

TARTU ÜLIKOOL
Loodus- ja tehnoloogiateaduskond
Füüsika instituut

PEETER PIKSARV

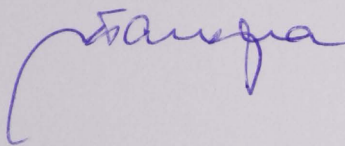
ÜLILÜHIKESED OPTILISED IMPULSID
DIFRAKTSIOONI ÄÄRELAINETEOORIAS JA NENDE
EKSPERIMENTAALNE REGISTREERIMINE

Magistritöö fundamentaalfüüsikas

Juhendajad: TÜ FI laineoptika professor akadeemik PEETER SAARI
TÜ FI erakorraline teadur MSc HELI LUKNER
TÜ FI optika vanemteadur PhD KAIDO REIVELT

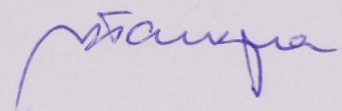
Lubatud kaitmisele

01.06.2009.



Kaitstud hindele "A"

05.06.2009.



Tartu 2009

SISUKORD

1	SISSEJUHATUS	3
2	DIFRAKTSIOONI ÄÄRELAINETEOORIA	5
2.1	Tasalaine difraktsioon ja äärelaine impulss	8
2.2	Tasalaine impulsi difraktsioon ümmarguselt avalt	9
2.3	Difraktsiooni äärelaineimpulsi omadused	14
3	SPEKTRAALNE INTERFEROMEETRIA	17
3.1	SEA TADPOLE	19
4	MATERJALID JA MEETODID	23
4.1	Eksperimendiseadmed	23
4.2	Arvutisimulatsioonid	25
5	TULEMUSED JA ANALÜÜS	27
5.1	Difraktsioon ümmarguselt avalt	27
5.2	Difraktsioon kettalt	32
5.3	Difraktsioon rõngaspilult	36
6	KOKKUVÕTE	42
	KASUTATUD KIRJANDUS	44
	INGLISKEELNE KOKKUVÕTE	49
A	DIFRAGEERUNUD LAINEVÄLJA SIMULATSIOON	50

1 SISSEJUHATUS

Esimesed viited difraktsioonile ehk valguse levimisele geomeetrilise varju piirkonda kui nähtusele leiduvad Leonardo da Vinci töödes [1, lk 412]. Samas ka veel tänapäeval peetakse difraktsiooniprobleeme ühtedeks raskeimateks optikas, mille lahendid on vaid vähestel erijuhtudel avaldatavad ilmutatud kujul ilma lähendusi kasutamata.

Thomas Young käsitles 19. sajandi esimestel aastatel avaldatud töödes valguse difraktsiooni füüsikaliselt intuiitiivse ja atraktiivse hüpoteesi alusel kui avast geomeetrilise optika kohaselt otse läbi läinud laine ja apertuuri servalt lähtuva äärelaine omavahelise interferentsi tagajärjena. Fresneli–Kirchhoffi difraktsiooniteooria edu varjus jäid Youngi ideed edasi arendamata ning difraktsiooni äärelaineteooriale anti matemaatiliselt täpne formuleering alles 20. sajandil Maggi, Rubinowiczi, Miyamoto ja Wolfi poolt [2–6]. Nende töödega tõestati ka kooskõla kahe käsitluse vahel, näidates, et Fresneli–Kirchhoffi difraktsiooni-valemi pindintegraal on teisendatav äärelaine avaldiseks lihtsa joonintegraali kujul.

Kui statsionaarse, sh monokromaatse valgustuse korral saab äärelainet eristada vaid geomeetrilise varju piirkonnas, kus ta on identne difrageerunud lainega, siis ülilühikeste impulsside korral on geomeetrilise optika kohaselt tõkke taga leviva laineosa ja difraktsiooni äärelaine impulsse võimalik eristada nii isesuguse ruumilise jaotuse alusel kui ka nendevahelise viivise järgi [7]. Ülilühikesteks on siinjuures loetud impulsid, mille ajalist kestust mõõdetakse femtosekundites (10^{-15} s) ja mis seega koosnevad vaid mõnest kuni mõnekümnest väljatugevuse vönkest.

Ülilühikeste optiliste impulsside levikuga ruumis kaasnevad, eriti fokuseerimisel, valgusvälja mitmed keerulise ajalise ja ruumilise struktuuriga moondumised, millest paljusid pole kunagi otseselt mõõdetud [8–10]. Vastusena femtosekundoptika väljakutsetele laiaribaliste, kõrget ajalist ja ruumilist lahutust nõudvate ning madala intensiivsusega impulsside mõõtmisel on arenenud ka lokaliseeritud valgusimpulsside ajalis-ruumilise käitumise uurimiseks sobivad diagnostikameetodid [11].

Georgia Tehnoloogiainstituudis on hiljuti välja töötatud spektraalsel interferomeetrial põhinev SEA TADPOLE mõõtemetoodika [12–15], mis on andnud otsese vahendi keeruliste (impulsi kestuse ja ribalaiuse korrutis kuni 400), lokaliseeritud laineväljade amplituudi ja faasi registreerimiseks mikromeetrilise ruumilise ja femtosekundilise ajalise lahutusega [16]. Mõõtes SEA TADPOLE-ga tugevalt fokuseeritud femtosekundimpulsside lainevälja, on leitud kinnitus täiendava X-tähe kujulise impulsi või “äärelaine impulsi” olemasolule [15], mis on põhjustatud valgusvälja piirava apertuuriava servast ning oma superluminaalse leviku ja kuju poolest sarnaneb lokaliseeritud lainete teorias tuntud Bessel-X-impulssidele [17–19]. Äärelaine impulsi tekkimist on ennustatud kromaatilise aberratsiooni olemasolul või juhul, kui

lääts on kogu oma apertuuri ulatuses valgustatud [7, 8].

Äärelaine impulssi saab klassifitseerida nn kiirenevaks Besseli impulsiks, mida on esmakordselt teoreetiliselt kirjeldatud alles hiljaaegu [20]. Besseli funktsiooni järgiva radiaalse energiajaotusega impulsside uurimine on alates 1990-ndatest aastatest pakkunud suurt huvi, sest nad võivad levida vaakumis või lineaarses keskkonnas justkui difraktsioonivabalt [17–19, 21, 22]. Besseli impulsse kasutatakse näiteks plasma genereerimisel [23], valguse filamentatsioonil [24, 25], pilditehnikas [26], osakeste mikromanipulatsioonil [27] ja ka rakkude transfektsioonil [28].

Käesoleva töö eesmärgiks on uurida difraktsiooni äärelaineteooriaga kirjelduvat äärelaine-impulssi ning registreerida äärelaine impulsi ajaline ja ruumiline käik eksperimentaalselt SEA TADPOLE mõõtemetoodika abil. Selleks on uuritud femtosekundlaserimpulsside difraktsiooni kolme tüüpi tõketel: impulsi langemisel ümmargusele avale, kettale ja rõngaspilule. Saadud mõõtmistulemused on kõrvutatud vastavate arvutisimulatsioonidega ning on hinnatud difraktsiooni äärelaineteooria sobivust impulsside tegeliku leviku kirjeldamisel reaalistest materjalidest tõkete paiknemisel valgusväljas.

Töö esimeses kahes peatükis on kirjanduse põhjal antud teoreetiline ülevaade difraktsiooni äärelaineteooriast ja spektraalse interferomeetria meetoditest. Neisse referatiivsetesse peatükkidesse on lisatud ka mõningad autoripoolsed täiendused ja märkused. Kolmandas osas on täpsemalt kirjeldatud kasutatud katseseadet ning simulatsioonimetoodikat. Edasi on kirjeldatud difrageerunud ülilühikeste laserimpulsside mõõtmiste tulemusi ning on võrreldud valgusväljade eksperimentaalselt registreeritud ajalis-ruumilisi sõltuvusi teooriast arvatutega.

2 DIFRAKTSIOONI ÄÄRELAINETEOORIA

Kui Thomas Young 1802. aastal esitas oma väited valguse lainelise olemusest [29], käsitles ta difraktsiooni kui pealelangeva laine ja apertuuriava äärelt lähtuva “peegeldunud” valguse – äärelaine – omavahelise interferentsi tulemust. Leidmata sellele otsest eksperimentaalset kinnitust ning piirdudes vaid kvalitatiivse kirjeldusega ei kogunud need ideed Fresneli difraktsiooniteooria varjus palju tuntust. Äärelaine ideed taasavastasid Maggi ja Rubinowicz [2–4], kes töötasid välja kvantitatiivse teooria. Seda arendasid edasi Miyamoto ja Wolf [1, 5, 6] tuletades äärelaineteooria matemaatilise ekvivalendina Fresneli–Kirchhoffi difraktsiooniteooriale¹. Äärelaineteooria – ehkki mitte väga laialdaselt tuntud – on intuiivselt arusaadav ja eriti sobiv ning lihtne seletamaks difraktsiooninähtusi ülilühikeste impulsside korral.

Miyamoto ja Wolf [5, 6] on näidanud, et Fresneli–Kirchhoffi difraktsiooniintegraali, mis kirjeldab difrageerunud lainevälja tasapinnalise apertuuri taga, saab üles kirjutada täiendavaid kitsendusi tegemata kahe liikme summana. Esimene liige on sealjuures seotud äärelaineteoorias defineeritud vektorpotentsiaali singulaarsete punktidega apertuuri tasandil, mis pealelangeva tasa- või sfäärilise laine erijuhul vastab geomeetrilise optika reegleid järgivale lainele, ning teine liige kirjeldab sekundaarlained, mille allikad paiknevad piki apertuuriava äärejoont. Youngi–Maggi–Rubinowiczi–Miyamoto–Wolfi difraktsiooni teooria saab formuleerida ka üldisemalt, suvalise läbilaskvusefunktsiooniga apertuuri korral [32]. Sellisel juhul koosneb difraktsioonilaine lisaks kahele eelpoolmainitud liikmele veel lainetest, mille allikad paiknevad apertuuri punktides, kus apertuuri läbilaskvuse gradient on nullist erinev.

Järgides Miyamoto ja Wolfi tuletuskäiku [5, 6], vaatleme monokromaatsset skalaarset lainevälja

$$V(P, t) = U(P) \cdot e^{-i\omega t}, \quad (2.1)$$

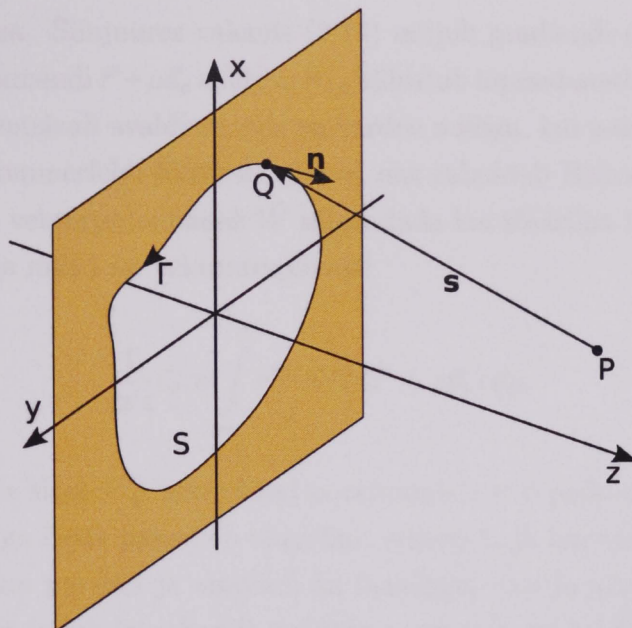
kus P on tüüpiline lainevälja punkt ning ω ringsagedus. Lainevälja ajast sõltumatu osa U rahuldab Helmholtzi võrrandit

$$(\nabla^2 + k^2)U = 0, \quad (2.2)$$

kus $k = \omega/c$ on lainearv. Vastavalt Kirchhoffi difraktsiooniteooriale on apertuurilt S difrageerunud laineväli poolruumi $z > 0$ punktis P esitatav kujul [5, §8.3.2]:

$$U(P) = \iint_S \vec{V}(Q, P) \cdot \vec{n} dS, \quad (2.3)$$

¹On näidatud, et difraktsiooni äärelaineteooria saab formuleerida ka Rayleigh’–Sommerfeldi valemite põhjal [30, 31].



Joonis 2.1. Tähistusi seondult difraktsioonigeomeetriaga.

kus

$$\vec{V}(Q, P) = \frac{1}{4\pi} \left[U(Q) \nabla_Q \frac{e^{iks}}{s} - \frac{e^{iks}}{s} \nabla_Q U(Q) \right]. \quad (2.4)$$

Siin Q on punkt apertuuril S , s tähistab kaugust punktide Q ja P vahel ning \vec{n} on apertuuri tasandi normaalvektor, mis on suunatud poolruumi $z > 0$, nagu on näidatud joonisel 2.1. ∇_Q märgib gradiendi operaatorit punkti Q koordinaatide suhtes.

Kuivõrd mõlemad funktsioonid $\exp(iks)/s$ ja $U(Q)$ rahuldavad Helmholtzi võrrandit (2.2) saab näidata, et

$$\nabla_Q \cdot \vec{V}(Q, P) = 0. \quad (2.5)$$

Sellest tulenevalt saab vektori $\vec{V}(Q, P)$ esitada sobiliku vektorpotentsiaali $\vec{W}(Q, P)$ rootorina kui

$$\vec{V}(Q, P) = \nabla_Q \times \vec{W}(Q, P) \quad (2.6)$$

konkreetsel laineväljal U jaoks [5].

On näidatud [5], et suvalise laineväljal $U(P)$ jaoks saab vektorpotentsiaali kirjutada kujul

$$\vec{W}(Q, P) = \frac{e^{iks}}{4\pi s} \vec{e}_s \times \int_{-\infty}^0 e^{ik\mu} \nabla U(\vec{r}' + \mu \vec{e}_s) d\mu + \vec{W}_\infty, \quad (2.7)$$

kus \vec{e}_s on ühikvektor, mis on suunatud väljapunktist P apertuuri punkti Q , \vec{r}' on punkti Q kohavektor ning μ on muutuja, millele vastab kaugus punktist Q piki

sirge PQ pikendust. Siinjuures valemis (2.14) mõjub gradiendi operaator ∇ laine-funktsiooni U argumenti $\vec{r}' + \mu\vec{e}_s$ suhtes. \vec{W}_∞ tähistab lõpmatusest pärinevat jäänuk-panust vektorpotentsiaali avaldisse, mis on võrdne nulliga, kui pealelangev skalaarne laineväli täidab Sommerfeldi kiirgustingimusi ehk rahuldab Helmholtzi võrrandit [6]. Sellisel juhul saab vektorpotentsiaali \vec{W} tõlgendada kui sfäärilist lainet, mille allikas asub punktist Q ja millel on vektoramplituud

$$\frac{1}{4\pi s} \vec{e}_s \times \int_{-\infty}^0 e^{ik\mu} \nabla U(\vec{r}' + \mu\vec{e}_s) d\mu. \quad (2.8)$$

Seda võib vaadelda sirge PQ pikendusel poolruumis $z < 0$ paiknevate allikate summaarset panust. Iga üksik panus on võrdeline vektori \vec{e}_s ja lainevälja gradiendi vektorkorutisega selles punktis ja sisaldab ka faasiliiget $\exp(i\omega\mu/c)$, kus μ/c vastab ajavahemikule, mis kulub lainefroni levikuks apertuuri punkti Q [5].

Asendades valemist (2.6) Kirchhoffi difraktsiooniintegraali avaldisse (2.3) ning rakendades Stokesi teoreemi saab difrageerunud lainevälja punktis P kirjutada üles kujul [6]:

$$U(P) = U_G(P) + \sum_S F_j(P), \quad (2.9)$$

kus

$$F_j(P) = \lim_{\sigma_j \rightarrow 0} \int_{\Gamma_j} \vec{W} \vec{e}_t d\Gamma_j \quad (2.10)$$

ja

$$U_B(P) = \int_{\Gamma} \vec{W} \vec{e}_t d\Gamma. \quad (2.11)$$

Ülal toodud valemities Γ tähistab apertuuri äärejoont, Γ_j kujutab väikest ringi raadiusega σ_j , mis ümbritseb igat vektorpotentsiaali \vec{W} singulaarset punkti Q_j tasandil S , \vec{e}_t on joonte Γ ja Γ_j puutujavektor. Vaadatuna punktist P on joonintegraalid piki Γ võetud päripäeva ja piki Γ_j vastupäeva. Summeerimine valemis (2.9) toimub üle kõigi $\vec{W}(Q, P)$ singulaarsete punktide Q_j apertuuril S kindla vaatluspunkti P korral. Vektorpotentsiaali singulaarsete punktide arvestamine integreerimispiirkonna valikul on oluline tagamaks lainevälja pidevus [5].

Valemist (2.11) on näha, et $U_B(P)$ kujutab endast apertuuri äärepunktidest lähtuvat summaarset panust ning seetõttu nimetataksegi vastavat liiget äärelaineks. Erijuhul, kui apertuurile langeb peale tasalaine või sfääriline laine, vastab liikmele $\sum_S F_j(P)$ laine, mis levib kooskõlas geomeetrilise optika reeglitega [6].

Arvutamaks difrageerunud lainevälja punktis P peame vastavalt Kirchhoffi difraktsioonivalemile (2.3) teadma pealelangeva lainevälja ja tema normaalisuunalise tuletise väärtusi apertuuri kõigis punktides. Samas äärelaine avaldise (2.11) jaoks

peaksime teadma laineväljale vastavat vektorpotentsiaali $\vec{W}(Q, P)$ igas apertuuri äärepunktis Q , milleks vastavalt valemile (2.7) on üldisel juhul vaja teada lainevälja igal punktil koonusel, mille tipuks on P ja mille moodustajad paiknevad apertuuri äärel. Siiski on näidatud [6], et pealelangeva tasalaine või sfäärilise laine korral sõltub äärelaine ainult laineväljast apertuuri äärel ning seda saab kasutada hea lähenduseks ka muudel juhtudel, näiteks Gaussi kimbu korral [33, 34].

2.1 Tasalaine difraktsioon ja äärelaine impulss

Esmalt vaatleme apertuurile langevat monokromaatset tasalainet, mille leviku suund on määratud ühikvektoriga \vec{p} :

$$U_i(P) = A \cdot e^{ik\vec{p}\cdot\vec{r}}, \quad (2.12)$$

kus \vec{r} on punkti P kohavektor ning A on konstant. Sellisel juhul avaldub Kirchhoffi difraktsiooniintegraalis valemiga (2.4) määratud vektor kui

$$\vec{V}(Q, P) = \frac{A}{4\pi} e^{ik\vec{p}\cdot\vec{r}'} \cdot \frac{e^{iks}}{s} \left[\left(ik - \frac{1}{s} \right) \vec{e}_s - ik\vec{p} \right], \quad (2.13)$$

kus \vec{e}_s on vektori $\vec{s} = \vec{r}' - \vec{r}$ suunaline ühikvektor $\vec{e}_s = \vec{s}/s$. Vastava vektorpotentsiaali saab kirjutada kujul (vt [5])

$$\vec{W}(Q, P) = \frac{A}{4\pi} e^{ik\vec{p}\cdot\vec{r}'} \cdot \frac{e^{iks}}{s} \cdot \frac{\vec{e}_s \times \vec{p}}{1 + \vec{e}_s \cdot \vec{p}}. \quad (2.14)$$

Valemist (2.14) on näha, et pealelangeva tasalaine korral on vektorpotentsiaalil $\vec{W}(Q, P)$ ainult üks singulaarne punkt Q_1 apertuuri tasandil, kui

$$1 + \vec{e}_s \cdot \vec{p} = 0, \quad (2.15)$$

millele vastab laine leviku suunas läbi punkti P tõmmatud sirge lõikumispunkt apertuuri tasandiga. Sõltuvana sellest, kas punkt P jääb otsese kiire alasse või geomeetrilise varju piirkonda, järeldub, kas singulaarne punkt Q_1 paikneb seespool või väljaspool apertuuri [6]. Seega saab difrageerunud välja kirjutada kujul

$$U(P) = U_G(P) + U_B(P), \quad (2.16)$$

kus

$$U_G(P) = \begin{cases} U(P), & \text{kui } P \text{ paikneb otseses kiires;} \\ 0, & \text{kui } P \text{ on geomeetrilise varju piirkonnas.} \end{cases} \quad (2.17)$$

Vastavalt valemitele (2.11) ja (2.14) avaldub äärelaine pealelangeva tasalaine korral integraalina

$$U_B(P) = \frac{A}{4\pi} \int_{\Gamma} e^{ik\vec{p}\cdot\vec{r}'} \cdot \frac{e^{iks}}{s} \cdot \frac{(\vec{e}_s \times \vec{p}) \cdot \vec{e}_t}{1 + \vec{e}_s \cdot \vec{p}} d\Gamma. \quad (2.18)$$

Valemid (2.16), (2.17) ja (2.18) vastavad Kirchhoffi difraktsiooni integraali Maggi-Rubinowiczi esitusele, vt [35, §2.1] või [1, §8.9].

Difraktsiooni äärelaineteooria üldistamiseks polükromaatsetele laineväljadele, on pealelangev laine esitatav monokromaatsete lainete superpositsioonina

$$u(P, t) = \mathcal{F}^{-1} \{U(P, \omega)\}, \quad (2.19)$$

kus \mathcal{F}^{-1} tähistab Fourier' pöördteisendust. Tulenevalt Fourier' pöörde lineaarsetest omadustest saab eraldada apertuurile langeva valgusimpulsi tema monokromaatseteks komponentideks ning difrageerunud välja saab kirjutada sarnaselt valemile (2.16):

$$u(P, t) = u_G(P, t) + u_B(P, t), \quad (2.20)$$

kus

$$u_G(P, t) = \mathcal{F}^{-1} \{U_G(P, \omega)\}, \quad (2.21)$$

$$u_B(P, t) = \mathcal{F}^{-1} \{U_B(P, \omega)\}. \quad (2.22)$$

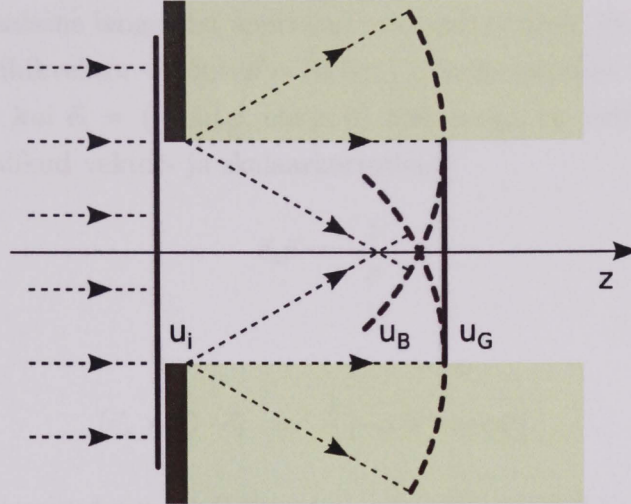
Sealjuures $U_G(P, \omega)$ ja $U_B(P, \omega)$ on defineeritud vastavalt valemitega (2.17) ja (2.18) ning laineväljasid $u_G(P, t)$ ja $u_B(P, t)$ võib seostada geomeetrilise laine ja difraktsiooni äärelaine impulssidega [7]. Geomeetriselt võib kujutada äärelaineimpulsi ja geomeetrilise laine impulsi teket fikseeritud ajahetkel nii, nagu on kujutatud joonisel 2.2.

2.2 Tasalaine impulsi difraktsioon ümmarguselt avalt

Järgnevalt on antud töös vaadeldud difraktsiooni äärelainet kõige lihtsamal juhul ehk tasalaine impulsi difraktsioonil ümmarguse avaga läbipaistmatult maskilt. Olgu ava raadius a ja koordinaattelgede alguspunkt ava keskpunktis. Artikli [7] põhjal uurime difrageeruvat tasalainet, mis langeb risti apertuurile

$$u_i(P, t) = u_0 h\left(t - \frac{z}{c}\right). \quad (2.23)$$

Siin u_0 on konstant ja funktsioon $h(t) = v(t) e^{-i\omega_0 t}$ kirjeldab impulsi ajalist evolutsiooni. Geomeetrilise optika reeglite kohaselt leviv laine on seega antud sarnaselt



Joonis 2.2. Üllilühikese tasalaineimpulsi difraktsioon ümmarguselt avalt vastavalt Youngi difraktsiooni äärelaineteooriale, mille kohaselt difragreerunud impulss on esitatav geomeetrilise laine impulsi u_G (pidev joon) ja äärelaine impulsi u_B (katkendjoon) interferentsina [36].

valemile (2.17):

$$u_G(P, t) = \begin{cases} u_i(P, t), & \text{kui } r < a, \\ 0, & \text{kui } a < r. \end{cases} \quad (2.24)$$

Pealelangeva laine $u_i(P, t)$ sagedusesituses avaldub kui

$$U_i(P, \omega) = \mathcal{F}\{u_i(P, t)\} = u_0 H(\omega) e^{ikz}, \quad (2.25)$$

kus $H(\omega) = \mathcal{F}\{h(t)\}$. Apertuuri tasandis $z = 0$ ning seega $U_i(Q, \omega) = u_0 H(\omega)$ [7].

Järgnevalt leiame valemi (2.18) põhjal avaldise äärelaine jaoks, kui pealelangev tasalaineimpulss on kirjeldatud valemiga (2.23). Ristkoordinaatides saab avaldada apertuuri äärepunkti Q ja vaadeldava difraktsioonilaine punkti P kujul

$$Q = (a \cos \varphi, a \sin \varphi, 0), \quad (2.26)$$

$$P = (r \cos \phi, r \sin \phi, z), \quad (2.27)$$

kus φ ja ϕ tähistavad vastavalt punktide Q ja P polaarnurki. Seega vektor väljapunktist P apertuuri punkti Q on üles kirjutatav kui

$$\vec{s} = (a \cos \varphi - r \cos \phi, a \sin \varphi - r \sin \phi, -z) \quad (2.28)$$

ning tähistades $\psi = \varphi - \phi$ avaldub vektori \vec{s} pikkus vastavalt

$$s = \sqrt{z^2 + a^2 + r^2 - 2ar \cos \psi}. \quad (2.29)$$

Arvestades tasalaine langemist apertuuri normaali suunas, siis vastav faasipinna leviku suunaline ühikvektor võrdub $\vec{p} = (0, 0, 1)$. Lisaks avaldub apertuuri puutuja-vektor punktis Q kui $\vec{e}_t = (-\sin \varphi, \cos \varphi, 0)$ ning seega on leitavad valemi (2.18) avaldamiseks vajalikud vektor- ja skalaarkorrutised:

$$\vec{e}_s \vec{p} = -\frac{z}{s} \quad (2.30)$$

ja

$$(\vec{e}_s \times \vec{p}) \cdot \vec{e}_t = \frac{1}{s} [-a + r \cos \psi]. \quad (2.31)$$

Arvestades, et fikseeritud punkti P korral on $\cos \psi$ sümmeetriline $\psi = \pi$ suhtes, siis äärelaine jaoks saab antud juhul kirjutada seega

$$U_B(P, \omega) = \frac{u_0 H(\omega)}{2\pi} \int_0^\pi \frac{e^{iks}}{s} \frac{(r \cos \psi - a) \cdot a}{s \cdot (1 - \frac{z}{s})} d\psi. \quad (2.32)$$

Antud valemi saab viia vastavusse kujuga artiklis [7], kui korrutada murru lugejat ja nimetajat suurusega $(1 + \frac{z}{s})$. Kasutame edaspidi äärelaine avaldist kujul

$$U_B(P, \omega) = \frac{u_0 H(\omega)}{2\pi} \int_0^\pi \frac{e^{iks}}{s} \frac{ar \cos \psi - a^2}{s - z} d\psi. \quad (2.33)$$

Rakendades valemile (2.33) Fourier' pöördteisendust on leitav seega äärelaine impulss

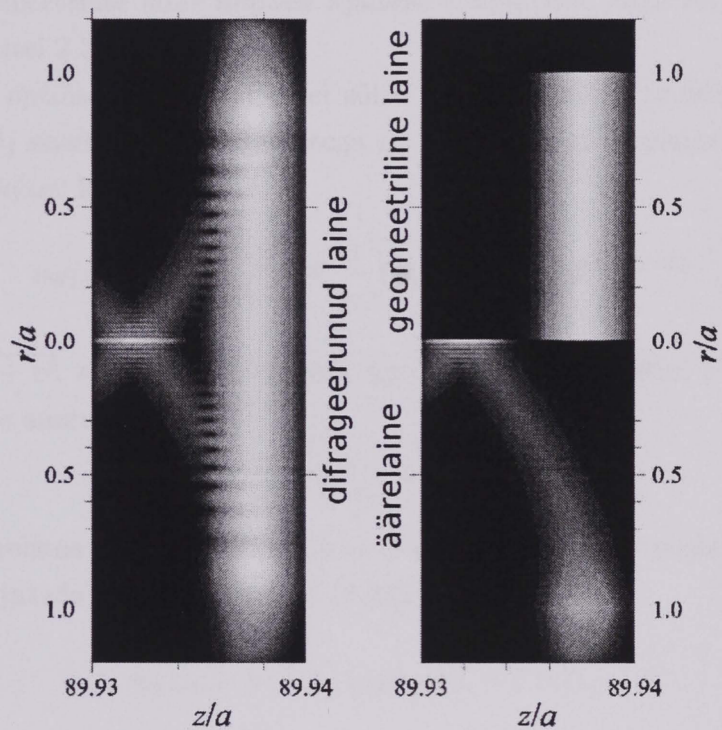
$$u_B(P, t) = \frac{u_0}{2\pi} \int_0^\pi h\left(t - \frac{s}{c}\right) \frac{1}{s} \frac{ar \cos \psi - a^2}{s - z} d\psi \quad (2.34)$$

$$= \frac{u_0 e^{-i\omega_0 t}}{2\pi} \int_0^\pi v\left(t - \frac{s}{c}\right) \frac{e^{ik_0 s}}{s} \frac{ar \cos \psi - a^2}{s - z} d\psi. \quad (2.35)$$

Nii geomeetrilise laine avaldises (2.24) kui ka äärelaine integraalis (2.35) on geomeetrilise varju piiril katkevus. Kuivõrd summaarne difrageerunud laine peab füüsikaliselt olema koordinaadi pidev funktsioon, siis peavad vastavad katkevused kohal $r = a$ üksteist kompenseerima [7]. Joonisel 2.3 on kujutatud ümmarguselt avalt difrageerunud tasalaineimpulsi lainevälja intensiivsust fikseeritud ajahetkel, mille on arvutanud vastavalt difraktsiooni äärelaineteooriale Horváth ja Bor.

Valemis (2.35) on tasalaine ajaline sõltuvus esitatud korrutisena

$$h(t) = v(t) e^{-i\omega_0 t}, \quad (2.36)$$



Joonis 2.3. Ülilühikese impulsi difraktsiooni simulatsioon ümmarguselt aper-
tuurilt kasutades difraktsiooni äärelaine teooriat. Vasakul näidatud difrageerunud
lainevälja intensiivsus ajahetkel t , paremal toodud geomeetrilise laine ja äärelaine
impulsile vastavad laineväljad [7].

kus $v(t)$ tähistab ajalist mähisjoont ning ω_0 impulsi keskmist ringsagedust, millele vastab impulsi keskmine lainearv $k_0 = \omega_0/c$. Gaussi impulsi korral saab ajalise kujufunktsiooni kirjutada kui

$$v(t) = \exp\left(-4 \ln 2 \frac{t^2}{\tau^2}\right), \quad (2.37)$$

kus τ on impulsi ajaline kestus. Funktsiooni $v(t)$ argumendiga on määratud geomeetrilise laine impulsi ja äärelaine impulsi asukoht ajahetkel t ning tulenevalt impulsside vahelisest viivisest $[s(z) - z]/c$, on lühikeste impulsside korral äärelaine impulss ja geomeetrilise laine impulss ajaliselt eristatavad, nagu on näha ka simulatsioonis joonisel 2.3.

Selgub, et optilisel teljel $r = 0$, ei sõltu integraali alune funktsioon äärelaine avaldises (2.35) enam nurgast ning seega on difraktsiooni äärelaine optilisel teljel analüütiliselt leitav kui

$$u_B(z, t) = -\frac{1}{2} \left(1 + \frac{z}{s_0}\right) u_0 v\left(t - \frac{s_0}{c}\right) e^{ik_0(s_0 - ct)}, \quad (2.38)$$

kus $s_0 = \sqrt{a^2 + z^2}$, mis vastab kaugusele äärepunktist Q punktini P optilisel teljel [7]. Tuues sisse suuruse

$$A_B(z) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z}{s_0(z)}\right), \quad (2.39)$$

mis vastab äärelaine impulsi suhtelisele amplituudile võrreldes pealelangeva impulsi², saab kirjutada äärelaine impulsi (2.38) kujul:

$$u_B(z, t) = -A_B(z) u_i(z, t - T(z)), \quad (2.40)$$

kus

$$T(z) = \frac{s_0 - z}{c} \quad (2.41)$$

on äärelaine impulsi ja geomeetrilise laine impulsi ajalised eraldatust näitava suurus [7].

Valemitest (2.20), (2.24) ja (2.40) järeldub, et ümmarguselt avalt difrageerunud tasalaineimpulsi laineväli optilisel teljel avaldub kui

$$u(z, t) = u_i(z, t) - A_B(z) u_i(z, t - T(z)). \quad (2.42)$$

See vastab kahele järjestikusele piki optilist telge levivale impulsile, mille ajaline kuju on identne apertuuril pealelangeva impulsi omale. Mõistagi piiril $z \rightarrow \infty$,

²Geomeetrilise laine ja äärelaine suhtelise amplituudi võib kirjutada ka kujul $A_B(z) = \cos^2\left(\frac{\chi}{2}\right)$, kus χ on nurk tasalaine levikusuunalise vektori \vec{p} ja lainevälja punktist P äärepunkti Q suunatud vektori \vec{s} vahel [36].

peab summaarne difrageerunud lainevälja intensiivsus füüsikalistest kaalutlustest lähtuvalt olema võrdne 0-ga. Kahe impulsi vaheline viivis on antud funktsiooniga $T(z)$, mis vastavalt avaldisele (2.41) muutub vahemikus $a/c \dots 0$ ja väheneb asümptootiliselt z -i kasvades. Seega äärelaine impulss saabub vaadeldavasse punkti P alati geomeetrilise laine impulssist hiljem [7].

2.3 Difraktsiooni äärelaineimpulsi omadused

Joonistelt 2.2 ja 2.3 võib märgata äärelaineimpulsi välja läbilõike X -tähe sarnast struktuuri, mis moodustub apertuuri serva diametraalsetest vastaspunktidest lähtuvatest sfäärilistest lainekestest, mis on määratud lainevälja vektorpotentsiaali avaldisega (2.7). X -sarnane ajalis-ruumiline kuju on lähedane lokaliseeritud lainete teooria valdkonnas tuntud Bessel- X impulssidele, mida võib käsitleda kui superpositiooni üle polaarnurga tasalaineimpulssidest, mis levivad fikseeritud nurga θ all optilise telje suhtes [18].

Difraktsiooni äärelaine avaldisest optilisel teljel (2.38) järeldub, et ajahetkel t on äärelaine impulssi asukoht teljel arvutatav valemist

$$z_B(t) = \sqrt{c^2t^2 - a^2}. \quad (2.43)$$

Seega ajahetkel t levib äärelaineimpulss piki optilist telge kiirusega

$$v_B(t) = \dot{z}_B = \frac{c^2t}{\sqrt{c^2t^2 - a^2}} = c \frac{s_0}{z_B} = \frac{c}{\cos \chi}, \quad (2.44)$$

kus χ on nurk optilise telje ja äärelaineimpulsi asukohast apertuuri serva tõmmatud sirge vahel [7].

Äärelaineimpulsi kiiruse avaldis (2.44) kehtib nii tema rühma- kui ka faasi-kiiruse kohta, millest järeldub, et äärelaineimpulsi maksimum optilisel teljel levib valguse kiirusest suurema kiirusega, sarnaselt Bessel- X -impulsiga. Erinevalt Bessel- X -impulssist ei ole aga difraktsiooni äärelaine levimiskiirus piki telge konstantne, vaid aeglustuv ning lõpmatu kaugel apertuurist saab võrdseks c -ga. Olgu märgitud, et impulsi superluminaalset levikukiirust ei tohi seda segamini ajada informatsiooni leviku või signaali edastamise kiirusega [18]. Igasugune katse teha signaali edastamiseks vajalikku "täket" impulssile tähendaks impulsi kuju muutmist ning selline täke leviks laiali valgudes juba valguse kiirusel. Rühmakiiruse eristumise tõttu signaalkiirusest ei ole impulsi maksimumi c -st kiirem levik vastuolus Einsteini põhjuslikkuse tingimusega.

Difraktsiooni äärelaineimpulsi sarnasus Bessel- X -impulsiga ei piirdu ainult superluminaalse levikuga, järgnevalt näitame, et äärelaine impulsi radiaalsuunaline energiajaotus optilise telje lähedastes punktides on esitatav samuti Besseli funktsiooni

kaudu. Selleks toome ära tuletuskäigu artiklist [7] ning kirjutame äärelaine impulsi kujul

$$u_B(r, z, t) = \frac{u_0 e^{-i\omega_0 t}}{\pi} \int_0^\pi v\left(t - \frac{s(\psi)}{c}\right) e^{ik_0 s(\psi)} A(r, z, \psi) g\left(\frac{r}{a}, \psi\right) d\psi, \quad (2.45)$$

kus pealelangeva tasalaine impulsi korral

$$A(r, z, \psi) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{z}{s(r, z, \psi)}\right) \quad (2.46)$$

ja

$$g\left(\frac{r}{a}, \psi\right) = \frac{\frac{r}{a} \cos \psi - 1}{1 + \left(\frac{r}{a}\right)^2 - 2\frac{r}{a} \cos \psi}. \quad (2.47)$$

Optilise telje lähedal $|\frac{r}{a}| \ll 1$, seega võib uuritavas piirkonnas lugeda valemi (2.47) põhjal äärelaineimpulsi avaldises esineva teguri $g\left(\frac{r}{a}, \psi\right)$ konstantseks ja võrdseks tema väärtusega optilisel teljel ehk $g\left(\frac{r}{a}, \psi\right) \approx -1$. Vaadeldes lainevälja impulssi apertuurist kaugel ($|r^2 - 2ar \cos \psi| \ll s_0^2$), võib kauguse apertuuri äärepunkti võtta ligikaudseks suurusega

$$s \approx s_0 + \frac{r^2 - 2ar \cos \psi}{2s_0}, \quad (2.48)$$

kus $s_0 = \sqrt{a^2 + z^2}$. Kuivõrd optilise telje lähedastes punktides apertuurist kaugel on $A(r, z, \psi)$ aeglaselt muutuv funktsioon ψ suhtes, siis saab lähendada antud funktsiooni tema väärtusega optilisel teljel $A_B(z) = A(0, z, \psi)$. Veelgi enam, juhul kui $a \cdot r/s_0 = r \sin \chi \ll c\tau$, kus τ on impulsi ajaline kestus, võib samuti lugeda väikeks ajalise mähisjoone $v(t)$ argumentist lähtuvat nurgaparandit. Nendel eeldustel on difraktsiooni äärelaine impulsi elektriväli lähendatav järgmisele kujule, nagu toodud [7]:

$$u_B(r, z, t) \approx -A_B(z) u_0 v\left(t - \frac{s_0}{c} - \frac{r^2}{2s_0 c}\right) e^{-i\omega_0\left(t - \frac{s_0}{c} - \frac{r^2}{2s_0 c}\right)} \times \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{-ik_0 r \sin \chi \cos \psi} d\psi. \quad (2.49)$$

Selles avaldises olev integraal on võrdne esimest liiki nullindat järku Besseli funktsiooniga [37, lk. 360]. Tehtud eelduste juures, kus $r \sin \chi \ll c\tau$ ja $r \ll a$, jättes kõrvale sõltuvuse täiendavast liikmest $r^2/(2s_0 c) = (r/a) \cdot r \sin \chi / (2c)$, saab kirjutada

$$u_B(r, z, t) \approx -A_B(z) u_i(t - T(z)) \cdot J_0(k_0 \sin \chi \cdot r). \quad (2.50)$$

Seega on difraktsiooni äärelaine impulss kirjeldatav optilise telje vahetus läheduses piisavalt kaugel apertuurist kirjeldatav Besseli impulsiga, mille karakterne nurk sõltub impulsi asukohast. Sellest lähtuvalt pole äärelaine impulsi korral siiski tegemist levi-invariantsete impulssidega, millised on Bessel-X impulsid [7, 18], vaid nn kiirenevate (aeglustuvate) Besseli impulssidega, mida on esmakordselt kirjeldatud artiklis [20].

3 SPEKTRAALNE INTERFEROMEETRIA

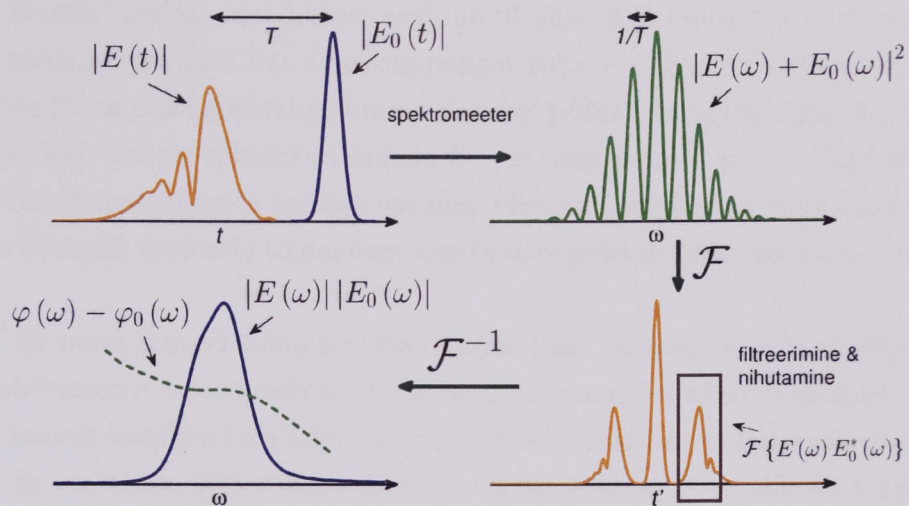
Teatavasti pole olemas ostsillograafi elektromagnetvälja võnkumise registreerimiseks optilistel sagedustel. Ka optilise spektri registreerimisel läheb ruutdetekteerimise tõttu kaotsi faasiinformatsioon, mistõttu pole võimalik ka spektraalintensiivsuse Fourier' pöördega rekonstrueerida välja ajalist käiku. Seevastu spektraalne interferomeetria on lineaarne meetod ülilühikeste laseriimpulsside spektri ja ühtlasi ka spektraalse faasi mõõtmiseks [38–41]. SI põhiidee seisneb uuritava ja tuntud võrdlusimpulsi summaarse välja spektri registreerimises spektromeetris. Selleks, et oleks eraldatav uuritava impulsi spektraalne faas, peab tema spekter sisalduma võrdlusimpulsi spektris [39, 40], s.t viimane peab olema piisavalt lai. Meetodi linearsus on põhjuseks, miks SI-ga on olnud võimalik mõõta impulsside jada, milles keskmine energia ühe impulsi kohta oli ainult 42 zeptodžauli ($1 \text{ zJ} = 10^{-21} \text{ J}$) [40]. See on suurusjärke väiksem energia kui see, mis on mõõdetav mittelineaarsete meetoditega, mille hulgas on tänapäeval keeruliste ülilühikeste impulsside mõõtemetoodikate standardiks saanud spektraalselt lahutatud autokorrelatsioon ehk FROG [42] (*frequency-resolved optical gating*, vt eestikeelne ülevaade [43]). SI-t saab rakendada ka väljaspool ülilühikeste laseriimpulsside mõõtmisi, millisel juhul on vaja lihtsalt piisavalt laia spektriga valgusallikat [41].

Uuritava ja võrdlusimpulsi spektrid on vastavalt $|E(\omega)|^2$ ja $|E_0(\omega)|^2$, siis summaarne SI-ga mõõdetav spekter avaldub kui

$$S_{SI}(\omega) = |E(\omega)|^2 + |E_0(\omega)|^2 + 2|E(\omega)||E_0(\omega)|\cos(\varphi(\omega) - \varphi_0(\omega)), \quad (3.1)$$

milles sisaldub info uuritava impulsi ja võrdlusimpulsi spektraalsete faaside vahe $\varphi(\omega) - \varphi_0(\omega)$ kohta. Siiski tulenevalt sellest, et mõõdetav on uuritava ja võrdlusimpulsi spektraalse faasivahe koosinus, ei ole ilma täiendava informatsioonita faasivahe väärtus leitav valemi (3.1) otsesel rakendamisel, kuna ei ole määratud faasivahe märk. Niiöelda kaksik-kujutise probleemi on võimalik lahendada Fourier' filtreerimist või faasinihutusmeetodeid kasutades, millega saab ka vabaneda tausta liikmetest SI jäljes [39].

Soovides uurida ainult kindla optilise elemendi poolt tekitatud faasivahet, piisab ainult SI mõõtmisest ning puudub vajadus võrdlusimpulsi täielikuks kirjeldamiseks. Eeldades, et võrdlusimpulss on hästi kirjeldatav teiste mõõtemetoditega, näiteks GRENOUILLE-iga (*grating eliminated no-nonsense observation of ultrafast incident laser light E-fields*, lihtsaim FROG mõõtesüsteem [44]), siis kombineerides saadud tulemust võrdlusimpulsi kohta SI-ga mõõdetuga on võimalik leida ka uuritava impulsi absoluutne faas ning sellega täielikult kirjeldada uuritavat impulssi. Vastav meetod on tuntud ka kui TADPOLE (*temporal analysis by dispersing a pair of light E-fields* [39, 40]).



Joonis 3.1. Fourier' SI põhimõtte skeem. Uuritava impulsi ja aja T võrra viivitatud võrdlusimpulsi summaarse spektri Fourier' pöördest on eraldatav spektraalse faasivahe infot sisaldav liige [45].

Faasinihutusega SI (*phase-stepping spectral interferometry* või *dual quadrature spectral interferometry*) puhul salvestatakse lisaks ühele interferogrammile veel 3 interferogrammi, kus võrdluskiire faasi on nihutatud $\Delta\varphi = \frac{1}{2}\pi$, π ja $\frac{3}{2}\pi$ võrra sarnaselt faasinihutusega digitaalse holograafia [45, 46]. Lahutades salvestatud interferogramme paarikaupa, on hõlpsasti eraldatav nii taust, kui ka üheselt määratav faasivahe märk, sest on määratud uuritava ja võrdlusimpulsi spektraalsete faaside vahe siinus kui ka koosinus:

$$\begin{aligned}
 S_0(\omega) - S_\pi(\omega) &= 4 |E(\omega)| |E_0(\omega)| \cos(\varphi(\omega) - \varphi_0(\omega)), \\
 S_{\frac{3}{2}\pi}(\omega) - S_{\frac{1}{2}\pi}(\omega) &= 4 |E(\omega)| |E_0(\omega)| \sin(\varphi(\omega) - \varphi_0(\omega)). \quad (3.2)
 \end{aligned}$$

Üldiselt on faasinihutusega SI lahutusvõime parem võrreldes Fourier' filtreerimist kasutatavate SI meetoditega, kuna elektrivälja taasesitamise käigus säilivad kõik mõõdetud punktid. Probleemiks aga võib osutada täpse, lainepikkusest sõltumatu ja stabiilse faasinihutusseadme ehitamine, eriti siis, kui on oluline salvestada erinevate faasinihetega interferogrammid ühekorraga [39, 45].

Fourier' SI (*Fourier-transform spectral interferometry*) korral, mis on senini üks laialdasemat kasutust leidnud SI meetod [45], on uuritavat impulssi võrdlusimpulsi suhtes viivitatud τ võrra. Sellisel juhul avaldub mõõdetud summaarne spekter kui

$$\begin{aligned}
 S_{FTSI}(\omega) &= |E(\omega)|^2 + |E_0(\omega)|^2 \\
 &\quad + 2 |E(\omega)| |E_0(\omega)| \cos(\omega\tau + \varphi(\omega) - \varphi_0(\omega)). \quad (3.3)
 \end{aligned}$$

Tulenevalt Fourier' pöörde omadustest avaldub SI jälje (3.3) Fourier' kujutis kolmes osas, nagu näidatud joonisel 3.1: alaliskomponent kohal $t = 0$, mis sisaldab uuritava impulsi ja võrdlusimpulsi spektrite summa Fourier' pööret, ning kaks kaaskomplekset liiget, millest üks on nihutatud kohale $t = \tau$ ning teine $t = -\tau$. Filtreerides välja ühele interferentsliikmele vastava osa ning viies mõõtetulemuse tagasi sagedusesisusse, on võimalik eraldada tulemusest uuritava impulsi spekter ning spektraalne faas [39].

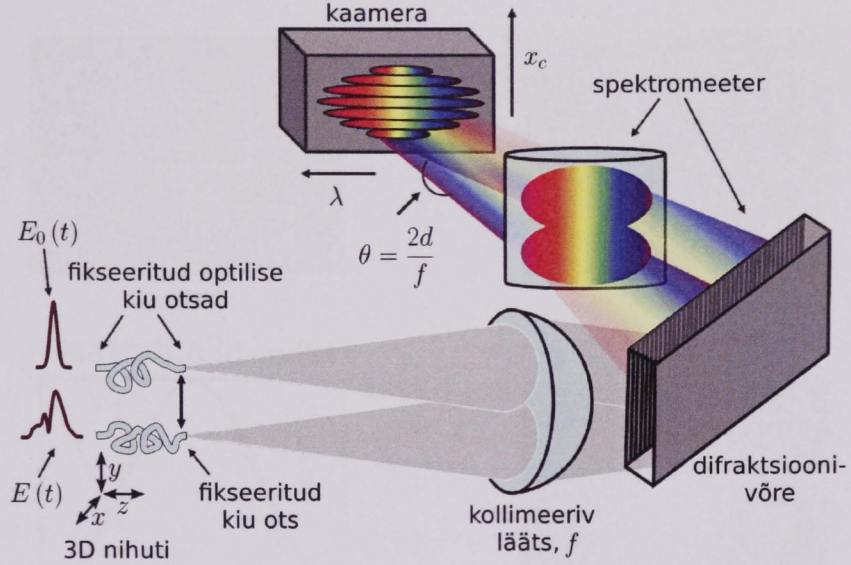
Fourier' SI rakendamisel tuleb hoolikalt valida kahe impulsi vahelise viivise pikkuse ja spektromeetri lahutusvõime vahel, sest impulsside ajalise eraldatuse suurendamisel kasvab kasuliku info hulk mõõtetulemuses, kuid samas halveneb signaal-müra suhe ja vastupidi [39]. Kuna impulsi registreerimiseks vajalik spektraalne lahutusvõime on pöördvõrdeline kahe impulsi summaarse ajalise ulatusega, s.o impulsside ajaliste kestuste ja nende vahelise viivise summaga, pole Fourier' SI-ga mõõdetud reaalselt impulsse, mis oleksid pikemad kui mõnisada femtosekundit [12].

Kuigi tegemist on otsese, kiire ja põhimõtteliselt lihtsa mõõtemetodiga, on paraku SI-l mõned väga olulised puudused nõudes väga stabiilset eksperimendiseadmetikku, kuna uuritav ja võrdlusimpulss peavad pärast interferomeetri ja viivisliini läbimist sisenema spektromeetrisse ideaalselt kollimeeritult [12]. Vajades seega tihedat justeerimist, ei ole Fourier' SI leidnud laialdast kasutust praktikas, kuigi oma olemuselt on tegu ideaalse meetodiga näiteks kujundatud impulsside mõõtmiseks, kus sobilik võrdlusimpulss on alati võtta.

3.1 SEA TADPOLE

SEA TADPOLE (*spatially encoded arrangement for temporal analysis by dispersing a pair of light E-fields*) on SI meetod, mis on samaaegselt nii eksperimentaalselt lihtne kui ka kõrge spektraalse lahutusega [12–15, 47]. Erinevalt Fourier' SI-st ei ole uuritav ja võrdlusimpulss kollimeeritud, vaid väikese nurga all ning nende vahel puudub ajaline viivis [12, 48]. Sellisel juhul on faasiinfo kandjaks ruumiline interferentsimuster mitte modulatsioonid spektris.

SEA TADPOLE mõõteseadme skeem on toodud joonisel 3.2. Tagamaks eksperimendiseadme stabiilsust ning vältimaks spektromeetri igakordset justeerimist siseneva kiire suuna muutumisel, on uuritava ja võrdlusimpulsi asukohad spektromeetri sisendi suhtes fikseeritud kasutades kahte identset pikkusega ühemoodilist optilist kiudu, milledesse suunatakse impulsid interferomeetri uuritavalt ja võrdlusõlalt. Optiliste kiudude kasutamisega interferomeetris võib kaasneda küll aeglane triiv mõõdetud impulsi absoluutses faasis, kuna koos väikeste temperatuurimuutustega muutub natuke ka optiline teepikkus [12, 13]. Seega kui absoluutne faas muutub kiiremini, kui skaneerimisele kuluv aeg, siis pole võimalik mõõta SEA TADPOLE-ga impulsi



Joonis 3.2. SEA TADPOLE katseskeem. Uuritav impulss $E(t)$ ja võrdlusimpulss $E_0(t)$ juhatakse kahte võrdse pikkusega ühemoodilisse valguskiudu. Kiududest väljuvad impulsid on kollimeeritud koondava läätsuga, ning löikuvad lääts fookuskauguse f kaugusel, kus kaameraga on salvestatud interferentsmuster. Ristisuunas on moodustatud difraktsioonivõrest ja silindrilisest läätsesest spektromeeter [14].

absoluutset ruumilist faasi. Küll on võimalik mõõta kõiki teisi aspekte ning interferomeetri stabiliseerimiseks piisaks seadme ümbritsemisest kastiga [13].

Kui kaks ajaliselt kattuvat valgusimpulssi löikuvad väikese nurga all kujutise spektromeetri sisendpilul, siis väljundis salvestatav intensiivsus avaldub kui

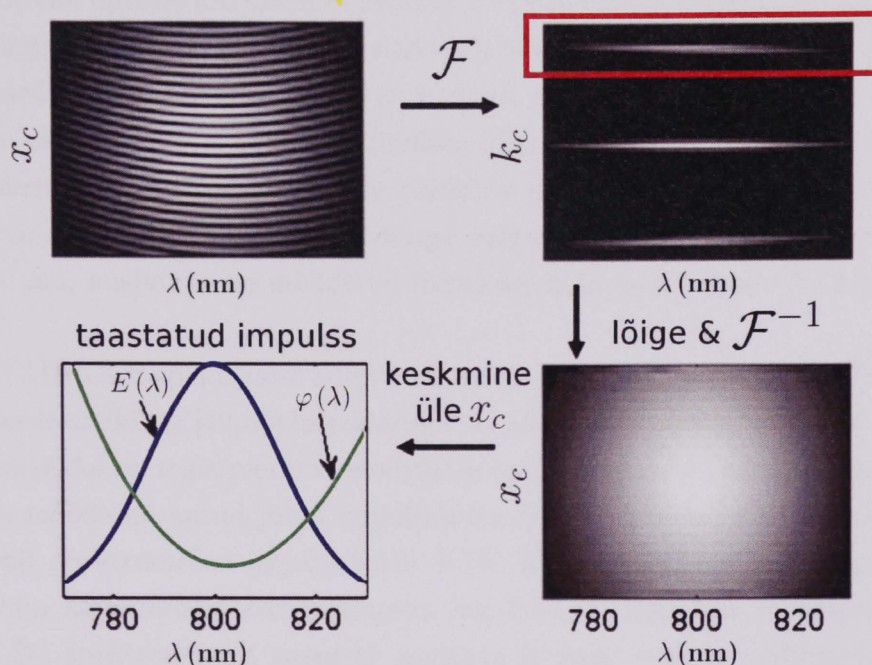
$$S(\omega, x_c) = |E(\omega)|^2 + |E_0(\omega)|^2 + 2|E(\omega)||E_0(\omega)|\cos(2kx_c \sin\theta + \varphi(\omega) - \varphi_0(\omega)), \quad (3.4)$$

kus θ on pool impulsside vahelisest nurgast [12]. SEA TADPOLE-ga registreeritud tüüpiline interferentsmuster on toodud joonisel 3.3.

Nagu valemist (3.4) on näha, on SEA TADPOLE-i jäljes informatsioon uuritava impulsi kohta lahutatud nii spektraalselt kui ka ruumiliselt. Kuivõrd koostise argumentis on lineaarne liige koordinaadi suhtes, on lihtsa ühedimensionaalse Fourier' pöördega üle ruumikoordinaadi eraldatav faasiinfot sisaldav liige ülejäänud informatsioonist, kaotamata sealjuures spektraalses lahutuses [12]. Vastav Fourier' pööre avaldub kui

$$\mathcal{F}\{S(\omega, x_c)\} = |E(\omega)|^2 + |E_0(\omega)|^2 + E(\omega)E_0^*(\omega)\delta(k_c + 2k \sin\theta) + E^*(\omega)E_0(\omega)\delta(k_c - 2k \sin\theta) \quad (3.5)$$

Tulenevalt δ -funktsiooni argumenti sõltuvusest sagedusest, on külgribad natuke



Joonis 3.3. SEA TADPOLE mõõtmine: üleval vasakul on toodud tüüpiline SEA TADPOLE-ga registreeritud interferogramm, millele rakendatakse Fourier' pööret üle kaamera koordinaadi x_c . Edasises töötles kasutatakse ainult ühte külgriba, mis teisendatakse tagasi üle k_c ja keskmistatakse üle x_c . Uuritava impulsi spektri ja spektraalse faasi arvutamiseks jagatakse saadud tulemus võrdlusimpulsi spektriga [14].

kaldu, mis Fourier' pöördteisendusel muutub väikseks lineaarseks faasi liikmeks kujul $(2x_c \sin \theta/c) \cdot (\omega - \omega_0)$, selle võib aga tavaliselt jätta arvestamata [14] (vt ka joonis 3.3). Teades kumb kiir väljub ülemisest kiust ja kumb alumisest, puudub aja suuna määramatus SEA TADPOLE-i mõõtmises ning on teada mõõdetud spektraalse faasivahe märk [12].

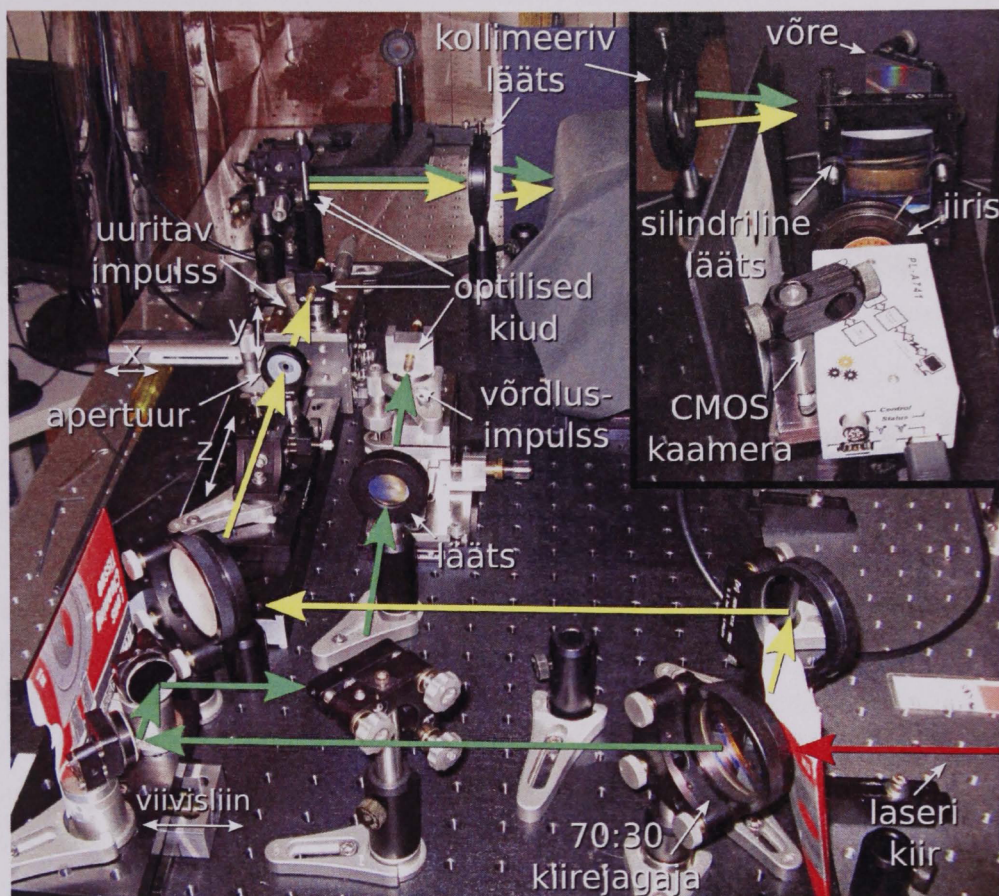
Kuivõrd SEA TADPOLE on lineaarse meetodina väga tundlik ning mõõtmiseks piisab impulsi energiast, mis on väiksem kui nanodžaul, selgub, et ei ole tarvilik fokuseerida impulsse täpselt peenikese optilise kiu otsa peale, vaid ainult väike osa pealelangebavast impulsist võib siseneda optilisse kiudu [12]. Veelgi enam, kui kiudude otsad on fikseeritud spektromeetri suhtes, võib vabalt liigutada teisi otsi tagamaks võrdlusimpulsi liigutamisega interferentsimustri kontrastsus või uuritava impulsi skaneerimisega lainevälja levikuga ristisuunaline lahutus.

Meetod on algselt välja töötatud uurimaks ülilühikeste impulsside käitumist fookuses, olles üks esimestest meetoditest, millega on otseselt mõõdetud fokuseeritud femtosekundimpulsside lainevälja $E(x, y, z, t)$ ja fokuseerimisel tekkivaid aberatsioone ajalis-ruumilise lahutusega [13, 15]. Kui uuritaval õlal oleva optilise kiu sisendi moodi suurus on väiksem kui uuritava impulsi väiksem ristisuunaline ruumi-

line mõõde ehk optilise kiu sisendi apertuurarv peab olema suurem uuritava impulsi omast, siis saab mõõta $E(\omega)$ ühes positsioonis ning skaneerides valguskiu otsa üle x , y ja z koordinaatide salvestatakse $E(x, y, z, \omega)$, millest Fourier' pöördteisendusega on hiljem leitav $E(x, y, z, t)$ [14]. Tüüpiline SEA TADPOLE ruumiline lahutus on mikromeetrites, kuid kasutades ajalis-ruumilise elektrivälja mõõtmiseks skaneeriva lähivälja mikroskoobi (NSOM) teravikuga valguskiudusid on saavutatud ruumiline lahutus $< \mu\text{m}$, kusjuures on mõõdetud impulsse, mille apertuurarv on kuni $NA = 0.44$ [15].

SEA TADPOLE spektraalse lahutusvõime on leitud kasutades Fabry-Perot' etaloni sarnaselt artiklites [49, 50] kirjeldatuga. Etaloni peegeldavate pindade vahekaugust suurendades on registreerinud modulatsiooni nähtavuse muutused spektris ning sellega on mõõdetud antud juhul impulsskoste $h(t)$ ruutkeskmiseks laiuks 3.9 ps ja vastavalt spektromeetri sageduskoste $H(\lambda)$ laiuks 0.14 nm [14]. Seega peab $E(\lambda)$ vähim karakteristik olema suurem kui 0.14 nm ning kui kasutatakse SEA TADPOLE-i spektromeetrit otseseks uuritava impulsi spektri mõõtmiseks, peab samale tingimusele vastama $|E(\lambda)|^2$. Kui võrd SEA TADPOLE mõõdab pigem spektri väljatugevust kui spektraalset intensiivsust, siis on SEA TADPOLE jäljest registreeritud spekter märkimisväärse parema lahutusega, kui oleks mõõdetud sama spektromeetriga [12]. Demonstreerimaks meetodi kõrget spektraalset lahutusvõimet on SEA TADPOLE-ga mõõdetud Michelsoni interferomeetri ja etaloni poolt tekitatud kahte järjestikust impulsside jada, mille kestuse ja ribalaiuse korrutis (*time-bandwidth product*) oli ~ 400 [12].

Kokkuvõtvalt on SEA TADPOLE kõrge spektraalse ja ruumilise lahutusega meetod keeruliste impulsside elektriväljade mõõtmiseks, mis samas on lihtsasti rakendatav ning kasutab kiiret ja otsest algoritmi. Just meetodi lihtsust saab pidada on üheks olulisemaks eeliseks teiste SI-l põhinevate meetodite, näiteks SPIDER-i (*spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction* [51]) ees. Meetodiga on mõõdetud nii pikki kujundatud impulsse kui ka keerulise ajalis-ruumilise struktuuriga tugevalt fokuseeritud impulsse. Esimesed tulemused meetodi rakendamisel lokaliseeritud impulsslaineväljade uurimiseks on andnud samuti hea vastavuse teooriaga [16]. Seega saab pidada SEA TADPOLE mõõtemetoodikat igati sobilikuks difraktsiooni äärelaineimpulsside otseseks mõõtmiseks ajalis-ruumilise lahutusega.



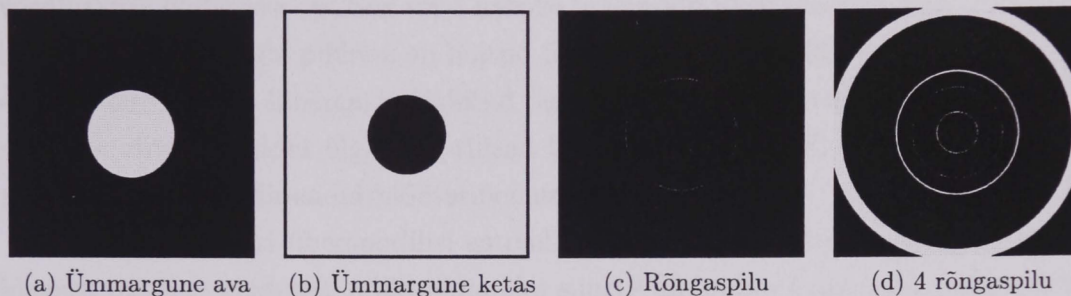
Joonis 4.1. Katseseade difrageerunud lainevälja registreerimiseks.

4 MATERJALID JA MEETODID

4.1 Eksperimendiseadmed

Käesolevas töös esitatud SEA TADPOLE mõõtetulemused on registreeritud 2009. aasta veebruaris ja märtsis Georgia Tehnoloogiainstituudi (*Georgia Institute of Technology*) juures tegutsevas prof. Rick Trebino poolt juhitud ülikiire optika laboris Atlantias Ameerika Ühendriikides koostöös prof. Peeter Saari juhitud Tartu Ülikooli Füüsika Instituudi füüsikalise optika laboriga. Alapeatükis 5.1 käsitletud mõõtmised on läbi viinud Pamela Bowlan. Eksperimendid, mis toodud alapeatükkides 5.2 ja 5.3 viis läbi ühine töögrupp, kuhu kuulusid Pamela Bowlan, Madis Lõhmus ja käesoleva töö autor.

Kasutatud eksperimenditehnika vastab suures osas artiklites [13,14,16] kirjeldatule. Katseseadme skeem on toodud joonisel 4.1. Valgusallikana kasutati KM Labs'i Ti-safiir ostsillaatorit, mille keskmine lainepikkus oli 810 nm ning spektri laius 33 nm. Laserikiir oli ruumiliselt filtreeritud ja laiendatud läbimõõduni 4 mm (laius poolel kõrgusel maksimaalsest intensiivsusest, FWHM) kasutades kahte koondavat läätsede fookuskaugustega $f = 50$ mm ja $f = 200$ mm ning mikromeeterava läbimõõduga



Joonis 4.2. Femtosekundimpulsi difraktsiooni mõõtmisel kasutatud tõkked.

25 μm . Laiendatud kiir jagati kaheks kasutades 70 : 30 kiirejagajat, kus suurem osa energiat oli suunatud uuritavasse kiirde.

Uuritaval õlal suunati laserikiir pärast kiirejagajat tõkkele, mille taga sooviti difrageerunud impulssi mõõta. Tõkked, millelt difrageerunud lainevälja mõõdeti, on kujutatud joonisel 4.2. Apertuurina kasutati 3,19 ja 2 mm paksuseid ümmarguse avaga metallist seibe, milles oleva ava diameetrid olid vastavalt 4,4 ja 2 mm. Kettad diameetritega 4,01 ja 6,86 mm olid valmistatud Füüsika Instituudi töökojas 0,2 mm paksusest alumiiniumlehest ning liimitud klaasalusele paksusega 3,5 mm, mida loeti piisavalt õhukeseks, et mitte arvestada materjali dispersiooni. 5,64 mm diameetri ja 10 μm laiune rõngaspilu oli graveeritud õhukese metallikihiga kaetud klaasplaadile paksusega 1,6 mm, mille tumeda piirkonna läbilaskvuseks mõõdeti kasutatud lainepikkuse juures 0,63%. Mõõdeti difrageerunud laineväli ka mitmest rõngaspilust koosneva maski taga, milles olid pilud diameetritega 2,09, 4,65, 6,25 ja 12,48 mm (pilu laiused vastavalt 20, 10, 60 ja 610 μm). Viimasel juhul kasutati pilude BK7 klaasist aluse, mille paksus oli 15,75 mm, dispersiooni kompenseerimiseks võrdlusõlal 2 cm paksust kvartsklaasist akent. Mõõtmiste käigus selgus, et äärelaineimpulsi intensiivsus sõltub kriitiliselt kasutatud takistuse äärejoone siledusest. Kusjuures tõkke paksus ei avaldanud äärelaineimpulsi jälgitavusele olulist mõju, vajades ainult täpsemat justeerimist.

Selleks, et uurida difraktsioonilaine sõltuvust kaugusest z , liigutati vastavalt apertuuri fikseeritud kaugusel oleva optilise kiu otsa suhtes. Kuivõrd vaadeldavate lainete puhul oli eeldatud silindrilist sümmeetriat, siis piisas ainult skaneerimisest x -telje suunas. Uuritaval interferomeetri õlal paikneva optilise kiu otsa liigutamine oli realiseeritud Newport'i arvutijuhitud nihutiga, mille vähim liigutatav samm oli 0,1 μm . y -telje suunalist nihutamist kasutati vaid kiu justeerimiseks optilisele teljele.

Võrdluskimp läbis viivisliini ning oli õhukese läätsega fokuseeritud optilise kiire otsaga. Fokuseerimine on vajalik selleks, et saaks reguleerida võrdlusimpulsi intensiivsust, et suurendada interferentsimustri sügavust või võimendada üles väga nõrku uuritavaid impulsse (vastavalt valemile (3.4) korrutub uuritava impulsi spekter võrdlusimpulsi spektriga). Läätsel poolt tekitatud dispersiooni kompenseerimiseks on

võrdluskiire õlal oleva optiline kiud natuke lühem kui uuritava kiire õlal. Kusjuures interferomeetri õlgade pikkusi on hoitud ühe mõõtmisseeria vältel konstantsena nii, et apertuurile kõige lähemal mõõdetud punktis puuduks uuritava ja võrdlusimpulsi vaheline viivis. Hoides õlgade optilised teepikkused võrdsed, on ühe mõõteseria piires ajalised koordinaadid mõõtetulemustes võrreldavad.

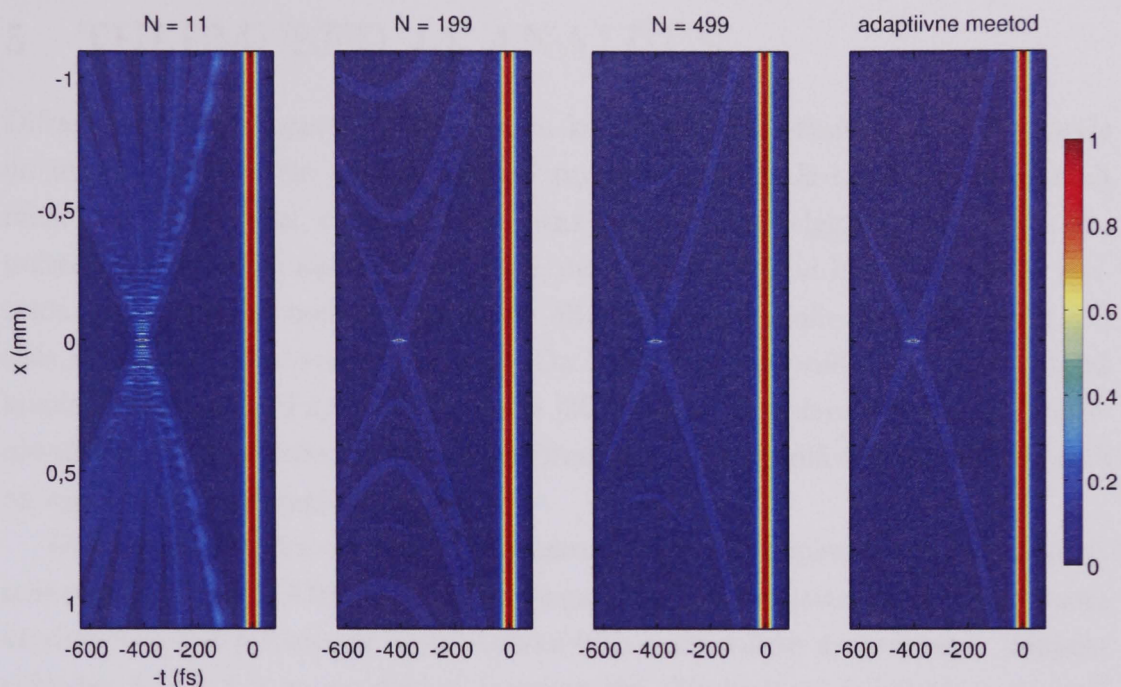
Seadmes kasutati ühemoodilisi astmeliselt muutuva murdumisnäitajaga kvartsklaasist optiline kiudusid, mille südamik suurus oli umbes $5\ \mu\text{m}$, millega oli võimalik eristada veel mustrit perioodiga $3.4\ \mu\text{m}$. Optiliste kiudude otste vahekaugus oli ligikaudu $d = 1\ \text{mm}$ ja sfäärilise kollimeeriva läätse fookuskaugus $f = 150\ \text{mm}$, mis annab uuritava kiire ja võrdluskiire vaheliseks nurgaks $\theta = d/f = 0,38^\circ$.

Spektormeeter koosnes difraktsioonivõrest joonte tihedusega $300\ \text{j/mm}$ ja silindrilisest läätsest fookuskaugusega $f = 100\ \text{mm}$. SEA TADPOLE jälje registreerimisel kasutati CMOS kaamerat PixelINK PL-A741, mille piksli mõõt on $6.7\ \mu\text{m}$ ja sensori mõõtmed 1280×1024 pikslit. Kuigi antud kaamera spektraalne tundlikkus muutub kasutatavas spektrivahemikus [52], ei ole märgatud SEA TADPOLE-ga ja Ocean Optics'i spektromeetriga registreeritud spektrites olulisi erinevusi ning on jäetud arvestamata. Irisdiafragma kaamera ees oli paigutatud sinna vähendamaks taustamüra ja blokeerimaks kõrgemat difraktsioonijärku. Spektraalseadme pöörd-dispersiooniks on mõõdetud Fabry–Perot' etaloni kasutades $0.188\ \text{nm}$ piksli kohta. See andis ajaliseks lahutuseks antud mõõtmistel ligikaudu $12\ \text{fs}$, mis on määratud ära spektromeetri spektraalse ulatuse pöördväärtusega. Andmete silumiseks on pikendatud mõõtetud spektrit mõlemalt poolt nullilise andmejadaga (nn *zero filling*), mistõttu esitatud andmetes on ajapunktide samm $4\ \text{fs}$.

Nii eksperimendi juhtimine kui ka hilisem andmete töötlemine lainevälja $E(x, z, t)$ arvutamiseks oli realiseeritud MATLAB-is Pamela Bowlani poolt. Iga mõõtmine $E(x, \omega)$, millega registreeriti laineväli umbes tuhandes x -telje punktis fikseeritud kaugusel z , võttis aega umbes 3–4 minutit. Laineväli registreeriti üldjuhul kuni kümnel eri z -i väärtusel. Kuivõrd on raske määrata täpset kaugust peenikese optilise kiu otsa ja takistuse vahel, siis antud töös esitatud kauguste väärtused võivad olla hinnanguliselt $\pm 2\ \text{mm}$ võrra nihkes absoluutse kauguse suhtes. Suhtelised kaugused on määratud täpsemalt, sest nende määramisel on kasutatud optilise siini peale kleebitud skaalat vähima jaotisega $1\ \text{mm}$.

4.2 Arvutisimulatsioonid

Simulatsioonid on tehtud järgides töö 2. peatükis ja artiklis [7] kirjeldatud difraktsiooni äärelaine avaldise integraalkujul ning neid numbriliselt integreerides arvutusprogrammiga Mathcad. Selleks on koostatud difrageerunud lainevälja arvutamiseks vastav tööleht, mille väljatrükk on toodud lisas A. Lainevälja arvutamises on võetud



Joonis 4.3. Äärelaineteooriale vastavad simulatsioonid erinevate numbrilise integreerimise meetoditega: Simpsoni meetod jaotades integreerimisvahemiku vastavalt $N = 11$, 199 ja 499 paaniks ning adaptiivne meetod (koonduvustingimus 0,001).

parameetrid võimalikult sarnaseks reaalses mõõtmises kasutatutega, mida kirjeldatud alapeatükis 4.1.

Difraktsiooni äärelaineteooriast tulenev integraal lainevälja arvutamiseks ümarguse avaga maski taga risti pealelangeva tasalaine korral vastavalt valemile (2.35) on küllaltki ebamugav numbriliseks integreerimiseks: integraali alune funktsioon on optilisel teljel konstantne ning muutub väga kiiresti ostsilleeruvaks teljest eemaldudes. Numbrilisel integreerimisel andis parimaid tulemusi adaptiivne Simpsoni meetod (*adaptive quadrature*), mis on Mathcad-i sisse ehitatud ning ka vaikimisi valitav antud integraali arvutamisel. Simpsoni valem, mida on näiteks kasutatud difraktsiooniintegraalide arvutamiseks artiklis [53], andis sama arvutusteks kulunud aja juures halvemaid tulemusi: arvutatud difraktsioonipilti ilmnisid artefaktid justkui täiendavate äärelainete näol nagu näidatud joonisel 4.3, kus on arvutatud erinevate meetoditega 4,4 mm diameetriga ümarguselt apertuurilt difrageerunud impulssi lainevälja moodul kaugusel $z = 20$ mm.

5 TULEMUSED JA ANALÜÜS

Difraktsioon ümmarguselt apertuurilt ja kettalt on teada-tuntud probleem, mida on uuritud läbi mitme sajandi. Kuigi tavaliselt käsitletakse difraktsiooni ainult monokromaatsel juhul, on suhteliselt lihtne ja intuitiivne selgitada ülilühikeste impulsside difraktsiooni äärelaineteooriaga, nagu on kirjeldatud käesoleva töö 2. peatükis. Kuivõrd femtosekundimpulsside difraktsioon on ajalis-ruumiline efekt, on selle mõõtmine olnud senini keeruline. On leitud küll kaudseid eksperimentaalseid kinnitusi difraktsiooni ajalisele ilmingule [36,54], kuid käesoleva töö autorile teadaolevalt on tegemist esimeste otseste mõõtmistega, millega difrageerunud laineväli on ajalis-ruumiliselt registreeritud.

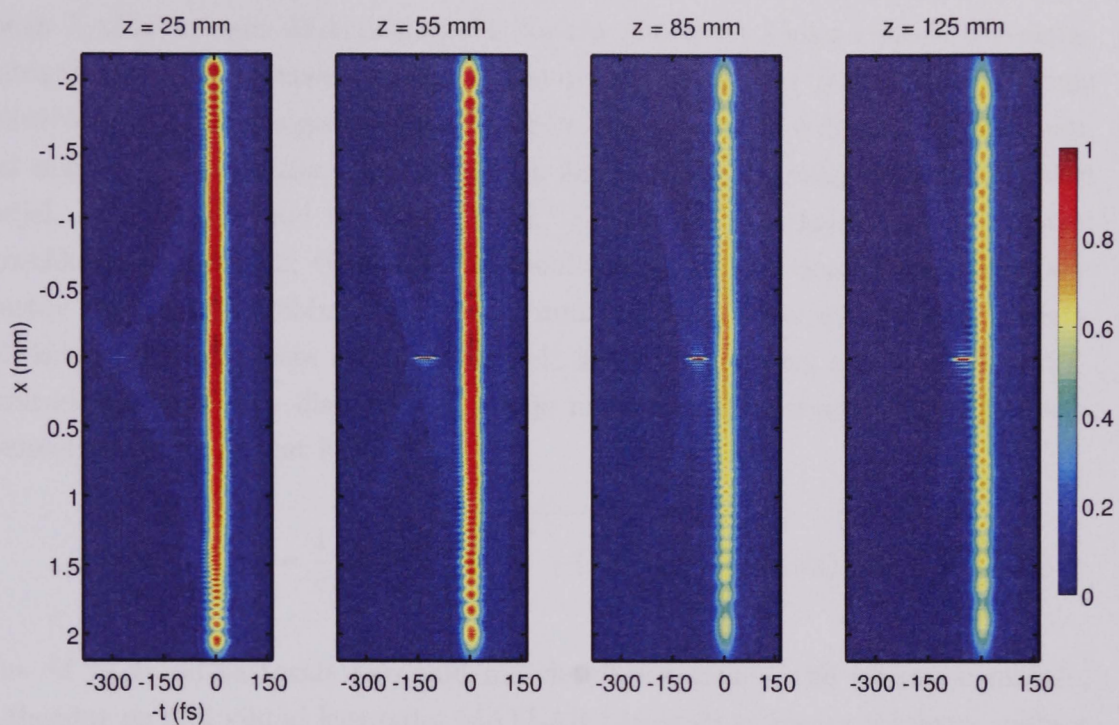
Käesolevas peatükis on esitatud difrageerunud laseriimpulsside lainevälja mõõtmistulemused SEA TADPOLE meetodikaga ning on kõrvutatud need difraktsiooni äärelaineteoorial põhinevate simulatsioonide ja teoreetiliste arvutustega. Alapeatükkides 5.1 ja 5.2 on vaadeldud laseriimpulsi difraktsiooni kahel elementaarsel juhul: levikul pärast ümmarguse avaga läbipaistmatut ekraani ja Arago–Poissoni täpi moodustumist ümmarguse ketta taga. Alapeatükis 5.3 on mõõdetud difraktsiooni kahe eelneva superpositsioonil: impulsi difrageerumisel rõngaspilult ja mitmest rõngaspilust koosnevalt takistuselt.

5.1 Difraktsioon ümmarguselt avalt

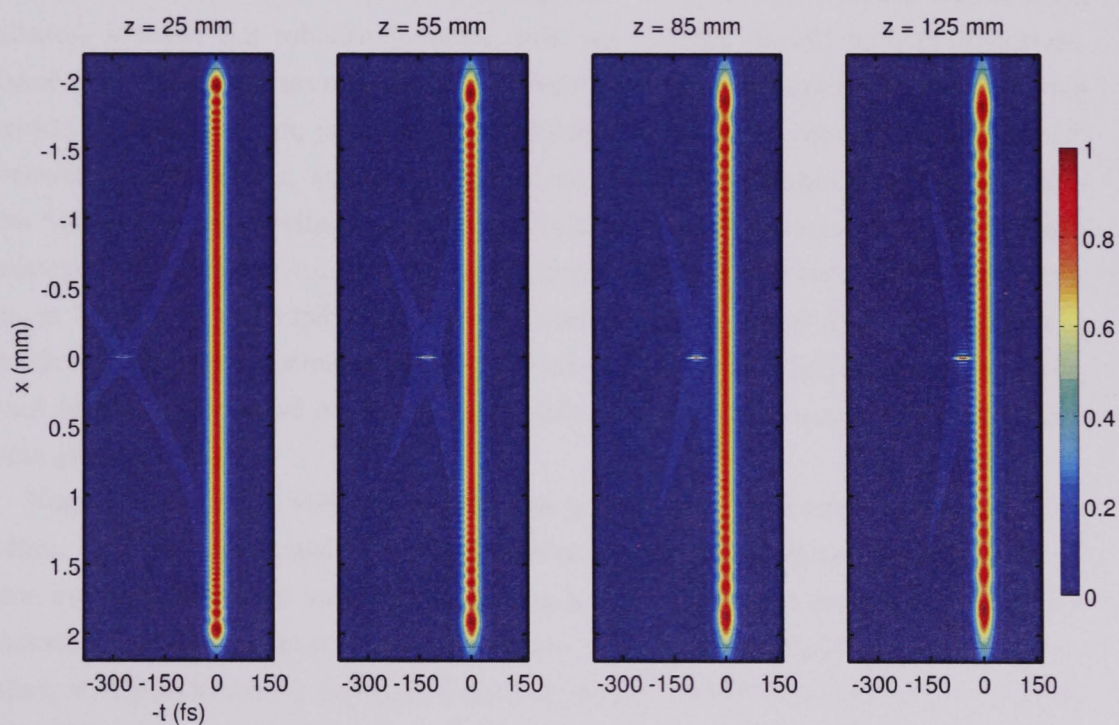
Lainevälja difrageerumine ümmarguse apertuuri taga on ilmselt kõige rohkem uuritud difraktsiooniprobleem. Piirava apertuuri olemasolu reaalsete optiliste skeemides on mõneti paratamatu. Artiklis [36] on leitudkinnitus äärelaineimpulsi olemasolule mõõtes difrageerunud sfäärilise impulsi spektrit optilisel teljel ja registreerides kaameraga keskmistatud intensiivsusjaotus levikuga risti olevas tasandis. Läätsse apertuuri ülevalgustamisel tekkivat äärelaineimpulsi olemasolu on eelnevalt täheldatud fokuseeritud impulsside mõõtmisel SEA TADPOLE-ga artiklis [13].

4,4 mm diameetriga avalt difrageerunud impulsi registreeritud laineväli koos vastavate simulatsioonidega on toodud joonisel 5.1. Värvusega on siin gradueeritud lainevälja moodul, mis igal üksikul mõõtmisel normeeritud 1-le. Laineväli mõõdeti 10nel eri kaugusel vahemikus $z = 5 \dots 125$ mm, kusjuures skaneerimine viidi läbi kahes osas: esmalt registreeriti lainevälja üldpilt piirkonnas $x = -2,2 \dots 2,2$ mm sammuga $4,4 \mu\text{m}$ ning hiljem täpsustati saadud mõõtetulemusi lainevälja keskosas $x = -0,1 \dots 0,1$ mm sammuga $1 \mu\text{m}$. Kuivõrd kaugustel $z = 5$ ja 15 mm oli registreeritud äärelaineimpulss väga nõrk, siis on antud tulemused siinsest analüüsist kõrvale jäetud.

Tulenevalt sellest, et optiline teepikkus interferomeetri võrdlusimpulsi õlal on hoi-



(a) Mõõdetud $|E(x, y = 0, t)|$



(b) Arvutatud $|E(x, y = 0, t)|$

Joonis 5.1. Ümmarguselt avalt diameetriga $d = 4,4$ mm difrageerunud impulsi lainevälja moodul eri kaugustel apertuurist. Ülemisel pildil on toodud SEA TADPOLE-ga mõõdetud laineväli ning alumisel difraktsiooni äärelaineteooria põhjal koostatud arvutisimulatsiooni poolt arvutatud laineväli.

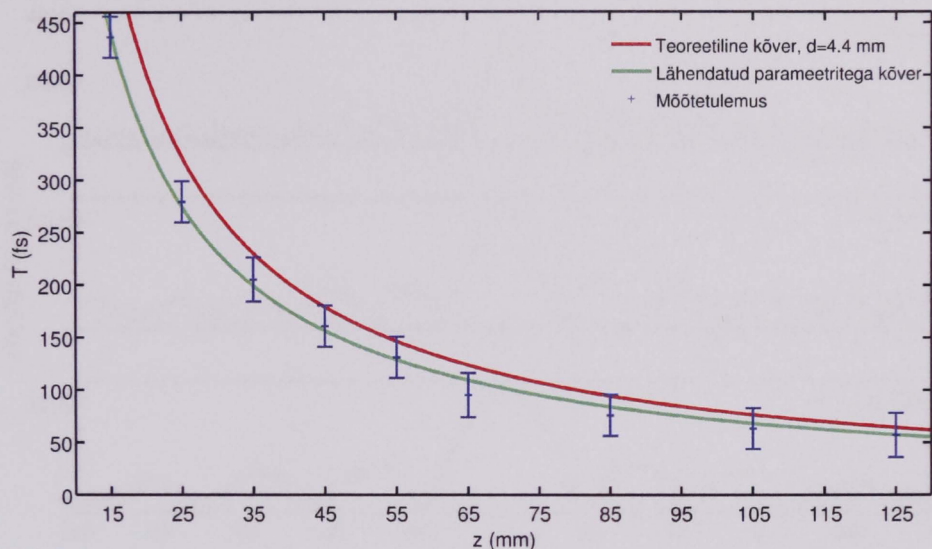
tud konstantsena s.o ajahetkel $t = 0$ fs registreeritud impulss levib valguse kiirusel, peab X-tähe sarnane äärelaineimpulss levima piki laine leviku suunda ülevalguskiirusel, sest pikema maa levimisel s.o suurema z -i väärtuse juures väheneb tema viivis kiirusega c leviva geomeetrilise laine impulsi suhtes. Mõõdetud lainevälja põhjal määrati geomeetrilise laine impulsi ja äärelaineimpulsi vaheline viivis optilisel teljel, mis on määratud valemiga (2.41). Viivise sõltuvus kaugusest on esitatud graafikuna joonisel 5.2, võrdluseks on joonisel toodud ka teoreetilisele sõltuvusele vastav kõver, kui ava läbimõõt on $d = 4,4$ mm. Kuivõrd ilmnes, et arvutuste tulemus oli kõigi mõõtetulemuste suhtes keskmiselt 30 fs võrra nihkes, siis kasutati vähimruutude meetodit ava diameetri ja z -telje nihke korrigeerimiseks. Selleks lähtuti teoreetilisest sõltuvusest kujul

$$T(z) = \frac{1}{c} \left[\sqrt{\left(\frac{d + \delta d}{2}\right)^2 + (z + \delta z)^2} - (z + \delta z) \right], \quad (5.1)$$

kus δd ja δz on vastavalt parandid mõõdetud ava diameetrile ja z -telje nihkele. Lähendus on läbi viidud kasutades MATLAB-i joonelähendamise tööriistu, millega leiti ava läbimõõduks $d = 4,18(16)$ mm ja $\delta z = 1,5(16)$ mm³, vastav sõltuvus on esitatud joonisel 5.2 rohelise joonena, mis vea piirides vastab mõõtetulemustele. Kuivõrd teoreetilistes arvutustes pole arvesse võetud apertuuri-maski paksust, mis antud juhul oli 3,19 mm, ja nihikuga nii väikse ava diameetri täpne määramine võib osutada ebakorrektses, siis on ava efektiivse läbimõõdu nihikuga mõõdetust väiksem väärtus aktsepteeritav. z -telje absoluutse positsiooni erinevuse siini skaala väärtusest on oodatud tulemus, kuna kaugust optilise kiu otsast, mille moodi suurus on 5,6 μ m, on raske määrata. Leitud väärtusi ava läbimõõduks ja z -telje nihkeks on võetud arvesse nii simulatsioonides joonisel 5.1 kui ka edaspidistes arvutustes, kuigi tekstis ja joonistel on antud suurustele siiski viidatud nende esialgsete väärtuste järgi.

Nagu joonisel 5.1 võib veenduda, siis teooria ja eksperiment langevad hästi kokku. Tulemustelt paistab silma erinevus geomeetrilise laine impulsi ja äärelaine impulsi suhtelistes intensiivsustes, aga selline tulemus on oodatud, kuna simulatsioonis on loetud apertuurile pealelangev impulss tasalaineks ning pole arvestatud, et tegelikkuses on tegemist Gaussi kimbuga. Arvestades pealelangeva kimbu läbimõõtu, siis ava serva juures on kiire intensiivsus umbes poole väiksem kui kimbu keskkohas. Täiendavalt võib erinevust põhjustada apertuuri paksus või väike nurk pealelangeva impulsi faasitasandi suhtes, kuigi viimane – siiski küll lõpmatult õhukese apertuuri korral – muudab vastavalt difraktsiooni äärelaine avaldisele (2.18) ainult äärelaine levimise suunda apertuuri tasandi suhtes. Normaallangemisenurgast

³Käesolevas töös esitatud mõõtemääramatused on antud 95% usaldusnivool.

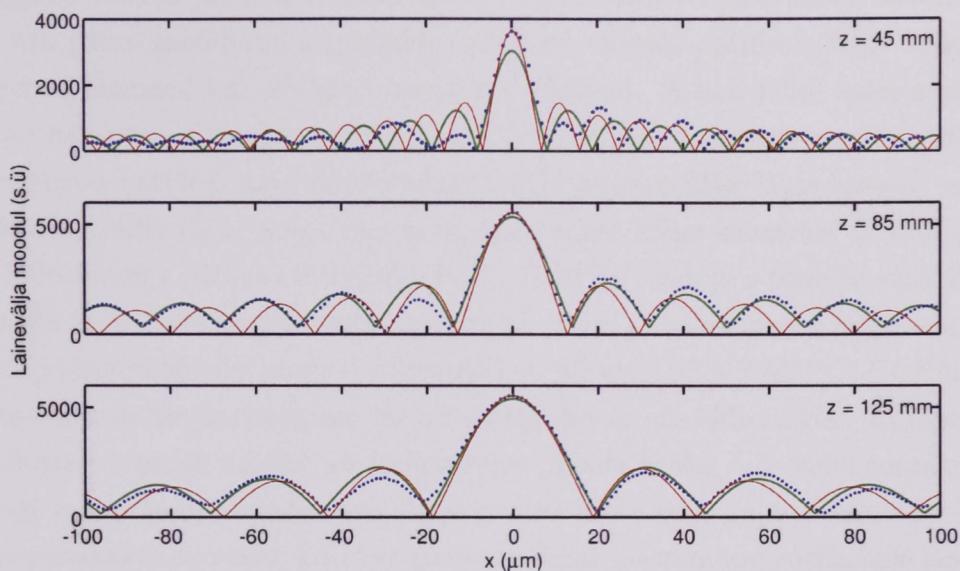


Joonis 5.2. Geomeetrilise laine impulsi ja äärelaine impulsi vaheline viivis sõltuvalt kaugusest apertuurist.

erineva nurga all ruumis leviva tasalaineimpulsi difraktsiooni uurimine ei mahu siiski käesoleva töö raamidesse, nagu ka apertuuriekraani materjali paksusest tulenevate efektide täpne käsitlus.

Impulsi ajalisel kujul võib märgata nõrka lainetust enne ja pärast põhiimpulssi, mis on arvatavasti tingitud mõõdetud spektrile nullide lisamisest tekkivast hüppest enne Fourier' pöörde võtmist mõõdetud lainevälja ajaesitusse viimisel, s.t SEA TADPOLE-i meetodilistest nüanssidest. Kuivõrd antud kaameraga mõlema kiire blokeerimisel salvestatud pimenivoo on kaldu, siis on selle hüppe eemaldamine raskestatud [55]. Teatava panuse võib anda impulsi kuju asümmeetriale ka kaamera spektraalse tundlikkuse kõver, kuid ilmselt olulisim erinevus tuleneb sellest, et simulatsioonis on laseri impulsi spekter idealiseeritud Gaussi kõveraks, ega pole arvatud numbriliselt täpse tegeliku spektriga. Kõigist nendest kitsaskohtadest hoolimata on simulatsiooni ja mõõtmiste tulemused kooskõlalised.

Äärelaineimpulsi radiaalse energiajaotuse täpsemaks uurimiseks on kasutatud $1 \mu\text{m}$ sammuga skaneerimisel mõõdetud lainevälja, saadud tulemused kaugustel $z = 45, 85$ ja 125 mm , mis on keskmistatud üle äärelaineimpulsi kestuse, on esitatud joonisel 5.3. Tuletatud lähendusvalemi (2.50) põhjal, millega on määratud levikuga ristisuunaline energiajaotuse optilise telje lähedal ja suurte kaugustel apertuurist, on kantud antud joonisele punase peenikese joonega, mis annab isegi kaugeimal mõõdetud tulemusega juba neljanda miinimumi diameetri erinevuseks umbes $12 \mu\text{m}$. Leidmaks mõõdetud piirkonnas optilise telje lähedal äärelaine impulsi n-ö efektiivset nurka, mille moodustuvad lõikuvad sfäärilised lained, on lähendatud vähimruutude meetodil mõõtetulemusi esimest liiki nullindat järku Besseli funktsiooniga. Vastava



Joonis 5.3. Äärelaineimpulsi radiaalsuunaline energiajaotus sõltuvana kaugusest. (Sinised punktid – eksperimentidist mõõdetud äärelaineimpulsi lainevälja mooduli keskmine väärtus; punane peenike joon – eeldatud väärtus vastavalt valemile (2.50); roheline jämedam joon – Besseli funktsiooniga lähendatud kõver.)

lähenduse tulemus on märgitud joonisel 5.3 rohelise jämedama joonega.

Vastavalt valemile (2.50) saab n -nda tumeda rõnga raadiust radiaalsuunalises energiajaotuses hinnata kui

$$r_n = \frac{j_n}{k_0 \sin \chi}, \quad (5.2)$$

kus j_n on Besseli funktsiooni J_0 -i n -s nullkoht (vt näiteks [37, lk 409]), k_0 keskmine lainearv ja χ pool nurgast lõikuvate impulsside faasipindade vahel. Keskmiselt üle seeria oli mõõdetud tsentraalse maksimumi diameeter ja lähendiga leitud esimese tumeda rõnga diameeter tema eeldatud väärtusest vastavalt 10,2% ja 6,6% suurem ning lähendist leitud nurk χ 5,9% väiksem. Seega saab valemi (5.2) alusel difraktsiooni äärelaine keskmise maksimumi diameetrit küll hinnata, kuid peab arvestama sellega, et reaalne diameeter on sellest suurem tulenevalt asjaolust, et impulsi lainefrondid ei ole sirged, nagu oli eeldatud valemi (2.50) tuletamisel, vaid kõverusraadiusega s , mis on määratud kaugusega apertuuri äärest.

Mõningane ebasümmeetria optilise telje suhtes just apertuurile lähedamal mõõdetud tulemustes on arvatavasti põhjustatud kasutatud ava äärt kirjeldava joone erinemisest ideaalsest ringjoonest. Samas on ka juba $z = 45$ mm juures mõõdetud tulemus lähenemas seadme ruumilise lahutuse piirile, mis on määratud optilise kiu moodi suurusega, seega on esitatud tulemused ka mõnevõrra keskmistatud üle ristkoordinaadi.

Võrdluseks mõõdeti ka avalt diameetriga $d = 2$ mm difrageerunud impulsi laine-

väli, mis on toodud joonisel 5.4. Sarnaselt 4,4 mm diameetriga avale oli ka selle väiksema ava puhul mõõdetud impulsside vahelised viivised optiliselt teljel keskmiselt 31 fs võrra lühemad kui esialgsed arvutused näitasid. Antud juhul katseandmetest viivise määramine võib olla küllaltki ebatäpne, sest juba 28 mm kaugusel apertuurist võib märgata optiliselt teljel äärelaineimpulsi ja geomeetrilise laine impulsi vahelist interferentsi, selle tõttu pole arvestatud apertuurist kõige kaugemal mõõdetud viivist. Lähendusega leiti ava läbimõõduks $d = 1,99(24)$ mm ja z -teljelise skaala nihke suuruseks $\delta z = 2,2(45)$ mm, mida kasutati ka arvuti simulatsioonis (vt joonis 5.4).

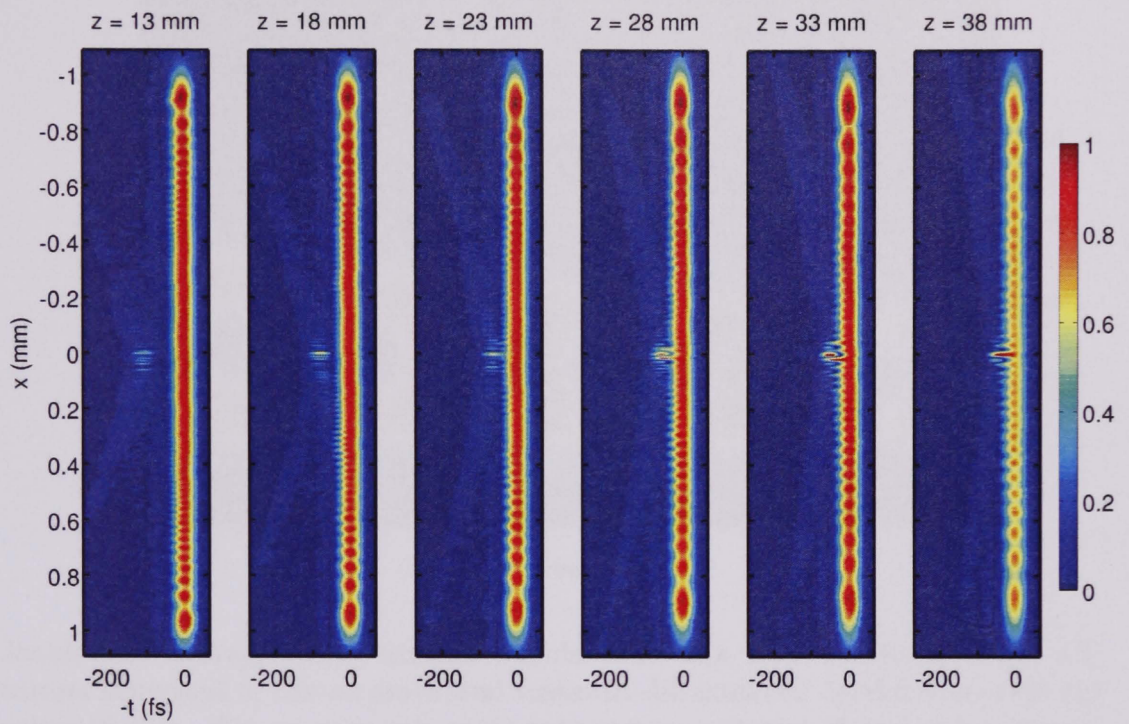
Kuigi eksperimendist saadud tulemused on piiratud SEA TADPOLE-i ruumilise eraldusvõime ja äärelaineimpulsi vähese energia poolt, siis üldiselt võib simulatsiooni ja mõõtmistulemuste vahelist kokkulangemist pidada heaks. Võrreldes suurema diameetriga avaga on ka äärelaine impulsi ja geomeetrilise laine impulsi suhteliste intensiivsus paremas vastavuses, kuivõrd apertuur lõikab laserikimpu keskkohale lähemalt s.o intensiivsus apertuuri ääre juures on umbes 80% maksimaalsest.

Eksperimente ja simulatsiooni võrreldes ei lange siiski kokku difrageerunud impulsi kuju optiliselt teljel: kui $z = 38$ mm juures on äärelaine impulss ja geomeetrilise laine impulss liitunud teljel üheks summaarseks impulsiks, kus ei ole võimalik neid eraldada, siis simulatsioonis on need impulsid veel eraldatavad. Selle uurimiseks on arvutatud välja difrageerunud impulss optiliselt teljel kauguse z väikeste muutuste korral. Pealelangeva tasalaine korral on intensiivsus optiliselt teljel analüütiliselt avalduv ja antud valemiga (2.42), seda kasutades on arvutatud 2 mm diameetriga avalt difrageerunud impulss, mille ajaline mähisjoon on kirjeldatud Gaussi funktsiooniga (FWHM 46 fs), kaugustel $z = 25 \dots 50$ mm. Arvutuse tulemus on toodud joonisel 5.5., millelt võib näha "üheks sulanud" difrageerunud lainevälja maksimumi $z = 39$ mm juures. Arvestades z -i asukoha määramise ebatäpsust, võib lugeda selle vastavuses olevaks kaugusel $z = 38$ mm registreeritud laineväljaga.

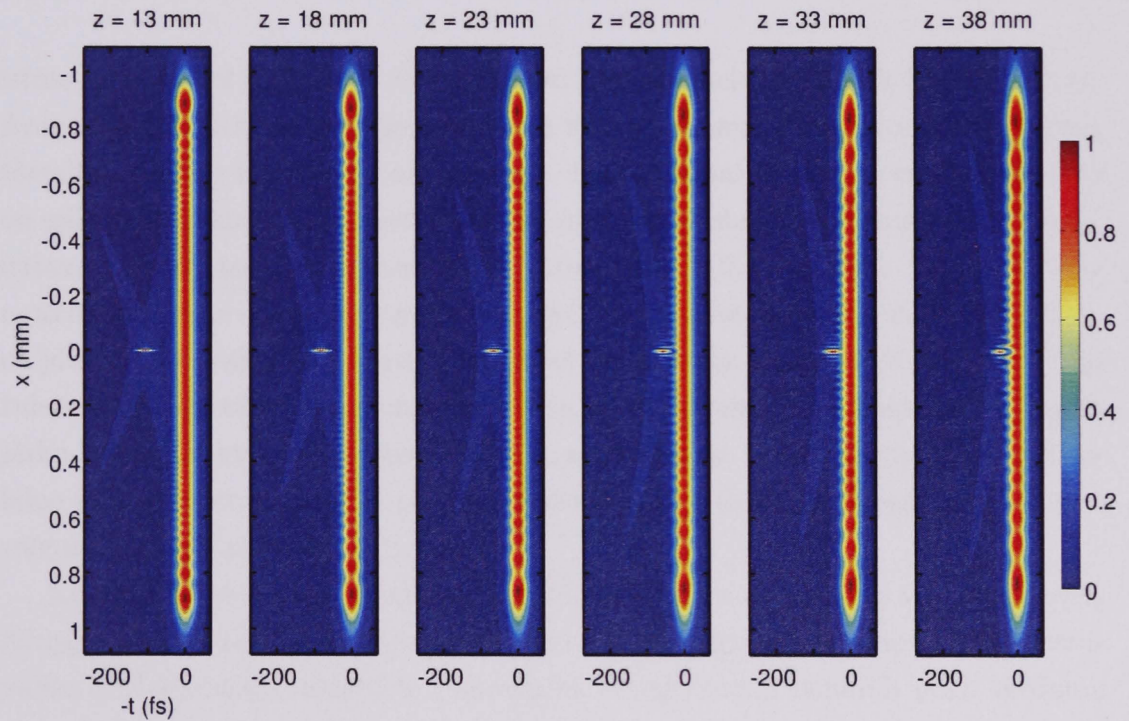
Antud alapeatükis esitatud tulemuste põhjal võib järeldada head vastavust SEA TADPOLE-ga mõõdetud ümmarguselt avalt difrageerunud laseriimpulsi ja difraktsiooni äärelaine teooria põhjal arvutatud lainevälja vahel. Kusjuures arvutisimulatsioonides pole arvestatud mitmete reaalselt laseriimpulssi kirjeldavate parameetritega, vaid on lähendatud pealelangevat impulssi tasalainega. Laseriimpulsi radiaalsuunalise energiajaotuse ja tema mõõdetud spektri arvestamine ning apertuuri pakusest tingitud efektide täpne analüüs annavad võimaluse eksperimendi ja simulatsiooni kokkulangevust veelgi parendada.

5.2 Difraktsioon kettalt

Poisson tuletas 1818. a-l Fresneli difraktsiooniteooria põhjal, et geomeetrilise varju piirkonnas ei ole valguse intensiivsus null, vaid isegi võib olla sama suur kui tak-

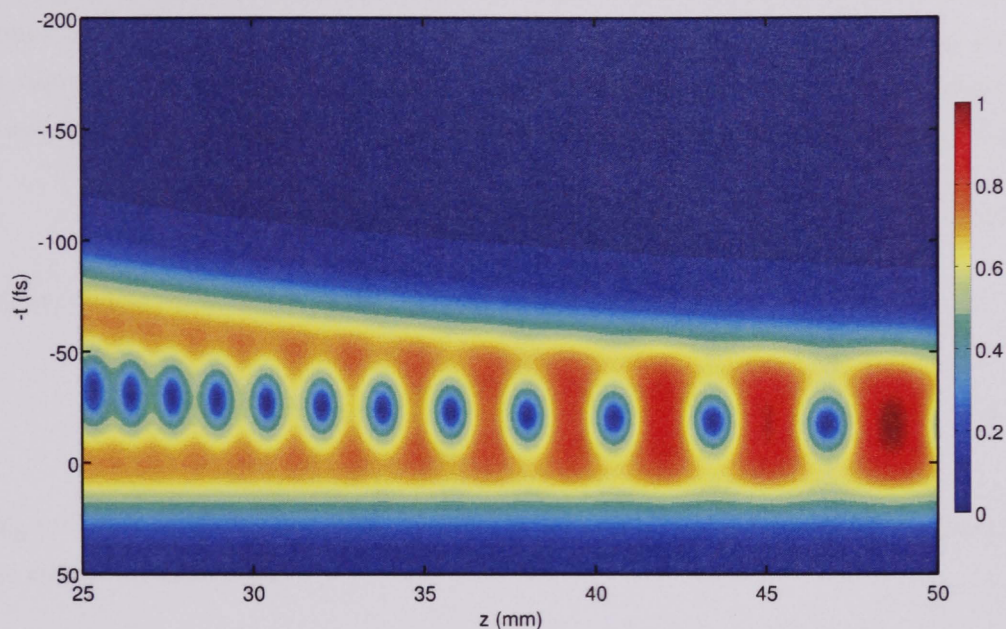


(a) Mõõdetud $|E(x, y = 0, t)|$



(b) Arvutatud $|E(x, y = 0, t)|$

Joonis 5.4. Ümmarguselt avalt diameetriga $d = 2$ mm difrageerunud impulsi lainevälja moodul eri kaugustel apertuurist.



Joonis 5.5. Difrageerunud tasalaineimpulsi lainevälja moodul optilisel teljel sõltuvana kaugusest z , mis on arvutatud vastavalt difraktsiooni äärelaineteooriale (vt valem (2.42)). Siin on sarnaselt mõõtetulemustega esitatud ajatelg valguskiirusel leviva laine suhtes.

istuse puudumisel [1, lk 417]. Sellele mõneti vastuolulisele tulemusele leidis kinnituse Arago, pärast mida on seda kasutatud kui ühte ilmekamat difraktsiooni näidet ning tõendina valguse lainelistest omadustest. Difraktsiooni äärelaineteooria käsitluses on selle täpi tekkimine hõlpsasti seletatav ning tema intensiivsus analüütiliselt avaldatav, Fresneli tsooniteooriasse süüvimata, valemi (2.40) põhjal. Vastava tulemuseni, küll erineva märgiga, mille olemasolu on ka kohe järgnevas lõigus selgitatud, on jõutud ka difraktsiooni äärelaineteooriat kasutamata artiklites [56, 57], kus on ka tuletatud Arago täpi radiaalsuunalise energiajaotuse vastavus esimest liiki nullindat järku Besseli funktsioonile samadel alustel, nagu seda on näidatud difraktsiooni äärelaine impulsi korral. Samuti on eksperimentaalselt mõõdetud Arago täpi levimist valguse kiirusest suurema kiirusega [54].

Kuivõrd difraktsiooni kettalt saab käsitleda eelmises alapeatükis vaadeldud avalt difrageerumise täiendülesandena, siis sama äärejoonega kirjeldatavate, kuid vastupidise läbilaskvusega takistuste summaarne difrageerunud laineväli peab võrduma olukorraga, mil takistused puuduvad. Seega vastavalt Babinet' printsiibile

$$u_a(P, t) + u_k(P, t) = u_i(P, t), \quad (5.3)$$

kus u_a ja u_k on vastavalt avalt ja kettalt difrageerunud laineväljad ning u_i -ga on

kirjeldatav takistusele pealelangev laineväli. Apertuurilt, mille raadius on a , difraageerunud laineväli u_a on kirjeldatav geomeetrilise laine u_G ja äärelaine u_B summana vastavalt valemile (2.20), kus pealelangeva tasalaine korral on need määratud valemitega (2.24) ja (2.35). Analoogia põhjal esitame ka kettalt difraageerunud laine

$$u_k(P, t) = u'_G(P, t) + u'_B(P, t), \quad (5.4)$$

kus u'_G on ümmarguse ketta korral geomeetiline laine, s.t

$$u'_G(P, t) = \begin{cases} u_i(P, t), & \text{kui } r > a, \\ 0, & \text{kui } a > r, \end{cases} \quad (5.5)$$

ning u'_B on ketta äärelt lähtuv laine. Sellisel juhul kettalt ja apertuurilt difraageerunud lainete summa avaldub kui

$$u_G(P, t) + u_B(P, t) + u'_G(P, t) + u'_B(P, t) = u_i(P, t). \quad (5.6)$$

Vastavalt valemitele (2.24) ja (5.5) järeldub, et geomeetriliste laine summa annab tulemuseks esialgse laine:

$$u_G(P, t) + u'_B(P, t) = u_i(P, t). \quad (5.7)$$

Sellest lähtuvalt peavad olema ketta ja ava korral esinevad difraktsiooni äärelained olema vastandmargilised

$$u'_B(P, t) = -u_B(P, t) \quad (5.8)$$

ning difraktsiooni äärelaineimpulss ketta korral avaldub kui

$$u'_B(P, t) = -\frac{u_0 e^{-i\omega_0 t}}{2\pi} \int_0^\pi v \left(t - \frac{s}{c} \right) \frac{e^{ik_0 s}}{s} \frac{ar \cos \psi - a^2}{s - z} d\psi. \quad (5.9)$$

Ümmarguselt $d = 4$ mm diameetriga kettalt difraageerunud laineväli, mis on mõõdetud SEA TADPOLE-ga, koos vastavalt difraktsiooni äärelaineteooriale arvatud tulemusega on toodud joonisel 5.6. Sarnasus eelnevalt registreeritud äärelaineimpulsiga ümmarguse apertuuri korral joonistel 5.1 ja 5.4 on ilmne.

Kuna antud juhul ei kattu äärelaineimpulss optilisel teljel geomeetrilise laine impulsiga, siis puudub ka geomeetrilise laine ja äärelaine omavahelise interferentsi tõttu avaldub efektiivne mõõtetulemust võimendav mõju ja seetõttu on difraktsiooni äärelaine mõõtmiseks ketta korral vaja tundlikumat mõõteseadet. Samuti vähendab konstruktiivset interferentsi optiliselt teljel ja seega ka Arago täpi intensiivsust iga-sugune ebakorrapära takistuse kujus ja ketta äärejoone karedus. Mõõtmistulemuste

$z = 92$ ja 132 mm lähemal vaatlusel võib arvata, et nende puhul pole õnnestunud kõige paremini optilise kiu y -i suunaline justeerimine optilise telje suhtes, mis signaali nõrkust arvestades on raskesti teostatav. Nagu ka eelpool toodud juhtudel ei lange simulatsioonis kokku geomeetrilise laine impulsi energia ristisuunaline jaotus, kuna arvutatud tulemus vastab tasalaine difraktsioonile, aga tegelikkuses on kasutatud laseriimpulssi, mille ristisuunalise intensiivsusejaotuse FWHM on on takistusena kasutatud ketta diameetriga samas suurusjärgus.

See, et kettakujulise takistuse varjus tekib täpp esmalt just optilisele teljele, tundub pigem huvitava iseärasusena klassikalise õpiku käsitluses, kus difraktsiooni ongi mõistetud eelkõige valguslaine paindumises tõkke taha selle sõna otseses mõttes. Difraktsiooni äärelaineteooriast saab järeldada, et Arago täpp tekib takistuse äärelt lähtuvate sekundaarsete sfääriliste lainete interferentsina. Sellisel juhul on konstruktiiivse interferensti tekkimine optilisel teljel ka juba vahetult pärast takistust lihtsasti mõistetav.

5.3 Difraktsioon rõngaspilult

Käesolevas alapeatükis on ühendatud antud töös varemalt käsitletud probleemid ning on vaadeldud femtosekundimpulsi difraktsiooni rõngaspilult, mis on kirjeldatud rõnga raadiuse a ja pilu läbimõõduga δa . Lähtuvalt sarnastest kaalutlustest, mis on toodud eelneva alapeatüki 5.2 alguses, on rõngaspilult difrageerunud laine esitatav geomeetrilise laine ja äärelaine summana

$$u_p(P, t) = u_G''(P, t) + u_B''(P, t), \quad (5.10)$$

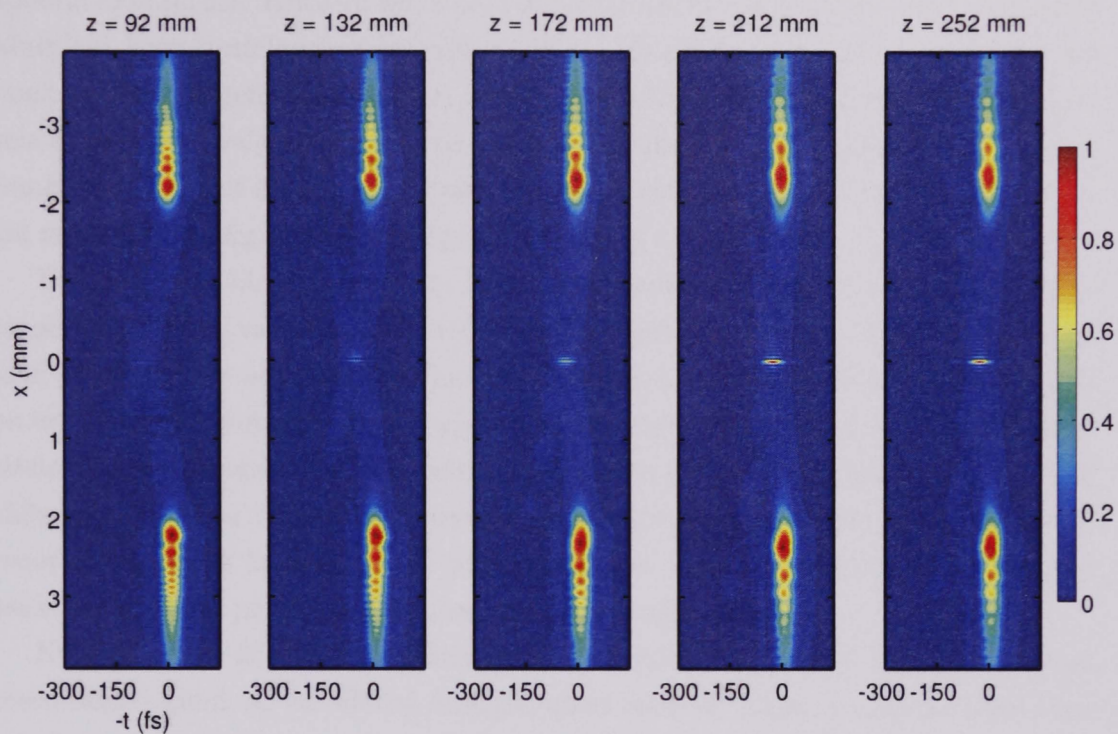
kus pilu korral geomeetrilisele lainele vastav liige

$$u_G''(P, t) = \begin{cases} u_i(P, t), & \text{kui } a - \delta a < r < a + \delta a, \\ 0, & \text{muudel juhtudel.} \end{cases} \quad (5.11)$$

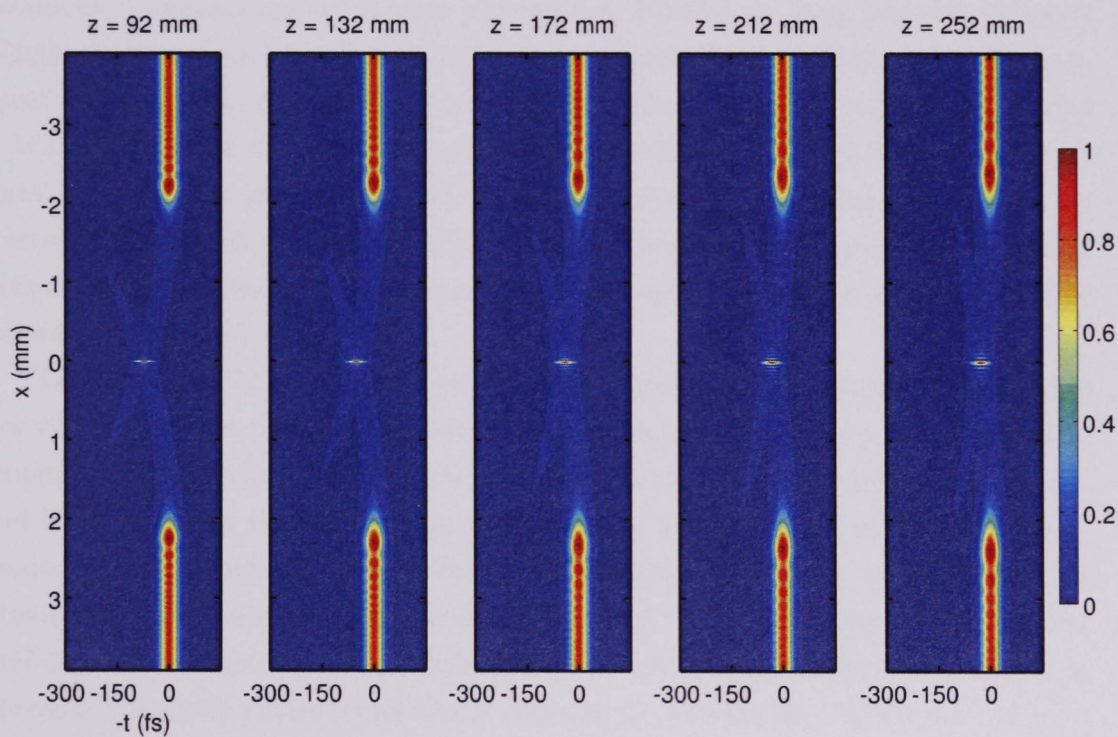
Seega sarnaselt difraktsiooni äärelaine avaldisele (5.8) ümmarguse ketta korral, saab rõngaspilu jaoks kirjutada

$$\begin{aligned} u_B''(P, t) &= -u_B(P, t, a - \delta a) - u_B'(P, t, a + \delta a) \\ &= u_B(P, t, a + \delta a) - u_B(P, t, a - \delta a), \end{aligned} \quad (5.12)$$

kus $u_B(P, t, a)$ on antud vastavalt valemile (2.35), kui äärejoone raadius on a . Seega vastab rõngaspilu korral difraktsiooni äärelaine välimiselt ja sisemiselt äärelt lähtuvate difraktsiooni äärelainete vahega. Kui pilu on piisavalt peenike, siis võib eeldada, et äärelained kattuvad ajas ja ruumis.



(a) Mõõdetud $|E(x, y = 0, t)|$



(b) Arvutatud $|E(x, y = 0, t)|$

Joonis 5.6. Ümmarguselt kettalt diameetriga $d = 4$ mm difrageerunud impulsi lainevälja moodul eri kaugustel apertuurist.

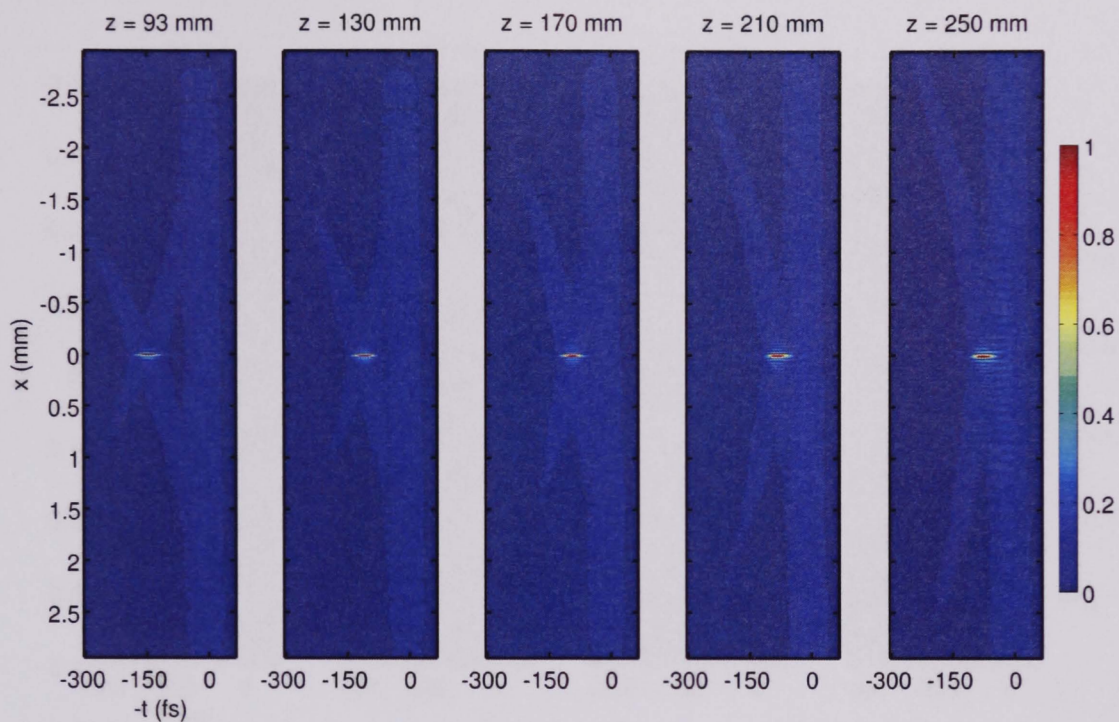
Rõngaspilult $d = 5,64$ mm difrageerunud laseriimpulssi mõõdetud laineväli on toodud joonisel 5.7. Kuivõrd kasutatud lainepikkuse juures ei blokeerinud rõngaspilu alusplaat kogu pealelangeva impulsi energiat, siis aja $t = 0$ fs juures on mõõtetulemustest näha nõrgendatud esialgne pealelangev impulss. Seda n-ö lekkinud impulssi, mis levib ruumis valguse kiirusel, on võimalik kasutada kinnitamaks äärelaine superluminaalset levikut ka juhul, kui interferomeetri õlgadel optilised teepikkused peaksid mõõteseeria käigus mingil põhjusel muutuma.

Difraktsiooni äärealaineteooria kohaselt koostatud simulatsioonide ja eksperimentist mõõdetu vahel on ka antud juhul hea kokkulangevus. Mõnetine erinevus lainevälja keskosas on ilmselt põhjustatud kauguse z ebatäpsusest mõõtmisest. Samuti on tegelikkuses kasutatud impulsi ajaline kestus umbes 15 fs pikem, kui toodud simulatsioonides. Difrageerunud lainevälja avaldises on geomeetrilise laine panus on küll väike, aga siiski on vajalik seda arvestada, kui arvutatakse difraktsiooni äärelaineteooriat kasutades lainevälja pilu piirkonnas, sest vastasel korral ei ole rõngaspilu asukohal laineväli pidev, vaid seal esineb terav maksimum.

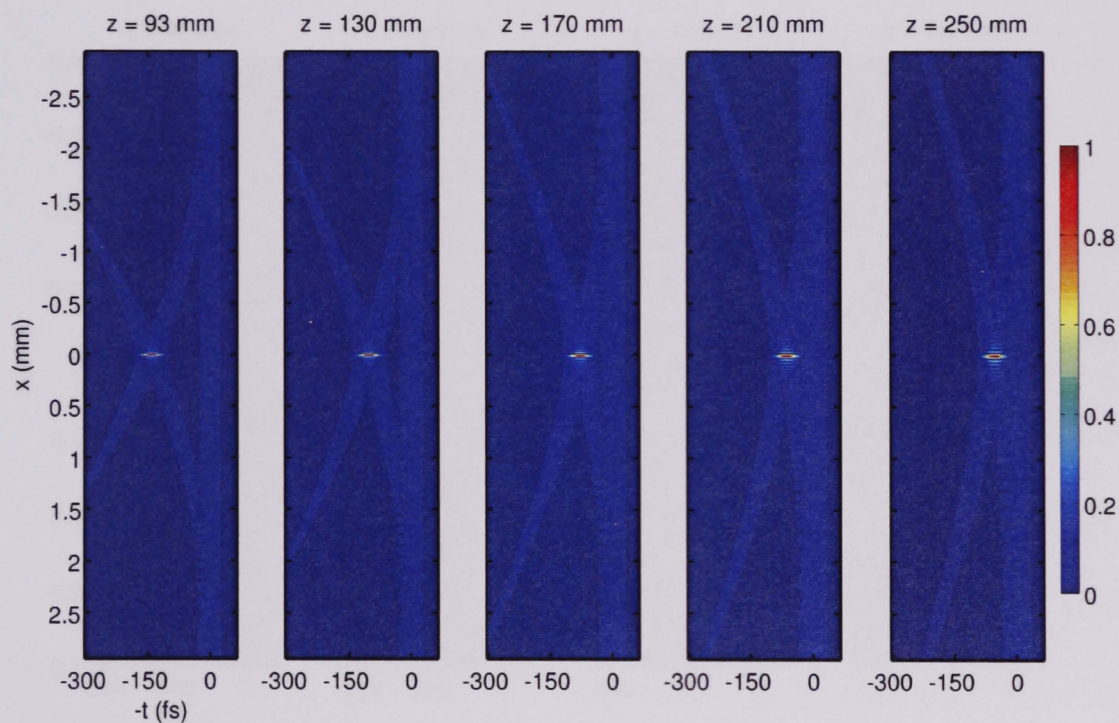
Kontrollimaks difraktsiooni äärealaineteooria põhjal koostatud mudeli kehtivust keerulisemal juhul, on mõõdetud difrageerunud laineväli neljast kontsentrisest rõngaspilust koosneva takistuse taga. Mõõdetud lainevälja moodul kõrvutatuna simulatsioonide tulemustega on toodud joonisel 5.8. Piltidel on näha esimesele kolmele rõngaspilule vastavad äärelained, mis levides algselt ajas eraldatult, on 14 cm kaugusel ühinenud üheks keerulise ajalise ja ruumilise kujuga impulsiks. Kaugustel $z = 102$ ja 142 mm registreeritud laineväljade tähelepanelikul vaatlemisel võib märgata ka neljandale pilule vastavaid äärelaineid. Kuivõrd sisemiste pilude laius on vastavalt 20, 10 ja 60 μm , mis on suurusjärgu kitsam kui kõige suurema diameetriga rõngaspilu, siis esimese kolme rõngaspilu sisemisest ja välimisest servast lähtuvad äärelained kattuvad.

Kaugusel $z = 22$ mm registreeritud tasalainefront esimese rõngaspilu äärelaine ees viitab sellele, et pilude aluse materjal on natuke läbipaistev. Kuivõrd järgmistel kaugustel registreeritud laineväljade juures seda ei ole võimalik eristada, siis on jätud läbipaistvusest tingitud parand simulatsiooni koostamisel arvestamata. Simulatsiooni ja eksperimenti vahelist kokkulangevuse parendamiseks anti rõngaspilude diameetrite jaoks uus hinnang sarnaselt alapeatükis 5.1 talitatuga ehk lähendati mõõdetud äärelainete ajalist koordinaati sõltuvana ekraani kaugusest tasalaine ja äärelaine vahelisele viivise teoreetilisele sõltuvusele. Lähenduse tulemusena leiti rõngaspilude diameetriteks vastavalt $d = 2,04(26)$, $4,27(11)$, $5,66(15)$ ja $11,51(10)$ mm. Erinevalt eelnevatest simulatsioonidest on antud arvutuste juures võetud arvesse pealelangeva kiire intensiivsusaotust ja äärelainete suhtelised amplituudid on määratud pealelangenu laserikimbu intensiivsuse ruutjuurega rõngaspilude asukohas.

Sellega on näidatud, et ka keerulisemaid difraktsiooniprobleeme on võimalik

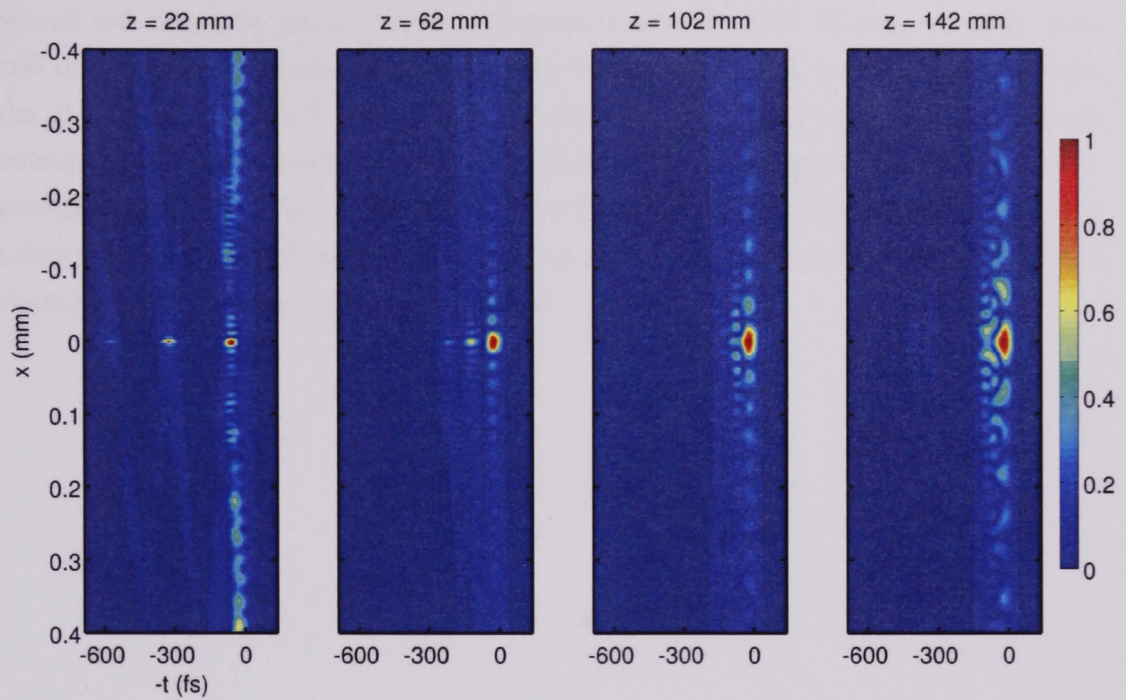


(a) Mõõdetud $|E(x, y = 0, t)|$

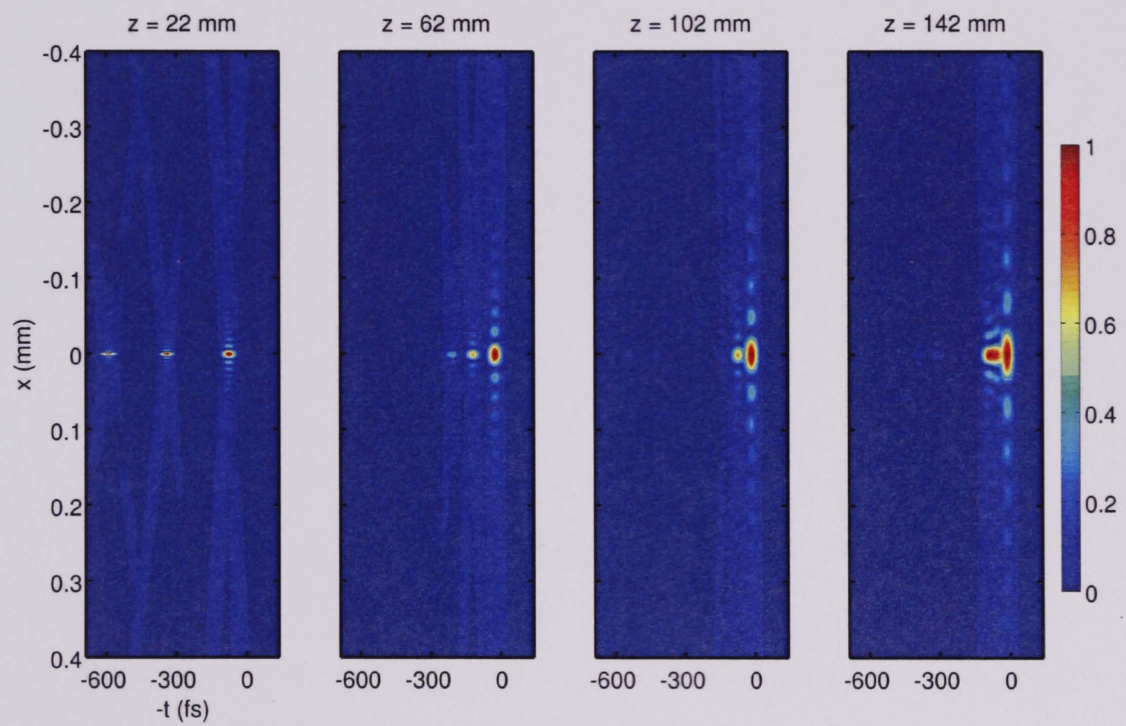


(b) Arvutatud $|E(x, y = 0, t)|$

Joonis 5.7. Rõngaspilult diameetriga $d = 5,64$ mm difrageerunud impulsi lainevälja moodul eri kaugustel apertuurist. Pilu kõrval ekraani materjal nõrgalt läbipaistev, mistõttu on jälgitav tasalaine impulss enne äärelaine impulssi.



(a) Mõõdetud $|E(x, y=0, t)|$



(b) Arvutatud $|E(x, y=0, t)|$

Joonis 5.8. 4-st kontsentriliselt rõngaspilult koosnevalt takistuselt difrageerunud impulsi lainevälja moodul eri kaugustel apertuurist.

taandada suhteliselt lihtsatele kaalutlustele põhinevale difraktsiooni ajalisele käsitlusele, millega on võimalik kvalitatiivselt mõista lühikeste impulsside korral difraktsiooni n-ö näppude peal. Samuti kvantitatiivselt on kõik käesolevas töös uuritud difraktsiooniülesanded lahenduvad ühekordse numbrilise integreerimisega rajades 0-st π -ni igas meid huvitavas lainevälja punktis, mille valik ei ole erinevalt enimkasutatavatest Fresneli ja Fraunhofferi difraktsiooniintegraalidest piiratud kaugusega apertuurist. Vastavalt difraktsiooni äärelaineteooria lähtekohtadele, on need tulemused skalaarse lainevälja difraktsioonil ekvivalentsed Fresneli–Kirchhoffi difraktsiooniintegraaliga saadavatele tulemustele.

6 KOKKUVÕTE

Käesolevas töös on uuritud difraktsiooni äärelaineteooria kontekstis ülilühikeste laseriimpulsside difraktsiooni ning on esitatud difrageerunud impulslaineväljade ajalis-ruumiliste mõõtmiste tulemused.

Enne töö tulemuste esitamist meenutame töö lähtekohti. Vastavalt difraktsiooni äärelaineteooriale on difrageerunud laineväli käsitletav apertuuriava äärejoonel paiknevatest sekundaarsetest allikatest lähtuva äärelaine ning äärelaineteoorias defineeritud vektorpotentsiaali singulaarsete punktidega seotud lainete omavahelise interferentsi tulemusena. Pealelangeva tasa- või sfäärilise laine erijuhul selgub, et viimasele, singulaarsete punktidega seotud lainele, vastab geomeetrilise optika reegleid järgiv laine, mistõttu saab difraktsiooni äärelaineteooria raames intuiitiivselt seletada ülilühikeste impulsside lähivälja keerulise ajalise ja ruumilise käitumisega difraktsiooninähtusi.

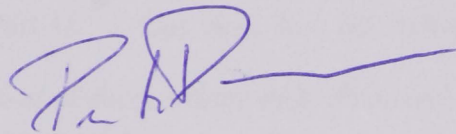
Ülilühikeste impulslaineväljade täpne eksperimentaalne uurimine vajab kõrge ruumilise ja ajalise lahutusega ning suure tundlikkusega mõõteseadet, milleks on SEA TADPOLE spektraalse interferomeetria erivormina sobilik. SEA TADPOLE on fokuseeritud laseriimpulsside mõõtmiseks välja töötatud lineaarne meetoodika, mis on nii eksperimentaalselt lihtne kui ka kõrge spektraalse lahutusega ning mille abil on võimalik otseselt mõõta laineväljade spektraalset amplituudi ja faasi.

Töö põhitulemused on järgmised:

- on esitatud ülevaatlilik sissejuhatus difraktsiooni äärelaineteooriasse, millega koos on antud ülevaade difraktsiooni äärelaineimpulsi omadustest apertuuriava pealelangeva tasalaine korral, ning ülilühikeste impulsside SEA TADPOLE mõõtemetoodikast;
- on koostatud difraktsiooni äärelaineteooriat kasutades interaktiivne arvutisimulatsioon, mis võimaldab arvutada tasapinnaliselt silindersümmeetriliselt takistuselt difrageerunud tasalaineimpulsi lainevälja;
- on teadaolevalt esmakordselt registreeritud difrageerunud ülilühikeste laseriimpulsside lainevälja ajalis-ruumilise lahutusega;
- on näidatud head kokkulangevust eksperimentaalselt mõõdetud difrageerunud laineväljade ja difraktsiooni äärelaineteooria järgi koostatud simulatsioonide vahel ümmarguse ava, ümmarguse ketta ja rõngaspilu näitel;
- on otseselt näidatud difraktsiooni äärelaineimpulsi superluminaalset negatiivse kiirendusega levikut.

Käesoleva töö autor tänab juhendajaid Peeter Saarit, Heli Lukneri ja Kaido Reivelti, kes on jaganud ohtralt konstruktiivset kriitikat, pühendanud oma aega töö tulemuste silumiseks, jaganud heasoovlike ja kasulikke märkusi ning küsinud kohati lihtsaid kuid ebamugavaid küsimusi. Ühtlasi tänab töö autor Georgia Tehnoloogiainstituudi ülikiire optika labori juhatajat Rick Trebinot jagamast oma laboriaega ja vahendeid mõõtmiste läbiviimiseks.

Autori erilised tänusõnad kuuluvad Pamela Bowlanile põhjalike seletuste eest SEA TADPOLE mõõteseadme nüanssidest ja mõõtmiste läbiviimise juhendamise eest. Suured tänusõnad ka Madis Lõhmusele, kellega koos on käesolevas töös esitatud eksperimendid läbi viidud. Samuti on olnud abiks Rünno Lõhmus ja TÜ FI nanostruktuuride füüsika labori töös kasutatud ketaste tehniline lahenduse väljapakku-misel ja rõngaspilude karakteriseerimisel.



KASUTATUD KIRJANDUS

- [1] M. Born ja E. Wolf, *Principles of optics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1999), 7. tr.
- [2] G. A. Maggi, "Sulla propagazione libera e perturbata delle onde luminose in mezzo isotropo," *Annali di Matematica* **16**, 21–48 (1888).
- [3] A. Rubinowicz, "Die Beugungswelle in der Kirchhoffschen Theorie der Beugungserscheinungen," *Annalen der Physik* **358**, 257–278 (1917).
- [4] A. Rubinowicz, "Thomas Young and the theory of diffraction," *Nature* **180**, 160–162 (1958).
- [5] K. Miyamoto ja E. Wolf, "Generalization of the Maggi-Rubinowicz theory of the boundary diffraction wave—Part I," *J. Opt. Soc. Am.* **52**, 615–622 (1962).
- [6] K. Miyamoto ja E. Wolf, "Generalization of the Maggi-Rubinowicz theory of the boundary diffraction wave—Part II," *J. Opt. Soc. Am.* **52**, 626–636 (1962).
- [7] Z. L. Horváth ja Z. Bor, "Diffraction of short pulses with boundary diffraction wave theory," *Phys. Rev. E* **63**, 026601 (2001).
- [8] Z. Bor ja Z. Horváth, "Distortion of femtosecond pulses in lenses. wave optical description," *Optics Communications* **94**, 249 – 258 (1992).
- [9] P. Saari, "Evolution of subcycle pulses in nonparaxial gaussian beams," *Opt. Express* **8**, 590–598 (2001).
- [10] U. Fuchs, U. Zeitner ja A. Tünnermann, "Ultra-short pulse propagation in complex optical systems," *Opt. Express* **13**, 3852–3861 (2005).
- [11] J. M. Dudley, I. A. Walmsley ja R. Trebino, "Measurement of ultrashort electromagnetic pulses," *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, MU1–MU2 (2008). Vt ka *ibid.* erinumber, A1–A150 (2008).
- [12] P. Bowlan, P. Gabolde, A. Shreenath, K. McGresham, R. Trebino ja S. Akturk, "Crossed-beam spectral interferometry: a simple, high-spectral-resolution method for completely characterizing complex ultrashort pulses in real time," *Opt. Express* **14**, 11892–11900 (2006).
- [13] P. Bowlan, P. Gabolde ja R. Trebino, "Directly measuring the spatio-temporal electric field of focusing ultrashort pulses," *Opt. Express* **15**, 10219–10230 (2007).

- [14] P. Bowlan, P. Gabolde, M. A. Coughlan, R. Trebino ja R. J. Levis, “Measuring the spatiotemporal electric field of ultrashort pulses with high spatial and spectral resolution,” *J. Opt. Soc. Am. B* **25**, A81–A92 (2008).
- [15] P. Bowlan, U. Fuchs, R. Trebino ja U. D. Zeitner, “Measuring the spatiotemporal electric field of tightly focused ultrashort pulses with sub-micron spatial resolution,” *Opt. Express* **16**, 13663–13675 (2008).
- [16] P. Bowlan, R. Trebino, H. Valtna-Lukner, M. Lõhmus, P. Piksarv ja P. Saari, “Directly measuring the spatiotemporal electric field of ultrashort Bessel-X pulses,” (2009). Ettekandeks vastu võetud CLEO/IQEC 09, CThW6, arXiv:0904.1817v1.
- [17] H. E. Hernández-Figueroa, M. Zamboni-Rached ja E. Recami, toim., *Localized waves* (Wiley, 2008).
- [18] P. Saari ja K. Reivelt, “Evidence of X-shaped propagation-invariant localized light waves,” *Phys. Rev. Lett.* **79**, 4135–4138 (1997).
- [19] D. McGloin ja K. Dholakia, “Bessel beams: diffraction in a new light,” *Contemporary Physics* **46**, 15–28 (2005).
- [20] M. Clerici, D. Faccio, A. Lotti, E. Rubino, O. Jedrkiewicz, J. Biegert ja P. D. Trapani, “Finite-energy, accelerating bessel pulses,” *Opt. Express* **16**, 19807–19811 (2008).
- [21] H. Sõnajalg ja P. Saari, “Suppression of temporal spread of ultrashort pulses in dispersive media by Bessel beam generators,” *Opt. Lett.* **21**, 1162–1164 (1996).
- [22] H. Sõnajalg, M. Rätsep ja P. Saari, “Demonstration of the Bessel-X pulse propagating with strong lateral and longitudinal localization in a dispersive medium,” *Opt. Lett.* **22**, 310–312 (1997).
- [23] I. Alexeev, K. Y. Kim ja H. M. Milchberg, “Measurement of the superluminal group velocity of an ultrashort bessel beam pulse,” *Phys. Rev. Lett.* **88**, 073901 (2002).
- [24] C. Conti, P. D. Trapani ja S. Trillo, “X-waves in self-focusing of ultra-short pulses,” kogumikus *Self-Focusing: Past and Present*, R. W. Boyd, S. G. Lukishova ja Y. R. Shen, toim. (Springer, 2009), lk. 439–456.
- [25] E. Gaižauskas, A. Dubietis, V. Kudriašov, V. Sirutkaitis, A. Couairon, D. Faccio ja P. D. Trapani, “On the role of conical waves in self-focusing and filamentation of femtosecond pulses with nonlinear losses,” kogumikus *Self-Focusing: Past*

- and Present*, R. W. Boyd, S. G. Lukishova ja Y. R. Shen, toim. (Springer, 2009), lk. 457–480.
- [26] M. Bock, S. K. Das ja R. Grunwald, “Programmable ultrashort-pulsed flying images,” *Opt. Express* **17**, 7465–7478 (2009).
- [27] K. Dholakia ja W. Lee, “Optical trapping takes shape: The use of structured light fields,” (Academic Press, 2008), lk. 261 – 337.
- [28] C. T. A. Brown, D. J. Stevenson, X. Tsampoula, C. McDougall, A. A. Lagatsky, W. Sibbett, F. J. Gunn-Moore ja K. Dholakia, “Enhanced operation of femtosecond lasers and applications in cell transfection,” *Journal of Biophotonics* **1**, 183–199 (2008).
- [29] T. Young, “On the theory of light and colours,” *Phil. Trans. Roy. Soc.* **92**, 12–48 (1802).
- [30] E. W. Marchand ja E. Wolf, “Boundary diffraction wave in the domain of the Rayleigh-Kirchhoff diffraction theory,” *J. Opt. Soc. Am.* **52**, 761–763 (1962).
- [31] E. Wolf ja W. Marchand, “Comparison of the Kirchhoff and the Rayleigh-Sommerfeld theories of diffraction at an aperture,” *J. Opt. Soc. Am.* **54**, 587–594 (1964).
- [32] T. Suzuki, “Extension of the theory of the boundary diffraction wave to systems with arbitrary aperture-transmittance function,” *J. Opt. Soc. Am.* **61**, 439–445 (1971).
- [33] G. Otis, “Application of the boundary-diffraction-wave theory to gaussian beams,” *J. Opt. Soc. Am.* **64**, 1545–1550 (1974).
- [34] T. Takenaka, M. Kakeya ja O. Fukumitsu, “Asymptotic representation of the boundary diffraction wave for a Gaussian beam incident on a circular aperture,” *J. Opt. Soc. Am.* **70**, 1323–1328 (1980).
- [35] B. B. Baker ja E. T. Copson, *Mathematical Theory of Huygens’ Principle* (American Mathematical Society, 2003), 3. tr.
- [36] Z. L. Horváth, J. Klebniczki, G. Kurdi ja A. Kovács, “Experimental investigation of the boundary wave pulse,” *Optics Communications* **239**, 243 – 250 (2004).
- [37] F. W. J. Olver, “Bessel functions J and Y,” kogumikus *Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables*, M. Abramowitz ja I. A. Stegun, toim. (Dover, New York, 1972), ptk. 9, 10. tr.

- [38] C. Froehly, A. Lacourt ja J. C. Vienot, "Time impulse response and time frequency response of optical pupils: experimental confirmations and applications," *Nouvelle Revue d'Optique* **4**, 183–196 (1973).
- [39] L. Lepetit, G. Chériaux ja M. Joffre, "Linear techniques of phase measurement by femtosecond spectral interferometry for applications in spectroscopy," *J. Opt. Soc. Am. B* **12**, 2467–2474 (1995).
- [40] D. N. Fittinghoff, J. L. Bowie, J. N. Sweetser, R. T. Jennings, M. A. Krumbügel, K. W. DeLong, R. Trebino ja I. A. Walmsley, "Measurement of the intensity and phase of ultraweak, ultrashort laser pulses," *Opt. Lett.* **21**, 884–886 (1996).
- [41] C. Dorrer, "Influence of the calibration of the detector on spectral interferometry," *J. Opt. Soc. Am. B* **16**, 1160–1168 (1999).
- [42] R. Trebino ja D. J. Kane, "Using phase retrieval to measure the intensity and phase of ultrashort pulses: frequency-resolved optical gating," *J. Opt. Soc. Am. A* **10**, 1101–1111 (1993).
- [43] M. Lõhmus, "Ülilühikeste optiliste impulsside mõõtmise FROG-ga," *Bakalau-reusetöö*, Tartu Ülikool, Tartu (2008).
- [44] P. O'Shea, M. Kimmel, X. Gu ja R. Trebino, "Highly simplified device for ultrashort-pulse measurement," *Opt. Lett.* **26**, 932–934 (2001).
- [45] P. Gabolde ja P. Bowlan, "Ultrafast interferometry," kogumikus *FROG: Ultrafast Optics Textbook*, vol. 1, R. Trebino ja J. Squier, toim. (2007), ptk. 12. [Http://www.physics.gatech.edu/frog/ultratext.html](http://www.physics.gatech.edu/frog/ultratext.html).
- [46] I. Yamaguchi ja T. Zhang, "Phase-shifting digital holography," *Opt. Lett.* **22**, 1268–1270 (1997).
- [47] P. Bowlan, "Measuring the spatiotemporal electric field of ultrashort pulses with high spatial and spectral resolution," Ph.D. thesis, Georgia Institute of Technology (2009).
- [48] D. Meshulach, D. Yelin ja Y. Silberberg, "Real-time spatial–spectral interference measurements of ultrashort optical pulses," *J. Opt. Soc. Am. B* **14**, 2095–2098 (1997).
- [49] C. Dorrer, N. Belabas, J.-P. Likforman ja M. Joffre, "Spectral resolution and sampling issues in Fourier-transform spectral interferometry," *J. Opt. Soc. Am. B* **17**, 1795–1802 (2000).

- [50] V. J. Coates ja H. Hausdorff, "Interferometric method of measuring the spectral slit width of spectrometers," *J. Opt. Soc. Am.* **45**, 425–430 (1955).
- [51] C. Iaconis ja I. Walmsley, "Spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction of ultrashort optical pulses," *Opt. Lett.* **23**, 792–794 (1998).
- [52] PixeLINK, "PixeLINK PL-A741 machine vision camera datasheet," (2004).
http://www.turnkey-solutions.com.au/pdf/PL-A741_datasheet.pdf.
- [53] I. Cooper, C. Sheppard ja M. Sharma, "Numerical integration of diffraction integrals for a circular aperture," *Optik - International Journal for Light and Electron Optics* **113**, 293 – 298 (2002).
- [54] D. Chauvat, O. Emile, M. Brunel ja A. L. Floch, "Direct measurement of the central fringe velocity in Young-type experiments," *Physics Letters A* **295**, 78 – 80 (2002).
- [55] P. Bowlan. Personaalne suhtlus (mai 2009).
- [56] A. S. Marathay ja J. F. McCalmont, "On the usual approximation used in the Rayleigh-Sommerfeld diffraction theory," *J. Opt. Soc. Am. A* **21**, 510–516 (2004).
- [57] J. E. Harvey ja J. L. Forgham, "The spot of arago: New relevance for an old phenomenon," *American Journal of Physics* **52**, 243–247 (1984).

Ultrashort pulses within the boundary diffraction wave theory and their direct measurement

Peeter Piksarv

SUMMARY

In this thesis the diffraction phenomena of ultrashort pulses has been studied within the framework of boundary diffraction wave theory and the result obtained from the direct measurements of the spatiotemporal electric field of diffracted pulses have been presented.

According to the boundary diffraction wave theory the diffracted wavefield may be expressed as the sum of disturbances originating at each point of the boundary of the aperture i.e. boundary wave, and as the total effect of disturbances propagated from the singular points of the vector potential of boundary diffraction wave theory. In the special case of incident plane or spherical wave the latter is found to represent a wave disturbance which obeys the laws of geometrical optics. The boundary diffraction wave theory can be used as an intuitive method to understand the complex spatiotemporal features of diffracted ultrashort pulses in the near field. An experimentally simple and high-spectral resolution variant of spectral interferometry (SEA TADPOLE) has been used to measure the spectral phase and amplitude of diffracted ultrashort pulses.

The following main results have been obtained.

- A short introduction to boundary diffraction wave theory has been given including detailed examples of the properties of the boundary wave pulse in the case of incident plane wave. An overview of the ultrashort-pulse measurement technique SEA TADPOLE has been provided.
- An interactive simulation based on the boundary diffraction wave theory has been created for modeling diffraction of ultrashort plane wave pulses by circular obstacles.
- To our knowledge, we have made the first spatiotemporally resolved measurements of the diffraction of ultrashort laser pulses.
- A good agreement between the simulations and the measurements in the case of diffraction by a circular aperture, circular disk and annular slit has been shown.
- The superluminal decelerating speed of the boundary wave pulse has been directly shown.

A DIFRAGEERUNUD LAINEVÄLJA SIMULATSIOON

Difraktsiooni äärelaine simulatsioon

Tööleht on koostatud võttes aluseks artiklid:

Z. L. Horváth and Zs. Bor, "Diffraction of short pulses with boundary diffraction wave theory," Phys. Rev. E 63, 026601 (2001).

K. Miyamoto and E. Wolf, "Generalization of the Maggi-Rubinowicz Theory of the Boundary Diffraction Wave--Part II," JOSA 52, 626, (1962).

Valgusallika parameetrid

Keskmine lainepikkus

$$\lambda_0 := 810 \text{ nm}$$

$$f_s := 10^{-15} \text{ s}$$

Vastav lainearv

$$k_0 := \frac{2\pi}{\lambda_0}$$

Impulsi spektri laius

$$\text{FWHM}_{\lambda,i} := 33 \text{ nm}$$

Intensiivsuse järgi

Vastav laius lainearvudes

$$\text{FWHM}_{k,i} := 2 \cdot \left(k_0 - \frac{2 \cdot \pi}{\lambda_0 + \text{FWHM}_{\lambda,i} \cdot 0.5} \right)$$

Eeldades Gaussi spektrit

$$s(k) = \exp \left[-\frac{(k - k_0)^2}{2 \cdot \sigma_k^2} \right]$$

$$\sigma_k := \frac{\text{FWHM}_{k,i}}{2 \sqrt{\ln(2)}}$$

Väljatugevuse järgi

Impulsi kestus (FWHM väljatugevusest)

$$\tau := \frac{2 \cdot \sqrt{2 \cdot \ln(2)}}{\sigma_k \cdot c} = 42.229 \cdot \text{fs}$$

Ajaline mähisjoon

$$v(t) := \exp \left(-4 \ln(2) \frac{t^2}{\tau^2} \right)$$

Lainevälja moodul sisendis

$$u_0 := 1$$

Eeldatud pealelenagevat tasalainet

$$u_i(z, t) := u_0 \cdot v \left(t - \frac{z}{c} \right) \cdot e^{i \cdot k_0 \cdot (z - c \cdot t)}$$

Katse parameetrid

Apertuuri raadius

$$a := 2.2 \text{ mm}$$

Vaadeldav ajavahemik

$$t_{\min} := -75 \text{ fs}$$

$$t_{\max} := 300 \text{ fs}$$

Ajasamm

$$dt := 2 \text{ fs}$$

Vaadeldav raadiusevahemik

$$r_{\min} := 0 \text{ mm}$$

$$r_{\max} := 1 \text{ mm}$$

Samm

$$dr := 2 \mu\text{m}$$

Vaadeldav kaugus

$$z := 40 \text{ mm}$$

Ajapunktid $n_t := \text{round}\left(\frac{t_{\max} - t_{\min}}{dt}\right)$ $i_t := 0..n_t$

$$t_{i_t} := t_{\min} + dt \cdot i_t$$

Raadiuse punktid $n_r := \text{round}\left(\frac{r_{\max} - r_{\min}}{dr}\right)$ $i_r := 0..n_r$

$$r_{i_r} := r_{\min} + dr \cdot i_r$$

Geomeetrilise laine asukoht ajas

$$t_0(z) := \frac{z}{c}$$

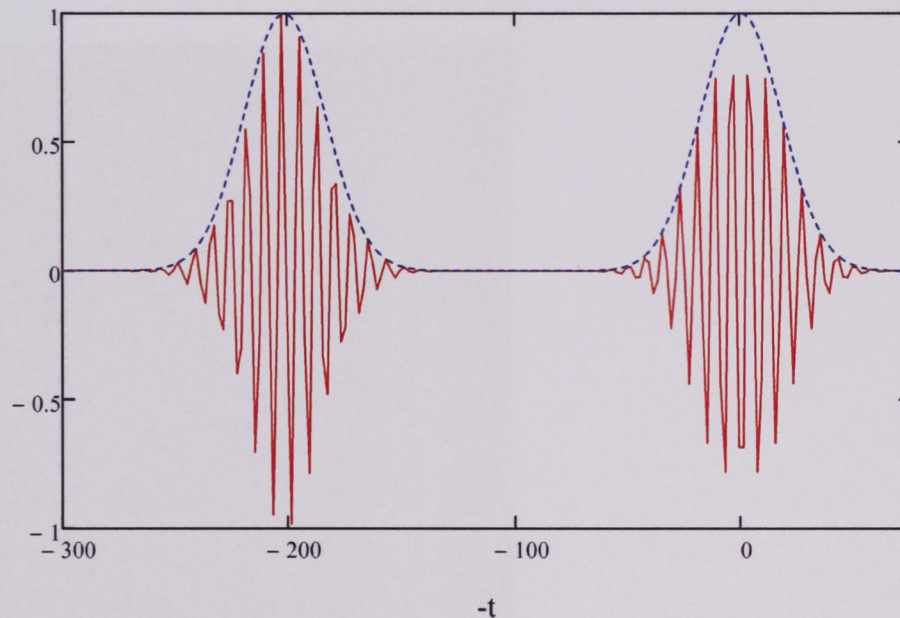
Äärelaine optilisel teljel

Äärelaine suhteline amplituud optilisel teljel

$$A_{\text{BO}}(z) := \frac{1 + \frac{z}{\sqrt{a^2 + z^2}}}{2}$$

Optilisel teljel laineväli $u_0(z, t) := u_i(z, t) - A_{\text{BO}}(z) \cdot u_i\left(z, t - \frac{\sqrt{a^2 + z^2} - z}{c}\right)$

Difraktsioonilaine optilisel teljel



— Lainevälja reaalosa
 ---- Lainevälja moodul

Geomeetriline laine

$$u_G(r, z, t) := \text{if}(r < a, u_i(z, t), 0)$$

Funktsioon lainevälja arvutamiseks

$$F_G(i_t, i_r) := u_G(r_{i_r}, z, t_{n_t - i_t} + t_0(z))$$

$$\varepsilon_G := \text{matrix}(n_t + 1, n_r + 1, F_G)$$

Äärelaine

Kaugus äärepunktist vaadeldavasse punkti

$$s(r, z, \psi) := \sqrt{z^2 + a^2 + r^2 - 2 \cdot a \cdot r \cdot \cos(\psi)}$$

$$f(r, z, \psi) := \frac{a \cdot r \cdot \cos(\psi) - a^2}{s(r, z, \psi) \cdot (s(r, z, \psi) - z)}$$

Laineväli avaldub kui

$$u_B(r, z, t) := u_0 \cdot \frac{e^{-i \cdot k_0 \cdot c \cdot t}}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\pi \sqrt{t - \frac{s(r, z, \psi)}{c}} \cdot e^{i \cdot k_0 \cdot s(r, z, \psi)} \cdot f(r, z, \psi) \, d\psi$$

Funktsioon lainevälja arvutamiseks

$$F_B(i_t, i_r) := u_B\left(r_{i_r}, z, t_{n_t - i_t} + t_0(z)\right)$$

$$\epsilon_B := \text{matrix}(n_t + 1, n_r + 1, F_B)$$

Difrageerunud laineväli

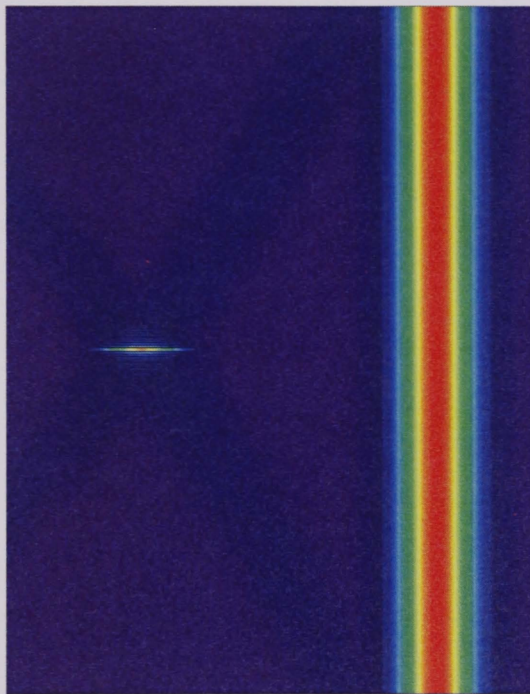
$$\epsilon := \epsilon_G + \epsilon_B$$

Lainevälja moodul

$$A_{i_t, i_r} := \left| \epsilon_{i_t, n_r - i_r} \right|$$

peegeldatud mõlemale poole optilist telge, optiline telg veerus n_r

$$A_{i_t, n_r + i_r} := A_{i_t, n_r - i_r}$$



A

Retsensioon

Peeter Piksarve magistritööle

“Ülilühikesed optilised impulsid difraktsiooni äärelaineteoorias ja nende eksperimentaalne registreerimine”.

Peeter Piksarve magistritöös uuritakse femtosekundiliste valgusimpulsside difraktsiooni äärelaineteooria seisukohalt. Modelleeritakse ja mõõdetakse valguse diffrageerumist kolme eri tüüpi valgustõkkel, milledeks on ava, ketas, rõngaspilu.

Töö sissejuhatavates osades antakse kirjandusel põhinev ülevaade difraktsiooni äärelaineteooriast, kohandatuna edaspidi uuritavatele difraktsioonijuhtudele. Samuti antakse selgitus kasutatavast spektraalse interferentsi mõõtemetoodikast, lühendnimega SEA TADPOLE, mis võimaldab mõõta lokaliseeritud lainevälja amplituudi ja faasi.

Kogu magistritöö on tehtud väga heal tasemel. Väärib esiletõstmist, et töös on autori poolt esitatud nii teoreetiline käsitlus, arvutisimulatsioonid kui ka eksperimentaalsed tulemused. Teadaolevalt on see üldse esmakordne difraktsiooni äärelainete otsene registreerimine.

Magistritöö on vormistatud korrektselt ja keeleliselt hästi loetavalt. Tulemused on tähelepanuväärsed ja omavad fundamentaalset tähtsust difraktsiooninähtuste olemuse mõistmisel.

Mõned küsimused ja märkused:

1. Missugune on spektraalse interferomeetria tundlikkus footonite arvu ühikutes. Töös on see arv esitatud esitatud energia ühikutes, 42×10^{-21} J.
2. Simulatsioonid ja eksperiment langesid hästi kokku, aga veelgi paremaks kokkulangemiseks kohandati arvutustes avade-tõkete mõõtmeid. Kas võib olla veel mingeid arvesse võtmata tegureid, mis erinevusi põhjustavad?
3. Spektraalse interferentsi SEA TADPOLE meetodi rakendamine eeldab, et referentsimpulsi parameetrid on teada. Kuidas see küsimus lahendati?
4. Kui kaua võttis aega ühe tüüpilise pildi registreerimine? Kas see oli seotud kaamera, ruumilise skaneerimisega, või mingi teise teguriga? Milline oli kaamera dünaamiline diapasoon?

Töö vastab igati magistrikraadi nõuetele ja väärib kõrgeimat (A) hinnet.



Margus Rätsep
TÜ Füüsika Instituudi vanemteadur
4. juuni 2009, Tartu

Juhendajate arvamus

Peeter Piksarve magistritööst

“ÜLEVALGUSKIIRUSEL LEVIVAD IMPULSID DIFRAKTSIOONI ÄÄRELAINETEOORIAS JA NENDE EKSPERIMENTAALNE REGISTREERIMINE”

Peeter Piksarv alustas füüsikalise optika alast uurimistööd juba 3. aasta tudengina, ent käesolev magistritöö, mis käsitleb ülilühikeste impulsside difraktsiooni Thomas Youngi ideedest lähtuvalt, ei ole jätkuks bakalaureuseõppes tehtule.

Magistritöös tutvustatakse üht osa prof. Rick Trebino juures Georgia Tehnikaülikoolis Atlantas stažeerimisel k. a. veebruaris saadud eksperimentaalsetest tulemustest ülilühikestest impulssidest moodustunud laineväljade ajalisi-ruumilisel registreerimisel. Need tehti uudsel meetodikal põhineva mõõteseadme SEA TADPOLE esmaeksemplariga selle väljatöötajate juures, kes on ülilühikeste impulsside diagnostika valdkonna üldtunnustatud liidrid. Kolleegidega koostöös kolme nädalalaga saadud kõigi uurimistulemuste tutvustamiseks on esitatud seitsmed konverentsiteesid ning avaldamiseks esitatud üks artikli käsikiri, valmimas veel kolm publikatsiooni. Lisaks publitseerimisväärtusega eksperimentaalsetele tulemustele sisaldab magistritöö ka ülevaadet standardsele Fresnel-Kirchoffi teooriale alternatiivsest difraktsiooni äärelaineteooriast ning numbrilisi arvutusi demonstreerimaks eksperimentitulemuste ja teooria ühtlangevust.

Magistriõppes on Peeter omandanud mitmekülgseid teadustööks vajalikke kogemusi eksperimentide läbiviimisel, rahvusvahelises töörühmas töötamisel ning laineväljade numbrilise arvutamisel, töö vormistamisel ning esitlemisel. Siinkohal peame oluliseks nimetada osavõttu nädalapikkusest rahvusvahelisest konverentsist USA-s, kus Peeter esines posterettekandega. Samuti on ta kogemusi omandanud kahenädalases rahvusvahelises eksperimentaalses uurimistöökoolis Kreekas 2008 aasta kevadel ning osalenud mitmete eksperimentide üles seadmise ning läbiviimise juures koduinstituudis. Hindame erinevates laborites, rahvusvahelises töökeskkonnas, erinevate tehniliste vahendite – nii impulss- kui pidevas režiimis töötavate laseritega ning diagnostikaseadmetega – töötamisel saadud kogemusi äärmiselt oluliseks ning väärtuslikuks magistriõppe osaks, mille kestel Peeter Piksarvest on kujunenud tugev ja võimekas uurija ning optikaspetsialist.

Magistritöö kirjutab selle autor suuresti iseseisvalt ning see rahuldab kahtlemata varuga magistritöödele esitatavaid nõudeid ning pälvib juhendajatelt ka vastava hinnangu.

Heli Lukner

Erakorraline teadur, TÜ FI

Kaido Reivelt

Vanemteadur, TÜ FI

Peeter Saari

Professor, TÜ FI