaluasendist välja. Seega deformeerime vedru, andes temale potentsiaalset energiat. Deformatsiooni tõttu vedrus tekkinud elastsustungid püüavad taastada ketta tasakaaluolekut. Kuid tasakaaluasendisse jõudes on vedrule algul antud potentsiaalne energia muundunud ketta pöörlemise kineetiliseks energiaks ja selle tõttu ei jää ketta tasakaaluasendisse peatuma, vaid pöörleb edasi, andes oma kineetilise energia vedrule,

teda lahti või kokku keerates. On ketta kogu kineetiline energia vedru potentsiaalseks energiaks muundunud, jääb ketas seisma ja hakkab vedru potentsiaalse energia arvel uuesti pöörduma tasakaaluasendi poole. Nii kordub see järjest: energia kandub vaheldumisi vedrust kettasse ja kettast vedrusse, seni kui mitmesugused takistused (hõõrdumine, õhutakistus, vedru molekulidevaheline sisehõõrdumine) hajutavad kettale tema liikumise algul antud energia.

Torsioonpendli elastne võnkumine toimub samalaadselt füüsilise pendli võnkumisega, mille liikumine toimub mitte vedru elastsustungi, vaid Maa raskustungi mõjul. Mõlemal juhul väljendub võnkeperiood  $T$  sama valemiga, nimelt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}, \quad (1)$$

kus  $I$  on võnkuva keha pöörlemistelje suhtes võetud inertsimoment ja  $D$  nn. direktsioonitug ehk taastamistegur, s. o. ühe radiaani kohta tulev pöördemoment.

d) Valemi (1) tuleme järgmiselt. Torsioonvõnkumisel on taastava tungi pöördemoment  $M$  võrdeline pöördenurgaga  $\varphi$ , s. o.  $M = D\varphi$ . Siin esineb  $D$  võrdetegurina, mille suurus võrdub pöördemomendiga  $M$ , kui  $\varphi = 1$ . Olgu maksimaalne pöördenurk (pöördeamplituud)  $\varphi_m$ , siis sellele vastav pöördemoment  $M = D\varphi_m$  ja selle nurgani tasakaaluasendist kõrvale viidud torsioonpendli potentsiaalne energia  $\frac{M\varphi_m}{2} = \frac{D\varphi_m^2}{2}$ , mille arvel toimubki torsioonpendli võnkumine. Tasakaaluasendi läbimise momendil on kogu see potentsiaalne energia muundunud kineetiliseks  $\frac{I\omega^2}{2}$ .

Järelikult

$$\frac{I\omega^2}{2} = \frac{D\varphi_m^2}{2}. \quad (2)$$

Alates liikumise jälgimist tasakaaluasendist, saame:

$$\varphi = \varphi_m \sin \frac{2\pi}{T} t, \text{ millest } \omega = \left( \frac{d\varphi}{dt} \right)_{\text{maks.}} = \varphi_m \frac{2\pi}{T}.$$

Asetame saadud  $\omega$  väärtuse valemisse (2), siis:

$$\frac{I}{2} \left( \varphi_m \frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{D \cdot \varphi_m^2}{2}; \quad I \cdot \varphi_m^2 \left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 = D \cdot \varphi_m^2;$$

$$\left( \frac{2\pi}{T} \right)^2 = \frac{D}{I} \quad \text{ja} \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}.$$

e) Rakendame valemi (1) kõige esiti taastamisteguri  $D$  määramiseks. Selleks asetame kettal oleva keha  $K$  pöörlemisteljest kaugemasse asendisse ja paneme torsioonpendli võnkuma. Määrame sekundomeetriga (vähemalt) 50 võnke kestuse  $t_1$  ja sellest võnkeperioodi  $T_1 = \frac{t_1}{50}$ . Ühtlasi mõõdame keha  $K$  raskuskeskme kauguse  $a_1$  torsioonpendli pöörlemisteljest.

Nüüd nihutame keha  $K$  pöörlemisteljele lähemale ja mõõdame jälle 50 võnke kestuse  $t_2$ , millest  $T_2 = \frac{t_2}{50}$ , ja raskuskeskme kauguse  $a_2$  pöörlemisteljest.

Olgu torsioonpendli inertsimoment (tühjalt)  $I_0$ , keha  $K$  inertsimoment tema raskuskeskmest rööbiti torsioonpendli võnkumisteljega läbiva teljega  $I_c$ , keha  $K$  mass  $m$ , siis saame keha  $K$ -ga koormatud torsioonpendli inertsimomentide jaoks Steineri lause põhjal vastavalt avaldised:

$$I_1 = I_0 + I_c + ma_1^2 \text{ ja}$$

$$I_2 = I_0 + I_c + ma_2^2,$$

$$\text{milledest } I_1 - I_2 = m(a_1^2 - a_2^2).$$

Võnkeperioodid  $T_1$  ja  $T_2$  väljenduvad valemitega

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{D}} \text{ ja } T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{D}}.$$

Võttes mõlemad võrdused ruutu ja lahutades esimesest teise,

$$\text{saame: } T_1^2 - T_2^2 = 4\pi^2 \frac{I_1 - I_2}{D}, \text{ millest}$$

$$D = \frac{4\pi^2(I_1 - I_2)}{T_1^2 - T_2^2} = \frac{4\pi^2 m(a_1^2 - a_2^2)}{T_1^2 - T_2^2}. \quad (3)$$

Asetades valemisse (3) mõõtmisel saadud massi, pikkuse ja aja väärtused, arvutame  $D$  suuruse. Tulemuse ( $D$ ) absoluutse ja relatiivse vea määramiseks kasutada § 9 valemid (1) ja (2).

Teades taastamisteguri  $D$  suurust võime valemist  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$  määrata torsioonpendli (tühjalt või koormatult) inertsimomendi  $I$ , sest  $I = \frac{T^2 D}{4\pi^2}$ . Absoluutse ja relatiivse vea määramiseks tuleb kasutada logaritmilise diferentsimise võtet (§ 10).

Meelevaldse keha  $K$  inertsimomendi  $I_0$  raskuskeskmest läbimineva telje suhtes võime määrata valemist  $I = I_0 + I_c + ma^2$ , kuna  $I$  (keha  $K$ -ga koormatud torsioonpendli inertsimoment),  $I_0$  (ainult torsioonpendli inertsimoment),  $m$  (keha  $K$  mass) ja  $a$  (keha  $K$  raskuspunkti kaugus pöörlemisteljest) on otseselt määratavad.

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Milline on inertsimomendi ja taastamisteguri dimensioon?
2. Kas torsioonpendli võnkeperiood oleneb võnkeamplituudist?
3. Tuletada valemitest (1) ja (3)  $D$  nimetus ning võrrelda neid omavahel!
4. Kuidas tõestada torsioonpendli abil Steineri lauset?

### 30. MATEMAATILISE PENDLI VÖNKUMISSEADUSTE KONTROLLIMINE JA RASKUSKIIRENDUSE MÄÄRAMINE.

#### 1. Töövahendid.

Pikkuse mõõtmise skaalaga varustatud kõrge statiiv sekund- ja teiste pendlite riputamiseks, mitmesuguses suuruses raskeid kuulikesi, pendli niiti (peenikest traati), Machi pendel ja sekundomeeter (kell).

#### 2. Tööülesanne.

Matemaatilise pendli valemiga tutvumine, sellest valemist tulevate korrapärasuste katseline tõestamine ning raskuskiirenduse suuruse määramine.

#### 3. Töökäik.

a) Matemaatiliseks pendliks nimetatakse ainepunkti, mis on riputatud mitteveniva kaalutu niidi otsa ja mis võib raskustungi mõjul vabalt võnkuda vertikaaltasapinnas. Sellist matemaatilist pendlit tegelikult valmistada pole võimalik. Neile tingimustele enam-vähem vastab füüsiline pendel, milleks on hästi peenikese niidi otsa riputatud väike raske kuulike.

Tasakaaluasendist välja viidud pendli äärmise asendi kaugust tasakaaluasendist nimetatakse pendli amplituudiks, liikumist ühest äärmisest asendist teise ja tagasi — pendli täisvõnkeks ning sellele vastavat aega täisvõnke vältuseks ehk võnkeperioodiks ( $T$ ) ning kinnituspunkti kaugust ainepunktist pendli pikkuseks ( $l$ ).

Väikeste amplituudide (kuni  $5^\circ$ ) puhul väljendub matemaatilise pendli võnkeperiood  $T$  kaunis täpselt valemiga

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \quad (1)$$

kus  $l$  on pendli pikkus ja  $g$  katsekoha raskuskiirendus. Tartus on  $g = 981,8 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ , Tallinnas  $981,9 \frac{\text{cm}}{\text{sek}^2}$ .

Üldjuhul väljendub matemaatilise pendli võnkeperiood  $T$  valemiga

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} + \left(\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}\right)^2 \sin^4 \frac{\alpha}{2} + \dots \right],$$

kus  $\alpha$  on nurgana antud võnkeamplituud. Sellest valemist nähtub amplituudi suuruse osatähtsus võnkeperioodi  $T$  määramisel. Kui näiteks

$\alpha = 2^\circ$ , siis  $\sin \frac{\alpha}{2} = \sin 1^\circ = 0,01745$  ja  $\frac{1}{4} \sin^2 1^\circ = 0,000076$ , kuna aren-  
 dusrea järgmine liige  $\frac{9}{64} \sin^4 1^\circ = 0,000\,000\,013$ . Nende ning järgnevate

liikmete ärajätmine ei muuda tegelikult mõõtmise tulemust, sest nad on kaugelt väiksemad vaatlusvigade mõjust. Amplituudi suurenedes erinevus järjest suureneb;  $6^\circ$ -se amplituudi juures on erinevus alla  $0,7\text{‰}$ .

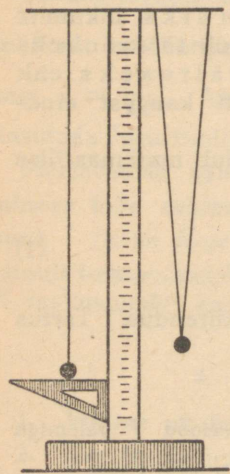
Mispärast peab pendlikeha olema võimalikult väikese ruumalaga? Matemaatilise pendlina kasutatav pendel on tõe-poolest füüsiline pendel, mille võnkeperiood  $T$  määratakse valemiga

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}, \quad (2)$$

kus  $I$  on füüsilise pendli inertsimoment kinnituspunkti läbiva rõhttelje suhtes ja  $D$  nn. direktsioonitung ehk taastamistegur, s. o. ühe nurgaühiku (radiaani) kohta tulev taastava tungi pöördemoment. Olgu pendli pikkus  $l$ , pendlikeha raadius  $r$  ja mass  $m$ , siis Steineri lause põhjal  $I = ml^2 + \frac{2}{5} mr^2$ ;  $D = \frac{mgl \sin \alpha}{\alpha} = mgl \frac{\sin \alpha}{\alpha} \approx mgl$  ning  $\frac{I}{D} =$

$$= (ml^2 + \frac{2}{5} mr^2) : mgl = \frac{l}{g} + \frac{(0,4 \cdot r^2) : l}{g} = \frac{l + (0,4 r^2) : l}{g}. \text{ Saadud tule-}$$

musest nähtub, et füüsilise pendli valem  $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$  taandub mate-



Joon. 29. Statiivile riputatud matem. pendlid.

maatilise pendli valemile  $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$  ainult sel

juhul, kui  $(0,4 r^2) : l$  on sedavõrd väike, et võime jätta ta suuruse arvestamata. Kui pendlikehaks on ainepunkt, siis  $r = 0$  ja  $(0,4 r^2) : l = 0$ . Juhul kui  $r = 0,5$  cm ja  $l = 100$  cm, saame:  $(0,4 \cdot 0,5^2) : 100 = 0,001$ ; kui  $r = 1$  cm ja  $l = 100$  cm on  $(0,4 \cdot 1^2) : 100 = 0,004$  jne. Sellest näeme: mida väiksem on pendlikeha, seda enam vastab ta matemaatilisele pendlile.

b) Pendli pikkuse mõõtmist lihtsamal viisil võib toimetada statiivile kinnitatud skaala abil, kasutades pendlikeha ülemise ja alumise ääre ülekandmiseks skaalale nurklauda (joon. 29). Täpsemaks pendli pikkuse mõõtmiseks tuleb kasutada katetomeetrit (vt. § 23). Pendli pikkust arvestame kinnituspunkti kuni pendlikuulikesse tsentri (raskuspunkti). Pendli pikkuse reguleerimist toimetame vastava seadeldise abil.

Raskusi tekitab võnkumisaja algmomenti tabamine. Kõige sobivam on võtta alomo-

mendiks tasakaaluasendi läbimise moment. Selleks fikseerime tasakaaluasendit läbiiva sihi risti pendli võnkumistasapinnaga kahe liikuva tähise (statiivi) abil ja harjutame tabama momenti, mil pendli niit sellest sihist üle läheb. Pendli käimalaskmiseks kasutame pendlikeha keskest lodevalt ümber pandud niidist või kitsast paberiribast aasa, mis tuleb niidiga kinnitada mõne paigaloleva eseme (statiivi) külge. Kui pendlikeha on paigale jäänud, põletame niidi läbi, aas kukub maha ja pendel hakkab rahulikult võnkuma.

c) Pendli valemis puudub mass, järelikult võnkeperiood ei olene pendlikeha massist, kui kõik teised tingimused ( $l$ ,  $g$ , amplituud jm.) jäävad muutmatuks. Selle korrapärasuse demonstreerimiseks riputame niidi otsa mitmesuguse massiga pendlikehasid, reguleerime pendli pikkused võrdseks ja määrame neile vastavad võnkeperioodid.

Vaatlusandmed paigutame tabelisse järgmiselt:

Järjek. nr.	Pendlikehade mass	Vaadeldud perioodide arv $N$	Kõigi perioodide kestus $t$	Ühe perioodi kestus $T = \frac{t}{N}$
1.	$m_1 = \dots$ g	.....	..... sek.	..... sek.
2.	$m_2 = \dots$ g	.....	..... sek.	..... sek.
3.	$m_3 = \dots$ g	.....	..... sek.	..... sek.

Täpsuse huvides võtta perioodide arv  $N$  iga vaatluse puhul erinev, kuid mitte vähem kui 20.

Võrrelda töötulemusena saadud perioodide väärtusi ning sõnastada siin esinev korrapärasus!

d) Võtame pendli pikkuse umbes 120 cm. Siis vastab amplituudile  $1^\circ$  kaarepikkus  $\sim 2$  cm;  $2,5^\circ$ -le 5 cm;  $5^\circ$ -le 10 cm jne. Viime pendlikeha tasakaaluasendist eemale 5 cm (vastavalt 10 cm, 15 cm ja 30 cm) ning määrame neile amplituudidele vastavad võnkeperioodid ( $T$ ). Vaatlusandmed paigutame tabelisse järgmiselt:

Järjek. nr.	Amplituud cm-tes	$N$	$t$ sek.	$T$ sek.
1.	5	...	...	...
2.	10	...	...	...
3.	15	...	...	...
4.	30	...	...	...

Sõnastada matemaatilise pendli võnkeperioodi olenevus amplituudist!

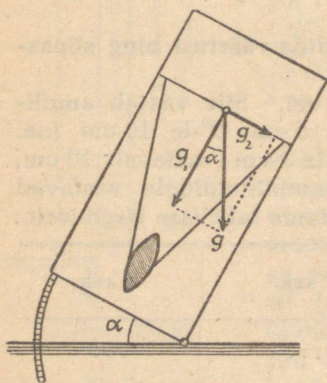
e) Võnkeperioodi ja pendli pikkuse vahelise olenevuse demonstreerimiseks võtame esimesel vaatlusel võimalikult pika pendli ja järgmistel vaatlustel vähendame pendli pikkust 2, vastavalt 3 ja 4 korda. Vaatlusandmed rakendame järgmiselt:

Järjek. nr.	$l$ cm	$N$	$t$ sek	$T$ sek
1.	$l_1$	$N_1 = \dots$	$t_1 = \dots$	$T_1 = \dots$
2.	$l_2 = l_1 : 2$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
3.	$l_3 = l_1 : 3$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
4.	$l_4 = l_1 : 4$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

Saadud andmete põhjal määrata suhted:

$$\begin{aligned}
 T_1 : T_2 &= \dots\dots\dots & \sqrt{l_1} : \sqrt{l_2} &= \dots\dots\dots \\
 T_1 : T_3 &= \dots\dots\dots & \sqrt{l_1} : \sqrt{l_3} &= \dots\dots\dots \\
 T_1 : T_4 &= \dots\dots\dots & \sqrt{l_1} : \sqrt{l_4} &= \dots\dots\dots \\
 T_2 : T_4 &= \dots\dots\dots & \sqrt{l_2} : \sqrt{l_4} &= \dots\dots\dots \\
 & \dots\dots\dots & & \dots\dots\dots
 \end{aligned}$$

Suhete võrdlusest sõnastada pendli võnkeperioodi olenevus pendli pikkusest!



Joon. 30. Machi pendel.

f) Et katseliselt näidata võnkeperioodi olenevust raskuskiirendusest  $g$ , selleks kasutame nn. Machi pendlit (joon. 30), s. o. füüsilist pendlit, mille pendli võnkumistasapinda on võimalik vertikaaltasapinnast nurga  $\alpha$  võrra kõrvale viia. Siis ei mõju pendli võnkumisel enam kogu raskuskiirendus  $g$ , vaid ainult raskuskiirenduse komponent  $g_1 = g \cos \alpha$ . Komponenti  $g_2$  mõju tasakaalustub pendli raami vastumõjuga. Nurga  $\alpha$  vastavalt muutes võime jälgida  $T$  olenevust kiirendusest.

Määrata Machi pendli võnkeperiood algasendis ( $\alpha = 0$ ) ja vähemalt kahe nurga  $\alpha$  eriväärtuse puhul. Tulemused korraldada tabelisse järgmiselt:

Järjek. nr.	Nurk $\alpha$	$N$	$t$	$T$	$g$
1.	$\alpha_1 = 0^0$				
2.	$\alpha_2 = \dots$				
3.	$\alpha_3 = \dots$				

Saadud  $T$  ja  $g$  väärtuste põhjal määrata suhted:

$$\begin{aligned} T_1 : T_2 &= \dots & g_1 : g_2 &= \dots \\ T_1 : T_3 &= \dots & g_1 : g_3 &= \dots \\ \dots & & \dots & \end{aligned}$$

Suhete võrdlusest sõnastada võnkeperioodi olenevus raskuskiirendusest!

g) Raskuskiirenduse  $g$  suuruse võime arvutada pendli valemist

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}. \text{ Siit}$$

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (3)$$

Kasutades punktis e)  $l$  ja  $T$  kohta saadud tulemusi, arvutada vastavad  $g$  väärtused ning võtta neist aritmeetiline keskmine!

Mõnesuguseid paremusi  $g$  määramisel pakub pendli pikkuste  $l_1$  ja  $l_2$  asemel nende vahe kasutamine, sest selle määramine on hõlpsam. Tõepoolest, pendli valemist

$$\begin{aligned} T_1^2 &= 4\pi^2 \frac{l_1}{g} \text{ ja } T_2^2 = 4\pi^2 \frac{l_2}{g}, \text{ milledest } T_1^2 - T_2^2 = \\ &= 4\pi^2 \frac{l_1 - l_2}{g} \text{ ning } g = \frac{4\pi^2 (l_1 - l_2)}{T_1^2 - T_2^2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Määrares  $T_1$  ja  $T_2$  ning  $l_1 - l_2$ , arvutame valemi (4) põhjal  $g$ . Võrrelda saadud tulemust eespool valemi (3) põhjal arvutatud  $g$  tulemustega!

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Kas on oleb pendli võnkeperiood geograafilisest laiusest ja kõrgusest merepinnast? Kui on oleb, siis mispärast ja kuidas?

# 31. FÜÜSILISE PENDLI TAANDATUD PIKKUSE MÄÄRAMINE.

## 1. Töövahendid.

Füüsiline pendel, viseerimisvahendid, sekundomeeter (kell).

## 2. Tööülesanne.

Füüsilise pendli taandatud pikkuse määramine analüütiliselt ning tulemuste kontrollimine katseliselt.

## 3. Töökäik.

a) Füüsiliseks pendliks nimetatakse rasket keha, mis võib vabalt võnkuda toetuspunkti läbiva rõhttelje ümber. Füüsilise pendli võnkeperiood  $T$  määratakse üldjuhul valemiga

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{D}}, \quad (1)$$

kus  $I$  on võnkuva keha inertsimoment toetuspunkti läbiva ja võnkumistasapinnaga risti võetud telje suhtes ning  $D$  on direktsi-oonitung ehk taastamistegur.

Füüsilise pendli valemi tuletamine. Toetugu füüsiline keha  $K$  rõhtteljele, mis läbib punkti  $O$  (joon. 31). Olgu

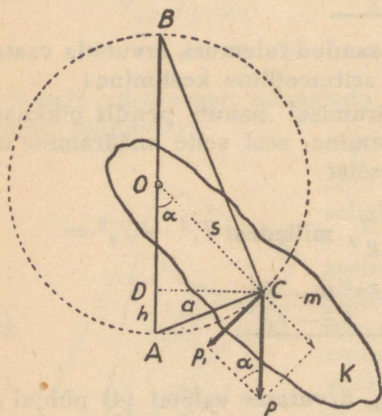
selle füüsilise keha raskuskese punktis  $C$ , mass  $m$  ja raskus  $p = mg$ . Joonisel kujutatud asendist tasakaaluasendi poole suunatud tungiks on komponent  $p_1 = p \sin \alpha = mg \sin \alpha$ . Selle tungi mõjul liigub füüsiline pendel tasakaaluasendi poole ja saavutab selle läbimisel nurkkiiruse  $\omega$ , kusjuures raskuskeskme  $C$  joonkiirus tasakaaluasendi läbimisel on  $v = \omega s$ , kuna  $s$  on raskuskeskme kaugus pöörlemisteljest.

Energia jäävuse lause põhjal füüsilise pendli potentsiaalne energia joonisel kujutatud asendis võrdub füüsilise pendli

kineetilise energiaga tasakaaluasendis, s. o.

$$mgh = \frac{I\omega^2}{2}, \quad (2)$$

kus  $h = AD$ .



Joon. 31. Füüsiline pendel.

Nagu joonisest nähtub, on  $CD$  täisnurkse kolmnurga  $ABC$  kõrguseks ja seetõttu  $AC^2 = AB \cdot AD$  ehk lühidalt  $a^2 = 2sh$ , millest  $h = \frac{a^2}{2s}$ , kui  $a = AC$ .

Väikeste amplituudide puhul ühtub kõõl  $AC$  kaarega  $AC$  ja me võime ilma suurema veata võtta kõõlu  $AC = a$  võnkumise amplituudiks.

Nurkkiiruse  $\omega$  väljendamiseks kasutame valemit  $v = \omega s$ , millest  $\omega = \frac{v}{s}$ .

Raskuskeskme  $C$  liikumist võime vaadelda kui ühtlase ringjoonelise liikumise projektsiooni, kus ringjoone raadiuseks on amplituud  $a$ . Siis

$$v = \frac{2\pi a}{T} \text{ ja } \omega = \frac{v}{s} = \frac{2\pi a}{Ts} \text{ ning } \omega^2 = \frac{4\pi^2 a^2}{T^2 s^2}.$$

Asendades valemis (2)  $h$  ja  $\omega^2$  asemele neile vastavad väärtused, saame

$$mg \cdot \frac{a^2}{2s} = \frac{I}{2} \cdot \frac{4\pi^2 a^2}{T^2 s^2}, \text{ millest pärast lihtsustamisi}$$

$$T^2 = \frac{4\pi^2 I}{mgs} \text{ ja}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgs}} \text{ ehk } T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}, \text{ kui}$$

$D = mgs$ .

Eelmisest tulemusest nähtub, et valem (1) on kehtiv ainult väikeste amplituudide puhul, kus  $\sin \alpha = \alpha$ .

Võrdleme füüsilise pendli võnkeperioodi  $T$  sama perioodiga  $T$  võnkuva matemaatilise pendliga, siis

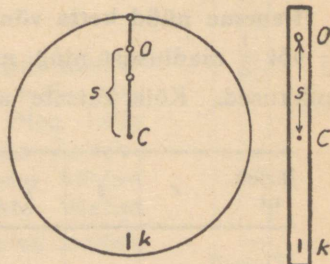
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}, \text{ millest } \frac{I}{D} = \frac{l}{g} \text{ ja}$$

$$\underline{\underline{l = \frac{Ig}{D}}}. \quad (3)$$

Pikkust  $\lambda = l$  nimetatakse füüsilise pendli redutseeritud ehk taandatud pikkuseks. Tähen­dab füüsiline pendel redutseeritud pikkusega  $\lambda$  võngub sama perioodiga kui matemaatiline pendel pikkusega  $l = \lambda$ , kusjuures valemi (3) põhjal

$$\underline{\underline{\lambda = \frac{Ig}{D}}}.$$

b) Valemi (1) kontrollimiseks kasutame füüsilise pendlina ühtlast ras-



Joon. 32. Võnkuv ketas ja varb.

ket ketast või varba, mis võngub punkti  $O$  läbiva rõhtsa telje ümber (joon. 32). Asetsegu pendli raskuskese punktis  $C$  ja olgu selle kaugus toetuspunktist  $s$ .

Ketta puhul Steineri lause põhjal  $I = I_c + ms^2$ , kui  $I_c$  on ketta inertsimoment raskuspunkti (tsentrit) läbiva telje suhtes. Direktioontung  $D$  väikeste amplituudide puhul, kus  $\frac{\sin \alpha}{\alpha} \approx 1$ , väljendub valemiga  $D = mgs$ . Seega

$$\lambda = \frac{I g}{D} = \frac{(I_c + ms^2)g}{mgs} = \frac{I_c}{ms} + s,$$

s. o. füüsilise pendliga võrdse perioodiga võnkuva matemaatilise pendli pikkus  $\lambda$  on  $\frac{I_c}{ms}$  võrra suurem füüsilise pendli toetuspunkti ( $O$ ) kaugusest tema raskuskeskmest ( $C$ ). Ketta puhul  $I_c = \frac{1}{2} mr^2$ , järelikult

$$\lambda = \frac{r^2}{2s} + s.$$

Võttes toetuspunkti ketta ääres, siis  $s = r$  ja  $\lambda = \frac{r}{2} + r = \frac{3r}{2}$ . Määrame ketta võnkeperioodi ja võrdleme seda matemaatilise pendli valemist arvatud võnkeperioodiga.

Võnkeperioodi määramiseks viseerime sihil  $OC$  olevat kriipsu  $k$  (joon. 32) ketta tasakaaluasendist läbimineku momendil risti ketta tasapinnaga. Viseerimiseks kasutame pikksilma või niit-risti tühja torus. Vaatluseks võtta vähemalt 10 võnku.

Võnkeperioodide kontrolli võime teostada ka otseselt. Teeme matemaatilise pendli pikkusega  $l = \lambda$ , laseme nad samaaegselt võnkuma ja võrdleme füüsilise pendli võnkeperioodiga.

Paneme nüüd ketta võnkuma nõnda, et  $s$  moodustaks näiteks  $\frac{1}{2}$  või  $\frac{1}{3}$  raadiusest ning määrame vastavad redutseeritud pendli pikkused. Kõik katsete andmed koondame tabelisse järgmiselt:

Järjek. nr.	$r$	$s$	$\lambda$	$2\pi\sqrt{\frac{\lambda}{g}}$	$N$	$t$	$T = \frac{t}{N}$
1.							
2.							
3.							

Võrdle redutseeritud pikkusest arvatatud võnkeperioodi ( $2\pi\sqrt{\frac{\lambda}{g}}$ ) katsest määratud võnkeperioodiga ( $\frac{t}{N}$ ). Mida tõendab mõlemal viisil määratud võnkeperioodide võrdsus?

Võnkuva kehana (füüsilise pendlina) võime kasutada millist keha tahes. Oluline on siin, et mõistaksime arvutada selle keha inertsimomenti raskuspunkti läbiva telje suhtes. Kuidas kasutada selleks ühtlast sirget varba?

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Kas  $\lambda$  arvutamiseks kasutatav valem on kehtiv igasuguse amplituudi puhul?
2. Milline on seos direktsioontungi ja nurkamplituudi vahel?

### 32. RASKUSKIIRENDUSE MÄÄRAMINE REVERSIOONPENDLI ABIL.

#### 1. Töövahendid.

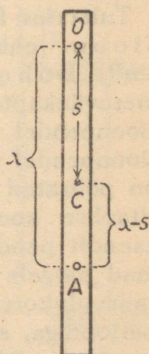
Reversioonpendel, viseerimisvahendid, sekundpendel, sekundomeeter.

#### 2. Tööülesanne.

Reversioonpendli redutseeritud pikkus ja selle määramine. Borda' meetod. Raskuskiirenduse arvutamine.

#### 3. Töökäik.

a) Võtame füüsilise pendli, mis võngub toetuspunktist  $O$  läbimineva telje ümber ja mille raskuskese on punktis  $C$  (joon. 33). Olgu selle füüsilise pendli redutseeritud pikkuseks  $\lambda$ , toetuspunktist ( $O$ ) läbimineva telje suhtes võetud inertsimoment  $I_o$ , raskuskeskme  $C$  suhtes võetud inertsimoment  $I_c$  ja punkti  $A$  suhtes võetud inertsimoment  $I_a$ , kusjuures punkt  $A$  on nn. võnkumistsentriks, sest tema kaugus võnku-



Joon. 33.  
Füüsiline pendel.

misteljest võrdub antud füüsilise pendli taandatud pikkusega. Steineri lause põhjal

$$I_0 = I_c + ms^2 \text{ ja}$$

$$I_a = I_c + m(\lambda - s)^2.$$

Avaldame esimesest võrdusest  $I_c$  ja asetame teise, siis  $I_a = I_0 - ms^2 + m(\lambda - s)^2 = I_0 - ms^2 + m\lambda^2 - 2m\lambda s + ms^2 = I_0 + m\lambda(\lambda - 2s)$ . Seosest  $\frac{I_0}{D} = \frac{\lambda}{g}$ ;  $\lambda = \frac{I_0 g}{D} = \frac{I_0 g}{msg} = \frac{I_0}{ms}$  ja  $m\lambda = \frac{I_0}{s}$ . Asendame saadud  $m\lambda$  väärtuse  $I_a$  jaoks tuletatud valemisse, siis  $I_a = I_0 + \frac{I_0}{s} \cdot (\lambda - 2s) = I_0 \left[ 1 + \frac{\lambda - 2s}{s} \right] = I_0 \cdot \frac{\lambda - s}{s}$ .

Nüüd asetame võnkumistelje läbi võnkumistsentri  $A$ . Olgu sellele vastavaks füüsilise pendli redutseeritud pikkuseks  $\lambda_1$ , siis

$\lambda_1 = \frac{I_a g}{D_1}$ . Siin  $I_a = I_0 \cdot \frac{\lambda - s}{s}$  ja  $D_1 = mg(\lambda - s)$ . Järelikult

$$\lambda_1 = \left( I_0 \frac{\lambda - s}{s} \cdot g \right) : mg(\lambda - s) = \frac{I_0}{ms} = \lambda.$$

Eelmisest järgneb: kui füüsilise pendli võnkumistsentri teha toetuspunktiks, siis endine toetuspunkt muutub võnkumistsentriks ja pendli redutseeritud pikkus ei muutu ( $\lambda = \lambda_1$ ).

Tuletatud füüsilise pendli omadus leiab rakendamist nn. reversioon- ehk ümberpööratava pendli ehitamisel, mille kirjelduse andis Bohnenberg a. 1811, tegelikult rakendas aga inglise mereväekapten H. Kater a. 1818. Sellepärast kannab reversioonpendel vahest ka Kateri pendli nime. Harilikult on reversioonpendel varustatud kahe toetusprismaga, mille teravad servad on pööratud teineteise poole, ja kahe massiivse läätse või silindritaolise koormisega (joon. 34). Nii prismade kui ka läätsede asendit pendlil saab soovi kohaselt muuta. Jättes näiteks prismad paigale ja muutes vastavalt läätsede asendit võime saavutada olukorra, kus pendel mõlema prisma ümber võngub sama perioodiga, siis prismade servade vahe ongi antud pendli redutseeritud pikkuseks. Määrates täpselt prismade servade vahe  $\lambda$  ja võnkeperioodi  $T$ , võime neist andmeist matemaatilise pendli valemi põhjal arvutada raskuskiirenduse  $g$ .

Valemi  $g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}$  põhjal raskuskiirenduse suurust arvutades väljendub tulemuse relatiivne viga  $\frac{\Delta g}{g}$  valemiga:

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + \frac{2\Delta T}{T}. \quad (1)$$

Nagu siit nähtub, esineb võnkeperioodi  $T$  relatiivne viga  $\frac{\Delta T}{T}$  kahekordselt. Järelikult, kui tahame määrata  $g$  hästi täpselt, tuleb määrata suure täpsusega võnkeperiood  $T$ . Seda võimaldab prantslaste Borda' ja Cassini' poolt välja töötatud nn. ühtumise- ehk koointsidentsmeetod võnkeperioodi  $T$  määramisel, mis on järgmine.

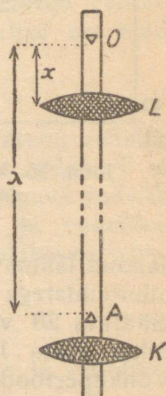
Koos reversioonpendliga pannakse võnkuma ka reversioonpendli alusele monteeritud teine pendel, mille täisvõnke vältus on 1 sek. Reguleerime reversioonpendli nõnda, et ta võnkeperiood  $T$  ei erineks palju ühest sekundist, vaid on sellest kas pisut suurem või väiksem. Olgu näiteks reversioonpendli võnkeperiood väiksem kui 1 sek. Siis, kui mõlemad pendlid algavad võnkumist samal momendil ning sama faasiga, läheb reversioonpendel järjest ette ja sekundpendel jääb maha. Tehku sekundpendel kuni järgmise mõlema pendli faaside ühtumiseni  $n$  võnget, siis reversioonpendel sama ajavahemiku kestel teeb  $n+1$  võnget ja tema võnkeperiood

$$T = \frac{n}{n+1} \text{ sek.} \quad (2)$$

Reversioonpendli mahajäämise korral väljendub võnkeperiood  $T$  valemiga  $T = \frac{n}{n-1}$ . Täpsema tulemuse saamiseks ei mõõdeta ajavahemikku mitte kahe teineteisele järgneva faasi ühtumise, vaid võimalikult mitme ühtumise vahel. Olgu näiteks  $N$  sek. jooksul  $m$  faaside ühtumist. Siis reversioonpendli võnkeperiood  $T$  üldkujul väljendub valemiga

$$T = \frac{N}{N \pm m}. \quad (3)$$

Andku reversioonpendel näiteks 200 sek. jooksul 4 faaside ühtumist ja olgu  $N$  määratud veaga



Joon. 34.  
Reversioonpendel.

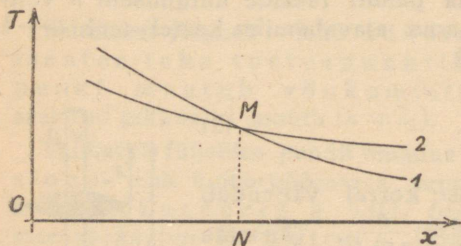
$\pm 0,5$  sek. Siis  $T$  määramise relatiivne viga valemis (1), s. o.

$$2 \frac{\Delta T}{T} = 2 \cdot \frac{0,5}{200} = 0,005.$$

Küiremaks reversioonpendli redutseeritud pikkuse määramiseks on soovitatav toimida järgmiselt. Viime toetusprismad pendli varva otste lähedusse ja paigutame läätsed  $K$  ja  $L$ , nagu nähtub joon. 34. Jätame prismad ja lääts  $K$  paigale ning reguleerime võnkeperioodi pikkust ainult lääts  $L$  nihutamiseega. Asetame lääts  $L$  5 cm kaugusele prismast  $O$  ning määrame sellele vastava võnkeperioodi  $T$ . Nüüd nihutame lääts  $L$  prismast  $O$  esialgu 5 cm, hiljem 10–15 cm võrra kaugemale ja mõõdame jälle vastavad võnkeperioodid  $T$ . Saadud tulemused paigutame tabelisse.

$x$ cm					.....
$T_1$ sek.					.....
$T_2$ sek.					

Tabeli andmete põhjal joonestame graafiku, mis näitab võnkeperioodi suuruse muutuse käiku, olenedes lääts  $L$  kaugusest prismast  $O$  (joon. 35, kõver 1).



Joon. 35. Võnkeperioodi suuruse muutuse graafik.

Nüüd pöörame pendli ümber, riputades ta prisma  $A$  otsa, kinnitame lääts  $L$  järjest endistesse asenditesse ja määrame neile vastavad võnkeperioodid. Saadud tulemuste põhjal joonestame kõvera 2. Kõverate 1 ja 2 lõikepunkt  $M$  määrab lääts  $L$  kauguse prismast, juhul kui võnkeperioodid on võrdsed. Sedaviisi

saadud lääts  $L$  asendit tuleb veel vähemate ühele ja teisele poole nihutamistega täpsustada. Graafiku joonestamiseks on küllalt määrata 20 võnke kestus täpsusega 0,2 sek. Lõpptäpsustamisel tuleb võtta 100 võnget. Amplituude kasutada mitte üle  $5-7^\circ$ . Võnkeperioodid pendli ümberpöörämisel lugeda võrdseks, kui nad ei erine üle 0,002 sek.

Määranud sel viisil  $T$  ja katetomeetriga prismade vahe  $\lambda$ , arvutame matemaatilise pendli valemi põhjal raskuskiirenduse  $g$ .

Relatiivse ja absoluutse vea arvutamiseks kasutada valemit (1), võttes  $\pi$  sedavõrd täpselt, et tema viga ei mõjutaks lõpptulemuse täpsust.

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Kuidas on võimalik määrata keha inertsimomenti, kasutades teda füüsilise pendlina? Millised suurused on tarvis mõõta selleks?

2. Mispärast on tähtis, et reversioonpendel võnguks hästi aeglaselt sumbuva amplituudiga? Kuidas seda saavutada?

3. Kumb on suurem, kas füüsilise pendli redutseeritud pikkus või toetuspunkti kaugus võnkumistsentrist?

4. Tuletada valem (3)!

### 33. TAHKE KEHA ERIKAALU MÄÄRAMINE JOLLY VEDRIKAALUGA.

#### 1. Töövahendid.

Jolly vedrikaal, uuritav keha ja klaas destilleeritud veega.

#### 2. Tööülesanne.

Määrata tahke keha erikaal Jolly kaaluga Archimedese printsiibil.

#### 3. Töökäik.

Archimedese printsiibi põhjal kaotavad kehad vedelikus niipalju oma kaalust, kuipalju kaalub nende poolt väljatõrjutud vedelik. Keha kaalu kaotust nimetatakse üleslükkeks  $\check{U}$ , ja kui on teada vedeliku erikaal  $e_v$ , siis on üleslüke

$$\check{U} = e_v V, \quad (1)$$

kus  $V$  on kogu keha ruumala juhul kui keha on täiesti vedeliku sees. Ulatub aga osa kehast vedelikust välja, siis tuleb  $V$  all mõista ainult seda osa keha ruumalast, mis on allpool vedeliku pinda. Üleslüke  $\check{U}$  on keha kaalu vahe õhus ja vedelikus. Parandused õhu üleslükke tõttu jätame siin nende väiksuse pärast arvestamata. Järelikult

$$\check{U} = P_\delta - P_v, \quad (2)$$

kus  $P_\delta$  ja  $P_v$  tähendavad vastavalt keha kaalu õhus ja vedelikus.

Seoseist (1) ja (2) leiame keha ruumala

$$V = \frac{P_\delta - P_v}{e_v}. \quad (3)$$

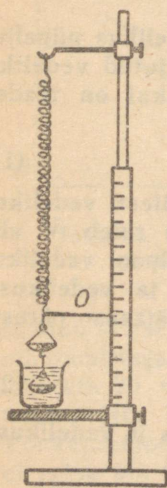
Keha erikaalu arvutamiseks peame keha raskuse  $P_\delta$  jagama tema ruumalaga  $V$ , s. o.

$$e = \frac{P_\delta}{V} = \frac{e_v P_\delta}{P_\delta - P_v} \quad (4)$$

Et valemis (4) erikaalu määramiseks esineb kaalude suhe  $P_\delta/P_\delta - P_v$ , siis pole vaja teada keha kaalu, vaid võime erikaalu arvutada ka keha kaaluga võrdelisist suurusist. Keha kaaluga  $P$  võrdeline suurus on näiteks vertikaalselt riputatud kruvivedru pikenemine  $l$  keha raskuse mõjul (Hooke'i seadus)  $P = al$ , kus  $a$  on võrdetegur. Riputame keha vedru otsa õhus, siis pikeneb vedru  $l_\delta$  võrra. Asetame vedru otsas oleva keha vedelikku, siis on pikenemine  $l_v$ . Vedru pikenemine vedelikus on  $l_\delta - l_v$  võrra väiksem. Asetame seosesse (4) keha raskustele vastavad vedru pikenemised, siis

$$e = \frac{e_v a l_\delta}{a l_\delta - a l_v} = e_v \frac{l_\delta}{l_\delta - l_v} \quad (5)$$

Katse teostamiseks kasutame vedelikuks destilleeritud vett, mille erikaalu  $e_v$  toatemperatuuri piirides võime võtta suurema veeta võrdseks ühega, ja pikenemiste mõõtmiseks Jolly vedrukaalu (joon. 36).



Joon. 36.  
Jolly kaal.

Jolly kaalu peaosa on statiivi küljes rippuv pikk kruvivedru, mille alumises otsas on osuti  $O$  ja kaks kausikest, milliseist alumine sukeldub statiivi küljes üles-alla nihutataval lauakesel asuvasse veega täidetud klaasi. Statiivi küljes asub mm-jaotistega peegelskaala, et vältida parallaksi vigu, sest osuti asetseb skaalast eemal. Lugemist tuleb toimetada nii, et osuti kataks oma peeglipildi. Siis on vaatesuundristi skaalaga. Mõõtmise juures peame hoolikalt jälgima, et vees asuva alumise kausi ja keha külge ei jääks õhumulle ja alumise kausikese rippetraat ulatuks vette alati sama sügavuseni. Selle saavutamiseks tuleb aluslauakest vastavalt nihutada.

Mõõtmiseks reguleerime aluslauakese koos klaasiga nii, et alumise kausikese ühekordne rippetraat parajasti läbiks veepinna, ja registreerime osuti asukoha skaalal. Nüüd asetame mõõdetava keha ülemisele kausikesele, kusjuures langetame aluslauakest veeklaasiga nii palju, et alumine

kausike asetseks vedelikus endises sügavuses. Seejuures ei tohi ülemine kauss märjaks saada. Registreerime jälle osuti asukoha. Esimese ja teise lugemi vahe annab pikenemise  $l_g$ . Selle järgi asetame keha alumisele kausikesele ja tõstame aluslauakest, kuni kausike saavutab vedelikus endise sügavuse, ja registreerime osuti asukoha skaalal. Esimese ja kolmanda lugemi vahe on pikenemine  $l_v$ , teise ja kolmanda vahe aga  $l_g - l_v$ . Leitud suurused asetame valemisse (5) ja arvutame  $e$ .

Katse lõpul kontrollime, kas koormamata kaalu osuti asukoht ühtub esialgse asukohaga.

Mõõtmiste eelduseks on seose  $P = al$  kehtivus mõõtmiste piirides. Selles veendumiseks asetame alumisele kausikesele kaaluvihite järjekorras olenevalt vedru tugevusest, näiteks 1g, 2g, 3g, . . . ja määrame vastavad vedru pikenemised, mis peavad olema võrdelised koormistega. Mõõtmiste kestel asetseb alumine kauss vees vedru võnkumiste summutamiseks.

Vaatluste tulemused kanname graafikule teljestikus  $P$  ja  $l$ , kus nad võrdelise olenevuse korral asetsevad samal sirgel.

Niiviisi kalibreeritud kaaluga võime määrata ka uuritava keha raskust ja ruumala.

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Kas on võimalik Jolly kaaluga määrata vedelikkude erikaale?

2. Kuidas määrata Jolly kaaluga vees lahustuvate tahkete kehade erikaale?

### 34. KEHADE KESKKONNATAKISTUSE MÄÄRAMINE LIIKUMISEL ÕHUS.

#### 1. Töövahendid.

Tuulekanal, kang, vedrukaal, uuritavad mitmekujulised kehad ja vahend tuule kiiruse määramiseks (Prandtl'i toru manomeetriga või anemomeeter sekundomeetriga).

#### 2. Tööülesanne.

Määrata mitmesuguste võrdsete frontlõigetega kehade suhtelised takistused liikumisel õhus ja mõõta takistuse olenevus tuule kiirusest. Tutvuda anemomeetriga ja Prandtl'i toruga.

### 3. Töökäik.

a) Keskkond mõjub igale temas liikuvale kehale takistavalt. Liikumist takistavat tungi nim. keskkonnataki tuseks.

Katsed näitavad, et keskkonnataki tustus on leeb kiirusest, millega keha liigub keskkonna suhtes. Väikeste kiiruste puhul ei teki keha taga keskkonnas keeriseid ja liikumist takistav tung on võrdeline kiirusega. Sel juhul on takistus tingitud keskkonna sisehõõrdumisest. Suuremate kiiruste juures tekivad aga keskkonnas liikuva keha taga keerised. Siin annab keha keskkonnale kineetilist energiat, mille tõttu ka keskkonna takistav mõju kehale suureneb. Niisugusel juhul on keskkonnataki tustus võrdeline kiiruse ruuduga. Ka on leeb takistus tekkinud keeriste suurusest, olles suuremate keeriste puhul suurem. Keeriste suurus on leeb keha kujust ja frontlõikest ning keeriste kineetiline energia ka keskkonna tihedusest. Keha frontlõikeks nimetatakse selle keha projektsiooni liikumise sihiga risti olevale tasapinnale, s. o. tegelikku liikumist takistavat pindala. Takistus  $R$  avaldub siis järgmiselt

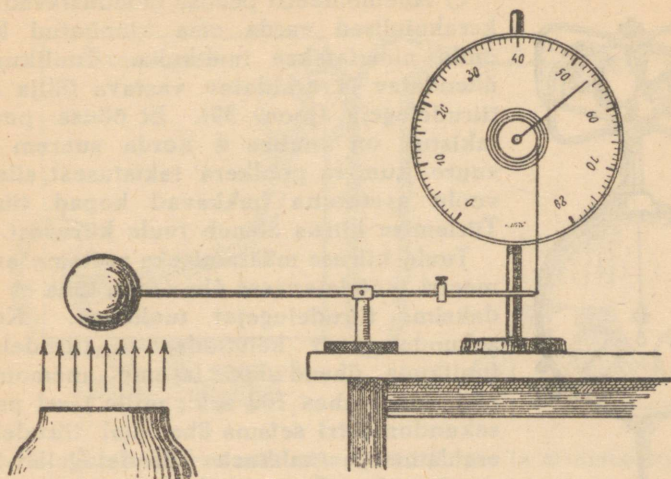
$$R = C\rho Sv^2, \quad (1)$$

kus  $\rho$  on keskkonna tihedus,  $v$  kiirus,  $S$  keha frontlõike pindala ja  $C$  keha kujust ning vähesel määral ka frontlõikest on leev arv, mida nimetatakse kujuteguriks. Seadus on kehtiv teatud kiiruste vahemikus, mis on igale keskkonnale erinev. Suuremate kiiruste puhul (kuni hääle kiiruseni) suureneb takistus kiiruse kõrgema astmega kui 2. Käesolevas töös kasutatavatel kiirustel on valem kehtiv.

b) Õhuvoolu tekitamiseks kasutame tuulekanalit. Tuulekanal on plekksilinder, milles asub elektrimootoriga käivitav ventilaator. Õhuvoorus tekkinud keeriste tasandamiseks on väljaoolu-poolne kanali ots jaotatud plekkribadega sektoriteks. Tuulekiirust saame reguleerida mootori tiirude arvu muutmisega vooluahelasse lülitatud reostaadiga.

Asetame uuritava keha kangi ühe õla otsas tuulekanaliga tekitatud õhuvoolu. Kangi teise õla otsa kinnitame nõõriga vedrukaalu külge, nii et see mõõdab takistustungi. Et uuritav keha tuule mõjul kergesti paigalt nihkub, siis tuleb katse ajal nihutada vedrukaalu nii, et keha ristlõige oleks alati risti tuule suunaga. Eriti tuleb seda silmas pidada piklikkude kehade puhul. Samuti peame hoolitsema, et kangi teist otsa vedrukaaluga ühendav niit oleks risti kangi õlaga (joon. 37).

Kui tahame takistustungi absoluutset suurust mõõta, siis peame arvestama kangi õlgade pikkuste suhet. Kangi õla pikkuseks keha-poolses otsas tuleb pidada kaugust kangi toetuspunktist kuni



Joon. 37. Seadeldis kehade õhutakistuse määramiseks.

keha ristlõike keskpunktini. Takistuste võrdlemisel tuleb ainult hoolitseda, et kogu katseseeria kestel õlgade pikkus ei muutuks.

Takistusi võrdleme järgmiste võrdsete frontlõigetega kehade puhul, kus nooled näitavad tuule suunda (joon. 38).

Takistuste võrdlemisel võtame ühikuks ketta takistuse ja arvutame selles ühikus teiste kehade takistused. Tulemused paigutame tabelisse, nagu see on näidatud tabelis 1.

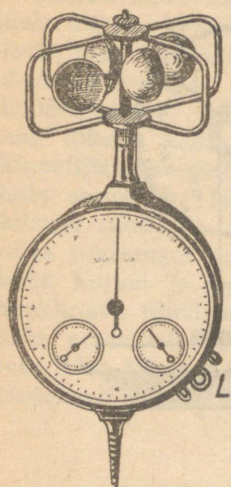


Joon. 38. Uuritavad kehad.

Järgmisena määrame takistuse olenevuse tuule kiirusest. Selleks muudame tuulekanaliga tekitatava tuule kiirust ja määrame ühe keha (näiteks ketta) takistuse erinevatel kiirustel. Saadud andmed

kanname tabelisse 2 ja arvutamisega veendume seose  $R = K \cdot v^2$  kehtivuses, kus konstant  $K = C \rho S$ .

Tuule kiirust mõõdame anemomeetriga või Prandtli toruga.



Joon. 39.  
Anemomeeter.

c) Anemomeetri peasa moodustavad poolkerakujulised varda otsa kinnitatud kopad, mida nimetatakse tuulikuga. Tuulikuga on ühendatav ja eraldatav vastava lülja  $L$  abil tiirudelugeja (joon. 39). Et õõnsa poolkera takistus on umbes 4 korda suurem sama suure kumera poolkera takistusest, siis õhuvoolu asetatuna hakkavad kopad tiirlema. Tiirlemise kiirus oleneb tuule kiirusest.

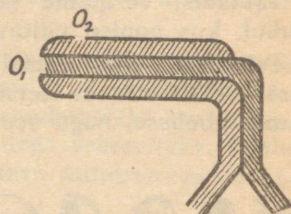
Tuule kiiruse määramiseks asetame anemomeetri mõõdetavasse õhuvoolu, ilma et ühendaksime tiirudelugejat tuulikuga. Korraga sekundomeetrit käivitades ja tiirudelugejat tuulikuga ühendades laseme anemomeetritl pöörelda umbes 100 sek., mille järel paneme sekundomeetri seisma ühel ajal tiirudelugeja eraldamisega tuulikust. Tiirudelugejalt loeme vaatlusvahemikus tehtud tiirude arvu ja jagame selle sekundomeetritl loetud vaatlusvahemiku pikkusega sekundeis. Niiviisi leiame tuuliku tiirlemiskiiruse ja anemomeetriga kaasas ole-

vast tabelist otsime, tarbe korral interpoolides, tiirlemiskiirusele vastava tuule kiiruse m/sek.

d) Prandtli toru koosneb kahest koaksiaalsest silindrilisest torust, millest ühel on avaus otsas ja teisel külgedel (joon. 40). Torude teised otsad on ühendatud manomeetriga, mis mõõdab torudes valitsevat rõhuvahet.

Asetades toru lahtise otsaga vastu õhuvoolu, näitab manomeeter kogurõhu  $p_0$  ja staatilise rõhu  $p$  vahet  $p_0 - p$ . Esimene neist valitseb avausel  $O_1$  ja teine avausel  $O_2$ .

Rõhkude vahe  $p_0 - p$  näitab dünaamilise rõhu suurust ja Bernoulli seaduse põhjal

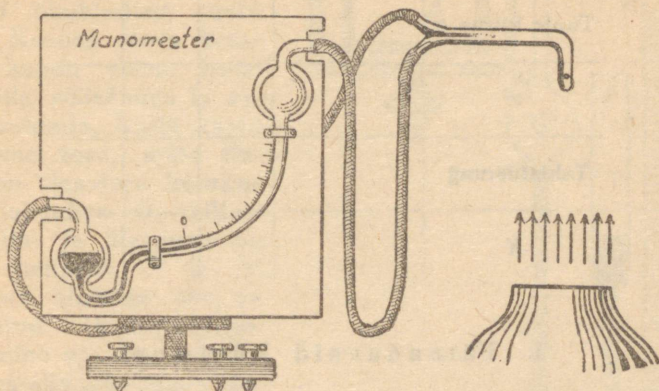


Joon. 40. Prandtli toru läbilõige.

$$p_0 - p = \frac{1}{2} \rho v^2, \quad (2)$$

kus  $\rho$  tähendab õhu tihedust ja  $v$  kiirust. Seega

$$v^2 = \frac{2(p_0 - p)}{\rho} \quad (3)$$



Joon. 41. Tuule kiiruse mõõtmine Prandtl'i toru ja manomeetriga.

Mõõtmiseks asetame Prandtl'i toru õhuvoolu keskele uuritava keha asemele paralleelselt õhuvooluga lahtise otsaga vastu voolu. Manomeetrilt loeme rõhuvähe ning arvutame valemi (3) põhjal kiiruse  $v$ .

Manomeetri jaotised näitavad kas vastavat rõhku või juba vahetult tuule kiirust.

(Enne mõõtmist tuleb manomeeter loodi seada ja vedeliku nivoo nullkriipsule reguleerida.)

Tabel 1.

Keha		)	(	○	◁	▷	◁
Takistustung							
Suhteline takistus	1						

Tabel 2.

Vaatluse nr.	1	2	3	4	5
Tuule kiirus $v$					
$v^2$					
Takistustung					
$K$					

## 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Miks kasutatakse antud katse juures joonisel 41 antud konstruktsiooniga manomeetrit?
2. Millest on tingitud lennukipommi ja kahurikuuli erinevad kujud?
3. Miks on voolujooneliste sõidukite (auto) tagaosa katete paigutus tähtsam esiosa katete paigutusest?
4. Milline on vihmapiiskade langemise kiirendus?
5. Miks püsivad udupiisad kaua õhus?

## 35. VOLUMOMEETER.

## 1. Töövahendid.

Volumomeeter, uuritav keha ja baromeeter.

## 2. Tööülesanne.

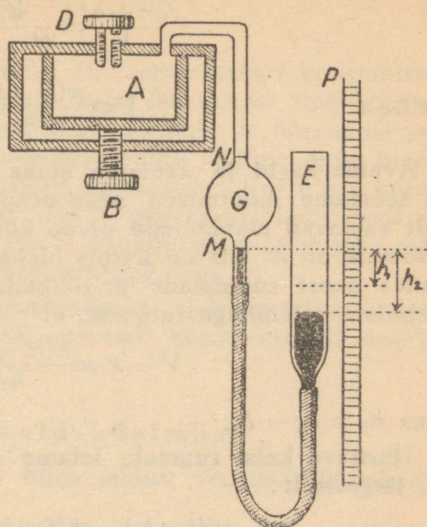
Määrata antud keha ruumala volumomeetriga, rakendades Boyle-Mariotte'i seadust.

## 3. Töökäik.

Kehade ruumala määramiseks, mis ei tohi puutuda kokku vedelikuga ja mille ruumala ei saa arvutada ka kaalu ja erikaalu

põhjal (näiteks poorsed ja pulbrilised kehad), kasutatakse erilist riista — volumomeetrit.

Volumomeeter koosneb siledate äärtega metallkarbist  $A$ , mis surutakse kruviga  $B$  õhukindlalt vastu kaant. Kaanes oleva kraani  $D$  kaudu võime karpi ühendada välisõhuga ja samuti eraldada. Karbi kaant läbib veel toru, mille jätkuks on klaastoru kerakujulise laiendiga  $G$ , millest vähe alla- ja ülespoole on tehtud kriipsud  $M$  ja  $N$ . Klaastoru alumine ots on ühendatud kummitoruga, mille teine ots on ühendatud üles-alla nihutatava lah-tise laema klaastoruga  $E$ , mis on täidetud elavhõbedaga. Klaastorud koos kummitoruga moodustavad  $U$ -toru. Elavhõbeda nivoo



Joon. 42. Volumomeeter.

kõrguse mõõtmiseks asub toru  $E$  taga mm-jaotistega peegelskaala  $P$ . Hõlpsamaks käsitlemiseks on kogu seadeldis monteeritud ühisele alusele.

Tähistame  $V$ -ga anuma  $A$  ruumala koos märgini  $N$  ulatuva toru osaga. Toru laiendi  $G$  ruumala kahe märgi  $M$  ja  $N$  vahel olgu  $v$ . Surume karbi  $A$  õhukindlalt vastu kaant ja avame kraani  $D$ . Tõstes liikuvat toru  $E$ , viime elavhõbeda nivoo liikumatus torus ülemise märgini  $N$ . Suleme kraani  $D$ . Seejuures eraldub ruumalas  $V$  olev õhumass välisõhust. Langetame liikuvat toru, kuni elavhõbeda nivoo liikumatus torus langeb alumise märgini  $M$ . Siis suureneb eraldatud õhu ruumala  $v$  võrra ja väheneb vastavalt rõhk. Loeme elavhõbeda nivoo seisu torus  $E$  skaalalt  $P$ . Olgu see  $a_1$ . Avades kraani  $D$ , langeb elavhõbeda nivoo liikumatus torus, kuid liikuvat toru tõstes viime nivoo liikumatus torus endisele tasemele, s. o. märgini  $M$ , ja loeme skaalalt elavhõbeda nivoo seisu liikuvast torus  $a_0$ .

Avatud kraani puhul on rõhk võrdne õhurõhuga  $H$ , mille loeme baromeetritl. Suletud kraani puhul oli rõhk karbis  $a_0 - a_1 = h_1$ , elavhõbeda samba kõrguse võrra vähem.

Eeldades, et katse kestel temperatuur ei muutunud, võime Boyle-Mariotte'i seaduse põhjal kirjutada:

$$\frac{V+v}{V} = \frac{H}{H-h_1}, \quad (1)$$

millest 
$$V = \frac{v(H-h_1)}{h_1}. \quad (2)$$

Avame karbi ja asetame sinna uuritava keha. Suleme karbi ja teostame mõõtmised, nagu eespool kirjeldatud, lugedes skaalalt vastavad elavhõbeda nivoo kõrgused  $b_1$  ja  $b_0 = a_0$ . Kui keha ruumala on  $x$ , siis on karbis oleva õhu ruumala  $V-x$ , ja kasutades seost ruumalade ja rõhkude vahel, saame analoogiliselt eelmiste valemitega tuletada, et

$$V-x = \frac{v(H-h_2)}{h_2}, \quad (3)$$

kus  $h_2 = b_0 - b_1$ .

Uuritava keha ruumala leiame seoseist (2) ja (3), kui teame  $v$ , järgmiselt:

$$x = \frac{v(H-h_1)}{h_1} - \frac{v(H-h_2)}{h_2} = vH \frac{h_2-h_1}{h_1 h_2}. \quad (4)$$

Mõõtmist võime teostada ka nii, et reguleerime esiteks elavhõbeda nivoo avatud kraani  $D$  puhul liikumatus torus alumise märgini  $M$ , suleme kraani  $D$  ja, tõstes liikuvat toru, surume ruumala  $V+v$  kokku ruumalale  $V$ , viies elavhõbeda nivoo liikumatus torus märgini  $N$  ning loeme skaalalt elavhõbeda nivoo kõrguse liikuvast torus  $a'_1$ . Avame kraani  $D$  ja viieme elavhõbeda nivoo liikumatus torus uuesti ülemise märgini ning loeme nivoo kõrguse liikuvast torus  $a'_0$ .

Seega  $a'_1 - a'_0 = h'_1$  näitab rõhku, millega õhk ruumalalt  $V+v$  on kokku surutud ruumalale  $V$ . Boyle-Mariotte'i seaduse põhjal

$$\frac{V+v}{V} = \frac{H+h'_1}{H}, \quad (5)$$

millest 
$$V = \frac{vH}{h'_1}. \quad (6)$$

Analoogiliselt toimetame juhul, kui uuritav keha on karbis ja saame

$$V-x = \frac{vH}{h'_2}, \quad (7)$$

kus  $h'_2 = b'_1 - b'_0$ . Seoseist (6) ja (7) leiame keha ruumala

$$x = vH \left( \frac{1}{h'_1} - \frac{1}{h'_2} \right) = vH \frac{h'_2 - h'_1}{h'_1 h'_2}. \quad (8)$$

Eriti tuleb hoolitseda katsealuse õhu temperatuuri konstantsuse eest ja vältida kõiki, ka katsetaja keha lähedusest tingitud temperatuuri muutusi ning teostada kokkusurumisi ja hõrendusi aeglaselt. Kokkusurumise või hõrenduse puhul jälgime enne lugemi teostamist mõni minut elavhõbeda nivoo seisu. Kui nivoo kõrgus muutub, siis on tegemist kas õhu temperatuuri muutusega või pole karp küllalt õhukindel. Karbi õhukindlalt sulgemiseks määratakse karbi servi ja kraani vastava määrdega.

Mõõdetava keha ruumala arvutamiseks vajalik ruumala  $v$  märkide  $M$  ja  $N$  vahel määratakse aparadi koostamisel ja antakse riista konstandina.

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Kas ja kuidas mõjutab õhus leiduv veeaur mõõtmistulemusi?
2. Missuguseid skaala lugemi parandusi tuleb arvestada mõõtmisel?
3. Kas oleneb mõõtmistulemuse täpsus keha suurusest?
4. Kas on võimalik määrata keha ruumala, kui temperatuur muutub kahe vaatluse vahel?

### 36. $c_p$ ja $c_v$ SUHTE MÄÄRAMINE CLÉMENT-DESORMES'I JÄRGI.

#### 1. Töövahendid.

Clément-Desormes'i riist  $c_p/c_v$  määramiseks.

#### 2. Tööülesanne.

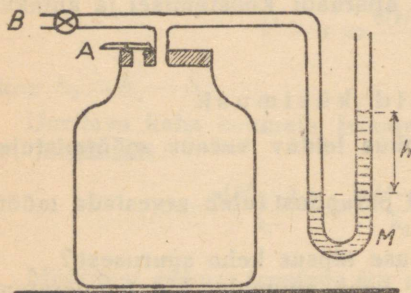
Määrata õhu  $c_p$  ja  $c_v$  suhe.

#### 3. Töökäik.

Käesolevas katses kasutame gaasi oleku isotermsset ja adiabaatset muutust.

Gaasi oleku muutus nimetatakse isotermsiks, kui selle juures ei muutu gaasi temperatuur. Siis on kehtiv Boyle-Mariotte'i seadus  $pV = \text{konst.}$  Gaasi oleku muutus on adiabaatne, kui selle juures ei toimu soojusevahetust ümbrusega. Sel juhul on kehtiv Poisson'i seadus  $pV^\kappa = \text{konst.}$ , kus  $p$  tähendab gaasi rõhku ja  $V$  ruumala, nagu Boyle-Mariotte'i seaduseski, ning  $\kappa = \frac{c_p}{c_v}$  on gaasi erisoojuse jääval rõhul ( $c_p$ ) ja erisoojuse jääval ruumalal ( $c_v$ ) suhe. Paisudes jääval rõhul teeb gaas lisaks veel välistööd, seega  $c_p > c_v$  ja  $c_p/c_v > 1$ .

Clément-Desormes'i meetod võimaldab lihtsal viisil määrata  $c_p$  ja  $c_v$  suhet. Vastav aparaat koosneb umbes 10 l mahtuvusega



Joon. 43. Clément-Desormes'i riist.

pudelist, mille korki läbiva toru ühe haru küljes on vedelikumanomeeter  $M$  ja teine haru  $B$  on kraaniga suletav. Korgi teine ava  $A$  on klapi avatav ja suletav.

Katse teostamiseks suleme klapi  $A$  ja tekitame pudelis ülerõhu toru  $B$  kaudu õhku juurde puhudes. Manomeeter  $M$  näitab ülerõhku  $h$ , mis evib konstantse väärtuse alles siis kui adiabaatsest kokkusurumisest tekkinud temperatuuri

tõus on tasakaalustunud ümbruse temperatuuriga, milleks kulub ca 5 minutit. Avame klapi  $A$  umbes pooleks sekundiks, et rõhk pudelis tasakaalustuks välisrõhuga. Protsess on adiabaatne ja gaasi oleku muutus kirjeldatav Poissoni võrrandiga. Tähistades gaasi rõhu ja ruumala enne klapi avamist vastavalt  $p_1$  ja  $V_1$  ning kohe pärast sulgemist  $p_2$  ja  $V_2$ , siis

$$p_1 V_1^\kappa = p_2 V_2^\kappa. \quad (1)$$

Pudelisse jäänud gaasi temperatuur langeb, kuna protsess on adiabaatne ning klapi avamisega rõhk väheneb. Ootame ca 10 min., kuni pudelis olev õhk jälle evib ümbruse temperatuuri, mille tunnuseks on, et manomeetrilt loetud ülerõhk  $h'$  enam ei suurene. Et gaasi temperatuurid katse algul ja lõpul on võrdsed, siis võime Boyle-Mariotte'i seadust kasutades kirjutada

$$p_1 V_1 = p_3 V_3,$$

kus  $p_3$  ja  $V_3$  tähistavad rõhku ja ruumala lõppolekus. Ruumalad  $V_2$  ja  $V_3$  on võrdsed, s. o. pudeli ruumala, seega

$$p_1 V_1 = p_3 V_2. \quad (2)$$

Suurused  $V_1$  ja  $V_2$  võime seoseist (1) ja (2) elimineerida. Selleks võtame seose (2) astmesse  $\kappa$

$$p_1^\kappa V_1^\kappa = p_3^\kappa V_2^\kappa$$

ning jagame seosega (1). Selle tulemusena saame

$$\frac{p_1^\kappa}{p_1} = \frac{p_3^\kappa}{p_2}, \text{ millest}$$

$$p_2 p_1^{\kappa-1} = p_3^\kappa. \quad (3)$$

Avaldame rõhud vastavate manomeetrilt loetud ülerõhkude kaudu  $p_1 = p_2 + h$  ja  $p_3 = p_2 + h'$ , siis saame seose (3) asemele

$$p_2(p_2 + h)^{\kappa-1} = (p_2 + h')^\kappa. \quad (4)$$

Jagame seose (4)  $p_2^\kappa$ -ga, siis

$$\left(1 + \frac{h}{p_2}\right)^{\kappa-1} = \left(1 + \frac{h'}{p_2}\right)^\kappa.$$

Katsel kasutatud ülerõhud  $h$  ja  $h'$  on väikesed võrreldes õhurõhuga ja seepärast on murrud  $\frac{h}{p_2}$  ning  $\frac{h'}{p_2}$  väga väikesed. Seetõttu võime kirjutada lähendusvalemina

$$1 + (\kappa - 1) \frac{h}{p_2} = 1 + \kappa \frac{h'}{p_2},$$

millest

$$\kappa = \frac{h}{h - h'}. \quad (5)$$

Katset tuleb korrata vähemalt kolm korda ja tulemustest võtta aritmeetiline keskmine.

Katset võime korraldada ka nii, et enne tekitame pudelis alarõhu ja laseme rõhu pudelis tõusta klapi avamisega õhurõhuni, nii nagu seda tegid Clément ja Desormes.

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Kuidas mõjub tulemusele kraani hilinevad sulgemine?
2. Milline meetod annab õigemaid tulemusi: kas alarõhu või ülerõhu rakendamine ja miks?
3. Millest oleneb gaaside erisoojuste  $c_p/c_v$  suhte arvuline suurus?
4. Kuidas arvutada temperatuuri tõusu gaasi rõhu adiabaatsel suurenemisel?

### 37. KEHADE SOOJUSEJUHTIVUSE MÕÖTMINE.

#### 1. Töövahendid.

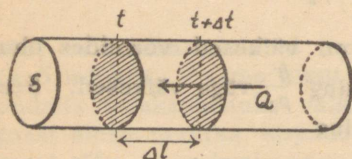
Soojusejuhtivuse määramise riist, uuritavast aimest plaat, peegelgalvanomeeter, juhtmed ühenduste tegemiseks, varbsirkel ja ajamõõtja.

#### 2. Tööülesanne.

Määrata antud plaadi soojuste erijuhtivus!

#### 3. Töökäik.

Soojusejuhtivuseks nimetame soojuste liikumist kehas kõrgema temperatuuri poolt madalama temperatuuri poole, kusjuures keha üksikud osad üksteise suhtes paigale jäävad.



Joon. 44. Soojuse juhtivus silindrilises kehas.

Vaatleme silindrilist keha (joon. 44), mille külgpind on kaitstud soojuskadude eest. Vaatleme selle keha kaht ristlõikepindalaga  $S$ , mis asetsevad üksteisest kaugusel  $\Delta l$  ja mille temperatuurid on vastavalt  $t$  ja  $t + \Delta t$ . Temperatuuri tõus pikkuseühikule on siis

$\frac{\Delta t}{\Delta l}$ . Et antud keha ristlõikepindalast  $S$  ühes sekundis läbivoolav soojushulk  $Q$  on võrdeline pindalaga  $S$  ja temperatuuri tõusuga  $-\frac{\Delta t}{\Delta l}$ , siis võime kirjutada

$$Q = -\lambda S \frac{\Delta t}{\Delta l}. \quad (1)$$

Miinusmärk tähendab seda, et soojus voolab alati madalama temperatuuri poole.

Võrdetegur  $\lambda$ , mis üldiselt ise ka temperatuurist oleneb, nimetatakse soojuse erijuhtivuseks. Kui võtta  $S$ ,  $t$  ja  $l$  võrdseks ühega, siis valemi (1) põhjal  $Q$  absoluutväärtus võrdub  $\lambda$ -ga. Tähendab, soojuse erijuhtivuseks nimetatakse soojushulka kalorites, mis ühes sekundis läbib 1 cm paksuse ja 1 cm<sup>2</sup> pindalaga kihi, kui kihi mõlema poole temperatuuri vahe on 1° C.

Soojuse erijuhtivuse mõõtühikuks on seega cal kraad·cm·sek. Tehnikas kasutatakse ühikuks kcal kraad·m·fund.

Üldiselt on  $\lambda$  määramine seotud suurte eksperimentaalsete ning teoreetiliste raskustega ja lihtsal viisil teostatav ainult mõningail erijuhtudel.

Meil kasutada olev aparaat on rakendatav plaaditaoliste halbade soojusejuhtide soojuse erijuhtivuse määramiseks.

Uuritavast aimest plaat asetatakse kahe vaskploki vahele, millised on kaitstud soojuskadude vastu ja võimaldavad hea soojusejuhtivuse tõttu konstantse temperatuuri hoidmist. Hea soojusejuhtivuse saavutamiseks on katsekehaga kokkupuutuvad ploki pinnad poleeritud tasaseks. Alumise ploki mass on 407 g ja ta on ümbritsetud soojust eriti halvasti juhtiva ainega. Ploki temperatuuri mõõtmiseks on tema keskkoha asetatud vask-konstantaan termoelement, mille vaskjuhtme ots on toodud vasest klemmi alla ja konstantaanjuhe on ühendatud ülemise ploki temperatuuri mõõtmiseks kasutatava, ploki serva lähedal asetseva jootekohaga, vask-konstantaan termoelemendi konstantaanjuhtmega. Ülemise ploki termoelemendi vaskjuhe on ühendatud teise vaskklemmiga. Ülemine plokk on ühtlasi ca 0,8 l elektriiga soojendatava vanni põhjaks.

Mõõtmise teostamiseks täidame vanni sulava lumega või keeva veega, mis võimaldab hoida vajalikku konstantset temperatuuri. Vee hoidmiseks keemistemperatuuril ühendame soojenduskeha vooluvõrguga. Uuritavast aimest plaadi, mille paksuse  $l$  mõõdame varbsirkliga, asetame vaskplokkide vahele, millede vahekaugus on reguleeritav vastavalt plaadi paksusele. Hea soojuse ülekande saavutamiseks tuleb ploki tihedalt suruda vastu plaati. Kõva materjali, näiteks klaasi puhul tuleb võimalikkude õhuvahede täitmiseks pindu niisutada või kasutada paksemat plaati, mille puhul relatiivne viga on väiksem. Õhuke õhukiht ploki ja katsekeha vahel põhjustab suurema vea kui võrdlemisi jäme viga plaadi paksuse määramisel. Temperatuuri vahe mõõtmiseks kasutame aparaadi külge ehitatud termoelemente, mille vaskklemmid ühendame galvanomeetriga või millivoltmeetriga, mille hälve on võrdeline tekkinud pingega.

Valemi (1) järgi läbib  $\Delta\tau$  sekundi jooksul katsekeha soojushulk

$$\Delta Q = \lambda S \frac{t - t_1}{l} \Delta\tau \text{ kalorit,} \quad (2)$$

kus  $l$  tähendab keha paksust ja  $t - t_1$  pindade temperatuuride vahet. Katsekehad on tavaliselt nii suured, et nende pindala ületab kaugelt vaskplokkide pindala. Seepärast tähendab  $S$  valemis (2) väiksema läbimõõduga alumise ploki pindala. Meil kasutataval riistal on  $S = 15,2 \text{ cm}^2$ .

Vase hea soojusejuhtivuse tõttu on plokkide temperatuuride vahe võrdne temperatuuride vahega katsekeha pindadel ja katsel esinevate temperatuuride piirkonnas on temperatuuride vahe võrdeline galvanomeetri hälbega  $N$ . Seepärast võime kirjutada

$$t - t_1 = aN, \quad (3)$$

kus  $a$  on termoelemendist ja galvanomeetrist sõltuv konstant. Selle põhjal võime seose (2) kirjutada kujul

$$\Delta Q = \lambda S \frac{aN}{l} \Delta\tau. \quad (4)$$

Läbi katsekeha voolanud soojushulk tõstab alumise vaskploki temperatuuri  $\Delta t_1$  võrra. Jättes arvestamata hea isolatsiooni tõttu väikese soojuskao, võime oletada, et kogu soojushulk läks alumise ploki temperatuuri tõstmiseks. Seega

$$\Delta Q = cM\Delta t_1, \quad (5)$$

kus  $c$  on alumise ploki aine (vase) erisoojus ja  $M$  mass. Arvutades temperatuuri tõusu ümber galvanomeetri lugemile, saame  $\Delta t_1 = a\Delta N$ , mille asendame võrrandisse (5). Siis

$$\Delta Q = cMa\Delta N. \quad (6)$$

Et seosed (4) ja (6) tähendavad samu soojushulki, siis võrdub ühe ploki poolt äraantud soojushulk teise ploki juurdesaadud soojushulgaga ja võime kirjutada

$$-cMa\Delta N = \lambda SaN \frac{\Delta\tau}{l}, \text{ millest}$$

$$-cM\Delta N = \lambda SN \frac{\Delta\tau}{l}. \quad (7)$$

Üle minnes lõpmata väikestele vahemikkudele saame võrrandi

$$-cMdN = \lambda S \frac{N}{l} d\tau, \quad (7-a)$$

mille integreerimine annab

$$\ln \frac{N_0}{N} = \frac{\lambda S}{cMl} \tau \quad (8)$$

või kasutades kümnendlogaritme

$$\log N = \log N_0 - \frac{\lambda S \tau}{2,303 cMl} \quad (8-a)$$

Seos (8-a) kujutab sirget teljestikus  $\log N$  ja  $\tau$ , mille tõus on

$$m = -\frac{\lambda S}{2,303 cMl} \quad (9)$$

Teades sirge tõusu  $m$  saame arvutada seosest (9) soojuse erijuhuvuse

$$\lambda = -\frac{2,303 cMlm}{S}, \quad (10)$$

või, arvestades meie aparaaadi konstante,

$$\lambda = 5,67lm, \quad (10-a)$$

kusjuures miinusmärk pole oluline, kuna meid huvitab soojuse erijuhuvuse absoluutne suurus.

Kandes graafikule vastavad lugemid teljestikus  $\log N = y$  ja  $\tau = x$ , võime mõõta sirge tõusu ka graafikult ning selle abil arvutada  $\lambda$ . Eriti lihtsaks osutub töö pool-logaritmilist paberit kasutades. Logaritmide otsimist saame vältida ka sellega, kui kandes graafikule üksikutele ajamomentidele  $\tau$  vastavad galvanomeetri hälbed  $N$  (mitte nende logaritmid). Siis on pindala, mida piiravad  $\tau$  telg, kõver, alg- ja lõppordinaat, võrdne valemiga (7-a) paremal pool esineva  $N d\tau$  integraaliga. Galvanomeetri lugemite vahe aja alg- ja lõppmomentidel on samas valemis vasakul esineva  $dN$  integraali väärtus. Mõõtnud graafikult pindala ja vastavate galvanomeetri hälvete vahe ning asetades need valemisse (7-a), võime samuti arvutada  $\lambda$ . Tulemuse täpsus sõltub sel juhul ka graafiku joonestamise täpsusest.

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Mitu korda on  $\lambda$  tehniline mõõtühik kcal/kraad·m·tund suurem füüsikas kasutatavast mõõtühikust cal/kraad·cm·sek?
2. Miks on meetod rakendatav ainult plaaditaoliste kehade puhul?
3. Millised raskused tekivad riista kasutamisel heade soojusjuhtide soojuse erijuhuvuse mõõtmisel?

4. Miks katsekeha ja ploki vahele jäänud õhukiht mõjustab tunduvalt mõõtmistulemusi?

5. Mille poolest erinevad galvanomeetri hälbed sulava lume ja keeva vee kasutamisel?

### 38. KUNDT'I TORU.

#### 1. Töövahendid.

Kundt'i toru, lapp varva hõõrumiseks, mõõtjoonel, termomeeter, 2 kummitoru gaasi juhtimiseks ja gaasipõleti.

#### 2. Tööülesanne.

a) Seisvate häälelainete tekitamine ning neile vastavate võnkesageduste määramine.

b) Hääle levimiskiiruse määramine valgustusgaasis.

c) Hääle levimiskiiruse määramine varvas.

d) Varva elastsusmooduli määramine.

e)  $c_p$  ja  $c_v$  suhte määramine.

#### 3. Töökäik.

a) Laine levimiskiirus  $v$ , lainepikkus  $\lambda$  ja võnkesagedus  $n$  on seotud valemiga

$$v = n\lambda. \quad (1)$$

Laine levimisel ühest keskkonnast teise ei muutu laine võnkesagedus, küll aga levimiskiirus ja lainepikkus. Seega kahe erineva keskkonna kohta võime kirjutada

$v = \lambda n$  ja  $v_1 = \lambda_1 n$ , millest

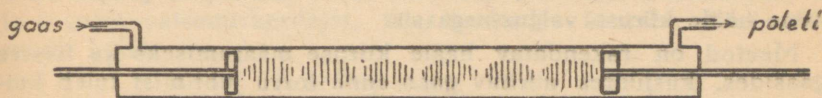
$$\frac{v}{v_1} = \frac{\lambda}{\lambda_1}. \quad (2)$$

Lähtudes seosest (2) on võimalik määrata hääle levimiskiirust mitmesuguseis aineis Kundt'i toruga.

Kundt'i toru peamise osa moodustab ca 1 m pikkune 3–5-cm-se läbimõõduga klaastoru. Ühes toru otsas on piki toru edasi-tagasi nihutatav kork ja teises otsas heliallikaks kasutatav varb. Varb on kinnitatud kas keskelt või  $\frac{1}{4}$  ja  $\frac{3}{4}$  kauguselt otsast. Varba niiske lapiga hõõrudes tekib varvas suure sagedusega pikivõnkumine,

mida kuuleme kõrge helina. Varva torus asetsevas otsas olev õhuke korgitükk paneb ka torus õhu võnkuma. Tekitatud hääleained peegelduvad toru teises otsas asuvalt korgilt ning interfereeruvad tagasiteel uute varvalt väljuvate lainetega. Torus tekitavad seisvad lained, kui korkide vahekaugus on võrdne  $(m + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2}$ , kus  $m$  on täisarv.

Tekkinud seisvate lainete nähtavaks tegemiseks kasutame toru põhja riputatud lükopoodiumi või peent korgipuru, mis laine sõlmedes jääb paigale, paisukohtades aga elavalt liigub.



Joon. 45. Kundt'i toru pealtvaates.

Katse teostamiseks peame kasutama täiesti kuiva toru ja puru. Puru tuleb kasutada võimalikult vähe, kuna siis on sõlmede ja paisude asukohad teravamalt määratavad. Puru on soovitatav mitte toru põhja jätta, vaid toru pööramisega veidi küljele viia, kust ta siis lainete mõjul paisu kohtades põhjale langeb.

Kui heli tekitamiseks kasutatav varb on klaasist või metallist, siis hakkab ta hõlpsasti võnkuma piiritusega niisutatud vatiga pikuti hõõrudes. Puit-, aga samuti metallvarva hõõrumiseks võib kasutada kampiliga määritud lappi.

Seisvate lainete saamiseks muudame õhusamba pikkust torus asetseva korgi nihutamise, kuni paisudes puru liikumine on maksimaalse intensiivsusega. Lainepikkuse mõõtmiseks on parem kasutada sõlmi kui paise, sest sõlmede asukohad on teravamini määratavad. Katset kordame erinevail õhusammaste pikkusil ja mõõdame iga kord kahe teineteisest võimalikult kaugel oleva, selgesti kindlaksmääratava sõlme vahelise kauguse mm täpsusega, millest arvutame lainepikkuse  $\lambda$ . (Iga mõõtmise vahel puru kuhjumised hävitada!)

Heli võnkesageduse määramiseks arvutame katse tingimustele vastava hääle kiiruse. Hääle kiiruse olenevust õhutemperatuurist annab järgmine seos:

$$v_t = 33100 \sqrt{1 + 0,004 t} \text{ cm/sek,} \quad (3)$$

kus  $t$  on õhutemperatuur  $C^0$  ja 0,004 on niiske õhu paisumiskordaja. Mõõtes temperatuuri arvutame  $v_t$  ja torus tehtud mõõtmistest arvutame  $\lambda$  ning valemi (1) põhjal võnkesageduse  $n$ .

b) Hääle kiiruse määramine valgustusgaasis. Juhime vastavate kraanide kaudu valgustusgaasi läbi Kundt'i toru. Gaasi aeglane voolamine torus ei mõjuta mõõtmisi. Et gaas ei rikuks õhku, asetame väljavoolu kraani otsa gaasipõleti. Ootame natuke aega, kuni gaas on tõrjunud torust kõik õhu, siis teostame katse nagu õhuski, mõõtes sõlmpunktide-vahelised kaugused ning arvutades lainepikkuse  $\lambda_1$ .

Et heli võnkesagedus on endine, sõlmede-vaheline kaugus võrreldes õhuga aga suurem, siis järeldame sellest hääle suuremat levimiskiirust valgustusgaasis kui õhus. Seose (2) põhjal arvutame hääle kiiruse valgustusgaasis.

Meetod on rakendatav hääle kiiruse määramiseks ka teistes gaasides, kusjuures uuritav gaas enne toru juhtimist tuleb kuivatada kas läbi kontsentreeritud väävelhappe või klooralkaliumiga täidetud toru voolata lastes.

c) Hääle kiiruse määramine varvas. Keskelt kinnitatud võnkuval varval tekivad otstes paisud ja kinnituskohas sõlmpunkt. Seega varva kogupikkus vastab hääle poolaine pikkusele varvas. Kinnitatud  $\frac{1}{4}$  ja  $\frac{3}{4}$  kaugusel otsast on varva pikkus võrdne terve lainepikkusega.

Kasutades seost (1) arvutame hääle kiiruse varvas.

d) Varva elastsusmooduli määramine. Hääle kiirus tahkes kehas sõltub keha elastsusmoodulist  $E$  ja tihedusest  $\rho$  järgmise Newtoni poolt 1686. a. esitatud valemiga:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \text{ millest}$$

$$E = v^2 \rho. \quad (4)$$

Mõõtes  $v$  cm/sek ja  $\rho$  g/cm<sup>3</sup>, saame  $E$  düün/cm<sup>2</sup>. Ümberarvutuseks tehnilisse ühikusse peame meeles, et 1 kG/mm<sup>2</sup> = 0,981 · 10<sup>8</sup> düün/cm<sup>2</sup>.

e) Gaasi erisoojuste  $c_p$  ja  $c_v$  suhte määramine. Valem (4) on kehtiv ka gaaside kohta, kusjuures elastsusmooduli asendab gaasi rõhk  $p$ .

Hääle lainete poolt tekitatud rõhu muutused tekitavad aga gaasis ka temperatuuri muutusi. Tekkinud temperatuuri vahed ei tasandu võngete suure sageduse tõttu ja meil pole tegemist mitte isotermse, vaid adiabaatse protsessiga, kus rõhu  $p$  asemel tuleb võtta  $\kappa p$ . See on ka mõistetav, kuna temperatuuri tõus

suurendab rõhku. Seega valemile (4) analoogiline valem gaaside kohta (Laplace, 1816) on järgmine:

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p}{\rho}}. \quad (5)$$

Valem (5) võimaldab Kundt'i torus määratud hääle kiiruse  $v$  kaudu arvutada ka uuritava gaasi erisoojuste suhte  $c_p/c_v = \kappa$ .

Tähendagu  $v$ ,  $\rho$  ja  $p$  vastavalt hääle kiirust, gaasi tihedust ja rõhku temperatuuril  $t$ ;  $p_0$  normaalrõhku 760 mmHg ning  $\rho_0$  tihedust normaaltingimustel, s. o. 0°C ning 760 mmHg rõhu juures, ja  $\alpha$  gaasi paisumiskordajat, siis, kasutades ideaalse gaasi võrrandit kujul

$$\frac{p}{\rho} = \frac{p_0}{\rho_0} (1 + \alpha t),$$

saame asendades valemisse (5)

$$v = \sqrt{\frac{\kappa p_0 (1 + \alpha t)}{\rho_0}},$$

millest leiame

$$\kappa = \frac{v^2 \rho_0}{p_0 (1 + \alpha t)}.$$

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Kas ja kuidas on võimalik Kundt'i toruga määrata hääle kiirust vedelikus?
2. Millise heli annab varb ristvõnkumisel, võrreldes pikivõnkumise heliga?
3. Millistes toru kohtades on rõhu muutus maksimaalne?

## IV. OPTIKA.

### 39. SFÄÄRILINE JA KROMAATILINE ABERRATSIOON.

#### 1. Töövahendid.

Optiline pink koos valgusallika (kujutist andev ese), ekraani ja läätsehoidjaga, kumerlääts vahetatavate diafragmadega ja värvi-filtrid.

#### 2. Tööülesanne.

Määrata kumerläätses sfääriline ja kromaatiline aberratsioon.

#### 3. Töökäik.

Kõik kumerläätses optilisele teljele paralleelsed kiired ei koonu pärast murdumist läätses ühte punkti.

Nähtust nimetatakse sfääriliseks aberratsiooniks, kui läätses eri tsoone läbivad kiired koonduvad erinevadesse punktidesse, ja kromaatiliseks aberratsiooniks, kui läätses sama tsooni läbivad eri värvi kiired koonduvad eri punktidesse.

Nähtuse uurimiseks võime kasutada Füüsika praktikum I lk. 84 kirjeldatud menetlust ja valemit:

$$f = \frac{ak}{a+k}, \quad (1)$$

kus  $a$  tähendab eseme ja  $k$  kujutise kaugust läätsesest.

Et siin tuleb toimetada hulk samalaadseid mõõtmisi, siis on sobivam kasutada Bessel'i poolt antud läätses tulipunkti kauguse määramise meetodit ja valemit

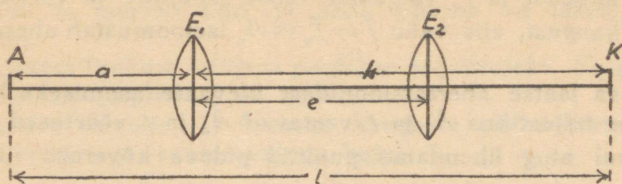
$$f = \frac{l^2 - e^2}{4l} \quad (2)$$

kujul

$$4f = l - \frac{e^2}{l}, \quad (3)$$

kus  $l$  tähendab ekraani ja eseme vahelist kaugust, mille hoiaime kogu aja konstantsena, ning  $e$  läätses kahe asendi vahet, kus kujutis üks kord on suurendatud ja teine kord vähendatud (joon. 46).

Läätse asendid suurendatud ja vähendatud kujutise tekitamisel on sümmeetrilised. Jooniselt 46 näeme, et  $a+k=l$ ,  $k=\frac{l+e}{2}$

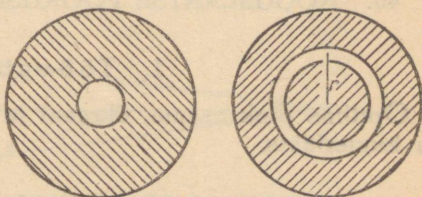


Joon. 46. Läätse asendid.

ja  $a = \frac{l-e}{2}$ . Asetades need suurused valemisse (1) saamegi valemi (2).

Kauguse  $l$  valime umbes  $5f$ . Kaugusest  $l$  tuleb lahutada läätse peapindade vaheline kaugus  $b$ . Kaksikkumerläätse puhul on  $b = \frac{n-1}{n}d$ , kus  $n$  on klaasi murdumisnäifaja ja  $d$  läätse paksus. Tavalisel klaasläätsel on  $n = 1.5$ .

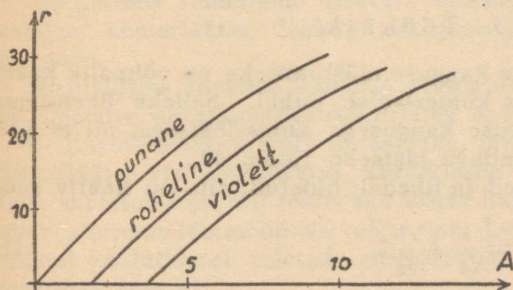
Läätse eri tsoonide fookuse kauguse uurimiseks kasutame joonisel 47 kujutatud mustast paberist diafragmasid, mille valgust läbilaskva tsooni raadiuse  $r$  mõõdame 0,5-mm-se



Joon. 47. Diafragmad.

täpsusega. Diafragmad asetame järjekorras läätse ette ja määrame iga kord läätse asendi terava kujutise puhul asendeis  $E_1$  ja  $E_2$  vähemalt kuuel korral. Andmed kanname tabelisse.

Kromaatilise aberratsiooni uurimisel asetame valgusallika ette veel vastava vär-



Joon. 48. Kromaatiline ja sfääriline aberratsioon.

vusega (punane, kollane, roheline, sinine, violett) filtrid ja korraldame kogu katse kirjeldatud viisil.

Tähistagu  $f$  lääitse tsentraalset tsooni läbivate punaste kiirte fookuse kaugust ja  $f_n$  vastavalt teiste tsoonide ja värvide puhul fookuse kaugust, siis vahe  $f - f_n = A_n$  iseloomustab aberratsiooni suurust.

Uuritava lääitse aberratsioonidest ülevaate saamiseks kanname graafikule teljestikus  $A$  ja  $r$  vastavad  $A_n$  ja  $r$  väärtused eri värvide puhul ning ühendame punktid pideva kõveraga (joon. 48).

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Miks lahutame eseme ja ekraani vahelisest kaugusest lääitse peapindade vahelise kauguse?

2. Kuidas kõrvaldatakse sfäärilist ja kuidas kromaatilist aberratsiooni?

3. Kuidas mõjub diafragma ava suurus mõõtmise täpsusele?

#### 40. NÕGUSLÄÄTSE FOOKUSE KAUGUSE MÄÄRAMINE.

##### 1. Töövahendid.

Optiline pink eseme, ekraani ja lääitsehoidjaga. Uuritav nõgus- ja kumerlääts.

##### 2. Tööülesanne.

Määrata nõguslääitse fookuse kaugus ja tugevus dioptriates!

##### 3. Töökäik.

a) Nõguslääitse fookuse kauguse määramiseks on võimalik kasutada sama meetodit mis kumerlääitse puhul. Selleks ühendame nõguslääitse lühema fookuse kaugusega kumerlääitsega, nii et nad koos mõjuksid kiiri koondava läätsena (joon. 49).

Kui läätsed on õhukesed ja tihedalt liidetud, siis on kehtiv seos

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_n} + \frac{1}{f_k}, \quad (1)$$

kus  $f$  tähendab liidetud läätsede fookuse kaugust,  $f_n$  nõguslääitse ja  $f_k$  kumerlääitse fookuse kaugust.

Läätse „tugevust“ mõõdetakse dioptriatega ( $D$ ), mis on fookuse kauguse pöördväärtus  $\left[D = \frac{1}{f}\right]$ , kui fookuse kaugus  $f$  on mõõdetud meetrites. Mida lühem on läätse fookuse kaugus, seda tugevamini ta murrab kiiri ja seda suurem on läätse tugevus dioptriates.

Nõgusläätse fookuse kaugust peetakse negatiivseks. Seega nõgusläätse tugevus dioptriates on negatiivne.

Asendades valemis (1) fookuse kauguste pöördväärtused vastavate dioptriatega, saame valemi kujul

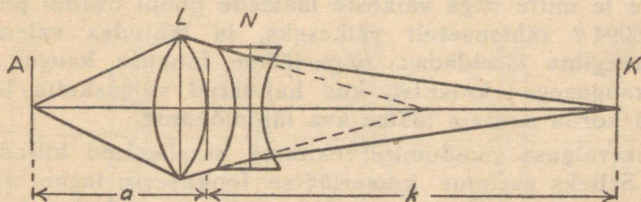
$$D = D_n + D_k, \quad (2)$$

kus  $D_k > D$ , millest järgneb, et

$$D_n = D - D_k < 0.$$

Aberratsiooni vältimiseks kasutame mõõtmisel ainult läätse tsentrit ja varjame ääred.

Läätsede liitmiseks võib kasutada näiteks vaha, mis sulatatult määratakse läätse servadele.



Joon. 49. Nõgusläätse fookuse kauguse määramine kumerläätsesega.

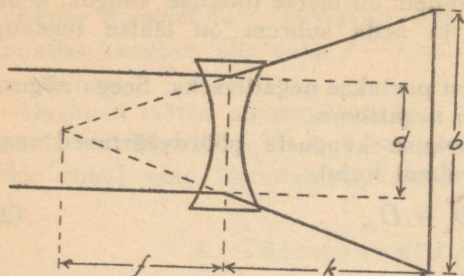
Mõõtmised toimetame Bessel'i meetodil (vt. § 39), määrates esialgu kumerläätse fookuse kauguse ja siis süsteemi fookuse kauguse.

Nõgusläätse fookuse kauguse arvutamiseks kasutame seost (1) ja tugevuse arvutamiseks dioptriates seost (2).

b) Kasutamisel osutub lihtsamaks järgmine meetod. Asetame nõgusläätse risti paralleelse kiirtekimbu tee (joon. 50). Läätse taha asetatud ekraanil tekib siis kiirte hajumise tõttu läätse avast suurema läbimõõduga valgusring. Joonisest 50 saame geometrilistel kaalutlustel tuletada nõgusläätse fookuse kauguse  $f$  arvutamiseks valemi

$$f = \frac{kd}{d - b}, \quad (3)$$

kus  $k$  tähendab lääitse kaugust ekraanist,  $d$  lääitse ava läbimõõtu ja  $b$  valgusringi läbimõõtu.



Joon. 50. Nõguslääitse fookuse kauguse määramine paralleelsete kiirtega.

Tegelikuks mõõtmiseks võime kasutada päikesevalgust, sest tema kiired on praktiliselt täiesti paralleelsed. Päike pole aga valguspunkt, vaid evib küllaltki suurt näivat läbimõõtu, mille tõttu ekraanil mõõdetav valgusring on suurem kui ühest punktist väljunud kiirte puhul.

Täpseks arvutuseks sobib siis valem

$$f = \frac{kd}{d - b + 0,0094k}$$

Tugevate ja mitte väga väikeste läätsede puhul osutub parandusliige  $0,0094k$  tähtsusetult väikeseks, ja lähtudes valemist (3) võime reeglina järeldada: nõguslääitse fookuse kaugus võrdub lääitse kaugusega ekraanist, kus hajutatud valgusketta läbimõõt on kaks korda suurem lääitse ava läbimõõdust.

Päikesevalguse puudumisel tekitame paralleelsed kiired kunstlikult. Selleks asetame kumerlääitse fookusesse tagant valgustatava ümmarguse väikese ava, mis vastab siis punktikujulisele valgusallikale. Kiirte paralleelsust kontrollime ekraani nihutamisega, kusjuures lääitse läbinud kiirtekimbu läbimõõt peab olema võrdne kumerlääitse avaga ja olenematu ekraani kaugusest läätselt.

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Miks peavad läätsed olema tihedalt liidetud?
2. Kas on võimalik nõguslääitse fookuse kaugust määrata eseme ja ebakujutise suuruse suhtest?
3. Tuletada valem (3)!

# 41. LÄÄTSEDE SÜSTEEMI FOOKUSE KAUGUSE JA PEAPINDADE MÄÄRAMINE.

## 1. Töövahendid.

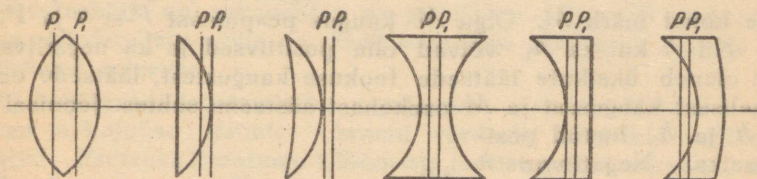
Optiline pink eseme, ekraani ja läätschoidjaga, uuritav läätsede süsteem ning mm-jaotistega mõõtjoonel.

## 2. Tööülesanne.

Määrata läätsede süsteemi fookuse kaugus ja peapindade asendid.

## 3. Töökäik.

a) Läätsede süsteemi, näiteks objektiivivi, samuti ka paksu-üksikläätsel puhul, millel on kaks kumerpinda, ei ole fookuse kaugus arvutatav eseme ja kujutise kaugusest, kuna need kaugused tuleb mõõta süsteemi peapindadest, millede asukohad on aga esialgu teadmata.



Joon. 51. Läätsede peapindade asukohad  $P$  ja  $P_1$ .

Niisugusel juhul kasutame Abbe' meetodit, mis võimaldab kujutise suurusest, võrreldes esemega, arvutada fookuse kauguse  $f$ -i ja peapindade  $P$  ja  $P_1$  asukohad.

Tähistame  $\gamma$ -ga kujutise ja eseme suuruste suhte ehk lineaarse suurenduse. Kasutades suurendust  $\gamma$  võime teisendada kumerläätsel fookuse kauguse määramise valemi

$$f = \frac{ak}{a+k}, \quad (1)$$

kus  $a$  ja  $k$  tähendavad vastavalt eseme ja kujutise kaugusi läätsel, järgmiselt. Tähenagu joonisel 52  $AA_1$  eset,  $KK_1$  kujutist

ja  $LL_1$  läätse, siis võime kolmnurkade  $AA_1L_1$  ja  $KK_1L_1$  sarnasuse põhjal kirjutada

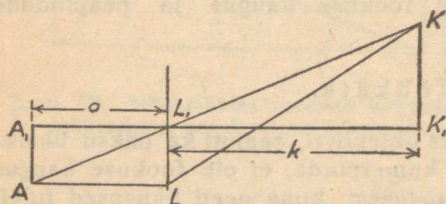
$$\frac{k}{a} = \frac{KK_1}{AA_1} = \gamma,$$

millest  $k = a\gamma$ . Asendades  $k$  valemisse (1), saame

$$f = \frac{a^2\gamma}{a + a\gamma} = \frac{a\gamma}{1 + \gamma}, \quad (2)$$

millest

$$a = f\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right). \quad (3)$$

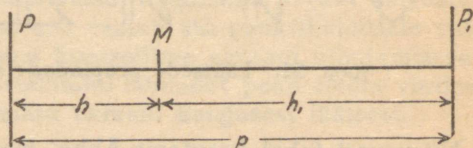


Joon. 52. Seos kujulise suuruse kauguse vahel.

Seosed (2) ja (3) on kehtivad ka läätsede süsteemi puhul, kuid siis pole  $a$  otsest mõõdetav.

Asetame süsteemi läätsehoidjale, mis on vertikaaltele ümber  $180^\circ$  võrra pööratav. Asukoha märkimiseks optilisel pingil on pöörde-

telje kohal märk  $M$ . Olgu  $M$  kaugus peapinnast  $P$ -st  $h$  ja  $P_1$ -st  $h_1$ . Nii  $h$  kui ka  $h_1$  võivad olla positiivsed ja ka negatiivsed. See oleneb üksikute läätsede fookuse kaugustest, läätsede omavahelisest kaugusest ja  $M$  asukohast süsteemi suhtes. Joonisel 53 on  $h$  ja  $h_1$  loetud positiivseiks. Negatiivne  $h$  või  $h_1$  tähendaks vastavalt peapinna  $P$  või  $P_1$  asumist märgist  $M$  paremal või vasemal. Tähistame  $x$ -ga eseme kauguse märgist  $M$ . Kui  $P$  on eseme poole pööratud peapind ja eseme kaugus sellest peapinnast on  $a$ , siis on



Joon. 53. Peapindade asukohtade määramine.

$$x = a + h. \quad (4-a)$$

Pöörame süsteemi  $180^\circ$  võrra, siis vahetuvad peapindade asukohad ja

$$x = a_1 + h_1, \quad (4-b)$$

kus  $a_1$  tähendab nüüd eseme poole pööratud peapinna  $P_1$  kau-

gust esemest. Peapindade omavaheline kaugus on, nagu jooniselt 53 näeme,

$$p = h + h_1. \quad (5)$$

Võrrandist (3) ja kauguste definitsioonidest (4-a) ja (4-b) järgneb

$$x = f \left( 1 + \frac{1}{\gamma} \right) + h \quad (6-a)$$

ja

$$x = f \left( 1 + \frac{1}{\gamma'} \right) + h_1. \quad (6-b)$$

Seosed (6-a) ja (6-b) kujutavad võrrandeid kahe tundmatuga vastavalt  $f, h$  ja  $f, h_1$ . Neid võime lahendada, kui määrame kaks väärtuste paari vastavalt  $x_1, \gamma_1; x_2, \gamma_2$  või  $x_1, \gamma'_1; x_2, \gamma'_2$ . Siis saame võrrandest (6-a) ja (6-b) vastavalt  $h$  ja  $h_1$  elimineerides:

$$f = (x_2 - x_1) : \left( \frac{1}{\gamma_2} - \frac{1}{\gamma_1} \right) \quad (7-a) \quad \text{ja} \quad f = (x_2 - x_1) : \left( \frac{1}{\gamma'_2} - \frac{1}{\gamma'_1} \right). \quad (7-b)$$

Asetades leitud  $f$ -i väärtused seoseisse (6-a) ja (6-b) leiame peapindade asukohad märgi  $M$  suhtes ja seose (5) järgi peapindade-vahelise kauguse  $p$ .

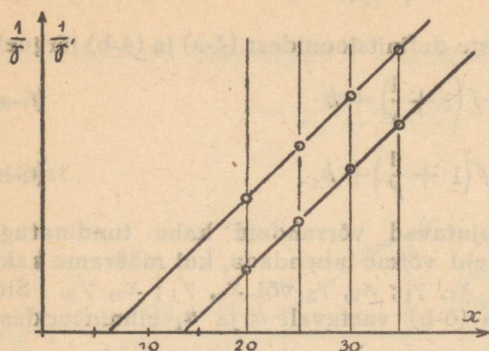
Arvutuskäik on rakendatav ka juhul, kui märgi  $M$  asukoht ei ühtu pöördeteljega. Siis on ainult a- ja b-ga tähistatud seosis  $x$ -i väärtused erinevad.

b) Mõõtmise teostamiseks reguleerime eseme, läätsede süsteemi ja kujutise otsimise ekraani võrdsele kõrgusele optilisest pingist. Esemeks kasutame 1/2-cm-ste jaotistega klaasskaalat, mida valgustame tagant. Skaala ja ekraan asuvad risti optilise pingiga täpselt oma lugemimärkide kohal.

Asetame eseme jaotisele 0 ja läätsede süsteemi lugemimärgi  $M$  jaotisele  $x$  ning otsime ekraani asukoha, kus kujutis on teravaim. Suurenduse  $\gamma$  määramiseks mõõdame esemeskaala kujutise kahe teineteisest võimalikult kaugelasuva joone vahe-ekraanil mm-jaotistega mõõtjooneliga 0,1-mm-se täpsusega. Täpsuse suurendamiseks kordame mõõtmist 5 korda, iga kord uuesti teravustades. Pöörame süsteemi  $180^\circ$  ja kordame mõõtmist kirjeldatud viisil. Kui peapinnad ei asu võrdsele kaugusel pöördeteljest, siis on ka  $\gamma$  väärtus mõlemas asendis erinev. Mõõtmist kordame erinevail  $x$ -i väärtusil võrdsete vahemaade järel. Andmed kanname tabelisse, mis on antud töö kirjelduse lõpus.

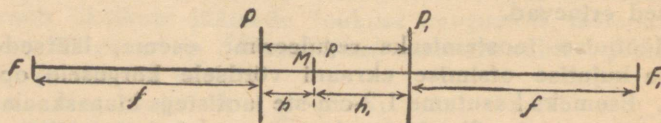
Mõõdetud suuruste paaridest võime paarikaupa kombineerides arvutada  $f$  ja teised otsitavad.

Suurema täpsuse saavutamiseks, kui kanname andmed graafikule teljestikus  $x$  ja  $\frac{1}{\gamma}$  (joon. 54), kus nad peavad asuma seose (6-a)



Joon. 54. Suurenduse olenevus eseme kaugusest.

seade süsteemist skitsi, kuhu märgime peapindade  $P, P_1$ , märgi  $M$  ja fookuste  $F, F_1$  asukohad (joon. 55).



Joon. 55. Läätsede süsteemi skits.

Tabelid vaatlusandmete rakendamiseks.

Üksikmõõtmine  $x_1 = \dots$

Mõõtmistulemuste kokkuvõte.

Vaatluse nr.	Asend ... cm vastab	Asend (') ... cm vastab
1		
...		
5		

$x$	$\gamma$	$\frac{1}{\gamma}$	$\gamma'$	$\frac{1}{\gamma'}$
$x_1$				
...				
$x_n$				

Keskmine

#### 4. Täiendvavaid küsimusi.

1. Kuidas konstrueerida kujulist peapindade abil?
2. Millised paremused on Abbe meetodil fookuse kauguse määramisel?
3. Kui suur on  $F$  ja  $F_1$  vaheline kaugus?
4. Kas peapinnad on tasandid?

#### 42. SPEKTROMEETER.

##### 1. Töövahendid.

Spektromeeter, valgusallikas, prisma ja tasaparalleelne klaasplaat koos kallutatava alusega.

##### 2. Tööülesanne.

Spektromeetri korrastamine mõõtmiseks:  
pikksilma teravustamine lõpmatusse;  
pilu reguleerimine kollimaatori läätse fookusesse;  
pikksilma vaatesuuna risti seadmine oma pöörlemisteljega;  
kollimaatori risti seadmine pikksilma pöörlemisteljega;  
pikksilma vertikaalniidi ja pilu paralleelseks seadmine spektromeetri pöörlemisteljega.

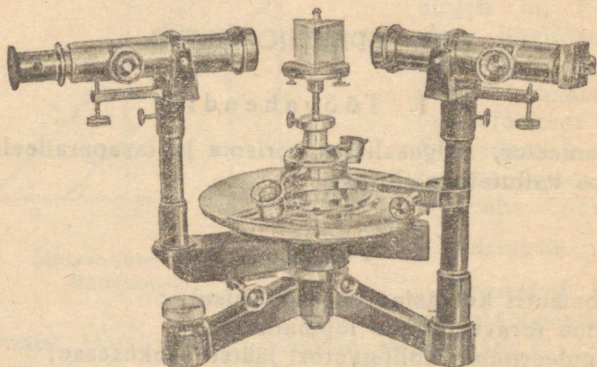
##### 3. Töökäik.

a) Et spektromeetrit kasutada mõõtmiseks, peame ta vastavalt korda seadma. Spektromeetri pilu peab asuma kollimaatori läätse fookuse tasapinnas, et kollimaatorist väljunud kiired oleksid paralleelsed. Pikksilm peab olema teravustatud lõpmatusse kollimaatorist väljuva paralleelse kiirtekimbu vaatlemiseks. Samal ajal peab pikksilma okulaari niitrist olema teravasti näha. Täpseks nurkade mõõtmiseks peavad pikksilma ja kollimaatori vaatesuunad ning prisma aluslaud olema risti spektromeetri pöörlemisteljega ja pilu ning niitristi vertikaalniit sellega paralleelsed.

Korrastamist algame pikksilma teravustamisega lõpmatusse, kuna selle järgi on lihtsam pilu reguleerimine kollimaatori läätse fookusesse.

b) Pikksilma teravustamine lõpmatusse. Reguleerime okulaari välimise läätsega niitristi teravaks. Eemaldame pikksilma spektromeetrilt ja vaatleme läbi pikksilma mõnd kaugelt (prakti-

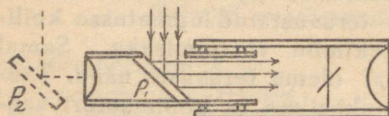
liselt lõpmatuses asuvat) eset. Reguleerime eseme kujutise teravaks, selleks okulaari tervikuna nihutades. Siis ongi pikksilm teravustatud lõpmatusse ja niitrist ning eseme kujutis peavad asuma ühes tasapinnas. Sel juhul ei tohi niitrist anda kauge eseme kujutise suhtes parallaksi, s. o. nihkuda teineteise suhtes, kui silma okulaari ees nihutada. Niiviisi reguleeritud pikksilma asetame endisele kohale spektromeetri külge tagasi.



Joon. 56. Spektromeeter.

Et vältida igakordset pikksilma eemaldamist lõpmatusse teravustamisel, on mõned spektromeetri pikksilmad varustatud Gauss'i okulaariga, mille esiläätse ja niitristi vahel asetseb  $45^\circ$  all kallutatud klaasplaat  $P_1$  (joon. 57), millele on võimalik okulaaris oleva külgava kaudu valgust juhtida, kust valgus peegeldub piki pikksilma toru objektiivi poole, valgustades seejuures ka niitristi. Kui okulaaris puudub

teesugune plaadike, siis võime ta lisada väljapoole lääts ( $P_2$ ) ja valgustada küljelt. Kui pikksilm on teravustatud lõpmatusse ja niitrist teravasti näha, siis asetseb niitrist objektiivi fookuses ja niitristist läbi objektiivi väljunud kiired on paralleelsed. Asetame spektromeetri



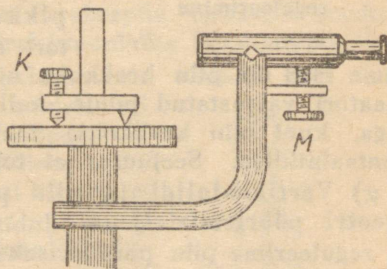
Joon. 57. Gauss'i okulaar.

prisma alusele tasase peegeldava pinna (näiteks prisma külgtahu) nii, et pikksilmast väljunud kiired peegelduksid pikksilma tagasi, siis koonduvad nad uuesti objektiivi fookuse tasapinda. Seega tekib niitristi tasapinnas ka niitristi kujutis. See kujutis on ainult siis terav ja niitristi suhtes parallaksivaba, kui

pikksilm on teravustatud lõpmatusse. Kui see nii ei ole, siis nihutame okulaari tervikuna niikaua, kuni niitrist ja tema peegeldunud kujutis on teravasti ning parallaksita näha.

c) Pilu reguleerimine kollimaatori läätse fookusesse. Kui pikksilm on teravustatud lõpmatusse, siis on lihtne reguleerida kollimaatori pilu läätse fookuse tasapinda. Selleks valgustame pilu ja vaatleme kollimaatorist väljunud kiiri pikksilmaga. Lõpmatusse teravustatud pikksilm annab terava kujutise ainult paralleelsest kiirtest. Kollimaatorist väljunud kiired on aga ainult siis paralleelsed, kui pilu asetseb kollimaatori läätse fookuses. Seega pilu õige asukoha tunnuseks on pilu terav kujutis lõpmatusse teravustatud pikksilmas. Meil tarvitseb pilu niikaua niutada, kuni kujutis muutub teravaks ega anna niitristi suhtes parallaksi.

d) Pikksilma vaatesuuna risti seadmine oma pöörlemisteljega. Selleks kasutame alusel kruviga,  $K$  kallutatavat täiesti tasaparalleelset klaasplaati  $P$  (joon. 58), mille asetame prisma alusele. Kasutades Gauss'i okulaari otsime plaadilt peegeldunud niitristi kujutise pikk-silmas ja kallutame plaati kruvi  $K$  abil, kuni niitristi kujutis ühtub oma peegeldunud kujutisega. Pöörame pikksilma  $180^\circ$ , siis niitristi kujutis ei ühtu enam oma peeglipildiga, kui pikksilm pole risti ja plaat paralleelne pöörlemisteljega.

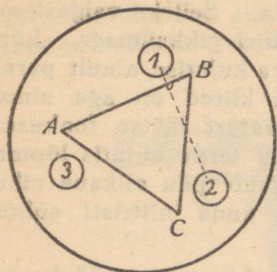


Joon. 58. Klaasplaadi kasutamine pikksilma risti seadmiseks pöörlemisteljega.

Viime kujutised kattumiseni, kaotades poole erinevust plaadi kruvi  $K$  keeramisega ja teise poole pikksilma asendi muutmiselega kruvi  $M$  keeramisega. Pöörame pikksilma uuesti  $180^\circ$  esialgsesse asendisse tagasi ja viime kujutised kattumiseni, tehes endisel viisil pool parandust plaadi kallutamise ja teise poole pikksilma kaldenurga muutmise. Menetlust kordame, kuni  $180^\circ$  pöörde puhul kujutised mõlemas asendis kattuvad. Siis on pikksilma vaatesuund risti pöörlemisteljega.

e) Prisma aluslaua risti seadmine pikksilma pöörlemisteljega. Prisma aluslaua asend on reguleeritav kolme kruviga. Aluslaua risti seadmiseks pikksilma pöörlemisteljega asetame prisma aluslauale nii, et ta üks tahk  $AB$  oleks risti kahe regu-

leerimiskruvi näiteks 1. ja 2. ühendusjoonega (joon. 59). Pöörame pikksilma risti tahuga  $AB$  ja viime niitristi kujutise kattumisele tahult peegeldunud niitristi kujutisega, parandades pool erinevust kruviga 1 ja teise poole kruviga 2.



Joon 59. Prisma aluse reguleerimine.

Seejuures ei tohi muuta pikksilma asendit. Kui kujutised kattuvad, on tahk  $AB$  risti pikksilma vaatesuunaga. Edasi pöörame pikksilma nii, et prisma mingilt teiselt tahult, näiteks  $BC$ -lt, peegeldub niitristi kujutis pikksilma. Kujutised viime kattumisele ainult kruvi 3 keeramisega. Seejuures jääb tahu  $AB$  tasapind endiseks, kuna pöördumine toimub tasapinna ristjoone ümber. Sel viisil olemegi prisma aluslaua seadnud risti pikksilma pöörlemisteljega.

f) Kollimaatori risti seadmine pikksilma pöörlemisteljega. Kollimaatori suuna täpseks määramiseks klee-

bime risti üle pilu keskkoha niidi. Juhime pikksilma otse kollimaatori valgustatud pilule, kallutame kollimaatorit vastava kruviga, kuni pilu keskkoha tähistav niit ühtub pikksilma horisontaalniidiga. Seejuures ei tohi pikksilma kaldenurka muuta.

g) Vertikaalniidi ja pilu paralleelseks seadmine spektromeetri pöörlemisteljega. Juhime pikksilma otse kollimaatorile ja reguleerime pilu paralleelseks vertikaalniidiga. Asetame nüüd prisma aluslauale pöörlemisteljega paralleelse ja kollimaatorist tulevatele kiirtele umbes  $45^\circ$  all peegeldava klaaspinna ning juhime pikksilma klaasi pinnalt peegeldunud pilu kujutisele. Kui pilu ja niitristi kujutised pole enam paralleelsed, siis keerame nad paralleelseks, tehes pool parandust pilu pööramisega ja teise poole niitristi pööramisega. Seega oleme pikksilma vertikaalniidi ja pilu seadnud paralleelseks spektromeetri pöörlemisteljega.

## 43. VALGUSE LAINEPİKKUSE MÄÄRAMINE DIFRAKTSIOONIVÕREGA.

### 1. Töövahendid.

Spektromeeter, difraktsioonivõre, gaasipõleti Na-leek ja mõõtemikroskoop.

## 2. Tööülesanne.

Määrata Na-leegi D-joone lainepikkus!

## 3. Töökäik.

Valgus levimisel, kohates takistusi, paindub kõrvale sirgjoonelisest teest. Seda nähtust nimetatakse difraktsiooniks. Difraktsioon tuleb ilmsiks eriti pilude ja tõkete juures, mille laius palju ei ületa valguse lainepikkust. Praktelist rakendust omab valguse difraktsiooninähtus rea kõrvuti asuvate võrdse laiusega pilude ehk nn. difraktsioonivõre läbimisel. Difraktsioonivõre osutub sobivaks vahendiks valguse lainepikkuse määramisel.

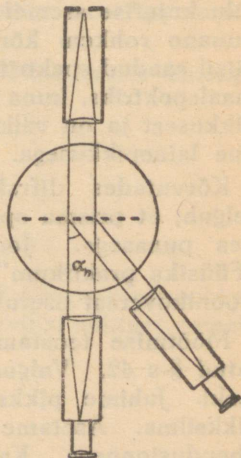
Võre koosneb hulgast kitsastest paralleelsetest, teemandiga klaasile kriimustatud joontest. Kriimustatud kohad on matid ega lase valgust läbi, kuna kriimustamata kohti läbib valgus ja nad moodustavad pilud. Kaugust pilu ühest servast naaberpilu samapoolse servani või üldiselt kahe naaberpilu vastavate punktide vahelist kaugust nimetatakse difraktsioonivõre konstandiks  $d$ .

Asetame difraktsioonivõre spektromeetri alusele risti kolli-  
maatorist tulevatele paralleelsele kiirtele, nii et võre jooned on paralleelsed piluga, siis näeme pikksilmas võret otse läbinud kiirtest tekkinud pilu kujutise kõrval kummalgi pool veel rea nõrgema heledusega pilu kujutisi. Need kujutised tekivad valguse difraktsiooni tõttu võres ja asetsevad suundades, mis moodustavad võret otse läbinud kiirtega nurki  $\alpha_n$ , mis on määratud järgmise valemiga:

$$\sin \alpha_n = \frac{n\lambda}{d}, \quad (1)$$

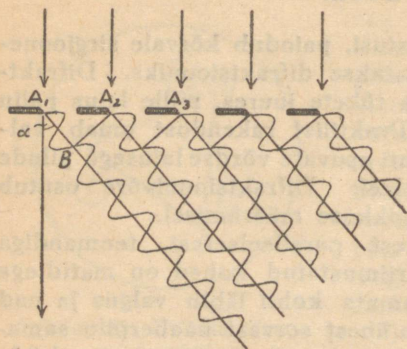
kus  $d$  tähendab võrekonstanti,  $\lambda$  kasutatava valguse lainepikkust ja  $n$  pilu kujutise järjekorra numbrit, kui lugeda keskmise pilu kujutise järjekorra numbrit nulliks.

Valemi tuletamiseks vaatleme võrele risti langeva paralleelse kiirtekimbu paindumist võre läbimisel. Rakendades Huygens'i printsiipi (joon. 61) näeme, et suundades, milles naaberpilude vastavate kiirte käiguvahe on  $\lambda$ ,  $2\lambda$ ,  $3\lambda$ , üldiselt täisarv korda lainepikkusi, toimub kõikidest piludest läbinud kiirte



Joon. 60. Valguse lainepikkuse määramine difr.-võrega.

võnkumine samas faasis, andes seega nendes suundades maksimaalse heleduse. Jälgides täisnurkset kolmnurka  $A_1A_2B$  võime kirjutada geomeetristest kaalutlustest seose (1), sest kaatet  $A_1B = \lambda$ ;  $2\lambda$  jne., kuna hüpotenuus  $A_1A_2 = d$  ja nurk  $A_1A_2B = \alpha$ .



Joon. 61. Valguse difraktsioon võre läbimisel.

Seosest (1) ja joonisest (61) näeme, et nurk  $\alpha$  on seda suurem, mida suurem on kasutatav lainepikkus  $\lambda$  ja mida väiksem on võrekonstant  $d$ . Vahepealsetes suundades toimunud valguse kustumine on seda täielikum, mida suurem on võre joonte arv, sest siis võime alati leida paarikaupa pilusid, milledest läbinud kiirte käiguvahe on täisarv korda  $\frac{1}{2}\lambda$ , mistõttu need kiired vastastikku hävivad.

Kasutades valget valgust saame kõrvalekaldunud kitsa pilu kujutise asemel laia spektri, mille violetne ots on vähem ja punane rohkem kõrvale kaldunud vastavalt lainepikkustele. Sel viisil saadud spektrit nimetatakse difraktsioonispektriks ja ka normaalspektriks, kuna värvide suhteline paigutus on ainult lainepikkusest ja on väikese kaldenurga puhul, kus  $\sin \alpha \approx \alpha$ , võrdeline lainepikkusega.

Kõrvutades difraktsioonivõre ja prisma tekitatud spektrid selgub, et prisma spektril on välja venitatud violetne osa võrreldes punasega. Joonistades vastavad dispersioonikõverad (vt. „Füüsika praktikum“ I, § 47) selgub, et erinevana prisma dispersioonikõverast osutub difraktsioonivõre dispersioonikõver sirgeks.

Mõõtmise teostamiseks korrastame spektrometri, nagu juhutatud §-s 42. Valgusallikaks kasutame gaasipõletit Na-ga värvitud leeki. Juhime pikksilma niitristi pilu kujutisele ja kinnistame pikksilma. Asetame võre aluslauale risti kahe reguleerimiskruvi ühendusjoonega. Kasutades Gauss'i okulaari pöörame aluslauda koos võreaga, kuni võrelt peegeldunud niitristi kujutise vertikaalniit ühtub otseselt nähtava niitristi kujutise vertikaalniidiga. Reguleerime kruvidega, mille ühendusjoonega on võre risti, võre kaldenurga nii, et ka horisontaalniidid ühtuvad. Siis on võre tasapind risti pikksilma ja kollimaatori vaatesuunaga. Pöörame pikksilma, kuni niitrist ühtub esimese difraktsioonjoonega. Juhul,

kui see pole küllalt selge, keerame k<sub>2</sub> mandat aluslaua reguleerimiskruvi, mis pöörab võret oma tasapinnas, kuni kujutis omandab maksimaalse selguse. Edasi reguleerime pilu laiuse nii, et Na-leegi kaks joont on selgesti eraldatavad.

Nüüd võime asuda kiirte kaldenurkade mõõtmisele. Juhime pikksilma niitristi esimesele, näiteks paremale kaldunud joone kujutisele ja loeme pikksilma asukoha mõlemalt noonituselt. Keerame pikksilma vasakult esimesele kõrvalekaldunud joonele ja loeme samuti pikksilma asukoha. Edasi mõõdame järjekorras vaheldumisi paremalt ja vasakult kõikide nähtavate joonte asukohad. Seejuures ei tohi võret liigutada.

Esimeste joonte vaheline nurk on  $2\alpha_1$  ja vastav võrrand on  $\lambda = d \sin \alpha_1$ . Teiste joonte vaheline nurk on  $2\alpha_2$  ja  $\lambda = \frac{d \sin \alpha_2}{2}$ ,

kolmandate joonte puhul  $\lambda = \frac{d \sin \alpha_3}{3}$ ,

üldiselt  $\lambda = \frac{d \sin \alpha_n}{n}$ .

Lainepikkuse  $\lambda$  määramiseks peame teadma võrekonstanti  $d$ . See on kas antud või mõõdame ta okulaarmikromeetriga varustatud mikroskoobiga (vaata § 21).

Teades kasutatava valguse lainepikkust, võime sama katsega määrata ka võrekonstandi

$$d = \frac{n\lambda}{\sin \alpha_n}.$$

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Kuidas avalduvad difraktsiooninähtused ultramikroskoobis?
2. Milliseid difraktsiooniga seletatavaid värvilisi nähtusi esineb looduses?

#### 44. NEWTONI RÕNGAD.

##### 1. Töövahendid.

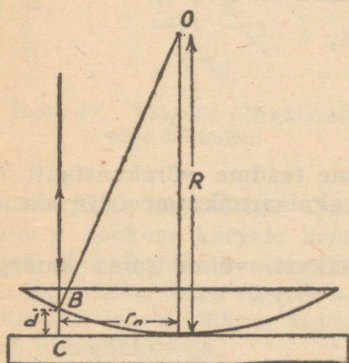
Mõõtemikroskoop, tasane klaasplaat, suure kõverusraadiusega kumerlääts ja gaasipõleti keedusoolaga immutatud asbestitükikesega.

## 2. Tööülesanne.

Määrata läätse kõverusraadius Newtoni rõngaste abil. Tutvumine valguse interferentsiga õhukestes kelmetes.

## 3. Töökäik.

a) Asetame tasasele klaasplaadile suure kõverusraadiusega kumerläätse, siis näeme nii klaase läbivas kui ka peegelduvas valguses läätse ja plaadi kokkupuutekoha ümbruses rea kontsentrisi tumedaid ja heledaid värvilisi rõngaid. Need rõngad tekivad valguse interferentsi tõttu plaadi ja läätse vahelises õhukeses õhukihis. Kasutades monokromaatset valgust (näiteks Na-leeki) on ka rõngad ühevärvilised. Langegu monokromaatne valgus ülalt läätsele punkti  $B$ ,



Joon. 62. Newtoni rõngaste tekkimine.

siis osa kiiri peegeldub ja osa läbib õhukeses õhukihi ning peegeldub plaadilt punktis  $C$  (joon. 62). Mõlemad osad tagasiteel interfereeruvad. Punktis  $C$  peegeldunud kiir on läbinud pikema tee  $2BC = 2d$  ja peegeldumisel tihedama keskkonna vastu omandanud faasinihke  $\frac{\lambda}{2}$ . Seega on tekkinud punktides  $B$  ja  $C$  peegeldunud kiirtes käiguvahe

$$S = 2d + \frac{\lambda}{2}.$$

Valguse kustumine tekib, kui käiguvahe on paaritu arv poolaine pikkusi, s. o.:  $S = \frac{\lambda}{2}; 3\frac{\lambda}{2}; 5\frac{\lambda}{2} \dots$ , ja tugevdamine, kui  $S = 0; \lambda; 2\lambda \dots$ . Seega kustumise korral on  $2d = 2n\frac{\lambda}{2}$  või

$$d = n\frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

kus  $n$  on täisarv.

Kui  $R$  on läätse kõverusraadius ja  $r_n$   $n$ -nda rõnga raadius, siis võime kirjutada joonise 62 põhjal

$$R^2 = (R - d)^2 + r_n^2;$$

$$R^2 = R^2 - 2dR + d^2 + r_n^2.$$

Et  $d$  on väga väike, siis

$$2dR = r_n^2, \text{ millest}$$

$$d = \frac{r_n^2}{2R}. \quad (2)$$

Seostest (1) ja (2) järgneb

$$\frac{r_n^2}{R} = n\lambda. \quad (3)$$

Et meil on teadmata, kas plaat ja lääts on vahetus kokkupuutes, siis on määramata  $n$  arvuline suurus iga üksiku rõnga kohta. Kuid me teame, et igas järgmises rõngas  $n$  on eelmisest ühe võrra suurem. Me võime kirjutada  $(n+k)$ -nda rõnga kohta

$$\frac{r_{n+k}^2}{R} = (n+k)\lambda. \quad (4)$$

Seoseist (3) ja (4) järgneb

$$\frac{r_{n+k}^2}{R} = \frac{r_n^2}{R} + k\lambda,$$

millest

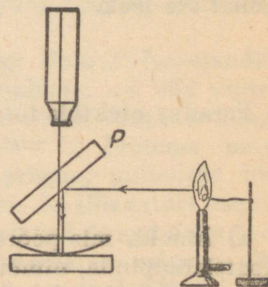
$$R = \frac{r_{n+k}^2 - r_n^2}{k\lambda}, \quad (5)$$

või kui kasutame rõnga läbimõõtu, siis  $2r = D$  ja

$$R = \frac{D_{n+k}^2 - D_n^2}{4k\lambda}. \quad (5-a)$$

b) Mõõtmise teostamiseks kasutame väikese suurendusega mõõtemikroskoopi. Klaasplaadi koos läätsesega asetame mikroskoobi alla nii, et Newtoni rõngaste keskkohalt on vaatevälja keskel mikroskoobi niitristi all. Et rõngaste valgus on nõrk, siis valmistab nende leidmine mikroskoobiga raskusi. Leidmise hõlbustamiseks teravustame mikroskoobi klaasplaadi pealmisele pinnale katse algul asetatud paberilehele, s. o. pinnale, kus paberi kõrvaldamise järel tekivad rõngad.

Valguse juhtimiseks rõngaste tekkimiskohale kasutame  $45^\circ$  all kallutatud klaasplaati  $P$ , mis peegeldub Na-leeegist tuleva



Joon. 63.  
Katseseadme skeem.

valguse läätsele, kuid samal ajal laseb ka läätsest peegeldunud valguse läbi mikroskoobi (joon. 63). Raadiuse  $R$  arvutamiseks mõõdame 10 rõnga läbimõõdud, kanname tabelisse ja võtame  $k=5$ , Na-leegi  $\lambda = 5893 \cdot 10^{-8}$  cm.

Rõngas $n +$	Läbi- mõõt $D$	$D^2$	Rõngas $n +$	Läbi- mõõt $D$	$D^2$	Läbimõõdude ruu- tude vahe
1			6			
2			7			
3			8			
4			9			
5			10			

Keskmine. . .

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Kuidas on oleneb rõngaste läbimõõt valguse lainepikkusest?
2. Kuidas muutub rõngaste läbimõõt, kui klaaside vahele asetada vedelik? Millega erinevad rõngad, kui vedeliku murdumisnäitaja on suurem või väiksem klaasi murdumisnäitajast?
3. Miks on vajalik kiirte langemine risti alumisele plaadile?

#### 45. FARADAY EFEKT.

##### 1. Töövahendid.

Elektromagnet, polarisaator ja analüsaator, uuritav aine ja gaasipõletit Na-leek.

##### 2. Tööülesanne.

Faraday efektiga tutvumine ja magnetivälja tugevuse määramine.

##### 3. Töökäik.

a) Aineid, mis pööravad neid läbiva polariseeritud valguse polarisatsioonipinda, nimetatakse optiliselt aktiivseteks aineteks. Tuntumad neist on kvarts ja suhkur.

Magnetiväljas muutuvad aga ka teised ained optiliselt aktiivseks. Selle nähtuse avastas M. Faraday 1845. a. Ta leidis, et

polariseeritud valguskiirel, mis läbib tugevas magnetiväljas asetsevat läbipaistvat keha ja seejuures valguskiirte siht on paralleelne magneti tungjoontega, pöörduv polarisatsioonipind. Pöörangu suund oleneb aimest ja magnetivälja suunast.

Nurk  $\alpha$ , mille võrra pöörduv polarisatsioonipind, on võrdeline magnetivälja tugevusega  $H$ , läbitud kihi paksusega  $l$  ja selle nurga  $\theta$  koosinusega, mille moodustab valguskiirte suund magnetiväljaga, s. o.

$$\alpha = \omega l H \cos \theta.$$

Peale selle oleneb pöörangu suurus veel valguse lainepikkusest ja on üldiselt lühemate lainete puhul suurem.

Siin  $\omega$  on pöördenurk, mille tekitab 1 cm paksune kiht magnetiväljas tugevusega 1 örsted. Seda nurka nimetatakse Verdet' konstandiks.

Tavaliselt antakse Verdet' konstant minuteis ja loetakse positiivseks, kui vaadates magneti tungjoonte suunas polarisatsioonipind pöörduv kellaosuti liikumise suunas, s. o. magnetivälja tekitava elektrivoolu suunas.

Täpseteks mõõtmisteks on kohane kasutada järgmisi aineid, kus Verdet' konstant  $\omega$  on antud Na  $D$ -joone lainepikkuse jaoks ning  $t$  tähendab aine temperatuuri:

Väävelsüsinik —  $\text{CS}_2$ ,  $\omega_t = 0,04347'(1 - 0,001696 t)$ , kehtiv temperatuurivahemikus  $0^\circ$  kuni  $42^\circ \text{C}$ .

Vesi —  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\omega_t = 0,01311'(1 - 0,0000305 t - 0,00000305 t^2)$ , kehtiv temperatuurivahemikus  $3^\circ - 98^\circ \text{C}$ .

Kvarts —  $\text{SiO}_2$ ,  $\omega_t = 0,01660'(1 + 0,00011 t)$ , kehtiv temperatuurivahemikus  $20^\circ - 96^\circ \text{C}$ .

Optiliselt aktiivsete ainete magnetiline polarisatsioonipinna pöörangu suurus ei olene sellest, kas see pöörang toimub loomuliku pöörangu suunas või vastupidi.

Tabelis lk. 112 on esitatud mõnede ainete Verdet' konstandid.

b) Katseks kasutatava elektromagnetit poolused on läbi puuritad, mis võimaldab valguskiiri juhtida paralleelselt magnetiväljaga läbi uuritava keha. Siis on  $\theta = 0$  ja  $\cos \theta = 1$ . Mõlema magnetipooluse avasse on asetatud Nicol'i prisma, milledest üks moodustab polarisaatori ja teine analüsaatori. Analüsaatori asendi täpseks määramiseks on analüsaator varustatud kraadideks jaotatud ringskaalaga ja noonusega. Monokromaatsse valguse allikana kasutame keedusoolalahusega värvitud gaasipõleti leeki.

Mõõtmise teostamiseks asetame uuritava keha magnetipooluste vahele ja keerame analüsaatori polarisatsioonitasapinna risti pola-

risaatori polarisatsioonitasapinnaga, mille tunnuseks on, et valgus ei pääse analüsaatorist läbi ning loeme analüsaatori seisuga ring-skaalalt. Nüüd lüüme elektromagnetisse voolu ja näeme, et tekkinud polarisatsioonipinna pöörangu tõttu pääseb valgus läbi analüsaatori. Pöörame analüsaatorit, kuni vaateväli muutub uuesti valgustamatuks ja loeme analüsaatori seisuga. Analüsaatori uue ja vana seisuga vaheline nurk on võrdne polarisatsioonipinna pööranguga uuritava aines.

Täpsuse suurendamiseks tuleb katset korrata vähemalt kümme korda, määrates iga kord ka analüsaatori nullseisu.

Teades katsealuse aine Verdet' konstanti arvutame magnetivälja tugevuse valemi järgi

$$H = \frac{\alpha}{\omega t}.$$

#### 4. Täiendavaid küsimusi.

1. Miks tuleb kasutada monokromaatset valgust?
2. Kas vedelikkudes lahustunud ainete mõjul muutub vedelikkude Verdet' konstant?

## V. TABELID.

### 1. Kehade elastsus- ja torsioonmooduleid.

Aine	Elastsusmoodul $E$ kG/mm <sup>2</sup>	Torsioonmoodul $\phi$ kG/mm <sup>2</sup>
Alumiinium . . . .	7400	2700
Inglüstina . . . .	5500	1800
Iriidium . . . . .	52000	—
Klaas . . . . .	4000—9000	1600—3500
Malm . . . . .	10000	5000
Plaatina . . . . .	17000	6200
Puit piki kiudu . .	900—1300	1000—1600
Puit risfi kiudu . .	40—110	—
Raud . . . . .	21700	8300
Teras . . . . .	21900	8300
Seafina . . . . .	1700	650
Tsink . . . . .	3500—13000	2800—4700
Valgevask . . . . .	10500	4300
Vask . . . . .	12000	4600

### 2. Gaaside erisoojusi 18°C juures.

Gaas	Erisoojus $c_p$ cal/kraad·g	Erisoojuste suhe $c_p/c_v$
Ammoniaak	NH <sub>3</sub> 0,523	1,31
Argoon	Ar 0,124	1,67
Atsetüleen	C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> 0,402	1,23
Hapnik	O <sub>2</sub> 0,219	1,40
Kloor	Cl <sub>2</sub> 0,117	1,36
Lämmastik	N <sub>2</sub> 0,248	1,40
Metaan	CH <sub>4</sub> 0,527	1,30
Neon	Ne 0,246	1,64
Süsihapu gaas	CO <sub>2</sub> 0,20	1,30
Vesinik	H <sub>2</sub> 3,41	1,41
Ving	CO 0,249	1,40
Õhk	0,240	1,40

### 3. Hääle levimiskiirusi (m/sek).

Tahked kehad 18°C		Vedelikud 0°C	
Alumiinium . . .	5100	Etüülalkohol . . .	1168
Eboniit . . . . .	1560	Bensool . . . . .	1324
Kork . . . . .	430—530	Elavhõbe . . . . .	1451
Klaas . . . . .	5000	Vesi . . . . .	1484
Puit : kuusk . . .	5256	Glütseriin . . . .	1923
tamm . . . . .	3381	Gaasid 0°C	
Raud ja teras . . .	5100	Kloor . . . . .	206
Seafina . . . . .	1300	Süsihapu gaas . . .	258
Valgevask . . . . .	3400	Hapnik . . . . .	315
Vask . . . . .	3900	Valgustusgaas . . .	441
		Vesinik . . . . .	1241

### 4. Ainete soojuse erijuhtivusi (cal/kraad-cm-sek) 18°C juures.

Hõbe . . . . .	1,00	Puu vill . . . . .	0,00055
Raud, puhas . . .	0,2	Vill . . . . .	0,00028
Seafina . . . . .	0,08	Siid . . . . .	0,00022
Tsink . . . . .	0,27	Paber . . . . .	0,00035
Vask . . . . .	0,95	Väavel . . . . .	0,00005
Valgevask . . . .	0,19	Glütseriin . . . . .	0,00064
Konstantaan . . .	0,054	Etüülalkohol . . .	0,00045
Klaas . . . . .	0,0023	Petrooleum . . . .	0,00036
Eboniit . . . . .	0,00038	Vesi . . . . .	0,0014
Marmor . . . . .	0,0082	Ammoniaak . . . .	0,0000525
Puit piki kiudu . .	0,0008	Õhk . . . . .	0,0000578
Puit risti kiudu . .	0,0003	Vesinik . . . . .	0,0004180

### 5. Ainete Verdet' konstante $\lambda = 589,3 \text{ m}\mu$ puhul.

Aine	Tihedus	Temperatuur	Verdet' konstant $\times 1000$
Kaltsiumkloriidi ( $\text{CaCl}_2$ ) lahus . . . . .	1,1504	20 <sup>0</sup>	16,5
Ferrikloriidi ( $\text{Fe}_2\text{Cl}_6$ ) . . . . .	1,6933	15	-202,6
Ferrokloriidi ( $\text{FeCl}_2$ ) . . . . .	1,4331	15	2,5
Pesusooda ( $\text{Na}_2\text{CO}_3$ ) . . . . .	1,1960	20	14,0
Keedusool ( $\text{NaCl}$ ) . . . . .		16	35,85
Teemant . . . . .		16	12,8
Klaas: kerge flint . . . . .		18	31,7
raske . . . . .		18	60,8
väga raske flint . . . . .		18	88,8
Kvarts . . . . .		20	16,64

## 6. Spektraaljoonte lainepikkusi dispersioonikõverate määramiseks.

	Lainepikkus $m\mu$	Värv	Intensiivsus
Heelium	706,5	tumepunane	nõrk
	667,8	punane	tugev
	587,6	kollane	väga tugev
	504,8	roheline	nõrk
	501,6	roheline	keskmise
	492,2	sinakasroheline	keskmise
	471,3	sinine	nõrk
	447,1	sinine	tugev
	439,0	violett	nõrk
Elavhõbe	579,1	kollane	väga tugev
	577,0	kollane	väga tugev
	546,1	roheline	tugev
	491,6	sinakasroheline	keskmise
	435,8	sinine	tugev
	407,8	violett	keskmise
	404,7	violett	keskmise
Vesinik	656,3	punane	tugev
	486,1	sinakasroheline	keskmise
	434,0	violett	keskmise
	410,2	violett	nõrk
Kaadium	769,9	tumepunane	tugev
	766,5	tumepunane	tugev
	404,7	violett	keskmise
Liitium	670,8	punane	tugev
	610,4	oranž	nõrk
Naatrium	589,6	kollane	tugev
	589,0	kollane	väga tugev
Tallium	535,0	roheline	väga tugev

## 7. 4-kohaliste logaritmid tabelid.

N											D	PP				
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9						
10	0000*	0043*	0086*	0128*	0170*	0212*	0253*	0294*	0334*	0374*	40					
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755	37	1	43	42	41	40
12	0792	0828	0864	0899	0934	0969	1004	1038	1072	1106	33	2	8.3	8.4	8.1	8.0
13	1139	1173	1206	1239	1271	1303	1335	1367	1399	1430	31	3	12.9	12.6	12.3	12.0
14	1461	1492	1523	1553	1584	1614	1644	1673	1703	1732	29	4	17.2	16.8	16.4	16.0
15	1761	1790	1818	1847	1875	1903	1931	1959	1987	2014	27	5	21.5	21.0	20.5	20.0
16	2041	2068	2095	2122	2148	2175	2201	2227	2253	2279	25	6	25.8	25.2	24.6	24.0
17	2304	2330	2355	2380	2405	2430	2455	2480	2504	2529	24	7	30.1	29.4	28.7	28.0
18	2553	2577	2601	2625	2648	2672	2695	2718	2742	2765	23	8	34.4	33.6	32.8	32.0
19	2788	2810	2833	2856	2878	2900	2923	2945	2967	2989	21	9	38.7	37.8	36.9	36.0
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201	21		39	38	37	36
21	3222	3243	3263	3284	3304	3324	3345	3365	3385	3404	20	1	3.9	3.8	3.7	3.6
22	3424	3444	3464	3483	3502	3522	3541	3560	3579	3598	19	2	7.8	7.6	7.4	7.2
23	3617	3636	3655	3674	3692	3711	3729	3747	3766	3784	18	3	11.7	11.4	11.1	10.8
24	3802	3820	3838	3856	3874	3892	3909	3927	3945	3962	17	4	15.6	15.2	14.8	14.4
25	3979	3997	4014	4031	4048	4065	4082	4099	4116	4133	17	5	19.1	19.0	18.5	18.0
26	4150	4166	4183	4200	4216	4232	4249	4265	4281	4298	16	6	23.4	22.8	22.2	21.6
27	4314	4330	4346	4362	4378	4393	4409	4425	4440	4456	16	7	27.3	26.6	25.9	25.2
28	4472	4487	4502	4518	4533	4548	4564	4579	4594	4609	15	8	31.2	30.4	29.6	28.8
29	4624	4639	4654	4669	4683	4698	4713	4728	4742	4757	14	9	35.1	34.2	33.3	32.4
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900	14		35	34	33	32
31	4914	4928	4942	4955	4969	4983	4997	5011	5024	5038	13	1	3.5	3.4	3.3	3.2
32	5051	5065	5079	5092	5105	5119	5132	5145	5159	5172	13	2	7.0	6.8	6.6	6.4
33	5185	5198	5211	5224	5237	5250	5263	5276	5289	5302	13	3	10.5	10.2	9.9	9.6
34	5315	5328	5340	5353	5366	5378	5391	5403	5416	5428	13	4	14.0	13.6	13.2	12.8
35	5441	5453	5465	5478	5490	5502	5514	5527	5539	5551	12	5	17.5	17.0	16.5	16.0
36	5563	5575	5587	5599	5611	5623	5635	5647	5658	5670	12	6	21.0	20.4	19.8	19.2
37	5682	5694	5705	5717	5729	5740	5752	5763	5775	5786	12	7	24.5	23.8	23.1	22.4
38	5798	5809	5821	5832	5843	5855	5866	5877	5888	5899	12	8	28.0	27.2	26.4	25.6
39	5911	5922	5933	5944	5955	5966	5977	5988	5999	6010	11	9	31.5	30.6	29.7	28.8
40	6021	6031	6042	6053	6064	6075	6085	6096	6107	6117	11		31	30	29	28
41	6128	6138	6149	6160	6170	6180	6191	6201	6212	6222	10	1	3.1	3.0	2.9	2.8
42	6232	6243	6253	6263	6274	6284	6294	6304	6314	6325	10	2	6.2	6.0	5.8	5.6
43	6335	6345	6355	6365	6375	6385	6395	6405	6415	6425	10	3	9.3	9.0	8.7	8.4
44	6435	6444	6454	6464	6474	6484	6493	6503	6513	6522	10	4	12.4	12.0	11.6	11.2
45	6532	6542	6551	6561	6571	6580	6590	6599	6609	6618	10	5	15.5	15.0	14.5	14.0
46	6628	6637	6646	6656	6665	6675	6684	6693	6702	6712	10	6	18.6	18.0	17.4	16.8
47	6721	6730	6739	6749	6758	6767	6776	6785	6794	6803	9	7	21.7	21.0	20.3	19.6
48	6812	6821	6830	6839	6848	6857	6866	6875	6884	6893	9	8	24.8	24.0	23.2	22.4
49	6902	6911	6920	6928	6937	6946	6955	6964	6972	6981	9	9	27.9	27.0	26.1	25.2
50	6990	6998	7007	7016	7024	7033	7042	7050	7059	7067	9		27	26	25	24
51	7076	7084	7093	7101	7110	7118	7126	7135	7143	7152	8	1	2.7	2.6	2.5	2.4
52	7160	7168	7177	7185	7193	7202	7210	7218	7226	7235	8	2	5.4	5.2	5.0	4.8
53	7243	7251	7259	7267	7275	7284	7292	7300	7308	7316	8	3	8.1	7.8	7.5	7.2
54	7324	7332	7340	7348	7356	7364	7372	7380	7388	7396	8	4	10.8	10.4	10.0	9.6
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	8	5	13.5	13.0	12.5	12.0
											8	6	16.2	15.6	15.0	14.4
											8	7	18.9	18.2	17.5	16.8
											8	8	21.6	20.8	20.0	19.2
											8	9	24.3	23.4	22.5	21.6

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	D	PP				
												23	22	21	20	
55	7404	7412	7419	7427	7435	7443	7451	7459	7466	7474	8					
56	7482	7490	7497	7505	7513	7520	7528	7536	7543	7551		1	2.3	2.2	2.1	2.0
57	7559	7566	7574	7582	7589	7597	7604	7612	7619	7627		2	4.6	4.4	4.2	4.0
58	7634	7642	7649	7657	7664	7672	7679	7686	7694	7701		3	6.9	6.6	6.3	6.0
59	7709	7716	7723	7731	7738	7745	7752	7760	7767	7774		4	9.2	8.8	8.4	8.0
60	7782	7789	7796	7803	7810	7818	7825	7832	7839	7846	7	5	11.5	11.0	10.5	10.0
61	7853	7860	7868	7875	7882	7889	7896	7903	7910	7917		6	13.8	13.2	12.6	12.0
62	7924	7931	7938	7945	7952	7959	7966	7973	7980	7987		7	16.1	15.4	14.7	14.0
63	7993	8000	8007	8014	8021	8028	8035	8041	8048	8055		8	18.4	17.6	16.8	16.0
64	8062	8069	8075	8082	8089	8096	8102	8109	8116	8122		9	20.7	19.8	18.9	18.0
65	8129	8136	8142	8149	8156	8162	8169	8176	8182	8189	6		19	18	17	16
66	8195	8202	8209	8215	8222	8228	8235	8241	8248	8254		1	1.9	1.8	1.7	1.6
67	8261	8267	8274	8280	8287	8293	8299	8306	8312	8319		2	3.8	3.6	3.4	3.2
68	8325	8331	8338	8344	8351	8357	8363	8370	8376	8382		3	5.7	5.4	5.1	4.8
69	8388	8395	8401	8407	8414	8420	8426	8432	8439	8445		4	7.6	7.2	6.8	6.4
70	8451	8457	8463	8470	8476	8482	8488	8494	8500	8506	7	5	9.5	9.0	8.5	8.0
71	8513	8519	8525	8531	8537	8543	8549	8555	8561	8567		6	11.4	10.8	10.2	9.6
72	8573	8579	8585	8591	8597	8603	8609	8615	8621	8627		7	13.3	12.6	11.9	11.2
73	8633	8639	8645	8651	8657	8663	8669	8675	8681	8686		8	15.2	14.4	13.6	12.8
74	8692	8698	8704	8710	8716	8722	8727	8733	8739	8745		9	17.1	16.2	15.3	14.4
75	8751	8756	8762	8768	8774	8779	8785	8791	8797	8802	6		15	14	13	12
76	8808	8814	8820	8825	8831	8837	8842	8848	8854	8859		1	1.5	1.4	1.3	1.2
77	8865	8871	8876	8882	8887	8893	8899	8904	8910	8915		2	3.0	2.8	2.6	2.4
78	8921	8927	8932	8938	8943	8949	8954	8960	8965	8971		3	4.5	4.2	3.9	3.6
79	8976	8982	8987	8993	8998	9004	9009	9015	9020	9025		4	6.0	5.6	5.2	4.8
80	9031	9036	9042	9047	9053	9058	9063	9069	9074	9079	6	5	7.5	7.0	6.5	6.0
81	9085	9090	9096	9101	9106	9112	9117	9122	9128	9133		6	9.0	8.4	7.8	7.2
82	9138	9143	9149	9154	9159	9165	9170	9175	9180	9186		7	10.5	9.8	9.1	8.4
83	9191	9196	9201	9206	9212	9217	9222	9227	9232	9238		8	12.0	11.2	10.4	9.6
84	9243	9248	9253	9258	9263	9269	9274	9279	9284	9289		9	13.5	12.6	11.7	10.8
85	9294	9299	9304	9309	9315	9320	9325	9330	9335	9340	5		11	10	9	8
86	9345	9350	9355	9360	9365	9370	9375	9380	9385	9390		1	1.1	1.0	0.9	0.8
87	9395	9400	9405	9410	9415	9420	9425	9430	9435	9440		2	2.2	2.0	1.8	1.6
88	9445	9450	9455	9460	9465	9469	9474	9479	9484	9489		3	3.3	3.0	2.7	2.4
89	9494	9499	9504	9509	9513	9518	9523	9528	9533	9538		4	4.4	4.0	3.6	3.2
90	9542	9547	9552	9557	9562	9566	9571	9576	9581	9586	4	5	5.5	5.0	4.5	4.0
91	9590	9595	9600	9605	9609	9614	9619	9624	9628	9633		6	6.6	6.0	5.4	4.8
92	9638	9643	9647	9652	9657	9661	9666	9671	9675	9680		7	7.7	7.0	6.3	5.6
93	9685	9689	9694	9699	9703	9708	9713	9717	9722	9727		8	8.8	8.0	7.2	6.4
94	9731	9736	9741	9745	9750	9754	9759	9763	9768	9773		9	9.9	9.0	8.1	7.2
95	9777	9782	9786	9791	9795	9800	9805	9809	9814	9818	5		7	6	5	4
96	9823	9827	9832	9836	9841	9845	9850	9854	9859	9863		1	0.7	0.6	0.5	0.4
97	9868	9872	9877	9881	9886	9890	9894	9899	9903	9908		2	1.4	1.2	1.0	0.8
98	9912	9917	9921	9926	9930	9934	9939	9943	9948	9952		3	2.1	1.8	1.5	1.2
99	9956	9961	9965	9969	9974	9978	9983	9987	9991	9996		4	2.8	2.4	2.0	1.6
100	0000	0004	0009	0013	0017	0022	0026	0030	0035	0039	4	5	3.5	3.0	2.5	2.0
												6	4.2	3.6	3.0	2.4
												7	4.9	4.2	3.5	2.8
												8	5.6	4.8	4.0	3.2
												9	6.3	5.4	4.5	3.6

## 8. Trigonomeetriliste funktsioonide väärtused.

	Sinus		Tangens		Cotangens		Cosinus		
0°	0,0000		0,0000		∞		1,0000		90
1	.0175	175	.0175	175	57,29		0,9998	02	89
2	.0349	174	.0349	174	28,64		.9994	04	88
3	.0523	174	.0524	175	19,08		.9986	08	87
4	.0698	175	.0699	175	14,30		.9976	10	86
5	.0872	174	.0875	176	11,43		.9962	14	85
6	.1045	173	.1051	176	9,514		.9945	17	84
7	.1219	174	.1228	177	8,144		.9925	20	83
8	.1392	173	.1405	177	7,115		.9903	22	82
9	.1564	172	.1584	179	6,314	801	.9877	26	81
10	.1736	172	.1763	179	5,671	643	.9848	29	80
11	.1908	172	.1944	181	5,145	526	.9816	32	79
12	.2079	171	.2126	182	4,705	440	.9781	35	78
13	.2250	171	.2309	183	4,331	374	.9744	37	77
14	.2419	169	.2493	184	4,011	320	.9703	41	76
15	.2588	169	.2679	186	3,732	279	.9659	44	75
16	.2756	168	.2867	188	3,487	245	.9613	46	74
17	.2924	168	.3057	190	3,271	216	.9563	50	73
18	.3090	166	.3249	192	3,078	193	.9511	52	72
19	.3256	166	.3443	194	2,904	174	.9455	56	71
20	.3420	164	.3640	197	2,747	157	.9397	58	70
21	.3584	164	.3839	199	2,605	142	.9336	61	69
22	.3746	162	.4040	201	2,475	130	.9272	64	68
23	.3907	161	.4245	205	2,356	119	.9205	67	67
24	.4067	160	.4452	207	2,246	110	.9135	70	66
25	.4226	159	.4663	211	2,145	101	.9063	72	65
26	.4384	158	.4877	214	2,050	95	.8988	75	64
27	.4540	156	.5095	218	1,963	87	.8910	78	63
28	.4695	155	.5317	222	1,881	82	.8829	81	62
29	.4848	153	.5543	226	1,804	77	.8746	83	61
30	.5000	152	.5774	231	1,732	72	.8660	86	60
31	.5150	150	.6009	235	1,664	68	.8572	88	59
32	.5299	149	.6249	240	1,600	64	.8480	92	58
33	.5446	147	.6494	245	1,540	60	.8387	93	57
34	.5592	146	.6745	251	1,483	57	.8290	97	56
35	.5736	144	.7002	257	1,428	55	.8192	98	55
36	.5878	142	.7265	263	1,376	52	.8090	102	54
37	.6018	140	.7536	271	1,327	49	.7986	104	53
38	.6157	139	.7813	277	1,280	47	.7880	106	52
39	.6293	136	.8098	285	1,235	45	.7771	109	51
40	.6428	135	.8391	293	1,192	43	.7660	111	50
41	.6561	133	.8693	302	1,150	42	.7547	113	49
42	.6691	130	.9004	311	1,111	39	.7431	116	48
43	.6820	129	.9325	321	1,072	39	.7314	117	47
44	.6947	127	.9657	332	1,036	36	.7193	121	46
45	.7071	124	1,0000	343	1,000	36	.7071	122	45° ↑
	Cosinus		Cotangens		Tangens		Sinus		

## NIMEDE JA MÕISTETE JUHATAJA.

- Abbe meetod 95  
 Absoluutne viga 6  
 Adiabaatne gaasi oleku muutus 80  
 Alidaad 39  
 Amplituud 57  
 Anemomeeter 74  
 Aritmeetiline keskmine 6  
 Aritmomeetrid 20  
 Arvelaud 20  
 Arvutamise abivahendid 9  
 Arvutuslükati 20  
 Arvutuslükati skaalad 21  
 Arvutusmasinad 20  
 Astme relatiivne viga 14  
  
 Bernoulli' seadus 74  
 Bessel'i meetod 90  
 Bohnenberg 66  
 Borda 67  
 Boyle-Mariotte'i seadus 80  
  
 Cassini 67  
 Clément-Desormes'i meetod ja riist 79—81  
  
 Difraktsioon 103  
 Difraktsioonivõre 30, 103  
 Difraktsioonispekter 104  
 Dioptria 93  
 Direktsioontung 50, 55  
 Dünaamiline rõhk 74  
  
 Elastsuse koefitsient 43  
 Elastsusmoodul 43, 46, 88, 111  
  
 Faraday efekt 108, 109  
 Frontlõige 72  
 Funktsiooni absoluutne ja relatiivne viga 14, 15  
 Füüsiline pendel 57, 62  
 „ redutseeritud ehk taandatud pikkus 63  
  
 Gaaside erisoojuste suhe 80, 88, 111  
 Gauss'i okulaar 100  
  
 Hooke'i seadus 43  
 Hääle kiirus 87, 88, 112  
  
 Inertsimoment 53  
 Isotermne gaasi oleku muutus 80  
  
 Jagatise absoluutne ja relatiivne viga 17  
 Jolly vedrukaal 69, 70  
 Juure relatiivne viga 14  
  
 Kater 66  
 Katetomeeter 36, 37  
 Keskkonnatakistus 72  
 Keskmine absoluutviga 7  
 „ suhteline viga 7  
 Kineetiline energia 52  
 Kointsidentsmeetod 67  
 Korrutise absoluutne ja relatiivne viga 16  
 Kromaatilise aberratsioon 90  
 Krui surnud kõik 28

- Kujutegur 72  
 Kundt'i toru 86—87  
 Laplace 88  
 Limb 39  
 Logaritmi absoluutne ja relatiivne viga 18  
 Logaritmilise diferentsimise võtte 17  
 Machi pendel 60  
 Manomeeter 75  
 Matemaatiline pendel 38, 57  
 Mediaan 8  
 Mõõtmisvead 5  
     "        juhuslikud 6  
     "        süsteematailised 6  
 Mõõtühik 5  
 Newton 88  
 Newtoni rõngad 106  
 Noonius 39  
 Normaalspekter 104  
 Objektmikromeeter 29, 30  
 Okulaarmikromeeter 29, 30  
 Optiliselt aktiivsed ained 108  
 Paindenool 45  
 Paindevektor 45  
 Peapinnad läätsedel 95  
 Pinge 47  
 Poisson'i seadus 80  
 Prandtl'i toru 74  
 Relatiivne viga 7  
 Reversioonpendel 66  
 Ruutviga 8  
 Seisvad lained 87  
 Sfäromeeter 27  
 Sfääriline aberratsioon 90  
 Soojuse erijuhtivus 83, 112  
 Soojusejuhtivus 82  
 Spektromeeter 99  
 Staatiline rõhk 74  
 Steineri lause 53  
 Summa absoluutne ja relatiivne viga 11, 12  
 Taastamistegur 55  
 Tabelid 18, 111  
 Teodoliit 39  
 Torsioonmoodul 47, 50, 111  
 Torsioonpendel 54  
 Tuulekanal 72  
 Tuulik 74  
 Tõenäone viga 8  
 Vahe absoluutne ja relatiivne viga 12  
 Verdet' konstant 109, 112  
 Vernjee 39  
 Vesiloe kaliibrija e. eksaminaator 34  
 Vesiloe tundlikkus 34  
 Vesilood, ümmargune 31  
     "        piklik 31, 32  
 Vigade ekstreemväärtused 8  
 Vigade esinemissagedus 9  
 Vigade hajuvusmõõt 10  
 Vigade kuhjumine 9  
 Vigade sageduskõver 10  
 Volumomeeter 76, 77  
 Vönkeperiood 57  
 Vönkumistsenter 65  
 Ühtumismeetod 67  
 Üleminekumoodul 18

## SISUKORD.

	Lk.
<b>Eessõna.</b>	3
<b>I. Sissejuhatus . . . . .</b>	5
1. Füüsikaliste suuruste mõõtmine . . . . .	5
2. Mõõtmisvead . . . . .	5
3. Mõõtarvu absoluutne ja relatiivne viga . . . . .	6
4. Teisi karakteristiklike viga . . . . .	7
5. Vigade esinemissagedus . . . . .	9
6. Summa absoluutne ja relatiivne viga . . . . .	11
7. Vahe absoluutne ja relatiivne viga . . . . .	12
8. Funktsiooni absoluutne ja relatiivne viga . . . . .	14
9. Funktsiooni absoluutne ja relatiivne viga mitme muutuja juhul . . . . .	15
10. Logaritmilise diferentsimise kasutamine vea arvutamisel . . . . .	17
11. Logaritmi absoluutne ja relatiivne viga . . . . .	18
12. Arvutamise abivahendid . . . . .	19
13. Arvutuslükati põhimõte . . . . .	20
14. Arvutuslükati skaalad . . . . .	21
15. Korrutamine . . . . .	22
16. Jagamine . . . . .	23
17. Ruutimine ja kuupimine . . . . .	24
18. Arvutuslükatiga saadud tulemuse viga . . . . .	24
19. Mitmesuguseid näpunäiteid mõõtmiste ja arvutuste teos- tamisel . . . . .	25
<b>II. Üldmõõtmisi . . . . .</b>	27
20. Sfäromeeter. Klaasplaadi paksuse ja läätse kõverusraa- diuse määramine sfäromeetriga . . . . .	27
21. Okulaari mikromeeter ja objektmikromeeter. Difraktsiooni- võre konstandi määramine . . . . .	29
22. Vesilood. Vesiloe kaliibrimine ja tundlikkuse määramine . . . . .	31
23. Katomeeter. Matemaatilise pendli pikkuse mõõtmine . . . . .	36
24. Nurkade mõõtmine teodoliidi abil . . . . .	38
<b>III. Mehhaanika, soojus ja akustika . . . . .</b>	43
25. Traadi elastsusmooduli määramine venitusest . . . . .	43
26. Elastsusmooduli määramine paindest . . . . .	45
27. Torsioonmooduli määramine väändest . . . . .	47

	Lk.
28. Torsioonmooduli määramine võnkumistest . . . . .	49
29. Kehade inertsimomendi määramine torsioonpendli abil . .	52
30. Matemaatilise pendli võnkumisseaduste kontrollimine ja raskuskiirenduse määramine . . . . .	57
31. Füüsilise pendli taandatud pikkuse määramine . . . . .	62
32. Raskuskiirenduse määramine reversioonpendli abil . . .	65
33. Tahke keha erikaalu määramine Jolly vedrukaaluga . . .	69
34. Kehade keskonnatakistuse määramine liikumisel õhus . .	71
35. Volumomeeter . . . . .	76
36. $c_p$ ja $c_v$ suhte määramine Clément-Desormes'i järgi . . .	79
37. Kehade soojuste juhtivuse mõõtmine . . . . .	82
38. Kundt'i toru . . . . .	86
IV. Optika . . . . .	90
39. Sfääriline ja kromaatilise aberratsioon . . . . .	90
40. Nõgusläätsede fookuse kauguse määramine . . . . .	92
41. Läätsede süsteemi fookuse kauguse ja peapindade määramine	95
42. Spektromeeter . . . . .	99
43. Valguse lainepikkuse määramine difraktsioonivõreaga . .	102
44. Newtoni rõngad . . . . .	105
45. Faraday efekt . . . . .	108
V. Tabelid . . . . .	111
1. Kehade elastsus- ja torsioonmooduleid . . . . .	111
2. Gaaside erisoojusid . . . . .	111
3. Hääle levimiskiirusid . . . . .	112
4. Ainete soojuste erijuhtivusi . . . . .	112
5. Ainete Verdet' konstante . . . . .	112
6. Spektraaljoonte lainepikkusi dispersioonikõverate määramiseks . . . . .	113
7. 4-kohaliste logaritmide tabelid . . . . .	114
Nimede ja mõistete juhataja . . . . .	117

1. trükk.

Vastutav toimetaja A. Mitt.

Tehniline toimetaja H. Kohu.

Ladumisele antud 27. VIII 46. Trükkimisele antud 6. XI 46. Paberi kaust 64×86.  $\frac{1}{16}$ . Trükipoognaid  $7\frac{1}{2}$ . Autoripoognaid 5,98. Arvestuspoognaid 6,65. MB 05191. Laotihedus trpg. 38400. Tiraaž 1700. Trükikoja tellimus nr. 1265. Trükikoda „Hans Heidemann“, Tartu, Vallikraavi 4. Hind rbl. 10.—

И. Ланг и А. Паэ, Практические работы по физике в Тартуском Государственном Университете, II часть.

На эстонском языке. Эгосиздат „Научная Литература“, Тарту.

Rbl. 10.—

A-15659

TÜ RAAMATUKOGU



1 0300 00450105 4