P. Laritšev

ALGEBRA

ÜLESANNETE KOGU

II

KESKKOOLI
VIII–XI
KLASSILE

EESTI RIIKLIK KIRJASTUS

A-20453

P. LARITŠEV

ALGEBRA

ÜLESANNETE KOGU

II

KESKKOOLI VIII—XI KLASSILE

Autasustatud VNFSV Pedagoogiliste Teaduste Akadeemia esimese auhinnaga 1950. a.

EESTI RIIKLIK KIRJASTUS
TALLINN 1955

Originaali tiitel:

П. А. Ларичев. Сборник задач по алгебре. Часть II. Для 8—10 классов средней школы. Издание 5-е.

Утверждён
Министерством просвещения РСФСР
Учпедгиз 1954

Tõlkinud A. Kiitam

Tõlge Eesti NSV Haridusministeeriumi poolt kinnitatud

2

Tartu Riikliku Ülikooli
Raamatukogu
26600

ARHIIVKOGU

I PEATÜKK.

ÜLESANDEID ÕPITU KORDAMISEKS JA SÜVENDAMISEKS.[1]

§ 1. Algebraliste avaldiste samased teisendused.

1. Sõnastada ja tõestada samasused:

1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$;
2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$;
3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$;
4) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$;
5) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$.

2. Kasutades eelmise ülesande valemeid, tõestada järgmised samasused:

1) $\frac{(m+n)^2}{2}+\frac{(m-n)^2}{2}=m^2+n^2$;
2) $\left(\frac{m+n}{2}\right)^2-\left(\frac{m-n}{2}\right)^2=mn$;
3) $\left(\frac{a^2-1}{a^2+1}\right)^2+\left(\frac{2a}{a^2+1}\right)^2=1$;
4) $(a-b)^3+(b-c)^3+$
$+(c-a)^3-3(a-b)(b-c)(c-a)=0$.

3. 1) Tõestada, et kahe arvu summa ruudu ja nende arvude neljakordse korrutise vahe võrdub nende arvude vahega ruudus.

2) Tõestada, et kahe arvu vahe ruudu ja nende arvude neljakordse korrutise summa võrdub nende arvude summaga ruudus.

---

[1] Eeldatakse, et kordamine toimub paralleelselt uue materjali läbivõtmisega.

4. Tõestada ja sõnastada järgmised samasused:

1) $(a^3+b^3) : (a+b) = a^2-ab+b^2$;
2) $(a^3-b^3) : (a-b) = a^2+ab+b^2$.

5. Leida jagatised:

1) $4a^2-b^2$ ja $b-2a$,
2) $4m^2-4n^2$ ja $2(m+n)$,
3) $8m^3-n^3$ ja $2m-n$,
4) $32a^3+4b^3$ ja $b-2a$.

Lahutada tegureiks:

6. (*Peast!*) 1) ab^4-4ax^2;
2) $a^2+2ab+b^2-9$;
3) $1-x^2-2xy-y^2$;
4) $ab+ac+b^2+2bc+c^2$.

7. 1) m^4+m^3+m+1;
2) n^4+n^3-n-1;
3) a^4-b^4;
4) x^6-y^6.

8. 1) $(x+y)^3-(x-y)^3$;
2) $(x+y)^4-(x-y)^4$.

9. 1) $x^2+7x+12$;
2) $x^2-8x+15$;
3) a^2-a-12;
4) $m^2+3m-10$;
5) $2x^2+10x+12$;
6) $2a^2-6a+4$.

10. 1) $m^4+m^2n^2+n^4$;
2) x^8+x^4+1;
3) x^3-3x+2;
4) a^3+3a^2-4.

11*. 1) a^3+a^2-2;
2) $m^3+8m^2+19m+12$;
3) $n^6-n^4+2n^3+2n^2$;
4) $m^4+5m^3+15m-9$.

12*. 1) $a^3+6a^2+11a+6$;
2) $c^3+8c^2+17c+10$;
3) $a^4+a^3+6a^2+5a+5$;
4) $a^5+a^4+a^3+a^2+a+1$.

13. Teostada nõutavad lihtsustused ja seejärel leida järgmiste algebraliste avaldiste arvulised väärtused:

1) $6a+\left(\frac{a}{a-2}-\frac{a}{a+2}\right) : \frac{4a}{a^4-2a^3+8a-16}$, kui $a=-2{,}5$;
2) $\left(\frac{a-1}{a+1}-\frac{a+1}{a-1}\right) \cdot \left(\frac{1}{2}-\frac{a}{4}-\frac{1}{4a}\right)$, kui $a=-3\frac{3}{4}$;
3) $\left[\left(\frac{n+2}{n-2}\right)^3 : \frac{n^3+4n^2+4n}{3n^2-12n+12}\right] \cdot \frac{n}{3}$, kui $n=-0{,}5$;
4) $\left(\frac{a^2}{a+b}-\frac{a^3}{a^2+2ab+b^2}\right) : \left(\frac{a}{a+b}-\frac{a^2}{a^2-b^2}\right)$, kui $a=-2{,}5$; $b=-0{,}5$.

---

* «Tärniga» märgitud ülesandeid võib kasutada individuaalseiks ja klassiväliseiks töödeks õpilastega.

Teostada näidatud tehted:

14. 1) $\left[\left(1-\frac{2}{1-3a}\right)\cdot\left(1-\frac{9a-9a^2}{3a+1}\right)\right]:\left[2(1-9a^2)\right]$;

2) $\frac{2}{a}-\left(\frac{a+1}{a^3-1}-\frac{1}{a^2+a+1}-\frac{2}{1-a}\right):\frac{a^3+a^2+2a}{a^2-1}$;

3) $\frac{3}{2}-\left[\frac{(0{,}5n+1)n}{n^3-1}+\frac{1}{2-2n}+\frac{1}{n^2+n+1}\right]\cdot\frac{n^3+n^2+n}{n-1}$;

4) $\left[\frac{a+c}{a^3c+a^2-ac-1}+\frac{ac+1}{1-a^2}:(a+c)\right]\cdot\frac{a^3+c^3}{3-3c^2}$.

15. 1) $2n-\left(\frac{2n-3}{n+1}-\frac{n+1}{2-2n}-\frac{n^2+3}{2n^2-2}\right)\cdot\frac{n^3+1}{n^2-n}$;

2) $\left[\left(\frac{3}{x-y}+\frac{3x}{x^3-y^3}\cdot\frac{x^2+xy+y^2}{x+y}\right):\frac{2x+y}{x^2+2xy+y^2}\right]\cdot\frac{3}{x+y}$;

3) $\dfrac{\left(1-\frac{a}{b}+\frac{b^2}{a^2}-\frac{b^3}{a^3}\right)\cdot\left(1-\frac{a-b}{a+b}\right)\cdot\frac{a+b}{2}}{\left(1+\frac{3b-a}{a+b}\right)\cdot(a^2-b^2)}$;

4) $\frac{a-c}{a^2+ac+c^2}\cdot\frac{a^3-c^3}{a^2b-bc^2}\cdot\left(1+\frac{c}{a-c}-\frac{1+c}{c}\right):\frac{c(1+c)-a}{bc}$.

16. 1) Lihtsustada avaldis

$$\left(\frac{a}{a-2b}+\frac{b}{a+2b}\right)\cdot\frac{a^3+8b^3}{a^3+3a^2b-2ab^2}$$

ja leida selle arvuline väärtus, kui $a=0{,}5$; $b=-0{,}25$.

2) Lihtsustada avaldis

$$\frac{a+2b}{3a-3b}-\frac{3c-a}{2a-2c}+\frac{a^2-bc}{a^2-ac+bc-ab}$$

ja leida selle arvuline väärtus, kui $a=\frac{1}{6}$; $b=-1$.

Anda ülesannete (17—20) igale küsimusele põhjendatud vastus ja tuua näiteid.

17. 1) Kuidas asetsevad arvteljel punktid, mis kujutavad absoluutväärtuselt võrdseid, kuid vastupidiste märkidega arve?

2) Kas võivad olla arv ja selle pöördväärtus vastupidiste märkidega?

3) Kas võib ütelda, et $(-a)$ kujutab negatiivset arvu?

4) On antud, et arvu a absoluutväärtus on suurem arvu b absoluutväärtusest. Kas võib ütelda, et $a>b$?

18. 1) Kas võib summa $a+b$ olla vähem vahest $a-b$?

2) Kas võib väita, et $2a>a$?

3) On teada, et $a\neq 0$ ja $b\neq 0$. Kas võib väita, et $a+b\neq 0$? $a\cdot b\neq 0$?

19. 1) On antud kaks arvu a ja b. Kui kaugel on teineteisest punktid, mis vastavad arvteljel nendele arvudele?

2) On antud, et arvu a absoluutväärtus on vähem kui 2. Kus võib arvteljel asuda punkt, mis vastab arvule a?

3) Kas võib ütelda, et $(a-b)^2$ on positiivne arv a mistahes väärtuste puhul?

4) Kas on omavahel võrdsed avaldised: $-m^2$ ja $(-m)^2$; $-m^3$ ja $(-m)^3$?

20. 1) Kas võib a ja b mõnede eriväärtuste puhul esineda võrdus: $(a+b)^2=a^2+b^2$?

2) Kas võib väita, et $(a-b)^2=(b-a)^2$?, $(a-b)^4=(b-a)^4$?, $(a-b)^3=(b-a)^3$?

3) Kas murru suurus jääb endiseks, kui selle lugeja ja nimetaja tõsta ruutu?

21. 1) Missuguste a väärtuste puhul ei ole mõtet järgmistel avaldistel:

a) $\frac{1}{a-4}$; b) $\frac{2}{a+1}$; c) $\frac{b^2}{a^2-4}$; d) $\frac{1}{a^2+1}$?

2) Missugusel tingimusel:

a) $\frac{3a-6b}{a+b}=0$; b) $\frac{2a-b}{b-a}=1$?

§ 2. Esimese astme võrrandid ühe tundmatuga.

Lahendada võrrandid:

22. 1) $2x(3x-2)-3\left[1-(2-x)(2x+3)-\frac{x-3}{2}\right]=13$;

2) $3\left\{x-\frac{3x-1}{4}-\left[1-2\left(x-\frac{3+x}{5}\right)\right]\right\}=5x-2$.

23. 1) $\frac{1}{(x+1)^2}+\frac{4}{x(x+1)^2}=\frac{5}{2x(x+1)}$;

2) $\frac{2x+19}{5x^2-5}-\frac{17}{x^2-1}-\frac{3}{1-x}=0$.

24. 1) $\frac{3x-3}{2x^2-2}-\frac{2x+2}{3x^2+6x+3}=\frac{5(x-1)}{12x^2-24x+12}$;

2) $\frac{6}{4-x}=\frac{25}{1-3x}-\frac{16}{x-4}$.

Lahendada x suhtes järgmised täheliste kordajatega võrrandid:

25. 1) $\frac{x+a}{a-x}+\frac{x-a}{a+x}=\frac{a}{a^2-x^2}$;

2) $\frac{x}{a}-1:\left(1-\frac{a^2}{b^2}\right)=1:\left(\frac{a}{b}-\frac{b}{a}\right)$.

26. 1) $[(n-1)^2+n]:\left[\frac{(n+1)^3}{3n}-n-1\right]=x:\left[\frac{(n-1)^2}{4n}+1\right]$;

2) $\frac{x}{a}(3ab+1)=\frac{3ab}{1+a}+\frac{(2a+1)x}{a(a+1)^2}+\frac{a^2}{(a+1)^3}$.

27. 1) $\frac{am}{a^2-b^2}-\frac{x+m}{a+b}=\frac{b^2x}{a^3-ab^2+a^2b-b^3}-\frac{ax}{a^2+2ab+b^2}$;

2) $\frac{2}{a^2-ac-ax+cx}+\frac{1}{x^2-ax-cx+ac}=$

$=\frac{1}{c^2-cx-ac+ax}$.

28. 1) $\frac{a^3-1}{a^3+1}=\frac{a(x-1)+a^2-x}{a(x-1)-a^2+x}$;

2) $\frac{kx-lx}{2k+2l}+\frac{klx}{k^2-l^2}-\frac{k-x}{k-l}=\frac{x}{2}+\frac{k+x}{k+l}$.

Lahendada järgmised võrrandid nendes esinevate tähtede suhtes:

29. 1) Lahendada k, a ja b suhtes $\frac{3a+k}{k}-5=\frac{b}{k}$;

2) lahendada x, a ja c suhtes $ax+bx=cx$.

30. 1) Lahendada m ja a suhtes $m\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right)=1$;

2) lahendada x, a ja b suhtes $a-\frac{a+b}{x}=b-\frac{a-b}{x}$;

3) lahendada y, n ja b suhtes $\frac{an+by}{n+y}=c$.

§ 3. Esimese astme võrratused.

31. *(Peast!)* Korrutada võrratuse mõlemad pooled sulgudes näidatud teguriga:

1) $3>-5$ [2]; 2) $1<3$ [-2];
3) $4>-2$ [5]; 4) $-6<-5$ [-3].

32. *(Peast!)* Jagada võrratuse mõlemad pooled sulgudes näidatud jagajaga:

1) $12>8$ [4]; 2) $-20>-30$ [10];
3) $15<20$ [-5]; 4) $-14>-21$ $\left[-\frac{1}{2}\right]$.

Lahendada võrratused (33—37 *peast!*) ja märkida arvteljel saadud lahendid:

33. 1) $x+3>8$; 2) $4+x<12$;
3) $1-x<2$; 4) $10<12-x$.

34. 1) $x-1<0$; 2) $2x+3>13$;
3) $2x+8<10$; 4) $3x+5>5$.

35. 1) $13x+4>5x+20$; 2) $3(x+2)<2+5x$;
3) $-3(x+10)>-20$; 4) $16-3(2x-5)<3-16x$.

36. Leida, missuguste x väärtuste puhul on järgmised avaldised positiivsed:

1) $3x-15$; 2) $12-4x$;
3) $(x+1)2-3$; 4) $5(x-1)-2(x-2)$.

37. Leida, missuguste x väärtuste puhul järgmised avaldised on negatiivsed:

1) $x-4$; 2) $2x-6$;
3) $(x+3)\,2-x$; 4) $4x-(x+1)\,3$.

38. Samapidistest võrratustest välja kirjutada niisugune, mis rahuldaks ülejäänud võrratusi:

1) $x>4$; $x>12$; $x>18$; $x>25$;
2) $x<4$; $x<12$; $x<18$; $x<25$;
3) $a>\frac{3}{4}$; $a>\frac{5}{12}$; $a>\frac{5}{6}$;
4) $t>1$; $t>-1$; $t>-2$;
5) $y>0$; $y>-0{,}5$; $y>-5$;
6) $z<0{,}01$; $z<0{,}31$; $z<0{,}001$.

39. Leida ja näidata arvteljel x täisarvulised väärtused, mis rahuldavad järgmisi võrratusi:

1) $0<x<5$; 2) $1<x<4$; 3) $1\frac{1}{2}<x<5\frac{3}{4}$;
4) $-6<x<-1$; 5) $-2<x<2$;
6) $-3{,}5<x<-0{,}4$.

§ 4. Esimese astme võrrandisüsteemid.

Lahendada kahe tundmatuga võrrandisüsteemid:

40. 1) $\begin{cases} \frac{7x-3y}{5}=\frac{5x-y}{3}-\frac{x+y}{2} \\ 3(x-1)=5(y+1) \end{cases}$

2) $\begin{cases} \frac{1}{2}\left(y+\frac{x}{2}\right)-\frac{1}{5}(x+2)=1{,}1 \\ x-2y+4=\frac{1}{4}\left[2x+3\left(y-\frac{1}{2}\right)\right] \end{cases}$

41. 1) $\begin{cases} \frac{1}{2}-y=\left\{\frac{1}{3}[x-5(y-0{,}3)]-1\right\}+1{,}2 \\ 3\left[1-\frac{2-3(x-y)}{5}\right]+6{,}94=2(3x-1) \end{cases}$

2) $1-\frac{x+5y}{7}=4x-3y-80=\frac{1}{21}[2-2(x-7)-y]$

42. 1) $(x+2y-7):(2y-x+15):(2x+y+19)=1:2:3$

2) $(3x+y-3):(4x-2y+1):(5x-3y+8)=6:3:5$

43. $\begin{cases} b-5[15-(3-a)]=11-8[7(3a-5)+3b] \\ 41(3a+2b)=4\left\{5[22-3(5-2a)]-13b\right\} \end{cases}$

44. 1) $\begin{cases} \frac{3}{2a+b}+\frac{7}{a-b}=1{,}9 \\ \frac{5}{a-b}-\frac{2}{2a+b}=1{,}15 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{11}{2r-3s}+\frac{18}{3r-2s}=13 \\ \frac{27}{3r-2s}-\frac{2}{2r-3s}=1 \end{cases}$

Lahendada x ja y suhtes järgmised täheliste kordajatega võrrandisüsteemid:

45. 1) $\begin{cases} ax-by=a^2+b^2 \\ bx+ay=a^2+b^2 \end{cases}$

2) $\begin{cases} (2a+b)x-(2a-b)y=8ab \\ (2a-b)x+(2a+b)y=8a^2-2b^2 \end{cases}$

46. 1) $\begin{cases} \frac{x}{m}+\frac{y}{n}=1 \\ \frac{x}{3m}+\frac{y}{6n}=\frac{2}{3} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{lx+1}{k+y}=1 \\ \frac{x+y}{x-y}=\frac{k+l}{k-l} \end{cases}$

47. 1) $\begin{cases} \frac{m-1}{n-1}=\frac{m(1-x)}{n(1-y)} \\ mx=ny \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x}{a+b}+\frac{y}{a-b}=2a \\ x-y=4ab \end{cases}$

48*. 1) $\begin{cases} x+y=2m^3 \\ \frac{x}{y}=\frac{m+n-\frac{mn}{m+n}}{m-n+\frac{mn}{m-n}} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-\frac{b}{a}=\frac{by-a}{a} \\ \frac{ax+by}{a+b+2}-y=\frac{b-(a+1)}{b} \end{cases}$

49*. $\begin{cases} [n(1-y)+m]p=nx \\ \left[\frac{x+ny}{m+p}-x\right]\cdot\frac{m}{n}=y(1-p) \end{cases}$

Lahendada järgmised kolme ja rohkema tundmatuga (x, y, z, u, v, t) võrrandisüsteemid:

50. 1) $\begin{cases} 2x+3y-5z=17 \\ 3x-4y-6z=-14 \\ 8x-7y+2z=17 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{5}{x}-\frac{2}{y}+\frac{3}{z}=-\frac{9}{4} \\ \frac{2}{x}+\frac{3}{y}+\frac{1}{z}=\frac{5}{12} \\ \frac{1}{x}+\frac{4}{y}-\frac{2}{z}=\frac{5}{3} \end{cases}$

51. 1) $\begin{cases} \frac{6}{x+z}+\frac{5}{x+3y}=2 \\ \frac{15}{x+z}-\frac{4}{z-2y}=\frac{1}{2} \\ \frac{10}{x+3y}-\frac{7}{z-2y}=-\frac{3}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y+2z-3u=0 \\ 3x-y+z-2u=0 \\ x-2y+3z-u=5 \\ 2x-3y+z-u=-5 \end{cases}$

52*. 1) $\begin{cases} 3x-y+u=2 \\ x+3y-z=1 \\ y+3z-u=4 \\ x-z-3u+11=0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 6x-2y-3z=25 \\ 3y+z-2v=20 \\ 4x-3y-2t=13 \\ x-2v+t=4 \\ 2y+v=17 \end{cases}$

53. 1) $\begin{cases} px+my-nz=2mp \\ my-px+nz=2mn \\ px-my+nz=2pn \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{p}{x}+\frac{q}{y}+\frac{r}{z}=3 \\ \frac{p}{x}+\frac{q}{y}-\frac{r}{z}=1 \\ \frac{2p}{x}-\frac{q}{y}-\frac{r}{z}=0 \end{cases}$

54*. 1) $\begin{cases} \frac{x}{a}=1-\frac{y}{a} \\ y-5z=9a-4 \\ z-\frac{4u-9a}{2}=1 \\ x-\frac{2u}{5}=\frac{3a}{2}-1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x-3z=a+3b \\ y-\frac{x}{2}=a-b \\ z-\frac{3u}{2}=a-4b \\ y+v=a+b \\ v+\frac{u}{2}=3b-a \end{cases}$

§ 5. Funktsionaalne sõltuvus ja selle avaldamise viisid.

55. Aprilli esimese nädala jooksul on õhu temperatuuri mõõtmise tulemused iga päev märgitud järgmisse tabelisse:

Kuupäevad	1	2	3	4	5	6	7
Temperatuur C°	—6	— 8	—5	—2	0	3	6

1) Joonestada tabeli andmeil temperatuuri muutumise graafik aprilli esimese nädala jooksul.

2) Leida nädala keskmine temperatuur, joonestada selle graafik (samal joonisel) ja määrata joonise järgi iga ööpäeva temperatuuri kõrvalekaldumine keskmisest temperatuurist.

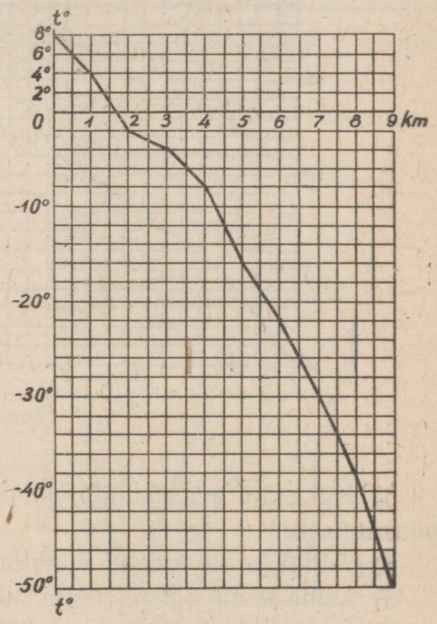
3) Leida graafiku järgi nädala maksimaalne ja minimaalne temperatuur.

56. Joonisel 1 on antud graafik, mis näitab, kuidas õhu temperatuur sõltub kõrgusest. Horisontaalteljel on antud kõrgus maapinnast (kilomeetrites) ja vertikaalteljel õhu temperatuur (C kraadides).

Leida graafiku järgi:

a) õhu temperatuur 4 km, 6 km, 8 km kõrgusel ja maapinnal.

b) Missugusel kõrgusel õhu temperatuur on 4°? —16°? —48°? 0°? —30°?



Joon. 1.

57. Kell 8 hommikul väljus linnast külasse jalakäija. Esimese tunniga käis ta 5 km, siis mäkke minnes käis tunniga ainult 3 km ning pärast seda puhkas 30 min. Pärast liikus ta keskmiselt 4 km tunnis ning saabus külasse kell 12 päeval.

1) Koostada tabel, mis näitab jalakäija poolt käidud tee ja aja sõltuvust teineteisest, ning joonestada tabeli andmeil vastav graafik.

2) Leida graafiku järgi: a) Kui kaugel linnast oli jalakäija kell 9? kell 10.30? kell 11?

b) Kui kaugel linnast ja mis kellaajal peatus ta puhkuseks?

c) Kui kaugel oli küla linnast?

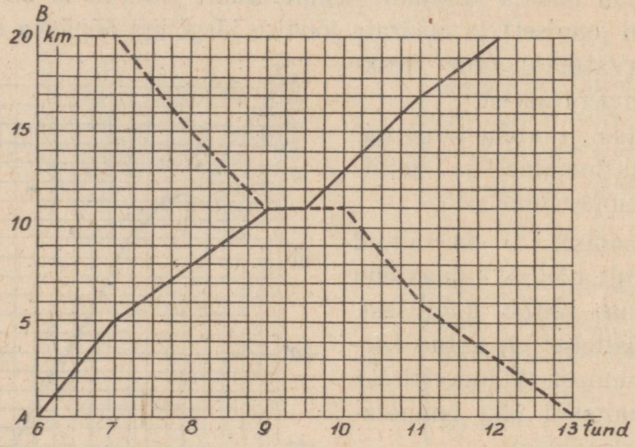
3) Mis kellaajal oli jalakäija linnast 6 km; 10 km; 2 km; 14 km kaugusel?

58. Joonisel 2 on kujutatud kahe jalakäija liikumise graafik, kes väljusid teineteisele vastu punktidest *A* ja *B*.

Leida graafiku järgi:

1) Mis kellaajal väljus kumbki jalakäija?

2) Kui kaua viibis kumbki neist teel?



Joon. 2.

3) Kui palju aega kulutas kumbki neist liikumiseks ja kui palju puhkamiseks?

4) Millal ja kui kaugel punktist *A* nad kohtusid?

5) Leida kummagi jalakäija liikumise keskmine kiirus.

6) Kirjeldada kummagi jalakäija liikumist.

7) Koostada graafiku järgi tabel, mis näitab kummagi jalakäija poolt läbitud tee ja aja vastastikust sõltuvust.

59. Kell 6 hommikul linnast *A* punkti *B*, mis 24 km kaugusel linnast, väljus jalakäija, kes käis 4 km tunnis ning peatus 30 minutit iga kahe tunni järel. Kell 10 hommikul samast linnast sõitis talle järele jalgrattur, kes sõitis peatusteta keskmise kiirusega 12 km tunnis.

1) Ehitada ühel ja samal joonisel jalakäija ja jalgratturi liikumise graafikud.

2) Leida graafikute järgi:

a) Kui kaugel linnast A ja mis kellaajal jõuab jalgrattur jalakäijale järele?

b) Kui kaugel linnast A on neist kumbki keskpäeval?

c) Mis kellaajal kumbki neist jõuab punkti B?

60. Bensiinihulka, mis ühtlaselt voolab paaki, väljendab järgmine tabel:

Täitmise aeg minutites	t	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Bensiinihulk liitrites	v	0	2	4	6	8	10	12	14	16

1) Näidata, et t mistahes kahe väärtuse suhe võrdub v vastavate väärtuste suhtega.

2) Leida v mistahes väärtuse ja vastava t väärtuse suhe.

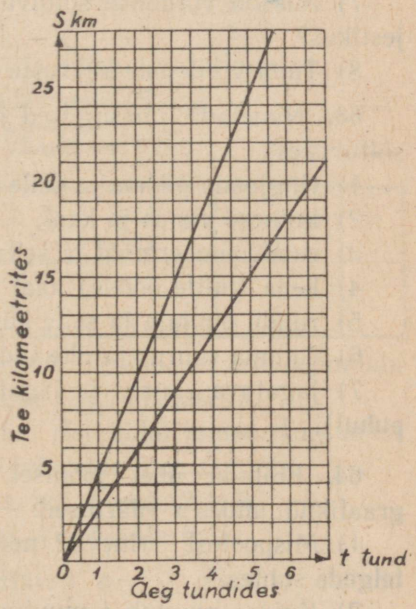
3) Avaldada valemiga v sõltuvus t-st.

4) Joonestada graafik bensiini voolamisest paaki.

5) Tõestada, et saadud graafiku mistahes punkti ordinaadi ja abstsissi suhe on 2.

6) Tõestada, et kui punkt ei asetse sel graafikul, siis selle punkti ordinaadi ja vastava abstsissi suhe ei ole 2.

7) Kuidas nimetatakse v ja t vahelist sõltuvust?



Joon. 3.

61. Keha liigub ühtlaselt kiirusega 4 km tunnis:

1) Koostada valem, mis väljendab keha poolt t tunniga läbitud tee pikkust S.

2) Koostada S väärtuste tabel, kui $t=0$; 1; 2; 3; 4.

3) Tabeli andmeil joonestada graafik, mis näitab keha poolt läbitava tee pikkuse muutumist sõltuvalt liikumise aja muutumisest.

4) Leida graafiku järgi tee pikkus, mille läbis keha 1 tunni 30 minutiga; 3,5 tunniga.

5) Leida graafiku järgi, mis ajaga keha läbib 10 km; 6 km.

62. Joonisel 3 on kujutatud kahe jalakäija liikumise graafikud, kusjuures horisontaalteljel on liikumise aeg ja vertikaalteljel tee pikkus.

1) Leida graafiku järgi kummagi jalakäija tunnikiirus.

2) Koostada valem, mis näitab jalakäija poolt käidava tee pikkuse muutumist sõltuvalt liikumise aja muutumisest.

3) Mille poolest erineb antud juhtumil ühe jalakäija liikumine teise liikumisest?

4) Mille poolest sarnanevad ja millelt erinevad kummagi jalakäija liikumise graafikud?

5) Kuidas nimetatakse sõltuvust aja muutumise ja tee pikkuse muutumise vahel jääva kiiruse puhul?

6) Missuguse valemiga avaldatakse kahe suuruse võrdelist sõltuvust?

7) Mis on võrdelise sõltuvuse graafikuks ristkoordinaatide teljestikus?

8) Tuua võrdeliste suuruste näiteid.

63. Nimetada, missugused järgmistest suurustest on võrdelises sõltuvuses:

1) ringjoone pikkus ja selle raadiuse pikkus;

2) inimese vanus ja kaal;

3) ruudu ümbermõõt ja selle külje pikkus;

4) keha (mitte õõnsa) kaal ja ruumala;

5) ruudu pindala ja selle külje pikkus;

6) summa suurus ja ühe liidetava suurus;

7) jagatava suurus ja jagatise suurus (ühe ja sama jagaja puhul).

64. Ehitada ühel joonisel funktsioonide $y=2x$ ja $y=-2x$ graafikud, andes x väärtused: -3; -2; -1; 0; 1; 2; 3.

1) Mispoolest erinevad nende graafikute asendid koordinaattelgede suhtes?

2) Kuidas muutub x muutumisel y-i väärtus kummaski funktsioonis: $y=2x$ ja $y=-2x$?

65. 1) Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide graafikud:

$$y=\frac{1}{2}x;\ y=2x;\ y=5x;\ y=-\frac{1}{2}x;\ y=-2x;\ y=-5x.$$

2) Selgitada, kuidas muutub sirge asend nurga koefitsiendi muutumisel.

66. Ühe pudeli maht on 0,6 *l*.

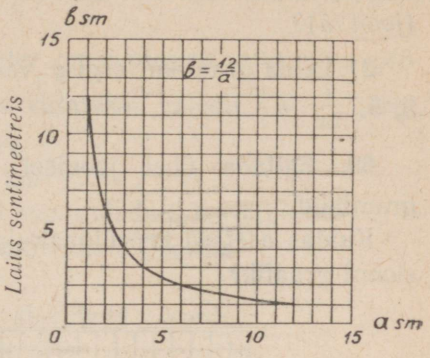
1) Kirjutada valem, mis võimaldab x pudelit teisendada liitriteks, tähistades liitrite arvu y-ga.

2) Joonestada graafik pudelite teisendamise jaoks liitriteks.

3) Leida graafiku järgi, mitu liitrit on 3 pudelis, 5 pudelis, 4,5 pudelis.

4) Leida sama graafiku järgi, mitu pudelit on 2 liitris, 4 liitris, 3,5 liitris.

Näpunäide. Graafiku joonestamisel paigutada horisontaalteljele pudelite arv ja vertikaalteljele liitrite arv. On soovitav joonestada graafik millimeetripaberile säärases mastaabis, mis võimaldab loendada mõõduühiku kümnendikke.



Joon. 4.

67. Ristküliku pindala on 12 cm² ja pikkus a sentimeetrit.

1) Leida ristküliku laius, tähistades selle tähega b.

2) Arvutada $b = \frac{12}{a}$ a järgmiste väärtuste puhul:

Pikkus sentimeetreis	a	1	2	3	4	5	6	8	10	12
Laius sentimeetreis	b									

3) Kasutades a ja b väärtuste tabelit, tõestada, et antud pindala puhul ristküliku laius on pöördvõrdeline tema pikkusega.

4) Joonestada graafik, mis näitab ristküliku laiuse muutumist sõltuvalt tema pikkuse muutumisest (võrrelda *joonisega 4*).

5) Leida graafiku järgi b väärtus, kui $a = 1{,}5;\ 2{,}4;\ 9$.

6) Leida graafiku järgi a väärtus, kui $b = 10;\ 5;\ 8$.

7) Joonisele, millele on joonestatud $b = \frac{12}{a}$ graafik, ehitada ristkülikud, mille $a = 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 6$, ja tõestada, et iga ristküliku pindala on 12 cm².

68. Ehitada funktsiooni $y = \frac{6}{x}$ graafik, andes x järgmised väärtused:

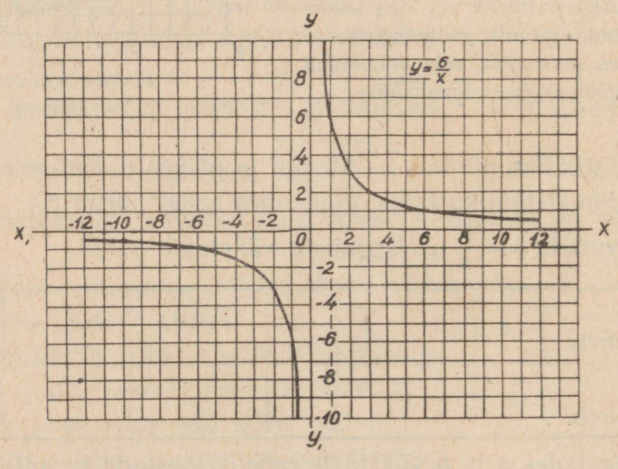
x	-12	-10	-8	-6	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	6	8	10	12
y																

1) Kuidas on asetatud koordinaattelgede suhtes hüperbool (*joon. 5*)?

2) Leida graafiku järgi y väärtused, kui $x=-5; -3; -\frac{3}{4}; \frac{3}{4}; 3; 5$.

69. Ehitada ühel joonisel funktsioonide $y=\frac{8}{x}$ ja $y=-\frac{8}{x}$ graafikud.

Kuidas asetseb koordinaattelgede suhtes kummagi antud funktsiooni graafik?



Joon. 5.

70. *(Peast!)* Kuidas sõltuvad teineteisest järgmised suurused:

1) Kauba 1 kg hind ja kauba hulk, kui hind on jääv.

2) Tööliste arv ja antud töö täitmise aeg.

3) Ratta diameeter ja selle pöörete arv antud vahemaal.

4) Ringjoone kõõlu pikkus ja selle kaugus keskpunktist.

5) Ratta ümbermõõt ja sõiduki tee pikkus antud pöörete arvu puhul.

6) Murru suurus ja selle nimetaja suurus jääva lugeja puhul.

7) Murru suurus ja selle lugeja suurus jääva nimetaja puhul.

8) Ühtlase liikumise aeg ja kiirus jääva tee pikkuse puhul?

71. *(Peast!)* Valem $S = \frac{bh}{2}$ avaldab kolmnurga pindala (S) sõltuvalt selle alusest (b) ja kõrgusest (h). Kuidas muutub S, kui:

1) h suurendada 5 korda? 2) b vähendada 3 korda?

3) h suurendada 6 korda ja b vähendada 2 korda?

4) Kuidas muutub kolmnurga pindala sõltuvalt selle kõrguse muutumisest?

72. *(Peast!)* Kui ratta diameeter on d meetrit, siis tema pöörete arvu S-meetrilisel vahemaal arvutatakse valemi $n = \frac{S}{\pi d}$ järgi, kus π on jääv arv, ligikaudselt 3,14.

Kuidas muutub pöörete arv n, kui:

1) S suurendada 2 korda? 2) d suurendada 3 korda?

3) S vähendada 4 korda ja d suurendada 2 korda?

4) S ja d suurendada 3 korda?

5) S suurendada 3 korda ja d vähendada 2 korda?

6) Kuidas muutub ratta pöörete arv:

a) sõltuvalt diameetri muutumisest?

b) sõltuvalt läbitud vahemaa muutumisest?

§ 6. Lineaarfunktsioon.

73. Rong väljus jaamast A ja, sõitnud hoovõtuks 2 km, hakkas liikuma ühtlaselt, kiirusega 40 km tunnis.

1) Leida, kui kaugel jaamast A on rong pärast t-tunnilist ühtlast liikumist.

2) Leida S väärtused t järgmiste väärtuste puhul:

t tundi	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
S kilomeetrit										

3) Joonestada graafik, mis näitab kauguse S ja rongi liikumise aja t muutumise sõltuvust.

Näpunäide. Horisontaalteljele paigutatakse t väärtused, vertikaalteljele S väärtused (*joon. 6*).

4) Mispoolest sarnleb saadud graafik võrdelisuse graafikuga ja millelt ta erineb sellest?

5) Kontrollida arvutamise teel ja graafiku järgi, et S väärtused muutuvad mittevõrdeliselt t väärtuste muutumisel.

6) Kuidas nimetatakse funktsiooni, mis väljendab sõltuvust S ja t vahel valemiga $S=40\ t+2$?

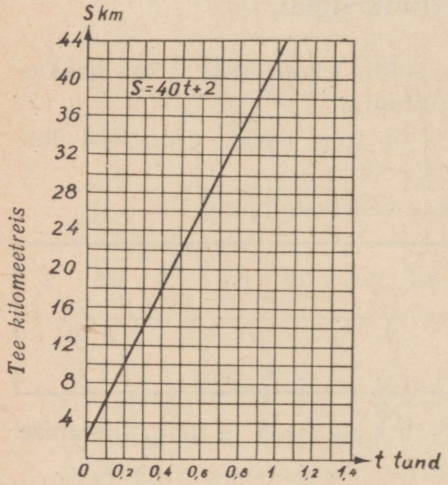
74. Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide $y=2x$ ja $y=2x+3$ graafikud, täites varem järgmise tabeli:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=2x$									
$y=2x+3$									

1) Mispoolest erinevad saadud sirgete asendid koordinaattelgede suhtes?

2) Tõestada, et sirged $y=2x$ ja $y=2x+3$ on teineteisega paralleelsed.

3) Leida lõigu pikkus, mille lõikab y-teljel sirge $y=2x+3$.



Aeg tundides
Joon. 6.

75. 1) Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide $y=3x+2$ ja $y=-3x+2$ graafikud.

2) Näidata, mispoolest sarnlevad ja millelt erinevad saadud graafikud.

3) Tõestada, et x suurenemisel funktsioon $y=3x+2$ ühtlaselt kasvab, kuna funktsioon $y=-3x+2$ ühtlaselt kahaneb.

4) Tõestada, et funktsiooni mistahes juurdekasvu ja argumendi x vastava juurdekasvu suhe funktsiooni $y=3x+2$ puhul on 3 ja funktsiooni $y=-3x+2$ puhul (-3).

76. 1) Joonestada ühel ja samal joonisel alljärgnevate funktsioonide graafikud:

a) $y=\frac{1}{2}x+4$; b) $y=\frac{1}{2}x-4$;

c) $y=-\frac{1}{2}x+4$; d) $y=-\frac{1}{2}x-4$.

Leida punktide koordinaadid, milles iga graafik lõikub y-teljega ja x-teljega.

2) Leida iga sirge «tõus» (nurga koefitsient).

3) Arvutada x väärtus, kui y väärtus on 3 (iga võrrandi jaoks), ja kontrollida tulemus graafiku järgi.

77. Joonestada ühel ja samal joonisel järgmised graafikud:

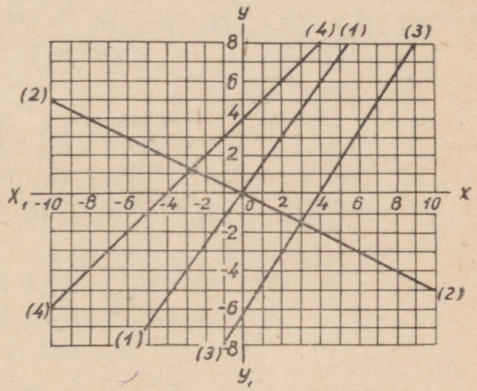
1) $y=2$; 2) $y=-2$;
3) $x=4$; 4) $x=-4$;
5) $x=0$; 6) $y=0$.

Kuidas asetseb iga sirge koordinaattelgede suhtes?

78. Joonestada graafikud:

1) $x-y=0$; 2) $x+y=0$; 3) $2x-5y=0$;
4) $3x-y=6$;
5) $3x+2y=5$.

Leida iga graafiku: a) lõikepunkt koordinaattelgedega; b) tõus (nurga koefitsient).



Joon. 7.

79. Kirjutada joonisel 7 ehitatud iga sirge jaoks võrrand ning anda sellele kuju: $y=kx+m$.

80. Lahendada graafiliselt võrrandid:

1) $2x-6=0$; 2) $3x+3=0$;
3) $4x-2=2x-1$; 4) $7-3x=10-5x$.

81. On antud kaks funktsiooni: $y=3x-2$ ja $y=2x+3$.
Leida, missuguse x väärtuse puhul mõlemad funktsioonid oma-

vad üht ja sama arvulist väärtust. Lahendada graafiliselt ja arvutamise teel.

Lahendada võrrandisüsteemid ja anda nende lahendite graafiline tõlgendus:

82. 1) $\begin{cases} x+y=5 \\ x-y=1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=5 \\ x-2y=2 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} 3x+y=9 \\ x+2y=-2 \end{cases}$

83. 1) $\begin{cases} x+2y=3 \\ 2x+4y=6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-3y=-2 \\ 3x-9y=-6 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x=4-y \\ 2y=8-2x \end{cases}$

84. 1) $\begin{cases} x+y=3 \\ 2x+2y=7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-4=y \\ 2x-2y=5 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x+y=5 \\ 2y-5=-2x \end{cases}$

II PEATÜKK.

ASTMED JA JUURED.

§ 7. Astendamine.

Teostada tehted (85—90 *peast!*):

85. 1) $(-2)^3$; 2) $(-2)^4$; 3) $(-1)^2$; 4) $(-1)^3$.

86. 1) $(-1)^{2n}$; 2) $(-1)^{2n+1}$; 3) $-(-1)^{2n}$; 4) $-(-1)^{2n+1}$.

87. 1) $(-5)^3+(+4)^2-(-7)^3$; 2) $(-1)^{12}-(-2)^5-(-3)^4$.

88. 1) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$; 2) $\left(-\frac{1}{3}\right)^3+\left(-\frac{1}{3}\right)^4$; 3) $\left(\frac{3}{5}\right)^2-\left(-\frac{2}{5}\right)^3$.

89. 1) $(0{,}1)^2$; 2) $(-0{,}2)^2$; 3) $(-0{,}1)^3$; 4) $(-0{,}2)^3$.

90. 1) $(-0{,}02)^2$; 2) $0{,}12^2$; 3) $(-0{,}05)^3$; 4) $(-0{,}01)^5$.

91. Arvutada: (*Peast!*)

1) x^2; $-x^2$; $(-x)^2$, a) kui $x=3$; b) kui $x=-3$;

2) x^3; $-x^3$; $(-x)^3$, a) kui $x=4$; b) kui $x=-4$;

3) $2x^5-3x^4+5x^3-x^2+x+1$, kui $x=-1$;

4) $3x^4-2x^3-5x^2+4x-2$, kui $x=-\frac{1}{2}$.

92. Kirjutada arvud, mis saame, kui järgmistes avaldistes asendada $x=10$:

1) $5x^2+2x+1$; 2) $8x^3+6x^2+3x+2$;

3) $6x^4+8x^3+4x^2+9x+5$; 4) $3x^4+7x^2+1$.

93. Kirjutada kümne astmete abil järgmised arvud:

1) 583; 2) 8 372; 3) 15 496; 4) 100 000;

5) 6 000 000; 6) 12 000 000 000.

94. Koostada kümnendsüsteemis: 1) kahekohalise arvu, 2) kolmekohalise arvu, 3) naturaalrea mistahes arvu üldavaldis.

95*. Koostada kahekohalise, kolmekohalise, neljakohalise ja viiekohalise arvu üldavaldis, kui aluseks on:

1) 2; 2) 5; 3) 12.

96*. Koostada arvude üldavaldis, kui süsteemi aluseks on:

1) 2; 2) 7; 3) 12.

97. 1) Arvutada $y=x^2$ x-i järgmiste väärtuste puhul:

x	-3	$-2\frac{1}{2}$	-2	$-1\frac{1}{2}$	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2	$2\frac{1}{2}$	3
$y=x^2$												

2) Kasutades x ja y väärtusi, märkida ruudulisel paberil vastavad punktid ja ühendada need sujuva kõverjoonega nii, nagu näidatud joonisel 8.

3) Leida graafiku järgi (ligikaudselt) y väärtused, kui:

a) $x=2\frac{1}{4}$; b) $x=-1\frac{1}{4}$; c) $x=1{,}4$.

4) Missugune omadus on asetuselt parabooli (*joon. 8*) punktidel, mis vastavad x väärtustele: a) 1 ja -1; b) 2 ja -2; c) 3 ja -3?

5) Missuguse x väärtuse puhul funktsioon $y=x^2$ omab vähima väärtuse?

98. Ehitada järgmiste funktsioonide graafikud (ühel joonisel):

1) $y=2x^2$; 2) $y=\frac{1}{2}x^2$; 3) $y=-x^2$; 4) $y=-\frac{1}{2}x^2$.

99. Ruudu pindala arvutatakse valemi $S=a^2$ järgi, kus S on pindala ja a — ruudu külg.

1) Kasutades seda valemit, arvutada S järgmiste a väärtuste puhul:

a — pikkus sentimeetreis	0	0,5	1	1,3	1,5	1,8	2	2,5	3	3,5
S — pindala ruutsentimeetreis										

2) Joonestada ruudu pindala muutumise graafik sõltuvalt tema külje pikkuse muutumisest.

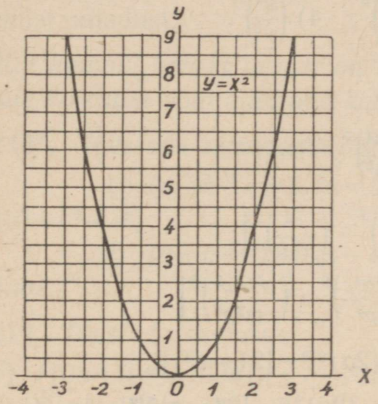
3) Leida graafiku järgi (ligikaudselt) ruudu pindala, kui tema külg a on: 0,8 cm; 1,2 cm; 2,3 cm; 2,8 cm.

4) Leida graafiku järgi (ligikaudselt) ruudu külg, kui tema pindala S on: 2 cm²; 3 cm²; 5 cm²; 6 cm²; 7 cm²; 8 cm².

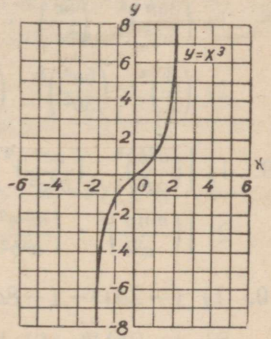
5) Kuidas muutub ruudu pindala, kui tema külge: a) suurendada 2 korda, 3 korda, $1\frac{1}{2}$ korda? b) vähendada 2 korda, 5 korda?

100. Ringi pindala arvutatakse valemi $S=\frac{1}{4}\pi d^2$ järgi, kus S on ringi pindala, d — selle diameeter, $\pi \approx 3{,}14$.

1) Ehitada ringi pindala muutumise graafik sõltuvalt tema diameetri muutumisest.



Joon. 8.



Joon. 9.

2) Kasutada saadud graafikut: a) ringi pindala leidmiseks antud diameetri järgi; b) diameetri pikkuse leidmiseks ringi antud pindala järgi.

101. Joonestada graafikud: 1) $y=x^3$ (*joon. 9*); 2) $y=-x^3$.

102. Missuguste x väärtuste puhul on:

1) $x^2>x$;	2) $x^2=x$;	3) $x^2<x$;
4) $x^3>x$;	5) $x^3=x$;	6) $x^3<x$;
7) $x^3>x^2$;	8) $x^3=x^2$;	9) $x^3<x^2$;

§ 8. Üksliikmete ja hulkliikmete astendamine.

103. *(Peast!)* Arvutada kahel viisil:

1) $(2\cdot 3)^2$; 2) $(2\cdot 5)^3$; 3) $(2^3)^2$;
4) $(3^2)^3$; 5) $[(-4)^2]^2$; 6) $[-(-2)^3]^2$.

Teostada tehted (104—107 *peast!*):

104. 1) $(-3a^2b)^2$; 2) $(-0{,}5m^3n^2)^3$;
3) $(-0{,}2x^2y^3z)^4$; 4) $\left(\frac{2}{3}p^5q^4r^3\right)^3$.

105. 1) $(x^m)^3$; 2) $(-a^n)^4$; 3) $(a^kb^2)^3$; 4) $\left(\frac{1}{2}m^2n^k\right)^5$.

106. 1) $\left(\frac{1}{3}a^2b\right)^n$; 2) $(-3a^3b^2)^{2n}$;
3) $(a^xb^y)^m$; 4) $(a^{m+1}b^n)^2$.

107. 1) $\left(\frac{a^2}{b}\right)^4$; 2) $\left(\frac{m^3}{n^2}\right)^2$; 3) $\left(\frac{a^m}{b^n}\right)^5$; 4) $\left(\frac{x^3}{y^2}\right)^n$.

108. 1) $\left(\frac{3ab}{5cd}\right)^4 \cdot \left(\frac{5c}{6a}\right)^3 \cdot \left(\frac{4b}{3d}\right)^2$;

2) $\left(\frac{3}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{5a^3}{3b^2}\right)^3 \cdot \left(\frac{7a^2}{5b}\right)^4 \cdot \left(\frac{b^4}{a^5}\right)^7$.

109. 1) $\left[\left(\frac{a^2b}{cd^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{ac^4}{b^2d^3}\right)^2\right] : \left[\left(\frac{a^2b^2}{cd^3}\right)^4 \cdot \left(\frac{c^2}{b^3d}\right)^3\right]$;

2) $\left[\left(\frac{mnp}{a^2b}\right)^4 : \left(\frac{m^2n^2}{a^3b^2}\right)^2\right] \cdot \left[\left(\frac{a^3b^4c}{mp^3}\right)^6 : \left(\frac{a^5b^8c^2}{m^2p^5}\right)^3\right]$.

110. 1) $(-2a)^6-(-8a^3)^2-[-(2a)^2]^3-[2(-a^3)]^2$;
2) $(-2a)^{10}-(-13a^5)^2-[-(2a)^2]^5-[2(-a)^5]^2$.

111. 1) $\left[\frac{2a^m(p-q)^n}{b^n(p+q)^m}\right]^3$; 2) $\left[\frac{3a^{2m}(x+y)^n}{4b^n(x-y)^m}\right]^4$.

112. 1) (*Peast!*) $(a+x)^2$; 2) (*Peast!*) $(2a-3b)^2$;
3) $(2a^n-3b^m)^2$; 4) $\left(\frac{a}{3}+\frac{2b}{3}\right)^2$; 5) $\left(2a^{3x}+\frac{x}{4a^{2x-1}}\right)^2$;
6) $\left(\frac{3a^{m-1}}{8}-\frac{5a^{n+1}}{9}\right)^2$.

113. 1) $(x+y+z)^2$; 2) $(2x-3y+1)^2$;
3) $\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}-1\right)^2$; 4) $\left(\frac{1}{2}a+\frac{1}{3}b-\frac{1}{4}c\right)^2$.

114. 1) $(2ax^3+3a^2x^2-4a^3x)^2$; 2) $(2a^n-3a^{n-1}+a^{n-2})^2$;
3) $(1+2a-3b+4c)^2$; 4) $(2-3x-4x^2+5x^3)^2$;
5) $\left(x^2+x+1+\frac{1}{x}\right)^2$; 6) $\left(a^2-a-2+\frac{1}{a}\right)^2$.

115. 1) $(a+b)^4$; 2) $(a-b)^4$;
3) $(2-3b)^4$; 4) $\left(2x-\frac{1}{2}y\right)^4$.

116. 1) $(5a-3b)^3$; 2) $(2a+3b)^3$;
3) $(a+b+c)^3$; 4) $(1+2x-x^2)^3$; 5) $(x-2)^6$.

117. 1) Tõestada samasuste kehtivus:
a) $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax+by)^2+(ay-bx)^2$;
b) $(a^2+b^2)(x^2+y^2)=(ax-by)^2+(ay+bx)^2$.

2) Kontrollida nende samasuste kehtivust:
a) kui $a=4$; $b=3$; $x=2$; $y=1$;
b) kui $a=3$; $b=2$; $x=4$; $y=1$.

3) Selgitada näidetega, et antud samasused väljendavad arvude järgmist omadust:

Kui kumbki kahest arvust on kahe ruudu summa, siis ka nende arvude korrutist võib kujutada kahe ruudu summana.

118*. Tõestada samasuste õigsus:

1) $(a+b+c)^2+(a-b+c)^2+(a+b-c)^2+(b+c-a)^2=4(a^2+b^2+c^2)$;

2) $(a+b+c)^3+(b-a-c)^3+(c-a-b)^3+(a-b-c)^3=24abc$.

119. Tõestada samasus:

1) $(10a+5)^2=100a(a+1)+25$.

2) Kontrollida selle samasuse kehtivust, kui $a=4$.

3) Sõnastada reegel, kuidas peast tõsta ruutu kahekohalisi arve, mis lõpevad 5-ga.

4) Arvutada peast: 45^2; 35^2; 55^2; 65^2; 75^2; 85^2; 95^2; 105^2; 115^2.

120. 1) Tõestada, et kui $b+c=10$, siis on kehtiv samasus: $(10a+b)\cdot(10a+c)=100a(a+1)+bc$.

2) Kontrollida selle samasuse kehtivust, kui $a=3$; $b=4$; $c=6$.

3) Sõnastada reegel, kuidas peast korrutada kahekohalisi arve, mille kümneliste numbrid on võrdsed ja üheliste summa on 10.

4) Kasutades antud valemit, arvutada peast järgmiste kahekohaliste arvude korrutised:

$24\cdot26$; $21\cdot29$; $32\cdot38$; $43\cdot47$; $56\cdot54$; $66\cdot64$; $78\cdot72$; $83\cdot87$; $98\cdot92$.

121. 1) Tõestada samasus:

$$\left(a+\frac{1}{2}\right)^2=a(a+1)+\frac{1}{4}.$$

2) Kontrollida selle samasuse kehtivus, kui $a=2$; $a=3$; $a=4$.

3) Sõnastada reegel segaarvude peast ruutu tõstmiseks antud kujul.

4) Kasutades antud valemit, arvutada peast järgmiste arvude ruudud:

$$\left(6\tfrac{1}{2}\right)^2;\ \left(7\tfrac{1}{2}\right)^2;\ \left(8\tfrac{1}{2}\right)^2;\ \left(10\tfrac{1}{2}\right)^2;\ \left(20\tfrac{1}{2}\right)^2;\ \left(50\tfrac{1}{2}\right)^2.$$

122. Kasutades valemeid $(a+b)^2$, $(a-b)^2$ ja $(a+b)(a-b)$, arvutada peast:

1) 81^2; 72^2; 91^2; 71^2; 53^2;
2) 59^2; 69^2; 78^2; 99^2; 37^2;
3) $29 \cdot 31$; $49 \cdot 51$; $59 \cdot 61$; $48 \cdot 52$; $77 \cdot 83$;
4) 19^2-18^2; 27^2-26^2; 54^2-52^2; 65^2-62^2.

123. Koostada kahekohaliste arvude ruutude tabel, arvutades need järjekorras valemi $(a+1)^2=a^2+2a+1$ järgi.

Näide. $51^2=50^2+2 \cdot 50+1=2500+101=2601$.

№	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	100	121	144	169						
20										
30										
40										
50										

§ 9. Juure leidmise mõiste.[1]

Ruutjuure leidmine arvudest.

124. 1) Leida ruudu külg, mis on võrdpindne ristkülikuga, mille küljed 9 cm ja 16 cm.

---

[1] Harjutustes juuri $\sqrt[n]{a}$ n-i paaritu arvulise väärtuse puhul vaadeldakse kui ainsat reaalarvu, mille n-es aste on a, kusjuures a võib olla mistahes ratsionaalarv. Kui aga n on paarisarv, siis $\sqrt[n]{a}$ vaadeldakse kui ainsat mittenegatiivset arvu, mille n-es aste on a, kusjuures tingimata $a \geqslant 0$. Näiteks: $\sqrt{a^2}=a$, kui $a>0$; $\sqrt{a^2}=-a$, kui $a<0$.

2) Leida kuubi serv, kui ruumala on 64 cm^3.

125. *(Peast!)* Kontrollida leitud juured:

1) $\sqrt{9}=3$; 2) $\sqrt[3]{8}=2$; 3) $\sqrt[3]{-8}=-2$;

4) $\sqrt[4]{16}=2$; 5) $\sqrt[5]{32}=2$; 6) $\sqrt[5]{-32}=-2$;

7) $\sqrt[3]{-\frac{8}{27}}=-\frac{2}{3}$; 8) $\sqrt{a^2}=|a|$;

9) $\sqrt{(a-b)^2}=|a-b|$;

10) $\sqrt{(m-n)^2}=m-n$, kui $m>n$; $\sqrt{(m-n)^2}=n-m$, kui $m<n$.[1]

126. 1) On antud kaks meelevaldset arvu m ja n, kusjuures $n>m$. Leida viga järgmistes teisendustes:

$m^2-2mn+n^2=n^2-2mn+m^2$; $(m-n)^2=(n-m)^2$;

$\sqrt{(m-n)^2}=\sqrt{(n-m)^2}$; $m-n=n-m$; $2m=2n$; $m=n$; s. o. kaks meelevaldset arvu on omavahel võrdsed.

2) Arvutades avaldise $a+\sqrt{1-2a+a^2}$, kui $a=5$, said õpilased erinevad vastused. Ühed neist lahendasid nii:

$a+\sqrt{1-2a+a^2}=a+\sqrt{(1-a)^2}=a+1-a=1$.

Teised, asendanud a selle väärtusega 5, said:

$5+\sqrt{1-10+25}=5+4=9$.

Missugune nendest vastustest on õige, milline väär ning kus on viga?

127. Nimetada, missuguseil järgnevaist avaldusist ei ole mõtet:

1) $\sqrt[3]{-1}$; 2) $\sqrt{1}$; 3) $\sqrt{-4}$; 4) $\sqrt[5]{-32}$;

5) $\sqrt[4]{-16}$; 6) $\sqrt[3]{27}$; 7) $\sqrt{-1}$; 8) $\sqrt{16}$; 9) $\sqrt[4]{1}$;

10) $\sqrt[3]{0}$; 11) $\sqrt{0{,}01}$; 12) $\sqrt[3]{-0{,}001}$; 13) $\sqrt{-0{,}04}$.

128. Näidata tähtede lubatavad väärtused järgmistes avaldistes:

1) $\sqrt{x+1}$; 2) $\sqrt{1-x}$; 3) $\sqrt{3-2x}$; 4) $\sqrt{x(x-1)}$.

Lahendada võrrandid:

129. *(Peast!)* 1) $\sqrt{x}=5$; 2) $\sqrt[3]{x}=2$; 3) $\sqrt[4]{x}=3$; 4) $\sqrt[5]{x}=2$.

---

[1] Järgnevais harjutustes juurtega ja nende harjutuste vastustes tähtede lubatavad väärtused ei ole märgitud; õpilased peavad seda tegema ise, s. t. täiendama vastust vastavate uurimuste tulemustega.

130. 1) $3+\sqrt{x}=5$; 2) $\sqrt{x}-4=3$; 3) $7-\sqrt{x}=4$.

Arvutada:

131. 1) $\sqrt{324}$; 2) $\sqrt{1\,849}$; 3) $\sqrt{4\,356}$; 4) $\sqrt{7\,921}$.

132. 1) $\sqrt{18\,225}$; 2) $\sqrt{64\,009}$; 3) $\sqrt{499\,849}$.

133. 1) $\sqrt{826\,281}$; 2) $\sqrt{5\,527\,201}$; 3) $\sqrt{57\,108\,249}$.

134. 1) $\sqrt{\frac{144}{961}}$; 2) $\sqrt{5\frac{31}{225}}$; 3) $\sqrt{2{,}89}$;

4) $\sqrt{0{,}0729}$; 5) $\sqrt{5{,}6169}$; 6) $\sqrt{8{,}0089}$.

Leida juur täpsusega kuni 1 ja kirjutada vastused kahekordse võrratuse kujul, näiteks: $2<\sqrt{5}<3$.

135. 1) $\sqrt{232}$; 2) $\sqrt{1\,000}$; 3) $\sqrt{1\,240}$; 4) $\sqrt{8\,447}$.

136. 1) $\sqrt[3]{16}$; 2) $\sqrt[3]{100}$; 3) $\sqrt[4]{50}$; 4) $\sqrt[5]{45}$.

Leida juur täpsusega kuni 0,1:

137. 1) $\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{30}$; 4) $\sqrt{56}$.

138. 1) $\sqrt{12{,}27}$; 2) $\sqrt{27{,}4}$; 3) $\sqrt{6\,270}$; 4) $\sqrt{7\,568}$.

Leida juur täpsusega kuni 0,01:

139. 1) $\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{5}$; 3) $\sqrt{10}$; 4) $\sqrt{12}$.

140. 1) $\sqrt{0{,}3}$; 2) $\sqrt{1{,}2}$; 3) $\sqrt{23{,}4}$; 4) $\sqrt{152{,}4}$.

Leida juur täpsusega kuni 0,001:

141. 1) $\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{5}$; 4) $\sqrt{10}$.

142. 1) $\sqrt{0{,}5}$; 2) $\sqrt{1{,}5}$; 3) $\sqrt{15{,}2}$; 4) $\sqrt{123{,}5}$.

143. 1) $\sqrt{\frac{7}{15}}$; 2) $\sqrt{1\frac{2}{3}}$; 3) $\sqrt{5\frac{7}{9}}$; 4) $\sqrt{8\frac{11}{15}}$.

144. 1) Leida ruutjuurte tabeli järgi täpsusega kuni 0,1 avaldise $y=\pm\sqrt{x}$ väärtused, kui x on:

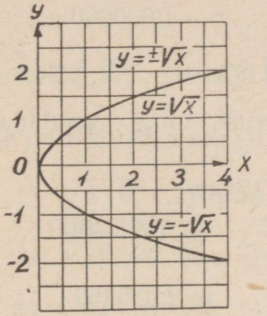
x	0	0,5	0,8	1	1,5	1,69	2	2,25	2,89	3	4	5	6
$y=\pm\sqrt{x}$													

2) Leida x ja y väärtuste järgi koordinaatide ristteljestikus punktid ja ühendada need sujuva kõveraga nii, nagu see on näidatud joonisel 10.

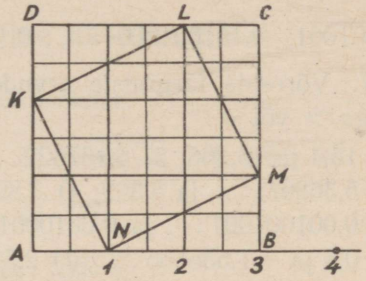
3) Leida joonestatud graafiku järgi y väärtused, mis vastavad x järgmistele väärtustele:

$x=0{,}2$; $x=1{,}2$; $x=2{,}5$; $x=3{,}24$; $x=3{,}6$.

145. Arvteljel on võetud lõik AB, mis võrdub kolme pikkusühikuga, ja sellele lõigule on ehitatud ruut $ABCD$. Sellesse ruutu on ehitatud ruut $KLMN$ (*joon. 11*).



Joon. 10.



Joon. 11.

1) Tõestada, et ruudu $KLMN$ pindala võrdub viie ruutühikuga.

2) Paigutada arvteljele AB punktist A lõik, mis võrdub KL-ga.

3) Tõestada, et antud mõõduühiku puhul lõigu KL pikkust ei ole võimalik väljendada ühegi ratsionaalarvuga.

4) Arvutada ligikaudselt lõigu KL pikkuse väärtused täpsusega kuni 1; 0,1; 0,001; 0,0001 puuduga ja liiaga ning kirjutada need tabelina: $2<\sqrt{5}<3$ jne.

5) Missuguse arvuga väljendub lõigu pikkus, mil ei ole ühismõõtu lõiguga, mis võetud mõõduühikuks?

6) Missuguse arvuga väljendub lõigu pikkus, mil on ühismõõt lõiguga, mis võetud mõõduühikuks?

146. 1) Lõigu pikkust väljendab järgmine lõpmatu mitteperioodiline kümnendmurd 2,236067977 ... cm. Leida selle lõigu pikkuse ligikaudne väärtus täpsusega kuni 0,01 cm puuduga ja liiaga.

2) Irratsionaalarvu, mis väljendab ringjoone pikkuse ja diameetri suhet, tähistatakse tähega π, kusjuures $\pi=3{,}1415926535\ldots$. Kirjutada π ligikaudne väärtus täpsusega kuni 0,0001 puuduga ja liiaga.

3) Kirjutada irratsionaalarv $\sqrt{0,5}$ lõpmatu mitteperioodilise kümnendmurruna, arvutanud ta viis esimest kümnendkohta pärast koma.

4) Kirjutada lõpmatute perioodiliste kümnendmurdudena järgmised ratsionaalarvud: $\frac{1}{3}$; $\frac{4}{7}$; 1,4; 2; 0; $\frac{5}{6}$.

5) Välja kirjutada eraldi ratsionaal- ja irratsionaalarvud järgmistest arvudest: 0,555555 ...; 6,243; 1,4142142 ...; −1,200000 ...; 0,23333 ...; −5,15151515 ...; 0,000000 ...; −2,141592 ...; 0,135171717 ...; 2,714285714285714285 ...; −1,000000 ...; $2\frac{463}{1100}$; 0,001001001; 0,1010010001 ...; 0,151151115 ...; $\sqrt{3}$; 294,6; $\sqrt[3]{10}$.

147. Võrrelda järgmiste arvude suurust ning asendada «ja» märgiga $>$ või $<$:

1) 15,4 ja 15,368; 2) 0,13762 ... ja 0,13567 ...;
3) 5,368971 ... ja 5,369; 4) 7,8934597 ... ja 7,8934600 ...;
5) 0,001001001 ... ja 0,001000100001 ...;
6) 0,5 ja −1,555555 ...; 7) 2,535353 ... ja 2,535456 ...;
8) 3,1415926535 ... ja $\sqrt{10}$; 9) $\sqrt{29}$ ja $5\frac{5}{13}$; 10) 1,7356 ja $\sqrt{3}$.

148. 1) Koostada $\sqrt{2}$ ja $\sqrt{5}$ ligikaudsete väärtuste summa tabel, kui arvutused on täpsed kuni 0,1, kuni 0,01, kuni 0,001 jne. puuduga ja liiaga; kasutades irratsionaalsete arvude summa definitsiooni, leida lõpmatu kümnendmurru viis kümnendkohta, mis avaldavad $\sqrt{2}+\sqrt{5}$.

2) Leida lõpmatute kümnendmurdude viis kümnendkohta, mis avaldavad järgmiste tehete tulemusi:

$$3,1415926535 \ldots + \frac{1}{3}; \quad 1,212212221 \ldots + \sqrt{7};$$

$$4 \cdot 0,1542763 \ldots; \quad \sqrt{2} \cdot \sqrt{3}.$$

3) Kas võib väita, et kahe mistahes reaalarvuga võib teostada mistahes tehte neljast aritmeetilisest tehtest?

4) Kas on alati võimalik juurida reaalarve paarisarvuga? paaritu arvuga?

149. Arvutada, täpsusega kuni 1 sekund, keha langemise aeg 300 m kõrguselt, kasutades valemit $S = \frac{gt^2}{2}$, kus S on keha kõrgus meetreis, $g \approx 9,8 \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$, t — langemise aeg sekundeis.

150. Horisondi kaugust merel määratakse valemi $d=4{,}1\sqrt{h}$ järgi, kus d on horisondi kaugus kilomeetreis, h — vaatleja silma kõrgus meetreis mere pinnast.

Arvutada täpsusega kuni 1 km horisondi kaugus, kui:

1) $h=15$ m; 2) $h=250$ m.

151. Ringi pindala arvutatakse valemi $S=\pi R^2$ järgi, kus S on ringi pindala, R — ringi raadiuse pikkus, $\pi\approx 3{,}14$.

Arvutada (täpsusega kuni 0,1) ringi raadius, kui:

1) $S=24$ cm^2; 2) $S=150$ m^2.

§ 10. Juure leidmine üksliikmeist.

Leida juur korrutisest (152—155 *peast!*):

152. 1) $\sqrt{4\cdot 9}$; 2) $\sqrt{25\cdot 64}$; 3) $\sqrt{100\cdot 4}$; 4) $\sqrt{81\cdot 36}$.

153. 1) $\sqrt{16\cdot 25\cdot 9}$; 2) $\sqrt{49\cdot 36\cdot 100}$;

3) $\sqrt{64\cdot 81\cdot 25}$; 4) $\sqrt{144\cdot 100\cdot 4}$.

154. 1) $\sqrt[3]{8\cdot 27}$; 2) $\sqrt[3]{64\cdot 125}$; 3) $\sqrt[3]{216\cdot 512}$;

4) $\sqrt[3]{27\cdot 125\cdot 8}$.

155. 1) $\sqrt[3]{64\cdot 27\cdot 125}$; 2) $\sqrt[3]{343\cdot 512\cdot 8}$;

3) $\sqrt[4]{16\cdot 81}$; 4) $\sqrt[5]{32\cdot 243}$.

Leida juur murrust (156, 157 *peast!*):

156. 1) $\sqrt{\frac{49}{36}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{8}{125}}$; 3) $\sqrt[3]{\frac{64}{343}}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$.

157. 1) $\sqrt{3\frac{1}{16}}$; 2) $\sqrt[3]{-2\frac{10}{27}}$; 3) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}}$.

Leida juur astmest (158—161 *peast!*):

158. 1) $\sqrt{3^4}$; 2) $\sqrt{2^6}$; 3) $\sqrt{5^4}$; 4) $\sqrt{6^8}$.

159. 1) $\sqrt[3]{2^6}$; 2) $\sqrt[3]{5^3}$; 3) $\sqrt[3]{\left(\frac{2}{4}\right)^6}$; 4) $\sqrt[4]{3^8}$.

160. 1) $\sqrt{x^4}$; 2) $\sqrt[3]{a^9}$; 3) $\sqrt[5]{m^{10}}$; 4) $\sqrt[6]{y^{12}}$.

161. 1) $\sqrt{a^{2n}}$; 2) $\sqrt[3]{x^{6n}}$; 3) $\sqrt[n]{a^{3n}}$; 4) $\sqrt[k]{m^{5k}}$.

Teostada tehted:

162. 1) $\sqrt{9a^2}$; 2) $\sqrt[3]{8x^6}$; 3) $\sqrt{\frac{1}{4}x^2y^4}$; 4) $\sqrt[3]{\frac{1}{27}a^3b^9}$.

163. 1) $\sqrt[4]{a^8b^4c^{12}}$; 2) $\sqrt[3]{-64x^3y^6z^9}$; 3) $\sqrt[5]{-32m^5n^{10}}$.

164. 1) $\sqrt{\frac{4a^2b^4}{25c^2d^6}}$; 2) $\sqrt[3]{-\frac{8a^6b^3c^9}{27x^{12}}}$; 3) $3xy\sqrt[3]{\frac{64a^3b^9}{27x^3y^6}}$.

165. 1) $\sqrt[3]{\frac{8x^{3n}y^6}{27a^6b^{9n}}}$; 2) $\sqrt[n]{\frac{a^nb^{2n}}{x^{3n}y^n}}$; 3) $ab\sqrt[k]{\frac{5^km^{4k}n^k}{8^{2k}a^{3k}b^k}}$.

166. 1) $\sqrt{\frac{25(a+b)^2}{(c-d)^4}}$; 2) $\sqrt[3]{-\frac{(a-b)^{3n}}{(x+y)^{6n}}}$; 3) $\sqrt[n]{\frac{(a+b)^{2n}}{a^{3n}(a-b)^n}}$.

§ 11. Juurte teisendamine.[1]

a) Teguri juurimismärgi ette toomine.

167. *(Peast!)* Juurimist teostamata leida, kumb arvudest on suurem:

1) $2\sqrt{5}$ või $\sqrt{45}$; 2) $\sqrt{8}$ või $3\sqrt{2}$;

3) $5\sqrt{7}$ või $\sqrt{63}$; 4) $7\sqrt{2}$ või $\sqrt{72}$.

168. Tõestada, et $3\sqrt{2}+2-\sqrt{18}=2$.

Tuua juurimismärgi ette tegurid (169—174 *peast!*):

169. 1) $\sqrt{98}$; 2) $\sqrt{54}$; 3) $\sqrt{27}$; 4) $\sqrt{280}$.

170. 1) $\sqrt[3]{16}$; 2) $\sqrt[3]{54}$; 3) $\sqrt[3]{250}$; 4) $\sqrt[3]{72}$.

171. 1) $\sqrt[4]{48}$; 2) $\sqrt[4]{243}$; 3) $\sqrt[5]{96}$; 4) $\sqrt[5]{1215}$.

172. 1) $\sqrt{a^3}$; 2) $\sqrt{9a}$; 3) $\sqrt{2a^2}$; 4) $\sqrt{5a^4}$.

173. 1) $\sqrt[3]{8m^2}$; 2) $\sqrt[3]{5n^3}$; 3) $\sqrt[3]{2x^6}$; 4) $\sqrt[3]{16y^5}$.

174. 1) $\sqrt[4]{a^5}$; 2) $\sqrt[5]{3x^{10}y^7}$; 3) $\sqrt[7]{m^8n}$; 4) $\sqrt[5]{32a^8b^3c^{10}}$.

175. 1) $2\sqrt{9a^2bc^3}$; 2) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{27x^4y^2z^5}$;

3) $\frac{3a}{4}\sqrt[4]{16a^5bc^8}$; 4) $\frac{2c}{3}\sqrt[4]{81c^6d^5}$.

---

[1] Eeldatakse aritmeetiliste juurte teisendamisi tingimusel, et tähed juuritavais avaldistes tähendavad positiivseid arve ning vahet $a-b$ vaadeldakse kui $a>b$.

176. 1) $\sqrt{\frac{a^2b}{9}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{x^6y}{a^3b^9}}$;

3) $m^2\sqrt{\frac{25n^3}{36m^4}}$; 4) $\frac{a}{x}\sqrt[3]{\frac{27x^6y^5}{125a^9b^3}}$.

177. 1) $\sqrt[n]{a^{2n}b^{3n}}$; 2) $x\sqrt[n]{x^{n+1}}$;

3) $a\sqrt[m]{\frac{a^{n+2}}{b^{m+1}}}$; 4) $\sqrt[n]{3x^{2n+1}}$.

178. 1) $\sqrt{\frac{3(x+y)^2}{4}}$; 2) $\sqrt{\frac{5(a^2-2ab+b^2)}{9(a^2+2ab+b^2)}}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{(a-b)^3}{a^4}}$; 4) $\sqrt[3]{\frac{2(a-b)^4}{b^3}}$.

179. 1) $\sqrt{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}}$; 2) $\sqrt{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{a}}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{a}{b^2}+\frac{1}{b^3}}$; 4) $\frac{a}{x}\sqrt[3]{\frac{x^3}{a^3}-\frac{x^3}{a^2}}$.

180. 1) $\sqrt[n+1]{x^{3n+3}y^{2(n+1)}z^{n+1}}$; 2) $\sqrt[m+1]{\frac{x^{m+1}y^{5m+5}}{a^{2(m+1)}}}$;

3) $\sqrt[k-1]{a^{4(k-1)}b^{2k-2}c^{k-1}}$; 4) $\sqrt[n]{\frac{a^nb^{n(k+1)}}{c^{2n}}}$.

b) Tegurite juurimismärgi alla viimine.

181. *(Peast!)* Juurimist teostamata leida, kumb arv on suurem:

1) $2\sqrt{3}$ või $3\sqrt{2}$; 2) $3\sqrt{5}$ või $4\sqrt{3}$;

3) $2\sqrt[3]{3}$ või $\sqrt[3]{25}$; 4) $2\sqrt[3]{3}$ või $3\sqrt[3]{2}$.

182. Arvutada $12\sqrt{3}$ täpsusega kuni 0,1 kahel viisil:

1) leida $\sqrt{3}$ täpsusega kuni 0,1 ja saadud tulemus korrutada 12-ga;

2) viia tegur 12 juurimismärgi alla ja saadud arvust leida juur täpsusega kuni 0,1.

Kumb tulemustest on õigem ja mispärast?

183. Arvutada ruutjuurte tabeli abil täpsusega kuni 0,1:

1) $4\sqrt{2}$; 2) $7\sqrt{3}$; 3) $3\sqrt{15}$; 4) $8\sqrt{5}$.

184. Arvutada täpsusega kuni 0,01:

1) $3\sqrt{2}$; 2) $7\sqrt{10}$; 3) $5\sqrt{6}$; 4) $12\sqrt{7}$.

Viia tegurid juurimismärgi alla (185—189 *peast!*):

185. 1) $2\sqrt{2}$; 2) $5\sqrt{3}$; 3) $4\sqrt{5}$; 4) $2\sqrt{7}$.

186. 1) $2\sqrt[3]{2}$; 2) $3\sqrt[3]{2}$; 3) $2\sqrt[3]{3}$; 4) $5\sqrt[3]{2}$.

187. 1) $2\sqrt{a}$; 2) $a\sqrt{5}$; 3) $x\sqrt[3]{10}$; 4) $a\sqrt[5]{7}$.

188. 1) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$; 2) $\frac{2}{3}\sqrt{3}$; 3) $\frac{3}{5}\sqrt{a}$; 4) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{x}$.

189. 1) $a\sqrt{a}$; 2) $b\sqrt[3]{b^2}$; 3) $a^2\sqrt{x}$; 4) $a^2\sqrt[3]{x}$.

190. 1) $2m\sqrt{mn}$; 2) $c^2\sqrt{5bc}$; 3) $x^2\sqrt[3]{2ax}$; 4) $2b\sqrt[3]{b^2c^2}$.

191. 1) $ab\sqrt{\frac{b}{a}}$; 2) $2xy\sqrt{\frac{3x}{2y}}$; 3) $\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b}{a}}$; 4) $\frac{x}{y^2}\sqrt[4]{\frac{y}{x}}$.

192. 1) $\frac{x}{y}\sqrt[3]{-\frac{y^5}{x^2}}$; 2) $-\frac{m}{n}\sqrt[3]{-\frac{n^2}{m}}$; 3) $\frac{2x}{3y}\sqrt[5]{-\frac{y^4}{2x^3}}$.

193. 1) $(a-b)\sqrt{\frac{2}{a^2-b^2}}$; 2) $\frac{2}{x+y}\sqrt{\frac{3x^2-3y^2}{2}}$;

3) $ab\sqrt{\frac{1}{a}+\frac{1}{b}}$; 4) $x\sqrt[3]{1+\frac{1}{x^2}}$.

194. 1) $\frac{1}{a}\sqrt[3]{a^3-a^4}$; 2) $ab\sqrt[3]{1+\frac{1}{a^2b^2}}$;

3) $\frac{a-b}{a+b}\sqrt{\frac{a^2+ab}{a^2-2ab+b^2}}$; 4) $\frac{a+b}{a-b}\sqrt[3]{\frac{a^2-2ab+b^2}{(a+b)^2}}$.

195. 1) $ab\sqrt[n]{ab}$; 2) $mn^2\sqrt[k]{m^2n}$;

3) $xy\sqrt[n+1]{xy^2}$; 4) $\frac{a}{b}\sqrt[n+1]{\frac{b^{n+2}}{a^{2n}}}$.

c) Juurija ja juuravaldise astendaja taandamine.

196. *(Peast!)* Arvutada:

1) $\sqrt[4]{36^2}$; 2) $\sqrt[6]{49^3}$; 3) $\sqrt[6]{125^2}$; 4) $\sqrt[8]{1{,}44^4}$.

197. Arvutada täpsusega kuni 0,1:

1) $\sqrt[4]{25}$; 2) $\sqrt[6]{27}$; 3) $\sqrt[8]{16}$; 4) $\sqrt[10]{32}$.

Taandada juurijad ja juuravaldise astendajad:

198. *(Peast!)* 1) $\sqrt[4]{a^2}$; 2) $\sqrt[8]{x^4}$; 3) $\sqrt[6]{m^3}$; 4) $\sqrt[10]{a^5}$.

199. *(Peast!)* 1) $\sqrt[6]{b^4}$; 2) $\sqrt[12]{n^4}$; 3) $\sqrt[16]{a^{12}}$; 4) $\sqrt[20]{x^{15}}$.

200. 1) $\sqrt[4]{25x^2y^2}$; 2) $\sqrt[6]{27m^3n^3}$;

3) $\sqrt[6]{9a^4b^6}$; 4) $\sqrt[8]{16x^{12}y^4}$.

201. 1) $\sqrt[4]{\frac{4m^6}{9n^2}}$; 2) $\sqrt[9]{\frac{8a^6b^{12}}{27c^3d^9}}$.

202. 1) $\sqrt[6]{64x^9y^3z^{12}}$; 2) $\sqrt[10]{32a^{15}b^{20}c^5}$;

3) $\sqrt[16]{a^{4n}b^{8n}}$; 4) $\sqrt[n]{x^{2n}y^{3n}}$.

d) Juuravaldise vabastamine murrust.

203. 1) Arvutada $\sqrt{\frac{5}{6}}$ kahel viisil:

a) leida eraldi lugejast ja nimetajast juur täpsusega kuni 0,01 ning esimene tulemus jagada teisega;

b) vabastada juuravaldis murrust ja arvutada $\frac{1}{6}\sqrt{30}$ täpsusega kuni 0,01.

Missugune neist võtteist on lihtsam ning annab kiiremini tulemuse?

c) Kontrollida, kumb tulemus on täpsem. Kujutada selleks $\frac{5}{6}$ kümnendmurruna (täpsusega kuni 0,0001) ja leida juur.

2) Teostada samad arvutused järgmistes harjutustes:

a) $\sqrt{5\frac{2}{3}}$; b) $\sqrt{8\frac{4}{7}}$.

Vabastada juuravaldis murrust (204—209 *peast!*):

204. 1) $\sqrt{\frac{1}{2}}$; 2) $\sqrt{\frac{1}{3}}$; 3) $\sqrt{\frac{1}{5}}$; 4) $\sqrt{\frac{1}{6}}$.

205. 1) $\sqrt{\frac{2}{7}}$; 2) $\sqrt{\frac{3}{5}}$; 3) $\sqrt{\frac{2}{3}}$; 4) $\sqrt{\frac{3}{7}}$.

206. 1) $\sqrt{1\frac{1}{2}}$; 2) $\sqrt{2\frac{1}{2}}$; 3) $\sqrt{3\frac{1}{3}}$; 4) $\sqrt{2\frac{1}{7}}$.

207. 1) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$; 3) $\sqrt[4]{\frac{1}{2}}$; 4) $\sqrt[5]{\frac{1}{2}}$.

208. 1) $\sqrt{\frac{5}{12}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{1}{4}}$; 3) $\sqrt[3]{\frac{2}{9}}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{3}{8}}$.

209. 1) $x\sqrt{\frac{x}{y}}$; 2) $n\sqrt[3]{\frac{m}{n}}$; 3) $b\sqrt[4]{\frac{a}{b^3}}$; 4) $y\sqrt[5]{\frac{x^2}{y^3}}$.

210. 1) $6n\sqrt{\frac{m}{2n}}$; 2) $\frac{4a}{3m}\sqrt[3]{\frac{3m}{2a}}$; 3) $15mn\sqrt[4]{\frac{a^3m}{27m^2n^3}}$.

211. 1) $(a+b)\sqrt{\frac{1}{a+b}}$; 2) $(m-n)\sqrt[3]{\frac{m+n}{(m-n)^2}}$;

3) $(x-y)^2\sqrt[4]{\frac{xy}{(x-y)^2}}$; 4) $b\sqrt[5]{\frac{a}{b^3}+\frac{c}{b^2}}$.

212. 1) $a\sqrt[n]{\frac{2}{a^{n-1}}}$; 2) $\sqrt[n]{\frac{a^2b}{(a+b)^{n-2}}}$;

3) $b^2c\sqrt[m]{\frac{ab}{cb^{m-1}}}$; 4) $\frac{y}{x}\sqrt[n]{\frac{xy}{y^2(a-b)^{n-3}}}$.

Anda järgmistele juuravaldistele lihtsaim kuju:

213. 1) $3x^2y\sqrt{\frac{12}{xy}}$; 2) $\frac{5a^2}{7b}\sqrt{\frac{49b^3}{5a}}$;

3) $\frac{3a^3b}{2c}\sqrt{\frac{4c^3}{9a^5b}}$; 4) $\frac{2xy^2}{3ab}\sqrt{\frac{9a^3b^4}{8xy^3}}$.

214. 1) $2ab\sqrt[3]{\frac{b^2}{8a}}$; 2) $\frac{x^2}{y}\sqrt[3]{\frac{3y}{2x^2}}$;

3) $\sqrt{25m^3-50n^2}$; 4) $\sqrt{4x^6y^2+12x^4y^3}$.

215. 1) $2m\sqrt[4]{\frac{1}{m^3}+\frac{1}{m^4}}$; 2) $\frac{2a^2}{3b}\sqrt[3]{\frac{b^3}{a^4}-\frac{b^5}{a^6}}$;

3) $\frac{5x}{3y^2}\sqrt[3]{\frac{y^5}{x^4}+\frac{y^4}{x^5}}$; 4) $\frac{3b}{4a}\sqrt[5]{\frac{32a^6}{3b^5}-\frac{64a^5}{27b^4}}$.

216. 1) $\frac{x-y}{y}\sqrt[3]{\frac{x^4y^3+x^3y^4}{x^2-2xy+y^2}}$; 2) $\frac{a+1}{a}\sqrt[3]{\frac{a^4-a^3}{a^2+2a+1}}$;

3) $\frac{a}{a-2b}\sqrt{\frac{a^3b-4a^2b^2+4ab^3}{a}}$, kui $a>2b$;

4) $\frac{x}{x+1}\sqrt[4]{(1+2x+x^2)(2x+2)(x^4-x^2)}$.

217. 1) $\frac{4}{ab}\sqrt[n]{a^{n+1}b^{2n+2}}$; 2) $\frac{x}{y}\sqrt[n]{\frac{y^{3n+2}}{x^{n-2}}}$;

3) $\frac{a+b}{a-b}\sqrt[m+n]{\frac{a(a-b)^{2m+2n}}{(a+b)^{m+n}}}$;

4) $\frac{1}{(ab)^{m+n}}\sqrt[m+n]{a^{2m+n}b^{m+2n}-a^{m+2n}b^{2m+n}}$.

e) Juurte sarnasus.

Tõestada juurte sarnasus:

218. 1) *(Peast!)* $\sqrt{2}$ ja $\sqrt{8}$; 2) $\sqrt{3}$ ja $\sqrt{75}$;

3) $3\sqrt{12}$ ja $2\sqrt{48}$; 4) $5\sqrt{63}$ ja $4\sqrt{28}$.

219. 1) $\sqrt[3]{24}$ ja $\sqrt[3]{81}$; 2) $\sqrt[3]{54}$ ja $\sqrt{16}$;

3) $2\sqrt[3]{250}$ ja $3\sqrt[3]{128}$; 4) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{108}$ ja $\frac{3}{2}\sqrt[3]{32}$.

220. 1) $\sqrt{216}$ ja $\sqrt{\frac{3}{8}}$; 2) $\sqrt{\frac{1}{3}}$ ja $\sqrt{243}$;

3) $\sqrt{135}$ ja $\sqrt{\frac{3}{5}}$; 4) $\sqrt{2\frac{1}{3}}$ ja $\sqrt{84}$.

221. 1) $\sqrt[3]{1\frac{1}{8}}$ ja $\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{72}{343}}$ ja $\sqrt[3]{41\frac{2}{3}}$;

3) $\sqrt[4]{\frac{1}{27}}$ ja $\sqrt[4]{0{,}1875}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{1}{125}}$ ja $\sqrt[4]{\frac{80}{81}}$.

222. 1) $2\sqrt{a^3b^3c}$; $3\sqrt{a^3bc^3}$ ja $4\sqrt{ab^3a^3}$;

2) $\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b^4}{a^2}}$; $\frac{a^2}{b}\sqrt[3]{\frac{a^7}{b^2}}$ ja $\frac{b}{a^2}\sqrt[3]{\frac{a^{10}}{b^5}}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{x}{y}}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{x^2y}}$ ja $\sqrt[3]{\frac{y^2}{x^2}}$;

4) $\sqrt[5]{\frac{a}{b}}$; $\sqrt[5]{ab^4}$ ja $\sqrt[5]{\frac{b^4}{a^4}}$.

223. 1) $\sqrt[3]{\frac{x+y}{(x-y)^2}}$ ja $\sqrt[3]{\frac{1}{y}-\frac{x^2}{y^3}}$;

2) $\sqrt{\frac{1}{mn-nq}}$ ja $\sqrt{\frac{n^3}{m-q}}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{x^5}{(x^2-1)^2}}$ ja $\sqrt[3]{\frac{x^3+x^2}{(x-1)^2}}$;

4) $\sqrt{\frac{a^4}{b^4}-\frac{a^2}{b^2}}$ ja $\sqrt{\frac{ac^2+bc^2}{a-b}}$.

224. 1) $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{a}{b}-1}$; $\frac{a-b}{b}\sqrt{\frac{1}{ab-b^2}}$;

2) $\sqrt{\frac{m}{1-2x+x^2}}$; $\sqrt{\frac{4m-8mx+4mx^2}{c^2n^2}}$ ja $\sqrt{225m^3}$;

3) $\sqrt{\frac{1}{m}-n}$; $\sqrt{\frac{n^6-mn^7}{mn^2}}$ ja $\sqrt{m^3-m^4n}$;

4) $\sqrt{\frac{1}{a^3b^2-a^2b^3}}$; $\sqrt{4a^3b^2-4a^2b^3}$ ja $\sqrt{a^3+a^2b-ab^2-b^3}$.

225. 1) $\sqrt[n]{x^{n+1}y^{n+2}}$ ja $\sqrt[n]{\frac{x^{2n+1}}{y^{n-2}}}$; 2) $\sqrt[n]{a^{2n+1}b^2}$ ja $\sqrt[n]{\frac{a}{b^{2n-2}}}$;

3) $\sqrt[n]{x^{3+n}y^{3+n}}$ ja $\sqrt[n]{\frac{y^3}{x^{2n-3}}}$; 4) $\sqrt[k+1]{a^{k+2}b^{k+1}}$ ja $\sqrt[k+1]{\frac{b^{2k+2}}{a^k}}$.

§ 12. Juurte liitmine ja lahutamine.

226. Arvutada täpsusega kuni 0,01:

1) $2{,}32+\sqrt{2}$; 2) $5{,}41-\sqrt{3}$;

3) $\sqrt{3}+\sqrt{5}$; 4) $\sqrt{7}-\sqrt{6}$.

227. Lihtsustada ja seejärel arvutada tulemus täpsusega kuni 0,01:

1) $\frac{1}{3}\sqrt{18}+\frac{1}{2}\sqrt{8}-\frac{1}{5}\sqrt{50}$;

2) $\sqrt{12}-\sqrt{27}+\frac{1}{2}\sqrt{48}$;

3) $5\sqrt{\frac{1}{5}}+\frac{1}{2}\sqrt{20}-\frac{5}{4}\sqrt{\frac{4}{5}}+\sqrt{7}$;

4) $0{,}1\sqrt{200}-2\sqrt{0{,}08}+4\sqrt{0{,}5}+0{,}4\sqrt{50}$.

Teostada tehted ja, kui võimalik, lihtsustada:

228. 1) $(2\sqrt{18}+3\sqrt{8})+(3\sqrt{32}-\sqrt{50})$;

2) $(2\sqrt{20}-\sqrt{45}+3\sqrt{18})+(\sqrt{72}-\sqrt{80})$;

3) $(0{,}5\sqrt{24}-3\sqrt{40})-(\sqrt{150}+\sqrt{54}-\sqrt{1000})$;

4) $\left(\sqrt{32}+\sqrt{0{,}5}-2\sqrt{\frac{1}{3}}\right)-\left(\sqrt{\frac{1}{8}}-\sqrt{48}\right)$.

229. 1) $(5\sqrt{a}-3\sqrt{25a})+(2\sqrt{36a}+2\sqrt{9a})$;

2) $(\sqrt[3]{125x}-\sqrt[3]{8x})-(\sqrt[3]{27x}-\sqrt[3]{64x})$;

3) $(\sqrt[4]{a}+\sqrt[4]{16a})+(\sqrt[4]{81a}-\sqrt[4]{625a})$;

4) $(\sqrt{9x}-\sqrt[3]{8y})-(\sqrt[3]{27y}-\sqrt{16x})$.

230. Lahendada võrrandid:

1) $2\sqrt{3x}-4\sqrt{3x}=27-3\sqrt{3x}$;

2) $\frac{3}{2}\sqrt{x}-\frac{2}{3}\sqrt{x}+7=2\sqrt{x}$;

3) $\frac{5}{3}\sqrt{15x}-\frac{3}{5}\sqrt{15x}-11=\frac{1}{3}\sqrt{15x}$;

4) $3\sqrt{2x}-5\sqrt{8x}+7\sqrt{18x}=28$.

Teostada tehted:

231. 1) $(5\sqrt{4x}+4\sqrt{x}-6\sqrt{9x}-8\sqrt{2x})+$
$+\left(8\sqrt{\frac{1}{4}x}+4\sqrt{8x}+1\right)$;

2) $\left(3\sqrt{8x}-\sqrt{18x}-5\sqrt{\frac{1}{2}x}\right)+\left(\sqrt{4\frac{1}{2}x}+\right.$
$\left.+\sqrt{50x}-\sqrt{32x}+\sqrt{72x}\right)$.

232. 1) $\sqrt{\frac{1}{2}}+\sqrt{4{,}5}-\sqrt{12{,}5}-0{,}5\sqrt{200}+\sqrt{242}+$
$+6\sqrt{1\frac{1}{8}}-\sqrt{24{,}5}$;

2) $\frac{1}{2}\sqrt{48}-2\sqrt{75}-\sqrt{54}+5\sqrt{1\frac{1}{3}}-\sqrt{5\frac{1}{3}}+$
$+4{,}5\sqrt{2\frac{2}{3}}+2\sqrt{27}$.

233. 1) $\sqrt[3]{40}+\left(\frac{3}{2}\sqrt[3]{-5}-2\sqrt[3]{\frac{1}{5}}\right)$;

2) $\left(3\sqrt[3]{32}+\sqrt[3]{\frac{1}{9}}-\sqrt[3]{108}\right)-\left(16\sqrt[3]{\frac{1}{16}}-4\sqrt[3]{\frac{1}{72}}\right)$.

234. 1) $4\sqrt[3]{-3}-\sqrt[3]{\frac{8}{9}}+\sqrt[3]{\frac{3}{8}}-\sqrt[3]{7\frac{1}{9}}-$
$-\sqrt[3]{-0{,}375}+\sqrt[3]{46\frac{7}{8}}$;

2) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{\frac{2}{49}}+0{,}8\sqrt{\frac{3}{8}}-\frac{1}{15}\sqrt{96}+1{,}5\sqrt{\frac{3}{2}}+$
$+3\sqrt{\frac{1}{6}}-\frac{3}{14}\sqrt[3]{14}$.

235. 1) $6a\sqrt{63ab^3}-3\sqrt{112a^3b^3}+2ab\sqrt{343ab}-$
$-5b\sqrt{28a^3b}$;

2) $3\sqrt[3]{27a^6b}+2a^2\sqrt[3]{125b^4}+5a\sqrt[3]{a^3b}-$
$-3a^2\sqrt[3]{64b}+2\sqrt[3]{a^6b}$.

236. 1) $4b\sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}}+\frac{2}{a}\sqrt[3]{a^5b}-3a\sqrt[3]{\frac{b}{a}}-\sqrt[3]{a^2b^4}$;

2) $\sqrt[4]{\frac{1}{x^2y}}-\sqrt[4]{\frac{x^6}{y^5}}-\sqrt[4]{x^{10}y^7}+\sqrt[4]{\frac{y^3}{x^6}}$.

237. 1) $7b\sqrt[3]{a}+5\sqrt{a^2x}-b^2\sqrt[3]{\frac{27a}{b^3}}-6\sqrt{\frac{b^2x}{9}}$;

2) $\frac{1}{m}\sqrt{8{,}64m^2z}-\frac{b^2}{c^3}\sqrt{\frac{6c^6z}{b^4}}+3{,}1a^2\sqrt{\frac{6z}{a^4}}+$
$+mx\sqrt{\frac{0{,}54z}{m^2x^2}}-\frac{a^2}{y}\sqrt{\frac{0{,}375y^2z}{a^4}}$.

238. 1) $\sqrt{(1+x)^2y}+\sqrt{(1-x)^2y}-\sqrt{(x-y)^2}-$
$-\sqrt{4y}+\sqrt{(x+y)^2}$;

2) $\sqrt{4a^2-4b^2}+\sqrt{(a+b)^2}-5\sqrt{a^2-b^2}+$
$+\sqrt{9a^2-9b^2}-\sqrt{(a-b)^2}$.

239. 1) $\sqrt{2x^2-4x+2}-\sqrt{4y^2-8y+4}+$
$+\sqrt{2x^2+4x+2}+\sqrt{9y^2-18y+9}$;

2) $\sqrt{a^2x-2abx}+b^2x-\sqrt{a^2x-2acx+c^2x}+$
$+\sqrt{b^2x+2bcx+c^2x}$, kui $a>b>c$.

240. 1) $\sqrt{\frac{(x^2-y^2)(x-y)}{8x^3}}-\sqrt{\frac{2x}{(x^2-y^2)(x-y)}}-$
$-\sqrt{2x^4+2x^3y}$;

2) $\sqrt[3]{\frac{1-x^2}{x^2}}-\sqrt[3]{\frac{x}{(1-x^2)^2}}-\sqrt[3]{x^6-x^4}+\sqrt[3]{\frac{(1-x)x^4}{(1+x)^2}}$.

241. 1) $3a\sqrt{\frac{a-x}{a+x}}-3x\sqrt{\frac{(a-x)^2}{a^2-x^2}}-$
$-2a\sqrt{\frac{(a+x)(a-x)}{(a+x)^2}}+\frac{4x}{a+x}\sqrt{\frac{a^2-x^2}{4}}$;

2) $2y\sqrt{x-y}+x\sqrt{\frac{1}{x-y}}-x\sqrt{\frac{a}{ax-ay}}-$
$-\sqrt{x^3-x^2y}+\sqrt{x^2y\left(\frac{x}{y}-1\right)}-y^2\sqrt{\frac{4(x-y)}{y^2}}$.

Lahendada võrrandid:

242. 1) $4\sqrt{5x+4}-2\sqrt{5x+4}=48$;

2) $5\frac{1}{2}\sqrt{7x-13}-3\frac{1}{3}\sqrt{7x-13}-1\frac{1}{6}\sqrt{7x-13}=6$.

243. 1) $\sqrt{4x-20}+\sqrt{x-5}-\frac{1}{3}\sqrt{9x-45}=4$;

2) $\sqrt{16x+16}-\sqrt{9x+9}+\sqrt{4x+4}=16-\sqrt{x+1}$.

§ 13. Juurte korrutamine.

244. Arvutada täpsusega kuni 0,1 ristküliku pindala, kui pikkus ja laius väljenduvad arvudega:

1) $\sqrt{5}$ ja $\sqrt{2}$; 2) $3\sqrt{7}$ ja $2\sqrt{5}$.

Teostada korrutamine (245—249 *peast!*):

245. 1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{6}$; 2) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{20}$.

246. 1) $3\sqrt{7}\cdot 2\sqrt{14}$; 2) $\frac{3}{4}\sqrt{24}\cdot\frac{2}{3}\sqrt{6}$.

247. 1) $\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[3]{4}$; 2) $5\sqrt[3]{48}\cdot 2\sqrt[3]{4}$.

248. 1) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{ab}$; 2) $\sqrt{3m}\cdot\sqrt{3}$.

249. 1) $\sqrt[4]{a^2}\cdot\sqrt[4]{a^3}$; 2) $5\sqrt[4]{2a}\cdot 2\sqrt[4]{8a^3}$.

250. 1) $3\sqrt{a}\cdot 2\sqrt{\frac{x}{a}}$; 2) $\frac{3}{4}\sqrt{2\frac{1}{2}a}\cdot\sqrt{\frac{0{,}4}{a}}$.

251. 1) $(\sqrt{12}-3\sqrt{75})\cdot\sqrt{3}$;

2) $\left(\sqrt{6}-3\sqrt{3}+5\sqrt{2}-\frac{1}{2}\sqrt{8}\right)\cdot 2\sqrt{6}$.

252. 1) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{a}+\frac{3}{4}\sqrt{a^3}-\frac{7}{8}\sqrt{a^5}\right)\cdot(-16\sqrt{a^3})$;

2) $\left(\sqrt{ab}+2\sqrt{\frac{b}{a}}-\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{1}{ab}}\right)\cdot\sqrt{ab}$.

253. 1) $\left(\frac{a}{b}\sqrt{\frac{n}{m}}-\frac{ab}{n}\sqrt{mn}+\frac{a^2}{b^2}\sqrt{\frac{m}{n}}\right)\cdot a^2b^2\sqrt{\frac{n}{m}}$;

2) $(4x\sqrt[3]{x^2}-5y\sqrt[3]{xy}+xy\sqrt[3]{y^2})\cdot 2xy\sqrt[3]{xy}$.

254. 1) $(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{5})$; 2) $(5+\sqrt{6})(5\sqrt{2}-2\sqrt{3})$;

3) $(5-\sqrt{15})(3+\sqrt{15})$; 4) $(7\sqrt{5}-4)(2\sqrt{5}-1)$.

255. 1) $(2a+3\sqrt{x})(3a-2\sqrt{x})$;

2) $\left(m-\sqrt{\frac{n}{m}}\right)(m+\sqrt{mn})$.

Lahendada võrrandid:

256. 1) $(7-\sqrt{x})(8-\sqrt{x})=x+11$;

2) $(7+6\sqrt{x})(48-13\sqrt{x})=$

$=3(81-26\sqrt{x})(22+\sqrt{x})$.

Teostada tehted ja lihtsustada:

257. 1) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}+\frac{2-\sqrt{3}}{4}$; 2) $\frac{5+3\sqrt{2}}{4}-\frac{\sqrt{2}-1}{6}$;

3) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}{3}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}+\sqrt{2}}{5}-\frac{2\sqrt{2}-3\sqrt{3}-5\sqrt{5}}{15}$;

4) $\frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{5}+1}{8}-\frac{\sqrt{6}-3\sqrt{5}-2}{6}-\frac{4\sqrt{6}+5\sqrt{5}-1}{12}$.

Lahendada võrrandid:

258. 1) $\frac{17-3\sqrt{x}}{11}=\frac{23-4\sqrt{x}}{15}$; 2) $\frac{29-5\sqrt{x}}{9}=\frac{39-5\sqrt{x}}{19}$;

3) $\frac{3\sqrt{x}-5}{2}-\frac{2\sqrt{x}-7}{3}=\sqrt{x}-1$;

4) $\frac{7\sqrt{x}-13}{3}-\frac{3\sqrt{x}-8}{4}+\frac{4\sqrt{x}-11}{5}=3\sqrt{x}-7$.

Teostada korrutamine:

259. 1) $(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}+\sqrt{6})(\sqrt{6}-\sqrt{2}-\sqrt{3})$;

2) $(3+2\sqrt{6}-\sqrt{33})(\sqrt{22}+\sqrt{6}+4)$;

3) $(\sqrt{8}-3\sqrt{2}+\sqrt{10})(\sqrt{2}+\sqrt{1{,}6}+3\sqrt{0{,}4})$;

4) $\left(\frac{4}{3}\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{3\frac{1}{3}}\right)(\sqrt{1{,}2}+\sqrt{2}-4\sqrt{0{,}2})$.

Tõestada samasused:

260. 1) $(\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{25})(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{5})=7$;

2) $(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})(\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{2})=1$;

3) $(\sqrt[3]{m^2}+\sqrt[3]{mn}+\sqrt[3]{n^2})(\sqrt[3]{m}-\sqrt[3]{n})=m-n$;

4) $(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})=a+b$.

Korrutada:

261. 1) $(a+\sqrt{3})(a-\sqrt{3})$; 2) $(\sqrt{a}+\sqrt{x})(\sqrt{a}-\sqrt{x})$;

3) $(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})$;

4) $(5\sqrt{2}+4\sqrt{3})(5\sqrt{2}-4\sqrt{3})$.

262. 1) $(\sqrt{a+b}+\sqrt{b})(\sqrt{a+b}-\sqrt{b})$;

2) $(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b})$;

3) $(\sqrt{m}+\sqrt{m-1})(\sqrt{m}-\sqrt{m-1})$;

4) $(\sqrt{1-x}-\sqrt{x})(\sqrt{1-x}+\sqrt{x})$.

263. Tõestada järgmised võrdused:

1) $(\sqrt{0{,}6}+\sqrt{0{,}3}-\sqrt{0{,}9})(3\sqrt{0{,}2}+2\sqrt{0{,}3}+$
$+\sqrt{0{,}6})=1{,}2$;

2) $\left(\frac{3}{2}\sqrt{6}+2\sqrt{\frac{2}{3}}-4\sqrt{\frac{3}{2}}\right)\left(3\sqrt{\frac{2}{3}}-\sqrt{12}-\sqrt{6}\right)=$
$=-\sqrt{2}$.

264. 1) $(\sqrt[3]{100}+\sqrt[3]{40}+\sqrt[3]{16})(\sqrt[3]{10}-\sqrt[3]{4})=6$;

2) $\left(12\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{16}-2\sqrt[3]{2}\right)\left(5\sqrt[3]{4}-3\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\right)=84$.

Lahendada võrrandid:

265. 1) $(7\sqrt{3x}-3\sqrt{7})(7\sqrt{3x}+3\sqrt{7})=$
$=10(2\sqrt{5x}+3\sqrt{6})(2\sqrt{5x}-3\sqrt{6})$;

2) $(3\sqrt{5x}+2\sqrt{3})(2\sqrt{3}-3\sqrt{5x})=$
$=(7\sqrt{x}+2\sqrt{13})(2\sqrt{13}-7\sqrt{x})$.

Teisendada ühisjuurijaga juurteks ja teostada korrutamine (266—268 *peast!*):

266. 1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt[4]{4}$; 2) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[6]{2}$; 3) $\sqrt{5}\cdot\sqrt[3]{2}$; 4) $\sqrt[4]{3}\cdot\sqrt[8]{4}$.

267. 1) $\sqrt{a}\cdot\sqrt[3]{a}$; 2) $\sqrt[3]{b}\cdot\sqrt[9]{b}$; 3) $\sqrt[5]{x}\cdot\sqrt[10]{x}$; 4) $\sqrt[6]{y}\cdot\sqrt[3]{y}$.

268. 1) $\sqrt[8]{c}\cdot\sqrt[4]{c}$; 2) $\sqrt[5]{a}\cdot\sqrt{a}$; 3) $\sqrt[6]{x}\cdot\sqrt[4]{x}$; 4) $\sqrt[3]{y}\cdot\sqrt[5]{y}$.

269. 1) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{2}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{x}{a}}\cdot\sqrt{\frac{a}{x}}$;

3) $\sqrt{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt[4]{\frac{4}{3}}$; 4) $\sqrt{a}\cdot\sqrt[4]{\frac{x}{a}}$.

270. 1) $\sqrt{2}\cdot\sqrt[3]{3}\cdot\sqrt[4]{4}$; 2) $\sqrt{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt[6]{\frac{1}{2}}$;

3) $\sqrt[4]{\frac{2}{3}}\cdot\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt[6]{2}$; 4) $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[4]{\frac{4}{3}}\cdot\sqrt[6]{3}$.

271. 1) $(\sqrt{2}-\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{8})\cdot\sqrt{2}$;

2) $(3\sqrt{10}-2\sqrt[3]{4}+\sqrt[4]{25})\cdot\sqrt[4]{2}$;

3) $\left(\sqrt[5]{5}-3\sqrt[3]{\frac{15}{2}}+2\sqrt{3}\right)\cdot\sqrt[4]{\frac{24}{5}}$;

4) $(\sqrt[6]{2}+2\sqrt[3]{4}-\sqrt{8})\cdot\sqrt[6]{32}$.

272. 1) $(1+\sqrt{2})\cdot(1-\sqrt[3]{3})$;

2) $(\sqrt{2}-\sqrt[3]{3})\cdot(\sqrt{3}+\sqrt[3]{2})$;

3) $(3\sqrt[3]{2}-2\sqrt[4]{3})\cdot(5\sqrt[3]{2}-3\sqrt[3]{3})$;

4) $\left(\frac{3}{4}\sqrt[6]{\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{4}\right)\cdot\left(\frac{2}{3}\sqrt[3]{2}+\sqrt[6]{16}\right)$.

273. 1) $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{a^3}\cdot\sqrt[6]{a^5}$; 2) $m\sqrt{3m}\cdot\sqrt[4]{3m}\cdot m^2\sqrt[8]{3m^3}$;

3) $a^2b\sqrt[6]{16a^5b}\cdot\frac{1}{2}a\sqrt{2ab}\cdot b\sqrt[3]{4ab^2}$;

4) $2m^2n\sqrt[4]{mn^3}\cdot 5mn^2\sqrt{mn}\cdot 3mn\sqrt[5]{m^3n}$.

274. 1) $\frac{2}{3}\sqrt[6]{\frac{81x^5}{25y^4}}\cdot\frac{3}{4}\sqrt{\frac{3y}{5x}}$; 2) $0{,}2\sqrt[5]{\frac{ab^3}{cd^4}}\cdot 5\sqrt[10]{\frac{c^3d^2}{a^3b}}$;

3) $\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{x}{y}}\cdot\frac{b}{a}\sqrt[5]{\frac{y^2}{x}}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{a^3}{b}}\cdot\sqrt[6]{\frac{a^2}{b^5}}\cdot\sqrt[10]{\frac{b}{a}}$.

275. 1) $(2\sqrt{x}-\sqrt[3]{x^2})\left(\frac{1}{2}\sqrt{x}-\frac{3}{2}\sqrt[6]{x^5}\right)$;

2) $(a\sqrt{a}+\sqrt[6]{a})(\sqrt[3]{a^2}-a\sqrt[4]{a^3})$;

3) $(2\sqrt[5]{m^4}+\sqrt[3]{m^2}-3\sqrt{m})(\sqrt[15]{m^4}-\sqrt[3]{m})$;

4) $(4\sqrt{xy}+\sqrt[3]{xy^2}+3\sqrt[4]{xy^3})(\sqrt[12]{xy^4}-2\sqrt{xy})$.

§ 14. Juurte jagamine.

Teostada jagamine:

276. *(Peast!)* 1) $8\sqrt{2}:4$; 2) $10\sqrt[3]{5}:2$; 3) $12\sqrt{a}:3$; 4) $2\sqrt[4]{x}:5$.

277. *(Peast!)* 1) $4\sqrt{2}:2\sqrt{2}$; 2) $15\sqrt[3]{5}:3\sqrt[3]{5}$; 3) $\sqrt[5]{n}:4\sqrt[5]{n}$.

278. 1) Ühe ruudu pindala on 48 cm² ja teise pindala 3 cm². Mitu korda on esimese ruudu külg suurem teise ruudu küljest?

2) Mitu korda $\sqrt{30}$ on suurem kui $\sqrt{5}$?

3) *(Peast!)* Arvutada järgmised suhted:

a) $\sqrt{18}:\sqrt{2}$; b) $\sqrt{40}:\sqrt{10}$; c) $\sqrt{200}:\sqrt{8}$;

d) $\sqrt{180}:\sqrt{5}$.

279. Arvutada täpsusega kuni 0,1:

1) $\sqrt{10} : \sqrt{5}$; 2) $\sqrt{15} : \sqrt{5}$;

3) $\sqrt{140} : \sqrt{20}$; 4) $\sqrt{\frac{3}{5}} : \sqrt{0{,}3}$.

Teostada jagamine (280—283 *peast!*):

280. 1) $\sqrt{60} : \sqrt{5}$; 2) $\sqrt{45} : \sqrt{15}$;

3) $\sqrt{90} : \sqrt{18}$; 4) $\sqrt{360} : \sqrt{60}$.

281. 1) $\sqrt{3a} : \sqrt{a}$; 2) $\sqrt{5x} : \sqrt{x}$;

3) $\sqrt{12m} : \sqrt{3m}$; 4) $\sqrt{a^2x} : \sqrt{x}$.

282. 1) $\sqrt[3]{6a^4} : \sqrt[3]{2a}$; 2) $\sqrt[3]{x^7} : \sqrt[3]{x^4}$;

3) $\sqrt[4]{a^5} : \sqrt[4]{a}$; 4) $\sqrt[4]{9a^3} : \sqrt[4]{\frac{a}{9}}$.

283. 1) $\sqrt[3]{1\frac{1}{8}} : \sqrt[3]{2\frac{2}{3}}$; 2) $\sqrt[3]{0{,}2} : \sqrt[3]{25}$;

3) $9\sqrt{\frac{1}{45}} : \frac{3}{2}\sqrt{2\frac{2}{3}}$; 4) $0{,}75\sqrt[3]{9} : 0{,}25\sqrt[3]{2\frac{2}{3}}$.

284. 1) $(10\sqrt{48} - 6\sqrt{27} + 4\sqrt{12}) : \sqrt{3}$;

2) $(15\sqrt{50} + 5\sqrt{200} - 3\sqrt{450}) : \sqrt{10}$;

3) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{3}} + \frac{4}{5}\sqrt{\frac{4}{5}}\right) : \frac{8}{15}\sqrt{\frac{1}{8}}$;

4) $\left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{9} - 2\sqrt[3]{3} + 3\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right) : 2\sqrt[3]{\frac{1}{3}}$.

285. 1) $(\sqrt{x^3y} + \sqrt{xy^3}) : \sqrt{xy}$; 2) $(\sqrt{a^5b^3} - \sqrt{a^3b^5}) : \sqrt{a^3b^3}$;

3) $\left(\sqrt{x} - \sqrt{\frac{x}{2}}\right) : \sqrt{x}$; 4) $\left(\sqrt{mn} + \sqrt{\frac{m}{n}}\right) : \sqrt{\frac{m}{n}}$.

286. 1) $(x\sqrt{y} - y\sqrt{x}) : \sqrt{xy}$;

2) $(\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3} - ab) : \sqrt{ab}$;

3) $\left(\frac{3x}{2}\sqrt{\frac{x}{y}} - 0{,}4\sqrt{\frac{3}{xy}} + \frac{1}{3}\sqrt{\frac{xy}{2}}\right) : \frac{4}{15}\sqrt{\frac{3y}{2x}}$;

4) $\left(\frac{a}{2}\sqrt[3]{a^2b} + \frac{b}{3a^2}\sqrt[3]{\frac{15a}{b^2}} - \frac{4a}{5b}\sqrt[3]{\frac{b}{2a^2}}\right) : \frac{2a^3}{15b^2}\sqrt[3]{\frac{5a^2}{2b}}$.

Lahutada tegureiks (287—289 *peast!*):

287. 1) $\sqrt{6}+\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{15}-\sqrt{10}$;
3) $\sqrt{21}+\sqrt{14}$; 4) $\sqrt{20}-\sqrt{30}$.

288. 1) $\sqrt{ab}-\sqrt{ac}$; 2) $\sqrt[3]{a^2y}-\sqrt[3]{b^2y}$;
3) $\sqrt[3]{a^2b}-\sqrt[3]{ab^2}$; 4) $\sqrt{a+b}-\sqrt{a^2-b^2}$.

289. 1) $5+\sqrt{5}$; 2) $2-\sqrt{2}$; 3) $a+\sqrt{a}$; 4) $ab-\sqrt{a}$.

290. 1) $a+b+\sqrt{a+b}$; 2) $a+b-\sqrt{a^2-b^2}$;
3) $\sqrt{a^3-b^3}+\sqrt{a-b}$; 4) $\sqrt{a^3+b^3}+\sqrt{a^2-b^2}$.

291. 1) $\sqrt{ax}-\sqrt{by}+\sqrt{bx}-\sqrt{ay}$;
2) $\sqrt{x^3}-\sqrt{y^3}+\sqrt{x^2y}-\sqrt{xy^2}$;
3) $x+4\sqrt{x}+3$; 4) $a+5\sqrt{a}+4$.

292. Taandada murrud:

1) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{6}}{\sqrt{35}-\sqrt{14}}$; 2) $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{15}}{\sqrt{8}+\sqrt{12}}$; 3) $\frac{a+\sqrt{ab}}{b+\sqrt{ab}}$; 4) $\frac{\sqrt[3]{x^2y}-\sqrt[3]{xy^2}}{\sqrt[3]{ax}-\sqrt[3]{ay}}$.

293. Teostada jagamine:

1) $(\sqrt[3]{4m^2}-\sqrt[3]{9n^2}) : (\sqrt[3]{2m}+\sqrt[3]{3n})$;
2) $(\sqrt[3]{25a^2}-\sqrt[3]{16b^2}) : (\sqrt[3]{5a}-\sqrt[3]{4b})$;
3) $(\sqrt[3]{x^2y}-\sqrt[3]{16xy^2}+\sqrt[3]{4y^3}) : (\sqrt[3]{x}-\sqrt[3]{2y})$;
4) $(\sqrt{8x^2y}-2y\sqrt{x}-x\sqrt{x}) : (\sqrt{2y}-\sqrt{x})$.

294. Lahendada võrrandid:

1) $\frac{3\sqrt{x}+1}{7\sqrt{x}-5}=\frac{8}{15}$; 2) $\frac{5\sqrt{x}+12}{7\sqrt{x}+15}=\frac{4}{5}$;
3) $\frac{5\sqrt{x}+13}{7\sqrt{x}+5}=\frac{3}{2}$; 4) $\frac{9x-7}{\sqrt{7x+5}}=\sqrt{7x+5}$.

Teisendada ühisjuurijaga juurteks ja teostada jagamine:

295. 1) $\sqrt[4]{8} : \sqrt{2}$; 2) $\sqrt[6]{81} : \sqrt[3]{3}$;
3) $\sqrt[4]{32} : \sqrt[8]{16}$; 4) $\sqrt[6]{3} : \sqrt[12]{18}$.

296. 1) $\sqrt{a} : \sqrt[4]{a}$; 2) $\sqrt[6]{x^5} : \sqrt[3]{x^2}$;

3) $\sqrt[5]{m^4} : \sqrt[15]{m^2}$; 4) $\sqrt[12]{n^{11}} : \sqrt[4]{n^3}$.

297. 1) $\sqrt{2} : \sqrt[3]{2}$; 2) $\sqrt[4]{27} : \sqrt[3]{3}$;

3) $6\sqrt[5]{8} : 2\sqrt[3]{4}$; 4) $\frac{3}{4}\sqrt[5]{\frac{4}{27}} : 0{,}25\sqrt[4]{\frac{2}{3}}$.

298. 1) $\sqrt[4]{a^3} : \sqrt[3]{a}$; 2) $\sqrt[3]{x^2} : \sqrt{x}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{a}{x^2}} : \sqrt[4]{\frac{x}{a^3}}$; 4) $\frac{a}{b}\sqrt[5]{\frac{a^3}{b^3}} : a\sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}}$.

299. 1) $\frac{4a^2}{15b}\sqrt[4]{\frac{a^2}{a-b}} : \frac{2a}{5b}\sqrt{\frac{a^3}{a-b}}$;

2) $6ab\sqrt[9]{a^8b^3} : \frac{2a}{3b}\sqrt[6]{a^2b^5}$;

3) $10a^2b : 5a\sqrt{b}$; 4) $a^2x : \sqrt[3]{ax^2}$.

300. 1) $(4\sqrt{8}-6\sqrt[3]{2}) : \sqrt{2}$;

2) $(10\sqrt[3]{9}+5\sqrt{3}) : \sqrt{3}$;

3) $(2\sqrt{12}+4\sqrt[3]{4}-6\sqrt[4]{32}) : 2\sqrt[4]{2}$;

4) $\left(\frac{3}{4}\sqrt[6]{54} - \frac{1}{2}\sqrt[4]{18} + \frac{2}{3}\sqrt[3]{9}\right) : \frac{1}{2}\sqrt[6]{3}$.

301. 1) $(8\sqrt[6]{m^5}-6\sqrt[4]{m^3}-12\sqrt[3]{m^2}) : 2\sqrt{m}$;

2) $(a^3\sqrt[3]{x^2y^2}+a^4\sqrt{xy}-a^5\sqrt[6]{x^4y^5}) : a^2\sqrt{xy}$;

3) $\left(\frac{a}{b^3}\sqrt{ab}-6a^3b^2\sqrt[3]{a^2b}+\sqrt[8]{a^4b^3}\right) : \frac{a^2}{b}\sqrt[6]{ab^2}$;

4) $\left(2a\sqrt[6]{\frac{a^2}{3b^3}}+\frac{3a}{b}-5\sqrt[3]{ab}\right) : \frac{3a}{2b}\sqrt{ab}$.

302. 1) $(x^2\sqrt[4]{27xy^3}+2xy\sqrt{2xy}) : (\sqrt[4]{3x^3y}+\sqrt{2xy})$;

2) $(y\sqrt{2xy}-xy\sqrt{xy}) : (\sqrt[6]{2xy^3}-\sqrt{xy})$;

3) $(x\sqrt[6]{a^5x}+2a\sqrt[6]{ax^5}-3ax):(\sqrt[3]{ax^2}-\sqrt{ax})$;

4) $(2a\sqrt[3]{ax^2}-a\sqrt[6]{ax^5}-ax):(\sqrt[3]{a^2x}-\sqrt{ax})$.

303. 1) $(ax^3\sqrt[6]{x}-a^2x^2\sqrt[3]{a^2}):(a\sqrt[3]{ax^2}-x\sqrt[4]{a^2x})$;

2) $(5b\sqrt[4]{a}-8\sqrt[4]{a^2b^3}+4\sqrt[4]{a^3b^2}-b\sqrt[4]{b}):(2\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b})$;

3) $(20\sqrt{a}-\sqrt[3]{a^2}+45\sqrt[4]{a^3}-53\sqrt[12]{a^7}):(4\sqrt[6]{a}-5\sqrt[4]{a})$;

4) $\sqrt{a}-9\sqrt[4]{ab}-6\sqrt[8]{abc^2}-\sqrt{c}):(\sqrt[4]{a}-3\sqrt[8]{ab}-\sqrt[4]{c})$.

§ 15. Juurte astendamine.

Astendada (304—312 *peast!*):

304. 1) $(\sqrt{5})^2$; 2) $(\sqrt[3]{2})^3$; 3) $(\sqrt[5]{3})^5$; 4) $(\sqrt[n]{a})^n$.

305. 1) $(3\sqrt{2})^2$; 2) $(5\sqrt[3]{3})^3$;

3) $\left(\frac{1}{2}\sqrt[4]{8}\right)^4$; 4) $(a\sqrt[n]{b})^n$.

306. 1) $(\sqrt{3})^4$; 2) $(\sqrt[3]{2})^6$; 3) $(\sqrt[5]{7})^{10}$; 4) $(\sqrt[4]{5})^8$.

307. 1) $(\sqrt{2})^3$; 2) $(\sqrt{5})^3$; 3) $(\sqrt[3]{7})^4$; 4) $(\sqrt[5]{3})^7$.

308. 1) $(-\sqrt{6})^2$; 2) $(-\sqrt[3]{4})^3$;

3) $(-\sqrt[4]{3})^4$; 4) $(-\sqrt[3]{7})^5$.

309. 1) $(\sqrt[3]{m^2})^4$; 2) $(-\sqrt[3]{m^2})^4$;

3) $(\sqrt[5]{a^3})^2$; 4) $(-\sqrt[7]{n^3})^2$.

310. 1) $(\sqrt[4]{x^3})^3$; 2) $(-\sqrt[5]{y^2})^3$;

3) $(-\sqrt[3]{a^2})^5$; 4) $(-\sqrt[6]{n^5})^7$.

311. 1) $(-2\sqrt{a})^3$; 2) $(-3\sqrt[4]{a^3})^3$;

3) $\frac{1}{2}(\sqrt[3]{m^2})^2$; 4) $(-\frac{2}{3}\sqrt[5]{x^2})^3$.

312. 1) $(\sqrt[3]{a^2b})^2$; 2) $(-\sqrt[3]{xy^2})^4$;

3) $(-\frac{3}{5}\sqrt[4]{x^3y})^3$; 4) $(0{,}1\sqrt[5]{a^4b^2})^2$.

313. 1) $(-0{,}2\sqrt[4]{m^2n^3})^3$; 2) $(-\frac{1}{2}\sqrt[6]{a^5b^2})^4$;

3) $(-1\frac{1}{2}\sqrt[3]{a^2b^2c})^4$; 4) $(0{,}5\sqrt[7]{x^3y^4z})^3$.

314. 1) $(a\sqrt{ab})^3$; 2) $(m^2\sqrt[3]{m^2n})^2$;

3) $(-x\sqrt[4]{x^3y^2})^5$; 4) $(-2a\sqrt[5]{a^2b^3})^4$.

315. 1) $\left(\frac{x}{y}\sqrt[4]{x^2y}\right)^3$; 2) $\left(\frac{ab}{c}\sqrt[5]{a^3b^2c^4}\right)^2$;

3) $\left(-\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^3$; 4) $\left(\frac{x}{y}\sqrt[6]{\frac{y}{x}}\right)^3$.

316. 1) $\left(-3m\sqrt[3]{\frac{m^2}{n}}\right)^2$; 2) $\left(-\frac{2a}{3b}\sqrt[6]{a^5b^3}\right)^2$;

3) $\left(3x^2\sqrt{\frac{a}{3x}}\right)^3$; 4) $\left(-\frac{x}{2y}\sqrt[4]{\frac{y}{x}}\right)^5$.

317. 1) $\left(\frac{a^2}{a+x}\sqrt[3]{\frac{a+x}{a^2}}\right)^4$; 2) $\left(-\frac{m+n}{m-n}\sqrt[3]{\frac{(m-n)^2}{m+n}}\right)^5$;

3) $\left(\frac{x\sqrt[3]{(x-y)^2}}{x-y}\right)^4$; 4) $\left(\frac{a(a-b)}{\sqrt[5]{a^2(a-b)^4}}\right)^6$.

318. 1) $(\sqrt[n]{a})^{n+1}$; 2) $(\sqrt[n+1]{a^n})^2$;

3) $(\sqrt[2n]{x})^{2n+1}$; 4) $(\sqrt[3k]{a^k})^{k+1}$.

319. 1) $[\sqrt[m]{(a+x)^2}]^n$; 2) $[\sqrt[k]{(a-b^3}]^{2k}$;

3) $[\sqrt[n]{(a+b)^4}]^{n+1}$; 4) $[\sqrt[n]{(a^2-b^2)^k}]^{nm}$.

320. 1) $(\sqrt{2}+1)^2$; 2) $(1-\sqrt{3})^2$;

3) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$; 4) $(\sqrt{5}-\sqrt{7})^2$.

321. 1) $(a-\sqrt{b})^2$; 2) $(m+\sqrt{n})^2$;

3) $(2\sqrt{a}-\frac{1}{2}\sqrt{b})^2$; 4) $\left(\frac{1}{4}\sqrt{xy}+2\sqrt{x}\right)^2$.

322. 1) $(2\sqrt{5}-3\sqrt{2})^2$; 2) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{2}+4\sqrt{3}\right)^2$;

3) $(2\sqrt{12}-\sqrt{3})^2$; 4) $\left(\frac{2}{3}\sqrt{18}+\frac{3}{4}\sqrt{2}\right)^2$.

323. Lahendada võrrandid:

1) $(3\sqrt{x}-1)^2+(4\sqrt{x}-7)^2=(5\sqrt{x}-6)^2$;

2) $(5\sqrt{x}-2)^2+(12\sqrt{x}-9)^2=(13\sqrt{x}-9)^2$;

3) $\sqrt{x-3}=3-\sqrt{x}$; 4) $\sqrt{x+7}=7-\sqrt{x}$.

Teostada tehted:

324. 1) $(\sqrt{2}-\sqrt[3]{4})^2$; 2) $\left(\sqrt{3}-\frac{1}{2}\sqrt[3]{9}\right)^2$;

3) $\sqrt[3]{a}+\sqrt{a})^2$; 4) $(a\sqrt[3]{b}-b\sqrt[3]{a})^2$.

325. 1) $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6})^2$; 2) $(\sqrt{3}-\sqrt{12}+1)^2$;

3) $\left(2\sqrt{8}-\frac{1}{2}\sqrt{6}-\sqrt{3}\right)^2$; 4) $(3\sqrt{15}+2\sqrt{5}-5\sqrt{10})^2$.

326. 1) $\left(\sqrt{4+\sqrt{7}}+\sqrt{4-\sqrt{7}}\right)^2$;

2) $\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}-\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2$;

3) $\left(\sqrt{7+\sqrt{13}}+\sqrt{7-\sqrt{13}}\right)^2$;

4) $\left(\sqrt{4+2\sqrt{3}}-\sqrt{4-2\sqrt{3}}\right)^2$.

327. 1) $\left(\sqrt{\sqrt{11}+\sqrt{7}}+\sqrt{\sqrt{11}-\sqrt{7}}\right)^2$;

2) $\left(\sqrt{\sqrt{6}-\sqrt{2}}-\sqrt{\sqrt{6}+\sqrt{2}}\right)^2$;

3) $\left(\sqrt{2\sqrt{3}+2\sqrt{2}}-\sqrt{2\sqrt{3}-2\sqrt{2}}\right)^2$;

4) $\left(\sqrt{4\sqrt{2}-2\sqrt{7}}+\sqrt{4\sqrt{2}+2\sqrt{7}}\right)^2$.

328. 1) $\left(\sqrt{a-\sqrt{b}}+\sqrt{a+\sqrt{b}}\right)^2$;

2) $\left(3\sqrt{x-2\sqrt{y}}-2\sqrt{x+2\sqrt{y}}\right)^2$;

3) $\left(\sqrt{2+\sqrt{5}}+\sqrt{4-\sqrt{5}}\right)^2$;

4) $\left(\sqrt{a+\sqrt{b}}+\sqrt{a+\sqrt{ab}}\right)^2$.

329*. Tõestada järgmised samasused, kui $a>0$, $b>0$ ja $a^2-b>0$:

TRÜ Raamatukogu

1) $\sqrt{a+\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}+\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$;

2) $\sqrt{a-\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}}-\sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$.

Näpunäide. Tõestamiseks piisab mõlema poole tõstmisest ruutu ja sellele järgnevaist lihtsustustest.

3) Kasutades tuletatud valemeid, lihtsustada avaldised:

a) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$; b) $\sqrt{5-\sqrt{21}}$; c) $\sqrt{6+4\sqrt{2}}$;

d) $\sqrt{7+4\sqrt{3}}$; e) $\sqrt{(a+b)-2\sqrt{ab}}$.

330. 1) $(\sqrt[4]{8}-\sqrt[4]{2})^2$; 2) $(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4})^2$;

3) $(\sqrt[4]{40}-\sqrt{6})^2$; 4) $(\sqrt{3}+\sqrt[4]{45})^2$.

331. 1) $(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x^2})^2$; 2) $(\sqrt[3]{ab^2c}+\sqrt[3]{a^2bc^2})^2$;

3) $\left(\frac{1}{2}\sqrt[4]{x^3y^3}-\frac{2}{3}\sqrt{xy}\right)^2$; 4) $\left(x\sqrt[3]{\frac{a^2}{x^2}}-\sqrt[4]{a^3x}\right)^2$.

332. 1) $(\sqrt{3}+1)^3$; 2) $(\sqrt{6}-\sqrt{3})^3$;

3) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^3$; 4) $\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}-\sqrt{15}\right)^3$.

333. 1) $(\sqrt{a}-\sqrt{3a})^3$; 2) $(x\sqrt{x}-\sqrt{2x})^3$;

3) $(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{a})^3$; $\left(3\sqrt[3]{m^2}-\frac{1}{3}\sqrt[3]{m}\right)^3$.

§ 16. Juure juurimine.

334. Kontrollida võrdused:

1) $\sqrt{\sqrt{16}}=\sqrt[4]{16}$; 2) $\sqrt[4]{256}=\sqrt{\sqrt{256}}$;

3) $\sqrt{\sqrt{64}}=\sqrt[6]{64}$; 4) $\sqrt[6]{729}=\sqrt[3]{\sqrt{729}}$.

Leida juur:

335. 1) $\sqrt[4]{1296}$; 2) $\sqrt[4]{2401}$; 3) $\sqrt[6]{15625}$; 4) $\sqrt[12]{4096}$.

336. 1) $\sqrt{\sqrt{2}}$; 2) $\sqrt[3]{\sqrt{3}}$; 3) $\sqrt{\sqrt[3]{5}}$; 4) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{2}}$.

337. 1) $\sqrt{\sqrt{a}}$; 2) $\sqrt{\sqrt[3]{x^2}}$; 3) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[4]{m^3}}}$; 4) $\sqrt{\sqrt[4]{\sqrt[5]{y^4}}}$.

338. 1) $\sqrt{2\sqrt{3}}$; 2) $\sqrt{2\sqrt[3]{5}}$; 3) $\sqrt{3\sqrt[3]{2}}$; 4) $\sqrt{5\sqrt[4]{2}}$.

339. 1) $\sqrt{m\sqrt[3]{m}}$; 2) $\sqrt{ab\sqrt[3]{a}}$; 3) $\sqrt{x^3\sqrt[4]{x}}$; 4) $\sqrt{a^4\sqrt[5]{a}}$.

340. 1) $\sqrt{\sqrt[5]{\sqrt[3]{a^{10}b^5}}}$; 2) $\sqrt{\sqrt[4]{\sqrt[3]{x^4y^8}}}$;

3) $\sqrt{\sqrt[6]{\sqrt[3]{m^2n^6}}}$; 4) $\sqrt{\sqrt[3]{\sqrt[5]{a^6b^3c^9}}}$.

341. 1) $\sqrt{\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x}}}$; 2) $\sqrt{\frac{m}{n}\sqrt[3]{\frac{n}{m}}}$;

3) $\sqrt{\frac{a^2}{b}\sqrt{\frac{b^2}{a}}}$; 4) $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}}$.

342. 1) $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$; 2) $\sqrt[3]{3\sqrt{3\sqrt{3}}}$;

3) $\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{2}}}}$; 4) $\sqrt{\frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{5}\sqrt{\frac{1}{5}}}}$.

343. 1) $\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}$; 2) $\sqrt[3]{m\sqrt[3]{m\sqrt{m}}}$;

3) $\sqrt{x^3\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}}}$; 4) $\sqrt[3]{a^2\sqrt{a\sqrt{a}}}$.

344. 1) $\sqrt{\frac{m}{n}\sqrt{\frac{n}{m}\sqrt[3]{\frac{m}{n}}}}$; 2) $\sqrt{\frac{a}{b}\sqrt{\frac{a}{b}\sqrt[3]{\frac{b^3}{a}}}}$;

3) $\sqrt[3]{\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2}{a}\sqrt{\frac{1}{a^2}}}}$; 4) $\sqrt[3]{\frac{a}{x}\sqrt{\frac{1}{ax}\sqrt{\frac{a}{x^3}}}}$.

§ 17. Murru nimetaja või lugeja vabastamine irratsionaalsusest.

345. Alljärgnevais harjutustes arvutada tehte tulemus (täpsusega kuni 0,01) kahel viisil:

1) antud avaldist teisendamata;
2) vabastades varem murru nimetaja irratsionaalsusest:

1) $\frac{2}{\sqrt{2}}$; 2) $\frac{3}{\sqrt{3}}$; 3) $\frac{6}{\sqrt{3}}$; 4) $\frac{10}{\sqrt{5}}$.

Kaotada irratsionaalsus murru nimetajast (346—349 *peast!*):

346. 1) $\frac{8}{\sqrt{2}}$; 2) $\frac{18}{\sqrt{6}}$; 3) $\frac{5}{\sqrt{10}}$; 4) $\frac{12}{5\sqrt{3}}$.

347. 1) $\frac{a}{\sqrt{a}}$; 2) $\frac{m}{\sqrt{m}}$; 3) $\frac{2x^2}{\sqrt{x}}$; 4) $\frac{5n}{3\sqrt{n}}$.

348. 1) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}}$; 2) $\frac{5}{2\sqrt[3]{25}}$; 3) $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$; 4) $\frac{7}{5\sqrt[3]{49}}$.

349. 1) $\frac{a}{\sqrt[3]{a^2}}$; 2) $\frac{m}{\sqrt[3]{m}}$; 3) $\frac{x}{\sqrt[4]{x^2}}$; 4) $\frac{n^2}{\sqrt[4]{n^3}}$.

350. 1) $\frac{9}{\sqrt[4]{9}}$; 2) $\frac{5}{\sqrt[4]{125}}$; 3) $\frac{1}{\sqrt[5]{27}}$; 4) $\frac{16}{\sqrt[6]{8}}$.

351. 1) $\frac{a}{\sqrt[7]{x^4}}$; 2) $\frac{a}{b\sqrt[6]{a}}$; 3) $\frac{a}{\sqrt[n]{x^{n-1}}}$; 4) $\frac{a}{\sqrt[n]{x}}$.

352. 1) $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{a-b}}$; 3) $\frac{a+b}{2\sqrt{a-b}}$; 4) $\frac{a-b}{b\sqrt{a+b}}$.

353. 1) $\frac{a+b}{\sqrt[3]{a-b}}$; 2) $\frac{m+n}{\sqrt[3]{(m+n)^2}}$; 3) $\frac{x-2}{\sqrt{x^2-4}}$; 4) $\frac{a+3}{\sqrt[3]{a^2-9}}$.

354. 1) $\frac{2}{2+\sqrt{2}}$; 2) $\frac{12}{3-\sqrt{3}}$; 3) $\frac{18}{\sqrt{7}-1}$; 4) $\frac{8}{\sqrt{5}+1}$.

355. 1) $\frac{m}{\sqrt{m}+1}$; 2) $\frac{n}{1-\sqrt{n}}$; 3) $\frac{x-y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}$; 4) $\frac{a^2-b^2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$.

356. 1) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$; 2) $\frac{4}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}$; 3) $\frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{8}}$; 4) $\frac{14}{\sqrt{3}-\sqrt{10}}$.

357. 1) $\frac{9}{2\sqrt{3}-3}$; 2) $\frac{6}{3\sqrt{2}+4}$; 3) $\frac{17}{3\sqrt{5}-2\sqrt{7}}$; 4) $\frac{15}{5\sqrt{3}-3\sqrt{5}}$.

358. 1) $\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}$; 2) $\frac{8-3\sqrt{7}}{8+3\sqrt{7}}$; 3) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$; 4) $\frac{\sqrt{10}-2\sqrt{3}}{2\sqrt{10}+\sqrt{3}}$.

359. 1) $\frac{7\sqrt{3}-5\sqrt{11}}{8\sqrt{3}-7\sqrt{11}}$; 2) $\frac{3\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{2\sqrt{5}-3\sqrt{2}}$;

3) $\frac{\sqrt{5}-2\sqrt{2}}{3\sqrt{5}-4\sqrt{2}}$; 4) $\frac{7\sqrt{15}-2\sqrt{3}}{10\sqrt{3}+8\sqrt{5}}$.

360. 1) $\frac{\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}}{\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}}$; 2) $\frac{m+n+\sqrt{m^2-n^2}}{m+n-\sqrt{m^2-n^2}}$;

3) $\frac{\sqrt{x^2-a^2}+\sqrt{x^2+a^2}}{\sqrt{x^2-a^2}-\sqrt{x^2+a^2}}$; 4) $\frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}$.

Kaotada irratsionaalsus murru lugejast (361, 362 *peast!*):

361. 1) $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 2) $\frac{\sqrt[3]{9}}{6}$; 3) $\frac{\sqrt{mn}}{m}$; 4) $\frac{\sqrt[5]{n^3}}{n}$.

362. 1) $\frac{2+\sqrt{3}}{3}$; 2) $\frac{\sqrt{2}+1}{3}$; 3) $\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{6}$; 4) $\frac{\sqrt{7}+\sqrt{2}}{15}$.

363. 1) $\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$; 2) $\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{xy}$; 3) $\frac{\sqrt{a}+1}{a}$; 4) $\frac{1-\sqrt{m}}{m}$.

364. 1) $\frac{\sqrt[3]{(x-y)^2}}{x^2-y^2}$; 2) $\frac{3+\sqrt{m}}{3-\sqrt{m}}$; 3) $\frac{a+b\sqrt{x}}{a-b\sqrt{x}}$; 4) $\frac{a\sqrt{x}-b\sqrt{y}}{a\sqrt{x}+b\sqrt{y}}$.

Kaotada irratsionaalsus murru nimetajast:

365. 1) $\frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{7}}$; 2) $\frac{1}{5+\sqrt{7}+\sqrt{11}}$;

3) $\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}}$; 4) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt{3}+\sqrt{5}}$.

366. 1) $\frac{18}{3+\sqrt{5}-\sqrt{2}}$; 2) $\frac{30}{2-\sqrt{3}+\sqrt{5}}$;

3) $\frac{12}{3+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$; 4) $\frac{42}{5-2\sqrt{3}+\sqrt{7}}$.

367. 1) $\frac{5+\sqrt{2}-\sqrt{5}}{5-\sqrt{2}+\sqrt{5}}$; 2) $\frac{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}$;

3) $\frac{2+\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2-\sqrt{6}+\sqrt{2}}$; 4) $\frac{3-\sqrt{5}-\sqrt{2}}{3+\sqrt{5}+\sqrt{2}}$.

368*. 1) $\frac{1}{\sqrt{10}-\sqrt{15}+\sqrt{14}-\sqrt{21}}$; 2) $\frac{2-\sqrt{6}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}-2}$;

3) $\frac{a}{2+\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{6}}$; 4) $\frac{a}{2-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{6}}$.

369*. 1) $\frac{a}{\sqrt{5+\sqrt{3}}}$; 2) $\frac{15}{\sqrt{7-2\sqrt{6}}}$;

3) $\frac{\sqrt{2\sqrt{3}+\sqrt{2}}}{\sqrt{2\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$; 4) $\frac{\sqrt{\sqrt{a}-\sqrt{b}}}{\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}$.

370. 1) $\frac{n}{\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b}}$; 2) $\frac{n}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}$;

3) $\frac{6}{\sqrt[3]{7}-\sqrt[3]{4}}$; 4) $\frac{14}{\sqrt[3]{5}+\sqrt[3]{2}}$.

371. 1) $\frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}$; 2) $\frac{2}{\sqrt[3]{4}+1}$; 3) $\frac{1}{1-\sqrt[3]{5}}$; 4) $\frac{4}{2-3\sqrt[3]{2}}$.

372. 1) $\frac{n}{\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}$; 2) $\frac{n}{\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}}$;

3) $\frac{1}{\sqrt[3]{9}-\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4}}$; 4) $\frac{1}{\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{35}+\sqrt[3]{25}}$.

373. 1) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt[3]{3}}$; 2) $\frac{1}{\sqrt{2}-\sqrt[4]{3}}$; 3) $\frac{a}{\sqrt[6]{3}-\sqrt[6]{2}}$.

§ 18. Ülesandeid teema «Astmed ja juured» kordamiseks.

374. Anda põhjendatud vastused järgmistele küsimustele ning tuua vastavad näited:

1) Kas on õige väide, et irratsionaalarv oma tekkimiselt on seotud mingi juurega?

2) Tuua irratsionaalsete arvude näiteid, mille tekkimine ei ole seoses juurega.

3) Kas on õige väide, et iga lõpmatu kümnendmurd väljendab irratsionaalarvu?

Anda esitatud väitele õige sõnastus.

4) Kas on õiged järgmised väited, et

a) Igale ratsionaalarvule vastab arvteljel üks ja ainult üks punkt?

b) Arvtelje igale punktile vastab kindel ratsionaalarv?

5) Missugused arvud tuleb lisada ratsionaalarvude hulgale, et arvtelje igale punktile vastaks kindel arv?

6) Kuidas mõista järgmist väidet: «Kõigi reaalarvude hulga ja kõigi arvtelje punktide hulga vahel saab vastastikku korraldada ühese vastavuse»?

375. 1) Kirjeldada arvu mõiste järkjärgulist laienemist naturaalarvudest kuni reaalarvudeni, juhindudes järgmisest tabelist:

Arvude vald	Naturaal-arvud ↓	Positiivsed arvud ↓	Ratsionaal-arvud ↓
Arvu mõiste laiendus	Murdarvud ↓	Negatiivsed arvud	Irratsionaal-arvud ↓
Arvu mõiste üldistus	Positiivsed arvud	Ratsionaal-arvud [1]	Reaalarvud

2) Missugused kuuest tehtest (liitmine, lahutamine, korrutamine, jagamine, astendamine ja juurimine) on teostatavad kõigi a) positiivsete arvude, b) ratsionaalarvude, c) reaalarvude vallas?

3) Kui a ja b on naturaalarvud, siis missuguste arvude vallas on lahendatavad järgmised võrrandid:

$$ax=b;\ \frac{x}{a}=b;\ x+a=b;\ x-a=b;\ ax^2-b?$$

4) Kas on alati lahendatav reaalarvude vallas võrrand $ax^2=b$, kui a ja b on mistahes ratsionaalarvud?

376. Anda põhjendatud vastused järgmistele küsimustele ning tuua vastavad näited:

1) Kas kahe irratsionaalarvu summa võib olla ratsionaalarv?

2) Kas kahe irratsionaalarvu korrutis võib olla ratsionaalarv?

3) Kas ratsionaalarv võib olla antud irratsionaalarvu pöördväärtuseks?

4) Kas kõigi a ja b väärtuste puhul on õige valem:

$$\sqrt{ab}=\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}?$$

[1] Ratsionaalarvude hulka kuulub ka arv 0.

377. Kas x kõigi väärtuste puhul on mõte avaldistel:

1) $\sqrt{x-1}$; 2) $\sqrt{1+x^2}$; 3) $\sqrt[3]{x+1}$; 4) $\sqrt{x-2}$;

5) $\frac{1}{\sqrt[3]{x}}$; 6) $\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}$; 7) $\sqrt{x}+\sqrt{-x}$; 8) $\frac{1}{1-\sqrt{x}}$?

Teostada tehted:

378. 1) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$; 2) $\frac{1}{a+a\sqrt{b}}-\frac{1}{a-a\sqrt{b}}$;

3) $\frac{a}{\sqrt{ac}+c}+\frac{c}{\sqrt{ac}-a}-\frac{a+c}{\sqrt{ac}}$;

4) $\frac{1}{a+\sqrt{a^2-b^2}}+\frac{1}{a-\sqrt{a^2-b^2}}$.

379. 1) $\frac{5}{4-\sqrt{11}}+\frac{1}{3+\sqrt{7}}-\frac{6}{\sqrt{7}-2}-\frac{\sqrt{7}-5}{2}$;

2) $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}+\frac{3}{\sqrt{5}-2}-\frac{2}{\sqrt{3}-2}+\frac{\sqrt{3}-1}{6}$;

3) $\frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}+\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}-\frac{\sqrt{2}+3}{\sqrt{2}}$;

4) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{5}+1}{\sqrt{5}-1}$.

380. 1) $\left(1+\frac{a}{\sqrt{a^2-b^2}}\right):\left(a+\sqrt{a^2-b^2}\right)$;

2) $\left(\frac{3}{\sqrt{1+x}}+\sqrt{1-x}\right):\left(\frac{3}{\sqrt{1-x^2}}+1\right)$;

3) $\left(\sqrt{a}+\frac{ab^2+c}{\sqrt{ab^2+c}}\right):\left(b\sqrt{a}+b\sqrt{ab^2+c}\right)$;

4) $\left(\sqrt{ab}-\frac{ab}{a+\sqrt{ab}}\right):\frac{\sqrt[4]{ab}-\sqrt{b}}{a-b}$.

381. 1) $\left(\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{m-\sqrt{m^2-n^2}}-\frac{m-\sqrt{m^2-n^2}}{m+\sqrt{m^2-n^2}}\right):\frac{4m\sqrt{m^2-n^2}}{n^2}$;

2) $\frac{n+2+\sqrt{n^2-4}}{n+2-\sqrt{n^2-4}}+\frac{n+2-\sqrt{n^2-4}}{n+2+\sqrt{n^2-4}}$;

3) $(1-a^2):\left[\left(\frac{1-a\sqrt{a}}{1-\sqrt{a}}+\sqrt{a}\right)\left(\frac{1+a\sqrt{a}}{1+\sqrt{a}}-\sqrt{a}\right)\right]+1$;

4) $\left(\sqrt{a}+\frac{b-\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}\right):\left(\frac{a}{\sqrt{ab}+b}+\frac{b}{\sqrt{ab}-a}-\frac{a+b}{\sqrt{ab}}\right)$.

382. 1) $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-1}{a+\sqrt{ab}}+\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2\sqrt{ab}}\cdot\left(\dfrac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}}+\dfrac{\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}}\right)$;

2) $\left(\dfrac{2}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}-\dfrac{2\sqrt{a}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}\cdot\dfrac{a-\sqrt{ab}+b}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right):4\sqrt{ab}$;

3) $\left[\left(\dfrac{1}{a}-\sqrt[6]{\dfrac{1}{a}}+\sqrt[3]{a^2}\right)^2+\dfrac{2}{a^2}\sqrt[6]{a^5}-\dfrac{3}{a}\sqrt[3]{a^2}\right]:a\sqrt[3]{a}$;

4) $\left[\left(\sqrt{n}-\dfrac{1}{2}\sqrt[4]{n^3}-n\right)^2+\dfrac{7}{4}n\sqrt{n}-n^2\right]:n\sqrt{n}$.

383. 1) $\left(\dfrac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right):(a-b)+\dfrac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$;

2) $\left(\dfrac{\sqrt{1+a}}{\sqrt{1+a}-\sqrt{1-a}}+\dfrac{1-a}{\sqrt{1-a^2}-1+a}\right)\left(\sqrt{\dfrac{1}{a^2}-1}-\dfrac{1}{a}\right)$;

3) $\dfrac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^3+\dfrac{2x^2}{\sqrt{x}}+y\sqrt{y}}{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}+\dfrac{3\sqrt{xy}-3y}{x-y}$;

4) $\dfrac{a-x}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}-\left(\dfrac{a+\sqrt[4]{ax^3}}{\sqrt{a}+\sqrt[4]{ax}}-\sqrt[4]{ax}\right)$.

384. 1) $\dfrac{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(4-\sqrt{15})}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$; 2) $\dfrac{(\sqrt{75}+\sqrt{50})(5-2\sqrt{6})}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$;

3) $\dfrac{7(\sqrt{3}-\sqrt{5})^2}{20(2-\sqrt[4]{15})(2+\sqrt[4]{15})}$; 4) $\dfrac{6(\sqrt{2}-1)^3}{1-5(\sqrt{2}-1)^2}$.

385. Tõestada, et:

1) $x+\sqrt{(x-1)^2}=\begin{cases}2x-1, & \text{kui } x>1;\\ 1, & \text{kui } x<1.\end{cases}$

2) $(m-n)\sqrt{\dfrac{m+n}{(m-n)^2}}=\begin{cases}\sqrt{m+n}, & \text{kui } m>n;\\ -\sqrt{m+n}, & \text{kui } m<n.\end{cases}$

386. Leida viga sofismi $2\cdot2=5$ (?!) tõestuses.

Võtame võrduse: $16-36=25-45$. . . . . (1)

Liidame selle võrduse mõlema poolega $20\frac{1}{4}$, saame:

$16-36+20\frac{1}{4}=25-45+20\frac{1}{4}$; . . . . . (2)

siit $4^2-2\cdot4\cdot\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2=5^2-2\cdot5\cdot\frac{9}{2}+\left(\frac{9}{2}\right)^2$, ... (3)

või $\left(4-\frac{9}{2}\right)^2=\left(5-\frac{9}{2}\right)^2$ . . . . . (4)

Juurinud võrduse mõlemad pooled 2-ga, saame:

$$4-\frac{9}{2}=5-\frac{9}{2}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (5)$$

siit $4=5$ või $2\cdot 2=5$ (?!)

387. Leida avaldise $4x^3-8x^2+2x+3$ arvuline väärtus, kui $x=\frac{1}{2}(1+\sqrt{3})$.

388. Leida avaldise $5x^2-6xy-2y^2$ arvuline väärtus, kui $x=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ ja $y=\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$.

389. Tõestada, et murd $\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}$ omandab väärtuse b, kui $x=\frac{2ab}{b^2+1}$ ning $b>1$, ja väärtuse $\frac{1}{b}$, kui $b<1$.

390. Tõestada, et murd $\frac{x+y-1}{x-y+1}$ omandab väärtuse $(-\sqrt{ab})$, kui $x=\frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1}$ ja $y=\frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1}$.

391. Tõestada, et kui $x=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, siis avaldis ax^2+bx+c muutub nulliks.

392. Lihtsustada avaldis $\frac{1-ax}{1+ax}\sqrt{\frac{1+bx}{1-bx}}$, kui $x=\frac{1}{a}\sqrt{\frac{2a-b}{b}}$, kus $0<a<b<2a$.

393. Lihtsustada avaldis

$$\frac{2b\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}, \text{ kus } x=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{b}{a}}$$

ja $a>0$, $b>0$ ning $a>b$.

394. *Iseseisev töö:*

1) Kindlaks teha, kumb on suurem, kas: a) $\sqrt[3]{0{,}1}$ või $\sqrt{0{,}1}$; b) $\sqrt{3}$ või $\sqrt[3]{5}$; c) $\sqrt{6}$ või 2,44921?

2) Tõestada, et avaldis

$$\sqrt{\frac{3}{4}-x}+\sqrt{2x}-\frac{3}{2}\sqrt{1-4x}$$

muutub nulliks, kui $x=\frac{1}{12}$.

3) Tõestada võrdus:

$$\left(\frac{\sqrt{x^3}-\sqrt{a^3}}{\sqrt{x}-\sqrt{a}}+\sqrt{ax}\right)\left(\frac{\sqrt{x}-\sqrt{a}}{x-a}\right)^2=1.$$

4) Tõestada, et kui $x=\sqrt{ab}$ ja $a>b$, siis

$$\frac{\sqrt{(a+x)(x+b)}+\sqrt{(a-x)(x-b)}}{\sqrt{(a+x)(x+b)}-\sqrt{(a-x)(x-b)}}=\frac{\sqrt{ab}}{b}.$$

5) Teostada tehted ja lihtsustada:

$$\left(\sqrt[6]{28+6\sqrt{3}}+\sqrt[3]{\frac{1}{27}+\frac{\sqrt{3}}{9}}\right)\sqrt[3]{1-3\sqrt{3}}.$$

395. *Raskem iseseisev töö:*

1) Tõestada, et:

$$\left(\frac{2+\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{2+\sqrt{3}}}+\frac{2-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-\sqrt{2-\sqrt{3}}}\right)^2=2.$$

Näpunäide. Kasutada ülesande nr. 329 valemeid.

2) Tõestada, et kolmliige x^3+px+q muutub nulliks, kui

$$x=\sqrt[3]{-\frac{q}{2}+\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}+\sqrt[3]{-\frac{q}{2}-\sqrt{\frac{q^2}{4}+\frac{p^3}{27}}}.$$

Näpunäide. Tähistada kuupjuured vastavalt tähtedega u ja v ning kasutada valemit: $(u+v)^3=u^3+v^3+3uv(u+v)$.

3) Tõestada võrduse $\frac{x^2+ax+b}{x^2+bx+c}=\frac{a}{b}$ õigsus, kui

$$x=-\sqrt{\frac{b^2-ac}{a-b}}.$$

4) Tõestada samasus:

$$\frac{n^3-3n+(n^2-1)\sqrt{n^2-4}-2}{n^3-3n+(n^2-1)\sqrt{n^2-4}+2}=\frac{(n+1)\sqrt{n-2}}{(n-1)\sqrt{n+2}}.$$

Näpunäide. Lahutada algul n^3-3n-2 ja n^3-3n+2 tegureiks.

III PEATÜKK.

RUUTVÕRRANDID JA RUUTVÕRRANDEIKS TAANDUVAD VÕRRANDID.

§ 19. Mittetäielikud ruutvõrrandid.

Lahendada mittetäielikud ruutvõrrandid (396—397 *peast!*):

396. 1) $x^2=256$; 2) $x^2=0{,}64$; 3) $x^2=\frac{25}{81}$; 4) $x^2=2\frac{7}{9}$.

397. 1) $x^2=0{,}3364$; 2) $x^2=2{,}3716$;
3) $5x^2-80=0$; 4) $9x^2-361=0$.

398. 1) $\frac{5}{9}x^2-3380=0$; 2) $0{,}09x^2=0{,}6084$;
3) $67-6x^2=43$; 4) $79-7x^2=16$.

399. 1) $8x^2-0{,}75=0{,}53$; 2) $4{,}3-6x^2=2{,}8$;
3) $2\frac{1}{4}=\frac{2}{9}x^2=2\frac{1}{8}$; 4) $7\frac{1}{4}-\frac{3}{5}x^2=3\frac{1}{2}$.

400. 1) $x^2=2$; 2) $4x^2=5$; 3) $3x^2=1$; 4) $2x^2=1$.

401. *(Peast!)* 1) $x^2-a^2=0$; 2) $x^2-m=0$;
3) $a^2x^2-b^2=0$; 4) $n^2x^2-1=0$;
5) $ax^2-\frac{1}{a}=0$; 6) $ax^2-\frac{b^2}{a}=0$.

402. 1) $x^2-4a^2-12ab-9b^2=0$;
2) $x^2-p^2+2p-1=0$;
3) $\frac{a+b}{a-b}x^2-a^2=-b^2$; 4) $\frac{ax^2}{b}=\frac{b}{a}$.

403. *(Peast!)* 1) $x^2-5x=0$; 2) $x^2+7x=0$;
3) $x^2-0{,}5x=0$; 4) $x^2=0{,}8x$.

404. Kas järgmised võrrandid on samaväärsed:
1) $x-2=4-x$ ja $(x-2)x=(4-x)x$?

2) $x-4=8-3x$ ja $x-4-x^2=8-3x-x^2$?

3) $x-1=3-x$ ja $\frac{1}{x-2}+x-1=3-x+\frac{1}{x-2}$?

4) $2x-5=x+3$ ja $x^2+2x-5=x+3+x^2$?

Lahendada võrrandid:

405. 1) $4x^2+6x=9x^2-15x$; 2) $13x+7x^2=5x^2+8x$;
3) $12x^2-5x=9x^2+7x$; 4) $8{,}5x-3x^2=3{,}5x+2x^2$.

406. 1) $x(x-15)=3(108-5x)$;
2) $47-x(3x+4)=2(17-2x)-62$;
3) $(x-7)(x+3)+(x-1)(x+5)=102$;
4) $10(x-2)+19=(5x-1)(1+5x)$.

407. 1) $(3x-8)^2-(4x-6)^2+(5x-2)(5x+2)=96$;
2) $(2x-7)^2+(3x-5)^2-(4x-9)(4x+9)=$
$=2(64-29x)$.

408. 1) $\frac{5x^2+9}{6}-\frac{4x^2-9}{5}=3$; 2) $\frac{3x^2-11}{8}+\frac{74-2x^2}{12}=10$;
3) $\frac{8x^2-3}{5}+\frac{9x^2-5}{4}=2$; 4) $\frac{13x^2-4}{12}-\frac{20-3x^2}{18}=3\frac{5}{9}$.

409. 1) $\frac{x}{x+1}+\frac{x}{x-1}=2\frac{2}{3}$; 2) $\frac{x}{x+4}+\frac{x}{x-4}=5\frac{5}{9}$;
3) $\frac{x+3}{x-3}+\frac{x-3}{x+3}=3\frac{1}{3}$; 4) $\frac{5x+7}{x-2}-\frac{2x+21}{x+2}=8\frac{2}{3}$.

410. 1) $(x+a)(x-b)+(x+b)(x-a)=2a^2-2ab$;
2) $(a+x)(a+2x)-(a-x)(a-2x)=$
$=(a+3x)^2-a^2-9b^2$;
3) $(ax+b)^2-(a-bx)^2-4abx+a^2(x^2-1)=0$.

411. 1) $\frac{a^3x}{b}=\frac{b}{ax}$; 2) $\frac{ax}{b^2}=\frac{b^2}{a^5x}$; 3) $\frac{a^5}{b^3x}=\frac{bx}{a^5}$; 4) $\frac{m^3}{n^2x}=\frac{n^4x}{m}$.

412. 1) $\frac{x}{x+a}+\frac{x}{x-a}=2\frac{2}{3}$; 2) $\frac{ax+b}{a}=\frac{ab}{a^2-x}$;
3) $\frac{ax+b}{x-a}=\frac{x-b}{x+a}$; 4) $\frac{x+a}{x-a}+\frac{x-a}{x+a}=\frac{a(3x+2a)}{x^2-a^2}$.

Arvutada järgmiste võrrandite irratsionaalsete lahendite ligikaudsed väärtused (täpsusega kuni 0,01):

413. 1) $x^2-5=0$; 2) $x^2=223$; 3) $2x^2=30$; 4) $\frac{x^2}{5}=0{,}3$.

414. Missuguste q väärtuste puhul võrrandil $x^2=q$ on kaks lahendit (reaalset)?

§ 20. Täielikud ruutvõrrandid.[1]

(Lahendada kaksliikme täisruudu eraldamise teel võrrandid 415—417).

415. 1) $x^2+8x-33=0$; 2) $x^2+12x-64=0$;
3) $x^2-8x=20$; 4) $x^2-4x=45$.

416. 1) $x^2+12x=-35$; 2) $x^2+14x+24=0$;
3) $x^2-11x+30=0$; 4) $x^2-11x=60$.

417. 1) $x^2+x-30=0$; 2) $x^2-x-12=0$;
3) $x^2+x-20=0$; 4) $x^2-7x+12=0$.

418. 1) Missuguste x väärtuste puhul kolmliige $y=x^2+7x+10$: a) võrdub nulliga; b) omab väärtuse 4?
c) kas võib antud kolmliige omada väärtuse (-5)?
2) Missuguste x väärtuste puhul kolmliikmel $y=x^2+7x+6$ ja kaksliikmel $y=x+1$ on võrdsed väärtused ja missugused nimelt?

Lahendada võrrandid:

419. 1) $x^2-\frac{5}{3}x-26=0$; 2) $x^2-4\frac{1}{2}x+4\frac{1}{2}=0$;
3) $x^2+2\frac{1}{2}x+1=0$; 4) $x^2+3\frac{5}{12}x+2=0$;
5) $x^2-2{,}4x-13=0$; 6) $x^2-5{,}6x+6{,}4=0$.

420. 1) $3x^2-5x-2=0$; 2) $2x^2-7x+6=0$;
3) $4x^2+x-3=0$; 4) $5x^2-8x+3=0$.

421. 1) $10x^2-3x-1=0$; 2) $3x^2+2x-8=0$;
3) $3x^2+11x+6=0$; 4) $4x^2-17x-15=0$.

422. 1) $(3x-1)(x+2)=20$; 2) $(x-4)(4x-3)+3=0$;
3) $(x-3)^2+(x+4)^2-(x-5)^2=17x+24$;
4) $(x+5)^2+(x-2)^2+(x-7)(x+7)=11x+30$.

423. 1) $\frac{3x-7}{x+5}=\frac{x-3}{x+2}$; 2) $\frac{5+2x}{4x-3}=\frac{3x+3}{7-x}$;
3) $\frac{2x-5}{x-1}=\frac{5x-3}{3x+5}$; 4) $\frac{5-x}{2x-1}=\frac{15-4x}{3x+1}$.

424. 1) $\frac{x^2}{5}-\frac{2x}{3}=\frac{x+5}{6}$; 2) $\frac{x(x-7)}{3}-1=\frac{11x}{10}-\frac{x-4}{3}$;
3) $\frac{5(x-1)}{4}=\frac{x}{6}+\frac{6}{x}$; 4) $\frac{7}{x}-\frac{21+65x}{7}+8x+11=10$.

[1] Paralleelselt harjutuste lahendamisega ruutvõrrandite abil on väga soovitav lahendada ka § 22 antud ülesandeid.

425. 1) $\frac{(x+3)^2}{5}+1-\frac{(3x-1)^2}{5}=\frac{x(2x-3)}{2}$;

2) $\frac{5x-x^2}{3}-\frac{(5x-11)^2}{4}=6-\frac{(7-x)^2}{2}$;

3) $\frac{(x-12)^2}{6}-\frac{x}{9}+\frac{x(x-9)}{18}=\frac{(x-14)^2}{2}+5$;

4) $6x+\frac{(3+5x)^2}{2}=\frac{8-2x}{5}-\frac{(x+3)(x+7)}{2}$.

426. 1) $3x+\frac{(x-3)^2}{4}=\frac{(x+3)^2}{8}+\frac{(x+1)(x-1)}{3}$;

2) $\frac{5x-1}{9}+\frac{3x-1}{5}=\frac{2}{x}+x-1$;

3) $x-7+\frac{(x-6)^2}{3}=\frac{(x+4)^2}{2}-\frac{(x+2)(x+6)}{4}$.

427. Kas järgmised võrrandid on samaväärsed?

1) 1) $x-7=3-x$ ja $(x-7)x=(3-x)x$;

2) $(x-4)(x+2)=5(x-4)$ ja $x+2=5$;

3) $x+2=3$ ja $(x+2)^2=3(x+2)$;

4) $(3-x)(x-1)=(x+2)(x-1)$ ja $3-x=x+2$;

5) $\frac{x+1}{x-1}=\frac{3-x}{x-1}$ ja $x+1=3-x$;

6) $x^2+5x+8=2$ ja $x^2+5x+6=0$.

Lahendada võrrandid:

428. 1) $\frac{6}{5x-1}=3x+8$; 2) $5x+6=\frac{7}{2x+9}$;

3) $\frac{x(1-x)}{1+x}=6$; 4) $5-\frac{45}{4x^2-1}=\frac{3x}{2x-1}-\frac{39}{2x+1}$.

429. 1) $4-\frac{x-1}{x+1}=\frac{2(x+7)}{x+1}-\frac{x+11}{x^2-1}$;

2) $\frac{14}{x^2-9}+\frac{4-x}{3+x}=\frac{7}{x+3}-\frac{1}{3-x}$;

3) $\frac{7}{x+1}+\frac{x+4}{2x-2}=\frac{3x^2-38}{x^2-1}$;

4) $\frac{x+0{,}5x}{9x+3}=\frac{x+2}{3x-1}-\frac{8x^2+3}{9x^2-1}$.

430. 1) $\frac{13-x}{3+x}+\frac{6}{x^2-9}=\frac{3}{x+3}-\frac{2}{3-x}$;

2) $\frac{1}{2-x}-1=\frac{1}{x-2}-\frac{6-x}{3x^2-12}$;

3) $\frac{1}{x+2}-\frac{1}{x+4}=\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+1}$;

4) $\frac{3}{x-2}-\frac{4}{x-1}=\frac{1}{x-4}-\frac{2}{x-3}$.

431. 1) $1-\frac{8}{x-4}=\frac{5}{3-x}-\frac{8-x}{x+2}$;

2) $1-\frac{3-2x}{5-x}=\frac{3}{3-x}-\frac{x+3}{x+1}$;

3) $\frac{x+1}{4x}-\frac{5x-1}{2x-4}=\frac{8-x}{3x^2-6x}-\frac{x-5}{x-2}$;

4) $\frac{20+x}{2x-2}-\frac{9x^2+x+2}{6x^2-6}=\frac{5-3x}{x+1}-\frac{10-4x}{3x+3}$.

432. 1) $\frac{30}{x^2-1}-\frac{13}{x^2+x+1}=\frac{7+18x}{x^3-1}$;

2) $\frac{2}{x^2-x+1}=\frac{1}{x+1}+\frac{2x-1}{x^3+1}$;

3) $\frac{13}{x^3+1}-\frac{17x+10}{5x^2-5x+5}=-\frac{5}{x+1}$;

4) $\frac{x+36}{x^3-1}=\frac{x+6}{x-1}-\frac{x^2-x+16}{x^2+x+1}$.

433. 1) $\frac{1}{4x+8}=\frac{20x+1}{4x^2-16}-\frac{7-5x}{x^2-4x+4}$;

2) $\frac{2}{x^2-4}-\frac{1}{x^2-2x}+\frac{x-4}{x^2+2x}=0$;

3) $\frac{1}{x^3-x^2+x-1}-\frac{4}{x+1}=\frac{x^2+10x}{x^4-1}-\frac{4x^2+21}{x^3+x^2+x+1}$;

4) $\frac{5}{x^2-4}-\frac{8}{x^2-1}=\frac{2}{x^2-3x+2}-\frac{20}{x^2+3x+2}$.

434. 1) $\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+20}=\frac{1}{x+4}+\frac{1}{x+8}$;

2) $\frac{1}{x-6}+\frac{1}{x-4}=\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x-7}$;

3) $\frac{1}{x-8}-\frac{1}{x-2}=\frac{1}{x-11}-\frac{1}{x-10}$;

4) $\frac{1}{x-9}+\frac{1}{x-7}=\frac{1}{x+18}+\frac{1}{x-10}$.

435. 1) $\frac{1}{6x+6}+\frac{1}{3x+6}=\frac{1}{x+3}$; 2) $\frac{4}{x^2-4}=\frac{1}{x-2}+\frac{1}{2x+2}$;

3) $\frac{x+11}{x^2-1}-\frac{x-1}{x+1}=\frac{2(x+7)}{x+1}-4$;

4) $\frac{4(3x+1)}{(x-1)(x+3)}=\frac{3x-2}{x-1}-\frac{2x+3}{x+3}$.

436. 1) $\sqrt{2}z^2+4\sqrt{3}z-2\sqrt{2}=0$;

2) $z^2+2(\sqrt{3}+1)z+2\sqrt{3}=0$;

3) $\frac{x\sqrt{5}}{2x-\sqrt{5}}=\frac{2x}{x\sqrt{5}-3}$; 4) $\frac{2x}{x\sqrt{3}-5}=\frac{x\sqrt{3}}{x-2\sqrt{3}}$.

437. Arvutada järgmiste võrrandite irratsionaalsete lahendite ligikaudsed väärtused (täpsusega kuni 0,1):

1) $2x^2+15x+5=0$; 2) $3x^2+14x+4=0$;

3) $5x^2+24x+9=0$; 4) $7x^2-27x+12=0$;
5) $4x^2+3x-2=0$; 6) $6x^2-10x-1=0$.

438. Lahendada järgmised võrrandid graafiliselt:

1) $x^2-2x-3=0$; 2) $x^2-x-2=0$;
3) $2x^2-3x-4=0$; 4) $\frac{2x-5}{x-1}=\frac{5x-3}{3x+5}$

Lahendada täheliste koefitsientidega ruutvõrrandid:

439. 1) $x^2+2ax-3a^2=0$; 2) $x^2-11ax-60a^2=0$;
3) $x^2-3ax+2a^2-ab-b^2=0$;
4) $x^2-4ax+4a^2=b^2$.

440. 1) $x^2-(2a-b)x+a^2-ab-2b^2=0$;
2) $x^2-5(a-b)x+6a^2-13ab+6b^2=0$;
3) $(a^2-b^2)x^2-4abx=a^2-b^2$;
4) $(ax-b)^2+(a-bx)^2+4abx=2(a^2+b^2)x$.

441. 1) $x+\frac{1}{x}=a+\frac{1}{a}$; 2) $\frac{x-b}{a-b}=\frac{x^2}{a^2}$;
3) $\frac{3x-a}{a}=\frac{4x-a}{2x}$; 4) $\frac{2x-a}{b}=\frac{4x-b}{2x+a}$.

442. 1) $1+\frac{4a}{x+a}=\frac{3x}{2x-a}$; 2) $\frac{1}{b+x}=\frac{3b}{2x^2}-\frac{1}{x}$;
3) $\frac{3x+a}{b}=4-\frac{9x-3a}{6x-b}$; 4) $\frac{m}{x-m}-\frac{x}{x+m}=\frac{7}{5}$.

443. 1) $\frac{2x}{x+b}+\frac{x}{x-b}=\frac{b^2}{4x^2-4b^2}$;
2) $\frac{5a^2}{4x^2-a^2}=\frac{2x}{2x-a}-\frac{x}{2x+a}$;
3) $\frac{x^2+4ab}{b^2-x^2}=\frac{x-a}{x+b}-\frac{x+a}{x-b}$; 4) $\frac{2x}{x-a}-\frac{3x^2}{x^2-a^2}=\frac{9a}{2a+2x}$

444. 1) $\frac{2x}{x-b}+\frac{12x^2}{b^2-x^2}=\frac{b-x}{x+b}$;
2) $\frac{2ax}{2ax-b}=\frac{3b}{2ax+b}-\frac{a^2x^2+2b^2}{b^2-4a^2x^2}$;
3) $\frac{x}{x-a}-\frac{2a}{x+a}=\frac{8a^2}{x^2-a^2}$;
4) $\frac{x}{a}+\frac{1}{ax-bx}+\frac{b}{a^2x-abx}=\frac{2}{a-b}$.

445. 1) $\frac{a+b}{2a-ax+2-x}+\frac{1}{a+1}=\frac{b+1}{2x-x^2}$;
2) $x+\frac{1}{x}=\frac{a-b}{a+b}+\frac{a+b}{a-b}$; 3) $a^2-\frac{a^2-b^2}{2x-x^2}=\frac{b^2(x+2)}{x-2}$;
4) $\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-b}-\frac{1}{x-c}=0$.

446. 1) $\frac{a-x}{x-b}-\frac{x-b}{x-a}=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$; 2) $\frac{2a+m}{a+x}-\frac{2a-m}{a-x}=\frac{2a}{m}$;

3) $\frac{1}{m}+\frac{1}{n}+\frac{1}{x}=\frac{1}{m+n+x}$;

4) $\frac{a}{bx}\left(1-\frac{b^2}{a^2}\right)=\frac{b(x+2)}{a}-\frac{a(x-2)}{b}$.

447. 1) $\frac{2x(x+1)}{6x+3}-\frac{(a+2)(2-a)}{6a}=\frac{1}{4x+2}$;

2) $\frac{1}{cx+nx}-\frac{1}{ac+an}=\frac{a-x}{2ax^2}$;

3) $\frac{n-p+1}{nx+px}=\frac{1}{(n+p)^2}+\frac{n-p}{x^2}$;

4) $\frac{1}{ax-cx^2}-\frac{1}{a-c}=\frac{d(x-1)}{a^2-acx-ac+c^2x}$.

§ 21. Ruutvõrrandi lahendite omadused.

Alljärgnevaid võrrandeid lahendamata otsustada, missuguseil neist on kaks erinevat lahendit, kaks võrdset lahendit või ei ole lahendeid (reaalseid).

448. 1) $x^2-4x+4=0$; 2) $x^2-4x+3=0$;
3) $x^2+7x+15=0$; 4) $x^2-2x+5=0$.

449. 1) $x^2-10x+25=0$; 2) $x^2+16x+48=0$;
3) $x^2-14x+49=0$; 4) $x^2+x-1=0$.

450. 1) $x^2-4x-8=0$; 2) $4x^2+6x+9=0$;
3) $7x^2-x-1=0$; 4) $2x^2-3x+1=0$.

451. 1) $12x-4=x^2$; 2) $4x^2+5=10x$;
3) $4x^2+9x=-2$; 4) $2x^2+3x=2$.

Järgmisi võrrandeid lahendamata määrata lahendite märgid:

452. 1) $x^2-6x+5=0$; 2) $x^2+4x-5=0$;
3) $x^2+20x+19=0$; 4) $x^2-20x-300=0$.

453. 1) $2x^2+5x+2=0$; 2) $3x^2+8x-4=0$;
3) $4x^2-10x+5=0$; 4) $8x^2-1=2x$.

454. 1) Missuguste k täisarvuliste positiivsete väärtuste puhul on võrrandil $x^2-4x+k=0$ kaks erinevat (reaalset) lahendit?

2) Missuguste m täisarvuliste negatiivsete väärtuste puhul võrrandil $2x^2-6x+m+7=0$ on kaks erinevat (reaalset) lahendit?

Missuguste a väärtuste puhul omavad järgmised võrrandid kaht võrdset lahendit?

455. 1) $x^2+ax+9=0$; 2) $x^2+12x+a=0$;
3) $ax^2+4x+1=0$; 4) $9x^2+6x+a=0$.

456. 1) $4x^2+ax+9=0$;
2) $x^2+2(a-4)x+a^2+6a+3=0$;
3) $(2+a)x^2+6ax+4a+1=0$;
4) $(a-1)x^2+2(a+1)x+a-2=0$.

457. Missuguse k väärtuse puhul on võrrandil:

1) $x^2+kx+15=0$ lahend 5?
2) $x^2+kx-24=0$ „ -3?
3) $kx^2-15x-7=0$ „ 7?
4) $kx^2+12x-3=0$ „ $\frac{1}{5}$?
5) $x^2-2ax+k=0$ „ $a-b$?
6) $x^2+kx+a^2-b^2=0$ „ $a+b$?

Koostada ruutvõrrandid nende lahendite järgi:

458. *(Peast!)* 1) 3 ja 5; 2) 4 ja -7; 3) -6 ja -2; 4) -1 ja -3.

459. *(Peast!)* 1) -3 ja 3; 2) 1 ja -1; 3) 4 ja 0; 4) 0 ja -2.

460. 1) $\frac{1}{3}$ ja $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{1}{5}$ ja $\frac{1}{4}$; 3) $\frac{1}{6}$ ja $-\frac{1}{9}$; 4) $-\frac{1}{7}$ ja $-\frac{1}{2}$.

461. 1) $\frac{3}{4}$ ja $\frac{1}{2}$; 2) $\frac{5}{6}$ ja $-\frac{3}{5}$; 3) $-\frac{3}{5}$ ja $\frac{3}{5}$; 4) $\frac{2}{3}$ ja $-\frac{2}{3}$.

462. 1) 0,6 ja 0,5; 2) 0,4 ja $-0{,}01$; 3) $-\frac{1}{3}$ ja 3; 4) 5 ja $-\frac{1}{5}$.

463. 1) $-\frac{3}{4}$ ja $-\frac{4}{3}$; 2) $3\frac{1}{3}$ ja $-2\frac{1}{2}$; 3) 1,5 ja $-0{,}4$.

464. 1) $\sqrt{2}$ ja $\sqrt{3}$; 2) $\sqrt{5}$ ja $-\sqrt{2}$; 3) $2\sqrt{3}$ ja $3\sqrt{2}$;
4) $-4\sqrt{3}$ ja $-\sqrt{6}$.

465. 1) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ja $\frac{\sqrt{2}}{3}$; 2) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ ja $-\frac{\sqrt{3}}{2}$;
3) $2+\sqrt{2}$ ja $2-\sqrt{2}$; 4) $1+\sqrt{3}$ ja $1-\sqrt{3}$.

466. 1) $1+2\sqrt{2}$ ja $1-2\sqrt{2}$; 2) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$ ja $\frac{1-\sqrt{2}}{2}$;
3) $\frac{3+2\sqrt{5}}{3}$ ja $\frac{3-2\sqrt{5}}{3}$; 4) $\frac{-1+\sqrt{2}}{4}$ ja $-\frac{-1-\sqrt{2}}{4}$.

467. 1) $2a$ ja $-b$; 2) $-4a$ ja $3b$; 3) $a+b$ ja $a-b$; 4) $\frac{a}{2}$ ja $\frac{a}{5}$.

468. 1) $\frac{b}{a}$ ja $\frac{a}{b}$; 2) $a-2b$ ja $a+2b$;
3) $\frac{m+n}{2}$ ja $\frac{m-n}{2}$; 4) $\frac{m+n}{2}$ ja $\frac{n}{2}$.

469. 1) $\frac{a+b}{a-b}$ ja 1; 2) $\frac{a}{1-a}$ ja $\frac{b}{1-a}$; 3) $\frac{a+b}{a-b}$ ja $-\frac{a-b}{a+b}$.

470. 1) $a+\sqrt{b}$ ja $a-\sqrt{b}$; 2) $\sqrt{a}+\sqrt{b}$ ja $\sqrt{a}-\sqrt{b}$;
3) $3m+2n\sqrt{5}$ ja $3m-2n\sqrt{5}$; 4) $a+b\sqrt{m}$ ja $a-b\sqrt{m}$.

Lahutada tegureiks järgmised kolmliikmed:

471. 1) x^2-4x+3; 2) $x^2-10x+9$;
3) $x^2-2x-35$; 4) $x^2-4x-60$.

472. 1) $x^2+7x+10$; 2) $x^2+25x+114$;
3) $a^2-17a+72$; 4) $a^2-29a+198$.

473. 1) m^2-m-56; 2) m^2-m-12;
3) $3x^2-7x-40$; 4) $5x^2-17x-126$.

474. 1) $2a^2-5a+2$; 2) $3a^2-2a-1$;
3) $5m^2+m-4$; 4) $2m^2-m-3$.

475. 1) $x^2-ax-6a^2$; 2) $x^2+ax-2a^2$;
3) $x^2-2ax+(a^2-b^2)$; 4) $x^2-6bx-(4a^2-9b^2)$.

476. 1) $4x^2-4a^2x+a^4-b^4$; 2) $4x^2-20ax+9a^2$;
3) $abx^2-(a^2+b^2)x+ab$;
4) $(a^2-b^2)x^2-4abx-(a^2-b^2)$.

477. Taandada järgmised murrud:

1) $\frac{a^2+6a-91}{a^2+8a-105}$; 2) $\frac{2a^2+8a-90}{3a^2-36a+105}$;
3) $\frac{a^2-9ab+14b^2}{a^2-ab-2b^2}$; 4) $\frac{2a^2-ab-3b^2}{2a^2-5ab+3b^2}$.

478. Võrrandi $x^2+3x+m=0$ lahendeiks on x_1 ja x_2. Missuguse m väärtuse puhul on:
1) võrrandi lahendite vahe 6?
2) võrrandi lahendite ruutude summa 34?
3) võrrandi lahendite ruutude vahe 30?
4) võrrandi üks lahendeist teisest kaks korda suurem?

479. Avaldada p ja q kaudu:
1) võrrandi $x^2+px+q=0$ lahendite ruutude summa ja ruutude vahe;
2) võrrandi $x^2+px+q=0$ lahendite kuupide summa ja kuupide vahe.

480. Leida võrrandi $ax^2+bx+c=0$ lahendite ruutude summa ja kuupide summa.

481. Võrrandit $x^2-2x-15=0$ lahendamata arvutada:
1) selle lahendite ruutude summa;
2) selle lahendite ruutude vahe;
3) selle lahendite kuupide summa;
4) selle lahendite kuupide vahe.

482. Võrrandi $x^2-8x+q=0$ lahendite ruutude summa on 34. Lahendada võrrand.

483. Lahendada võrrandid: 1) $x^2+px+21=0$ teades, et selle lahendite ruutude summa on 58;
2) $x^2+px+45=0$ teades, et selle lahendite vahe ruut on 144.

484. Koostada ruutvõrrand, mille lahendeiks oleksid võrrandi 1) $x^2+px+q=0$; 2) $ax^2+bx+c=0$ lahendite pöördväärtused.

485. Koostada ruutvõrrand, mille lahendid on võrrandi 1) $x^2+px+q=0$; 2) $ax^2+bx+c=0$ lahendeist n korda suuremad.

486. Koostada ruutvõrrand, mille lahendid on võrrandi $x^2+px+q=0$ lahendeist $\frac{p}{2}$ võrra suuremad.

487. Näidata, et kui ruutvõrrandi $ax^2+bx+c=0$ diskriminant võrdub nulliga, siis selle võrrandi vasak pool on täisruut.

488. Võrrandis $x^2-6x+q=0$ leida q see väärtus, mille puhul selle võrrandi lahendid x_1 ja x_2 rahuldavad võrrandit $3x_1+2x_2=20$.

489. Võrrandis $3x^2-5x+k=0$ leida k väärtus, mille puhul selle võrrandi lahendid x_1 ja x_2 rahuldavad võrrandit $6x_1+x_2=0$.

490. Võrrandis $x^2-10x+q=0$ leida q väärtus, mille puhul selle võrrandi lahendite ruutude summa on 68.

491. On antud võrrand $x^2-3x+2=0$. Lahendamata seda võrrandit koostada uus võrrand, mille lahendeiks on antud võrrandi lahendite kuubid.

492. Võrrandit $\frac{x^2}{3}+1=\frac{13}{27}+x$ lahendamata koostada uus võrrand, mille lahendeiks on antud võrrandi lahendite vastupidise märgiga võetud pöördväärtused.

493. Koostada ruutvõrrand, mille tundmatu esimese astme koefitsiendiks on (-12) ja üks lahendeist kaks korda suurem teisest.

494. Missuguse k väärtuse puhul kummalgi järgnevaist võrrandeist on kahekordsed lahendid (s. o. võrdsed lahendid):

1) $(k+2)x^2+6kx+4k+1=0$;

2) $x^2+2(k-4)x+k^2+6k+3=0$?

495. 1) *(Peast!)* Ratsionaalsete koefitsientidega ruutvõrrandi üks lahend on $2+\sqrt{5}$. Leida teine lahend.

2) Missugusel juhtumil, diskriminanti arvutamata, võib ütelda, et antud ruutvõrrandil on reaalsed lahendid?

496. Missugused lahendid on võrrandil $x^2-px+q=0$, kui võrrandi $x^2+px+q=0$ lahendeiks on x_1 ja x_2?

497. Võrrandeid $x^2-6x+9=0$ ja $6x=18$ rahuldab ainult väärtus $x=3$. Kas võib väita, et need võrrandid on samaväärsed?

498. Millega võrdub ruutvõrrandi diskriminant, mille vasak pool pärast normaalkuju andmist võrrandile kujutab summa või vahe täisruutu?

499. Missugune seos peab olema võrrandi $ax^2+bx+c=0$ koefitsientide vahel, et selle lahendite summa oleks kaks korda suurem nende vahest?

§ 22. Ülesandeid ruutvõrrandite abil lahendamiseks.

500. Kahe arvu korrutis on 240. Leida need arvud, kui üks arv on teisest 8 võrra suurem.

501. Kahe arvu korrutis on (— 150), nende summa võrdub 5. Leida need arvud.

502. Lahutada arv 270 kaheks teguriks nii, et nende summa on 33.

503. Kahe arvu ruutude summa on 89. Leida need arvud, kui üks arv on teisest 3 võrra suurem.

504. On vaja tarastada ristkülikukujuline aiamaa, mille üks külg on 10 m pikem kui teine. Leida tara pikkus teades, et maatüki pindala on 1200 m².

505. Ristküliku kõrgus moodustab 75% tema alusest. Leida selle ristküliku ümbermõõt teades, et ristküliku pindala on 48 m².

506. Niit on ühe ruudu ümbermõõdu pikkune. Selle otsast lõigati ära 36 cm. Niiviisi lühendatud niidi pikkus võrdub teise ruudu

ümbermõõduga, mille pindala on $2\frac{1}{4}$ korda vähem esimese pindalast. Leida niidi esialgne pikkus.

507. Kui ruudukujulisest plekitahvlist lõigati ära 3 cm laiune riba, siis jäi järele 10 cm² plekki. Leida plekitahvli esialgsed mõõted.

508. Osteti kaht sorti kaupa: esimest sorti 210 rbl. ja teist 156 rbl. eest. Esimest sorti, mille kilogrammi hind oli rubla võrra kallim, osteti 3 kg rohkem kui teist. Mitu kilogrammi kaupa osteti kumbagi sorti?

509. Osteti kaht sorti kaupa: esimest sorti 320 rbl. ja teist 240 rbl. eest. Teist sorti, mille kilogramm oli 8 rubla odavam, osteti 4 kg rohkem kui esimest. Mitu kilogrammi kaupa osteti kumbagi sorti?

510. Ma lugesin läbi 480-leheküljelise raamatu, lugedes iga päev ühepalju. Kui ma oleksin lugenud iga päev 16 lehekülge rohkem, siis oleksin lõpetanud raamatu lugemise 5 päeva varem. Mitme päevaga ma lugesin raamatu läbi?

511. Jalanõude muretsemiseks lastekodu kasvandikele määrati 3120 rbl. Ostmisel osutus, et jalanõude hind paarilt oli alandatud 5 rbl. võrra, mistõttu sama summa eest võis osta 4 paari rohkem. Mitu paari jalanõusid kavatseti osta esialgu?

512. Teatud hulk isikuid pidi tasuma kokku 240 rbl. Maksmise ajal kaks neist puudusid, mistõttu teised maksid ka nende osa, suurendades oma osamaksu 4 rbl. võrra. Mitu isikut võttis osa maksmisest?

513. Mul on aiamaad 280 m², mu naabril 360 m². Me hakkasime aiamaad üheaegselt kaevama; naaber kaevas iga päev 10 m² rohkem kui mina, kuid ma lõpetasin töö pool päeva varem temast. Kui suure maa-ala kaevasin iga päev mina ja kui suure minu naaber?

514. 15 tonni juurvilja transportimiseks telliti ühesuguse kandejõuga veomasinaid. Et garaažis säärase kandejõuga vabu masinaid ei olnud, siis saadeti teisi masinaid ühe võrra rohkem, sest nende kandejõud oli $\frac{1}{2}$ tonni vähem kui suuremail masinail. Mitu tonni juurvilja laaditi igale masinale?

515. Kolhoos pidi täis külvama teatavaks tähtajaks 200 ha. Et ta külvas iga päev 5 ha võrra rohkem kui oli plaanis ette nähtud, siis lõpetas külvi 2 päeva enne tähtaega. Mitme päevaga lõpetati külv?

516. Sotsialistliku töö kangelased Platonov ja Sahnov said 1947. a. oma maatükkidelt vastavalt 775 ts ja 610 ts nisu. Platonovi brigaadi maatükk oli 5 ha suurem kui Sahnovi brigaadi maatükk ja saak ühelt hektarilt oli Sahnovil 0,5 ts võrra madalam kui Platonovil. Leida Sahnovi brigaadi ja Platonovi brigaadi maatüki suurus ja nisusaak ühelt hektarilt.

517. Kaks sõiduautot väljuvad ühest linnast teise. Esimese sõidukiirus tunnis on 10 km suurem kui teise kiirus ja seepärast jõuab ta kohale 1 tund varem. Leida kummagi auto kiirus, kui on teada, et linnade-vaheline kaugus on 560 km.

518. Kaks lennukit tõusid üheaegselt aerodroomilt lennuks punkti, mis on aerodroomist 1600 km kaugusel. Ühe lennuki kiirus tunnis on 80 km suurem kui teise kiirus ja seepärast saabub ta sihtkohta 1 tund enne teist. Leida kummagi lennuki kiirus.

519. Kaks jalgratturit, väljudes üheaegselt, sõidavad kolhoosist linna, mis on 56 km kaugusel. Teine jalgrattur jääb igas tunnis esimesest maha 2 km ja seepärast jõuab ta linna 30 minutit hiljem kui esimene. Leida kummagi jalgratturi kiirus.

520. Kahe raudteejaama vaheline kaugus on 150 km. Kiirrong sõidab selle vahemaa 45 minutit kiiremini kui reisirong. Leida kummagi rongi kiirus, kui on teada, et reisirong sõidab tunnis 10 km vähem kui kiirrong.

521. Kolme järjestikuse paaritu arvu ruutude summa on 155. Leida need arvud.

522. Koostada ülesanne, mis lahendub võrrandi abil:

$$1)\ x(x-4)=60;\quad 2)\ \frac{180}{x}-\frac{180}{x+15}=2.$$

523. 1) Missuguse arvutussüsteemi alusel tuleks arvu 129 asemel kirjutada 243?

2) Missuguse arvutussüsteemi alusel on kehtiv järgmine võrdus: $4 \cdot 13 = 100$?

524. Murru nimetaja on lugejast 3 võrra suurem. Kui selle murruga liita tema pöördväärtus, siis saame 2,9. Leida see murd.

525. Murru lugeja on nimetajast 2 võrra vähem. Kui selle murruga liita tema pöördväärtus, siis saame $2\frac{4}{15}$. Leida see murd.

526. Kahe järjestikuse täisarvu ruutude summa on 29 võrra suurem kolmekordsest vähemast arvust. Leida need arvud.

527. Missuguse arvuga tuleb jagada 73, et jagatis oleks 3 võrra suurem jagajast ja jääk 4 võrra vähem jagajast?

528. Kahe positiivse arvu korrutamisel, millest korrutatav oli 94 võrra suurem korrutajast, õpilane eksis, võttes korrutises kümneliste numbri 4 võrra vähema. Selle kontrollimisel, jagades saadud korrutise korrutajaga, sai ta jagatise 139 ja jäägi 6. Missuguseid arve õpilane korrutas?

529. Kahe positiivse arvu korrutamisel, millest üks oli 195 võrra teisest suurem, õpilane eksis, võttes korrutises sajaliste numbri 3 võrra vähema. Selle tulemusena, jagades saadud korrutise vähema teguriga, sai ta jagatise 430 ja jäägi 174. Missuguseid arve õpilane korrutas?

530. Korrutades kahekohalise arvu tema numbrite summaga saame 1666. Leida see arv teades, et ta kümneliste number on üheliste omast 1 võrra suurem.

531. Kui kahekohaline arv korrutada tema numbrite summaga, saame 814. Leida see arv teades, et ta kümneliste number on üheliste omast 3 võrra suurem.

532. Kahekohalise arvu numbrite summa on 8. Selle arvu korrutis numbrite ümberpaigutamisel saadud arvuga võrdub 1855. Leida see arv.

533. Kahekohalise arvu numbrite summa on 5. Selle arvu korrutis ta numbrite ümberpaigutamisel saadud arvuga on 736. Leida see arv.

534. 240-meetrisel vahemaal tegi sõiduki esiratas 20 pööret rohkem kui tagaratas, mille ümbermõõt on 1 m võrra suurem esiratta ümbermõõdust. Leida kummagi ratta ümbermõõt.

535. Sõiduki tagaratta ümbermõõt on 2 korda suurem esiratta omast. Kui esiratta ümbermõõtu suurendada 5 dm ja tagaratta ümbermõõtu vähendada 5 dm, siis 150-meetrisel vahemaal teeks esiratas 15 pööret rohkem tagarattast. Leida kummagi ratta ümbermõõt.

536. Kahele õpilasbrigaadile tehti ülesandeks kooliaia korrastamine. Koos töötades lõpetaksid nad korrastamise 6 päevaga. Eraldi töötades lõpetaks üks brigaad selle töö 5 päeva varem kui teine. Mitme päevaga kumbki õpilasbrigaad, töötades eraldi, lõpetaks selle töö?

537. Veepaak täitub kahe toru kaudu 2 tunni 55 minutiga. Esimene toru võib täita paagi 2 tunni võrra kiiremini kui teine. Mitme tunniga kumbki toru üksi võib täita paagi?

538. Kaks rehepeksumasinat masindavad koristatud nisu 4 päevaga. Kui esimene neist oleks masindanud poole kogu nisust ja siis teine ülejäänud osa, oleks kogu töö lõpetatud 9 päevaga. Mitme päevaga kumbki rehepeksumasin oleks üksi masindanud kogu nisu?

539. Koos töötades võivad kaks töölist lõpetada teatud töö 12 päevaga. Kui esimene üksi töötades sooritaks poole kogu tööst ja teine üksi ülejäänud osa, siis lõpetataks kogu töö 25 päevaga. Mitme päevaga lõpetaks selle töö kumbki tööline üksi töötades?

540. Kaks müürseppa, kellest teine alustas tööd $1\frac{1}{2}$ päeva hiljem, võivad seina üles laduda 7 päevaga. Mitme päevaga laoks selle seina üles kumbki neist üksi töötades, kui on teada, et teine müürsepp võib selle töö teha 3 päeva kiiremini kui esimene?

541. Basseini on juhitud kaks toru, kusjuures esimese toru kaudu täitub bassein 15 tunni võrra kiiremini kui teise kaudu. Pärast seda, kui esimene toru oli töötanud 10 tundi, suleti see ja avati teine toru, mille kaudu ülejäänud osa basseinist täitus 30 tunniga. Mitme tunniga võib kumbki toru üksi töötades täita tühja basseini?

542. Basseini on juhitud kaks toru. Teise toru kaudu bassein täitub 3 tunni võrra kiiremini kui esimese kaudu. Kui vett oli voolanud basseini esimese toru kaudu $5\frac{3}{4}$ tundi, avati teine toru, ning siis bassein täitus 10 tunniga. Mitme tunniga täidaks basseini kumbki toru üksi?

543. Vannil on kaks kraani. Esimese kaudu vesi voolab sisse, teise kaudu välja. Kui avada korraga mõlemad kraanid, tühjeneb täis vann 24 minutiga. Mitme minutiga täitub tühi vann, kui avada ainult esimene kraan teades, et teise kaudu täis vann tühjeneb 2 minuti võrra kiiremini kui täitub tühi vann esimese kaudu?

544. Aurik, sõites mööda jõge pärivoolu 48 km ja niisama palju vastuvoolu, kulutas selleks 5 tundi. Leida auriku kiirus seisvas vees, kui võtta jõe voolu kiiruseks 4 km tunnis.

545. Kahe sadama vaheline kaugus mööda jõge on 80 km. Aurik sõidab selle tee edasi-tagasi 8 tunni 20 minutiga. Leida auriku kiirus seisvas vees, arvestades jõe voolu kiiruseks 4 km tunnis.

546. Paat sõitis $22\frac{1}{2}$ km mööda jõge vastuvoolu ja $28\frac{1}{2}$ km pärivoolu ning kulutas selleks 8 tundi. Jõe voolu kiirus on $2\frac{1}{2}$ km tunnis. Leida paadi liikumise kiirus seisvas vees.

547. Mootorpaat, mille kiirus on 20 km tunnis, läbis peatumata kahe punkti vahelise kauguse edasi-tagasi 6 tunni 15 minutiga. Punktide-vaheline kaugus on 60 km. Missugune on jõe voolu kiirus?

548. Kahest linnast, mille vahemaa on 900 km, väljusid teineteisele vastu kaks rongi ja kohtusid poolel teel. Leida kummagi rongi kiirus, kui esimene väljus 1 tund hiljem teisest ning sõitis 5 km suurema tunnikiirusega kui teine.

549. Kaks rongi väljuvad linnadest, mille vahemaa on 360 km, ja sõidavad teineteisele vastu. Kui teine rong väljuks jaamast 1,5 tundi varem esimesest, kohtuksid nad poolel teel. Kui nad väljuksid üheaegselt, oleks pärast 5-tunnist sõitu nende vahemaa 90 km. Leida kummagi rongi kiirus.

550. Kaks sõiduautot väljusid linnadest *A* ja *B* teineteisele vastu. Tunni aja pärast nad kohtusid ning peatumata jätkasid sõitu sama kiirusega. Esimene saabus linna *B* 27 minutit hiljem kui teine linna *A*. Leida kummagi auto kiirus, kui on teada, et linnade vahet on 90 km.

551. Kaks jalgratturit väljuvad üheaegselt teineteisele vastu punktidest *A* ja *B*, mille vahemaa on 28 km, ja kohtuvad tunni pärast. Peatumata jätkavad nad sõitu sama kiirusega ning esimene saabub punkti *B* 35 minutit varem kui teine punkti *A*. Leida kummagi jalgratturi sõidukiirus.

552. Punktidest *A* ja *B*, mille vahemaa 24 km, väljusid ühel ja samal ajal teineteisele vastu kaks sõiduautot. Pärast nende kohtumist tuli autol, mis väljus punktist *A*, sõita punktini *B* veel 16 minutit, teisel punktini *A* 4 minutit. Leida kummagi auto kiirus.

553. Kahelt aerodroomilt startisid üheaegselt teineteisele vastu dirižaabel ja õppelennuk. Kohtumiseni dirižaabel lendas 100 km vähem kui lennuk. Ülejäänud osa teest läbis lennuk 1 tunni 20 minutiga, dirižaabel 3 tunniga. Leida aerodroomide-vaheline kaugus ning lennuki ja dirižaabli kiirus.

554. Kohtadest *A* ja *B* väljuvad teineteisele vastu kaks turisti. Nende kohtumisel selgus, et esimene oli käinud 4 km vähem kui teine. Jätkates liikumist sama kiirusega saabub esimene kohta *B* 4 tundi 48 minutit pärast nende kohtumist, teine punkti *A* 3 tundi 20 minutit pärast seda kohtumist. Leida *A* ja *B* vaheline kaugus.

555. Kaks jalakäijat liiguvad teineteisele vastu: üks punktist *A*, teine punktist *B*. Esimene väljus punktist *A* 6 tundi hiljem kui teine punktist *B*. Nende kohtumisel selgus, et esimene oli 12 km vähem käinud kui teine. Jätkates teekonda endise kiirusega, saabus

esimene punkti *B* peale kohtumist 8 tunni pärast, teine punkti *A* 9 tunni pärast. Leida *A* ja *B* vaheline kaugus ja kummagi jalakäija kiirus.

556. Teel peeti rongi kinni 6 minutit. Et mitte hilineda, sõitis ta 20-kilomeetrisel vahemaal 10 km tunnis rohkem kui oli sõiduplaanis ette nähtud. Leida rongi kiirus sel vahemaal sõiduplaani järgi.

557. Poolel teel jaamast *A* jaama *B* peeti rongi kinni 10 minutit. Et jõuda jaama *B* sõiduplaani järgi, tuli vedurijuhil suurendada rongi esialgset kiirust 6 km võrra tunnis. Leida rongi esialgne kiirus teades, et jaamade kaugus teineteisest on 60 km.

558. Läbinud esimese jaamavahe, mida oli 24 km, peeti vedurit kinni mõnd aega; seepärast sõitis ta järgmise jaamavahe 4 km võrra suurema kiirusega tunnis kui eelmise. Sellest hoolimata, et teine jaamavahe oli 15 km pikem esimesest, läbis vedur selle ainult 20 minutit pikema ajaga kui esimese jaamavahe. Leida veduri esialgne kiirus.

559. Rong pidi läbima 840 km. Sõitnud poole teed, oli ta sunnitud peatuma 30 min. Et jõuda õigeks ajaks kohale, tuli rongi kiirust suurendada 2 km võrra tunnis. Kui palju aega kulus rongil kogu tee läbimiseks?

560. Lendur pidi lendama 1800 km. Lennanud 1050 km, oli ta sunnitud maanduma 1 tunniks 30 minutiks. Jätkates teekonda, lendas ta 50 km vähem tunnis kui enne. Leida lennuki esialgne kiirus, kui on teada, et sihtkohta saabumiseks kulus tal üldse 7 tundi.

561. Aerodroomilt lendasid välja üheaegselt kaks lennukit, üks suunaga lõunasse, teine suunaga itta. Esimese kiirus oli 192 km tunnis, teise kiirus 256 km tunnis. Kui kaugel teineteisest olid lennukid 3 tunni pärast?

562. Sadamast väljusid üheaegselt kaks aurikut, üks põhja ja teine ida suunas. Kahe tunni pärast oli nende-vaheline kaugus 60 km. Leida kummagi auriku kiirus teades, et ühe kiirus on 6 km võrra tunnis suurem teise omast.

563. Kaks keha liiguvad mööda täisnurga haarasid tipu suunas. Enne liikumise algust oli üks neist tipust 270 m kaugel, teine 125 m. 10 sekundi pärast oli nende-vaheline kaugus 130 m. Leida kummagi keha liikumise kiirus, kui on teada, et esimese kiirus oli kaks korda suurem teise omast.

564. Kahe ristilõikuva sirge lõikepunktist eemalduvad neid sirgeid mööda kaks keha; esimene läbib 19 dm sekundis, teine 28 dm.

Teatud momendil esimene keha oli 173 dm ja teine 20 dm kaugel sirgete lõikepunktist. Millal on või millal olid kehad teineteisest 370 dm kaugel?

565. Täisnurga haarasid mööda liiguvad tema tipu poole kaks keha *A* ja *B*, esimene kiirusega 8 m sekundis, teine 6 m sekundis. Keha *A* peatus 230 m kaugusel nurga tipust, 5 sekundit hiljem jõudis samasse kaugusse ka keha *B*. Mitu sekundit enne keha *A* peatust oli kehade vahel kaugus mööda sirgjoont 370 m?

566. Täisnurga kumbagi haara mööda liiguvad kaks keha *A* ja *B*, mõlemad 7 dm sekundis; esimene neist liigub tipu poole, teine eemaldub sellest. Antud momendil keha *A* on 310 dm ja keha *B* 30 dm kaugel nurga tipust. Mitme sekundi pärast, arvates sellest momendist, on nende-vaheline kaugus 260 dm?

567. Riide hinda alandati nii mitme protsendi võrra, kui mitu rubla maksis riide meeter enne hinna alandamist. Mitme protsendi võrra alandati riide hinda, kui riiet hakati müüma hinnaga 16 rbl. meeter?

568. Töölise palk tõusis nii mitme protsendi võrra, kui mitu sada rubla sai ta varem kuus. Mitme protsendi võrra tõusis töölise palk, kui ta hakkas saama nüüd 636 rubla kuus?

569. Pärast kaht järjestikust hinnaalandamist ühe ja sama protsendi võrra fotoaparaadi hind langes 300 rublalt 192 rublani. Mitu protsenti alandati fotoaparaadi hinda kummalgi korral?

570. Teenistuja palk pärast kaht järjestikust kõrgendamist ühe ja sama protsendi võrra tõusis 500 rublalt 605 rublani kuus. Mitme protsendi võrra kõrgendati palka kummalgi korral?

571. Linna elanike arv suurenes kahe aastaga 20 000 inimeselt 22 050 inimeseni. Leidá selle linna elanike iga-aastase juurdekasvu keskmine protsent.

572. Kooperatiiv ostis teatud summa eest kaupa ja müüs selle 100-rublase juurdehindlusega. Saadud raha eest ostis kooperatiiv uut kaupa ja, teinud sellele juurdehindluse niisama palju protsenti kui esimeselgi korral, müüs kauba 1210 rubla eest. Mitme rubla eest ostis kooperatiiv kaupa esimesel korral?

573. Rahasummast, mille suurus on 10 000 rubla, toob üks osa iga aasta 300 rbl., teine osa 240 rbl. tulu. Teiselt osalt saadakse 1% rohkem kui esimeselt. Mitu protsenti tulu toob kumbki osa aastas?

574. Klubi saalis oli 320 kohta. Pärast seda, kui kohtade arvu

igas reas suurendati 4 võrra ja lisati veel üks rida, on saalis 420 kohta. Mitu rida on nüüd klubi saalis?

575. Metsaraiujate brigaad pidi plaani järgi üles töötama teatud aja jooksul 216 ruumimeetrit küttepuid. Esimesel kolmel päeval täitis brigaad iga päev määratud normi. Siis ületas ta iga päev 8 ruumimeetri võrra plaani, mistõttu juba päev enne tähtaega oli üles töötatud 232 ruumimeetrit. Mitu ruumimeetrit küttepuid pidi brigaad üles töötama iga päev plaani järgi?

576. Jalgpalli esivõistluste sarjas mängiti 55 matši, kusjuures iga meeskond mängis iga ülejäänud meeskonnaga ühe korra. Mitu meeskonda võttis osa võistlustest?

577. Kui iga malevõistlustest osavõtja mängib iga ülejäänud osavõtjaga ühe partii, siis mängitakse üldse 231 partiid. Mitu osavõtjat kuulub turniiri?

578. Lõppklassi kõik õpilased vahetasid üksteisega oma fotosid. Mitu õpilast oli klassis, kui kokku vahetati 870 fotot?

579. Läbi punktide, mis asetsevad nii, et ükski kolm neist ei ole ühel ning samal sirgel, on tõmmatud neid punkte kahekaupa ühendavad sirged. Leida, mitu punkti oli võetud, kui kokku tõmmati 45 sirget?

580. Kumeras hulknurgas on tõmmatud kõik võimalikud diagonaalid, kokku 14. Mitu külge on sel hulknurgal?

581. Missugusel hulknurgal on diagonaale 12 võrra rohkem kui külgi?

582. Ristkülikukujulise väljaku keskele, mille küljed 12 m ja 10 m, on vaja rajada ristkülikukujuline lillepeenar, pindalaga 8 m^2 nii, et selle ääred oleksid ühekaugel väljaku äärtest. Kui kaugel väljaku äärest peab asetsema lillepeenra äär?

583. Ristkülikukujulise kasti kaande, mille pikkus 30 cm ja laius 20 cm, on vaja lõigata ristkülikukujuline ava, mille pindala 200 cm^2, et selle ääred oleksid kaane äärtest kõikjalt ühekaugel. Kui kaugel kaane äärtest peavad asetsema ava ääred?

584. Foto, mõõdetega 12 cm × 18 cm, on asetatud ühtlase laiusega raami. Leida raami laius, kui selle pindala on võrdne foto pindalaga.

585. Ristkülikukujuline lillepeenar, mille küljed 2 m ja 4 m, on piiratud ühelaiuse teega. Leida tee laius, kui selle pindala on 9 korda suurem kui lillepeenra pindala.

586. Ristkülikukujulisest plekitahvlist on valmistatud pealt lahtine karp niiviisi, et tahvli igast nurgast on välja lõigatud ruut,

mille külg 5 cm, ning tekkinud servad kokku murtud. Missuguste mõõdetega oli plekitahvel, kui selle pikkus oli kaks korda suurem laiusest ning kui saadud karbi ruumala on 1500 cm^3?

587. Piiritusega täidetud anumast, mis mahutab 20 l, valati välja osa piiritust ja kallati juurde niisama palju vett. Siis valati välja niisama palju segu ja täideti uuesti anum veega. Pärast seda jäi anumasse 5 l puhast piiritust. Mitu liitrit vedelikku valati välja anumast kummalgi korral?

588. Anum, mille maht 20 l, on täidetud piiritusega. Sellest valati teatud hulk piiritust teise niisama suurde anumasse. Täitnud teise anuma veega, valati saadud seguga esimene anum täis. Lõpuks esimesest anumast kallati $6\frac{2}{3}$ l teise tagasi. Siis mõlemas anumas oli ühepalju puhast piiritust. Kui palju piiritust valati ära esimesel korral?

589. Kaks kandemüüjat, kel oli kokku 100 õuna, müüsid neid erinevate hindadega ja said ühepalju raha. Kui esimene oleks müünud nii palju kui müüs teine, siis oleks ta saanud 18 rbl.; kui aga teine oleks müünud nii palju kui müüs esimene, oleks ta saanud 8 rbl. Mitu õuna oli kummalgi müüjal?

590. Punktidest A ja C sõitsid üheaegselt välja punkti B kaks sidemeest. Esimene saabus punkti B 3 tunni pärast; teine aga, et jõuda punkti B üheaegselt esimesega, pidi sõitma iga kilomeetri $\frac{3}{4}$ minuti võrra kiiremini kui esimene, sest C ja B vaheline kaugus on 12 km võrra suurem kui A ja B vaheline kaugus. Leida A ja B vaheline kaugus ja kummagi sidemehe kiirus.

591. Viljasaagi koristamiseks plaanis ettenähtud tähtajaks moodustas kolhoos kaks brigaadi. Esimene brigaad töötas 400 hektari suurusel põllul ning lõpetas vilja koristamise kaks päeva enne tähtaega; teine brigaad töötas 900 hektari suurusel põllul ning lõpetas töö 2 päeva pärast tähtaega. Kui esimene brigaad oleks töötanud niisama palju päevi kui töötas teine brigaad ja teine brigaad niisama palju kui töötas esimene, siis kumbki brigaad oleks koristanud vilja ühepalju. Mitmele päevale oli planeeritud viljakoristamine ja kui palju hektare koristas kumbki brigaad päevas?

592. Üks kahest jõust, mis on rakendatud täisnurga all, on 4 kG võrra suurem teisest; nende resultantjõud on 8 kG võrra vähem kui nende jõudude summa. Leida jõudude suurused.

593. Heli, mis tekkis kivi kukkumisest šahti põhja, jõudis vaatlejani 4 sekundit pärast kivi langemise algust. Leida šahti sügavus,

võttes heli kiiruseks 330 m/sek. ja vabalt langeva keha tee pikkuse $S = \frac{gt^2}{2}$, kus $g \approx 10 \frac{m}{sek^2}$.

594. Kahe valgusallika vahele, võimsusega 20 küünalt ja 45 küünalt, on asetatud ekraan nii, et selle mõlemad pooled on võrdselt valgustatud. Leida valgusallikate-vaheline kaugus, kui ekraan on ühele allikale 1 m võrra lähemale paigutatud kui teisele.

595. Segati 8 g üht vedelikku ja 6 g teist vähema tihedusega vedelikku ning saadi segu erikaaluga $0{,}7 \frac{G}{cm^3}$. Leida kummagi vedeliku erikaal, kui ühe vedeliku erikaal oli $0{,}2 \frac{G}{cm^3}$ võrra suurem teise erikaalust.

Vanaaegseid ülesandeid.

596. Hindu ülesandeid Bhaskara'st (1114. a.). Ahvikarja kaheksandik, ruutu tõstetud, hüppas padrikus, mängust rõõmu tundes; kaksteist ülejäänud ahvi istusid lobisedes künkal. Ütle, kui suur oli ahvikari!

597. Koopas istus peidus rida ahve, nimelt ruutu tõstetud vahe karja viiendiku ja 3 ahvi vahel; võis näha ainult üht ahvi, kes oli puu otsa roninud. Mitu ahvi oli karjas?

598. Lootoseõis oli 4 jalga kõrgemal tiigi pinnast. Tuulepuhang surus õie vee alla 16 jala kaugusel kohast, kus ta varem seisis. Kui sügav oli tiik?

599. Otse oja veerel, mille laius on 4 pikkusühikut, kasvas pappel. Torm on ta murdnud 3 pikkusühiku kõrguselt, nii et latv ulatub just risti üle oja teisele kaldale. Kui kõrge oli pappel?

600. Vanaaegsest käsikirjast (1200. a.). Tasandil, 60 küünra kaugusel teineteisest, on kaks torni, kõrgusega 50 küünart ja 40 küünart. Nende vahel, võrdsetel kaugustel tornide tippudest, on kaev. Küsitakse, kui kaugel on kaev tornide alustest.

601. Magnitski aritmeetikast (1703. a.). Ajjas üks innimene ühhe redde li müri najjale püsti /ärega tassa/ ning olli kõrge se müür omma 117 jalga Reddel isse olli pitk 125 jalga. Nüüd himmustame teada sada /kui kaugele wõttis selle-sinnatse reddeli allumine ots end hoida müri jurest.

Järgnevate täheliste andmetega ülesannete lahendite uurimisel leida: 1) missuguste ülesande tingimuses esinevate tähtede väär-

tuste ja nende-vaheliste seoste puhul on ülesandel mõte; 2) missuguseid väärtusi võib omada võrrandi koostamiseks valitud tundmatu, et see rahuldaks ülesande tingimust; 3) missugune leitud lahenditest rahuldab neid tingimusi ning on sobiv vastuseks ülesande küsimusele.

602. Turist leidis, käinud c kilomeetrit, et kui ta oleks selleks teekonnaks kasutanud 6 päeva rohkem aega, siis oleks ta võinud käia iga päev 2 km vähem kui ta käis. Mitu kilomeetrit käis ta päevas?

603. a tonni kauba transportimiseks kasutati veomasinaid. Et kaks neist olid teisel tööl, tuli igale veomasinale laadida 1 tonn rohkem ettenähtust. Mitu veomasinat kasutati kauba transportimiseks?

604. Osteti a rubla eest raamatuid. Kui selle raha eest oleks ostetud 4 raamatut vähem, siis iga raamat oleks maksnud üks rubla rohkem. Mitu raamatut osteti?

605. Osteti m õunapuud eeldusel, et istutada neid igasse ritta ühepalju. Kuid ridu osutus 2 võrra rohkem ja seepärast tuli istutada igasse neist 3 õunapuu võrra vähem kui oli ette nähtud. Mitu rida oli?

606. Kaks töölist koos töötades võivad sooritada töö t tunniga. Esimene üksi töötades võib selle töö ära teha 4 tundi varem teisest. Mitme tunniga võib selle töö sooritada kumbki tööline üksi töötades?

607. Kaks turisti väljuvad üheaegselt külast linna, mis asub s kilomeetri kaugusel. Esimene turist käib tunnis ühe kilomeetri võrra rohkem kui teine ning saabub linna ühe tunni võrra varem. Leida kummagi turisti kiirus.

608. s rubla eest osteti teatud hulk kaupa. Kui iga kilogramm oleks maksnud m rubla rohkem, siis sama summa eest oleks saanud osta n kilogrammi vähem. Mitu kilogrammi kaupa osteti?

609. Kahe raudteejaama vahet on d kilomeetrit. Kiirrong sõidab selle vahemaa t tunni võrra lühema ajaga kui reisirong. Leida kummagi rongi kiirus, kui on teada, et kiirrong läbib tunnis a kilomeetrit rohkem kui reisirong.

610. Sõiduauto läbib n km pikkuse tee teatud kiirusega. Kui seda kiirust vähendada a kilomeetri võrra tunnis, siis selle tee läbimiseks kulub b tundi rohkem. Leida sõiduauto kiirus.

611. Kahe aerodroomi A ja B vaheline kaugus on d kilomeetrit. Aerodroomilt A aerodroomile B lendas välja lennuk; m tunni pärast lendas talle vastu teine lennuk, mille tunnikiirus oli b kilomeetrit

suurem esimese omast. Lennukid kohtusid poolel teel. Leida kummagi lennuki kiirus.

612. Kahele töölisele tehti ülesandeks valmistada kummalgi a detaili. Esimene tööline valmistas tunnis b detaili rohkem kui teine ning lõpetas seepärast töö c tunni võrra varem teisest. Mitu detaili valmistas kumbki tööline tunnis?

613. Vahemaal s meetrit teeb sõiduki esiratas k pööret rohkem kui tagaratas. Leida kummagi ratta ümbermõõt, kui tagaratta ümbermõõt on t meetrit suurem esiratta ümbermõõdust.

614. Kaks töölist koos võivad teatud töö lõpetada m tunniga; kui nad töötaksid üksi, võiks esimene lõpetada selle töö a tunni võrra varem teisest. Mitme tunniga võib lõpetada selle töö kumbki tööline?

615. Et üles laduda sein, töötasid kaks müürseppa koos c päeva ja pärast seda esimene töötas veel b päeva. Mitu päeva kulub kummalgi neist üksi kogu töö sooritamiseks, kui teine müürsepp võib laduda selle seina a päeva võrra kiiremini kui esimene?

616. Kahe eri võimsusega traktori koostöötamisel küntakse kolhoosi põld üles t päevaga. Kui pool põldu üles künda ühe traktoriga ja siis teine pool teisega, lõpetatakse kogu töö k päevaga. Mitme päevaga võib üles künda kolhoosi põllu kummagi traktoriga eraldi?

617. Basseinil, milles a liitrit vett, on kaks kraani. Esimese kraani kaudu bassein täitub, teise kaudu tühjeneb ning b minuti võrra kiiremini kui täitub esimese kaudu. Kord, kui pool basseini oli täidetud veega, avati mõlemad kraanid korraga, ja bassein tühjenes t minutiga. Mitme minutiga esimene toru täidab basseini ja teine tühjendab selle, kui nad töötavad eraldi?

618. Kahe sadama vahet mööda jõge on d kilomeetrit. Aurik läbib selle vahemaa edasi-tagasi t tunniga. Leida auriku kiirus seisvas vees, võttes jõe voolu kiiruseks v kilomeetrit tunnis.

619. Lennuk lendas sirgjooneliselt n kilomeetrit pärituult, pöördus kohe tagasi ning sirgjooneliselt saabus lähtekohta, kulutanud lennuks üldse t tundi. Missugune oli tuule kiirus, kui lennuki omakiirus oli v kilomeetrit tunnis?

620. Täisnurkse kolmnurga kaatetite vahe on r, tema hüpotenuus c. Leida kaatetid.

621. Kolhoos varus talveks kariloomade jaoks p tonni sööta. Kuid kariloomade arv suurenes a võrra ja sel põhjusel tuli söödanormi looma kohta vähendada b tonni võrra. Mitu tonni sööta looma kohta oli esialgu ette nähtud?

622. Piiritusega täidetud anumast, mis mahutab a liitrit, valati välja teatud osa ja täideti anum veega. Siis valati jälle välja sama hulk segu ning uuesti täideti anum veega. Pärast seda jäi anumasse 6 liitrit piiritust. Mitu liitrit vedelikku valati välja kummalgi korral?

623. Rong peab läbima a kilomeetrit teatud ajaga, kuid teda peeti jaamas kinni liigselt 30 minutit. Et läbida kogu tee määratud ajaga, tuli rongi kiirust suurendada b kilomeetri võrra tunnis. Leida rongi esialgne kiirus.

624. Mootorratast peeti kinni tõkkepuu juures t minutit ja ta tegi hilinemise tasa a kilomeetrisel vahemaal, suurendades kiirust d kilomeetri võrra tunnis. Leida mootorratta kiirus enne peatumist.

625. Poolel teel jaamade A ja B vahel peeti rongi kinni t minutit. Et jõuda jaama B sõiduplaani järgi, tuli rongi kiirust suurendada a kilomeetri võrra tunnis. Leida rongi esialgne kiirus, kui on teada, et jaamade A ja B vaheline kaugus on d kilomeetrit.

626. Turist peab saabuma määratud ajaks linnast A linna B, mille vahet on s kilomeetrit. Läbinud poole teed, märkas ta, et hilineb 2 tundi, kui jätkab käimist sama kiirusega; kui ta aga puhkab ühe tunni ja hakkab siis käima v kilomeetrit tunnis rohkem kui enne, saabub ta linna B määratud ajaks. Mitu kilomeetrit tunnis käis turist esialgu?

627. Kaks jalgratturit väljuvad üheaegselt teineteisele vastu punktidest A ja B, mis teineteisest kaugel d kilomeetrit, ning tunni pärast kohtuvad. Peatumata jätkates teed eelmise kiirusega saabub esimene punkti B t tunni võrra varem kui teine punkti A. Leida kummagi jalgratturi kiirus

§ 23. Bikvadraatvõrrandid.

Lahendada võrrandid:

628. 1) $x^4-10x^2+9=0$; 2) $x^4-13x^2+36=0$;
3) $x^4-29x^2+100=0$; 4) $x^4-5x^2+4=0$.

629. 1) $x^4-17x^2+16=0$; 2) $x^4-37x^2+36=0$;
3) $x^4-50x^2+49=0$; 4) $x^4-25x^2+144=0$.

630. 1) $4x^4-5x^2+1=0$; 2) $3x^4-28x^2+9=0$;
3) $2x^4-19x^2+9=0$; 4) $3x^4-7x^2+2=0$.

631. 1) $a^2b^2x^4=b^4x^2-a^2b^2+a^4x^2$;
2) $x^4-25x^2=m^2x^2-25m^2$;

3) $x^4+9n^2=n^2x^2+9x^2$;
4) $4x^4+a^2=x^2+4a^2x^2$.

632. Lahendada abiotsitava võttega võrrandid:

1) $(x^2+2x)^2-14(x^2+2x)-15=0$;
2) $(6x^2-7x)^2-2(6x^2-7x)-3=0$;
3) $\left(\frac{x-1}{x}\right)^2-3\left(\frac{x-1}{x}\right)-4=0$;
4) $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2-4{,}5\left(x+\frac{1}{x}\right)+5=0$.

633. Tõestada, et bikvadraatvõrrandi $x^4+px^2+q=0$ kõigi lahendite summa on null ja lahendite korrutis on q.

634. Lahutada tegureiks:

1) x^4-5x^2+4;
2) x^4-13x^2+36;
3) x^4-125x^2+484;
4) $4x^4-5x^2+1$.

635. Taandada murrud:

1) $\frac{x^4-10x^2+9}{x^4-13x^2+36}$;
2) $\frac{x^4-9x^2+20}{x^4-10x^2+24}$;
3) $\frac{x^4-17x^2+16}{x^4-50x^2+49}$;
4) $\frac{a^4-4a^2+3}{a^4-12a^2+27}$.

636. Koostada bikvadraatvõrrandid antud lahendite järgi:

1) ±2; ±3;
2) ±1; ±6;
3) $\pm\sqrt{3}$; $\pm\sqrt{2}$;
4) $\pm\frac{2}{3}$; ±4.

637. Bikvadraatvõrrandi üks lahend on 3 ja teine lahend on 4. Koostada see võrrand.

§ 24. Irratsionaalsed võrrandid.

638. Kas on samaväärsed järgmised võrrandid:

1) $x-3=6-2x$ ja $(x-3)^2=(6-2x)^2$;
2) $8-x=2x-1$ ja $8-x+\sqrt{1-x}=2x-1+\sqrt{1-x}$?

Lahendada võrrandid:

639. 1) $\sqrt{x^2-1}=\sqrt{3}$; 2) $\sqrt[3]{x+2}=3\sqrt[3]{x-1}$;
3) $\sqrt[3]{2x+7}=\sqrt[3]{3x-3}$; 4) $\sqrt[5]{25+\sqrt{x-4}}=2$.

640. 1) $\sqrt{x}-\frac{4}{\sqrt{2+x}}+\sqrt{2+x}=0$;

2) $\sqrt{x-9}=\frac{36}{\sqrt{x-9}}-\sqrt{x}$;

3) $3\sqrt{2x-1}-\sqrt{8x+17}=\frac{2(x-3)}{\sqrt{2x-1}}$;

4) $5\sqrt{2x+3}-\sqrt{18x-5}=\frac{4(x+3)}{\sqrt{2x+3}}$.

641. 1) $\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-4}=\frac{\sqrt{x}-6}{\sqrt{x}-7}$; 2) $\frac{2\sqrt{x}-1}{3(\sqrt{x}+2)}=\frac{2\sqrt{x}-3}{3\sqrt{x}-2}$;

3) $\frac{3\sqrt{x}-4}{4(\sqrt{x}-2)}=\frac{3\sqrt{x}-5}{4\sqrt{x}-9}$; 4) $\frac{9\sqrt{x}-1}{6(6\sqrt{x}-1)}=\frac{\sqrt{x}}{4\sqrt{x}-1}$.

642. 1) $\frac{a\sqrt{x}+b}{a-b\sqrt{x}}=\frac{a+b}{a-b}$; 2) $\frac{a+b\sqrt{x}}{a\sqrt{x}+b}=\frac{2ab}{a^2+b^2}$;

3) $\frac{a\sqrt{x}+b}{a\sqrt{x}+b-2a}=\frac{b\sqrt{x}+a}{b\sqrt{x}-a}$;

4) $\frac{a\sqrt{x}-b^2}{a\sqrt{x}+b^2}=\frac{b\sqrt{x}-a^2+2ab-2b^2}{b\sqrt{x}-a^2}$.

643. 1) $\sqrt{x-1}\cdot\sqrt{2x+6}=x+3$;

2) $\sqrt{x-3}\cdot\sqrt{2x+2}=x+1$;

3) $\sqrt{4x-3}=\frac{3x-1}{\sqrt{3x-5}}$; 4) $\frac{7x-2}{\sqrt{3x-8}}=3\sqrt{2x+3}$.

644. 1) $\frac{15}{\sqrt{10-x}}-\sqrt{3x+5}=\sqrt{10-x}$;

2) $\sqrt{3-x}+\frac{6}{\sqrt{3-x}}=\sqrt{9-5x}$;

3) $\sqrt{3x-1}+\frac{2}{\sqrt{3x-1}}=\sqrt{5x+3}$;

4) $\sqrt{2x+15}-\frac{10}{\sqrt{2x-1}}=\sqrt{2x-1}$.

645. 1) $\sqrt{2x+5}+\sqrt{x-1}=8$;

2) $\sqrt{4x+8}-\sqrt{3x-2}=2$;

3) $\sqrt{x+7}+\sqrt{3x-2}-9=0$;

4) $\sqrt{x+8}-\sqrt{5x+20}+2=0$.

646. 1) $\sqrt{x+7}=\sqrt{3x+19}-\sqrt{x+2}$;

2) $\sqrt{5x+4}+\sqrt{2x-1}=\sqrt{3x+1}$;

3) $\sqrt{3x+1}+\sqrt{4x-3}=\sqrt{5x+4}$;

4) $\sqrt{5(x-1)}-\sqrt{2x-3}=\sqrt{3x-2}$.

647. 1) $\sqrt{a-x}+\sqrt{x-b}=\sqrt{a-b}$;

2) $\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}=\sqrt{2a}$;

3) $\sqrt{x^2+3a^2}-\sqrt{x^2-3a^2}=x\sqrt{2}$;

4) $\sqrt{ax-2ab}+\sqrt{ax+b^2}=2a+b$.

648. 1) $\dfrac{1}{x+\sqrt{1+x^2}}+\dfrac{1}{x-\sqrt{1+x^2}}=-2$;

2) $\dfrac{1}{1-\sqrt{1-x^2}}-\dfrac{1}{1+\sqrt{1-x^2}}=\dfrac{\sqrt{3}}{x^2}$;

3) $\dfrac{2}{\sqrt{x}}-\dfrac{x}{\sqrt{x}-\sqrt{1-x}}=\dfrac{x}{\sqrt{x}+\sqrt{1-x}}$;

4) $\dfrac{x}{\sqrt{1+\frac{x}{3}}+\sqrt{\frac{x}{3}}}-\dfrac{x}{\sqrt{1+\frac{x}{3}}-\sqrt{\frac{x}{3}}}+6=0$.

649. 1) $x+\sqrt{a^2+x^2}=\dfrac{5a^2}{\sqrt{a^2+x^2}}$;

2) $\dfrac{1}{\sqrt{x+a}}+\dfrac{1}{\sqrt{x-a}}=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}$;

3) $\dfrac{\sqrt{a-x}+\sqrt{b-x}}{\sqrt{a-x}+\sqrt{x-3b}}=\dfrac{\sqrt{a-x}-\sqrt{b-x}}{\sqrt{a-x}-\sqrt{x-3b}}$;

4) $\dfrac{a+x}{\sqrt{a}+\sqrt{a+x}}=\dfrac{a-x}{\sqrt{a}-\sqrt{a+x}}$.

Alljärgnevate võrrandite lahendamiseks kasutada valemeid:

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3ab(a+b);$$
$$(a-b)^3=a^3-b^3-3ab(a-b).$$

650. 1) $\sqrt[3]{8x+4}-\sqrt[3]{8x-4}=2$;

2) $\sqrt[3]{5+x}+\sqrt[3]{5-x}=\sqrt[3]{5}$;

3) $\sqrt[3]{76+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{76-\sqrt{x}}=8$;

4) $\sqrt[3]{5+\sqrt{x}}+\sqrt[3]{5-\sqrt{x}}=\sqrt[3]{5}$.

Kasutada abiotsitava võtet järgnevate võrrandite lahendamisel:

651. 1) $\sqrt[3]{x}+2\sqrt[3]{x^2}-3=0$;

2) $\sqrt{x-3}+6=5\sqrt[4]{x-3}$;

3) $x^2+\sqrt{x^2-9}=21$.

Näpunäide. $(x^2-9)+\sqrt{x^2-9}-12=0$.

4) $3x^2+15x+2\sqrt{x^2+5x+1}=2$.

Näpunäide. $3x^2+15x+3+2\sqrt{x^2+5x+1}-5=0$.

652. 1) $x^2-3x+\sqrt{x^2-3x+5}=7$;

2) $x^2-7x+\sqrt{x^2-7x+18}=24$;

3) $x^2+3x+4\sqrt{x^2+3x-6}=18$;

4) $2x^2+3x-5\sqrt{2x^2+3x+9}+3=0$.

653. Järgnevaid võrrandeid lahendamata selgitada, miks ühelgi neist ei või olla lahendeid:

1) $\sqrt{x+3}+\sqrt{x+1}=0$; 2) $\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}=0$;

3) $\sqrt{x-7}-\sqrt{5-x}=3$; 4) $\sqrt{x^2-1}+\sqrt{6x+7}=-4$.

654. Antud ühe tundmatuga irratsionaalvõrrandi lahendamisel on kõik teisendused ja arvutused teostatud õigesti. Kas võib väita, et tundmatu leitud väärtus on antud võrrandi lahendiks, või on vaja seda täiendavalt uurida ja kontrollida?

Tuua näiteid [1].

---

[1] Ülesanded teema «Ruutvõrrandid ja ruutvõrrandeiks taanduvad võrrandid» kordamiseks ning materjal kontrolltöödeks ja individuaalseiks ülesandeiks on paigutatud VI peatükki.

IV PEATÜKK.

RUUTFUNKTSIOONID JA NENDE GRAAFIKUD[1].

§ 25. Funktsioon $y = ax^2$ ja selle graafik.

655. Sõiduauto liigub ühtlase kiirendusega $a = 0{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$.

1) Leida sõiduauto poolt t sekundiga läbitud tee pikkus, kasutades valemit: $S = \frac{at^2}{2}$, kus S tähendab tee pikkust meetrites, a — kiirendust $\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ ja t — aega sekundites. Täita S väärtuste tabel sõltuvalt järgmistest t väärtustest:

Aeg t sekundites	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Tee pikkus S meetrites	0										

2) Tõestada, et S mistahes kahe väärtuse suhe võrdub t vastavate väärtuste suhte ruuduga.

3) Joonestada graafik, mis näitab tee pikkuse S muutumist sõltuvalt liikumise aja t muutumisest.

4) Leida graafiku järgi auto poolt 1,5 sek.; 2,5 sek.; 5,5 sek. läbitud tee pikkus.

5) Leida graafiku järgi aeg, mille jooksul auto läbis tee 5 m; 8 m; 12 m.

6) Tuua näiteid suuruste kohta, mille vaheline sõltuvus avalduks funktsioonis $y = ax^2$.

[1] Tööd tuleb alustada teema «Funktsionaalne sõltuvus ja selle avaldamise viisid» kordamisest (I peatükk, § 5).

656. On antud funktsioon $y=0{,}5x^2$.

1) Arvutada y väärtused x järgmiste väärtuste puhul:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y									

2) Missuguseid väärtusi võib omada x?

3) Missuguseid väärtusi võib omada y?

4) Kuidas muutub funktsioon y, kui: a) argument x kasvab $-\infty$-st kuni 0-ni; b) argument x kasvab 0-st kuni $+\infty$-ni?

5) Missuguse x väärtuse puhul funktsioonil y on vähim väärtus?

6) Joonestada graafik, mis näitab funktsiooni y muutumist sõltuvalt argumendi x muutumisest (*joon. 12*).

7) Leida graafiku järgi y väärtus, kui $x=0{,}5$; 2,5; 3,5; — 1,5; $-2{,}5$; $-3{,}5$. Kontrollida y leitud väärtused arvutamise teel.

8) Kuidas on asetatud parabool $y=0{,}5x^2$ koordinaattelgede suhtes?

657. On antud funktsioon $y=-0{,}5x^2$.

1) Uurida funktsiooni y muutumist sõltuvalt argumendi x muutumisest, kasutades ülesande nr. 656 juhendeid ja küsimusi.

2) Selgitada x^2 kordaja märgi mõju parabooli asendile koordinaattelgede suhtes.

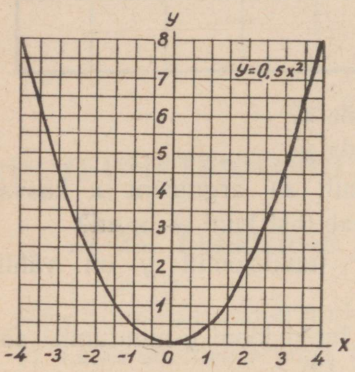
658. On antud funktsioonid: 1) $y=\frac{1}{2}x^2$; 2) $y=x^2$; 3) $y=2x^2$.

1) Arvutada y väärtused iga funktsiooni jaoks järgmise tabeli andmeil:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=\frac{1}{2}x^2$									
$y=x^2$									
$y=2x^2$									

2) Joonestada ühel joonisel ning ühes ja samas mastaabis iga funktsiooni graafik.

3) Kontrollida arvutamise teel, et y suurus igas funktsioonis on võrdeline suuruse x ruuduga.



Joon. 12.

4) Selgitada arvutamise teel ja graafiku järgi, et x kasvamisel $-\infty$-st kuni 0-ni y väärtused vähenevad $+\infty$-st kuni 0-ni ja x kasvamisel 0-st kuni $+\infty$-ni y väärtused suurenevad 0-st kuni $+\infty$-ni.

5) Missuguse x väärtuse puhul igal antud funktsioonil on vähim väärtus ja missugune nimelt?

6) Missugust ühist punkti omavad kõik kolm parabooli?

659. On antud funktsioonid:

1) $y=-\frac{1}{2}x^2$; 2) $y=-x^2$; 3) $y=-2x^2$.

Uurida iga funktsiooni muutumist sõltuvalt argumendi x muutumisest, kasutades ülesande nr. 658 näpunäiteid ja küsimusi.

§ 26. Funktsioon $y=ax^2+b$ ja selle graafik.

660. Kivi langeb 500 meetri kõrguselt vertikaalselt alla maapinnale. Leida, missugusel kõrgusel h oli kivi erinevail ajamomentidel maapinnale langemise algusest, teades, et h arvutatakse valemi $h=500-\frac{gt^2}{2}$ järgi, kus h on otsitav kõrgus meetrites, g — raskusjõu kiirendus, ligikaudselt võrdne 10 $\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$, ja t — langemise aeg sekundites.

1) Koostada h väärtuste tabel t järgmiste väärtuste puhul:

t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
h											

2) Joonestada h muutumise graafik sõltuvalt t muutumisest.

3) Määrata moment, millal kivi kukub maapinnale.

661. 1) Ehitada ühel ja samal joonisel ning ühes ja samas mastaabis funktsioonide $y=x^2$ ja $y=x^2+2$ graafikud.

2) Selgitada, mispoolest erineb funktsiooni $y=x^2+2$ graafiku asend funktsiooni $y=x^2$ asendist koordinaattelgede suhtes.

3) Missuguse x väärtuse puhul on funktsioonil $y=x^2+2$ vähim väärtus?

4) Kas on olemas niisugune x väärtus, mille puhul funktsioon $y=x^2+2$: a) omab väärtuse null; b) omab negatiivseid väärtusi?

5) Leida graafiku järgi ja kontrollida arvutamise teel, missuguste x väärtuste puhul funktsioonil y on väärtus 6; 11; 18.

662. 1) Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide: a) $y=1{,}5x^2$; b) $y=1{,}5x^2-6$; c) $y=-1{,}5x^2+6$ graafikud.

2) Leida graafikute järgi ja kontrollida arvutamise teel, missuguste x väärtuste puhul iga funktsiooni väärtuseks on null.

3) Missuguse x väärtuse puhul kumbki funktsioonidest a) ja b) omab vähima väärtuse ja funktsioon c) suurima väärtuse?

4) Leida iga parabooli a), b) ja c) tipu koordinaadid.

§ 27. Ruutkolmliige ja selle graafik.

663. 5 m kõrguselt lasti vibust vertikaalselt üles nool algkiirusega 50 m sekundis.

1) Koostada tabel, mis näitab vibu noole lennu kõrguse muutumist sõltuvalt aja muutumisest vibu liikumise algusest kuni langemiseni maapinnale, kasutades valemit: $H=5+50t-\frac{gt^2}{2}$, kus H on noole kõrgus meetrites, t — liikumise aeg sekundites, $g\approx 10\ \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$ — raskusjõu kiirendus.

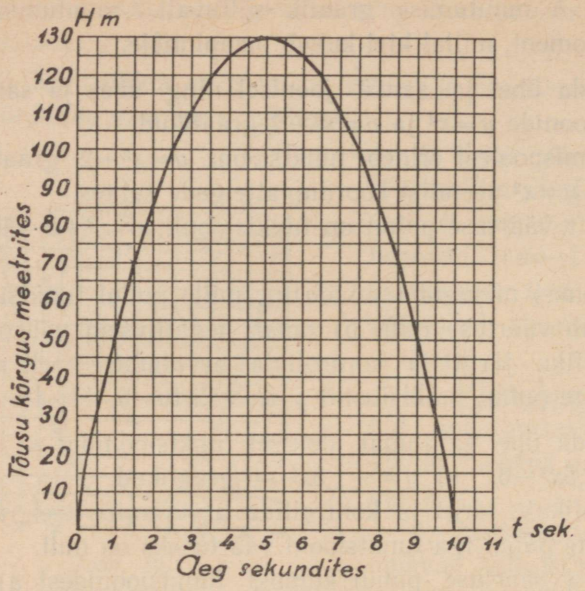
2) Joonestada noole kõrguse muutumise graafik, paigutades horisontaalteljele t väärtused ja vertikaalteljele H väärtused (*joon. 13*).

3) Leida graafiku järgi ja arvutamise teel:

a) Mitme sekundi pärast, arvates liikumise algusest, kukub nool maapinnale?

b) Mitme sekundi pärast saavutab nool suurima kõrguse?

c) Mitme meetri kõrgusele tõusis nool?



Joon. 13.

t	H
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	

664. 1) Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide

a) $y=\frac{1}{2}x^2$; b) $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ ja c) $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$

graafikud, koostades funktsioonide eri väärtuste järgmise tabeli:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=\frac{1}{2}x^2$									
$y=\frac{1}{2}(x-2)^2$									
$y=\frac{1}{2}(x+2)^2$									

2) Leida graafikuil (*joon. 14*) iga kõvera punkt, mille ordinaat on 8, ning selgitada, et graafiku $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ punkti vastav abstsiss on 2 võrra suurem ja graafiku $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$ punkti vastav

abstsiss on 2 võrra vähem graafiku $y=\frac{1}{2}x^2$ punkti vastavast abstsissist. Kontrollida antud kõverate seda omadust graafiliselt ja arvutamise teel mistahes võrdsete ordinaatidega punktide kohta.

3) Selgitada antud funktsioonide graafiku erinevus nende asetuses koordinaattelgede suhtes.

4) Leida iga parabooli tipu koordinaadid ja selgitada, kuidas on nihutatud parabool $y=\frac{1}{2}x^2$, et on saadud parabool $y=\frac{1}{2}(x-2)^2$ ja parabool $y=\frac{1}{2}(x+2)^2$.

5) Leida graafikute järgi, missuguste x väärtuste puhul iga funktsioon: a) kahaneb; b) kasvab; c) omab vähima väärtuse.

665. On antud funktsioonid: a) $y=-\frac{1}{4}x^2$; b) $y=-\frac{1}{4}(x-2)^2$; c) $y=-\frac{1}{4}(x+2)^2$.

Joonestada nende funktsioonide graafikud ja uurida neid, kasutades ülesande nr. 664 näpunäiteid ja küsimusi.

666. On antud funktsioon: $y=(x-4)^2$.

Joonestamata selle funktsiooni graafikut kirjeldada:

1) kõvera kuju ja asendit koordinaattelgede suhtes;

2) kas omab funktsioon suurimat ja vähimat väärtust, missugust nimelt ja missugusel x väärtuste puhul;

3) missuguste x väärtuste puhul funktsioon y a) kahaneb; b) kasvab; c) omab väärtuse null;

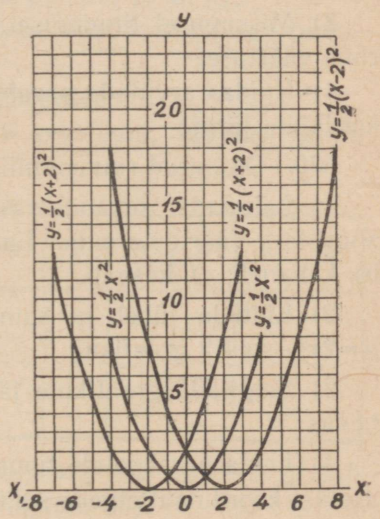
4) missuguses punktis antud kõver lõikab y-telge.

5) Vastata küsimustele 1—4 järgmiste andmete põhjal:

a) $y=-(x+5)^2$;

b) $y=2(x-1)^2$;

c) $y=-3(x-6)^2$.



Joon. 14.

667. On antud funktsioon:

$$y=x^2-4x+4.$$

1) Kujutada võrrandi parem pool kaksliikme ruuduna.

2) Tõestada, et x mistahes väärtuste puhul funktsioonil y ei ole negatiivseid väärtusi.

3) Selgitada, missuguste x väärtuste puhul y a) kahaneb; b) kasvab; c) omab vähima või suurima väärtuse; d) omab väärtuse null.

4) Teostamata antud funktsiooni graafiku täpset ehitamist joonestada graafik vabal käel, leides varem arvutamise teel mõnede punktide (näiteks funktsiooni vähima või suurima väärtuse punkti, graafiku lõikepunkti koordinaattelgedega) koordinaadid.

668. Kasutades eelmise ülesande näpunäiteid, uurida ruutkolmliikmeid:

1) $y=x^2+2x+1$; 2) $y=x^2-x+\frac{1}{4}$;

3) $y=-x^2+6x-9$; 4) $y=-x^2-8x-16$.

669. 1) Missugusel tingimusel ruutkolmliige $y=x^2+px+q$ kujutab kaksliikme täisruutu?

2) Kuidas on asetatud sel juhtumil parabool koordinaattelgede suhtes?

3) Missugusel tingimusel ruutkolmliige omab vähima või suurima väärtuse?

4) Kuidas arvutada parabooli tipu koordinaadid ruutkolmliikme kordajate järgi?

670. On antud ruutkolmliige: $y=2x^2-4x+2$.

1) Lahutada võrrandi vasem pool tegureiks ja selgitada, missuguste x väärtuste puhul funktsioon y a) omab vähima väärtuse; b) kahaneb; c) kasvab.

2) Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide $y=2x^2$ ja $y=2x^2-4x+2$ graafikud.

3) Selgitada graafikute järgi saadud kõverate sarnasus ja erinevus.

4) Leida paraboolide tippude koordinaadid ja võrrelda kõverate asetust koordinaattelgede suhtes.

671. Kasutades eelmise ülesande näpunäiteid ja küsimusi, uurida ruutkolmliikmeid:

1) $y=-3x^2-6x-3$; 2) $y=-\frac{1}{2}x^2-2x-2$.

672. 1) Missugusel tingimusel ruutkolmliige $y=ax^2+bx+c$ kujutab kaksliikme täisruutu?

2) Kuidas arvutatakse sel puhul parabooli tipu koordinaate kolmliikme koefitsientide järgi?

673. On antud parabool: $y=x^2$.

Kirjutada võrrandid paraboolide jaoks, mis saadakse antud parabooli järgmise ülekandmise teel:

1) parabool on kantud 5 ühiku võrra ülespoole;
2) parabool on kantud 4 ühiku võrra allapoole;
3) parabool on kantud 3 ühiku võrra paremale;
4) parabool on kantud 6 ühiku võrra vasakule;
5) parabooli harude suund on muudetud vastupidiseks ja parabool kantud 7 ühiku võrra vasakule;
6) kujutada iga juhtumi jaoks vaba käega (ilma täpse ehitamiseta) graafik.

674. x ja y vahelist sõltuvust väljendab võrrand: $y=x^2+px+q$.

Leida koefitsientide p ja q väärtused, kui on teada, et:

1) funktsioon muutub nulliks ainult siis, kui $x=-2$;
2) funktsioon omab vähima väärtuse 3, kui $x=0$;
3) funktsiooni graafik puutub x-telge punktis $(-6; 0)$;
4) koostatud võrrandi järgi joonestada ühel joonisel iga funktsiooni graafik.

675. 1) Ehitada ühel joonisel funktsioonide

a) $y=(x-2)^2$ ja b) $y=(x-2)^2-9$ graafikud, täitnud varem tabeli:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$y=(x-2)^2$										
$y=(x-2)^2-9$										

2) võrrelda funktsioonide $y=(x-2)^2$ ja $y=(x-2)^2-9$ graafikute asendeid koordinaattelgede suhtes (*joon. 15*).

3) Leida graafiku järgi x väärtused, mille puhul funktsioon $y=(x-2)^2-9$ muutub nulliks, ning kontrollida tulemust vastava võrrandi lahendamise teel.

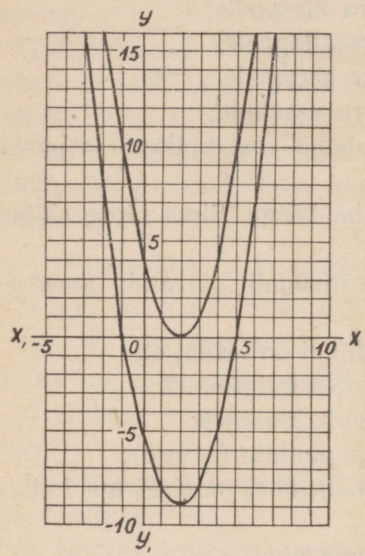
4) Selgitada, missuguste x väärtuste puhul funktsioon $y=(x-2)^2-9$ a) kahaneb; b) omab vähima väärtuse; c) kasvab.

5) Kontrollida graafiku järgi ja arvutamisega, et funktsioon $y=(x-2)^2-9$ omab:

a) positiivseid väärtusi, kui $x<-1$ ja kui $x>5$;

b) $y<0$, kui $-1<x<5$.

6) Leida parabooli $y=(x-2)^2-9$ tipu koordinaadid.



Joon. 15.

676. 1) Anda ruutkolmliikmele $y=x^2-6x+4$ kuju: $y=(x-3)^2-5$.

2) Arvutada x väärtused, mille puhul funktsioon muutub nulliks.

3) Võrrandi

$$y=(x-3)^2-5$$

järgi leida parabooli tipu koordinaadid.

4) Leida x väärtused, mille puhul funktsioon a) $y>0$; b) $y<0$; c) kahaneb; d) kasvab; e) omab vähima väärtuse.

5) Joonestada saadud tulemuste põhjal skemaatiliselt, vabal käel funktsiooni $y=(x-3)^2-5$ graafik.

677. 1) Ruutkolmliikmes $y=x^2+4x+5$ eraldada täisruut.

2) Leida funktsiooni vähim väärtus ja parabooli tipu koordinaadid.

3) Tõestada, et funktsioon $y=(x+2)^2+1$ ühegi x väärtuse (reaalse) puhul ei võrdu nulliga.

4) Selgitada avaldise $(x+2)^2+1$ uurimise teel, et x mistahes väärtuste puhul funktsioon $y>0$.

5) Ehitada funktsiooni graafik, arvutanud järgmiste punktide koordinaadid:

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y											

678. Kasutades eelmise ülesande (nr. 677) juhiseid, uurida ruutkolmliiget: $y=-x^2+6x-12$.

679. 1) Kirjutada võrrand parabooli jaoks, mis saadakse antud parabooli järgmiste ülekandmiste teel: a) parabool $y=x^2$ on kantud 4 ühiku võrra paremale ja 3 ühiku võrra allapoole; b) parabool $y=-x^2$ on kantud 5 ühiku võrra vasakule ja 2 ühiku võrra ülespoole; c) parabool $y=x^2$ on kantud 6 ühiku võrra vasakule ja 5 ühiku võrra allapoole.

2) Igal juhtumil:

a) ehitada funktsiooni graafik;

b) leida x need väärtused, mille puhul funktsioon y muutub nulliks;

c) leida x need väärtused, mille puhul funktsioonil on suurim väärtus (maksimum) või vähim väärtus (miinimum).

680. Ruutkolmliige omab kuju:

$$y=x^2+px+q.$$

1) Missugusel tingimusel kolmliikmel: a) on kaks erinevat juurt? b) on kaks võrdset juurt? c) ei ole juuri (reaalseid)?

2) Missuguse x väärtuse puhul kolmliige omab vähima väärtuse?

3) Kuidas leida parabooli (kolmliikme graafik) tipu koordinaadid koefitsientide p ja q järgi?

681. Ruutkolmliige omab kuju:

$$y=\pm x^2+px+q.$$

1) Leida p ja q:

a) funktsiooni muutudes nulliks, kui $x_1=2$ ja $x_2=-3$;

b) kui funktsiooni vähimaks väärtuseks on (-2) ja funktsioon omab selle väärtuse, kui $x=5$;

c) kui funktsiooni graafik lõikub x-teljega punktides $(-4;\ 0)$ ja $(-1;\ 0)$;

d) funktsiooni omades suurimat väärtust $(+6)$, kui $x=-4$.

2) Joonestada ühel joonisel, skemaatiliselt iga juhtumi jaoks funktsiooni graafik ja leida, missuguste x väärtuste puhul a) funktsioon $y>0$; b) $y=0$; c) $y<0$.

682. 1) Anda ruutkolmliikmele $y=2x^2+4x-6$ kuju:

$$y=2(x+1)^2-8.$$

2) Arvutada x väärtused, mille puhul funktsioon muutub nulliks.

3) Selgitada avaldise $y=2(x+1)^2-8$ uurimise teel, et funktsioon:

a) omab vähima väärtuse (-8), kui $x=-1$;

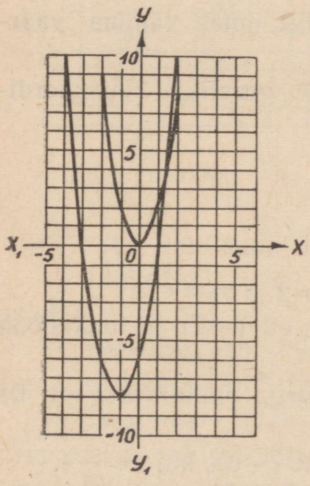
b) kui $x<-3$ ja kui $x>1$, siis funktsioon $y>0$;

c) kui $-3<x<1$, siis funktsioon $y<0$.

4) Joonestada saadud tulemuste põhjal graafik, mis näitab funktsiooni y muutumist sõltuvalt x muutumisest, leides x ja y eri väärtused tabeli järgi:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=2x^2+4x-6$									
$y=2x^2$									

5) Joonestada samal joonisel ja samas mastaabis funktsiooni $y=2x^2$ graafik (*joon. 16*).



Joon. 16.

6) Võrrelda saadud graafikuid ja nende võrrandeid ning selgitada paraboolide asendid koordinaattelgede suhtes.

7) Leida parabooli $y=2x^2+4x-6$ tipu koordinaadid ja avaldada need kolmliikme koefitsientide kaudu.

683. 1) Kasutades eelmise ülesande näpunäiteid, uurida ruutkolmliige $y=-2x^2-4x+6$.

2) Selgitada, et antud kolmliige: a) muutub nulliks, kui $x_1=-3$ ja $x_2=1$; b) omab vähima väärtuse $y=8$, kui $x=-1$; c) $y<0$, kui $x<-3$ ja $x>1$; d) $y>0$, kui $-3<x<1$.

684. 1) Tõestada, et ruutkolmliige $y=2x^2-4x+6$ ei oma juuri (reaalseid).

2) Anda antud kolmliikmele kuju $y=2(x-1)^2+4$ ja tõestada, et x mistahes (reaalsete) väärtuste puhul funktsioon $y>0$.

3) Tõestada, et kui $x=1$, siis kolmliige omab vähima väärtuse, ja arvutada see väärtus.

4) Selgitada, et x kasvamisel $-\infty$ kuni 1 funktsioon kahaneb $+\infty$ kuni 4 ja x kasvamisel $+1$ kuni $+\infty$-ni funktsioon y kas-

vab $+4$-st kuni $+\infty$-ni. Joonestada skemaatiliselt antud funktsiooni graafik.

685. On antud ruutkolmliige: $y=-2x^2+4x-6$.

1) Tõestada, et see kolmliige ei oma juuri (reaalseid).

2) Tõestada, et x mistahes väärtuste puhul funktsioon $y<0$.

3) Leida, missuguse x väärtuse puhul kolmliige omab suurima väärtuse ja millise nimelt.

4) Leida, kuidas muutub funktsioon y, kui x muutub $-\infty$ kuni $+\infty$-ni.

5) Joonestada funktsiooni muutumise graafik.

6) Kontrollida, et parabooli $y=-2x^2+4x-6$ tipu koordinaadid leitakse valemite: $x=-\frac{b}{2a}$ ja $y=-\frac{b^2-4ac}{4a}$ järgi, kus a, b ja c on kolmliikme ax^2+bx+c koefitsiendid.

686. 1) Ristküliku ümbermõõt on 16 cm. Selliseid ristkülikuid võib olla lõpmatu hulk. Leida neist see, mil on suurim pindala.

2) Leida kõigist täisnurkseist kolmnurkadest, mille kaatetite summa on 12 cm, suurima pindalaga kolmnurk.

Lahendada järgmised võrratused:

687*. 1) $x^2-7x+12>0$; 2) $x^2+3x-40>0$;
3) $x^2-4x+3<0$; 4) $x^2-2x-15<0$.

688*. 1) $3x^2-5x+2>0$; 2) $3x^2-5x+2<0$;
3) $-3x^2+5x-2>0$; 4) $-3x^2+5x-2<0$.

689*. 1) $6x^2-17x+5<0$; 2) $-2x^2+13x-15>0$;
3) $3x^2-2x+5>0$; 4) $2x^2-3x+7<0$.

690*. 1) $-3x^2+4x-5<0$; 2) $4x^2+4x+1>0$;
3) $\frac{1}{4}x^2-2x+4<0$; 4) $-4x^2+12x-9<0$.

V PEATÜKK.

TEISE ASTME VÕRRANDISÜSTEEMID KAHE TUNDMATUGA.

§ 28. Üks teise astme võrrand kahe tundmatuga.

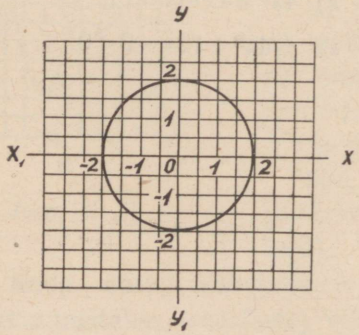
691. On antud võrrand: $x^2+y^2=4$.

1) Lahendada võrrand y suhtes ja, kasutades x väärtuste tabelit, leida mõned y vastavad väärtused (täpsusega kuni 0,1):

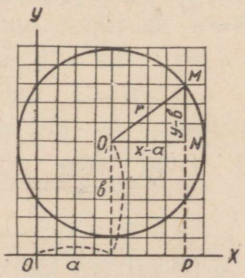
x	-2	$-1{,}5$	-1	$-0{,}5$	0	0,5	1	1,5	2
y									

2) Ehitada punktid, mille koordinaatideks on võrrandi $x^2+y^2=4$ leitud (täpsusega kuni 0,1) lahendid.

3) Ühendada saadud punktid sujuva kõveraga ja tõestada, et



Joon. 17.



Joon. 18.

võrrandit $x^2+y^2=4$ rahuldavate koordinaatidega punktide geomeetriline koht on ringjoon, mille keskpunktiks on koordinaatide algus ja raadiuseks 2 (*joon. 17*).

4) Selgitada graafiku järgi ja kontrollida arvutamisega, et võrrandi $x^2+y^2=4$ lahendeiks olevate x ja y väärtused ei või olla absoluutväärtuselt suuremad kui 2.

5) Tõestada, et ringjoone võrrandil, kui ringi raadius on r ja keskpunkt koordinaatide alguses, on kuju: $x^2+y^2=r^2$.

692. Tõestada, et igaüks järgmistest võrranditest on ringjoone võrrand:

1) $3x^2+3y^2=27$; 2) $\frac{x^2}{2}+\frac{y^2}{2}=8$;

3) $\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{4}y^2=9$; 4) $0{,}1x^2=10-0{,}1y^2$.

Näpunäide. Anda igale võrrandile kuju: $x^2+y^2=r^2$. Leida iga ringjoone raadius ja ehitada see (ühel joonisel).

693*. Tõestada, et võrrand $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ on niisuguse ringjoone võrrand, mille raadius on r ning keskpunkti koordinaadid a ja b.

Näpunäide. Vaadelda $\triangle O_1MN$ (*joon. 18*).

694*. Ringjoone $x^2+y^2=36$ keskpunkt on üle kantud punkti O_1 (3; 5).

1) Kirjutada saadud ringjoone võrrand ja joonestada see ringjoon.

2) Leida graafiku järgi ja arvutamisega ringjoone lõikepunktid koordinaattelgedega (täpsusega kuni 0,1).

695*. Tõestada, et võrrand $2x^2+2y^2+2x-2y-5=0$ on ringjoone võrrand, mille keskpunktiks on punkt $\left(-\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}\right)$ ja raadiuseks $\sqrt{3}$.

Näpunäide. Teisendada antud võrrand kujuks: $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$.

696. 1) Teades, et jääva temperatuuri puhul gaasi ruumala ja vastava rõhu korrutis on jääv suurus, koostada võrrand, mis väljendab gaasi ruumala v ja vastava rõhu p vahelist seost gaasi jaoks, mis rõhu all 12 atmosfääri omab ruumala 2 l.

2) Leida võrrandi $pv=24$ lahendid, andes suurusele p järgmised väärtused: $p=1{,}5$; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15.

3) Joonestada graafik, mis näitab gaasi ruumala muutumist sõltuvalt vastava rõhu muutumisest (*joon. 19*).

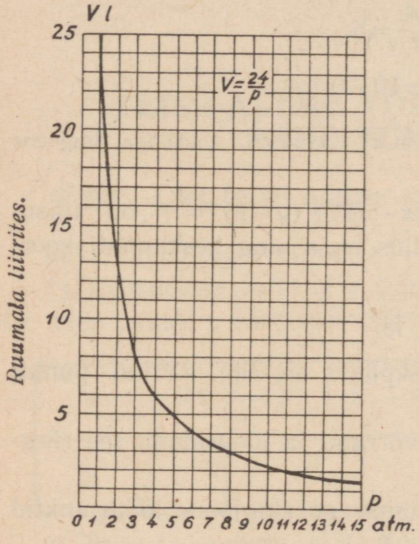
4) Leida graafiku järgi ja kontrollida arvutamisel, millega võrdub v, kui $p=1{,}6$; 2,4; 4,8.

5) Mitu lahendit on võrrandil $vp=24$?

6) Kas võivad olla võrrandi $vp=24$ lahendeiks v või p väärtused, mis on võrdsed nulliga?

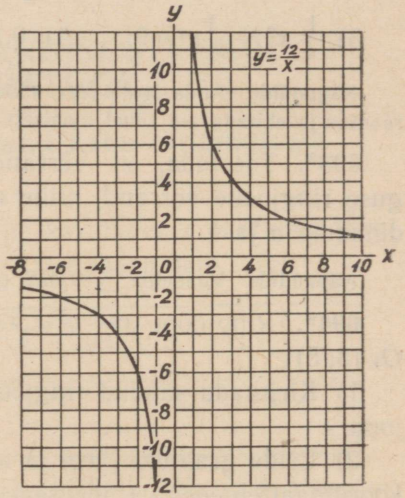
7) Kuidas nimetatakse võrrandiga $vp=24$ väljenduvat v ja p vahelist sõltuvust?

8) Kuidas nimetatakse kõverat, mis kujutab graafiliselt seda sõltuvust?



Rõhk atmosfäärides.

Joon. 19.



Joon. 20.

697. On antud võrrand: $xy=12$.

1) Lahendada see võrrand y suhtes ja joonestada funktsiooni $y=\frac{12}{x}$ graafik, arvutanud y väärtused x järgmiste väärtuste puhul:

x	-12	-10	-8	-6	-4	-3	-2	-1	1	2	3	4	6	8	10	12
y																

2) Selgitada võrrandi abil ja kontrollida graafiku (*joon. 20*) järgi funktsiooni $y=\frac{12}{x}$ järgmisi omadusi:

a) argument x võib omada mistahes positiivseid ja negatiivseid väärtusi, välja arvatud $x=0$;

b) y väärtused on pöördvõrdelised x väärtustega;

c) x negatiivsete väärtuste puhul funktsioon y kahaneb piiramatult, jäädes negatiivseks;

d) x positiivsete väärtuste puhul funktsioon y jääb positiivseks ning kahaneb, lähenedes nullile argumendi piiramatul kasvamisel.

3) Selgitada, et hüperboolil $y=\frac{12}{x}$ on kaks sümmeetriatelge: $y=x$ ja $y=-x$.

4) Ehitada hüperbooli sümmeetriateljed ja selgitada, et üks neist lõikub hüperbooliga kahes punktis (hüperbooli tipud) ja teine telg ei lõiku hüperbooliga.

Tõestada see, lahendades võrrandisüsteemid:

1) $\begin{cases} xy=12 \\ x=y \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy=12 \\ x=-y \end{cases}$

698. 1) Järgides ülesandes nr. 697 antud juhiseid, ehitada punktide geomeetriline koht, mille koordinaadid on võrrandi $xy=-12$ lahendeiks.

2) Kuidas muutub hüperbooli asend koordinaattelgede suhtes sõltuvalt võrrandi $xy=a$ tundmatut mittesisaldava liikme märgist?

699. Punktil, mis kuulub hüperboolile $y=\frac{m}{x}$, on koordinaadid (2; 8). Kirjutada hüperbooli võrrand, leida selle tipu koordinaadid ja joonestada (skemaatiliselt) antud funktsiooni graafik.

700*. 1) Ehitada ühel ja samal joonisel funktsioonide

a) $y=\frac{4}{x}$ ja b) $y=\frac{4}{x}+2$ graafikud, kasutades järgmise tabeli andmeid:

x	-8	-6	-4	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	6	8
$y=\frac{4}{x}$												
$y=\frac{4}{x}+2$												

2) Leida joonise 21 järgi hüperbooli $y=\frac{4}{x}+2$ tipu koordinaadid ja võrrelda neid hüperbooli $y=\frac{4}{x}$ tipu koordinaatidega.

3) Selgitada graafiku järgi, et hüperbooli $y=\frac{4}{x}+2$ üheks

asümptoodiks on ordinaattelg ja teise asümptoodi võrrandiks on $y=2$.

701*. 1) Teisendada igaüks järgmistest võrranditest kujuks $y=\frac{m}{x}+n$:

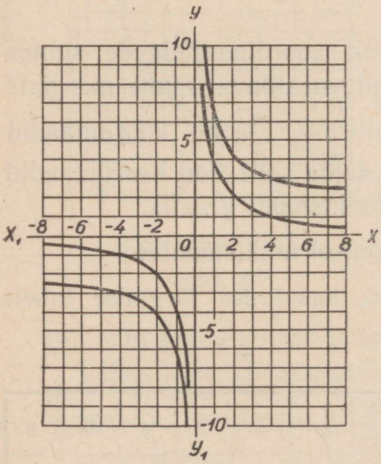
a) $xy+2x-4=0$;
b) $xy-4x-9=0$;
c) $xy-4x+9=0$;
d) $xy-4x-4=0$.

2) Leida iga antud hüperbooli tipu koordinaadid, asümptoodide võrrandid ja joonestada (skemaatiliselt) iga hüperbool.

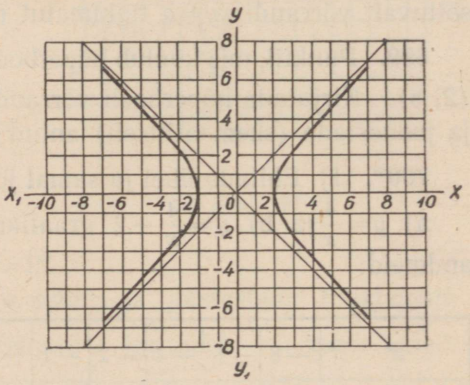
702*. On antud võrrand:

$$x^2-y^2=4.$$

1) Lahendada see võrrand y suhtes ja tõestada, et:



Joon. 21.



Joon. 22.

a) x ei või omada väärtusi, mille absoluutväärtus on vähem kui 2;

b) x igale väärtusele vastab kaks, absoluutväärtuselt võrdset, kuid vastupidise märgiga y väärtust;

c) y muutub nulliks, kui $x=\pm 2$;

d) kui $|x|>2$ ja x absoluutväärtus kasvab piiramatult, siis y absoluutväärtus kasvab piiramatult.

2) Leida võrrandi $x^2-y^2=4$ lahendid, andes x-le järgmised väärtused ja arvutades y täpsusega kuni 0,1:

x	-7	-6	-5	-4	-3	-2	2	3	4	5	6	7
y												

3) Võttes võrrandi $x^2-y^2=4$ iga lahendi punkti koordinaatideks, märkida saadud punktid ja ühendada need sujuva kõveraga, arvestades võrrandi uurimise tulemusi (*joon. 22*).

4) Selgitada graafiku järgi ja kontrollida võrrandi abil, et koordinaatteljed on saadud kõvera sümmeetriatelgedeks.

5) Lahendades võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} x^2-y^2=4 \\ y=0 \end{cases}$$

tõestada, et x-telg lõikub kõveraga punktides (2; 0) ja (−2; 0).

6) Ehitada sirgjooned $y=x$ ja $y=-x$ ning selgitada, et kõvera harud piiramatult lähenevad nendele sirgetele (kõvera asümptoodid).

§ 29. Teise astme võrrandisüsteemid.

Lahendada algebraliselt ja graafiliselt järgmised võrrandisüsteemid:

703. 1) $\begin{cases} x^2-y=8 \\ x-y=2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy=28 \\ x+y=11 \end{cases}$

704. 1) $\begin{cases} xy=8 \\ x-y=2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy=12 \\ 2x-y=10 \end{cases}$

Lahendada võrrandisüsteemid:

705. 1) $\begin{cases} x^2+xy=2 \\ y-3x=7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2-xy-y^2=19 \\ x-y=7 \end{cases}$

706. 1) $\begin{cases} x^2+y^2-6y=0 \\ y+2x=0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2-xy+y^2=63 \\ x-y=-3 \end{cases}$

707. 1) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{8} \\ x+y=12 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=-\frac{4}{5} \\ x-y=4 \end{cases}$

708. 1) $\begin{cases} (x-1)(y-1)=2 \\ x+y=5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} (x-2)(y+1)=1 \\ x-y=3 \end{cases}$

709. 1) $\begin{cases} x+y=a \\ xy=-2a^2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=a+2b \\ xy=ab+b^2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=5a^2 \\ x+y=3a \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=\frac{13a^2}{36} \\ x-y=\frac{a}{6} \end{cases}$

710. 1) $\begin{cases} \frac{4}{x-1}-\frac{5}{y+1}=1 \\ \frac{3}{x+3}=\frac{2}{y} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{3}{x+5}+\frac{2}{y-3}=2 \\ \frac{4}{x-2}=\frac{1}{y-6} \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{1+x+x^2}{1+y+y^2}=3 \\ x+y=6 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x^2+y+1}{y^2+x+1}=\frac{3}{2} \\ x-y=1 \end{cases}$

711. 1) $\begin{cases} (x-2)(y-3)=1 \\ \frac{x-2}{y-3}=1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{y+3}{(3x-y)(3y-x)}=\frac{1}{2} \\ \frac{x-y}{x+y}=\frac{2}{5} \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{3x-2}{y+5}+\frac{y}{x}=2 \\ x-y=4 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{2x-5}{x-2}+\frac{2y-3}{y-1}=2 \\ 3x-4y=1 \end{cases}$

712. 1) $\begin{cases} 7x^2-3y^2+5xy-2x-27=0 \\ x+y=5 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x^2-5xy+y^2+10x+12y=100 \\ 2x-3y=1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2-xy-y^2+2x-2y+6=0 \\ y-x=1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} x^2+2xy+3y^2-48x+4y-4=0 \\ 3x+y=2 \end{cases}$

713. 1) $\begin{cases} \frac{x+y}{y}=a \\ 1+\frac{xy}{a+1}=a^2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x}{a-b}-\frac{a+b}{y}=0 \\ x-y=0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x-y}{a+1}=a \\ x-y^2=0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+y=2a \\ \frac{x^2-2a^2+y^2}{2}=1 \end{cases}$

714. Lahendada algebraliselt ja graafiliselt järgmised võrrandisüsteemid:

1) $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ xy=12 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x^2-y^2=7 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ x^2-y=5 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} xy=8 \\ y=x^2 \end{cases}$

Lahendada võrrandisüsteemid:

715. 1) $\begin{cases} x+y+xy=5 \\ x+y-xy=1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+2xy+y=10 \\ x-2xy+y=-2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} xy-x+y=7 \\ xy+x-y=13 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} xy+x+y=29 \\ xy-2(x+y)=2 \end{cases}$

716. 1) $\begin{cases} x^2+y^2+x+y=18 \\ x^2-y^2+x-y=6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x^2+2y^2=5xy \\ 4x-4y=xy \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x^2-3xy+2y^2=14 \\ x^2+xy-y^2=5 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2x^2-5xy+3x-2y=10 \\ 5xy-2x^2+7x-8y=10 \end{cases}$

717. 1) $\begin{cases} (x+y)(8-x)=10 \\ (x+y)(5-y)=20 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x^2-3xy+5y-5=0 \\ (x-2)(y-1)=0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2-5y^2-3x-y+22=0 \\ (x-3)(y-2)=y^2-3y+2 \end{cases}$

4) $\begin{cases} (x+y)^2-4(x+y)=45 \\ (x-y)^2-2(x-y)=3 \end{cases}$

718. 1) $\begin{cases} x^2+xy=a \\ y^2+xy=b \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \dfrac{3a}{x-y}=\dfrac{x}{a} \\ \dfrac{10a}{x+y}=\dfrac{y}{a} \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dfrac{x-a}{x}+\dfrac{y-b}{b}=1 \\ \dfrac{x-a}{a}+\dfrac{y-b}{y}=\dfrac{1}{2} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \dfrac{x+m}{m}-\dfrac{y+m}{y}=3 \\ \dfrac{y+m}{m}-\dfrac{x+m}{x}=\dfrac{3}{4} \end{cases}$

719*. 1) $\begin{cases} x^2-(a+x)y-a^2=0 \\ \dfrac{x^2-2(x-y)+y^2}{5a-2}=a \end{cases}$

2) $\begin{cases} (x+y)^2-6n(x+y)=a^2-2an-8n^2 \\ (x-y)^2-(a+1)(x-y)=a+2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x^2-(a^2+b^2)+y^2}{b+y}=x \\ (x-a)(y+b)=0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x^2}{a-b}+\frac{y^2}{a+b}=x+y \\ y-x=2b \end{cases}$

720*. 1) $\begin{cases} x^2+2xy-8y^2-6x+18y-7=0 \\ 2x^2-5xy-10y^2-3x+9y+7=0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} x^2-4xy+4y^2-3x+6y=54 \\ (2x-y)^2-12(2x-y)=189 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+2xy+y^2-4x-4y-45=0 \\ x^2-2xy+y^2-2x+2y-3=0 \end{cases}$

Kasutades teoreemi ruutvõrrandi lahendite summa ja korrutise kohta, lahendada järgmised süsteemid:

721. 1) $\begin{cases} x+y=5 \\ xy=4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=8 \\ xy=7 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x+y=2 \\ xy=-15 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+y=-5 \\ xy=-36 \end{cases}$

722. 1) $\begin{cases} x-y=7 \\ xy=18 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=2 \\ xy=15 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x-y=16 \\ xy=-48 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x-y=3 \\ xy=-2 \end{cases}$

723. 1) $\begin{cases} x+y=a \\ xy=-2a^2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=2a \\ xy=-3a^2 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x-y=b \\ xy=2b^2 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+y=a+2b \\ xy=ab+b^2 \end{cases}$

724. 1) $\begin{cases} x^2+y^2=13 \\ xy=6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=41 \\ xy=20 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=10 \\ xy=3 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=34 \\ xy=15 \end{cases}$

725. 1) $\begin{cases} x^2+y^2=\frac{5m^2}{4} \\ xy=\frac{m^2}{2} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2=\frac{13a^2}{36} \\ xy=\frac{a^2}{6} \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2+y^2=\frac{10a^2}{9} \\ xy=\frac{a^2}{3} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^2+y^2=a^2+4b^2 \\ xy=2ab \end{cases}$

Kasutada abiotsitava võtet järgmiste võrrandisüsteemide lahendamisel:

726. 1) $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{34}{15} \\ x^2+y^2=34 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{26}{5} \\ x^2-y^2=24 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{x}{y}-\frac{y}{x}=\frac{9}{20} \\ x^2-y^2=9 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x}{y}-\frac{y}{x}=\frac{5}{6} \\ x^2+y^2=13 \end{cases}$

727. 1) $\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{2} \\ x+y=10 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}}+\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{41}{20} \\ x+y=41 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}}-\sqrt{\frac{y}{x}}=\frac{5}{6} \\ x-y=5 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=3 \\ xy=4 \end{cases}$

Lahendada järgmised võrrandisüsteemid, mille vasakud pooled on homogeensed x ja y suhtes:

728. 1) $\begin{cases} x^2-5y^2=-1 \\ 3xy+7y^2=1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3y^2-2xy=160 \\ y^2-3xy-2x^2=8 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^2-3xy+y^2=-1 \\ 3x^2-xy+3y^2=13 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x^2-4xy+2y^2=17 \\ x^2-y^2=-16 \end{cases}$

729. 1) $\begin{cases} x^2-2xy-y^2=2 \\ xy+y^2=4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+xy+4y^2=6 \\ 3x^2+8y^2=14 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x^2-6xy+5y^2=29 \\ 7x^2-8xy+7y^2=43 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x^2+5xy-4y^2=38 \\ 5x^2-9xy-3y^2=15 \end{cases}$

Lahendada järgmised võrrandisüsteemid:

730. 1) $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=5 \\ \sqrt{xy}=6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{y}}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}}=\frac{5}{2} \\ x+y=25 \end{cases}$

731. 1) $\begin{cases} x+y+x^2+y^2=18 \\ xy+x^2+y^2=19 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y+x^2+y^2=18 \\ xy+x^2+y^2=12 \end{cases}$

732. 1) $\begin{cases} x^3+y^3=72 \\ x^2-xy+y^2=12 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^3-y^3=218 \\ x^2+xy+y^2=109 \end{cases}$

733. 1) $\begin{cases} x^3-y^3=133 \\ x-y=7 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^3+y^3=-217 \\ x+y=-7 \end{cases}$

734. 1) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{3}{2} \\ \frac{1}{x^2}+\frac{1}{y^2}=\frac{5}{4} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{3} \\ x^2+y^2=160 \end{cases}$

735*. 1) $\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ \frac{x}{y}=\frac{m}{n} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x^2}{y^2}=\frac{a^2}{b^2} \\ a-x=b-y \end{cases}$

736*. 1) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{1}{c} \\ \frac{a}{x^2}-\frac{b}{y^2}=0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=2 \\ \frac{bx+ay}{bx-ay}=\frac{m}{n} \end{cases}$

737*. 1) $\begin{cases} \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}=\frac{a}{b} \\ xy=(a^2-b^2)^2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x\left(1+\frac{x}{y}\right)=a \\ y\left(1+\frac{y}{x}\right)=b \end{cases}$

3) $\begin{cases} xy-\frac{x}{y}=a \\ xy-\frac{y}{x}=\frac{1}{a} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \frac{x^3}{y}+xy=a^2 \\ \frac{y^3}{x}+xy=b^2 \end{cases}$

Lahendada võrrandisüsteemid kolme tundmatuga:

738*. 1) $\begin{cases} xy=2 \\ yz=6 \\ xz=3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy=6 \\ yz=12 \\ xz=8 \end{cases}$

739*. 1) $\begin{cases} xy=2 \\ xz=3 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy=4 \\ yz=6 \\ x^2+z^2=13 \end{cases}$

740*. 1) $\begin{cases} x+y=1 \\ y+z=2 \\ xz=6 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=2 \\ y+z=7 \\ x^2+z^2=41 \end{cases}$

741*. 1) $\begin{cases} y-x=3 \\ y-z=4 \\ x^2+y^2+z^2=30 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x+y=5 \\ x+z=6 \\ xy+xz+yz=29 \end{cases}$

742*. 1) $\begin{cases} xy+yz=9 \\ yz+xz=5 \\ xy+xz=-16 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy+xz=7 \\ xy+yz=15 \\ yz+xz=16 \end{cases}$

743*. 1) $\begin{cases} x+y=1 \\ z+yz=3 \\ xyz=20 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-z=7 \\ y-xy=6 \\ xyz=24 \end{cases}$

744*. 1) $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=29 \\ xy+yz+zx=-10 \\ x+y=-1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+y^2+z^2=66 \\ xy+xz=11 \\ x+y+z=12 \end{cases}$

745*. 1) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=10 \\ xy=\frac{1}{6} \\ yz=\frac{1}{15} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=9 \\ xz=\frac{1}{5} \\ yz=\frac{1}{3} \end{cases}$

746*. 1) $\begin{cases} x^2+xy+xz=a \\ y^2+xy+yz=b \\ z^2+xz+yz=c \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^2+xy-xz=a \\ y^2+xy-yz=b \\ -z^2+xz+yz=c \end{cases}$

§ 30. Ülesandeid teise astme võrrandisüsteemide koostamiseks ning lahendamiseks.

747. Kahe arvu summa on 15 ja nende ruutude summa 125. Leida need arvud.

748. Ristküliku ümbermõõt on 28 cm. Selle ristküliku kahele lähisküljele ehitatud ruutude pindalade summa on 116 cm². Leida ristküliku küljed.

749. Ristküliku pindala on 120 cm² ja tema diagonaal 17 cm. Leida ristküliku küljed.

750. Ristkülikukujuline maatükk, mille pindala 2400 m², on ümbritsetud 200 meetri pikkuse taraga. Leida selle maatüki pikkus ja laius.

751. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on 41 cm ja tema pindala 180 cm². Leida kaatetid.

752. Kahe positiivse arvu ruutude summa on 208 ja nende arvude ruutude vahe 80. Leida need arvud.

753. Kahe arvu ruutude summa on 261. Kui kumbagi arvu vähendada 1 võrra, siis nende ruutude summa võrdub 221. Leida need arvud.

754. Kahe arvu summa on 7 korda suurem nende vahest, nende ruutude vahe on 252. Leida need arvud.

755. Kui kahe positiivse arvu korrutist suurendada suurema teguri võrra, siis saame 48; kui aga seda korrutist suurendada vähema teguri võrra, saame 45. Leida need arvud.

756. Kui kahe positiivse arvu summaga liita nende ruutude summa, siis saame 152; kui liita nende arvude vahega nende ruutude vahe, saame 68. Leida need arvud.

757. Kahe arvu vahe on 2, nende arvude kuupide vahe võrdub 488. Leida need arvud.

758. Kahe arvu summa on 14, nende kuupide summa on 854. Leida need arvud.

759. Täisnurkse kolmnurga ümbermõõt on 48 cm ja tema pindala 96 cm². Leida kolmnurga küljed.

760. Täisnurkse kolmnurga ümbermõõt on 36 cm ja pindala 54 cm². Leida kolmnurga küljed.

761. Murru lugeja ja nimetaja korrutis on 42. Kui murru lugejat suurendada 1 võrra ja nimetajat vähendada 1 võrra, saame antud murru pöördväärtuse. Leida murd.

762. Murru lugeja ja nimetaja ruutude summa on 61. Murru ja tema pöördväärtuse summa on $2\frac{1}{30}$. Leida murd.

763. Leida kahekohaline arv, mis on 4 korda suurem tema numbrite summast ja 16 võrra suurem tema numbrite korrutisest.

764. Leida kahekohaline arv, mis on 4 korda suurem tema numbrite summast ja 2 korda suurem tema numbrite korrutisest.

765. Kui kahekohaline arv jagada tema numbrite summaga, saame jagatise 6 ja jäägi 2. Kui aga see arv jagada tema numbrite korrutisega, saame jagatise 5 ja jäägi 2. Leida see arv.

766. Kahekohaline arv on 2 korda suurem tema numbrite korrutisest. Kui selle arvu numbrid ümber paigutada, siis saadud arv ja antud arv suhtuvad nagu 7 : 4. Leida see arv.

767. Kui jagada kahekohaline arv tema numbrite korrutisega, siis saame jagatise 2 ja jäägi 5. Kui selle arvu numbrid ümber paigutada ja siis teostada sama jagamine, saame jagatise 5 ja jäägi 2. Leida see arv.

768. Kahe arvu aritmeetiline keskmine on 20 ja geomeetriline keskmine 12. Leida need arvud.

769. Kahe arvu aritmeetiline keskmine on 17 ja geomeetriline keskmine 15. Leida need arvud.

770. Leida võrdhaarse kolmnurga küljed, kui on teada, et tema kaks mittevõrdset kõrgust on a ja b.

771. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuusi ja hüpotenuusile tõmmatud kõrguse summa on m, kaatetite summa on n. Leida hüpotenuus.

772. Kahe positiivse arvu summa suhtub nende vahega nagu $m : n$; nende arvude summa ja nende vahe korrutis on a. Leida need arvud.

773. Kahe arvu summa on a; nende arvude vahe võrdub nende kuupide vahega. Leida need arvud.

774. Kahe arvu vahe on a; nende arvude summa võrdub nende kuupide summaga. Leida need arvud.

775. Leida kaks arvu, mille summa, korrutis ja ruutude vahe on omavahel võrdsed.

776. Täisnurkse kolmnurga hüpotenuus on m ja tema pindala on S. Leida kaatetid.

777. Täisnurkse kolmnurga täisnurga tipust hüpotenuusile tõmmatud kõrgus on h ja kaatetite summa m. Leida hüpotenuus.

778. Täisnurkse kolmnurga kaatetite vahe on n ja tema hüpotenuusile tõmmatud kõrgus on h. Leida hüpotenuus.

779. Täisnurkse kolmnurga ümbermõõt on $2p$ ja tema pindala q. Leida kolmnurga küljed.

780. Kolmnurga ümbermõõt on $2p$, pindala on S ja üks külg a. Leida kolmnurga teised küljed.

781. Kaks õpilasgruppi ostsid teatud hulga teatripileteid. Esimene grupp kulutas nende ostmiseks 90 rbl. Teine grupp, ostes 3 piletit vähem esimesest ja makstes iga pileti eest 2 rubla rohkem kui esimene, kulutas nende ostmiseks 96 rubla. Mitu teatripiletit ja mis hinnalisi ostis kumbki õpilasgrupp?

782. Keha liigub ühtlase kiirendusega (ilma algkiiruseta) ja, läbinud 360 m, omab kiiruse 12 m sekundis. Kui kaua ja missuguse kiirendusega liikus keha?

783. Rong väljus jaamast ja, liikudes ühtlase kiirendusega, saavutas vahemaal 2,1 km kiiruse 54 km tunnis. Leida rongi kiirendus ja hoovõtu aeg.

784. Algkiirusega keha saab kiirenduse 25 cm sekundis. Läbinud 570 m, oli keha kiirus 17 m sekundis. Leida, kui suur oli keha algkiirus ja kui kaua ta liikus kiirendusega.

785. Reisirong läbib kahe linna vahemaa, mis on 480 km, 4 tundi lühema ajaga kui kaubarong. Kui reisirongi kiirust suurendada 8 km ja kaubarongi kiirust suurendada 2 km tunnis, siis reisirong läbib selle vahemaa 5 tundi lühema ajaga kui kaubarong. Leida kummagi rongi kiirus.

786. Linnadest A ja B, mille vahemaa on 180 km, lähetati teineteisele vastu kaks rongi. Peale nende kohtumist rong, mis väljus linnast A, saabub linna B 2 tunni pärast, teine aga jõuab linna A 4 tunni 30 minuti pärast. Leida kummagi rongi kiirus.

787. Kahe sordi riide eest maksti 244 rubla. Kummagi sordi meeter maksab nii mitu rubla, kui mitu meetrit oli ostetud vastavat sorti riiet. Kui iga meetri eest oleks makstud nii mitu rubla, kui

mitu meetrit osteti teist sorti, siis kogu riide eest oleks tulnud maksta 4 rubla vähem. Mitu meetrit kumbagi sorti riiet osteti?

788. Kahele ristkülikukujulisele maatükile on istutatud ridadesse 350 viljapuud, kusjuures kummalgi maatükil on ridu 1 võrra rohkem kui viljapuid reas. Mitu viljapuud on istutatud igasse ritta kummalgi maatükil, kui esimesel neist on 130 viljapuud rohkem kui teisel?

789. Kolhoosi kahe võistleva brigaadi viljasaagi arvestus näitas, et esimene brigaad sai oma maatükilt 200 ts nisu ja teine brigaad, mille maatükk oli 2 ha suurem, sai 300 ts, kusjuures teine brigaad sai hektarilt 5 ts rohkem kui esimene. Leida kummagi maatüki suurus ja viljasaak kummagi maatüki 1 hektarilt.

790. Punktide *A* ja *B* vaheline tee koosneb tõusust ja langusest. Jalgrattur, liikudes langusel 6 km võrra suurema kiirusega kui tõusul, kulutab punktist *A* punkti *B* jõudmiseks 2 tundi 40 minutit ja tagasiteel punktist *B* punkti *A* 20 minutit vähem. Leida jalgratturi kiirus tõusul ja langusel ning tõusu pikkus punktist *A* punkti *B* suunas, kui kogu tee pikkus on 36 km.

791. Jalgratta võidusõidu-distants on 6 km. Jalgrattur *A* möödus jalgratturist *B*, jõudes finišisse 2 min. varem kui jalgrattur *B*. Kui *A* oleks vähendanud kiirust 0,1 km võrra minutis, *B* aga samavõrra suurendanud, oleks *B* jõudnud finišisse 2 minutit varem kui *A*. Leida kummagi jalgratturi kiirus.

792. Ühelt maatükilt saadi 4,8 t kartuleid, teiselt maatükilt, mis on 0,03 ha võrra vähem, saadi 2 t, kusjuures selle maatüki igalt ruutmeetrilt saadi 2 kg vähem kui esimese maatüki igalt ruutmeetrilt. Leida, kui suur oli kumbki maatükk ning kui palju kartuleid saadi kummagi igalt ruutmeetrilt.

793. Puutala kaalub 90 kg, raudtala, mis on 2 m pikem sellest, kaalub 160 kg, kusjuures raudtala üks jooksev meeter on 5 kg raskem puutala jooksvast meetrist. Leida kummagi tala jooksva meetri kaal ja kummagi pikkus.

794. Sõiduki esiratas tegi 7500-meetrisel vahemaal 1000 pööret rohkem kui tagaratas. Kui kummagi ratta ümbermõõtu suurendada 1 m võrra, siis samal vahemaal esiratas teeks 625 pööret rohkem tagarattast. Leida kummagi ratta ümbermõõt.

795. Sõiduki esiratas tegi 2730-meetrisel vahemaal 392 pööret rohkem tagarattast. Kui kummagi ratta ümbermõõtu suurendada 0,3 m võrra, siis samal vahemaal esiratas teeks 325 pööret rohkem kui tagaratas. Leida kummagi ratta ümbermõõt.

796. Kahe jõu suunad moodustavad täisnurga, resultantjõud on 89 kG. Kui kumbagi jõudu vähendada 3 kG võrra, siis resultantjõud väheneb 4 kG võrra. Leida jõudude suurused.

797. Kahe jõu suunad moodustavad täisnurga ja resultantjõud on 25 kG. Kui vähemat jõudu suurendada 8 kG võrra ja suuremat vähendada 4 kG võrra, siis resultantjõud jääb muutumata. Leida jõudude suurused.

798. Kaks brigaadi pidid sooritama teatud töö. Algul töötas esimene brigaad kolmandiku sellest ajast, mis kuluks teisel brigaadil kogu töö lõpetamiseks; seejärel töötas teine brigaad kolmandiku sellest ajast, mis kuluks esimesel brigaadil kogu töö sooritamiseks. Pärast seda osutus, et niiviisi oli tehtud $\frac{13}{18}$ kogu tööst. Leida, kui palju aega kulub kummalgi brigaadil kogu töö sooritamiseks, kui mõlemad brigaadid koos võivad selle töö lõpetada $3\frac{3}{5}$ tunniga.

799. Kaks töölist, töötades koos, võivad lõpetada töö a tunniga. Kui aga algul üks neist oleks teinud $\frac{3}{5}$ tööst ja siis teine ülejäänud osa, oleksid nad kulutanud kogu töö tegemiseks b tundi. Mitme tunniga kumbki neist üksi oleks võinud teha kogu töö?

800. A-l kulub teatud töö sooritamiseks a päeva rohkem kui B-l ja b päeva rohkem kui C-l. A ja B, töötades koos, lõpetavad selle töö sama ajaga kui C üksi. Leida, kui palju aega kulub igaühel neist selle töö sooritamiseks.

801. Kaks rehepeksumasinat masindavad viljasaagi a päevaga. Kui esimene rehepeksumasin oleks masindanud poole viljasaagist ja siis teine ülejäänud osa, oleksid nad töötanud b päeva. Mitme päevaga kumbki neist oleks võinud üksi lõpetada selle töö?

802. Kahest vedelikust, mille erikaalud on vastavalt $1{,}2\frac{G}{cm^3}$ ja $1{,}6\frac{G}{cm^3}$, on koostatud 60 g segu. Mitu grammi võeti kumbagi vedelikku ja kui suur on segu erikaal, kui 8 cm^3 segu kaalub niisama palju kui kaalub seguks võetud kogu vähema erikaaluga vedelik?

803. Segul, mis sisaldab a grammi üht vedelikku ja b grammi teist, on erikaal $p\frac{G}{cm^3}$. Segul, mis sisaldab c grammi esimest vedelikku ja d grammi teist, on erikaal $q\frac{G}{cm^3}$. Leida kummagi vedeliku erikaal.

804. Kaks keha liiguvad täisnurga haarasid mööda tipu poole. Teatud momendil keha A oli 60 m kaugel nurga tipust ja keha B 480 m tipust. 3 sekundi pärast kehade A ja B vaheline kaugus oli 70 m ja 2 sekundit hiljem vähenes nende-vaheline kaugus veel 20 m võrra. Leida kummagi keha kiirus.

805. 60°-se nurga haaradel on võetud punktid A ja B, mille vahemaa on 31 m. Kui nihutada punkti A haara mööda tipu poole 20 m võrra, siis A ja B vaheline kaugus väheneb 10 m võrra. Leida punktide A ja B kaugus nurga tipust.

806*. Kehad A ja B liiguvad ühtlaselt 60°-se nurga haarasid mööda tipu poole. Algul oli A 50 m kaugel nurga tipust ja B 36 m tipust. 3 sekundi pärast peale liikumise algust kehade kaugus teineteisest oli 31 m ja 4 sekundit hiljem nende-vaheline kaugus vähenes veel 18 m võrra. Leida kummagi keha kiirus.

807. 2 km pikkust ringrada mööda liiguvad ühes suunas kaks uisutajat, kes kohtuvad iga 20 minuti pärast. Leida kummagi uisutaja kiirus tunnis, kui esimene neist läbib ringraja 1 minuti võrra lühema ajaga kui teine.

808. Kaks keha liiguvad ringjoont mööda, mille pikkus on c meetrit. Esimene keha läbib ringjoone pikkuse t sekundi võrra kiiremini teisest; kui nad liiguvad ühes suunas, kohtuvad nad iga n sekundi pärast. Leida kummagi keha joonkiirus.

VI PEATÜKK.

ÜLESANDEID VIII KLASSI KURSUSE KORDAMISEKS.

809. Missuguseid väärtusi võib omada argument x järgmistes funktsioonides:

1) $y=\sqrt{x-5}$; 2) $y=\sqrt[3]{x-1}$; 3) $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$; 4) $y=\frac{2}{\sqrt[3]{x}}$;

5) $y=\sqrt{1-x}$; 6) $y=\sqrt{x^2-1}$; 7) $y=\sqrt{x^2-4x}$;

8) $y=\sqrt{9-x^2}$?

810. 1) Missuguste x väärtuste puhul omavad mõtet järgmised võrdused:

a) $\sqrt{(x-3)^2}=x-3$; b) $\sqrt{x^2-9}=\sqrt{x+3}\cdot\sqrt{x-3}$;

c) $\sqrt{(x-2)(x-3)}=\sqrt{x-2}\cdot\sqrt{x-3}$?

2) Kas kasvab või kahaneb funktsioon: a) $y=\sqrt{x}$; b) $y=\frac{1}{\sqrt{x}}$?

3) Missugused väärtused on järgmistel juurtel:

$$\sqrt{(-4)^2};\ \sqrt{a^2};\ \sqrt{(a-2)^2}?$$

4) Kas võib väita, et kui $a^2=b^2$, siis $a=b$?

5) Missugust märki omab vahe: $\sqrt[3]{5}-\sqrt{3}$? $(1+\sqrt{7})-\sqrt{11}$?

6) Missugune arvudest $\sqrt[5]{4}$; $\sqrt[3]{3}$ ja $\sqrt[15]{28}$ on suurim?

7) Kujutada kahe irratsionaalse arvu korrutisena järgmised arvud: 5; -5; 3; -3.

8) Missuguse argumendi x väärtuse puhul funktsioon $y=\sqrt{1+x^2}$ omab vähima väärtuse ja missuguse nimelt?

811. 1) Missuguste x väärtuste puhul kolmliige x^2-x-4 omab väärtuse 2?

2) Missuguste x väärtuste puhul funktsioon $y=\frac{1}{x^2+3x-5}$ omab väärtuse $\frac{1}{5}$?

3) Missuguse x väärtuse puhul funktsioon $y=1+(1-x)^2$ omab vähima väärtuse ja missuguse nimelt?

812. 1) Tõestada, et kui p, q ja r on ratsionaalarvud, siis võrrandil $(p+q+r)x^2-2(p+q)x+(p+q-r)=0$ on ratsionaalsed lahendid. Tuua arvulisi näiteid.

2) Tõestada, et võrrandi $x^2+px+q=0$ lahendid on ratsionaalsed, kui $p=n+\frac{q}{n}$, kus n ja q on ratsionaalarvud. Tuua arvulisi näiteid.

3) Tõestada, et võrrandi $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{x-1}=1$ lahendid on reaalsed a ja b mistahes nullist erinevate reaalsete väärtuste puhul.

813. 1) Võrrandit $ax^2+bx+c=0$ lahendamata leida selle lahendite kuupide summa.

2) Leida p ja q väärtused, mille puhul võrrandi $x^2+px+q=0$ lahendid oleksid vastavalt $x_1=p$ ja $x_2=q$.

3) Leida p väärtus, mille puhul võrrandi $x^2+px+28=0$ lahendite ruutude summa oleks 65, ja lahendada see võrrand leitud p väärtuse järgi.

814. 1) Koostada ruutvõrrand, mille lahendeiks oleksid

$$\alpha=x_1+\frac{1}{x_1} \text{ ja } \beta=x_2+\frac{1}{x_2},$$

kus x_1 ja x_2 on võrrandi $ax^2+bx+c=0$ lahendid.

2) Koostada ruutvõrrand, mille lahendeiks oleksid

$$\alpha=\frac{x_1+1}{x_1-1} \text{ ja } \beta=\frac{x_2+1}{x_2-1},$$

kus x_1 ja x_2 on võrrandi $ax^2+bx+c=0$ lahendid.

815. Ehitada ühel ja samal joonisel ühes ja samas mastaabis järgmiste funktsioonide graafikud:

$$y=2x;\ y=2x+4;\ y=2x-4;\ y=-2x.$$

1) Selgitada, mispoolest sarnlevad ja millelt erinevad saadud graafikud.

2) Missugustes punktides lõikub iga graafik koordinaattelgedega?

3) Määrata, kas nurk, mille moodustab iga graafik abstsisstelgega, on suurem või vähem kui 45°.

4) Missugust sõltuvust avaldab igaüks antud funktsioonidest?

816. On antud kolm lineaarvõrrandit: $x+y=5$; $y-x=1$; $2x-y=7$. Joonestada ühel ja samal joonisel nende võrrandite graafikud ning kontrollida, et nende graafikute lõikepunktide koordinaadid on kolme lineaarvõrrandisüsteemi lahendeiks, mis saadud antud võrrandite ühendamise teel kahekaupa.

817. On antud funktsioonid: $y=x^2$; $y=-x^2$; $y=x^2+1$; $y=(x-1)^2$; $y=(x+1)^2-2$; $y=x^2+2x$; $y=x^2+4x+4$; $y=x^2+4x+3$.

1) Missuguste x väärtuste puhul igaüks funktsioonidest a) kahaneb; b) kasvab; c) muutub nulliks; d) omandab vähima või suurima väärtuse ja missuguse nimelt?

2) Määrata iga funktsiooni graafiku kuju ja graafiku asend koordinaattelgede suhtes.

3) Teostamata graafikute täpset joonestamist, kujutada need antud funktsioonide koordinaattasapinnas.

818. 1) Lahendada graafiliselt võrrand $x^2-5x+6=0$ (kahel viisil).

2) Lahendada graafiliselt järgmised võrrandisüsteemid:

a) $\begin{cases} x+y=7 \\ xy=12 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x^2+y=2x-1 \\ x+y=-1 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x^2+y=7 \\ x+y^2=11 \end{cases}$

Ülesandeid kontroll- ja iseseisvaiks töödeks.

819. 1) Kahe kombaini koostöötamisel koristati saak 2 päevaga. Kui ühe kombainiga oleks koristatud $\frac{1}{3}$ saaki ja siis teise kombainiga ülejäänud osa, oleks kogu töö tehtud 5 päevaga. Mitme päevaga saaks koristada saagi kummagi kombainiga eraldi?

2) Lihtsustada:

$$\sqrt[4]{7\frac{1}{2}}-\frac{2\sqrt{10}}{2\sqrt{3}-\sqrt{10}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{1}{x}-\frac{1}{a}-\frac{1}{b}=\frac{1}{x-a-b}.$$

820. 1) Kahe erineva võimsusega traktori koostöötamisel künti põld üles 4 päevaga. Kui ühe traktoriga oleks algul küntud $^2/_3$ põllust ja siis teise traktoriga ülejäänud osa, oleks kogu töö lõpetatud 8 päevaga. Mitme päevaga oleks võinud üles künda kogu põllu kummagi traktoriga eraldi?

2) Lihtsustada:

$$-19\sqrt{\frac{3}{38}}-\frac{13\sqrt{19}}{2\sqrt{19}+\sqrt{24}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$2x-a-b=\frac{2b^2}{2x-a}.$$

821. 1) Kaks töölist pidid koos sooritama teatud töö. Pärast neljapäevalist koostöötamist viidi üks tööline teise tsehhi ja töö lõpetamiseks kulus teisel töölisel veel 2 päeva. Missuguse ajaga kumbki tööline üksi oleks võinud selle töö sooritada, kui on teada, et teine oleks selle sooritanud 3 päeva varem kui esimene?

2) Lihtsustada:

$$\left(\frac{a\sqrt{a}+m\sqrt{m}}{\sqrt{a}+\sqrt{m}}-\sqrt{am}\right):(a-m)+\frac{2\sqrt{m}}{\sqrt{a}+\sqrt{m}}.$$

3) Missuguste m väärtuste puhul võrrandil $x^2+(m-2)x+m+1=0$ on võrdsed lahendid?

822. 1) Esimene toru üksi töötades täidab basseini 3 tundi lühema ajaga kui teine. Et täita bassein, avati mõlemad torud korraga, kuid 10 tunni pärast esimene toru suleti ja pärast seda teine lõpetas basseini täitmise 5 tunni 45 minutiga. Missuguse ajaga kumbki toru üksi täidab basseini?

2) Lihtsustada:

$$\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})^3+\frac{2a^2}{\sqrt{a}}+b\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}+\frac{3\sqrt{ab}-3b}{a-b}.$$

3) Missuguste k väärtuste puhul võrrandil $2x^2+(k-9)x+k^2+3k+4=0$ on võrdsed lahendid?

823. 1) Kaks töölist valmistasid teatud hulga detaile. Esimene teenis 480 rbl. ja teine, kes valmistas 6 detaili vähem, sai 270 rbl. Kui esimene tööline oleks valmistanud nii mitu detaili, kui mitu valmistas teine, ja teine nii palju kui esimene, siis oleksid nad saanud oma töö eest ühepalju. Mitu detaili valmistas kumbki tööline?

2) Lihtsustada:

$$\left(\sqrt[3]{8a^9-8a^6b^3}-a\sqrt[3]{a^6-a^3b^3}+b\sqrt[3]{\frac{a^3}{b^3}-1}\right):\sqrt[3]{a^2+ab+b^2}.$$

3) Leida c võrrandist $x^2-12x+c=0$, kui üks võrrandi lahendeist on $2\sqrt{5}$ võrra suurem teisest.

824. 1) Krohvijate ja maalrite brigaad remontisid maja. Krohvijaid oli ühe võrra rohkem kui maalreid. Kumbki brigaad sai töötasuks 1500 rbl. Kui iga maaler oleks saanud nii palju kui iga krohvija ja iga krohvija nii palju kui iga maaler, siis oleks krohvijate brigaad saanud 675 rubla rohkem kui maalrite brigaad. Mitu krohvijat oli brigaadis ja mitu maalrit?

2) Lihtsustada:

$$\left(\frac{a}{b}\sqrt[3]{b-\frac{4a^6}{b^3}}-a^2\sqrt[3]{\frac{b}{a^6}-\frac{4}{b^3}}+\frac{2}{ab}\sqrt[3]{a^3b^4-4a^9}\right):\frac{\sqrt[3]{b^2-2a^3}}{b^2}.$$

3) Missuguse m väärtuse puhul võrrandi

$$2(m+2)x^2-24x+m+3=0$$

lahendid on võrdsed?

825. 1) Kaks veoautot, et transportida teatud hulk kaupa, töötasid koos 5 tundi ja esimene lisaks sellele veel 50 min. Kui palju aega kulub kummalgi veoautol, et üksi transportida kogu kaup, kui esimene võib selle teha 2 tundi kiiremini kui teine?

2) Lihtsustada:

$$\frac{m+n}{\sqrt{m}+\sqrt{n}}:\left(\frac{m+n}{\sqrt{mn}}+\frac{n}{m-\sqrt{mn}}-\frac{m}{\sqrt{mn}+n}\right).$$

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt{27+8x}+\sqrt{2(2x+5)}=4.$$

826. 1) Pärast seda, kui üks brigaad oli töötanud viljakoristamisel 6 tundi, ühines temaga teine brigaad ning koos töötades nad lõpetasid töö 4 tunniga. Mitme tunniga võib kumbki brigaad üksi koristada vilja samalt maatükilt, kui esimesel kulub selleks 3 tundi rohkem kui teisel?

2) Lihtsustada:

$$\left(\frac{a\sqrt{a+3}}{\sqrt{a-3}}-\frac{3\sqrt{a-3}}{\sqrt{a+3}}-\frac{18}{\sqrt{a^2-9}}\right):\sqrt[4]{(a^2-9)(a-3)}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt{3(6+x)}+2\sqrt{6x+29}=14.$$

827. 1) Kahelt lennuväljalt, mille vahemaa on 2400 km, lendasid välja teineteisele vastu kaks lennukit. Üks neist, tõusnud 40 minutit varem teisest, lendas tunnis 60 km vähem. Nad kohtusid poolel teel. Leida kummagi lennuki kiirus.

2) Lihtsustada:

$$\left(a\sqrt{\frac{b}{a}}+\sqrt{bc}+\sqrt[4]{4ab^2c}\right)\cdot\left(\sqrt{ab}+c\sqrt{\frac{b}{c}}-\sqrt[4]{4ab^2c}\right).$$

3) Lahendada graafiliselt võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y=4 \end{cases}$$

828. 1) Rong pidi läbima teatud ajaga 250 km. Kui ta oli sõitnud 3 tundi, peeti teda kinni 20 minutit. Et jõuda sihtkohta õigeks ajaks, tuli suurendada kiirust 2 km tunnis. Leida rongi esialgne kiirus.

2) Lihtsustada:

$$\left[\sqrt{b}-\left(\frac{a}{c}\sqrt{\frac{b}{a}}-\frac{a}{\sqrt{ac}}\right):\frac{\sqrt{a}}{c}\right]\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{c^2}}.$$

3) Lahendada graafiliselt võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x+y=7 \\ 2x-y=5 \end{cases}$$

829. 1) Kaks organisatsiooni ostsid oma töötajaile teatripileteid. Üks organisatsioon kulutas piletite ostmiseks 300 rubla; teine

organisatsioon, ostes 10 piletit vähem esimesest ning makstes igast piletist 1 rubla vähem kui esimene, kulutas nende ostmiseks 180 rubla. Mitu teatripiletit ja mis hinnalisi ostis kumbki organisatsioon?

2) Lihtsustada:

$$\left(\frac{\sqrt[6]{32}}{2\sqrt{2}-2}\right)^3-\left[\frac{6+5\sqrt{2}}{2\sqrt{2}-2}-\frac{1}{2}(2+\sqrt{2})^2\right].$$

3) Koostada ruutvõrrand, mille lahendeiks oleksid arvud

$$-\frac{1}{4}(2+3\sqrt{3}) \text{ ja } -\frac{1}{4}(2-3\sqrt{3}).$$

830. 1) Müüdi 150 rbl. eest õunu ja 108 rbl. eest pirne. Õunu müüdi 5 kg rohkem kui pirne ning kilogramm maksis 60 kop. enam kui kilogramm pirne. Kui palju maksis kilogramm õunu ja kui palju kilogramm pirne?

2) Leida hulkliikme $\frac{1}{2}z^3-z^2-z+1$ väärtus, kui

$$z=\frac{2}{\sqrt{3}-1}.$$

3) Võrrandis $x^2+px+1{,}47=0$ leida p nii, et üks võrrandi lahendeist oleks 3 korda suurem teisest.

831. 1) Kahe sadama vahemaa mööda jõge on 21 km. Kutter, sõitnud ühest neist sadamaist teise, jõuab samasse tagasi 4 tunni pärast, kulutades sellest ajast 30 minutit peatuseks teises sadamas. Leida selle kutteri kiirus seisvas vees teades, et jõe voolu kiirus on $2\frac{1}{2}$ km tunnis.

2) Lihtsustada:

$$\left(\sqrt{a}+\frac{c-\sqrt{ac}}{\sqrt{a}+\sqrt{c}}\right):\left(\frac{a}{\sqrt{ac}+c}+\frac{c}{\sqrt{ac}-a}-\frac{a+c}{\sqrt{ac}}\right).$$

3) Missuguste m väärtuste puhul võrrand $x^2-2(m-3)x-m+3=0$ omab võrdseid lahendeid?

832. 1) Mootorpaat sõitis mööda jõge pärivoolu $28\frac{1}{2}$ km ja siis vastuvoolu $22\frac{1}{2}$ km. See sõit kestis 8 tundi, kusjuures peatusi

ei olnud. Selle paadi kiirus seisvas vees on 7 km tunnis. Leida jõe voolu kiirus.

2) Lihtsustada:

$$\left(\frac{a+\sqrt{a^2-b^2}}{a-\sqrt{a^2-b^2}}-\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{a+\sqrt{a^2-b^2}}\right):\frac{2a\sqrt{a+b}}{b^2\sqrt{a-b}},$$

kui $a>0$, $b>0$ ja $a>b$.

3) Missuguste k väärtuste puhul võrrandil

$$y^2-2(k-5)y-9(k-3)=0$$

on võrdsed lahendid?

833. 1) 40-meetrisel vahemaal tegi veoki esiratas 4 pööret rohkem kui tagaratas. Leida kummagi ratta ümbermõõt, kui on teada, et esiratta ümbermõõt on 0,5 m vähem tagaratta ümbermõõdust.

2) Lahendada võrrand $16x^2-24x+1=0$ ja kontrollida lahendite õigsust Viëta teoreemi järgi.

3) Arvutada $x^4-x^2-\sqrt{7}\cdot(4\sqrt{2}-1)$, võttes

$$x=\frac{1}{\sqrt{2\sqrt{2}-\sqrt{7}}}.$$

834. 1) 60-meetrisel vahemaal tegi veoki esiratas 10 pööret rohkem kui tagaratas. Leida kummagi ratta ümbermõõt, kui on teada, et tagaratta ümbermõõt on 50 cm suurem esiratta ümbermõõdust.

2) Lahendada võrrand:

$$9x^2-12x-46=0$$

ja kontrollida lahendite õigsust Viëta teoreemi järgi.

3) Arvutada $3x^4-2x^2+6$, võttes

$$x=\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}}}.$$

835. 1) Linnade A ja B vahemaa on 60 km. Linnast A sõitsid välja üheaegselt kaks jalgratturit, kes pidid jõudma linna B ühel ja samal ajal. Esimene saabus linna B õigeaegselt, teine aga hilines 1 tund, sest ta jäi esimesest maha iga tunniga 2 km. Mitu kilomeetrit sõitis kumbki jalgrattur tunnis?

2) Lihtsustada:

$$\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1}-\frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}+4\sqrt{x}\right)\cdot\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right).$$

3) Koostada ruutvõrrand, mille lahendid oleksid võrrandi $x^2-5x+6=0$ lahendite pöördväärtused.

836. 1) Linnast M linna N, mille vahemaa on 112 km, lähetati üheaegselt kaks veoautot, mis pidid saabuma linna N ühel ja samal ajal. Et esimene sõitis igas tunnis 4 km rohkem kui teine, siis saabus ta linna N 30 min. varem teisest. Leida kummagi veoauto keskmine kiirus.

2) Lihtsustada:

$$\left(\sqrt{x}-\frac{\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}\right)\cdot\left(\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}+\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}+\frac{2\sqrt{xy}}{x-y}\right).$$

3) Koostada ruutvõrrand, mille lahendid oleksid võrrandi $3x^2-8x+4=0$ lahendite pöördväärtused.

837. 1) Osteti teatud hulk kartuleid ja porgandeid, kusjuures porgandeid oli 10 kg rohkem kui kartuleid. Kartulite eest maksti 48 rbl., porgandite eest 87 rbl. Kui palju maksab 1 kg kartuleid ja 1 kg porgandeid, kui 1 kg porgandeid on 50 kop. kallim kui 1 kg kartuleid?

2) Koostada ruutvõrrand selle lahendite järgi:

$$x_1=\frac{26}{5+2\sqrt{3}}\text{ ja }x_2=\frac{26}{5-2\sqrt{3}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{2}{k+2x}-\frac{2}{k-2x}-\frac{4x^2-4k-k^2}{4x^2-k^2}=0.$$

838. 1) Osteti teatud hulk kaht sorti küpsiseid, kusjuures teist sorti osteti 3 kg rohkem kui esimest. Esimese sordi küpsiste eest maksti 420 rbl., teise sordi eest 468 rbl. 1 kg teise sordi küpsiseid on 6 rbl. odavam kui 1 kg esimest sorti küpsiseid. Kui palju küpsiseid osteti kumbagi sorti?

2) Koostada ruutvõrrand selle lahendite järgi:

$$x_1=\frac{5}{4+\sqrt{6}}\text{ ja }x_2=\frac{5}{4-\sqrt{6}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{(x-3a)x}{a^2-b^2}+1-\frac{b}{a-b}=\frac{x}{b-a}.$$

839. 1) Veepaak täitub kahe toru kaudu 2 tunni 55 minutiga. Esimene toru üksi töötades võib paagi täita 2 tundi kiiremini kui teine. Missuguse ajaga võib täita veepaagi kumbki toru üksi töötades?

2) Arvutada

$$2x^4-11x^2+2(4+\sqrt{2}),$$

võttes

$$x=\frac{1}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}.$$

3) Lahendada graafiliselt võrrand:

$$x^2-3x-4=0.$$

840. 1) Kaks traktorit koos võivad põllu üles künda 6 tunniga. Üks traktor eraldi töötades võib selle põllu üles künda 5 tundi kiiremini kui teine. Missuguse ajaga kumbki traktor üksi võib üles künda põllu?

2) Lihtsustada:

$$\left(\frac{2-a\sqrt{a}}{2a-\sqrt{a}}+\sqrt{a}\right)\cdot\left(\frac{2+a\sqrt{a}}{2a+\sqrt{a}}-\sqrt{a}\right):\frac{4+a}{4a-1}.$$

3) Lahendada graafiliselt võrrand:

$$x^2-2x-3=0.$$

841. 1) 9,6 t kauba laadimiseks oli kavatsetud saata teatud hulk töölisi. Et 2 neist tuli jätta teisele tööle, pidi iga tööline laadima 0,24 t rohkem kui oli ette nähtud. Mitu inimest töötas laadimisel?

2) Lahendada võrrand:

$$\sqrt{4x-2}+\sqrt{4x+2}=4.$$

3) Leida funktsioonide $y=x^2-2$ ja $y=-2x-3$ graafikute lõikepunkti koordinaadid.

842. 1) Paagist, mille maht on 64 l ja mis täidetud piiritusega, valati välja osa piiritust ja täideti uuesti veega. Siis valati paagist

välja niisama palju segu ning uuesti täideti veega. Pärast seda jäi paaki 49 l puhast piiritust. Mitu liitrit vedelikku valati välja paagist kummalgi korral?

2) Lahendada võrrand:

$$\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x-\sqrt{x}}=\frac{3}{2}\sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}}.$$

3) Lahendada graafiliselt võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x-y=4 \\ xy=12 \end{cases}$$

843. 1) Kaks turisti liiguvad teineteisele vastu: üks punktist A, teine punktist B. Esimene väljus punktist A 6 tundi hiljem kui teine punktist B. Nende kohtumisel selgus, et esimene oli käinud 12 km vähem teisest. Jätkates teekonda sama keskmise kiirusega, saabus esimene punkti B 8 tunni ja teine punkti A 9 tunni pärast peale nende kohtumist. Leida kummagi turisti keskmine kiirus.

2) Teostada tehted:

$$\left(\frac{a+\sqrt{a^2-4a}}{a-\sqrt{a^2-4a}}-\frac{a-\sqrt{a^2-4a}}{a+\sqrt{a^2-4a}}\right):\frac{\sqrt{a^2-4a}}{2}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^2+y^2=80 \\ x+y=12 \end{cases}$$

844. 1) Punktist A punkti B, mille vahemaa on 18 km, väljus jalakäija. 2 tunni pärast sõitis talle järele jalgrattur, kelle liikumiskiirus tunnis oli $4\frac{1}{2}$ km suurem kui jalakäijal. Leida, mitu kilomeetrit tunnis sõitis jalgrattur, kui on teada, et ta saabus punkti B jalakäijaga üheaegselt.

2) Teostada tehted:

$$\left(\frac{\sqrt{c+d}-\sqrt{c-d}}{\sqrt{c+d}+\sqrt{c-d}}-\frac{\sqrt{c+d}+\sqrt{c-d}}{\sqrt{c+d}-\sqrt{c-d}}\right)\cdot\frac{d\sqrt{c^2-d^2}}{4}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^2+y^2=106 \\ xy=45 \end{cases}$$

845. 1) Palgati kaks töölist erineva päevapalgaga. Esimene teenis 300 rbl.; teine aga, töötanud 3 päeva vähem kui esimene, sai 180 rbl. Kui teine tööline oleks töötanud niisama palju päevi nagu esimene ja esimene nii palju päevi nagu teine, siis oleks esimene saanud 15 rbl. rohkem teisest. Mitu päeva töötas kumbki tööline?

2) Tõestada, et avaldis

$$\frac{2b\sqrt{x^2-1}}{x-\sqrt{x^2-1}}=a-b,$$

kui $x=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a}{b}}+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{b}{a}}$, kus $a>0$, $b>0$, $a>b$.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x+xy^2=104 \\ x+xy=24 \end{cases}$$

846. 1) Linnadest A ja B, mille vahemaa on 600 km, väljuvad üheaegselt teineteisele vastu kaks rongi. 6 tunni pärast nende-vaheline kaugus on 60 km. Kui linnast B rong oleks väljunud $1\frac{1}{2}$ tundi varem kui rong linnast A, siis oleksid nad kohtunud poolel teel. Leida kummagi rongi kiirus.

2) Tõestada, et avaldis

$$\frac{(1-ax)\sqrt{1+bx}}{(1+ax)\sqrt{1-bx}}=1,$$

kui $x=\frac{\sqrt{\frac{2a}{b}-1}}{a}$ ning $0<a<b<2a$.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{y}+\frac{y^2}{x}=9 \\ x+y=6 \end{cases}$$

847. 1) Mootorrattur sõitis linnast A linna B, mis asub 60 km kaugusel linnast A. Tagasisõit oli kavatsetud sama kiirusega, kuid sõitnud 1 tunni, oli ta sunnitud peatuma 20 minutiks. Pärast peatust jätkas ta sõitu, suurendades kiirust 4 km võrra tunnis. Mis-

sugune oli mootorratturi esialgne kiirus, kui on teada, et tagasisõiduks kulutas ta niisama palju aega kui sõiduks linnast A linna B?

2) Leida avaldise

$2x^6-5x^3-3(1+\sqrt{5})$ väärtus, kui $x=\sqrt[3]{2+\sqrt{5}}$.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=5\\ \sqrt{xy}=6\end{cases}$$

848. 1) Jaamade A ja B vahemaa on 120 km. Rong, väljunud jaamast A, oli sunnitud 2 tunni pärast peatuma teel 20 minutit. Sõitnud ülejäänud tee 6 km võrra suurema kiirusega, saabus ta jaama B hilinemiseta. Leida rongi esialgne kiirus.

2) Leida avaldise

$8x^3-2x^2-8x+3$ väärtus, kui $x=\frac{1}{2}(1-\sqrt{2})$.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=3\\ xy=4\end{cases}$$

849. 1) Punktide A ja B vaheline kaugus on 52 km. Punktist A punkti B suunas sõitis välja jalgrattur. 40 minuti pärast väljus punktist B talle vastu teine jalgrattur, liikudes tunnis 4 km võrra rohkem esimesest. Jalgratturid kohtusid 24 km kaugusel punktist B. Kui palju aega sõitis kumbki jalgrattur kohtumiseni?

2) Tõestada, et a, b ja c mistahes reaalsete väärtuste puhul võrrandil

$$\frac{1}{x-a}+\frac{1}{x-b}=\frac{1}{c^2}$$

on reaalsed lahendid.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases}x^2-5xy+y^2=-47\\ xy=21\end{cases}$$

850. 1) Jaamade M ja N vahemaa on 120 km. Jaamast N väljus rong. 30 minuti pärast väljus temale vastu jaamast M teine

rong, sõites tunnis 6 km rohkem kui esimene. Leida kummagi rongi kiirus, kui nad kohtusid jaamade M ja N vahelisel poolel teel.

2) Tõestada, et

$$\sqrt[3]{5\sqrt{2+7}}-\sqrt[3]{5\sqrt{2-7}}=2.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^2=xy=65 \\ xy+y^2=104 \end{cases}$$

851. 1) Punktidest A ja B, mille vahemaa on 54 km, väljusid üheaegselt teineteisele vastu kaks jalgratturit ning kohtusid 2 tunni pärast. Peatumata jätkasid nad sõitu endise kiirusega, ja teine saabus punkti A 54 minutit varem kui esimene punkti B. Leida kummagi jalgratturi kiirus.

2) Tõestada, et a, b ja c mistahes reaalsete väärtuste puhul võrrandil

$$(x-a)(x-b)+(x-a)(x-c)+(x-b)(x-c)=0$$

on reaalsed lahendid.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \frac{x^2}{3}+xy=6 \\ \frac{xy}{4}+y^2=1\frac{3}{4} \end{cases}$$

852. 1) Sõiduauto läbib punktide A ja B vahemaa t tunniga. Et jõuda sama ajaga punktist A punkti C, peab sõiduauto läbima iga kilomeetri n minutit kiiremini, sest A ja C vahemaa on k kilomeetrit pikem A ja B vahemaast. Leida A ja B vahemaa.

2) Lahendada võrrand:

$$\sqrt[5]{\frac{16x}{x-1}}+\sqrt[5]{\frac{x-1}{16x}}=\frac{5}{2}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} xy=2 \\ (3-y)z=3 \\ (2-x)(4-z)=1 \end{cases}$$

853. 1) Sõjaväe kolonn, pikkusega d km, liigub maanteed mööda rännakmarsi kiirusega v km tunnis. Käskjalg-ratsanik sõitis kolonni lõpust selle alguseni, andis üle käsu ja pöördus kohe tagasi kolonni lõppu. Edasi-tagasi sõiduks kulutas ta t minutit. Leida käskjala kiirus, kui see oli ühtlane kogu teel.

2) Lahendada võrrand:

$$\sqrt{4a+b-5x}+\sqrt{4b+a-5x}-3\sqrt{a+b-2x}=0.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 5\sqrt{x^2-3y-1}+\sqrt{x+6y}=19 \\ 3\sqrt{x^2-3y-1}=1+2\sqrt{x+6y} \end{cases}$$

VII PEATÜKK.

ARVUJÄRJEND.

§ 31. Arvujärjendi mõiste.

Aritmeetiline progressioon.

854. 1) Kirjutada paarisarvude järjendi viis esimest liiget.

2) Kirjutada arvujärjendi viis esimest liiget, mis on kordsed 5-ga.

3) Kirjutada arvujärjendi viis esimest liiget $\sqrt{2}$ ligikaudseist väärtustest, mis võetud kuni $\frac{1}{10^n}$ puuduga.

4) Kirjutada algarvude järjendi kümme esimest liiget.

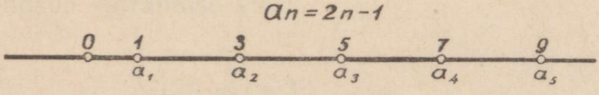
855. a) Kirjutada viis esimest liiget arvujärjendist, mille üldliige avaldub valemiga:

1) $a_n=2n-1$; 2) $a_n=n^2$; 3) $a_n=\frac{1}{n}$; 4) $a_n=\frac{(-1)^{n-1}}{n}$;

5) $a_n=-n^2-1$; 6) $a_n=-2^n$; 7) $a_n=\frac{n}{n+1}$; 8) $a_n=(-1)^n$.

b) Nimetada, missugused neist arvujärjendeist on: 1) kahanevad; 2) kasvavad; 3) vahelduvate liikmetega.

c) Joonise 23 eeskujul kujutada iga antud arvujärjend graafiliselt, valides vastava mastaabi.



Joon. 23.

856. a) Kirjutada lihtsaim üldliikme valem iga järgneva arvujärjendi jaoks:

1) $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \ldots$; 2) $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \ldots$; 3) $\frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{2 \cdot 3}, \frac{1}{3 \cdot 4}, \frac{1}{4 \cdot 5}, \ldots$; 4) $\frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 4}, \frac{3 \cdot 5}{4 \cdot 6}, \frac{5 \cdot 7}{6 \cdot 8}, \frac{7 \cdot 9}{8 \cdot 10}, \ldots$; 5) $1, 1 \cdot 2, 1 \cdot 2 \cdot 3, 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4, \ldots$; 6) $\frac{10}{3}, \frac{20}{9}, \frac{30}{27}, \frac{40}{81}, \ldots$; 7) $\frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}, \frac{9}{11}, \ldots$; 8) $\frac{3}{5}, \frac{7}{11}, \frac{11}{17}, \frac{15}{23}, \ldots$

b) Nimetada, missugused nendest arvujärjendeist: 1) kasvavad; 2) kahanevad; 3) kasvavad piiramatult; 4) kahanevad ja on piiratud.

c) Kujutada arvteljel iga antud järjend graafiliselt.

857. On antud lõpmatu arvujärjend: 1, 4, 7, 10, ...

1) Kirjutada selle arvujärjendi üldliikme valem.

2) Leida, kas selle arvujärjendi liikmeiks on järgnevad arvud ja kui on, siis missugust järjekorra numbrit omavad: a) 298; b) 4891; c) 10536; d) 24850.

858. Lõpmatu arvujärjendi üldliige avaldub valemiga

$$a_n = 2n^2 - 3.$$

1) Kirjutada selle arvujärjendi viis esimest liiget.

2) Leida, kas selle arvujärjendi liikmeiks on järgnevad arvud ja kui on, siis missugust järjekorra numbrit omavad: a) 48669; b) 32352; c) 72197; d) 84798.

859. 1) Näidata, et arvujärjend, mille üldliiget väljendab valem,

$$a_n = 3n - 2,$$

moodustab aritmeetilise progressiooni.

Kujutada geomeetriliselt arvteljel selle progressiooni viis esimest liiget.

2) Teostada sama arvujärjendi suhtes, mille üldliige

$$a_n = \frac{-2n + 3}{5}.$$

860. 1) *(Peast!)* Leida progressiooni

$$3,\ 7,\ 11,\ \ldots$$

kümnes liige.

2) *(Peast!)* Leida progressiooni

$$8,\ 6,\ 4,\ \ldots$$

neljakümnes liige.

3) *(Peast!)* Leida progressiooni

$$-m,\ 4m,\ 7m,\ \ldots$$

kahekümnes liige.

4) $a_3=12$; $a_6=27$. Leida d.

5) $a_4=3m$; $a_7=2m$. Leida d.

861. Leida aritmeetilise progressiooni viimane liige, mille:

1) $a_1=8$; $d=5$; $n=15$;
2) $a_1=110$; $d=-10$; $n=11$;
3) $a_1=4$; $d=-\frac{1}{4}$; $n=13$;
4) $a_1=-1{,}6$; $d=-0{,}2$; $n=23$.

862. Leida aritmeetilise progressiooni liikmete summa, mille:

1) $a_1=1$; $d=3$; $n=12$;
2) $a_1=100$; $d=-2$; $n=50$;
3) $a_1=-10$; $d=5$; $n=25$;
4) $a_1=-10$; $d=-2$; $n=6$;
5) $a_1=2$; $d=-\frac{4}{9}$; $n=10$;
6) $a_1=5{,}2$; $d=0{,}4$; $n=43$.

863. 1) Leida kõigi naturaalarvude summa: a) alates 1 kuni 100; b) alates 1 kuni n.

2) Tõestada, et $1+2+3+4+\ldots+10+9+8+\ldots+2+1=10^2$.

864. Leida kõigi paarisarvude summa kuni 100.

865. Leida kõigi paarituarvude summa alates 13 kuni 81.

866. Arvutada kõigi kahekohaliste naturaalarvude summa.

867. 1) Leida n-es paarituarv ja n paarituarvu summa.

2) Leida n-es paarisarv ja n paarisarvu summa.

868. Arvude 7 ja 35 vahele paigutada 6 arvu nii, et need antud arvudega moodustaksid aritmeetilise progressiooni.

869. Leida 5 arvu, mis võiks paigutada arvude 1 ja 25 vahele nii, et tekiks aritmeetiline progressioon.

870. Arvujärjendi 2, 14, 26 iga kahe järjestikuse liikme vahele paigutada 5 aritmeetilist keskmist. Koostada otsitav järjend.

871. Arvude a ja b vahele paigutada m arvu nii, et need koos antud arvudega moodustaksid aritmeetilise progressiooni. Leida selle progressiooni kolm esimest liiget.

872. Leida aritmeetilise progressiooni vahe ja liikmete summa, mille:

1)	$a_1=5;$	$a_n=105;$	$n=26;$
2)	$a_1=-10;$	$a_n=-20;$	$n=6;$
3)	$a_1=\frac{3}{4};$	$a_n=3\frac{7}{8};$	$n=26;$
4)	$a_1=a;$	$a_n=9a+8b;$	$n=9.$

873. Leida aritmeetilise progressiooni esimene liige ja liikmete summa, mille:

1)	$d=10;$	$n=45;$	$a_n=459;$
2)	$d=2;$	$n=15;$	$a_n=-10;$
3)	$d=-\frac{1}{4};$	$n=13;$	$a_n=1;$
4)	$d=1+q;$	$n=28;$	$a_n=28+27q.$

874. Leida aritmeetilise progressiooni liikmete arv ja liikmete summa, mille:

1)	$a_1=0;$	$d=\frac{1}{2};$	$a_n=5;$
2)	$a_1=-4{,}5;$	$d=5{,}5;$	$a_n=100;$
3)	$a_1=-37\frac{1}{2};$	$d=4;$	$a_n=46\frac{1}{2};$
4)	$a_1=14{,}5;$	$d=0{,}7;$	$a_n=32.$

875. Lahendada järgmised ülesanded, kus kolme antud suuruse järgi tuleb leida kaks tundmatut:

№	a_1	d	n	a_n	S_n	№	a_1	d	n	a_n	S_n
1	1,5			54	999	7		3	31		0
2	0,2			5,2	137,7	8		$\frac{1}{3}$	37		$209\frac{2}{3}$
3	-28		9		0	9	-9	$\frac{1}{2}$			-75
4	0,7		30		108	10	$\frac{5}{6}$	$-\frac{1}{3}$			$-158\frac{2}{3}$
5			14	140	1050	11		2,5		27	157,5
6			10	-37	-55	12		0,3		50,3	2551,3

876. Järgnevas tabelis (numbrite järjekorras) kolme «antud» suuruse kaudu leida kaks «tundmatut» suurust (kontrollida tabel).

№	a_1	d	n	a_n	S_n
1	1	$\frac{2}{3}$	100	67	3400
2	0	0,5	11	5	27,5
3	-6	$\frac{3}{4}$	30	$15\frac{3}{4}$	$146\frac{1}{4}$
4	-38	2	15	-10	-360

877. Aritmeetilise progressiooni neljas liige on 10, seitsmes liige 19. Leida progressiooni esimene liige ja vahe.

878. Aritmeetilise progressiooni kõigi liikmete summa on 28, kolmas liige on 8, neljas 5. Leida äärmised liikmed ja liikmete arv.

879. Aritmeetilise progressiooni teise ja neljanda liikme summa on 16, esimese ja viienda liikme korrutis 28. Leida selle progressiooni esimene liige ja vahe.

880. Leida aritmeetilise progressiooni esimene liige ja vahe, kui:

1) $a_2+a_5-a_3=10$, $a_1+a_6=17$;

2) $S_2-S_4+a_2=14$, $S_3+a_3=17$;

3) $5a_1+10a_5=0$, $S_4=14$.

881. Leida aritmeetilise progressiooni esimene liige, vahe ja liikmete arv, kui:

1) $a_n=55$, $a_2+a_5=32{,}5$, $S_{15}=412{,}5$;

2) $S_3=30$, $S_5=75$, $S_n=105$.

882. Leida aritmeetilise progressiooni esimene liige ja vahe, kui:

1) $a_7-a_3=8$, $a_2\cdot a_7=75$;

2) $a_4:a_6=-1$, $a_2\cdot a_8=-1$;

3) $a_7+a_{15}=60$, $a_4^2+a_{12}^2=1170$.

883. 1) Leida aritmeetilise progressiooni $m+n$ liikme summa, kui m-es liige on n ja n-es liige m.

2) Leida aritmeetilise progressiooni esimese n liikme summa, kui $(m+1)$ liige on $2m+1$.

884. Leida x võrrandist:

1) $1+4+7+\ldots+x=117$;

2) $1+7+13+\ldots+x=280$;

3) $(x+1)+(x+4)+(x+7)+\ldots+(x+28)=155$.

885. Kirjutada niisuguse aritmeetilise progressiooni kolm esimest liiget, mille üldliige avaldub valemiga:

1) $a_n=\frac{3n-1}{6}$; 2) $a_n=\frac{5n+7}{3}$; 3) $a_n=\frac{8n-3}{5}$.

886. Kirjutada niisuguse aritmeetilise progressiooni kolm esimest liiget, mille mistahes arvu liikmete summa avaldub valemiga:

1) $s_n=5n^2+3n$; 2) $s_n=7n^2-5n$; 3) $s_n=3n^2$.

887*. 1) Tõestada, et kui arvud $\frac{1}{b+c}$, $\frac{1}{c+a}$, $\frac{1}{b+a}$ moodustavad aritmeetilise progressiooni, siis arvud a^2, b^2, c^2 moodustavad samuti aritmeetilise progressiooni.

2) Tõestada, et kui arvud a, b, c moodustavad aritmeetilise progressiooni, siis $3(a^2+b^2+c^2)=6(a-b)^2+(a+b+c)^2$.

888. Vabalt langev keha läbib esimeses sekundis 4,9 m ja igas järgnevas sekundis 9,8 m rohkem kui eelnevas [1].

Leida:

1) missuguse vahemaa läbib langev keha 12 sekundiga;

2) mitu sekundit langeb keha 1960 m kõrguselt.

889. Šahti kukkuv kivi jõudis põhja 5 sekundi pärast. Leida šahti sügavus.

890. Mitu sekundit liigub vertikaalselt ülespoole lastud kuul, kui ta esimese sekundiga läbib 300 m, igas järgnevas sekundis 9,8 m vähem kui eelnevas?

891. Mitu lööki teeb öö-päeva jooksul kell, kui ta lööb ainult täistunde, alates 1 kuni 12?

892. 1. kuni 12. juulini tõusis õhu temperatuur iga päev $\frac{1}{2}$ kraadi. Teades, et keskmiseks temperatuuriks selle aja jooksul osutus $18\frac{3}{4}$ kraadi, leida õhu temperatuur 1. juulil.

893. Eeldatakse, et maa sisemine temperatuur kasvab 1° (C järgi) iga 30,5 m sügavusse laskumisel. Kui temperatuur maapinnal on 10° C, siis:

1) missugune on temperatuur 1000 m sügavuses?

2) kui sügaval temperatuur tõuseb vee keemispunktini?

894. Hulknurga sisenurkade kraadide arvud moodustavad aritmeetilise progressiooni, mille esimene liige 120° ja vahe 5°. Leida hulknurga külgede arv.

895. Tõestada, et kui a, b ja c on aritmeetilise progressiooni kolm järjestikust liiget, siis nende vahel on olemas seos:

$$a^2+8bc=(2b+c)^2.$$

896. Mitme tunniga läbib jalgrattur 54 km, kui ta esimese tunniga sõidab 15 km ja igas järgmises tunnis 1 km võrra vähem kui eelmises?

897. Amfiteatris on 10 rida, kusjuures igas järgmises reas on 20 kohta rohkem kui eelmises ja viimses reas on 280 kohta. Mitu inimest mahutab amfiteater?

---

[1] Õhu vastupanu ei arvestata.

898. Rong, väljudes jaamast, suurendab ühtlaselt oma kiirust, ning 11 minuti pärast on tema kiirus 30 km tunnis. Leida, kui palju kasvab rongi kiirus minutis?

899. Kerad on asetatud kolmnurga-kujuliselt nii, et esimeses reas on üks kera, teises 2, edasi 3 jne. Mitmesse ritta on asetatud kerad, kui neid kokku on 15?

900. Isa kinkis igale pojale sünnipäeval, alates viiendast eluaastast, nii mitu raamatut, kui mitu aastat sai poeg vanaks. Viie poja vanused moodustavad aritmeetilise progressiooni, mille vahe on 3. Kui vana oli iga poeg, kui nende raamatukogusse kogunes 325 raamatut?

901. Palgid on laotud virna nii, et alumises kihis on 15 palki, teise kihi palgid on asetatud alumise kihi vahedesse jne. Viimases reas on 1 palk. Leida palkide arv selles virnas.

902. Kaldpinda mööda liikuv kera läbib esimeses sekundis 0,5 m ja iga järgneva sekundiga 0,8 m rohkem. Leida kera poolt 10 sekundiga läbitud tee pikkus.

903. Punktist *A* väljus jalgrattur, kes esimese tunniga sõitis 10 km ja igas järgmises tunnis 1 km võrra rohkem. Üheaegselt temaga väljus punktist *B*, mis on 7,5 km kaugusel punktist *A*, talle järele teine jalgrattur, kes esimese tunniga sõitis 12 km ja igas järgmises tunnis 1,5 km võrra rohkem. Leida, mitme tunni pärast teine jalgrattur jõudis esimesele järele.

904. Kahest kohast, mille vahemaa on 153 m, liiguvad kaks keha teineteisele vastu. Esimene keha läbib igas sekundis 10 m, teine keha aga esimeses sekundis 3 m ja igas järgnevas sekundis 5 m võrra rohkem kui eelmises. Mitme sekundi pärast nad kohtuvad?

905. Hulknurga ümbermõõt on 158 cm, kusjuures külgede pikkused moodustavad aritmeetilise progressiooni, mille vahe on 3 cm. Hulknurga suurim külg on 44 cm. Mitu külge on hulknurgal?

906. Kas võivad täisnurkse kolmnurga küljed moodustada aritmeetilise progressiooni?

907. Kas võivad kolmnurga küljed ja kolmnurga ümbermõõt moodustada aritmeetilise progressiooni?

908. Punktist *A* liigub ühes ja samas suunas keha: esimeses minutis 3 m ja igas järgmises minutis 6 m rohkem kui eelmises. 5 minutit hiljem samast punktist *A* väljub vastupidises suunas teine keha, mis liigub esimeses minutis 54 m ja igas järgmises

3 m rohkem. Mitme minuti pärast (peale teise väljumist) on need kehad võrdsel kaugusel punktist A?

909. Kahest punktist, mille vahemaa on 200 m, väljusid üheaegselt kaks keha teineteisele vastu. Esimene keha läbib 12 m sekundis, teine keha aga esimeses sekundis 20 m ja igas järgmises sekundis 2 m võrra vähem kui eelmises. Mitme sekundi pärast need kehad kohtuvad?

910. Laos oli teatud söetagavara. Esimesel päeval anti laost välja a tonni sütt ja igal järgmisel päeval d tonni võrra rohkem kui eelmisel. Niiviisi kogu söetagavara oli välja antud teatud arvu päevadega. Kui iga päev oleks laost välja antud b tonni sütt, siis see tagavara oleks välja antud c päeva võrra varem kui see sündis tegelikult. Mitu tonni sütt oli laos ja mitme päevaga anti see välja? Lahendada ülesanne üldkujul ja arvutada vastus, kui $a=33$, $b=75$, $c=2$, $d=6$.

911*. Sfäärilised kuulid on laotud püramiidikujulisse kuhja järgmiselt: alumine kiht moodustab ruudu, mille igas küljes on 10 kuuli; sellele kihile on laotud teine ruudukujuline kiht, mille kuulid on laotud alumise kihi vahedesse, ja igas küljes on 9 kuuli jne. kuni ülemise kihini, milles on 1 kuul. Leida, mitu kuuli on niisuguses kuhjas.

§ 32. Geomeetriline progressioon.

912. 1) Näidata, et arvujärjend, mille üldliige avaldub valemiga

$$a_n=\frac{3}{5}\cdot 2^n,$$

moodustab geomeetrilise progressiooni.

Kujutada geomeetriliselt arvteljel selle progressiooni esimest viis liiget.

2) Teostada sama arvujärjendi suhtes, mille üldliikmeks on:

$$\text{a) } a_n=\frac{5}{2^n};\quad \text{b) } a_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^n.$$

913. *(Peast!)* Leida geomeetrilise progressiooni tegur, kui:

1) $a_1=12$; $a_2=9$; 2) $a_4=20$; $a_5=30$;

3) $a_8=-40$; $a_9=-80$; 4) $a_3=\sqrt{2}$; $a_4=2$;

5) $a_n=\sqrt{\frac{3}{2}}$; $a_{n+1}=\sqrt{\frac{2}{3}}$.

914. Kirjutada geomeetrilise progressiooni 4. ja 5. liige, kui kolmeks esimeseks liikmeks on järgmised arvud:

1) $\div -6, 18, 54, \ldots$; 2) $\div -2, 1, \frac{1}{2}, \ldots$;

3) $\div -\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \ldots$; 4) $\div \sqrt{2}, 1, \frac{\sqrt{2}}{2}, \ldots$.

5) Arvutada geomeetrilise progressiooni 5. liige, kui esimene liige on 3, progressiooni tegur aga 2.

915. Arvutada geomeetrilise progressiooni 6. liige:

1) $\div -5, 10, 20, \ldots$; 2) $\div -8, 4, 2, \ldots$;

3) $\div -1200, 120, 12, \ldots$; 4) $\div -5\frac{5}{8}, -3\frac{3}{4}, 2\frac{1}{2}, \ldots$.

916. Geomeetrilise progressiooni kaheksas liige on 256, tegur on 4. Leida selle progressiooni esimene liige.

917. Leida geomeetrilise progressiooni esimene liige, kui:

1) $a_8 = 384$; $q = 2$; 2) $a_9 = \frac{4}{9}$; $q = -\frac{1}{3}$.

918. Leida geomeetrilise progressiooni liikmete summa, kui:

1) $a_1 = 3$; $q = 2$; $n = 6$;

2) $a_1 = 8$; $q = \frac{1}{2}$; $n = 5$;

3) $a_1 = \frac{1}{2}$; $q = -\frac{1}{3}$; $n = 6$;

4) $a_1 = 2{,}5$; $q = 1{,}5$; $n = 5$.

919. Leida geomeetrilise progressiooni tegur ja liikmete summa, kui:

1) $a_1 = 2$; $n = 7$; $a_7 = 1458$;

2) $a_1 = 1{,}5$; $n = 4$; $a_4 = 96$;

3) $a_1 = 74\frac{2}{3}$; $n = 6$; $a_6 = 2\frac{1}{3}$;

4) $a_1 = -1{,}5$; $n = 4$; $a_4 = 96$.

920. Leida geomeetrilise progressiooni esimene liige ja liikmete summa, kui:

1) $q = 4$; $n = 7$; $a_7 = 1024$;

2) $q = 2\frac{1}{2}$; $n = 6$; $a_6 = 3125$;

3) $q = \frac{1}{2}$; $n = 10$; $a_{10} = 7$;

4) $q = \frac{3}{4}$; $n = 5$; $a_5 = 1\frac{115}{128}$.

921. Leida geomeetrilise progressiooni esimene ja viimne liige, kui:

1) $n=8$; $q=2$; $S_8=765$;
2) $n=5$; $q=\frac{1}{2}$; $S_5=3\frac{7}{8}$;
3) $n=4$; $q=\frac{2}{3}$; $S_4=65$;
4) $n=12$; $q=2$; $S_{12}=4095$.

922. Leida geomeetrilise progressiooni liikmete arv, kui:

1) $a_1=3$; $a_n=96$; $S_n=189$;
2) $a_1=2$; $a_n=\frac{1}{8}$; $S_n=3\frac{7}{8}$;
3) $a_1=1$; $a_n=-512$; $S_n=-341$;
4) $q=2$; $a_n=96$; $S_n=189$.

923. Arvude 9 ja 243 vahele paigutada kaks arvu nii, et need koos antud arvudega moodustaksid geomeetrilise progressiooni.

924. Arvude 160 ja 5 vahele paigutada neli geomeetrilist keskmist.

925. Arvude 1 ja 7 vahele paigutada kuus geomeetrilist keskmist.

926. Järgnevais ülesandeis leida kolme antud suuruse järgi ülejäänud kaks:

№	a_1	q	n	a_n	S_n	№	a_1	q	n	a_n	S_n
1	1	3	10			5	$\frac{1}{2}$			$\frac{1}{128}$	$\frac{127}{128}$
2		$\frac{1}{2}$	8	2		6	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$		$\frac{1}{6561}$	
3	2		7	1458		7		-2	19	262144	
4		3		567	847	8		-3	4	121,5	

927. Leida geomeetrilise progressiooni esimene liige ja tegur, kui:

1) $a_5-a_1=15$, $a_4-a_2=6$;
2) $a_2+a_5-a_4=10$, $a_3+a_6-a_5=20$.

928. Leida geomeetrilise progressiooni esimene liige, tegur ja liikmete arv, kui:

1) $a_7 - a_5 = 48$, $a_6 + a_5 = 48$, $S_n = 1023$;

2) $a_6 - a_4 = 216$, $a_3 - a_1 = 8$, $S_n = 40$.

929. Leida kuuest liikmest koosnev geomeetriline progressioon, teades, et selle kolme esimese liikme summa on 168 ja kolme viimase liikme summa võrdub 21.

930. Leida neli arvu, mis moodustavad kahaneva geomeetrilise progressiooni, teades, et selle progressiooni äärmiste liikmete summa on 27 ja keskmiste summa 18.

931. Leida kolm arvu, mis moodustavad geomeetrilise kahaneva progressiooni, teades, et nende summa on 26 ja nende arvude ruutude summa 364.

932. Tõestada, et iga geomeetrilise progressiooni algusest ja lõpust võrdseil kaugustel seisvate liikmete korrutis on jääv arv ning võrdub äärmiste liikmete korrutisega.

933. Tuletada geomeetrilise progressiooni n liikme korrutise valem.

934. Arvutada progressiooni 1, 4, 16, ... kuue esimese liikme korrutis.

935. Leida aritmeetiline ja geomeetriline progressioon, teades, et kummagi esimene liige on 1, nende kolmandad liikmed on võrdsed ja aritmeetilise progressiooni 21. liige võrdub geomeetrilise progressiooni 5. liikmega.

936. Aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni esimesed liikmed on võrdsed. Aritmeetilise progressiooni esimene liige on 3 ning selle teine liige on 6 võrra suurem geomeetrilise progressiooni teisest liikmest; kolmandad liikmed on neil võrdsed. Leida need progressioonid, kui mõlema kõik liikmed on positiivsed.

937. Kolme arvu summa, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, on 30. Kui esimesest arvust lahutada 5 ja teisest 4, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

938. Kolm positiivset arvu, mille summa on 21, moodustavad aritmeetilise progressiooni. Kui nendega liita vastavalt 2, 3 ja 9, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

939. Kolme positiivse arvu summa, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, on 15. Kui selle progressiooni esimese ja teise liikmega liita 1 ja kolmandaga liita 4, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

940. Kolme arvu summa, mis moodustavad geomeetrilise progressiooni, on 65. Kui vähimast arvust lahutada 1 ja suurimast 19, siis saadud arvud moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida need arvud.

941. Kolme arvu summa, mis moodustavad kasvava geomeetrilise progressiooni, on 26. Kui nende arvudega liita vastavalt 1, 6 ja 3, siis niiviisi saadud arvud moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida need arvud.

942. Leida neli täisarvu, millest kolm esimest moodustavad aritmeetilise progressiooni ja kolm viimast geomeetrilise progressiooni, teades, et kahe äärmise liikme summa on 37 ja kahe keskmise summa 36.

943. Neli arvu moodustavad aritmeetilise progressiooni. Kui nendest lahutada vastavalt 2, 6, 7 ja 2, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

944. Neli arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni. Kui nendest lahutada vastavalt 2, 1, 7 ja 27, siis saadud arvud moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida need arvud.

945. Anumas on 20 liitrit piiritust. Sealt valati välja 1 liiter piiritust ja pandi niisama palju vett asemele. Siis valati välja 1 liiter segu ja jälle pandi niisama palju vett asemele. Niiviisi toimiti kolmandal, neljandal jne. korral. Mitu liitrit piiritust jääb anumasse pärast kümnendat korda?

946. Anumas on 50 liitrit piiritust, mille kangus 80°. Leida, mitu liitrit puhast piiritust jääb veel anumasse, kui sealt 20 korda võetakse ära 1 liiter vedelikku ja iga kord pannakse 1 liiter vett asemele?

947. Keegi teatas uudist kahele oma tuttavale; kumbki neist omakorda rääkis selle kahele oma tuttavale jne. Arvestades, et igaks edasiandmiseks kulub pool tundi ja et uudist avaldatakse kogu aeg uutele inimestele, leida, kui pika ajaga saab uudis teatavaks kogu linna elanikkonnale, kui selles linnas elab 2 miljonit inimest.

948. Hõrenduspumba kolvi iga edasi-tagasi käiguga eemaldatakse anumast $\frac{1}{8}$ selles anumas olevast õhust. Leida, kui suur on

õhurõhk anumas pärast kolvi 20-ndat käiku, kui esialgne rõhk oli 760 mm.

949. On antud progressioon: $a_1, a_2, \ldots, a_n$.

Kas moodustavad progressiooni järgnevad arvud, kui antud progressioon on: a) aritmeetiline? b) geomeetriline?

1) $a_1, a_3, \ldots, a_{2n+1}$;
2) $a_2, a_4, \ldots, a_{2n}$;
3) $\frac{1}{a_1}, \frac{1}{a_2}, \ldots, \frac{1}{a_n}$;
4) $2a_1, 2a_2, \ldots, 2a_n$;
5) $\sqrt{a_1}, \sqrt{a_2}, \ldots, \sqrt{a_n}$.

950*. 1) Leida arvujärjendi esimese n liikme summa, kui selle n-es liige on na^{n-1}.

2) Leida arvujärjendi esimese n liikme summa, kui selle n-es liige on $a^n(a^n - 1)$.

§ 33. Arvujärjendi piir.

951. Lõpmatu arvujärjendi üldliige avaldub valemiga:

$$a_n = \frac{n+1}{2}.$$

1) Arvutada selle arvujärjendi viis esimest liiget, anda nende geomeetriline kujutus arvteljel ja näidata, et antud arvujärjend piiramatult kasvab.

2) Leida antud arvujärjendi selle liikme järjekorra number, millest alates kõik järgnevad liikmed on suuremad kui 1000; 10 000; 1 000 000.

3) Näidata, et järgmised arvujärjendid piiramatult kasvavad:

a) $a_n = \frac{3n - 100}{1000}$; b) $a_n = \frac{n^2 + 1}{n}$.

952. On antud lõpmatu arvujärjend, mille üldliige avaldub valemiga:

$$a_n = \frac{2n+1}{2n+3}.$$

Näidata, et see arvujärjend kasvab ning on piiratud. Kujutada graafiliselt arvteljel selle järjendi viis esimest liiget.

953. Lõpmatu arvujärjendi üldliige avaldub valemiga:

$$a_n = -3n^2 + 10.$$

1) Arvutada selle arvujärjendi mõned esimesed liikmed ja näidata, et see järjend kahaneb.

2) Leida antud järjendi selle liikme järjekorra number, millest alates kõik järgnevad liikmed on vähemad kui (-2000); $(-24\,897)$; $(-1\,249\,876)$.

3) Näidata, et järgmised järjendid kahanevad piiramatult:

a) $a_n = -5n+6$; b) $a_n = -2^n+1$.

954. Lõpmatu arvujärjendi üldliige avaldub valemiga:

$$a_n = \frac{n+1}{n}.$$

1) Arvutada selle järjendi viis esimest liiget ja kujutada need geomeetriliselt arvteljel.

2) Näidata, et see järjend kahaneb ning on piiratud.

955. On antud järgmised lõpmatud arvujärjendid:

a) $1, 1 \cdot 2, 1 \cdot 2 \cdot 3, \ldots$;

b) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$;

c) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \ldots$;

d) $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9}, \ldots$;

e) $+2, -1, -4, \ldots$.

1) Kirjutada üldliikme valem iga antud järjendi jaoks.

2) Arvutada iga järjendi viis esimest liiget ja kujutada need geomeetriliselt arvteljel.

3) Näidata, missugune antud järjendeist: a) kasvab piiramatult; b) kahaneb piiramatult; c) kasvab ning on piiratud; d) kahaneb ning on piiratud; e) kõigub vahelduvate liikmetega.

956. Antud ringjoonesse joonestatakse külgede arvu piiramatu kahekordistamise teel korrapärane kolmnurk, korrapärane kuusnurk, korrapärane kaksteistnurk jne.

1) Tõestada, et antud hulknurkade ümbermõõdud moodustavad kasvava arvujärjendi, mis on piiratud ülalt.

2) Antud hulknurga külgede pikkused moodustavad kahaneva arvujärjendi, mis on piiratud alt.

3) Määrata lõpmatu arvujärjendi liik, mille moodustavad: a) antud hulknurkade apoteemid; b) antud hulknurkade kesknurkade suurused; c) antud hulknurkade sisenurkade suurused.

957. On antud lõpmatu arvujärjend:

$$1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots, \frac{1}{n}.$$

1) Kujutada geomeetriliselt arvteljel selle järjendi viis esimest liiget ja näidata, et antud järjend kahaneb ning on piiratud (alt).

2) Leida antud järjendi selle liikme järjekorra number, millest alates kõik järgnevad järjendi liikmed on vähemad kui: a) 0,001; b) 0,0001; c) 0,000001; d) 0,0000001.

3) Näidata, et kui väike ka olekski võetud arv $\varepsilon>0$, võib alati leida antud järjendi selle liikme järjekorra numbri, millest alates kõik järgnevad liikmed on vähemad ε-st.

958. Lõik OS, mille pikkus on 1, poolitatakse punktis A; siis lõik AS poolitatakse punktis B; seejärel lõik BS poolitatakse punktis C jne.

1) Leida lõikude OA, OB, OC ja OD jne. pikkused.

2) Näidata, et lõigu OS niisuguse jagamise piiramatul jätkamisel lõikude OA, OB, OC, OD jne. pikkused moodustavad lõpmatu arvujärjendi, mille üldliige avaldub valemiga:

$$a_n = \frac{2^n - 1}{2^n}.$$

3) Tõestada, et arvu 1 ja järjendi mistahes liikme a_n vahe on $\frac{1}{2^n}$, kus n on järjendi liikme järjekorra number.

4) Leida järjendi selle liikme number, millest alates 1 ja järjendi iga järgneva liikme vahe on vähem kui: a) 0,01; b) 0,001; c) 0,0001; d) 0,00001.

5) Näidata, et kui väike ka olekski antud arv $\varepsilon>0$, võib alati leida järjendi selle liikme numbri, millest alates arvu 1 ja sellele järgneva järjendi iga liikme vahe on vähem ε-st.

959. Kujutada geomeetriliselt lõpmatu järjendi esimesed liikmed, mille üldliige avaldub valemiga:

$$a_n = \frac{(-1)^n}{n}.$$

Näidata, et antud järjendi jaoks n-i küllaltki suurte väärtuste puhul on kehtiv võrratus $|a_n|<\varepsilon$, kus ε on kuitahes väike positiivne arv.

960. 1) Tõestada, et korrapärase hulknurga külgede arvu piiramatul suurendamisel selle sisenurga suuruse piiriks on nurk 180°.

2) Tõestada, et korrapärase hulknurga külgede arvu piiramatul suurendamisel selle kesknurga suuruse piiriks on nurk 0°.

961. Tõestada, et järgnevad lõpmatud arvujärjendid omavad näidatud piire:

1) $\lim \frac{n+2}{n}=1$; 2) $\lim \frac{2n-4}{n}=2$;

3) $\lim \left(\frac{1}{3}\right)^n=0$; 4) $\lim \frac{n}{2n+1}=\frac{1}{2^n}$.

962. Leida, missugused järgnevaist lõpmatuist arvujärjendeist omavad piiri:

1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots, \frac{1}{2^{n-1}}$;

2) $1, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \ldots, \frac{2n-1}{n}$;

3) $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots, \frac{2n-1}{2}$;

4) $\frac{2}{3}, \frac{4}{9}, \frac{8}{27}, \ldots, \left(\frac{2}{3}\right)^n$;

5) $\frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \ldots, \left(\frac{3}{2}\right)^n$;

6) $-1, 1, -1, \ldots, (-1)^n$;

7) $\frac{7}{1}, \frac{11}{3}, \frac{15}{5}, \ldots, \frac{4n+3}{2n-1}$;

8) $1, \frac{1}{1\cdot 2}, \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3}, \ldots, \frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\ldots n}$;

9) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots, \frac{n}{n+1}$;

10) $\frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \ldots, \frac{n+1}{n}$.

Kujutada geomeetriliselt antud järjendid arvteljel.

963. Leida iga järgneva lõpmatu arvujärjendi piir:

1) $a_n=\frac{n}{n+2}$; 2) $a_n=\frac{3n-1}{n}$;

3) $a_n=\frac{3n+1}{3n-1}$; 4) $a_n=\frac{5n+1}{n}$.

964. On antud kaks lõpmatut järjendit:

a) $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \ldots, \frac{n}{n+1}$;

b) $2, \frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \ldots, \frac{n+1}{n}$.

1) Koostada uus lõpmatu järjend, mille iga liige võrduks antud järjendite kahe vastava liikme summaga.

2) Näidata, et saadud järjendi piir võrdub antud järjendite piiride summaga.

3) Näidata, et antud arvujärjendite vahe, korrutise ja jagatise piir võrdub vastavalt samade arvujärjendite piiride vahe, korrutise ja jagatisega.

965. On antud kaks lõpmatut järjendit:

$$a_1, a_2, a_3, \ldots, a_n \text{ ja } b_1, b_2, b_3, \ldots, b_n,$$

kusjuures

$$\lim a_n = \frac{1}{2}, \quad \lim b_n = \frac{3}{4}.$$

Leida järgmiste lõpmatute arvujärjendite piirid:

1) $\lim (a_n + b_n)$; 2) $\lim (a_n - b_n)$; 3) $\lim (a_n \cdot b_n)$;

4) $\lim \frac{a_n}{b_n}$; 5) $\lim \left(2a_n + \frac{b_n}{3}\right)$; 6) $\lim \frac{4a_n - 5b_n}{2b_n}$;

7) $\lim \frac{3a_n^2 + a_n - 1}{b_n + 1}$; 8) $\lim \frac{b_n^2 - 2b_n + 3}{4a_n^2 + 8a_n - 2}$.

966. Leida järgmiste lõpmatute arvujärjendite piirid:

1) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\frac{1}{n} + 3\right)$; 2) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(5 \cdot \frac{n+1}{n}\right)$;

3) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\frac{2}{n} + \frac{4n-1}{n}\right)$; 4) $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\frac{5n+1}{2n-1} - \frac{3}{2^n}\right)$.

§ 34. Lõpmatult kahanev geomeetriline progressioon.

967. Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa:

1) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \ldots$; 2) $16, 4, 1, \ldots$;

3) $6\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}, \frac{4}{15}, \ldots$; 4) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{8}, \ldots$;

5) $1\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{3}{8}, \ldots$; 6) $3\sqrt{2}, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{3}, \ldots$.

968. 1) $\sqrt{\frac{3}{2}}, \sqrt{\frac{2}{3}}, \frac{2}{3}\sqrt{\frac{2}{3}}, \ldots$;

2) $\sqrt{5}, \sqrt{\frac{1}{5}}, \frac{1}{5}\sqrt{5}, \ldots$; 3) $\frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}-1}, 1, \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}, \ldots$;

4) $1, x, x^2 \ldots$ kui $|x|<1$.

969. Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni esimene liige, kui:

1) nelja liikme summa on $33\frac{3}{4}$ ja progressiooni summa 36;

2) progressiooni summa on 729 ja teine liige 162;

3) progressiooni summa on 14,4 ja tegur $\frac{3}{8}$;

4) progressiooni summa on 10,8 ja tegur $\frac{2}{9}$.

970. 1) Leida niisuguse lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni tegur, mille esimene liige on 66 ja summa 110.

2) Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni neljas liige, kui tegur on 0,4 ja summa $33\frac{1}{3}$.

971. 1) Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa, kui teine liige on $1\frac{2}{3}$ ja tegur $\frac{2}{3}$.

2) Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa on 12,5 ning selle esimese ja teise liikme summa 12. Leida see progressioon.

972. Kujutada iga järgnev perioodiline kümnendmurd lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summana ja leida selle summa piir:

1) 0,444 . . .; 2) 0,131313 . . .; 3) 0,523523523 . . .; 4) 15,666 . . .

973. Jaotada iga järgnev segaperioodiline kümnendmurd kaheks osaks nii, et üks osa kujutaks lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summat, ja arvutada saadud summa piir:

1) 0,444 . . .; 2) 0,131313 . . .; 3) 0,523523523 . . .; 4) 15,666 . . .

974. Leida rea summa:

1) $\frac{2}{5}+\frac{3}{5^2}+\frac{2}{5^3}+\frac{3}{5^4}+\ldots$;

2) $\frac{3}{7}+1+\frac{9}{49}+\frac{1}{3}+\frac{27}{243}+\frac{1}{9}+\ldots$;

3) $\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+\frac{1}{4\cdot 5}+\ldots+\frac{1}{(n-1)n}$.

Näpunäide. Iga murd kujutada vahena, näiteks:

$$\frac{1}{1 \cdot 2} = \frac{1}{1} - \frac{1}{2}; \quad \frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \text{ jne.}$$

975. Võrdkülgsesse kolmnurka, mille külg on a, ehitatakse selle kolmnurga külgede poolitamise teel teine võrdkülgne kolmnurk, sellesse ehitatakse samal viisil uus kolmnurk jne. lõpmatult. Leida:

1) nende kolmnurkade ümbermõõtude summa piir;

2) nende pindalade summa piir.

976. Ruudusse, mille külg on a, ehitatakse selle ruudu külgede poolitamisel uus ruut, saadud ruudusse ehitatakse samal viisil jällegi ruut jne. lõpmatult. Leida nende ruutude ümbermõõtude summa piir ja pindalade summa piir.

977. On antud ruut, mille diagonaal on 5 cm. Selle ruudu külg võetakse teise ruudu diagonaaliks, teise ruudu külg — uue ruudu diagonaaliks jne. lõpmatult. Leida kõigi ruutude pindalade summa piir.

978. On antud võrdkülgne kolmnurk, mille külg on a; selle kolmnurga kõrgustest ehitatakse uus korrapärane kolmnurk; teise kolmnurga kõrgustest ehitatakse veel kolmnurk jne. lõpmatult. Leida sel viisil ehitatud kõigi kolmnurkade pindalade ja ümbermõõtude summa piir.

979. Ringisse, mille raadius on R, on ehitatud ruut, ruudusse ring, sellesse ringi teine ruut jne. lõpmatult. Leida kõigi ringide pindalade ja ruutude pindalade summa piir.

980. On antud korrapärane kolmnurk, mille külg on a. Kolmnurka on ehitatud ring, ringisse jällegi kolmnurk, kolmnurka ring jne. lõpmatult. Leida kõigi ringide pindalade ja ringjoonte pikkuste summa piir.

981. 45°-se nurga haaral on võetud punkt, mis on nurga tipust kaugusel a. Sellest punktist on tõmmatud ristlõik teisele haarale; selle ristlõigu aluspunktist on tõmmatud ristlõik esimesele haarale jne. lõpmatult. Leida nende ristlõikude pikkuste summa piir [1].

---

[1] Ülesanded VII peatüki («Arvujärjendid») kordamiseks, kontrolltöödeks ja iseseisvaiks töödeks õpilastele on paigutatud X peatükki.

VIII PEATÜKK.

ASTENDAJA MÕISTE ÜLDISTUS.

§ 35. Negatiivne astendaja ja astendaja null.

Arvutada (982—988 *peast!*):

982. 1) 2^{-2}; 2) 3^{-2}; 3) 2^{-3}; 4) 8^{-1}.

983. 1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; 2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$; 3) $\left(\frac{5}{6}\right)^{-4}$; 4) $(0{,}3)^{-3}$.

984. 1) $(-8)^{-2}$; 2) $\left(-\frac{1}{12}\right)^{-1}$; 3) $\left(-1\frac{1}{3}\right)^{-3}$; 4) $(-1)^{-6}$.

985. 1) $(-156)^{0}$; 2) $\left(\frac{4}{9}\right)^{0}$; 3) $(-0{,}15)^{0}$; 4) $(1{,}5)^{0}$.

986. 1) -5^{-1}; 2) -10^{-2}; 3) -5^{-3}; 4) $\left(-\frac{3}{4}\right)^{-1}$.

987. 1) $-0{,}25^{-1}$; 2) $8\cdot 4^{-2}$; 3) $25\cdot 5^{-3}$; 4) $32\cdot 4^{-4}$.

988. 1) $4\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$; 2) $4^{-2}\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$; 3) $5^{-5}\cdot(0{,}1)^{-4}$;

4) $\left[5-3\cdot\left(\frac{4}{15}\right)^{0}\right]^{-2}$.

989. 1) $\left[\frac{3}{4}-\left(\frac{2}{3}\right)^{-1}\right]^{-1}$; 2) $\frac{5^{2}\cdot 5^{-1}-8^{0}}{2^{-2}}$;

3) $\frac{4^{-1}-3\cdot\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}}{5-\left(\frac{1}{2}\right)^{-1}}$; 4) $\frac{2^{-3}-\left(\frac{3}{4}\right)^{-4}\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)^{2}}{10^{-1}+\left(-\frac{1}{8}\right)^{0}}$.

990. Joonestada järgmiste funktsioonide graafikud:

1) $y=x^{0}$; 2) $y=x^{-2}$; 3) $y=(x-1)^{-2}$; 4) $y=2x^{-1}$.

Kasutades negatiivseid astendajaid, esitada järgmised murrud täisavaldiste kujul:

991. 1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{1}{27}$; 3) $\frac{1}{64}$; 4) $\frac{1}{625}$.

992. 1) 0,01; 2) 0,0001; 3) 0,000001; 4) 0,000000001.

993. 1) $\frac{5}{128}$; 2) $\frac{3}{125}$; 3) $\frac{8}{243}$; 4) $5\frac{3}{32}$.

994. 1) 0,00015; 2) 0,0000023; 3) 0,00000124; 4) 2,000003.

995. 1) $\frac{1}{x^2}$; 2) $\frac{2}{x^5}$; 3) $\frac{a^2}{b^3}$; 4) $\frac{x^3}{y^2}$.

996. 1) $\frac{1}{a^3}$; 2) $\frac{1}{a^n}$; 3) $\frac{x^3}{y^5}$; 4) $\frac{a^n}{b^m}$.

997. 1) $\frac{2n}{3m^2}$; 2) $4x \cdot \frac{1}{y^6}$; 3) $\frac{2}{(a+b)^2}$; 4) $\frac{5xy}{2(x-y)^4}$.

998. 1) $\frac{a+b}{a-b}$; 2) $\frac{1}{\frac{1}{a}-\frac{1}{b}}$; 3) $\frac{\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^3}}{\frac{1}{m}-\frac{1}{n}}$; 4) $\frac{\left(\frac{1}{x^5}-\frac{1}{y^4}\right)^3}{\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^4}\right)^4}$.

Esitada järgmised murrud täisavaldiste kujul:

999. 1) $\frac{ab}{c^{-2}}$; 2) $\frac{5x^2}{a^{-3}}$; 3) $\frac{a^2b^{-3}}{cd^{-1}}$; 4) $\frac{1}{2a^{-3}b^{-1}c^2}$.

1000. 1) $\frac{5}{(a-b)^{-2}}$; 2) $\frac{3xy}{7(x-y)^{-3}}$; 3) $\frac{2^{-1}(x+y)}{5^{-1}a^{-2}(x-y)^{-2}}$.

1001. 1) $\frac{1}{a^{-n}b^{-m}}$; 2) $\frac{9}{5^{-1}x^3y^{-k}z^{-1}}$; 3) $\frac{5a}{3^{-4}(a-b)^{-n}(a+b)^m}$.

Teisendada järgmised avaldised nii, et neis ei esineks negatiivseid astendajaid:

1002. 1) $\frac{2a^{-3}}{b^{-1}}$; 2) $\frac{5^{-1}xy^{-2}}{2^{-3}ab^{-4}}$; 3) $\frac{4a^{-2}b^{-1}}{5x^{-2}y}$; 4) $\frac{m^{-1}n^2}{a^{-3}b}$.

1003. 1) $\frac{3(a-b)^{-2}}{4^{-1}(a+b)^{-1}}$; 2) $\left(\frac{x+y}{x-1}\right)^{-1}$; 3) $\frac{5a(a-b)^{-4}}{b^{-2}(x-y)^{-2}}$.

Teostada tehted:

1004. 1) $a^3 \cdot a^{-2}$; 2) $x^4 \cdot x^{-1}$; 3) $a^5 : a^{-1}$; 4) $a^{-3} : a^{-2}$.

1005. 1) $5a^{-5} \cdot 4a^4$; 2) $\frac{3}{2}ab^{-3} \cdot 6a^{-2}b$; 3) $\frac{3}{4}m^{-2}n^4 \cdot 8m^3n^{-2}$.

1006. 1) $6c^2d^4 : 3c^{-1}d^{-2}$; 2) $\frac{1}{2}p^{-1}q^{-3} : \frac{3}{8}p^{-2}q^{-4}$;

3) $5a^n : \frac{1}{3}a^{-n}$; 4) $0{,}8x^{-1} : 0{,}4x^{n-1}$.

1007. 1) $(x^{-4}-x^2+x^{-1}) : x^{-1}$;

2) $(ax^2+bx) \cdot x^{-2}$; 3) $(ax^{-3}-bx^{-1}) : x^{-4}$;

4) $(a^{-4}+a^{-2}b^{-1}+ab^{-2}-a^0b^{-3}) \cdot a^4b^{-4}$.

1008. 1) $(2x+3x^{-1})(3x-2x^{-1})$;

2) $(3m-2n^{-1})(4m^3+5n^{-2})$;

3) $(a^{-2}+a^{-1}+1)(a^{-2}+a)$;

4) $(3p^{-2}-2p^{-1}-p^0)(-4p^2+p^{-1})$.

1009. 1) $(x^2-y^2) : (x^{-1}+y^{-1})$;

2) $(x^{-3}+x^{-2}-x^0-x) : (x^{-2}+x^{-1}+x^0)$;

3) $(6a^2-10a-6+4a^{-1}) : (3a+1-a^{-1})$;

4) $(8m-22+31m^{-1}-20m^{-2}) : (2m-3+4m^{-1})$.

1010. 1) $(-a^2)^{-3}$; 2) $(-1)^{2n}$; 3) $(-1)^{2n-1}$.

1011. 1) $\left(\frac{3x^{-1}}{5a^{-2}}\right)^{-1}$; 2) $\left[\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2}\right]^{-1}$;

3) $\left[\left(-\frac{m}{n}\right)^{-3}\right]^{-1}$; 4) $\left(-\frac{5a^{n+1}}{3b^n}\right)^{-2}$.

1012. 1) $(a^{-2}+b^{-1})^2$; 2) $(x^{-2}+a^{-3})(x^{-2}-a^{-3})$;

3) $[m-(1-m)^{-1}] \cdot \frac{m(m-2)+m^0}{\frac{1}{m^{-2}}-m+1}$;

4) $\frac{a^{-2}b^{-1}+a^{-1}b^{-2}}{a^{-2}-b^{-2}}+a^3(a^2-2ab+b^2)^{-2}$.

1013. 1) $\sqrt[5]{x^{-10}}$; 2) $\sqrt{a^{-4}b^{-6}}$;

3) $\sqrt[n]{x^{-3n}y^{2n}}$; 4) $(\sqrt[3]{16})^{-2}$.

§ 36. Astmed ja juured murruliste astendajatega.

1014. *(Peast!)* Asendada juured avaldistega, mil murrulised astendajad:

1) $\sqrt{a}$; 2) $\sqrt[3]{x^2}$; 3) $\sqrt[4]{a^3}$;

4) $\sqrt[5]{a^4}$; 5) $\sqrt[n]{a^m}$; 6) $\sqrt[n]{a}$.

1015. 1) $\sqrt[3]{a^{-2}}$; 2) $\sqrt{a^{-1}}$; 3) $\sqrt[4]{a^{-3}}$;

4) $\sqrt{(a+b)^{-1}}$; 5) $\sqrt[3]{(x-y)^{-2}}$; 6) $\sqrt[5]{(m-n)^{-3}}$.

Asendada murruliste astendajatega avaldised juurtega *(peast!)*.

1016. 1) $x^{\frac{1}{3}}$; 2) $a^{\frac{1}{2}}$; 3) $m^{\frac{2}{3}}$; 4) $n^{\frac{3}{4}}$.

1017. 1) $c^{\frac{2}{5}}$; 2) $a^{\frac{1}{n}}$; 3) $c^{\frac{n}{2}}$; 4) $a^{-\frac{1}{2}}$.

1018. 1) $a^{-\frac{2}{3}}$; 2) $b^{-0,5}$; 3) $x^{-0,3}$; 4) $m^{-0,75}$.

1019. 1) $a^{-2,5}$; 2) $m^{-1,5}$; 3) $(a+b)^{\frac{1}{2}}$; 4) $(x+y)^{\frac{1}{3}}$.

1020. 1) $(x-y)^{\frac{2}{3}}$; 2) $(x^2+y^2)^{\frac{3}{4}}$; 3) $(a-b)^{-\frac{1}{2}}$;

4) $(p+q)^{-\frac{m}{n}}$.

1021. 1) $x^{\frac{n}{2}}-y^{\frac{n}{2}}$; 2) $(a^{\frac{1}{n}}+b^{\frac{1}{n}})^{\frac{1}{3}}$;

3) $(a^{\frac{2k}{3}}+a^{-\frac{2k}{3}})^{-1}$; 4) $\left[\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}}{3b^{-\frac{1}{4}}}\right)^4\right]^{\frac{1}{2}}$.

1022. Joonestada järgmiste funktsioonide graafikud:

1) $y=x^{\frac{1}{2}}$; 2) $y=2x^{\frac{1}{3}}$; 3) $y=x^{-\frac{1}{2}}$; 4) $y=(x-1)^{\frac{1}{2}}$.

Arvutada:

1023. *(Peast!)*

1) $25^{\frac{1}{2}}$; 2) $8^{\frac{1}{3}}$; 3) $5\cdot 16^{\frac{1}{4}}$;

4) $3\cdot 8^{\frac{2}{3}}$; 5) $-2\cdot 27^{\frac{1}{3}}$; 6) $2^{-2}\cdot 64^{\frac{1}{2}}$.

1024. 1) $2^{-1}\cdot 64^{\frac{2}{3}}$; 2) $3^{-2}\cdot 81^{\frac{1}{4}}$; 3) $100^{-\frac{1}{2}}$;

4) $81^{-\frac{3}{4}}$; 5) $64^{-\frac{2}{3}}$; 6) $\left(\frac{1}{4}\right)^{-\frac{1}{2}}$.

1025. 1) $\left(2\frac{1}{4}\right)^{-\frac{3}{2}}$; 2) $\left(3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}$; 3) $(0,008)^{-\frac{2}{3}}$.

1026. 1) $(-0,001)^{-\frac{4}{3}}$; 2) $3^{\frac{4}{3}}\cdot 9^2\cdot 27^{-\frac{5}{6}}\cdot 3^{-\frac{3}{2}}$;

3) $5^{\frac{4}{5}}\cdot 125\cdot 25^{-0,4}\cdot 5^{\frac{1}{2}}$.

Teostada tehted:

1027. *(Peast!)*

1) $a^{\frac{1}{2}}\cdot a^{\frac{1}{3}}$; 2) $a^{\frac{2}{3}}\cdot a^{\frac{1}{6}}$;

3) $x^{\frac{1}{2}}:x^{-\frac{1}{2}}$; 4) $m\cdot m^{\frac{2}{3}}$.

1028. 1) $n:n^{\frac{1}{2}}$; 2) $a:a^{-\frac{3}{4}}$; 3) $(x^2y^4)^{\frac{5}{2}}$; 4) $(x^5y^{10})^{\frac{3}{5}}$.

1029. 1) $x^{\frac{1}{2}} \cdot x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{4}}$; 2) $a^{\frac{2}{3}} \cdot a^{-\frac{1}{2}} \cdot a^{\frac{3}{4}}$; 3) $x^{\frac{2}{3}} : \sqrt[3]{x}$.

1030. 1) $\sqrt[3]{x} : x^{-\frac{2}{3}}$; 2) $\sqrt[4]{x} : x^{-\frac{1}{4}}$; 3) $a^{\frac{3}{4}} : \sqrt[4]{a}$.

1031. 1) $a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{1}{2}} c^{\frac{3}{2}} \cdot a^{-\frac{1}{2}} b^{\frac{1}{2}} c^{-\frac{3}{2}}$; 2) $a^{\frac{2}{3}} b^{-\frac{1}{3}} c^{\frac{5}{6}} \cdot a^{-\frac{1}{3}} b^{\frac{1}{3}} c^{-\frac{2}{3}}$;

3) $\left(\frac{9x^2}{4y^{-2}}\right)^{-\frac{1}{2}}$; 4) $\left(\frac{8a^{-3}}{27b^6}\right)^{-\frac{1}{3}}$.

1032. 1) $\sqrt[5]{a^{-3}\sqrt{a^3}}$; 2) $\sqrt{x^{-3}y^2\sqrt{xy}}$;

3) $\sqrt[3]{a^{-\frac{1}{2}} b^{-1}} \cdot a^{\frac{5}{6}} b^{\frac{1}{2}} \sqrt{a^{-1} b^{\frac{2}{3}}}$;

4) $\left[8b^{-\frac{1}{3}} \sqrt{x^{-\frac{1}{3}} b \sqrt[4]{x^{\frac{4}{3}}}}\right]^{\frac{1}{3}}$.

1033. 1) $\sqrt{a\sqrt[3]{b}} : \sqrt[3]{b^{-1}\sqrt{a^3}}$; 2) $\sqrt{12a^{-4}b^3} : \left[\left(\frac{a^5}{3b^{-4}}\right)^2\right]^{\frac{1}{4}}$;

3) $\left[\left(x^{\frac{1}{m-n}}\right)^{m-\frac{n^2}{m}}\right]^{\frac{m}{m+n}}$;

4) $(-\sqrt[3]{x^{0,4}})^5 + \left(-2\sqrt[5]{x^{0,1}}\right)^4 - x^{-1}\left(\frac{-3x^{\frac{2}{3}}}{\sqrt[3]{x^{-0,5}}}\right)^2$.

1034. 1) $\left(a^{\frac{1}{2}} + b^{\frac{1}{2}}\right)^2$; 2) $\left(x^{\frac{1}{3}} - y^{\frac{1}{3}}\right)^2$;

3) $\left(m^{-\frac{1}{3}} - n^{\frac{2}{3}}\right)^2$; 4) $\left(a^{\frac{2}{3}} + b^{\frac{2}{3}}\right)^2$.

1035. 1) $\left(2x^{\frac{1}{2}} + y^{-\frac{1}{4}}\right)\left(2x^{\frac{1}{2}} - y^{-\frac{1}{4}}\right)$;

2) $\left(a^{\frac{2}{3}} - 3b^{-1}\right)\left(a^{\frac{2}{3}} + 3b^{-1}\right)$;

3) $\left(a^{\frac{1}{2}} + a^{\frac{2}{3}} + a^{\frac{7}{12}}\right)\left(a^{\frac{1}{3}} - a^{\frac{5}{12}}\right)$;

4) $\left(x^{\frac{1}{3}} - x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{6}}\right)\left(x^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{6}}\right)$.

1036. 1) $\left(x^{\frac{3}{2}} - y^{\frac{3}{2}}\right) : \left(x^{\frac{1}{2}} - y^{\frac{1}{2}}\right)$; 2) $\left(m^{\frac{3}{2}} + n^{\frac{3}{2}}\right) : \left(m^{\frac{1}{2}} + n^{\frac{1}{2}}\right)$;

3) $\left(15a - 3a^{\frac{1}{3}} - 2a^{-\frac{1}{3}} + 8a^{-1}\right) : \left(5a^{\frac{2}{3}} + 4\right)$;

4) $\left(4x^{\frac{2}{3}} - 8x^{\frac{1}{3}} - 5 + 10x^{-\frac{1}{3}} + 3x^{-\frac{2}{3}}\right) : \left(2x^{\frac{5}{12}} - x^{\frac{1}{12}} - \right.$

$\left. - 3x^{-\frac{1}{4}}\right)$.

1037. 1) $\dfrac{m-n}{m^{\frac{1}{2}} - n^{\frac{1}{2}}} - \dfrac{m^{\frac{3}{2}} - n^{\frac{3}{2}}}{m-n}$;

2) $\dfrac{1-a^{-\frac{1}{2}}}{1+a^{\frac{1}{2}}} - \dfrac{a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}}{a-1}$; 3) $\dfrac{a-b}{a^{\frac{1}{3}} - b^{\frac{1}{3}}} - \dfrac{a+b}{a^{\frac{1}{3}} + b^{\frac{1}{3}}}$.

Arvutada:

1038. 1) $\left[4^{-\frac{1}{4}} + \left(\dfrac{1}{2^{-\frac{3}{2}}}\right)^{-\frac{4}{3}}\right]\left[4^{-0,25} - (2\sqrt{2})^{-\frac{4}{3}}\right]$;

2) $\left[\left(a^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}\right)^{-1} \cdot (a-x) - \dfrac{a+x}{a^{\frac{1}{3}} + x^{\frac{1}{3}}}\right] \cdot 2(ax)^{-\frac{1}{3}}$;

3) $\left[\left(\dfrac{3}{4}\right)^0\right]^{-0,5} - 7,5\left(\sqrt[3]{4}^{-\frac{4}{3}}\right)^2 - (-2)^{-4} + 81^{0,25}$;

4) $0,027^{-\frac{1}{3}} - \left(-\dfrac{1}{6}\right)^{-2} + 256^{0,75} - 3^{-1} + 5,5^0$.

Lihtsustada:

1039. 1) $\left[\dfrac{\left(a^{\frac{3}{4}} - b^{\frac{3}{4}}\right)\left(a^{\frac{3}{4}} + b^{\frac{3}{4}}\right)}{a^{\frac{1}{2}} - b^{\frac{1}{2}}} - \sqrt{ab}\right] \cdot \dfrac{2\sqrt{2,5}(a+b)^{-1}}{\sqrt{10}^{-2}}$;

2) $\left[x(1-x)^{-\frac{2}{3}} + \dfrac{x^2}{(1-x)^{\frac{5}{3}}}\right] : [(1-x)^{\frac{1}{3}} \cdot (1-2x+x^2)^{-1}]$;

3) $\left\{1 - [x(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}]^2\right\}^{-1} \cdot (1+x^2)^{-1} \cdot [x^0(1+x^2)^{\frac{1}{2}} -$

$- x^2(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}]$;

4) $\left[\dfrac{(a-1)^{-1}}{a^{-3}} - (1-a)^{-1}\right] \cdot \dfrac{a^0 + a(a-2)}{\dfrac{1}{a^{-2}} - a + 1} : \sqrt{\dfrac{1}{(a+1)^{-2}}}$.

1040. Lihtsustada avaldis $\left(1+\frac{x^{-n}+y^{-n}}{x^{-n}-y^{-n}}\right)^{-2}$ ja arvutada selle arvuline väärtus, kui $x=3$; $y=0{,}75$; $n=\frac{1}{2}$.

1041. Lihtsustada avaldis $\frac{a-b}{a^{\frac{3}{4}}+a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{4}}}-\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{4}}+b^{\frac{1}{4}}}$ ja arvutada selle arvuline väärtus, kui $a=\frac{1}{16}$; $b=\frac{1}{81}$.

1042. Lihtsustada avaldis:

$$\frac{a+2a+3a+\ldots+na}{n^2-2n-3}-\left(\sqrt{ab}-\frac{ab}{a+\sqrt{ab}}\right):\frac{2[(ab)^{\frac{1}{2}}-b]}{a-b}.$$

1043. Lihtsustada avaldis:

$$\frac{a+(a+1)+(a+2)+\ldots+2a}{a^2+3a+2}+$$

$$+\frac{3(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}})}{(a-b)^{0,6}(a+2)}:\left[\left(a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}\right)\cdot(a-b)^{-\frac{2}{5}}\right]^{-1}.$$

1044. Tõestada samasus:

$$\left\{\left(1+\frac{4}{a-2}\right)(a-4+4a^{-1})-\sqrt{3}\left[1+\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\left(\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}}\right)^2+\ldots\right]\right\}:\frac{a^{-\frac{1}{2}}-2a^{-1}}{(\sqrt{a}+2)^{-1}}=a+1.$$

1045. Tõestada samasus:

$$\left\{a^{\frac{3}{2}}(1-\sqrt{a})^{-1}+\left[a+\frac{a}{1+\sqrt{a}}+\frac{a}{(1+\sqrt{a})^2}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{a}{(1+\sqrt{a})^3}+\ldots\right]\right\}:\left(\frac{a+3}{a^2+2a-3}-1+\frac{2-2a}{a^2-2a+1}\right)=\frac{\sqrt{a}+a}{a}.$$

IX PEATÜKK.

LOGARITMID.

§ 37. Logaritmide põhiomadused.

1046. Joonisel 24 on kujutatud funktsiooni $y=2^x$ graafik.

1) Leida graafiku järgi funktsiooni y väärtused x järgmiste väärtuste puhul: -3; -2; -1; $-\frac{1}{2}$; 0; $\frac{1}{2}$; 1; 2; 3 ning kontrollida tulemused arvutamise teel.

2) Tõestada, et:

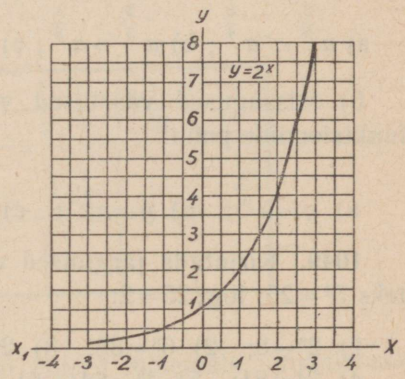
a) x mistahes väärtuse puhul funktsioon $y>0$;

b) kui $x=0$, siis $y=1$;

c) kui $x>0$, siis $y>1$;

d) kui $x<0$, siis $y<1$;

e) x muutumisel $-\infty$ kuni $+\infty$ funktsioon $y=2^x$ kasvab 0-st kuni $+\infty$.



Joon. 24.

1047. Kasutades funktsiooni $y=a^x$ üldisi omadusi,

1) joonestada ühel joonisel funktsioonide a) $y=3^x$ ja b) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ graafikud, andes x-le järgmised väärtused:

x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
$y=3x$							
$y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$							

2) Kirjeldada: a) kummagi funktsiooni üldisi omadusi; b) funktsioonide $y=3^x$ ja $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ omaduste erinevust.

3) Joonestada graafikud: $y=2^{-x}$; $y=2^{2x}$; $y=2^{x-1}$.

1048. 1) Missugused järgmistest astmetest

$$\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{4}};\ \left(\frac{5}{4}\right)^{\frac{2}{3}};\ \left(\frac{2}{5}\right)^{-\frac{7}{8}};\ \left(\frac{3}{2}\right)^{-\frac{5}{6}};\ (2{,}36)^0;\ (0{,}12)^{0{,}2}$$

on ühest suuremad, võrduvad ühega või on ühest vähemad?

2) Mida võib ütelda arvude m ja n suhtes, kui:

a) $\left(\frac{4}{5}\right)^m<\left(\frac{4}{5}\right)^n$; b) $1{,}5^m<1{,}5^n$; c) $(0{,}3)^m>(0{,}3)^n$; d) $\left(\frac{8}{3}\right)^m>\left(\frac{8}{3}\right)^n$?

3) Mida võib ütelda astendaja m suhtes, kui:

a) $10^m=7$; b) $\left(\frac{5}{6}\right)^m=\frac{3}{4}$; c) $\left(\frac{2}{3}\right)^m=\frac{5}{2}$; d) $\left(\frac{7}{4}\right)^m=0{,}6$?

4) Mida võib ütelda positiivse aluse a suhtes, kui:

a) $a^{\frac{3}{5}}<a^{\frac{5}{4}}$; b) $a^{\frac{2}{3}}>a^{\frac{4}{3}}$; c) $a^{-\frac{5}{6}}>a^{\frac{7}{6}}$?

5) Missugused väärtused võivad argumendil x olla järgmiste funktsioonide puhul:

a) $y=a^{\frac{2}{x}}$; b) $y=a^{\sqrt[3]{x}}$; c) $y=a^{\sqrt{x}}$; d) $y=a^{\frac{5}{2-x}}$?

1049. Kirjutada järgmised võrdused logaritmi märgi abil, näiteks $5^2=25$; $\log_5 25=2$:

1) $2^3=8$; 2) $6^2=36$; 3) $2^4=16$;
4) $3^4=81$; 5) $4^3=64$; 6) $2^5=32$;

7) $2^{-1}=\frac{1}{2}$; 8) $3^{-2}=\frac{1}{9}$; 9) $4^{\frac{1}{2}}=2$; 10) $27^{\frac{1}{3}}=3$.

1050. *(Peast!)* Logaritmi definitsiooni põhjal kontrollida järgmiste võrduste õigsust:

1) $\log_3 9=2$; 2) $\log_4 16=2$; 3) $\log_5 125=3$;

4) $\log_7 49=2$; 5) $\log_2 \frac{1}{4}=-2$; 6) $\log_2 \frac{1}{8}=-3$;

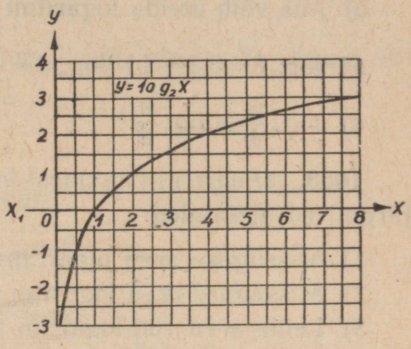
7) $\log_3 \frac{1}{81}=-4$; 8) $\log_5 \frac{1}{125}=-3$.

1051. Joonisel 25 on kujutatud funktsiooni $y=\log_2 x$ graafik.

1) Leida funktsiooni y väärtused x järgmiste väärtuste puhul:

$8,\ 4,\ 2,\ 1,\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8},\ 1\frac{1}{2},\ 5,\ 6,\ 7.$

2) Selgitada graafiku abil, et: a) igal positiivsel arvul on logaritm ja seejuures ainult üks; b) negatiivsetel arvudel ja nullil ei ole logaritme; c) arvu 1 logaritm on 0; d) arvust 1 suuremate arvude logaritmid on positiivsed ja arvust 1 vähemate arvude logaritmid on negatiivsed; e) arvu piiramatul kasvamisel 0-st kuni $+\infty$ selle logaritm kasvab $-\infty$ kuni $+\infty$.



Joon. 25.

1052. 1) Joonestada ühel ja samal joonisel funktsioonide $y=\log_3 x$ ja $y=\log_{\frac{1}{3}} x$ graafikud, andes x järgmised väärtused:

x	9	3	1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{27}$
$y=\log_3 x$						
$y=\log_{\frac{1}{3}} x$						

Määrata: a) omadused, mis on ühised mõlemale funktsioonile; b) erinevus funktsioonide $y=\log_3 x$ ja $y=\log_{\frac{1}{3}} x$ omadustes.

2) Missuguseid väärtusi võib omada argument x järgmiste funktsioonide puhul:

a) $y=\log_a(-x)$; b) $y=\log_a(1-x^2)$; c) $y=\log_a(1-x)$;
d) $y=\log_a x^2$; e) $y=\log_a(1+x^2)$; f) $y=\log_a\sqrt{x}$?

3) Mis võib ütelda logaritmitavate arvude m ja n suhtes, kui:
a) $\log_5 m<\log_5 n$; b) $\log_{\frac{1}{2}} m>\log_{\frac{1}{2}} n$; c) $\log_{0,2} m<\log_{0,2} n$?

4) Mis võib ütelda logaritmitava arvu m suhtes, kui:

a) $\log_2 m=-0{,}32$; b) $\log_{\frac{1}{3}} m=\frac{4}{5}$; c) $\log_{\frac{1}{2}} m=-5\frac{3}{4}$?

5) Mis võib ütelda logaritmi aluse a suhtes, kui:

a) $\log_a 8=0{,}3$; b) $\log_a 3=-\frac{1}{5}$; c) $\log_a 5<\log_a 3$;

d) $\log_a \frac{3}{4}>\log_a \frac{3}{5}$?

1053. (*Peast!*) Lähtudes logaritmi definitsioonist, lahendada järgmised ülesanded:

1) Missuguse arvu logaritm alusel 7 on 2?
2) Missuguse arvu logaritm alusel 4 on 3?
3) Leida arvu 100 logaritm alusel 10.
4) Leida arvu 125 logaritm alusel 5.
5) Missuguse aluse puhul on arvu 16 logaritm 4?
6) Missuguse aluse puhul on arvu 1000 logaritm 3?

1054. Leida: 1) $\log_6 36$; 2) $\log_2 \frac{1}{8}$; 3) $\log_{10} 0{,}01$; 4) $\log_{\frac{1}{2}} 4$.

1055. Leida arv x, kui: 1) $\log_2 x=5$; 2) $\log_{10} x=-1$; 3) $\log_{\frac{1}{2}} x=-3$; 4) $\log_{\sqrt{2}} x=4$.

1056. Leida alus x, kui: 1) $\log_x 216=3$; 2) $\log_x \frac{1}{81}=4$; 3) $\log_x \frac{1}{64}=-3$; 4) $\log_x \sqrt{8}=\frac{3}{4}$.

1057. Leida arv x, kui: 1) $\log_5 x=0$; 2) $\log_8 x=1$; 3) $\log_{\frac{1}{3}} x=-1$; 4) $\log_{0{,}1} x=-1$.

1058. 1) Missuguse aluse puhul on arvu 10 logaritm 10?

2) $\log_x 2=2$; 3) $\log_x \frac{1}{2}=\frac{1}{2}$; 4) $\log_x n=n$?

Samasuse $a^{\log_a n}=n$ põhjal leida:

1059. 1) $2^{\log_2 8}$; 2) $3^{\log_3 9}$; 3) $2^{\log_2 5}$; 4) $3^{\log_3 7}$.

1060. 1) $36^{\log_6 2}$; 2) $25^{\log_5 3}$; 3) $81^{0{,}5\log_9 7}$; 4) $81^{0{,}5\log_3 7}$; 5) $5^{\log_5 10-1}$; 6) $2^{\log_2 5+1}$.

1061. Leida, missuguste täisarvude vahel on järgmised logaritmid:

1) $\log_2 7$; 2) $\log_{10} 27$; 3) $\log_{10} 0{,}46$; 4) $\log_2 \frac{1}{5}$.

Logaritmfunktsiooni omaduste põhjal leida, kumb on suurem:

1062. *(Peast!)* 1) $\log_2 5$ või $\log_2 7$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} 6$ või $\log_{\frac{1}{2}} 8$; 3) $\log_7 8$ või $\log_5 8$; 4) $\log_{\frac{1}{2}} 7$ või $\log_{\frac{1}{3}} 7$.

1063. 1) $\log_8 9$ või $\log_9 8$; 2) $\log_4 1$ või $\log_5 1$; 3) $\log_5 5$ või $\log_6 6$; 4) $\log_{0,15} 0{,}15$ või $\log_{\sqrt{2}} \sqrt{2}$.

Leida x, kui:

1064. 1) $\log_x \frac{1}{8} = \frac{3}{2}$; 2) $\log_x \frac{1}{27} = -2$; 3) $\log_{\sqrt[3]{3}} x = -\frac{3}{2}$.

1065. 1) $\log_{0,04} 5 = x$; 2) $\log_{\sqrt[3]{3}} \frac{1}{27} = x$;

3) $\log_x 0{,}125 = -2$; 4) $\log_{\sqrt[3]{3}} x = -\frac{2}{3}$.

1066. 1) $\log_{\sqrt[3]{2}} \frac{1}{16} = x$; 2) $\log_{\sqrt[3]{4}} x = -\frac{3}{4}$;

3) $\log_{\sqrt[3]{5}} x = -6$; 4) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{64} = x$;

5) $\log_{\sqrt{2}} \frac{1}{8} = x$; 6) $\log_{0,32} \left(\frac{2}{5}\sqrt{2}\right) = x$.

Arvutada:

1067. 1) $2 \log_5 25 + 3 \log_2 64$; 2) $\log_2 \log_2 16$; 3) $5 \cdot 3^{\log_2 2}$; 4) $3^{1-\log_3 7}$; 5) $5^{\log_5 8 + 1}$; 6) $2{,}4^{\log_{2,4} 10 + 1}$.

1068. 1) $(3^{\log_3 5})^2$; 2) $5^{2\log_5 3}$; 3) $4^{3\log_4 2}$; 4) $3^{2-\log_3 10}$.

Leida x võrrandeist:

1069. 1) $2 \log_3 x = 3 \log_3 x - 2$;

2) $5 \log_2 x - 3 \log_7 49 = 2 \log_2 x$;

3) $(\log_3 x)^2 - 3 \log_3 x + 2 = 0$;

4) $(\log_2 x)^2 - \log_2 x - 2 = 0$.

§ 38. Logaritmimine ja potentseerimine.

1070. Kasutades samasust $n = a^{\log_a n}$, tõestada järgmiste valemite õigsust:

1) $\log_a (nm) = \log_a n + \log_a m$; 2) $\log_a \frac{n}{m} = \log_a n - \log_a m$;

3) $\log_a n^k = k \log_a n$; 4) $\log_a \sqrt[k]{n} = \frac{\log_a n}{k}$.

1071. Teades, et alusel 10 $\log 2=0{,}3010$, $\log 3=0{,}4771$ ja $\log 5=0{,}6990$, leida samal alusel:

$\log 6$; $\log 4$; $\log 12$; $\log 15$; $\log 16$; $\log 20$; $\log 30$; $\log 32$; $\log\frac{3}{5}$ $\log\frac{8}{15}$; $\log 1\frac{2}{3}$; $\log 4\frac{4}{5}$; $\log 0{,}6$; $\log 0{,}12$; $\log 0{,}08$.

1072. *(Peast!)* Kuidas muutub antud arvu logaritm, kui muutmata alust:

1) arv tõsta ruutu? 2) arv tõsta kuupi?
3) võtta ruutjuur antud arvust?
4) arvu suurendada 2 korda? 5) arvu vähendada 5 korda?

Logaritmida järgmised avaldised [1]:

1073. 1) $x=abc$; 2) $x=3cd$; 3) $x=2(a-b)$;
4) $x=5(a^2-b^2)$.

1074. 1) $x=\frac{3mn}{5}$; 2) $x=\frac{4cd}{3a}$; 3) $x=\frac{5(a+b)}{a(a-b)}$;

4) $x=\frac{p(p-a)(p-b)(p-c)}{4abc}$

1075. 1) $x=5a^2$; 2) $x=3c^2d$; 3) $x=13c^4d^3kl^2$.

1076. 1) $x=\frac{2r^2}{3(r^2-1)}$; 2) $x=\frac{p^3\tan a}{abc}$; 3) $x=\frac{10(a^2-b^2)}{3c^3d^4}$.

1077. 1) $x=a\sqrt{b}$; 2) $x=m\sqrt[3]{n}$; 3) $x=3a\sqrt[3]{3b^2}$.

1078. 1) $x=\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$; 2) $x=\sqrt[4]{\frac{a^3}{b}}$;

3) $x=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$;

4) $x=3a\sqrt[5]{a^3(a+b)^2}$.

1079. 1) $x=15p^2\sqrt[4]{2p^2(p-q)^3}$; 2) $x=\frac{3mn^2}{4\sqrt{5mn}}$;

3) $x=\frac{6a\sqrt{2(a-b)c}}{5(a-b)^2}$; 4) $x=\left(\sqrt[5]{\frac{a}{2b}}\right)^3$.

[1] Harjutustes (1073—1094) tähelised avaldised tähistavad positiivseid arve.

1080. 1) $x=\left(\frac{\sqrt[4]{ab}}{\sqrt{3b}}\right)^3$; 2) $x=\frac{a^2\sqrt{\sin\alpha}}{b^3\sqrt[4]{c}}$;

3) $x=m^{-2}n^{-3}$; 4) $x=5p^{-2}\sqrt{\cos 2\alpha}$.

1081. 1) $x=3a^{-1}b^{-2}c$; 2) $x=\frac{1}{2}m^{-4}\sqrt{2\tan\alpha}$;

3) $x=a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{2}{3}}$; 4) $x=\frac{5}{6}s^{-\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{\sin\alpha}{2}}$.

1082. 1) $x=5p^{-\frac{3}{4}}q^{-\frac{1}{3}}\sqrt[3]{\frac{2\cos^2\alpha}{3}}$;

2) $x=\frac{m^{-1}\sqrt{5\tan^3\alpha}}{2a^2b}$; 3) $x=\frac{n^{-2}\sqrt[3]{2\sin^2\alpha}}{5m^3n^2}$.

1083. 1) $x=\sqrt[4]{\frac{1}{a^3}}\cdot\sqrt[3]{\frac{1}{b^2}}$; 2) $x=\frac{1}{3}\sqrt{a\sqrt{b}}$;

3) $x=\frac{2}{5}\sqrt[3]{m\sqrt{n}}$; 4) $x=\frac{\sqrt{a\sqrt{a\sqrt{a}}}}{\sqrt[3]{a\sqrt[3]{a}}}$.

1084. 1) $x=\frac{a\sqrt{b\sqrt{a\sqrt{b}}}}{b\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{a}}}}$; 2) $x=\sqrt[5]{\left(\frac{1}{a^3b^3\sqrt[4]{c^3}}\right)^3}$;

3) $x=\sqrt[3]{\frac{a}{\sqrt{ab}}\cdot\sqrt{\frac{a}{b}}}$; 4) $x=\sqrt[5]{\frac{3a^2}{\sqrt[3]{\left(\frac{a^2}{b}\right)^2}}}$.

1085. 1) $x=\sqrt[6]{\frac{5m^3}{\sqrt[3]{\left(\frac{m}{n^2}\right)^2}}}$; 2) $x=\sqrt[n]{a^{12}\sqrt[m]{b^3}}$;

3) $x=\sqrt[-2]{\frac{\sqrt{ab}}{a^{-1}}\cdot\sqrt[-3]{a^{-1}b^{-2}}}$;

4) $x=\sqrt[-3]{\frac{\sqrt{a^{-1}}}{b^{-2}}\cdot\sqrt[-2]{a^{-1}b^{-3}}}$.

1086. 1) $x=\sqrt[n+1]{a^n\sqrt[m]{b^{-1}}}$; 2) $\sqrt{a}^{\sqrt{a}}$;

3) $x=3^{\sqrt[5]{4}}$; 4) $x=0{,}5^{\sqrt[3]{0{,}4}}$.

1087. 1) $x=0{,}8^{\sqrt[4]{0{,}5}}$; 2) $x=\log(a^2)$;

3) $x=\log\left(5^{\sqrt[3]{4}}\right)$; 4) $x=\log\left(\sqrt[3]{3}^{\sqrt[3]{3}}\right)$.

1088. 1) $x=\log\left(1{,}6^{\sqrt[3]{1{,}2}}\right)$; 2) $x=\frac{5\log m}{\log(m^3)}$;

3) $x=\log\sqrt{\log 3}$; 4) $x=\log\sqrt{(a+b)^{\log(a+b)}}$.

Leida x tema antud logaritmi järgi:

1089. 1) $\log x=\log b+\log c$; 2) $\log x=\log m-\log n$;

3) $\log x=5\log a$; 4) $\log x=2\log a+3\log b$.

1090. 1) $\log x=3\log m-4\log n$;

2) $\log x=\frac{1}{2}\log a$; 3) $\log x=\frac{1}{2}(\log m+\log n)$;

4) $\log x=2\log a+3\log b-5\log c$.

1091. 1) $\log x=3\log(a+b)-2\log(a-b)$;

2) $\log x=\frac{1}{2}\log(m-n)-\frac{1}{3}\log(m+n)$;

3) $\log x=\frac{2}{3}\log a+\frac{8}{5}\log b$; 4) $\log x=\frac{3\log a}{2}-\frac{4\log b}{3}$;

5) $\log x=\frac{2\log m}{5}-\frac{3\log n}{4}$.

1092. 1) $\log x=2\log(a+b)-\frac{2}{3}\log(a-b)+\frac{1}{2}\log a$;

2) $\log x=\frac{1}{2}\log(a-b)-\frac{2}{5}\log(a+b)-\frac{2}{3}\log a$;

3) $\log x=\frac{2}{3}(\log a+\log b)$; 4) $\log x=\frac{3}{4}(\log m-\log n)$.

1093. 1) $\log x=\log(a-b)+\frac{1}{3}(2\log a+3\log b)$;

2) $\log x=\log(c+d)-\frac{3}{4}(3\log c-2\log d)$;

3) $\log x=\log a+n\log(a+b)-\frac{1}{n}\log(a-b)$;

4) $\log x=\log b-\frac{1}{m}\log(b-c)+m\log(b+c)$.

1094. 1) $\log x = 5\log m + \frac{1}{2}\left[\log(m+n) + \frac{1}{3}\log(m-n) - \right.$
$\left. - \log m - \log n\right]$;

2) $\log x = \frac{2}{3}\left[\log k + \frac{4}{3}\log(k+l) - 2\log(k-l)\right] -$
$- \frac{1}{2}\log l$;

3) $\log x = -\frac{1}{2}\log a + \frac{1}{4}\left[\log b - \frac{2}{3}\log a + \right.$
$\left. + \frac{2}{3}\log(a-b) - \frac{1}{2}\log(a+b)\right]$;

4) $\log x = -\log(a+b) + \frac{2}{5}\left[2\log a + \frac{1}{2}\log b - \right.$
$\left. - \frac{1}{3}(\log a - \log b) - \log a\right]$.

§ 39. Kümnendlogaritmid.

1095. *(Peast!)* Leida järgmiste arvude logaritmid: 1) 0,1; 2) 0,01; 3) 0,001; 4) 0,0001; 5) 0,00001.

1096. *(Peast!)* Teades, et $\log 2 = 0{,}3010$, leida arvude logaritmid:

1) 20; 2) 200; 3) 2 000; 4) 20 000; 5) 2 000 000;
6) 0,2; 7) 0,02; 8) 0,002; 9) 0,0002; 10) 0,00002.

1097. Väljendada järgmised logaritmid negatiivsete arvudega:

1) $\bar{1}{,}3235$; 2) $\bar{2}{,}5638$; 3) $\bar{1}{,}8436$; 4) $\bar{2}{,}4957$;
5) $\bar{3}{,}6472$; 6) $\bar{4}{,}9879$; 7) $\bar{1}{,}8978$; 8) $\bar{5}{,}4989$.

1098. Väljendada poolnegatiivsel kujul logaritmid:

1) $-0{,}3678$; 2) $-0{,}5763$; 3) $-0{,}7459$; 4) $-1{,}5297$;
5) $-1{,}8394$; 6) $-2{,}5878$; 7) $-3{,}0251$; 8) $-4{,}3001$;
9) $-0{,}2310$; 10) $-0{,}0840$; 11) $-2{,}0900$; 12) $-1{,}0101$.

1099. Leida arvude logaritmid (tabeli järgi):

1) 5; 2) 7; 3) 13; 4) 78; 5) 125; 6) 240; 7) 509; 8) 646; 9) 749; 10) 989.

1100. Leida arvude logaritmid:

1) 0,7; 2) 0,015; 3) 2,4; 4) 25,6; 5) 0,146; 6) 0,497; 7) 0,0084; 8) 0,0567; 9) 1,02; 10) 4,09; 11) 0,208; 12) 0,0000496; 13) 0,0000809.

1101. Leida arvude logaritmid:

1) 5 436; 2) 7 132; 3) 1 508; 4) 8 091; 5) 24,16; 6) 342,3; 7) 2,197; 8) 1,674; 9) 0,5379; 10) 0,9032; 11) 0,04635; 12) 0,06483; 13) 0,001528; 14) 0,0006384.

1102. Leida arvude logaritmid:

1) 24 868; 2) 57 384; 3) 28,157; 4) 152,59; 5) 1,7384; 6) 0,49276; 7) 893,75; 8) 0,063815; 9) 1,0053; 10) 237 628; 11) 236,743; 12) 32,15475; 13) 1,067476; 14) 0,547963; 15) 0,0152396.

1103. Leida arvud, mille logaritmid on:

1) 1,7482; 2) 0,4362; 3) $\bar{1}$,6415; 4) 2,6149; 5) 3,2648; 6) $\bar{2}$,8176; 7) $\bar{3}$,9340; 8) $\bar{4}$,7267; 9) 0,9236; 10) $\bar{1}$,1015; 11) $\bar{2}$,6995; 12) 1,5419.

1104. Teostada logaritmidega järgmised tehted:

1) $\bar{1}$,5436+2,3892; 2) $\bar{1}$,1546+$\bar{2}$,9835;
3) 0,7658−1,3456; 4) $\bar{1}$,2396−0,7459;
5) 0,1518−$\bar{1}$,2836; 6) 0,3215−$\bar{2}$,9217;
7) $\bar{1}$,1631−$\bar{1}$,9448; 8) $\bar{2}$,1271−$\bar{3}$,2348;
9) 0,2911−2,3662; 10) $\bar{1}$,2117+2,5279;
11) 1−$\bar{1}$,2812; 12) 2−$\bar{2}$,1534.

1105. Teostada logaritmidega järgmised tehted:

1) $\bar{1}$,2432 · 3; 2) $\bar{1}$,9272 · 2; 3) 0,1546 · (−2);
4) $\bar{1}$,7638 · (−3); 5) $\bar{1}$,2932 · (−0,3); 6) 2,5416 · (−1,2);
7) $2{,}1562 \cdot \frac{2}{3}$; 8) $1{,}5678 \cdot \frac{3}{4}$.

1106. 1) $\bar{2}$,2817 : 2; 2) $\bar{1}$,2462 : 2; 3) $\bar{1}$,1536 : 3; 4) $\bar{2}$,6483 : 3;
5) $\bar{1}$,7235 : 4; 6) $\bar{2}$,8478 : 4; 7) $\bar{1}$,3243 : (−2);
8) $\bar{1}$,6274 : (−3); 9) $\bar{1}$,8236 : (−0,2);
10) $\bar{2}$,6548 : (−0,3).

1107. Missuguste x väärtuste puhul on kehtivad võrratused:

1) $\log x > 3$; 2) $\log(-x) > 3$;
3) $\log(x^2) > 3$; 4) $\log^2 x > 3$;
5) $\log x < 2 \log x$; 6) $\log x > 2 \log x^2$?

1108. *(Peast!)* Mida võib öelda kahe arvu kohta, mille kümnendlogaritmide

1) karakteristikud on võrdsed? 2) mantissid on võrdsed?

1109. On antud $\log 2$ ja $\log 3$. Missuguste arvude logaritme 1-st kuni 100 on võimalik arvutada ilma tabelita?

1110. Leida arvu 2^{100} numbrite arv, kui on teada, et $\log 2 = 0{,}3010$.

1111. Missugustel arvudel ei oleks olnud kümnendlogaritme, kui me oleksime teadnud ainult positiivse astendajaga astmeid?

1112. Missuguse rea moodustavad geomeetrilise progressiooni järjestikuste liikmete logaritmid?

1113. Leida viga järgmistes teisendustes:

On antud samasus: $\log\frac{1}{3} = \log\frac{1}{3}$. Korrutanud vasaku poole 2-ga ja jätnud parema poole muutmata, saame:

$2\log\frac{1}{3} > \log\frac{1}{3}$; $\log\left(\frac{1}{3}\right)^2 > \log\frac{1}{3}$; $\frac{1}{9} > \frac{1}{3}$. Kus on viga?

Arvutada logaritmide tabeli abil:

1114. 1) $24{,}5 \cdot 1{,}57$; 2) $0{,}046 \cdot 2{,}86$; 3) $4{,}134 : 0{,}1548$;
4) $12{,}78 : 3{,}392$; 5) $8{,}576^3$; 6) $2{,}036^4$.

1115. 1) $\sqrt[3]{15{,}36}$; 2) $\sqrt[3]{2{,}376}$; 3) $\frac{154{,}8 \cdot 5{,}436}{12{,}72}$; 4) $\frac{54{,}83 \cdot 1{,}367}{2{,}832}$.

1116. 1) $\frac{103{,}8 \cdot 20{,}97}{5{,}174 \cdot 13{,}62}$; 2) $\frac{9{,}738 \cdot 21{,}09}{48{,}72 \cdot 0{,}8478}$;
3) $3\sqrt[4]{273{,}5}$; 4) $0{,}156\sqrt[5]{85{,}74}$.

1117. 1) $\frac{92{,}17^2 \cdot 5{,}14^3}{2{,}184^4 \cdot 0{,}5836^2}$; 2) $\frac{1{,}894^4 \cdot 23{,}4^3}{44{,}15^2 \cdot 0{,}9647}$;
3) $\sqrt[3]{5862^2}$; 4) $\sqrt[5]{13{,}76^3}$.

1118. 1) $\sqrt[3]{\frac{0{,}1532^2}{2{,}74}}$; 2) $\sqrt[4]{\frac{674{,}2}{2{,}37^3}}$;
3) $\frac{8{,}15^2 \cdot \sqrt[3]{14{,}36}}{24{,}38 \cdot \sqrt{8{,}734}}$; 4) $\frac{12{,}48^3 \cdot \sqrt[4]{5{,}76}}{1{,}842 \cdot \sqrt[3]{673{,}8}}$.

1119. 1) $\dfrac{2{,}934^3 \cdot \sqrt[3]{123{,}4^2}}{1{,}124^2 \cdot \sqrt[5]{0{,}084}}$; 2) $\dfrac{0{,}897^2 \cdot \sqrt[4]{0{,}0792}}{2{,}15^3 \cdot \sqrt[3]{12{,}76^2}}$;

3) $\sqrt[4]{\dfrac{1{,}56^3 \cdot \sqrt[5]{0{,}14}}{0{,}8942}}$; 4) $\sqrt[5]{\dfrac{2{,}591^4 \cdot \sqrt[3]{0{,}0836}}{1{,}147^2}}$.

1120. 1) $(0{,}461)^{0.461}$; 2) $(0{,}171)^{1.163}$;

3) $(0{,}273)^{1.573}$; 4) $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{0.2073}$.

1121. 1) $\sqrt[3]{-18{,}34}$; 2) $\sqrt[5]{-0{,}249}$;

3) $(-5{,}32)^3 \cdot \sqrt[4]{0{,}0294}$; 4) $\dfrac{3{,}89^{-2} \cdot \sqrt[3]{-0{,}1536}}{0{,}924^2}$;

5) $\dfrac{0{,}01^{-3} \cdot \sqrt[-2]{2{,}72}}{\sqrt[5]{-2{,}963}}$ 6) $\sqrt[-3]{\dfrac{-0{,}415^{-2}}{\sqrt{5{,}48}}}$.

Arvutada järgmised avaldised ositi logaritmimise teel:

1122. 1) $\sqrt[3]{0{,}836} + \sqrt[4]{2{,}324}$; 2) $\sqrt[3]{79{,}836 + \sqrt{156{,}374}}$;

3) $\dfrac{1{,}592^2}{\sqrt[3]{0{,}382}} + \dfrac{\sqrt[4]{0{,}08964}}{0{,}5348^3}$; 4) $\sqrt[5]{\dfrac{12.4 + 0{,}6\sqrt[3]{0{,}0548}}{0{,}3897^2}}$.

1123. 1) $\dfrac{\sqrt{5} - \sqrt[3]{5}}{1 - 0{,}1845^2}$; 2) $\dfrac{\sqrt{236{,}46^2 - 132{,}34^2}}{\sqrt[3]{4} + \sqrt[5]{3}}$;

3) $\dfrac{4 - 0{,}0186^2}{\sqrt{0{,}1} - \sqrt{10}}$; 4) $\sqrt[3]{1 - 4{,}2013\sqrt[3]{0{,}1}}$.

1124. 1) $\sqrt[10]{10 + \sqrt[10]{10}}$; 2) $\sqrt[5]{1 - 7{,}002\sqrt[3]{0{,}01}}$;

3) $1 - (\sqrt[6]{0{,}6})^{3{,}3}$; 4) $\sqrt[5]{\dfrac{25 - \sqrt[7]{-136}}{0{,}00034}}$.

1125. 1) $\sqrt[3]{\log 0{,}8}$; 2) $144{,}4 + \sqrt[3]{\log 0{,}2 - \log\sqrt{0{,}1}}$;

3) $(1 + \sqrt[5]{\log 2})^{\frac{3}{0.2}}$; 4) $(1 + \sqrt[3]{\log 3})^{\frac{2}{0.5}}$.

Lahendada ülesanded.

1126. 1) Leida ringi pindala, kui raadius $R=15{,}62$ cm.

2) Arvutada ringjoone pikkus, kui ringi pindala on 0,5676 m².

3) Püstprisma põhjaks on ruut, mille külg 0,567 m. Leida selle prisma ruumala, kui kõrgus võrdub 4,098 m.

4) Arvutada rõnga pindala, mille seesmine diameeter on 5,208 m ja välimine diameeter 7,302 m.

1127. 1) Arvutada kolmnurga pindala, kui küljed on 897,5 m; 786,3 m; 645,6 m.

2) Leida kuubi serv, kui ruumala $V=12{,}4$ cm³.

3) Leida kuubi serv, kui ruumala on 5 korda suurem selle kuubi ruumalast, mille külg on 24,3 cm.

4) Kasutades ühtlaselt kiireneva liikumise valemit $S=\frac{gt^2}{2}$, leida keha poolt 15 sekundiga läbitud tee pikkus S, kui kiirendus $g=9{,}8\ \frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$.

1128. 1) Leida kera ruumala valemi $V=\frac{4}{3}\pi R^3$ järgi, kui $R=12{,}46$ cm.

2) Teades, et silindri ruumala V arvutatakse valemi $V=\pi R^2H$ järgi, kus R on põhja raadius, H — silindri kõrgus, arvutada 1000 m pikkuse vasktraadi kaal (erikaal 8,55 $\frac{G}{\text{cm}^3}$), kui traadi läbimõõt on 2 mm.

3) Viht terastraati, mille läbimõõt on 2,5 mm, kaalub 15,8 kg. Leida selle traadi pikkus, kui terase erikaal on 7,96 $\frac{G}{\text{cm}^3}$.

4) Õõnsa silindri ruumala V arvutatakse valemi $V=\pi(R^2-r^2)H$ järgi, kus R on silindri põhja välimine raadius, r — seesmine raadius, H — silindri kõrgus.

Arvutada seatinast toru kaal, mille pikkus 4,375 m, kui selle välimine ja sisemine diameeter on vastavalt 13,6 cm ja 12,5 cm ning seatina erikaal võrdub 11,3 $\frac{G}{\text{cm}^3}$.

1129. Arvutada järgmised avaldised:

1) $\frac{3a^2}{8\sin\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\sin\left(60°+\frac{\alpha}{2}\right)\cos\left(60°-\frac{\alpha}{2}\right)}$,

kui $a=3{,}892$, $\alpha=12°16'$;

2) $2\pi(R^2-r^2)\tan^2\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)$,

kui $R=1{,}425$, $r=0{,}182$, $\alpha=62°15'$, $\beta=48°45'$;

3) $\pi(m+n)^3\sin^2\alpha\sqrt{\cos\frac{\alpha}{2}}$,

kui $m=8{,}315$, $n=3{,}812$, $\alpha=52°32'$;

4) $4r^2h\frac{\cos^2\left(45°-\frac{\alpha}{2}\right)}{\sqrt{\sin\alpha}}$,

kui $r=15{,}431$, $h=8{,}735$, $\alpha=64°24'$.

1130. Leida logaritmide tabeli abil x, kui:

1) $\log_2 x=\bar{1},1459$; 2) $\log_5 x=\bar{1},1236$;
3) $\log_{100} x=\bar{1},0492$; 4) $\log_{0,1} x=2{,}67$.

1131. Arvutada kümnendlogaritmide tabeli abil:

1) $\log_4 0{,}015$; 2) $\log_{\frac{1}{2}} 1000$; 3) $\log_{\frac{1}{2}} 0{,}001$; 4) $\log_{0,002} 0{,}02$.

1132*. 1) Tõestada, et arvu logaritm «uue aluse» järgi võrdub selle arvu «vana aluse» järgi võetud logaritmi ja «vana aluse» järgi võetud «uue aluse» logaritmi jagatisega, s. o. $\log_b N=\frac{\log_a N}{\log_a b}$.

2) Tõestada, et mistahes alusel võetud kahe antud arvu logaritmide suhted on võrdsed, s. o. $\frac{\log_a N}{\log_a M}=\frac{\log_b N}{\log_b M}$.

3) Tõestada, et $\log_b a=\frac{1}{\log_a b}$.

4) Tõestada, et $\log_{a^k} N=\frac{\log_a N}{k}$.

1133*. Kasutades kümnendlogaritmide tabelit ja eelmises ülesandes antud valemeid, arvutada:

1) $\log_2 15$; 2) $\log_{100} 25$;
3) $\ln 8$[1]; 4) $\ln 24$.

---

[1] ln — naturaallogaritm alusel $e\approx 2{,}7183$.

§ 40. Eksponentvõrrandid ja logaritmvõrrandid.

Lahendada eksponentvõrrandid:

1134. 1) $5^x=625$; 2) $3^x=243$; 3) $2^{-x}=16$;
4) $3^{-x}=81$; 5) $8^x=32$; 6) $9^x=27$.

1135. 1) $25^x=\frac{1}{5}$; 2) $49^x=\frac{1}{7}$; 3) $2^{x+1}=32$;
4) $3^{2x-1}=81$; 5) $\sqrt{5^x}=\sqrt[3]{25}$; 6) $\sqrt[4]{7^x}=\sqrt[5]{343}$.

1136. 1) $\sqrt[4]{a^{x+1}}=\sqrt[3]{a^{x-2}}$; 2) $\left(\frac{3}{4}\right)^x=\left(\frac{4}{3}\right)^5$;
3) $\left(\frac{4}{9}\right)^x=\left(\frac{3}{2}\right)^8$; 4) $\left(\frac{2}{3}\right)^x\cdot\left(\frac{9}{8}\right)^x=\frac{27}{64}$.

1137. 1) $2^{x-2}=1$; 2) $3^{2x-1}=1$;
3) $a^{(x-2)(x-3)}=1$; 4) $a^{(x-1)(x+2)}=1$.

1138. 1) $1000\cdot\sqrt[x]{0{,}1}=100^x$; 2) $\sqrt[x]{27^{2x-1}}=\sqrt{9^{2x-1}}$;
3) $4^{\sqrt{x+1}}=64\cdot 2^{\sqrt{x+1}}$; 4) $(0{,}25)^{2-x}=\frac{256}{2^{x+3}}$.

1139. 1) $16\sqrt{(0{,}25)^{5-\frac{x}{4}}}=2^{\sqrt{x+1}}$;
2) $\left(\frac{4}{9}\right)^x\cdot\left(\frac{27}{8}\right)^{x-1}=\frac{2}{3}$; 3) $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x-7}=\left(\frac{7}{3}\right)^{7x-3}$;
4) $2^x\cdot 5^x=0{,}1\cdot(10^{x-1})^5$; 5) $\sqrt{2^x}\cdot\sqrt{3^x}=36$.

1140*. 1) $\sqrt{\sqrt[3]{2^{3x-1}}}-\sqrt{8^{x-3}}=0$;
2) $\sqrt{5^{2\sqrt{x-1}+1}}\cdot\sqrt{25}-5\sqrt{5^{\sqrt{x}-3}}=0$.

1141. Lahendada logaritmide tabeli abil järgmised eksponentvõrrandid:

1) $10^x=300$; 2) $3^x=12$; 3) $2^x=10$; 4) $10^{4x}=5{,}75$.

1142. Ehitada eksponentfunktsiooni $y=2^x$ graafik ja lahendada graafiku abil võrrandid:

1) $2^x=3$; 2) $2^x=5$; 3) $2^x=0{,}5$; 4) $2^x=2{,}5$.

Lahendada eksponentvõrrandid teguri sulgude ette toomisega:

1143. 1) $3^{x+1}+3^x=108$; 2) $2^{x+2}-2^x=96$;
3) $7^x-7^{x-1}=6$; 4) $2^x-2^{x-2}=3$.

1144. 1) $3^{x+2}+3^{x-1}=28$; 2) $5^{x+1}-5^{x-1}=24$;
3) $3^{2x-1}+3^{2x-2}-3^{2x-4}=315$;
4) $2^{x-1}+2^{x-2}+2^{x-3}=448$.

1145. 1) $5^x+3\cdot 5^{x-2}=140$;
2) $7^{x+2}+2\cdot 7^{x-1}=345$;
3) $2^{x+1}+3\cdot 2^{x-1}-5\cdot 2^x+6=0$;
4) $5\cdot 3^{2x-1}-9^{x-0,5}=9^x+4\cdot 3^{2x-2}$.

1146. 1) $3^x+3^{x+1}+3^{x+2}=5^x+5^{x+1}+5^{x+2}$;
2) $2^x+2^{x-1}+2^{x-2}=7^x+7^{x-1}+7^{x-2}$.

Lahendada eksponentvõrrandid, andes neile kuju:

$$a^{2x}+a^x=b.$$

1147. 1) $3^{2x}-3^x=702$; 2) $7^{2x}-6\cdot 7^x+5=0$;
3) $3^{2x}-5\cdot 3^x+6=0$; 4) $2\cdot 3^{2x}-5\cdot 3^x-1323=0$.

1148. 1) $4^x+2^{x+1}=80$; 2) $2^{2x+1}+2^{x+2}=16$;
3) $3^{x+2}+9^{x+1}-810=0$; 4) $3^{2x+5}=3^{x+2}+2$.

1149. 1) $2^{2x-3}-3\cdot 2^{x-2}+1=0$; 2) $3^{4\sqrt{x}}-4\cdot 3^{2\sqrt{x}}+3=0$.

Lahendada logaritmvõrrandid:

1150. 1) $\log x=2-\log 5$; 2) $\log(x+6)-\frac{1}{2}\log(2x-3)=2-\log 25$;

3) $\frac{2\log x}{\log(5x-4)}=1$; 4) $\frac{\log x}{1-\log 2}=2$.

1151. 1) $\log_{x-1}(x^2-5x+10)=2$;

2) $\log\left(\frac{1}{2}+x\right)=\log\frac{1}{2}-\log x$;

3) $\frac{1}{12}\log^2 x=\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\log x$; 4) $2\log x=-\log(6-x^2)$.

1152. 1) $\frac{1}{5-\log x}+\frac{2}{1+\log x}=1$;

2) $0{,}5\log(2x-1)+\log\sqrt{x-9}=1$;

3) $\log\log\log x=0$; 4) $\log_2\log_3\log_4 x=0$.

Lahendada võrrandid:

1153. 1) $x^x=x$; 2) $x^{\log x}=10$; 3) $x^{\log x+2}=1\,000$;

4) $x^{1-\frac{\log x}{4}}=10$; 5) $x^{2-\frac{\log x}{2}}=100$.

1154. 1) $\log x^{\log x}=1$; 2) $100^{\log(x+2)}=10\,000$;

3) $0{,}1x^{\log x-2}=100$; 4) $(0{,}1)^{-(x^2-5x+8)}=100$.

1155. 1) $\log 9^{-1}+x\log\sqrt[3]{3^{5x-7}}=0$; 2) $x^{1-0{,}25\log x}=10$;

3) $\log\left(3^{\sqrt{\frac{x(x-4)}{x-3}}}+1\right)=1$; 4) $\log 10^{\log(x^2+21)}-1=\log x$.

1156*. Kasutades ülemineku valemit ühest logaritmide süsteemist teise, nimelt $\log_b N=\frac{\log_a N}{\log_a b}$, lahendada võrrandid:

1) $\log_3 x+\log_{\sqrt{x}} x-\log_{\frac{1}{3}} x=6$;

2) $2\log_4 x+2\log_x 4=5$;

3) $2\log_x 25-3\log_{25} x=1$;

4) $\log_2 (x-1)^2-\log_{0{,}5}(x-1)=9$;

5) $\log_{16} x+\log_4 x+\log_2 x=7$.

Lahendada võrrandisüsteemid:

1157. 1) $\begin{cases} 9^{x+y}=729 \\ 3^{x-y-1}=1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=90 \\ \log x+\log y=3 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \log x+\log y=5 \\ \log x-\log y=3 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x^y-y^x=0 \\ x^2-y^3=0 \end{cases}$

1158. 1) $\begin{cases} 14^x-63y=0 \\ 17^x-87y=0 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x^{x+y}-y^{12}=0 \\ y^{x+y}-x^3=0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x^{\sqrt{y}}=y \\ y^{\sqrt{y}}=x^4 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2^{\sqrt{x}+\sqrt{y}}=512 \\ \log\sqrt{xy}=1+\log 2 \end{cases}$

1159. 1) $\begin{cases} \log_x \log_2 \log_x y=0 \\ \log_y 9=1 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} xy=40 \\ x^{\log y}=4 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2^{\frac{x-y}{2}}-2^{\frac{x-y}{4}}=12 \\ 3^{\log(2y-x)}=1 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} \sqrt[x-y]{x+y}=23 \\ (x+y)2^{y-x}=3 \end{cases}$

§ 41. Liitprotsendid.

1160. Leida liitprotsendi valemi järgi tundmatud suurused järgmises tabelis:

№	*a*	*p*	*t*	*A*	№	*a*	*p*	*t*	*A*
1	100	5	20	?	3	250 rbl.	5	?	519 rbl. 72 kop.
2	?	6	18	1141 rbl. 74 kop.	4	24800	?	15	51558

1161. Kui suureks kasvab hoius 500 rbl., mis on pandud hoiukassasse 10 aastaks 5%-ga?

1162. Kui palju tuleb paigutada hoiukassasse, kus makstakse 5% aastas, et 20 aasta pärast omada 10 000 rbl.?

1163. Metsalangil arvatakse olevat 6 500 m^3 puitu. Kui palju on puitu sellel metsalangil 10 aasta pärast, kui iga-aastane juurdekasv moodustab keskmiselt 2%?

1164. Linnas on käesoleval ajal 85 tuhat elanikku. Mitu elanikku on linnas 5 aasta pärast, kui iga-aastane juurdekasv moodustab keskmiselt 3%?

1165. 1935. a. saadi NSV Liidus 5,5 miljardit puuda teravilja, 1937. a. aga 7 miljardit puuda. Leida iga-aastane keskmine viljasaagi kasvu protsent NSV Liidus nimetatud aastail.

1166. NSV Liidus moodustas tööstustöölise keskmine töötasu kuus 1930. a. 991 rbl., 1933. a. aga 1519 rbl. Mitme protsendi võrra tõusis NSV Liidus töölise töötasu iga aasta keskmiselt nimetatud aastail?

1167. Sisseseade väärtus väheneb iga aastaga *p* protsenti. Leida, kui palju maksab sisseseade 5 aasta pärast, kui selle algsumma on 160 tuhat rubla ja iga-aastane amortisatsiooni protsent on 2.

1168. Töökoja sisseseade väärtus on 500 tuhat rubla. On teada, et 10 aasta pärast amortiseerumise tõttu selle sisseseade väärtus on 200 tuhat rubla. Leida sisseseade iga-aastane amortisatsiooni protsent.

1169. On teada, et raadiumi iga gramm kaotab 1600 aasta jooksul poole oma kaalust. Avaldada raadiumi aastane kaalu kaotamise protsent.

X PEATÜKK.

ÜLESANDEID IX KLASSI KURSUSE KORDAMISEKS.

1170. Kirjutada geomeetrilise progressiooni 8 esimest liiget, mille kahe esimese liikme korrutis on $(-\frac{1}{8})$ ning esimese ja viienda liikme korrutis $\frac{1}{64}$.

1171. Viieliikmelise geomeetrilise progressiooni nelja esimese liikme summa on 13 ja nelja viimase liikme summa 195. Arvutada progressiooni äärmised liikmed.

1172. Leida geomeetrilise progressiooni kuue liikme summa, kui selle esimese ja kolmanda liikme korrutis on $\frac{1}{144}$ ning kolmanda ja neljanda liikme summa 1.

1173. Geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summa on 28 ja järgmise kolme liikme summa $3\frac{1}{2}$. Leida progressiooni kaheksas liige.

1174. Leida aritmeetilise progressiooni üheksa liikme summa, kui selle kuues liige on 5 ning kolmanda ja kaheksanda liikme summa samuti 5.

1175. Leida arvud, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, teades, et selle nelja esimese liikme summa võrdub 26, nelja viimase liikme summa on 110 ja kõigi liikmete summa 187.

1176. Leida rea

$$1+\frac{3}{2}+\frac{5}{4}+\frac{9}{8}\ldots$$

n liikme summa.

1177. Leida järjendi a, $2a^2$, $3a^3$, $4a^4$, ... n liikme summa, kui $0<a<1$ ja n piiramatult kasvab.

1178. Leida rea

$$7+77+777+\ldots$$

n liikme summa.

1179. Tõestada, et kui kolm arvu x, y, z moodustavad geomeetrilise progressiooni, siis

$$(x+y+z)(x-y+z)=x^2+y^2+z^2.$$

1180. Ehitada järgmiste funktsioonide graafikud:

1) $y=2\cdot 3^x$; 2) $y=3\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^x$; 3) $y=2^{x^2}$; 4) $y=\frac{1}{2}\log x$;

5) $y=\log(2-x)$.

1181. Mida võib ütelda arvude m ja n suhtes, kui

1) $2{,}5^m<2{,}5^n$; 2) $\left(\frac{3}{4}\right)^m<\left(\frac{3}{4}\right)^n$; 3) $\log_2 m>\log_2 n$;

4) $\log_{\frac{1}{2}} m>\log_{\frac{1}{2}} n$; 5) $\log_m 5{,}4<\log_n 5{,}4$; 6) $\log_m\frac{1}{4}>\log_n\frac{1}{4}$?

1182. Mida võib ütelda arvu m suhtes, kui

1) $\log_5 m=-0{,}2$; 2) $\log_{0.2} m=1\frac{1}{4}$; 3) $\log_m 4=0{,}5$;

4) $\log_m 0{,}5=2$; 5) $m^{\frac{3}{4}}<m^{\frac{5}{4}}$; 6) $m^{-\frac{5}{6}}>m^{-\frac{7}{6}}$?

1183. On antud: $\log_{10}3=a$; $\log_{10}2=b$.

Tõestada, et $\log_5 6=\frac{a+b}{1-b}$.

1184. On antud: $\log_5 4=a$; $\log_5 3=b$.

Tõestada, et $\log_{25}12=\frac{a+b}{2}$.

1185. Leida $\log_6 16$ teades, et $\log_{12}27=a$.

Lahendada võrrandid:

1186. 1) $4+\frac{2}{3^x-1}=\frac{5}{3^{x-1}}$; 2) $x^{\sqrt{x}}=\sqrt{x^x}$;

3) $x^{3-\log^3 x}=900$; 4) $\frac{1}{5-\log x}+\frac{2}{1+\log x}=1$.

1187. 1) $\log(152+x^3)-3\log(x+2)=0$;

2) $\log_7\log_2\log_{13}x=0$; 3) $\log_5\log_4\log_3 x=0$.

1188. Lahendada võrrandisüsteemid:

1) $\begin{cases} x^y = y^x \\ x^p = y^q \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 648 \\ 3^x \cdot 2^y = 432 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \sqrt[x]{5^{x^2}} = 25^y \sqrt[y]{125^x} \\ \sqrt[x]{64} \cdot \sqrt[y]{8} = \sqrt[y]{2^x} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 2^x - 2^y = 768 \\ 2^{x-1} + 2^{y-1} = 640 \end{cases}$

5) $\begin{cases} \log x + \log y = \log 11 + \log 9 \\ \log (x+y) - \log (x-y) = 1 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} xy = 1000 \\ x^{\log y} = 100 \end{cases}$

1189. 1) Aritmeetilise progressiooni neljas liige on 9 ja üheksas liige (-6). Mitu progressiooni liiget tuleb võtta, et nende summa võrdub 54?

2) Leida geomeetrilise progressiooni kuues liige, mille teine liige on 20 ja kolme esimese liikme summa 70.

3) On antud lõpmatu arvujärjend: 2, 5, 10, 17, ... Kirjutada antud järjendi üldliikme valem ja leida, missugune järjekorra number on arvul 18 497, mis on selle järjendi liikmeks.

1190. 1) Kolme arvu, mille summa on 217, võib vaadelda kui geomeetrilise progressiooni kolme järjestikust liiget või kui aritmeetilise progressiooni 2-st, 9-ndat ja 44-ndat liiget. Mitu selle aritmeetilise progressiooni liiget tuleb võtta, et nende summa on 820?

2) Leida geomeetrilise progressiooni viies liige, mille teine liige on 16 ja kolme esimese liikme summa 56.

3) On antud lõpmatu arvujärjend: 3, 6, 11, 18, ... Kirjutada antud järjendi üldliikme valem ja leida selle järjendi liikmeks oleva arvu 16 131 järjekorra number.

1191. 1) Positiivsete liikmetega geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summa on 221. Selle progressiooni kolmas liige on esimesest liikmest 136 võrra suurem. Leida antud progressiooni kuue liikme summa.

2) Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa on 6 ja selle nelja esimese liikme summa $5\frac{5}{8}$. Leida selle progressiooni esimene liige.

3) Kirjutada lõpmatu arvujärjendi $\frac{1}{2}, \frac{2}{5}, \frac{3}{10}, \frac{4}{17} \ldots$ üldliikme valem ja leida antud järjendi selle liikme järjekorra number, millest alates antud järjendi kõik liikmed on vähemad kui 0,001.

1192. 1) Leida kasvava geomeetrilise progressiooni ja kasvava aritmeetilise progressiooni kümne liikme summa, kui on teada, et

kummagi esimene liige võrdub 2, nende kolmandad liikmed on omavahel võrdsed ja aritmeetilise progressiooni viies liige on 10 võrra suurem geomeetrilise progressiooni teisest liikmest.

2) Lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni summa on $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ ja teine liige $\sqrt{\frac{2}{3}}$. Leida selle progressiooni esimene liige.

3) Kirjutada lõpmatu arvujärjendi $\frac{1}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{7}, \frac{7}{9} \ldots$ üldliikme valem ja tõestada, et antud järjendi piiriks on 1.

1193. 1) Aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni esimesed liikmed on võrdsed, nimelt kumbki neist on 3: Progressioonide teised liikmed on samuti võrdsed. Geomeetrilise progressiooni kolmas liige suhtub aritmeetilise progressiooni kolmanda liikmega nagu 9 : 5. Leida mõlemad progressioonid.

2) Leida lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni

$$\frac{15}{64}(3-\sqrt{3}), \frac{15}{64}(\sqrt{3}-1), \ldots$$

liikmete summa.

3) Kirjutada lõpmatu arvujärjendi $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{4}, \frac{6}{5} \ldots$ üldliikme valem ja tõestada, et selle arvujärjendi piiriks on 1.

1194. 1) Positiivsete liikmetega geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summa on 156. Progressiooni esimene liige on kolmandast liikmest 96 võrra vähem. Leida selle progressiooni viie liikme summa.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left(\frac{a^{\frac{3}{2}}+b^{\frac{3}{2}}}{a-b}-\frac{a}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}-\frac{b}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}\right):\left[a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}}\left(a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}\right)^{-1}\right].$$

3) Tõestada, et kui $x=\frac{1}{a-1}$, siis avaldise

$$\frac{1+(a+x)^{-1}}{1-(a+x)^{-1}}\cdot\left[1-\frac{1-(a^2+x^2)}{2ax}\right]$$

väärtuseks on $\frac{a^3}{2(a-1)}$.

1195. 1) Leida seitsmest liikmest koosnev geomeetriline progressioon, kui selle kolme esimese liikme summa on 26 ja kolme viimase liikme summa 2106.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{(a^{-1}+b^{-1})\cdot(a+b)^{-1}}{\sqrt[6]{a^4\sqrt[5]{a^{-2}}}}.$$

3) Tõestada samasus:

$$\frac{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}{a^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{2}{3}}}-\frac{1}{a^{\frac{1}{3}}+b^{\frac{1}{3}}}=\frac{3\sqrt[3]{ab}}{a+b}.$$

1196. 1) Aritmeetilise ja geomeetrilise progressiooni esimesed liikmed võrduvad 5, nende kolmandad liikmed on võrdsed ja aritmeetilise progressiooni teine liige on 10 võrra suurem geomeetrilise progressiooni teisest liikmest. Leida need progressioonid.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}-\frac{a^{\frac{1}{2}}-b^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{2}}}\right)^2\cdot\left(\frac{a^{\frac{1}{2}}+1}{a^{\frac{1}{2}}-1}+\frac{a^{\frac{1}{2}}-1}{a^{\frac{1}{2}}+1}-\frac{4}{a-1}\right)^{-1}.$$

3) Tõestada, et avaldise $(a+1)^{-1}+(b+1)^{-1}$ väärtuseks on 1, kui $a=(2+\sqrt{3})^{-1}$, $b=(2-\sqrt{3})^{-1}$.

1197. 1) Kaks keha liiguvad üheaegselt teineteisele vastu kahest punktist, mille vahemaa on 555 cm. Mitme sekundi pärast nad kohtuvad, kui esimene keha läbib esimeses sekundis 30 cm ja igas järgmises 5 cm rohkem kui eelmises; teine keha aga läbib esimeses sekundis 60 cm ja igas järgmises 4 cm vähem kui eelmises?

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x=\frac{94{,}56^3\cdot 0{,}00364^2\cdot\sqrt[3]{\frac{3}{7}}}{4{,}657^2\cdot\sqrt{0{,}0467}}.$$

3) Lahendada võrrand $6^{2x+4}=2^{x+8}\cdot 3^{3x}$.

1198. 1) Kolme arvu summa, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, on 75. Kui teist arvu vähendada 5 võrra, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{5{,}205^2 - \sqrt[3]{5{,}205}}{\sqrt[3]{29{,}21 \cdot \sqrt{0{,}09158}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\log \sqrt{8x+8} - \frac{1}{2} \log (x-13) = 3 \log 2.$$

1199. 1) Punktidest A ja B, mille vahemaa on 25 cm, alustasid üheaegselt liikumist ühes ja samas suunas kaks keha, kusjuures esimene keha, mis väljus punktist A, liigub teisele järele. Esimene keha läbib esimeses sekundis 7 cm ja igas järgmises 2 cm rohkem kui eelmises; teine keha aga läbib esimeses sekundis 4 cm ja igas järgmises 1 cm võrra rohkem kui eelmises. Missuguse aja jooksul esimene keha jõuab teisele järele?

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \sqrt{\frac{0{,}453^2 + 0{,}42 \cdot \sqrt[3]{0{,}0186}}{10{,}35^{-3}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$1 - \frac{1}{2} \log (2x-1) = \frac{1}{2} \log (x-9).$$

1200. 1) Kolme arvu summa, mis moodustavad kasvava aritmeetilise progressiooni, on 15. Kui selle progressiooni kahest esimesest liikmest lahutada 1 ja kolmandaga liita 1, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida aritmeetilise progressiooni kuue liikme summa.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \sqrt[4]{\frac{0{,}456^3 + 0{,}848 \cdot \sqrt[3]{0{,}0562}}{2{,}384^{-3}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$x^{1+\log x} = (0{,}1)^{-2}.$$

1201. 1) Leida aritmeetilise progressiooni liikmete arv, kui selle progressiooni kõigi liikmete summa on 81, esimese liikme ja progressiooni vahe korrutis on 5 ning neljanda ja kuuenda liikme summa 42.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{783^3 \cdot \sqrt[5]{0{,}0387 \cdot 0{,}865}}{0{,}586^2 \cdot 378\frac{1}{2} \cdot 9\frac{5}{8}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{1}{2}\log\left(3^{\sqrt{0{,}5x}} + 73\right) + \log 10 = 2.$$

1202. 1) Kolm arvu, mille summa on 21, moodustavad aritmeetilise progressiooni. Kui teisest arvust lahutada 1 ja kolmandaga liita 1, siis need arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{\sqrt[3]{43{,}08^2}}{0{,}518^3 \cdot \sqrt[4]{0{,}0372^3}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$0{,}0625^{\frac{1}{\log_{0{,}5} x}} = 0{,}5.$$

1203. 1) Aritmeetilise progressiooni esimese liikme ja vahe korrutis on 12, selle progressiooni viienda ja seitsmenda liikme summa võrdub 38. Leida antud aritmeetilise progressiooni liikmete arv, kui nende summa on 116.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{5207^{13} \cdot \sqrt{0{,}000734^3}}{255600^8 \cdot 0{,}896^2 \cdot \sqrt[3]{0{,}951}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{1}{2}[2 + \log(x+1) + \log 0{,}25] = \log 20 - \log\sqrt{x+1}.$$

1204. 1) Kolme arvu summa, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, on 90. Kui esimese arvuga liita 1, teisega 3 ja kolmandaga 49, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida arvud, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{\sqrt[3]{535{,}2^2}}{\sqrt[5]{0{,}4613^3 \cdot \sqrt{0{,}00712}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt[x-1]{8^{x+1}} \cdot \sqrt[x+1]{4^{x-1}} \cdot \sqrt[x^2-1]{2^{4x-5}} = 1.$$

1205. 1) Positiivsete liikmetega geomeetrilise progressiooni esimese ja kolmanda liikme summa on 25 ning viienda ja esimese liikme vahe 75. Leida selle progressiooni liikmete summa, kui selle liikmete arv võrdub lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni

$$\frac{1}{2}\sqrt{3}, \quad \frac{354}{33 + 121\sqrt{3}}, \quad \ldots$$

summa piiriga.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{(6\sqrt[7]{34} - 2\sqrt[5]{10})^7}{0{,}853^3 \cdot \sqrt[5]{587 \cdot 0{,}975}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$x \cdot (1 - \log 5) = \log (2^x + x - 1).$$

1206. 1) Kolm arvu, mille summa on 28, moodustavad geomeetrilise progressiooni. Kui suurim neist arvudest oleks olnud 4 võrra vähem, siis need arvud oleksid moodustanud aritmeetilise progressiooni. Leida need arvud.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = 12{,}05^2 \sqrt{\frac{0{,}3783}{4{,}523 \cdot \sqrt[3]{0{,}002834}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$3x^{2-7{,}2x+3{,}9} - 9\sqrt{3} = 0.$$

1207. 1) Leida kasvava geomeetrilise progressiooni liikmete summa, kui progressiooni esimese ja kolmanda liikme summa on 65

ja nende korrutis on 676. Progressiooni liikmete arv võrdub lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni

$$\sqrt{2},\ \frac{1}{1+\sqrt{2}},\ \dots$$

summa piiri kuubiga.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x=\frac{(30+1{,}268^3)^3}{0{,}0271^3\cdot\sqrt[5]{0{,}87^2}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{1}{4}\cdot\log\left(9984+2^{\sqrt{0{,}5x}}\right)+\log 100=3.$$

1208. 1) Kolme niisuguse arvu summa, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni, on 45. Kui nendest arvudest lahutada vastavalt 2, 9 ja 8, siis saame kolm arvu, mis moodustavad kasvava geomeetrilise progressiooni. Leida saadud geomeetrilise progressiooni 9 liikme summa.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x=\left(\frac{\sqrt[5]{32{,}41^2}+24{,}7^{0{,}4}}{0{,}805}\right)^{\frac{2}{3}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt{x^{\log\sqrt{x}}}=10.$$

1209. 1) Temperatuuri meteoroloogilistel vaatlustel ilmnes, et alates 8. juunist kuni 19. juunini näitas termomeeter igal hommikul temperatuuri tõusu $\frac{1}{2}$ kraadi võrra ja et selle aja kestel keskmine hommikune temperatuur oli $18\frac{3}{4}$ kraadi. Mitu kraadi näitas termomeeter 8. juunil?

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x=\frac{\sqrt[3]{0{,}275^2}\cdot\sqrt[4]{7{,}385}}{\sqrt{\frac{128}{9667}}}.$$

3) Lahendada graafiliselt võrrand:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^x=\frac{x}{2}.$$

1210. 1) Temperatuuri meteoroloogilistel vaatlustel ilmnes, et alates 5. augustist kuni 16. augustini näitas termomeeter igal hommikul temperatuuri langust $\frac{1}{2}$ kraadi võrra ja et keskmine hommikune temperatuur selle aja kestel oli $17\frac{1}{4}$ kraadi. Mitu kraadi näitas termomeeter 5. augustil?

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{\frac{37{,}26}{28{,}75} \cdot \sqrt{48{,}36}}{\sqrt[10]{\left(\frac{2503}{7506}\right)^3}}.$$

3) Lahendada graafiliselt võrrand:

$$\log_2 x = \frac{1}{2} x.$$

1211. 1) Jaotada arv 700 neljaks osaks nii, et need osad moodustavad geomeetrilise progressiooni, mille äärmiste liikmete vahe suhtuks keskmiste liikmete vahega nagu 37 : 12.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \sqrt[3]{\frac{4{,}795^2}{575{,}72 \cdot \sqrt{0{,}09431}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$1 - \log(x+3) = \log x.$$

1212. 1) Leida geomeetrilise progressiooni neljas liige, mille kolme esimese paaritu liikme summa on 84 ja kolme esimese paarisliikme summa 168.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{\sqrt[4]{0{,}064073}}{0{,}0894 \cdot \sqrt[3]{0{,}00972}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\log 5 + \frac{1}{2} \log(x+5) = \log 3 + \log(x+1).$$

1213. 1) Geomeetrilise progressiooni kolme esimese liikme summa moodustab 0,125 kolme järgmise liikme summast. Leida geomeetriline progressioon, kui selle esimene liige on 3.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = 64{,}4 + 15{,}65 \cdot \sqrt[3]{\frac{2{,}008^{0{,}2}}{0{,}3423}}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 4^{x+y} = 128 \\ 5^{3x-2y-3} = 1 \end{cases}$$

1214. 1) Aritmeetilise progressiooni viie esimese liikme summa moodustab $\frac{8}{23}$ viie järgmise liikme summast. Leida kõigi 10 liikme summa, kui progressiooni esimene liige on 2.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = 300{,}8 - 23{,}47 \cdot \sqrt[4]{\frac{6{,}003^3}{0{,}05915}}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 2x^2 + y = 75 \\ 2 \log x - \log y = 2 \log 2 + \log 3 \end{cases}$$

1215. 1) Aritmeetilise progressiooni kuue liikme summa on 48. Leida geomeetrilise progressiooni liikmete arv, mille esimene liige võrdub antud aritmeetilise progressiooni äärmiste liikmete summaga, tegur on 2 ja kõigi liikmete summa 1008.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \log_{0{,}4} 5.$$

3) Lahendada võrrand:

$$17^{3x^2 + x - 2} = 1.$$

1216. 1) Kolm positiivset arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni, mille esimese ja kolmanda liikme korrutis on 36. Leida aritmeetilise progressiooni liikmete arv, mille esimene liige võrdub antud geomeetrilise progressiooni teise liikmega, vahe on 4 ja kõigi liikmete summa 510.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \frac{3{,}707^2}{107{,}4} \cdot \sqrt[4]{\frac{259{,}2 \cdot 0{,}9543}{0{,}08024}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$4^{3x^2+2x}=2^{6-x}.$$

1217. 1) Leida neli arvu, millest kolm esimest moodustavad aritmeetilise progressiooni ja kolm viimast geomeetrilise progressiooni, kusjuures esimese ja neljanda arvu summa on 66 ning teise ja kolmanda arvu summa 60.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x=\sqrt[4]{0{,}47\cdot\sqrt[3]{\frac{19{,}1}{0{,}034^{0{,}2}}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$1-\log 2=\log\left(6+\frac{x}{2}\right).$$

1218. 1) Leida neli arvu, millest kolm esimest moodustavad geomeetrilise progressiooni ja kolm viimast aritmeetilise progressiooni, kusjuures esimese ja neljanda arvu summa on 42 ning teise ja kolmanda arvu summa 36.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x=\sqrt[4]{0{,}093\cdot\sqrt[3]{\frac{29{,}9}{0{,}047\cdot\sqrt{0{,}0678}}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\log(x-5)-\log(3x-20)^{\frac{1}{2}}=\log 2.$$

1219. 1) Neli arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni; kui teise arvuga liita 4 ja kolmandaga 5, siis saadud neli arvu moodustavad aritmeetilise progressiooni. Leida arvud, mis moodustavad geomeetrilise progressiooni.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x=3{,}525\cdot\sqrt{15{,}07^{1,2}-\sqrt{\frac{258{,}4}{0{,}07288^{1,5}}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{1}{2}(\log x-\log 5)=\log 2-\frac{1}{2}\log(9-x).$$

1220. 1) Neli arvu moodustavad aritmeetilise progressiooni; kui kolmanda arvuga liita 4 ja neljandaga liita 16, siis saadud neli arvu moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida arvud, mis moodustavad aritmeetilise progressiooni.

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = 5{,}387 \cdot \sqrt[3]{\frac{\sqrt{533{,}6}}{0{,}08157} - 9{,}318^2}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$5^{\log x} - 3^{\log x - 1} = 3^{\log x + 1} - 5^{\log x - 1}.$$

1221. 1) Mitu kahaneva aritmeetilise progressiooni 100, 96, 92, ... liiget tuleb võtta, et nende summa võrduks lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni liikmete summaga, mille kaks esimest liiget võrduvad vastavalt antud aritmeetilise progressiooni kaheksanda ja üheksanda liikmega?

2) Arvutada logaritmide tabeli abil:

$$x = \sqrt[7]{2{,}3 + \frac{3{,}45}{0{,}19 \cdot \sqrt[3]{0{,}07031}}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$2^{3 \log x} \cdot 5^{\log x} = 1\,600.$$

XI PEATÜKK.

ÜHENDID JA NEWTONI BINOOM.

§ 42. Ühendid.

1222. Koostada kõik permutatsioonid: 1) kolmest tähest a, b, c; 2) neljast numbrist 5, 4, 3, 2.

1223. Koostada kõik variatsioonid: 1) viiest tähest a, b, c, d, e kolmekaupa (korduvate elementideta); 2) neljast numbrist 1, 3, 5, 7 kolmekaupa.

1224. Koostada kõik kombinatsioonid viiest tähest a, b, c, d, e kolmekaupa.

1225. Koostada kõik võimalikud permutatsioonid sõna «rahu» tähtedest.

1226. Arvutada:

1) A_6^3; 2) A_7^4; 3) A_8^5; 4) $\frac{A_6^3}{A_5^2}$; 5) $\frac{A_8^3+A_7^4}{A_6^3}$; 6) $\frac{A_{10}^6-A_{10}^5}{A_9^5-A_9^4}$.

1227. Arvutada:

1) P_4; 2) P_6; 3) P_9; 4) $\frac{P_8}{P_6}$; 5) $\frac{P_5+P_4}{P_3}$; 6) $\frac{P_6-P_4}{P_3}$.

1228. Arvutada:

1) $\frac{P_8-P_7}{7P_7}$; 2) $\frac{P_8}{A_8^7}$; 3) $\frac{A_7^4-P_5}{A_5^2}$; 4) $\frac{2P_3+3A_4^2}{P_5-P_3}$; 5) $6!$.

1229. Arvutada:

1) C_6^2; 2) C_8^3; 3) C_{11}^4; 4) C_{12}^7; 5) C_{100}^{98}; 6) C_{20}^{17}; 7) C_{40}^{38}; 8) C_{54}^{52}.

1230. Kontrollida võrdused:

1) $C_{15}^{10}=\frac{A_{15}^5}{P_5}$; 2) $C_m^8=\frac{A_m^{m-8}}{P_{m-8}}$.

1231. Mitmel viisil võivad 4 reisijat võtta kohad neljakohalises kajutis?

1232. Reisirongis on 10 vagunit. Mitmel viisil võib ümber paigutada neid vaguneid rongi koostamisel?

1233. Mitmel viisil võib paigutada 6 inimest ühele pingile?

1234. 16 inimest kohtumisel tervitasid üksteist käepigistusega. Mitu käepigistust seejuures tehti?

1235. 30 õpilast soovis vahetada üksteisega fotosid. Mitu fotot on selleks tarvis?

1236. Kooli õpilased õpivad kümmet erinevat õppeainet. Mitmel viisil võib üheks päevaks koostada tunniplaani, et selles oleks 5 erinevat õppeainet?

1237. Mitu permutatsiooni võib koostada sõna «Moskva» tähtedest?

1238. Brigadir peab saatma tööle 5-liikmelise brigaadi. Mitu 5-liikmelist brigaadi võib koostada 12 inimesest?

1239. Mitmel erineval viisil võib valida 3-liikmelise delegatsiooni 15 inimesest?

1240. Mitmel erineval viisil 40 koosolekust osavõtjat võivad valida endi hulgast koosoleku juhataja, tema asetäitja ja sekretäri?

1241. Mitu sirgjoont saab tõmmata läbi 8 punkti, millest ükski kolmest ei asetse ühel sirgjoonel?

1242. Mitu erinevat viiekohalist arvu võib kirjutada numbrite 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 abil (numbreid kordamata)?

1243. Leida korrapärase: a) viisnurga; b) kaheksanurga; c) 12-nurga; d) 15-nurga kõigi diagonaalide arv.

1244. Mitu erinevat kolmevärvilist lippu võib valmistada, kasutades sinist, punast ja valget värvi?

1245. Kastist, kus 15 nummerdatud 1-st kuni 15-ni kuuli, on vaja võtta 3 kuuli. Leida numbrite kombinatsioonide arv seejuures.

1246. Mitu erinevat tasapinda saab tõmmata läbi 10 punkti, kui ükski kolmest ei asetse ühel sirgjoonel ja ükski neljast punktist ei asetse ühel tasapinnal?

1247. Leida:

1) variatsioonide arv $n+1$ elemendist kolmekaupa;
2) variatsioonide arv $n+1$ elemendist $(k-1)$ kaupa;
3) variatsioonide arv $m+n$ elemendist $(m-n+1)$ kaupa;
4) variatsioonide arv $m-n$ elemendist $(m-2n-1)$ kaupa.

1248. Leida:

1) permutatsioonide arv $k+1$ elemendist;
2) permutatsioonide arv $m+n$ elemendist;
3) permutatsioonide arv $m+2$ elemendist;
4) permutatsioonide arv $2n+2$ elemendist.

1249. Leida:

1) kombinatsioonide arv m elemendist $(n+1)$ kaupa;

2) C_{m+1}^{n-1}; 3) C_{m+1}^{n+1}; 4) C_{m-n}^{n+1}; 5) C_{m+2}^{n-2};
6) C_{m+2}^{n}; 7) C_{m}^{n-1}; 8) C_{n+2}^{k-1}; 9) C_{n-1}^{k+2}.

1250. Leida:

1) $\dfrac{A_m^5 + A_m^4}{A_m^3}$; 2) $\dfrac{A_m^{n+2} + A_m^{n+1}}{A_m^n}$;

3) $\dfrac{A_{m+n}^{n+2} + A_{m+n}^{n+1}}{A_{m+n}^n}$; 4) $\dfrac{A_{m+n}^{m-n+2} + A_{m+n}^{m-n+1}}{A_{m+n}^{m-n}}$;

5) $\dfrac{A_{m-1}^{n-1} \cdot P_{m-n}}{P_{m-1}}$; 6) $\dfrac{A_m^n \cdot P_{m-n}}{P_{m-1}}$.

1251. Kontrollida võrdused:

1) $C_{m+1}^7 = C_{m+1}^{m-6}$; 2) $C_m^9 + C_m^8 = C_{m+1}^9$;
3) $C_m^n + C_m^{n-1} = C_{m+1}^n$.

1252. Lihtsustada:

1) $\dfrac{(n+1)!}{n}$; 2) $\dfrac{n!}{n(n-1)}$; 3) $\dfrac{(n+1)!}{(n-1)!}$; 4) $\dfrac{(2n+1)!}{(2n-1)!}$;

5) $\dfrac{(2n)!}{n!}$; 6) $\dfrac{n!}{(n-2)!}$; 7) $\dfrac{1}{n!} - \dfrac{1}{(n+1)!}$; 8) $\dfrac{1}{(k-1)!} - \dfrac{1}{k!}$.

1253. Mitu elementi tuleb võtta, et variatsioonide arv nendest neljakaupa oleks 12 korda suurem kui variatsioonide arv neist kahekaupa?

1254. Mitmest elemendist saab koostada 56 variatsiooni, kui igas variatsioonis on 2 elementi?

1255. Variatsioonide arv n elmendist 2-kaupa on 7 korda suurem kui variatsioonide arv $n-4$ elemendist 2-kaupa. Leida n.

1256. Leida elementide arv n tingimusel, kui $A_{2n}^3 = 20A_n^2$.

1257. Leida elementide arv m, kui $A_{m-4}^2 + A_{m-3}^2 + A_{m-2}^2 = 20$.

1258. Leida elementide arv n, kui on teada, et kombinatsioonide arv $n+2$ elemendist 4-kaupa on 11 korda suurem kui kombinatsioonide arv n elemendist 2-kaupa.

Lahendada võrrandid:

1259. 1) $A_x^2 = 42$; 2) $A_x^3 = 56x$;

3) $A_{x+1}^2 = 30$; 4) $5C_x^3 = C_{x+2}^4$.

1260. 1) $C_{x-3}^2 = 21$; 2) $C_x^3 = \frac{5x(x-3)}{4}$;

3) $C_x^3 + C_x^2 = 15(x-1)$; 4) $C_x^4 = \frac{15A_x^2}{4}$.

1261. 1) $\frac{A_x^5 + A_x^3}{A_x^3} = 43$; 2) $\frac{A_x^7 - A_x^5}{A_x^5} = 89$;

3) $12C_x^1 + C_{x+4}^2 = 162$; 4) $C_{x+1}^5 = \frac{3A_x^3}{8}$.

1262. 1) $\frac{A_x^4 \cdot P_{x-4}}{P_{x-2}} = 42$; 2) $\frac{A_{x+1}^{n+1} \cdot P_{x-n}}{P_{x-1}} = 90$;

3) $\frac{P_{x+2}}{A_x^n \cdot P_{x-n}} = 132$; 4) $\frac{A_{x+2}^{n+2} \cdot P_{x-n}}{P_x} = 110$.

1263. 1) Leida C_n^{19}, kui on teada, et $C_n^{12} = C_n^8$;

2) leida C_8^x, kui $C_{18}^x = C_{18}^{x+2}$.

1264. Leida elementide arv n, kui on teada, et kombinatsioonide arv $2n$ elemendist $(n+1)$ kaupa suhtub kombinatsioonide arvuga $2n+1$ elemendist $(n-1)$ kaupa nagu 3 : 5.

1265. Lahendada võrrandisüsteemid:

1) $\begin{cases} A_x^y : A_x^{y-1} = 10 \\ C_x^y : C_x^{y-1} = \frac{5}{3} \end{cases}$ 2) $\begin{cases} C_x^{y+1} = 2{,}5x \\ C_{x-1}^y = 10 \end{cases}$

3) $\begin{cases} C_x^y = C_x^{y+2} \\ C_x^2 = 153 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} A_x^y : A_x^{y-1} = 8 \\ C_x^y : C_x^{y-1} = 1{,}6 \end{cases}$

1266. Mitu erinevat viiekohalist arvu võib kirjutada numbrite 0, 1, 3, 5, 7 abil?

1267. Leida kõigi viiekohaliste arvude numbrite summa, mis on kirjutatud numbrite 1, 4, 6, 7, 8 abil.

1268. Mitu numbritest 1, 2, 3, 4, 5 koostatud permutatsioonidest on niisuguseid, mis algavad 5-ga? 12-ga? 123-ga?

1269. Mitu kombinatsiooni 10 tähest $a, b, c \ldots$ 4-kaupa on niisugused, milles esineb täht a? tähed a ja b?

1270. Mitu variatsiooni 12 tähest $a, b, c \ldots$ 5-kaupa on niisugused, milles ei esine tähte a? tähti a ja b?

1271. Mitu kombinatsiooni m tähest n-kaupa on niisugused, milles esineb k ettenähtud tähte?

1272. Mitu variatsiooni m tähest n-kaupa on niisugused, milles esineb k ettenähtud tähte?

1273. Mitmel erineval viisil võib paigutada kahte taskusse 7 erineva väärtusega münti?

1274. Mitmel viisil võib koostada 80 soldatist ja 3 ohvitserist patrulli, mis koosneb kolmest soldatist ja ühest ohvitserist?

1275. Mitmel viisil võib jagada 6 erinevat eset kolme isiku vahel nii, et iga üks saaks 2 eset?

1276. Mitu juhtumit võib olla kahe pliiatsi ja kolme sulepea valikul viiest erinevast pliiatsist ja viiest erinevast sulepeast?

Ülesandeid kordamiseks.

1277. 1) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{P_{2x+1}}{A_{2x-1}^{n-1} \cdot P_{2x-n}}.$$

2) Lahendada võrrand:

$$30C_{x-3}^{x-9} = 19A_{x-4}^{4}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_{2n}^{3x} : A_{2n}^{3x-1} = 8 \\ C_{2n}^{3x} : C_{2n}^{3x-1} = \frac{8}{9} \end{cases}$$

4) Mitu erinevat vahet võib koostada arvudest 50, 17, 48, 32, 20, 11, kui vahe koostamiseks võtta kaks arvu?

1278. 1) Lihtsustada:

$$\frac{P_{m-n} \cdot A_m^n}{P_{m+1}}.$$

2) Lahendada võrrand:

$$12C_{x+3}^{x-1} = 55A_{x+1}^{2}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_x^{n-3} : A_x^{n-2} = 1 : 8 \\ C_x^{n-3} : C_x^{n-2} = 5 : 8 \end{cases}$$

4) Mitu erinevat liigmurdu võib koostada arvudest 3, 5, 7, 11, 13, 17 nii, et igasse murdu kuuluksid kaks arvu?

1279. 1) Kontrollida võrdus:

$$C_{m+1}^4 - C_m^3 = C_m^4 .$$

2) Lahendada võrrand:

$$C_{2x+3}^{2(x-1)} = 4A_{2(x+1)}^3 .$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_{2x}^{n-2} : A_{2x}^{n-3} = 8 \\ C_{2x}^{n-2} : C_{2x}^{n-3} = 2\frac{2}{3} \end{cases}$$

4) Mitu erinevat murdu võib koostada arvudest 3, 5, 7, 11, 13, 16 nii, et igasse murdu kuuluksid kaks arvu?

1280. 1) Kontrollida võrdus:

$$C_m^8 - C_{m+1}^8 + C_m^7 = 0.$$

2) Lahendada võrrand:

$$C_{x+1}^{x-4} = \frac{7}{15} A_{x+1}^3 .$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_m^n : A_m^{n-1} = 9 \\ C_m^n : C_m^{n-1} = 3 : 2 \end{cases}$$

4) Tasapinnal on võetud 10 punkti nii, et kolm neist asetsevad ühel sirgel, aga ülejäänuist ükski kolm ei ole ühel sirgel. Mitu erinevat sirgjoont võib tõmmata läbi nende punktide?

1281. 1) Lihtsustada:

$$\frac{A_{m-1}^{n-1} \cdot P_{m-n}}{10P_{m-1}} .$$

2) Lahendada võrrand:

$$C_{4x+9}^{4(x+1)} = 5A_{4x+7}^3 .$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_{5x}^{n-3} : A_{5x}^{n-2} = 1 : 7 \\ C_{5x}^{n-2} : C_{5x}^{n-3} = 7 : 4 \end{cases}$$

4) Mitu erinevat paarisarvulist jagajat omab arv 3570?

1282. 1) Lihtsustada:

$$\frac{A_{10}^{n} \cdot P_{10-n}}{P_9}.$$

2) Lahendada võrrand:

$$C_{x+8}^{x+3} = 5A_{x+6}^{3}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} A_{m-2}^{n} : A_{m-2}^{n-1} = 8 \\ C_{m-2}^{n} : C_{m-2}^{n-1} = 1{,}6 \end{cases}$$

4) Mitu erinevat korrutist võib koostada arvudest 7, 2, 11, 9, 5, 3, mis on kordsed 10-ga?

§ 43. Newtoni binoom.

Leida lühendatult binoomide korrutis:

1283. 1) $(a+1)(a+2)(a+3)(a+4)$;
2) $(m-1)(m-2)(m-3)(m-4)$;
3) $(x+1)(x-2)(x+3)(x-4)$;
4) $(k+1)(k+2)(k+3)(k+4)(k+5)$;
5) $(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)(n-5)$;
6) $(x-1)(x-2)(x+3)(x+4)(x-5)$.

Arendada binoomid:

1284. 1) $(x+a)^6$; 2) $(x+c)^9$;
3) $(x+2)^5$; 4) $(1+a)^{12}$.

1285. 1) $(x-a)^7$; 2) $(x^2-a)^6$;
3) $(a^2+1)^8$; 4) $(a+\sqrt{b})^{11}$.

1286. 1) $(\sqrt{m}-n)^5$; 2) $(x-2y)^5$;
3) $(3x+2y)^4$; 4) $(2a^2-3a)^5$; 5) $\left(x^2-\frac{1}{x}\right)^6$.

1287. 1) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})^6$; 2) $(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})^{10}$;
3) $(\sqrt{2x}-\sqrt{3y})^7$; 4) $(\sqrt[4]{a}-\sqrt[4]{b})^8$.

1288. 1) $(1-\sqrt{2})^6$; 2) $(\sqrt{3}-2)^4$;
3) $\left(\sqrt{\frac{a}{b}}+\sqrt{\frac{b}{a}}\right)^6$; 4) $(2\sqrt[3]{x}-4\sqrt{x})^4$.

1289. 1) $(\sqrt{a+1}-\sqrt{a-1})^4$;

2) $(\sqrt{a^2-1}+a)^6+(a-\sqrt{a^2-1})^6$;

3) $(1+\sqrt{a})^7-(1-\sqrt{a})^7$;

4) $(\sqrt{x}+\sqrt{y})^5+(\sqrt{x}-\sqrt{y})^5$.

1290. Leida:

1) $(a+3)^7$ arendi neljas liige;

2) $(a+\sqrt{b})^{12}$ arendi üheksas liige;

3) $(a^2+b^3)^{13}$ arendi kuues liige;

4) $(\sqrt{a}-\sqrt{b})^8$ arendi keskmine liige;

5) $(x\sqrt{x}-1)^{14}$ arendi keskmine liige;

6) $(\sqrt{a}-\sqrt[3]{b})^{13}$ arendi kaks keskmist liiget;

7) $(\sqrt[3]{a}-2x\sqrt{x})^{19}$ arendi kaks keskmist liiget;

8) $\left(\sqrt[4]{2\sqrt{\frac{2}{11}}}-\sqrt{\frac{1}{3}}\right)^{12}$ arendi viies liige.

1291. Leida:

1) $(x+y)^9$ arendi liige, milles esineb x^7;

2) $(\sqrt{a}+b)^9$ arendi liige, milles esineb a^3;

3) $(\sqrt{a}+\sqrt[4]{a})^{20}$ arendi liige, milles esineb a^7;

4) $(\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[5]{x^8})^{12}$ arendi liige, milles esineb $x^{\frac{22}{3}}$;

5) $\left(\frac{\sqrt{x}}{b}+\frac{b}{\sqrt[3]{x}}\right)^{18}$ arendi liige, milles esineb x^4;

6) $\left(\frac{\sqrt[3]{x}}{b}+\frac{b}{\sqrt[4]{x}}\right)^{18}$ arendi liige, milles esineb x^{-1}.

1292. Leida:

1) $\left(\frac{1}{\sqrt[3]{a^2}}+\sqrt[4]{a^3}\right)^{17}$ arendi liige, milles a ei esine;

2) $\left(\sqrt[3]{a}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)^{15}$ arendi liige, milles a ei esine;

3) $\left(\sqrt[9]{\frac{1}{z^8}}+\sqrt[3]{z^2}\right)^7$ arendi liige, milles z ei esine;

4) $\left(z\sqrt[3]{z^{-1}}+\frac{1}{\sqrt[7]{z^2}}\right)^{10}$ arendi liige, milles z ei esine;

5) $\left(\frac{2x}{y}-\frac{\sqrt{y}}{2x}\right)^{12}$ arendi liige, milles x ei esine;

6) $\left(\sqrt[-3]{c^2}+\sqrt[5]{c^3}\right)^{20}$ arendi liige, milles c ei esine.

1293. Leida binoomi astendaja, kui:

1) $(\sqrt[3]{a^2}+a^{-1})^n$ arendi kolmas liige sisaldab a^0;

2) $(1+x)^{n+1}$ arendi neljanda ja kuuenda liikme koefitsiendid on võrdsed;

3) arendi neljanda ja kuuenda liikme koefitsiendid on vastavalt 120 ja 252.

1294. Leida binoomi astendaja, kui:

1) $\left(\sqrt[-30]{a}+\sqrt[5]{a}\right)^n$ arendi kuues liige ei sisalda tähte a;

2) $\left(\sqrt[3]{2}+\frac{1}{\sqrt[3]{3}}\right)^n$ arendi seitsmenda liikme ja lõpust seitsmenda liikme suhe on 0,1 (6);

3) $\left(\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}}-\sqrt[5]{a^3}\right)^n$ arendi kuuendas liikmes a ei esine.

1295. $\left(\sqrt{x}+\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}\right)^n$ arendi viienda liikme koefitsient suhtub kolmanda liikme koefitsiendiga nagu 7 : 2. Leida see liige, milles täht x esineb esimeses astmes.

1296. $\left(\frac{1}{z}+\sqrt{z}\right)^n$ arendi neljanda liikme koefitsient suhtub kuuenda liikme koefitsiendiga nagu 5 : 18. Leida liige, milles z ei esine.

1297. $\left(\sqrt[7]{z^{-1}}+\sqrt[3]{z^2}\right)^n$ arendi lõpust kolmanda liikme koefitsient on 45. Leida see liige, milles z esineb esimeses astmes.

1298. Leida $\left(a\sqrt[-2]{a}-\sqrt[5]{\frac{a^{-2}}{\sqrt{a}}}\right)^n$ arendi keskmine liige, kui on

teada, et viienda liikme koefitsient suhtub kolmanda liikme koefitsiendiga nagu 14 : 3.

1299. Leida $\left(z\sqrt{z}+\frac{1}{\sqrt[3]{z}}\right)^m$ arendi see liige, milles pärast lihtsustamist esineb z^5, kui koefitsientide summa on 128.

1300. Leida x tingimusel, kui binoomi $(\sqrt{x}+x^{-1})^6$ arendi viies liige on $\frac{5}{9}$.

1301. Leida z tingimusel, kui binoomi $(z+\sqrt{5})^6$ arendi viienda ja kolmanda liikme vahe on 300.

1302. Leida x tingimusel, kui binoomi $(x+x^{\log x})^5$ arendi kolmas liige on 1 000 000.

1303. Leida binoomide

1) $(\sqrt{x}-\sqrt[4]{x})^5$, 2) $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^{10}$,

3) $(1+\sqrt[4]{2})^{15}$, 4) $(\sqrt{5}-\sqrt{2})^8$

arendi ratsionaalsed liikmed.

1304. Tõestada, et ligikaudsed võrdused

1) $(1+a)^n \approx 1+na$; 2) $(1-a)^n \approx 1-na$

on õiged, kui a on küllalt väike suurus.

1305. Arvutada ligikaudsuse valemite järgi: 1) $(1{,}01)^5$; 2) $(0{,}998)^8$; 3) $(1{,}002)^{10}$; 4) $(0{,}9999)^5$.

1306. On antud hulkliige $x(1-x)^{10}+x^2(1-2x)^{20}+x^3(1-3x)^{30}$. Leida liikme koefitsient, milles pärast kõigi tehete teostamist esineb x^4.

1307. On antud hulkliige

$$x(2-3x)^5+x^3(1+2x^2)^7-x^4(3+2x^3)^9.$$

Leida liikme koefitsient, milles pärast kõigi tehete teostamist esineb x^5.

1308*. Leida kahe $(1+x)^7 \cdot (1-x)^4$ arendi korrutises liikme koefitsient, milles esineb x^3.

1309. Leida x, y ja z, kui on teada, et $(x+y)^z$ arendi teiseks, kolmandaks ja neljandaks liikmeks on vastavalt arvud 240, 720 ja 1080.

1310. Leida binoomi $(\sqrt[3]{2}-\sqrt{2-1})^n$ arendi viies liige, kui selle viimne liige on $\left(\frac{1}{3\sqrt[3]{9}}\right)^{\log_3 8}$.

1311. Tõestada täieliku matemaatilise induktsiooni meetodiga järgmiste võrduste õigsus:

1) $1+3+5+7+\ldots+(2n-1)=n^2$;

2) $1^2+2^2+3^2+\ldots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$;

3) $1^3+2^3+3^3+\ldots+n^3=\left[\frac{n(n+1)}{2}\right]^2$;

4) $1\cdot 2+2\cdot 3+3\cdot 4+\ldots+n(n+1)=\frac{1}{3}n(n+1)(n+2)$;

5) $1\cdot 2\cdot 3+2\cdot 3\cdot 4+3\cdot 4\cdot 5+\ldots+n(n+1)(n+2)=$

$=\frac{1}{4}n(n+1)(n+2)(n+3)$.

1312*. On antud, et $a_{n+1}=3a_n-2a_{n-1}$ ja $a_0=2$; $a_1=3$. Tõestada, et $a_n=2^n+1$.

1313*. On antud, et $a_{n+1}=3a_n-2a_{n-1}$ ja $a_0=0$; $a_1=1$. Tõestada, et $a_n=2^n-1$.

1314*. Koostada arvujärjendi üldliikme valem, kui on antud, et:

1) $a_{n+1}=2a_n-a_{n-1}$ ja $a_1=1$; $a_2=d$;

2) $a_{n+1}\cdot a_{n-1}=a_n^2$ ja $a_1=1$; $a_2=q$;

3) $a_{n+1}=2a_n-a_{n-1}+2$ ja $a_1=1$; $a_2=4$.

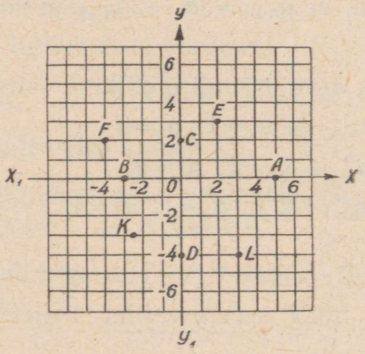
XII PEATÜKK.

KOMPLEKSARVUD.

§ 44. Kompleksarvude geomeetriline kujutamine.

1315. Kasutades ristkoordinaatide teljestikku, joonestada punktid, mis vastavad arvudele:

1) 3; 2) -4; 3) $2i$; 4) $-3i$; 5) $2{,}5i$; 6) $-0{,}8$; 7) $2+3i$; 8) $2-3i$; 9) $-2+3i$; 10) $-2-3i$; 11) $1+i$; 12) $-1-i$.



Joon. 26.

1316. Kirjutada arvud, mis vastavad tasapinna XOY (*joon. 26*) punktidele A, B, C, D, E, F, K, L.

1317. Teostada vektoriga OA, mille pikkus on 1, kaks operatsiooni: 1) venitada kahekordseks ja 2) pöörata nurga $\frac{\pi}{2}$ võrra. Ehitada saadud vektor ja leida sellele vastav kompleksarv.

1318. 1) Ehitada vektor, mis vastab tabelis antud arvule; 2) teostada tabelis näidatud venitamis- ja pöördeoperatsioonid;

3) ehitada saadud vektor; 4) kirjutada vektorile vastav arv:

Nr.	Antud vektor	Operatsioon		Saadud arv
		Venitamine	Pöördenurk	
1	-2	3	$\frac{\pi}{2}$	
2	i	2	$\frac{\pi}{2}$	
3	$2i$	1,5	π	
4	$-4i$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\pi}{2}$	
5	3	$\frac{2}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	
6	-4	$\frac{3}{4}$	$\frac{3\pi}{2}$	

1319. Kirjutada järgmistele arvudele:
1) $2+3i$; 2) $-2+4i$; 3) $-3-2i$; 4) $5-i$; 5) $4i$; 6) $-3i$ kaasarvud ja kujutada need geomeetriliselt.

§ 45. Kompleksarvude liitmine ja lahutamine.

1320. Kujutada geomeetriliselt järgmised arvud ja teostada nende liitmine:
1) $(3+2i)+(2+4i)$; 2) $(2-3i)+(1+2i)$;
3) $(-3+i)+(2-4i)$; 4) $(-1-2i)+(-3-i)$.
Teostada liitmine (võimaluse piirides peast!):

1321. 1) $(5+4i)+(3-7i)$; 2) $(2-8i)+(5-i)$;
3) $(2+5i)+(-2-2i)$; 4) $(4+3i)+(-4+3i)$.

1322. 1) $(2-4i)+(-2+4i)$;
2) $(1+i)+(2+i)+(3+i)$;
3) $(0{,}5-3{,}2i)+(1{,}5-0{,}8i)+(-4-i)$;
4) $2+(3+4i)+2i+(-6-7i)$.

1323. 1) $\left(1\frac{3}{4}+\frac{2}{3}i\right)+\left(1\frac{1}{2}-\frac{5}{6}i\right)+\left(-\frac{3}{4}-2i\right)$;
2) $(0{,}12-1{,}4i)+(1{,}08+0{,}4i)+(2{,}5-0{,}2i)$;
3) $(a+bi)+(c+di)$; 4) $(3x-4yi)+(-x+2yi)$.

1324. Ehitada ja arvutada arvude vahe:

1) $(5+3i)-(2+i)$; 2) $(-2+4i)-(2+i)$;
3) $(1+i)-(5+3i)$; 4) $(2-3i)-(2+3i)$.

Teostada tehted:

1325. 1) $(5+4i)-(2-3i)$; 2) $(2+i)+(3-6i)-(1-i)$;
3) $\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}i\right)-\left(\frac{3}{5}+\frac{2}{3}i\right)+\left(\frac{3}{4}-\frac{5}{6}i\right)$;
4) $(0{,}8-0{,}2i)+(0{,}1-1{,}3i)-(1{,}5+0{,}7i)-(2{,}3-0{,}6i)$.

1326. 1) $(2a-3bi)+(-a-bi)+(4a+2bi)-(2a-5bi)$;
2) $(5x-3yi)+(-2x+8yi)-[(2x-yi)-(7x-2yi)]$;
3) $(2c-8di)-[(5c-2di)+(c-di)-(-4c+3di)]$;
4) $(m-ni)+(3m-2ni)-[(-m-ni)-(5m+10ni)]$.

§ 46. Kompleksarvu trigonomeetriline kuju.

Avaldada trigonomeetrilisel kujul järgmised arvud ning kujutada need geomeetriliselt:

1327. 1) 1; -1; 2) i; $-i$; 3) $\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1328. 1) $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 2) $-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$; 3) $4+3i$; 4) $4-3i$.

1329. 1) $1+i$; 2) $1-i$; 3) $\sqrt{2}+i\sqrt{2}$; 4) $1-i\sqrt{3}$.

1330. 1) $-2-2i\sqrt{3}$; 2) $5+12i$; 3) $-\sqrt{3}+i$; 4) $-3+2i$.

1331. Avaldada algebralisel kujul arvud:

1) $4\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$; 2) $6(\cos 0+i\sin 0)$;
3) $8\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$; 4) $4\left(\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}\right)$.

1332*. Kujutada geomeetriliselt tegurid ja korrutis:

1) $3\cdot i$; 2) $4i\cdot i$; 3) $(\cos 0^\circ+i\sin 0^\circ)\cdot i$;
4) $2(\cos 60^\circ+i\sin 60^\circ)\cdot i$; 5) $(3+4i)(4+3i)$;
6) $(3+4i)(3-4i)$.

1333*. Teostada korrutamine:

1) $5\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)\cdot 2\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$;
2) $2(\cos 60^\circ+i\sin 60^\circ)\cdot 3(\cos 30^\circ+i\sin 30^\circ)$;
3) $4(\cos 18^\circ+i\sin 18^\circ)\cdot 2(\cos 72^\circ+i\sin 72^\circ)$;

4) $5(\cos 20°+i\sin 20°)\cdot 3(\cos 25°+i\sin 25°)$;

5) $\sqrt{2}(\cos 120°+i\sin 120°)\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}(\cos 60°+i\sin 60°)$;

6) $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos 150°+i\sin 150°)\cdot\sqrt{3}(\cos 120°+i\sin 120°)$.

Teostada korrutamine (võimaluse korral peast!):

1334. 1) $2i\cdot 3i$; 2) $4i\cdot 2i\sqrt{2}$; 3) $5i\cdot(-4i)$;
4) $2{,}5i\cdot 4i$; 5) $-ai\cdot 5i$; 6) $mi\cdot ni$.

1335. 1) $(3+5i)\cdot 2$; 2) $(1-i)(-4)$; 3) $(-2-3i)\cdot 5$;
4) $(-3+4i)\cdot 2i$; 5) $(-8-7i)(-3i)$.

1336. 1) $(2-3i)(4-i)$; 2) $(1-2i)(5-i)$;
3) $(0{,}5+0{,}2i)(2+3i)$; 4) $(\sqrt{2}-i)(\sqrt{3}+i\sqrt{2})$;
5) $(5+i)(5-i)$; 6) $(1-i)(1-i)$.

1337. 1) $(3+2i)(3-2i)$; 2) $(5+i\sqrt{3})(5-i\sqrt{3})$;
3) $(c+di)(c-di)$; 4) $(m-ni)(m+ni)$;
5) $(\sqrt{a}+i\sqrt{b})(\sqrt{a}-i\sqrt{b})$;
6) $(\sqrt{k}+i\sqrt{n})(\sqrt{k}-i\sqrt{n})$.

Lahutada kompleksseiks tegureiks:

1338. 1) a^2+b^2; 2) a^2+4b^2; 3) $4m^2+9n^2$;
4) a^2+4; 5) c^2+1; 6) $16+25$.

1339. 1) $a+b$; 2) $a+2$; 3) $a+1$;
4) $4+3$; 5) $5+9$; 6) $2+3$.

1340*. Teostada trigonomeetrilisel kujul antud kompleksarvude jagamine:

1) $(\cos 75°+i\sin 75°):(\cos 30°+i\sin 30°)$;
2) $(\cos 90°+i\sin 90°):(\cos 60°+i\sin 60°)$;
3) $6(\cos 45°+i\sin 45°):2(\cos 15°+i\sin 15°)$;
4) $4(\cos 120°+i\sin 120°):2(\cos 30°+i\sin 30°)$.

Teostada algebralisel kujul antud kompleksarvude jagamine:

1341. 1) $4i:2$; 2) $8i:4$; 3) $6i:2i$; 4) $10i:5i$.

1342. 1) $2i:(-3i)$; 2) $7i:(-0{,}5i)$; 3) $\frac{2+i}{i}$; 4) $\frac{1+i}{i}$.

1343. 1) $\frac{3}{5i}$; 2) $\frac{4}{3i}$; 3) $\frac{5}{1+2i}$; 4) $\frac{4}{1-2i}$.

1344. 1) $\frac{2i}{1-i}$; 2) $\frac{5i}{2-3i}$; 3) $\frac{1+i}{1-i}$; 4) $\frac{1-i}{1+i}$.

1345. 1) $\frac{1+i\sqrt{3}}{1-i\sqrt{3}}$; 2) $\frac{5-i\sqrt{2}}{1+i\sqrt{2}}$; 3) $\frac{5+2i}{1-2i}$; 4) $\frac{7-3i}{1+3i}$.

1346. 1) $\frac{\sqrt{6}-i}{\sqrt{6}-2i}$; 2) $\frac{-\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{-1+i\sqrt{3}}$; 3) $\frac{-2\sqrt{3}+1}{1+2i\sqrt{3}}$; 4) $\frac{m}{i\sqrt{m}}$.

1347. 1) $\frac{a}{a+bi}$; 2) $\frac{\sqrt{a}}{a+2i\sqrt{a}}$; 3) $\frac{a+i\sqrt{n}}{a-i\sqrt{n}}$; 4) $\frac{a-bi}{b+ai}$.

Teostada tehted:

1348. *(Peast!)* 1) i^6; 2) i^{15}; 3) i^{36}; 4) $(-i)^3$.

1349. *(Peast!)* 1) $(-i)^{10}$; 2) $(-i)^{21}$; 3) $-i^3$; 4) $-i^{19}$.

1350. 1) $(1+i)^2$; 2) $(1-i)^2$; 3) $(3+2i)^2$; 4) $(5-2i)^2$.

1351. 1) $(1+2ai)^2$; 2) $(2+bi)^2$; 3) $(a+5bi)^2$; 4) $(c-2di)^2$.

1352. 1) $(1+i)^3$; 2) $(1-i)^3$; 3) $(2+i\sqrt{3})^3$; 4) $3-i\sqrt{3})^3$.

1353. 1) $\left(\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2$; 2) $\left(\frac{1}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}\right)^2$; 3) $\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^3$.

1354. 1) $(1+i)^4$; 2) $(1-i)^4$; 3) $(1-i)^8$; 4) $(a+bi)^6$.

1355. 1) $(1+i)^{10}-(1-i)^{10}$; 2) $(2+i\sqrt{3})^5+(2-i\sqrt{3})^5$;

3) $(3+i\sqrt{2})^8-(3-i\sqrt{2})^8$; 4) $\left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^6+\left(\frac{i-\sqrt{3}}{2}\right)^6$.

1356*. Kasutades Moivre'i valemit arvutada:

1) $(\cos 30°+i\sin 30°)^9$; 2) $(\cos 15°+i\sin 15°)^{10}$;

3) $[2(\cos 12°+i\sin 12°)]^5$; 4) $\left[3\left(\cos\frac{\pi}{4}-i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right]^6$.

Teha järgmised harjutused (1357, 1358) kahel viisil, avaldades kompleksarvud:

1) trigonomeetrilisel kujul; 2) algebralisel kujul. Näidata, et teostatud tehete tulemused on võrdsed.

1357*. 1) $(\cos 60°+i\sin 60°)^5$; 2) $(\cos 45°+i\sin 45°)^8$;

3) $(\cos 30°+i\sin 30°)^{10}$; 4) $[2(\cos 60°+i\sin 60°)]^6$.

1358*. 1) $(1+i)^{16}$; 2) $(-2+2i)^8$;

3) $\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^9$; 4) $\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{12}$.

1359*. Teostada tehted:

1) $\sqrt{3+4i}$; 2) $\sqrt{-3+4i}$; 3) $\sqrt{4-3i}$;

4) $\sqrt{1+i\sqrt{3}}$; 5) $\sqrt{7+i\sqrt{15}}$; 6) $\sqrt{5-i\sqrt{11}}$.

1360*. Leida antud juurte kõik väärtused ja kujutada need geomeetriliselt:

1) $\sqrt[3]{\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ}$; 2) $\sqrt[4]{\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ}$;

3) $\sqrt[5]{\cos 225^\circ + i \sin 225^\circ}$; 4) $\sqrt[6]{\cos 60^\circ + i \sin 60^\circ}$.

1361*. Lahendada võrrand $x^3 - 1 = 0$ kahel viisil:

1) lahutada vasak pool tegureiks;

2) avaldada arv 1 trigonomeetrilisel kujul ning leida sellest kuupjuur.

Leida juure kõik väärtused:

1362*. 1) $\sqrt[3]{-1}$; 2) $\sqrt[3]{8}$; 3) $\sqrt[3]{-8}$; 4) $\sqrt[3]{27}$.

1363*. 1) $\sqrt[4]{1}$; 2) $\sqrt[4]{-1}$; 3) $\sqrt[4]{-16}$; 4) $\sqrt[3]{-2+2i}$.

1364*. 1) $\sqrt[4]{-7-24i}$; 2) $\sqrt[6]{1}$; 3) $\sqrt[4]{-2-2i\sqrt{3}}$; 4) $\sqrt[4]{-i}$.

§ 47. Harjutusi kordamiseks.

1365. Teostada tehted:

1) $\frac{1+i}{1-i} + \frac{1-i}{1+i}$; 2) $\frac{a+bi}{c+di} - \frac{a+bi}{c-di}$;

3) $\frac{\sqrt{1+m}+i\sqrt{1-m}}{\sqrt{1+m}-i\sqrt{1-m}} - \frac{\sqrt{1-m}+i\sqrt{1+m}}{\sqrt{1-m}-i\sqrt{1+m}}$;

4) $(1+i)^8 + (1-i)^8$;

5) $\left(\frac{1+i\sqrt{7}}{2}\right)^4 + \left(\frac{1-i\sqrt{7}}{2}\right)^4$; 6) $\frac{(a+i)^3-(a-i)^3}{(a+i)^2-(a-i)^2}$.

1366. Koostada ruutvõrrand selle lahendite järgi:

1) $x_1 = \frac{-1+4i\sqrt{5}}{3}$; $x_2 = \frac{-1-4i\sqrt{5}}{3}$;

2) $x_1 = 3 - \frac{1}{2}i$; $x_2 = 3 + \frac{1}{2}i$;

3) $x_1 = 2 - i$; $x_2 = 3 - 2i$;

4) $x_1 = \frac{2-i}{1+i}$; $x_2 = 1 + i$.

1367*. Lahendada võrrandid:

1) $2x^2 - (5-i)x + 6 = 0$;

2) $(7+i)x^2 - 5ix - 1 = 0$;

3) $x^2 - (4-6i)x + (10-20i) = 0$;

4) $(1+i)x^2 - (2+i)x + (3+i) = 0$.

1368. Kompleksarvude võrduse tingimuse põhjal leida x ja y:

1) $2+5ix-3iy=14i+3x-5y$;

2) $\frac{8i}{x}+iy-2=7i-\frac{10}{x}+y$;

3) $\frac{i}{x}+\frac{i}{y}+\frac{1}{6}=\frac{1}{x}-\frac{1}{y}+\frac{5i}{y}$;

4) $aix+biy-a=i-a^2x-b^2y$.

1369*. 1) Kontrollida võrdus:

$$\sqrt[3]{2+11i}+\sqrt[3]{2-11i}=4.$$

2) Näidata, et kui n on kordne 3-ga, siis

$$\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n+\left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^n=2,$$

ja kui n ei jagu 3-ga, siis

$$\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)^n+\left(\frac{-1-i\sqrt{3}}{2}\right)^n=-1.$$

3) Näidata, et kui n on paarisarv, siis summa

$$\left(\frac{1+i}{\sqrt{2}}\right)^n+\left(\frac{1-i}{\sqrt{2}}\right)^n$$

on kas ± 2 või 0, ja kui n on paaritu arv, siis see summa on $\pm\sqrt{2}$.

4) Näidata, et kui $x=\frac{-1+3i}{2}$ ja $y=\frac{-1-3i}{2}$,

siis $\sqrt[3]{x^3+y^3-3xy}=\sqrt[3]{-1}$.

1370. 1) Kirjutada kaks kompleksarvu, mil on see omadus, et: a) nende summa, b) nende korrutis, c) nende summa ja korrutis on reaalarvud.

2) Leida tarvilik ning piisav tingimus selleks, et kahe kompleksarvu $a+bi$ ja $c+di$ korrutis oleks: a) reaalarv, b) imaginaararv.

1371. Näidata, et arvu ruut, mis kujutab enesest kahe naturaalarvu ruutude summat, võrdub samuti kahe arvu ruutude summaga.

1372*. Näidata, et võrrandite: $x^3=1$; $x^6=1$; $x^{12}=1$ jne. lahendite graafiline kujutamine on seotud ringjoonesse joonestatud korrapärase hulknurga külgede arvu kahekordistamisega.

1373*. Kasutades Moivre'i valemit ja Newtoni binoomivalemit avaldise $(\cos\varphi+i\sin\varphi)^n$ astendamiseks täisarvulise positiivse astendajaga, avaldada $\sin\varphi$ ja $\cos\varphi$ kaudu:

1) $\sin 2\varphi$; 3) $\sin 3\varphi$; 5) $\sin 4\varphi$; 7) $\sin 5\varphi$;
2) $\cos 2\varphi$; 4) $\cos 3\varphi$; 6) $\cos 4\varphi$; 8) $\cos 5\varphi$.

1374. Näidata, et kui a_1, a_2 ja a_3 on võrrandi $x^3=1$ lahendid, siis on õiged järgmised võrdused:

1) $a_1+a_2+a_3=0$; 2) $a_1\cdot a_2\cdot a_3=1$.

1375. On antud kompleksarv

$$z=x+iy=r(\cos\varphi+i\sin\varphi).$$

Leida punktid tasapinnal, kui:

1) $|z|=1$; 2) $|z|<1$; 3) $|z|\leqslant 1$;
4) $|z|>1$; 5) $1<|z|<2$.

XIII PEATÜKK.

VÕRRATUSED JA VÕRRANDITE UURIMINE.

§ 48. Esimese astme võrratused ühe tundmatuga.[1]

1376. Liita võrratused:

1) $18>15$; $1>-3$;
2) $4<6$; $-5<-2$;
3) $5a+1>2a-7$; $a-4>3-a$;
4) $5a+b<2a+1$; $3b-2a<15-4a$.

1377. Järgnevais harjutustes lahutada teine võrratus esimesest:

1) $10>4$; $8<12$;
2) $-3>-5$; $2<4$;
3) $5<10$; $-1>-3$;
4) $5x>10$; $3x<15$.

1378. Korrutada liikmeti võrratused:

1) $4>3$; $5>2$;
2) $+4>-5$; $3>2$;
3) $2>-4$; $-4>-6$;
4) $-5<3$; $-6<2$.

1379. 1) Kui $a>b$ ja $c=d$, kas siis alati $ac>bd$?

2) Kui $a>b$, kas siis alati $a^m>b^m$?

1380. Mida võib ütelda arvude a ja b suhtes, kui on teada, et

1) $ab>0$; 2) $ab<0$?

1381. Leida, missuguste x väärtuste puhul funktsioon $y=x+2$ omab: a) negatiivseid väärtusi; b) positiivseid väärtusi; c) väärtuse 0.

1382. Joonestada järgmiste funktsioonide:

1) $y=x-3$; 2) $y=x+5$; 3) $y=2x-3$;
4) $y=-x+2$; 5) $y=-x-1$.

[1] Tööd on kasulik alata § 3 kordamisega.

graafikud ja leida, missuguste x väärtuste puhul funktsioonil y on: a) positiivsed väärtused; b) negatiivsed väärtused; c) väärtus null. Kontrollida tulemused vastavate võrratuste lahendamise teel.

1383. On antud kaks funktsiooni: $y=x+1$ ja $y_1=5-x$. On teada, et x omandab väärtusi -4 kuni 3 $(-4<x<3)$. Leida, missuguste x väärtuste puhul selles vahemikus:

1) $y>y_1$; 2) $y<y_1$; 3) $y=y_1$.

Lahendada võrratused:

1384. 1) $9x+8<15+7x$; 2) $-3(x+20)<-20$;

3) $-\frac{x}{2}<3x-\frac{3+2x}{4}$;

4) $\frac{x-1}{3}-2(1-4x)>\frac{1}{4}x-\frac{7-52x}{6}$.

1385. 1) $3\frac{1}{3}x-\frac{x-8}{6}>\frac{5x+2}{9}-\frac{2x+11}{6}$;

2) $\frac{1}{2}(3x-1)+\frac{x}{5}<7x+10{,}1$;

3) $\frac{2}{3}x+\frac{3}{2}<\frac{3x-2}{4}-1$; 4) $\frac{3-2x}{5}+8>\frac{5x+2}{2}-x$.

1386. 1) $5-\frac{x}{3}<3\frac{1}{2}-\frac{4x+1}{8}$; 2) $3-\frac{3x}{2}>\frac{5}{8}-\frac{4x-3}{6}$;

3) $5(x-1)-x(7-x)<x^2$; 4) $(x+1)^2<(x-1)^2$.

1387. 1) $x-\frac{x-1}{2}>\frac{x-3}{4}-\frac{x-2}{3}$;

2) $\frac{5x-1}{4}-\frac{3x-13}{10}>\frac{5x+1}{3}$;

3) $|x-3|>5$; 4) $|x+2|<8$.

Lahendada võrratusesüsteemid:

1388. 1) $\begin{cases}5(x+1)+6(x+2)>9(x+3)\\7x-3(2x+3)>2(x-18)\end{cases}$

2) $\begin{cases}(x-3)(x-4)<(x+1)(x+2)\\x(x+1)+x(x+2)>(2x-1)(x+3)\end{cases}$

1389. 1) $\begin{cases}2-\frac{5+x}{7}<1-\frac{9-x}{14}\\12-\frac{1}{3}\left(47-\frac{60}{x}\right)>3\end{cases}$

2) $\begin{cases}\frac{7-x}{2}-3<\frac{3+4x}{5}-4\\\frac{5}{3}x+5(4-x)<2(4-x)\end{cases}$

1390. 1) $\begin{cases} \frac{3x+5}{7}+\frac{10-3x}{5}>\frac{2x+7}{3}-8 \\ \frac{7x}{3}-\frac{11(x+3)}{6}>\frac{3x-1}{5}-\frac{13-x}{2} \end{cases}$

2) $\begin{cases} 3-\frac{3-7x}{10}+\frac{x+1}{2}>4-\frac{7-3x}{5} \\ 7(3x-6)+4(17-x)>11-5(x-3) \end{cases}$

1391. Leida järgmiste võrratusesüsteemide täisarvulised lahendid:

1) $\begin{cases} 3x-10>0 \\ 5\frac{1}{3}x-51<6x \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 1-\frac{3x-88}{7}>5x \\ 4x+5-\frac{1}{6}\left(25x+29\frac{1}{2}\right)<0 \end{cases}$

3) $\begin{cases} \frac{2x-11}{4}+\frac{19-2x}{2}<2x \\ \frac{2x+15}{9}>\frac{1}{5}(x-1)+\frac{x}{3} \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+2<\frac{2x-8}{6}-\frac{18-4x}{3} \\ 9-\left(\frac{x-2}{4}+\frac{2}{3}\right)>x \end{cases}$

Lahendada võrratused:

1392. 1) $(x+3)(x+2)>0$; 2) $(x-4)(x+3)>0$;
3) $(x+1)(x-5)<0$; 4) $(x-5)(x-3)<0$.

1393. 1) $(x-2)(x-4)>0$; 2) $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-4\right)>0$;
3) $(x-3)(x-7)<5(x-3)$;
4) $(3x-1)(4-x)(2x-3)^2<0$.

1394. 1) $\frac{4-2x}{1+3x}>0$; 2) $\frac{3a+7}{2-6a}>0$;
3) $\frac{5-2a}{8+5a}>0$; 4) $\frac{5x-8}{2x+4}<0$.

1395. 1) $\frac{9-2y}{4y+1}<0$; 2) $\frac{15-4a}{7+3a}<0$;
3) $\frac{2x+1}{x+2}>1$; 4) $\frac{x-1}{x+3}>2$.

1396. 1) $\frac{3x-2}{x+1}<1$; 2) $\frac{5x-1}{x+6}<1$;
3) $|x-2|<5$; 4) $|x+4|>9$.

1397. On antud kaks funktsiooni: $y=x+3$ ja $y=-x+2$. Joonestada ühel joonisel nende funktsioonide graafikud ning leida joonise järgi x need väärtused, mille puhul mõlemal funktsioonil on positiivsed väärtused.

1398. Kolmnurga üks külg on 3 cm ja kahe teise külje vahe on 1 cm. Leida selle kolmnurga küljed, kui need väljenduvad täisarvudega.

1399. Kahekohalise arvu kümneliste number on üheliste numbrist 2 võrra vähem. Leida see arv teades, et ta on suurem kui 21 ja vähem kui 38.

1400. Murru lugeja on nimetajast 1 võrra vähem; kui selle murru lugeja ja nimetajaga liita 1, siis murru väärtus on suurem kui $\frac{1}{2}$; kui aga lugejast ja nimetajast lahutada 1, siis murru väärtus on vähem kui $\frac{6}{7}$. Leida need murrud.

1401. Kui antud kahekohalise arvuga liita pool temast, siis saame arvu, suurema kui 128, kuid vähema kui 130. Leida see arv.

1402. Kui turist oleks sõitnud päevas 20 km rohkem sellest, mis ta tegelikult sõitis, siis oleks ta 8 päevaga sõitnud 900 km enam; kui aga ta oleks iga päev sõitnud 12 km vähem, siis kümnegi päevaga ei oleks ta jõudnud ära sõita 900 km. Mitu kilomeetrit sõitis turist päevas?

1403. Aurik sõitis a kilomeetrit mööda jõge pärivoolu ja pöördus tagasi. Auriku kiirus on v km tunnis, jõe voolu kiirus v_1 km tunnis ($v > v_1$). Tõestada, et aurikul edasi-tagasi sõiduks kuluv aeg on alati suurem ajast, mis kuluks sama vahemaa läbimiseks seisvas vees.

1404. Tõestada, et kahe erineva positiivse arvu aritmeetiline keskmine on suurem kui nende geomeetriline keskmine.

1405. Tõestada, et positiivne lihtmurd suureneb, kui tema lugeja ja nimetajaga liita mingi üks ja sama positiivne arv, liigmurd aga — väheneb.

1406. Tõestada, et iga kolmnurga pool ümbermõõtu on suurem kui selle kolmnurga mistahes külg.

1407. Tõestada, et kui a, b, c on kolmnurga kolme külje pikkused, siis on kehtiv võrratus

$$a^2+b^2+c^2<2(ab+ac+bc).$$

Sõnastada kolmnurga külgede omadus selle võrratuse alusel.

1408. Tõestada, et kõigist antud ümbermõõduga ristkülikuist ruudul on suurim pindala.

1409. Tõestada, et igas täisnurkses kolmnurgas, mis ei ole võrdhaarne, on hüpotenuusile tõmmatud kõrgus vähem kui pool hüpotenuusi.

1410. Tõestada, et igas täisnurkses kolmnurgas hüpotenuusile tõmmatud kahekordse kõrguse ruut on vähem kui hüpotenuusi ruudu ja kaatetite kahekordse korrutise summa.

Tõestada võrratused:

1411. 1) $k+\frac{1}{k}\geqslant 2$, $k>0$; 2) $\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\geqslant 2$, $a>0$, $b>0$;

3) $\frac{2a}{1+a^2}\leqslant 1$; 4) $(a+b)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\geqslant 4$, $a>0$; $b>0$.

1412. 1) $(a+b)(b+c)(a+c)>8abc$ (a, b ja c on positiivsed arvud);

2) $a^3+b^3\geqslant a^2b+ab^2$, $a>0$, $b>0$;

3) $x^5+y^5-x^4y-xy^4\geqslant 0$, kui $x>0$, $y>0$.

1413. 1) $\sqrt{(a+c)(b+d)}\geqslant\sqrt{ab}+\sqrt{cd}$, kus a, b, c ja $d>0$;

2) $\frac{x+y+z}{3}\geqslant\sqrt[3]{xyz}$.

1414. Missugune võrratusemärk ($>$ või $<$) tuleb panna järgmiste avaldiste vahele:

1) $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ ja $\sqrt{7}$; 2) $\sqrt{5}+\sqrt{3}$ ja $\sqrt{6}+\sqrt{2}$;

3) $\sqrt{11}-\sqrt{2}$ ja $\sqrt{5}+1$; 4) $\frac{5\sqrt{2}+3\sqrt{7}}{\sqrt{5}}$ ja 6;

5) $\sqrt{8-\sqrt{15}}$ ja $\frac{1}{2}(\sqrt{30}-\sqrt{2})$.

§ 49. Esimese astme ühe tundmatuga võrrandite uurimine.

1415. Leida, missuguste t väärtuste puhul on järgmistel võrranditel positiivsed lahendid:

1) $4x=3t-15$; 2) $2x-1=4+5t$; 3) $3(2-x)=4(t-2x)$;

4) $\frac{t}{4}=\frac{3}{x}$; 5) $\frac{7}{1+x}=\frac{t}{x}$; 6) $4-t=\frac{2}{x-1}$.

1416. Leida, missuguste k väärtuste puhul on järgmistel võrranditel negatiivsed lahendid:

1) $\frac{5}{2x-k}=\frac{3}{4-kx}$; 2) $\frac{1}{x+1}=1-k$; 3) $k-2=\frac{3x+1}{x+1}$;

4) $\frac{k(x+2)-3(k-1)}{x+1}=1$; 5) $\frac{4x-1}{x-1}=k+3$;

6) $\frac{5}{3x-k}=\frac{3}{kx-4}$; 7) $\frac{4x+3k}{3}=\frac{5x-2k}{4}$.

1417. Uurida, missuguste parameetrite (võrrandis esinevate tähtede) väärtuste puhul on alljärgnevail võrrandeil: a) positiivne lahend; b) negatiivne lahend; c) nulline lahend; d) lõpmatu arv lahendeid; e) üldse ei ole lahendeid:

1) $ax-a=3x-5$; 2) $2mx+3=2m-x$;

3) $ab+bx-b=3ax$; 4) $\frac{a}{3a+x}=\frac{2}{b+x}$;

5) $mx=(a+x)n$; 6) $nx-bmn+m(a-x)=0$.

1418. Leida, missuguste parameetri a väärtuste puhul võrrandil $3(x+1)=4+ax$ on lahend suurem kui -1.

Lahendada ülesanded ja uurida saadud lahendi valemit. Lahendi uurimisel kindlaks teha:

1) missuguste parameetrite väärtuste ja milliste nende-vaheliste seoste puhul on ülesandel mõte;

2) missuguseid väärtusi võib omada tundmatu, et see rahuldaks ülesande tingimust;

3) missugused lahendid rahuldavad neid tingimusi.

1419. Ühes laos on a tonni sütt, teises b tonni. Iga päev saabub kumbagi lattu d tonni sütt. Mitme päeva pärast on esimeses laos sütt n korda rohkem kui teises?

1420. Basseini on juhitud kaks toru; esimese toru kaudu täitub bassein a tunniga, teise kaudu täis bassein tühjeneb b tunniga. Mitme tunniga täitub tühi bassein mõlema toru koostöötamisel?

1421. Üks tööline valmistab a detaili päevas, teine b detaili. Mitme päeva pärast peale seda, kui esimene oli valmistanud p ja teine q detaili, kummagi töölise poolt valmistatud detailide arvud on võrdsed?

1422. Ühes linnas on a elanikku, teises b elanikku. Esimese linna elanike arv kasvab iga aastaga m inimese võrra, teise arv kasvab n inimese võrra. Mitme aasta pärast on mõlemas linnas elanikke ühepalju?

1423. m liitrit merevett sisaldab n grammi soola. Mitu liitrit tuleb lisada puhast vett, et m liitrit lahust sisaldaks q grammi soola?

1424. Vankri esiratta ümbermõõt on m meetrit, tagaratta ümbermõõt n meetrit. Missugusel vahemaal vankri esiratas teeb 10 pööret rohkem kui tagaratas?

1425. Trapetsi $ABCD$ alus $BC=a$, alus $AD=8$ ja haar $AB=3$. Kui kaugele tuleb pikendada haara AB, et see lõikuks haara CD pikendusega?

1426. Trapetsi $ABCD$ alus $BC=a$, alus $AD=8$ ja haar $AB=c$. Kui kaugele tuleb pikendada haara AB, et see lõikuks haara CD pikendusega?

1427. Kahele ringjoonele, mille raadiused on R ja r ning keskpunktide-vaheline kaugus d, on tõmmatud ühine välispuutuja. Leida puutuja ja ringjoonte keskpunkte ühendava sirgjoone lõikepunkt.

1428. Kaks autot väljuvad üheaegselt linnadest A ja B ning sõidavad ühes ja samas suunas. Esimese auto kiirus on a kilomeetrit tunnis, teise kiirus b kilomeetrit. Mitme tunni pärast esimene auto jõuab teisele järele, kui linnade A ja B vahemaa on d kilomeetrit?

§ 50. Esimese astme kahe tundmatuga võrrandisüsteemide uurimine.

1429. Järgnevaid võrrandisüsteeme lahendamata leida, kas antud süsteemil on: a) üks lahend, b) lõpmatu arv lahendeid või c) ei ole lahendeid.

1) $\begin{cases} 2x+y=11 \\ x+3y=18 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y=4 \\ 4x+6y=8 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 5x+3y=15 \\ 10x-6y=0 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 3x+10y=16 \\ 6x+20y=32 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 6x-9y=4 \\ 4x-6y=9 \end{cases}$ 6) $\begin{cases} 4x+10y=12 \\ 6x+15y=18 \end{cases}$

Uurida alljärgnevate võrrandisüsteemide lahendeid ja tõlgendada graafiliselt saadud tulemused, leides punkti, kus lõikuvad kaks sirget, mida määravad süsteemi võrrandid:

1430. 1) $\begin{cases} x+y=2 \\ 4x-y=3 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x-y=1 \\ y-2x=1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x+y=2 \\ 3x+2y=6 \end{cases}$

1431. 1) $\begin{cases} 3x+y=4 \\ 4-y=5x \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 2x+3y=5 \\ 4x+6y=8 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x+y=4 \\ 2x+2y=8 \end{cases}$

1432. Leida, missuguste m väärtuste puhul on võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} 3x+7y=m \\ 2x+5y=20 \end{cases}$$

lahendid positiivsed, s. o. $x>0$ ja $y>0$.

1433. Leida, missuguste k väärtuste puhul on võrrandisüsteemi

$$\begin{cases} 3x-6y=1 \\ 5x-ky=2 \end{cases}$$

lahendid negatiivsed, s. o. $x<0$ ja $y<0$.

1434. Leida, missuguste m ja n väärtuste puhul on järgmistel võrrandisüsteemidel lõpmatu arv lahendeid:

1) $\begin{cases} mx+ny=8 \\ 5x+3y=4 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} mx+(n-1)y=2 \\ 3x+10y=-1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} 2x+3y=8 \\ mx+y=n \end{cases}$ 4) $\begin{cases} 6x+y=10 \\ (n+1)x+\frac{1}{n}y=n^2+m \end{cases}$

1435. Leida, missuguste a väärtuste puhul ei ole lahendeid järgmistel võrrandisüsteemidel:

1) $\begin{cases} 4x+3y=12 \\ 2x+ay=5 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} 3x+8y=10 \\ x-ay=7 \end{cases}$

3) $\begin{cases} ax-5y=9 \\ 2x-3y=15 \end{cases}$ 4) $\begin{cases} x+2ay=1 \\ (3a-1)x-ay=1 \end{cases}$

1436. On antud kahe tundmatuga x ja y kahe võrrandi süsteem:

$$\begin{cases} (3+m)x+4y=5-3m \\ 2x+(5+m)y=8 \end{cases}$$

Leida, missuguste m väärtuste puhul sel süsteemil: a) on lõpmatu arv lahendeid; b) ei ole lahendeid.

Leida, missuguste m väärtuste puhul on järgmistel süsteemidel 1) lõpmatu arv lahendeid; 2) ei ole lahendeid:

1437. 1) $\begin{cases} (m+5)x+(2m+3)y=3m+2 \\ (3m+10)x+(5m+6)y=2m+4 \end{cases}$

2) $\begin{cases} (m-1)x+2my+2=0 \\ 2mx+(m-1)y-(m-1)=0 \end{cases}$

1438. 1) $\begin{cases} x+my-1=0 \\ mx-3my-(2m-3)=0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} (2m-3)x-my-(3m-2)=0 \\ -5x+(2m+3)y+5=0 \end{cases}$

1439. 1) $\begin{cases} (m-1)x+(m+1)y=2(m^2-1) \\ (m^2-1)x+(m^2+1)y=2(m^3-1) \end{cases}$

2) $\begin{cases} (m-1)^2x+(m^2-1)y=(m+1)^2 \\ (2m-1)x+(m+1)y=(m^2-1) \end{cases}$

Lahendada järgmised ülesanded ja uurida nende lahendeid.

1440. Segati kaht sorti kompvekke: a rubla ja b rubla kilogramm ja saadi m kilogrammi segu, hinnaga c rubla kilogramm. Mitu kilogrammi kompvekke võeti kummastki sordist?

1441. Maja kütmiseks varuti sütt, millest iga päev tarvitatakse ühepalju kilogramme. m päeva möödumisel oli sellest tagavarast järel a kilogrammi, n päeva möödumisel aga oli järel b kilogrammi. Kui suur oli söetagavara ja mitu kilogrammi tarvitati iga päev?

1442. Vee temperatuur nõus soojendamisel h minuti jooksul tõusis t kraadini, h_1 minuti pärast t_1 kraadini. Leida vee temperatuur enne soojendamist ja mitu kraadi tõusis see igas minutis, kui soojenemine toimus ühtlaselt.

1443. Kaks autot väljuvad punktist A ning sõidavad ühtlase kiirusega mööda maanteed ühes ning samas suunas. Teatud momendil oli esimene auto m kilomeetrit, teine n kilomeetrit kaugel punktist A. Mitme tunni pärast peale seda ja kui kaugel punktist A teine auto jõuab esimesele järele, kui esimese kiirus on a kilomeetrit tunnis, teise kiirus b kilomeetrit tunnis?

1444. k rubla eest osteti m kilogrammi kaht sorti jahu, esimese sordi jahu kilogramm maksis a rubla, teise kilogramm b rubla. Mitu kilogrammi jahu osteti kumbagi sorti?

1445. Üks tarbija ostis a meetrit sitsi ja b meetrit satääni, makstes kogu riide eest d rubla; teine tarbija ostis sama hinnaga m meetrit sitsi ja n meetrit satääni ning maksis samuti d rubla. Kui palju maksis meeter satääni ja kui palju meeter sitsi?

1446. Kui segada a liitrit esimest sorti piiritust ja b liitrit teist sorti, saame piirituse, mille kangus k kraadi; kui aga segada b liitrit esimest sorti piiritust ja a liitrit teist sorti, saame piirituse, mis kange t kraadi. Leida kummagi sordi piirituse kangus.

§ 51. Teise astme võrratused.[1]

Lahendada võrratused:

1447. 1) $x^2-14x+45>0$; 2) $x^2+2x>6x-15$;
3) $x^2-11x+30>0$; 4) $x^2-4x+3>0$.

1448. 1) $x^2+105>22x$; 2) $x^2-5x+4<0$;
3) $x^2-6x+9<0$; 4) $x^2-8x+7>0$.

1449. 1) $3x^2-5x-2>0$; 2) $5x^2-7x+2<0$;
3) $3x^2-7x-6<0$; 4) $3x^2-2x+5>0$.

1450. 1) $2x^2-3x+7<0$; 2) $3x^2-4x+5<0$;
3) $3x^2-11x-4<0$; 4) $5x^2-8x-4<0$.

1451. 1) $-2+x-3x^2<0$; 2) $-5+4x-3x^2>0$;
3) $2x^2-3x+4>x^2+2x-2$;
4) $2x^2-2x-7>x^2+5x-17$.

1452. 1) $\frac{(x-1)(x-2)}{x-3}>0$; 2) $\frac{(x-3)(x-5)}{x-2}>0$;
3) $\frac{x-1}{x^2+4x+2}<0$; 4) $\frac{x^2-6x+18}{x-4}>0$.

1453. 1) $\frac{x^2+2x-3}{x^2-2x+8}>0$; 2) $\frac{x^2+5x+4}{x^2-5x-6}<0$;
3) $2-\frac{x-3}{x-2}>\frac{x-2}{x-1}$; 4) $3-\frac{2x-17}{x-5}>\frac{x-5}{x+2}$.

1454. Missuguste x väärtuste puhul ei ole mõtet järgmistel avaldistel:

1) $\log(x^2-6x+9)$; 2) $\log(x^2-5x+6)$;
3) $\log(3x^2-4x+5)$; 4) $\log(5x^2-8x-4)$.

Missuguste m väärtuste puhul x mistahes väärtused rahuldavad järgmisi võrratusi:

1455. 1) $x^2+2x+m>0$; 2) $x^2-5x-m>0$;
3) $x^2+6x+(5m-1)(m-1)>0$;
4) $x^2+2x+m>10$.

1456. 1) $mx^2+12x-5<0$;
2) $(m+3)x^2-5x-4<0$;
3) $x^2+(m+2)x+8m+1>0$;
4) $x^2+2(m+1)x+9m-5>0$.

---

[1] On kasulik varem korrata § 3 ja § 27.

1457. 1) $(m+1)x^2-2(m-1)x+3m-3<0$;
2) $(5-m)x^2-2(1-m)x+2(1-m)<0$;
3) $(m-2)x^2+2(2m-3)x+5m-6>0$;
4) $(4-m)x^2-3x+m+4>0$;
5) $(m^2+4m-5)x^2-2(m+1)x+3>0$;
6) $(m^2+6m-4)x^2-2(m-1)x+2<0$.

1458. Missuguste m väärtuste puhul järgmised ruutkolmliikmed kujutavad endast täisruutu:

1) $(4m-3)x^2-3(m+1)x+2(m+1)$;
2) $(6m-5)x^2-5(m-1)x+2m-6$;
3) $(m-1)x^2+2mx+3m-2$;
4) $3(m+6)x^2-3(m+3)x+2m-3$.

1459. On antud ruutkolmliige: $y=ax^2+bx+c$.

1) Leida kolmliikme diskriminant ja näidata, missuguste diskriminandi väärtuste puhul funktsioonil a) on kaks erinevat juurt; b) on kaks võrdset juurt; c) ei ole ühtki juurt (reaalset).

2) Anda kolmliikmele $y=ax^2+bx+c$ kuju $y=a\left[\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}\right]$ ja tõestada, et: a) kui esimese liikme koefitsient $a>0$, siis funktsioonil on vähim väärtus (miinimum) $\left(-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$, kui $x=-\frac{b}{2a}$;

b) kui koefitsient $a<0$, siis funktsioon omab suurima väärtuse (maksimum) $\left(-\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$, kui $x=-\frac{b}{2a}$.

1460. On antud funktsioonid:

1) $y=4x^2-8x+4$; 2) $y=6x^2-3x-3$;
3) $y=-4x^2-6x+1$; 4) $y=-3x^2+18x-15$.

1) Leida iga funktsiooni jaoks: missuguste x väärtuste puhul funktsioon y a) muutub nulliks; b) omab suurima või vähima väärtuse; c) kahaneb või kasvab; d) omab positiivseid või negatiivseid väärtusi.

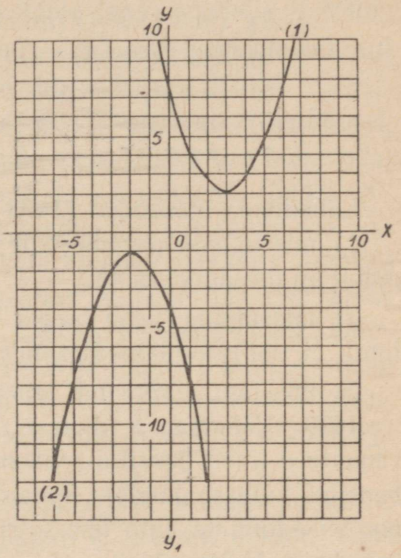
2) Joonestada skemaatiliselt graafik, mis näitab funktsiooni y muutumist sõltuvalt x muutumisest.

1461. Leida kolmliikme ax^2+bx+c koefitsiendid teades, et kolmliige muutub nulliks, kui $x=6$, ja ta omab vähima väärtuse (-8), kui $x=4$.

1462. On teada, et kolmliige ax^2+bx+c omab suurima väärtuse 25, kui $x=\frac{1}{2}$, ja väärtuse 24, kui $x=0$. Leida selle kolmliikme koefitsiendid.

1463. Parabooli $y=ax^2+bx+c$ tipu koordinaatideks on: $x=6$ ja $y=-12$. Teades, et parabooli harud on suunatud ülespoole x-teljest ja et üks harudest lõikub x-teljega punktis (8; 0), leida koefitsiendid a, b ja c.

1464. Parabool $y=ax^2+bx+c$ lõikub y-teljega punktis, mille ordinaat on 15. Teades, et parabooli harud on suunatud ülespoole x-teljest ja et parabooli tipu koordinaatideks on $(-2; 7)$, leida koefitsiendid a, b ja c.



Joon. 27.

1465. Kirjutada joonisel 27 kujutatud paraboolide võrrandid.

1466. Missuguste x väärtuste puhul funktsioonid:

1) $y=bx-x^2$;
2) $y=bx-2x^2$

omavad suurima väärtuse ja missuguse nimelt.

1467. Leida täisnurkse kolmnurga suurim pindala ja kaatetid, teades, et kaatetite summa on 10 cm.

1468. Tõestada, et võrdsete ümbermõõtudega ristkülikuist suurim pindala on ruudul.

1469. Tõestada, et kahe positiivse arvu korrutis, mille summa on $2a$, omab suurima väärtuse a^2 võrdsete tegurite puhul.

1470. Ringi sektori pindala arvutatakse valemi $S=\frac{rl}{2}$ järgi, kus S on sektori pindala, r — tema raadius ja l — sektori kaare pikkus. Leida ringi sektori suurim pindala, mille ümbermõõt on $2p$, ja tõestada, et selle sektori raadius on kaks korda vähem kaare pikkusest.

1471. Aknal on ristküliku ja sellele asetatud poolringi kuju (normandia aken). Missugused peavad olema selle kujundi mõõted, et antud ümbermõõdu puhul akent läbiks suurim valguse hulk?

§ 52. Ruutvõrrandite uurimine.[1]

1472. Leida, missuguste m väärtuste puhul järgmiste võrrandite lahendid on reaalsed ning erinevad, reaalsed ning võrdsed, imaginaarsed ning erinevad:

1) $(5m+1)x^2+(7m+3)x+3m=0$;
2) $mx^2-(1-2m)x+m=0$;
3) $(m-1)x^2-2(m+1)x+m-2=0$;
4) $x^2+2(m-4)x+m^2+6m=0$;
5) $(3+m)x^2-3(6-m)x+5-18m=0$;
6) $(m-2)x^2-(3m+6)x+6m=0$;
7) $x^2+2(m-1)x+3m^2+5=0$.

Lahendada ülesanded (1473—1496) ja uurida lahend:

1) missuguste parameetrite väärtuste ja nende-vaheliste seoste puhul on ülesandel mõte;

2) missugune peab olema lahend (positiivne, negatiivne, nulline), et see rahuldaks ülesande tingimust;

3) missugune võrrandi lahend rahuldab neid tingimusi.

1473. Vahemaa S kilomeetrit läbimiseks kulutab kolmetonnine veoauto a liitrit bensiini rohkem kui poolteise-tonnine. Mitu liitrit bensiini kulutab kumbki veoauto selle vahemaa läbimiseks, kui poolteise-tonnine auto ühe liitri bensiiniga sõidab b meetrit rohkem kui kolmetonnine?

1474. Ühe tonni kauba vedu punktist M punkti N raudteel maksab b kopikat rohkem kui veeteel. Mitu tonni kaupa võib transportida punktist M punkti N raudteel S rubla eest, kui veeteel sama summa eest võib transportida k tonni rohkem kui raudteel?

1475. Selleks, et ujuda jões S meetrit pärivoolu, peab ujuja kulutama t minutit vähem, kui et ujuda sama vahemaa seisvas vees. Missugune on ujuja kiirus seisvas vees, kui jõe voolu kiirus on v meetrit tunnis?

1476. Kaks lennukit startisid üheaegselt lennuks punktist A punkti B, mille vahemaa on S kilomeetrit. Et esimese lennuki tunnikiirus on m kilomeetri võrra vähem, siis saabub ta punkti B n tundi hiljem. Leida esimese lennuki kiirus ja aeg, mis kulub tal lennuks punktist A punkti B.

---

[1] Tööd on kasulik alata III peatükki (Ruutvõrrandid ja ruutvõrrandeiks taanduvad võrrandid) paigutatud ülesannete lahendamisest.

1477. Teeolude tõttu tuli jalgratturil jätkata sõitu tunnis n kilomeetrit vähema kiirusega kui ta sõitis alguses, mistõttu ta hilines sihtpunkti saabumisega a tundi. Kui teeolud oleksid halvenenud b kilomeetri võrra hiljem, siis oleks ta hilinenud ainult c tunni võrra. Mitu kilomeetrit tunnis sõitis jalgrattur alguses?

1478. Keha A liigub punktist M punkti N suunas sirgjoont mööda kiirusega a meetrit sekundis. Kui ta oli läbinud c meetrit, alustas punktist N liikumist keha B, mis läbis igas sekundis $\frac{1}{k}$ vahemaast MN ja kohtus kehaga A nii mitme sekundi möödumisel, kui mitu meetrit läbis sekundis keha B. Leida vahemaa MN.

1479. Linnast A linna B, mis on A-st b kilomeetri kaugusel, väljus jalakäija. Tund hiljem sama teed mööda väljus teine jalakäija, kes käis tunnis a kilomeetrit rohkem kui esimene. Jõudes esimesele järele, pöördus ta tagasi ning saabus linna A samal ajal kui esimene linna B. Mitu kilomeetrit käis kumbki jalakäija tunnis?

1480. Punktist A punkti B suunas alustas liikumist keha. t minutit hiljem samast punktist A alustas liikumist teine keha. Jõudes esimesele järele pöördus ta tagasi ja jõudis punkti A samal momendil, kui esimene jõudis punkti B. Leida esimese keha kiirus, kui on teada, et teise keha liikumise kiirus on v meetrit sekundis ja vahemaa AB on d meetrit.

1481. Punktidest A ja B väljusid üheaegselt sõiduks punkti C kaks jalgratturit. Esimene saabus punkti C a tunni pärast, teine aga, et jõuda punkti C ühel ajal esimesega, pidi sõitma iga kilomeetri c tunni võrra vähema ajaga kui esimene, sest B ja C vahemaa on b kilomeetrit pikem kui A ja C vahemaa. Leida A ja C vahemaa.

1482. Kahest punktist A ja B väljusid üheaegselt teineteisele vastu kaks rongi. Kohtumisel osutus, et esimene rong oli sõitnud a kilomeetrit rohkem teisest. Jätkates sõitu sama kiirusega saabus esimene rong punkti B m tundi ja teine rong punkti A n tundi pärast nende kohtumist. Mitu kilomeetrit sõitis kumbki rong kohtumiseni?

1483. Kahe linna vahemaa on a kilomeetrit. Kaks autot, sõites nendest linnadest teineteisele vastu, kohtuksid poolel teel, kui esimene väljuks t tundi varem teisest. Kui aga nad väljuksid üheaegselt, kohtuksid nad $2t$ tunni pärast. Mitu kilomeetrit sõidab kumbki auto tunnis?

1484. Kahest jaamast, mille vahemaa on d kilomeetrit, lähetati

teineteisele vastu kaks rongi, mis kohtusid poolel teel. Leida kummagi rongi tunnikiirus, kui esimene rong väljus a tundi hiljem teisest ning sõitis b kilomeetrit tunnis vähem kui teine rong.

1485. Traktor künnab n tunniga p hektarit rohkem kui hobune. Mitu hektarit künnab hobune n tunniga ja mitu hektarit sama ajaga traktor, kui 1 ha traktor künnab t tundi kiiremini hobusest?

1486. Veetee süvendamiseks on rakendatud tööle kolm ekskavaatorit. Kui seda tööd hakkaks tegema esimene üksi, siis lõpetaks ta töö a päeva hiljem kui kõik kolm ekskavaatorit koos. Kui aga seda tööd hakkaks tegema ainult teine üksi, siis lõpetaks ta töö b päeva hiljem kui kõik koos. Kolmandal üksi kuluks aga c korda rohkem aega kui kõigil kolmel kokku. Kui palju aega kuluks igal ekskavaatoril kogu töö sooritamiseks üksi?

1487. A võib lõpetada teatud töö a päeva võrra pikema ajaga kui B ja b päeva võrra pikema ajaga kui C. A ja B koos töötades lõpetavad selle töö sama ajaga kui C üksi. Leida, missuguse ajaga võib kogu töö lõpetada igaüks neist üksi?

1488. Saalis on n tooli, mis asetatud ridadesse nii, et igas reas on neid ühepalju. Kui igasse ritta lisada p tooli ja ridade arvu vähendada m võrra, siis üldine kohtade arv saalis jääb samaks. Mitu rida toole on saalis ja mitu tooli igas reas?

1489. Kaks töölist koos võivad teatud töö lõpetada a päevaga. Kui algul esimene neist oleks teinud $\frac{3}{5}$ tööst ja siis teine ülejäänud osa, oleks kulunud kogu töö lõpetamiseks b tundi. Mitme tunniga kumbki neist üksi oleks võinud kogu töö lõpetada?

1490. Kaks punkti A ja B, mille vahemaa d meetrit, liiguvad mööda täisnurga haarasid tipu poole. Esimese kiirus on a meetrit sekundis, teise kiirus b meetrit. Punkt B jõuab nurga tippu t sekundit varem kui A. Leida, kui kaua aega liikus punkt A.

1491. Kaks punkti A ja B liiguvad täisnurga haarasid mööda. Esimese kiirus on a meetrit sekundis, teise kiirus b meetrit. Antud momendil punktid lähenevad nurga tipule, kusjuures A on m sentimeetri kaugusel sellest, B n sentimeetri kaugusel. Mitme sekundi pärast peale seda momenti on nad d sentimeetri kaugusel teineteisest?

1492. Kaks töölist on palgatud tööle üheks ning samaks ajaks, kuid erineva tasu eest. Esimene töötas a päeva vähem ettenähtud ajast ja sai b rubla; teine aga töötas a päeva kauem ettenähtud ajast ja sai c rubla. Kui esimene oleks töötanud nii mitu päeva kui töötas

teine ja teine nii mitu päeva kui töötas esimene, siis oleksid nad saanud raha ühepalju. Leida, mitmeks päevaks olid palgatud töölised.

1493. Kaks brigaadi teenisid ühepalju raha. Esimeses brigaadis oli a töölist vähem kui teises, mistõttu teise brigaadi iga tööline sai b rubla vähem kui esimese brigaadi tööline. Kumbki brigaad teenis c rubla rohkem kui oli töölisi mõlemas brigaadis kokku. Mitu töölist oli kummaski brigaadis?

1494. Punktidest M ja N, mille vahemaa on d meetrit, hakkasid üheaegselt liikuma teineteisele vastu kaks keha ning kohtusid siis, kui esimene keha oli läbinud a meetrit. Leida kummagi keha kiirus teades, et meetrite arv, mis väljendab esimese ja teise keha kiiruste vahet, on võrdne sekundite arvuga, mis on möödunud kehade liikumise algusest kuni kohtumiseni.

1495. Linnade A ja B vahemaa on a kilomeetrit. Linnast A väljusid üht ja sama teed mööda ühel ajal kaks turisti, kes pidid saabuma linna B samuti üheaegselt. Kuid esimene saabus linna B b tundi varem ettenähtust, teine aga hilines c tundi, sest sõitis igas tunnis k kilomeetrit vähem esimesest. Leida kummagi turisti kiirus.

1496. Vanni on juhitud kaks kraani. Esimene neist, töötades üksi, täidab vanni a minuti võrra kiiremini kui teine. Et täita vann, avati algul esimene kraan b minutiks, ja siis mõlemad koos lõpetasid vanni täitmise c minutiga. Mitme minutiga võib täita vanni kumbki kraan üksi töötades?

XIV PEATÜKK.

HULKLIIKME JAGUVUS.

Jagamist teostamata leida jagamisel tekkiv jääk.

1497. 1) $(3x^4-2x^3+5x^2-x+2) : (x-1)$;
2) $(x^5+x^4-3x^3+4x^2-5x-6) : (x+1)$;
3) $(2x^4+x^3-3x^2+7x-5) : (x-2)$;
4) $(x^6-x^5-x^4+3x^3-2x^2+5x-4) : (x+2)$.

1498. 1) $(x^4+2x^3+x^2-4x+6) : \left(x-\frac{1}{2}\right)$;
2) $(9x^3-3x^2+6x-15) : \left(x+\frac{1}{3}\right)$;
3) $(x^5-x^4-2x^3+x^2-x-2) : \left(x+\frac{3}{5}\right)$;
4) $(2x^4+3x^3-46x^2+6x+8) : (x-3{,}4)$.

1499. 1) $\left(25x^4-\frac{2}{3}x-\frac{11}{15}\right) : (5x-2)$;
2) $(x^3+6x^2-4x-2) : (2x+1)$;
3) $(2x^4-6x^3+4x^2+8x-2) : (2x-3)$;
4) $(3x^5+6x^3-12x+1) : (3x+6)$.

1500. 1) Leida, missuguse a väärtuse puhul hulkliikme $2x^5-3x^3+11x^2-x+a$ jagamisel $(x+2)$-ga tekib jääk 3?

2) Missuguse a väärtuse puhul hulkliikme x^3-3x^2+5x+a jagamisel $(x-1)$-ga tekib jääk 4? 5?

3) Missuguse k väärtuse puhul hulkliikme $2x^3-3x^2+kx-6$ jagamisel $(x-2)$-ga tekib jääk 6? 8?

4) On antud hulkliige $2x^3-3x^2-ax+b$. Missugused peavad olema a ja b väärtused, et hulkliikme jagamisel $(x+1)$-ga tekiks jääk 7 ja jagamisel $(x-1)$-ga tekiks jääk 5?

1501. 1) Leida, missuguse k väärtuse puhul hulkliige $x^4-4x^3+kx^2-3x+6$ jagub $(x-2)$-ga jäägita.

2) Missuguse k väärtuse puhul kolmliige $4x^3-6x+k$ jagub $(x+3)$-ga?

3) Missuguse k väärtuse puhul hulkliige $x^3-5x^2+7x+k-5$ jagub $(x+4)$-ga?

1502. 1) Missuguste a ja b väärtuste puhul hulkliige $x^4-3x^3+bx^2+ax+b$ jagub jäägita (x^2-1)-ga?

2) Missuguste a ja b väärtuste puhul hulkliige $ax^3+bx^2-73x+102$ jagub kolmliikmega x^2-5x+6?

3) Missuguste a ja b väärtuste puhul hulkliige $ax^3+bx^2-37x+14$ jagub kolmliikmega x^2+x-2?

4) Tõestada, et hulkliige $x^6-2x^5-4x^4+3x^3-3x^2+11x-6$ jagub korrutisega $(x-1)(x+2)(x-3)$.

1503. 1) On antud murd $\frac{x^4+2x^2-3}{x^3-2x^2-x+2}$. Kasutades Bezout' teoreemi, kindlaks teha, kas saab taandada seda murdu: a) vahega $x-1$; b) summaga $x+1$; c) summaga $x+2$; d) vahega $x-2$; e) summaga $x+3$; f) vahega $x-3$.

2) On antud murd $\frac{3x^4-4x^3+1}{x^3-3x-2}$. Kindlaks teha, kas saab seda murdu taandada avaldistega: a) $x-2$; b) $x+1$; c) $x-1$; d) $x+2$.

3) On antud murd $\frac{x^5+x^4-5x^3-5x^2+4x+4}{x^4+5x^3+5x^2-5x-6}$. Kindlaks teha, kas saab seda murdu taandada avaldistega: a) $x-1$; b) $x+1$; c) $x+2$; d) $x-2$; e) $x+3$; f) $x-3$.

Lahutada tegureiks:

1504. 1) $x^3-7x^2+16x-12$; 2) $16x^3-16x^2-x+1$;
3) x^3-4x^2+x-6; 4) x^3+2x^2-4x-8.

1505. 1) $5x^4-6x^3+6x-5$; 2) $x^4-2x^3+5x^2-8x+4$;
3) $x^4-5x^3+2x^2+20x-24$;
4) $x^4-3x^3+x^2+3x-2$.

Lahendada järgmised võrrandid:

1506. 1) $x^3-8x^2+13x-6=0$; 2) $x^3-4x^2+x+6=0$;
3) $x^3-6x^2+11x-6=0$; 4) $x^3-7x^2+16x-12=0$.

1507. 1) $x^3-3x^2+5x-6=0$; 2) $x^3+2x^2-4x-8=0$;
3) $x^3-x^2-8x+12=0$;
4) $x^4-2x^3+5x^2-8x+4=0$.

1508. 1) $x^4-3x^3+x^2+3x-2=0$;
2) $x^4-3x^3-8x^2+12x+16=0$;
3) $x^5-x^4-3x^3+5x^2-2x=0$;
4) $x^5+2x^4+2x^3+2x^2+x=0$.

Koostada ratsionaalsete koefitsientidega vähima astme võrrand, mille lahendeiks on:

1509. 1) 1; 2; (−2); 2) 1; 3; (−1);
3) 2; (−3); (−4); 4) 3; $\sqrt{2}$; $-\sqrt{2}$.

1510. 1) 2; $i\sqrt{3}$; $-i\sqrt{3}$; 2) 1; $1+2i$; $1-2i$;
3) -1; $\frac{1-i\sqrt{3}}{2}$; $\frac{1+i\sqrt{3}}{2}$; 4) -2; $1+i$; $1-i$.

1511. 1) 2; 1; (−1); 3; 2) (−1); (−2); 2; (−3);
3) 2; −2; i; $-i$; 4) 1; 2; $1+i$; $1-i$;
5) $1+i$; $1-i$; $1-2i$; $1+2i$;
6) $2+i$; $2-i$; $1+2i$; $1-2i$.

1512. 1) Koostada reaalsete koefitsientidega kolmanda astme võrrand, kui on antud tema kaks lahendit: $x_1=2$ ja $x_2=-i$.

2) Koostada reaalsete koefitsientidega neljanda astme võrrand, kui on antud tema kaks lahendit: $x_1=1-i$ ja $x_2=3+i$.

3) Koostada reaalsete koefitsientidega neljanda astme võrrand, kui on antud tema kolm lahendit: $x_1=2$, $x_2=-2$ ja $x_3=1-i$.

4) Koostada reaalsete koefitsientidega viienda astme võrrand, kui on antud tema neli lahendit: $x_1=x_2=x_3=1$, $x_4=1-i$.

1513. 1) Teades, et võrrand $x^4-6x^3+15x^2-18x+10=0$ omab lahendit $1-i$, leida tema ülejäänud lahendid.

2) On teada, et võrrandi $x^4-2x^3+3x^2-2x+2=0$ üheks lahendiks on i. Leida selle võrrandi ülejäänud lahendid.

3) Teades, et võrrandi $x^4+x^3+4x^2+x+3=0$ üheks lahendiks on i, leida tema ülejäänud lahendid.

4) On teada, et võrrandi $3x^4-5x^3+3x^2+4x-2=0$ üheks lahendiks on $1+i$. Leida selle võrrandi ülejäänud lahendid.

1514. 1) Teostamata arvutusi kindlaks teha, kas summa $(x^5-1)^4+(x^2-1)^3$ jagub vahega $x-1$.

2) Teostamata arvutusi kindlaks teha, kas hulkliikmete korrutis $(x^4-16)(x^2+3x-5)$ jagub kaksliikmega $x-2$.

Lahendada järgmised kaheliikmelised võrrandid:

1515. 1) $x^3+27=0$; 2) $x^3-27=0$; 3) $8x^3+1=0$;
4) $8x^3-1=0$; 5) $27x^3-125=0$; 6) $8x^3-3=0$.

1516. 1) $x^4-16=0$; 2) $x^4+16=0$; 3) $x^4+625=0$;
4) $x^4-81=0$; 5) $x^6-1=0$; 6) $x^6-64=0$.

1517. 1) $16x^4-9=0$; 2) $81x^4-25=0$;
3) $4x^4=25$; 4) $3x^4=16$.

Lahendada järgmised kolmeliikmelised võrrandid:

1518. 1) $(3x-8)^2+5(3x-8)-150=0$;
2) $(5x+4)^2-5(5x+4)-36=0$;
3) $x^6-9x^3+8=0$; 4) $y^6-2y^3+1=0$.

1519. 1) $8x^6-9x^3+1=0$;
2) $16z^8-257z^4+16=0$;
3) $(x+3)^6-9(x+3)^3+8=0$;
4) $8(3x+7)^6-217(3x+7)^3+27=0$.

1520. 1) $\sqrt[3]{x}+2\sqrt[3]{x^2}-3=0$; 2) $2\sqrt[3]{x^2}-\sqrt[3]{x}=6$;
3) $(x-\sqrt{3})^4-5(x-\sqrt{3})^2+4=0$;
4) $\sqrt{x^2+8}-(x^2+8)=-12$.

1521. 1) $x^{\frac{1}{2}}-3x+30=0$; 2) $5x^{\frac{1}{2}}+3x-22=0$;
3) $(x-3)^{\frac{1}{2}}-5(x-3)^{\frac{1}{4}}+6=0$;
4) $(1+3x)^{\frac{1}{2}}-3(1+3x)^{\frac{1}{4}}=4$.

XV PEATÜKK.

ÜLESANDEID ALGEBRA KOGU KURSUSEST.

Koolides eksameil, vastuvõtueksameil kõrgemaisse õppeasutustesse, matemaatika olümpiaadidel jt. antud ülesandeid.

1522. Näidata, et võrrandil

$$(a^2+b^2+c^2)x^2+2(a+b+c)x+3=0$$

ei saa olla reaalseid lahendeid, kui a, b, c ei ole isekeskis võrdsed.

1523. Leida m väärtus nii, et võrrandi

$$2x^2-(2m+1)x+m^2-9m+39=0$$

üks lahend on kaks korda suurem teisest, ja lahendada see võrrand m leitud väärtusel.

1524. Aritmeetilise progressiooni kolmas liige on 35, viies liige 55. Missuguse arvuga tuleb jagada selle progressiooni viie liikme summa, et saada jagatis, 7 ühelise võrra vähem jagajast, ja jääk, mis võrdub poole jagatisega?

1525. Tõestada, et kolm erinevat arvu ei saa moodustada üheaegselt aritmeetilist ja geomeetrilist progressiooni.

1526. 1) Tõestada võrratus:

$$\frac{a+b}{c}+\frac{b+c}{a}+\frac{a+c}{b}>6$$

(a, b ja c on omavahel mittevõrdsed positiivsed arvud).

2) Tõestada võrratus:

$(a+1)(b+1)(a+c)(b+c)>16abc$, kui $a>1$, $b>1$, $c>1$.

1527. Tõestada, et arvu 7 mistahes paarituarvuline aste, suurendatud ühe võrra, jagub 8-ga.

1528*. Joonestada järgmiste funktsioonide graafikud:

1) $y=|x|$; 2) $y=\frac{|x|}{x}$; 3) $y=x^4+2x^2+2$;

4) $y=\log(1+x^2)$; 5) $y=\log(1-x^2)$; 6) $y=2^{|x|}$.

Revolutsioonieelseis gümnaasiumides küpsuseksameil antud ülesandeid (1529—1537).

1529. Aritmeetilise progressiooni teise ja viienda liikme summa on $a+29$, kolmanda ja kuuenda liikme summa $b-2$. Leida progressioon, kui a võrdub binoomi

$$\left(\frac{2^{-1}}{\sqrt[3]{x^{-1}}}-\sqrt[-5]{x}\right)^8$$

arendi selle liikme koefitsiendiga, milles x ei esine ja b määratakse võrrandist

$$\log_{\sqrt{16}} b=2{,}5.$$

1530. Kaks kandemüüjat müüsid erineva arvu õunu, kuid said ühepalju raha. Kui esimene oleks müünud oma õunad sama hinnaga mis teine, siis oleks ta saanud 80 kop. Kui teine oleks müünud aga oma õunad hinnaga mis esimene, siis oleks ta saanud 1 rbl. 25 kop. Mitu õuna müüs kumbki, kui teine müüs rohkem nii mitu õuna, kui mitu ühelist on võrrandi $x^{\sqrt{x}}=(\sqrt{x})^x$ kolmekordses suuremas lahendis?

1531. Koostada ruutvõrrand, mille lahendite ruutude summa oleks $\frac{125}{p}$, kus p on võrrandi

$$\sqrt[p-65]{32^{2p-60}}=\sqrt[p-66]{4^{3p+40}}$$

suurem lahend, kusjuures selle ruutvõrrandi lahendite kuupide vahe ja nende esimeste astmete vahe jagatis võrduks lõpmatult kahaneva geomeetrilise progressiooni liikmete summaga, mille esimene liige on $\frac{3}{2}$ ja tegur $\frac{1}{7}$.

1532. Kahele tööliste brigaadile maksti nii mitu rubla, kui mitu ühelist on binoomi $\left(a^{-\frac{2}{3}}+a^{\frac{3}{5}}\right)^{13}$ selle liikme koefitsiendis, milles esineb a^4. Esimese brigaadi iga tööline sai nii mitu rubla, kui mitu liiget on aritmeetilises progressioonis, mille liikmete summa $s=462$,

$a_6=27$ ja $a_{10}=43$. Teise brigaadi iga töölise poolt saadud rublade arv võrdub võrrandi

$$\log 10+\frac{1}{3}\log\left(3^{2\sqrt{x}}+271\right)=2$$

lahendiga. Mitu töölist oli kummaski brigaadis, kui esimeses brigaadis oli 4 inimest rohkem kui teises?

1533. Osteti 10 kg kaht sorti kaupa. Esimese sordi eest maksti nii mitu rubla, kui mitu liiget on aritmeetilises progressioonis, mille esimene liige $a=6$, vahe $d=2$ ja kõigi liikmete summa $s=266$. Teise sordi eest makstud rublade arv rahuldab võrrandit $\sqrt{x+4}-\sqrt{x-7}=1$. Kui palju maksis kauba kummagi sordi kilogramm, kui esimese sordi 1 kg maksis nii mitu rubla, kui mitu ühelist on avaldises

$$\left[\frac{\sqrt{10}\cdot\sqrt[-2]{3}}{\sqrt{30}}\right]^{-1}?$$

1534. Neli positiivset arvu moodustavad aritmeetilise progressiooni. Esimese ja neljanda arvu korrutis võrdub võrrandi $x^{1+\log x}=(0{,}001)^{-\frac{2}{3}}$ lahendiga, teise ja kolmanda arvu ruutude summa on 5 korda suurem kui $\left[\frac{1}{\sqrt{x}}+x^{0{,}1(6)}\right]^{20}$ arendi selle liikme number, milles x ei esine. Leida need arvud.

1535. Kaks töölist A ja B kohustusid lõpetama teatud töö päevade arvuga, mis võrdub niisuguse aritmeetilise progressiooni viimse liikmega, mille liikmete arv on võrdne võrrandi $x^2-7x+\sqrt{x^2-7x+18}=24$ positiivse lahendiga, esimene liige on 8 ja progressiooni vahe 1. Pärast seda, kui nad olid koos töötanud neli päeva, loobus A tööst ja B lõpetas töö üksi 36 päevaga. Mitme päevaga kumbki üksi töötades oleks võinud selle töö lõpetada?

1536. Lahendada võrrand $ax^4+bx^2+c=0$, mille koefitsient a leitakse tingimusest $0{,}2^{\sqrt{a}}=0{,}008$, koefitsient b määratakse võrrandiga

$$\log(2b+6)+\log 5=3-\log 2\frac{1}{2}$$

ja koefitsient c on 5 korda vähem binoomi $\left(z+\frac{1}{z}\right)^6$ arendi keskmisest liikmest.

1537. Leida kahaneva aritmeetilise progressiooni liikmete arv järgmistel tingimustel:

1) progressiooni vahe rahuldab võrrandit

$$\sqrt{8^{3x^2-7x+0{,}4}} = \sqrt[5]{4^{39}};$$

2) progressiooni esimene liige võrdub võrrandi

$$\log 3 + \log(y-1) = \log 2 + \frac{1}{2}\log(7y+1)$$

lahendiga;

3) progressiooni liikmete summa on 42 võrra vähem binoomi

$$(\sqrt[5]{x^3} + x^{-3} \cdot \sqrt{x^{-1}})^p$$

astendajast p, mille arendi seitsmendas liikmes esineb täht x üheksandas astmes.

Keskkooli kümnendais klassides antud ülesandeid (1538—1551).

1538. a tonni terade mahalaadimiseks palgati teatud hulk töölisi. Et tööle ilmus b inimest rohkem kui palgati, siis tuli igal töölisel maha laadida c tonni vähem. Mitu töölist töötas terade mahalaadimisel?

2) binoomi $(x^2-1)^n$ arendi kolmanda liikme koefitsient on 496. Leida arendi kaheksas liige.

3) Missuguse a väärtuse puhul võrrandi $(a+3)x^2+(2a+3)x+a+5=0$ lahendid on imaginaarsed?

4) Teostada näidatud tehted:

$$\frac{\left(3\frac{1}{3}\cdot 6{,}6 + 2 : 12{,}75\right) : \left(\frac{2}{3}+\frac{16}{17}+\frac{31}{51}\right)}{\left(75 : 4\frac{1}{6} - 3\frac{9}{23}\cdot 3\right)\cdot\left(\frac{5}{18}+\frac{4}{15}+0{,}35\right)} + \frac{9\frac{1}{3} : \frac{28}{33}}{1{,}25 \cdot 5{,}6}.$$

1539. 1) Kaks brigaadi ehitasid linnade A ja B vahelist raudteed, mille pikkus S kilomeetrit. Esimene brigaad algas tööd linnast A ja ehitas päevas teed m kilomeetrit rohkem teisest, kes algas tööd linnast B. Töö lõpetamisel osutus, et mõlemad brigaadid olid ehitanud ühepalju. Mitu kilomeetrit teed ehitas kumbki brigaad päevas, kui teine brigaad töötas t päeva rohkem esimesest?

2) Missuguste x reaalsete väärtuste puhul murd $\frac{2x^2-3x-459}{x^2+1}$ on suurem kui 1?

3) Arvutada:

$$\left(\sqrt{-4} + \frac{1}{\sqrt{-9}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{-4}} + \sqrt{-9}\right)^2.$$

4) Teostada näidatud tehted:

$$\frac{2605{,}665 : 81{,}3 - \left(8\frac{37}{72} + 6\frac{41}{96} + 2\frac{3}{8} \cdot 6{,}125\right) : 23\frac{85}{144}}{\left(18{,}9 - 16\frac{13}{20}\right) \cdot \frac{8}{9} + 54549 : 418 - 90\,\frac{3}{5} \cdot 1{,}25}$$

ja veenduda, et saadud tulemus on vähem kui $\sqrt{2{,}581}$.

1540. 1) Töökoda valmistas S rubla eest teatud hulga ühesuguseid detaile. Kui ühe detaili omahinda alandada p kopika võrra, siis sama summa eest valmistaks töökoda n detaili rohkem kui varem. Mitu detaili valmistas töökoda?

2) Binoomi $\left(x\sqrt[4]{x} + x^{-\frac{1}{2}}\right)^m$ arendis leida liige, milles esineb x^3, kui arendi paarituarvulistel kohtadel seisvate liikmete koefitsientide summa on 128.

3) Missuguste m väärtuste puhul võrrandi $(2m-5)x^2 - 4(m-1)x + 3m = 0$ lahendid on reaalsed ning võrdsed?

4) Teostada näidatud tehted:

$$\frac{\left(6\frac{4}{15} + 2\frac{8}{21} : 13\frac{8}{9} - 3\frac{2}{5} \cdot 1\frac{3}{4}\right) \cdot 1\frac{1}{41}}{432{,}377 : 25{,}3 + 2{,}582 - 4{,}03 \cdot 2\frac{2}{5}} + \left(\frac{18}{25} - 0{,}39\right) : \frac{33}{50}.$$

1541. 1) Kaks elevaatorit võtavad vastu teri. Esimene suudab vastu võtta tunnis k tonni rohkem teisest. Leida, mitu tonni teri võtab vastu tunnis kumbki elevaator, kui m tonni terade vastuvõtuks esimesel kulub t tundi vähem kui teisel.

2) Lahendada võrrand:

$$\log\sqrt{5x-4} + \log\sqrt{x+1} = 2 + \log 0{,}18.$$

3) Lahendada võrratusesüsteem:

$$\begin{cases} 9 + \dfrac{4x-11}{7} < \dfrac{x-3}{5} \\ (2+x)^2 + 8x^2 < (3x-1)^2 - 12 \end{cases}$$

4) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} y^{x^2+7x+12} = 1 \\ x + y = 6 \end{cases}$$

1542. 1) Kahest linnast väljusid kaks rongi. Esimene rong sõitis n kilomeetrit, teine m kilomeetrit. Esimese rongi kiirus on a kilo-

meetrit tunnis suurem teise kiirusest. Leida kummagi rongi kiirus, kui esimene rong kulutas oma tee läbimiseks t tundi vähem teisest.

2) Binoomi $\left(\sqrt[7]{a^{-1}}-a^{-\frac{2}{35}}\sqrt[5]{a^2}\right)^m$ arendi kolmanda liikme koefitsient on 35 võrra suurem arendi teise liikme koefitsiendist. Leida arendi liige, milles a esineb esimesel astmel.

3) Leida, missuguste k väärtuste puhul võrrandisüsteemil

$$\begin{cases} 2x-1{,}5y=3 \\ -5x+ky=8 \end{cases}$$

on negatiivsed lahendid?

4) Teostada näidatud tehted:

$$\frac{\left(13\frac{1}{42}-7\frac{11}{18}+2\frac{5}{6}:1\frac{2}{15}\right)\cdot 2\frac{22}{997}-403{,}138:33{,}4}{1\frac{5}{8}+16{,}175-\left(0{,}652+7\frac{1}{5}\cdot 2{,}34\right)}.$$

1543. 1) Kolhoosis ühelt maatükilt saadi a tsentnerit nisu. Nisusaak teiselt maatükilt oli kõrgem, ja seepärast saadi niisama palju nisu pindalalt, mis oli m ha vähem esimesest maatükist. Mitu tsentnerit nisu saadi kummagi maatüki 1 hektarilt, kui saak teise maatüki igalt hektarilt oli b tsentnerit suurem kui esimese maatüki igalt hektarilt?

2) Lahendada võrratusesüsteem:

$$\begin{cases} 8(3x-2)-7x-5(12-3x)<13x \\ 20<\frac{2}{3}(7x-10)-\frac{1}{2}(50-x) \end{cases}$$

3) Leida h nii, et jagamine $(x^5+2x+h):(x-3)$ oleks teostatav jäägita.

4) Lahendada võrrand:

$$x^6-1=0.$$

1544. 1) Kahest linnast, mille vahemaa on S kilomeetrit, liiguvad ühtlaselt teineteisele vastu kaks autot. Esimene auto väljus a tundi hiljem teisest, ja nad kohtusid poolel teel. Mitu kilomeetrit sõitis tunnis kumbki auto, kui on teada, et esimene sõitis tunnis b kilomeetrit rohkem kui teine?

2) Leida binoomi $\left(\frac{x}{\sqrt{x}}+\sqrt[4]{\frac{1}{x^3}}\right)^n$ arendi liige, mis sisaldab $x^{6,5}$, kui arendi kümnendal liikmel on suurim koefitsient.

3) Lahendada võrratus:

$$2x^2-7x-49>0.$$

4) Teostada näidatud tehted:

$$\left[\left(31\frac{163}{275}\cdot 1\frac{7}{48}-29{,}5\right)-\left(101\frac{37}{175}:17{,}28+213\frac{34}{35}:1497{,}8\right)\right]\cdot 0{,}01+$$
$$+7{,}08\cdot 8{,}05-3{,}6:0{,}45.$$

1545. 1) Kaks turisti väljuvad üheaegselt teineteisele vastu linnadest A ja B ning kohtuvad t tunni pärast peale nende väljumist. Mis ajaga kumbki turist võib ära käia vahemaa AB, kui punktist B väljuval turistil kulub selleks a tundi vähem kui punktist A väljuval turistil?

2) Leida, missuguste a väärtuste puhul võrrandil $\frac{4}{3x-a}=\frac{5}{ax-2}$ on positiivne lahend.

3) Leida hulkliikme $2x^4-5x^3+px^2-6x+8$ koefitsient p nii, et selle hulkliikme jagamisel summaga $x+2$ tekiks jääk 12.

4) Missuguste x ja y reaalsete väärtuste puhul kehtib järgmine võrdus:

$$\frac{x-2}{1-i}+\frac{y-3}{1+i}=1-3i?$$

1546. 1) Punktide A ja B vaheline kaugus on S kilomeetrit, kusjuures $\frac{2}{3}$ sellest vahemaast moodustab asfalteeritud maantee. Viimasel on auto kiirus tunnis v kilomeetrit suurem kui ülejäänud teel, mis sillutamata. Leida auto kiirus asfalteeritud maanteel ja sillutamata teel, kui kogu vahemaa AB auto sõidab t tunniga.

2) Tõestada, et

$$\left(\frac{-1+\sqrt{-3}}{2}\right)^3+\left(\frac{-1-\sqrt{-3}}{2}\right)^3=2.$$

3) Lahendada võrratusesüsteem:

$$\begin{cases}\dfrac{3x-1}{5}-\dfrac{13-x}{2}>\dfrac{7x}{3}-\dfrac{11(x+3)}{6}\\[2ex] \dfrac{2x+7}{3}<\dfrac{3x+5}{7}+8+\dfrac{10-3x}{5}\end{cases}$$

4) Arvutada:

$$\left[9^{-\frac{1}{4}}+(3\sqrt{3})^{-\frac{4}{3}}\right]\cdot\left[9^{-\frac{1}{4}}-(3\sqrt{3})^{-\frac{4}{3}}\right].$$

1547. 1) Kaks turisti väljuvad üheaegselt teineteisele vastu, esimene kohast A ja teine kohast B, ning pärast kohtumist jätkavad

teekonda sama kiirusega. Teise turisti kiirus tunnis on a kilomeetrit suurem esimese omast. Esimene turist saabub kohta B m tunni pärast ja teine kohta A n tunni pärast peale nende kohtumist. Leida kummagi turisti kiirus.

2) Lahendada graafiliselt võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 2y-x=5 \\ xy=12 \end{cases}$$

3) Tõestada, et ühe võrra suurendatud nelja järjestikuse täisarvu korrutis on alati mingi täisarvu ruut.

4) Lahutada tegureiks:

$$x^3+5x^2+3x-9.$$

1548. 1) Kaks tööliste brigaadi pidid tegema teatud töö. Esimene brigaad algas tööd üksi ja töötas n päeva, siis teine brigaad lõpetas ülejäänud osa tööst m päevaga. Mitme päevaga kumbki brigaad üksi töötades võiks teha kogu töö, kui teisel brigaadil kulub selleks t päeva rohkem kui esimesel?

2) Tõestada samasus:

$$\frac{1}{1\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 5}+\frac{1}{5\cdot 7}+\ldots+\frac{1}{(2n-1)(2n+1)}=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2n+1}\right).$$

3) On antud hulkliige $3x^3-2x^2-ax+b$. Missugused peavad olema a ja b arvulised väärtused, et hulkliikme jagamisel summaga $x+1$ tekiks jääk 6 ja jagamisel vahega $x-1$ tekiks jääk (-2)?

4) Lahendada võrrand:

$$x^6-28x^3+27=0.$$

1549. 1) Olemasoleva summa n rubla eest võib osta teatud hulga kilogramme esimest sorti kaupa. Kui selle sordi kauba asemel osta teist sorti kaupa, hinnaga b rubla odavamalt kilogramm, siis saab seda osta a kilogrammi rohkem, kusjuures olemasolevast summast jääb kulutamata c rubla. Mitu kilogrammi esimest sorti kaupa saab osta n rubla eest?

2) Teostada näidatud tehted:

$$\left(\frac{1-\sqrt{-1}}{2+\sqrt{-1}}-\frac{4+\sqrt{-4}}{2-\sqrt{-4}}+\frac{9-\sqrt{-9}}{3+\sqrt{-9}}\right)\cdot(1{,}4+8{,}2i).$$

3) Missuguste x väärtuste puhul murd $\frac{3x^2-x-4}{x^2+1}$ on vähem kui 2?

4) Missuguse k väärtuse puhul hulkliige $x^2+2(k-9)x+k^2+3k+4$ on täisruut?

1550. 1) Mootorpaat sõitis mööda jõge punktist A punkti B pärivoolu S kilomeetrit ja pöördus tagasi punkti A. p kilomeetrit enne punkti A jõudmist paat peatus. Sõiduks punktist A punkti B ja tagasi kuni peatuseni kulus tal t tundi. Leida paadi omakiirus (kiirus seisvas vees), kui jõe voolu kiirus on a kilomeetrit tunnis.

2) Leida, missuguste a väärtuste puhul võrrandil

$$\frac{2a+x}{3}=\frac{5ax+1}{4}$$

on negatiivne lahend.

3) Kombinatsioonide arv n elemendist kolmekaupa suhtub variatsioonide arvuga $n+2$ elemendist neljakaupa nagu 1 : 90. Leida n.

4) Leida x, kui

$$\frac{(17{,}125+19{,}38:x)\cdot 0{,}2+3\frac{1}{12}:2\frac{1}{18}}{\left(5\frac{17}{32}-4\frac{11}{27}:2+2\frac{1}{4}\cdot 1\frac{3}{8}\right):27{,}74+\frac{7}{9}}=6{,}48.$$

1551. 1) Kaks tööliste brigaadi paigutasid raudteetammil liipreid kohale. Esimene brigaad töötas t päeva rohkem kui teine ning pani liipreid paigale S kilomeetri pikkusel raudteetammil. Teine brigaad pani päevas liipreid kohale m kilomeetrit tammi pikemale osale kui esimene. Kogu tööaja kestel teine brigaad asetas liipreid kohale n kilomeetri võrra vähem kui esimene. Kui pikale tee osale paigutas liipreid kumbki brigaad päevas?

2) Leida hulkliikmes $3x^5-4x^3+5x^2+7x+a$ vaba liige a nii, et see hulkliige jaguks jäägita summaga $x+1$.

3) Leida, missuguste a väärtuste puhul murd $\frac{5a-4}{6-a}$ on suurem kui 1.

4) Leida x proportsioonist:

$$(2\sqrt{7-x}):\left(0{,}6\sqrt[3]{\frac{1}{3}}\right)=(10\sqrt[4]{1{,}5}):\left(0{,}25\sqrt[4]{216\sqrt[3]{9}}\right).$$

NSV Liidu kõrgemais õppeasutustes vastuvõtueksamil antud ülesandeid (1552—1583).

1552. 1) Leida kaks arvu, kui on teada, et esimese arvu jagamisel 3-ga ja teise arvu jagamisel 5-ga saadud jagatiste vahe on

6; kui esimene arv jagada teisega, siis saame jagatiseks teise arvu viiendiku ja jäägi 4.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{\sqrt{x\sqrt[4]{x^2\sqrt{x^3}}}}{\sqrt{x^3\sqrt{x^2\sqrt{x}}}}\cdot\sqrt{\sqrt{\sqrt{x-1}}}.$$

Lahendada võrrand:

$$\frac{x\sqrt{x-1}}{\sqrt{x^2-1}}-\frac{\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x+1}}=4.$$

1553. 1) Leida geomeetriline ahelproportsioon, teades, et selle äärmiste liikmete summa on ühe võrra suurem keskmiste liikmete korrutisest ja võrdetegur on $\frac{1}{3}$.

2) Lahendada võrrand:

$$9^{\log_{25}x^2}+\log_{\frac{1}{2}}2\sqrt{2}=\frac{1}{2}\left(9^{\log_{25}x+1}-9^{\log_{25}x}\right).$$

3) Lihtsustada:

$$\frac{b^{\frac{1}{2}}}{1+a^{\frac{1}{2}}}:\left[\frac{\sqrt{b}-\frac{a}{(ab)^{-0,5}}}{1-a}-\sqrt{ab}\right]+\frac{a}{b}\left(-3\frac{3}{8}\right)^{-\frac{1}{3}}.$$

1554. 1) Kell 13.00 väljus rong jaamast A jaama B poole. Kell 19.00 pidi ta peatuma, sest tee oli lume tõttu ummistunud. Kahe tunniga õnnestus tee puhastada, ja et tasa teha hilinemine, suurendas vedurijuht ülejäänud tee osas rongi kiirust 20% võrra, mistõttu rong saabus jaama B ainult ühetunnise hilinemisega.

Järgmisel päeval rong, mis sõitis jaamast A jaama B sama sõiduplaani järgi, sattus lumeummistusse 150 kilomeetrit kaugemal jaamast A kui esimene rong. Seisnud kaks tundi, sõitis ta edasi samuti 20% suurema kiirusega kuni peatuseni, kuid hilines $1\frac{1}{2}$ tundi. Kui pikk on A ja B vahemaa?

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases}\log x+\log y=2\\ x-y=15\end{cases}$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{\sqrt{a+x}+\sqrt{a-x}}{\sqrt{a+x}-\sqrt{a-x}}=\sqrt{b}.$$

1555. 1) Kaks keha, liikudes ühes ja samas suunas ringjoont mööda, kohtuvad iga 56 minuti pärast. Kui nad liiguksid sama kiirusega vastupidises suunas, kohtuksid nad iga 8 minuti pärast.

Kui vastassuunas liikumise puhul mingil ajamomendil kehadevaheline kaugus mööda ringjoont on 40 m, siis 24 sekundi pärast on see vahemaa 26 m. Mitu meetrit läbib kumbki keha minutis ja milline on ringjoone pikkus?

2) Leida x, kui

$$\log_a 100=4\log_x 10.$$

3) Võrrandi $x^2-3ax+a^2=0$ lahendid x_1 ja x_2 rahuldavad seost $x_1^2+x_2^2=1{,}75$. Leida a suurus.

1556. 1) Kaks punkti A ja B liiguvad mööda ringjoont, mille pikkus on 3 m. Punkt A läbib 3 m tunnis ja punkt B 1 m tunnis. Punkt B liigub kogu aja ühes ja samas suunas, punkt A aga, niipea kui läheneb punktile B 1 m kauguseni, muudab oma liikumise suuna vastupidiseks. On teada, et mõlemad punktid väljusid üheaegselt ringi diameetri erinevaist otspunktidest ja algasid liikumist ühes ning samas suunas. Leida, mitme tunni pärast, arvates liikumise algusest, jõuab punkt A esimest korda oma esialgsesse asendisse ja mitme tunni pärast teiskordselt.

2) Arvutada logaritmide tabeli abita: $x=100^{1-\log\frac{5}{2}}$.

3) Ruutvõrrandi $x^2+px+12=0$ lahendid x_1 ja x_2 rahuldavad seost $x_1-x_2=1$. Leida koefitsient p.

1557. 1) Tööpingi A tootlikkus on m korda vähem kui tööpinkide B ja C tootlikkus kokku. Tööpingi B tootlikkus on n korda vähem tööpinkide A ja C summaarsest tootlikkusest. Leida, mitu korda tööpingi C tootlikkus on vähem tööpinkide A ja B tootlikkusest kokku.

2) Lahendada võrrand:

$$\log_{16} x+\log_4 x+\log_2 x=7.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^2+y^2=\frac{5}{2}xy \\ x-y=\frac{1}{4}xy \end{cases}$$

1558. 1) Postiljon, minnes punktist A läbi punkti B punkti C, käis punktist A punkti B 3,5 km tunnis ja punktist B punkti C 4 km tunnis. Et jõuda sama teed mööda punktist C tagasi punkti A sama ajaga, oleks pidanud ta käima 3,75 km tunnis. Kuid jõudnud tagasiteel punkti B, peatus ta selles punktis 14 minutit ja seepärast, et jõuda ettenähtud ajaks tagasi punkti A, tuli tal käia punktist B punkti A 4 km tunnis. Leida A ja B ning B ja C vaheline kaugus.

2) Lahendada võrrand:

$$\log_a x - \log_{a^2} x + \log_{a^4} x = \frac{3}{4}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 3x^2 - 2xy + 5y^2 - 35 = 0 \\ 5x^2 - 10y^2 - 5 = 0 \end{cases}$$

1559. 1) Kolm positiivset arvu, mille summa on 15, moodustavad aritmeetilise progressiooni. Kui nende arvudega liita vastavalt 1, 4 ja 19, siis saadud arvud moodustavad geomeetrilise progressiooni. Leida need arvud.

2) Lahendada võrrand:

$$\log_{z^2}(x^2 - 2ab) + \log_z(x^2 - 2ab) = 3,$$

kui $z = \sqrt{a^2 + b^2}$.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 6y^2} = 2 + x \\ 3x + 4y = 23 \end{cases}$$

1560. 1) Et n päevaga valmistada m detaili, tuleks nende valmistamiseks rakendada kas a kõrge kvalifikatsiooniga töölist või b keskmise kvalifikatsiooniga töölist. p päevaga q detaili valmistamiseks oli võimalik rakendada ainult c kõrge kvalifikatsiooniga töölist. Mitu keskmise kvalifikatsiooniga töölist tuleb veel rakendada, et lõpetada töö nõutavaks ajaks?

2) Lahendada võrrand:

$$\log (3x-4)^2 + \log (2x-4)^2 = 2.$$

3) Leida võrrandisüsteemi kõik lahendid:

$$\begin{cases} x^2 + 3 = 2xy \\ 6x^2 - 11y^2 = 10 \end{cases}$$

1561. 1) Tee punktist A punkti B tõuseb algul 3 km mäkke, siis on 5 km tasast ja lõpuks 6 km allamäge. Käskjalg väljus punktist A punkti B ja, käinud poole teed, leidis, et ta on maha unustanud ühe saadetise. Ta pöördus kohe tagasi ja jõudis 3 tunni 36 minuti pärast peale oma väljumist tagasi punkti A. Nüüd, väljunud punktist A teiskordselt, käis ta kogu tee punktini B 3 tunni 27 minutiga ja tagasi punkti A 3 tunni 51 minutiga. Missuguse kiirusega liikus käskjalg mäkke, tasast teed mööda ja allamäge, kui lugeda need kiirused jäävaiks?

2) Leida x võrrandist

$$a^{b^{x^c}} = A.$$

3) Mitu aritmeetilise progressiooni 5, 9, 13, 17. . . . liiget tuleb võtta, et saada summa 10 877?

1562. 1) Tee punktist A punkti B, mille pikkus 11,5 km, tõuseb algul mäkke, siis on tasane ja lõpuks läheb pärimäge. Jalakäija, käies punktist A punkti B, läbis kogu tee 2 tunni 54 minutiga ja tagasitee 3 tunni 0 minutiga. Mäkke käis ta 3 km tunnis, tasast teed mööda 4 km tunnis ja pärimäge 5 km tunnis. Kui pikk on tee tasane osa?

2) Lahendada võrrand:

$$\log_a \{a \log_b [b \log_c x]\} = 1.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^3 - y^3 = 19(x-y) \\ x^3 + y^3 = 7(x+y) \end{cases}$$

1563. 1) Arv a on mingi kolme arvu aritmeetiline keskmine, b — nende ruutude aritmeetiline keskmine. Avaldada a ja b kaudu nende arvude kahekaupa koostatud korrutiste aritmeetiline keskmine.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_4 x - \log_2 y = 0 \\ x^2 - 5y^2 + 4 = 0 \end{cases}$$

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x+a-b} = \sqrt{b}.$$

1564. 1) Tähistanud mingi aritmeetilise progressiooni esimese n_1 liikme, esimese n_2 liikme ja esimese n_3 liikme summa vastavalt s_1, s_2 ja s_3, näidata, et

$$\frac{s_1}{n_1}(n_2-n_3)+\frac{s_2}{n_2}(n_3-n_1)+\frac{s_3}{n_3}(n_1-n_2)=0.$$

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases}\log_a x+\log_a y+\log_a 4=2+\log_a 9\\ x+y-5a=0\end{cases}$$

3) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{\frac{1}{2}[(1+\sqrt{p})^5+(1-\sqrt{p})^5]-(p\sqrt{5}-1)^2}{2p}.$$

1565. 1) Paaritu arvude rida 1, 3, 5, 7, ... on jaotatud rühmadesse järgmiselt: esimeses rühmas on arv 1; teises rühmas kaks järgmist (3 ja 5), kolmandas rühmas kolm järgmist (7, 9 ja 11) jne. Tõestada, et iga rühma arvude summa võrdub selle rühma järjekorra numbrit kandva arvu kuubiga, näiteks, kolmanda rühma arvude summa on $7+9+11=27=3^3$.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases}\log_a\left(1+\frac{x}{y}\right)=2-\log_a y\\ \log_b x+\log_b y=4\end{cases}$$

3) Geomeetrilises progressioonis on antud: $a_{m+n}=A$ ja $a_{m-n}=B$. Leida a_m ja a_n.

1566. 1) Tõestada, et antud arvude a ja b aritmeetilise keskmise ja geomeetrilise keskmise vahe on vähem kui antud arvude vahe ruudu ja kahekordse vähema arvu jagatis.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases}\log_2 x+\log_4 y+\log_4 z=2\\ \log_3 y+\log_9 z+\log_9 x=2\\ \log_4 z+\log_{16} x+\log_{16} y=2\end{cases}$$

3) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{\frac{1}{a+b}+\frac{1}{a-b}}{2-\frac{a+b}{a-b}}\cdot\frac{1-\frac{2b}{a+b}}{1+\frac{a-b}{a+b}}.$$

1567. 1) Leida kaks arvu, mille summa, korrutis ja ruutude vahe on omavahel võrdsed.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_a x - \log_{a^2} y = \frac{3}{2} \\ \log_{b^2} x - \log_{b^2} y = 1 \end{cases}$$

3) Lahendada võrrand:

$$\frac{x-4}{\sqrt{x}+2} = x - 8.$$

1568. 1) Leida niisuguse üheksast liikmest koosneva geomeetrilise progressiooni esimene liige ja tegur, mille kahe äärmise liikme korrutis on 2304 ning neljanda ja kuuenda liikme summa on 120.

Lahendada võrrandisüsteemid:

2) $\begin{cases} \log_a t - \log_{a^2} s = 1 \\ \log_{b^2} t - \log_b s = 1 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} \left(\frac{x}{a}\right)^m \cdot \left(\frac{y}{b}\right)^n = c \\ \left(\frac{x}{b}\right)^n \cdot \left(\frac{y}{a}\right)^m = d \end{cases}$

1569. 1) Kahest punktist, mille vahemaa on d meetrit, liiguvad teineteisele vastu kaks keha. Kui esimene keha alustaks liikumist a minutit varem teisest, siis kohtuksid nad p minuti pärast peale teise liikumise algust. Kui aga teine alustab liikumist b minutit varem esimesest, siis kohtuksid nad q minuti pärast peale esimese liikumise algust. Leida kehade liikumiskiirused.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_a x + \log_{a^2} y = \frac{3}{2} \\ \log_{b^2} x + \log_{b^2} y = \frac{3}{2} \end{cases}$$

3) Leida aritmeetilise progressiooni:

$$(a+x)^2,\ (a^2+x^2),\ (a-x)^2,\ \ldots$$

n liikme summa.

1570. 1) Kahest sadamast, mille vahet on $2l$ meetrit, sõitsid teineteisele vastu kaks paati. Esimene väljus a minutit varem teisest ja läbis minutis b meetrit vähem kui teine. Paadid kohtusid poolel teel. Leida, mitu meetrit minutis sõitis teine paat ja kui kaua aja pärast peale väljumist kohtus ta esimesega?

2) Lahendada võrrand:

$$\log_a \{1 + n \log_b [k - m \log_c x]\} = 0.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} 2(x+y)=xy \\ xy+yz+zx=108 \\ xyz=180 \end{cases}$$

1571. 1) Linnad A ja B on teineteisest l kilomeetri kaugusel. Tonn sütt linnas A maksab a rubla, linnas B on ta aga p protsenti kallim. Söetonni vedu maksab q kopikat kilomeetrilt. Missuguses A ja B vahelises punktis on ühtviisi kasulik osta sütt nii linnast A kui linnast B?

2) Lahendada võrrand:

$$\log_a \{a \log_b [1+k \log_c (1+m \log_a x)]\}=1.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} a^3+a^2x+ay+z=0 \\ b^3+b^2x+by+z=0 \\ c^3+c^2x+cy+z=0 \end{cases}$$

1572. 1) Kaks keha, mis on teineteisest d meetrit kaugel, hakkavad (ühtlane liikumine) üheaegselt liikuma teineteisele vastu ja kohtuvad a sekundi pärast. Kui nad aga oleksid üheaegselt hakanud ühtlaselt liikuma niisama kiiresti kui enne, kuid ühes ja samas suunas, siis oleksid nad kohtunud b sekundi pärast. Leida kummagi keha kiirus.

2) Lahendada võrrand:

$$\log_4 \{2 \log_3 [1+\log_2 (1+3 \log_2 x)]\}=\frac{1}{2}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x+y+z=1 \\ ax+by+cz=d \\ a^2x+b^2y+c^2x=d^2 \end{cases}$$

1573. 1) Meteoroloogia jaama andmeil ööpäeva keskmine temperatuur ajavahemikul 8. kuni 19. juunini tõusis iga päev 0,5°. Keskmiseks temperatuuriks (s. o. kõigi 12 vaatluse aritmeetiline keskmine) sel ajavahemikul oli 18,75°. Missugune oli ööpäeva keskmine temperatuur 15. juunil?

2) Lahendada võrrand:

$$\log_a \{1+\log_b [1+\log_c (1+\log_p x)]\}=0.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^2+y^2=z^2 \\ xy+yz+zx=47 \\ (z-x)(z-y)=2 \end{cases}$$

1574. 1) Punktidest A ja B väljuvad üheaegselt teineteisele vastu kaks rongi. Nad kohtuvad punktis C, mis on punktile A lähemal a kilomeetrit kui punktile B. Rong, mis sõidab punktist A, saabub p tunni pärast punkti B, ja rong, mis sõidab punktist B, saabub punkti A peale nende kohtumist q tunni pärast. Leida punktide A ja B vahemaa.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_x ay=p \\ \log_y bx=q \end{cases}$$

3) Kirjutada $\left(y^2+\frac{c^3}{y}\right)^{14}$ arendi selle liikme koefitsient, milles y esineb esimeses astmes.

1575. 1) On olemas kolm sulamit: esimeses iga 3 g kulla kohta tuleb 2 g hõbedat ja 1 g vaske, teises samad metallid on segatud suhtes 4 : 3 : 5, kolmas sisaldab kulda kaalult kaks korda rohkem kui hõbedat ja vaske kokku. Mitu grammi tuleb võtta iga sulamit, et saada sulamitükk, milles oleks 12 g kulda, 7 g hõbedat ja 5 g vaske?

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} \log_{xy} (x-y)=1 \\ \log_{xy} (x+y)=0 \end{cases}$$

3) Leida geomeetrilise progressiooni liige a_p, kui on teada, et $a_m=M$ ja $a_n=N$.

1576. 1) Tehase A tootlikkus moodustab 40,96% tehase B tootlikkusest. Tehase A aastatoodangu juurdekasvu protsentide arv on 30 võrra suurem tehase B toodangu juurdekasvu protsendi arvust. Kui suur on tehase A aastatoodangu juurdekasvu protsent, kui tehas A neljandal töötamisaastal toodab niisama palju kui tehas B?

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left(x^{\frac{1}{m}}+x^{\frac{1}{n}}\right)^2-4a^2x^{\frac{1}{m}+\frac{1}{n}},$$

kui

$$x=\left(a+\sqrt{a^2-1}\right)^{\frac{2mn}{m-n}}.$$

3) Lahendada võrrand $C_x^4=5$, kus C_n^m tähendab kombinatsioonide arvu n elemendist m-kaupa.

1577. 1) Pesemata «kullaliiv» sisaldab k protsenti puhast kulda. Pärast «kullaliiva» iga pesemist eemaldub sellest p protsenti temas sisaldavaist segudest ja läheb kaotsi q protsenti liivas olevast kullast. Mitu pesemist tuleb toimetada, et «kullaliivas» sisalduva puhta kulla protsent ei oleks vähem kui r?

2) Lihtsustada avaldis:

$$(x^{-1}+a^{-1})(x+a)^{\frac{1}{n}}-b^{-1}x^{\frac{1}{n}},$$

kui

$$x=ab^{\frac{n}{n+1}}\left(a^{\frac{n}{n+1}}-b^{\frac{n}{n+1}}\right)^{-1}.$$

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} xy+xz=a^2 \\ yz+yx=b^2 \\ zx+zy=c^2 \end{cases}$$

1578. 1) Jääva rõhu all olev gaas, mille hulk on a kuupmeetrit, juhitakse järjest läbi n filtri, millest igaüks neelab gaasis sisalduvaid lisandeid p protsenti (filtrisse juhitava) gaasi üldmahust. Hiljem juhitakse gaas reservuaari, milles on b kuupmeetrit gaasi (sama rõhu all), mis sisaldab g protsenti (mahu järgi) lisandeid. Missugune gaasi lisandite protsent on lubatav enne selle puhastamist, kui reservuaaris saadav gaasisegu võib sisaldada kuni r protsenti lisandeid?

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left[\frac{(x^2+a^2)^{-\frac{1}{2}}+(x^2-a^2)^{-\frac{1}{2}}}{(x^2+a^2)^{-\frac{1}{2}}-(x^2-a^2)^{-\frac{1}{2}}}\right]^{-2},$$

kui

$$x=a\left(\frac{m^2+n^2}{2mn}\right)^{\frac{1}{2}},$$

kusjuures $a>0$, $n>m>0$.

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt[n]{a^k x^{n-k}}+\sqrt[n]{a^{n-k}x^k}=2\sqrt{bx},\ \text{kus } n>k>0.$$

1579. 1) Elanikkonna juurdekasvu keskmine protsent aastast aastasse jääb muutumatuks. Kui aastane juurdekasvu protsent suureneks k võrra, siis n aasta pärast elanikkonna arv oleks kaks korda suurem kui normaalseil tingimustel. Leida elanikkonna aastase juurdekasvu protsent.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left(x^{-2}+a^{-\frac{2}{3}}x^{-\frac{4}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}}+\left(a^{-2}+a^{-\frac{4}{3}}x^{-\frac{2}{3}}\right)^{-\frac{1}{2}},$$

kui

$$x=\left(b^{\frac{2}{3}}-a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}.$$

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt[n]{(x+1)^2}+\sqrt[n]{(x-1)^2}=4\sqrt[n]{x^2-1}.$$

1580. 1) Reservuaari, milles on A liitrit vett, valati toru kaudu algul a liitrit p-protsendilist (mahult) piirituselahust, segati ja siis valati teise toru kaudu välja niisama palju (s. o. a liitrit) tekkinud segu. Mitu korda tuleb korrata seda operatsiooni, et reservuaari saaks piirituse segu, mille kangus on mitte vähem kui q protsenti (mahult)?

2) Lihtsustada avaldis:

$$\frac{(m+x)^{\frac{1}{2}}+(m-x)^{\frac{1}{2}}}{(m+x)^{\frac{1}{2}}-(m-x)^{\frac{1}{2}}},$$

kui $x=\dfrac{2mn}{n^2+1}$, kusjuures $m>0$, $0<n<1$.

3) Lahendada võrrand:

$$\sqrt[n]{x^n+\sqrt{a^n x^{n^2}}}+\sqrt[n]{a^n+\sqrt{a^{n^2}x^n}}=b.$$

1581. 1) Võrrandi

$$x^3-6x^2+ax-6=0,$$

mille koefitsient a teadmata, üks lahend on 3. Leida selle võrrandi kaks teist lahendit.

2) Lihtsustada avaldis:

$$\left[\frac{(a-x)^{-\frac{1}{2}}(x+b)^{-\frac{1}{2}}+(a-x)^{-\frac{1}{2}}(x-b)^{-\frac{1}{2}}}{(a+x)^{-\frac{1}{2}}(x+b)^{-\frac{1}{2}}-(a-x)^{-\frac{1}{2}}(x-b)^{-\frac{1}{2}}}\right]^{-2},$$

kui $x=\sqrt{ab}$, kusjuures $a>b>0$.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x+y=10 \\ \sqrt[3]{x}+\sqrt[3]{y}=2{,}5\sqrt[6]{xy} \end{cases}$$

1582. 1) Tõestada, et võrrandil $\frac{a^2}{x}+\frac{b^2}{x-1}=1$ (kus a ja b on reaalarvud, mis ei võrdu üheaegselt nulliga) on ainult reaalsed lahendid.

2) Leida avaldise

$$(1-x^{-1})^{-2}+(1-x^{-1})^{-2}$$

väärtus, kui $x=(1-n^{-1})^{\frac{1}{2}}(1+n^{-1})^{-\frac{1}{2}}$, kus $n>1$.

3) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} x^a=y^b \\ \log_c\frac{x}{y}=\frac{\log_c x}{\log_c y} \end{cases}$$

1583. 1) Kolvis on algmomendil N bakterit. Iga tunni lõpuks bakterite arv suureneb p protsenti võrreldes nende hulgaga tunni algul; peale selle iga tunni lõpul võetakse kolvist annus, mis sisaldab $n(n<N)$ bakterit. Mitme tunni pärast bakterite arv kolvis ületab (pärast vastava annuse äravõtmist) kaks korda nende esialgse hulga? Selgitada tingimused, mille puhul ülesandel on lahend.

2) Lahendada võrrandisüsteem:

$$\begin{cases} (x-y)(x^2-y^2)=16 \\ (x+y)(x^2+y^2)=40 \end{cases}$$

3) Mitu ratsionaalset liiget on $(\sqrt{2}+\sqrt[4]{3})^{100}$ arendis?

Vastused[1].

I peatükk.

Ülesandeid õpitu kordamiseks ning süvendamiseks.

7. 1) $(m+1)^2(m^2-m+1)$; 2) $(n+1)(n-1)(n^2+n+1)$.

8. 1) $2y(3x^2+y^2)$; 2) $8xy(x^2+y^2)$. **9.** 3) $(a-4)(a+3)$;
4) $(m+5)(m-2)$; 5) $2(x+3)(x+2)$.

10. 1) $(m^2+n^2+mn)(m^2+n^2-mn)$;
2) $(x^4-x^2+1)(x^2+x+1)(x^2-x+1)$; 4) $(a+2)^2(a-1)$.

11. 1) $(a-1)(a^2+2a+2)$; 3) $n^2(n+1)^2(n^2-2n+2)$.

12. 2) $(c+1)(c+2)(c+5)$; 4) $(a+1)(a^2-a+1)(a^2+a+1)$.

13. 1) 0,25; 3) $-0{,}6$. **14.** 1) $-\frac{1}{2(3a+1)}$; 2) $\frac{2a}{a^2+a+1}$; 4) $\frac{a^2-ac+c^2}{3(ac+1)}$.

15. 2) $\frac{9}{x-y}$; 4) $\frac{1}{a+c}$. **16.** 1) 1,5; 2) $\frac{5}{42}$. **22.** 1) 5; 2) 7.
23. 1) 1; 2) 3.

24. 1) 3; 2) 2. **25.** 2) $\frac{ab}{a+b}$. **26.** 1) $\frac{3(n+1)}{4}$; 2) $\frac{a}{a+1}$.

27. 1) $\frac{m(a+b)}{a}$; 2) $\frac{2a+c}{3}$. **28.** 1) a^2+1. **40.** 1) 1; -1; 2) 5; 2,5.

41. 2) 19; -1. **42.** 1) 5; 7. **43.** 2; 1. **44.** 1) 8; 4. **45.** 1) $a+b$; $a-b$.

46. 1) $3m$; $-2n$. **47.** 2) $(a+b)^2$; $(a-b)^2$.

48. 1) m^3-n^3; m^3+n^3. **49.** p; $\frac{m}{n}$. **50.** 1) 6; 5; 2.

51. 2) 1; 3; 4; 2. **52.** 2) 9; 7; 5; 3; 1. **53.** 2) p; q; r.

54. 2) $2a$; $2a-b$; $a-b$; $2b$; $2b-a$.

---

[1] Ülesannete ja harjutuste vastustes ei ole näidatud tähtede lubatavaid väärtusi. Õpilased peavad määrama need ise ning täiendama vastust uurimise tulemustega.

Astmed ja juured.

212. 3) $b\sqrt[m]{ab^2c^{m-1}}$. **213.** 1) $6x\sqrt{3xy}$; 3) $\sqrt{abc}$. **214.** 2) $\frac{x}{2y}\sqrt[3]{12xy}$;

4) $2x^2y\sqrt{x^2+3y}$. **215.** 2) $\frac{2}{3}\sqrt[3]{a^2-b^2}$; 4) $\frac{1}{2}\sqrt[5]{9(9a-2b)}$.

216. 1) $x\sqrt[3]{x^2-y^2}$; 3) $a\sqrt{b}$. **217.** 1) $4b\sqrt[n]{ab^2}$; 2) $y^2\sqrt[n]{x^2y^2}$.

228. 1) $19\sqrt{2}$; 2) $15\sqrt{2}-3\sqrt{5}$; 3) $4\sqrt{10}-7\sqrt{6}$;

4) $4\frac{1}{4}\sqrt{2}+3\frac{1}{3}\sqrt{3}$.

229. 1) $8\sqrt{a}$; 2) $4\sqrt[3]{x}$; 3) $3\sqrt[4]{a}$; 4) $7\sqrt{x}-5\sqrt[3]{y}$.

230. 1) 243; 2) 36; 3) 15; 4) 2. **231.** 1) 1; 2) $9\sqrt{2x}$.

232. 1) $6\frac{1}{2}\sqrt{2}$; 2) 0. **233.** 1) $\frac{1}{2}\sqrt[3]{5}-\frac{2}{5}\sqrt[3]{25}$; 2) $\sqrt[3]{3}-\sqrt[3]{4}$.

234. 1) $-2\frac{1}{2}\sqrt[3]{3}$; 2) $1\frac{31}{60}\sqrt{6}$.

235. 1) $10ab\sqrt{7ab}$; 2) $2a^2(2+5b)\sqrt[3]{b}$.

236. 1) $(3-b)\sqrt[3]{a^2b}$; 2) $\frac{xy-x^3-x^4y^3+y^2}{x^2y^2}\sqrt[4]{x^2y^3}$.

237. 1) $4b\sqrt[3]{a}+(5a-2b)\sqrt{x}$; 2) $3{,}35\sqrt{6z}$.

238. 1) $2y$; 2) $2b$. **239.** 1) $2x\sqrt{2}+y-1$; 2) $2c\sqrt{x}$.

240. 1) $\frac{x^3-x^2y-xy^2+y^3-4x^2-4x^5+4x^3y^2}{4x^2(x^2-y^2)}\sqrt{2x(x+y)}$;

2) $\frac{1-x+x^2-x^3-x^4}{x(1-x^2)}\sqrt{x(1-x^2)}$.

241. 1) $\frac{a-x}{a+x}\sqrt{a^2-x^2}$; 2) 0. **242.** 1) 114,4; 2) 7. **243.** 1) 9; 2) 15.

251. 1) -39; 2) $12-18\sqrt{2}+16\sqrt{3}$.

252. 1) $14a^4-12a^3-8a^2$; 2) $ab+2b-a+1$.

253. 1) $\frac{a^3(bn-b^3m+am)}{m}$; 2) $8x^3y\sqrt[3]{y}-10xy^2\sqrt[3]{x^2y^2}+2x^2y^3\sqrt[3]{x}$.

254. 1) $3+\sqrt{6}+\sqrt{10}+\sqrt{15}$; 2) $19\sqrt{2}$.

255. 1) $6a^2+5a\sqrt{x}-6x$; 2) $m^2-n+(m-1)\sqrt{mn}$.

256. 1) 9; 2) 9. **257.** 1) $\frac{7+\sqrt{3}}{6}$; 2) $\frac{17+7\sqrt{2}}{12}$;

3) $\frac{6\sqrt{2}+5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{15}$; 4) $\frac{13-3\sqrt{6}-4\sqrt{5}}{24}$.

258. 1) 4; 2) 16; 3) 25; 4) 16.

259. 1) $4\sqrt{6}-8\sqrt{3}$; 2) 24; 3) 8; 4) 4.

261. 1) a^2-3; 2) $a-x$; 3) 2; 4) 2.

262. 1) a; 2) $2b$; 3) 1; 4) $1-2x$. **265.** 1) 9; 2) 10.

272. 1) $1+\sqrt{2}-\sqrt[3]{3}-\sqrt[6]{72}$; 2) $\sqrt{6}-\sqrt[6]{243}+\sqrt[6]{32}-\sqrt[3]{6}$.

275. 1) $x-\frac{1}{2}x\sqrt[6]{x}-3x\sqrt[3]{x}+\frac{3}{2}x\sqrt{x}$;

2) $a^2\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{a^5}-a^3\sqrt[4]{a}-a\sqrt[12]{a^{11}}$;

4) $4\sqrt[12]{x^7y^{10}}+y\sqrt[12]{x^5}+3y\sqrt[12]{x^4y}-8xy-2y\sqrt[6]{x^5y}-6y\sqrt[4]{x^3y}$.

284. 1) 30; 2) $16\sqrt{5}$; 4) $2\frac{1}{4}-\sqrt[3]{9}$.

285. 1) $x+y$; 2) $a-b$; 3) $1-\sqrt{\frac{1}{2}}$; 4) $n+1$.

286. 1) $\sqrt{x}-\sqrt{y}$; 2) $a+b-\sqrt{ab}$.

287. 1) $\sqrt{3}(\sqrt{2}+1)$; 2) $\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{2})$; 3) $\sqrt{7}(\sqrt{3}+\sqrt{2})$.

288. 1) $\sqrt{a}(\sqrt{b}-\sqrt{c})$; 3) $\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})$.

289. 1) $\sqrt{5}(\sqrt{5}+1)$; 2) $\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$; 3) $\sqrt{a}(\sqrt{a}+1)$.

290. 1) $\sqrt{a+b}(\sqrt{a+b}+1)$; 2) $\sqrt{a+b}(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})$.

291. 1) $(\sqrt{a}+\sqrt{b})(\sqrt{x}-\sqrt{y})$; 2) $(\sqrt{x}+y)(x-y)$;

3) $(\sqrt{x}+3)(\sqrt{x}+1)$; 4) $(\sqrt{a}+4)(\sqrt{a}+1)$.

292. 1) $\frac{1}{7}\sqrt{21}$; 2) $\frac{1}{2}\sqrt{5}$; 3) $\frac{\sqrt{ab}}{b}$; 4) $\frac{\sqrt[3]{a^2xy}}{a}$.

293. 1) $\sqrt[3]{2m}-\sqrt[3]{3n}$; 2) $\sqrt[3]{5a}+\sqrt[3]{4b}$; 3) $\sqrt[3]{xy}-\sqrt[3]{2y^2}$;

4) $x-\sqrt{2xy}$. **294.** 1) 25; 2) 0; 3) 1; 4) 6.

299. 1) $\frac{2}{3}\sqrt[4]{a-b}$; 3) $2a\sqrt{b}$; 4) $a\sqrt[3]{a^2x}$. **300.** 1) $8-3\sqrt[6]{32}$;

2) $10\sqrt[3]{3}+5\sqrt[6]{3}$; 4) $\frac{3}{2}\sqrt[6]{18}-\sqrt[12]{648}+\frac{4}{3}\sqrt{3}$.

301. 1) $4\sqrt[3]{m}-3\sqrt[4]{m}-6\sqrt[6]{m}$; 2) $a\sqrt[6]{xy}+a^2-a^3\sqrt[6]{xy^2}$;

3) $\frac{1}{ab^2}\sqrt[6]{a^2b}-6ab^3\sqrt{a}+\frac{b}{a^2}\sqrt[24]{a^8b}$.

302. 1) $x\sqrt{3xy}-x\sqrt[4]{12xy^3}+2xy$;

3) $\sqrt{ax}+2\sqrt[3]{a^2x}$; 4) $\sqrt{ax}+2\sqrt[3]{a^2x}$.

303. 1) $ax\sqrt[3]{ax}-x\sqrt[12]{a^6x^{11}}$; 2) $\sqrt[4]{b^3}-3\sqrt[4]{ab^2}+2\sqrt[4]{a^2b}$;

3) $5\sqrt[3]{a}-9\sqrt{a}-7\sqrt[12]{a^5}$; 4) $\sqrt[4]{a}+3\sqrt[8]{ab}+\sqrt[4]{c}$.

322. 1) $38-12\sqrt{10}$; 2) $48{,}5+4\sqrt{6}$; 3) 27; 4) $15\frac{1}{8}$.

323. 1) 49; 2) 4; 3) 4; 4) 9.

324. 1) $2-4\sqrt[6]{2}+2\sqrt[3]{2}$; 2) $3-3\sqrt[6]{3}+\frac{3}{4}\sqrt[3]{3}$;

3) $\sqrt[3]{a^2}+2\sqrt[6]{a^5}+a$; 4) $a^2\sqrt[3]{b^2}-2ab\sqrt[3]{ab}+b\sqrt[3]{a^2}$.

325. 1) $11+6\sqrt{2}+4\sqrt{3}+2\sqrt{6}$; 2) $4-2\sqrt{3}$;

3) $36\frac{1}{2}+3\sqrt{2}-8\sqrt{3}-8\sqrt{6}$; 4) $405-100\sqrt{2}+60\sqrt{3}-150\sqrt{6}$.

326. 1) 14; 2) 2; 3) 26; 4) 4.

327. 1) $4+2\sqrt{11}$; 2) $2\sqrt{6}-4$; 3) $4\sqrt{3}-4$; 4) $8\sqrt{2}+4$.

328. 1) $2a+2\sqrt{a^2-b}$; 2) $13x-10\sqrt{y}-12\sqrt{x^2-4y}$;

3) $6+2\sqrt{3+2\sqrt{5}}$.

330. 1) $3\sqrt{2}-4$; 2) $4+2\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}$; 3) $6+2\sqrt{10}-4\sqrt[4]{90}$;

4) $3+3\sqrt{5}+6\sqrt[4]{5}$.

331. 1) $x+x\sqrt[3]{x}+2x\sqrt[6]{x}$; 2) $2abc+ac\sqrt[3]{ab^2c}+b\sqrt[3]{a^2bc^2}$;

3) $\frac{xy}{4}\sqrt{xy}-\frac{2}{3}xy+\frac{4}{9}\sqrt{xy}$.

332. 1) $10+6\sqrt{3}$; 2) $15\sqrt{6}-21\sqrt{3}$; 3) $11\sqrt{2}+9\sqrt{3}$;

4) $3\frac{8}{9}\sqrt{3}-19\sqrt{15}$.

333. 1) $10a\sqrt{a}-6a\sqrt{3a}$; 2) $x^2(x^2+6)\sqrt{x}-x(3x^2+2)\sqrt{2x}$;

3) $a^2+a+3a\sqrt[3]{a^2}+3a\sqrt[3]{a}$; 4) $27m^2-9m\sqrt[3]{m^2}+m\sqrt[3]{m}-\frac{1}{27}m$.

341. 1) $\sqrt[4]{\frac{x}{y}}$; 2) $\sqrt[3]{\frac{m}{n}}$; 3) $\sqrt[8]{a^3}$; 4) $\sqrt[4]{\frac{a+b}{a-b}}$.

342. 1) $\sqrt[8]{128}$; 2) $\sqrt[12]{2187}$; 3) $\sqrt[8]{\frac{1}{128}}$; 4) $\sqrt[8]{\frac{1}{5^7}}$.

343. 1) $\sqrt[8]{a^7}$; 2) $\sqrt{m}$; 3) $\sqrt[24]{x^{23}}$; 4) $\sqrt[24]{a^{19}}$.

344. 1) $\sqrt[8]{\frac{m^3}{n^3}}$; 2) $\sqrt[6]{\frac{a^4}{b^3}}$; 3) 1; 4) $\frac{1}{x}\sqrt[4]{ax}$.

348. 1) $\sqrt[3]{2}$; 2) $\sqrt[3]{5}$; 3) $\sqrt[3]{9}$; 4) $\frac{1}{5}\sqrt[3]{7}$. **349.** 1) $\sqrt[3]{a}$; 4) $n\sqrt[4]{n}$.

350. 1) $3\sqrt{3}$; 2) $\sqrt[4]{5}$; 3) $\frac{\sqrt[5]{9}}{3}$; 4) $8\sqrt{2}$.

351. 1) $\frac{a\sqrt[7]{x^3}}{x}$; 2) $\frac{\sqrt[6]{a^5}}{b}$; 3) $\frac{a\sqrt[n]{x}}{x}$; 4) $\frac{a\sqrt[n]{x^{n-1}}}{x}$.

352. 3) $\frac{(a+b)\sqrt{a-b}}{2(a-b)}$; 4) $\frac{(a-b)\sqrt{a+b}}{b(a+b)}$.

353. 1) $\sqrt[3]{(a-b)^2}$; 2) $\sqrt[3]{m+n}$; 3) $\frac{\sqrt{x^2-4}}{x+2}$; 4) $\frac{\sqrt[3]{(a^2-9)^2}}{a-3}$.

354. 1) $2-\sqrt{2}$; 2) $6+2\sqrt{3}$; 3) $3\sqrt{7}+3$; 4) $2\sqrt{5}-2$.

355. 1) $\frac{m(\sqrt{m}-1)}{m-1}$; 2) $\frac{n(1+\sqrt{n})}{1-n}$; 3) $\sqrt{x}-\sqrt{y}$;
4) $(a+b)(\sqrt{a}+\sqrt{b})$.

356. 1) $\sqrt{3}-\sqrt{2}$; 2) $\sqrt{7}+\sqrt{3}$;
3) $-2\sqrt{8}-2\sqrt{5}$; 4) $-2\sqrt{3}-2\sqrt{10}$.

357. 1) $6\sqrt{3}+9$; 2) $9\sqrt{2}-12$; 3) $3\sqrt{5}+2\sqrt{7}$; 4) $\frac{5\sqrt{3}+3\sqrt{5}}{2}$.

358. 1) $\frac{7+3\sqrt{5}}{2}$; 2) $127-48\sqrt{7}$; 3) $4+\sqrt{15}$; 4) $\frac{26-5\sqrt{30}}{37}$.

359. 1) $\frac{217-9\sqrt{33}}{347}$; 2) $\frac{18+5\sqrt{10}}{2}$; 3) $-\frac{2\sqrt{10}+1}{13}$.

360. 1) $\frac{a-\sqrt{a^2-b^2}}{b}$; 2) $\frac{m+\sqrt{m^2-n^2}}{n}$; 3) $-\frac{x^2+\sqrt{x^4-a^4}}{a^2}$;
4) $\frac{x^2+1+\sqrt{x^4-1}}{2}$.

361. 1) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; 2) $\frac{3}{2\sqrt[3]{3}}$; 3) $\frac{n}{\sqrt{mn}}$; 4) $\frac{1}{\sqrt[5]{n^2}}$.

362. 1) $\frac{1}{6-3\sqrt{3}}$; 2) $\frac{1}{3\sqrt{2}-3}$; 3) $\frac{1}{2\sqrt{5}-2\sqrt{2}}$; 4) $\frac{1}{3\sqrt{7}-3\sqrt{2}}$.

363. 1) $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$; 3) $\frac{a-1}{a\sqrt{a}-a}$.

364. 1) $\frac{1}{(x+y)\sqrt[3]{x-y}}$; 2) $\frac{9-m}{9-6\sqrt{m}+m}$.

365. 1) $\frac{9\sqrt{3}+5\sqrt{5}+\sqrt{7}-2\sqrt{105}}{59}$; 2) $\frac{29\sqrt{7}+21\sqrt{11}-10\sqrt{77}-35}{259}$;

3) $\frac{2\sqrt{3}+3\sqrt{2}+\sqrt{30}}{12}$; 4) $\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+\sqrt{30}}{12}$.

366. 2) $\frac{15(\sqrt{5}+2\sqrt{15}-3\sqrt{3}+4)}{11}$; 3) $3(5\sqrt{2}+3\sqrt{6}-4\sqrt{3}-6)$.

367. 2) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{2}$; 4) $2\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{10}-2$.

368. 1) $\frac{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{5}-\sqrt{7})}{2}$; 2) $(\sqrt{2}+1)(2\sqrt{6}-5)$;

3) $a(\sqrt{2}-1)(\sqrt{3}-\sqrt{2})$; 4) $-a(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}+\sqrt{3})$.

369. 1) $\frac{a\sqrt{110-22\sqrt{3}}}{22}$; 2) $3(\sqrt{6}+1)$;

3) $\frac{\sqrt{30}+\sqrt{5}}{5}$; 4) $\frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})\sqrt{a-b}}{a-b}$.

370. 1) $\frac{n(\sqrt[3]{a^2}-\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})}{a+b}$; 3) $2(\sqrt[3]{49}+\sqrt[3]{28}+2\sqrt[3]{2})$.

371. 1) $\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{2}+1$; 2) $\frac{2(2\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{4}+1)}{5}$; 3) $-\frac{\sqrt[3]{25}+\sqrt[3]{5}+1}{4}$;

4) $-\frac{2(9\sqrt[3]{4}+6\sqrt[3]{2}+4)}{23}$.

372. 1) $\frac{n(\sqrt[3]{a}+\sqrt[3]{b})}{a+b}$; 3) $\frac{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3}}{5}$.

373. 1) $-(\sqrt{2}+\sqrt[3]{3})(4+2\sqrt[3]{9}+3\sqrt[3]{3})$; 2) $(\sqrt{2}+\sqrt[4]{3})(2+\sqrt{3})$;

3) $a(\sqrt[6]{3}+\sqrt[6]{2})(\sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{6}+\sqrt[3]{4})$.

378. 1) $\frac{a+b}{a-b}$; 2) $\frac{2\sqrt{b}}{a(b-1)}$; 4) $\frac{2a}{b^2}$.

379. 1) $4-3\sqrt{7}+\sqrt{11}$; 2) $\frac{59+8\sqrt{2}+13\sqrt{3}+26\sqrt{5}}{6}$;

3) $\frac{10-3\sqrt{2}}{2}$; 4) $\frac{13-\sqrt{5}}{2}$.

380. 1) $\frac{1}{\sqrt{a^2-b^2}}$; 2) $\sqrt{1-x}$; 3) $\frac{1}{b}$; 4) $a(\sqrt[4]{ab}+\sqrt{b})$.

381. 1) 1; 3) $\frac{2}{1-a}$; 4) $\sqrt{b}-\sqrt{a}$.

382. 1) $\frac{\sqrt{a}}{a}$; 2) $\frac{\sqrt{a}}{2a(a-b)}$; 3) $\frac{a^4-2a^3\sqrt[6]{a}+\sqrt[3]{a^2}}{a^4}$.

383. 1) 1; 2) -1; 3) 3; 4) $2\sqrt[4]{ax}$.

384. 1) 1; 2) 5; 3) 0,7; 4) 3. **387.** 1.

388. $141+140\sqrt{6}$. **392** 1. **393.** $a-b$.

III peatükk.

Ruutvõrrandid ja ruutvõrrandeiks taanduvad võrrandid.

406. 3) ± 8. **407.** 1) ± 2. **410.** 1) $\pm a$; 2) $\pm b$; 3) ± 1. **412.** 4) $0; \frac{3a}{2}$.

422. 3) 8; -3; 4) 5; $-3\frac{1}{3}$. **423.** 1) 1; $\frac{1}{2}$; 3) 4; -7; 4) 2.

424. 2) 10; $-0{,}7$; 4) 7; $-\frac{7}{9}$. **425.** 1) 2; $-\frac{1}{2}$; 3) 18; 15,8.

426. 1) 5; $-1\frac{2}{5}$; 3) 0; 60. **428.** 2) -1; $-4{,}7$; 3) -2; -3.

429. 2) 4; -5. **430.** 2) $\frac{2}{3}$; -3; 4) 2,5; 5.

431. 2) 2; -9; 4) -2; $-8\frac{1}{2}$.

432. 1) 9; -4; 4) 2; $-\frac{7}{9}$. **433.** 2) 3; 3) 4. **434.** 2) 10; $5\frac{1}{5}$; 4) 12; $8\frac{1}{4}$.

435. 3) 5; 4; 4) 7; -1. **436.** 2) $1-\sqrt{3}$; $-(3+\sqrt{3})$; 3) $\sqrt{5}$; 0.

437. 1) $\approx -0{,}4$; $\approx -7{,}2$; 2) $\approx -0{,}3$; $\approx -4{,}4$.

440. 1) $a+b$; $a-2b$; 2) $3a-2b$; $2a-3b$; 4) 1.

441. 1) a; $\frac{1}{a}$; 4) $\frac{a+b}{2}$; $\frac{b-a}{2}$. **442.** 2) b; $-\frac{3}{4}b$; 4) $\frac{3m}{2}$; $-\frac{2m}{3}$.

443. 1) $\frac{b}{2}$; $-\frac{b}{6}$; 2) a; $-\frac{5a}{2}$. **444.** 3) $3a$; $-2a$; 4) $\frac{a-b}{a-b}$; 1.

445. 1) $a+1$; $b+1$; 3) $\frac{a+b}{a-b}$; $\frac{a-b}{a+b}$. **446.** 2) $m+a$; $m-a$;

3) $-m$; $-n$. **447.** 2) a; $\frac{c+n}{2}$; 4) $\frac{a-c}{c-d}$; 1. **455.** 2) 36; 4) 1.

456. 1) ± 12; 2) $\frac{13}{14}$. **457.** 2) -5; 4) 15; 5) a^2-b^2.

469. 1) $(a-b)x^2-2ax+a+b=0$. **470.** 1) $x^2-2ax+a^2-b=0$;

3) $x^2-6mx+9m^2-20n^2=0$. **475.** 3) $(x-a-b)(x-a+b)$.

476. 2) $(2x-9a)(2x-a)$; 3) $(ax-b)(bx-a)$. **477.** 1) $\frac{a+13}{a+15}$;

3) $\frac{a-7b}{a+b}$.

478. 1) $-\frac{27}{4}$; 3) $-\frac{91}{4}$. **479.** 1) p^2-2q; $\pm p\sqrt{p^2-4q}$;

2) $3pq-p^3$; $\pm(p^2-q)\sqrt{p^2-4q}$.

480. $\frac{b^2-2ac}{a^2}$; $\frac{3abc-b^3}{a^3}$.

481. 1) 34; 2) ± 16; 3) 98; 4) ± 152.

482. 5 ja 3. 483. 1) ± 7; ± 3; 2) ± 15; ± 3.

484. 1) $qy^2+py+1=0$; 2) $cy^2+by+a=0$.

485. 1) $y^2+npy+n^2q=0$; 2) $ay^2+nby+n^2c=0$.

486. $4y^2+4q-p^2=0$. 488. -16. 489. -2. 490. 16. 491. $y^2-9y+8=0$.

492. $14y^2+27y+9=0$. 493. $x^2-12x+32=0$. 494. 1) 2; $-\frac{1}{5}$; 2) $\frac{13}{14}$.

500. 12 ja 20; -12 ja -20. 501. 15; -10. 502. 18; 15.

503. 5 ja 8; -5 ja -8. 504. 140 m. 505. 28 m. 506. 108 m.

507. 5 cm$\times$5 cm. 508. 42 kg ja 39 kg; 15 kg ja 12 kg. 509. 16 kg ja 20 kg.

510. 15 päeva. 511. 48 paari. 512. 10 inimest. 513. 80 m² ja 90 m²; 70 m² ja 80 m². 514. 2,5 tonni. 515. 8 päevaga. 516. 25 ha ja 20 ha; 31 ts ja 30,5 ts. 517. 80 $\frac{km}{t}$; 70 $\frac{km}{t}$. 518. 320 $\frac{km}{t}$; 400 $\frac{km}{t}$. 519. 14 $\frac{km}{t}$; 16 $\frac{km}{t}$. 520. 50 $\frac{km}{t}$; 40 $\frac{km}{t}$. 521. 5; 7; 9. 523. 1) 7; 2) 6. 524. $\frac{2}{5}$. 525. $\frac{3}{5}$.

526. 4 ja 5. 527. 7. 528. 46 ja 140. 529. 237 ja 432. 530. 98. 531. 74.

532. 53; 35. 533. 32; 23. 534. 3 m; 4 m. 535. 3,25 m ja 6,5 m; 1,5 m ja 3 m.

536. 10 päevaga ja 15 päevaga. 537. 5 tunniga ja 7 tunniga. 538. 12 päevaga ja 6 päevaga. 539. 30 päevaga ja 20 päevaga. 540. 14 päevaga ja 11 päevaga. 541. 45 tunniga ja 30 tunniga. 542. 27 tunniga ja 24 tunniga.

543. 8 minutiga. 544. 20 $\frac{km}{t}$. 545. 20 $\frac{km}{t}$. 546. 7 $\frac{km}{t}$. 547. 4 $\frac{km}{t}$.

548. 50 $\frac{km}{t}$; 45 $\frac{km}{t}$. 549. 30 $\frac{km}{t}$; 24 $\frac{km}{t}$. 550. 40 $\frac{km}{t}$; 50 $\frac{km}{t}$. 551. 16 $\frac{km}{t}$; 12 $\frac{km}{t}$. 552. 60 $\frac{km}{t}$; 120 $\frac{km}{t}$. 553. 500 km; 150 $\frac{km}{t}$; 100 $\frac{km}{t}$. 554. 44 km.

555. 84 km; 6 $\frac{km}{t}$; 4 $\frac{km}{t}$. 556. 40 $\frac{km}{t}$. 557. 30 $\frac{km}{t}$. 558. 32 $\frac{km}{t}$.

559. 21 tundi. 560. 350 $\frac{km}{t}$. 561. 960 km. 562. 18 $\frac{km}{t}$; 24 $\frac{km}{t}$. 563. 7,5 $\frac{m}{sek}$; 15 $\frac{m}{sek}$. 564. $\approx$6,8 sek; $\approx -13{,}5$ sek. 565. 15 sek. 566. 30 sekundi pärast; 10 sekundi pärast. 567. 20% või 80%. 568. 6%. 569. 20%. 570. 10%. 571. 5%.

572. 1000 rubla eest. 573. 5% ja 6%. 574. 20. 575. 24 m³. 576. 11 meeskonda.

577. 22 osavõtjat. 578. 30 õpilast. 579. 10 punkti. 580. 7 külge. 581. Kaheksanurk.

582. 4 m. 583. 5 cm. 584. 3 cm. 585. 3 m. 586. 40 cm$\times$20 cm. 587. 10 l.

588. 10 l. 589. 40 õuna ja 60 õuna. 590. 48 km; 16 $\frac{km}{t}$; 20 $\frac{km}{t}$. 591. 10 päevale; 50 ha ja 75 ha. 592. 12 kG ja 16 kG. 593. $\approx$72 m. 594. 5 m. 595. 0,8 $\frac{G}{cm^3}$

ja 0,6 $\frac{G}{cm^3}$. **596.** 48 või 16 ahvi. **597.** 50 ahvi. **598.** 30 jalga. **599.** 8 pikkuse ühikut. **600.** $22\frac{1}{2}$ küünart ja $37\frac{1}{2}$ küünart. **601.** 44 jalga.

602. $\frac{3+\sqrt{9+3c}}{3}$ km. **603.** $-1+\sqrt{1+3a}$ veomasinat. **604.** $2(1+\sqrt{1+a})$ raamatut.

605. $\frac{-3+\sqrt{9+6m}}{3}$ lanki. **606.** $t\pm2+\sqrt{t^2+4}$ tunniga.

607. $\frac{\mp1+\sqrt{1+4s}}{2}\ \frac{km}{t}$. **608.** $\frac{mn+\sqrt{m^2n^2+4mns}}{2m}$ kg.

609. $\frac{\mp at+\sqrt{a^2t^2+4adt}}{2t}\ \frac{km}{t}$.

610. $\frac{ab+\sqrt{a^2b^2+4abn}}{2b}\ \frac{km}{t}$.

611. $\frac{\mp bm+\sqrt{b^2m^2+2bdm}}{2m}\ \frac{km}{t}$. **612.** $\frac{\mp bc+\sqrt{b^2c^2+4abc}}{2c}$ detaili.

613. $\frac{\mp kt+\sqrt{k^2t^2+4kts}}{2k}$ m. **614.** $\frac{2m\mp a+\sqrt{4m^2+a^2}}{2}$ tunniga.

615. $\frac{b+2c\mp a+\sqrt{a^2+b^2+4c^2-2ab+4bc}}{2}$ päeva.

616. $k\pm\sqrt{k^2-2kt}$ päeva. **617.** $\frac{\pm b+\sqrt{b^2+8bt}}{2}$ minutiga.

618. $\frac{d+\sqrt{d^2+t^2v^2}}{t}\ \frac{km}{t}$. **619.** $\sqrt{\frac{tv^2-2nv}{t}}\ \frac{km}{t}$.

620. $\frac{\pm r+\sqrt{2c^2-r^2}}{2}$. **621.** $\frac{ab+\sqrt{a^2b^2+4abp}}{2a}$ tonni.

622. $a-\sqrt{ab}$ liitrit. **623.** $\frac{-b+\sqrt{b^2+8ab}}{2a}\ \frac{km}{t}$.

624. $\frac{-dt+\sqrt{d^2t^2+240adt}}{2t}\ \frac{km}{t}$. **625.** $\frac{-at+\sqrt{a^2t^2+120adt}}{2t}\ \frac{km}{t}$.

626. $\frac{-3v+\sqrt{9v^2+6sv}}{6}$ km/t. **627.** $\frac{dt\mp2d\pm\sqrt{d^2t^2+4d^2}}{2t}\ \frac{km}{t}$.

628. 1) ±3; ±1; 3) ±5; ±2. **629.** 2) ±6; ±1; 4) ±4; ±3.

630. 1) ±1; $\pm\frac{1}{2}$; 4) $\pm\sqrt{2}$; $\pm\frac{\sqrt{3}}{3}$. **631.** 2) ±5; $\pm m$; 3) ±3; $\pm n$.

632. 1) 3; -5; -1; -1; 4) 1; 1; 2; $\frac{1}{2}$. **634.** 1) $(x+2)(x-2)(x+1)(x-1)$;

4) $(2x+1)(2x-1)(x+1)(x-1)$. **635.** 2) $\frac{x^2-5}{x^2-6}$; 4) $\frac{a^2-1}{a^2-9}$.

636. 1) $x^4-13x^2+36=0$; 4) $9x^4-148x+64=0$.

637. $x^4-25x^2+144=0$. **639.** 1) ±2; 3) 10. **640.** 2) 25; 4) 3.

641. 1) 100; 3) 16; 4) 1. **642.** 1) 1; 3) 1; 4) b^2. **643.** 2) 7; 3) 7; 4) 11.

644. 2) -3; 3) 1; 4) ei ole lahendeid.

645. 1) 10; 2) 34; 2; 4) 1. **646.** 1) 2; 3) 1. **647.** 1) a; b; 3) $a\sqrt{3}$; 4) $a+2b$.

648. 1) 1; 3) 1; 4) 3. **649.** 1) $\frac{4a}{3}$; 3) $2b$; $(b<0,\ a>2b)$. **650.** 1) $\pm\frac{1}{2}$;
3) 2401. **651.** 2) 19; 84; 3) $\pm 3\sqrt{2}$; 4) 0; -5. **652.** 1) 4; -1; 2) 9; -2;
3) 2; -5.

V peatükk.

Teise astme võrrandisüsteemid kahe tundmatuga.

694. 1) $(x-3)^2+(y-5)^2=36$. **703.** 1) (3; 1); $(-2;\ -4)$.
704. 2) (6; 2); $(-1;\ -12)$. **705.** 1) (0,25; 7,75); $(-2;\ 1)$; 2) (17; 10); (4; -3). **706.** 1) (0; 0); $(-2{,}4;\ 4{,}8)$; 2) (6; 9); $(-9;\ -6)$.
707. 1) (8; 4); (4; 8); 2) (5; 1); $(-1;\ -5)$. **708.** 1) (2; 3); (3; 2); 2) (3; 0); (1; -2). **709.** 1) $(2a;\ -a)$; $(-a;\ 2a)$; 3) $(2a;\ a)$; $(a;\ 2a)$.
710. 3) (4; 2); (16; -10); 4) (3; 2); (2; 1). **711.** 1) (3; 4); (1; 2); 3) (4; 0); $\left(-\frac{1}{2};\ -4\frac{1}{2}\right)$. **712.** 1) (2; 3); (51; -46); 3) (1; 2).
713. 1) $(a^2-1;\ a+1)$; $[-(a^2-1);\ -(a+1)]$;
4) $(a-1;\ a+1)$; $(a+1;\ a-1)$. **714.** 1) $(\pm 4;\ \pm 3)$; $(\pm 3;\ \pm 4)$;
2) $(\pm 4;\ \pm 3)$; $(\pm 4;\ \mp 3)$; 3) $(\pm 3;\ 4)$; $(0;\ -5)$; 4) (2; 4).
715. 2) (3; 1); (1; 3); 3) (5; 2); $(-2;\ -5)$; 4) (5; 4); (4; 5).
716. 1) (3; 2); (3; -3); $(-4;\ 2)$; $(-4;\ -3)$; 2) (0; 0); (4; 2); $(-2;\ -4)$;
4) (3; 1); $\left(\frac{2}{3};\ -\frac{4}{3}\right)$. **717.** 2) (2; 3); (0; 1); $\left(\frac{3}{2};\ 1\right)$;
3) (0; 2); (3; 2); $(2+\sqrt{5};\ \sqrt{5})$; $(2-\sqrt{5};\ -\sqrt{5})$.
718. 1) $\left(\frac{\pm a}{\sqrt{a+b}};\ \frac{\pm b}{\sqrt{a+b}}\right)$; 4) $(4m;\ m)$; $\left(-m;\ -\frac{m}{4}\right)$.
719. 1) $(2a;\ a)$; $(-a;\ -2a)$; $(-a;\ 2a-2)$;
4) $(a-b;\ a+b)$; $\left[\frac{b(b-a)}{a};\ \frac{b(b+a)}{a}\right]$.
720. 1) (1; 1); $(-1;\ 2)$; $(-3;\ -1)$; (3; 1);
3) (6; 3); $(-3;\ -2)$; (4; 5); $(-1;\ -4)$.
721. 1) (4; 1); (1; 4); 2) (7; 1); (1; 7);
3) (5; -3); $(-3;\ 5)$; 4) $(-9;\ 4)$; $(4;\ -9)$.
722. 1) (9; 2); $(-2;\ -9)$; 2) (5; 3); $(-3;\ -5)$;
3) (12; -4); (4; -12); 4) (2; -1); (1; -2).
723. 1) $(2a;\ -a)$; $(-a;\ 2a)$; 2) $(3a;\ -a)$; $(-a;\ 3a)$;
3) $(2b;\ b)$; $(-b;\ -2b)$; 4) $(a+b;\ b)$; $(b;\ a+b)$.
724. 1) $(\pm 3;\ \pm 2)$; $(\pm 2;\ \pm 3)$; 2) $(\pm 5;\ \pm 4)$; $(\pm 4;\ \pm 5)$;
3) $(\pm 3;\ \pm 1)$; $(\pm 1;\ \pm 3)$; 4) $(\pm 5;\ \pm 3)$; $(\pm 3;\ \pm 5)$.
725. 2) $\left(\pm\frac{a}{3};\ \pm\frac{a}{2}\right)$; $\left(\pm\frac{a}{2};\ \pm\frac{a}{3}\right)$; 4) $(\pm a;\ \pm 2b)$; $(\pm 2b;\ \pm a)$.

726. 1) $(\pm 5;\ \pm 3)$; $(\pm 3;\ \pm 5)$; 2) $(5;\ 1)$; $(-5;\ -1)$; 3) $(\pm 5;\ \pm 4)$; 4) $(\pm 3;\ \pm 2)$; $(\pm 2;\ \pm 3)$. **727.** 1) $(8;\ 2)$; $(2;\ 8)$; 2) $(25;\ 16)$; $(16;\ 25)$; 3) $(9;\ 4)$; 4) $(1;\ 4)$; $(4;\ 1)$.

728. 1) $\left(\pm\frac{1}{2};\ \mp\frac{1}{2}\right)$; $(\pm 2;\ \mp 1)$; 2) $(\pm 2;\ \pm 8)$; $(\pm 8{,}5;\ \mp 5)$;

3) $(\pm 1;\ \pm 2)$; $(\pm 2;\ \pm 1)$; 4) $(\pm 3;\ \pm 5)$; $\left(\pm 1\frac{2}{3};\ \pm 4\frac{1}{3}\right)$.

729. 1) $(\pm 3;\ \pm 1)$; $(\mp\sqrt{2};\ \pm 2\sqrt{2})$; 3) $(\pm 2;\ \pm 3)$; $(\pm 3;\ \pm 2)$.

730. 1) $(9;\ 4)$; $(4;\ 9)$; 2) $(5;\ 20)$; $(20;\ 5)$.

731. 1) $(2;\ 3)$; $(3;\ 2)$; $(-2+\sqrt{7};\ -2-\sqrt{7})$; $(-2;\ -\sqrt{7};\ -2+\sqrt{7})$.

732. 1) $(4;\ 2)$; $(2;\ 4)$; 2) $(7;\ 5)$; $(-5;\ -7)$. **733.** 1) $(5;\ -2)$; $(2;\ -5)$; 2) $(-6;\ -1)$; $(-1;\ -6)$. **734.** 1) $(2;\ 1)$; $(1;\ 2)$. **735** 2) $(a;\ b)$; $\left[\frac{a(a-b)}{a+b};\ \frac{b(b-a)}{a+b}\right]$. **736.** 2) $\left[\pm\frac{a(m+n)}{\sqrt{m^2+n^2}};\ \pm\frac{b(m-n)}{\sqrt{m^2+n^2}}\right]$. $\left[\frac{-a(m+n)}{\sqrt{m^2+n^2}};\ \frac{b(n-m)}{\sqrt{m^2+n^2}}\right]$. **737.** 1) $[\pm(a+b)^2;\ \pm(a-b)^2]$.

738. 1) $(\pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3)$; 2) $(\pm 2;\ \pm 3;\ \pm 4)$.

739. 1) $(\pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3)$; $\left(\pm 2;\ \pm 1;\ \pm\frac{3}{2}\right)$; 2) $(\pm 2;\ \pm 2;\ \pm 3)$.

740. 1) $(2;\ -1;\ 3)$; $(-3;\ 4;\ -2)$; 2) $(5;\ 3;\ 4)$; $(4;\ 2;\ 5)$.

741. 2) $(1;\ 4;\ 5)$; $(-1;\ 6;\ 7)$. **742.** 1) $(-2;\ 3;\ 5)$; $(2;\ -3;\ -5)$; 2) $(\pm 1;\ \pm 3;\ \pm 4)$. **743.** 2) $(4;\ -2;\ -3)$; $(-1;\ 3;\ -8)$.

744. 2) $(1;\ 7;\ 4)$; $(1;\ 4;\ 7)$.

745. 1) $\left(\frac{1}{2};\ \frac{1}{3};\ \frac{1}{5}\right)$; $\left(\frac{7}{6};\ \frac{1}{7};\ \frac{7}{15}\right)$.

746. 1) $\left(\pm\frac{a}{\sqrt{a+b+c}};\ \pm\frac{b}{\sqrt{a+b+c}};\ \pm\frac{c}{\sqrt{a+b+c}}\right)$.

747. 10 ja 5. **748.** 10 cm ja 4 cm. **749.** 15 cm ja 8 cm. **750.** 60 m ja 40 m. **751.** 40 cm ja 9 cm. **752.** 12 ja 8. **753.** 15 ja 6. **754.** 24 ja 18. **755.** 8 ja 5. **756.** 10 ja 6. **757.** 10 ja 8. **758.** 9 ja 5. **759.** 12 cm; 16 m; 20 cm. **760.** 9 cm; 12 cm; 15 cm. **761.** $\frac{6}{7}$. **762.** $\frac{5}{6}$ või $\frac{6}{5}$. **763.** 48 või 24. **764.** 36. **765.** 32. **766.** 36 **767.** 25. **768.** 36 ja 4. **769.** 9 ja 25.

770. $\frac{2ab}{\sqrt{4a^2-b^2}};\ \frac{2a^2}{\sqrt{4a^2-b^2}}$.

771. $m-\sqrt{m^2-n^2}$. **772.** $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{an}{m}}\left(\frac{m}{n}\pm 1\right)$.

773. $x=y=\frac{a}{2};\ \frac{a\pm\sqrt{4-3a^2}}{2}$.

774. $\pm\frac{a}{2};\ \left(\frac{a\pm\sqrt{4-3a^2}}{2};\ \frac{-a\pm\sqrt{4-3a^2}}{2}\right)$.

775. $\left(\frac{3\pm\sqrt{5}}{2};\ \frac{1\pm\sqrt{5}}{2}\right)$; $(0;\ 0)$. **776.** $\frac{\sqrt{m^2+4s}\pm\sqrt{m^2-4s}}{2}$.

777. $-h+\sqrt{m^2+h^2}$. 778. $h+\sqrt{n^2+h^2}$.

779. $\frac{p^2-q}{p}$; $\frac{p^2+q\pm\sqrt{(p^2-q)^2-4p^2q}}{2p}$.

780. $p-\frac{a}{2}\pm\sqrt{\frac{a^2}{4}-\frac{s^2}{p(p-a)}}$.

781. 15 piletit ja 12 piletit; 6 rbl. ja 8 rbl. 782. 1 min.; 0,2 $\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$. 783. $\approx$0,054 $\frac{\text{m}}{\text{sek}^2}$; 4 min. 40 sekundit. 784. 2 $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$; 1 minut. 785. 40 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$; 30 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$.

786. 36 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$; 24 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$. 787. 10 m ja 12 m. 788. 15 ja 10 viljapuud. 789. 1) 10 ha; 20 ts; 12 ha; 25 ts või 8 ha; 25 ts; 10 ha; 30 ts. 790. 12 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$; 18 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$; 24 km.

791. 36 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$; 30 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$. 792. 800 m² ja 500 m²; 6 kg; 4 kg või 900 m² ja 600 m²; $5\frac{1}{3}$ kg; $3\frac{1}{3}$ kg. 793. 6 m; 15 kg; 8 m; 20 kg. 794. 3 m ja 5 m. 795. 2,5 m ja 3,9 m. 796. 80 kG; 39 kG. 797. 7 kG; 24 kG. 798. 6 tundi ja 9 tundi.

799. $\frac{a+5b\pm\sqrt{a^2-50ab+25b^2}}{6}$ tunniga; $\frac{5b-a\mp\sqrt{a^2-50ab+25b^2}}{4}$ tunniga.

800. $b+\sqrt{b^2-ab}$ päeva; $b-a+\sqrt{b^2-ab}$ päeva; $\sqrt{b^2-ab}$ päeva.

801. $b\pm\sqrt{b^2-2ab}$ päevaga; $b\mp\sqrt{b^2-2ab}$ päevaga.

802. 12 g; 48 g; 1,5 $\frac{\text{G}}{\text{cm}^3}$. 804. 6 $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$; 8 $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$. 805. 35 m; 24 m. 806. $5\frac{\text{m}}{\text{sek}}$; 4 $\frac{\text{m}}{\text{sek}}$. 807. 30 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$; 24 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$. 808. $\frac{c(t+\sqrt{t^2+4nt})}{2nt}\frac{\text{m}}{\text{sek}}$; $\frac{c(-t+\sqrt{t^2+4nt})}{2nt}\frac{\text{m}}{\text{sek}}$.

VI peatükk.

Ülesandeid VIII klassi kursuse kordamiseks.

813. 1) $\frac{3abc-b^3}{a^3}$; 2) 1; -2; 0 ja 0; 3) ±11.

814. 1) $acx^2+b(a+c)x+(a-c)^2+b^2=0$.

2) $(a+b+c)x^2+2(a-c)x+(a-b+c)=0$.

819. 1) 10 ja 2,5 päevaga või 3 ja 6 päevaga; 2) -10; 3) a; b. 821. 1) 9 päevaga; 12 päevaga; 2) 1; 3) 0; 8. 823. 1) 24 detaili; 18 detaili; 2) $(a^2+1)\sqrt[3]{a-b}$; 3) 31. 825. 1) 10 tundi; 12 tundi; 2) $\sqrt{m}-\sqrt{n}$; 3) $-2\frac{1}{4}$.

827. 300 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$; 360 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$; 2) $b(a+c)$.

829. 1) 100 ja 90 piletit või 30 ja 20 piletit; 2) 0; 3) $16x^2+16x-23=0$.

831. 1) 12,5 $\frac{\text{km}}{\text{t}}$; 2) $\sqrt{c}-\sqrt{a}$; 3) 2; 3. 833. 1) 2 m; 2,5 m; 2) $\frac{3\pm2\sqrt{2}}{4}$.

835. 1) $12\ \frac{\text{km}}{\text{t}}$; $10\ \frac{\text{km}}{\text{t}}$; 3) $6y^2-5y+1=0$. **837.** 1) 2 rbl. 40 kop. ja 2 rbl. 90 kop. või 1 rbl. ja 1 rbl. 50 kop.; 2) $x^2-20x+52=0$; 3) $\frac{4+k}{2}$; $-\frac{k}{2}$. **839.** 1) 5 tunniga; 7 tunniga. **841.** 1) 8 inimest; 2) $\frac{17}{16}$. **844.** 1) $9\ \frac{\text{km}}{\text{t}}$; 2) $\frac{d^2-c^2}{2}$; 3) $(\pm 9;\ \pm 5)$; $(\pm 5;\ \pm 9)$. **845.** 1) 12 päeva; 15 päeva; 3) $(4;\ 5)$; $\left(72;\ -\frac{2}{3}\right)$. **847.** 1) $20\ \frac{\text{km}}{\text{t}}$; 3) $(4,\ 9)$; $(9,\ 4)$. **849.** 1) 2 tundi; $1\frac{1}{3}$ tundi; 3) $(\pm 7;\ \pm 3)$; $(\pm 3;\ \pm 7)$. **851.** 1) $12\ \frac{\text{km}}{\text{t}}$; $15\ \frac{\text{km}}{\text{t}}$; 3) $(\pm 3;\ \pm 1)$; $\left(\pm 12;\ \pm 3\frac{1}{2}\right)$.

VII peatükk.

Arvujärjendid.

856. 2) $\frac{n+1}{n}$; 3) $\frac{1}{n(n+1)}$; 4) $\frac{(2n-1)(2n+1)}{2n(2n+2)}$; 6) $\frac{10n}{3^n}$; 7) $\frac{2n+1}{2n+3}$; 8) $\frac{4n-1}{6n-1}$. **871.** a; $\frac{am+b}{m+1}$; $\frac{a(m-1)+2b}{m+1}$. **872.** 1) 4; 1430; 4) $a+b$; $45a+36b$. **877.** 1; 3. **878.** 14; -7; 8. **880.** 1) 1; 3; 3) 8; -3. **881.** 1) 10; 2,5; 19. **882.** 1) 3; 2 või -17; 2; 3) 0; 3 või -12; 4,2. **883.** $\frac{(m+n-1)(m+n)}{2}$. **884.** 1) 25; 3) 1. **885.** 1) $\frac{1}{3}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{4}{3}$ ...; 3) 1; $\frac{13}{5}$; $\frac{21}{5}$.... **886.** 1) 8; 18; 28. **891.** 156. **892.** 16°. **893.** 1) 41°; 2) 2745 m. **894.** 9. **896.** 4 tunniga. **897.** 1900 inimest. **899.** 5. **900.** 5; 8; 11; 14; 17. **901.** 120 palki. **902.** 41 m. **903.** 3 tunni pärast. **904.** 6 sekundi pärast. **905.** 4 külge. **906.** Jaa. **907.** Ei. **908.** 5 min. või 10 min. **909.** 8 sekundi pärast. **910.** 600 t; 10 päevaga või 225 t; 5 päevaga. **911.** 385 kuuli. **915.** 1) 160; 4) $-\frac{20}{27}$. **916.** $\frac{1}{64}$. **917.** 1) 3; 2) 2916. **918.** 1) 189; 4) $32\frac{31}{32}$. **919.** 1) 3; 2 186; 3) $\frac{1}{2}$; 147. **920.** 1) $\frac{1}{4}$; $1\,365\frac{1}{4}$; 3) 3 584; 7 161. **921.** 1) 3; 384; 3) 27; 8. **922.** 2) 5; 4) 6. **923.** 27; 81. **924.** 80; 40; 20; 10. **925.** $\sqrt[7]{7}$; $\sqrt[7]{49}$; $\sqrt[7]{343}$; $\sqrt[7]{2\,401}$; $\sqrt[7]{16\,807}$; $\sqrt[7]{117\,649}$.

927. 1) 1; 2; -16; $\frac{1}{2}$; 2) 1; 2. **928.** 1) 1; 2; 10; 2) 1; 3; 4. **929.** 96; 48; 24.... **930.** 24; 12; 6; 3. **931.** 2; 6; 18. **935.** ± 3; 4. **936.** 3; 15; 27...; 3; 9; 27.... **937.** 1) 8; 10; 12; 2) 17; 10; 3. **938.** 3; 7; 11. **939.** 2; 5; 8. **940.** 5; 15; 45. **941.** 2; 6; 18. **942.** 12; 16; 20; 25.

943. 5; 12; 19; 26. **944.** 7; 14; 28; 56. **945.** ≈11,99 l.
946. ≈26,7 l. **947.** ≈10 tunniga. **948.** ≈53 mm.

950. 1) $\frac{na^{n+1}(n+1)a^n+1}{(a-1)^2}$; 2) $\frac{a(a^n-1)(a^{n+1}-1)}{a^2-1}$.

955. a) $1\cdot 2\cdot 3\ldots n$; b) $\frac{1}{n}$; c) $\frac{(-1)^{n+1}}{n}$; d) $\frac{2n-1}{2n+1}$; e) $5-3n$.

963. 1) 1; 2) 3; 3) 1; 4) 5.

965. 1) $1\frac{1}{4}$; 2) $-\frac{1}{4}$; 3) $\frac{3}{8}$; 4) $\frac{2}{3}$; 5) $1\frac{1}{4}$; 6) $-1\frac{1}{6}$; 7) $\frac{1}{7}$; 8) $\frac{11}{16}$.

966. 1) 3; 2) 5; 3) 4; 4) 2,5.

967. 1) 2; 2) $21\frac{1}{3}$; 3) $8\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{2}{3}$; 5) 3; 6) $4{,}5\sqrt{2}$.

968. 1) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$; 2) $\frac{5\sqrt{5}}{4}$; 3) $\frac{5+3\sqrt{3}}{2}$; 4) $\frac{1}{1-x}$.

969. 1) 18; 2) 243, 486; 3) 9; 4) 8,4. **970.** 1) 0,4; 2) 1,28.
971. 1) 7,5; 2) 10; 2; 0,4; ... või 15; −3; 0,6 ...

974. 1) $\frac{13}{24}$; 2) $1\frac{1}{2}$; 3) 1. **975.** 1) $6a$; 2) $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

976. $4a(2+\sqrt{2})$; $2a^2$. **977.** 25 cm². **978.** $a^2\sqrt{3}$; $6a(2+\sqrt{3})$.

979. $2\pi R^2$; $4R^2$. **980.** $\frac{\pi a^2}{9}$; $\frac{2\pi a\sqrt{3}}{3}$. **981.** $a(1+\sqrt{2})$.

VIII peatükk.

Astendaja mõiste üldistus.

1012. 4) $\frac{b(3a^2-3ab+b^2)}{(a-b)^4}$. **1026.** 3) $125\sqrt{5}$. **1032.** 3) $\sqrt[6]{ab^3}$; 4) $2\sqrt[18]{b}$.

1033. 3) x; 4) $6\sqrt[3]{x^2}$. **1037.** 3) $2\sqrt[3]{ab}$. **1038.** 2) 4; 4) 32. **1039.** 1) 10;
3) $\frac{\sqrt{1+x^2}}{1+x^2}$. **1040.** $\frac{1}{4}$. **1041.** $\frac{2}{27}$. **1042.** $\frac{3a}{2(n-3)}$. **1043** 1,5.

IX peatükk.

Logaritmid.

1058. 1) $\sqrt[10]{10}$; 4) $\sqrt[n]{n}$. **1060.** 1) 4; 3) 7; 5) 2. **1065.** 1) $-\frac{1}{2}$; 3) $2\sqrt{2}$.

1066. 2) $\frac{1}{4}$; 4) −4; 6) $\frac{1}{2}$. **1067.** 1) 22; 6) 24. **1068.** 3) 8. **1069.** 1) 9; 3) 9; 3.

1083. 4) $\frac{31}{72}\log a$. **1084.** 1) $\frac{5}{8}(\log a-\log b)$; 3) $\frac{1}{3}(\log a-\log b)$.

1085. 1) $\frac{1}{18}(3\log 5+7\log m+4\log n)$. **1086.** 1) $\frac{n\log a}{n+1}-\frac{\log b}{m(n+1)}$;
3) $\sqrt[5]{4}\log 3$. **1087.** 1) $\sqrt[4]{0{,}4}\log 0{,}8$.

1088. 1) $\log x=\frac{1}{3}\log 1{,}2+\log\log 1{,}6$. **1092.** 3) $\sqrt[3]{(ab)^2}$; 4) $\sqrt[4]{\left(\frac{m}{n}\right)^3}$.

1093. 3) $\frac{a(a+b)^n}{\sqrt[n]{a-b}}$. **1114.** 1) 38,47; 3) 26,71; 5) 630,8. **1115.** 1) 2,486; 3) 66,16.
1116. 1) 30,89; 2) 4,972; 3) 12,20; 4) 0,3799. **1117.** 1) 148 900; 2) 87,7; 4) 4,822.
1118. 1) 0,2046; 3) 2,242; 4) 186,5. **1119.** 2) 0,007868; 3) 1,301; 4) 1,718.
1120. 1) 0,6998; 3) 0,1297. **1121.** 1) −2,637; 3) −62,34; 5) −487 900.
1122. 2) 4,52; 3) 7,072; 4) 2,422. **1123.** 1) 0,5449; 3) −1,406; 4) −0,9831.
1124. 1) 1,272; 2) −0,8734. **1125.** 1) −0,4593.
1126. 1) 766,5 cm²; 2) 2,671 m.
1127. 1) 111,5 m²; 3) 41,55 cm. **1128.** 1) 26,86 kg; 2) 404,6 m; 4) 151,9 kg.
1129. 1) 177,7; 2) 26,57; 3) 3346; 4) 8332.
1130. 1) 0,5533; 2) 0,2428; 3) 0,01254; 4) 0,002138.
1131. 1) −3,029; 2) −9,967; 3) 9,967; 4) 0,6294.

1137. 3) 2; 3. **1138.** 1) $\frac{1}{2}$; 1; 3) 35; 4) 3. **1139.** 1) 24; 5) 4.
1143. 2) 5; 3) 1. **1144.** 1) 1; 2) 1; 4) 9. **1145.** 2) 1; 4) ei ole lahendeid.
1146. 1) $\approx -1{,}701$; 2) $\approx 0{,}3258$. **1147.** 1) 3; 4) 3. **1148.** 2) 1; 4) −2.

1149. 1) 2; 1; 2) 0; $\frac{1}{4}$. **1150.** 1) 20; 3) 4. **1151.** 1) 3; 3) 10; 0,0001.
1152. 2) 13; 3) 10^{10}; 4) 64. **1153.** 1) 1; 2) 10; 0,1; 3) 10; 0,001; 4) 100; 5) 100.
1154. 1) 10; 0,1; 3) 1000; 0,1; 4) 2; 3. **1155.** 1) 2; 2) 100; 0,01; 3) 6; 2; 4) 7; 3.
1156. 1) 9; 4) 9. **1157.** 1) (2; 1); 3) (10 000; 10); 4) $3^3/_8$; $2^1/_4$. **1158.** 1) ($\approx$1,662; $\approx$1,276); 2) (9; 3); (4; 2); 3) (2; 4); 4) (16; 25); (25; 16).
1159. 1) (3; 9); 2) (10; 4); (4; 10); 3) (9; 5); 4) ($\approx$2,2723; $\approx$1,8227).
1160. 1) $\approx$265 rbl.; 2) $\approx$400 rbl.; 3) $\approx$15; 4) $\approx 5\%$. **1161.** 814 rbl. 70 kop.
1162. 3 767 rbl. **1163.** 7 923 m³. **1164.** 98 490 inimest. **1165.** $\approx 12{,}8\%$. **1166.** 15%.
1167. 144 500 rbl. **1168.** $8{,}75\%$.

X peatükk.

Ülesandeid IX klassi kursuse kordamiseks.

1170. $a_1=\pm\frac{1}{2}$; $q=-\frac{1}{2}$. **1173.** $\frac{1}{8}$. **1175.** 2; 5; 8....

1176. $n+1-\frac{1}{2^{n-1}}$. **1177.** $\frac{a}{(1-a)^2}$. **1178.** $\frac{7}{81}(10^{n+1}-10-9n)$.

1185. $\frac{4(3-a)}{3+a}$. **1186.** 2) 1; 4; 4) 100; 1000. **1187.** 1) 4; 3) 81.
1188. 2) 3; 4; 4) 10; 8; 6) (10; 100); (100; 10).
1189. 1) 9; 4; 2) 320 või $1\frac{1}{4}$; 3) n^2+1; 136.

1190. 1) 20; 2) 128; 2; 3) n^2+2; 127.

1191. 1) 6 188; 2) 3; 3) $\frac{n}{n^2+1}$; 1001. **1192.** 1) 155; 2046; 2) $\sqrt{6}$ või $\frac{\sqrt{6}}{2}$; 3) $\frac{2n-1}{2n+1}$. **1193.** 1) 3, 9, 15; 3, 9, 27; 2) $\frac{45}{64}$; 3) $\frac{n+2}{n+1}$. **1194.** 1) 1452; 2) 1.

1195. 1) 2, 6, 18 ... või $\frac{26}{7}$, $-\frac{78}{7}$, $\frac{234}{7}$; ...; 2) $\frac{\sqrt[5]{a^2}}{a^2b}$.

1196. 1) 5, 25, 45; 5, 15, 45; 2) $\frac{8ab}{(a-b)^2}$.

1198. 1) 10, 25, 40 või 40, 25, 10; 2) 12,27; 3) 15.

1200. 1) 48; 2) 1,544; 3) 10; 0,01. **1202.** 1) 12; 7; 2 või 3; 7; 11; 2) 1044; 3) 0,0625. **1204.** 1) 10; 30; 50 või 98; 30; -38; 2) 1243; 3) $-1\frac{1}{5}$; 0.

1206. 1) 4; 8; 16 või 16; 8; 4; 2) 111,6; 3) 7 ja 0,2. **1208.** 1) 19 682; 2) 4,477; 3) 100; 0,01. **1210.** 1) 20°; 2) 12,55; 3) 4. **1212.** 1) 32; 2) 6,676; 3) 4. **1214.** 1) 155; 2) 118,3; 3) 6; 3. **1216.** 1) 15; 2) 0,9532; 3) $\frac{2}{3}$; $-\frac{3}{2}$. **1218.** 1) 6; 12; 24; 36 või 37,5; 22,5; 13,5; 4,5; 2) 1,058; 3) 15; 7. **1220.** 1) 4; 8; 12; 16; 2) 31,31; 3) 100. **1221.** 1) 27 või 24; 2) 1,729; 3) 100.

XI peatükk.

Ühendid ja Newtoni binoom.

1238. 792 brigaadi. **1239.** 455. **1240.** 59 280. **1241.** 28. **1242.** 15 120. **1250.** 1) $(m-3)^2$; 3) m^2; 5) 1. **1252.** 2) $(n-2)!$ 4) $2n(2n+1)$; 5) $(n+1)(n+2)\ldots 2n$; 8) $\frac{1}{(k-2)!k}$. **1253.** 6. **1254.** 8. **1255.** 7. **1256.** 3. **1257.** 6. **1258.** 10.

1259. 3) 5; 4) 14; 3. **1260.** 2) 7; 3) 9. **1261.** 1) 10; 3) 8; 4) 8. **1262.** 1) 7.

1263. 1) 20. **1264.** 7. **1265.** 2) 6; 3. **1266.** 96. **1267.** 3 120. **1268.** 96; 114; 118.

1269. 126; 70. **1274.** 246 480. **1275.** 90. **1276.** 100. **1277.** 1) $2x(2x+1)$.

1278. 2) 8. **1279.** 2) 10,5; 4) 30. **1280.** 3) 6; 14. **1281.** 2) 4; 4) 16.

1282. 1) 10; 3) 14; 5. **1290.** 1) $945a^4$; 2) $495a^4b^4$; 3) $1\,287a^{16}b^{15}$; 4) $70a^2b^2$; 5) $-3\,432x^{10}\sqrt{x}$; 6) $1\,716a^3b^2\sqrt{a}$; $-1\,716a^3b^2\sqrt[3]{b}$. **1291.** 1) $36x^7y^2$; 2) $84a^3b^3$; 3) $125\,970a^7$; 4) ei; 5) $18\,564b^{-6}x^4$; 6) $18\,564b^6x^{-1}$.

1292. 1) C_{17}^8; 2) C_{15}^6; 3) C_7^4; 4) 120; 5) $C_{12}^6y^{-3}$; 6) ei. **1293.** 1) 5; 2) 8; 3) 10. **1294.** 1) 35; 2) 9; 3) 9. **1295.** $84x$. **1296.** 495. **1297.** $120z$.

1298. -252. **1299.** $35z^5$. **1300.** 3. **1301.** ± 2; ± 1. **1302.** 10; $\frac{1}{\sqrt{100\,000}}$.

1303. 1) $10x^2$; 2) 32; 2 160; 15 120; 22 680; 7 290; 243; 3) 1; 2 730; 25 740; 3 640; 4) 625; 7 000; 7 000; 1 120; 16. **1305.** 1) 1,05; 2) 0,984; 3) 1,02; 4) 0,9995. **1306.** 550. **1307.** 824. **1308.** -11. **1309.** 2; 3; 5.

XII peatükk.

Kompleksarvud.

1327. 1) $\cos 0+i\sin 0$; $\cos\pi+i\sin\pi$; 3) $\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}$.

1328. 2) $\cos\frac{4\pi}{3}+i\sin\frac{4\pi}{3}$; 3) $\approx 5(\cos 36°52'+i\sin 36°52')$.

1329. 2) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$; 4) $2\left(\cos\frac{5\pi}{3}+i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$.

1330. 3) $2\left(\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}\right)$; 4) $\approx\sqrt{13}(\cos 146°18'+i\sin 146°18')$.

1331. 2) 6; 4) $2+2i\sqrt{3}$. **1333.** 1) $10\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$; 3) $8i$; 5) -1.

1336. 2) $3-11i$; 6) $-2i$. **1337.** 2) 28; 6) $k+n$. **1338.** 1) $(a+bi)(a-bi)$;

6) $(4+5i)(4-5i)$. **1339.** 2) $(\sqrt{a}+i\sqrt{2})(\sqrt{a}-i\sqrt{2})$;

4) $(2+i\sqrt{3})(2-i\sqrt{3})$. **1340.** 1) $\cos 45°+i\sin 45°=\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$;

4) $2i$. **1342.** 4) $1-i$. **1343.** 3) $1-2i$. **1344.** 1) $-1+i$; 3) i.

1345. 2) $1-2i\sqrt{2}$. **1346.** 2) $\sqrt{2}$; 4) $-i\sqrt{m}$. **1347.** 3) $\frac{a^2-n}{a^2+n}+\frac{2a\sqrt{n}}{a^2+n}i$.

1351. 1) $(1-4a^2)+4ai$; 2) $(4-b^2)+4bi$. **1352.** 1) $-2+2i$; 3) $-10+9i\sqrt{3}$.

1353. 1) $-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$. **1354.** 1) -4. **1355.** 4) -2. **1356.** 1) $-i$;

3) $16+16i\sqrt{3}$. **1357.** 2) 1. **1358.** 4) 1. **1359.** 1) $\pm(2+i)$;

5) $\pm\left(\frac{\sqrt{30}}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$. **1360.** 1) $\alpha_1=\cos 45°+i\sin 45°$;

$\alpha_2=\cos 165°+i\sin 165°$; $\alpha_3=\cos 285°+i\sin 285°$;

2) $\alpha_1=\cos 30°+i\sin 30°=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$; $\alpha_2=\cos 120°+i\sin 120°$;

$\alpha_3=\cos 210°+i\sin 210°$; $\alpha_4=\cos 300°+i\sin 300°$;

3) $\alpha_1=\cos 45°+i\sin 45°$; $\alpha_2=\cos 117°+i\sin 117°$;

$\alpha_3=\cos 189°+i\sin 189°$; $\alpha_4=\cos 261°+i\sin 261°$;

$\alpha_5=\cos 333°+i\sin 333°$; 4) $\alpha_1=\cos 10°+i\sin 10°$;

$\alpha_6=\cos 310°+i\sin 310°$. **1361.** 1; $-\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$; $-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$.

1362. 2) 2; $-1\pm i\sqrt{3}$; 3) -2; $1\pm i\sqrt{3}$. **1363.** 1) ± 1; $\pm i$;

3) $\pm(\sqrt{2}\pm i\sqrt{2})$. **1364.** 1) $\pm(2-i)$; $\pm(1+2i)$; 2) ± 1;

$\pm\left(\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; $\pm\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. **1365.** 1) 0; 3) $2m$; 5) 1.

1366. 1) $3x^2+2x+27=0$; 3) $x^2-(5-3i)x+(4-7i)=0$.

1367. 1) $\frac{3}{2}-\frac{3}{2}i$; $1+i$. **1368.** 1) 4; 2; 4) $\frac{1}{a}$; 0. **1373.** 1) $2\sin\varphi\cos\varphi$;
2) $\cos^2\varphi-\sin^2\varphi$; 3) $3\sin\varphi-4\sin^3\varphi$; 4) $4\cos^3\varphi-3\cos\varphi$;
5) $4\sin\varphi\cos\varphi(1-2\sin\varphi)$; 6) $8\cos^4\varphi-8\cos^2\varphi+1$;
7) $5\sin\varphi\cos^4\varphi-10\sin\varphi\cos^2\varphi+\sin^5\varphi$;
8) $\cos^5\varphi-10\cos^3\varphi\sin^2\varphi+5\cos\varphi\sin^4\varphi$.

XIII peatükk.

Võrratused ja võrrandite uurimine.

1384. 4) $x<-2$. **1385.** 2) $x>-2$; 4) $x<4$. **1386.** 2) $x<2\frac{1}{4}$.

1388. 1) $5<x<27$; 2) $1<x<\frac{3}{2}$. **1389.** 2) $x>9$. **1390.** 2) $x>0$.

1391. 1) 4; 5; 6 . . . ; 3) 3; 4; 5. **1392.** 3) $-1<x<5$; 4) $3<x<5$.

1394. 1) $-\frac{1}{3}<x<2$; 2) $-2\frac{1}{3}<a<\frac{1}{3}$. **1395.** 3) $x>1$; $x<-2$;
4) $-7<x<-3$. **1396.** 3) $-3<x<7$; 4) $x>5$; $x<-13$.

1399. 24; 35. **1400.** $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{6}{7}$. **1401.** 86.

1402. $92{,}5<x<102$. **1415.** 1) $t>5$; 2) $t>-1$; 4) $t>0$; 6) $t<4$; $t>6$.

1416. 2) $k<0$; $k>1$; 3) $k>5$; $k<3$; 4) $1<k<2$, välja arvatud $k=1{,}5$;
5) $-2<k<1$.

1418. $a<3$; $a>4$. **1419.** $\frac{a-bn}{d(n-1)}$ päeva pärast. **1420.** $\frac{ab}{b-a}$ tunniga.

1421. $\frac{q-p}{a-b}$ päeva pärast. **1422.** $\frac{b-a}{m-n}$ aasta pärast. **1423.** $\frac{m(n-q)}{q}$ l.

1424. $\frac{10mn}{n-m}$ m. **1425.** $\frac{3a}{8-a}$. **1426.** $\frac{ac}{8-a}$. **1427.** $\frac{dR}{R-r}$. **1428.** $\frac{d}{a-b}$ tunni pärast. **1432.** $28<m<30$. **1433.** $10<k<12$. **1434.** 1) 10; 6. **1435.** 1) $\frac{3}{2}$.

1440. $\frac{m(c-b)}{a-b}$ kg; $\frac{m(a-c)}{a-b}$ kg. **1441.** $\frac{an-bm}{n-m}$ kg; $\frac{a-b}{n-m}$ kg.

1442. $\frac{th_1-ht_1}{h_1-h}$ kraadi; $\frac{t_1-t}{h_1-h}$ kraadi. **1443.** $\frac{n-m}{a-b}$ tunni pärast. $\frac{an-bm}{a-b}$ km.

1444. $\frac{k-bm}{a-b}$ kg; $\frac{am-k}{a-b}$ kg. **1445.** $\frac{d(a-m)}{an-bm}$ rbl.; $\frac{d(n-b)}{an-b}$ rbl.

1446. $\frac{ak-bt}{a-b}$ kraadi; $\frac{at-bk}{a-b}$ kraadi.

1447. 2) Mistahes reaalarv; 4) $x>3$; $x<1$.

1448. 1) $x>15$; $x<7$; 2) $1<x<4$; 3) ei ole lahendeid.

1449. 1) $x>2$; $x<-\frac{1}{3}$; 4) mistahes reaalarv.

1450. 1) Ei ole lahendeid; 4) $-\frac{2}{5}<x<2$.

1451. 1) Mistahes reaalarv; 2) ei ole lahendeid, 3) $x>3$; $x<2$.

1452. 1) $1<x<2$; $x>3$.

1453. 1) $x<-3$; $x>1$; 3) $1<x<1{,}5$; $x>2$. **1455.** 1) $m>1$; 4) $m>11$. **1456.** 1) $m<-7{,}2$; 3) $0<m<28$. **1457.** 2) $m>9$; 4) $-\frac{\sqrt{55}}{2}<m<\frac{\sqrt{55}}{2}$.

1458. 1) $\frac{33}{23}$; 3) $2; \frac{1}{2}$. **1461.** 2; -16; 24. **1462.** -4; 4; 24.

1463. 3; -36; 96. **1464.** 2; 8; 15. **1466.** 1) $\frac{b}{2}$; $\frac{b^2}{4}$; 2) $\frac{b}{4}$; $\frac{b^2}{8}$.

1467. 12,5 cm²; 5 cm. **1470.** $\frac{p^2}{4}$. **1471.** $\frac{2p}{4+\pi}$; $\frac{p}{4+\pi}$.

1473. $\frac{ab+\sqrt{a^2b^2+4000\,abs}}{2b}$ l; $\frac{-ab+\sqrt{a^2b^2+4000\,abs}}{2b}$ l.

1475. $\frac{-tv+\sqrt{t^2v^2+240}}{120t}\frac{\text{m}}{\text{min}}$. **1479.** $\frac{-a+\sqrt{a^2+8ab}}{4}\frac{\text{km}}{\text{t}}$.

1481. $\frac{-bc+\sqrt{b^2c^2+4abc}}{2c}$ km. **1483.** $\frac{a(\sqrt{5}-1)}{4t}\frac{\text{km}}{\text{t}}$; $\frac{a(3-\sqrt{5})}{4t}\frac{\text{km}}{\text{t}}$.

1485. $\frac{\pm pt+\sqrt{p^2t^2+4npt}}{2t}$ ha. **1487.** $A:b+\sqrt{b^2-ab}$ päevaga.

1488. $\frac{mp+\sqrt{m^2p^2+4mnp}}{2p}$; $\frac{-mp+\sqrt{m^2p^2+4mnp}}{2m}$.

1490. $\frac{b^2t+\sqrt{b^2d^2+a^2(d^2-b^2t^2)}}{a^2+b^2}$ sekundit.

1491. $\frac{am+bn\pm\sqrt{(am+bn)^2-(a^2+b^2)(m^2+n^2-d^2)}}{a^2+b^2}$ sekundi pärast.

1492. $\frac{a(\sqrt{c}+\sqrt{b})}{\sqrt{c}-\sqrt{b}}$ päevaks.

1494. $\frac{a\sqrt{2a-d}}{2a-d}\frac{\text{m}}{\text{sek}}$; $\frac{(d-a)\sqrt{2a-d}}{2a-d}\frac{\text{m}}{\text{sek}}$.

1496. $\frac{b+2c+a+\sqrt{(b+2c-a)^2+4ac}}{2}$ minutiga;

$\frac{b+2c-a+\sqrt{(b+2c-a)^2+4ac}}{2}$ minutiga.

XIV peatükk.

Hulkliikme jaguvus.

1497. 1) 7. **1498.** 1) $4\frac{9}{16}$. **1499.** 1) $-\frac{9}{25}$. **1500.** 1) -3. **1501.** 1) 9.

1502. 1) 3; $-\frac{1}{2}$. **1506.** 1) 1; 1; 6; 2) 1; 2; 3; 3) 1; 2; 3; 4) 2; 2; 3.

1507. 1) 2; $\frac{1 \pm i\sqrt{11}}{2}$; 2) 2; -2; -2; 3) 2; 2; -3; 4) 1; 1; $\pm 2i$.

1508. 1) 1; 2; ± 1; 2) 4; ± 2; -1; 3) 0; 1; 1; 1; -2; 4) 0; -1 -1; $\pm i$.

1511. 4) $x^4-5x^3+10x^2-10x+4=0$. **1513.** 1) $1+i$; $2\pm i$; 2) $1\pm i$; $-i$.

1515. 5) $\frac{5}{3}$; $\frac{5(-1 \pm i\sqrt{3})}{6}$. **1516.** 1) ± 2; $\pm 2i$; 4) ± 3; $\pm 3i$.

1517. 2) $\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$; $\pm\frac{\sqrt{5}}{3}i$. **1518.** 1) 6; $-\frac{7}{3}$; 3) 1; 2; $\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$;

$-1\pm i\sqrt{3}$. **1520.** 1) 1; $-\frac{27}{8}$; 3) $\sqrt{3}\pm 2$; $\sqrt{3}\pm 1$; 4) $\pm 2\sqrt{2}$.

1521. 2) 4; 3) 19; 84; 4) 85.

XV peatükk.

Ülesandeid algebra kogu kursusest.

1523. 10; 7. **1524.** 17. **1529.** 1, 5, 9, ... **1530.** 48; 60. **1531.** 1) $2x^2+3x+1=0$;
2) $2x^2-3x+1=0$. **1532.** 14 töölist; 10 töölist. **1533.** 7 rbl.; 4 rbl.
1534. 1) 1; 4; 7; 10; 2) 10; 7; 4; 1. **1535.** 24 päevaga; 48 päevaga. **1536.** $\pm 2i$;

$\pm\frac{1}{3}i$. **1537.** 4; 7. **1538.** 1) $\frac{bc+\sqrt{b^2c^2+4\,abc}}{2c}$ töölist; 2) $-C_{32}^{7}x^{59}$;

3) $a>-\frac{51}{20}$; 4) 3.

1539. 1) $\frac{tm+\sqrt{t^2m^2+2tms}}{2t}$ km; $\frac{-tm+\sqrt{t^2m^2+2tms}}{2t}$ km.

1540. 1) $\frac{-pn+\sqrt{p^2n^2+400nps}}{2p}$ detaili; 2) $70x^3$;

3) $m_1=4$; $m_2=-\frac{1}{2}$; 4) $\frac{11}{20}$.

1541. 1) $\frac{\pm tk+\sqrt{t^2k^2+4tmk}}{2t}$ tonni; 3) $x<-21\frac{8}{13}$.

1542. 1) $\frac{n-m-at+\sqrt{(n-m-at)^2+4ant}}{2t}\ \frac{\text{km}}{\text{t}}$; 2) $-C_{10}^{5}a$; 4) 13,1.

1543. 1) $\frac{-bm+\sqrt{b^2m^2+4abm}}{2b}$ ts; 3) -249.

1544. 1) $\frac{ab+\sqrt{a^2b^2+2abs}}{2a}\ \frac{\text{km}}{\text{t}}$; 2) $153x^{6,5}$;

3) $x>7$; $x<-3,5$; 4) 49,001.

1545. 1) $\frac{2t\pm a+\sqrt{(2t-a)^2+4at}}{2}$ tunniga; 2) $1,6<a<3,75$; 3) -20.

1546. 1) $\frac{3(s\pm tv)+\sqrt{9(s-tv)^2+12stv}}{6t}\ \frac{\text{km}}{\text{t}}$; 3) $2<x<10$.

1547. 1) $\frac{a\sqrt{n}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}\ \frac{\text{km}}{\text{t}}$; $\frac{\sqrt{a}\sqrt{m}}{\sqrt{m}-\sqrt{n}}\ \frac{\text{km}}{\text{t}}$.

1548. 1) $\frac{n+m \mp t+\sqrt{(n+m-t)^2+4nt}}{2}$ päevaga; 3) 7; 4.

1549. 1) $\frac{-(ab-c)+\sqrt{(ab-c)^2+4abn}}{2b}$ kg; 2) 34,6.

1550. 1) $\frac{(2s-p)+\sqrt{(2s-p)^2+4t(a^2t-ap)}}{2t}$ $\frac{\text{km}}{\text{t}}$;

2) $\frac{4}{15}<a<\frac{3}{8}$; 3) 8; 4; 4) 2,4.

1551. 1) $\frac{(n \mp mt)+\sqrt{(n-mt)^2+4mts}}{2t}$ km; 2) 1; 3) $1\frac{2}{3}<a<6$.

1552. 1) 24; 10; 2) $\sqrt[12]{x}$; 3) 8.

1553. 1) $1:3=3:9$ või $\frac{1}{9}:\frac{1}{3}=\frac{1}{3}:1$; 2) 1; 5; 3) $\frac{3b-2a}{3b}$.

1554. 1) 600 km; 2) 20; 5; 3) $\frac{2a\sqrt{b}}{1+b}$.

1555. 1) $20\frac{\text{m}}{\text{min}}$; $15\frac{\text{m}}{\text{min}}$; 280 m.

1556. 1) $\frac{1}{2}$ tunni pärast; $2\frac{1}{2}$ tunni pärast; 2) 16; 3) ± 7.

1557. 1) $\frac{mn-1}{m+n+2}$; 2) 16; 3) (0; 0); (4; 2); (−2; −4).

1558. 14 km; 16 km; 2) a;

3) (3; 2); (−3; −2); $\left(-\frac{25}{\sqrt{113}};\frac{16}{\sqrt{113}}\right)$; $\left(\frac{25}{\sqrt{113}};-\frac{16}{\sqrt{113}}\right)$.

1559. 1) 2; 5; 8; 2) $\pm(a+b)$; 3) (5; 2); $\left(\frac{311}{27};-\frac{26}{9}\right)$.

1560. 1) $\frac{abnq-bcmp}{amp}$ töölist; 2) $3;\frac{1}{3}$;

3) (3; 2); (−3; −2); $\left(-\frac{11i}{\sqrt{143}};\frac{14i}{\sqrt{143}}\right)$; $\left(\frac{11i}{\sqrt{143}};-\frac{14i}{\sqrt{143}}\right)$.

1561. $3\frac{\text{km}}{\text{t}}$; $4\frac{\text{km}}{\text{t}}$; $5\frac{\text{km}}{\text{t}}$;

2) $\frac{\sqrt[c]{\log\left(\frac{\log A}{\log a}\right)}}{\log b}$; 3) 73.

1562. 1) 4 km; 2) c; 3) $(\pm 3;\pm 2)$; $(\pm 2;\pm 3)$; (0; 0); $(\pm\sqrt{7};\pm\sqrt{7})$; $(\pm\sqrt{19};\mp\sqrt{19})$.

1563. 1) $\frac{3a^2-b}{2}$; 2) (4; 2); (1; 1) 3) b.

1564. 2) $\left(4{,}5a;\frac{a}{2}\right)$; $\left(\frac{a}{2};4{,}5a\right)$; 3) $5+\sqrt{5}$.

1565. 2) $\left(\frac{a^2+\sqrt{a^4-4b^4}}{2};\ \frac{a^2-\sqrt{a^4-4b^4}}{2}\right)$;

$\left(\frac{a^2-\sqrt{a^4-4b^4}}{2};\ \frac{a^2+\sqrt{a^4-4b^4}}{2}\right)$; 3) $\sqrt{AB}$; $A\sqrt[2n]{\left(\frac{B}{A}\right)^m}$.

1566. 2) $\frac{2}{3}$; $3\frac{3}{8}$; $10\frac{2}{3}$; 3) $\frac{a-b}{(a+b)(a-3b)}$;

1567. 1) $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2};\ \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$; $\left(\frac{3-\sqrt{5}}{2};\ \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right)$; (0; 0);

2) $\frac{ab}{\sqrt[3]{b}}$; $\frac{a}{b\sqrt[3]{b}}$; 3) 9.

1568. 1) $a_1=\pm 3$; $q=\pm 2$ või $a_1=\pm 768$; $q=\pm\frac{1}{2}$; 2) $\frac{a\sqrt[3]{ab}}{b}$; $\frac{\sqrt[3]{a^2b^2}}{b^2}$.

1569. 1) $\frac{d(q+b-p)}{aq+bp+ab}\ \frac{\text{m}}{\text{min}}$; $\frac{d(p+a-q)}{bp+ab+aq}\ \frac{\text{m}}{\text{min}}$;

2) $\frac{a^2}{b}$; $\frac{b^2}{a}$; 3) $[(a+x)^2-ax(n-1)]n$.

1570. 1) $\frac{ab+\sqrt{a^2b^2+4abl}}{2a}\ \frac{\text{m}}{\text{min}}$; $\frac{-ab+\sqrt{a^2b^2+4abl}}{2b}$ min.;

2) $\sqrt[m]{c^{k-1}}$; 3) (6; 3; 10); (3; 6; 10).

1571. 1) $\left(\frac{l}{2}+\frac{ap}{2q}\right)$ km punktist A; 2) $a^{\frac{\frac{b-1}{k}}{\frac{c-1}{m}}}$;

3) $[-(a+b+c);\ ab+ac+bc;\ -abc]$.

1572. 1) $\frac{d(a+b)}{2ab}\ \frac{\text{m}}{\text{sek}}$; $\frac{d(b-a)}{2ab}\ \frac{\text{m}}{\text{sek}}$;

2) 2; 3) $\left[\frac{(d-c)(d-b)}{(a-c)(a-b)};\ \frac{(d-c)(a-d)}{(b-c)(a-b)};\ \frac{(a-d)(b-d)}{(a-c)(b-c)}\right]$.

1573. 1) 19,5°; 2) 1; 3) (4; 3; 5); (3; 4; 5); (4; 3; −5); (3; 4; −5);

$\left(\frac{7\pm\sqrt{113}}{2};\ \frac{7\mp\sqrt{113}}{2};\ 9\right)$; $\left(\frac{7\pm\sqrt{113}}{2};\ \frac{7\mp\sqrt{113}}{2};\ -9\right)$.

1574. 1) $\frac{a(\sqrt{p}+\sqrt{q})}{\sqrt{p}-\sqrt{q}}$; 2) $\sqrt[pq-1]{a^2b}$; $\sqrt[pq-1]{ab^p}$; 3) 2002.

1575. 1) Üks lahendeist on: 8 g; 8 g; 8 g;

2) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$; $-\frac{1+\sqrt{5}}{2}$, $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$; 3) $\sqrt[m-n]{M^{p-n}N^{m-p}}$.

1576. 1) 50%; 2) 0; 3) 5.

1577. 1) $n \leqslant \dfrac{\log \dfrac{r(100-k)}{k(100-r)}}{\log \dfrac{100-q}{100-p}}$, kui $q>p$; 2) 0;

3) $x=\pm \dfrac{\sqrt{(b^2+c^2-a^2)\,(c^2+a^2-b^2)\,(a^2+b^2-c^2)}}{(a^2+b^2-c^2)\sqrt{2}}$

$y=\pm \dfrac{\sqrt{(b^2+c^2-a^2)\,(c^2+a^2-b^2)\,(a^2+b^2-c^2)}}{(b^2+c^2-a^2)\sqrt{2}}$

$z=\pm \dfrac{\sqrt{(b^2+c^2-a^2)\,(c^2+a^2-b^2)\,(a^2+b^2-c^2)}}{(a^2+c^2-b^2)\sqrt{2}}$

1578. $x \leqslant \dfrac{(a+b)r-bq}{a\left[\left(1-\dfrac{r}{100}\right)\left(1-\dfrac{P}{100}\right)^n+\dfrac{r}{100}\right]}$; 2) $\dfrac{m^2}{n^2}$;

3) 0; $\dfrac{(\sqrt{b}\pm\sqrt{b-a})^{\frac{2n}{n-2k}}}{a^{\frac{2k}{n-2k}}}$.

1579. 1) $\dfrac{k}{\sqrt[n]{2}-1}-100$; 2) $\sqrt[3]{ab}\cdot\sqrt{\sqrt[3]{b^2}-\sqrt[3]{a^2}}$;

3) $\dfrac{(2\pm\sqrt{3})^n+1}{(2\pm\sqrt{3})^n-1}$.

1580. 1) $n \geqslant \dfrac{\log \dfrac{p}{p-q}}{\log \dfrac{A+a}{A}}$; 2) $\dfrac{1}{n}$; 3) $\left(\sqrt[n+1]{b^n}-\sqrt[n+1]{a^n}\right)^{\frac{n+1}{n}}$.

1581. 1) 2; 1; 2) $\dfrac{b}{a}$; 3) $\left(\dfrac{128}{13};\ \dfrac{2}{13}\right)$; $\left(\dfrac{2}{13};\ \dfrac{128}{13}\right)$.

1582. 2) $n(n-1)$; 3) $c^{\frac{b^2}{a(b-a)}}$; $c^{\frac{b}{b-a}}$.

1583. 1) $x \geqslant \dfrac{\log \dfrac{2Np-100n}{Np-100n}}{\log\left(1+\dfrac{p}{100}\right)}$; 2) (3; 1); (1; 3); 3) 26.

SISUKORD.

I peatükk. **Ülesandeid õpitu kordamiseks ja süvendamiseks.**

§ 1. Algebraliste avaldiste samased teisendused 3
§ 2. Esimese astme võrrandid ühe tundmatuga 6
§ 3. Esimese astme võrratused 7
§ 4. Esimese astme võrrandisüsteemid 9
§ 5. Funktsionaalne sõltuvus ja selle avaldamise viisid 11
§ 6. Lineaarfunktsioon 17

II peatükk. **Astmed ja juured.**

§ 7. Astendamine 21
§ 8. Üksliikmete ja hulkliikmete astendamine 23
§ 9. Juure leidmise mõiste. Ruutjuure leidmine arvudest 26
§ 10. Juure leidmine üksliikmeist 31
§ 11. Juurte teisendamine 32
§ 12. Juurte liitmine ja lahutamine 38
§ 13. Juurte korrutamine 41
§ 14. Juurte jagamine 45
§ 15. Juurte astendamine 49
§ 16. Juure juurimine 52
§ 17. Murru nimetaja või lugeja vabastamine irratsionaalsusest . . . 54
§ 18. Ülesandeid teema «Astmed ja juured» kordamiseks 56

III peatükk. **Ruutvõrrandid ja ruutvõrrandeiks taanduvad võrrandid.**

§ 19. Mittetäielikud ruutvõrrandid 62
§ 20. Täielikud ruutvõrrandid 64
§ 21. Ruutvõrrandi lahendite omadused 68
§ 22. Ülesandeid ruutvõrrandite abil lahendamiseks 72
§ 23. Bikvadraatvõrrandid 85
§ 24. Irratsionaalsed võrrandid 86

IV peatükk. **Ruutfunktsioonid ja nende graafikud.**

§ 25. Funktsioon $y = ax^2$ ja selle graafik 90
§ 26. Funktsioon $y = ax^2 + b$ ja selle graafik 92
§ 27. Ruutkolmliige ja selle graafik 93

V peatükk. **Teise astme kahe tundmatuga võrrandisüsteemid.**

§ 28. Üks teise astme võrrand kahe tundmatuga 102
§ 29. Teise astme võrrandisüsteemid 107
§ 30. Ülesandeid teise astme võrrandisüsteemide koostamiseks ning lahendamiseks 113

VI peatükk. **Ülesandeid VIII klassi kursuse kordamiseks.** . . 119

VII peatükk. **Arvujärjend.**

§ 31. Arvujärjendi mõiste. Aritmeetiline progressioon 134
§ 32. Geomeetriline progressioon 142
§ 33. Arvujärjendi piir 147
§ 34. Lõpmatult kahanev geomeetriline progressioon 151

VIII peatükk. **Astendaja mõiste üldistus.**

§ 35. Negatiivne astendaja ja astendaja null 154
§ 36. Astmed ja juured murruliste astendajatega 156

IX peatükk. **Logaritmid.**

§ 37. Logaritmide põhiomadused 161
§ 38. Logaritmimine ja potentseerimine 165
§ 39. Kümnendlogaritmid 169
§ 40. Eksponentvõrrandid ja logaritmvõrrandid 175
§ 41. Liitprotsendid 178

X peatükk. **Ülesandeid IX klassi kursuse kordamiseks.** . . . 180

XI peatükk. **Ühendid ja Newtoni binoom.**

§ 42. Ühendid 193
§ 43. Newtoni binoom 199

XII peatükk. **Kompleksarvud.**

§ 44. Kompleksarvude geomeetriline kujutamine 204
§ 45. Kompleksarvude liitmine ja lahutamine 205
§ 46. Kompleksarvu trigonomeetriline kuju 206
§ 47. Harjutusi kordamiseks 209

XIII peatükk. **Võrratused ja võrrandite uurimine.**

§ 48. Esimese astme võrratused ühe tundmatuga 212
§ 49. Esimese astme ühe tundmatuga võrrandite uurimine 216
§ 50. Esimese astme kahe tundmatuga võrrandisüsteemide uurimine . . 218
§ 51. Teise astme võrratused 221
§ 52. Ruutvõrrandite uurimine 224

XIV peatükk. **Hulkliikme jaguvus.** 228

XV peatükk. **Ülesandeid algebra kogu kursusest.** 232

Vastused 252

Toimetaja Rich. Kress.

Tehniline toimetaja I. Vahtre.

Korrektorid A. Kiho ja M. Pedajas.

Ladumisele antud 19. XI 1954. Trükkimisele antud 1. II 1955. Trükiarv 9000. Paber 60×92, 1/16. Trükipoognaid 17,5. Arvutuspoognaid 16,08. MB-00083. Trükikoda «Tartu Kommunist», Tartu, Ülikooli 17/19. Tellimise nr. 3056

На эстонском языке.

Hind rbl. 2.85

6—6

Rbl. 2.85

ARH
A-20453

TÜ RAAMATUKOGU
1 0300 00386301 8