Stereometrische
Aufgaben

nebst ihren Auflösungen,

für den Gebrauch in höheren Lehranstalten

bearbeitet

von

Dr. **Carl Hechel.**

Erstes Heft.

Verlag von Franz Kluge in Reval.
1865.

Von der Censur erlaubt. — Riga, den 18. Mai 1865.

H. Schnakenburgs litho- und typographische Anstalt, Riga.

I. Würfel.

1. Aus der Kante $a = 8{,}5$ Fuß eines Würfels soll berechnet werden sein körperlicher Inhalt K, seine Oberfläche O, seine Diagonalaxe A und seine Diagonalebene E.

Aufl.
$$K = a^3 = 614{,}125 \text{ C. F.}$$
$$O = 6a^2 = 433{,}5 \ \square \text{ F.}$$
$$A = a\sqrt{3} = 14{,}7224318 \text{ F.}$$
$$E = a^2\sqrt{2} = 102{,}1769326 \ \square \text{ F.}$$

2. Der körperliche Inhalt eines Würfels beträgt $K = 42{,}875$ C. F.; wie groß ist die Kante a, die Oberfläche O, die Diagonalaxe A und die Diagonalebene E des Würfels?

Aufl.
$$a = \sqrt[3]{K} = 3{,}5 \text{ F.}$$
$$O = 6\sqrt[3]{K^2} = 73{,}5 \ \square \text{ F.}$$
$$A = \sqrt[6]{27K^2} = 6{,}062176 \text{ F.}$$
$$E = \sqrt[6]{8K^4} = 17{,}32443 \ \square \text{ F.}$$

3. Aus der Oberfläche eines Würfels $O = 705894 \ \square$ F. soll berechnet werden die Kante a, der körperliche Inhalt K, die Diagonalaxe A und die Diagonalebene E des Würfels.

Aufl.
$$a = \sqrt{\frac{O}{6}} = 343 \text{ F.}$$
$$K = \frac{O}{6}\sqrt{\frac{O}{6}} = 40353602 \text{ C. F.}$$
$$A = \sqrt{\frac{O}{2}} = 594{,}09337 \text{ F.}$$
$$E = \frac{O}{6}\sqrt{2} = 166380{,}8 \ \square \text{ F.}$$

4. Die Diagonalaxe eines Würfels beträgt A = 19 Fuß; es soll daraus berechnet werden die Kante a, der körperliche Inhalt K, die Oberfläche O, die Seitendiagonale D und die Diagonalebene E des Würfels.

Aufl. $a = \frac{A}{3}\sqrt{3} = 10{,}9696538$ F.

$K = \frac{A^3}{9}\sqrt{3} = 1320{,}0149$ C. F.

$O = 2\,A^2 = 722 \square$ F.

$D = \frac{A}{3}\sqrt{6} = 15{,}5134354$ F.

$E = \frac{A^2}{3}\sqrt{2} = 170{,}177024 \square$ F.

5. Ein Würfel ist durch seine Diagonalebene E = 680,70809 □ Fuß gegeben; man soll den körperlichen Inhalt K, die Oberfläche O und die Seitendiagonale D des Würfels berechnen.

Aufl. $K = \frac{1}{2}\sqrt{E^3\sqrt{2}} = 10560{,}12$ C. F.

$O = 3E\sqrt{2} = 2888 \square$ F.

$D = \sqrt{E\sqrt{2}} = 31{,}02687$ F.

6. Wie groß ist der körperliche Inhalt K, die Oberfläche O und die Diagonalaxe A eines Würfels, wenn seine Seitendiagonale D = 68 Fuß lang ist?

Aufl. $K = \frac{D^3}{4}\sqrt{2} = 111168{,}49$ C. F.

$O = 3D^2 = 13872 \square$ F.

$A = \frac{D}{2}\sqrt{6} = 83{,}282649$ F.

7. Das im Alterthume berühmt gewordene Delische Problem verlangt die Verdoppelung eines Würfels ohne Aenderung seiner Gestalt. Wenn nun die Kante eines Würfels a = 72,385 Fuß beträgt, wie groß ist die Kante eines Würfels von n = 2 Mal so großem Inhalte?

Aufl. $a\sqrt[3]{n} = 91{,}19938$ F.

8. Wie groß ist die Kante eines Würfels, wenn sein Inhalt $\frac{m}{n} = \frac{3}{8}$ eines anderen Würfels beträgt, dessen Kante a = 10 Fuß ist?

Aufl. $a\sqrt[3]{\frac{m}{n}} = 7{,}211248$ F.

9. Es soll ein Würfel verfertigt werden, welcher so groß ist, wie drei andere Würfel zusammen, deren Kanten $a = 2$ Fuß, $b = 2{,}5$ Fuß, $c = 3$ Fuß sind. Wie groß muß die Kante des Würfels genommen werden?

Aufl. $\sqrt[3]{a^3 + b^3 + c^3} = 3{,}699318$ F.

10. Die Oberfläche eines Würfels zu berechnen, welcher an Inhalt drei anderen Würfeln gleichkommt, deren Kanten $a = 3$ Fuß, $b = 4$ Fuß und $c = 5$ Fuß sind.

Aufl. $6\left[\sqrt[3]{a^3 + b^3 + c^3}\right]^2 = 216$ □ F.

11. Nach dem Duodecimalmaße ist 1 Ruthe = 12 Fuß, 1 Fuß = 12 Zoll, 1 Zoll = 12 Linien, nach dem Decimalmaße dagegen 1 Ruthe = 10 Fuß, 1 Fuß = 10 Zoll und 1 Zoll = 10 Linien. Wenn nun ein Würfel 31 C. R. 101 C. F. 112 C. Z. 13 C. L. nach dem Decimalmaße hält; wie viel hält er nach dem Duodecimalmaße, wenn man als die unveränderliche Maßeinheit a) den Fuß, b) die Ruthe annimmt?

Aufl. a) 17 C. R. 1725 C. F. 193 C. Z. 965,025792 C. L.
b) 31 C. R. 174 C. F. 1246 C. Z. 1474,028568576 C. L.

12. Ein Würfel hält nach dem Duodecimalmaße 2 C. R. 55 C. F. 410 C. Z. 691,2 C. L.; wie viel hält er nach dem Decimalmaße, wenn der Fuß als das unveränderliche Grundmaß betrachtet wird?

Aufl. 3 C. R. 511 C. F. 237 C. Z. 500 C. L.

13. Die Kante eines massiven Würfels mißt $a = 0{,}6$ Fuß; wie schwer ist derselbe, wenn sein specifisches Gewicht $s = 7{,}25$ und das Gewicht für einen Cubikfuß Wasser $g = 66$ Pfund angenommen wird?

Aufl. $a^3 g s = 103{,}356$ Pfund.

14. Ein Würfel hat das absolute Gewicht $a = 27$ Pfund und besteht aus einer Masse, deren specifisches Gewicht $s = 1{,}031$ ist. Wie groß ist die Kante des Würfels und wie viel wiegt dieser im Wasser, vorausgesetzt, daß ein Cubikfuß Wasser $g = 65{,}9$ Pfund wiegt?

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{a}{g s}} = 0{,}735202$ Fuß.

$$\frac{a}{s}\left(s - 1\right) = 0{,}8118332 \text{ Pfund.}$$

15. Ein metallener Würfel, dessen Kante $a = 1{,}6$ Fuß beträgt, ist so ausgehöhlt, daß der hohle Raum ebenfalls einen Würfel bildet. Wie schwer ist der Würfel, wenn die Dicke seiner überall gleichmäßigen Wand $d = 0{,}09$ Fuß und sein specifisches Gewicht $s = 8{,}8$ beträgt, vorausgesetzt, daß ein Cubikfuß Wasser $g = 66$ Pfund wiegt?

Aufl. $2\,dgs\left[3a\,(a - 2d) + 4d^2\right] = 715{,}9591296$ Pfund.

16. Es soll ein Würfel aus Blei, welcher $a = 3{,}472624$ Pfund wiegt, mit Korkholz verbunden werden, damit die verbundenen Körper im Wasser schwimmen. Wie viel Pfund Korkholz muß man dazu nehmen, wenn das specifische Gewicht desselben $s = 0{,}24$ und das des Bleies $p = 11{,}35$ beträgt?

Aufl. $\dfrac{a\,(p - 1)\,s}{p\,(1 - s)} = 1$ Pfund.

17. Wie viel Cubikfuß Korkholz muß man mit einem bleiernen Würfel, dessen Volumen $a = 7{,}6$ C. F. ist, verbinden, um die verbundenen Körper mit dem Wasser in's Gleichgewicht zu bringen, die specifischen Gewichte der Körper so angenommen wie in der vorigen Aufgabe?

Aufl. $\dfrac{a\,(p - 1)}{1 - s} = 103{,}5$ C. F.

18. Es sind zwei Würfel verfertigt, der eine aus $a = 1{,}682208$ Pfund Eisen, dessen specifisches Gewicht $m = 7{,}788$, und der andere aus $b = 3{,}906084$ Pfund Blei, dessen specifisches Gewicht $n = 11{,}388$ ist. Wie verhalten sich die Kanten dieser Würfel zu einander?

Aufl. $\sqrt[3]{\dfrac{a}{m}} : \sqrt[3]{\dfrac{b}{n}} = 6 : 7.$

19. Zwei Würfel sind aus verschiedenen Massen $M = 2{,}187$ Pfund und $m = 3{,}584$ Pfund angefertigt. Wenn sich die Dichtigkeiten dieser Massen zu einander verhalten wie $D : d = 3 : 7$; wie viel Mal ist die Kante des ersten Würfels größer als die des zweiten?

Aufl. $\sqrt[3]{\dfrac{Md}{Dm}} = 1{,}125.$

20. Die Differenz der Volumina zweier Würfel beträgt $a = 999$ C. F. und die Differenz ihrer Kanten $b = 3$ F.; wie groß sind diese letzteren?

Aufl. $\sqrt{\frac{a}{3b} - \frac{b^2}{12}} + \frac{b}{2} = 12$ F.

$\sqrt{\frac{a}{3b} - \frac{b^2}{12}} - \frac{b}{2} = 9$ F.

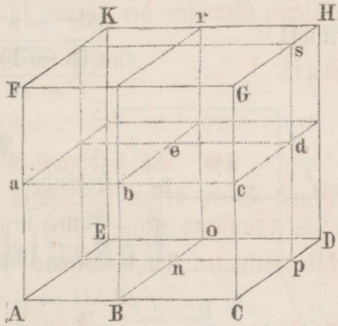
21. Die Oberflächen zweier Würfel sind gegeben, $a = 28{,}88$ □ F. und $b = 64{,}98$ □ F.; wie verhalten sich die Volumina der Würfel zu einander?

Aufl. $\sqrt{a^3} : \sqrt{b^3} = 8 : 27.$

22. Vier gerade Linien a, b, c, d sind stetig proportionirt, d. h. es ist b die mittlere Proportionale zwischen a und c, und ebenso c zwischen b und d. Wenn $a = 31{,}25$ F. und $d = 2$ F. ist; welches ist das Verhältniß der Würfel a^3 und b^3 zu einander, die über den beiden ersten dieser Linien als ihren Kanten construirt sind?

Aufl. $\frac{a}{d} = 15{,}625.$

23. Eine gerade Linie bestehe aus den beiden Theilen $AB = a = 0{,}625$ F. und $BC = b = 15$ F.; man soll geometrisch einen Ausdruck für den körperlichen Inhalt des Würfels ableiten, welcher über der Summe AC beider Theile als über seiner Kante construirt ist.



Aufl. $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = 3814{,}696$ C. F.

24. Ueber dem Unterschiede BC (Fig. 23) zweier Geraden $AC = a = 12{,}8$ F. und $AB = b = 10{,}3$ F. ist ein Würfel construirt; den Ausdruck für seinen körperlichen Inhalt geometrisch zu finden.

Aufl. $a^3 - b^3 - 3ab(a - b) = 15{,}625$ C. F.

25. Sowol über der ganzen Geraden $AC = a = 125$ Fuß als über ihrem Theile $BC = b = 120$ Fuß (Fig. 23) sind Würfel construirt; es soll geometrisch ein Ausdruck für den Unterschied der körperlichen Inhalte dieser beiden Würfel abgeleitet werden.

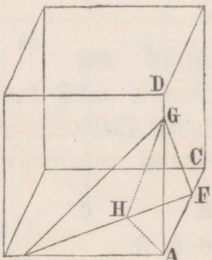
Aufl. $(a - b)(a^2 + ab + b^2) = 225125$ C. F.

26. Man nimmt innerhalb eines Wurfes beliebig einen Punkt P an, und zieht von demselben senkrechte Linien auf die Seitenebenen des Würfels, welche in einer Ecke A desselben zusammenstoßen. Wenn die Abstände des Punktes P von den drei Seitenebenen gegeben sind, $m = 0{,}45$ F., $n = 0{,}6$ F., $p = 3{,}1$ F.; wie groß ist das Quadrat, welches sich über dem Abstande AP jenes Punktes von der Ecke A construiren läßt?

Aufl. $m^2 + n^2 + p^2 = 10{,}1725 \,\square$ F.

27. Man will zwei Punkte A und B, die zu beiden Seiten einer Seitenkante K eines Würfels in den Seitenflächen desselben liegen, durch eine um die Kante herumgelegte Schnur mit einander verbinden. Die senkrechten Abstände des Punktes A von der Seitenkante K und von der Grundfläche des Würfels sind $a = 3{,}2$ F. und $a' = 11{,}2$ F., und für den Punkt B sind dieselben entsprechend $b = 5{,}6$ F. und $b' = 2{,}8$ F. — In welcher Höhe liegt auf jener Kante derjenige Punkt, durch welchen die Schnur gelegt werden muß, damit sie möglichst kurz werde?

Aufl. $\frac{ab' + a'b}{a + b} = 8{,}1454545$ F.



28. Die drei in einer Ecke A zusammenstoßenden Kanten eines Würfels werden von einer Ebene in beliebigen Punkten E, F, G geschnitten. Wenn nun $AE = m = 2$ F., $AF = n = 1$ F., $AG = p = 1{,}5$ F. ist; wie groß ist die Durchschnittsfigur EFG?

Aufl. $\frac{1}{2}\sqrt{m^2 n^2 + m^2 p^2 + n^2 p^2} = 1{,}952562 \,\square$ F.

29. Ein Würfel, dessen Kante $a = 4$ Fuß ist, wird so durchschnitten, daß die Durchschnittsfigur ein regelmäßiges Sechseck bildet. Wie groß ist dieses Sechseck?

Aufl. $\frac{3a^2}{4}\sqrt{3} = 20{,}7846096 \,\square$ F.

30. Wenn das größte gleichseitige Dreieck, welches man als Durchschnittsfigur eines Würfels erhalten kann, $m = 1{,}3102096 \square$ F. enthält; wie groß ist die Kante des Würfels?

Aufl. $\sqrt{\frac{2m}{\sqrt{3}}} = 1{,}23$ Fuß.

31. Schneidet man einen Würfel durch eine Ebene derart, daß diese durch die Mitten von zwei einander parallelen, aber nicht in der nämlichen Seitenfläche liegenden Kanten hindurchgeht und dabei die Diagonalaxe des Würfels ganz in sich enthält, so bildet die Durchschnittsfigur einen Rhombus, d. h. ein Parallelogramm mit lauter schiefen Winkeln, aber gleichen Seiten. Wenn nun die Kante des Würfels $a = 4$ Fuß beträgt, wie groß ist ein solcher Rhombus?

Aufl. $\frac{a^2}{2}\sqrt{6} = 19{,}5959 \square$ F.

32. Wie schwer ist ein massiver kupferner Würfel, dessen gesammte Oberfläche $a = 5{,}791666 \square$ F. beträgt, wenn das specifische Gewicht des Kupfers $s = 8{,}58$ ist und ein Cubikfuß Wasser $g = 56{,}40344$ Pfund wiegt?

Aufl. $gs\sqrt{\left(\frac{a}{6}\right)^3} = 458{,}9562$ Pfund.

II. Parallelepipedon.

33. Aus den drei in einer Ecke zusammentreffenden Kanten eines rechtwinkligen Parallelepipedons $a = 2{,}25$ F., $b = 3$ F., $c = 15{,}5$ F. soll berechnet werden der Inhalt K, die Oberfläche O und die Diagonalaxe A des Parallelepipedons.

Aufl. $K = abc = 104{,}625$ C. F.

$O = 2(ab + ac + bc) = 176{,}25 \square$ F.

$A = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} = 15{,}94717$ F.

34. Die Grundfläche eines Parallelepipedons enthält $a = 3874{,}2048 \square$ F., und die eines andern mit ihm inhaltsgleichen Parallelepipedons $b = 531{,}441 \square$ F. Wie verhält sich die Höhe des ersten Parallelepipedons zur Höhe des zweiten?

Aufl. $b : a = 1 : 7{,}29.$

35. Die gesammte Oberfläche eines rechtwinkligen Parallelepipedons zu finden, dessen quadratische Basis einem Kreise vom Radius $r = 9{,}49$ F. eingeschrieben ist, und dessen Höhe gleichkommt dem Apothem der Basis, d. h. dem Radius des in die Basis eingeschriebenen Kreises.

Aufl. $8r^2 = 720{,}4808 \square$ F.

36. Man schichtet Holz auf einem Bergabhange auf. Die Länge der einzelnen Holzstücke sowol als die Länge des Haufens sowie jede senkrechte Kante desselben mißt $a = 6$ Fuß, wie es auf einer horizontalen Ebene sein muß, um einen richtigen Cubikfaden zu geben; aber die aus einer obern Ecke des Haufens senkrecht auf dessen Grundfläche gefällte Linie ist nur $b = 5\frac{1}{3}$ Fuß lang. Um wieviel ist der Faden zu klein?

Aufl. $a^2 (a - b) = 24$ C. F.

37. Es sind zwei Kanten eines rechtwinkligen Parallelepipedons gegeben, $a = 30{,}21$ F. und $b = 41{,}03$ F.; man soll die dritte Kante so bestimmen, daß das Parallelepipedon eben so viel Cubikfuß enthält als seine Oberfläche Quadratfuß beträgt.

Aufl. $$\frac{2ab}{ab - 2(a + b)} = 2{,}259754 \text{ F.}$$

38. Von einem Parallelepipedon, dessen Höhe $h = 27{,}04$ Fuß ist, wird durch eine den Seitenkanten parallele Ebene ein solches Stück abgeschnitten, daß die Grundfläche dieses Stückes sich zu der des ganzen Parallelepipedons verhält wie die Zahlen $m : n = 13 : 80{,}6$. Um wie viel muß die Höhe des übrig bleibenden Theiles vergrößert werden, wenn dadurch das weggefallene Stück ergänzt werden soll?

Aufl. $$\frac{mh}{n - m} = 5{,}2 \text{ F.}$$

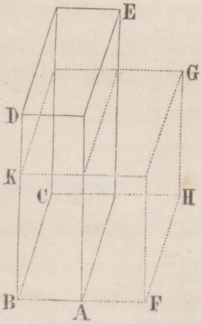
39. Ein Parallelepipedon ist $m = 1{,}5$ Mal so breit als hoch, und $n = 3$ Mal so lang als breit, und enthält $a = 18{,}8425$ C. F.. Hieraus soll Höhe x, Breite y und Länge z des Parallelepipedons bestimmt werden.

Aufl.
$$x = \sqrt[3]{\frac{a}{m^2 n}} = 1{,}408028 \text{ F.}$$
$$y = m\sqrt[3]{\frac{a}{m^2 n}} = 2{,}112042 \text{ F.}$$
$$z = mn\sqrt[3]{\frac{a}{m^2 n}} = 6{,}336126 \text{ F.}$$

40. Den Inhalt eines Würfels zu bestimmen, welcher mit einem rechtwinkligen Parallelepipedon von den Dimensionen $a = 4$ F., $b = 5$ F., $c = 9$ F. eine gleich große Oberfläche hat.

Aufl. $\sqrt{\tfrac{1}{27}(ab + ac + bc)^3} = 195{,}344$ C. F.

41. In einem rechtwinkligen Parallelepipedon BE verhält sich die kleinere Grundkante $AB = a = 7{,}036776$ F. zur größern BC wie $m = 4$ zu $n = 5$, und in demselben Verhältniß steht die größere Grundkante BC zur Höhe BD des Parallelepipedons. Es soll geometrisch ein Ausdruck für die Kante desjenigen Würfels abgeleitet werden, welcher mit dem Parallelepipedon inhaltsgleich ist.



Aufl. $\frac{an}{m} = 8{,}79597$ F.

42. Es sind drei gerade Linien $a = 3{,}92$ F., $b = 7{,}84$ F., $c = 15{,}68$ F. gegeben, welche eine stetige Proportion bilden. Man soll den körperlichen Inhalt desjenigen rechtwinkligen Parallelepipedons bestimmen, welches eben so groß ist, als der über der mittlern Proportionalen b construirte Würfel.

Aufl. $abc = 481{,}890304$ C. F.

43. Das Volumen eines parallelepipedischen Stabes sei $a = 42$ C. Zoll; seine Länge x, Breite y und Dicke z verhalten sich zu einander wie die Zahlen $m = 9$, $n = 28$, $p = 288$. Man soll hieraus die Dimensionen des Stabes bestimmen.

Aufl. $$x = m\sqrt[3]{\frac{a}{mnp}} = \frac{3}{4}\ \text{Z}.$$

$$y = n\sqrt[3]{\frac{a}{mnp}} = 2\tfrac{1}{3}\ \text{Z}.$$

$$z = p\sqrt[3]{\frac{a}{mnp}} = 24\ \text{Z}.$$

44. Die Breite eines Parallelepipedons sei 3 Fuß 9 Zoll 8 Linien, die Länge 8 F. 9 Z. und die Höhe 4 F. 6 Z. — Wie groß ist der körperliche Inhalt des Parallelepipedons 1) nach dem Duodecimalmaße und 2) nach dem Decimalmaße?

Aufl. 1) 149 C. F. 1458 C. Z.

2) 162 C. F. 941 C. Z. 200 C. L.

45. Ein Parallelepipedon hat die Dimensionen $a = 3$ F., $b = 5$ F., $c = 8$ F.. Man bestimme die entsprechenden Dimensionen eines Parallelepipedons, welches dem vorigen ähnlich, aber $n = 4$ Mal größer ist.

Aufl. $$a\sqrt[3]{n} = 4{,}7622033\ \text{F}.$$

$$b\sqrt[3]{n} = 7{,}9370055\ \text{F}.$$

$$c\sqrt[3]{n} = 12{,}6992088\ \text{F}.$$

46. Ein Parallelepipedon hat die Seitenflächen $a = 37{,}797615$ □ F., $b = 60{,}476184$ □ F., $c = 100{,}79364$ □ F.. Welches sind die Seitenflächen eines ihm ähnlichen Parallelepidedons, dessen Inhalt $\frac{m}{n} = \frac{1}{4}$ des Inhaltes des ersteren ist?

Aufl. $$a\sqrt[3]{\left(\frac{m}{n}\right)^2} = 15\ \square\ \text{F}.$$

$$b\sqrt[3]{\left(\frac{m}{n}\right)^2} = 24\ \square\ \text{F}.$$

$$c\sqrt[3]{\left(\frac{m}{n}\right)^2} = 40\ \square\ \text{F}.$$

47. Durch ein rechtwinkliges Parallelepipedon lassen sich höchstens drei von einander verschiedene Diagonalebenen durchlegen. Wenn nun ein Parallelepipedon die Abmessungen $a = 22$ F., $b = 18$ F., $c = 17$ F. hat; wie groß sind seine Diagonalebenen?

Aufl. $a\sqrt{b^2 + c^2} = 544{,}6944 \square$ F.

$b\sqrt{a^2 + c^2} = 500{,}4517 \square$ F.

$c\sqrt{a^2 + b^2} = 483{,}2307 \square$ F.

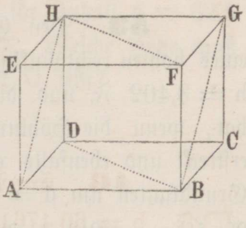
48. In einem rechtwinkligen Parallelepipedon, dessen Oberfläche $O = 2254 \square$ F. beträgt, stehen Länge x, Breite y und Höhe z zu einander in dem Verhältnisse wie die Zahlen $m = 5$, $n = 3$ $p = 1$. Wie groß sind seine Dimensionen?

Aufl. $x = m\sqrt{\frac{O}{2(mn + mp + np)}} = 35$ F.

$y = n\sqrt{\frac{O}{2(mn + mp + np)}} = 21$ F.

$z = p\sqrt{\frac{O}{2(mn + mp + np)}} = 7$ F.

49. Den Inhalt eines rechtwinkligen Parallelepipedons zu bestimmen, in welchem sich die größere Grundkante AB zur kleinern BC verhält wie $m : n = 7 : 5$ und eine Diagonalebene ein Quadrat vom Inhalte $a = 12 \square$ F. bildet.



Aufl. $\frac{an}{m^2}\sqrt{a\,(m^2 - n^2)} = 20{,}78028$ C. F.

oder $\frac{a\,m\,n}{m^2 + n^2}\sqrt{a} = 19{,}661117$ C. F.

50. Die Oberfläche eines rechtwinkligen Parallepipedons zu bestimmen, in welchem sich die größere Grundkante zur kleinere verhält wie $m = 9$ zu $n = 7$, und die Seite einer Diagonalebene, welche ein Quadrat ist, eine Länge von $a = 4{,}5$ Fuß hat.

Aufl. $\frac{(m+n)\sqrt{m^2+n^2+mn}}{m^2+n^2} \cdot 2a^2 = 76{,}460282 \square$ F.

oder $\frac{(m+n)\sqrt{m^2-n^2+mn}}{m^2} \cdot 2a^2 = 76{,}754835 \square$ F.

51. Ein rechtwinkliges Parallelepipedon, dessen Höhe $h = 10$ F. ist, hat von der untern Grundfläche bis zur obern einen hohlen Raum, welcher ebenfalls ein rechtwinkliges Parallelepipedon vorstellt, so daß die Dicke der vier Seitenwände an jeder Stelle $d = 1{,}5$ Fuß beträgt. Wenn die äußere Oberfläche dieser vier Wände ohne die Grundfläche $a = 1000$ $\square$ Fuß enthält; welches Volumen hat das Parallelepipedon nach Abzug des hohlen Raumes?

Aufl. $d(a - 4dh) = 1410$ C. F.

52. In einer Kiste von der Form eines rechtwinkligen Parallelepipedons beträgt die Dicke der Wand $d = 0{,}125$ Fuß. Die drei Dimensionen der Kiste sind $a = 3$, $b = 5$ und $c = 7$ Fuß, so daß also auch ihre ganze äußere Oberfläche F bekannt ist. Wie groß ist der körperliche Inhalt der Wände und der beiden Böden.

Aufl. $dF - 4d^2(a + b + c - 2d) = 16{,}828125$ C. F.

53. Den Gesammtinhalt der äußern und innern Oberfläche eines hohlen rechtwinkligen Parallelepipedons zu berechnen, welches die Höhe $h = 3{,}402$ F. und die Grundkanten $m = 2{,}222$ F. und $n = 1{,}32$ F. hat, wenn die Höhlung sich von der untern Grundfläche bis zur obern erstreckt und ebenfalls ein rechtwinkliges Parallelepipedon vorstellt, dessen Grundkanten um $d = 0{,}12$ F. kleiner sind als die des andern.

Aufl. $2(d + 2h)(m + n - d) = 47{,}36016 \square$ F.

54. Ein oben offener Fruchtkasten ist von außen gemessen $a = 9$ F. lang, $b = 4$ F. breit und $c = 3$ F. hoch; die Dicke jeder der vier Seitenwände beträgt $m = \frac{1}{2}$ F. und die des Bodens $n = \frac{3}{4}$ F.. Wie groß ist 1) die körperliche Masse und 2) der hohle Raum des Fruchtkastens?

Aufl. 1) $abn + 2m(c - n)(a + b - 2m) = 54$ C. F.

2) $(c - n)[ab - 2m(a + b - 2m)] = 54$ C. F.

55. Ein Grundstück in der Form eines Rechtecks hat die Länge $a = 33$ F. und die Breite $b = 21$ F. und ist von einer Mauer umschlossen, deren Höhe $h = 11$ F. und deren Dicke $d = 1{,}05$ F. beträgt. Es soll der Cubikinhalt K der Mauer und die Größe F aller Seitenflächen berechnet werden;

Aufl. $K = 2\,dh\,(a + b + 2d) = 1295{,}91$ C. F.

$F = 4h\,(a + b + 2d) = 2468{,}4\ \square$ F.

56. Von einer Mauer, welche ein rechteckiges Grundstück einschließt und $a = 3{,}5$ F. dick ist, beträgt die Fläche der innern und äußern Wände zusammen $F = 27426{,}66\ \square$ F. Wie groß ist die körperliche Masse der Mauer?

Aufl. $\frac{1}{2}\,aF = 47996{,}66$ C. F.

57. Eine Mauer, die ein Rechteck von allen Seiten einschließt, hat den Cubikinhalt $a = 161{,}99$ C. F. und ist $m = 0{,}525$ F. dick. Wie groß ist der Flächeninhalt aller Wände der Mauer?

Aufl. $\frac{2a}{m} = 617{,}1047\ \square$ F.

58. Es soll eine oben offene Kiste von der Form eines rechtwinkligen Parallelepipedons so construirt werden, daß ihr Inhalt $a = 62{,}5$ C. F. sei, die Oberfläche aber möglichst klein ausfalle. Welche Höhe muß die Kiste erhalten und wie groß wird ihre Oberfläche O sein?

Aufl. $h = \sqrt[3]{\frac{a}{4}} = 2{,}5$ F.

$O = 6\sqrt[3]{\frac{a^2}{2}} = 75\ \square$ F.

59. Eine Zunahme der Wärme hat in allen materiellen Körpern eine Vergrößerung des Volumens zur Folge, so wie die Abnahme der Wärme eine Verkleinerung des Volumens bewirkt. Die Zahl, welche ausdrückt, um wieviel die Längeneinheit von einem Körper sich ausdehnt, wenn die Wärme um einen Grad zunimmt, heißt der Ausdehnungscoefficient der Länge. Bei gleichmäßig dichten Körpern nimmt die Ausdehnung während der Erwärmung nach allen Richtungen im gleichen Verhältnisse zu, daher die geometrische Gestalt des Körpers unverändert bleibt. — Es seien nun für ein Parallelepipedon aus Zink bei 0 Grad

Wärme die Dimensionen $a = 10$, $b = 1,4$ und $c = 3,5$ in Zollen gegeben, der lineare Ausdehnungscoefficient des Zinkes sei $k = 0,0000294$; welches Volumen hat das Parallelepipedon bei $t = 50$ Grad Wärme?

Aufl. $abc\,(1 + kt)^3 = 49,21643$ C. Z.

60. Ein aus Messing verfertigter parallelepipedischer Körper hat bei $a = 56^0$ Réaumur das Volumen $P = 22,3$ C. F. Wenn sich das Messing auf je einen Grad R. um $k = 0,0000189$ seiner Länge ausdehnt; welches Volumen hat der Körper bei $b = 65^0$ Celsius?

Aufl. $\frac{P}{125}\left[k\,(4b - 5a) + 5\right]^3 = 22,29494$ C. F.

61. Eine Metallplatte, deren Länge $a = 1,9$ F. und Breite $b = 1,1$ F. beträgt, hat das absolute Gewicht $A = 7,75$ Pfund und das specifische Gewicht $s = 8,5$. Man soll die Dicke der Platte in Linien, deren 144 einen Fuß ausmachen, bestimmen, vorausgesetzt, daß ein Cubikfuß Wasser $g = 66$ Pfund wiegt.

Aufl. $\frac{144\,A}{abgs} = 0,95182$ L.

62. Ein homogener Körper in der Form eines Parallelepipedons ist $a = \frac{1}{2}$ F. lang, $b = \frac{1}{3}$ F. breit und $c = \frac{1}{4}$ F. hoch und wiegt $m = 1,5$ Pfund. Wenn der Körper mit seiner größten Seitenfläche auf Wasser gelegt wird, von welchem ein Cubikfuß das Gewicht $g = 66$ Pfund hat; wie tief sinkt er unter?

Aufl. $\frac{m}{abg} = 0,1363636$ F.

63. Die Basis eines geraden Parallelepipedons ist ein Rhombus, in welchem die große Diagonale $a = 3,3166248$ F. und die kleine Diagonale gleich der Seite des Rhombus ist. Wenn die Seitenkante des Parallelepipedons sich verhält zur Grundkante wie $m = 1,0148872$ zu $n = 0,051$; wie groß ist 1) sein körperlicher Inhalt und 2) seine ganze Oberfläche?

Aufl. 1) $\frac{a^3 m}{6n} = 121$ C. F.

2) $\frac{a^2}{3}\left(\frac{4m}{n} + \sqrt{3}\right) = 298,2138$ □ F.

64. Ueber den Diagonalen der drei in einer Ecke zusammenstoßenden Seitenflächen eines rechtwinkligen Parallelepipedons sind Quadrate construirt; man soll aus der gegebenen Diagonalaxe $a = 31,89434$ F. des Parallelepipedons die Summe jener drei Quadrate berechnen.

Aufl. $2a^2 = 2034,4976 \square$ F.

65. Ein Parallelepipedon hat die Dimensionen $a = 3,98$ F., $b = 4,89$ F., $c = 9,57$ F.; wie groß ist die Summe der Quadrate, welche sich über den vier Diagonalaxen des Parallelepipedons construiren lassen?

Aufl. $4(a^2 + b^2 + c^2) = 525,3496 \square$ F.

66. Aus den drei in einer Ecke zusammenstoßenden Seitenflächen eines rechtwinkligen Parallelepipedons, $m = 9,73 \square$ F., $n = 8,97 \square$ F., $p = 7,89 \square$ F. die Summe der Quadrate aller sechs Diagonalebenen des Parallelepipedons zu finden.

Aufl. $4(m^2 + n^2 + p^2) = 949,5436.$

67. Die Diagonalen dreier an einander stoßenden Seitenflächen eines rechtwinkligen Parallelepipedons sind $a = 31$ F., $b = 29$ F., $c = 28$ F.. Wie groß ist der Flächeninhalt jeder der drei Seiten?

Aufl. $\frac{1}{2}\sqrt{a^4 - (b^2 - c^2)^2} = 479,65406 \square$ F.

$\frac{1}{2}\sqrt{b^4 - (c^2 - a^2)^2} = 411,0815 \square$ F.

$\frac{1}{2}\sqrt{c^4 - (a^2 - b^2)^2} = 387,3809 \square$ F.

68. In einem rechtwinkligen Parallelepipedon beträgt die Diagonalaxe $a = 39$ F., die Oberfläche $b = 1728 \square$ F. und die Länge übertrifft die Summe aus Breite und Höhe um $c = 15$ F.. Man soll hieraus die Länge x, die Breite y und die Höhe z des Parallelepipedons bestimmen.

Aufl. $x = \frac{1}{2}\left(c + \sqrt{a^2 + b}\right) = 36$ F.

$$y = \frac{1}{4}\left[\sqrt{a^2+b} - c + \sqrt{5a^2 - 3c^2 - 3b - 2c\sqrt{a^2+b}}\right] = 12 \text{ F.}$$

$$z = \frac{1}{4}\left[\sqrt{a^2+b} - c - \sqrt{5a^2 - 3c^2 - 3b - 2c\sqrt{a^2+b}}\right] = 9 \text{ F.}$$

oder $y = 9$ F. und $z = 12$ F.

69. Wenn ein rechtwinkliges Parallelepipedon den Inhalt $a = 1331$ C. F. hat und seine Kanten sich zu einander verhalten wie die

Zahlen $m = 4$, $n = 6$, $p = 9$; wie groß sind 1) die Seitendiagonalen und 2) die Diagonalebenen desselben?

Aufl. 1) $\sqrt{m^2 + n^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{a}{mnp}} = 13{,}22035$ F.

$$\sqrt{m^2 + p^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{a}{mnp}} = 18{,}05623 \text{ F.}$$

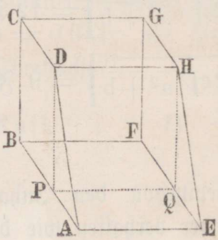
$$\sqrt{n^2 + p^2} \cdot \sqrt[3]{\frac{a}{mnp}} = 19{,}83053 \text{ F.}$$

2) $m\sqrt{n^2 + p^2} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{a}{mnp}\right)^2} = 145{,}4239 \,\square$ F.

$$n\sqrt{m^2 + p^2} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{a}{mnp}\right)^2} = 198{,}6186 \,\square \text{ F.}$$

$$p\sqrt{m^2 + n^2} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{a}{mnp}\right)^2} = 218{,}1358 \,\square \text{ F.}$$

70. Jeder Körper hat einen Schwerpunkt, d. h. einen solchen Punkt, bei dessen Unterstützung er selbst unterstützt ist und daher ruht. Der Schwerpunkt eines Parallelepipedons oder eines Prismas überhaupt liegt in der Mitte der Linie, welche die Schwerpunkte der parallelen Grundflächen mit einander verbindet. — Ruht ein Körper mit seiner Grundfläche auf einer horizontalen Ebene, so ist der Widerstand, welchen derselbe einer jeden Kraft entgegensetzt, die ihn um eine seiner Grundkanten zu drehen strebt, um so größer, je größer sein Gewicht, je näher sein Schwerpunkt dem Boden und je weiter die vom Schwerpunkte auf die Grundfläche gefällte Senkrechte (Directionslinie) von derjenigen Kante entfernt ist, um welche sich der Körper drehen soll. Das Produkt aus dem Gewichte des Körpers in den Abstand seiner Directionslinie von der Kante, um welche die Drehung geschieht, pflegt man als das Maß seiner Standfähigkeit (Stabilität) in Beziehung auf jene Kante anzunehmen.



Es bilde nun der verticale Querschnitt ABCD des Körpers AG ein Trapez, in welchem die Parallelseiten $AB = a = 10$ F. und $CD = b = 8$ F. horizontal liegen und die Seite $BC = c = 5$ F. vertical steht. Die Länge des Körpers sei $AE = m = 6$ F. und das Gewicht der Masse für einen Cubikfuß gleich $g = 20$ Pfund. Man soll die Stabilität des Körpers berechnen, wenn als Umdrehungsaxe 1) die Kante BF und 2) die Kante AE genommen wird.

Aufl. 1) $\frac{cgm}{6}\left(a^2 + b^2 + ab\right) = 24400$ Pfund.

2) $\frac{cgm}{6}\left[2a\,(a + b) - b^2\right] = 29600$ Pfund.

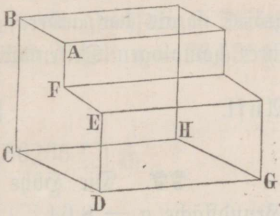
71. Der Körper AG (Fig. 70) stelle ein von zwei verticalen Querschnitten ABCD und EFGH begränztes Stück einer Mauer dar, welche auf der einen Seite von oben bis unten eine Böschung AQHD von $\frac{1}{n} = \frac{1}{5}$ hat, d. h. auf je n Fuß Höhe eine Ausladung von 1 Fuß. Die obere Breite CD der Mauer sei $a = 1{,}25$ F., die Höhe $BC = h = 10$ F. und das specifische Gewicht der Masse $s = 2{,}4$ F., ein Cubikfuß Wasser $g = 61{,}75$ Pfund gerechnet. Es soll die Stabilität der Mauer für einen Fuß Länge gefunden werden 1) wenn die Böschung sich an derjenigen Seite befindet, wo die Drehungskante liegt, 2) wenn die Böschung an der entgegengesetzten Seite angebracht ist, 3) wenn die Mauer die nämliche Menge desselben Materials enthielte und dieselbe Höhe hätte, aber parallelepipedisch gebaut wäre.

Aufl. 1) $aghs\left[\frac{a}{2} + \left(1 + \frac{h}{3an}\right)\frac{h}{n}\right] = 6838{,}8125$ F.

2) $\frac{ghs}{2}\left[a^2 + \left(a + \frac{h}{3n}\right)\frac{h}{n}\right] = 3998{,}3125$ F.

3) $\frac{ghs}{2}\left(a + \frac{h}{2n}\right)^2 = 3751{,}3125$ F.

72. Die Stablilität eines aus zwei Parallelepipeden zusammengesetzten Körpers BG vom Querschnitte ABCDEF zu berechnen, wenn das Gewicht eines Cubikfußes der Masse $g = 14$ Pfund, die Länge des Körpers $DG = a = 10$ F., die obere Breite $AB = b = 2$ F., die Höhe $BC = c = 5$ F., die untere Breite $CD = m =$ 7 Fuß., die Höhe $ED = n = 3$ F. ist, und als Umdrehungsaxe 1) die Kante CH, und 2) die Kante DG angenommen wird.



Aufl. 1) $\frac{ag}{2}\left[b^2 c + (m^2 - b^2)\,n\right] = 10850$ Pfund.

2) $\frac{ag}{2}\left[bc\,(2m - b) + (m - b)^2 n\right] = 13650$ Pfund.

III. Prisma.

73. Ein Prisma hat die Höhe h = 20 F. und zur Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck, dessen Catheten a = 10 F. und b = 4 F. sind. Wie lang ist die Kante eines Würfels, welcher gleichen Inhalt mit dem Prisma hat?

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{a b h}{2}} = 7{,}368063$ F.

74. Wie viel Grade beträgt in einem Prisma von n = 8 Seiten 1) die Summe aller ebenen Winkel in der Oberfläche, 2) die Summe aller Flächenwinkel?

Aufl. 1) $720\,(n-1) = 5040$ Grade.

2) $360\,(n-1) = 2520$ Grade.

75. In einem Prisma mißt eine Kante a = 3 F.. Wie groß ist die gleichnamige Kante eines andern ihm ähnlichen Prismas, dessen Volumen n = 2 Mal größer ist?

Aufl. $a\sqrt[3]{n} = 3{,}7797615$ F.

76. Wenn von zwei ähnlichen Prismen das eine n = 28 Mal größer ist als das andere; welches ist das Verhältniß zwischen irgend zwei ihrer homologen Seitenflächen?

Aufl. $\sqrt[3]{n^2} = 9{,}2208726.$

77. Die Höhe eines Prismas beträgt h = 12 F. und seine Grundfläche g = 8,64 □ F.. Wie groß wird für ein ähnliches Prisma, welches n = 3 Mal kleiner ist, 1) die Höhe und 2) die Grundfläche sein?

Aufl. 1) $\frac{h}{n}\sqrt[3]{n^2} = 8{,}3203348$ F.

2) $\frac{g}{n}\sqrt[3]{n} = 4{,}153679$ □ F.

78. Die Grundfläche eines Prismas von $h = 20$ F. Höhe ist ein gleichseitiges Dreieck, dessen Seite $a = 12$ F. mißt. Man soll 1) die Höhe und 2) die Grundkante eines ähnlichen Prismas bestimmen, welches $m = 1020$ C. F. enthält.

Aufl. 1) $\sqrt[3]{\dfrac{4mh^2\sqrt{3}}{3a^2}} = 18{,}7039$ F.

2) $\sqrt[3]{\dfrac{4am\sqrt{3}}{3h}} = 11{,}2223$ F.

79. Ein gerades dreiseitiges Prisma hat die Höhe $h = 27$ F.; wie groß ist der körperliche Inhalt K und die gesammte Oberfläche O, wenn jede Grundkante $a = 5$ F. mißt?

Aufl. $K = \dfrac{a^2h}{4}\sqrt{3} = 292{,}2835$ C. F.

$O = \dfrac{a}{2}(a\sqrt{3} + 6h) = 426{,}65063 \,\square$ F.

80. In einem geraden Prisma, dessen Höhe $h = 64$ Fuß, ist die Basis ein regelmäßiges Sechseck mit der Seite $a = 26$ Fuß; wie groß ist sein körperlicher Inhalt K und seine Oberfläche O?

Aufl. $K = \dfrac{3a^2h}{2}\sqrt{3} = 112403{,}16$ C. F.

$O = 3a(a\sqrt{3} + 2h) = 13496{,}599 \,\square$ F.

81. Ein gerades Prisma, dessen Basis ein gleichseitiges Dreieck bildet, ist $h = 13{,}5$ F. hoch und hat den körperlichen Inhalt $a = 36{,}53543$ C. F.; wie groß ist seine gesammte Oberfläche?

Aufl. $2\left(\dfrac{a}{h} + \sqrt{3ah\sqrt{3}}\right) = 106{,}66265 \,\square$ F.

82. Ein Prisma hat den körperlichen Inhalt $a = 12$ C. F. und die Höhe $h = 15$ F.; wie groß ist die Seite der Grundfläche, wenn diese ein gleichseitiges Dreieck bildet?

Aufl. $2\sqrt{\dfrac{a\sqrt{3}}{3h}} = 1{,}359235$ F.

83. In einem regelm. Prisma ist die Oberfläche $a = 8{,}6 \square$ F. und jede Grundkante der Höhe des Prismas gleich. Wie groß ist die Höhe, wenn die Grundfläche 1) ein gleichseitiges Dreieck, und 2) wenn sie ein regelmäßiges Sechseck bildet?

Aufl. 1) $\sqrt{\frac{2a}{6+\sqrt{3}}} = 1{,}491478$ F.

2) $\sqrt{\frac{a}{3(2+\sqrt{3})}} = 0{,}8764264$ F.

84. Wenn in einem geraden Prisma, dessen Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck ist, die gesammte Oberfläche $a = 426{,}65063 \square$ F. und die Summe der drei Seitenflächen $s = 405 \square$ F. beträgt; wie groß ist sein körperlicher Inhalt?

Aufl. $\frac{s}{2}\sqrt{\frac{a-s}{6\sqrt{3}}} = 292{,}2835$ C. F.

85. Von einem geraden dreiseitigen Prisma sind die drei Seitenflächen $a = 25$, $b = 29$, $c = 36 \square$ F. (deren halbe Summe s bedeuten mag) und die Grundfläche $B = 10 \square$ F. gegeben; welches ist der körperliche Inhalt des Prismas?

Aufl. $\sqrt{B\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}} = 60$ C. F.

86. Wie viel Centner Wasser (1 C. = 110 Pfund) enthält ein voller prismatischer Wasserbehälter von $h = 5$ F. Tiefe, wenn die Seite der regelmäßigen sechsseitigen Grundfläche $a = 10$ F. lang ist und das Gewicht für einen Cubikfuß Wasser $g = 56{,}33$ Pfund angenommen wird?

Aufl. $\frac{3a^2gh}{220}\sqrt{3} = 665{,}2257$ C.

87. In einem geraden dreiseitigen Prisma, von welchem die Größe zweier Seitenebenen $a = 35{,}6409 \square$ F. und $b = 212{,}77617 \square$ F. gegeben ist, wird der von denselben gebildete Flächenwinkel durch eine Ebene halbirt; es soll das Verhältniß der beiden Parallelogramme zu einander an gegeben werden, in welche die dritte Seitenebene des Prismas von der Halbirungsebene getheilt wird.

Aufl. $\frac{a}{b} = 0{,}16750418$

88. Von einem Prisma, dessen Höhe $h = 81{,}12$ F. und Grundfläche $B = 725{,}4$ □ F. gegeben sind, wird ein Stück durch eine Ebene abgeschnitten, welche den Seitenkanten parallel läuft, und dessen Grundfläche $b = 117$ □ F. enthält. Um wie viel muß die Höhe des übrig bleibenden Theils des Prismas vergrößert werden, wenn dadurch das weggefallene Stück ergänzt werden soll?

Aufl. $\frac{bh}{B - b} = 15{,}6$ F.

89. Ein Prisma hat die Höhe $h = 27{,}04$ F. und zur Grundfläche ein reguläres Dreieck von der Seite $a = 28{,}3901391$ F.. Durch dasselbe wird parallel mit den Seitenkanten eine Ebene gelegt, welche von der einen Grundkante das Stück $m = 10$ F. und von der andern das Stück $n = 13$ F. abschneidet, beide Abschnitte von der nämlichen Ecke der Grundfläche aus genommen. Wenn das weggefallene Körperstück durch Verlängerung des übrigbleibenden Prismas ersetzt werden soll; welche Höhe muß letzteres erhalten?

Aufl. $\frac{a^2 h}{a^2 - mn} = 32{,}24$ F.

90. Aus einer Metallplatte von der Dicke $d = 0{,}375$ F. ist ein hohles, an beiden Enden offenes Prisma angefertigt, dessen dreiseitige Grundfläche ohne Abzug des fehlenden Stückes $a = 6$ □ F. enthält und im Umfange $m = 12$ F. mißt. Es soll das Verhältniß des massiven Theils zu dem hohlen Theile des Prismas bestimmt werden.

Aufl. $\frac{dm\,(4a - dm)}{(2a - dm)^2} = 1{,}56.$

91. Ein dreiseitiges Prisma, dessen Basis $b = 7{,}26$ □ F. enthält und im Umfange $p = 13{,}2$ F. mißt, soll seiner ganzen Länge nach so ausgehöhlt werden, daß alle Seitenwände gleichmäßig dick werden und ihre körperliche Masse zu dem hohlen Raum das Verhältniß von $m = 39$ zu $n = 25$ erlangt. Welche Dicke muß die Wand des hohlen Prismas haben?

Aufl. $\frac{2b}{p}\left(1 - \sqrt{\frac{n}{m + n}}\right) = 0{,}4125$ F.

92. Man kennt die Seitenkante $k = 5$ F. eines geraden dreiseitigen Prismas und seine Seitenflächen $a = 25 \square$ F., $b = 29 \square$ F. und $c = 36 \square$ F., deren halbe Summe durch s bezeichnet werden mag. Wie groß ist der körperliche Inhalt des Prismas?

Aufl. $\frac{1}{k}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)} = 72$ C. F.

93. Der körperliche Inhalt eines Prismas beträgt $a = 7{,}16$ C. F., und jede Grundkante ist gleich der Höhe des Prismas. Welche Länge hat eine Grundkante, wenn sie 1) die Seite eines gleichseitigen Dreiecks, und wenn sie 2) die Seite eines regelmäßigen Sechsecks bildet?

Aufl. 1) $\sqrt[6]{\frac{16a^2}{3}} = 2{,}547636$ F.

2) $\sqrt[6]{\frac{4a^2}{27}} = 1{,}402018$ F.

94. Ein Prisma enthält $a = 7776$ C. F. und hat zur Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck. Wie groß ist die Höhe des Prismas, wenn sie sich zur Grundkante wie $m : n = 3 : 4$ verhält?

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{4am^2\sqrt{3}}{3n^2}} = 21{,}616865$ F.

95. Ein sechsseitiges und ein vierseitiges regelmäßiges Prisma haben die gleiche Grundkante $a = 7$ F. und dieselbe Höhe $h = 13$ F. — Es soll das Verhältniß 1) der Inhalte beider Prismen, und 2) ihrer Oberflächen zu einander angegeben werden.

Aufl. 1) $\frac{3}{2}\sqrt{3} = 2{,}5980762.$

2) $\frac{3(a\sqrt{3}+2h)}{2(a+2h)} = 1{,}7329252$

96. Ein gerades Prisma hat die Höhe $h = 10$ F.; die Seite der Grundfläche, welche ein regelmäßiges Fünfeck bildet, ist $a = 3$ F. lang. Wie groß ist die Oberfläche des Prismas?

Aufl. $\frac{a^2}{2}\sqrt{5(5+2\sqrt{5})} + 5ah = 180{,}96859 \square$ F.

97. Nach einem Gesetze der Physik ist der Druck der Luft, den irgend eine Ebene zu tragen hat, gleich dem Gewichte einer Quecksilbersäule, deren Grundfläche diese Ebene, und deren Höhe dem jedesmaligen Barometerstande gleich ist. Es sei nun die Barometerhöhe $b = 28$ Zoll (1 Fuß = 12 Z), das specifische Gewicht des Quecksilbers $s = 14$, das Gewicht eines Cubikfußes Wasser $g = 66$ Pfund; welchen Luftdruck hat die Ebene eines regelmäßigen Fünfecks zu tragen, dessen Seite $a = 12{,}93813$ Zoll lang ist?

Aufl. $\frac{a^2bgs}{6912}\sqrt{5(5+2\sqrt{2})} = 4312$ Pfund.

98. In einem schiefen Prisma, dessen Seitenkante $a = 5{,}2038$ F. beträgt, ist die Basis $n = 1{,}0325$ Mal größer als die senkrecht auf die Seitenkanten gelegte Durchschnittsfigur. Welche Höhe hat das Prisma?

Aufl. $\frac{a}{n} = 5{,}04$ F.

99. In und um einen Kreis vom Radius $r = 2$ Fuß sind regelmäßige Achtecke beschrieben, welche die Grundflächen zweier geraden Prismen von gleicher Höhe $h = 10$ Fuß bilden. Wie groß ist die gesammte Oberfläche jedes der beiden Prismen?

Aufl. $4r(r\sqrt{2} + 2h\sqrt{2-\sqrt{2}}) = 145{,}086105$ □ F.

$16r(h+r)(\sqrt{2}-1) = 159{,}058022$ □ F.

100. In einen Kreis vom Radius $r = 1$ Fuß ist ein regelmäßiges Zwölfeck und ein regelmäßiges Sechszehneck eingeschrieben. Wenn diese Polygone die Grundflächen zweier Prismen von der nämlichen Höhe $h = 10$ Fuß bilden; wie groß ist der Unterschied zwischen den körperlichen Inhalten der beiden Prismen?

Aufl. $hr^2\left(4\sqrt{2-\sqrt{2}} - 3\right) = 0{,}614672$ C. F.

101. Um einen und denselben Kreis sind zwei regelmäßige Polygone, ein Zwölfeck und ein Sechszehneck beschrieben, auf welchen als Grundflächen zwei Prismen von gleichen körperlichen Inhalten stehen; man soll das Verhältniß zwischen den Höhen beider Körper bestimmen.

Aufl. $\frac{4}{3}\left(\sqrt{4+2\sqrt{2}} - \sqrt{2} - 1\right)\left(2+\sqrt{3}\right) = 0{,}9898013.$

102. In einem schiefen Prisma, welches ein regelmäßiges Sechszehneck zur Grundfläche hat, beträgt die Höhe $h = 4$ F., eine Grundkante $a = 3$ F. und eine Seitenkante $m = 6$ F.. Wie groß ist der Flächeninhalt der Durchschnittsfigur, welche senkrecht auf die Seitenkanten gelegt wird?

Aufl. $\frac{4a^2h}{m}\left(1+\sqrt{2}+\sqrt{4+2\sqrt{2}}\right) = 120{,}65614$ □ F.

103. Ein schiefes Prisma hat zur Grundfläche ein regelmäßiges Vierundzwanzigeck; aus der Höhe $h = 2{,}5$ F., einer Seitenkante $c = 5$ F. und dem senkrecht auf die Seitenkanten gelegten Durchschnitt $m = 91{,}14905$ □ F. des Prismas soll die Grundkante desselben gefunden werden.

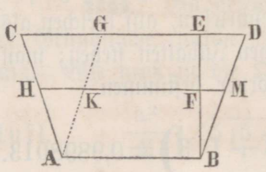
Aufl. $\sqrt{\frac{cm}{6h(2+\sqrt{3}+2\sqrt{2+\sqrt{3}})}} = 2$ F.

104. In einem Prisma von fünfzehn Seiten ist eine Grundkante $a = 18$ Fuß gegeben; die Axe des Prismas bildet mit jeder Seitenkante desselben die gegenüberstehenden Seiten eines Rechtecks, dessen Länge, welche die Axe ist, sich zur Breite wie $m : n = 17 : 3$ verhält. Man sucht die Höhe des Prismas.

Aufl. $\frac{am}{2n}\left(\sqrt{3}+\sqrt{5+2\sqrt{5}}\right) = 245{,}2965$ F.

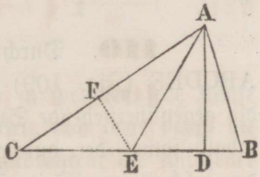
105. Wenn ein Prisma zur Grundfläche ein regelmäßiges Fünfzehneck hat, dessen Seite $a = 1$ Fuß ist, und wenn seine Höhe dem Radius des in die Grundfläche eingeschriebenen Kreises gleichkommt; wie groß ist der körperliche Inhalt des Prismas?

Aufl. $\frac{15a^3}{8}\left(7+2\sqrt{5}+2\sqrt{3(5+2\sqrt{5})}\right) = 41{,}5003935$ C. F.



106. Es sei ABCD der verticale Durchschnitt des Kanales einer Wasserleitung. Der Kanal hat die obere und untere Breite $CD = a = 7{,}4$ F., $AB = b = 5{,}3$ F. und die Höhe $BE = c = 3{,}85$ F. Wenn das Wasser mit einer Geschwindigkeit von $g = 3{,}8$ F. in der Secunde fließt, und dabei stets die Höhe $BF = d = 1{,}5$ F. hat; wie viel Cubikfuß Wasser fließen in jeder Stunde an einer Stelle des Kanales vorbei?

Aufl. $\frac{1800\,dg}{c}(ad - bd + 2bc) = 117150{,}54$ C. F.

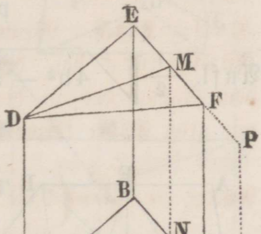


107. Ein gerades Prisma ist $h = 2{,}4$ F. hoch und hat zur Grundfläche ein gleichschenkliges Dreieck ABC, in welchem das auf den einen Schenkel gefällte Höhenperpendikel $AD = p = 3{,}5$ F. und die Transversale $AE = m = 4{,}8$ F. gegeben ist, welche die Mitte desselben Schenkels mit der Gegenecke verbindet. Wie groß ist diejenige Seitenfläche des Prismas, welche die ungleiche Seite AB des Dreiecks zu ihrer Grundkante hat?

Aufl. $\frac{2h}{3}\sqrt{p^2 + 2m^2 - \sqrt{4m^4 - 5m^2p^2 + p^4}} = 8{,}61125$ □ F.

108. Ein gerades Prisma hat zur Basis ein rechtwinkliges Dreieck. Man kennt die Hypotenuse $a = 16{,}9$ F. des Dreiecks und die Flächeninhalte der auf den Katheten stehenden Seitenflächen des Prismas, $m = 120$ □ F. und $n = 119$ □ F. — Wie groß ist der Inhalt der dritten Seitenfläche nebst den beiden Grundflächen?

Aufl. $\frac{a^2mn}{m^2 + n^2} + \sqrt{m^2 + n^2} = 311{,}8$ □ F.



109. Der Flächeninhalt zweier Seitenflächen eines geraden dreiseitigen Prismas ist gegeben: $ACFD = a = 19$ □ F. und $BCFE = b = 17$ □ F. — Durch die Kante AD wird eine Ebene senkrecht auf die gegenüberliegende Seitenfläche oder auf ihre Verlängerung gelegt. Es sei nun 1) der an der Kante CF liegende Flächenwinkel des Prismas ein **spitzer**, so daß die senkrecht gelegte Ebene innerhalb des Prismas fällt und das Parallelogramm $CFMN = m = 9{,}5$ □ F. abschneidet; es sei 2) jener Flächenwinkel **stumpf**, so daß die senkrechte Ebene außerhalb des Prismas zu liegen kommt und auf der erweiterten Seitenfläche

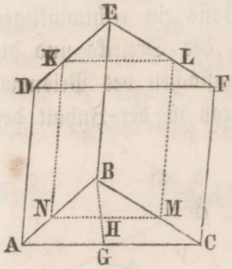
BCFE das Parallelogramm CFPQ $= n = 13{,}4350292 \square$ F. bestimmt. Welchen Flächeninhalt hat in jedem der beiden Fälle die Seitenfläche ABED?

Aufl. 1) $\sqrt{a^2 + b^2 - 2bm} = 18{,}0831413 \square$ F.

2) $\sqrt{a^2 + b^2 + 2bn} = 33{,}2684 \square$ F.

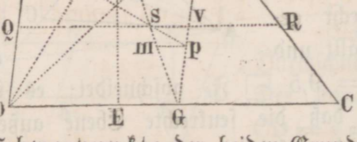
110. Durch eine Seitenkante eines geraden dreiseitigen Prismas ABCDEF (Fig. 109) wird eine Ebene ADMN so durchgelegt, daß sie die gegenüberstehende Seitenfläche des Prismas halbirt. Wenn der Flächeninhalt sowol der durchgelegten Ebene ADMN $= a = 9{,}83 \square$ F. als der geschnittenen Seitenfläche BCFE $= b = 8{,}97 \square$ F. gegeben ist; welcher Ausdruck stellt die Summe der Quadrate der beiden anderen Seitenflächen AF und BD des Prismas dar?

Aufl. $\frac{1}{2}(b^2 + 4a^2) = 233{,}48825.$



111. Man kennt die Höhe $h = 56$ F. und die Grundkanten AC $= a = 36$ F., AB $=$ BC $= b = 30$ F. eines dreiseitigen geraden Prismas ABCDEF, und will von demselben durch eine Ebene, welche parallel mit der Seitenfläche ACFD sein soll, ein vierseitiges Prisma von $m = 7392$ C. F. abschneiden. Wie groß ist die senkrechte Entfernung der Durchschnittsebene KLMN von der ihr parallelen Seitenfläche ACFD zu nehmen?

Aufl. $\frac{1}{2}\sqrt{4b^2 - a^2 - \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4} - \frac{m}{ah}\sqrt{4b^2 - a^2}}} = 4$ F.



112. Ein Prisma hat die Höhe $h = 4{,}5$ F. und zur Grundfläche ein Trapez ABCD, dessen Parallelseiten AB $= a = 2$ F. und CD $= b = 3$ F. nebst ihrem Abstande FE $= c = 4$ F. von einander gegeben sind. Eine Ebene wird durch die Schwerpunkte der beiden Grundflächen parallel zu den gegebenen Seiten derselben durch das Prisma gelegt; in welche beiden Theile wird das Prisma zerlegt?

Aufl. $\frac{ch}{18\,(a+b)^2}\left[4a^2(a+3b)+5b^2(b+3a)\right]=23{,}24$ C. F.

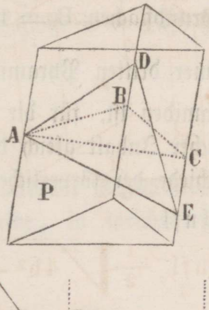
$\frac{ch}{18\,(a+b)^2}\left[5a^2(a+3b)+4b^2(b+3a)\right]=21{,}76$ C. F.

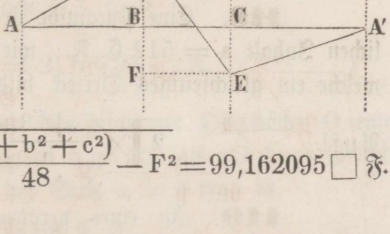
113. Ein gerades dreiseitiges Prisma, in welchem jede Kante $a = 4$ Fuß ist, wird durch eine Ebene so geschnitten, daß diese durch die Mitte einer Seitenkante und die Mitten zweier Grundkanten, die mit jener zusammen treffen, aber nicht einander parallel sind, hindurchgeht. Wie groß ist die Durchschnittsfigur?

Aufl. $\frac{a^2}{16}\sqrt{7} = 2{,}6457513$ □ F.

oder $\frac{3a^2}{16}\sqrt{15} = 11{,}6189499$ □ F.

114. Der auf die Seitenkanten eines Prismas P senkrecht gelegte Schnitt ist ein Dreieck ABC, dessen Seiten $a = 13$ F., $b = 14$ F. $c = 15$ F. gegeben sind, dessen Inhalt F also auch bekannt ist. Man soll das Prisma durch eine Ebene so schneiden, daß die Durchschnittsfigur ADE ein gleichseitiges Dreieck wird. Wie groß ist der Flächeninhalt dieses Dreiecks?





Aufl. $\frac{a^2+b^2+c^2}{\sqrt{48}}+\sqrt{\frac{(a^2+b^2+c^2)}{48}-F^2}=99{,}162095$ □ F.

IV. Pyramide.

115. Aus dem Inhalte $a = 277,4$ C. F. und der Höhe $h = 22,8$ F. einer Pyramide ihre Grundfläche zu berechnen.

Aufl. $$\frac{3a}{h} = 36,5 \,\square\, \text{F.}$$

116. In einer Pyramide mißt jede Seitenkante $a = 48$ F. und die Seite der Basis, welche ein Quadrat ist, $b = 15$ F.; wie groß ist 1) die gesammte Oberfläche, 2) die Höhe, und 3) der körperliche Inhalt der Pyramide?

Aufl. 1) $$b\left[b + \sqrt{(2a + b)(2a - b)}\right] = 1647,3135 \,\square\, \text{F.}$$

2) $$\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{2}} = 46,81345 \text{ F.}$$

3) $$\frac{b^2}{3}\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{2}} = 3511,01 \text{ C. F.}$$

117. Zwei beliebige Pyramiden von gleicher Höhe haben die Grundflächen $B = 13 \,\square$ F. und $b = 7 \,\square$ F.. Es soll die Grundfläche einer dritten Pyramide, deren Höhe $\frac{1}{n} = \frac{1}{3}$ der Höhe der vorigen Pyramiden ist, für die beiden Fälle bestimmt werden, 1) wenn ihr körperlicher Inhalt gleich der Summe, und 2) wenn derselbe gleich dem Unterschiede der körperlichen Inhalte der gegebenen Pyramiden sein soll.

Aufl. 1) $n(B + b) = 60 \,\square$ F.

2) $n(B - b) = 18 \,\square$ F.

118. Eine Pyramide ist $h = 104$ F. hoch und hat den körperlichen Inhalt $a = 512$ C. F.; wie groß ist eine Seite ihrer Grundfläche, welche ein gleichseitiges Dreieck bildet?

Aufl. $$2\sqrt{\frac{a\sqrt{3}}{h}} = 5,840212 \text{ F.}$$

119. In einer geraden Pyramide beträgt jede Seitenkante $a = 11,6$ F., und die Seite der Basis, welche ein gleichseitiges Dreieck bildet, $b = 8,4$ F.. Wie groß ist 1) die gesammte Oberfläche, 2) die Höhe und 3) der Inhalt der Pyramide?

Aufl. 1) $\frac{b}{4}\left[b\sqrt{3}+3\sqrt{(2a+b)(2a-b)}\right] = 166,7966097$ □ F.

2) $\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{3}} = 10,53755$ F.

3) $\frac{b^2}{12}\sqrt{3a^2 - b^2} = 107,31923$ C. F.

120. Eine regelmäßige dreiseitige Pyramide hat den körperlichen Inhalt $a = 858,5538$ C. F. und die Grundkante $m = 16,8$ F.; es soll die Oberfläche der Pyramide berechnet werden.

Aufl. $\frac{m^2}{4}\sqrt{3} + \frac{1}{4m}\sqrt{1728\,a^2 + 3\,m^6} = 667,1861$ □ F.

121. Von einem Würfel, dessen Kante $a = 1,4422496$ F. ist, werden sämmtliche Ecken durch Ebenen weggeschnitten, die durch die Mitten derjenigen Kanten gehen, welche von den abzuschneidenden Ecken auslaufen. Es soll die Größe des übrigbleibenden Körpers berechnet werden.

Aufl. $\frac{5a^3}{6} = 2,5$ C. F.

122. Der körperliche Inhalt einer Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat ist, beträgt $a = 78,46$ C. F. und ihre Höhe $h = 19,5$ F.; wie groß ist jede Grundkante?

Aufl. $\sqrt{\frac{3a}{h}} = 3,4743$ F.

123. Wie groß ist der Körperinhalt K und die Gesammtoberfläche O einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide, in welcher jede Kante $a = 88$ Fuß mißt?

Aufl. $K = \frac{a^3}{6}\sqrt{2} = 160624,5$ C. F.

$O = a^2(1 + \sqrt{3}) = 21156,95$ □ F.

124. Den Inhalt K und die gesammte Oberfläche O einer geraden Pyramide zu berechnen, deren Höhe $h = 32$ Fuß und deren Grundfläche ein regelmäßiges Sechseck mit der Seite $a = 8$ Fuß ist.

Aufl. $K = \frac{1}{2}\,a^2 h\sqrt{3} = 1773,62$ C. F.

$O = \frac{3a}{2}\left(a\sqrt{3} + \sqrt{4h^2 + 3a^2}\right) = 952,0707$ □ F.

125. In einer geraden Pyramide, deren Seitenkante $a = 10$ Fuß beträgt, ist die Basis ein regelmäßiges Sechseck mit der Seite $b = 3{,}2$ Fuß; wie groß ist die Oberfläche O, die Höhe h und der körperliche Inhalt K dieser Pyramide?

Aufl. $O = \frac{3b}{2}(b\sqrt{3} + \sqrt{4a^2 - b^2}) = 121{,}36753 \square$ F.

$h = \sqrt{a^2 - b^2} = 9{,}474175$ F.

$K = \frac{b^2}{2}\sqrt{3(a^2 - b^2)} = 84{,}01794$ C. F.

126. In einer Pyramide, deren Grundfläche ein regelmäßiges Polygon von $n = 15$ Seiten ist, sind sämmtliche Kanten einander gleich; wie groß ist die Summe der ebenen Winkel, welche eine Körperecke an der Grundfläche bilden?

Aufl. $\frac{60}{n}(5n - 6) = 276^0$

127. Eine gerade quadratische Pyramide enthält $m = 3200$ C. F. und ihre ganze Oberfläche $n = 1440 \square$ F.. Man bestimme die Seite a der Grundfläche und die Höhe h der Pyramide.

Aufl. $$a = \sqrt{\frac{n}{4} \pm \sqrt{\frac{n^2}{16} - \frac{18\,m^2}{n}}}$$

$$h = \frac{3\,m}{\frac{n}{4} \pm \sqrt{\frac{n^2}{16} - \frac{18\,m^2}{n}}}$$

also $a = 20$ F. und $h = 24$ F., oder $a = 17{,}8885438$ F. und $h = 30$ F.

128. Von einer geraden quadratischen Pyramide ist die Höhe $h = 24$ F. und die gesammte Oberfläche $a = 1440 \square$ F. gegeben; man sucht die Seite der Grundfläche.

Aufl. $$\frac{a}{\sqrt{(2a + 4h^2)}} = 20 \text{ F.}$$

129. Auf einem regelmäßigen Polygon, dessen Apothem $r =$ 3 F. gegeben ist, stehen ein gerades Prisma und eine gerade Pyramide von gleicher Höhe. Wenn die Summe der Seitenflächen im Prisma $n =$

1,7320508 Mal größer ist als in der Pyramide; welches ist die gemeinschaftliche Höhe beider Körper?

Aufl. $$\frac{nr}{\sqrt{4 - n^2}} = 5{,}1961524 \text{ F.}$$

130. Ueber einem gleichseitigen Dreieck, dessen Seite a = 5,7391 F. ist, sollen ein gerades Prisma und eine gerade Pyramide so coustruirt werden, daß bei gleicher Höhe beider Körper die Seitenflächen des Prismas n = 1,7320508 Mal größer werden als die der Pyramide. Wie groß ist die gemeinschaftliche Höhe?

Aufl. $$\frac{an\sqrt{3}}{6\sqrt{4 - n^2}} = 2{,}86955 \text{ F.}$$

131. Zwei gerade Prismen, welche eine gleiche quadratische Grundfläche a = 20,2248 □ F. haben, sind so durch einander geschoben, daß ihre Axen auf einander senkrecht stehen und zwei ihrer Diagonalflächen in eine Ebene fallen. Wie groß ist das beiden Prismen gemeinschaftliche Körperstück?

Aufl. $$\frac{2a}{3}\sqrt{2\,a} = 85{,}753152 \text{ C. F.}$$

132. Zwei gerade Prismen, deren Grundflächen gleichseitige Dreiecke sind von der Seite a = 1,7320508 F., werden so durch einander geschoben, daß ihre Axen sich rechtwinklig kreuzen und zwei ihrer Seitenflächen in eine Ebene fallen; es soll das beiden Prismen gemeinschaftliche Körperstück berechnet werden.

Aufl. $$\frac{a^3}{6}\sqrt{3} = 1{,}5 \text{ C. F.}$$

133. Es sind zwei Punkte A und B im Raume und eine unbegrenzte Gerade M gegeben; der senkrechte Abstand des ersten Punktes von der Geraden M ist gleich a = 36 F. und der senkrechte Abstand des andern Punktes von der Ebene, welche durch die Gerade M und den Punkt A gelegt ist, beträgt b = 9,35 F.. Wenn man nun auf einer beliebigen Stelle der unbegrenzten Geraden die Strecke CD = c = 8,74225 F. abträgt; welches Volumen hat die dreiseitige Pyramide, deren Ecken in den Punkten A, B, C, D liegen?

Aufl. $\frac{1}{6}\,abc = 490{,}440223$ C. F.

134. Innerhalb eines Würfels ist über einer Seitenfläche als Grundfläche eine regelmäßige Pyramide von gleicher Höhe mit dem Würfel construirt. Wenn eine von den Pyramiden, welche außer der vorigen im Würfel dadurch gebildet werden, daß man senkrecht auf jene Grundfläche die beiden Diagonalebenen durch den Würfel legt, den körperlichen Inhalt $a = 27$ C. F. hat; wie groß ist die Gesammtoberfläche des Würfels?

Aufl. $6\sqrt[3]{36\,a^2} = 178{,}3040688 \,\square$ F.

135. Eine regelmäßige vierseitige Pyramide hat die Grundfläche $B = 0{,}36 \,\square$ F, die Höhe $h = 1{,}7$ F. und ein Gewicht von $a = 8$ Pfund. Die Pyramide wird so verkleinert, daß sie dabei eine regelmäßige bleibt und auch die Grundfläche sich nicht ändert, und jetzt wiegt sie $b = 5$ Pfund. Wie groß ist der Inhalt der vier Seitenflächen der verkleinerten Pyramide?

Aufl. $\frac{1}{a}\sqrt{B\,(4b^2\,h^2 + a^2\,B)} = 1{,}324849 \,\square$ F.

136. Eine Pyramide hat ein regelmäßiges Sechseck zur Grundfläche, die Höhe $h = 9{,}61$ F. und den körperlichen Inhalt $a = 4{,}084101$ C. F.. Wie groß ist der Radius des Kreises, welcher sich um die Grundfläche einer andern Pyramide beschreiben läßt, welche der vorigen ähnlich ist und den körperlichen Inhalt $b = 4{,}096$ C. F. hat?

Aufl. $\sqrt[4]{\frac{4}{3}}\sqrt[6]{\frac{ab^2}{h^3}} = 0{,}6072577$ F.

137. Eine Pyramide soll durch Ebenen, welche den Grundflächen parallel sind, in $n = 5$ gleiche Theile getheilt werden. Wenn eine Seite der Grundfläche $a = 36$ F. lang ist; wie groß sind die ihr homologen Seiten in den Schnittebenen?

Aufl. $$a\sqrt[3]{\frac{1}{n}} = 21,052927 \text{ F.}$$

$$a\sqrt[3]{\frac{2}{n}} = 26,525026 \text{ F.}$$

$$a\sqrt[3]{\frac{3}{n}} = 30,363575 \text{ F.}$$

$$a\sqrt[3]{\frac{4}{n}} = 33,419439 \text{ F.}$$

138. Aus der Kante $a = 8$ F. eines regelmäßigen Tetraeders soll berechnet werden 1) die Höhe, 2) der Inhalt, 3) die Oberfläche des Tetraeders.

Aufl. 1) $\frac{a}{3}\sqrt{6} = 6,5319724$ F.

2) $\frac{a^3}{12}\sqrt{2} = 60,339776$ C. F.

3) $a^2\sqrt{3} = 110,85125$ □ F.

139. Wie lang ist die Kante eines regelmäßigen Tetraeders, dessen Inhalt $a = 7,5424725$ C. F. beträgt?

Aufl. $$\sqrt[3]{6a\sqrt{2}} = 4 \text{ F.}$$

140. Die Oberfläche eines regelm. Tetraeders ist gleich $a = 887$ □ F.; wie lang ist seine Kante?

Aufl. $$\sqrt{\frac{a}{\sqrt{3}}} = 22,629833 \text{ F.}$$

141. Welches Volumen hat ein regelm. Tetraeder, dessen Höhe $h = 7,4$ F. beträgt?

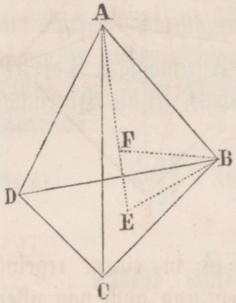
Aufl. $$\frac{h^3}{8}\sqrt{3} = 87,73355 \text{ C. F.}$$

142. Das Volumen eines regelm. Tetraeders zu berechnen, dessen Seitenfläche in einen Kreis von $m = 14,5104$ F. Umfang eingeschrieben ist.

Aufl. $$\frac{m^3}{32\pi^3}\sqrt{6} = 7,542473 \text{ C. F.}$$

143. Wenn man innerhalb eines regelm. Tetraeders, dessen eine Seitenfläche $m = 3,897114$ □ F. enthält, beliebig einen Punkt annimmt, und von demselben auf alle Seitenflächen Perpendikel gezogen denkt; wie groß ist die Summe dieser Perpendikel?

Aufl. $\frac{2}{3}\sqrt[4]{12 m^2} = 2,449489$ F.



144. Es soll bewiesen werden, daß es in jedem regelm. Tetraeder einen Punkt giebt, der von allen Eckpunkten und auch von allen Grenzebenen des Tetraeders gleich weit absteht; dann soll für ein Tetraeder, dessen Kante $a = 1,5$ F. gegeben ist, der Abstand D dieses Punktes, welcher der Mittelpunkt des Tetraeders genannt wird, von allen Eckpunkten, und der Abstand d desselben von allen Grenzebenen gefunden werden.

Aufl. $D = \frac{a}{4}\sqrt{6} = 0,9185587$ F.

$d = \frac{a}{12}\sqrt{6} = 0,3061862$ F.

145. Wenn in einem regelm. Tetraeder die Lage des Mittelpunktes durch seinen Abstand $a = 6,123724$ F. von den Seitenflächen des Tetraeders gegeben ist; wie groß ist der Körperinhalt K und die Oberfläche O des Tetraeders?

Aufl. $K = 8 a^3\sqrt{3} = 3181,98$ C. F.

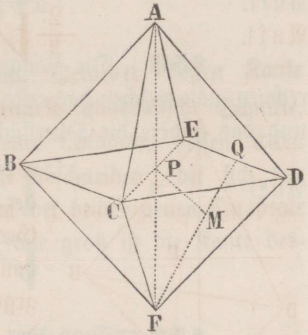
$O = 24 a^2\sqrt{3} = 1558,845$ □ F.

146. Für ein regelm. Tetraeder ist gegeben die Summe $s = 4,8989796$ F. der Abstände des Mittelpunktes von allen Ecken und von allen Seitenflächen. Wie groß ist das Volumen des Tetraeders?

Aufl. $\left(\frac{s}{8}\right)^3\sqrt{3} = 0,3977474$ C. F.

147. Innerhalb eines regelm. Tetraeders giebt es einen Punkt von solcher Lage, daß seine senkrechten Abstände von sämmtlichen Kanten des Tetraeders einander gleich sind. Wie groß ist dieser Abstand in einem Tetraeder, dessen Kante die Länge $a = 0{,}448$ F. hat?

Aufl. $\frac{a}{4}\sqrt{2} = 0{,}1583918$ F.



148. Aus der Kante $a = 3{,}5$ F. eines regelm. Octaeders ABCDEF soll der körperliche Inhalt K und die Oberfläche O des Octaeders berechnet werden.

Aufl. $K = \frac{a^3}{3}\sqrt{2} = 20{,}21146$ C. F.

$O = 2a^2\sqrt{3} = 42{,}43524$ □ F.

149. Es soll bewiesen werden, daß es in einem regelm. Octaeder einen Punkt giebt, der von allen Eckpunkten und auch von allen Seitenflächen gleich weit absteht; dann soll für ein Octaeder von der Kante $a = 0{,}7$ F. der Abstand D dieses Mittelpunktes von allen Eckpunkten und der Abstand d desselben von allen Seitenflächen gefunden werden.

Aufl. $D = \frac{a}{2}\sqrt{2} = 0{,}4949747$ F.

$d = \frac{a}{6}\sqrt{6} = 0{,}2857738$ F.

150. Von einem regelm. Octaeder, dessen Kante $a = 2{,}8844991$ F. gegeben ist, werden sämmtliche Ecken durch Ebenen abgeschnitten, die durch die Mitten derjenigen Kanten gehen, welche von der abzuschneidenden Ecke auslaufen. Welchen Inhalt hat der vom Octaeder übrigbleibende Körper?

Aufl. $\frac{5a^3}{12\sqrt{2}} = 7{,}0710678$ C. F.

151. Von einem regelm. Octaeder (Fig. 148) ist die Axe $AF = a = 9{,}89949$ F. gegeben. Es soll das Volumen K und die Oberfläche O des Octaeders gefunden werden.

Aufl. $K = \frac{a^3}{6} = 161{,}6915$ C. F.

$O = a^2\sqrt{3} = 169{,}7408$ □ F.

152. Wenn die gerade Linie, welche die Mittelpunkte zweier gegenüberstehender, einander paralleler Seitenflächen eines regelm. Octaeders verbindet, $a = 1,7146428$ F. gegeben ist; welche Länge hat die Axe des Octaeders?

Aufl. $$a\sqrt{3} = 2,969848 \text{ F.}$$

153. Die Länge der Kanten zweier regelm. Octaeder zu berechnen, von welchen das erste den körperlichen Inhalt $K = 545,70942$ C. F. und das andere die Oberfläche $F = 1060,881$ □ F. hat.

Aufl. $$\sqrt[6]{\frac{9K^2}{2}} = 10,5 \text{ F.}$$
$$\sqrt[4]{\frac{F^2}{12}} = 17,5 \text{ F.}$$

154. In jedem regelm. Octaeder läßt sich ein Punkt von solcher Lage bestimmen, daß seine senkrechten Abstände von allen Kanten des Octaeders einander geich sind. Wenn ein Octaeder die Kante $a = 3,573$ F. hat; welchen Abstand hat dann jener Punkt von allen Kanten.

Aufl. $$\frac{a}{2} = 1,7865 \text{ F.}$$

155. Ein regelm. Octaeder ist durch den Flächeninhalt $a = 12,82817$ □ F. desjenigen Kreises gegeben, welcher sich um eine Seitenfläche desselben beschreiben läßt. Wenn von einem innerhalb des Octaeders liegenden Punkt auf alle Seitenflächen Perpendikel gezogen sind, welche ebenfalls innerhalb des Octaeders liegen; wie groß ist die Summe dieser Perpendikel?

Aufl. $$4\sqrt{\frac{2a}{\pi}} = 11,43095 \text{ F.}$$

156. Ein Octaeder ist so durchschnitten, daß die Schnittebene ein regelmäßiges Sechseck bildet; wenn letzteres $m = 7,9566$ □ F. enthält; welchen körperlichen Inhalt hat das Octaeder?

Aufl. $$\frac{32}{81}\sqrt{3m^3\sqrt{3}} = 20,2114 \text{ C. F.}$$

157. In einem regelm. Octaeder, dessen Kante $a = 3$ F. ist, sind zwei Würfel construirt. Die Ecken des einen Würfels liegen auf acht Octaederkanten und die des andern auf den von zwei gegenüberstehenden Octaederecken auslaufenden Schwerlinien der Octaederflächen. Es sollen die körperlichen Inhalte der Würfel bestimmt werden.

Aufl. $2a^3(10 - 7\sqrt{2}) = 5,4272592$ C. F.

$$\frac{2a^3}{27}\sqrt{2} = 2,8284272 \text{ C. F.}$$

158. Man legt durch ein regelm. Octaeder, dessen Kante $a = 6,4787088$ F. ist, zwei gleiche und parallele quadratische Schnitte, und beschreibt in jedes dieser Quadrate ein neues Quadrat, dessen Ecken auf den Seiten des ersten Quadrats Segmente abschneiden, die sich wie $m : n = 2 : 1$ verhalten. Wenn die acht Ecken der beiden neuen Quadrate als Ecken eines Würfels angenommen werden; wie groß ist die Kante desselben?

Aufl. $$\frac{a\sqrt{2(m^2 + n^2)}}{(m + n)\sqrt{2} + \sqrt{m^2 + n^2}} = 3,1622777 \text{ F.}$$

159. Eine Pyramide aus Holz vom specifischen Gewichte $a = 0,3$ hat die Höhe $h = 6$ F. und zur Grundfläche ein Quadrat, dessen Seite $s = 14,17963$ F. mißt. Aus derselben wird eine andere Pyramide herausgeschnitten und der hohle Raum mit Blei ausgefüllt, dessen specifisches Gewicht $b = 11,44$ ist, so daß jetzt der ganze Körper $p = 10271,87$ Pfund wiegt. Welchen körperlichen Inhalt hat die aus Blei bestehende Pyramide, vorausgesetzt, daß ein Cubikfuß Wasser $g = 66$ Pfund wiegt?

Aufl. $$\frac{3p - aghs^2}{3g(b - a)} = 3,1415926 \text{ C. F.}$$

160. Eine regelmäßige Pyramide besteht aus einem homogenen Stoff vom specifischen Gewichte $m = 0,139$ und schwimmt mit lothrechter Axe, welche die Länge $a = 2,1$ F. hat, im Wasser. Wie tief sinkt die Pyramide ein, 1) wenn ihre Grundfläche und 2) wenn ihre Spitze sich unter dem Wasserspiegel befindet?

Aufl. 1) $a(1 - \sqrt[3]{1 - m}) = 0,1021923$ F.

2) $a\sqrt[3]{m} = 1,0878212$ F.

161. In einem Würfel, welcher durch seine Diagonalebene $a = 14{,}142136 \square$ F. gegeben ist, nimmt man solche vier Ecken, die mit einander nicht durch Würfelkanten, sondern nur durch eine Seitendiagonale verbunden sind, und legt durch je drei dieser Ecken eine Ebene. Wie groß ist der von den Durchschnittsfiguren begrenzte Körper?

Aufl. $\frac{a}{6}\sqrt[4]{2a^2} = 10{,}540925$ C. F.

162. In einer dreiseitigen Pyramide stehen die Kanten $a = 2$ F., $b = 3$ F., $c = 4$ F. in einer Ecke senkrecht auf einander, so daß letztere von lauter rechten Winkeln gebildet wird; wie groß ist diejenige Seitenfläche der Pyramide, welche jener Ecke gegenüberliegt?

Aufl. $\frac{1}{2}\sqrt{a^2 b^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2} = 7{,}8102497 \square$ F.

163. Aus drei auf einander senkrecht stehenden Seitenflächen einer dreiseitigen Pyramide, $m = 12 \square$ F., $n = 16 \square$ F., $p = 24 \square$ F. den Inhalt der vierten Seitenfläche zu bestimmen.

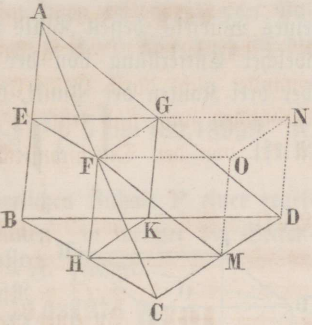
Aufl. $\sqrt{m^2 + n^2 + p^2} = 31{,}2409987 \square$ F.

164. Die drei in einer Ecke unter lauter rechten Winkeln zusammenstoßenden Kanten einer dreiseitigen Pyramide sind gegeben, $a = 5$ F., $b = 6$ F., $c = 7$ F.. Wenn ein innerhalb der Pyramide liegender Punkt P um $m = 0{,}2$ F., $n = 0{,}3$ F., $p = 0{,}4$ F. der Reihe nach von den Seitenflächen ab, ac, bc der Pyramide entfernt ist; wie groß ist sein Abstand von der vierten Seitenfläche der Pyramide?

Aufl. $\frac{abc - abm - acn - bcp}{\sqrt{(a^2 b^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2)}} = 2{,}833463$ F.

165. Welches Resultat giebt die vorhergehende Aufgabe, wenn sie dahin abgeändert wird, daß die Lage des Punktes P auf der entgegengesetzten Seite der vierten Seitenfläche, also außerhalb der Pyramide angenommen und $m = 2$ F., $n = 3$ F., $p = 4$ F. gesetzt wird?

Aufl. $\frac{abm + acn + bcp - abc}{\sqrt{(a^2 b^2 + a^2 c^2 + b^2 c^2)}} = 1{,}97236$ F.



166. Eine dreiseitige Pyramide ABCD ist durch ihre Grundkanten BC = a = 13 F., BD = b = 14 F., CD = c = 15 F., deren halbe Summe s vorstellen mag, und durch ihre Höhe h = 10 F. gegeben. Man zerlegt die Pyramide durch Ebenen, welche durch die Halbirungspunkte ihrer Kanten gelegt werden, in zwei Pyramiden AEFG, FHCM und in zwei Prismen EFGBHK, FHMGKD. Welchen körperlichen Inhalt hat das letztere Prisma?

Aufl. $\frac{h}{8}\sqrt{s\,(s-a)\,(s-b)\,(s-c)} = 105$ C. F.

167. Von zwei dreiseitigen Pyramiden derselben Höhe hat die eine zur Grundfläche ein gleichschenkliges Dreieck mit dem Schenkel a = 13 F. und der Grundlinie b = 10 F., die andere Pyramide dagegen ein rechtwinkliges Dreieck mit der Hypotenuse c = 25 F. und der Kathete d = 24 F.. Man zerlegt jede der beiden Pyramiden durch Ebenen, welche man durch die Halbirungspunkte ihrer Kanten legt, in zwei Pyramiden und zwei Prismen. Die erhaltenen Pyramiden zerlegt man auf dieselbe Art und setzt das Zerlegen der neu entstandenen Pyramiden beliebig weit, aber für beide gegebene Pyramiden gleich oft fort. Wie verhält sich die Summe aller in der einen Pyramide entstandenen Prismen zu eben dieser Summe in der andern Pyramide?

Aufl. $b\sqrt{4a^2 - b^2} : 2d\sqrt{c^2 - d^2} = 5 : 7.$

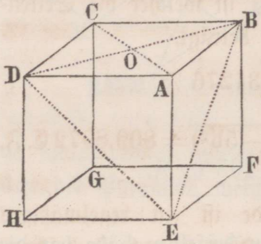
168. Die Diagonalaxe eines Würfels, dessen Kante a = 3,51 Fuß ist, wird in drei gleiche Theile getheilt, und durch einen Theilungspunkt ein Schnitt senkrecht gegen die Diagonalaxe gelegt. Mann soll die Größe der Durchschnittsfigur bestimmen.

Aufl. $\frac{a^2}{2}\sqrt{3} = 10{,}66927$ □ F.

169. Eine senkrecht gegen die Diagonalaxe eines Würfels gelegte Ebene geht durch drei in einer Ecke zusammenstoßende Kanten, so daß die Durchschnittsfigur ein gleichseitiges Dreieck bildet. Wenn $\frac{m}{n} = 0{,}143$

eines Würfels, dessen Kante $a = 5$ Fuß ist, abgeschnitten werden soll; in welcher Entfernung von der gemeinschaftlichen Würfelecke liegt auf jeder der drei Kanten der Punkt, durch welche die Schnittebene hindurchgeht?

Aufl. $$a\sqrt[3]{\frac{6m}{n}} = 4{,}7511539 \text{ F.}$$



170. Ein **Rhomboeder** ist ein Parallelepipedon, dessen Seitenflächen congruente Rhomben sind. Nur zwei gegenüberliegende Ecken (A und G) werden von drei gleich großen Winkeln eingeschlossen und heißen die **Spitzen** des Rhomboeders. Jede der sechs übrigen Ecken wird von einem Winkel, der dem vorigen gleich ist, und von zwei andern Winkeln begrenzt, deren jeder das Supplement des Winkels an der Spitze ist. Ein Rhomboeder heißt ein **spitzwinkliges** oder **stumpfwinkliges**, je nachdem die Winkel an der Spitze spitz oder stumpf sind. Es sei nun die größere Seitendiagonale $a = 11$ F. und die kleinere Seitendiagonale $b = 6{,}9282032$ F. eines Rhomboeders gegeben; wie groß ist sein köperlicher Inhalt, 1) wenn dasselbe ein spitzwinkliges und 2) wenn es ein stumpfwinkliges ist?

Aufl. 1) $$\frac{b^2}{4}\sqrt{3a^2 - b^2} = 212{,}9788 \text{ C. F.}$$

2) $$\frac{a^2}{4}\sqrt{3b^2 - a^2} = 145{,}0739 \text{ C. F.}$$

171. In der Seitenfläche eines **Rhomboeders** von der Kante $a = 2$ Fuß beträgt der größere Winkel das Doppelte von dem kleinern. Wie groß ist 1) der körperliche Inhalt, 2) die Oberfläche des Rhomboeders?

Aufl. 1) $$\frac{a^3}{2}\sqrt{2} = 5{,}6568544 \text{ C. F.}$$

2) $$3a^2\sqrt{3} = 20{,}7846096 \ \square \text{ F.}$$

172. Von einem geraden Prisma, dessen Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck von der Seite $a = 2{,}1$ Fuß ist, wird durch eine Ebene, welche durch eine Grundkante geht, eine Pyramide von $k = 0{,}4935035$ C. F. abgeschnitten; wie groß ist der Flächeninhalt der schneidenden Ebene?

Aufl. $$\frac{1}{4a}\sqrt{3\,(a^6 + 64k^2)} = 2{,}075868 \ \square \text{ F.}$$

173. Die Grundkante einer regelmäßigen fünfseitigen Pyramide beträgt $a = 7,8$ F. und die Axe $b = 3$ F. — Wie groß ist die ganze Oberfläche der Pyramide?

Aufl. $\frac{a}{4}\left[a\sqrt{25+10\sqrt{5}}+5\sqrt{4b^2+\frac{1}{5}a^2\sqrt{5}}\right] = 182,18999 \square$ F.

174. Die Höhe h und den körperlichen Inhalt P einer regelmäßigen zehnseitigen Pyramide zu bestimmen, in welcher die Seitenkante $a = 15$ F. und die Grundkante $b = 5$ F. beträgt.

Aufl. $h = \frac{1}{2}\sqrt{4a^2 - 2b^2(3+\sqrt{5})} = 12,631276$ F.

$$P = \frac{5b^2}{12}\sqrt{2(4a^2-11b^2)\sqrt{5}+10(2a^2-5b^2)} = 809,8972 \text{ C. F.}$$

175. Die Grundfläche einer Pyramide ist ein regelmäßiges Fünfeck, um welches sich ein Kreis mit dem Radius $r = 6$ F. beschreiben läßt; die Seitenflächen sind regelmäßige Dreiecke. Wie groß ist 1) der körperliche Inhalt 2) die ganze Oberfläche der Pyramide?

Aufl. 1) $\frac{5r^3}{24}\sqrt{10-2\sqrt{5}} = 105,80131$ C. F.

2) $\frac{5r^2}{8}\left[5\sqrt{3}-\sqrt{15}+\sqrt{10+2\sqrt{5}}\right] = 193,30867 \square$ F.

176. Eine Pyramide hat die Höhe $h = 6$ Fuß und zur Grundfläche ein regelmäßiges 24eck, welchem ein Kreis vom Radius $r = 2$ Fuß eingeschrieben werden kann. Es soll der körperliche Inhalt der Pyramide bestimmt werden.

Aufl. $8\left[2\sqrt{2+\sqrt{3}} - 2 - \sqrt{3}\right] h r^2 = 25,2771456$ C. F.

177. Die gesammte Oberfläche einer regelmäßigen fünfseitigen Pyramide zu berechnen, in welcher jede Kante $a = 4$ Fuß mißt.

Aufl. $\frac{5a^2}{4}\left[\sqrt{3}+\sqrt{1+\frac{2}{5}\sqrt{5}}\right] = 62,1686 \square$ F.

178. Eine regelmäßige achtseitige Pyramide hat den Inhalt $a = 22,627417$ C. F. und die Höhe $h = 6$ F. Wie groß ist in einer andern Pyramide, welche der erstern ähnlich ist und den Inhalt $b = 90,50967$ C. F. hat, der Radius des um die Grundfläche beschriebenen Kreises?

Aufl. $\frac{1}{2}\sqrt[4]{\frac{18b}{h^2}\sqrt[3]{a^2b}} = 3,174801$ F.

179. Wie groß ist eine regelmäßige Doppelpyramide, die von zehn gleichseitigen Dreiecken begrenzt wird, deren Seite $a = 7{,}0534236$ F. mißt?

Aufl. $\frac{a^3}{12}(5 + \sqrt{5}) = 211{,}6026$ C. F.

180. Um einen und denselben Kreis ist ein regelmäßiges Zehneck und ein regelmäßiges Fünfeck beschrieben. Jenes bildet die Grundfläche einer Pyramide und dieses die Grundfläche eines gleich hohen Prismas. Es soll das Verhältniß der Pyramide zum Prisma angegeben werden.

Aufl. $\frac{2}{15}\sqrt{5} = 0{,}2981424.$

181. Der körperliche Inhalt einer Pyramide ist $a = 2{,}8284272$ C. F., ihre Höhe $h = 3$ F., und ihre Grundfläche ein regelmäßiges Achteck. Um eine andere Pyramide zu bestimmen, welche den Inhalt $b = 22{,}627417$ C. F. hat und der ersten ähnlich ist, sucht man ihre Höhe H und den Radius R des um ihre Grundfläche beschriebenen Kreises.

Aufl. $H = h\sqrt[3]{\frac{b}{a}} = 6$ F.

$$R = \frac{1}{2h}\sqrt{3h\sqrt[6]{8a^2b^4}} = 2 \text{ F.}$$

182. Eine regelmäßige fünfzehnseitige Pyramide ist durch ihre Höhe $h = 3$ F. und durch den Radius $r = 3{,}162277$ F. des um ihre Grundfläche beschriebenen Kreises gegeben; welches Volumen hat eine andere ihr ähnliche Pyramide, um deren Grundfläche sich ein Kreis mit dem Radius $R = 9{,}486833$ F. beschreiben läßt?

Aufl. $\frac{5hR^3}{8r}\sqrt{7 + \sqrt{5} - \sqrt{6(5 + \sqrt{5})}} = 823{,}642$ C. F.

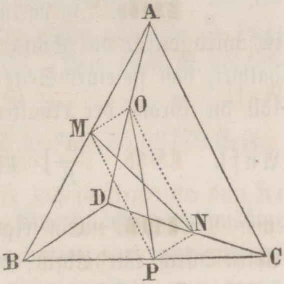
183. Welchen körperlichen Inhalt hat eine regelmäßige fünfzehnseitige Pyramide, deren Höhe gleich ist dem Radius $r = 1{,}4422496$ F. des in die Basis eingeschriebenen Kreises.

Aufl. $5r^3\sqrt{23 - 10\sqrt{5} - 2\sqrt{3(85 - 38\sqrt{5})}} = 3{,}1882$ C. F.

184. In einem Würfel von der Kante $a = 11$ Fuß ist ein regelmäßiges Tetraeder so construirt, daß eine Ecke desselben in einer Würfelecke, die drei übrigen Ecken aber in den drei Seitendiagonalen liegen, welche von der gegenüberliegenden Würfelecke auslaufen. Wie groß ist das Tetraeder?

Aufl. $\frac{9a^3}{64} = 187{,}171875$ C. F.

185. In einer dreiseitigen Pyramide ABCD sind die Verbindungslinien der Mittelpunkte von zwei Paaren Gegenkanten gegeben, MN = a = 8,17 F. und OP = b = 7,41 F.; es soll die Summe der Quadrate des dritten Paares von Gegenkanten, d. h. der Ausdruck $AC^2 + BD^2$ berechnet werden.



Aufl. $2(a^2 + b^2) = 243{,}314 \,\square$ F.

186. Durch eine dreiseitige Pyramide, in welcher die Richtungen zweier gegenüberliegender Kanten a = 10 F. und b = 15 F. einen rechten Winkel mit einander bilden, ist eine Ebene so gelegt, daß sie zu diesen beiden Kanten parallel läuft. Wenn die Abstände der Kanten a und b von dieser Ebene sich wie m : n = 2 : 3 verhalten; wie groß ist die von der Ebene in der Pyramide erzeugte Durchschnittsfigur?

Aufl. $\frac{abmn}{(m+n)^2} = 36 \,\square$ F.

187. Wenn man durch ein regelmäßiges Tetraeder Ebenen so hindurchlegt, daß sie zweien gegenüberliegenden Kanten desselben parallel sind, so bilden die Durchschnittsfiguren Vierecke von verschiedener Größe. Welchen Flächeninhalt hat der größte dieser Durchschnitte in einem Tetraeder, dessen Volumen a = 60,339776 C. F. ist?

Aufl. $\frac{1}{2}\sqrt[3]{9a^2} = 16 \,\square$ F.

188. Es sind die drei geraden Linien, welche in einer dreiseitigen Pyramide die Mittelpunkte je zweier Gegenkanten verbinden, gegeben, a = 3,62 F., b = 3,63 F., c = 3,65 F.. Man soll die Quadrat-Summe aller sechs Kanten der Pyramide bestimmen.

Aufl. $4(a^2 + b^2 + c^2) = 158{,}4152 \,\square$ F.

189. In einer dreiseitigen Pyramide (Fig. 185) sind zwei Gegenkanten AD = 6,73 F. und BC = 6,78 F. nebst der ihre Mitten verbindenden Geraden OP = 5,96 F. gegeben; wie groß ist die Summe der Quadrate der übrigen vier Kanten?

Aufl. $AD^2 + BC^2 + 4 \,.\, OP^2 = 233{,}3477 \,\square$ F.

190. In einem regelmäßigen Tetraeder, dessen Kante $a = 5{,}2$ F. ist, wird durch die Spitze und durch die Linie, welche die Grundfläche so halbirt, daß sie einer Seite derselben parallel läuft, eine Ebene gelegt; man soll die Größe der erhaltenen Durchschnittsfigur berechnen.

Aufl. $\frac{a^2}{8}\sqrt{11 - 4\sqrt{2}} = 7{,}812951 \;\square$ F.

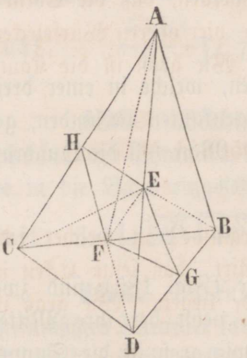
191. Ein regelmäßiges Tetraeder kann auf zwei verschiedene Arten durch eine Ebene, die von einer Ecke ausgeht, so halbirt werden, daß die Durchschnittsfigur ein gleichschenkliges Dreieck wird. Wenn nun ein Tetraeder durch seine Kante $a = 13{,}3416641$ F. gegeben ist; wie groß sind die um diese Dreiecke beschriebenen Kreise?

Aufl. $\frac{9}{32} a^2 \pi = 157{,}276 \;\square$ F.

$\frac{a^2\pi}{178} (73 - 22\sqrt{2}) = 131{,}5922 \;\square$ F.

192. Legt man in einer beliebigen dreiseitigen Pyramide durch den Halbirungspunkt einer jeden Kante eine Parallele mit der gegenüberstehenden Kante, so entsteht eine neue Pyramide von solcher Lage, daß von derselben durch die Grundfläche der ersten Pyramide ein Pyramidenstumpf abgeschnitten wird. Wenn die Höhe $h = 3{,}24$ F. und die kleinere Grundfläche $b = 9{,}72 \;\square$ F. dieses Pyramidenstumpfs gegeben sind; welchen körperlichen Inhalt hat die neue Pyramide?

Aufl. $\frac{8bh}{3} = 83{,}9808$ C. F.



193. In der dreiseitigen Pyramide ABCD sind gegeben die Grundkanten $BC = a = 36$ F., $BD = b = 29$ F., $CD = c = 25$ F. und die Seitenkante $AD = d = 40{,}8900966$ F. Durch die Gerade EF, welche die Mitten zweier Gegenkanten AD und BC verbindet und auf der Grundfläche BCD senkrecht steht, ist eine Ebene GEHF gelegt, welche die Pyramide durchschneidet. Welcher Ausdruck stellt den körperlichen Inhalt des von der Pyramide abgeschnittenen Polyeders CDGEFH dar, wenn man der Kürze wegen die halbe Summe der Grundkanten durch s bezeichnet?

Aufl. $\frac{1}{6}\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)(a^2+d^2-2b^2-2c^2)} = 360$ C. F.

194. Die Grundfläche einer dreiseitigen Pyramide hat die Seiten $a = 5$ F., $b = 6$ F., $c = 7$ F. (deren halbe Summe s sei); jede Seitenkante der Pyramide beträgt $d = 8$ F.. Wie groß ist der körperliche Inhalt der Pyramide?

Aufl. $\frac{1}{12}\sqrt{16d^2.s(s-a)(s-b)(s-c)-a^2b^2c^2} = 35{,}06779$ C. F.

195. Zwei gerade Prismen, deren Grundflächen regelmäßige Sechsecke von der Seite $a = 9{,}78$ Fuß sind, bilden ein rechtwinkliges Kreuz, so daß die Ebene, in welcher ihre Axen sich schneiden, zwei gegenüberliegende Seitenflächen von jedem Prisma halbiren. Man soll die Größe des Körpers berechnen, welcher beiden Prismen gemeinschaftlich ist.

Aufl. $4a^3 = 3741{,}7654$ C. F.

196. In eine regelmäßige vierseitige Pyramide, welche die Grundfläche $a = 338$ □ F. und die Höhe $h = 15$ F. hat, ist ein Würfel so hineingestellt, daß vier Ecken desselben in der Grundfläche, die übrigen vier Ecken auf den Mittellinien der Seitenflächen der Pyramide, d. h. auf den Linien liegen, welche von der Spitze der Pyramide nach den Halbirungspunkten ihrer Grundkanten gezogen sind. Wie groß ist die Kante des Würfels?

Aufl. $\frac{h(h\sqrt{2a}-a)}{2h^2-a} = 6{,}9642857$ F.

197. In einem regelmäßigen Tetraeder, dessen Kante $a = 5{,}8533712$ F. ist, soll ein Würfel so construirt werden, daß die Ebenen der Grundflächen beider Körper zusammenfallen, die vier oberen Würfelecken aber in den Seitenflächen des Tetraeders liegen. Wie groß ist die Kante des Würfels?

Aufl. $\frac{a\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}+1{,}5\sqrt{2}} = 1{,}7320508$ F.

198. In einer dreiseitigen Doppelpyramide, in welcher jede Kante $a = 3$ F. ist, wird ein Prisma so construirt, daß seine Ecken in den Mittelpunkten der Seitenflächen der Pyramide liegen. Wie groß ist das Prisma?

Aufl. $\frac{a^3}{54}\sqrt{2} = 0{,}7071068$ C. F.

199. Wenn man in einem regelm. Tetraeder, dessen Kante $a = 30$ F. ist, ein Prisma so construirt, daß man aus den Schwerpunkten dreier Seitenflächen Perpendikel auf die vierte Seitenfläche zieht; welchen körperlichen Inhalt hat das Prisma?

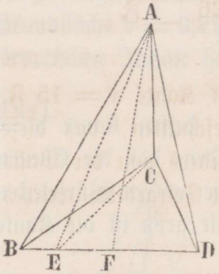
Aufl. $\frac{a^3}{108}\sqrt{2} = 353{,}5534$ C. F.

200. Ein gerades Prisma hat die Höhe $h = 4$ F. und regelmäßige Zwölfecke von der Seite $a = 3$ F. zu Grundflächen. Jede dieser Grundflächen bildet zugleich die Grundfläche einer Pyramide, deren Spitze in dem Mittelpunkte der andern Grundfläche liegt. Wie groß ist das beiden Pyramiden gemeinschaftliche Körperstück?

Aufl. $\frac{a^2h}{4}(2 + \sqrt{3}) = 33{,}5884572$ C. F.

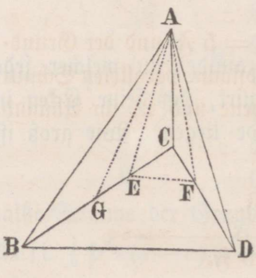
201. Wenn ein regelmäßiges Tetraeder von einer seiner Ecken aus durch eine schneidende Ebene nach einem gegebenen Verhältniß getheilt werden soll, so kann es im Allgemeinen nur drei verschiedene Lagen der Ebene geben, wo ihre Durchschnittsfigur ein gleichschenkliges Dreieck bildet, wie diese und die beiden folgenden Aufgaben zeigen werden.

(I) Ein Tetraeder, dessen Kante $a = 2{,}9799328$ F. ist, soll durch eine Ebene ACE, welche durch eine Seitenkante geht, so getheilt werden, daß die Durchschnittsfigur, die ein gleichschenkliges Dreieck sein wird, $\frac{1}{m} = \frac{1}{4}$ des ganzen Tetraeder abschneidet. Wie groß ist der Flächeninhalt der Durchschnittsfigur?



Aufl. $\frac{a^2}{4m}\sqrt{4 + m(3m - 4)} = 3{,}33$ □ F.

202. (II.) Ein regelmäßiges Tetraeder, dessen Kante $a = 2{,}22$ Fuß ist, soll von seiner Spitze aus durch eine Ebene AEF, welche einer Seite der Basis parallel geht, so in eine dreiseitige und vierseitige Pyramide getheilt werden, daß eine der beiden Pyramiden $\frac{1}{m} = \frac{1}{3}$ des ganzen Tetraeders ausmacht. Wie groß ist die Durchschnittsfigur, welche ein gleichschenkliges Dreieck bildet, 1) wenn die

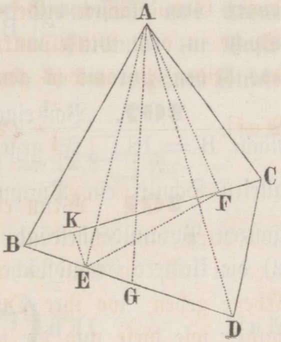


dreiseitige Pyramide, und 2) wenn die vierseitige Pyramide jenen vorgeschriebenen Theil des ganzen Tetraeders betragen soll?

Aufl. 1) $\frac{a^2}{4m}\sqrt{3+4(m-\sqrt{m})} = 1{,}166836 \square$ F.

2) $\frac{(m-1)a^2}{4m}\sqrt{3+4\left(\frac{m}{m-1}-\sqrt{\frac{m}{m-1}}\right)} = 1{,}6634149 \square$ F.

203. (III.) Ein regelmäßiges Tetraeder, dessen Kante $a = 4{,}4721359$ F. ist, soll von seiner Spitze aus durch eine Ebene AEF, welche eine symmetrische Lage zu zwei Seitenkanten (AB und AC) hat, ohne einer Grundkante parallel zu sein, so in eine dreiseitige und vierseitige Pyramide getheilt werden, daß die erstere $\frac{1}{m} = \frac{1}{5}$ des ganzen Tetraeders ausmacht. Wie groß ist die Durchschnittsfigur, welche ein gleichschenkliges Dreieck bilden wird?



Aufl. $\frac{a^2}{4m}\sqrt{m(3m-10)+3} = 5{,}2915026 \square$ F.

204. Ein regelmäßiges Tetraeder, dessen Kante $a = 15$ F. ist, wird durch eine der Basis parallele Ebene so geschnitten, daß diese um den $n = 3$ten Theil der ganzen Höhe des Tetraeders von der Basis absteht. Wie groß ist dasjenige der beiden Stücke des Tetraeders, welches ebenfalls eine Pyramide bildet?

Aufl. $\frac{a^3}{12}\left(\frac{n-1}{n}\right)^3\sqrt{2} = 117{,}85111$ C. F.

205. Eine Pyramide von der Höhe $h = 5$ F. und der Grundfläche $B = 4{,}44 \square$ F. soll durch einen der Grundfläche parallelen Schnitt halbiret werden. Wie groß ist 1) die Schnittebene und 2) ihr Abstand von der Grundfläche der Pyramide?

Aufl. 1) $\frac{1}{4}B\sqrt[3]{16} = 2{,}7970247 \square$ F.

2) $h(1-\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}) = 1{,}0314975$ F.

206. Von einer Pyramide, deren Höhe $h = 20$ F. und deren Grundfläche $B = 30 \square$ F. ist, soll durch einen der Grundfläche parallelen Schnitt eine Pyramide abgeschnitten werden, welche $\frac{n}{m} = \frac{1}{8}$ der ersten beträgt. Wie groß ist in der abzuschneidenden Pyramide 1) die Höhe und 2) die Grundfläche?

Aufl. 1) $h\sqrt[3]{\frac{n}{m}} = 10$ F.

2) $B\sqrt[3]{\frac{n^2}{m^2}} = 7{,}5 \square$ F.

207. Von einer Pyramide, deren Höhe $h = 6$ F. und Grundfläche $B = 18 \square$ F. gegeben sind, wird durch einen der Grundfläche parallelen Schnitt ein Pyramidenstumpf abgeschnitten, welcher $\frac{n}{m} = \frac{19}{27}$ der ganzen Pyramide beträgt. Man soll für den Stumpf 1) die Höhe und 2) die kleinere Grundfläche berechnen.

Aufl. 1) $h\left(1 - \sqrt[3]{\frac{m-n}{m}}\right) = 2$ F.

2) $B\sqrt[3]{\left(\frac{m-n}{m}\right)^2} = 8 \square$ F.

208. Eine Pyramide, welche die Grundfläche $B = 4{,}5$ F. und die Höhe $h = 3$ F. hat, soll durch einen der Grundfläche parallelen Schnitt so abgestumpft werden, daß sich die abgeschnittene Pyramide zum Stumpfe verhält wie die Zahlen $n = 8$ zu $m = 19$. Man soll berechnen 1) der wie vielte Theil irgend einer Seitenkante von der Spitze aus bis zu dem Punkte abgeschnitten werden muß, durch welchen der Schnitt hindurchgeht, 2) die Größe dieses Schnittes, 3) die Höhe des Stumpfes.

Aufl. 1) $\sqrt[3]{\frac{m}{m+n}} = \frac{2}{3}$

2) $B\sqrt[3]{\left(\frac{n}{m+n}\right)^2} = 2 \square$ F.

3) $h\left(1 - \sqrt[3]{\frac{n}{m+n}}\right) = 1$ F.

209. Eine Pyramide, deren Inhalt $a = 13{,}1072$ C. F. ist, wird durch eine mit der Basis parallele Ebene geschnitten. Wenn der

Inhalt des Stumpfes $b = 7{,}5776$ C. F. und seine Höhe $h = 1{,}2$ F. beträgt; wie groß ist die Höhe der ganzen Pyramide?

Aufl. $$\frac{h\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a-b}} = 4{,}8 \text{ F.}$$

210. In einer Pyramide, deren Höhe $h = 12$ F. und deren Grundfläche $B = 51{,}2$ □ F. ist, wird die Höhe in $n = 4$ Theile getheilt und durch jeden Theilungspunkt parallel mit der Grundfläche eine Ebene gelegt. Wie groß sind 1) die von der Spitze der Pyramide zur Basis hin auf einander folgenden Durchschnittsebenen und 2) die einzelnen Stücke der Pyramide in derselben Reihenfolge?

Aufl. 1) $B\left(\frac{1}{n}\right)^2 = 3{,}2$ □ F., $B\left(\frac{2}{n}\right)^2 = 12{,}8$ □ F.,

$B\left(\frac{3}{n}\right)^2 = 28{,}8$ □ F.

2) $\frac{Bh}{3n^3} = 3{,}2$ C. F., $\frac{7Bh}{3n^3} = 22{,}4$ C F.,

$\frac{19Bh}{3n^3} = 60{,}8$ C F., $\frac{37Bh}{3n^3} = 118{,}4$ C. F.

211. Wenn in der vorhergehenden Aufgabe $n = 40$ gesetzt wird; wie groß ist dasjenige Stück der Pyramide, welches die $m = 25$te Stelle, von ihrer Spitze aus gerechnet, einnimmt?

Aufl. $$\frac{Bh}{3n^3}(3m^2 - 3m + 1) = 5{,}7632 \text{ C. F.}$$

212. Eine Pyramide hat die Basis $B = 204{,}8$ □ F. und das Volumen $a = 1638{,}4$ C. F. In welcher Höhe über der Grundfläche müßte sie abgestumpft werden, wenn der Inhalt des Stumpfes $s = 947{,}2$ C. F. betragen sollte?

Aufl. $$\frac{3a}{B}\left(1 - \sqrt[3]{\frac{a-s}{a}}\right) = 6 \text{ F.}$$

213. Eine Pyramide, deren Höhe $h = 10$ F. und deren Basis $B = 40$ □ F. ist, soll durch parallel zur Grundfläche gelegte Ebenen in $n = 4$ gleiche Theile getheilt werden. Wie groß sind 1) die Höhen der einzelnen von der Spitze zur Basis hin auf einander folgenden Stücke der Pyramide, 2) die Durchschnittsebenen in derselben Reihenfolge?

Aufl. 1) $\frac{h}{n}\sqrt[3]{n^2} = 6{,}2996052$ F.

$$\frac{h}{n}\left(\sqrt[3]{2n^2} - \sqrt[3]{n^2}\right) = 1{,}6374006 \text{ F.}$$

$$\frac{h}{n}\left(\sqrt[3]{3n^2} - \sqrt[3]{2n^2}\right) = 1{,}1485972 \text{ F.}$$

$$\frac{h}{n}\left(\sqrt[3]{4n^2} - \sqrt[3]{3n^2}\right) = 0{,}914397 \text{ F.}$$

2) $\frac{B}{n}\sqrt[3]{n} = 15{,}874011 \;\square$ F.

$$\frac{B}{n}\sqrt[3]{4n} = 25{,}198421 \;\square \text{ F.}$$

$$\frac{B}{n}\sqrt[3]{9n} = 33{,}019272 \;\square \text{ F.}$$

214. Eine Pyramide von der Höhe h = 6 F. und der Grundfläche B = 117 □ F. soll durch Ebenen, welche der Grundfläche parallel sind, in verschiedene Stücke so getheilt werden, daß sich diese in der Reihenfolge von der Spitze zur Grundfläche hin verhalten wie die Zahlen m = 2, n = 4, p = 5, q = 7, r = 9, deren Summe durch s bezeichnet werden mag. Wie groß sind in derselben Reihenfolge 1) die Höhen der einzelnen Körperstücke, 2) die Durchschnittsfiguren?

Aufl. 1) $h\sqrt[3]{\frac{m}{s}} = 2{,}5198410$ F.

$$h\left(\sqrt[3]{\frac{m+n}{s}} - \sqrt[3]{\frac{m}{s}}\right) = 1{,}1144002 \text{ F.}$$

$$h\left(\sqrt[3]{\frac{m+n+p}{s}} - \sqrt[3]{\frac{m+n}{s}}\right) = 0{,}8137190 \text{ F.}$$

$$h\left(\sqrt[3]{\frac{m+n+p+q}{s}} - \sqrt[3]{\frac{m+n+p}{s}}\right) = 0{,}7935226 \text{ F.}$$

$$h\left(1 - \sqrt[3]{\frac{m+n+p+q}{s}}\right) = 0{,}7585172 \text{ F.}$$

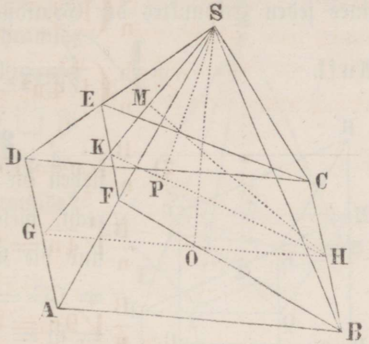
$$2)\ B\sqrt[3]{\frac{m^2}{s^2}} = 20{,}6362143 \ \square\ \text{F.}$$

$$B\sqrt[3]{\left(\frac{m+n}{s}\right)^2} = 42{,}9250536 \ \square\ \text{F.}$$

$$B\sqrt[3]{\left(\frac{m+n+p}{s}\right)^2} = 64{,}2991362 \ \square\ \text{F.}$$

$$B\sqrt[3]{\left(\frac{m+n+p+q}{s}\right)^2} = 89{,}2877115 \ \square\ \text{F.}$$

215. Eine quadratische Pyramide SABCD, in welcher die Grundkante $a = 12$ F. und jede Seitenkante $b = 10$ F. lang ist, soll durch eine Ebene BCEF, die durch eine Grundkante geht, halbiret werden. In welcher Entfernung (SK) von der Spitze der Pyramide wird diejenige Seitenfläche, welche jener Grundkante gegenüberliegt, von der durchgelegten Ebene geschnitten?

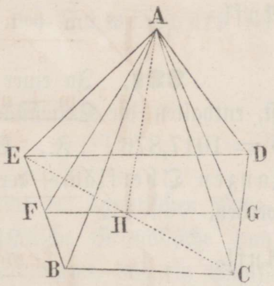


Aufl. $\frac{1}{4}(\sqrt{5} - 1)\sqrt{4b^2 - a^2} = 4{,}944272$ F.

216. In einer dreiseitigen Pyramide ABCD (Fig. 202) ist durch die Spitze und die Mitten zweier Grundkanten eine Ebene AEF gelegt, so daß also jeder Eckpunkt der Grundebene von derselben gleich weit absteht. Wenn das Dreieck AEF den Flächeninhalt $a = 13{,}2664992 \ \square$ F. hat, und das darauf von einem Eckpunkte der Grundebene gefällte Perpendikel $p = 3{,}411211$ F. mißt; wie groß ist der körperliche Inhalt der Pyramide ABCD?

Aufl. $\frac{4}{3}ap = 60{,}33976$ C. F.

217. Die Grundfläche der Pyramide ABCDE sei ein Trapez, dessen Parallelseiten BC und DE sind. Wenn in dem Durchschnittsdreieck AFG, welches durch die Spitze und die Halbirungspunkte der beiden anderen Grundkanten der Pyramide gelegt ist, die Seiten $AF = a = 2$ F., $AG = GF = b = 1{,}5$ F. gegeben sind, und der senkrechte Abstand eines jeden der Eckpunkte B, C, D, E von diesem

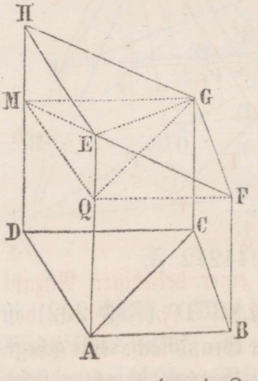


Durchschnittsdreieck $c = 0{,}9$ F. beträgt; wie groß ist der körperliche Inhalt der Pyramide?

Aufl. $\frac{ac}{3}\sqrt{4b^2 - a^2} = 0{,}6708204$ C. F.

218. Ein regelmäßiges Tetraeder ist durch seine Kante $a = 2{,}4$ F. gegeben. Wenn man durch die Spitze und die Mitten zweier Grundkanten des Tetraeders eine Schnittebene legt; wie groß ist der senkrechte Abstand eines jeden Eckpunktes der Grundfläche von dieser Schnittebene?

Aufl. $a\sqrt{\frac{2}{11}} = 1{,}023363$ F.



219. In dem Polyeder ABCDEFGH stehen die Seitenkanten auf der Grundfläche senkrecht, welche ein Trapez bildet. Wenn gegeben sind die Kanten $AE = DH = a = 15$ F., $BF = CG = b = 13$ F. und die Dreiecke $ABC = m = 114$ □ F., $ACD = n = 153$ □ F.; welchen Ausdruck erhält man für den körperlichen Inhalt des Polyeders, wenn dasselbe in ein Prisma und in drei dreiseitige Pyramiden zerlegt wird?

Aufl. $\frac{a(m + 2n) + b(n + 2m)}{3} = 3751$ C. F.

220. Eine fünfseitige regelmäßige Pyramide enthält $a = 277{,}4$ C. F. und hat eine Grundfläche von $b = 36{,}5$ □ F. — In welcher Entfernung von der Spitze der Pyramide liegt der Schwerpunkt ihrer Seitenoberfläche, welche aus fünf Dreiecken besteht?

Aufl. $\frac{2a}{b} = 15{,}2$ F.

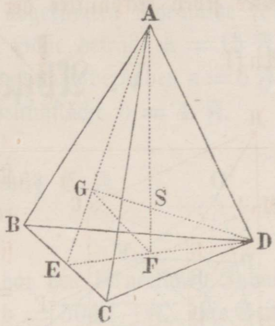
221. In einer regelmäßigen Pyramide, deren Höhe $h = 24$ F. ist, enthalten die Seitenflächen $a = 1696{,}46$ □ F. und die Grundfläche $b = 1017{,}876$ □ F.. Es soll der Abstand des Schwerpunktes der ganzen Oberfläche der Pyramide von der Spitze derselben angegeben werden.

Aufl. $\frac{2a + 3b}{a + b} \cdot \frac{h}{3} = 19$ F.

222. Für eine regelmäßige Pyramide von der Höhe $h = 33{,}6$ F. ist das Verhältniß der Grundfläche zur Seitenfläche gleich $\frac{n}{m} = \frac{3}{5}$ gegeben. Wie hoch über der Grundfläche liegt in der Axe der Pyramide der Schwerpunkt der ganzen Oberfläche derselben?

Aufl. $\frac{m}{m+n} \cdot \frac{h}{3} = 7$ F.

223. Wenn eine dreiseitige Pyramide ABCD den körperlichen Inhalt $a = 2219{,}2$ C. F. und die Grundfläche $B = 146$ □ F. hat; in welcher Höhe über der Grundfläche befindet sich der Schwerpunkt der Pyramide?



Aufl. $\frac{3a}{4B} = 11{,}4$ F.

224. Die Höhe einer Pyramide von einer beliebigen Anzahl Seiten sei $h = 24$ F., ihre Grundfläche $B = 204{,}8$ □ F.. Durch den Schwerpunkt der Pyramide wird parallel mit der Grundfläche eine Ebene gelegt; wie groß ist das abgeschnittene Körperstück, welches ebenfalls eine Pyramide bildet?

Aufl. $\frac{9hB}{64} = 691{,}2$ C. F.

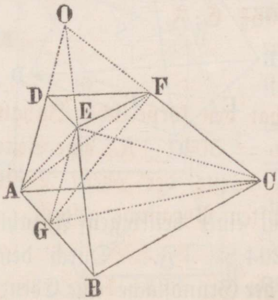
225. Eine Pyramide hat zur Grundfläche ein regelmäßiges Achteck, dessen Seite $a = 4$ F. beträgt. Wie groß ist die mit der Grundfläche parallel gelegte Schnittfläche, welche durch den Schwerpunkt der Pyramide hindurchgeht?

Aufl. $\frac{9}{8}(1 + \sqrt{2})\, a^2 = 43{,}4558448$ □ F.

226. Nach Herodots Angabe soll eine der ägyptischen Pyramiden die Höhe $h = 800$ F. und eine quadratische Grundfläche von $b = 640000$ □ F. gehabt haben. Wenn man annimmt, daß ein Cubikfuß der Masse das Gewicht $g = 200$ Pfund hat, und eine Dampfmaschine $p = 0{,}000303$ Pfund Kohlen braucht, um eine Last von einem Pfunde während einer Minute einen Fuß hoch zu heben; wie viel Kohlen sind erforderlich, um jene Pyramide aufzubauen, d. h. um jeden Stein derselben vom Boden in seine Stelle zu heben?

Aufl. $\frac{bgh^2p}{12} = 2068480000$ Pfund.

V. Abgestumpfte Pyramide.



227. Die Grundflächen einer abgestumpften Pyramide sind $ABC = B = 1024 \,\square$ F. und $DEF = b = 676 \,\square$ F., der Abstand der Grundflächen von einander $h = 18{,}75$ F. — Es soll geometrisch ein Ausdruck für den körperlichen Inhalt des Stumpfes gefunden werden.

Aufl. $\frac{1}{3}h\left(B + b + \sqrt{Bb}\right) = 15825$ C. F.

$\frac{1}{3}h(B+b+\sqrt{Bb})$

228. Die Grundflächen eines Pyramidenstumpfs sind $B = 37{,}3321 \,\square$ F. und $b = 3{,}6538 \,\square$ F., die Höhe des Stumpfes $h = 3{,}654$ F.; wie groß ist die Ergänzungspyramide?

Aufl. $\frac{bh(b + \sqrt{Bb})}{3(B - b)} = 2{,}026142$ C. F.

229. In einem Pyramidenstumpfe, dessen größere Basis $B = 25 \,\square$ F. und dessen Höhe $h = 24$ F. beträgt, haben zwei homologe Seiten der Grundflächen das Verhältniß $m : n = 2{,}5 : 2$. — Wie groß ist der Pyramidenstumpf?

Aufl. $\frac{hB}{3}\left(1 + \frac{n}{m} + \frac{n^2}{m^2}\right) = 488$ C. F.

230. Man kennt die beiden Grundflächen $B = 9{,}33302 \square$ F. und $b = 0{,}91345 \square$ F. eines Pyramidenstumpfs, sowie den Inhalt seiner Ergänzungspyramide $a = 0{,}25326775$ C. F.. Wie groß ist die ganze Pyramide?

Aufl. $a \sqrt{\frac{B^3}{b^3}} = 8{,}2715307$ C. F.

231. Der körperliche Inhalt einer abgekürzten Pyramide soll aus folgenden Angaben bestimmt werden. Die Höhe beträgt $h = 15$ F., die eine Grundfläche $g = 48 \square$ F. und eine Diagonale derselben $a = 6$ F., dagegen die homologe Diagonale der andern Grundfläche $b = 4$ F.

Aufl. $\frac{gh}{3a^2}(a^2 + b^2 + ab) = 506\frac{2}{3}$ C. F.

232. Eine abgestumpfte Pyramide hat den körperlichen Inhalt $a = 24595{,}2$ C. F.; die untere Basis enthält $b = 504 \square$ F., eine Seite derselben mißt $m = 35$ F. und die homologe Seite der obern Basis $n = 28$ F.. Es wird die Höhe der abgestumpften Pyramide gesucht.

Aufl. $\frac{3am^2}{b(m^2 + n^2 + mn)} = 60$ F.

233. Man kennt von einem Pyramidenstumpfe die Grundfläche $B = 504 \square$ F. und eine Seite derselben $m = 48$ F., ferner die andere Grundfläche $b = 322{,}56 \square$ F. und deren Seite $n = 38{,}4$ F., welche der vorigen Seite homolog ist, endlich die Höhe $h = 60$ F.. Wie groß ist der körperliche Inhalt des Stumpfes?

Aufl. $\frac{h(mB - nb)}{3(m - n)} = 24595{,}2$ C. F.

234. Die Höhe einer Pyramide zu bestimmen, wenn ein Stumpf derselben die Grundflächen $B = 28{,}8 \square$ F. und $b = 12{,}8 \square$ F. hat und $a = 60{,}8$ C. F. enthält.

Aufl. $\frac{3a}{B^3 - b^3}\left(B^2 + b\sqrt{Bb}\right) = 9$ F.

235. Ein gerader Pyramidenstumpf, dessen Höhe $h = 44$ F. ist, hat zu Grundflächen gleichseitige Dreiecke, deren Seiten $a = 8$ F. und $b = 5$ F. sind; wie groß ist 1) der Inhalt und 2) die ganze Oberfläche des Stumpfes?

Aufl. 1) $\frac{h}{12}(a^2 + b^2 + ab)\sqrt{3} = 819{,}26$ C. F.

2) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)\sqrt{3} + \frac{3}{2}(a+b)\sqrt{h^2 + \frac{1}{12}(a-b)^2} = 896{,}704325 \;\square$ F.

236. Wie groß ist 1) der Inhalt und 2) die ganze Oberfläche eines geraden Pyramidenstumpfes, wenn dessen Grundflächen gleichseitige Dreiecke mit den Seiten $a = 65$ F. und $b = 46$ F. sind und eine Seitenkante $c = 92$ F. lang ist?

Aufl. 1) $\frac{1}{12}(a^2 + b^2 + ab)\sqrt{3c^2 - (a-b)^2} = 123022{,}94$ C. F.

2) $\frac{1}{4}(a^2 + b^2)\sqrt{3} + \frac{3}{4}(a+b)\sqrt{4c^2 - (a-b)^2} = 17981{,}845 \;\square$ F.

237. Ein gerader Pyramidenstumpf hat die Höhe $h = 10$ F.; die Seiten der einen Grundfläche, welche ein Rechteck ist, betragen $a = 7$ F. und $b = 8$ F., die andere Grundfläche enthält $g = 21{,}875 \;\square$ F. — Wie groß sind die vier Seitenflächen des Stumpfes?

Aufl.

$$\frac{1}{2}\left(a + \sqrt{\frac{ag}{b}}\right)\sqrt{4h^2 + \left(b - \sqrt{\frac{bg}{a}}\right)^2}$$

$$+ \frac{1}{2}\left(b + \sqrt{\frac{bg}{a}}\right)\sqrt{4h^2 + \left(a - \sqrt{\frac{ag}{b}}\right)^2} = 246{,}13749 \;\square \text{ F.}$$

238. Den Inhalt der Seitenflächen eines regelmäßigen Pyramidenstumpfes zu berechnen, wenn gegeben sind die Umfänge $U = 35{,}748$ F. und $u = 21{,}52$ F. der beiden Grundflächen und die Höhe $h = 7$ F. einer Seitenfläche.

Aufl. $\frac{1}{2}(U + u)h = 200{,}438 \;\square$ F.

239. Eine Pyramide ist durch ihre Basis und Höhe gegeben, $B = 115{,}2 \;\square$ F. und $H = 18$ F. — In dem Abstande $h = 12$ F. von ihrer Spitze wird durch sie parallel mit der Grundfläche eine Ebene gelegt, welche einen Pyramidenstumpf abschneidet. Welchen körperlichen Inhalt hat der Stumpf?

Aufl. $$\frac{B}{3 H^2} (H^3 - h^3) = 486{,}4 \text{ C. F.}$$

240. Man kennt in den beiden Grundflächen eines Pyramidenstumpfes, dessen Höhe $h = 30{,}7$ F. ist, zwei beliebige, aber ähnlich liegende Linien $a = 10{,}3$ F. und $b = 8{,}5$ F., also auch das Verhältniß $a^2 : b^2$ der Grundflächen zu einander. Um die Größe selbst der letzteren bestimmen zu können, ist die Zahl $c = 0{,}4330127$ gegeben, durch welche vervielfältigt die Größen a^2 und b^2 die Flächeninhalte der Grundflächen ausdrücken. Welches Volumen hat der Pyramidenstumpf?

Aufl. $$\frac{ch}{4} (a + b)^2 + \frac{ch}{12} (a - b)^2 = 1178{,}201 \text{ C. F.}$$

241. Ein quadratischer Pyramidenstumpf hat die Höhe $h = 60$ F. und die untere und obere Grundkante $a = 22{,}449944$ F. und $b = 17{,}959954$ F. — Wenn man sich zwei quadratische Prismen von der nämlichen Höhe h so construirt denkt, daß man zur Grundfläche des einen die halbe Summe der Grundflächen, dagegen zur Grundkante des andern die halbe Summe der beiden Grundkanten des Pyramidenstumpfes annimmt; um wieviel ist das erste Prisma größer, das zweite aber kleiner als der Pyramidenstumpf?

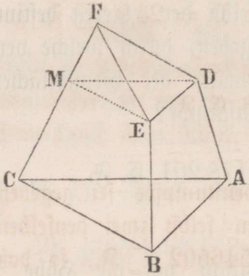
Aufl. 1) $$\frac{h}{6}(a - b)^2 = 201{,}6 \text{ C. F.}$$

2) $$\frac{h}{12} (a - b)^2 = 100{,}8 \text{ C. F.}$$

242. Wo es in praktischen Rechnungen zur Bestimmung des Rauminhaltes von Körpern auf keine große Genauigkeit ankommt, bedient man sich zuweilen für die abgestumpfte Pyramide einer solchen Berechnungsart, daß man sie als ein gleich hohes Prisma betrachtet, dessen Grundfläche dem arithmetischen Mittel zwischen beiden Grundflächen des Pyramidenstumpfs gleichgesetzt wird. Wenn man nun von einem Pyramidenstumpfe, dessen Höhe $h = 6{,}14$ F. beträgt, zwei ähnlich liegende Seiten $a = 2{,}06$ F. und $b = 1{,}7$ F. der beiden Grundflächen, also auch das Verhältniß $a^2 : b^2$ der letzteren zu einander kennt, ferner die Zahl

$m = 0{,}0866025$ gegeben ist, durch welche vervielfältigt die Größen a^2 und b^2 die Maßzahlen der Grundflächen ausdrücken; um wie viel würde sich bei Anwendung jener nur näherungsweise angestellten Berechnungsart der körperliche Inhalt des Pyramidenstumpfs zu groß ergeben?

Aufl. $\frac{h}{6}(a - b)^2 m = 0{,}1148556$ C. F.



243. Die untere Basis einer schief abgestumpften dreiseitigen Pyramide ABCDEF sei $B = 7{,}5$ □ F., eine Seite AB derselben $a = 5$ F., die ihr parallele Seite DE des schiefen Schnittes $b = 4{,}4721359$ F., der senkrechte Abstand der Ecke F von der Basis ABC sei $H = 2{,}341563$ F. und der senkrechte Abstand der Ecken D und E von derselben $h = 2$ F.. Es soll der körperliche Inhalt von ABCDEF gefunden werden.

Aufl. $\frac{B}{3a^2}\left[ah(a + b) + b^2 H\right] = 14{,}1552619$ C. F.

244. Das Volumen eines regelmäßigen achtseitigen Pyramidenstumpfs zu berechnen, in welchem zwei homologe Grundkanten $a = 8$ F. und $b = 4$ F. betragen, und jede Seitenkante $c = 6$ F. ist.

Aufl. $\frac{2}{3}(a^2 + b^2 + ab)(1 + \sqrt{2})\sqrt{c^2 - (a - b)^2(1 + \frac{1}{2}\sqrt{2})} = 531{,}275$ C. F.

245. Ein Pyramidenstumpf hat die Höhe $h = 7{,}5$ F. und zu Grundflächen regelmäßige Achtecke, in welchen die Radien der umschriebenen Kreise $R = 5$ F. und $r = 4{,}5$ F. betragen; welches Volumen hat der Stumpf?

Aufl. $\frac{2h\sqrt{2}}{3}(R^2 + r^2 + Rr) = 479{,}0648$ C. F.

246. Den körperlichen Inhalt eines Pyramidenstumpfes zu berechnen, wenn man außer dessen Höhe $h = 5$ F. zwei homologe Seiten $a = 2{,}24$ F. und $b = 3{,}05$ F. der beiden Grundflächen und die Durchschnittsebene $D = 15 \square$ F. kennt, welche durch die Mitte der Höhe den Grundflächen parallel gelegt worden ist.

Aufl. $\frac{4hD(a^2 + b^2 + ab)}{3(a + b)^2} = 75{,}586105$ C. F.

247. Den Inhalt eines Pyramidenstumpfes von der Höhe $h = 8{,}3$ F. zu berechnen, wenn das Verhältniß $n = 1{,}3456$ der beiden Grundflächen zu einander und die parallel zu den Grundflächen in gleichen Abständen von denselben gelegte Durchschnittsebene $D = 24{,}9 \square$ F. gegeben ist.

Aufl. $\frac{4hD(1 + n + \sqrt{n})}{3(1 + n + 2\sqrt{n})} = 207{,}04803$ C. F.

248. Zur Berechnung eines Pyramidenstumpfes sei gegeben die Höhe $h = 16{,}6$ F. und statt der Grundflächen selbst zwei denselben ähnliche Polygone $P = 99{,}6 \square$ F. und $p = 0{,}546502 \square$ F., so daß jede Seite von P der halben Summe, dagegen jede Seite von p dem halben Unterschiede der homologen Seiten beider Grundflächen gleich ist. Wie groß ist das Volumen des Stumpfes?

Aufl. $hP + \frac{1}{3}hp = 1656{,}38397$ C. F.

249. Ein Prisma, eine Pyramide und ein Pyramidenstumpf haben ähnliche Grundflächen und dieselbe Höhe $h = 4{,}98$ F. — Wenn eine Diagonale in der Grundfläche des Prismas gleich ist der halben Summe, dagegen eine Diagonale in der Grundfläche der Pyramide gleich der halben Differenz von den nämlichen, ähnlich liegenden Diagonalen in den Grundflächen des Pyramidenstumpfes, ferner das Prisma die Grundfläche $B = 8{,}964 \square$ F. und die Pyramide die Grundfläche $b = 0{,}04918518 \square$ F. hat; wie groß ist der Körperinhalt des Pyramidenstumpfes?

Aufl. $\frac{1}{3}h(3B + b) = 44{,}722367$ C. F.

250. Man kennt von einem Pyramidenstumpfe den Inhalt $a = 160$ C. F., die Höhe $h = 12$ F. und die eine Grundfläche $B = 16 \square$ F.; wie groß ist die andere Grundfläche?

Aufl. $\frac{6a - Bh - \sqrt{3Bh(4a - Bh)}}{2h} = 10{,}833991 \square$ F.

251. In einem Pyramidenstumpfe, welcher $a = 3904$ C. F. enthält und dessen Höhe $h = 48$ F. beträgt, sind beide Grundflächen B und b zusammen gleich $s = 164 \square$ F.; man soll die Grundflächen bestimmen.

Aufl. $$B = \frac{1}{2}\left[s + \sqrt{\left(\frac{6a}{h} - s\right)\left(3s - \frac{6a}{h}\right)}\right] = 100 \square \text{ F.}$$

$$b = \frac{1}{2}\left[s - \sqrt{\left(\frac{6a}{h} - s\right)\left(3s - \frac{6a}{h}\right)}\right] = 64 \square \text{ F.}$$

252. Eine abgestumpfte Pyramide enthält $a = 2{,}58125$ C. F., ihre Höhe beträgt $h = 2{,}4$ F. und die Differenz ihrer Grundflächen $d = 1 \square$ F.. Man soll die größere Grundfläche finden.

Aufl. $$\frac{d}{2} + \frac{2a}{h} - \sqrt{\frac{a^2}{h^2} - \frac{d^2}{12}} = 1{,}6149842 \square \text{ F.}$$

253. Von einer parallel zur Grundfläche abgestumpften Pyramide ist der Cubikinhalt $a = 13013{,}334$ C. F., die Höhe $h = 10$ F. und das Verhältniß der beiden Grundflächen zu einander $\frac{m}{n} = \frac{16}{25}$ gegeben. Es sollen die Grundflächen berechnet werden.

Aufl. $$\frac{3an}{h(m + n + \sqrt{mn})} = 1600 \square \text{ F.}$$

$$\frac{3am}{h(m + n + \sqrt{mn})} = 1024 \square \text{ F.}$$

254. Die eine Grundfläche eines Pyramidenstumpfes ist ein Quadrat mit der Seite $a = 13$ F., die andere ein Quadrat mit der Seite $b = 12$ F.. Wenn die Summe der vier congruenten Seitenflächen gleich ist der Summe beider Grundflächen; wie groß ist die Höhe des Pyramidenstumpfes?

Aufl. $$\frac{ab}{a + b} = 6{,}22 \text{ F.}$$

255. Zwei congruente gerade Prismen, deren Grundflächen regelmäßige Sechsecke von der Seite $a = 6$ Zoll sind, werden rechtwinklig durch einander geschoben, so daß zwei ihrer Seitenflächen in eine Ebene fallen; wie groß ist das beiden Prismen gemeinschaftliche Körperstück?

Aufl. $\frac{7a^3}{3}\sqrt{3} = 872{,}953$ C. Z.

256. Die gesammte Oberfläche eines regelmäßigen Pyramidenstumpfes von $n = 13$ Seiten zu berechnen, wenn gegeben ist außer der größern Basis $B = 10 \square$ F. eine Seite $a = 5$ F. derselben, und die homologe Seite $b = 3$ F. der kleinern Basis, endlich eine Seitenkante $c = 6$ F. des Stumpfes.

Aufl. $B\left(1+\frac{b^2}{a^2}\right)+\frac{n}{4}(a+b)\sqrt{4c^2-(a-b)^2} = 321{,}236149 \square$ F.

257. Um die Grundflächen eines regelmäßigen zehnseitigen Pyramidenstumpfes sind Kreise mit den Radien $R = 3$ F. und $r = 2$ F. beschrieben; wie groß ist der Stumpf, wenn seine Höhe gleichkommt dem Apothem der größern Grundfläche?

Aufl. $\frac{5}{12}(R^2 + Rr + r^2)\, R\sqrt{5} = 53{,}10661$ C. F.

258. Zwei regelmäßige abgekürzte Pyramiden, die eine von fünf die andere von zehn Seiten, haben gleiche Höhen. Wenn sich sowol um ihre größeren Grundflächen als um ihre kleineren Grundflächen gleiche Kreise beschreiben lassen; wie viel Mal ist der zehnseitige Pyramidenstumpf größer als der fünfseitige?

Aufl. $\sqrt{5} - 1 = 1{,}236068.$

259. Wie groß ist das von einer vollständigen Pyramide abgeschnittene Stück, wenn der nachgebliebene Pyramidenstumpf $h = 3$ F. hoch ist und zu seinen Grundflächen regelmäßige Zehnecke hat, in welche sich Kreise mit den Radien $R = 3$ F. und $r = 2$ F. einschreiben lassen?

Aufl. $\frac{2hr^3\sqrt{5(5-2\sqrt{5})}}{3(R-r)} = 25{,}993576$ C. F.

260. Zwei congruente gerade Prismen, deren Grundflächen regelmäßige Fünfecke von der Seite $a = 2{,}1544347$ F. sind, bilden durch einander geschoben ein rechtwinkliges Kreuz, so daß zwei ihrer Seitenflächen in eine Ebene fallen und ein Quadrat als gemeinschaftliches Flächenstück haben. Welches Körperstück haben beide Prismen gemeinschaftlich?

Aufl. $\dfrac{a^3}{6}\sqrt{\dfrac{1}{5}(5 + 2\sqrt{5})^3} = 21{,}72879$ C. F.

261. Die größere Grundfläche einer abgestumpften Pyramide sei $B = 100 \square$ F. und eine Seite dieser Grundfläche $m = 3{,}1622777$ F.; die gleichliegende Seite der andern Grundfläche sei $n = 2{,}5298221$ F.. Wie groß ist die den Grundflächen parallele, in gleichen Abständen von diesen liegende Durchschnittsfigur?

Aufl. $\dfrac{B(m + n)^2}{4m^2} = 81 \square$ F.

262. In einer abgestumpften Pyramide, deren Grundflächen $B = 100 \square$ F. und $b = 64 \square$ F. sind, wird die Höhe in $n = 4$ gleiche Theile getheilt und durch jeden Theilungspunkt parallel mit den Grundflächen eine Ebene durchgelegt. Wie groß sind die einzelnen Durchschnittsfiguren der Reihe nach von der kleinern Basis b aus gerechnet?

Aufl. $\dfrac{[\sqrt{B} + (n - 1)\sqrt{b}]^2}{n^2} = 72{,}25 \square$ F.

$\dfrac{[2\sqrt{B} + (n - 2)\sqrt{b}]^2}{n^2} = 81 \square$ F.

$\dfrac{[3\sqrt{B} + (n - 3)\sqrt{b}]^2}{n^2} = 90{,}25 \square$ F.

263. In einer Pyramide deren Basis $B = 553{,}7 \square$ F. und deren Höhe $h = 21$ F. ist, wird $\dfrac{n}{m} = \dfrac{2}{7}$ von ihrer Höhe abgeschnitten und durch den Theilungspunkt eine Ebene parallel mit der Basis gelegt. Man soll die Größe der Durchschnittsfigur F und des erzeugten Pyramidenstumpfes S für beide Fälle berechnen, indem $\dfrac{n}{m}$ der Höhe 1) von der Spitze der Pyramide aus, und 2) von der Basis aus abgeschnitten werden kann.

Aufl. 1) $F = B\left(\frac{n}{m}\right)^2 = 45{,}2 \square$ F.

$$S = \frac{Bh}{3m^3}(m^3 - n^3) = 3785{,}5 \text{ C. F.}$$

2) $F = B\left(\frac{m-n}{m}\right)^2 = 282{,}5 \square$ F.

$$S = \frac{Bhn}{3m^3}\left[3m(m-n) + n^2\right] = 2463{,}4 \text{ C. F.}$$

264. In einem Pyramidenstumpfe, dessen Höhe $h = 8{,}1$ F. und dessen Grundflächen $B = 1089 \square$ F. und $b = 100 \square$ F. sind, wird $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$ von der Höhe abgeschnitten und durch den Theilungspunkt eine Ebene parallel mit den Grundflächen gelegt. Man soll die Durchschnittsfigur F und die an der kleinern und an der größern Grundfläche liegenden Stücke p und P des Pyramidenstumpfes für beide Fälle berechnen, inden $\frac{n}{m}$ der Höhe 1) von der kleinern Grundfläche aus und 2) von der größern aus abgeschnitten werden kann.

Aufl.

1) $F = \frac{1}{m^2}\left[n\sqrt{B} + (m-n)\sqrt{b}\right]^2 = 641{,}7777 \square$ F.

$$p = \frac{hn}{3m^3}\left[Bn^2 + b(3m^2 - 3mn + n^2) + n(3m - 2n)\sqrt{Bb}\right] = 1791{,}2 \text{ C.F.}$$

$$P = \frac{h(m-n)}{3m^3}\left[B(m^2+n^2+mn) + b(m-n)^2 + (mn - 2n^2 + m^2)\sqrt{Bb}\right]$$
$$= 2310{,}1 \text{ C. F.}$$

2) $F = \frac{1}{m^2}\left[n\sqrt{b} + (m-n)\sqrt{B}\right]^2 = 312{,}1111 \square$ F.

$$p = \frac{h(m-n)}{3m^3}\left[b(m^2+n^2+mn) + B(m-n)^2 + (mn - 2n^2 + m^2)\sqrt{Bb}\right]$$
$$= 529{,}9 \text{ C. F.}$$

$$P = \frac{hn}{3m^3}\left[bn^2 + B(3m^2 - 3mn + n^2) + n(3m - 2n)\sqrt{Bb}\right] = 3571{,}4 \text{ C.F.}$$

265. Ein Pyramidenstumpf hat die Höhe $h = 1{,}62$ F. und die Grundflächen $B = 16{,}81 \square$ F. und $b = 9{,}61 \square$ F.. Die Höhe wird in drei gleiche Theile getheilt und durch jeden Theilungspunkt eine Ebene parallel zu den Grundflächen gelegt. Wie groß sind die drei Stücke, in welche der Pyramidenstumpf zerlegt wird?

Aufl. $\frac{h}{81}\left(B + 19\,b + 7\sqrt{Bb}\right) = 5{,}7674$ C. F.

$\frac{h}{81}\left(7B + 7b + 13\sqrt{Bb}\right) = 7{,}0034$ C. F.

$\frac{h}{81}\left(19\,B + b + 7\sqrt{Bb}\right) = 8{,}3594$ C. F.

266. Ein Pyramidenstumpf, dessen Grundflächen $B = 1600$ □ F. und $b = 1024$ □ F. sind, wird von einer den Grundflächen parallelen, in gleichen Abständen von diesen liegenden Ebene geschnitten. Es soll berechnet werden 1) die Größe der Durchschnittsfigur, 2) wenn die Höhe des Pyramidenstumpfes $h = 10$ F. ist, die Größe seiner beiden Theile.

Aufl. 1) $\frac{1}{4}\left(\sqrt{B} - \sqrt{b}\right)^2 = 1296$ □ F.

2) $\frac{h}{24}\left(7B + b + 4\sqrt{Bb}\right) = 7226{,}666$ C. F.

$\frac{h}{24}\left(7\,b + B + 4\sqrt{Bb}\right) = 5786{,}666$ C. F.

267. Ein Pyramidenstumpf hat die Höhe $h = 152$ F. und die Grundflächen $B = 6496{,}36$ □ F. und $b = 2520{,}04$ □ F.. In welcher Entfernung 1) von der größern Grundfläche, und 2) von der kleinern Grundfläche liegt der beiden Grundflächen parallele Schnitt, dessen Flächeninhalt $m = 4914{,}01$ □ F. ist?

Aufl. 1) $\frac{h(\sqrt{B} - \sqrt{m})}{\sqrt{B} - \sqrt{b}} = 52{,}5$ F.

2) $\frac{h(\sqrt{m} - \sqrt{b})}{\sqrt{B} - \sqrt{b}} = 99{,}5$ F.

268. Ein Pyramidenstumpf hat die Höhe $h = 10$ F. und die Grundflächen $B = 50{,}41$ □ F. und $b = 26{,}01$ □ F.. Wie groß ist der den letzteren parallele Durchschnitt, wenn derselbe um $d = 4$ F. 1) von der größern Grundfläche und 2) von der kleinern Grundfläche absteht?

Aufl. 1) $\frac{[d\sqrt{b}+(h-d)\sqrt{B}]^2}{h^2} = 39{,}69 \square$ F.

2) $\frac{[d\sqrt{B}+(h-d)\sqrt{b}]^2}{h^2} = 34{,}81 \square$ F.

269. Die Höhe eines Pyramidenstumpfes ist $h = 2{,}55$ F., die größte Seite der einen Grundfläche $a = 0{,}76$ F. und die kleinste Seite der andern Grundfläche $b = 0{,}17$ F.. Wenn man den Pyramidenstumpf durch eine mit den Grundflächen parallele Ebene schneidet, so erhält man ein Dreieck mit den Seiten $m = 0{,}57$ F., $n = 0{,}36$ F., $p = 0{,}255$ F., so daß a und m in der nämlichen Seitenfläche des Stumpfes und ebenso b und p in einer Seitenfläche desselben liegen. Wie groß ist der Abstand der Durchschnittsfigur von der größern Basis?

Aufl. $\frac{hp(a-m)}{ap-bm} = 1{,}275$ F.

270. Ein Pyramidenstumpf, von welchem die Höhe $h = 10$ F. und die Grundflächen $B = 81 \square$ F. und $b = 64 \square$ F. gegeben sind, soll durch eine den letzteren parallele Ebene halbirt werden. Wie groß ist 1) die Schnittebene, 2) ihr Abstand von der kleinern Grundfläche, 3) ihr Abstand von der größern Grundfläche?

Aufl. 1) $\sqrt[3]{\left(\frac{B\sqrt{B}+b\sqrt{b}}{2}\right)^2} = 72{,}74915 \square$ F.

2) $\frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[-\sqrt{b}+\sqrt[3]{\frac{B\sqrt{B}+b\sqrt{b}}{2}}\right] = 5{,}2931$ F.

3) $\frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[\sqrt{B}-\sqrt[3]{\frac{B\sqrt{B}+b\sqrt{b}}{2}}\right] = 4{,}7069$ F.

271. Von einem Pyramidenstumpfe, dessen Höhe $h = 4$ F. und dessen Grundflächen $B = 100 \square$ F. und $b = 36 \square$ F. gegeben sind, wird durch eine mit den letzteren parallele Ebene ein Stück $a = 90\frac{1}{3}$ C. F. abgeschnitten, welches demnach wiederum einen Pyramidenstumpf bildet. Man soll die Durchschnittsfigur F und die Höhe p des Stückes a für beide Fälle berechnen, indem nämlich jenes Stück 1) an der größern Grundfläche B, und 2) an der kleinern Grundfläche b liegen kann.

Aufl. 1) $F = \sqrt[3]{\left[B\sqrt{B} - \frac{3a}{h}(\sqrt{B}-\sqrt{b})\right]^2} = 81 \, \square$ F.

$$p = \frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[\sqrt{B} - \sqrt[3]{B\sqrt{B} - \frac{3a}{h}(\sqrt{B}-\sqrt{b})}\right] = 1 \text{ F.}$$

2) $F = \sqrt[3]{\left[b\sqrt{b} + \frac{3a}{h}(\sqrt{B}-\sqrt{b})\right]^2} = 61{,}899343 \, \square$ F.

$$p = \frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[-\sqrt{b} + \sqrt[3]{b\sqrt{b} + \frac{3a}{h}(\sqrt{B}-\sqrt{b})}\right]$$
$$= 1{,}867613 \text{ F.}$$

272. Von einem Pyramidenstumpfe, dessen Höhe $h = 18$ F. und dessen Grundflächen $B = 25 \, \square$ F. und $b = 16 \, \square$ F. gegeben sind, wird durch eine mit den letztern parallele Ebene ein Stück abgeschnitten, welches $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$ des ganzen Körpers beträgt. Man soll die Durchschnittsfigur F und die Höhe p des abgeschnittenen Stückes für beide Fälle berechnen, 1) wo jenes Stück an der größern Grundfläche B, und 2) wo es an der kleinern Grundfläche b liegt.

Aufl.

1) $F = \sqrt[3]{\left[\frac{(m-n)B\sqrt{B} + nb\sqrt{b}}{m}\right]^2} = 19{,}23089 \, \square$ F.

$$p = \frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[\sqrt{B} - \sqrt[3]{\frac{(m-n)B\sqrt{B} + nb\sqrt{b}}{m}}\right] = 11{,}0646 \text{ F.}$$

2) $F = \sqrt[3]{\left[\frac{nB\sqrt{B} + (m-n)b\sqrt{b}}{m}\right]^2} = 22{,}209505 \, \square$ F.

$$p = \frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[-\sqrt{b} + \sqrt[3]{\frac{nB\sqrt{B} + (m-n)b\sqrt{b}}{m}}\right] = 12{,}8285208 \text{ F.}$$

273. Die Höhe und die Grundflächen eines Pyramidenstumpfes sind gegeben, $h = 54$ F., $B = 225 \, \square$ F., $b = 144 \, \square$ F.. Der Stumpf wird durch einen den Grundflächen parallelen Schnitt so getheilt, daß sich das Stück an der größern Grundfläche B zu dem an der kleinern Grundfläche b gelegenen verhält wie $m : n = 2 : 1$. Es soll berechnet werden 1) die Durchschnittsfigur, 2) ihr Abstand von der größern Grundfläche, 3) ihr Abstand von der kleinern Grundfläche.

Aufl.

1) $\sqrt[3]{\left[\frac{nB\sqrt{B} + mb\sqrt{b}}{m+n}\right]^2} = 173{,}07804 \,\square$ F.

2) $\frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[\sqrt{B} - \sqrt[3]{\frac{nB\sqrt{B} + mb\sqrt{b}}{m+n}}\right] = 33{,}193584$ F.

3) $\frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[-\sqrt{b} + \sqrt[3]{\frac{nB\sqrt{B} + mb\sqrt{b}}{m+n}}\right] = 20{,}806416$ F.

274. In einem Pyramidenstumpfe, dessen Höhe $h = 10{,}8$ F. ist, haben zwei homologe Grundkanten die Längen $a = 3$ F. und $b = 2{,}4$ F.. Der Stumpf wird durch eine zur Grundfläche parallele Ebene so getheilt, daß der obere, an der kleinern Grundfläche liegende Theil $\frac{n}{m} = \frac{1}{2}$ des untern Theiles beträgt. Es soll 1) die homologe Seite der Durchschnittsfigur und 2) der Abstand der letztern von der größern Grundfläche berechnet werden.

Aufl. 1) $\sqrt[3]{\frac{a^3n + b^3m}{m+n}} = 2{,}631182$ F.

2) $\frac{h}{a-b}\left(a - \sqrt[3]{\frac{a^3n + b^3m}{m+n}}\right) = 6{,}638724$ F.

275. Ein Pyramidenstumpf hat die Grundflächen $B = 9 \,\square$ F. und $b = 4 \,\square$ F. und soll durch Ebenen, welche den letzteren parallel sind, in $n = 4$ gleiche Theile getheilt werden; wie groß sind die Durchschnittsebenen in der Reihenfolge von der kleinern Grundfläche b zur größern B hin?

Aufl. $\sqrt[3]{\left(\frac{B\sqrt{B} + (n-1)\,b\sqrt{b}}{n}\right)^2} = 5{,}457663 \,\square$ F.

$\sqrt[3]{\left(\frac{2B\sqrt{B} + (n-2)\,b\sqrt{b}}{n}\right)^2} = 6{,}7405 \,\square$ F.

$\sqrt[3]{\left(\frac{3B\sqrt{B} + (n-3)\,b\sqrt{b}}{n}\right)^2} = 7{,}910792 \,\square$ F.

276. Einen Pyramidenstumpf von der Höhe $h = 2$ F. und den Grundflächen $B = 9 \,\square$ F. und $b = 4 \,\square$ F. durch Ebenen, welche den Grundflächen parallel sind, so in verschiedene Stücke zu theilen, daß sich diese in der Reihenfolge von der kleinern Basis zur größern hin verhalten wie die Zahlen $m = 3$, $n = 4$, $p = 5$, $q = 7$, deren Summe durch s bezeichnet werden mag. Wie groß sind in derselben Reihenfolge 1) die Durchschnittsflächen, 2) die Höhen der einzelnen Körperstücke?

Aufl.

1) $$\sqrt[3]{\left[b\sqrt{b} + \frac{m}{s}(B\sqrt{B} - b\sqrt{b})\right]^2} = 4,9460874 \ \square\ \text{F.}$$

$$\sqrt[3]{\left[b\sqrt{b} + \frac{m+n}{s}(B\sqrt{B} - b\sqrt{b})\right]^2} = 6,0822019 \ \square\ \text{F.}$$

$$\sqrt[3]{\left[b\sqrt{b} + \frac{m+n+p}{s}(B\sqrt{B} - b\sqrt{b})\right]^2} = 7,3680627 \ \square\ \text{F.}$$

2) $$\frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[-\sqrt{b} + \sqrt[3]{b\sqrt{b} + \frac{m}{s}(B\sqrt{B} - b\sqrt{b})}\right] = 0,4479602 \text{ F.}$$

$$\frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[\sqrt[3]{b\sqrt{b} + \frac{m+n}{s}(B\sqrt{B} - b\sqrt{b})} - \sqrt[3]{b\sqrt{b} + \frac{m}{s}(B\sqrt{B} - b\sqrt{b})}\right] = 0,4844640 \text{ F.}$$

$$\frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[\sqrt[3]{b\sqrt{b} + \frac{m+n+p}{s}(B\sqrt{B} - b\sqrt{b})} - \sqrt[3]{b\sqrt{b} + \frac{m+n}{s}(B\sqrt{B} - b\sqrt{b})}\right] = 0,4964112 \text{ F.}$$

$$\frac{h}{\sqrt{B}-\sqrt{b}}\left[\sqrt{B} - \sqrt[3]{b\sqrt{b} + \frac{m+n+p}{s}(B\sqrt{B} - b\sqrt{b})}\right] = 0,5711646 \ \square\ \text{F.}$$

277. Aus einer Pyramide von der Grundfläche $B = 12 \ \square$ F. und der Höhe $H = 10$ F. soll durch zwei der Grundfläche parallele Ebenen ein Pyramidenstumpf von dem Volumen $a = 1,71$ C. F. und der Höhe $h = 3$ F. geschnitten werden. In welcher Entfernung von der Spitze der Pyramide liegt der kleinere Schnitt?

Aufl. $$-\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{aH^2}{hB} - \frac{h^2}{12}} = \tfrac{1}{2} \text{ F.}$$

278. Bei der Berechnung eines Pyramidenstumpfes aus der Höhe und den beiden Grundflächen ist bekanntlich auch die Bestimmung der mittlern Proportionalen zwischen beiden Grundflächen erforderlich. Wenn nun ein Pyramidenstumpf die Höhe $h = 13$ F. und die

Grundflächen $B = 92{,}3521 \,\square$ F. und $b = 19{,}4481 \,\square$ F. hat; in welcher Entfernung 1) von der größern Grundfläche, und 2) von der kleinern liegt der beiden Grundflächen parallele Schnitt, welcher die mittlere Proportionale zwischen denselben bildet?

Aufl. 1) $$\frac{h}{1 + \sqrt[4]{\frac{b}{B}}} = 7{,}25 \text{ F.}$$

2) $$\frac{h}{1 + \sqrt[4]{\frac{B}{b}}} = 5{,}25 \text{ F.}$$

279. Von einem Pyramidenstumpfe kennt man die Höhe $h = 8{,}365$ F., eine Seite $m = 9$ F. der größern Grundfläche und die homologe Seite $n = 4$ F. der kleinern Grundfläche. Man sucht 1) den Abstand von der größern Grundfläche und 2) den Abstand von der kleinern Grundfläche, in welchem sich eine den Grundflächen parallele Durchschnittsebene befinden muß, damit der Schnitt die mittlere Proportionale zwischen beiden Grundflächen sei.

Aufl. 1) $$\frac{h(m - \sqrt{mn})}{m - n} = 5{,}019 \text{ F.}$$

2) $$\frac{h(n - \sqrt{mn})}{n - m} = 3{,}346 \text{ F.}$$

280. Man kennt von einem geraden Pyramidenstumpfe die Höhe $h = 15$ F. und zwei homologe Seiten $a = 6$ F. und $b = 4$ F. der Grundflächen; in welchem Abstande von der größern Grundfläche liegt der Schwerpunkt des Pyramidenstumpfes?

Aufl. $$\frac{h}{4} \cdot \frac{a^2 + 2ab + 3b^2}{a^2 + ab + b^2} = 6{,}5131578 \text{ F.}$$

281. Ein regelmäßiger Pyramidenstumpf hat die Grundflächen $B = 9 \,\square$ F. und $b = 4 \,\square$ F., und die Höhe $h = 7{,}5$ F.. Wie groß ist die Entfernung des Schwerpunktes des Stumpfes von der größern Grundfläche?

Aufl. $$\frac{h}{4} \cdot \frac{B + 2\sqrt{Bb} + 3b}{B + \sqrt{Bb} + b} = 3{,}2565789 \text{ F.}$$

282. Von einem Pyramidenstumpfe sind gegeben zwei gleichliegende Grundkanten $a = 2{,}4$ F., $b = 1{,}6$ F. und die Höhe $h = 6$ F. — In welcher Entfernung von der kleinern Grundfläche liegt der Schwerpunkt des Pyramidenstumpfes?

Aufl. $$\frac{h}{4} \cdot \frac{3a^2 + 2ab + b^2}{a^2 + ab + b^2} = 3{,}394736 \text{ F.}$$

283. Ein Wasserbehälter hat die Form eines umgekehrten Pyramidenstumpfes mit quadratischen Grundflächen. Die obere Grundkante ist $a = 4$ F., die untere $b = 2$ F. und die Höhe jeder Seitenfläche $h = 5$ F.. — Nach einem Gesetze der Physik ist der Druck des in einem Gefäße befindlichen Wassers auf eine Seitenfläche desselben gleich dem Gewichte einer Wassersäule, deren Basis die Fläche und deren Höhe die Druckhöhe, d. h. die Tiefe des Schwerpunktes der Fläche unter dem Wasserspiegel ist. Wenn man nun das Gewicht für einen Cubikfuß Wasser $g = 66$ Pfund annimmt; welchen Druck erleidet jede Seitenfläche des mit Wasser angefüllten Behälters?

Aufl. $\frac{1}{12}(a + 2b)\,gh\sqrt{4h^2 - (a - b)^2} = 2155{,}55098$ Pfund.

VI. Pyramidale und prismatische Kugelhaufen.

284. In den Zeughäusern werden bisweilen die Kugeln in regelmäßigen Haufen geschichtet, welche die Form von drei- oder vierseitigen Pyramiden haben. Wenn eine dreiseitige Kugelpyramide, in welcher die oberste Kugel an der Spitze von drei Kugeln, diese drei Kugeln von sechs, diese sechs Kugeln von zehn Kugeln u. s. w. getragen werden, aus $n = 20$ horizontalen Schichten besteht; wie viel Kugeln liegen 1) in der untersten dreiseitigen Schichte, und 2) wie viele sind in der ganzen Pyramide enthalten?

Aufl. 1) $\frac{1}{2}n(n + 1) = 210$ Kugeln.

2) $\frac{1}{6}n(n + 1)(n + 2) = 1540$ Kugeln.

285. Wenn ein Kugelhaufen in der Gestalt einer dreiseitigen Pyramide nicht ganz bis zur Spitze aufgeschichtet, sondern parallel mit der Basis abgestutzt ist, und jede Seite der untersten Schichte $n = 20$ Kugeln, dagegen jede Seite der obersten Schichte $m = 11$ Kugeln enthält; wie groß ist die Anzahl der Kugeln im Haufen?

Aufl. $\frac{1}{6}\left[n(n+1)(n+2) - (m-1)m(m+1)\right] = 1300$ Kugeln.

286. Es soll eine gegebene Anzahl $n = 210$ cylindrischer Fässer so auf einander geschichtet werden, daß die vordere Fläche des Haufens ein gleichseitiges Dreieck bildet. Wie viel Fässer müssen in jeder der drei Seiten des Dreiecks zu liegen kommen?

Aufl. $\frac{-1 + \sqrt{8n+1}}{2} = 20$ Fässer.

287. Wenn im vorhergehenden Falle der Haufen nicht ganz bis zur Spitze aufgeschichtet ist, sondern mit einer horizontalen Schichte endigt, in welcher $m = 5$ Fässer liegen, und wenn die schiefe Seite des Haufens $n = 4$ Fässer enthält; wie groß ist die Menge der Fässer im ganzen Haufen.

Aufl. $\frac{1}{2}n(2m + n - 1) = 26$ Fässer.

288. Wenn ein Kugelhaufen die Gestalt einer vierseitigen Pyramide hat, so daß seine Spitze von einer Kugel gebildet wird und die folgenden Schichten Quadrate sind, deren Seite immer um eine Kugel zunimmt, und wenn in jeder Seite der untersten Schichte $n = 10$ Kugeln liegen; wie viel Kugeln sind in der ganzen Pyramide aufgehäuft?

Aufl. $\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1) = 385$ Kugeln.

289. Wie viel Kugeln enthält eine abgestumpfte vierseitige Pyramide, wenn in jeder Seite der untersten Schichte $n = 10$ und in jeder Seite der obersten Schichte $m = 4$ Kugeln liegen?

Aufl. $\frac{1}{6}\left[n(n+1)(2n+1) - (m-1)m(2m-1)\right] = 371$ Kugeln.

290. Wenn die Kugeln der Basis nicht in ein Quadrat, sondern in ein Rechteck gelegt werden, so wird der Kugelhaufen dachförmig. Die oberste Schichte besteht nur aus einer Reihe von Kugeln; unter dieser

Reihe liegen zwei Reihen, von welcher jede eine Kugel mehr enthält als die vorhergehende; diese zwei Reihen ruhen auf drei Reihen, deren jede wieder um eine Kugel größer ist, u. s. w., das heißt, in jeder folgenden Schichte ist eine Reihe und in jeder Reihe eine Kugel mehr. Wenn nun die oberste Reihe $m = 12$ Kugeln enthält und überhaupt $n = 15$ Schichten da sind; wie viel Kugeln enthält 1) der ganze Haufen, und 2) wie viele die unterste Schichte?

Aufl. 1) $\frac{1}{6} n(n+1)(2n+3m-2) = 2560$ Kugeln.
2) $n(n+m-1) = 390$ Kugeln.

291. Wenn in einem dachförmigen Kugelhaufen die unterste Schichte, welche ein Rechteck ist, in ihrer längern, mit dem Rücken parallel laufenden Seite $p = 23$ Kugeln, und in ihrer kürzern Seite $n = 17$ Kugeln enthält; wie viel Kugeln befinden sich in dem Haufen?

Aufl. $\frac{1}{6} . n(n+1)(3p-n+1) = 2703$ Kugeln.

292. Wie viel Kugeln enthält ein länglicher vierseitiger Kugelhaufen, wenn die Anzahl der Kugeln im Rücken $m = 12$ und die Anzahl der Kugeln in der mit dem Rücken parallelen Seite der Basis $p = 26$ beträgt?

Aufl. $\frac{1}{6}(p-m+1)(p-m+2)(2p+m) = 2560$ Kugeln.

293. Ein länglicher Kugelhaufen, der nicht bis zum Rücken vollendet ist, sondern mit einer Schichte endigt, welche die Form eines Rechtecks hat, enthält in der einen Seite der obersten Schichte $p = 52$ Kugeln und in der andern Seite derselben $m = 3$ Kugeln, und besteht aus $n = 12$ Schichten. Welcher Ausdruck stellt die Anzahl der Kugeln in diesem Haufen dar?

Aufl. $mnp + \frac{1}{6} n(n-1)\left[3(m+p)+2n-1\right] = 6008$ Kugeln.

294. Man pflegt Kugeln auch so aufzuschichten, daß die Grundlage ein Rechteck ist und der Haufen mit den beiden Enden an die schräge Wand zweier andern Kugelhaufen angelehnt wird. Es liegen nämlich in der obersten Reihe m Kugeln, darunter zwei Reihen, jede von

$m - 1$ Kugeln, unter diesen drei Reihen, jede von $m - 2$ Kugeln u. s. w. — Wenn nun $m = 10$ ist; wie viel Kugeln befinden sich in einem solchen Haufen von $n = 14$ Schichten?

Aufl. $\frac{1}{6}n(n + 1)(3m - 2n + 2) = 140$ Kugeln.

295. Wenn in einem Kugelhaufen, wie der vorige ist, die Grundlage in der Länge $m = 20$ und in der Breite $n = 10$ Kugeln hat; welcher Ausdruck stellt die Anzahl aller Kugeln in demselben dar?

Aufl. $\frac{1}{6}n(n + 1)(3m + n - 1) = 1265$ Kugeln.

296. Ein länglicher Kugelhaufen wird bisweilen nur mit dem einen Ende an einen andern Haufen angelehnt, wobei man jeder folgenden Schichte zwar eine Reihe mehr giebt, die Anzahl der Kugeln aber in jeder Reihe unverändert läßt. Wenn die oberste Reihe $m = 18$ Kugeln enthält; wie viel Kugeln liegen in einem solchen Haufen von $n = 6$ Schichten?

Aufl. $\frac{1}{2}mn(n + 1) = 378$ Kugeln.

297. Wenn vier längliche Kugelhaufen so an einander gestellt werden, daß sie ein hohles Viereck oder ein so genanntes Carré bilden, und der Rücken im Ganzen $m = 52$ Kugeln enthält; wie viel Kugeln befinden sich in einem aus $n = 8$ Schichten bestehenden Haufen?

Aufl. $\frac{1}{2}mn(n + 1) = 1872$ Kugeln.

298. Wie viel Kugeln befinden sich in dem hohlen Viereck der vorhergehenden Aufgabe, wenn zur Bildung eines Einganges vom Rücken $p = 6$ Kugeln abgenommen werden?

Aufl. $\frac{1}{6}n(n + 1)(3m - 3p + 2n - 2) = 1824$ Kugeln.

299. Ein länglicher Kugelhaufen ist mit seinen beiden kürzeren Seiten und einer längern Seite an senkrechte Wände angelehnt. Die oberste Reihe oder der Rücken enthält $m = 8$ Kugeln, darunter liegt eine zweite einreihige Schichte von $m - 1$ Kugeln, unter diesen eine dritte Schichte von zwei Reihen, deren jede m Kugeln enthält, dann folgen als vierte Schichte zwei Reihen, in deren jeder $m - 1$ Kugeln liegen; die fünfte und sechste Schichte besteht aus je drei Reihen u. s. w. Man soll die Menge der Kugeln in dem Haufen bestimmen, 1) wenn die Anzahl der Schichten ungerade, $n = 11$, und 2) wenn dieselbe gerade ist, $n = 10$.

Aufl. 1) $\frac{1}{8}(n+1)\left[m(n+3)+(m-1)(n-1)\right] = 273$ Kugeln.

2) $\frac{1}{8}n(n+1)(2m-1) = 225$ Kugeln.

300. Ein länglicher Kugelhaufen ist mit seinen beiden Enden an senkrechte Wände angelehnt. Der Rücken enthält $m = 7$ Kugeln, und ruht auf zwei Reihen von je $m - 1$ Kugeln, darüber liegt eine Schicht von drei Reihen zu je m Kugeln, dann folgen vier Reihen mit je $m - 1$ Kugeln u. s. w.. Es soll die Kugelmenge in dem Haufen bestimmt werden 1) wenn die Anzahl der Schichten ungerade ist, $n = 11$, und 2) wenn dieselbe gerade ist, $n = 12$.

Aufl. 1) $\frac{2mn(n+1) - n^2 + 1}{4} = 432$ Kugeln.

2) $\frac{n^2(2m-1) + 2n(m-1)}{4} = 504$ Kugeln.

301. Ein länglicher Kugelhaufen ist nur mit einer seiner längern Seite an eine senkrechte Wand angelehnt und besteht der größern Standfähigkeit halber aus einer ungeraden Anzahl von Schichten. Die oberste Reihe enthält $m = 10$ Kugeln und ruht auf einer Schichte, die ebenfalls nur eine Reihe, aber $m + 1$ Kugeln enthält. Die folgende Schichte hat zwei Reihen mit je $m + 2$ Kugeln, die vierte Schichte hat ebenfalls zwei Reihen, aber mit je $m + 3$ Kugeln, die fünfte Schichte hat drei Reihen mit je $m + 4$ Kugeln u. s. w.. Wenn der Haufen aus $n = 11$ Schichten besteht, wie groß ist die Anzahl der Kugeln in demselben.

Aufl. $\frac{1}{24}\left[6m(2n+n^2+1)+n(4n^2+3n-4)-3\right] = 595$ Kugeln.

302. Eine dreiseitige Pyramide ist zusammengesetzt aus zehn Kugeln von gleichem Radius $r = 4$ Zoll. Auf der Grundfläche liegen sechs Kugeln, in der nächsten Schichte drei und auf diesen liegt eine Kugel. Man soll den Abstand des obersten Punktes des Kugelhaufens von der Grundfläche bestimmen.

Aufl. $2r\left(1 + \frac{2}{3}\sqrt{6}\right) = 21{,}0639448$ Z.

303. An alle Seitenflächen eines aus lauter gleichen Kugeln zusammengesetzten dreieckigen Haufens sind Berührungsebenen gelegt, welche ein regelmäßiges Tetraeder bilden. Wenn an jeder Kante desselben $n = 10$ Kugeln liegen; welches ist das Verhältniß zwischen dem von den Kugeln ausgefüllten und dem leeren Raume des Tetraeders?

Aufl. $$\frac{n(n+1)(n+2)\pi}{3(n-1+\sqrt{6})^3\sqrt{2} - n(n+1)(u+2)\pi} = 1{,}867154.$$

304. Wenn in der vorigen Aufgabe der Durchmesser jeder Kugel $d = 1{,}5$ F. angenommen wird; die Länge der Kante des regelmäßigen Tetraeders zu bestimmen, welches den ganzen Kugelhaufen so umschließt, daß die Seitenflächen desselben alle äußeren Kugeln berühren.

Aufl. $$(n - 1 + \sqrt{6})\, d = 17{,}1742344 \text{ F.}$$

305. An alle Seitenflächen einer aus lauter gleichen Kugeln zusammengesetzten quadratischen Pyramide sind Berührungsebenen gelegt, welche die Hälfte eines regelmäßigen Octaeders bilden. Wenn an jeder Kante $n = 10$ Kugeln liegen, deren jede den Durchmesser $d = 1$ F. hat; wie groß ist der leere Raum zwischen den Kugeln in dieser Pyramide?

Aufl. $$\frac{d^3}{36}\left[\frac{3}{4}(2n - 2 + \sqrt{6} + \sqrt{2})^3\sqrt{2} - n(n+1)(2n+1)\pi\right]$$
$$= 148{,}9253 \text{ C. F.}$$

VII. Prismatische Abschnitte und Obelisken.

306. Die Seitenkanten eines mit der Grundfläche nicht parallel abgeschnittenen Prismas sind gegeben, $a = 3{,}5$ F., $b = 4{,}5$ F., $c = 3{,}7$ F.. Auf den Seitenkanten senkrecht steht eine Ebene, deren Durchschnittsfigur ein Dreieck mit der Grundlinie $g = 2{,}5$ F. und der Höhe $h = 2{,}3$ F. bildet. Wie groß ist der prismatische Stumpf?

Aufl. $$\frac{gh}{6}(a + b + c) = 11{,}2125 \text{ C. F.}$$

307. Auf den Seitenkanten $a = 15$ F., $b = 18$ F., $c = 21$ F. eines schief abgeschnittenen Prismas steht senkrecht als Durchschnittsebene ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Spitze in der Kante c liegt. Der Schenkel des Dreiecks mißt $m = 5$ F. und die Grundlinie $n = 8$ F.. Wie groß ist das Prisma P und der Flächeninhalt F seiner drei Seitenflächen?

Aufl. $P = \frac{n(a + b + c)}{12}\sqrt{4m^2 - n^2} = 216$ C. F.

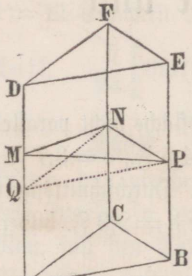
$$F = (a + b)\frac{n}{2} + (a + b + 2c)\frac{m}{2} = 319{,}5 \;\square\; \text{F.}$$

308. Das Volumen eines schief abgeschnittenen dreiseitigen Prismas zu berechnen, wenn außer seinen Seitenkanten $a = 5$, $b = 7$, $c = 8$ Fuß die drei Seiten des Dreiecks, welches auf diesen Kanten senkrecht steht, $m = 5$, $n = 12$, $p = 13$ Fuß gegeben sind, deren halbe Summe mit s bezeichnet werden mag.

Aufl. $\frac{a + b + c}{3}\sqrt{s(s - m)(s - n)(s - p)} = 200$ C. F.

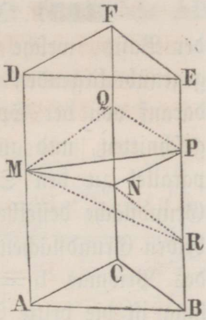
309. Von einem schief abgeschnittenen dreiseitigen Prisma sind die Seitenkanten $a = 6{,}5$ F., $b = 4{,}9$ F., $c = 5{,}32$ F. gegeben. Ein Dreieck mit den Seiten $m = 2{,}3$ F., $n = 3$ F., $p = 1{,}94$ F. steht als Durchschnittsfigur des Prismas senkrecht auf dessen Seitenkanten, so daß m von den Kanten a und b, und n von den Kanten a und c begränzt wird. Es soll der Inhalt der drei Seitenflächen des Stumpfes berechnet werden.

Aufl. $\frac{(a + b + c)(m + n + p) - ap - bn - cm}{2} = 40{,}7534 \;\square$ F.



310. Ein beliebiges dreiseitiges Prisma ABCDEF, dessen körperlicher Inhalt $P = 78$ C. F. und dessen Seitenkante $BE = k = 13$ F. gegeben sind, wird von einer den Grundflächen nicht parallelen Ebene MNP so geschnitten, daß ein Stumpf mit den Seitenkanten $AM = a = 7$ F., $BP = CN = b = 5$ F. erzeugt wird. Welchen körperlichen Inhalt hat der Stumpf?

Aufl. $\frac{a + 2b}{3k} \cdot P = 34$ C. F.

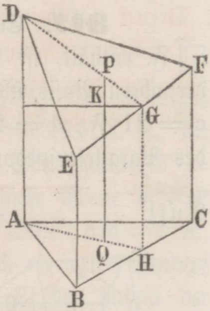


311. Es ist die Seitenkante AD = k = 17 F. und der körperliche Inhalt P = 119 C. F. eines beliebigen dreiseitigen Prismas ABCDEF gegeben. Von dem Prisma wird ein Stumpf ABCMNP abgeschnitten, dessen Seitenkanten AM = a = 7 F., BP = b = 12 F., CN = c = 5 F. betragen. Welches ist der körperliche Inhalt des Stumpfes?

Aufl. $\frac{a + b + c}{3k} \cdot P = 56$ C. F.

312. Man kennt von einem dreiseitigen Prisma ABCDEF (Fig. 311.) die Inhalte der drei Seitenflächen, AE = m = 24 □ F., AF = n = 20 □ F., BF = p = 18 □ F. und die Seitenkante AD = k = 8 F.. Von dem Prisma wird der Stumpf ABCMNR abgeschnitten, so daß dessen Seitenkanten AM = a = 5 F., BR = b = 2 F. und CN = c = 3 F. betragen. Wie groß ist der Inhalt der drei Seitenflächen des Stumpfes?

Aufl. $\frac{(a + b + c)(m + n + p) - ap - bn - cm}{2k} = 26{,}125$ □ F.



313. Die Seitenkanten eines dreiseitigen prismatischen Stumpfes ABCDEF sind gegeben, AD=21,437 F., BE=19,936 F. u. CF=20,751 F. Es soll die Länge der Geraden PQ gefunden werden, welche die Schwerpunkte der beiden Grundflächen mit einander verbindet.

Aufl. $\frac{1}{3}$(AD + BE + CF) = 20,708 F.

314. Ein schiefes dreiseitiges Prisma ist durch eine den Grundflächen nicht parallele Ebene abgestumpft. Wenn die Gerade, welche die Schwerpunkte der Grundflächen des Stumpfes verbindet, a = 9,4587 F. und der Flächeninhalt einer senkrecht auf die Seitenkanten des Prismas gelegten Durchschnittsebene F = 18,548 □ F. gegeben ist; welchen körperlichen Inhalt hat der Stumpf?

Aufl. aF = 175,4399676 C. F.

315. In einem schief abgestumpften Prisma wird eine Seite der Basis, welche ein Dreieck ist, halbirt, der Halbirungspunkt mit der gegenüberliegenden Spitze des Dreiecks durch eine gerade Linie verbunden, darauf von der Spitze des Dreiecks aus von dieser Linie zwei Drittel abgeschnitten, und aus dem auf diese Weise bestimmten Punkt eine Gerade parallel zu den Seitenkanten des Prismas gezogen, bis sie die andere Grundfläche desselben trifft. Wenn die Länge dieser Verbindungslinie der beiden Grundflächen $a = 6{,}2124$ F., ferner die Länge zweier Seitenkanten des Prismas $b = 5{,}9808$ F. und $c = 6{,}4311$ F. gegeben sind; wie lang ist die dritte Seitenkante des Prismas?

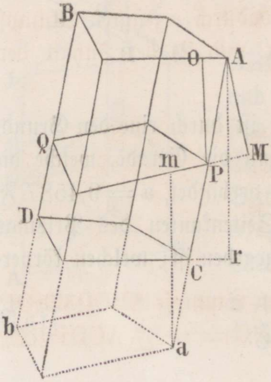
Aufl. $3a - b - c = 6{,}2253$ F.

316. Ein gerades Parallelepipedon, dessen Grundfläche $B = 56{,}5 \square$ F. ist, wird durch eine gegen die Grundfläche geneigte Ebene so geschnitten, daß die kleinste Seitenkante $a = 10{,}5$ F., die ihr entgegengesetzte größte $b = 15{,}5$ F. und eine der beiden mittlern Seitenkanten $c = 12{,}5$ F. lang ist. Wie groß ist die vierte Seitenkante d und der körperliche Inhalt P des abgestumpften Parallelepipedons?

Aufl. $d = a + b - c = 13{,}5$ F.
$P = \frac{1}{2}B(a + b) = 734{,}5$ C. F.

317. Ein schiefes Parallelepipedon, dessen untere Basis $B = 226 \square$ F. enthält, ist so abgestumpft, daß die Höhen der vier Winkelspitzen der obern Basis über der untern der Reihe nach $a = 31$ F., $b = 25$ F., $c = 21$ F., $d = 27$ F. betragen. Wie groß ist der körperliche Inhalt des Parallelepipedons?

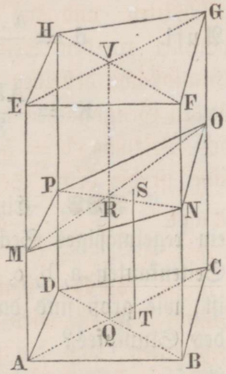
Aufl. $\frac{B}{4}(a + b + c + d) = 5876$ C. F.



318. In dem beliebigen Prisma ABCD, welches von einer den Grundflächen AB und CD nicht parallelen Ebene PQ geschnitten wird, ist von einer Ecke A der Grundfläche eine Senkrechte $AM = 0{,}546$ F. auf die erweiterte Ebene der Durchschnittsfigur, und umgekehrt, von der an der nämlichen Seitenkante liegenden Ecke P der Durchschnittsfigur eine Senkrechte $PO = 0{,}637$ F. auf die

Grundfläche AB gefällt. Es soll das Verhältniß der Grundfläche AB zur Durchschnittsfigur PQ angegeben werden.

Aufl. $AM : PO = 6 : 7$.



319. Aus einem beliebigen vierseitigen Prisma AG, welches die Seitenkante $AE = 24$ F. und den körperlichen Inhalt $P = 3888$ C. F. hat, ist ein prismatischer Stumpf BP so geschnitten, daß seine vier Seitenkanten $AM = a = 11{,}5$ F., $BN = b = 12$ F., $CO = c = 15{,}5$ F., $DP = d = 15$ F. betragen. Es soll der körperliche Inhalt des Stumpfes berechnet werden, wenn außer jenen Stücken noch gegeben ist entweder 1) die Gerade $RQ = m = 12$ F., welche die Durchschnittspunkte der Diagonalen in der Grund- und Schnittebene mit einander verbindet, oder 2) die Gerade $ST = n = 14$F., welche zwischen den Schwerpunkten jener beiden Ebenen gezogen ist.

Aufl. 1) $\frac{P}{3 \,.\, AE}(a + b + c + d - m) = 2268$ C. F.

2) $\frac{Pn}{AE} = 2268$ C. F.

320. Es stelle der Körper AG (Fig. 319.) ein beliebiges Parallelepipedon vor; der Rauminhalt desselben sei $P = 144$ C. F., die Seitenkante $AE = 8$ F., und der Inhalt der vier Seitenflächen $F = 176$ □ F.. Durch das Parallepipedon wird eine schiefe Ebene MNOP so gelegt, daß sie von zwei entgegengesetzten Kanten die Stücke $AM = 5$ F., und $CO = 4$ F. abschneidet. Es soll für den dadurch erzeugten Stumpf BP berechnet werden 1) der körperliche Inhalt und 2) der Inhalt der vier Seitenflächen.

Aufl. 1) $\frac{AM + CO}{2 \,.\, AE} \cdot P = 81$ C. F.

2) $\frac{AM + CO}{2 \,.\, AE} \cdot F = 99$ □ F.

321. Von einem geraden prismatischen Stumpfe ABCDMNOP (Fig. 319.) sind die Theile der Grundfläche △ABC = 6, △ACD = 12,

$\triangle ABD = 10$, $\triangle BCD = 8 \, \square$ Fuß, ferner die Seitenkanten der Reihe nach von der Ecke A an gegeben: $a = 10$, $b = 12$, $c = 13$ Fuß. Man sucht die Länge der vierten Seitenkante d und den körperlichen Inhalt K des Stumpfes.

Aufl. $$d = \frac{a \cdot BCD + c \cdot ABD - b \cdot ACD}{ABC} = 11 \text{ F.}$$

$$K = \frac{ABC}{3}(a + b + c) + \frac{ACD}{3}(a + c + d) = 206 \text{ C. F.}$$

322. Ein gerades abgestumpftes Prisma hat zur Grundfläche ein regelmäßiges Sechseck vom Inhalte $6 \, \square$ F., und der Reihe nach die Seitenkanten a, b, c, d, e, f. Wenn nun $a = 10$, $b = 12$, $c = 13$ Fuß ist; wie groß sind dann die Kanten d, e, f und der körperliche Inhalt K des Stumpfes?

Aufl. $$d = a + 2c - 2b = 12 \text{ F.}$$
$$e = 2a + 2c - 3b = 10 \text{ F.}$$
$$f = 2a + c - 2b = 9 \text{ F.}$$
$$K = 6(a - b + c) = 66 \text{ C. F.}$$

323. Ein Prisma dessen Grundfläche ein regelmäßiges Vieleck von $n = 7$ Seiten ist, hat den körperlichen Inhalt $P = 171{,}2046$ C. F. und die Seitenkante $k = 10$ F.. Wie groß ist der vom Prisma durch eine zur Grundfläche nicht parallele Ebene abgeschnittene Stumpf, wenn die Summe der n Seitenkanten in demselben $s = 35$ F. und dasjenige Stück der Axe des Prismas, welches zugleich die Axe des Stumpfes ist, $a = 5$ F. beträgt?

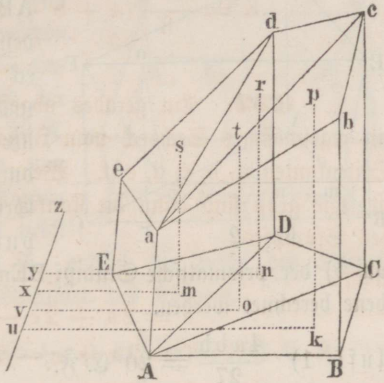
Aufl. $$\frac{P}{3k}\left(a + \frac{2s}{n}\right) = 85{,}6023 \text{ C. F.}$$

324. Von einem geraden, schräg abgestumpften Prisma, welches ein regelmäßiges Polygon von beliebiger Seitenzahl zur Grundfläche hat, ist gegeben die Grundfläche $B = 155{,}6769 \, \square$ F. und die Axe $a = 9{,}897654$ F., d. h. die aus dem Mittelpunkte bis zum Schnitte errichtete Senkrechte. Es soll der körperliche Inhalt des Stumpfes berechnet werden.

Aufl. $$aB = 1540{,}8414 \text{ C. F.}$$

325. Den körperlichen Inhalt eines geraden prismatischen Stumpfes aus zwei in demselben Axenschnitte liegenden Seitenkanten $m = 4{,}960038$ F., $n = 4{,}937616$ F., und aus der Grundfläche $B = 77{,}83845$ □ F. zu berechnen, wenn diese ein regelmäßiges Vieleck von gerader Seitenzahl bildet.

Aufl. $\frac{1}{2}B(m + n)$ 385,209 C. F.



326. Den körperlichen Inhalt eines schief geschnittenen Prismas ABCDEabcde von beliebiger Seitenzahl aus der untern auf den Seitenkanten senkrecht stehenden Grundfläche $F = 97{,}4169$ □ F. und dem Abstande $ot = 9{,}87$ Fuß der Schwerpunkte beider Grundflächen von einander zu berechnen.

Aufl. $ot \,.\, F = 961{,}504803$ C. F.

327. Ein schiefes Prisma, in welchem ein senkrecht auf die Seitenkanten gelegter Schnitt ein regelmäßiges Fünfzehneck von der Seite $a = 1$ Fuß bildet, ist an dem einen Ende schräg abgestumpft. Die Gerade zwischen den Schwerpunkten der beiden Grundflächen beträgt $d = 10$ Fuß. Welches ist das Volumen des Prismas?

Aufl. $\frac{15}{8}\left(\sqrt{3} + \sqrt{15} + \sqrt{10 + 2\sqrt{5}}\right)a^2 d = 176{,}423626$ C. F.

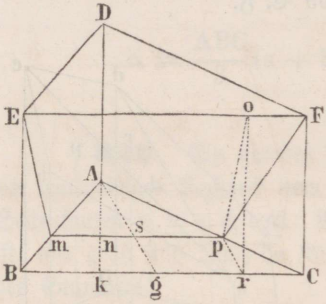
328. Der Umfang eines senkrecht auf die Seitenkanten eines beliebigen abgekürzten Prismas gelegten Schnittes sei $U = 92{,}5444$ Fuß, die Entfernung der Schwerpunkte der beiden Grundflächen des Prismas von einander $a = 9{,}62$ Fuß. Wie groß ist der Flächeninhalt der Seitenflächen?

Aufl. $aU = 890{,}277128$ □ F.

329. Ein senkrechtes, schräg abgeschnittenes Prisma hat zur Grundfläche ein regelmäßiges Polygon, in welchem die Seitenzahl $n = 26$

gerade ist und jede Seite $s = 2{,}456978$ Fuß mißt. Wenn von allen Seitenkanten die kleinste $a = 8{,}759618$ F. und die größte $b = 9{,}867532$ F. ist; wie viel beträgt die Summe aller Seitenflächen des Prismas?

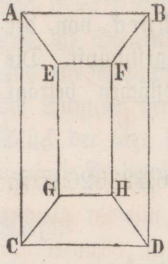
Aufl. $\frac{1}{2} n s (a + b) = 594{,}9645$ □ F.



330. Ein gerades Prisma ABCDEF, dessen Höhe $h = 9$ Fuß und dessen Grundfläche ein rechtwinkliges Dreieck mit den Katheten $AB = a = 3$ F. und $AC = b = 5$ F. ist, wird von einer Ebene EFmp so geschnitten, daß diese durch die größte Seite EF der einen Grundfläche und durch den Schwerpunkt s der andern hindurchgeht. Es soll 1) der prismatische Stumpf BEmCFp und 2) der Inhalt der Schnittebene berechnet werden.

Aufl. 1) $\frac{4abh}{27} = 20$ C. F.

2) $\frac{5}{18}\sqrt{a^2b^2 + 9h^2(a^2 + b^2)} = 43{,}930181$ □ F.



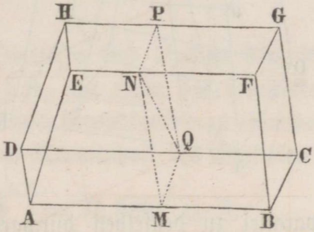
331. Ein Ponton bildet einen Körper, welcher von zwei parallelen Rechtecken ABCD und EFGH als Grundflächen und vier Trapezen als Seitenflächen eingeschlossen wird. Es unterscheidet sich dadurch von der abgekürzten Pyramide, daß seine Grundflächen nicht einander ähnlich sind. Wenn nun gegeben sind die Seiten der größern Grundfläche $AC = a = 18$ F., $AB = b = 13$ F. und die ähnlich liegenden Seiten der kleinern Grundfläche $EG = m = 12$ F., $EF = n = 6$ F., endlich die Höhe $h = 10$ F., d. h. die senkrechte Entfernung der Grundflächen von einander; welchen körperlichen Inhalt hat das Ponton?

Aufl. $\frac{h}{6}\Big[a(2b + n) + m(2n + b)\Big] = 1460$ C. F.

332. Den Inhalt eines Pontons zu berechnen, wenn außer seiner Höhe $h = 30$ F. gegeben ist die eine Grundfläche $B = 80$ □ F.

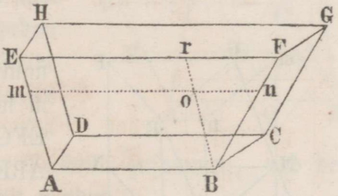
nebst einer Seite $m = 10$ F. derselben, ferner die andere Grundfläche $b = 3$ □ F. nebst derjenigen Seite $n = 2$ F., welche mit der vorigen Seite in der nämlichen Seitenfläche liegt.

Aufl. $\frac{h}{6}\left[2(B + b) + \frac{Bn}{m} + \frac{bm}{n}\right] = 985$ C. F.



333. Der Körper AG ist von lauter Paralleltrapezen begränzt, von welchen die beiden Grundflächen AC und EG einander parallel laufen. Gegeben sind die Kanten $AB = a = 15$ F., $CD = b = 20$ F. und der senkrechte Abstand derselben von einander $m = 7{,}2$ F., ferner die Kanten $EF = c = 9$ F., $GH = d = 12$ F. nebst ihrem senkrechten Abstande $n = 3{,}3$ F., endlich die Höhe des Körpers $h = 8{,}4$ F.. — Gesucht wird das Volumen des Körpers.

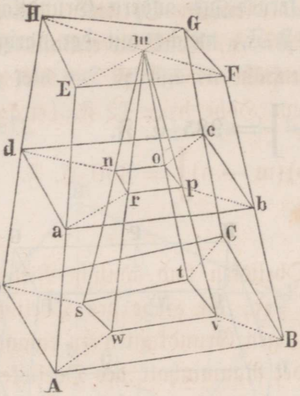
Aufl. $\frac{h}{6}\left[m(a + b + c) + n(b + c + d)\right] = 632{,}94$ C. F.



334. Eine Fähre in der Gestalt eines Pontons AG hat als Boden ein Rechteck mit den Seiten $AB = a = 20$ F., $BC = b = 10$ F. und zwei verticale trapezförmige Seitenwände AF und CH, deren Parallelseite $EF = HG = c = 28$ F. und deren Höhe $h = 6$ F. beträgt. Einem bekannten Gesetze der Physik zufolge verdrängt die schwimmende Fähre eine Wassermenge, die mit ihr gleiches Gewicht hat. Welche Last wird das Fahrzeug laden können, wenn es nur $d = 4$ F. tief gehen soll und schon selbst ein Gewicht von $p = 10000$ Pfund hat, vorausgesetzt, daß ein Cubikfuß Wasser $g = 66$ Pfund wiegt?

Aufl. $\frac{bdg}{2h}\left[2ah + d(c - a)\right] - p = 49840$ Pfund.

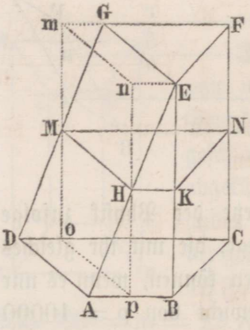
335. Der Obelisk ist ein Körper, welcher begränzt wird von zwei parallelen, geradlinigen Figuren als Grundflächen und außerdem von Trapezen, Parallelogrammen oder Dreiecken, die als Seitenflächen an



jene anstoßen. Von dem Pyramidenstumpfe und dem Prisma unterscheidet sich der Obelisk dadurch, daß seine Grundflächen im Allgemeinen nicht ähnliche Vielecke vorstellen; es sind Pyramidenstumpf, Prisma und Ponton nur besondere Arten desselben. — Zieht man durch einen beliebigen Punkt (m) in der einen Grundfläche eines Obelisken parallele Linien mit den Seitenkanten bis zur andern Grundfläche, so heißt das in der mittlern Durchschnittsebene, welche in gleichen Abständen von den Grundflächen parallel zu denselben durchgelegt ist, erzeugte Vieleck nopr die Ergänzungsfigur des Obelisken.

Es seien nun von einem Obelisken AG die beiden Grundflächen B = 144 □ F., b = 92,16 □ F. und die mittlere Durchschnittsebene abcd = M = 116,64 □ F. gegeben; wie groß ist die Ergänzungsfigur des Obelisken?

Aufl. $\frac{1}{2}(B + b) - M = 1{,}44$ □ F.



336. Die mittlere Durchschnittsfigur eines vierseitigen Obelisken ABCDEFG, in welchem außer den Grundflächen ABCD und EFG auch die gegenüberstehenden Seitenflächen ABE und DCFG einander parallel sind, ist durch ihre Parallelseiten HK = a = 4,53 F., MN = b = 8,43 F. und durch deren Abstand von einander, c = 2 F., gegeben. Die Höhe des Obelisken, d. h. die senkrechte Entfernung der beiden Grundflächen von einander, beträgt h = 10 F.; welchen körperlichen Inhalt hat der Obelisk?

Aufl. $\frac{1}{2}(a + b)\,c\,h = 129{,}6$ C. F.

337. Den körperlichen Inhalt eines Obelisken zu berechnen, dessen Grundflächen B = 64 □ F. und b = 40,96 □ F. nebst dem mittlern Durchschnitte M = 51,84 □ F. und der Höhe h = 2 F. des Obelisken gegeben sind.

Aufl. $\frac{1}{6}(4M + B + b)h = 104{,}10666$ C. F.

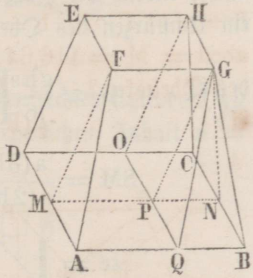
338. Die größere Basis eines dreiseitigen Obelisken hat die Grundlinie $a = 10$ F. und die Höhe $m = 7$ F., die kleinere Basis entsprechend die Grundlinie $b = 8$ F. und die Höhe $n = 4$ F.. — Welchen körperlichen Inhalt hat der Obelisk, wenn seine Höhe $h = 12$ F. beträgt?

Aufl. $\frac{h}{8}\left[(a+b)(m+n) + \frac{1}{3}(a-b)(m-n)\right] = 300$ C. F.

339. Die Grundflächen eines Obelisken sind ähnliche Vielecke. Wenn die größere Basis $B = 19{,}94525$ □ F., die Höhe des Obelisken $h = 5$ F. und das Verhältniß zweier homologen Grundkanten zu einander $m : n = 305 : 224$ gegeben ist; welches ist der Rauminhalt des Obelisken?

Aufl. $Bh\left[\left(\frac{m+n}{2m}\right)^2 + \frac{1}{3}\left(\frac{m-n}{2m}\right)^2\right] = 75{,}5861$ C. F.

340. Ein Obelisk ABCDEFGH hat die Höhe $h = 2$ F. und zu seinen Grundflächen unähnliche Rechtecke, deren Seiten $AB = a = 3{,}6$ F., $AD = b = 2{,}6$ F., $FG = m = 2{,}4$ F., $FE = n = 1{,}2$ F. gegeben sind. Der Obelisk läßt sich in ein Parallelepipedon PE, in eine vierseitige Pyramide mit der Spitze G und der Basis QN, und in zwei dreiseitige Prismen MQGF und ONGH zerlegen. Es soll der körperliche Inhalt P der beiden Prismen zusammen, und der körperliche Inhalt p der Pyramide berechnet werden.

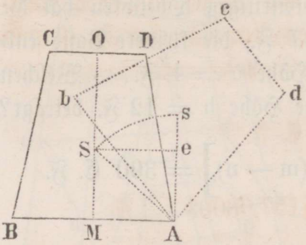


Aufl. $P = \frac{h}{2}\left[n(a-m) + m(b-n)\right] = 4{,}8$ C. F.

$p = \frac{h}{3}(a-m)(b-n) = 1{,}12$ C. F.

341. Ein Damm von der Höhe $h = 2$ F. hat die Form eines Obelisken mit Rechtecken als Grundflächen und ist unten $a = 25$ F. lang und $b = 4$ F. breit, oben $m = 40$ F. lang und $n = 1{,}5$ F. breit. Man sucht den Abstand seines Schwerpunktes von der Grundfläche.

Aufl. $\frac{a(b+n) + m(3n+b)}{a(2b+n) + m(2n+b)} \cdot \frac{h}{2} = 0{,}9227053$ F.



342. Die Figur ABCD stelle den verticalen Durchschnitt eines Obelisken von der Höhe $h = 30$ F. und mit Rechtecken als Grundflächen vor, deren Länge und Breite oben $a = 1{,}5$ F. und $b = 1$ F., unten $c = 4$ F. und $d = 3{,}5$ F. beträgt. Der Obelisk bestehe aus Granit, dessen specifisches Gewicht $s = 3$ ist, ein Cubikfuß Wasser zu $g = 61{,}74$ Pfund angenommen. Dreht man den Körper um die durch A gehende Grundkante c, bis sein Schwerpunkt, den S bezeichnet, senkrecht über A in s zu liegen kommt, so ist der Schwerpunkt um ein bestimmtes Stück (es) in die Höhe gestiegen und der Körper befindet sich im labilen Gleichgewichte, so daß er nur noch ein wenig weiter gedreht, zum Umsturz gelangt. Es soll nun berechnet werden: das ganze Gewicht G des Obelisken, der Abstand SM seines Schwerpunktes von der Grundfläche, endlich die Höhe se, auf welche der Schwerpunkt zu heben ist, um ein Umstürzen des Obelisken herbeizuführen.

Aufl. $$G = \frac{ghs}{6}\Big[b(2a + c) + d(2c + a)\Big] = 37275{,}525 \text{ Pfund.}$$

$$SM = \frac{a(3b + d) + c(d + b)}{a(2b + d) + c(2d + b)} \cdot \frac{h}{2} = 10{,}341614 \text{ F.}$$

$$se = \sqrt{(SM)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} - SM = 0{,}147016 \text{ F.}$$

VIII. Cylinder.

343. Von einem geraden Cylinder ist die Höhe $h = 6{,}3$ F. und der Radius $r = 6{,}2$ F. der Grundfläche gegeben; wie groß ist der körperliche Inhalt K und die gesammte Oberfläche O des Cylinders?

Aufl. $$K = hr^2\pi = 760{,}8058 \text{ C. F.}$$

$$O = 2r\pi(h + r) = 486{,}9468 \ \square \text{ F.}$$

344. Den körperlichen Inhalt K und die gesammte Oberfläche O eines geraden Cylinders zu berechnen, dessen Axe $a = 7{,}5$ F. ist und dessen Grundfläche den Umfang $p = 15{,}708$ F. hat.

Aufl. $$K = \frac{ap^2}{4\pi} = 147{,}2628 \text{ C. F.}$$

$$O = p\left(a + \frac{p}{2\pi}\right) = 157{,}08009 \ \square \text{ F.}$$

345. Von einem geraden Cylinder ist die Höhe $h = 21$ F. und der Durchmesser $d = 2{,}5$ F. der Basis gegeben; wie groß ist sein körperlicher Inhalt K und seine gesammte Oberfläche O?

Aufl. $$K = \frac{h d^2 \pi}{4} = 103{,}0835 \text{ C. F.}$$

$$O = \left(h + \frac{d}{2}\right) d\pi = 174{,}75108 \ \square \text{ F.}$$

346. Die gesammte Oberfläche eines senkrechten Cylinders zu bestimmen, der die Höhe $h = 10$ F. und den körperlichen Inhalt $a = 282{,}743$ C. F. hat.

Aufl. $$\frac{2}{h}\left(a + h\sqrt{a h \pi}\right) = 245{,}04408 \ \square \text{ F.}$$

347. Der körperliche Inhalt eines gleichseitigen Cylinders beträgt $a = 20{,}562$ C. F.; wie groß ist die krumme Oberfläche des Cylinders?

Aufl. $$\sqrt[3]{16 a^2 \pi} = 27{,}69917 \ \square \text{ F.}$$

348. Eines geraden Cylinders Gesammtoberfläche sei gleich $a = 1947{,}787 \ \square$ F. und der Durchmesser der Basis $d = 24{,}8$ F.; wie groß ist 1) seine Höhe und 2) sein körperlicher Inhalt?

Aufl. 1) $$\frac{a}{d\pi} - \frac{d}{2} = 12{,}6 \text{ F.}$$

2) $$\frac{d}{8}\left(2a - \pi d^2\right) = 6086{,}4439 \text{ C. F.}$$

349. Von einem geraden Cylinder ist der körperliche Inhalt $a = 68{,}119$ C. F. und der Durchmesser $d = 4$ F. gegeben; wie groß ist 1) seine Höhe und 2) seine gesammte Oberfläche?

Aufl. 1) $\frac{4a}{d^2\pi} = 5{,}420736$ F.

2) $\frac{4a}{d} + \frac{\pi d^2}{2} = 93{,}2517408$ □ F.

350. Wenn ein cylindrisches Gefäß von der Höhe $h = 10$ Zoll und dem Rauminhalte $a = 942{,}125$ C. Zoll verfertigt werden soll; wie groß muß der Durchmesser des Gefäßes werden?

Aufl. $2\sqrt{\frac{a}{h\pi}} = 10{,}952374$ Z.

351. Es soll ein Cylinder vom Rauminhalte $a = 16$ C. F. verfertigt werden, so daß sich die Höhe zum Durchmesser der Grundfläche verhält wie $m : n = 1 : 1{,}7320508$. Wie groß ist die Höhe zu nehmen?

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{4am^2}{\pi n^2}} = 1{,}893663$ F.

352. Für einen Cylinder vom Rauminhalte $a = 600$ C. F. den Durchmesser zu bestimmen, wenn dieser $n = 5$ Mal kleiner sein soll als die Höhe des Cylinders.

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{4a}{n\pi}} = 5{,}346017$ F.

353. Ein gerader Cylinder soll den körperlichen Inhalt $a = 120$ C. F. und seine Höhe zum Radius r der Grundfläche das Verhältniß von $n : m = 2 : 3$ erhalten. Man bestimme den Radius r und die gesammte Oberfläche O des Cylinders.

Aufl. $r = \sqrt[3]{\frac{am}{n\pi}} = 3{,}855146$ F.

$$O = \frac{2a(m+n)}{n}\sqrt[3]{\frac{n\pi}{am}} = 155{,}6361 \text{ □ F.}$$

354. Wenn die gesammte Oberfläche eines geraden Cylinders $a = 64 \square$ F. enthält und der Radius der Grundfläche zur Höhe h in dem Verhältnisse von $m : n = 4 : 5$ steht; wie groß ist die Höhe h und der körperliche Inhalt K des Cylinders?

Aufl. $h = \frac{n}{m} \sqrt{\frac{am}{2\pi(m+n)}} = 2{,}659615$ F.

$$K = \frac{an}{2(m+n)} \sqrt{\frac{am}{2\pi(m+n)}} = 37{,}82555 \text{ C. F.}$$

355. Der Umfang der Grundfläche eines geraden Cylinders sei $p = 31{,}416$ F. und sein körperlicher Inhalt $a = 1178{,}1024$ C. F.; wie groß ist 1) seine Höhe, 2) seine Gesammtoberfläche?

Aufl. 1) $\frac{4a\pi}{p^2} = 15$ F.

2) $\frac{p^2}{2\pi} + \frac{4a\pi}{p} = 628{,}3201 \square$ F.

356. Aus der Gesammtoberfläche $a = 60{,}54 \square$ F. und der Höhe $h = 6{,}9$ F. eines geraden Cylinders den Radius der Grundfläche zu berechnen.

Aufl. $\sqrt{\frac{a}{2\pi} + \frac{h^2}{4}} - \frac{h}{2} = 1{,}190877$ F.

357. Wie viel Blech ist zur Anfertigung eines oben offenen cylindrischen Gefäßes erforderlich, wenn dessen Höhe $h = 5{,}3$ F. und der Bodendurchmesser $d = 3{,}2$ F. betragen soll?

Aufl. $d\pi\left(h + \frac{d}{4}\right) = 61{,}3239 \square$ F.

358. Wenn ein Cubikfuß Schießpulver $a = 50$ Pfund wiegt und ein cylindrisches Maß für $b = \frac{1}{4}$ Pfund angefertigt werden soll, bei dem der innere Durchmesser sich zur innern Höhe verhält wie $m : n = 1 : 2$; wie groß muß der innere Durchmesser genommen werden?

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{4bm}{an\pi}} = 0{,}1471013$ F.

359. Die Höhe eines Cylinders beträgt $H = 14{,}5$ F. und sein Durchmesser $D = 1\frac{1}{3}$ F. — Es soll die Höhe h und der Durchmesser d eines andern Cylinders berechnet werden, welcher sich der Größe nach zu dem ersten wie m : n = 4 : 7 verhält und demselben ähnlich ist.

Aufl. $h = H\sqrt[3]{\frac{m}{n}} = 12{,}03248$ F.

$d = D\sqrt[3]{\frac{m}{n}} = 1{,}106435$ F.

360. Die Gesammtoberfläche eines geraden Cylinders ist a = 628,32 □ F. und der Radius der Grundfläche r = 5 F.. Welche Höhe hat ein anderer, dem vorigen ähnlicher Cylinder, dessen gesammte Oberfläche n = 4 Mal kleiner ist als die des ersten Cylinders?

Aufl. $\frac{a - 2r^2\pi}{2r\pi\sqrt{n}} = 7{,}5$ F.

361. Wie groß ist der Durchmesser eines Cylinders, dessen Höhe gleich ist der Kante a = 4,8 F. eines dem Cylinder inhaltsgleichen Würfels?

Aufl. $\frac{2a}{\sqrt{\pi}} = 5{,}41622$ F.

362. Den Durchmesser d und die Höhe h eines Cylinders zu berechnen, dessen Inhalt gleich ist dem eines Würfels von der Kante a = 10 F., wenn sich der Durchmesser zur Höhe wie m : n = 2 : 5 verhält.

Aufl. $d = am\sqrt[3]{\frac{4}{\pi n m^2}} = 7{,}9859$ F.

$h = an\sqrt[3]{\frac{4}{\pi n m^2}} = 19{,}96472$ F.

363. Die krumme Oberfläche eines geraden Cylinders von der Höhe h = 40,3 F. zu berechnen, in dessen Grundkreise eine Sehne s = 24 F. vom Mittelpunkte um a = 16 F. entfernt ist?

Aufl. $h\pi\sqrt{4a^2 + s^2} = 5064{,}247$ □ F.

364. Wie groß ist der Radius r und die Höhe h eines geraden Cylinders, wenn sein körperlicher Inhalt a = 942,478 C. F. und seine krumme Oberfläche m = 376,9911 □ F. beträgt?

Aufl. $r = \frac{2a}{m} = 5$ F.

$h = \frac{m^2}{4a\pi} = 12$ F.

365. Der Grundflächenradius eines cylindrischen Gefäßes ist gleich der Höhe $h = 2{,}125$ F. des Gefäßes; um wie viel müßte dieses höher sein, wenn es $a = 8{,}96$ C. F. mehr fassen sollte?

Aufl. $$\frac{a}{\pi h^2} = 0{,}6315974 \text{ F.}$$

366. Man bestimme die körperliche Masse K und die gesammte äußere und innere Oberfläche O eines geraden Hohlcylinders aus der Höhe $h = 20$ F. und dem äußern und innern Radius $R = 5$ F. und $r = 4$ F. der Grundflächen, welche Kreisringe vorstellen.

Aufl. $$K = (R^2 - r^2)\pi h = 565{,}48666 \text{ C. F.}$$
$$O = 2\pi(R + r)(h + R - r) = 1187{,}5221 \ \square \text{ F.}$$

367. Der Durchmesser eines Mühlensteines beträgt $d = 5{,}5$ F., seine Dicke oder Höhe $h = 3{,}5$ F. und sein körperlicher Inhalt außer dem Hohlcylinder (Auge) in der Mitte $a = 81{,}5677$ C. F. — Wie groß ist 1) der Durchmesser des hohlen Raumes und 2) die ganze innere und äußere Oberfläche des Steines?

Aufl. 1) $$\sqrt{d^2 - \frac{4a}{\pi h}} = 0{,}7596642 \text{ F.}$$

2) $$\frac{\pi}{2}\left(d + \sqrt{d^2 - \frac{4a}{\pi h}}\right)\left(2h + d - \sqrt{d^2 - \frac{4a}{\pi h}}\right) = 115{,}4386 \ \square \text{ F.}$$

368. Der Durchmesser eines Mühlensteines verhält sich zur Dicke des Steines wie $m : n = 11 : 7$, und der körperliche Inhalt ohne Abzug des Hohlcylinders in der Mitte beträgt $a = 83{,}1544$ C. F.. Wie viel Umläufe muß der Stein in einer Minute machen, damit ein Punkt in dessen äußerer Peripherie eine Geschwindigkeit von $g = 10$ F. in einer Secunde erlangt?

Aufl. $$30\,g \sqrt[3]{\frac{2n}{am\pi^2}} = 34{,}72465 \text{ Umläufe.}$$

369. Von einer Cylinderröhre ist die körperliche Masse $a = 9{,}6211$ C. F., die Länge $h = 12$ F. und der größere Radius $R = 0{,}583333$ F. gegeben; es wird die Dicke der Wand gesucht.

Aufl. $$R - \sqrt{R^2 - \frac{a}{h\pi}} = 0{,}2916653 \text{ F.}$$

370. Die beiden Durchmesser eines Hohlcylinders sind $D = 11$ F. und $d = 1{,}519$ F., seine Höhe ist $h = 7$ F.; wie groß ist 1) die körperliche Masse und 2) die gesammte innere und äußere Oberfläche des Cylinders?

Aufl. 1) $\frac{h\pi}{4}(D^2 - d^2) = 652{,}547$ C. F.

2) $\frac{\pi}{2}(D^2 - d^2) + \pi h(D + d) = 461{,}7491$ □ F.

371. In einer Röhre, deren Weite $a = 1{,}4$ F. beträgt, steht über dem Kolben um die $b = 0{,}24$ F. starke Kolbenstange das Wasser $c = 5$ F. hoch. Wie schwer ist diese Wassermenge, wenn ein Cubikfuß Wasser das Gewicht $g = 66$ Pfund hat?

Aufl. $\frac{cg\pi}{4}(a^2 - b^2) = 493{,}0663$ Pfund.

372. In einem Hohlcylinder von der Höhe $h = 8$ F. enthält der hohle Raum $a = 56{,}54867$ C. F.; wenn die Dicke der Wand $d = 1$ F. beträgt; welchen körperlichen Inhalt hat dieselbe?

Aufl. $d\left(dh\pi + 2\sqrt{ah\pi}\right) = 100{,}5309$ C. F.

373. Aus der Masse einer Cylinderröhre, deren Höhe $H = 36$ F. und deren Ringradien $R = 6$ F. und $r = 4$ F. gegeben sind, soll ein solider Cylinder von der Höhe $h = 24$ F. gefertigt werden; wie groß muß der Radius der Grundfläche sein?

Aufl. $\sqrt{\frac{R^2 - r^2}{h} \cdot H} = 5{,}4772256$ F.

374. Die gesammte äußere Oberfläche eines cylindrischen oben offenen Gefäßes, in welchem sich die Höhe h zum Radius der Bodenfläche wie $n : m = 7 : 2$ verhält, ist gleich $a = 424$ □ F.. Wie groß ist die Höhe h und der körperliche Inhalt K des Gefäßes?

Aufl. $h = \frac{n}{m}\sqrt{\frac{am}{(m + 2n)\pi}} = 14{,}37576$ F.

$K = \frac{an}{m + 2n}\sqrt{\frac{am}{(m + 2n)\pi}} = 761{,}9156$ C. F.

375. Wenn von zwei ähnlichen geraden Cylindern der eine $n = 28$ Mal größer ist als der andere; welches ist das Verhältniß zwischen ihren krummen Oberflächen?

Aufl. $\sqrt[3]{n^2} = 9,2208726$

376. Von einem geraden dreiseitigen Prisma ist die Höhe $h = 10$ F., die Grundfläche $a = 0,54$ F. und der Umfang der letztern $m = 3,6$ F. gegeben. Wenn das Prisma der Länge nach in gleich großem Abstande $c = 0,2$ F. von seinen drei Seitenflächen cylindrisch ausgehöhlt wird; wie groß ist der massive Theil K des Prismas und dessen gesammte äußere Oberfläche O?

Aufl. $K = h\left[a - \left(\frac{2a}{m} - c\right)^2 \pi\right] = 5,08584074$ C. F.

$$O = 2\left[a - \left(\frac{2a}{m} - c\right)^2 \pi + \tfrac{1}{2} h m\right] = 37,01768148 \;\square\; \text{F.}$$

377. Wenn verlangt würde, daß die cylindrische Höhlung des in der vorigen Nummer gegebenen Prismas den ursprünglichen Körperinhalt des letztern um die Hälfte vermindere; welchen Abstand von den Grundkanten des Prismas müßten die Grundkreise des Cylinders haben?

Aufl. $\frac{2a}{m} + \sqrt{\frac{a}{2\pi}} = 0,5931614$ F.

378. Ein gerader Cylinder ist durch seine Höhe $h = 4,787307$ F. und seinen körperlichen Inhalt $a = 68,08615$ C. F. gegeben. Man soll den Radius desjenigen Kreises bestimmen, dessen Flächeninhalt gleich ist der Mantelfläche des Cylinders.

Aufl. $\sqrt[4]{\frac{4ah}{\pi}} = 4,513516$ F.

379. Wenn ein Kreis construirt werden soll von gleichem Flächeninhalte mit der Gesammtoberfläche eines geraden Cylinders, dessen Höhe $h = 52,66037$ F. und dessen Mantel $m = 7744$ □ F. ist; wie groß muß der Durchmesser des Kreises genommen werden?

Aufl. $\frac{2}{h}\sqrt{\frac{m}{\pi}\left(h^2 + \frac{m}{2\pi}\right)} = 119,3405$ F.

380. Ein gerader Cylinder ist durch seine ganze Oberfläche $a = 486{,}9468$ □ F. und den Radius $r = 6{,}2$ F. der Grundfläche gegeben. Es soll die ganze Oberfläche eines mit dem Cylinder inhaltsgleichen Prismas gefunden werden, dessen Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck ist und dessen Höhe der Seite dieses Dreiecks gleichkommt.

Aufl. $(3 + \frac{1}{2}\sqrt{3})\sqrt[3]{\frac{4}{3} r^2 (a - 2r^2\pi)^2} = 562{,}92$ □ F.

381. Die Grundfläche eines Prismas ist ein regelmäßiges Zwölfeck, und der um dieses Vieleck beschriebene Kreis ist die Grundfläche eines Cylinders, welcher mit dem Prisma gleichen Körperinhalt hat. In welchem Verhältniß steht die Höhe des Cylinders zur Höhe des Prismas?

Aufl. $\frac{3}{\pi} = 0{,}95493.$

382. Es soll der Unterschied zwischen den körperlichen Inhalten eines Cylinders und eines demselben umschriebenen regelmäßigen Prismas von zwölf Seiten bestimmt werden, wenn der Radius des Grundkreises $r = 10$ F. und die gemeinschaftliche Höhe beider Körper $h = 20$ F. beträgt.

Aufl. $hr^2\left[12(2 - \sqrt{3}) - \pi\right] = 147{,}5944$ C. F.

383. In der Grundfläche eines geraden Cylinders ist ein regelmäßiges Zehneck beschrieben, und über diesem ein gerades Prisma von solcher Höhe construirt, daß der Cylindermantel gleichkommt den Seitenflächen des Prismas. Es soll das Verhältniß der Höhe des Cylinders zur Höhe des Prismas angegeben werden.

Aufl. $\frac{5}{2\pi}(\sqrt{5} - 1) = 0{,}9836316.$

384. Ein gerader Cylinder A ist durch seine Höhe $h = 44{,}89$ F. und den Radius seiner Grundfläche $r = 40{,}96$ F. gegeben. Wenn die Hälfte der Mantelfläche von A gleich ist der Grundfläche eines andern geraden Cylinders B, und umgekehrt, die Hälfte der Mantelfläche von B gleich ist der Grundfläche von A; in welchem Verhältnisse steht der körperliche Inhalt von A zu dem von B?

Aufl. $\sqrt{\frac{h}{r}} = 1{,}046875.$

385. Von zwei geraden Cylindern A und B verhalten sich die Radien der Grundflächen zu einander wie $m = 0{,}5477225$ zu $n = 0{,}2236068$. Die krumme Seitenfläche von A ist gleich der Grundfläche von B, und ebenso ist die krumme Seitenfläche von B gleich der Grundfläche von A. Es soll das Verhältniß der Gesammtoberflächen dieser Cylinder zu einander angegeben werden.

Aufl. $$\frac{2m^2 + n^2}{2n^2 + m^2} = 1{,}625.$$

386. In einem geraden Cylinder, dessen Mantel $a = 64 \square$ F. beträgt, verhält sich die Höhe h zum Radius r der Grundfläche wie $n : m = 9 : 4$. Man bestimme hieraus h und r, ferner den körperlichen Inhalt K und die Gesammtoberfläche O des Cylinders.

Aufl. $$h = \sqrt{\frac{an}{2\pi m}} = 4{,}787307 \text{ F.}$$

$$r = \sqrt{\frac{am}{2\pi n}} = 2{,}127692 \text{ F.}$$

$$K = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{am}{2\pi n}} = 68{,}08615 \text{ C. F.}$$

$$O = \frac{m + n}{n} \cdot a = 92{,}44444 \square \text{ F.}$$

387. Drei Cylinder, von denen jeder einen Fuß hoch ist, verhalten sich ihrer Größe nach zu einander wie die Zahlen $m = 1$, $n = 2$, $p = 3$, und haben zusammengenommen den Körperinhalt $a = 6$ C. F.. Welches sind ihre Durchmesser?

Aufl. $$2\sqrt{\frac{am}{(m + n + p)\pi}} = 1{,}128379 \text{ F.}$$

$$2\sqrt{\frac{an}{(m + n + p)\pi}} = 1{,}595768 \text{ F.}$$

$$2\sqrt{\frac{ap}{(m + n + p)\pi}} = 1{,}954410 \text{ F.}$$

388. Es sind $n = 4$ einander congruente gerade Cylinder durch ihre Höhe $h = 5$ F. und den Radius $r = 6$ F. ihrer Grundflächen gegeben. Man soll die Höhe H und den körperlichen Inhalt K eines geraden Cylinders bestimmen, dessen krumme Oberfläche der Summe der krummen Oberflächen, und dessen Grundfläche der Summe der Grundflächen der gegebenen Cylinder gleich ist?

Aufl. $H = h\sqrt{n} = 10$ F.

$K = \pi r^2 h n \sqrt{n} = 4523{,}893$ C. F.

389. Man hat $n = 13$ einander congruente gerade Cylinder von der Höhe $h = 10$ F. und dem Grundflächenradius $r = 2$ F. und will einen Cylinder von derselben Höhe verfertigen, dessen krumme Oberfläche den krummen Oberflächen der gegebenen Cylinder zusammengenommen gleich sei. Es soll angegeben werden 1) um wie viel das Volumen dieses Cylinders die Summe der Volumina aller gegebenen Cylinder übertrifft, 2) wie viel Mal der Cylinder größer ist als jeder der gegebenen Cylinder?

Aufl. 1) $n r^2 \pi h (n - 1) = 19603{,}54$ C. F.

2) $n^2 = 169$ Mal.

390. Eine cylindrische Röhre, deren Durchmesser $a = \frac{1}{3}$ F. beträgt, soll mit Quecksilber so angefüllt werden, daß dieses gerade $m = 100$ Pfund wiegt. Welche Höhe wird die Quecksilbersäule haben, wenn man das specifische Gewicht des Quecksilbers $s = 13{,}5$ und das Gewicht eines Cubikfußes Wasser $g = 56{,}4$ Pfund annimmt?

Aufl. $\frac{4m}{a^2 g s \pi} = 1{,}505011$ F.

391. Ein runder Draht von Gold, dessen specifisches Gewicht $s = 19$ ist, hat eine Länge von $a = 19$ Fuß und ist $m = 1$ Pfund schwer. Wie groß ergiebt sich sein Durchmesser in Linien, wenn man das Gewicht g des Wassers wie in der vorhergehenden Aufgabe annimmt und nach Duodecimalmaß rechnet?

Aufl. $288 \sqrt{\frac{m}{a g s \pi}} = 1{,}138744$ Linien.

392. Man will aus Messing, dessen specifisches Gewicht $s = 7{,}9$ ist, ein cylindrisches Gewicht von $m = 1$ Pfund verfertigen, so daß dessen Höhe doppelt so groß ist als der Durchmesser der Basis. Wie groß muß der Durchmesser sein, wenn man annimmt, daß ein Cubikfuß Wasser $g = 50,276$ Pfund wiegt?

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{2m}{gs\pi}} = 0,1170301$ Fuß.

393. Eine Röhre von Gußeisen, in welcher der große Durchmesser $D = 0,8$ F. und die Dicke der Wand $d = 0,08$ F. beträgt, ist $a = 2400$ Pfund schwer. Es soll die Länge der Röhre bestimmt werden, das specifische Gewicht des Gußeisens $s = 7,21$ und das Gewicht g des Wassers wie vorhin angenommen.

Aufl. $\frac{a}{d(D - d)\pi g s} = 36,58835$ F.

394. Wie schwer ist eine cylindrische Röhre von Eichenholz, wenn ihre Länge $a = 15$ F., die äußere Weite $D = 7,75$ F. und die Wanddicke $d = 0,58333$ F. beträgt, ferner das specifische Gewicht des Eichenholzes $s = 1,17$ und das Gewicht für einen Cubikfuß Wasser $g = 70$ Pfund angenommen wird?

Aufl. $ad(D - d)gs\pi = 16134,62$ Pfund.

395. Aus einem runden Holzstamme von der Länge $h = 18,8$ F. und dem Durchmesser $d = 2,6$ F. wird ein Wellbaum gehauen, dessen Grundflächen die in den beiden einander gleichen Cylindergrundflächen beschriebenen regelmäßigen Sechsecke sind. Es soll berechnet werden 1) die Größe des Holzabfalles, 2) das Gewicht des Wellbaumes, vorausgesetzt daß das specifische Gewicht des Holzes $s = 0,84$ und ein Cubikfuß Wasser $g = 50,276$ Pfund schwer ist.

Aufl. 1) $\frac{hd^2}{8}(2\pi - 3\sqrt{3}) = 17,2686$ C. F.

2) $\frac{3d^2ghs}{8}\sqrt{3} = 3486,071$ Pfund.

396. Durch einen eisernen Würfel von der Kante $a = 3$ F. geht eine Oeffnung in der Form eines Cylinders hindurch, dessen Axe die Verbindungslinie der Mittelpunkte zweier gegenüberstehenden Seitenflächen des Würfels ist. Wenn der Durchmesser der Oeffnung $d = 1$ F., das specifische Gewicht des Eisens $s = 7{,}207$ F. beträgt und ein Cubikfuß Wasser $g = 65{,}6$ Pfund wiegt; wie schwer ist der ausgehöhlte Würfel?

Aufl. $\frac{ags}{4}(4a^2 - \pi d^2) = 11651{,}107$ Pfund.

397. Ein Cylinder von Lindenholz, dessen specifisches Gewicht $s = 0{,}6$ ist, hat den Radius $r = 1{,}5$ F. und die Länge $h = 7$ F. — Um denselben wird eine cylindrische Röhre von Zink gegossen, dessen specifisches Gewicht $m = 7{,}19$ beträgt. Wenn der aus beiden Stoffen verbundene Körper das Gewicht des Wassers haben soll; wie dick muß die Wand der Röhre sein?

Aufl. $r\left(-1 + \sqrt{1 - \frac{1 - s}{1 - m}}\right) = 0{,}047706$ F.

398. Ein eiserner Cylinder, dessen Radius $R = \frac{1}{2}$ F. und dessen Höhe $H = 3$ F. ist, wird mit einem cylinderförmigen Korkringe umgeben, welcher eine Höhe von $h = 1$ Fuß hat. Welches ist der große Radius des Ringes, wenn das specifische Gewicht des Eisens $S = 7{,}79$ und des Korkes $s = 0{,}24$ gesetzt wird und beide verbundenen Körper mit dem Wasser im Gleichgewicht sein sollen?

Aufl. $R\sqrt{1 - \frac{1 - S}{1 - s} \cdot \frac{H}{h}} = 2{,}63641$ F.

399. Ein Würfel von der Kante $a = 8{,}4$ F. und dem specifischen Gewichte $s = 0{,}5$ hat eine cylindrische Höhlung vom Durchmesser $d = 2$ F., die mit einem Stoffe vom specifischem Gewichte $S = 8{,}9$ ausgegossen ist. Wie tief muß die Höhlung sein, damit ein bestimmter Theil $n = 0{,}8$ des Körpers in das Wasser taucht?

Aufl. $\frac{4\,a^3(n - s)}{\pi d^2(S - s)} = 6{,}737982$ F.

400. Eine cylindrische Marmorsäule von $a = 2000$ Pfund Gewicht und $h = 8$ F. Länge soll auf eine quadratische Steinplatte gestellt werden, so daß die Peripherie der Grundfläche von den Halbirungspunkten der Kanten der Steinplatte um $d = 0{,}125$ F. absteht. Wie groß muß die Kante der Platte sein, vorausgesetzt, daß das specifische Gewicht des Marmors $s = 2{,}717$ und das Gewicht von einem Cubikfuß Wasser $g = 65{,}6$ Pfund beträgt?

Aufl. $$2\left(d + \sqrt{\frac{a}{ghs\pi}}\right) = 1{,}586374 \text{ F.}$$

401. Ein cylindrisches hohles Gefäß, dessen Höhe $h = 18$ Zoll und desses Radius $r = 7{,}715278$ Zoll beträgt, hat bei einer Temperatur von $a = 14^0$ Celsius einen Rauminhalt von $b = 3366$ Cub. Zoll. Wenn für die Masse, aus welcher das Gefäß verfertigt ist, der Zuwachs an der Längeneinheit bei einer Temperaturerhöhung von einem Grade Celsius, d. h. der lineare Ausdehnungscoefficient $k = 0{,}00001526$ gegeben ist; welchen Cubikinhalt hat das Gefäß bei $n = 0^0$ Réaumur?

Aufl. $$\pi r^2 h (1 - ak)^3 = 3363{,}931 \text{ C. Z.}$$

402. Ein Cylinder, dessen Durchmesser $d = 1{,}285879$ F. und dessen Höhe $h = 1{,}499048$ F. ist, besteht aus einem Metall, dessen linearer Ausdehnungscoefficient bei einer Temperaturerhöhung von einem Grade Réaumur $e = 0{,}0000152$ beträgt. Um wie viel Grade müßte der Cylinder erwärmt werden, wenn sein körperlicher Inhalt $a = 1{,}947973$ C. F. betragen sollte?

Aufl. $$\frac{1}{e}\left(\sqrt[3]{\frac{4a}{\pi h d^2}} - 1\right) = 14{,}18421 \text{ Grade.}$$

403. Ein cylindrisches Gefäß vom Durchmesser $d = \frac{5}{12}$ Fuß ist bis zu einer Höhe von $h = 1\frac{2}{3}$ Fuß mit Wasser gefüllt, wovon ein Cubikfuß $g = 66$ Pfund wiegt. Welchen Druck erleidet der Boden des Gefäßes?

Aufl. $$\tfrac{1}{4} g h d^2 \pi = 14{,}99892 \text{ Pfund.}$$

404. Mit einem vertical stehenden cylindrischen Rohre vom Durchmesser $d = 1$ F. ist am Boden ein anderes verticales, communicirendes Rohr verbunden, welches schmäler ist als jenes, aber um $h = 10$ F. über demselben emporragt. Wenn beide Röhren mit Wasser, dessen Gewicht für einen Cubikfuß $g = 65{,}9$ Pfund beträgt, vollständig gefüllt werden; wie groß muß der auf die Oberfläche des Wassers im kürzeren Rohre ausgeübte Druck sein, damit kein Wasser herauslaufe?

Aufl. $$\tfrac{1}{4} d^2 g h \pi = 517{,}5773 \text{ Pfund.}$$

405. Der körperliche Inhalt eines geraden Cylinders beträgt $a = 12,5$ C. F. und der Durchmesser seiner Grundfläche $d = \frac{2}{3}$ F. — In welcher Höhe über der Grundfläche liegt der Schwerpunkt des Cylinders?

Aufl. $$\frac{2a}{\pi d^2} = 17,90493 \text{ F.}$$

406. Das Verhältniß der Stabilität eines geraden Parallelepipedons mit quadratischer Grundfläche zu der Stabilität eines geraden Cylinders von gleicher Höhe und gleich großer Grundfläche anzugeben, wenn beide Körper aus demselben Stoffe bestehen.

Aufl. $$\tfrac{1}{2}\sqrt{\pi} = 0,8862269.$$

407. Aus einem $h = 28,2$ F. langen und $d = 3,6$ F. dicken cylindrischen Baumstamme soll ein eben so langer, möglichst starker Balken mit quadratischer Basis geschnitten werden. Wie groß ist 1) der körperliche Inhalt des Balkens, und 2) wie viel beträgt der Holzabfall?

Aufl. 1) $\tfrac{1}{2} h d^2 = 182,736$ C. F.

2) $\frac{h d^2}{4}(\pi - 2) = 104,305$ C. F.

408. Ein vierkantiger Balken, welcher $a = 18$ F. lang, $b = 0,9$ F. breit und $c = 0,8$ F. dick ist, wird cylindrisch ausgehöhlt. Wie groß ist sein körperlicher Inhalt, wenn der Durchmesser des leeren Cylinderraumes $d = 0,45$ F. beträgt?

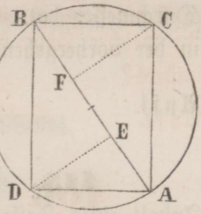
Aufl. $$a(bc - \tfrac{1}{4}\pi d^2) = 10,097224 \text{ C. F.}$$

409. Wenn aus einem runden Baumstamme ein rechtwinkliger Balken von der Höhe $a = 1$ F. und der Breite $b = \frac{1}{2}$ F. gehauen werden soll; wie groß muß der Halbmesser des Stammes sein?

Aufl. $$\tfrac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} = 0,5572136 \text{ F.}$$

410. Aus einem geraden Parallelepipedon, welches die Höhe $h = 20,4$ F. und zur Grundfläche ein Quadrat von der Seite $a = 2,42$ F. hat, soll der größtmögliche Cylinder gedreht werden; wie groß ist der Abfall der Masse dabei?

Aufl. $$\frac{a^2 h}{4}(4 - \pi) = 25,6386 \text{ C. F.}$$



411. Die Mechanik lehrt, daß unter allen viereckigen Balken, die aus einem cylindrischen Baumstamme geschnitten werden können, derjenige die größte Tragfähigkeit hat, bei dem sich die horizontale Breite AD zur verticalen Höhe AC verhält wie $1 : \sqrt{2}$. Wenn nun aus einem Baumstamme von der Länge $a = 24$ F. und dem Durchmesser $AB = d = 2$ F. ein vierkantiger Balken geschnitten werden soll, der eine möglichst große Last zu tragen im Stande ist; wie viel beträgt der Holzabfall?

Aufl. $\frac{a\,d^2}{12}\,(3\pi - 4\sqrt{2}) = 3{,}014339$ C. F.

412. Ein Baumstamm von der Länge $a = 60$ F. hat an seinen Enden die Umfänge $P = 12{,}5664$ F. und $p = 9{,}4249$ F.. Wenn man den körperlichen Inhalt desselben nach einer gewöhnlichen praktischen Methode so berechnet, daß man das arithmetische Mittel zwischen dem obern und untern Durchmesser als den Durchmesser eines Cylinders ansieht, der mit dem Baumstamme gleiche Höhe hat; welches Resultat erhält man alsdann?

Aufl. $\frac{a}{\pi}\left(\frac{P + p}{4}\right)^2 = 577{,}2756$ C. F.

413. Den Inhalt eines kreisrunden Fasses pflegt man in der Praxis häufig blos annähernd so zu berechnen, daß man dasselbe als einen gleich hohen Cylinder betrachtet, dessen Durchmesser das arithmetische Mittel zwischen dem Bauchdurchmesser (Spundtiefe) und dem Bodendurchmesser (Bodenweite) des Fasses ist. Wenn nun jene Durchmesser $D = 6{,}3$ F. und $d = 5{,}4$ F. und die Länge des Fasses $a = 5{,}9$ F. gegeben sind; welchen Inhalt hat dasselbe?

Aufl. $\frac{a\pi}{16}(D + d)^2 = 158{,}5819$ C. F.

414. Ein anderes praktisches Verfahren zur Berechnung eines Fasses besteht darin, daß man dieses als das arithmetische Mittel zwischen zwei Cylindern von derselben Höhe mit dem Fasse betrachtet, von denen der kleinere die Bodenweite, der größere die Spundtiefe des Fasses zum Durchmesser hat. Wie groß ist nach dieser Berechnungsart der Inhalt des in der vorhergehenden Nummer gegebenen Fasses?

Aufl. $\frac{a\pi}{8}(D^2 + d^2) = 159{,}5202$ C. F.

415. Nach der sehr genauen Lambertschen Regel wird der Inhalt eines Fasses erhalten, wenn man zu $\frac{2}{3}$ des Cylinders, welcher die Spundtiefe zum Durchmesser und die Höhe des Fasses zur Höhe hat, $\frac{1}{3}$ des Cylinders addirt, welcher den Bodendurchmesser zum Durchmesser und die Höhe des Fasses zur Höhe hat. Man berechne nach dieser Regel 1) das in Nr. 413 gegebene Faß, 2) ein Faß von der Länge $h = 5\frac{2}{3}$ F., in welchem die halbe Spundtiefe $R = 2\frac{1}{4}$ F. und der Bodenhalbmesser $r = 1\frac{5}{12}$ F. beträgt.

Aufl. 1) $\frac{\pi h}{12}(2D^2 + d^2) = 167{,}6526$ C. F.

2) $\frac{\pi h}{3}(2R^2 + r^2) = 71{,}9924$ C. F.

416. Der Inhalt eines cylindrischen Gefäßes läßt sich auf mechanische Weise vermittels eines Visirstabes bestimmen, welcher für eine und dieselbe Gattung (d. h. einander ähnliche) Cylinder berechnet ist, so daß der Stab, wenn er z. B. von einem Punkte des obersten Randes des Gefäßes bis zum entferntesten Punkte der Bodenfläche, also diagonal in das Gefäß hineingesteckt wird (in welchem Falle er ein Diagonalstab heißt), durch die auf ihm nach dem tausendtheiligen Maßstabe verzeichneten Theilstriche nebst angemerkten Zahlen die Anzahl der im Gefäße enthaltenen Maßeinheiten angiebt. — Es sei nun für solche Cylinder, deren Durchmesser sich zur Höhe wie $d : h = 1 : 0{,}75$ verhält, ein Diagonalstab angefertigt, so daß derselbe für ihre Inhalte nach der Reihe einen Cubikfuß und die ganzen Vielfachen davon nebst ihren Bruchtheilen angiebt; wie tief wird der Stab in ein cylindrisches Gefäß jener Gattung hineinreichen, welches $m = 5{,}67$ Cubikfuß enthält?

Aufl. $\sqrt{d^2 + h^2}\sqrt[3]{\frac{4m}{d^2 h\pi}} = 2{,}659014$ F.

417. Es sei ein Diagonalstab zur Ausmessung gleichseitiger cylindrischer Gefäße eingerichtet. Wenn man ihn auf einen Cylinder anwenden wollte, dessen Höhe $n = 1{,}5$ Mal größer ist als der Bodendurchmesser; um welchen Theil des wirklichen Inhaltes dieses Cylinders würde der Stab den Inhalt zu groß angeben?

Aufl. $$\frac{1}{n}\sqrt{\left(\frac{1+n^2}{2}\right)^3} - 1 = 0{,}308984.$$

418. Ein gerader Cylinder, von welchem der Körperinhalt $a = 1178{,}1024$ C. F. und der Umfang der Grundfläche $p = 31{,}416$ F. beträgt, ist von einem Prisma eingeschlossen, welches zu seinen Grundflächen unregelmäßige, um die Grundflächen des Cylinders beschriebene Vielecke hat. Wenn die gesammte Oberfläche des Prismas $F = 712 \,\square$ F. enthält; wie groß ist der Körperinhalt desselben?

Aufl. $$\frac{2ap\pi F}{8a\pi^2 + p^3} = 1335{,}002 \text{ C. F.}$$

419. Um die Grundfläche eines geraden Cylinders von der Höhe $h = 7{,}5$ F. ist ein unregelmäßiges Polygon beschrieben, und über diesem ein gerades Prisma von gleicher Höhe mit dem Cylinder construirt. Wenn das Prisma den Körperinhalt $a = 166{,}87525$ C. F. und die Gesammtoberfläche $F = 178 \,\square$ F. hat; wie groß ist die Gesammtoberfläche des Cylinders?

Aufl. $$\frac{4a\pi h^3 F}{(hF - 2a)^2} = 157{,}08 \,\square \text{ F.}$$

420. Wenn man unter allen geraden Cylindern, welche denselben kubischen Inhalt $a = 640$ C. F. haben, denjenigen bestimmen soll, welcher die kleinste Oberfläche hat; wie groß muß man seine Höhe h und den Radius r seiner Grundfläche nehmen, und wie groß ist die Gesammtoberfläche O des Cylinders?

Aufl. $$h = 2\sqrt[3]{\frac{a}{2\pi}} = 9{,}340352 \text{ F.}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{a}{2\pi}} = 4{,}670176 \text{ F.}$$

$$O = 3\sqrt[3]{2a^2\pi} = 411{,}1193 \,\square \text{ F.}$$

421. Welches ist der größte körperliche Inhalt, den ein gerader Cylinder haben kann, dessen Gesammtoberfläche $a = 96 \square$ F. beträgt?

Aufl. $\frac{a}{3}\sqrt{\frac{a}{6\pi}} = 72{,}21628$ C. F.

422. Wenn man einen geraden, oben offenen Cylinder von dem Inhalte $a = 320$ C. F. anfertigen will, dessen Oberfläche so klein als möglich ausfallen soll; wie groß muß die Höhe h und der Radius r der Grundfläche genommen werden, und wie groß ist die Oberfläche F?

Aufl. $h = r = \sqrt[3]{\frac{a}{\pi}} = 4{,}670177$ F.

$F = 3\sqrt[3]{a^2\pi} = 205{,}5596 \square$ F.

423. Es soll ein cylindrisches Maß von dem vorgeschriebenen Inhalte $a = 432$ C. F. so angefertigt werden, daß die Oberfläche desselben möglichst klein werde. Wie groß ist die Grundfläche G und der Mantel M?

Aufl. $G = \sqrt[3]{a^2\pi} = 83{,}6962 \square$ F.

$M = 2\sqrt[3]{a^2\pi} = 167{,}3924 \square$ F.

424. Die Oberfläche eines geraden, oben offenen Cylinders beträgt $a = 336 \square$ F.; welchen Körperinhalt kann der Cylinder höchstens haben?

Aufl. $\frac{a}{3}\sqrt{\frac{a}{3\pi}} = 668{,}7318$ C. F.

425. Ein steinernes Gewölbe in der Form eines Halbcylinders hat eine Länge von $a = 32$ F. und einen äußern Durchmesser von $D = 28$ F.; wenn die Dicke der Wand $d = 3$ F. ist, wie viel beträgt die Steinmasse?

Aufl. $\frac{1}{2} a d \pi (D - d) = 3769{,}91112$ C. F.

426. Durch die Axe $a = 10$ F. eines geraden Cylinders vom Radius $r = 9$ F. sind zwei Ebenen gelegt, welche mit einander den Winkel $m = 23^0\ 30'$ bilden und ein keilförmiges Stück aus dem Cylinder herausschneiden. Man soll den körperlichen Inhalt K und die gesammte Oberfläche O dieses Cylinderausschnittes berechnen.

Aufl. $K = \frac{amr^2\pi}{360} = 166,1117$ C. F.

$$O = 2ar + \frac{mr\pi}{180}(a+r) = 250,13606 \ \square \ \text{F.}$$

427. Ein Cylinderausschnitt hat die Höhe $h = 2$ F. und den Grundflächenradius $r = 3$ F.. Wenn die beiden Grundflächen zusammengenommen der Summe der drei Seitenflächen des Ausschnittes gleich kommen; wie groß ist der Centriwinkel des Ausschnittes?

Aufl. $\frac{360h}{(r-h)\pi}$ Grade $= 229^0\,10'\,58'',8$

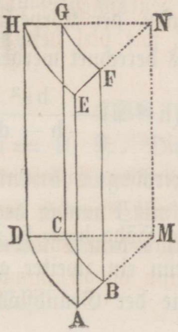
428. Ein Cylinderausschnitt hat zu seinen Grundflächen Sextanten vom Radius $r = 2$ F. und ist $h = 3$ F. hoch. Wenn man durch die Schwerpunkte der Grundflächen parallel zu den Sehnen, die den Bogen der letzteren angehören, eine Ebene durchlegt; in welche beiden Stücke theilt diese den Cylinderausschnitt?

Aufl. $\frac{4hr^2\sqrt{3}}{3\pi^2} = 2,807894$ C. F.

$$\frac{hr^2}{3}\left(\frac{\pi}{2} - \frac{4\sqrt{3}}{\pi^2}\right) = 3,475291 \text{ C. F.}$$

429. Ein gerader Cylinder ist $h = 20$ F. hoch. Wenn ein Ausschnitt desselben die Gesammtoberfläche $a = 4737,1544$ □ F. und der Bogen seiner Grundfläche zur Peripherie des ganzen Grundkreises des Cylinders das Verhältniß $n = 0,9347222$ hat; wie groß ist der Radius des Cylinders?

Aufl. $\frac{-h(1+n\pi)+\sqrt{2an\pi + h^2(1+n\pi)^2}}{2n\pi} = 18$ F.



430. In einem geraden Hohlcylinder von der Höhe $h = 10$ F. ist von zwei durch die Axe MN gelegten Ebenen der Röhrenausschnitt AG so gebildet, daß die concentrischen Bogen AD und BC die Längen $a = 83$ F. und $b = 59$ F. haben und von einander um $AB = d = 7$ F. abstehen. Welches ist der körperliche Inhalt des Röhrenausschnittes?

Aufl. $\frac{1}{2}(a+b)dh = 4970$ C. F.

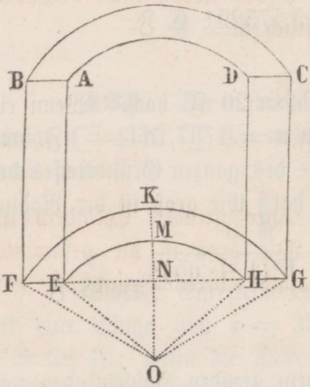
431. Von einem cylindrischen $a = 30$ F. langen Rohre, dessen beide Radien $R = 4$ F. und $r = 3$ F. sind, ist von zwei durch die Axe gelegten Ebenen ein Stück ausgeschnitten, so daß der äußere Bogen dieses Stückes eine Länge von $b = 10$ F. hat. Wie groß ist der Körperinhalt K und die ganze Oberfläche O dieses Röhrenausschnittes?

Aufl. $K = \frac{ab}{2R}(R^2 - r^2) = 262{,}5$ C. F.

$$O = \frac{br}{R}(a - r) + 2a(R - r) + b(a + R) = 602{,}5 \ \square \text{ F.}$$

432. Ein gerader Cylinder, dessen Radius $r = 1{,}7320508$ F. ist, wird von einer mit seiner Axe parallelen Ebene durchschnitten. Der dadurch entstandene Cylinderabschnitt hat zur Grundfläche ein Kreissegment, dessen Höhe $h = 0{,}8660254$ F. und dessen Centriwinkel $a = 120^0$ beträgt. Wenn die Höhe des Cylinders gleich ist dem Radius r desselben; wie groß ist die ganze Oberfläche des Cylinderabschnittes?

Aufl. $\frac{a}{90} \cdot \pi r^2 + 2h\sqrt{h(2r - h)} = 15{,}164446 \ \square$ F.



433. Von dem Röhrenabschnitte ABCDEFGH kennt man außer der Höhe $H = 10$ F. die Bogen $FKG = B = 3{,}6276$ F. und $EMH = b = 1{,}0471975$ F., ferner ihre Sehnen $FG = S = 3$ F., $EH = s = 1$ F., endlich die Höhe des größern Segments $KN = h = 0{,}8660254$ F. und die Dicke der Wand $KM = d = 0{,}7320508$ F. Es soll aus diesen Stücken der Körperinhalt des Röhrenabschnittes berechnet werden.

Aufl. $$\frac{H}{16}\left[4h(B + S - s) + \frac{S^2}{h}(B - S + s) - 4b(h - d) - \frac{bs^2}{h - d}\right]$$
$$= 17{,}5196 \text{ C. F.}$$

434. Ein gerader Cylinder ist durch seine Höhe $h = 5$ F. und den Grundflächenradius $r = 2$ F. gegeben. Wenn ein zweiter gerader Cylinder von gleicher Höhe über derjenigen Sehne der Grundfläche des ersten Cylinders als über seinem Durchmesser construirt wird, welche dem Kreisquadranten angehört; wie groß ist das beiden Cylindern gemeinschaftliche Körperstück?

Aufl. $\frac{h}{2}(\pi - 1)r^2 = 21{,}415926$ C. F.

435. In die Grundfläche eines geraden Cylinders von der Höhe $h = 11$ F. und dem Durchmesser $d = 10$ F. ist ein Rechteck eingeschrieben, dessen Seiten das Verhältniß $n = 1\frac{1}{3}$ zu einander haben. Wenn über den Seiten des Rechtecks als Durchmessern vier andere eben so hohe gerade Cylinder construirt werden; wie viel beträgt von diesen die Summe derjenigen Stücke mit mondförmiger Basis, welche außerhalb des gegebenen Cylinders liegen?

Aufl. $\frac{d^2 h\, n}{n^2 + 1} = 528$ C. F.

436. Zwei Cylinder von demselben Durchmesser $a = 9{,}87$ F. sind so durch einander geschoben, daß sich ihre Axen rechtwinklig kreuzen. Es soll das Volumen K und die Oberfläche O des Körperstücks berechnet werden, welches beiden Cylindern gemeinschaftlich ist.

Aufl. $K = \frac{2a^3}{3} = 641{,}0032$ C. F.

$O = 4a^2 = 389{,}6676$ □ F.

437. Das Axenparallelogramm eines geraden Cylinders ist ein Quadrat mit der Seite $a = 12$ F.. Wie groß ist die gesammte Oberfläche der eingeschriebenen geraden Pyramide, deren Grundfläche ein Quadrat ist?

Aufl. $2a^2 = 288$ □ F.

438. Man hat zwei gerade Cylinder von derselben Höhe $h = 10$ F.. Die Seite $a = 7$ F. des in die Grundfläche des einen Cylinders eingeschriebenen Quadrats ist gleich dem Radius der Grundfläche des andern Cylinders. Welches ist das Verhältniß der Gesammtoberflächen beider Cylinder zu einander?

Aufl. $\frac{a + h\sqrt{2}}{2(a + h)} = 0{,}6218275.$

439. Um ein regelmäßiges Achteck von der Seite $a = 5$ F. ist ein Kreis beschrieben, welcher die Grundfläche eines quadratischen Cylinders bildet; man sucht die Höhe des Cylinders.

Aufl. $a\sqrt{4 + 2\sqrt{2}} = 13{,}065627$ F.

440. In der Grundfläche eines Cylinders, welcher $m = 20{,}63566$ C. F. enthält, ist ein regelmäßiges Sechszehneck beschrieben, dessen Seite der Höhe des Cylinders gleichkommt; wie groß ist die Grundfläche des letztern?

Aufl. $\sqrt[3]{\pi m^2 \left(2 + \sqrt{2} + \sqrt{5 + \frac{1}{2}\sqrt{98}}\right)} = 20{,}63566 \;\square$ F.

441. Um ein regelmäßiges Zehneck von der Seite $a = 0{,}3$ F. ist ein Kreis beschrieben, welcher die Basis eines geraden Cylinders bildet. Wie groß ist der körperliche Inhalt K und die Gesammtoberfläche O des Cylinders, wenn sich dessen Höhe zum Durchmesser der Basis wie $m : n = 3 : 2$ verhält?

Aufl. $K = \frac{2m}{n}(\sqrt{5} + 2)a^3\pi = 1{,}077947$ C. F.

$$O = (\sqrt{5} + 3)(n + 2m)\frac{a^2\pi}{n} = 5{,}921852 \;\square \text{ F.}$$

442. Um zwei regelmäßige Polygone, ein Sechszehneck und ein Zwölfeck von gleich großer Seite $a = 1$ F. sind Kreise beschrieben, welche die Grundflächen zweier Cylinder von der nämlichen Höhe $h = 10$ F. bilden. Welches ist der Unterschied zwischen den körperlichen Inhalten der beiden Cylinder?

Aufl. $a^2 h\pi\left(\sqrt{5} + \sqrt{5 + 3{,}5\sqrt{2}} - \sqrt{3}\right) = 89{,}11077$ C. F.

443. Wenn ein regelmäßiges Zwölfeck und ein regelmäßiges Sechszehneck dieselbe Seite haben, und man nimmt ihre umgeschriebenen Kreise zu Grundflächen für zwei gleichseitige Cylinder an; in welchem Verhältnisse stehen die krummen Oberflächen der Cylinder zu einander?

Aufl. $\frac{2 + \sqrt{3}}{2 + \sqrt{2} + \sqrt{5 + 3{,}5\sqrt{2}}} = 0{,}568171.$

444. Von zwei ähnlichen Cylindern hat der eine die Höhe $h = 6$ F. und den Radius $r = 6{,}324554$ F., der andere den Radius $R = 18{,}973662$ F. Man soll den körperlichen Inhalt derjenigen regelmäßigen Pyramide von fünfzehn Seiten bestimmen, welche sich in den zweiten Cylinder einschreiben läßt.

Aufl. $\frac{5hR^3}{8r}\sqrt{7+\sqrt{5}-\sqrt{6(5+\sqrt{5})}} = 6589{,}131$ C. F.

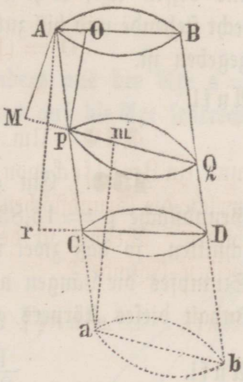
445. Welchen körperlichen Inhalt hat ein regelmäßiges fünfzehnseitiges Prisma, welches um einen Cylinder beschrieben ist, dessen Durchmesser das Doppelte von seiner Höhe $h = 1$ F. beträgt?

Aufl. $15h^3\sqrt{23-10\sqrt{5}-2\sqrt{3(85-38\sqrt{5})}} = 3{,}1882$ C. F.

446. Wenn in einem schiefen Cylinder, dessen Seitenlinie $a = 10{,}61208$ F. beträgt, die Grundfläche $n = 1{,}0404$ Mal größer ist als die senkrecht auf die Axe gelegte Durchschnittsebene; welche Höhe hat der Cylinder?

Aufl. $\frac{a}{n} = 10{,}2$ F.

447. Ein Cylinder ABCD, dessen Grundfläche $G = 12{,}96 \square$ F. ist, wird von einer mit der Grundfläche nicht parallelen Ebene PQ durchschnitten. Wenn die Perpendikel, welche von den Endpunkten A und P des Abschnittes AP der Seitenlinie auf die Durchschnittsfläche (oder ihre Erweiterung) und auf die Grundfläche gefällt worden sind, $AM = a = 1{,}638$ F. und $PO = b = 1{,}911$ F. betragen; wie groß ist die Durchschnittsfigur PQ?



Aufl. $\frac{bG}{a} = 15{,}12 \square$ F.

448. Von einem schiefen Cylinder ist die Höhe $h = 4$ F., eine Seitenlinie $a = 6$ F. und die Größe der auf die Seitenlinie senkrecht gelegten Durchschnittsfigur $m = 120{,}65614 \square$ F. gegeben; man soll die Grundfläche des Cylinders bestimmen.

Aufl. $\frac{am}{h} = 180{,}89421 \square$ F.

449. Ein Cylinder vom Durchmesser $d = 9{,}7$ F. ist oben schräg so abgeschnitten, daß der senkrechte Abstand des höchsten Punktes des schiefen Schnittes von der untern Grundfläche $a = 100{,}9$ F. und der Abstand des niedrigsten Punktes desselben $b = 68{,}3$ F. beträgt. Wie groß ist der körperliche Inhalt des Cylinders?

Aufl. $\frac{\pi d^2}{8}(a + b) = 6251{,}781$ C. F.

450. Man kennt von einem schiefen Cylinder, welcher durch eine der Grundfläche nicht parallele Ebene abgeschnitten ist, den körperlichen Inhalt $a = 84{,}855$ C. F. und den senkrechten Abstand $m = 4{,}25$ F. des Schwerpunktes des schiefen Schnittes von der Grundfläche; wie groß ist der Radius der Grundfläche?

Aufl. $\sqrt{\frac{a}{m\pi}} = 2{,}520987$ F.

451. Es soll der körperliche Inhalt eines geraden, schräg abgeschnittenen Cylinders berechnet werden, dessen Grundflächenradius $r = 0{,}3$ F. und dessen Axe, d. h. die auf der Grundfläche in ihrem Mittelpunkte senkrecht stehende und bis zur Schnittfläche verlängerte Gerade $a = 2122{,}066$ F. gegeben ist.

Aufl. $ar^2\pi = 600$ C. F.

452. Ein gerader Cylinder, in welchem die Peripherie der Grundfläche $p = 15{,}83978$ F. beträgt, ist an beiden Enden schief abgeschnitten, so daß zwei in demselben Axenschnitte liegende Seitenlinien des Stumpfes die Längen $a = 3{,}6$ F. und $b = 4{,}9$ F. haben. Es soll der Inhalt dieses Körpers gefunden werden.

Aufl. $\frac{p^2}{8\pi}(a + b) = 84{,}855$ C. F.

453. Den Mantel eines senkrechten, durch eine zur Grundfläche geneigte Ebene abgeschnittenen Cylinders aus dem Radius $r = 38$ F. der Grundfläche und aus der größten und kleinsten Seitenlinie des Cylinders, $a = 53$ F. und $b = 41$ F. zu berechnen.

Aufl. $r\pi(a + b) = 11221{,}77$ □ F.

454. Wenn ein senkrechter Cylinder schief abgeschnitten wird, und es ist seine Axe $a = 47$ F. und der Radius der Grundfläche $r = 1{,}9$ F. gegeben; wie groß ist seine krumme Seitenfläche?

Aufl. $2ar\pi = 561{,}0885 \,\square$ F.

455. Ein gerader Cylinder ist durch seine Axe $a = 3$ F. und durch den Durchmesser $d = 2$ F. seiner Basis gegeben. Wenn von demselben durch eine zur Basis geneigte Ebene ein Stück abgeschnitten wird, so daß damit zugleich $\frac{1}{n} = \frac{1}{3}$ der Axe wegfällt; wie groß ist die krumme Oberfläche des nachbleibenden Stumpfes?

Aufl. $\frac{a(n-1)\pi d^2}{4n} = 6{,}2831852 \,\square$ F.

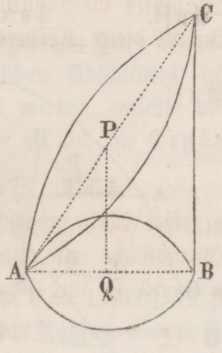
456. Ein gerader Cylinder ist an beiden Enden schief abgeschnitten, so daß die Entfernung der Schwerpunkte der beiden Schnittflächen von einander $a = 19{,}24$ F. beträgt. Wenn die auf der Axe des Cylinders senkrecht stehende Durchschnittsfigur den Inhalt $b = 2726{,}148$ $\square$ F. hat; welches ist die krumme Oberfläche des Cylinderstumpfes?

Aufl. $2a\sqrt{b\pi} = 3561{,}105 \,\square$ F.

457. Den Mantel eines schiefen Cylinders aus der Axe $a =$ $9{,}84$ F. und der Peripherie $P = 96{,}8256$ F. eines auf die Axe senkrecht gelegten Querschnittes zu berechnen.

Aufl. $aP = 952{,}763904 \,\square$ F.

458. Ein Cylinderhuf oder hufförmiger Cylinderabschnitt heißt ein Theil eines Cylinders, welcher durch eine schief gegen dessen Grundfläche gerichtete Ebene von demselben so abgeschnitten ist, daß die Schnittebene einen Punkt oder eine gerade Linie mit der Grundfläche gemein hat, der Körper also von der Schnittebene, der ganzen Grundfläche oder einem Segmente derselben und von einem Theile des Cylindermantels begränzt wird. Derjenige Theil der Grundfläche und des Mantels des Cylinders, welcher den



Cylinderhuf begränzt, wird entsprechend dessen Grundfläche und Mantel genannt. Fället man von demjenigen Punkte der schiefen Schnittebene, welcher der entfernteste von der Grundfläche ist, auf letztere eine Senkrechte, so heißt diese die Höhe des Hufes. In einem geraden Huf, d. h. einem solchen, der aus einem geraden Cylinder geschnitten ist, fällt die Höhe mit der größten Seitenlinie zusammen.

Es sei nun von einem geraden Cylinderhuf, dessen Grundfläche ein ganzer Kreis ist, die Höhe $BC = h = 2{,}5$ F. und der Radius der Grundfläche $AQ = r = 0{,}4$ F. gegeben; wie groß ist der Körperinhalt K und der Mantel M des Hufes?

Aufl. $K = \frac{1}{2} h r^2 \pi = 6{,}2831856$ C. F.

$M = h r \pi = 3{,}1415926 \;\square$ F.

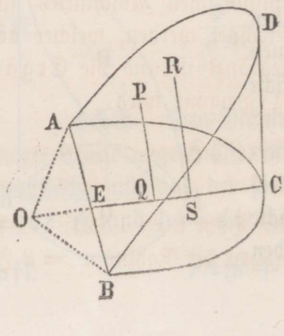
459. Für einen Cylinderhuf, wie der vorige ist, soll aus dem Durchmesser $d = 2{,}4$ F. der Grundfläche und aus der Axe, d. h. aus der auf die Grundfläche in ihrem Mittelpunkte senkrecht stehenden und bis zur Schnittebene verlängerten Geraden $a = 3{,}75$ F. der Körperinhalt K und der Mantel M berechnet werden.

Aufl. $K = \frac{a d^2 \pi}{4} = 169{,}646$ C. F.

$M = a d \pi = 28{,}2743334 \;\square$ F.

460. Eine gerade cylindrische Röhre hat die Radien $R = 4{,}01$ F. und $r = 3{,}99$ F. und ist so abgeschnitten, daß die Schnittfläche einen Punkt mit der größern Grundfläche gemein hat. Wenn die längste Seitenlinie des hufförmigen Abschnittes $s = 5$ F. mißt; welches ist dessen körperlicher Inhalt?

Aufl. $\frac{1}{2} s \pi (R^2 - r^2) = 1{,}256637$ C. F.



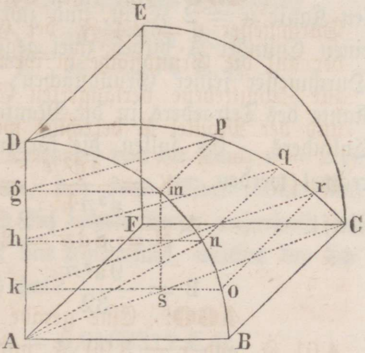
461. Es soll der körperliche Inhalt eines geraden Cylinderhufes ABCD aus folgenden Angaben berechnet werden. Die Basis ist ein Kreisabschnitt ACB, dessen Sehne $AB = s = 1{,}4142136$ F. lang ist, und die Gerade PQ, welche die Schwerpunkte der Durchschnittsfläche und der Basis verbindet, mißt $p = 0{,}205707$ F. und steht um das Stück OQ $= m = 0,8258717$ F. von dem Mittelpunkte O des Kreises ab, welchem das Segment ACB angehört.

Aufl. $\dfrac{ps^3}{12m} = 0,587084$ C. F.

462. Ein Kreisabschnitt ACB (Fig. 461) vom Radius $r = 1$ F. und der Sehne $s = 1,4142136$ F. bildet die Grundfläche eines geraden Cylinderhufes, in welchem die Gerade RS, welche die Schwerpunkte der krummen Linie ADB und des Kreisbogens ACB mit einander verbindet, die Länge $q = 0,334649$ F. hat und mit ihrem Fußpunkte um das Stück OS $= n = 0,9003164$ F. von dem Centrum des Kreises absteht. Wie groß ist die Mantelfläche des Cylinderhufes?

Aufl. $\dfrac{rsq}{n} = 0,5256653$ □ F.

463. Es sei der Viertelkreis ABD, dessen Radius AB $=$ 3,2705 F. ist, die Grundfläche eines geraden Cylinderausschnittes. Wenn dieser Körper von einer durch den Punkt C der einen Seitenkante und durch den Radius AD gelegten Ebene geschnitten wird, wodurch ein Viertel-Cylinderabschnitt CDAB entsteht, und wenn die Höhe des Schnittes BC$=27,86376$ F. gegeben ist; welchen Flächeninhalt hat der von der Kante BC, der krummen Linie CD und dem Bogen BD begränzte Mantel des Abschnittes?



Aufl. AB . BC $= 91,12843$ □ F.

464. Aus der in der vorigen Nummer gegebenen Höhe BC $= h$ und dem Grundflächenradius AB $= r$ des cylindrischen Abschnittes soll die krumme Oberfläche des Körpers AFCDE berechnet werden, welcher von einer krummen und vier ebenen Seitenflächen begränzt ist und die Ergänzung des Viertel-Cylinderabschnittes genannt wird.

Aufl. $rh\left(\dfrac{\pi}{2} - 1\right) = 52,01577$ □ F.

465. Ein gerader Cylinderhuf von der Höhe $h = 1,5219171$ F. hat zur Grundfläche einen Kreisabschnitt, für welchen der Radius $r = 3$ F., der Bogen $b = 4{,}7123889$ F., die Sehne $s = 4{,}2426408$ F., endlich die Höhe, d. h. das Stück des Radius von der Mitte des Bogens bis an die Sehne desselben $a = 0{,}8786796$ F. gegeben sind. Es soll die krumme Oberfläche des Cylinderhufes gefunden werden.

Aufl. $$h\left[b - \frac{r}{a}(b - s)\right] = 4{,}730979 \;\square\; \text{F.}$$

466. Aus den in der vorhergehenden Aufgabe gegebenen Bestimmungsstücken eines geraden Cylinderhufes dessen körperlichen Inhalt zu finden.

Aufl. $$\frac{h}{2a}\left[s\left(r^2 - \frac{s^2}{12}\right) - br\left(r - a\right)\right] = 15{,}85117 \text{ C. F.}$$

467. Durch die vier Ecken eines regelmäßigen Tetraeders, dessen Kante $a = 2$ F. ist, sind zwei verschiedene Cylinder gelegt. Bei dem einen Cylinder A bilden zwei gegenüberstehende Kanten des Tetraeders die Durchmesser seiner Grundflächen; bei dem andern Cylinder B fällt eine Kante des Tetraeders in die Mantelfläche und bildet zugleich die Höhe des Cylinders. Es sollen die körperlichen Inhalte der beiden Cylinder berechnet werden.

Aufl. $$A = \frac{a^3\pi}{8}\sqrt{2} = 4{,}442883 \text{ C. F.}$$
$$B = \frac{9a^3\pi}{32} = 7{,}068583 \text{ C. F.}$$

468. Die Pheripherieen der Grundflächen eines Cylinders berühren die sechs Seitenflächen eines Würfels in ihren Mittelpunkten. Wenn die Kante des Würfels $a = 1{,}8171206$ F. ist; welchen Körperinhalt hat der Cylinder?

Aufl. $$\frac{a^3\pi}{6\sqrt{3}} = 0{,}9090532 \text{ C. F.}$$

469. Die Kante eines Würfels ist $a = 6$ F.. In diesem Würfel und um denselben sind zwei gerade Cylinder so construirt, daß ihre krumme Oberfläche nur durch sechs Ecken des Würfels geht und zwei Würfelecken in der Peripherie jeder ihrer beiden Grundflächen liegen. Wie groß sind die Inhalte der beiden Cylinder?

Aufl. $$\tfrac{3}{8}a^3\pi\sqrt{2} = 359{,}8735 \text{ C. F.}$$
$$\tfrac{2}{9}a^3\pi\sqrt{3} = 261{,}1871 \text{ C. F.}$$

470. Ein regelmäßiges Tetraeder ist durch seine Kante a = 1,4422496 F. gegeben. In demselben ist ein Cylinder von quadratischem Axendurchschnitt so construirt, daß seine untere Grundfläche in der des Tetraeders liegt, während die Peripherie der obern Grundfläche die drei Seitenflächen des Tetraeders berührt. Welches Volumen hat der Cylinder?

Aufl. $\frac{a^3\pi}{3}\left(\frac{5}{\sqrt{3}}-\frac{7}{\sqrt{6}}\right) = 0{,}09115$ C. F.

471. In einem regelmäßigen Tetraeder von der Kante a = 4,578857 F. ist ein gerader Cylinder so construirt, daß die Ebenen der Grundflächen beider Körper zusammenfallen und die Peripherie der obern Grundfläche des Cylinders die drei Seitenflächen des Tetraeders berührt. Wenn die Mantelfläche des Cylinders gleich ist dem in eine Tetraederfläche eingeschriebenen Kreise; wie groß ist der Körperinhalt des Cylinders?

Aufl. $\frac{a^3\pi}{96\sqrt{3}}\left(1 \pm \sqrt{1-\sqrt{\tfrac{1}{2}}}\right) = \begin{cases} 2{,}795421 \text{ C. F.} \\ 0{,}832176 \text{ C. F.} \end{cases}$

472. Durch ein regelmäßiges Tetraeder von der Kante a = 2 F. ist ein gerader Cylinder so durchgeschoben, daß seine Mantelfläche fünf Kanten des Tetraeders berührt, während die sechste Kante außerhalb der Mantelfläche liegen bleibt. Wie groß ist das Körperstück, welches der Cylinder mit dem Tetraeder gemeinschaftlich hat?

Aufl. $\frac{a^3\pi}{8}(3\sqrt{3}-5) = 0{,}6162312$ C. F.

473. In einem regelmäßigen Octaeder ist ein gerader Cylinder so construirt, daß er mit seiner Mantelfläche vier Octaederflächen, und mit den Peripherieen seiner Grundflächen die übrigen vier Octaederflächen berührt. Wenn die Kante des Octaeders a = 1,8171206 F. mißt; welches Volumen hat der Cylinder?

Aufl. $\frac{a^3\pi}{6}(1-\sqrt{\tfrac{1}{3}}) = 1{,}327794$ C. F.

474. Ein regelmäßiges Octaeder ist durch seine Kante a = 1,4422496 F. gegeben. Es wird durch dasselbe parallel zu zwei gegenüberstehenden Kanten ein möglichst großer Cylinder hindurchgeschoben, so daß er also die vier in diesen beiden Kanten zusammentreffenden Octaederflächen berührt. Wie groß ist das Stück, welches der Cylinder aus dem Octaeder herausschneidet?

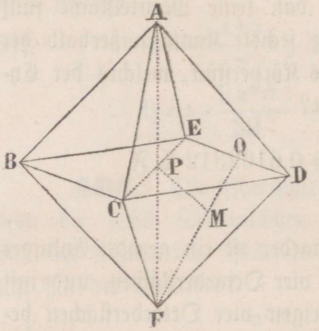
Aufl. $$\frac{a^3}{3}\left(\frac{\pi}{2}-\frac{2}{3\sqrt{3}}\right) = 1{,}1858962 \text{ C. F.}$$

475. Ein gerader Cylinder ist mit einem regelmäßigen Octaeder so verbunden, daß die sechs Ecken des Octaeders in den Peripherieen der Grundflächen des Cylinders liegen. Wenn die Kante des Octaeders $a = 2{,}0800837$ F. lang ist; wie groß ist der Cylinder?

Aufl. $$\frac{2a^3\pi}{3\sqrt{6}} = 7{,}6953 \text{ C. F.}$$

476. Innerhalb eines regelmäßigen Octaeders befindet sich ein Cylinder von solcher Lage, daß die Peripherieen seiner Grundflächen die acht Seitenflächen des Octaeders in ihren Schwerpunkten berühren. Aus der Kante $a = 3$ F. des Octaeders soll der körperliche Inhalt des Cylinders gefunden werden.

Aufl. $$\frac{a^3\pi}{27}\sqrt{2} = 4{,}442883 \text{ C. F.}$$



477. In einem regelmäßigen Octaeder, welches die Kante $a = 2{,}5198421$ F. hat, sind zwei Cylinder construirt, deren Axen gemeinschaftlich auf der Diagonale AF des Octaeders liegen. Die Peripherieen der Grundflächen des einen Cylinders X sind durch die Mitten derjenigen Höhenperpendikel in den Octaederflächen gelegt, welche von den Ecken A und F ausgehen, während die des andern Cylinders Y durch die Mitten der acht Höhenperpendikel der Seitenflächen gehen, welche von den Ecken B und D aus gezogen sind. Der erste Cylinder berührt demnach mit den Peripherieen seiner Grundflächen die Octaederflächen, der andere durchschneidet sie. Welches sind die Körperinhalte der beiden Cylinder?

Aufl. $$X = \frac{a^3\pi}{16\sqrt{2}} = 2{,}221441 \text{ C. F.}$$

$$Y = \frac{5a^3\pi}{64\sqrt{2}} = 2{,}776802 \text{ C. F.}$$

Stereometrische
Aufgaben

nebst ihren Auflösungen,

für den Gebrauch in höheren Lehranstalten

bearbeitet

von

Dr. **Carl Hechel.**

Zweites Heft.

Verlag von Franz Kluge in Reval.
1866.

Von der Censur erlaubt. — Riga, den 28. Januar 1866.

H. Schnakenburgs litho- und typographische Anstalt, Riga.

Vorwort.

In scientiis addiscendis exempla plus prosunt quam praecepta.
Newton.

Obschon die große Bedeutung der Stereometrie für den höhern Schulunterricht immer mehr anerkannt wird und die beständige Verbindung der praktischen Uebung mit der Wissenschaft das wesentlichste Förderungsmittel jedes mathematischen Unterrichts bildet, so macht sich doch selbst unter den zahlreichen neueren Werken, welche die weitere Entwickelung und Vervollkommnung der Körperlehre und ihrer Methode zu fördern suchen, ebenso in der deutschen wie in der französischen und englischen Literatur der Mangel einer Sammlung stereometrischer Aufgaben bemerkbar, die sich in Bezug auf Vollständigkeit, systematische Anordnung und wissenschaftliche Darstellung mit der großen Menge jener zum Theil trefflichen Uebungsbücher vergleichen ließe, die für das Gebiet der ebenen Geometrie und der Algebra schon längst der lernenden Jugend zu Gebote stehen. Diese Wahrnehmung und die vor einigen Jahren vielfach in deutschen pädagogischen und mathematischen Zeitschriften gegebene Anregung zur Abfassung einer größern Aufgabensammlung für die Stereometrie bestimmten den Verfasser, seine ursprünglich blos für die Zwecke der eigenen

Vorträge während einer längern Reihe von Jahren zusammengestellten calculativen Aufgaben einer neuen Durchsicht zu unterwerfen und nach bestimmten, dem üblichen Lehrgange in der Stereometrie entsprechenden Abschnitten geordnet der Oeffentlichkeit zu übergeben, indem er hoffte, damit eine wesentliche Lücke in der mathematischen Schulliteratur ausfüllen zu können. Zur Vervollständigung und Erweiterung der eigenen Arbeit wurden von ihm nicht blos die älteren Beispielsammlungen, sondern auch viele größere Werke über die Stereometrie, ferner manche in mathematischen Zeitschriften enthaltenen Aufsätze und insbesondere diejenigen Programme der Gymnasien und Realschulen Deutschlands zu Rathe gezogen und benutzt, welche die bei Abiturienten-Prüfungen gestellten mathematischen Aufgaben enthielten. Die Grundsätze, welche dabei den Verfasser stets geleitet haben, vereinigten sich in dem Bestreben, seiner Arbeit nicht blos eine für jeden Lehrcursus ausreichende, alle Abschnitte der Stereometrie gleichermaßen umfassende Vollständigkeit und durch die Aufnahme eines reichhaltigen Stoffes aus der Physik, Mechanik, Geodäsie und Astronomie größere Abwechselung und Mannigfaltigkeit zu geben, sondern auch die meisten Aufgaben in einer solchen Fassung vorzutragen, daß ihre Lösung durch keine blos mechanische Anwendung der geometrischen Sätze erreichbar wäre, vielmehr eine vollständige, selbstbewußte Auffassung derselben, ein tieferes geistiges Eindringen in das jedesmalige Problem und damit stets das eigene Denken und Sinnen erforderlich machte.

In jedem Abschnitte ist ein stufenmäßiger Fortschritt von den einfacheren und leichteren Aufgaben zu den schwierigeren beobachtet worden, so daß manche der letzteren schon eine vollkommene Vertrautheit mit allen Theilen der ebenen und körperlichen Geometrie und eine größere praktische Gewandtheit in der Rechnung voraussetzen. Durch diese Vereinigung verschiedener, höheren und niederen Lehrcursen angehöriger Aufgaben wurde es nicht weniger als durch die stete Berücksichtigung der ganzen bisherigen Literatur erreicht, daß sich hier in mehr als tausend Nummern die mannigfaltigsten Combinationen körperlicher Gebilde behandelt finden und keine Aufgabe desselben Sinnes mehr als ein Mal wiederkehrt, indem etwa nur das Zahlenbeispiel dabei eine Aenderung erfahren hätte, daher denn auch die in allgemeinen Größen gegebenen Lösungen die Sammlung zugleich zum vollständigsten Formelbuche machen dürften, welches vielleicht je für die Stereometrie verfaßt worden ist. Jede Aufgabe ist mit einem Zahlenbeispiel versehen, dessen Resultat mittels siebenstelliger Logarithmentafeln genau berechnet und wiederholt geprüft wurde. Zur Vermeidung weitläufiger und ermüdender Rechnungen, die nur die Geduld, nicht das Nachdenken des Lesers in Anspruch nehmen können, sind unter Anderem innerhalb jeder Aufgabe sämmtliche Bestimmungsstücke nur durch eine und dieselbe Längeneinheit und deren Theile ausgedrückt, so daß Reductionen überhaupt gar nicht nöthig werden und das Uebertragen einer Aufgabe auf das örtliche Maßsystem und das Anschließen derselben an den jedesmaligen Gebrauch des bürgerlichen Lebens mit leichter Mühe bewerkstelligt werden kann. — Die zahlreichen dem Texte eingereihten Figuren haben den Zweck, den Sinn der schwierigeren Aufgaben zu erläutern und die bei ihrer Lösung erforderlichen Zeichnungen zu ersetzen; sie sind zugleich mit den nöthigen Hilfslinien versehen, um dadurch den oft nicht leicht zu findenden Weg anzudeuten, der zur Erreichung des Zieles eingeschlagen werden muß, wie auch von der Verlagsbuchhandlung nichts verabsäumt worden ist, was überhaupt für den bequemen Gebrauch und die äußere Ausstattung des Buches hätte förderlich sein können.

Der Verfasser erlaubt sich, hier auf die von ihm herausgegebenen Compendien der Planimetrie und Stereometrie und auf seine Lehrbücher der analytischen Geometrie und der Trigonometrie aufmersam zu machen, theils weil die vorliegende Sammlung sich vielfach an jene

Werke anschließt, theils weil jedes der letzteren zugleich eine namhafte Anzahl von Uebungsaufgaben enthält, die nach gleichen Grundsätzen bearbeitet derselben ergänzend zur Seite stehen. Uebrigens soll dem vorliegenden Werke alsbald ein ähnliches für die trigonometrische Körperlehre und ein Commentar nachfolgen, welcher für den Gebrauch des Lehrers und für den Selbstunterricht bestimmt, die nöthigen Andeutungen zur Lösung der schwierigeren Aufgaben und solche zur Anwendung gekommene Lehrsätze enthalten wird, die sich bisher nur zerstreut in der mathematischen Literatur antreffen lassen.

Indem schließlich der Verfasser den Wunsch ausspricht, daß seine Arbeit, der er während mehrerer Jahre freudig und gern Sorgfalt und Mühe zugewendet hat, bei allen Lehrern und Freunden der Mathematik eine geneigte Aufnahme finden möge, bittet er seine Leser um gütige Mittheilung der von ihnen etwa bemerkten Fehler, die sich entweder, wie so leicht bei derartigen Arbeiten geschehen kann, in die Rechnung eingeschlichen, oder durch den Druck erzeugt der Correctur entzogen haben.

Riga im Januar 1866.

Inhalt.

IX. Kegel.

478. Aus der Höhe $h = 6$ F. und dem Radius $r = 8$ F. der Grundfläche eines geraden Kegels den Inhalt K und die gesammte Oberfläche O desselben zu finden.

Aufl. $K = \frac{1}{3} h r^2 \pi = 402{,}1239$ C. F.

$$O = r\pi\left(r + \sqrt{h^2 + r^2}\right) = 452{,}3893 \;\square\; \text{F.}$$

479. Der Radius $r = 1{,}5$ F. der Grundfläche und die Seitenlinie $s = 3{,}9$ F. eines geraden Kegels sind gegeben; wie groß ist sein körperlicher Inhalt K und seine gesammte Oberfläche O?

Aufl. $K = \frac{r^2\pi}{3}\sqrt{s^2 - r^2} = 8{,}482302$ C. F.

$$O = r\pi(r + s) = 25{,}4469 \;\square\; \text{F.}$$

480. Die Höhe h und den körperlichen Inhalt K eines geraden Kegels aus der Gesammtoberfläche $a = 18{,}09557 \;\square$ F. und dem Radius $r = 1{,}6$ F. der Grundfläche zu berechnen.

Aufl. $h = \frac{\sqrt{a(a - 2r^2\pi)}}{r\pi} = 1{,}2$ F.

$$K = \frac{r}{3}\sqrt{a(a - 2r^2\pi)} = 3{,}21699 \text{ C. F.}$$

481. Der Axendurchschnitt eines geraden Kegels bildet ein gleichseitiges Dreieck von der Seite $a = 5{,}2$ F.; man soll die ganze Oberfläche O und den körperlichen Inhalt K des Kegels berechnen.

Aufl. $O = \frac{3a^2\pi}{4} = 63{,}71151 \;\square$ F.

$$K = \frac{a^3\pi}{8\sqrt{3}} = 31{,}87933 \text{ C. F.}$$

482. Der körperliche Inhalt eines Kegels, in welchem jeder Axendurchschnitt ein gleichseitiges Dreieck bildet, ist gegeben a = 18,2 C. F.; wie groß ist der Radius r der Basis und die Höhe h des Kegels?

Aufl. $$r = \sqrt[3]{\frac{a\sqrt{3}}{\pi}} = 2{,}156886 \text{ F.}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{9a}{\pi}} = 3{,}735838 \text{ F.}$$

483. Aus der Höhe h = 8 F. eines Kegels, in welchem alle Axenschnitte gleichseitige Dreiecke geben, den Körperinhalt K und den Mantel M desselben zu finden.

Aufl. $$K = \tfrac{1}{9}\pi h^3 = 178{,}72172 \text{ C. F.}$$

$$M = \tfrac{2}{3}\pi h^2 = 134{,}0412 \,\square\, \text{F.}$$

484. Aus der Seitenlinie a = 6 F. eines gleichseitigen Kegels soll sein körperlicher Inhalt K und seine gesammte Oberfläche O berechnet werden.

Aufl. $$K = \frac{a^3\pi}{8\sqrt{3}} = 48{,}97259 \text{ C. F.}$$

$$O = \frac{3a^2\pi}{4} = 84{,}823 \,\square\, \text{F.}$$

485. Wenn ein Kegel von der Höhe h = 3 F. und dem Inhalte a = 10 C. F. angefertigt werden soll; wie groß muß sein Durchmesser genommen werden?

Aufl. $$2\sqrt{\frac{3a}{h\pi}} = 3{,}568248 \text{ F.}$$

486. Den Körperinhalt K und die Gesammtoberfläche O eines geraden Kegels aus der Seitenlänge s = 3,9 F. und dem Umfange p = 9,42 F. der Grundfläche des Kegels zu berechnen.

Aufl. $$K = \frac{p^2}{24\pi^2}\sqrt{4s^2\pi^2 - p^2} = 8{,}474447 \text{ C. F.}$$

$$O = \frac{p}{2}\left(s + \frac{p}{2\pi}\right) = 25{,}43042 \,\square\, \text{F.}$$

487. Welchen Körperinhalt hat ein gerader Kegel, wenn seine gesammte Oberfläche $a = 101{,}7218$ □ F. enthält und der Umfang der Grundfläche $p = 18{,}84$ F. mißt?

Aufl. $$\frac{p}{6\pi}\sqrt{a\left(a - \frac{p^2}{2\pi}\right)} = 67{,}79559 \text{ C. F.}$$

488. Den Inhalt eines geraden Kegels aus seinem Mantel $m = 165{,}312$ □ F. und dem Durchmesser $d = 9$ F. der Grundfläche zu berechnen.

Aufl. $$\frac{d^2\pi}{12}\sqrt{\left(\frac{2m}{d\pi}\right)^2 - \frac{d^3}{4}} = 228{,}8711 \text{ C. F.}$$

489. Wenn das Volumen eines geraden Kegels $a = 28{,}60888$ C. F. beträgt und der Radius der Grundfläche $r = 2{,}25$ F. lang ist; wie groß ist die ganze Oberfläche des Kegels?

Aufl. $$r\pi\left[r + \sqrt{\left(\frac{3a}{\pi r^2}\right)^2 + r^2}\right] = 57{,}23242 \text{ □ F.}$$

490. Wenn sich ein Quadrat von der Seite $a = 3$ F. um seine Diagonale wie um eine feste Axe herumdreht; welchen Körperinhalt K und welche Oberfläche O hat der dadurch erzeugte Körper?

Aufl. $$K = \frac{a^3\pi}{3\sqrt{2}} = 19{,}99297 \text{ C. F.}$$

$$O = a^2\pi\sqrt{2} = 39{,}98594 \text{ □ F.}$$

491. Die Seiten eines Dreiecks sind gegeben $a = 25$ F., $b = 29$ F., $c = 36$ F., also ist auch ihre halbe Summe s bekannt. Wenn das Dreieck um die Seite c wie um eine feste Axe rotirt; wie groß ist der dadurch entstehende Doppelkegel?

Aufl. $$\frac{4\pi s}{3c}(s - a)(s - b)(s - c) = 15079{,}64 \text{ C. F.}$$

492. Es ist die Höhe eines Kegels $h = 4{,}336159$ F. und der Durchmesser $d = 2{,}4474706$ F. seiner Grundfläche gegeben; wie groß ist die Kante eines Würfels, welcher mit dem Kegel gleichen Rauminhalt hat?

Aufl. $$\sqrt[3]{\frac{d^2h\pi}{12}} = 1{,}894536 \text{ F.}$$

493. Welchen Durchmesser hat ein Kegel von a = 821,633 C. F., wenn seine Höhe dem Umfange der Grundfläche gleich ist?

Aufl. $$\sqrt[3]{\frac{12\,a}{\pi^2}} = 9{,}99662 \text{ F.}$$

494. Aus dem Körperinhalt a = 84,78 C. F. eines geraden Kegels und dem Verhältnisse seiner Höhe zur Seitenlinie m : n = 4 : 5 soll der Durchmesser der Grundfläche gefunden werden.

Aufl. $$2\sqrt[3]{\frac{3\,a}{m\,\pi}\sqrt{n^2 - m^2}} = 7{,}860894 \text{ F.}$$

495. Den Durchmesser der Grundfläche eines Kegels von der Höhe $h = 3\frac{3}{13}$ F. zu finden, der gleichen Inhalt mit einem geraden a = 4 F. langen und b = 0,87 dicken Cylinder hat.

Aufl. $$b\sqrt{\frac{3\,a}{h}} = 1{,}676705 \text{ F.}$$

496. Das Verhältniß des Körperinhaltes eines quadratischen Cylinders zu dem eines gleichseitigen Kegels anzugeben, wenn beide Körper gleiche Gesammtoberfläche haben?

Aufl. $$\sqrt{\frac{3}{2}} = 1{,}2247448.$$

497. Welches ist das Verhältniß der Gesammtoberfläche eines quadratischen Cylinders zu der eines gleichseitigen Kegels, wenn beide Körper denselben Körperinhalt haben?

Aufl. $$\sqrt[3]{\frac{2}{3}} = 0{,}8735805.$$

498. Den Inhalt desjenigen Kegels zu bestimmen, welcher gleiche Grundfläche und Höhe mit einem geraden Cylinder hat, dessen Mantel m = 94,2478 □ F. und dessen Höhe h = 6 F. gegeben ist.

Aufl. $$\frac{m^2}{12\,h\,\pi} = 39{,}26991 \text{ C. F.}$$

499. Wenn ein Kegel von $a = 6{,}8$ C. F. angefertigt werden soll, in welchem sich der Durchmesser d der Grundfläche zur Höhe h verhält wie $m = 0{,}42335$ zu $n = 0{,}750045$; wie groß muß die Höhe und der Durchmesser genommen werden?

Aufl. $$h = \sqrt[3]{\frac{12 a n^2}{\pi m^2}} = 4{,}336159 \text{ F.}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{12 a m}{\pi n}} = 2{,}4474706 \text{ F.}$$

500. Der Mantel eines geraden Kegels enthält $m = 240 \square$ F. und seine Grundfläche $b = 80 \square$ F.; wie groß ist die Höhe h und der Inhalt K des Kegels?

Aufl. $$h = \sqrt{\frac{m^2 - b^2}{b\pi}} = 14{,}27299 \text{ F.}$$

$$K = \sqrt{\frac{(m^2 - b^2) b}{9\pi}} = 380{,}613 \text{ C. F.}$$

501. Wenn die gesammte Oberfläche eines geraden Kegels $a = 80 \square$ F. und die Mantelfläche $m = 60 \square$ F. beträgt; wie groß ist der Inhalt des Kegels?

Aufl. $$\frac{1}{3}\sqrt{\frac{a}{\pi}(a - m)(2m - a)} = 47{,}37663 \text{ C. F.}$$

502. Wie groß ist ein gerader Doppelkegel, wenn des einen Kegels Seitenlinie $b = 20$ F. und Axe $a = 16$ F., des andern Kegels Seitenlinie $c = 15$ F. beträgt?

Aufl. $$\frac{\pi}{3}(b^2 - a^2)(a + \sqrt{a^2 + c^2 - b^2}) = 3769{,}91112 \text{ C. F.}$$

503. Zwei gerade Kegel haben gleiche Höhe $h = 10$ F.; der Radius des einen beträgt $R = 5$ F. und der Radius des andern $r = 4$ F.. Man soll den Unterschied 1) ihrer Inhalte, 2) ihrer krummen Oberflächen angeben.

Aufl. 1) $$\frac{h\pi}{3}(R^2 - r^2) = 94{,}247778 \text{ C. F.}$$

2) $$\pi\left(R\sqrt{R^2 + h^2} - r\sqrt{r^2 + h^2}\right) = 40{,}2764 \square \text{ F.}$$

504. Der Durchmesser eines geraden Kegels sei gleich $a = 3{,}6$ F. und seine Höhe $h = 10{,}3$ F.; wie groß ist die Seitenlinie eines ihm ähnlichen, aber $n = 4$ Mal größern Kegels?

Aufl. $$\tfrac{1}{2}\sqrt{a^2 + 4h^2}\,\sqrt[3]{n} = 16{,}59801 \text{ F.}$$

505. Wenn sich ein gerader Kegel dem Inhalte nach zu einem ähnlichen Kegel so verhält, wie $m = 1{,}7836$ zu $n = 0{,}4459$; welches ist das Verhältniß der krummen Oberfläche des ersten Kegels zu der des zweiten?

Aufl. $$\sqrt[3]{\frac{m^2}{n^2}} = 2{,}5198421.$$

506. Das Verhältniß des Inhaltes eines Kegels zum Inhalte eines ähnlichen Kegels anzugeben, wenn die Gesammtoberfläche des ersten zu der des zweiten sich verhält wie $m = 2{,}0800837$ zu $n = 1{,}4422496$.

Aufl. $$\sqrt{\frac{m^3}{n^3}} = 1{,}7320508.$$

507. Aus einem Kegel von $a = 512$ C. F. Inhalt, dessen Radius $\frac{1}{n} = \frac{1}{3}$ seiner Höhe beträgt, ist ein ihm ähnlicher Kegel herausgeschnitten. Wenn die Breite des dadurch entstandenen Kreisringes $b = 1$ F. beträgt; welches ist der Inhalt des kleinern Kegels?

Aufl. $$\frac{n\pi}{3}\left(\sqrt[3]{\frac{3a}{n\pi}} - b\right)^3 = 279{,}1377 \text{ C. F.}$$

508. Ein gerader Kegel von $h = 16{,}386819$ F. Höhe ist so ausgehöhlt, daß die Höhlung einen ihm ähnlichen Kegel bildet, und die Differenz der Grundflächenradien beider Kegel $d = 1$ F. beträgt. Wenn die körperliche Masse des Hohlkegels $a = 232{,}8623$ C. F. ausmacht; wie groß ist sein Radius?

Aufl. $$\frac{a + d^2h\pi + \sqrt{a^2 + 2ad^2h\pi + \frac{1}{3}d^4h^2\pi^2}}{2dh\pi} = 5{,}462265 \text{ F.}$$

509. Es sollen zwei Kegel von gleicher Höhe $h = 7$ F. verfertigt werden, deren Grundflächen sich zu einander wie $m = 3$ zu $n = 13$

verhalten. Wenn beide Kegel zusammen den körperlichen Inhalt a = 7 C. F. haben; welche Durchmesser müssen ihre Grundflächen erhalten?

Aufl.
$$2\sqrt{\frac{3am}{h\pi(m+n)}} = 0{,}846284 \text{ F.}$$
$$2\sqrt{\frac{3an}{h\pi(m+n)}} = 1{,}761682 \text{ F.}$$

510. Drei Kegel haben die nämliche Grundfläche b = 0,84 □ F. und enthalten zusammen a = 3 C. F.. Wie groß sind ihre Höhen, wenn sich diese wie die Zahlen m = 18, n = 20, p = 27 zu einander verhalten?

Aufl.
$$\frac{3am}{b(m+n+p)} = 2{,}9670318 \text{ F.}$$
$$\frac{3an}{b(m+n+p)} = 3{,}2967020 \text{ F.}$$
$$\frac{3ap}{b(m+n+p)} = 4{,}4505477 \text{ F.}$$

511. Es sollen über derselben Grundfläche, deren Radius r = 1,551264 F. ist, drei Kegel construirt werden, deren Höhen zu einander ein gegebenes Verhältniß m : n : p = 1,35 : 1 : 0,9 und deren Inhalte eine gegebene Summe a = 81 C. F. haben. Wie groß sind die Höhen der Kegel?

Aufl.
$$\frac{3am}{\pi r^2(m+n+p)} = 13{,}35164 \text{ F.}$$
$$\frac{3an}{\pi r^2(m+n+p)} = 9{,}89011 \text{ F.}$$
$$\frac{3ap}{\pi r^2(m+n+p)} = 8{,}90109 \text{ F.}$$

512. Von zwei geraden Kegeln A und B verhalten sich die Radien der Grundflächen wie m = 0,5656854 zu n = 0,4472136. Die Mantelfläche von A ist gleich der halben Grundfläche von B, und umgekehrt, die Mantelfläche von B ist gleich der halben Grundfläche von A. In welchem Verhältnisse steht der körperliche Inhalt von A zu dem von B?

Aufl.
$$\frac{m}{n}\sqrt{\frac{4n^4-m^4}{4m^4-n^4}} = 0{,}49935.$$

513. Man hat drei gerade Kegel von gleicher Höhe. Der zweite ist $a = 195{,}8903$ C. F. groß und hat zum Radius seiner Grundfläche die Seitenlinie des ersten Kegels. Der dritte Kegel enthält $b = 146{,}9177$ C. F. und sein Durchmesser ist das Doppelte seiner Höhe. Wie groß ist der erste Kegel?

Aufl. $a - b = 48{,}9726$ C. F.

514. Es soll der Körperinhalt eines geraden Kegels berechnet werden, dessen gesammte Oberfläche $F = 113{,}1073$ □ F. enthält und dessen Seitenlinie $a = 5$ F. ist.

Aufl. $\left[\frac{a\pi}{6}\left(a - \sqrt{\frac{4F}{\pi} + a^2}\right) + \frac{F}{3}\right]\sqrt{\frac{a}{2}\left(a + \sqrt{\frac{4F}{\pi} + a^2}\right) - \frac{F}{\pi}}$
$= 50{,}26548$ C. F.

515. Die Mantelfläche eines geraden Kegels ist $m = 102{,}32$ □ F. und seine Höhe $h = 4$ F.; wie groß ist der Mantel eines geraden Cylinders, welcher dieselbe Grundfläche und Höhe wie der Kegel hat?

Aufl. $2\pi h \sqrt{-\frac{h^2}{2} + \sqrt{\frac{m^2}{\pi^2} + \frac{h^2}{4}}} = 124{,}7323$ □ F.

516. Der Körperinhalt und die krumme Oberfläche eines geraden Cylinders von der Höhe $h = 15$ F. sind entsprechend $m = 5$ Mal und $n = 2$ Mal größer als der Körperinhalt und die krumme Oberfläche eines gleich hohen Kegels. Man soll den Radius R des Cylinders und den Radius r des Kegels bestimmen.

Aufl. $R = h\sqrt{\frac{m}{3}\left(\frac{4m}{3n^2} - 1\right)} = 15{,}811388$ F.

$r = h\sqrt{\frac{4m}{3n^2} - 1} = 12{,}247448$ F.

517. Wenn bei dem Messen von Korn mit einem cylindrischen Maße letzteres nicht gestrichen, sondern möglichst hoch gehäuft wird, so faßt dasselbe desto mehr, je größer sein Durchmesser ist, da der Haufen ziemlich genau einem geraden Kegel gleich kommt, dessen Durchmesser dem Durchmesser des Maßes, und dessen Höhe dem Halbmesser desselben gleich ist.

Wie viel beträgt unter dieser Voraussetzung der Unterschied der Uebermaße bei zwei cylindrischen Gefäßen, von welchen das eine den Durchmesser $D = 30$ Zoll, das andere den Durchmesser $d = 21{,}5$ Zoll hat?

Aufl. $\frac{\pi}{24}(D^3 - d^3) = 2233{,}36$ C. Z.

518. Ein schiefer Kegel enthält $a = 149{,}52$ C. F., sein Durchmesser ist $d = 6$ F. und seine größte Seitenlinie $s = 20$ F. lang. Man soll die kleinste Seitenlinie finden.

Aufl. $\sqrt{d^2 + s^2 - 2d\sqrt{s^2 - \left(\frac{12a}{\pi d^2}\right)^2}} = 17{,}02522$ F.

519. Aus der Axe eines schiefen Kegels $a = 7$ F., seiner Höhe $h = 5{,}3$ F. und seiner größten Seitenlinie $s = 8{,}45$ F., die kleinste Seitenlinie und das Volumen des Kegels zu finden.

Aufl. $2\sqrt{a^2 - h^2 + \frac{1}{4}s^2 - \sqrt{(a^2 - h^2)(s^2 - h^2)}} = 5{,}88774$ F.

$\frac{\pi h}{3}\left[a^2 - 2h^2 + s^2 - 2\sqrt{(a^2 - h^2)(s^2 - h^2)}\right] = 22{,}389295$ C. F.

520. Wenn die Axe eines schiefen Kegels $a = 7$ F., die größte Seitenlinie $b = 12$ F. und die kleinste $c = 8$ F. beträgt; wie groß ist der Radius r und das Volumen K des Kegels?

Aufl. $r = \sqrt{\frac{1}{2}(b^2 + c^2) - a^2} = 7{,}4161985$ F.

$K = \frac{2}{3}r\pi\sqrt{s(s-a)(s-c)(s-r)} = 372{,}05$ C. F.

wenn $a + c + r = 2s$ gesetzt wird.

521. Die Höhe h und den Radius r der Grundfläche eines geraden Kegels zu berechnen, dessen Inhalt $a = 12{,}5$ C. F. und dessen gesammte Oberfläche $F = 45$ □ F. beträgt.

Aufl. $h = \frac{F^2 \pm \sqrt{F^4 - 72a^2\pi F}}{6a\pi} = 15{,}3186$ F. oder $1{,}870133$ F.

$r = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{F^2 \mp \sqrt{F^4 - 72a^2\pi F}}{\pi F}} = 0{,}8827357$ F. oder $2{,}52641$ F.

522. Die Höhe eines geraden Kegels beträgt $h = 12$ F. und der Radius der Grundfläche $r = 9$ F.. Man soll den Centriwinkel des

Kreisausschnittes berechnen, welcher zusammengerollt den Mantel des Kegels bildet.

Aufl. $$\frac{360\,r}{\sqrt{h^2+r^2}} = 216^0.$$

523. Es soll der Radius desjenigen Kreises angegeben werden, welcher dem Mantel eines geraden Kegels vom Inhalte $a = 178{,}7217$ C. F. und der Höhe $h = 8$ F. inhaltsgleich ist.

Aufl. $$\sqrt[4]{\frac{3a}{h\pi}\left(h^2+\frac{3a}{h\pi}\right)} = 6{,}531971 \text{ F.}$$

524. Es soll ein Kreis construirt werden von gleichem Flächeninhalte mit der Oberfläche eines geraden Doppelkegels, welcher das Volumen $a = 19{,}19297$ C. F. hat und aus zwei einander congruenten Kegeln vom Grundflächenradius $r = 2{,}1213204$ F. zusammengesetzt ist. Wie groß ist der Durchmesser des Kreises zu nehmen?

Aufl. $$2\sqrt[4]{4r^4+\frac{9a^2}{r^2\pi^2}} = 7{,}135242 \text{ F.}$$

525. In welchem Verhältnisse steht bei einem geraden Kegel der Radius der Grundfläche zur Höhe, wenn der Kreisausschnitt, in welche die Seitenfläche sich abwickeln läßt, den Centriwinkel $a = 9^0\,24'$ hat?

Aufl. $$\frac{a}{\sqrt{360^2-a^2}} = 0{,}02612002.$$

526. Wenn die in eine Ebene abgewickelte Seitenfläche eines geraden Kegels einen Viertelkreis bildet; in welchem Verhältnisse steht der Radius der Grundfläche zur Höhe des Kegels?

Aufl. $$\tfrac{1}{15}\sqrt{15} = 0{,}2581988.$$

527. Wenn sich in einem geraden Kegel der Durchmesser verhält zur Höhe wie $m = 6$ zu $n = 19$; wie groß ist der Centriwinkel des Kreisausschnittes, in welchen sich die Mantelfläche des Kegels abwickeln läßt?

Aufl. $$\frac{360\,m}{\sqrt{m^2+4n^2}} \text{ Grade} = 56^0\,8'\,47{,}508''.$$

528. Wenn ein Kreissector, dessen Centriwinkel $a = 144^0$ ist, zum Kegelmantel zusammengerollt, einen Kegel von dem Inhalte $K = 112$ C. F. geben soll; wie groß muß der Radius des Sectors sein?

Aufl. $360 \sqrt[3]{\frac{3K}{a^2\pi\sqrt{360^2 - a^2}}} = 9{,}001396$ F.

529. Den Inhalt eines geraden Kegels zu bestimmen, dessen Mantel einen Kreisausschnitt bildet, in welchem der Radius $r = 11{,}4$ F. und der Centriwinkel $a = 60^0\ 31'\ 48''$ beträgt.

Aufl. $\frac{a^2 r^3 \pi}{3 \,.\, 360^3}\sqrt{360^2 - a^2} = 43{,}23665$ C. F.

530. Ein Kreissector, dessen Bogen in Theilen des Radius $b = 1{,}0564478$ ist, bildet den Mantel eines geraden Kegels von $a = 345{,}8932$ C. F. Wie groß ist der Radius des Sectors?

Aufl. $2\sqrt[3]{\frac{3a\pi^2}{b^2\sqrt{4\pi^2 - b^2}}} = 22{,}8$ F.

531. Ein kegelförmiger Trichter hat den Inhalt $k = 1{,}432566$ C. F. und mißt in seiner obersten Weite $d = 1{,}2$ F.. Für den Kreissector, welcher zusammengerollt den Trichter erzeugt, soll der Radius r und der Centriwinkel a in Graden angegeben werden.

Aufl. $r = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{12k}{d^2\pi}\right)^2} = 3{,}847076$ F.

$a = \frac{360\,d^3\pi}{\sqrt{(d^3\pi)^2 + (24k)^2}} = 56,\ 14653$ Grade.

532. Die Gesammtoberfläche eines geraden Kegels zu berechnen, von welchem der Radius der Grundfläche $r = 4$ F. mißt, und die in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche einen Kreissextanten bildet.

Aufl. $7\pi r^2 = 351{,}85838$ □ F.

533. Es soll die ganze Oberfläche eines geraden Kegels berechnet werden, welcher $h = 7$ F. hoch ist und dessen in eine Ebene ausgebreitete Mantelfläche einen Octanten bildet.

Aufl. $\frac{h^2\pi}{7} = 21{,}9911489$ □ F.

534. Wie viel Blech ist zur Verfertigung eines geraden Hohlkegels erforderlich, dessen Durchmesser $d = 1{,}2$ F. und dessen Höhe $h = 3{,}8$ F. betragen soll, und wie groß ist der Winkel des Kreisausschnittes, welcher die krumme Fläche des Kegels giebt?

Aufl. $\frac{1}{4} d\pi(d + \sqrt{4h^2 + d^2}) = 8{,}382543 \square$ F.

$$\frac{180\,d}{\sqrt{h^2 + \frac{1}{4}d^2}} \text{ Grade} = 56^0\, 8'\, 47{,}472''.$$

535. Ein Kegel, dessen Höhe $h = 10$ F. und dessen Radius $r = 2{,}377642$ F. ist, soll durch einen der Grundfläche parallelen Schnitt halbiret werden. Wie groß ist 1) die Schnittebene, 2) ihr Abstand von der Grundfläche des Kegels?

Aufl. 1) $\frac{\pi r^2}{4} \sqrt[3]{16} = 11{,}18809 \square$ F.

2) $h(1 - \frac{1}{2}\sqrt[3]{4}) = 2{,}062995$ F.

536. Die Höhe $H = 16$ F. und der Radius $R = 3$ F. der Grundfläche eines Kegels sind gegeben. Man soll den Kegel durch einen der Grundfläche parallelen Schnitt so theilen, daß der Stumpf zum abgeschnittenen Kegel sich verhält wie $m = 2$ zu $n = 3$. Wie groß ist die Höhe h und der Radius r des abgeschnittenen Kegels?

Aufl. $h = H \sqrt[3]{\frac{n}{m+n}} = 13{,}4949218$ F.

$r = R \sqrt[3]{\frac{n}{m+n}} = 2{,}5302978$ F.

537. Von einem Kegel ist die Höhe $h = 10$ F. und der Radius $r = 4$ F. der Grundfläche gegeben. Man soll durch einen der Grundfläche parallelen Schnitt einen Kegel abschneiden, welcher $\frac{m}{n} = 0{,}5$ des gegebenen beträgt. Wie groß ist für den abgeschnittenen kleinen Kegel 1) die Höhe, 2) die Grundfläche?

Aufl. 1) $h \sqrt[3]{\frac{m}{n}} = 7{,}9370058$ F.

2) $\pi r^2 \sqrt[3]{\frac{m^2}{n^2}} = 31{,}66527 \square$ F.

538. Von einem Kegel, dessen Höhe $h = 18$ F. und dessen Radius $r = 7{,}18096$ F. gegeben ist, wird durch einen der Grundfläche parallelen Schnitt ein Stumpf abgeschnitten, welcher $\frac{m}{n} = \frac{133}{189}$ des ganzen Kegels beträgt. Man soll 1) den Abstand des Schnittes von der Grundfläche des Kegels, und 2) die Größe der Durchschnittsfigur berechnen.

Aufl. 1) $h\left(1 - \sqrt[3]{\frac{n-m}{n}}\right) = 6$ F.

2) $\pi r^2 \sqrt[3]{\left(\frac{n-m}{n}\right)^2} = 72 \,\square$ F.

539. Die gesammte Oberfläche eines geraden Kegels ist $F = 185{,}60944 \,\square$ F. und ein von der Spitze um die Entfernung $a = 7{,}937$ F. abstehender, der Grundfläche paralleler Durchschnitt $m = 31{,}665233 \,\square$ F.. Wie groß ist der Radius r der Grundfläche und die Höhe h des Kegels?

Aufl. $$r = \sqrt{\frac{F}{\pi\left(1 + \sqrt{\frac{a^2\pi + m}{m}}\right)}} = 4 \text{ F.}$$

$$h = a\sqrt{\frac{F}{m\left(1 + \sqrt{\frac{a^2\pi + m}{m}}\right)}} = 10 \text{ F.}$$

540. Ein Kegel hat den körperlichen Inhalt $a = 13107{,}2$ C. F. und den Grundflächenradius $r = 16{,}14805$ F.. In welcher Höhe über der Grundfläche muß durch den Kegel ein zur letzteren paralleler Schnitt gehen, wenn das zwischen beiden Kreisen liegende Stück des Kegels den Rauminhalt $b = 7577{,}6$ C. F. haben soll?

Aufl. $$\frac{3a}{\pi r^2}\left(1 - \sqrt[3]{\frac{a-b}{a}}\right) = 12 \text{ F.}$$

541. Ein Kegel vom Inhalte $a = 104{,}8576$ C. F. wird durch eine Ebene, welche von der ihr parallelen Grundfläche $b = 2{,}4$ F. absteht, so in zwei Theile geschnitten, daß das an der Grundfläche liegende Stück $k = 60{,}6208$ C. F. enthält. wie groß ist die Höhe des ganzen Kegels?

Aufl. $$\frac{b\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a-k}} = 9{,}6 \text{ F.}$$

542. Eines geraden Kegels Inhalt sei $a = 110446,5$ C. F., der Durchmesser seiner Grundfläche $d = 75$ F.. In welcher Höhe über der Grundfläche muß eine Ebene parallel mit letzterer gelegt werden, wenn die Durchschnittsfigur der Hälfte der Grundfläche gleich sein soll, und wie groß ist dann das untere Körperstück?

Aufl.
$$\frac{6a}{\pi d^2}(2 - \sqrt{2}) = 21,96696 \text{ F.}$$

$$\frac{a}{4}(4 - \sqrt{2}) = 71397,77 \text{ C. F.}$$

543. Ein Kegel in welchem die Höhe $h = 9$ F. und der Durchmesser der Grundfläche $d = 7,18096$ F. beträgt, wird von einer der Grundfläche parallelen Ebene so geschnitten, daß das zwischen Grund- und Schnittfläche enthaltene Körperstück $n = 2,375$ Mal so groß ist als der abgeschnittene kleine Kegel. Es soll 1) der Flächeninhalt der Durchschnittsfigur und 2) der Abstand derselben von der Grundfläche des Kegels berechnet werden.

Aufl.
$$1)\quad \frac{\pi d^2}{4}\sqrt[3]{\left(\frac{1}{n+1}\right)^2} = 18 \,\square\, \text{F.}$$

$$2)\quad h\left(1 - \sqrt[3]{\frac{1}{n+1}}\right) = 3 \text{ F.}$$

544. Wenn ein Kegel, dessen Grundfläche $G = 640 \,\square$ F. und dessen Höhe $h = 40$ F. beträgt, durch Ebenen der Grundfläche parallel in $n = 4$ einander gleiche Stücke geschnitten wird; wie groß sind 1) die Durchschnittsfiguren der Reihe nach von der Grundfläche zur Spitze des Kegels hin, 2) die Abstände der parallelen Ebenen von einander in derselben Reihenfolge?

Aufl.
$$1)\quad \frac{G}{n}\sqrt[3]{9n} = 528,308352 \,\square\, \text{F.}$$

$$\frac{G}{n}\sqrt[3]{4n} = 403,174736 \,\square\, \text{F.}$$

$$\frac{G}{n}\sqrt[3]{n} = 253,984176 \,\square\, \text{F.}$$

$$2)\quad \frac{h}{n}(\sqrt[3]{4n^2} - \sqrt[3]{3n^2}) = 3,657589 \text{ F.}$$

$$\frac{h}{n}\left(\sqrt[3]{3n^2}-\sqrt{2n^2}\right)=4{,}594390 \text{ F.}$$

$$\frac{h}{n}\left(\sqrt{2n^2}-\sqrt[3]{n^2}\right)=6{,}549600 \text{ F.}$$

545. Ein Kegel von der Höhe $h = 10{,}48296$ F. und der Grundfläche $G = 357{,}1508$ □ F. soll durch Ebenen, welche der Grundfläche parallel sind, in vier solche Stücke getheilt werden, daß sich diese in der Reihenfolge von der Spitze zur Grundfläche hin verhalten wie die Zahlen $a = 1$, $b = 2$, $c = 2{,}5$, $d = 3{,}5$, deren Summe durch m bezeichnet werden mag. Wie groß sind in derselben Reihenfolge 1) die Durchschnittsfiguren und 2) die Abstände der parallelen Ebenen von einander?

Aufl. 1) $$G\sqrt[3]{\left(\frac{a}{m}\right)^2}=82{,}54483 \text{ □ F.}$$

$$G\sqrt[3]{\left(\frac{a+b}{m}\right)^2}=171{,}7002 \text{ □ F.}$$

$$G\sqrt[3]{\left(\frac{a+b+c}{m}\right)^2}=257{,}1965 \text{ □ F.}$$

2) $$h\left(\sqrt[3]{\frac{a+b}{m}}-\sqrt[3]{\frac{a}{m}}\right)=2{,}228799 \text{ F.}$$

$$h\left(\sqrt[3]{\frac{a+b+c}{m}}-\sqrt[3]{\frac{a+b}{m}}\right)=1{,}627436 \text{ F.}$$

$$h\left(1-\sqrt[3]{\frac{a+b+c}{m}}\right)=1{,}587044 \text{ F.}$$

546. Aus einem geraden Cylinder vom Durchmesser $d = 1{,}5874011$ F. ist ein gerader Kegel von derselben Grundfläche und Höhe herausgeschnitten. Wenn der übrigbleibende Körper durch den Mantel eines Cylinders, welcher mit dem ersten Cylinder dieselbe Axe hat, halbiret werden soll; wie groß muß der Radius dieses Cylinders sein?

Aufl. $$\frac{d}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{2}}=0{,}6299605 \text{ F.}$$

547. Ein gerader Kegel hat die Höhe $h = 5{,}240596$ F. und enthält $a = 84{,}78$ C. F.. Durch einen um die Axe des Kegels mit dem Radius $r = 1{,}965223$ F. beschriebenen Cylindermantel wird der Kegel in zwei Theile getheilt, von welchen der eine Theil aus einem Cylinder und einen darauf stehenden Kegel besteht, der andere einen ringförmigen Körper bildet. Es soll die Größe dieses ringförmigen Körpers berechnet werden.

Aufl. $a + hr^2\pi\left(\frac{2r}{3}\sqrt{\frac{h\pi}{3a}} - 1\right) = 42,39$ C. F.

548. Den Körperinhalt K und die Gesammtoberfläche O eines Kegels zu berechnen, in welchem sich ein regelmäßiges Tetraeder, dessen Kante $a = 3$ F. ist, einschreiben läßt.

Aufl. $K = \frac{a^3\pi}{3\sqrt{6}} = 11,54295$ C. F.

$$O = \frac{a^2\pi}{2}(\sqrt{2} + 1) = 34,13013 \ \square \text{ F.}$$

549. Ein gerader Kegel vom Inhalte $a = 0,5890486$ C. F., dessen Grundfläche im Umfange $p = 4,7123889$ F. mißt, ist von einer Pyramide eingeschlossen, welche zur Grundfläche ein unregelmäßiges, um den Grundkreis des Kegels beschriebenes Vieleck hat, während ihre Spitze mit der des Kegels zusammenfällt. Wenn die gesammte Oberfläche der Pyramide $m = 8 \ \square$ F. beträgt; wie groß ist ihr körperlicher Inhalt?

Aufl. $\frac{4amp\pi}{p^3 + \sqrt{p^6 + (24a)^2\pi^4}} = 1$ C. F.

550. Um einen geraden Kegel von der Höhe $h = 1$ F. ist eine Pyramide beschrieben, deren Basis $b = 3 \ \square$ F. enthält und den Umfang $p = 8$ F. hat. Wie groß ist die Gesammtoberfläche des Kegels?

Aufl. $\frac{2b\pi}{p^2}(2b + \sqrt{h^2p^2 + 4b^2}) = 4,7123889 \ \square$ F.

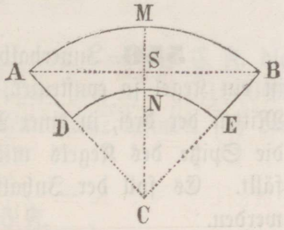
551. In die Grundfläche eines geraden Kegels ist ein Quadrat von der Seite $a = 10$ F. eingeschrieben und über demselben ein gerades Parallelepipedon von gleicher Höhe mit dem Kegel construirt. Wenn die Mantelfläche des Kegels $m = 1,4142136$ Mal so groß ist als die vier Seitenflächen des Parallelepipedons; welche Höhe haben beide Körper?

Aufl. $\frac{a\pi}{\sqrt{64m^2 - 2\pi^2}} = 3,019355$ F.

552. Ein Kegel enthält $a = 15{,}366438$ C. F.. Wie groß ist die Grundfläche desselben, wenn sich in ihr ein regelmäßiges Vierundzwanzigeck beschreiben läßt, dessen Seite der Höhe des Kegels gleichkommt?

Aufl. $\sqrt[3]{9a^2\pi(4 + 2\sqrt{3} + \sqrt{26 + 15\sqrt{3}})} = 46{,}0992$ □ F.

553. Ein gerader Kegel ist durch seine Höhe $h = 9$ F. und den Radius seiner Grundfläche $AC = R = 5$ F. gegeben. Man construirt in demselben einen concentrischen, gleich hohen Kegel, dessen Grundflächenradius $DC = r = 3{,}5$ F. ist, und legt durch die gemeinsame Axe beider Kegel zwei Ebenen, welche mit einander den Winkel ACB einschließen. Auf diese Weise ist aus dem gegebenen Kegel ein Stück ausgeschnitten, welches von einem Ringstücke AMBED, von einer krummen Fläche und zwei ebenen Dreiecken begränzt wird. Wenn ferner der Abstand des Schwerpunktes S des Ringstückes von dem Centrum, nämlich $SC = d = 3{,}430511$ F. und die Sehne $AB = m = 9{,}063077$ F. gegeben sind; wie groß ist der körperliche Inhalt des herausgeschnittenen Kegelstückes?



Aufl. $\dfrac{hm(R^3 - r^3)}{9dR} = 43{,}39325$ F.

554. In einen geraden Kegel von der Höhe $h = 1{,}4142136$ F. und dem Durchmesser $d = 0{,}8284272$ F. soll ein Würfel so hineingestellt werden, daß seine Grundfläche auf der des Kegels ruht und seine vier oberen Ecken in der Mantelfläche liegen. Wie groß ist die Kante des Würfels?

Aufl. $\dfrac{dh}{d + h\sqrt{2}} = 0{,}4142136$ F.

555. In einem Würfel von der Kante $a = 2$ F. werden zwei einander durchschneidende Kegel über den Kreisen, welche zweien parallelen Würfelflächen eingeschrieben sind, so construirt, daß ihre Spitzen wechselweise in der Mitte der gegenüberstehenden Fläche liegen. Es soll berechnet werden 1) die Größe des dadurch entstehenden Doppelkegels und 2) seine Oberfläche, 3) der Körper von der Form eines Stundenglases und 4) seine krumme Oberfläche.

Aufl. 1) $\dfrac{a^3\pi}{48} = 0{,}5235987$ C. F.

2) $\frac{a^2\pi}{8}\sqrt{5} = 3{,}512408$ □ F.

3) $\frac{7a^3\pi}{48} = 3{,}6651909$ C. F.

4) $\frac{3a^2\pi}{8}\sqrt{5} = 10{,}537224$ □ F.

556. Innerhalb eines Würfels von der Kante $a = 2{,}0800837$ F. ist ein Kegel so construirt, daß die Peripherie der Grundfläche durch die Mitten der drei, in einer Würfelecke zusammenstoßenden Flächen geht, und die Spitze des Kegels mit der gegenüberstehenden Würfelecke zusammenfällt. Es soll der Inhalt K und der Mantel M des Kegels berechnet werden.

Aufl. $K = \frac{a^3\pi}{9\sqrt{3}} = 1{,}8138$ C. F.

$M = \frac{a^2\pi}{2} = 6{,}796437$ □ F.

557. In einem Würfel, dessen Kante $a = 4$ F. ist, sind zwei Kegel so construirt, daß die Peripherie der Grundfläche des einen Kegels die Mitten der drei in einer Würfelecke zusammenstoßenden Flächen berührt und seine Spitze in der gegenüberliegenden Würfelecke liegt, während der andere Kegel die umgekehrte Lage in Bezug auf dieselben beiden Würfelecken hat. Indem beide Kegel zum Theil in einander liegen, entsteht ein spitzer Doppelkegel A, ferner ein abgestumpfter Doppelkegel B, endlich ein Doppelkegel C in der Form eines Stundenglases. Es sollen die Inhalte dieser Körper und ihre krummen Oberflächen M, N, P berechnet werden.

Aufl. $A = \frac{a^3\pi}{32}\sqrt{3} = 10{,}88279$ C. F.

$B = \frac{19a^3\pi}{288\sqrt{3}} = 7{,}658265$ C. F.

$C = \frac{37a^3\pi}{288\sqrt{3}} = 14{,}91346$ C. F.

$M = \frac{9a^2\pi}{16} = 28{,}274333$ □ F.

$N = \frac{5a^2\pi}{16} = 15{,}707963$ □ F.

$P = \frac{7a^2\pi}{16} = 21{,}991148$ □ F.

558. Der körperliche Inhalt eines gleichseitigen Kegels beträgt a = 18,2 C. F.. In welcher Entfernung von der Spitze liegt der Schwerpunkt der Mantelfläche des Kegels?

Aufl. $$2\sqrt[3]{\frac{a}{3\pi}} = 2{,}490558 \text{ F.}$$

559. Wenn in einem geraden Kegel von a = 6,8 C. F. die Axe sich verhält zum Durchmesser der Grundfläche wie m = 0,150009 zu n = 0,08467; in welcher Höhe über der Grundfläche befindet sich der Schwerpunkt der Mantelfläche des Kegels?

Aufl. $$\sqrt[3]{\frac{4am^2}{9\pi n^2}} = 1{,}445386 \text{ F.}$$

560. Ein gerader Kegel hat den körperlichen Inhalt a = 1000 C. F. und den Grundflächenradius r = 2 F.. Wie weit steht der Schwerpunkt des Kegels von der Grundfläche ab?

Aufl. $$\frac{3a}{4r^2\pi} = 59{,}61943 \text{ F.}$$

561. Durch den Schwerpunkt eines Kegels, dessen Höhe h = 12 F. und dessen Grundflächenradius r = 4,037013 F. ist, wird parallel mit der Grundfläche eine Ebene durchgelegt; es soll der Körperinhalt des abgeschnittenen Stückes berechnet werden, welches ebenfalls einen Kegel bildet?

Aufl. $$\frac{9hr^2\pi}{64} = 86{,}4 \text{ C. F.}$$

562. Von einem geraden Kegel ist die Seitenlinie a = 35 F. und der Radius r = 21 F. der Grundfläche gegeben; es soll der Abstand des Schwerpunktes der gesammten Oberfläche von der Spitze des Kegels gefunden werden.

Aufl. $$\frac{2a+3r}{3(a+r)}\sqrt{a^2-r^2} = 22\tfrac{1}{6} \text{ F.}$$

563. Von einem geraden Kegel ist die Höhe h = 28 F. und das Verhältniß n = 0,6 des Radius der Grundfläche zur Seitenlinie gegeben. In welchem Abstande von der Grundfläche liegt der Schwerpunkt der gesammten Oberfläche des Kegels?

Aufl. $$\frac{h}{3(n+1)} = 5\tfrac{5}{6}\ \text{F.}$$

564. Wenn unter allen geraden Kegeln von gleichem Inhalte $a = 7{,}5$ C. F. derjenige bestimmt werden soll, welcher die kleinste Gesammtoberfläche hat; wie groß ist die Höhe h und der Grundflächenradius r zu nehmen und welches ist die Gesammtoberfläche O des Kegels?

Aufl. $$h = 2\sqrt[3]{\frac{3a}{\pi}} = 3{,}855146\ \text{F.}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{3a}{2\pi\sqrt{2}}} = 1{,}363\ \text{F.}$$

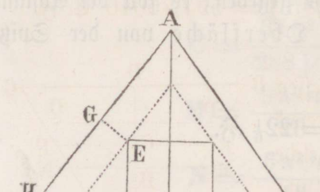
$$O = 2\sqrt[3]{9a^2\pi} = 23{,}34541\ \square\ \text{F.}$$

565. Welchen körperlichen Inhalt kann ein gerader Kegel höchstens haben, dessen Gesammtoberfläche $a = 210{,}10869\ \square$ F. beträgt?

Aufl. $$\frac{a}{6}\sqrt{\frac{a}{2\pi}} = 202{,}5\ \text{C. F.}$$

566. Von einem geraden Kegel kennt man die Höhe $h = 3$ F. und den Radius $r = 4$ F. also auch die Seitenlinie a des Kegels. Innerhalb des Kegels ist ein gerader Cylinder so construirt, daß seine untere Grundfläche auf der des Kegels ruht und die Peripherie der obern Grundfläche in der Mantelfläche desselben liegt. Wenn die gesammte Oberfläche des Cylinders gleichkommt dem $n = 3$ten Theil der gesammten Oberfläche des Kegels; wie groß ist der Radius der Grundfläche des Cylinders?

Aufl. $$\frac{r}{2(r-h)}\left[-h + \sqrt{h^2 + \frac{2}{n}(a+r)(r-h)}\right] = 1{,}7459666\ \text{F.}$$



567. Von einem geraden Kegel, dessen Axendurchschnitt ABC ist, kennt man den Radius der Grundfläche $BD = r = 8$ F. und die Höhe $AD = h = 6$ F. also auch die Seitenlinie $AB = a$ F.. — Aus dem Kegel ist ein gerader concentrischer Cylinder von solcher Höhe $EF = b = 1$ F. herausgeschnitten, daß die Peripherie seines oberen Grundkreises von den Seitenlinien des Kegels den senkrechten Abstand EG = d = 3,4 F. hat. Es soll der Körperinhalt K und die gesammte innere und äußere Oberfläche O des Kegels berechnet werdern.

Aufl. $K = \frac{hr^2\pi}{3} - \frac{b\pi}{h^2}\left[r(h-b) - ad\right]^2 = 398{,}98226$ C. F.

$$O = r\pi(a + 2b + r) - \frac{2b\pi}{h}(ad + br) = 458{,}67251 \,\square\, \text{F.}$$

568. Aus einem geraden Kegel, dessen Höhe h = 5 F. und dessen Radius r = 0,8 F. ist, wird ein gerader Cylinder so ausgeschnitten, daß seine Grundfläche auf der des Kegels ruht und die Axen beider Körper zusammenfallen. Welchen Flächeninhalt hat die krumme Oberfläche des Cylinders, wenn dieselbe ein Maximum ist?

Aufl. $\frac{1}{2} hr\pi = 6{,}2831852 \,\square$ F.

569. Es ist die Höhe h = 60 F. und der Radius r = 12 F. der Grundfläche eines geraden Kegels gegeben; man soll den körperlichen Inhalt des größten geraden Cylinders finden, der sich aus dem Kegel schneiden läßt.

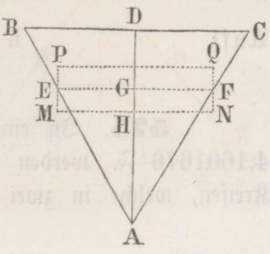
Aufl. $\frac{4}{27} hr^2\pi = 4021{,}2385$ C. F.

570. Ein schiefer Kegel ist durch seine Höhe h = 6 F. und den Radius r = 10 F. seiner Grundfläche gegeben und wird von der Spitze aus durch eine Ebene geschnitten. Wenn der Durchschnitt dieser Ebene mit dem Grundkreise des Kegels gleich ist der Seite des regelmäßigen Fünfecks, welches sich in den Grundkreis einschreiben läßt; welche Größe hat jedes der beiden Stücke, in welche der ganze Kegel getheilt ist?

Aufl. $\frac{hr^2}{3}\left(\frac{\pi}{5} - \frac{1}{8}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}\right) = 30{,}558056$ C. F.

$$\frac{hr^2}{3}\left(\frac{4\pi}{5} + \frac{1}{8}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}\right) = 597{,}76046 \text{ C. F.}$$

571. Ein kegelförmiges Gefäß, dessen Axendurchschnitt ABC ein gleichseitiges Dreieck bildet, hat in Bezug auf seine Axe AD, welche a = 1,73205 F. mißt, eine verticale Stellung im Raume. In das Gefäß fließen in jeder Secunde k = 0,12 C. F. irgend einer Flüssigkeit,



während von dieser in jeder Secunde eine Schichte von der Dicke d = 0,4 F. verdampft. Wie hoch wird die Flüssigkeit im Kegel steigen können?

Aufl. $\sqrt{\frac{3k}{d\pi}} = 0{,}5352372$ F.

572. Ein gerader Kegel von homogener Materie, deren specifisches Gewicht s = 0,349 ist, hat die Höhe h = 1,1 F. und schwimmt mit lothrechter Axe im Wasser. Wie groß ist die Tiefe der Einsenkung, 1) wenn die Spitze des Kegels, und 2) wenn seine Grundfläche sich unter Wasser befindet?

Aufl. 1) $h\sqrt[3]{s} = 0{,}7744638$ F.

2) $h(1 - \sqrt[3]{1 - s}) = 0{,}1466496$ F.

573. Ein Kegel von der Höhe h = 6 F. und dem Radius der Grundfläche r = 8 F. besteht aus einer Masse, deren specifisches Gewicht s = 0,3 ist, das Gewicht für einen Cubikfuß Wasser g = 66 Pfund angenommen. Aus dem Kegel ist concentrisch zur Axe ein Cylinder herausgeschnitten und der hohle Raum mit einer Masse vom specifischen Gewichte m = 11,44 ausgefüllt, so daß das Gewicht des ganzen Körpers a = 10271,874 Pfund beträgt. Es soll das Volumen des Cylinders berechnet werden.

Aufl. $\frac{3a - ghr^2s\pi}{3g(m - s)} = 3{,}141592$ C. F.

574. Ein Kegel von der Höhe h = 13,015739 F. ist aus zwei verschiedenen Stoffen so zusammengesetzt, daß die Begränzungsfläche derselben eine zur Grundfläche des Kegels parallele Druchschnittsfigur bildet. Das specifische Gewicht des an der Spitze des Kegels liegenden Theils ist s = 1,1466, das des andern Theils m = 0,1638 und beide Theile sind gleich schwer. Es soll die Höhe des an der Spitze liegenden Theils gefunden werden.

Aufl. $h\sqrt[3]{\frac{m}{s + m}} = 6{,}5078695$ F.

575. In einem regelmäßigen Octaeder von der Kante a = 4,1601676 F. werden zwei einander durchschneidende Kegel über den Kreisen, welche in zwei einander parallelen Octaederflächen eingeschrieben sind, so construirt, daß ihre Spitzen wechselweise in der Mitte der gegenüberstehenden Flächen liegen. Man soll berechnen die Größe des dadurch entstehenden Doppelkegels A und seine krumme Oberfläche B, ferner den Körper C von der Form eines Stundenglases und seine krumme Oberfläche D.

Aufl. $A = \frac{a^3\pi}{72\sqrt{6}} = 1,28255$ C. F.

$B = \frac{a^2\pi}{8} = 6,79644 \; \square$ F.

$C = \frac{7a^3\pi}{72\sqrt{6}} = 8,97785$ C. F.

$D = \frac{3a^2\pi}{8} = 20,38932 \; \square$ F.

576. Von zwei in einem regelmäßigen Octaeder beschriebenen Kegeln geht die Grundfläche des einen durch die Schwerpunkte der vier in einer Ecke zusammenstoßenden Octaederflächen, während die Spitze desselben in der gegenüberstehenden Octaederecke liegt. Der zweite Kegel hat in Bezug auf diese Octaederecken die umgekehrte Lage, so daß sich in dem Octaeder ein spitzer Doppelkegel A, ein abgestumpfter Doppelkegel B und ein Doppelkegel C in der Form eines Stundenglases unterscheiden lassen. Wenn die Kante des Octaeders $a = 2,8844991$ F. ist; wie groß sind jene Körper und ihre krummen Oberflächen M, N, P?

Aufl. $A = \frac{a^3\pi}{24\sqrt{2}} = 2,221441$ C. F.

$B = \frac{19a^3\pi}{648\sqrt{2}} = 1,563236$ C. F.

$C = \frac{37a^3\pi}{648\sqrt{2}} = 30,44197$ C. F.

$M = \frac{3}{8}a^2\pi = 9,802152 \; \square$ F.

$N = \frac{5}{24}a^2\pi = 5,44564 \; \square$ F.

$P = \frac{7}{24}a^2\pi = 7,623896 \; \square$ F.

X. Abgestumpfter Kegel.

577. Von einem geraden Kegelstumpfe sind die Radien der Grundflächen $R = 3{,}5$ F. und $r = 2{,}9$ F. und die Höhe $h = 6$ F. gegeben; man soll den Mantel M, die gesammte Oberfläche O und den körperlichen Inhalt K des Kegelstumpfes berechnen.

Aufl. $M = (R + r)\pi\sqrt{h^2 + (R - r)^2} = 121{,}2388 \;\square$ F.

$$O = \pi\left[R^2 + r^2 + (R + r)\sqrt{h^2 + (R - r)^2}\right] = 186{,}1441 \;\square \text{ F.}$$

$$K = \tfrac{1}{3}h\pi(R^2 + Rr + r^2) = 193{,}5849 \text{ C. F.}$$

578. Die Höhe $h = 3$ F. und die Grundflächen $B = 32{,}16991 \;\square$ F., $b = 8{,}042477 \;\square$ F. eines geraden Kegelstumpfes sind gegeben; es soll gefunden werden der Körperinhalt K, der Mantel M und die Seitenlinie S des Stumpfes?

Aufl. $K = \frac{h}{3}(B + b + \sqrt{Bb}) = 56{,}297337$ C. F.

$$M = \left(\sqrt{\frac{B}{\pi}} + \sqrt{\frac{b}{\pi}}\right)\sqrt{\pi(h^2\pi + B + b - 2\sqrt{Bb})} = 51{,}27077 \;\square \text{ F.}$$

$$S = \sqrt{h^2 + \frac{1}{\pi}(B + b - 2\sqrt{Bb})} = 3{,}4 \text{ F.}$$

579. Ein Kegel dessen Grundfläche den Radius $R = 3{,}75$ F. hat, wird in der Höhe von $h = 4{,}51$ F. über der Grundfläche parallel zu dieser durchschnitten. Wenn der Radius des Schnittes $r = 1{,}496$ F. beträgt; wie groß ist der Stumpf S, der Ergänzungskegel E, der ganze Kegel K und seine Höhe H?

Aufl. $S = \tfrac{1}{3}h\pi(R^2 + Rr + r^2) = 103{,}4803$ C. F.

$$E = \frac{h\pi r^3}{3(R - r)} = 7{,}01528 \text{ C. F.}$$

$$K = \frac{h\pi R^3}{3(R - r)} = 110{,}49558 \text{ C. F.}$$

$$H = \frac{Rh}{R - r} = 7{,}503327 \text{ F.}$$

580. Das Volumen K und die ganze Oberfläche O eines abgekürzten Kegels aus der Höhe h = 3 F. und den Radien R = 3,2 F., r = 1,6 F. der Grundflächen desselben zu berechnen.

Aufl. $K = \frac{1}{3} h \pi \left[(R + r)^2 - Rr \right] = 56{,}297337$ C. F.

$$O = \pi \left[(R+r)(R+r+\sqrt{h^2+(R-r)^2}) - 2Rr \right] = 91{,}48314 \ \square F.$$

581. Wie groß ist ein Kegelstumpf, wenn seine Höhe h = 60 F. und die Umfänge seiner Grundflächen P = 12,5664 F. und p = 9,4249 F. betragen?

Aufl. $\frac{h}{12\pi}(P^2 + p^2 + Pp) = 581{,}2022$ C. F.

582. Aus den Radien R = 5 F. und r = 4 F. der Grundflächen eines abgestumpften Kegels die gesammte Oberfläche desselben zu berechnen, wenn jede Seite des Stumpfes s = 6 F. lang ist.

Aufl. $\pi \left[(R + r)(R + r + s) - 2Rr \right] = 298{,}451297 \ \square$ F.

583. Wie groß ist der körperliche Inhalt eines geraden Kegelstumpfes, wenn die Seitenlinie s = 15 F. und die Durchmesser der Grundflächen D = 3 F. und d = 2,58 F. gegeben sind?

Aufl. $\frac{\pi}{24}(D^2 + Dd + d^2)\sqrt{4s^2 - (D - d)^2} = 91{,}86842$ C. F.

584. Von einem Kegelstumpfe kennt man die Höhe h = 41,569218 F., den Radius R = 30 F. der größern Grundfläche und den Radius r = 13,416407 F. desjenigen Kreises, welcher das geometrische Mittel zwischen beiden Grundflächen bildet. Es soll hieraus der körperliche Inhalt des Kegelstumpfes gefunden werden.

Aufl. $\frac{h\pi}{3R^2}(R^4 + R^2r^2 + r^4) = 48580{,}81$ C. F.

585. Den Mantel eines geraden Kegelstumpfes aus der Axe a = 10 F. und den Radien der Grundflächen R = 11,5 F. und r = 4 F. zu berechnen.

Aufl. $(R + r)\pi\sqrt{a^2 + (R - r)^2} = 608{,}68361 \ \square$ F.

586. Durch die Mitte der Axe eines Kegelstumpfes ist parallel mit den Grundflächen desselben ein Kreis gelegt. Wenn der Flächeninhalt dieses mittlern Kreises $a = 7{,}547668$ □ F. beträgt, und jede Seitenlinie des Kegelstumpfes $m = 2{,}5$ F. mißt; wie groß ist seine Mantelfläche?

Aufl. $2m\sqrt{a\pi} = 24{,}34732$ □ F.

587. Die Höhe eines Kegels zu bestimmen, wenn ein Stumpf desselben die Grundflächen $B = 44{,}17865$ □ F. und $b = 7{,}030935$ □ F. hat und $a = 103{,}4803$ C. F. enthält.

Aufl. $\frac{3\,a}{B^3 - b^3}\,(B^2 + b\sqrt{Bb}) = 7{,}503323$ F.

588. Die Grundflächen eines Kegelstumpfes sind gegeben $B = 176{,}7146$ □ F., $b = 28{,}12374$ □ F. und die Höhe $h = 9{,}02$ F. Wie groß ist sein Ergänzungskegel?

Aufl. $\frac{bh(b + \sqrt{Bb})}{3(B - b)} = 56{,}12239$ C. F.

589. Wenn von einem Kegelstumpfe die Grundflächen $B = 7{,}068584$ □ F. und $b = 1{,}124949$ □ F. gegeben sind und der Ergänzungskegel $a = 0{,}4489791$ C. F. beträgt; wie groß ist der ganze Kegel, welchem der Stumpf angehört?

Aufl. $a\sqrt{\frac{B^3}{b^3}} = 7{,}071728$ C. F.

590. Ein Einsatzgewicht von einem Pfunde in der Form eines abgestumpften Kegels ist in einzelne Gewichtstheile so getheilt, daß diese dem ganzen Stücke ähnlich sind. Wenn man nun in dem ganzen Stücke irgend eine Linie, wie etwa den Durchmesser oder die Höhe als Einheit annimmt; wie groß ist die gleichnamige Linie in demjenigen Stücke, welches $\frac{m}{n} = \frac{1}{16}$ des ganzen Körpers beträgt?

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{m}{n}} = 0{,}3968502.$

591. In einem abgestumpften Kegel, welcher die Höhe $h = 12$ F. und den Inhalt $a = 1548{,}6792$ C. F. hat, verhalten sich die Durchmesser D und d der beiden Grundflächen zu einander wie $m = 7$ zu $n = 5{,}8$. Wie groß sind die Durchmesser?

Aufl. $$D = m\sqrt{\frac{12a}{h\pi(m^2 + n^2 + mn)}} = 14 \text{ F.}$$

$$d = n\sqrt{\frac{12a}{h\pi(m^2 + n^2 + mn)}} = 11{,}6 \text{ F.}$$

592. Wenn man einen abgestumpften Kegel verfertigen will, welcher $a = 5{,}2267923$ C. F. groß ist und dessen beide Durchmesser sich zur Höhe verhalten wie die Zahlen $m = 35$ und $n = 29$ zu $p = 30$; wie groß müssen die Durchmesser D, d und die Höhe h werden?

Aufl. $$D = m\sqrt[3]{\frac{12a}{p(m^2 + n^2 + mn)\pi}} = 2{,}1 \text{ F.}$$

$$d = n\sqrt[3]{\frac{12a}{p(m^2 + n^2 + mn)\pi}} = 1{,}74 \text{ F.}$$

$$h = \sqrt[3]{\frac{12ap^2}{(m^2 + n^2 + mn)\pi}} = 1{,}8 \text{ F.}$$

593. Ein Kegelstumpf, dessen Höhe $h = 24$ F. beträgt, enthält $a = 200$ C. F.. Wenn die beiden Grundflächen sich verhalten wie $m = 3$ zu $n = 2$; wie groß sind die Radien R und r derselben?

Aufl. $$R = \sqrt{\frac{3am}{h\pi(m + n + \sqrt{mn})}} = 1{,}7901621 \text{ F.}$$

$$r = \sqrt{\frac{3an}{h\pi(m + n + \sqrt{mn})}} = 1{,}4616616 \text{ F.}$$

594. Von einem Kegelstumpfe ist der Inhalt $a = 104{,}10667$ C. F., die Höhe $h = 2$ F. und das Verhältniß $m : n = 16 : 25$ der beiden Grundflächen zu einander gegeben; es sollen die Grundflächen berechnet werden.

Aufl. $$\frac{3an}{h(m + n + \sqrt{mn})} = 64 \;\square\text{ F.}$$

$$\frac{3am}{h(m + n + \sqrt{mn})} = 40{,}96 \;\square\text{ F.}$$

595. In einem Kegelstumpfe, dessen größere Basis $B = 100 \square$ F. und dessen Höhe $h = 48$ F. beträgt, stehen die Durchmesser der Grundflächen zu einander in dem Verhältnisse $m : n = 5 : 4$. Welches ist der körperliche Inhalt des Stumpfes?

Aufl. $$\frac{Bh}{3m^2}(m^2 + n^2 + mn) = 3904 \text{ C. F.}$$

596. Die Höhe eines runden Gefäßes sei $H = 5{,}5$ F., der Radius der untern Grundfläche $R = 3{,}5$ F. und der Radius der obern Grundfläche $r = 3$ F.. — Wenn ein anderes Gefäß verfertigt werden soll, welches dem vorigen ähnlich ist, aber seinem Inhalte nach nur $\frac{1}{n} = \frac{1}{2}$ desselben beträgt; wie groß müssen seine beiden Durchmesser D, d und die Höhe h werden?

Aufl. $$D = 2R\sqrt[3]{\frac{1}{n}} = 5{,}5559035 \text{ F.}$$

$$d = 2r\sqrt[3]{\frac{1}{n}} = 4{,}7622030 \text{ F.}$$

$$h = H\sqrt[3]{\frac{1}{n}} = 4{,}3653527 \text{ F.}$$

597. Ein abgestumpfter Kegel hat den körperlichen Inhalt $a = 3{,}703703$ C. F.. — Wenn sich die Durchmesser d und D der Grundflächen so zu einander verhalten wie $m = 4$ zu $n = 5$, und die Höhe des Stumpfes gleich ist dem Durchmesser der größern Grundfläche; wie groß sind diese Durchmesser?

Aufl. $$d = m\sqrt[3]{\frac{12a}{n[(m+n)^2 - mn]\pi}} = 1{,}437199 \text{ F.}$$

$$D = \sqrt[3]{\frac{12an^2}{[(m+n)^2 - mn]\pi}} = 1{,}796494 \text{ F.}$$

598. Man kennt von einem Kegelstumpfe den Durchmesser $D = 9{,}897569$ F. der größern Grundfläche, den Durchmesser $d = 1{,}088733$ F. der kleinern Grundfläche und die Höhe $h = 7$ F.. — Es soll die Höhe eines vollständigen Kegels angegeben werden, der über der größern Grundfläche des Kegelstumpfes construirt ist und mit letzterem gleichen Inhalt hat.

Aufl. $$h\left(1+\frac{d}{D}+\frac{d^2}{D^2}\right)=7{,}8547 \text{ F.}$$

599. Von einem geraden Kegelstumpfe kennt man die Axe $a=4$ F. und die Länge $m=3{,}875$ F. des Perpendikels, welches auf einer Seitenlinie des Stumpfes in ihrer Mitte errichtet und bis zur Axe verlängert worden ist. Es soll die Mantelfläche des Kegelstumpfes berechnet werden.

Aufl. $$2am\pi=97{,}38937 \;\square\text{ F.}$$

600. Ein gerader Kegelstumpf hat dieselbe Seitenlinie wie ein gerader Cylinder. Wenn der Cylinder zum Radius seiner Grundfläche die halbe Summe, nämlich $s=3$ F., zu seiner Höhe aber die doppelte Differenz $d=8$ F. der Radien beider Grundflächen des Kegels hat; wie groß ist der körperliche Inhalt K und der Mantel M des Kegelstumpfes?

Aufl. $$K=\frac{d\pi}{2\sqrt{3}}\left(\frac{d^2}{16}+3s^2\right)=224{,}9111 \text{ C. F.}$$

$$M=2ds\pi=150{,}7964 \;\square\text{ F.}$$

601. Ein Kegelstumpf hat die Höhe $h=2{,}0784609$ F. und die Grundflächenradien $R=1{,}5$ F. $r=0{,}3$ F.. Wenn man denselben als einen Obelisken betrachtet, dessen Grundflächen Polygone von unendlich kleinen Seiten sind; welcher Ausdruck ergiebt sich für den körperlichen Inhalt des Kegelstumpfes?

Aufl. $$h\pi\left[\left(\frac{R+r}{2}\right)^2+\frac{1}{3}\left(\frac{R-r}{2}\right)^2\right]=6{,}0726 \text{ C. F.}$$

602. Man hat einen Kegelstumpf und zwei Cylinder, alle drei Körper von gleicher Höhe $h=13{,}856406$ F.. — Der eine Cylinder hat die halbe Summe $a=6$ F., der andern die halbe Differenz $b=4$ F. der Radien des Kegelstumpfes zum Radius seiner Grundfläche. Wie groß ist der körperliche Inhalt des Kegelstumpfes?

Aufl. $$\tfrac{1}{3}h\pi(3a^2+b^2)=1799{,}288 \text{ C. F.}$$

603. Ein Kegelstumpf enthält $a = 450$ C. F., seine Höhe beträgt $h = 6$ F. und die Differenz seiner Radien $d = 3{,}5$ F.; man soll den größern Radius finden.

Aufl. $$\frac{d}{2} + \sqrt{\frac{a}{h\pi} - \frac{d^2}{12}} = 6{,}530418 \text{ F.}$$

604. Man kennt von einem Kegelstumpfe die größte und die kleinste Seitenlinie, $a = 17$ F. und $b = 10$ F., ferner die beiden Durchmesser der Grundflächen, $D = 26{,}9$ F. und $d = 17{,}1$ F., also auch die halbe Summe s aus den drei Größen a, b, $D - d$. Es soll das Volumen des Kegelstumpfes gefunden werden.

Aufl. $$\frac{\pi}{6(D-d)}(D^2+d^2+Dd)\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-D+d)} = 3425{,}37 \text{ C.F.}$$

605. Ein abgekürzter Kegel enthält $a = 488$ C. F., seine Höhe beträgt $h = 24$ F. und die eine Grundfläche $b = 25 \square$ F.. — Man bestimme die andere Grundfläche.

Aufl. $$\frac{3a}{h} - \frac{b}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{\frac{3b}{h}(4a - bh)} = 16 \square \text{ F.}$$

606. Ein Kegelstumpf hat die Höhe $h = 4$ F. und den körlichen Inhalt $a = 832{,}85333$ C. F. — Wenn die Summe seiner beiden Grundflächen $s = 419{,}84 \square$ F. beträgt; wie groß ist jede Grundfläche?

Aufl. $$\frac{s}{2} + \sqrt{\frac{3s(8a - hs)}{4h} - \frac{9a^2}{h^2}} = 255{,}99928 \square \text{ F.}$$
$$\frac{s}{2} - \sqrt{\frac{3s(8a - hs)}{4h} - \frac{9a^2}{h^2}} = 163{,}84072 \square \text{ F.}$$

607. Aus dem Körperinhalte $a = 31{,}232$ C. F., der Höhe $h = 9{,}6$ F. und der Differenz $m = 1{,}44 \square$ F. der beiden Grundflächen eines Kegelstumpfes soll die größere Grundfläche berechnet werden.

Aufl. $$\frac{m}{2} + \frac{2a}{h} - \sqrt{\frac{a^2}{h^2} - \frac{m^2}{12}} = 4 \square \text{ F.}$$

608. Aus einem Baumstamme, welcher $h = 30$ F. lang ist und an seinen Enden die Halbmesser $R = 1{,}75$ F. und $r = 1{,}14$ F. hat, soll ein eben so langer viereckiger Balken gehauen werden, der überall gleiche Dicke hat, so daß also seine Grundflächen gleich sind dem der kleinern Grundfläche des Stammes eingeschriebenen Quadrate. Wie groß ist der Holzabfall?

Aufl. $\frac{1}{3}h\left[\pi R(R+r)-(6-\pi)r^2\right]=121{,}739$ C. F.

609. Wenn aus einem Baumstamme von der Länge $h = 42$ F. und den Endflächenradien $R = 1{,}9$ F., $r = 1{,}4$ F. ein eben so langer, viereckiger Balken geschnitten wird, dessen beide Grundflächen diejenigen Quadrate sind, welche sich in die Grundflächen des Stammes einschreiben lassen; wie groß ist der Inhalt P des Balkens und wie viel beträgt der Abfall Q an Holz?

Aufl. $P = 2h\left[\frac{1}{3}(R-r)^2+Rr\right]=230{,}44$ C. F.

$Q = h(\pi-2)\left[\frac{1}{3}(R-r)^2+Rr\right]=131{,}534$ C. F.

610. Ein gerader Baumstamm ist $a = 60$ F. lang und mißt an seinen beiden Enden im Umfange $P = 12{,}5664$ F. und $p = 9{,}4249$ F.. Wenn man bei der Berechnung des Inhaltes des Stammes, anstatt diesen als einen Kegelstumpf zu betrachten, nach einer gewöhnlichen praktischen Methode das arithmethische Mittel zwischen dem obern und untern Durchmesser zum Durchmesser eines Cylinders von gleicher Höhe mit dem Baumstamme annimmt und den Inhalt dieses Cylinders dem des Stammes gleich setzt; wie groß ist der bei dieser Berechnungsart begangene Fehler, um welchen der gesuchte Inhalt zu klein wird?

Aufl. $\frac{a}{48\pi}(P-p)^2=3{,}9267603$ C. F.

611. Ein runder Baumstamm ist $a = 30$ F. lang und hat die Endflächenradien $R = 2$ F. und $r = 1{,}5$ F. — Um wieviel wird sich der Inhalt des Stammes, der einen Kegelstumpf bildet, zu klein ergeben, wenn man den Stamm wie einen Cylinder aus seiner Länge und dem mittlern Radius berechnet?

Aufl. $\frac{a\pi}{12}(R-r)^2=1{,}963495$ C. F.

612. Eine der gebräuchlichsten Methoden, den Inhalt kreisrunder Fässer zu berechnen, besteht darin, daß man das Faß als einen Körper betrachtet, der aus zwei gleichen abgestumpften Kegeln besteht, welche mit ihren größern Grundflächen an einander gefügt sind. Wie groß ist darnach ein Faß von der Länge $a = 5,9$ F., wenn die Spundtiefe $D = 6,3$ F. und die Bodenweite $d = 5,4$ F. beträgt?

Aufl. $\frac{a\pi}{12}(D^2 + d^2 + Dd) = 158,8946$ C. F.

613. Nach einem Gesetze der Physik ist der Druck, den der Boden eines mit Wasser gefüllten Gefäßes erleidet, gleich einer Wassersäule, welche den Boden zur Grundfläche und die Höhe des Wasserspiegels über dem Boden zur Höhe hat. Wenn in einem Gefäße von der Form eines abgestumpften Kegels die Bodenfläche $B = 15$ □ Zoll und die Höhe $h = 12$ Zoll beträgt, und das Gewicht eines Cubikzolles Wasser $g = \frac{11}{9}$ Loth angenommen wird; um wie viel ist der Bodendruck des vollständig gefüllten Gefäßes größer als das Gewicht des Wassers?

Aufl. $\frac{gh}{3}(2B - b - \sqrt{Bb}) = 37,90136$ Loth.

614. Aus einem Cylinder, dessen Grundfläche den Radius $r = 2$ F. hat, ist ein Kegelstumpf herausgeschnitten, der mit dem Cylinder die Höhe und die untere Grundfläche gemein hat, und $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$ des ganzen Cylinders beträgt. Es soll der Radius der obern Grundfläche des Kegelstumpfes bestimmt werden.

Aufl. $\frac{r}{2}\left[-1 + \sqrt{\frac{3}{m}(4n - m)}\right] = 1,236068$ F.

615. Eine abgestumpfte Pyramide, welche den Körperinhalt $a = 37$ C. F. und die Höhe $h = 3$ F. hat, wird so ausgehöhlt, daß inwendig ein abgestumpfter Kegel fehlt, dessen Grundflächen, von welchen die größere $b = 12,56637$ □ F. ist, mit den Grundflächen der Pyramide zusammenfallen. Wenn die massive abgestumpfte Pyramide zu dem von ihr übrig bleibenden Körper sich verhält wie $m : n = 1 : 0,5943553$; wie groß muß die andere Grundfläche des Kegelstumpfes sein?

Aufl. $\frac{6an - bhm - \sqrt{3bhm(4an - bhm)}}{2hm} = 3,141613$ □ F.

616. Aus einer regelmäßigen abgestumpften Pyramide wird ein möglichst großer Kegelstumpf herausgeschnitten. Man soll das Verhältniß des übrig bleibenden Körpers zum Kegelstumpfe für die Fälle berechnen, wo der Pyramidenstumpf 1) dreiseitig, 2) vierseitig, 3) fünfseitig, 4) fünfzehnseitig ist.

Aufl. 1) $\frac{3\sqrt{3}-\pi}{\pi} = 0{,}6539865.$

2) $\frac{4-\pi}{\pi} = 0{,}2732394.$

3) $\frac{5}{\pi\sqrt{1+\sqrt{0{,}8}}} - 1 = 0{,}156355.$

4) $\frac{15}{\pi\sqrt{(7+2\sqrt{5}+2\sqrt{15+6\sqrt{5}})}} - 1 = 0{,}014882.$

617. Eine an beiden Enden offene metallene Röhre hat die Form eines abgestumpften Kegels und eine gleichmäßig dicke Wand. Man kennt die Länge oder Axe der Röhre a = 8 F., den äußern und den innern Durchmesser an dem dickern Ende b = 3 F. und c = 2 F., endlich den innern Durchmesser d = 1,5 F. an dem schmälern Ende. Wie viel beträgt die Masse der Röhre?

Aufl. $\frac{a\pi}{4}(b+d)(b-c) = 28{,}274333$ C. F.

618. Wenn ein concentrischer Ring die Breite a = 5 F. hat und zusammengerollt den Mantel eines Kegelstumpfes bildet, dessen Höhe h = 3 F. ist; wie groß ist der Centriwinkel des Ringes?

Aufl. $\frac{360}{a}\sqrt{a^2-h^2} = 288^0$

619. Die Seitenlinie eines geraden Kegelstumpfes zu finden aus dem Centriwinkel a = 23° 36′ des in eine Ebene ausgebreiteten Mantels und aus der Höhe h = 12 F. des Kegelstumpfes.

Aufl. $\frac{h}{\sqrt{\left(1-\frac{a^2}{360^2}\right)}} = 12{,}02586$ F.

620. In einem geraden Kegelstumpfe, dessen Höhe h = 2 F. ist, beträgt die obere Weite d = 3 F. — Es soll der größere Radius der in eine Ebene abgewickelten Mantelfläche bestimmt werden, wenn der kleinere Radius derselben $r = 2,5$ F. lang ist.

Aufl. $$r + \frac{2hr}{\sqrt{4r^2 - d^2}} = 5 \text{ F.}$$

621. Die Höhe eines geraden Kegelstumpfes ist $h = 10$ F., die Durchmesser seiner Grundflächen sind $D = 23$ F. und $d = 8$ F. — Man soll für den concentrischen Kreisring, welcher dem Mantel des Stumpfes gleich ist, die beiden Radien R, r und den Centriwinkel a bestimmen.

Aufl. $$R = \frac{D}{2(D-d)}\sqrt{4h^2 + (D-d)^2} = 19\tfrac{1}{6} \text{ F.}$$

$$r = \frac{d}{2(D-d)}\sqrt{4h^2 + (D-d)^2} = 6\tfrac{2}{3} \text{ F.}$$

$$a = \frac{360(D-d)}{\sqrt{4h^2 + (D-d)^2}} = 216^0.$$

622. Man kennt von einem abgestumpften Kegel die Seitenlinie $a = 3,4$ F., die krumme Oberfläche $M = 51,27077 \square$ F. und die Summe $G = 40,21238 \square$ F. der beiden Grundflächen; es soll hieraus der körperliche Inhalt des Kegelstumpfes berechnet werden.

Aufl. $$\frac{M^2 + a^2\pi G}{6a^3\pi}\sqrt{a^2\pi(a^2\pi - 2G) + M^2} = 56,297 \text{ C. F.}$$

623. Von einem abgestumpften Kegel kennt man die ganze Oberfläche $a = 744,5764 \square$ F. und die Radien $R = 7$ F. und $r = 5,8$ F. der beiden Grundflächen; es soll sein Cubikinhalt berechnet werden.

Aufl. $$\frac{R^2 + r^2 + Rr}{3(R+r)}\sqrt{a^2 + 4\pi^2R^2r^2 - 2a\pi(R^2+r^2)} = 1548,678 \text{ C.F.}$$

624. In einem Kegelstumpfe von der Höhe $h = 2$ F. ist ein Kegel so construirt, daß er die kleinere Grundfläche desselben zu seiner Grundfläche hat und seine Spitze im Mittelpunkte der andern Grundfläche liegt. Wenn der Kegel $\frac{1}{n} = \frac{1}{7}$ des Kegelstumpfes ist und die größere Grundfläche des letztern $a = 28,274333 \square$ F. enthält; welches ist das Volumen des Kegels?

Aufl. $$\frac{ah}{6(n-1)^2}\left[2n - 1 + \sqrt{4n-3}\right] = 4,7123889 \text{ C. F.}$$

625. Den Cubikinhalt eines Kegelstumpfes von der Höhe $h = 10$ F. zu berechnen, wenn die parallel den Grundflächen in gleichen Abständen von denselben durchgelegte Schnittebene $m = 60$ □ F. beträgt und in den Grundflächen zwei, gleich großen Centriwinkel entsprechende Sehnen $a = 4{,}48$ F. und $b = 6{,}1$ F. gegeben sind.

Aufl. $\frac{4hm}{3}\left[1 - \frac{ab}{(a+b)^2}\right] = 604{,}68808$ C. F.

626. Den Inhalt eines Kegelstumpfes von der gegebenen Höhe $h = 24{,}9$ F. zu berechnen, wenn das Verhältniß der beiden Grundflächen zu einander $n = 0{,}7431629$ und die parallel zu den Grundflächen durch die Mitte der Höhe gelegte Schnittebene $a = 224{,}1$ □ F. gegeben ist.

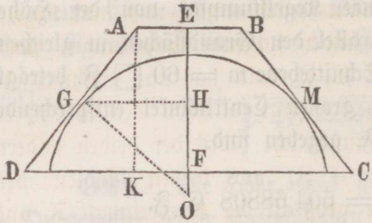
Aufl. $\frac{4ah(1 + n + \sqrt{n})}{3(1 + n + 2\sqrt{n})}$ 5590,296 C. F.

627. Die beiden Grundflächen eines Kegelstumpfes, dessen Höhe $h = 3{,}32$ F. ist, stehen zu zwei gegebenen Kreisen, $K = 3{,}984$ □ F. und $k = 0{,}0218601$ □ F., in einem solchen Verhältniß, daß eine Sehne im Kreise K der halben Summe, dagegen eine Sehne im Kreise k der halben Differenz von zwei in den Grundflächen des Kegelstumpfes gezogenen Sehnen gleich ist. Wenn alle diese Sehnen in den vier verschiedenen Kreisen einem gleich großen Centriwinkel entsprechen; welches ist der Körperinhalt des Stumpfes?

Aufl. $h(K + \frac{1}{3}k) = 13{,}251071$ C. F.

628. In den Grundflächen eines Cylinders, eines Kegels und eines Kegelstumpfes ist eine Sehne so gezogen, daß sie in jedem dieser Kreise einem gleich großen Centriwinkel angehört. Wenn alle drei Körper einerlei Höhe $h = 9{,}96$ F. haben und die Sehne in der Grundfläche $B = 35{,}856$ □ F. des Cylinders gleich ist der halben Summe, dagegen die Sehne in der Grundfläche $b = 0{,}19674$ □ F. des Kegels gleich dem halben Unterschiede der beiden Sehnen in den Grundflächen des Kegelstumpfes; welchen körperlichen Inhalt hat der Kegelstumpf?

Aufl. $\frac{h}{3}(3B + b) = 357{,}778936$ C. F.



629. Es stelle ABCD den Axendurchschnitt eines geraden Kegelstumpfes von der Höhe $EF = h =$ 1,2 F. vor. Ein gerader Cylinder von derselben Höhe ist durch den Kegelstumpf so durchgeschoben, daß seine Axe senkrecht auf der Ebene ABCD steht und seine krumme Oberfläche die gegenüberliegenden Kegelseiten in deren Mitten G und M berührt. Wenn der Cylinder $a = 5{,}094682$ C. F. enthält; wie groß ist die Mantelfläche des Kegelstumpfes?

Aufl. $2\sqrt{ah\pi} = 8{,}765044$ □ F.

630. Man hat einen Kegelstumpf und zwei Kegel, alle drei von gleicher Höhe $h = 2{,}7712813$ F.. Der Radius der Grundfläche des einen Kegels ist gleich der Summe, der des andern Kegels gleich dem geometrischen Mittel aus den beiden Radien des Stumpfes. Wenn das Volumen des ersten Kegels $a = 16{,}71596$ C. F. und der Radius des zweiten Kegels $r = 0{,}8944272$ F. ist; welches Volumen hat der Kegelstumpf?

Aufl. $a - \frac{1}{3}h\pi r^2 = 14{,}394295$ C. F.

631. Ein Kegelstumpf, ein Cylinder und ein Kegel haben die nämliche Höhe. Der Durchmesser des Cylinders ist gleich der Summe und der Durchmesser des Kegels gleich der Differenz der beiden Durchmesser des Kegelstumpfes. Wenn der Cylinder $a = 50{,}14802$ C. F. und der Kegel $b = 7{,}42932$ C. F. enthält; wie groß ist dann der Kegelstumpf?

Aufl. $\frac{1}{4}(a + b) = 14{,}39433$ C. F.

632. Ein Cylinder, ein Kegel und ein Kegelstumpf haben dieselbe Höhe $h = 3$ F. — Der Radius des Kegels ist gleich der Differenz $a = 4$ F. aus den beiden Radien des Kegelstumpfes und die Basis $b = 15{,}707963$ □ F. des Cylinders hat zum Radius das geometrische Mittel aus denselben beiden Radien. Es soll hieraus das Volumen des Kegelstumpfes bestimmt werden.

Aufl. $\frac{h}{3}(a^2\pi + 3b) = 97{,}3893706$ C. F.

633. Zwischen einem geraden Kegelstumpfe und drei Kegeln von derselben Höhe mit dem Stumpfe finden folgende Beziehungen statt. Der eine Kegel enthält $a = 326{,}7256$ C. F. und hat das arithmetische Mittel $m = 163{,}3628 \square$ F. aus beiden Grundflächen des Stumpfes zu seiner Grundfläche, während die Grundfläche jedes der beiden andern Kegeln das arithmetische Mittel $r = 6$ F. aus beiden Radien des Stumpfes zu ihrem Radius hat. Wie groß ist der Körperinhalt K und die Mantelfläche M des Kegelstumpfes?

Aufl. $$K = a\left(1 + \frac{2\pi r^2}{m}\right) = 779{,}1151 \text{ C. F.}$$

$$M = 2r\pi\sqrt{\frac{9a^2}{m^2} + \frac{4m}{\pi} - 4r^2} = 376{,}99111 \square \text{ F.}$$

634. In einem regelmäßigen Tetraeder von der Kante $a = 5{,}241482$ F. ist ein Kegelstumpf so construirt, daß seine untere Grundfläche der in die Tetraederbasis eingeschriebene Kreis ist, während die Peripherie seiner obern Grundfläche die Seitenflächen des Tetraeders berührt. Wenn der Radius der obern Grundfläche gleich ist dem Apothem des in die untere Grundfläche eingeschriebenen regelmäßigen Dreiecks; wie groß ist der Kegelstumpf?

Aufl. $$\frac{7a^3\pi}{144\sqrt{6}} = 8{,}97785 \text{ C. F.}$$

635. In die Grundfläche einer vierseitigen Pyramide, in welcher jede Kante $a = 3{,}6342411$ F. ist, wird ein Kreis eingeschrieben und auf demselben ein Cylinder construirt, dessen Mantelfläche die Seitenkanten der Pyramide durchschneidet. Wenn man in das Quadrat, dessen Ecken die Durchschnittspunkte der Seitenkanten sind, ebenfalls einen Kreis einschreibt; wie groß ist der von den beiden eingeschriebenen Kreisen als seinen Grundflächen begränzte Kegelstumpf?

Aufl. $$\frac{a^3\pi}{48}(2\sqrt{2} - 1) = 5{,}744172 \text{ C. F.}$$

636. Ein Kegelstumpf, von welchem die Höhe $h = 2$ F. und die Radien der Grundflächen $R = 1{,}015541$ F. und $r = 0{,}9027034$ F. gegeben sind, wird durch eine den Grundflächen parallele Ebene in zwei gleiche Theile getheilt. Wie groß ist 1) die Durchschnittsfigur, 2) ihr Abstand von der größern Grundfläche, 3) ihr Abstand von der kleinern Grundfläche?

Aufl. 1) $\pi \sqrt[3]{\left(\frac{R^3 + r^3}{2}\right)^2} = 2{,}909964 \square$ F.

2) $\frac{h}{R - r}\left[R - \sqrt[3]{\frac{R^3 + r^3}{2}}\right] = 0{,}941388$ F.

3) $\frac{h}{R - r}\left[- r + \sqrt[3]{\frac{R^3 + r^3}{2}}\right] = 1{,}058611$ F.

637. Ein Kegelstumpf ist durch seine Höhe $h = 3$ F. und die Radien $R = 6{,}770275$ F. und $r = 5{,}41622$ F. seiner Grundflächen gegeben. Wenn man denselben mit einer Ebene durchschneidet, welche den Grundflächen parallel ist und durch die Mitte der Höhe geht; wie groß ist 1) die Durchschnittsfigur, 2) das untere Stück, 3) das obere Stück des Kegelstumpfes?

Aufl. 1) $\frac{\pi}{4}(R + r)^2 = 116{,}64 \square$ F.

2) $\frac{h\pi}{24}(7R^2 + 4Rr + r^2) = 195{,}12$ C. F.

3) $\frac{h\pi}{24}(7r^2 + 4Rr + R^2) = 156{,}2396$ C. F.

638. Wenn ein Kegelstumpf die Höhe $h = 4{,}56$ F. hat und die Radien der Grundflächen $R = 1{,}3642103$ F. und $r = 0{,}84967$ F. lang sind; wie groß ist der Abstand eines den Grundflächen parallelen und $a = 4{,}422609 \square$ F. großen Durchschnittskreises 1) von der kleinern Grundfläche, 2) von der größern Grundfläche?

Aufl. 1) $\frac{h(\sqrt{a} - r\sqrt{\pi})}{(R - r)\sqrt{\pi}} = 2{,}985$ F.

2) $\frac{h(R\sqrt{\pi} - \sqrt{a})}{(R - r)\sqrt{\pi}} = 1{,}575$ F.

639. Von einem Kegelstumpfe kennt man die Höhe $h = 3$ F. und die Durchmesser $D = 2{,}403447$ F. und $d = 1{,}7264202$ F. seiner

Grundflächen. Wie groß ist die den Grundflächen parallele Durchschnittsfigur, wenn dieselbe um $m = 1,2$ F. 1) von der kleinern Grundfläche, 2) von der größern Grundfläche absteht?

Aufl. 1) $\frac{\pi}{4h^2}\left[m(D-d)+dh\right]^2 = 3,1329 \square$ F.

2) $\frac{\pi}{4h^2}\left[m(d-D)+Dh\right]^2 = 3,5721 \square$ F.

640. Die Höhe $h = 0,486$ F. eines Kegelstumpfes wird in $n = 3$ gleiche Theile getheilt und durch jeden Theilungspunkt eine Ebene parallel zu den Grundflächen gelegt. Wenn die Grundflächen $a = 0,8649 \square$ F. und $b = 1,5129 \square$ F. enthalten; wie groß sind die einzelnen Stücke, in welche der Kegelstumpf zerlegt wird?

Aufl. $\frac{h}{3n^3}\left[a+b+3an(n-1)+(3n-2)\sqrt{ab}\right] = 0,1557198$ C. F.

$\frac{h}{3n^3}\left[7(a+b)+3an(n-3)+(9n-14)\sqrt{ab}\right] = 0,1890919$ C. F.

$\frac{h}{3n^3}\left[19(a+b)+3an(n-5)+(15n-38)\sqrt{ab}\right] = 0,2257033$ C. F.

641. Die Höhe und die Radien der Grundflächen eines Kegelstumpfes sind gegeben, $h = 54$ F., $R = 8,462844$ F., $r = 6,770274$ F.. Durch einen den Grundflächen parallelen Schnitt wird der Stumpf so getheilt, daß sich das Stück an der größern Grundfläche zu dem Stück an der kleinern Grundfläche verhält wie $m : n = 2 : 1$. Wie groß ist 1) der Radius der Durchschnittsfigur, 2) der Abstand der Durchschnittsfigur von der kleinern Grundfläche, 3) ihr Abstand von der größern Grundfläche?

Aufl. 1) $\sqrt[3]{\frac{nR^3+mr^3}{m+n}} = 7,422423$ F.

2) $\frac{h}{R-r}\left[-r+\sqrt[3]{\frac{nR^3+mr^3}{m+n}}\right] = 20,80625$ F.

3) $\frac{h}{R-r}\left[R-\sqrt[3]{\frac{nR^3+mr^3}{m+n}}\right] = 33,19374$ F.

642. Ein Kegelstumpf, dessen Grundflächen die Radien $R = 1,692568$ F. und $r = 1,128379$ F. haben, wird durch Schnittebenen, welche den Grundflächen parallel laufen, in $n = 4$ gleich große Stücke getheilt. Wie groß sind die Radien der Durchschnittskreise?

Aufl. $$\sqrt[3]{\frac{R^3 + (n-1)r^3}{n}} = 1{,}318039 \text{ F.}$$

$$\sqrt[3]{\frac{2R^3 + (n-2)r^3}{n}} = 1{,}464775 \text{ F.}$$

$$\sqrt[3]{\frac{3R^3 + (n-3)r^3}{n}} = 1{,}586846 \text{ F.}$$

643. Von einem Kegel ist die Höhe $h = 4{,}2$ F. und der Radius der Grundfläche $r = 2{,}65517$ F. gegeben. Wenn man $\frac{n}{m} = \frac{2}{7}$ von der Höhe abschneidet und durch den Theilungspunkt eine Ebene parallel mit der Basis durch den Kegel legt; wie groß ist die Durchschnittsfigur F und der entstandene Kegelstumpf K, wenn jener Abschnitt der Höhe 1) von der Spitze des Kegels aus, 2) von der Basis aus genommen ist?

Aufl. 1) $$F = r^2\pi\left(\frac{n}{m}\right)^2 = 1{,}808 \;\square\text{ F.}$$

$$K = \frac{hr^2\pi}{3m^3}(m^3 - n^3) = 30{,}284 \text{ C. F.}$$

2) $$F = r^2\pi\left(\frac{m-n}{m}\right)^2 = 11{,}3 \;\square\text{ F.}$$

$$K = \frac{hr^2n\pi}{3m^3}[3m(m-n) + n^2] = 19{,}7072 \text{ C. F.}$$

644. In einem Kegelstumpfe wird $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$ von der Höhe, welche $h = 1{,}62$ F. mißt, abgeschnitten und durch den Theilungspunkt eine Ebene parallel zu den Grundflächen gelegt, deren Radien $R = 3{,}72365$ F. und $r = 1{,}128379$ F. gegeben sind. Man soll die Durchschnittsfigur F und die beiden an der kleinern und an der größern Basis liegenden Stücke a und A des Kegelstumpfes berechnen, 1) wenn $\frac{n}{m}$ der Höhe von der kleinern Grundfläche aus, und 2) wenn jenes Segment von der größern Grundfläche aus genommen worden ist.

Aufl. 1) $F = \frac{\pi}{m^2}[nR + (m-n)r]^2 = 25{,}67109 \square$ F.

$$a = \frac{hn\pi}{3m^3}[R^2n^2 + r^2(3m^2 - 3mn + n^2) + Rr(3m - 2n)n]$$
$$= 14{,}32959 \text{ C. F.}$$

$$A = \frac{h\pi}{3m^3}[R^2(m^3 - n^3) + r^2(m-n)^3 + Rr(m^3 - 3mn^2 + 2n^3)]$$
$$= 18{,}48082 \text{ C. F.}$$

2) $F = \frac{\pi}{m^2}[nr + (m-n)R]^2 = 12{,}48443 \square$ F.

$$a = \frac{h\pi(m-n)}{3m^3}[R^2(m-n)^2 + r^2(m^2+n^2+mn) + Rr(m+2n)(m-n)]$$
$$= 4{,}2392 \text{ C. F.}$$

$$A = \frac{hn\pi}{3m^3}[r^2n^2 + R^2(3m^2 - 3mn + n^2) + Rr(3m - 2n)n]$$
$$= 28{,}5712 \text{ C. F.}$$

645. Der Radius der größern Grundfläche eines Kegelstumpfes ist $R = 1{,}692568$ F., der der kleinern Grundfläche $r = 1{,}015541$ F., seine Höhe $h = 1{,}2$ F.. — Von dem Kegelstumpfe wird durch eine mit den Grundflächen parallele Ebene ein Stück abgeschnitten, dessen körperlicher Inhalt $a = 2{,}439$ C. F. beträgt. Wie groß ist der Radius x der Durchschnittsfläche und die Höhe y des abgeschnittenen Stückes, 1) wenn dieses an der größern Grundfläche, 2) wenn es an der kleinern Grundfläche liegt?

Aufl. 1) $x = \sqrt[3]{R^3 - \frac{3a}{h\pi}(R-r)} = 1{,}523311$ F.

$$y = \frac{h}{R-r}\left[R - \sqrt[3]{R^3 - \frac{3a}{h\pi}(R-r)}\right] = 0{,}3 \text{ F.}$$

2) $x = \sqrt[3]{r^3 + \frac{3a}{h\pi}(R-r)} = 1{,}331647$ F.

$$y = \frac{h}{R-r}\left[-r + \sqrt[3]{r^3 + \frac{3a}{h\pi}(R-r)}\right] = 0{,}5602836 \text{ F.}$$

646. Von einem Kegelstumpfe kennt man die Höhe $h = 108$ F. und die Radien $R = 16{,}925688$ F. und $r = 13{,}540548$ F. der beiden Grundflächen. Durch eine mit den Grundflächen parallele Ebene soll ein

Stück abgeschnitten werden, welches $\frac{n}{m} = \frac{2}{3}$ des gegebenen Kegelstumpfes beträgt. Wie groß ist der Radius x der Durchschnittsfläche und die Höhe y des abgeschnittenen Stückes, 1) wenn dieses an der größern Grundfläche und 2) wenn es an der kleinern Grundfläche liegt?

Aufl. 1) $x = \sqrt[3]{R^3 - \frac{n}{m}(R^3 - r^3)} = 14{,}84485$ F.

$$y = \frac{h}{R - r}\left[R - \sqrt[3]{R^3 - \frac{n}{m}(R^3 - r^3)}\right] = 66{,}3875 \text{ F.}$$

2) $x = \sqrt[3]{r^3 + \frac{n}{m}(R^3 - r^3)} = 15{,}95312$ F.

$$y = \frac{h}{R - r}\left[-r + \sqrt[3]{r^3 + \frac{n}{m}(R^3 - r^3)}\right] = 76{,}97107 \text{ F.}$$

647. Ein Kegel ist durch seine Höhe $H = 3$ F. und den Radius $R = 0{,}586323$ F. seiner Grundfläche gegeben. Wenn aus dem Kegel durch zwei der Grundfläche parallele Ebenen ein Kegelstumpf von der Größe $a = 0{,}04617$ C. F. und der Höhe $h = 0{,}9$ F. geschnitten wird, wie groß ist 1) der Abstand der größern Durchschnittsebene von der Spitze des Kegels, 2) der Radius derselben?

Aufl. 1) $\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{aH^2}{h\pi R^2} - \frac{h^2}{12}} = 1{,}05$ F.

2) $\frac{R}{H}\left[\frac{h}{2} + \sqrt{\frac{aH^2}{h\pi R^2} - \frac{h^2}{12}}\right] = 0{,}20521305$ F.

648. Ein Kegel wird von Ebenen, welche der Grundfläche parallel sind, so geschnitten, daß dadurch die Höhe von der Spitze des Kegels aus nach den Verhältnissen der Zahlen $m = 1$, $n = 2$, $p = 3$, $q = 4$ getheilt wird. Es sollen die Verhältnißzahlen der zwischen den Parallelflächen liegenden Körperstücke angegeben werden.

Aufl. $3n[m^2 + n(m + \frac{1}{3}n)] = 26.$

$3p[(m + n)^2 + p(m + n + \frac{1}{3}p)] = 189.$

$3q[(m + n + p)^2 + q(m + n + p + \frac{1}{3}q)] = 784.$

649. Ein Kegelstumpf ist bekanntlich der Summe dreier Kegel gleich, von welchen der eine das geometrische Mittel zwischen beiden Grundflächen des Stumpfes zur Grundfläche hat. Nun soll für einen Kegelstumpf, dessen Höhe h = 6,5 F. und dessen Grundflächenradien R = 5,4218625 F. und r = 2,4880764 F. gegeben sind, bestimmt werden, wie weit der den Grundflächen parallele Schnitt, welcher das geom. Mittel zwischen beiden bildet, 1) von der größern Grundfläche, und 2) von der kleinern Grundfläche des Kegelstumpfes absteht.

Aufl. 1) $\dfrac{h}{1+\sqrt{\dfrac{r}{R}}} = 3{,}875$ F.

2) $\dfrac{h}{1+\sqrt{\dfrac{R}{r}}} = 2{,}625$ F.

650. In den Grundflächen eines Kegelstumpfes, dessen Höhe h = 16,73 F. ist, sind zwei ähnliche regelmäßige Polygone beschrieben, deren Seiten sich zu einander wie m : n = 9 : 4 verhalten. Man soll bestimmen, in welcher Entfernung 1) von der größern Grundfläche und 2) von der kleinern Grundfläche die kreisförmige Durchschnittsebene liegen muß, damit sie daß geometrische Mittel zwischen beiden Grundflächen sei.

Aufl 1) $\dfrac{h(m-\sqrt{mn})}{m-n} = 10{,}038$ F.

2) $\dfrac{h(n-\sqrt{mn})}{n-m} = 6{,}692$ F.

651. Man will einen abgestumpften Kegel verfertigen, so daß derselbe a = 34,361206 Pfund schwer ist und die beiden Radien der Grundflächen m = 1,38 und n = 1,21 Mal größer sind als die Höhe. Wenn die dazu verwendete Masse das specifische Gewicht s = 0,31 hat, vorausgesetzt daß ein Cubikfuß Wasser g = 66 Pfund wiegt; welche Höhe muß der Kegelstumpf erhalten?

Aufl. $\sqrt[3]{\dfrac{3a}{gs\pi(m^2+n^2+mn)}} = 0{,}682784$ F.

652. Ein aus homogener Materie bestehender gerader Kegelstumpf, dessen Grundflächen die Radien R = 3 F. und r = 2 F. haben, schwimmt mit lothrechter Axe im Wasser, so daß er bis zur Hälfte seiner Höhe untertaucht. Welches specifische Gewicht hat die Masse, 1) wenn die größere Basis, 2) wenn die kleinere Basis des Kegelstumpfes sich unter dem Wasser befindet?

Aufl. 1) $\frac{7R^2 + 4Rr + r^2}{8(R^2 + Rr + r^2)} = 0{,}5986842.$

2) $\frac{7r^2 + 4Rr + R^2}{8(R^2 + Rr + r^2)} = 0{,}4013157.$

653. Ein Kegelstumpf ist durch seine Höhe $h = 6$ F. und die Radien $R = 3{,}6$ F. und $r = 2{,}4$ F. seiner Grundflächen gegeben. In welcher Entfernung von der größern Grundfläche liegt der Schwerpunkt des Kegelstumpfes?

Aufl. $\frac{h}{4} \cdot \frac{R^2 + 2Rr + 3r^2}{R^2 + Rr + r^2} = 2{,}6052613$ F.

654. Den Abstand des Schwerpunktes eines Kegelstumpfes von dessen Mittelebene, welche die Höhe des Stumpfes halbirt und den Grundflächen parallel läuft, zu bestimmen, wenn die Höhe $h = 20$ F. ist und die Radien $R = 12$ F. und $r = 8$ F. betragen.

Aufl. $\frac{h}{4} \cdot \frac{R^2 - r^2}{R^2 + Rr + r^2} = 1{,}3157894$ F.

655. Die Radien der Grundflächen eines abgestumpften Kegels sind $R = 6$ F. und $r = 4$ F., die Höhe desselben ist $h = 15$ F. — In welchem Abstande von der kleinern Grundfläche liegt der Schwerpunkt des Kegelstumpfes?

Aufl. $\frac{h}{4} \cdot \frac{3R^2 + 2Rr + r^2}{R^2 + Rr + r^2} = 8{,}486842$ F.

656. Ein Kegel besteht aus zwei Theilen von verschiedenem Stoffe, deren Begränzungsfläche der Grundfläche des Kegels parallel ist, so daß der untere Theil einen Kegelstumpf von der Höhe $h = 7{,}62$ F. vorstellt, dessen Grundflächen die Radien $R = 3$ F. und $r = 2$ F. haben. Wenn das specifische Gewicht für die Masse des obern Theiles $a = 1{,}1$ und für die des untern Theiles $b = 1{,}2$ gegeben ist; wie groß ist der

Abstand des gemeinschaftlichen Schwerpunktes beider Theile von der Grundfläche des ganzen Kegels.

Aufl. $\frac{h}{4} \cdot \frac{ar^3(4R-3r)+b(R-r)^2(R^2+2Rr+3r^2)}{(R-r)[ar^3+b(R^3-r^3)]} = 2{,}9240506$ F.

657. Ein gerader abgestumpfter Kegel von der Höhe $h=6{,}64$ F. ist durch einen um dieselbe Axe beschriebenen Cylinder ausgehöhlt, dessen Radius $r = 2{,}2$ F. dem der kleinern Grundfläche des Kegels gleich ist. Es soll die Entfernung des Schwerpunktes des übrigbleibenden Körpers 1) von der größern Grundfläche, deren Radius $R = 3{,}3$ F. ist, und 2) von der kleinern Grundfläche des Kegelstumpfes bestimmt werden.

Aufl. 1) $\frac{h}{4} \cdot \frac{R+3r}{R+2r} = 2{,}1342857$ F.

2) $\frac{h}{4} \cdot \frac{3R+5r}{R+2r} = 4{,}5057142$ F.

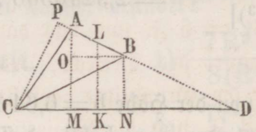
658. Die Durchmesser der Grundflächen eines Kegelstumpfes, welcher aus einem homogenen Stoffe besteht und die Höhe $h = 4$ F. hat, betragen $D = 2$ F. und $d = 1$ F.. — Der Kegelstumpf wird von einer Ebene geschnitten, welche durch seinen Schwerpunkt geht und den Grundflächen parallel ist; man soll den Abstand p der Durchschnittsfläche von der größern Grundfläche und die Körperinhalte des untern Stückes A und des obern Stückes B des Kegelstumpfes berechnen.

Aufl. $p = \frac{h}{4} \cdot \frac{D^2+2Dd+3d^2}{D^2+Dd+d^2} = 1{,}5714285$ F.

$$A = \frac{p\pi}{4h^2}\left[D^2h^2 - Dhp(D-d) + \frac{p^2}{3}(D-d)^2\right] = 4{,}030552 \text{ C.F.}$$

$$B = \frac{(h-p)\pi}{12h^2}\left[\big(Dh - p(D-d)\big)^2 + dh\big(h(D+d) - p(D-d)\big)\right]$$
$$= 3{,}299823 \text{ C. F.}$$

XI. Rotationskörper.

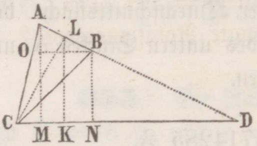


659. Durch die Spitze C des Dreiecks ABC, welches den Inhalt $F = 30 \square$ F. hat, ist eine gerade Linie in der Ebene des Dreiecks, aber außerhalb desselben so gezogen, daß sie die Verlängerung der gegenüberliegenden Seite AB in einem Punkte D schneidet. Wenn das aus der Mitte von AB auf CD gefällte Perpendikel LK die Länge $a = 0,75$ F. hat und die ganze Figur um CD, als um eine feste Axe eine vollständige Umdrehung macht; wie groß ist der von dem Dreieck ABC erzeugte Rotationskörper?

Aufl. $\frac{4}{3} a \pi F = 94,247778$ C. F.

660. Wenn in der vorigen Aufgabe gegeben wäre das Höhenperpendikel $CP = 2,1$ F. des Dreiecks ABC und die von der Grundlinie AB bei der Umdrehung des Dreiecks um CD beschriebene Mantelfläche $M = 10,59231 \square$ F.; welchen Inhalt hätte der von ABC erzeugte Rotationskörper?

Aufl. $\frac{1}{3} CP \,.\, M = 74,14617$ C. F.

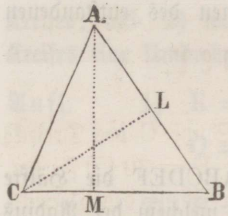


661. Durch die Spitze des gleichschenkligen Dreiecks ABC ist eine Gerade CD in der Ebene des Dreiecks, aber außerhalb desselben so gezogen, daß sie mit der Verlängerung der ungleichen Seite AB des Dreiecks in D zusammentrifft. Wenn die Höhe CL des Dreiecks $h = 4$ F. ist und die Projection der Basis AB auf CD, d. h. das von den beiden Perpendikeln AM und BN auf CD bestimmte Stück MN die Länge $a = 5,366566$ F. hat; wie groß ist der Körper, welcher durch die Umdrehung des Dreiecks um die Axe CD entsteht?

Aufl. $\frac{2}{3} a h^2 \pi = 179,8353$ C. F.

662. Den Flächeninhalt des in der vorigen Aufgabe von der Grundlinie AB des gleichschenkligen Dreiecks ABC durch die Rotation um CD beschriebenen Kegelmantels zu berechnen.

Aufl. $2 a h \pi = 134,8765 \square$ F.



663. Das Dreieck ABC, in welchem AC = BC ist, macht eine vollständige Umdrehung um den Schenkel BC. Es soll der vom Dreiecke beschriebene Körper berechnet werden, wenn gegeben ist 1) der Schenkel BC = 5 F. und das darauf gefällte Höhenperpendikel des Dreiecks, AM = 4,8 F., 2) das auf die Grundlinie gefällte Höhenperpendikel CL = 4 F. und die Projection der Grundlinie auf der Umdrehungsaxe BM = 3,6 F.

Aufl. 1) $\frac{1}{3}\pi \,.\, BC \,.\, AM^2 = 120{,}6371$ C. F.

2) $\frac{2}{3}\pi \,.\, BM \,.\, CL^2 = 120{,}6371$ C. F.

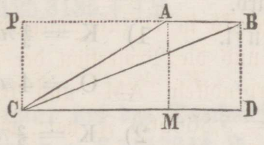
664. Wenn in der vorigen Aufgabe gegeben wäre der Schenkel BC = 1 F. und die Projection BM = 0,72 F. der Grundlinie auf diesem Schenkel; welches Volumen hätte der vom gleichschenkligen Dreieck ABC durch die Umdrehung um BC beschriebene Körper?

Aufl. $\frac{1}{3}\pi \,.\, BC \,.\, BM(2BC - BM) = 0{,}9650972$ C. F.

665. In einem Dreieck ist das auf die Grundlinie gefällte Höhenperpendikel h = 8 F. gegeben. Wenn das Dreieck um eine der beiden andern Seiten rotirt, und die von der Grundlinie bei dieser Rotation beschriebene krumme Mantelfläche den Inhalt M = 361,9115 □ F. hat; welches Volumen hat der vom Dreiecke erzeugte Rotationskörper?

Aufl. $\frac{1}{3}hM = 965{,}0968$ C. F.

666. Das Dreieck ABC ist durch seine Grundlinie AB = g = 1,5 F. und seine Höhe AM = h = 2,4494897 F. gegeben. Durch die Spitze C wird die Gerade CD parallel der Grundlinie gezogen und das Dreieck ABC um CD herumgedreht. Es soll das Volumen des von ABC erzeugten Rotationskörpers gefunden werden.

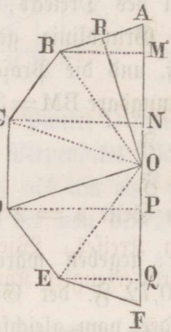


Aufl. $\frac{2}{3}gh^2\pi = 18{,}849556$ C. F.

667. Wenn in der vorigen Aufgabe für das Dreieck ABC der Flächeninhalt F = 7,3484691 □ F. und die Höhe h = 4,8989794 F.

angenommen wird; wie groß ist dann das Volumen des entstandenen Rotationskörpers?

Aufl. $\frac{4}{3}\pi h F = 150,7964$ C. F.



668. Es sei ABCDEF die Hälfte eines regelm. Polygons, in welchem der Radius OR des eingeschriebenen Kreises $r = 1,5388411$ F. lang ist. Man soll den von dem polygonalen Ausschnitte AOD bei der Rotation der ganzen Figur um den Durchmesser AF des umschriebenen Kreises erzeugten Körper K und die vom Umfange ABCD des Ausschnittes beschriebene Fläche F berechnen, wenn die Projection AP jenes Umfanges auf der Umdrehungsaxe die Länge $h = 2,118034$ F. hat.

Aufl. $K = \frac{2}{3}\pi r^2 h = 10,50458$ C. F.

$F = 2\pi r h = 20,4789$ □ F.

669. Zu einem regelm. Polygon von gerader Seitenanzahl betragen die Radien des eingeschriebenen und des umschriebenen Kreises $r = 1,5388411$ F. und $R = 1,6180338$ F. — Es soll das Volumen K und die Oberfläche O des Körpers berechnet werden, welcher durch die Umdrehung des Polygons 1) um den Durchmesser des umschriebenen Kreises, 2) um den Durchmesser des eingeschriebenen Kreises erzeugt wird.

Aufl. 1) $K = \frac{4}{3}\pi r^2 R = 16,04958$ C. F.

$O = 4\pi r R = 31,28897$ □ F.

2) $K = \frac{2}{3}\pi r (R^2 + r^2) = 16,06979$ C. F.

$O = 2\pi (R^2 + r^2) = 31,32837$ □ F.

670. Der Radius des um ein regelmäßiges Sechseck beschriebenen Kreises hat die Länge $R = 2$ F. — Es soll der Inhalt K und die Oberfläche O des vom Sechseck erzeugten Körpers berechnet werden, 1) wenn dasselbe um den Durchmesser des umschriebenen

Kreises, und 2) wenn es um den Durchmesser des eingeschriebenen Kreises eine Umdrehung macht.

Aufl. 1) $K = \pi R^3 = 25{,}1327408$ C. F.

$O = 2\pi R^2 \sqrt{3} = 43{,}53119$ □ F.

2) $K = \frac{7\pi R^3}{12} \sqrt{3} = 25{,}39819$ C. F.

$O = \frac{7\pi R^2}{2} = 43{,}9822964$ C. F.

671. Ein regelmäßiges Zehneck, dessen Seite $a = 2$ F. ist, dreht sich um den Durchmesser des umschriebenen Kreises. Wie groß ist der Körperinhalt K und die Oberfläche O des dadurch erzeugten Körpers?

Aufl. $K = \frac{a^3\pi}{6}(15 + 7\sqrt{5}) = 128{,}3967$ C. F.

$O = a^2\pi \sqrt{50 + 22\sqrt{5}} = 125{,}1559$ □ F.

672. Den körperlichen Inhalt K und die Oberfläche O des Körpers zu berechnen, welcher entsteht, wenn sich ein regelmäßiges Zehneck von der Seite $a = 2$ F. um den Durchmesser des eingeschriebenen Kreises herumdreht.

Aufl. $K = \frac{a^3\pi}{12} \sqrt{1885 + 842\sqrt{5}} = 128{,}5584$ C. F.

$O = \frac{a^2\pi}{2}(11 + 4\sqrt{5}) = 125{,}3135$ □ F.

673. Ein regelmäßiges Zehneck rotirt um den Durchmesser seines eingeschriebenen Kreises, dessen Radius $r = 6{,}1553644$ F. ist. Es soll der Inhalt K und die Oberfläche O des erzeugten Umdrehungskörpers gefunden werden.

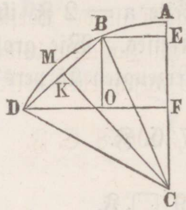
Aufl. $K = \frac{2\pi r^3}{15}(15 - 2\sqrt{5}) = 1028{,}465$ C. F.

$O = \frac{2\pi r^2}{5}(15 - 2\sqrt{5}) = 501{,}2535$ □ F.

674. Ein regelmäßiges Achteck, dessen Seite $a = 1$ F. ist, beschreibt durch Umdrehung um seinen großen Durchmesser den Körper A, und durch Umdrehung um seinen kleinen Durchmesser den Körper B. Es soll berechnet werden, um wie viel 1) der Inhalt, 2) die Oberfläche des zweiten Körpers größer ist als bei dem ersten Körper.

Aufl. 1) $\frac{a^3\pi}{12}(15 + 11\sqrt{2} - 2\sqrt{116 + 82\sqrt{2}}) = 0{,}025009$ C. F.

2) $\frac{a^2\pi}{2}(7 + 4\sqrt{2} - 2\sqrt{20 + 14\sqrt{2}}) = 0{,}062153$ C. F.



675. Ein Kreissector ACDMA rotirt um den ihn begränzenden Radius $AC = r = 3{,}4$ F.. Wenn die Projection AF seines Bogens AMD auf der Axe die Länge $h = 1{,}7$ F. hat; wie groß ist 1) der von dem ganzen Sector beschriebene Körper, 2) der von dem Flächenstücke AMDF beschriebene Körper, 3) die vom Bogen AMD beschriebene krumme Fläche?

Aufl. 1) $\frac{2}{3}r^2\pi h = 41{,}15905$ C. F.

2) $\frac{h^2\pi}{3}(3r - h) = 25{,}724406$ C. F.

3) $2r\pi h = 36{,}3168$ □ F.

676. Im Kreissector ACDMA (Fig. 675) hat die Projection AF des Bogens AMD auf dem Schenkel AC die Länge $h = 0{,}34$ F. und die projicirende Linie DF die Länge $p = 0{,}5888971$ F.. Wenn der Sector um den Schenkel AC rotirt; wie groß ist 1) der Körper, welchen das vom Bogen und den beiden Projectionslinien begränzte Flächenstück AMDF erzeugt, 2) der von dem ganzen Sector beschriebene Körper und 3) die von seinem Bogen beschriebene krumme Fläche?

Aufl. 1) $\frac{h\pi}{6}(h^2 + 3p^2) = 0{,}2057952$ C. F.

2) $\frac{\pi}{6h}(h^2 + p^2)^2 = 0{,}3292723$ C. F.

3) $\pi(h^2 + p^2) = 1{,}452672$ □ F.

677. Ein Kreissector, dessen Sehne die Länge $a = 1{,}732051$ F. hat, dreht sich um einen seiner Gränzhalbmesser. Man soll berechnen 1) die von seinem Bogen beschriebene Fläche, und 2) wenn noch gegeben ist der Radius $r = 2{,}1$ F. des Sectors, den vom Sector erzeugten Rotationskörper.

Aufl. 1) $a^2\pi = 9{,}4247778$ □ F.

2) $\frac{1}{3}a^2 r\pi = 6{,}5973444$ C. F.

678. Von dem Kreissector ACDMA (Fig. 675) kennt man den Radius $AC = r = 1{,}6$ F. und die auf demselben liegenden Projectionen des ganzen Bogens ABD und des Theiles AB davon, nämlich $AF = a = 0{,}6$ F. und $AE = b = 0{,}2$ F.. Wie groß ist der Körper, welcher bei der Rotation des Sectors um AC von dem zwischen beiden projicirenden Linien enthaltenen Flächenstücke BMDFE beschrieben wird?

Aufl. $\frac{\pi}{3}\left[a^2(3r - a) - b^2(3r - b)\right] = 1{,}390678$ C. F.

679. Ein Kreisoctant dreht sich um einen der ihn begränzenden Radien, welcher die Länge $r = 1{,}06$ F. hat. Es soll der von der Fläche des Octanten beschriebene Körper K und die von dem Bogen des Octanten beschriebene Fläche F gefunden werden.

Aufl. $K = \frac{1}{3}\pi r^3(2 - \sqrt{2}) = 0{,}7306095$ C. F.

$F = \pi r^2(2 - \sqrt{2}) = 2{,}067763$ □ F.

680. Ein Kreis vom Radius $r = 1$ F. ist durch ein eingeschriebenes regelmäßiges Dreißigeck in lauter gleiche Sectoren getheilt. Wenn einer dieser Sectoren um seinen Gränzhalbmesser rotirt; wie groß ist der dadurch entstehende Körper K und die vom Bogen des Sectors beschriebene Fläche F?

Aufl. $K = \frac{\pi r^3}{6}\left(4 - \sqrt{9 + \sqrt{5} + \sqrt{30 - 6\sqrt{5}}}\right) = 0{,}045767$ C. F.

$F = \frac{\pi r^2}{2}\left(4 - \sqrt{9 + \sqrt{5} + \sqrt{30 - 6\sqrt{5}}}\right) = 0{,}137303$ □ F.

681. Ein Kreissector dreht sich um einen außer ihm liegenden Radius des Kreises, welchem er selbst angehört. Wenn der Radius

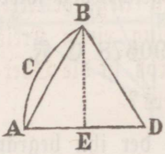
$r = 1{,}02$ F. des Sectors und die Projection $a = 0{,}51$ F. seines Bogens auf der Axe gegeben sind; wie groß ist der vom Sector erzeugte Körper K und die von seinem Bogen beschriebene krumme Fläche F?

Aufl. $K = \frac{2}{3} a r^2 \pi = 1{,}111294$ C. F.

$F = 2 a r \pi = 3{,}268513$ □ F.

682. Ein Kreissegment BDM (Fig. 675) rotirt um einen außer ihm liegenden Radius AC des Kreises, zu dem dasselbe gehört. Die Projection EF des Bogens des Segmentes hat auf der Axe die Länge $a = 2{,}01$ F. und die Sehne BD beträgt $s = 2{,}4494897$ F.; wie groß ist der vom Segmente erzeugte Rotationskörper?

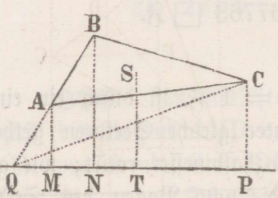
Aufl. $\frac{1}{6} a s^2 \pi = 6{,}3146011$ C. F.



683. Wenn ein Kreissegment ABC um einen durch den Endpunkt seines Bogens gehenden Radius AD rotirt, dessen Länge $r = 1{,}5$ F. ist und die Projection AE des Bogens auf der Axe die Länge $a = 1$ F. hat; wie groß ist der vom Segmente beschriebene Körper K und die von seinem Bogen beschriebene krumme Fläche F?

Aufl. $K = \frac{1}{3} a^2 r \pi = 1{,}5707963$ C. F.

$F = 2 a r \pi = 9{,}4247778$ □ F.



684. Das Dreieck ABC, dessen Flächeninhalt $F = 3{,}2$ □ F. ist, wird um eine in der nämlichen Ebene mit dem Dreieck, aber außerhalb desselben liegende Axe QP herumgedreht. Die senkrechten Abstände der Dreiecksspitzen von der Axe sind gegeben: $AM = a = 0{,}1273$ F., $BN = b = 1{,}0321$ F., $CP = c = 0{,}3406$ F. — Man soll den Inhalt des ringförmigen dreikantigen Körpers finden, welcher von ABC beschrieben wird.

Aufl. $\frac{2}{3}(a + b + c)\pi F = 10{,}053096$ C. F.

685. Wenn für das Dreieck ABC (Fig. 684) gegeben sind die Seiten $AB = a = 0{,}5$ F. und $AC = BC = b = 2$ F., ferner die Abstände $m = 0{,}9732$ F., $n = 1{,}0268$ F., $p = 0{,}8$ F. der Dreiecksspitzen A, B, C, von der Umdrehungsaxe QP; wie groß ist die gesammte Oberfläche des von ABC beschriebenen ringförmigen Körpers?

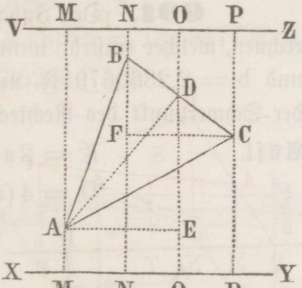
Aufl. $\pi[a(m+n)+b(m+n+2p)] = 25,761059$ □ F.

686. Der Schwerpunkt S eines Dreiecks ABC (Fig. 684), dessen Flächeninhalt $F = 0,7071068$ □ F. ist, hat von einer außerhalb des Dreiecks in dessen Ebene liegenden Umdrehungsaxe QP den Abstand $ST = 2,8284272$ F. — Welches Volumen hat der vom Dreiecke beschriebene Rotationskörper?

Aufl. $2\pi . ST . F = 12,5663704$ C. F.

687. Ein gleichseitiges Dreieck vom Flächeninhalt $a = 1,7320508$ □ F. dreht sich um eine außerhalb desselben liegende Axe. Wenn der Schwerpunkt des Dreiecks bei dieser Umdrehung einen Kreis beschreibt, dessen Peripherie $p = 3,023127$ F. ist; wie groß ist die Oberfläche des von dem Dreiecke erzeugten ringförmigen Körpers?

Aufl. $2p\sqrt[4]{27a^2} = 18,138762$ □ F.



688. Das gleichschenklige Dreieck ABC, dessen Flächeninhalt $F = 12$ □ F. und dessen Höhe $AD = 4$ F. ist, hat eine solche Lage zu einer in der nämlichen Ebene mit dem Dreiecke, aber außerhalb desselben liegenden Drehungsaxe (gleichviel ob XY oder VZ), daß der senkrechte Abstand des Scheitels A von der letztern $AM = 5,5$ F. beträgt, und die Projection der Grundlinie BC des Dreiecks auf der Axe die Länge $NP = 5$ F. hat. Es soll der Inhalt des von ABC erzeugten ringförmigen Körpers gefunden werden, 1) wenn der Scheitel A näher als die Mitte D der Grundlinie zur Drehungsaxe liegt, also ABC um XY rotirt, 2) wenn D näher als A zur Axe liegt, also VZ die Drehungsaxe bildet.

Aufl. 1) $2\pi . AM . F + \frac{2}{3}\pi . AD^2 . NP = 582,241828$ C. F.

2) $2\pi . AM . F - \frac{2}{3}\pi . AD^2 . NP = 247,138618$ C. F.

689. Man nehme an, daß in der vorigen Aufgabe das gleichschenklige Dreieck ABC sich zwar nicht selbst, wol aber seine Lage zur Drehungsaxe ändere. 1) Wenn die Grundlinie BC die senkrechte Richtung zur Drehungsaxe XY oder VZ hat, den Rotationskörper aus den Stücken $AM = 2{,}75$ F. und $F = 3 \square$ F. zu bestimmen; 2) wenn der Scheitel A selbst in der Axe XY liegt, den Rotationskörper aus den Stücken $AD = 2$ F. und $NP = 2{,}5$ F. zu berechnen.

Aufl. 1) $2\pi \,.\, AM \,.\, F = 51{,}8362779$ C. F.

2) $\frac{2}{3}\pi \,.\, AD^2 \,.\, NP = 20{,}9439506$ C. F.

690. Ein Parallelogramm, welches die beiden Seiten $m = 3$ F., $n = 2$ F. und den Inhalt $P = 5 \square$ F. hat, wird um eine außerhalb desselben in der nämlichen Ebene liegende Axe gedreht. Die aus den Eckpunkten des Parallelogramms auf die Axe gefällten Perpendikel haben die Längen $a = 2{,}04$ F., $b = 0{,}96$ F., $c = 1{,}54$ F., $d = 0{,}46$ F.. Wie groß ist der Körperinhalt K und die ganze Oberfläche O des von dem Parallelogramme beschriebenen Körpers?

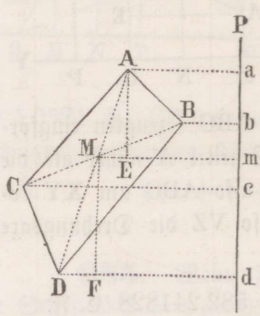
Aufl. $K = \frac{1}{2}(a + b + c + d)\pi P = 39{,}269907$ C. F.

$O = (a + b + c + d)(m + n)\pi = 78{,}539815 \square$ F.

691. Den Inhalt K und die Oberfläche O des Körpers zu berechnen, welcher entsteht, wenn ein Rechteck mit den Seiten $a = 8{,}9442718$ F. und $b = 2{,}2360679$ F. um eine äußere Axe gedreht wird, so daß dabei der Schwerpunkt des Rechtecks von der Axe den Abstand $m = 2{,}5$ F. hat.

Aufl. $K = 2abm\pi = 314{,}15926$ C. F.

$O = 4(a + b)m\pi = 351{,}2406 \square$ F.



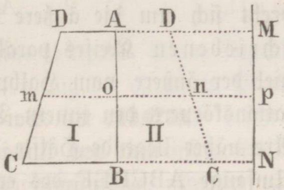
692. Aus den Eckpunkten A, B, C, D und dem Durchschnittspunkte M der Diagonalen eines Trapezoides ABCD, dessen Inhalt $F = 6{,}5 \square$ F. ist, sind auf eine äußere, in derselben Ebene liegende Drehungsaxe PQ die Perpendikel $a = 1$ F., $b = 0{,}5$ F., $c = 1{,}8$ F., $d = 1{,}5$ F., $m = 1{,}2$ F. gefällt worden. Es soll das Volumen des vom Trapezoide beschriebenen Rotationskörpers gefunden werden.

Aufl. $\frac{2}{3}(a + b + c + d - m)\pi F = 49{,}00884$ C. F.

693. Ein Trapezoid hat den Flächeninhalt $F = 26$ □ F. Wenn dasselbe um eine in seiner Ebene liegende äußere Axe gedreht wird, und der Schwerpunkt des Trapezoides von der Axe den senkrechten Abstand $s = 2,4$ F. hat; wie groß ist der beschriebene Rotationskörper?

Aufl. $\quad 2\pi s F = 392,070756$ C. F.

694. Ein Trapez ABCD, in welchem eine Seite AB auf zweien anderen Seiten senkrecht steht, dreht sich um eine in seiner Ebene liegende äußere Axe MN, welche jener Seite AB parallel läuft. Es sind gegeben die Seiten $AD = a = 1$ F., $BC = b = 1,9$ F., $CD = c = 1,5$ F., $AB = h = 1,2$ F. und der Abstand der letztern Seite von der Axe, $AM = d = 2$ F. — Man soll den von ABCD beschriebenen Körper K und die von CD beschriebene krumme Fläche F berechnen, wenn als die erzeugende Fläche 1) das mit der Axe auf verschiedenen Seiten von AB liegende Trapez I, und 2) das mit der Axe auf einerlei Seite liegende Trapez II angenommen wird.



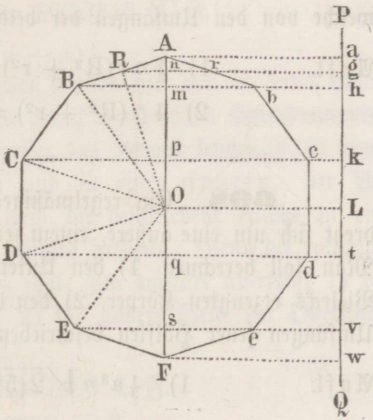
Aufl. 1) $K = dh(a+b)\pi + \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + ab)h\pi = 30,04619$ C. F.

$F = c\pi(2d + a + b) = 32,51548$ □ F.

2) $K = dh(a+b)\pi - \frac{1}{3}(a^2 + b^2 + ab)h\pi = 13,68477$ C. F.

$F = c\pi(2d - a - b) = 5,1836268$ □ F.

695. Man kennt den Flächeninhalt $F = 20,109357$ □ F. und den Umfang $P = 16$ F. eines regelmäßigen Vielecks ABCDEFedcb von gerader Seitenzahl, endlich den Abstand $OL = a = 3,5$ F. seines Mittelpunktes von einer in der nämlichen Ebene, aber ganz außerhalb des Vielecks liegenden Axe PQ, welche einem großen Durchmesser des Vielecks parallel ist; man sucht den Inhalt K und die Oberfläche O des ringförmigen Körpers, welcher entsteht, wenn das Vieleck um die Axe gedreht wird.



Aufl. $K = 2a\pi F = 442{,}2277$ C. F.

$O = 2a\pi P = 351{,}8584$ □ F.

696. Ein regelmäßiges Polygon von gerader Seitenzahl ABCDEFedcb (Fig. 695), in welchem die Radien des um- und eingeschriebenen Kreises $R = 1{,}3065627$ F. und $r = 1{,}2071068$ F. betragen, dreht sich um die äußere Axe PQ, welche einem Durchmesser des umschriebenen Kreises parallel ist. Es soll berechnet werden 1) um wie viel der äußere vom Halbpolygone ABCDEF beschriebene Theil des Rotationskörpers den innern Theil desselben übertrifft, welche die andere, der Axe näher liegende Hälfte AbcdeF beschreibt, 2) um wie viel die vom Umfange ABCDEF des ersten Halbpolygons beschriebene Fläche diejenige Fläche übertrifft, welche von dem Umfange AbcdeF der andern Hälfte beschrieben wird.

Aufl. 1) $\frac{8}{3}\pi R r^2 = 15{,}94923$ C. F.

2) $8\pi R r = 39{,}63835$ □ F.

697. Ein regelmäßiges Polygon von gerader Seitenzahl dreht sich um eine äußere, in der nämlichen Ebene liegende Axe, welche einem Durchmesser des eingeschriebenen Kreises parallel ist. Die Radien des um- und eingeschriebenen Kreises sind $R = 1{,}9318516$ F. und $r = 1{,}8660254$ F.. — Man soll den Unterschied angeben 1) zwischen dem äußern und innern Theil des Rotationskörpers, 2) zwischen den Flächen, welche von den Umfängen der beiden Halbpolygone beschrieben werden.

Aufl. 1) $\frac{4}{3}\pi r(R^2 + r^2) = 56{,}38816$ C. F.

2) $4\pi(R^2 + r^2) = 90{,}655$ □ F.

698. Ein regelmäßiges Achteck, dessen Seite $a = 2$ F. ist, dreht sich um eine äußere, einem seiner großen Durchmesser parallele Axe. Man soll berechnen 1) den Unterschied der von den beiden Hälften des Vielecks erzeugten Körper, 2) den Unterschied der Flächen, welche von den Umfängen jener Hälften beschrieben werden.

Aufl. 1) $\frac{1}{3}a^3\pi\sqrt{2(58 + 41\sqrt{2})} = 127{,}594$ C. F.

2) $2a^2\pi\sqrt{2(10 + 7\sqrt{2})} = 158{,}5535$ □ F.

699. Wenn ein regelmäßiges Zwölfeck von der Seite $a = 0,5$ F. um eine äußere, einem seiner kleinen Durchmesser parallele Axe rotirt; um wie viel unterscheiden sich von einander 1) die Inhalte des äußern und innern Theiles des Rotationskörpers, 2) die von den Umfängen der beiden Hälften des Vielecks beschriebenen Flächen?

Aufl. 1) $\frac{1}{6}a^3\pi(54 + 31\sqrt{3}) = 7,048528$ C. F.

2) $a^2\pi(15 + 8\sqrt{3}) = 22,66377$ □ F.

700. Wenn sich ein Kreis um eine in seiner Ebene liegende äußere Axe herumdreht, so daß dabei die Entfernung der einzelnen Punkte des Kreises von der Axe unverändert bleibt, so wird der vom Kreise beschriebene Körper ein Ring und die vom Umfange des rotirenden Kreises beschriebene Fläche die Oberfläche desselben genannt. — Es sei nun der Radius $r = 2,236068$ F. eines rotirenden Kreises und der Abstand $a = 3$ F. seines Mittelpunktes von der Axe gegeben; wie groß ist der körperliche Inhalt K und die Oberfläche O des Ringes?

Aufl. $K = 2ar^2\pi^2 = 296,0882$ C. F.

$O = 4ar\pi^2 = 264,8292$ □ F.

701. Den Inhalt K und die Oberfläche O eines körperlichen Ringes zu berechnen, dessen äußere Peripherie den Radius $R = 1,047214$ F. hat und dessen senkrechter Durchschnitt ein Kreis mit dem Radius $r = 0,447213$ F. ist.

Aufl. $K = 2r^2\pi^2(R - r) = 2,368698$ C. F.

$O = 4r\pi^2(R - r) = 10,59315$ □ F.

702. Bei der Rotation eines Kreises um eine in seiner Ebene liegende äußere Axe wird der erzeugte Ring durch einen Cylindermantel, welchen der der Axe parallele Durchmesser des Kreises beschreibt, in einen äußern, von der Axe entfernteren und in einen innern, der Axe näheren Theil und dem entsprechend auch die beschriebene Fläche in eine äußere und innere Oberfläche des Ringes getheilt. Wenn der rotirende Kreis den Radius $r = 1,4422496$ F. hat; um wieviel übertrifft 1) der äußere Theil des Ringes den innern, 2) die äußere Seite der Oberfläche des Ringes die innere Seite derselben?

Aufl. 1) $\frac{8}{3}\pi r^3 = 25,1327408$ C. F.

2) $8\pi r^2 = 52,2782$ □ F.

703. Der Mittelpunkt eines Kreises, dessen Radius $r = 4{,}3267488$ F. ist, hat von einer äußern, in derselben Ebene liegenden Drehungsaxe den Abstand $a = 4{,}4$ F. — Es soll für den vom Kreise erzeugten Ring berechnet werden 1) der äußere Theil, 2) der innere Theil, 3) die äußere Oberfläche, 4) die innere Oberfläche.

Aufl. 1) $\pi r^2(a\pi + \frac{4}{3} r) = 1152{,}263$ C. F.

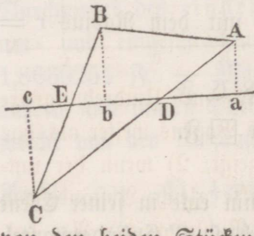
2) $\pi r^2(a\pi - \frac{4}{3} r) = 473{,}6796$ C. F.

3) $2\pi r(a\pi + 2r) = 611{,}041$ □ F.

4) $2\pi r(a\pi - 2r) = 140{,}537$ □ F.

704. In einem geraden Cylinder von der Höhe $h = 4$ F. und dem Radius $r = 3$ F. ist ein Kegel construirt, welcher mit dem Cylinder eine gemeinschaftliche Grundfläche hat und dessen Spitze in dem Mittelpunkte der obern Grundfläche des Cylinders liegt. Wenn in den Raum zwischen beiden Körpern ein körperlicher Ring gelegt wird, der die obere Grundfläche des Cylinders und die krummen Mantelflächen beider Körper berührt; wie groß ist der Radius der kreisförmigen Ringaxe?

Aufl. $\frac{1}{2}\left(r - h + \sqrt{h^2 + r^2}\right) = 2$ F.



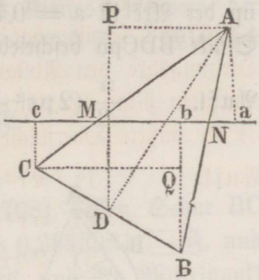
705. Ein Dreieck ABC rotirt um eine dasselbe durchschneidende Axe. Aus dem Flächeninhalte $F = 23{,}4$ □ F. des Dreiecks und den aus seinen Ecken auf die Drehungsaxe gefällten Perpendikeln $Aa = a = 2{,}3$ F., $Bb = b = 2{,}45$ F., $Cc = c = 1{,}24$ F. den Unterschied der Körper zu finden, die von den beiden Stücken ABED und CDE beschrieben werden, in welche das Dreieck ABC von der Axe getheilt wird.

Aufl. $\frac{2}{3}(a + b - c)\pi F = 172{,}02108$ C. F.

706. Wenn der Schwerpunkt eines Dreiecks, dessen Flächeninhalt $F = 93{,}6$ □ F. ist, von einer dasselbe durchschneidenden Drehungsaxe den Abstand $s = 2{,}34$ F. hat; wie groß ist der Unterschied der Inhalte der von den beiden Dreiecksstücken beschriebenen Körper?

Aufl. $2s\pi F = 1376{,}168$ C. F.

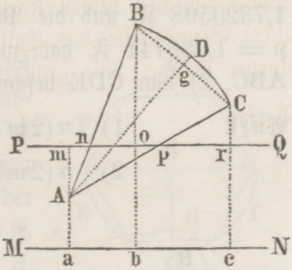
707. Das gleichschenklige Dreieck ABC, von welchem die Höhe AD = h = 4 F. und der Flächeninhalt F = 12 □ F. gegeben sind, rotirt um eine dasselbe durchschneidende Axe. Wenn das innerhalb des Dreiecks liegende Stück MN der Axe die Länge b = 3,2 F. und die Projection bc der Grundlinie des Dreiecks auf der Axe die Länge p = 5,21 F. hat, endlich der Abstand Aa der Spitze von der Axe a = 1,2 F. beträgt; wie groß sind die beiden von den Dreiecksstücken AMN und BCMN beschriebenen Rotationskörper?



Aufl. $\frac{1}{3}a^2 b\pi = 4{,}825486$ C. F.

$$\frac{\pi}{3}(a^2 b + 2h^2 p) - 2a\pi F = 88{,}93638 \text{ C. F.}$$

708. Ein Kreissector ABDC, dessen Radius AB = r = 1,7320508 F. und Flächeninhalt S = 10 □ F. gegeben sind, dreht sich um eine äußere, in derselben Ebene mit ihm liegende Axe MN. Der Abstand Aa seines Centrums von der Axe beträgt a = 2 F. und die Projection bc seines Bogens auf derselben p = 0,05 F. — Es soll der Inhalt des beschriebenen Rotationskörpers für folgende drei Lagen des Sektors zur Umdrehungsaxe gefunden werden, 1) wenn der Mittelpunkt D des Bogens weiter als das Centrum A von der Axe absteht, wie die Figur zeigt, 2) wenn der umgekehrte Fall stattfindet, 3) wenn jene beiden Punkte gleiche Abstände von der Axe haben, also die Sehne BC die senkrechte Richtung zur Axe hat.



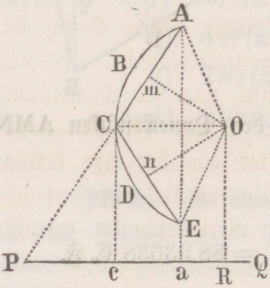
Aufl. 1) $2\pi(aS + \frac{1}{3}pr^2) = 125{,}9778$ C. F

2) $2\pi(aS - \frac{1}{3}pr^2) = 125{,}3495$ C. F.

3) $2a\pi S = 125{,}6637$ C. F.

709. Ein Kreissector ABC (Fig. 708) vom Radius r = 1 F. und dem Flächeninhalte S = 0,7853981 □ F. rotirt um eine denselben durchschneidende Axe PQ. Der Abstand Am seines Centrums von der Axe beträgt m = 0,345827 F., die Projection or seines Bogens auf derselben p = 1,383309 F. und das innerhalb des Sectors liegende Stück np der Axe ist $a = 0{,}7571098$ F. — Es soll der Inhalt des von dem Stücke BDCpn beschriebenen Körpers gefunden werden.

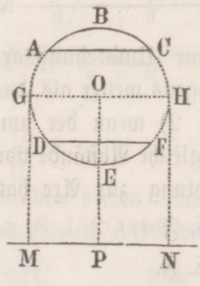
Aufl. $\frac{\pi}{3}(2pr^2 + am^2 - 6mS) = 1{,}285429$ C. F.



710. In einem Kreisabschnitte ABC steht die Mitte B des Bogens weiter als das Centrum O des zugehörigen Kreises von der äußern Rotationsaxe PQ ab, während im Kreisabschnitte CDE der umgekehrte Fall stattfindet, so daß der Bogen seine erhabene Seite der Axe zuwendet. Wenn für jeden der beiden Abschnitte der Flächeninhalt $A = 0{,}6141848$ □ F. und der Abstand OR des Centrums von der Axe $m = 1{,}5$ F. beträgt, ferner die Sehne $(AC = CE)$ die Länge $s = 1{,}7320508$ F. und die Projection ac des Bogens auf der Axe die Länge $p = 1{,}266741$ F. hat; wie groß ist der Rotationskörper, welcher 1) von ABC, 2) von CDE beschrieben wird?

Aufl. 1) $\pi(2mA + \frac{1}{6}ps^2) = 7{,}778348$ C. F.

2) $\pi(2mA - \frac{1}{6}ps^2) = 3{,}798762$ C. F.



711. Jeder der beiden Kreisabschnitte ABC und DEF, welche denselben Flächeninhalt $A = 2{,}456739$ □ F. und eine gleich große Sehne $s = 3{,}464101$ F. haben, rotirt um eine äußere, den Sehnen AC und DF parallele Axe MN, deren Abstand OP von dem Mittelpunkte des Kreises, welchem die Abschnitte angehören, $m = 3$ F. beträgt. Es sollen die von ABC und DEF beschriebenen Rotationskörper gefunden werden.

Aufl. $\pi(2mA + \frac{1}{6}s^3) = 68{,}07381$ C. F.

$\pi(2mA - \frac{1}{6}s^3) = 24{,}54267$ C. F.

712. Die Sehne AE eines Kreisabschnittes ACE (Fig. 710) vom Flächeninhalte $A = 0{,}0982695$ □ F. hat zu einer äußern Rotationsaxe PQ die senkrechte Richtung und die Mitte C des zugehörigen

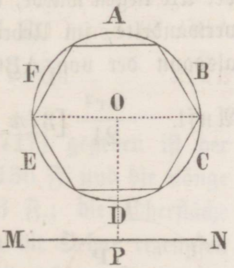
Bogens und daher auch der Mittelpunkt O des Kreises, welchem der Abschnitt angehört, von jener Axe den Abstand m = 0,6 F. — Wie groß ist der vom Kreisabschnitte beschriebene Körper?

Aufl. $2\pi m A = 0{,}3704675$ C. F.

713. Der Kreisabschnitt BCD (Fig. 708), dessen Sehne BC = s = 1,4142136 F. ist, hat den Inhalt A = 0,2853981 □ F. und rotirt um eine Axe PQ, so daß der Kreisabschnitt und der Mittelpunkt A des zugehörigen Kreises auf verschiedenen Seiten der Rotationsaxe liegen. Der Abstand Am des Mittelpunktes von der Axe beträgt m = 0,345827 F. und die Projection or des Bogens BC auf derselben p = 1,383309 F. — Wie groß ist der vom Kreisabschnitte erzeugte Rotationskörper?

Aufl. $\pi(\frac{1}{6}ps^2 - 2mA) = 0{,}828458$ C. F.

714. Ein Kreis vom Radius r = 2,4494897 F., in welchen ein regelmäßiges Sechseck eingeschrieben ist, rotirt um eine äußere, in derselben Ebene liegende Axe MN, die dem großen Durchmesser des Sechsecks parallel ist, so daß der Abstand OP des Mittelpunktes von ihr m = 3 F. beträgt. Man soll die Inhalte der Körper A, B, C, D, E, F finden, welche von den einzelnen Kreisabschnitten beschrieben werden.



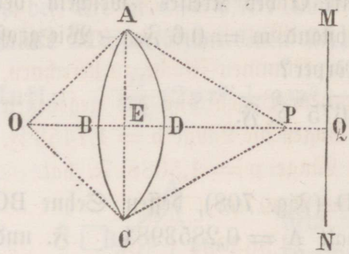
Aufl. $A = \frac{\pi r^2}{6}(2m\pi - 3m\sqrt{3} + r) = 17{,}94036$ C. F.

$$B = F = \frac{\pi r^2}{6}\left(2m\pi - 3m\sqrt{3} + \frac{r}{2}\right) = 14{,}09271 \text{ C. F.}$$

$$C = E = \frac{\pi r^2}{6}\left(2m\pi - 3m\sqrt{3} - \frac{r}{2}\right) = 6{,}39741 \text{ C. F.}$$

$$D = \frac{\pi r^2}{6}(2m\pi - 3m\sqrt{3} - r) = 2{,}54976 \text{ C. F.}$$

715. Es sei das Doppelsegment ABCD von einem Sextanten ABCP, dessen Radius r = 4,8989795 F. ist und von einem

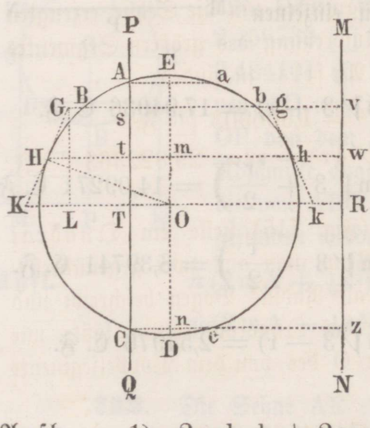


Quadranten ADCO dadurch gebildet, daß beide Sectoren eine gemeinschaftliche Sehne AC haben. Wenn das Doppelsegment um die äußere, der Sehne parallele Axe MN rotirt und der Mittelpunkt des Sextanten um das Stück PQ = m = 0,75 F. von der Axe absteht; wie groß ist der von ABCD beschriebene Körper?

Aufl. $\frac{\pi r^2}{24}[3(\pi - 2)(2m + r + r\sqrt{3}) + 4m(2\pi - 3\sqrt{3})]$
$= 170{,}3885$ C. F.

716. Wenn in der vorigen Aufgabe der Quadrant ADCO die umgekehrte Lage hätte, so daß nämlich sein Mittelpunkt O eben so wie der des Sextanten (P) zwischen der gemeinschaftlichen Sehne AC und der Axe liegen würde, also das Doppelsegment ABCD sich in eine Lunula verwandelte, im Uebrigen aber Alles bliebe wie vorhin; wie groß wäre alsdann der von ABCD beschriebene Körper?

Aufl. $\frac{\pi r^2}{24}[3(\pi - 2)(2m + r + r\sqrt{3}) - 4m(2\pi - 3\sqrt{3})]$
$= 149{,}8985$ C. F.



717. Ein Kreis vom Radius OE = r = 1 F. dreht sich um eine äußere Axe MN, von welcher der Mittelpunkt um das Stück OR = d = 1,5 F. absteht. Man soll den Inhalt der krummen Fläche berechnen, welche 1) von den Bogen BHC, 2) von dem Bogen bhc des gegebenen Kreises beschrieben wird, wenn jeder dieser Bogen die Länge b = 2,0943 F. und seine Projection vz auf der Axe die Länge p = 1,732 F. hat.

Aufl. 1) $2\pi d \,.\, b + 2\pi r \,.\, p = 31{,}56331 \,\square$ F.

2) $2\pi d \,.\, b - 2\pi r \,.\, p = 7{,}91339 \,\square$ F.

718. Ein Kreis (Fig. 717) vom Radius $r = 1$ F. dreht sich um eine innere Axe PQ, von welcher der Mittelpunkt um das Stück $OT = d = 0{,}5$ F. absteht. Den Inhalt der krummen Fläche zu berechnen, welche 1) von dem Bogen BHC, 2) von dem Bogen bhc des gegebenen Kreises beschrieben wird, wenn jeder dieser Bogen die Länge $b = 1{,}7453$ F. und seine Projection sC auf der Axe die Länge $p = 1{,}5088$ F. hat.

Aufl. 1) $2\pi r \,.\, p - 2\pi d \,.\, b = 3{,}99705$ □ F.

2) $2\pi r \,.\, p + 2\pi d \,.\, b = 14{,}963094$ □ F.

719. Die Sehne AC eines Kreises (Fig. 717) habe die Länge $s = 2$ F., ihr Abstand TO vom Centrum sei $d = 1{,}7320508$ F., der Inhalt des kleinern Abschnittes $AHC = a = 0{,}362344$ □ F. und der des größern Abschnittes $AhC = A = 11{,}204036$ □ F. — Es soll berechnet werden 1) der von dem kleinern Segmente AHC durch die Rotation des Kreises um die Sehne AC beschriebene Körper (sphärische Spindel) und 2) der von dem größern Segmente AhC beschriebene Körper (sphärischer Apfel).

Aufl. 1) $\frac{1}{6}\pi s^3 - 2\pi d \,.\, a = 0{,}245485$ C. F.

2) $\frac{1}{6}\pi s^3 + 2\pi d \,.\, A = 126{,}11989$ C. F.

720. Wenn von einem Kreise (Fig. 717) gegeben ist der Radius $r = 1$ F., eine Sehne $AC = s = 1{,}4142136$ F. und die Länge des zugehörigen Bogens $AHC = b = 1{,}5707963$ F.; die Oberfläche 1) der durch Umdrehung des kleinern Segmentes um die Sehne erzeugten spärischen Spindel, 2) des durch Umdrehung des größern Segmentes um die Sehne erzeugten sphärischen Apfels zu finden.

Aufl. 1) $2\pi rs - \pi b\sqrt{4r^2 - s^2} = 1{,}906903$ □ F.

2) $2\pi rs + \pi(2\pi r - b)\sqrt{4r^2 - s^2} = 29{,}822363$ □ F.

721. Das Viereck AOCP (Fig. 715) stelle ein Quadrat von der Seite $AO = a = 2$ F. vor. Wenn man aus zwei gegenüberliegenden Ecken O und P mit der Seite a als Radius Bogen beschreibt und die ganze Figur um eine beliebige Seite des Quadrats rotiren läßt; wie groß ist der Inhalt K und die Oberfläche O des von dem Doppelsegmente ABCD erzeugten Körpers?

Aufl. $K = \frac{1}{2}a^3\pi(\pi - 2) = 14{,}34567$ C. F.

$O = a^2\pi^2 = 39{,}47842$ □ F.

722. Von einem Rechtecke GHNM (Fig. 711) ist die größere Seite $GM = a = 2$ F. und die kleinere $GH = b = 1$ F. gegeben. Wenn man um GH als Durchmesser einen Kreis beschreibt und die ganze Figur um MN rotiren läßt; wie groß ist der Inhalt K und die krumme Oberfläche O des Rotationskörpers, welcher 1) von dem Rechtecke nebst dem äußern Halbkreise GBH, 2) von dem Rechtecke nebst dem innern Halbkreise GEH beschrieben wird?

Aufl. 1) $K = b\pi(a^2 + \frac{1}{6}b^2 + \frac{1}{4}ab\pi) = 18{,}024771$ C. F.

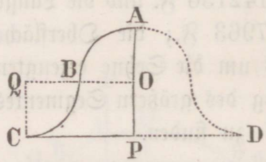
$O = b\pi(a\pi + b) = 22{,}8808$ □ F.

2) $K = b\pi(a^2 + \frac{1}{6}b^2 - \frac{1}{4}ab\pi) = 8{,}155167$ □ F.

$O = b\pi(a\pi - b) = 16{,}597616$ □ F.

723. Ueber der Hypotenuse $a = 2{,}8844991$ F. eines rechtwinkligen gleichschenkligen Dreiecks beschreibt man einen Halbkreis nach außen und außerdem aus der Spitze des Dreiecks mit einer Kathete als Radius einen Bogen über der Hypotenuse. Wie groß ist der Körper, welcher von dem zwischen beiden Bogen gelegenen halbmondformigen Stück beschrieben wird, wenn sich die Figur um eine Axe herumdreht, welche parallel zur Hypotenuse durch die Spitze des Dreiecks geht?

Aufl. $\frac{1}{8}a^3\pi^2 = 29{,}60907$ C. F.



724. Es sei aus dem Punkte O mit dem Radius $r = 1$ F. der Quadrant AB und mit demselben Radius aus Q der Quadrant BC beschrieben, so daß die beiden Radien OB und QB in gerader Linie liegen und die Bogen einander entgegengesetzt mit ihren Endpunkten in B zusammenstoßen. Wie groß ist der Inhalt K und die krumme Oberfläche O des durch die Rotation beider Quadranten um AP als Axe erzeugten glockenförmigen Körpers?

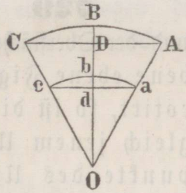
Aufl. $K = \pi r^3\left(\frac{16}{3} - \pi\right) = 6{,}885554$ C. F.

$O = 2r^2\pi^2 = 19{,}739208$ □ F.

725. Die Größe des Rotationskörpers zu finden, welcher dadurch entsteht, das ein regelmäßiges Fünfeck, dessen Diagonale $a = 2$ F. ist, um eine seiner Seiten als Axe eine vollständige Umdrehung macht.

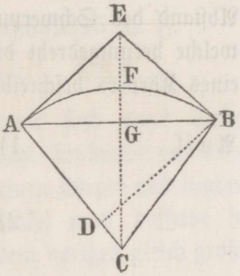
Aufl. $\frac{a^3\pi}{4}\sqrt{5} = 14{,}0496$ C. F.

726. Zwei Kreissectoren AOB und aOb, welche einen gemeinschaftlichen Centriwinkel haben, sind mit den Halbmessern $AO = R = 2$ F. und $aO = r = 1{,}9129312$ F. beschrieben. Wenn dieselben um einen ihrer beiden Gränzhalbmesser rotiren und die Projection BD des größern Bogens auf der Axe die Länge $h = 0{,}06$ F. hat; den Körper (Kugelschale) zu berechnen, welcher von dem zwischen beiden Bogen AB und ab liegenden Ringausschnitt des größern Sectors beschrieben wird.



Aufl. $\frac{2\pi h}{3R}(R^3 - r^3) = 0{,}0628318$ C. F.

727. Von einem Kreissector ACBF ist der Radius $AC = r = 3$ F. und die Projection des Bogens auf demselben $AD = a = 2$ F. gegeben. Wenn man durch die Endpunkte der begränzenden Radien an den Bogen die Tangenten AE und BE zieht und die ganze Figur um AC rotiren läßt; die Größe des Rotationskörpers zu finden, welcher 1) von dem Dreieck ACB, 2) von dem Segmente ABF, 3) von der Fläche AEBFA beschrieben wird.

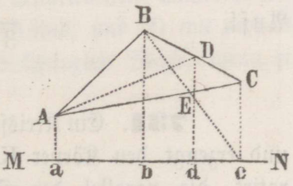


Aufl. 1) $\frac{1}{3} a r \pi (2r - a) = 25{,}13274$ C. F.

2) $\frac{1}{3} a^2 r \pi = 12{,}56637$ C. F.

3) $\frac{a^2 r^2 \pi}{3(2r - a)} = 9{,}424777$ C. F.

728. Von einem Dreieck ABC kennt man die Länge einer Seite $BC = m = 1{,}75$ F. und die Abstände $Aa = a = 1$ F., $Bb = b = 2$ F., $Cc = c = 1{,}5$ F. der Winkelspitzen von einer äußern Rotationsaxe MN. Man will das Dreieck durch eine aus der Ecke A gezogene Gerade AD so theilen, daß die von den beiden Stücken ABD und ACD des Dreiecks erzeugten Rotationskörper einander gleich seien. Wie groß muß der Abschnitt BD auf der gegebenen Seite des Dreiecks genommen werden?



Aufl. $\frac{m}{2(b-c)}\left[a + 2b - \sqrt{(a+b)^2 + b^2 + 2c(a+c)}\right] = 0{,}82654$ F.

729. Die Guldinsche Regel zur Berechnung des Inhaltes und der Oberfläche von Rotationskörpern lautet also: Wenn eine gegebene ebene Figur um eine in ihrer Ebene liegende feste Axe rotirt, so ist die von ihrem Umfange erzeugte Rotationsfläche gleich jenem Umfange, multiplicirt mit dem vom Schwerpunkte des Umfanges bei der Umdrehung zurückgelegten Wege, und der von ihrer Fläche erzeugte Rotationskörper gleich jener Fläche, multiplicirt mit dem vom Schwerpunkte der Fläche zurückgelegten Wege. — Es soll diese Regel bewiesen und dann gefunden werden 1) der Abstand des Schwerpunktes einer Figur des Inhaltes $F = 20{,}10935$ □ F. von einer Axe, um welche herumgedreht die Figur den Körper $K = 442{,}2277$ C. F. beschreibt, 2) der Abstand des Schwerpunktes einer Linie $L = 4{,}8$ F. von einer Axe, um welche herumgedreht die Linie die krumme Oberfläche $O = 31{,}66725$ □ F. eines Körpers beschreibt.

Aufl. 1) $\dfrac{K}{2\pi F} = 3{,}5$ F.

2) $\dfrac{O}{2\pi L} = 1{,}05$ F.

730. Wenn ein Bogen von der Länge $a = 9{,}869604$ F. durch seine Rotation um eine durch den Mittelpunkt des zugehörigen Kreises parallel zur Sehne des Bogens gezogene Axe eine krumme Fläche vom Inhalte $F = 124{,}0251$ □ F. erzeugt; wie weit ist dann der Schwerpunkt des Kreissectors, welcher dem Bogen entspricht, von der Axe entfernt?

Aufl. $\dfrac{F}{3a\pi} = 1\frac{1}{3}$ F.

731. Ein Kreissector hat den Flächeninhalt $F = 15{,}50313$ □ F. und erzeugt den Körper $K = 129{,}8788$ C. F., wenn er um eine Axe rotirt, die parallel der Sehne seines Bogens durch das Centrum des zugehörigen Kreises gezogen ist. Es soll hieraus gefunden werden, wie weit der Schwerpunkt des Bogens, welcher den Kreissector begränzt, von dem Kreiscentrum absteht.

Aufl. $\dfrac{3K}{4\pi F} = 2$ F.

732. Mit Hilfe der Guldinschen Regel für einen Bogen, der ein Sextant vom Radius $r = 2{,}0396$ F. ist, den Abstand des Schwerpunktes von dem Kreiscentrum zu finden.

Aufl. $$\frac{3r}{\pi} = 1{,}947419 \text{ F.}$$

733. Ein Trapez hat die Parallelseiten $a = 4$ F., $b = 2\frac{1}{3}$ F. und die Höhe $h = 3$ F. — Wenn dasselbe eine halbe Umdrehung um eine in seiner Ebene liegende äußere Axe macht, welche von der Seite a den senkrechten Abstand $d = 1\frac{1}{3}$ F. hat; wie groß ist der vom Trapeze beschriebene Rotationskörper?

Aufl. $\frac{1}{6} h\pi\left[(a + b)(h + 3d) + bh\right] = 120{,}552315$ C. F.

734. Von einem schiefwinkligen Dreieck sind zwei Seiten $a = 15$ F. und $b = 13$ F. gegeben. Das Dreieck beschreibt erst durch eine vollständige Umdrehung um die Seite a einen Körper und beginnt dann die Rotation um die Seite b. Welchen Winkel muß dasselbe bei der zweiten Rotation durchlaufen, damit ein mit dem vorigen gleich großer Körper erzeugt werde?

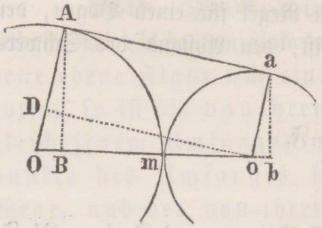
Aufl. $$\frac{b}{a} \cdot 360^{o} = 312^{o}.$$

735. Ein Dreieck hat die Seiten $a = 3{,}99854$ F., $b = 5{,}99781$ F., $c = 7{,}99708$ F. und rotirt nach einander um jede derselben. Wie verhalten sich 1) die bei der Rotation beschriebenen Winkel, wenn die erzeugten drei Rotationskörper inhaltsgleich sind, und 2) wie verhalten sich die vom Schwerpunkte des Dreiecks zurückgelegten Wege, wenn jene Winkel einander gleich sind?

Aufl. 1) $a : b : c = 2 : 3 : 4.$

2) $\frac{1}{a} : \frac{1}{b} : \frac{1}{c} = 6 : 4 : 3.$

736. An zwei Kreise, welche sich von außen im Punkte m berühren und deren Radien $R = 2{,}236068$ F. und $r = 1{,}732051$ F. sind, ist eine gemeinschaftliche Tangente Aa gelegt. Es soll der Inhalt



des Körpers berechnet werden, welcher durch die Rotation des zwischen der Tangente und den beiden Kreisen liegenden Flächenstückes Ama um die Centrallinie Oo erzeugt wird.

Aufl. $\frac{4\pi R^2 r^2}{3(R+r)} = 15{,}83416$ C. F.

XII. Kugel.

737. Den Inhalt K und die Oberfläche O einer Kugel aus ihrem Radius $r = 1{,}5$ F. zu berechnen.

Aufl. $K = \frac{4}{3} r^3 \pi = 14{,}13716$ C. F.

$O = 4 r^2 \pi = 28{,}27434 \square$ F.

738. Aus dem Durchmesser $d = 6{,}6$ F. einer Kugel den Inhalt K und die Oberfläche O zu berechnen.

Aufl. $K = \frac{1}{6} d^3 \pi = 150{,}5324$ C. F.

$O = d^2 \pi = 136{,}8477 \square$ F.

739. Aus dem körperlichen Inhalt $a = 113{,}09734$ C. F. einer Kugel zu berechnen den Radius r, den Durchmesser d, den größten Umfang p und die Oberfläche O der Kugel.

Aufl. $r = \sqrt[3]{\frac{3a}{4\pi}} = 3$ F.

$d = \sqrt[3]{\frac{6a}{\pi}} = 6$ F.

$p = \sqrt[3]{6 a \pi^2} = 18{,}84955$ F.

$O = \sqrt[3]{36 a^2 \pi} = 113{,}09734 \square$ F.

740. Aus der Oberfläche $a = 5{,}473908$ □ F. einer Kugel soll berechnet werden der Halbmesser r, der Durchmesser d, der größte Umfang p und der Inhalt K der Kugel.

Aufl.
$$r = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{\pi}} = 0{,}66 \text{ F.}$$
$$d = \sqrt{\frac{a}{\pi}} = 1{,}32 \text{ F.}$$
$$p = \sqrt{a\pi} = 4{,}1469 \text{ F.}$$
$$K = \frac{a}{6}\sqrt{\frac{a}{\pi}} = 1{,}204259 \text{ C. F.}$$

741. Wenn der Aequator der als Kugel betrachteten Erde $a = 5400$ Meilen angenommen wird; wie groß ist der Halbmesser r, der Durchmesser d, die Oberfläche O und der Körperinhalt K der Erde?

Aufl.
$$r = \frac{a}{2\pi} = 859{,}4367 \text{ M.}$$
$$d = \frac{a}{\pi} = 1718{,}8735 \text{ M.}$$
$$O = \frac{a^2}{\pi} = 9281917 \ \square \text{ M.}$$
$$K = \frac{a^3}{6\pi^2} = 2659073170 \text{ C. M.}$$

742. Den Körperinhalt K und die Oberfläche O einer Kugel zu finden, in welcher eine Sehne die Länge $s = 8$ F. hat und vom Mittelpunkte der Kugel $d = 2$ F. absteht.

Aufl.
$$K = \frac{\pi}{6}\sqrt{(4d^2 + s^2)^3} = 374{,}6568 \text{ C. F.}$$
$$O = \pi(4d^2 + s^2) = 251{,}327408 \ \square \text{ F.}$$

743. Wie groß ist der Inhalt K und die Oberfläche O einer Kugel, in welcher ein Kugelkreis den Radius $r = 1{,}2$ F. und von seinem Pole den senkrechten Abstand $d = 0{,}7416417$ F. hat?

Aufl.
$$K = \frac{\pi}{6}\left(\frac{d^2 + r^2}{d}\right)^3 = 10{,}11571 \text{ C. F.}$$
$$O = \pi\left(\frac{d^2 + r^2}{d}\right)^2 = 22{,}61943 \ \square \text{ F.}$$

744. Man kennt die Centrallinie $a = 4{,}5$ F. zweier sich berührender Kugeln und die Summe $b = 141{,}3717 \,\square$ F. ihrer Oberflächen; wie groß sind die Radien der Kugeln?

Aufl. $$\tfrac{1}{2}\left(a + \sqrt{\frac{b}{2\pi} - a^2}\right) = 3 \text{ F.}$$
$$\tfrac{1}{2}\left(a - \sqrt{\frac{b}{2\pi} - a^2}\right) = 1{,}5 \text{ F.}$$

745. Der Umfang der Erde enthält $a = 360$ Bogengrade. Wenn man die Länge eines Grades als Maßeinheit annimmt; wie groß ist der Durchmesser D, die Oberfläche O und der Inhalt K der Erde?

Aufl. $$D = \frac{a}{\pi} = 114{,}59155 \text{ Grade.}$$
$$O = \frac{a^2}{\pi} = 41252{,}961 \,\square \text{ Grade.}$$
$$K = \frac{a^3}{6\pi^2} = 787873{,}27 \text{ Cub. Grade.}$$

746. Wenn der Durchmesser der Erde zur Einheit genommen wird, so ist der Durchmesser der Sonne $D = 109{,}93$ und der des Mondes $d = 0{,}2727$. Wie groß ist die Sonne, wenn man das Volumen des Mondes als die Einheit ansieht?

Aufl. $$\left(\frac{D}{d}\right)^3 = 65507846.$$

747. Die Durchmesser der vier kleinen Planeten Vesta, Juno, Ceres und Pallas sind $a = 0{,}03$, $b = 0{,}18$, $c = 0{,}2$, $d = 0{,}26$ in Erddurchmessern. Nimmt man an, daß jene Himmelskörper nur die Trümmer eines im Weltraume zerplatzten Planeten bilden; wie groß müßte der Durchmesser dieses Planeten in Theilen des Erddurchmessers gewesen sein?

Aufl. $$\sqrt[3]{a^3 + b^3 + c^3 + d^3} = 0{,}3156005.$$

748. Die Entfernung des Mittelpunktes der Erde von jedem ihrer beiden Pole beträgt $r = 856{,}55$ Meilen und von dem Aequator $R = 859{,}44$ Meilen. Die Oberfläche O und das Volumen K der Erde zu berechnen, indem man diese gesuchten Größen als das Mittel zwischen den Oberflächen und zwischen den Inhalten zweier Kugeln betrachtet, welche mit dem Polarhalbmesser und dem Aequatorialhalbmesser beschrieben sind.

Aufl. $O = 2\pi(R^2 + r^2) = 9250828 \square$ M.

$$K = \frac{2\pi}{3}(R^3 + r^3) = 2645736000 \text{ C. M.}$$

749. Wie groß ist der Durchmesser einer Kugel, welche $a = 40$ Pfund wiegt, wenn ein Cubikfuß der Masse das Gewicht $g = 231$ Pfund hat?

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{6a}{g\pi}} = 0{,}6915386$ F.

750. Wie viel Kugeln vom Durchmesser $d = 1{,}148709$ Zoll lassen sich aus einem Pfunde Blei gießen, wenn ein Cubikzoll davon $p = 0{,}42$ Pfund wiegt?

Aufl. $\frac{6}{d^3\pi p} = 3$ Kugeln.

751. Wie viel wiegt eine eiserne Kugel, welche genau in ein Feuergewehr paßt, dessen Mündung die Weite $d = 3{,}6$ Zoll hat, wenn ein Cubikfuß Eisen $p = 462$ Pfund wiegt und der Fuß zu 12 Zoll angenommen wird?

Aufl. $\frac{d^3\pi p}{10368} = 6{,}531371$ Pfund.

752. Eine Kugel hat das absolute Gewicht $a = 6$ Pfund und besteht aus einem Metall, dessen specifisches Gewicht $s = 7{,}113$ ist, den Cubikfuß Wasser zu $g = 65{,}6$ Pfund angenommen; wie groß ist der Durchmesser der Kugel?

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{6a}{gs\pi}} = 0{,}290669$ F.

753. Zwei Kugeln von den Radien $R = 6{,}8$ F. und $r = 4{,}5$ F. bestehen aus verschiedenen Massen, deren specifischen Gewichte entsprechend $a = 11{,}39$ und $b = 8{,}44$ sind. Wie groß ist der Radius einer Kugel, welche so schwer ist als jene beiden Kugeln zusammen und das specifische Gewicht $c = 7{,}21$ hat?

Aufl. $$\sqrt[3]{\frac{aR^3 + br^3}{c}} = 8{,}45 \text{ F.}$$

754. Eine Kugel vom Durchmesser $d = 4$ F. besteht aus einer Masse, deren specifisches Gewicht $a = 19{,}24$ ist. Wie groß muß der Durchmesser einer andern Kugel sein, welche eben so schwer ist als die erste, deren Masse aber das specifische Gewicht $b = 10{,}47$ hat?

Aufl. $$d\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = 4{,}765913 \text{ F.}$$

755. Die Summe der Durchmesser zweier Kugeln, die sich ihrem körperlichen Inhalte nach wie $m : n = 8 : 27$ verhalten, beträgt $s = 4{,}472136$ F.; wie groß ist jede Kugel?

Aufl. $$\frac{\pi s^3}{6\left(1 + \sqrt[3]{\frac{n}{m}}\right)^3} = 2{,}997252 \text{ C. F.}$$

$$\frac{n\pi s^3}{6m\left(1 + \sqrt[3]{\frac{n}{m}}\right)^3} = 10{,}11572 \text{ C. F.}$$

756. Drei Kugeln stehen zu einander in dem Verhältnisse der Zahlen $m = 2$, $n = 5$, $p = 11$ und enthalten zusammen $a = 30$ C. F.. Wie groß sind ihre Radien?

Aufl. $$\sqrt[3]{\frac{3am}{4\pi(m + n + p)}} = 0{,}9266804 \text{ F.}$$

$$\sqrt[3]{\frac{3an}{4\pi(m + n + p)}} = 1{,}2576988 \text{ F.}$$

$$\sqrt[3]{\frac{3ap}{4\pi(m + n + p)}} = 1{,}6357524 \text{ F.}$$

757. Zwei Kugeln sind durch ihre Körperinhalte gegeben, $A = 749{,}3136$ C. F. und $B = 28{,}27432$ C. F.. — Man sucht das Verhältniß 1) ihrer Radien oder ihrer Durchmesser, 2) ihrer Oberflächen zu einander.

Aufl. 1) $\sqrt[3]{\frac{A}{B}} = 2{,}98142.$

2) $\sqrt[3]{\frac{A^2}{B^2}} = 8{,}88889.$

758. Wie verhalten sich 1) die Radien oder Durchmesser, 2) die Körperinhalte zweier Kugeln zu einander, deren Oberflächen O = 273,6954 □ F. und P = 56,54868 □ F. betragen?

Aufl. 1) $\sqrt{\frac{O}{P}} = 2{,}2.$

2) $\sqrt{\frac{O^3}{P^3}} = 10{,}648.$

759. Eine Kugel vom Radius r = 1,912968 F. wird so vergrößert, daß ihr Radius nunmehr 18,708827 F. beträgt. Wie viel Mal ist dadurch 1) die Oberfläche, 2) das Volumen der Kugel größer geworden?

Aufl. 1) $\frac{R^2}{r^2} = 95{,}6484.$

2) $\frac{R^3}{r^3} = 935{,}4413.$

760. Welchen Raum nimmt Europa, welches a = 168000 □ Meilen enthält, auf einem Globus von d = 3 F. Durchmesser ein, wenn der Erddurchmesser D = 1719 Meilen angenommen wird?

Aufl. $a\left(\frac{d}{D}\right)^2 = 0{,}5116818$ □ F.

761. Die Sonne ist n = 1421330 Mal größer als unsere Erde; wie groß ist ihr Halbmesser, wenn der Halbmesser der Erde r = 859,5 Meilen gesetzt wird?

Aufl. $r\sqrt[3]{n} = 96637{,}16$ Meilen.

762. Eine Kugel wird um $\frac{1}{n} = \frac{1}{8}$ ihres Durchmessers verkleinert. 1) Den wievielten Theil ihres Inhaltes verliert dieselbe, und

2), wenn die Kugel anfänglich $a = 125$ C. F. enthielt, wie groß wird sie nunmehr sein?

Aufl. 1) $\frac{3n(n-1)+1}{n^3} = 0{,}3300781.$

2) $a\left(\frac{n-1}{n}\right)^3 = 83{,}7402$ C. F.

763. Wenn man eine Kugel so abdreht, daß sich die Oberfläche um $\frac{1}{n} = \frac{1}{9}$ ihres Inhaltes verkleinert; 1) um welchen Theil ihres Körperinhaltes wird die Kugel, und 2) um welchen Theil seiner Länge der Radius kleiner werden?

Aufl. 1) $1 - \sqrt{\left(\frac{n-1}{n}\right)^3} = 0{,}161952.$

2) $2 - \sqrt{\frac{n-1}{n}} = 0{,}057191.$

764. Wie groß ist die gesammte Oberfläche einer Halbkugel, deren Inhalt $a = 7{,}06858$ C. F. beträgt?

Aufl. $9\sqrt[3]{\frac{\pi a^2}{12}} = 21{,}20573$ □ F.

765. Der größere Halbmesser einer Hohlkugel sei $r = 6$ F. und der Körperinhalt ihrer durchgehends gleich dicken Schale $a = 626{,}6976$ C. F.; wie dick ist die Schale?

Aufl. $r - \sqrt[3]{r^3 - \frac{3a}{4\pi}} = 1{,}950887$ F.

766. Wenn die äußere Fläche einer Hohlkugel $a = 4$ □ F. und die innere Fläche $b = 2{,}25$ □ F. enthalten soll; welche Dicke muß ihre Schale haben?

Aufl. $\frac{1}{2\sqrt{\pi}}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) = 0{,}1410473$ F.

767. Eine Hohlkugel besteht aus einem Metall, von welchem ein Cubikfuß das Gewicht $a = 594$ Pfund hat; wie schwer wird die

Kugel sein, wenn ihr Durchmesser $D = 1$ F. und die Dicke der Schale $d = 0{,}125$ F. beträgt?

Aufl. $\frac{a d \pi}{3} [3D(D - 2d) + 4d^2] = 179{,}807$ Pfund.

768. Der innere Durchmesser einer Hohlkugel beträgt $D = 1{,}692569$ F. und die Dicke der Schale $d = 0{,}2820946$ F.; wie groß ist die ganze innere und äußere Fläche der Hohlkugel?

Aufl. $2\pi[(D + d)^2 + d^2] = 25 \square$ F.

769. Von einer metallenen Hohlkugel ist der Durchmesser des innern Raumes gegeben $d = 1{,}5$ F.. — Wie dick ist die Schale, wenn die Kugel $a = 719{,}228$ Pfund und ein Cubikfuß des Metalls $m = 297$ Pfund wiegt?

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{d^3}{8} + \frac{3a}{4\pi m}} - \frac{d}{2} = 0{,}25$ F.

770. Man hat zwei Kugeln, deren Radien $R = 16$ F. und $r = 10$ F. sind. Von der ersten Kugel wiegt ein Cubikfuß $m = 18$ Pfund, von der zweiten $n = 12$ Pfund. Wenn die erste Kugel so ausgehöhlt werden soll, daß ihre concentrische Schale dem Gewichte nach der zweiten Kugel gleich sei; welchen Radius muß die Höhlung erhalten?

Aufl. $\sqrt[3]{R^3 - \frac{n}{m} r^3} = 15{,}08006$ F.

771. Aus $a = 6$ Pfund Eisen, dessen specifisches Gewicht $s = 7{,}21$ ist, soll eine Hohlkugel verfertigt werden, welche gerade zur Hälfte im Wasser untersinkt. Wie groß müssen die Radien R und r der äußern und innern Fläche sein, wenn ein Cubikfuß Wasser $m = 66$ Pfund wiegt?

Aufl. $R = \sqrt[3]{\frac{3a}{2\pi m}} = 0{,}351438$ F.

$r = \sqrt[3]{\frac{3(2s - 1)a}{4\pi m s}} = 0{,}342969$ F

772. Die Schale einer Hohlkugel ist $d = 2$ F. dick und hat das specifische Gewicht $s = 1{,}234$. Wenn der hohle Raum mit einem Stoffe vom specifischen Gewichte $m = 0{,}345$ gefüllt wird und die Kugel in einer Flüssigkeit vom specifischen Gewichte $n = 0{,}998$ schwimmen soll; wie groß muß der äußere Radius derselben sein?

Aufl. $\dfrac{d\sqrt[3]{s - m}}{\sqrt[3]{s - m} - \sqrt[3]{s - n}} = 5{,}597424$ F.

773. In einer Kugel, deren Volumen $a = 3{,}162277$ C. F. ist, theilt eine Schnittfläche den senkrecht zu ihr gezogenen Radius so, daß der am Mittelpunkte liegende Abschnitt die mittlere Proportionale ist zwischen dem ganzen Radius und dem andern Abschnitte. Welchen Inhalt hat die Schnittfläche?

Aufl. $\frac{1}{4}\sqrt[3]{36\,a^2\pi(\sqrt{5} - 2)} = 1{,}609792$ □ F.

774. Ein Gewölbe in der Form einer Halbkugel hat den innern Durchmesser $D = 28{,}00563$ F. und die Steindicke $d = 3{,}088632$ F. Wie groß ist der körperliche Inhalt der Steinmasse?

Aufl. $\dfrac{d\pi}{6}[3D(D + 2d) + 4d^2] = 4706{,}222$ C. F.

775. Die äußere Oberfläche eines halbkugelförmigen Gewölbes enthält $a = 458{,}8571$ □ F., die innere $b = 308$ □ F.. — Wie groß ist 1) der innere leere Raum, 2) der Cubikinhalt der Steinlage, 3) die Dicke der Wand?

Aufl. 1) $\dfrac{b}{3}\sqrt{\dfrac{b}{2\pi}} = 718{,}811$ C. F.

2) $\dfrac{a\sqrt{a} - b\sqrt{b}}{3\sqrt{2\pi}} = 588{,}2776$ C. F.

3) $\dfrac{\sqrt{a} - \sqrt{b}}{\sqrt{2\pi}} = 1{,}544317$ F.

776. Ein Würfel hat die Kante $a = 1{,}2$ F.; wie groß ist der Durchmesser einer Kugel, 1) wenn sie mit dem Würfel gleichen Inhalt, 2) wenn sie eine gleich große Oberfläche hat?

Aufl. 1) $a\sqrt[3]{\frac{6}{\pi}} = 1{,}488841$ F.

2) $a\sqrt{\frac{6}{\pi}} = 1{,}658371$ F.

777. Ein Würfel und eine Kugel enthalten zusammen a = 53,5 C. F. und stehen zu einander in dem Verhältnisse m : n = 4 : 7. Wie groß ist die Kante K des Würfels und der Durchmesser D der Kugel?

Aufl. $K = \sqrt[3]{\frac{am}{m+n}} = 2{,}689513$ F.

$D = \sqrt[3]{\frac{6an}{\pi(m+n)}} = 4{,}02118$ F.

778. In einem geraden Prisma ist die Summe der drei Seitenflächen gleich der Summe der beiden Grundflächen, welche regelmäßige Dreiecke von der Seite a = 35,707142 F. sind. Wie groß ist der Durchmesser der um das Prisma beschriebenen Kugel, deren Oberfläche durch alle Eckpunkte desselben hindurchgeht?

Aufl. $\frac{a}{6}\sqrt{51} = 42{,}5$ F.

779. Ein Kreis bildet die gemeinsame Grundfläche einer Halbkugel und eines geraden, entgegengesetzt liegenden Cylinders. Das Volumen des ganzen Körpers ist a = 52,34 C. F. und das Verhältniß der Höhe des Cylinders zum Durchmesser der Halbkugel gleich $\frac{n}{m} = \frac{1}{2}$; wie groß ist die Halbkugel?

Aufl. $\frac{am}{m+3n} = 20{,}936$ C. F.

780. In eine Kugel vom Radius r = 1,817121 F. ist ein gleichseitiger Cylinder eingeschrieben. Wie groß ist 1) das Volumen der beiden von den Grundflächen des Cylinders begränzten Kugelabschnitte, 2) der ringförmige, zwischen dem Cylindermantel und der Kugelfläche enthaltene Körper?

Aufl. 1) $\frac{r^3\pi}{6}(8 - 5\sqrt{2}) = 2{,}918326$ C. F.

2) $\frac{r^3\pi}{3}\sqrt{2} = 8{,}885768$ C. F.

781. Aus dem Radius $r = 1{,}587401$ F. einer Kugel den Inhalt desjenigen Cylinders zu finden, welcher zu seinen Grundflächen die beiden, von dem Aequator der Kugel gleich weit abstehenden Parallelkreise hat, deren sphärische Entfernung von einander 36^0 beträgt.

Aufl. $\frac{r^3\pi}{4}\sqrt{5} = 7{,}024815$ C. F.

782. Ein cylindrisches Gefäß vom Durchmesser $D = 2{,}828427$ F. und von der Höhe $H = 2{,}5$ F. ist bis zu einer gewissen Höhe mit Wasser angefüllt. Man wirft eine metallene Kugel in das Wasser, wodurch ein Theil desselben aus dem Gefäße überfließt, und findet, nachdem man die Kugel wieder herausgenommen hat, daß der Wasserstand in dem Gefäße auf die Höhe $h = 1{,}5$ F. herabgesunken ist. Wie groß ist der Radius der Kugel?

Aufl. $\sqrt[3]{\frac{3}{16} D^2(H - h)} = 1{,}144716$ F.

783. In jeder der beiden Grundflächen eines geraden Cylinders ist ein Durchmesser gezogen, so daß die Richtungen beider Durchmesser im Raume sich rechtwinklig kreuzen. Wenn der Radius des Cylinders $r = 2{,}6457513$ F. und die Gerade, welche einen Endpunkt des einen Durchmessers mit dem des andern verbindet, $m = 4{,}3588989$ F. gegeben sind; wie groß ist der Radius der Kugel, deren Oberfläche durch die vier Endpunkte jener Durchmesser hindurchgeht?

Aufl. $\frac{1}{2}\sqrt{m^2 + 2r^2} = 2{,}8722813$ F.

784. Der Inhalt eines geraden Kegels ist gleich dem einer Kugel vom Radius $r = 7$ F. und sein Mantel $n = 3$ Mal so groß als die Grundfläche. Wie groß ist der Durchmesser der Grundfläche?

Aufl. $2r\sqrt[6]{\frac{16}{n^2 - 1}} = 15{,}71446$ F.

785. Von einem geraden Kegelstumpfe sind die Radien der Grundflächen $R = 4{,}2$ F. und $r = 2{,}7$ F. und die Seitenlinie $s = 4$ F. gegeben. Den Durchmesser einer Kugel zu finden, deren Oberfläche dem Mantel des Kegelstumpfes gleich ist.

Aufl. $\sqrt{(R + r)s} = 5{,}25357$ F.

786. Der Radius einer leuchtenden Kugel sei $R = 25,6$ F., der einer kleinern, von der erstern beleuchteten undurchsichtigen Kugel $r = 9,4$ F., die Entfernung der Mittelpunkte beider Kugeln $a = 40$ F.. Wie groß ist in dem gegebenen Abstande $m = 13$ F. vom Mittelpunkte der kleinern Kugel 1) der Radius des Kernschattens derselben, 2) der Radius ihres Halbschattens?

Aufl. 1) $\dfrac{ar - m(R - r)}{\sqrt{a^2 - (R + r)^2}} = 4,522503$ F.

2) $\dfrac{ar + m(R + r)}{\sqrt{a^2 - (R + r)^2}} = 42,91265$ F.

787. Der Durchmesser der Sonne ist $n = 112,2$ Mal so groß als der Durchmesser der Erde, während ihre centrische Entfernung von der letztern $D = 12038$ Erddurchmesser beträgt. 1) In welcher Entfernung vom Mittelpunkte der Erde liegt die Spitze des Kernschattens der Erde? 2) Wenn die centrische Entfernung des Mondes von der Erde $d = 30,1$ und sein Durchmesser $m = 0,27$ Erddurchmesser beträgt; in welchem Verhältnisse steht der Durchmesser des Kernschattens der Erde in der Entfernung d zum Monddurchmesser?

Aufl. 1) $\dfrac{D}{n - 1} = 108,2553$ Erddurchmesser.

2) $\dfrac{2}{m} \cdot \dfrac{D - d(n - 1)}{\sqrt{4D^2 - (n - 1)^2}} = 2,673932.$

788. Der scheinbare Durchmesser des Mondes, d. h. der Winkel, welchen zwei vom Auge eines Beobachters auf der Erde an die Endpunkte des Monddurchmessers gezogene Linien mit einander bilden, beträgt $a = 0,516$ Grade. Wenn die uns sichtbare Hälfte des Himmelsgewölbes mit lauter Vollmonden oder einem gleichförmig lichten Gewölk bedeckt wäre, wovon jeder Theil von der Größe der Mondscheibe die Lichtstärke des Vollmondes hätte; wie viel Mal würde von dieser Helligkeit das nächtliche Licht des Vollmondes übertroffen werden?

Aufl. $\dfrac{1}{2\pi}\left(\dfrac{360}{a}\right)^2 = 77468,6.$

789. Es soll bewiesen werden, daß sich jedem geraden Kegel eine Kugel einschreiben läßt, welche den Mantel ringsum in einem kleinen

Kreise und die Grundfläche in ihrem Mittelpunkte berührt, und umgekehrt, daß ein Kegel ein gerader ist, wenn eine Kugel ringsum von seinem Mantel berührt wird. Alsdann soll für einen geraden Kegel von der Höhe $h = 28$ F. und dem Radius $r = 21$ F. der Grundfläche 1) der Radius der eingeschriebenen Kugel, 2) der Radius des Berührungskreises gefunden werden.

Aufl. 1) $\frac{r}{h}\left(-r + \sqrt{h^2 + r^2}\right) = 10{,}5$ F.

2) $r - \frac{r^2}{\sqrt{h^2 + r^2}} = 8{,}4$ F.

790. Wie groß ist die Oberfläche der Kugel, welche einem geraden Kegel vom Körperinhalte $a = 7028$ C. F. und der Höhe $h = 9{,}5$ F. eingeschrieben ist?

Aufl. $$\frac{12ah}{\left(\sqrt{\frac{3a}{h\pi}} + \sqrt{h^2 + \frac{3a}{h\pi}}\right)^2} = 266{,}746 \;\square\; \text{F.}$$

791. Aus der Seite $a = 28{,}22582$ F. und dem Radius $r = 26{,}57906$ F. eines geraden Kegels das Verhältniß der eingeschriebenen Kugel zum Kegel, und das Verhältniß ihrer ganzen Oberflächen zu einander zu finden.

Aufl. $$\frac{4r(a - r)}{(a + r)^2} = 0{,}0582896.$$

792. Das Verhältniß anzugeben, welches in einem geraden Kegel zwischen der Seitenlinie und dem Radius der Grundfläche stattfinden muß, 1) wenn der Kegel $n = 17{,}1558$ Mal größer ist als die demselben eingeschriebene Kugel, 2) wenn die Mantelfläche des Kegels das $n$fache von der Kugeloberfläche sein soll.

Aufl. 1) $$2n - 1 \pm 2\sqrt{n(n-2)} = \begin{cases} 65{,}56124. \\ 1{,}06196. \end{cases}$$

2) $$2n - 0{,}5 \pm \sqrt{2n(2n-3) + 0{,}25} = \begin{cases} 66{,}59269. \\ 1{,}03051. \end{cases}$$

793. Man kennt von einem geraden Kegelstumpfe die Durchmesser $D = 13{,}266499$ F. und $d = 3{,}3166248$ F. der Grundflächen und sucht die Oberfläche der eingeschriebenen Kugel, welche den Mantel und beide Grundflächen des Kegelstumpfes berührt.

Aufl. $$\pi D d = 138{,}22996 \ \square\ \text{F.}$$

794. Um eine durch ihren Radius $r = 2{,}1$ F. gegebene Kugel soll ein gerader Kegel beschrieben werden, dessen Gesammtoberfläche einem Kreise vom Radius $R = 6{,}858571$ F. gleichkommt. Wie groß muß die Höhe h des Kegels und der Radius m seiner Grundfläche sein?

Aufl. $$h = \frac{R}{2r}\left(R \pm \sqrt{R^2 - 8r^2}\right) = \begin{cases} 16{,}8 \text{ F.} \\ 5{,}6 \text{ F.} \end{cases}$$

$$m = \frac{rh}{\sqrt{h(h-2r)}} = \begin{cases} 2{,}424871 \text{ F.} \\ 4{,}2 \text{ F.} \end{cases}$$

795. Die Oberfläche O und den Inhalt K eines geraden Kegels aus dem Durchmesser $a = 6{,}6$ F. der eingeschriebenen Kugel zu finden, wenn seine Gesammtoberfläche ein M i n i m u m in Bezug auf die gegebene Kugel ist.

Aufl. $$O = 2a^2\pi = 273{,}6955 \ \square\ \text{F.}$$

$$K = \tfrac{1}{3} a^3 \pi = 301{,}065 \text{ C. F.}$$

796. Wenn jede Kante einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide die Länge $a = 1{,}2$ F. hat; wie groß ist der Radius der in die Pyramide eingeschriebenen Kugel?

Aufl. $$\frac{a}{4}\left(\sqrt{6} - \sqrt{2}\right) = 0{,}3105828 \text{ F.}$$

797. Den Radius der Kugel zu finden, die sich in eine regelmäßige f ü n f s e i t i g e Pyramide einschreiben läßt, in welcher jede Kante die Länge $a = 2$ F. hat.

Aufl. $$\frac{a}{2(5-\sqrt{5})}\sqrt{\left[35 + 13\sqrt{5} - \sqrt{30(65 + 29\sqrt{5})}\right]}$$
$$= 0{,}4655799 \text{ F.}$$

798. In zwei gegenüberliegenden Seitenflächen eines Würfels von der Kante $a = 2{,}0800837$ F. sind die nicht einander parallelen

Diagonalen gezogen und durch je drei der vier Endpunkte dieser Diagonalen Ebenen gelegt, so daß der Würfel dadurch in eine Anzahl Polyeder getheilt ist. Wie groß ist die Kugel, welche sich dem in der Mitte des Würfels liegenden Polyeder einschreiben läßt?

Aufl. $\frac{a^3\pi}{18\sqrt{3}} = 0{,}9069$ C. F.

799. Aus einer Anzahl eiserner Kugeln, deren jede den Radius $r = 0{,}6694329$ F. hat, ist ein Haufen mit rechteckiger Grundlage so zusammengestellt, daß er sich mit dem einen Ende an eine schräge Wand anlehnt und in seinem, aus einer Reihe bestehenden Rücken dieselbe Anzahl $m = 36$ Kugeln enthält, wie in jeder einzelnen Reihe der folgenden Schichten. Wenn im Ganzen $n = 6$ Schichten da sind und ein Cubikfuß Eisen $a = 500$ Pfund wiegt; wie groß ist das Gewicht des ganzen Kugelhaufens?

Aufl. $\frac{2}{3} amn(n + 1)\pi r^3 = 4750087$ Pfund.

800. Ein vierseitiger Haufen aus Kugeln, deren jede den Durchmesser $d = 1{,}02$ F. hat, stützt sich mit drei Seiten an senkrechte Wände und besteht aus einer geraden Anzahl $m = 8$ Schichten. Wenn die oberste, aus einer Reihe bestehende Schichte $a = 6$ Kugeln enthält und alle Kugeln des Haufens in eine einzige Kugel verwandelt würden; wie groß wäre der Durchmesser der letztern?

Aufl. $\frac{d}{2}\sqrt[3]{(2a - 1)m(m + 2)} = 4{,}887248$ F.

801. Es sind fünf einander berührende Kugeln, deren jede den Radius $r = 3{,}162277$ F. hat, so zusammengestellt, daß die Mittelpunkte von vier derselben ein Quadrat bilden und die fünfte Kugel auf den übrigen ruhet. Wie groß ist die Kugelfläche, welche jede der fünf Kugeln berührend den ganzen Haufen umschließt?

Aufl. $4\pi r^2(3 + 2\sqrt{2}) = 732{,}4216$ □ F.

802. Einer Kugel vom Radius $r = 10{,}61349$ F. ist ein gerader Cylinder eingeschrieben, dessen Mantelfläche $m = 408$ □ F. enthält. Wie groß ist der Cylinder?

Aufl. $\frac{m^2}{4\sqrt{(2\pi^2 r^2 \pm \pi\sqrt{4\pi^2 r^4 - m^2})}} = \begin{cases} 654{,}7024 \text{ C. F.} \\ 2063{,}794 \text{ C. F.} \end{cases}$

803. In eine Halbkugel ist ein gerader Cylinder vom Körperinhalte $a = 3{,}4641016$ C. F. so eingeschrieben, daß die Grundflächen beider Körper in einander fallen. Wenn derselbe von allen Cylindern, die sich in der Halbkugel beschreiben lassen, den größten Inhalt hat; wie groß ist der Durchmesser d der Halbkugel und das Verhältniß n derselben zum Cylinder?

Aufl. $$d = \sqrt[3]{\frac{12a\sqrt{3}}{\pi}} = 2{,}840495 \text{ F.}$$

$$n = \sqrt{3} = 1{,}7320508.$$

804. Wie groß ist ein gerader Cylinder, welcher die Höhe $a = 3{,}279923$ F. und von allen Cylindern gleichen Inhalts die kleinste umschriebene Kugel hat?

Aufl. $$\tfrac{1}{2} a^3 \pi = 55{,}42564 \text{ C. F.}$$

805. Zwei gerade Cylinder von gleichem Durchmesser sind so durch einander geschoben, daß ihre Axen einen rechten Winkel bilden. Wenn sich eine Kugel vom Radius $r = 1{,}4805$ F. in das, beiden Cylindern gemeinschaftliche Körperstück einschreiben läßt; die Oberfläche O und den Körperinhalt K dieses Körperstücks zu finden.

Aufl. $$O = 16 r^2 = 35{,}07008 \;\square\text{ F.}$$

$$K = \frac{16}{3} r^3 = 17{,}30708 \text{ C. F.}$$

806. Ein gerades Prisma hat zur Grundfläche ein gleichseitiges Dreieck, dessen Seite $a = 4{,}4721359$ F. ist. Wie groß muß die Summe der drei Seitenflächen sein, damit in das Prisma eine Kugel so eingeschrieben werden kann, daß sie alle fünf Seitenflächen berührt?

Aufl. $$a^2\sqrt{3} = 34{,}641016 \;\square\text{ F.}$$

807. Von einer dreiseitigen Pyramide sind gegeben die Seitenkanten $a = 3{,}753$ F., $b = 3{,}692$ F., $c = 2{,}987$ F. und die der ersten Seitenkante gegenüberstehende Grundkante $m = 3{,}721$ F. — Wenn die vier Ecken der Pyramide die Mittelpunkte von eben so vielen Kugeln sein sollen, die sich gegenseitig berühren; wie groß müssen die den beiden anderen Seitenkanten gegenüberstehenden Grundkanten n und p und der Radius r der Kugel sein, deren Mittelpunkt die Spitze der Pyramide bildet?

Aufl. $n = a - b + m = 3{,}782$ F.

$p = a - c + m = 4{,}487$ F.

$r = \frac{1}{2}(b + c - m) = 1{,}478$ F.

808. Ein körperlicher Ring, in welchem die Radien des Querschnittes und der Axe $r = 0{,}41$ F. und $R = 2{,}46$ F. betragen, liegt auf einer horizontalen Ebene, und auf dem Ring und zugleich auf dieser Ebene, beide berührend, ruht eine Kugel. Welches Volumen hat die Kugel?

Aufl. $$\frac{\pi R^6}{48 r^3} = 210{,}459 \text{ C. F.}$$

809. Um eine Kugel ist ein gerader Cylinder und in dem Cylinder ein gerader Kegel beschrieben, so daß der Cylinder und der Kegel den größten Kreis der Kugel zur Grundfläche und den Durchmesser derselben zur Höhe haben. Es soll gefunden werden 1) aus der Gesammtoberfläche $a = 4{,}236068$ □ F. des Kegels das Volumen des Cylinders C und der Kugel K, und 2) wenn der Kegel das Volumen $k = 144$ C. F. hat, die Oberfläche O der Kugel und die Gesammtoberfläche F des Cylinders.

Aufl. 1) $$C = a\sqrt{\frac{a}{2(2+\sqrt{5})\pi}} = 1{,}689947 \text{ C. F.}$$

$$K = \frac{a}{3}\sqrt{\frac{2a}{(2+\sqrt{5})\pi}} = 1{,}126643 \text{ C. F.}$$

2) $$O = 2\sqrt[3]{18\pi k^2} = 210{,}9012 \ \square \text{ F.}$$

$$F = 3\sqrt[3]{18\pi k^2} = 316{,}3518 \ \square \text{ F.}$$

810. Eine Kugel berührt die Mantelfläche eines geraden Cylinders und eines gleichseitigen Kegels und zugleich die Grundflächen dieser beiden Körper. In welchem Verhältnisse zu einander stehen die Volumina und die Gesammtoberflächen von Kugel, Cylinder und Kegel?

Aufl. 4 : 6 : 9.

811. Sowol in einer Kugel als um dieselbe ist ein gleichseitiger Kegel beschrieben. Wie verhalten sich a) die Gesammtoberflächen, b) die Volumina der drei Körper zu einander?

Aufl. a) 9 : 16 : 36.

b) 9 : 32 : 72.

812. Wenn ein gleichseitiger Kegel und ein quadratischer Cylinder in eine Kugel eingeschrieben werden; wie verhalten sich a) die Inhalte, b) die ganzen Oberflächen dieser Körper zu einander?

Aufl. a) $9 : 12\sqrt{2} : 32$.
b) $9 : 12 : 16$.

813. Das Verhältniß einer Kugel zum Inhalte des Würfels, welcher den Durchmesser der Kugel zur Kante hat, in einer Reihe von Näherungswerthen anzugeben.

Aufl. $\frac{1}{2}$, $\frac{11}{21}$, $\frac{111}{212}$, $\frac{122}{233}$, $\frac{233}{445}$ u. s. w.

814. Eine Halbkugel vom Radius $r = 7{,}071067$ F. und ein gerader Kegel von gleicher Grundfläche mit der Halbkugel, aber von doppelter Höhe, stehen neben einander auf derselben Ebene. Es soll der Flächeninhalt der mit der Grundfläche parallelen Durchschnittsfigur bestimmt werden, welche in beiden Körpern gleich groß ist.

Aufl. $\frac{9\,r^2\pi}{25} = 56{,}54865 \,\square\,$ F.

815. Die Höhe des Cylinders zu finden, welcher in eine Kugel vom Radius $r = 18{,}17121$ F. eingeschrieben ist und zu dem seinen Mantel umgebenden ringförmigen Theil der Kugel sich wie $m : n = 3 : 2$ verhält.

Aufl. $2r\sqrt{\frac{3n}{2m + 3n}} = 25{,}69779$ F.

816. In eine Halbkugel vom Radius $r = 2{,}519842$ F. hat man eine möglichst große Kugel und hierauf eine Reihe kleinerer, einander gleicher Kugeln eingeschrieben, welche die ebene und krumme Oberfläche der Halbkugel und zugleich die vorige Kugel berühren. Wie groß ist eine der letzteren Kugeln?

Aufl. $\frac{r^3\pi}{48} = 1{,}0471975$ C. F.

817. Ein gerader Cylinder von der Höhe $h = 3$ F. und dem Radius $r = 2$ F. hat mit zwei Kegeln, deren Spitzen im Mittelpunkte des Cylinders zusammenstoßen, gemeinschaftliche Grundflächen.

Wenn man innerhalb des Cylinders eine Reihe gleicher Kugeln construirt, von denen jede die Mantelfläche beider Kegel und die des Cylinders berührt; wie groß ist die Oberfläche einer solchen Kugel?

Aufl. $$\frac{2\pi h^2 r^2}{2r^2 + h\left(h + \sqrt{h^2 + 4r^2}\right)} = 7{,}068583 \;\square\; \text{F.}$$

818. Das Netz zur Oberfläche einer Kugel pflegt man aus einem Rechtecke zu construiren, dessen längere Seite dem ganzen, die kürzere Seite dem halben Umfange der Kugel gleich ist. Wenn ein Luftballon von $a = 500$ C. F. Inhalt verfertigt werden soll; wie viel Quadratfuß können höchstens als für die Kugelfläche nicht erforderlich von dem Rechtecke wegfallen.

Aufl. $$\frac{\pi - 2}{2}\sqrt[3]{36\, a^2 \pi} = 173{,}8916 \;\square\; \text{F.}$$

819. Ein kugelförmiger Lufballon aus Papier, von welchem ein Quadratfuß $a = 0{,}6$ Loth wiegt, ist mit einer Luftart gefüllt, die $n = \frac{2}{3}$ Mal so schwer als die atmosphärische Luft, wovon ein Cubikfuß das Gewicht $g = 2{,}75$ Loth hat. Welchen Durchmesser muß der Ballon wenigstens haben, wenn er in die Höhe steigen soll?

Aufl. $$\frac{6a}{g(1 - n)} = 3{,}927272 \text{ F.}$$

820. In ein Gefäß von der Form einer Halbkugel, deren Radius $r = 11{,}7$ Zoll ist, fließen in jeder Secunde $a = 11{,}309724$ C. Z. irgend einer Flüssigkeit, während in jeder Secunde eine Schicht von der Höhe $h = 0{,}03$ Z. durch Verdampfung verloren geht. Welches ist der höchste Standpunkt, den die Flüssigkeit in dem Gefäße erreichen kann?

Aufl. $$r - \sqrt{r^2 - \frac{a}{h\pi}} = 7{,}590256 \text{ Zoll.}$$

821. Die Ebene eines Kugelkreises bildet die Grundfläche eines geraden Doppelkegels, dessen Spitzen in der Kugelfläche liegen. Wenn die Inhalte des Doppelkegels und der Kugel zu einander das Verhältniß $n = 0{,}5$ haben; welches Verhältniß findet zwischen ihren Oberflächen statt?

Aufl. $$\frac{1 - n + \sqrt{1 - 2n} + \sqrt{n(1-n) + \sqrt{1 - 2n}}}{\sqrt{\frac{1}{n}\left(1 + \sqrt{1 - 2n}\right)^3}} = 0{,}7071067.$$

822. Durch eine Kugel ist in dem Abstande $a = 1{,}2$ F. vom Centrum eine Ebene gelegt, und über derselben als Basis ein Kegel construirt, dessen Winkel an der Spitze, welche im Kugelcentrum liegt, dem Kreisoctanten entspricht. Welches Volumen hat ein anderer, über der nämlichen Basis construirter gerader Kegel, dessen Spitze in der Kugelfläche liegt?

Aufl. $$\frac{a^3 \pi}{9 + 3\sqrt{2}} \left(\pm 1 + \sqrt{4 - 2\sqrt{2}}\right) = \begin{cases} 0{,}6465223 \text{ C. F.} \\ 0{,}0255803 \text{ C. F.} \end{cases}$$

823. Die Radien einer unendlichen Anzahl von Kugeln nehmen in geometrischer Progression ab, deren Exponent $e = 0{,}9564656$ ist. Wenn die erste Kugel $a = 6{,}283185$ C. F. enthält; wie groß ist der Radius einer Kugel, welche ihrem Inhalte nach der Gränzsumme jener unendlichen Anzahl von Kugeln gleichkommt?

Aufl. $$\sqrt[3]{\frac{3a}{4\pi(1 - e^3)}} = 2{,}2894286 \text{ F.}$$

824. In einer regelmäßigen vierseitigen Pyramide, in welcher jede Kante $a = 3{,}1072325$ F. ist, beschreibt man eine die Grundfläche und die Seitenflächen berührende Kugel, und hierauf eine Reihe kleinerer Kugeln, deren jede die vorhergehende größere und die nachfolgende kleinere Kugel und zugleich die vier Seitenflächen der Pyramide berührt. Wenn diese Constructien in's Unendliche fortgesetzt gedacht wird; welches ist die Gränzsumme der Inhalte sämmtlicher Kugeln?

Aufl. $$\frac{a^3 \pi}{30\sqrt{2}} = 2{,}211441 \text{ C. F.}$$

825. In einem geraden Kegel, dessen Höhe $h = 3{,}162277$ F. und dessen Radius $r = 2{,}449489$ F. ist, construirt man eine den Mantel und die Grundfläche berührende Kugel, und hierauf in dem noch übrigen hohlen Raum zwischen der letztern und der Spitze des Kegels eine unendliche Anzahl von Kugeln, deren jede die vorhergehende Kugel und den Mantel des Kegels berührt. Welches ist das Verhältniß zwischen der Gränzsumme aller dieser Kugeln und dem Inhalte des Kegels?

Aufl. $$\frac{2h^2}{3h^2 + 4r^2} = 0{,}3703703.$$

826. Von einem geraden Kegel kennt man den Radius $R = 2$ F. der Grundfläche und den Radius $r = 1{,}1547005$ F. der eingeschriebenen Kugel. Wenn man in dem hohlen Raum zwischen der Kugel und der Grundfläche des Kegels noch eine Reihe kleinerer Kugeln construiren will, welche ebenfalls den Mantel und die Grundfläche des Kegels und zugleich die vorige Kugel berühren; wie groß ist der Radius einer solchen Kugel zu nehmen?

Aufl. $r + \frac{2r^2}{R^2}(r - \sqrt{R^2 + r^2}) = 0{,}3849$ F.

827. In ein regelmäßiges fünfseitiges Prisma von der Grundkante $a = 3$ F. hat man einen geraden Cylinder, in diesen wiederum einen geraden Kegel von gleicher Grundfläche und Höhe, endlich in den hohlen Raum zwischen den Oberflächen der beiden letzteren Körper sechs gleich große Kugeln eingeschrieben, welche sowol einander der Reihe nach, als die Grundfläche des Cylinders und die krumme Oberfläche des Cylinders und des Kegels berühren. Wie groß ist 1) die Höhe des Cylinders oder des Kegels, 2) der Radius der eingeschriebenen Kugeln?

Aufl. 1) $\frac{2a}{15}\sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})} = 2{,}7527636$ F.

2) $\frac{a}{30}\sqrt{5(5 + 2\sqrt{5})} = 0{,}6881909$ F.

828. Man hat in einen Cylinder, dessen Axendurchschnitt ein Quadrat von der Seite $a = 2{,}154434$ F. ist, eine Kugel eingeschrieben und in den hohlen Räumen an beiden Grundflächen des Cylinders körperliche Ringe construirt, welche sowol die Kugelfläche als den Mantel und die Grundflächen des Cylinders berühren. Welches Volumen haben beide Ringe zusammen?

Aufl. $a^3\pi^2(29\sqrt{2} - 41) = 1{,}203539$ C. F.

829. Um vier Kugeln, deren jede den Radius $r = 4{,}3267487$ F. hat und die drei übrigen berührt, ist ein Kegel beschrieben, so daß drei Kugeln seine Grundfläche, alle vier aber seine Mantelfläche berühren. Welches Volumen hat der Kegel?

Aufl. $\frac{4r^3\pi}{81}(\sqrt{6} + 6)^3 = 7580{,}555$ C. F.

830. Es sind vier Kugeln, deren jede den Radius $r = 2{,}0800837$ F. hat, so zusammengestellt, daß jede derselben die übrigen drei berührt, und hierauf ist um den Kugelhaufen ein mit seiner Oberfläche alle Kugeln berührender Kegel construirt worden. In dem Kegel läßt sich ein Stumpf unterscheiden, dessen obere Grundfläche mit dem Kreise zusammenfällt, in welchem der Kegelmantel die obere Kugel berührt, während die untere Grundfläche durch die Berührungspunkte des Kegelmantels mit den drei unteren Kugeln bestimmt wird. Das Volumen dieses Kegelstumpfes soll gefunden werden.

Aufl. $\frac{4r^3\pi}{9\sqrt{3}}(6+5\sqrt{2}) = 94{,}8332$ C. F.

831. In einen Würfel von der Kante $a = 1{,}8171206$ F. ist eine möglichst große Kugel hineingelegt und hierauf ist in dem hohlen Raum einer Ecke eine die vorige Kugel und die drei daselbst zusammenstoßenden Seitenflächen berührende Kugel construirt. Wie groß ist die zweite Kugel?

Aufl. $\frac{a^3\pi}{6}(26 - 15\sqrt{3}) = 0{,}06043764$ C. F.

832. In jede der vier unteren Ecken eines Würfels ist eine Kugel vom Radius $r = 3{,}634241$ F. gelegt, welche drei Seitenflächen des Würfels und zugleich die beiden benachbarten Kugeln berührt. Es soll berechnet werden 1) die Größe der Kugel, welche auf jenen vier Kugeln ruhend die obere Würfelfläche berührt, 2) die Größe der Kugel, welche ebenfalls auf der Grundfläche des Würfels ruhend die ersteren vier Kugeln berührt, 3) die Größe des geraden Kegels, welcher zwischen den vier Kugeln, alle mit seiner Mantelfläche berührend, auf der untern Grundfläche des Würfels steht und mit diesem gleiche Höhe hat.

Aufl. 1) $\frac{125r^3\pi}{48} = 392{,}6991$ C. F.

2) $\frac{r^3\pi}{6} = 25{,}13273$ C. F.

3) $\frac{4\pi r^3}{3}(7 - 3\sqrt{5}) = 18{,}67494$ C. F.

833. Die Oberfläche derjenigen Kugel zu finden, in welcher eine concentrische Kugel und hierauf in dem hohlen Raum zwischen den Oberflächen beider Kugeln noch sechs Kugeln, jede vom Radius $r =$

5,477225 F. so beschrieben sind, daß ihre Mittelpunkte die Ecken eines geraden dreiseitigen Prismas von lauter gleichen Kanten bilden.

Aufl. $\frac{8\pi r^2}{3}(5+\sqrt{21}) = 2408,363 \square$ F.

834. Eine gläserne Hohlkugel enthält bei $n = 10^0$ Celsius ein Cubikfuß Wasser; wie groß ist ihr Rauminhalt, wenn sie mit Wasser von $m = 90^0$ Celsius gefüllt ist und der lineare Ausdehungscoefficient des Glases gleich $e = 0,0000086$ angenommen wird?

Aufl. $\left[1 + (m - n)e\right]^3 = 1,0020607$ C. F.

835. Eine Hohlkugel, deren innerer Radius $r = 2$ F. ist, wird mit Wasser angefüllt, wovon ein Cubikfuß $g = 66$ Pfund wiegt. 1) Um wie viel ist der Druck, den die zur Hälfte angefüllte Hohlkugel zu erleiden hat, größer als das Gewicht des darin befindlichen Wassers, und 2) um wie viel wird das Gewicht der Wassermasse von dem Drucke übertroffen, den die vollständig gefüllte Hohlkugel erleidet?

Aufl. 1) $\frac{1}{3}\pi r^3 g = 552,92019$ Pfund.
2) $\frac{8}{3}\pi r^3 g = 4423,3615$ Pfund.

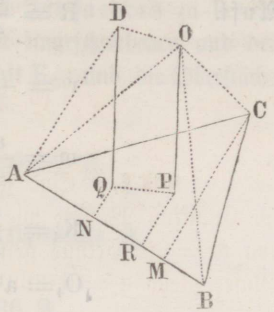
836. Innerhalb einer Kugel vom Radius $r = 1,4560219$ F. liegt ein Punkt, in welchem sich drei Sehnen der Kugel rechtwinklig schneiden. Wenn der Abstand dieses Punktes vom Kegelcentrum $d = 1,014889$ F. beträgt; wie groß ist die Summe der Quadrate der sechs Abschnitte, in welche die Sehnen durch den Punkt getheilt werden?

Aufl. $2(3r^2 - d^2) = 10,66 \square$ F.

837. Wenn in dem Abstande $d = 1,1313708$ F. vom Mittelpunkte einer Kugel, deren Radius $r = 1,6124515$ F. ist, drei Sehnen sich rechtwinklig schneiden; wie groß ist die Summe der Quadrate dieser Sehnen?

Aufl. $4(3r^2 - 2d^2) = 20,96 \square$ F.

838. Es sind vier, nicht in einer und derselben Ebene liegende Punkte A, B, C, D durch ihre Abstände von einander auf folgende Weise gegeben. In dem Dreieck ABC ist die Grundlinie $AB = a = 9$ F.,



das Höhenperpendikel CM = b = 4 F., der Abschnitt AM = c = 3 F., die vom vierten Punkte D auf die Dreiecksebene gefällte Senkrechte DQ = p = 5 F., der Abstand ihres Fußpunktes von der Grundlinie des Dreiecks QN = n = 1 F. und der Abschnitt AN = m = 2 F.; so daß also die Lage aller Punkte zu einander fest bestimmt ist. Um eine Kugel zu beschreiben, deren Oberfläche durch die gegebenen vier Punkte hindurchgeht, sucht man den senkrechten Abstand OP des Kegelcentrums O von dem Dreieck ABC, und den Radius OA = OB = OC = OD der Kugel.

Aufl. $OP = \frac{b(m^2 + n^2 + p^2 - am) - n(b^2 + c^2 - ac)}{2bp} = 1{,}25$ F.

$$OA = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \left(\frac{b^2 + c^2 - ac}{2b}\right)^2 + OP^2} = 4{,}6770717 \text{ F.}$$

Die Kugel in Verbindung mit den regelmäßigen Polyedern.

839. Aus der Kante a = 3,6 F. eines Würfels soll gefunden werden: der Radius R einer durch alle Ecken gehenden Kugelfläche oder der umschriebenen Kugel, ferner der Radius r der alle Seitenflächen berührenden Kugelfläche oder der eingeschriebenen Kugel, endlich der Radius m einer Kugel, welche sämmtliche Kanten des Würfels zu Tangenten hat, also die Kanten in ihren Mitten berührt.

Aufl. $R = \frac{a}{2}\sqrt{3} = 3{,}1176914$ F.

$r = \frac{a}{2} = 1{,}8$ F.

$m = \frac{a}{2}\sqrt{2} = 2{,}5455844$ F.

840. Aus der Kante a eines regelmäßigen Tetraeders zu berechnen: den Radius R der umschriebenen Kugel, den Radius r der eingeschriebenen Kugel, den Radius m der alle Kanten berührenden Kugel, den Körperinhalt K_4 und die Oberfläche O_4 des Tetraeders.

Aufl. $R = \frac{a}{4}\sqrt{6} = 2{,}449489$ F.

$$r = \frac{a}{12}\sqrt{6} = 0{,}816496 \text{ F.}$$

$$m = \frac{a}{4}\sqrt{2} = 1{,}414213 \text{ F.}$$

$$K_4 = \frac{a^3}{12}\sqrt{2} = 7{,}542472 \text{ C. F.}$$

$$O_4 = a^2\sqrt{3} = 27{,}712812 \ \square \text{ F.}$$

841. Aus der Kante $a = 7$ F. eines Octaeders zu berechnen die Radien R, r, m der umschriebenen, der eingeschriebenen und der alle Kanten berührenden Kugel, ferner den Körperinhalt K_8 und die Oberfläche O_8 des Octaeders.

Aufl. $R = a\sqrt{\tfrac{1}{2}} = 4{,}949747$ F.

$$r = a\sqrt{\tfrac{1}{6}} = 2{,}857738 \text{ F.}$$

$$m = \frac{a}{2} = 3{,}5 \text{ F.}$$

$$K_8 = \frac{a^3}{3}\sqrt{2} = 161{,}6917 \text{ F.}$$

$$O_8 = 2a^2\sqrt{3} = 169{,}7409 \ \square \text{ F.}$$

842. Aus der Kante $a = 2$ F. eines Dodekaeders zu berechnen die Radien R, r, m der umschriebenen, der eingeschriebenen und der alle Kanten berührenden Kugel, den Inhalt K_{12} und die Oberfläche O_{12} des Dodekaeders.

Aufl. $R = \frac{a}{4}(\sqrt{3} + \sqrt{15}) = 2{,}802517$ F.

$$r = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{25 + 11\sqrt{5}}{10}} = 2{,}227032 \text{ F.}$$

$$m = \frac{a}{4}(3 + \sqrt{5}) = 2{,}618034 \text{ F.}$$

$$K_{12} = \frac{a^3}{4}(15 + 7\sqrt{5}) = 61{,}30495 \text{ C. F.}$$

$$O_{12} = 3a^2\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} = 82{,}58291 \ \square \text{ F.}$$

843. Aus der Kante $a = 8$ F. des Ikosaeders zu berechnen die Radien R, r, m der umschriebenen, der eingeschriebenen und der alle Kanten berührenden Kugel, ferner den Inhalt K_{20} und die Oberfläche O_{20} des Ikosaeders.

Aufl. $$R = \frac{a}{4}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = 7{,}608452 \text{ F.}$$

$$r = \frac{a}{12}(\sqrt{15} + 3\sqrt{3}) = 6{,}0460904 \text{ F.}$$

$$m = \frac{a}{4}(\sqrt{5} + 1) = 6{,}472136 \text{ F.}$$

$$K_{20} = \frac{5a^3}{12}(3 + \sqrt{5}) = 1117{,}0278 \text{ C. F.}$$

$$O_{20} = 5a^2\sqrt{3} = 554{,}25625 \ \square \text{ F.}$$

844. In einer Kugel vom Radius $R = 2{,}449489$ F. sind beschrieben ein Tetraeder, ein Würfel, ein Octaeder, ein Dodekaeder und ein Ikosaeder; man soll die Radien r_4, r_6, r_8, r_{12}, r_{20} der Kugeln finden, welche sich in diese Polyeder einschreiben lassen.

Aufl. $$r_4 = \frac{2R}{3}\sqrt{6} = 4 \text{ F.}$$

$$r_6 = r_8 = \frac{R}{3}\sqrt{3} = 1{,}4142136 \text{ F.}$$

$$r_{12} = r_{20} = R\sqrt{\frac{5 + 2\sqrt{5}}{15}} = 1{,}946497 \text{ F.}$$

845. Aus dem Radius $R = 3{,}804226$ F. einer Kugel, in welcher ein Dodekaeder und ein Ikosaeder beschrieben sind, die Inhalte K_{12} und K_{20}, so wie die Oberflächen O_{12} und O_{20} dieser beiden Polyeder zu finden.

Aufl. $$K_{12} = \frac{2R^3}{9}(5\sqrt{3} + \sqrt{15}) = 153{,}3379 \text{ C. F.}$$

$$K_{20} = \frac{2R^3}{3}\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} = 139{,}6284 \text{ C. F.}$$

$$O_{12} = 2R^2\sqrt{50 + 10\sqrt{5}} = 152{,}169 \ \square \text{ F.}$$

$$O_{20} = 2R^2(5\sqrt{3} - \sqrt{15}) = 138{,}5641 \ \square \text{ F.}$$

846. Aus dem Radius $r = 4{,}454064$ F. einer Kugel die Inhalte K_{12}, K_{20} und die Oberflächen O_{12}, O_{20} des umschriebenen Dodekaeders und Ikosaeders zu finden.

Aufl. $K_{12} = 10r^3\sqrt{2(65 - 29\sqrt{5})} = 490{,}4379$ C. F.

$K_{20} = 10r^3(7\sqrt{3} - 3\sqrt{15}) = 446{,}5902$ C. F.

$O_{12} = 30r^2\sqrt{2(65 - 29\sqrt{5})} = 330{,}3307$ □ F.

$O_{20} = 30r^2(7\sqrt{3} - 3\sqrt{15}) = 300{,}7974$ □ F.

847. Aus dem Radius $m = 1$ F. einer Kugel die Inhalte K_{12} und K_{20} und die Oberflächen O_{12} und O_{20} des Dodekaeders und des Ikosaeders zu berechnen, wenn die Kanten dieser Polygone die Kugel berühren.

Aufl. $K_{12} = 2m^3(3\sqrt{5} - 5) = 3{,}4164078$ C. F.

$K_{20} = \frac{10m^3}{3}(\sqrt{5} - 1) = 4{,}120226$ C. F.

$O_{12} = 6m^2\sqrt{10(25 - 11\sqrt{5})} = 12{,}04868$ □ F.

$O_{20} = 10m^2(3\sqrt{3} - \sqrt{15}) = 13{,}231691$ □ F.

848. In einer Kugel vom Radius $r = 3{,}872983$ F. ist ein Dodekaeder und ein Ikosaeder beschrieben; welchen Flächeninhalt hat derjenige Kreis, welcher sich sowol um eine Seitenfläche des Dodekaeders als um eine Seitenfläche des Ikosaeders beschreiben läßt?

Aufl. $\frac{2\pi r^2}{15}(5 - \sqrt{5}) = 17{,}36629$ □ F.

849. Das Verhältniß zwischen den Körperinhalten oder den Oberflächen eines Dodekaeders und eines Ikosaeders zu finden, wenn eine Seitenfläche eines jeden der beiden Polyeder einem und demselben Kreise eingeschrieben ist.

Aufl. $\sqrt{\frac{5 + \sqrt{5}}{6}} = 1{,}098185.$

850. Man hat um ein Octaeder von der Kante $a =$ $1{,}4142136$ F. eine Kugel beschrieben und dann in den beiden Räumen, in welche die Kugel von einer und derselben Seitenfläche des Octaeders getheilt wird, zwei Kugeln construirt, welche die Oberfläche der umschriebenen Kugel und zugleich einander in dem Mittelpunkte jener Octaederfläche berühren. Wie groß ist die Summe der beiden eingeschriebenen Kugeln?

Aufl. $\frac{a^3\pi}{6}\sqrt{2} = 2{,}0943951$ C. F.

851. Wenn man die in der vorhergehenden Aufgabe angegebene Construction 1) auf einen Würfel von der Kante a = 1,587401 F. und 2) auf ein regelmäßiges Tetraeder von der Kante a = 2,884499 F. anwendet; wie groß ist die Summe der eingeschriebenen Kugeln bei dem einen und bei dem andern jener Körper?

Aufl. 1) $\frac{a^3\pi}{4}\sqrt{3} = 5{,}4414$ C. F.

2) $\frac{a^3\pi}{4\sqrt{6}} = 7{,}6953$ C. F.

852. Wenn von einem Dodekaeder sämmtliche Ecken dadurch weggeschnitten werden, daß man durch die Mitten von je drei in einem Punkte zusammenstoßenden Kanten Ebenen legt, so entsteht ein neues, von lauter regelmäßigen Fünfecken und Dreiecken begränztes Polyeder. Wie groß ist 1) der Körperinhalt dieses Polyeders, 2) seine Oberfläche, 3) der Radius der umschriebenen Kugel, wenn die Diagonale einer Seitenfläche des Dodekaeders die Länge d = 4 F. hat?

Aufl. 1) $\frac{d^3}{16}(17 + 5\sqrt{5}) = 112{,}721359$ C. F.

2) $d^2\left(5\sqrt{3} + 3\sqrt{25 + 10\sqrt{5}}\right) = 468{,}89569$ □ F.

3) $\frac{d}{4}(1 + \sqrt{5}) = 3{,}236068$ F.

853. Im Ikosaeder wird von je fünf in einer Ecke zusammenstoßenden Dreiecken eine regelmäßige fünfseitige Pyramide gebildet, und diese hat mit der nächst angränzenden Pyramide eine dreiseitige Pyramide gemeinschaftlich. Wenn nun eine Kugel vom Radius r = 1,442249 F. alle Kanten eines Ikosaeders berührt; wie groß ist in demselben eine fünfseitige, und wie groß eine dreiseitige Pyramide?

Aufl. $\frac{r^3}{3}(3\sqrt{5}-5) = 1{,}7082039$ C. F.

$\frac{2r^3}{3}(\sqrt{5}-2) = 0{,}4721359$ C. F.

854. Wenn man in einen Würfel von der Kante a = 3,732511 F. eine Kugel, in die Kugel einen Würfel, in den letztern wiederum eine Kugel u. s. w. in's Unendliche einschreibt; welches ist die Summe aller eingeschriebenen Kugeln?

Aufl. $\frac{a^3\pi}{52}(9+\sqrt{3}) = 33{,}71572$ C. F.

855. In einer Kugel vom Radius r = 2,315464 F. construirt man einen Würfel, in diesem Würfel eine Kugel, in der letztern wiederum einen Würfel u. s. w. in's Unendliche; wie groß ist die Summe aller eingeschriebenen Würfel?

Aufl. $\frac{4r^3}{13}(3\sqrt{3}+1) = 23{,}66754$ C. F.

856. Wenn man in eine Kugel, deren Radius r = 2,3513347 F. ist, ein regelmäßiges Tetrader, in das Tetraeder eine Kugel, in diese ein zweites Tetraeder einschreibt und die nämliche Construction unendlich weit fortsetzt; wie groß ist die Summe dieser sämmtlichen Körper?

Aufl. $\frac{2r^3}{13}(9\pi+2\sqrt{3}) = 63{,}47687$ C. F.

857. In einer Kugel vom Radius r = 4,0207256 F. ist in derselben Weise wie in der vorhergehenden Aufgabe eine Reihe von Octaedern und Kugeln construirt; man sucht die Summe sämmtlicher Körper.

Aufl. $\frac{2r^3}{13}(\pi+1)(9+\sqrt{3}) = 444{,}4778$ C. F.

858. Einem Dodekaeder von der Kante a = 2 F. ist eine Kugel eingeschrieben und hierauf in dem hohlen Raume einer Ecke eine zweite Kugel construirt, welche die drei daselbst zusammenstoßenden Dodekaederflächen und die erste Kugel berührt. Wie groß ist der Radius der zweiten Kugel?

Aufl. $\frac{a}{10} \cdot \frac{\sqrt{30(65 + 29\sqrt{5})} - 11\sqrt{5} - 25}{\sqrt{10 + 4{,}4\sqrt{5}} + \sqrt{15} + \sqrt{3}} = 0{,}254818$ F.

859. Den Radius der Kugel zu finden, welche in einer Ecke eines Ikosaeders von der Kante $a = 4$ F. so construirt ist, daß sie alle Seitenflächen der Ecke und zugleich die dem Ikosaeder eingeschriebene Kugel berührt.

Aufl. $\frac{a}{2} \cdot \frac{\sqrt{6(25 + 11\sqrt{5})} - 3\sqrt{5} - 7}{3\sqrt{10 + 2\sqrt{5}} + \sqrt{15} + 3\sqrt{3}} = 0{,}3458942$ F.

860. Durch ein regelmäßiges Tetraeder, dessen Kante $a = 17{,}146428$ F. ist, wird parallel zur Grundfläche eine Ebene gelegt und in dem Stumpf ein möglichst großer gerader Cylinder, in der Ergänzungspyramide aber eine möglichst große Kugel beschrieben. Wenn die Kugelfläche mit der Cylinderfläche inhalsgleich ist; welchen Radius hat die Kugel?

Aufl. $\frac{a(4 - \sqrt{2}}{7\sqrt{6}} = 2{,}5857864$ F.

861. Ein regelmäßiges Tetraeder von der Kante $a = 4{,}472136$ F. ist parallel der Grundfläche durchschnitten und enthält in dem obern Theil eine Berührungskugel und in dem untern den größten daselbst construirbaren Kegelstumpf. Wie groß ist der Mantel des Kegelstumpfes, wenn er an Inhalt der Kugelfläche gleichkommt?

Aufl. $\frac{a^2\pi}{10} = 6{,}283185 \square$ F.

862. Die Diagonalaxe eines Würfels geht durch die Mittelpunkte zweier Kugeln, von denen jede die andere von außen und zugleich drei Würfelflächen berührt. Wenn die Inhalte der Kugeln zu einander das Verhältniß $n = 0{,}132651$ haben, und der Radius der größern Kugel $r = 1{,}2$ F. ist; welche Länge hat die Kante des Würfels?

Aufl. $\frac{r}{3}(3 + \sqrt{3})(1 + \sqrt[3]{n}) = 2{,}8581586$ F.

863. Die sechs Ecken eines Octaeders, dessen Kante $a = 1,5$ F. ist, bilden die Mittelpunkte von eben so vielen Kugeln, deren jede die vier benachbarten und zugleich zwei andere aus dem Mittelpunkte des Octaeders beschriebene Kugeln berührt, von welchen die eine zwischen jenen sechs Kugeln liegt, die andere aber dieselben umschließt. Es soll der Raum in der umschließenden Kugel bestimmt werden, in so weit er von den sieben Kugeln nicht ausgefüllt ist.

Aufl. $\frac{4}{3} a^3 \pi = 14,13716$ C. F.

864. Die Mittelpunkte von sechs einander berührenden Kugeln, deren jede den Radius $r = 2,466212$ F. hat, bilden die Ecken eines Octaeders. Wenn man an je drei benachbarte Kugeln von außen eine berührende Ebene legt; welches ist der Inhalt des dadurch entstandenen Polyeders?

Aufl. $\frac{4 r^3}{3} (11 \sqrt{2} + 9 \sqrt{3}) = 622,89613$ C. F.

865. Wenn man eine Seitenfläche des regelmäßigen Tetraeders, welches einer Kugel vom Radius $r = 4,326748$ F. eingeschrieben ist, verlängert; in welche beiden Stücke wird die Kugel dadurch getheilt?

Aufl. $\frac{28 r^3 \pi}{81} = 87,964576$ C. F.

$\frac{80 r^3 \pi}{81} = 251,32736$ C. F.

866. Um ein Octaeder von der Kante $a = 3$ F. ist eine Kugel beschrieben; man soll den Inhalt und die krumme Oberfläche des Segmentes finden, welches durch eine verlängerte Octaederfläche von der Kugel abgeschnitten wird.

Aufl. $\frac{a^3 \pi}{54} (9 - 4 \sqrt{3}) \sqrt{2} = 4,602373$ C. F.

$\frac{a^2 \pi}{3} (3 - \sqrt{3}) = 11,95013 \square$ F.

867. Eine Kugel, die man aus dem Mittelpunkte eines regelmäßigen Polyeders so beschreibt, daß sie alle Kanten desselben berührt, wird von allen Seitenflächen des Polyeders in Kreisen geschnitten, welche diesen Seitenflächen eingeschrieben sind. Es soll die Summe der sphärischen Calotten, welche jene eingeschriebenen Kreise zu Grundflächen haben, berechnet werden, 1) wenn das Polyeder ein Octaeder von der Kante $a = 3{,}872983$ F. und 2), wenn es ein Dodekaeder von der Kante $a = 3{,}162277$ F. ist.

Aufl. 1) $\frac{4}{3}a^2\pi(3 - \sqrt{6}) = 34{,}58957 \;\square$ F.

2) $3a^2\pi\left(7 + 3\sqrt{5} - 2\sqrt{17 + 7{,}6\sqrt{5}}\right) = 192{,}9544 \;\square$ F.

868. Ein Ikosaeder ist durch seine Oberfläche $a = 554{,}25625 \;\square$ F. gegeben; man soll für die Kugel, welche aus dem Mittelpunkte des Ikosaeders beschrieben alle Kanten desselben berührt, die Summe der krummen Oberflächen derjenigen Segmente berechnen, die von der Kugel durch die Seitenflächen des Ikosaeders abgeschnitten werden.

Aufl. $$\frac{a\pi}{3}(3\sqrt{3} + \sqrt{15} - 2\sqrt{5} - 4) = 346{,}508 \;\square \text{ F.}$$

869. Wenn jeder Seitenfläche eines regelm. Polyeders ein Kreis eingeschrieben und als Grundfläche eines mit seiner Spitze im Mittelpunkte des Polyeders liegenden Kegels angenommen wird, so umfaßt die Kegelfläche einen konischen Winkel, den man sich über das Polyeder hinaus in's Unendliche verlängert denken kann. Es soll das Verhältniß zwischen der Summe der auf diese Weise in einem Dodekaeder bestimmten konischen Winkel und dem ganzen, um den Mittelpunkt desselben befindlichen unendlichen Raume angegeben werden.

Aufl. $$3\left(2 - \sqrt{2 + 0{,}4\sqrt{5}}\right) = 0{,}896097.$$

870. Welches Resultat erhält man, wenn die vorige Aufgabe auf ein Ikosaeder übertragen wird?

Aufl. $$\frac{5}{3}(6 - \sqrt{3} - \sqrt{15}) = 0{,}658276.$$

Kugelsector und Calotte.

871. Eine Calotte auf einer Kugel, deren Radius $r = 3,4$ F. beträgt, hat eine Höhe von $h = 2,1$ F.; wie groß ist der Flächeninhalt F der Calotte und der zugehörige Kugelsector K?

Aufl. $F = 2r\pi h = 44,86195$ □ F.

$$K = \tfrac{2}{3} r^2 \pi h = 50,84354 \text{ C. F.}$$

872. Den Körperinhalt K eines Sectors und den Flächeninhalt F der zugehörigen Calotte zu finden, wenn gegeben ist der Kugelradius $r = 4,2$ F. und die Sehne $s = 3,4641016$ F., welche den Pol der Calotte mit einem Punkte der Peripherie ihres Grundkreises verbindet.

Aufl. $K = \tfrac{1}{3} r s^2 \pi = 52,77875$ C. F.

$$F = s^2 \pi = 37,69911 \text{ □ F.}$$

873. Die Oberfläche einer Kugel enthält $a = 50,26549$ □ F., und der Körperinhalt einer andern Kugel $m = 57,90584$ C. F.. Auf jeder der beiden Kugeln ist eine Calotte dadurch beschrieben, daß ein Bogen, welcher einem größten Kugelkreise angehört, und dessen Sehne gleich dem Radius der Kugel ist, sich um den durch seinen Endpunkt gehenden Durchmesser vollständig herumgedreht hat. Es soll das Verhältniß der Größe der beiden Calotten zu einander angegeben werden.

Aufl. $$\frac{a}{\sqrt[3]{36 m^2 \pi}} = 0,694444.$$

874. Auf einer Kugel vom Radius $r = 15$ F. ist eine Calotte $n = 1,5$ Mal so groß als ihre Grundfläche. Es soll die Höhe h der Calotte und der Unterschied d zwischen der Calotte und ihrer Grundfläche gefunden werden.

Aufl. $$h = 2r \cdot \frac{n-1}{n} = 10 \text{ F.}$$

$$d = 4\pi r^2 \left(\frac{n-1}{n}\right)^2 = 314,15926 \text{ □ F.}$$

875. Wie groß ist der körperliche Inhalt einer Kugel, wenn eine Calotte derselben die Höhe $h = 4$ F. und den Flächeninhalt $a = 200 \square$ F. hat?

Aufl. $\frac{a^3}{6\pi^2 h^3} = 2110{,}857$ C. F.

876. Aus der Höhe $h = 3$ F. und dem Radius $a = 4$ F. des Grundkreises einer Calotte ihren Flächeninhalt zu finden.

Aufl. $\pi(a^2 + h^2) = 78{,}539816 \square$ F.

877. Den Flächeninhalt der heißen Zone der Erde zu berechnen, wenn der Abstand der begränzenden Wendekreise von einander $d = 685{,}4496$ Meilen und der Radius dieser Kreise $m = 788{,}213$ Meilen angenommen wird.

Aufl. $\pi d \sqrt{4m^2 + d^2} = 3701701 \square$ M.

878. Wie groß ist eine gemäßigte Zone unserer Erde, wenn der senkrechte Abstand des nördlichen Wendekreises vom nördlichen Polarkreise $h = 445{,}4884$ Meilen und der Erddurchmesser $d = 1719$ Meilen beträgt?

Aufl. $d\pi h = 2405815 \square$ M.

879. Auf einer Kugel vom Radius $r = 2{,}3$ F. wird eine Calotte durch einen Bogen von 30° beschrieben, welcher einem größten Kreise der Kugel angehört und sich um den durch seinen Endpunkt gehenden Durchmesser dreht. Wie groß ist der Inhalt der Calotte?

Aufl. $r^2\pi(2 - \sqrt{3}) = 4{,}4530546 \square$ F.

880. Ein Kreis dreht sich um seinen Durchmesser, dessen Länge $d = 10{,}6$ F. beträgt, vollständig herum; wie groß ist die von einem Bogen gleich 45° erzeugte Calotte C und der von dem zugehörigen Kreissector erzeugte Kugelsector S?

Aufl. $C = \frac{d^2\pi}{2}(1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}) = 51{,}6941 \square$ F.

$S = \frac{\pi d^3}{12}(1 - \sqrt{\tfrac{1}{2}}) = 91{,}32622$ C. F.

881. Ein Bogen von 24° dreht sich um seinen Durchmesser, welcher nach der Mitte des Bogens gezogen ist und die Länge $a = 4$ F. hat. Man soll die von dem rotirenden Bogen erzeugte Calotte C und den zugehörigen Kugelsector S berechnen.

Aufl. $C = \frac{a^2\pi}{2}\left[1 - \frac{1}{4}\sqrt{9 + \sqrt{5} + \sqrt{6(5 - \sqrt{5})}}\right] = 0{,}5492132 \,\square$ F.

$$S = \frac{a^3\pi}{12}\left[1 - \frac{1}{4}\sqrt{9 + \sqrt{5} + \sqrt{6(5 - \sqrt{5})}}\right] = 0{,}3661423 \text{ C. F.}$$

882. Zwei Kugeln, deren Radien $R = 3$ F., $r = 2$ F. und centraler Abstand $a = 8$ F. gegeben sind, haben zu einem leuchtenden Punkte eine solche Lage, daß die erste Kugel von dem Schattenkegel der zweiten genau umhüllet wird. Wie groß ist der Theil der Oberfläche der zweiten Kugel, welcher von dem leuchtenden Punkte erhellt wird?

Aufl. $\frac{2}{a}(a + r - R)\pi r^2 = 21{,}991148 \,\square$ F.

883. Ueber dem größten Kreise einer Kugel als Grundfläche ist ein gerader Cylinder von der Höhe $h = 1{,}7$ F. construirt, dessen Gesammtoberfläche $a = 108{,}95041 \,\square$ F. beträgt. Wenn eine Calotte auf dieser Kugel gleiche Höhe mit dem Cylinder hat; wie groß ist ihr Flächeninhalt C und das Volumen S des Sectors, welcher von jener Calotte begränzt wird?

Aufl. $C = h\pi\left(-h + \sqrt{\frac{2a}{\pi} + h^2}\right) = 36{,}3168 \,\square$ F.

$$S = \frac{h\pi}{3}\left(\frac{a}{\pi} + h^2 - h\sqrt{\frac{2a}{\pi} + h^2}\right) = 41{,}15905 \text{ C. F.}$$

884. Der Umfang der als Kugel betrachteten Erde beträgt $a = 5400{,}398$ Meilen. Wie groß ist derjenige Theil der Erdoberfläche, welchen man aus einem Luftballon übersehen kann, der sich bis zu einer Höhe von $h = 3{,}5$ Meilen über die Erde erhoben hat?

Aufl. $\frac{a^2 h}{a + 2h\pi} = 18824{,}73 \,\square$ M.

885. In welcher Entfernung von der Oberfläche der Erde, deren Halbmesser $r = 859{,}5$ Meilen beträgt, müßte man sich befinden, um ein solches Stück derselben, wie die kalte Zone a = 384977 □ Meilen, übersehen zu können?

Aufl. $\frac{a r}{2\pi r^2 - a} = 77{,}73405$ M.

886. Wenn die Peripherie des größten Kreises einer Kugel P = 15,07964 F. und die Peripherie der Grundfläche einer Calotte auf derselben p = 14,12585 F. beträgt; wie groß ist der Kugelsector, welchem jene Calotte angehört?

Aufl. $\frac{P^2}{12\pi^2}\left(P - \sqrt{P^2 - p^2}\right) = 18{,}81942$ C. F.

887. Wenn eine Halbkugel den körperlichen Inhalt a = 1329,536 C. F. hat; in welcher Höhe über ihrer Grundfläche liegt der zur letztern parallele Schnitt, welcher die Gesammtoberfläche der Halbkugel halbirt?

Aufl. $\frac{1}{4}\sqrt[3]{\frac{3a}{2\pi}} = 2{,}148591$ F.

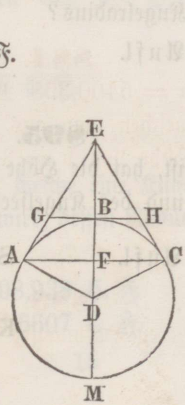
888. In einer Kugel vom Radius r = 8 F. verhält sich ein Sector zu dem zugehörigen Kegel wie m = 6,27313 zu n = 1,48202. Es soll die Höhe des Kegels gefunden werden.

Aufl. $\frac{r}{2}\left[-1 + \sqrt{9 - \frac{8(m-n)}{m}}\right] = 2{,}8$ F.

889. Welchen Flächeninhalt hat diejenige Calotte auf einer Kugel vom Radius r = 4,4721359 F., die sich zum Mantel des eingeschriebenen Kegels von gleicher Grundfläche und Höhe wie m = 2 zu n = 1,7320508 verhält?

Aufl. $\frac{4r^2\pi(m^2 - n^2)}{m^2} = 62{,}831852$ □ F.

890. Auf eine Kugel vom Radius AD = r = 2,4 F. ist ein gerader Kegel AEC aufgesetzt, dessen Seitenlinien in der Peripherie der Grundfläche Tangenten der Kugel sind. Wenn die von der Grundfläche des Kegels begränzte, innerhalb desselben liegende Calotte ABC sich zum Mantel des Kegels verhält wie m : n = 3 : 4; wie groß ist die Höhe BF der Calotte?



Aufl. $\frac{2r(2n^2 - m^2 - mn)}{4n^2 - m^2} = 0{,}96$ F.

891. Um eine Calotte, die einer Kugel vom Radius $r = 4{,}5$ F. angehört, ist ein Kegelstumpf ACHG (Fig. 890) von gleicher Höhe beschrieben, dessen Seitenlinien in der Peripherie des größern Grundkreises Tangenten der Kugel sind. Wenn sich die Calotte zum Mantel des Kegelstumpfes wie $m : n = 72 : 58{,}5$ verhält; wie groß ist ihre Höhe BF?

Aufl. $\frac{r(4n - 3m)}{2n - m} = 1{,}8$ F.

892. Der Radius $DB = r = 2{,}1544347$ F. einer Kugel (Fig. 890) ist über die Oberfläche hinaus um ein ihm gleiches Stück BE verlängert. Vom Endpunkte der Verlängerung ist der Berührungskegel an die Kugel gelegt und der dem Berührungskreise zugehörige Kugelsector construirt. Wie groß ist die Kugel, welche sich in den dadurch entstehenden Doppelkegel, dessen Axendurchschnitt EADC ist, einschreiben läßt?

Aufl. $\pi r^3 (9 - 5\sqrt{3}) = 10{,}67344$ C. F.

Kugelsegment.

/ **893.** Den Inhalt eines Kugelsegmentes aus seiner Höhe $h = 6$ F. und dem Kugelradius $r = 10$ F. zu berechnen.

Aufl. $h^2 \pi \left(r - \frac{h}{3}\right) = 904{,}7779$ C. F.

/ **894.** Welchen Inhalt hat das Segment einer Kugel vom Radius $r = 5$ F., wenn dessen Höhe $n = 1{,}4$ Mal so groß ist als der Kugelradius?

Aufl. $\frac{1}{3} n^2 r^3 (3 - n) \pi = 410{,}50135$ C. F.

895. Das Segment einer Kugel, deren Durchmesser $d = 6{,}8$ F. ist, hat die Höhe $h = 2{,}1$ F.; man soll den Inhalt des Segmentes S und des Kugelsectors K berechnen, welcher zu dem Segmente gehört.

Aufl. $S = \frac{h^2}{6} (3d - 2h) \pi = 37{,}40695$ C. F.

$K = \frac{d^2 h \pi}{6} = 50{,}84354$ C. F.

896. Von einem Kugelsegmente ist die Höhe $h = 15{,}6$ F. und der Radius des Grundkreises $a = 22{,}482$ F. gegeben; es soll berechnet werden 1) der zugehörige Kugelsector, 2) der Kegel, welcher mit dem Segmente eine gemeinschaftliche Grundfläche hat und dessen Spitze im Kugelcentrum liegt, 3) das Kugelsegment.

Aufl. 1) $\frac{\pi}{6h}(a^2 + h^2)^2 = 18819{,}39$ C. F.

2) $\frac{a^2\pi}{6h}(a^2 - h^2) = 4446{,}08$ C. F.

3) $\frac{h\pi}{6}(3a^2 + h^2) = 14373{,}31$ C. F.

897. Zwei gleich große Kugeln, die einander durchschneiden, bilden ein linsenförmiges Stück von der Dicke $a = 0{,}42$ F. — Wie groß ist dieses Stück, wenn der Radius der beiden Kugeln $r = 1{,}3$ F. beträgt?

Aufl. $\frac{a^2\pi}{2}\left(r - \frac{a}{6}\right) = 0{,}3408187$ C. F.

898. Zwei gleich große Kugeln vom Radius $r = 2{,}2894286$ F. durchschneiden einander so, daß der Mittelpunkt der einen Kugel auf der Oberfläche der andern liegt. Wie groß ist das beiden Kugeln gemeinschaftliche linsenförmige Stück?

Aufl. $\frac{5\pi r^3}{12} = 15{,}707963$ C. F.

899. Wenn die Oberfläche einer Kugel $a = 739$ □ F. beträgt; welches Volumen hat ein Segment derselben von der Höhe $h = 9\frac{5}{6}$ F.?

Aufl. $\frac{h^2}{6}\left(3\sqrt{\frac{a}{\pi}} - 2h\right)\pi = 1333{,}825$ C. F.

900. Die beiden Stücke zu berechnen, in welche eine Kugel vom Radius $R = 5$ F. durch einen Kugelkreis getheilt wird, dessen Radius $r = 3$ F. ist.

Aufl. $\frac{\pi}{3}\left[2R^3 \pm (2R^2 + r^2)\sqrt{R^2 - r^2}\right] = \begin{cases} 508{,}938 \text{ C. F.} \\ 14{,}6607 \text{ C. F.} \end{cases}$

901. Durch eine Kugel vom Radius $r = 1{,}8211$ F. ist eine Ebene im Abstande $a = 1{,}125501$ F. vom Mittelpunkte gelegt; man soll die Inhalte der beiden Theile der Kugel berechnen.

Aufl. $\frac{\pi}{3}(2r^3 + 3ar^2 - a^3) = 22{,}88269$ C. F.

$\frac{\pi}{3}(2r^3 - 3ar^2 + a^3) = 2{,}41544$ C. F.

902. Der Radius $r = 0{,}91055$ F. einer Kugel ist stetig getheilt, so daß der am Mittelpunkte liegende Abschnitt der größere ist. Man legt durch den Theilungspunkt eine Ebene senkrecht auf den Radius und sucht 1) den Inhalt und die Oberfläche des dadurch entstandenen kleinern Kugelsegmentes, 2) den Inhalt und die Oberfläche des größern Kugelsegmentes, 3) die gemeinschaftliche Grundfläche der beiden Segmente.

Aufl. 1) $\frac{\pi r^3}{6}(3 - \sqrt{5}) = 0{,}3019706$ C. F.

$r^2\pi(3 - \sqrt{5}) = 1{,}989812$ □ F.

2) $\frac{\pi r^3}{6}(5 + \sqrt{5}) = 2{,}860307$ C. F.

$\pi r^2(1 + \sqrt{5}) = 8{,}42898$ □ F.

3) $\frac{1}{2}\pi r^2(\sqrt{5} - 1) = 1{,}609792$ □ F.

903. Welchen Körperinhalt hat ein Kugelsegment, dessen Calotte $a = 15{,}085$ □ F. enthält und dessen Grundkreis von dem Mittelpunkte der Kugel um $m = 2$ F. entfernt ist?

Aufl. $\frac{\pi}{12}\left(\frac{2a}{\pi} - m^2 + m\sqrt{\frac{2a}{\pi} + m^2}\right)\left(-m + \sqrt{\frac{2a}{\pi} + m^2}\right)^2$
$= 5{,}737022$ C. F.

904. Aus der Höhe $h = 0{,}3477995$ F. und dem Radius $r = 0{,}7158$ F. der Grundfläche eines Kugelsegmentes dessen gesammte Oberfläche zu finden.

Aufl. $\pi(h^2 + 2r^2) = 3{,}599605$ □ F.

905. Aus der Höhe $h = 1{,}5$ F. eines Kugelsegmentes den Ueberschuß seiner Calotte über den Grundkreis desselben zu finden.

Aufl. $\pi h^2 = 7{,}0685833$ □ F.

906. Es ist der Inhalt $a = 2{,}4157648$ C. F. eines Kugelsegmentes und das Verhältniß $m = 0{,}485869$ der Höhe desselben zu dem Radius seiner Grundfläche gegeben; man sucht die Höhe h des Segmentes und den Radius r der Kugel.

Aufl. $$h = \sqrt[3]{\frac{6am^2}{\pi(3+m^2)}} = 0{,}695609 \text{ F.}$$

$$r = \frac{1+m^2}{2m^2}\sqrt[3]{\frac{6am^2}{\pi(3+m^2)}} = 1{,}821125 \text{ F.}$$

907. Man kennt den körperlichen Inhalt $a = 0{,}0377463$ C. F. eines Kugelsegmentes und die Höhe $h = 0{,}1738997$ F. desselben, und sucht den Radius der Grundfläche.

Aufl. $$\sqrt{\frac{2a}{h\pi} - \frac{h^2}{3}} = 0{,}357914 \text{ F.}$$

908. Die Höhe desjenigen Segmentes einer Kugel vom Radius $r = 4$ F. zu finden, welches zu dem entsprechenden Kugelsector das Verhältniß $n : m = 3 : 5$ hat.

Aufl. $$\frac{r}{2}\left(3 - \sqrt{\frac{9m-8n}{m}}\right) = 1{,}9012197 \text{ F.}$$

909. Wenn in einer Kugel vom Radius $r = 2{,}4$ ein Segment $n = 3{,}232803$ Mal so groß ist als der Kegel auf derselben Basis, dessen Spitze im Mittelpunkte der Kugel liegt; welche Höhe hat das Segment?

Aufl. $$\frac{r}{2}\left(3 - \sqrt{\frac{n+9}{n+1}}\right) = 1{,}56 \text{ F.}$$

910. In einer Kugel vom Radius $r = 0{,}72$ F. ist ein Segment an Inhalt dem Kegel über derselben Basis gleich, dessen Spitze im Centrum der Kugel liegt. Welchen Abstand vom Centrum hat die Grundebene des Kugelsegmentes?

Aufl. $$\frac{r}{2}(\sqrt{5} - 1) = 0{,}4449844 \text{ F.}$$

911. Das Segment einer Kugel, deren Radius $r = 1{,}73284$ F. ist, hat eine gemeinschaftliche Grundfläche mit einem Kegel, dessen Spitze im Mittelpunkte der Kugel liegt. Wenn die Calotte des Segmentes dem Mantel des Kegels gleich ist; in welchem Abstande vom Mittelpunkte der Kugel befindet sich die gemeinschaftliche Grundfläche beider Körper?

Aufl. $\frac{3r}{5} = 1{,}039704$ F.

912. Eine Kugel ist durch ihren Inhalt $a = 3{,}162277$ C. F. gegeben; man soll dasjenige Segment derselben berechnen, dessen Calotte $n = 1{,}236068$ Mal so groß ist als die Grundfläche des Segmentes.

Aufl. $\frac{a}{n^3}[n(n^2 - 3) + 2] = 0{,}3019657$ C. F.

913. Die Größe des Kugelsegmentes zu finden, welches durch die Umdrehung eines Bogens von 30° um den durch seinen Endpunkt gehenden Radius $r = 4$ F. beschrieben wird.

Aufl. $\frac{\pi r^3}{24}(16 - 9\sqrt{3}) = 3{,}44773$ C. F.

914. Wenn ein Kreis vom Radius $r = 2$ F. um seinen Durchmesser rotirt; welches Volumen hat das von dem Kreissextanten dabei beschriebene Kugelsegment?

Aufl. $\frac{\pi r^3}{12}(8 - 5\sqrt{2}) = 1{,}94555$ C. F.

915. Aus der Peripherie $P = 6{,}283185$ F. des größten Kreises einer Kugel und aus der Peripherie $p = 3{,}769911$ F. der Grundfläche eines Segmentes der Kugel soll der körperliche Inhalt des Segmentes gefunden werden.

Aufl. $\frac{2P^3 \pm (2P^2 + p^2)\sqrt{P^2 - p^2}}{24\pi^2} = \begin{cases} 4{,}071503 \text{ C. F.} \\ 0{,}117283 \text{ C. F.} \end{cases}$

916. Es soll angegeben werden, der wievielte Theil einer Kugel durch eine Ebene abgeschnitten wird, welche $\frac{n}{m} = \frac{3}{5}$ des auf ihr senkrechten Radius abschneidet.

Aufl. $\frac{n^2(3m - n)}{4m^3} = 0{,}216.$

917. Das Verhältniß der beiden Abschnitte zu einander anzugeben, in welche eine Kugel durch die Ebene des achtzehnten Breitengrades zerlegt wird.

Aufl. $\frac{5}{19}(73 - 32\sqrt{5}) = 0,38048.$

918. Eine Ebene, welche durch eine Kugel gelegt ist, schneidet von dem auf ihr senkrechten Kugeldurchmesser ein Stück ab, daß sich zu dem übrigen Stück desselben verhält wie $n = 0,695599$ zu $m = 2,946601$. Es soll angegeben werden 1) den wievielten Theil der ganzen Kugel das von ihr abgeschnittene Segment beträgt, 2) welches Verhältniß zwischen den beiden Segmenten der Kugel stattfindet.

Aufl. 1) $\frac{n^2(3m + n)}{(m + n)^3} = 0,0954916.$

2) $\frac{n^2(3m + n)}{m^2(3n + m)} = 0,1055731.$

919. Eine Kugel wird von drei einander parallelen Ebenen so durchschnitten, daß sich die Theile des Durchmessers, welcher auf diesen Ebenen senkrecht steht, wie die Zahlen $a = 3,917$, $b = 3,348$, $c = 4,075$, $d = 8,66$ zu einander verhalten. Es sollen die Verhältnißzahlen für die Theile der Kugel gefunden werden, in welche letztere von den parallelen Ebenen getheilt wird.

Aufl. $a^2[3(b + c + d) + a] = 800,3771.$

$b^2(3a + b) + 3(c + d)(2a + b)b = 1599,539.$

$c^2(3d + c) + 3(a + b)(2d + c)c = 2349,271.$

$d^2[3(a + b + c) + d] = 3200,812.$

also nahezu wie $1 : 2 : 3 : 4$.

920. Ein Kugelsegment, von welchem die Höhe $h = 4$ F. und der Radius der Grundfläche $a = 5$ F. gegeben sind, wird so ausgehöhlt, daß die Höhlung ein concentrisches Kugelsegment bildet, dessen krumme Oberfläche eben so viel beträgt, als die Grundfläche des ganzen Segmentes vorher betrug. Es soll die Dicke D des ausgehöhlten Segmentes und der Rauminhalt K der Höhlung gefunden werden.

Aufl. $D = \frac{a^2 + 3h^2 - \sqrt{a^4 + 6a^2h^2 + h^4}}{4h} = 0{,}9824993$ F.

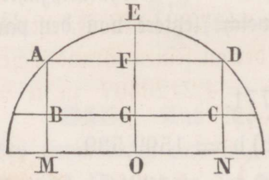
$$K = \frac{\pi}{6h}(h - D)^2(3a^2 + h^2 - 4hD) = 8{,}972492 \text{ C. F.}$$

Das Kugelsegment in Verbindung mit anderen Körpern.

921. In einer Halbkugel vom Radius $r = 9{,}1055$ F. ist ein gerader Cylinder so construirt, daß seine untere Grundfläche auf dem Halbkreise ruht und die obere Grundfläche von der Halbkugel ein Segment abschneidet, dessen Höhe $h = 3{,}477995$ F. ist. Es soll der Inhalt K und die krumme Oberfläche O des aus Cylinder und Kugelsegment zusammengesetzten Körpers gefunden werden.

Aufl. $K = \frac{2h\pi}{3}(h^2 + 3r^2 - 3hr) = 1207{,}884$ C. F.

$$O = 2\pi\left[hr + (r - h)\sqrt{h(2r - h)}\right] = 452{,}0893 \;\square\text{ F.}$$



922. In eine Halbkugel vom Radius $OE = r = 5$ F. ist ein gerader Cylinder ABCD so hineingestellt, daß die Grundflächen beider Körper einander parallel laufen. Die obere Grundfläche des Cylinders theilt den auf ihr senkrechten Radius der Halbkugel in zwei Abschnitte, von welchen der obere EF die Höhe eines Segmentes bildet, dessen Calotte $a = 31{,}41592 \;\square$ F. enthält. Wie groß ist die Höhe FG des Cylinders, wenn der aus Cylinder und Segment zusammengesetzte Körper ABCDEA sich zu dem übrigen Raum der Halbkugel so verhält, wie der obere Abschnitt EF des Radius zum untern FO?

Aufl. $\frac{2r^2\pi - a}{6r\pi} = 1\frac{1}{3}$ F.

923. Durch eine Kugel, deren Radius $R = 0{,}5$ F. ist, soll ein Cylinder vom Radius $r = 0{,}3$ F. gelegt werden, so daß seine Axe durch den Mittelpunkt der Kugel geht. Wie groß ist das cylindrische Stück, welches aus der Kugel ausgeschnitten werden muß?

Aufl. $\frac{4\pi}{3}\left[R^3 - (R^2 - r^2)\sqrt{R^2 - r^2}\right] = 0{,}2555162$ C. F.

924. Eine Kugel wiegt $a = 65{,}44983$ Pfund. Wenn durch dieselbe ein cylindrisches Loch gebohrt wird, so daß dessen Axe durch den Mittelpunkt der Kugel geht, und dessen Querschnitt sich zum größten Kugelkreise verhält wie $n : m = 0{,}9 : 2{,}5$; welches Gewicht wird nunmehr die Kugel haben?

Aufl. $a\left(\frac{m - n}{m}\sqrt{\frac{m - n}{m}}\right) = 33{,}51032$ Pfund.

925. Durch eine Kugel vom Radius $r = 2{,}8284271$ F. ist ein ebener Schnitt im Abstande $a = 2{,}4494897$ F. vom Mittelpunkte gelegt und in jedem der beiden Kugelsegmente die größte berührende Kugel construirt. Es soll das Verhältniß der Summe der beiden eingeschlossenen Kugeln zur einschließenden Kugel angegeben werden.

Aufl. $\frac{3a^2 + r^2}{4r^2} = 0{,}8125.$

926. Einer Kugel vom Radius $r = 3{,}634242$ F. ist ein Cylinder eingeschrieben, welcher zu der Summe der an seinen Grundflächen liegenden Kugelsegmente in dem Verhältnisse $m = 4{,}2426407$ zu $n = 0{,}9289322$ steht. Welche Höhe hat der Cylinder?

Aufl. $r\left(-1 + \sqrt{\frac{8m}{3n + m} + 1}\right) = 5{,}139594$ F.

927. Die Höhe desjenigen Segmentes einer Kugel vom Radius $r = 1$ F. zu finden, welches zu einem Cylinder von derselben Grundfläche und Höhe das Verhältniß $m : n = \sqrt{5} : \sqrt{11}$ hat.

Aufl. $\frac{3r(2m - n)}{3m - n} = 1{,}0221$ F.

928. Ein gerader Kegel hat mit einem Kugelsegmente eine gemeinschaftliche Basis und gleiches Volumen. Wenn der Radius der

Kugel $r = 23$ F. und die Höhe des Segmentes $h = 6$ F. beträgt; welches ist die Höhe des Kegels?

Aufl. $\frac{h(3r - h)}{2r - h} = 9{,}45$ F.

929. In eine Kugel vom Radius $r = 0{,}8$ F. ist ein Kegel eingeschrieben, welcher dem von seiner Basis begränzten Kugelsegmente inhaltsgleich ist; welche Höhe hat das Segment?

Aufl. $\frac{r}{4}(7 - \sqrt{17}) = 0{,}57537888$ F.

930. Die Höhe desjenigen Segmentes einer Kugel vom Radius $r = 1{,}082194$ F. zu finden, welches zu dem größten, dem Segmente eingeschriebenen Kegel auf derselben Basis des Verhältniß $m : n = \sqrt{10} : \sqrt[3]{9}$ hat.

Aufl. $\frac{r(2m - 3n)}{m - n} = 0{,}0843043$ F.

931. Ein kleiner Kreis einer Kugel, deren Radius $r = 2$ F. ist, bildet die gemeinschaftliche Grundfläche eines Segmentes und eines geraden Kegels, dessen Spitze nach der entgegengesetzten Seite hin in der Oberfläche der Kugel liegt. Welche Höhe muß der Kegel haben, wenn er $\frac{m}{n} = \frac{9424777}{14660765}$ des ganzen, aus Segment und Kegel zusammengesetzten Körpers beträgt?

Aufl. $\frac{mr}{2n}\left(1 + \sqrt{\frac{m + 8n}{m}}\right) = 3$ F.

932. In einer Kugel vom Radius $r = 2$ F. ist ein gerader Kegel eingeschrieben, welcher zu dem an seiner Grundfläche liegenden Kugelsegmente sich verhält wie $m = 4712388$ zu $n = 2617993$. In welcher Entfernung vom Mittelpunkte der Kugel liegt der Kreis, welcher die gemeinschaftliche Grundfläche des Kegels und des Segmentes bildet?

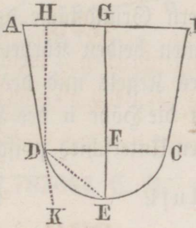
Aufl. $\frac{-r(2n + m) + r\sqrt{8m(m + n) + m^2}}{2(m + n} = 1$ F.

933. Die Höhe des geraden Kegels zu finden, welcher einer Kugel vom Radius $r = 4$ F. eingeschrieben ist und zu dem, seinen

Mantel umgebenden ringförmigen Theil der Kugel das Verhältniß m : n = 1 : 2 hat.

Aufl. $\frac{r}{n}(2n - m) = 6$ F.

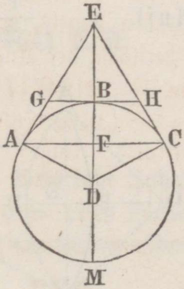
934. Es sei ABCEDA der Axendurchschnitt eines, aus einem Kugelsegmente und einem Kegelstumpfe zusammengesetzten Gefäßes, so daß GE die ganze Höhe desselben, ferner AG und DF die Radien des Stumpfes vorstellen. Wenn der Inhalt des Gefäßes a = 51,2 C. F. beträgt und seine Dimensionen AG, DF, FE, FG sich der Reihe nach zu einander verhalten wie die Zahlen m = 3, n = 2, p = 0,8, q = 0,9523796; wie groß ist der Radius AG der obern Grundfläche und die Höhe GE des Gefäßes?



Aufl. $AG = m\sqrt[3]{\frac{6a}{2q(m^2+n^2+mn)\pi + p(3n^2+p^2)\pi}} = 3{,}848965$ F.

$GE = (p+q)\sqrt[3]{\frac{6a}{2q(m^2+n^2+mn)\pi + p(3n^2+p^2)\pi}} = 2{,}248281$ F.

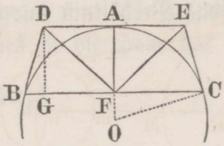
935. Das Segment ABC einer Kugel vom Radius AD = r = 3 F. hat eine gemeinschaftliche Grundfläche mit einem Kegel AEC, welcher auf die Kugel so aufgesetzt ist, daß sein Mantel in der Peripherie der Grundfläche die Kugel berührt. Die Höhe BF des Segmentes zu finden, wenn sich dieses zum Kegel AEC wie m = 1176313 zu n = 1930194 verhält.



Aufl. $r\left(2 - \sqrt{\frac{n}{n-m}}\right) = 1{,}199834$ F.

936. Auf eine Kugel vom Radius r = 2 F. ist ein berührender Kegel AEC (Fig. 935) so aufgesetzt, daß dadurch im Ganzen ein Körper entsteht, der aus dem Kegel und einem Kugelsegmente AMC zusammengesetzt ist. Es soll die Höhe des Kegels gefunden werden, wenn derselbe gleichen Inhalt mit dem Segmente hat.

Aufl. $\frac{r}{2}(3\sqrt{2} + 2) = 6{,}2426407$ F.



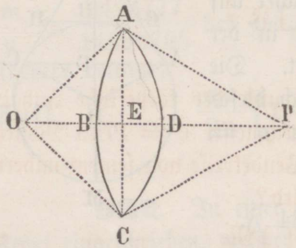
937. Man hat um das Segment ABC einer Kugel vom Radius $r = 0{,}6$ F. einen Kegelstumpf BCED, dessen Seitenlinien im Umfange der Grundfläche des Segmentes Tangenten der Kugel sind, beschrieben und hierauf über der kleinern Grundfläche des Stumpfes einen Kegel FDE von gleicher Höhe mit jenen beiden Körpern construirt. Wenn die gemeinschaftliche Grundfläche des Kegels und des Stumpfes $a = 0{,}2827433 \square$ F. enthält; wie groß ist die Höhe h des Kegels und wie groß der ringförmige Körper K, welcher den Unterschied zwischen dem Kegelstumpfe und dem Kugelsegmente ausmacht?

Aufl. $$h = \frac{2ar}{a + \pi r^2} = 0{,}24 \text{ F.}$$

$$K = \frac{2a^2 r}{3(a + \pi r^2)} = 0{,}02261946 \text{ C. F.}$$

938. Die Höhe des Segmentes BAC (Fig. 937) einer Kugel vom Radius $r = 0{,}6$ F. zu finden, wenn um dasselbe ein Kegelstumpf BCED, dessen Seitenlinien Tangenten der Kugel sind, über der nämlichen Basis beschrieben ist, und das Segment zum Kegelstumpfe sich wie $m = 1176239$ zu $n = 1458955$ verhält.

Aufl. $$\frac{r}{2}\left(5 - \sqrt{\frac{n + 3m}{n - m}}\right) = 0{,}239928 \text{ F.}$$

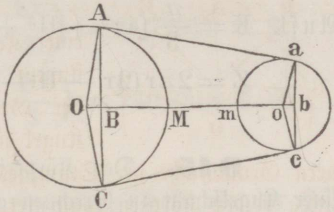


939. Zwei Kugeln, deren Radien $AP = R = 3$ F. und $AO = r = 2$ F. sind, durchschneiden einander, so daß die Entfernung PO ihrer Mittelpunkte von einander $d = 4$ F. beträgt. Welchen körperlichen Inhalt hat das von beiden Kugeln gebildete linsenförmige Stück ABCDA?

Aufl. $$\frac{\pi(R + r - d)^2}{12d}\left[d(2R + 2r + d) - 3(R - r)^2\right] = 3{,}468842 \text{ C. F.}$$

940. Den Inhalt einer convexen Linse ABCDA (Fig. 939) zu berechnen, wenn ihre Dicke $BD = a = 2{,}05$ Zoll und die Radien $BP = R = 6{,}15$ Zoll und $DO = r = 4{,}1$ Zoll der Kugeln bekannt sind, welchen ihre sphärischen Seitenflächen angehören.

Aufl. $$\frac{a^2\pi[a^2 - 4(R + r)a + 12Rr]}{12(R + r - a)} = 29{,}8845 \text{ C. Z.}$$



941. Um zwei ganz außer einander liegende Kugeln, deren Radien $R = 2{,}108185$ F. und $r = 1{,}0540925$ F. sind, ist eine berührende Kegelfläche beschrieben. Wie groß ist der zwischen der Kegelfläche und den beiden Kugeln enthaltene Raum, wenn der kürzeste Abstand zwischen den Oberflächen der Kugeln $n = 0{,}1710565$ F. beträgt?

Aufl. $\frac{\pi}{3} \cdot \frac{[n(R+r)+2Rr]^2 - Rrn^2}{R+r+n} = 7{,}787664$ C. F.

Kugelschicht und Zone.

942. Den Inhalt K und die krumme Oberfläche Z einer Kugelschicht aus dem Kugelradius $r = 3{,}4$ F. und aus den Abständen $H = 2{,}6$ F. und $h = 1{,}7$ F. der beiden Grundflächen von dem nämlichen Pol derselben zu finden.

Aufl. $K = \pi r(H^2 - h^2) - \frac{\pi}{3}(H^3 - h^3) = 28{,}07641$ C. F.

$Z = 2r\pi(H - h) = 19{,}226546 \;\square$ F.

943. Wie groß ist die Fläche Z und der körperliche Inhalt K der heißen Zone der Erde, wenn der Erddurchmesser $d = 1719$ Meilen und der senkrechte Abstand jedes der beiden Wendekreise von seinem nähern Pol $h = 516{,}7752$ Meilen angenommen wird?

Aufl. $Z = d\pi(d - 2h) = 3701701 \;\square$ M.

$K = \frac{\pi}{6}(d^3 + 4h^3 - 6dh^2) = 1506492700$ C. M.

944. Die begränzenden Parallelkreise einer Kugelschicht liegen auf verschiedenen Seiten des Kugelcentrums und haben von ihren näheren Polen die Abstände $H = 2{,}583876$ F. und $h = 0{,}356434$ F.. Es soll der Körperinhalt K und die krumme Oberfläche Z der Kugelschicht gefunden werden, wenn der Radius der Kugel $r = 4{,}2975$ F. beträgt.

Aufl. $K = \frac{\pi}{3}(4r^3 + H^3 + h^3) - \pi r(H^2 + h^2) = 258,7167$ C. F.

$Z = 2\pi r(2r - H - h) = 152,68784$ □ F.

945. Den Körperinhalt K und die krumme Oberfläche Z einer Kugelschicht zu berechnen aus dem Kugelradius $r = 8$ F. und den Abständen $D = 7$ F. und $d = 5$ F. der Grundkreise vom Kugelcentrum, 1) wenn die Grundkreise beide in der einen Halbkugel, und 2) wenn sie in beiden Halbkugeln liegen.

Aufl. 1) $K = \pi[r^2(D - d) - \frac{1}{3}(D^3 - d^3)] = 173,83476$ C. F.

$Z = 2r\pi(D - d) = 100,53096$ □ F.

2) $K = \pi[r^2(D + d) - \frac{1}{3}(D^3 + d^3)] = 1922,65467$ C. F.

$Z = 2r\pi(D + d) = 603,185779$ □ F.

946. Den Inhalt einer Kugelschicht aus der Höhe $h = 4,5$ F. derselben, aus dem Kugelradius $r = 17$ F. und dem Abstande $d = 4$ F. der größern Grundfläche vom Mittelpunkte der Kugel zu berechnen, wenn die Grundflächen auf einerlei Seite des Mittelpunktes, also in der nämlichen Halbkugel liegen.

Aufl. $h\pi\left(r^2 - d^2 - dh - \frac{h^2}{3}\right) = 3509,552$ C. F.

947. Es soll der Inhalt einer Kugelschicht aus ihrer Höhe $h = 11,30938$ F., aus dem Kugelradius $r = 8,595$ F. und dem Abstande $d = 3,427248$ F. der größern Grundfläche vom Mittelpunkte der Kugel gefunden werden, wenn die Grundflächen auf verschiedenen Seiten des Mittelpunktes, also in beiden Halbkugeln liegen.

Aufl. $h\pi\left(r^2 - d^2 + dh - \frac{h^2}{3}\right) = 2069,734$ C. F.

948. Eine Kugelschicht aus dem Kugelradius $r = 4$ F. und dem Abstande $D = 3,5$ F. der kleinern Grundfläche vom Mittelpunkte der Kugel zu berechnen, 1) wenn der Mittelpunkt außerhalb der Kugelschicht liegt und ihre Höhe $h = 1$ F. beträgt, 2) wenn der Mittelpunkt innerhalb derselben liegt und ihre Höhe $H = 6$ F. gegeben ist.

Aufl. 1) $h\pi\left(r^2 - D^2 + Dh - \frac{h^2}{3}\right) = 21{,}72935$ C. F.

2) $H\pi\left(r^2 - D^2 + DH - \frac{H^2}{3}\right) = 240{,}3318$ C. F.

949. Man soll den Inhalt einer Kugelschicht von der Höhe $h = 2\frac{2}{3}$ F. berechnen, wenn eine Grundfläche derselben ein größter Kreis einer Kugel ist, deren Radius $r = 4{,}8074$ F. beträgt.

Aufl. $h\pi\left(r^2 - \frac{h^2}{3}\right) = 173{,}7571$ C. F.

950. Den Körperinhalt K und die krumme Oberfläche Z einer Kugelschicht aus ihrer Höhe $h = 1{,}2$ F. und den Radien $a = 0{,}6244998$ F. und $b = 0{,}3872983$ F. der beiden Grundkreise zu berechnen.

Aufl. $K = \frac{h\pi}{2}\left(a^2 + b^2 + \frac{h^2}{3}\right) = 1{,}9226546$ C. F.

$$Z = \pi\sqrt{[(a+b)^2 + h^2]\cdot[(a-b)^2 + h^2]} = 6{,}031858 \square \text{F.}$$

951. Den körperlichen Inhalt einer Zone zu finden, deren Grundflächen die Radien $R = 9{,}797958$ F. und $r = 6$ F. haben und von dem nämlichen Pol um $H = 8$ F. und $h = 2$ F. abstehen.

Aufl. $\frac{\pi}{2}(H - h)(R^2 + r^2) + \frac{\pi}{6}(H - h)^3 = 1357{,}168$ C. F.

952. Den Körperraum K und die Fläche Z einer Zone aus dem Kugelradius $r = 8$ F. und den Radien $a = 5$ F. und $b = 3$ F. der beiden Grundkreise für beide Fälle zu berechnen, wenn nämlich der Mittelpunkt der Kugel innerhalb, und wenn er außerhalb der Zone liegt?

Aufl. $K = \frac{\pi}{3}\left[(2r^2 + b^2)\sqrt{r^2 - b^2} + (2r^2 + a^2)\sqrt{r^2 - a^2}\right]$
$= 2064{,}553$ C. F.

$$K = \frac{\pi}{3}\left[(2r^2 + b^2)\sqrt{r^2 - b^2} - (2r^2 + a^2)\sqrt{r^2 - a^2}\right] = 63{,}391 \text{ C. F.}$$

$$Z = 2r\pi\left(\sqrt{r^2 - b^2} + \sqrt{r^2 - a^2}\right) = 686{,}6866 \ \square \text{ F.}$$

$$Z = 2r\pi\left(\sqrt{r^2 - b^2} - \sqrt{r^2 - a^2}\right) = 58{,}87095 \ \square \text{ F.}$$

953. Aus der Höhe $h = 0{,}9$ F. einer Kugelschicht und den Radien $m = 3{,}304542$ F. und $n = 2{,}944486$ F. ihrer beiden Grundkreise soll gefunden werden 1) der Radius der zugehörigen Kugel, 2) die gesammte Oberfläche der Kugelschicht.

Aufl. 1) $\frac{1}{2h}\sqrt{(m^2 + n^2 + h^2)^2 - 4m^2n^2} = 3{,}4$ F.

2) $\pi\left[m^2 + n^2 + \sqrt{(m^2 + h^2)^2 - n^2(2m^2 - 2h^2 - n^2)}\right] = 80{,}77034 \ \square$ F.

954. In einer Kugel, deren Radius $r = 1{,}7$ F. ist, hat eine Zone die Höhe $h = 0{,}45$ F. und den Körperinhalt $a = 3{,}509552$ C. F.. Man sucht die Radien der beiden Grundflächen.

Aufl. $\sqrt{\frac{a}{h\pi} - \frac{h^2}{6} + \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{12} - \frac{a}{h\pi}}} = 1{,}652271$ F.

$\sqrt{\frac{a}{h\pi} - \frac{h^2}{6} - \sqrt{r^2 - \frac{h^2}{12} - \frac{a}{h\pi}}} = 1{,}472243$ F.

955. Eine Kugelschicht und ein Kegelstumpf haben dieselbe Höhe $h = 3{,}316624$ F. und gleiche Grundkreise, deren Radien $R = 2{,}493875$ F. und $r = 1{,}869875$ F. sind. Es soll der Unterschied zwischen beiden Körpern gefunden werden.

Aufl. $\frac{h\pi}{6}\left[(R - r)^2 + h^2\right] = 19{,}77856$ C. F.

956. Eine Kugelschicht hat dieselbe Höhe $h = 0{,}6$ F. wie ein Cylinder, dessen Grundfläche das arithmetische Mittel zwischen den beiden Grundflächen der Kugelschicht ist. Um wie viel übertrifft die Kugelschicht an Größe den Cylinder?

Aufl. $\frac{\pi h^3}{6} = 0{,}1130973$ C. F.

957. Eine parallel zu den Grundkreisen einer Kugelschicht gelegte Schnittebene wird der **Mittelkreis** derselben genannt, wenn die

Höhe des von dieser Ebene abgeschnittenen Kugelsegmentes das arithmetische Mittel ist zwischen den Höhen derjenigen beiden Kugelsegmente, aus deren Unterschied die Kugelschicht besteht. — Welchen Körperinhalt hat eine Kugelschicht, wenn ihre Höhe $h = 1{,}2$ F. und der Radius $r = 1{,}7320508$ F. ihres Mittelkreises gegeben sind?

Aufl. $\pi h \left(r^2 - \frac{h^2}{12}\right) = 10{,}85734$ C. F.

Schwerpunkte.

958. Den Abstand des Schwerpunktes der krummen Oberfläche (Calotte) eines Kugelsegmentes vom Kugelcentrum aus dem Radius $r = 3{,}47$ F. der Kugel und aus der Höhe $h = 1{,}273$ F. des Segmentes oder der Calotte zu finden.

Aufl. $r - \frac{1}{2}h = 2{,}8335$ F.

959. In einer Kugel vom Radius $r = 1{,}02$ F. liegen beide Grundkreise einer Kugelschicht, deren krumme Oberfläche (Zone) $a = 1{,}730389$ □ F. enthält, auf der nämlichen Seite des Kugelcentrums, welches von dem größern Grundkreise um $d = 0{,}24$ F. absteht. In welchem Abstande von dem nähern Pol der Grundkreise liegt der Schwerpunkt der Zone?

Aufl. $r - d - \frac{a}{4r\pi} = 0{,}645$ F.

960. Die Entfernung des Schwerpunktes einer Halbkugel, deren Radius $r = 1{,}57$ F. ist, vom Mittelpunkte zu finden.

Aufl. $\frac{3}{8}r = 0{,}58875$ F.

961. Die Entfernung des Schwerpunktes eines Kugelsectors vom Kugelcentrum aus dem Radius $r = 1{,}5327$ F. des Sectors und der Höhe $h = 0{,}1032$ F. seiner Calotte zu finden.

Aufl. $\frac{3}{4}\left(r - \frac{h}{2}\right) = 1{,}110825$ F.

962. Zwischen einer Calotte A, die einer Kugel vom Körperinhalt $a = 15{,}08204$ C. F. angehört, und einem Sector B einer andern Kugel findet eine solche Beziehung statt, daß beide gleich große Winkel am Kugelcentrum haben und die Abstände der Schwerpunkte der Fläche A und des Körpers B vom Kugelcentrum einander gleich sind. Wie groß ist der Radius der zweiten Kugel?

Aufl. $\sqrt[3]{\dfrac{16\,a}{9\,\pi}} = 2{,}0436$ F.

963. Durch den Schwerpunkt der krummen Oberfläche einer Kugelschicht, deren Höhe $h = 0{,}6$ F. beträgt, ist eine Ebene parallel zu beiden Grundflächen gelegt worden. Wenn die Durchschnittsfigur dieser Ebene $a = 2{,}356149 \square$ F. enthält; welches ist der Körperinhalt der Kugelschicht?

Aufl. $h\left(a - \dfrac{\pi\,h^2}{12}\right) = 1{,}3571677$ C. F.

964. Den Abstand des Schwerpunktes eines Kugelsegmentes vom Kugelcentrum zu finden, wenn die Höhe $h = 3$ F. des Segmentes und der Radius $r = 5$ F. der Kugel gegeben sind.

Aufl. $\dfrac{3(2r - h)^2}{4(3r - h)} = 3{,}0625$ F.

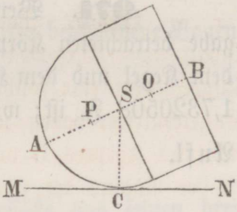
965. Den Abstand des Schwerpunktes einer concentrisch ausgehöhlten Halbkugel vom Mittelpunkte derselben aus ihren beiden Radien $R = 4{,}4721359$ F. und $r = 3{,}1622777$ F. zu finden.

Aufl. $\dfrac{3}{8} \cdot \dfrac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3} = 1{,}945694$ F.

966. Welchen Körperinhalt hat ein Sector, welcher einer Kugel von der Oberfläche $a = 5{,}473908 \square$ F. angehört, wenn sein Schwerpunkt im Mittelpunkte desjenigen Kreises liegt, durch welchen der Sector in einen Kegel und in einen Kugelabschnitt getheilt wird?

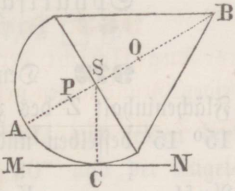
Aufl. $\dfrac{a}{30}\sqrt{\dfrac{a}{\pi}} = 0{,}2408516$ C. F.

967. Ein Körper ist zusammengesetzt aus einem geraden Cylinder, dessen Radius $r = 0{,}3$ F. beträgt und aus einer Halbkugel, welche über derselben Grundfläche nach der entgegengesetzten Seite hin construirt ist. Welche Höhe muß der Cylinder haben, wenn der Schwerpunkt des ganzen Körpers im Mittelpunkte der gemeinschaftlichen Grundfläche liegen soll, also so, daß der Körper mit der Halbkugeloberfläche auf eine horizontale Ebene gestellt, sich im Gleichgewichte befindet?



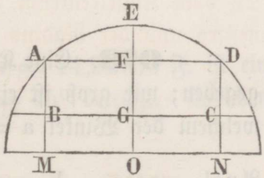
Aufl. $r\sqrt{\frac{1}{2}} = 0{,}21213203$ F.

968. Ueber der Grundfläche einer Halbkugel vom Radius $r = 3{,}6055513$ F. ist ein gerader Kegel von entgegengesetzter Lage errichtet. Welche Höhe muß der Kegel haben, wenn die beiden verbundenen Körper auf einer horizontalen Ebene in jeder Lage Gleichgewicht annehmen sollen?



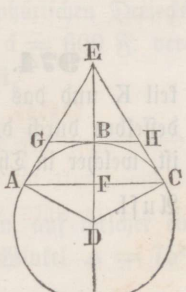
Aufl. $r\sqrt{3} = 6{,}244998$ F.

969. Aus einer Halbkugel, deren Radius $OE = R = 4$ F. ist, wird concentrisch mit derselben ein gerader Cylinder MBCN vom Radius $OM = r = 3$ F. und der Höhe $OG = h = 1{,}2$ F. herausgeschnitten. Es soll der Abstand des Schwerpunktes des übrig bleibenden Körpers vom Centrum O gefunden werden.



Aufl. $\dfrac{3(R^4 - 2r^2h^2)}{4(2R^3 - 3r^2h)} = 1{,}8050209$ F.

970. Auf eine Kugel ist ein Kegel AEC aufgesetzt, dessen Seitenlinien im Umfange der Grundfläche Tangenten an der Kugel sind. Wenn sich in das außerhalb des Kegels liegende Kugelsegment AMC ein regelmäßiges Tetraeder von der Kante $a = 2{,}828427$ F. einschreiben läßt, dessen Spitze (M) in der Kugelfläche liegt; welche Entfernung vom Kugelcentrum D hat der Schwerpunkt des ganzen Körpers EAMC, der aus dem Kegel und dem Kugelsegment zusammengesetzt ist?



Aufl. $\dfrac{a}{12}\sqrt{6} = 0{,}5773502$ F.

971. Wenn der Schwerpunkt des in der vorhergehenden Aufgabe betrachteten Körpers EAMC im Mittelpunkte des Kreises zwischen dem Kegel und dem Kugelsegmente liegt, und der Radius der Kugel $r = 1{,}7320508$ F. ist; welche Länge hat die Seitenlinie des Kegels?

Aufl. $2r\sqrt{2} = 4{,}898979$ F.

Sphärische Zweiecke, Dreiecke, Vielecke.

972. Den körperlichen Inhalt K eines Kugelkeils und den Flächeninhalt Z des zugehörigen Kugelzweiecks aus dem Winkel $a = 15^0\ 15'$ desselben und dem Kugelradius $r = 10$ F. zu finden.

Aufl. $$K = \frac{a\pi r^3}{270^0} = 177{,}4417 \text{ C. F.}$$

$$Z = \frac{a\pi r^2}{90^0} = 53{,}23251 \square \text{ F.}$$

973. Eine Kugel ist durch ihre Oberfläche $m = 1256{,}637 \square$ F. gegeben; wie groß ist ein Kugelkreis K und ein Zweieck Z derselben, in welchem der Winkel $a = 76^0\ 15'$ beträgt?

Aufl. $$K = \frac{am}{2160}\sqrt{\frac{m}{\pi}} = 887{,}209 \text{ C. F.}$$

$$Z = \frac{am}{360} = 266{,}1626 \square \text{ F.}$$

974. Für eine Kugel vom Radius $r = 2$ F. soll ein Kugelkeil K und das zugehörige Zweieck Z berechnet werden, wenn der Winkel desselben durch den Bogen eines größten Kreises $b = 0{,}1308997$ gegeben ist, welcher in Theilen des Radius ausgedrückt das Maß des Winkels bildet.

Aufl. $$K = \tfrac{2}{3}br^3 = 0{,}6981317 \text{ C. F.}$$

$$Z = 2br^2 = 1{,}0471976 \square \text{ F.}$$

975. Auf einer Kugel vom Radius $r = 10$ F. liegt ein Zweieck; wie groß ist sein Flächeninhalt, wenn der aus dem Scheitel des

Zweiecks zwischen seinen Schenkeln mit dem Quadranten beschriebene Bogen $b = 1{,}308997$ F. lang ist?

Aufl. $2br = 26{,}17994 \square$ F.

976. Den Inhalt eines sphärischen Dreiecks aus seinen drei Winkeln $A = 81^0\ 12'$, $B = 120^0\ 20'$, $C = 79^0\ 51'$ und dem Kugelradius $r = 86$ F. zu berechnen.

Aufl. $\dfrac{A + B + C - 180^0}{180^0} . r^2\pi = 13087{,}02 \square$ F.

977. Den Inhalt eines sphärischen Dreiecks aus seinen drei Winkeln $A = 64^0\ 5'$, $B = 64^0\ 50'$, $C = 65^0\ 7'\ 30''$ und der Kugeloberfläche $F = 615{,}7522 \square$ F. zu berechnen.

Aufl. $\dfrac{A + B + C - 180^0}{720^0} \cdot F = 12{,}00859 \square$ F.

978. Auf einer Kugel vom Radius $r = 14{,}92706$ F. ist ein Dreieck beschrieben, dessen sphärischer Exceß $E = 45^0$ beträgt. Welchen Flächeninhalt hat das Dreieck?

Aufl. $\dfrac{\pi r^2 E}{180^0} = 175 \square$ F.

979. Die Summe der drei Winkel eines sphärischen Dreiecks zu berechnen, welches auf einer Kugel vom Durchmesser $d = 600$ F. verzeichnet ist und den Flächeninhalt $F = 3846 \square$ F. hat.

Aufl. $\dfrac{720^0 F}{\pi d^2} + 180^0 = 182^0\ 26'\ 54'',38.$

980. Den Radius einer Kugel zu bestimmen, auf welcher ein sphärisches Dreieck von $F = 700 \square$ F. liegt, dessen Winkel $A = 75^0$, $B = 80^0$, $C = 70^0$ betragen.

Aufl. $\sqrt{\dfrac{180^0 F}{\pi(A + B + C - 180^0)}} = 29{,}85411$ F.

981. Den sphär. Exceß eines Dreiecks von $a = 961{,}5 \square$ F. zu berechnen, welches auf einer Kugel liegt, deren Oberfläche $m = 282743{,}33 \square$ F. enthält.

Aufl. $$\frac{a}{m} . 720^0 = 2^0\,26'\,54'',38.$$

982. Den Inhalt eines Dreiecks auf einer Kugel vom Radius $r = 30$ F. zu finden, dessen Winkel in Bogenlänge, d. h. durch die auf den Radius als Maßeinheit bezogenen Bogen $a = 1{,}2217304$, $b = 1{,}3089969$, $c = 1{,}3962634$ gegeben sind.

Aufl. $$(a + b + c - \pi)r^2 = 706{,}859 \square \text{ F.}$$

983. Der Inhalt eines Dreiecks, welches einer Kugel vom Radius $r = 43$ F. angehört, soll berechnet werden, wenn der sphärische Exceß des Dreiecks als Bogen eines Kreises betrachtet, dessen Radius die Einheit ist, $E = 1{,}7694728$ beträgt.

Aufl. $$E\,r^2 = 3271{,}755 \square \text{ F.}$$

984. Die Winkel eines sphärischen Dreiecks werden bisweilen durch diejenigen Bogen angegeben, welche als ihre Maße aus den Scheiteln derselben zwischen ihren Schenkeln mit dem Quadranten des größten Kugelkreises beschrieben und im Längenmaße ausgedrückt, also mit dem Kugelradius auf eine gemeinsame Lineareinheit bezogen sind. — Wenn demnach die Winkel eines Dreiecks durch die Bogen $a = 7{,}3303824$ F., $b = 7{,}8539804$ F., $c = 8{,}3775804$ F. gegeben sind, also auch der sphärische Exceß E im Längenmaße bekannt ist, und wenn der Kugelradius $r = 6$ F. beträgt; welchen Inhalt hat das Dreieck?

Aufl. $$(a + b + c - \pi r)\,r = E\,r = 28{,}274329 \square \text{ F.}$$

985. Den Inhalt eines rechtwinkligen sphärischen Dreiecks aus seinen beiden schiefen Winkeln $A = 70^0$, $B = 80^0$ und dem Kugelradius $r = 4{,}4721359$ F. zu finden.

Aufl. $$(A + B - 90^0)\frac{r^2\pi}{180^0} = 20{,}94395 \square \text{ F.}$$

986. Den Inhalt eines sphärischen Dreiecks mit zwei rechten Winkeln aus seinem schiefen Winkel $A = 101^0\ 23'$ und dem Kugelradius $r = 8{,}6$ F. zu berechnen.

Aufl. $\frac{r^2 \pi A}{180^0} = 130{,}8702 \square$ F.

987. Den Inhalt eines sphärischen Dreiecks mit drei rechten Winkeln aus dem Kugelradius $r = 8{,}595$ F. zu berechnen.

Aufl. $\frac{r^2 \pi}{2} = 116{,}04105 \square$ F.

988. Auf der Oberfläche der Erde liegt ein Dreieck mit den Winkeln $A = 65^0\ 30'$, $B = 103^0\ 18'$, $C = 101^0\ 12'$. Wenn man die Länge eines Bogengrades der Erde zur Maßeinheit annimmt, welchen Flächeninhalt hat das Dreieck?

Aufl. $(A + B + C - 180^0)\frac{180^0}{\pi} = 5156{,}62 \square$ Grade.

989. Man pflegt den Kugeloctanten, d. h. das von drei Quadranten eingeschlossene sphärische Dreieck, welches demnach drei rechte Winkel enthält und der achte Theil der Kugeloberfläche ist, als Maßeinheit für sphärische Figuren anzunehmen. — Wenn ein sphärisches Dreieck die Winkel $A = 63^0\ 12'$, $B = 73^0\ 24'$, $C = 48^0\ 18'$ hat; wie groß ist sein Flächeninhalt in Einheiten des Kugeloctanten?

Aufl. $\frac{A + B + C}{90^0} - 2 = 0{,}054444$ Octanten.

990. Die Winkel eines sphärischen Dreiecks sind in rechten Winkeln als ihren Maßeinheiten ausgedrückt, also durch ihre Verhältnißzahlen zum Rechten gegeben, $A = \frac{3}{2}$, $B = \frac{3}{4}$, $C = \frac{6}{5}$. Es soll der Inhalt des Dreiecks in Bezug auf den Kugeloctanten als Einheit des Flächenmaßes bestimmt werden.

Aufl. $A + B + C - 2 = 1{,}45$ Octanten.

991. Wie groß ist der Inhalt eines sphärischen Dreiecks, wenn der Exceß desselben $\frac{n}{m} = \frac{1}{2}$ eines rechten Winkels beträgt, und der Kugelradius die Länge $r = 44{,}78118$ F. hat?

Aufl. $\frac{n r^2 \pi}{2 m} = 1575 \square$ F.

992. Aus dem Durchmesser $D = 38$ F. einer Kugel und den im Längenmaße gegebenen drei Bogen größter Kreise, welche die Winkel eines Kugeldreiecks messen, $a = 20{,}95791$ F., $b = 24{,}34036$ F. $c = 16{,}01688$ F. den Inhalt des Dreiecks zu finden.

Aufl. $\frac{1}{2}(a + b + c - \frac{1}{2}\pi D) D = 30{,}87285 \square$ F.

993. Ein gleichseitiges sphärisches Dreieck hat den Inhalt $a = 464{,}1642 \square$ F. und liegt auf einer Kugel, deren Radius $r = 17{,}19$ F. ist. Welche Länge hat der Bogen, durch welchen jeder der drei Winkel des Dreiecks gemessen wird?

Aufl. $\frac{1}{3}\left(\frac{a}{r} + \pi r\right) = 27{,}00198$ F.

994. Auf einer Kugel vom Radius $r = 25{,}8$ F. liegt ein gleichschenkliges Dreieck, dessen Inhalt $a = 1177{,}8318 \square$ F. ist. Wenn der Bogen, welcher den Winkel an der Spitze mißt, die Länge $b = 45{,}65239$ F. hat; wie groß ist jeder der beiden Winkel an der Basis?

Aufl. $\frac{90^0}{\pi r}\left(\frac{a}{r} + \pi r - b\right) = 90^0.$

995. Wenn man den sphärischen Octanten zur Einheit des Flächenmaßes annimmt; welchen Flächeninhalt hat ein Zweieck, dessen Winkel $a = 19^0\ 36'$ gegeben ist?

Aufl. $\frac{a}{45^0} = 0{,}4355555$ Octanten.

996. Der Winkel eines Zweiecks ist gleich $\frac{m}{n} = \frac{29}{20}$ eines rechten Winkels; wie vielen sphärischen Octanten kommt der Inhalt des Zweiecks gleich?

Aufl. $\frac{2n}{m} = 2{,}9$ Octanten.

997. Ein sphärisches Dreieck mit den Winkeln $A = 50^0 43' 7''$, $B = 64^0 22' 35''$, $C = 79^0 54' 18''$ soll in ein gleich großes, auf derselben Kugel liegendes Zweieck verwandelt werden; welche Größe muß der Winkel des Zweiecks erhalten?

Aufl. $\frac{1}{2}(A + B + C) - 90^0 = 7^0 30'$.

998. Ein sphärisches Zweieck hat den Winkel $a = 12^0 16' 51''$. Auf derselben Kugel soll ein Dreieck von gleichem Flächeninhalte mit dem Zweieck beschrieben werden, so daß zwei Winkel desselben die Größe $A = 70^0 50' 30''$ und $B = 65^0 55' 45''$ haben. Wie groß muß der dritte Winkel des Dreiecks sein?

Aufl. $2a + 180^0 - (A + B) = 67^0 47' 27''$.

999. Ein sphärisches Dreieck hat die Winkel $A = 70^0 12'$, $B = 90^0 54'$, $C = 120^0 17'$ und soll in ein gleich großes, auf derselben Kugelfläche liegendes Dreieck verwandelt werden, in welchem zwei Winkel Rechte sind. Wie groß ist der dritte Winkel des neuen Dreiecks zu nehmen?

Aufl. $A + B + C - 180^0 = 101^0 23'$.

1000. Auf einer durch die Peripherie $P = 119{,}3805$ F. ihres größten Kreises gegebenen Kugel liegt ein Dreieck und ein Zweieck, beide von gleichem Flächeninhalte. Die drei Bogen, welche die Maße der Winkel des Dreiecks sind, haben zusammen genommen die Länge $a = 61{,}31515$ F.; wie lang ist der aus dem Scheitel des Zweiecks mit dem Quadranten zwischen seinen Schenkeln beschriebene Bogen?

Aufl. $\frac{1}{4}(2a - P) = 0{,}81245$ F.

1001. Die drei Winkel eines sphärischen Dreiecks enthalten zusammen $m = 3{,}45$ rechte Winkel; wie groß ist der Winkel eines mit dem Dreieck inhaltsgleichen Zweiecks, ebenfalls in Theilen des rechten Winkels (R) ausgedrückt?

Aufl. $\frac{1}{2}m - 1 = 0,725$ R.

1002. Je kleiner die Seiten eines sphärischen Dreiecks im Vergleich zum Kugelradius sind, desto mehr nähert sich sein Inhalt dem eines ebenen Dreiecks, welches mit dem sphärischen Dreieck gleich lange Seiten hat. Wenn nun in einem sphärischen Dreieck jeder Winkel die Größe $A = 60^0\ 15'\ 10'',35$ und jede Seite in Theilen des Radius die Länge $a = 0,1745329$ hat; in welchem Verhältnisse steht der Inhalt eines ebenen regulären Dreiecks von derselben Seitenlänge a zum Inhalte des sphärischen Dreiecks?

Aufl. $$\frac{15\,a^2\sqrt{3}}{(A - 60)\pi} = 0,9962094.$$

1003. Nach einem von Legendre gefundenen Satze kann ein sphärisches Dreieck, dessen Seiten gegen dem Radius der Kugel sehr klein sind, bei seiner Berechnung als ein ebenes Dreieck betrachtet werden, dessen Seiten die nämlichen Längen haben, und dessen Winkel dadurch gebildet sind, daß jeder Winkel des sphärischen Dreiecks um ein Drittheil des Excesses vermindert worden ist. Mit Hilfe dieses Satzes soll der sphärische Exceß eines gleichschenkligen Dreiecks, welches auf einer Kugel vom Radius $r = 2$ F. liegt, gefunden werden, wenn in demselben jede der beiden gleichen Seiten die Länge $a = 0,0349064$ F. und die dritte Seite die Länge $b = 0,0493638$ F. hat.

Aufl. $$\frac{45^0\,b}{r^2\pi}\sqrt{(2a + b)(2a - b)} = 31,41558 \text{ Secunden.}$$

1004. Es soll der Inhalt einer dreiseitigen Kugelpyramide, d. h. der von den Ebenen dreier Hauptkreise einer Kugel und dem zugehörigen sphärischen Dreieck eingeschlossene Raum berechnet werden, wenn der Kugelradius $r = 2,1$ F. und die Winkel $A = 70^0$, $B = 40^0$, $C = 120^0$ des sphärischen Dreiecks gegeben sind.

Aufl. $$\frac{r^3\pi}{540^0}(A + B + C - 180^0) = 2,693915 \text{ C. F.}$$

1005. Wenn eine dreiseitige sphärische Pyramide vom Rauminhalte $a = 21551,32$ C. F. aus einer Kugel geschnitten ist, die $m =$

310339 C. F. enthält; wie viel rechte Winkel beträgt die Winkelsumme ihrer Basis?

Aufl. $$\frac{8a}{m} + 2 = \frac{23}{9}\ \mathrm{R}.$$

1006. In welchem Verhältnisse steht der Inhalt einer dreiseitigen Kugelpyramide, deren Exceß $E = 50^0$ ist, zum Inhalte eines derselben Kugel angehörigen Kugelkeils, dessen Winkel $A = 15^0\ 15'$ beträgt?

Aufl. $$\frac{E}{2A} = 1{,}639344.$$

1007. Den Flächeninhalt eines sphärischen Vielecks von $n = 4$ Seiten aus der Summe $S = 450^0$ seiner Winkel und der Kugeloberfläche $F = 2827{,}433$ □ F. zu berechnen.

Aufl. $$\frac{S - (n - 2)\,180^0}{720^0} . F = 353{,}429125\ \square\ \mathrm{F}.$$

1008. Den Flächeninhalt eines sphärischen Vielecks zu berechnen, wenn man von demselben kennt die Seitenzahl $n = 6$, den Kugelradius $r = 85{,}95$ F. und die einzelnen Winkel $A = 100^0\ 16'\ 2''$, $B = 160^0,\ 14'$, $C = 110^0\ 16'\ 16''$, $D = 118^0\ 19'\ 26''$, $E = 160^0\ 24'\ 7''$, $F = 170^0\ 30'\ 9''$, also auch die Summe S aller Winkel.

Aufl. $$\frac{S - (n - 2)\,180^0}{180^0} . r^2\pi = 12893{,}45\ \square\ \mathrm{F}.$$

1009. Der sphärische Exceß eines Polygons, d. h. der Ueberschuß seiner Winkelsumme über zwei Mal so viel rechte Winkel, als die um zwei verminderte Seitenzahl des Polygons beträgt, ist gegeben $E = 3'\ 15'',36$. Wenn der zugehörige Kugelradius $r = 85{,}848$ F. beträgt; welchen Flächeninhalt hat das Polygon?

Aufl. $$\frac{Er^2\pi}{180^0} = 6{,}980263\ \square\ \mathrm{F}.$$

1010. Den Flächeninhalt eines sphärischen Vielecks zu berechnen, wenn außer seiner Seitenzahl $n = 4$ und dem Kugelradius $r = 30$ F. seine Winkel durch die in Theilen des Radius ausgedrückten Bogen

$a = 2,4434609$, $b = c = 1,3089969$, $d = 2,7925268$ gegeben sind, also auch die Summe s dieser Bogen bekannt ist.

Aufl. $[s(n-2)\pi]r^2 = 1413,716$ □ F.

1011. In einem sphärischen Vieleck von $n = 5$ Seiten beträgt die Summe aller Winkel $S = 6\frac{2}{3}$ rechte Winkel. Man soll den Inhalt des Vielecks in Bezug auf den Kugeloctanten als Einheit des Flächenmaßes bestimmen.

Aufl. $S - 2n + 4 = \frac{2}{3}$ Octanten.

1012. Den Körperinhalt einer Kugelpyramide von $n = 4$ Seiten zu berechnen, wenn der Kugelradius $r = 2,1$ F. und die Winkelsumme des begränzenden sphärischen Vielecks $S = 460^0$ beträgt.

Aufl. $\frac{S - (n-2)180^0}{540^0} . r^3\pi = 5,387831$ C. F.

1013. Es ist die Summe $s = 270^0$ der Außenwinkel eines convexen sphär. Vielecks und die Kugeloberfläche $F = 706,858$ □ F. gegeben; man soll den Inhalt des Vielecks finden.

Aufl. $\frac{360^0 - s}{720^0} . F = 88,35725$ □ F.

1014. Den Inhalt eines regelmäßigen sphärischen Polygons von $n = 5$ Seiten aus einem Außenwinkel desselben, $A = 60^0$, und dem Kugelradius $r = 1,5$ F. zu finden.

Aufl. $\frac{360^0 - nA}{180^0} . r^2\pi = 2,356194$ □ F.

1015. Wenn ein regelm. sphärisches Vieleck von $n = 4$ Seiten in der ganzen Kugelfläche $m = 41432,22$ Mal enthalten ist; welche Größe hat ein Winkel desselben?

Aufl. $\frac{4 + m(n-2)}{mn} . 180^0 = 90^0\ 15'',696$.

1016. Die Summe der Außenwinkel eines sphärischen Polygons beträgt $s = 260^0$. Wenn die Länge eines Bogengrades der Kugel zur Einheit des Maßes angenommen wird; wie groß ist der Inhalt des Polygons?

Aufl. $$(360^0 - s)\frac{180^0}{\pi} = 5729{,}577 \;\square\; \text{Grade.}$$

1017. Als Maßeinheit für Raumecken, d. h. für die zwischen drei oder mehreren in einem Punkte zusammenstoßenden Ebenen liegenden, unvollständig begränzten Räume, pflegt man entweder die von drei auf einander senkrechten Ebenen gebildete Raumecke (die dreirechtwinklige Raumecke) anzunehmen, welche den achten Theil des ganzen, um ihre Spitze herumliegenden unendlichen Raumes ausfüllt und daher ein Raumoctant heißt, oder man wählt dazu den rechten Flächenwinkel, welcher dem vierten Theil des ganzen, unendlichen Raumes gleich ist. Wird aus der Spitze einer Raumecke mit einem beliebigen Radius eine Kugelfläche beschrieben, so verhält sich das durch die Seitenflächen der Raumecke auf der Kugelfläche bestimmte Vieleck ebenso zum Kugeloctanten, wie die Raumecke zum Raumoctanten, d. h. eine Raumecke und ihr zugehöriges sphärisches Vieleck haben immer eine gleiche Maßzahl, wenn für dieselben bezüglich der Raumoctant und der Kugeloctant als Maßeinheiten angenommen werden.

Es soll nun bestimmt werden 1) die Größe einer dreiseitigen Raumecke in rechten Flächenwinkeln aus ihren in Theilen des Rechten ausgedrückten Flächenwinkeln $A = \frac{2}{5}$, $B = \frac{4}{5}$, $C = \frac{6}{5}$, 2) die Größe einer dreiseitigen Raumecke in Raumoctanten aus der Summe $S = 360^0$ ihrer drei Flächenwinkel, 3) das Verhältniß der ersten Raumecke zur zweiten.

Aufl. 1) $$\frac{A + B + C}{2} - 1 = 0{,}2 \text{ rechte Flächenwinkel.}$$

2) $$\frac{S - 180^0}{90^0} = 2 \text{ Raumoctanten.}$$

3) $$\frac{(A + B + C - 2)\,90^0}{S - 180^0} = \tfrac{1}{5}.$$

1018. Wenn der Inhalt einer regelm. dreiseitigen Raumecke $M = 1{,}75$ Raumoctanten beträgt; wie groß ist ein Flächenwinkel derselben?

Aufl. $$(M + 2)\,30^0 = 112^0\;30'.$$

1019. Den Inhalt einer Raumecke von $n = 6$ Seiten, in welcher die Summe aller Flächenwinkel $S = 990^0$ beträgt, in rechten Flächenwinkeln anzugeben.

Aufl. $\frac{S}{180^0} - (n - 2) = 1{,}5$ rechte Flächenwinkel.

1020. Es soll angegeben werden, 1) zwischen welchen Gränzen alle möglichen Werthe liegen, welche einer der gleichen Flächenwinkel einer regelmäßigen Raumecke von n Seiten annehmen kann, 2) wie groß einer der gleichen Flächenwinkel einer regelmäßigen Raumecke ist, die $n = 6$ Seiten hat und den $m = 4$ten Theil des ganzen, um ihre Spitze liegenden unendlichen Raumes ausfüllt.

Aufl. 1) $\left(2 - \frac{4}{n}\right) R$ und $2 R$.

2) $\left(\frac{4}{m} + n - 2\right) \frac{180^0}{n} = 150^0$.

Bemerkte Druckfehler:

In Nr. 114 ist unter dem Wurzelzeichen zu lesen $(a^2 + b^2 + c^2)^2$ statt $(a^2 + b^2 + c)$.
In Nr. 227 Aufl. ist zu lesen $\frac{1}{3} h (B + b + \sqrt{Bb})$.
In Nr. 299 letzte Zeile ist zu lesen $n + 2$ statt $n + 1$.