

Методы. В-143

UEBER

EINEN NEUEN, EINFACHEN FEDERSEISMOGRAPHEN.

Von

Fürst B. Galitzin (Goliceyn).

---

О НОВОМЪ,

ПРОСТОМЪ ПРУЖИННОМЪ СЕЙСМОГРАФЪ.

Кн. Б. Голицына.

2720

---

2127

ST. PETERSBURG.

BUCHDRUCKEREI DER KAISERLICHEN AKADEMIE DER WISSENSCHAFTEN.

Wass. Ostr., 9 Lin., № 12.

1913.

# Ueber einen neuen, einfachen Federseismographen.

VON FÜRST B. GALITZIN (GOLICYN).

## Einleitung.

In der Praxis der jetzigen seismometrischen Beobachtungen ist es im hohen Maasse wünschenswert, nicht nur alle möglichen Eigenschaften der *wahren* Bodenbewegungen auf seismischen Stationen, die vom Bebenepizentrum entfernt liegen und mit modernen, sehr empfindlichen Seismographen ausgestattet sind, zu erforschen, sondern den wahren Charakter der Bodenschwankungen auch im epizentralen und pleistoseistischen Gebiet einem näheren Studium zu unterziehen. Diese hoch wichtige Aufgabe hat bis heutzutage noch nicht die gebührende Aufmerksamkeit der Seismologen auf sich gelenkt. Die Erforschung von Fernbeben hat in den letzten Jahren, inbezug auf die Genauigkeit, Empfindlichkeit und Zweckmässigkeit der zu benutzenden Instrumente sehr grosse Fortschritte gemacht, während das systematische, auf *instrumentelle Daten* sich stützende Studium der wahren Bodenbewegungen bei Nahbeben, speziell in solchen Gebieten, die sich durch ihre ausserordentliche seismische Tätigkeit kennzeichnen, sehr in den Hintergrund getreten ist. Solche Studien haben jedoch nicht nur ein sehr grosses theoretisches Interesse inbezug auf nähere Kenntnis des wahren Mechanismus der periodischen Erschütterungen der Erdkruste, sondern auch eine sehr grosse praktische Bedeutung, da auf Grund zuverlässiger Beobachtungsdaten an vielen Punkten eines und desselben Schüttergebietes mit der Zeit die Möglichkeit geboten wird, rationelle, zweckentsprechende und praktische Regeln für die Herstellung aseismischer Bauten auszuarbeiten, wodurch manches Opfer an Leben und Eigentum vermieden werden kann.

Gedruckt auf Verfügung der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften.  
August 1913.  
S. v. Oldenburg, Beständiger Secretär.

So weit es sich um ein planmässiges, systematisches Studium handelt, ist bis jetzt in dieser Hinsicht sehr wenig getan worden. Man begnügt sich noch zur Zeit, wie früher, meistens mit einer rohen Schätzung der Bebenstärke an verschiedenen Orten mittelst grober empirischer Skalen, welchen man nur wenig dynamischen Wert beilegen kann.

Um diesem Uebelstande etwas abzuhelpfen, habe ich eine besondere dynamische Skala vorgeschlagen<sup>1)</sup>, mit welcher es eventuell möglich wäre, zwei Grenzwerte für die maximale Beschleunigung der wahren horizontalen Bodenbewegungen anzugeben. Das wäre schon ein kleiner, aber doch ziemlich ungenügender Fortschritt.

Wünschenswert wäre eigentlich, über einen solchen Seismographen, speziell für seismische Gebiete, zu verfügen, welcher möglichst einfach und bequem in der Handhabung und weniger gebildeten Beobachtern zugänglich, trotzdem aber alle drei Verschiebungskomponenten der wahren Bodenbewegung zu geben imstande wäre. Ausserdem soll der Apparat billig, kompakt und leicht transportabel sein und keiner komplizierten Einrichtungen für seine Aufstellung bedürfen.

Wenn mehrere solcher Seismographen rings um ein Epizentralgebiet aufgestellt sein würden, so könnte man ein derartiges Beobachtungsmaterial sammeln, welches uns ermöglichen würde, die verschiedenen Eigenschaften der lokalen Bodenschwankungen zu untersuchen und die richtigen Isoseisten aufzuzeichnen, mit derer Hilfe man nach bekannten Methoden etwa gewisse Aufschlüsse über die zugehörige Herdtiefe des Bebens gewinnen könnte.

Ausserdem wäre ein solcher einfacher, leicht transportabler, dabei aber genügend empfindlicher und genauer Seismograph für spezielle Untersuchungen in einigen Gegenden sehr wichtig, wo eigentümliche, charakteristische Bodenschwankungen sich kundgeben, wie dies z. B. an einem Ort in Ungarn sich ergeben hat.

Mit solchen Apparaten könnte man weiter Untersuchungen über das Erzitern von Gebäuden unter dem Einfluss der Bewegung von grossen, in der Nähe sich befindenden Maschinen, so wie die Erschütterung von Brücken beim Vorbeifahren von belasteten Zügen etc. vornehmen.

Solche Apparate könnten eventuell an solchen Orten als Ersatz für schwere Horizontal- und Vertikalseismographen dienen, wo die Herstellung spezieller seismischer Pavillions mit ziemlich grossen Schwierigkeiten und Geldaufwand verknüpft ist, wie z. B. auf Sachalin, Kamtschatka, Kashgar etc.

<sup>1)</sup> Siehe «Ueber eine dynamische Skala zur Schätzung von makroseismischen Bewegungen». Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente. T. IV, Livr. 3.

Den hier gestellten Forderungen kann man in der Tat mit Hilfe spezieller Federseismographen Genüge leisten, ähnlich dem, welchen ich früher bei meinen Untersuchungen über die künstlichen Erschütterungen von Gebäuden verwendet habe und welcher in der Praxis sich als sehr bequem erwiesen hat<sup>1)</sup>. Für jede der drei Komponenten soll ein spezieller Seismograph dienen.

Alle drei beruhen auf der Anwendung einer flachen, passend ausgewählten Stahlfeder, wobei die Theorie der Seismographen für die Vertikal-komponente sich ihrem Prinzip nach gar nicht von derjenigen der Horizontalseismographen unterscheidet; somit brauchen dieselben hier nicht besonders beschrieben zu werden und ich werde mich also nur auf die ausführliche Auseinandersetzung der Theorie und Wirkungsweise der Horizontalseismographen beschränken.

Ein provisorisches Modell eines solchen Seismographen wurde nun in der mechanischen Werkstatt bei dem Physikalischen Laboratorium der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften zu St.-Petersburg hergestellt und alsdann auf meiner neuen beweglichen Plattform einer eingehenden Untersuchung unterzogen, wodurch alle Einzelheiten für die endgültige Konstruktion eines solchen Apparates sich klargelegt haben.

Es sind drei Typen eines solchen horizontalen Federseismographen zu verwirklichen.

*I Typus.* Ganz einfacher Seismograph ohne Dämpfung und ohne Vergrösserungsvorrichtung, mit sehr kleiner Vergrösserung, speziell für stark erschütternde seismische Gebiete. Da derselbe keine Dämpfung besitzt, so wäre er eher als Seismoskop als Seismograph zu bezeichnen. Wir werden aber weiter sehen, dass man doch, wenn es auf keine besonders grosse Genauigkeit ankommt, aus den Aufzeichnungen eines solchen Instrumentes mittelst eines besonderen Verfahrens die Elemente der wahren Bodenbewegung (Periode  $T_p$  und maximale Amplitude  $x_m$ ) bestimmen kann.

*II Typus.* Derselbe Apparat, aber mit einer etwas längeren Eigenperiode, folglich im allgemeinen von einer etwas höheren Empfindlichkeit, mit einer Einrichtung für magnetische Dämpfung und, je nach Bedarf, mit oder ohne Vergrösserungsvorrichtung.

Da dieser Apparat schon eine ziemlich starke Dämpfung besitzt, so

<sup>1)</sup> Man vergleiche meine Aufsätze: «Къ вопросу объ изслѣдованіи колебаній зданій». Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente. T. III, Livr. 2.

Auch «Sur l'ébranlement des édifices». Comptes-rendus des séances de l'Académie des Sciences. Paris. T. 150. 1910; pp. 901 und 1041.

ist er für die Analyse der wahren Bodenbewegung in der üblichen Weise völlig geeignet.

*III Typus.* Derselbe Apparat wie der vorige, mit Vergrößerung und magnetischer Dämpfung, aber noch mit einer speziellen Astasiervorrichtung, zur Verlängerung seiner Eigenperiode und Erhöhung der Empfindlichkeit. Dieser Typus soll der allerempfindlichste sein.

Für jeden Spezialfall wird man schon unterscheiden müssen, welcher von diesen drei Typen von Apparaten in Anwendung kommen soll.

Alle drei Arten von Instrumenten wurden, wie schon erwähnt, auf ihre Wirkungsweise untersucht, wobei sie sich alle, je nach dem zu verfolgenden Zweck, völlig bewährt haben.

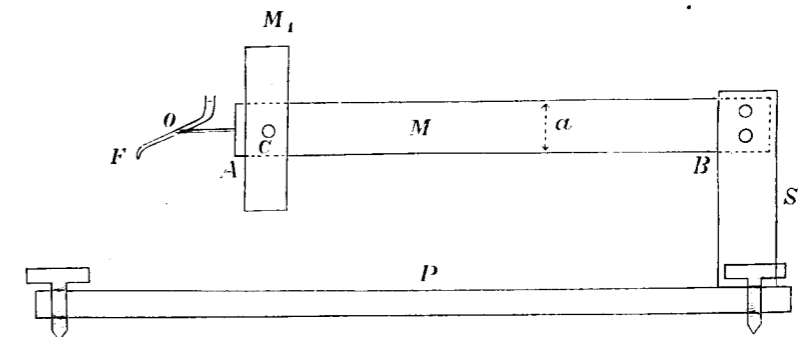
Im folgenden werde ich nun alle diese drei Instrumente der Reihe nach beschreiben, ihre Theorie und Anwendung darlegen und alsdann die Resultate der mit ihnen ausgeführten Versuche angeben.

§ 1.

**Einfacher Federseismograph (I Typus).**

Eine starke, gusseiserne Grundplatte  $P$  (siehe die beigelegte schematische Fig. 1) mit drei Stellschrauben trägt eine kräftige eiserne Säule  $S$  von rechteckigem Querschnitt:

Fig. 1.



An der Seite dieser Säule wird nun die zu benutzende Feder mittelst Schrauben befestigt.

Die Feder  $AB$  selbst ist flach und aus Stahl. Die Länge ihres herausragenden Teils  $AB$  sei  $L$ , ihre Breite  $a$  und die Dicke  $b$ .

Am Ende dieser Feder werden von beiden Seiten zwei schwere Bleigewichte von parallelepipedischer Form angeschraubt. Die Gesamtmasse dieser Bleigewichte, deren Schwerpunkt in  $C$ , in einer Entfernung  $L_1$  vom Anfang des herausragenden Teils der Feder, sich befindet, sei  $M_1$  und die Masse der Feder selbst von der Länge  $L$  sei  $M$ .  $M$  ist klein im Vergleich zu  $M_1$ .

Am äusseren Ende der Feder befindet sich die Schreibvorrichtung  $F$ . Dieselbe besteht ihrem Prinzip nach aus einem kleinen, an einem Ende zu

einer engen Spitze ausgezogenen Glasröhrchen, welches den nötigen Vorrat an Tinte trägt und um die Axe  $O$  drehbar ist. Mit Hilfe eines kleinen Laufgewichtes, welches auf der Figur 1 nicht aufgetragen ist, kann man diesen Schreibstift ausbalanzieren, sodass der Ueberdruck, mit welchem diese Schreibspitze auf der Registrierfläche ruht, ein ganz minimaler wird.

In diesem Apparat, dessen Hauptteile die flache Feder und schwere Masse bilden, wird also die mechanische Registrierungsart mittelst Tinte auf glattem Papier verwendet. Diese Registrierungsweise besitzt manche sehr erheblichen Vorteile gegen die übliche auf berusstem Papier. Erstens ist sie viel sauberer und übersichtlicher und erfordert keinen Zeitaufwand für die schmutzige Operation der täglichen Berussung. Zweitens ist keine sich drehende Trommel mit einer Seitwärtsbewegung derselben nötig, sondern das Schreiben geschieht auf einem verhältnismässig engen Papierbande, welches unter der Schreibfeder mittelst eines Uhrmechanismus durchgezogen wird und von einer Rolle sich auf eine andere wickelt, ähnlich wie in dem telegraphischen Apparat von Morse.

Drittens bekommt man auf diese Weise alle Aufzeichnungen von einander völlig getrennt und eine Ueberlagerung der Kurven, die bei den üblichen Registrierungsarten zuweilen so störend ist, wird hier völlig vermieden. Man kann alsdann diejenigen Teile des Seismogramms, welche von Interesse sind, einfach aus dem Papierband ausschneiden.

Diese Registrierungsart wird seit mehreren Jahren von Prof. Zeissig an der seismischen Station in Jugenheim mit dem grössten Erfolg angewandt.

Ich habe selbst die Gelegenheit gehabt, mich zu überzeugen, wie schöne und übersichtliche Kurven er auf diese Weise erhält. Es schien mir aber damals, als ob einer weiteren Verbreitung dieser Schreibmethode dadurch ein wesentliches Hindernis in den Weg gestellt würde, da nach Prof. Zeissig's persönlicher Mitteilung die Herstellung der Glasschreibfeder, speziell das Schleifen ihrer Enden, eine sehr schwierige Sache wäre, welche zuweilen kolossalen Zeitaufwand brauchte. Es kamen sogar Fälle vor, wo man diese Schreibfedern mehrere Tage schleifen musste, bis man nur ein einziges taugliches Exemplar herstellen konnte. Die Arbeit dürfte wahrscheinlich eine sehr peinliche sein, weil der Mechaniker in Darmstadt, welcher die Herstellung solcher geschliffener Federn übernahm, einen so hohen Preis für das Stück angekündigt hat.

Diese Schwierigkeiten waren solcher Natur, um leicht jedermann von der Anwendung dieser Schreibmethode abzuschrecken. Glücklicherweise hat sich die Sache gar nicht als so gefährlich und ernst herausgestellt. Die Versuche, die in dem Physikalischen Laboratorium der Akademie der Wis-

senschaften zu St.-Petersburg gemacht worden sind, haben gezeigt, dass die Herstellung tauglicher Schreibfedern eigentlich eine sehr einfache Sache ist und das Schleifen der Enden überhaupt keine Schwierigkeiten darbietet, so dass diese Registriermethode jedermann völlig zugänglich ist. Um eine solche Schreibfeder in Gang zu setzen, braucht man nur ihr Ende etwas anzufeuchten; dann wird sie, wenn nur der Vorrat an Tinte genügend ist, ruhig weiter schreiben und auf diese Weise sehr feine und zarte Kurven hinterlassen.

Die Schreibvorrichtung selbst, d. h. das abzuwickelnde Papierband nebst Uhrmechanismus, soll sich auf derselben Grundplatte  $P$  befinden; somit bildet der entsprechende Seismograph ein sehr kompaktes und leicht transportables Ganzes, welches überall aufgestellt werden kann.

Bei meinen Versuchen mit dem vorläufigen Modell dieses und der anderen, weiter zu beschreibenden Seismographen geschah die Aufschreibung der Seismographenbewegung nicht auf einem solchen engen Papierband, sondern auf einer gewöhnlichen rotierenden Trommel, welche getrennt von der Grundplatte  $P$  auf der beweglichen Plattform stand, da es sich dabei nur darum handelte, die Wirkungsweise des Seismographen selbst bei künstlichen Bodenbewegungen näher zu untersuchen.

Bei diesem ersten, ganz einfachen Typus von Seismographen kann man sich zur Durchziehung des Papierbandes eines ganz einfachen und billigen Uhrmechanismus bedienen. In der Tat muss man bei solchen Instrumenten, welche nur für das Studium der *lokalen* Bodenschwankungen bestimmt sind, von der *absoluten* Zeitbestimmung völlig absehen und sich nur mit relativen Zeitmessungen begnügen. Erst in dem zweiten und dritten, empfindlichsten Typus dieses Instruments wird ein genauere Uhrmechanismus erwünscht. Eine besondere Vorrichtung zur Aufzeichnung der Minutenmarken ist auch überflüssig, da man zur Bestimmung der Länge einer Minute bei den verschiedenen Teilen des Ablaufes des Uhrwerks von der bekannten Eigenperiode der Feder selbst, die sich durch sehr grosse Konstanz auszeichnet, in sehr einfacher Weise Gebrauch machen kann. Wenn es erwünscht ist und man über eine gute Kontaktuhr verfügt, kann man selbstverständlich sehr leicht Zeitmarken anbringen. Die Durchgangsgeschwindigkeit des Papierbandes möge etwa  $30 \frac{m}{m}$  und bei den empfindlicheren Typen sogar  $60 \frac{m}{m}$  pro Minute betragen. Bei einer solchen Geschwindigkeit werden die kurzperiodischen Bebenwellen von etwa  $1^s$  Periode noch sehr gut erkennbar sein.

Um diesen groben Apparat, welcher selbstverständlich wenig empfindlich ist und eigentlich nur für seismische Gebiete bestimmt ist, möglichst zu vereinfachen, ist hier von der Einführung irgend welcher Dämpfung völlig abgesehen worden. Dadurch wird dieses Instrument in theoretischer Hinsicht

viele Vorteile einbüßen und die *genaue* Ableitung der Elemente der wahren Bodenbewegung wesentlich erschwert, aber es ist, wie wir es weiter sehen werden und was durch spezielle Versuche auf der Untersuchungsplattform festgestellt worden ist, noch immer die Möglichkeit geboten, wohl nicht ganz genaue, dennoch in Epizentralgebieten für praktische Zwecke völlig genügende, annähernd richtige Schlüsse über die stattgefundenene wahre Bodenbewegung zu ziehen. Wenn aber die Perioden und Amplituden der seismischen Wellen für alle drei Komponenten bekannt sind, so wird es möglich sein die drei zugehörigen Beschleunigungen und Geschwindigkeiten zu berechnen und aus diesen ein richtiges Urteil über die Stärke der Bodenerschütterungen bei verschiedenen Phasen eines und desselben Bebens zu gewinnen. Der auf diese Weise ermittelten Bebenstärke kann man schon wirklich einen gewissen dynamischen Wert beilegen. Auf jeden Fall wird ein solcher einfacher Seismograph für seismische Gebiete viel mehr leisten, als irgend welche Stärkeskala oder auch die früher erwähnte dynamische Skala, welche auf dem Umkippen von parallelepipedischen Blöcken von verschiedener Höhe beruht.

Die Bedienung dieses Apparates ist äusserst einfach und bequem und ohne Zweifel jedermann völlig zugänglich. Die Dämpfung infolge der Reibung des Schreibstiftes an dem Papier ist erfahrungsgemäss eine ganz minimale.

Erst beim zweiten Typus dieser Apparate soll eine spezielle Dämpfung eingeführt werden; diese bilden auch die zweite, verbesserte Stufe in dieser Serie von Instrumenten.

Es lässt sich noch in diesem ersten Typus von Seismographen eine weitere Vereinfachung treffen, die für das Personal, welches mit der Bedienung dieser Apparate betraut wird, sehr bequem sein wird. Man könnte nämlich von einer fortlaufenden Registrierung absehen und eine spezielle Auslösevorrichtung anbringen, welche beim ersten Einsatz der Bodenbewegung den Uhrmechanismus in Bewegung setzen würde. Dadurch wird etwas an Papier erspart werden und die tägliche Füllung der Schreibfeder mit Tinte fällt weg, man muss aber dann schon wieder zu der üblichen Schreibweise auf berusstem Papier zurückgreifen, da die Tinte aus den Glasröhren nur dann herausgezogen wird, wenn das Papierband *fortwährend* weiterbewegt wird. Wendet man aber berusstes Papier an, so muss man sich schon einer rotierenden Trommel bedienen.

Dieselben Konstruktionsprinzipien, welche hier für den Horizontalseismographen auseinandergesetzt sind, lassen sich unmittelbar auf die Konstruktion eines einfachen Federseismographen für die vertikale Komponente der Bodenbewegung übertragen, ähnlich wie in dem entsprechenden schweren Vicentini'schen Vertikalseismographen. Die flache Stahlfeder muss nur um  $90^\circ$  gedreht und zuerst etwas nach oben zurückge-

bogen werden, damit bei der Befestigung der schweren Masse am äussersten Ende die breite Fläche der Feder eine horizontale Lage einnimmt. Um auch noch bei diesem Apparat die Registrierfläche des Papierbandes wegen einer sichereren Berührung der Schreibfeder mit dem Papier horizontal zu haben, ist es nötig an der Schreibvorrichtung besondere rechtwinklige Gelenke anzubringen, um die vertikalen Verschiebungen des Endes der Feder in horizontale der Schreibfeder umzuwandeln.

Statt dieses Vertikalseismographen kann man ein vereinfachtes Modell meines früher beschriebenen Vertikalseismographen<sup>1)</sup> benutzen, unter Anwendung der mechanischen Registrierungsart. Ein solcher Apparat ist schon konstruiert worden und in Anwendung gewesen, wobei er sich ganz gut bewährt hat. Derselbe soll erst an einer anderen Stelle beschrieben werden.

Für die völlige Ausrüstung einer Station sind also drei Apparate nötig: zwei für die horizontalen und einer für die vertikalen Verschiebungen.

Alle diese drei Apparate sind sehr einfach und verhältnismässig billig; ihre Aufstellung und Regulierung bietet überhaupt keine Schwierigkeiten dar. Die Nulllage der Instrumente, wie ihre Eigenperiode erhält sich ausserordentlich konstant, was für praktische Zwecke ein sehr grosser Vorteil ist.

Man könnte noch einen weiteren Schritt machen. Denken wir uns zwei ganz ähnliche, horizontale Federseismographen parallel zu einander, aber den einen um  $s$  Centimeter höher als den anderen aufgestellt. Bedenke nun  $x$  die wahre Bodenverschiebung senkrecht zu der Federlänge am unteren Niveau und  $\psi$  eine Bodenneigung um eine horizontale zu  $x$  senkrechte Axe, so wird schon die Bodenverschiebung am oberen Niveau  $x + s\psi$  sein, wo  $\psi$  mit seinem entsprechenden Vorzeichen genommen werden soll. Für entfernte Beben ist  $\psi$  eine äusserst kleine Grösse, welche in den alltäglichen seismometrischen Beobachtungen vernachlässigt wird. Aber in den Epizentralgebieten selbst kann  $\psi$  ganz bemerkbare Werte erreichen und wenn dann  $s$  genügend gross genommen wird (etwa 10 Meter oder sogar noch mehr), wird die Möglichkeit geboten mit zwei solchen Apparaten die Verschiebungen von den Neigungen des Bodens zu trennen. Auf die Einzelheiten dieser Aufgabe werde ich hier nicht eingehen und mich nur mit der Verweisung auf meinen früheren Aufsatz «Ueber die Methoden zur Beobachtung von Neigungswellen»<sup>2)</sup> und meine «Vorlesungen über Seismometrie» begnügen, aber diese Frage an und für sich hat selbstverständlich für starke seis-

1) «Ueber einen neuen Seismographen für die Vertikalkomponente der Bodenbewegung». Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente. T. IV, Livr. 2.

2) Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente. T. II, Livr. 2.

mische Gebiete eine sehr grosse Bedeutung und verdient eingehend studiert zu werden.

Nach dieser kurzen allgemeinen Beschreibung des einfacheren Typus dieser Federseismographen wollen wir zu einer näheren Betrachtung ihrer Theorie übergehen.

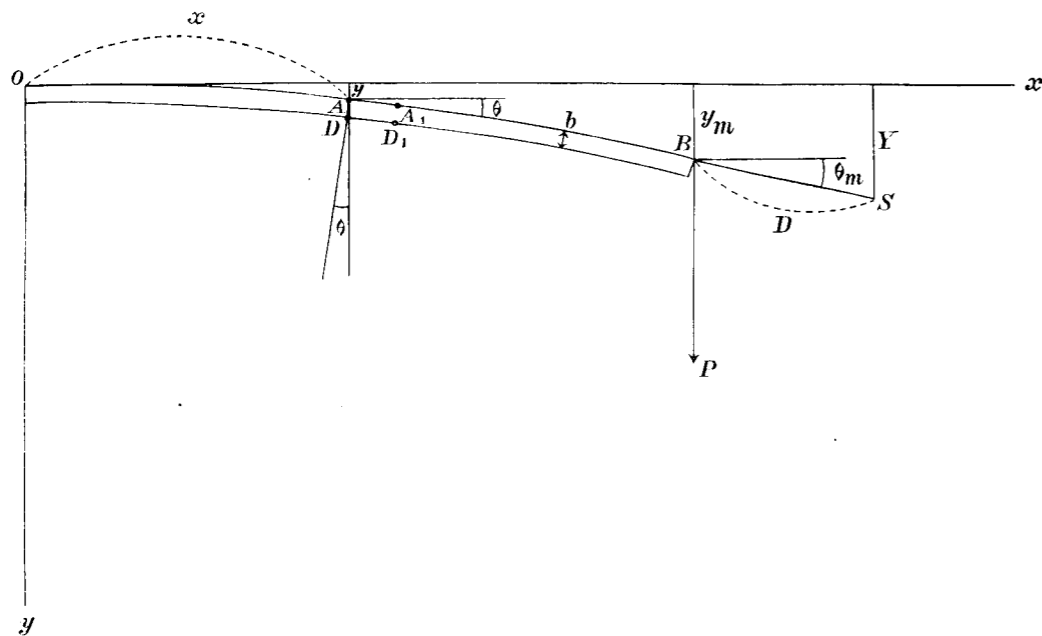
§ 2.

Theorie des einfachen Federseismographen (I Typus).

Die allgemeine Theorie der Bewegung eines solchen einfachen Federseismographen habe ich früher in meinem Aufsatz «Къ вопросу объ изслѣдованіи колебаній зданій»<sup>1)</sup> gegeben, der Verständlichkeit halber aber werde ich sie hier kurz rekapitulieren.

Denken wir uns eine lange flache Stahlfeder  $OB$  (siehe die Fig. 2,

Fig. 2.



Ansicht von oben) so aufgestellt, dass ihre breitere Fläche parallel zur Vertikale steht.

Die Länge der Feder sei  $L$  ( $OB = L$ ), ihre Breite  $a$  und die Dicke  $b$ .

<sup>1)</sup> Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente. T. III, Livr. 2.

In  $O$  ist die Feder fest eingeklemmt.

Es wirke nun auf das äussere Ende der Feder eine Kraft  $P$ , welche sie von ihrer Ruhelage ablenkt. Die Feder wird sich dann durchbiegen und eine bestimmte Form annehmen, welche den Bedingungen des Gleichgewichts genügen soll.

Wollen wir diese Durchbiegung näher untersuchen.

Auf der einen Seite (die obere auf der Fig. 2) wird die Feder etwas gestreckt und auf der anderen etwas verkürzt. Es muss also in der Feder drin selbst eine Schicht geben, welche bei der Durchbiegung weder verlängert, noch verkürzt wird. In erster Annäherung kann man, wie es auch in der Elastizitätslehre geschieht, annehmen, dass für kleine Durchbiegungen, welche hier nur in Betracht kommen werden, diese neutrale Schicht gerade in der Mitte der Feder liegt.

Nehmen wir nun einen Punkt  $A$  in der Entfernung  $x$  von  $O$ , wo  $x$  längs der Feder, oder strenger längs der neutralen Schicht gemessen wird. Beschränkt man sich aber auf kleine Durchbiegungen, so kann man  $x$  als eine der rechtwinkligen Koordinaten von  $A$  auffassen. Die Ablenkung des Punktes  $A$  von seiner Ruhelage sei  $y$ .

Die Tangente an die Kurve in  $A$  bilde nun mit der  $x$ -Axe den Winkel  $\theta$ . Im Punkte  $O$  ist  $\theta = 0$  und  $y = 0$  und in  $B$  erreichen sie ihre Maximalwerte  $\theta_m$  und  $y_m$ .

Nehmen wir nun einen benachbarten Punkt  $A_1$  in der Entfernung  $dx$  von  $A$ . Dann bilden die normalen Schnitte der Feder in  $A$  und  $A_1$ , d. h. die Flächen  $AD$  und  $A_1D_1$ , mit einander den Winkel  $d\theta$ .

Diese beiden Schnitte sind auf der Fig. 3 in vergrössertem Maassstabe gezeichnet.  $CC_1$  ist dabei ein Stück der neutralen Schicht längs der Feder, wobei  $AC = CD = \frac{b}{2}$  ist.

Ziehen wir nun durch  $C$  eine Linie parallel zu  $A_1D_1$ ; dann wird der Winkel  $mCn = d\theta$  sein.

Setzen wir  $CC_1 = dx = \xi$  und nehmen einen beliebigen Punkt  $m$  in der Entfernung  $\eta$  von  $C$ .

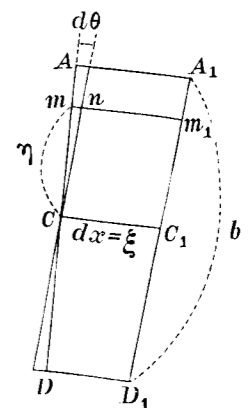
Wenn die Feder nicht gebogen ist, so befindet sich  $m$  in  $n$ , wobei  $nm_1 = \xi$  wird.

Die Verlängerung  $mn$  dieser Strecke  $nm_1$  infolge der Durchbiegung der Feder wird also

$$d\xi = r d\theta \dots \dots \dots (1)$$

sein.

Fig. 3.



Nehmen wir ein Flächenelement  $a d\eta$  senkrecht zu  $nm_1$  und bedeute  $E$  den Elastizitätsmodulus der betreffenden Stahlsorte, so ergibt sich für die elastische Kraft  $df$ , welche auf dieses Element wirkt und die Punkte  $m$  und  $m_1$  einander zu nähern strebt, folgender Ausdruck:

$$df = E a d\eta \cdot \frac{d\xi}{\xi}.$$

Die elastischen Kräfte, welche auf die einander zugehörigen Punkte wirken, die unter  $CC_1$  liegen, suchen diese Punkte zu entfernen. Somit streben überhaupt alle einzelnen elastischen Kräfte, wie  $df$ ,  $AD$  parallel zu  $A_1 D_1$  zu stellen, also die gebogene Feder zu recken.

Das Moment  $d\mathfrak{M}$  der Kraft  $df$  in bezug auf eine Axe, welche senkrecht zu der Fläche  $AA_1 D_1 D$  ist und durch  $C$  hindurchgeht, wird mit Bezugnahme auf die Beziehung (1)

$$d\mathfrak{M} = E a \frac{d\theta}{\xi} \cdot \eta^2 d\eta.$$

Setzen wir hierin  $dx$  statt  $\xi$  und integrieren diesen Ausdruck nach  $\eta$  zwischen den Grenzen  $-\frac{b}{2}$  und  $+\frac{b}{2}$ , so erhält man folgenden Ausdruck für das totale Moment  $\mathfrak{M}$  der elastischen Kräfte:

$$\mathfrak{M} = E a \frac{d\theta}{dx} \int_{-\frac{b}{2}}^{+\frac{b}{2}} \eta^2 d\eta = \frac{1}{12} E a b^3 \cdot \frac{d\theta}{dx}.$$

Diesem Moment hält das Gleichgewicht das Moment der Kraft  $P$  in bezug auf dieselbe Axe. Es ist also andererseits

$$\mathfrak{M} = P(L - x).$$

Vergleichen wir beide Ausdrücke für  $\mathfrak{M}$  mit einander, so ergibt sich

$$d\theta = 2k(L - x) dx, \dots \dots \dots (2)$$

wo zur Vereinfachung

$$k = \frac{6P}{E a b^3} \dots \dots \dots (3)$$

gesetzt wird.

Integrieren wir diesen Ausdruck (2) nach  $x$  zwischen 0 und  $x$  und berücksichtigen noch dabei, dass, für  $x = 0$ ,  $\theta = 0$  wird, so folgt

$$\theta = 2kx \left( L - \frac{1}{2} x \right) \dots \dots \dots (4)$$

Für  $x = L$  (Punkt  $B$  am Ende der Feder) wird

$$\theta_m = kL^2 \dots \dots \dots (5)$$

Um die Beziehung zwischen  $y$  und  $x$  zu finden, haben wir die Beziehung

$$dy = \text{tg } \theta \cdot dx.$$

Für kleine Werte von  $\theta$  können wir  $\text{tg } \theta = \theta$  setzen, also

$$dy = \theta dx.$$

Bringen wir hierin den Ausdruck von  $\theta$  aus der Gleichung (4), so folgt

$$dy = 2kx \left( L - \frac{1}{2} x \right) dx.$$

Integrieren wir diesen Ausdruck nach  $x$  zwischen den Grenzen 0 und  $x$  und berücksichtigen dabei, dass, für  $x = 0$ ,  $y = 0$  wird, so ergibt sich

$$y = kL^3 \left[ \frac{x^2}{L^2} - \frac{1}{3} \frac{x^3}{L^3} \right] \dots \dots \dots (6)$$

Setzen wir zur Vereinfachung

$$\rho = \left( \frac{x}{L} \right)^2 \left[ 1 - \frac{1}{3} \frac{x}{L} \right], \dots \dots \dots (7)$$

dann wird

$$y = kL^3 \cdot \rho \dots \dots \dots (8)$$

Die Formel (8), welche die Beziehung zwischen  $y$  und  $x$  angibt, entspricht der Gleichung einer Kurve dritter Ordnung.

Für  $x = L$  ist  $\rho = \frac{2}{3}$  und folglich

$$y_m = \frac{2}{3} kL^3 \dots \dots \dots (9)$$

Setzen wir hierin den Wert von  $k$  aus der Formel (3) ein, so ergibt sich

$$y_m = \frac{4P}{E a b^3} \cdot L^3 \dots \dots \dots (10)$$

Dies ist die bekannte Formel der Elastizitätstheorie, nach welcher man den Young'schen Modulus  $E$  verschiedener Materialien aus der Durchbiegung von Stäben mit rechteckigem Querschnitt bestimmen kann.

Aus der Formel (10) folgt

$$P = \frac{Eab^3}{4L^3} \cdot y_m \dots\dots\dots(11)$$

Diese Gleichung gibt die Grösse der elastischen Kraft, welche auf das um  $y_m$  verschobene Ende der Feder wirkt und diese in ihre Gleichgewichtslage zu bringen strebt. Von dieser Formel werden wir weiter Gebrauch machen.

Dividieren wir die Gleichung (8) durch die Gleichung (9), so erhält man

$$y = \frac{3}{2} y_m \cdot \rho \dots\dots\dots(12)$$

Denken wir uns nun am Ende der Feder einen festen, starren Zeiger  $BS$  (siehe die Fig. 2) angebracht, welcher in der Durchbiegung der Feder keinen Anteil nimmt. Dieser Zeiger soll starr mit dem Federende verbunden sein; in  $S$  befinde sich der Schreibstift. Bezeichnen wir mit  $Y$  die Entfernung von  $S$  von seiner Ruhelage.

Dann wird für kleine Werte von  $\theta_m$

$$Y = y_m + D \theta_m.$$

Aus den Formeln (5) und (9) findet man

$$\theta_m = \frac{3}{2} \cdot \frac{y_m}{L} \dots\dots\dots(13)$$

Bringt man diese Grösse in den vorigen Ausdruck für  $Y$  ein, so ergibt sich

$$Y = s y_m, \dots\dots\dots(14)$$

wo zur Vereinfachung

$$s = 1 + \frac{3}{2} \cdot \frac{D}{L} \dots\dots\dots(15)$$

gesetzt wird.

Aus den Beziehungen (12) und (14) findet man noch folgenden Ausdruck für  $y$ :

$$y = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s} Y \cdot \rho, \dots\dots\dots(16)$$

wo  $\rho$  durch die Formel (7) bestimmt ist.

Nach Formulierung dieser allgemeinen Gleichungen können wir zur Aufstellung der Grunddifferentialgleichung der Bewegung dieser Feder auf einer beweglichen Unterlage übergehen.

Wir wollen noch der Allgemeinheit halber voraussetzen, dass ausser der Masse der Feder selbst noch andere Massen  $m_1$  längs der Feder verteilt sind. Die Entfernung einer jeden solchen Masse vom Befestigungspunkt der Feder 0 sei  $x_1$  und der entsprechende Wert von  $\rho$

$$\rho_1 = \left(\frac{x_1}{L}\right)^2 \left[1 - \frac{1}{3} \frac{x_1}{L}\right] \dots\dots\dots(17)$$

Diese Massen sollen die normale Durchbiegung der Feder nicht hindern.

Der einfachste Fall wäre, wenn nur eine grosse Masse  $M_1$  als in einem Punkt in der Entfernung  $L_1$  von  $O$  konzentriert gedacht werden könnte, wobei  $L_1$  sich wenig von  $L$  unterscheidet. Dieser Fall entspricht ungefähr dem Fall unseres Federseismographen.

Denken wir uns nun die Feder  $OB$  (siehe die Fig. 2) in ihrer Ruhelage, wobei sie keinen anderen Kräften, als den Elastizitätskräften unterworfen sein soll.

Der Boden, resp. das Gestell, auf welchem die Feder ruht, soll Verschiebungen senkrecht zur Federlänge, also parallel der Axe  $Oy$  erfahren. Die Grösse dieser Verschiebung zum Zeitmoment  $t$  sei  $z$ , wo  $z$  eine beliebige Funktion von  $t$  sein kann, also

$$z = f(t).$$

Denken wir uns nun ein im Raume festes, rechtwinkliges Koordinatensystem  $(\xi, \eta)$ , welches bei ruhendem Boden mit dem beweglichen System  $(x, y)$  der Fig. 2 zusammenfallen soll.

Greifen wir einen bestimmten Zeitmoment  $t$  heraus und sei in diesem Moment die Feder gebogen und der Boden um  $z$  von seiner Ruhelage verschoben.

Dann wird die Verschiebung eines Massenpunktes  $m$  inbezug auf die festen Koordinatenachsen

$$\eta = y + z$$

sein.

Für kleine Werte von  $\theta$ , die hier nur in Betracht kommen, können wir die Verschiebungen parallel der  $x$ -Axe vernachlässigen.

Für das Quadrat der Geschwindigkeit  $v$  des Massenpunktes  $m$  ergibt sich

$$v^2 = y'^2 + 2y'z' + z'^2.$$

Ersetzen wir hierin den Wert von  $y$  durch seinen Ausdruck aus der

Formel (16), so folgt

$$v^2 = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s}\right)^2 \rho^2 Y'^2 + 2 \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s}\right) z' \rho Y' + z'^2$$

und für die totale lebendige Kraft  $T$  des Systems erhalten wir

$$T = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s}\right)^2 Y'^2 \{ \Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2 \} + 2 \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s}\right) z' Y' \{ \Sigma m \rho + \Sigma m_1 \rho_1 \} + z'^2 \{ \Sigma m + \Sigma m_1 \} \right] \dots (18)$$

Bedeutet nun  $dA$  die Arbeit, welche geleistet wird, wenn  $Y$  sich um  $dY$  vermehrt, so muss nach dem Lagrange'schen Prinzip folgende Beziehung bestehen:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial Y'} \right) - \frac{\partial T}{\partial Y} = \frac{\partial A}{\partial Y}$$

Aus der Formel (18) ergibt sich

$$\frac{\partial T}{\partial Y} = 0$$

und

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial Y'} \right) = \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s}\right)^2 Y'' \{ \Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2 \} + \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s}\right) z'' \{ \Sigma m \rho + \Sigma m_1 \rho_1 \}$$

Wollen wir nun die Arbeit der elastischen Kräfte  $dA$  berechnen.

Wenn  $y_m$  sich um  $dy_m$  vermehrt, so wird

$$dA = - P dy_m,$$

oder, mit Rücksicht auf die Beziehung (11),

$$dA = - \frac{Eab^3}{4L^3} \cdot y_m dy_m.$$

Ersetzen wir hierin den Wert von  $y_m$  durch seinen Ausdruck aus der Formel (14), so folgt

$$\frac{\partial A}{\partial Y} = - \frac{Eab^3}{4L^3} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot Y.$$

Bringen wir nun diese gefundenen Ausdrücke in die Lagrange'sche Gleichung ein, so können wir schreiben

$$\left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s}\right)^2 \cdot \{ \Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2 \} Y'' + \frac{Eab^3}{4L^3} \cdot \frac{1}{s^2} Y + \left(\frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s}\right) \{ \Sigma m \rho + \Sigma m_1 \rho_1 \} z'' = 0 \dots (19)$$

Führen wir nun zur Vereinfachung folgende Bezeichnungen ein:

$$n^2 = \frac{Eab^3}{9L^3} \cdot \frac{1}{\Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2}, \dots (20)$$

$$\sigma = \frac{2}{3} s \cdot \frac{\Sigma m \rho + \Sigma m_1 \rho_1}{\Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2} \dots (21)$$

und schreiben wir fernerhin  $y$  anstatt  $Y$ , wo unter  $y$  die Entfernung des Schreibstiftes von seiner Ruhelage verstanden werden soll, so ergibt sich, wenn wir noch der Allgemeinheit halber ein übliches Dämpfungsglied  $2\epsilon y'$  hinzufügen, folgende allgemeine Differentialgleichung für die Bewegung unseres Federseismographen

$$y'' + 2\epsilon y' + n^2 y + \sigma z'' = 0 \dots (22)$$

Somit ist dieselbe auf die übliche kanonische Form gebracht.

Diese Gleichung enthält drei Konstanten  $\epsilon, n$  und  $\sigma$ , die vorausbestimmt werden müssen. Wie dies am einfachsten geschehen soll, werden wir weiter in § 5 besprechen.

Die Konstante  $\epsilon$  charakterisiert die Stärke der Dämpfung und zwar ist sie für diesen einfachen Typus von Seismographen äusserst klein.

Die Konstante  $n$  hängt von der Eigenperiode (ohne Dämpfung)  $T$  des Seismographen unmittelbar ab und zwar ist

$$n = \frac{2\pi}{T} \dots (23)$$

Die Konstante  $\sigma$  charakterisiert die normale Vergrößerung  $\mathfrak{B}_0$  des Apparates, d. h. die Vergrößerung für harmonische Bebenwellen von unendlich kleinen Perioden:

$$\sigma = \mathfrak{B}_0 = \frac{y_m}{z_m},$$

wo  $y_m$  und  $z_m$  die maximalen Amplituden des Seismographen und der Bodenbewegung bedeuten.

Vergleicht man die Differentialgleichung (22) mit derjenigen eines einfachen vertikalen Pendels, welches um eine durch  $O$  (siehe die Fig. 2) hindurchgehende horizontale Axe schwingen kann, so wird

$$\mathfrak{B}_0 = \frac{L}{l} \dots (24)$$

sein, wo  $L$  die Entfernung des Schreibstiftes von der Drehungsaxe und  $l$

die reduzierte Pendellänge, d. h. die Entfernung des Schwingungsmittelpunktes von der Drehungsaxe bedeutet.

Für eine einfache Feder, die keine speziellen Massen trägt und wo der Schreibstift gerade am Ende angebracht ist, wird nach der Formel (21), resp. (15), da  $D = 0$  wird,

$$\sigma = \frac{2}{3} \frac{\Sigma m \rho}{\Sigma m \rho^2}.$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit der Formel (24), so ergibt sich für die Grösse, die für die Feder der reduzierten Pendellänge entsprechen würde, folgender Ausdruck<sup>1)</sup>

$$l = \frac{3}{2} \cdot \frac{\Sigma m \rho^2}{\Sigma m \rho} \cdot L \dots \dots \dots (25)$$

Für die Eigenperiode der Feder allein erhält man in diesem Falle nach den Formeln (20) und (23)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{9L^3 \Sigma m \rho^2}{Eab^3}} \dots \dots \dots (26)$$

Wollen wir nun  $\Sigma m \rho$  und  $\Sigma m \rho^2$  ausrechnen.

Bedeute  $\delta$  die Dichte der Stahlmasse, so ist

$$dm = \delta \cdot ab \, dx$$

und

$$M = \delta ab L.$$

Setzen wir zur Vereinfachung

$$\xi = \frac{x}{L},$$

dann wird

$$dx = L \cdot d\xi;$$

ferner nach der Beziehung (7)

$$\rho = \xi^2 - \frac{1}{3} \xi^3$$

und

$$\rho^2 = \xi^4 - \frac{2}{3} \xi^5 + \frac{1}{9} \xi^6.$$

<sup>1)</sup> Nach der Formel (7) hat  $\rho$  die Dimensionen Null.

Daraus ergeben sich folgende Ausdrücke für  $\Sigma m \rho$  und  $\Sigma m \rho^2$ :

$$\Sigma m \rho = M \int_0^1 \left[ \xi^2 - \frac{1}{3} \xi^3 \right] d\xi = \frac{1}{4} M \dots \dots \dots (27)$$

$$\Sigma m \rho^2 = M \int_0^1 \left[ \xi^4 - \frac{2}{3} \xi^5 + \frac{1}{9} \xi^6 \right] d\xi = \frac{11}{105} M \dots \dots \dots (28)$$

Bringen wir diese Ausdrücke in die Formeln (25) und (26) ein, so wird

$$l = \frac{22}{35} L \dots \dots \dots (29)$$

und

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{33}{35} \frac{L^3 M}{Eab^3}} \dots \dots \dots (30)$$

Die Formel (29) zeigt, dass die der reduzierten Pendellänge entsprechende Grösse für eine einfache Feder etwa  $\frac{2}{3}$  der gesamten Federlänge ausmacht.

Der Formel (30) kann man sich bedienen, um aus der gemessenen Eigenperiode  $T$  der Feder den Elastizitätsmodul der betreffenden Stahlsorte zu bestimmen.

Im allgemeinen Fall, wo die Feder noch Zusatzmassen trägt, muss man zur Berechnung der Konstanten  $n$  und  $\sigma$  sich schon der Formeln (20) und (21) bedienen.

Um aber  $\Sigma m_1 \rho_1$  und  $\Sigma m_1 \rho_1^2$  ausrechnen zu können, muss man schon die Verteilung der Zusatzmassen der Feder entlang kennen. Für jeden Spezialfall lassen sich die Rechnungen durchführen.

Wir wollen hier nur den Fall in Betracht ziehen, wo die ganze Zusatzmasse  $M_1 = \Sigma m_1$  als in einem Punkt konzentriert gedacht werden kann, in einer Entfernung  $L_1$  von dem Anfang der Feder, wo  $L_1$  sich wenig von  $L$  unterscheiden mag, was sehr nah dem Fall unseres einfachen Federseismographen entsprechen wird.

Dann folgt aus der Beziehung (17)

$$\Sigma m_1 \rho_1 = M_1 \left( \frac{L_1}{L} \right)^2 \left[ 1 - \frac{1}{3} \frac{L_1}{L} \right] \dots \dots \dots (31)$$

und

$$\Sigma m_1 \rho_1^2 = M_1 \left( \frac{L_1}{L} \right)^4 \left[ 1 - \frac{1}{3} \frac{L_1}{L} \right]^2 \dots \dots \dots (32)$$

Wenn  $M_1$  möglichst nah beim Ende der Feder angebracht ist, so

kann man die Differenz  $L - L_1$  vernachlässigen oder noch besser,  $L - L_1$  zu  $D$  hinzufügen und für die Federlänge  $L_1$ , statt  $L$ , nehmen.

Dementsprechend muss unter der Masse  $M$  der Feder die frühere Grösse, im Verhältnis  $\frac{L_1}{L}$  zu 1 verkleinert, verstanden werden. Die Masse und Durchbiegung des kleinen Federstückes von der Länge  $L - L_1$  am Ende der Feder kann man dabei gänzlich vernachlässigen.

Setzen wir nun in den Formeln (31) und (32)  $L_1 = L$ , so ergibt sich

$$\Sigma m_1 \rho_1 = \frac{2}{3} M_1 \dots \dots \dots (33)$$

und

$$\Sigma m_1 \rho_1^2 = \frac{4}{9} M_1 \dots \dots \dots (34)$$

Bringen wir nun die gefundenen Ausdrücke aus den Formeln (27), (28), (33) und (34) in die Gleichungen (20) und (21) ein, und ersetzen noch  $L$  durch  $L_1$ , so wird

$$n^2 = \frac{Eab^3}{L_1^3} \cdot \frac{1}{4M_1 + \frac{33}{35}M} \dots \dots \dots (35)$$

und

$$\sigma = s \cdot \frac{4M_1 + \frac{3}{2}M}{4M_1 + \frac{33}{35}M} \dots \dots \dots (36)$$

Ist  $M$  im Vergleich zu  $M_1$  sehr klein, was auch tatsächlich bei diesen Seismographen der Fall ist, so kann man annäherungsweise setzen

$$T = \frac{2\pi}{n} = 2\pi \sqrt{4 \frac{L_1^3 M_1}{Eab^3}} \dots \dots \dots (37)$$

und

$$\sigma = s \dots \dots \dots (38)$$

Für  $D = 0$  ist  $\sigma = 1$ . In diesem Fall ist die normale Vergrößerung des Apparates gleich der Einheit, während im früheren Fall, für die Feder allein (siehe die Formel (29)),  $\sigma$  etwa gleich  $\frac{3}{2}$  wird.

In dieser Hinsicht wird durch die Einführung der schweren Masse  $M_1$  die Vergrößerung des Instruments etwas einbüßen, dagegen aber wird die Eigenperiode der Feder verlängert, da  $T$  nach der Formel (37) proportional zu  $\sqrt{M_1}$  wächst, was gerade zweckmässig ist, weil dadurch im allgemeinen, speziell bei gedämpften Apparaten, die Empfindlichkeit gesteigert wird.

Es empfiehlt sich also die Masse  $M_1$  so gross zu wählen, wie sie nur die Feder vertragen kann.

Alle die hier für den Fall eines horizontalen Federseismographen abgeleiteten Formeln behalten ihre volle Gültigkeit auch für den Fall eines vertikalen Federseismographen. Es kommt freilich dann noch eine andere äussere Kraft (die Schwerkraft) ins Spiel; da diese aber konstant ist und durch die anfängliche Durchbiegung der Feder kompensiert wird, so hat sie, wie leicht einzusehen ist, keinen Einfluss auf die Bewegung des Seismographen selbst und man erhält genau dieselbe Differentialgleichung (22) mit derselben Bedeutung der Konstanten  $n$  und  $\sigma$ , wie für den Fall eines horizontalen Federseismographen<sup>1)</sup>.

Es muss noch hier auf folgenden Umstand aufmerksam gemacht werden.

Alle diese Formeln, welche hier abgeleitet worden sind und eigentlich nichts neues in sich enthalten, da sie nur eine unmittelbare Folge der allgemeinen Prinzipien der elementaren Elastizitätstheorie sind, stützen sich auf die Voraussetzung, dass wir bei diesen Bewegungen der Feder nur mit einer *Durchbiegung* derselben zu tun haben, was für eine einfache und ebenso belastete Feder, wenn  $M_1$  nicht zu gross ist, wirklich der Tatsache entspricht.

Wenn aber  $M_1$  im Verhältnis zu  $M$  einigermaassen gross wird, wonach eben, zur Verlängerung der Eigenperiode des Seismographen, gestrebt wird, so tritt erfahrungsgemäss ausser einer Durchbiegung der Feder noch eine *Torsion* derselben auf, wobei das Gewicht  $M_1$  sich ein wenig senkt und die Eigenperiode relativ etwas kürzer ausfällt, als sie sein würde, wenn keine Torsion vorhanden wäre.

Die theoretische Untersuchung der Bewegung von Stäben mit rechteckigem Querschnitt, welche zu gleicher Zeit eine Durchbiegung und Torsion erfahren, bietet, wie das bekannte St.-Venant'sche Problem, grosse mathematische Schwierigkeiten dar und wir werden deshalb die Behandlung dieser Frage hier gänzlich unterlassen. Erfahrungsgemäss (siehe § 7) kann man in erster Annäherung die Sache so auffassen, als ob beim Auftreten einer Zusatztorsion durch die Durchbiegung des Stabes die elastische Kraft, welche die Feder in ihre Ruhelage zurückzubringen strebt, etwas vergrössert würde, was praktisch darauf herauskommt, dass man in der allgemeinen Formel (20) statt  $E$  einen etwas vergrösserten Elastizitätsmodul  $E_1$ , der aus speziellen Beobachtungen ermittelt werden kann, einführt.

Diese Zusatztorsion hat auf die Form der allgemeinen Differentialgleichung (22) der Bewegung der Feder keinen Einfluss, wenn nur die Ab-

<sup>1)</sup> Man vergleiche meinen Aufsatz «Къ вопросу объ изслѣдованіи колебаній зданій». Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente. T. III, Livr. 2.

lenkungen derselben klein bleiben, was immer vorausgesetzt wird. Wenn dabei die Formeln (20) und (21), welche die Werte der Konstanten  $n$  und  $\sigma$  angeben, eventuell gewisser Korrekturen wegen der Torsion der Feder bedürfen, so hat dies in praktischer Hinsicht wiederum keine Bedeutung, da diese Konstanten nicht etwa aus den Federdimensionen und der gegebenen Massenverteilung vorausberechnet, sondern auf rein experimentellem Wege (siehe § 5) ermittelt werden sollen. Welcher theoretische Ausdruck für dieselben dabei gültig ist, ist überhaupt nicht von Belang.

Wollen wir nun zu der Untersuchung der Bewegung dieses Seismographen, wenn der Boden, auf welchem das Instrument ruht, reine harmonische Schwingungen ausführt, übergehen.

Setzen wir dementsprechend

$$z = z_m \cdot \sin\left(2\pi \frac{t}{T_p} + \delta\right), \dots \dots \dots (39)$$

wo  $T_p$  die volle Periode und  $z_m$  die maximale Amplitude der wahren Bodenbewegung bedeutet.  $\delta$  ist die anfängliche Phase der Bewegung, welche von dem Anfangspunkt der Zeitzählung unmittelbar abhängt und keine weitere praktische Bedeutung hat.

Bringen wir nun diesen Wert von  $z$  in die allgemeine Differentialgleichung (22) ein, so ergibt sich

$$y'' + 2\epsilon y' + n^2 y = \sigma z_m \frac{4\pi^2}{T_p^2} \sin\left(2\pi \frac{t}{T_p} + \delta\right) \dots \dots \dots (40)$$

Führen wir zur Vereinfachung folgende Bezeichnungen ein:

$$\left. \begin{aligned} h &= \frac{\epsilon}{n} \\ \gamma &= + \sqrt{n^2 - \epsilon^2} \\ u &= \frac{T_p}{T} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (41)$$

Dann lässt sich bekanntlich das allgemeine Integral der Gleichung (40) in folgender Form schreiben<sup>2)</sup>:

$$y = e^{-\epsilon t} [\Gamma_1 \cos \gamma t + \Gamma_2 \sin \gamma t] + A_p \sin\left\{2\pi \frac{t-\tau}{T_p} + \delta\right\} \dots \dots \dots (42)$$

<sup>1)</sup>  $T = \frac{2\pi}{n}$ .

<sup>2)</sup> Man vergleiche z. B. meine «Vorlesungen über Seismometrie». Kapitel V, § 3. St.-Petersburg 1912.

$A_p$  und  $\tau$  haben dabei folgende Bedeutung:

$$A_p = \sigma z_m \frac{1}{\sqrt{(u^2 - 1)^2 + 4h^2 u^2}} \dots \dots \dots (43)$$

und

$$\tau = T_p \cdot \frac{\arctg\left\{h \frac{2u}{u^2 - 1}\right\}}{2\pi} \dots \dots \dots (44)$$

$\Gamma_1$  und  $\Gamma_2$  sind zwei Integrationskonstanten, welche von den Anfangsbedingungen der Bewegung unmittelbar abhängen.

Die Kurve  $y = F(t)$ , welche durch die Formel (42) dargestellt ist, besteht aus zwei Teilen: der erste Teil entspricht der Eigenbewegung des Apparates und ist eine gedämpfte Sinusoide mit der Periode  $T' = \frac{2\pi}{\gamma}$  und der zweite den erzwungenen Schwingungen, welche durch die harmonischen Bodenbewegungen verursacht werden. Die Periode dieses Teiles ist genau gleich der Periode  $T_p$  der entsprechenden Bebenwelle, es tritt aber eine kleine Verspätung  $\tau$  in dem Maximum dieses zweiten Teils in bezug auf das entsprechende Maximum der wahren Bodenbewegung ein.

Für stark gedämpfte Apparate verschwinden bekanntlich die beiden ersten Glieder in der Formel (42) sehr schnell und man erhält alsdann eine einfache Sinusoide, aus welcher man die Periode der betreffenden Bebenwelle  $T_p$  sofort ermitteln kann. Aus der gemessenen maximalen Amplitude  $y_m = A_p$  der entsprechenden Kurve lässt sich alsdann in bekannter Weise nach der Formel (43) die maximale Amplitude der wahren Bodenbewegung  $z_m$  sofort ermitteln.

Es ist nämlich

$$z_m = \frac{1}{\sigma} U \cdot y_m, \dots \dots \dots (45)$$

wo zur Vereinfachung

$$U = \sqrt{(u^2 - 1)^2 + 4h^2 u^2} \dots \dots \dots (46)$$

gesetzt wird.

Die Rechnungen lassen sich mit Hilfe der von mir herausgegebenen «Seismometrischen Tabellen» sehr leicht und schnell durchführen.

Die Anwendung der Formel (45) setzt aber voraus, dass der entsprechende Seismograph stark gedämpft ist.

Bei diesem ersten Typus von Seismographen wird diese Bedingung nicht erfüllt; es ist sogar die Dämpfung so klein, dass man einfach  $\epsilon = 0$  und  $\gamma = n$  setzen darf.

Sehen wir nun weiter, was in diesem Fall sich ergibt. Ist  $\epsilon = 0$ , so wird auch  $h$  und folglich  $\tau = 0$ , daher

$$y = \Gamma_1 \cos nt + \Gamma_2 \sin nt + A_p \sin(pt + \delta), \dots \dots \dots (47)$$

wo zur Vereinfachung

$$p = \frac{2\pi}{T_p} \dots\dots\dots(48)$$

gesetzt wird.

Setzen wir weiter

$$\sin \varphi = \frac{\Gamma_1}{+\sqrt{\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2}},$$

$$\cos \varphi = \frac{\Gamma_2}{+\sqrt{\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2}},$$

also

$$\text{tg } \varphi = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_2}$$

und

$$A = +\sqrt{\Gamma_1^2 + \Gamma_2^2},$$

so können wir schreiben

$$y = A \sin (nt + \varphi) + A_p \sin (pt + \delta) \dots\dots\dots(49)$$

Wir erhalten also für die Aufzeichnung des Seismographen eine doppelte Sinusoide, aus welcher  $z_m$  und  $T_p$  ermittelt werden müssen.

Im allgemeinen, wenn man streng verfahren will, ist das eine ziemlich mühsame Sache, aber man kann, wie wir es weiter sehen werden, wenn es sich um keine grosse Genauigkeit handelt, gewisse Näherungsverfahren anwenden, die ziemlich rasch zum Ziele führen.

Wollen wir hier zum Schluss noch einen Spezialfall, welcher bei wirklichen seismometrischen Beobachtungen öfters auftritt, betrachten.

Setzen wir der Einfachheit halber  $\delta = 0$ , d. h. der Anfang der Zeit-zählung soll mit demjenigen Moment, wo die betreffende Bodenwelle den Seismographen trifft, zusammenfallen.

In diesem Moment sei der Seismograph in Ruhe.

Dann ergibt sich aus der Formel (47).

$$\Gamma_1 = 0.$$

Um die zweite Integrationskonstante  $\Gamma_2$  zu bestimmen, muss man die anfängliche Geschwindigkeit  $y_0'$  kennen.

Wenn dem Seismographen kein direkter Anstoss erteilt wird, so ergibt sich  $y_0'$  unmittelbar aus der Differentialgleichung (22).

Integriert man dieselbe Gleichung für  $t$  zwischen den Grenzen 0 und  $t_0$ , wo  $t_0$  ein äusserst kleines Zeitintervall bedeutet, welches beim Uebergang zum Limes verschwinden soll, so erhält man einfach

$$y_0' = -\sigma(z')_0.$$

Nun ist nach den Formeln (39) und (48) für  $\delta = 0$

$$z' = p z_m \cos pt,$$

also

$$y_0' = -\sigma p \cdot z_m.$$

Aus der Formel (47) folgt nun

$$y' = -n\Gamma_1 \sin nt + n\Gamma_2 \cos nt + pA_p \cos pt.$$

Es ist also

$$\Gamma_2 = -\frac{1}{n} [\sigma p z_m + pA_p],$$

oder mit Rücksicht auf die Beziehungen (43), (46) und da

$$\frac{n}{p} = \frac{T_p}{T} = u$$

ist,

$$\Gamma_2 = -\frac{\sigma z_m}{u} \left[ 1 + \frac{1}{U} \right].$$

Es ergibt sich also folgender definitiver Ausdruck für  $y$ :

$$y = \frac{\sigma z_m}{U} \left[ \sin pt - \frac{1+U}{u} \sin nt \right], \dots\dots\dots(50)$$

wo  $U$  durch die Formel (46) gegeben wird. Wir dürfen aber in ihr nicht  $h^2 = 0$  setzen, da sonst bei der Resonanz ( $u = \frac{T_p}{T} = 1$ )  $y$  unendlich gross werden könnte, was tatsächlich unmöglich ist, da eine gewisse, wenn auch noch so kleine Dämpfung immer vorhanden sein wird.

Nach der Darlegung dieser allgemeinen Theorie der Bewegung dieses einfachen Federseismographen, von welcher wir bei den anderen Typen von Seismographen Gebrauch machen werden, wollen wir zu der Beschreibung des zweiten Typus übergehen.

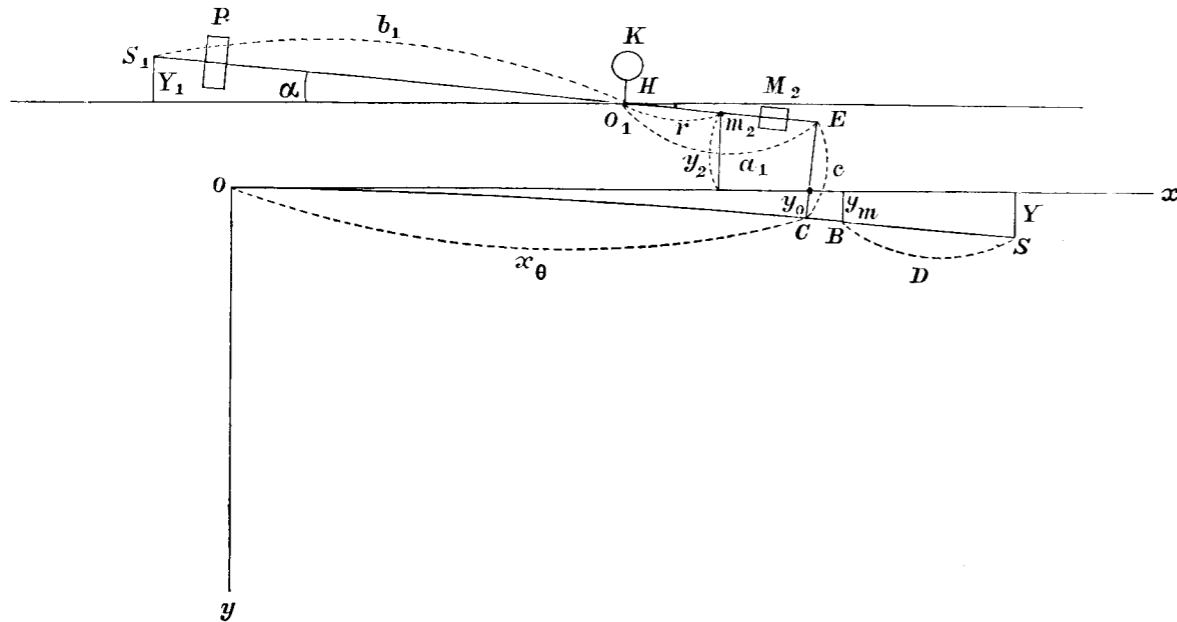
§ 3.

**Federseismograph mit Dämpfung und Vergrösserungsvorrichtung (II Typus).**

Dieser Federseismograph unterscheidet sich von dem ersten Typus nur durch eine besondere Dämpfungs- und Vergrösserungsvorrichtung.

Dieselbe besteht aus einem einfachen horizontalen Hebel  $S_1 E$  mit langem und kurzem Arm (siehe die schematische Fig. 4). Der Drehungspunkt desselben befindet sich in  $O_1$ .

Fig. 4.



Am Ende des langen Hebelarms befindet sich eine horizontale Kupferplatte  $P$ , die zwischen den Polen zweier vertikal stehender, permanenter Hufeisenmagnete sich frei bewegen kann<sup>1)</sup>.

Durch Veränderung der Poldistanz dieser Magnete kann man die Stärke der Dämpfung nach Belieben regulieren. Diese Art magnetischer Dämpfung ist besonders einfach, bequem in der Handhabung und übersichtlich, wobei sie streng den theoretischen Bedingungen, wonach das Moment der dämpfenden Kräfte proportional der ersten Potenz der Verschiebungsgeschwindigkeit der Platte  $P$  sein soll, entspricht.

Am anderen Ende des Hebels befindet sich eine verschiebbare Masse  $M_2$ , um das Gewicht der Platte  $P$  auszubalancieren. Diese Masse soll so eingestellt werden, dass der Schwerpunkt des ganzen Hebelsystems mit  $O_1$  zusammenfällt.

Die Drehvorrichtung des Systems besteht im folgenden.

Auf der einen Seite einer kleinen vertikalen Kolonne  $K$  ist eine kleine, sehr kurze, etwa  $1 \frac{m}{m}$  lange, flache Stahlfeder  $O_1 H$  angebracht, welche

<sup>1)</sup> Diese Magnete sind auf der Fig. 4 nicht aufgezeichnet.

in  $O_1$  mit dem Hebel verbunden wird. Wenn der Hebel von seiner Ruhelage, welche parallel der  $x$ -Axe sein mag, um den Winkel  $\alpha$  gedreht wird, so entsteht ein kleines Drehmoment  $D_1$ , welches den Hebel in seine Ruhelage zurückzubringen strebt. Für kleine Werte von  $\alpha$  kann  $D$  proportional zu  $\alpha$  gesetzt werden, also

$$D_1 = \Delta \cdot \alpha, \dots \dots \dots (51)$$

wo  $\Delta$  eine gewisse Konstante bedeutet.

Um den Hebel durch das Laufgewicht  $M_2$  auszubalancieren, muss man nur die Kolonne  $K$  um  $90^\circ$  nach vorn drehen, damit der Punkt  $O_1$  unter  $H$  zu liegen kommt, und das Gewicht  $M_2$  so lange verschieben, bis der Hebel eine horizontale Lage annimmt. An dieser Stelle muss das Gewicht  $M_2$  fest angeschraubt werden.

Die Verbindung des Hebels  $S_1 E$  mit dem Federseismographen  $OB$  selbst (siehe auch die Fig. 2) geschieht auf folgende Weise.

Auf dem kürzeren Hebelarm in  $E$  und auf dem Federseismographen selbst, in der unmittelbaren Nähe seines Endes  $B$ , in  $C$  werden zwei kleine Nuten gemacht, in welche eine Stahlnadel  $CE$  mit fein abgeschliffenen Spitzen hineinpasst. Die Punkte  $C$  und  $E$  werden mit Hilfe einer kleinen, sehr leichten Spiralfeder, die unter  $CE$  sich befindet und auf der Fig. 4 nicht aufgezeichnet ist, zusammengezogen. Diese Feder verhindert das Herausfallen der Nadel aus den Nuten.

Die Länge von  $CE$  muss so getroffen werden, dass der Hebel gerade parallel zu  $OB$  steht, wenn die Feder  $OB$  nicht abgelenkt ist.

Diese Verbindungsart eines Seismographen mit einer besonderen Vergrößerungsvorrichtung, die ich schon früher beschrieben habe<sup>1)</sup> und welche bei meinen schweren Horizontalpendeln mit mechanischer Registrierung immer verwendet wird, hat sich in der Praxis sehr gut bewährt. Sie zeichnet sich durch ihre besondere Leichte und Reibungslosigkeit aus; ein Hauptvorteil ausserdem besteht noch darin, dass dieselbe keinen toten Gang besitzt, wie es bei der Gabelverbindung der Fall ist.

Mit Hilfe der Hebelvorrichtung der hier beschriebenen Art wird die Möglichkeit geboten, diesen einfachen Federseismographen mit einer ziemlich starken Dämpfung zu versehen, was aus theoretischen Gründen für eine möglichst einfache und zweckmässige Analyse der erhaltenen Kurven, wie wir es früher gesehen haben, sehr grosse Vorteile darbietet.

<sup>1)</sup> «Ueber ein neues schweres Horizontalpendel mit mechanischer Registrierung für seismische Stationen zweiten Ranges». Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente. T. III, Livr. 3.

Was nun die Registrierung selbst anbelangt, so kann man die Schreibfeder nach Belieben, entweder in  $S$  am Ende des Federseismographen selbst oder, wenn man die Empfindlichkeit der Registrierung steigern will, in  $S_1$ , am Ende des längeren Hebelarms, anbringen.

Es sei nun

$$a_1 = O_1 E$$
$$b_1 = O_1 S_1,$$

dann wird das Vergrößerungsverhältnis für die Hebelvorrichtung allein  $\frac{b_1}{a_1}$  sein.

Wollen wir nun die Theorie der Bewegung dieses vervollkommeneten Federseismographen formulieren. Diese Theorie schliesst sich an die früher in § 2 für einen einfachen Federseismographen dargelegte unmittelbar an.

Bedeute  $m_2$  ein Massenelement des Hebels, welches in der Entfernung  $r$  von  $O_1$  sich befinden mag, wobei, wenn  $m_2$  links von  $O_1$  zu stehen kommt,  $r$  das Vorzeichen (—) beigelegt werden soll.

Die Länge der Stahlnadel  $CE$  sei  $c$ .

Ist  $x_0$  die Entfernung des Punktes  $C$  von  $O$  (siehe die Fig. 4), so ergibt sich für die entsprechende Ablenkung  $y_0$  dieses Punktes von seiner Ruhelage den Formeln (16) und (7) gemäss folgender Ausdruck

$$y_0 = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s} Y \cdot \rho_0, \dots\dots\dots(52)$$

wo

$$\rho_0 = \left(\frac{x_0}{L}\right)^2 \left[1 - \frac{1}{3} \frac{x_0}{L}\right] \dots\dots\dots(53)$$

bedeutet.

$L$  ist die Länge  $OB$  der Feder selbst.

Wenn eine schwere Masse  $M_1$  am Ende der Feder angebracht wird, so kann die Durchbiegung der letzten Teile der Feder in der Nähe von  $B$  nicht ganz normal werden, wir können aber immer noch  $y_0$  proportional zu  $Y$  setzen, also

$$y_0 = \mu Y \dots\dots\dots(54)$$

Annäherungsweise kann auf jeden Fall

$$\mu = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s} \rho_0 \dots\dots\dots(55)$$

gesetzt werden. Wir werden aber weiter sehen, dass wir den Wert von  $\mu$  gar nicht zu bestimmen brauchen.

Ist nun der Punkt  $S$  des Seismographen, wo die Schreibfeder ursprünglich sich befand, von seiner Ruhelage um  $Y$  abgelenkt, so wird der Hebel  $S_1 E$  um den Winkel  $\alpha$  sich drehen.

Wenn  $Y$  und folglich auch  $\alpha$  klein ist, können wir schreiben

$$a_1 \cdot \alpha = y_0 = \mu Y.$$

Es ist also

$$\alpha = \frac{\mu}{a_1} \cdot Y \dots\dots\dots(56)$$

Bedeute nun  $y_2$  die  $y$ -Koordinate eines beliebigen Massenpunktes  $m_2$  inbezug auf das Koordinatensystem  $Oxy$ , so wird

$$y_2 = r\alpha - c$$

sein.

Für die Verschiebung  $\eta_2$  desselben Punktes inbezug auf ein im Raume festes Koordinatensystem, wenn der Boden um die Strecke  $z$  in der Richtung  $Oy$  verschoben wird, ergibt sich nach (56)

$$\eta_2 = \frac{\mu}{a_1} \cdot r Y - c + z$$

und für die entsprechende Geschwindigkeit

$$\eta'_2 = \frac{\mu}{a_1} r \cdot Y' + z'$$

Für die totale lebendige Kraft, welche diesem Hebel zukommt, erhält man

$$T_2 = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\mu}{a_1}\right)^2 Y'^2 \Sigma m_2 r^2 + 2 \frac{\mu}{a_1} \cdot Y' z' \Sigma m_2 r + z'^2 \Sigma m_2 \right].$$

Die Summe  $\Sigma m_2 r^2$  ist nichts anderes, als das Trägheitsmoment des Hebels inbezug auf eine durch  $O_1$  hindurchgehende vertikale Axe. Wollen wir dasselbe durch  $K$  bezeichnen, also

$$K = \Sigma m_2 r^2 \dots\dots\dots(57)$$

Was nun die Summe  $\Sigma m_2 r$  anbelangt, so wird, da der Hebel der Voraussetzung nach ausbalanciert wird, einfach

$$\Sigma m_2 r = 0.$$

Es ergibt sich also

$$T_2 = \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\mu}{a_1}\right)^2 K \cdot Y'^2 + z'^2 \Sigma m_2 \right].$$

Diese Grösse muss nun zu dem früheren Ausdruck für die totale lebendige Kraft des Systems  $T$  (siehe die Formel (18)) hinzuaddiert werden.

Dann kann man, wie früher, dem Lagrange'schen Prinzip gemäss schreiben

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{Y}} \right) - \frac{\partial T}{\partial Y} = \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s} \right)^2 Y'' \{ \Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2 \} + \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s} \right) z'' \{ \Sigma m \rho + \Sigma m_1 \rho_1 \} + \left( \frac{\mu}{a_1} \right)^2 KY'' = \frac{\partial A}{\partial Y} \dots \dots \dots (58)$$

Was nun die Arbeit betrifft, so kommt jetzt, abgesehen von der Arbeit aller dämpfenden Kräfte, zu der früher gefundenen Arbeit der elastischen Kräfte, nämlich

$$dA = - \frac{Eab^3}{4L^3} \cdot \frac{1}{s^2} Y dY$$

noch die Arbeit, welche der kleinen Feder  $O_1H$  entspricht, hinzu.

Dieselbe wird

$$dA_1 = - D_1 \cdot d\alpha,$$

also nach der Formel (51)

$$dA_1 = - \Delta \cdot \alpha d\alpha.$$

Bringen wir hierin den Wert von  $\alpha$  aus der Gleichung (56) ein, so folgt

$$dA_1 = - \Delta \cdot \left( \frac{\mu}{a_1} \right)^2 Y dY.$$

Es ist also in diesem Fall

$$\frac{\partial A}{\partial Y} = - \left[ \frac{Eab^3}{4L^3} \cdot \frac{1}{s^2} + \Delta \cdot \left( \frac{\mu}{a_1} \right)^2 \right] \cdot Y \dots \dots \dots (59)$$

Setzen wir diesen Ausdruck in die Gleichung (58) ein, so ergibt sich

$$\left( \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s} \right)^2 \left[ \{ \Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2 \} + \left( \frac{2}{3} s \right)^2 \left( \frac{\mu}{a_1} \right)^2 K \right] Y'' + \left[ \frac{Eab^3}{4L^3} \cdot \frac{1}{s^2} + \Delta \cdot \left( \frac{\mu}{a_1} \right)^2 \right] Y + \left( \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{s} \right) \{ \Sigma m \rho + \Sigma m_1 \rho_1 \} z'' = 0.$$

Setzen wir zur Vereinfachung

$$R = \left( \frac{2}{3} s \cdot \frac{\mu}{a_1} \right)^2 \cdot \Delta \dots \dots \dots (60)$$

und

$$R_1 = \left( \frac{2}{3} s \cdot \frac{\mu}{a_1} \right)^2 \cdot K, \dots \dots \dots (61)$$

wo  $R$  und  $R_1$  zwei Konstanten bedeuten, so wird

$$Y'' + \frac{\frac{Eab^3}{9L^3} + R}{\{ \Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2 \} + R_1} \cdot Y + \frac{2}{3} s \cdot \frac{\Sigma m \rho + \Sigma m_1 \rho_1}{\{ \Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2 \} + R_1} \cdot z'' = 0.$$

Führen wir noch, ähnlich wie früher, folgende Bezeichnungen ein:

$$n_1^2 = \frac{\frac{Eab^3}{9L^3} + R}{\{ \Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2 \} + R_1} \dots \dots \dots (62)$$

und

$$\sigma_1 = \frac{2}{3} s \cdot \frac{\Sigma m \rho + \Sigma m_1 \rho_1}{\{ \Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2 \} + R_1} \dots \dots \dots (63)$$

und fügen noch ein allgemeines Dämpfungsglied  $2\varepsilon_1 Y'$  hinzu, so ergibt sich folgende definitive Grunddifferentialgleichung für die Bewegung unseres neuen Federseismographen (II Typus):

$$Y'' + 2\varepsilon_1 Y' + n_1^2 Y + \sigma_1 z'' = 0 \dots \dots \dots (64)$$

Sie ist wiederum auf die übliche kanonische Form gebracht.

Diese Gleichung ist der Gleichung (22), in welcher  $y$  anstatt  $Y$  geschrieben wird, vollkommen analog, nur haben hier die Konstanten  $n_1$  und  $\sigma_1$  eine etwas andere Bedeutung, als die Konstanten  $n$  und  $\sigma$ .

Für die Eigenperiode  $T_1$  dieses Seismographen, wenn die Dämpfung ausgeschaltet wird, ergibt sich

$$T_1 = \frac{2\pi}{n_1} \dots \dots \dots (65)$$

Vergleicht man die Formeln (63) und (21) mit einander, so ersieht man, dass in diesem Fall die normale Vergrößerung des Apparates, d. h. das Vergrößerungsverhältnis  $\mathfrak{B}_0 = \sigma_1$  für harmonische Bebenwellen von unendlich kleinen Perioden, etwas kleiner ausfällt,  $T_1$  dagegen erfahrungsgemäss sich grösser als  $T$  ergibt, d. h. die Eigenperiode des Instrumentes (ohne Dämpfung) verlängert wird.

Will man die Empfindlichkeit der Registrierung vermehren, so braucht man nur die Schreibfeder, statt in  $S$ , in  $S_1$  anzubringen.

Bedeutet nun  $Y_1$  die Entfernung dieses Schreibpunktes von seiner Gleichgewichtslage, so ist

$$Y_1 = b_1 \cdot \alpha.$$

Setzen wir hierin den Wert von  $\alpha$  aus der Formel (56) ein, so wird

$$Y = \frac{a_1}{b_1} \cdot \frac{1}{\mu} Y_1.$$

Bringen wir diesen Ausdruck in die Gleichung (64) ein, so ergibt sich

$$Y_1'' + 2\varepsilon_1 Y_1' + n_1^2 Y_1 + \mu \frac{b_1}{a_1} \cdot \sigma_1 z'' = 0 \dots\dots\dots(66)$$

In diesem Fall wird die Empfindlichkeit der Registrierung im Verhältnis von  $\mu \frac{b_1}{a_1}$  zu 1 vermehrt.

Da bei diesem Apparat die dämpfende Kupferplatte weit von der Drehungsaxe  $O_1$  angebracht wird, so ist immer die Möglichkeit geboten den Apparat sehr stark zu dämpfen, auch wenn die Zusatzmasse  $M_1$  am Ende des Federseismographen eine relativ grosse ist. Es muss eben eine verhältnismässig grosse Masse gewählt werden, um den störenden Einfluss der Reibung der Schreibfeder möglichst herabzusetzen; eine grosse Masse ist aber noch in der Hinsicht günstig, dass durch sie die Eigenperiode des Apparates verlängert wird.

In der Praxis wird man für diesen Apparat doch keine zu grosse Dämpfung wählen. Es möge höchstens das Dämpfungsverhältnis  $v$  gleich 4—5 betragen.

Da dieser zweite Typus von Seismographen gedämpft wird und sein normales Vergrösserungsverhältnis, durch Anbringen der Schreibfeder am Ende des langen Hebelarmes, sehr leicht auf 10—20 gebracht werden kann, so wird dieser Apparat, welcher der Konstruktion nach sehr einfach, kompakt und leicht transportabel ist<sup>1)</sup>, sich wohl sehr gut zum Studium von Nahbeben eignen. Auch stärkere Fernbeben werden sicher von demselben sehr gut wiedergegeben werden.

Die Einführung der Dämpfung ermöglicht eine rationelle Auswertung der erhaltenen Seismogramme in üblicher Weise vorzunehmen und die Elemente der wahren Bodenbewegung (Periode  $T_p$  und maximale Amplitude  $z_m$ ) in einfacher Weise (siehe die Formeln (45) und (46)) zu bestimmen.

Eine ganz analoge Dämpfungs- resp. Vergrösserungsvorrichtung lässt sich auch für diejenigen Federseismographen, welche für die Erforschung der Vertikalkomponente der Bodenbewegung bestimmt sein sollen, sehr leicht anbringen.

Zum Schluss dieses § wollen wir noch auf folgenden Umstand aufmerksam machen.

Der früher beschriebene Hebel, wenn er von dem Federseismographen selbst einfach durch Herausnehmen der Stahlnadel  $CE$  (siehe die Fig. 4) und der kleinen Spiralfeder getrennt wird, hat infolge der Elastizität der

<sup>1)</sup> Die Dimensionen desselben werden in § 7 angegeben.

ihn tragenden kleinen, flachen Stahlfeder  $O_1 H$  eine gewisse eigene Schwingungsperiode  $T_0$ .

Auf Grund der Beziehungen (51) und (57) wird nun

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{\Delta}}, \dots\dots\dots(67)$$

oder, wenn wir

$$n_0 = \frac{2\pi}{T_0} \dots\dots\dots(68)$$

setzen,

$$\frac{\Delta}{K} = n_0^2 \dots\dots\dots(69)$$

Mit Bezugnahme auf die früher eingeführten Bezeichnungen (60) und (61) sehen wir dann sofort, dass zwischen den beiden Konstanten  $R$  und  $R_1$  die folgende Beziehung bestehen muss:

$$\frac{R}{R_1} = n_0^2 \dots\dots\dots(70)$$

Von dieser Beziehung werden wir im § 5 Gebrauch machen.

§ 4.

**Federseismograph mit Astasivorrichtung (III Typus).**

In dem im früheren § beschriebenen zweiten Typus dieser Federseismographen wurde schon, zum Zweck einer rationelleren Auswertung der erhaltenen Seismogramme, eine ziemlich starke magnetische Dämpfung eingeführt, durch die aber bekanntlich die Empfindlichkeit der Registrierung etwas herabgesetzt wird. Um nun die Empfindlichkeit stark gedämpfter Apparate zu erhöhen, gibt es ein sehr einfaches Hilfsmittel; es muss nämlich nur die Eigenperiode des Instrumentes ohne Dämpfung verlängert werden.

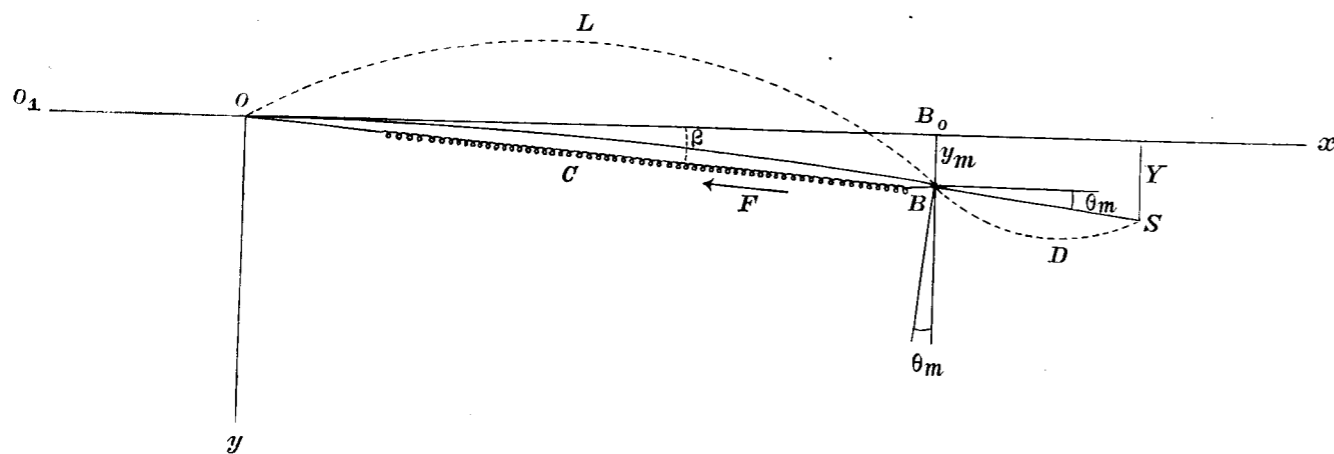
Für Federseismographen ist dies um so mehr wünschenswert, da die Eigenperioden solcher flachen Stahlfedern, auch wenn an ihrem Ende eine schwere Masse  $M_1$  angebracht wird, immer verhältnismässig klein ausfallen werden.

Diese Verlängerung der Eigenperiode eines solchen Federseismographen lässt sich mit Hilfe einer besonderen, höchst einfachen Astasivorrichtung bewerkstelligen.

Dieser dritte Typus unterscheidet sich von dem vorigen zweiten also nur durch diese spezielle Vorrichtung zur Verlängerung der Eigenperiode. Das Wirkungsprinzip dieser Astasiervorrichtung lässt sich aus der folgenden schematischen Fig. 5 leicht erkennen.

Am Ende *B* der Feder des früher beschriebenen, horizontalen Federseismographen befindet sich ein kleiner vertikaler Stift, an welchem das eine Ende einer langen, spiralförmigen Stahlfeder *OCB* mit sehr vielen Windungen befestigt wird.

Fig. 5.



Das andere Ende dieser Feder werde etwa in *O*, am Anfang der flachen Stahlfeder des Seismographen selbst, angebracht.

Es sei ferner in *O* eine besondere, ganz einfache Vorrichtung zur Spannung dieser Spiralfeder *OCB* vorhanden.

Denken wir uns nun, dass diese Feder gespannt ist, und sei die Grösse der spannenden Kraft *F*. Diese Kraft kann nach Belieben variiert werden.

Es befindet sich noch ausserdem in *O* eine besondere Einrichtung zur mikrometrischen Verstellung des Angriffspunktes der Spiralfeder in *O* senkrecht zur *Ox*-Axe.

Dieser Angriffspunkt muss so eingestellt werden, dass, wenn die Feder des Seismographen ihre normale Lage in der *Ox*-Richtung einnimmt und die Spiralfeder auf die Kraft *F* gespannt wird, keine seitliche Verbiegung der Seismographenfeder eintritt. Ist dies der Fall, so ist der Apparat richtig justiert.

Denken wir uns nun, dass der Schreibpunkt des Seismographen *S* von seiner Ruhelage um die Strecke *Y* abgelenkt ist. Dann wird die seitliche Verschiebung des Punktes *B* (Ende der flachen Stahlfeder) gleich *y<sub>m</sub>* werden.

Nach der Beziehung (14) wird dann

$$y_m = \frac{1}{s} Y \dots \dots \dots (71)$$

sein.

Die Arbeit der elastischen Kräfte, wenn *Y* sich um *dY* vermehrt, wird nach der Formel (59) des vorigen §, da dieser Seismograph mit einer Dämpfungsvorrichtung versehen ist,

$$dA = - \left[ \frac{Eab^3}{4L^3} \cdot \frac{1}{s^2} + \Delta \cdot \left( \frac{\mu}{a_1} \right)^2 \right] Y dY.$$

Zu dieser Arbeit kommt jetzt diejenige, welche von der gespannten Spiralfeder geleistet wird, hinzu. Wollen wir den Näherungsausdruck für diese Arbeit aufsuchen.

Die Richtung *OCB* dieser Feder bildet mit der *Ox*-Axe den Winkel  $\beta$ , wobei für kleine Ablenkungen

$$\beta = \frac{y_m}{L} \dots \dots \dots (72)$$

gesetzt werden darf. Dabei ist *L* die Länge der flachen Stahlfeder.

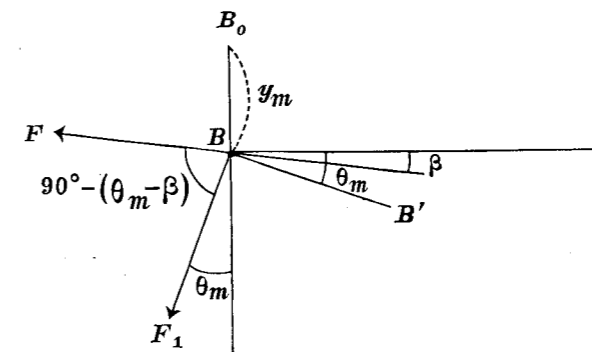
Die spannende Kraft *F* ist von *B* nach *O* gerichtet.

Das letzte Linienelement der Seismographenfeder bildet mit der *Ox*-Axe den Winkel  $\theta_m$ , wobei nach der Formel (13) des § 2

$$\theta_m = \frac{3}{2} \frac{y_m}{L} \dots \dots \dots (73)$$

wird.

Fig. 6.



Auf der folgenden Fig. 6 (im vergrösserten Maassstabe) wird die Richtung dieses letzten Linienelements *BB'* sein.

Die Richtung von *F* bildet mit der Normale zu *BB'* den Winkel

90° — (θ<sub>m</sub> — β), folglich ergibt sich für die Projektion der Kraft *F* auf diese Richtung

$$F_1 = F \sin(\theta_m - \beta) = F(\theta_m - \beta),$$

oder auf Grund der Beziehungen (72) und (73)

$$F_1 = \frac{1}{2} F \cdot \frac{y_m}{L}.$$

Die Projektion der Verschiebung *dy<sub>m</sub>* auf die Richtung dieser Kraft *F<sub>1</sub>* wird *dy<sub>m</sub> cos θ<sub>m</sub>*, oder für kleine Ablenkungen einfach *dy<sub>m</sub>* sein.

Wir können also annäherungsweise für die Zusatzarbeit *dA<sub>1</sub>*, welche von dieser Spiralfeder geleistet wird, folgenden Ausdruck schreiben:

$$dA_1 = + \frac{1}{2} F \frac{y_m}{L} \cdot dy_m.$$

Ersetzen wir hierin *y<sub>m</sub>* durch seinen Wert aus der Formel (71), so folgt

$$dA_1 = + \frac{1}{2} \frac{F}{L} \cdot \frac{1}{s^2} \cdot Y dY \dots \dots \dots (74)$$

Diese Arbeit ist immer *positiv*.

Wir erhalten also für die gesamte Arbeit aller Kräfte, statt der Formel (59), folgenden definitiven Ausdruck

$$dA = - \left[ \frac{Eab^3}{4L^3} \cdot \frac{1}{s^2} + \Delta \cdot \left(\frac{\mu}{a_1}\right)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{F}{L} \cdot \frac{1}{s^2} \right] \cdot Y dY \dots \dots \dots (75)$$

Da die Masse dieser Spiralfeder im Verhältnis zu der Gesamtheit aller übrigen beweglichen Massen klein ist, so können wir sie einfach vernachlässigen und für die totale lebendige Kraft des Systems den früher gefundenen Wert von *T* nehmen.

Dann ergibt sich aus der Gleichung (58) mit Bezugnahme auf die Beziehungen (75), (60), (61), (62) und (63) und nach Einführung eines besonderen Dämpfungsgliedes *2ε<sub>2</sub>Y'* folgende definitive Differentialgleichung:

$$Y'' + 2\epsilon_2 Y' + n_2^2 Y + \sigma_1 z'' = 0, \dots \dots \dots (76)$$

wo

$$n_2^2 = \frac{\frac{Eab^3}{9L^3} + R - \frac{2}{9} \frac{F}{L}}{\sum m \rho^2 + \sum m_1 \rho_1^2 + R_1} \dots \dots \dots (77)$$

wird.

*σ<sub>1</sub>* hat dieselbe Bedeutung wie früher (siehe die Formel (63)).

Die Eigenperiode ohne Dämpfung dieses astasierten Federseismographen wird dann

$$T_2 = \frac{2\pi}{n_2} \dots \dots \dots (78)$$

Vergleicht man die Formeln (77) und (78) mit den Formeln (62) und (65), so sieht man, dass

$$n_2 < n_1,$$

also

$$T_2 > T_1$$

wird.

Die Eigenperiode des Instrumentes ist also gewachsen. Durch Vergrößerung der spannenden Kraft *F* lässt sich die Eigenperiode *T<sub>2</sub>* noch weiter in die Höhe treiben. Eine zu grosse Spannung darf man jedoch nicht einführen, denn dann kann es vorkommen, dass die Schwingungen des Seismographen nicht ganz symmetrisch werden.

Würde man den linken Angriffspunkt der Spiralfeder weiter nach links, etwa nach *O<sub>1</sub>* (siehe die Fig. 5), verlegen, so würde dadurch, da der Winkel β kleiner ausfallen wird, die astasierende Wirkung der Spiralfeder, bei derselben Spannung *F*, vergrößert. In der Praxis aber genügt es vollkommen das Ende der Spiralfeder in *O* zu befestigen.

Es kommt hier auf einen ganz strengen Ausdruck für die Zusatzarbeit der Spiralfeder nicht an. Das wichtigste dabei ist nur dies, dass man durch Vermehrung der Spannung *F* die Eigenperiode des Instrumentes, welche immer aus direkten Beobachtungen entnommen werden soll, verlängern kann.

Auf eines muss aber hier aufmerksam gemacht werden.

Bei der Ablenkung des Seismographen von seiner Ruhelage verkleinert sich ein klein wenig die Entfernung zwischen den Punkten *B* und *O* auf der Fig. 5. Infolgedessen wird die Spannung der Feder etwas nachlassen und dadurch wird *n<sub>2</sub>*, also folglich auch *T<sub>2</sub>* etwas veränderlich und von der Grösse der Ablenkung *Y* abhängig sein, und zwar müsste *T<sub>2</sub>* mit der Zunahme von *Y* abnehmen.

Bei einer genügenden Länge der Spiralfeder aber, besonders, wenn dieselbe sehr viele Windungen hat, wird die Veränderlichkeit von *T<sub>2</sub>*, wenn man sich auf kleine Verschiebungen beschränkt, für welchen Fall überhaupt die ganze Theorie dieser Instrumente ausgebildet ist, eine ganz minimale sein und für praktische Zwecke also ganz ohne Bedeutung bleiben.

Versuche mit einer solchen Astasiervorrichtung haben in der Tat erwiesen, dass sie sich inbezug auf die praktische Konstanz der Eigenperiode *T<sub>2</sub>* ganz gut bewährt hat.

Bei meinen Versuchen mit dieser Art von Seismographen auf der beweglichen Plattform war die Astasierung in einer anderen Form und zwar auf der Seite mit Hilfe eines um eine horizontale Axe sich drehenden Rahmens angebracht. Die Wirkung dieser astasierenden Vorrichtung war ihrem Prinzip nach ganz dieselbe, aber sie war etwas komplizierter und wurde deshalb nach dem Vorschlag des Mechanikers am Physikalischen Laboratorium der Akademie der Wissenschaften zu St.-Petersburg Herrn Masing, welcher überhaupt die Konstruktion dieser Federseismographen übernommen hat, einfach durch die früher beschriebene Spiralfeder ersetzt.

In ihrer jetzigen Form ist diese Astasiervorrichtung besonders einfach, übersichtlich und bequem, wobei sie auch unmittelbar an denjenigen Federseismographen, welche für die Erforschung der Vertikalkomponente bestimmt sind, unmittelbar angebracht werden kann.

Von den drei hier beschriebenen Federseismographen ist der dritte Typus der vollkommenste, da er bei Beibehaltung einer ziemlich starken Dämpfung die längste Periode besitzt und folglich im allgemeinen der empfindlichste ist. Nach ihm kommt der zweite Typus mit einer kürzeren Eigenperiode, aber immer noch mit Beibehaltung einer ziemlich starken Dämpfung und, wenn nötig, mit einer Vergrößerungsvorrichtung. Der allereinfachste ist der erste Typus, welcher eigentlich ein ganz roher Apparat ist, der jedoch in lebhaft tätigen seismischen Gebieten eventuell wohl ganz nützlich sein könnte.

Steht der III-te Typus dieser Seismographen zur Verfügung, so kann man denselben je nach Bedarf, durch Entfernung der Spiralfeder in den II-ten Typus und durch weitere Ausschaltung der Hebelvorrichtung in den I-ten Typus in sehr einfacher Weise umwandeln.

§ 5.

**Die Konstantenbestimmung der Federseismographen.**

Die Differentialgleichung der Bewegung jeder dieser drei Arten von Horizontal- resp. Vertikalseismographen kann, wie wir gesehen haben, in der folgenden allgemeinen kanonischen Form geschrieben werden:

$$y'' + 2\epsilon y' + n^2 y + \sigma z'' = 0, \dots\dots\dots (79)$$

wo  $y$  die Ablenkung des Schreibpunktes von seiner Ruhelage und  $z$  die

entsprechende, zum Zeitmomente  $t$  stattfindende Komponente der Bodenbewegung bedeutet.

Die mathematischen Ausdrücke für die in dieser Gleichung vorkommenden Konstanten  $n$  und  $\sigma$  sind für verschiedene Arten der Seismographen verschieden.

Die Konstante  $\epsilon$  charakterisiert immer die Stärke der entsprechenden Dämpfung.

Um nun solche Apparate für praktische, seismometrische Zwecke anwenden zu können, müssen diese drei Konstanten vorausbestimmt und zwar nicht auf Grund irgend welcher Formeln ausgerechnet, sondern rein experimentell ermittelt werden. Die Ausrechnungsmethode könnte eventuell nur zur Kontrolle dienen.

Die Bestimmung der Konstanten  $n$  und  $\epsilon$ , resp. der Grösse  $h = \frac{\epsilon}{n}$ , die in dem Ausdruck von  $U$  (siehe die Formeln (45) und (46)) vorkommt, lässt sich in der üblichen bekannten Weise durch Aufnahme der Kurve der Eigenbewegung des Apparates sehr leicht vornehmen.

Diese Frage ist so oft erörtert worden, dass ich auf die Einzelheiten dieser Bestimmungen hier nicht einzugehen brauche und mich also nur mit der Angabe der entsprechenden Formeln begnügen werde. Für den Beweis derselben verweise ich z. B. auf meine «Vorlesungen über Seismometrie» (St.-Petersburg 1912, Kapitel V, § 2).

Bei der Bestimmung der Konstante  $n$  verfährt man in folgender Weise.

Wenn der betreffende Seismograph mit einer Dämpfungsvorrichtung versehen ist, so schaltet man dieselbe aus und lässt den Seismographen die Kurve seiner Eigenbewegung aufschreiben, wobei nebenan Sekundenmarken von einer guten Kontaktuhr angebracht werden müssen. Man erhält also auf diese Weise eine sehr schwach gedämpfte Sinusoide, da, obgleich die Dämpfungsvorrichtung ausgeschaltet ist, immer noch eine gewisse, wenn auch kleine Dämpfung zurückbleibt. Dieselbe mag durch die Konstante  $\epsilon_0$  charakterisiert werden.

Man misst auf dieser Kurve die absoluten Werte zweier nebeneinander sich befindender Maximalordinaten am Anfang und Ende der Kurve. Dieselben seien  $y_1, y_2$  und  $y_{k-1}, y_k$ .

Ausserdem bestimmt man die Eigenperiode des Instruments  $T'$ . Infolge der Dämpfung wird  $T'$  sich ein klein wenig von der normalen Eigenperiode des Apparates ohne Dämpfung  $T = \frac{2\pi}{n}$  unterscheiden.

Unter Dämpfungsverhältnis  $v$  versteht man das Verhältnis zweier aufeinander folgender Maximalordinaten der Kurve unabhängig vom Vorzeichen

derselben, also

$$v = \frac{y_s}{y_{s+1}}$$

Der gewöhnliche Logarithmus von  $v$  kann als logarithmisches Dekrement bezeichnet werden; dasselbe sei  $\Lambda$ .

Also

$$\Lambda = \text{Log}_{10} \frac{y_s}{y_{s+1}}$$

Zur Bestimmung von  $\Lambda$  wird man sich am besten, um den Einfluss der etwa unrichtigen Lage der Nulllinie zu eliminieren, der folgenden Formel bedienen:

$$\Lambda = \frac{\text{Log}(y_1 + y_2) - \text{Log}(y_{k-1} + y_k)}{k - 2} \dots \dots \dots (80)$$

Je grösser  $k$  ist, desto genauer ergibt sich  $\Lambda$ .

Da infolge der Kleinheit der Eigenperiode dieser Federseismographen der störende Einfluss der Reibung der Schreibfeder auf dem glatten Papier, wie direkte Versuche es nachgewiesen haben, eine ganz minimale ist, so kann man überhaupt bei der Bestimmung der logarithmischen Dekremente dieser Apparate die entsprechenden Korrektionsglieder für diese Reibung gänzlich weglassen. Wollte man sie aber für spezielle, sehr präzise Messungen mitberücksichtigen, so steht dazu nichts im Wege<sup>1)</sup>.

Den Wert des logarithmischen Dekrements für den Fall, dass die Dämpfungsvorrichtung ausgeschaltet ist, wollen wir mit  $\Lambda_0$  bezeichnen.

Dann ergibt sich aus den allgemeinen Formeln für eine gedämpfte Sinusoide folgender Ausdruck für die wahre Eigenperiode ohne Dämpfung  $T$ :

$$T = \frac{T'}{\sqrt{1 + 0,53720 \Lambda_0^2}} \dots \dots \dots (81)$$

Daraus erhält man sofort  $n$ :

$$n = \frac{2\pi}{T} \dots \dots \dots (82)$$

Der Koeffizient, welcher unter dem Wurzelzeichen steht, hat folgende Bedeutung

$$0,53720 = \frac{1}{(\pi \text{Log}_{10} e)^2}$$

<sup>1)</sup> Man vergleiche z. B. meinen Aufsatz: «Zur Theorie der mechanischen Registrierung». Comptes rendus des séances de la Commission sismique permanente. T. V, Livr. 1; auch «Vorlesungen über Seismometrie», Kapitel XII.

Da in der Praxis  $\Lambda_0$  sehr klein ist, so wird sich praktisch  $T = T'$  ergeben. Eine Korrektion für die Dämpfung wird also in diesem Fall freilich ganz überflüssig sein.

Wenn nun  $n$ , resp.  $T$ , einmal bestimmt ist, so schaltet man die Dämpfung ein und reguliert je nach Bedarf ihre Stärke (etwa  $v = 3$  bis  $5$ ).

Dann nimmt man wieder die Kurve der Eigenbewegung des Instruments auf, misst 4 Maximalordinaten und bestimmt nach der Formel (80) das entsprechende logarithmische Dekrement  $\Lambda$ . Zeitmarken werden in diesem Fall überflüssig sein.

Dann berechnet sich  $\epsilon$  nach folgender Formel:

$$\epsilon = 4,6052 \cdot \frac{1}{T} \cdot \frac{\Lambda}{\sqrt{1 + 0,53720 \Lambda^2}} \dots \dots \dots (83)$$

Der in dieser Formel vorkommende Koeffizient hat folgende Bedeutung:

$$4,6052 = \frac{2}{\text{Log}_{10} e}$$

Der Wert von  $\epsilon$  braucht nicht speziell bestimmt zu werden, da, wie wir gesehen haben, in den endgiltigen Formeln, welche zur Berechnung der maximalen Amplitude  $z_m$  der wahren Bodenbewegung dienen, nicht  $\epsilon$ , sondern das Verhältnis  $h = \frac{\epsilon}{n}$  vorkommt.

Für  $h$  findet man leicht folgenden Ausdruck:

$$h = 0,7330 \frac{\Lambda}{\sqrt{1 + 0,53720 \Lambda^2}}, \dots \dots \dots (84)$$

wo

$$0,7330 = \frac{4,6052}{2\pi} = \frac{1}{\pi \text{Log}_{10} e} = \sqrt{0,53720}$$

wird.

Zur Berechnung des in der Formel (84) vorkommenden Wurzelausdrucks kann man sich sehr bequem der Tabelle IX meiner «Seismometrischen Tabellen» bedienen.

In der hier beschriebenen Weise lassen sich die Konstanten  $n$  und  $\epsilon$ , resp.  $h$ , für alle drei Typen von Federseismographen bestimmen. Bei dem ersten Typus, welcher keine spezielle Dämpfungsvorrichtung hat, wird  $\epsilon = \epsilon_0$  sein. Da aber  $\epsilon_0$  sehr klein ist, so kann man in der Praxis bei wirklichen seismometrischen Beobachtungen in erster Annäherung einfach  $\epsilon_0$  unberücksichtigt lassen.

Wollen wir jetzt zu der experimentellen Bestimmung der dritten Konstante  $\sigma$  übergehen. Diese Konstante kann ein für allemal festgestellt

werden, aber ihre experimentelle Ermittlung bietet gewisse Schwierigkeiten dar.

Ein Vertikalstellen des schwingenden Systems, sodass die schwere Masse unten zu liegen kommt, und die nachherige Bestimmung der zugehörigen Eigenperiode  $T_g$ , welche jetzt wegen der Wirkung der Schwere kleiner als  $T$  sich ergeben muss, wird kein richtiges Resultat liefern. Diese Methode, die bei einigen anderen Instrumenten zum Ziele führt, würde in unserem Fall, wo wir kein starres, sondern ein biegsames System haben, versagen, um desto mehr, da wegen der schweren Masse  $M$ , die Durchbiegung der Feder nicht in allen ihren einzelnen Teilen normal verlaufen würde.

Eine andere sehr bequeme Methode, die darin besteht, dass man das Instrument auf eine bewegliche Unterlage stellt und derselben eine plötzliche Verschiebung  $z_0$  von nur einem kleinen Bruchteil einer Sekunde Zeitdauer, sagen wir  $\tau_0$ <sup>1)</sup>, erteilt, würde ebenfalls, wie direkte von mir ausgeführte Versuche es gezeigt haben, nicht zum Ziel führen. Diese ballistische Methode ist in der Tat nur dann anwendbar, wenn die Eigenperiode des Instrumentes verhältnismässig lang ist, sodass angenommen werden darf, dass es während der Zeitdauer  $\tau_0$  seine Gleichgewichtslage noch nicht verlassen hat. Für kurzperiodige Instrumente, wie diese Federseismographen, wird dies aber nicht der Fall sein.

Die beste und zuverlässigste Methode zur Bestimmung von  $\sigma$  besteht darin, dass man die Instrumente auf eine bewegliche Untersuchungsplattform bringt, und diese mittelst eines passend getroffenen Exzenters reine harmonische Bewegungen, die auf einer besonderen feststehenden Trommel aufgeschrieben werden, ausführen lässt<sup>2)</sup>. Aus der Kurve der Plattformbewegung entnimmt man  $z_m$  und  $T_p$ , wobei  $z_m$  durch Verschiebung des Exzenters und  $T_p$  durch Ein- oder Ausschaltung von Widerständen vor den die Plattform treibenden Elektromotor zwischen ziemlich weiten Grenzen variiert werden können. Durch Vergleichung von  $z_m$  und  $T_p$  mit der vom Seismographen aufgeschriebenen Kurve lässt sich die Konstante  $\sigma$  direkt bestimmen.

Diese Methode besitzt den erheblichen Vorteil, dass  $\sigma$  aus direkten Beobachtungen entnommen wird und zwar unter denselben Bedingungen,

<sup>1)</sup> Man sehe z. B. meinen Aufsatz: «Zur Frage der Bestimmung des Uebertragungsfaktors bei Anwendung der galvanometrischen Registriermethode bei seismometrischen Beobachtungen». Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de St.-Petersbourg. 1908.

<sup>2)</sup> Man kann die Plattformbewegung auch auf dem Papierband des Seismographen selbst aufschreiben. Dafür braucht man nur einen festen mit der Plattform nicht verbundenen Schreibstift zu benutzen; die Bewegungsrichtung wird aber selbstverständlich die umgekehrte sein. Es waren eben in dieser Weise die weiter zu besprechenden Versuche ausgeführt.

welche bei wirklichen seismometrischen Beobachtungen vorkommen; es werden auch hier keine speziellen Voraussetzungen gemacht.

Nach dieser Methode soll eben die Bestimmung der Konstante  $\sigma$  immer geschehen.

Wenn der Seismograph stark gedämpft ist (II und III Typus), so bietet diese Aufgabe keine Schwierigkeiten dar.

Lässt man das betreffende Instrument bei harmonischer Bewegung der Plattform das entsprechende Diagramm aufschreiben, so verwandelt sich die Kurve, der Gleichung (42) gemäss, nach dem Verlauf eines kurzen Zeitintervalles in eine einfache Sinusoide, weil die beiden Glieder in dieser Formel, welche von der Eigenbewegung des Instruments abhängen, schon verschwindend klein geworden sind. Die maximale Amplitude  $y_m$  und Periode  $T_p$  dieser Sinusoide werden alsdann direkt gemessen.

Dann wird

$$y_m = A_p$$

sein.

Mit Bezugnahme auf die Beziehungen (43) und (46) ergibt sich dann

$$\sigma = \sqrt{(u^2 - 1)^2 + 4h^2 u^2} \cdot \frac{y_m}{z_m}, \dots \dots \dots (85)$$

wo

$$u = \frac{T_p}{T}$$

ist.

$T$  und  $h$  sind schon dabei zwei bekannte Konstanten.

Nach der Formel (85) lässt sich also in diesem Fall die dritte Konstante  $\sigma$  sehr leicht bestimmen.

Diese Methode hat sich erfahrungsgemäss als sehr praktisch erwiesen und führt zu ganz vertrauenswerten Resultaten.

Es fragt sich aber, wie soll man vorgehen, wenn der betreffende Seismograph praktisch als völlig ungedämpft betrachtet werden darf (I Typus)?

Dann verwandelt sich die Gleichung (42) in die Gleichung (47), die auch in der Form der Gleichung (49) geschrieben werden kann:

$$y = A \sin(nt + \varphi) + A_p \sin(pt + \delta) \dots \dots \dots (86)$$

$A_p$  hat dabei dieselbe Bedeutung, wie früher (siehe die Formel (43)), und es ist

$$p = \frac{2\pi}{T_p}$$

In diesem Fall erhalten wir schon eine doppelte Sinusoide und  $A_p$  wird sich aus der betreffenden Kurve nicht *direkt* ergeben.

Durch eine sorgfältige Analyse der Kurve ist jedoch immer die Möglichkeit geboten den Wert von  $A_p$  herauszubekommen, da die Perioden  $T = \frac{2\pi}{n}$  und  $T_p = \frac{2\pi}{p}$  der beiden einzelnen Sinusoiden voraus als bekannt betrachtet werden dürfen<sup>1)</sup>.

Dieses ist aber, wenn es sich um eine genaue Ermittlung von  $A_p$  handelt, eine ziemlich mühsame Sache und kann durch folgendes, sehr einfaches Verfahren umgangen werden.

Der betreffende Federseismograph (I Typus) soll als ungedämpfter Apparat in Tätigkeit treten, da aber alle diese drei Typen von Seismographen konstruktiv einander ganz ähnlich sind, so kann man, zum Zweck der Bestimmung von  $\sigma$  ein für allemal, an demselben für eine Zeitweile die früher beschriebene Dämpfungsvorrichtung einführen. Dann verwandelt sich das Instrument in den II-ten Typus dieser Federseismographen, für welchen man das entsprechende  $\sigma$ , welches wir jetzt mit  $\sigma_1$  bezeichnen wollen, nach der eben beschriebenen Methode sehr leicht bestimmen kann.

Was wir aber brauchen, ist nicht  $\sigma_1$ , sondern  $\sigma$  bei ausgeschalteter Dämpfung.

Es besteht nun zwischen diesen beiden Grössen eine sehr einfache Beziehung, welche den Uebergang von der einen zu der anderen leicht ermöglicht. Man muss dazu nur drei Eigenperioden kennen, nämlich, erstens die Eigenperiode  $T$  des Federseismographen selbst (I Typus), d. h. die Eigenperiode der flachen Stahlfeder mit der Zusatzmasse  $M_1$  allein, zweitens, die Eigenperiode  $T_1$  des Instruments bei eingeschalteter Hebelvorrichtung (aber bei ausgeschalteter Dämpfung, also ohne Magnete) und drittens, die Eigenperiode  $T_0$  der Hebelvorrichtung allein. Es sind hier die früheren Bezeichnungen beibehalten worden.

$T$  ist schon bekannt und  $T_1$  und  $T_0$  lassen sich nachträglich sehr leicht und schnell bestimmen, etwa durch visuelle Beobachtungen mit einem guten Sekundenzähler.

Dann wird, gemäss den Formeln (37), (65) und (68),

$$\left. \begin{aligned} n &= \frac{2\pi}{T} \\ n_1 &= \frac{2\pi}{T_1} \\ n_0 &= \frac{2\pi}{T_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (87)$$

<sup>1)</sup> Man braucht dazu nur neben der Kurve der Plattformbewegung Sekundenmarken anzubringen.

Nun haben wir früher folgende allgemeine Ausdrücke für den I-ten und II-ten Typus dieser Federseismographen gefunden (siehe die Formel (20), (21), (62) und (63)):

$$\text{I-ter Typus} \left\{ \begin{aligned} n^2 &= \frac{Eab^3}{9L^3} \cdot \frac{1}{\Sigma m\rho^2 + \Sigma m_1\rho_1^2} \dots\dots\dots (20) \\ \sigma &= \frac{2}{3} s \cdot \frac{\Sigma m\rho + \Sigma m_1\rho_1}{\Sigma m\rho^2 + \Sigma m_1\rho_1^2} \dots\dots\dots (21) \end{aligned} \right.$$

$$\text{II-ter Typus} \left\{ \begin{aligned} n_1^2 &= \frac{\frac{Eab^3}{9L^3} + R}{\{\Sigma m\rho^2 + \Sigma m_1\rho_1^2\} + R_1} \dots\dots\dots (62) \\ \sigma_1 &= \frac{2}{3} s \cdot \frac{\Sigma m\rho + \Sigma m_1\rho_1}{\{\Sigma m\rho^2 + \Sigma m_1\rho_1^2\} + R_1} \dots\dots\dots (63) \end{aligned} \right.$$

$R$  und  $R_1$  werden dabei durch die Formeln (60) und (61) gegeben.  $\sigma_1$ ,  $n$ ,  $n_1$  und  $n_0$  sind bekannt, es soll nun  $\sigma$  ermittelt werden. Führen wir folgende Bezeichnungen ein:

$$u = \frac{R}{\frac{Eab^3}{9L^3}} \dots\dots\dots (88)$$

und

$$v = \frac{R_1}{\Sigma m\rho^2 + \Sigma m_1\rho_1^2} \dots\dots\dots (89)$$

Dann können wir für  $n_1^2$  und  $\sigma_1$  folgende Ausdrücke schreiben:

$$n_1^2 = n^2 \cdot \frac{1+u}{1+v} \dots\dots\dots (90)$$

und

$$\sigma_1 = \sigma \cdot \frac{1}{1+v} \dots\dots\dots (91)$$

Es handelt sich also nur darum,  $v$  zu bestimmen. Aus den Formeln (88) und (89) ergibt sich

$$\frac{v}{u} = n^2 \cdot \frac{R_1}{R} \dots\dots\dots (92)$$

Nun haben wir früher die Beziehung (70) aufgestellt, nach welcher

$$\frac{R}{R_1} = n_0^2$$

wird.

Bringen wir diesen Ausdruck in die Formel (92) ein, so folgt

$$u = \frac{n_0^2}{n^2} \cdot v.$$

Kombinieren wir nun diesen Ausdruck mit der Formel (90), so erhält man

$$n_1^2 = \frac{n^2 + n_0^2 \cdot v}{1 + v}$$

Daraus lässt sich  $v$  berechnen. Es wird nämlich

$$v = \frac{n_1^2 - n^2}{n_0^2 - n_1^2}$$

oder, mit Rücksicht auf die Beziehungen (87),

$$v = \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 \cdot \frac{T_1^2 - T^2}{T_0^2 - T_1^2} \dots \dots \dots (93)$$

Wir sehen also, dass mit Hilfe der drei beobachteten Perioden  $T$ ,  $T_1$  und  $T_0$  die Konstante  $v$  sich leicht berechnen lässt.

Ist nun  $v$  einmal bestimmt, so ergibt sich nach der Beziehung (91)

$$\sigma = \sigma_1 (1 + v) \dots \dots \dots (94)$$

Nach dieser Methode lässt sich der Wert der Konstante  $\sigma$  auch für einen ungedämpften Apparat leicht ermitteln.

§ 6.

**Anwendung der Federseismographen zur Bestimmung der Amplituden und Perioden der wahren Bodenbewegung.**

Wenn die drei Konstanten der Federseismographen, nämlich  $T = \frac{2\pi}{n}$ ,  $h = \frac{\epsilon}{n}$  und  $\sigma$ , einmal bestimmt sind, so können sie schon zur systematischen Erforschung der wahren Bodenbewegung verwendet werden.

Die Konstante  $\sigma$  bestimmt sich ein für allemal. Bei den ersten beiden Typen erhält sich auch die Periode  $T$  äusserst konstant und braucht nur selten kontrolliert zu werden.

Bei dem dritten Typus dieser Seismographen mit Astasiervorrichtung hängt  $T$  von der Stärke der Spannung der Spiralfeder ab, und da dieselbe mit der Zeit etwas nachgeben kann, so muss bei diesem Instrument die Eigenperiode ohne Dämpfung öfter bestimmt und, wenn nötig, durch Aen-

derung der Spannung der Spiralfeder nachkorrigiert und auf die richtige Grösse eingestellt werden.

Die Konstante  $h$  bei dem zweiten und dritten Typus bestimmt sich ebenfalls von Zeit zur Zeit, durch einfache Aufnahme der Kurve der Eigenbewegung des Instrumentes, da die Stärke der magnetischen Dämpfung mit der Zeit sich ein klein wenig verändern könnte, obgleich freilich diese Art von magnetischer Dämpfung sich in der langen Praxis der Pulkovoer seismometrischen Beobachtungen als sehr konstant erwiesen hat.

Zur Aufstellung der Instrumente sind keine besonderen, komplizierten Hilfsmittel nötig; am besten jedoch wird man sie, wenn möglich, auf einer kleinen festen Steinplatte, die keinen sekundären Erschütterungen nicht seismischen Ursprungs ausgesetzt ist, aufstellen.

Bei dem zweiten und dritten Typus dieser Federseismographen ist die Auswertung der erhaltenen Seismogramme zum Zweck der Bestimmung der Elemente  $T_p$  und  $z_m$  der etwaigen harmonischen wahren Bodenbewegung eine sehr einfache Sache. Man sucht, wie üblich, diejenigen Stellen des Seismogrammes aus, welche einen möglichst harmonischen Charakter aufweisen, und ermittelt die entsprechende Periode  $T_p$ . Ausserdem misst man die *mittlere* maximale Amplitude  $y_m = A_p$  der diesem  $T_p$  entsprechenden Welle.

Dann hat man zur Berechnung von  $z_m$ , den Beziehungen (41), (42), (43), (45) und (46) gemäss, folgendes Gleichungssystem:

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{T_p}{T} \\ U &= \sqrt{(u^2 - 1)^2 + 4h^2 u^2} \\ z_m &= \frac{1}{\sigma} U \cdot y_m \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (95)$$

Zur Erleichterung der Rechnungen kann man sich Hilfstabellen bedienen<sup>1)</sup>.

Will man noch, um strenger zu verfahren, die Zeitverspätung  $\tau$  in dem Auftreten des Maximums auf dem Seismogramm inbezug auf den ent-

<sup>1)</sup> Man vergleiche z. B. meine «Seismometrischen Tabellen». In denselben wird jedoch, da sie hauptsächlich für sehr stark gedämpfte Instrumente bestimmt sind, die Stärke der Dämpfung nicht etwa durch die Konstante  $h$ , sondern durch  $\mu^2 = 1 - h^2$  charakterisiert. Nach der Formel (84) ist

$$\mu^2 = \frac{1}{1 + 0,53720 \cdot \Lambda^2}$$

sprechenden Moment des Maximums der wahren Bodenbewegung mitberücksichtigen, so bediene man sich dazu der Formel (44). Da jedoch diese einfachen Federseismographen, wie schon früher betont wurde, nicht für absolute Zeitmessungen eingerichtet sind, wird in den meisten Fällen eine solche Ermittlung der Verspätung  $\tau$  überflüssig sein.

Wir sehen also, dass die beiden letzten Typen von Federseismographen sich ganz gut zur Erforschung der kurzperiodigen Bebenwellen in seismischen Gebieten eignen.

Wenden wir uns jetzt dem ersten Typus, welcher praktisch keine Dämpfung hat, zu.

In diesem Fall, auch bei einer reinen harmonischen Bodenbewegung, erhält man eine doppelte Sinusoide, die in der Form der Formel (49) dargestellt werden kann:

$$y = A \sin(nt + \varphi) + A_p \sin(pt + \delta) \dots \dots \dots (96)$$

Es handelt sich nun darum, aus einer solchen komplizierten Kurve  $A_p = y_m$  und  $T_p = \frac{2\pi}{p}$  zu ermitteln.

Wenn es auf keine grosse Genauigkeit ankommt, so kann man dazu zwei Näherungsverfahren, die rasch zum Ziel führen, anwenden.

Die I-te dieser Methoden beruht auf der Ermittlung des Maximums Maximorum und des Minimums Minimorum der Kurve.

Die II-te Methode wurde vom Herrn Pomerancev angegeben<sup>1)</sup>.

Ausser diesen beiden Näherungsmethoden kann man sich noch einer III-ten schon strengen Methode bedienen, die nicht nur die Periode  $T_p$  und die beiden Amplituden  $A_p$  und  $A$ , sondern auch die anfänglichen Phasen  $\varphi$  und  $\delta$  anzugeben imstande ist.

Bei allen diesen drei Methoden werden keine speziellen Voraussetzungen bezüglich  $\varphi$  und  $\delta$  gemacht; die anfänglichen Phasen können also ganz beliebig sein.

Diese drei Methoden werde ich jetzt der Reihe nach beschreiben.

*I-te Methode.*

Bei einigen Formen von doppelten Sinusoiden, von denen ich eine grosse Anzahl mit Hilfe von zwei auf einander befindlichen beweglichen

<sup>1)</sup> Siehe das Protokoll der Sitzung der Russischen Permanenten Zentralen Seismologischen Kommission vom 15/28 März 1913.

Plattformen aufgenommen habe<sup>1)</sup>, bemerkt man, dass nach Verlauf eines bestimmten Zeitintervalls gewisse Teile der Kurve sich merklich wiederholen. Man wähle also auf der Kurve zwei solche einander entsprechende Maxima aus. Das entsprechende Zeitintervall sei  $t_1$ .

Die dazwischen liegenden Maxima sind dabei gewöhnlich unsymmetrisch verteilt, wobei die Entfernung zweier benachbarter von einem Paar zum anderen nicht konstant ist. Man braucht nur die Anzahl  $k$  dieser echten Maxima zu zählen; dann kann man mit genügender Annäherung

$$T_p = \frac{t_1}{k}$$

setzen.

Eine Verwechslung mit  $T = \frac{2\pi}{n}$  ist dabei unmöglich, da  $T$ , d. h. die Eigenperiode des Seismographen selbst, voraus bekannt ist.

Hat man nun auf dem betreffenden Diagramm die Nulllinie durchgezogen, so sieht man, dass die verschiedenen Umkehrpunkte der Kurve (Maxima oder Minima) in verschiedener Entfernung von dieser Nulllinie sich befinden. Man sucht diejenigen zwei Umkehrpunkte der Kurve auf, welche am weitesten und am nächsten zu dieser Nulllinie sich befinden, gleichgültig, ob sie oberhalb oder unterhalb liegen, und misst die absoluten Werte der entsprechenden Ordinaten, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen derselben.

Die so gemessenen Grössen wollen wir mit  $y_{\max.}$  und  $y_{\min.}$  bezeichnen.

Wollen wir nun sehen, in welcher Beziehung diese zwei Grössen zu  $A$  und  $A_p$  stehen.

Es ist auf Grund der Gleichung (96) ohne weiteres ersichtlich, dass  $y_{\max.}$  sich wenig von  $A + A_p$  unterscheiden wird, da  $A + A_p$  überhaupt die allergrösste noch mögliche Ablenkung ist.

Was nun  $y_{\min.}$  anbelangt, so wird annäherungsweise

$$y_{\min.} = A_p - A$$

oder

$$y_{\min.} = A - A_p,$$

je nachdem  $A_p$  grösser oder kleiner als  $A$  ist.

Für den ersten Fall  $A_p > A$  ergibt sich also

$$A_p > A \left\{ \begin{array}{l} A_p = \frac{y_{\max.} + y_{\min.}}{2} \\ A = \frac{y_{\max.} - y_{\min.}}{2} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (97)$$

<sup>1)</sup> Siehe «Zur Frage der Analyse zusammengesetzter harmonischer Schwingungen». Bulletin de l'Académie Impériale des sciences de St-Petersbourg. 15 Mai 1913.

und für den zweiten  $A_p < A$

$$A_p < A \left\{ \begin{array}{l} A_p = \frac{y_{\max.} - y_{\min.}}{2} \\ A = \frac{y_{\max.} + y_{\min.}}{2} \end{array} \right\} \dots\dots\dots(98)$$

Wie man entscheiden kann, ob  $A_p$  grösser oder kleiner als  $A$  ist, werden wir weiter kennen lernen, zuerst wollen wir aber diese Frage theoretisch etwas näher verfolgen.

Nach der Gleichung (96) tritt ein Umkehrpunkt der Kurve ein, wenn  $t$  die Wurzel folgender Gleichung wird, die wir mit  $t_m$  bezeichnen wollen:

$$nA \cos(nt_m + \varphi) + pA_p \cos(pt_m + \delta) = 0.$$

Setzen wir der Einfachheit wegen

$$\frac{A_p}{A} = q \dots\dots\dots(99)$$

und

$$\frac{nA}{pA_p} = \frac{T_p}{T} \cdot \frac{A}{A_p} = \frac{u}{q} = k, \dots\dots\dots(100)$$

so wird

$$\cos(pt_m + \delta) = -k \cos(nt_m + \varphi), \dots\dots\dots(101)$$

also

$$\sin(pt_m + \delta) = \sqrt{1 - k^2 \cos^2(nt_m + \varphi)},$$

wo vor dem Wurzelzeichen (+) oder (—) genommen werden muss.

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung (96) ein und bezeichnen das entsprechende  $y$  durch  $y_\mu$ <sup>1)</sup>, so findet man

$$y_\mu = A \sin(nt_m + \varphi) + A_p \sqrt{1 - k^2 \cos^2(nt_m + \varphi)} \dots\dots(102)$$

$t_m$  ist dabei eine der vielen Wurzeln der Bedingungsgleichung (101).

Mit Aenderung von  $t_m$  ändert sich auch der Wert von  $y_\mu$ .

$y_\mu$  erreicht seine Grenzwerte Maximum Maximorum oder Minimum Minimorum, wenn zu gleicher Zeit  $t_m$  die Wurzel folgender Gleichung wird:

$$\frac{dy_\mu}{dt_m} = 0.$$

<sup>1)</sup> Wir haben früher  $A_p$  durch  $y_m$  bezeichnet.

Diese Wurzel wollen wir mit  $t_0$  bezeichnen.

Es muss also sein

$$nA \cos(nt_0 + \varphi) + A_p \frac{2k^2 n \sin(nt_0 + \varphi) \cos(nt_0 + \varphi)}{2\sqrt{1 - k^2 \cos^2(nt_0 + \varphi)}} = 0.$$

Diese Gleichung zerfällt in folgende zwei Bedingungsgleichungen:

$$\cos(nt_0 + \varphi) = 0 \dots\dots\dots(103)$$

und

$$1 + k^2 q \cdot \frac{\sin(nt_0 + \varphi)}{\sqrt{1 - k^2 \cos^2(nt_0 + \varphi)}} = 0 \dots\dots\dots(104)$$

Es ist leicht einzusehen, dass die Gleichung (104) den Bedingungen unseres Problems nicht entspricht.

Aus derselben ergibt sich nämlich

$$1 - k^2 \cos^2(nt_0 + \varphi) = k^4 q^2 \sin^2(nt_0 + \varphi)$$

oder

$$\sin^2(nt_0 + \varphi) = \frac{1 - k^2}{k^2(k^2 q^2 - 1)}.$$

Ersetzt man hierin den Wert von  $k$  aus der Formel (100), so folgt

$$\sin^2(nt_0 + \varphi) = \frac{q^2 - u^2}{u^2(u^2 - 1)}.$$

Da  $\sin^2(nt_0 + \varphi)$  immer  $\geq 0$  und  $\leq 1$  sein wird, so muss

$$\frac{q^2 - u^2}{u^2(u^2 - 1)} \leq 1$$

und zugleich

$$\frac{q^2 - u^2}{u^2(u^2 - 1)} \geq 0$$

sein.

Da aber  $q$  und  $u$  völlig beliebig gewählt werden können und da gewisse Grenzwerte für  $y_\mu$  doch existieren, so entsprechen die Wurzeln der Gleichung (104) in der Tat nicht den Bedingungen unserer Aufgabe.

$t_0$  muss also zu gleicher Zeit die Wurzel der beiden Gleichungen (103) und (101) sein.

Folglich müssen für diese Grenzwerte die beiden folgenden Bedingungen erfüllt werden:

$$\text{und} \left. \begin{array}{l} \cos(nt_0 + \varphi) = 0 \\ \cos(pt_0 + \delta) = 0, \end{array} \right\} \dots\dots\dots(105)$$

also

$$\sin(nt_0 + \varphi) = \pm 1$$

und

$$\sin(pt_0 + \delta) = \pm 1.$$

Wenn die beiden Perioden  $T_p$  und  $T$  inkommensurabel sind, so kann dies z. B. für ein sehr grosses  $t_0$ , welches überhaupt auf dem Seismogramm selbst gar nicht vorkommt, ungefähr auftreten, aber für  $y = y_{\max.}$  und  $y = y_{\min.}$ , die auf den Diagrammen sich noch erkennen lassen, werden die Bedingungen (105) jedenfalls annäherungsweise erfüllt.

Somit findet man, da unter  $y_{\max.}$  und  $y_{\min.}$  immer die absoluten Werte dieser Grössen verstanden werden, dass

$$y_{\max.} = A_p + A$$

und

$$y_{\min.} = A_p - A$$

oder

$$y_{\min.} = A - A_p$$

wird, je nachdem  $A_p$  grösser oder kleiner als  $A$  ist<sup>1)</sup>.

Daraus ergeben sich sofort die Beziehungen (97) oder (98). Die Ermittlung der angenäherten Werte von  $A_p$  ist also, wie wir sehen, an und für sich sehr einfach.

Um aber  $A_p$  eindeutig bestimmen zu können, muss man noch entscheiden, ob  $A_p$  grösser oder kleiner als  $A$  ist.

Bei einer genauen Betrachtung des Seismogramms wird man sich in dieser Frage wohl bald zurecht finden.

Man kann sich aber folgender Methode bedienen, um zu entscheiden, ob  $A_p$  grösser oder kleiner als  $A$  ist.

Man suche diejenige Stelle auf dem Seismogramm aus, wo ein *positives* Maximum ( $y > 0$ ) und das vorhergehende benachbarte *negative* Minimum ( $y < 0$ ) etwa in gleicher Entfernung von der Zeitaxe liegen. Denjenigen Punkt  $O_1$  des zwischen diesen zwei Grenzwerten liegenden Kurvenstückes, wo die Kurve die Zeitaxe schneidet, nehme man für den Anfangspunkt der neuen Zeitählung  $t_1$ .

Dann werden die anfänglichen Phasen in der Formel (96) abgeändert, aber wir können immer noch schreiben

$$y = A \sin(nt_1 + \varphi_1) + A_p \sin(pt_1 + \delta_1) \dots \dots \dots (106)$$

<sup>1)</sup> Wenn das Minimum Minimum in der unmittelbaren Nähe der Zeitaxe sich befindet, so wird  $A$  fast gleich  $A_p$ .

Wenn diese beiden Umkehrpunkte der Kurve gleich weit von der Zeitaxe entfernt sind, so können wir annäherungsweise annehmen, dass in demselben Punkt  $O_1$ , für welchen  $t_1 = 0$  wird, ein Wendepunkt der Kurve sich befindet, also  $\frac{d^2 y}{dt^2} = 0$  wird.

In diesem Punkt  $O_1$  ist auch  $y = 0$ .

Wir bekommen somit zwei folgende Beziehungen:

$$A \sin \varphi_1 + A_p \sin \delta_1 = 0$$

und

$$n^2 A \sin \varphi_1 + p^2 A_p \sin \delta_1 = 0,$$

die nur dann bestehen können, wenn

$$\left. \begin{array}{l} \sin \varphi_1 = 0 \\ \sin \delta_1 = 0 \end{array} \right\} \dots \dots \dots (107)$$

wird.

Folglich wird etwa

$$\varphi_1 = k\pi$$

und

$$\delta_1 = k_1 \pi,$$

wo  $k$  und  $k_1$  ganze Zahlen sind.

$T$  und der angenäherte Wert von  $T_p$  sind bekannt. Wählen wir nun zwei Momente für  $t_1$ , nämlich

$$t_1' = \frac{T}{2}$$

und

$$t_2' = \frac{T_p}{2},$$

und bezeichnen die diesen Momenten entsprechenden Ordinaten der Kurve, die gemessen werden sollen, resp. durch  $y_1$  und  $y_2$ .

Da nun  $n = \frac{2\pi}{T}$ ,  $p = \frac{2\pi}{T_p}$  und ausserdem  $\frac{T_p}{T} = u$  wird, so hat man

$$nt_1' = \pi$$

$$pt_1' = \frac{\pi}{u}$$

$$nt_2' = u \cdot \pi$$

$$pt_2' = \pi.$$

Bringt man diese Werte in die Formel (106) ein, so ergibt sich auf Grund der Beziehungen (107)

$$y_1 = A_p \sin\left(\frac{\pi}{u} + k_1 \pi\right) = (-1)^{k_1} A_p \sin \frac{\pi}{u}$$

$$y_2 = A \sin(u\pi + k\pi) = (-1)^k A \sin u\pi.$$

Dividiert man die obere Gleichung durch die untere, so folgt

$$\frac{A_p}{A} = (-1)^{k_1-k} \cdot \frac{y_1}{y_2} \cdot \frac{\sin u\pi}{\sin \frac{\pi}{u}} \dots \dots \dots (108)$$

Da  $u$ ,  $y_1$  und  $y_2$  bekannt sind, so lässt es sich sofort entscheiden, ob  $\frac{A_p}{A}$  grösser oder kleiner als die Einheit ist.

Auf das Vorzeichen des auf der rechten Seite der Gleichung (108) stehenden Ausdruckes kommt es dabei nicht an.

Die entsprechenden Ausmessungen brauchen im allgemeinen auch nicht besonders genau ausgeführt zu werden, da es hier sich nur darum handelt, zu entscheiden, ob  $A_p$  grösser oder kleiner als  $A$  ist.

Ist das nun einmal festgestellt, so kann man sich schon der Formeln (97), resp. (98) bedienen, um den numerischen Wert von  $A_p$  und wenn nötig auch  $A$  zu berechnen.

Sind  $T_p$  und  $A_p = y_m$  bekannt, so kann man sich zur Bestimmung der maximalen Amplitude  $z_m$  der entsprechenden wahren Bodenbewegung derselben Formeln (95) wie für den Fall eines gedämpften Seismographen bedienen. Es wird nur hier der entsprechende Wert von  $h$  eine sehr kleine Grösse sein, die jedoch in der Nähe der Resonanz nicht unberücksichtigt bleiben darf.

Dieses Näherungsverfahren zur Auswertung von Seismogrammen ist an und für sich sehr einfach und nimmt sehr wenig Zeit in Anspruch. Beispiele für ihre Anwendung werde ich im letzten § dieser Abhandlung angeben.

*II-te Methode (von Pomerancev).*

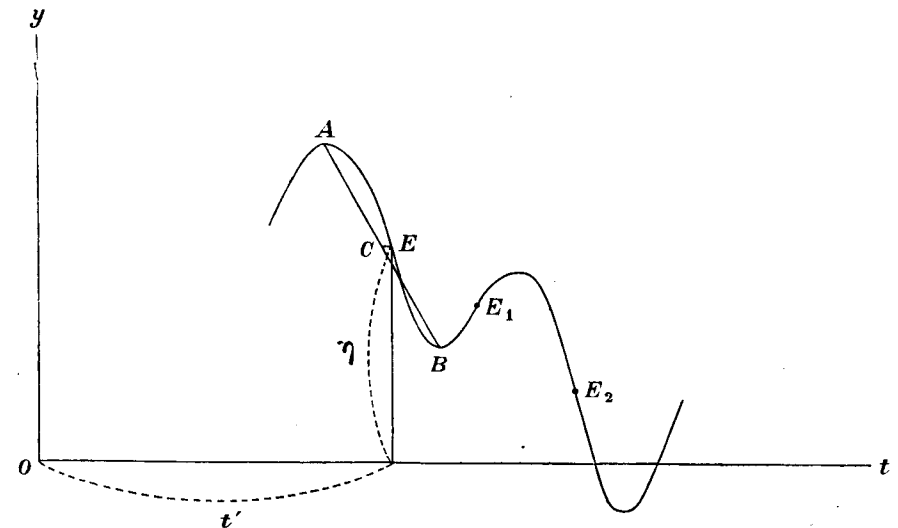
Diese Methode stützt sich auf die Eigenschaften der Wendepunkte einer Kurve.

Zwischen zwei benachbarten Scheiteln (Umkehrpunkten) der gegebenen doppelten Sinusoide, wo also  $\frac{dy}{dt} = 0$  wird (Punkte  $A$  und  $B$  auf der bei-

gegebenen Fig. 7), muss ein Wendepunkt  $E$  der Kurve, wo  $\frac{d^2y}{dt^2} = 0$  wird, sich befinden.

Pomerancev nimmt nun an, dass dieser Punkt annäherungsweise etwa auf der Mitte der Kurvenstrecke, die  $A$  und  $B$  verbindet, sich befindet, gleichgültig, wo diese Punkte  $A$  und  $B$  in bezug auf die Zeitaxe  $Ot$  liegen.

Fig. 7.



Um die angenäherte Lage dieses Wendepunktes  $E$  zu finden, verbinde man  $A$  mit  $B$  durch eine Gerade, von der Mitte dieser Strecke  $C$  ziehe man eine Linie parallel zur Zeitaxe. Dort, wo diese Linie die gegebene Kurve schneidet, soll der betreffende Wendepunkt sich befinden. Annähernd wird das wohl richtig sein; jedenfalls wird die wirkliche Lage des Wendepunktes nicht weit von  $E$  liegen.

Man bestimme also auf diese Weise die Lage einer ganzen Anzahl von Wendepunkten, wie  $E$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  u. s. w. Die Ordinaten dieser diskreten Punkte wollen wir mit  $\gamma$  und die entsprechenden Abszissen mit  $t'$  bezeichnen.

In der Praxis wird man meistens von der Durchziehung der Geraden  $AB$  absehen und sich mit einer einfachen Halbierung der Kurvenstrecke  $AEB$  nach Augenmaass begnügen können.

Die Kurvengleichung ist durch die Formel (96) gegeben:

$$y = A \sin(nt + \varphi) + A_p \sin(pt + \delta) \dots \dots \dots (96)$$

Da die Abszissen  $t'$  der Punkte  $E$  Wendepunkten entsprechen, so müssen diese einzelnen  $t'$  die Wurzeln der Gleichung  $\frac{d^2y}{dt^2} = 0$  sein.

Aus dieser Bedingung ergibt sich also

$$n^2 A \sin(nt' + \varphi) + p^2 A_p \sin(pt' + \delta) = 0 \dots\dots\dots(109)$$

und

$$\eta = A \sin(nt' + \varphi) + A_p \sin(pt' + \delta) \dots\dots\dots(110)$$

$t'$  ist dabei keine fortlaufende Koordinate, sondern eine der vielen Wurzeln der Gleichung (109).

Aus der Beziehung (109) erhält man

$$\begin{aligned} A \sin(nt' + \varphi) &= -\frac{p^2}{n^2} A_p \sin(pt' + \delta) \\ &= -\left(\frac{T}{T_p}\right)^2 A_p \sin(pt' + \delta) = -\frac{1}{u^2} A_p \sin(pt' + \delta). \end{aligned}$$

Bringen wir diesen Ausdruck in die Gleichung (110) ein, so folgt

$$\eta = A_p \left(1 - \frac{1}{u^2}\right) \sin(pt' + \delta) \dots\dots\dots(111)$$

Wir sehen also, dass die verschiedenen Wendepunkte  $E$  dieser Gleichung (111) genügen müssen.

Die Sache kann so aufgefasst werden, als ob diese Punkte auf einer Sinusoide zu liegen kämen, deren Periode  $T_p = \frac{2\pi}{p}$  und deren maximale Amplitude

$$\eta_m = A_p \left(1 - \frac{1}{u^2}\right) \dots\dots\dots(112)$$

wird.

Da  $A_p$  gleich der gesuchten maximalen Amplitude  $y_m$  der erzwungenen Schwingungen ist, so ergibt sich einfach

$$y_m = \frac{\eta_m}{1 - \frac{1}{u^2}} \dots\dots\dots(113)$$

Auf das Vorzeichen von  $y_m$  kommt es dabei nicht an, da unter  $y_m$  immer der absolute Wert dieser Grösse verstanden wird.

Jetzt ist bereits klar, wie man nach der Pomerancev'schen Methode verfahren muss.

Man zieht einfach mit der Hand durch die Punkte  $E, E_1, E_2$  u. s. w. eine möglichst gleichmässig fortlaufende Sinusoide hindurch und misst alsdann ihre Periode  $T_p$ , welche mit der Periode der betreffenden Bebenwelle zusammenfallen soll, und ihre maximale Amplitude  $\eta_m$ .

Hat man also  $T_p$  bestimmt, so findet man  $u$  und berechnet dann nach der Formel (113) den zugehörigen Wert von  $y_m$ .

Mit den so gefundenen Werten von  $u$  und  $y_m$  berechnet man alsdann in üblicher Weise nach dem Gleichungssystem (95) die gesuchte maximale Amplitude  $z_m$  der wahren Bodenbewegung.

Es herrscht bei dieser Methode immer in der Durchziehung einer gleichmässigen Sinusoide durch die Punkte  $E$  eine gewisse Willkür, von welcher die I-te Methode eigentlich frei ist, bei einigen Kurvenformen aber ist diese Pomerancev'sche Methode sehr bequem und führt rasch zum Ziel. Beispiele ihrer praktischen Anwendung werden wir gleichfalls im letzten § vorführen

Je mehr  $T_p$  sich  $T$  nähert, d. h. je näher  $u$  an die Einheit rückt, desto unbequemer und ungenauer wird diese Methode und in der Nähe der Resonanz versagt sie vollkommen, aber je nach der Form der erhaltenen Kurve wird man schon entscheiden können, welche von diesen beiden hier beschriebenen Methoden in Anwendung gebracht werden muss.

Es darf dabei nicht vergessen werden, dass beide Methoden nur Näherungsmethoden sind, wenn es sich aber um keine grosse Genauigkeit handelt, werden dieselben, speziell für seismische Gebiete, wohl von Nutzen sein.

Es ist dabei auch vorausgesetzt, dass wir hier nur mit einer rein harmonischen Bodenbewegung zu tun haben, eine Voraussetzung, welche doch immer bei der Auswertung beliebiger Seismogramme gemacht wird und wobei es darauf ankommt, nur den Hauptanteil der Bodenbewegung ins Auge zu fassen und die sekundären Wellen, welche sich auf der Hauptwelle überlagern, in erster Annäherung zu vernachlässigen.

Zum Schluss mag auf folgenden Umstand aufmerksam gemacht werden.

Wir könnten in ähnlicher Weise, wie wir  $A \sin(nt' + \varphi)$  mittelst der Beziehung (109) aus der Gleichung (110) eliminiert haben, auch  $A_p \sin(pt' + \delta)$  aus derselben eliminieren.

Dann würde man bekommen

$$\eta = A(1 - u^2) \sin(nt' + \varphi).$$

Diese Gleichung zeigt, dass dieselben Wendepunkte  $E$  auch auf einer anderen Sinusoide liegen, deren Periode  $T = \frac{2\pi}{n}$  ist und deren maximale Amplitude  $A(1 - u^2)$  beträgt.

Da aber  $T$  schon voraus bekannt ist und die Bestimmung von  $A$ , zum Zweck der Ermittlung der wahren Amplitude der Bodenbewegung  $z_m$ , ganz überflüssig ist, so kommt es auf die Feststellung dieser zweiten Sinusoide nicht an.

III-te Methode.

Diese Methode ist schon kein Näherungsverfahren, sondern eine strenge Methode, die nicht nur die Periode  $T_p = \frac{2\pi}{p}$  und die Amplituden  $A_p$  und  $A$ , sondern auch beide anfänglichen Phasen  $\varphi$  und  $\delta$  zu liefern imstande ist. Sie beruht auf der Tatsache, dass eine von den beiden Perioden dieser doppelten Sinusoide nämlich  $T = \frac{2\pi}{n}$ , d. h. die normale Eigenperiode des Seismographen selbst, voraus bekannt ist.

Es können, wenn eine der beiden Perioden der Bestandteile einer doppelten Sinusoide voraus bekannt ist, verschiedene Methoden zur Bestimmung der übrigen Unbekannten ersonnen werden; es sind auch manche dazu vorgeschlagen worden.

Ich werde also hier nur eine spezielle Methode beschreiben, welche in der Praxis sich gut bewährt hat und ohne besondere Schwierigkeiten zum Ziele führt.

Die Gleichung (96)

$$y = A \sin(nt + \varphi) + A_p \sin(pt + \delta),$$

um deren Analysierung es sich handelt, kann in der folgenden Form geschrieben werden:

$$y = P_n \cos nt + Q_n \sin nt + P_p \cos pt + Q_p \sin pt \dots (114)$$

Dabei ist:

$$\left. \begin{aligned} A &= + \sqrt{P_n^2 + Q_n^2} \\ A_p &= + \sqrt{P_p^2 + Q_p^2} \end{aligned} \right\} \dots (115)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{tg } \varphi &= \frac{P_n}{Q_n} \\ \text{tg } \delta &= \frac{P_p}{Q_p} \end{aligned} \right\} \dots (116)$$

Es handelt sich also darum, 5 Grössen, nämlich  $p$ ,  $P_n$ ,  $Q_n$ ,  $P_p$  und  $Q_p$ , zu bestimmen.

Dazu müssen mindestens 5 Ordinaten der Kurve gemessen werden.

Je mehr Unbekannte vorliegen, desto genauer müssen alle Ausmessungen gemacht werden, wenn man nur einigermaassen genaue Resultate erhalten will.

Zur sukzessiven Bestimmung dieser 5 Unbekannten kann man sehr bequem folgenden Weg einschlagen.

Man zieht möglichst genau die Nulllinie (Zeitaxe) durch die Kurve hindurch und nimmt für den Anfangspunkt der Zeitzählung irgend einen Punkt  $O_1$ , wo die Kurve die Zeitaxe schneidet. Die Länge einer Sekunde auf dem Diagramm sei  $s$ .

Da nun

$$u = \frac{T_p}{T} = \frac{n}{p}$$

ist, so können wir schreiben, indem wir

$$\mu = \frac{1}{u} \dots (117)$$

setzen,

$$T_p = \frac{T}{\mu} \dots (118)$$

und

$$pt = \mu \cdot nt \dots (119)$$

Dem Zeitintervall  $t$  entspricht auf der Zeitaxe die Strecke

$$l = s \cdot t.$$

Wir wollen nun einige Ordinaten der Kurve ausmessen, für welche  $nt$  ein gewisses Vielfaches von  $\pi$  ist, also etwa

$$nt = \frac{2\pi}{T} \cdot t = m\pi \dots (120)$$

Daraus ergibt sich für das entsprechende  $l$

$$l = m \cdot s \cdot \frac{T}{2} \dots (121)$$

Es sollen die folgenden 5 Ordinaten für  $m = 1, 2$  und  $4$  und alsdann noch für  $m = \frac{1}{2}$  und  $m = \frac{3}{2}$  gemessen werden.

Die ersten drei Ordinaten wollen wir resp. mit  $y_1, y_2$  und  $y_4$ , und die beiden letzten mit  $y_3$  und  $y_5$  bezeichnen.

Somit erhalten wir folgende Zusammenstellung von Zahlen:

$m$	$nt$	$y$	$pt$
0	0	0	0
1	$\pi$	$y_1$	$\mu\pi$
2	$2\pi$	$y_2$	$2 \cdot \mu\pi$
4	$4\pi$	$y_4$	$4 \cdot \mu\pi$
.....			
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} \cdot \pi$	$y_3$	$\frac{1}{2} \cdot \mu\pi$
$\frac{3}{2}$	$\frac{3}{2} \cdot \pi$	$y_5$	$\frac{3}{2} \cdot \mu\pi$

Setzen wir noch zur Vereinfachung

$$\alpha = 2\gamma = \mu\pi, \dots\dots\dots(122)$$

dann können wir auf Grund der Gleichung (114) zunächst folgende 4 Gleichungen hinschreiben:

$$0 = P_n + P_p \dots\dots\dots(123)$$

$$y_1 = -P_n + P_p \cos \alpha + Q_p \sin \alpha \dots\dots\dots(124)$$

$$y_2 = P_n + P_p \cos 2\alpha + Q_p \sin 2\alpha \dots\dots\dots(125)$$

$$y_4 = P_n + P_p \cos 4\alpha + Q_p \sin 4\alpha \dots\dots\dots(126)$$

Aus den Gleichungen (123) und (124) ergibt sich nun, mit Bezugnahme auf die Beziehung (122),

$$y_1 = P_p (1 + \cos \alpha) + Q_p \sin \alpha = P_p 2 \cos^2 \gamma + Q_p 2 \sin \gamma \cos \gamma$$

oder

$$P_p \cos \gamma + Q_p \sin \gamma = \frac{y_1}{2 \cos \gamma} \dots\dots\dots(127)$$

Aus den Gleichungen (123) und (125) folgt weiter

$$\begin{aligned} y_2 &= -P_p (1 - \cos 2\alpha) + Q_p \sin 2\alpha \\ &= -2P_p \sin^2 \alpha + 2Q_p \sin \alpha \cos \alpha \\ &= 2 \sin 2\gamma \{-P_p \sin 2\gamma + Q_p \cos 2\gamma\} \\ &= 4 \sin \gamma \cos \gamma \{-2P_p \sin \gamma \cos \gamma + Q_p (1 - 2 \sin^2 \gamma)\} \end{aligned}$$

oder

$$-2P_p \sin \gamma \cos \gamma + Q_p (1 - 2 \sin^2 \gamma) = \frac{y_2}{4 \sin \gamma \cos \gamma} \dots\dots\dots(128)$$

Aus den Gleichungen (127) und (128) findet man folgende Ausdrücke für  $P_p$  und  $Q_p$ :

$$P_p = \frac{1}{2 \cos^2 \gamma} \left[ y_1 (1 - 2 \sin^2 \gamma) - \frac{y_2}{2} \right] \dots\dots\dots(129)$$

und

$$Q_p = \frac{1}{\cos \gamma} \left[ y_1 \sin \gamma + \frac{y_2}{4 \sin \gamma} \right] \dots\dots\dots(130)$$

Durch Kombinieren der Gleichungen (123) und (126) ergibt sich weiter

$$\begin{aligned} y_4 &= -P_p (1 - \cos 4\alpha) + Q_p \sin 4\alpha \\ &= -2P_p \sin^2 2\alpha + 2Q_p \sin 2\alpha \cos 2\alpha \\ &= 2 \sin 2\alpha \{-P_p \sin 2\alpha + Q_p \cos 2\alpha\} \\ &= 4 \sin \alpha \cos \alpha \{-2P_p \sin \alpha \cos \alpha + Q_p (1 - 2 \sin^2 \alpha)\} \\ &= 8 \sin \gamma \cos \gamma (1 - 2 \sin^2 \gamma) [-4P_p \sin \gamma \cos \gamma (1 - 2 \sin^2 \gamma) + Q_p (1 - 8 \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma)] \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned} -4P_p \sin \gamma \cos \gamma (1 - 2 \sin^2 \gamma) + Q_p (1 - 8 \sin^2 \gamma \cos^2 \gamma) &= \\ &= \frac{y_4}{8 \sin \gamma \cos \gamma (1 - 2 \sin^2 \gamma)} \dots\dots\dots(131) \end{aligned}$$

Bringt man hierin die Werte von  $P_p$  und  $Q_p$  aus den Gleichungen (129) und (130) ein, so erhält man nach passenden Transformationen

$$-4 \sin^2 \gamma \cdot y_1 + (1 - 4 \sin^2 \gamma) \cdot y_2 = \frac{y_4}{2 - 4 \sin^2 \gamma} \dots\dots\dots(132)$$

Aus dieser Gleichung lässt sich schon  $\sin^2 \gamma$  bestimmen.

Setzen wir zur Vereinfachung

$$\xi = 4 \sin^2 \gamma, \dots\dots\dots(133)$$

so ergibt sich, der Gleichung (132) zufolge,

$$-(2 - \xi)\xi \cdot y_1 + (1 - \xi)(2 - \xi) \cdot y_2 = y_4$$

oder

$$(y_1 + y_2)\xi^2 - (2y_1 + 3y_2)\xi + (2y_2 - y_4) = 0.$$

Führen wir nun folgende Bezeichnungen ein

$$b = \frac{1}{2} \cdot \frac{2y_1 + 3y_2}{y_1 + y_2} \dots\dots\dots(134)$$

$$c = \frac{2y_2 - y_4}{y_1 + y_2}, \dots\dots\dots(135)$$

so muss  $\xi$  die Wurzel folgender quadratischer Gleichung sein:

$$\xi^2 - 2b\xi + c = 0 \dots\dots\dots(136)$$

Der Beziehung (133) zufolge ist  $\xi$  immer positiv (im Grenzfall gleich Null) und ausserdem gilt

$$\xi \leq 4.$$

Die in der Gleichung (136) vorkommenden Koeffizienten  $b$  und  $c$  lassen sich auf Grund der drei gemessenen Ordinaten  $y_1, y_2$  und  $y_4$ , die mit ihren respektiven Vorzeichen zu nehmen sind, leicht berechnen.

Aus der Gleichung (136) ergibt sich nun

$$\xi = b \pm \sqrt{b^2 - c} \dots\dots\dots(137)$$

Um zu entscheiden, welches Vorzeichen vor der Wurzel zu nehmen ist, wollen wir den Grenzfall betrachten, wo  $\frac{T_p}{T} = u$  sehr gross, folglich nach den Beziehungen (117) und (122)  $\mu$  also auch  $\gamma$  sehr klein werden. Im Grenzfall wird also  $\gamma$ , folglich auch  $\xi$ , gleich Null sein (siehe die Formel (133)).

Nehmen wir noch den Spezialfall an, dass in der Gleichung (114)  $P_n$  und  $P_p$  beide gleich Null sind, so folgt auf Grund der vorigen Bezeichnungen

$$y_1 = Q_p \sin 2\gamma$$

$$y_2 = Q_p \sin 4\gamma$$

$$y_4 = Q_p \sin 8\gamma.$$

Für sehr kleine Werte von  $\gamma$  wird also

$$y_2 = 2y_1$$

und

$$y_4 = 4y_1$$

sein.

Bringen wir nun diese Werte in die Ausdrücke für  $b$  und  $c$  ein, so folgt

$$b = \frac{4}{3}$$

$$c = 0.$$

Nach der Formel (137) ist also

$$\xi = \frac{4}{3} \pm \frac{4}{3}.$$

Da aber in diesem Grenzfall  $\xi = 0$  sich ergeben muss, so muss in der Gleichung (137) vor dem Wurzelausdruck das Vorzeichen (—) genommen werden.

Es ist also

$$\xi = b - \sqrt{b^2 - c} \dots\dots\dots(138)$$

und

$$\sin^2 \gamma = \frac{1}{4} \xi \dots\dots\dots(139)$$

Hierin ist  $\frac{1}{4} \xi$  eine bestimmte positive Zahl, die  $\leq 1$  wird;  $\gamma$  ist, seiner Bezeichnung nach (siehe die Formel (122)), immer eine positive Grösse.

Sei nun  $\gamma_1$  die kleinste positive Zahl, welche der Gleichung (139) Genüge leistet.

Dann wird im allgemeinen Fall

$$\gamma = k\pi \pm \gamma_1, \dots\dots\dots(140)$$

wo  $k$  eine gewisse positive Zahl (0, 1, 2, 3 u. s. w.) bedeutet.

Es lässt sich also  $\gamma_1$  leicht finden, aber  $\gamma$  ist noch nicht bestimmt, da  $k$  noch unbekannt bleibt, und ausserdem es noch nicht aufgeklärt worden ist, welches Vorzeichen man in der Formel (140) zu nehmen hat.

Den Beziehungen (118) und (122) gemäss wird das gesuchte

$$T_p = \frac{\pi}{2\gamma} \cdot T \dots\dots\dots(141)$$

sein.

Nun ergibt sich auf Grund der Beziehung (140):

$$\left. \begin{array}{l} \text{für } \gamma = k\pi + \gamma_1 \\ \text{und für } \gamma = k\pi - \gamma_1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \cos \gamma = (-1)^k \cos \gamma_1 \\ \sin \gamma = (-1)^k \sin \gamma_1 \\ \cos \gamma = (-1)^k \cos \gamma_1 \\ \sin \gamma = (-1)^{k+1} \sin \gamma_1 \end{array} \dots\dots\dots (142)$$

Bringen wir diese Werte in die Gleichungen (129) und (130) ein, so folgt

$$P_p = + \frac{1}{2 \cos^2 \gamma_1} \left[ y_1 (1 - 2 \sin^2 \gamma_1) - \frac{y_2}{2} \right] \dots\dots\dots (143)$$

$$Q_p = \pm \frac{1}{\cos \gamma_1} \left[ y_1 \sin \gamma_1 + \frac{y_2}{4 \sin \gamma_1} \right] \dots\dots\dots (144)$$

Der Wert von  $P_p$  ist unabhängig von dem Vorzeichen vor  $\gamma_1$ , während für  $Q_p$  in der Formel (144) das Vorzeichen (—) genommen werden muss, falls in der Formel (140) das Vorzeichen (—) vor  $\gamma_1$  steht.

Hierin ist  $\gamma_1$  schon bekannt.

Wir sehen also, dass  $P_p$  eindeutig bestimmt ist, während das Vorzeichen von  $Q_p$  noch unbestimmt bleibt.

Sind nun diese Grössen bis auf das Vorzeichen von  $Q_p$  bekannt, so findet man sofort nach den Beziehungen (115) die gesuchte maximale Amplitude

$$A_p = + \sqrt{P_p^2 + Q_p^2}.$$

Aus der Gleichung (123) ergibt sich weiter

$$P_n = - P_p \dots\dots\dots (145)$$

Um nun  $Q_n$  zu finden, machen wir von den gemessenen Ordinaten  $y_3$  und  $y_5$  Gebrauch.

Setzen wir dementsprechend, den vorigen Bezeichnungen zufolge,  $nt = \frac{1}{2} \pi$  und  $nt = \frac{3}{2} \pi$  und ausserdem  $pt = \frac{1}{2} \mu \pi = \gamma$  und  $pt = 3\gamma$ , so folgt aus der Gleichung (114)

$$y_3 = Q_n + P_p \cos \gamma + Q_p \sin \gamma$$

und

$$y_5 = - Q_n + P_p \cos 3\gamma + Q_p \sin 3\gamma.$$

Bedeute nun  $[Q_p]$  den Wert von  $Q_p$ , wenn in der Formel (144) das Vorzeichen (+) steht<sup>1)</sup>; dann wird den Beziehungen (142) und (144) zufolge

$$\left. \begin{array}{l} \text{für } \gamma = k\pi + \gamma \\ \text{und} \\ \text{für } \gamma = k\pi - \gamma \end{array} \right\} \begin{array}{l} P_p \cos \gamma = (-1)^k P_p \cos \gamma_1 \quad Q_p \sin \gamma = + (-1)^k [Q_p] \sin \gamma_1 \\ P_p \cos 3\gamma = (-1)^k P_p \cos 3\gamma_1 \quad Q_p \sin 3\gamma = + (-1)^k [Q_p] \sin 3\gamma_1 \\ P_p \cos \gamma = (-1)^k P_p \cos \gamma_1 \quad Q_p \sin \gamma = - (-1)^{k+1} [Q_p] \sin \gamma_1 \\ P_p \cos 3\gamma = (-1)^k P_p \cos 3\gamma_1 \quad Q_p \sin 3\gamma = - (-1)^{k+1} [Q_p] \sin 3\gamma_1. \end{array}$$

Also in beiden Fällen

$$\left. \begin{array}{l} y_3 = Q_n + (-1)^k \{ P_p \cos \gamma_1 + [Q_p] \sin \gamma_1 \} \\ y_5 = - Q_n + (-1)^k \{ P_p \cos 3\gamma_1 + [Q_p] \sin 3\gamma_1 \} \end{array} \right\} \dots\dots\dots (146)$$

Setzen wir nun

$$\left. \begin{array}{l} a_1 = P_p \cos \gamma_1 + [Q_p] \sin \gamma_1 \\ a_2 = P_p \cos 3\gamma_1 + [Q_p] \sin 3\gamma_1 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (147)$$

wo  $a_1$  und  $a_2$  eindeutig sich bestimmen lassen.

Dann wird den Beziehungen (146) gemäss

$$\left. \begin{array}{l} y_3 = Q_n + (-1)^k a_1 \\ y_5 = - Q_n + (-1)^k a_2 \end{array} \right\} \dots\dots\dots (148)$$

Aus diesen beiden Gleichungen ergibt sich sofort

$$Q_n = \frac{a_2 y_3 - a_1 y_5}{a_1 + a_2} \dots\dots\dots (149)$$

und

$$(-1)^k = \frac{y_3 + y_5}{a_1 + a_2} \dots\dots\dots (150)$$

Nach der Formel (145) findet man  $P_n$  und nach (149)  $Q_n$ . Es lassen sich also alle 4 in der Gleichung (114) vorkommenden Koeffizienten leicht berechnen.

Es erübrigt also nur noch die Periode  $T_p$  und das Vorzeichen von  $Q_p$  in der Gleichung (144) zu bestimmen.

<sup>1)</sup>  $[Q_p]$  kann entweder positiv oder negativ sein;  $\gamma_1$  aber ist immer dabei als eine positive Grösse aufzufassen.

Nach der Beziehung (150) wird man sofort entscheiden können, ob  $k$  eine ungerade oder gerade Zahl (im Spezialfall Null) ist.

Um den numerischen Wert von  $k$  zu finden, kann man folgenden Weg einschlagen.

Man bestimme für den Anfangspunkt der Zeitählung den Wert der ersten Derivierten von  $y$  nach der Zeit  $y'_0 = \left(\frac{dy}{dt}\right)_{t=0}$ . Diese Berechnung kann ganz roh ausgeführt werden, da es von vornherein bekannt ist, dass  $k$  eine ganze positive Zahl sein muss.

Dazu messe man in einer kleinen Entfernung  $\Delta l$  von dem Koordinatenanfangspunkt  $O_1$  die Ordinate der Kurve  $\Delta y$ .

Das entsprechende  $\Delta t$  wird  $\frac{1}{s} \Delta l$ , da  $s$  die Länge einer Sekunde auf dem Diagramm bedeutet.

Es ist also

$$y'_0 = s \cdot \frac{\Delta y}{\Delta t}.$$

$y'_0$  ist also annäherungsweise bekannt.

Aus der allgemeinen Formel (114) ergibt sich nun

$$y' = -nP_n \sin nt + nQ_n \cos nt - pP_p \sin pt + pQ_p \cos pt,$$

also, da  $p = \mu n$  ist,

$$y'_0 = n[Q_n + \mu Q_p]$$

oder nach den Beziehungen (122) und (140)

$$\mu = \frac{2}{\pi} (k\pi \pm \gamma_1) = \frac{y'_0 - Q_n}{Q_p} \dots\dots\dots(151)$$

Nun ist  $\mu$  immer eine positive Zahl. Folglich, wenn  $\frac{y'_0}{n} - Q_n > 0$  ist, muss  $Q_p$  positiv sein und umgekehrt.

Dies entscheidet sofort, welches Vorzeichen man in der Gleichung (144) nehmen muss.

Wenn es (+) sein wird, so muss auch in der Gleichung (151) (+) vor  $\gamma_1$  stehen und umgekehrt. Dadurch wird jede Zweideutigkeit sofort aufgehoben.

Aus der Gleichung (151) folgt alsdann

$$k = \frac{1}{2} \left[ \frac{y'_0 - Q_n}{Q_p} - \left( \pm \frac{2\gamma_1}{\pi} \right) \right] \dots\dots\dots(152)$$

Somit ist unsere Aufgabe völlig erledigt.

Die Berechnung von  $k$  nach der Formel (152) braucht nur ganz annäherungsweise ausgeführt zu werden, da wir von vornherein wissen, dass  $k$  eine ganze positive und nach der Beziehung (150) sogar eine ungerade oder gerade Zahl ist.

Die Beweisführung der hier abgeleiteten Formeln mag wohl etwas weitläufig erscheinen, aber die eigentliche Bestimmung der in der Gleichung (114) auftretenden 5 Unbekannten  $P_n, Q_n, P_p, Q_p$  und  $T_p = \frac{2\pi}{p}$  lässt sich ziemlich rasch und bequem durchführen.

Die Reihenfolge der vorzunehmenden Operationen ist die folgende.

Man entnehme aus der Kurve die fünf Ordinaten  $y_1, y_2, y_4$  und  $y_3, y_5$  für  $nt = \pi, 2\pi, 4\pi$  und  $\frac{1}{2}\pi, \frac{3}{2}\pi$  und ausserdem bestimme man den annähernten Wert von  $y'_0$ .

Alsdann berechne man nach den Formeln (134), (135) und (138) die Werte von  $b, c$  und alsdann  $\xi$ .

Die kleinste positive Wurzel der Gleichung (139) liefert uns alsdann den Wert von  $\gamma_1$ .

Ist nun  $\gamma_1$  einmal bekannt, so berechne man nach den Formeln (143), (144) und (145)  $P_p, [Q_p]$  und  $P_n$ .

Dann bestimme man nach den Beziehungen (147) die Werte von  $a_1$  und  $a_2$ . Die Gleichung (149) gibt alsdann den Wert des vierten Koeffizienten  $Q_n$ .

Zur Bestimmung von  $k$  und des Vorzeichens von  $Q_p$  (resp. vor  $\gamma_1$ ) bediene man sich der Beziehungen (150), (151) und (152).

Alsdann berechne man nach der Formel (140)  $\gamma$  und zum Schluss nach der Formel (141) den Wert der fünften Unbekannten  $T_p$ .

Alsdann kann man, wenn nötig, noch die vier Konstanten  $A, A_p, \varphi$  und  $\delta$ , die in der allgemeinen Gleichung (96) auftreten, nach den Formeln (115) und (116) bestimmen.

Wenn nun  $y_m = A_p$  einmal bekannt ist, so kann man wieder, in der schon früher besprochenen Weise (siehe das Gleichungssystem (95)), die maximale Amplitude  $z_m$  der wahren Bodenbewegung berechnen.

Um die Anwendbarkeit dieser Methode zur Analysierung einer doppelten Sinusoide, bei welcher die Periode eines ihrer Bestandteile voraus bekannt ist (etwa die Eigenperiode des Seismographen selbst), einer experimentellen Prüfung zu unterziehen, habe ich folgenden Versuch angestellt.

Meine neue grosse Untersuchungsplattform wurde mittelst eines Exzentrers, einer langen Stange und eines Elektromotors in harmonische Bewegung versetzt und die Kurve ihrer Bewegung mittelst einer Schreibfeder aus

Glas und Tinte auf einer auf dem Boden stehenden, rotierenden Trommel aufgeschrieben. Neben dieser Kurve wurden Sekundenmarken angebracht. Somit bekam man die erste Sinusoide, für welche man aus der erhaltenen Kurve  $T_p$  und  $A_p$  entnehmen konnte.

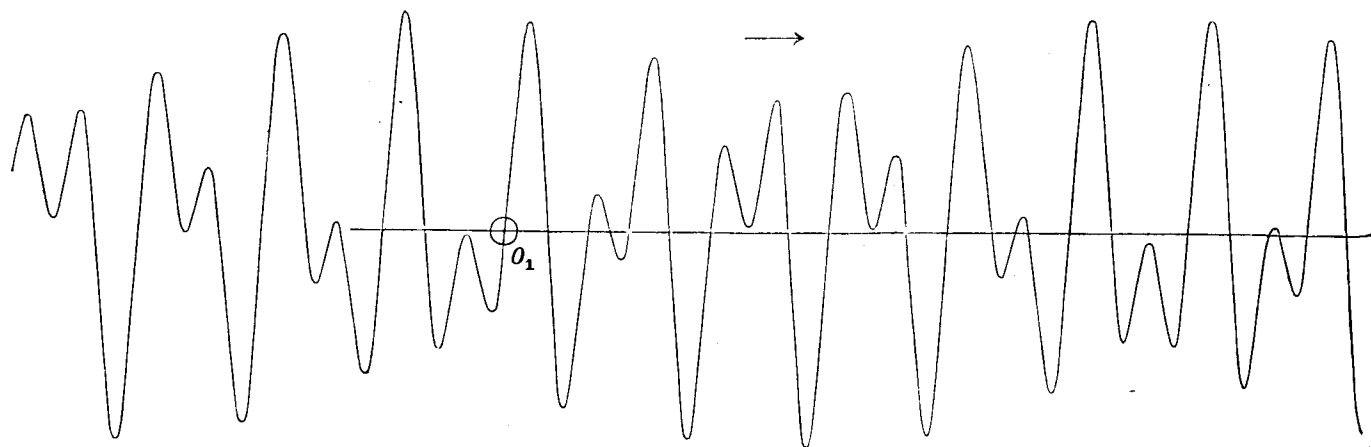
Auf dieser grossen Plattform kam eine andere ganz kleine, auf einem Schlitten bewegliche zu stehen, welche man in ähnlicher Weise mittelst eines besonderen Exzentrers und Elektromotors parallel zur ersten Plattform harmonische Bewegungen ausführen lassen konnte. Die Bewegung dieser Plattform konnte man auf derselben Trommel aufschreiben. Wenn die grosse Plattform ruhte, so bekam man auf diese Weise nur die Eigenbewegung der kleinen Plattform, d. h. die zweite Sinusoide, aus welcher man die entsprechenden Werte von  $A$  und  $T$  entnehmen konnte.

Als dann liess man beide Plattformen zusammen laufen. Dann beschrieb schon die Feder, welche mit der kleinen Plattform verbunden war, eine verwickelte Kurve, nämlich eine doppelte Sinusoide, deren Gleichung, der Formel (96) gemäss, in folgender Form geschrieben werden kann

$$y = A \sin\left(2\pi \frac{t}{T} + \varphi\right) + A_p \sin\left(2\pi \frac{t}{T_p} + \delta\right) \dots\dots\dots(153)$$

Eine solche doppelte Sinusoide ist auf der beiliegenden Fig. 8 wiedergegeben.

Fig. 8.



Es handelte sich also darum, die so erhaltene Kurve nach der hier beschriebenen Methode zu analysieren. Als voraus bekannt und gegeben wurde die Periode  $T$  vorausgesetzt.

Bei meinen Versuchen waren beide gegebenen Amplituden  $A$  und  $A_p$  einander ziemlich gleich.

Die direkte Ausmessung beider einzelnen Sinusoiden (jede Plattformbewegung) ergab nun folgende Werte:

$$T = 3,44$$

$$A = 14,8^m/m$$

$$T_p = 1,71$$

$$A_p = 13,9^m/m$$

Die Ausmessung der fünf Ordinaten der zusammengesetzten Kurve lieferte nun folgendes:

$$y_1 = - 22,8^m/m$$

$$y_2 = - 3,5$$

$$y_4 = + 8,0$$

$$y_3 = + 24,1$$

$$y_5 = + 2,1.$$

Ausserdem ergab sich annäherungsweise

$$y'_0 = + 59.$$

Diese Ausmessung geschah mit Hilfe eines auf einer Glasplatte aufgetragenen, in Millimeter geteilten Koordinatennetzes. Die Zehntel Millimeter wurden dabei einfach geschätzt. Infolgedessen, da es sich hier um die Berechnung von fünf verschiedenen Unbekannten handelt, können diese Bestimmungen selbstverständlich auf keine zu grosse Genauigkeit Anspruch erheben, um desto mehr, da die Bewegung beider Plattformen keineswegs eine ganz regelmässige war.

Auf Grund dieser Werte findet man nach den früheren Formeln (134), (135) und (138)

$$b = + 1,067$$

$$c = + 0,570$$

und

$$\xi = 0,313.$$

Daraus ergibt sich

$$\gamma_1 = 16^\circ 15'.$$

Weiter findet man nach den Formeln (143), (144) und (145)

$$P_p = -9,48$$

und

$$[Q_p] = -9,91$$

$$P_n = +9,48.$$

Aus den Beziehungen (147) erhält man weiter

$$a_1 = -11,87$$

$$a_2 = -13,70.$$

Aus den Gleichungen (149) und (150) findet man alsdann

$$Q_n = +11,94$$

und

$$(-1)^k = -1,02.$$

Folglich ist  $k$  eine ungerade Zahl.

Weiter haben wir

$$n = \frac{2\pi}{T} = 1,827$$

und

$$\frac{y_0'}{n} - Q_n = +20,37.$$

Da diese Grösse positiv ist, so muss auch  $Q_p$  positiv sein. Weil aber  $[Q_p]$  sich als negative Grösse ergab, so muss in den Formeln (140), (144) und (151) das Vorzeichen (—) genommen werden.

Es ist also

$$Q_p = -[Q_p] = +9,91$$

und

$$\gamma = k\pi - \gamma_1.$$

Folglich wird nach der Beziehung (151) resp. (152)

$$k = 1,1.$$

Da aber  $k$  eine ganze Zahl sein soll, so ist einfach

$$k = 1$$

und dementsprechend

$$\gamma = \pi - \gamma_1 = 0,910 \cdot \pi.$$

Aus der Formel (141) ergibt sich endlich

$$T_p = \frac{T}{1,820} = 1,89$$

und

$$p = \mu n = 1,820 \cdot n.$$

Auf Grund der Beziehungen (115) und (116) findet man weiter

$$A = 15,2 \text{ m/m}$$

$$\varphi = 38^\circ 27'$$

$$A_p = 13,7 \text{ m/m}$$

$$\delta = 316^\circ 16'.$$

Wir erhalten also folgende definitive Gleichung für  $y$ , als Resultat der Analyse der gegebenen Kurve:

$$y = 15,2 \sin(nt + 38^\circ 27') + 13,7 \sin(1,820 \cdot nt + 316^\circ 16'), \dots (154)$$

wo

$$n = 1,827$$

ist.

Es wurde nun gegeben

$$A = 14,8 \text{ m/m}$$

$$A_p = 13,9 \text{ m/m}$$

$$T_p = 1,71;$$

aus der Kurvenanalyse folgt

$$A = 15,2 \text{ m/m}$$

$$A_p = 13,7 \text{ m/m}$$

$$T_p = 1,89.$$

In Anbetracht der verhältnismässig groben Ausmessung der Kurve, wo die Zehntel Millimeter nur einfach *geschätzt* waren, und der Ungleichmässigkeit der Bewegung beider Plattformen kann diese Uebereinstimmung

als eine ganz befriedigende bezeichnet werden. Für wirkliche seismometrische Untersuchungen ist sie sicherlich ganz ausreichend.

Der Unterschied für die Periode  $T_p$  ist sogar kleiner als 0,2 Sekunde.

Nach der Formel (154) lassen sich rückwärts die Ordinaten  $y_1, y_2, y_4, y_3$  und  $y_5$  der Kurve berechnen. In der folgenden Tabelle sind diese Werte angegeben; nebenbei befinden sich die wirklich ausgemessenen Ordinaten.

$nt$		Ordinaten.	
		Berechnet.	Beobachtet.
$\pi$	$y_1$	- 22,8 m/m	- 22,8 m/m
$2\pi$	$y_2$	- 3,5	- 3,5
$4\pi$	$y_4$	+ 7,9	+ 8,0
$\frac{1}{2}\pi$	$y_3$	+ 23,8	+ 24,1
$\frac{3}{2}\pi$	$y_5$	+ 1,8	+ 2,1

Die Uebereinstimmung ist wiederum eine sehr befriedigende.

Wir sehen also, dass die hier beschriebene dritte Methode zur Analyse einer doppelten Sinusoide, wenn eine der Perioden derselben voraus bekannt ist, zu ganz zuverlässigen Resultaten führt, wobei sie nicht nur die zweite Periode und beide maximalen Amplituden, sondern auch die beiden entsprechenden anfänglichen Phasen zu liefern imstande ist.

§ 7.

Laboratoriumsversuche.

Um die verschiedenen, hier dargelegten Eigenschaften dieser Federseismographen einer experimentellen Prüfung zu unterziehen und um über ihre Wirkungsweise eine klarere Einsicht zu gewinnen, habe ich eine Reihe Laboratoriumsversuche mit denselben angestellt, welche jetzt der Reihe nach kurz beschrieben werden mögen. Diese Apparate wurden auch auf meiner neuen Untersuchungsplattform, welche man beliebige, vorgeschriebene und bekannte harmonische Bewegungen ausführen lassen konnte, aufgestellt und die Diagramme ihrer Bewegung aufgenommen und zwar noch bei eingeführter und ausgeschalteter Dämpfung.

Die ersten Versuche wurden mit einer etwas dickeren flachen Feder, die an ihrem äusseren Ende eine schwere Masse trug, angestellt.

Die Dimensionen dieses Federseismographen waren die folgenden (man vergleiche die Figuren 1 und 2 und die Bezeichnungen des § 2).

Länge des herausragenden Teils der Feder . . . . .	$L = 51,0$ cm.
Breite der Feder . . . . .	$a = 5,1$ »
Dicke » » . . . . .	$b = 0,33$ »
Masse » » . . . . .	$M = 660$ gr.
Zusatzmasse am Ende der Feder <sup>1)</sup> . . . . .	$M_1 = 20900$ »
Länge der Zusatzmasse parallel zur Feder . . . . .	$d = 8,9$ cm.
Entfernung des Schwerpunktes von $M_1$ bis zum Anfang der Feder . . . . .	$L_1 = 43,5$ »
Länge des Zeigers am Ende der Feder (Fig. 2)..	$SB = D = 10,5$ »

Somit war der Schwerpunkt der Masse  $M_1$  um 7,5 cm. vom Ende der Feder entfernt.

Es wurde nun die Kurve dieses einfachen Federseismographen (I Typus) aufgenommen, aus der sich folgende Daten ergaben:

Eigenperiode ohne Dämpfung . . . . .	$T = 0,907$	} Fall A
Logarithmisches Dekrement . . . . .	$\Lambda = 0,0022$	
Dämpfungskonstante (nach der Formel (84))..	$k = 0,0016$	

Die Periode  $T$  erwies sich dabei als sehr konstant.

Nachher wurde die Vergrößerungs- resp. Dämpfungsvorrichtung angebracht (II Typus), aber zuerst waren die Magnete gänzlich entfernt.

Dann ergab sich:

Eigenperiode ohne Dämpfung . .	$T = 1,17$	} Fall B
Logarithmisches Dekrement . . .	$\Lambda = 0,0023$	

Die Einführung dieses Vergrößerungshebels übt also praktisch keinen

<sup>1)</sup> Parallelepipedisches Bleigewicht.

Einfluss auf die Dämpfung des Apparates aus, die Eigenperiode desselben aber wird entsprechend etwas vergrössert.

Weiter wurden schon die Magnete angebracht und der Apparat auf eine schwache Dämpfung eingestellt.

Die Entfernung der Pole der Magnete war dabei  $9,3 \text{ m/m}$  und, da die Dicke der dämpfenden Kupferplatte  $5,1 \text{ m/m}$  betrug, so blieb dabei auf jeder Seite der Kupferplatte noch  $2,1 \text{ m/m}$  Spielraum frei.

Es wurde wiederum aus der Kurve der Eigenbewegung des Apparates das entsprechende logarithmische Dekrement  $\Lambda$  entnommen und aus der direkt aus der Kurve entnommenen Periode  $T'$  die Eigenperiode  $T$  ohne Dämpfung nach der Formel (81) abgeleitet.

Es ergab sich nun

$$\left. \begin{aligned} T &= 1,16 \\ \Lambda &= 0,1091 \\ h &= 0,0797 \end{aligned} \right\} \text{ Fall C}$$

Dämpfungsverhältnis  $v = 1,29$ .

Die Einführung der Magnete ändert in keiner merklichen Weise die Eigenperiode des Instrumentes, da der Unterschied in den Perioden nur  $0,01$  beträgt. Dieses Resultat ist insofern wichtig, da es sehr zu Gunsten der magnetischen Dämpfung spricht.

Nachdem zwei von den Konstanten dieses Seismographen bestimmt waren, wurde derselbe (Fall C) auf der Untersuchungsplattform aufgestellt und die Ermittlung der dritten Konstante  $\sigma$  vorgenommen.

Obgleich die Dämpfung verhältnismässig eine sehr schwache war, ergaben sich ziemlich gleichmässig verlaufende einfache Sinusoiden, aus denen man  $\sigma$  nach der Formel (85)

$$\sigma = \sqrt{(u^2 - 1)^2 + 4h^2 u^2} \cdot \frac{y_m}{z_m}$$

berechnen konnte.

Dabei ist

$$u = \frac{T_p}{T}$$

Für die Amplitude  $z_m$  der Plattformbewegung hatte man in allen Fällen

$$z_m = 4,1 \text{ m/m}$$

und ausserdem war

$$T = 1,16.$$

Es wurden drei Kurven ausgemessen, für welche man folgende Werte fand:

$T_p$	$2y_m$	$\sigma$
2,67	$1,9 \text{ m/m}$	1,00
2,71	1,8	0,98
1,99	4,0	0,96

} Im Mittel  $\sigma = 0,98$ .

Bei diesen Versuchen wurde die Schreibfeder am Ende der Stahlfeder selbst befestigt, die Vergrösserungsvorrichtung wurde also nicht ins Spiel gebracht.

Alsdann wurde die Schreibfeder an das Ende des langen Hebelarmes transferiert, die Astasierung eingeschaltet und drei Kurven der Eigenbewegung des Seismographen (III Typus) aufgenommen.

Es ergab sich folgendes.  $T'$  ist dabei die Eigenperiode bei eingeschalteter Dämpfung.

$T'$	$\Lambda$
3,09	0,365
2,99	0,365
3,05	0,365

Also im Mittel

$$\begin{aligned} T' &= 3,04 \\ \Lambda &= 0,365 \\ h &= 0,258 \\ v &= 2,32. \end{aligned}$$

Daraus findet man für die Eigenperiode ohne Dämpfung

$$T = 2,94.$$

Wir sehen also, dass die Einführung der Astasiervorrichtung die Eigenperiode der flachen Stahlfeder etwa auf das Dreifache vergrössern kann, wobei sich  $T$  für praktische Zwecke genügend konstant erhält.

Ein direkter Versuch hat gezeigt, dass auch bei dieser längeren Eigenperiode des Instrumentes die dämpfende Wirkung der Schreibfeder selbst eine ganz minimale ist. Es wurde nämlich die Kurve der Eigenbewegung des Instrumentes aufgenommen und alsdann die Schreibfeder ein klein wenig gehoben, damit sie das Papier nicht berührte. Alsdann wurde die Trommel

um ein entsprechendes Stück rückwärts gedreht und der Seismograph wieder in eine ganz ähnliche Bewegung versetzt. Es zeigte sich dabei, dass die Spitze der Schreibfeder genau über derselben Kurve, welche sie früher aufschrieb, sich fortbewegte. Dadurch ist direkt bewiesen, dass die dämpfende Wirkung der Schreibfeder selbst eine ganz minimale ist.

Nach der Bestimmung der Konstanten des Instrumentes wurde dasselbe auf der Untersuchungsplattform aufgestellt und zur Ermittlung von  $\sigma$  geschritten.

Die Amplitude der Plattformbewegung wurde dabei etwas verkleinert; es war nämlich

$$z_m = 3,6^m/m$$

gewählt.

Die Auswertung von 5 Kurven ergab folgendes:

$T_p$	$2y_m$	$\sigma$
3,42	56,0 <sup>m</sup> /m	5,43
2,99	75,2	5,50
2,11	59,8	5,07
2,54	73,1	5,21
3,87	36,8	5,11

} Im Mittel  $\sigma = 5,26$

Legt man diese mittlere Grösse von  $\sigma$  und die früher angeführten Werte von  $T$  und  $h$  zugrunde, so lassen sich die Werte des Vergrößerungsverhältnisses  $\mathfrak{B} = \frac{y_m}{z_m}$  des Instrumentes für verschiedene Perioden der Erdbebenwellen  $T_p$  nach der Formel (155), welche sich aus dem Formelsystem (95) folgert, berechnen:

$$\mathfrak{B} = \frac{\sigma}{\sqrt{(u^2 - 1)^2 + 4h^2 u^2}} \dots \dots \dots (155)$$

$\mathfrak{B}$  wird Maximum für

$$u = u_m = \sqrt{1 - 2h^2}, \dots \dots \dots (156)$$

also

$$\mathfrak{B}_m = \frac{\sigma}{2h \sqrt{1 - h^2}} \dots \dots \dots (157)$$

In der folgenden Tabelle sind nun die auf diese Weise berechneten Werte von  $\mathfrak{B}$  zusammengestellt.

$$(T = 2,94, \quad h = 0,258, \quad \sigma = 5,26).$$

$T_p$	$\mathfrak{B}$
0 Sek.	5,26
0,5	5,39
1	5,83
2	8,19
2,74	10,53 (Maximum)
3	9,94
4	4,76
5	2,52
6	1,58
7	1,09
8	0,80

Diese Tabelle zeigt, dass dieses ganz einfache und rohe Instrument bis zu der Periode  $T_p$  von etwa 4—5 Sekunden für Untersuchungen in seismischen Gebieten eine völlig ausreichende Empfindlichkeit besitzt, wobei es noch gedämpft ist.

Für längere Perioden ist der Apparat freilich unempfindlich, aber das wird wenig ausmachen, da in Stossgebieten meistens kurze Perioden der Erdbebenwellen vorherrschend sind.

In diesem Exemplar war das Verhältnis des längeren zum kürzeren Hebelarm etwa gleich 5 gewählt. Man könnte aber leicht für dasselbe das Verhältnis 10 wählen, dann würde die Empfindlichkeit des Instrumentes verdoppelt. Das wird aber gewöhnlich kaum nötig sein, besonders, wenn man bedenkt, dass die Milne'schen Apparate, welche so verbreitet sind und stärkere *Fernbeben* anzuzeigen imstande sind, nur das normale Vergrößerungsverhältnis  $\mathfrak{B}_0$  (für  $T_p = 0^s$ ) etwa gleich 7 besitzen.

Nach der Bestimmung der drei Konstanten ( $T$ ,  $h$  und  $\sigma$ ) dieses Federseismographen (III Typus) wurde dasselbe zur Ermittlung der wahren Plattformbewegung, gerade wie bei wirklichen seismometrischen Beobachtungen, verwendet (man sehe das Gleichungssystem (95)).

Die wahre Amplitude  $z_m$  der Plattformbewegung wurde dabei zu 3,6<sup>m</sup>/m und alsdann zu 1,8<sup>m</sup>/m gewählt; die Periode  $T_p$  variierte zwischen 2,12 und 7,66 Sek.

Aus den erhaltenen Seismogrammen wurde diese Periode direkt entnommen.

Die Resultate dieser Bestimmungen sind in der folgenden Tabelle niedergelegt ( $T = 2,94$ ,  $h = 0,258$ ,  $\sigma = 5,26$ ).

$2y_m$	$T_p$		$z_m$	
	Gegeben.	Beobachtet.	Gegeben.	Berechnet.
14,5 m/m	5,30	5,33	3,6 m/m	3,4 m/m
5,4	7,66	7,61	3,6	3,0
36,0	3,06	3,02	1,8	1,8
28,9	2,12	2,12	1,8	1,7
35,1	2,51	2,51	1,8	1,7
6,4	5,43	5,43	1,8	1,6

Die Berechnungen von  $z_m$  wurden mit den aus den Seismogrammen entnommenen Werten von  $T_p$  vorgenommen.

Diese Tabelle zeigt, dass, obgleich die Dämpfung dieses Instrumentes eine verhältnismässig kleine war (Dämpfungsverhältnis  $v = 2,32$ ), die Uebereinstimmung zwischen den gegebenen und beobachteten Perioden und Amplituden  $T_p$  und  $z_m$  im allgemeinen eine ganz befriedigende ist. Der maximale Unterschied in den Perioden beträgt nur 0,05 Sekunde und in den Amplituden  $0,6^m/m$ , was zwar nur in dem ungünstigsten Fall auftritt, wo  $T_p$  etwa 7,7 betrug. Für alle übrigen, kleineren Perioden ist die Uebereinstimmung eine ganz gute, somit unterliegt es keinem Zweifel, dass diese Art von Federseismographen ein völlig geeignetes Instrument zur Erforschung der kurzperiodigen Bewegungen des Erdbodens in seismischen Gebieten liefert.

Um nun zu entscheiden, was ein solches Instrument zu bieten imstande ist, wenn die Dämpfung ausgeschaltet wird, wurden die Magnete entfernt und wiederum einige Kurven auf der beweglichen Plattform aufgenommen. Die entsprechenden Diagramme ergaben jetzt doppeltsinusartige Kurven, aus welchen man die Periode  $T_p$  und die maximale Amplitude  $y_m$  der erzwungenen Schwingungen abzuleiten hatte.

Die Auswertung der Diagramme geschah je nach der Art der Kurve entweder nach der I-sten oder II-ten der im § 6 beschriebenen Methoden.

Nach der Entfernung der Magnete wurde zuerst die Kurve der Eigenbewegung des Instrumentes aufgenommen.

Es ergab sich dabei

$$T = 2,88$$

$$\Lambda = 0,025$$

$$h = 0,0183$$

$$v = 1,06.$$

Für  $\sigma$  ist der frühere Wert 5,26 zu nehmen.

In der folgenden Tabelle sind die Resultate dieser Untersuchungen zusammengestellt.

Methode.	$2y_m$	$2z_m$ 1)	$T_p$		$z_m$	
			Gegeben.	Beobachtet.	Gegeben.	Berechnet.
II	—	8,6 m/m	5,41	5,52	3,7 m/m	3,0 m/m
I	55,8 m/m	—	3,69	3,80	3,7	3,9
I	118,0	—	3,32	3,32	3,7	3,7
I	84,5	—	3,56	3,57	3,7	4,3
I	32,3	—	4,42	4,38	3,7	4,0
I	20,0	—	5,09	5,10	3,7	4,1
II	—	3,7	9,67	9,77	3,7	4,1

Aus dieser Tabelle lassen sich folgende Schlüsse ziehen.

Selbst, wenn der Federseismograph mit keiner Dämpfungsvorrichtung versehen ist, lässt sich auf Grund der einen oder anderen der früher beschriebenen Methoden zur Analysierung einer doppelten sinusartigen Kurve die wahre Periode der Bodenbewegung bis auf 0,1 Sekunde genau ermitteln.

Die Uebereinstimmung zwischen den berechneten und direkt gegebenen Amplituden  $z_m$  ist für ein solches grobes Instrument ebenfalls ganz befriedigend. Der maximale Unterschied beträgt  $0,7^m/m$ , was nur etwa 19% der zu messenden Grösse ausmacht; in manchen Fällen aber ist der Unterschied viel kleiner.

Wenn es sich also um keine grosse Genauigkeit handelt, wie z. B. in Schüttergebieten, wo meistens instrumentelle Daten gänzlich fehlen, kann also ein solcher einfacher Federseismograph ohne Dämpfung (I-te Typus), der jedem Beobachter zugänglich ist, wohl ganz gute Dienste zu leisten imstande sein. Die Verarbeitung der Kurven muss selbstverständlich von

1) Siehe die Formel (112). Die Rechnungen wurden mit den beobachteten Werten von  $T_p$  angestellt.

einem Fachmann vorgenommen werden, die Bewachung des Instruments, aber, welches sich durch besondere Einfachheit auszeichnet, kann jedermann anvertraut werden.

Wenn die Dämpfung ausgeschaltet ist, so variiert bekanntlich das Vergrößerungsverhältnis  $\mathfrak{B}$  zwischen viel weiteren Grenzen, als wenn die Dämpfung mitwirkt.

Das normale Vergrößerungsverhältnis (für  $T_p = 0$ )  $\mathfrak{B}_0$  ist wie früher gleich 5,26, aber nach den Formeln (156) und (157) und bei Zugrundelegung der früher gegebenen Konstanten  $T = 2,88$ ,  $h = 0,0183$ , tritt das Maximum von  $\mathfrak{B}$  für  $T_p = 2,88$  ein, wobei

$$\mathfrak{B}_m = 144$$

wird.

Nach Beendigung dieser Versuche wurde die Astasiervorrichtung gänzlich abgeschraubt, die Vergrößerungs- resp. Dämpfungsvorrichtung aber gelassen (II-te Typus), und alsdann wiederum die Konstanten des Instruments und zwar auch  $\sigma$  nochmals bestimmt, wenn die Schreibfeder am Ende des langen Hebelarmes sich befand.

Da diese Astasiervorrichtung eine viel kompändiosere als die in dieser Abhandlung beschriebene war und ausserdem eine ziemlich grosse Masse hatte, so musste in dem jetzigen Fall (II-te Typus)  $\sigma$  sich grösser ergeben (man vergleiche die Formel (63), wo der Nenner von dem Trägheitsmoment des Systems abhängig ist).

Es wurde alsdann eine schwache Dämpfung eingeführt und die Kurve der Eigenbewegung des Instrumentes aufgenommen.

Man fand dabei folgende Werte:

$$\left. \begin{array}{l} T' = 1,17 \\ T = 1,16 \\ \Lambda = 0,133 \\ h = 0,0970 \\ v = 1,36 \end{array} \right\} \text{Fall } D$$

und wenn die Dämpfung ausgeschaltet war

$$\left. \begin{array}{l} T = 1,22 \\ \Lambda = 0,0029 \\ h = 0,00213 \\ v = 1,007 \end{array} \right\} \text{Fall } E$$

Man bestimmte alsdann mit Hilfe der Plattform den Wert von  $\sigma$ .

Es ergab sich jetzt

$$\sigma = 5,83.$$

Nach der früher gegebenen Formel (157) berechnen sich folgende maximale Werte von  $\mathfrak{B}$  für die beiden Fälle  $D$  und  $E$ .

	$\mathfrak{B}_m$
Fall $D$ .....	30,2
Fall $E$ .....	137,2

Der Apparat wurde alsdann auf die Plattform gestellt und drei Kurven bei der Plattformbewegung aufgenommen und zwar eine (№ 1) bei eingeschalteter Dämpfung. Da aber dieselbe so schwach gewählt wurde, dass man eigentlich keine reine einfache Sinusoide bekam und der Einfluss der Eigenbewegung des Apparates sich noch geltend machte, so erwies es sich als notwendig bei der Verarbeitung dieser Kurve die früher beschriebene II-te—Pomerancev'sche—Methode in Anwendung zu bringen. Die beiden anderen Kurven №№ 2 und 3, die von dem ungedämpften Apparat geliefert waren, wurden auch nach der Pomerancev'schen Methode verarbeitet.

Wenn man also zur Vereinfachung der Auswertung von Seismogrammen zu einer Dämpfung des Instrumentes zurückgreift, so darf man nicht eine so schwache Dämpfung wie in diesem Fall nehmen ( $\Lambda = 0,133$ ); man muss  $\Lambda$  mindestens nicht kleiner als bei den früheren Versuchen ( $\Lambda = 0,365$ ) wählen.

Die Beobachtungen ergaben nun folgende Resultate.

№ der Kurve.	$2\eta_m$	$T_p$		$\sigma_m$	
		Gegeben.	Beobachtet.	Gegeben.	Berechnet.
1	2,5 m/m	3,47	3,42	1,8 m/m	1,9 m/m
2	2,7	3,02	3,04	1,8	1,4
3	4,9	2,09	2,09	1,8	1,2

Die Uebereinstimmung in den Perioden ist eine ausserordentlich gute.

Die maximale Abweichung in den Amplituden beträgt 0,6 m/m, aber bei der ersten, schwach gedämpften Kurve ist dieselbe nur 0,1 m/m. Wir sehen also, dass die Einführung einer sehr schwachen Dämpfung doch günstig ist.

Nach Beendigung aller dieser Versuche mit diesem Instrument wurde die flache Stahlfeder durch eine neue, dünnere ersetzt und die Zusatzmasse

$M_1$  gleichfalls verkleinert. Man suchte dabei  $M_1$  möglichst gross zu wählen, um die Eigenperiode des Instrumentes zu verlängern, aber immer unter Berücksichtigung der Grenze, welche die Feder zulies, damit bei grösserer Ablenkung derselben keine zu grosse Torsion zustande käme.

Die Dimensionen dieses neuen Federseismographen waren die folgenden.

- Länge des herausragenden Teils der Feder . .  $L = 51,05$  cm.
- Breite der Feder . . . . .  $a = 5,10$  »
- Dicke » » . . . . .  $b = 0,178$  »
- Masse<sup>1)</sup> » » . . . . .  $M = 350$  gr.
- Zusatzmasse am Ende der Feder<sup>2)</sup> . . . . .  $M_1 = 7655$  gr.
- Durchmesser der Zusatzmasse . . . . .  $d = 8,90$  cm.

Entfernung des Schwerpunktes von  $M_1$  bis zum Anfang der Feder  $BC^3) = L_1 = 43,55$  cm.

Länge des Zeigers am Ende der Feder  $SB = D = 11,30$  cm.

Somit war der Schwerpunkt der Zusatzmasse  $M_1$  um 7,50 cm. vom Ende der Feder entfernt.

Für die Eigenperiode und das logarithmische Dekrement dieses Instrumentes ergab sich

$$T = 1,75$$

$$\Lambda = 0,0046,$$

wobei  $T$  sich praktisch als völlig unabhängig von den Amplituden der Ausschläge erwies.

Es wurde alsdann die schwere Masse  $M_1$  losgeschraubt und der Elastizitätsmodulus  $E$  der betreffenden Stahllamelle direkt mittelst Durchbiegungsversuche (siehe die Formel 10) ermittelt.

Dabei fand man

Bei $P = 0,1$ Kilogr.	$E = 18360$
» $P = 0,2$ »	$E = 18400,$

1) Ohne Schreibvorrichtung.  
 2) Rundes Bleigewicht in einer Messingfassung.  
 3) Siehe die Fig. 1 und 2.

also im Mittel

$$E = 18380 \frac{\text{Kilogr.}}{\text{cm}^2/\text{m}}$$

Nimmt man für die Beschleunigung der Schwere in St.-Petersburg

$$g = 981,85 \frac{\text{cm.}}{\text{Sec.}^2}$$

an, so ergibt sich

$$E = 1,8047 \cdot 10^{12} \text{ C. G. S.}$$

Auf Grund dieser Zahl lässt sich die Eigenperiode  $T$  der Feder allein nach der früher angeführten Formel (30) berechnen.

Das Resultat ist

$$T = 0,181,$$

während die direkt gemessene Periode 0,186 bei  $\Lambda = 0,0050$  betrug.

Der Unterschied ist also nur 0,005, was praktisch als eine verschwindend kleine Grösse zu betrachten ist. Die beobachtete Periode musste sogar sich etwas grösser ergeben, da zum Aufschreiben der Eigenbewegung der Feder auf einer Russchicht ein kleiner Aluminiumstift am Ende der Feder befestigt war.

Wenn am Ende der Feder die gewöhnliche Schreibvorrichtung mit Glasfeder und Tinte, welche ins Gesamt etwa 50 Gramm wog, angebracht war, so ergab sich

$$T = 0,232$$

$$\Lambda = 0,0049.$$

Die Eigenperiode hat sich merklich vergrössert, aber das entsprechende logarithmische Dekrement ist fast genau dasselbe.

Berechnet man nach der Formel (83) für beide Fälle die Werte der entsprechenden Dämpfungskonstante  $\epsilon$ , so findet man

$T = 0,181$	$\Lambda = 0,0050$	$\epsilon = 0,127$	Russchicht.
$T = 0,232$	$\Lambda = 0,0049$	$\epsilon = 0,097$	Glattes Papier.

Wir sehen also, dass die dämpfende Wirkung der Reibung einer abgeschliffenen Glasfeder mit Tinte auf glattem Papier *kleiner* ist als die einer Aluminiumfeder auf einer Russchicht.

Nachdem die Eigenschaften der Feder allein untersucht waren, wurde

die Zusatzmasse  $M_1$  wieder angeschraubt. Dann stieg die Eigenperiode  $T$  auf 1,78, was nur um 0,03 von der früher gegebenen Zahl abweicht.

Dieser einfachen Art von Federseismographen (I-ter Typus) entspricht die Konstante  $\sigma$ , von deren Ermittlung weiter die Rede sein wird.

Es handelte sich nun darum, dieses Instrument in den II-ten Typus zu verwandeln und somit die Vergrößerungs- resp. Dämpfungsvorrichtung einzuführen.

Dadurch gehen, den Formeln (62) und (63) gemäss, die Konstanten  $n = \frac{2\pi}{T}$  und  $\sigma$  in  $n_1$  und  $\sigma_1$  über.

Diese Aenderung der Konstanten wird durch die Werte von  $R$  und  $R_1$ , deren Bedeutung durch die Formeln (60) und (61) festgestellt ist, bedingt.

$R$  ist der Biegekonstante  $\Delta$  (siehe die Formel (51)) der kleinen kurzen Feder, welche diese Vergrößerungsvorrichtung trägt, und  $R_1$  dem Trägheitsmoment  $K$  dieser Vorrichtung inbezug auf ihre Drehungsaxe proportional.

Die Eigenperiode  $T_0$  dieser Vergrößerungsvorrichtung allein wird durch die Formel (67) gegeben:

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{\Delta}}$$

Ogleich zur Ermittlung von  $\sigma$  auf Grund des beobachteten Wertes von  $\sigma_1$  (bei eingeführter Dämpfung) die Kenntnis der einzelnen Werte von  $K$  und  $\Delta$  nicht nötig ist, da man dazu, den Formeln (93) und (94) gemäss, nur die drei direkt zu bestimmenden Perioden  $T = \frac{2\pi}{n}$ ,  $T_1 = \frac{2\pi}{n_1}$  und  $T_0$  zu kennen braucht, habe ich doch, um einen Einblick in die Grössenordnung von  $K$  und  $\Delta$  zu gewinnen, diese zwei Grössen direkt bestimmt und dazu zwei verschiedene Methoden verwendet.

*I Methode.*

Die Vergrößerungsvorrichtung wurde mittelst der kleinen Feder an ihrer vertikalen Säule angebracht (siehe die Fig. 4), aber mit dem Federseismographen selbst unverbunden gelassen.

Man bestimmte alsdann mittelst visueller Beobachtungen ihre Eigenperiode

$$T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{\Delta}} \dots \dots \dots (158)$$

Als dann wurde die Grundplatte des Instrumentes auf ihre Kante ge-

stellt und in einem Stativ eingeklemmt. In diesem Fall steht die Säule der Vergrößerungsvorrichtung horizontal und der Schwerpunkt des beweglichen Systems liegt schon etwas unter der Drehungsaxe, etwa in der Entfernung  $\delta$  von derselben<sup>1)</sup>. Infolgedessen wird die Eigenperiode der Vergrößerungsvorrichtung in dieser Lage sich kleiner ergeben. Es sei dieselbe  $T'_0$  und  $M_0$  die Masse des ganzen beweglichen Systems.

Dann wird

$$T'_0 = 2\pi \sqrt{\frac{K}{\Delta + M_0 g \delta}} \dots \dots \dots (159)$$

Man bestimmte auch  $T'_0$ .

Als dann, indem der Apparat in derselben Lage blieb, hing man auf dem längeren Hebelarm in der Entfernung  $l$  von der Drehungsaxe eine kleine Zusatzmasse  $m$  an und bestimmte den Winkel  $\alpha$  um welchen der Hebel sich geneigt hatte.

Ist  $\alpha$  klein, so können wir schreiben

$$M_0 g \delta \cdot \alpha = mgl \dots \dots \dots (160)$$

Aus den drei Gleichungen (158), (159) und (160) lässt sich, wenn  $T_0$ ,  $T'_0$ ,  $m$ ,  $l$  und  $\alpha$  bekannt sind,  $M_0 g \delta$  eliminieren und  $K$  und  $\Delta$  einzeln bestimmen.

Die Beobachtungen haben nun ergeben:

$$T_0 = 5,325$$

$$T'_0 = 3,477$$

$$m = 1 \text{ Gramm}$$

$$l = 42,4 \text{ cm.}$$

$$\alpha = 1^\circ 9'$$

Daraus findet man abgerundet

$$K = 11 \cdot 10^5 \text{ C. G. S.}$$

$$\Delta = 15 \cdot 10^5 \text{ C. G. S.}$$

<sup>1)</sup> Selbstverständlich muss die Vergrößerungsvorrichtung in der früher beschriebenen Weise zuerst ausbalanciert werden.

II Methode.

Der Apparat wurde in seine normale Lage gestellt und die Periode  $T_0$  wiederum bestimmt. Alsdann wurden zwei zylindrische Gewichte auf beiden Seiten der Hebelvorrichtung in bekannter Entfernung von der Drehungsaxe aufgehängt. Dadurch wird die Eigenperiode verlängert. Es sei dieselbe  $T_0''$ .

Bedeute nun  $k_1 + k_2$  das Trägheitsmoment beider Zusatzgewichte inbezug auf die Drehungsaxe der Vergrößerungsvorrichtung, so wird

$$T_0'' = 2\pi \sqrt{\frac{K + k_1 + k_2}{\Delta}} \dots\dots\dots(161)$$

Sind nun  $T_0$ ,  $T_0''$  und  $k_1 + k_2$  bekannt, so lassen sich aus den Gleichungen (158) und (161)  $K$  und  $\Delta$  ermitteln.

Das Resultat der Beobachtungen und Ausmessungen ist folgendes:

$$T_0 = 5,396$$

$$T_0'' = 6,118$$

$$k_1 + k_2 = 361800 \text{ C. G. S.}$$

Daraus ergibt sich abgerundet

$$K = 13 \cdot 10^5 \text{ C. G. S.}$$

$$\Delta = 17 \cdot 10^5 \text{ C. G. S.}$$

Diese Zahlen weichen von den früher bestimmten wenig ab.

Die Grössenordnung von  $K$  und  $\Delta$  ist also festgestellt.

Nach der Bestimmung der beiden Konstanten der Vergrößerungsvorrichtung kehrte man wiederum zu der Untersuchung der Eigenschaften der flachen Feder des Seismographen zurück.

Eine neue Bestimmung der Eigenperiode des Instrumentes ergab

$$T = 1,78.$$

Es lässt sich nun die Eigenperiode  $T = \frac{2\pi}{n}$  aus den bekannten Dimensionen der Feder, ihrem Elastizitätsmodulus  $E$  und der Verteilung der Zusatzmassen auf Grund der Formel (20) berechnen.

Führt man die Rechnungen durch, so findet man  $T = 1,39$ , was schon

merklich ( $0,39$ ) von der direkt beobachteten Periode abweicht, während für die Feder allein ohne Zusatzmasse die Uebereinstimmung zwischen der berechneten und beobachteten Periode, wie wir früher gesehen haben, eine ausserordentlich gute war.

Diese Nichtübereinstimmung der berechneten und beobachteten Periode wird durch die bei der Ablenkung der Feder infolge der verhältnismässig grossen Zusatzmasse eingetretenen Torsion der Feder bedingt.

Wollen wir diese Frage etwas näher verfolgen.

Bedeute  $y_1$  die seitliche Ablenkung des Schwerpunktes der Zusatzmasse  $M_1$ , so wird die Arbeit der elastischen Kräfte, wenn  $y_1$  sich um  $\partial y_1$  vermehrt, gleich

$$- P \partial y_1$$

sein, wo der Gleichung (11) gemäss

$$P = \frac{Eab^3}{4L_1^3} y_1 \dots\dots\dots(162)$$

wird.

Es tritt nun bei der Ablenkung der Feder eine Torsion derselben ein.

Der Winkel, um welchen die Feder in der Entfernung  $L_1$  (Schwerpunkt der Zusatzmasse) von ihrem Anfang sich tordiert, sei  $\beta$ .

In erster Annäherung ist  $\beta$  proportional zu  $y_1$ . Wir können also setzen

$$\beta = \nu y_1 \dots\dots\dots(163)$$

Dieser Koeffizient  $\nu$  kann nun aus direkten Beobachtungen über  $\beta$  und  $y_1$  ermittelt werden.

$\nu$  erwies sich in der Tat als ziemlich konstant und recht wenig von dem Wert von  $y_1$  abhängig.

Im Mittel kann man

$$\nu = 0^\circ 46'$$

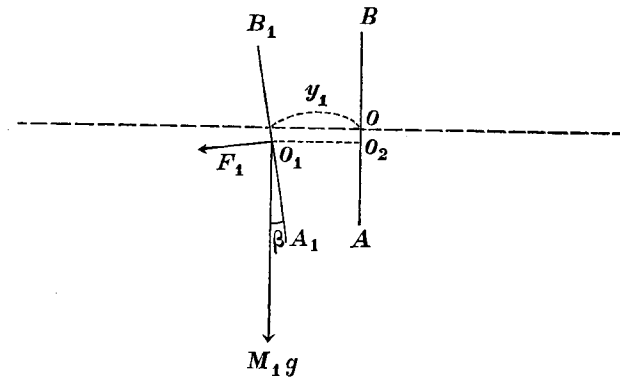
setzen, wenn  $y_1$  in Centimetern ausgedrückt ist.

Nun hat eine Torsion der Feder folgendes zur Folge.

Bei einer seitlichen Verschiebung der Feder um  $y_1$  verlegt sich die Feder aus der Lage  $AB$  in die Lage  $A_1 B_1$  (siehe die Fig. 9), wobei sie um den Winkel  $\beta$  tordiert wird. Zugleich senkt sich der Punkt  $O$  um einen äusserst kleinen Betrag  $OO_2 = \xi$ .

Wegen der Torsion der Feder liefert das Gewicht der Zusatzmasse  $M_1$

Fig. 9.



eine kleine Komponente

$$F_1 = M_1 g \beta$$

senkrecht zu der Fläche der Feder.

Wegen der Kleinheit von  $\beta$  wird die Arbeit dieser Kraft, wenn  $y_1$  sich um  $\partial y_1$  vermehrt, angenähert gleich  $M_1 g \beta \partial y_1$ , oder wegen der Beziehung (163) gleich

$$M_1 g \nu y_1 \partial y_1.$$

Diese Arbeit ist immer positiv.

Die gesamte geleistete Arbeit wird also sein, mit Rücksicht auf die Beziehung (162)<sup>1)</sup>

$$\partial A = - \left[ \frac{Eab^3}{4L_1^3} - M_1 g \nu \right] y_1 \partial y_1.$$

Daraus ergibt sich auf Grund des Lagrange'schen Prinzips, wenn wir die Durchbiegung der letzten Elemente der Feder vernachlässigen und die Länge  $D$  der Schreibvorrichtung vom Schwerpunkt der Zusatzmasse rechnen, also  $Y = s y_1$  (siehe die Formel (14)) setzen, statt der Beziehung (19), die folgende Gleichung:

$$\{ \Sigma m \rho^2 + \Sigma m_1 \rho_1^2 \} Y'' + \frac{4}{9} \left\{ \frac{Eab^3}{4L_1^3} - M_1 g \nu \right\} Y + \frac{2}{3} s \{ \Sigma m \rho + \Sigma m_1 \rho_1 \} s' = 0.$$

Setzen wir die entsprechende Eigenperiode der Bewegung gleich  $T'$  und  $n' = \frac{2\pi}{T'}$ , so erhalten wir unter Berücksichtigung der Beziehungen

<sup>1)</sup> Es wird in diesem Ausdruck der Einfluss der Masse  $M$  der Feder selbst, wegen der Kleinheit von  $\nu$ , vernachlässigt.

(28) und (34)

$$n'^2 = n^2 - \frac{M_1 g \nu}{M_1 + \frac{33}{140} M}, \dots \dots \dots (164)$$

wo

$$n^2 = \frac{Eab^3}{4L_1^3} \cdot \frac{1}{M_1 + \frac{33}{140} M} \dots \dots \dots (165)$$

wird.

Wegen des Einflusses der Torsion wird die Periode  $T'$  sich länger als  $T = \frac{2\pi}{n}$  ergeben, was den Beobachtungen wirklich entspricht.

Setzen wir die früher angegebenen Werte für diesen Federseismographen ein, so folgt

$$T = 1,39,$$

wie früher angeführt wurde, und ausserdem

$$T' = 2,33.$$

Die wirklich beobachtete Periode  $T = 1,78$  liegt zwischen diesen beiden Werten.

$T'$  hat sich also in diesem Fall zu gross ergeben.

Zur Kontrolle, um den Einfluss der Torsion der Feder näher klar zu legen, habe ich noch einen anderen Weg eingeschlagen.

Die Arbeit des Gewichtes der Masse  $M_1$ , wenn  $y_1$  sich um  $\partial y_1$  vermehrt, kann auf einem anderen Wege berechnet werden.

Es lässt sich nämlich zeigen, dass die Senkung  $\xi$  des Schwerpunktes der Masse  $M_1$  (siehe die Fig. 9) in erster Annäherung proportional zu  $y_1^2$  sein muss. In der Tat muss diese Senkung unabhängig von dem Vorzeichen von  $y_1$  sein.

Wir können also setzen

$$\xi = a y_1^2,$$

wo der Koeffizient  $a$  aus direkten Beobachtungen sich ermitteln lässt.

Es ergab sich auf diese Weise

$$a = 0,0066,$$

wenn  $y_1$  in Centimetern ausgedrückt wird.

Die Arbeit der Schwerkraft wird

$$M_1 g \partial \xi = 2a M_1 g y_1 \partial y_1.$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit dem früher gefundenen

$$M_1 g \nu y_1 \partial y_1,$$

so sieht man, dass

$$2a = \nu$$

sein muss.

Nun ergibt sich  $2a = 0,0132$  oder  $2a = \nu = 45,4$ , was mit dem auf einem ganz anderen Wege gefundenen Wert von  $\nu = 46'$  in sehr guter Uebereinstimmung steht.

Der Einfluss der Torsion der Feder, so weit diese die Arbeit des Gewichtes der Masse  $M_1$  anbelangt, ist also richtig berücksichtigt worden.

Die Arbeit der elastischen Kräfte  $\partial A_e$  ist  $y_1 \partial y_1$  proportional. Wir können also setzen

$$\partial A_e = - p y_1 \partial y_1 \dots \dots \dots (166)$$

Aus der elementaren Elastizitätstheorie folgt der Formel (162) gemäss

$$p = \frac{E a b^3}{4 L_1^3} \dots \dots \dots (167)$$

Aus der Tatsache, dass die nach der Formel (164) berechnete Periode grösser als die wirklich beobachtete ausfiel, muss geschlossen werden, dass der wahre Proportionalitätsfaktor in der Gleichung (166) infolge der Torsion der Feder grösser als der nach der Formel (167) sich ergebende sein muss.

Die Wirkung der Torsion der Feder inbezug auf die elastischen Kräfte äussert sich also dadurch, dass diejenige Kraft, welche einer bestimmten Ablenkung  $y_1$  entspricht und die Feder in ihre Ruhelage zurückzubringen strebt, grösser wird, als wenn die Feder bei ihrer Ablenkung untordiert bleibt.

Dieses Resultat haben direkte Versuche völlig bestätigt.

Nach der Formel (167) findet man bei Zugrundelegung der früher angeführten Konstanten

$$p = 1571 \cdot 10^3 \text{ C. G. S.}$$

Zur direkten annäherungsweise Bestimmung des wahren Wertes von  $p$  wurde folgendes Verfahren eingeschlagen.

Nach den früheren Entwicklungen kann die totale geleistete Arbeit, wenn  $y_1$  sich um  $\partial y_1$  vermehrt, unter Berücksichtigung der Senkung der Masse  $M_1$  nach der Beziehung (167) folgendermassen geschrieben werden

$$\partial A = - [p - M_1 g \nu] y_1 \partial y_1.$$

Die entsprechende Kraft  $P_1$  ist also

$$P_1 = p_1 y_1, \dots \dots \dots (168)$$

wo

$$p_1 = p - M_1 g \nu \dots \dots \dots (169)$$

wird.

Nun kann  $p_1$  direkt ermittelt werden.

Man befestige eine Schnur etwa in der Mitte der Zusatzmasse  $M_1$ , führe dieselbe senkrecht zur Federlänge über eine kleine Rolle und belaste sie mit verschiedenen Gewichten  $P_1$ . Indem man die entsprechenden seitlichen Ablenkungen  $y_1$  misst, kann man leicht nach der Formel (168) den Wert von  $p_1$  finden.

Es ergab sich in dieser Weise im Mittel

$$p_1 = 1090 \cdot 10^3 \text{ C. G. S.}$$

Auf Grund der früher angeführten Zahlen ist

$$M_1 g \nu = 1006 \cdot 10^3 \text{ C. G. S.}$$

Daraus erhält man nach der Formel (169)

$$p = 2096 \cdot 10^3 \text{ C. G. S.},$$

während die Formel (167)

$$p = 1571 \cdot 10^3 \text{ C. G. S.}$$

ergab.

Wir sehen also, dass tatsächlich infolge der Torsion der Feder die Grösse der elastischen Kraft, die zu  $y_1$  proportional ist, grösser sich ergibt, als es aus der elementaren Elastizitätstheorie nach der Formel (167) folgen würde.

Diese Tatsache kann formell so aufgefasst werden, als ob infolge der Torsion der Elastizitätsmodulus  $E$  grösser würde. Es sei der neue Wert desselben  $E_1$ .

Diese Grösse lässt sich nun aus der Formel (164) berechnen, wo  $n'$  aus der wahren Eigenperiode  $T$  der Feder zu entnehmen ist.

Es wird nämlich

$$\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \left[\frac{E_1 a b^3}{4 L_1^3} - M_1 g \nu\right] \frac{1}{M_1 + \frac{33}{140} M}.$$

Setzen wir  $T=1,78$ , so finden wir daraus

$$E_1 = 23050 \frac{\text{Kilgr.}}{\square \text{ m/m}},$$

während Durchbiegungsversuche bei untordierter Feder

$$E = 18380 \frac{\text{Kilgr.}}{\square \text{ m/m}}$$

ergaben.

Eine streng durchgeführte Theorie würde wohl den Einfluss der Torsion auch mathematisch verfolgen lassen, aber diese Frage bietet, wie schon früher betont wurde, grosse Schwierigkeiten dar. Ausserdem ist das für unseren Zweck ganz und gar überflüssig, da alle drei Konstanten des Federseismographen ( $T$ ,  $h$  und  $\sigma$ ) immer aus *direkten* Beobachtungen entnommen werden, somit haben wir uns um eine strenge Theorie der gleichzeitigen Biegung und Torsion der Feder wenig zu kümmern.

Es blieb noch eine letzte Frage bezüglich des Verhaltens dieses Federseismographen zu entscheiden übrig, nämlich, welchen Einfluss eine kleine Neigung der Grundplatte, auf welcher der Apparat ruht, um eine zur Federlänge senkrechte Axe auf die Eigenperiode des Instrumentes hat. Dies ist insofern wichtig, um entscheiden zu können, wie genau man bei der Montierung des Instrumentes die Grundplatte horizontal stellen muss.

Bei diesen Versuchen wurde die Neigung der Grundplatte mit Hilfe eines kleinen, an derselben befestigten Spiegels und eines Fernrohrs mit vertikaler Skala bestimmt.

Die Schwingungen der Feder wurden durch ein anderes Fernrohr visuell verfolgt und aus einer grossen Anzahl von Schwingungen die entsprechende Eigenperiode des Instrumentes abgeleitet.

In der folgenden Zusammenstellung bedeutet  $\varphi$  die Neigung der Grundplatte in bezug auf ihre etwa horizontale Anfangslage und  $T$  die entsprechende Periode des Instrumentes.

$\varphi$	$T$
+ 0° 43,0	1,792
0 0,0	1,776
— 0 49,1	1,745.

Wir sehen also, dass eine Neigung der Grundplatte um 1° 32,1 die Eigenperiode nur um 0,047 ändert. Eine Neigung um etwa 1½° ist ver-

hältnismässig eine grosse Neigung, die mit dem blossen Auge sehr bemerkbar wird. Wir können also daraus schliessen, dass kleine Neigungen einen verschwindend kleinen Einfluss auf die Eigenperiode des Instrumentes haben.

Was nun den Einfluss der Amplituden der Ausschläge auf die Eigenperiode  $T$  anbelangt, so haben die Versuche folgendes ergeben.

Bei horizontaler Lage der Grundplatte ( $\varphi = 0$ ) war für sehr kleine Amplituden

$$T = 1,776.$$

Wenn aber die Amplituden sehr gross wurden, sodass die Feder fast in Berührung mit der vertikalen Säule der Astasiervorrichtung kam, so ergab sich

$$T = 1,765.$$

Der Unterschied beträgt also nur 0,011.

Wir können also für praktische Zwecke annehmen, dass die Eigenperiode dieses Federseismographen als völlig unabhängig von den Amplituden der Ausschläge zu betrachten ist. Dies ist eine sehr wichtige Eigenschaft dieser Art von Seismographen.

Nach Abschluss aller dieser Versuche, welche den Zweck hatten die Eigenschaften dieser Federseismographen klar zu legen, wurde die Vergrösserungs- resp. Dämpfungsvorrichtung eingeführt. Die Schreibvorrichtung befand sich dabei am Ende der flachen Stahlfeder.

Die Eigenperiode des Federseismographen allein war

$$T = 1,78.$$

Bei eingeschalteter Vergrösserungsvorrichtung, aber bei ausgeschalteter Dämpfung, war die Eigenperiode des Instrumentes schon

$$T_1 = 2,94.$$

Die Eigenperiode der Vergrösserungsvorrichtung allein war

$$T_0 = 5,40.$$

Es wurde alsdann die Dämpfung eingeführt und eine Reihe von Kurven der Eigenbewegung des Instrumentes aufgenommen.

Aus diesen fand man im Mittel folgende Werte:

$$T_1' = 2,983 \text{ (bei eingeschalteter Dämpfung)}$$

$$\Lambda_1 = 0,240$$

$$h_1 = 0,173$$

$$v_1 = 1,74.$$

Daraus bekommt man für die Eigenperiode ohne Dämpfung

$$T_1 = 2,94,$$

was mit der früheren Zahl zusammenfällt.

Es ist also klar, dass die Einführung der Dämpfung keinen merklichen Einfluss auf die Eigenperiode  $T_1$  hat. Dieses Resultat ist eine wichtige Eigenschaft der magnetischen Dämpfung.

Wir sehen auch, dass mit dieser dünneren Feder  $T$  und  $T_1$  sich bedeutend grösser ergeben haben, als in dem früheren Fall der dickeren. Damals war  $T = 0,91$  und  $T_1 = 1,16$ . Um die Empfindlichkeit der Registrierung zu vermehren, ist es also im allgemeinen günstig verhältnismässig dünne Federn zu benutzen.

Nach Bestimmung dieser drei Perioden  $T$ ,  $T_1$  und  $T_0$  wurde zur Ermittlung der Konstante  $\sigma_1$  mit Hilfe der Untersuchungsplattform geschritten.

Es wurden dazu drei Kurven der harmonischen Plattformbewegung bei eingeschalteter verhältnismässig schwacher Dämpfung ( $h_1 = 0,173$ ) aufgenommen und aus ihnen  $\sigma_1$  auf Grund der Formel (85) abgeleitet:

$$\sigma_1 = \sqrt{(u_1^2 - 1)^2 + 4h_1^2 u_1^2} \cdot \frac{y_m}{z_m},$$

wo

$$u_1 = \frac{T_p}{T_1}$$

ist.

Die Beobachtungen haben nun folgendes ergeben.

$$(T_1 = 2,94, \quad h_1 = 0,173)$$

$2z_m$	$2y_m$	$T_p$	$\sigma_1$
10,1 m/m	8,3 m/m	1,854	0,527
10,05	11,85	2,333	0,544
10,05	14,7	2,615	0,544

} Im Mittel  
 $\sigma_1 = 0,538.$

Dieser Wert von  $\sigma_1$  entspricht dem Fall, wo die Vergrösserungsvorrichtung eingeschaltet, die Schreibvorrichtung aber am Ende der Stahlfeder befestigt ist.

Wollen wir nun den Wert dieser Konstante (nämlich  $\sigma$ ) bestimmen, wenn die Vergrösserungsvorrichtung ausgeschaltet ist.

Dazu dienen die Formeln (93) und (94).

Auf Grund der beobachteten drei Perioden  $T$ ,  $T_1$  und  $T_0$  findet man

$$(1 + v) = 1 + \left(\frac{T_0}{T}\right)^2 \cdot \frac{T_1^2 - T^2}{T_0^2 - T_1^2} = 3,457.$$

Folglich wird

$$\sigma = 1,86.$$

Wir haben hier von der Dämpfungsvorrichtung Gebrauch gemacht, um den Wert der Konstante  $\sigma$  des ungedämpften Federseismographen (I-ter Typus) gemäss den Entwicklungen des § 5 zu bestimmen.

Ist nun  $\sigma$  einmal bekannt, so kann man schon diesen vereinfachten Typus von Seismographen (ohne Dämpfung) zur Erforschung der wahren Bodenbewegung verwenden, indem man zur Auswertung der erhaltenen Kurven eine der im § 6 beschriebenen Methoden verwendet. Am bequemsten ist es, die I-te oder II-te Methode zu benutzen. Wir wissen schon, dass solche Bestimmungen mit ungedämpften Apparaten auf keine grosse Genauigkeit Anspruch erheben können, aber für seismische Gebiete, von wo sonst gewöhnlich keine instrumentellen Daten vorliegen, würden sie wohl ausreichend sein.

Um nun ein weiteres Urteil zu gewinnen, was ein solcher einfacher Federseismograph (I-ter Typus) zu liefern imstande ist, ist mit demselben eine Reihe von Diagrammen bei harmonischer Plattformbewegung aufgenommen und alsdann in der früher angegebenen Weise ausgewertet worden.

Die Resultate dieser Bestimmungen sind in der folgenden Tabelle niedergelegt.

Die Auswertung der Kurven geschah nach der ersten im § 6 beschriebenen Methode, d. h. auf Grund der gemessenen Maxima Maximorum und Minima Minimorum. Diese Methode ist besonders einfach und bequem und führt rasch zum Ziel.

Bei der Feststellung der Periode der Plattformbewegung  $T_p$ , muss man zwei entsprechende, möglichst weit von einander entfernte Maxima wählen und alsdann die Anzahl der dazwischen liegenden echten Maxima bestimmen. Dieser Wert kann eine gerade oder ungerade Zahl sein. Auf

diese Weise bekommt man, wie die folgende Tabelle es lehrt, für die Periode  $T_p$  der Bewegung des Untergrundes recht vertrauenswürdige Daten.

Es sind auf diese Weise im Ganzen 8 Kurven aufgenommen worden. Für die ersten 7 Kurven war  $T_p > T$ , also  $u > 1$ , und für die letzte  $T_p < T$ , also  $u < 1$ . Die Berechnungen wurden mit den beobachteten Werten von  $T_p$  ausgeführt.

$y_m$	$T_p$		$z_m$	
	Gegeben.	Beobachtet.	Gegeben.	Berechnet.
1,4 m/m	4,83	4,83	5,0 m/m	4,8 m/m
3,8	3,37	3,37	5,0	5,3
8,8	2,59	2,59	5,0	5,3
15,1	2,28	2,26	5,0	5,0
18,8	2,16	2,19	5,1	5,2
28,7	2,05	2,04	5,1	4,8
46,9	1,97	1,95	5,1	5,0
32,6	1,51	1,52	5,1	4,7

Diese Tabelle zeigt, dass die Uebereinstimmung der Perioden  $T_p$  eine fast absolute ist; der Unterschied zwischen beiden beträgt höchstens 0,03.

Die Uebereinstimmung zwischen den gegebenen und berechneten Amplituden der Plattformbewegung  $z_m$  ist für ein solches grobes, ungedämpftes Instrument ebenfalls als eine höchst befriedigende zu bezeichnen, da der maximale Unterschied zwischen beiden Amplituden nur etwa 8% ausmacht.

Wir sehen also, dass ein solcher einfacher Federseismograph (I-ter Typus) wirklich imstande ist, bei fortdauernder harmonischer Bewegung des Untergrundes die wahren Elemente dieser Bewegung, nämlich die Periode und Amplitude derselben, mit völlig ausreichender Genauigkeit zu liefern.

Durch Einführung der Vergrößerungsvorrichtung und Dämpfung, wird die Eigenperiode verlängert, wobei dieser einfache Apparat in den II-ten Typus dieser Federseismographen sich verwandelt. Dieser Typus entspricht besser den theoretischen Forderungen einer rationellen Auswertung von Seismogrammen, aber für seismische Gebiete wird auch der I-te Typus wohl ganz zweckentsprechend sein.

Bei diesem II-ten Typus von Federseismographen betrug schon die Eigenperiode 2,94.

Man konnte weiter durch Einführung der Zusatzastastierfeder die Eigenperiode (III-ter Typus) wohl auf 5—6 Sekunden steigern, aber bei Anwendung einer verhältnismässig dünnen flachen Stahlfeder, wie die hier in Betracht kommende, wird das meistens wohl überflüssig sein, da eine Eigenperiode des Instruments von etwa 3 Sekunden für seismische Gebiete als völlig ausreichend betrachtet werden darf.

Der II-te Typus dieser Instrumente bietet nämlich im Vergleich zum III-ten den sehr erheblichen Vorteil, dass seine Eigenperiode sich ausserordentlich konstant erhält, infolgedessen sind keine besonderen Zeitmarken auf dem Registrierbogen nötig, da aus der bekannten Eigenperiode des Instrumentes selbst die Länge einer Sekunde auf den Seismogrammen sofort hervorgeht. Ausserdem ist bei diesem Instrument die Eigenperiode praktisch als völlig unabhängig von den Amplituden der Ausschläge zu betrachten.

Für seismische Untersuchungen und für spezielle Beobachtungen über künstliche Erschütterungen wird wohl dieser II-te Typus am zweckmässigsten sein. Derselbe kann, wenn nötig, leicht in den I-ten Typus verwandelt werden.

Fassen wir nun die Ergebnisse dieser ganzen Untersuchung zusammen, so sehen wir, dass die hier beschriebenen drei Typen von Federseismographen, deren Theorie, Methoden der Konstantenbestimmung und Anwendungsweise ausführlich beschrieben wurde, sich nach den mit denselben ausgeführten Laboratoriumsversuchen völlig bewährt haben, und da dieselben in ihrer Konstruktion und Bedienung sehr einfach und ausserdem leicht transportabel sind, so ist wohl anzunehmen, dass sie bei seismischen Untersuchungen in Stossgebieten, so wie bei speziellen Beobachtungen über künstliche kurzperiodige Erschütterungen, imstande sein werden eventuell ganz gute Dienste zu leisten.